



POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Rimozione di space debris mediante propulsione chimica

Relatore

prof. Lorenzo Casalino

Candidato

Alessandro FERRO

matricola: 230949

Aprile 2020

Indice

1	Introduzione	5
2	Storia degli space debris	7
2.1	Definizione ed origini	7
2.2	Sindrome di Kessler	8
2.3	Rischi per le attività umane	11
2.4	Distribuzione spaziale dei debris	12
2.5	Rimozione dei debris	14
2.6	Programmi precursori dell'ADR	16
2.7	Progetti futuri per missioni ADR	17
3	Modello matematico	19
3.1	Cenni di meccanica orbitale	19
3.2	Trasferta di Hohmann	25
3.3	Fenomeni perturbativi	27
3.4	Equazioni perturbate di Newton	30
3.5	Equazioni perturbate di Gauss	30
3.6	Equazioni perturbate di Lagrange	32
3.7	Modello dinamico	33
3.8	Stima del costo di trasferimento	35
3.9	Kit per il deorbiting e mass budget	37
4	Codice di calcolo e strategie di missione	41
4.1	Missione e tempo di riferimento	41
4.2	File di input e trattamento dei dati	42
4.3	Deorbiting, complanarità e strategia 1	44
4.4	Strategia 2	46
4.5	Strategia 3	49
4.6	Mass budget	51
5	Analisi dei risultati	53
5.1	Durata: 60 giorni	55
5.2	Durata: 60 giorni modificata	61
5.3	Durata: 30 giorni	63

6 Conclusioni	67
Bibliografia	69

Capitolo 1

Introduzione

Negli ultimi decenni, il progressivo aumento del numero di oggetti in orbita attorno alla Terra, sia attivi che non più funzionanti, ha mostrato in modo lampante la necessità di sviluppare progetti che permettano di decongestionare l'ambiente spaziale in sicurezza, in tempi accettabili e a costi relativamente ridotti. In particolare, gli oggetti artificiali che non svolgono più alcuna funzione utile vengono denominati *space debris*.

In futuro, inoltre, il numero di oggetti potrebbe subire un ulteriore incremento di natura esponenziale a causa di collisioni a catena, fenomeno che va sotto il nome di *Sindrome di Kessler*. Per limitare o ridurre la popolazione di oggetti in orbita si possono seguire tre strade: la manutenzione di satelliti attualmente attivi al fine di allungarne la vita operativa evitando ulteriori lanci; progettare nuovi satelliti in grado di rientrare in atmosfera a operazioni concluse; rimuovere *space debris* di grandi dimensioni, come stadi di lanciatori o satelliti fuori uso, riducendo il rischio di collisioni a catena. Quest'ultima opzione rappresenterà l'oggetto del lavoro di tesi qui presentato.

Verrà studiata una possibile missione, effettuabile in un prossimo futuro, che permetta ad un veicolo *chaser* di consegnare kit di rimozione a più *debris* in successione, utilizzando la propulsione chimica. Si assume innanzitutto che per compiere il trasferimento da un *debris* al successivo il costo propulsivo sia minimo quando le orbite giacciono sullo stesso piano, circostanza che si verifica dopo un certo tempo grazie alla perturbazione dell'orbita derivante dalla forma oblatata della Terra. Impostata una durata massima per ogni trasferimento, la strategia principale sarà talvolta impraticabile e verrà sostituita da due strategie alternative che permetteranno i trasferimenti anche nel caso di orbite non complanari. La prima alternativa consentirà di variare il piano orbitale per raggiungere nel tempo richiesto il successivo *debris*, la seconda varierà invece l'influenza della già citata perturbazione J_2 sulla velocità con cui i piani delle orbite si avvicinano. Delle due alternative, verrà poi scelta la più economica.

Dallo studio di queste alternative, con l'ausilio di un codice Fortran, sono risultate numerose nuove missioni effettuabili nei tempi e nei costi richiesti, sia complessivamente che per i singoli trasferimenti. Il costo della missione verrà infine posto in relazione con il consumo di propellente e la conseguente massa necessaria alla partenza.

Capitolo 2

Storia degli space debris

2.1 Definizione ed origini

Si definisce *space debris* un qualsiasi oggetto artificiale nello spazio, in particolare in orbita terrestre, che non svolga più alcuna funzione utile. Tra di essi si annoverano dunque veicoli spaziali non funzionanti, stadi di lanciatori abbandonati, payloads e altri oggetti derivanti dalle missioni spaziali; inoltre, quando questi detriti collidono, se ne formano altri per frammentazione dei precedenti.

L'inizio della storia degli space debris può essere collocato a partire dal 1957, anno in cui l'Unione Sovietica lanciò il primo satellite: Sputnik 1. Dopo tale lancio, il North American Aerospace Defence Command (NORAD) iniziò a compilare un database, lo US Space Catalog, per tener traccia di tutti i lanci e gli oggetti che raggiungevano l'orbita terrestre.

Durante la Guerra Fredda si assistette ad un numero enorme di lanci, che si susseguirono a distanza di pochi mesi uno dall'altro e iniziarono così a popolare le orbite basse intorno alla Terra. Tali orbite, definite *Low Earth Orbit* (LEO), si collocano ad una altitudine compresa fra l'atmosfera terrestre e le fasce di Van Allen, ovvero fra i 160 km e i 2000 km, ai quali corrisponde un periodo di rivoluzione di circa 90 minuti. Intente a dover dimostrare la propria superiorità tecnologica e militare, le due superpotenze Stati Uniti ed Unione Sovietica non badarono affatto alle conseguenze delle eventuali esplosioni sull'ambiente spaziale. La prima esplosione in orbita si registrò infatti dopo soli quattro anni dal lancio dello Sputnik 1, quando il lanciatore americano Thor-Ablestar esplose poco dopo aver rilasciato il payload, generando circa 300 frammenti.

Nel 1964 entrò in servizio il primo satellite geostazionario, la cui altitudine è di circa 36000 km affinché il suo periodo di rivoluzione coincida col periodo di rotazione della Terra. Dei tanti satelliti che da allora furono immessi in orbita GEO, la prima esplosione avvenne nel 1978, nuovamente con la creazione di numerosi detriti.

Tra le varie esplosioni generatrici di space debris, non tutte furono accidentali. Come era lecito attendersi, infatti, le due superpotenze iniziarono a sviluppare armamenti anti-satellite (ASAT) per poter distruggere satelliti spia nemici o per proteggersi da eventuali

attacchi. Durante i test avvenuti negli anni '60 si assistette allora a molteplici esplosioni atte a testare tali sistemi, che causarono un rapido incremento dei debris in orbita bassa.

Si notò inoltre che il comportamento dei debris orbitanti attorno alla Terra era molto simile a quello della fascia di asteroidi del Sistema Solare, che tendono a collidere fra loro e a formare degli anelli orbitanti intorno ad un centro di massa. Fu John Gabbard del NORAD a raccogliere in un database separato i risultati delle esplosioni e delle collisioni per tentare di prevedere le successive orbite dei frammenti. I *diagrammi di Gabbard* sono tuttora utilizzati a tal fine.

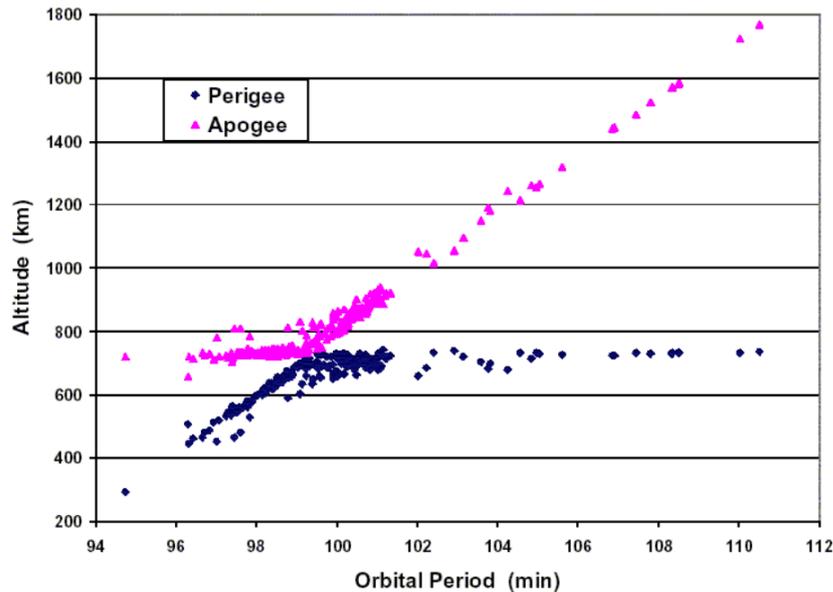


Figura 2.1: Esempio di Diagramma di Gabbard

2.2 Sindrome di Kessler

Nel 1978 l'astrofisico americano Donald J. Kessler, tramite lo studio delle collisioni fra debris derivanti dai lanciatori Delta, ipotizzò che se si fosse mantenuto l'incremento allora osservato nella popolazione di oggetti catalogati, entro l'anno 2000 si sarebbe generata una numerosa popolazione di piccoli debris in seguito a collisioni. Tale reazione a catena, che John Gabbard definì *Sindrome di Kessler*, prevede una crescita esponenziale del numero di debris, che sul lungo periodo potrebbe essere più rischiosa dei meteoriti naturali.

A partire dagli anni '80 il problema della Sindrome di Kessler iniziò lentamente ad essere preso in considerazione, progettando, quando possibile, stadi di lanciatori e payload in grado di rientrare in atmosfera e rilasciare il propellente a missione completata (*passivazione*), in modo da evitare esplosioni. Tuttavia, il perdurare della Guerra Fredda imponeva ritmi serrati nella conquista dello spazio e queste misure non furono sempre adottate, per motivi di tempo o di costo.

Un altro motivo per cui inizialmente la Sindrome di Kessler non allarmò eccessivamente la comunità di astrofisici fu che si credeva, erroneamente, che in tempi abbastanza brevi la resistenza aerodinamica avrebbe causato la precipitazione di molti detriti in atmosfera. Non solo i tempi sono generalmente più lunghi, ma l'aumento dei debris causati dalle collisioni è di gran lunga superiore.

Inizialmente, la popolazione è costituita in maggioranza da debris di grandi dimensioni, ma, in un periodo di tempo più ampio e in seguito alle collisioni, diventeranno prevalenti le piccole dimensioni. Inoltre l'orbita dei debris verrà modificata poiché le collisioni causano una riduzione di inclinazione e di velocità che spinge i debris ad ammassarsi su orbite equatoriali. Attualmente, sia l'orbita bassa terrestre che la fascia di asteroidi sono nella fase iniziale dominata dalle grandi dimensioni.

Per valutare la dipendenza delle collisioni dal tempo, si assume che la loro frequenza aumenti con il quadrato del numero di oggetti presenti e che, stimate dimensioni e velocità medie dei debris, la crescita della popolazione sia lineare nel tempo: ne si ricava un numero di collisioni variabile con il cubo del tempo.

I cataloghi considerati per valutare l'incremento del numero di oggetti in orbita terrestre sono quelli stilati dal NASA Satellite Situation Report (SSR), dallo US Strategic Command (USSSTRATCOM) e dallo US Space Surveillance Network. Le dimensioni minime affinché il debris possa essere tracciato sono di circa 10 cm in orbita bassa e di circa 1 m in orbita geostazionaria.

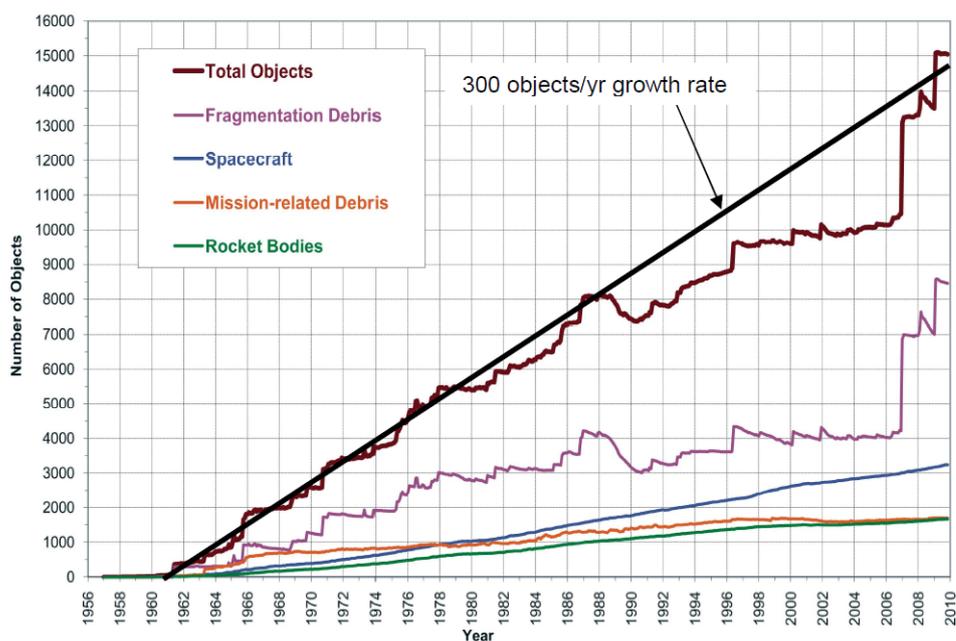


Figura 2.2: Crescita del numero di oggetti rilevati

In Figura 2.2 sono mostrati gli oggetti rilevati fino al 2010: si nota immediatamente che a nel periodo compreso fra il 1987 ed il 2007 vi è stato un rallentamento notevole

della crescita annua. Esso è dovuto a tre ragioni: la prima, fisica, è l'aumento dell'attività solare nel 1989 che ha causato la precipitazione di molti oggetti in atmosfera; la seconda, storica, è stata la fine della Guerra Fredda; la terza, invece, fu un aggiornamento molto lento dei cataloghi degli oggetti, che venivano tracciati ma non catalogati, probabilmente in seguito al minor pericolo derivante dall'Unione Sovietica disgregata. Inoltre, cominciarono a fare effetto i cambiamenti nella progettazione introdotti negli anni '80.

Si possono inoltre notare due picchi nel 2007 e nel 2009: il primo è dovuto ad un test missilistico cinese intenzionale, mentre il secondo alla collisione fra i due satelliti artificiali Iridium 33 e Kosmos 2251. Quest'ultimo evento ha rappresentato la prima collisione fra due satelliti, poiché prima vi erano state esclusivamente collisioni fra satelliti e debris, e ha generato più di 1500 frammenti, di cui fortunatamente molti sono precipitati in atmosfera negli anni successivi. In Figura 2.3 si nota in dettaglio l'accaduto, mentre in Figura 2.4 si mostrano i picchi di densità spaziale in seguito ai due eventi. Essi hanno inoltre ristabilito l'incremento lineare di circa 300 detriti l'anno che si era mantenuto quasi costante dalle origini al 1987.

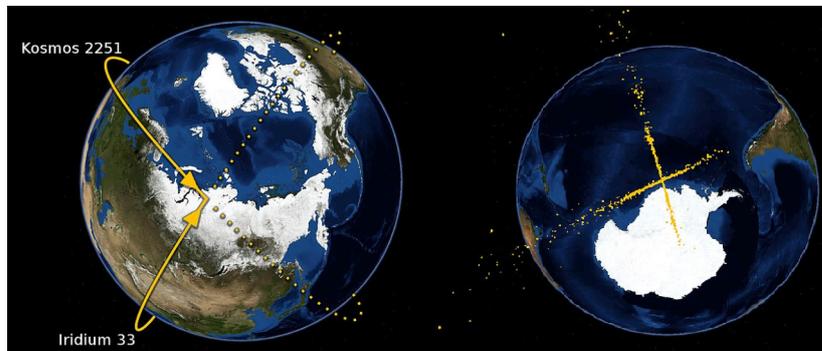


Figura 2.3: Collisione e detriti dopo 50 minuti

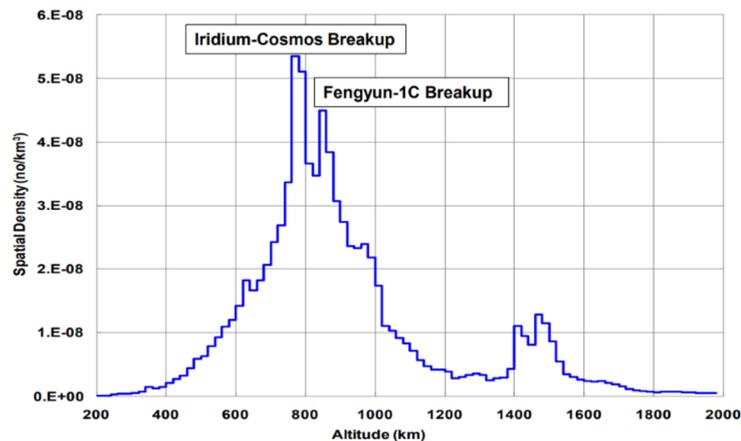


Figura 2.4: Picchi di densità spaziale

A seconda delle conseguenze sulla generazione di frammenti, le collisioni possono essere suddivise in tre categorie:

- *Non catastrofiche e trascurabili*: collisioni che non alterano sensibilmente l'ambiente spaziale né sul lungo periodo né sul corto; avvengono tra frammenti di piccole dimensioni, creano pochi frammenti di dimensioni ancora più trascurabili
- *Non catastrofiche*: collisioni che modificano l'ambiente solo nel corto periodo; avvengono fra frammenti di dimensioni medie o tra frammenti e oggetti intatti, ma causando un numero ridotto di frammenti catalogabili
- *Catastrofiche*: collisioni che alterano l'ambiente sia nel corto che nel lungo periodo e avvengono fra debris di dimensioni superiori, generano molti frammenti catalogabili e contribuiscono sensibilmente alla Sindrome di Kessler; la collisione fra oggetti intatti avviene sempre in maniera catastrofica. Mediamente gli oggetti con dimensioni maggiori di 20 cm, a cui corrisponde un peso di almeno 1 kg, causano collisioni di questo tipo.

2.3 Rischi per le attività umane

La presenza di debris e il loro costante aumento sono ovviamente un pericolo per le attività umane nello spazio e non solo. Infatti, sebbene la resistenza aerodinamica sia utile alla riduzione dei debris in orbita, essi non sempre bruciano e si disintegrano totalmente al rientro in atmosfera. Inoltre, è possibile che gli stadi dei lanciatori possano rilasciare materiale radioattivo in atmosfera causando problemi ambientali sulla superficie terrestre: per tale ragione si è resa sempre più necessaria la già citata passivazione.

Del monitoraggio degli oggetti in orbita si occupano congiuntamente la NASA e il Dipartimento della Difesa Americano (DOD): quest'ultimo si occupa degli oggetti con dimensioni superiori ai 10 cm in orbita bassa e superiori a 1 m in orbita geostazionaria, mentre la NASA degli oggetti di dimensioni inferiori, i quali tuttavia non possono essere tracciati individualmente e vengono dunque valutati in modo statistico. In particolare, il DOD esegue quotidianamente controlli sulla possibilità di collisione fra oggetti, sia per quelli operativi sia per i detriti. Tramite la propagazione dell'orbita, si può prevedere un incrocio anche con alcuni giorni di anticipo, garantendo un tempo sufficiente per manovre di evasione qualora la possibilità di collisione sia superiore a 1:100000 all'interno di un volume di $4 \times 10 \times 4 \text{ km}^3$.

