POLITECNICO DI TORINO



Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Progettazione a frattura per mezzo di tecniche numeriche avanzate

Relatore:

Prof. Eugenio Brusa

Candidato:

Carmelo Tilaro

APRILE 2019

Sommario

IN	INTRODUZIONE				
1	1 MECCANICA DELLA FRATTURA LINEARE ELASTICA				
	1.1	INTR	ODUZIONE	9	
	1.2	FATT	ORE DI INTENSIFICAZIONE DEGLI SFORZI	.13	
	1.3	TENS	IONI E DEFORMAZIONI ALL'APICE DELLA CRICCA	.17	
	1.4	PROF	PAGAZIONE DIAGRAMMA DA/DN	.19	
	1.5	DURE	EZZA DEI MATERIALI	.23	
	1.6	CON	TROLLI NON DISTRUTTIVI	.23	
	1.6	.1	TEST A ELETTROMAGNETI	.24	
	1.6	.2	TEST A LIQUIDI PENETRANTI	.25	
	1.6	.3	TEST RADIOGRAFICO	.28	
	1.6	.4	TEST AD ULTRASUONI	.29	
2	MET	ODI N	UMERICI DI RISOLUZIONE	.32	
	2.1	MET	ODO AGLI ELEMENTI FINITI	.32	
	2.2	MET	ODO AGLI ELEMENTI FINITI ESTESO (XFEM)	.36	
	2.3	THE (CRACK BOX TECHNIQUE	.36	
	2.4	THE	3OUNDARY ELEMENT METHOD (BEM)	.38	
3	MET	ODI D	I VALUTAZIONE A FRATTURA DI STRUTTURE SALDATE	.39	
	3.1	INTR	ODUZIONE	.39	
	3.2	TIPO	LOGIE DI DIFETTI DI SALDATURA	.39	
	3.2	.1	POROSITA' E CRICCHE	.40	
	3.2	.2	INCLUSIONI	.43	
	3.2	.3	PENETRAZIONE INCOMPLETA	.43	
	3.2	.4	RESTRINGIMENTI DEL CORDONE	.43	
	3.2	.5	INCOLLATURE	.43	
	3.3	ELEN	IENTI IN PRESSIONE	.44	
	3.4	ENGI	NEERING CRITICAL ASSESSMENT (ECA)	.46	
	3.4	.1	METODI ECA SPECIFICI: ASME/API	.47	
	3.5 VALU		ITAZIONE A FATICA DI STRUTTURE SALDATE TRAMITE MFLE	.48	
	3.5.1		DIMENSIONI INIZIALI E FINALI DELLA CRICCA	.50	
	3.6	VALU	ITAZIONE A FATICA DELLE TENSIONI LOCALIZZATE	.52	
	3.6.1		TENSIONI NOMINALI	.53	
	3.6	.2	NOTCH STRESS	.56	
	3.7	ESEM	IPIO DI UN'APPLICAZIONE PRATICA	.58	
4	MAT	ERIAL	I PIEZOELETTRICI	.59	

	4.1	INTRODUZIONE			
	4.2	TIPO	LOGIE DI MATERIALI PIEZOELETTRICI	61	
	4.3	CARA	ATTERISTICHE FISICHE	62	
	4.4	PROF	PAGAZIONE DELLE CRICCHE NEI MATERIALI PIEZOELETTRICI	64	
	4.5	STUE	DIO DEL FENOMENO	65	
	4.5.	1	CONDIZIONI DI BORDO	70	
4.5 4.5.		2	ESEMPIO LASTRA PIANA CON DIFETTO AL CENTRO	72	
		3	CURVE DI RESISTENZA AL CRESCERE DELLA CRICCA	74	
	4.5.	4	CARICHI DINAMICI	77	
	4.6	ANAI	LISI DEFORMAZIONI PIEZOELETTRICO	79	
	4.6.	1	CRITERIO GENERALIZZATO DI IRWIN	80	
	4.6.	2	FORMULAZIONE DEL PROBLEMA	82	
5	CASC) STUE	DIO: COMPORTAMENTO ELETTROMECCANICO LAMINA	85	
	5.1	OTTI	MIZZAZIONE FORMA DELLA LAMINA	86	
	5.2	FORM	MA OTTIMIZZATA	88	
	5.3	MOD	DELLO FEM	90	
6	APPL	ICAZI	ONE ENERGY HARVESTING	95	
	6.1	DESC	RIZIONE MATERIALE	95	
	6.2	PRIN	CIPIO DI FUNZIONAMENTO		
	6.3	APPL	ICAZIONE HUMAN BODY		
С	CONCLUSIONI				
BI	BIBLIOGRAFIA				
Sľ	SITOGRAFIA1				

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1-1: Liberty ship: rottura fragile (sx), e cedimento motore aerospaziale (dx).	9
Figura 1-2: Cedimento ponte di Point Pleasant	10
Figura 1-3: Curve tensione-deformazione per acciai.	11
Figura 1-4: Esempio cricca di frattura.	12
Figura 1-5: Esempio lastra con difetto centrale passante	12
Figura 1-6: Modello di lastra con difetto centrale sottoposta a trazione	14
Figura 1-7: Andamento del coefficiente di forma Y in funzione di 2a/w	15
Figura 1-8: Regione di rottura.	15
Figura 1-9: Modi di apertura di una cricca, da sx a dx: I, II, III	16
Figura 1-10: Zona di deformazione plastica all'apice della cricca	17
Figura 1-11: Da sx a dx: Lineare elastica, elasto-plastica, completamente plastica, plasticità diffusa	18
Figura 1-12: Tre differenti regioni che descrivono la propagazione a fatica della cricca.	21
Figura 1-13: Propagazione della cricca in relazione alla tensione media R	21
Figura 1-14: Giogo magnetico, modello Silver Yoke	25
Figura 1-15: Prodotti usati durante il test.	26
Figura 1-16: Rilevazione difetti tramite liquido penetrante	27
Figura 1-17: Fasi dell'esecuzione del test	28
Figura 1-18: Principio di funzionamenteo del test a Ultrasuoni	30
Figura 1-19: Applicazione gel e trasduttore	30
Figura 2-1: Elemento isoparamentrico a 8 nodi	33
Figura 2-2: Elementi quadrangolari parabolici e funzioni di forma	34
Figura 2-3: Tecnica Crack box e distinzione tra zone	37
Figura 3-1: Radiografie di diversi tipi di difetti, da sx a dx: cricche longitudinali, porosità, penetrazione incompleta e inclusioni di scorie	40
Figura 3-2: Presenza di pori all'interno del cordone	41
Figura 3-3: Cricca da fatica al piede del cordone	42
Figura 3-4: Numero di esplosioni in USA	44
Figura 3-5: Pendolo di Charpy	45
Figura 3-6: Tipologie di cricche	49
Figura 3-7: Trasferimento da NDT in difetti ellittici	49
Figura 3-8: Tre differenti regioni che descrivono la propagazione a fatica della cricca.	51
Figura 3-10: Distribuzione delle tensioni in una piastra: di membrana, a flessione e di picco	52
Figura 3-11: Tensioni relative ai tre approcci alla fatica.	53
Figura 3-12: Giunto cruciforme, tensioni nominali di saldatura.	54
Figura 3-13: Definizione tensione Hot-spot	55
Figura 3-14: Distribuzione di tensione dovuta all'intaglio	57

Figura 3-15: Geometria idealizzata tramite uso di raggi di riferimento	57
Figura 3-15: Piastra con rinforzi laterali saldati e con difetti superficiali	58
Figura 4-1: Trasduttori piezoelettrici	59
Figura 4-2: Struttura cristallina di un piezoelettrico ceramico tradizionale (BaTiO3) ad una temperatura più (a) e più bassa (b) del punto di Curie	alta 61
Figura 4-3: Dipolo elettrico	62
Figura 4-4: Proporzionalità tra polarizzazione e campo elettrico	63
Figura 4-5: Curva di isteresi di polarizzazione per materiale piezoelettrico.	67
Figura 4-6: Curva di isteresi di deformazione per materiale piezoelettrico	68
Figura 4-7: Campi singolari all'apice della cricca	69
Figura 4-8: Linee di campo elettrico all'apice della cricca: impermeabile (linee piene) e permeabile (linee tratteggiate) a sx, conduttore (linee continue) e a permeabilità limitata (linee tratteggiate) a dx	71
Figura 4-9: Difetto di Griffith con polarizzazione perpendicolare e campo elettrico applicato	72
Figura 4-10: Confronto tra ERR e campo elettrico per diversi valori di permittività relativa	73
Figura 4-11: Curva di resistenza per materiale piezo: polarizzato parallelamente (A), perpendicolarmente (C trasversalmente (B) alla direzione della cricca.	:) e 74
Figura 4-12: Andamento energia meccanica ed elettromeccanica totale durante la propagazione della cricc	a. 75
Figura 4-13: Provino CT con carico meccanico ed elettrico applicati perpendicolarmente alla cricca.	75
Figura 4-14: Carichi critici di frattura in relazione al campo elettrico applicato per un provino CT.	76
Figura 4-15: Provino di tipo SENB polarizzato e caricato su 4 punti	76
Figura 4-16: Confronto tra curve teoriche (tratteggio corto) e sperimentali (tratteggio lungo)	77
Figura 4-17: SIF in relazione al tempo meccanico o elettrico di impatto	78
Figura 5-1: Schema base di un componente per il recupero dell'energia	85
Figura 5-2: Modello elettromeccanico di un componente piezoelettrico per il recupero dell'energia	86
Figura 5-3: Due diverse configurazioni per lo steso elemento: forma trapezoidale (sx) e trapezoidale rovescie (dx)	ata 87
Figura 5-4: Distribuzione delle tensioni lungo la lamina per le due configurazioni, trapezoidale (a) e rovescia (b)	ito 88
Figura 5-5: Prototipi ottimizzati con stesse frequenze di risonanza e stessi volumi (a, b) o stessa larghezza trasversale (c,d).	89
Figura 5-6: Potenze ottenute da componenti di forma ottimizzata	90
Figura 5-7: Modellazione agli elementi finiti di una lamina rettangolare	90
Figura 5-8: Primi 4 modi di vibrazione per un componente di forma rovesciata	91
Figura 5-9: Andamento della potenza specifica al variare dei carichi resistivi applicati, per un elemento di fo rettangolare	rma 92
Figura 5-10: Distribuzione della tensione elettrica sulla superficie dell'elemento di forma considerata	93
Figura 6-1: Materiale visto al microscopio elettronico a scansione con sorgente ad emissione di campo (FE- SEM)	96
Figura 6-2: Vista 3D della superficie topografica del materiale.	97

Figura 6-3: Materiale visto al microscopio elettronico a scansione con sorgente ad emissione di campo (FE- SEM)			
Figura 6-4: Tensione generata dal battito cardiaco	98		
Figura 6-5: Tensione generata da getto d'aria	98		
Figura 6-6: tensione generata da frequenza sonora.	99		
Figura 6-7: Dipendenza della tensione dalla pressione applicata.	99		
Figura 6-8: Principio di funzionamento di un componente sottoposto a cicli di carico e scarico in compr	ressione. 100		
Figura 6-9: Confronto all'aumentare del numero di unità	101		
Figura 6-11: Tensione generata dal test con foglie di mango	102		
Figura 6-10: Tensione generata durente il colpo di tosse (sx) e durante la deglutizione (dx)	102		

INTRODUZIONE

Il seguente lavoro di tesi è stato svolto con l'obiettivo di studiare, approfondire e illustrare il comportamento elettromeccanico dei materiali piezoelettrici e quello in presenza di cricche di frattura contenute nel materiale. All'inizio della trattazione è stato introdotto e analizzato il tema della meccanica della frattura lineare elastica (MFLE) e come esso venga trattato e applicato in campo industriale. Sono stati trattati i principali metodi non distruttivi (NDT "*Non destructive tests*") per la rilevazione dei difetti presenti nei materiali e necessari al fine di individuare eventuali cricche potenzialmente pericolose per l'integrità dei componenti e che ne riducano i cicli di vita utile.

Per la risoluzione dei problemi riguardanti la MFLE e il calcolo del Fattore di intensificazione degli sforzi invece, sono stati illustrati i vari metodi numerici utilizzati per la discretizzazione e il calcolo agli elementi finiti sviluppati dalla ricerca e usati in tale campo.

Un altro importante campo in cui la MFLE è ampiamente utilizzata è quello delle strutture saldate, e nel terzo capitolo vengono trattati alcuni aspetti riguardanti proprio questo settore. Nelle strutture saldate infatti, il metallo d'apporto usato per la formazione dei giunti genera delle inevitabili discontinuità interne al materiale e quindi inevitabili formazioni di tensioni localizzate e pericolosi intagli geometrici. Anche i numerosi difetti contenuti all'interno del materiale fuso che solidificando rimangono intrappolati possono dare vita a cricche di frattura e portare il materiale prematuramente ad una rottura fragile.

In particolare, dopo aver illustrato i tipi di difetti che possono essere riscontrati all'interno delle strutture saldate e rilevati mediante i metodi NDT precedentemente studiati, si passa ai metodi di valutazione della resistenza di tali strutture e allo studio delle normative specifiche utili a dettare le linee guida generali per la progettazione a frattura di tali elementi (come ASME/API). Sono state valutate le tensioni generate dalla fatica all'interno dei componenti e illustrata un'applicazione pratica di valutazione tramite MFLE.

Il quarto capitolo invece, tratta dei materiali piezoelettrici e del loro uso sempre maggiore in numerose applicazioni ingegneristiche grazie soprattutto alle loro proprietà elettromeccaniche. Dopo averne esaminato le caratteristiche e proprietà geometriche, se ne è studiato il loro comportamento a frattura, analizzando dei casi semplici di provini di materiale piezoelettrico contenente dei difetti interni e studiando il principio fisico che governa il loro comportamento a frattura e l'andamento delle tensioni meccaniche ed elettriche a seguito della propagazione della cricca, ma anche la loro deformazione. Per quest'analisi è stata analizzata agli elementi finiti una lamina di materiale piezoelettrico incastrata ad un estremo e libera nell'altro e ne sono state fatte le adeguate misurazioni.

Infine, nel sesto e ultimo capitolo è stato trattato uno dei campi in cui i materiali piezoelettrici stanno prendendo piede negli ultimi anni che è quello dell'*Energy Harvesting*, in cui si cerca di sfruttare l'effetto piezoelettrico per ricavare, immagazzinare e produrre energia elettrica dalla vibrazione meccanica del materiale. Di particolare interesse è il loro utilizzo in campo medico e in applicazioni riguardanti il corpo umano e i movimenti da esso prodotti, anche quelli più impercettibili, che grazie all'elevata sensibilità di questi materiali, possono essere rilevati e convertiti in energia elettrica utile.

1 MECCANICA DELLA FRATTURA LINEARE ELASTICA

1.1 INTRODUZIONE

La Meccanica della frattura è quella branca della Meccanica che si è sviluppata solo in tempi relativamente recenti, e che presenta un approccio diverso rispetto alla Meccanica Classica per quanto riguarda il dimensionamento e la progettazione di strutture o organi di macchina. La differenza sostanziale consiste nel presupporre che nelle strutture siano presenti dei difetti (principalmente cricche) che ne limitino la vita utile e portino ad una rottura precoce (Figura 1-1) dei componenti nel caso in cui non vengano adeguatamente considerate.



Figura 1-1: Liberty ship: rottura fragile (sx), e cedimento motore aerospaziale (dx).

Il fenomeno della frattura venne considerato dal momento in cui furono costruite le prime grandi strutture metalliche, ma soprattutto quando si diffuse considerevolmente l'utilizzo della saldatura come metodo di giunzione. Questo procedimento venne usato in maniera massiva dagli inizi degli anni '40 prevalentemente per esigenze belliche nelle costruzioni navali, esso



Figura 1-2: Cedimento ponte di Point Pleasant

consente di creare strutture monolitiche e risulta molto utile quando si vuole avere una certa continuità tra materiali di elementi diversi. L'utilizzo della saldatura in un giunto ne indebolisce la struttura, proprio perché è abbastanza frequente rilevare delle difettosità all'interno del cordone di saldatura (cricche, porosità, inclusioni, fusione incompleta di materiale ecc), che dunque risulta la zona più fragile della struttura e quella dalla quale è più probabile che si inneschi una frattura (Figura 1-2). La necessità di avere una continuità all'interno della struttura consente di avere una resistenza meccanica uniforme ma anche una resistenza uniforme alla corrosione da agenti esterni, da un altro punto di vista però permette anche il propagarsi di cricche tra gli elementi collegati con conseguenze spesso catastrofiche, cosa che non si verifica ad esempio utilizzando dei collegamenti bullonati.

La necessità di adottare un approccio diverso rispetto a quello classico si è avuta a seguito di alcuni cedimenti inaspettati di strutture, avvenute nonostante queste fossero sollecitate da sforzi ben inferiori a quelli massimi. Escludendo i casi in cui era stato evidente un errore di progettazione, dalle analisi eseguite sulle rotture risultò che in molti altri casi il cedimento fosse avvenuto proprio in corrispondenza delle saldature e che in queste fossero presenti appunto dei difetti.

La frattura fragile, a differenza della rottura per snervamento, si verifica in modo improvviso e si propaga molto rapidamente, con velocità dell'ordine del migliaio di metri al secondo. Inizialmente i progettisti provarono ad ovviare a questo tipo di rotture aumentando il coefficiente di sicurezza oppure scegliendo dei materiali alto-resistenziali, ma questo portava ad avere delle strutture eccessivamente pesanti con costi elevati e una diminuzione delle relative prestazioni, poiché un materiale ad elevata resistenza presenta una limitata capacità di assorbire energia prima di arrivare a rottura.

Per studiare il problema del cedimento improvviso di un materiale sollecitato da tensioni nominali, bisogna studiare approfonditamente i tre fattori che costituiscono il sistema:



Figura 1-3: Curve tensione-deformazione per acciai.

- Lo stato di tensione;
- Il materiale;
- L'ambiente;

Lo stato di tensione risulta generalmente noto e viene influenzato a livello microscopico dalla presenza della cricca (Figura 1-3), che è l'elemento base della meccanica della frattura e rappresenta nient'altro che una mancanza di materiale e che viene descritta da tre parametri fondamentali:

- Lunghezza: che è di molto inferiore alla dimensione del corpo danneggiato;
- Larghezza: che può essere pari alla larghezza del pezzo per cricche passanti oppure minore per cricche non passanti;
- Spessore: che però risulta trascurabile rispetto alle altre dimensioni;



Figura 1-4: Esempio cricca di frattura.

