

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Studio sul processo di modellazione automatica delle trasmissioni multimodali in un veicolo ibrido



Relatori:

prof. Enrico Galvagno
prof. Alessandro Vigliani
prof. Mauro Velardocchia

Candidato:

Antonio Toscano

Anno Accademico 2018/2019

Sommario

Introduzione.....	1
Capitolo 1: I veicoli ibridi	3
1.1 Presentazione.....	3
1.2 Classificazione dei veicoli ibridi	5
Ibrido serie.....	5
Ibrido parallelo	7
Ibrido misto o serie-parallelo.....	9
Capitolo 2: Modellazione automatica delle configurazioni.....	13
2.1 Calcolo del numero di frizioni del sistema del numero di modi.....	13
Calcolo del numero di frizioni.....	13
Calcolo del numero di modi	14
2.2 Creazione della matrice A_0	15
2.3 Definizione della matrice di transizione.....	18
Creazione della matrice M	18
Creazione della matrice P	18
Esempio	19
2.4 Costruzione della matrice A^*	20
2.5 Trasformazione della matrice A^*	20
2.6 Modi di funzionamento	22
Modo serie.....	22
Modo compound split(3DOF)	23
Modo compound split(2DOF)	23
Modo input split	23
Modo output split	24
Modo parallelo con ECVT (ICE+1MG).....	24
Modo parallelo con ECVT (ICE+2MG in serie).....	25
Modo ICE	25
Modo parallelo con rapporto fisso (ICE+2MG, 2DOF)	25
Modo parallelo con rapporto fisso (ICE+2MG, 1DOF)	26
Modo parallelo con rapporto fisso (ICE+1MG, 1DOF)	26
Modo elettrico (2MG, 2DOF)	26
Modo elettrico (2MG,1DOF)	27
Modo elettrico (1MG,1DOF)	27
Capitolo 3: Sviluppo e implementazione di un programma Matlab.....	29
3.1 Dati di partenza.....	29
3.2 Creazione della matrice M	30
3.3 Creazione di A^{-1}	33

3.4 Creazione di uno schema rappresentativo delle frizioni attive	33
3.5 Creazione di A^*	34
3.6 Controllo sul rotismo folle.....	35
3.7 Eliminazione delle ridondanze	36
3.8 Scelta di k	36
3.9 Il metodo simbolico	37
Configurazione n°157.....	39
Configurazione n°567.....	40
Configurazione n°648.....	40
3.10 Risultati per il sistema composto da tre rotismi.....	41
Capitolo 4: Implementazione di un algoritmo per la valutazione dell'efficienza.....	43
4.1 Modellizzazione dei componenti.....	43
Motore a combustione interna	43
Motore elettrico 1	44
Motore elettrico 2	44
Batteria	45
Veicolo	47
4.2 Sviluppo di un algoritmo per la valutazione dell'efficienza.....	48
Calcolo delle velocità angolari (DOF=2)	50
Calcolo delle velocità angolari (DOF=1)	51
Calcolo delle potenze e dei rendimenti.....	51
Valutazione dell'efficienza delle modalità ibride.....	52
Calcolo della potenza della batteria.....	52
Controlli.....	53
Valutazione dell'efficienza delle modalità elettriche	55
Capitolo 5: Applicazione della procedura ad architetture con un unico rotismo epicicloidale	55
Chevrolet Volt	55
5.1 Presentazione.....	55
5.2 Modo elettrico EV 1 DOF	56
5.3 Modo elettrico EV 2 DOF	57
5.4 Modo serie.....	59
5.5 Output split.....	62
Capitolo 6: Applicazione della procedura ad architetture con due rotismi epicicloidali	64
Toyota Prius.....	64
6.1 Presentazione.....	64
6.2 Cinematica del sistema	64
6.3 Dinamica del sistema.....	65
6.4 Ricerca di altre configurazioni	66

Tre frizioni.....	66
Due frizioni e una connessione fissa	67
Una frizione e due connessioni fisse	68
6.5 Applicazione dell'algoritmo alla Toyota Prius.....	70
6.6 Simulazione dinamica in Simulink.....	79
Chevrolet Volt	83
6.6 Presentazione.....	83
6.7 EV 1 MG 1DOF	84
6.8 EV 2 MG 1DOF.1	84
6.9 EV 2 MG 1DOF.2	86
6.10 Input split.....	88
6.11 Compound split	89
6.12 Parallel FG 1 DOF 1 MG	90
6.13 Parallel EVT 1 MG.....	90
Capitolo 7: Applicazione della procedura al caso di architetture con tre rotismi epicicloidali	92
GM Two mode	92
7.1 Presentazione.....	92
7.2 Modo input split	93
7.3 Compound split	95
7.4 Rapporto fisso 1.....	96
7.5 Rapporto fisso 2.....	97
7.6 Rapporto fisso 3.....	99
7.7 Rapporto fisso 4.....	100
7.8 Risultati.....	101
Conclusioni.....	102
Bibliografia.....	104

Introduzione

Nella società odierna i veicoli costituiscono uno strumento indispensabile per lo svolgersi della vita di tutti i giorni: ogni famiglia possiede almeno un'automobile che viene usata per spostarsi in breve tempo e con la massima comodità. Altri esempi possono essere gli autobus o i camion, che offrono rispettivamente servizi di trasporto persone e trasporto merci.

Queste categorie di veicoli sono caratterizzate dalla presenza a bordo di un motore a combustione interna, il cui funzionamento è correlato all'uso di combustibili derivati dal petrolio, quali possono essere la benzina o il gasolio.

Il motore a combustione interna sfrutta l'elevato contenuto energetico del combustibile facendolo reagire con l'aria ambiente; tale reazione produce, nel caso ideale, solo anidride carbonica e vapore acqueo.

Tuttavia, nel caso reale vengono prodotte, anche se in minima parte, delle sostanze inquinanti che sono limitate da normative poiché nocive per la salute umana. Le norme sanciscono i limiti che ogni veicolo deve rispettare per essere omologato e immatricolato.

L'anidride carbonica, invece, non è tossica per l'uomo e non è considerata una sostanza inquinante, ma è un gas serra: ovvero è responsabile dell'innalzamento della temperatura media del pianeta, il cosiddetto fenomeno del riscaldamento globale o "effetto serra". Poiché l'anidride carbonica è un prodotto della combustione reale, l'unico modo per cercare di ridurre la quantità è usare meno combustibile. Per tale motivo sono state introdotte delle norme che limitano i consumi di combustibile.

Oggi i vincoli sono diventati così stringenti che i soli interventi sul motore a combustione non bastano: le nuove soluzioni integrano a bordo del veicolo una nuova fonte di energia, ad esempio le batterie, che alimentano uno o più motori elettrici, i quali vanno ad assistere o sostituire completamente il motore termico nella generazione di potenza utile a far avanzare il veicolo.

Si possono distinguere veicoli puramente elettrici in cui le batterie forniscono l'energia necessaria (BEV: veicoli elettrici a batteria o EV: veicoli elettrici) e veicoli ibridi (HEV) in cui è possibile trovare a bordo veicolo almeno due fonti di energia.

L'elettrico puro, ad oggi, non è ritenuto una valida alternativa alla sostituzione dei motori a combustione interna a causa della scarsa autonomia delle batterie: la densità di energia presente in veicolo a batteria (BEV: Battery Electric Vehicle) è di alcuni ordini di grandezza inferiore a quella presente in un veicolo convenzionale. Per avere un'autonomia confrontabile con un veicolo ordinario, la dimensione del pacco batterie aumenterebbe a tal punto che il suo accrescimento avrebbe come risultato un aumento insostenibile di peso e ingombro del sistema.

Il miglior compromesso, per ottenere una riduzione dei consumi e delle emissioni, è quello dei veicoli ibridi, in cui una nuova fonte energetica viene inserita a bordo veicolo, in modo da compensare lo svantaggio della ridotta autonomia delle batterie, utilizzando il motore a combustione interna come mezzo con cui ricaricarle, e ridurre i consumi del motore termico, permettendo che questo lavori in condizioni più efficienti rispetto al caso tradizionale.

In un veicolo ibrido la trasmissione ha il ruolo di gestire i flussi di potenza provenienti dai vari attuatori, mettendo in pratica la strategia elaborata dal sistema di controllo.

Lo scopo della trattazione è quello di esaminare le trasmissioni ibride che assumono il nome di *multimodali*, poiché sono in grado di attivare diversi *modi* di funzionamento, così da adattare l'architettura del veicolo in funzione della condizione di guida con lo scopo di ottenere la massima efficienza del sistema.

Il lavoro di tesi è stato svolto mediante l'ausilio del software Matlab e Simulink.

Capitolo 1: I veicoli ibridi

1.1 Presentazione

Un veicolo si definisce ibrido quando sono presenti due fonti di energia distinte a bordo, una primaria e una secondaria. Nel corso della trattazione si considera come fonte di energia primaria quella contenuta all'interno del combustibile, mentre come secondaria quella presente all'interno del pacco batterie.

L'idea di base al concetto di ibridizzazione è quella che, in un certo ciclo di funzionamento, il motore termico provveda alla potenza media richiesta mentre al motore elettrico è dato il compito di provvedere ai picchi di potenza, come si può vedere in Figura 1.

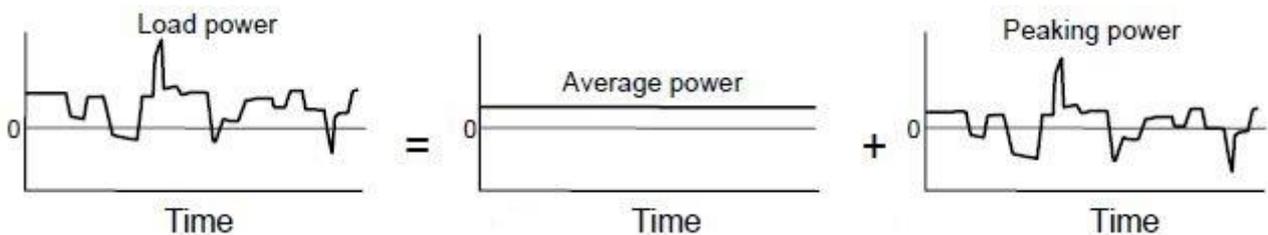


Figura 1 - Scomposizione della potenza richiesta

La potenza di un motore termico è calcolabile con l'Equazione 1

$$P_u = pme \cdot V \cdot \frac{n}{m}$$

Equazione 1

dove P_u indica la potenza del motore, pme o *pressione media effettiva* è il lavoro per unità di cilindrata, V è la cilindrata complessiva del motore, n la velocità angolare e m un coefficiente correttivo che tiene conto se il motore è due o quattro tempi.

Affinché un veicolo sia omologato e immatricolato, deve essere eseguito un test di prova su un banco a rulli, in cui attraverso i rulli viene riprodotto un ciclo di riferimento che simula una reale condizione di guida. I risultati ottenuti in termini di consumi ed emissioni sono confrontati con quelli delle normative, che fissano i valori massimi che un veicolo può assumere. Se il veicolo è al di sotto delle soglie previste dalla legge può, allora, essere introdotto sul mercato.

In base al tipo di veicolo e allo stato in cui questo deve essere introdotto esistono diversi cicli di riferimento. Dall'anno 2000 fino al 2017, per le auto di segmento C in Europa, il ciclo di riferimento è stato il New European Driving Cycle (NEDC), in cui una parte di ciclo simulava la guida urbana e una la guida extraurbana. Tale ciclo, però, è risultato poco indicativo della guida reale in quanto le accelerazioni sono blande e non rappresentative del comportamento di un utente reale, come è possibile notare in Figura 2, in cui vengono riportati i punti di lavoro di un motore a combustione interna diesel durante il ciclo NEDC. I punti sono concentrati in basso a sinistra, nella zona dei carichi parziali, e sono abbastanza lontani dalla zona degli alti carichi dove il motore lavora con un consumo specifico minore.

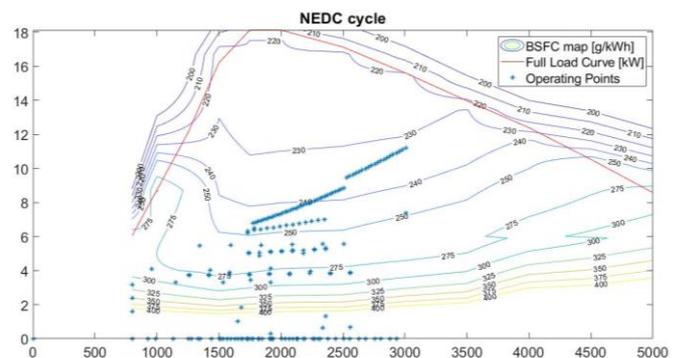


Figura 2 - Punti di lavoro in un ciclo NEDC di un motore turbo-diesel

Da settembre 2017 il ciclo Worldwide Harmonized Light vehicles Test Procedure (WLTP) è entrato a far parte della procedura sostituendo l'NEDC e simulando una condizione più realistica.

Si nota in Figura 3 come i punti di funzionamento durante il ciclo non siano più confinati nella zona in basso a sinistra ma occupino una zona molto maggiore rispetto al ciclo precedente, arrivando anche nelle zone di alto carico.

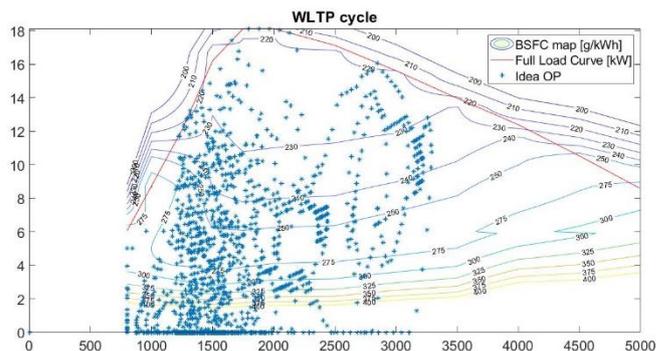


Figura 3 - Punti di lavoro in un ciclo WLTP di un motore turbo-diesel

In un veicolo convenzionale, il motore a combustione interna deve soddisfare l'intera richiesta di potenza da parte del guidatore e in un ciclo di riferimento come l'NEDC, in cui la richiesta di potenza è bassa, si troverebbe a funzionare per la maggior parte della durata del ciclo in punti a bassa efficienza (vedi Figura 2). Invece, in un veicolo ibrido il motore termico, dovendo soddisfare solo una potenza media, può essere di cilindrata minore rispetto al caso con il motore tradizionale: dall'Equazione 1 a parità di potenza richiesta e di velocità angolare se la cilindrata diminuisce aumenta la pme (o bmep nel grafico), il motore è più sollecitato e il punto di funzionamento si sposta verso l'alto in una zona ad efficienza maggiore nella mappa motore rispetto al caso di un veicolo convenzionale con il solo motore termico.

La potenza di picco, invece, viene fornita sommando il contributo del motore elettrico, che sfrutta la potenza elettrica fornita dalla batteria. La presenza di una macchina elettrica permette, inoltre, di recuperare parte dell'energia cinetica durante la frenatura che verrebbe altrimenti dissipata in calore grazie alla capacità della macchina elettrica di funzionare sia da motore che come generatore.

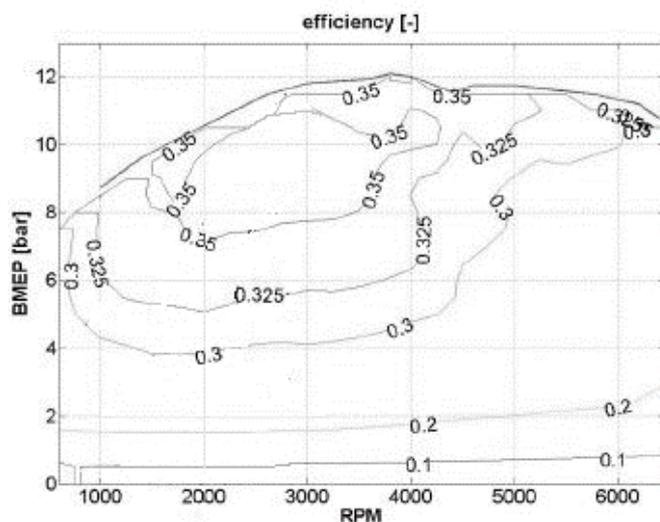


Figura 4 - Esempio di mappa motore

In base alla sua collocazione rispetto al motore termico (vedi Paragrafo 1.2) il motore elettrico può abilitare la funzionalità di Start&Stop, ovvero la capacità di accendere e spegnere il motore termico ogni qualvolta non è richiesta coppia, eliminando il funzionamento al minimo durante le fermate, ottenendo un miglioramento in termini di consumi. Questo aspetto era più rilevante nel ciclo NEDC a causa dei periodi relativamente lunghi di stazionamento del veicolo con motore termico acceso, ma rimane rilevante anche nel WLTP anche se in misura inferiore.

Nonostante i consumi ridotti, un veicolo ibrido ha un costo maggiore dovuto alla presenza in aggiunta ai componenti tradizionali di più motori elettrici, diversi convertitori di potenza e un pacco batterie. Inoltre, la manutenzione di un veicolo ibrido necessita di un personale tecnico specializzato sia in campo meccanico che elettrico, dotato di attrezzature e conoscenze che gli consentano di operare in sicurezza anche con le alte tensioni presenti sul veicolo. A discapito degli ibridi va anche l'affidabilità, che è ancora in fase di studio e la necessità di un sistema di controllo che riesca a coordinare i vari flussi di potenza fra i vari motori mantenendo l'efficienza globale del sistema vicina al valore massimo.

Sebbene gli svantaggi, i veicoli ibridi rappresentano una valida alternativa al veicolo convenzionale e sono oggetto di studio e di sviluppo dalla maggior parte dei costruttori automobilistici.

1.2 Classificazione dei veicoli ibridi

Esistono diverse tipi di classificazioni per i veicoli ibridi.

Una suddivisione è quella basata sulla posizione della macchina elettrica.

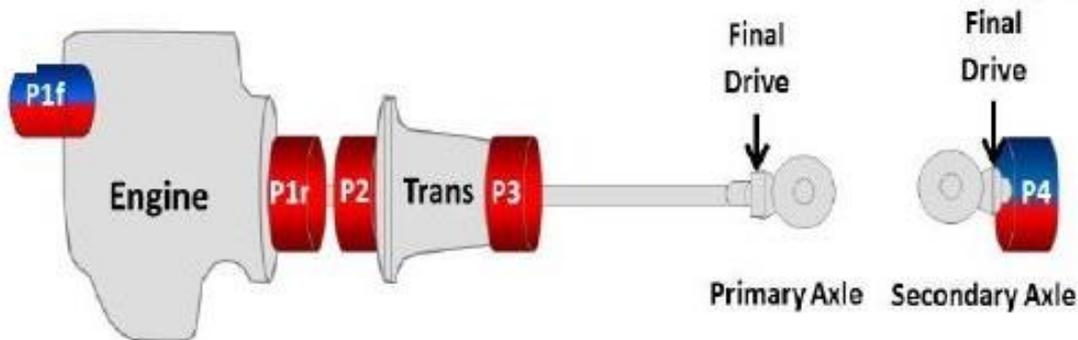


Figura 5 - Classificazione secondo la posizione della macchina elettrica

- P1: la macchina elettrica è collegata al motore e può essere $P1_{front}$ se lato cinghia o $P1_{rear}$ se lato volano
- P2: la macchina elettrica è fra il motore a combustione interna e l'albero di ingresso della trasmissione
- P3: la macchina elettrica è fra l'albero di uscita della trasmissione e l'ingresso del differenziale
- P4: la macchina elettrica si trova su un assale diverso da quello a combustione interna

Un altro tipo di classificazione divide i veicoli ibridi in serie, parallelo e misti (o serie-parallelo).

Ibrido serie

Il sistema ibrido serie è composto da un pacco batterie che alimenta il convertitore di potenza DC/AC che a sua volta è collegato elettricamente a due macchine elettriche: una collegata alle ruote attraverso la

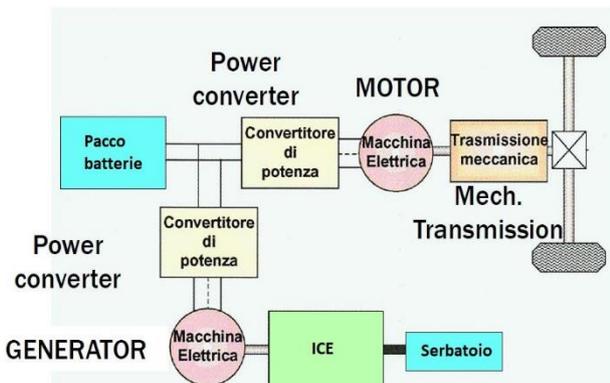


Figura 6 - Schema di un ibrido serie

La trasmissione meccanica ha solitamente un unico rapporto.

La propulsione del veicolo è affidata a un motore elettrico, la cui alimentazione è svolta dalle batterie o da un motore/generatore collegato meccanicamente al motore a combustione interna. Il motore elettrico collegato alla trasmissione può anche caricare le batterie poiché essendo reversibile può recuperare energia in frenata funzionando da generatore. Mentre il motogeneratore collegato al motore termico può essere utilizzato per mettere in funzione quest'ultimo.

Dalla struttura si nota come sia solo la macchina elettrica posta prima della trasmissione a provvedere alla generazione di coppia utile al movimento del veicolo, trasformando la potenza elettrica proveniente dal convertitore in potenza meccanica. La taglia di questo motore è un punto a svantaggio della configurazione serie perché deve essere in grado di fornire coppia e potenza meccanica in ogni condizione di funzionamento, che sia un'accelerazione o una strada a pendenza elevata. La sua taglia dipende, dunque, dalle prestazioni richieste al veicolo.

Si definisce *Grado di Ibridizzazione di un veicolo serie* R_h il rapporto fra la potenza del motore termico e la potenza disponibile alle ruote.

$$R_{h,s} = \frac{P_{ICE}}{P_{MOTOR}}$$

Equazione 2

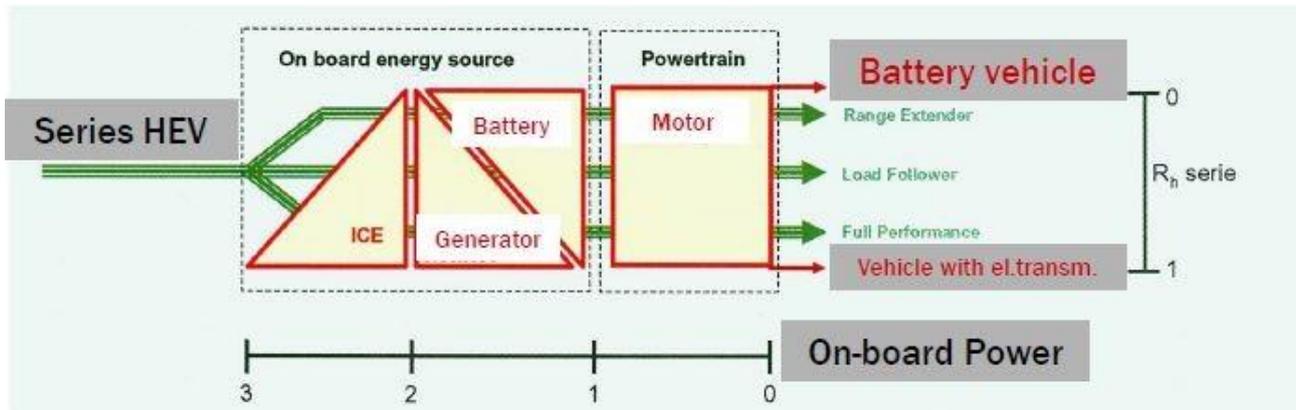


Figura 7 - Grado di ibridizzazione di un ibrido serie

In base al grado di ibridizzazione gli ibridi serie possono suddividersi in 5 sottocategorie:

- *Veicolo a batteria* $R_{h,s} = 0$
Non è presente il motore termico, il veicolo può considerarsi puramente elettrico, la batteria è l'unica fonte di energia del motore elettrico di trazione.
- *Range Extender*: per bassi valori del grado di ibridizzazione la taglia del motore termico è ancora piccola e il suo scopo non è quello di fornire potenza alla trazione ma di ricaricare le batterie al fine di aumentare l'autonomia complessiva del veicolo. Poiché non deve fornire potenza alle ruote, il piccolo motore termico può essere dimensionato per lavorare unicamente intorno al punto di massima efficienza. Un esempio in commercio è la Bmw i3, che con funzionalità range extender allunga la sua autonomia da 200 a 300 km.
- *Load follower*: si riduce la capacità della batteria e aumentano la taglia del motogeneratore e del motore termico che sono dimensionati in modo da fornire la massima potenza in condizioni stazionarie, le batterie e il motore elettrico forniscono la potenza di picco necessaria nei transitori.
- *Full performance*: scarsa capacità della batteria, il motore termico è dimensionato per la massima potenza richiesta al veicolo e provvede per la maggior parte a soddisfare le richieste del guidatore
- *Veicolo con trasmissione elettrica* $R_{h,s} = 1$: non è presente alcun sistema di accumulo e il motore termico provvede a garantire tutta la richiesta di potenza.

Le configurazioni del tipo ibrido serie riescono a separare la rotazione del motore termico da quella delle ruote e questo può essere un vantaggio quando il motore non lavora in condizioni di massima efficienza, perché la sua velocità angolare può essere modificata in modo da far spostare il punto di lavoro in uno più alto ad efficienza migliore, sfruttando il surplus di potenza per aumentare lo stato di carica delle batterie o alimentare gli accessori. Tuttavia, nel caso in cui il motore termico lavori intorno al punto di ottimo, ci sarebbe una doppia conversione dell'energia che penalizzerebbe il funzionamento del sistema, soprattutto se il motore termico contribuisce in maniera consistente alla trazione (alti gradi di ibridizzazione). Per questo motivo delle varie soluzioni dell'ibrido serie sono considerate interessanti solo le soluzioni con grado di ibridizzazione medio-basso, anche se hanno l'inconveniente di un sistema di batterie consistente che aumenta il peso e il costo del sistema.

Con l'ibrido serie sono possibili diverse modalità di funzionamento:

- *Modo batteria*: il motore elettrico è alimentato dalla batteria, mentre il motore a combustione interna rimane spento
- *Modo motore*: la generazione di potenza per la propulsione è affidata unicamente al motore termico
- *Modo combinato*: la trazione è resa possibile dalla combinazione del percorso meccanico e del percorso elettrico
- *Modo power split*: il motore termico produce più potenza di quella richiesta per la trazione, la potenza in eccesso serve a ricaricare le batterie
- *Modo frenatura rigenerativa*: il veicolo frena ad opera della macchina elettrica che funziona da generatore mandando potenza elettrica alla batteria che viene ricaricata
- *Modo ricarica*: il veicolo è fermo con i motori spenti ed è connesso alla rete elettrica, in modo da ricaricare le batterie. Se è possibile la ricarica da rete elettrica, l'ibrido prende il nome di *plug-in*

Ibrido parallelo

Il tipo di configurazione ibrido parallelo permette che sia il motore termico che quello elettrico forniscano energia direttamente alle ruote.

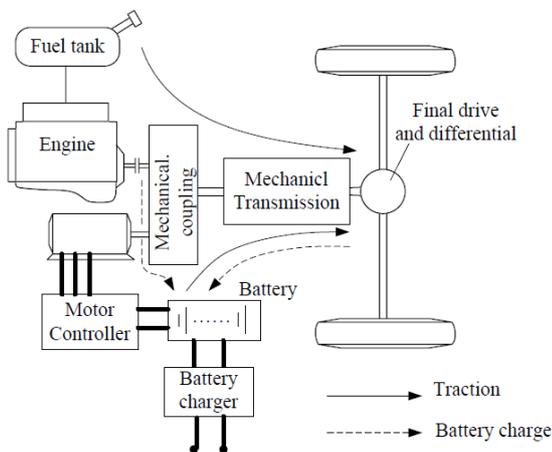


Figura 8 - Schema ibrido parallelo

Il sistema vede lo sviluppo in parallelo di due linee di potenza: quella elettrica e quella meccanica. La prima è formata dal pacco batterie, un convertitore di potenza, un motore elettrico e la trasmissione; la seconda è formata dal serbatoio del combustibile, il motore a combustione interna e la trasmissione. Manca, rispetto alla configurazione serie una macchina elettrica, inoltre, essendo il motore termico connesso direttamente alle ruote, la taglia del motore elettrico di trazione potrà essere più piccola rispetto al caso serie. Gli svantaggi di una configurazione in parallelo sono che è ancora presente una connessione cinematica fra il motore termico e le ruote e che si necessita di un sistema di controllo e una trasmissione più complessa rispetto al caso dell'ibrido serie.

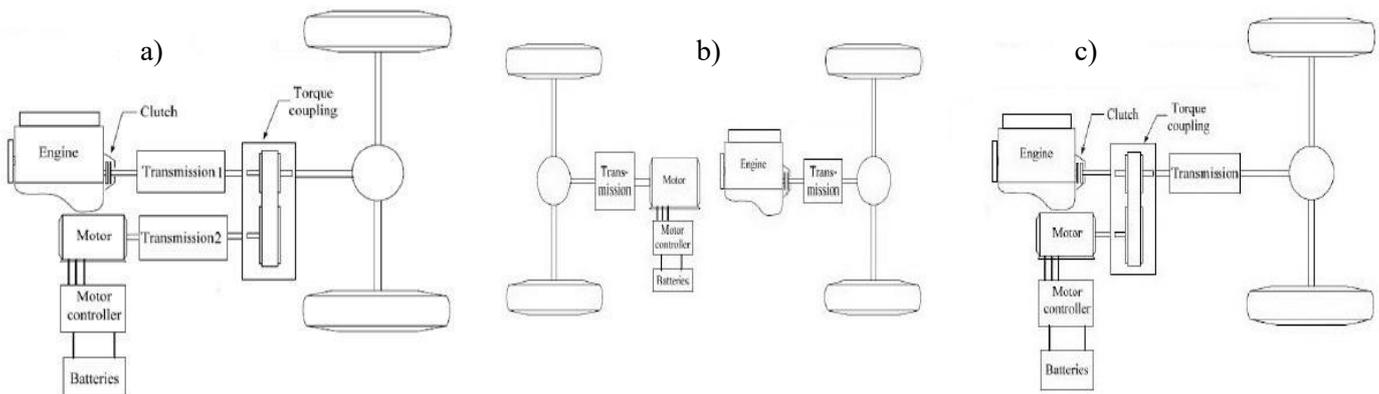


Figura 9 - Varie configurazioni di un ibrido parallelo

Il collegamento fra le due linee di trasmissione può essere realizzato in diversi modi:

- Collegamento meccanico a livello dell'albero di uscita della trasmissione (figura a sinistra): ogni linea di potenza ha una sua trasmissione. Il veicolo ha due ruote motrici. È una configurazione poco usata in quanto costosa per via delle due trasmissioni
- Collegamento meccanico attraverso la strada (figura al centro). Ogni assale ha il suo sistema di propulsione, quindi il sistema può avere quattro ruote motrici

- c) Collegamento meccanico a livello dell'albero di entrata della trasmissione (figura a destra), attraverso accoppiamento tramite ingranaggi o cinghie. Se è la cinghia a collegare i due elementi, la frenata rigenerativa è più complicata, poiché devono essere presenti degli organi che mettono in tensione la cinghia in un preciso modo a seconda che la coppia sia di trazione o di frenatura.

Il sistema può essere ulteriormente complicato mediante l'aggiunta delle frizioni. Nell'ultimo caso, ad esempio, inserendo delle frizioni prima e dopo l'accoppiamento meccanico delle due linee si possono distinguere due casi:

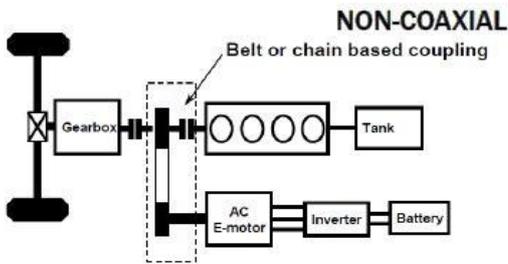


Figura 10 - Struttura tipica di un BAS

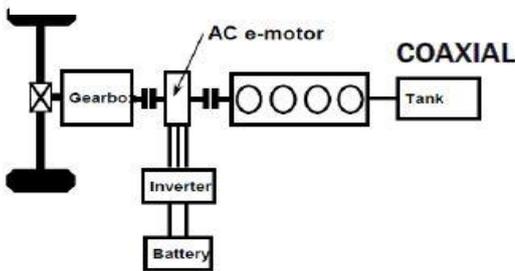


Figura 11 - Struttura tipica di un FAS

- Il primo caso è quello in cui la macchina elettrica e il motore termico non sono sullo stesso asse, lo schema è simile a quello del Belt Alternator Starter, in cui l'alternatore classico presente sui veicoli convenzionali viene sostituito da una macchina elettrica reversibile che è in grado di abilitare la frenata rigenerativa e la funzione di Start&Stop. È la configurazione più allettante dal punto di vista dei costruttori automobilistici poiché richiede poche modifiche da apportare alla configurazione originale.
- Il motore termico e il motore elettrico sono sullo stesso asse. Tipicamente nel Flywheel Alternator Starter la macchina elettrica è sincrona ad avvolgimenti concentrati, il cui rotore ha anche funzione di volano. È una soluzione più complessa rispetto al sistema BAS, è possibile effettuare la frenata rigenerativa, lo Start&Stop e il boost elettrico. La modalità di sola propulsione elettrica è ancora limitata a causa della bassa capacità delle batterie.

È possibile definire anche per il caso parallelo un grado di ibridizzazione:

$$R_{h,p} = \frac{P_{ICE}}{P_{ICE} + P_{MOTOR}}$$

Equazione 3

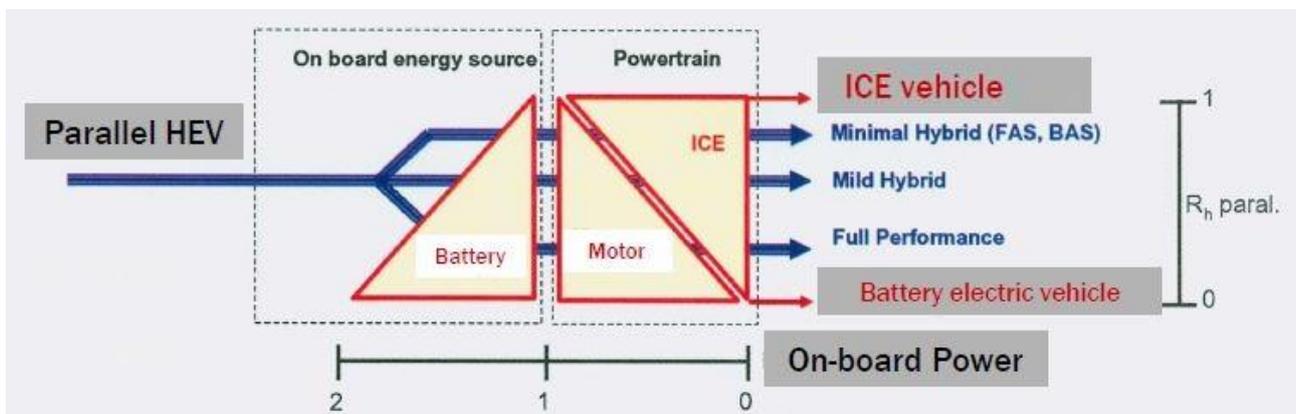


Figura 12 - Grado di ibridizzazione di un ibrido parallelo

Come per il caso serie, si possono individuare delle sottocategorie classificate in base al grado di ibridizzazione

- *Veicolo tradizionale* $R_{h,p} = 1$: non è presente un sistema di accumulo e il motore termico provvede a generare tutta la potenza richiesta
- *Micro Hybrid*: poca capacità elettrica, ne fa parte la configurazione BAS descritta in precedenza. Il motore elettrico ha una potenza compresa fra i 2 e i 10 kW, con una velocità circa doppia di quella del motore termico; generalmente viene usato il sistema a 12 V del veicolo tradizionale o in alternativa il 48 V. Il raffreddamento del motore elettrico è in aria.
- *Mild Hybrid*: capacità elettrica e apporto di potenza elettrica alla trazione aumentato, ne fa parte la configurazione FAS descritta in precedenza. Il motore elettrico ha una potenza compresa fra i 10 e i 20 kW e la sua velocità è confrontabile con quella del motore termico, la tensione di alimentazione necessita di un nuovo circuito elettrico e può arrivare a 400 V. Il raffreddamento del motore elettrico è a liquido e potrebbe necessitare di un circuito indipendente da quello tradizionale di raffreddamento dell'ICE.
- *Full performance*: capacità elettrica alta e apporto significativo di potenza elettrica alla trazione. Il motore ha una potenza compresa fra i 20 e i 100 kW con una velocità diversa da quella del motore termico, la tensione di alimentazione è compresa fra i 200 e i 500 V. Il motore elettrico è raffreddato a liquido come nel caso del Mild Hybrid
- *Veicolo totalmente elettrico* $R_{h,p} = 0$: non è presente un motore a combustione interna e l'unica fonte di energia è il pacco batterie

Anche per il caso dell'ibrido parallelo possono essere distinte varie modalità di funzionamento:

- *Modo elettrico puro*: la linea elettrica è l'unica che partecipa alla trazione, il motore termico è spento
- *Modo termico puro*: il motore termico fa avanzare il veicolo, il motore elettrico non è in azione
- *Modo combinato*: è in azione sia la linea elettrica che quella del motore termico
- *Modo power split*: il veicolo è spinto dal motore a combustione interna e il motore elettrico è usato come generatore e ricarica le batterie
- *Modo frenatura rigenerativa*: viene recuperata l'energia cinetica altrimenti dissipata attraverso la frenata rigenerativa
- *Modo ricarica*: il veicolo si ricarica attraverso dei centri appositi stazionando per un tempo più o meno lungo

Ibrido misto o serie-parallelo

Nello schema ibrido serie-parallelo sono presenti almeno due macchine elettriche e un motore a combustione interna.

Il tipo di ibrido in questione unisce la struttura dell'ibrido serie e quella dell'ibrido parallelo, in modo da compensare gli svantaggi e unire i punti di forza di entrambe le configurazioni.

Quando il motore termico lavora ad alta efficienza si preferisce usare la configurazione parallelo, evitando la doppia conversione dell'energia e accoppiando il motore termico direttamente alle ruote; mentre quando il motore lavora in modo inefficiente viene usata la configurazione serie, in modo da disaccoppiare la velocità del motore termico da quella delle ruote.

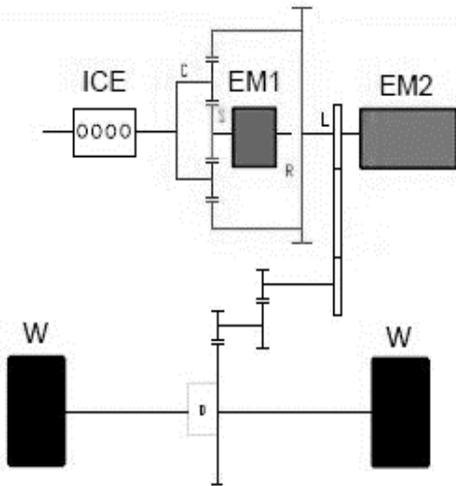


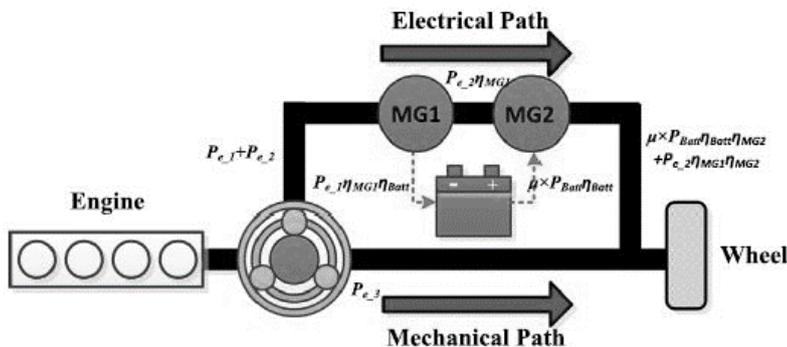
Figura 13 - Struttura di un ibrido misto

I modi di funzionamento per un ibrido misto sono:

- *Modo partenza e bassa velocità*: il motore termico viene tenuto spento e la propulsione avviene ad opera del motore elettrico alimentato dalla batteria
- *Moto trazione normale*: la propulsione può seguire il percorso serie o il percorso parallelo, dovrà essere il sistema di controllo in base alle richieste di potenza a stabilire quale sia più conveniente
- *Accelerazione*: viene fornita potenza sia dal motore termico che dalla batteria
- *Modo frenatura rigenerativa*: il motore elettrico collegato direttamente alle ruote funziona da generatore e ricarica le batterie
- *Modo ricarica da fermo*: il veicolo è spento e viene ricaricata la batteria attraverso la rete.

La configurazione serie-parallelo è entrata in commercio nel 1997 con la Toyota Prius [1] con il nome di Toyota Hybrid System (THS). La particolarità di questo modello è il Power Split Device (vedi Figura 13): un rotismo epicicloidale viene usato per collegare i tre componenti che forniscono coppia al veicolo: il motore termico è collegato al portatreno, il motore elettrico 1 al solare e il motore elettrico 2 alla corona su cui è anche collegato l'albero di uscita dal rotismo che si collega al differenziale.

Con il Power Split Device la potenza meccanica del motore termico segue due percorsi (vedi Figura 13 [2]):



- Percorso meccanico: diretto da motore a combustione alle ruote
- Percorso elettrico: il motore elettrico 1 assorbe potenza meccanica e la trasforma in potenza elettrica, la quale può andare ad alimentare direttamente il motore elettrico con o senza l'ausilio della batteria. Tale potenza elettrica potrà essere usata anche per ricaricare la batteria.

Figura 14 - Percorsi della potenza in un ibrido complesso

Considerando il solo rotismo epicicloidale secondo [3]: “La relazione cinematica esistente tra le velocità angolari del solare (sun) della corona (ring) e del portatreno (carrier) può essere ricavata considerando un sistema di riferimento solidale al portatreno, in cui il rotismo è ordinario”.

Da cui:

$$\tau = \tau_{s/r} = \frac{\omega_r - \omega_c}{\omega_s - \omega_c} = \tau_{s/c} \cdot \tau_{c/r} = -\frac{z_s}{z_c} \frac{z_c}{z_r} = -\frac{z_s}{z_r} = -k$$

Equazione 4 - Formula di Willis

Dove z è il numero di denti, c si riferisce al portatreno, s al solare (sun) e r alla corona (ring).

Si ricava, quindi, l'equazione cinematica seguente che lega le tre velocità angolari:

$$\omega_r = \omega_c(1 + k) - k \cdot \omega_s$$

Equazione 5

Nel PSD la ω_r è proporzionale alla velocità angolare delle ruote, quindi si può scegliere la ω_s in modo che la ω_c , ovvero la velocità del motore termico, corrisponda ad un punto di lavoro ad alta efficienza.

Nel caso stazionario per l'equilibrio delle forze deve valere:

$$M_s + M_r = M_c$$

Equazione 6

Da cui si può ricavare:

$$M_r = M_c - M_s$$

Equazione 7

In caso di rendimento unitario vale la potenza in ingresso è uguale a quella in uscita:

$$M_s \omega_s + M_r \omega_r = M_c \omega_c$$

Equazione 8

Sostituendo l'equazione 4 e 6 nell'equazione 7 si ottiene:

$$M_s = M_c \frac{k}{k + 1}$$

Equazione 9

Sostituendo di nuovo in 4, si ha che

$$M_r = M_c \frac{1}{1 + k}$$

Equazione 10

Da cui:

$$\frac{M_s}{M_r} = k$$

Equazione 11

Con questo sistema la coppia del motore termico e la sua velocità angolare sono disaccoppiate; il rapporto fra le coppie rimane costante, mentre il rapporto fra le velocità varia continuamente, da qui il nome E-CVT (Electric Variable Continuously Transmission) o EVT.

In [1] viene fatto notare che essendo collegato all'albero di uscita, il motore elettrico 2 sarà costretto a ruotare ad alta velocità quando il veicolo è ad una velocità sostenuta, funzionando in un punto a basso rendimento. È definito, inoltre, "*mechanical point*" il rapporto fra la velocità angolare dell'albero di uscita e la velocità angolare del motore termico per cui non passa potenza attraverso il percorso elettrico, eliminando le perdite per doppia conversione. In [1] viene fatto notare che il THS è stato progettato in modo che il vantaggio del *mechanical point* massimizzi l'efficienza durante il ciclo guida, riducendo così il rendimento globale in condizione di alte velocità e alto carico.

In [4] esaminando il sistema EVT è stato osservato che "*se il mechanical point viene scelto per i bassi regimi del motore termico, si limiterà la potenza del motore elettrico durante il viaggio a velocità sostenuta, portando ad un risparmio di carburante in autostrada, se si sceglie il mechanical point per le alte velocità del motore termico, limiterà la potenza di picco del motore elettrico durante l'accelerazione, consentendo di usare un motore elettrico di minori dimensioni.*".

Da queste considerazioni si capisce come la scelta del posizionamento del *mechanical point* sia di compromesso fra delle buone prestazioni, il risparmio di combustibile e il costo complessivo del sistema.

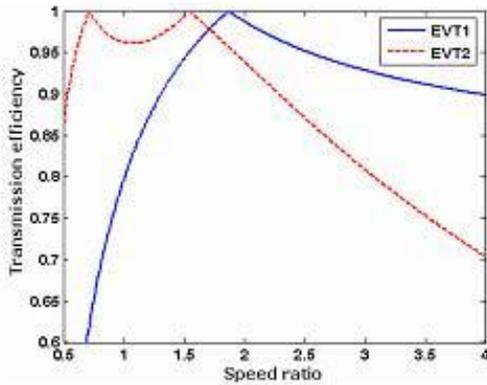


Figura 15 - Rendimento della trasmissione in funzione dello SR

La figura a sinistra [5], mostra alle ordinate il rendimento della trasmissione ibrida in funzione dello Speed Ratio SR, il rapporto fra la velocità dell'albero di uscita della trasmissione e la velocità del motore. La curva in blu rappresenta il caso di EVT con un solo rotismo, mentre la curva rossa raffigura il caso di EVT con due rotismi.

Si nota che, nei due casi presentati, per SR minori di 2 l'efficienza di trasmissione sia migliore nel caso con due rotismi, mentre la situazione è inversa nel caso con SR maggiore di 2.

Inoltre, si nota che il numero di mechanical point sia uguale al numero di rotismi presenti nel sistema, infatti, per la curva rossa ci sono due punti in cui il rendimento della trasmissione è uguale a 1; per la curva blu solo 1. Un sistema ideale sarebbe costituito in modo che la curva risultante sia data dall'involuppo delle due curve in modo da

massimizzare il rendimento per ogni valore di SR.

I veicoli più recenti montano una trasmissione con più rotismi in serie in modo da migliorare il rendimento della trasmissione e ridurre le perdite per doppia conversione dell'energia. Ad esempio, la Toyota Prius del 2010 ha due rotismi in serie [1], il GMC Yukon e lo Chevrolet Tahoe montano la trasmissione Two-mode di GM che ha 3 rotismi in serie [4].

L'uso di più rotismi è combinato con quello delle frizioni. L'uso di queste permette di variare il numero di gradi di libertà del sistema, vincolando due nodi a ruotare alla stessa velocità angolare, e abilitare diverse configurazioni di funzionamento sullo stesso veicolo, in modo da avere sempre la modalità che abbia l'efficienza migliore in base alle diverse condizioni di guida. Capire come disporre le frizioni e le configurazioni che ne derivano sarà oggetto del capitolo successivo.

Capitolo 2: Modellazione automatica delle configurazioni

I veicoli ibridi che sono in commercio hanno diverse configurazioni della trasmissione: si possono trovare più rotismi epicicloidali e diverse frizioni nello stesso sistema. Lo scopo è quello di avere a disposizione diverse modalità di funzionamento attivabili mediante la commutazione di una o più frizioni, in modo da attuare diverse strategie per ridurre i consumi di combustibile.

Lo scopo di questo capitolo è partire da un numero n di rotismi in serie connessi attraverso un numero q di frizioni e esaminare tutte le possibili configurazioni risultanti in modo da individuare quelle che a livello teorico sono implementabili in una trasmissione ibrida. Tutte le configurazioni valide saranno poi divise in categorie secondo la classificazione vista nel capitolo precedente per gli ibridi serie, parallelo, e misti.

La procedura descritta in questo capitolo è stata esposta in [6] e, in questo caso, verrà applicata a trasmissioni con due e tre rotismi in serie.