Per oggetti di dimensioni inferiori al millimetro è praticamente impossibile prevedere le possibili numerosissime collisioni: perciò si prevedono delle schermature per resistere ai frequenti urti di intensità abbastanza ridotta. Le schermature più utilizzate sono tuttora quelle sviluppate dall'astronomo americano Fred Whipple, che consistono in piastre di alluminio poste ad una certa distanza dalla superficie del veicolo spaziale, al fine di ridurre l'energia cinetica del detrito e, possibilmente, disintegrarlo, prima che urti la superficie sottostante. Il veicolo spaziale più protetto è ovviamente la Stazione Spaziale Internazionale (ISS), costruita a partire dal 1998 e permanentemente abitata dal 2001. Nonostante le schermature e la possibilità di compiere manovre evasive in determinati

casi, nel 2009, a causa di un rischio di collisione, l'equipaggio dovette imbarcarsi sulla Soyuz, pronto ad abbandonare la ISS in caso di collisione.

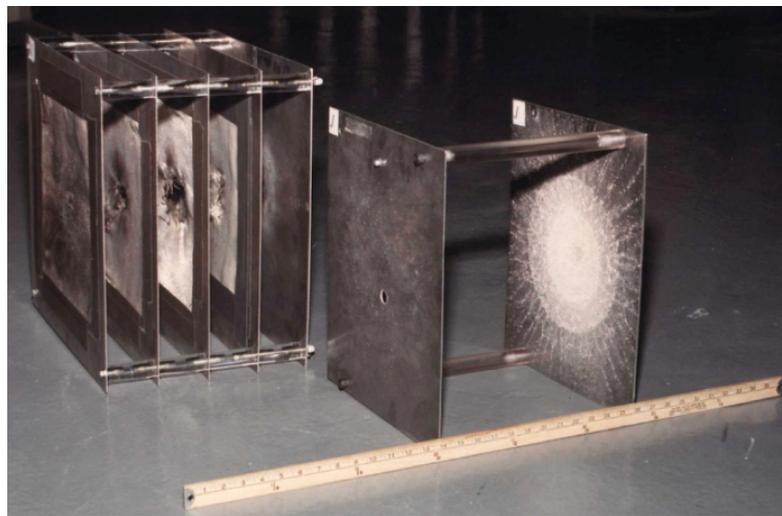


Figura 2.5: Schermatura Whipple

2.4 Distribuzione spaziale dei debris

I detriti in orbita bassa compiono orbite solitamente molto inclinate rispetto al piano equatoriale. Difatti, soprattutto per scopi militari, queste orbite hanno il vantaggio di coprire per larga parte del loro periodo una particolare regione del globo: ad esempio l'*orbita Molnija* ($63,4^\circ$) veniva utilizzata dall'Unione Sovietica per le comunicazioni militari. Inoltre, sempre ad inclinazioni comprese fra 55° e 65° , si hanno solitamente i satelliti utili alla navigazione, grazie ai ridotti ritardi nelle comunicazioni.

Per inclinazioni di circa 90° si hanno le *orbite polari*, ovvero quelle che passano al di sopra dei poli. Ad inclinazioni superiori a 90° corrispondono le *orbite retrograde*, in cui il satellite orbita attorno al corpo centrale nel verso opposto a quest'ultimo. Tra le orbite retrograde, di notevole importanza sono le *orbite eliosincrone*, poste ad inclinazioni di $95^\circ - 100^\circ$, in cui il satellite sorvola ogni dato punto dell'orbita sempre alla stessa ora solare, cosa che favorisce l'osservazione della Terra.

Infine le orbite geostazionarie, in cui il periodo di rivoluzione coincide col periodo di rotazione terrestre, sono poste ad inclinazione nulla rispetto al piano equatoriale. Le orbite quasi-geostazionarie possiedono invece inclinazioni inferiori ai 15° . La rimozione dei debris si concentra tuttavia sulle orbite basse (LEO) nelle quali rientrano i casi precedenti.

La distribuzione dei detriti spaziali in Figura 2.6 rispecchia la distribuzione dei satelliti in orbita bassa: il picco principale, in corrispondenza di $i \simeq 82^\circ$, contiene i 155 debris derivati dai lanciatori Kosmos 3M che sono oggetto di studio in questa tesi.

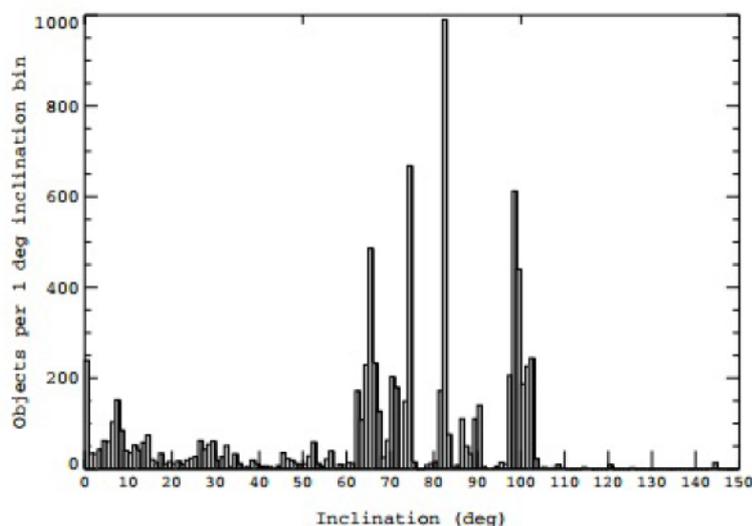


Figura 2.6: Distribuzione dei debris alle vari inclinazioni

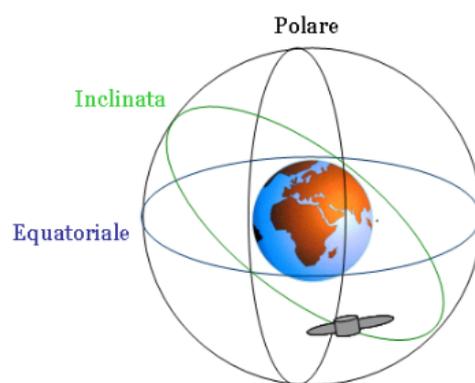


Figura 2.7: Inclinazione delle varie orbite

Le orbite LEO sono caratterizzate da velocità molto elevate e dunque da periodi di rivoluzioni ridotti, circa 90 minuti. Anche la ISS percorre un'orbita bassa, precisamente ad un'altitudine di circa 400 km e ad un'inclinazione di $52,65^\circ$. Infine, come già accennato in precedenza, le collisioni tendono a ridurre sia la velocità sia l'inclinazione dei detriti, che vengono quindi spinti verso il piano equatoriale.

2.5 Rimozione dei debris

Negli ultimi decenni la comunità scientifica internazionale ha tentato di ridurre la crescita di debris per mezzo di misure non vincolanti, quali la già citata passivazione. Nonostante ciò, la popolazione dei debris di dimensioni superiori ai 10 cm, indicata come soglia di letalità per i satelliti, si presume possa aumentare del 75% nei prossimi 200 anni.

Si è dunque notato come non sia più sufficiente limitare l'incremento della popolazione, ma si debba in un prossimo futuro procedere alla rimozione dei debris di dimensioni maggiori, i quali non soltanto sono i più pericolosi ma anche quelli che potrebbero generare il maggior numero di frammenti tramite la Sindrome di Kessler.

L'*Active Debris Removal* (ADR) è appunto la missione che si prefigge di rimuovere attivamente i detriti spaziali. Come ogni missione, essa si suddivide in più fasi, di cui la più importante e delicata è sicuramente la manovra di rendez-vous, la quale fino ad oggi non è mai stata compiuta con un corpo totalmente non cooperativo. Le missioni ADR si possono poi classificare in due categorie:

- *di contatto*, per mezzo ad esempio di bracci robotici, cavi, funi, arpioni, reti o tenaglie
- *di non contatto*, per mezzo ad esempio di scie, laser, forze elettromagnetiche o concentratori di energia solare

Sfortunatamente, la tecnica più adatta dipende fortemente dalle caratteristiche del debris che si intende rimuovere e dunque non ne esiste una applicabile in ogni occasione. Ne consegue la necessità di dedicare molto tempo e risorse alla scelta dei debris da rimuovere e al tipo di rimozione, considerando un compromesso fra la semplicità della missione, il rischio rappresentato da ogni debris per i satelliti attivi, la probabilità di collisione con altri debris, il livello tecnologico a disposizione e ovviamente i costi.

Considerando tale compromesso, si è notato che nella maggior parte dei casi, il braccio meccanico risulta essere la scelta migliore; tuttavia, per condurre una ricerca più dettagliata si rende necessaria un'accurata classificazione dei debris, la quale attualmente è ancora in fase embrionale a causa del limitato sviluppo delle varie tecnologie ADR.

La classificazione attualmente più utilizzata considera le caratteristiche fisiche e dinamiche e, separatamente, il potenziale rischio derivante da quel debris:



Figura 2.8: Classificazione 2° stadio di un lanciatore Kosmos 3M

In Figura 2.8 è presentato un esempio di classificazione per il secondo stadio di un lanciatore Kosmos 3M, appartenente alla famiglia di lanciatori oggetto di studio in questa tesi. Il significato di lettere e cifre è il seguente:

- U: *uncontrolled*
- R: *regularly rotating*
- X: *regular convex*
- L: *large*
- lo: *low area-to-mass ratio*

che ne descrivono caratteristiche fisiche e dinamiche e:

- 9: indica il livello di rischio di rottura
- 1L: indica il livello di non cooperatività

che ne indicano rischi e cooperatività. La figura 2.9 mostra tutti i casi possibili.

Characteristics/Taxa	Definition and their symbols
Object type	Artificial: <i>man-made object</i> Natural: <i>non-man made object</i>
Orbit type	LEO: <i>80-2000 km</i> MEO: <i>2000-35,786 km</i> GEO: <i>at 35,786 km</i> HEO: <i>> 35,786 km</i>
Orbital state	Controlled (C): <i>actively controlled</i> Uncontrolled (U): <i>self-explanatory</i>
Attitude state	Actively stabilized (S): <i>3 axis stabilized</i> Regularly rotating (R): <i>passively controlled/uncontrolled stable (no precession)</i> Tumbling (T): <i>irregular attitude motion</i>
External shape	Regular convex (without appendages) (X): <i>cylindrical or spherical shapes</i> Regular polyhedral (with appendages) (P): <i>regular cubic shapes of spacecrafts</i> Irregular (I): <i>self-explanatory</i>
Size	Small (S): <i>< 10 cm (up to 5 cm)</i> Medium (M): <i>10 cm-1m</i> Large (L): <i>> 1 m</i>
Area-to-Mass Ratio (AMR)	Low (lo): <i>< 0.8 m²/kg</i> Medium (me): <i>0.8 – 2 m²/kg</i> High (hi): <i>> 2 m²/kg</i>

Figura 2.9: Classificazione di oggetti orbitanti

2.6 Programmi precursori dell'ADR

Le missioni ADR necessitano di manovre di rendez-vous, docking e interazione con veicoli non cooperativi come ad esempio satelliti fuori uso. Prima di progettare la missione ADR vera e propria, si sono allora studiati prototipi per compiere specifiche operazioni con un altro oggetto in orbita: manovre di avvicinamento, trasferimento di carburante o batterie e manutenzione. Esse non solo potrebbero servire in futuro per la rimozione dei debris, ma potrebbero allungare notevolmente la vita dei satelliti attualmente attivi. A tal proposito, si possono ricordare le due positive missioni *Orbital Express*, lanciata da NASA e DARPA nel 2007 al fine di testare l'avvicinamento, il docking e il trasferimento di combustibile con un satellite in LEO, e *Robotic Refueling Mission* (RRM) della NASA, lanciata nel 2011 per testare operazioni di manutenzione sul RRM da parte della ISS.



Figura 2.10: Modulo ASTRO e target NEXTSat del programma *Orbital Express*

Per quanto riguarda l'orbita geostazionaria sono degni di menzione il programma *Phoenix*, portato avanti dalla DARPA per operazioni di servicing simili a quelle dell'*Orbital Express* in LEO, e il programma olandese *ConeXpress Orbital Life Extension vehicle* per operazioni di servicing, *station keeping*, riposizionamento orbitale e sfruttamento di vecchi satelliti. Il tutto potrebbe prolungare la vita di un satellite di quasi 12 anni.

Il progetto attualmente attivo che più si avvicina ad una completa missione ADR è *Clean Space One*, ad opera del Politecnico di Losanna (EPFL). Questa missione dimostrativa si prefigge l'obiettivo di catturare un *cubesat* lanciato nel 2009, testare operazioni di servicing e soprattutto ricadere insieme in atmosfera compiendo così la rimozione. *Clean Space One* sarebbe la prima missione a portare a termine una rimozione attiva di debris ed il suo primo lancio è previsto per il 2025.

2.7 Progetti futuri per missioni ADR

Le iniziative studiate fin'ora per le missioni ADR prevedono purtroppo tempi molto lunghi per il deorbiting e soprattutto il lancio di un veicolo per ogni debris che si intende rimuovere. Per tale motivo si stanno analizzando in modo più accurato tipologie di missione più efficienti, brevi e fattibili anche in un prossimo futuro. Tra le varie opzioni si possono distinguere:

- *Sistemi di terra (ground-based)*, che si presume possano irradiare, per mezzo di laser o altri fasci di particelle, un oggetto in orbita al fine di compiere manovre evasive per evitare collisioni o, se la radiazione è notevole, addirittura causarne la precipitazione in atmosfera. Questa tecnologia è chiaramente rivolta ad oggetti in orbita molto bassa, dell'ordine di poche centinaia di chilometri.
- *Sistemi passivi*, che prevedono di aumentare la resistenza aerodinamica per mezzo di vele solari, palloni o membrane gonfiabili installati prima del lancio. Rappresenta un'alternativa più economica, ma anch'essa è limitata ad orbite inferiori ai 800 km di altitudine, affinché la resistenza aerodinamica sia sufficiente. Altri metodi oggetto di studio negli ultimi anni riguardano anche l'aggiunta di protuberanze che sfruttino un gradiente gravitazionale o interazioni elettromagnetiche: entrambi i campi possono infatti comportare variazioni di orbita e un'eventuale precipitazione.
- *Sistemi End of Life*, che prevedono di progettare i futuri satelliti in modo che, terminata la vita operativa, compiano un'ultima manovra di rientro in atmosfera. Tale strategia comporterebbe tuttavia un aumento di peso di circa il 5% a causa del supplemento di sistemi di bordo, struttura e carburante. D'altro canto, tale architettura è utilizzabile praticamente su ogni tipologia di satellite e si potrebbe scegliere fra propulsione chimica (CP), con tempi inferiori ma meno efficiente, e propulsione elettrica (EP), più lenta ma più efficiente.
- *Cattura robotica e deorbiting*: rappresenta l'architettura di missione attualmente più accreditata presso la comunità scientifica e quella analizzata in questa tesi. Il velivolo *chaser* compie una manovra di rendez-vous con il *target* tramite appendici robotiche e consegna un *kit di deorbiting* che può essere scelto ad esempio fra i *sistemi passivi* e i *sistemi end of life*. Questi prevedevano soluzioni da adottare nella fase progettuale dei nuovi satelliti, mentre con la cattura il kit può essere consegnato anche a velivoli già in orbita. Se il kit è di tipo propulsivo, come serbatoi, batterie e hardware che compiano attivamente il deorbiting, esso è applicabile anche a debris fra i 600 e i 2000 km di quota; se invece consiste in sistemi passivi come vele, membrane o reti che ne aumentino l'attrito, esso si deve limitare a quote inferiori. Oltre ai sistemi passivi già discussi, si potrebbero inoltre lanciare da una certa distanza arpioni, resine o schiume che svolgano la stessa funzione, ma con il vantaggio di non dover compiere il rendez-vous. La caratteristica più rilevante della cattura *chaser-target*, infine, è la possibilità per il *chaser* di consegnare i kit a più debris nella stessa missione e dunque rendere più efficiente l'ADR.

Tutte le tecnologie presentate per il deorbiting devono obbligatoriamente valutare se il debris riuscirà a bruciare completamente in atmosfera oppure si renderà necessario un deorbiting controllato che non comporti rischi sulla superficie terrestre.



Figura 2.11: Esempio di vela solare

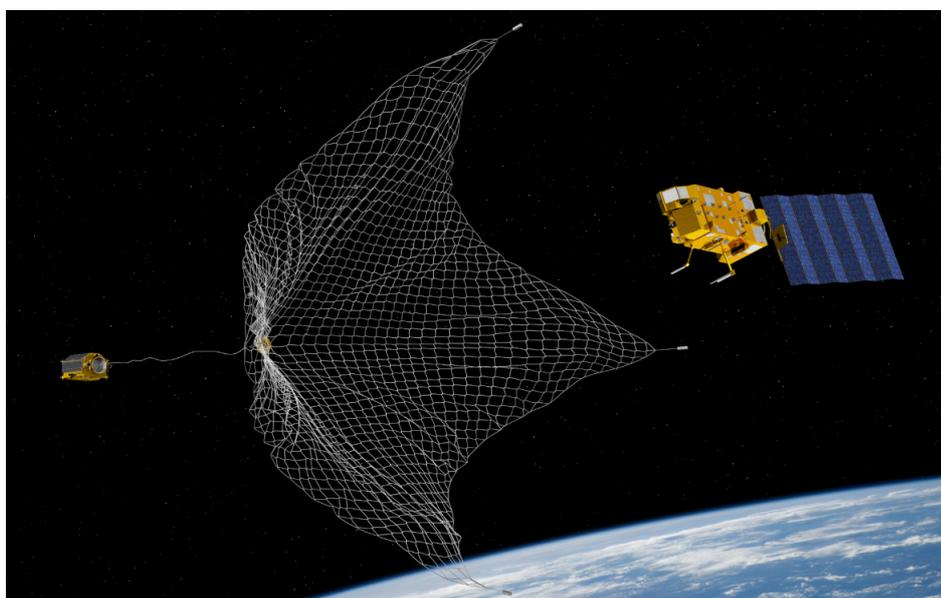


Figura 2.12: Simulazione di cattura per mezzo di una rete

Capitolo 3

Modello matematico

3.1 Cenni di meccanica orbitale

I detriti spaziali oggetto di questa tesi si comportano esattamente come satelliti in orbita attorno al pianeta Terra ed in generale come un qualsiasi corpo celeste in orbita attorno ad uno di massa notevolmente superiore. Il loro moto può essere descritto in prima approssimazione dal cosiddetto *problema dei due corpi* di Newton, nel quale un corpo di massa M esercita una *forza di attrazione gravitazionale* su un corpo di massa m , considerati entrambi puntiformi:

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r} = -\frac{GMm}{r^3}\vec{r} \quad (3.1)$$

dove $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ è la *costante di gravitazione universale* e \vec{r} il vettore congiungente le due masse. Si definisce poi *costante gravitazionale planetaria* il prodotto $\mu = GM$.

Inoltre, dalla seconda legge della dinamica, sappiamo che la forza è pari al prodotto della massa accelerata m per l'accelerazione della stessa: $\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}$. Inserendo queste relazioni nell'espressione della forza gravitazionale, si ottiene l'equazione del moto del corpo di massa m in orbita attorno al corpo di massa M :

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} \quad (3.2)$$

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} \quad (3.3)$$

Il campo gravitazionale che si viene a creare è conservativo e dunque è possibile definire un *potenziale gravitazionale*:

$$U(r) = -\frac{\mu m}{r} \quad \nabla U = \vec{F} \quad (3.4)$$

Normalizzando rispetto alla massa orbitante m , si ottiene ancora:

$$V(r) = -\frac{\mu}{r} \quad (3.5)$$

Infine, una grandezza di grande rilievo è il *momento angolare* \vec{h} , definito come:

$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v} \quad (3.6)$$

perpendicolare al piano dell'orbita. Poiché tale grandezza si conserva, per il problema dei due corpi si può dedurre che anche il piano dell'orbita è costante.

