

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale
in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

Studio termodinamico e strutturale di un'apparecchiatura
frigorifera per applicazioni medicali



Relatore

Prof. Marco Carlo Masoero

Candidato

Luigi Tafuro

A.A. 2018-2019

Sommario

Sommario	1
Introduzione	8
1 Presentazione dell'apparecchiatura frigorifera ...	12
1.1 Struttura meccanica	13
1.2 Processo produttivo dell'apparecchiatura frigorifera	17
1.2.1 Progettazione	17
1.2.2 Punzonatura e piegatura delle lamiere.....	18
1.2.3 Schiumatura	18
1.2.4 Assemblaggio finale	19
2 Confronto tra cicli termodinamici utilizzati per applicazioni estreme	22
2.1 Ciclo frigorifero in cascata	23
2.1.1 Ciclo frigorifero in cascata a due stadi.....	23
2.2 Ciclo frigorifero ad autocascata	25
2.3 Ciclo frigorifero in doppia compressione	28
2.4 Confronto delle tre tipologie	29
3 Scelta dei fluidi refrigeranti e normative da rispettare	30
4 Descrizione dei fenomeni fisici analizzati	34
4.1 Fenomeno dovuto a differenza di pressione	36
4.2 Fenomeno di natura termica	39
5 Modello strutturale teorico	42

5.1 Ipotesi alla base della teoria elastica lineare per piastre rettangolari.....	45
5.2 Relazioni discendenti dalla teoria lineare elastica per le piastre.....	47
5.2.1 Relazioni per il fenomeno di natura termica	51
5.3 Calcolo delle proprietà equivalenti di una piastra multistrato.....	55
5.3.1 Rigidezza flessionale equivalente	57
5.3.2 Coefficiente di Poisson equivalente	58
5.3.3 Modulo elastico equivalente.....	58
5.3.4 Coefficiente di dilatazione termica lineare equivalente ..	58
5.3.5 Risultati proprietà equivalenti	59
6 Software utilizzati	60
6.1 Microsoft Excel	61
6.2 Matlab	62
7 Calcolo del carico dovuto a differenza di pressione e della forza di apertura della porta.....	63
7.1 Assunzioni	65
7.2 Calcolo del carico e della forza d'apertura	66
7.3 Carico e forza d'apertura	71
8 Analisi e calcolo degli spostamenti trasversali e delle sollecitazioni.....	74
8.1 Analisi degli spostamenti trasversali e delle tensioni dovuti al fenomeno causato dalla differenza di pressione....	76
8.1.1 Condizioni di vincolo delle pareti	76
8.1.1.1 Pareti laterali	77
8.1.1.2 Schiena e porta	80
8.1.1.3 Tetto e fondo	80

8.1.2	Calcolo degli spostamenti trasversali e delle tensioni....	80
8.1.2.1	Calcolo degli spostamenti trasversali.....	84
8.1.2.2	Calcolo delle tensioni.....	89
8.1.2.3	Stato tensionale.....	93
8.1.2.4	Risultati delle tensioni equivalenti.....	98
8.2	Analisi degli spostamenti trasversali e delle tensioni a seguito del fenomeno termico	102
8.2.1	Calcolo degli spostamenti trasversali.....	103
8.2.1.1	Parete laterale.....	104
8.2.1.2	Schiena e porta.....	107
8.2.1.3	Tetto e fondo	112
8.2.2	Calcolo delle sollecitazioni	114
8.2.2.1	Parete laterale.....	115
8.2.2.2	Schiena e porta.....	120
8.2.2.3	Tetto e fondo	128
8.2.3	Calcolo della tensione equivalente.....	131
9	Conclusioni	136
10	Bibliografia	138
	Ringraziamenti	140

Introduzione

Lo studio di questo elaborato è parte di un progetto dell'azienda Fri.med. s.r.l. riguardante la costruzione di un'apparecchiatura frigorifera in grado di raffreddare la propria cella interna fino a -80°C .

Gli obiettivi principali dello studio contenuto in questa tesi sono:

- Supportare l'azienda nella scelta del circuito frigorifero più idoneo allo scopo della macchina frigorifera con tutte le decisioni annesse quali ad esempio la scelta dei fluidi refrigeranti;
- Studiare la risposta da parte della struttura meccanica dell'apparecchiatura frigorifera in termini di spostamenti trasversali e sollecitazioni a seguito di due fenomeni: il primo è dovuto alla differenza di pressione mentre il secondo allo sbalzo termico. Queste due differenze di pressione e temperatura si instaurano tra l'ambiente della cella frigorifera e quello esterno. Le rispettive cause sono chiarite nel seguito.

Per soddisfare gli obiettivi prefissi è necessario innanzitutto comprendere la struttura meccanica dal punto di vista costruttivo percorrendo le principali fasi del suo processo produttivo: viene perciò presentato il dispositivo frigorifero nel suo complesso.

Seguono quindi due analisi.

La prima analisi è incentrata sull'impianto frigorifero della macchina ed affronta due aspetti fondamentali:

- *Tipologia del circuito frigorifero da adottare.* Si discutono le soluzioni più comunemente impiegate per le applicazioni estreme di questo genere. Si confrontano perciò i diversi vantaggi e svantaggi di ciascun tipo di circuito presente nelle applicazioni della refrigerazione industriale e si sceglie quello che si ritiene più idoneo allo scopo ed al funzionamento corretto ed efficiente della macchina.
- *Fluidi refrigeranti e normative da rispettare.* Si riportano e si descrivono le normative da rispettare riguardanti i fluidi refrigeranti e l'applicazione medica della

macchina. Secondo quest'ultima normativa, la macchina è considerata un vero e proprio dispositivo medico e come tale deve attenersi ad alcune restringenti norme riguardanti la storia temporale dei materiali costituenti la macchina nonché il processo di costruzione della stessa. I fluidi refrigeranti invece devono essere quanto più ecocompatibili ed in linea con i regolamenti emanati dal Protocollo di Kyoto. Si sottolinea che la scelta del circuito frigorifero e quest'ultima sono influenzate a vicenda in quanto i fluidi sono scelti in modo da massimizzare le prestazioni del circuito selezionato ma allo stesso tempo il circuito è scelto in modo da permettere l'impiego di fluidi ammessi.

La seconda analisi riguarda l'inflessione della struttura meccanica e la conseguente nascita di sollecitazioni dovute al fenomeno causato dalla differenza di pressione e di quello termico. Il bisogno di studiare tali fenomeni è collegato ad un particolare problema riscontrato durante il funzionamento delle macchine di questo genere: capita infatti che, a causa dell'inflessione delle pareti verso la cella interna, la serpentina dell'evaporatore - fissata alla parete della cella interna - si stacchi dalla lamiera interna a cui è attaccato, danneggiando irreparabilmente l'efficienza energetica della macchina. Per tale motivo, il fine dello studio è quello di controllare che non si verifichi questo inconveniente detto in gergo "clanking noise".

I due fenomeni sono studiati in maniera distinta in quanto avvengono in momenti diversi e pertanto non si influenzano reciprocamente:

- Il primo non è altro che la conseguenza della differenza di pressione che si crea tra ambiente esterno ed interno della macchina a seguito dell'apertura e chiusura rapida della porta del dispositivo frigorifero;
- Il secondo invece deforma e mette in tensione la struttura meccanica a causa della marcata differenza di temperatura che vi è tra ambiente esterno e cella frigorifera della macchina e che supera i 100°C. Il gradiente termico è responsabile quindi dell'inflessione delle pareti. Con tale analisi si vogliono quantificare gli spostamenti trasversali e le tensioni che si creano.

Le analisi appena citate necessitano di un modello teorico di calcolo su cui basarsi. Per tale ragione, le pareti della struttura sono schematizzate come piastre sottili connesse tra loro secondo opportune condizioni al bordo.

I calcoli legati ai due fenomeni sono sviluppati secondo due metodi di calcolo differenti: per il fenomeno dovuto alla differenza di pressione si utilizza un metodo tabellare mentre per il secondo si sfruttano le soluzioni analitiche di Navier per gli spostamenti trasversali e per le sollecitazioni di piastre semplicemente appoggiate. Per affrontare il fenomeno causato dalla differenza di pressione è utilizzato il software Microsoft Excel mentre per quello termico si implementano numericamente le equazioni in ambiente Matlab.

Per quanto concerne il fenomeno causato dalla differenza di pressione, la seconda analisi è basata sulla determinazione del corrispondente carico che insiste sulla struttura. Allo stesso tempo, si presentano i risultati ottenuti per la forza di apertura della porta a seguito di tale fenomeno. È interessante notare come questi parametri varino in funzione del ricambio di aria che avviene durante l'apertura della cella.

1 Presentazione dell'apparecchiatura frigorifera

L'apparecchiatura frigorifera da analizzare è un dispositivo di proprietà di Fri.med. s.r.l. in via di sviluppo in grado di fissare all'interno della propria cella una temperatura di circa -80°C . Lo scopo di questa macchina è quello di conservare prodotti biologici di vario genere che potrebbero degradarsi se non mantenuti ad una temperatura adeguatamente bassa. Questo tipo di macchina si presenta con la forma e struttura di un classico frigorifero domestico ma con dimensioni più ampie. Alla base di tale struttura si trova il vano motore che ospita il cuore dell'impianto frigorifero a cascata comprensivo dei due compressori ermetici, dei capillari, del condensatore ventilato e di tutti gli accessori connessi ad esso. Come si chiarisce nel seguito, l'impianto frigorifero adottato è in cascata ed è costituito da due circuiti principali in cui scorrono due fluidi refrigeranti differenti: nel circuito di alta pressione vi è l'R290 (propano) mentre nel circuito di bassa pressione scorre l'R170 (etano) che si occupa della vera e propria refrigerazione della cella frigorifera.

Di seguito si descrive la macchina sia dal punto di vista strutturale che costruttivo in modo da precisare il tipo di macchinario su cui focalizzare lo studio. Inoltre, si descrivono brevemente le diverse fasi del processo costruttivo adottato.

1.1 Struttura meccanica

La macchina frigorifera si presenta con la stessa forma di un frigorifero domestico con l'unica differenza riguardante le maggiori dimensioni. Dal punto di vista strutturale, la macchina è formata da due scocche: quella interna e quella esterna tra cui viene inserito l'isolante termico. A loro volta, le due scocche sono ottenute dall'assemblaggio di più lamiere in acciaio. Il vano motore alla base non è interessato da nessuno dei fenomeni presi in considerazione e perciò viene escluso dall'analisi strutturale.

Si riportano nella seguente tabella i dati geometrici della struttura. Con dimensioni interne si fa riferimento alle dimensioni della cella frigorifera interna mentre con dimensioni esterne ci si riferisce alle dimensioni della macchina illustrate nella Figura 1.2.

DIMENSIONI INTERNE		
Altezza	1,497	m
Larghezza	0,700	m
Profondità	0,686	m
Volume	0,719	m ³

Tabella 1.1 Dimensioni della cella interna

La stratigrafia per ogni parete risulta abbastanza semplice: uno strato di isolante tra lamiera interna ed esterna (Figura 1.1). Si trascurano le presenze dell'evaporatore che non danno nessun contributo dal punto di vista della resistenza flessionale della parete. Le due lamiere sono in acciaio mentre l'isolante termico utilizzato è la schiuma poliuretanica che presenta lo spessore prevalente naturalmente. Al contrario, le lamiere invece sono molto meno spesse e, sebbene l'acciaio sia un materiale molto più resistente della schiuma

poliuretanica, appare chiaro che lo spessore dei vari strati gioca un ruolo fondamentale nella rigidità flessionale della stessa parete e quindi dell'intera struttura.

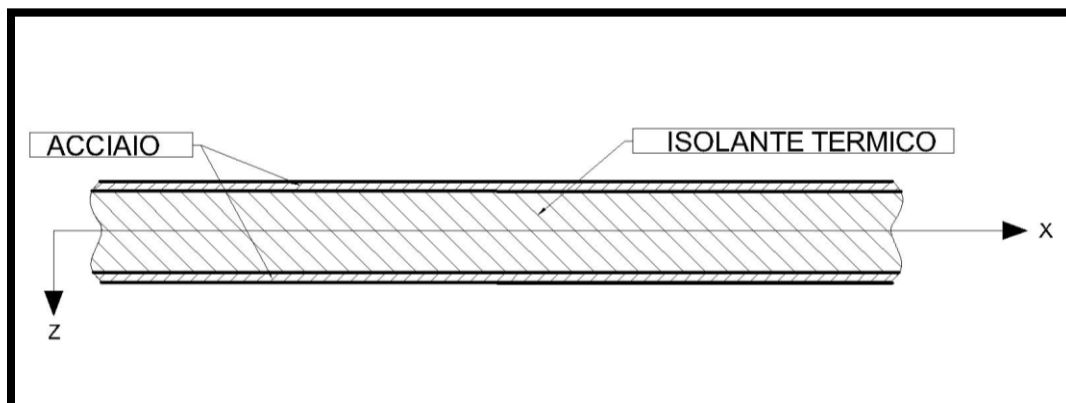


Figura 1.1 Stratigrafia qualitativa per ogni parete

Le caratteristiche geometriche ed i materiali utilizzati sono specificati in dettaglio nella Tabella 1.2 Spessori e materiali utilizzati nella stratigrafia di ogni parete. Da notare che per le lamiere interne si sceglie l'acciaio AISI 430 più idoneo al contatto con i prodotti contenuti all'interno della macchina in quanto inossidabile mentre per le lamiere esterne si preferisce l'uso di acciai zincati o plastificati.

	Materiale	Parete Laterale	Schiena	Tetto	Fondo	Porta
Lamiera interna	Acciaio AISI 430	1	1	1	1	1
Isolante termico	Schiuma poliuretanica	120	120	120	120	100
Lamiera esterna	Acciaio zincato o plastificato	1	1	1	1	1

Tabella 1.2 Spessori e materiali utilizzati nella stratigrafia di ogni parete in millimetri.

DIMENSIONI ESTERNE			
Altezza	H_{est}	1,62	m
Larghezza	L_{est}	0,94	m
Profondità	P_{est}	0,81	m
Volume	V_{est}	1,235	m^3

Tabella 1.3 Dimensioni di ingombro della macchina frigorifera

Una volta note le dimensioni della cella interna ed i dati sulla stratigrafia, le dimensioni di ingombro della macchina risultano quelle riportate nella Tabella 1.3 che si riferiscono alla struttura della macchina priva di vano motore.

Infine, segue la Figura 1.2 nella quale è riportata la struttura meccanica semplificata dell'apparecchiatura frigorifera comprensiva di vano motore. Quest'ultimo però è escluso durante lo studio poiché non è interessato dai fenomeni presi in analisi.

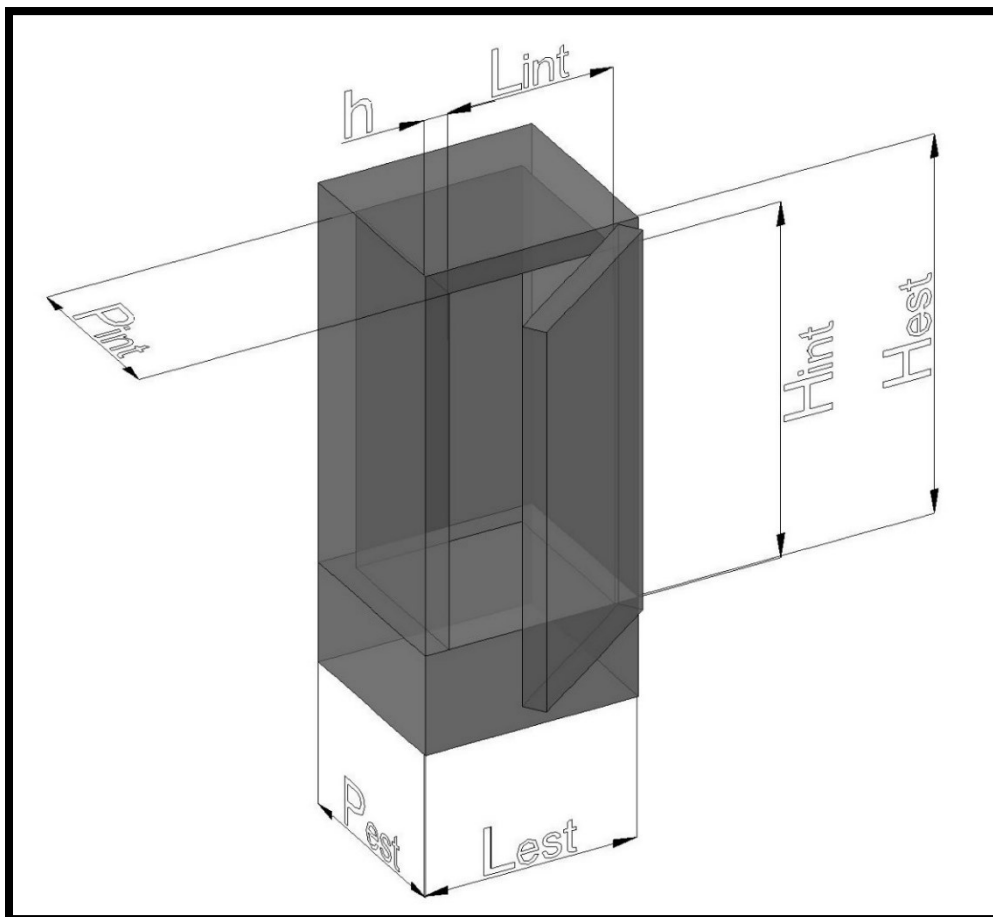


Figura 1.2 Struttura meccanica semplificata della macchina frigorifera

1.2 Processo produttivo dell'apparecchiatura frigorifera

L'insieme delle operazioni e delle lavorazioni che gli elementi di input subiscono, formano il cosiddetto processo produttivo della macchina frigorifera. Questo inter, e le operazioni connesse ad esso, sono seguiti generalmente per tutti i dispositivi ideati da Fri.med. e sono adottate anche per la nuova apparecchiatura frigorifera con le dovute eccezioni e novità del caso.

Le varie fasi spaziano dalle fasi eseguite solo per la prima volta come la progettazione a quelle eseguite ripetutamente come l'assemblaggio. Di seguito si riassumono brevemente i principali passaggi del processo produttivo e le lavorazioni effettuate sugli elementi che compongono la struttura.