2.1 Calcolo del numero di frizioni del sistema del numero di modi

Calcolo del numero di frizioni

Definendo con n il numero dei rotismi in serie, il numero di nodi del sistema è uguale a $3n$. Il numero delle frizioni del sistema è calcolato mediante la combinazione di $3n$ elementi presi due alla volta. Tale numero è calcolato mediante la seguente formula di calcolo combinatorio:

$$C_{3n}^2 = \frac{3n!}{2!(3n-2)!}$$

Equazione 12

Questo numero deve essere corretto:

- aggiungendo le frizioni che collegano ogni nodo al suolo, ovvero impediscono la rotazione di quel nodo. Si aggiunge una frizione per ogni nodo del rotismo, quindi il termine correttivo sarà di $+3n$;
- collegando un nodo del rotismo ad un altro dello stesso rotismo, si vincolano i due nodi a ruotare alla stessa velocità. Ma in un rotismo epicicloidale se due dei tre nodi sono solidali fra loro tutti e tre i nodi sono vincolati a ruotare con la medesima velocità. Allora delle tre frizioni possibili per collegare insieme due nodi dello stesso rotismo due vengono eliminate perché ridondanti. Questo termine sarà pari a $-2n$;
- l'albero di output non può essere bloccato da una frizione in quanto se fosse fermo il veicolo non potrebbe muoversi, quindi si sottrarrà 1 dal numero di frizioni totali.

Dunque, il numero totale di frizioni è:

$$n_{friz_{tot}} = C_{3n}^2 + 3n - 2n - 1$$

Equazione 13

Per due rotismi:

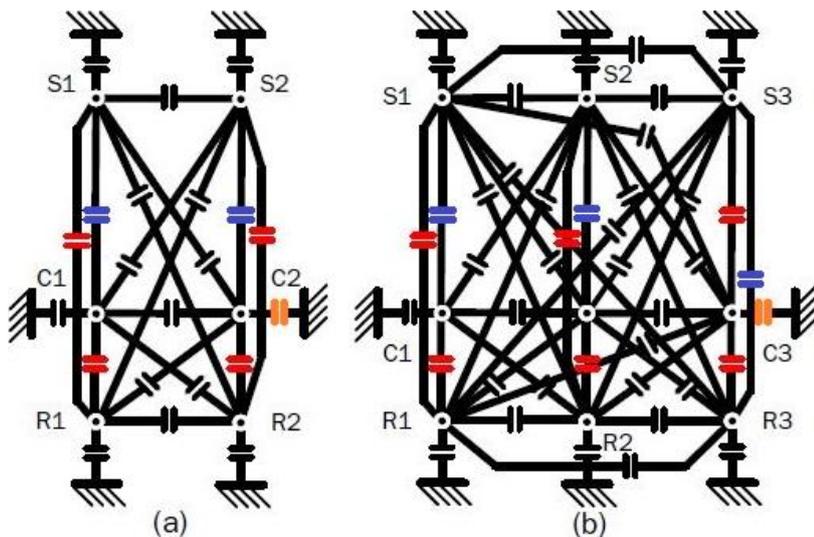
$$n_{friz_{tot,2}} = 15 + 6 - 4 - 1 = 16$$

Equazione 14

Per tre rotismi:

$$n_{friz_{tot,3}} = 36 + 9 - 6 - 1 = 38$$

Equazione 15



Per i due casi esaminati le possibili frizioni sono state rappresentate in Figura 16 [7]. In rosso sono evidenziate due frizioni ridondanti delle tre possibili che permettono di bloccare i tre alberi del rotismo, in blu la frizione che non viene eliminata. Ipotizzando che l'output del sistema sia sul portatreno dell'ultimo rotismo si elimina anche la corrispondente frizione (in arancione). Inoltre, per non appesantire troppo il disegno per il caso b non sono state raffigurate alcune frizioni delle 38 possibili.

Figura 16 - Rappresentazione di tutte le frizioni possibili (in blu le frizioni che non vengono eliminate, in rosso le frizioni ridondanti)

Calcolo del numero di modi

In un rotismo epicicloidale il numero di gradi di libertà del sistema è uguale a due, in quanto una volta imposte le velocità angolari di due dei nodi, è possibile ricavare la velocità del terzo albero attraverso l'Equazione 4. Dunque, in un sistema composto da n rotismi in serie il numero di gradi di libertà del sistema è pari a $2n$. Questo numero è ridotto di un termine q pari al numero di frizioni presenti nel sistema, poiché ogni frizione toglie un grado di libertà vincolando a ruotare alla stessa velocità i nodi che collega.

$$DOF = 2n - q$$

Equazione 16

Da cui:

$$q = 2n - DOF$$

Equazione 17

Procedendo a definire la posizione degli organi meccanici, in modo che resti fissa per ogni caso considerato, si definisce il numero di elementi controllabili nel sistema e, quindi, il numero di DOF massimo del sistema; il numero di DOF minimo è pari a 1, quando un solo attuatore meccanico è controllato.

Si considera il motore a combustione interna solidale alla corona del primo rotismo, il motore elettrico 1 solidale al solare del primo rotismo, l'output del sistema solidale al portatreno dell'ultimo rotismo e il motore elettrico 2 solidale al solare dell'ultimo rotismo. Un'altra posizione degli organi meccanici sarebbe stata altrettanto valida.

Essendo tre il numero di attuatori meccanici (motore termico, motore elettrico 1 e motore elettrico 2, risulta che il numero di DOF massimo è pari a 3. Dunque, secondo l'Equazione 17, il numero di frizioni q da attivare per realizzare un determinato DOF è:

Numero di rotismi in serie	DOF	Numero di frizioni q
2	1	3
	2	2
	3	1
3	1	5
	2	4
	3	3

Tabella 1 - Definizione del numero di frizioni in funzione del numero di DOF

Una volta calcolato il numero di frizioni necessarie q per realizzare quel numero di DOF è possibile ottenere il numero di configurazioni possibili attraverso l'Equazione 18:

$$C_{friz_tot,i}^q = \frac{(n_{friz_tot,i})!}{q!((n_{friz_tot,i}) - q)!}$$

Equazione 18

Con l'Equazione 18 è possibile calcolare il numero di architetture possibili, stabilito il numero di rotismi e il numero di DOF del sistema.

Numero di rotismi in serie	DOF	Numero di frizioni q	Numero di casi totali per DOF
2	1	3	560
	2	2	120
	3	1	16
3	1	5	501942
	2	4	73815
	3	3	8436

Tabella 2

Ricordando che n è il numero di rotismi presenti nel sistema, il numero di configurazioni risultanti $N_{tot,n}$ si ottiene sommando le configurazioni risultanti da ogni singolo grado di libertà.

$$N_{tot,2} = C_{friz_tot,2}^3 + C_{friz_tot,2}^2 + C_{friz_tot,2}^1 = C_{16}^3 + C_{16}^2 + C_{16}^1 = 560 + 120 + 16 = 696$$

Equazione 19

$$N_{tot,3} = C_{friz_tot,3}^5 + C_{friz_tot,3}^4 + C_{friz_tot,3}^3 = C_{38}^5 + C_{38}^4 + C_{38}^3 = 501942 + 73815 + 8436 = 584193$$

Equazione 20

Ogni configurazione è stata esaminata e considerata valida secondo criteri definiti nei paragrafi successivi.

La Figura 17 mostra la configurazione di partenza per entrambi i casi considerati.

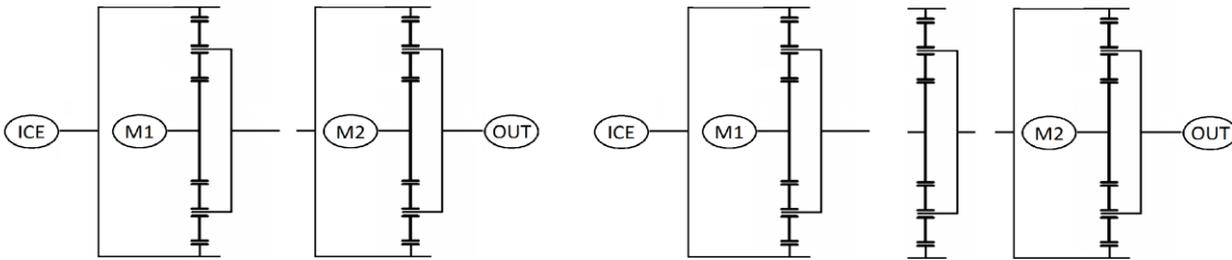


Figura 17 - Strutture di partenza per i casi con due e tre rotismi

2.2 Creazione della matrice A_0

Come viene descritto in [6]:

L'Equazione 21 descrive la dinamica del sistema quando non è ancora considerato alcun collegamento.

$$A_0 \dot{\Omega}_0 = \begin{bmatrix} J & D \\ D^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Omega} \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix} = T_0$$

Equazione 21

Dove T_0 è il vettore delle coppie, $\dot{\Omega}_0$ il vettore delle accelerazioni angolari e F il vettore delle forze tangenziali scambiate fra i denti delle ruote dentate. La matrice A_0 può essere scomposta in diversi

componenti [...]: J è una matrice diagonale in cui ogni elemento rappresenta l'inerzia del nodo corrispondente a cui, se presente, viene sommata l'inerzia del componente solidale a quel nodo [Si trascurano le inerzie dei satelliti]. Le prime 4 righe identificano le inerzie dei nodi che hanno un componente che contribuisce alla propulsione [l'ordine è arbitrario], ad esempio, *output*, *motore termico*, *motore elettrico 1* e *motore elettrico 2*. Essendoci $3n$ nodi la matrice J sarà di dimensione $3n \times 3n$, dove n è il numero di rotismi presenti.

D è una matrice con numero di righe uguali al numero di nodi $3n$; il numero di colonne è lo stesso del numero di rotismi n , poiché ogni colonna rappresenta un rotismo. Il testo continua spiegando come ottenere le entrate della matrice D :

[...] Il coefficiente di nodo $-S_i$, $-R_i$ o R_i+S_i [raggi delle ruote dentate] sarà inserito nella corrispondente entrata della matrice D se è connesso rispettivamente al solare, alla corona o al portatreno dell' i -esimo rotismo. Le rimanenti entrate saranno pari a 0:

Di seguito le matrici e le equazioni del sistema in Figura 17 nel caso con due soli rotismi

$$A_0 \dot{\Omega}_0 = T_0$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} I_{out} + I_{c2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_2 + S_2 \\ 0 & I_e + I_{r1} & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_{MG1} + I_{s1} & 0 & 0 & 0 & -S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{MG2} + I_{s2} & 0 & 0 & 0 & -S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{c1} & 0 & R_1 + S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{r2} & 0 & -R_2 \\ 0 & -R_1 & -S_1 & 0 & R_1 + S_1 & 0 & 0 & 0 \\ R_2 + S_2 & 0 & 0 & -S_2 & 0 & -R_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 'carrier2' \\ 'ring1' \\ 'sun1' \\ 'sun2' \\ 'carrier1' \\ 'ring2' \\ / \\ / \end{matrix}$$

$$T_0 = [T_{out} \quad T_{eng} \quad T_{MG1} \quad T_{MG2} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\dot{\Omega}_0 = [\dot{\omega}_{out} \quad \dot{\omega}_{eng} \quad \dot{\omega}_{MG1} \quad \dot{\omega}_{MG1} \quad \dot{\omega}_{c1} \quad \dot{\omega}_{r2} \quad F_1 \quad F_2]$$

Equazione 22

Moltiplicando le matrici fra di loro si ottiene un sistema lineare in cui ogni riga corrisponde all'equilibrio delle forze su un nodo. Il nodo corrispondente a ogni riga è indicato nell'equazione precedente.

Per i diagrammi di corpo libero si ipotizza che i rotismi abbiano un numero di satelliti uguale a tre e che il verso di rotazione positivo sia antiorario.

Per la corona vale, dopo aver semplificato:

$$T_{eng} + R_1 F_1 = (I_{r1} + I_e) \dot{\omega}_{eng}$$

Equazione 23

Dove:

- R_1 è il raggio della corona del primo rotismo;
- T_{eng} è la coppia del motore a combustione interna
- $(I_{r1} + I_e) \dot{\omega}_{eng}$ è il termine del momento di inerzia, ottenuto dalla somma delle inerzie di corona e motore termico
- F_1 è la forza tangenziale scambiata con i denti del satellite

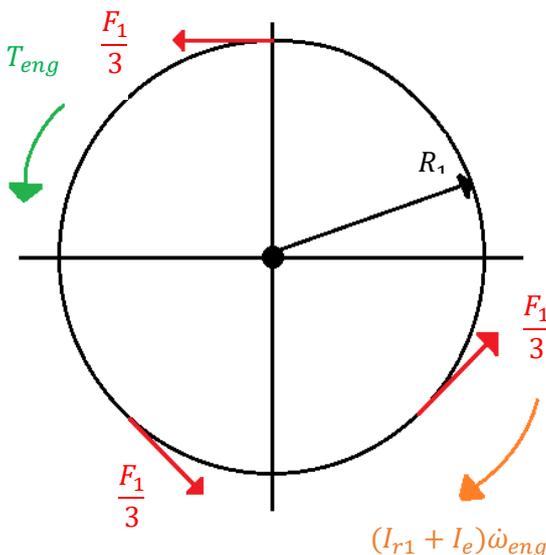


Figura 18 - Diagramma di corpo libero della corona

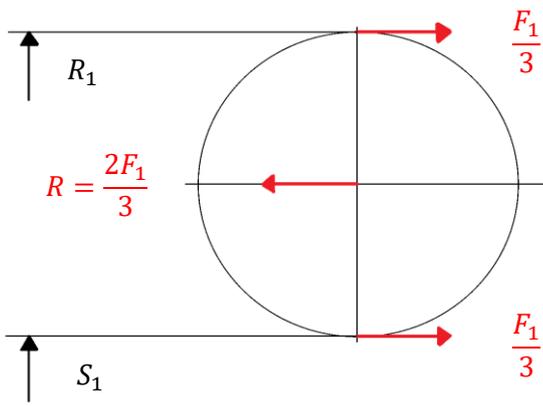


Figura 19 - Diagramma di corpo libero del satellite

Nel diagramma di corpo libero di un satellite sono presenti le forze scambiate con i denti della corona e i denti del solare e la reazione vincolare scambiata con il perno del portatreno. L'inerzia del satellite viene trascurata. Vale:

$$R - \frac{2F_1}{3} = 0 \rightarrow R = \frac{2F_1}{3}$$

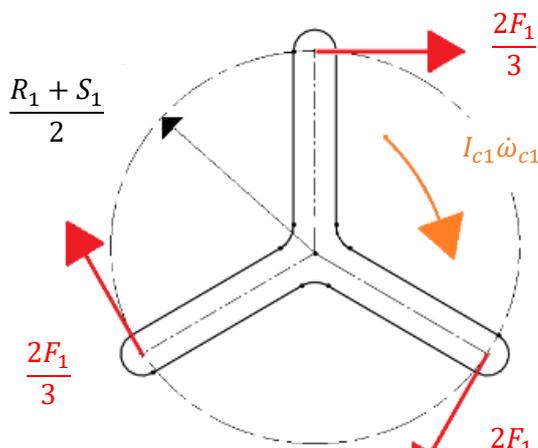


Figura 20 - Diagramma di corpo libero del portatreno

Prendendo come riferimento per l'equazione di momento l'asse del solare, per il portatreno vale:

$$I_{c1}\dot{\omega}_{c1} + 3 \frac{2F_1}{3} \frac{(R_1 + S_1)}{2} = 0$$

Equazione 24

Dopo le semplificazioni:

$$I_{c1}\dot{\omega}_{c1} + (R_1 + S_1)F_1 = 0$$

Equazione 25

Dove:

- $I_{c1}\dot{\omega}_{c1}$ è il termine del momento di inerzia del portatreno
- F_1 è la forza tangenziale scambiata con le altre due ruote dentate.

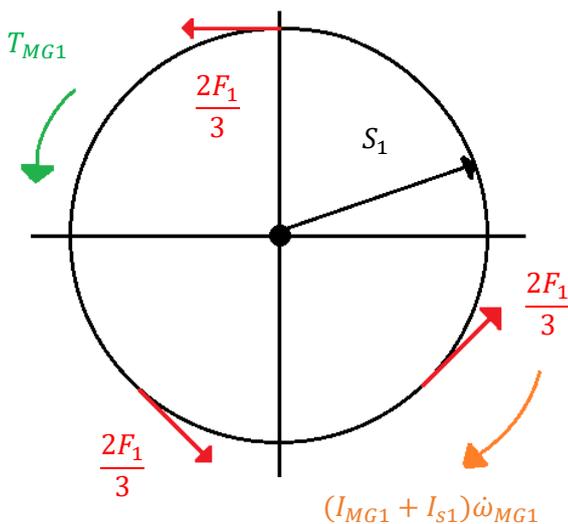


Figura 21 - Diagramma di corpo libero del solare

Per il solare vale, dopo le semplificazioni, vale:

$$T_{MG1} + S_1 F_1 = (I_{MG1} + I_{S1})\dot{\omega}_{MG1}$$

Equazione 26

Dove:

- $(I_{MG1} + I_{S1})\dot{\omega}_{MG1}$ è il termine del momento d'inerzia, ottenuto dalla somma delle inerzie del motore elettrico 1 e del solare
- T_{MG1} è la coppia del motore elettrico 1
- F_1 è la forza tangenziale scambiata con i denti del satellite

Mentre per il secondo rotismo, allo stesso modo, vale:

$$\begin{aligned}
R_2 F_2 + I_{r2} \dot{\omega}_{r2} &= 0 \\
T_{out} - (R_2 + S_2) F_2 &= (I_{out} + I_{c2}) \dot{\omega}_{out} \\
T_{MG2} + S_2 F_2 &= (I_{MG2} + I_{s2}) \dot{\omega}_{MG2}
\end{aligned}$$

Equazione 27

Le ultime due righe della matrice A_0 riprendono la relazione cinematica vista in precedenza, che correla le velocità angolari degli elementi del rotismo.

2.3 Definizione della matrice di transizione

Il passo successivo è la creazione di due matrici M e P , che sono necessarie per ricavare le equazioni della dinamica dell'architettura del caso considerato.

Creazione della matrice M

La matrice M è inizializzata uguale alla matrice identità con le stesse dimensioni di A_0 . Quando il nodo i -esimo è collegato con il nodo j -esimo, con $i < j$, vengono eseguite le seguenti operazioni:

$$\begin{aligned}
\text{riga } i &= \text{riga } i + \text{riga } j \\
\end{aligned}$$

Equazione 28

$$\begin{aligned}
\text{riga } j &= [] \\
\end{aligned}$$

Equazione 29

Se uno dei due nodi della frizione è fisso si esegue solo l'Equazione 29, quindi la riga è eliminata.

Creazione della matrice P

La matrice P è inizializzata uguale alla matrice identità con le stesse dimensioni di A_0 . Quando il nodo i -esimo è collegato con il nodo j -esimo, con $i < j$, vengono eseguite le seguenti operazioni:

$$\begin{aligned}
\text{riga } j &= [] \\
\end{aligned}$$

Equazione 30

La creazione della matrice P , ai fini della trattazione non è necessaria, poiché come descritto successivamente, si fa in modo che nella matrice finale da cui si ricava A^* siano presenti anche le righe cancellate attraverso l'Equazione 30, in modo da disporre delle equazioni dinamiche di ogni nodo del sistema.

Eseguendo le operazioni fino a questo livello, la dinamica del sistema è ottenuta con le seguenti equazioni:

$$\begin{aligned}
A &= M A_0 M^T \\
T &= M T_0 \\
\dot{\Omega} &= P \dot{\Omega}_0 \\
A \dot{\Omega} &= T \\
\end{aligned}$$

Equazione 31

Esempio

Si consideri il sistema in Figura 22 in cui sono state inserite due frizioni:

- Corona 1 collegata alla corona 2
- Carrier 1 messo a terra

I nodi della prima frizione sono le due corone, che nella matrice A_0 sono identificati con la seconda e la sesta riga (vedi Equazione 22); mentre nell'altra frizione il carrier del primo rotismo, corrispondente alla quinta riga, è collegato a terra.

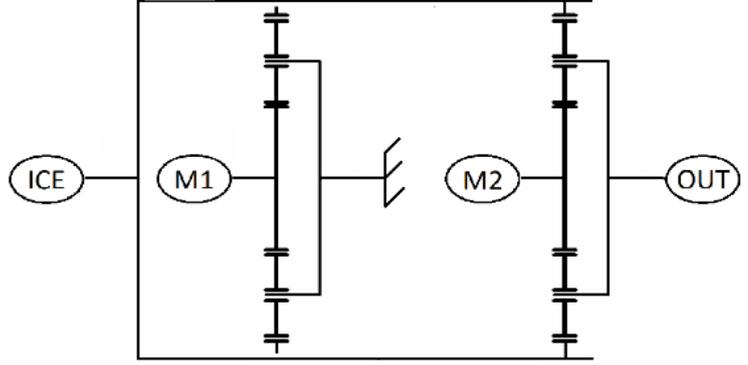


Figura 22 - Schema di esempio

Applicando l'Equazione 28 e l'Equazione 29 per la matrice M , viene sommata la sesta riga alla prima e poi cancellate la sesta e la quinta riga; per

P vengono solo cancellate la sesta e la quinta riga. Dunque:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Equazione 32

Si ottengono quindi le matrici:

$$A = \begin{bmatrix} I_{out} + I_{c2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_2 + S_2 \\ 0 & I_e + I_{r1} + I_{r2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -R_1 & -R_2 \\ 0 & 0 & I_{MG1} + I_{s1} & 0 & 0 & 0 & -S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{MG2} + I_{s2} & 0 & 0 & 0 & -S_2 \\ 0 & -R_1 & -S_1 & 0 & R_1 + S_1 & 0 & 0 & 0 \\ R_2 + S_2 & -R_2 & 0 & -S_2 & 0 & -R_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 'carrier2' \\ 'ring1 + ring2' \\ 'sun1' \\ 'sun2' \\ 'F_1' \\ 'F_2' \end{matrix}$$

$$T = [T_{out} \quad T_{eng} \quad T_{MG1} \quad T_{MG2} \quad 0 \quad 0]^T$$

$$\dot{\Omega} = [\dot{\omega}_{out} \quad \dot{\omega}_{eng} \quad \dot{\omega}_{MG1} \quad \dot{\omega}_{MG2} \quad F_1 \quad F_2]$$

Equazione 33

La dinamica del sistema è così ottenuta. Sviluppando le prime 4 equazioni, si ottiene:

$$\begin{aligned} T_{out} - (R_2 + S_2)F_2 &= (I_{out} + I_{c2})\dot{\omega}_{out} \\ T_{eng} + R_1F_1 + R_2F_2 &= (I_{r1} + I_{r2} + I_e)\dot{\omega}_{eng} \\ T_{MG1} + S_1F_1 &= (I_{MG1} + I_{s1})\dot{\omega}_{MG1} \\ T_{MG2} + S_2F_2 &= (I_{MG2} + I_{s2})\dot{\omega}_{MG2} \end{aligned}$$

Equazione 34

Si nota come la riga corrispondente al ring 2 venga sommata al ring 1, poiché sono resi solidali da una frizione e come la riga 5 corrispondente al carrier 1 non sia presente poiché vincolata a terra.

Queste equazioni erano ugualmente ottenibili mediante il diagramma di corpo libero del sistema considerato.

2.4 Costruzione della matrice A^*

Il prossimo passo è quello di costruire la matrice A^* , in modo da riuscire a correlare le accelerazioni angolari con le relative coppie.

La matrice A viene invertita [...]. Per un sistema controllabile la matrice A è sempre invertibile. Allo stesso tempo non tutti gli elementi di A^{-1} sono utili. La parte utile è estratta per ottenere una matrice 4x4, come mostrato nell'equazione seguente

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{out} \\ \dot{\omega}_E \\ \dot{\omega}_{MG1} \\ \dot{\omega}_{MG2} \end{bmatrix} = [A^*] \begin{bmatrix} T_{out} \\ T_E \\ T_{MG1} \\ T_{MG2} \end{bmatrix}$$

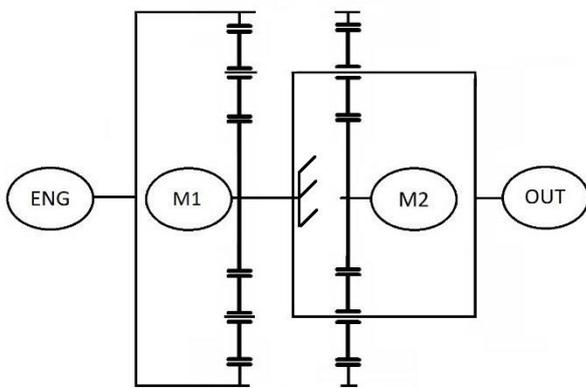
Equazione 35

Le ultime n colonne e le ultime n righe associate a un nodo libero sono eliminate. Ci possono essere due casi, che seguono all'eliminazione:

1. se due elementi del powertrain non sono collegati, la matrice A^{-1} è ottenuta secondo l'equazione $A^* = A^{-1}[1:4,1:4]$
2. se due elementi del powertrain sono collegati da una frizione, i coefficienti di coppia corrispondenti agli attuatori meccanici sono duplicati, facendo corrispondere la sequenza a "output", "motore termico", "motore elettrico 1", "motore elettrico 2". In aggiunta, dato che le accelerazioni dei componenti sono identiche, le corrispondenti righe della matrice saranno identiche.

2.5 Trasformazione della matrice A^*

La manipolazione della matrice A è necessaria per riconoscere quei sistemi che non sono realizzabili fisicamente e, visto il notevole numero di casi da esaminare, per diminuire il tempo computazionale.



Un esempio di modo infattibile è quello proposto in figura dove l'output è collegato a un nodo attraverso una frizione e quel nodo è messo a terra da un'altra frizione. Il nodo di output si trova, dunque, vincolato a terra. La prima riga della matrice A^* è composta da zeri, il che comporta che l'output non riceve coppia da nessuno degli attuatori meccanici e il veicolo rimane fermo.

Figura 23 - Esempio di modo infattibile

Inoltre, nella procedura viene specificato che:

Se ci sono tre elementi sulla stessa riga uguali a 0, significa che quel componente non è connesso con gli altri [e non influenza il moto del veicolo], quindi, tutti gli elementi sono posti a zero.

Se il primo e il secondo elemento della terza e quarta riga sono 0 significa che i motori elettrici non sono connessi né al motore termico né al veicolo, [...] entrambe le righe saranno poste a zero. [...]

Se la prima riga di A^* è zero allora il veicolo non è influenzato da alcun componente, rendendo il modo non fattibile. [...] Il numero di libertà (DOF) del modo è lo stesso del rango di A^* , che non può essere maggiore di tre.

Una volta ottenute le matrici A^* sono state confrontate fra di loro in modo da eliminare i modi ridondanti. I coefficienti della matrice A^* sono così contrassegnati.

$$A^* = \begin{bmatrix} V_{out} \\ V_e \\ V_{MG1} \\ V_{MG2} \end{bmatrix} \quad A^* = \begin{bmatrix} C_{out} & C_{eng} & C_{MG1} & C_{MG2} \\ C_{out,E} & C_{eng,E} & C_{MG1,E} & C_{MG2,E} \\ C_{out,1} & C_{eng,1} & C_{MG1,1} & C_{MG2,1} \\ C_{out,2} & C_{eng,2} & C_{MG1,2} & C_{MG2,2} \end{bmatrix}$$

Equazione 36

Sviluppando la prima riga per l'equazione 28 si ha:

$$\dot{\omega}_{out} = C_{out} T_{out} + C_{eng} T_E + C_{MG1} T_{MG1} + C_{MG2} T_{MG2}$$

Equazione 37

Dunque, i termini della prima riga assumono il significato di coefficienti da applicare alle coppie dei vari componenti per trovare l'accelerazione dell'albero di uscita della trasmissione.

Si creano le seguenti matrici ausiliarie, necessarie per la classificazione dei modi:

$$M_{VE} = \begin{bmatrix} V_{out} \\ V_E \end{bmatrix} \quad M_{VMG1} = \begin{bmatrix} V_{out} \\ V_{MG1} \end{bmatrix} \quad M_{VMG2} = \begin{bmatrix} V_{out} \\ V_{MG2} \end{bmatrix}$$

$$M_{EMG1} = \begin{bmatrix} V_E \\ V_{MG1} \end{bmatrix} \quad M_{EMG2} = \begin{bmatrix} V_E \\ V_{MG2} \end{bmatrix} \quad M_{MG1MG2} = \begin{bmatrix} V_{MG1} \\ V_{MG2} \end{bmatrix}$$

Equazione 38

Esaminando il rango delle matrici, sono state individuate 14 diverse categorie, riassunte in Tabella 3 [6]. Il rango delle matrici è utile perché fornisce l'informazione del numero di righe linearmente indipendenti in una matrice, ovvero nel sistema considerato, e indica il numero di componenti responsabili dell'avanzamento del veicolo, che risultano controllabili.

	TIPO DI MODO	CRITERIO
1	Serie	$DOF = 2, C_{ENG} = 0,$ $C_{MG1}C_{MG2} = 0, C_{MG1}^2 + C_{MG2}^2 \neq 0$
2	Compound split (3DOF)	$DOF = 3$
3	Compound split (2DOF)	$DOF = 2, C_{ENG} \neq 0, C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$ $r_{VE} = 2, r_{VMG1}r_{VMG2} = 4, r_{EMG1}r_{EMG2} = 4$ $r_{MG1MG2} = 1$
4	Input split	$DOF = 2, C_{ENG} \neq 0, C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$ $r_{VMG1}r_{VMG2} = 2$
5	Output split	$DOF = 2, C_{ENG} \neq 0, C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$ $r_{EMG1}r_{EMG2} = 2$
6	Parallelo con EVT (ICE+1MG)	$DOF = 2, C_{ENG} \neq 0, C_{MG1}C_{MG2} = 0$ $C_{MG1}^2 + C_{MG2}^2 \neq 0$

	TIPO DI MODO	CRITERIO
7	Parallelo con EVT (ICE+2MGs in serie)	$DOF = 2, C_{ENG} \neq 0, C_{MG1}C_{MG2} = 0$ $r_{MG1MG2} = 1$
8	Solo ICE (rapporto fisso)	$DOF = 1, C_{ENG} \neq 0, C_{MG1}C_{MG2} = 0$ $C_{MG1}^2 + C_{MG2}^2 = 0$
9	Parallelo con rapporto fisso (ICE+2MGs, 2 DOF)	$DOF = 2, C_{ENG} \neq 0, R_{VE} = 1$ $C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$
10	Parallelo con rapporto fisso (ICE+2MGs, 1 DOF)	$DOF = 1, C_{ENG} \neq 0$ $C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$
11	Parallelo con rapporto fisso (ICE+1MGs, 1 DOF)	$DOF = 1, C_{ENG} \neq 0, C_{MG1}C_{MG2} = 0$ $C_{MG1}^2 + C_{MG2}^2 \neq 0$
12	Puro elettrico (2MGs, 2DOF)	$DOF = 2, C_{ENG} = 0$ $C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$
13	Puro elettrico (2MGs, 1DOF)	$DOF = 1, C_{ENG} = 0$ $C_{MG1}C_{MG2} = 0$
14	Puro elettrico (1MGs, 1DOF)	$DOF = 1, C_{ENG} = 0$ $C_{MG1}C_{MG2} = 0, C_{MG1}^2 + C_{MG2}^2 \neq 0$

Tabella 3 – Elenco delle modalità possibili

2.6 Modi di funzionamento

Di seguito verranno esaminati in modo dettagliato le varie modalità di funzionamento.

Modo serie

Nella modalità serie il motore a combustione interna fornisce coppia ad una macchina elettrica che funziona da generatore, dunque, non partecipa direttamente alla trazione ($C_{eng} = 0$). Il veicolo è alimentato solo dalla rimanente macchina elettrica. Dato che solo una macchina elettrica serve per la propulsione, nella prima riga uno dei termini relativi ai due motori elettrici deve essere 0 ($C_{MG1}C_{MG2} = 0$). Il numero di gradi di libertà è uguale a due perché risultano controllabili la velocità del motore termico e la velocità del veicolo attraverso la macchina elettrica che funziona da motore.

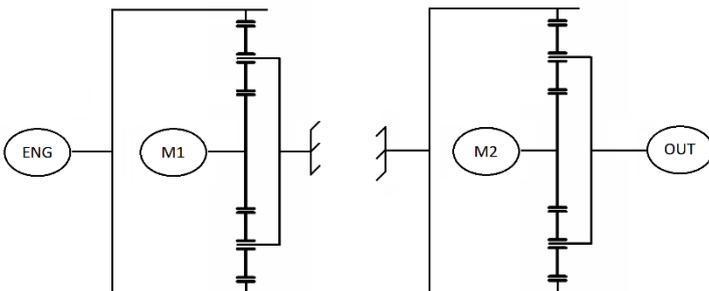


Figura 24 - Esempio di ibrido serie

Modo compound split(3DOF)

In questa modalità il numero di gradi di libertà è tre, quindi oltre alla velocità del veicolo è possibile controllare indipendentemente il motore termico e una macchina elettrica. Essendo l'unica modalità possibile in cui DOF sia uguale a tre non sono necessarie altre particolari proprietà.

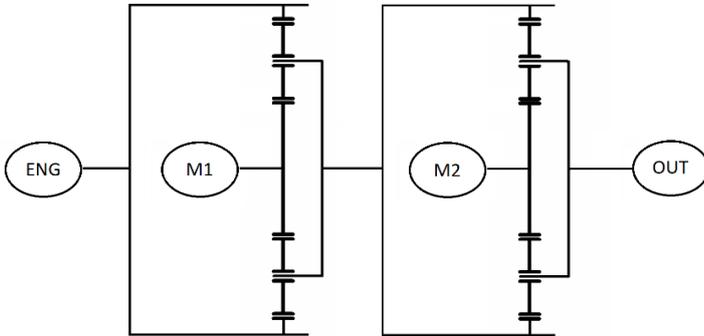


Figura 25 - Esempio di ibrido compound (3DOF)

Modo compound split(2DOF)

Il modo è molto simile al precedente, ma è presente un grado di libertà in meno. Non è l'unico modo che ha due gradi di libertà, dunque, è necessario definire dei parametri aggiuntivi. Essendo la modalità di tipo compound split, partecipano alla propulsione tutti i componenti del sistema ($C_{ENG} \neq 0, C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$). Inoltre, la velocità del veicolo non è linearmente dipendente né con il motore termico, né con i due motori elettrici ($r_{VE} = 2, r_{VMG1}r_{VMG2} = 4$); il motore termico non è strettamente connesso ai due motori elettrici ($r_{EMG1}r_{EMG2} = 4$) e i motori elettrici non sono connessi fra di loro ($r_{MG1}r_{MG2} = 2$).

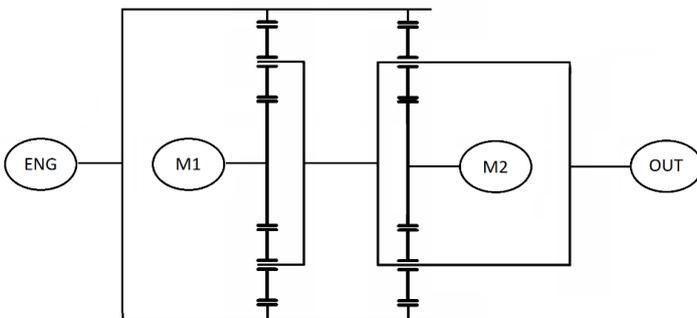


Figura 26 - Esempio di ibrido compound (2DOF)

Modo input split

Nel modo input split la potenza del motore a combustione interna ($C_{eng} \neq 0$) segue due percorsi, uno meccanico diretto e uno elettrico. Quindi un motore elettrico fa da generatore e uno da motore ($C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$). In particolare, quello che farà da generatore sarà disaccoppiato dalla velocità delle ruote, mentre l'altro ne sarà dipendente perché collegato in modo diretto ($r_{VMG1}r_{VMG2} = 2$). Il modo prende il suo nome dal fatto che lo split di potenza avviene sul primo rotismo epicicloidale.

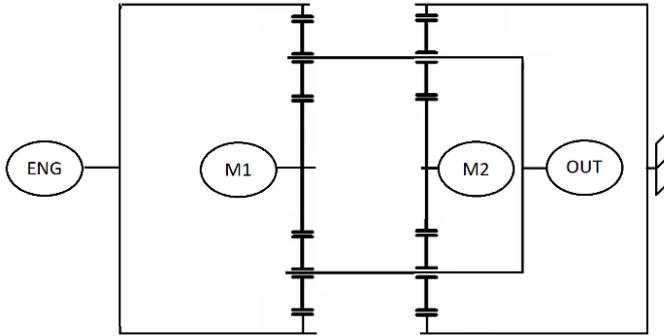


Figura 27 - Esempio di ibrido input split

Modo output split

Come nel modo input split. La potenza meccanica del motore termico ($C_{eng} \neq 0$) viene divisa in due percorsi, uno meccanico diretto e un elettrico indiretto, con le stesse condizioni del caso precedente ($C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$). In questo caso la divisione avviene ad opera dell'ultimo rotismo, in corrispondenza dell'output del sistema.

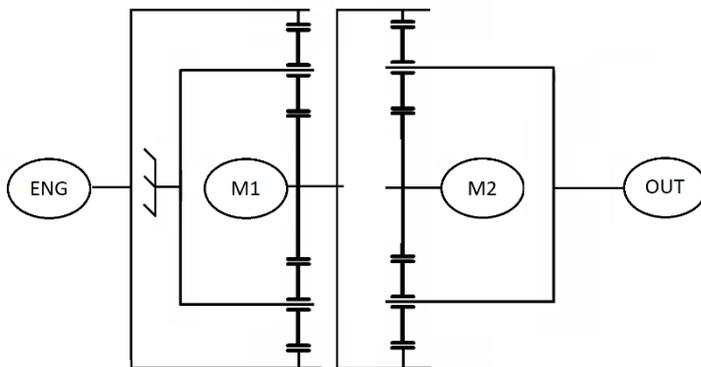


Figura 28 - Esempio di ibrido output split

Modo parallelo con ECVT (ICE+1MG)

In questo modo sono in funzione il motore termico ($C_{eng} \neq 0$) e uno solo dei motori elettrici, il rimanente funziona come generatore ($C_{MG1}C_{MG2} = 0, C_{MG1}^2 + C_{MG2}^2 \neq 0$). Così facendo si può variare la velocità angolare del motore a combustione interna, in modo da spostare il punto di lavoro verso un'efficienza maggiore. La potenza in eccesso potrà, ad esempio, essere sfruttata per aumentare lo stato di carica delle batterie.

Nel caso in Figura 29 il motore elettrico 2, è vincolato a terra da una frizione.

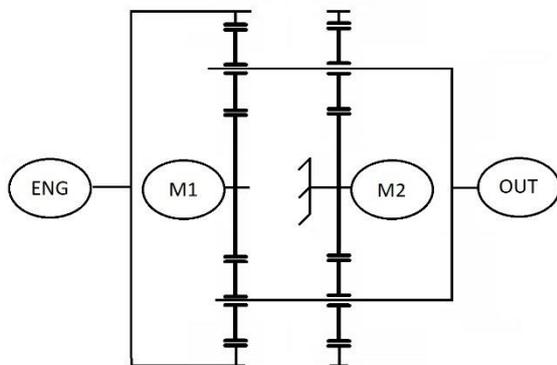


Figura 29 - Esempio di ibrido parallelo con EVT

Modo parallelo con ECVT (ICE+2MG in serie)

Il principio di funzionamento è uguale a quello del modo precedente ($C_{eng} \neq 0$, $C_{MG1}C_{MG2} = 0$, $C_{MG1}^2 + C_{MG2}^2 \neq 0$), con la differenza che i motori elettrici sono collegati fra di loro e funzionano entrambi da generatori ($r_{MG1}r_{MG2} = 1$).

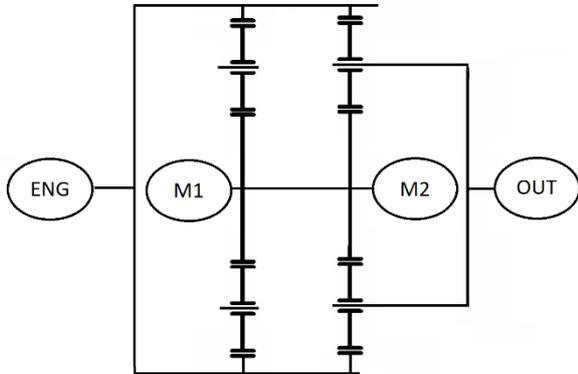


Figura 30 - Esempio di ibrido parallelo con EVT

Modo ICE

In questo modo solo il motore a combustione interna provvede alla propulsione del veicolo ($C_{ENG} \neq 0$, $C_{MG1}C_{MG2} = 0$). I due motori elettrici sono fermi e non contribuiscono a far avanzare il veicolo ($C_{MG1}^2 + C_{MG2}^2 = 0$).

Nel caso in Figura 31 il motore elettrico 1 non è capace di trasmettere coppia utile poiché il carrier del primo rotismo è libero di ruotare e assorbe una eventuale coppia da parte del motore elettrico. La rimanente macchina elettrica è vincolata a terra da una frizione.

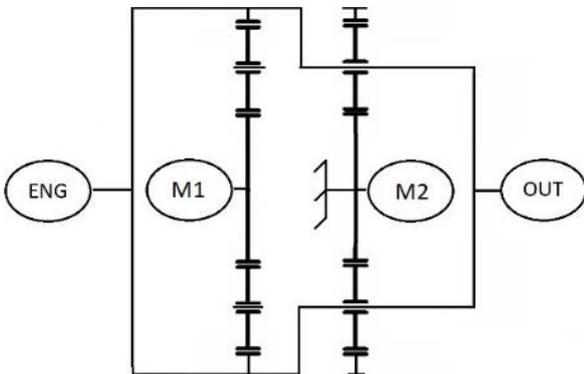


Figura 31 - Esempio di funzionamento con solo ICE

Modo parallelo con rapporto fisso (ICE+2MG, 2DOF)

In questo modo, il motore termico è collegato alle ruote secondo un rapporto fisso ($C_{ENG} \neq 0$, $R_{VE} = 1$). Entrambi i motori elettrici sono in funzione ($C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$). Il numero di gradi di libertà è due: veicolo/motore termico e un motore elettrico.

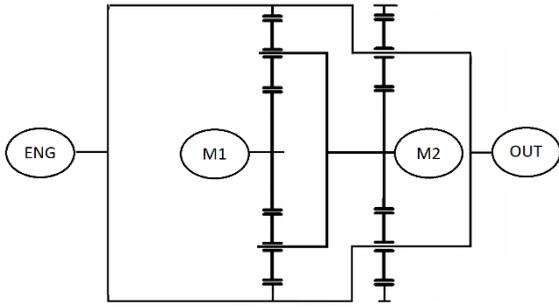


Figura 32 - Esempio di ibrido parallelo con rapporto fisso

Modo parallelo con rapporto fisso (ICE+2MG, 1DOF)

Il sistema è simile al modo precedente ma, in questo caso, il numero di gradi di libertà è uguale a uno ($DOF = 1, C_{ENG} \neq 0, C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$). Sono in movimento entrambi i motori elettrici.

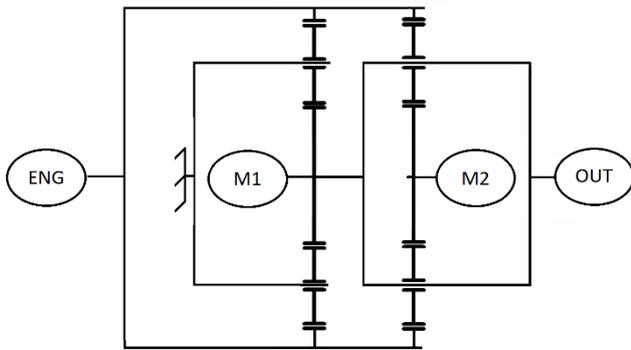


Figura 33 - Esempio di ibrido parallelo con rapporto fisso

Modo parallelo con rapporto fisso (ICE+1MG, 1DOF)

In questa modalità il motore a combustione interna è collegato in modo diretto alle ruote, ed è assistito da un motore elettrico. Il rimanente motore elettrico è fermo ($C_{ENG} \neq 0, C_{MG1}C_{MG2} = 0, C_{MG1}^2 + C_{MG2}^2 \neq 0$).

In Figura 34 il motore 2 non è in grado di trasmettere coppia poiché andrebbe a scaricarsi sulla corona che ruota libera, provocandone una sua accelerazione.

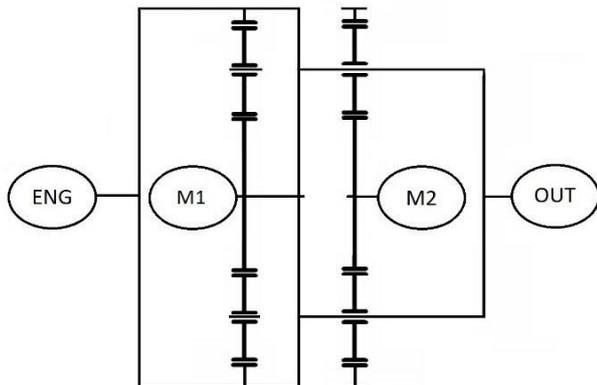


Figura 34 - Esempio di ibrido parallelo con rapporto fisso

Modo elettrico (2MG, 2DOF)

Il modo permette la modalità elettrica pura mediante il controllo dei due motori elettrici, mantenendo fermo il motore a combustione interna ($DOF = 2, C_{ENG} = 0, C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$).

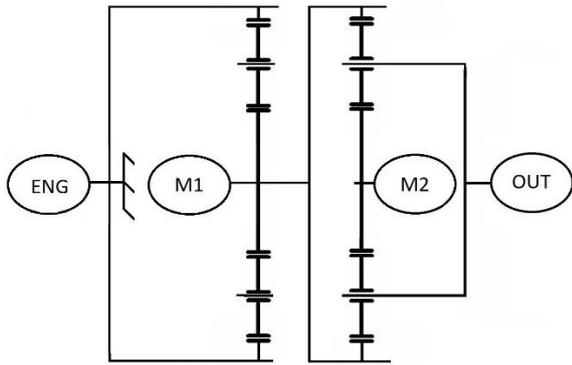


Figura 35 - Esempio di struttura puramente elettrica

Modo elettrico (2MG,1DOF)

Il modo è simile al precedente, ma con un solo grado di libertà. Le velocità dei due motori elettrici sono collegate fra di loro ($DOF = 1, C_{ENG} = 0, C_{MG1}C_{MG2} \neq 0$).

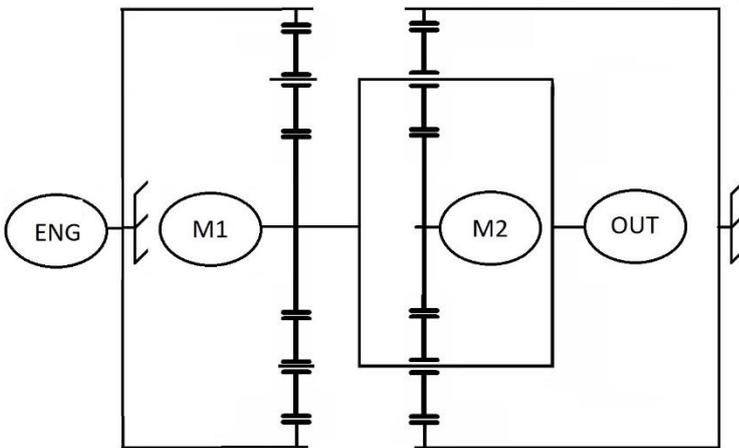


Figura 36 - Esempio di struttura puramente elettrica

Modo elettrico (1MG,1DOF)

Il modo consiste in un unico motore elettrico che fornisce coppia utile alla trazione ($C_{ENG} = 0, C_{MG1}C_{MG2} = 0, C_{MG1}^2 + C_{MG2}^2 \neq 0$), mantenendo spenti il motore a combustione interna e il restante motore elettrico.

Nell'esempio in Figura 37 il primo rotismo non è collegato al secondo da alcuna frizione come nel caso serie. Ma a differenza di quest'ultimo il carrier del primo rotismi non è vincolato a terra.

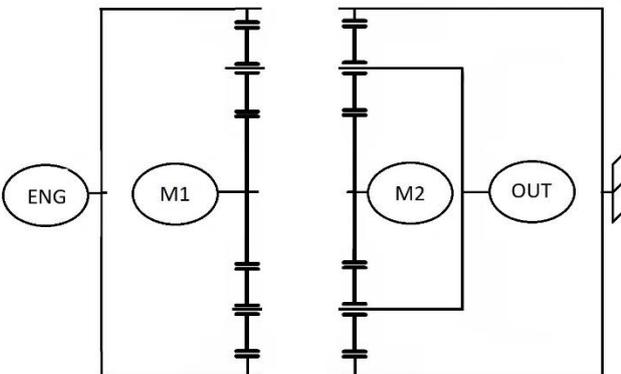


Figura 37 - Esempio di struttura puramente elettrica

Capitolo 3: Sviluppo e implementazione di un programma Matlab

I vari modi sono stati trovati mediante delle simulazioni con il software Matlab.

Sono stati creati dei programmi che permettono di attuare la procedura descritta nel Capitolo 2, applicandola al sistema composto da due e tre rotismi epicicloidali.

Per ognuno di questi sistemi sono stati distinti tre casi, uno per ogni grado di libertà, per un totale di sei simulazioni.

3.1 Dati di partenza

La matrice A_0 richiede in ingresso le inerzie dei motori presenti nel sistema, l'inerzia del veicolo e le inerzie di tutti i componenti presenti nel rotismo, nonché i rapporti di trasmissione delle ruote dentate.