A partire dalle equazioni del moto del problema dei due corpi è possibile allora costruire il modello orbitale descritto dalle *tre leggi di Keplero*:

1. L'orbita descritta da un oggetto che ruota intorno alla Terra è un'ellisse, di cui la Terra occupa uno dei due fuochi.
2. Il raggio vettore che unisce il centro della Terra al centro dell'oggetto spazza aree uguali in tempi uguali.
3. Il quadrato del tempo che l'oggetto impiega a percorrere la sua orbita è proporzionale al cubo della sua distanza media dalla Terra.

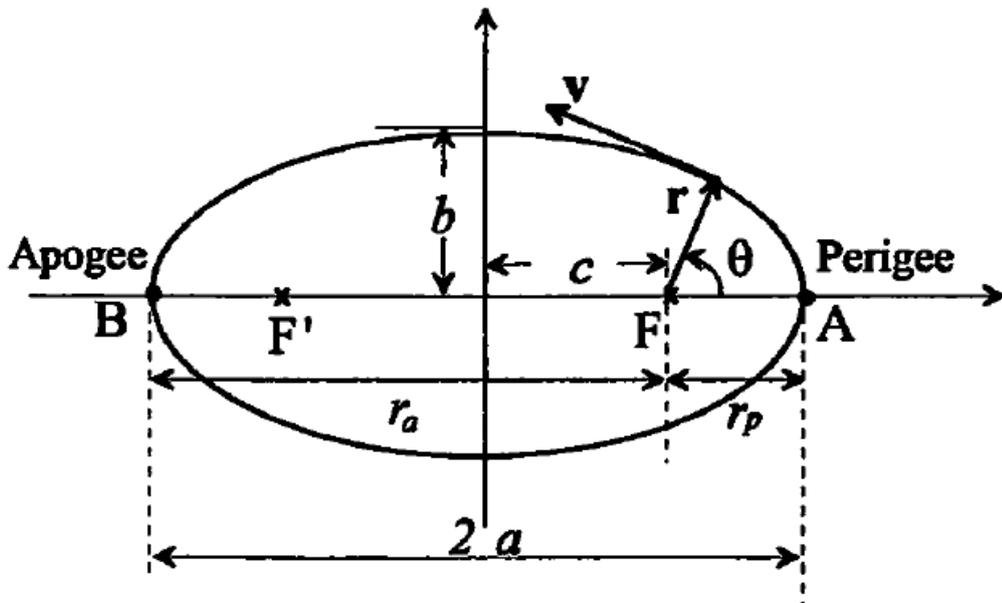


Figura 3.1: Piano dell'orbita

L'*ellisse* è il luogo geometrico dei punti la cui somma delle distanze da due punti fissati, detti fuochi, è costante. Considerando un'ellisse centrata nell'origine degli assi di un riferimento cartesiano, con i fuochi sull'asse x , mediante la geometria analitica si giunge alla seguente equazione dell'ellisse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3.7)$$

grazie alla quale si possono definire alcune grandezze fondamentali:

- a : *semiasse maggiore*, distanza massima dal centro dell'ellisse, identifica due vertici
- b : *semiasse minore*, distanza minima dal centro dell'ellisse, identifica gli altri due vertici
- $c = \sqrt{a^2 - b^2}$: *semidistanza focale*, distanza tra un fuoco e il centro; i fuochi sono disposti simmetricamente rispetto al centro
- $e = c/a$: *eccentricità*, valore che dà una misura della deformazione dell'ellisse a partire da una circonferenza; per quest'ultima i fuochi coincidono fra loro e con il centro e di conseguenza la semidistanza focale è nulla, così come l'eccentricità.

Grazie a queste grandezze si possono evidenziare due punti fondamentali di ogni orbita ellittica: il *perigeo* e l'*apogeo*, rispettivamente il punto dell'orbita più vicino alla Terra, dunque al fuoco, e il punto più distante. Questi due punti coincidono anche con i due vertici individuati dall'asse maggiore:

$$r_{pe} = a + c = a(1 + e) \quad (3.8)$$

$$r_{ap} = a - c = a(1 - e) \quad (3.9)$$

Dalla seconda legge di Keplero si deduce che la velocità orbitale lungo l'orbita non è costante e si può allora definire un *moto medio* n , che ha le dimensioni di una velocità angolare:

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (3.10)$$

dove $\mu_T = 398600.4415 \text{ km}^3/\text{s}^2$ è la *costante gravitazionale della Terra*. Dal moto medio si può successivamente ricavare il *periodo orbitale*:

$$T = \frac{2\pi}{n} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \quad (3.11)$$

relazione che corrisponde perfettamente alla terza legge di Keplero.

I parametri che definiscono un'orbita sono definiti *parametri orbitali* e, in particolare, quelli che rappresentano angoli caratteristici sul piano dell'orbita sono definiti *anomalie*:

- θ : *anomalia vera*, misura l'angolo fra il raggio vettore, che collega satellite e centro della Terra, e il segmento Terra-perigeo
- ψ : *anomalia eccentrica*; tracciando la perpendicolare al semiasse maggiore per un dato punto dell'orbita ellittica si intercetta la circonferenza con diametro pari all'asse maggiore e centrata nel centro dell'ellisse. L'anomalia eccentrica misura l'angolo fra il raggio della circonferenza in tale punto e il raggio che intercetta il perigeo. Per essa valgono le relazioni:

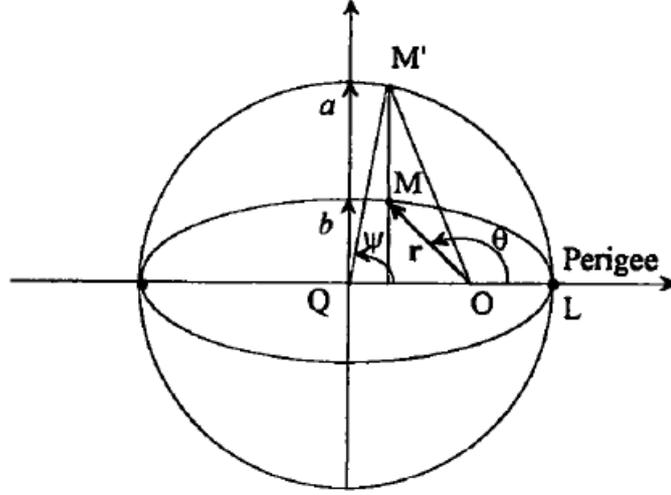


Figura 3.2: Orbita ellittica e parametri orbitali

$$\tan\left(\frac{\psi}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (3.12)$$

$$\cos\psi = \frac{e + \cos\theta}{1 + e\cos\theta} \quad (3.13)$$

- M : *anomalia media*, collegata all'area spazzata dal raggio vettore A , tramite la relazione:

$$A = \frac{abM}{2} \quad (3.14)$$

dove a e b sono i semiassi. Quando $M = 2\pi$ l'area spazzata dal raggio vettore coincide con l'area dell'ellisse πab . Per la seconda legge di Keplero, la *velocità areolare* \dot{A} è costante e quindi anche la derivata temporale dell'anomalia media deve essere costante e precisamente uguale al *moto medio* n :

$$\dot{M} = n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (3.15)$$

L'anomalia media si può ancora definire come:

$$M = n\Delta t_{pe} = \psi - e\sin\psi \quad (3.16)$$

dove Δt_{pe} è il *tempo trascorso dal passaggio al perigeo*:

$$\Delta t_{pe} = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \left[2 \arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) - \frac{e\sqrt{1-e^2}\sin\theta}{1+e\cos\theta} \right] \quad (3.17)$$

Per completare la trattazione delle grandezze che definiscono il moto sul piano dell'orbita, possiamo ancora introdurre:

- p : *semilatus rectum*, ovvero la distanza dal fuoco del punto dell'orbita individuato dalla perpendicolare al semiasse maggiore passante per il fuoco stesso:

$$p = a(1 - e^2) \quad (3.18)$$

- r : *raggio vettore* nel punto generico, di cui prima avevamo fornito solo i valori al perigeo e all'apogeo:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta} = a(1 - e \cos \psi) \quad (3.19)$$

$$r_{pe} = a(1 + e) \quad (3.20)$$

$$r_{ap} = a(1 - e) \quad (3.21)$$

- V : *velocità orbitale* nel punto generico:

$$V = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1 + e^2 + 2e \cos \theta}{1 - e^2}} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1 + e \cos \psi}{1 - e \cos \psi}} \quad (3.22)$$

$$V_{pe} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1 + e}{1 - e}} \quad (3.23)$$

$$V_{ap} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1 - e}{1 + e}} \quad (3.24)$$

- ξ : *energia dell'orbita*, somma, costante, dell'energia cinetica e dell'energia gravitazionale:

$$\xi = \frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} = f(a) < 0 \quad (3.25)$$

Fino ad ora la trattazione ha riguardato esclusivamente i parametri orbitali definiti sul piano dell'orbita bidimensionale, il quale però è inserito in un sistema di riferimento inerziale tridimensionale con origine nel centro della Terra. Esso è costituito da una terna di assi, dove l'asse X è puntato verso il *solstizio di primavera dell'oriente*, l'asse Y è perpendicolare al precedente sul *piano equatoriale*, mentre l'asse Z punta al Nord terrestre. In questo sistema di riferimento si possono definire altri tre angoli fondamentali:

- Ω : *ascensione retta del nodo ascendente* (RAAN), misurato nel piano X-Y a partire dall'asse X; il nodo ascendente è il punto in cui il satellite attraversa il piano di riferimento X-Y, mentre il *segmento dei nodi ascendenti* collega la Terra al nodo ascendente
- i : *inclinazione dell'orbita*, ovvero l'angolo che il piano dell'orbita forma con il piano di riferimento
- ω : *argomento del perigeo*, che identifica la posizione del perigeo sull'orbita; è misurato sul piano dell'orbita a partire dal segmento dei nodi ascendenti

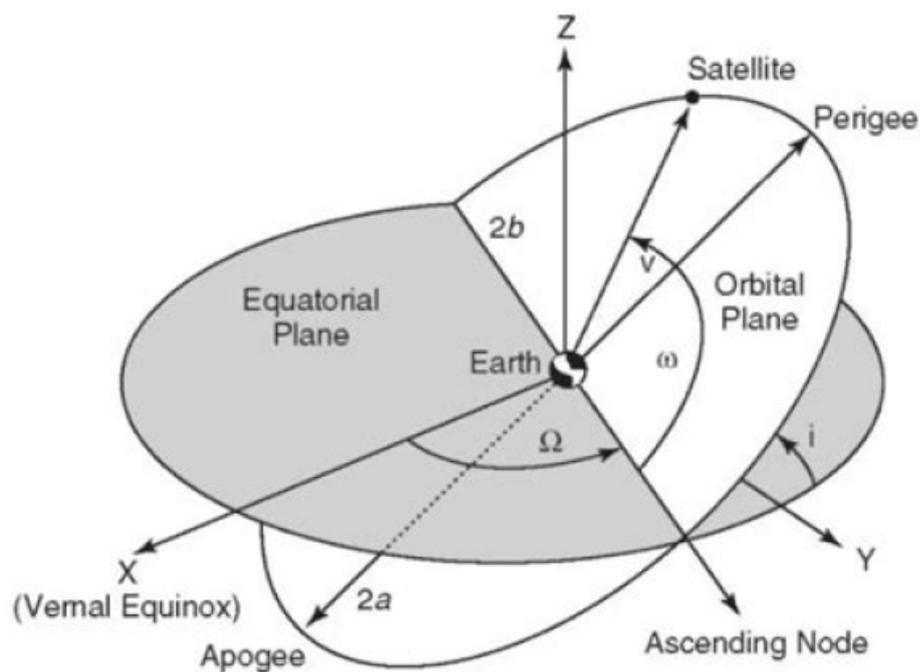


Figura 3.3: Sistema di riferimento inerziale

Di tutte le grandezza definite in questo paragrafo se ne possono individuare sei di primaria importanza per il lavoro oggetto di questa tesi, poichè definiscono interamente l'orbita ed il piano dell'orbita dei detriti osservati:

- a : semiasse maggiore
- e : eccentricità
- i : inclinazione
- ω : argomento del perigeo
- Ω : ascensione retta del nodo ascendente
- M : anomalia media, o in alternativa Δt_{pe} il tempo trascorso dal passaggio al perigeo

3.2 Trasferta di Hohmann

La *trasferta di Hohmann*, elaborata dall'ingegnere tedesco Walter Hohmann nel 1925, è una manovra di trasferimento fra due orbite circolari, concentriche e complanari.

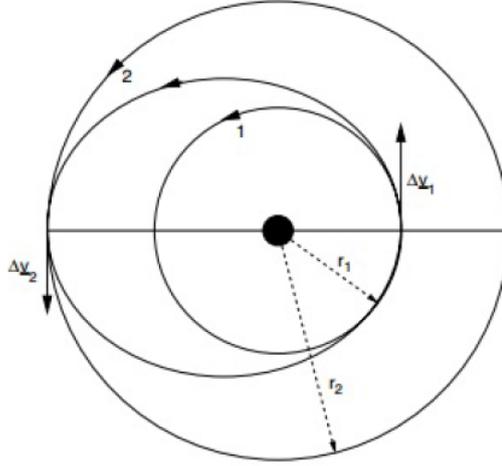


Figura 3.4: Trasferta di Hohmann

La manovra consta di due impulsi e descrive una semiellisse, tangente nel suo periastro all'orbita circolare di raggio inferiore r_1 e, nel suo apoaastro, all'orbita circolare di raggio maggiore r_2 :

$$r_p = r_1 \quad (3.26)$$

$$r_a = r_2 \quad (3.27)$$

Il primo impulso accelera il satellite muovendolo dall'orbita 1, a cui compete una *velocità circolare* V_{c_1} , all'ellisse di Hohmann, a cui nel periastro compete la velocità massima V_{H_1} , anche detta *velocità di Hohmann*. Il satellite percorre la semiellisse e nel punto di velocità minima V_{H_2} , l'apoaastro, il secondo impulso accelera il satellite portandolo sull'orbita 2, a cui compete una velocità circolare V_{c_2} . Le velocità circolari si determinano a partire dall'equilibrio della forza centrifuga e della forza gravitazionale:

$$\frac{V^2}{r} = \frac{\mu}{r^2} \quad (3.28)$$

da cui si ricava per le due orbite circolari:

$$V_{c_1} = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \quad (3.29)$$

$$V_{c_2} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \quad (3.30)$$

La velocità circolare al raggio terrestre $r_E = 6378.1363$ km è detta *prima velocità cosmica*. Considerando $\mu_T = 398600.4415$ km³/s², la *costante gravitazionale della Terra*, si ottiene $V_{ref} = 7.9353$ km/s, utilizzata nel programma di calcolo per adimensionalizzare le velocità.

Le *velocità di Hohmann*, ovvero quelle che competono all'orbita ellittica in corrispondenza del periastro e dell'apoaastro, si ricavano invece dalla conservazione dell'energia sull'orbita, somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale gravitazionale:

$$\xi = \frac{V^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} = -\frac{\mu}{r_1 + r_2} = cost \quad (3.31)$$

Si ottiene dunque:

$$V_{H_1} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_1} - \frac{2\mu}{r_1 + r_2}} \quad (3.32)$$

$$V_{H_2} = \sqrt{\frac{2\mu}{r_2} - \frac{2\mu}{r_1 + r_2}} \quad (3.33)$$

In conclusione, il costo totale della trasferta ΔV è dato dalla somma dei due contributi ΔV_1 e ΔV_2 , che si potrebbero anche riscrivere mediante il rapporto dei raggi $\beta = r_2/r_1$:

$$\Delta V = |\Delta V_1| + |\Delta V_2| = |V_{H_1} - V_{c_1}| + |V_{c_2} - V_{H_2}| \quad (3.34)$$

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} - 1 \right) \quad (3.35)$$

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} \right) \quad (3.36)$$

Il caso analizzato riguarda un trasferimento da un'orbita a raggio minore ad una a raggio maggiore, perciò gli impulsi impartiscono entrambi un ΔV positivo accelerante. Se invece la trasferta riducesse il raggio dell'orbita, i ΔV sarebbero negativi, poiché frenanti: per tale motivo si è introdotto il valore assoluto.

Si può inoltre dimostrare che ridurre il raggio dell'orbita comporta un costo notevolmente superiore al suo incremento. Ciò è dovuto alle perdite per gravità, le quali sono maggiormente influenti a raggi piccoli: sono allora consigliabili impulsi maggiori a raggi piccoli per trascorrere poco tempo sotto l'azione della gravità e impulsi inferiori a raggi grandi. Infine, anche nel caso di incremento del raggio orbitale, è necessario tener presente che il massimo del costo ΔV si verifica per $\beta = r_2/r_1 \simeq 16$. Matematicamente, possiamo esprimere la relazione fra velocità finale, velocità iniziale, impulso e perdite come segue:

$$V_{c_2} - V_{c_1} = \Delta V - PERDITE \quad (3.37)$$

A conclusione della trattazione riguardante la trasferta di Hohmann, è interessante osservare che essa presenta i valori minimi di eccentricità e soprattutto di costo ΔV tra tutte le manovre a due impulsi fra orbite concentriche e complanari. Per tale motivo, risulterà la prima scelta tra le strategie a disposizione per il compimento della missione oggetto di questa tesi, le quali verranno discusse in maniera più approfondita nei prossimi capitoli.

3.3 Fenomeni perturbativi

Le orbite dei detriti, come quelle dei satelliti, sono soggette a fenomeni perturbativi che ne modificano i parametri orbitali. Il modello ellittico descritto dalle tre leggi di Keplero è valido per il problema dei due corpi in assenza di perturbazioni; tuttavia, nei casi reali, esse possono essere non trascurabili.

Tutti i fenomeni perturbativi possono essere suddivisi in quattro categorie, a seconda della loro dipendenza dal tempo:

- *perturbazioni secolari*: sono in prima approssimazione proporzionali al tempo e determinano perciò un continuo aumento o una continua riduzione della grandezza su cui agiscono
- *perturbazioni periodiche di lungo periodo*: causano variazioni armoniche dei parametri orbitali in tempi dell'ordine del periodo di rotazione del periastro, per perturbazioni geopotenziali, oppure dell'ordine di mesi e anni per perturbazioni dovute alla presenza del Sole o della Luna
- *perturbazioni periodiche di corto periodo*: causano variazioni armoniche dei parametri orbitali con periodi dell'ordine di quello di rivoluzione del satellite stesso intorno alla Terra
- *perturbazioni risonanti*: causano variazioni dei parametri orbitali mediante l'incremento dell'energia in un sistema altrimenti conservativo, sfruttando una risonanza, ovvero un sincronismo, tra il fenomeno perturbativo e il moto orbitale

Le perturbazioni secolari possono essere considerate lineari nel tempo se si considera un intervallo di tempo finito. Inoltre, soltanto a partire dagli anni '50 del ventesimo secolo si è riusciti a distinguere correttamente le perturbazioni secolari vere da quelle di lunghissimo periodo, grazie al *teorema di Kolmogorov-Arnold-Moser* (KAM) nello studio dei sistemi dinamici.

Perturbazioni secolari sono ad esempio quelle di origine non gravitazionale, come la pressione solare e la resistenza aerodinamica, che generano campi non conservativi. Le perturbazioni legate al potenziale gravitazionale hanno invece natura periodica e conservativa, come ad esempio la non perfetta sfericità della Terra o la presenza di un terzo corpo, da cui deriva il *problema dei tre corpi*, estendibile ad n-corpi, del quale tuttavia non si conosce una soluzione analitica per il caso generale. Le teorie classiche mostrano che, tra i parametri orbitali di nostro interesse, a , e e i sono soggetti esclusivamente a perturbazioni periodiche, mentre ω , Ω e M sono soggetti sia a fenomeni periodici che secolari.