1.2.1 Progettazione

La prima fase di ogni processo produttivo è naturalmente la progettazione. Essa si suddivide principalmente in due rami che interessano rispettivamente la progettazione dell'impianto frigorifero e la progettazione della struttura meccanica. Per quanto riguarda la prima, la scelta del circuito frigorifero è trattata in dettaglio nel capitolo 2 ma il suo dimensionamento non è oggetto di questa tesi. La seconda invece è costituita da scelte che sono basate sull'esperienza dell'azienda e che si riassumono di seguito:

- **Isolante termico.** Il primo passo riguarda la scelta dell'isolante termico ed il suo spessore. Il materiale utilizzato da Fri.med. è una schiuma poliuretanic - ottimo isolante - che è utilizzato per gli altri prodotti inclusi nella gamma dell'azienda. Inoltre, per un migliore isolamento termico è utile scegliere un materiale plastico a ridosso della guarnizione della porta che realizza il cosiddetto "taglio termico" impedendo la formazione di un ponte termico.
- **Lamiere.** Le lamiere realizzano il corpo della struttura meccanica della macchina ovvero la cella interna e la scocca esterna. Per quanto riguarda il materiale, si preferisce usare acciaio AISI 430 per le lamiere interne mentre per la scocca

esterna si opta per un acciaio più economico zincato a caldo e rivestito in PVC. L'uso dell'acciaio inox per la cella interna è dettato dal fatto che esso sarà a contatto con dei prodotti biologici molto delicati ed è pertanto più idoneo a tale utilizzo.

In questa fase rientra anche il disegno dei diversi elementi costituenti la macchina che sono comunicati ai rispettivi fornitori. Successivamente, una volta finalizzata la prima fase, i disegni di particolare definitivi delle lamiere sono poi tradotti in programmi da passare alle macchine a controllo numerico per tutte le lavorazioni del caso.

1.2.2 Punzonatura e piegatura delle lamiere

In questa fase si costruisce il corpo della apparecchiatura frigorifera. Partendo quindi da lamiere grezze, ci si affida dapprima alle macchine di intaglio per poi proseguire verso le macchine di piegatura, entrambe a controllo numerico e gestite da un esperto operatore. Sulle prime sono quindi caricati dei programmi predefiniti per ogni tipo di lamiera in modo da rispettare le specifiche richieste. Avviene quindi l'intaglio controllato dagli operatori che dirigono la macchina e ne consentono il corretto funzionamento.

La piegatura delle lamiere viene effettuata successivamente su un'altra apposita macchina piegatrice a cui si comunica in primis il materiale delle lamiere e lo spessore delle stesse consentendo all'apparecchiatura di adattarsi al meglio. A questo punto l'elemento da piegare è inserito dall'operatore che lo accompagna e comunica alla macchina, attraverso l'apposito display, diversi parametri come ad esempio l'angolo di piegatura.

Le lamiere sono perciò pronte per essere assemblate tra loro in modo da poter formare la scocca esterna e la cella interna.

1.2.3 Schiumatura

La schiumatura è il processo che permette l'inserimento dell'isolante termico tra la cella interna della macchina e la scocca esterna. Le lamiere, sia lato interno che esterno, vengono preparate e tenute insieme grazie all'aiuto di apposite clip. Questi strumenti riescono a mantenere la struttura unita risultando però ancora molto flessibile.

A questo punto la scocca interna ed esterna, priva del tetto e del fondo, sono guidate da un carrello all'interno della macchina schiumatrice dove sono mantenuta ferme attraverso degli stampi prefabbricati. Essi sono inseriti dalla parte inferiore in modo da irrigidire temporaneamente tutta la struttura. Successivamente le lamiere di tetto e fondo chiudono la scocca esterna. Tali lamiere prevedono dei fori da cui viene inserita la schiuma e degli altri fori più piccoli per permettere la fuoriuscita di aria nel momento della schiumatura.

Essa è ottenuta dalla reazione di due elementi, isocianato e poliuretano, che inizialmente sono contenuti in due barili separati preriscaldati e collegati ad un terminale a forma di pistola che ne permette la miscelazione e reazione. Avviene perciò la schiumatura attraverso il suddetto strumento permettendo ai due reagenti di mescolarsi in quantità predefinite dalla macchina schiumatrice (rapporto in massa di 135/100).

Durante la schiumatura, la struttura è mantenuta ad una temperatura di circa 40°C, attraverso un impianto ad acqua, per permettere di portare a termine la reazione chimica in maniera efficace. La schiuma quindi riesce a diffondere in maniera omogenea ed uniforme tra le due scocche in modo da fare da collante tra di esse e da tener salda l'intera struttura.

1.2.4 Assemblaggio finale

Dopo la schiumatura la struttura della macchina è pronta per ospitare il circuito frigorifero. Per alcuni modelli l'impianto è posizionato interamente nella parte superiore, mentre per altri esso viene posizionato nella parte inferiore ma con evaporatore posto in alto nella cella frigorifera. Il motivo è dovuto essenzialmente al fatto che l'aria, appena raffreddata, tende a scendere giù nella cella. Per innescare il ricircolo d'aria all'interno del frigorifero, la ventola aspirante dello stesso evaporatore ripescava l'aria dal basso.

Nel caso della macchina presa in esame, l'intero impianto frigorifero sarà posizionato nella parte inferiore in quanto il circuito in cascata presenta notevole ingombro e peso. Si prevede quindi che i compressori e tutto il resto del circuito sia posizionato al di sotto della struttura. Fanno eccezione l'evaporatore ed il condensatore statico. Sono entrambi costituiti da una serpentina ma il primo è montato a ridosso della cella interna per ottimizzare al meglio lo scambio termico con essa mentre il secondo è posizionato nella

parte interna della scocca esterna per scaricare efficientemente il calore verso l'ambiente esterno.

A questo punto, si inseriscono i dispositivi elettronici dell'apparecchiatura tra cui la scheda madre collegata alle varie sonde dislocate per la struttura. Esse misurano principalmente la temperatura, visualizzata su un display posizionato sulla porta. Infine, sono montate le parti necessarie come porta e cassettiere.

2 Confronto tra cicli termodinamici utilizzati per applicazioni estreme

In questo capitolo si presenta una panoramica degli impianti frigoriferi che potrebbero risultare idonei al tipo di applicazione richiesta e tra questi si sceglie la tipologia di circuito più adatto. Per far fronte alle richieste che l'apparecchiatura frigorifera deve affrontare, non si può fare ricorso ai classici impianti frigoriferi installati nella maggior parte dei frigoriferi ma bisogna adottare dei particolari impianti cosiddetti "multistadio". Infatti, essi sono ampiamente utilizzati laddove sono richieste temperature molto basse.

I cicli di refrigerazione a singola compressione non sono possibili quando le applicazioni industriali richiedono temperature molto basse a causa dell'elevato salto di pressione che il compressore dovrebbe sopportare. I convenzionali sistemi di refrigerazione con un solo compressore riescono a raggiungere temperature di circa -40°C , già sfruttati ad esempio nelle macchine frigorifere prodotte da Fri.med. finora.

Di seguito si citano le soluzioni più utilizzate nella refrigerazione industriale quando occorre mantenere l'ambiente a temperature al di sotto dei -40°C e le caratteristiche di ogni soluzione [1]. In questa maniera è più facile confrontare tra loro le tipologie proposte e decidere quale usare per la nuova apparecchiatura frigorifera. Si ricorda che l'apparecchiatura deve stabilire una temperatura di -80°C all'interno della propria cella.

Ciclo frigorifero in cascata

I cosiddetti cicli di refrigerazione a cascata sono una delle soluzioni per tali applicazioni e l'impianto è costituito da due o più cicli che operano in serie. Questi sistemi sono impiegati per ottenere grandi differenze temperatura e vengono applicati per temperature comprese tra -70°C e -120°C . Inoltre, gli impianti a cascata sono abbastanza utilizzati per la liquefazione di alcuni gas.

Un vantaggio per tali sistemi è che i refrigeranti possono essere scelti con proprietà accurate in modo da ridurre le dimensioni dei componenti del sistema. Inoltre, i fluidi refrigeranti utilizzati in ogni circuito, possono essere diversi e permettono di avere delle ottime prestazioni alle temperature dell'evaporatore e del condensatore. Il circuito in cascata per cui accoppia più cicli frigoriferi attraverso degli scambiatori intermedi. Tendenzialmente il numero dei cicli in cascata non è maggiore di 3, infatti nella maggior parte delle applicazioni si riscontrano impianti a cascata con 2 cicli frigoriferi detto a due stadi.

2.1.1 Ciclo frigorifero in cascata a due stadi

Un sistema in cascata a due stadi usufruisce di due unità di compressione che funzionano in modo separato, con due distinti refrigeranti. In questo caso sono quindi presenti due cicli frigoriferi: uno di bassa pressione (o temperatura) e l'altro di alta pressione (o temperatura) con i due rispettivi fluidi di lavoro. Tali cicli sono interconnessi in modo tale che l'evaporatore di un sistema sia utilizzato come condensatore per l'altro: nella fattispecie, il fluido di bassa pressione cederà calore a quello di alta pressione realizzando la fase di condensazione mentre il secondo realizzerà la fase di evaporazione, riscaldandosi (Figura 2.1).

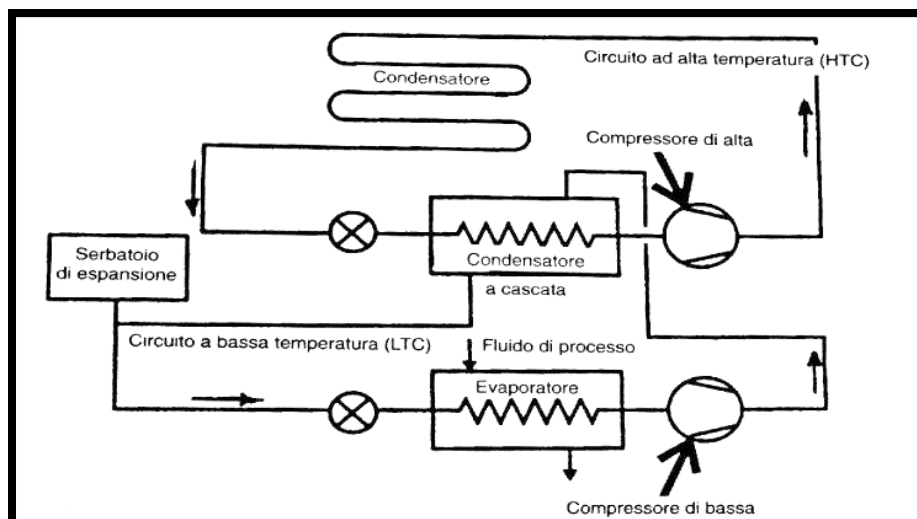


Figura 2.1 Diagramma di un sistema in cascata a due stadi – immagine tratta da [1]

Oltre allo scambiatore in cascata, ogni il sistema è composto dai principali componenti di un classico circuito frigorifero a compressione: evaporatore (solo per il circuito di bassa pressione), compressore, condensatore (solo per il circuito di alta pressione) e capillari. Quest'ultimo ricopre le stesse funzioni di una valvola di laminazione ma con minore ingombro e maggiore affidabilità.

Nel primo ciclo viene utilizzato un fluido in grado di fornire buone prestazioni attorno alla temperatura di cella della macchina ovvero si sceglie un fluido che abbia un calore di vaporizzazione il più grande possibile vicino alla temperatura di -80°C . Nel secondo ciclo ovviamente si cerca invece di ottimizzare la fase di condensazione che è prevista ad una temperatura di 25°C .

2.2 Ciclo frigorifero ad autocascata

Dal punto di vista costruttivo, questa soluzione è certamente più complessa della precedente in quanto si sfruttano le proprietà di una miscela zeotropica effettuando particolari accorgimenti. Una miscela zeotropica non è altro che il frutto della combinazione di fluidi refrigeranti miscelati con precisi rapporti in massa. Questo permette di ottenere una sostanza la cui temperatura risulta variabile durante i cambiamenti di fase al contrario delle sostanze pure che rimangono a temperatura costante. Si riassume il funzionamento di un ciclo ad autocascata avvalendosi delle Figura 2.2 e Figura 2.3 che rappresentano rispettivamente una schematizzazione concettuale del sistema ad autocascata ed i punti del ciclo frigorifero sul diagramma temperatura - concentrazione. Nell'esempio riportato la miscela è costituita dal 50% di R-23 e dal 50% di R-134.

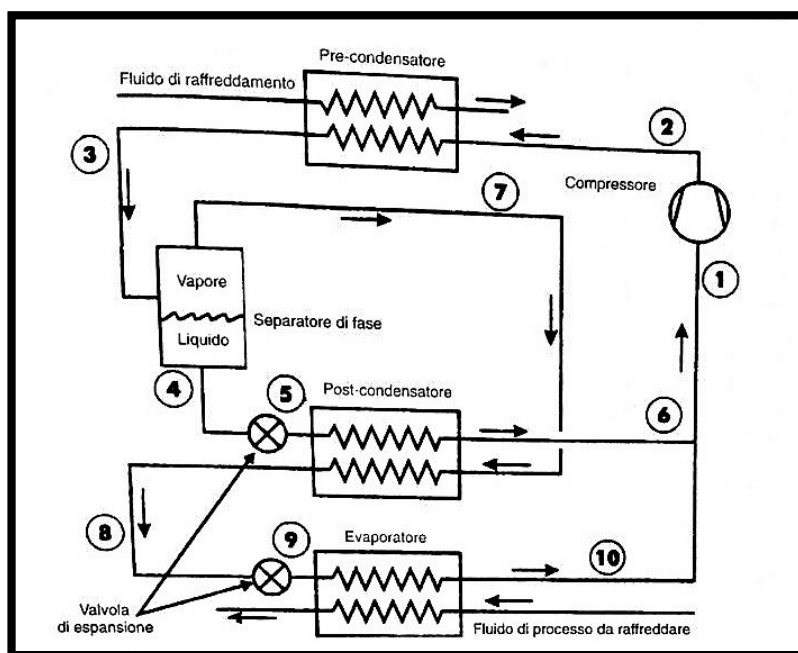


Figura 2.2 Diagramma di flusso di un sistema ad autocascata - immagine tratta da [1]

La tracciatura del processo ha inizio dal Punto 1 che si trova ad una pressione di circa 100 kPa. Il compressore aumenta la pressione del fluido portandolo al di sopra della linea di rugiada (Punto 2). A questo punto il refrigerante passa attraverso un pre-condensatore

(Punto 3) prima di essere scisso nel separatore di fase. Dopo la separazione, il liquido ha una forte concentrazione di R-134 (Punto 4) mentre il vapore ha una forte concentrazione di R-23 (Punto 7). Successivamente il liquido diminuisce la sua pressione dopo il passaggio attraverso la valvola di espansione (Punto 4), diventando un fluido bifase, e acquista calore dal vapore (Punto 6). Nel frattempo, il vapore è condensato (Punto 8) ed è pronto per refrigerare il fluido di lavoro ma non prima di passare attraverso un'altra valvola di espansione (Punto 9). Una volta terminato il proprio compito (Punto 10), il fluido torna a miscelarsi con il vapore del Punto 6.

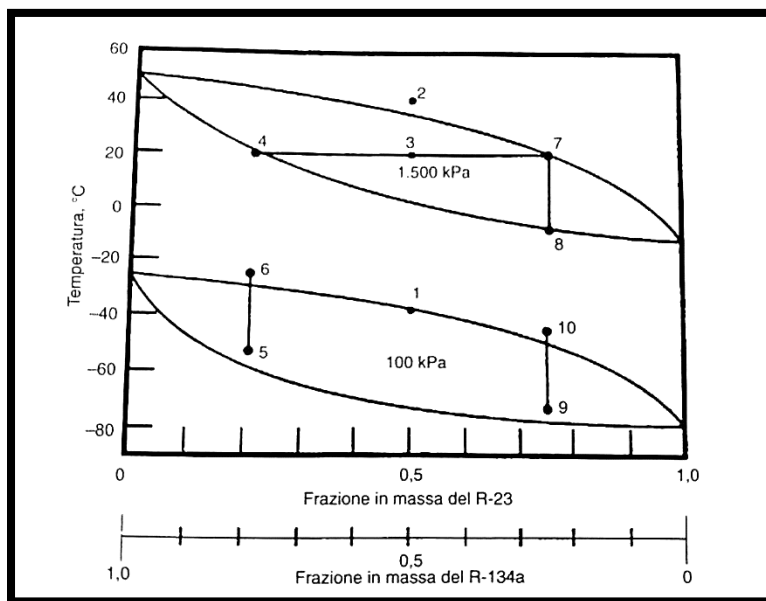


Figura 2.3 Diagramma di stato temperatura-concentrazione per il sistema autocascata - immagine tratta da [1]

I principali vantaggi di tali sistemi sono:

- l'uso di un'unica miscela di refrigeranti;
- impiego di un solo compressore.

Lo stesso sistema di refrigerazione può avere però dei risvolti negativi:

- Una perdita nel sistema di una parte del refrigerante che compone la miscela porta allo squilibrio nel rapporto dei refrigeranti rimanenti con un conseguente malfunzionamento. Per riportare il sistema al corretto funzionamento, tutto il

restante refrigerante deve essere sostituito con una nuova carica potenzialmente costosa per garantire una miscela adeguata;

- La miscela potrebbe non essere facilmente reperibile presso le fonti di approvvigionamento di refrigeranti tradizionali e pertanto potrebbe essere difficile da ottenere e costosa;
- Questi tipi di sistemi a cascata non sono ampiamente utilizzati per cui è difficile trovare personale ben qualificato per le procedure di riparazione e manutenzione;
- Sistema molto complicato con ingombro notevole.

2.3 Ciclo frigorifero in doppia compressione

In questo caso nel circuito scorre un unico fluido di lavoro, il quale effettua un ciclo a doppia compressione. Questo tipo di circuito presenta sicuramente il vantaggio di essere meno complesso costruttivamente rispetto ai precedenti. D'altro canto, il suo rendimento è sicuramente inferiore ed il motivo risiede nel fatto che nessun fluido è in grado di lavorare efficientemente nella parte bassa del suo diagramma (evaporazione) che nella parte alta (condensazione). Questo vuol dire che non esistono fluidi adatti a lavorare con un campo di temperature così ampio senza avere un rendimento molto basso. Il circuito potrebbe migliorare le sue prestazioni introducendo uno scambiatore rigenerativo tra una compressione e l'altra (Figura 2.4) in modo da realizzare così una compressione interrefrigerata e riducendo il lavoro del secondo compressore. Le prestazioni comunque non raggiungono risultati accettabili nella refrigerazione al di sotto dei -50°C e pertanto bisogna escludere questo tipo di soluzione.

