

POLITECNICO DI TORINO

Collegio di Ingegneria Elettrica

Corso di **Laurea Magistrale**

In **Ingegneria Elettrica**

Tesi di Laurea Magistrale

Controllo predittivo di motori sincroni a magneti permanenti



Relatore

Prof. Ing. Michele Angelo Pastorelli

Co-relatore

Ing. Enrico Landolfi

Candidato

Stefano Spatola

Aprile 2019

Ringraziamenti

Ai miei genitori che mi hanno permesso di vivere iniziare questa esperienza e a tutti gli amici che mi hanno sostenuto durante la carriera universitaria.

INDICE

Introduzione.....	7
Capitolo 1 Descrizione del sistema	8
1.1 Struttura della macchina sincrona SMPM	8
1.2 Modello del SMPM sinusoidale.....	9
1.3 Analisi del SMPM in assi di riferimento 123	13
1.4 Modello dinamico in assi rotanti dq.....	17
1.5 Strategia di controllo.....	23
Capitolo 2 Inverter PWM	29
2.1 Generalità sugli Inverter.....	29
2.2 Diodo.....	31
2.3 IGBT	32
2.4 Regioni di funzionamento PWM	34
Capitolo 3 Controllo in cascata del SMPM.....	38
3.1 Introduzione	38
3.2 Dimensionamento dei regolatori P.I dell'anello di corrente.....	38
3.3 Dimensionamento dei regolatori P.I dell'anello di velocità	45
3.4 Controllo Predittivo MPC	46
3.4.1 Introduzione	47
3.4.2 Sistema dinamico nello spazio a tempo discreto	48
3.4.3 Modello Esteso.....	50
3.4.4 Finestra di ottimizzazione	54
CAPITOLO 4 SIMULAZIONI.....	59
Conclusioni.....	78
APPENDICE A	79
APPENDICE B	80
Bibliografia.....	83
ELENCO DELLE FIGURE	84

Introduzione

La continua evoluzione tecnologica ha portato a una richiesta maggiore in termini di prestazione e dinamica negli azionamenti elettrici e, grazie a questa crescita, gli azionamenti brushless hanno trovato un largo impiego.

Il termine “brushless”, letteralmente “senza spazzole”, indica tutti gli azionamenti in corrente alternata.

In questa tesi si analizza un particolare azionamento brushless riguardante la macchina sincrona in corrente alternata con magneti permanenti o SMPM (Surface Mounted Permanent Magnet). Tale macchina è capace di funzionare sia come motore sia come generatore freno e, a differenza delle tradizionali macchine sincrone usate nella generazione di energia elettrica, è comandato in anello chiuso in funzione della posizione angolare del rotore.

L'utilizzo di questi motori è spesso domandato nell'ambiente automotive dove si tende a sostituire i motori in corrente continua, oppure in azionamenti che richiedono una buona efficienza quali i PFC (pump, fan and compressor). Un altro campo dove gli azionamenti brushless sono interpellati risiede negli azionamenti tipo “asse” dove tali motori tendono a subentrare ai servoazionamenti in corrente continua.

Il primo studio di questo elaborato sperimentale si focalizza sul DTC, Direct Torque Control, del SMPM ovvero sull'analisi del modello dinamico del motore in assi bifasi rotanti, utile a determinare le grandezze elettriche che controllano la coppia e il flusso della macchina.

Successivamente si analizza e si implementa il controllo di tipo predittivo MPC (Model Predictive Control) del SMPM in ambiente Matlab/Simulink.

L'innovazione introdotta dal nuovo metodo di controllo, a differenza dei controlli con regolatori P.I., proporzionali integrali, prevede l'andamento temporale futuro del sistema sull'orizzonte di controllo scelto ottenendo i segnali di controllo ottimi che minimizzano un certo funzionale di costo.

Capitolo 1 Descrizione del sistema

Il seguente capitolo prende riferimento dai corsi di Azionamenti Elettrici [1] e Macchine Elettriche 2 [2] del Politecnico di Torino.

1.1 Struttura della macchina sincrona SMPM

La struttura della macchina elettrica SMPM [1] è costituita da uno statore e un rotore come illustrato in figura 1.

Il primo è sede dell'avvolgimento trifase distribuito sinusoidale nelle cave, a stella senza neutro e con centro stella non accessibile.

Il secondo è sede dei magneti permanenti, il cui spessore è circa il 4-5% del diametro del rotore, e, talvolta, di fori di alleggerimento per ridurre l'inerzia della macchina.

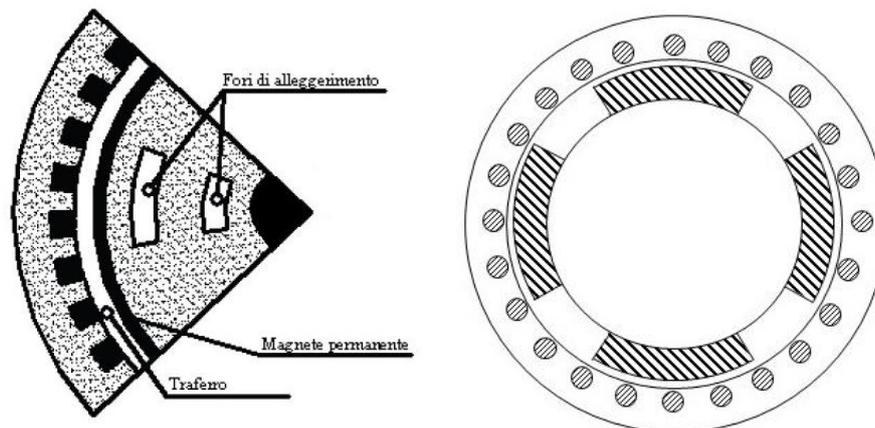


Fig.1 Struttura Motore brushless SMPM isotropo

Queste macchine spesso sostituiscono azionamenti con motori in corrente continua con eccitazione prodotta da magneti permanenti infatti rispetto a un motore DC, Direct Current, presenta i seguenti vantaggi:

- Il rotore è privo di avvolgimenti per cui la generazione di calore, dovuta prevalentemente alle perdite Joule, è solo sullo statore, dove è più facile smaltire il calore perché a contatto diretto con l'ambiente. Inoltre grazie ai fori di alleggerimento, presenta un momento di inerzia minore rispetto un equivalente motore in corrente continua.
- Poiché gli avvolgimenti sono sullo statore, la commutazione di corrente avviene mediante un inverter a tre gambe che trasporta corrente in breve tempo e commuta all'esterno della macchina come illustrato in figura 2.

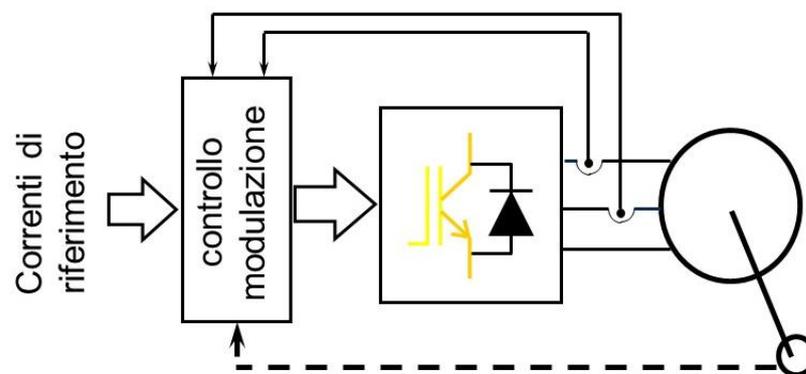


Fig.2 Struttura di controllo.

1.2 Modello del SMPM sinusoidale

Per descrivere gli avvolgimenti statorici [1] è utile introdurre due funzioni:

- $f(\alpha)$ Funzione di densità di distribuzione dei conduttori con α coordinata di statore.
- $F(\alpha)$ Funzione di distribuzione dei conduttori ovvero il numero di conduttori con segno compresi tra 0° e α

La relazione che lega le due grandezze introdotte è la seguente:

$$F(\alpha) = \int f(\alpha) d\alpha \quad (1.2)$$

In generale una macchina elettrica con due poli magnetici, $p=1$, presenta un certo numero di spire in serie per fase, N_{SS} , di conseguenza si hanno $\frac{N_{SS}}{2*p}$ conduttori positivi e $\frac{N_{SS}}{2*p}$ conduttori negativi.

Dato che l'avvolgimento della macchina è distribuito sinusoidalmente si posizionano i conduttori positivi e negativi come mostrato in figura 3.

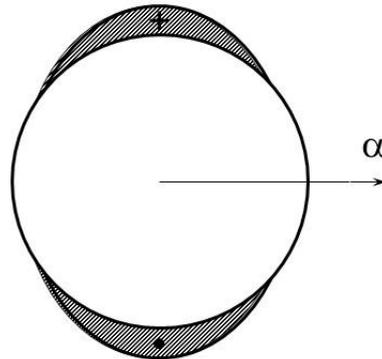


Fig. 3 Avvolgimento distribuito per una fase di un motore 2 poli

Si ottengono funzioni d'onda $f(\alpha)$ e $F(\alpha)$ idealmente sinusoidali. Nella realtà $F(\alpha)$ assume la forma di un elmo grazie all'uso della terza armonica per avere un picco della fondamentale di $\frac{N_{ss}}{2\sqrt{3} * p}$.

Supponendo la macchina con 2 poli magnetici rotorici, è possibile tracciare l'andamento del campo induzione magnetica B_m in funzione della coordinata di rotore ξ

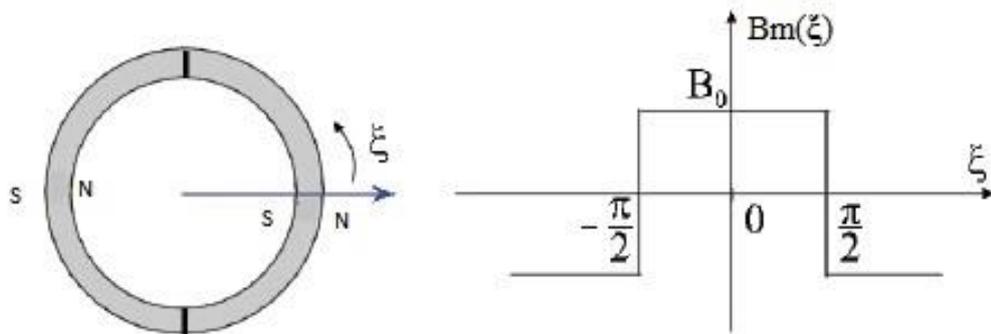


Fig. 4 Rotore con due poli e andamento induzione magnetica

L'induzione magnetica B_m è idealmente una funzione quadra e assume i seguenti valori, in accordo con la figura 4:

$$B_{m(\xi)} = \begin{cases} B_0 & \text{quando } -\frac{\pi}{2} < \xi < \frac{\pi}{2} \\ -B_0 & \text{negli altri casi} \end{cases} \quad (1.2.1)$$

Per ragioni costruttive è difficile realizzare una magnetizzazione radiale e in prossimità della separazione tra polo sud e polo nord del magnete si hanno corto circuiti di flusso quindi la forma d'onda di B_m è un elmo.

Occorre mettere in relazione le grandezze rotoriche con quelle statoriche per cui si introduce la seguente relazione:

$$\alpha - \theta = \xi \quad (1.2.2)$$

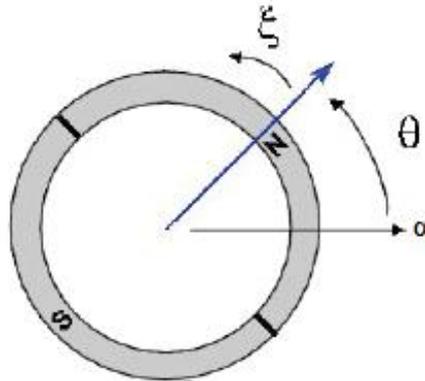


Fig. 5 Relazione tra angolo statorico e angolo rotorico

Date le forme d'onda di $F(\alpha)$ e $B_{m(\alpha-\theta)}$ è possibile determinare il flusso concatenato λ_m attraverso l'equazione (1.3):

$$\lambda_m = \int_{-\pi}^{\pi} F(\alpha) * B_{m(\alpha-\theta)} * r * l * d\alpha \quad (1.2.3)$$

Dove

- $r * l * d\alpha$ Rappresenta l'elemento di circonferenza moltiplicato per la lunghezza della macchina

Per svolgere il prodotto delle forme d'onda periodiche $F(\alpha)$ e $B_{m(\xi)}$ si introduce lo sviluppo in serie di Fourier:

$$F(\alpha) = \sum_h^{\infty} F_h * \cos(h * \alpha) \quad (1.2.4)$$

$$B_{m(\xi)} = \sum_k^{\infty} B_{mk} * \cos(k * \xi) = \sum_k^{\infty} B_{mk} * \cos[k * (\alpha - \theta)] \quad (1.2.5)$$

Sostituendo le equazioni (1.4) e (1.5) in (1.3) si ottiene:

$$\lambda_m = r * l * \sum_h^{\infty} F_h \sum_k^{\infty} B_k * \int_{-\pi}^{\pi} \cos(h * \alpha) * \cos[k * (\alpha - \theta)] d\alpha \quad (1.2.6)$$

Disponendo i conduttori e i magneti permanenti in maniera simmetrica rispetto al traferro, si realizza la simmetria al quarto d'onda delle funzioni

$F_{(\alpha)}$ e $B_{m(\xi)}$. Tale proprietà permette di escludere le armoniche pari e, inoltre, si dimostra che l'integrale del prodotto di due armoniche differenti, $h \neq k$, sul periodo è nullo quindi $F_{(\alpha)}$ e $B_{m(\xi)}$ sono ortonormali.

Infine gli ordini armonici presenti nel flusso concatenato λ_m devono essere contenuti sia nella $F_{(\alpha)}$ sia nella $B_{m(\xi)}$, ne segue che si può eliminare una determinata armonica da λ_m agendo su $F_{(\alpha)}$ o su $B_{m(\xi)}$ separatamente. Le armoniche principalmente problematiche sono le successive alla fondamentale quindi la 5^a, 7^a e la 11^a

$$F_{(\alpha)} = F_1 \cos(\alpha) + F_5 \cos(5\alpha) + F_7 \cos(7\alpha) + F_{11} \cos(11\alpha)$$

$$B_{m(\xi)} = B_{m1} \cos(\xi) + B_{m5} \cos(5\xi) + B_{m7} \cos(7\xi) + B_{m11} \cos(11\xi)$$

È possibile ridurre l'ampiezza di queste armoniche attraverso l'uso di avvolgimenti statorici con fasi intrecciate o a riempimento parziale e, nel rotore, introducendo il vano interpolare nel magnete permanente.

L'espressione della fondamentale del flusso concatenato diventa:

$$\lambda_{m1} = r * l * \frac{1}{2} \left\{ \int_{-\pi}^{\pi} F_1 * B_{m1} * \cos(\alpha) * \cos(\alpha - \theta) d\alpha \right\} \quad (1.2.7)$$

Dove

- F_1 È l'ampiezza della prima armonica di $F_{(\alpha)}$

$$F_1 = \frac{N_{ss}}{\sqrt{3} * p} \quad (1.2.8.8)$$

- B_{m1} È Ampiezza della prima armonica di $B_{m(\xi)}$

$$B_{m1} = \frac{2}{\sqrt{3}} B_0 \quad (1.2.8.9)$$

Sostituendo i valori di picco e svolgendo l'integrale si ottiene una fondamentale del flusso concatenato cosinusoidale (6):

$$\lambda_{m1} = r * l * \frac{2}{\sqrt{3}} B_0 * \frac{N_{ss}}{\sqrt{3} * p} * K_{avv} * \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(\alpha) * \cos(\alpha - \theta) d\alpha$$

$$\lambda_{m1} = r * l * \frac{2}{\sqrt{3}} B_0 * \frac{N_s}{\sqrt{3} * p} * K_{avv} * \frac{1}{2} * \cos(\theta) * \int_{-\pi}^{\pi} d\alpha$$

$$\lambda_{m1} = r * l * \frac{2}{\sqrt{3}} B_0 * \frac{N_{ss}}{\sqrt{3} * p} * K_{avv} * \cos(\theta) \quad (1.2.10)$$

Dove

- K_{avv} è il fattore di avvolgimento

1.3 Analisi del SMPM in assi di riferimento 123

Come detto nel paragrafo 1.1, la connessione degli avvolgimenti statorici è a stella senza neutro come mostrato nella figura sottostante

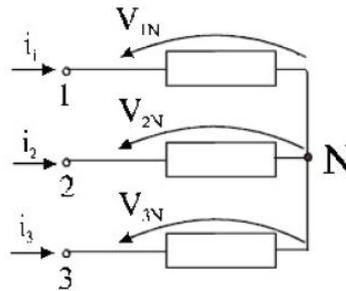


Fig. 6 Connessione a stella degli avvolgimenti statorici

Essendo la macchina trifase [2] sono presenti tre avvolgimenti che: creano f.e.m, concatenano flussi, si accoppiano in funzione del circuito magnetico della macchina e assumono, per convenzione, il segno degli utilizzatori. È possibile definire per ogni avvolgimento un'equazione elettrica e una magnetica. Poiché la macchina è trifase, si hanno tre avvolgimenti quindi tre equazioni elettriche e tre magnetiche. Considerando la tensione di fase-centro stella v_{iN} , è possibile scrivere, in forma generale, le equazioni elettriche come somma dei seguenti contributi:

- Contributo dovuto alla resistenza del i-esimo avvolgimento R_{s_i}
- Contributo dovuto alla variazione nel tempo del flusso totale concatenato con l'avvolgimento i-esimo λ_i o forza elettromotrice.

In forma compatta si ottiene l'espressione generale:

$$[v_{iN}] = R_{s_i} * [i_i] + \frac{d[\lambda_i]}{dt} \quad (1.3)$$

Dove

- $i = 1, 2, 3$ sono le fasi del motore
- v_{iN} Tensione della fase i-esima con il centro stella N
- i_i Corrente della fase i-esima

- R_{s_i} Si assume uguale per tutte le fasi quindi è una matrice diagonale e simmetrica
- λ_i Flusso concatenato con l'avvolgimento i-esimo prodotto dalle correnti che circolano nei diversi avvolgimenti della macchina

Sviluppando per le tre fasi si ha:

$$\begin{cases} v_{1N} = R_s * i_1 + \frac{d\lambda_1}{dt} \\ v_{2N} = R_s * i_2 + \frac{d\lambda_2}{dt} \\ v_{3N} = R_s * i_3 + \frac{d\lambda_3}{dt} \end{cases} \quad (1.3.1)$$

Per quanto riguarda le equazioni magnetiche, su ogni avvolgimento si concatena un flusso somma dei contributi delle autoinduttanze L_i , mutueinduttanze M_{ij} e magneti permanenti $\lambda_{im(\theta)}$. L'espressione del flusso concatenato per la i-esima fase, considerando l'effetto della sola prima armonica è:

$$\begin{cases} \lambda_1 = L_1 * i_1 + M_{12} * i_2 + M_{13} * i_3 + \lambda_{m1(\theta)} \\ \lambda_2 = M_{21} * i_1 + L_2 * i_2 + M_{23} * i_3 + \lambda_{m2(\theta)} \\ \lambda_3 = M_{31} * i_1 + M_{32} * i_2 + L_3 * i_3 + \lambda_{m3(\theta)} \end{cases} \quad (1.3.2)$$

Essendo la connessione a stella, la somma delle tre correnti deve essere uguale a zero quindi il vettore corrente $[i]$ sta su un piano

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \quad (1.3.3)$$

Inoltre la macchina in esame è isotropa di conseguenza le mutueinduttanze non dipendono dalla direzione.

$$M_{ij} = M_{ji} \quad (1.3.4)$$

Sostituendo le equazioni (1.3.3) e (1.3.4) in (1.3.2) si ottiene:

$$\begin{cases} \lambda_1 = (L_1 - M) * i_1 + \lambda_{m1(\theta)} \\ \lambda_2 = (L_2 - M) * i_2 + \lambda_{m2(\theta)} \\ \lambda_3 = (L_3 - M) * i_3 + \lambda_{m3(\theta)} \end{cases} \quad (1.3.5)$$

Con

$$L_i - M = \frac{3}{2} * L + L_d = L_s \quad (1.3.5.1)$$

Dove

- L_d Indica l'induttanza di dispersione.

Sostituendo la equazione (1.3.5.1) in (1.3.5) si ha:

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{bmatrix} = L_s \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{m1(\theta)} \\ \lambda_{m2(\theta)} \\ \lambda_{m3(\theta)} \end{bmatrix} \quad (1.3.5.2)$$

In forma compatta:

$$[\lambda_i] = L_s * [i_i] + [\lambda_{mi(\theta)}] \quad (1.3.6)$$

Sostituendo l'equazione (1.3.6) nella (1.3) si ha:

$$[v_{iN}] = R_s * [i_i] + L_s * \frac{d[i_i]}{dt} + \frac{d[\lambda_{m_i}]}{dt} \quad (1.3.7)$$

Ponendo

$$\frac{d[\lambda_{m_i}]}{dt} = e_i \quad (1.3.7.1)$$

Con

- e_i F.e.m a vuoto prodotta dai magneti permanenti

Si ottiene:

$$[v_{iN}] = R_s * [i_i] + L_s * \frac{d[i_i]}{dt} + [e_i] \quad (1.3.7.2)$$

In accordo con l'espressione (1.3.7.2), il circuito equivalente del motore SMPM è:

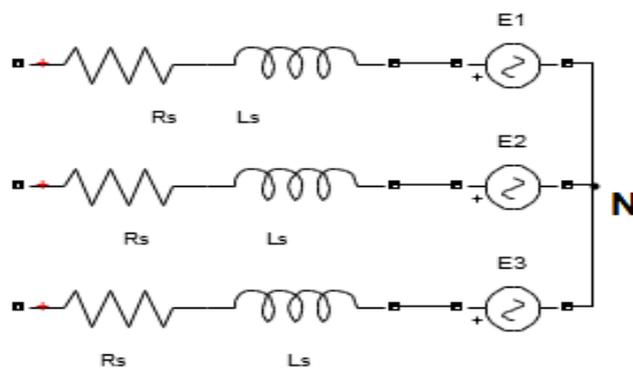


Fig. 7 Circuito equivalente SMPM

Lo scopo di una macchina elettrica è di convertire l'energia elettrica in energia meccanica o viceversa per cui occorre ricavare l'espressione della coppia attraverso il seguente bilancio energetico:

$$[i_i]^T * [v_{iN}] = [i_i]^T * R_s * [i_i] + [i_i]^T * L_s * \frac{d[i_i]}{dt} + [i_i]^T * [e_i] \quad (1.3.8)$$

Dove

- $[i_i]^T * [v_{iN}]$ Rappresenta la potenza elettrica in entrata a statore.
- $[i_i]^T * R_s * [i_i]$ Rappresenta le perdite per effetto Joule.
- $[i_i]^T * L_s * \frac{d[i_i]}{dt}$ Rappresenta la derivata temporale dell'energia magnetica considerando L_s costante.
- $[i_i]^T * [e_i]$ Rappresenta la potenza meccanica, trascurando le perdite nel ferro

$$[i_i]^T * [e_i] = [i_i]^T * \frac{d[\lambda_{mi}]}{dt} \quad (1.3.9)$$

Moltiplicando per $d\theta$ numeratore e denominatore del secondo membro si ottiene

$$[i_i]^T * \frac{d[\lambda_{mi}]}{d\theta} * \frac{d\theta}{dt} = [i_i]^T * \frac{d[\lambda_{mi}]}{d\theta} * p * w_r \quad (1.3.9.1)$$

Dividendo per la velocità meccanica, si ricava l'espressione della coppia cercata:

$$T = p * [i_i]^T * \frac{d[\lambda_{mi}]}{d\theta} \quad (1.3.9.2)$$

Per mantenere inalterata l'espressione della coppia T è necessario mantenere inalterata la lunghezza dei vettori $[i_i]^T$ e $\frac{d[\lambda_{mi}]}{d\theta}$

Poiché l'avvolgimento del motore è a stella senza neutro la somma delle correnti è nulla quindi il vettore corrente $[i_i]$ è costretto a stare su un piano.

Contrariamente la somma del vettore $\frac{d[\lambda_{mi}]}{d\theta}$ non è nulla per via delle armoniche triple caratterizzanti la forma d'onda ad elmo dell'induzione magnetica B_m . È possibile dimostrare che le terze armoniche non producono coppia in quanto la corrente presenta terze armoniche in fase e la loro somma è nulla.

In definitiva la coppia non è affetta dalle armoniche triple e si considera la somma del vettore delle derivate del flusso nulla e sullo stesso piano del vettore delle correnti.

Per mantenere inalterata l'espressione della coppia nello spazio si moltiplica di un fattore di scala $\frac{3}{2}$

$$T = \frac{3}{2} * p * \bar{i} x \frac{d\bar{\lambda}_m}{d\theta} \quad (1.3.9.3)$$

È opportuno ricordare che la coppia non dipende dal numero di paia poli in quanto la derivata del flusso concatenato a statore è inversamente proporzionale al numero di coppie polari come calcolato nell'equazione (1.2.10).