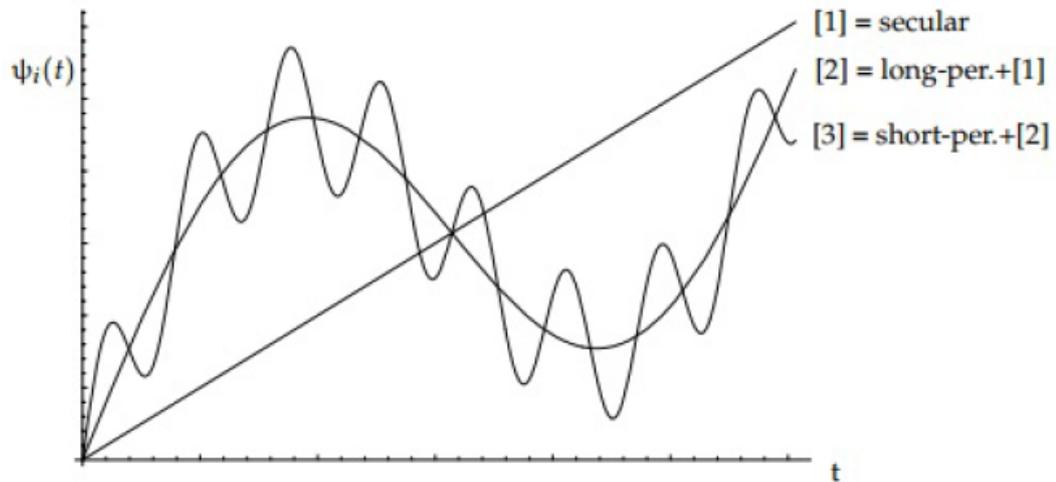


Figura 3.5: Perturbazioni secolari e periodiche del generico parametro ψ_i

Il fenomeno perturbativo di maggiore interesse ai fini di questa tesi è dato dalla non perfetta sfericità della Terra, la cui forma reale è più simile ad uno *sferoide oblato*. Come si nota dalla Figura 3.6, i raggi misurati all'equatore e ai poli differiscono di circa 21 km: tale rigonfiamento equatoriale è dovuto alla forza centrifuga derivante dal moto di rotazione della Terra intorno al proprio asse.

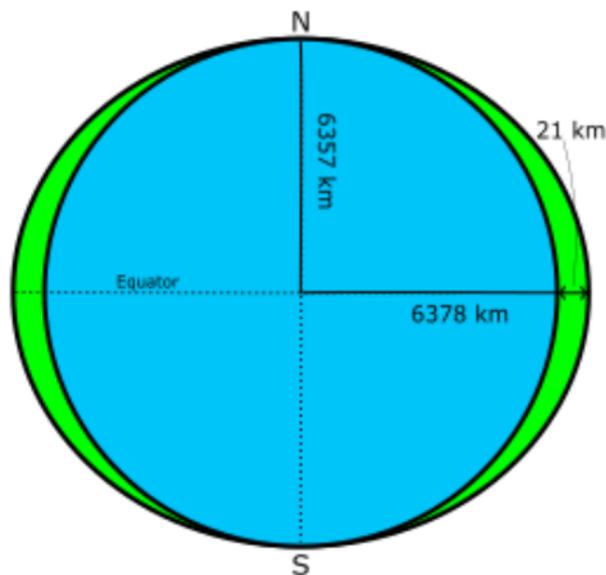


Figura 3.6: Rigonfiamento equatoriale dello sferoide oblato

Partendo dalla definizione di potenziale gravitazionale introdotta precedentemente, si aggiunge un contributo perturbativo sotto forma di espansione in serie:

$$V(r, \phi) = -\frac{\mu}{r} \left[1 + \sum_{k=2}^{\infty} J_k \left(\frac{r_E}{r} \right)^k P_k(\sin \phi) \right] \quad (3.38)$$

dove si sono utilizzate le coordinate polari (r, θ, ϕ) nel caso specifico di un corpo assialsimmetrico. I coefficienti J_k rappresentano le armoniche dell'espansione, mentre $P_k(\sin \phi)$ è il k -esimo *polinomio di Legendre* di $\sin \phi$:

$$P_k(x) = (2^k k!)^{-1} \frac{d^k}{dx^k} [(x^2 - 1)^k] \quad (3.39)$$

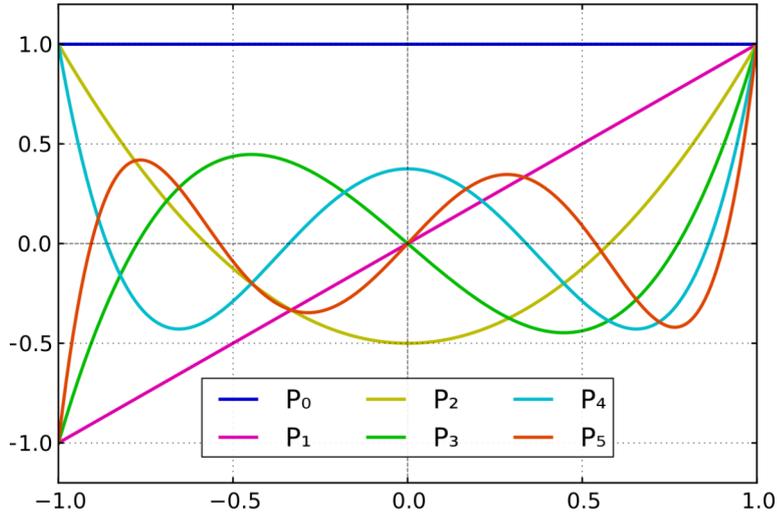


Figura 3.7: Polinomi di Legendre

Di tutte le armoniche che definiscono l'espansione in serie nel caso di uno sferoide oblatto, il termine dominante è J_2 :

$$J_2 = 1.082629 \cdot 10^{-3} \quad (3.40)$$

mentre tutti gli altri coefficienti J_k sono dell'ordine di 10^{-6} . Esplicitando il termine per $k = 2$ si ottiene il contributo di J_2 al potenziale gravitazionale:

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \quad (3.41)$$

$$V(r, \phi)_{J_2} = -\frac{\mu J_2 r_E^2}{2r^3} (3 \sin^2 \phi - 1) \quad (3.42)$$

Come vedremo nella descrizione dettagliata del modello dinamico assunto, la perturbazione J_2 è molto utile al fine di minimizzare il costo di una trasferta e dunque del consumo di propellente.

3.4 Equazioni perturbate di Newton

L'equazione di Newton per il problema dei due corpi non perturbato può essere modificata aggiungendo un'accelerazione \vec{p} , espressa nello stesso sistema di riferimento di \vec{r} :

$$\dot{\vec{v}} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} + \vec{p} \quad (3.43)$$

che si può anche riscrivere come:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} + \vec{p} \quad (3.44)$$

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} \quad (3.45)$$

Integrando numericamente si possono ottenere il vettore posizione e il vettore velocità che definiscono interamente l'orbita perturbata: in ogni istante si ricaverà una differente orbita kepleriana, definita *orbita osculatrice*. Tuttavia, tali equazioni differenziali vengono utilizzate solo nei casi in cui si renda necessaria un'elevata accuratezza nella propagazione dell'orbita, come ad esempio nella fase di rientro in atmosfera quando le perturbazioni sono notevoli. Inoltre, i vettori di stato \vec{r} e \vec{v} hanno il vantaggio di essere non singolari.

3.5 Equazioni perturbate di Gauss

Per un'accelerazione generica \vec{p} si possono ricavare le *equazioni perturbate di Gauss*, valide anche nel caso di perturbazioni non conservative come pressione solare e resistenza aerodinamica. Si scompone innanzitutto l'accelerazione secondo un sistema di riferimento locale:

$$\vec{p} = R\hat{R} + S\hat{S} + W\hat{W} \quad (3.46)$$

- R : componente radiale
- S : componente nella direzione del moto del satellite, perpendicolare a \vec{R} , sul piano dell'orbita osculatrice
- W : componente nella direzione del momento angolare $\hat{R} \times \hat{S}$

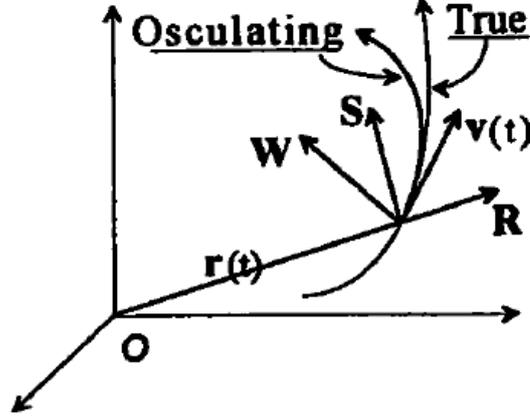


Figura 3.8: Polinomi di Legendre

Dopodiché, si riportano le derivate temporali dei parametri orbitali:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{n\sqrt{1-e^2}} \{e \sin(\theta)R + [1 + e \cos(\theta)]S\} \quad (3.47)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na} \left\{ \sin(\theta)R + \left[\frac{e + \cos(\theta)}{1 + e \cos(\theta)} + \cos(\theta) \right] S \right\} \quad (3.48)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{na\sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} \cos(\theta + \omega)W \quad (3.49)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na\sqrt{1-e^2}} \frac{r}{a} \frac{\sin(\theta + \omega)}{\sin(i)} W \quad (3.50)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{nae} \left\{ -R \cos(\theta) + \left[1 + \frac{1}{1 + e \cos(\theta)} \right] \sin(\theta)S - \frac{d\Omega}{dt} \cos(i) \right\} \quad (3.51)$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{1-e^2}{nae} \left\{ \left[\frac{-2e}{1 + e \cos(\theta)} + \cos(\theta) \right] R - \left[1 + \frac{1}{1 + e \cos(\theta)} \right] \sin(\theta)S \right\} \quad (3.52)$$

dove il modulo del raggio vettore in funzione dei parametri orbitali ricordiamo essere:

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta)} = \frac{a(1-e^2)}{1 + e \cos(\theta)} \quad (3.53)$$

3.6 Equazioni perturbate di Lagrange

Nel caso agiscono solo forze conservative, come quelle gravitazionali, le equazioni di Gauss possono essere semplificate ottenendo le *equazioni di Lagrange*. Esse si rivelano quindi adatte allo studio delle perturbazioni gravitazionali causate dall'attrazione di altri corpi celesti e dalla forma obblata della Terra. Ricordando l'espressione del potenziale gravitazionale nel caso di orbite perturbate:

$$V(r, \phi) = -\frac{\mu}{r} \left[1 + \sum_{k=2}^{\infty} J_k \left(\frac{r_E}{r} \right)^k P_k(\sin \phi) \right] \quad (3.54)$$

si ricavano le seguenti equazioni:

$$\frac{da}{dt} = \frac{2}{na} \frac{\partial V}{\partial M} \quad (3.55)$$

$$\frac{de}{dt} = \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial V}{\partial M} - \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial V}{\partial \omega} \quad (3.56)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{-1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin(i)} \left[\frac{\partial V}{\partial \Omega} + \cos(i) \frac{\partial V}{\partial \omega} \right] \quad (3.57)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin(i)} \frac{\partial V}{\partial i} \quad (3.58)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\sqrt{1-e^2}}{na^2e} \frac{\partial V}{\partial e} - \frac{\cos(i)}{na^2\sqrt{1-e^2}\sin(i)} \frac{\partial V}{\partial i} \quad (3.59)$$

$$\frac{dM}{dt} = n - \frac{2}{na} \frac{\partial V}{\partial a} - \frac{1-e^2}{na^2e} \frac{\partial V}{\partial e} \quad (3.60)$$

In precedenza, si era anche determinato il contributo di J_2 al potenziale perturbato in coordinate sferiche (r, θ, ϕ) :

$$V(r, \phi)_{J_2} = -\frac{\mu J_2 r_E^2}{2r^3} (3 \sin^2 \phi - 1) \quad (3.61)$$

dove si possono introdurre i parametri orbitali mediante la relazione $\sin \phi = \sin i \sin \theta$:

$$V(r, \phi)_{J_2} = -\frac{\mu J_2 r_E^2}{2r^3} (3 \sin^2 i \sin^2 \theta - 1) \quad (3.62)$$

Le variazioni osservate sui parametri orbitali sono allora le seguenti:

- a : variazioni di corto periodo dovute a J_2 e variazioni di lungo periodo dovute all'attrazione di Sole e Luna e alla pressione solare; la resistenza aerodinamica causa invece una riduzione secolare
- e : variazioni di corto periodo dovute a J_2 e di lungo periodo dovute alle armoniche J_{2n+1}
- i : variazioni di corto periodo dovute a J_2 e di lungo periodo dovute alle armoniche J_{2n+1} come per l'eccentricità

- Ω : stesse variazioni dell'eccentricità e dell'inclinazione, ma con l'ulteriore contributo secolare delle armoniche J_{2n} , che in alcuni casi raggiungono anche 10° al giorno.
- ω : variazioni di corto periodo dovute a J_2 e di lungo periodo dovute alle armoniche J_{2n+1} e, come per l'ascensione retta, il contributo secolare delle armoniche J_{2n} fino a 20° al giorno
- M : è influenzata dalle variazioni di inclinazione, a cui si aggiunge una variazione dovuta al parametro gravitazionale μ

3.7 Modello dinamico

I modelli comunemente utilizzati per la propagazione delle orbite degli oggetti intorno alla Terra sono i *Simplified Perturbations models*, ovvero cinque modelli matematici (SGP, SGP4, SDP4, SGP8, SDP8) che permettono di calcolare i vettori orbitali di stato dei satelliti e degli space debris in un sistema di riferimento inerziale con origine nel centro della Terra. I *vettori orbitali di stato*, anche detti semplicemente di stato, sono il vettore posizione e il vettore velocità, che costituiscono un set di sei parametri alternativi ai parametri orbitali in grado di determinare completamente l'orbita del satellite.

Tali modelli matematici si basano sul cosiddetto *two-line element set*, un formato dati sviluppato da NORAD e NASA che fornisce in due righe tutte le informazioni utili riguardanti un satellite, fra cui i parametri orbitali. Le soluzioni ottenute tengono conto di varie perturbazioni:

- forma della Terra
- resistenza aerodinamica dell'atmosfera
- radiazione solare
- forze gravitazionali di altri corpi celesti, come Sole e Luna

Tuttavia, essi possiedono già nell'istante iniziale, chiamato *epoca*, un errore di circa 1 km, destinato a crescere di ulteriori 1-3 km al giorno; per tale ragione non sono molto accurati sul lungo periodo e dopo pochi giorni si rendono già necessarie alcune correzioni. Inoltre, la categoria dei *Simplified General Perturbations models*, a cui appartiene il modello maggiormente sfruttato (SGP4), si limita ad oggetti vicini alla Terra e con un periodo di rivoluzione inferiore ai 225 minuti. Tali requisiti rendono questi modelli applicabili esclusivamente alle orbite LEO, le quali sono caratterizzati da periodi di circa 90 minuti.

Il modello dinamico qui impiegato introduce alcune importanti semplificazioni:

- la resistenza aerodinamica dell'atmosfera è trascurabile, dati i valori relativamente elevati dei semiassi maggiori e dunque delle altitudini
- radiazioni e forze gravitazionali da parte di altri corpi celesti sono trascurate, poiché, nonostante le altitudini siano elevate per la resistenza atmosferica, sono ancora classificabili come Low Earth Orbit

- l'unica perturbazione considerata è quella derivante dalla non sfericità della Terra (J_2)
- semiasse a , inclinazione i ed eccentricità e sono assunti costanti

Le uniche grandezze a subire variazioni nel tempo sono dunque Ω , ω e M secondo le seguenti leggi, ricavate dalle relazioni più generali del paragrafo precedente:

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3}{2} \left(\frac{r_E}{p} \right)^2 n J_2 \cos i \quad (3.63)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{4} \left(\frac{r_E}{p} \right)^2 n J_2 (5 \cos^2 i - 1) \quad (3.64)$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3}{4} \left(\frac{r_E}{p} \right)^2 n J_2 \sqrt{1 - e^2} (3 \cos^2 i - 1) \quad (3.65)$$

dove $n = \sqrt{\mu/a^3}$ è il *moto medio*, μ la *costante gravitazionale della Terra*, r_E il *raggio terrestre all'equatore*, $p = a(1 - e^2)$ il *semilatus rectum* e $J_2 = 1.082629 \cdot 10^{-3}$ la *perturbazione geopotenziale*.

Dati i valori iniziali dei parametri orbitali, possono esserne calcolati in qualsiasi istante t i successivi valori perturbati e, di conseguenza, anche i vettori posizione e velocità. Si nota immediatamente che la derivata dell'anomalia media è l'unica a possedere un termine non dipendente da J_2 : ciò avviene perché anche in assenza di perturbazioni, la sua variazione è pari al moto medio n . Inoltre, essendo a , e , i costanti nel tempo, le derivate di $\dot{\Omega}$, $\dot{\omega}$, \dot{M} sono anch'esse costanti, fissati questi parametri.

I risultati ottenuti con questo modello dinamico, se confrontati con la propagazione SGP4, mostrano un accordo fino a 200 giorni di propagazione per la maggior parte dei parametri orbitali. Gli errori riguardano in particolare ω ed M : gli effetti sull'argomento del perigeo possono però essere ritenuti trascurabili grazie alla ridotta eccentricità delle orbite e alla loro vicinanza, mentre gli errori dell'anomalia media, per quanto ampi, hanno ripercussioni limitate sul ΔV grazie all'elevato numero di rivoluzioni.

3.8 Stima del costo di trasferimento

La missione che intendiamo portare a termine consiste nel rimuovere una sequenza di quattro debris, derivanti dai lanciatori russi Kosmos 3M, dei quali si possono distinguere due raggruppamenti: 155 debris situati ad una inclinazione di circa 82° , sui quali è ricaduta la nostra scelta, e 120 debris a 74° . I quattro debris che costituiscono la sequenza dovranno essere allora collegati tramite tre trasferimenti: $n_{leg} = 3$. A tal fine, il codice di calcolo sviluppato permette di costruire tutte le sequenze possibili e di ricavarne il costo in termini di ΔV , per poi determinare le sequenze più convenienti e attuabili nei tempi richiesti. Si assume inoltre che le condizioni più favorevoli per la trasferta si presentino quando i due debris sono complanari, ovvero quando $\Delta\Omega = 0$: mano a mano che la RAAN del *chaser* e del *target* si allontanano aumenterà quindi il costo ΔV e di conseguenza il consumo di carburante.

Dal paragrafo precedente abbiamo compreso come la RAAN vari nel tempo a causa della perturbazione J_2 , con un rateo che dipende dal semiasse maggiore, dall'eccentricità e dall'inclinazione, tutti parametri assunti costanti. Tale effetto può essere sfruttato per attendere il momento più opportuno in cui compiere la trasferta. Dati i valori iniziali al tempo t_0 delle RAAN del *chaser* e del *target* $\Omega_i(t_0)$ e $\Omega_j(t_0)$ e le rispettive derivate temporali $\dot{\Omega}_i$ e $\dot{\Omega}_j$, si può facilmente determinare il tempo di incontro t^* , calcolato a partire da t_0 , per il quale $\Delta\Omega = 0$:

$$\Omega_i(t_0) + t^*\dot{\Omega}_i = \Omega_j(t_0) + t^*\dot{\Omega}_j + K2\pi \quad (3.66)$$

$$t^* = \frac{\Omega_j(t_0) - \Omega_i(t_0) + K2\pi}{\dot{\Omega}_i - \dot{\Omega}_j} \quad (3.67)$$

dove la costante intera arbitraria K è scelta in modo da ottenere il minimo tempo positivo di trasferimento. Il tempo t^* corrisponde al tempo di attesa, a partire dall'istante iniziale t_0 , necessario affinché si verifichi la complanarità fra i due debris i e j ; inoltre esso è valido in entrambe le direzioni di trasferimento. Infine, si può ancora valutare l'intervallo di tempo dopo cui si ripete una data configurazione, ad esempio la complanarità:

$$\Delta t = \left| \frac{2\pi}{\dot{\Omega}_i - \dot{\Omega}_j} \right| \quad (3.68)$$

Poiché abbiamo assunto che la trasferta in condizioni di complanarità è caratterizzata dal costo minimo, essa verrà sempre considerata come la prima scelta fra le strategie a disposizione nello studio svolto. Tuttavia, se per ragioni di tempo, l'attesa dell'incontro si rivelasse impraticabile, si renderà necessario l'utilizzo di strategie alternative, le quali saranno oggetto del prossimo capitolo.