Il materiale viene idealmente considerato come un mezzo continuo, isotropo e omogeneo ma in realtà per la presenza di difetti (Figura 1-4) esso è sia disomogeneo che anisotropo.

Infine, non va sottovalutato l'ambiente dove il componente opera perché esso interagisce sinergicamente con gli altri due elementi prima citati. In Figura 1-5 un esempio di studio classico della MFLE.



Figura 1-5: Esempio lastra con difetto centrale passante.

Il primo ad occuparsi della frattura nei materiali fu l'ingegnere britannico *A. A. Griffith* (1893-1963), che fu un pioniere di questo fenomeno e uno dei primi ad affermare che gli sforzi nei materiali si concentravano maggiormente in corrispondenza di cricche o altre imperfezioni (1921).

Egli inoltre affermò che esistono due condizioni da rispettare affinché una cricca si propaghi:

- La prima è che la propagazione sia energeticamente favorevole, cioè che l'energia accumulata nel materiale diminuisca ad ogni stadio della propagazione della fessura, e questo implica che ci sia una quantità di energia che viene rilasciata a causa della rottura dei legami all'interno del materiale e che viene indicata con G (*energy release rate*);
- La seconda presuppone l'esistenza di un meccanismo molecolare che favorisca la trasformazione dell'energia.

La teoria del professor *Griffith*, basata fondamentalmente su un approccio di tipo energetico, venne poi estesa da *Irwin* e *Orowan* qualche decennio dopo. Essi introdussero il concetto di "Fattore di intensificazione degli sforzi" e nei loro studi tennero conto anche della zona plastica generata all'apice della cricca a causa delle elevate tensioni localizzate in quel punto (1957). Per quanto riguarda la propagazione del difetto e per poter prevedere la vita utile di una struttura sottoposta a carichi variabili, fu invece *Paul C. Paris* a stabilire una legge (1964) che ne regolasse il comportamento e prende il nome proprio dal suo inventore.

Di particolare importanza risultò il modello proposto da *Westergaard* che permette di calcolare le tensioni presenti all'apice di una cricca passante di lunghezza 2a su una lastra piana sollecitata a trazione come in figura. In particolare, *Westergaard* notò che in quel punto era presente una zona plasticizzata e che lo stato di sollecitazione non risultava più uniforme a causa della cricca.

1.2 FATTORE DI INTENSIFICAZIONE DEGLI SFORZI

Per il calcolo dello stato di tensione si consideri un elemento infinitesimo individuato da due coordinate $r \in \theta \operatorname{con} r \ll a$. Le equazioni che individueranno lo stato di tensione saranno funzione dei due precedenti parametri e moltiplicati per un parametro K che prende il nome di "Fattore di intensificazione degli sforzi" (*Stress Intensity Factor*), si misura in MPa \sqrt{m} ed è definito come:

$$K = \sigma \sqrt[2]{\pi a}$$
(1.1)

Figura 1-6: Modello di lastra con difetto centrale sottoposta a trazione.

Questo nuovo parametro si è rilevato di particolare importanza poiché, oltre a definire e caratterizzare il campo degli sforzi all'apice della cricca (Figura 1-6) è in grado anche di prevedere la resistenza a frattura di un materiale. Si definisce infatti un valore critico K_c detto "tenacità alla frattura" che rappresenta il valore limite raggiungibile da K oltre il quale la cricca si propagherà in modo instabile e porterà a rottura il pezzo. La forma generale dell'equazione è invece:

$$K = Y \sigma \sqrt[2]{a} \tag{1.2}$$

In cui viene introdotto il fattore di forma adimensionale *Y* che dipende dalla geometria del sistema, dalla forma del difetto e dal tipo di sollecitazione e presenta delle formulazioni e valori diversi a seconda dei casi. Generalmente esso aumenta con l'aumentare delle dimensioni della cricca come illustrato nella Figura 1-7.



Figura 1-7: Andamento del coefficiente di forma Y in funzione di 2a/w

Diagrammando i parametri *a*, *K* e σ è possibile tracciare le curve illustrate in Figura 1-8:



Figura 1-8: Regione di rottura.

Tramite questo diagramma infatti, data una cricca di lunghezza nota 2a e un valore di K_c proprio di ogni materiale, è possibile stabilire un valore di σ_{max} applicabile al componente e al di sotto del quale la cricca risulta stabile e che ovviamente, diminuirà all'aumentare della lunghezza della cricca stessa.

Il parametro K come definito in precedenza, descrive il caso più semplice di sollecitazione e deformazione della cricca, che è quello relativo al modo I di apertura che è anche quello più diffuso e studiato.

Sono stati individuati tre diversi modi in cui si può verificare la frattura e sono di seguito illustrati in Figura 1-9:



Figura 1-9: Modi di apertura di una cricca, da sx a dx: I, II, III.

Questa distinzione è stata introdotta dalle equazioni di *Westergaard* che appunto descrivono i tre modi di separazione delle superfici del difetto. Il modo I è anche detto modo di apertura, qui le deformazioni risultano simmetriche sia rispetto al piano x-y che al piano x-z, ed è tipico delle fratture fragili in componenti che si trovano in stato di deformazione piano. Il modo II, detto anche modo di scorrimento presenta deformazioni simmetriche rispetto al piano x-y e antisimmetriche rispetto al piano x-z. Nel modo III invece le deformazioni risultano antisimmetriche in entrambi i piani e le due superfici di frattura scorrono l'una sull'altra parallelamente alla linea definita dal fronte del difetto. Questo modo di separazione non si verifica di frequente nella frattura dei materiali metallici, ed esso è anche detto modo di lacerazione.

Per quanto riguarda lo stato di tensione in prossimità della cricca è stato già anticipato che questo risulta perturbato e non omogeneo a causa del difetto e qui si possono individuare tre zone ben distinte (Figura 1-10):

- Zona 1: è la zona corrispondente all'apice della cricca il cui studio risulta molto complesso a causa delle tensioni elevate presenti in questa zona, che viene schematizzata come un punto per problemi bidimensionali e come un segmento per problemi in tridimensionali;
- Zona 2: questa zona è prevalentemente circolare ed è definita da un raggio r_p detto raggio plastico, al di sotto del quale il materiale risulta deformato plasticamente. La dimensione di questa zona fornisce anche l'informazione sul tipo di rottura, se fragile o duttile;
- Zona 3: è la zona esterna che poco risente della presenza della cricca e fa da collegamento tra la zona plasticizzata e le condizioni di bordo delle tensioni e delle deformazioni, che in questa zona rimangono quasi invariate;



Figura 1-10: Zona di deformazione plastica all'apice della cricca.

La zona più interessante da studiare è la zona 2 in cui il materiale risulta plasticizzato. Per una distanza infinitesima dalla cricca dove r << a e tende a zero, si avranno delle tensioni elevatissime che tendono a infinito indipendentemente dal valore di K, infatti per r > 0 è presente un asintoto verticale che porta lo sforzo a infinito. Questo non è fisicamente possibile e quindi si pone un limite allo sforzo massimo pari al valore di snervamento del materiale. Questa approssimazione è molto forte poiché tutto lo sforzo che il materiale non è in grado di sopportare deve essere ridistribuito in qualche modo e perciò si andranno a modificare gli andamenti sia del campo plastico che di quello elastico. Se la dimensione di questa zona risulta abbastanza piccola da essere studiata in campo lineare, allora è possibile sfruttare i parametri K e G della meccanica della frattura lineare elastica MFLE; mentre se questa regione si presenta troppo elevata allora le assunzioni di linearità non saranno più valide e si dovranno usare quelle non-lineari. In Figura 1-11 sono rappresentate tre diverse situazioni riguardanti la propagazione della zona plastica all'apice della cricca. La prima condizione è quella in cui la zona plasticizzata è minima e valgono le leggi della MFLE. Nella seconda le dimensioni della zona plasticizzata sono tali da generare condizioni di non-linearità, ma se si tratta di non-linearità troppo gravi, esse possono essere gestite con un modello elastico non-lineare tramite un parametro chiamato J-Integral. Le ultime due condizioni vengono invece trattate con altri approcci non inerenti a questo studio.



Figura 1-11: Da sx a dx: Lineare elastica, elasto-plastica, completamente plastica, plasticità diffusa.

La forma della zona plastica varia a seconda del campo in cui si trova il materiale, se in stato di tensione piano infatti sarà più esteso rispetto al caso di deformazione piana. Per ricavare la forma globale di questa zona è necessario ricorrere alle equazioni del campo di tensioni e poi

tramite i criteri di Tresca o Von Mises stabilire i confini della zona in cui il materiale ha subito una deformazione plastica. In particolare, è facile notare che la regione plastica varierà lungo il fronte della cricca risultando più piccola nella zona centrale e più estesa in prossimità delle superfici libere.

Nella regione in prossimità dell'apice del difetto lo stato di tensione è triassiale. In questa regione, come è già stato precedentemente affermato, sono presenti degli sforzi elevati e di conseguenza il materiale si allungherà nella direzione x_2 mentre tenderà a contrarsi lungo le altre due direzioni al fine di mantenere il suo volume costante come richiesto dalla condizione di deformazione plastica (figura).

$$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = 0 \tag{1.3}$$

Il materiale interno al provino, a causa dei vincoli imposti dal materiale che lo circonda si troverà in uno stato di deformazione piana, mentre la superficie del campione dove ci sono delle direzioni scariche in cui non sono presenti tensioni si troverà invece in uno stato di tensione piana. Perciò risulta evidente che la determinazione della forma e della dimensione della zona plastica è abbastanza difficoltosa a causa proprio del comportamento localizzato del materiale, che può essere associato sia alla condizione di tensione piana e sia di deformazione piana.

1.4 PROPAGAZIONE DIAGRAMMA da/dN

Il fenomeno della fatica può rivelarsi molto più dannoso per pezzi che presentano delle difettosità. Un carico ciclico variabile nel tempo infatti può provocare la nucleazione di una cricca da un difetto qualsiasi (inclusioni, precipitati, porosità ecc.) e una sua propagazione stabile o instabile, fino a portare il pezzo a rottura dopo un certo numero di cicli di carico. Lo scopo della progettazione a frattura è quello di prevedere appunto, come si evolverà il processo di frattura a fatica con la propagazione del difetto e quando il materiale giungerà a rottura.

Il ciclo di tensione applicato ai componenti per ricavare la propagazione dei difetti presenta un rapporto di tensione:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = 0 \tag{1.4}$$

Poiché sperimentalmente il difetto tende a chiudersi quando il componente è sottoposto a carichi di compressione ad ampiezza costante, e di conseguenza questi sforzi non contribuiscono ad indebolire il componente. La maggior parte dei cedimenti dovuti alla fatica avvengono quando il componente subisce carichi ciclici bassi e molto minori delle tensioni di snervamento, ed è a questi livelli di tensione che la MFLE risulta valida e può essere applicata. Infatti numerosi test di fatica effettuati hanno mostrato che il parametro che meglio descrive la propagazione dei difetti in questo campo, è il fattore di intensificazione K e non l'ampiezza delle tensioni in gioco.

Come è già stato accennato nell'introduzione, si deve a *Paris* lo studio della propagazione dei difetti all'interno dei materiali. Egli formulò una legge in grado di controllare e prevedere, per carichi ad ampiezza costante, la propagazione della cricca. Il primo risultato fu quello di stabilire che la velocità di propagazione della cricca (Figura 1-12) è una funzione diretta del fattore di intensificazione degli sforzi:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K) \tag{1.5}$$

E la legge di Paris più usata e conosciuta risulta:

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^n \tag{1.6}$$

Dove il rapporto a primo membro rappresenta la velocità di propagazione della cricca e C ed n dipendono dal materiale, da R e da altre variabili secondarie e sono ottenute sperimentalmente; n rappresenta la pendenza della curva e assume valori tra 3 e 4.



Figura 1-12: Tre differenti regioni che descrivono la propagazione a fatica della cricca.

Avendo eseguito numerose prove sperimentali e misurato la velocità di propagazione in relazione a $\Delta K \ e \ R$, il diagramma che ne deriva diagrammando i valori trovati per ogni ciclo di



Figura 1-13: Propagazione della cricca in relazione alla tensione media R.

carico assume la forma sigmoidale illustrata nella Figura 1-13 in un diagramma doppio logaritmico da/dN- ΔK .

Esso è costituito da tre regioni differenti: la prima anche detta "regione di soglia", corrisponde alla nucleazione della cricca ed è caratterizzata da un valore appunto di soglia sotto al quale non si rileva un apprezzabile propagazione del difetto; nella seconda zona l'andamento è regolamentato dalla legge di Paris che stabilisce una relazione lineare tra i due parametri logaritmici e corrisponde ad una propagazione subcritica del difetto; nella terza invece è presente la transizione dalla crescita stabile del difetto a quella instabile, fino alla rottura del pezzo ed è caratterizzata da un valore limite di tenacità alla frattura K_c al di sopra del quale si ha appunto una propagazione instabile della cricca.

Le curve risultano molto influenzate dal valore della tensione media R e risultano infatti interamente spostate verso sinistra all'aumentare del suo valore, provocando un decremento del valore di soglia della zona 1.

Per calcolare il numero *N* di cicli di vita a rottura dei componenti si risolve analiticamente la formula di *Paris* integrandola e considerando sempre cicli di carico ad ampiezza costante e valori di *Y* costante per ogni ciclo, si ottiene la seguente formula:

$$N = \frac{a_f^{1-n/2} - a_0^{1-n/2}}{\left(1 - \frac{n}{2}\right)CY^n \Delta \sigma^n}$$
 (per n≠2) (1.7)

$$N = \frac{1}{CY^2 \Delta \sigma^2} \log\left(\frac{a_f}{a_0}\right) \qquad (\text{per n=2}) \qquad (1.8)$$

Un altro dei parametri molto usati nella MFLE è la quantità di energia richiesta prima della rottura del materiale. Questa quantità di energia è descritta dalla durezza del materiale stesso e in generale, se la quantità di energia richiesta è elevata il materiale risulterà più resistente, viceversa risulterà fragile. La differenza tra i due tipi di materiali è riscontrabile ad esempio nel loro comportamento al crescere del carico a essi applicato, e cioè se il materiale presenta un cedimento seguito da una zona a comportamento plastico oppure no. La quantità di energia assorbita per unità di area della cricca è costante per ogni tipo di materiale e corrisponde alla sua resistenza e soprattutto dipende dalla dimensione del componente danneggiato.

Viene richiesta un'elevata resistenza per componenti che possono essere sottoposti a urti o altri tipi di impatto, come automobili o moto, oppure per componenti la cui rottura potrebbe avere effetti catastrofici gravi come aeroplani o serbatoi in pressione. Questo importante parametro però varia con la temperatura, infatti alcuni materiali passano dall'essere duttili e quindi più resistenti, all'essere fragili con l'abbassamento della temperatura di esercizio.

Nei test di resistenza effettuati, vengono usati dei provini che presentano già delle cricche iniziali e al crescere di queste ultime, ne viene misurata l'energia per unità di area. Questi test possono essere effettuati per tutti i materiali e i risultati ottenuti, mostrano e misurano la quantità di energia necessaria per la rottura del provino in esame. L'accrescimento della cricca avviene in particolare quando le tensioni all'apice della cricca raggiungono e superano un valore limite. Per questo si ricorre al parametro K, che viene confrontato con un determinato valore critico proprio del materiale K_c , e che permette di stabilire che tensione è in grado di supportare il provino prima di rompersi.

1.6 CONTROLLI NON DISTRUTTIVI

Per verificare la presenza di difetti all'interno di un materiale si utilizzano dei controlli non distruttivi (anche chiamati NDT, "*Non destructive tests*"), grazie ai quali è possibile rilevare la presenza di una cricca e misurarne le dimensioni, e sfruttando la teoria della Meccanica della frattura, prevedere la vita utile del materiale prima della messa in esercizio.

I controlli maggiormente utilizzati sono:

- Test visivo;
- Test ad elettromagneti;
- Test a liquidi penetranti;
- Test radiografici;
- Test a ultrasuoni;
- Test a correnti parassite;
- Test ad emissioni acustiche;

Il **test visivo** è il primo ad essere effettuato da un operatore qualificato che, osservando ad occhio nudo il materiale, rileverà la presenza o meno di anomalie evidenti. Questo test viene usato per individuare principalmente difettosità superficiali e grossolane. Non è un test facile da effettuare, perchè necessita di un occhio molto attento ed allenato da parte di chi effettua il test, ma soprattutto una buona esperienza nel saper riconoscere quando procedere con test più specifici. Il fatto di essere un test superficiale, lo rende insufficiente però per essere l'unico metodo d'analisi, infatti si ricorre quasi sempre a test più approfonditi.

1.6.1 TEST A ELETTROMAGNETI

Il Test ad elettromagneti viene effettuato facendo attraversare il materiale da un campo magnetico, ottenuto alimentando con una corrente alternata un dispositivo a forma di ferro di cavallo, chiamato giogo magnetico (come quello raffigurato in Figura 1-14, necessario per la rilevazione di pori, cricche e altri difetti presenti sia in superficie che a qualche millimetro di profondità).

Per questa applicazione possono essere usati polveri differenti, con caratteristiche diverse:

• Polveri fluorescenti a umido: garantiscono una più facile individuazione del difetto, soprattutto cricche (per il contrasto con il colore del materiale), sfruttano

un mezzo diluente liquido e sono usati particolarmente per l'ispezione di tubi o forgiati;

- Polveri magnetiche a secco: usano invece come veicolo diluente l'aria, sono usate anche per la rilevazione di difetti presenti sotto la superficie e presentano un'elevata scorrevolezza;
- Polveri nere o soluzioni liquide;



Figura 1-14: Giogo magnetico, modello Silver Yoke.