1.4 Modello dinamico in assi rotanti dq

Il controllo del servomotore Brushless di tipo sinusoidale è un controllo vettoriale di corrente rispetto alla posizione del rotore. Per controllare la macchina sugli assi bifase rotanti è indispensabile svolgere le relative trasformazioni del modello del motore da assi di riferimento fissi trifase fino a assi bifase rotanti dq [2].

Si introduce la trasformata di Clarke "Power Invariant" t da assi trifase fissi 123 a assi bifase stazionari $\alpha\beta$ di statore:

$$t = \sqrt{\frac{2}{3}} * \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

$$\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \\ X_o \end{bmatrix} = t * \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} \quad (1.4.1)$$

La matrice di trasformazione presenta le seguenti caratteristiche:

- È costante
- Conserva il formalismo delle potenze
- Non conserva i moduli di tensione e corrente in quanto li scala di $\sqrt{\frac{3}{2}} = 1,22$.
- Le grandezze trasformate mantengono la forma d'onda.
- Riduce il numero di equazioni differenziali del sistema da tre a due.

Supponendo gli assi dq ruotati in senso antiorario di θ rispetto agli assi $\alpha\beta$ stazionari, si ha la seguente matrice di trasformazione antioraria di Park, da assi stazionari $\alpha\beta$ a assi rotanti dq di rotore:

$$t_{\theta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.4.2)$$

$$\begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X_{\alpha} \\ X_{\beta} \end{bmatrix} \quad (1.4.2.1)$$

Dove

- θ Individua la posizione dell'asse d rotorico rispetto all'asse α stazionario

$$\theta = \int p * w_r * dt \quad (1.4.3)$$

- w_r Velocità meccanica del rotore [rad/s].
- La matrice di trasformazione cambia le coordinate di uno stesso vettore da $\alpha\beta$ a dq. Per la rotazione di vettore basta moltiplicare $e^{-j*\theta}$

Il modello che si ottiene in assi rotanti, in accordo con precedenti ricerche [3] e [5], è il seguente:

$$V_{dq} = R_s * i_{dq} + \frac{d}{dt}(\lambda_{dq}) + j * p * w_r * \lambda_{dq} \quad (1.4.4)$$

$$\lambda_{dq} = L_s * i_{dq} + \begin{bmatrix} \lambda_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.4.5)$$

$$T = \frac{3}{2} * p * (\lambda_d * i_q - \lambda_q * i_d) \quad (1.4.6)$$

$$T - T_{load} = J_{eq} * \frac{d}{dt}(w_r) \quad (1.4.7)$$

$$\theta = \frac{d}{dt}(w_r) \quad (1.4.8)$$

Il passaggio da assi di riferimento trifase a bifase rotanti ha prodotto un termine di connessione tra gli assi diretto e quadratura “ $j * p * w_r * \lambda_{dq}$ ”. Inoltre, come si evince dall'equazione (1.4.5), nell'ipotesi di linearità magnetica, senza saturazione del ferro, e isotropia del motore i magneti permanenti si pongono sull'asse diretto.

Scomponendo le equazioni (1.4.4) e (1.4.5) in asse diretto e quadratura, ricordando che l'operatore “j” ruota di 90° in senso antiorario, si ottiene:

$$V_d = R_s * i_d + \frac{d}{dt}(\lambda_d) - p * w_r * \lambda_q \quad (1.4.4.1)$$

$$V_q = R_s * i_q + \frac{d}{dt}(\lambda_q) + p * w_r * \lambda_d \quad (1.4.4.2)$$

$$\lambda_d = L_s * i_d + \lambda_m \quad (1.4.5.1)$$

$$\lambda_q = L_s * i_q \quad (1.4.5.2)$$

Sostituendo le equazioni dei flussi (1.4.5.1) e (1.4.5.2) in quelle delle tensioni (1.4.4.1) e (1.4.4.2) si ottiene la relazione scalare delle componenti della tensione di statore:

$$V_d = R_s * i_d + L_s * \frac{d}{dt} i_d + L_s * \frac{d}{dt} (\lambda_m) - p * w_r * L_s * i_q \quad (1.4.9)$$

$$V_q = R_s * i_q + L_s * \frac{d}{dt} i_q + p * w_r * (L_s * i_d + \lambda_{md}) \quad (1.4.10)$$

È possibile ricavare il modello dinamico delle correnti di statore del motore in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} (i_d) \\ \frac{d}{dt} (i_q) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & p * w_r \\ -p * w_r & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_d}{L_s} \\ \frac{V_q}{L_s} - p * w_r * \lambda_m \end{bmatrix} \quad (1.4.11)$$

con

- $p * w_r = w$ Rappresenta la velocità angolare elettrica del rotore [rad/s]
- La derivata temporale del flusso dei magneti permanenti $\frac{d}{dt} (\lambda_m)$ si assume uguale a zero in quanto il flusso dei magneti permanenti è costante

Il sistema di equazioni è lineare, autonomo e a coefficienti costanti se w_r è costante. In generale i transitori meccanici sono distanti in termini di tempo dai transitori elettrici per cui è possibile considerare w_r costante.

Per lo studio degli autovalori o poli del motore, è necessario ricavare l'espressione dell'equazione caratteristica del sistema.

$$\text{Det}|s * I - A| = 0 \quad (1.4.11)$$

Dove

- I è la matrice identità con dimensione 2.
- $A = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & p * w_r \\ -p * w_r & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix}$ Rappresenta la matrice di stato.

Svolgendo il determinante dell'equazione (1.4.11) si arriva alla seguente espressione:

$$\left(s + \frac{R_s}{L_s}\right)^2 + p^2 * w_r^2 = 0 \quad (1.4.11)$$

Sviluppando la parentesi al quadrato

$$s^2 + 2 * s * \frac{R_s}{L_s} + \frac{R_s^2}{L_s^2} + w^2 = 0 \quad (1.4.12)$$

In termini controllistici l'equazione canonica assume la forma seguente:

$$s^2 + s * 2 * \xi * w_o + w_o^2 = 0 \quad (1.4.13)$$

Con

- w_o Pulsazione naturale del motore [rad/s]
- ξ Smorzamento del sistema

Uguagliando le espressioni (1.4.12) e (1.4.13) si ottiene:

$$w_o^2 = \frac{R_s^2}{L_s^2} + w^2 \quad (1.4.13.1)$$

$$2 * \xi * w_o = 2 * \frac{R_s}{L_s} \quad (1.4.13.2)$$

$$\xi = \frac{R_s}{L_s * w_o} \quad (1.4.13.3)$$

Per i calcoli che seguono si prende riferimento al Data Sheet del motore SMPM in appendice A.

- Per velocità angolare rotorica nulla le soluzioni all'equazione di secondo grado (1.4.12) sono:

$$s_{1,2} = -\frac{R_s}{L_s} = -\frac{0.43}{0.00172} = -250 \frac{rad}{s}$$

Essendo i poli reali e coincidenti, il sistema è smorzato e il polo elettrico coincide con il polo meccanico del motore, come mostrato in figura 8.

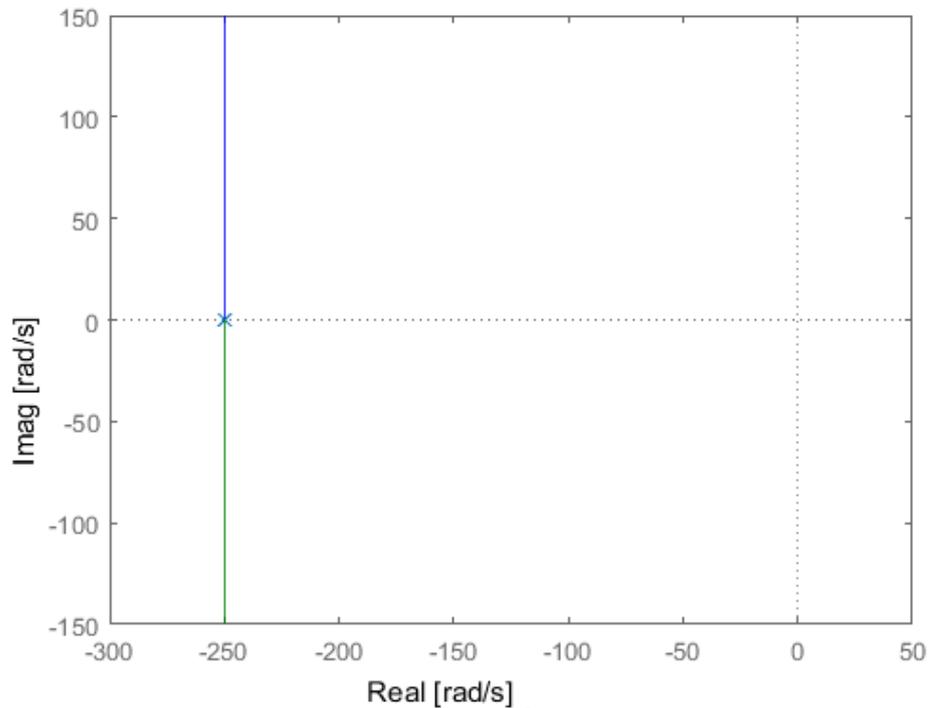


Fig. 8 Posizione dei poli del motore sull'asse reale-immaginario

Lo smorzamento e la pulsazione naturale si trovano dalle formule (1.4.13.1) e (1.4.13.2)

$$w_o = 250 \frac{rad}{s}$$

$$\xi = \frac{R_s}{L_s * w_o} = 1$$

■ Per velocità angolare rotorica di:

$$w_r = 1000 \text{ rpm} = 104.7 \frac{rad}{s}$$

Si ha:

$$w = p * w_r = 523,5 \frac{rad}{s}$$

Le soluzioni all'equazione (1.4.12) sono:

$$s_{1,2} = -\xi * w_o \pm w_o * \sqrt{1 - \xi^2} * i$$

$$s_{1,2} = -250 \pm 523.18i \frac{rad}{s}$$

Rispetto al caso precedente, i poli sono complessi coniugati come mostrato in figura 10, la pulsazione naturale del motore è aumentata e lo smorzamento è diminuito.

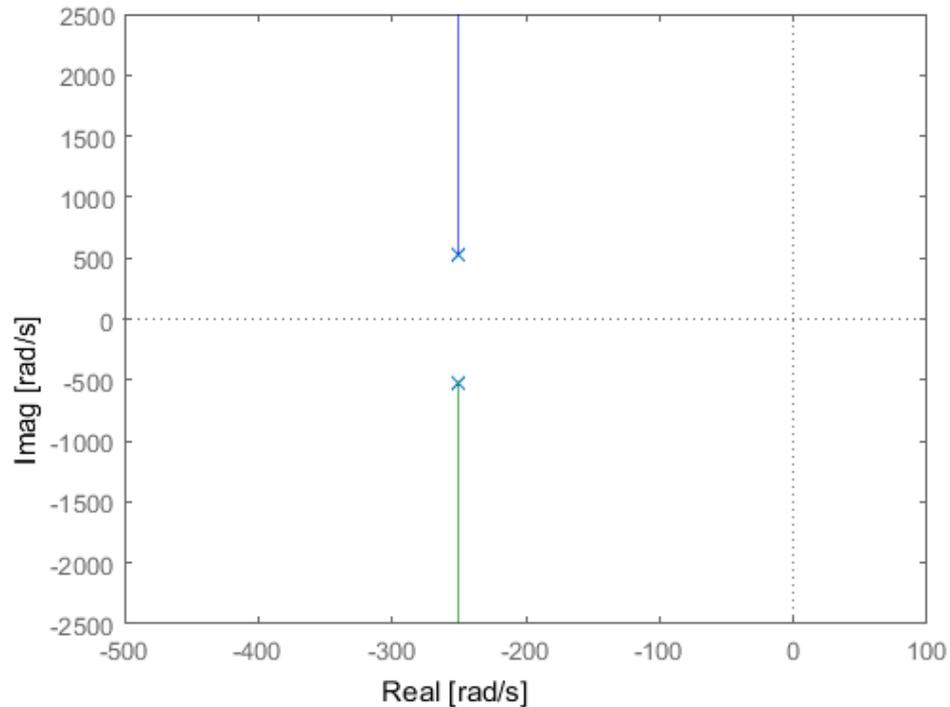


Fig. 9 Posizione dei poli del motore sull'asse reale-immaginario

Analogamente al caso precedente, si calcolano lo smorzamento e la pulsazione del motore attraverso le formule (1.4.13.1) e (1.4.13.2)

$$\omega_o^2 = \frac{R_s^2}{L_s^2} + \omega^2$$

$$\omega_o = 580.13 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$2 * \xi * \omega_o = 2 * \frac{R_s}{L_s}$$

$$\xi = \frac{R_s}{L_s * \omega_o} = 0.431$$

In conclusione, a velocità elevate, si deve necessariamente prevedere un controllo con retroazione in modo da smorzare il sistema perché

all'aumentare della velocità del rotore il motore diventa sempre più sotto smorzato.

1.5 Strategia di controllo

Nelle macchine elettriche esistono due ampi campi di applicazione, “mandrino” e “asse”. Nel primo la velocità massima raggiungibile dalla macchina è molto più grande rispetto alla velocità nominale. Nel secondo la velocità base o nominale non è molto distante da quella massima raggiungibile. Quest'ultimo è il caso del servomotore brushless tipo sinusoidale.

Le equazioni del modello dinamico del SMPM, trovate nel paragrafo 1.4, sono:

$$V_{dq} = R_s * i_{dq} + j * p * \omega_r * \lambda_{dq} \quad (1.4.4)$$

$$\lambda_{dq} = L_s * i_{dq} + \begin{bmatrix} \lambda_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.4.5)$$

$$T = \frac{3}{2} * p * (\lambda_d * i_q - \lambda_q * i_d) \quad (1.4.6)$$

$$T - T_{load} = J_{eq} * \frac{d}{dt}(\omega_r) \quad (1.4.7)$$

$$\Theta_r = \frac{d}{dt}(\omega_r) \quad (1.4.8)$$

Sostituendo l'equazione (1.4.5) all'espressione generale della coppia in assi bifase rotanti (1.4.6) si ottiene la coppia in funzione della sola corrente quadratura, grazie alla proprietà di isotropia della macchina:

$$T = \frac{3}{2} * p * (\lambda_d * i_q - \lambda_q * i_d) \quad (1.4.6)$$

$$T = \frac{3}{2} * p * ((L_s * i_d + \lambda_m) * i_q - L_s * i_q * i_d)$$

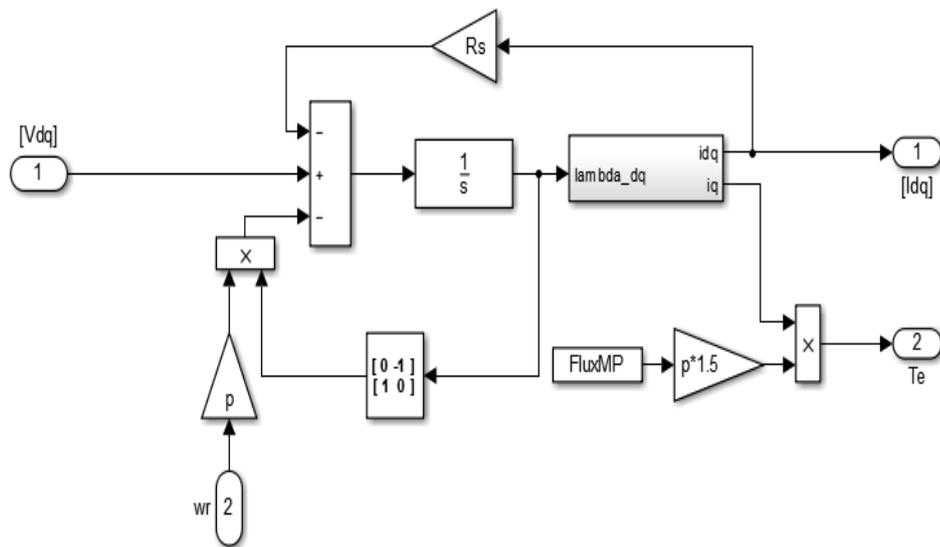
$$T = \frac{3}{2} * p * (\lambda_m * i_q + (L_s - L_s) * i_q * i_d)$$

$$T = \frac{3}{2} * p * \lambda_m * i_q * \sin(\gamma) \quad (1.5)$$

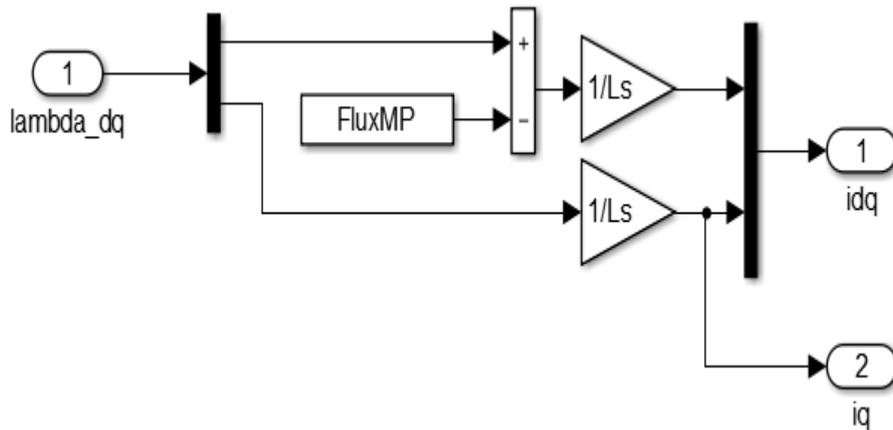
Dove

- γ Rappresenta l'angolo tra il vettore corrente e il flusso dei magneti permanenti.

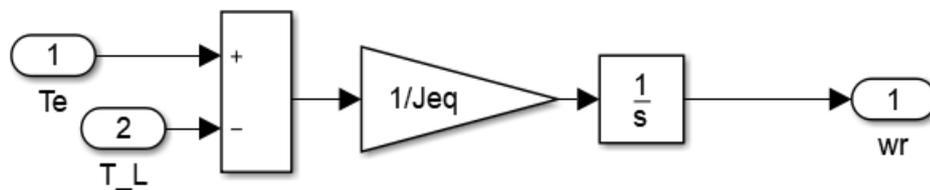
La figura 10 mostra il diagramma a blocchi del motore modellato in assi di riferimento rotanti costruito in ambiente Simulink.



a)



b)



c)

Fig. 10 Schema a blocchi del modello dq del motore: a) motore SMPM b) equazione dei flussi c) equazione meccanica

Nel controllo di coppia risulta privo di senso inserire corrente in asse diretto in quanto la coppia non è funzione di essa. Una volta ottenuta l'espressione della coppia del motore SMPM è utile conoscere anche il luogo dei punti che massimizzano la coppia per una data corrente ovvero il MTPA, Maximum Torque per Ampere. Per individuare il MTPA si deriva l'espressione della coppia (1.5) rispetto lo stesso angolo γ

$$\frac{d}{d\gamma}(T) = \frac{3}{2} * p * \lambda_m * i_q * \cos(\gamma) = 0$$

$$\gamma = 90^\circ$$

$$i_d = 0$$

Quindi il luogo dei punti del MTPA coincide con l'asse quadratura. Sia nelle applicazioni "mandrino" sia nelle applicazioni tipo "asse" si identificano due regioni di lavoro:

- 1) Coppia Costante (Constant Torque)
- 2) Potenza Costante o deflussaggio (Constant Power)

Nella zona 1) il controllo della coppia fino a velocità nominale, del motore in esame, viene effettuato sul MTPA o asse quadratura cioè inchiodando il vettore corrente i_{dq} sincrono e in quadratura con il vettore del flusso dei magneti permanenti λ_m . In queste condizioni le componenti del flusso totale concatenato λ_{dq} sono:

$$\lambda_d = \lambda_m \quad (1.5.1)$$

$$\lambda_q = L_s * i_q \quad (1.5.2)$$

Si osserva che per valori nominali di corrente $i_{dqN} = i_q$ il flusso λ_q è circa $\frac{1}{5}$ di λ_m quindi il flusso totale concatenato è posizionato sul primo quadrante molto prossimo all'asse diretto. Inoltre trascurando le cadute di tensione resistive e in regime sinusoidale il fasore della tensione (1.4.4) è a 90° in anticipo al vettore λ_{dq} e circa a 0° con il vettore della corrente i_{dq} questo si traduce in un fattore di potenza circa unitario.

$$V_{dq} \sim J * \omega * \lambda_{dq}$$

Nel caso di funzionamento a regime sinusoidale di un motore due poli, le componenti della tensione di statore sono:

$$V_d = -p * \omega_r * \lambda_q = -p * \omega_r * L_s * i_q \quad (1.5.3)$$

$$V_q = R_s * i_q + p * w_r * \lambda_m = R_s * i_q + E \quad (1.5.4)$$

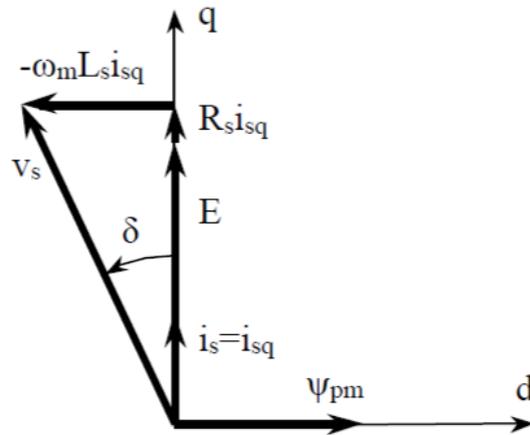


Fig.10 Diagramma vettoriale del motore brushless a regime

Si osserva in figura 10 [7] che il triangolo rettangolo con ipotenusa il vettore tensione ha tutti e due i cateti proporzionali alla velocità meccanica rotorica quindi, se la velocità aumenta, l'angolo δ rimane costante e l'ampiezza del vettore tensione cresce proporzionalmente alla pulsazione stessa. È possibile aumentare la tensione fino al limite fornito dall'alimentazione come mostrato in figura 11 [7] di conseguenza la velocità base o nominale raggiungibile dipende dalla tensione del bus e dal grado di isolamento dell'avvolgimento statorico. Inoltre, dato che il controllo dinamico di corrente richiede una corrente in asse quadratura nella zona coppia costante, se si lavorasse con tensione massima saturata verrebbe a mancare il margine di tensione attuo a concentrare la corrente sull'asse quadratura.

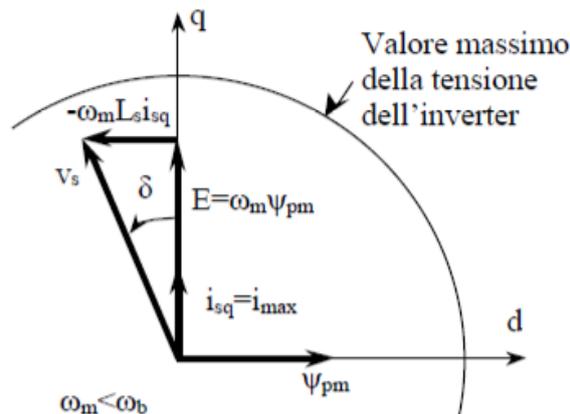


Fig.11 Limite di tensione

Una volta che si arriva alla velocità base non è più possibile aumentare la velocità aumentando la tensione dunque in tale regione occorre cambiare la strategia di controllo. Si riduce la i_q per lasciare spazio a i_d negativa in modo che risulti sempre la corrente nominale:

$$\sqrt{i_d^2 + i_q^2} \leq I_N \quad (1.5.5)$$

Così facendo si può aumentare la velocità, mantenendo la tensione massima e la corrente nominale, ma con una i_q e quindi una coppia, minore.

Si arriva alla zona di deflussaggio della macchina dove si raggiunge velocità maggiore della nominale a potenza pressoché invariata. Per deflussaggio si intende una diminuzione del flusso attraverso una compensazione del flusso dei magneti permanenti. La seguente tecnica si basa sull'iniezione di corrente lungo l'asse d negativo in questo modo le componenti di flusso diventano:

$$\lambda_d = -L_s * i_d + \lambda_m \quad (1.5.6)$$

$$\lambda_q = L_s * i_q \quad (1.5.7)$$

La componente di corrente i_q diminuisce per avere maggiore i_d a corrente nominale come mostrato in figura 12 [7].

$$V_d = +R_s * (-i_d) - p * w_r * \lambda_q \quad (1.5.8)$$

$$V_q = R_s * i_q + p * w_r * \lambda_m + p * w_r * (-i_d) \quad (1.5.9)$$

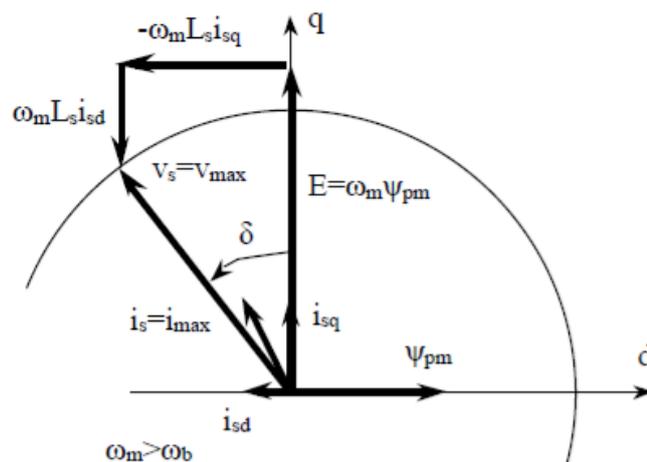


Fig.12 Diagramma vettoriale che illustra il ruolo delle correnti dirette i_d

In sostanza il vettore flusso concatenato si muove nel primo quadrante verso l'asse quadratura rispettando i limiti di corrente e tensione perché superare i limiti nominali significa ridurre la vita dell'isolamento o prevedere un sistema di raffreddamento adeguato.

$$i_d^2 + i_q^2 = I_N \quad (1.5.10)$$

$$\left(\frac{\lambda_d - \lambda_m}{L_s}\right)^2 + \left(\frac{\lambda_q}{L_s}\right)^2 = I_N \quad (1.5.11)$$

Infine il SMPM non è un motore adatto a lavorare a velocità molto maggiori rispetto la velocità base infatti aumentando la velocità, la corrente si muove in senso antiorario lungo la circonferenza di corrente nominale (1.5.10) mentre il flusso si muove lungo un'ellisse (1.5.11), si ha un aumento dell'angolo tra corrente e tensione quindi il fattore di potenza si riduce. Inoltre non si può ottenere, a corrente nominale, una compensazione del flusso dei magneti permanenti totale in quanto nel caso estremo di coppia nulla si ha:

$$L_s * i_{dN} < \lambda_m$$

$$L_s * i_{dN} = 0.015 \quad [Wb]$$

$$\lambda_m = 0.05028 \quad [Wb]$$

Capitolo 2 Inverter PWM

Il seguente capitolo prende riferimento dal corso di Elettronica Industriale del Politecnico di Torino [10].