Determinato il tempo di incontro, si procede con la stima del costo ΔV in tali condizioni. Avevamo studiato in precedenza la trasferta di Hohmann per orbite circolari, concentriche e complanari e la possiamo ora adattare al caso di orbite ellittiche. Per variazioni ridotte di raggio si può innanzitutto approssimare il costo della trasferta di Hohmann come:

$$\frac{\Delta V}{V} = 0.5 \frac{|\Delta r|}{r} \quad (3.69)$$

Similmente, per piccole variazioni di eccentricità il costo è approssimabile con la relazione:

$$\frac{\Delta V}{V} = 0.5 |\Delta e| \quad (3.70)$$

Per una manovra che contempra una contemporanea variazione di semiasse e di eccentricità, si può allora scrivere la relazione empirica:

$$\frac{\Delta V}{V} = 0.5 \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + (\Delta e)^2} \quad (3.71)$$

dove $a = a_{min}$ e V è la corrispondente velocità circolare. Il costo così calcolato corrisponderà perciò a quello della Strategia 1, che prevede la trasferta in condizioni di $\Delta\Omega = 0$. Per completezza si riporta anche una relazione empirica alternativa, che sfrutta l'inclinazione:

$$\frac{\Delta V}{V} = \sqrt{\left(0.5 \frac{\Delta a}{a}\right)^2 + (\Delta i)^2} \quad (3.72)$$

Se per ragioni di durata massima della missione, la Strategia 1 non fosse accettabile, un'alternativa prevede il trasferimento anche in condizioni di $\Delta\Omega \neq 0$. Essa verrà discussa in modo approfondito nel capitolo successivo ma possiamo intuire fin d'ora che il costo, a parità di tutti gli altri parametri, sarà maggiore rispetto alla Strategia 1.

Infine sarà considerata anche una terza strategia, la quale sfrutta la variazione di semiasse maggiore per modificare l'influenza di J_2 su $\dot{\Omega}$. Dalla trattazione appena conclusa, si può quindi notare come la derivata temporale di maggior rilievo fra quelle presentate nel modello dinamico sia proprio $\dot{\Omega}$.

3.9 Kit per il deorbiting e mass budget

Ad ogni debris della sequenza il chaser consegna un *kit di deorbiting* che deve fornire il ΔV_{deo} necessario al rientro in atmosfera del debris stesso. La missione qui analizzata è caratterizzata da propulsione chimica (CP), la quale impartisce un cambio di velocità impulsivo al fine di ridurre il perigeo dell'orbita del debris ad un valore r_p^* . Tale valore può essere pari al raggio terrestre ($r_p^* = r_E$) nel caso di rientro controllato, oppure pari a $r_p^* = 1.02r_E$ corrispondente ad un'altitudine di circa 125 km, nel caso di rientro non controllato. Per quest'ultimo si sfrutta anche l'azione frenante della resistenza atmosferica, la quale tenderebbe a ridurre il ΔV_{deo} necessario, ma il cui contributo non viene qui conteggiato.

La manovra viene effettuata in corrispondenza dell'apogeo dell'orbita ellittica del debris e dunque non è possibile utilizzare interamente le formule della trasferta di Hohmann fra orbite circolari. In questo caso è necessario un solo impulso in grado di variare la velocità da quella che compete all'apogeo dell'orbita ellittica di partenza V_a a quella che compete all'apogeo dell'ellisse di Hohmann V_H : i due apogei ovviamente coincidono. Dalla conservazione dell'energia per l'orbita di partenza del debris e per l'ellisse di Hohmann si avrà allora:

$$\xi_d = \frac{V_a^2}{2} - \frac{\mu}{r_a} = -\frac{\mu}{2a} \quad \Rightarrow \quad V_a = \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{2a} \right)} \quad (3.73)$$

$$\xi_H = \frac{V_H^2}{2} - \frac{\mu}{r_a} = -\frac{\mu}{r_a + r_p^*} \quad \Rightarrow \quad V_H = \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_a + r_p^*} \right)} \quad (3.74)$$

L'impulso necessario si otterrà infine dal valore assoluto della differenza fra le velocità:

$$\Delta V_{deo} = \left| \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{2a} \right)} - \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_a + r_p^*} \right)} \right| \quad (3.75)$$

La massa del kit di deorbiting è data dalla somma di due contributi, il propellente e la struttura:

$$m_k = m_p + m_s \quad (3.76)$$

$$m_s = \varepsilon m_p \quad (3.77)$$

dove nel caso di propulsione chimica la massa della struttura, per lo più serbatoi, si può assumere proporzionale alla massa di propellente.

Per chiudere il sistema di equazione è necessario introdurre ancora l'*equazione del razzo* di Tsiolkovsky:

$$m_f = m_0 e^{-\Delta V_{deo}/c_k} \quad (3.78)$$

$$m_p = m_0 - m_f = m_0(1 - e^{-\Delta V_{deo}/c_k}) \quad (3.79)$$

dove m_f è la massa finale dopo aver compiuto la manovra, m_0 è la massa iniziale, ovviamente maggiore per la presenza del propellente m_p che verrà consumato durante la trasferta e $c_k = g_0 I_{sp}$ [km/s] è la *velocità efficace di scarico* del kit di deorbiting. Nel

caso in esame si desidera far deorbitare debris di massa $m_D = 1450$ kg mediante un kit di massa m_k con $I_{sp} = 310$ s e dunque l'equazione del razzo si riscrive come segue:

$$m_D + m_s = (m_D + m_s + m_p)e^{-\Delta V_{deo}/c_k} \quad (3.80)$$

Possiamo risolvere il sistema per trovare l'incognita m_k ponendo:

$$\phi = e^{-\Delta V_{deo}/c_k} \quad (3.81)$$

Si ottiene allora:

$$m_D + m_s = (m_D + m_s + m_p)\phi \quad (3.82)$$

$$m_D + m_s = (m_D + m_k)\phi \quad (3.83)$$

$$m_k\phi = m_D + m_s - m_D\phi \quad (3.84)$$

$$m_k\phi = m_D + \varepsilon m_p - m_D\phi \quad (3.85)$$

Dove si può considerare:

$$m_p = m_0(1 - \phi) = (m_D + m_k)(1 - \phi) \quad (3.86)$$

Procedendo avremo:

$$m_k = \frac{m_D}{\phi} + \frac{\varepsilon}{\phi}(m_D + m_k)(1 - \phi) - m_D \quad (3.87)$$

$$m_k \left(1 - \frac{\varepsilon}{\phi}(1 - \phi)\right) = \frac{m_D}{\phi} + \frac{\varepsilon}{\phi}m_D(1 - \phi) - m_D \quad (3.88)$$

$$m_k \left(1 - \frac{\varepsilon}{\phi}(1 - \phi)\right) = \frac{m_D + \varepsilon m_D(1 - \phi) - m_D\phi}{\phi} \quad (3.89)$$

$$m_k = \frac{m_D(1 - \phi) + \varepsilon m_D(1 - \phi)}{\phi \left(1 - \frac{\varepsilon}{\phi}(1 - \phi)\right)} \quad (3.90)$$

$$m_k = \frac{m_D(1 + \varepsilon)(1 - \phi)}{\phi - \varepsilon(1 - \phi)} \quad (3.91)$$

Si ricava dunque l'espressione finale per la massa del kit:

$$m_k = \frac{m_D(1 + \varepsilon)(1 - \phi)}{1 - (1 + \varepsilon)(1 - \phi)} \quad (3.92)$$

Dopo aver analizzato il kit di deorbiting, si vuole determinare anche il *mass budget* ed il consumo di propellente del chaser: ciò avviene a ritroso a partire dall'arrivo all'ultimo debris, quando tutte le trasferte sono state compiute e i kit rilasciati e si conosce la massa finale della missione, pari alla *massa a secco* del chaser $m_d = 2000$ kg (*dry mass*).

Consideriamo $i = 1, \dots, n_{leg}$ dove nel nostro caso $n_{leg} = 3$: conclusa la i -esima leg con una massa $(m_f)_i$, viene rilasciato il kit di deorbiting all' $i+1$ -esimo debris, da cui inizierà la $i+1$ -esima leg con massa $(m_0)_{i+1}$; si avrà allora:

$$(m_f)_i = (m_0)_{i+1} + (m_k)_{i+1} \quad (3.93)$$

dove per l'ultimo debris $(m_0)_{n_{leg}+1} = m_d$.

Mediante l'equazione del razzo, si ricava la massa iniziale della i -esima leg:

$$(m_0)_i = \frac{(m_f)_i}{e^{-\Delta V_i/c_c}} \quad (3.94)$$

dove ora la *velocità efficace di scarico* è riferita alla propulsione del chaser; si può allora stimare il consumo di propellente da parte del chaser nella i -esima leg:

$$(m_p)_i = (m_0)_i - (m_f)_i = \quad (3.95)$$

$$= (m_f)_i \left(\frac{1}{e^{-\Delta V_i/c_c}} - 1 \right) = \quad (3.96)$$

$$= (m_f)_i \left(\frac{1 - e^{-\Delta V_i/c_c}}{e^{-\Delta V_i/c_c}} \right) \quad (3.97)$$

Procedendo a ritroso si ottiene la massa iniziale della missione $m_{start} = (m_0)_1 + (m_k)_1$. E' importante notare la dipendenza del mass budget del chaser da quello dei singoli deorbiting: difatti, ΔV_{deo} determina direttamente la massa del kit, che a sua volta influisce su quella complessiva anche a causa di un maggior propellente necessario.

Capitolo 4

Codice di calcolo e strategie di missione

4.1 Missione e tempo di riferimento

La missione che si intende studiare considera un raggruppamento di detriti spaziali con inclinazioni simili, derivanti dai lanciatori russi Kosmos 3M. Questo tipo di lanciatore è stato utilizzato a partire dal 1967 e ha condotto al successo più di 420 lanci; di essi tuttavia sono rimasti in orbita circa 300 stadi di lanciatori, catalogati dalla United States Strategic Command in una lista chiamata SL-8 R/B. All'interno di questa lista possono essere identificati due raggruppamenti con simili inclinazioni, precisamente 120 debris a 74° e 155 debris a 82° . Questi ultimi saranno l'oggetto di studio di questa tesi, in cui si assume che una variazione ridotta di inclinazione sia favorevole in termini di tempi e costi.

In Figura 4.1 si sono disposti i due raggruppamenti al tempo di riferimento secondo il semiasse maggiore a e l'ascensione retta del nodo ascendente Ω : si nota come questa sia uniformemente distribuita fra 0° e 360° , mentre per i semiassi si identificano tre regioni di valori simili, di cui una particolare per i 155 debris a 82° di inclinazione.

Il tempo di riferimento della missione è: 1 Gennaio, 2017, 00:00 UT, anche chiamato *epoca*. E' giusto notare che i risultati ottenuti dipendono dalle condizioni al tempo di riferimento, sebbene qualitativamente si ricavino andamenti simili. Nel file di input SL-8 tale data viene presentata come epoca per ogni debris con la notazione del *Modified Julian Date* (MJD).

Il *giorno giuliano* JD misura il numero di giorni trascorsi dal mezzogiorno di lunedì 1 Gennaio 4713 a.C. ed è stato progettato per fornire agli astronomi un singolo sistema di date, che non presenti le difficoltà di anni bisestili, cambi di calendario e altre eccezioni. Il motivo per cui esso inizia dal mezzogiorno è che, così facendo, un'intera notte di osservazioni ricade nello stesso giorno giuliano.

Il MJD viene invece fatto iniziare dalla mezzanotte, sottraendo dunque 0.5 giorni, e omette le prime due cifre del JD. Il primo giorno del MJD viene così ad essere il 18 novembre 1858, a partire dal quale, per circa tre secoli, il JD è compreso tra 2400000 e

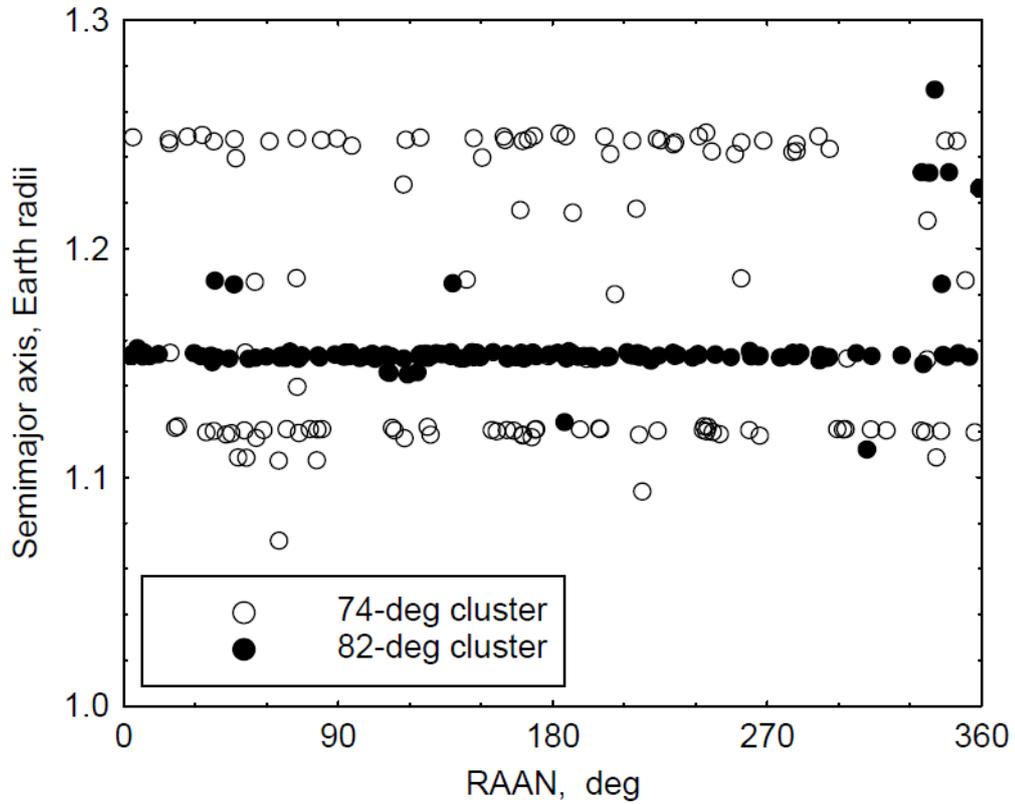


Figura 4.1: Raggruppamenti di debris ad inclinazioni di 82° e 74°

2500000, consentendo di omettere le prime due cifre:

$$MJD = JD - 2400000,5 \quad (4.1)$$

In tale calendario il primo gennaio 2017 corrisponde a 57754 giorni.

4.2 File di input e trattamento dei dati

Il file SL-8 viene preso in input dal codice di calcolo Fortran sviluppato e modificato per studiare la missione. Il file contiene i 155 debris raggruppati a 82° di inclinazione e ne riporta informazioni e parametri orbitali in 8 colonne:

- identificativo NORAD
- epoca = 57754
- semiasse maggiore a
- eccentricità e

- inclinazione i [°]
- ascensione retta del nodo ascendente Ω [°]
- argomento del perigeo ω [°]
- anomalia media M [°]

Il programma legge i dati e converte innanzitutto le grandezze nelle unità di misura del Sistema Internazionale. Dopodiché riorganizza i parametri orbitali, calcolando inoltre il tempo trascorso dal passaggio al perigeo, considerato come alternativa all'anomalia media:

$$M = n\Delta t_{pe} \quad n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (4.2)$$

Si introducono le grandezze di riferimento necessarie alla normalizzazione delle distanze, dei tempi e delle velocità:

- $r_E = 6378.1363$ km
- $V_{ref} = \sqrt{\frac{\mu_T}{r_E}} = 7.9353$ km/s
- $t_{ref} = \frac{r_E}{V_{ref}} = 806.8177$ s

e si sceglie un ragionevole *tempo di servizio* pari 20 giorni, durante i quali verrà consegnato il kit di deorbiting e verranno svolte altre operazioni fra chaser e debris. Si immettono poi i dati relativi ai debris e al chaser, ricordando che sia quest'ultimo che i kit di deorbiting utilizzano propulsione chimica:

- $m_d = 2000$ kg: massa a secco del chaser
- $m_D = 1450$ kg: massa dei debris
- $\varepsilon = m_s/m_p = 0.1$
- $I_{sp} = 310$ s: impulso specifico sia del kit che del chaser
- $c = g_0 I_{sp}$: velocità efficace di scarico sia del kit che del chaser

In ultimo, si introducono le derivate temporali dei parametri orbitali, così come sono state definite nel modello dinamico assunto in precedenza:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} \left(\frac{r_E}{p}\right)^2 n J_2 \cos i \quad (4.3)$$

$$\dot{\omega} = \frac{3}{4} \left(\frac{r_E}{p}\right)^2 n J_2 (5 \cos^2 i - 1) \quad (4.4)$$

$$\dot{M} = n + \frac{3}{4} \left(\frac{r_E}{p}\right)^2 n J_2 \sqrt{1 - e^2} (3 \cos^2 i - 1) \quad (4.5)$$

dove si ricorda che la perturbazione J_2 dovuta alla forma obolata della Terra vale:

$$J_2 = 1.082629 \cdot 10^{-3} \quad (4.6)$$

4.3 Deorbiting, complanarità e strategia 1

A questo punto, il programma calcola per ogni debris il costo di deorbiting ΔV_{deo} come descritto nel capitolo precedente: si effettua una trasferta di Hohmann dal raggio r_a di apogeo dell'orbita ellittica di partenza al raggio r_p^* , che può essere pari a quello terrestre in caso di rientro controllato oppure pari a $1.02r_E$ se il rientro non è controllato.

$$\Delta V_{deo} = \left| \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{2a} \right)} - \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_a + r_p^*} \right)} \right| \quad (4.7)$$

Per ogni coppia di debris viene poi calcolato il tempo di incontro, ovvero quello in cui si verifica la complanarità delle orbite che rende molto favorevole la trasferta:

$$t^* = \frac{\Omega_j(t_0) - \Omega_i(t_0) + K2\pi}{\dot{\Omega}_i - \dot{\Omega}_j} \quad (4.8)$$

dove $t_{ij}^* = t_{ji}^*$. Il periodo di attesa affinché si ripresenti tale condizione è quindi:

$$\Delta t = \left| \frac{2\pi}{\dot{\Omega}_i - \dot{\Omega}_j} \right| \quad (4.9)$$

Per ogni coppia di debris viene anche calcolato il costo di una trasferta compiuta proprio nella condizione di complanarità delle orbite. Nel capitolo precedente era stata presentata una relazione approssimata che possiamo anche riscrivere nella forma alternativa:

$$\Delta V = 0.5 \cdot \sqrt{\frac{1}{a_{min}}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a_{min}} \right)^2 + (\Delta e)^2} \quad (4.10)$$

dove a_{min} è il minore fra i due semiassi delle orbite dei due debris, mentre $(\Delta e)^2$ si può stimare a partire dall'argomento del perigeo al tempo t^* :

$$\omega_i^* = \omega_i + \dot{\omega}_i t^* \quad (4.11)$$

$$\omega_j^* = \omega_j + \dot{\omega}_j t^* \quad (4.12)$$

$$(\Delta e)^2 = [e_i \cos(\omega_i^*) - e_j \cos(\omega_j^*)]^2 + [e_i \sin(\omega_i^*) - e_j \sin(\omega_j^*)]^2 \quad (4.13)$$

Il costo così determinato vale sia per una trasferta da i a j che viceversa e, importante sottolinearlo nuovamente, si riferisce alla situazione di complanarità. Essa viene dunque definita *Strategia 1*, ovvero la prima ad essere presa in considerazione fra tutte le possibili trasferte che colleghino i due debris. Era stato infatti assunto che tale condizione minimizza il costo di trasferimento, il quale verrà indicato con ΔV_1 .