Per prima cosa si pone il dispositivo a ferro di cavallo sulla superficie del materiale, il campo magnetico generato dalla corrente alternata produrrà a sua volta delle forze di tipo magnetico. Le particelle magnetiche contenute nel mezzo che si è scelto di usare e che dovrebbero normalmente posizionarsi lungo le linee di forza del campo magnetico, si andranno invece ad accumulare nelle zone in cui il campo magnetico risulterà perturbato, cioè quelle zone in cui sono presenti difetti. Una delle limitazioni di questo test è proprio il fatto che esso analizza solo la superficie del materiale o la sua prossimità, e inoltre è necessario effettuare il test almeno in due posizioni perpendicolari tra loro, poiché il campo magnetico riesce ad intercettare più facilmente solo le discontinuità perpendicolari ad esso.

1.6.2 TEST A LIQUIDI PENETRANTI

Il Test a liquidi penetranti (PT) fa sempre parte di quelle prove non distruttive usate per rilevare eventuali difettosità sulla superficie dei materiali, come porosità o cricche. Questo particolare tipo di test sfrutta un principio base della fisica che è la capillarità, ed è basato essenzialmente sull'esame visivo della superficie analizzata, dopo l'applicazione in primo luogo di un liquido penetrante (in Figura 1-15 sono elencati i più usati) e successivamente di un rivelatore, in modo da rendere visibili le discontinuità non visibili a occhio nudo, e affioranti in superficie.

Per effettuare questa prova si deve innanzitutto provvedere ad una pulizia molto accurata della superficie da testare, dato che, affinché la prova produca dei risultati affidabili, è necessario che il liquido penetrante riesca a raggiungere e riempire anche la più piccola delle fessure presenti nel materiale, il che risulta difficile se nelle aperture sono presenti altri agenti esterni che ostacolino il cammino del liquido. La pulizia può essere fatta sia a caldo che a freddo che meccanicamente, tramite molature o sabbiature.

CLASSIFICAZIONE PRODOTTI							
LIQUID	DO PENETRANTE	ETRANTE RIMOZIONE PENETRANTE			SVILUPPATORE		
TPO	DESCRIZIONE	METODO	DESCRIZIONE	FORMA	DESCRIZIONE		
1/I	liquido penetrante	٨	Acqua	٥	A secco		
	fluorescente	В	Emulsionante lipofilico	ь	Idrosolubile		
2/1	Liquido penetrante rosso	C D	Solvente Emulsionante	c d/e	Idrosospensione Base solvente a rapida		
3/11	liquido penetrante rosso fluorescente		IOTOTI ICO		evapolaziulle		

Figura 1-15: Prodotti usati durante il test.

Effettuata dunque la pulizia, si procede all'applicazione del liquido penetrante (Figura 1-16), che può essere effettuata con spray, pennello o per immersione.

Esso è sostanzialmente costituito da miscele complesse di composti con particolari proprietà che sono le seguenti:

• Essere in grado di risalire in maniera capillare all'interno delle discontinuità;

- Rimanere allo stato liquido durante le varie fasi del test;
- Bagnare completamente la superficie;
- Non essere dannosi per la salute degli operatori o danneggiare i materiali sui quali vengono posti;





Figura 1-16: Rilevazione difetti tramite liquido penetrante.

Una volta applicato il liquido penetrante, si procede alla rimozione del liquido presente in eccesso, e quindi si applica il rivelatore che ha lo scopo di assorbire localmente il penetrante e, grazie al suo contrasto, renderlo visibile in superficie.

Si procede quindi con l'interpretazione delle indicazioni che il test fornisce, e che classificano, secondo determinati criteri di accettabilità e qualità, in due categorie:

- Indicazioni rilevanti: è stata individuata la presenza di difetti;
- Indicazioni non rilevanti: il materiale non presenta difetti;

Si procede infine con la pulitura finale del pezzo.

Quello a liquidi penetranti, è un test facile da effettuare (in Figura 1-17 vengono sintetizzate le varie fasi) e si presta bene all'analisi di svariati tipi di materiale e geometrie complesse. In opposizione, presenta lo svantaggio di rilevare solo i difetti affioranti in superficie e inoltre non risulta applicabile su superfici porose.



Figura 1-17: Fasi dell'esecuzione del test.

1.6.3 TEST RADIOGRAFICO

Il Test radiografico (RT) è uno dei test più completi, perché permette di rilevare la maggior parte dei difetti e delle discontinuità metalliche. Viene effettuato sfruttando l'azione di raggi X o gamma, anche se si cerca di usare maggiormente i raggi X quando si ha a che fare con materiali con grani di dimensioni elevate, al fine di avere risultati finali migliori.

Per questo processo, la sorgente di suddetti raggi viene posta su un lato del materiale, mentre una pellicola, contenente una emulsione microscopica a base di alogenuri di argento, viene posizionata sul lato opposto alla sorgente (oggi, in alcuni casi in sostituzione della pellicola, si usa un sistema di tipo elettronico per l'acquisizione delle immagini). Esiste anche un metodo istantaneo di acquisizione delle immagini, chiamato RTR (Real-Time Radiography) che consente di visionare e analizzare le immagini in tempo reale, consentendo anche di ottenere una maggiore varietà di viste. Molto importante è l'orientazione alla quale viene inviato il raggio; infatti per avere una qualità abbastanza alta della rilevazione finale, si cerca di avere un raggio che sia perpendicolare alla superficie da analizzare. Infatti questo processo si presta molto bene all'ispezione di giunti di testa piuttosto che ad angolo, poiché l'immagine finale risulterà tanto più distorta quanto più gli spessori attraversati dal raggio saranno variabili.

Risulta abbastanza evidente che, a causa della pericolosità delle radiazioni generate da questo test, occorre prendere delle precise e meticolose precauzioni che sono dettagliatamente specificate nelle normative, al fine di salvaguardare la salute degli operatori. Inoltre risulta praticamente impossibile testare la qualità del materiale e la rilevazione dei difetti nel caso in cui non si possa accedere ad esso da tutte le direzioni (se ad esempio è posto in ambienti scomodi o a stretto contatto con altri elementi), per motivi prettamente logistici per cui in un test in cui è richiesta l'applicazione di due dispositivi in due posizioni opposte e in posizioni ben precise, ciò risulterebbe un grosso ostacolo per la sua realizzazione. Da non sottovalutare infine, l'elevata preparazione degli operatori e i costi rilevanti delle attrezzature utilizzate.

1.6.4 TEST AD ULTRASUONI

Il test ad ultrasuoni (principio di funzionamento illustrato in Figura 1-18) consiste nel far oltrepassare il materiale da onde sonore ad alta frequenza. Questa tecnica, che richiede un'elevata esperienza e preparazione degli operatori, è spesso usata in alternativa o in maniera complementare con il test radiografico, quando quest'ultimo non risulta sufficiente nell'individuazione dei difetti, come ad esempio nei giunti ad angolo o a T.



Figura 1-18: Principio di funzionamenteo del test a Ultrasuoni

Il fenomeno che sta alla base di questo processo è semplicemente la trasmissione di un'onda acustica nel materiale. Per prima cosa viene applicato un particolare gel a base di acqua sul pezzo, la cui superficie è stata precedentemente pulita e levigata.



Figura 1-19: Applicazione gel e trasduttore.

Il gel, che agisce come mezzo di accoppiamento tra il trasduttore e la superficie è costituito da un materiale che facilita il passaggio delle onde ultrasonore (es. olio, acqua, glicerina o gel per ultrasuoni), che possono essere sia di tipo trasversale che longitudinali. Un trasduttore o sonda (Figura 1-19, sonda a fascio angolato) viene quindi posto sul gel, e produce onde ad ultrasuoni che possono avere una frequenza compresa tra i 20 kHz e i 20 MHz. Si può direzionare il fascio di onde perpendicolarmente alla superficie per rilevare i difetti o analizzare

gli spessori delle pareti, oppure inclinandolo di un generico angolo, per individuare in particolare cricche o pori. Quando le onde colpiscono un difetto o una cricca, vengono riflesse e ritornano indietro; analizzando il tempo di risposta e l'ampiezza di quest'ultima, si cerca di caratterizzare anche il difetto.

Questo tipo di analisi risulta molto efficiente poiché restituisce informazioni molto accurate del difetto, e risulta facilmente attuabile poiché richiede un solo accesso e non due come nel caso del test radiografico. Non si presta bene invece all'analisi di forme complesse, poiché ogni superficie deve essere levigata e inoltre impiega molto tempo in presenza di pezzi grandi a causa delle piccole dimensioni del trasduttore. Per la risoluzione dei problemi riguardanti la MFLE e il calcolo del Fattore di intensificazione delle tensioni, si possono usare alcuni dei numerosi metodi numerici disponibili, prodotti dalle attività di ricerca. Data la numerosità di tali metodi e la complessità di alcuni di essi in relazione al lavoro presentato in questa tesi, se ne descrive di seguito una classificazione dei più usati per categoria.

2.1 METODO AGLI ELEMENTI FINITI

Uno dei metodi più usati è quello agli elementi finiti, basato sul principio dei lavori virtuali. Esso prevede due diversi tipi di approccio al problema: con l'approccio "diretto" il fattore di intensificazione degli sforzi è ricavato dal campo degli spostamenti; mentre con quello "energetico" si sfrutta la distribuzione di energia in prossimità dell'apice della cricca e ciò lo rende più preciso dell'approccio precedente. Il metodo agli elementi finiti risulta dunque uno strumento di fondamentale importanza per la MFLE per la sua elevata affidabilità e accuratezza nel prevedere la velocità e le modalità di accrescimento di una cricca, la sua forma e la sua stabilità in problemi riguardanti appunto la propagazione a fatica di cricche di frattura, previsione della vita utile degli elementi, stima delle forze residue e frattura fragile dei materiali.

Uno dei problemi fondamentali della modellazione tramite FEM è che non si riesce ad assicurare una convergenza numerica tra la soluzione teorica e la mesh che rappresenta lo stato di tensione e deformazione in prossimità dell'apice della cricca, nonostante si usi una mesh molto fine in quel punto. Ciò è dovuto al fatto che le basi polinomiali usate per molti elementi convenzionali non riescono ad essere precise come invece lo sono i modelli teorici.

Uno degli elementi più usati, più versatili e che riesce a descrivere più accuratamente lo stato e i gradienti di tensione e deformazione all'apice della cricca è l'elemento piano a 8 nodi (Figura 2-1 e 2-2) rappresentato in figura. Si tratta di un elemento isoparametrico che, come tutti gli elementi appartenenti a questa famiglia, utilizzano le stesse funzioni di interpolazione

sia per la definizione della loro forma che del loro campo di spostamento. La loro versatilità li rende adatti per lo studio di piastre e gusci di forma qualsiasi o per problemi di elasticità bi o tri-dimensionale. Essi riescono a modellare elementi di forma complessa e strutture anche curve poiché a differenza degli elementi lineari che sono rettilinei, quelli degli elementi quadratici possono essere sia rettilinei che curvi e sono stati formulati usando un sistema di coordinate naturali definito dalla geometria dell'elemento (ξ , η), e non dalla sua orientazione nel sistema di coordinate globali. Si deve usare naturalmente una relazione che leghi i due sistemi di riferimento uno con l'altro per la sua formulazione corretta.



Figura 2-1: Elemento isoparamentrico a 8 nodi.

Le funzioni di forma di tale elemento sono:

$$N_1(\xi,\eta) = \frac{1}{4}(-1-\xi-\eta)(1-\xi)(1-\eta)$$
(2.1)

$$N_2(\xi,\eta) = \frac{1}{4}(-1+\xi-\eta)(1+\xi)(1-\eta)$$
(2.2)

$$N_3(\xi,\eta) = \frac{1}{4}(-1+\xi+\eta)(1+\xi)(1+\eta)$$
(2.3)

$$N_4(\xi,\eta) = \frac{1}{4}(-1-\xi+\eta)(1-\xi)(1+\eta)$$
(2.4)

$$N_5(\xi,\eta) = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1-\eta)$$
(2.5)

$$N_6(\xi,\eta) = \frac{1}{2}(1+\xi)(1-\eta^2)$$
(2.6)

$$N_7(\xi,\eta) = \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta)$$
(2.7)

$$N_8(\xi,\eta) = \frac{1}{2}(1-\xi)(1-\eta^2)$$
(2.8)



Figura 2-2: Elementi quadrangolari parabolici e funzioni di forma.

Un altro dei compiti fondamentali della modellazione FEM è quello di ottenere un accurato calcolo per il fattore di intensificazione degli sforzi, poiché è proprio quest'ultimo a determinare il campo di tensioni, deformazioni e spostamenti nei pressi dell'apice della cricca.

Esistono numerosi metodi per la determinazione del fattore *K*, ma non tutti vengono usati con la stessa frequenza. In particolare, le quattro tecniche più usate poiché più semplici e precise sono:

- *Displacement correlation method:* è uno dei metodi più semplici usato per ricavare ed estrapolare il *K* dagli spostamenti dei nodi della mesh sostituendo direttamente il valore di tali spostamenti nell'espressione analitica degli spostamenti relativi all'apice di una cricca. Questo metodo può usare sia elementi finiti lineari che quadratici con meshature omogenee senza raffinamenti locali. Questa caratteristica può rappresentare un problema nella modellazione dinamica della propagazione della frattura dove non si conosce a priori la posizione dei difetti. Il metodo risulta molto preciso per i Modi principali di apertura I e II;
- Virtual crack extension method: è un approccio energetico che considera la variazione di energia potenziale di un sistema in relazione alle piccole variazioni di lunghezza della cricca. Questo metodo risulta più preciso di quello precedente;
- Modified crack closure integral technique (MCCI): fornisce dei risultati molto accurati nonostante la sua semplicità. Esso ricava valori di K più precisi rispetto al DCM, per una data discretizzazione, ma meno accurati rispetto al metodo Jintegral descritto sotto. Per il calcolo si richiedono soltanto forze e spostamenti nodali che, per quasi tutti i programmi di modellazione FEM risultano degli outputs convenzionali;
- *J-integral:* è un parametro usato nella meccanica della frattura non lineare. Assumendo le ipotesi di materiale linearmente elastico, questo parametro può essere interpretato equivalentemente all'*energy release rate G.* Nella sua formulazione iniziale, lo *J-integral* metteva in relazione il *G* di un corpo bidimensionale con un integrale di bordo. L'integrale di bordo prevede che all'interno dell'area di integrazione non ci siano forze di massa, la superficie della cricca non sia sottoposta a trazione e il materiale abbia un comportamento elastico.

L'analisi FEM prevede di suddividere le strutture in elementi discreti usando degli elementi connessi ai nodi, ai quali viene imposta la continuità del campo degli spostamenti. Lo spostamento dei nodi ha una forte dipendenza dalla rigidezza del materiale e i software maggiormente usati in questo tipo di analisi sono ABAQUS, ANSYS, LS-DYNA ecc. Questi software risultano molto utili ai fini della modellazione perché forniscono un elevato numero di opzioni di analisi e si occupano principalmente di risolvere problemi in campo statico, dinamico, termico, fluidodinamico ed elettromeccanico.

2.2 METODO AGLI ELEMENTI FINITI ESTESO (XFEM)

Il metodo XFEM (*extended finite element method*) è un'estensione del metodo FEM classico. Questo metodo è stato sviluppato per risolvere problemi localizzati che non possono essere risolti semplicemente raffinando la mesh e viene molto usato nella frattura dei materiali. Alle funzioni polinomiali di base standard, il metodo aggiunge altre funzioni di base discontinue per quegli elementi che intersecano la cricca al fine di includere gli spostamenti dovuti all'avanzamento della stessa. Studi seguenti mostrarono come questo metodo si presti bene per problemi riguardanti interfacce tra materiali, discontinuità e altri problemi dove caratteristiche localizzate possono essere descritte tramite determinate tipologie di funzioni di base.

Il vantaggio di usare il metodo XFEM è quello che, non necessitando mesh troppo fitte o miglioramenti eccessivi in corrispondenza delle superfici di discontinuità, diminuisce gli errori associati ai metodi convenzionali e alleggerisce i costi dovuti all'elaborazione dei dati.

2.3 THE CRACK BOX TECHNIQUE

Questa tecnica presuppone la creazione di una nuova zona di transizione tra la "Crack box" che è la zona contenente la cricca, e la mesh che descrive il resto dell'intera struttura
indisturbata. Si individuano quindi tre regioni differenti nei dintorni della cricca (Figura 2-3), come mostrato in figura:

- Zona A: è la zona corrispondente al "crack box", risulta influenzata dalla soluzione asintotica presente all'apice della cricca e viene modellata con elementi quadratici degeneri quando ci si trova in campo elastico. In questa situazione però gli elementi quadratici presentano una distorsione di forma per creare una deformazione singolare alla distanza 1/√r, dove r è la distanza dall'apice. Per calcoli di tipo plastico invece servono molti più elementi per la determinazione dello *J-integral*, e vengono usati sempre quelli di forma quadratica per introdurre la singolarità di 1/r, ma i nodi relativi all'apice della cricca sono liberi di muoversi indipendentemente;
- Zona B: è una zona di transizione e contiene un campo di spostamenti associato a mesh di tipo triangolare, e può essere lineare (per il campo elastico) e quadratico (per aumentare la precisione per i calcoli di tipo elasto-plastico). Il bordo di questa regione è definito automaticamente come una funzione precedentemente calcolata della traiettoria della cricca.
- Zona C: è quella dell'intera struttura e rappresenta una mesh standard agli elementi finiti. In questa regione la mesh non subirà nessuna variazione durante la propagazione della cricca.



Figura 2-3: Tecnica Crack box e distinzione tra zone.

2.4 THE BOUNDARY ELEMENT METHOD (BEM)

Il metodo BEM è un metodo numerico di risoluzione di equazioni differenziali parziali formulate come equazioni integrali. Oltre ad essere applicato nella meccanica della frattura esso può anche essere usato nella meccanica dei fluidi e nell'acustica. Questo metodo sfrutta le condizioni al contorno note per fissare i valori di bordo nelle equazioni integrali. Dopo aver concluso questa operazione, nella fase successiva l'equazione integrale può essere dunque usata per calcolare direttamente la soluzione esatta nei punti interni al dominio della soluzione.

I vantaggi di questo metodo sono:

- Capacità di individuare e gestire elevati gradienti di tensione;
- Semplicità di implementazione nella modellazione a frattura di elementi all'apice della cricca;
- Uso di mesh ad una sola dimensione;

Il metodo BEM risulta molto più efficiente degli altri, nei casi che presentano un rapporto superficie/volume molto basso, mentre meno efficiente negli altri casi. Esso provoca un aumento delle dimensioni delle matrici e quindi un conseguente incremento del tempo di calcolo e dello spazio di memorizzazione. Per ovviare a questo problema si cerca di utilizzare delle tecniche di compressione anche aumentando la complessità del problema.