I dati immessi sono indicativi dei valori reali delle corrispettive parti.

Per i motori e le ruote dentate sono state considerati i seguenti dati:

COMPONENTE	INERZIA [kg m ²]
Motore a combustione interna	0.25
Motore elettrico 1	0.012
Motore elettrico 2	0.034
Corona 1	0.008
Portatreno 1	0.005
Solare 1	0.001
Corona 2	0.008
Portatreno 2	0.005
Solare 2	0.001
Corona 3	0.008
Portatreno 3	0.005
Solare 3	0.001

Tabella 4 - Dati di partenza componenti meccanici

N° rotismi totale del sistema	Rapporto di trasmissione
2	2.6
	2
3	2
	2
	2

Tabella 5 - Rapporti di trasmissione

Essendo il volume di controllo analizzato composto solo dalla parte della trasmissione, l'inerzia del veicolo è riportata all'albero di output del cambio, dividendola per il quadrato del rapporto finale di riduzione. Di seguito le equazioni per i due casi considerati:

$$I_{out,2} = m_{v,2} \cdot R^2 \cdot \frac{1}{\tau_{f2}^2} = 1450 \cdot 0.287^2 \cdot \frac{1}{3.905^2} = 7.83 \text{ kg m}^2$$

Equazione 39

$$I_{out,3} = m_{v,3} \cdot R^2 \cdot \frac{1}{\tau_{f3}^2} = 2680 \cdot 0.4^2 \cdot \frac{1}{3.420^2} = 36.67 \text{ kg m}^2$$

Equazione 40

Con:

- m_v massa complessiva del veicolo
- R raggio delle ruote
- τ_f rapporto finale di riduzione

Con i seguenti dati è stata creata la matrice A_0 in cui viene utilizzata la corrispondenza nodo/riga esposta di seguito:

N° riga/nodo	Nodo corrispondente
1	Portatreno ultimo rotismo (output)
2	Corona primo rotismo (ICE)
3	Solare primo rotismo (MG1)
4	Solare ultimo rotismo (MG2)
5	Portatreno primo rotismo
6	Corona secondo rotismo
7 (presente solo nel caso con 3 rotismi)	Corona rotismo intermedio
8 (presente solo nel caso con 3 rotismi)	Portatreno rotismo intermedio
9 (presente solo nel caso con 3 rotismi)	Solare rotismo intermedio

Tabella 6- Convenzione utilizzata

Il passo successivo è la creazione di una matrice delle frizioni B , in cui in ogni riga contiene i due nodi collegati da una frizione.

Ricordando che n è il numero di rotismi del sistema, tutte le possibili combinazioni C_{3n}^2 sono state individuate con il comando $nchoosek(v, 2)$, dove v è un vettore contenente i numeri dei nodi del sistema ($3n$) e 2 è il numero di nodi collegati insieme da una frizione. Le combinazioni trovate sono state manualmente modificate per eliminare le frizioni ridondanti ed inserire le connessioni a terra, come indicato nel Paragrafo 2.1.

Il numero di righe della matrice B , dunque, è uguale a n_{friz_tot} (vedi Paragrafo 2.1).

Le possibili combinazioni fra le n_{friz_tot} frizioni sono state ottenute e salvate in una nuova matrice N usando nuovamente il comando $nchoosek(v, q)$, dove in questo caso v è uguale a n_{friz_tot} e k è uguale al numero di frizioni che si vogliono attivare in contemporanea.

Avendo a disposizione tutte le possibili combinazioni, con un ciclo *for* è possibile analizzare ogni singolo caso in modo iterativo e salvare per ognuno la matrice A^* .

Per ogni ciclo viene creata una matrice *friz* in cui ogni riga indica i nodi connessi da una frizione.

Il numero di colonne di N è pari a q (n° frizioni attive).

$$friz = \begin{bmatrix} nodo_{1,1} & nodo_{1,2} \\ \vdots & \vdots \\ nodo_{end,1} & nodo_{end,2} \end{bmatrix}$$

Equazione 41

3.2 Creazione della matrice M

La matrice M viene inizializzata come una matrice composta da zeri con le stesse dimensioni di A_0 .

Per la creazione della matrice di transizione devono essere eseguite le seguenti operazioni su M , descritte nelle Equazione 28 e Equazione 29 e riproposte di seguito, dove i e j sono pari al primo e al secondo elemento di una delle righe di *friz*.

$$\begin{aligned} \text{riga } i &= \text{riga } i + \text{riga } j \\ \text{riga } j &= [] \\ \text{Equazione 42} \end{aligned}$$

L'ordine in cui le frizioni si trovano nella matrice *friz* non può essere casuale. Il motivo verrà chiarito negli esempi successivi.

Si suppone di avere due frizioni *f1* e *f2*, che collegano rispettivamente i nodi 1 e 3 e i nodi 3 e 5.

$$\begin{aligned} \text{friz} &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \\ \text{Equazione 43} \end{aligned}$$

Nell'ordine in cui sono state elencate Matlab esegue le seguenti operazioni:

$$\begin{aligned} 1) \text{ riga } 1 &= \text{riga } 1 + \text{riga } 3 \\ 2) \text{ riga } 3 &= \text{riga } 3 + \text{riga } 5 \\ 3) \text{ riga } 3 &= [] \\ 4) \text{ riga } 5 &= [] \\ \text{Equazione 44} \end{aligned}$$

La matrice *M* risultante sarebbe:

$$\begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{Equazione 45} \end{aligned}$$

Moltiplicando questa matrice *M* prima e dopo la matrice *A₀* si ottiene la seguente matrice *A*:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} I_{MG1} + I_{c2} + I_{out} + I_{s1} & 0 & 0 & 0 & -S_1 & R_2 + S_2 \\ 0 & I_e + I_{r1} & 0 & 0 & -R_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_{MG2} + I_{s2} & 0 & 0 & -S_2 \\ 0 & 0 & 0 & I_{r2} & 0 & -R_2 \\ -S_1 & -R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_2 + S_2 & 0 & -S_2 & -R_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{nodo}_1, \text{nodo}_3 \\ \text{nodo}_2 \\ \text{nodo}_4 \\ \text{nodo}_6 \\ / \\ / \end{bmatrix} \\ \text{Equazione 46} \end{aligned}$$

Tale matrice *A*, non è rappresentativa dei vincoli iniziali ($f_1 = [1 \ 3]$, $f_2 = [1 \ 5]$), poiché la prima riga non riporta l'informazione del vincolo di f_2 , che è stato interpretato come se fosse $f_2 = [0 \ 5]$. Manca il termine dell'inerzia del carrier in posizione (1,1) e il termine in posizione (1,5) non è corretto, in quanto dovrebbe essere presente il termine relativo alle forze interne sul solare del primo rotismo ($-S_1$) sommato al termine delle forze interne del portatreno del secondo rotismo ($R_1 + S_1$). In formule;

$$\begin{aligned} A(1,5) &= A_0(3,5) + A_0(5,5) = (-S_1) + (R_1 + S_1) = R_1 \\ \text{Equazione 47} \end{aligned}$$

Si risolve il problema ordinando la matrice facendo in modo che la seconda colonna di *friz* sia in ordine decrescente, in modo da avere:

$$friz_{errata} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad friz_{corretta} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Equazione 48

La matrice M è, in questo caso:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Equazione 49

Si nota come l'informazione del nodo 3 in comune fra f_1 e f_2 sia tradotta in una prima riga con le colonne uguali a 1 in corrispondenza delle colonne dei nodi interessati dalle frizioni.

Infine, viene calcolata la matrice A , con i valori corretti.

$$A = \begin{bmatrix} I_{MG1} + I_{c1} + I_{c2} + I_{out} + I_{s1} & 0 & 0 & 0 & R_1 & R_2 + S_2 \\ 0 & I_e + I_{r1} & 0 & 0 & -R_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_{MG2} + I_{s2} & 0 & 0 & -S_2 \\ 0 & 0 & 0 & I_{r2} & 0 & -R_2 \\ R_1 & -R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R_2 + S_2 & 0 & -S_2 & -R_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{nodo1, nodo3, nodo5} \\ \text{nodo2} \\ \text{nodo4} \\ \text{nodo6} \\ / \\ / \end{bmatrix}$$

Equazione 50

Un'altra situazione da considerare è quella in due frizioni hanno in comune il nodo j . Ad esempio:

$$friz = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Equazione 51

Dopo il primo passo per creare la matrice di transizione, si ottiene:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Equazione 52

Il secondo passo, ovvero la cancellazione delle righe, prevede che siano cancellate le righe j della matrice M . Essendo $j = 3$ per entrambe le frizioni, la prima operazione sarà corretta e la riga 3 sarà eliminata, ma la seconda cancellazione eliminerà la riga che ha assunto la terza posizione, ovvero quella relativa al nodo 4, e lascerà inalterata la riga 2 che era quella da eliminare.

Inoltre, avendo un nodo in comune il nodo 3, la prima riga della matrice M non ha le colonne 1, 2 e 3 uguali a 1 e questo condurrà a una matrice A errata.

Si risolvono questi errori modificando la matrice $friz$ imponendo, che in situazioni di questo tipo, il nodo j della seconda frizione sia uguale al nodo i della prima frizione.

Si mantiene sempre la matrice ordinata in modo che la seconda colonna sia in ordine decrescente.

$$friz_{errata} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad friz_{corretta} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Equazione 53

Ottenendo la seguente matrice M , che esprime i vincoli imposti dalle frizioni in modo corretto:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Equazione 54

3.3 Creazione di A^{-1}

Una volta creata la matrice M è possibile andare avanti con la procedura fino alla creazione della matrice A e al calcolo della sua inversa A^{-1} , che per semplicità di notazione viene chiamata C .

Alcune configurazioni conducono ad una matrice A singolare, ovvero non invertibile, o che ha un numero di condizionamento $rcond$ (reciproco della matrice A in norma 1) molto prossimo a zero. Quest'ultima condizione indica una matrice A mal condizionata, in cui piccole perturbazioni dei suoi elementi portano a grandi cambiamenti nella matrice inversa C .

Tali situazioni sono discriminate con un comando di tipo *if* in cui viene esaminato il valore del determinante di A . Si usa il determinante perché quest'ultimo è necessario per il calcolo della matrice inversa A^{-1} : se assume valore zero allora la matrice è singolare; quanto più il suo valore è vicino a zero e tanto più basso sarà il numero di condizionamento. Dunque, se il valore del determinante è minore di una certa soglia, impostata a 10^{-19} la matrice C è imposta uguale a una matrice i cui elementi sono pari a zero; se la condizione del ciclo *if* non viene rispettata allora vengono eseguite tutte le operazioni successive.

3.4 Creazione di uno schema rappresentativo delle frizioni attive

La parte seguente di codice è usata per ricreare uno schema della configurazione considerata attraverso una matrice di 3 righe (una per ogni elemento del rotismo) e n colonne, dove n è il numero di rotismi totali del sistema. Ogni elemento corrisponde a un componente del rotismo, secondo la convenzione utilizzata in A_0 , come indicato nello schema seguente.

$$schema = \begin{bmatrix} ring_1 \leftrightarrow nodo\ 2 \leftrightarrow riga\ 2 & ring_2 \leftrightarrow nodo6 \leftrightarrow riga\ 6 \\ carrier_1 \leftrightarrow nodo5 \leftrightarrow riga\ 5 & carrier_2 \leftrightarrow nodo1 \leftrightarrow riga\ 1 \\ sun_1 \leftrightarrow nodo3 \leftrightarrow riga\ 3 & sun_2 \leftrightarrow nodo4 \leftrightarrow riga\ 4 \end{bmatrix}$$

Equazione 55

La matrice è inizialmente composta da tutti zeri, poi, ogni elemento/nodo, se appartenente a una frizione, ne assume il relativo numero, poiché ogni nodo corrisponde a una riga della matrice A_0 e, dunque, a un preciso elemento del rotismo.

Ad esempio, per un caso con tre frizioni attive:

$$f_1 = [5 \quad 6] \quad \rightarrow \quad schema_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Equazione 56

La frizione numero 1 collega i nodi 5 e 6 che corrispondono rispettivamente al carrier del primo rotismo e al ring del secondo rotismo e alla quinta e sesta riga di A_0 . Dunque, gli elementi (2,1) e (1,2) sono posti uguali a 1.

$$f_2 = [0 \quad 3] \rightarrow \text{schema}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

Equazione 57

La frizione numero 2 mette a terra il nodo 3 che corrisponde all'elemento (3,1); a ogni nodo messo a terra viene assegnato il valore 0.5.

La frizione numero 3 collega gli elementi 1 e 2. Il procedimento è simile a quello della frizione numero 1.

$$f_3 = [1 \quad 2] \rightarrow \text{schema}_3 = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Equazione 58

Sommando gli schemi ottenuti si ottiene lo schema della configurazione considerata:

$$\text{friz} = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \text{schema} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

Equazione 59

Essendo i valori possibili per ogni elemento pari a $[0.5, 1, 2, \dots, q]$, dove q è il numero di frizioni attive in contemporanea, con qualche ulteriore accorgimento per considerare il caso in cui frizioni possiedono dei nodi in comune, si riesce a ricreare uno schema per tutti i casi considerati.

3.5 Creazione di A^*

Il passo successivo è quello di elaborare l'informazione dello schema appena creato, in modo da capire se degli elementi del powertrain (output, ICE, MG1 e MG2) sono collegati tra loro per completare la formazione di A^* . Si crea un vettore il cui numero degli elementi è uguale al numero di nodi del sistema, ogni elemento del vettore è associato a un nodo secondo l'Equazione 55 e assume il numero del corrispondente nodo nella matrice d creata. Ad esempio, per il caso precedente:

$$\text{schema} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{righe} = [3 \quad 3 \quad 0.5 \quad 0 \quad 1 \quad 1]$$

Equazione 60

Una volta creato il vettore si smistano i vari elementi, attraverso un ciclo *for*, in altri vettori che rappresentano i nodi resi comunicanti dalle varie frizioni. Per l'esempio precedente:

$$\begin{aligned} \text{terra} &= [3] \\ \text{prima friz} &= [5 \ 6] \\ \text{seconda friz} &= [\] \\ \text{terza friz} &= [1 \ 2] \end{aligned}$$

Equazione 61

Le seguenti operazioni sono necessarie perché le righe erano state eliminate nella procedura di creazione della matrice A .

Gli elementi del vettore *terra* indicano che deve essere aggiunta una riga e una colonna, i cui elementi sono tutti uguali a zero, nella matrice inversa *C* nella posizione indicata dagli elementi del vettore.

Per le altre frizioni tutti gli elementi a partire dal secondo indicano la posizione delle righe e delle colonne da aggiungere in *C*. Tali righe sono poste uguali alla riga indicata dal primo elemento del corrispondente vettore. Per inserire le righe nell'ordine corretto, la posizione delle righe e delle colonne da aggiungere è salvata in un altro vettore che è passato alla funzione di Matlab *sort* che ordina in modo crescente i termini. Successivamente vengono inserite le righe e le colonne nella matrice *C*. Esaminando i vettori delle frizioni le righe e le colonne aggiunte sono poste uguali a quelle a cui fanno riferimento.

Tale operazione è necessaria per far corrispondere in ogni configurazione le prime 4 righe rispettivamente ai nodi di output, ICE, motore elettrico 1 e motore elettrico 2.

La dinamica del sistema in ogni suo nodo è definita e si può estrarre la matrice A^* come la matrice formata dalle prime 4 righe e le prime 4 colonne.

3.6 Controllo sul rotismo folle

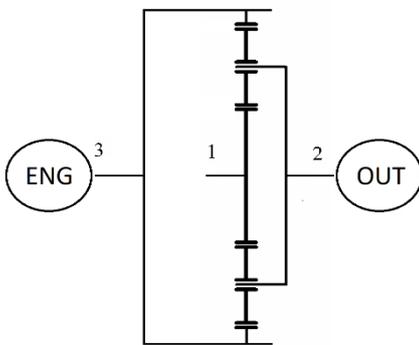


Figura 38 - Esempio di rotismo non valido

La procedura descritta deve essere integrata con un controllo aggiuntivo appositamente creato per verificare il corretto funzionamento del rotismo: questo funziona quando è applicata coppia a tutte le ruote dentate del sistema. Nel caso in cui ci sia una situazione come quella in Figura 38 la coppia prodotta del motore termico 3 non viene trasmessa all'output 2 poiché il solare è un nodo libero.

Nelle simulazioni, una situazione come quella illustrata nell'esempio, ha come risultato che la riga e la colonna relative all'ICE siano formate da numeri molto piccoli rispetto al resto della matrice, poiché l'ICE influenza poco il comportamento dell'output.

Questo comportamento è spiegato risolvendo il sistema lineare seguente derivato dai diagrammi di corpo libero del sistema considerato:

$$\begin{aligned} (I_{r1} + I_e)\dot{\omega}_{eng} - R_1 F_1 &= T_{eng} \\ (I_{out} + I_{c1})\dot{\omega}_{out} + (R_1 + S_1)F_1 &= T_{out} \\ (I_{s1})\dot{\omega}_{s1} - S_1 F_1 &= 0 \\ \dot{\omega}_{s1} + \tau_1 \dot{\omega}_{eng} - \dot{\omega}_{out}(\tau + 1) &= 0 \end{aligned}$$

Equazione 62

Imponendo delle coppie T_{out} e T_e e risolvendo il sistema si ottiene che, sia l'accelerazione del solare che della corona, siano entrambe maggiori di qualche ordine di grandezza dell'accelerazione dell'output.

Facendo tendere a zero le inerzie dei nodi, la forza F_1 tenderà anch'essa a zero e l'unico effetto sarà l'accelerazione del motore ($T_e > 0$) e la decelerazione dell'output ($T_{out} < 0$).

Dunque, per quanto detto, se è presente una situazione come quella illustrata, la riga e la colonna relative all'attuatore meccanico corrispondente sono poste uguali a zero.

Come richiesto dalla procedura, inoltre, si controlla:

- il numero di zeri sulle righe: se è maggiore di tre, allora l'intera riga viene posta a zero. Se i tre zeri sono sulla prima riga allora tutta la matrice viene posta a zero.
- Se il primo e il secondo elemento della terza e quarta riga di A^* sono uguali a zero entrambe le righe sono poste a zero

Dopo quest'ultima verifica la matrice A^* è ultimata e viene salvata in una matrice A_{tot}^* insieme alla matrice dello schema, per avere subito a disposizione non solo l'informazione numerica ma anche fisica del caso considerato.

3.7 Eliminazione delle ridondanze

Una volta ultimati tutti i casi previsti dalla matrice N , si passa al controllo delle ridondanze.

Come descritto precedentemente, un modo è uguale a un altro se la loro matrice A^* coincide. In ambiente Matlab il controllo è stato fatto con l'utilizzo di una funzione in cui attraverso un comando *if* si confronta la matrice A_i^* con la A_j^* , dove i e j sono compresi fra uno e il numero di configurazioni totali (Equazione 19 e Equazione 20).

Sono state esaminate diverse condizioni per il ciclo *if*:

- *if* $A_i^* == A_j^*$. Il programma crea una matrice logica (i cui valori sono 0 o 1) della stessa grandezza di A^* in cui ogni elemento della matrice logica è uguale a 1 se il corrispondente elemento di A_i^* è perfettamente uguale a A_j^* e 0 in caso contrario. La condizione del ciclo è considerata vera se ogni elemento della matrice logica è uguale a 1. Questa condizione considera ridondanti le configurazioni che possiedono una A^* la cui totalità di elementi è uguale fino all'ultima cifra significativa. Una condizione simile ha come conseguenza un aumento notevole del numero di modi totali. Dunque, nonostante a prima vista le due matrici sembrassero uguali poiché i valori vengono espressi dal software fino alla quinta cifra significativa, andando ad esaminare nel dettaglio, ogni elemento differisce dal suo corrispondente per un numero molto piccolo, creando uno zero nella matrice logica usata come parametro di riferimento e portando, infine, a non considerare quella matrice come ridondante. Poiché non è possibile "tagliare" il numero fino a una certa cifra significativa con il comando *chop*, perché porterebbe a errori nel calcolo del rango della matrice, questo metodo di controllo delle ridondanze viene scartato.
- *if* $\det(A_i^*) == \det(A_j^*)$. Tale condizione è risultata non utilizzabile perché il rango delle matrici è uguale al numero di gradi di libertà del sistema, ovvero è compreso fra 1 e 3, mentre la matrice A^* ha dimensione 4×4 . Una proprietà del determinante enuncia che, se una riga è linearmente dipendente da altre della stessa matrice, ovvero, il rango è minore della dimensione massima della matrice, allora il determinante è uguale a 0. Dunque, il metodo non è utilizzabile perché tutte le matrici hanno determinante uguale a 0
- *if* $\text{sum}(\text{sum}(\text{abs}(A_i^* - A_j^*))) \leq k$. In questo caso la somma delle differenze fra i relativi termini delle matrici veniva confrontata con un numero k . Questo metodo sarebbe stato valido se tutti i termini sarebbero stati dello stesso ordine di grandezza, in modo da avere un errore quasi proporzionale al numero di termini della matrice. In realtà l'ordine di grandezza degli elementi cambia in base alla configurazione scelta, rendendo questo criterio poco adatto a discriminare i modi ridondanti
- *if* $\text{abs}(A^*(a, b) - A^{*'}(a, b)) \leq k \cdot A^*(a, b)$. In questo modo affinché la condizione nel ciclo sia vera bisogna che l'elemento della matrice che si sta controllando differisca per meno di una percentuale del corrispondente elemento della matrice di riferimento. Se la condizione è soddisfatta, un contatore aumenta il suo valore di uno. Se per ogni elemento della matrice la condizione è vera il contatore avrà un valore uguale a 16 e solo in questo caso la matrice sarà considerata ridondante.

Il metodo di confronto utilizzato è l'ultimo.

3.8 Scelta di k

Il valore di k da assumere per individuare il numero corretto di configurazioni non è noto a priori, per cui è stato fatto uno studio in cui viene calcolato il numero totale di configurazioni facendo variare il parametro k . Nello studio è stato fatto variare anche un altro parametro, *toll*, che indica il livello di soglia al di sotto del quale un numero è posto uguale a zero, per studiare l'influenza del parametro sul numero di configurazioni totale.

I risultati sono esposti in Figura 39 in un grafico semilogaritmico.

Il valore di k tende ad avere un andamento decrescente del numero di configurazioni, mostrando delle aree in cui il numero di configurazioni rimane costante.

Si nota come le curve al variare del parametro $toll$ siano tutte sovrapposte tranne che in alto a sinistra, in corrispondenza di valori sia di k che di $toll$ molto vicini alla precisione di macchina di Matlab per il calcolatore in questione. In tale zona l'affidabilità dei risultati è scarsa, per cui non si incrementa maggiormente il valore di k .

Si ricorda che, dato un numero a , per precisione di macchina di un calcolatore si intende il più piccolo numero che sommato ad a ritorna un numero maggiore di a . In Matlab tale quantità assume il nome di eps .

L'andamento a scalini deriva dal fatto che i valori alle ordinate possono assumere solo numeri interi.

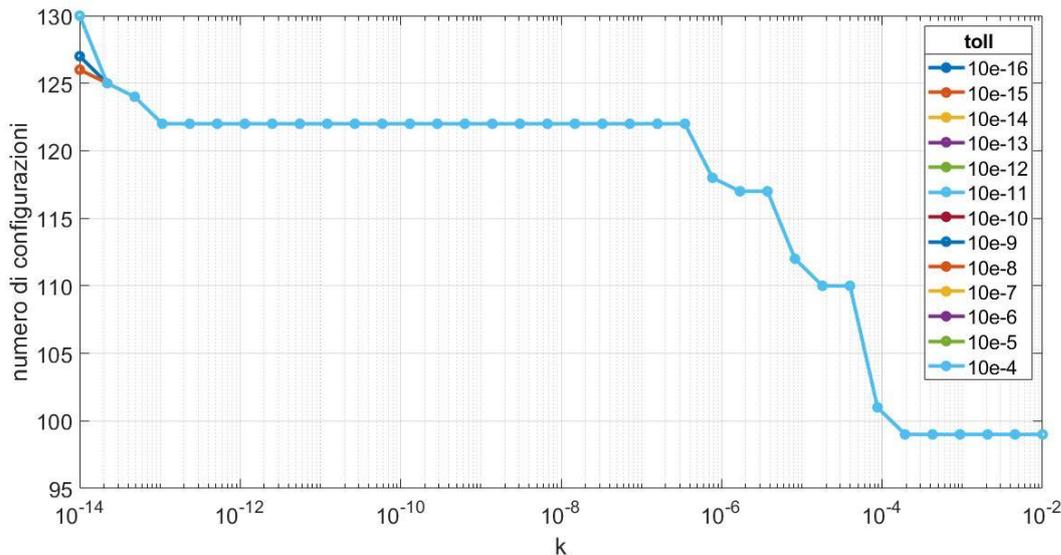


Figura 39 - Grafico di convergenza

Il valore corretto di k è stato determinato attraverso l'utilizzo del metodo simbolico in cui ogni parametro numerico è stato sostituito da una variabile simbolica, in modo da eliminare eventuali errori numerici.

3.9 Il metodo simbolico

La procedura è stata ripetuta sostituendo le variabili numeriche con quelle simboliche. Con il metodo simbolico il controllo delle configurazioni ridondanti è stato effettuato confrontando le due matrici con il comando $if A_i^* == A_j^*$, poiché le matrici simboliche non presentano i problemi numerici esaminati nel Paragrafo 3.7.

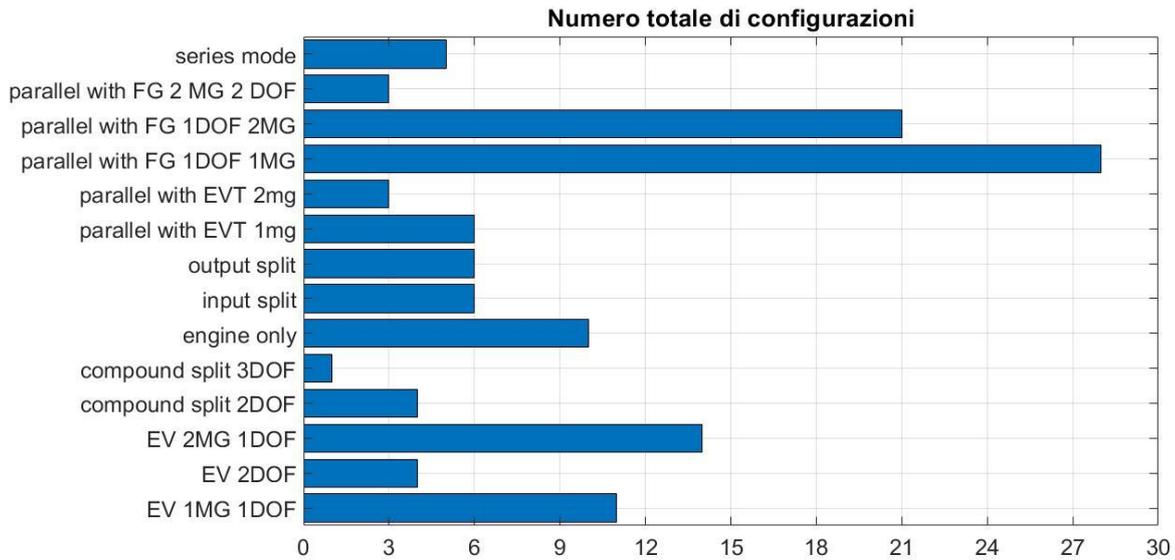


Figura 40

I risultati ottenuti sono sintetizzati nella Figura 40. Si nota come i modi che realizzano un sistema con un grado di libertà sono più numerosi, mentre con tre gradi di libertà è presente una sola architettura.

Nella Figura 41, in ascissa si ha un numero rappresentativo della configurazione, tramite il quale è possibile risalire allo schema reale del sistema, e in ordinata il tipo di modo della configurazione.

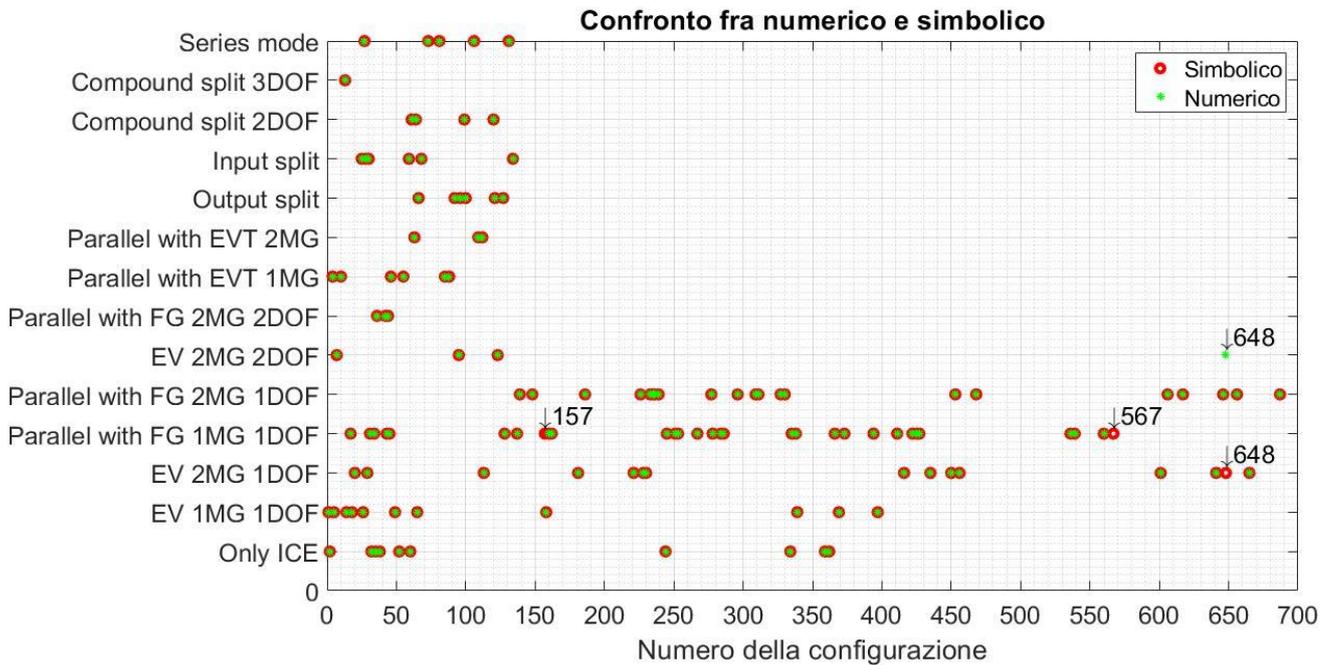


Figura 41 - Confronto tra numerico e simbolico

I cerchi rossi indicano i modi trovati con il metodo simbolico, mentre gli asterischi verdi indicano i modi trovati con il metodo numerico.

Con il metodo simbolico sono state trovate un totale di 124 configurazioni, mentre per il metodo numerico per il confronto si è considerato un valore di k tale che il numero di configurazioni sia 122, poiché era il valore costante che si avvicinava di più al numero trovato con il metodo simbolico.

Nel grafico si nota come siano presenti 3 configurazioni in cui i risultati dei metodi non coincidono. Tali configurazioni sono state studiate più in dettaglio per capire il motivo di questa disuguaglianza.

Configurazione n°157

Lo schema della configurazione n°157 è il seguente:

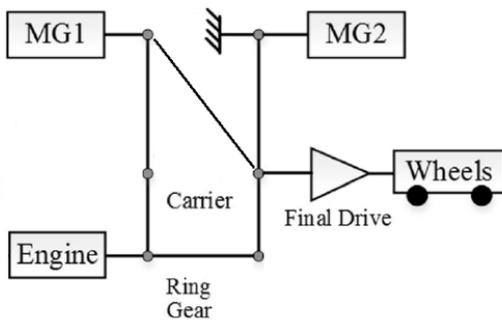


Figura 42 - Configurazione n°157

Il motore elettrico 1 è collegato all'albero di uscita, il motore elettrico 2 è collegato a terra e le due corone sono rese solidali da un collegamento. Per cui:

- $\omega_{out} = \omega_{MG1}$
- $\omega_e = \omega_r$
- $\omega_{MG2} = 0$

Usando l'Equazione 4 sulla cinematica dei rotismi epicicloidali è possibile scrivere:

$$\frac{\omega_{MG2} - \omega_{out}}{\omega_e - \omega_{out}} = -\tau_2$$

Equazione 63

Ma $\omega_{MG2} = 0$. Dunque:

$$\omega_{out} = \omega_e \frac{\tau_2}{\tau_2 + 1}$$

Equazione 64

Derivando rispetto al tempo si ottiene:

$$\dot{\omega}_{out} = \dot{\omega}_e \frac{\tau_2}{\tau_2 + 1}$$

Equazione 65

Portando tutto a primo membro si ha:

$$\frac{\dot{\omega}_{out}}{\dot{\omega}_e} - \frac{\tau_2}{\tau_2 + 1} = 0$$

Equazione 66

Tale relazione indica come il sistema abbia un solo grado di libertà poiché la velocità dell'ICE è proporzionale all'output (la velocità del motore elettrico 1 è uguale a quella di output, perché sono solidali fra di loro).

L'equazione precedente, derivando dalla cinematica del sistema, deve essere valida anche fra i termini della matrice, in particolare fra la prima e la seconda riga di A^* , che rappresentano rispettivamente l'accelerazione angolare di output e motore a combustione interna.

Poiché il numero di gradi di libertà del sistema è uguale al rango della matrice, il risultato del comando $rank(A_{157}^*)$ dovrebbe essere uguale a 1. In Matlab, invece, erroneamente il calcolo restituisce come risultato 2.

Si procede allora alla verifica manuale sottraendo al valore calcolato da Matlab il valore calcolato mediante l'Equazione 66

Per la prima colonna vale:

$$\frac{A_{157}^*(1,1)}{A_{157}^*(2,1)} - \frac{\tau_2}{\tau_2 + 1} = 0$$

Equazione 67

Per la seconda colonna vale:

$$\frac{A_{157}^*(1,2)}{A_{157}^*(2,2)} - \frac{\tau_2}{\tau_2 + 1} = 4.996010^{-15}$$

Equazione 68

Per la terza colonna vale:

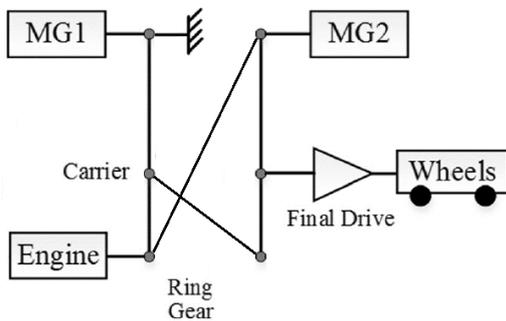
$$\frac{A_{157}^*(1,3)}{A_{157}^*(2,3)} - \frac{\tau_2}{\tau_2 + 1} = 0$$

Equazione 69

Come si nota la differenza della seconda colonna è uguale a un numero molto piccolo. A causa di tale errore numerico l'operazione di calcolo del rango ritorna un risultato errato con ha come conseguenza la mancata classificazione di questa configurazione come Parallelo con rapporto fisso 1MG 1DOF.

Configurazione n°567

Lo schema della configurazione 567 è il seguente:



Il motore elettrico 2 e il motore a combustione interna sono collegati, il motore elettrico 1 è collegato a terra e il carrier del primo rotismo è collegato al ring del secondo rotismo.

Per il primo rotismo è possibile scrivere la seguente equazione:

$$\omega_{c1} = \omega_e \frac{\tau_1}{1 + \tau_1}$$

Equazione 70

Figura 43 - Configurazione n°567

Per il secondo rotismo invece, ricordando che

- $\omega_e = \omega_{MG2}$
- $\omega_{c1} = \omega_{r2}$
- $\omega_{MG1} = 0$

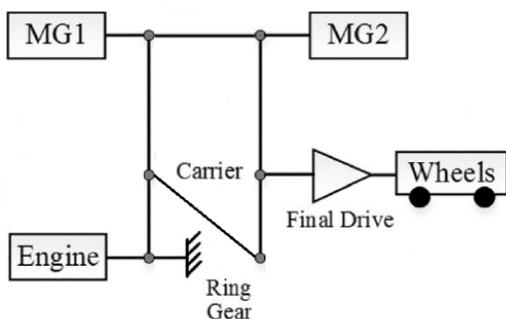
Si può scrivere la seguente relazione:

$$\omega_{out} = \omega_e \left(1 + \frac{\tau_1 \tau_2}{1 + \tau_1} \right) \frac{1}{1 + \tau_2}$$

Equazione 71

Dunque, anche in questo caso il sistema ha un solo grado di libertà. Rifacendo i calcoli come per l'esempio precedente risulta che Matlab non riesce a classificare la configurazione in modo corretto a causa di un errore numerico.

Configurazione n°648



In questa configurazione il motore a combustione interna è fermo, i due motori elettrici sono solidali fra di loro e il carrier del primo rotismo è solidale al carrier del secondo rotismo. Dunque:

- $\omega_e = 0$
- $\omega_{c1} = \omega_{r2}$
- $\omega_{MG1} = \omega_{MG2}$

Usando l'equazione dei rotismi si può scrivere per il primo rotismo:

Figura 44 - Configurazione n°648

$$\omega_{c1} = \omega_{MG1} \frac{1}{1 + \tau_1}$$

Equazione 72

E per il secondo rotismo:

$$\omega_{out} = \omega_{MG1} \left(1 + \frac{\tau_2}{1 + \tau_1}\right) \frac{1}{1 + \tau_2}$$

Equazione 73

Anche in questo caso il grado di libertà del sistema è uguale a 1.

Matlab riesce a classificare la configurazione nel modo elettrico (2MG, 2DOF) con rango 2, ma tenendo conto dell'effettivo grado di libertà del sistema il modo corretto è quello individuato con il metodo simbolico ovvero Elettrico (2MG, 1DOF) con rango 1.

3.10 Risultati per il sistema composto da tre rotismi

Si riportano per il caso con due rotismi i risultati ottenuti mediante calcolo simbolico.

Lo studio mediante il calcolo simbolico non è stato condotto nel caso con tre rotismi a causa dell'elevato tempo computazionale richiesto per concludere le simulazioni: il calcolo con le variabili simboliche, infatti, richiede un tempo computazionale circa 20 volte superiore rispetto al caso numerico.

	Modo	Due rotismi	Tre rotismi
1	Serie	5	70
2	Compound split (3DOF)	1	180
3	Compound split (2DOF)	4	277
4	Input split	6	268
5	Output split	6	227
6	Parallelo con ECVT (ICE+1 MG)	6	101
7	Parallelo con ECVT (ICE+2 MG in serie)	3	246
8	Solo ICE	10	29
9	Parallelo con rapporto fisso (ICE+2 MG, 2 DOF)	3	306
10	Parallelo con rapporto fisso (ICE+2 MG, 1 DOF)	30	699
11	Parallelo con rapporto fisso (ICE+1 MG, 1 DOF)	21	316
12	Elettrico (2MG, 2DOF)	3	103
13	Elettrico (2MG, 1DOF)	15	227
14	Elettrico (1MG, 1DOF)	11	57
Totale modi possibili		124	3106
Totale configurazioni esaminate		696	584193

Tabella 7 - Risultati

I risultati mostrano come ci sia una notevole riduzione su entrambi i casi rispetto al numero di configurazioni totali e come la riduzione sia molto più evidente nel caso con tre rotismi.

Capitolo 4: Implementazione di un algoritmo per la valutazione

dell'efficienza

In questo capitolo si descrive il modello degli attuatori meccanici utilizzati nelle simulazioni e il processo di implementazione utilizzato in Matlab per la valutazione dell'efficienza.

La convenzione di segno riprende quella utilizzata nel Paragrafo 2.2 in cui le velocità degli attuatori sono positive se concordi con la velocità di output e le coppie sono positive se concordi con la velocità.

4.1 Modellizzazione dei componenti

Motore a combustione interna

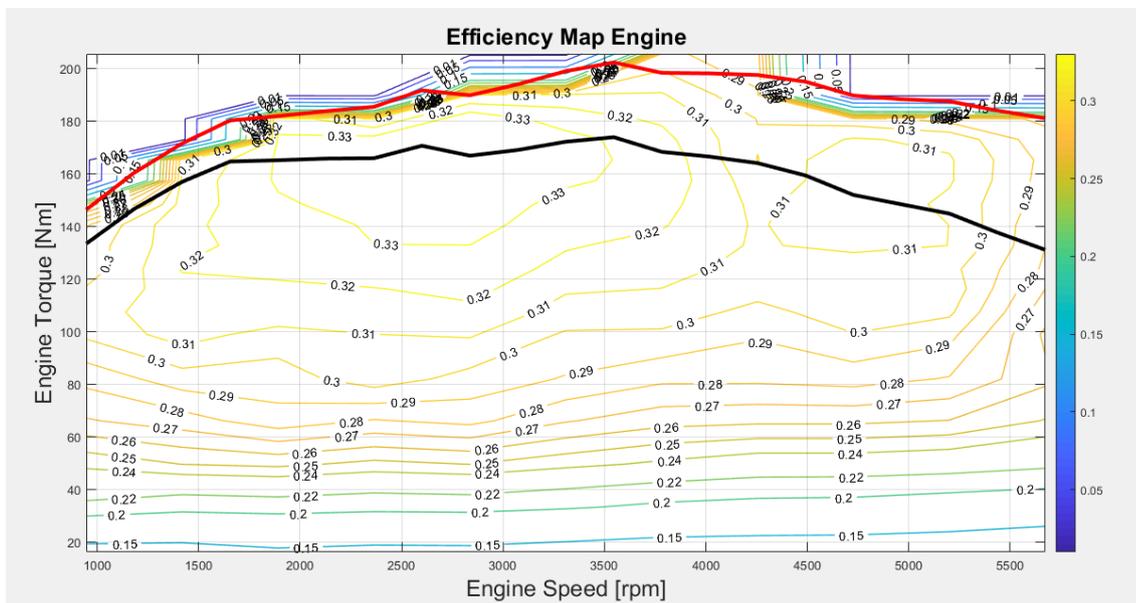


Figura 45 – Esempio di Mappa del motore a combustione interna

Il motore a combustione interna è caratterizzato da una mappa di funzionamento in cui alle ordinate si ha il valore della coppia o della pressione media efficace e alle ascisse il valore della velocità angolare. I punti di funzionamento sono compresi al di sotto della curva di coppia massima. Il rendimento del motore termico in particolari punti di funzionamento è evidenziato in apposite curve di livello riportate nel grafico.

Il motore termico deve rispettare i seguenti vincoli:

$$\begin{aligned} w_{e_{min}} < w_e(T_{load}, v_{in}) < w_{e_{max}} \\ 0 < T_e(T_{load}, v_{in}) < T_{e,max}(w_e) \end{aligned}$$

Equazione 74

Motore elettrico 1

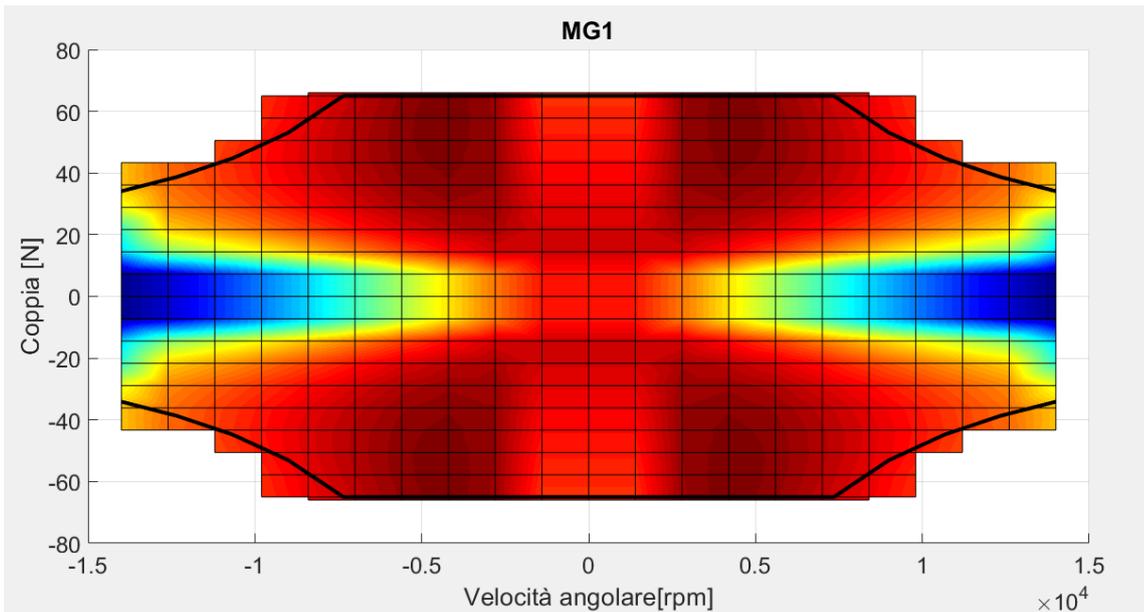


Figura 46 – Caratteristica di funzionamento del motore elettrico 1

In modo analogo al motore termico anche per il motore elettrico viene definita una mappa di funzionamento coppia-velocità in cui, attraverso apposite curve di livello, vengono riportati i valori del rendimento in particolari punti di funzionamento.

Il motore elettrico 1 deve rispettare i seguenti vincoli:

$$\begin{aligned}
 -w_{MG1,max} < w_{MG1}(T_{load}, v_{in}) < w_{MG1,max} \\
 -T_{MG1,max}(w_{MG1}) < T_{MG1}(T_{load}, v_{in}) < T_{MG1,max}(w_{MG1})
 \end{aligned}$$

Equazione 75

Motore elettrico 2

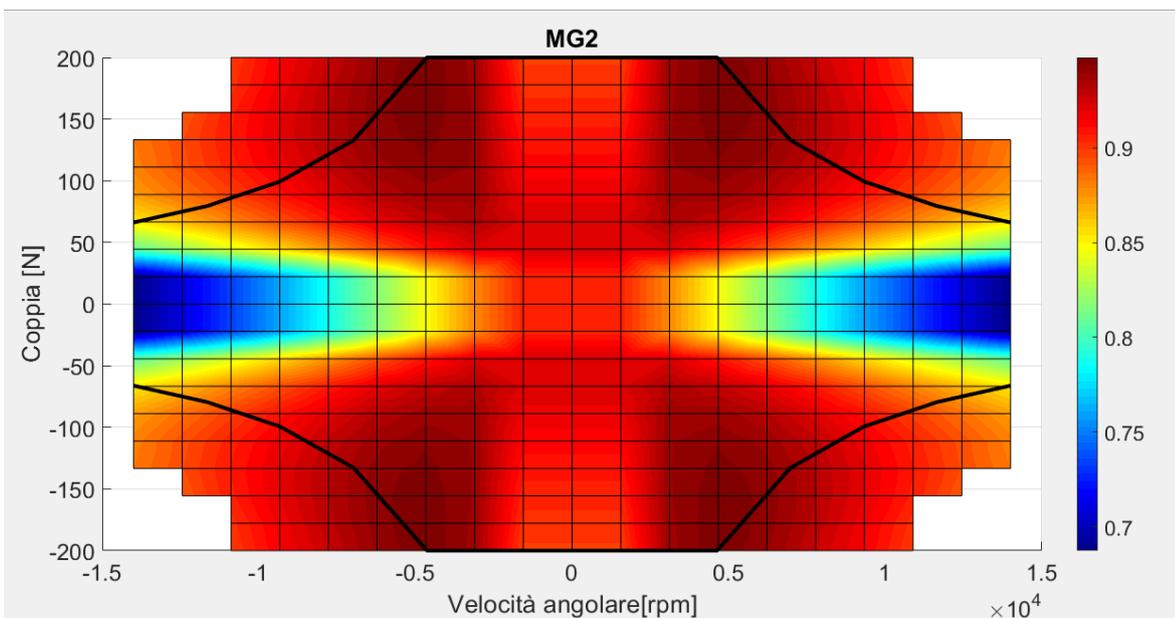


Figura 47 – Caratteristica di funzionamento motore elettrico 2

Il motore elettrico 2 deve rispettare i seguenti vincoli:

$$\begin{aligned}
 -w_{MG2,max} < w_{MG2}(T_{load}, v_{in}) < w_{MG2,max} \\
 -T_{MG2,max}(w_{MG2}) < T_{MG2}(T_{load}, v_{in}) < T_{MG2,max}(w_{MG2})
 \end{aligned}$$

Equazione 76

Batteria

Il modello di circuito della batteria considerato è il seguente [8]:

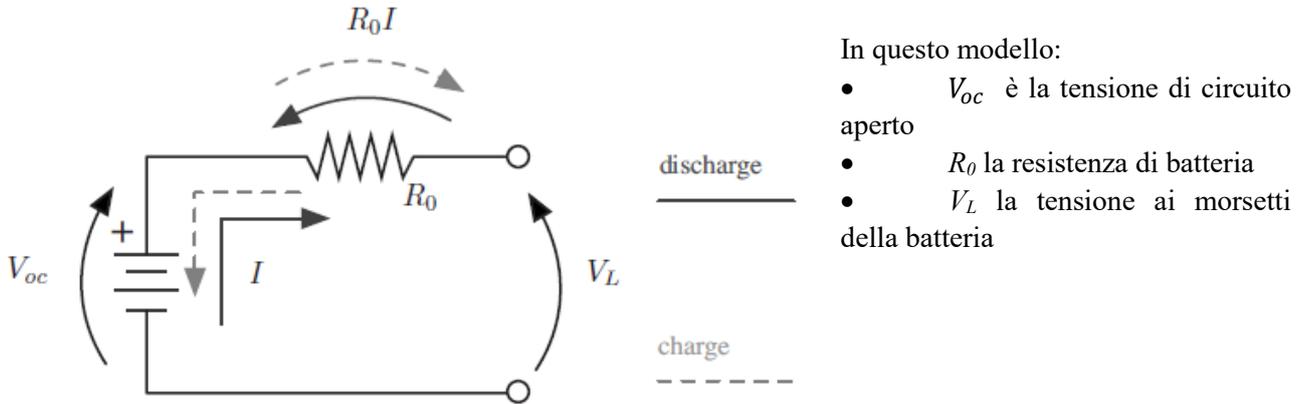


Figura 48 - Circuito della batteria

Possono essere distinte due situazioni:

- *Carica*: la corrente I è opposta in verso (negativa in segno) alla tensione V_{oc} . La batteria aumenta il suo stato di carica SOC (State of Charge), assorbendo potenza elettrica.
- *Scarica*: la corrente I è positiva e concorde alla tensione V_{oc} . La batteria diminuisce il suo SOC fornendo potenza elettrica.