2.1 Generalità sugli Inverter

Il convertitore elettronico di potenza svolge un ruolo fondamentale all'interno del controllo delle macchine elettriche perché, grazie a questo, è possibile controllare i flussi di energia fornita o ricevuta tra la sorgente di tensione e la macchina. In generale i convertitori elettronici di potenza sono convertitori statici realizzati con dispositivi elettronici di potenza a semiconduttori tipo diodi, igbt etc e sono costituiti da:

- Elementi reattivi come induttori o condensatori.
- Dispositivi di misura (tensione corrente).
- Collegamenti (cablaggi).
- Protezioni (interruttori).
- Sistema di raffreddamento (ventole).
- Controllore o driver, il cui compito è di generare i comandi del convertitore di potenza in base a una legge di regolazione per ottenere una conversione efficiente di energia.

Poiché esistono diverse tipologie di convertitori, in questo elaborato sperimentale ci si sofferma solo alla descrizione del convertitore trifase DC/AC o Inverter a tensione impressa VSI, Voltage Supply Inverter, mostrato in figura 13.

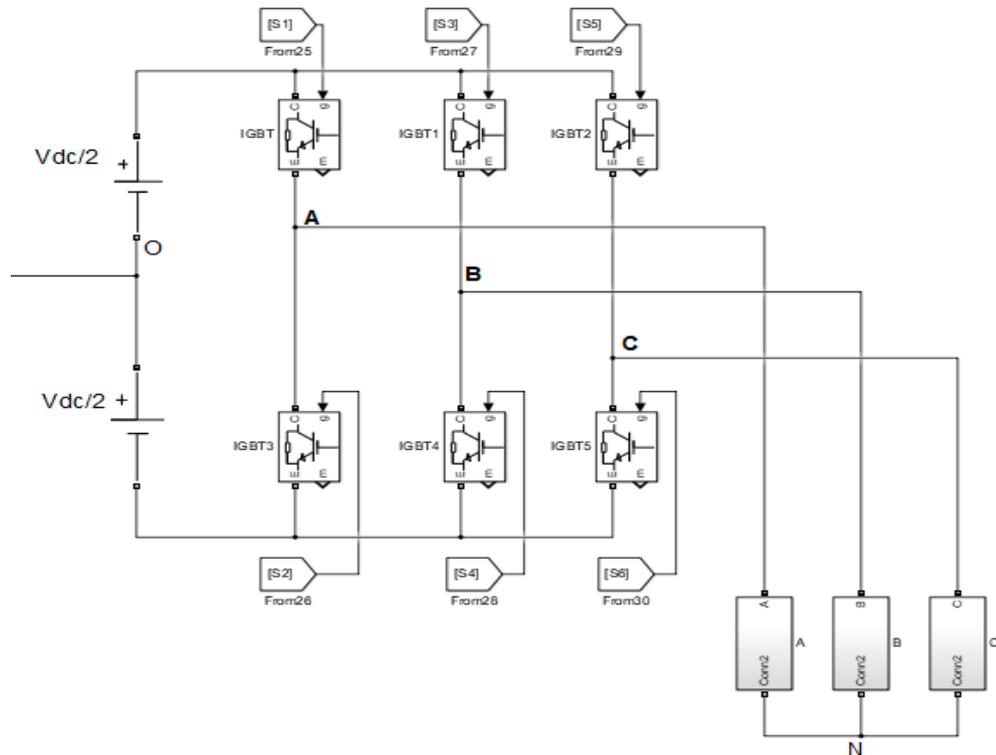


Fig.13 Inverter trifase

Il convertitore presenta:

- Tre poli di commutazione.
- Un ingresso caratterizzato dalla tensione di bus V_{DC} divisa in due sorgenti di tensione continua per comodità.
- Tensioni di ramo V_{Ao}, V_{Bo}, V_{Co} uguali a $\pm \frac{V_{dc}}{2}$ in funzione dei rispettivi dispositivi di elettronica di potenza aperti, 0, o chiusi, 1.

$$s_1 = 1 \rightarrow V_{Ao} = \frac{V_{dc}}{2} \quad s_1 = 0 \rightarrow V_{Ao} = -\frac{V_{dc}}{2}$$

$$s_2 = 1 \rightarrow V_{Bo} = \frac{V_{dc}}{2} \quad s_2 = 0 \rightarrow V_{Bo} = -\frac{V_{dc}}{2}$$

$$s_3 = 1 \rightarrow V_{Co} = \frac{V_{dc}}{2} \quad s_3 = 0 \rightarrow V_{Co} = -\frac{V_{dc}}{2}$$

- Tensioni linea o concatenate

$$V_{AB} = V_{Ao} - V_{Bo}$$

$$V_{AC} = V_{Ao} - V_{Co}$$

$$V_{CB} = V_{Co} - V_{Bo}$$

- Tensioni sul carico

$$V_{AN} = V_{Ao} - V_{No}$$

$$V_{BN} = V_{Bo} - V_{No}$$

$$V_{CN} = V_{Co} - V_{No}$$

È possibile ricavare la differenza di potenziale tra il centro stella e il punto centrale dell'inverter V_{No} attraverso la seguente relazione

$$V_{AN} + V_{BN} + V_{CN} = V_{Ao} + V_{Bo} + V_{Co} - 3 * V_{No} = 0$$

Nell'ipotesi di carico equilibrato si ha:

$$3 * V_{No} = V_{Ao} + V_{Bo} + V_{Co}$$

Quindi note le tensioni di comando V_{io} (con $i=A,B,C$) è possibile conoscere le tensioni di linea e di fase.

2.2 Diodo

Il diodo di potenza è un dispositivo elettronico unidirezionale in corrente, non comandabile e costituito da due morsetti:

- Anodo, A.
- Catodo, K.

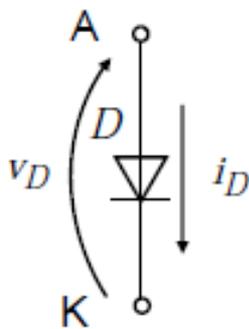


Fig. 14 Diodo

Il passaggio di corrente nel diodo dipende dal circuito nel quale è inserito, infatti, come mostrato nella caratteristica tensione-corrente figura 15

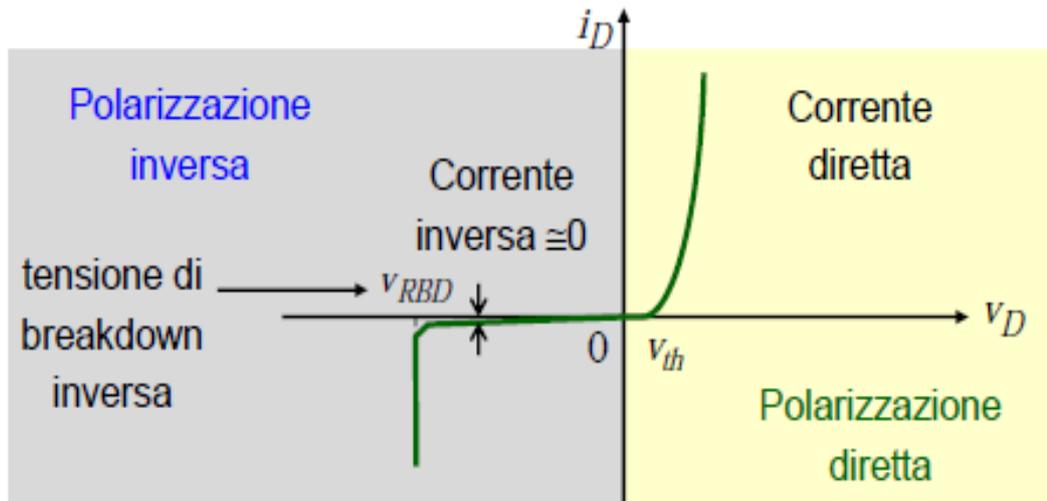


Fig. 15 Caratteristica tensione corrente del diodo

Lo stato di ON avviene quando il diodo è polarizzato direttamente cioè quando la tensione tra anodo e catodo V_D è maggiore della tensione di soglia

$$V_D > V_{th}$$

Mentre lo stato di OFF avviene in caso contrario e la corrente è praticamente nulla. Quando il diodo è polarizzato inversamente si ha:

$$V_D < 0$$

Se la tensione di polarizzazione inversa supera la tensione di breakdown il diodo conduce una corrente inversa importante che potrebbe danneggiare in maniera irreversibile il dispositivo.

2.3 IGBT

Il dispositivo IGBT, Insulated Gate Bipolar Transistor, integra un MOSFET nella parte di comando e un transistor nella parte di potenza. È costituito da tre morsetti come mostrato in figura 16:

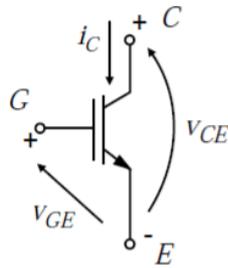


Fig. 16 IGBT

- Due morsetti di potenza: Collettore (C) e Emittitore (E)
- Un morsetto di comando: Gate (G)

Questo dispositivo è regolabile, a differenza del diodo, attraverso una tensione applicata dal circuito di comando o driver tra gate ed emittitore. La caratteristica tensione corrente è rappresentata in figura 17

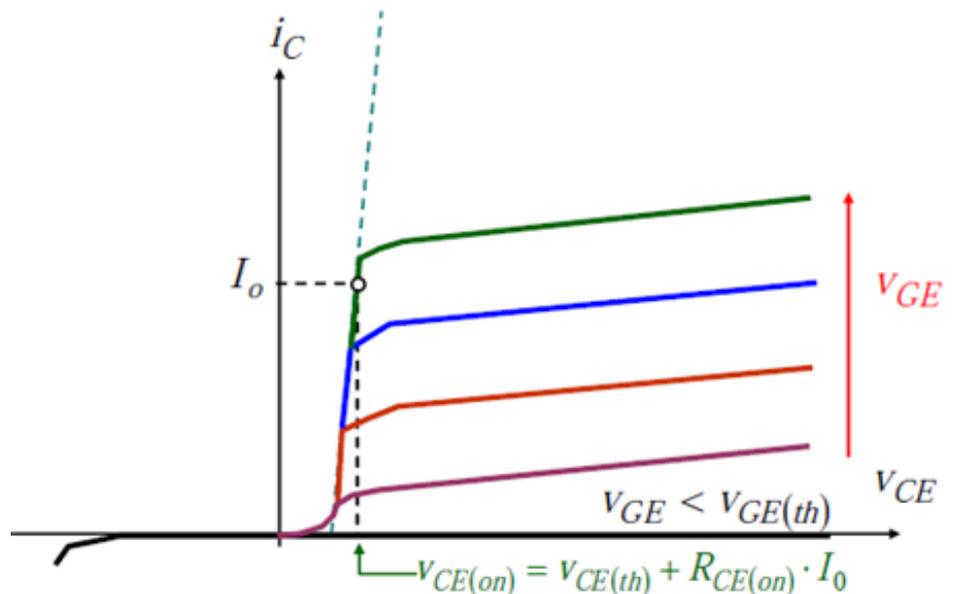


Fig. 17 Caratteristica tensione corrente IGBT

Lo stato di ON si verifica quando

$$v_{GE} > v_{GE(th)}$$

Mentre lo stato di OFF si ha per

$$v_{GE} < v_{GE(th)}$$

Se $|v_{CE}| < v_{CEmax}$ si ha la tensione di breakdown.

2.4 Regioni di funzionamento PWM

Le tensioni di comando o modulanti provengono da una trasformazione bifase-trifase e vengono confrontate con la portante triangolare le cui caratteristiche sono:

- Ampiezza ± 1
- $f_{sw} = 10 \text{ kHz}$
- $T_s = \frac{1}{f_{sw}} = 0,00005 \text{ s}$

Per generare una tensione fondamentale sinusoidale è necessario impostare un comando o media mobile sinusoidale quindi si assume una terna simmetrica di tensioni sfasate 120° . Inoltre la somma delle tre modulanti è nulla quindi la tensione omopolare è nulla.

$$v_{a(t)} + v_{b(t)} + v_{c(t)} = 0$$
$$\begin{cases} v_{a(t)} = V_{peak} * \sin(\omega t) \\ v_{b(t)} = V_{peak} * \sin(\omega t - 2 * \frac{\pi}{3}) \\ v_{c(t)} = V_{peak} * \sin(\omega t + 2 * \frac{\pi}{3}) \end{cases}$$

Dove

- $\omega = 2 * \pi * f \quad \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- f Rappresenta la frequenza fondamentale

È utile definire due indici:

- Indice di modulazione: rapporto tra la il picco del segnale di comando e la metà della tensione sul bus

$$m_a = \frac{V_{peak}}{V_{dc}} * 2$$

- Indice di frequenza: rapporto tra la frequenza di switching e la frequenza fondamentale del segnale di comando

$$m_f = \frac{f_{sw}}{f}$$

Per evitare che il comando superi la portante si costruisce il segnale modulante normalizzato come mostrato in figura 18

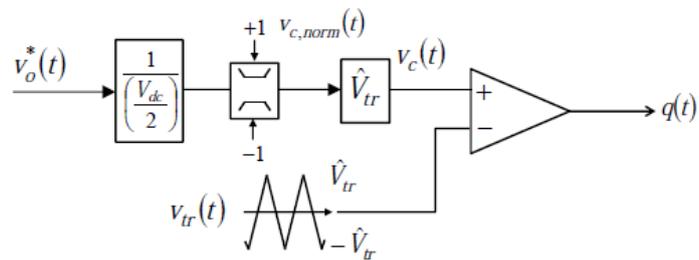


Fig. 18 Segnale modulante normalizzato

In uscita del convertitore si hanno tensioni:

- Con fondamentale pari alla frequenza della tensione di comando
- Armoniche di commutazione dovute al convertitore con frequenze multiple della frequenza di switching.

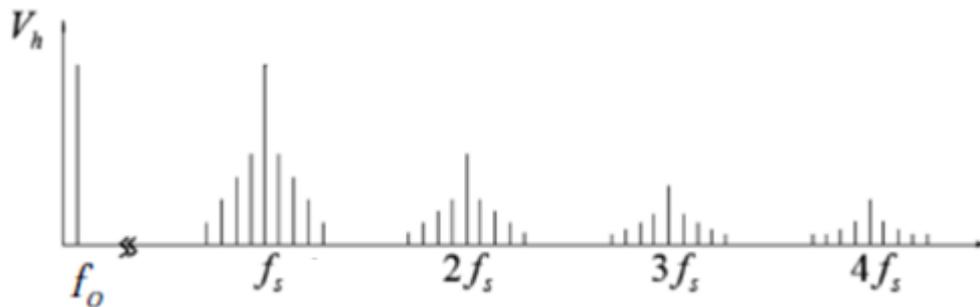


Fig. 19 Spettro armonico

La corrente di fase contiene una componente fondamentale dovuta alla tensione istantanea erogata e un ripple triangolare che può essere ridotto all'aumentare della f_{sw} o aggiungendo un filtro di corrente.

La modulazione PWM, in funzione dell'indice di modulazione, si distingue in tre zone:

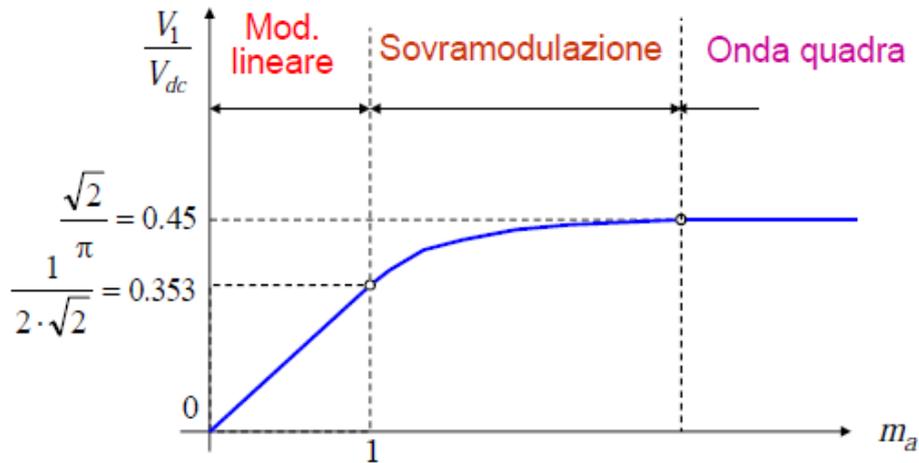


Fig. 20 Regioni di funzionamento PWM

La prima regione di funzionamento è chiamata “modulazione lineare”. Lineare perché il valore di picco della tensione fondamentale è pari al valore di picco della modulante. La componente fondamentale della tensione è la tensione di media mobile

$$V_{c(t)} = V_{1_{peak}} * \sin(\omega * t)$$

Le armoniche di tensioni erogate sono ad alta frequenza con bande centrate sulla frequenza di commutazione e multipli

Il valore efficace della tensione di uscita è

$$V_{1_{rms}} = m_a * \frac{V_{dc}}{2 * \sqrt{2}}$$

La tensione efficace limite si ha quando $m_a = 1$

La seconda modalità di funzionamento è chiamata “sovramodulazione” perché l’indice di modulazione è maggiore o uguale a 1 quindi il comando satura tra ± 1 . Si ottiene una modulante a forma di trapezio e nelle fasi di saturazione il dispositivo di potenza non commuta.

Il valore efficace della tensione fondamentale è compreso tra

$$1 * \frac{V_{dc}}{2 * \sqrt{2}} < V_{1_{rms}} < \frac{4}{\pi} * \frac{V_{dc}}{2 * \sqrt{2}}$$

Compiono le componenti armoniche di tensione a bassa frequenza 5 7 e la corrente inizia a distorcersi.

La terza e ultima regione di funzionamento si verifica quando l'indice di modulazione è molto maggiore di 1 ed è chiamata "modulazione a onda quadra" o "six step". In questa fase si hanno due commutazioni durante il periodo della fondamentale, massima distorsione della tensione in uscita e la fondamentale di tensione in uscita è un'onda quadra e ha ampiezza:

$$V_{1rms} = \frac{4}{\pi} * \frac{V_{dc}}{2 * \sqrt{2}}$$

Nel convertitore in esame la frequenza di switching è 10 kHz, la tensione di bus è 192 V. La tensione in uscita del convertitore è:

- Nella modulazione lineare pari a:

$$V_{1rms} = m_a * 67,88 \quad V$$

$$V_{1peak} = m_a * 95,99965 \quad V$$

- Nella modulazione onda quadra:

$$V_{1rms} = 86,43 \quad V$$

$$V_{1peak} = 122,23 \quad V$$

Nelle prime due regioni l'inverter è in grado di variare simultaneamente il valore efficace e la frequenza in uscita mentre in onda quadra il valore efficace satura.

Capitolo 3 Controllo in cascata del SMPM

Il seguente capitolo implementa e analizza due alternative di controllo di un motore SMPM e prende riferimento dai corsi di Azionamenti Elettrici [1], Elementi di Azionamenti Elettrici [8] del Politecnico di Torino, dal libro “*Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*” [4] e dal testo “*Appunti sul Controllo Predittivo basato sulla conoscenza del Modello*” [7]

3.1 Introduzione

Il controllo in cascata di un motore [8] ha lo scopo di eliminare, o comunque diminuire, lo scarto tra il segnale di riferimento e il segnale misurato ed è caratterizzato dalla presenza di più anelli di regolazione. L’anello di corrente o coppia è il più interno ed è caratterizzato da una banda passante maggiore rispetto agli anelli più esterni di velocità e posizione. In generale, nel controllo in cascata con regolatori P.I., si pone almeno una decade tra le bande passanti dei diversi anelli di conseguenza l’anello esterno percepisce l’anello al suo interno come un guadagno unitario. Per il dimensionamento dei regolatori di ciascun anello si parte dall’anello più interno verso l’esterno.

Un’alternativa ai regolatori P.I può essere rappresentata dal Model Predictive Control [7]. La strategia di controllo di quest’ultimo si basa sulla previsione dello sviluppo temporale del sistema fino a un determinato istante e genera un segnale di controllo che minimizza la funzione di costo del sistema.

3.2 Dimensionamento dei regolatori P.I dell’anello di corrente

Nel paragrafo 1.4 si sono ricavate le equazioni dinamiche delle correnti in asse diretto e quadratura adesso si consideri lo schema a blocchi risultante dall’equazione (1.4.11) con i regolatori di corrente P.I.

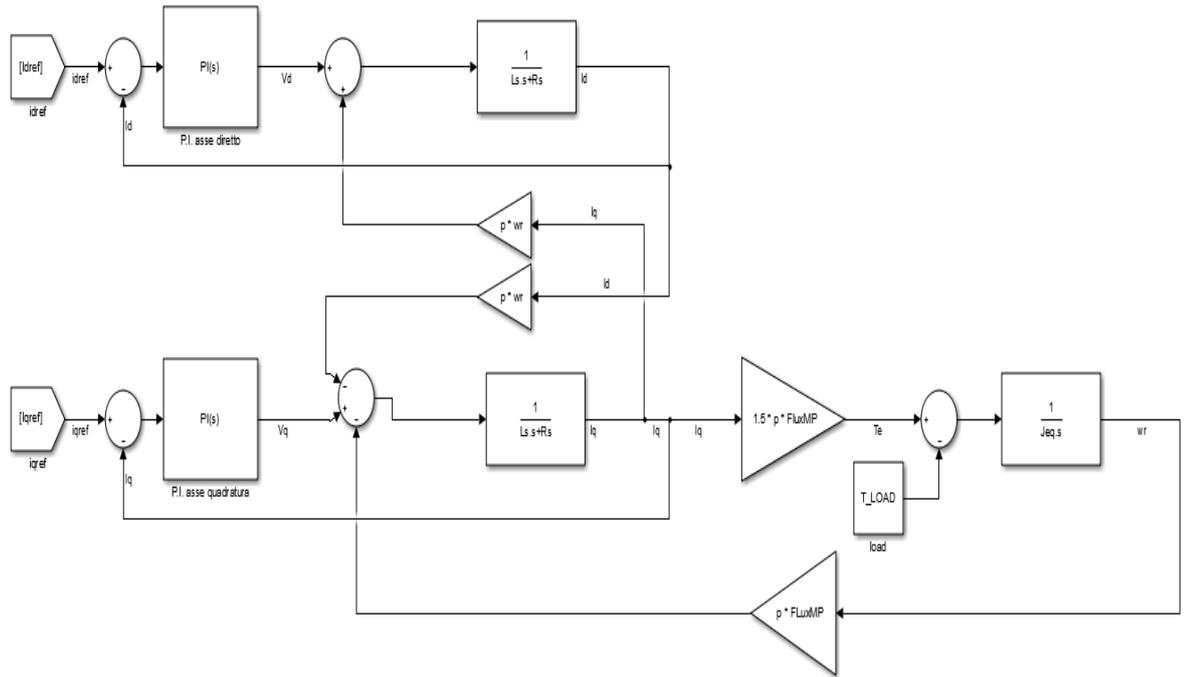


Fig. 21 Schema a blocchi motore SMPM

Per poter disaccoppiare gli assi diretto e quadratura si attua la retroazione di corrente con un regolatore P.I. con parte proporzionale e integrale scelte opportunamente in modo tale da avere la stessa dinamica sia sull'asse diretto sia sull'asse quadratura

Dall'immagine 21 si possono notare tre ingressi e tre uscite di interesse. I primi sono: la corrente di riferimento in asse diretto I_{dref} , la corrente di riferimento in asse quadratura I_{qref} e la coppia di carico T_{load} . I secondi sono: la corrente lungo l'asse diretto I_d , la corrente lungo l'asse quadratura I_q e la velocità angolare rotorica w_r .