3 METODI DI VALUTAZIONE A FRATTURA DI STRUTTURE SALDATE

3.1 INTRODUZIONE

Nel campo delle strutture saldate si fa affidamento a codici di costruzione riconosciuti e certificati per la trattazione e lo studio dei problemi riguardanti la frattura dovuta a difetti interni ad esse. Questi codici, sfruttando l'elevata esperienza accumulata negli anni, oltre a limitare i cedimenti a frattura, riescono a gestire anche altri aspetti di queste particolari strutture come: l'aspetto progettuale, la fabbricazione e l'ispezione dei componenti, i materiali richiesti, i test da effettuare prima della messa in esercizio (come *hydrotesting* o comportamento in pressione) e ispezioni o analisi dopo la messa in esercizio.

Succede spesso che i codici non riescano a coprire alcuni aspetti progettuali, proprietà dei materiali o altro perché questi ultimi non rientrano nel campo di esperienza da essi coperto, perciò si deve ricorrere ad un approccio differente fornito dalla meccanica della frattura. Essa infatti, come già spiegato in precedenza, permette di gestire possibili cedimenti fragili, duttili o collassi di tipo plastico dei componenti, presupponendo o verificando la presenza di difetti all'interno dei materiali. Esistono alcuni metodi utili per la valutazione a frattura delle strutture saldate che li classificano come sicure o insicure a seconda della stima dei difetti presenti al loro interno.

3.2 TIPOLOGIE DI DIFETTI DI SALDATURA

A livello microscopico ogni saldatura presenta delle discontinuità sia volumetriche che superficiali (Figura 3-1) che vengono facilmente rilevate dai vari esami strumentali effettuati. Alcune di esse vengono accettate, mentre quelle che superano delle determinate dimensioni o parametri vengono riparate (quando possibile) o nel caso peggiore scartate.



Figura 3-1: Radiografie di diversi tipi di difetti, da sx a dx: cricche longitudinali, porosità, penetrazione incompleta e inclusioni di scorie

Tra i difetti più comuni riscontrati nelle saldature si analizzano:

- Porosità e cricche;
- Inclusioni;
- Penetrazione incompleta;
- Restringimenti del cordone;
- Incollature;

3.2.1 POROSITA' E CRICCHE

Le porosità possono formarsi all'interno del bagno di fusione da bolle di gas intrappolati o vuoti d'aria, ed essendo delle zone di mancanza del cordone, possono indebolire notevolmente il giunto (Figura 3-2).



Figura 3-2: Presenza di pori all'interno del cordone.

Le cricche rappresentano uno dei difetti più pericolosi per una struttura saldata poiché portano a delle concentrazioni di tensione alle estremità dei cordoni di saldatura che possono rivelarsi distruttive poiché le sollecitazioni a cui è sottoposta la struttura possono portare ad un aumento delle sue dimensioni nel tempo e quindi portare il giunto ad una rottura anticipata (Figura 3-3).

Per questo risulta in molti casi di fondamentale importanza, prima di procedere alla saldatura vera e propria, effettuare un preriscaldamento (generalmente 80÷100°C) delle parti di tubo da saldare. Questo per il semplice motivo che, generalmente i tubi si trovano ad avere una temperatura propria leggermente minore della temperatura ambiente a cui sono sottoposti, e dato che durante il processo di saldatura si raggiungono temperature dell'ordine dei 2500°C circa, si cerca di evitare quanto possibile sbalzi termici troppo elevati. Questo preriscaldamento permetterà non solo di diminuire la possibilità di insorgenza di cricche nel cordone, ma faciliterà drasticamente l'esecuzione del processo per l'operatore, aumentando la qualità del lavoro svolto.



Figura 3-3: Cricca da fatica al piede del cordone.

In base alle condizioni di lavoro si possono distinguere due tipologie di cricche:

- Cricche a caldo;
- Cricche a freddo;

Le cricche a caldo si formano durante il raffreddamento del bagno di fusione ad una temperatura elevata (al di sopra di 900°C per gli acciai), e sono orientate principalmente in direzione longitudinale rispetto al giunto. Sono provocate generalmente dalle impurezze presenti nel materiale base o dalla scarsa pulizia dei lembi. Data l'esistenza di una diretta proporzionalità tra la quantità di materiale fuso e la comparsa di cricche a caldo, si cerca di regolare i parametri di saldatura in modo da limitare il più possibile l'apporto termico e avere volume di bagno fuso ridotto.

Le cricche a freddo invece si formano a temperature naturalmente più basse (intorno ai 150°C), mentre il cordone di saldatura già solido, è in piena fase di raffreddamento. Esse possono essere causate da vari fattori, come ad esempio da tensioni di ritiro che si generano durante il raffreddamento del cordone, oppure dalla presenza di idrogeno nel bagno fuso. Si cerca infatti di mantenere un certo preriscaldo del giunto in modo da consentire la diffusione interna dell'idrogeno e ammorbidire la durezza della zona fusa.

3.2.2 INCLUSIONI

Possono essere di varia natura sia solide che gassose come ad esempio scorie, impurità o altre particelle non metalliche. Si presentano di solito quando, avendo eseguito il giunto con più passate, non si pulisce bene il cordone da eventuali scorie presenti. Inclusioni gassose prendono anche il nome di soffiature a seconda delle dimensioni.

3.2.3 PENETRAZIONE INCOMPLETA

Avviene quando non si riesce a riempire completamente tutto lo spazio tra i due lembi con la prima passata di saldatura e si presenta come una vera e propria discontinuità metallurgica all'interno del cianfrino. Uno degli effetti più dannosi che può causare questo fenomeno è quello di generare pericolosi effetti di intaglio nella struttura e diminuirne la resistenza.

3.2.4 RESTRINGIMENTI DEL CORDONE

Per serbatoi o recipienti con diametri elevati potrebbe essere necessario tenere bloccati i pezzi durante il processo per evitare distorsioni nel cordone che ne possano diminuire la qualità. Si cerca anche di variare alcuni parametri importanti di processo per scongiurare questo fenomeno.

3.2.5 INCOLLATURE

Quando si interpone accidentalmente uno strato di ossido tra il metallo fuso e i lembi del giunto, si avrà una fusione incompleta del metallo fuso e quindi si avranno delle incollature di materiale che causerà un elevato decremento della resistenza meccanica della struttura dovuta alla discontinuità presente tra il cordone e il metallo base. Questa tipologia di difetto non è

facilmente rilevabile dai tradizionali test NDT usati perciò si cerca di agire preventivamente per scongiurare in anticipo questo problema.

3.3 ELEMENTI IN PRESSIONE

Gli elementi in pressione furono tra i primi a essere usati fin dagli inizi della rivoluzione industriale, soprattutto sotto forma di semplici Boilers. Questi venivano progettati e realizzati individualmente senza seguire una procedura o delle regole inesistenti all'epoca e per questo motivo i cedimenti e le esplosioni improvvise erano molto frequenti.

Fu solo agli inizi del ventesimo secolo che venne emanato dall' ASME (*American Society of Mechanical Engineers*) il primo codice che regolasse la produzione dei recipienti in pressioni. Questo causò una drastica diminuzione delle esplosioni e dei cedimenti (come mostrato in Figura 3-4) nonostante la diffusione sempre crescente dell'uso di boilers e l'aumento delle pressioni di esercizio.



Figura 3-4: Numero di esplosioni in USA

Il cedimento di tali elementi a causa di una mancanza di norme, era dovuto a diversi fattori:

- Scarsa conoscenza delle proprietà elastiche dei materiali usati;
- Tensione concentrate in alcune zone particolari delle strutture;

- Difetti presenti in alcune zone della struttura, come ad esempio inclusioni nonmetalliche o cricche;
- Riparazioni sbagliate;
- Corrosione causata dai fluidi contenuti all'interno del recipiente;
- Fatica dovuta ai ripetuti cicli di pressione a cui è sottoposto per natura il recipiente;
- Pressioni di esercizio più elevate di quelle di progetto per avere una potenza prodotta maggiore.

Una corretta applicazione dei codici per la progettazione, costruzione ispezione può sicuramente portare ad una diminuzione drastica dei cedimenti a frattura grazie alla combinazione di alcuni fattori, come ad esempio:

- Controllo continuo delle tensioni di esercizio e delle tensioni concentrate nei punti di discontinuità;
- Controllo della presenza di difetti, che è molto importante specialmente nelle saldature, tramite opportune ispezioni (visive o NDT) e tramite processi di saldatura e operatori qualificati;



Figura 3-5: Pendolo di Charpy.

• Controllo della qualità dei materiali usati, della loro composizione chimica, proprietà elastiche e rigidezza. In particolare, se il materiale deve lavorare a

basse temperature, può anche succedere che esso subisca il passaggio da un comportamento duttile a fragile, e per questo si ricorre al test di Charpy per verificare la sua resistenza (Figura 3-5);

 Applicazione prima della messa in esercizio di pressioni di prova al fine di testare l'integrità del componente. Il test viene generalmente effettuato usando acqua ad elevata pressione e risulta molto efficiente nell'individuazione di difetti potenzialmente pericolosi o non-conformità nei materiali utilizzati nel caso in cui i test diano esiti negativi.

Tutti questi principi possono essere applicati ovviamente anche ad altre tipologie di strutture che possano subire cedimenti a frattura, come ad esempio ponti, serbatoi di stoccaggio, pipelines, navi e strutture offshore.

3.4 ENGINEERING CRITICAL ASSESSMENT (ECA)

L'esperienza nei cedimenti strutturali in campo industriale ha dimostrato che non è solo la presenza di difetti o la fragilità dei materiali a causarli, ma una combinazione di fattori come le tensioni agenti, le temperature di esercizio che vengono correlati e valutati attraverso la MFLE. I metodi di "Fitness-for-service" (cioè assistenza e valutazione dei difetti sul campo) sono molto complessi da usare e richiedono analisi matematiche e metallurgiche. In generale con tali metodi si possono individuare i principali meccanismi di danneggiamento nelle condizioni di esercizio, attraverso combinazioni di test fisici e interpretazione dei dati ottenuti e risultano molto utili in varie situazioni:

- Per decidere se un componente contenente uno o più difetti di fabbricazione può essere messo in esercizio nonostante questi non siano accettati dagli standard di prodotto;
- Per dimostrare che una particolare procedura di ispezione può individuare e misurare dei difetti che potrebbero essere dannosi per il materiale;
- Per dimostrare che i trattamenti termici post-saldatura possono assicurare l'integrità del materiale;

- Per interpretare i risultati delle ispezioni in esercizio e decidere se i difetti presenti possano propagarsi se sottoposti a sforzi ciclici e se il componente possa lavorare in sicurezza fino alla prossima ispezione programmata;
- Per supportare analisi di cedimento individuando quali condizioni possano portare la struttura al cedimento;

Lo sviluppo di questa procedura è strettamente legato alla necessità dell'industria e delle autorità competenti, di avere un'unica e ben strutturata fonte da cui tutte le parti possano attingere e che fornisca risultati attendibili.

3.4.1 METODI ECA SPECIFICI: ASME/API

Due delle più importanti procedure di valutazione a frattura delle strutture saldate sono le cosiddette procedure ASME (American Society for Mechanical Engineers) e le API (American Petroleum Institute).

La procedura API fu pubblicata per la prima volta nel 2000 negli USA e sviluppata con lo scopo di gestire i difetti e i danneggiamenti rilevati in particolari strutture come serbatoi, recipienti in pressione o pipelines durante attività di raffinazione all'interno di stabilimenti petrolchimici. L'obbiettivo principale era quello di garantire la sicurezza e l'affidabilità delle strutture più vecchie preesistenti, nelle quali si erano accumulati negli anni di servizio numerosi difetti. Il livello di analisi previsto dalla procedura risulta strettamente legato alle competenze e all'esperienza del personale qualificato.

Livello di analisi	Skills, certificazioni ed esperienza degli operatori
1. Metodi di controllo conservativi che richiedono informazioni minime dalle ispezioni e pochi calcoli.	1. Ispettore o ingegnere di impianto.
2. Metodo meno conservativo di quello precedente, ma richiede calcoli più approfonditi.	2. Ingegnere di impianto o ingegnere specializzato con esperienza nelle tecniche di ispezione.
3. Richiede ispezioni più approfondite, più dettagli geometrici dei componenti, delle tensioni e delle proprietà dei materiali.	3. Ingegnere specializzato con conoscenza approfondita delle tecniche di ispezione e controllo.

3.5 VALUTAZIONE A FATICA DI STRUTTURE SALDATE TRAMITE MFLE

Il primo step da fare per la valutazione a fatica delle strutture è l'individuazione e categorizzazione delle imperfezioni in esse presenti che possono generarsi dalla fabbricazione del materiale, dai processi produttivi o dai carichi di esercizio. Come già ampiamente descritto nel capitolo precedente, i difetti possono essere individuati tramite test non distruttivi o NDT, e in caso di specifiche più restrittive per materiali particolari, le dimensioni delle cricche presenti possono essere assunte minori di quelle identificabili dai test (Figura 3-6).



Figura 3-6: Tipologie di cricche.

Le imperfezioni possono presentare forme molto diverse come inclusioni di volume o strati di materiale mancante, ma la MFLE come strumento di valutazione basa la sua applicazione in difetti di forma ellittica e perciò le indicazioni fornite dai test NDT, vengono adattate e reinterpretate con la forma più utile ai fini dello studio finale (Figura 3-7). Nella maggior parte dei casi non è presente un singolo difetto, ma ne vengono individuati molteplici che possono interagire tra di loro combinandosi fino a formarne uno più grande.



Figura 3-7: Trasferimento da NDT in difetti ellittici.

Lo studio di questa possibile interazione deve essere molto accurato e viene regolato da codici appositi.

Essi prevedono tre steps da eseguire:

- Esecuzione dei test NDT e individuazione dei singoli difetti;
- Definizione delle tipologie di difetto individuate: superficiali, di bordo o interni;
- Creazione di ellissi circoscritti ai difetti e valutazione di eventuali interazioni.

Per le strutture saldate esistono dei punti più sensibili dove è più facile che si instaurino dei difetti a causa di discontinuità del materiale, tensioni concentrate o intagli dovuti a geometrie complesse.

3.5.1 DIMENSIONI INIZIALI E FINALI DELLA CRICCA

La determinazione delle dimensioni iniziali della cricca effettuata tramite gli NDT, deve essere più accurata possibile, poiché essa influisce notevolmente nel calcolo del numero di cicli a cui può essere sottoposto ogni componente. Spesso si fanno delle stime sul rapporto a:c, che sono le dimensioni caratteristiche dei difetti ellittici. In generale per giunti di testa il valore accettabile per il rapporto è a:c=1:10, mentre per giunti ad angolo si seguono le direttive seguenti:

$$\frac{a}{2c} = \begin{cases} 0.5 & \text{for } x < 0.062mm \\ 1/\left(6.34 - \frac{0.27}{a}\right) & \text{for } 0.062 \le a \le 3mm \\ 0 & \text{for } x > 3mm \end{cases}$$
(3.1)

Nella pratica si assumono adeguati margini di sicurezza nella valutazione delle dimensioni massime della cricca, come ad esempio nei casi in cui è richiesto un elevato grado di sicurezza per le strutture in esame.

Come già accennato, le irregolarità in corrispondenza delle saldature e le discontinuità di materiale presenti in essi agiscono come dei piccoli o grandi difetti che favoriscono e velocizzano la comparsa di cricche e abbassano i cicli di vita delle strutture. Di conseguenza la vita utile dei componenti riguarda per un tempo maggiore la propagazione di tali difetti e per

questo l'applicazione della meccanica della frattura risulta giustificata anche per le strutture saldate.

La dimensione finale delle cricche invece può essere convenzionalmente determinata tramite le regole della MFLE, ma spesso questo risulta inutile poiché la maggior parte del numero di cicli di ogni componente avviene per dimensioni piccole delle cricche. In particolare quando la dimensione della cricca supera un certo valore, quasi a rottura e si propaga in condizioni instabili, si verificheranno ancora un numero minimo di cicli che può essere anche trascurato. Si può spiegare questo discorso facendo riferimento al grafico sottostante e dicendo che la maggior parte dei cicli di vita di una struttura cade all'interno della *Region 2* in cui si avrà un accrescimento stabile della cricca, mentre nella *Region 3* cadranno pochi cicli che vengono ignorati in molte applicazioni pratiche (Figura 3-8).



Figura 3-8: Tre differenti regioni che descrivono la propagazione a fatica della cricca.

Le strutture saldate, come tutte le altre tipologie di componenti industriali e non, possono cedere e collassare sia sottoposti a carichi troppo elevati che provocano il cedimento di parte di essi, sia sottoposti a carichi ciclici di fatica che provocano la nucleazione di difetti e quindi la conseguente rottura. Questi componenti subiscono molto il fenomeno della fatica a causa delle geometrie complesse dei giunti ma anche e soprattutto delle imperfezioni introdotte dal procedimento stesso della saldatura.

La formazione delle micro-cricche inizia a causa di processi di danneggiamento che avvengono a livello microstrutturale e poi continua a causa dell'azione dei carichi ciclici presenti. La velocità con cui le cricche si propagano sarà dell'ordine di 10⁻⁸ fino a 10⁻³mm/ciclo.

L'approccio adottato per la valutazione dei cedimenti a fatica dei giunti saldati dipende molto dalle tipologie di tensioni agenti e dalla loro intensità. La distribuzione delle tensioni lungo un giunto non risulta avere quasi mai un andamento regolare e uniforme su tutto il materiale, a causa delle ragioni ampiamente discusse in precedenza.

Le tensioni agenti riscontrabili in una struttura saldata sono di tre tipi (Figura 3-10):

- Tensioni nominali;
- Tensioni strutturali;
- Tensioni elastiche di intaglio (notch stress);



Figura 3-9: Distribuzione delle tensioni in una piastra: di membrana, a flessione e di picco.

I differenti metodi di valutazione della fatica, sfruttano ognuno varie definizioni delle tensioni in gioco e approcci diversi per la loro analisi (Figura 3-11).