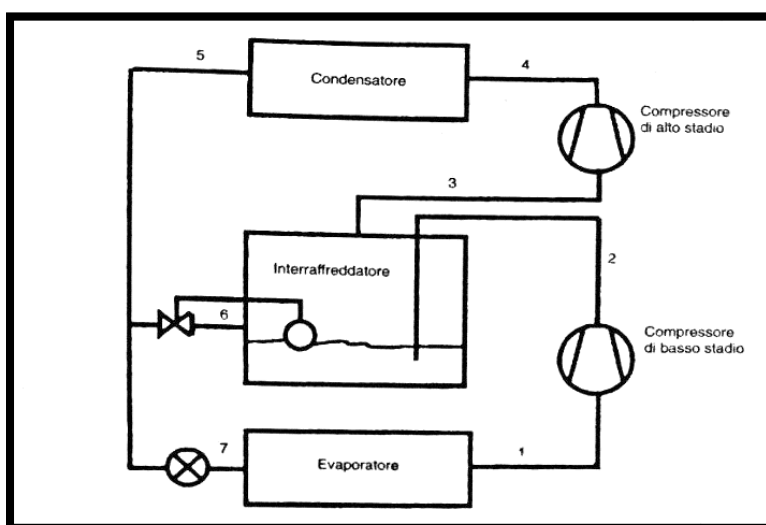


Figura 2.4 Sistema a doppia compressione con interrefrigerazione - immagine tratta da [1]

Confronto delle tre tipologie

Dal confronto fra le tre tipologie emerge sicuramente che il circuito a doppia compressione non può essere utilizzato al di sotto di certe temperature a causa del suo basso rendimento (COP). Infatti, esso sfrutta un unico fluido refrigerante le cui prestazioni possono essere buone in evaporazione ma non in condensazione o viceversa.

Il circuito a cascata, invece, presenta migliori rendimenti rispetto al precedente e mantiene una minore complessità del circuito rispetto a quello ad autocascata. Abbiamo quindi un vantaggio prestazionale rispetto al circuito a doppia compressione ed un vantaggio costruttivo, e quindi economico, rispetto al sistema ad autocascata. Inoltre, quest'ultimo presenta particolari accorgimenti per quanto riguarda la miscela ed un'eventuale fuga sarebbe tollerata ancor meno che nel circuito a cascata poiché comprometterebbe definitivamente il circuito.

Per tali motivazioni, la macchina frigorifera, progettata e costruita da Fri.med., ospita un sistema di refrigerazione a cascata a 2 stadi.

3 Scelta dei fluidi refrigeranti e normative da rispettare

La macchina frigorifera presa in considerazione deve soddisfare alcune importanti normative regolamentate a livello europeo. Esse sono di diversa natura in quanto le restrizioni sono sia a livello ambientale che a livello medico. Tali restrizioni si ripercuotono sia sull'impianto frigorifero così come sul processo produttivo della macchina.

Il primo aspetto è legato allo smaltimento dei fluidi refrigeranti che scorrono all'interno dell'impianto. In passato, molti fluidi contenuti nelle macchine frigorifere hanno avuto delle problematiche ambientali non indifferenti, ragion per cui oggi sono imposte delle normative per tutelare l'ambiente sempre più stringenti riguardanti la scelta dei fluidi da adoperare. La tendenza ovviamente è quella di scegliere fluidi quanto più ecocompatibili.

Il secondo aspetto è dovuto fondamentalmente all'ambiente in cui la macchina opererà. Essa si occuperà di conservare dei prodotti biologici umani molto delicati e quindi non dovrà alternarne la composizione. Proprio per tale motivo questa macchina è considerata un vero e proprio dispositivo medico e, a fronte di ciò, deve rispettare alcune normative a livello europeo molto esigenti.

Per quanto concerne il primo aspetto, la costruzione dell'apparecchiatura frigorifera implica da parte di Fri.med. il rispetto di alcune normative inerenti al REGOLAMENTO (UE) N. 517/2014. Esso disciplina soprattutto i tipi di refrigeranti e la massima carica utilizzabili nelle apparecchiature frigorifere attualmente in produzione. Il primo limite è dovuto al voler ridurre l'impatto sul riscaldamento globale e sul buco dell'ozono nella fase di smaltimento dei refrigeranti. Il secondo limite è invece inerente alla sicurezza del trasporto delle apparecchiature. Essendo i fluidi refrigeranti più o meno infiammabili, potrà essere trasportata più o meno carica (massa del refrigerante nelle tubazioni della macchina) in modo da non avere problemi durante la movimentazione della macchina.

Le normative da rispettare nel prossimo futuro per le macchine frigorifere, invece, partono dall'eliminazione progressiva degli F-gas entro il 2030 che impone alle industrie del freddo di ricorrere all'utilizzo di fluidi ecosostenibili in modo da rispettare le indicazioni fornite dal Protocollo di Kyoto in tema di riduzione delle emissioni di gas con elevato effetto potenziale di riscaldamento globale (GWP). Per risolvere questo problema, le soluzioni possibili da adottare sono l'impiego di miscele HFO/HC (HidroFluoroOlefine/idrocarburi) oppure di refrigeranti naturali. Per le nuove apparecchiature da produrre nel prossimo futuro, Frimed è propensa ad utilizzare gli idrocarburi (HC) come refrigeranti nei loro futuri impianti. Dopo un'attenta analisi sui fluidi impiegati dalle macchine della concorrenza e considerazioni normativo-ambientali, si decide che nell'impianto refrigerante circoleranno R170 e R290 (rispettivamente etano e propano). Nello specifico, il primo viene utilizzato nel circuito di bassa pressione refrigerando l'ambiente interno fino a -80°C attraverso la serpentina dell'evaporatore, mentre il secondo scorre nel circuito di alta pressione ed ha il compito di scaricare il calore verso l'esterno attraverso il condensatore ventilato e/o statico. Si precisa inoltre che la scelta dei fluidi refrigeranti è tale da massimizzare le prestazioni energetiche del circuito selezionato.

Per quanto riguarda invece il secondo aspetto, alcuni tipi di apparecchiature devono rispettare particolari normative sui materiali che compongono la struttura della macchina nonché su tutto il processo di costruzione: dalla progettazione alla messa sul mercato del prodotto. Così come l'apparecchiatura in via di costruzione, anche altri dispositivi sul mercato, come le emoteche ed i plasma- freezer ideati da Frimed, rientrano in questa categoria poiché considerati a tutti gli effetti dei veri e propri dispositivi medici.

La normativa in questione è la Medical Device Directive 93/42/EEC ed impone la presenza in archivio della documentazione riguardante la precisa storia temporale di tutti i materiali di cui la struttura della macchina è composta e quindi anche dei componenti del circuito frigorifero della stessa. Inoltre, obbliga la realizzazione di una sterilizzazione della macchina prima di essere messa sul mercato in modo da evitare una possibile contaminazione batteriologica.

Inoltre, i dispositivi devono essere progettati, fabbricati e imballati in modo tale che le loro caratteristiche e le loro prestazioni non vengano alterate durante la conservazione ed il trasporto.

4 Descrizione dei fenomeni fisici analizzati

In questo capitolo si descrivono i fenomeni da studiare che concorrono alla deformazione della struttura meccanica del frigorifero. Si ribadisce che la struttura meccanica del frigorifero presa in considerazione nell'analisi non comprende il vano motore dato che quest'ultimo non è interessato da deformazione. Si tratteranno per cui due differenti fenomeni di diversa natura:

- **Fenomeno dovuto a differenza di pressione.** Si intende un particolare fenomeno legato alla differenza di pressione che si crea tra la cella interna dell'apparecchiatura e l'ambiente esterno. In particolare, la pressione della prima risulta essere leggermente inferiore a seguito di una rapida operazione di apertura e chiusura della porta. Teoricamente, ciò comporta deformazioni e conseguenti sollecitazioni nella struttura. Inoltre, la riapertura della porta può richiedere l'applicazione di una forza più che apprezzabile da parte dell'utente e pertanto sarà oggetto di analisi anch'essa.
- **Fenomeno di natura termica.** Si intende il fenomeno causato dalla differenza di temperatura tra ambiente esterno e cella interna. Nel caso preso in considerazione, le temperature differiscono di circa 100°C complessivamente il che induce le lamiere costituenti la cella interna a contrarsi. Di conseguenza, la struttura si inflette e nascono delle sollecitazioni su tutte le pareti.

Obiettivo di questa tesi, è quindi quello di quantificare le entità degli spostamenti delle singole pareti e delle conseguenti tensioni dovuti a tali fenomeni.

Come riportato nel seguito, il fenomeno causato dalla differenza di pressione genera delle inflessioni della struttura trascurabili ovvero non apprezzabili rispetto al fenomeno termico che causa degli spostamenti considerevoli con sollecitazioni non indifferenti. Facendo un piccolo raffronto tra i due fenomeni, le cause di questo notevole gap possono essere associate alla scarsa differenza di pressione tra ambiente esterno e cella per il corrispondente fenomeno che comporta un basso carico a cui la struttura è sottoposta. Dall'altro lato, la struttura subisce un ragguardevole sbalzo termico tra interno ed esterno

(più di 100°C), ragion per cui i materiali che la compongono sono sollecitati notevolmente.

Di seguito si descrivono dettagliatamente i due fenomeni dal punto di vista fisico e le loro cause in modo da interpretare al meglio le analisi effettuate in questo elaborato.

4.1 Fenomeno dovuto a differenza di pressione

Succede anche nelle situazioni domestiche di far più fatica a riaprire il frigorifero/freezer una volta che è stato aperto e chiuso rapidamente. Ciò è dovuto fondamentalmente alla differenza di pressione che si crea tra la cella refrigerata e l'ambiente esterno. In particolare, la cella frigorifera si trova ad una pressione più bassa rispetto a quella ambiente, ragion per cui l'ambiente esterno esercita una pressione sulle pareti dell'apparecchiatura frigorifera quantificabile come la differenza di pressione tra i due ambienti. La forza che si deve applicare per aprire la porta perciò può essere più o meno considerevole dipendendo dal ricambio di aria che si verifica.

Il fenomeno può essere spiegato dal punto di vista fisico considerando nella situazione iniziale che sia l'aria fredda (nell'interno del frigorifero) che quella calda (nell'ambiente esterno) sono alla stessa pressione. Il frigorifero è infatti dotato di apposite valvole di compensazione che portano la pressione al suo interno pari a quella dell'ambiente circostante.

L'evidenza sperimentale ha dimostrato che durante l'apertura della porta una certa corrente d'aria calda si introduce nella cella frigorifera nella parte superiore mentre sposta verso l'esterno un'altra corrente di aria fredda: quest'ultima viene perciò spinta fuori dalla cella attraverso la parte inferiore della porta mentre il flusso di aria calda subentra dalla parte alta (Figura 4.1). Ciò è spiegabile prendendo in considerazione la grande differenza di densità fra i due flussi di aria poiché si trovano a differenti temperature [1]. È naturale pensare quindi che le stesse considerazioni valgano per la cella frigorifera quando la porta è completamente aperta. Nel caso quest'ultima condizione non sia rispettata, il principio di tale fenomeno rimane inalterato ma il campo di distribuzione dei flussi di aria cambia a seconda del grado di apertura.

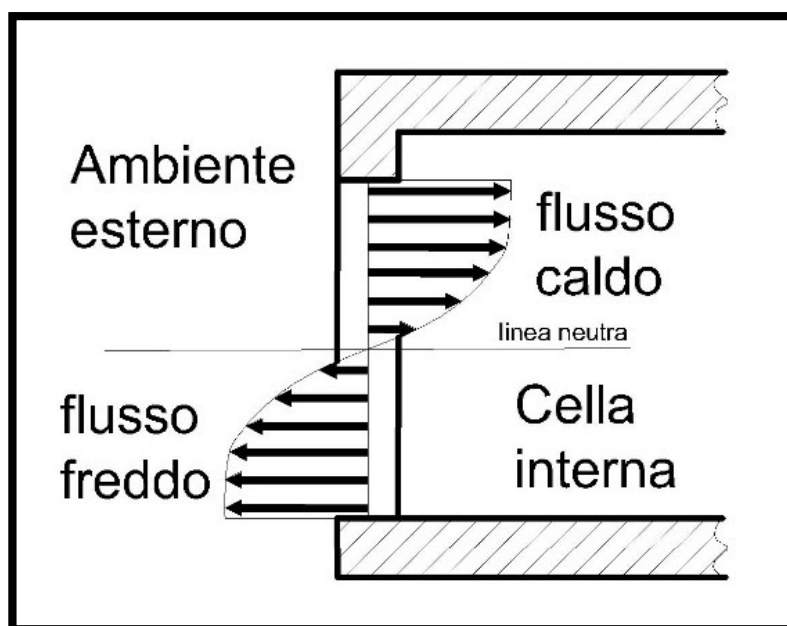


Figura 4.1 Andamento dei flussi di aria calda e fredda durante l'apertura della porta

Per ipotesi, la corrente di aria calda occupa lo stesso volume di quella fredda appena sostituita ma la sua massa sarà inferiore a causa della minore densità. Una volta chiusa la porta, la miscela d'aria all'interno della macchina è quindi ad una temperatura maggiore rispetto alla situazione originale. Inoltre, a causa della minore massa introdotta, la miscela avrà una minore densità. Queste due caratteristiche concorrono a generare perciò una differente pressione rispetto all'ambiente.

Si deduce perciò che la differenza di pressione che ne scaturisce dipende sicuramente dal ricambio di aria effettuato durante l'apertura della cella ovvero da quanta massa di aria calda sostituisce quella fredda all'interno dell'ambiente refrigerato.

Il carico generato da questo fenomeno induce le pareti della struttura a flettere con scaturenti tensioni. Tali spostamenti risultano pericolosi quando la loro entità genera il distacco dell'evaporatore appiccicato alla lamiera. L'evaporatore infatti non è altro che una serpentina che si sviluppa attorno alla cella frigorifera e che fa presa su di essa mediante delle speciali colle che resistono a basse temperature. Si deve evitare perciò il suo distacco altrimenti si potrebbe giungere ad un'inaccettabile efficienza della macchina. Inoltre, il distacco della serpentina è particolarmente dannoso poiché non si riesce ad intervenire sull'evaporatore dall'esterno a causa della presenza dell'isolante termico tra

le due scocche. L'evento appena descritto è anche conosciuto per il rumore caratteristico del distacco della serpentina dalla lamiera e chiamato in gergo "clanking noise".

Come detto in precedenza, un altro inconveniente connesso a questo fenomeno può essere legato alla forza da applicare da parte dell'utente per riaprire la porta della macchina frigorifera. Fisicamente, tale forza non è altro che la conseguenza della pressione – ovvero differenza di pressione – applicata sulla superficie della porta.

Il carico q è rappresentato in Figura 4.2 così come la forza di apertura della porta che l'utente deve applicare per aprirla.

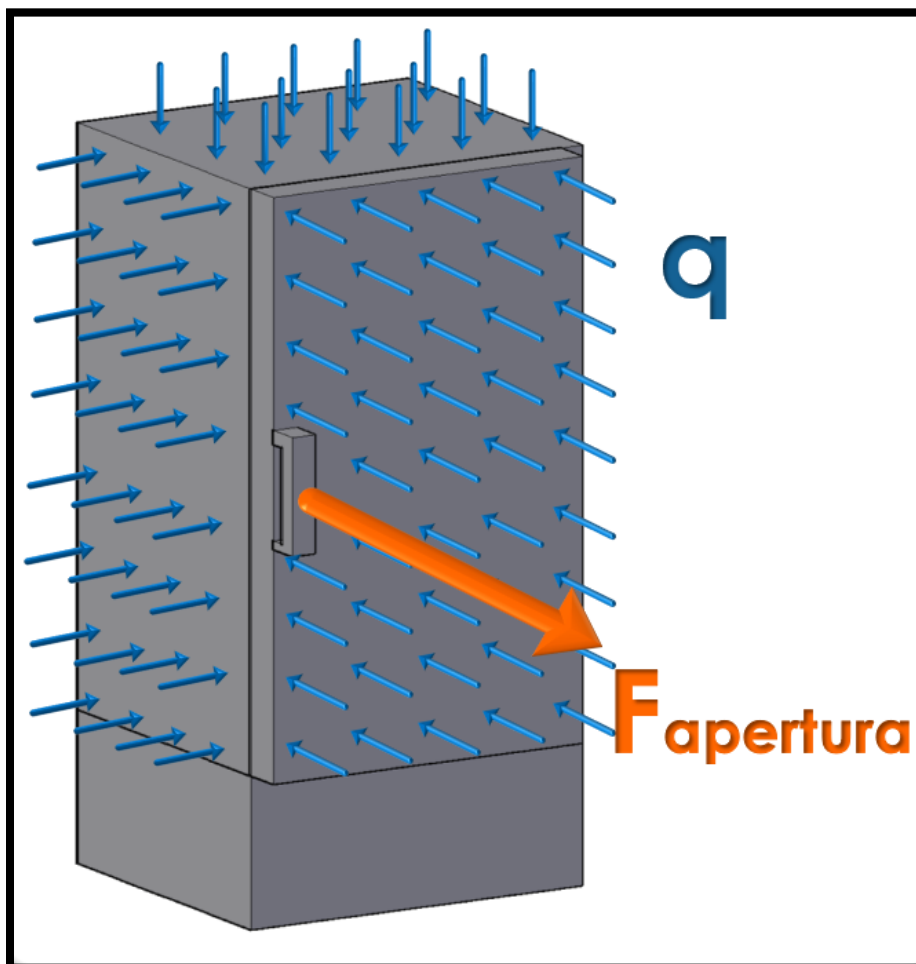


Figura 4.2 Carico insistente sulla struttura e forza di apertura

4.2 Fenomeno di natura termica

Il fenomeno della differenza di pressione descritto precedentemente non è l'unico che dà origine a delle sollecitazioni sulla struttura. Infatti, la notevole differenza di temperatura tra ambiente esterno ed interno è un'altra causa che concorre a mettere in tensione la struttura meccanica della macchina frigorifera. La flessione e la sollecitazione avvengono quando la cella frigorifera transita dalla temperatura ambiente (circa 25°C) a quella di regime (-80°C). In altre parole, questo avviene durante transitorio.

Nella fattispecie, si può osservare che le lamiere, costituenti la cella, si contraggono poiché hanno un salto di temperatura notevole. La struttura quindi avverte una differenza di temperatura che va oltre i 100°C. Le lamiere esterne risentono anche esse del cambiamento di temperatura all'interno della macchina, portandosi ad una temperatura lievemente più bassa. Tale variazione però è tranquillamente trascurabile poiché le pareti esterne rimangono praticamente a temperatura ambiente. Esse perciò seguono la deflessione della struttura interna che flette verso l'esterno. Si può notare in Figura 4.3 che lo sbalzo termico genera una deflessione delle pareti in verso opposto rispetto a quello causato dalla differenza di pressione. Le frecce rosse indicano la contrazione che avviene per le lamiere interne dato che queste sono sottoposte al gap termico suddetto al contrario delle lamiere esterne il cui cambio di temperatura può essere considerato trascurabile.