Ricavati i tempi di incontro e i corrispondenti ΔV_1 per ogni coppia di debris, si procede costruendo tutte le possibili sequenze ordinate di 4 debris fra i 155 oggetto di studio. Considerando 4 debris, si avranno 3 trasferte, anche chiamate leg. Dal calcolo combinatorio sappiamo che, considerando valide anche le ripetizioni dello stesso elemento,

avremmo $155^4 = 577\,200\,625$ sequenze possibili; per ovvi motivi, le sequenze in cui compaiono ripetizioni devono essere scartate e dunque si ottiene un numero di sequenze pari a:

$$\frac{155!}{(155-4)!} = 155 \cdot 154 \cdot 153 \cdot 152 = 555\,120\,720 \quad (4.14)$$

Il tempo di incontro t^* per ogni coppia di debris è calcolato a partire dall'epoca a cui corrispondono i parametri orbitali forniti nel file di input SL-8. E' allora necessario tener conto dell'avanzare del tempo t durante la missione. Si assume che essa inizi al tempo $t = t_0 = 0$ con la manovra di *rendez-vous* al primo debris della sequenza, dopo la quale si attende un tempo di servizio DT pari a 20 giorni per la consegna del kit di deorbiting e la preparazione alla prima leg. Trascorso il tempo di servizio, ci troviamo al tempo $t = t_{a1} = DT$, a partire dal quale si può procedere con la trasferta al secondo debris.

A questo punto, se $t_{1,2}^* > t_{a1}$, si attende l'incontro previsto e si compie una trasferta impulsiva al secondo debris. Se invece $t_{1,2}^* < t_{a1}$, si attende che si verifichi nuovamente la complanarità aggiungendo a $t_{1,2}^*$ un numero intero ($n_{per} + 1$) di periodi di attesa:

$$\Delta t_{1,2} = \left| \frac{2\pi}{\dot{\Omega}_1 - \dot{\Omega}_2} \right| \quad (4.15)$$

dove n_{per} è pari a:

$$n_{per} = \text{int} \left[\frac{|(t_{a1} - t_{1,2}^*)|}{\Delta t_{1,2}} \right] \quad (4.16)$$

dove *int* è la funzione che estrae la parte intera. Il tempo di incontro a cui avverrà la prima complanarità successiva a t_{a1} viene dunque posto pari a:

$$t_{1,2}'^* = t_{1,2}^* + (n_{per} + 1) \cdot \Delta t_{1,2} \quad (4.17)$$

In tale istante si compie la prima leg impulsiva, si giunge sul secondo debris, dove si attende nuovamente un tempo di servizio DT e si può procedere con la seconda leg a partire dal tempo:

$$t = t_{a2} = t_{1,2}'^* + DT \quad (4.18)$$

Tale procedimento viene seguito per ognuna delle 3 leg fino al raggiungimento del quarto ed ultimo debris; la missione si ritiene conclusa nel momento in cui il chaser compie la manovra di *rendez-vous* sul quarto debris, per il quale infatti non si aggiunge il tempo di servizio DT. Oltre al tempo della missione t , è ovviamente necessario determinare il costo totale della sequenza esaminata, pari a:

$$\Delta V_{tot} = \sum_{i=1}^{n_{leg}} \Delta V_i \quad (4.19)$$

4.4 Strategia 2

La Strategia 1 sfrutta la variazione dell'ascensione retta del nodo ascendente causata da J_2 per minimizzare il costo di trasferimento. Tuttavia, essa prevede un'attesa che dipende dall'entità delle derivate temporali $\dot{\Omega}$: se per due debris successivi i valori di $\dot{\Omega}$ sono molto vicini fra loro e i valori di Ω molto lontani, il tempo di attesa rischia di essere anche superiore a una decina di anni e quindi la trasferta è impraticabile. Prima di scartare la sequenza, però, vengono prese in considerazione strategie alternative, che sicuramente aumenteranno il costo della missione, ma potrebbero portarla a termine in tempi ragionevoli. Si fissa allora la durata massima accettabile di ogni leg ad un valore pari a $duratamax$, per il quale sono stati studiati i due casi $duratamax = 60$ giorni e $duratamax = 30$ giorni, avendo cura di riportarli nel SI.

Consideriamo allora di trovarci sull' i -esimo debris e di aver già atteso il tempo di servizio DT, pronti per la trasferta al debris j -esimo: in tale circostanza il tempo complessivo trascorso dall'inizio della missione vale $t = t_{ai}$. Si fissa inoltre $duratamax = 60$ giorni. Determinato il tempo di incontro $t_{i,j}^* > t$ con le relazioni del paragrafo precedente, si controlla se esso disti più o meno di 60 giorni dal tempo attuale t . Nel caso in cui:

$$t + duratamax > t_{i,j}^* \quad \Rightarrow \quad \text{Strategia 1} \quad (4.20)$$

si procede senza ulteriori indugi con la Strategia 1. Se invece si verifica:

$$t + duratamax < t_{i,j}^* \quad \Rightarrow \quad \text{Strategia 2-3} \quad (4.21)$$

si sceglierà la strategia meno costosa in termini di ΔV fra la Strategia 2 e la Strategia 3.

La *Strategia 2* consiste nel portare a termine la leg nel tempo massimo previsto di 60 giorni, nonostante in esso non si verifichi la complanarità fra i due debris in questione: si compie perciò una manovra che, oltre alle variazioni Δa e Δe , contempra anche una variazione del piano dell'orbita $\Delta \Omega$. Si attende un tempo pari a $duratamax$ sul debris i -esimo in modo da ridurre il più possibile $\Delta \Omega$ grazie a J_2 , dopodiché si esegue la trasferta. Definiamo innanzitutto il tempo:

$$t_{dum} = t + duratamax \quad (4.22)$$

Sappiamo inoltre che al tempo $t_{i,j}^*$ si ha $\Delta \Omega_{i,j}^* = 0$. Perciò al tempo t_{dum} si avrà:

$$\Delta \Omega_{i,j}(t_{dum}) = (t_{i,j}^* - t_{dum}) \cdot \left| \dot{\Omega}_i - \dot{\Omega}_j \right| \quad (4.23)$$

Non rimane che determinare il costo della trasferta così definita. Nel capitolo relativo al modello matematico erano state presentate due possibili approssimazioni per il calcolo di ΔV_1 , una mediante l'eccentricità ed una mediante l'inclinazione:

$$\Delta V_1 = 0.5 \cdot \sqrt{\frac{1}{a_{min}}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a_{min}}\right)^2 + (\Delta e)^2} \quad (4.24)$$

$$\Delta V_1 = \sqrt{\frac{1}{a_{min}}} \cdot \sqrt{\left(0.5 \frac{\Delta a}{a_{min}}\right)^2 + (\Delta i)^2} \quad (4.25)$$

con $(\Delta i)^2 = (i_i - i_j)^2$.

La prima espressione è già stata discussa ed utilizzata per la Strategia 1, mentre la seconda può essere riadattata per valutare ΔV_2 relativo alla Strategia 2. Essa deve tener conto del cambio di semiasse maggiore, di inclinazione e soprattutto di longitudine e si può riscrivere come:

$$\Delta V_2 = \sqrt{\frac{1}{a_{min}}} \cdot \sqrt{\left(0.5 \frac{\Delta a}{a_{min}}\right)^2 + (\Delta i_{bis})^2} \quad (4.26)$$

Per determinare Δi_{bis} si ricorre al *teorema dei coseni* per il triangolo sferico.

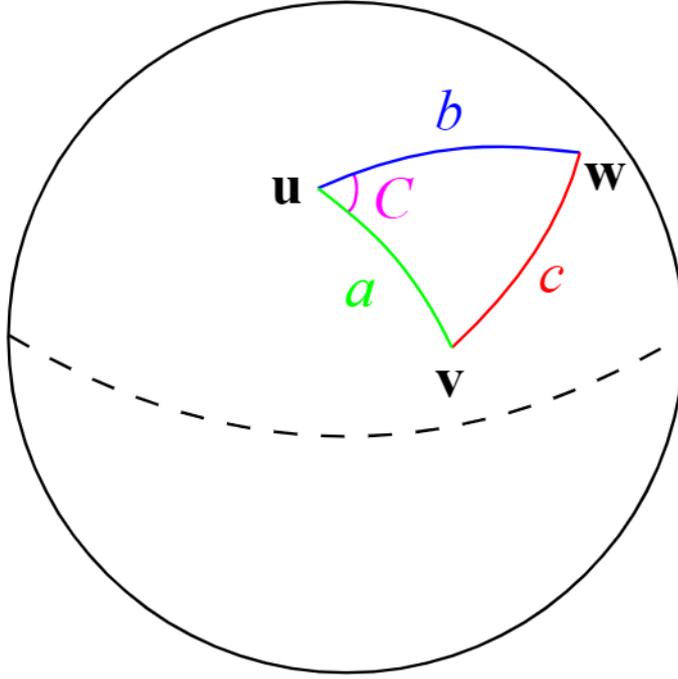


Figura 4.2: Teorema dei coseni per un triangolo sferico

Utilizzando la notazione di Figura 4.2, risulta:

$$\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a \quad (4.27)$$

Introducendo le grandezze di nostro interesse si ha:

$$\cos(\Delta i_{bis}) = -\cos(i_i) \cos(\pi - i_j) + \sin(i_i) \sin(\pi - i_j) \cos(\Delta \Omega_{i,j}) \quad (4.28)$$

Ricordando le relazioni trigonometriche:

$$\cos(\pi - i_j) = -\cos(i_j) \quad (4.29)$$

$$\sin(\pi - i_j) = \sin(i_j) \quad (4.30)$$

si ottiene l'espressione:

$$\cos(\Delta i_{bis}) = \cos(i_i) \cos(i_j) + \sin(i_i) \sin(i_j) \cos(\Delta \Omega_{i,j}) \quad (4.31)$$

da cui infine:

$$\Delta i_{bis} = \cos^{-1} [\cos(i_i) \cos(i_j) + \sin(i_i) \sin(i_j) \cos(\Delta \Omega_{i,j})] \quad (4.32)$$

Conclusa la leg per mezzo della Strategia 2, il tempo complessivo della missione al momento del rendez-vous con il j-esimo debris sarà pari a:

$$t = t_{dum} = t_{ai} + duratamax \quad (4.33)$$

al quale verrà poi aggiunto il tempo di servizio DT ottenendo:

$$t_{aj} = t_{dum} + DT \quad (4.34)$$

Benché le tre leg che costituiscono una sequenza possano sfruttare strategie diverse, il ΔV_{tot} si ottiene sempre dalla sommatoria delle singole leg, ognuna con la propria strategia. Tuttavia, a differenza della Strategia 1 in cui la durata della leg dipendeva dal tempo di incontro, ora la durata della leg è fissata e pari a *duratamax*.

4.5 Strategia 3

La Strategia 2 non è l'unica alternativa qualora la complanarità non si verifichi nel tempo massimo pari a $duratamax$. Consideriamo ancora il caso:

$$t + duratamax < t_{i,j}^* \quad (4.35)$$

La *Strategia 3* sfrutta la dipendenza di $\dot{\Omega}$ dal semiasse maggiore a , come si nota riprendendo l'espressione completa:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} \left(\frac{r_E}{p} \right)^2 n J_2 \cos i \quad (4.36)$$

$$p = a(1 - e^2) \quad n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \quad (4.37)$$

Appena trascorso il tempo di servizio DT sull' i -esimo debris, viene compiuta una manovra impulsiva al tempo t che modifichi il semiasse maggiore e di conseguenza $\dot{\Omega}$ dell'orbita i -esima. La modifica di a e $\dot{\Omega}$ deve essere tale da ottenere complanarità con l'orbita j -esima proprio in corrispondenza del tempo $t + duratamax$. Si attende quindi un tempo pari a $duratamax$ sull' i -esima orbita modificata, dopodiché si ristabilisce il semiasse maggiore di partenza, mediante un'altra manovra impulsiva del medesimo costo. Infine, si compie la classica trasferta fra orbite complanari fino al j -esimo debris.

Se non si modificasse $\dot{\Omega}$, al tempo $t_{dum} = t + duratamax$ si avrebbe:

$$\Delta\Omega_{i,j}(t_{dum}) = (t_{i,j}^* - t_{dum}) \cdot \left| \dot{\Omega}_i - \dot{\Omega}_j \right| \quad (4.38)$$

come calcolato per la Strategia 2, ovvero quando non si verifica complanarità. Tale $\Delta\Omega$ deve essere recuperato in un intervallo pari $duratamax$ variando $\dot{\Omega}$. Riscriviamo l'espressione di $\dot{\Omega}$ mettendo in evidenza la dipendenza da a :

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} \left(\frac{r_E}{a(1 - e^2)} \right)^2 \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} J_2 \cos i \quad (4.39)$$

Approssimando $e \simeq 0$ e quindi $p \simeq a$ si ottiene:

$$\dot{\Omega} = -\frac{3}{2} r_E^2 \sqrt{\mu} J_2 a^{-7/2} \cos i \quad (4.40)$$

Derivando rispetto al semiasse maggiore:

$$\frac{d\dot{\Omega}}{da} = -\frac{7}{2} \frac{\dot{\Omega}}{a} \quad (4.41)$$

Mettiamo ora in relazione ΔV e a considerando nuovamente $\Delta e \simeq 0$:

$$\frac{\Delta V}{V} = 0.5 \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a} \right)^2 + (\Delta e)^2} = \frac{1}{2} \frac{\Delta a}{a} \quad (4.42)$$

$$\frac{d(\Delta V)}{da} = \frac{1}{2} \frac{V}{a} \quad (4.43)$$

Poiché a noi interessa la variazione di $\dot{\Omega}$ dovuta ad un certo costo ΔV deriviamo come segue:

$$\left| \frac{d\dot{\Omega}}{d(\Delta V)} \right| = \left| \frac{d\dot{\Omega}}{da} \frac{da}{d(\Delta V)} \right| = 7 \frac{\dot{\Omega}}{V} \quad (4.44)$$

Da cui, passando alle variazioni finite:

$$|\Delta \dot{\Omega}| = 7 \frac{\dot{\Omega}}{V} \Delta V \quad (4.45)$$

E infine, integrando nel tempo, compare il $\Delta \Omega$ noto:

$$|\Delta \Omega| = 7 \frac{\dot{\Omega}}{V} \Delta V \Delta t \quad (4.46)$$

Invertiamo la relazione per calcolare il costo della manovra ΔV_{31} con $\Delta t = \text{duratamax}$:

$$\Delta V_{31} = \sqrt{\frac{1}{a_{min}}} \cdot \left| \frac{\Delta \Omega_{i,j}(t_{dum})}{7 \cdot \text{duratamax} \cdot \dot{\Omega}_i} \right| \quad (4.47)$$

dove la V è riferita ad a_{min} :

$$V = \sqrt{\frac{1}{a_{min}}} \quad (4.48)$$

Tale costo deve essere conteggiato due volte, dal momento che è necessario ripristinare il valore iniziale del semiasse maggiore. Infine, per ottenere il costo complessivo ΔV_3 , bisogna aggiungere il costo della trasferta fra orbite complanari calcolato secondo la Strategia 1:

$$\Delta V_3 = 2 \cdot \Delta V_{31} + \Delta V_1 \quad (4.49)$$

$$\Delta V_3 = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{a_{min}}} \cdot \left| \frac{\Delta \Omega_{i,j}(t_{dum})}{7 \cdot \text{duratamax} \cdot \dot{\Omega}_i} \right| + 0.5 \cdot \sqrt{\frac{1}{a_{min}}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a_{min}} \right)^2 + (\Delta e)^2} \quad (4.50)$$

Per ogni leg in cui non sia praticabile la Strategia 1, vengono calcolati sia ΔV_2 che ΔV_3 e se ne sceglie il minimo, che quindi determinerà la strategia utilizzata da quella leg.

4.6 Mass budget

Per determinare il mass budget si riprendono le relazioni dimostrate nel capitolo precedente. Si procede a ritroso dall'ultimo debris della sequenza al primo. Innanzitutto si valuta il costo di deorbiting per il quarto debris:

$$\Delta V_{deo_4} = \left| \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{2a} \right)} - \sqrt{2\mu \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_a + r_p^*} \right)} \right| \quad (4.51)$$

il quale permette di determinare la massa del kit:

$$\phi = e^{-\Delta V_{deo_4}/c_k} \quad (4.52)$$

$$m_{k_4} = \frac{m_D(1 + \varepsilon)(1 - \phi)}{1 - (1 + \varepsilon)(1 - \phi)} \quad (4.53)$$

con la quale si ricava infine la massa di arrivo sul debris stesso:

$$m_4 = m_d + m_{k_4} \quad (4.54)$$

dove m_d è la massa a secco del chaser, pari a quella finale della missione quando tutti i kit sono stati consegnati e tutto il propellente utilizzato.

Successivamente si fa variare l'indice i fra $1 \leq i \leq n_{leg}$ con $n_{leg} = 3$ e si calcola la massa di propellente necessaria alla i -esima leg, nota m_{i+1} :

$$m_{p_i} = m_{i+1} \left(\frac{1 - e^{-\Delta V_i/c_c}}{e^{-\Delta V_i/c_c}} \right) \quad (4.55)$$

Si calcolano ΔV_{deo_i} e m_{k_i} dell' i -esimo debris sempre con le medesime relazioni e quindi la massa di arrivo sul debris stesso m_i :

$$m_i = m_{i+1} + m_{k_i} + m_{p_i} \quad (4.56)$$

Svolgendo queste operazioni per ognuna delle tre leg si ricava la massa iniziale della missione complessiva:

$$m_{start} = m_1 = m_2 + m_{k_1} + m_{p_1} \quad (4.57)$$

Capitolo 5

Analisi dei risultati

In questo capitolo andremo ad analizzare i risultati ottenuti mediante il codice FORTRAN discusso precedentemente. Ricordiamo innanzitutto le tre strategie proposte per il completamento della missione:

- *Strategia 1*: trovato il tempo di incontro per ogni coppia di debris e fissata la durata massima accettabile di ogni singola leg, 30 o 60 giorni, si controlla se il tempo di incontro rientra in tale finestra temporale; se così avviene, si attende l'incontro e si procede con la trasferta fra orbite complanari.
- *Strategia 2*: se il tempo di incontro non rientra nella finestra temporale consentita è possibile concludere la trasferta attendendo un tempo pari alla durata massima, in modo da ridurre il più possibile il $\Delta\Omega$ che separa i debris, ed infine condensare in un'unica manovra il recupero del $\Delta\Omega$ rimanente, il cambio di semiasse e di inclinazione.
- *Strategia 3*: sempre nel caso in cui il tempo di incontro non rientri nella finestra temporale consentita, è possibile cambiare semiasse in modo da variare anche l'influenza di J_2 su $\dot{\Omega}$, che dunque permette di recuperare il $\Delta\Omega$ presente alla partenza nel tempo massimo accettato (30 o 60 giorni). Dopodiché si torna al semiasse di partenza mediante una nuova manovra impulsiva ed infine si esegue la classica trasferta fra orbite complanari fra i due debris poiché si è ottenuto l'incontro. Se non è possibile adottare la prima strategia, si sceglie dunque la meno costosa in termini di ΔV tra le due alternative proposte.