Si vuole analizzare la funzione di trasferimento in anello chiuso $H_{cl(s)}$ con uscita I_q e ingresso I_{qref} per cui si trascurano gli ingressi T_{load} e I_{dref} e le uscite I_d e w_r . Lo schema a blocchi risultante è mostrato in figura 22

$$H_{cl(s)} = \frac{I_q}{I_{qref}} \quad (3.2)$$

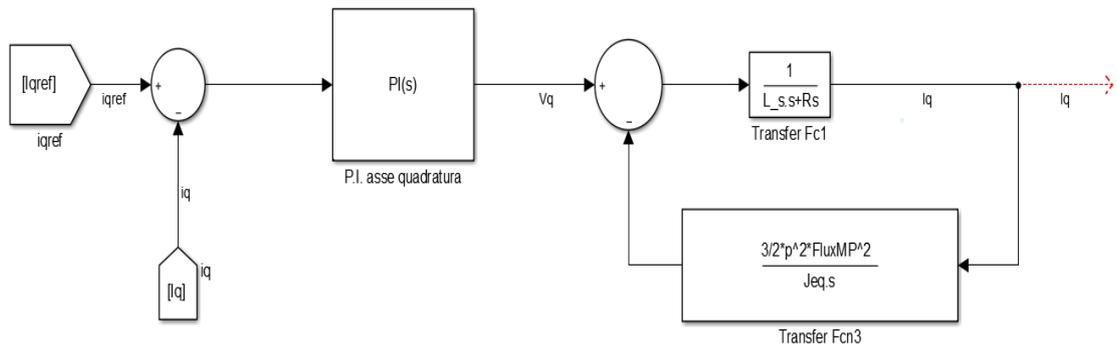


Fig. 22 schema a blocchi della retroazione di corrente

Svolgendo l'anello chiuso del motore $H_{clm}(s)$:

$$H_{clm}(s) = \frac{i_q}{v_q} = \frac{1}{(L_s * s + R_s) * \left(1 + \frac{1}{(L_s * s + R_s)} * \frac{3}{2} * p^2 * \frac{\lambda_m^2}{s * J_{eq}}\right)} \quad (3.2.1)$$

$$H_{clm}(s) = \frac{1}{\left(L_s * s + R_s + \frac{3}{2} * p^2 * \frac{\lambda_m^2}{s * J_{eq}}\right)} \quad (3.2.1.1)$$

$$H_{clm}(s) = \frac{s}{\left(L_s * s^2 + R_s * s + \frac{3}{2} * p^2 * \frac{\lambda_m^2}{J_{eq}}\right)} \quad (3.2.1.2)$$

$$H_{clm}(s) = \frac{\frac{s}{L_s}}{\left(s^2 + \frac{R_s}{L_s} * s + \frac{3}{2} * p^2 * \frac{\lambda_m^2}{J_{eq} * L_s}\right)} \quad (3.2.1.3)$$

Si ottiene lo schema a blocchi equivalente:

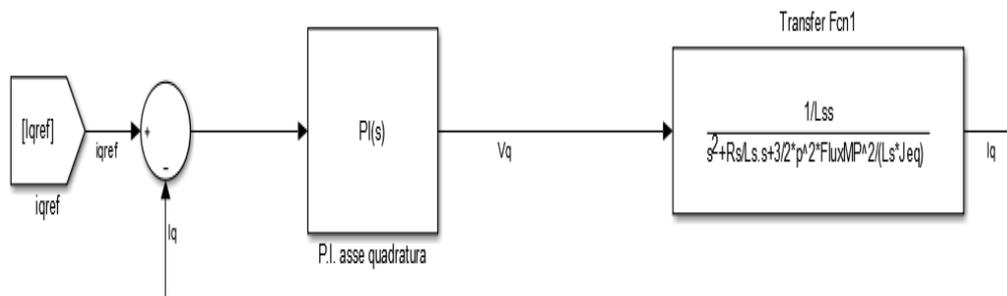


Fig. 23 Schema a blocchi equivalente

Uguagliando l'equazione (3.2.1.3) e l'espressione canonica caratteristica del motore (1.4.13)

$$s^2 + s * 2 * \xi_m * w_{om} + w_{om}^2 = 0$$

Si ha:

- $\xi_m = \frac{R_s}{2 * L_s * \omega_{om}} = 0,95$
- $\omega_{om}^2 = \frac{3}{2} * p^2 * \frac{FluxMP^2}{L_s * J_{eq}} = 17224,4 \frac{rad^2}{s^2}$
- $\omega_{om} = 131,24 \frac{rad}{s}$

Essendo lo smorzamento minore di uno i poli del motore sono complessi coniugati.

$$s_{1,2} = -\xi_m * \omega_{om} \pm \omega_{om} * \sqrt{(1 - \xi_m^2)} = -125 \pm j * 41$$

Ai fini puramente controllistici, è opportuno inserire anche lo schema a blocchi del convertitore come un blocco il cui input è la tensione media di riferimento e l'output è la tensione media mobile generata



Fig. 24 schema a blocchi del convertitore

Aggiungendo la funzione di trasferimento del convertitore alla figura 23 si ha il seguente grafico

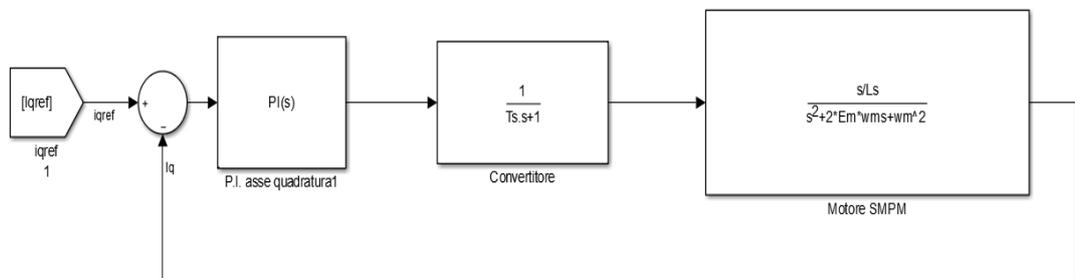


Fig. 25 Anello di corrente

Ciascun blocco di trasferimento introduce un certo numero di poli e/o zeri:

- Il regolatore P.I. inserisce uno zero in prossimità del polo meccanico del motore w_{zi} e un polo nell'origine.
- Il motore SMPM è caratterizzato da uno zero nell'origine e due poli complessi coniugati: uno meccanico p_{mecc} e uno elettrico p_{ele}
- Il convertitore introduce un polo p_{conv} :

$$p_{conv} = \frac{1}{T_s} \quad T_s = \frac{1}{f_{sw}} = \frac{1.5}{10000} = 0,00015 \text{ s}$$

I diagrammi di Bode dei blocchi di trasferimento sono:

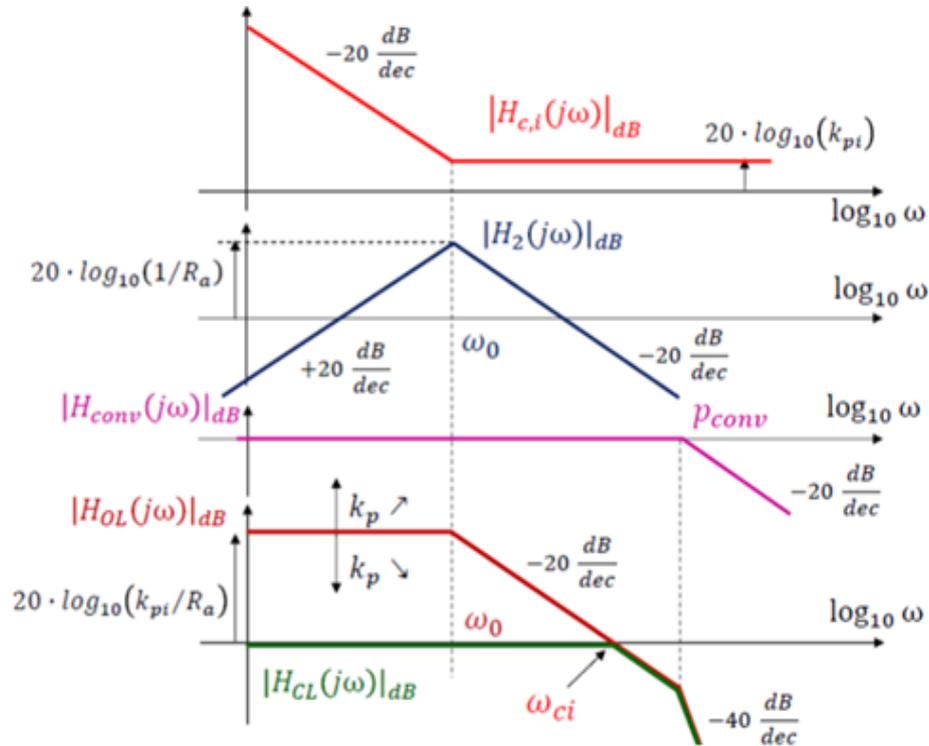


Fig. 26 Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento

L'anello di corrente si dimensiona almeno una decade sotto la frequenza di switching scelta, nel caso in esame è 10 kHz. La frequenza di crossover dell'anello di corrente si trova attraverso la formula (3.2.2)

$$w_{ci} = \frac{K_{pi}}{L_s} \quad (3.2.2)$$

Da cui si ricava la parte proporzionale del regolatore

$$K_{pi} = w_{ci} * L_s$$

Dove

- w_{ci} Rappresenta la banda dell'anello di corrente

$$w_{ci} = 2 * \pi * f_{ci} \left[\frac{rad}{s} \right] \quad (3.2.2.1)$$

- f_{ci} Rappresenta la frequenza dell'anello di corrente.

$$f_{ci} = 900 [Hz] \quad (3.2.2.2)$$

La parte proporzionale dalla formula (3.2.2) è:

$$K_{pi} = 9.72 \quad (3.2.3)$$

Mentre la parte integrale si trova prossima al polo meccanico del motore

$$w_{zi} = \frac{K_{pi}}{K_{ii}} = 150 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (3.2.4)$$

Segue che:

$$K_{ii} = 1.45e + 03 \quad (3.2.5)$$

La funzione di trasferimento del regolatore P.I dell'anello di corrente è:

$$H_{PI(s)} = 9.73 * \frac{s+250}{s} \quad (3.2.6)$$

Per verificare il corretto funzionamento del regolatore P.I. si simula la risposta al gradino di corrente quindi:

- $i_{qref} = 1 \text{ A}$
- $i_{dref} = 0 \text{ A}$
- Tempo di simulazione 0,2 s
- Fixed step size = $\frac{T_s}{10}$ s

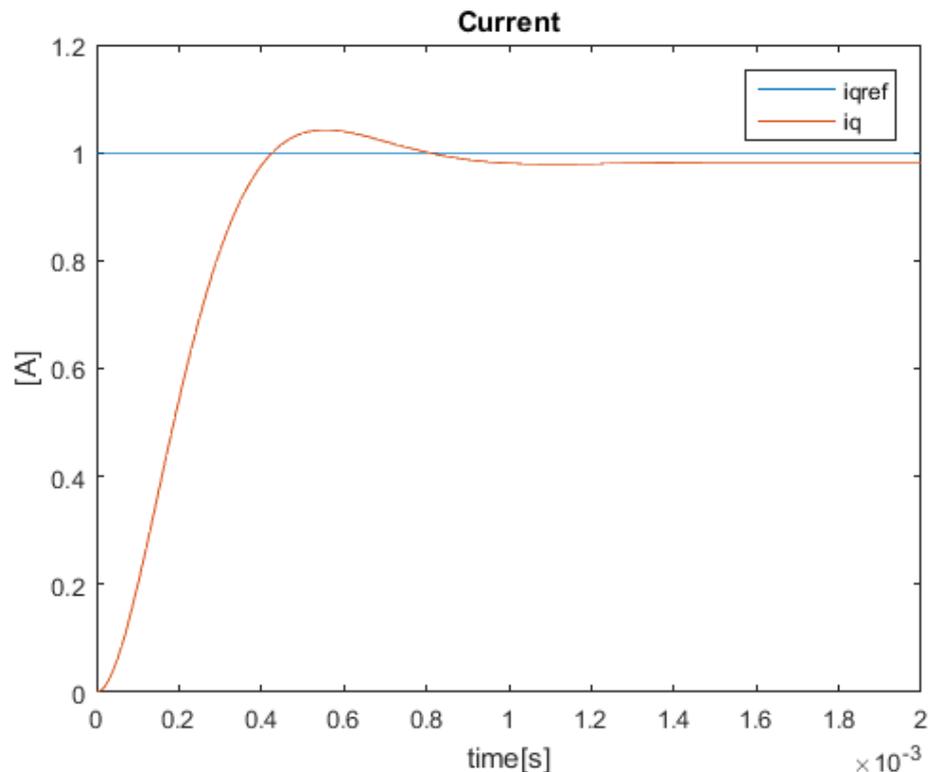


Fig. 27 Risposta al gradino di corrente quadratura corrente diretta

Si osserva un overshoot piccolo di:

$$(1,04 - 1) * 100 = 4\%$$

Inoltre a causa della mancata compensazione del disturbo della f.e.m l'errore a regime è piccolo ma diverso da zero. Sommando il termine di f.e.m in uscita del regolatore P.I., come mostrato in figura 28, l'errore a regime della corrente in figura 29 diminuisce.

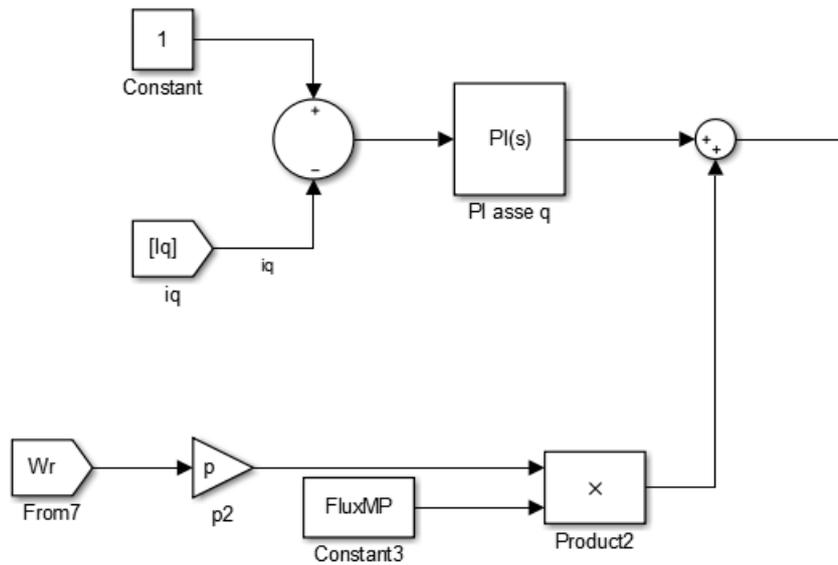


Fig. 28 Anello di corrente quadratura compensato

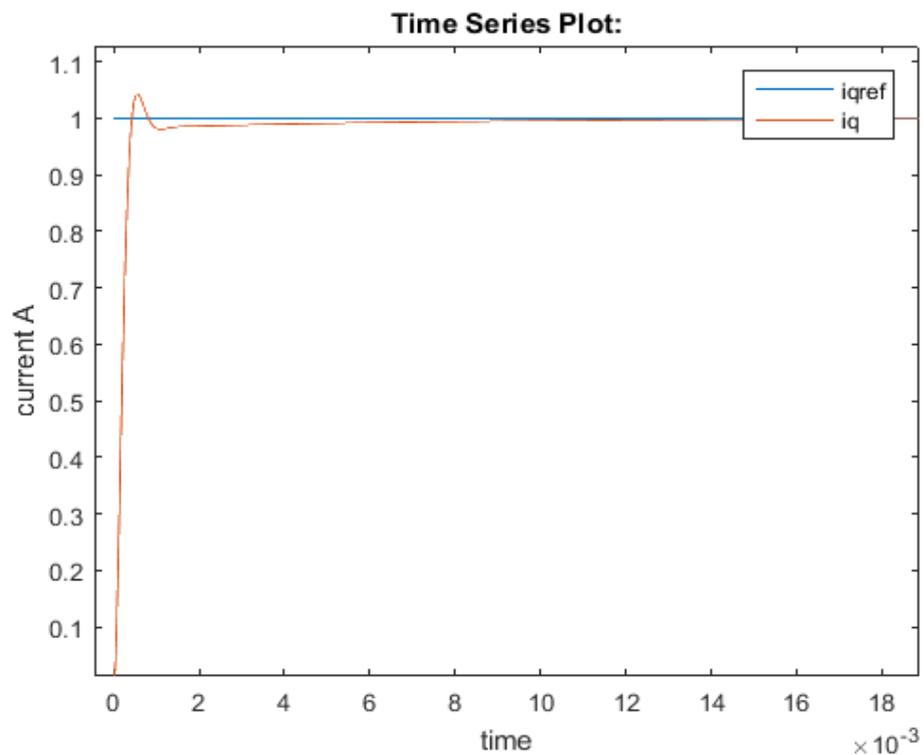


Fig. 29 Corrente quadratura

3.3 Dimensionamento dei regolatori P.I dell'anello di velocità

Come per l'anello di corrente, si dimensiona l'anello di velocità con una banda passante almeno una decade inferiore a quella dell'anello di corrente (3.2.2.1), in questo modo l'anello di corrente si può approssimare come un guadagno unitario come mostrato in figura 30

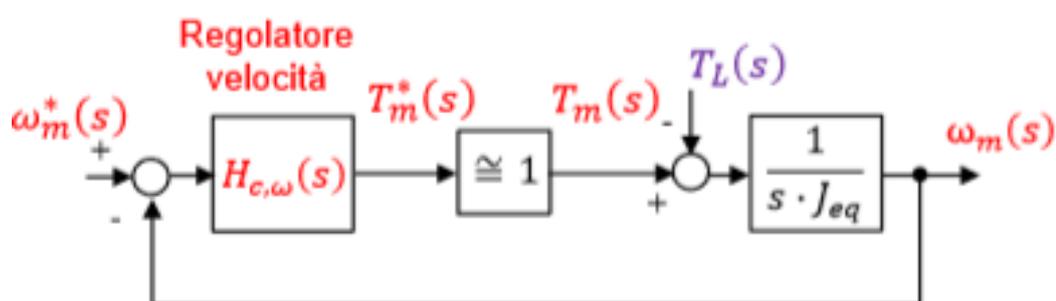


Fig. 30 Anello di velocità

Trascurando l'effetto del disturbo della coppia di carico T_L la funzione di trasferimento in anello aperto diventa:

$$H_{ol(s)} = K_{pw} * \frac{s+w_{zw}}{s} * 1 * \frac{1}{s*J_{eq}} \quad (3.3)$$

La frequenza dell'anello di velocità è almeno una decade sotto quella di corrente quindi si posiziona la frequenza a 50 Hz.

$$f_{cw} = 50 \text{ [Hz]} \quad (3.3.1)$$

La banda dell'anello di velocità sarà:

$$w_{cw} = 2 * \pi * f_{cw} = 314.15 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad (3.3.2)$$

Per il calcolo della parte proporzionale ci si riferisce alla seguente formula usata a livello industriale:

$$K_{pw} = w_{cw} * J_{eq} = 1.0 \quad (3.3.3)$$

Nelle applicazioni industriali è una buona pratica impostare lo zero del regolatore ad una frequenza pari ad un decimo della frequenza di crossover

$$w_{cw} = \frac{K_{pw}}{J_{eq}} \sim 10 * w_{zw} = 10 * \frac{K_{iw}}{K_{pw}} = 314.15 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad (3.3.4)$$

Di conseguenza la parte integrale è:

$$K_{iw} = K_{pw} * \frac{w_{cw}}{10} = 31.58 \quad (3.3.5)$$

La funzione di trasferimento del regolatore Proporzionale Integrale dell'anello di corrente diventa quindi:

$$H_{PI_w(s)} = 1 * \frac{s+314.15}{s} \quad (3.3.6)$$

Per evitare problemi di accumulo della parte integrale o wind-up si scelgono:

$$K_{pw} = 1$$

$$K_{iw} = 3$$

Analogamente per il regolatore di corrente anche per il regolatore di velocità occorre constatare il corretto funzionamento. Si simula la risposta di velocità al gradino della velocità di riferimento in figura 31

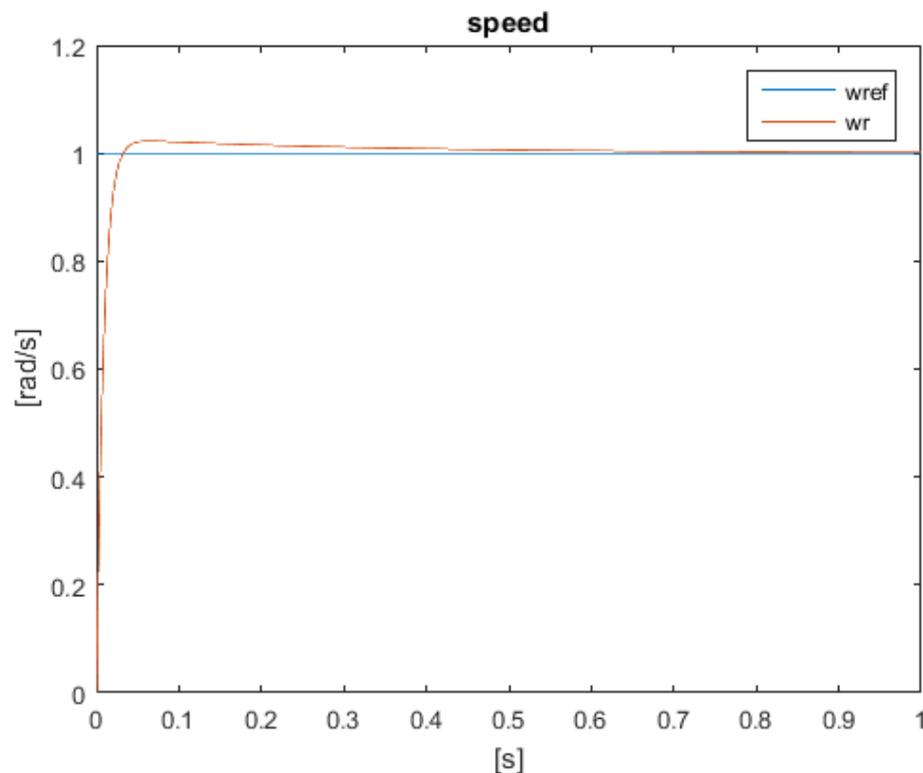


Fig. 31 Risposta in velocità

Si osserva un overshoot del 2,2%

3.4 Controllo Predittivo MPC

Il seguente paragrafo prende spunto dai testi [4] e [6] al fine di implementare il controllo predittivo sul motore sincrono SMPM in esame.

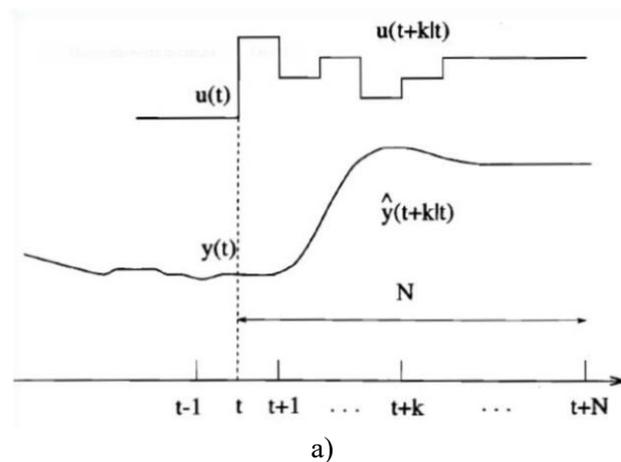
3.4.1 Introduzione

Una metodologia di controllo, alternativa ai regolatori P.I., che si sta sviluppando in ambito controllistico è il Model Predictive Control (MPC) mostrato in figura 32. I principali vantaggi che rendono appetibile la scelta di questo tipo di controllo sono:

- Relativa semplicità nella sua implementazione.

Tale caratteristica è strettamente legata al modello, modesto o articolato, che descrive il sistema in esame.

- Prevedere l'andamento temporale futuro del sistema sull'orizzonte di controllo scelto ottenendo i segnali di controllo ottimi, che minimizzano un certo funzionale di costo, in tempo reale.
- Possibilità di inserire vincoli nel modello SISO (Single Input Single Output) o MIMO (Multi Input Multi Output).



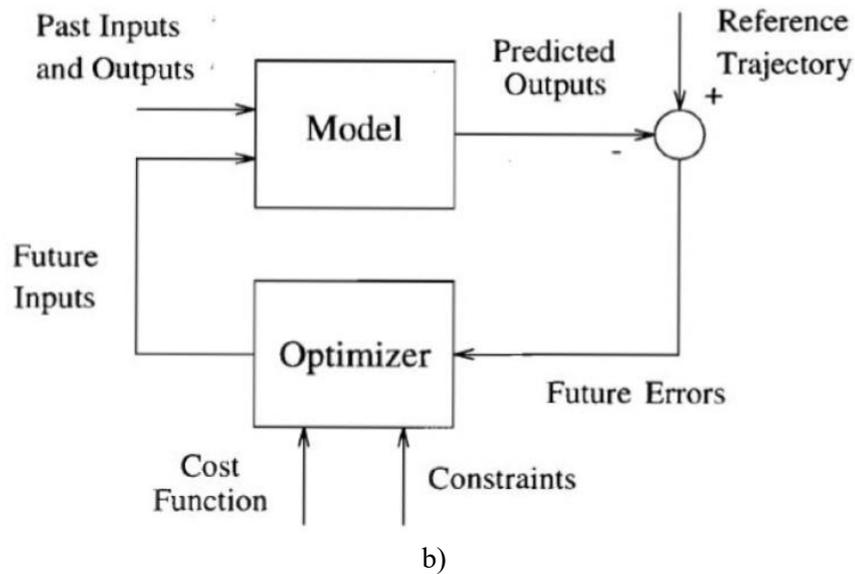


Fig. 32 a) Strategia MPC b) Struttura MPC

Come mostrato dalla figura 32, il MPC lavora prevedendo gli output y del sistema su una finestra temporale predefinita e la variabile di controllo u . Il controllore riceve in ingresso i valori di riferimento e la storia passata degli output e in funzione del modello selezionato per analizzare il processo al plant.