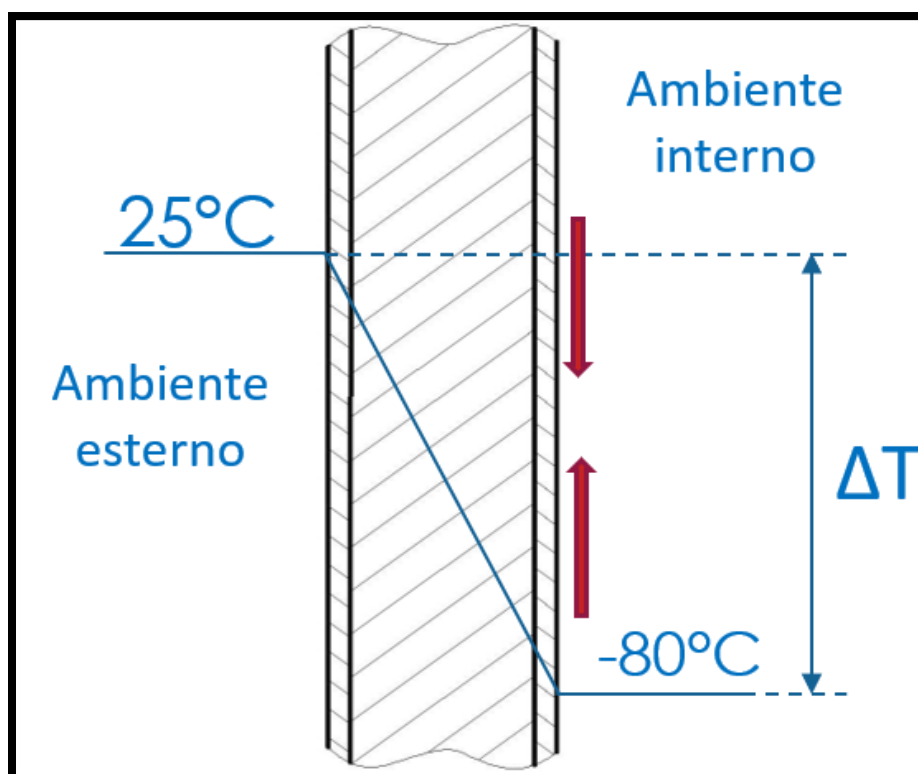


Figura 4.3 Parete sottoposta allo sbalzo termico

Modello strutturale teorico

Per analizzare gli spostamenti e le sollecitazioni del dispositivo frigorifero è necessario trovare un modello teorico che schematizzi al meglio i fenomeni riscontrati nella realtà. Il modello scelto è quello che prevede di trattare la struttura meccanica come un insieme di piastre rettangolari assemblate tra loro. Ognuna di esse rappresenta la corrispondente parete della macchina ed è sollecitata dal carico determinato precedentemente. Le varie pareti, come visto, sono composte da più strati, ovvero sono delle pareti multistrato. Secondo il modello di calcolo adottato, le piastre sono composte da un unico materiale per cui è necessario calcolare delle proprietà meccaniche e termiche equivalenti in modo da schematizzare congruamente con la situazione originale.

Per quanto riguarda le condizioni al bordo, esse sono scelte nella maniera più opportuna in modo da riprodurre al meglio la situazione reale di corpo unico. Si passa perciò dalla struttura meccanica reale ad una struttura fittizia suddivisa in sei piastre, le quali sono analizzate separatamente. La struttura è sollecitata per ipotesi uniformemente e si assume che ogni sua parete sia sollecitata nella stessa maniera. Infine, le dimensioni delle piastre utilizzate durante i calcoli sono quelle medie di ogni parete. Ovvero, si suppone che ogni parete si comporti in modo equivalente ad una piastra avente come dimensioni dei lati, quelle medie tra la parte interna della parete e quella esterna. Ad esempio, se una parete ha dimensioni interne 1000 x 600 mm ed esterne 1200 x 800 mm, allora la piastra corrispondente ha lati pari a 1100 x 700 mm.

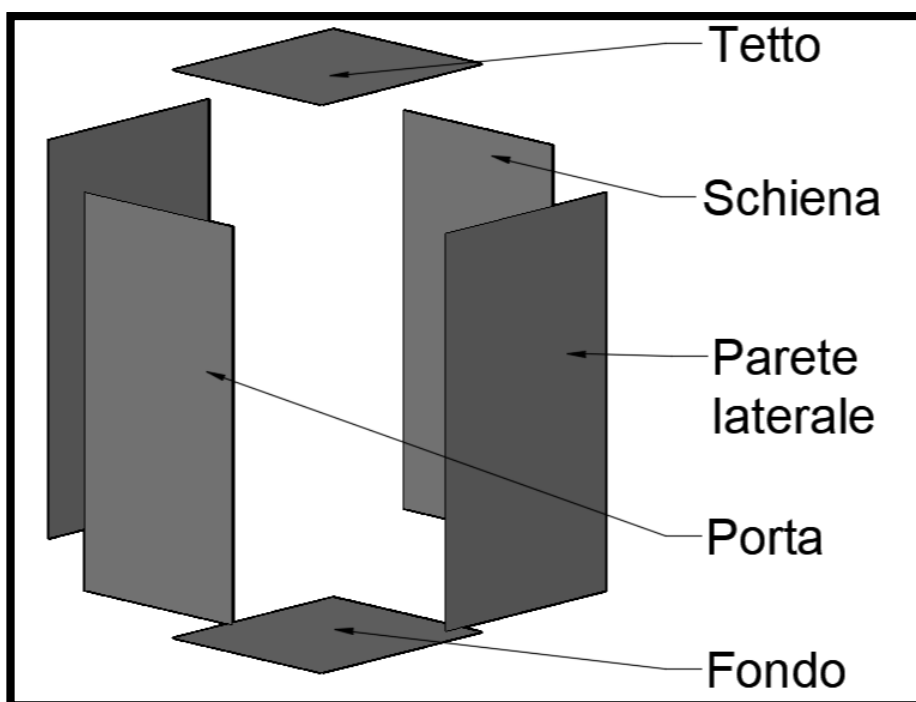


Figura 0.1 Schematizzazione del modello teorico

A questo punto è fondamentale scegliere opportune condizioni al contorno per ciascuna di esse poiché tali vincoli riflettono la rigidità della struttura stessa. Purtroppo, la struttura risulta abbastanza complessa dal punto di vista costruttivo e questo comporta delle difficoltà nello scegliere le giuste condizioni al bordo.

Durante l'analisi del fenomeno causato dalla differenza di pressione, si adotta un metodo pratico, di seguito denominato metodo tabellare, che permette di esplorare più condizioni di vincolo. Di volta in volta, sono specificate quelle adottate per ogni parete. Esse sono scelte in modo da esser certi che la deflessione della piastra rientri tra i risultati ottenuti. Ad esempio, per la schiena della struttura, si scelgono sia le condizioni di piastra semplicemente appoggiata che quelle di piastra completamente incastrata. La prima conferisce più flessibilità alla struttura della seconda che però implica maggiori tensioni. Queste due condizioni determinano due frecce al centro della piastra differenti e due tensioni massime diverse ma entro i quali dovrebbero ricadere i rispettivi risultati reali. Uno svantaggio presente in questo metodo è quello di non permettere la determinazione del campo completo degli spostamenti (ottenibili dalla soluzione analitica) consentendo di calcolare solo quello massimo al centro della piastra. Altri parametri ottenibili sono il momento massimo sulla piastra ed la tensione corrispondente.

Per quanto riguarda il fenomeno di natura termica, esso è studiato implementando la soluzione analitica trovata in letteratura (soluzione di Navier) che permette di risolvere il campo degli spostamenti e degli stress in maniera esatta sull'intera piastra. Tale soluzione però fa riferimento solo alle condizioni di piastra semplicemente appoggiata. Sebbene con tali condizioni al contorno si possano calcolare frecce di maggiore entità, e quindi a vantaggio di sicurezza si possa sapere quali sono i massimi spostamenti della parete, ciò non è vero per le tensioni che si generano all'interno della piastra. Infatti, le condizioni di piastra semplicemente appoggiata implicano minori tensioni rispetto ad una incastra su tutti i lati a parità di carico.

In entrambi i casi, il modello preso in considerazione si basa sulle ipotesi della teoria elastica lineare per piastre sottili rettangolari.

4.3 Ipotesi alla base della teoria elastica lineare per piastre rettangolari

Ogni parete è trattata secondo il modello di piastra rettangolare derivante dalla classica teoria elastica per le piastre. Le ipotesi alla base di tale teoria sono di diversa natura e riguardano la geometria della piastra, il materiale che la compone, il suo comportamento sotto carico e sotto sforzi di natura termica.

Le ipotesi sul materiale e la geometria della piastra sono [2]:

1. Il materiale da cui è formata la piastra è perfettamente elastico;
2. Il materiale segue la legge di Hooke e ha le medesime costanti elastiche (modulo di elasticità, coefficiente di Poisson) per tutti i tipi di carico;
3. Il materiale della piastra è omogeneo ed isotropo;
4. Lo spessore della piastra è costante;
5. Lo spessore è piccolo rispetto alle altre dimensioni della piastra. Nello specifico, affinché le ipotesi siano valide, il rapporto tra lo spessore e la luce della piastra, non deve superare il valore di $1/5$.

Nelle situazioni reali, nessun materiale è perfettamente elastico, omogeneo ed isotropo. Tuttavia, per la maggior parte dei materiali usati nell'ingegneria, le differenze rispetto ad un materiale ideale non sono così grandi da non rendere valide le ipotesi. Si decide quindi di assumere tale comportamento per i materiali che compongono la parete ovvero l'acciaio e la schiuma poliuretanica.

Le ipotesi riguardanti il comportamento della piastra sotto carico sono:

6. Le fibre perpendicolari al piano medio della piastra rimangono perpendicolari ad esso dopo che si è manifestata la flessione;
7. La tensione normale al piano della piastra è trascurabile;
8. Gli spostamenti trasversali della piastra sono piccoli.

9. Nel piano della piastra non agiscono tensioni normali, ovvero non nascono deformazioni nel piano medio (questa ipotesi limita gli spostamenti trasversali molto più di quanto non faccia l'ipotesi precedente);
10. Gli angoli della piastra sono impossibilitati ad alzarsi, ne consegue la nascita di momenti torcenti.

Le ipotesi per gli sforzi termici della piastra sono [2]:

11. Le condizioni di temperatura sono indipendenti dal tempo
12. Le proprietà del materiale non sono influenzate dalla variazione di temperatura
13. La deformazione termica è funzione lineare della variazione di temperatura
ovvero essa è pienamente rappresentata dal valore del coefficiente di dilatazione termica α .

4.4 Relazioni discendenti dalla teoria lineare elastica per le piastre

In questo paragrafo si indicano le relazioni utili allo svolgimento dei successivi calcoli riassumendo la loro provenienza dalla teoria elastica lineare per piastre rettangolari [2].

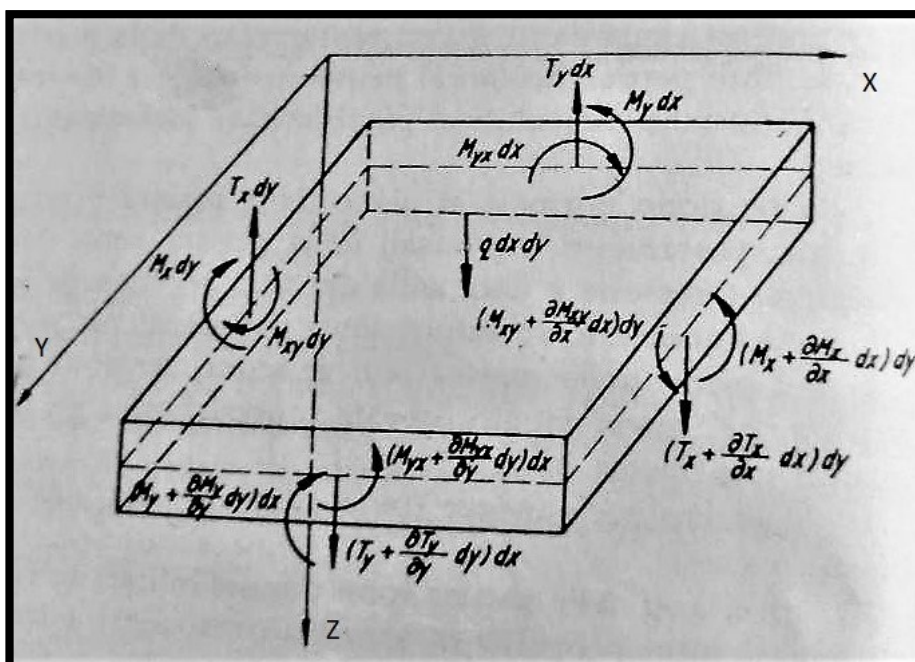


Figura 0.2 Sistema di riferimento – immagine tratta da [2]

Considerando una generica piastra in figura di spessore h e dimensioni a e b , il sistema di riferimento adottato prevede che il piano XY sia coincidente con il piano medio della piastra e l'asse z sia rivolto verso il basso. Gli spostamenti lungo questa direzione sono detti spostamenti trasversali w e considerati positivi se diretti verso il basso.

Considerando un elemento infinitesimo di piastra di dimensioni dx dy , si ottengono le seguenti equazioni di equilibrio:

$$\frac{M_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - T_x = 0$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} + T_y = 0$$

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + q = 0$$

Dove:

- M_{xy} e M_{yx} sono i momenti torcenti per unità di lunghezza. Il primo pedice indica la direzione del vettore ed il secondo è parallelo alla parete a cui è applicato tale momento;
- M_y e M_x sono i momenti flettenti per unità di lunghezza rispettivamente in direzione y ed x ;
- T_y e T_x sono gli sforzi di taglio per unità di lunghezza rispettivamente in direzioni y ed x ;
- q è il carico distribuito sulla piastra per unità di superficie.

Per definizione le deformazioni normali e tangenziali sono rispettivamente:

$$\varepsilon_x = \frac{z}{r_x} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{z}{r_y} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

Indicando con u e v gli spostamenti rispettivamente lungo x ed y ed r è il raggio di curvatura puntuale nelle direzioni indicate. In particolare, per gli spostamenti u e v valgono le seguenti relazioni:

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y}$$

Come conseguenza delle ipotesi suddette, dalla legge di Hooke le tensioni normali e tangenziali valgono:

$$\sigma_x = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y) = \frac{E}{1 - \mu^2} \left(\frac{1}{r_x} + \frac{\mu}{r_y} \right)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1 - \mu^2} (\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x) = \frac{E}{1 - \mu^2} \left(\frac{1}{r_y} + \frac{\mu}{r_x} \right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1 + \mu)} \gamma_{xy} = G \gamma_{xy} = G \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = -2G \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} z$$

Tenendo conto della definizione di momento flettente e combinando le equazioni precedenti, si ha:

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_x z dz = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)} \left(\frac{1}{r_x} + \frac{\mu}{r_y} \right) = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_y z dz = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)} \left(\frac{1}{r_y} + \frac{\mu}{r_x} \right) = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)$$

Avendo usato l'ipotesi 8. Per di più, si è indicato con D la rigidezza flessionale della piastra pari a:

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \mu^2)}$$

Analogamente dalla legge di Hooke si ha che la tensione tangenziale è:

$$\tau_{xy} = -M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \tau_{xy} z dz = -D(1 - \mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Sussistono per cui le relazioni tra momento e sollecitazioni:

$$\sigma_x = \frac{12M_x}{h^3} z$$

$$\sigma_y = \frac{12M_y}{h^3} z$$

Questa relazione evidenzia come la distribuzione delle sollecitazioni, in una generica sezione della piastra, è lineare con il variare della distanza dal piano medio. In particolare, l'andamento ricavato è il classico andamento a farfalla riscontrato nella teoria delle travi. Da questa espressione è chiaro come le tensioni siano massime al bordo della piastra e nulle in corrispondenza dell'asse baricentrico. Esse possono assumere sia valori positivi (tensione di trazione) che negativi (tensione di compressione).

A questo punto, sostituendo nella prima e seconda equazione di equilibrio, le espressioni ricavate per i momenti flettenti e torcenti si ottengono le seguenti relazioni per gli sforzi di taglio:

$$T_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

$$T_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

Che sostituite nella terza equazione di equilibrio di cui sopra, permettono di scrivere l'equazione differenziale di equilibrio della piastra rettangolare che governa gli spostamenti trasversali w :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D}$$

Tale equazione di equilibrio è adoperata per risolvere i problemi che si presentano nella teoria di Poisson - Kirchhoff. Inoltre, il carico q può essere sia costante che variabile su tutta la superficie ovvero può essere funzione delle due coordinate x e y .

L'equazione di equilibrio appena scritta può essere risolta secondo diversi metodi e ipotesi che prevedono di imporre determinate condizioni al contorno. Una soluzione analitica, che tornerà utile nel seguito, è quella che prevede una piastra rettangolare semplicemente appoggiata lungo i bordi. In questo caso si può applicare il metodo di Navier che prevede di espandere in funzioni trigonometriche gli spostamenti trasversali w . La soluzione, in funzione delle coordinate cartesiane x ed y , è della forma [3]:

$$w(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$$

In cui:

- W_{mn} è un coefficiente da determinare e varia a seconda della natura del carico agente sulla piastra;
- a e b sono i lati della piastra rispettivamente lungo x ed y ;
- m ed n sono gli indici delle sommatorie ed interi dispari.

4.4.1 Relazioni per il fenomeno di natura termica

Viene ora analizzato il caso in cui la piastra è sottoposta solo ad un gradiente termico ΔT che varia linearmente lungo lo spessore. Nell'ipotesi di materiale isotropo vale la soluzione scritta analitica appena vista in cui:

$$W_{mn} = \frac{(1 + \mu)\alpha b^2}{\pi^2} \frac{T_{mn}^1}{(m^2 s^2 + n^2)}$$

Dove:

- μ è il coefficiente di Poisson del materiale;
- α è il coefficiente di dilatazione termica del materiale;
- $s = \frac{b}{a}$ rapporto tra i lati della piastra;
- T_{mn}^1 è un coefficiente che varia a seconda della distribuzione del campo delle temperature.

Quando il campo delle temperature è uniformemente distribuito su entrambi i lati della piastra, e perciò non dipende dalle coordinate x ed y , si ha:

$$T_{mn}^1 = \frac{16}{h} \frac{\Delta T}{\pi^2 mn}$$

Con:

- ΔT differenza di temperatura che si ha tra la parte superiore ed inferiore della piastra;
- h spessore della piastra.