I parametri caratteristici della batteria sono:

- La tensione di cella, funzione dello SOC

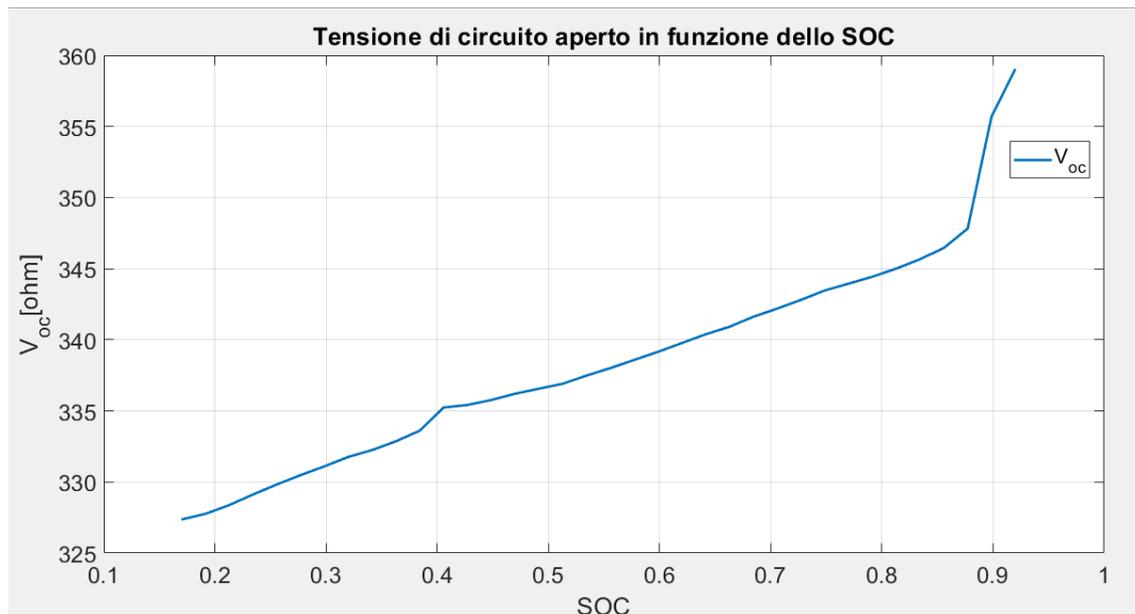


Figura 49 – Tensione di circuito aperto in funzione dello SOC

- Il numero di celle in serie e in parallelo
- La capacità massima della batteria

- La resistenza di batteria, funzione dello SOC

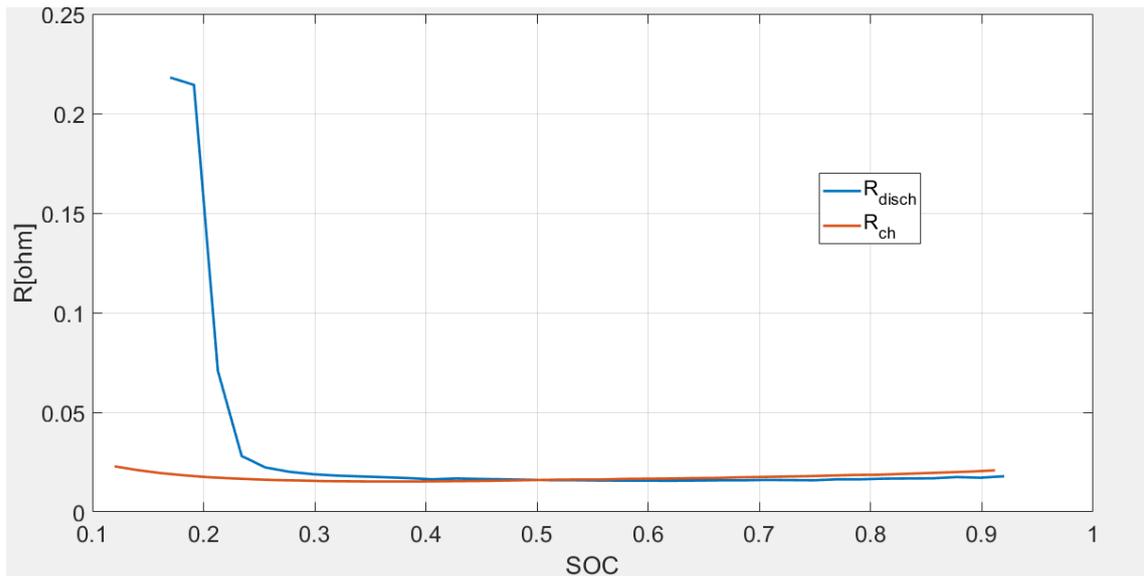


Figura 50 – Resistenza della batteria in funzione dello SOC

- La potenza massima di carica e scarica, e la corrente massima sopportabile dalla batteria in entrambe le condizioni scarica/carica in funzione dello SOC

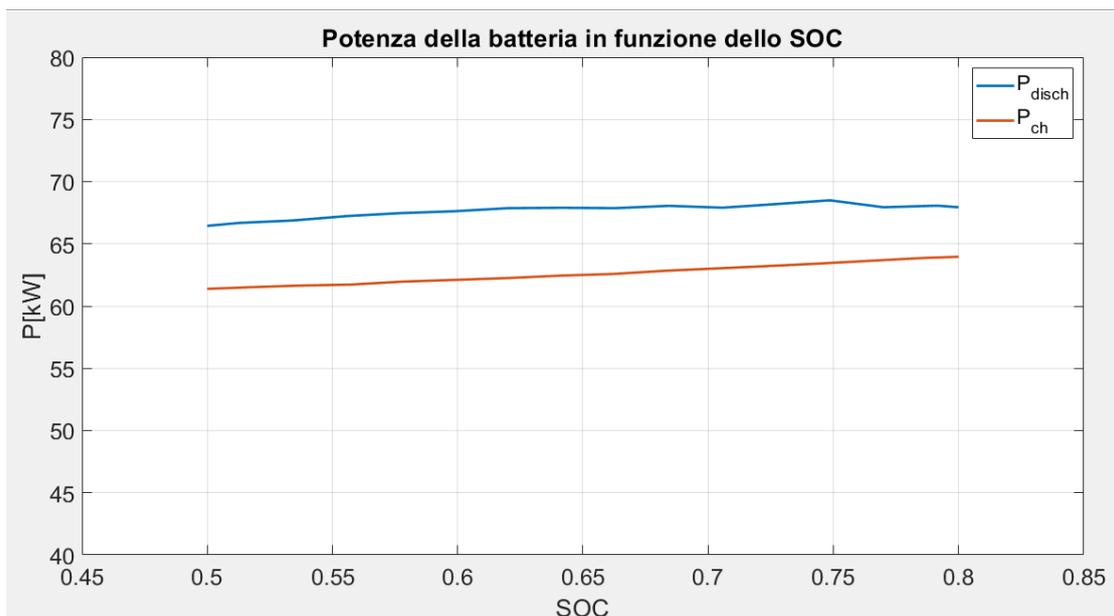


Figura 51 – Potenza della batteria in funzione dello SOC

In ogni caso considerato la batteria impone i seguenti vincoli:

$$\begin{aligned}
 SOC &= SOC_{rif} \\
 SOC_{min} &< SOC_{rif} < SOC_{max} \\
 I_{batt,ch} &< I_{batt,ch,max} & \text{ se } P_{batt} < 0 \\
 I_{batt,disch} &< I_{batt,disch,max} & \text{ se } P_{batt} > 0
 \end{aligned}$$

Equazione 77

Le simulazione sono effettuate a stato di carica fisso.

Lo stato di carica SOC è definito come dal rapporto fra la capacità istantanea della batteria e la capacità totale.

$$SOC = \frac{Q(t)}{Q_{tot}}$$

Equazione 78

Per definizione [8], la variazione dello SOC è proporzionale alla corrente I_{batt} , il segno meno è necessario poiché se I_{batt} è positiva la batteria sta fornendo potenza al sistema e, dunque, la variazione di SOC è negativa.

$$\dot{SOC} = -\frac{I_{batt}}{Q_{tot}}$$

Equazione 79

Il valore della corrente I_{batt} si ricava scrivendo il bilancio delle potenze per il circuito in Figura 48:

$$V_L I_{batt} = P_{batt} = V_{oc} I_{batt} - R_0 I^2$$

Equazione 80

Risolvendo l'equazione di secondo grado si ottiene:

$$I_{batt}(SOC) = \frac{V_{oc}(SOC) - \sqrt{V_{oc}^2(SOC) - 4 R_0(SOC) P_{batt}}}{2 R_0(SOC)}$$

Equazione 81

Il rendimento della batteria è calcolato nel modo seguente:

$$\eta_{batt,disch}(SOC) = 1 - \frac{R_{0,disch} I_{batt,disch}^2}{V_{oc} I_{batt,disch}}$$

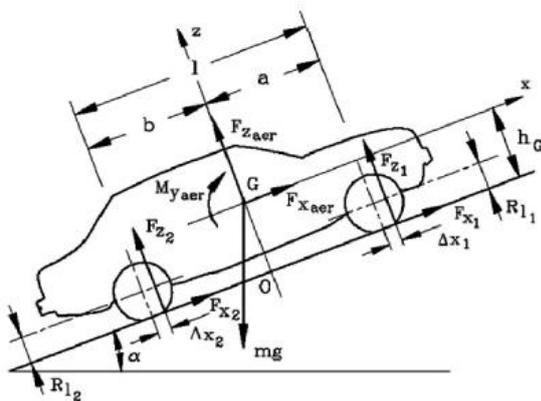
Equazione 82

$$\eta_{batt,ch}(SOC) = 1 - \frac{R_{0,ch} I_{batt,ch}^2}{V_{oc} I_{batt,ch}}$$

Equazione 83

Veicolo

Il modello del veicolo è necessario per calcolare la coppia richiesta all'avanzamento. Tale coppia può essere ricavata dal diagramma di corpo libero del veicolo in figura [9], con l'ipotesi di trascurare la dinamica laterale.



Le forze che si oppongono all'avanzamento del veicolo sono:

1. La forza dovuta alla resistenza aerodinamica
2. La forza dovuta alla resistenza al rotolamento
3. La forza dovuta alla pendenza
4. L'inerzia stessa del veicolo e di tutte le masse rotanti.

La forza relativa alla *resistenza aerodinamica* viene calcolata con la seguente equazione:

$$F_{aer} = \frac{1}{2} \rho c_x S v^2$$

Equazione 84

dove:

- ρ è la densità dell'aria

- c_x è il coefficiente aerodinamico
- S è la superficie frontale del veicolo
- v è la velocità del veicolo

Il contributo della *resistenza al rotolamento* è calcolato ipotizzando che non ci sia dipendenza del coefficiente di rotolamento dalla velocità:

$$F_{rot} = M g k$$

Equazione 85

Dove:

- k è il coefficiente di rotolamento

La *pendenza* costituisce un contributo negativo all'avanzamento del veicolo nel caso in cui l'angolo di inclinazione del piano stradale α sia maggiore di 0.

Il contributo dell'*inerzia* è presente nel caso in cui l'accelerazione del veicolo non è nulla

$$F_{din} = M \ddot{x}$$

Equazione 86

Sommando i vari contributi, ipotizzando $\alpha = 0$, si ottiene:

$$F_{res} = F_{aer} + F_{rot} + F_{din}$$

Equazione 87

Moltiplicando per il valore del raggio delle ruote si ottiene il valore di coppia da fornire alle ruote:

$$T_{load} = F_{res} \cdot r_{ruota}$$

Equazione 88

4.2 Sviluppo di un algoritmo per la valutazione dell'efficienza

Con un programma Matlab è stato creato un algoritmo che permette di valutare l'efficienza [6] di una particolare configurazione in funzione della velocità del veicolo e della coppia richiesta alle ruote noti i dati caratteristici degli attuatori del veicolo e la matrice A^* , ricavata dalle simulazioni precedenti.

La dinamica del sistema è calcolata mediante l'Equazione 89:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\omega}_{out} \\ \dot{\omega}_e \\ \dot{\omega}_{MG1} \\ \dot{\omega}_{MG2} \end{Bmatrix} = [A^*] \begin{Bmatrix} -T_{out} \\ T_e \\ T_{MG1} \\ T_{MG2} \end{Bmatrix}$$

Equazione 89

La prima azione del programma è creare con il comando *linspace* quattro vettori rappresentativi rispettivamente di T_{out} , T_e , T_{MG1} e T_{MG2} , i cui valori sono inseriti nell'Equazione 89 per il calcolo delle accelerazioni angolari.

$$\begin{aligned} T_{out} &= \text{linspace}(1, T_{out,max}, x_1) \\ T_e &= \text{linspace}(T_{e,min}, T_{e,max}, x_2) \\ T_{MG1} &= \text{linspace}(-T_{MG1,max}, T_{MG1,max}, x_3) \\ T_{MG2} &= \text{linspace}(-T_{MG2,max}, T_{MG2,max}, x_4) \end{aligned}$$

Il valore di $T_{out,max}$, è stato definito a tentativi, in modo da riuscire a calcolare l'effettiva massima coppia disponibile alle ruote con gli attuatori utilizzati.

I valori di x_1, x_2, x_3, x_4 scelti influenzano il tempo di calcolo del sistema: valori troppo piccoli potrebbero non essere sufficienti per avere una mappa abbastanza dettagliata mentre valori grandi aumenterebbero di molto il tempo delle simulazioni.

I valori di ogni singola moltiplicazione sono salvati all'interno due matrici ('car' e 'car_neg') a seconda che le accelerazioni siano positive o negative, in modo da creare delle matrici in cui sono riportati i valori delle accelerazioni degli elementi del powertrain in funzione di ogni possibile combinazione delle coppie erogate dagli attuatori.

Successivamente viene esaminata la matrice A^* e in base al rango di quest'ultima il programma opera in modo diverso per il calcolo delle velocità dei nodi:

- se il rango della matrice è uguale a 1 il sistema ha un unico grado di libertà, dunque è possibile calcolare la velocità degli attuatori conoscendo la velocità di un solo nodo del sistema
- se il rango della matrice è 2 bisogna conoscere almeno due velocità

Si ipotizza un valore di velocità del veicolo v_{in} e un valore di coppia resistente T_{out} , fra quelli usati per creare la matrice 'car'.

Si calcola il valore di forza resistente F_{res} a partire dal valore di T_{out}

$$F_{res} \frac{r_{ruota}}{\tau_{fin}} = T_{out} \rightarrow F_{res} = T_{out} \frac{\tau_{fin}}{r_{ruota}}$$

Equazione 90

Si calcola il valore di velocità all'uscita del cambio $\omega_{out,in}$ a partire dal valore di v_{in}

$$\omega_{out,in} = v_{in} \frac{\tau_{fin}}{r_{ruota}}$$

Equazione 91

Si inverte l'Equazione 92 per il calcolo di \ddot{x}_{in} in funzione di v_{in} :

$$F_{res} = M g k + \frac{1}{2} \rho c_x S v_{in}^2 + M \ddot{x}$$

Equazione 92

Con il valore di \ddot{x} , si calcola l'accelerazione angolare dell'albero di uscita nel caso di coppia resistente applicata pari a T_{out} e velocità del veicolo v_{in} :

$$\dot{\omega}_{out,rif} = \frac{\ddot{x}}{r_{ruota}} \tau_{fin}$$

Equazione 93

Si confronta il valore appena trovato con quelli salvati precedentemente con lo stesso valore di T_{out} nella matrice 'car'. Se il valore non differisce per più di una percentuale dal valore di riferimento allora l'intera riga della matrice 'car', contenente i valori delle accelerazioni angolari e delle coppie di tutti gli attuatori, viene salvata in una nuova matrice 'car_rif'. La percentuale di riferimento è variabile in modo crescente, con intervalli di un punto percentuale, fino a un massimo del 20%. Tale percentuale è aumentata ulteriormente in prossimità della curva di coppia resistente, poiché per trovare delle combinazioni di coppie, che abbiano come effetto utile un'accelerazione tendente a zero, il livello necessario di discretizzazione degli attuatori sarebbe troppo elevato per un tempo di calcolo ragionevole. L'errore che si compie rimane tuttavia accettabile perché le accelerazioni tendono a zero.

Grazie a questa operazione è possibile analizzare ogni combinazione di T_e, T_{MG1}, T_{MG2} che abbia come effetto l'accelerazione $\dot{\omega}_{out,rif}$ nelle condizioni in cui ci sia una coppia resistente T_{out} alla velocità v_{in} .

Una volta ultimata la creazione di 'car_rif', si passa al calcolo delle velocità angolari dei singoli attuatori e dell'efficienza per ogni riga della matrice 'car_rif'.

Calcolo delle velocità angolari (DOF=2)

Poiché il grado di libertà del sistema è pari a 2 è necessario imporre una seconda velocità oltre al valore ipotizzato di $\omega_{out} = f(v_{in})$: si sceglie la velocità angolare del motore a combustione interna ω_e , che viene discretizzata mediante un vettore ω_{erif} per tutti i modi con DOF=2, ad eccezione del modo EV 2 DOF in cui si ipotizza la velocità del motore MG1 con il vettore ω_{MG1rif} poiché il motore a combustione interna non fornisce coppia.

Dunque, sono a conoscenza i seguenti dati:

- la velocità angolare dell'albero di uscita del cambio al tempo iniziale $\omega_{out,in}$
- la velocità angolare del motore a combustione al tempo iniziale $\omega_{e,in}$ (o $\omega_{MG1,in}$ se EV 2 DOF)
- la matrice A^* del sistema
- le accelerazioni angolari ($\dot{\omega}_{out}$, $\dot{\omega}_e$, $\dot{\omega}_{MG1}$ e $\dot{\omega}_{MG2}$)
- le coppie applicate (T_{out} , T_e , T_{MG1} e T_{MG2})
- lo schema della configurazione in esame, con relativa posizione delle frizioni attive

Rimangono da determinare le velocità angolari dei due motori elettrici ω_{MG1} e ω_{MG2} , che vengono calcolate attraverso la risoluzione di un sistema lineare, creato in funzione della veicolo in esame.

La prima e la seconda equazione del sistema corrispondono all'equazione caratteristica dei rotismi:

$$\begin{aligned}\omega_{MG1} + \tau_1 \omega_r - \omega_e (1 + \tau_1) &= 0 \\ \omega_{MG2} + \tau_2 \omega_{out} - \omega_c (1 + \tau_2) &= 0\end{aligned}$$

La terza e la quarta equazione riportano i vincoli imposti dalle frizioni, forniti dallo schema della configurazione, riportato in Figura 52 per il caso della Prius.

$$\begin{aligned}\omega_{out} - \omega_r &= 0 \\ \omega_c &= 0\end{aligned}$$

Infine, le ultime due righe riportano le ipotesi precedentemente fatte su ω_{out} e ω_e

$$\begin{aligned}\omega_{out} &= \omega_{out,in} \\ \omega_e &= \omega_{e,in}\end{aligned}$$

Riscrivendo in forma matriciale il sistema si ha:

$$\begin{bmatrix} 0 & -(\tau_1 + 1) & 1 & 0 & \tau_1 & 0 \\ \tau_2 & 0 & 0 & 1 & 0 & -(\tau_2 + 1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_{out} \\ \omega_e \\ \omega_{MG1} \\ \omega_{MG2} \\ \omega_r \\ \omega_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_{e,rif} \\ \omega_{out,rif} \end{Bmatrix}$$

Equazione 94

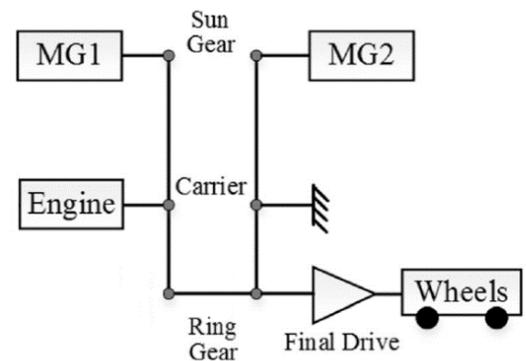


Figura 52 – Toyota Prius II

La matrice ha rango massimo, per cui, il sistema ha un'unica soluzione ed è possibile calcolare la velocità angolare iniziale di ogni componente dei rotismi.

Nel caso in cui ci siano configurazioni con rotismi folli si modifica il sistema lineare creato in modo da tenere conto di questo particolare.

Calcolo delle velocità angolari (DOF=1)

Se il grado di libertà del sistema è 1 allora, ipotizzata una velocità angolare, tutte le altre sono linearmente dipendenti da quella scelta. Il coefficiente che lega le due velocità è calcolato facendo il rapporto fra i rispettivi termini della matrice A^* , come visto nel Paragrafo 3.9.

Ad esempio, avendo ipotizzato $\omega_{out,in} = f(v_{in})$, si ha che:

$$\omega_{e,in} = \omega_{out,in} \frac{A^*(2,1)}{A^*(1,1)}$$

Equazione 95

$$\omega_{MG1,in} = \omega_{out,in} \frac{A^*(3,1)}{A^*(1,1)}$$

Equazione 96

$$\omega_{MG2,in} = \omega_{out,in} \frac{A^*(4,1)}{A^*(1,1)}$$

Equazione 97

Calcolo delle potenze e dei rendimenti

Con l'informazione delle velocità iniziali appena calcolate e delle coppie salvate in 'car_rif.', si calcolano i rendimenti degli attuatori meccanici ($\eta_e, \eta_{MG1}, \eta_{MG2}$) mediante interpolazione sulle mappe degli attuatori e le relative potenze P_e, P_{MG1}, P_{MG2} .

Dunque, si procede al calcolo della potenza fornita dalla batteria P_{batt} , facendo attenzione al funzionamento delle macchine elettriche da motore o generatore.

Si indicano con:

PG = Potenza generata dalla macchina elettrica che funziona da generatore.

PM = Potenza assorbita dalla macchina elettrica che funziona da motore.

Si ha che:

- se $P_{MG1} \leq 0$ e $P_{MG2} \leq 0$

$$PG = -P_{MG1}\eta_{MG1} - P_{MG2}\eta_{MG2}$$

$$PM = 0$$

$$\eta_G = \frac{(\eta_{MG1}P_{MG1} + \eta_{MG2}P_{MG2})}{P_{MG1} + P_{MG2}}$$

$$\eta_M = 0$$

- se $P_{MG1} \leq 0$ e $P_{MG2} \geq 0$

$$PG = -P_{MG1}\eta_{MG1}$$

$$PM = -\frac{P_{MG2}}{\eta_{MG2}}$$

$$\eta_G = \eta_{MG1}$$

$$\eta_M = \eta_{MG2}$$

- se $P_{MG1} \geq 0$ e $P_{MG2} \leq 0$

$$PG = -P_{MG2}\eta_{MG2}$$

$$PM = -\frac{P_{MG1}}{\eta_{MG1}}$$

$$\eta_G = \eta_{MG2}$$

$$\eta_M = \eta_{MG1}$$

- se $P_{MG1} \geq 0$ e $P_{MG2} \geq 0$

$$PG = 0$$

$$PM = -\frac{P_{MG1}}{\eta_{MG1}} - \frac{P_{MG2}}{\eta_{MG2}}$$

$$\eta_M = \frac{(\eta_{MG1}P_{MG1} + \eta_{MG2}P_{MG2})}{P_{MG1} + P_{MG2}}$$

$$\eta_G = 0$$

Per la valutazione dell'efficienza di un singolo modo è opportuno distinguere i 14 modi in ibridi e elettrici, in modo da valutare un'efficienza complessiva del sistema che permetta di confrontare i modi fra loro attraverso un metodo valutativo trovato in letteratura [6].

Valutazione dell'efficienza delle modalità ibride

Appartengono a questa categoria i modi che hanno il motore a combustione interna in funzione. Il modo "solo ICE" è visto come un caso limite di veicolo ibrido.

La potenza del motore a combustione interna P_e è divisa in tre contributi:

- P_{e1} : potenza che fluisce dal generatore alla batteria.
- P_{e2} : potenza che fluisce dal generatore al motore
- P_{e3} : potenza che fluisce dal motore direttamente alle ruote

Deve valere: $P_{e1} + P_{e2} + P_{e3} = P_e$

I vari contributi sono calcolati di seguito.

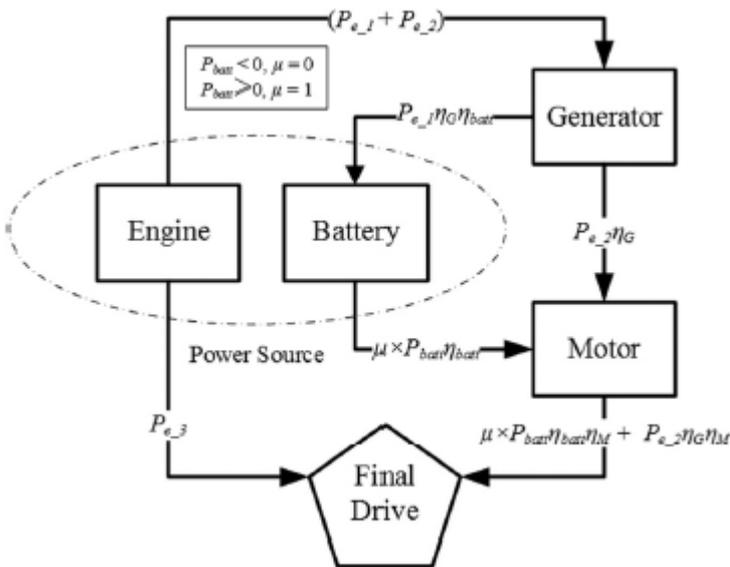


Figura 53 – Schematizzazione modalità ibrida

Calcolo della potenza della batteria

È opportuno sottolineare, che si ipotizza per ogni simulazione un valore di SOC pari a 0.7 tale per cui sia possibile qualsiasi condizione di carica o scarica della batteria, anche se tale ipotesi non è sempre verificata nel reale funzionamento del veicolo.

Per il calcolo della potenza della batteria è opportuno distinguere due casi:

- Batteria in carica ($PG > PM$): la potenza elettrica prodotta dal generatore è maggiore di quella richiesta dal motore elettrico, il surplus di potenza viene utilizzato per la ricarica delle batterie. Si pone:

$$\begin{aligned} P_{e3} &= P_e - \frac{PG}{\eta_g} \\ \mu P_{batt} &= 0 \\ P_{e2}\eta_G &= PM \\ P_{e1}\eta_g &= PG - P_{e2}\eta_G \end{aligned}$$

L'ultimo termine è la potenza elettrica che arriva alla batteria. Attraverso le equazioni viste nel Paragrafo 4.1 relative alla batteria, si calcolano la corrente e il rendimento di carica

- Batteria in scarica ($PG < PM$): la potenza elettrica prodotta dal generatore è minore da quella richiesta del motore elettrico. La potenza mancante viene fornita dalla batteria. Si pone:

$$\begin{aligned} \mu P_{batt}\eta_{batt} &= PM - PG \\ P_{e2}\eta_G &= PG \\ P_{e1}\eta_g &= 0 \\ P_{e3} &= P_e - \frac{PG}{\eta_g} \end{aligned}$$

Con il valore di $\mu P_{batt}\eta_{batt}$ è possibile calcolare l'effettiva potenza richiesta alla batteria μP_{batt} e il relativo rendimento attraverso le formule del Paragrafo 4.1.

Controlli

Dalle mappe di funzionamento degli attuatori si calcolano le coppie massime $T_{e,max}, T_{MG1,max}, T_{MG2,max}$ per le velocità considerate. Vengono, dunque, effettuati una serie di controlli:

- $\omega_{e,min} < \omega_e < \omega_{e,max}$
- $\omega_{MG1,min} < \omega_{MG1} < \omega_{MG1,max}$
- $\omega_{MG2,min} < \omega_{MG2} < \omega_{MG2,max}$
- $T_e < T_{e,max}$
- $T_{MG1} < T_{MG1,max}$
- $T_{MG2} < T_{MG2,max}$
- $P_{MG1} < P_{MG1,max}$
- $P_{MG2} < P_{MG2,max}$
- se $P_{MG1} \leq 0 \rightarrow |P_{MG1}| < P_e$ o $P_{MG2} \leq 0 \rightarrow |P_{MG2}| < P_e$: La potenza in ingresso al generatore deve essere minore di quella erogata dal motore a combustione interna
- $P_{e3} > 0$: il motore può fornire solo coppia positiva
- $P_{batt} < P_{batt,max}$
- $I_{batt} < I_{batt,max}$

Infine, se i controlli sono superati, come definito in [6], l'efficienza del sistema è definita come:

$$\eta_{HEV}(w_e, T_e) = \frac{\frac{P_{e1}\eta_G\eta_{batt}}{\eta_{e,max}\eta_{G,max}} + \frac{P_{e2}\eta_G\eta_M}{\eta_{e,max}\eta_{G,max}\eta_{M,max}} + \frac{P_{e3}}{\eta_{e,max}} + \frac{\mu P_{batt}\eta_{batt}\eta_M}{\eta_{M,max}}}{P_{fuel} + \mu P_{batt}}$$

Equazione 98

Studiando la formula si nota che valori di coppia negativi del motore termico, con le caratteristiche degli attuatori implementate, non sono tollerabili dal modello in quanto il rendimento del motore η_e non è definito in punti al di fuori del primo quadrante.

Poiché il motore termico è vincolato a fornire sempre una coppia positiva non è possibile con l'equazione 98 studiare punti di funzionamento con coppia alle ruote negativa. Infatti, è stato verificato che risolvendo l'equazione dinamica $\dot{\omega} = A^*T$ imponendo una coppia resistente T_{out} negativa e una T_e positiva il rotismo risulterebbe fortemente squilibrato in quanto le accelerazioni del motore termico e del motore elettrico 1, relativi a valori di coppie che hanno come effetto utile la $\dot{\omega}_{outrif}$, assumono valori estremamente elevati.

Per tali motivi se ne deduce che il modello è utilizzabile solo per punti di funzionamento nel primo quadrante in cui i valori di accelerazione degli attuatori non indicano uno squilibrio del sistema.

Per comprendere il significato di η_{HEV} si analizza il caso particolare della modalità “solo ICE”, in cui i motori elettrici sono spenti. Si può scrivere che:

- $P_{e1} + P_{e2} = 0$ perché non è presente alcun percorso elettrico della potenza prodotta dal motore a combustione interna. Da cui $\mu P_{batt} = 0$
- $P_{e3} = P_e$: non essendoci motori elettrici in funzione, la potenza prodotta dal motore termico è diretta interamente alle ruote.

L'Equazione 98 è semplificata in:

$$\eta_{HEV}(w_e, T_e) = \frac{P_{e3}}{\eta_{e,max} P_{fuel}} = \frac{P_{e3}}{\eta_{e,max} \frac{P_e}{\eta_e}} = \frac{P_e}{\eta_{e,max} \frac{P_e}{\eta_e}} = \frac{\eta_e}{\eta_{e,max}}$$

Dunque, il rendimento η_{HEV} è inteso come un valore normalizzato rispetto al massimo valore che il sistema è in grado di raggiungere.

Esaminata ogni riga di *'car_rif'* si riordinano le varie combinazioni in funzione della richiesta di potenza della batteria, distinguendo in caso dell'accelerazione positiva da quella negativa:

- Se il veicolo accelera, nell'ottica del charge sustaining si memorizzano i valori relativi alla combinazione che richiede il minor modulo della potenza di batteria. Nelle varie simulazioni si è notato che:
 - Una migliore discretizzazione delle coppie degli attuatori consente di far tendere a zero i valori della potenza della batteria.
 - Quando la coppia alle ruote assume i massimi valori la potenza richiesta alla batteria tendenzialmente assume valori positivi anche relativamente alti, ad indicare che per realizzare quel livello di coppia richiesta è necessario accoppiare alla potenza fornita dal motore termico anche quella fornita dalle batterie.
- Se il veicolo decelera, nell'ottica della frenata rigenerativa si memorizza la combinazione che realizza la più alta ricarica della batteria. Poiché in fase di frenata la batteria può solo ricaricarsi nella formula del rendimento il termine μP_{batt} è posto uguale a 0 (batteria in carica) e viene aggiunto al denominatore il termine $T_{out}w_{out}$ in quanto parte dell'energia che viene mandata alla batteria proviene dalle ruote:

$$\eta_{HEV}(w_e, T_e) = \frac{\frac{P_{e1}\eta_G\eta_{batt}}{\eta_{e,max}\eta_{G,max}} + \frac{P_{e2}\eta_G\eta_M}{\eta_{e,max}\eta_{G,max}\eta_{M,max}} + \frac{P_{e3}}{\eta_{e,max}}}{P_{fuel} + T_{out}w_{out}}$$

Per entrambi i casi, in accelerazione e in frenata si fa in modo che, fra un punto della simulazione e i circostanti, non ci siano salti di velocità relativamente grandi mediante l'utilizzo di un filtro che confronta la velocità del motore termico con quella dei punti vicini in cui la simulazione è già stata effettuata. Se il salto di velocità è oltre il limite imposto allora la riga relativa a quella combinazione viene cancellata.

Valutazione dell'efficienza delle modalità elettriche

Nella modalità elettrica l'unica fonte di energia è la batteria, il motore termico è spento.

La procedura per il calcolo delle velocità angolari e delle potenza è uguale al caso di modalità ibride.

Il calcolo del rendimento viene modificato nel modo seguente:

$$\eta_{EV} = 1 - \frac{P_{EV}^{loss}}{P_{EV}^{in}}$$

Equazione 99

Dove P_{EV}^{loss} sono le perdite totali dovute sia alla batteria che ai motori e P_{EV}^{in} è la potenza totale fornita dalla batteria, calcolata come in precedenza o nel caso di frenata rigenerativa la potenza proveniente dalle ruote.

Nei capitoli successivi gli algoritmi creati vengono applicati a dei veicoli reali.

Nelle simulazioni effettuate dati degli attuatori esposti nel Paragrafo 4.1 sono scalati in modo da ricreare quelli dei sistemi reali, trovati in letteratura.

Capitolo 5: Applicazione della procedura ad architetture con un unico rotismo epicicloidale

Chevrolet Volt

5.1 Presentazione

La Chevrolet Volt è un veicolo ibrido, prodotto da General Motors e introdotto sul mercato nel 2010. La configurazione originale del veicolo è riportata in Figura 54.

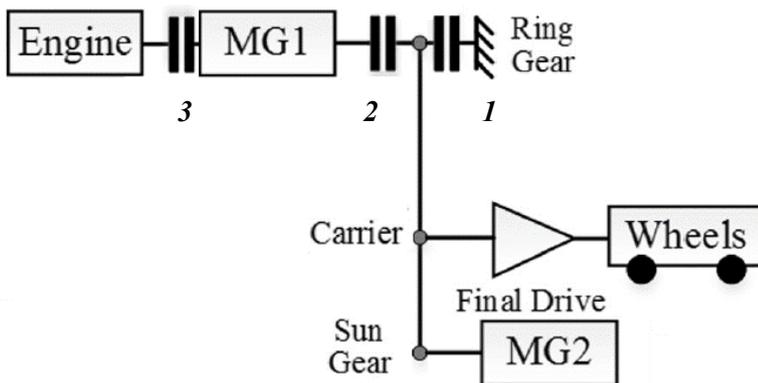


Figura 54 - Configurazione Chevrolet Volt

Il sistema prevede l'utilizzo di due motori elettrici e di un piccolo motore a combustione interna, usato prevalentemente con funzione di range extender, montato in serie a un motore elettrico.

L'architettura è composta da un solo rotismo epicicloidale e tre frizioni che permettono di attivare 4 modalità di funzionamento, in accordo con la Tabella 8:

- Modo serie
- Modo output split
- Modo EV 2 DOF
- Modo EV 1 DOF

	Frizione 1	Frizione 2	Frizione 3
SERIE	X		X
OUTPUT SPLIT		X	X
EV 2 DOF		X	
EV 1 DOF	X		

Tabella 8

Gli elementi del powertrain utilizzati per la simulazione hanno le seguenti caratteristiche:

- BATTERIA – potenza massima: 129 kW
- ICE – coppia massima: 80 Nm @ 3750 rpm
- ICE – potenza massima: 35 kW @ 5500 rpm
- MG1 – coppia massima: 180 Nm
- MG1 – potenza massima: 75 kW
- MG1 – velocità massima: 8000 rpm
- MG2 – coppia massima: 200 Nm
- MG2 – potenza massima: 96 kW
- MG2 – velocità massima: 6500 rpm

5.2 Modo elettrico EV 1 DOF

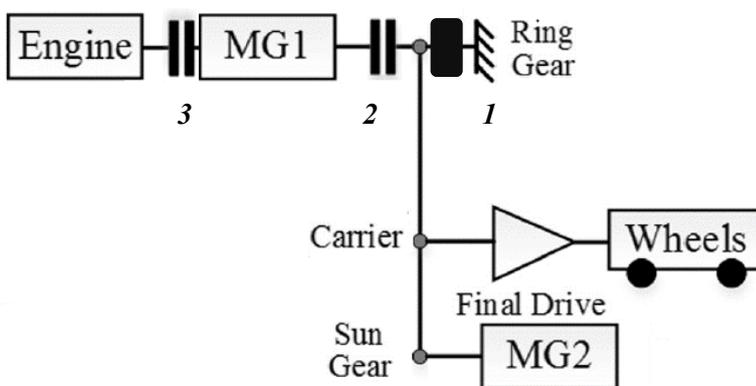


Figura 55 - Chevrolet Volt modo EV 1 DOF

Il modo elettrico EV 1 DOF 1 MG si ottiene chiudendo la frizione 1. In questa modalità il motore a combustione interna è spento e il motore elettrico 2 fornisce la potenza necessaria all'avanzamento del veicolo, assorbendo potenza dalle batterie. Dalla letteratura si conoscono i dati dei rotismi:

- $\tau_{fin} = 2.16$
- $\tau = 2.24$

Il rapporto di riduzione che si ottiene fra motore elettrico e ruote è di circa 7, dunque considerando come velocità

massima del motore elettrico 6500 rpm è possibile raggiungere una velocità di circa 80 km/h, un ottimo risultato per una modalità puramente elettrica, considerando che questo veicolo ibrido è stato uno dei primi del suo genere.

In questa modalità è presente una sola macchina elettrica, quindi il grafico di rendimento coincide con quello del rendimento della macchina elettrica MG2.

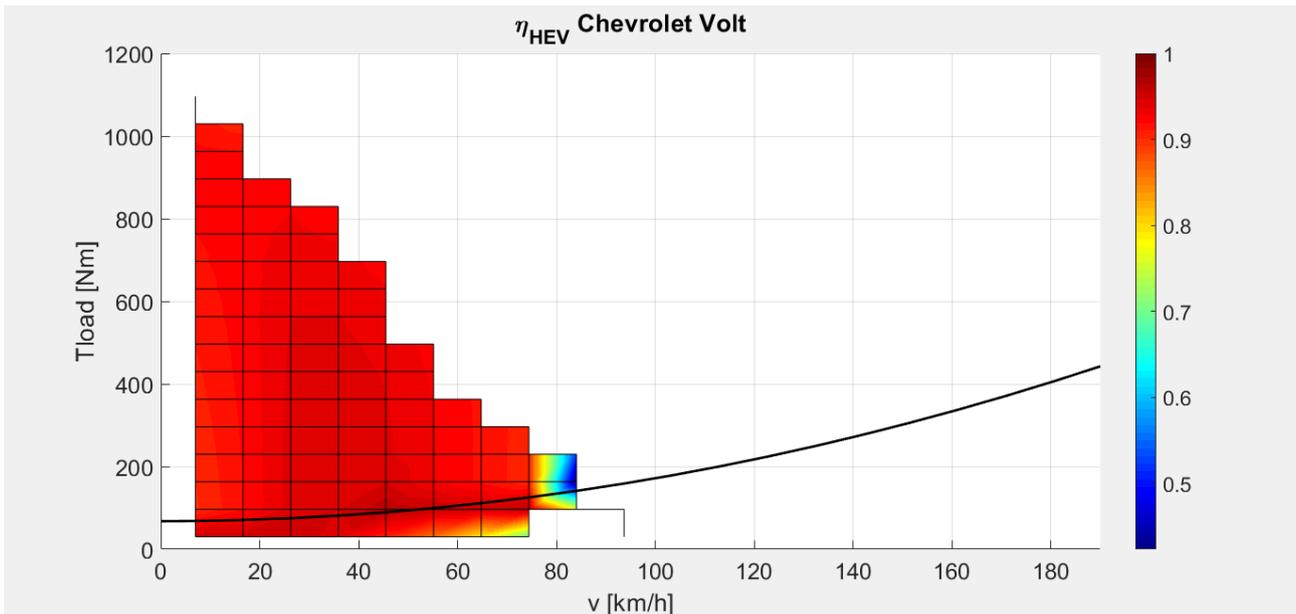


Figura 56 – Rendimento della modalità EV 1 MG 1 DOF

5.3 Modo elettrico EV 2 DOF

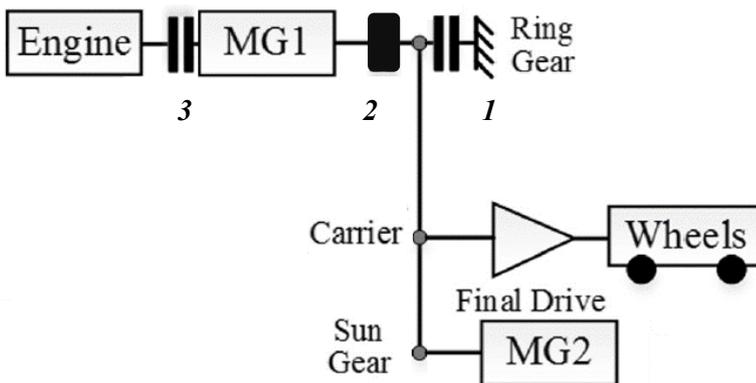


Figura 57 - Chevrolet Volt modo EV 2 DOF

Aprendo la frizione 1 e chiudendo la 2 è possibile attivare una modalità elettrica a due gradi di libertà. Questo modo di funzionamento è utile quando il motore elettrico 2 funziona ad alta velocità: mediante il controllo del motore elettrico 1 si riesce a regolare la velocità del sun in modo da spostare il punto di funzionamento del motore 2 in uno a rendimento migliore, inoltre regolando la velocità è possibile raggiungere velocità maggiori rispetto a quelle della modalità precedente.

Si estende, dunque, il range di funzionamento delle modalità puramente elettriche, anche se risulta dai grafici che il modo in questione non riesce a fornire elevate coppie alle ruote, per cui le accelerazioni possibili ad alta velocità sono limitate.

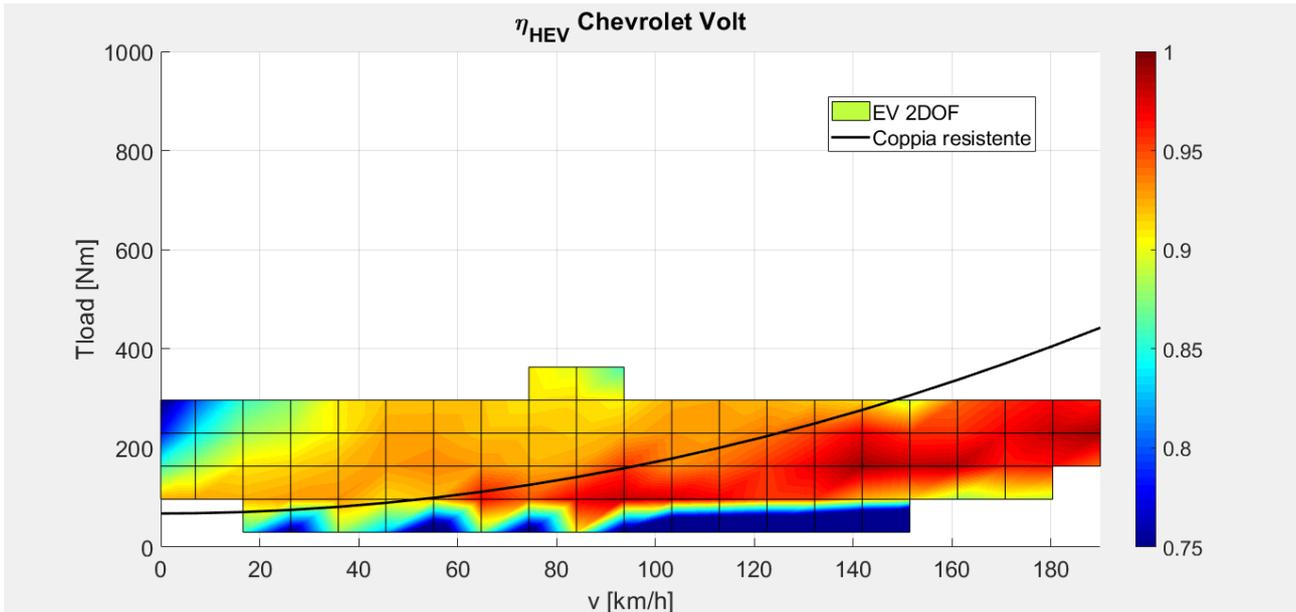


Figura 58 – Rendimento della modalità EV 2 DOF

Di seguito i punti di funzionamento dei due motori elettrici ricavati dalle simulazioni.

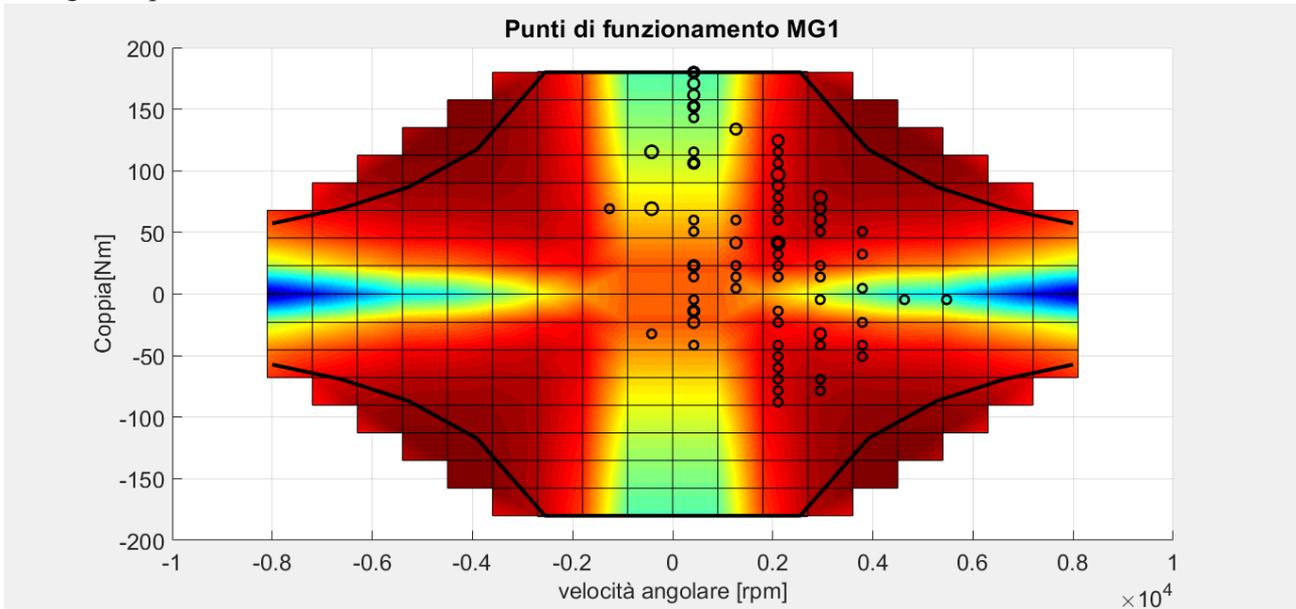


Figura 59 - Punti di funzionamento MG1

Si nota, nella Figura 59, come il motore elettrico 1 tenda a fornire una elevata coppia alle ruote. Si può spiegare questa condizione ipotizzando il funzionamento di un rotismo epicicloidale in equilibrio. Dalle equazioni di bilancio di coppia e di potenza e l'equazione caratteristica dei rotismi si può ricavare che la coppia del carrier è divisa fra il sun e il ring secondo le seguenti equazioni:

- $T_s = T_c \frac{1}{1+\tau}$
- $T_r = T_c \frac{\tau}{1+\tau}$

Ricordando che $\tau = 2.24$ si trova che:

- $T_s = T_c \frac{1}{1+2.24} = 0.31 T_c$
- $T_r = T_c \frac{2.24}{1+2.24} = 0.69 T_c$

Il motore elettrico 1 è solidale al ring, per cui eroga una coppia maggiore rispetto al motore elettrico 2 che è solidale al sun, come si può notare nella Figura 60.