Ad esempio:

- Il "Metodo della tensione nominale" considera solo la tensione media agente lungo la sezione del componente;
- Il "Metodo della tensione di *Hot-Spot*" sfrutta solo i primi due contributi di tensione, membranale e flessionale, trascurando quella di picco;
- Il metodo della meccanica della frattura invece tiene in considerazione tutti i contributi presenti e la loro distribuzione lungo la sezione.



Figura 3-10: Tensioni relative ai tre approcci alla fatica.

3.6.1 TENSIONI NOMINALI

Per tensioni nominali si intendono quelle agenti lontano da eventuali discontinuità o intagli, dove appunto questi non ne influenzano l'andamento che dunque risulterà indisturbato. Per definite questo tipo di tensione si utilizza la definizione classica di sforzo nominale agente su un componente e quindi:

$$\sigma_n = \frac{F}{A} \tag{3.2}$$

$$\sigma_m = \frac{1}{t} \int_{x=0}^{x=t} \sigma(x) dx \tag{3.3}$$

Dove F rappresenta la forza agente sulla piastra, A la sua sezione trasversale, t rappresenta lo spessore della piastra e x è la coordinata lungo la sezione della piastra a partire dalla superficie.

Se si confronta l'andamento della tensione nominale in una zona lontana dal piede della saldatura con una nella sua prossimità si può notare che essa risulterà perturbata a causa proprio della discontinuità. Proprio per la presenza della saldatura, la tensione in questa zona assume un altro significato e un'altra denominazione: si parla infatti di "tensione nominale di saldatura" (*Nominal weld stress*) e viene calcolata distribuendo le tensioni agenti sulla piastra lungo lo spessore del cordone di saldatura (Figura 3-12) e assume la seguente formulazione:

$$\sigma_{n,w} = \frac{\sigma_n t}{2a} \tag{3.4}$$



Figura 3-11: Giunto cruciforme, tensioni nominali di saldatura.

Le tensioni strutturali, a differenza di quelle nominali risentono della forma e della geometria della struttura. Questo tipo di tensioni che spesso vengono identificate con il nome di *Hot-spot stress* o *geometrical stress*, non considerano le tensioni non lineari introdotte dal cordone di saldatura, ma solo gli effetti macro-geometrici della struttura e le discontinuità introdotte dalla giunzione di parti separate insieme. Il picco di tensione che si genera dalla presenza della saldatura viene dunque trascurato, e questo è dovuto al fatto che risulta molto difficile per l'operatore prevedere la forza e la geometria della saldatura, anche dopo la sua realizzazione.

Lo studio di queste tensioni può essere sviluppato solo se risultano valide alcune condizioni:

- La cricca si sviluppi dal piede del cordone di saldatura o dalla base di una saldatura longitudinale;
- I carichi siano perpendicolari al cordone di saldatura;
- Lo spessore degli elementi che compongono il giunto sia di almeno 4mm.

Il primo punto risulta facilmente verificato perché i giunti saldati sono progettati in modo tale che, in caso di eventuale rottura o cedimento strutturale questo avvenga proprio in corrispondenza della saldatura e nel punto di giunzione dei componenti senza danneggiare questi ultimi, che appunto tendono a rimanere integri.



Figura 3-12: Definizione tensione Hot-spot.

La definizione di tensione *Hot-spot* (Figura 3-13) fornita è strettamente legata alla direzione di quest'ultima rispetto al cordone di saldatura e deve essere in linea di massima, sempre perpendicolare ad esso. Se invece la tensione risulta inclinata di un angolo di $\pm 60^{\circ}$ rispetto alla normale, la tensione di Hot-spot coinciderà con la tensione principale di maggiore intensità al piede della saldatura (σ_1 , caso a)). Mentre se la tensione cade in un intervallo angolare maggiore, essa corrisponderà con quella normale alla saldatura (σ_{\perp} caso b)).

3.6.2 NOTCH STRESS

L'approccio *notch stress* assume per il materiale un comportamento lineare elastico, ma soprattutto tiene conto sia della reale geometria del cordone saldato che dei picchi di tensione generati dalla presenza dell'intaglio. In particolare, la distribuzione di tensione dovuto all'intaglio si distribuirà in modo da avere il picco in corrispondenza della superficie e dei valori più bassi in corrispondenza della mezzeria della piastra. Per questo motivo, dati gli sforzi maggiori ai quali sono sottoposti, i difetti superficiali necessitano di una maggiore attenzione e risultano più pericolosi. Dalla Figura 3-14 infatti, si può notare come una cricca in prossimità della superficie subisca una tensione maggiore e quindi risulta più pericolosa di un'altra di dimensioni maggiori ma ad una distanza superiore dalla superficie.

La formulazione di questa tipologia di tensione è:

$$\sigma_{nl}(x) = \sigma(x) - \sigma_m - \left(1 - \frac{2x}{t}\right)\sigma_b$$
(3.5)

Dove *t* rappresenta lo spessore della piastra, *x* è la coordinata lungo la sezione della piastra a partire dalla superficie e σ_b la componente di tensione dovuta al momento flettente.



Figura 3-13: Distribuzione di tensione dovuta all'intaglio.

Il problema principale di questo metodo è causato dalla forma fortemente irregolare del cordone di saldatura che provoca un andamento incostante degli effetti di intaglio. La soluzione a questo problema fu trovata cercando di sostituire la geometria reale del cordone con una ideale.

Questa teoria che introduce un raggio di riferimento fittizio che viene posto ai piedi e alla radice di ogni saldatura in modo da modellare tutti i punti critici della struttura, risulta valida sia per i giunti di testa che ad angolo, come mostrato in Figura 3-15.



Figura 3-14: Geometria idealizzata tramite uso di raggi di riferimento.

In questo modo il metodo prende il nome di *Effective notch stress approach*.

3.7 ESEMPIO DI UN'APPLICAZIONE PRATICA

Si consideri come esempio esplicativo un giunto saldato ad angolo costituito da una piastra di materiale duttile di 30mm di spessore e 400mm di larghezza come quella in Figura 3-15, alla quale vengono unite due rinforzi aventi le stesse dimensioni.



Figura 3-15: Piastra con rinforzi laterali saldati e con difetti superficiali.

Lo spessore del cordone di saldatura è di 12mm e i test NDT individuano due cricche superficiali nel materiale. Tramite la procedura di riorganizzazione dei difetti mostrata precedentemente, è stato stabilito che esiste una coalescenza tra le cricche che si trovano molto vicine tra di loro. Di conseguenza esse vengono trattate come un singolo difetto utilizzando un'ellisse che circoscriva tutte le cricche al suo interno.

Le dimensioni dell'ellisse presentano un valore di a=1mm e 2c=20mm, e il rapporto a:c=1:10 è stato mantenuto costante per il calcolo. Il valore della dimensione massima accettabile della cricca è stato stabilito con un certo margine di sicurezza e assunto il valore di 15mm come massimo accettabile e il numero massimo di cicli a rottura calcolato è di 158000.

Questi dati suggeriscono delle decisioni da prendere all'operatore che li analizza e possono essere:

- Rifiutare il componente;
- Usarlo fino a che non sarà disponibile un ricambio;
- Ripararlo.

4.1 INTRODUZIONE

La parola "Piezoelettricità" deriva dal greco e indica un'elettricità risultante dalla pressione. Le origini dei materiali piezoelettrici sono risalenti al XVIII secolo quando, Carolus Linnaeus e Franz Aepinus osservarono che in caso di cambiamenti di temperatura, alcuni materiali come cristalli e ceramici generavano un campo elettrico. Il fenomeno della piezoelettricità fu invece introdotto dai fratelli Jacques e Pierre Curie i quali scoprirono che in alcuni minerali come la tormalina, il topazio e il quarzo, applicando degli sforzi di trazione e compressione si generassero dei voltaggi di polarità opposte e proporzionali all'intensità dei carichi applicati.

Alla fine del XIX secolo invece sempre i fratelli Curie, scoprirono l'esistenza di un effetto opposto a quello già noto e infatti dimostrarono che un cristallo di materiale piezoelettrico esposto ad un campo elettrico, riusciva ad accorciarsi o allungarsi proporzionalmente all'intensità di quest'ultimo. L'utilizzo di questo tipo di materiali si diffuse però solo durante la Prima Guerra Mondiale quando il quarzo venne usato come amplificatore nei SONAR per localizzare i sottomarini sfruttando le onde ad ultrasuoni.



Figura 4-1: Trasduttori piezoelettrici.

I materiali piezoelettrici (Figura 4-1) si diffusero

ed entrarono nel mercato quindi solo nel 1945 quando si scoprì che il Titanato di Bario (BaTiO₃) che è un materiale ceramico ferroelettrico, poteva essere facilmente fabbricato e lavorato ottenendo delle capacità piezoelettriche molto superiori ai comuni materiali presenti in natura, usando un processo di polarizzazione elettrica. Nonostante la loro fragilità strutturale, oggi sono usati in svariati ambiti e in molte applicazioni ingegneristiche moderne come ad esempio:

- Microfoni e altoparlanti di suoni e ultrasuoni;
- Attuatori e motori che sfruttano il fenomeno di deformazione causato dell'applicazione del campo elettrico nei materiali ceramici, e sono molto usati

quando si tratta di deformazioni molto piccole che necessitano di un elevato grado di precisione e controllo, che viene ottenuta regolando il livello di campo elettrico applicato.

- Sensori per la rilevazione di cambiamenti di pressione sotto forma di onde sonore;
- Sensori wireless usati in vari ambiti, spesso per monitorare le proprietà fisiche e meccaniche, o il livello di danneggiamento in strutture o automobili. Vengono anche usati per controllare i parametri rilevanti per la prevenzione delle catastrofi ambientali in alcune zone critiche, o infine per monitorare alcuni parametri vitali per l'uomo e scongiurare rischi per la salute;
- Trasduttori;
- Dispositivi di controllo di sistemi strutturali intelligenti.

A facilitare la diffusione dell'uso di questi materiali è stata anche l'idea di riuscire a sfruttare l'energia vibrazionale liberata in alcune condizioni di funzionamento da alcuni componenti che altrimenti andrebbe persa, e convertendola in energia elettrica, sfruttarla per alimentare i componenti stessi o in alternativa immagazzinarla. In questo modo, si può avere anche una riduzione delle dimensioni dei dispositivi stessi poiché si possono a questo punto, usare delle batterie di dimensioni ridotte ma anche una diminuzione dei quantitativi di energia persa.

A seconda della loro applicazione i materiali piezoelettrici presentano caratteristiche di carico e vincoli differenti e alcuni di essi possono portare al danneggiamento o rottura dei componenti stessi. Nelle applicazioni di controllo e monitoraggio non si arriva quasi mai alle condizioni di rottura; nelle prime il materiale produce un movimento a causa della sollecitazione dovuta al campo elettrico e nelle seconde invece la sollecitazione meccanica provoca la generazione di un campo elettrico.

Nelle applicazioni di recupero dell'energia dissipata in cui i materiali piezoelettrici vengono spesso usati per la loro natura elettromeccanica, l'ampiezza e l'intensità raggiunte dalla vibrazione possono invece causare la nucleazione di cricche sia nel materiale piezoelettrico e sia nella struttura. In questi casi risulta necessario studiare la propagazione della cricca per stabilire l'affidabilità del componente e prevedere quando essa raggiungerà il valore critico di rottura. Lo studio della propagazione delle cricche nei materiali piezoelettrici è stato però

oggetto di studio solo in tempi recenti, ed è risultato abbastanza complicato formularne delle soluzioni a causa delle geometrie complicate e delle non-linearità della loro struttura.

4.2 TIPOLOGIE DI MATERIALI PIEZOELETTRICI

Esistono due grandi famiglie di materiali piezoelettrici: quelli naturali e quelli realizzati artificialmente dall'uomo.

I materiali piezoelettrici naturali sono generalmente dei materiali cristallini come il quarzo, il topazio e alcuni minerali appartenenti alla famiglia della tormalina. Questi sono caratterizzati dall'avere una specifica struttura cristallina in cui gli atomi di ossigeno occupano determinate posizioni, e il loro spostamento dovuto all'applicazione di un carico genera un dipolo elettrico e di conseguenza un campo elettrico.

I piezoelettrici artificiali sono invece ceramici, polimerici e materiali compositi. I più diffusi sono i ceramici il cui processo di preparazione risulta abbastanza articolato. Inizialmente infatti vengono mescolate insieme le polveri degli ossidi di metallo nelle giuste proporzioni e dopo scaldate insieme per formare un composto uniforme, che viene poi messo in appositi stampi della forma che si desidera dare al componente. Poi si scalda ancora il materiale ad una data temperatura e per un tempo ben preciso fino a che la polvere non sinterizzi e formi una struttura cristallina solida. Se il materiale viene riscaldato ad una temperatura superiore a quella critica di *Curie* (temperatura oltre la quale il materiale perde le sue proprietà piezoelettriche e la sua



Figura 4-2: Struttura cristallina di un piezoelettrico ceramico tradizionale (BaTiO3) ad una temperatura più alta (a) e più bassa (b) del punto di Curie.

polarizzazione spontanea), ogni struttura cristallina si presenta con una semplice simmetria cubica senza momenti di dipolo; invece ad una temperatura più bassa di quella di *Curie* i cristalli avranno una simmetria tetragonale o romboedrica generando dunque un momento di dipolo elettrico (Figura 4-2).

4.3 CARATTERISTICHE FISICHE

Come abbiamo già accennato precedentemente i materiali piezoelettrici hanno la caratteristica principale di legare insieme il comportamento elettrico a quello meccanico, e sono dei materiali dielettrici e anisotropi. Alcuni di essi possono presentare anche un comportamento e delle proprietà ferroelettriche, ed essere polarizzati elettricamente anche in assenza di un campo elettrico esterno e questo è il caso della ceramica ad esempio, mentre altri come il quarzo non presentano questo tipo di comportamento.

La peculiarità dei materiali dielettrici è che non hanno una carica elettrica libera al loro interno ma quando a essi viene applicato un campo elettrico da una sorgente esterna, a causa delle interazioni tra quest'ultimo e la struttura dielettrica, si verrà a creare appunto un dipolo elettrico. Il dipolo elettrico (Figura 4-3) è costituito da un'unità di volume elettricamente neutra in cui due cariche, una positiva e l'altra negativa stanno ad una certa distanza una dall'altra e questo genera un momento chiamato appunto "momento di dipolo", che è un vettore e presenta modulo, direzione che collega i centri dei due poli e verso, dal polo positivo a quello negativo.



Figura 4-3: Dipolo elettrico.

La polarizzazione dei materiali piezoelettrici presenta delle caratteristiche specifiche differenti dalla polarizzazione dei comuni materiali dielettrici. In particolare, quando ad un

piezoelettrico materiale è applicata una sollecitazione meccanica, esso cambia la struttura atomica dei suoi cristalli in modo che gli ioni al suo interno si separino e si generi un momento di dipolo. Il dipolo si genera quando il materiale viene caricato elettricamente e di conseguenza il momento che si genera provoca la deformazione della struttura cristallina. Allo stesso modo quando la sollecitazione è di tipo meccanico, il dipolo elettrico si formerà solo dopo l'applicazione del carico generando appunto il campo elettrico e la polarizzazione in entrambi i casi avrà un andamento lineare, come illustrato in Figura 4-4.



Figura 4-4: Proporzionalità tra polarizzazione e campo elettrico.

I materiali piezoelettrici che invece hanno anche delle proprietà ferroelettriche presentano una polarizzazione intrinseca nella loro struttura anche in assenza di un campo elettrico esterno. In questi materiali l'effetto piezoelettrico è fortemente collegato alla loro struttura atomica, infatti l'applicazione di uno sforzo su di essi può incrementare, smorzare la polarizzazione o addirittura non provocare nessun effetto.

Sui materiali piezoelettrici si può concludere dicendo che:

- Appartengono a una particolare tipologia di dielettrici anisotropi che lega insieme il comportamento meccanico con quello elettrico, grazie all'asimmetria atomica della loro struttura e all'esistenza di una polarizzazione presente a livello microstrutturale;
- Sfruttando le proprietà ferroelettriche dei ceramici insieme al processo di polarizzazione effettuato durante la loro fabbricazione, sono diventati uno dei materiali base nelle moderne applicazioni industriali.

4.4 PROPAGAZIONE DELLE CRICCHE NEI MATERIALI PIEZOELETTRICI

La propagazione della cricca nei materiali piezoelettrici è strettamente legata al carico applicato alla struttura in prossimità della cricca stessa, ed esiste una forte dipendenza con il bilancio energetico e il modo di apertura della cricca (I, II, III). Invece la direzione di propagazione della cricca oltre a essere legata ai carichi applicati e al modo di apertura, dipende anche dai vincoli della struttura e dal materiale di cui è composta. Il parametro che considera entrambi gli aspetti è, come già accennato, il fattore *K* di intensificazione degli sforzi che per ogni modo di apertura della cricca ne stabilisce la stabilità della propagazione in relazione anche alla durezza intrinseca del materiale.

E' già stata introdotta anche l'energia rilasciata dalla propagazione della cricca, che viene indicata con *G* e corrisponde all'energia necessaria per far si che la cricca cresca di un'unità di lunghezza, e viene infatti usata per individuare la lunghezza *a* della cricca stessa. Il valore di G può essere calcolato risolvendo lo *J-Integral*, che descrive l'energia presente nella regione attorno alla cricca.

La definizione di *J-Integral* nei materiali piezoelettrici per il caso puramente meccanico senza il contributo elettrico, include due termini principali: un termine positivo legato all'energia elastica associata alla deformazione e un altro negativo legato alle tensioni applicate al bordo e alle conseguenti deformazioni, che ne descrive il lavoro prodotto durante la propagazione.

$$J = \int_{C} W_{el} dy - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} ds$$
(4.1)

Quando al comportamento puramente meccanico si associa quello elettrico, viene introdotto un nuovo termine all'equazione precedente, che introduce l'energia elettromeccanica associata al campo elettrico.

$$J = \int_{C} W_{el} dy + \left(D_{i} E_{i} \cdot n_{i} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_{i}}{\partial x} \right) ds$$
(4.2)

Dove:

- W_{el} è la densità di energia elastica associata alla deformazione;
- σ_{ij} è la componente di tensione applicata al componente;
- u_i è la deformazione meccanica;
- E_i è il campo elettrico;
- D_i è la deformazione elettrica.