In definitiva, sostituendo tutte le espressioni citate nella soluzione analitica di Navier, si ha che il campo degli spostamenti trasversali è dato da [3]:

$$w(x, y) = \frac{16\Delta T\alpha(1+\mu)b^2}{h\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(m^2s^2 + n^2)mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)$$

Con m ed n interi dispari.

Prima di passare alle relazioni per il calcolo delle tensioni all'interno della piastra, si chiarisce il sistema di riferimento usato per esse indicando i significati dei vari simboli utilizzati. Nell'immagine sottostante, si illustrano le tensioni identificate in un generico punto P della piastra.

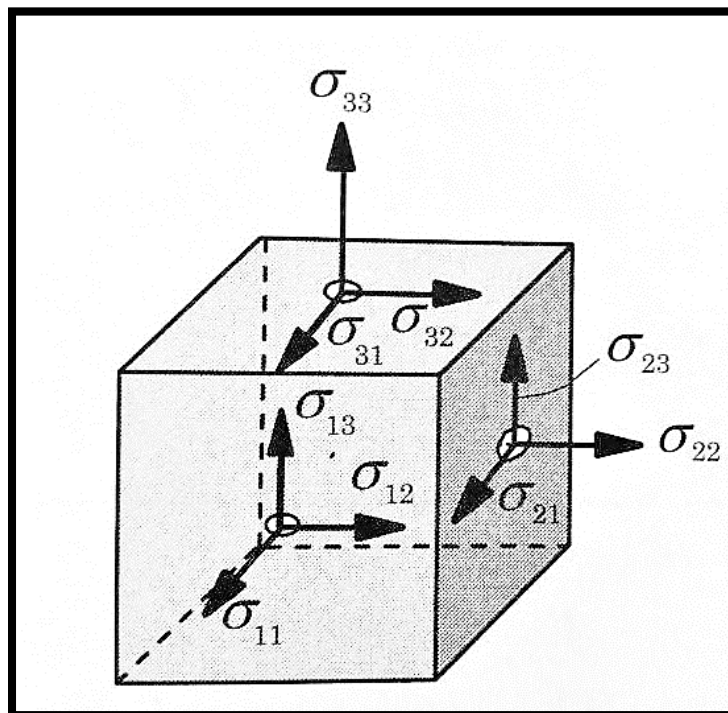


Figura 0.3 Componenti del tensore degli sforzi – immagine tratta da [3]

In questo caso, per il sistema di riferimento adottato, si ha:

- $\sigma_{11} = \sigma_{xx}$ è lo sforzo di trazione/compressione lungo x
- $\sigma_{22} = \sigma_{yy}$ è lo sforzo di trazione/compressione lungo y
- $\sigma_{33} = \sigma_{zz}$ è lo sforzo di trazione/compressione lungo z
- $\sigma_{12} = \sigma_{21} = \tau_{xy}$ è lo sforzo di taglio presente in uno stato di tensione piano
- $\sigma_{23} = \sigma_{32} = \tau_{yz}$ e $\sigma_{13} = \sigma_{31} = \tau_{xz}$ sono gli sforzi di taglio rappresentati in figura che però non sono presenti nel caso di stato di tensione piano ovvero nella teoria classica delle piastre.

Per quanto riguarda le deformazioni ε , i pedici sono analoghi a quanto visto per le tensioni.

Le tensioni che nascono nella piastra, equivalenti al caso di pura flessione, possono essere determinate sfruttando il legame sforzo - deformazione. In generale tale legame prevede un vettore di nove componenti per la deformazione e nove per la tensione con un tensore di 36 componenti che lega le due (detto tensore di rigidità).

Le ipotesi elencate precedentemente, permettono di trascurare una dimensione della piastra (lo spessore) rispetto alle altre due e gli sforzi trasversali σ_{zz} generati all'interno della piastra. Questo conduce ad uno *stato di tensione piano* che riduce il legame sforzo – deformazione a:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha_1 \Delta T \\ \varepsilon_{yy} - \alpha_2 \Delta T \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}$$

Nel caso di materiale isotropo $\alpha_1 = \alpha_2$ e valgono:

- $Q_{11} = Q_{22} = Q = \frac{E}{1-\mu^2}$
- $Q_{12} = \mu Q$
- $Q_{66} = G = \frac{E}{2(1+\mu)}$

Dove E è il modulo di elasticità del materiale.

Per il caso di pura flessione il legame sforzo – deformazione può essere riscritto secondo la seguente espressione sempre sotto l'ipotesi di materiale isotropo [3]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = z \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} (R_{xx}W_{mn} - M_{mn}) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ (R_{yy}W_{mn} - M_{mn}) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ -R_{xy}W_{nm} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \end{Bmatrix}$$

Con:

- $R_{xx} = \frac{\pi^2}{b^2} (Qm^2s^2 + Q_{12}n^2)$
- $R_{yy} = \frac{\pi^2}{b^2} (Q_{12}m^2s^2 + Qn^2)$
- $R_{xy} = \frac{2mns\pi^2}{b^2} G$
- $M_{mn} = (Q + Q_{12}) \alpha T_{mn}^1$

Ricordando che:

$$W_{mn} = \frac{(1 + \mu)\alpha b^2}{\pi^2} \frac{\Delta T}{(m^2s^2 + n^2)h}$$

In questa maniera è possibile calcolare il campo delle tensioni per ogni x ed y.

Anche in questo caso, dalle relazioni è chiaro che le massime tensioni si hanno sul bordo superiore ed inferiore della piastra evidenziando l'andamento a farfalla delle tensioni riscontrato nelle relazioni precedenti nonché nella teoria delle travi.

4.5 Calcolo delle proprietà equivalenti di una piastra multistrato

Le pareti della struttura della macchina frigorifera non hanno una composizione omogenea in quanto sono formate da differenti strati di materiali diversi con differente spessore. Non avendo a che fare con un unico materiale per ogni parete, esse sono schematizzate come delle piastre multistrato formate da diversi strati impilati uno sull'altro. Per tale motivo, in questo paragrafo sono calcolate le proprietà equivalenti di tali piastre multistrato ovvero si calcolano quelle proprietà che rendono il comportamento della piastra, originariamente composta da più strati, riconducibile ad una composta da un unico strato rappresentando equivalentemente tutti gli strati e le loro caratteristiche. Le ipotesi alla base del calcolo illustrato sono tali da essere consistenti e compatibili con la teoria elastica [2]:

- Materiali che compongono la piastra omogenei ed isotropi;
- I vari strati sono incompressibili in direzione Z;
- Scorrimenti relativi tra gli strati impediti.

A questo punto si possono ricavare le proprietà di questo nuovo modello di piastra che sostituisce le proprietà analoghe nel caso di piastra semplice. Ad esempio, la rigidezza flessionale equivalente, calcolata di seguito, sostituisce la rigidezza flessionale nel caso di piastra semplice. E così via per tutte le nuove proprietà che si definiscono in questo paragrafo.

Ovviamente, generalmente, le proprietà equivalenti devono rispecchiare le reali proprietà meccaniche della piastra tenendo conto per cui dello spessore di ciascuno strato e delle relative proprietà che questo offre all'interfaccia della piastra. Di seguito si riportano la stratigrafia delle pareti e le relative proprietà meccaniche di interesse dei differenti materiali.

	Coefficiente di Poisson	Modulo Elastico	Coefficiente di dilatazione termica	Numero strato
	μ	$E [GPa]$	$\alpha \cdot 10^{-6} \left[\frac{1}{^{\circ}C} \right]$	
Lamiera interna	0,3	210	12	1
Isolante termico	0,3	20	63	2
Lamiera esterna	0,3	210	12	3

Tabella 0.1 Proprietà meccaniche e termiche degli strati costituenti ogni parete

Per ipotesi si trascura la presenza della serpentina dell'evaporatore essendo il suo contributo trascurabile dal punto di vista della rigidità flessionale della struttura. Le proprietà equivalenti non sono dipendenti dalle dimensioni della stessa piastra, bensì saranno pesate sullo spessore di ciascuno strato. Si può notare che la struttura del frigorifero presenta una stratigrafia uniforme e cioè ogni parete presenta i medesimi strati con i medesimi spessori ad eccezione della porta che presenta uno spessore inferiore. La stratigrafia a cui si fa riferimento è quella riportata nella Tabella 1.2.

L'immagine seguente riporta la notazione adottata nelle relazioni delle proprietà equivalenti.

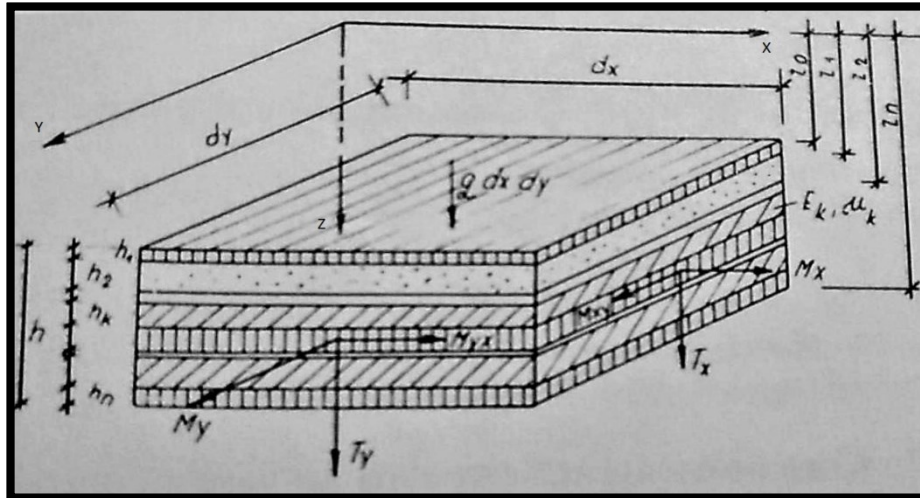


Figura 0.4 Sistema di riferimento per le proprietà di piastre multistrato – immagine tratta da [2]

Inoltre, viene acquisito come sistema di riferimento quello avente il piano XY coincidente con la faccia superiore della piastra (coincidente con il lato esterno) e l'asse z rivolto verso il basso. I vari strati sono numerati poi come indicato in tabella.

4.5.1 Rigidezza flessionale equivalente

La rigidezza flessionale di una piastra indica la resistenza di questa alla flessione e quindi alla deformazione. Per una piastra composta da un solo materiale essa vale:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}$$

La rigidezza flessionale equivalente invece viene calcolata con la seguente relazione valida per una piastra con disposizione verticale simmetrica degli strati e avente 3 strati [2]:

$$D_{eq} = \frac{2}{3} \left(\frac{E_1}{1 - \mu_1^2} [z_s - (z_s - h_1)^3] + \frac{E_2}{1 - \mu_2^2} (z_s - h_1)^3 \right)$$

Dove

$$z_s = \frac{z_n + z_0}{2} = \frac{z_3 + z_0}{2} = \frac{z_3}{2} = \frac{h}{3}$$

Avendo posto il sistema di riferimento come descritto in precedenza ($z_0=0$) ed indicando con h_i lo spessore dell' i -esimo strato e con h lo spessore totale della piastra.

4.5.2 Coefficiente di Poisson equivalente

Il coefficiente di Poisson è una misura del grado di contrazione trasversale in presenza di una sollecitazione monodirezionale. Esso è per tutti e tre gli strati il medesimo, ragion per cui quello equivalente non deve discostarsi da tale valore.

$$\mu_{eq} = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0,3$$

4.5.3 Modulo elastico equivalente

Come ben noto, il modulo elastico indica la capacità di un materiale di sopportare carichi nella zona elastica. All'aumentare di esso quindi le proprietà di resistenza della piastra crescono.

Il modulo elastico equivalente può essere definito dalla seguente valida per una piastra con disposizione verticale simmetrica degli strati e avente 3 strati [2]:

$$E_{eq} = \frac{1 - \mu_{eq}^2}{h} \left(\frac{2E_1h_1}{1 - \mu_1^2} + \frac{E_2h_2}{1 - \mu_2^2} \right)$$

4.5.4 Coefficiente di dilatazione termica lineare equivalente

Infine, il coefficiente di dilatazione termica equivalente è calcolato in maniera abbastanza semplice, effettuando una media pesata sullo spessore di ciascuno strato. Esso è necessario per lo sviluppo del calcolo di natura termica.

$$\alpha_{eq} = \frac{\alpha_1h_1 + \alpha_2h_2 + \alpha_3h_3}{h}$$

4.5.5 Risultati proprietà equivalenti

Le due tabelle seguenti illustrano i risultati ottenuti per le proprietà meccaniche equivalenti. La prima è relativa alla porta mentre la seconda è relative alle altre pareti.

Rigidezza flessionale	Coefficiente di Poisson	Modulo Elastico	Coefficiente di dilatazione termica
$D_{eq} [Nm]$	μ_{eq}	$E_{eq} [MPa]$	α_{eq}
4854220	0,3	23725	62,0

Tabella 0.2 Proprietà equivalenti relative alla porta

Rigidezza flessionale	Coefficiente di Poisson	Modulo Elastico	Coefficiente di dilatazione termica
$D_{eq} [Nm]$	μ_{eq}	$E_{eq} [MPa]$	α_{eq}
4854220	0,3	23115	62,2

Tabella 0.3 Proprietà equivalenti relative alle pareti laterali, tetto/fondo e schiena

Confrontando le due tabelle si nota che il coefficiente di Poisson è naturalmente uguale mentre i due moduli elastici sono di differente entità dato il diverso spessore che caratterizza la porta rispetto alle altre pareti. Infine, le rigidezze flessionali equivalenti appaiono con lo stesso valore: ciò è dovuto alla compensazione tra modulo elastico e spessore della parete. Nel caso della porta è vero che il suo spessore è inferiore rispetto alle altre pareti ma il modulo di Young è superiore. Il prodotto tra le due grandezze perciò determina un valore molto simile a quello delle altre pareti.

5 Software utilizzati

In questo capitolo si riportano i software usati e le motivazioni che hanno portato al loro utilizzo durante lo sviluppo dei calcoli in questa tesi. I due software principali utilizzati sono due: Microsoft Excel e Matlab.

Il primo è utilizzato per i calcoli connessi al fenomeno causato dalla differenza di pressione ottenendo per esempio anche il carico insistente sulla struttura (differenza di pressione tra i due ambienti).

Il secondo è preferito per l'implementazione della soluzione analitica per il fenomeno termico ottenendo ad esempio il campo completo degli spostamenti trasversali su ogni piastra e le derivanti tensioni.

Le motivazioni che hanno portato a condurre le analisi utilizzando questi due software sono descritte nel seguito.

5.1 Microsoft Excel

Per lo sviluppo della presente tesi, ed in particolare per i calcoli effettuati sul problema in questione, si decide di utilizzare il foglio elettronico di Excel che permette di effettuare delle analisi parametriche in modo da poter capire cosa e come cambia al variare di un dato parametro. Un esempio che può essere citato è quello riguardante lo spessore dei vari strati delle pareti. Infatti, al variare di tale dato si riesce a capire come gli stress e gli spostamenti trasversali della struttura possano cambiare e di quanto. Inoltre, i dati e altri parametri geometrici possono essere facilmente riconfigurati, in modo tabellare. Questo è molto utile durante lo sviluppo e la progettazione della macchina frigorifera poiché in alcuni casi è necessario cambiare alcuni parametri e dati di input a seconda delle esigenze costruttive.

Il foglio di calcolo è preferito all'ambiente Matlab per il calcolo del carico dovuto a differenza di pressione e degli spostamenti trasversali e stress connessi ad esso. Il motivo dell'utilizzo del foglio di calcolo è da ricercare nell'implementazione di diverse condizioni al bordo di ogni piastra secondo il metodo tabellare. Questo metodo però offre la risoluzione solo di alcune grandezze che caratterizzano l'inflessione della piastra, tra cui la massima inflessione della piastra ed il massimo momento flettente agente sulla stessa.

Infine, è utile riportare graficamente i risultati ottenuti.

5.2 Matlab

Per quanto concerne lo sviluppo il fenomeno di natura termica, il software Matlab è preferito per l'implementazione della soluzione analitica e delle tensioni visti nel capitolo precedente. È da notare che il fenomeno termico è studiato con un solo tipo di condizione al bordo. Un vantaggio della soluzione analitica vista, è che permette il calcolo degli spostamenti e degli stress sull'intera piastra.

Inoltre, il software Matlab permette di discretizzare a piacimento l'intero piano XY contenente la piastra. La discretizzazione è di tipo lineare sia lungo x (lato a) che y (lato b). Entrambi i lati sono suddivisi in 100 parti ovvero 101^2 nodi che rendono i risultati apprezzabili graficamente.

Un'altra considerazione riguardante il calcolo numerico è quella connessa ai limiti imposti sugli indici m ed n che appaiono nelle soluzioni analitiche degli spostamenti e delle tensioni. La teoria suggerisce di far variare m ed n da 1 ad infinito ma ciò non è possibile nella pratica numerica. Questo si traduce nell'avere un limite finito: per quanto riguarda gli spostamenti trasversali il limite suggerito dalla letteratura ed imposto su entrambi gli indici è 49, mentre per il calcolo delle tensioni il limite è fissato a 199. Questi due limiti consentono di ottenere una ottima approssimazione della soluzione.

Infine, attraverso l'utilizzo di Matlab è possibile rappresentare i risultati ottenuti in tre dimensioni ed avere quindi una rappresentazione grafica più intuitiva e facile da comprendere.

6 Calcolo del carico dovuto a differenza di pressione e della forza di apertura della porta

In questo capitolo si descrive in dettaglio la procedura di calcolo adottata per quantificare il carico dovuto al fenomeno causato dalla differenza di pressione ed agente sulla struttura meccanica dell'apparecchiatura frigorifera. Inoltre, viene effettuata l'analisi ed il calcolo della forza agente sulla porta. Infine, si presentano i risultati ottenuti in forma grafica e se ne discute l'andamento.

Per ipotesi, la struttura meccanica è sottoposta ad un carico uniformemente distribuito su ogni parete. Secondo quanto descritto in precedenza, il carico agisce perpendicolarmente ad ogni parete e varia in funzione del ricambio di aria. Per tale motivo si sceglie di condurre l'analisi di calcolo riferendosi alla percentuale di ricambio d'aria ovvero quanta aria fredda interna è sostituita da aria calda, proveniente dall'esterno, in termini di volume percentuale. Ad esempio, un ricambio d'aria pari al 50% sta a significare che l'aria calda sostituisce metà del volume occupato dall'aria fredda in origine. Si può considerare che, almeno nella prima fase di ricambio di aria, il carico aumenti all'aumentare del ricambio d'aria. Ciò è dovuto al fatto che man mano che l'aria calda sostituisce quella fredda, la temperatura della cella interna aumenta. Conseguentemente, diminuisce la densità all'interno e di pari passo anche la pressione. Questo fa sì che si crei una differenza di pressione con l'ambiente esterno.