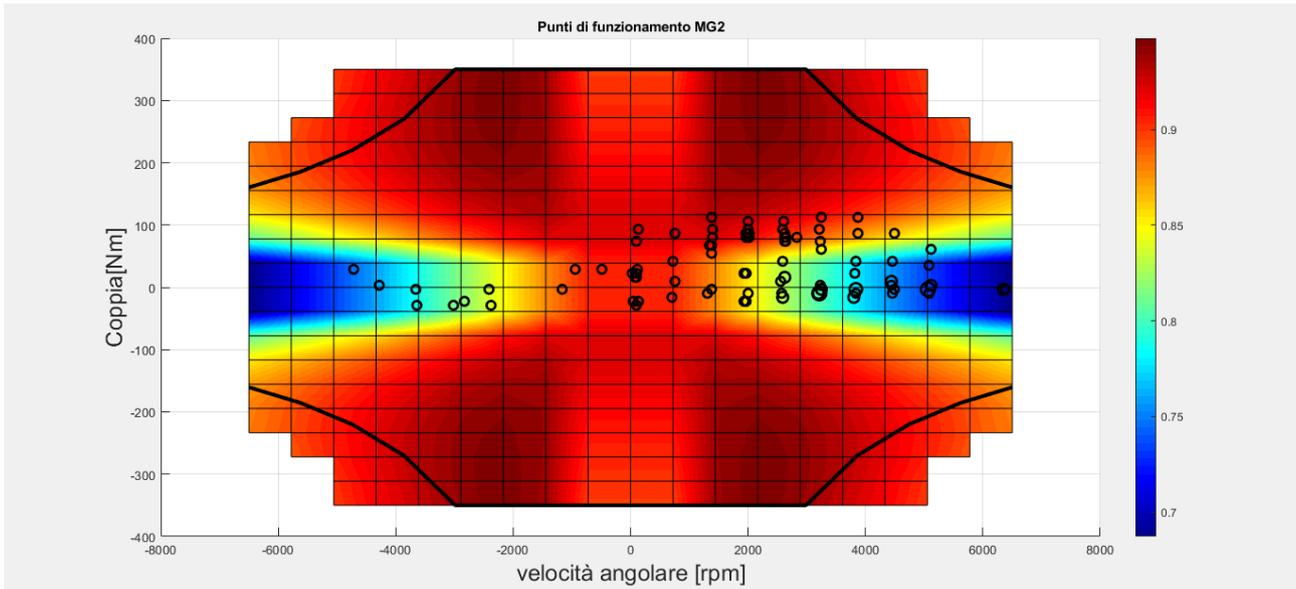


Figura 60 - Punti di funzionamento MG2

5.4 Modo serie

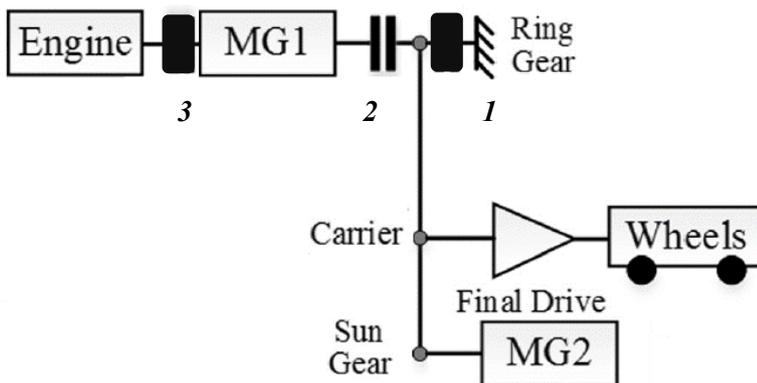


Figura 61 - Chevrolet Volt modo serie

Per attivare il modo serie la frizione 3 viene chiusa, connettendo il motore a combustione interna con la macchina elettrica 1.

La modalità serie è utilizzata solo come range extender per la ricarica delle batterie quando lo SOC scende sotto un determinato livello.

In questo modo la velocità massima è uguale a quella del modo elettrico con il solo motore MG2.

La valutazione dell'efficienza è stata effettuata secondo il principio del charge sustaining.

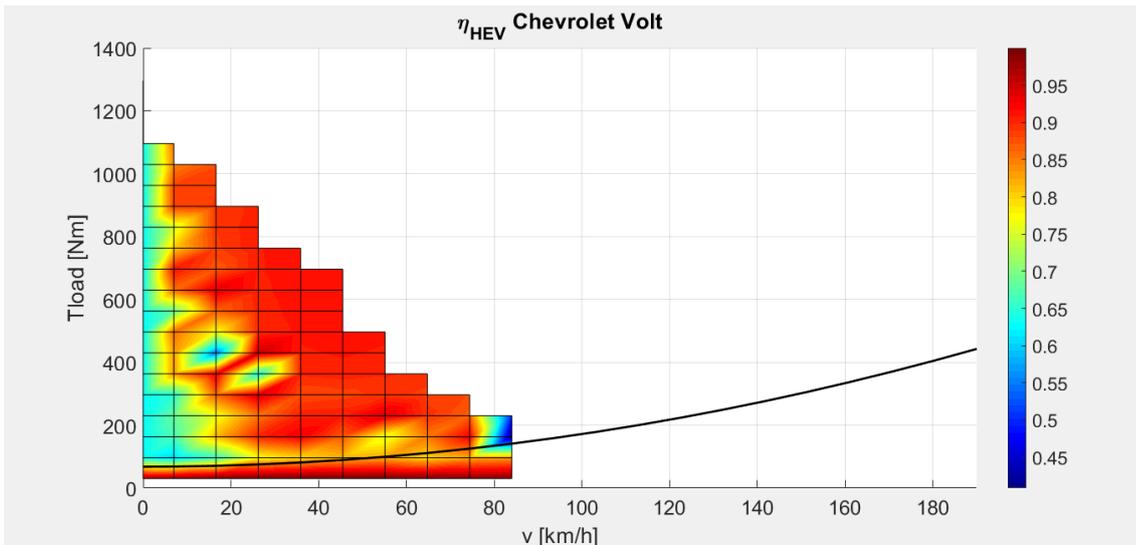


Figura 62 – Valori di efficienza per il modo serie

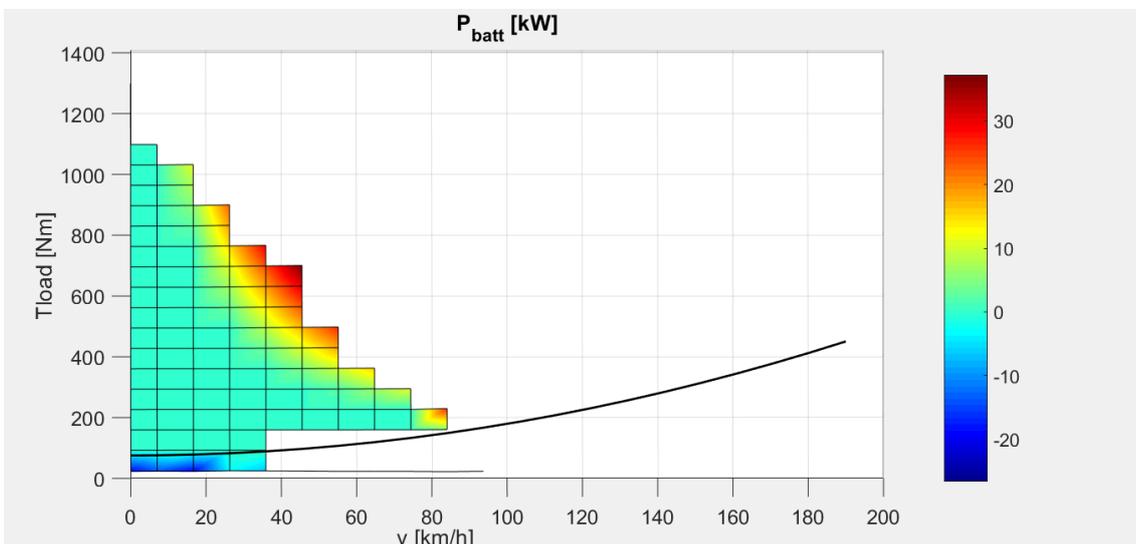


Figura 63 - Valori della potenza della batteria per il modo serie

Si nota come i valori di efficienza trovati per il modo serie siano minori rispetto alla modalità pure elettrica. Questo comportamento è dovuto al fatto che si sta analizzando il comportamento del veicolo utilizzando il principio del charge sustaining, come si può notare nella Figura 63 in cui viene rappresentata la potenza richiesta alla batteria che tendenzialmente assume valori prossimi allo zero. Tuttavia, lo scopo del modo serie è quello di far funzionare il motore termico in modo tale da fornire potenza per l'avanzamento del veicolo e per ricaricare la batteria. Dunque, ci si aspetta di avere delle efficienze maggiori effettuando una simulazione per il funzionamento secondo il principio di massimizzazione dell'efficienza come confermato dalla Figura 64. Nella Figura 65 il grafico della potenza di batteria.

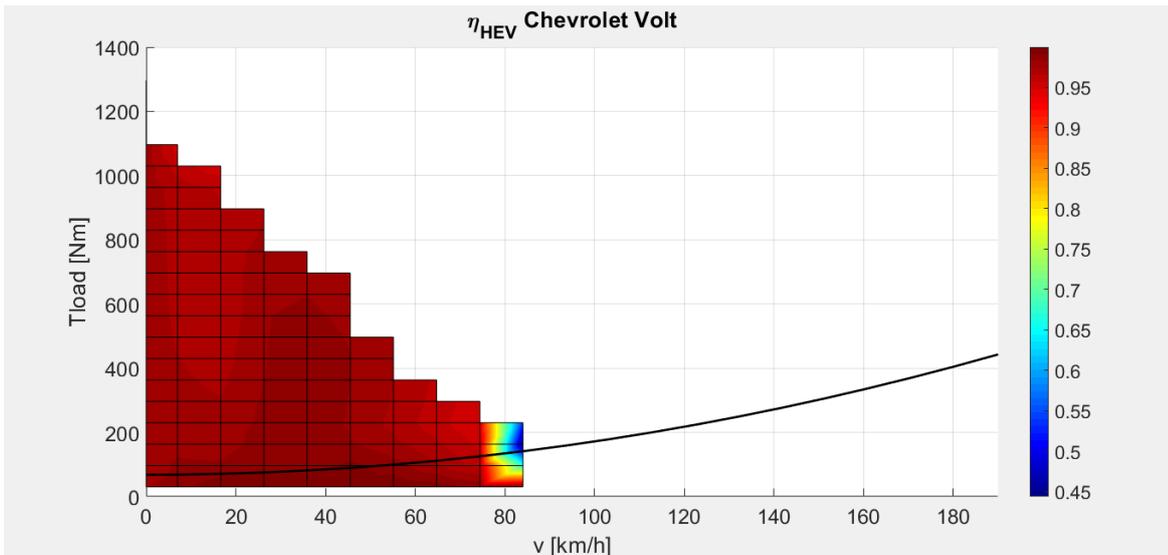


Figura 64 - Valori di efficienza con efficienza massimizzata

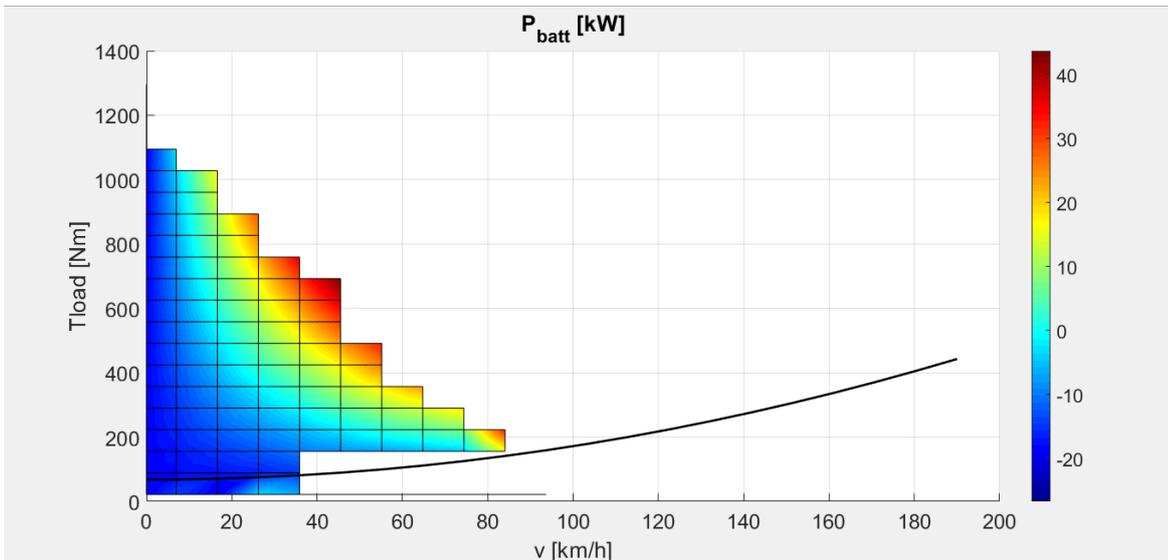


Figura 65 - Potenza della batteria nel caso di valutazione con efficienza massimizzata

5.5 Output split

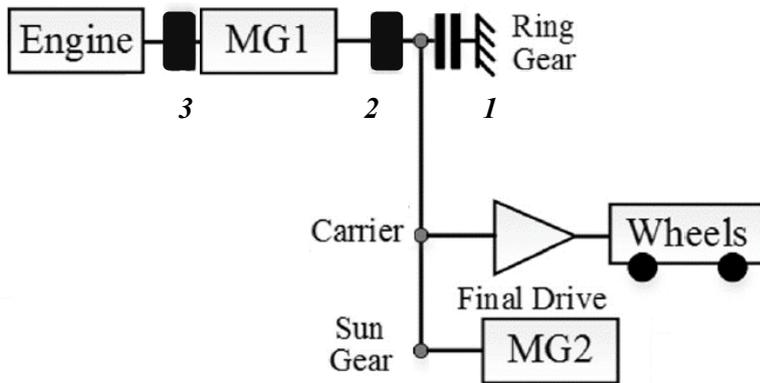


Figura 66 - Chevrolet Volt output split

La modalità output split vede il blocco ICE-motore elettrico 1 connesso al rotismo attraverso le frizioni 2 e 3.

Tale modalità permette di collegare l'ICE direttamente alle ruote mantenendo il suo punto di funzionamento intorno a quello ottimale mediante la regolazione della velocità dell'ICE con il motore elettrico 2. Date le ridotte dimensioni del motore termico, questo modo diventa conveniente quando la richiesta di coppia non è troppo elevata.

La valutazione dell'efficienza è stata effettuata secondo il principio del charge sustaining.

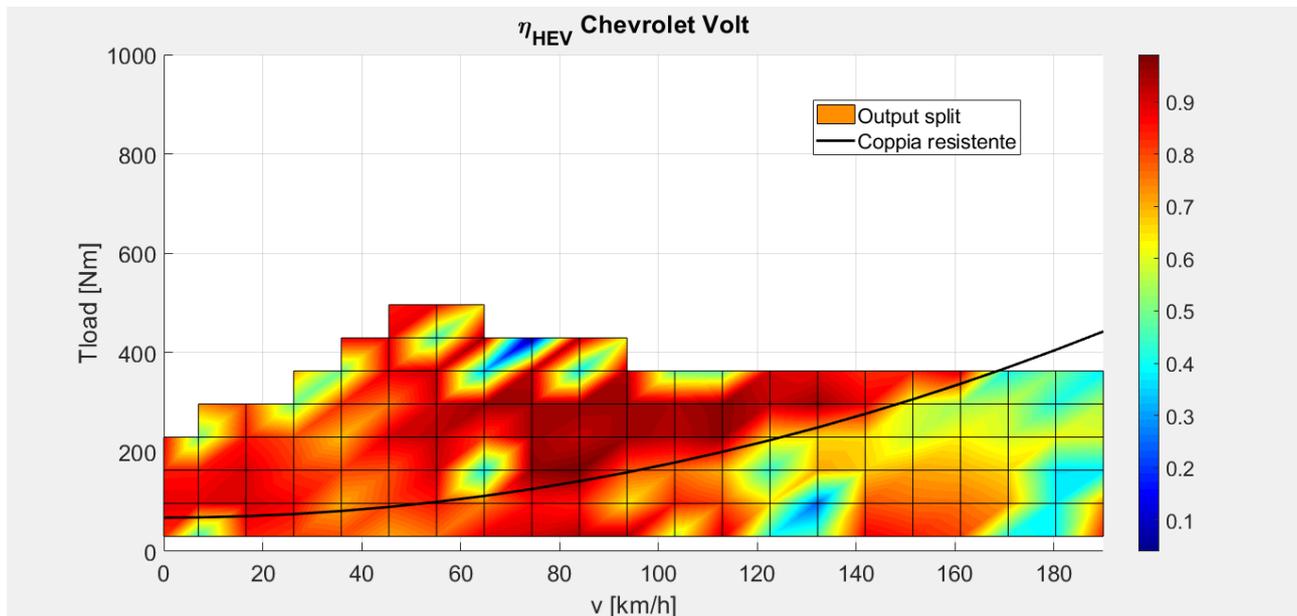


Figura 67 – Valori di efficienza per il modo input split

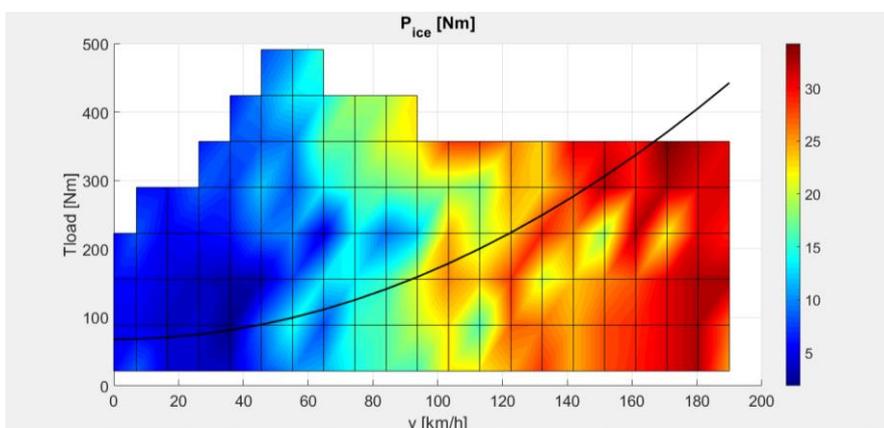


Figura 68 - Potenza del motore a combustione interna

Si nota dal grafico come le zone in rosso ad efficienza maggiore siano ad alta velocità vicino alla curva di coppia resistente in cui la richiesta di coppia non è elevata.

Il vincolo ad alta velocità deriva dalla potenza del motore a combustione interna, il quale impone, nel funzionamento secondo la strategia del charge sustaining con gli attuatori considerati, la velocità massima a 160 km/h.

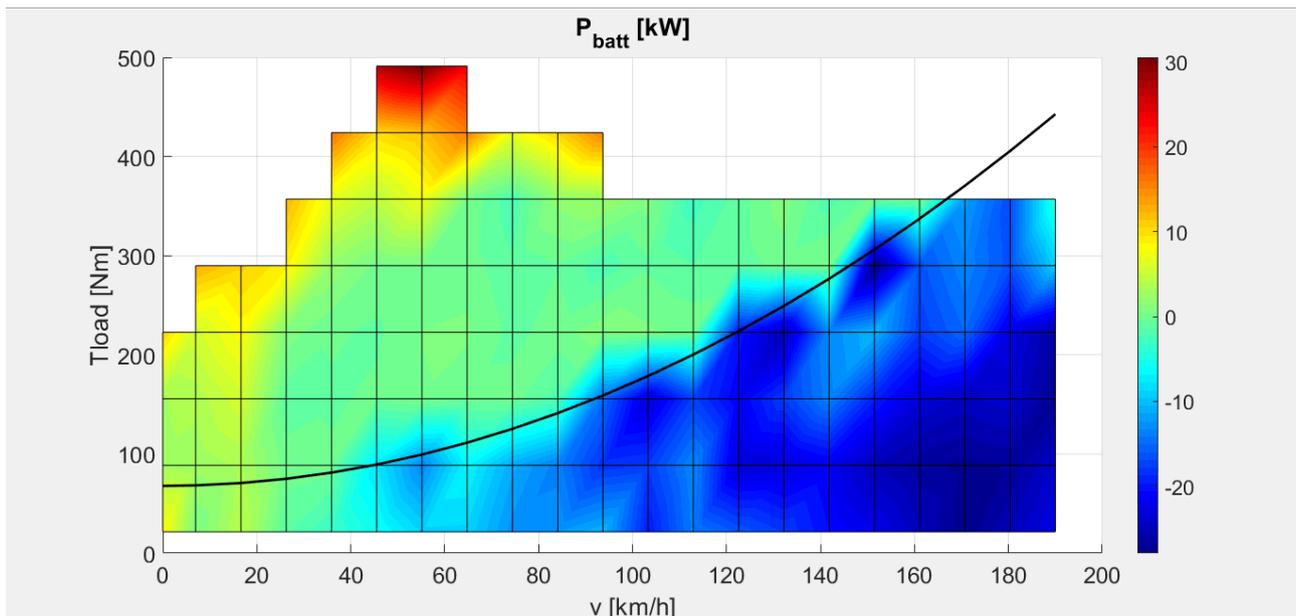


Figura 69 – Grafico della potenza di batteria per il caso output split secondo il funzionamento da charge sustaining

Si nota come in frenata la potenza della batteria assume dei valori negativi: questo andamento deriva dal fatto che in decelerazione il criterio scelto per discriminare le combinazioni di coppie esaminate massimizza la ricarica della batteria. Dalla figura 67 si nota come parte della potenza inviata alla batteria avviene ad opera del ricircolo di potenza da parte del motore termico che in quella zona di funzionamento eroga alla massima potenza.

Capitolo 6: Applicazione della procedura ad architetture con due rotismi epicicloidali

Toyota Prius

6.1 Presentazione

La Toyota Prius è stata introdotta in commercio nei primi anni 2000 ed è stata uno dei primi veicoli ibridi ad apparire nella scena del mercato automobilistico.

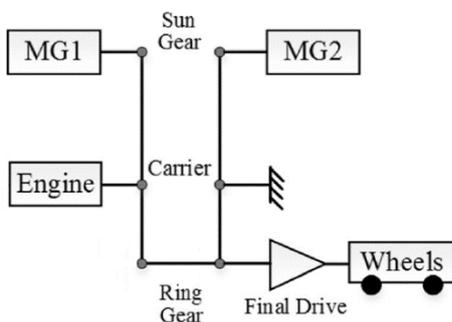


Figura 70 - Toyota Prius II

La configurazione iniziale possedeva un solo rotismo epicicloidale con un motore elettrico affiancato al motore a combustione interna (Power Split Device).

Nella seconda versione viene introdotto un secondo motore elettrico e un ulteriore rotismo epicicloidale, che tuttavia funziona sempre con un rapporto di trasmissione fisso.

La sua schematizzazione è rappresentata in Figura 70 [6].

Il primo rotismo vede il motore a combustione interna sul portatreno e il motore elettrico 1 sul solare, il motore elettrico 2 è sul solare del secondo rotismo e l'output del sistema è sulla corona del secondo rotismo. Come è possibile notare le due corone sono vincolate a ruotare alla stessa velocità angolare e il carrier del secondo rotismo è messo a terra.

Dunque:

- $\omega_{c2} = 0$
- $\omega_{r1} = \omega_{r2}$

Per la configurazione della Figura 70 è stata calcolata la seguente matrice dinamica A^* classificata, secondo le condizioni della Tabella 3, come modo input split:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0.0759 & 0.0283 & -0.0955 & -0.1974 \\ 0.0283 & 1.9075 & 6.7934 & -0.0736 \\ -0.0955 & 6.7934 & 24.7046 & 0.2482 \\ -0.1974 & -0.0736 & 0.2482 & 0.5131 \end{bmatrix}$$

Equazione 100

6.2 Cinematica del sistema

Ricordando l'Equazione 4 caratteristica dei rotismi epicicloidali si può scrivere:

$$\frac{\omega_{MG1} - \omega_e}{\omega_{out} - \omega_e} = -\tau_1$$

Equazione 101

Da cui:

$$\omega_{out} = \frac{1}{\tau_1} (\omega_e (1 + \tau_1) - \omega_{MG1}) = f(\omega_e, \omega_{MG1})$$

Equazione 102

Per il secondo rotismo:

$$\frac{\omega_{MG2} - \omega_{c2}}{\omega_{out} - \omega_{c2}} = -\tau_2$$

Equazione 103

Da cui:

$$\omega_{MG2} = -\tau_2 \omega_{out} = f(\omega_{out}) = f(\omega_e, \omega_{MG1})$$

Equazione 104

Si deduce che il numero di gradi di libertà del sistema è uguale a 2, come verificato effettuando l'operazione di calcolo del rango di A^* con Matlab. Come nel Paragrafo 3.9, si verifica l'attendibilità del programma, considerando $\tau_1 = 2.60, \tau_2 = 2.60$, riproducendo in ambiente Matlab l'Equazione 102 e l'Equazione 104 viste in precedenza:

$$A_{Prius}^*(1,1) - \frac{1}{\tau_1} (A_{Prius}^*(2,1)(1 + \tau_1) - A_{Prius}^*(3,1)) = 0$$

$$A_{Prius}^*(1,4) - (-\tau_2 A_{Prius}^*(1,1)) = 0$$

Equazione 105

I risultati sono uguali a zero, quindi, i vincoli cinematici nel processo di implementazione al calcolatore sono correttamente rispettati.

6.3 Dinamica del sistema

Si procede a un'ulteriore verifica sulla dinamica del sistema: si vuole controllare che le equazioni ricavate dall'Equazione 106 siano uguali a quelle estrapolate dai diagrammi corpo libero.

$$[A]\{\dot{\omega}\} = \{T\}$$

Equazione 106

Trasformati i valori numerici in valori simbolici, si ricavano le seguenti matrici:

$$A = \begin{bmatrix} I_{out} + I_{r2} + I_{r1} & 0 & 0 & 0 & -R_1 & -R_2 \\ 0 & I_e + I_{c1} & 0 & 0 & R_1 + S_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_{MG1} + I_{s1} & 0 & -S_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{MG2} + I_{s2} & 0 & -S_2 \\ -R_1 & R_1 + S_1 & -S_1 & 0 & 0 & 0 \\ -R_2 & 0 & 0 & -S_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\omega} = \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_{out}, \dot{\omega}_{r2} \\ \dot{\omega}_e \\ \dot{\omega}_{MG1} \\ \dot{\omega}_{MG2} \\ F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}; \quad T = \begin{Bmatrix} T_{out} \\ T_e \\ T_{MG1} \\ T_{MG2} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Equazione 107

Da cui risultano le seguenti equazioni:

1. $(I_{out} + I_{r2} + I_{r1})\dot{\omega}_{out} - R_1F_1 - R_2F_2 = T_{out}$
Equazione della corona del secondo rotismo/corona del primo rotismo
2. $(I_e + I_{c1})\dot{\omega}_e + (R_1 + S_1)F_1 = T_e$
Equazione del portatreno del primo rotismo
3. $(I_{MG1} + I_{s1})\dot{\omega}_{MG1} - S_1F_1 = T_{MG1}$
Equazione del solare del primo rotismo
4. $(I_{MG2} + I_{s2})\dot{\omega}_{MG2} - S_2F_2 = T_{MG2}$
Equazione del solare del primo rotismo
5. $-R_1\dot{\omega}_{out} + (R_1 + S_1)\dot{\omega}_e - S_1\dot{\omega}_{MG1} = 0$
Equazione cinematica del primo rotismo
6. $-R_2\dot{\omega}_{out} - S_2\dot{\omega}_{MG2} = 0$
Equazione cinematica del secondo rotismo

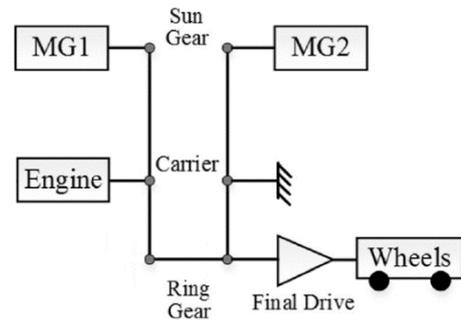


Figura 71 - Toyota Prius II

Le equazioni da 1 a 4 coincidono con quelle che possono essere ricavate dal diagramma di corpo libero di ogni singolo nodo, la 5 e la 6 coincidono con le relazioni cinematiche trovate in precedenza. Dunque, l'implementazione in Matlab è correttamente verificata sia sul piano cinematico che dinamico.

6.4 Ricerca di altre configurazioni

Mantenendo fissa la posizione degli attuatori meccanici e dell'albero di output si è studiata la possibilità di modificare i collegamenti fra i nodi dei rotismi mediante l'aggiunta di frizioni e connessioni fisse con lo scopo di rendere possibile l'attivazione di più modalità di funzionamento.

Questo è stato reso possibile utilizzando la procedura descritta nel Capitolo 2 per il caso con due rotismi, sostituendo la matrice A_0 con quella relativa al caso della Toyota.

Il programma è stato modificato per identificare tutti i modi possibili in funzione delle frizioni presenti nella configurazione: sono state create delle funzioni di Matlab, che ricevono in input dei numeri identificativi delle frizioni a, b, c e restituiscono tutte le matrici A^* dei possibili modi con le frizioni in ingresso.

Si ricorda che $a, b, c \in [1, n_{friz_{tot}}, 2]$

Sono stati esaminati i casi con:

- tre frizioni $\rightarrow DOF \in [1, 2, 3]$
- due frizioni e una connessione fissa $\rightarrow DOF \in [1, 2, 3]$
- una frizione e due connessioni fissa $\rightarrow DOF \in [1, 2]$

Tre frizioni

Per il caso con tre frizioni il processo è il seguente:

- Calcolo di tutte le possibili combinazioni fra le frizioni con $nchoosek$ e salvataggio in N_{3_rif} :

$$N_{3_rif} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_i & b_i & c_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N_{conf}^2} & b_{N_{conf}^2} & c_{N_{conf}^2} \end{bmatrix} \quad i \in [1, N_{conf}^2]$$

Equazione 108

Ogni riga indica che nella configurazione i-esima sono presenti le frizioni a_i, b_i e c_i .

- Il passo successivo è calcolare tutte le configurazioni possibili con le frizioni i-esime: è possibile attivare le frizioni tutte e tre in contemporanea, due alla volta o singolarmente.

I casi possibili sono:

$$N = \begin{bmatrix} a_i & b_i & c_i \\ a_i & b_i \\ b_i & c_i \\ a_i & c_i \\ a_i \\ b_i \\ c_i \end{bmatrix}$$

Equazione 109

- Usando come input le righe della matrice N delle opportune funzioni calcolano le matrici A^* e le salvano in A_{tot}^* .
- Divisione delle singole matrici A^* nelle modalità di funzionamento, cancellazione di eventuali modi ridondanti e conteggio del numero totale di modi possibili.

Due frizioni e una connessione fissa

Per il caso con due frizioni, affinché il numero di gradi di libertà del sistema sia anche uguale a 1 è necessario inserire un ulteriore vincolo che prende il nome di connessione fissa, che nell'implementazione in Matlab viene visto come una frizione sempre chiusa. Il numero di connessioni fisse f si ottiene con la seguente formula:

$$DOF_{rich} = 2n - q - f \quad \rightarrow \quad f = 4 - 2 - 1 \quad \rightarrow \quad f = 1$$

Dove:

- $2n$ è il numero di gradi di libertà del sistema senza vincoli
- q è il numero di frizioni inserite nel sistema
- DOF è il numero di gradi di libertà richiesto
- f è il numero di connessioni fisse da inserire

Il processo è il seguente:

- Calcolo di tutte le possibili combinazioni tra le frizioni con $nchoosek$ e salvataggio in N_{2_rif} :

$$N_{2_rif} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_i & b_i \\ \vdots & \vdots \\ a_{N_{conf}^2} & b_{N_{conf}^2} \end{bmatrix} \quad i \in [1, N_{conf}^2]$$

Equazione 110

- Si sceglie una fra le 16 ($= N_{friz\ tot,2}$) possibili frizioni come connessione fissa, chiamata f_j , con $j \in [1: N_{friz\ tot,2}]$

Per ogni connessione fissa f_j si calcolano tutte le possibili combinazioni con le due frizioni a disposizione prese dalla riga i -esima di N_{2_rif} , facendo attenzione a eliminare i casi in cui $f_j = a_i$ o $f_j = b_i$.

I casi possibili sono:

$$N = \begin{bmatrix} f_j & a_i & b_i \\ f_j & b_i & \\ f_j & a_i & \\ f_j & & \end{bmatrix}$$

Equazione 111

- Divisione delle singole matrici A^* di A_{tot}^* nelle modalità di funzionamento, cancellazione di eventuali modi ridondanti e conteggio del numero di modi totale possibili

Una frizione e due connessioni fisse

Per il caso con una frizione, il numero di connessioni fisse f necessario per un sistema con un grado di libertà è pari a 2.

- Calcolo di tutte le possibili combinazioni tra le frizioni con $nchoosek$ e salvataggio in N_{1_rif} :

$$N_{1_rif} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_i \\ \vdots \\ a_{N_{conf}^2} \end{bmatrix} \quad i \in [1, N_{conf}^2]$$

Equazione 112

- Si scelgono due fra le 16 ($= N_{friz\ tot,2}$) possibili frizioni come connessione fissa, f_{1j} e f_{2j} , con $j \in [1: N_{friz\ tot,2}]$

- Si calcolano tutte le possibili combinazioni con la frizione a disposizione:

$$N = \begin{bmatrix} f_{1j} & f_{2j} & a_i \\ f_{1j} & f_{2j} & \end{bmatrix}$$

Equazione 113

- Si eliminano i casi in cui $f_{1j} = f_{2j}$, $f_{1j} = a_i$ e $f_{2j} = a_i$. Si nota dalla matrice N che non è possibile con questo tipo di connessione ottenere un sistema con 3 gradi di libertà e che il numero massimo di modi ottenibile è pari a 2.

- Divisione delle singole matrici A^* di A_{tot}^* nelle modalità di funzionamento, cancellazione di eventuali modi ridondanti e conteggio del numero di modi totale possibili

Una volta eseguite le simulazioni sono stati trovati i seguenti risultati:

	Tre frizioni	Due frizioni + una connessione fissa	Una frizione + due connessioni fisse
N° modi attivabili	N° configurazioni trovate	N° configurazioni trovate	N° configurazioni trovate
7	7	/	/
6	43	/	/
5	64	/	/
4	96	1780	/
3	138	1820	/
2	114	1987	1424
1	38	895	1572
Totale modi	500	8320	2996
Totale casi esaminati	560	8961	4097

Tabella 9

Come si nota dalla Tabella 9, esiste un alto numero di configurazioni che permettono un numero di modi attivabili maggiore di uno, fino a un massimo di sette. Un numero maggiore di modi si potrebbe ottenere con un numero maggiore di frizioni.

Si ricorda che il numero di modi attivabili corrisponde al numero finale di matrici A^* trovate, ed è possibile che più matrici corrispondano allo stesso modo: ad esempio, possono essere presenti all'interno di una configurazione più modi parallelo o più modi elettrici.

Infine, è possibile, facendo una ricerca fra le configurazioni trovate, capire il numero minimo di frizioni da installare in un veicolo per realizzare una certa combinazione di modi. Ad esempio, per ottenere i modi di funzionamento riportati nell'elenco seguente, sono necessarie almeno 3 frizioni. Inoltre, in Tabella 10 è possibile notare che esistono 4 configurazioni che permettono di realizzare questo obiettivo.

- Serie
- input split
- parallelo FG 1MG 1DOF
- EV 1MG 1 DOF

Tre frizioni	Due frizioni + una connessione fissa	Una frizione + due connessioni fisse
N° configurazioni trovate	N° configurazioni trovate	N° configurazioni trovate
4	/	/

Tabella 10

Riducendo il numero di modi richiesti il numero di frizioni minimo si abbassa a 2, come nel caso seguente in cui dai modi sopracitati viene eliminato l'input split.

- Serie
- parallelo FG 1MG 1DOF
- EV 1MG 1 DOF

Tre frizioni	Due frizioni	Una frizione
N° configurazioni trovate	N° configurazioni trovate	N° configurazioni trovate
26	48	/

Tabella 11

Dunque, con questo tipo di procedimento è possibile scegliere una qualsiasi combinazione di modi e calcolare il numero minimo di frizioni da inserire nel sistema per ottenere la combinazione di modalità desiderata.

6.5 Applicazione dell'algoritmo alla Toyota Prius (charge sustaining)

Lo scopo di questo paragrafo è quello di applicare l'algoritmo per la valutazione dell'efficienza, descritto nel paragrafo 4.2, al caso della Toyota Prius.

Gli elementi del powertrain utilizzati per la simulazione hanno le seguenti caratteristiche:

- Batteria – potenza massima: 68 kW
- ICE – coppia massima: 174 Nm @ 3500 rpm
- ICE – potenza massima: 79 kW @ 5200 rpm
- MG1 – coppia massima: 65 Nm
- MG1 – potenza massima: 50 kW
- MG1 – velocità massima: 14000 rpm
- MG2 – coppia massima: 200 Nm
- MG2 – potenza massima: 100 kW
- MG2 – velocità massima: 14000 rpm

Per la configurazione della Toyota Prius, nel caso di charge sustaining, sono stati trovati i seguenti risultati:

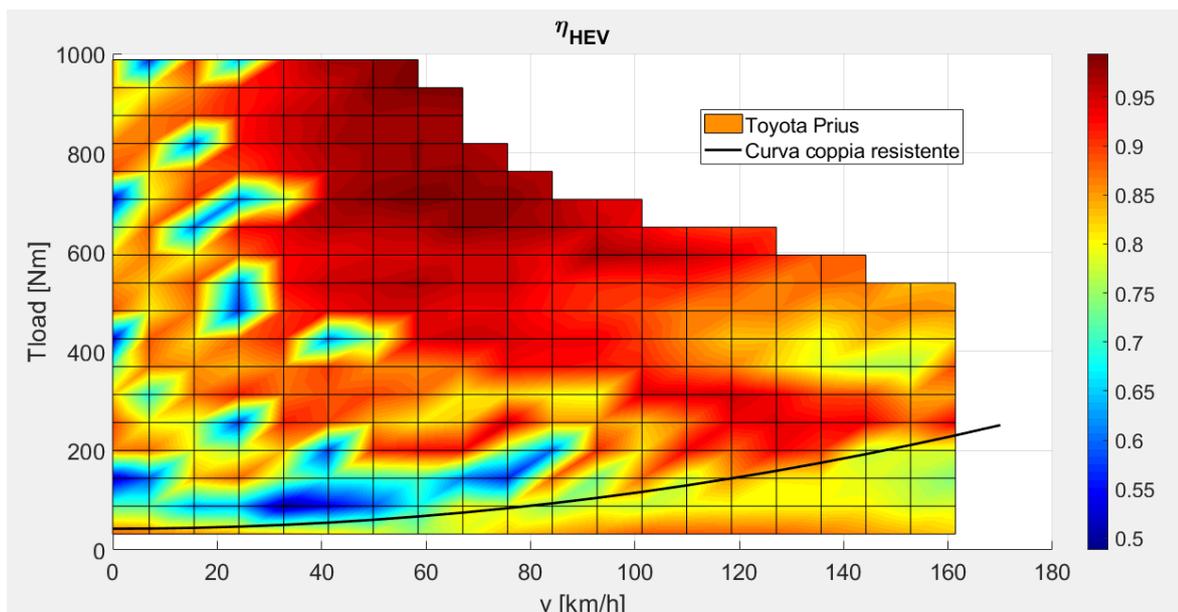


Figura 72 – Valutazione dell'efficienza Toyota Prius

Si nota che per alti valori di accelerazione (medie velocità e alti valori di coppia) il valore di η_{HEV} tende a essere relativamente più alto. Invece per valori più vicini alla curva di coppia resistente il valore di η_{HEV} il valore è più contenuto.

Di seguito le mappe di funzionamento degli attuatori. La dimensione dei cerchi nelle mappe indica la frequenza con cui l'attuatore funziona in quel punto.

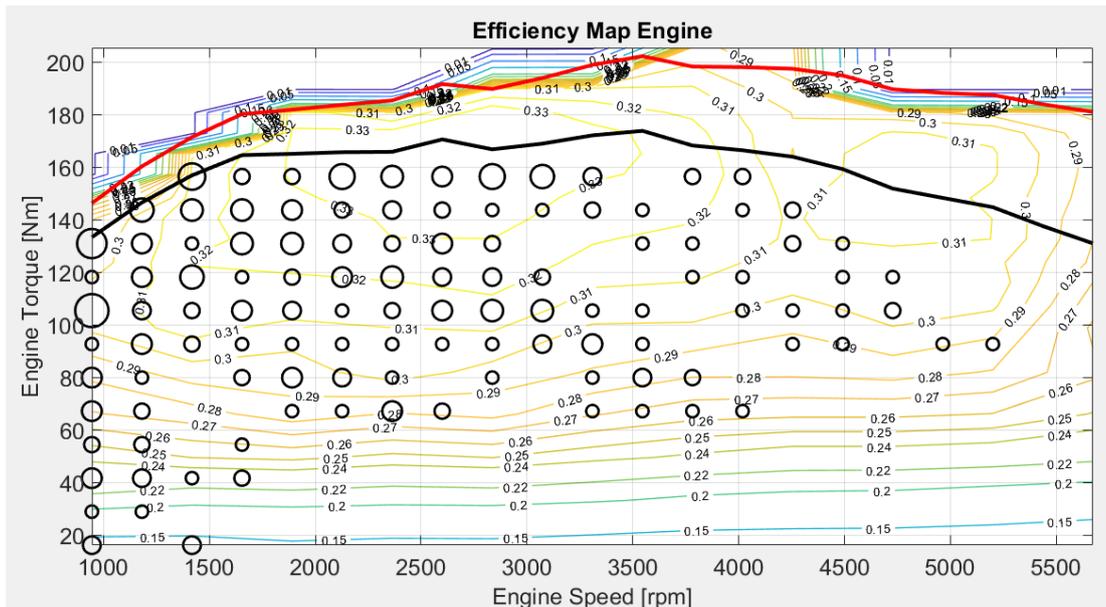


Figura 73 – Punti di funzionamento ICE

Si nota come i punti di funzionamento dell'ICE siano distribuiti per la maggior parte a basso numero di giri e ad alta coppia in una zona abbastanza ampia che comprende punti di funzionamento anche relativamente lontani dal punto di massima efficienza. Questo comportamento è imputabile al funzionamento secondo l'ottica del charge sustaining che vincola la potenza del motore a combustione interna in modo che la potenza richiesta alla batteria sia minima.

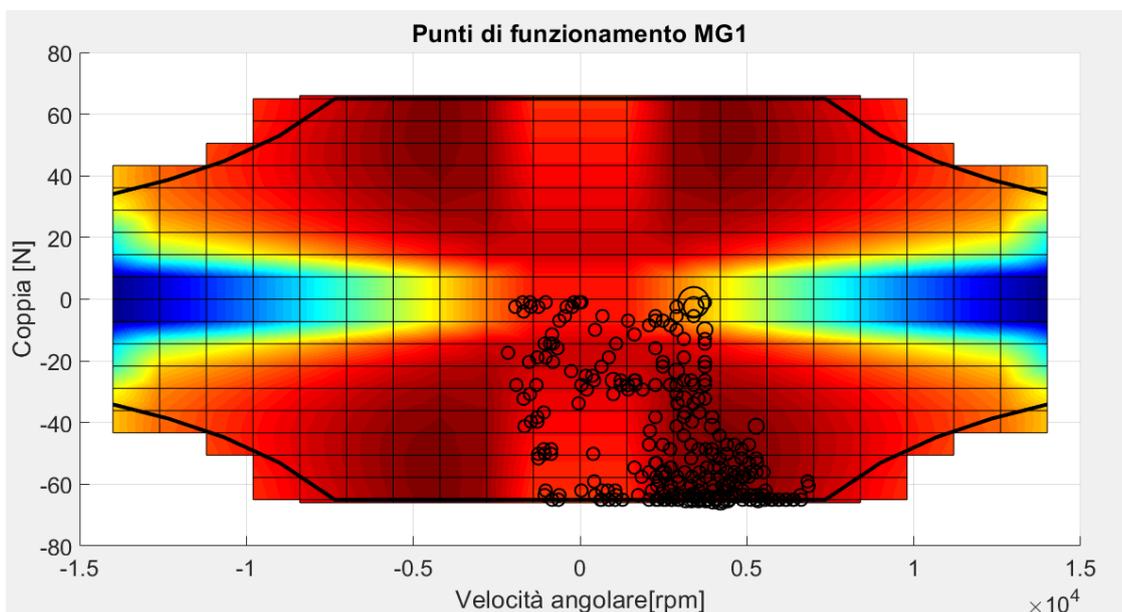


Figura 74 – Punti di funzionamento MG1

I punti di funzionamento del motore elettrico 1 sono prevalentemente distribuiti nella zona ad alta efficienza della mappa di funzionamento nel quarto quadrante. Dunque, la macchina elettrica funziona prevalentemente da generatore.

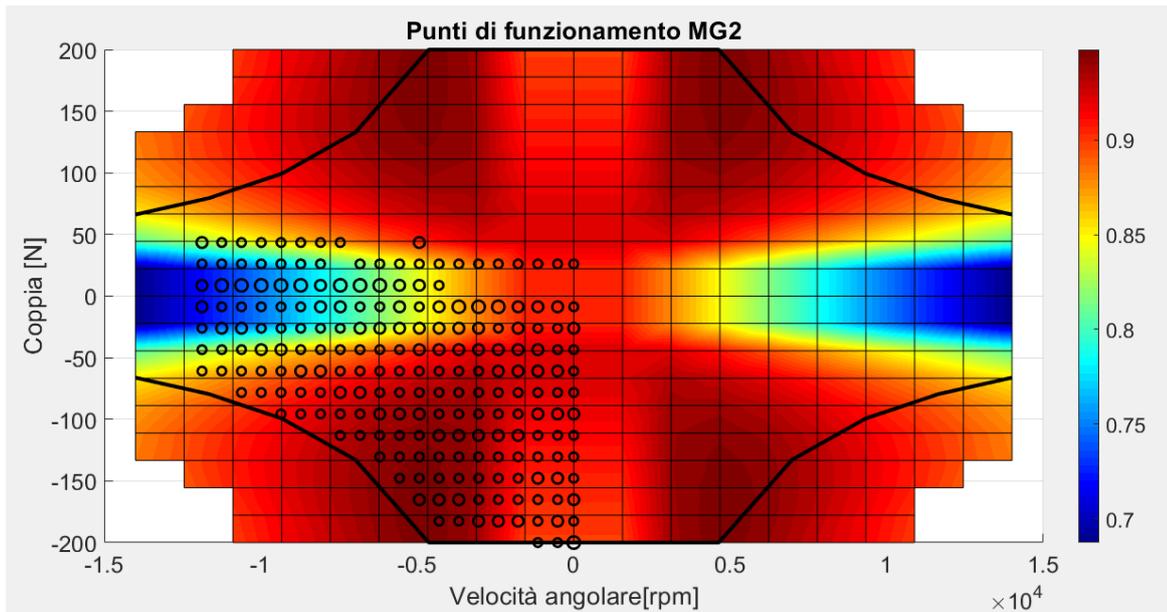


Figura 75 – Punti di funzionamento MG2

I punti di funzionamento del motore elettrico 2, invece, sono distribuiti lungo tutta la caratteristica a causa del rapporto fisso della velocità angolare della macchina elettrica con quella di output. A causa di questa connessione la velocità massima del motore elettrico 2 limita anche quella del veicolo. I dati della simulazione indicano, infatti, come una velocità maggiore a 160 km/h non sia possibile in quanto il motore elettrico 2 supererebbe i limiti imposti dalla sua caratteristica.