Ricordate le strategie proposte per il completamento della missione, riportiamo ora i dati e i parametri inseriti nel codice:

- $r_E = 6378.1363$ km
- $\mu_T = 398600.4415$ km³/s²
- $V_{ref} = \sqrt{\frac{\mu_T}{r_E}} = 7.9353$ km/s
- $t_{ref} = \frac{r_E}{V_{ref}} = 806.8177$ s

- $I_{sp_c} = I_{sp_k} = 310$ s
- $m_d = 2000$ kg
- $m_d = 1450$ kg
- $\varepsilon = m_s/m_p = 0.1$
- $duratamax = 60 \cdot 86400/t_{ref}$ (idem per 30 giorni)
- $DT = 20 \cdot 86400/t_{ref}$
- $\Delta V_{tot_{max}} = 0.75$ km/s
- $\Delta V_{leg_{max}} = 0.3$ km/s per durata di 30 giorni

Il codice FORTRAN descritto nel capitolo precedente analizzerebbe tutte le sequenze possibili, il che darebbe un numero abnorme di soluzioni, la maggior parte delle quali irrealizzabile per motivi di costo. Da tale considerazione derivano i due limiti di $\Delta V_{tot} = 0.75$ km/s per l'intera missione e di $\Delta V_{tot} = 0.3$ km/s per la singola leg nel caso di durata pari a 30 giorni.

Il codice restituisce molti output, alcuni più utili altri meno ai fini della nostra ricerca, i quali sono stati organizzati in vari fogli Excel. Quelli di maggior rilievo sono:

- gli identificativi NORAD dei debris costituenti le sequenze
- la strategia utilizzata in ognuna delle tre leg, numerata da 1 a 3
- i tempi di apertura, a partire dai quali si può compiere la trasferta al debris successivo, che dunque tengono conto del tempo di servizio [giorni]
- il costo totale ΔV_{tot} della sequenza [km/s]
- il costo di ognuna delle tre leg ΔV_i [km/s]

NORAD 1	NORAD 2	NORAD 3	NORAD 4	L1	L2	L3
22208	11321	9738	19325	2	1	1
19325	11321	9738	22208	2	1	1

t_1	t_2	t_3	t_4	ΔV_{tot}	ΔV_1	ΔV_2	ΔV_3
20	100	135.20152	145.88347	0.03536	0.01866	0.00646	0.01024
20	100	135.20152	144.88371	0.04112	0.01702	0.00646	0.01765

Tabella 5.1: Esempio di output con valori dimensionali

Questa procedura è stata adottata per entrambe le durate prese in esame, 30 e 60 giorni, con particolare interesse per quest’ultimo caso. In alternativa alla tabella mostrata, è possibile anche visualizzare le grandezze adimensionali, effettuando i rapporti con quelle di riferimento, e, invece dell’identificativo NORAD, il numero del debris da 1 a 155 considerando l’ordine presente nel foglio di input. Per facilitarne la lettura, infine, i fogli sono stati ordinati rispetto al costo totale delle sequenze in ordine crescente.

5.1 Durata: 60 giorni

Il codice originario, che prevedeva soltanto la Strategia 1, considerava come unico limite una durata massima di ogni sequenza pari a circa 6 mesi, precisamente 186 giorni, restituendo un centinaio di soluzioni utili. Proponendo due strategie alternative e lasciando quasi inalterato il limite temporale, il numero di soluzioni è ovviamente aumentato notevolmente, da cui la necessità di un limite sul costo della missione: con una durata di 60 giorni, si sono quindi ottenute 525 sequenze utili.

Andando ad esaminare le colonne che riportano le strategie utilizzate, si scopre che soltanto 18 sequenze su 525 sono rimaste invariate rispetto alla trasferta complanare, ovvero corrispondono ad una sequenza di tre 1. Si può quindi dedurre che molte sequenze ottenute con il codice originario non potevano essere completate nei limiti di tempo assunti per la singola leg o per il costo totale. Difatti, molte sequenze hanno dovuto adottare le strategie alternative in una o più leg per rientrare nei limiti di durata massima.

NORAD 1	NORAD 2	NORAD 3	NORAD 4	L1	L2	L3	t_f	ΔV_{tot}
27466	27535	11170	10777	1	1	1	163.735	0.45283
13066	11170	27535	28421	1	1	1	131.76982	0.45428
27466	27535	11170	28421	1	1	1	171.09105	0.50067
16511	27870	11170	10777	1	1	1	163.735	0.50618
13066	27870	11170	10777	1	1	1	163.735	0.50961
16511	27870	11170	28421	1	1	1	171.09105	0.55402
13066	27870	11170	28421	1	1	1	171.09105	0.55744
13003	27535	11170	10777	1	1	1	163.735	0.56899
11170	13066	27870	27535	1	1	1	106.37418	0.61348
11170	13066	28421	27535	1	1	1	131.76982	0.61517
13003	27535	11170	28421	1	1	1	171.09105	0.61682
11170	13003	27466	21090	1	1	1	138.33984	0.62448
27535	27466	13003	13302	1	1	1	123.32882	0.71797
27535	27466	13003	10138	1	1	1	134.15217	0.72655
27535	27466	13003	13917	1	1	1	142.96243	0.73153
27535	27466	13003	21090	1	1	1	105.15942	0.73183
27535	27466	13003	12092	1	1	1	129.52255	0.73333
13066	13003	27466	21090	1	1	1	138.33984	0.73653

Tabella 5.2: Sequenze che utilizzano soltanto la strategia 1

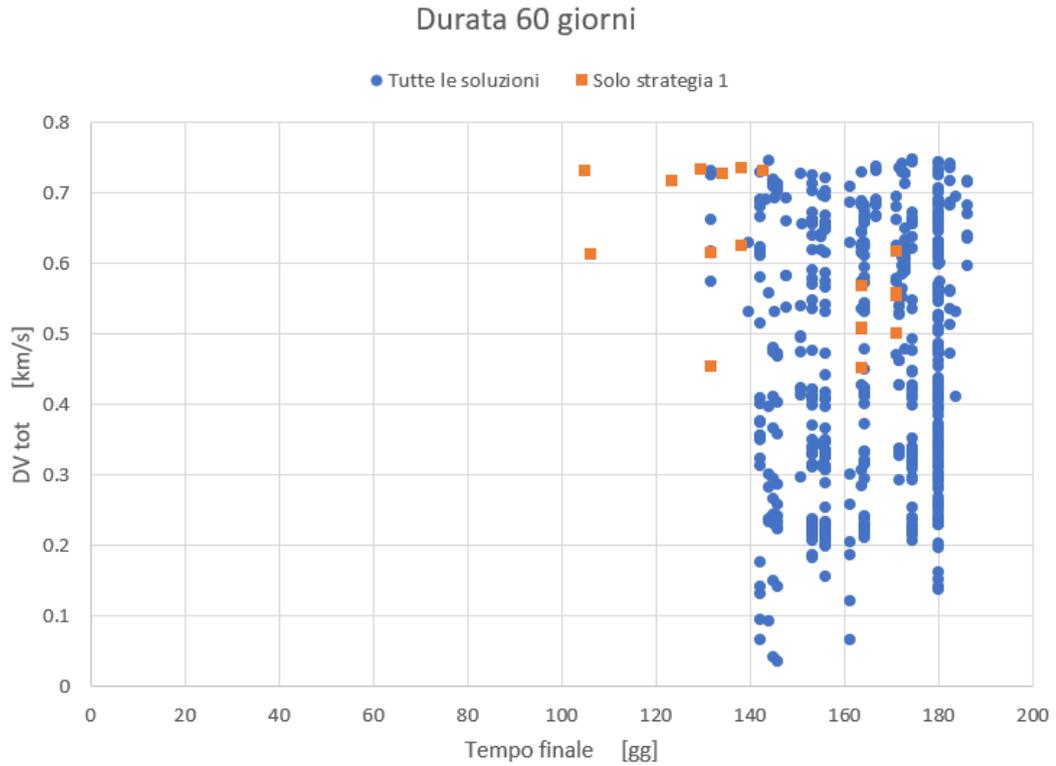


Figura 5.1: ΔV_{tot} in funzione del tempo finale $t_f = t_4$

Dal grafico appare chiaro che le sequenze che sfruttano soltanto la trasferta complanare, Strategia 1, siano situate a tempi inferiori rispetto alle altre che compiono una o più leg nella durata massima di 60 giorni. D'altro canto, esse sono caratterizzate da costi abbastanza elevati, poiché la maggior parte delle trasferte complanari a costi inferiori avrebbe richiesto tempi superiori a 60 giorni ed è quindi stata modificata. Inoltre, la Strategia 1 minimizza il costo data una certa coppia di debris, ma se si considera un'altra coppia, il costo di una strategia alternativa può essere inferiore. Infatti, le sequenze generiche poste a costi inferiori rispetto a quelle si soli 1, operano fra altre coppie di debris.

In Figura 5.2 è riportata una leg generica, in cui sono abbastanza presenti tutte le strategie, in cui si confronta il costo della leg con la strategia utilizzata, proprio per mettere in evidenza che statisticamente, considerando molte coppie di debris, la Strategia 1 si dimostra essere la meno costosa.

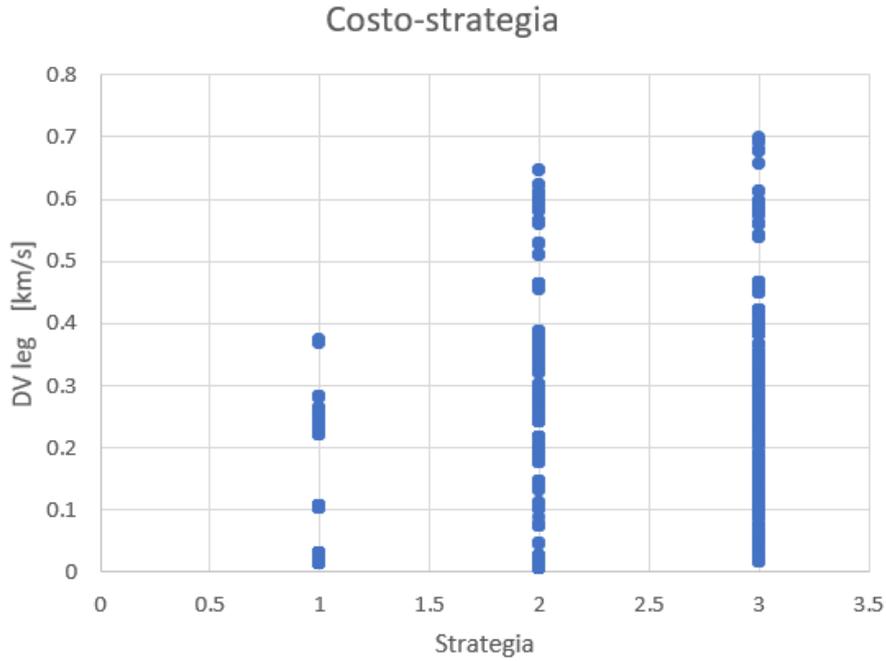


Figura 5.2: ΔV_{leg} in funzione della strategia

Osservando la colonna dei *tempi di apertura* dal primo debris di ogni sequenza si nota che è costituita interamente da 20, ovvero il tempo di servizio: ciò avviene perché i tempi di apertura, come già accennato, sono misurati appena concluso il *tempo di servizio* DT. Nel caso dell'ultimo debris di ogni sequenza, tuttavia, il tempo di servizio non viene aggiunto. Consideriamo ancora una finestra temporale di 60 giorni: se in questo arco di tempo avviene l'incontro e il costo è accettabile, nella seconda casella comparirà un tempo inferiore a 100 giorni. Altrimenti, qualunque strategia alternativa venga scelta, comparirà un 100, dato dalla somma dei 20 giorni iniziali, i 60 di attesa e altri 20 di servizio. Con questo procedimento si nota come nella terza casella dei tempi il valore massimo sarà 180 e nella quarta sarebbe 240, poiché non viene aggiunto il tempo di servizio.

STR LEG 1	STR LEG 2	STR LEG 3	t_1	t_2	t_3	t_4
2	3	1	20	100	180	180.22716
2	3	1	20	100	180	180.22716
2	2	1	20	100	180	180.22716
2	2	1	20	100	180	180.22716

Tabella 5.3: Esempio di strategie alternative nelle prime due leg

Tuttavia, conservando il limite di 186 giorni sulla durata massima dell'intera missione, ovvero della sequenza, diventa impossibile che tutte e tre le leg utilizzino strategie alternative, ovvero che non compaia neanche un 1. Si può infatti osservare che il programma determina i valori delle singole leg in successione; quando a causa del finestra di 60 giorni, le prime due leg sono caratterizzate da strategia alternative, è molto probabile che la terza leg sfiori il tempo massimo di 186 giorni e quindi venga scartata. In tal caso vengono dunque riportate solo le soluzioni che presentano un incontro, in tempi brevi, all'ultima leg e perciò l'utilizzo della Strategia 1. Questo è il motivo per cui la terza colonna è quasi interamente costituita di 1. Per la stessa ragione, quasi tutte le poche sequenze che sfruttano una strategia alternativa nell'ultima leg vedono entrambe le leg precedenti adottare la Strategia 1.

Nella tabella seguente è mostrata la frequenza di ogni strategia nelle varie leg e nel complesso; successivamente i grafici a torta ne riassumono le caratteristiche.

STRATEGIA	LEG 1	LEG 2	LEG 3	TOTALE
1	127	343	464	934
2	133	48	15	196
3	265	134	46	445

Tabella 5.4: Frequenza delle strategie nelle leg e nel complesso



Figura 5.3: Utilizzo delle varie strategie nel complesso



Figura 5.4: Utilizzo delle varie strategie nella leg 1



Figura 5.5: Utilizzo delle varie strategie nella leg 2



Figura 5.6: Utilizzo delle varie strategie nella leg 3

Queste percentuali evidenziano l'aumento della frequenza della Strategia 1 all'aumentare della leg, con corrispondente riduzione per le alternative, e una prevalenza nel computo complessivo. Per spiegare queste percentuali si rende necessario sottolineare nuovamente una caratteristica del codice: esso non può ricalcolare leg precedenti e non è programmato per ottimizzare la distribuzione delle strategie all'interno di una sequenza in funzione del costo totale; sceglie il minimo costo solo sulla singola leg. Se il costo o il tempo, sommati a quelli precedenti, sfiorano i limiti di missione, la sequenza viene scartata. I fogli Excel, che riportano le soluzioni accettabili, sono stati invece ordinati in ordine crescente rispetto al ΔV_{tot} . Questi tre fattori, andamento sequenziale del codice che minimizza ΔV_{leg} , soluzioni scartate per costo o tempo totali eccessivi e ordinamento dei fogli Excel per ΔV_{tot} , influenzano congiuntamente la disposizione finale delle soluzioni.

La leg 1 è quella che risente meno dei limiti di costo e tempo complessivi ed è quindi quella che rispecchia più fedelmente la frequenza della complanarità nella finestra di 60 giorni: tale frequenza è piuttosto bassa, circa 24 % per le soluzioni valide, e quindi intervengono le strategie alternative che corrispondono circa al 76 %. Quando però l'incontro avviene (leg 1 = Strategia 1), il risparmio di costo e soprattutto di tempo permette una maggiore libertà alla leg 2, che rispecchierà ancora, ma in misura leggermente minore, la bassa frequenza della complanarità, con l'utilizzo di Strategie 2-3. Ciò spiega ulteriormente la rarità delle sequenze (1,1,1).

Poiché nella maggior parte dei casi la leg 1 utilizza Strategie 2-3, che hanno costi maggiori, per la leg 2 sarà più stringente il limite sul ΔV_{tot} : molte sequenze verranno scartate e verranno salvate maggiormente quelle in cui la leg 2 utilizza Strategia 1, che infatti sale al 65 %. Tale ragionamento vale a maggior ragione per la leg 3, in cui interviene anche il già discusso limite temporale di 186 giorni: ne consegue un utilizzo dell'88% della Strategia 1.

Possiamo allora concludere che, per quanto riguarda la frequenza delle varie strategie nelle soluzioni valide, sulla leg 1 influisce molto la finestra temporale, mentre sulle altre due interviene anche il ΔV_{tot} ; la terza leg, infine, è condizionata anche dal limite di 186 giorni complessivi.

La sequenza più frequente sarà allora (2/3,1,1) e ciò spiega anche perché nella leg 1 l'utilizzo della Strategia 1 corrisponde a ΔV_{tot} medio-alti. Essendo (2/3,1,1) la sequenza più probabile, è anche più probabile che i ΔV_{tot} minimi si presentino in tale forma: esistono sequenze, infatti, in cui la complanarità per la leg 1 si sarebbe verificata poco dopo i 60 giorni e le Strategie 2-3 hanno dovuto recuperare $\Delta\Omega$ molto piccoli, con costi molto simili a quelli della mancata Strategia 1. Come già detto, era davvero improbabile che sequenze (1,1,1) si attestassero a ΔV_{tot} bassi, perché introducendo il limite della finestra temporale, erano sopravvissute poche soluzioni in questa forma, sorpassate poi da sequenze più favorevoli di altri debris.

In ultimo, possiamo ancora osservare dai diagrammi a torta come la Strategia 3 sia generalmente meno costosa della Strategia 2, con una frequenza doppia nella prima leg e tripla nelle successive due: la variazione di semiasse per modificare l'influenza di J_2 su Ω , effetto che dura 60 giorni, risulta spesso più economica della variazione contemporanea di a , i ed Ω , perché la spesa per il doppio cambio di semiasse è ampiamente ripagata dal risparmio sul cambio di Ω .

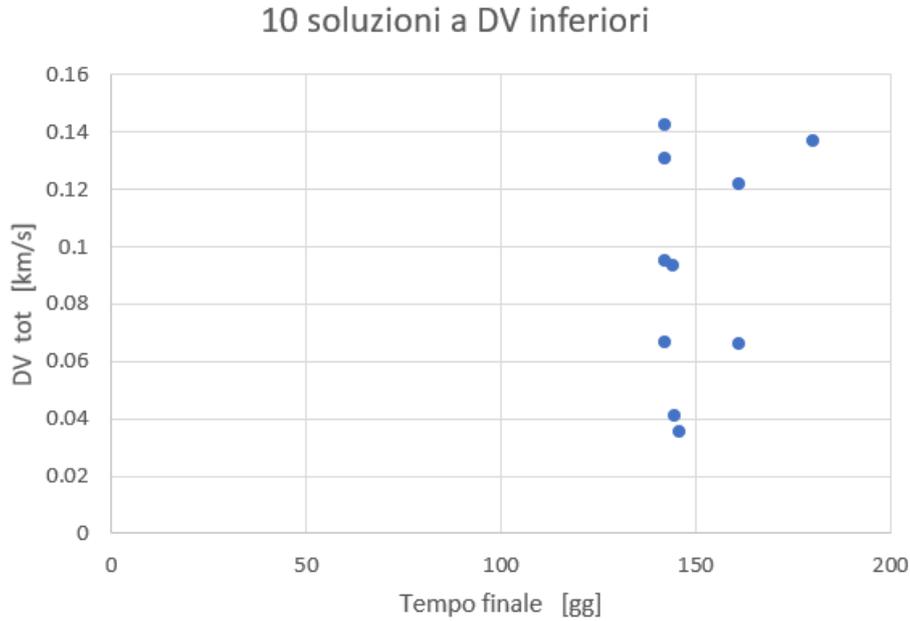


Figura 5.7: Le dieci soluzioni a ΔV_{tot} inferiori

5.2 Durata: 60 giorni modificata

Fissata la durata massima della leg a 60 giorni, si incorre nell'inconveniente descritto nel paragrafo precedente: se le prime due leg impiegano gran parte del tempo a disposizione, ad esempio utilizzando strategie alternative, ci si avvicina al limite di 186 giorni e dunque l'ultima leg deve sfruttare obbligatoriamente la Strategia 1 nel poco tempo rimasto, altrimenti l'intera sequenza verrà scartata. In questo modo però si perdono molte sequenze che rispetterebbero i limiti di costo.