Di seguito si descrivono le supposizioni fatte sul comportamento dell'aria e le differenti ipotesi adottate di carattere generico.

6.1 Assunzioni

Le ipotesi effettuate sul comportamento del gas sono:

- Il gas ha comportamento perfetto e quindi può essere applicata l'equazione di stato dei gas perfetti;
- Il calore specifico a pressione costante c_p varia linearmente in funzione della temperatura dell'aria stessa. Nella fattispecie è assunto pari a:
 - 1006 J/kgK a temperatura ambiente;
 - 1009 kJ/kgK a temperatura di -80°C ;
- L'aria è considerata secca e cioè priva di vapore al suo interno. L'ipotesi è soprattutto ragionevole per quanto riguarda l'aria fredda contenuta all'interno della cella frigorifera poiché il suo contenuto di vapore è pressoché nullo ad una temperatura di circa -80°C . Ne consegue che la costante elastica dell'aria secca R è pari a 287,05 J/(kgK);
- L'aria esterna si trova ad una temperatura ambiente di 25°C mentre la temperatura interna ha distribuzione omogenea ed è pari a -80°C .

Altre ipotesi più generali riguardanti la struttura ed il carico sono:

- Il carico dovuto a differenza di pressione agisce sull'intera struttura in maniera uniforme e perpendicolare alle pareti;
- La pressione interna della cella frigorifera è pari a quella esterna nella situazione iniziale ed è assunta pari a 101325 Pa;
- La miscelazione dei fluidi aria calda ed aria fredda è adiabatica ovvero avviene senza nessuna dispersione di energia ovvero calore verso l'esterno.

6.2 Calcolo del carico e della forza d'apertura

Si illustra il calcolo del carico facendo riferimento alle dimensioni della cella interna riportate in Tabella 1.1 e quelle di ingombro nella Tabella 1.3. Inoltre, si riassumono i parametri di input frutto delle ipotesi effettuate precedentemente.

PARAMETRI DI INPUT			
Temperatura interna	T_{int}	-80	°C
Temperatura esterna	T_{est}	25	°C
Calore specifico aria secca interna	$c_{p_{int}}$	1009	J/(kgK)
Calore specifico aria secca esterna	$c_{p_{est}}$	1006	J/(kgK)
Costante elastica aria secca	R	287,05	J/(kgK)
Pressione iniziale interna	p_{int}	1,013	bar
Pressione iniziale esterna	p_{est}	1,013	bar

Tabella 6.1 Parametri di input per il calcolo del carico dovuto a differenza di pressione

Il ricambio di aria è in termini percentuali ed è relativo al volume della cella interna. Si indica con il simbolo $V_{R\%}$ il ricambio percentuale i-esimo che varia dallo 0% al 100% con un passo del 5%.

Una volta fissate le condizioni iniziali secondo le ipotesi descritte precedentemente, si passa al calcolo delle densità dell'aria interna ed esterna secondo l'equazione di stato dei gas perfetti:

$$\rho_{int} = \frac{p_{int}}{RT_{int}}$$

$$\rho_{est} = \frac{p_{est}}{RT_{est}}$$

Il volume della cella interna V è dato banalmente dal prodotto delle tre dimensioni interne.

Si prosegue con il calcolo delle masse di aria calda e fredda che caratterizzano il fenomeno.

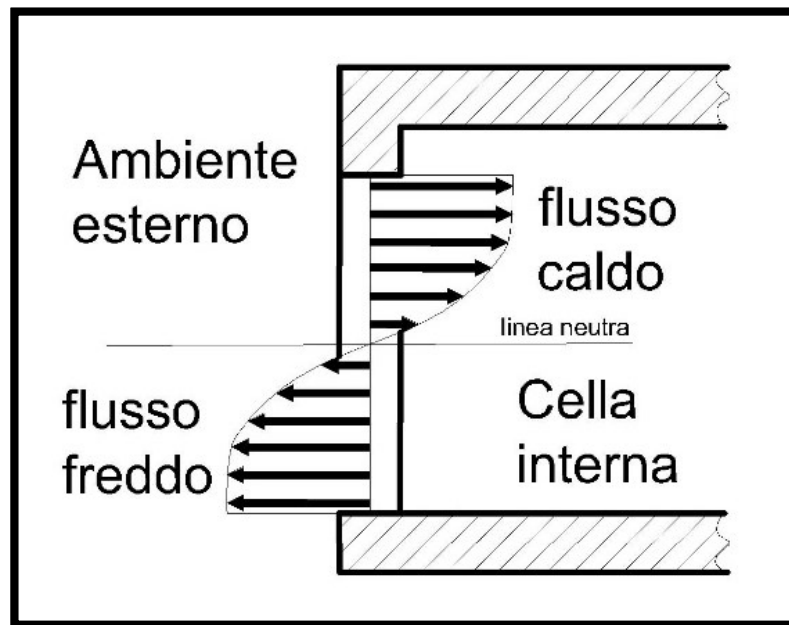


Figura 6.1 Andamento dei flussi di aria calda e fredda durante l'apertura della porta

La massa di aria fredda presente all'interno della macchina è:

$$M_{int} = \rho_{int}V$$

Mentre la massa di aria fredda uscente è data da:

$$M_{out} = \rho_{int}V_{R\%}$$

Ne consegue che l'aria fredda rimanente all'interno della cella è:

$$M_{cold} = M_{int} - M_{out}$$

L'aria calda entrante nella macchina frigorifera è quantificabile come:

$$M_{hot} = \rho_{est} V_{R\%}$$

È da notare che $M_{hot} < M_{out}$ in quanto $\rho_{est} < \rho_{int}$. Per cui, una volta effettuato il ricambio di aria e chiusa la porta, all'interno della cella ci sarà meno massa di aria ma ad una temperatura superiore. Tale temperatura dipende dal rapporto tra M_{hot} ed M_{cold} ovvero dal ricambio $V_{R\%}$.

Per calcolare tale temperatura T_m , si effettua un bilancio energetico ipotizzando che lo scambio di calore tra i due fluidi non includa nessuna dispersione verso l'esterno. Perciò tutto il calore portato dall'aria calda entrante M_{hot} è assorbito dall'aria fredda M_{cold} .

Ribadendo il comportamento perfetto dell'aria secca, l'entalpia può essere scritta come

$$h = c_p T$$

e quindi il bilancio può essere scritto come:

$$M_{cold} c_{p_{int}} T_{int} + M_{hot} c_{p_{est}} T_{est} = M c_{p_m} T_m$$

Dove:

- $M = M_{cold} + M_{hot}$
- $c_{p_m} = \frac{M_{cold} c_{p_{int}} + M_{hot} c_{p_{est}}}{M}$

Come anticipato, il calore specifico della massa di aria presente dopo il miscelamento è calcolato secondo una media pesata fra le masse in gioco.

Dal bilancio precedente si ricava l'unica incognita T_m .

A questo punto si calcola la densità della miscela come da definizione e cioè:

$$\rho_m = \frac{M}{V}$$

Ora è possibile ricavare la pressione della miscela sfruttando nuovamente l'equazione dei gas perfetti:

$$p_m = R \rho_m T_m$$

Il carico q , nonché la differenza di pressione con l'ambiente esterno, è dato dalla semplice espressione:

$$\Delta p = q = p_{est} - p_m$$

Infine, la forza agente sulla porta è calcolata come:

$$F = q S_{porta}$$

Dove S_{porta} è la superficie della porta. Date le dimensioni esterne H_{est} ed L_{est} riportate nella tabella sottostante, essa vale

$$S_{porta} = H_{est} L_{est}$$

La forza da applicare da parte dell'utente per aprire la porta dovrà equilibrare quella applicata dalla differenza di pressione. Quest'ultima è applicata sul baricentro geometrico della porta. Per cui, supponendo che la maniglia sia posizionata sull'estremità della porta, da un semplice equilibrio di momenti si deduce che la forza da applicare è la metà di quella esercitata dal carico q . Ovvero la forza di apertura è:

$$F_{apertura} = \frac{F}{2}$$

Questo procedimento è applicato per ogni volume di ricambio $V_{R\%}$. A titolo di esempio si riportano i valori numerici ottenuti per un ricambio di aria pari al 30% del volume della cella interna.

Risultati ottenuti con un ricambio di aria $V_{R\%} = 30\%$		
M_{int}	1,314	kg
M_{out}	0,394	kg
M_{cold}	0,920	kg
M_{hot}	0,255	kg
M	1,175	kg
c_{p_m}	1008,35	J/kgK
T_m	-57,2	°C
ρ_m	1,634	kg/m ³
p_m	101300	Pa
$\Delta p = q$	0,249	mbar
$F_{apertura}$	1,94	kgf

Tabella 6.2 Grandezze ottenute con un ricambio di aria pari al 30%

6.3 Carico e forza d'apertura

Il procedimento visto precedentemente è adottato ricorsivamente per ogni ricambio di aria $V_{R\%}$. Di seguito, si presentano in forma grafica i risultati ottenuti dal calcolo del carico dovuto a differenza di pressione e della forza di apertura della porta riportati in funzione del ricambio d'aria volumetrico espresso in percentuale.

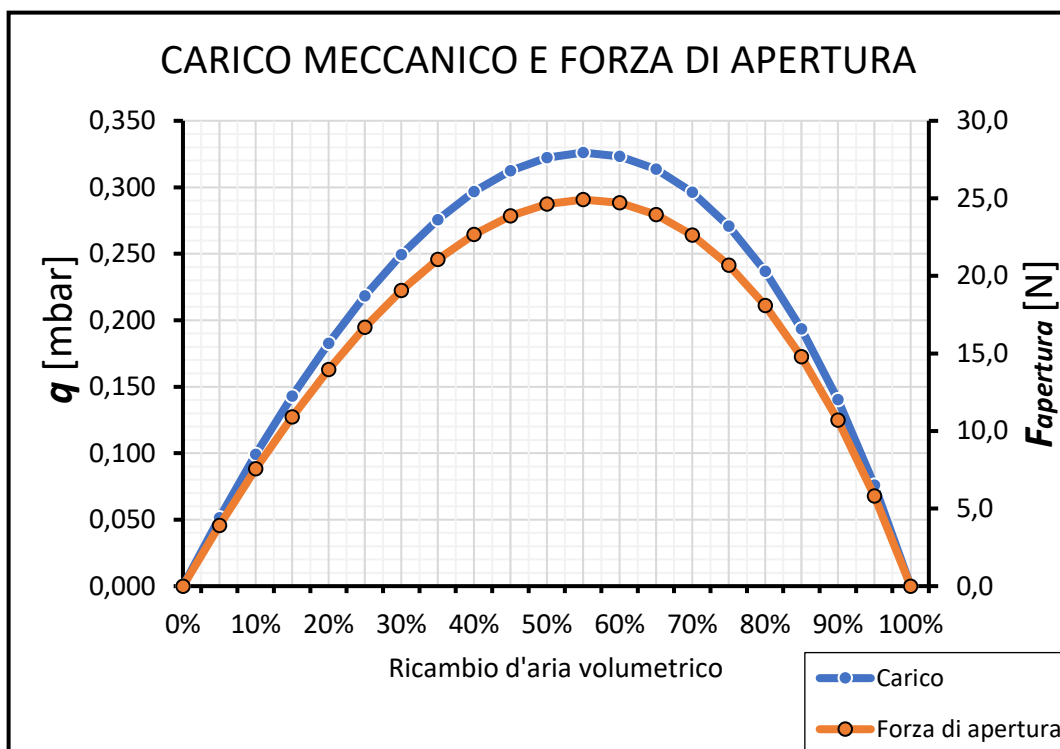


Figura 6.2 Andamento del carico dovuto a differenza di pressione e della forza di apertura della porta

Gli andamenti del carico q e della forza di apertura sono dello stesso tipo poiché essi differiscono soltanto di un fattore moltiplicativo ovvero la superficie della porta. Nella fattispecie essi sono di tipo parabolico. Come ci si aspettava, in corrispondenza del ricambio nullo e di quello completo (100%) non si ha nessun carico mentre il massimo si ha in quando il ricambio d'aria è circa il 55%. L'andamento nella prima parte appare sensato se si pensa che esso dipende dall'aria calda entrante: infatti, nella prima parte in cui $V_{R\%} < 50\%$, la massa di aria fredda ha più peso nello scambio termico con una temperatura della miscela conseguentemente più bassa di quella ambiente. Nella seconda parte invece, la situazione è invertita in quanto la massa di aria calda ha la prevalenza rispetto a quella fredda.

Sebbene i risultati ottenuti siano inferiori abbastanza inferiori ad 1 mbar, la forza di apertura risulta comunque non indifferente a causa della grandezza della superficie della porta. Si ricorda che quest'ultima è infatti la metà di quella effettivamente agente sulla porta della macchina. Questo andamento quindi conferma quello che si può riscontrare con il fenomeno fisico reale sebbene questi risultati siano ottenuti con ipotesi semplificative.

Un'ulteriore complicazione dell'analisi potrebbe esser quella di tener conto del vapore presente nel flusso di aria calda che entra nella cella ovvero di considerare il flusso di aria calda non più secco bensì umido. Qualitativamente ci si potrebbe aspettare un carico maggiore, e quindi una forza di apertura più grande, a causa del cambiamento repentino del volume specifico del vapore. Infatti, nella situazione iniziale a temperatura ambiente, esso occupa un volume maggiore di quanto non faccia appena entri a contatto con l'aria molto più fredda contenuta nella cella. In particolare, praticamente tutto il vapore contenuto all'interno dell'aria calda condenserebbe, lasciando dei vuoti da colmare all'aria secca che è costretta quindi ad espandersi. Ne consegue quindi un ulteriore abbassamento della pressione. Viene naturale pensare che all'aumentare della quantità di vapore contenuta nel flusso caldo, aumenti la depressione che si crea in un secondo momento nella cella frigorifera. Questo però dovrebbe esser confermato da un ulteriore e più approfondita analisi a cui si lascia spazio.

7 Analisi e calcolo degli spostamenti trasversali e delle sollecitazioni

In questo capitolo si studiano gli effetti dei fenomeni descritti in precedenza. Ovvero si effettua analisi e calcolo degli spostamenti trasversali e delle sollecitazioni che caratterizzano ogni parete a seguito del fenomeno causato dalla differenza di pressione e di quello termico.

Per il primo si evidenziano le varie condizioni di vincolo scelte per ogni tipologia di parete e si calcolano gli spostamenti trasversali e le sollecitazioni secondo un metodo tabellare. Tale metodo permette di effettuare velocemente i calcoli per ogni tipo di condizione al contorno attraverso il carico q determinato in precedenza. Si discutono quindi i risultati conseguiti e si determina lo stato tensionale nelle aree della piastra più sollecitate. Si procede effettuando una verifica di resistenza per l'acciaio delle lamiere secondo il criterio di Von Mises.

Per il fenomeno termico, l'unica condizione di vincolo studiata per tutte le pareti è quella di piastra semplicemente appoggiata su tutti i bordi. Anche in questo caso si passa al calcolo degli spostamenti trasversali ma attraverso la soluzione analitica di Navier dell'equazione di equilibrio di una piastra appoggiata. Le sollecitazioni sull'intera piastra sono determinate nel seguito. L'implementazione numerica di tali equazioni è eseguita in ambiente Matlab. Si commentano quindi i risultati ottenuti per ogni parete e si determina lo stato tensionale di ogni piastra individuando così la zona maggiormente critica.

Le stime sugli spostamenti trasversali e sulle sollecitazioni, che sono determinate nei paragrafi successivi, sono basate sull'assunzione ragionevole che la parete si comporti come una piastra avente dimensioni pari alle dimensioni medie tra quelle della parete interna e quella esterna. Perciò, ad esempio, se la parete laterale interna è alta 800 mm e quella esterna è alta 1400 mm, allora la dimensione corrispondente della piastra è di 1100 mm che è esattamente la media tra le due. Nella Tabella 7.1 si riportano le dimensioni di ogni piastra utilizzate nei calcoli effettuati nel seguito.

	Dimensione a	Dimensione b
Parete laterale	1558,0	747,0
Schiena	1558,0	822,0
Porta	1558,0	822,0
Tetto e fondo	822,0	747,0

Tabella 7.1 Dimensioni dei lati a e b in [mm] per ogni parete della macchina

7.1 Analisi degli spostamenti trasversali e delle tensioni dovuti al fenomeno causato dalla differenza di pressione

Una volta noto il carico dovuto a differenza di pressione agente sulla struttura, nonché su ogni parete, si passa al calcolo degli spostamenti trasversali e delle sollecitazioni delle stesse in base al metodo di calcolo adottato e alle condizioni al contorno scelte per ogni tipo di parete.

Il metodo descritto di seguito si avvale di apposite tabelle che riportano le grandezze di interesse in funzione del carico, della geometria e delle proprietà meccaniche della piastra stessa. Ciò significa che, per questioni di praticità e variabilità delle condizioni al contorno, per gli sforzi di natura fluidodinamica non si farà uso della soluzione analitica illustrata nel paragrafo 4.4.1, bensì si adotta il metodo tabellare.

Da tale analisi, possono essere ricavate le seguenti grandezze di interesse:

- Freccia al centro della piastra, ovvero la massima per l'intera piastra;
- Momenti flettenti all'interno della piastra da cui si ricavano le corrispondenti tensioni;
- Reazioni vincolari negli angoli della piastra, da cui si possono ricavare i corrispondenti sforzi di taglio.

Per i calcoli dei suddetti parametri ci si avvale delle proprietà equivalenti calcolate nel paragrafo 0 e della stratigrafia illustrata nella Tabella 1.2. Inoltre, si suppone che le pareti, e nello specifico le lamiere, non abbiano subito alcuna deformazione durante le lavorazioni del processo produttivo.

7.1.1 Condizioni di vincolo delle pareti

Per quanto concerne le condizioni al contorno del problema differenziale, si fa riferimento ad alcune situazioni di vincolo usuali nella risoluzione delle piastre. Tuttavia, si prendono

in considerazione alcune condizioni di vincolo più particolari che potrebbero adattarsi al meglio alla situazione presentata per ciascuna parete. In tutti i casi ogni piastra presenta differenti condizioni di vincolo che dipendono dal trattamento subito durante il processo costruttivo.