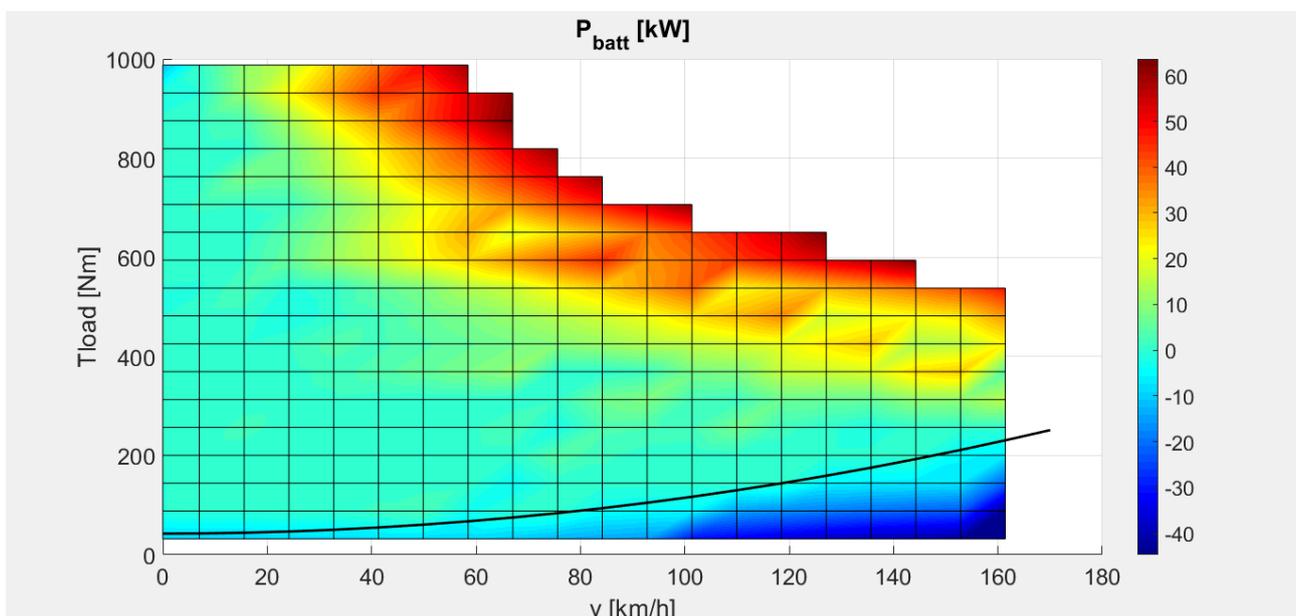


Figura 76 - Potenza fornita dalla batteria nel funzionamento charge sustaining

Si nota dalla Figura 76 come la potenza richiesta alla batteria sia prossima allo zero pressoché in tutto il range di funzionamento del veicolo. Ad eccezione di punti ad alti valori di coppia e velocità in cui si richiede potenza alla batteria e in decelerazione.

Si espongono di seguito i grafici relativi alle velocità e alle coppie degli attuatori in funzione di v_{in} e T_{load} .

Si ricorda che la velocità sono positive quando concordi con la velocità di output e le coppie sono positive se sono nello stesso verso delle velocità.

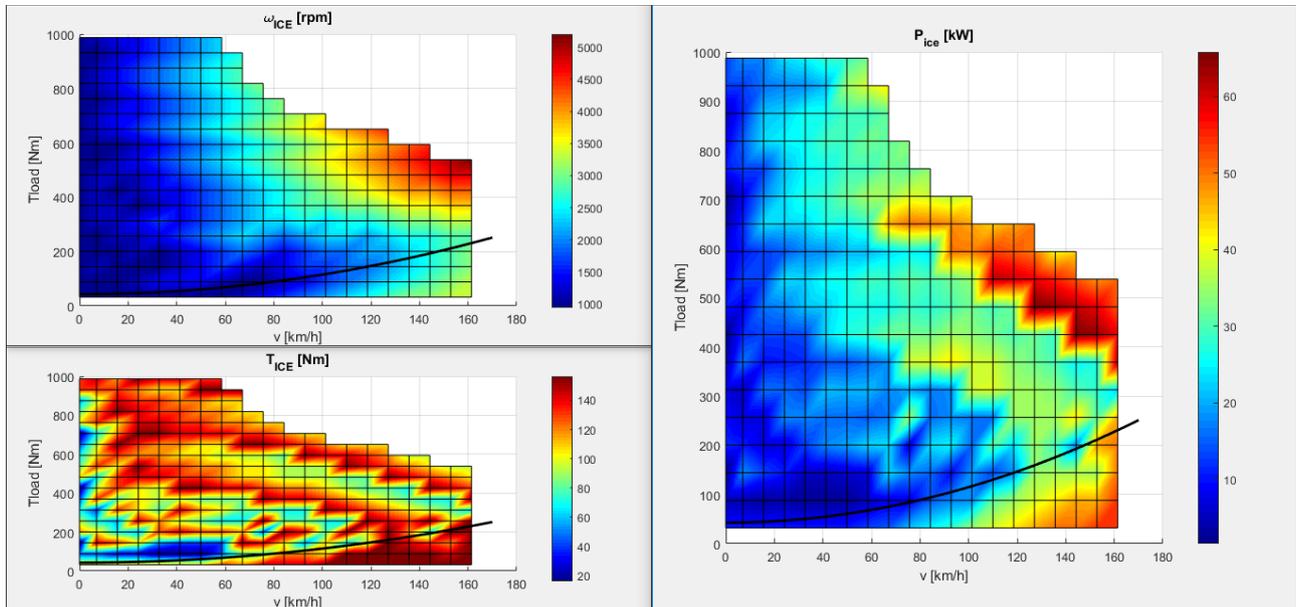


Figura 77 - Dati motore a combustione interna

Si nota come la velocità del motore a combustione interna sia crescente con la velocità del veicolo, tuttavia viene mantenuta una velocità medio-bassa fino per circa metà della mappa di funzionamento. L'andamento della coppia invece è vincolato dal fatto che la potenza di batteria deve tendere a zero (charge-sustaining): vengono assunti valori medio bassi nella zona dei bassi carichi mentre valori medio-alti nelle zone relative al alte coppie alle ruote o alte velocità. Si può notare dai colori del grafico di T_e un andamento a scalini della coppia del motore termico che è causato dalla discretizzazione dei possibili valori di coppia. È possibile notare tale andamento anche nel grafico della potenza.

Per quanto riguarda la potenza, questa assume i valori più elevati in corrispondenza nei punti in alto a destra della mappa in corrispondenza della velocità massima, mentre rimane su assume valori più contenuti a bassi regimi. In frenata ad alte velocità, poiché vengono memorizzate le combinazioni di coppie che massimizzano la ricarica delle batterie, la potenza del motore termico assume dei valori relativamente elevati.

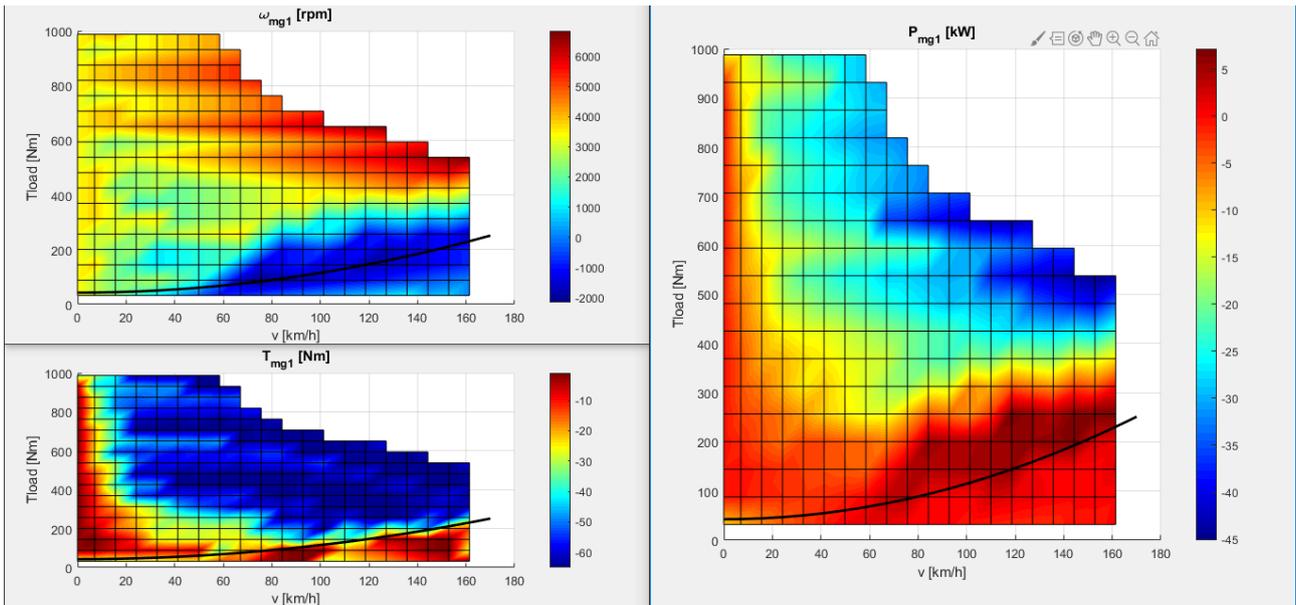


Figura 78 - Dati motore elettrico 1

Il motore elettrico 1 funziona da generatore nella maggior parte dei punti di funzionamento del veicolo, tranne ad alte velocità in corrispondenza della curva di coppia resistente in cui la macchina elettrica funziona da motore. Il verso di rotazione della macchina elettrica è concorde al motore termico per tutta la zona il cui funziona da generatore, dunque la macchina funziona nel quarto quadrante. Nel funzionamento da motore, in corrispondenza della curva di coppia resistente sia il segno della coppia che della velocità si invertono, e la macchina elettrica lavora nel terzo quadrante.

Si nota come i massimi valori di potenza generata siano in corrispondenza della massima potenza del motore a combustione interna.

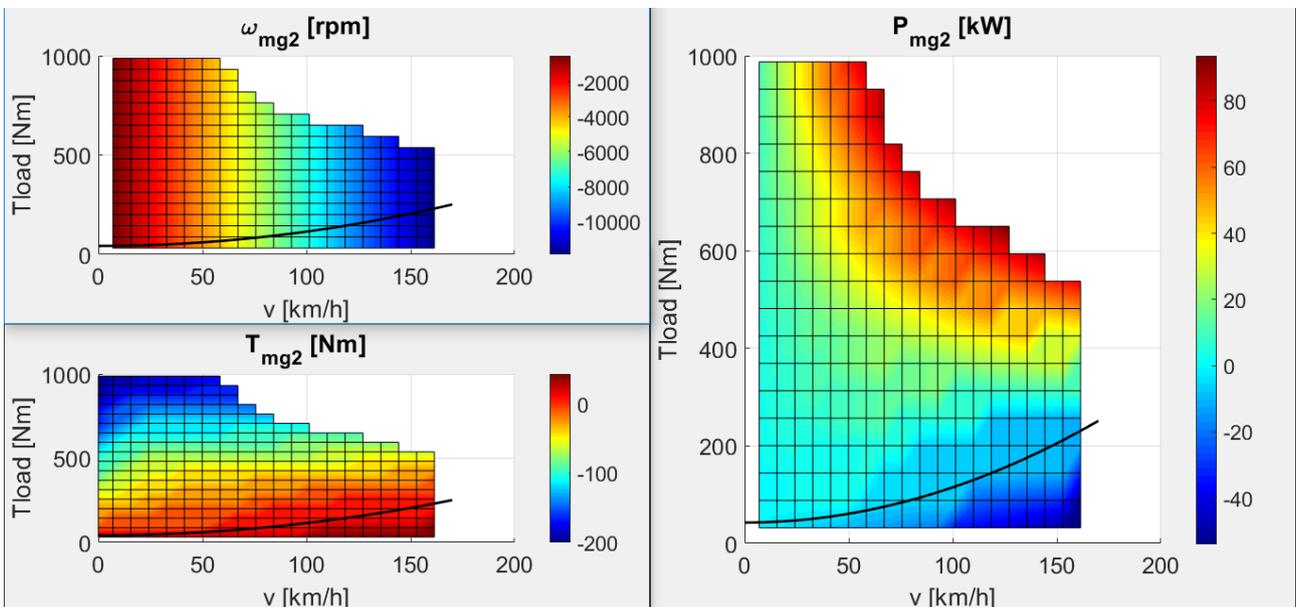


Figura 79 - Dati motore elettrico 2

L'andamento della velocità del motore elettrico 2 decresce in modo lineare e deriva dal rapporto fisso esistente fra l'output del sistema e la velocità della macchina elettrica, pari a $-\tau_2$.

La macchina elettrica funziona prevalentemente da motore: in particolare il contributo di coppia erogata è significativo soprattutto a basse velocità, mentre alle alte il contributo è limitato dalla caratteristica della macchina.

In decelerazione i ruoli di entrambe le macchine elettriche sono invertiti: la macchina elettrica 1 funziona da motore, mentre la macchina elettrica 2 funziona da generatore e svolge la funzione di recupero dell'energia cinetica.

6.6 Applicazione dell'algoritmo alla Toyota Prius (efficienza massima)

Oltre alla simulazione del charge sustaining è stato condotto uno studio sulla configurazione della Toyota Prius in cui per ogni di funzionamento è stato massimizzato il rendimento η_{HEV} .

I risultati sono esposti nei grafici seguenti.

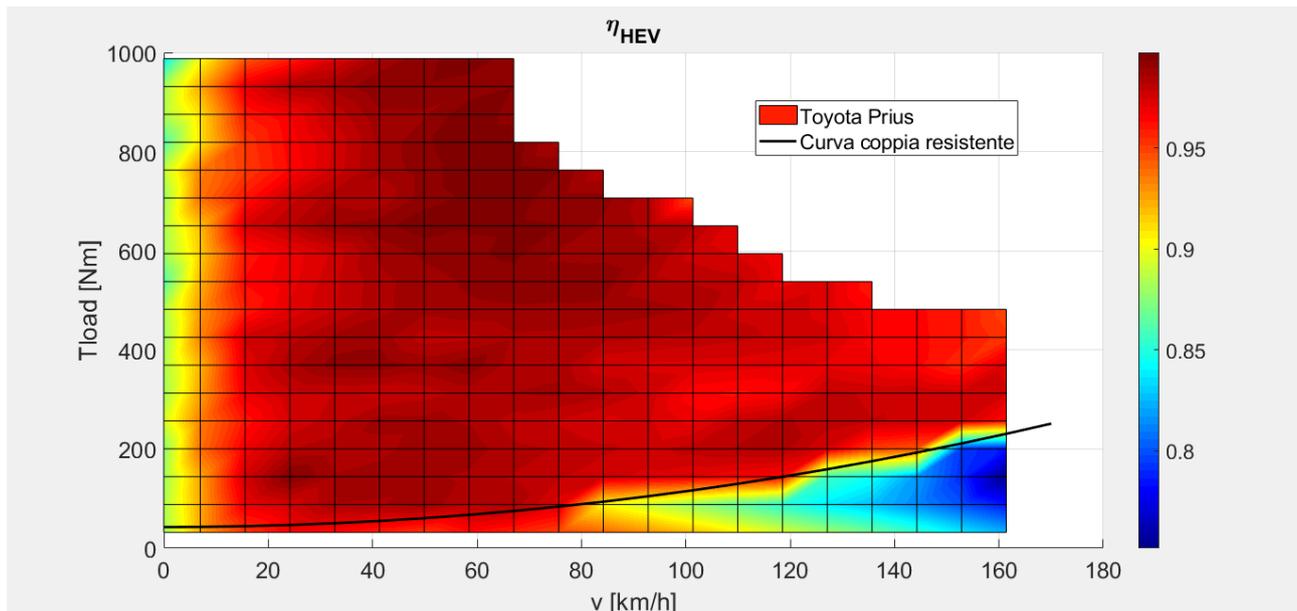


Figura 80 - Valori di efficienza

Come si nota dalla Figura 81, rispetto al caso del charge sustaining, i valori di efficienza rimangono vicino al valore massimo in tutta la zona di funzionamento del veicolo. La differenza è piuttosto marcata e può essere spiegata attraverso la Figura 81 in cui sono riportati i punti di funzionamento del motore a combustione interna. A differenza del caso precedente la maggior parte dei punti di funzionamento è confinata nella zona del rendimento massimo. Tuttavia questo genere di funzionamento del motore termico è possibile solo se la batteria è in grado di abilitare ogni condizione di funzionamento. Ad esempio se lo stato di carica è basso è possibile accettare che l'ICE lavori in condizioni vicine al punto di ottimo, poiché l'eventuale potenza in eccesso è immagazzinata nella batteria. Invece se lo stato di carica è alto, la batteria non è in grado di immagazzinare la potenza che manda il generatore e, dunque, non è possibile utilizzare questo tipo di funzionamento.

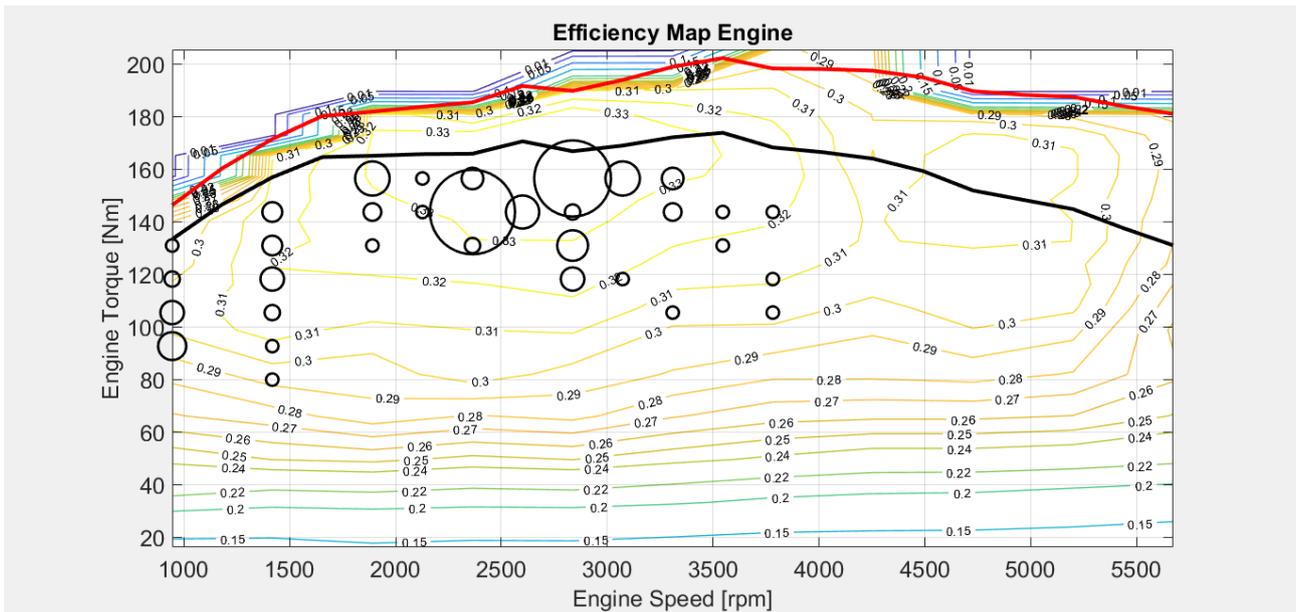


Figura 81 - Punti di funzionamento ICE

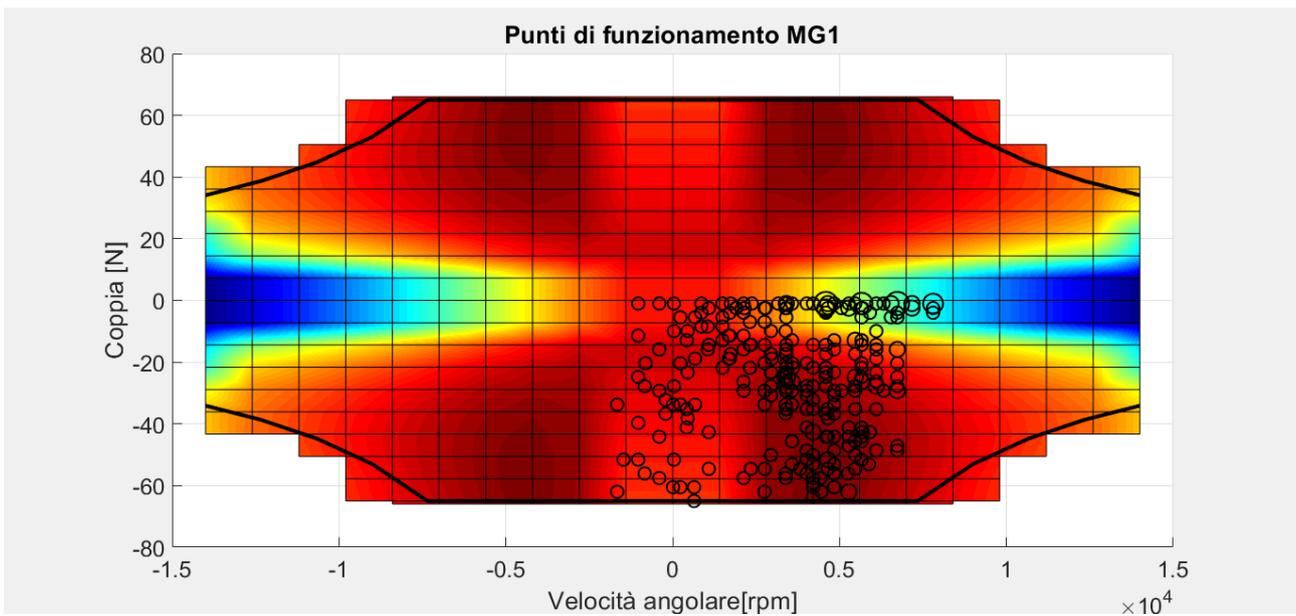


Figura 82 . Punti di funzionamento MG1

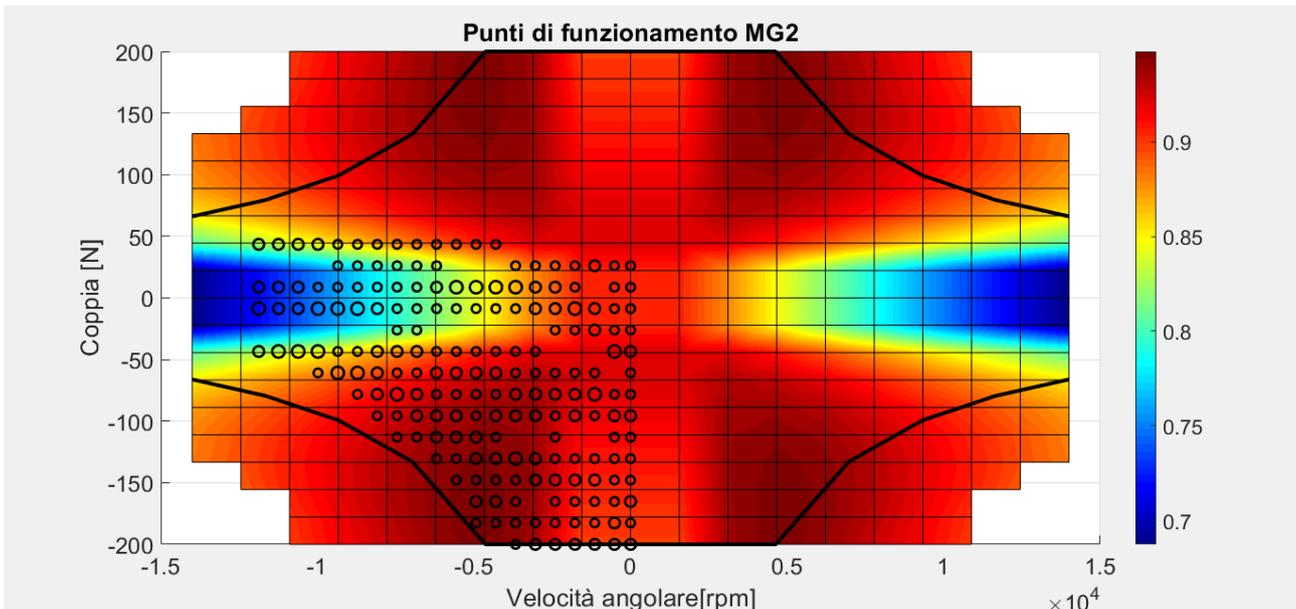


Figura 83 - Punti di funzionamento MG2

I punti di funzionamento dei motori elettrici non subiscono notevoli variazioni, il motore elettrico 1 continua a lavorare nel quarto quadrante prevalentemente da generatore e il motore elettrico 2 nel terzo prevalentemente da motore.

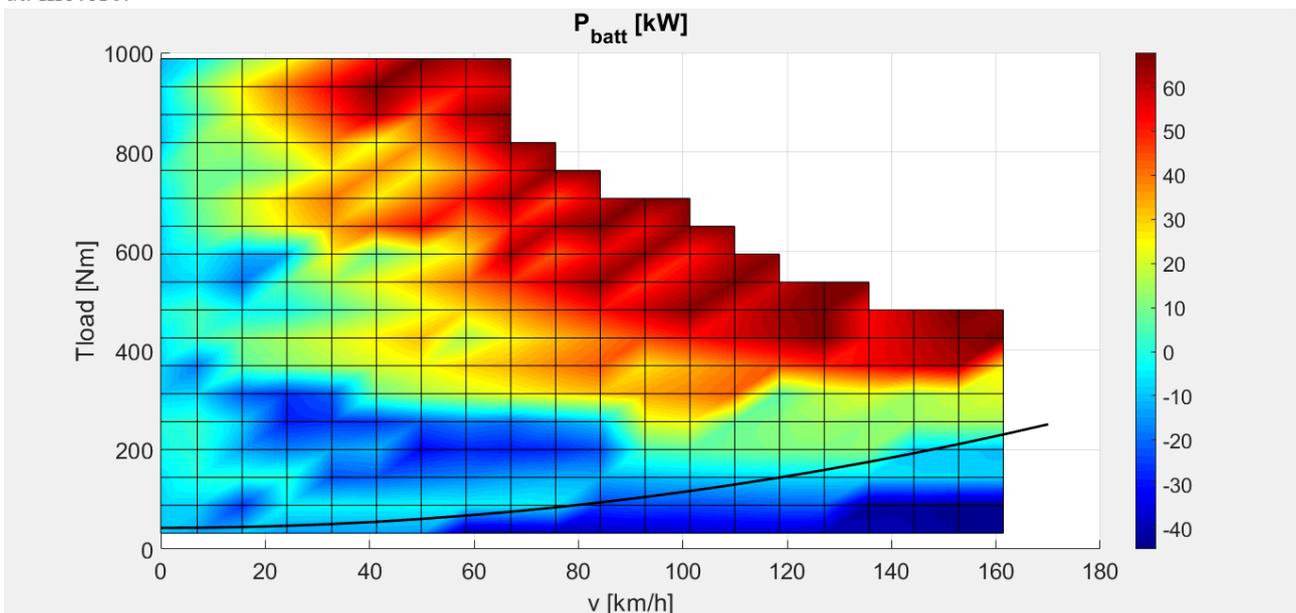


Figura 84 - Grafico della potenza di batteria

Per quanto riguarda la potenza della batteria a differenza del caso precedente le zone in cui non si richiede potenza alla batteria sono molto più contenute. Si nota come quando ci sia poca richiesta di potenza da parte delle condizioni stradali la potenza di batteria assuma valori negativi, mentre per alti carichi assume valori positivi e contribuisce all'avanzamento del veicolo.

I dati degli attuatori in funzione di v_{in} e T_{load} sono esposti di seguito.

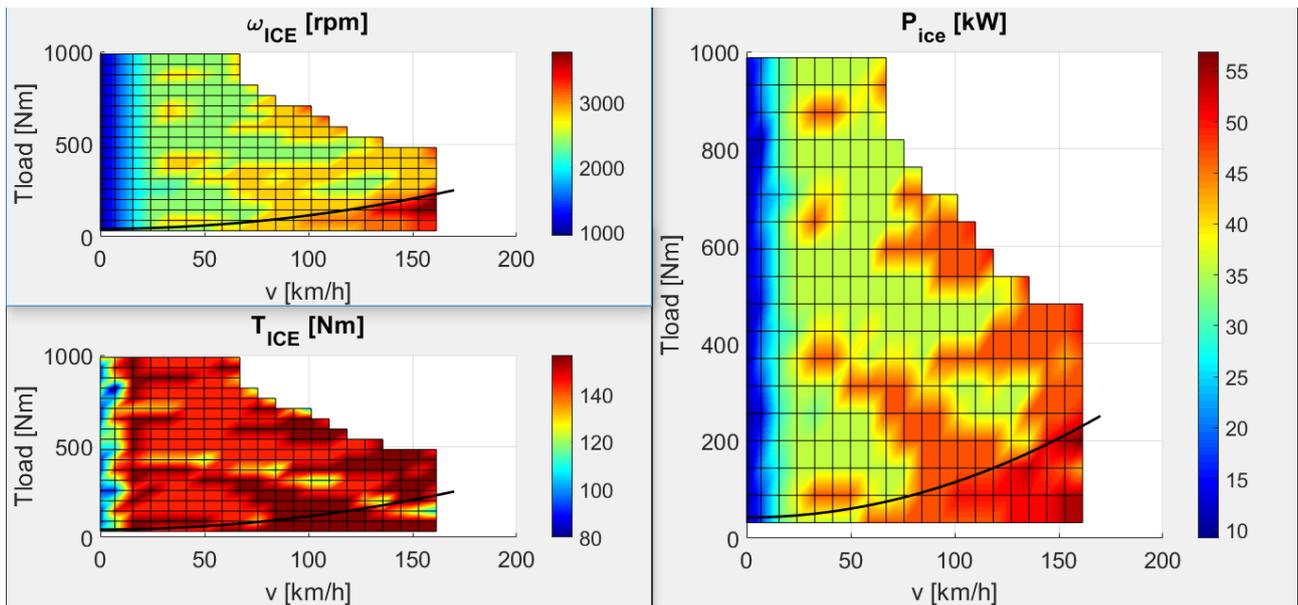


Figura 85 - Dati motore a combustione interna

I dati del motore a combustione interna, rispetto al funzionamento secondo charge sustaining, differiscono nei valori della coppia che in questo caso si mantengono intorno al valore massimo, in modo da avere un rendimento vicino a quello ottimale. Affinché tale condizione sia possibile la velocità assume mediamente valori bassi tranne al di sopra dei 120 km/h circa in cui si raggiungono valori di circa 4000 rpm. Poiché in media la velocità di rotazione nella mappa di funzionamento si abbassa anche i valori di potenza medi assumono dei valori più bassi rispetto al caso di charge sustaining.

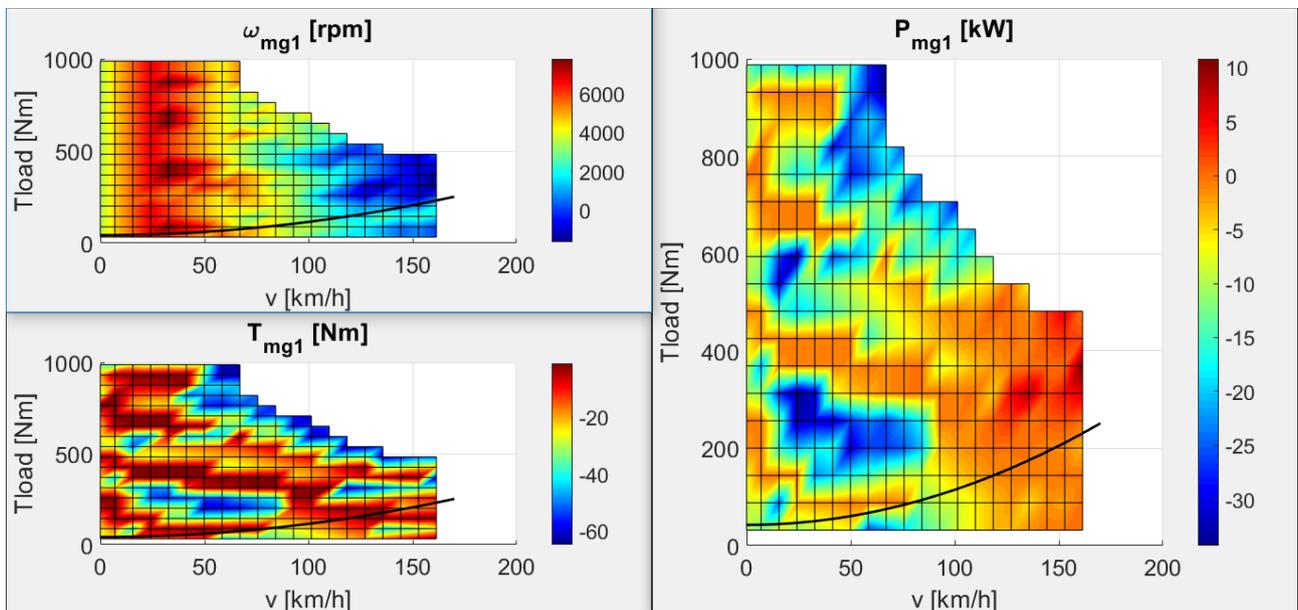


Figura 86 - Dati motore elettrico 1

Dai risultati della simulazione viene evidenziato che la velocità del motore elettrico 1 cresce fino al valore a circa 7000 rpm in corrispondenza dei 40 km/h per poi decrescere in modo quasi lineare fino ad arrivare a valori prossimi allo zero in corrispondenza della velocità massima. Questo andamento è deducibile dal fatto che i punti di funzionamento dell'ICE sono tutti nell'intorno di quello di ottimo rendimento. Dunque, la velocità della macchina elettrica viene regolata in funzione di quella di output per garantire questa condizione di funzionamento. I valori della coppia assunti dal motore elettrico 1 hanno l'obiettivo di massimizzare l'efficienza totale del sistema.

Esaminando il grafico della potenza rispetto al caso di funzionamento charge sustaining si restringe la zona di funzionamento da motore per la macchina elettrica 1

Per il motore elettrico 2 non ci sono sostanziali cambiamenti rispetto al caso precedente di funzionamento da charge sustaining, gli andamenti sono pressoché uguali al caso precedente, si estende fino a valori di coppia di circa 700 Nm la zona in cui la macchina elettrica eroga coppia con valori prossimi a quello massimo.

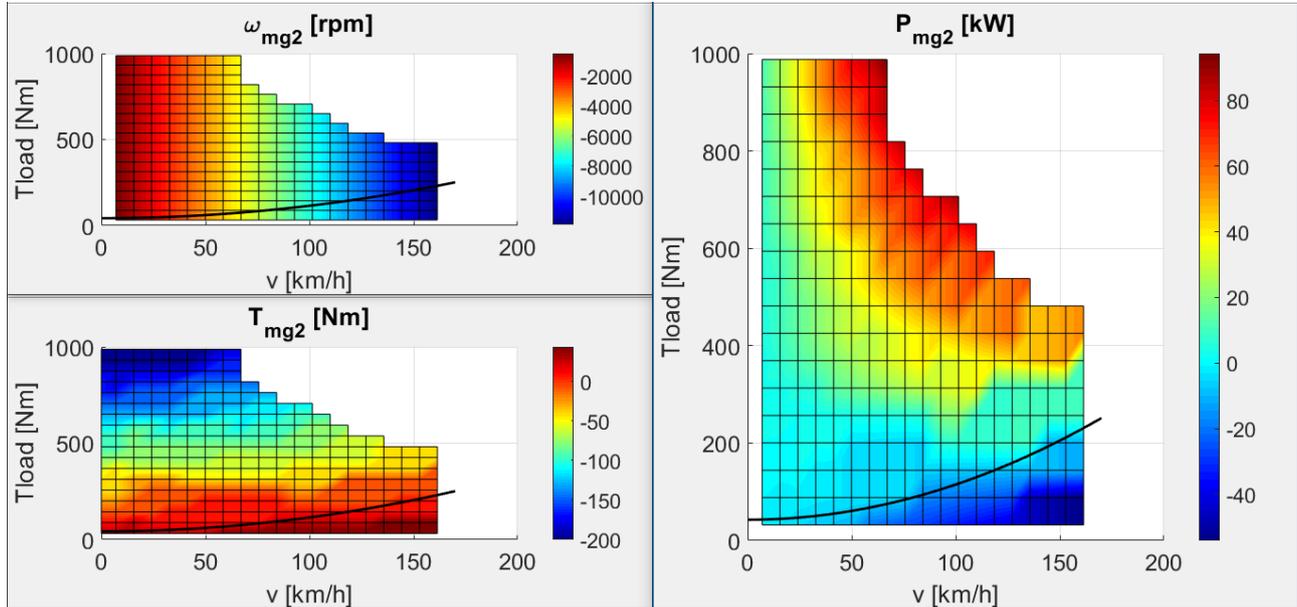


Figura 87 - Dati motore elettrico 2

6.7 Simulazione dinamica in Simulink

In ogni simulazione per ogni punto di funzionamento sono stati memorizzati in apposite tabelle i valori relativi ai vari attuatori:

- $\omega_e = f(v_{in}, T_{load})$
- $T_e = f(v_{in}, T_{load})$
- $\omega_{MG1} = f(v_{in}, T_{load})$
- $T_{MG1} = f(v_{in}, T_{load})$
- $\omega_{MG2} = f(v_{in}, T_{load})$
- $T_{MG2} = f(v_{in}, T_{load})$

Mediante l'uso di queste tabelle e della matrice A^* è stato ricreato il sistema veicolo in Simulink per verificare lungo un ciclo di riferimento che gli attuatori possano effettivamente funzionare nelle condizioni calcolate dalla simulazione.

Il programma si basa sull'Equazione 114 con cui viene simulata la dinamica del sistema

$$\{\dot{\omega}\} = [A^*]\{T\}$$

Equazione 114

In cui:

$$T = \begin{Bmatrix} -T_{out} \\ T_e \\ T_{MG1} \\ T_{MG2} \end{Bmatrix} \quad \{\dot{\omega}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\omega}_{out} \\ \dot{\omega}_e \\ \dot{\omega}_{MG1} \\ \dot{\omega}_{MG2} \end{Bmatrix}$$

Le coppie degli attuatori sono ricavate dai grafici esposti precedentemente in funzione di v_{in} e T_{load} mediante interpolazione.

Una volta calcolate le accelerazioni, queste sono integrate per ricavare le velocità angolari.

Successivamente, da ω_{out} si ottiene il valore di velocità simulato v_{sim} che viene confrontato con il valore di riferimento v_{in} .

La coppia T_{out} si ottiene dalle equazioni della dinamica longitudinale del veicolo in funzione della velocità del veicolo simulata v_{sim} sommando i contributi di resistenza dovuti all'aerodinamica e al rotolamento e all'inerzia come indicato nel Paragrafo 4.1.

Affinché il sistema riesca a seguire il profilo di velocità di riferimento e i profili di velocità indicati dalle tabelle sono introdotti nel sistema due controllori PID che correggono i segnali mediante un controllo in anello chiuso:

- Il primo controllore PID viene introdotto per correggere il segnale della coppia alle ruote usata come riferimento per entrare nelle tabelle affinché sia possibile seguire il profilo di velocità desiderato. Il controllore riceve in ingresso l'errore fra la coppia resistente calcolata dalla velocità di riferimento e la coppia resistente calcolata a partire dalla velocità simulata. Il valore di correzione elaborato dal controllore PID viene sommato al valore di coppia ricavata dal ciclo di riferimento e viene applicato al segnale di coppia T_{out} che viene utilizzata come dato di input nella tabelle degli attuatori.

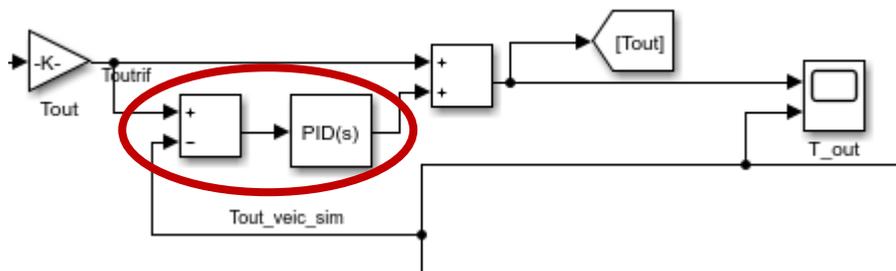


Figura 88 - Controllore PID sulla coppia alle ruote

- Il secondo controllore PID viene usato per correggere il valore della coppia T_{MG1} in modo che la velocità ω_{MG1} segua il profilo di riferimento derivato dalle tabelle. Il controllore PID riceve in ingresso il segnale di errore fra la ω_{MG1rif} e la ω_{MG1} ricavata mediante integrazione della $\dot{\omega}_{MG1}$. Il successivo blocco *saturation* limita la coppia del motore elettrico 1 e garantisce che questa non salga oltre i limiti imposti dalle mappa di funzionamento

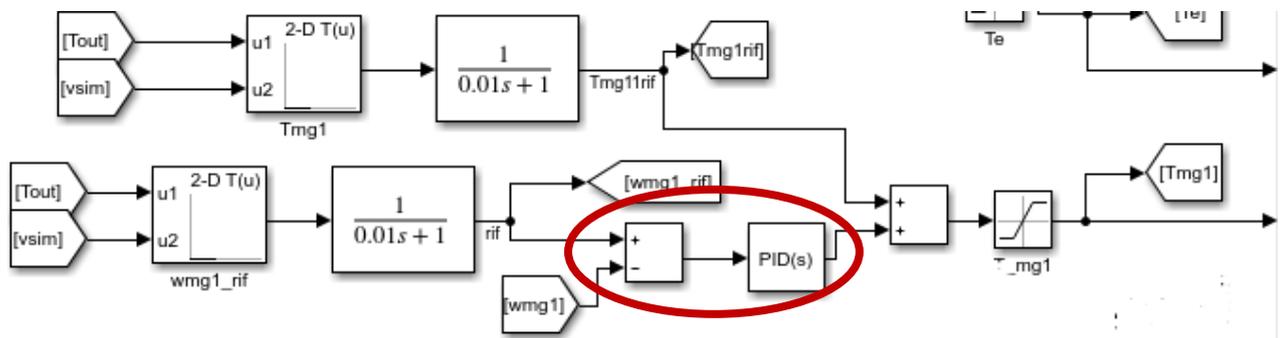


Figura 89 - Controllore PID sulla velocità del motore elettrico 1

Di seguito i risultati di alcune manovre con cui è stata eseguita la simulazione. Si nota dai risultati della simulazione che gli attuatori riescono a seguire in modo abbastanza preciso i profili indicati dalle tabelle di riferimento.

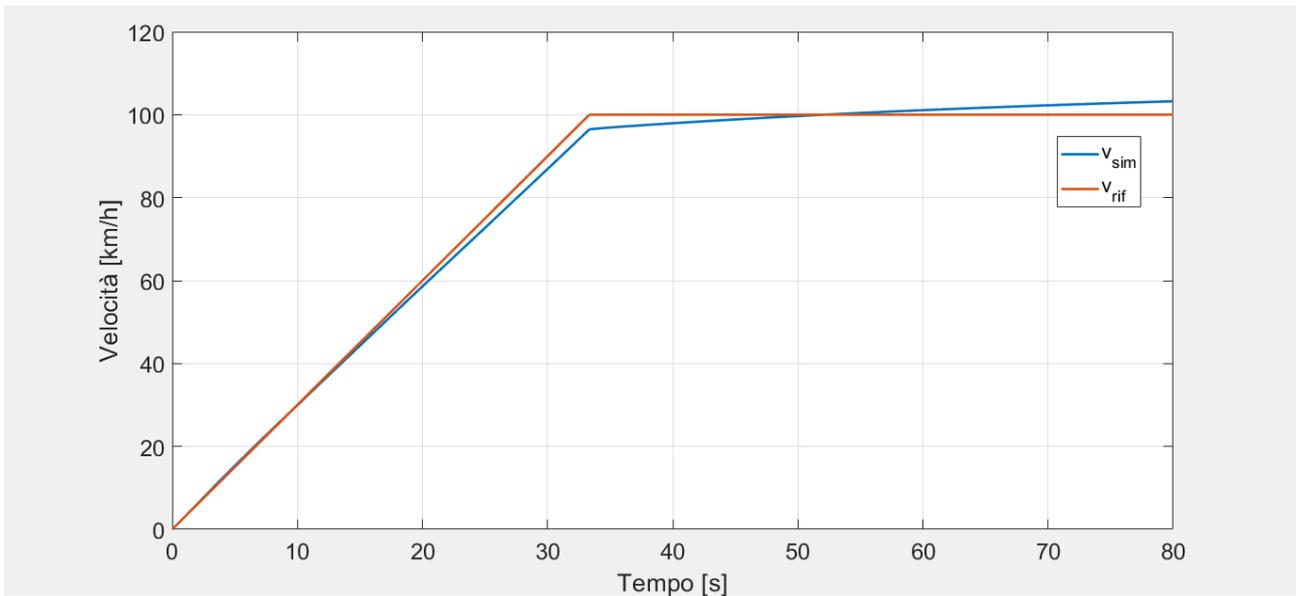


Figura 90 - Grafico dell'andamento della velocità di riferimento e della velocità simulata in una rampa di velocità 0-100 km/h

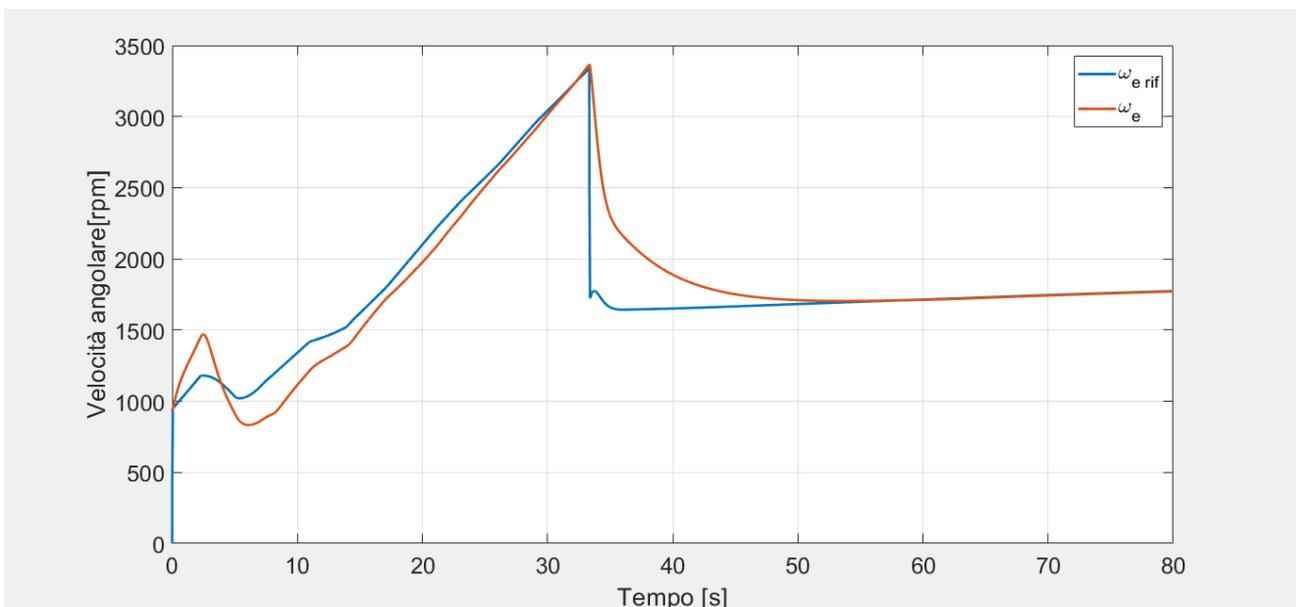


Figura 91 - Grafico dell'andamento della velocità del motore termico simulata e di riferimento

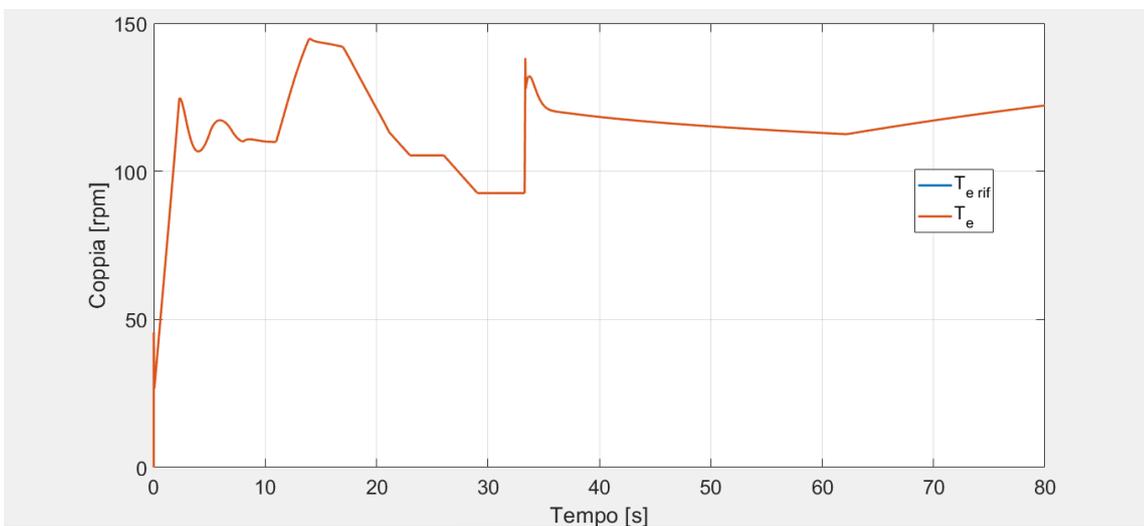


Figura 92 - Grafico della coppia del motore a combustione interna reale e simulata

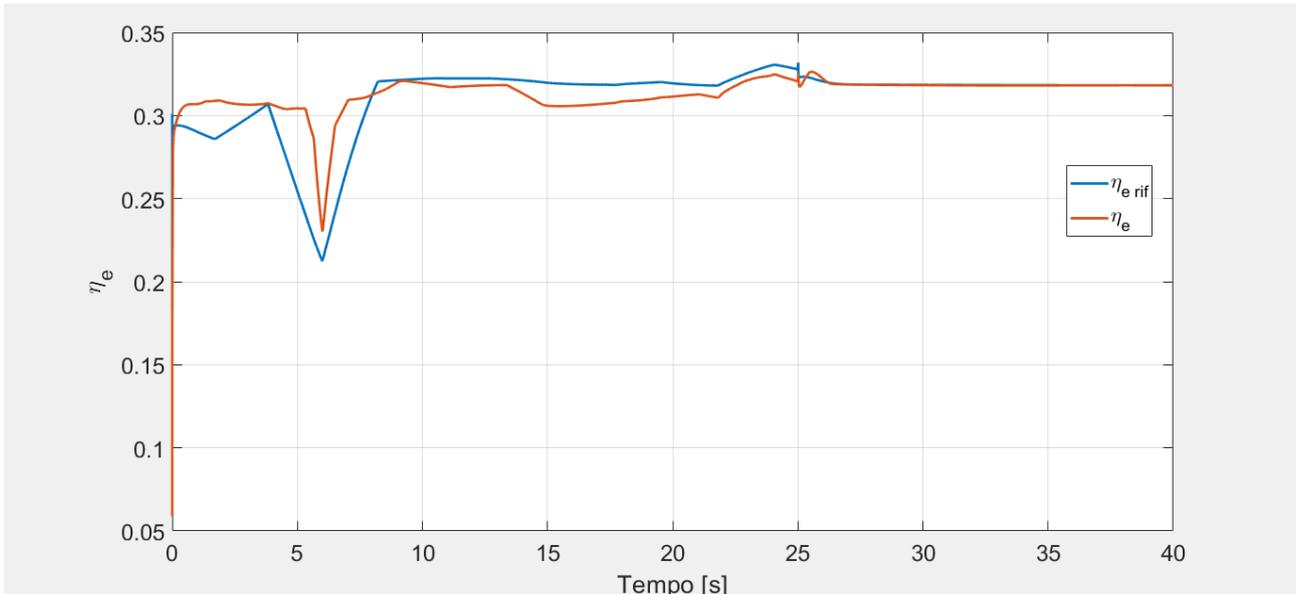


Figura 93 - Grafico del rendimento del motore termico

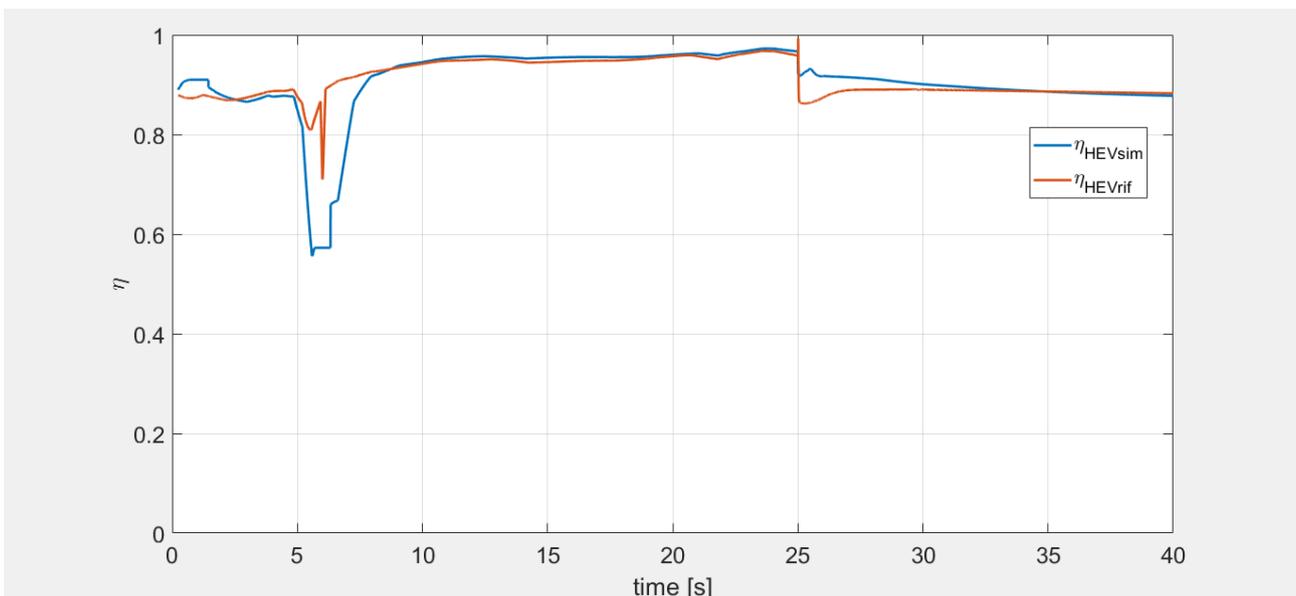


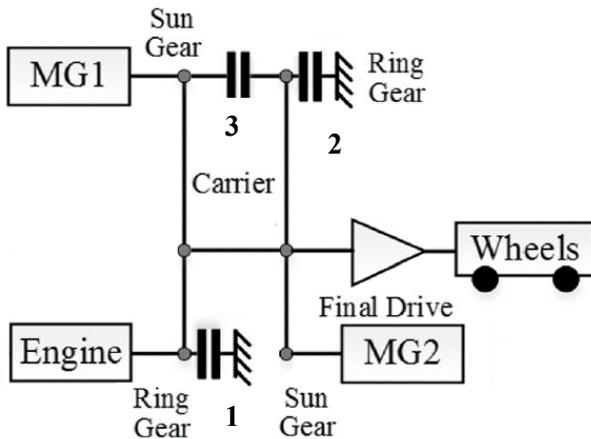
Figura 94 - Grafico dell'efficienza totale del sistema

Dall'ultima figura nell'intervallo fra 5 e 10 secondi si notano delle oscillazioni del rendimento η_{HEVsim} più marcate rispetto al riferimento.