Nel controllo del motore SMPM, l'utilizzo del Model Predictive Control (MPC) insegue i riferimenti i_{dref} e i_{qref} attraverso la generazione di segnali di controllo che minimizzano la funzione di costo quadratica del sistema. L'ottimizzazione del segnale di controllo viene valutata sulla base degli errori futuri cioè sullo scostamento tra i segnali di output previsti e la traiettoria di riferimento applicata.

3.4.2 Sistema dinamico nello spazio a tempo discreto

La classica rappresentazione di un sistema, dinamico lineare, nello spazio di stato a tempo discreto è:

$$\begin{cases} x_{m(k_i+1)} = A_m * x_{m(k_i)} + B_m * u_{(k_i)} \\ y_{(k_i)} = C_m * x_{m(k_i)} \end{cases} \quad (3.4.2.1)$$

Dove

- k_i Rappresenta l'istante temporale i -esimo

- $u_{(k_i)}$ È gli ingressi del sistema all'istante k_i
- $y_{(k_i)}$ Rappresenta le uscite del sistema all'istante k_i
- $x_{m(k_i)}$ È il vettore delle variabili di stato all'istante k_i
- A_m È la matrice di stato con dimensione $n_1 * n_1$
- n_1 Rappresenta i stati del sistema
- B_m È matrice di dimensione $n_1 * m$
- m Indica gli ingressi del sistema
- C_m È matrice di dimensione $n_1 * q$
- q Sono uscite del sistema

Il modello dinamico delle correnti in assi bifase rotanti è descritto nel sistema di equazioni (1.4.11) e presenta nello spazio di stato a tempo discreto:

- Ingressi $m = 2$ nel modello $V_{d(k_i)}$ e $V_{q(k_i)}$ all'istante k_i

$$u_{(k_i)} = \begin{bmatrix} V_{d(k_i)} \\ V_{q(k_i)} \end{bmatrix}$$

- Uscite $q = 2$ dal modello $i_{d(k_i)}$ e $i_{q(k_i)}$ all'istante k_i

$$y_{m k_i} = \begin{bmatrix} i_{d(k_i)} \\ i_{q(k_i)} \end{bmatrix} = x_{m(k_i)}$$

Quindi il modello del SMPM è un MIMO in quanto ha due ingressi e due uscite. Inoltre per poter controllare in maniera indipendente gli output in modo da annullare gli errori a regime si deve avere che:

- Il numero di uscite è inferiore o uguale al numero di ingressi quindi:

$$q \leq m$$

- $A_{m k_i} = \begin{bmatrix} 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} & p * w_{r(k_i)} * T_s \\ -p * w_{r(k_i)} * T_s & 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} \end{bmatrix}$

- $n_1 = 2$.

- $B_m = \begin{bmatrix} \frac{T_s}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{T_s}{L_s} \end{bmatrix}$

- $C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Rispetto al caso generale il sistema (1.4.11) presenta il contributo del flusso dei magneti permanenti λ_m

$$\varepsilon_{(k_i)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -p * w_{r(k_i)} * T_s & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \lambda_m \\ 0 \end{bmatrix}$$

Considerando tale termine le equazioni a tempo discreto del SMPM sono:

$$\begin{cases} x_{m(k_i+1)} = A_m * x_{m(k_i)} + B_m * u_{(k_i)} + \varepsilon_{(k_i)} \\ y_{(k_i)} = C_m * x_{m(k_i)} \end{cases} \quad (3.4.2.2)$$

3.4.3 Modello Esteso

Per estendere il modello (3.4.2.2) in modo da contenere il “passato” occorre aggiungere un integratore che tenga in considerazione i campioni temporali precedenti. Per esprimere cosa è avvenuto tra l'istante di campionamento precedente e quello corrente consideriamo la differenza tra i due istanti:

$$\Delta x_{m(k_i)} = x_{m(k_i)} - x_{m(k_i-1)} \quad (3.4.3.1)$$

$$\Delta x_{m(k_i+1)} = x_{m(k_i+1)} - x_{m(k_i)} \quad (3.4.3.2)$$

Nel caso in esame si traduce in:

$$\Delta i_{d(k_i)} = i_{d(k_i)} - i_{d(k_i-1)}$$

$$\Delta i_{q(k_i)} = i_{q(k_i)} - i_{q(k_i-1)}$$

$$\Delta i_{d(k_i+1)} = i_{d(k_i+1)} - i_{d(k_i)}$$

$$\Delta i_{q(k_i+1)} = i_{q(k_i+1)} - i_{q(k_i)}$$

In maniera compatta la transizione del sistema tra uno stato e quello successivo diventa:

$$\Delta x_{m(k_i+1)} = A_m * \Delta x_{m(k_i)} + B_m * \Delta u_{(k_i)} \quad (3.4.3.3)$$

$$\Delta y_{(k_i+1)} = C_m * \Delta x_{m(k_i+1)} \quad (3.4.3.4)$$

Sostituendo l'equazione (3.4.3.3) in (3.4.3.4)

$$\Delta y_{(k_i+1)} = C_m * [A_m * \Delta x_{m(k_i)} + B_m * \Delta u_{(k_i)}] \quad (3.4.3.5)$$

Il modello esteso del sistema dinamico generico è:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \Lambda x_{m(k_i+1)} \\ y_{(k_i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m & 0_m' \\ C_m * A_m & I \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda x_{m(k_i)} \\ y_{(k_i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_m \\ C_m * B_m \end{bmatrix} * [\Lambda u_{(k_i)}] \\ y_{(k_i)} = [0_m \quad I] * \begin{bmatrix} \Lambda x_{m(k_i)} \\ y_{(k_i)} \end{bmatrix} \end{cases}$$

Ponendo

$$\begin{aligned} - \quad x_{(k_i+1)} &= \begin{bmatrix} \Lambda x_{m(k_i+1)} \\ y_{(k_i+1)} \end{bmatrix} \\ - \quad A &= \begin{bmatrix} A_m & 0_m' \\ C_m * A_m & I \end{bmatrix} \\ - \quad x_{(k_i)} &= \begin{bmatrix} \Lambda x_{m(k_i)} \\ y_{(k_i)} \end{bmatrix} \\ - \quad B &= \begin{bmatrix} B_m \\ C_m * B_m \end{bmatrix} \\ - \quad C &= [0_m \quad I] \end{aligned}$$

Si ottiene:

$$\begin{cases} x_{(k_i+1)} = A * x_{(k_i)} + B * \Lambda u_{(k_i)} \\ y_{(k_i)} = C * x_{(k_i)} \end{cases} \quad (3.4.3.6)$$

Dove

- I È la matrice identità che ha dimensioni $q * q$
- 0_m È la matrice composta da elementi nulli di dimensione $q * n_1$

La dimensione complessiva del modello esteso, n , è:

$$n = n_1 + q = 2 + 2 = 4$$

Il modello esteso del sistema in esame è

$$\begin{aligned} x_{(k_i+1)} &= A * x_{(k_i)} + B * \Lambda u_{(k_i)} + \varepsilon_{(k_i)} \\ y_{(k_i)} &= C * x_{(k_i)} \end{aligned}$$

Dove

$$- \quad x_{(k_i+1)} = \begin{bmatrix} \Lambda i_{d(k_i+1)} \\ \Lambda i_{q(k_i+1)} \\ i_{d(k_i+1)} \\ i_{q(k_i+1)} \end{bmatrix}$$

$$- A = \begin{bmatrix} 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} & p * w_{r(k_i)} * T_s & 0 & 0 \\ -p * w_{r(k_i)} * T_s & 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} & 0 & 0 \\ 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} & p * w_{r(k_i)} * T_s & 1 & 0 \\ -p * w_{r(k_i)} * T_s & 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$- x_{(k_i)} = \begin{bmatrix} \Lambda i_{d(k_i)} \\ \Lambda i_{q(k_i)} \\ i_{d(k_i)} \\ i_{q(k_i)} \end{bmatrix}$$

$$- B = \begin{bmatrix} \frac{T_s}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{T_s}{L_s} \\ \frac{T_s}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{T_s}{L_s} \end{bmatrix}$$

$$- \Lambda u_{(k_i)} = \begin{bmatrix} \Lambda V_{d(k_i)} \\ \Lambda V_{q(k_i)} \end{bmatrix}$$

$$- C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$- \varepsilon_{(k_i)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -p * w_{r(k_i)} * T_s & 0 \\ 0 & 0 \\ -p * w_{r(k_i)} * T_s & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \lambda_m \\ 0 \\ \lambda_m \\ 0 \end{bmatrix}$$

Occorre identificare gli autovalori del “nuovo” sistema esteso. Il polinomio caratteristico del sistema esteso si trova imponendo l’espressione (32)

$$Det|s * I - A| = 0 \quad (1.4.11)$$

Sostituendo l’espressione di A si ha:

$$\begin{bmatrix} s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} & p * w_{r(k_i)} * T_s & 0 & 0 \\ -p * w_{r(k_i)} * T_s & 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} & 0 & 0 \\ 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} & p * w_{r(k_i)} * T_s & 1 & 0 \\ -p * w_{r(k_i)} * T_s & 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det} \begin{bmatrix} s - 1 + R_s * \frac{T_s}{L_s} & -p * w_{r(k_i)} * T_s & 0 & 0 \\ p * w_{r(k_i)} * T_s & s - 1 + R_s * \frac{T_s}{L_s} & 0 & 0 \\ -1 + R_s * \frac{T_s}{L_s} & -p * w_{r(k_i)} * T_s & s - 1 & 0 \\ p * w_{r(k_i)} * T_s & -1 + R_s * \frac{T_s}{L_s} & 0 & s - 1 \end{bmatrix} = 0$$

Si calcola il determinante attraverso il teorema di Laplace, riferito alle colonne, all'elemento della terza riga e terza colonna:

$$(-1)^{3+3} * (s - 1) * \text{Det} \begin{pmatrix} s - 1 - R_s * \frac{T_s}{L_s} & -p * w_{r(k_i)} * T_s & 0 \\ p * w_{r(k_i)} * T_s & s - 1 + R_s * \frac{T_s}{L_s} & 0 \\ +p * w_{r(k_i)} * T_s & -1 + R_s * \frac{T_s}{L_s} & s - 1 \end{pmatrix}$$

$$(s - 1) * \left[\left(s - 1 + \frac{R_s}{L_s} * T_s \right)^2 * (s - 1) + p^2 * w_{r(k_i)}^2 * T_s^2 * (s - 1) \right] = 0$$

$$(s - 1)^2 * \left[\left(s - 1 + \frac{R_s}{L_s} * T_s \right)^2 + p^2 * w_{r(k_i)}^2 * T_s^2 \right] = 0$$

Due radici sono uguali a 1, adesso si considera solo il termine tra le parentesi quadre:

$$s^2 + 2s * \left(-1 + \frac{R_s}{L_s} * T_s \right) + \left(-1 + \frac{R_s}{L_s} * T_s \right)^2 + p^2 * w_{r(k_i)}^2 * T_s^2 = 0$$

■ Per $w_{r(k_i)}^2 = 0$ Si ha:

$$s^2 + s * \left(-2 + 2 \frac{R_s}{L_s} * T_s\right) + 1 - 2 * \frac{R_s}{L_s} * T_s + \frac{R_s^2}{L_s^2} * T_s^2 = 0$$

L'equazione di secondo grado presenta un delta uguale a zero

$$\Delta = 3.8 - 3.8 = 0$$

Quindi i poli sono reali e coincidenti

$$s_{1,2} = \frac{\left(-2 + 2 \frac{R_s}{L_s} * T_s\right)}{2} = 0.975$$

Esistono tre autovalori minori di uno di cui due appartengono al sistema reale e uno appartiene al modello esteso. In conclusione il sistema è stabile solo per velocità “basse” più si aumenta la velocità più gli autovalori tendono a essere maggiori di uno.

3.4.4 Finestra di ottimizzazione

Definito il modello esteso, adesso si calcolano gli output del controllo predittivo e il segnale di controllo che verrà applicato al sistema.

Si definiscono:

- $N_p = 3$ Orizzonti di predizione
- $N_c = 3$ Orizzonti di controllo. Dalla sua scelta dipende l'impostazione del numero dei parametri utilizzati per caratterizzare la sequenza di controllo futura.

Le previsioni della variabile di stato e della variabile di uscita vengono calcolate come valori attesi delle rispettive variabili, quindi l'effetto del rumore ai valori previsti è pari a zero quindi si pone nell'equazione del modello esteso

$$\varepsilon_{(k_i)} = 0$$

La relazione tra l'ingresso e la matrice stato all'istante $t_1 = k_i + 1$ è:

$$x_{(k_i+1)} = A * x_{(k_i)} + B * \Lambda u_{(k_i)} \quad (3.4.4.1)$$

Dove per ipotesi occorre conoscere i valori iniziali di $x_{(k_i)}$ e $\Lambda u_{(k_i)}$

All'istante successivo $t_2 = k_i + 2$ si ha:

$$x_{(k_i+2)} = A * x_{(k_i+1)} + B * \Lambda u_{(k_i+1)} \quad (3.4.4.1.1)$$

Sostituendo l'equazione (3.4.4.1) nella (3.4.4.2) si ha:

$$x_{(k_i+2)} = A * (A * x_{(k_i)} + B * \Lambda u_{(k_i)}) + B * \Lambda u_{(k_i+1)} \quad (3.4.4.1.2)$$

$$x_{(k_i+2)} = A^2 * x_{(k_i)} + A * B * \Lambda u_{(k_i)} + B * \Lambda u_{(k_i+1)}$$

Infine per l'istante $t_3 = k_i + 3$

$$x_{(k_i+3)} = A * x_{(k_i+2)} + B * \Lambda u_{(k_i+2)} \quad (3.4.4.1.3)$$

$$x_{(k_i+3)} = A * (A^2 * x_{(k_i)} + A * B * \Lambda u_{(k_i)} + B * \Lambda u_{(k_i+1)}) + B * \Lambda u_{(k_i+2)}$$

$$x_{(k_i+3)} = A^3 * x_{(k_i)} + A^2 * B * \Lambda u_{(k_i)} + A * B * \Lambda u_{(k_i+1)} + B * \Lambda u_{(k_i+2)}$$

In generale per il N_p -esimo istante temporale $t_{N_p} = k_i + N_p$

$$x_{(k_i+N_p)} = A^{N_p} * x_{(k_i)} + A^{N_p-1} * B * \Lambda u_{(k_i)} + \dots + A^{N_p-N_c} * B * \Lambda u_{(k_i+N_c-1)}$$

La relazione tra la matrice stato e l'uscita $t_1 = k_i + 1$ è:

$$y_{(k_i+1)} = C * x_{(k_i+1)} \quad (3.4.4.2)$$

Sostituendo l'equazione (3.4.4.1) in (3.4.4.2) si ottiene:

$$y_{(k_i+1)} = C * A * x_{(k_i)} + C * B * \Lambda u_{(k_i)} \quad (3.4.4.2.1)$$

Per l'istante successivo t_2 si ha:

$$y_{(k_i+2)} = C * A * x_{(k_i+1)} + C * B * \Lambda u_{(k_i+1)} \quad (3.4.4.2.2)$$

Sostituendo (3.4.4.1) in (3.4.4.2.2) si ha:

$$y_{(k_i+2)} = C * A * (A * x_{(k_i)} + B * \Lambda u_{(k_i)}) + C * B * \Lambda u_{(k_i+1)}$$

$$y_{(k_i+2)} = C * A^2 * x_{(k_i)} + C * A * B * \Lambda u_{(k_i)} + C * B * \Lambda u_{(k_i+1)}$$

Analogamente per l'istante t_3

$$y_{(k_i+3)} = C * A * x_{(k_i+2)} + C * B * \Lambda u_{(k_i+2)} \quad (3.4.4.2.3)$$

$$x_{(k_i+2)} = A^2 * x_{(k_i)} + A * B * \Lambda u_{(k_i)} + B * \Lambda u_{(k_i+1)}$$

$$y_{(k_i+3)} = k_1 + k_2 + k_3 + k_4$$

Con

$$- k_1 = C * A^3 * x_{(k_i)}$$

- $k_2 = C * A^2 * B * \Lambda u_{(k_i)}$
- $k_3 = C * A * B * \Lambda u_{(k_i+1)}$
- $k_4 = C * B * \Lambda u_{(k_i+2)}$

In generale per il N_p -esimo istante temporale $t_{N_p} = k_i + N_p$

$$y_{(k_i+3)} = k_1 + k_2 + \dots + k_{N_c}$$

Con

- $k_1 = C * A^{N_p} * x_{(k_i)}$
- $k_2 = C * A^{(N_p-1)} * B * \Lambda u_{(k_i)}$
- $k_{N_c} = C * A^{(N_p-N_c)} * B * \Lambda u_{(k_i+N_c-1)}$

Si introducono il vettore output Y e il vettore input ΛU

$$Y = \begin{bmatrix} i_{d(k_i+1)|k_i} \\ i_{q(k_i+1)|k_i} \\ i_{d(k_i+2)|k_i} \\ i_{q(k_i+2)|k_i} \\ i_{d(k_i+3)|k_i} \\ i_{q(k_i+3)|k_i} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda U = \begin{bmatrix} \Lambda V_{d(k_i)} \\ \Lambda V_{q(k_i)} \\ \Lambda V_{d(k_i+1)} \\ \Lambda V_{q(k_i+1)} \\ \Lambda V_{d(k_i+2)} \\ \Lambda V_{q(k_i+2)} \end{bmatrix}$$

In forma matriciale compatta si ottiene:

$$Y = F * x_{(k_i)} + \Phi * \Lambda U \quad (3.4.4.3)$$

Dove

- $F = \begin{bmatrix} C * A \\ C * A^2 \\ C * A^3 \end{bmatrix}$ Matrice 6*4

$$- \Phi = \begin{bmatrix} C * B & 0 & 0 \\ C * A * B & C * B & 0 \\ C * A^2 * B & C * A * B & C * B \end{bmatrix} \text{ Matrice } 6*6$$

È necessario pilotare l'uscita prevista del sistema il più possibile vicina al segnale di set-point, entro l'orizzonte temporale di predizione. Inoltre il controllo predittivo fornisce i valori ottimali di ΔU minimizzando lo scarto definito dalla funzione di costo, data dalla differenza tra il segnale di set-point e l'uscita prevista. La funzione di costo J è:

$$J = (Rs - Y)' * (Rs - Y) + \Delta U' * R_{Bar} * \Delta U \quad (3.4.4.4)$$

Dove

- Rs introduce il segnale di riferimento o set-point all'istante di campionamento k_i esimo

$$Rs = R_{S_{Bar}} * r_{(k_i)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{bmatrix} i_{dref} \\ i_{qref} \\ i_{dref} \\ i_{qref} \\ i_{dref} \\ i_{qref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{dref} \\ i_{qref} \\ i_{dref} \\ i_{qref} \\ i_{dref} \\ i_{qref} \end{bmatrix}$$

- R_{Bar} è una matrice diagonale definita nel seguente modo:

$$R_{Bar} = \begin{pmatrix} rw_d & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & rw_q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & rw_d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & rw_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & rw_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & rw_q \end{pmatrix}$$

Dove

- I parametri rw_d rw_q sono positivi utilizzati per regolare la performance del sistema a ciclo chiuso ovvero i pesi del controllo per inseguire i riferimenti di corrente negli assi d e q. Si assumono uguali sia per diretto sia per l'asse quadratura in modo da avere la stessa dinamica.

Il primo termine minimizza l'errore tra output atteso e segnale di riferimento. Il secondo termine rappresenta l'energia sprigionata dal

controllo per mantenere la traiettoria effettiva del sistema vicina a quella desiderata. È possibile sostituire Y all'interno della funzione di costo:

$$Y = F * x_{(k_i)} + \Phi * \Lambda U$$

$$J = (Rs - Y)' * (Rs - Y) + \Lambda U' * R_{Bar} * \Lambda U$$

Si ottiene

$$J = K_1 + K_2 + K_3 \quad (3.4.4.5)$$

Con

- $K_1 = (Rs - F * x_{(k)})' * (Rs - F * x_{(k)})$
- $K_2 = -2 * \Lambda U' * \Phi' * (Rs - F * x_{(k)})$
- $K_3 = +\Lambda U' * (\Phi' * \Phi + R_{Bar}) * \Lambda U$

Per minimizzare la funzione di costo (3.4.4.5) si deriva rispetto agli input ΛU del plant e si eguaglia a zero:

$$\frac{d}{d\Lambda U} (J) = 0 = -2 * \Phi' * (Rs - F * x_{(k_i)}) + 2 * (\Phi' * \Phi + R_{Bar}) * \Lambda U$$

Dal risultato ottenuto è evidente che la soluzione ottima globale del segnale di controllo è legata al segnale di set-point r_{k_i} e alla variabile di stato $x_{(k_i)}$ mediante la seguente equazione:

$$\Lambda U = (\Phi' * \Phi + R_{Bar})^{-1} * \Phi' * (Rs - F * x_{(k_i)}) \quad (3.4.4.5)$$

- La matrice $(\Phi' * \Phi + R_{Bar})$ prende il nome di Hessiana.
- Se $R_{Bar} = 0$

$$\Lambda U = (\Phi' * \Phi)^{-1} * \Phi' * (Rs - F * x_{(k_i)})$$

$$\Lambda U = (\Phi' * \Phi)^{-1} * (\Phi' * R_{SBar} * r_{(k_i)}) - (\Phi' * \Phi)^{-1} * \Phi' * F * x_{(k_i)}$$

Il primo contributo rappresenta l'andamento della traiettoria impostata per il segnale di set-point (che rimane appunto invariato);

Il secondo termine corrisponde al controllo con reazione dallo stato, che fa riferimento al framework di progettazione del controllo predittivo.

CAPITOLO 4 SIMULAZIONI

La prima simulazione ha l'obiettivo di verificare che il metodo di controllo introdotto dal MPC abbia risposte paragonabili con quelle del controllo con regolatore P.I.

- Gradino di velocità

$$W_{ref} = 3000 \text{ rpm} = 314,15 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad 0 \leq t \leq 6 \text{ s}$$

- Andamento coppia di carico

$$T_{load} = \begin{cases} 2 \text{ Nm} & 0 \leq t \leq 4 \text{ s} \\ 4 \text{ Nm} & 4 \leq t \leq 6 \text{ s} \end{cases}$$

- Fixed Step $\frac{T_s}{10}$ s

- Tempo simulazione 6 s

In questa prima fase si è simulato il sistema semplificato ovvero non sono presenti le non linearità introdotte dall'inverter e quest'ultimo viene presentato come una funzione di trasferimento del primo ordine. Lo schema Simulink è presentato in figura 33.

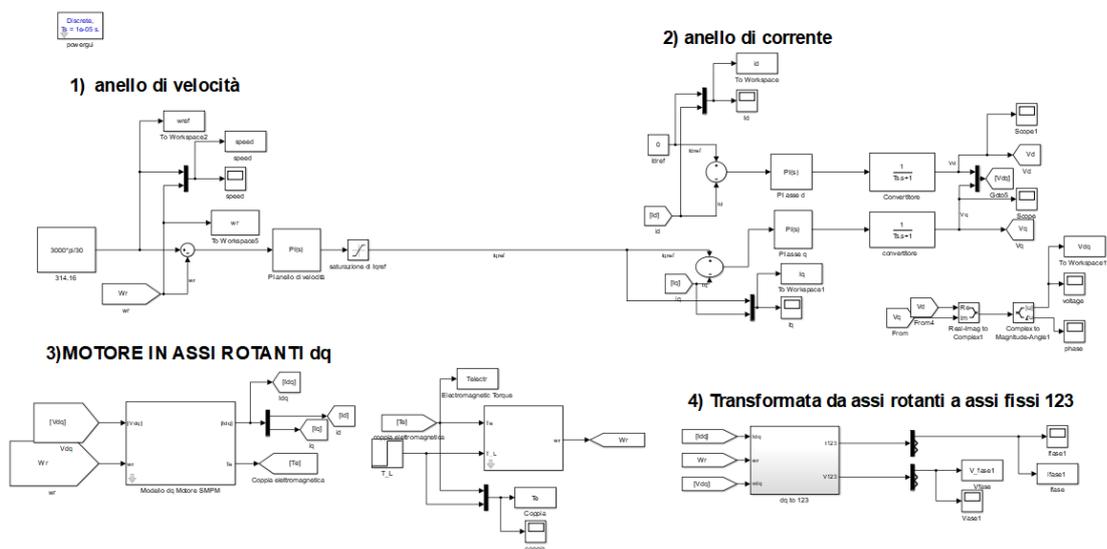


Fig. 33 Controllo in cascata SPM con regolatori P.I.