Come detto in precedenza, la struttura è costruttivamente complessa perciò non è possibile fare affidamento su unica condizione al contorno per ogni parete. I vincoli sono scelti in modo da esser certi che lo spostamento trasversale della piastra rientri tra i risultati ottenuti. Ad esempio, per la schiena della struttura, si scelgono sia le condizioni di piastra semplicemente appoggiata che quelle di piastra completamente incastrata. La prima conferisce più flessibilità alla struttura della seconda che però implica maggiori tensioni. Queste due condizioni permettono per cui due spostamenti trasversali al centro della piastra e due tensioni massime differenti ma entro i quali dovrebbero ricadere i rispettivi risultati reali. Questo è quindi il criterio di scelta per le condizioni al bordo che vengono scelte di volta in volta.

Tuttavia, in tutti i casi analizzati, le condizioni adottate su ogni lato della piastra sono due: semplice appoggio o incastro. Come si sa, queste due tipologie di vincoli concedono differenti movimenti: la prima blocca solo lo spostamento trasversale e permette la rotazione della piastra in corrispondenza del vincolo offrendo una reazione vincolare nella direzione trasversale; la seconda invece non permette nessuno spostamento al bordo della piastra bloccando anche la rotazione. In quest'ultimo caso nasce anche un momento di incastro in corrispondenza del bordo della piastra.

Di seguito si riportano le condizioni al contorno adottate per ciascuna parete.

7.1.1.1 Pareti laterali

Le due pareti laterali hanno ovviamente egual geometria ovviamente. Per cui esse saranno trattate con lo stesso modello di piastra e con le medesime condizioni al bordo.

Secondo quanto visto nel processo produttivo, potrebbe non essere sufficiente schematizzare la piastra laterale come semplicemente appoggiata in quanto presenta un vincolo più forte al confine con la parete frontale (porta). Tuttavia, la condizione di

vincolo che prevede l'incastro su tutti e quattro i lati non può nemmeno schematizzare perfettamente la situazione reale. Per tali motivi si propongono tre studi con tre rispettive condizioni al contorno, ovvero:

1. Nel primo studio si schematizza la piastra sia semplicemente appoggiata (Condizione A);
2. Nel secondo studio invece la parete laterale viene schematizzata come completamente incastrata (Condizione B). In questa maniera si dovrebbero ottenere i risultati più restrittivi dal punto di vista degli spostamenti trasversali.

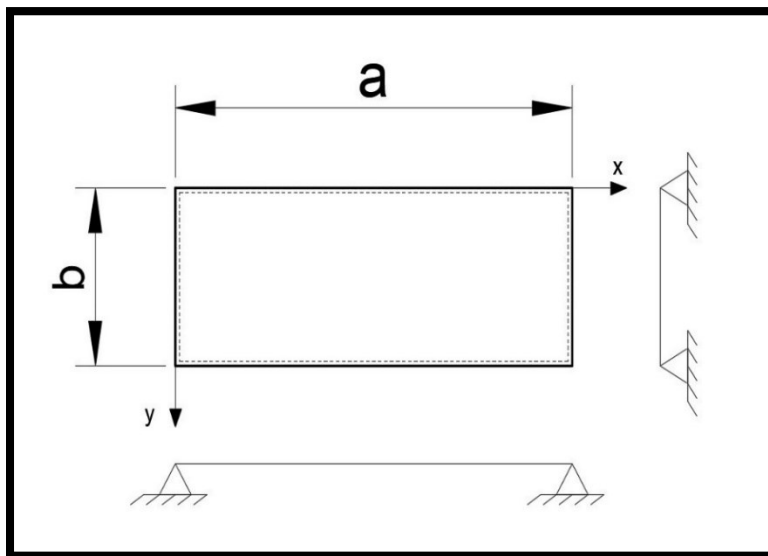


Figura 7.1 Piastra semplicemente appoggiata, condizione A

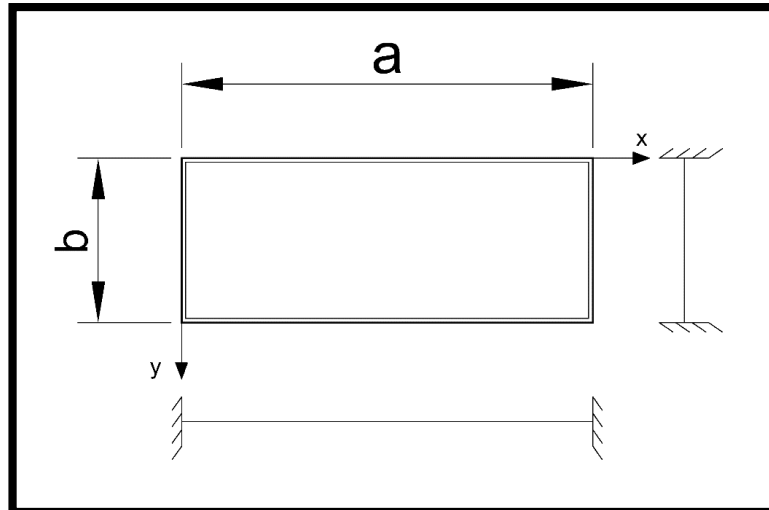


Figura 7.2 Piastra completamente incastrata, condizione B

3. Nel terzo studio infine la piastra avrà un bordo incastrato (lato della parete in corrispondenza della parete frontale) mentre tutti gli altri saranno semplicemente appoggiati (Condizione C).

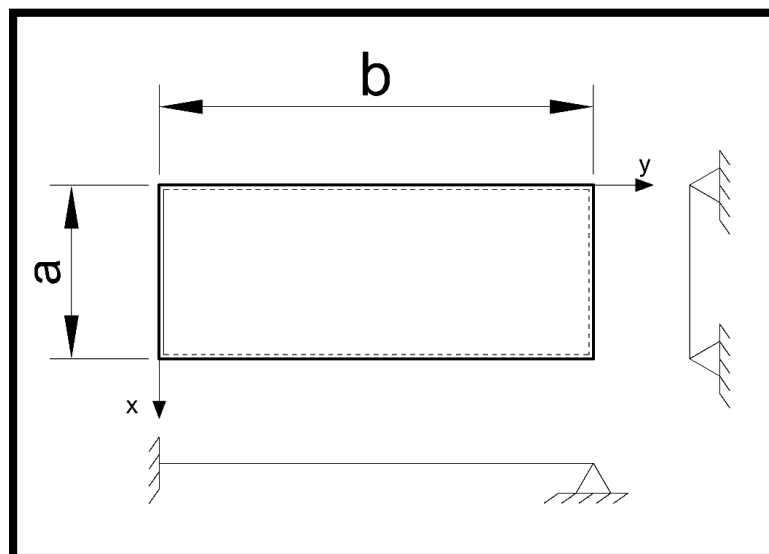


Figura 7.3 Piastra con un solo bordo incastrato e gli altri appoggiati, condizione C

7.1.1.2 Schiena e porta

Analogamente a quanto fatto prima, la schiena e la porta della macchina possono essere trattate congiuntamente avendo le medesime dimensioni. Le condizioni al bordo adottate per esse, sono due: piastra semplicemente appoggiata (Condizione A) e piastra completamente incastrata (Condizione B). La prima condizione dovrebbe essere più vicina ai reali vincoli a cui è sottoposta la schiena mentre la porta potrebbe avere dei vincoli effettivamente intermedi fra i due scelti.

7.1.1.3 Tetto e fondo

Infine, le condizioni al contorno scelte per il tetto ed il fondo sono sempre quelle relative all'appoggio semplice ed all'incastro (Condizione A e B). Entrambe, secondo le supposizioni, dovrebbero essere soggette ad una condizione intermedia fra le due per cui è interessante esplorare tutti e due i casi.

7.1.2 Calcolo degli spostamenti trasversali e delle tensioni

A questo punto è possibile ricavare gli spostamenti e le tensioni su tutte le piastre adottando il metodo tabellare per ogni parete. Riassumendo, sono tre in totale le condizioni al contorno schematizzate. Si riportano perciò le rispettive tabelle utilizzate per il calcolo successivo tratte da [2].

PIASTRA CONDIZIONE A				
γ	w_s	M_{xs}	M_{ys}	R_0
1,00	0,0443	0,0478	0,0478	-0,065
1,10	0,0363	0,0408	0,0553	-0,064
1,20	0,0298	0,0348	0,0626	-0,063
1,30	0,0244	0,0298	0,0693	-0,062
1,40	0,0201	0,0258	0,0753	-0,059
1,50	0,0166	0,0222	0,0812	-0,057
1,60	0,0138	0,0193	0,0862	-0,055
1,70	0,0116	0,0168	0,0908	-0,053
1,80	0,0097	0,0148	0,0948	-0,050
1,90	0,0082	0,0130	0,0985	-0,048
2,00	0,0069	0,0116	0,1017	-0,046
f.m.	$\frac{qa^4}{Eh^3}$	qa^2	qb^2	qab

Tabella 7.2 Coefficienti per piastra semplicemente appoggiata

PIASTRA CONDIZIONE C					
γ	w_s	M_{xs}	M_{ys}	M_{yvs}	R_0
0,50	0,1012	0,0938	0,0117	-0,0305	-0,045
0,55	0,0914	0,0862	0,0145	-0,0362	-0,048
0,60	0,082	0,0788	0,0173	-0,0421	-0,051
0,65	0,0732	0,0714	0,0201	-0,0479	-0,053
0,70	0,065	0,0645	0,0232	-0,0537	-0,054
0,75	0,0575	0,0581	0,0262	-0,0594	-0,055
f.m.	$\frac{qa^4}{Eh^3}$	qa^2	qb^2	qb^2	qab

Tabella 7.3 Coefficienti per piastra con un solo lato incastrato

PIASTRA CONDIZIONE B					
γ	w_s	M_{xs}	M_{xvs}	M_{ys}	M_{yvs}
1,00	0,0139	0,030	-0,051	0,023	-0,051
1,10	0,0113	0,019	-0,045	0,027	-0,058
1,20	0,0091	0,016	-0,039	0,030	-0,064
1,30	0,0073	0,013	-0,034	0,033	-0,069
1,40	0,0059	0,011	-0,030	0,035	-0,072
1,50	0,0047	0,0089	-0,025	0,037	-0,075
1,60	0,0038	0,0074	-0,022	0,038	-0,078
1,70	0,0031	0,0062	-0,020	0,039	-0,079
1,80	0,0025	0,0052	-0,018	0,040	-0,081
1,90	0,0021	0,0045	-0,016	0,040	-0,082
2,00	0,0017	0,0039	-0,014	0,041	-0,083
f.m.	$\frac{qa^4}{Eh^3}$	qa^2	qa^2	qb^2	qb^2

Tabella 7.4 Coefficienti per piastra incastrata

Come si può notare, le tabelle riportate fanno riferimento ad un parametro geometrico γ in base al quale possono essere ottenute le grandezze di interesse. Nelle tabelle illustrate, i parametri che è possibile ricavare fanno riferimento alle Figura 7.1, Figura 7.2 e Figura 7.3. Tutti i momenti riportati sono per unità di lunghezza. Inoltre, R_0 rappresenta la reazione vincolare concentrata negli angoli della piastra mentre w_s rappresenta la freccia (ovvero spostamento trasversale) in corrispondenza del centro della piastra. È possibile notare che le reazioni vincolari concentrate negli angoli non sono presenti nel caso in cui la piastra è completamente incastrata. L'ultima riga di ogni tabella riporta il fattore moltiplicativo (*f.m.*) con cui ricavare tutte le corrispondenti grandezze. Ad esempio, si

può calcolare il momento al centro della piastra lungo x (M_{xs}) nel caso di piastra incastrata con un $\gamma = 0,70$, come:

$$M_{xs} = 0,0645 qa^2$$

7.1.2.1 Calcolo degli spostamenti trasversali

La prima cosa da fare è quindi determinare il rapporto γ per ogni parete. Esso è definito come il rapporto fra le dimensioni della piastra:

$$\gamma = \frac{a}{b}$$

Dove a è generalmente la lunghezza maggiore della piastra mentre b è quella minore tra le due.

Da questo rapporto dipendono i risultati letti in tabella. Fondamentalmente, è questo il parametro che discrimina l'analisi di una parete rispetto ad un'altra oltre che le condizioni di vincolo. Ovviamente il valore del rapporto geometrico non coincide perfettamente con quelli riportati in tabella. Ragion per cui, si ricorre ad una ragionevole interpolazione lineare per ricavare i dati di interesse.

Una volta ricavato, si calcola il valore dello spostamento trasversale massimo w_s ovvero quello al centro della piastra:

$$w_s = k_w \frac{qa^4}{E_{eq}h^3}$$

Dove:

- $k_w = k_w(\gamma)$ è il valore ottenuto da tabella in corrispondenza del rapporto γ calcolato mediante interpolazione lineare;
- q è il carico dovuto a differenza di pressione per unità di superficie uniformemente distribuito funzione del ricambio d'aria calcolato in precedenza.

Naturalmente gli spostamenti trasversali dipendono dal carico q che è funzione del ricambio volumetrico d'aria come visto nel capitolo 0. Perciò, si decide di illustrare la freccia massima delle diverse pareti in funzione del ricambio di aria volumetrico. Di seguito i grafici che rappresentano tale andamento per ogni tipologia di parete.

Si decide di studiare due coppie di pareti (pareti laterali e tetto e fondo) in quanto esse possiedono le medesime dimensioni ed in modo separato porta e schiena poiché presentano differente spessore.

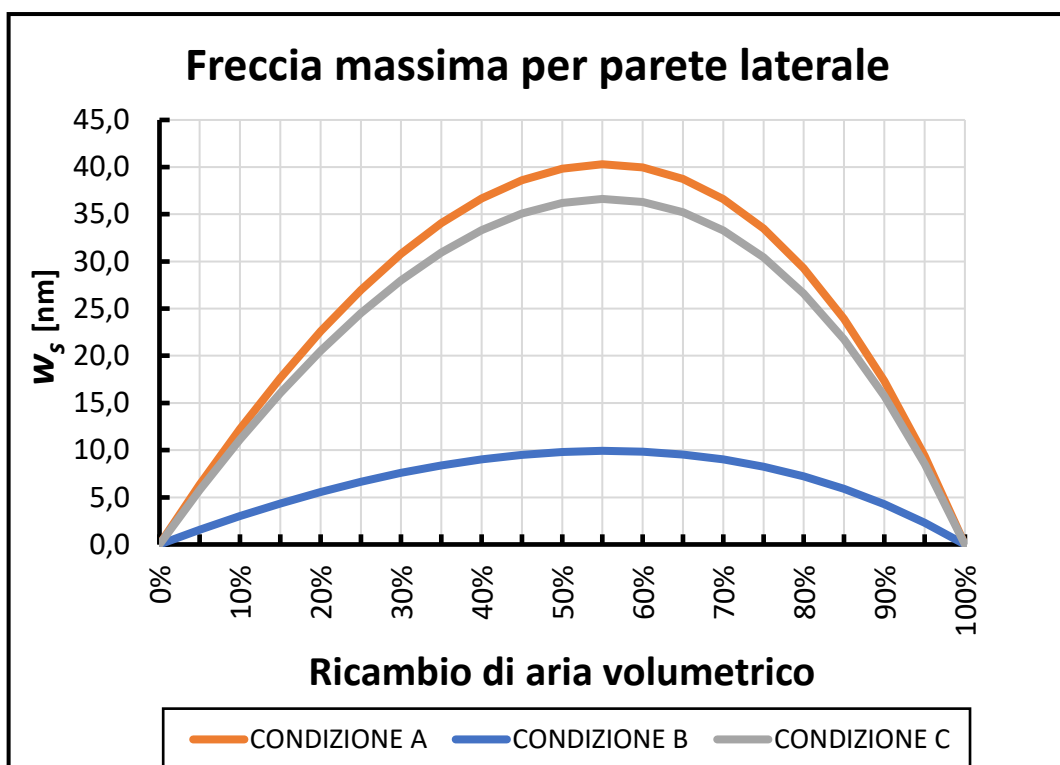


Figura 7.4 Andamento degli spostamenti trasversali per una parete laterale al variare del ricambio di aria, in diverse condizioni di vincolo

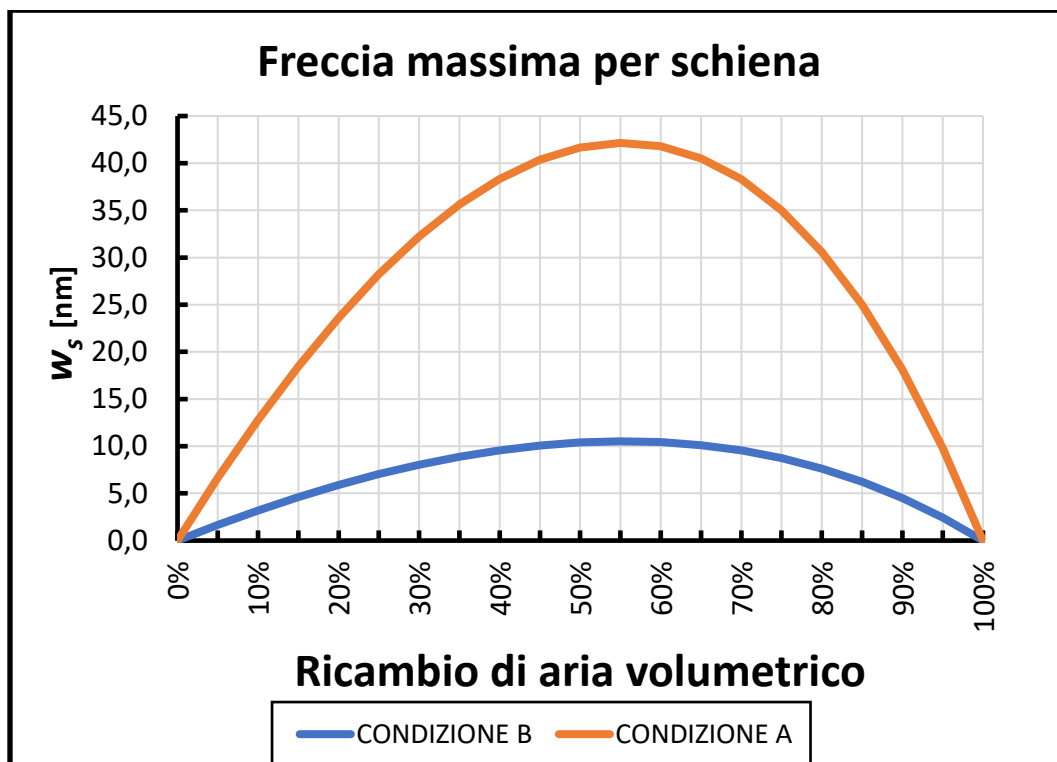


Figura 7.5 Andamento degli spostamenti trasversali per schiena al variare del ricambio di aria, in diverse condizioni di vincolo