Da questa formulazione generale è possibile notare che l'accoppiamento dei due comportamenti, meccanico ed elettrico, nei piezoelettrici riesce a legare insieme tensioni, deformazioni, campo elettrico e deformazioni elettriche attraverso una relazione lineare in cui compaiono dei coefficienti ricavati sperimentalmente. Essa serve inoltre a capire come agisce l'effetto piezoelettrico nella propagazione delle cricche di frattura e infatti, quando il materiale in corrispondenza della cricca presenta un comportamento elastico, si può ricorrere alla formulazione del *J-Integral* individuando il grado *G* di energia elastica rilasciata.

4.5 STUDIO DEL FENOMENO

Le difficoltà maggiori riscontrabili nello sviluppare una teoria sulla frattura dei materiali piezoelettrici è legata soprattutto alla comprensione reale del fenomeno fisico coinvolto. Le sfide principali della ricerca sono state generate da diversi fattori:

- Le quantità meccaniche ed elettriche sono accoppiate intrinsecamente nel difetto;
- Esiste sempre un modo di apertura della cricca che include sia la componente meccanica che quella elettrica;
- Bisogna sempre tener conto delle proprietà elettriche del materiale presente nella cricca;

- Tutte le proprietà dei materiali soggetti a polarizzazione sono anisotrope;
- In molte applicazioni, come gli attuatori, le cricche compaiono all'interfaccia tra il piezoelettrico e gli altri materiali.

In tabella sono sintetizzate le variabili e le equazioni che governano il problema elettromeccanico.

	Mechanics	Electrostatics
Primary variables Kinematical relations	Displacement u_i Strain $v_i = 1/2(u_i + u_i)$	Electric potential φ
Dual variables	Strain $c_{ij} = 1/2(u_{i,j} + u_{j,i})$ Stress σ_{ij}	Electric displacement D_i
Balance equations for forces and charges in domain V Natural boundary conditions on S_T (normal vector n_i)	$\sigma_{ij,j} + b_i = \rho \ddot{u}_i$ volume forces b_i mass density ρ $\sigma_{ii} n_i = t_i$ tractions t_i	$D_{i,i} - \bar{\omega}_V = 0$ volume charges $\bar{\omega}_V$ $D_i n_i = -\bar{\omega}_S$ surface charges $\bar{\omega}_S$
Essential boundary conditions on S_u	$u_i = \bar{u}_i$	$\varphi = \bar{\varphi}$

Le leggi fondamentali che governano questi fenomeni sono le equazioni di equilibrio meccanico (*Cauchy*) e le leggi elettrostatiche di *Gauss*, che insieme alle relazioni cinematiche formano un sistema di equazioni differenziali parziali per il campo di variabili $u_i e \varphi$, infine il set di equazioni è concluso dalle condizioni al bordo imposte alla superficie del materiale.

Le equazioni costitutive che legano il comportamento meccanico a quello elettrico nei materiali piezoelettrici sono invece:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} - e_{kij} E_k = \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}}$$
(4.3)

$$D_n = e_{nkl}\varepsilon_{kl} + \kappa_{nm}E_m = -\frac{\partial H}{\partial E_n}$$
(4.4)

La prima delle due equazioni descrive il comportamento da attuatore, mentre la seconda da sensore. Entrambe sono ricavate differenziando la densità di entalpia elettrica rispetto alle variabili di stato.

$$H(\varepsilon_{ij}, E_i) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} - e_{ikl} E_i \varepsilon_{kl} - \frac{1}{2} \kappa_{ij} E_i E_j$$
(4.5)

Dove c_{ijkl} , e_{kij} , κ_{ij} sono i tensori delle costanti elastiche, piezoelettriche e dielettriche. La maggior parte dei sensori e attuatori piezoelettrici seguono la direzione di polarizzazione, nonostante questa obbedisca ad un'isotropia trasversale, poiché tutti i materiali hanno un comportamento anisotropo. In un ciclo di isteresi essi infatti lavoreranno ad una condizione che corrisponde alla fine della curva, nella parte tratteggiata di rosso in cui esiste la massima polarizzazione (Figura 4-5). Se invece venisse cambiata o invertita la direzione del campo elettrico



Figura 4-5: Curva di isteresi di polarizzazione per materiale piezoelettrico.

applicato, si arriverebbe ad un ciclo di isteresi associato alla deformazione del campo elettrico, che assumerebbe una forma "a farfalla" come in Figura 4-6.



Figura 4-6: Curva di isteresi di deformazione per materiale piezoelettrico.

I componenti piezoelettrici e ferroelettrici subiscono cambi di polarizzazione localizzati di continuo, a causa del loro comportamento ferro elastico dovuto agli sforzi meccanici. Questo fenomeno può portare il materiale a seguire le leggi di isteresi non-lineare, e lo stesso può succedere in presenza di campi elettrici o meccanici localizzati nei dintorni dell'apice della cricca, i quali possono generare un comportamento non-lineare in zone ristrette paragonabili alle zone plasticizzate dei materiali duttili.

Lo studio della zona adiacente all'apice della cricca viene effettuato sfruttando le coordinate polari, quindi si individua una distanza r e un angolo θ .

Le tensioni meccaniche (σ_{ij}) e gli spostamenti elettrici (D_j) hanno un andamento che segue il reciproco della radice quadrata del raggio 1/ \sqrt{r} , (Figura 4-7).

$$\sigma_{ij}(r,\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \Big[K_I f_{ij}^{I}(\theta) + K_{II} f_{ij}^{II}(\theta) + K_{III} f_{ij}^{III}(\theta) + K_{IV} f_{ij}^{IV}(\theta) \Big]$$
(4.6)

$$D_{j}(r,\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_{I} g_{j}^{I}(\theta) + K_{II} g_{j}^{II}(\theta) + K_{III} g_{j}^{III}(\theta) + K_{IV} g_{j}^{IV}(\theta) \right]$$
(4.7)



Figura 4-7: Campi singolari all'apice della cricca.

Mentre gli spostamenti meccanici u_i , e il potenziale elettrico ϕ , presentano una forma parabolica che segue l'andamento di \sqrt{r} .

$$u_{i}(r,\theta) = \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left[K_{I} d_{i}^{I}(\theta) + K_{II} d_{i}^{II}(\theta) + K_{III} d_{i}^{III}(\theta) + K_{IV} d_{i}^{IV}(\theta) \right]$$
(4.8)

$$\varphi(r,\theta) = \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \left[K_I v^I(\theta) + K_{II} v^{II}(\theta) + K_{III} v^{III}(\theta) + K_{IV} v^{IV}(\theta) \right]$$
(4.9)

Dove f_{ij}^{N} , g_{i}^{N} , d_{i}^{N} e v^N sono delle funzioni angolari che dipendono solo dalle costanti del materiale. Le K_{I} , K_{II} e K_{III} rappresentano i classici fattori di classificazione degli sforzi ai quali viene però aggiunto un nuovo fattore K_{IV} , che prende il nome di "fattore di intensificazione degli spostamenti elettrici" ed è l'equivalente elettrico del fattore applicato agli sforzi meccanici, e serve appunto a descrivere il carico elettrico del materiale. Nonostante l'indice IV applicato al parametro elettrico, non esiste un modo di apertura ad esso associato.

Durante l'accrescimento della cricca di una quantità Δa si verifica uno scambio di energia nella struttura, sotto forma di potenziale elettrico ed energia meccanica. Questo scambio di energia $\Delta \Pi$ prende il nome di "*energy release rate ERR*", viene indicato con G e viene calcolato mediante la seguente espressione:

$$G = -\lim_{\Delta a \to 0} \frac{\Delta \Pi}{\Delta a} = -\frac{d\Pi}{da} = G_m^I + G_m^{II} + G_m^{III} + G_e$$
(4.10)

L'espressione appena illustrata mostra i termini comunemente usati nello studio dell'energia meccanica e associati ai vari modi di apertura delle cricche, più l'ultimo termine relativo alla parte elettrica G_e. L'ERR ha lo scopo di eguagliare il lavoro svolto dalle tensioni meccaniche e dagli spostamenti elettrici registrati prima dell'avanzamento della cricca al Δa , agli spostamenti meccanici Δu_i e al potenziale elettrico $\Delta \phi$ durante il processo di apertura della cricca stessa.

$$G = -\frac{d\Pi}{da} = -\lim_{\Delta a \to 0} \frac{1}{2\Delta a} \int_0^{\Delta a} \{\sigma_{2i}(s)\Delta u_i(\Delta a - s) + D_2(s)\Delta\phi(\Delta a - s)\} ds$$
(4.11)

Il *crack closure integral* risulta uguale all'ERR a causa della reversibilità di quest'ultimo. La relazione che lega l'ERR al fattore di intensificazione degli sforzi è la seguente:

$$G = \frac{1}{2} K^T Y(C, e, \kappa) K$$
(4.12)

Dove Y che è la matrice di Irwin generalizzata dipende dalle costanti elastiche, piezoelettriche e dielettriche del materiale e dall'orientazione della cricca nei confronti della polarizzazione.

4.5.1 CONDIZIONI DI BORDO

Le proprietà dielettriche del mezzo interno alla cricca influenzano il comportamento elettromeccanico nei dintorni dell'apice della cricca. Il campo elettrico riesce facilmente a

penetrare all'interno della fessura, mentre se al suo interno viene messo un materiale dielettrico isolante, questo si comporterà come un semi-permeabile nei confronti del campo elettrico.

A seconda del valore di $\beta = \kappa_c/\kappa$, in cui quella al numeratore rappresenta la permettività del mezzo mentre al denominatore quella del solido piezoelettrico, si possono distinguere due casi:

- *Impermeable crack*: in cui β=0 e in cui le superfici inferiori e superiori della cricca risultano non caricate. Il campo elettrico aggirerà il difetto e si avrà il valore più elevato di K_{IV};
- Permeable conditions: in cui β → ∞ e la cricca è completamente attraversata dal campo elettrico. Nelle due facce è presente lo stesso potenziale e questa condizione si manifesta anche se la fessura risulta chiusa.

Esistono poi altre due condizioni intermedie che descrivono il comportamento del campo elettrico in relazione alle caratteristiche del mezzo intermedio (Figura 4-8):

• *Semi-permeable crack*: è la condizione più realistica quando ci si trova in presenza di un mezzo con permettività limitata. Qui le facce opposte della cricca vengono considerate come dei condensatori attraversati da campo elettrico



Figura 4-8: Linee di campo elettrico all'apice della cricca: impermeabile (linee piene) e permeabile (linee tratteggiate) a sx, conduttore (linee continue) e a permeabilità limitata (linee tratteggiate) a dx.

• *Conducting crack*: se invece all'interno della cricca è presente un materiale conduttore, non vi sarà presente nessun campo elettrico al suo interno.

Nel particolare caso in esame, in cui la cricca si propaga in direzione perpendicolare al campo elettrico, si possono identificare le espressioni dei fattori di intensificazione degli sforzi nei seguenti modi a seconda del tipo di materiale intermedio:

$$K_I = (\sigma_{22}^{\infty} - \sigma_{22}^c)\sqrt{\pi a}$$
 in tutti i casi (quando l'elemento si trova in (4.13) trazione)

$$K_{IV} = D_2^{\infty} \sqrt{\pi a} \qquad Impermeable \ crack, \ D_2^c = \sigma_{22}^c = 0 \qquad (4.14)$$

$$K_{IV} = (D_2^{\infty} - D_2^c)\sqrt{\pi a} \qquad semi-permeable \ crack \tag{4.15}$$



Figura 4-9: Difetto di Griffith con polarizzazione perpendicolare e campo elettrico applicato.
Tramite queste equazioni è possibile determinare il valore dei due fattori di intensificazione degli sforzi in base anche alle condizioni al contorno lungo le superfici della cricca. In Figura 4-9 un esempio da lastra piana polarizzata e con difetto al centro.

L'ERR invece può essere espresso in relazione ai due fattori precedenti, come segue:

$$G = G_m + G_e = \frac{1}{2} \left(\frac{K_I^2}{c_T} + \frac{K_I K_{IV}}{e} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{K_I K_{IV}}{e} - \frac{K_{IV}^2}{\kappa} \right)$$
(4.17)

Il suo andamento è fortemente influenzato dal materiale intermedio presente all'interno della cricca. Nella condizione di *semi-permanent crack*, ad esempio, a causa della non-linearità degli sforzi e della carica elettrica presente in prossimità della cricca, il comportamento di G (Figura 4-10) sarà asimmetrico rispetto al caso puramente meccanico (raffigurato con linee



Figura 4-10: Confronto tra ERR e campo elettrico per diversi valori di permittività relativa.

tratteggiate come confronto) e il suo massimo si troverà spostato verso valori più alti di campo elettrico come mostrato in Figura 4-10, dove sono raffigurati gli andamenti di G in relazione al tipo di materiale contenuto nella cricca: aria ($\kappa_r = 1$), olio di silicone ($\kappa_r = 2.5$), o un materiale quasi permeabile ($\kappa_r = 20$). Si può anche notare che in assenza di campo elettrico le curve si incontrano tutte nello stesso punto. Sono state ricavate delle curve di resistenza che mostrano la rigidezza di un campione polarizzato in direzioni differenti rispetto alla direzione di accrescimento della cricca (Figura 4-11). La rigidezza maggiore è stata registrata negli elementi dove la polarizzazione fosse in direzione trasversale al fronte della cricca, mentre la più bassa quando si trovava in direzione perpendicolare a quest'ultima. Questo comportamento è dovuto al fatto che c'è un maggiore assorbimento di energia quanto più la cricca è ruotata rispetto alla direzione della polarizzazione.



Figura 4-11: Curva di resistenza per materiale piezo: polarizzato parallelamente (A), perpendicolarmente (C) e trasversalmente (B) alla direzione della cricca.

Dalle prove sperimentali è stato evidenziato che, quando un campo elettrico viene applicato perpendicolarmente alla cricca, si avverte un consistente ritardo nella propagazione di quest'ultima. I parametri che agiscono vengono calcolati tramite analisi FEM, ma si può evidenziare un aumento del valore di K_{IV} e una consistente diminuzione dell'energia elettromeccanica totale, nonostante quella puramente meccanica aumenti come mostrato in Figura 4-12.



Figura 4-12: Andamento energia meccanica ed elettromeccanica totale durante la propagazione della cricca.

Sono state anche effettuate dei test su provini CT (*compact tension*), ai quali è stato applicato un campo elettrico con degli elettrodi posti sulle due superfici, come in Figura 4-13.



Figura 4-13: Provino CT con carico meccanico ed elettrico applicati perpendicolarmente alla cricca.

Il provino è stato immerso in olio di silicone per garantire un appropriato isolamento alle superfici della cricca, ed è stato studiato il comportamento del proprio carico a frattura. Come raffigurato in Figura 4-14, l'andamento mostra un'asimmetria: per valori positivi di campo elettrico posto parallelamente alla direzione di polarizzazione, ci sarà un accrescimento della dimensione della cricca; invece un campo elettrico negativo ostacolerà l'accrescimento di quest'ultima.



Figura 4-14: Carichi critici di frattura in relazione al campo elettrico applicato per un provino CT.

Invece per una trave con singola cricca laterale di tipo SENB (*single edge notched beam*), sono stati fatti dei test caricandola a flessione su quattro punti e con cricche di diverse lunghezze come in Figura 4-15. L'elemento è stato immerso in un materiale elettrolita per permettere alla cricca di condurre il campo elettrico. Il carico critico a frattura misurato dipende fortemente sia dalla lunghezza iniziale della cricca e sia dall'intensità del campo elettrico applicato, sempre parallelamente alla direzione di propagazione della cricca.



Figura 4-15: Provino di tipo SENB polarizzato e caricato su 4 punti.

E' stata condotta un'analisi agli elementi finiti tenendo conto della geometria della cricca allo scopo di convertire lo sforzo meccanico esterno e il carico elettrico applicato nei rispettivi fattori di intensificazione degli sforzi, meccanico K_I ed elettrico K_E . Gli andamenti sono rappresentati in figura, dove la linea continua rappresenta l'andamento di *G* descritto anche dalla formula, mentre quelle tratteggiate rappresentano le curve di frattura (Figura 4-16).

$$G = G'_m + G_e = \frac{1}{2} (Y_{22} K_I^2 + 2Y_{24} K_I K_E + Y_{44} K_E^2) = G_{Ic}$$
(4.18)



Figura 4-16: Confronto tra curve teoriche (tratteggio corto) e sperimentali (tratteggio lungo).

4.5.4 CARICHI DINAMICI

Alcuni dispositivi piezoelettrici sono sottoposti a carichi elettrici ad alta frequenza o pulsanti, dove l'impulso elettrico agisce molto più velocemente della sollecitazione meccanica. Nonostante questo fenomeno provochi numerose e importanti rotture in questi materiali, la meccanica della frattura dinamica nei materiali piezoelettrici è un fenomeno ancora poco approfondito e studiato. Per ostacoli puramente matematici, molti dei metodi analitici risolutivi per la dinamica sono rivolti solo alla frattura di tipo *anti-plane* cioè a quella classe di deformazioni in cui l'allungamento nell'elemento è zero lungo il piano di interesse e diverso da zero nella direzione perpendicolare ad esso.

Per misurare il valore dello *SIF* per questo tipo di sollecitazione si è usato come esempio una lastra rettangolare con una cricca centrale sotto l'effetto di una tensione remota $\sigma_0(t)$ o di uno spostamento elettrico $D_0(t)$. Il carico applicato segue un andamento crescente all'interno di un intervallo di tempo di τ =10⁻⁶ sec, fino a raggiungere il valore massimo di D_0 = 5*10⁻³ C/m² oppure σ_0 =5 MPa. Il materiale usato è il già citato Titanato di Bario (BaTiO₃) e le direzioni della polarizzazione e del carico sono parallele.

Il valore del fattore di intensificazione degli sforzi K_I calcolato, è plottato nella Figura 4-17 in funzione del tempo.



Figura 4-17: SIF in relazione al tempo meccanico o elettrico di impatto.

Come è visibile in figura il valore del fattore di intensificazione dinamico degli sforzi, quando il materiale è sottoposto ad uno sforzo meccanico, è superiore al corrispondente valore nel caso statico.