Tali oscillazioni derivano, come si può notare dalla Figura 85 nello stesso intervallo, da oscillazioni della coppia T_e che hanno come conseguenza un abbassamento del rendimento del motore termico. Tali oscillazioni sono dovute alla discretizzazione del vettore di coppia del motore a combustione interna e sono eliminabili diminuendo il passo di discretizzazione.

Chevrolet Volt

6.6 Presentazione



La seconda generazione della Chevrolet Volt, rispetto alla configurazione precedente, possiede un ulteriore rotismo su cui sono montati il motore elettrico 1 e il motore termico. I due carrier sono sempre connessi fra di loro e sono presenti nel sistema tre frizioni.

Si ha che:

- $\tau_1 = 1.87$
- $\tau_2 = 2.077$
- $\tau_{fin} = 2.64$

Figura 95 - Configurazione Chevrolet Volt II

Sono stati trovati dall’algoritmo un numero di modi possibili pari a 7:

1. EV 1MG 1 DOF
2. EV 2 MG 1 DOF.1
3. EV 2 MG 1 DOF.2
4. Input split
5. Compound split
6. Parallelo FG 1 DOF 1 MG
7. Parallelo con EVT 1 MG

Lo schema delle frizioni è il seguente:

	Frizione 1	Frizione 2	Frizione 3
EV 1MG 1 DOF	X		
EV 2 MG 1DOF.1	X		X
EV 2 MG 1DOF.2	X	X	
Input split			X
Compound split		X	
Parallelo FG 1 DOF 1 MG		X	X
Parallelo con EVT 1 MG			

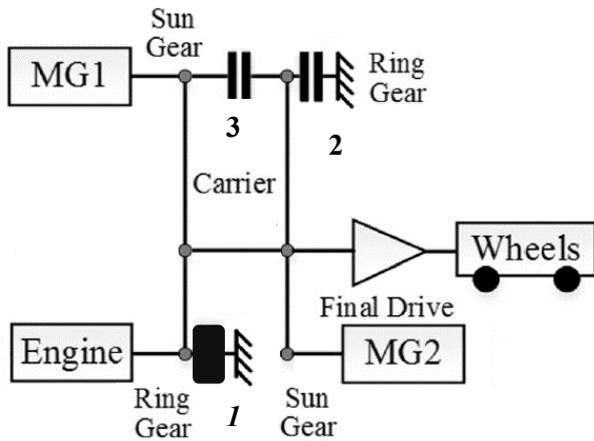
Tabella 12

Gli elementi del powertrain utilizzati per la simulazione hanno le seguenti caratteristiche:

- BATTERIA – potenza massima: 129 kW
- ICE – coppia massima: 180 Nm @ 3750 rpm
- ICE – potenza massima: 90 kW @ 5500 rpm
- MG1 – coppia massima: 180 Nm
- MG1 – potenza massima: 75 kW
- MG1 – velocità massima: 10000 rpm
- MG2 – coppia massima: 200 Nm
- MG2 – potenza massima: 96 kW
- MG2 – velocità massima: 10000 rpm

I modi sono descritti nel dettaglio nei paragrafi successivi.

6.7 EV 1 MG 1DOF



Questa modalità elettrica si ottiene chiudendo la frizione 1. È in funzione solo il motore elettrico 1, in quanto sul secondo rotismo il ring è un'estremità libera.

La coppia massima è limitata dalle dimensioni del motore che sono ridotte rispetto alla prima generazione: si passa da 111 a 87 kW.

Figura 96 – Chevrolet Volt II EV 1MG 1 DOF

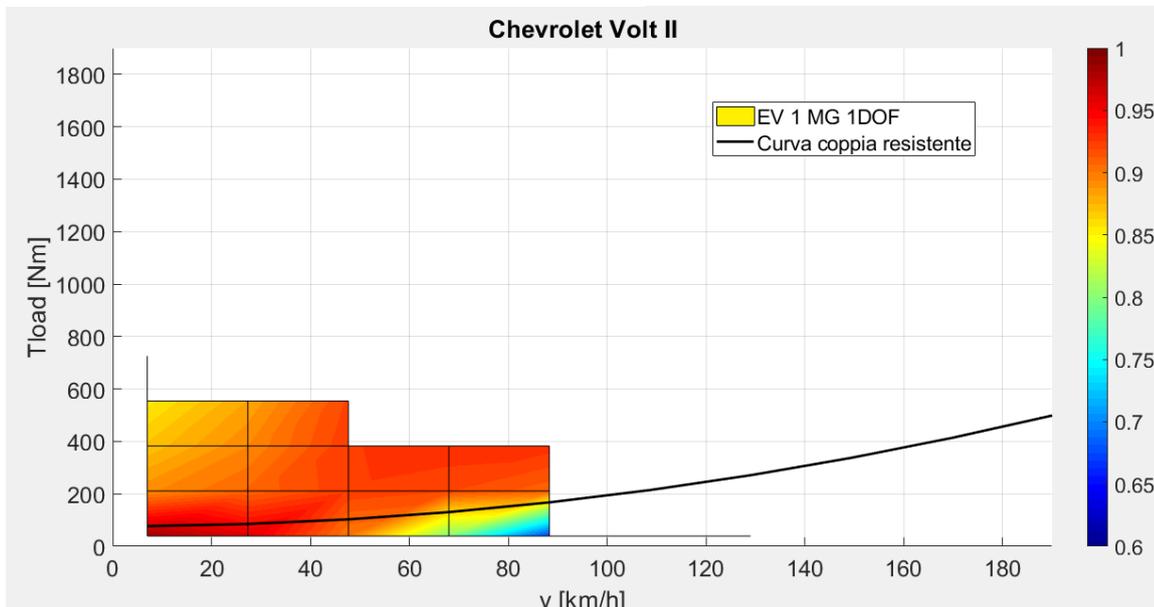
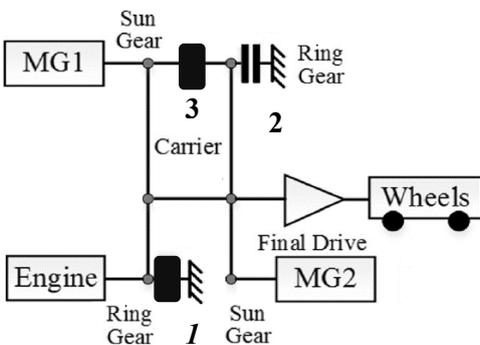


Figura 97 – Chevrolet Volt II EV 1MG 1 DOF

6.8 EV 2 MG 1DOF.1



Una delle due modalità elettriche del tipo EV 2 MG 1 DOF si ottiene chiudendo la frizione 1, che mette a terra l'ICE, e la frizione 3, che collega il motore elettrico 1 al ring del secondo rotismo.

Rispetto al caso con un solo motore elettrico rimane invariato il range di funzionamento ma aumenta la coppia massima alle ruote, in quanto si sommano le potenze dei due motori elettrici.

Figura 98 – Chevrolet Volt II EV 2MG 1 DOF.1

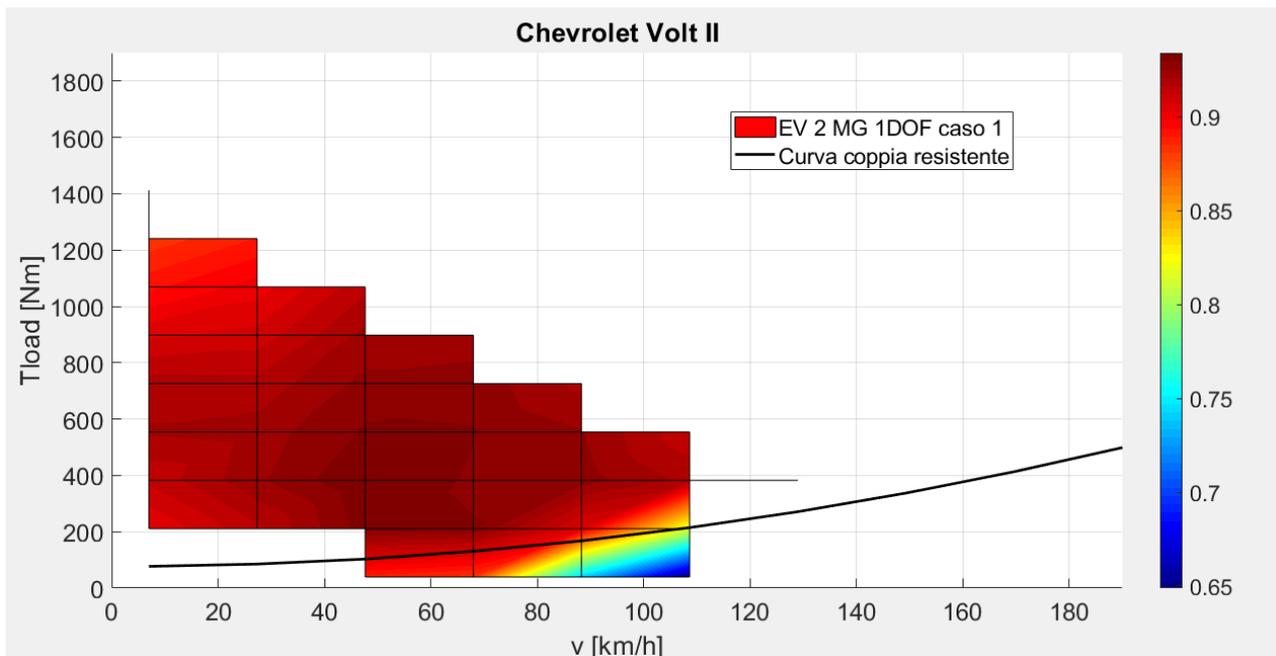


Figura 99 – Chevrolet Volt II EV 2MG 1 DOF.1

Dal grafico si nota che a bassa velocità vicino alla coppia resistente non sono stati rappresentati dei punti di funzionamento. La mancanza di questi punti è dovuta unicamente a un basso livello di discretizzazione delle coppie degli attuatori.

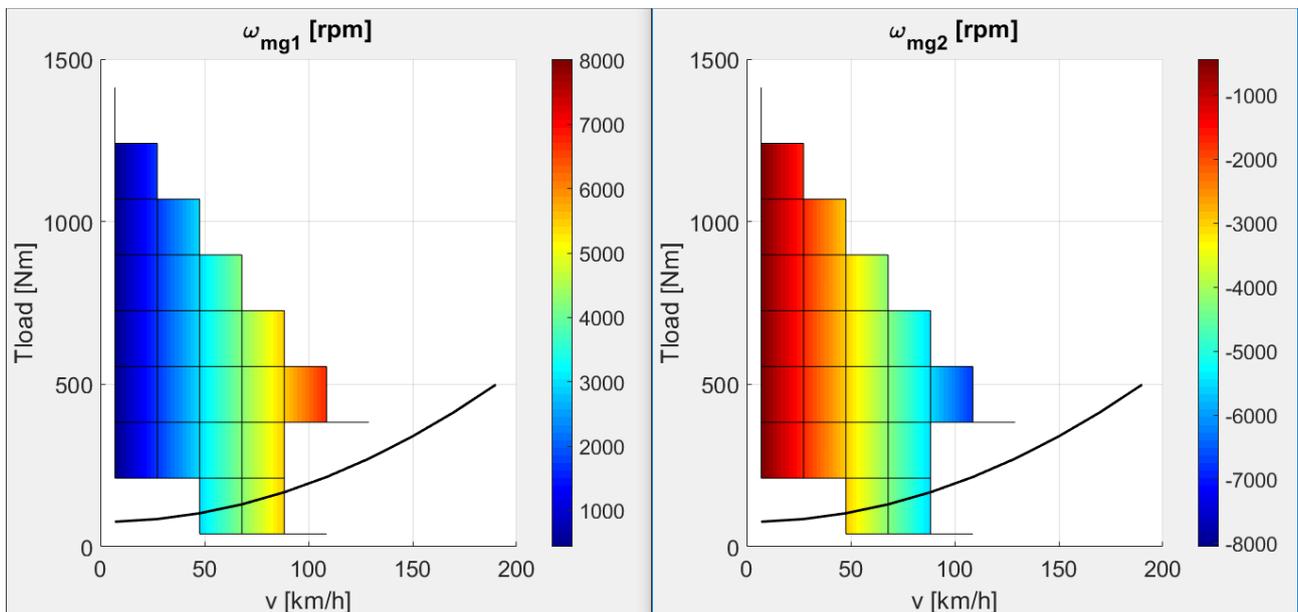


Figura 100 – Grafico delle velocità dei due motori elettrici

Come si nota dai grafici, a basse velocità il motore elettrico 1, collegato al ring, ha una bassa velocità di rotazione mentre il motore elettrico 2 per rispettare l'equazione caratteristica del rotismo possiede un'alta velocità di rotazione. La situazione è opposta per quanto riguarda le coppie, in quanto la maggior parte della coppia viene fornita dal motore elettrico 1 poiché montato sul ring.

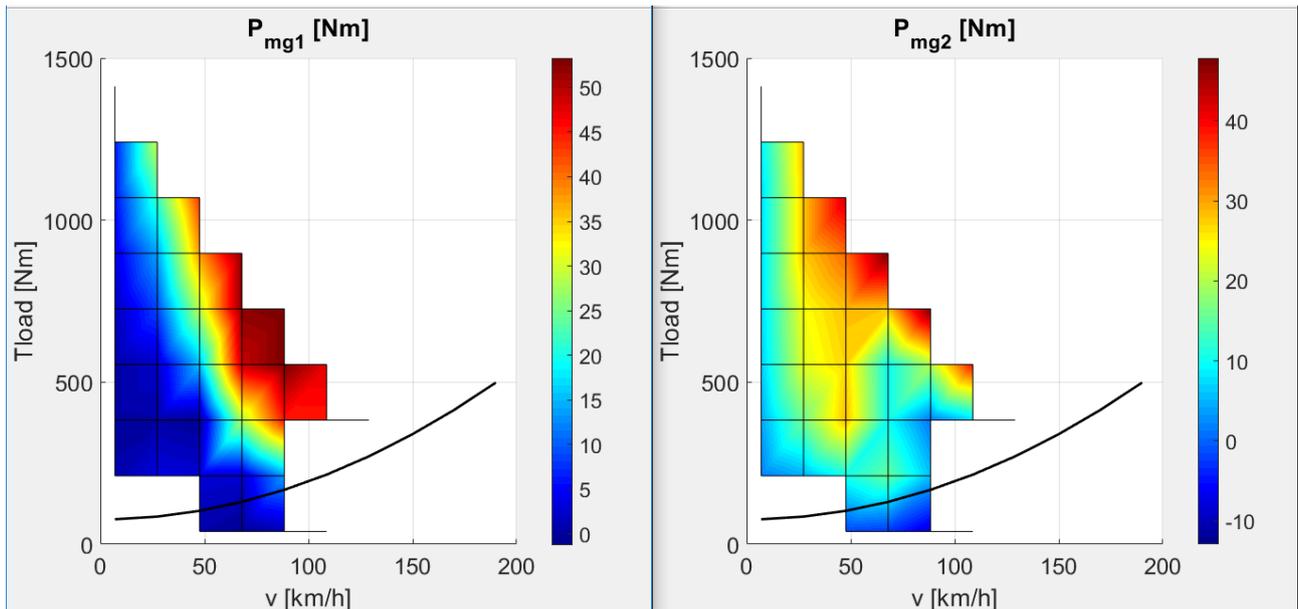
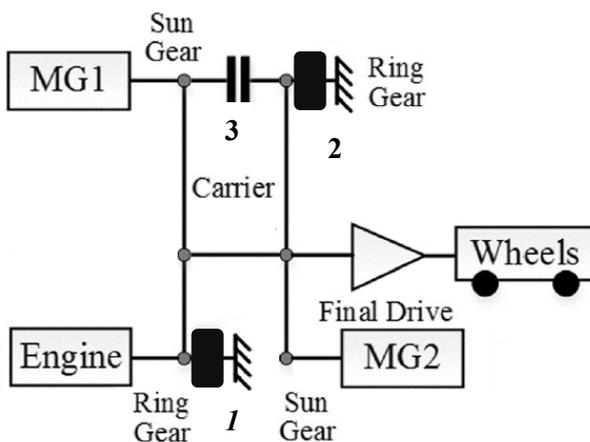


Figura 101 - Grafico della potenza dei motori elettrici 1 e 2

6.9 EV 2 MG 1DOF.2



La seconda modalità EV 2 MG 1DOF si ottiene mantenendo chiusa la frizione 1 e chiudendo la frizione numero 2 che mette a terra il ring del secondo rotismo.

Si ottiene sia per il primo motore elettrico che per il secondo una riduzione di velocità di $(\tau + 1)$: si sposta verso l'alto il punto con l'efficienza maggiore e si riesce ad ottenere una coppia maggiore a bassissime velocità ma una minore ad alte velocità.

Anche in questo caso la discretizzazione degli attuatori non riesce a trovare i punti di funzionamento a bassissima velocità.

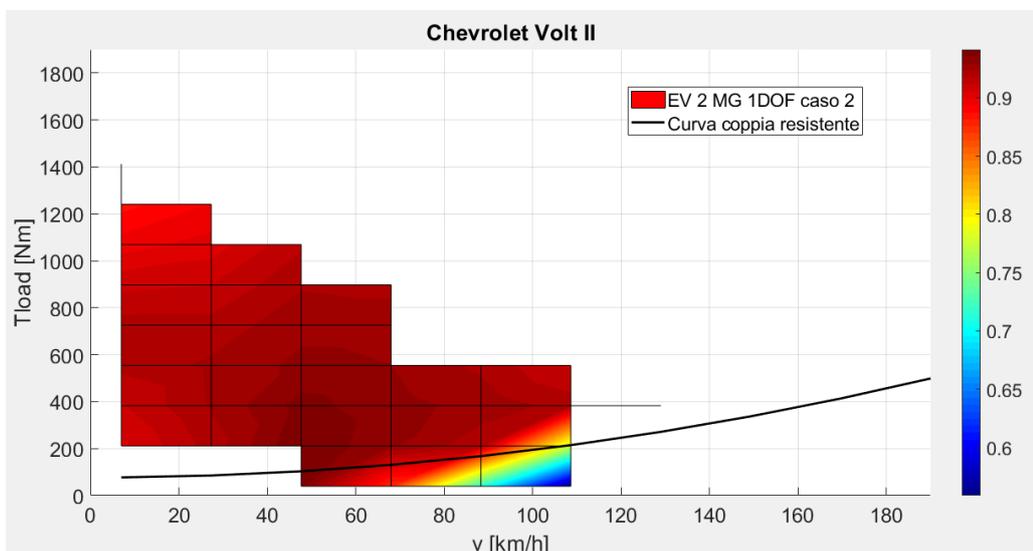


Figura 102 - Chevrolet Volt II EV 2MG 1DOF.2

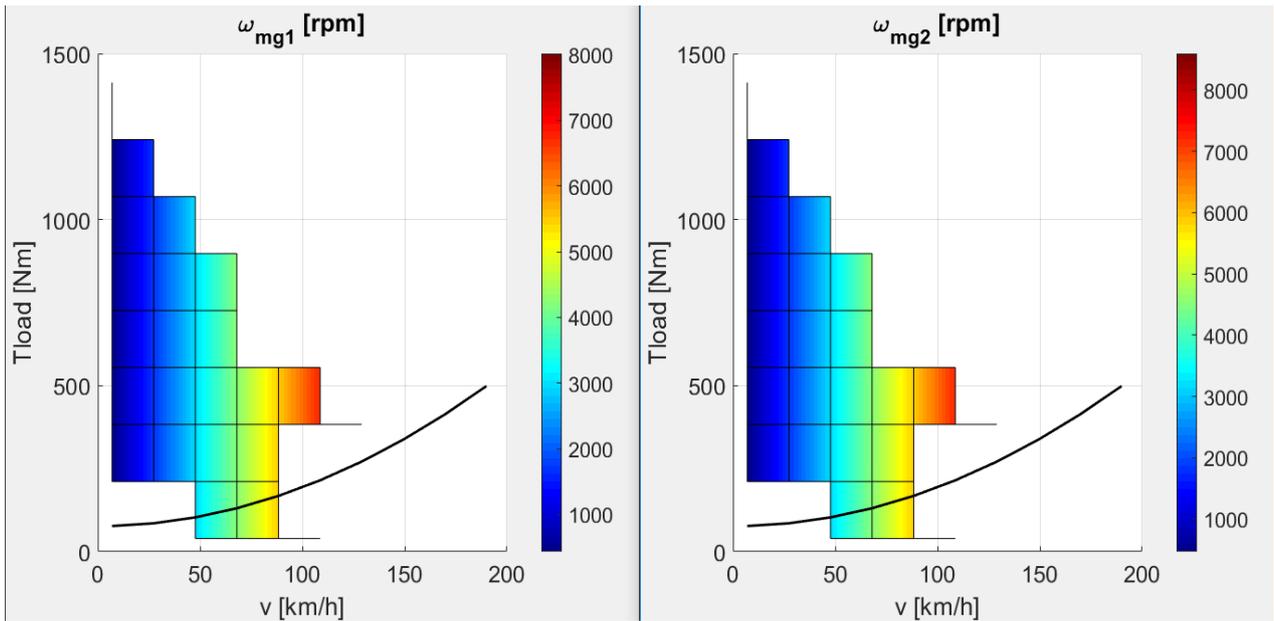


Figura 103 - Grafico delle velocità dei due motori elettrici

Rispetto al caso elettrico precedente, in questo modo i due motori vedono entrambi il ring del proprio rotismo bloccato e hanno dunque andamenti di velocità simili

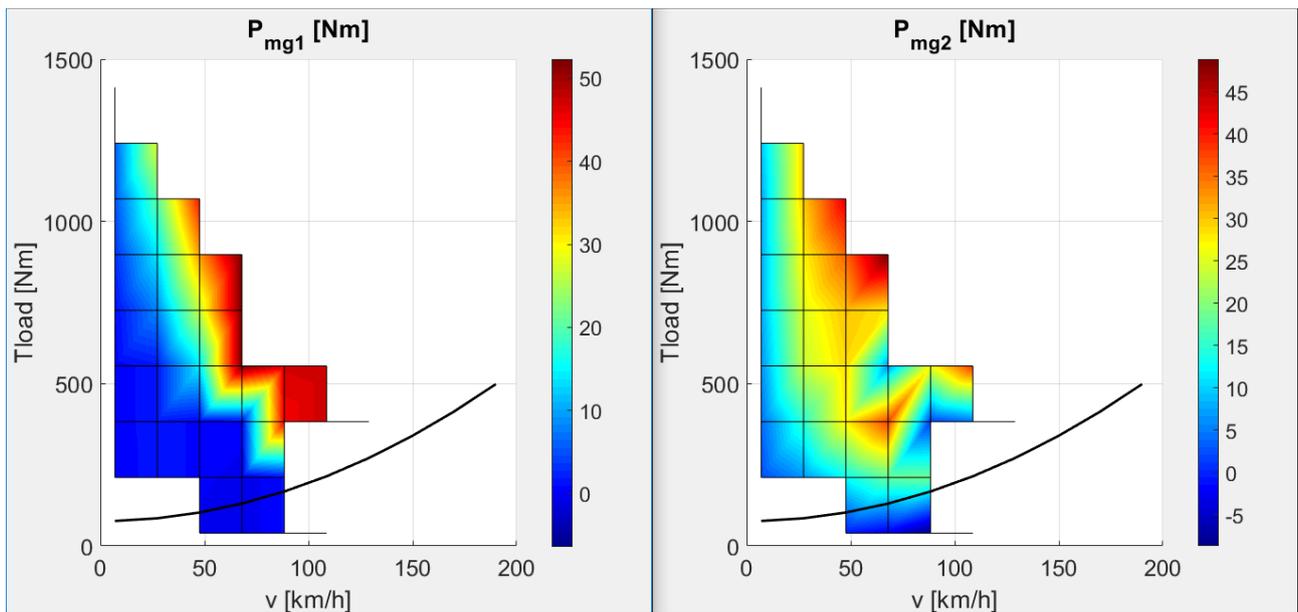
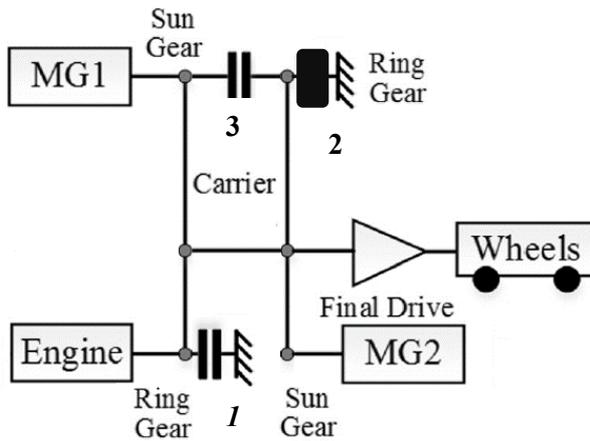


Figura 104 - Grafico della potenza dei motori elettrici 1 e 2

6.10 Input split



Il modo input split si ottiene mantenendo la frizione 2 chiusa.

Con questa modalità si ottiene un range di funzionamento maggiore rispetto alle modalità elettriche.

Ad alta velocità il fattore limitante è la velocità massima del motore elettrico 2, poiché collegato secondo un rapporto fisso alle ruote.

Figura 105 – Chevrolet Volt II input split

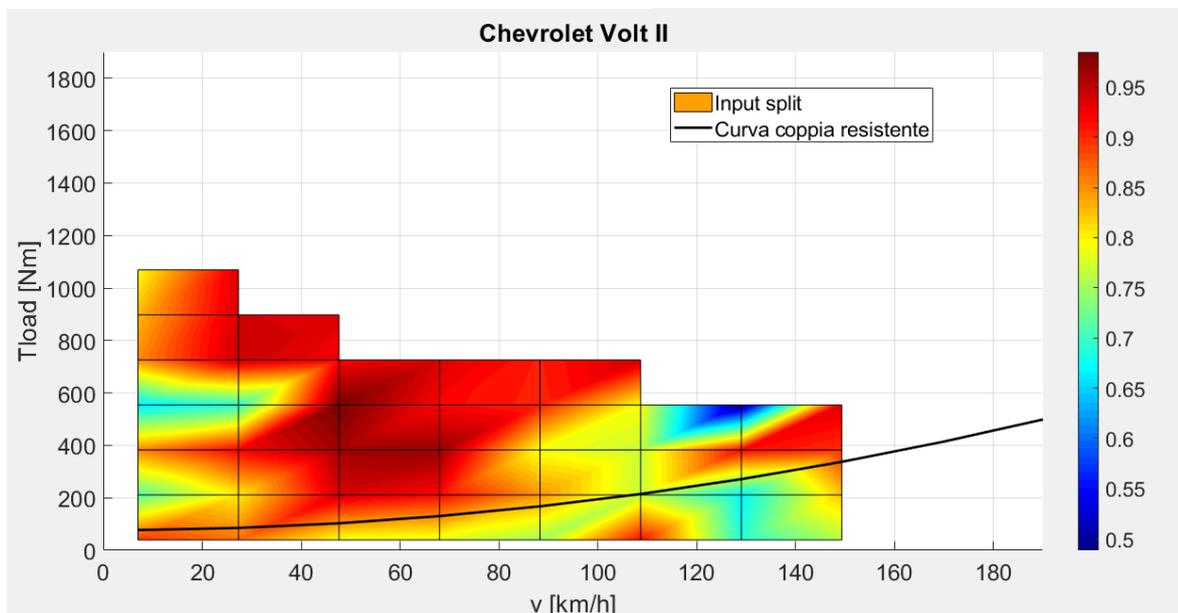


Figura 106 – Chevrolet Volt II Input split

Si nota come attraverso il funzionamento secondo il charge sustaining che i livelli maggiori di efficienza si ottengono intorno alla zona delle media velocità.

Per quanto riguarda la potenza della batteria secondo le simulazioni effettuate il sistema riesce a garantire il funzionamento da charge sustaining per buona parte del range di funzionamento, ad eccezione delle zone intorno la curva di coppia resistente e in frenata, in cui la batteria riceve potenza, e le zone ad alto carico in cui viene chiesta potenza alla batteria.

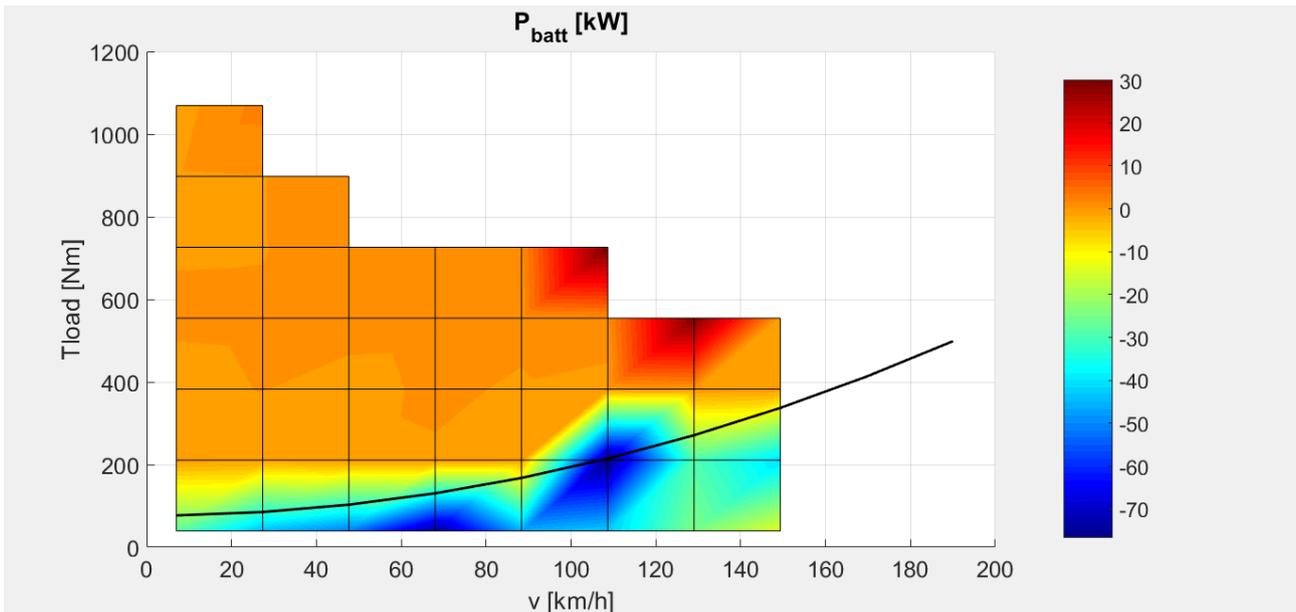
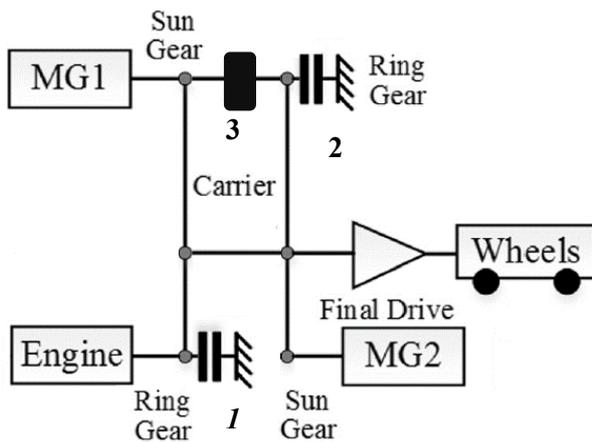


Figura 107 - Grafico della potenza di batteria del modo input split

6.11 Compound split



Chiudendo la frizione 3 si ottiene un modo di tipo compound split, che rispetto all'input ha una coppia massima raggiungibile più bassa ma un range di funzionamento più ampio che permette di raggiungere la velocità massima del veicolo.

In questo caso i valori massimi di efficienza risultano intorno alle alte velocità. Si nota, a causa di una bassa discretizzazione degli attuatori, la mancanza del primo punto in cui viene effettuata la simulazione (in basso a sinistra nel grafico).

Figura 108 – Chevrolet Volt II Compound split

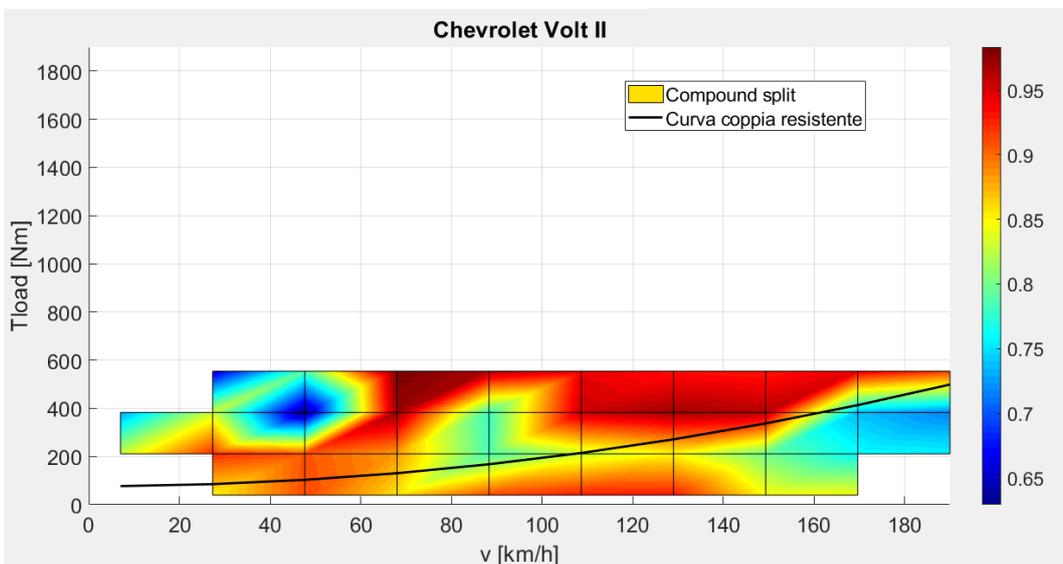
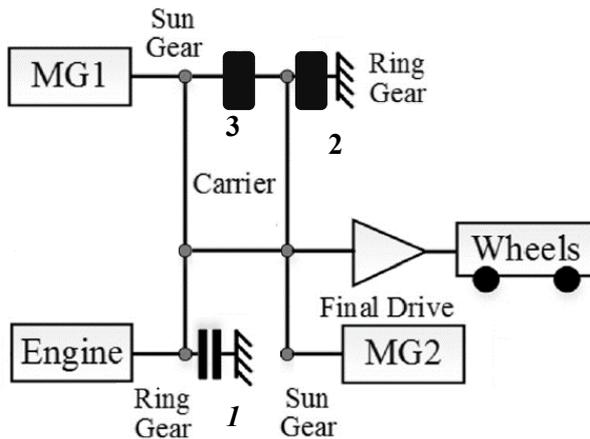


Figura 109 – Chevrolet Volt II Compound split

6.12 Parallel FG 1 DOF 1 MG



Il modo parallelo si ottiene chiudendo le frizioni 2 e 3. Il motore elettrico 1 risulta collegato a terra e il motore a combustione interna è collegato in modo diretto alle ruote con un rapporto di riduzione pari a $1 + \frac{1}{\tau_1}$.

A causa della connessione diretta ICE-ruote il range di funzionamento è ristretto alla zona delle medie velocità.

Figura 110 – Chevrolet Volt II Parallel FG 1DOF 1MG

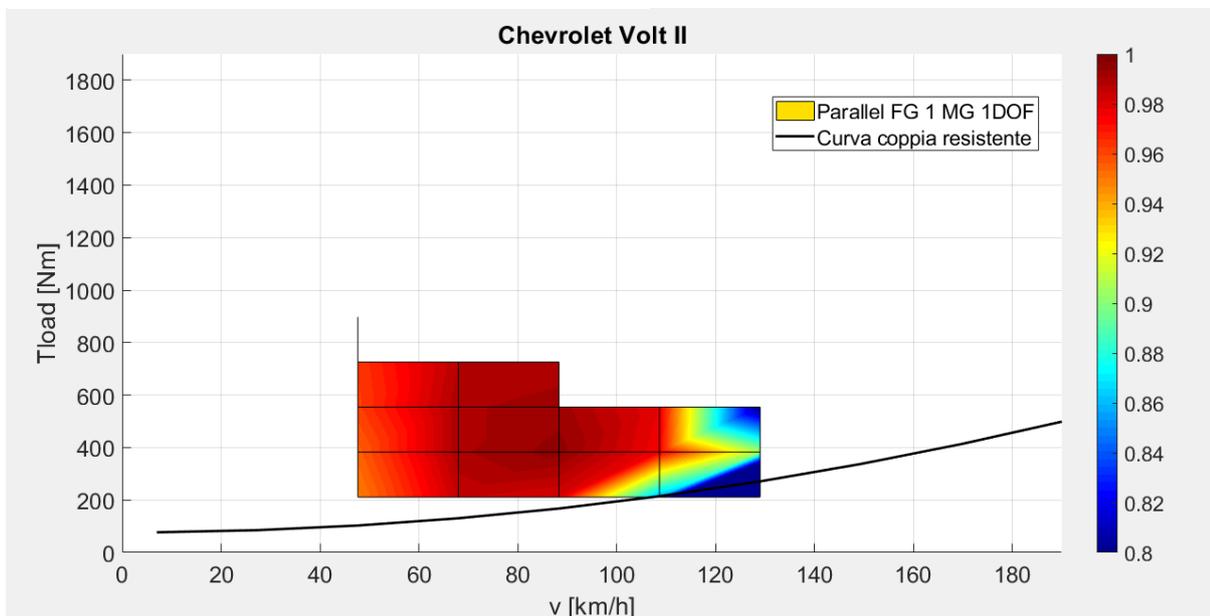
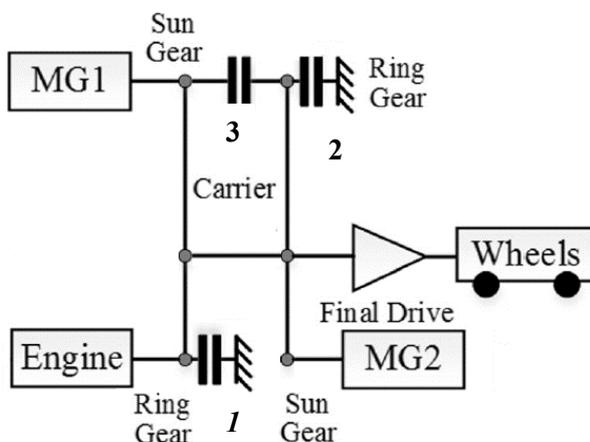


Figura 111 – Chevrolet Volt II Parallel FG 1DOF 1MG

6.13 Parallel EVT 1 MG



L'ultimo modo è fattibile senza chiudere alcuna frizione. Il motore elettrico 2 rimane spento poiché, essendo il ring un nodo libero, il motore non potrebbe trasmettere forza.

Il motore elettrico 1 può essere usato per regolare la velocità dell'ICE verso punti che hanno un'efficienza migliore.

Il range di funzionamento è ampio e ricopre tutta la zona di funzionamento del veicolo ma la coppia disponibile alle ruote non assume dei valori elevati

Figura 112 – Chevrolet Volt II Parallel EVT 1DOF 1MG

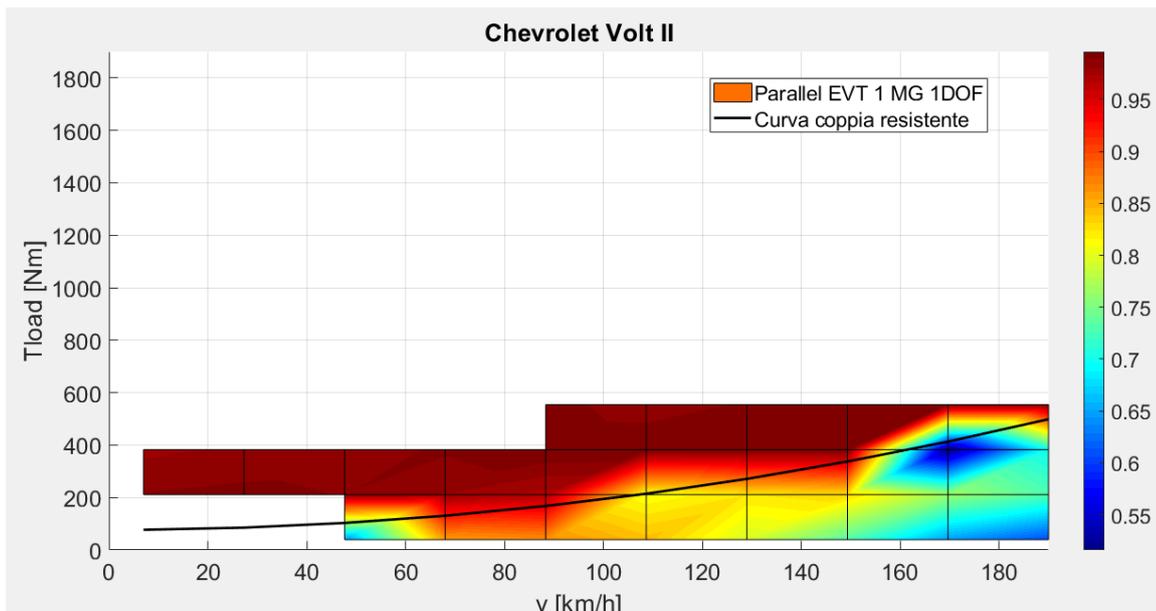


Figura 113 – Chevrolet Volt II Parallel EVT 1DOF 1MG

Si nota come l'efficienza tendenzialmente assuma valori anche elevati nel caso delle accelerazioni positive. Questo comportamento è dovuto all'azione di regolazione del motore elettrico 1 nei confronti della velocità del motore a combustione interna, che può essere spostata verso punti a rendimento maggiore come indicato nella figura successiva in cui si nota come i punti di funzionamento siano per la maggior parte nella zona compresa fra 2500 e 3000 rpm.