La figura 35 mostra la risposta della velocità angolare rotorica sulla velocità di riferimento grazie al lavoro del regolatore P.I dell'anello di velocità.

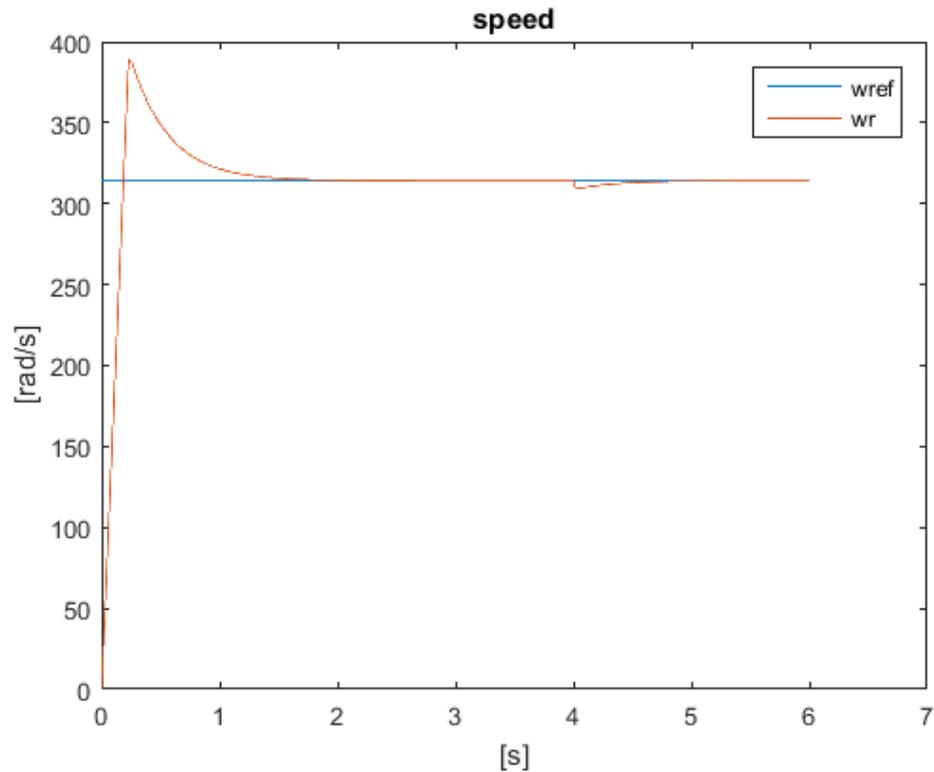


Fig. 34 Velocità angolare rotorica e velocità di riferimento

Negli istanti iniziali il motore risponde con una sovraelongazione o overshoot di:

$$\frac{388,9 - 314,15}{314,15} * 100 = 23,7\%$$

E un tempo di assestamento ovvero l'intervallo di tempo necessario per avere una differenza tra l'uscita e il valore di regime minore del 5% di:

$$0,72 \text{ s}$$

All'istante $t = 4 \text{ s}$ si vede come la macchina recuperi la presa di carico. Il confronto tra la coppia elettromagnetica generata dal motore e la coppia di carico è illustrata in figura 35. Si osserva come nelle fasi di transitorio la coppia elettromagnetica è maggiore rispetto alla coppia di carico, per avere una derivata temporale della velocità angolare maggiore di zero, mentre nelle fasi di regime le due coppie sono uguali.

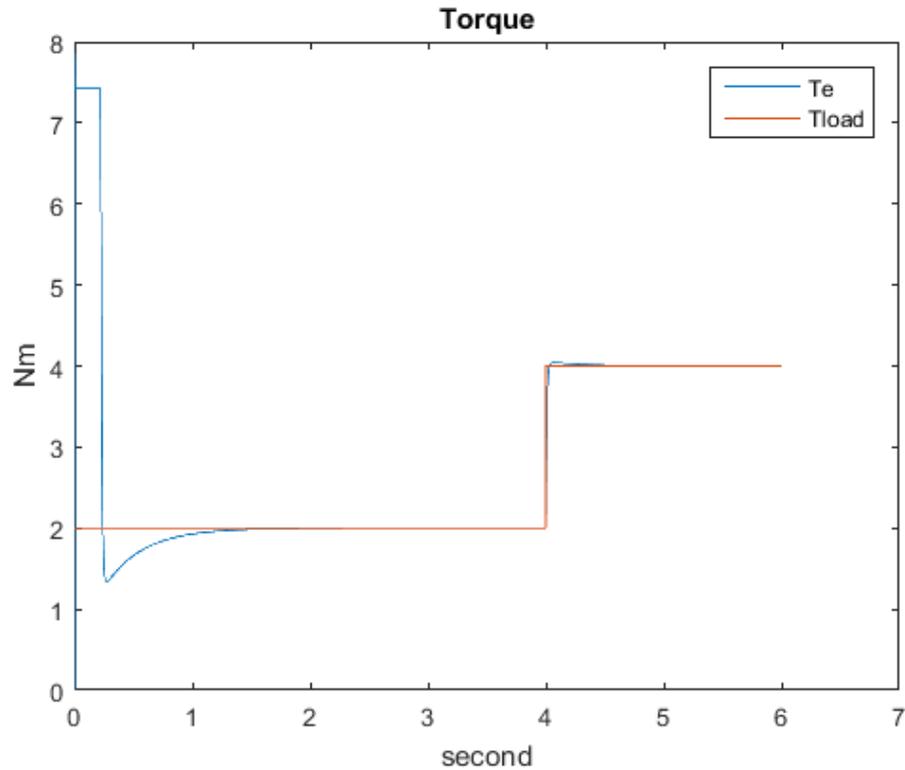


Fig 35 Risposta di coppia al carico

All'istante $t = 4$ s si ha il gradino di carico a cui segue un piccolo overshoot di:

$$\frac{4,043 - 4}{4} * 100 = 1,075\%$$

Per verificare il corretto funzionamento dell'anello di corrente in presenza di variazione di carico e gradino di della velocità in ingresso si rappresentano le figure 36 e 37 dell'anello di corrente in assi diretto e quadratura.

Come prevedibile dall'andamento di coppia, il riferimento della corrente quadratura aumenta nelle fasi di transitorio proprio per ottenere una maggiore i_q quindi una maggiore coppia elettromagnetica generata.

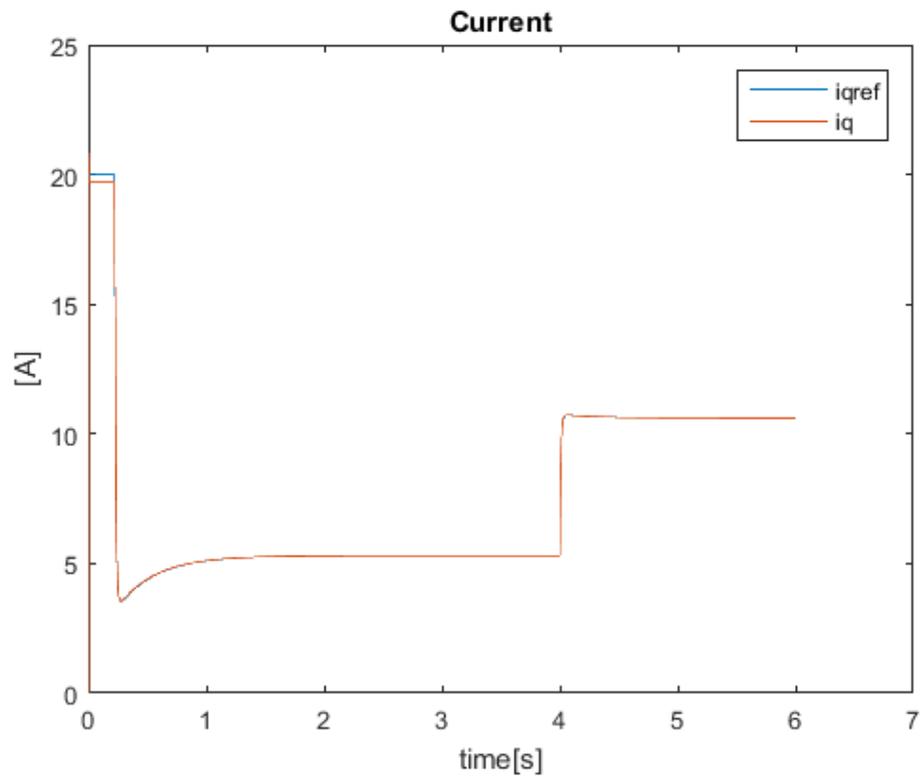


Fig 36 Corrente quadratura

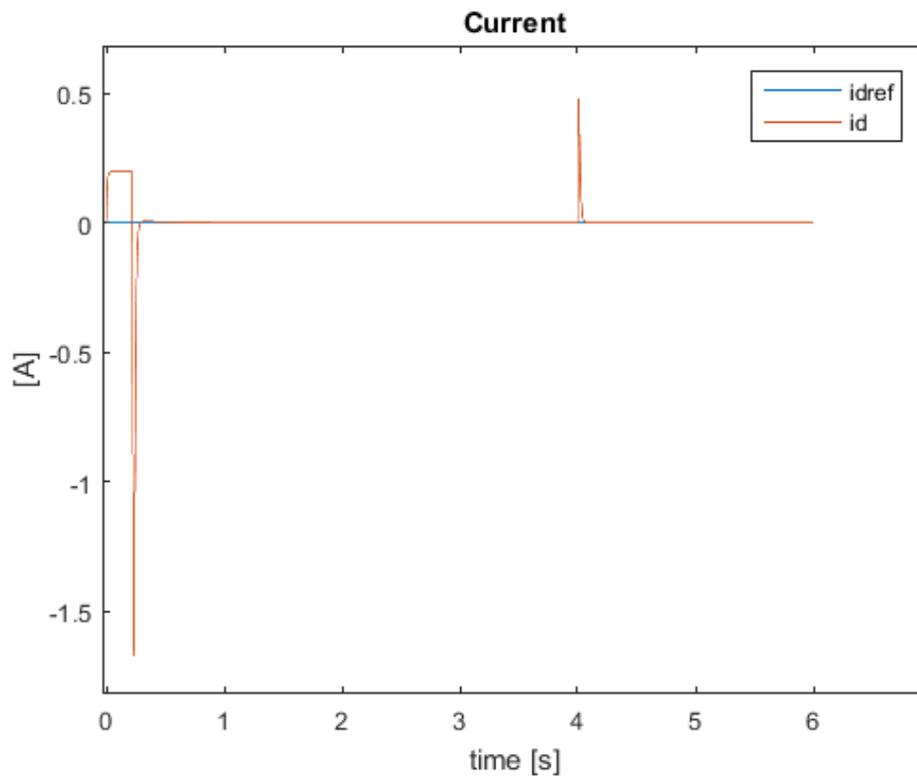


Fig 37 Corrente diretta

Infine la figura 38 mostra la tensione del motore che aumenta nelle fasi di aumento della velocità e quando il motore richiede più corrente.

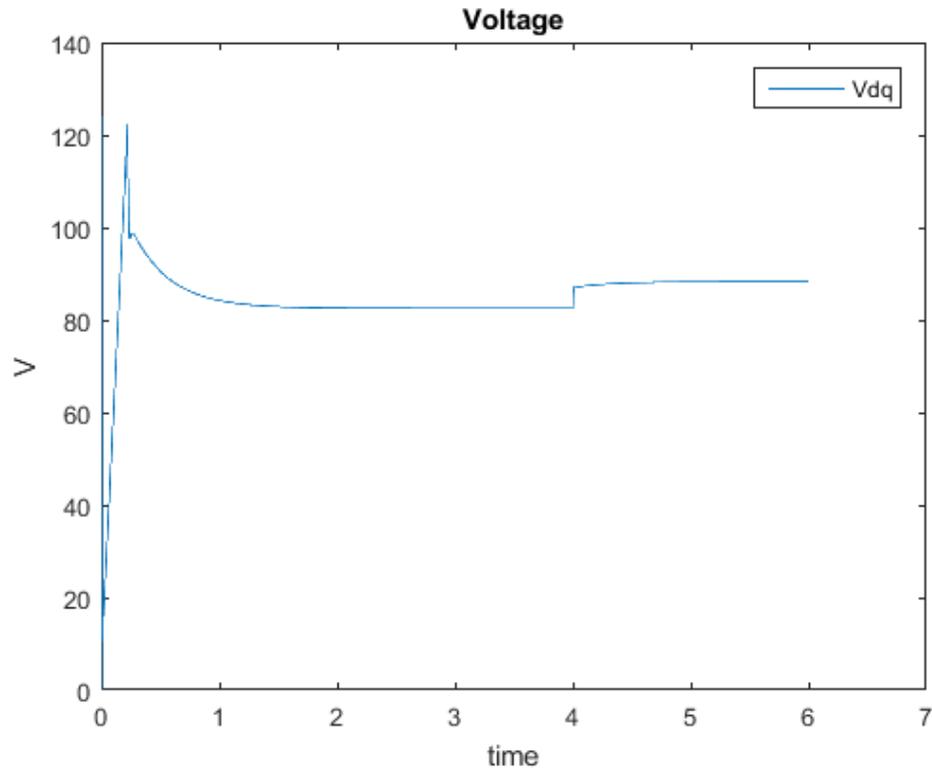


Fig. 38 Tensione

La tensione e la corrente di fase hanno frequenza di 250 Hz e assumono i seguenti valori, si ricorda che la trasformazione da assi rotanti a assi fissi scala i moduli di 1,22:

$$\begin{aligned}
 - V_{fase} &= \begin{cases} 67,38 V_{peak} & 1,745 \leq t \leq 4 \text{ s} \\ 72,1 V_{peak} & 4,7 \leq t \leq 6 \text{ s} \end{cases} \\
 - I_{fase} &= \begin{cases} 4,33 A_{peak} & 1,745 \leq t \leq 4 \text{ s} \\ 8,661 A_{peak} & 4,5 \leq t \leq 6 \text{ s} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Sostituendo ai regolatori P.I. di corrente la Matlab function del Model Predictive Control si ottiene il controllo in cascata del motore SMPM come illustrato in figura 39.

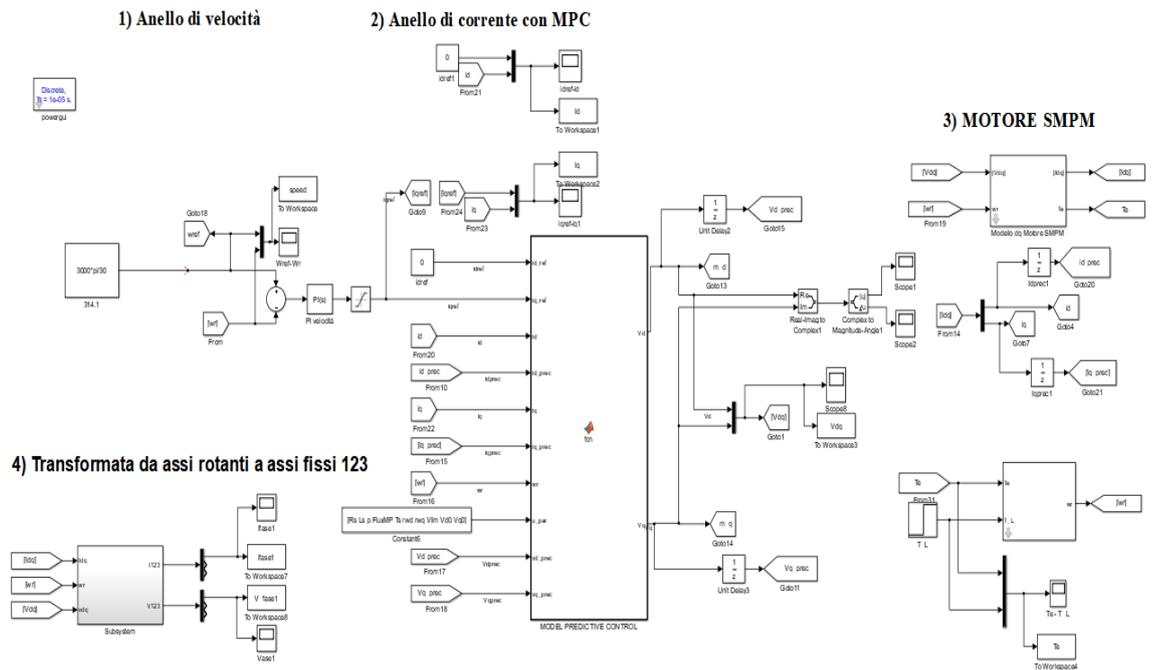


Fig. 39 controllo in cascata del SMPM con MPC

La figura 40 mostra la risposta della velocità angolare rotorica sulla velocità di riferimento con il controllo P.I di velocità e MPC.

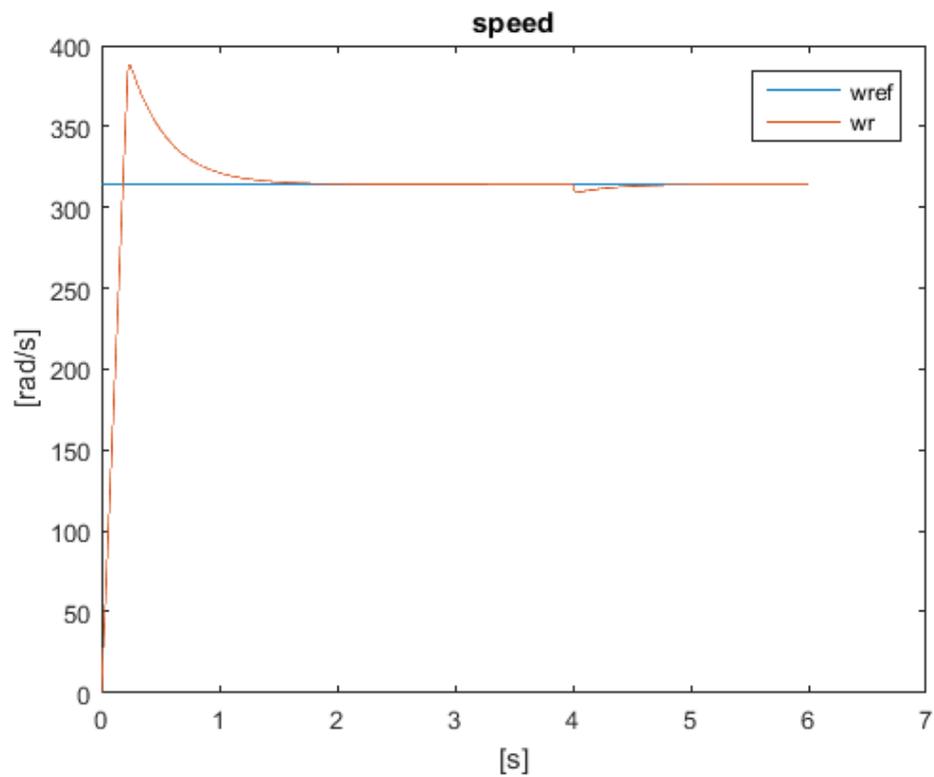


Fig 40 Risposta di velocità

Negli istanti iniziali il motore risponde con una minore sovraelongazione o overshoot di:

$$\frac{387,9 - 314,15}{314,15} * 100 = 23,4\%$$

E un tempo di assestamento poco maggiore di:

$$0,74 \text{ s}$$

All'istante $t = 4 \text{ s}$ si ha la presa di carico. Dai grafici 41, 42 e 43 è possibile notare il confronto della coppia, della corrente in asse quadratura e in asse diretto rispettivamente.

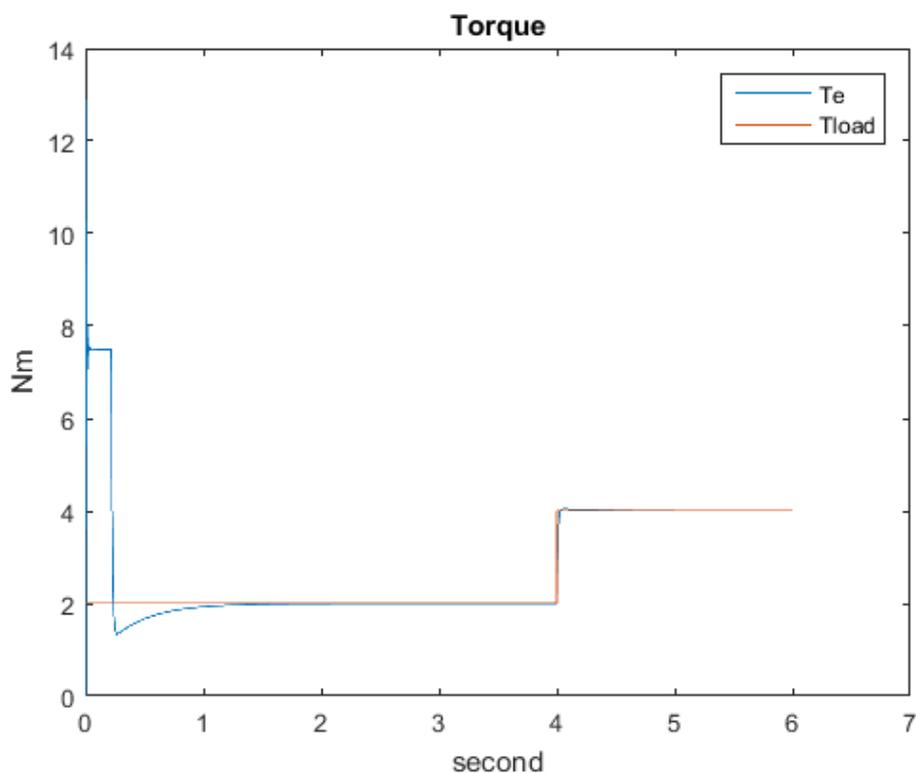


Fig 41 Risposta di coppia

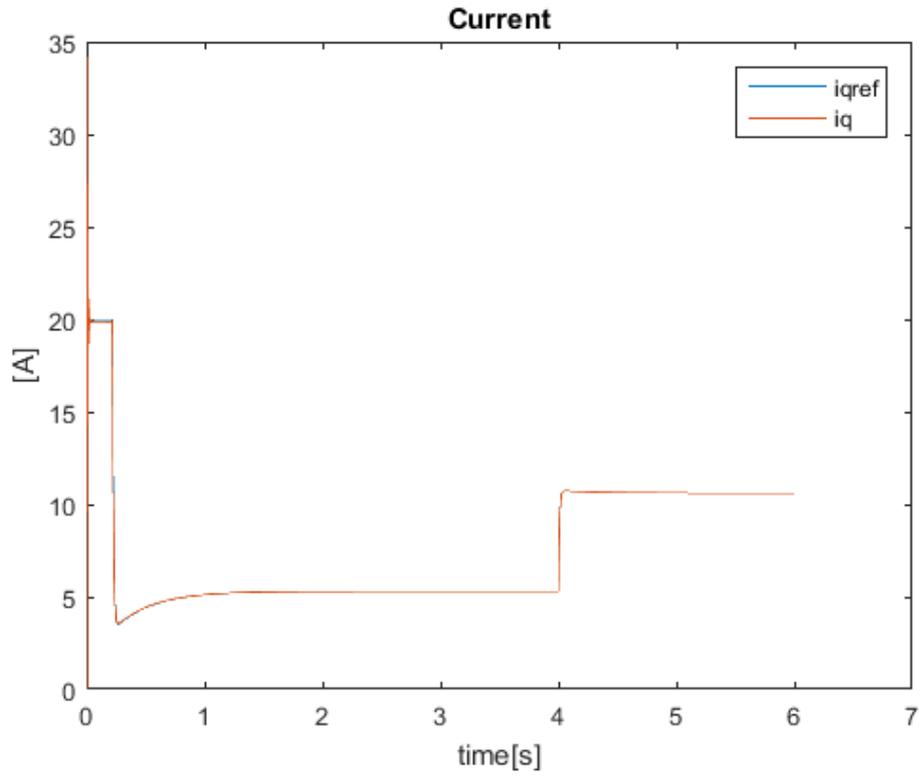


Fig. 42 corrente quadratura

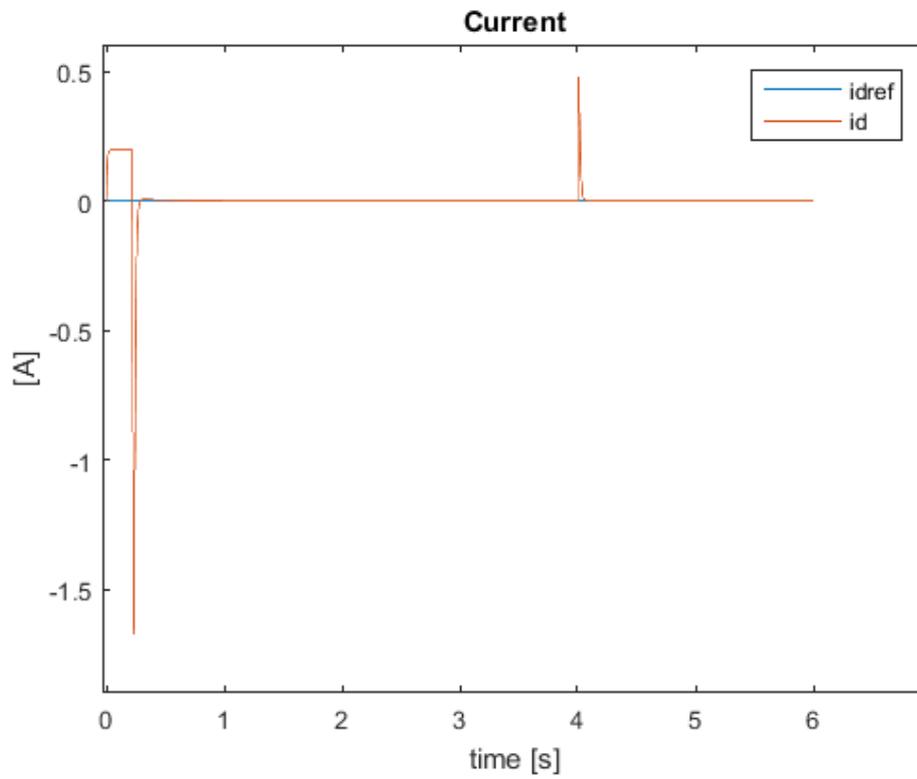


Fig 43 corrente diretta

Gli andamenti di coppia e corrente ottenuti con i regolatori P.I. dell'anello di corrente o coppia sono simili a quelli ottenuti attraverso l'implementazione del MPC.