E' stata perciò introdotta una modifica al codice: qualora la terza leg compiuta in 60 giorni ecceda i 180 giorni complessivi, la sua durata viene fissata pari al tempo a disposizione. Nel codice si è inserito $duratamax = 60$, $dtmax = 180$, poi riportate nel SI, e al tempo generico t la condizione:

$$\text{if}(t + duratamax > dtmax) \quad duratamax = (dtmax - t) \quad (5.1)$$

La Strategia 1 non viene alterata da questa modifica, poiché essa deve comunque attendere l'incontro, ma le strategie 2 e 3 diventano maggiormente utilizzate nell'ultima leg, pur restando valido il limite di costo totale.

Il numero di sequenze valide è aumentato notevolmente, da 525 a circa 3000, proprio grazie a questa ulteriore possibilità offerta, tuttavia si è reso necessario ridurre il limite di durata massima della missione da 186 giorni a 180. All'apparenza 6 giorni potrebbero sembrare un'inezia, ma in realtà causerebbero un'esplosione del numero di soluzioni fino a circa 20000. Dall'analisi delle sequenze con durata 60 giorni e limite massimo a 180, si

nota infatti che le prime due leg non possono utilizzare entrambe strategie alternative, poiché, avendo la modifica del codice effetto solo sulla terza leg, esse esaurirebbero tutto il tempo a disposizione, non permettendo di portare a termine la terza leg. Soltanto 6 giorni in più eliminerebbero questa limitazione, incrementando a dismisura il numero di sequenze valide.

STRATEGIA	LEG 1	LEG 2	LEG 3	TOTALE
1	31%	73%	11%	38%
2	19%	9%	61%	30%
3	50%	18%	28%	32%

Tabella 5.5: Frequenza delle strategie nelle leg e nel complesso

Riportando in tabella la frequenza di utilizzo delle varie strategie sia nelle singole leg che in totale, si nota ancora il predominio della strategia 1, presente in ogni sequenza per le ragioni appena discusse, ed in particolare nella leg 2, dove si rende spesso indispensabile per rispettare il limite di 180 giorni complessivi, a seguito di una strategia alternativa nella leg 1. Tuttavia, rispetto alla durata di 60 giorni priva di modifiche, si ha una maggiore uniformità complessiva nell'utilizzo delle tre strategie.

Nella terza leg, a differenza del paragrafo precedente, la Strategia 1 diventa molto rara, perché il tempo di attesa per l'incontro sarebbe eccessivo e ora interviene la modifica del codice a permettere l'utilizzo delle strategie alternative. Infine, nelle prime due leg, in cui si ha più tempo a disposizione, la variazione di semiasse per modificare l'influenza di J_2 su $\dot{\Omega}$ risulta spesso più economica della variazione contemporanea di a , i ed Ω , perché la spesa per il doppio cambio di semiasse è ampiamente ripagata dal risparmio sul cambio di Ω . Nella terza leg invece, quando la durata è inferiore, si dimostra più conveniente il recupero di $\Delta\Omega$ mediante manovra diretta perché J_2 ha poco tempo per fare effetto.

Infine, le soluzioni possono essere nuovamente collocate su di un grafico a dispersione, per mettere in risalto il legame fra tempo finale della missione e costo ΔV_{tot} . Come era lecito attendersi, si verifica un addensamento sulla ascissa corrispondente a 180 giorni, dato lo scarso utilizzo della Strategia 1 nell'ultima leg e la possibilità per le alternative di determinare di volta in volta la propria durata fissando proprio 180 giorni come tempo di arrivo. Inoltre, i ΔV_{tot} minimi si attestano, come in precedenza intorno ai 0.04 km/s. Infine, non subendo la Strategia 1 alterazioni con la modifica del codice, le sequenze (1,1,1) sono le medesime e sempre posizionate a ΔV_{tot} medio-alti.

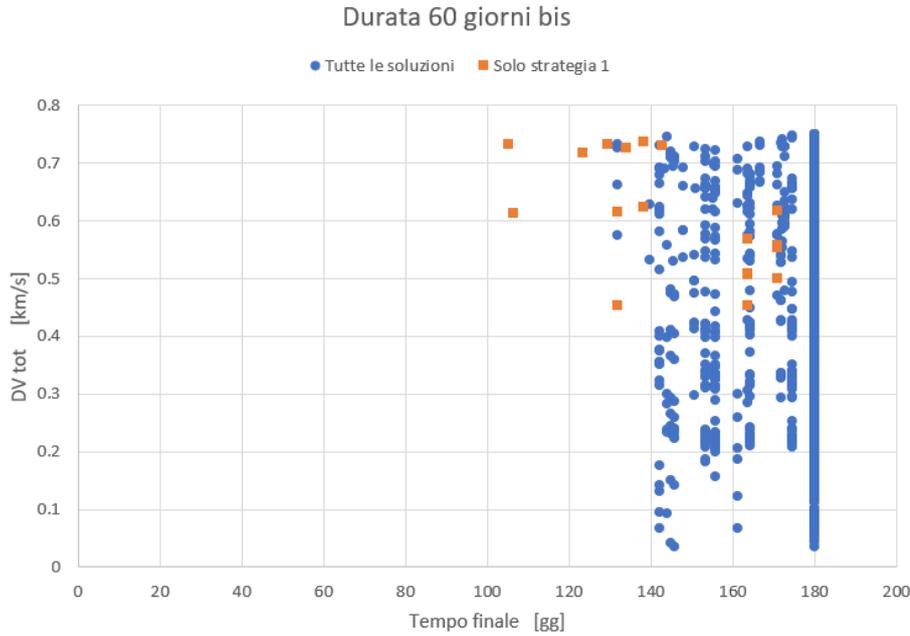


Figura 5.8: ΔV_{tot} in funzione del tempo finale $t_f = t_4$

5.3 Durata: 30 giorni

La possibilità di attendere 60 giorni offre sì una maggiore probabilità che si verifichi l’incontro rispetto alla finestra di 30 giorni, tuttavia, nel caso abbastanza frequente in cui esso non si presenti, costringe ad attendere un tempo maggiore, aumentando quindi il rischio di sfiorare il tempo massimo di 186 giorni per l’intera missione. Molte soluzioni vengono allora scartate e ne rimangono solo 525.

Nel caso invece di una finestra di 30 giorni, la Strategia 1 è molto più rara perché il tempo di attesa per l’incontro sarebbe superiore; tuttavia, il limite dei 186 giorni complessivi non può più essere superato: infatti nella prima cella dei tempi compare sempre un 20 dovuto al tempo di servizio e, nel caso di strategie alternative, nella seconda cella un 70, nella terza un 120 e nell’ultima un 150, che come sempre non tiene conto del tempo di servizio.

Ne consegue un numero molto superiore di soluzioni accettabili, 4840, dove sono state scartate anche tutte quelle sequenze in cui le singole leg eccedevano il costo di $\Delta V_{leg_{max}} = 0.3 \text{ km/s}$. Ciò si è rivelato necessario poiché il numero di soluzioni avrebbe superato 10000 e sarebbe stato troppo complicato da gestire e analizzare.

NORAD 1	NORAD 2	NORAD 3	NORAD 4	L1	L2	L3
21131	22308	14451	20104	2	3	2
8073	18710	10918	25569	3	3	2

t_1	t_2	t_3	t_4
20	70	120	150
20	70	120	150

Tabella 5.6: Strategie alternative e tempi per una durata di 30 giorni

Anche nel caso di durata massima fissata a 30 giorni, le sequenze accettabili in termini di tempo, costo totale e costi parziali sono state organizzate in un foglio Excel, poi riordinato secondo il ΔV_{tot} crescente. La tabella seguente mostra con notevole chiarezza ciò che è già stato evidenziato a proposito della Strategia 1: avendo meno tempo a disposizione per concludere la singola leg, è molto raro che si riesca a verificare la complanarità.

STRATEGIA	LEG 1	LEG 2	LEG 3	TOTALE
1	2%	2%	10%	5%
2	51%	59%	54%	54%
3	47%	39%	36%	41%

Tabella 5.7: Frequenza delle strategie nelle tre leg e in totale

Oltre alla notevole riduzione della frequenza complessiva della Strategia 1, è importante osservare che la sua percentuale di utilizzo subisce un rilevante incremento nella terza leg: ciò è dovuto esclusivamente ai limiti di costo ΔV_{tot} e non più a quelli di durata complessiva della missione. Infatti la complanarità rimane la condizione di minimo costo per qualsiasi coppia di debris scelta.

Come già notato parzialmente per la durata di 60 giorni modificata, si ha un incremento notevole dell'utilizzo della Strategia 2 quando il tempo a disposizione si riduce. Difatti, in una finestra temporale limitata a 30 giorni, come per la terza leg della durata 60 giorni modificata, J_2 ha meno tempo per agire e il doppio cambio di semiasse comporta un costo maggiore rispetto al recupero diretto di $\Delta\Omega$. Nella leg 1 ne consegue una differenza abbastanza ridotta fra le percentuali delle strategie 2 e 3, ma nella leg 2, quando diventa più influente il limite sul costo ΔV_{tot} , la differenza viene amplificata, per poi rimanere costante nella terza leg, dato anche il maggiore utilizzo della Strategia 1.

Similmente agli altri casi, si riportano in un grafico a dispersione tutte le soluzioni per mostrare il legame fra la durata e il costo complessivi. Con una durata di 30 giorni si assiste ad una sola sequenza costituita di soli 1, che sfrutta sempre la trasferta fra orbite complanari: ciò è dovuto proprio alla bassissima probabilità che per tre leg consecutive si verifichi l'incontro nei soli 30 giorni a disposizione.

Altra eccezione, rispetto ai 60 giorni, è la presenza di una soluzione isolata con tempi bassissimi (circa 91 gg) con sequenza (2 1 1), che sfrutta una complanarità quasi immediata nelle ultime due leg.

Inoltre, essendo il limite di 180 giorni sempre soddisfatto, è molto frequente l'utilizzo di sole strategie alternative e dunque si ha una alta densità di soluzioni sull'ascissa pari a 150 giorni. In generale, si ha un allineamento maggiore sul grafico rispetto alla durata di 60 giorni, poiché è la strategia 1 a causare la dispersione dei tempi.

Le missioni che impiegano meno tempo comprendono più leg con strategia 1, che essendo molto rare sono situate a costi medio-alti per la stessa ragione delle soluzioni (1,1,1) con durata 60 giorni: statisticamente è molto probabile che strategie alternative fra altre coppie di debris siano più economiche perché devono recuperare $\Delta\Omega$ molto piccoli.

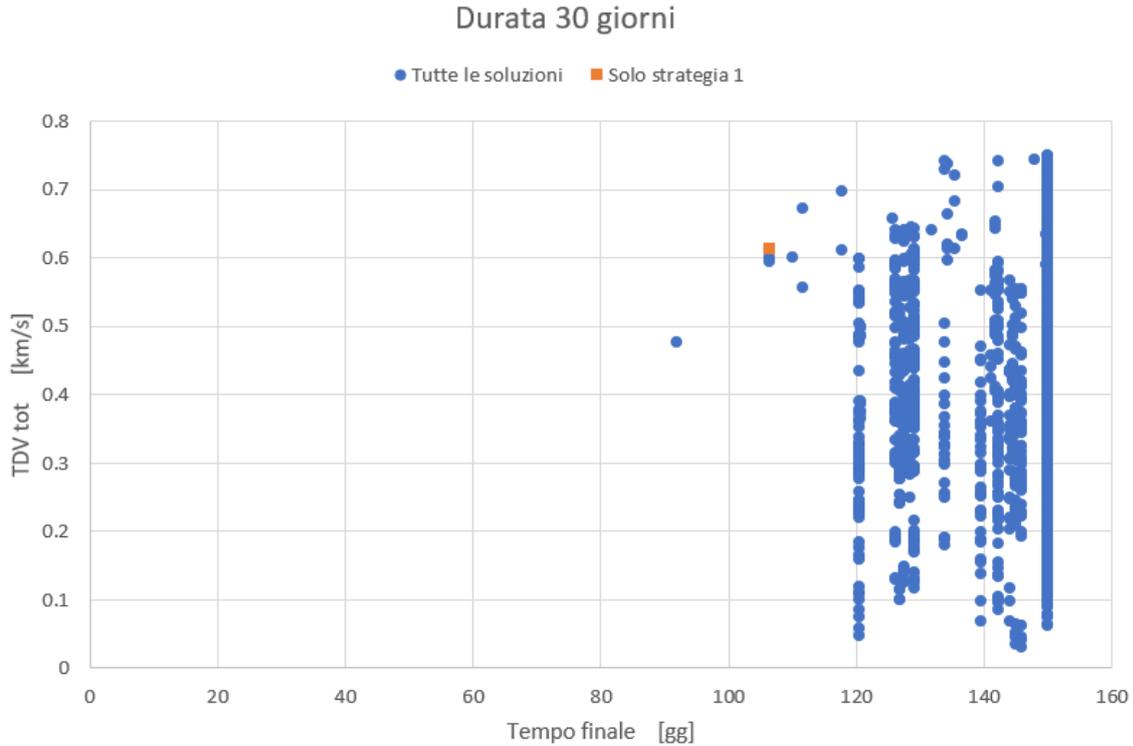


Figura 5.9: ΔV_{tot} in funzione del tempo finale $t_f = t_4$

Fra queste soluzioni si evidenziano le 10 migliori in termini di ΔV_{tot} , il cui minimo è ora situato a circa 0.03 km/s. Di queste soluzioni, come era lecito attendersi, le prime nove sono nella forma (2,2,1) per la maggior frequenza di strategie alternative nelle prime leg e, in particolare della Strategia 2 per il recupero diretto di $\Delta\Omega$; nella terza leg per motivi di costo totale è invece presente un 1. La decima soluzione è invece nella forma (2,2,2) sempre per le medesime ragioni che rendono preferibile la Strategia 2 alla 3.

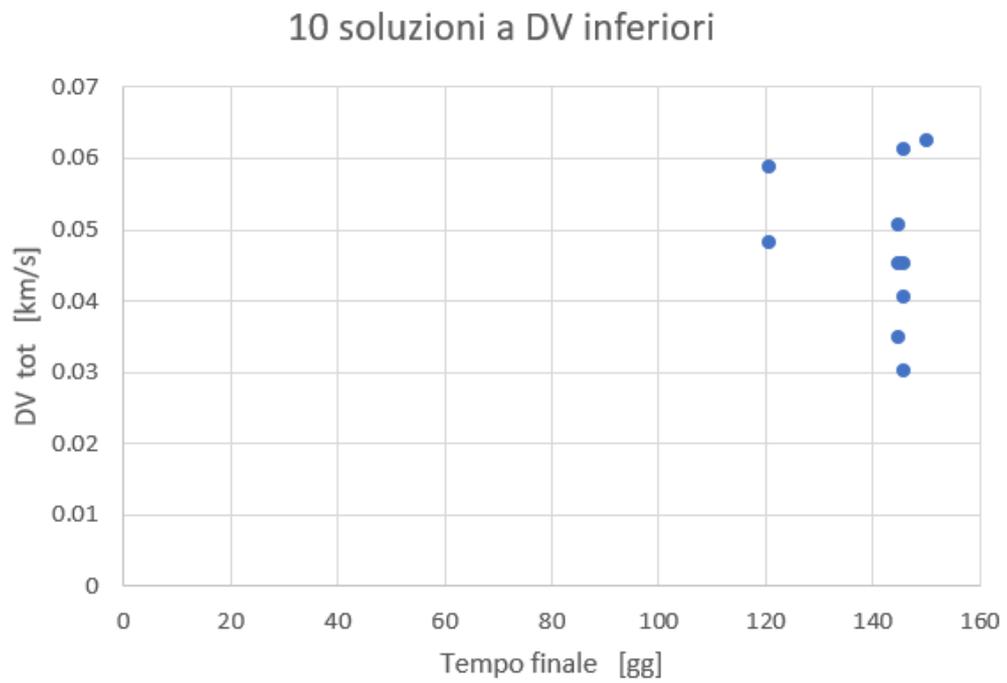


Figura 5.10: Dieci soluzioni a ΔV_{tot} inferiori

Capitolo 6

Conclusioni

Il lavoro di tesi qui presentato ha riguardato lo sviluppo di un codice Fortran per l'attuazione di tre strategie di missione volte alla rimozione di una sequenza di 4 debris, collegati da 3 leg, per le quali si è considerata la propulsione chimica impulsiva.

La Strategia 1 sfrutta la variazione di $\dot{\Omega}$ indotta dalla perturbazione J_2 , originata dalla forma obolata della Terra, per attendere la complanarità delle orbite e si assume che minimizzi il costo di trasferimento. Impostato un limite temporale alla singola leg di 30 o 60 giorni, alcune sequenze hanno sostituito la Strategia 1 con la meno costosa di due strategie alternative. La Strategia 2 permette di variare contemporaneamente il semiasse e il piano dell'orbita per raggiungere nei tempi richiesti il debris successivo, mentre la Strategia 3 sfrutta la variazione di semiasse per modificare l'influenza di J_2 su $\dot{\Omega}$. Si è inoltre introdotto un limite di costo di missione pari a $\Delta V_{tot} = 0.75$ km/s.

Per la durata di 60 giorni sono risultate 525 sequenze valide, di cui soltanto 18 sono rimaste inalterate dalla Strategia 1. Tuttavia, quest'ultima si è dimostrata ancora la più utilizzata poiché ancora molto frequente la complanarità. La strategia 3 è spesso risultata più economica rispetto alla Strategia 2, dal momento che la variazione di influenza di J_2 su $\dot{\Omega}$ ha abbastanza tempo a disposizione per fare effetto: il doppio cambio di semiasse ha quindi un costo inferiore al recupero di $\Delta\Omega$. Poiché molte soluzioni sono state scartate a causa del tempo massimo di 186 giorni, è stata introdotta una modifica che permette di completare l'ultima leg nel tempo rimanente, generando circa 3000 soluzioni valide. I costi minimi si attestano intorno ai 0.04 km/s, mentre i tempi minimi intorno ai 120 giorni.

Per la durata di 30 giorni, la complanarità è molto meno frequente e l'influenza di J_2 ha poco tempo per agire: ne consegue una prevalenza da parte della Strategia 2. Il numero di soluzione, 4840, è notevolmente superiore rispetto al caso di durata 60 giorni, dal momento che non è più possibile sfiorare il tempo complessivo. I costi minimi sono di circa 0.03 km/s, mentre i tempi si addensano sul massimo di 150 giorni con minimi intorno ai 110 giorni.

In conseguenza dei risultati ottenuti, si ritiene dunque che le strategie proposte per la rimozione di più debris nella stessa missione avrebbe in un prossimo futuro una fattibilità concreta sia in termini di costo che di tempo e un impatto positivo sull'ambiente spaziale intorno alla Terra.

Bibliografia

- [1] Hong-Xin Shen, Tian-Jiao Zhang, Lorenzo Casalino, Dario Pastrone *Optimization of Active Debris Removal Mission with Multiple Targets*
- [2] Lorenzo Casalino, Dario Pastrone *Mission Design and Disposal Methods Comparison for the Removal of Multiple Debris*
- [3] Donald J. Kessler, Nicholas L. Johnson, and J.-C. Liou, and Mark Matney *The Kessler Syndrome: Implications to Future Space operations*
- [4] Marko Jankovic, Frank Kirchner *Taxonomy of LEO Space Debris Population for ADR Selection*
- [5] Marcel J. Sidi *Spacecraft Dynamics and Control*, Cambridge University press, UK,1997