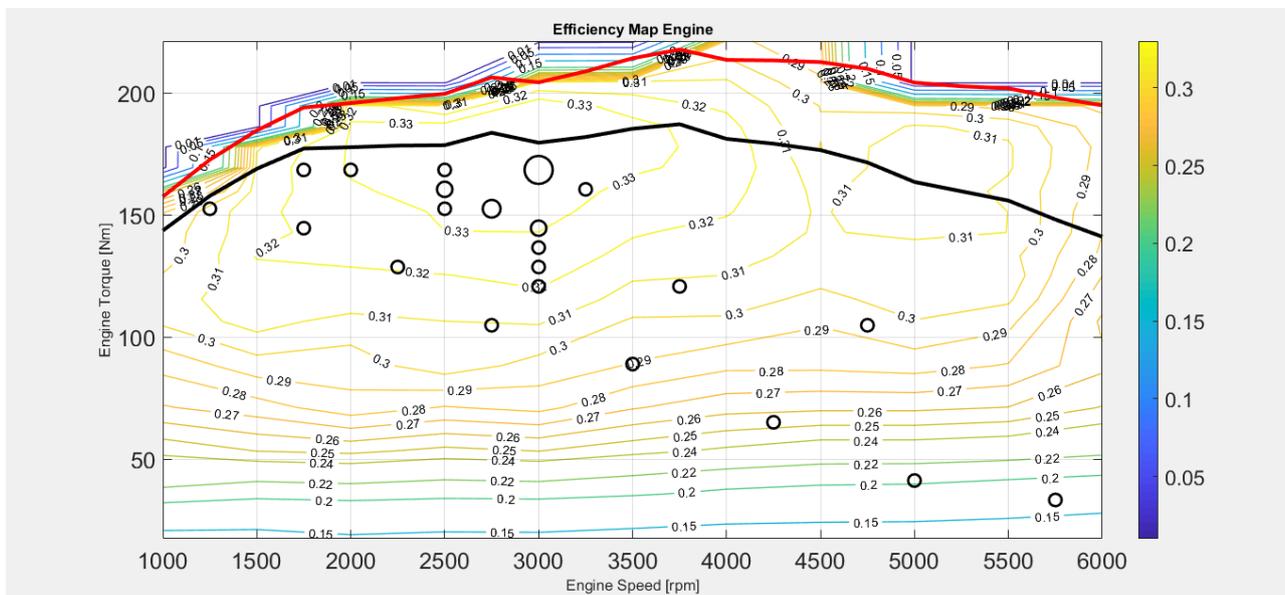


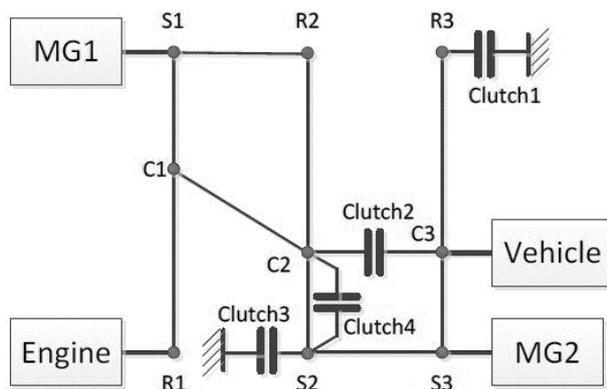
Figura 114 - Punti di funzionamento dell'ICE nel modo EVT

Capitolo 7: Applicazione della procedura al caso di architetture con tre rotismi epicicloidali

GM Two mode

7.1 Presentazione

La configurazione della trasmissione Two Mode di GM è rappresentata in Figura 115 [10]. Lo schema è



composto da tre rotismi epicicloidali in serie in cui sul primo rotismo sono montati il motore elettrico 1 sul solare e il motore a combustione interna sulla corona; sul rotismo intermedio non sono presenti attuatori mentre sul rotismo finale l'output è solidale al portatreno e il motore elettrico 2 è montato sul solare.

Anche in questo caso i dati degli attuatori non sono quelli reali ma sono solo indicativi.

Figura 115 – Schema GM Two Mode

Il sistema presenta un numero di connessioni fisse pari a tre, sono collegati:

- il carrier del primo con il carrier del secondo rotismo
- il sun del primo rotismo con il ring del secondo rotismo
- il sun del secondo rotismo con il sun del terzo rotismo

Grazie all'utilizzo di 4 frizioni dall'algoritmo risultano attivabili i seguenti modi di funzionamento, che effettivamente corrispondono con quelli trovati in letteratura:

MODO	Clutch 1	Clutch 2	Clutch 3	Clutch 4
Input split	X			
Rapporto fisso 1	X			X
Rapporto fisso 2	X	X		
Compound split		X		
Rapporto fisso 3		X		X
Rapporto fisso 4		X	X	

Tabella 13 – Posizione delle frizioni per i vari modi

Gli elementi del powertrain utilizzati hanno le seguenti caratteristiche:

- Batteria – potenza massima: 43 kW
- ICE – coppia massima: 635 Nm @ 3500 rpm
- ICE – potenza massima: 288 kW @ 5200 rpm
- MG1 – coppia massima: 3000 Nm
- MG1 – potenza massima: 60 kW
- MG1 – velocità massima: 9000 rpm
- MG2 – coppia massima: 3000 Nm
- MG2 – potenza massima: 60 kW

- MG2 – velocità massima: 9000 rpm

Nei paragrafi successivi i modi sono studiati singolarmente in modo da individuare per ognuno il range di funzionamento e la massima coppia realizzabile.

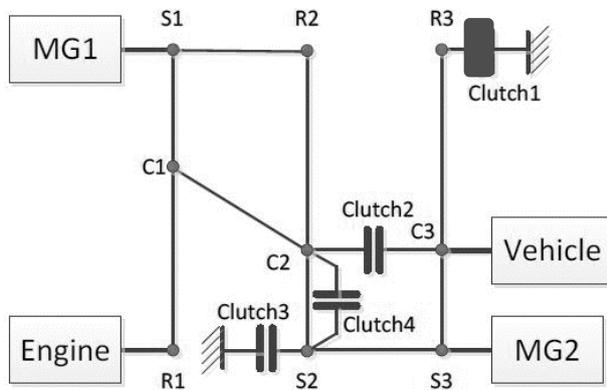
La valutazione dell'efficienza è fatta secondo il principio del charge sustaining.

7.2 Modo input split

Lo schema della configurazione input split è riportato in Figura 116. Il numero di gradi di libertà del sistema è pari a 2, dunque è possibile scrivere:

$$\begin{aligned}\omega_{out} &= f(\omega_e, \omega_{MG1}) \\ \omega_{MG2} &= f(\omega_{out})\end{aligned}$$

La matrice A^* del sistema è:



$$A^* = \begin{bmatrix} 0.0215 & 0.0218 & -0.0209 & 0.0645 \\ 0.0218 & 1.4057 & 2.7459 & 0.0654 \\ -0.0209 & 2.7459 & 5.5545 & -0.0626 \\ 0.0645 & 0.0654 & -0.0626 & 0.1934 \end{bmatrix}$$

Da [11], le relazioni che collegano le velocità angolari, sotto l'ipotesi che tutti i rotismi abbiano $\frac{z_r}{z_s} = 2$ con z numero di denti della ruota dentata

$$\omega_{out} = \frac{2}{3}\omega_e - \frac{1}{3}\omega_{MG1}$$

Equazione 115

Figura 116 - Configurazione input split GM Two Mode

$$\omega_{out} = \frac{1}{3}\omega_{MG2}$$

Equazione 116

Si nota come l'Equazione 116 sia limitante per la velocità massima in questa modalità.

Applicando la procedura per il calcolo di η_{HEV} , descritta nel capitolo precedente, si ottiene:

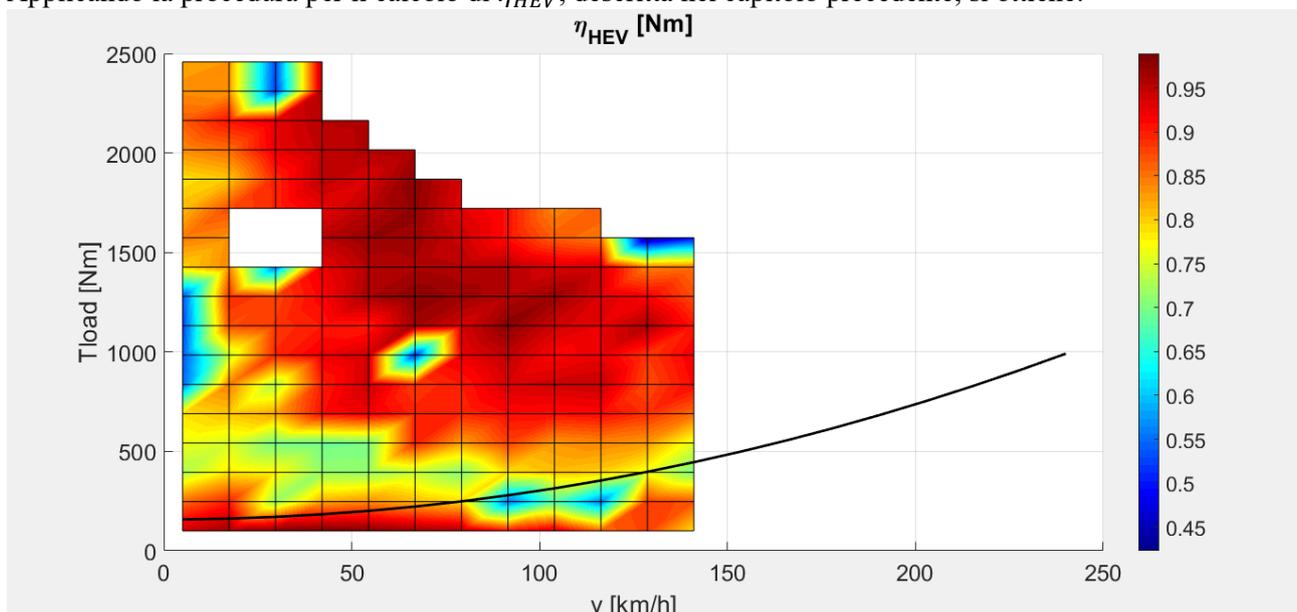


Figura 117 - Grafico efficienza input split per il funzionamento charge sustaining

Il range di funzionamento è esteso fino a velocità dell'ordine dei 140 km/h e permette di ottenere valori di coppia disponibile alle ruote relativamente alti. Il rendimento assume i valori massimi nella zona dei carichi medio bassi. Il punto mancante nel grafico dell'efficienza è dovuto a una non sufficiente discretizzazione degli attuatori.

Nella Figura 118 si nota come i punti di funzionamento del motore a combustione interna scelti dal programma ricoprono l'intera mappa di funzionamento del motore a combustione interna per garantire il funzionamento da charge sustaining.

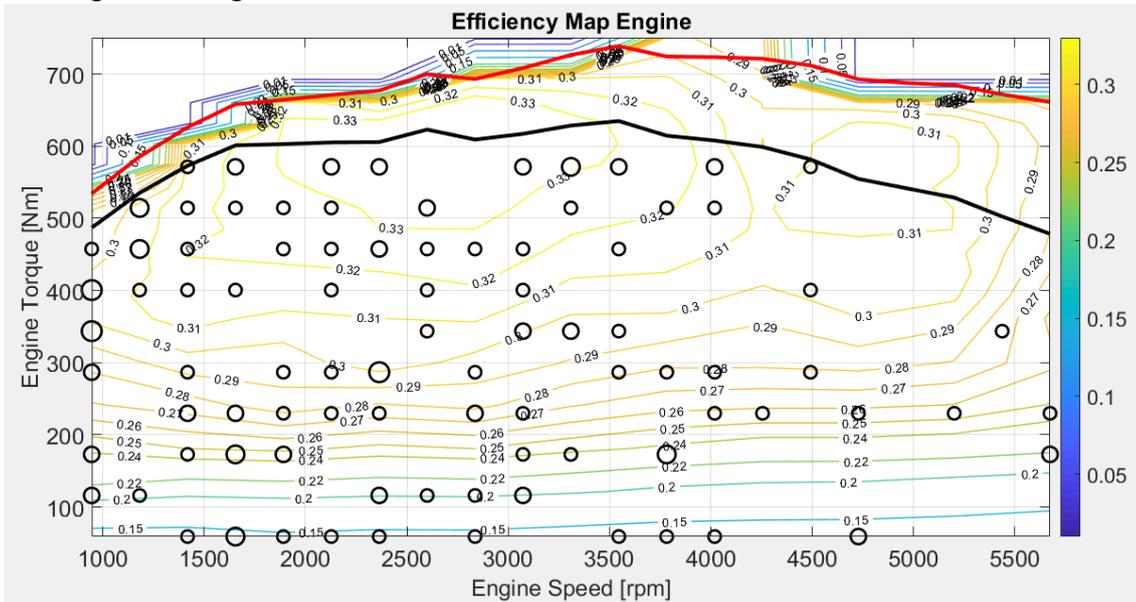


Figura 118 - Punti di funzionamento ICE nel modo input split

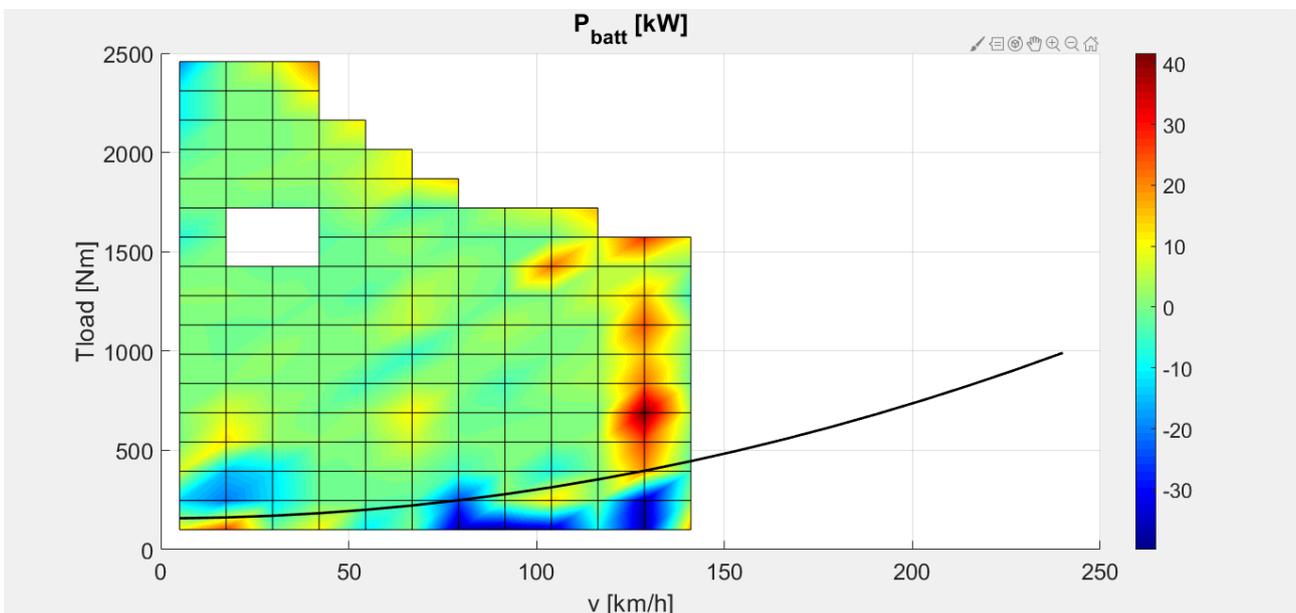
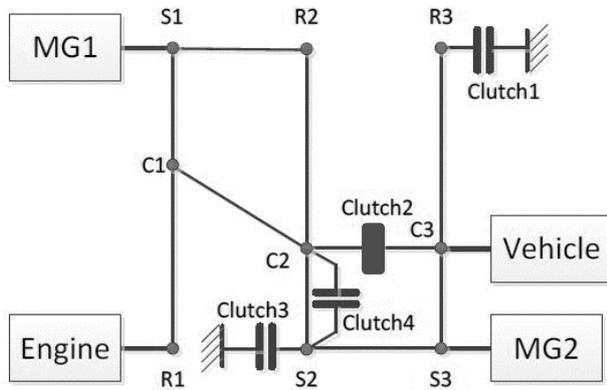


Figura 119 - Potenza richiesta alla batteria nel caso di modo input split

7.3 Compound split



Lo schema della configurazione compound split è riportato in Figura 120. Come per il caso input split i gradi di libertà di libertà del sistema sono 2.

La matrice A^* è la seguente:

$$A^* = \begin{bmatrix} 0.0219 & 0.0183 & 0.0292 & 0.0073 \\ 0.0183 & 0.4176 & -0.7805 & 1.6157 \\ 0.0292 & -0.7805 & 1.6487 & -3.2096 \\ 0.0073 & 1.6157 & -3.2096 & 6.4410 \end{bmatrix}$$

Figura 120 - Schema GM Two mode compound split

Come per il caso precedente da [11], si ricava:

$$\omega_{out} = \frac{4}{3}\omega_e - \frac{1}{3}\omega_{MG2}$$

$$\omega_{out} = \frac{2}{3}\omega_e + \frac{1}{3}\omega_{MG1}$$

Dopo aver applicato l'algoritmo per la valutazione dell'efficienza si ottiene, nel caso di charge sustaining:

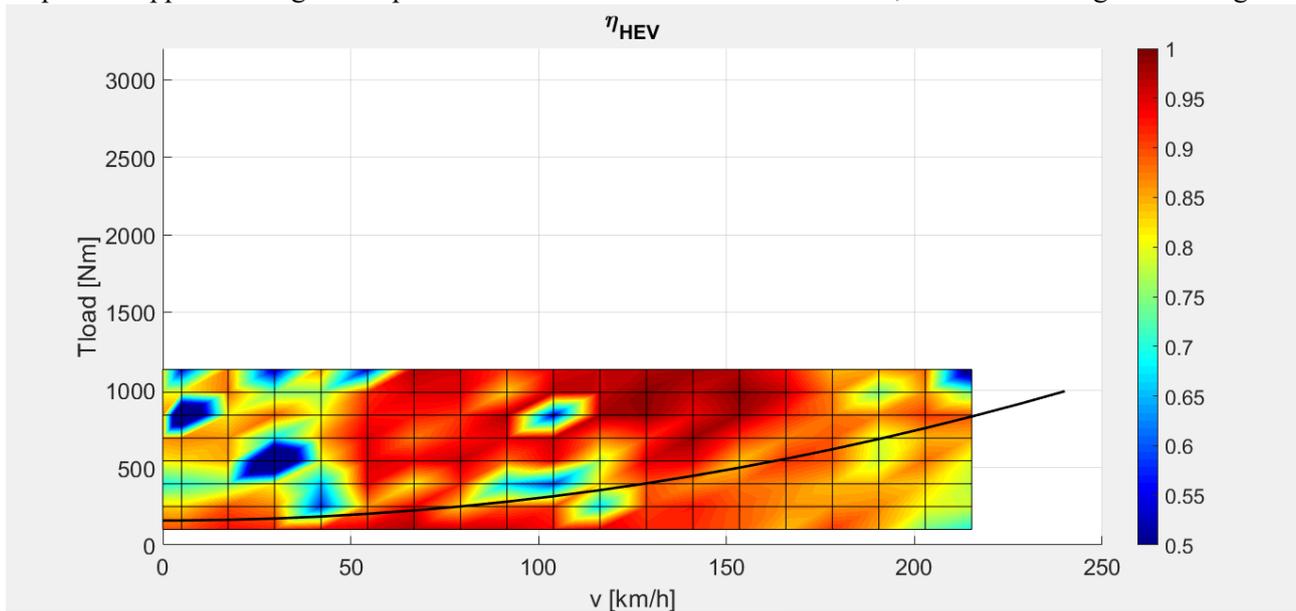


Figura 121 - Grafico efficienza compound split

Rispetto al caso input split, nel compound si riescono ad ottenere delle coppie maggiori ad alta velocità, ma delle coppie minori a bassa velocità.

La modalità compound ha un ampio di range di funzionamento.

I punti a rendimento maggiore sono concentrati verso velocità del veicolo medio alte. Come nel caso input split, nella figura seguente, si può notare come la procedura di ottimizzazione scelga i punti di funzionamento del motore termico sparsi fra l'intera mappa di funzionamento del motore.

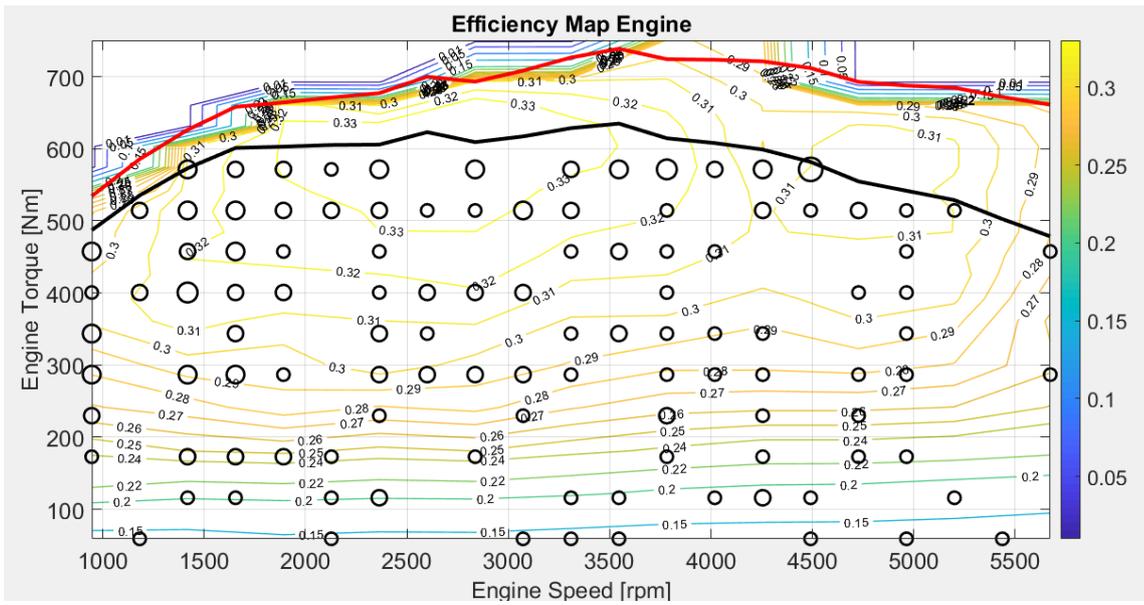


Figura 122 - Punti di funzionamento nel modo compound split

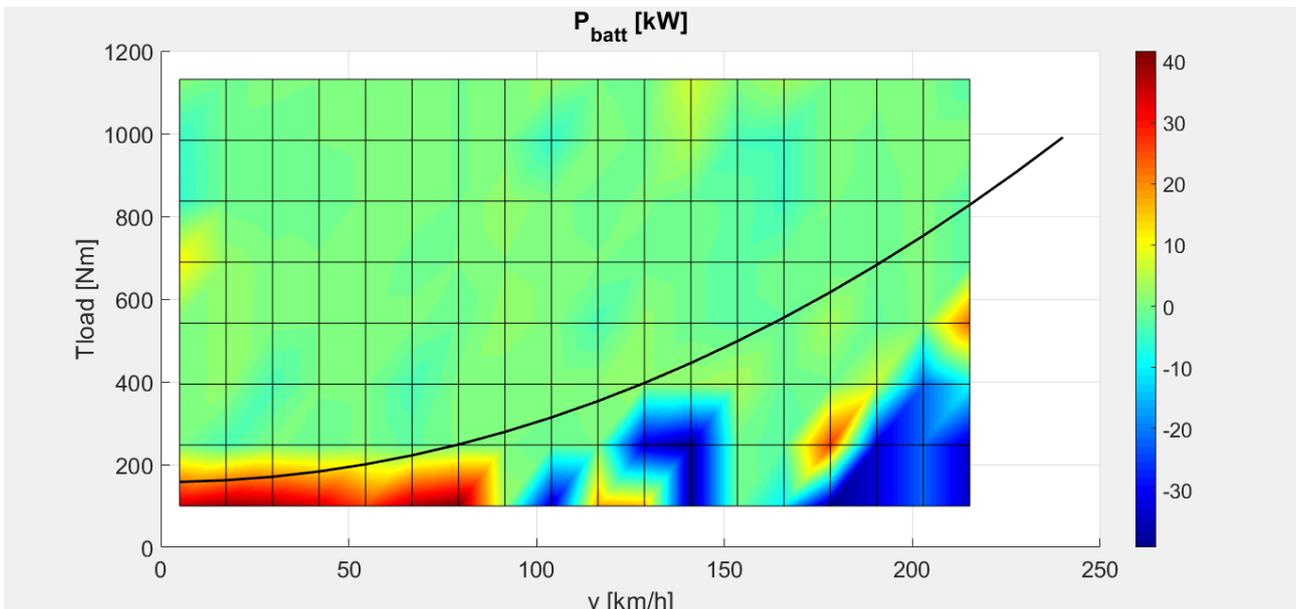


Figura 123 - Potenza richiesta alla batteria nel caso di compound split

7.4 Rapporto fisso 1

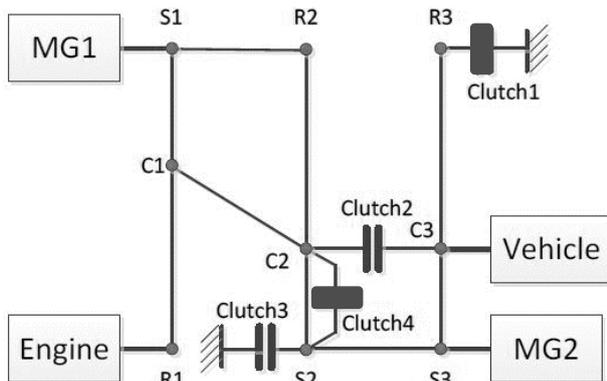


Figura 124 - Schema GM Two FG1

Il rapporto fisso 1 permette di collegare direttamente il motore a combustione interna con le ruote. Si ottiene mettendo a terra il ring del terzo rotismo con la frizione 1 e vincolando i nodi del secondo rotismo a ruotare alla stessa velocità angolare chiudendo la frizione 4.

La matrice A^* calcolata è la seguente:

$$A^* = 0.0202 \begin{bmatrix} 1 & \tau + 1 & \tau + 1 & \tau + 1 \\ \tau + 1 & (\tau + 1)^2 & (\tau + 1)^2 & (\tau + 1)^2 \\ \tau + 1 & (\tau + 1)^2 & (\tau + 1)^2 & (\tau + 1)^2 \\ \tau + 1 & (\tau + 1)^2 & (\tau + 1)^2 & (\tau + 1)^2 \end{bmatrix}$$

È possibile ricavare da A^* i rapporti di trasmissione degli attuatori:

- $\frac{\omega_e}{\omega_{out}} = \tau + 1 = 3$
- $\frac{\omega_{MG1}}{\omega_{out}} = \tau + 1 = 3$
- $\frac{\omega_{MG2}}{\omega_{out}} = \tau + 1 = 3$

Gli elementi del powertrain sono collegati alle ruote con lo stesso rapporto di trasmissione. Tale rapporto permette di aumentare la coppia a bassa velocità, mantenendo un alto livello di efficienza a discapito del range di velocità di funzionamento che è ristretto solo alle basse velocità.

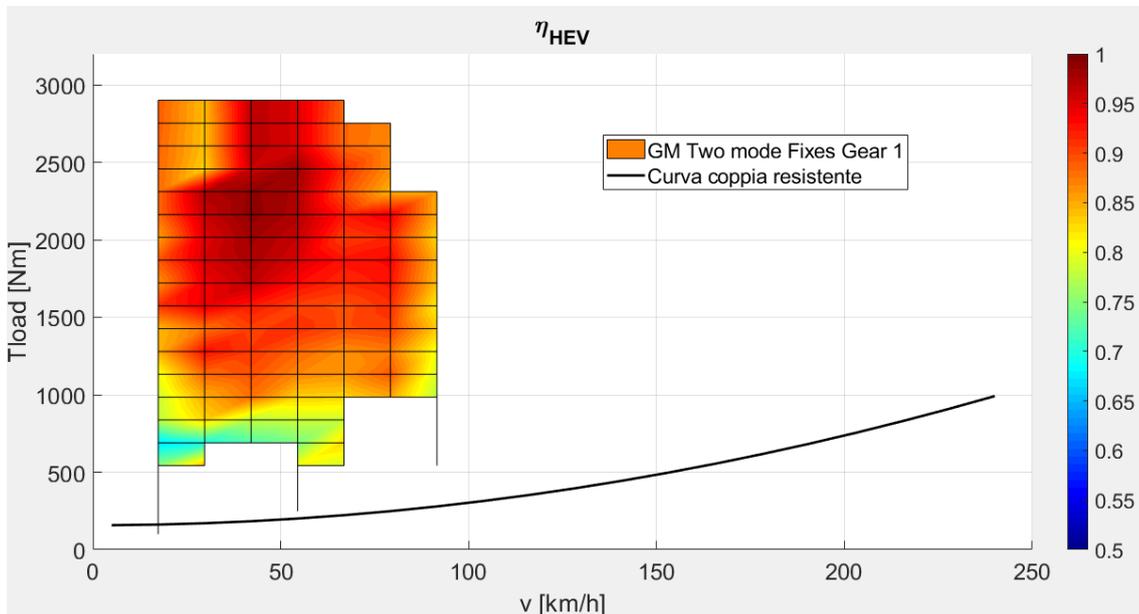
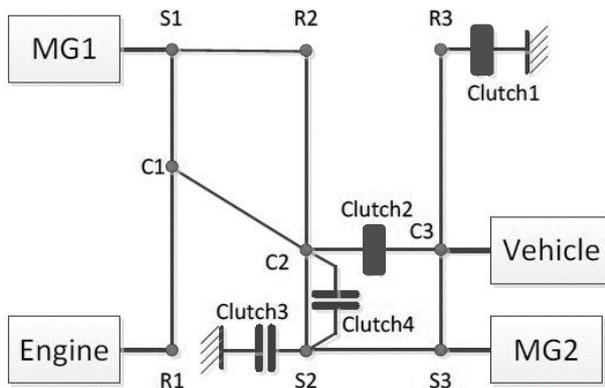


Figura 125 - Grafico efficienza rapporto fisso 1

7.5 Rapporto fisso 2



Il rapporto fisso 2 si ottiene chiudendo le frizioni 1 e 2.

La matrice A^* è la seguente:

Figura 126- Schema GM Two FG2

$$A^* = 0.0214 \begin{bmatrix} 1 & 1 + \frac{1}{\tau} & 0 & (\tau + 1) \\ 1 + \frac{1}{\tau} & \left(1 + \frac{1}{\tau}\right)^2 & 0 & \left(1 + \frac{1}{\tau}\right)(\tau + 1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ (\tau + 1) & \left(1 + \frac{1}{\tau}\right)(\tau + 1) & 0 & \left[\left(1 + \frac{1}{\tau}\right)(\tau + 1)\right]^2 \end{bmatrix}$$

I rapporti di trasmissione dei vari elementi con l'output sono:

- $\frac{\omega_e}{\omega_{out}} = 1 + \frac{1}{\tau} = 1.5$
- $\frac{\omega_{MG1}}{\omega_{out}} = 0$
- $\frac{\omega_{MG2}}{\omega_{out}} = \tau + 1 = 3$

Si nota come il motore elettrico 1 in questa configurazione rimanga fermo.

La curva caratteristica dell'efficienza è la seguente:

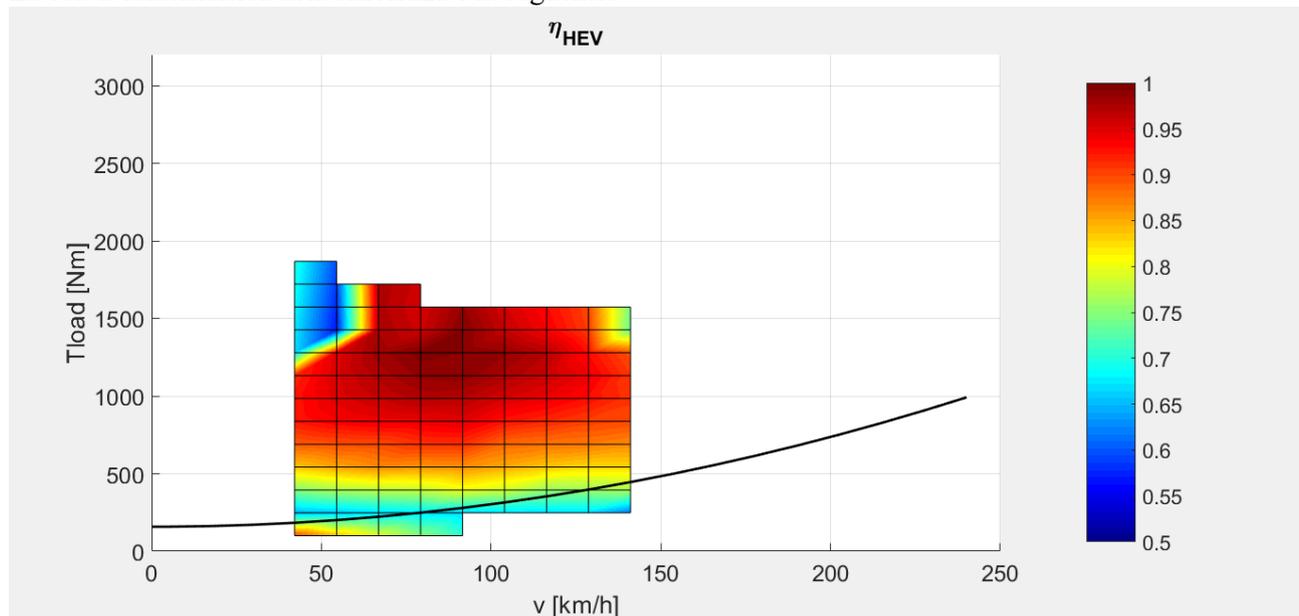
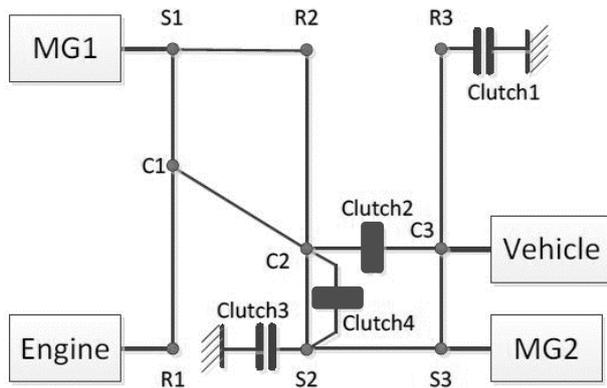


Figura 127 - Grafico efficienza rapporto fisso 2

L'intervallo di funzionamento è limitato alle medie velocità con coppie disponibile alle ruote non elevate, ma ad alta efficienza di funzionamento.

7.6 Rapporto fisso 3



Il rapporto fisso 3 si ottiene chiudendo le frizioni 2 e 4, con cui i rotismi assumono rapporto di trasmissione pari a 1. La matrice A^* è uguale a:

$$A^* = 0.0219 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 128 - Schema GM Two FG3

Poiché i rotismi sono bloccati i rapporti di trasmissione con l'output sono tutti uguali a 1:

- $\frac{\omega_e}{\omega_{out}} = 1$
- $\frac{\omega_{MG1}}{\omega_{out}} = 1$
- $\frac{\omega_{MG2}}{\omega_{out}} = 1$

Applicando l'algoritmo è stata trovata la seguente mappa di funzionamento:

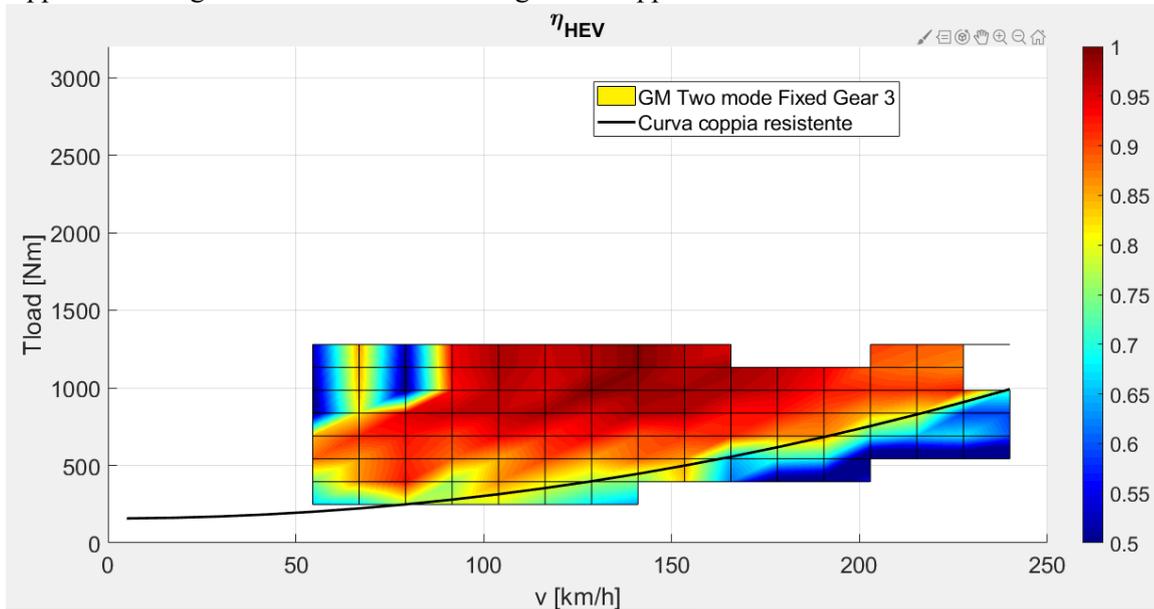
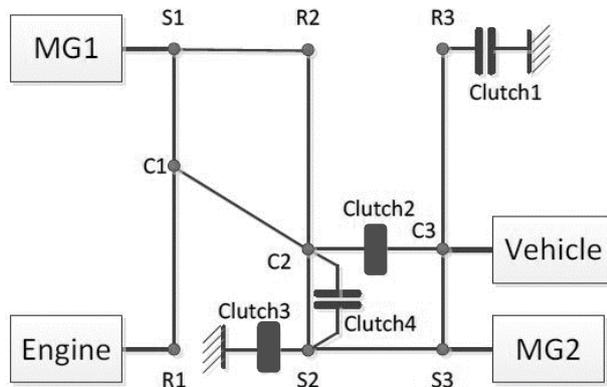


Figura 129 - Grafico efficienza rapporto fisso 3

7.7 Rapporto fisso 4



L'ultimo rapporto di trasmissione è ottenibile chiudendo le frizioni 2 e 4.

In questo caso è il motore elettrico 2 che rimane fermo, come è possibile notare dalla quarta riga della matrice A^* .

Figura 130 - Schema GM Two FG4

$$A^* = 0.0219 \begin{bmatrix} 1 & 1 - \frac{1}{\tau^2} & 1 + \frac{1}{\tau} & 0 \\ 1 - \frac{1}{\tau^2} & \left(1 - \frac{1}{\tau^2}\right)^2 & \left(1 + \frac{1}{\tau}\right)\left(1 - \frac{1}{\tau^2}\right) & 0 \\ 1 + \frac{1}{\tau} & \left(1 + \frac{1}{\tau}\right)\left(1 - \frac{1}{\tau^2}\right) & \left(1 + \frac{1}{\tau}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

I rapporti di trasmissione fra gli attuatori e l'output sono:

- $\frac{\omega_e}{\omega_{out}} = 1 - \frac{1}{\tau^2} = 0.75$
- $\frac{\omega_{MG1}}{\omega_{out}} = 1 + \frac{1}{\tau} = 1.5$
- $\frac{\omega_{MG2}}{\omega_{out}} = 0$

È stato trovato il seguente grafico dell'efficienza:

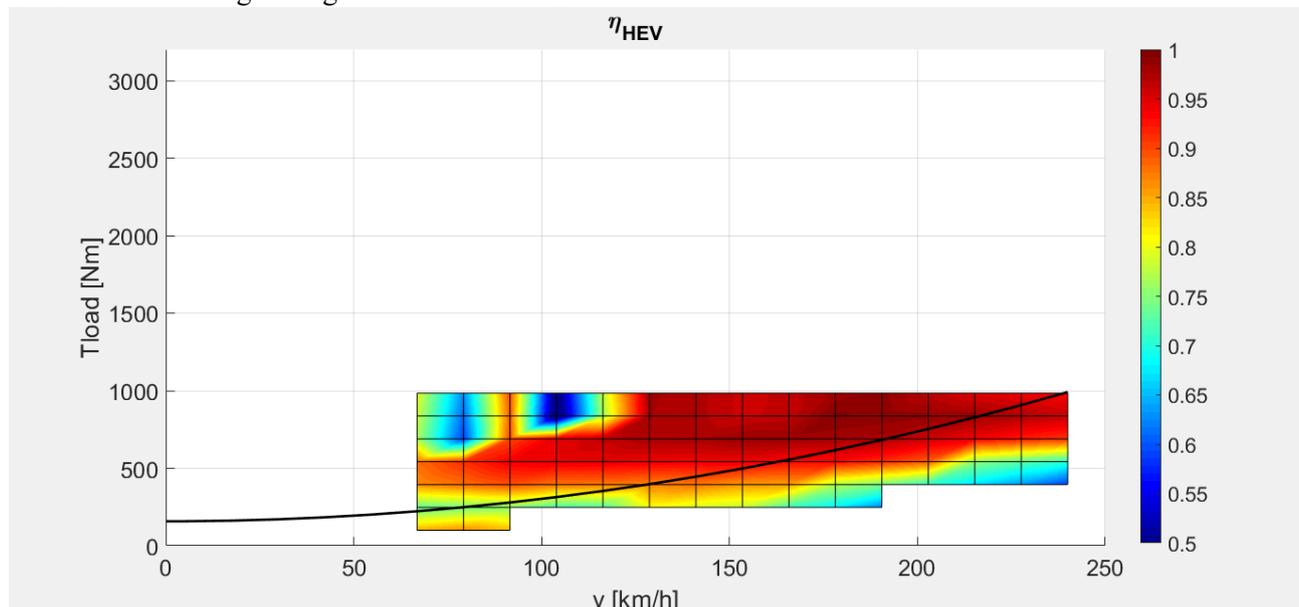


Figura 131 - Grafico efficienza rapporto fisso 4 charge depleting

7.8 Risultati

Sovrapponendo i grafici trovati per i singoli modi è possibile valutare una mappa di funzionamento in cui è possibile identificare il modo di funzionamento in funzione di velocità del veicolo e coppia richiesta alle ruote.

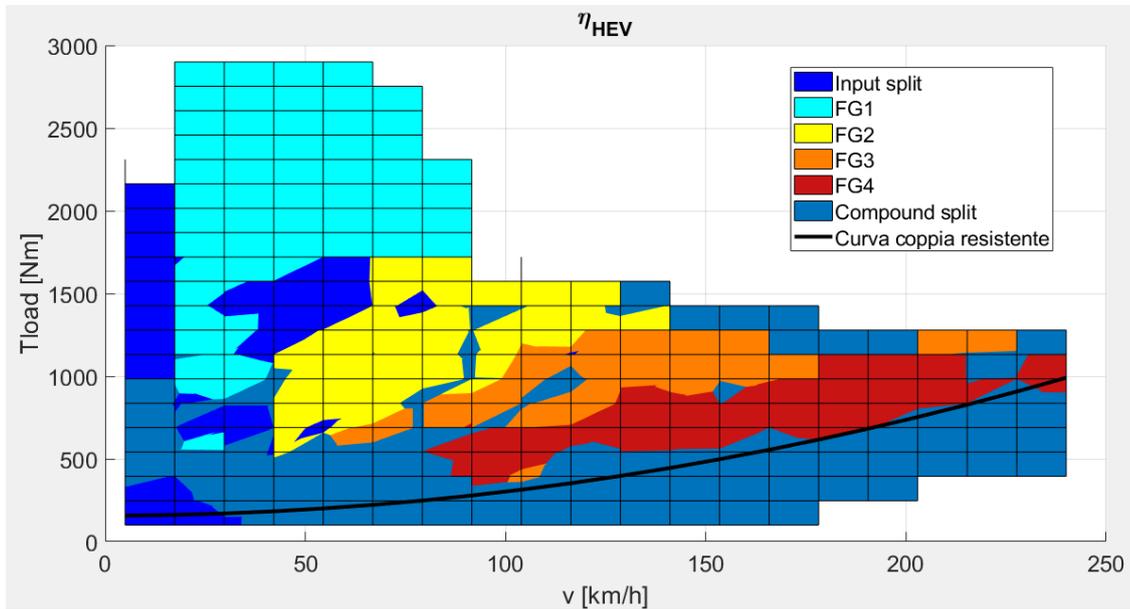


Figura 132 – Risultati della simulazione per la valutazione dell'efficienza nel caso di charge sustaining

Si nota come i rapporti fissi permettono di avere un'efficienza maggiore in determinate zone di funzionamento; il rapporto fisso 1 permette anche di arrivare ad un livello maggiore di coppia alle ruote rispetto al modo input split. Infine, il modo compound risulta il più indicato per ottimizzare il rendimento in decelerazione.

Conclusioni

L'obiettivo iniziale dell'elaborato è stato quello di effettuare uno studio sul processo di modellazione automatica delle configurazioni in una trasmissione ibrida multimodale.

Dopo una prima parte introduttiva è stata descritta nel dettaglio una procedura trovata in letteratura che permette, definito il sistema fisico, di ricavare in modo completamente automatizzato la matrice dinamica del sistema che collega le accelerazioni angolari alle coppie degli elementi del powertrain.

Il capitolo successivo è dedicato all'implementazione della procedura in ambiente Matlab per dei sistemi di trasmissione composti da due e tre rotismi in serie. In particolare, per il caso della trasmissione con due rotismi è stata esaminata la problematica dell'eliminazione delle configurazioni ridondanti: sono stati esaminati diversi metodi di confronto fra le diverse matrici ed è stata ripetuta la procedura utilizzando il metodo simbolico.

I risultati hanno evidenziato una corrispondenza fra le configurazioni trovate con il metodo numerico e le configurazioni trovate con il metodo simbolico, mostrando che con il metodo numerico è possibile che l'algoritmo vada incontro a degli errori di tipo numerico.

Successivamente, utilizzando la definizione di efficienza ricavata dalla procedura trovata in letteratura, è stato creato un algoritmo, applicabile a qualsiasi configurazione, con lo scopo di valutazione dell'efficienza.

Sono state esaminate le configurazioni della Toyota Prius, la prima e la seconda generazione della Chevrolet Volt e il Two mode di GM. Per ognuno di questi veicoli sono state analizzate nel dettaglio le diverse modalità di funzionamento attivabili e per ciascuno sono state esaminate tutte le combinazioni possibili di coppie degli attuatori con l'obiettivo di trovare quella che consenta la massima efficienza o che realizzi il funzionamento secondo l'ottica del charge sustaining.

Per il caso della Toyota Prius i dati dei vari attuatori sono stati memorizzati in delle tabelle che sono state successivamente utilizzate in una simulazione dinamica del sistema su Simulink.

La simulazione riceve come input un profilo di velocità. L'obiettivo è quello di verificare che il modello del veicolo riesca a seguire il profilo di velocità di input imponendo che le coppie e le velocità degli attuatori siano quelle memorizzate nelle tabelle.

I risultati hanno indicato una buona corrispondenza fra la velocità di riferimento e quella simulata.

Provata la validità dei programmi creati, uno sviluppo futuro del lavoro potrebbe prevedere l'applicazione degli algoritmi a configurazioni diverse da quelle considerate, in modo da realizzare uno strumento che permetta di capire la convenienza di una configurazione rispetto ad un'altra. Si potrebbe utilizzare questo metodo per vedere come cambia l'efficienza del sistema modificando le caratteristiche geometriche, sostituendo uno o più attuatori, oppure introducendo delle frizioni permettendo l'attivazione di nuove modalità di funzionamento.

Bibliografia

- [1] Y. Yang e A. Emadi, «Integrated Electro-mechanical transmission systems in hybrid electric vehicles».
- [2] M. Cipek, D. Pavkovic' e J. Petric', «A control-oriented simulation model of a powersplit,» *Applied energy*, 2013.
- [3] C. Ferraresi e T. Raparelli, "Meccanica Applicata", Torino: CLUT.
- [4] T. Grewe, B. Conlon e A. Holmes, «Defining the General Motors 2-Mode Hybrid Transmission,» *Advanced Hybrid Vehicle Powertrains*, 2007.
- [5] A. Du e H. Cai, «An analytic foundation for the Two-mode Hybrid Transmission with a comparison to other hybrid vehicle power split transmission,» in *International conference on transportation, mechanical and electrical engineering*, 2011.
- [6] X. Zhang, S. Li, H. Peng e J. Sun, «Efficient exsaustive search of power split hybrid powertraind with multiple planetary gears and clutches,» *Dynamic systems measurement and control*, 2015.
- [7] W. Zhuang, X. Zhang, Y. Ding, L. Wang e X. Hu, «Comparison of multi-mode Hybrid powertrains with multiple planetary gears,» *Applied energy*, n. 178, 2016.
- [8] L. Serrao, S. Onori e G. Rizzoni, «A comparative analysis of energy management strategies for Hybrid Electric vehicles,» *Journal of dynamic systems, measurement and control*, vol. 133, 2011.
- [9] G. Genta e L. Morello, *The Automotive Chassis Volume 2*, Springer.
- [10] W. Zhuang, X. Zhang, D. Zhao, H. Peng e L. Wang, «Optimal design of three-planetary-gear power-split hybrid powertrains».
- [11] J. Kim, T. Kim, B. min, S. Hwang e H. Kim, «Mode control strategy for a two model hybrid electric vehicle using electrically variable transmission and fixed gear mode,» *Transactions on vehicular technology*, vol. 60, n. 3, 2011.