Per rendere il sistema ancora più vicino alla realtà si è realizzato il modello Simulink dell'inverter DC/AC trifase. L'introduzione di questo elemento comporta la presenza di non linearità e quindi di armoniche che generano ripple triangolari negli andamenti della corrente, coppia e velocità. In figura 44 è mostrato il sistema controllato con MPC.

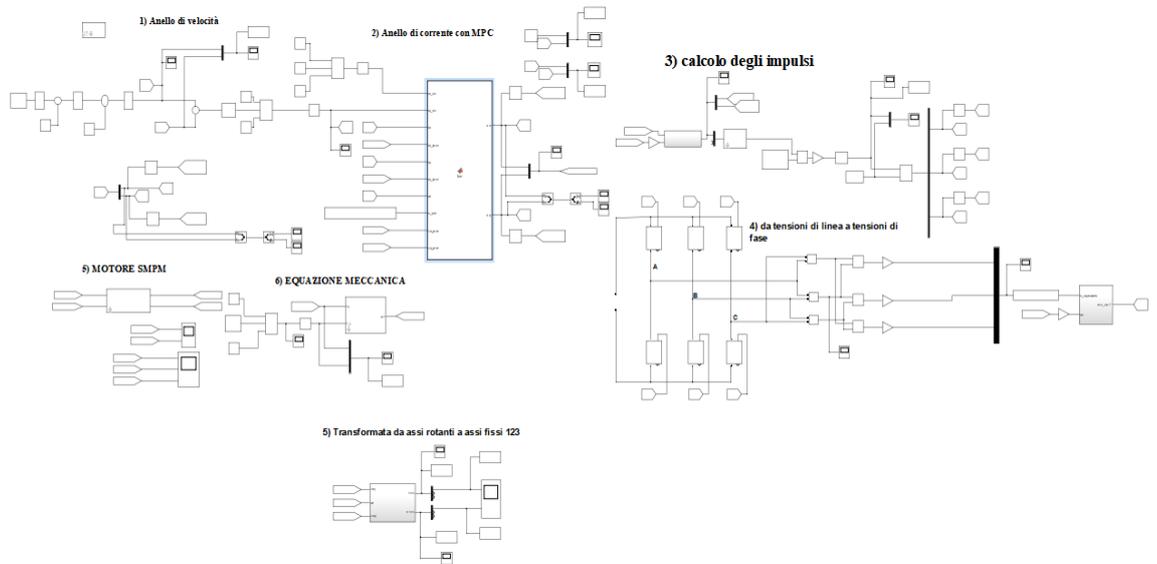


Fig. 44 Controllo SPM con MPC

La seguente simulazione mostra gli andamenti delle grandezze di velocità, tensione, coppia e corrente al variare della zona di funzionamento dell'inverter.

- Andamento velocità di riferimento

$$W_{ref} = \begin{cases} 3000 \text{ rpm} = 314,15 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & 0 \leq t \leq 4 \text{ s} \\ 4200 \text{ rpm} = 439 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & 4 \leq t \leq 8 \text{ s} \\ 5460 \text{ rpm} = 572 \frac{\text{rad}}{\text{s}} & 9,4 \leq t \leq 15 \text{ s} \end{cases}$$

- Andamento coppia di carico

$$T_{load} = \begin{cases} 2 \text{ Nm} & 0 \leq t \leq 5,8 \text{ s} \\ 4 \text{ Nm} & 5,8 \leq t \leq 10 \text{ s} \\ 3,5 \text{ Nm} & 10,2 \leq t \leq 15 \text{ s} \end{cases}$$

- Fixed Step $\frac{T_s}{10}$ s
- Tempo simulazione 15 s

La figura 45 mostra l'andamento della velocità di riferimento e della velocità angolare rotorica

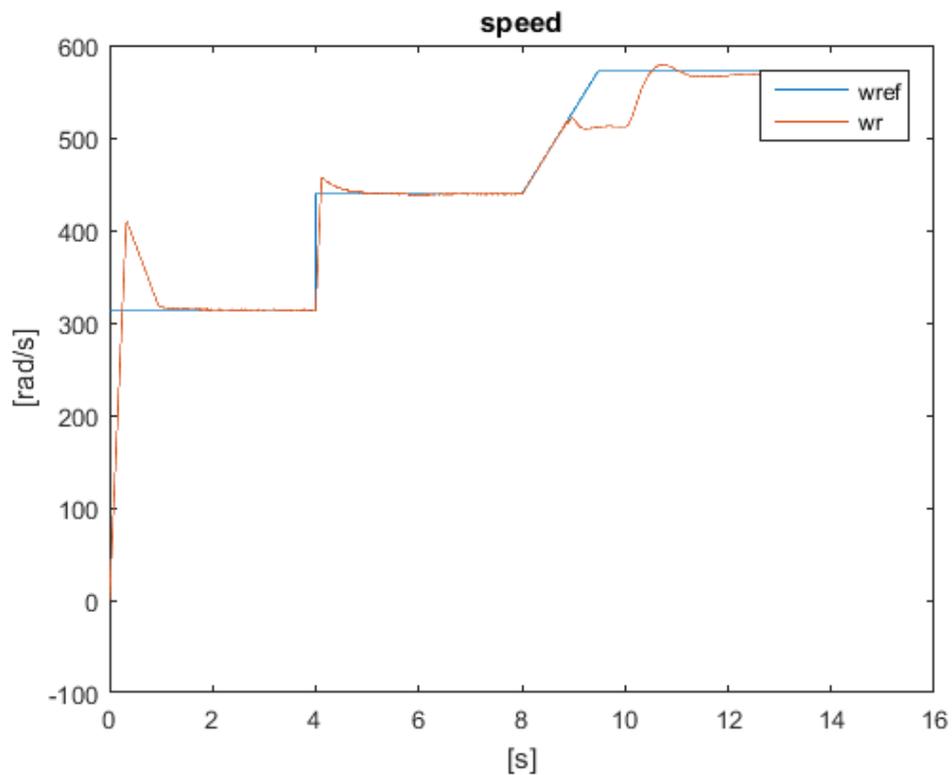


Fig. 45 velocità di riferimento e velocità angolare rotorica

1) Zona modulazione Lineare

Il primo gradino di velocità provoca un overshoot all'istante 0.3 s

$$\frac{409,9 - 314,15}{314,15} * 100 = 30,5 \%$$

E un tempo di assestamento di

$$0,87 \text{ s}$$

Nella prima fase di regime, supponendo $t = 3,7$ s la tensione di fase è:

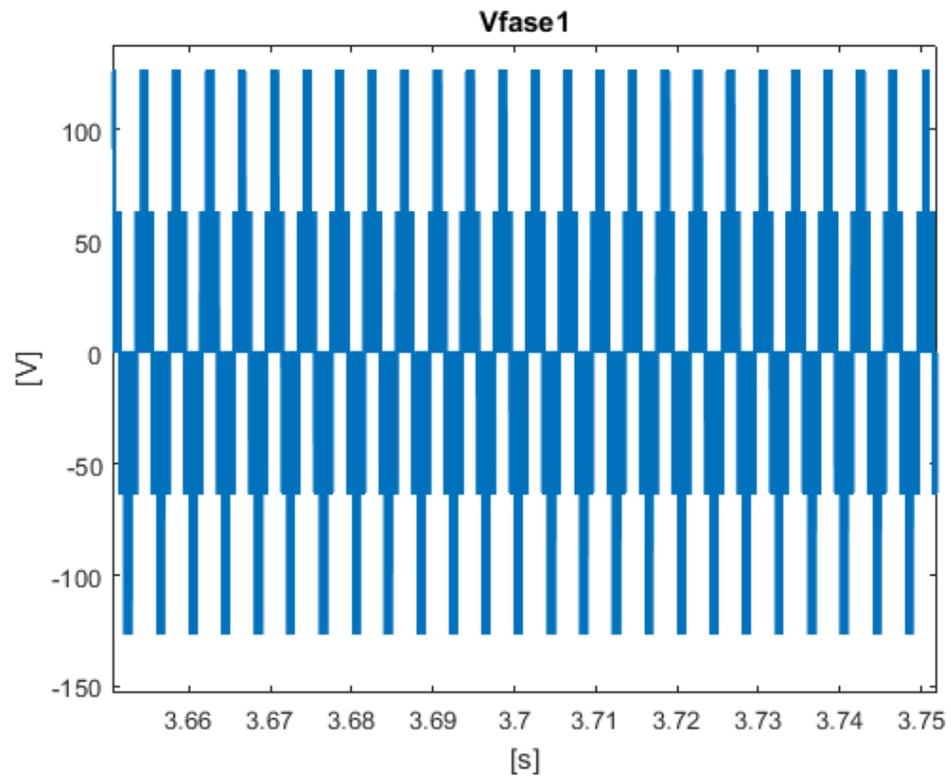


Fig. 46 Tensione di fase in modulazione lineare

È possibile individuare la fondamentale della tensione di fase attraverso la FFT Analysis del blocco Powergui

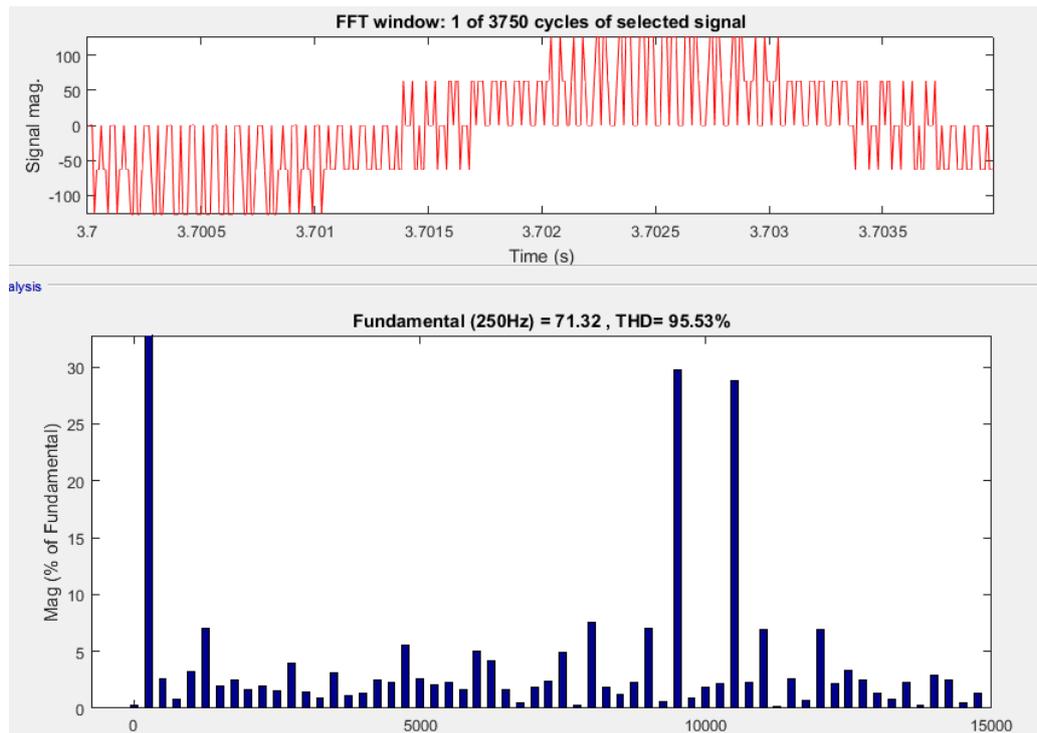


Fig. 47 FFT Analysis Tensione di fase

Come atteso dalla figura 19, è presente il contributo armonico della commutazione a frequenza 10 kHz. Inoltre essendo il valore di picco della fondamentale minore di 96 V l'inverter sta operando in modulazione lineare con un indice di ampiezza pari a

$$m_a = \frac{71,32}{96} = 0,74$$

La corrente di fase è affetta da ripple triangolare di circa 1 A come mostrato nelle figura 48.

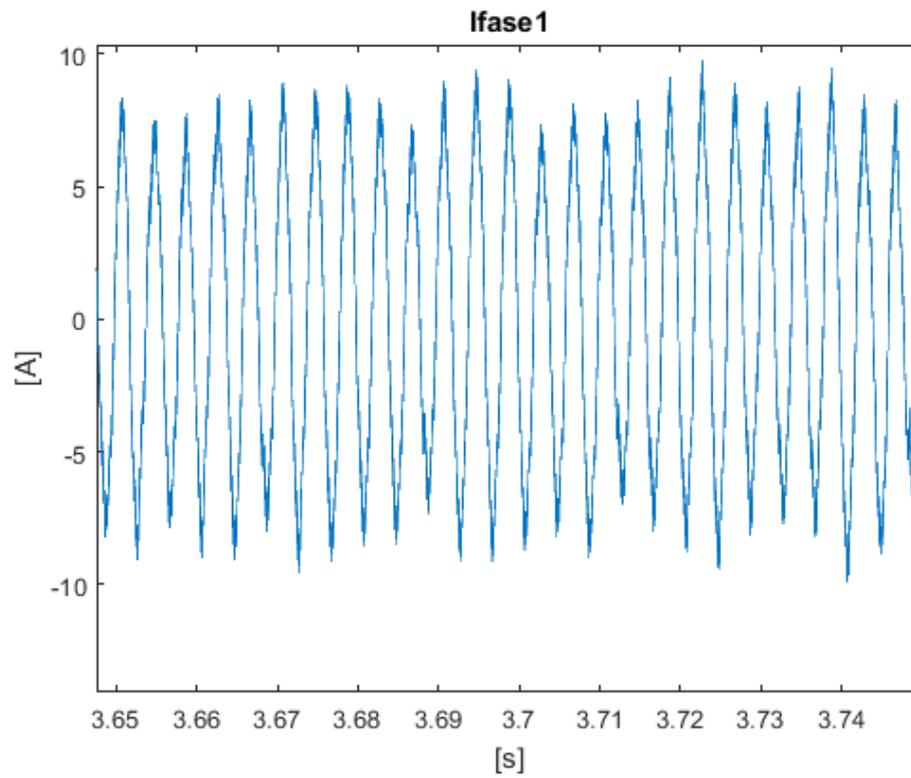


Fig. 48 Corrente di fase

Le correnti in asse diretto e quadratura sono illustrate in figura 49 e 50. Si può notare come l'inserimento dell'inverter provochi ripple delle correnti i_d e i_q dell'ordine di 3 A. Ciò si traduce in un ripple di coppia come mostrato in figura 51.

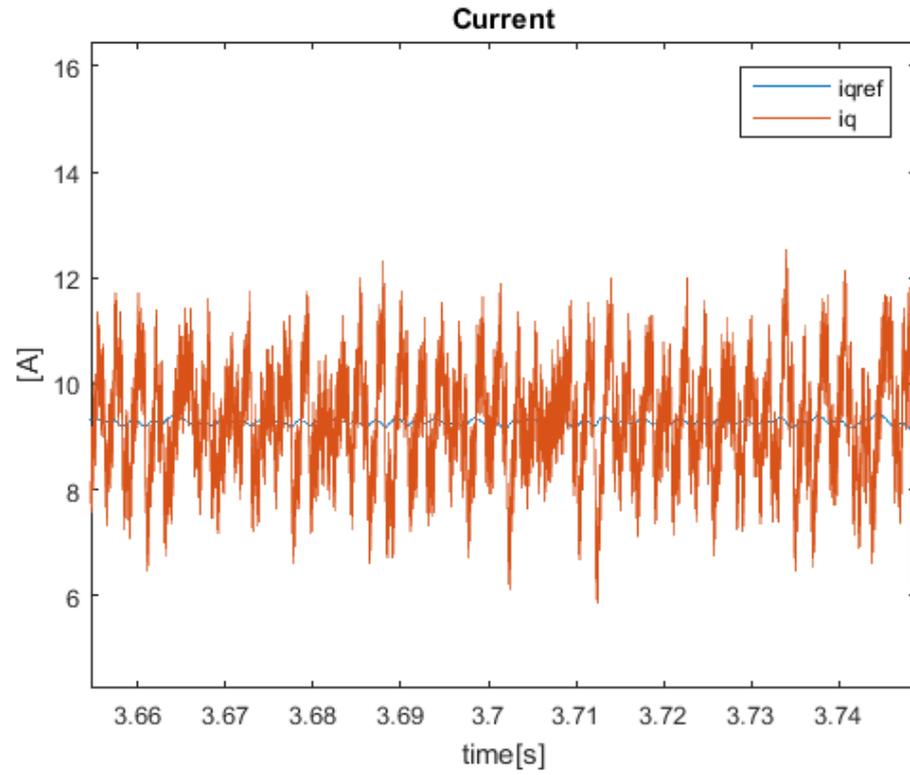


Fig.49 Corrente quadratura

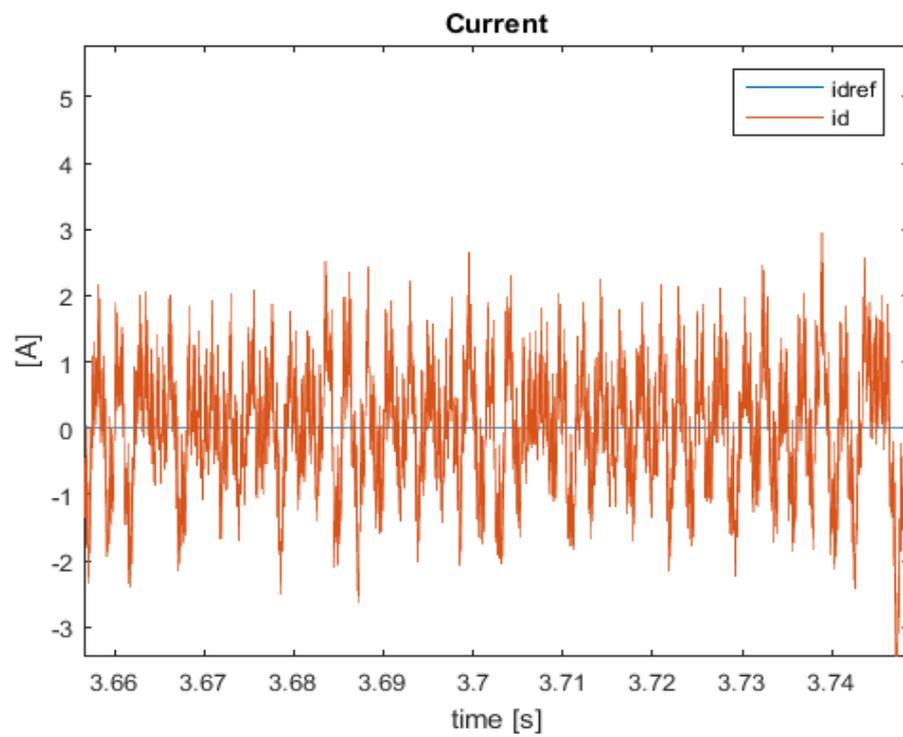


Fig. 50 Corrente diretta

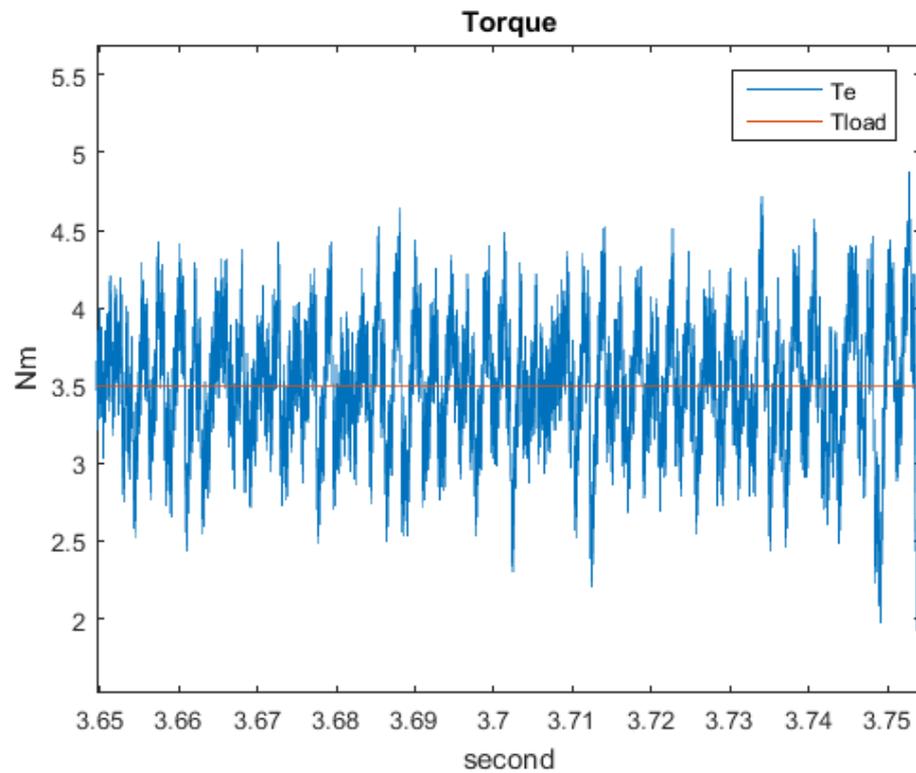


Fig 51 Coppia

2) Zona di Sovramodulazione

Il secondo gradino di velocità provoca un overshoot all'istante 0.3 s

$$\frac{329,5 - 314,15}{314,15} * 100 = 4 \%$$

Nella seconda fase di regime, supponendo $t = 5,7$ s la tensione di fase è:

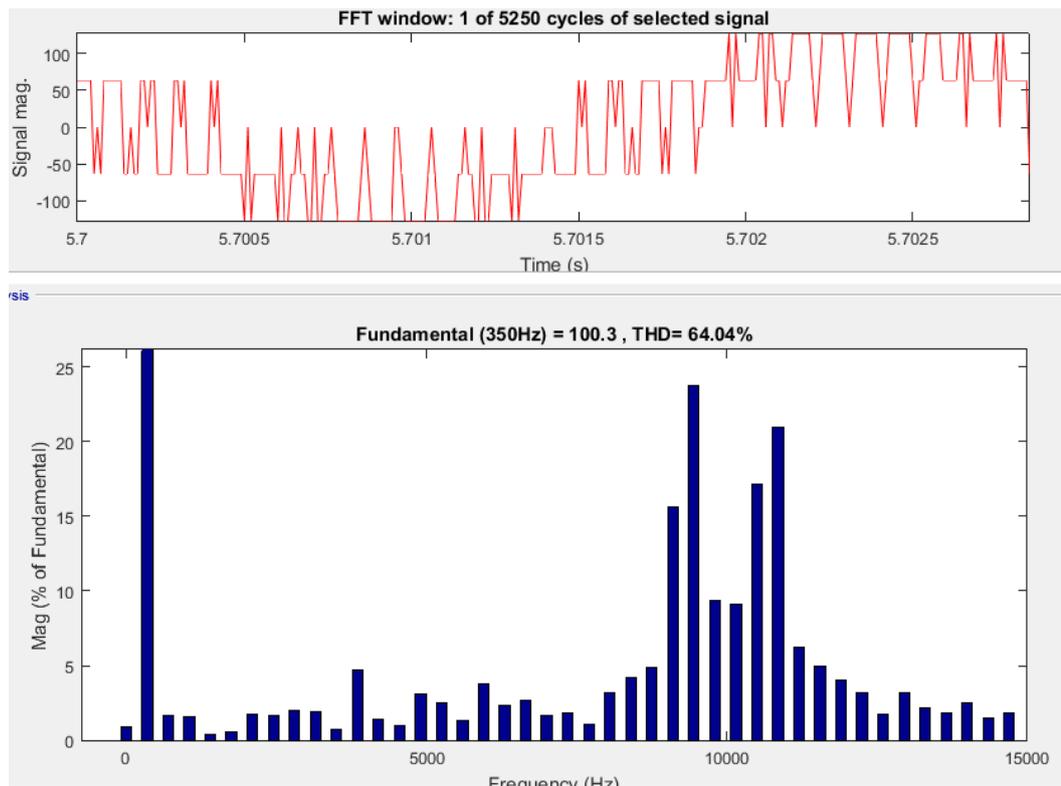


Fig. 52 Tensione di fase

Il valore di picco della fondamentale maggiore di 96 V e minore di 122 V quindi l'inverter sta operando in sovramodulazione