Per quanto riguarda il carico elettrico il fattore K_I assume anch'esso un valore alto, a differenza di quanto succeda nel caso statico in cui invece si annulla e questo è dovuto al fatto che quando nel materiale viene applicato un campo elettrico, esso propagherà lungo tutto il corpo alla velocità della luce. I campi meccanici generati si propagano partendo dalle estremità libere della lastra come onde ma alla velocità del suono. Quando l'onda dell'impulso meccanico raggiunge la cricca, il valore di K_I cresce e poi decresce seguendo l'andamento dell'impulso.

Non è stata registrata nessuna differenza per i due tipi di carico tra le cricche permeabili e impermeabili.

In conclusione, è possibile dire che i carichi dinamici per cricche presenti in materiali piezoelettrici possono causare nuovi e interessanti effetti, ma per tali materiali non sono stati ancora effettuati esperimenti in queste condizioni.

4.6 ANALISI DEFORMAZIONI PIEZOELETTRICO

Le componenti del tensore delle tensioni di un materiale piezoelettrico sottoposto ad un carico statico sono funzioni sia della deformazione geometrica e sia dell'intensità del campo elettrico ad esso applicato. Le equazioni che governano i due contributi, meccanico ed elettrico sono:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}^E \epsilon_{kl} - e_{ijk} E_k \tag{4.19}$$

$$D_i = e_{kli}\epsilon_{kl} + \epsilon_{ik}^S E_k \tag{4.20}$$

Dove:

- c_{ijkl}^{E} rappresenta il modulo elastico del mezzo;
- *e*_{*ijk*} rappresenta il modulo piezoelettrico;
- ϵ_{ik}^{S} è la costante dielettrica adiabatica del mezzo;
- ϵ_{kl} sono le componenti del tensore delle deformazioni;
- σ_{ii} sono le componenti del tensore degli sforzi;
- E_k sono le componenti della forza per il campo elettrostatico;
- *D_i* sono le componenti del vettore di induzione elettrica;

Le cariche libere e le forze interne al corpo vengono trascurate o si annullano, perciò le equazioni di equilibrio avranno la seguente espressione:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0 \tag{4.21}$$

$$\frac{\partial D_j}{\partial x_i} = 0 \tag{4.22}$$

Le due coppie di equazioni appena descritte, insieme alle appropriate condizioni al contorno definiscono le componenti sia dell'intensità elettrostatica all'interno del mezzo e sia del suo stato di tensione e deformazione. Serve però un'altra condizione che permetta ad esempio, di trovare il carico critico necessario alla propagazione della cricca nel piezoelettrico, dato che le equazioni precedentemente trovate non forniscono una soluzione unica ed inequivocabile al problema.

4.6.1 CRITERIO GENERALIZZATO DI IRWIN

Al fine di trovare una nuova condizione che definisca l'evoluzione e la propagazione della cricca nel materiale piezoelettrico e formulare un criterio generalizzato di Irwin, viene introdotto un nuovo termine che rappresenta il flusso di energia $dA_{\Delta\Sigma}$, dovuto appunto al processo di propagazione della cricca.

Si considera un elemento piezoelettrico contenente una cricca in due precisi istanti, *t* e $t_1 = t + \Delta t$ e definendo il vettore degli spostamenti nei due differenti istanti come $u(u_i)$ e $u_1(u_{i1})$.

Nei due istanti sono valide le due equazioni seguenti:

$$\frac{\partial(\sigma_{ij1} + \sigma_{ij})}{\partial x_i} = 0 \tag{4.23}$$

$$\frac{\partial(D_{j1} + D_j)}{\partial x_j} = 0 \tag{4.24}$$

Moltiplicando la prima equazione per gli spostamenti meccanici:

$$\frac{1}{2}(u_{i1} - u_i) \tag{4.25}$$

E la seconda per i potenziali elettrici:

$$\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi) \tag{4.26}$$

E integrando su tutto il volume, si ottiene un'equazione che riformulata assume la seguente forma:

$$dW = dA + dA_{\Delta\Sigma} \tag{4.27}$$

Dove dW è l'aumento di energia interna e dA il lavoro totale delle forze di superficie. Mentre rimane sempre valida l'equazione:

$$\sigma_{ij}\epsilon_{ij1} + E_j D_{j1} = \sigma_{ij1}\epsilon_{ij} + E_{j1} D_j \tag{4.28}$$

Il flusso di energia è legato all'energia di superficie nel campo della meccanica della frattura come segue:

$$dU_0 = \gamma(\Delta \Sigma_1 + \Delta \Sigma_2) \tag{4.29}$$

Dove γ rappresenta l'intensità dell'energia superficiale.

E' stato ricavato infine che una condizione per la propagazione della cricca sottoposta ad un carico statico risulta:

$$dU_0 = -dA_{\Delta\Sigma} \tag{4.30}$$

4.6.2 FORMULAZIONE DEL PROBLEMA

Si prenda come esempio una lastra infinita che in mezzeria presenta una parte costituita da materiale piezoelettrico. All'interfaccia tra il materiale della lastra e quello piezoelettrico è presente una discontinuità lungo l'asse x nel piano Z=0, e le sue superfici $-a \le x \le a$ e $-\infty \le y \le +\infty$ risultano scariche. Il materiale viene posto in trazione da una tensione costante σ_0 parallela all'asse z e quindi si trova in condizione di deformazione piana.

La matrice contenente il modulo elastico c_{ij}^E , il modulo piezoelettrico e_{ik} e la permeabilità dielettrica ϵ_{lk}^s per il materiale in esame risulta:

$$\|c_{ij}^{E}\| = \begin{pmatrix} c_{11}^{E} & c_{12}^{E} & c_{13}^{E} & 0 & 0 & 0\\ c_{12}^{E} & c_{11}^{E} & c_{13}^{E} & 0 & 0 & 0\\ c_{13}^{E} & c_{13}^{E} & c_{33}^{E} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^{E} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^{E} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(c_{11}^{E} - c_{12}^{E}) \end{pmatrix}$$
(4.31)

$$\|e_{ik}\| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{15} & 0 \\ e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$
(4.32)

$$\|\epsilon_{lk}^{s}\| = diag[\epsilon_{11}^{s}, \epsilon_{11}^{s}, \epsilon_{33}^{s}]$$
(4.33)

Combinando insieme le equazioni fondamentali dei tensori meccanici ed elettrici con le equazioni appena ricavate si arriva a delle equazioni, che combinate con le equazioni di equilibrio forniscono le equazioni principali utili a studiare il problema elettro elastico.

$$c_{11}^{E} \frac{\partial^{2} u^{+}}{\partial x^{2}} + c_{44}^{E} \frac{\partial^{2} u^{+}}{\partial Z^{2}} + (c_{13}^{E} + c_{44}^{E}) \frac{\partial^{2} w^{+}}{\partial x \partial Z} - (e_{31} + e_{15}) \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial x \partial Z} = 0,$$

$$(c_{44}^{E} + c_{13}^{E}) \frac{\partial^{2} u^{+}}{\partial x \partial Z} + c_{44}^{E} \frac{\partial^{2} w^{+}}{\partial x^{2}} + c_{33}^{E} \frac{\partial^{2} w^{+}}{\partial Z^{2}} - e_{15} \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial x^{2}} - e_{33} \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial Z^{2}} = 0, \quad (4.34)$$

$$(e_{31} + e_{15}) \frac{\partial^{2} u^{+}}{\partial x \partial Z} + e_{15} \frac{\partial^{2} w^{+}}{\partial x^{2}} + e_{33} \frac{\partial^{2} w^{+}}{\partial Z^{2}} + \epsilon_{11}^{s} \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial x^{2}} + \epsilon_{33}^{s} \frac{\partial^{2} \varphi}{\partial Z^{2}} = 0.$$

La soluzione del problema statico può essere trovata sfruttando la linearità delle equazioni precedenti, come somma dei due seguenti problemi parziali:

- A. Determinando le tensioni, le deformazioni e le componenti della forza elettrica nel materiale in assenza di difetti, sotto l'azione di una tensione σ_0 costante;
- B. Determinando il comportamento del materiale quando il difetto è presente, e le forze esterne e i campi agiscono sulle sue superfici;

Dopo una serie di derivazioni e trasformazioni analitiche complesse si ricava che l'allungamento, le tensioni, il potenziale e l'induzione elettrica sono di natura oscillatoria e cambiano il loro segno continuamente nel punto all'apice della cricca $x \rightarrow \pm a$, e gli intervalli di cambiamento di segno sono posizionati in regioni molto piccole di questa zona per i materiali piezo ceramici. Vale lo stesso discorso anche per i materiali costituiti da piezo ceramici e conduttori insieme. Dunque, è possibile stabilire che i parametri appena citati cambiano il loro segno proprio in corrispondenza della fine della discontinuità dove la soluzione ottenuta è inesatta e inadeguata a causa della deviazione del materiale piezoelettrico dalla linearità.

Al termine della trattazione si ottiene la seguente formula generalizzando la formula di Griffith per un materiale piezoelettrico e mettendo in relazione la lunghezza del difetto con il carico agente:

$$\sigma_0 = \sqrt[2]{\left[\frac{8g_{21}\gamma}{\pi(1+4\kappa^2)a}\right]}$$
(4.35)

Dove γ rappresenta l'intensità di energia superficiale, g_{21} è un parametro funzione della parte elettrica, κ la permettività elettrica del materiale piezoelettrico e *a* la lunghezza caratteristica del difetto. In conclusione, si può affermare che imponendo determinate condizioni al contorno alle sollecitazioni meccaniche e al vettore della forza elettrica, è possibile ricavare le soluzioni relative ai problemi riguardanti la frattura nei materiali piezoelettrici. E infine dopo aver determinato le tensioni agenti, utilizzando una serie di equazioni si può ricavare il carico necessario alla frattura. L'esempio che viene mostrato in Figura 5-1 è quello di una trave a sbalzo incastrata ed eccitata ad una data frequenza, e caricata con una massa all'estremità libera. Le due superfici della trave metallica raffigurata in figura con 2, sono ricoperte da due lamine costituite da materiale piezoelettrico, indicate con 1. La deformazione del piezoelettrico prodotta dalle vibrazioni provoca una distribuzione di carica elettrica e quindi la generazione di un campo elettrico tra l'elettrodo superiore e quello inferiore corrispondente con le due lamine, i quali vengono collegati ad un carico resistivo R_L esterno per sfruttare la nuova potenza generata. Il comportamento elettromeccanico della struttura è stato largamente analizzato in letteratura ma può essere modellato solo attraverso un approccio analitico e con diversi gradi di approssimazione.



Figura 5-1: Schema base di un componente per il recupero dell'energia.

Il modello appena descritto viene schematizzato come l'equivalente di un sistema massapiezo-molla-smorzatore, dove con K si indica la rigidezza della lamina e con c il coefficiente di smorzamento viscoso. Il sistema viene eccitato tramite la forza F(t) esterna che provoca uno spostamento $Y_{TIP}(t)$ della massa M e viene contrastato dalla forza $F_p(t)$ imposta dal piezoelettrico. La forza esterna F(t) si suppone uguale all'accelerazione di eccitazione A_{in} che agisce sulla massa libera.

$$F(t) = A_{in}M \tag{5.1}$$

$$F_p(t) = K_p Y_{TIP}(t) + \alpha V(t)$$
(5.2)

$$i(t) = \alpha \dot{Y}_{TIP}(t) - C_P \dot{V}(t)$$
(5.3)

Con i(t) e V(t) si indica rispettivamente la corrente in uscita e il voltaggio dell'elemento piezoelettrico, e con le ultime due si rappresentano le equazioni costitutive del sistema, in esse K_p indica la rigidezza del materiale piezoelettrico, α è il fattore di forza e C_p è la capacità piezoelettrica.



Figura 5-2: Modello elettromeccanico di un componente piezoelettrico per il recupero dell'energia.

5.1 OTTIMIZZAZIONE FORMA DELLA LAMINA

Per ottimizzare la conversione di energia si cerca di coprire quanta più superficie possibile con materiale piezoelettrico. C'è da dire, che una migliore conversione di energia viene raggiunta se il materiale piezoelettrico è deformato al limite di resistenza in ogni zona della lamina, e quindi ricoprire tutto il dispositivo senza tenere conto del suo stato di tensione può limitare decisamente i risultati ottenuti. Data una condizione di carico si cerca di progettare la geometria del componente in modo da avere una distribuzione di tensione il più possibile costante su tutta la struttura.

Nelle travi rettangolari la distribuzione del momento flettente decresce linearmente, per questo si usa una forma triangolare per le travi in modo da ottenere lungo la superficie della trave una distribuzione di tensione uniforme. Per motivi soprattutto funzionali e pratici si è scelta una forma trapezoidale, per permettere di fissare anche la massa all'estremo libero. Modificando e ottimizzando la struttura in modo da ottenere la forma di un trapezoide rovesciato invece, si è registrato un incremento delle tensioni in prossimità della parte fissa che però decrescono velocemente lungo la trave in modo che l'estremo libero risulti caricato molto debolmente, ma questa forma è utile perché agevola notevolmente il posizionamento della massa di prova (Figura 5-3).



Figura 5-3: Due diverse configurazioni per lo steso elemento: forma trapezoidale (sx) e trapezoidale rovesciata (dx).

La larghezza della trave può essere espressa in funzione della sua lunghezza per entrambe le forme, nel modo seguente:

$$w(x) = \frac{(w_1 - w_2)(l_b - x)}{l_b} + w_2$$
(5.4)

$$w(x) = \frac{(w_2 - w_1)x}{l_b} + w_1 \tag{5.5}$$

Le tensioni e la loro distribuzione lungo la lunghezza della trave sono calcolate, per la forma trapezoidale, mantenendo costante la w_1 e facendo diminuire la w_2 e viceversa invece per il caso trapezoidale rovesciato. I risultati ottenuti in termini di tensioni in funzione di *x* sono illustrati nella Figura 5-4, dalla quale si può notare che l'elemento di forma trapezoidale rovesciata presenta delle tensioni concentrate elevate all'estremità fissa e che queste diminuiscano velocemente spostandosi verso l'estremità libera. Mentre quello a forma trapezoidale semplice presenta una distribuzione più uniforme con la tensione massima minore comunque del caso precedente.



Figura 5-4: Distribuzione delle tensioni lungo la lamina per le due configurazioni, trapezoidale (a) e rovesciato (b).

5.2 FORMA OTTIMIZZATA

Il modello preso come riferimento è quello di Figura 5-1 di forma rettangolare semplice costituita da una struttura metallica di acciaio inossidabile, mentre il materiale piezoelettrico è costituito da PZT (Piombo-Zirconato di Titanio). Questo tipo di configurazione fornisce il maggior voltaggio ottenibile tra gli elettrodi delle due lamine costituenti la trave.

I requisiti geometrici richiesti ad una struttura di questo tipo per definirne la forma sono: l'area della sua superficie e la larghezza massima. Per capire l'importanza del ruolo di questi due parametri in questa trattazione, vengono comparate delle geometrie ottimizzate cha hanno la stessa larghezza massima e lo stesso volume totale. In prima battuta è stato assunto un determinato valore di larghezza trasversale massima w per gli elementi di forma rettangolare, trapezoidale e trapezoidale inverso. Poi invece, le due larghezze w_1 e w_2 per le due configurazioni trapezoidali vengono fatte variare mantenendo costante il volume totale. Dato che la capacità del trasduttore piezoelettrico dipende dalla superficie, i due differenti approcci danno risultati diversi. Le dimensioni dei prototipi ottimizzati sono mostrate in Figura 5-5 e le dimensioni mancanti sono le stesse della lamina di esempio presentata precedentemente. La forma della trave è inoltre progettata in modo da mantenere costante la prima autofrequenza di flessione. Come frequenza di eccitazione viene scelto un valore comune di 50 Hz che corrisponde alle vibrazioni indotte da sorgenti in ambito domestico o industriale, mentre il carico inerziale è costituito da una massa cubica di 10 gr, quindi le varie strutture vengono eccitate alla loro frequenza di risonanza con un'accelerazione sinusoidale di 2 m/s².



Figura 5-5: Prototipi ottimizzati con stesse frequenze di risonanza e stessi volumi (a, b) o stessa larghezza trasversale (c,d).

Il comportamento delle strutture è strettamente legato al carico resistivo ad esse applicato, come mostrato in Figura 5-6, la quale mostra anche la loro potenza specifica per unità di volume del materiale piezoelettrico, come funzione della resistenza ad esso connessa semplificando il sistema come il SDOF precedentemente illustrato. E' importante notare che il valore delle

potenze ottenute risulta approssimativo in quanto un confronto preciso risulta abbastanza complicato da effettuare a causa delle differenza geometriche e di accelerazione di eccitazione.



Figura 5-6: Potenze ottenute da componenti di forma ottimizzata.

5.3 MODELLO FEM

Il modello analitico descritto sopra risulta però alquanto semplificato da un punto di vista strutturale, nonostante esso risulti molto utile nella definizione dei parametri rilevanti per i livelli di potenza recuperata. Per ottenere una descrizione più dettagliata del comportamento elettromeccanico del sistema vengono usate delle analisi più accurate come ad esempio l'analisi agli elementi finiti FEM, che considera anche le concentrazioni di tensione e le distribuzioni di carica (Figura 5-7).



Figura 5-7: Modellazione agli elementi finiti di una lamina rettangolare.

Dopo aver realizzato il modello da studiare agli elementi finiti in ambiente *ANSYS* come mostrato in figura, si procede effettuando un'analisi modale di tutta la forma ottimizzata della struttura al fine di calcolarne la frequenza naturale e gli autovalori. Come esempio vengono mostrati in Figura 5-8 i primi quattro modi di vibrazione della struttura di forma trapezoidale invertita (rispettivamente alle frequenze di 50, 210, 312 e 2370 Hz).



Figura 5-8: Primi 4 modi di vibrazione per un componente di forma rovesciata.

Per calcolare la potenza generata per la geometria in esame viene implementata un'analisi dinamica forzata. In particolare, viene applicata un'eccitazione di forma sinusoidale all'estremità fissa della trave, assumendo come costante il valore dell'accelerazione di eccitazione e mantenendo la frequenza di eccitazione pari alla frequenza di risonanza. Il calcolo degli spostamenti lungo la trave permette di identificare la tensione e la distribuzione di carica presenti nel materiale piezoelettrico, effettuando un'analisi elettromeccanica sulla struttura e ciò permette anche di stimare il voltaggio e la potenza recuperata.