La corrente di fase subisce un aumento dovuto alla presa di carico dell'istante 5,8 s come mostrato in figura 54

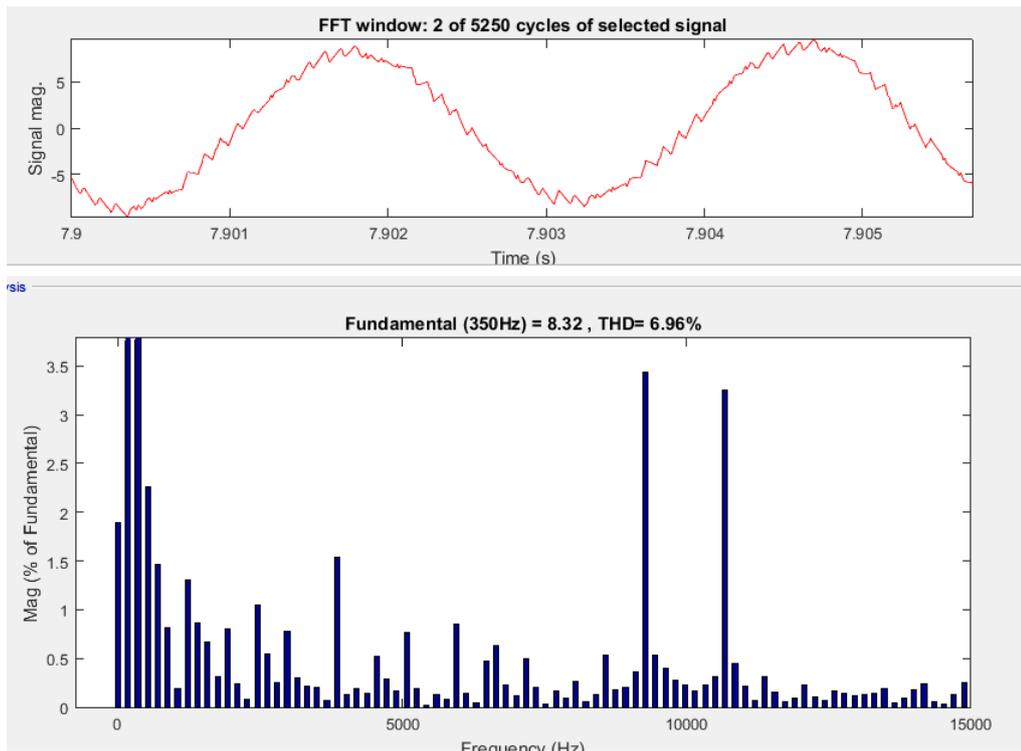


Fig. 53 Corrente di fase

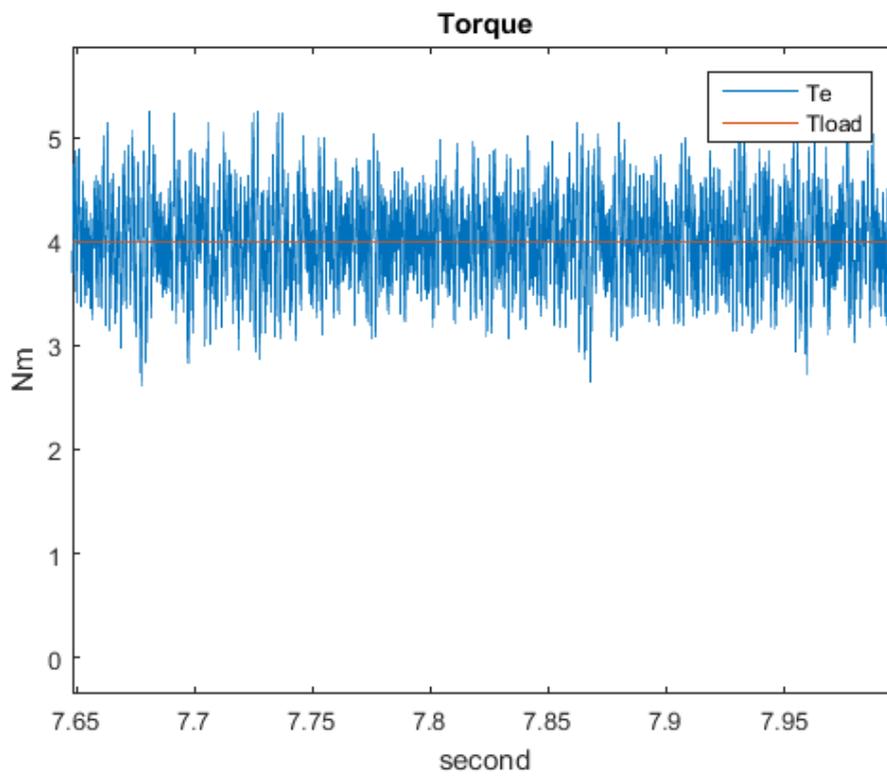


Fig. 54 Coppia

3) Six Step

In questa fase si raggiunge la tensione massima data dall'alimentazione, figura 55. Non essendoci più margine di tensione per il controllo di corrente in asse quadratura, le correnti i_d tende a un valore diverso da zero come illustrato in figura 56. Inoltre le correnti di fase si distorcono, figura 57.

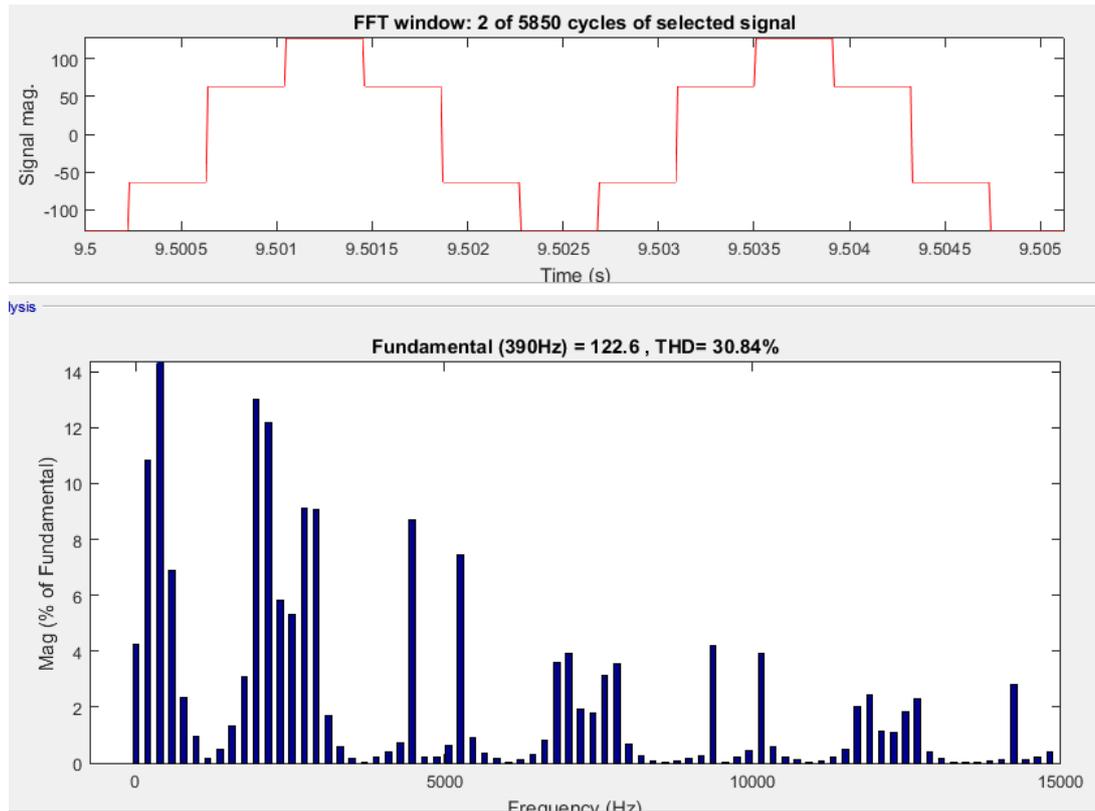


Fig. 55 Tensione di fase

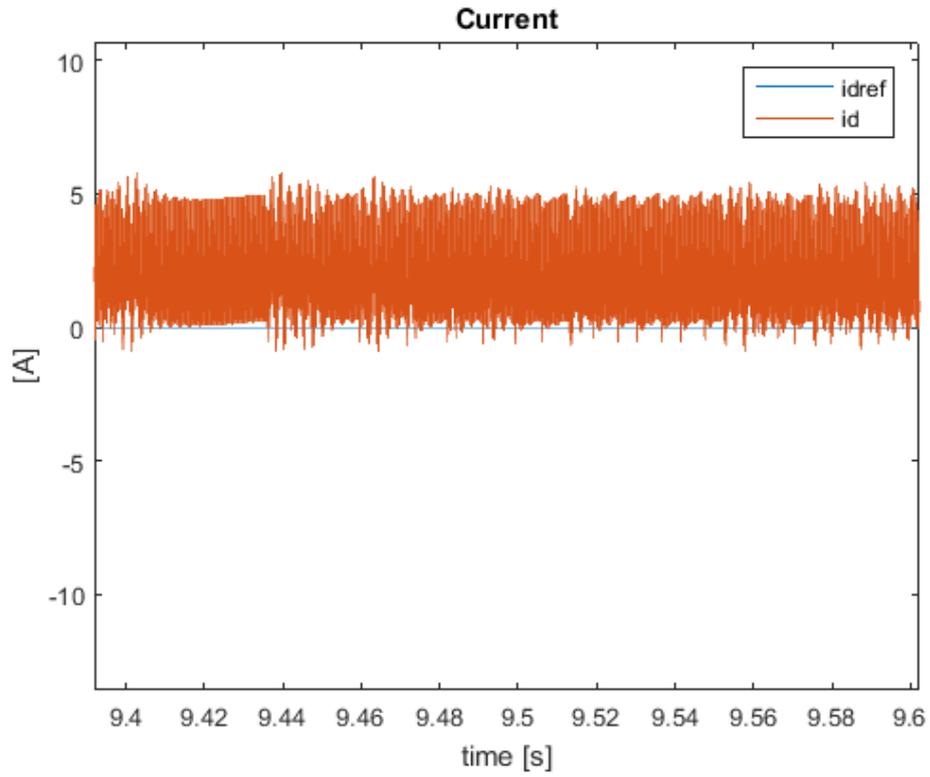


Fig. 56 Corrente diretta

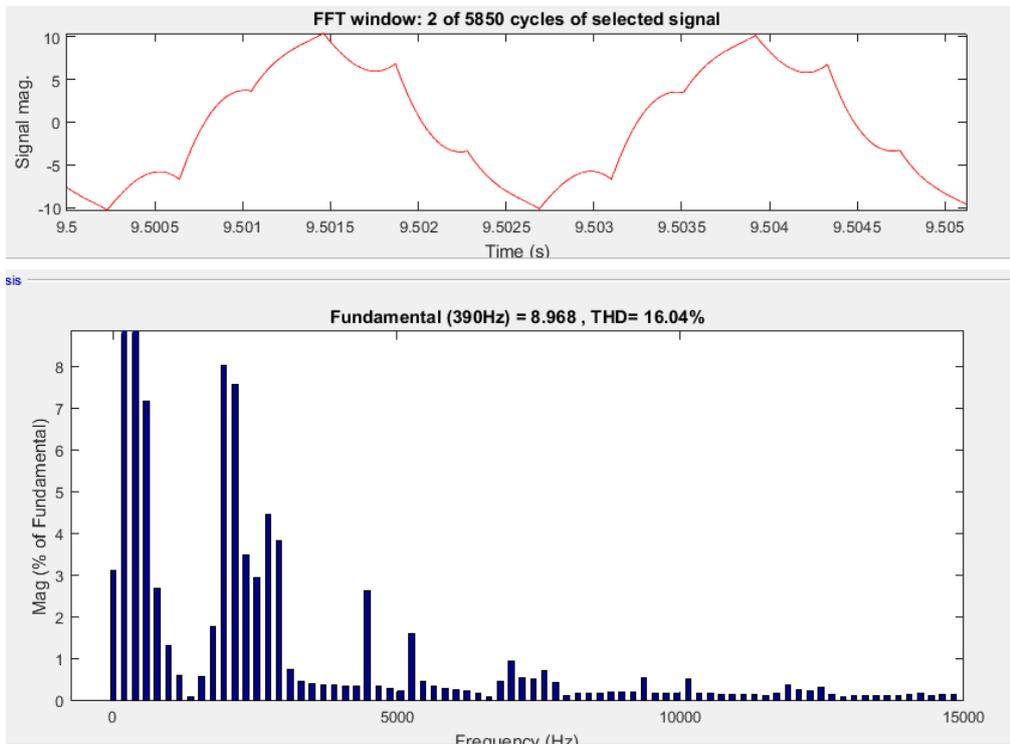


Fig. 57 Corrente di fase

Infine nell'intervallo di tempo $10 \leq t \leq 15$ s si svolge un deflussaggio per arrivare a $572 \text{ rad/s} = 5460 \text{ rpm}$

- $I_{dref} = -1 \text{ A}$
- $I_{qref} = 8 \text{ A}$

Mantenendo la tensione massima si ruota il vettore corrente in senso antiorario:

- $V_{1peak} = 122 \text{ V}$
- $I_{dq} = 8 \text{ A}$

$$|V_{dq}| \sim |J * p * \omega_r * \lambda_{dq}|$$

$$|122| \sim |J * 5 * 572 * \lambda_{dq}|$$

$$\lambda_{dq} = 0,0427 < 0,05028 = \lambda_m \text{ Wb}$$

Conclusioni

Dalle simulazioni svolte è stato possibile verificare come il controllo del motore SMPM con il Model Predictive Control sia una valida alternativa ai controlli in cascata con regolatori P.I.

Nell'ultima simulazione è stato introdotto un elemento non lineare rappresentato dall'inverter trifase, a causa di questa di questo dispositivo si sono generati ripple di corrente, dovuti alle armoniche ad alta frequenza introdotte dalla commutazione, e, di conseguenza di coppia. Uno sviluppo futuro può essere rappresentato dalla compensazione degli errori non lineari dovuti a questo componente.

APPENDICE A

```
% PMSM Parameters
p= 5; % Pole Pairs
Rs= 0.43; % [ohm]Stator Resistance
Ls= 0.00172; % [H] Inductance
FluxMP= 0.05028; % [Wb]Permanent Magnet Flux
Jeq= 0.0032; % [Kg*mq]Inertia
Tn= 4; % [Nm]Torque rated
Wrn= 3000; % [rpm]Speed rated

% INVERTER Parameters
fsw= 10000; % [Hz] switching frequency
Ts= 1/fsw; % [s] sampling time
Vdc=192; % [V]

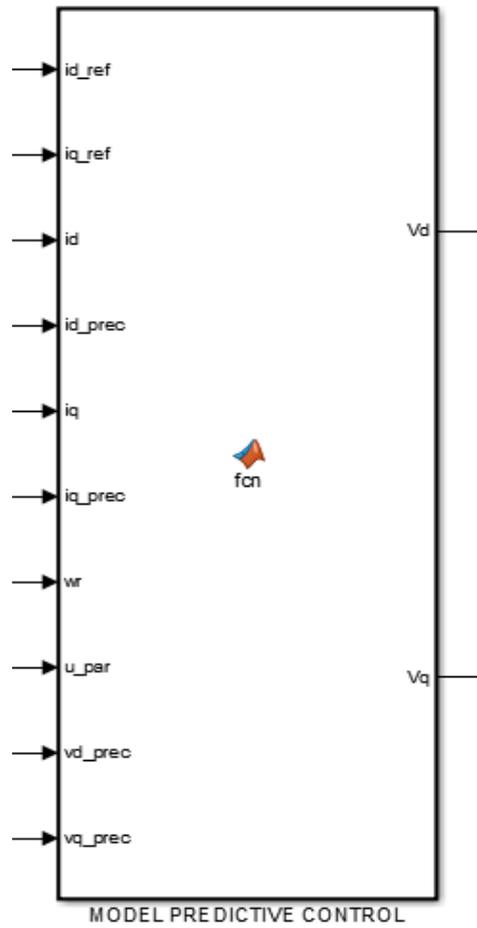
%Current Control
fci= 900; % [Hz] current crossover
wci= 2*pi*fci; % [rad/s]
wzi=250; % [rad/s]
Kpi= 4.712; % Proportional gain
Kii= Kpi*wzi; % Integrator gain

%Speed Control
fcw= 90; % [Hz] Speed crossover
wcw= 2*pi*fcw; % [rad/s]
Kpw= wcw*Jeq; % Proportional gain
Kiw= Kpw*wcw/10; % Integrator gain

%inizializzazioni
id0=0;
iq0=0;
Vd0=0;
Vq0=0;
wr0=0;
theta0=0;

%Parametri MPC
Np = 3; %Orizzonte di predizione
Nc = 3; %Orizzonte di controllo
rwd = 10;
rwq = 10;
Vdc=192;
```

APPENDICE B



```
function [Vd,Vq] = fcn(id_ref,iq_ref,id,id_prec,iq,iq_prec, wr,
u_par, vd_prec, vq_prec)
Rs = u_par(1);
Ls = u_par(2);
p = u_par(3);
FluxMP = u_par(4);
Ts = u_par(5);
rwd = u_par(6);
rwq = u_par(7);
Vlim = u_par(8);
Vd0=u_par(9);
Vq0=u_par(10);

Am=[-Rs/Ls p*wr;-p*wr -Rs/Ls];           %matrice A continua
Bm=[1/Ls 0;0 1/Ls];                   %matrice B continua
Cm=[1 0;0 1];                          %matrice C continua

Np=3;
Nc=3;
```

```

Vd=vd_prec;
Vq=vq_prec;

dim_Bm = size(Bm);
dim_Cm = size(Cm);

m = dim_Bm(2);
q = dim_Cm(1);

% Discretizzazione del processo
Ad = (eye(2) + Am*Ts);
Bd = Ts*Bm;
Cd = Cm;

% calcolo le dimensioni delle matrici del sistema per determinare
il numero degli stati, ingressi ed uscite del processo

[m1,n1] = size(Cd);
[n1,n_in] = size(Bd);
A_e = eye(n1+m1, n1+m1);

%2 ingressi idk iqk
%2 uscite Vdk Vqk
%2 stati

% Trasformazione nel modello esteso

%Struttura della matrice di Transizione estesa
A_e(1:n1, 1:n1) = Ad;
A_e(n1+1:n1+m1, 1:n1) = Cd*Ad;
A_e(1:n1,n1+1:n1+m1)=zeros(2,2);
A_e(1+n1:n1+m1,n1+1:n1+m1)=eye(2,2);

%struttura della matrice degli ingressi estesa
B_e = zeros(n1+m1,n_in);
B_e(1:n1,:) = Bd;
B_e(n1+1:n1+m1,:) = Cd*Bd;

%struttura della matrice degli output

C_e = [zeros(m1,n1) eye(m1)];

%Matrici F e PHI

[n, l] = size(A_e);
F = zeros(Np*q,n);
for i=1:Np
    F((i-1)*q+1:i*q,:) = C_e*(A_e^i);
end

Phi = zeros(Np*q,Nc*m);

```

```

for j = 1:Np
    if j<=Nc
        for i = 1:j
            Phi(((j-1)*q+1):(j*q),((i-1)*m+1):(i*m))=C_e*(A_e^(j-
i))*B_e;
        end
    else
        for i = 1:Nc
            Phi(((j-1)*q+1):(j*q),((i-1)*m+1):(i*m))=C_e*(A_e^(j-
i))*B_e;
        end
    end
end
end

VV_Bar_R = [rwd rwq rwd rwq rwd rwq];
Bar_R=diag(VV_Bar_R); %matrice 6*6
Phi_Phi= Phi'*Phi; %matrice 6*6
Phi_F= Phi'*F; %matrice 6*4
Rs=[id_ref;iq_ref;id_ref;iq_ref;id_ref;iq_ref]; %matrice 6*1
Phi_Rs=Phi'*Rs; %matrice 6*1

%#codegen

xk=[id-id_prec;iq-iq_prec;id;iq];
yk=[id;iq];
u_prec=[vd_prec; vq_prec];

DeltaU = inv(Phi_Phi+Bar_R)*(Phi_Rs-Phi_F*xk); %matrice 6*1
deltau = DeltaU(1:2,1);
u = u_prec+deltau; %matrice 2*1

% SOLUZIONE GENERALE

Vd=u(1,1);
Vq=u(2,1);

```

Bibliografia

- [1] Appunti corso Azionamenti Elettrici, Politecnico di Torino.
- [2] Appunti corso Macchine Elettriche 2, Politecnico di Torino.
- [3] Pillay P. and R. Krishnan, *Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet motor drives. The permanent-magnet synchronous motor drive*, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 25, No. 2, 265-273, 1989.
- [4] Liuping Wang, *Model Predictive Control System Design and Implementation Using MATLAB*, Melbourne, Australia ,2009, Springer
- [5] Mingdi Fan*, Hui Lin, and Tianyi Lan, *Model Predictive Direct Torque Control for SPMSM with Load Angle Limitation*, Progress In Electromagnetics Research B, Vol. 58, 245-256, 2014
- [6] L. Pinzari, *Appunti sul Controllo Predittivo basato sulla conoscenza del Modello*, 2010, Università degli Studi Roma TRE
- [7] Nel capitolo 1 le figure 10, 11 e 12 sono state prese dal file pdf “6. Azionamenti AC brushless”,
https://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=2ahUKEwjf6da6l7nhAhUjNOwKHWaNCO0QFjACegQIAhAC&url=http%3A%2F%2Fcastellidezza.faculty.polimi.it%2Fwp-content%2Fuploads%2FAzionamenti-brushless_v.pdf&usg=AOvVaw1yqT6EC1IA-Dh6vT8wPXSF
- [8] Appunti corso Elementi di Azionamenti Elettrici, Politecnico di Torino.
- [9] Nel paragrafo 3.4.1 la figura 32 è presa dal testo [6]
- [10] Appunti corso Elettronica Industriale, Politecnico di Torino

ELENCO DELLE FIGURE

- Figura 1 “Struttura Motore brushless SMPM isotropo”
- Figura 2 “Struttura di controllo”
- Figura 3 “Avvolgimento distribuito per una fase di un motore 2 poli”
- Figura 4 “Rotore con due poli, andamento induzione magnetica”
- Figura 5 “Relazione tra angolo statorico e angolo rotorico”
- Figura 6 “Connessione a stella degli avvolgimenti statorici”
- Figura 7 “Circuito equivalente SMPM”
- Figura 8 “Posizione dei poli del motore sull’asse reale-immaginario”
- Figura 9 “Posizione dei poli del motore sull’asse reale-immaginario”
- Figura 10 “Schema a blocchi del modello dq del motore: a) motore SMPM
b) equazione dei flussi c) equazione meccanica”
- Figura 11 “Limite di tensione”
- Figura 12 “Diagramma vettoriale che illustra il ruolo delle corrente diretta i_d ”
- Figura 13 “Inverter trifase”
- Figura 14 “Diodo”
- Figura 15 “Caratteristica tensione corrente del diodo”
- Figura 16 “IGBT”
- Figura 17 “Caratteristica tensione corrente IGBT”
- Figura 18 “Segnale modulante normalizzato”
- Figura 19 “Spettro armonico”
- Figura 20 “Regioni di funzionamento PWM”
- Figura 21 “Schema a blocchi motore SMPM”
- Figura 22 “Schema a blocchi della retroazione di corrente”

- Figura 23 “Schema a blocchi equivalente”
- Figura 24 “Schema a blocchi del convertitore”
- Figura 25 “Anello di corrente”
- Figura 26 “Diagrammi di Bode delle funzioni di trasferimento”
- Figura 27 “Risposta al gradino di corrente quadratura”
- Figura 28 “Anello di corrente quadratura compensato”
- Figura 29 “Corrente quadratura”
- Figura 30 “Anello di velocità”
- Figura 31 “Risposta in velocità”
- Figura 32 “a) Strategia MPC b) Struttura MPC”
- Figura 33 “Controllo in cascata SMPM con regolatori P.I.”
- Figura 34 “Velocità angolare rotorica e velocità di riferimento”
- Figura 35 “Risposta di coppia al carico”
- Figura 36 “Corrente quadratura”
- Figura 37 “Corrente diretta”
- Figura 38 “Tensione”
- Figura 39 “Controllo in cascata del SMPM con MPC”
- Figura 40 “Risposta di velocità”
- Figura 41 “Risposta di coppia”
- Figura 42 “Corrente quadratura”
- Figura 43 “Corrente diretta”
- Figura 44 “Controllo SMPM con MPC”
- Figura 45 “velocità di riferimento e velocità angolare rotorica”
- Figura 46 “Tensione di fase in modulazione lineare”
- Figura 48 “Corrente di fase”
- Figura 49 “Corrente quadratura”
- Figura 50 “Corrente diretta”

Figura 51 “Coppia”

Figura 52 “Tensione di fase”

Figura 53 “Corrente di fase”

Figura 54 “Coppia”

Figura 55 “Tensione di fase”

Figura 56 “Corrente diretta”

Figura 57 “Corrente di fase”