Tramite l'analisi FEM è possibile anche ricavare l'andamento della variazione di tensione elettrica e della distribuzione di potenza in funzione del carico resistivo applicato, per la trave di forma rettangolare, come mostrato in Figura 5-9.



Figura 5-9: Andamento della potenza specifica al variare dei carichi resistivi applicati, per un elemento di forma rettangolare.

Per quanto riguarda invece la distribuzione della tensione elettrica lungo la trave risultante dall'analisi FEM, essa segue lo stesso andamento della distribuzione di tensione meccanica ed è illustrata in Figura 5-10. Come si può notare, si ottengono dei valori di distribuzione di tensione più bassi per le strutture di forma trapezoidale, la cui efficienza è infatti influenzata dal vincolo. Infatti, la larghezza di questa determinata forma è elevata in corrispondenza della parte fissa e dove il vincolo causa l'abbassamento dei livelli di tensione, che di conseguenza si ripercuote in tutti i parametri medi della struttura. La soluzione per eliminare tali perdite di efficienza può essere trovata evitando di fissare anche il materiale piezoelettrico ma solo quello metallico.

Nella configurazione trapezoidale rovesciata viene individuato invece un picco del livello di carica, corrispondente alle tensioni più alte nella parte fissa della struttura. In questa zona la larghezza della trave risulta piccola e dato che l'influenza di questo picco di carica nei confronti della tensione media risulta importante, anche per questa configurazione il vincolo ha effetti significativi sulla potenza media ottenibile.



Figura 5-10: Distribuzione della tensione elettrica sulla superficie dell'elemento di forma considerata.

Sebbene la capacità dei trasduttori dipenda dalla loro superficie e le forme con lo stesso volume debbano avere capacità elettriche simili, in questo caso non succede a causa della differenza della distribuzione di carica.

L'analisi FEM ha fornito un importante risultato, che è quello di aver rilevato un incremento significativo dell'energia recuperata nel caso di una configurazione geometrica ottimizzata avente la stessa larghezza massima rispetto alla classica configurazione rettangolare presa come esempio. In questo caso la limitazione e l'abbassamento di efficienza dovuto dal vincolo vengono compensati da uno sfruttamento migliore del materiale, cioè livelli più alti di deformazione media.

Il miglioramento più importante ottenuto nel calcolo della potenza specifica per unità di volume di materiale piezoelettrico, riguarda la configurazione di forma trapezoidale rovesciata, sebbene un vantaggio importante è ottenuto anche usando la forma trapezoidale classica avente la stessa larghezza massima.

Tutti i precedenti risultati ottenuti consentono di avere delle notevoli informazioni in più nei criteri da adottare nella progettazione dei dispositivi piezoelettrici per il recupero dell'energia vibrazionale, dato che ad oggi le nozioni presenti in letterature risultano ancora poco approfondite.

6 APPLICAZIONE ENERGY HARVESTING

6.1 DESCRIZIONE MATERIALE

L'utilizzo dei materiali piezoelettrici sta prendendo sempre più piede anche in campo biomedico, in cui si usa il loro effetto per sfruttare anche i piccoli movimenti del corpo umano per generare energia elettrica utile. La sfida più grande è quella di trovare dei nano generatori piezoelettrici biodegradabili che abbiano un'elevata sensibilità, non siano tossici e inquinanti e siano flessibili, dato che la maggior parte di quelli ad elevate prestazioni presenti in commercio (organici e non) presentano un'elevata tossicità.

Negli ultimi tempi quello dell'inquinamento, dell'esaurimento delle risorse e della ricerca di fonti di energia pulite e a basso impatto ambientale, è stato uno dei problemi che ha attirato l'attenzione di tutti, dai privati fino alle istituzioni e al quale si stanno cercando delle soluzioni.

L'utilizzo dell'energia meccanica si è scoperto essere molto efficiente nell'immagazzinamento e nella produzione di energia elettrica, poiché essa risulta facilmente accessibile ed ecologica. In particolare, si sta cercando di sfruttare sempre di più quella prodotta dal corpo umano come fonte di energia pulita per applicazioni innovative ed intelligenti, sfruttando i movimenti delle articolazioni, la pressione generata dai talloni, dalle dita, la respirazione e il parlare, per alimentare dispositivi elettronici portatili come iPods, smart watches ecc.

La maggior parte dei materiali piezoelettrici usati come nano generatori presentano delle limitazioni importanti, come il fatto non essere biodegradabili e presentare spesso un'elevata tossicità e questo li rende ovviamente poco adatti ad essere usati in campo biomedico. Si è cercato quindi di usare dei materiali ricavati da elementi presenti in natura sia di origine animale che vegetale, soprattutto scarti o materiali difficilmente riutilizzabili come la vescica dei pesci ad esempio, usata per l'immagazzinamento di energia, oppure la cellulosa delle piante che però presenta scarse proprietà piezoelettriche.

Da recenti esperimenti sono state riscontrate importanti capacità piezoelettriche in un materiale ricavato dalla pelle della cipolla. Questo materiale infatti è biodegradabile, poco costoso perché presente in abbondanza come scarto alimentare ed ecologico perché ha un bassissimo impatto ambientale. Il fatto di essere bio-compatibile e non tossico permette ai

dispositivi fabbricati con questo tipo di materiale di essere usato anche in ambito medico e ospedaliero, ad esempio per i *pacemaker*. Esso è composto da cellulosa, gruppi carbonilici, carbossilici e ammine. Presenta un'eccellente efficienza di conversione (circa 61,7%), e una singola unità può riuscire a produrre una tensione di 18V e una corrente di 166nA, ma il massimo risultato si ottiene collegando insieme in serie 6 unità in modo da produrre una tensione di 106V e 900nA.

L'effetto piezoelettrico è prodotto dallo spostamento dei dipoli presenti nel reticolo cristallino a causa dell'applicazione di forze esterne, ed è prevedibile anche dalla presenza sulla superficie del materiale di microfibre di cellulosa estremamente allineate, come mostrato in Figura 6-1 e 6-2 in cui è possibile avere anche una visione tridimensionale.



Figura 6-1: Materiale visto al microscopio elettronico a scansione con sorgente ad emissione di campo (FE-SEM).



Figura 6-2: Vista 3D della superficie topografica del materiale.

Sono state riscontrate anche delle buone proprietà ferroelettriche dovute ai legami Idrogeno presenti tra le molecole di cellulosa oppure tra la cellulosa e altri elementi, che cambiano orientamento all'interno del reticolo. Le forti interazioni intermolecolari che si creano a seguito



Figura 6-3: Dipendenza tra polarizzazione e campo elettrico.

dell'applicazione delle tensioni causate dal campo elettrico, causano invece un incremento della predisposizione naturale del materiale a polarizzare (Figura 6-3).

Il problema di questo tipo di materiali è che il loro comportamento piezoelettrico non è ancora stato studiato e compreso approfonditamente, poiché esso non segue le regole convenzionali classiche.

Per quanto riguarda l'*Energy Harvesting* (recupero e produzione di energia) applicato al corpo umano, molteplici esperimenti sono stati eseguiti sfruttando il battito cardiaco e ogni singolo e impercettibile movimento da esso prodotto posizionando delle componenti di materiale piezoelettrico sul torace. Essi risultano molto sensibili anche ai flussi d'aria, ad esempio generati da un ventilatore, oppure alla frequenza sonora provocata dalla voce di uno speaker, Figure 6-4, 6-5, 6-6.



Figura 6-4: Tensione generata dal battito cardiaco.



Figura 6-5: Tensione generata da getto d'aria.



Figura 6-6: tensione generata da frequenza sonora.

Dalle numerose prove sperimentali è stato evidenziato che l'impulso elettrico generato è strettamente legato all'intensità della pressione applicata. In particolare, per pressioni che vanno da 2.5 a 40.6 kPa si verifica un aumento della tensione prodotta, mentre quest'ultima aumenterà in maniera quasi impercettibile per valori di tensione meccanica superiori a 47.2 kPa come evidenziato in Figura 6-7. Si assume quindi che questo valore superi il massimo



Figura 6-7: Dipendenza della tensione dalla pressione applicata.

applicabile ai fini della distorsione dei cristalli e quindi non provochi più nessun incremento di tensione prodotta. Se la pressione viene applicata molto velocemente si avrà un impulso

elettrico anch'esso molto rapido a causa della deformazione elastica del materiale. Si può aggiungere inoltre, che per quanto riguarda i movimenti del corpo umano, non viene sfruttato solo quello causato dal battito cardiaco ma anche dalla contrazione o rilassamento dei muscoli, dal movimento della respirazione polmonare e dalla circolazione sanguigna per il monitoraggio di alcuni parametri vitali.

6.2 PRINCIPIO DI FUNZIONAMENTO

La cellulosa contenuta nel materiale è costituita da gruppi ossidrilici -OH i quali presentando dei legami idrogeno sia a livello intermolecolare che intramolecolare, provocano la formazione di dipoli elettrici all'interno dei reticoli, ed è proprio questo meccanismo che ne incrementa le proprietà piezoelettriche.

La formazione di questi dipoli è principalmente dovuta alla distorsione dei reticoli causata dall'applicazione di una pressione esterna. I dipoli che si formano saranno infatti allineati lungo la direzione di applicazione di tale pressione e le cariche positive e negative, generate dall'interazione dei diversi dipoli all'interno del reticolo e dalla presenza di cariche di segno opposto sulla superficie del materiale.

In Figura 6-8 è illustrato il principio di funzionamento di un componente sottoposto ad una pressione verticale, che genera una differenza di potenziale tra gli elettrodi.



Figura 6-8: Principio di funzionamento di un componente sottoposto a cicli di carico e scarico in compressione.

A causa di questa differenza di potenziale ci sarà un flusso di elettroni tra un elettrodo e l'altro attraverso un resistore esterno. Quando la pressione cesserà di agire, scomparirà pure il potenziale piezoelettrico precedentemente generato e gli elettroni percorreranno il percorso inverso ritornando all'elettrodo di partenza e generando un segnale elettrico nella direzione opposta. Per sfruttare al massimo questi componenti e incrementare la tensione prodotta, è necessario aumentare il numero di unità collegate tra di loro. Il massimo valore di tensione è stato ottenuto collegando insieme 6 componenti e arrivando ad un valore di circa 106 V a



Figura 6-9: Confronto all'aumentare del numero di unità.

dimostrazione del fatto che questo meccanismo potrebbe rivelarsi molto utile ed efficiente per applicazioni industriali di larga scala (Figura 6-9).

Sono state provate anche due diverse configurazioni geometriche per il posizionamento delle unità: *layer-by-layer* e *side-by-side*. Il potenziale ottenuto è molto simile per entrambe le configurazioni a parità di pressione applicata, perciò la scelta di una o dell'altra dipende esclusivamente dai limiti di spazio, in quanto la configurazione *layer-by-layer* richiede meno spazio e quindi risulta più adatta dove esso è limitato, mentre quella *side-by-side* richiede uno spazio maggiore e va usata dove ne è presente di più. Mentre posizionando le unità in parallelo anziché in serie non si apprezza nessun incremento significativo nella produzione della tensione elettrica.

6.3 APPLICAZIONE HUMAN BODY

Una delle applicazioni più interessanti per quanto riguarda questo tipo di materiali e il campo dell *Energy harvesting*, è quella inerente il corpo umano e precisamente quella eseguita ponendo i componenti a contatto con la gola. In particolare, grazie all'elevata sensibilità del materiale si è riusciti a percepire la pressione esercitata dai suoi movimenti, come ad esempio un colpo di tosse, la deglutizione o mentre si beve e rispettivamente si è misurata una tensione massima di 0.3, 0.86 e 0.2 V (Figure 6-10).



Figura 6-11: Tensione generata durente il colpo di tosse (sx) e durante la deglutizione (dx).



Figura 6-10: Tensione generata dal test con foglie di mango.

Per testare l'elevata sensibilità anche per pressioni applicate molto basse, sono state fatte cadere sul dispositivo delle foglie di mango di 2.5 g da un'altezza di circa 30 cm. La tensione misurata in output è stata di circa 2.3 V a conferma della loro ottima sensibilità (Figura 6-11).

Sono state anche fatte delle verifiche di durata sottoponendo i componenti a continui cicli di carico, e misurandone le tensioni di output generate non è stata riscontrato nessun'abbassamento sostanziale di tensione nel tempo anche dopo vari mesi e cicli di utilizzo.

CONCLUSIONI

L'argomento che è stato trattato e approfondito in questo lavoro di tesi è stato il comportamento a frattura dei materiali piezoelettrici usati in campo industriale e non, e il loro utilizzo nel campo dell'*Energy Harvesting* e dunque per la produzione di energia elettrica sfruttando energia meccanica.

Per questi materiali è stata studiata la relazione che lega i vari parametri riguardanti la frattura con l'accrescimento della cricca. E' stato dimostrato che la direzione di polarizzazione e quindi di applicazione del campo elettrico rispetto all'orientamento della cricca, può determinare un aumento o un abbassamento della resistenza del materiale a rompersi e quindi un rallentamento o meno della propagazione della cricca. In particolare, si avrà una resistenza maggiore se la polarizzazione avviene in direzione trasversale rispetto alla cricca e invece sarà minore ma sempre consistente, se la direzione di polarizzazione è perpendicolare ad essa. Nel caso di carichi dinamici invece, quando gli impulsi elettrici applicati al corpo e che si propagano nel mezzo alla velocità della luce, raggiungono la cricca, si avrà un aumento della resistenza del materiale e quindi del K_I , causato soprattutto dagli impulsi meccanici che anch'essi avranno raggiunto l'apice della cricca. Si avrà un abbassamento successivo coerentemente all'impulso meccanico che diminuirà anch'esso dopo un certo intervallo di tempo.

E' stato mostrato un esempio pratico di lamina si metallo rivestita di materiale piezoelettrico e sottoposta ad un carico vibrazionale sinusoidale. Sono state effettuate diverse prove per sfruttare al meglio l'effetto piezoelettrico del materiale e avere un'efficienza di conversione migliore. Le prove hanno dimostrato che esiste un forte legame tra la geometria della lamina e il recupero dell'energia vibrazionale. In particolare, sono state studiate tre configurazioni geometriche diverse: rettangolare, trapezoidale e trapezoidale rovesciata; ma quella ad aver fornito dei valori maggiori di potenza elettrica generata a parità di volume di materiale è stata quella a trapezio rovesciato.

Per quanto riguarda le strutture saldate si è sottolineata l'importanza di adottare un approccio che preveda la presenza dei difetti e lo studio a frattura di tali strutture, il cui utilizzo è ormai diffuso ad ogni livello. Quindi lo studio delle tensioni interne a tali strutture e il comportamento di queste in presenza di difetti ha portato allo sviluppo di normative atte a

regolare il loro utilizzo in campo industriale, regolandolo e garantendo la sicurezza in tutte le sue applicazioni, scongiurando rotture improvvise e cicli di vita maggiori per tutte le strutture in esercizio.

Infine, una delle applicazioni più interessanti riguardanti l'*Energy Harvesting*, è quella che sfrutta i movimenti attivi o passivi del corpo umano per la produzione di energia elettrica, come per i *pacemaker*. In particolare, la necessità di ricercare materiali sempre meno inquinanti e non tossici per l'utilizzo biomedicale ha portato alla sperimentazione e allo sfruttamento delle proprietà piezoelettriche di un materiale ricavato dalla pelle della cipolla, il quale è biodegradabile, non tossico, presente in elevate quantità come scarto alimentare ma soprattutto presenta una buona efficienza piezoelettrica grazie alla sua particolare struttura cristallina. L'elevata sensibilità di questo materiale è stata dimostrata dall'essere in grado di rilevare dai movimenti impercettibili come il battito cardiaco, la respirazione, il flusso sanguigno o la caduta di una foglia su di esso fino ovviamente a quelli macroscopici, come la pressione dei talloni, il movimento delle articolazioni, un colpo di tosse ecc. L'efficienza di conversione risulta maggiore quanto più celle elementari vengano collegate insieme, perciò si può benissimo pensare anche ad una futura applicazione di questi dispositivi su larga scala a livello industriale e non solo per piccole applicazioni mediche.

BIBLIOGRAFIA

Borruto A., *Meccanica della frattura: lineare elastica, elastoplastica, post-snervamento*, Hoepli, 2002.

Carpinteri A., Meccanica dei materiali e della frattura, Pitagora Editrice, 1992.

Cesari F., *Meccanica delle strutture: plasticità, meccanica della frattura*, fatica, McGraw-Hill Education, 2012.

Erturk A., Inman D., Piezoelectric energy harvesting, John Wiley & Sons, 2011.

Macdonald A., *Fracture and fatigue of welded joints and structures*, Woodhead Publishing, 2011.

Naman R., Fracture mechanics and crack growth, John Wiley & Sons, 2012.

Gugliotta A., Elementi finiti, Otto editore, 2002.

Brusa E., Sari M., *Modeling of the electromechanical coupling between crack propagation and piezoelectric behavior in active layer of smart device*, in "Mechanics of advanced materials and structures", 2017.

Brusa E., Benasciutti D., Moro L., Zelenika S., Vibration energy scavenging via piezoelectric bimorphs of optimized shapes, in "Microsyst technol", 2009.

Viola E., Boldrini C., Tornabene F., Non-singular term effect on the fracture quantities of a crack in a piezoelectric medium, in "Elsevier", 2008.

Kuna M., Fracture mechanics of piezoelectric materials – Where are we right now?, in "Elsevier", 2009.

Parton V., Fracture mechanics of piezoelectric materials, in "Acta astronautica", 1975.

Dineva P., Gross D., Muller R., Rangelov T, *Dynamic fracture of piezoelectric materials*, in "Springer verlag", 2014.

Sandip M., Bio-waste onion skin as an innovative nature-driven piezoelectric material with high energy conversion efficiency, in "Elsevier", 2017.

SITOGRAFIA

https://www.rina.org/

https://www.sciencedirect.com/

https://www.researchgate.net/

http://www.ndt.it

https://iis.it

https://www.ilprogettistaindustriale.it

www.safetyinengineering.com

http://www.centroinox.it

https://www.thefabricator.com

http://iiwelding.org

https://www.chimica-online.it/