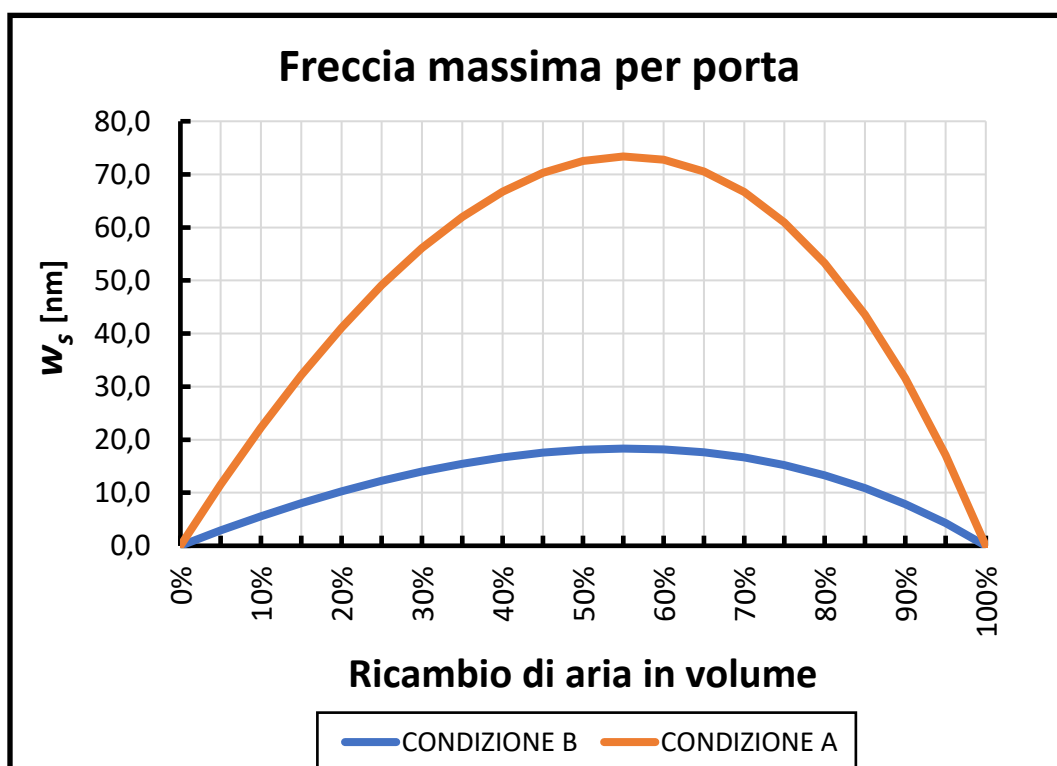


Figura 7.6 Andamento degli spostamenti trasversali per porta al variare del ricambio di aria, in diverse condizioni di vincolo

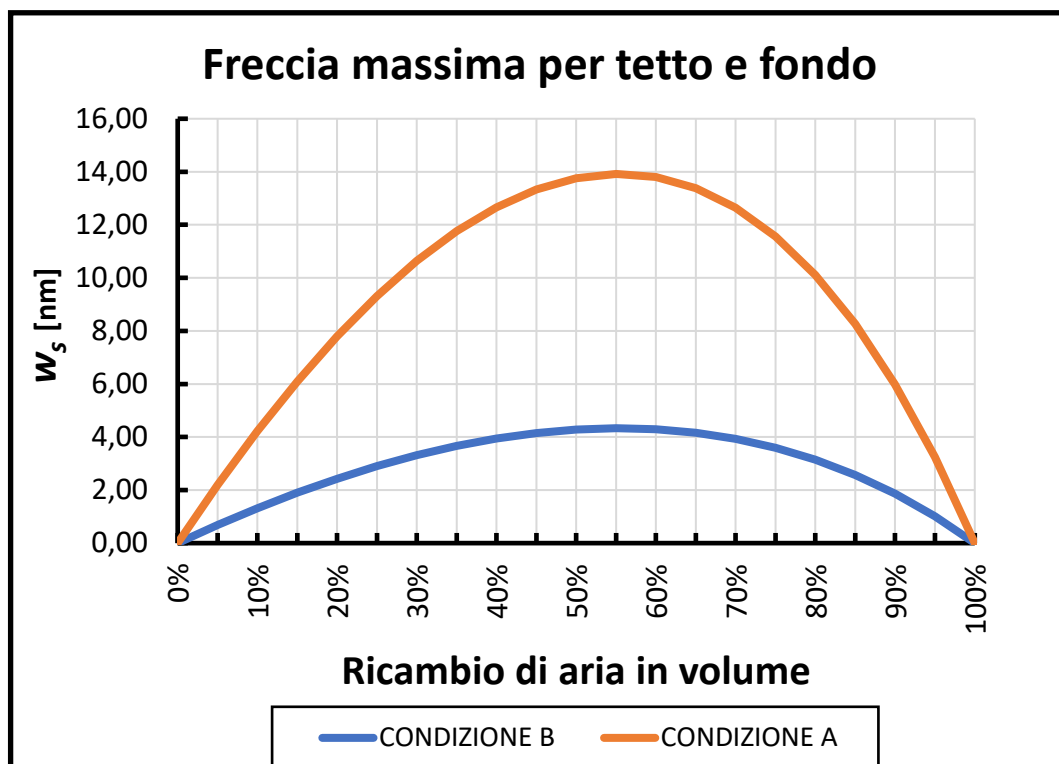


Figura 7.7 Andamento degli spostamenti trasversali per tetto e fondo al variare del ricambio di aria, in diverse condizioni di vincolo

Come ci si poteva aspettare, è comune il fatto che gli spostamenti trasversali nel caso di piastra appoggiata (condizione A) sono di maggiore entità rispetto al caso di piastra incastrata (condizione B). Inoltre, l'andamento risulta generalmente parabolico così come quello del carico q , in quanto la freccia massima risulta esserne funzione diretta. Tuttavia, i risultati ottenuti chiariscono che il fenomeno causato dalla differenza di pressione porta a degli spostamenti trasversali dell'ordine di grandezza dei nanometri. Per questo motivo essi sono di entità ingegneristicamente trascurabile e non hanno rilievo in un'analisi strutturale. Si può notare inoltre che l'entità degli spostamenti è abbastanza simile per una parete laterale e per la schiena a parità di condizioni al bordo. Questo è dovuto sostanzialmente alle dimensioni delle pareti molto simili. Discorso diverso invece per quanto riguarda il tetto ed il fondo i cui spostamenti trasversali sono inferiori poiché la loro dimensione più piccola determina una maggiore rigidità flessionale. Infine, confrontando schiena e porta, appare chiaro che quest'ultima ha spostamenti trasversali superiori rispetto alla prima dato il suo spessore inferiore.

Infine, si riportano i grafici degli spostamenti trasversali per ogni tipo di condizione in cui è possibile confrontare più facilmente gli stessi per ogni parete a parità di vincolo.

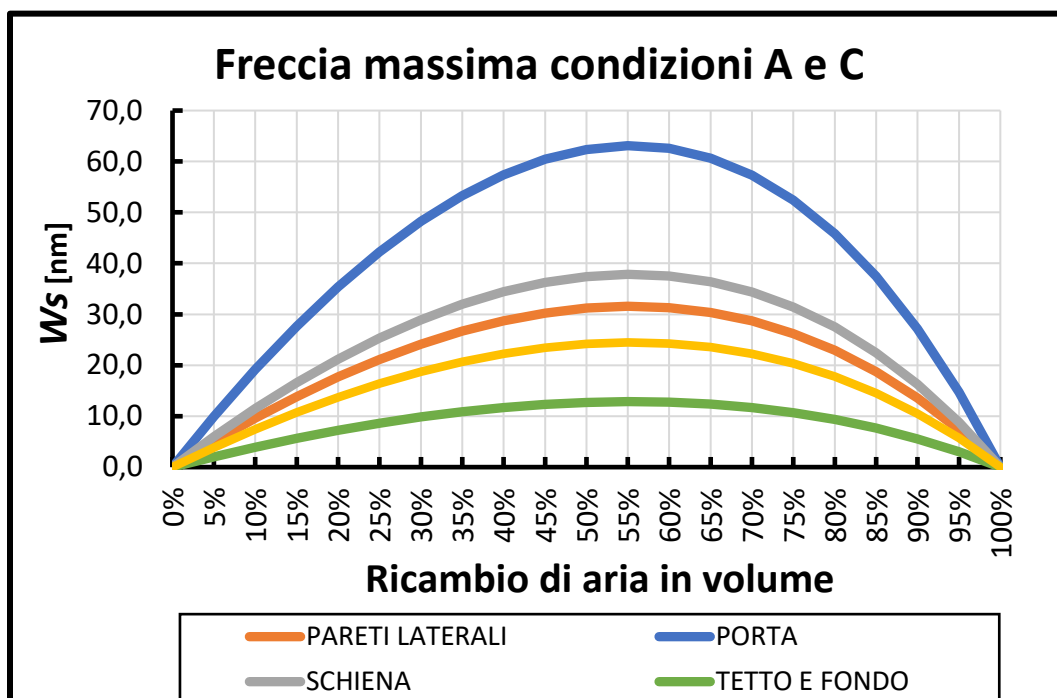


Figura 7.8 Andamento degli spostamenti trasversali al variare del ricambio di aria in condizioni A e C

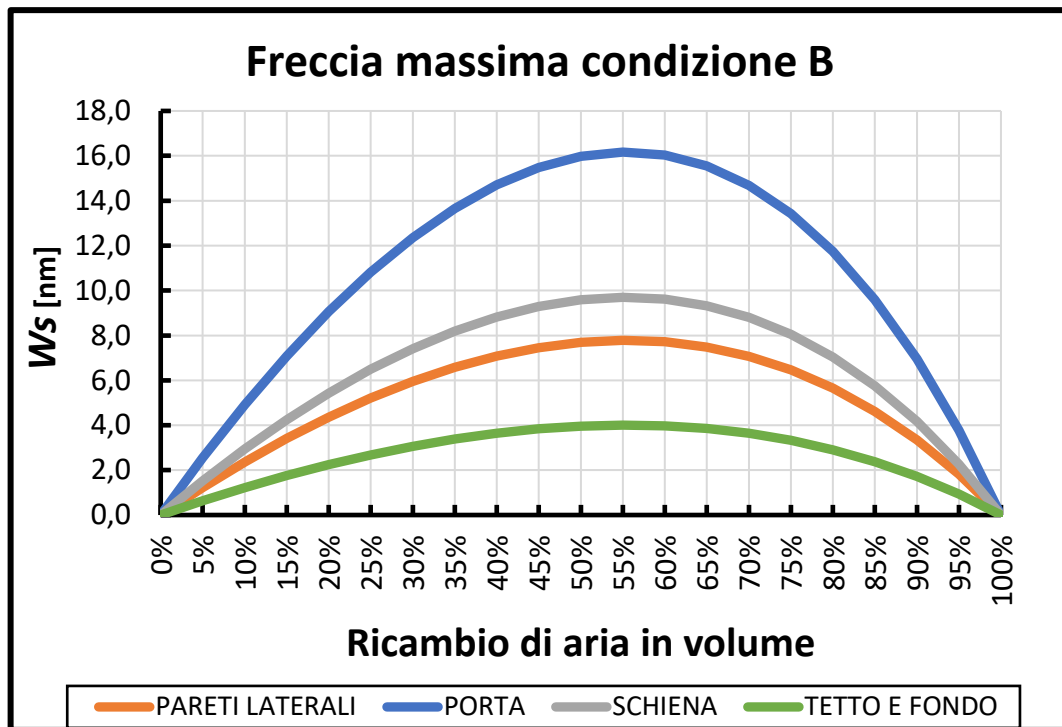


Figura 7.9 Andamento degli spostamenti trasversali al variare del ricambio di aria in condizione B

7.1.2.2 Calcolo delle tensioni

La determinazione delle sollecitazioni che caratterizzano lo stato tensionale della piastra passa attraverso il calcolo dei momenti pe unità di lunghezza. In modo analogo a quanto fatto epr gli spostamenti, tali momenti possono essere ricavati per ogni condizione al bordo dalle tabelle riportate precedentemente. Al centro della piastra essi valgono:

$$M_{xs} = k_{xs} q a^2$$

$$M_{ys} = k_{ys} q b^2$$

Nel caso di bordo incastrato, si calcolano in aggiunta i momenti di incastro al centro di esso. Lungo a e b valgono rispettivamente:

$$M_{xvs} = k_{xvs} q a^2$$

$$M_{yvs} = k_{yvs} q b^2$$

Con riferimento alle Figura 7.1, Figura 7.2 e Figura 7.3, il primo momento è localizzato al centro di b in direzione x , mentre il secondo è al centro del lato a in direzione y . Inoltre, si ricavano i momenti di incastro corrispondenti ai precedenti:

$$M_{yas} = \mu M_{xvs}$$

$$M_{xbs} = \mu M_{yvs}$$

Nel caso di piastra completamente incastrata è quindi necessario calcolare sia M_{yvs} che M_{xvs} mentre nel caso di piastra con un solo lato incastrato, se ne calcola soltanto uno. Nello specifico, l'unica parete ad adottare tale condizione al bordo è quella laterale, per cui il momento da calcolare è M_{yvs} .

Nelle condizioni A e C, si possono calcolare le reazioni vincolari negli angoli:

$$R_0 = k_0 qab$$

In tali casi, lungo i lati appoggiati nasce un momento torcente che è massimo in corrispondenza degli angoli. Tale momento per unità di lunghezza vale:

$$M_0 = \frac{R_0}{2}$$

Per chiarezza si riportano gli andamenti qualitativi dei momenti per ciascun tipo di condizione al bordo.

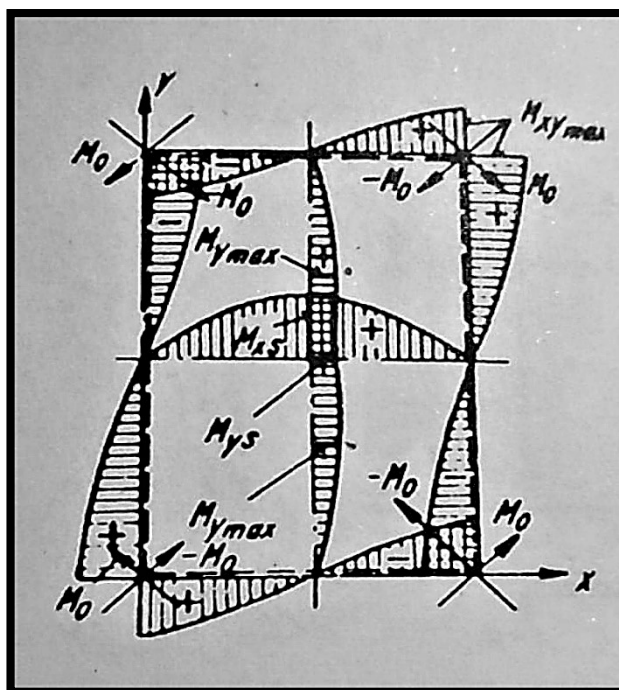


Figura 7.10 Andamento qualitativo dei momenti per unità di lunghezza nella condizione A di vincolo – immagine tratta da [2]

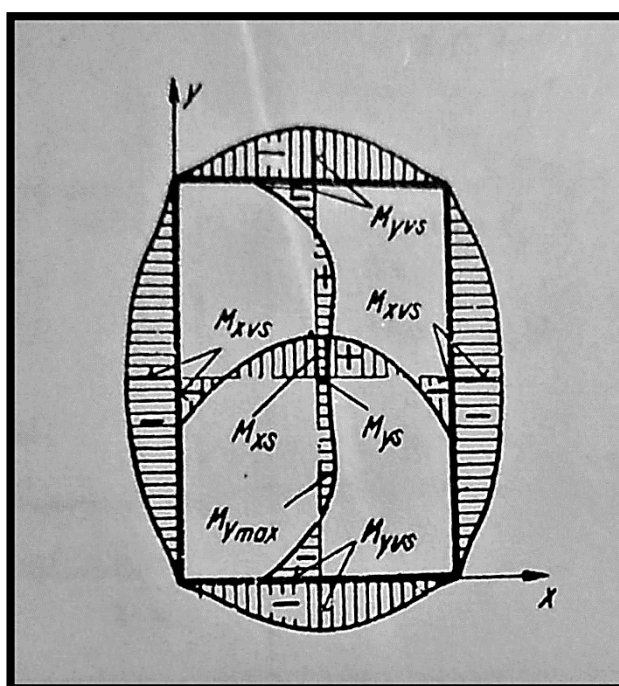


Figura 7.11 Andamento qualitativo dei momenti per unità di lunghezza nella condizione B di vincolo – immagine tratta da [2]

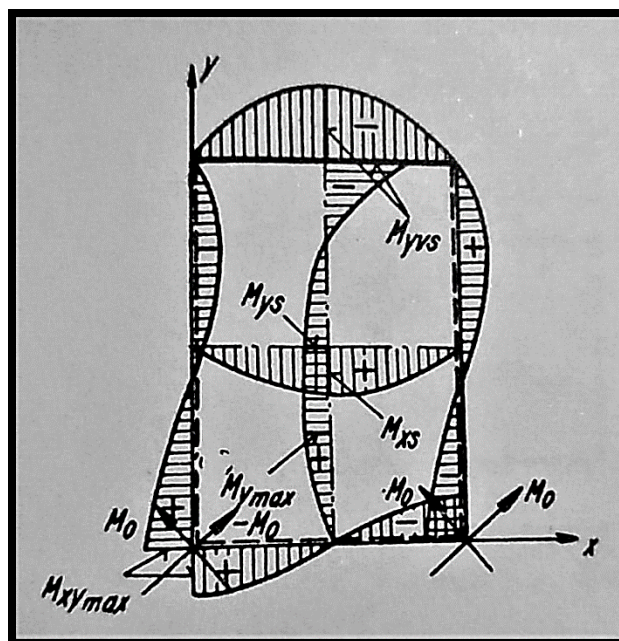


Figura 7.12 Andamento qualitativo dei momenti per unità di lunghezza nella condizione C di vincolo – immagine tratta da [2]

Da questi andamenti si può capire come la piastra sia sollecitata e quali siano le zone che potrebbero essere più critiche.

Si può osservare che tutte le grandezze appena ricavate sono in funzione del carico q che a sua volta dipende dal ricambio volumetrico d'aria. Di conseguenza avremo diversi valori di tali grandezze al variare del ricambio d'aria.

Si passa quindi al calcolo delle sollecitazioni. Tenendo conto dell'andamento a farfalla in ogni sezione della piastra, le massime tensioni normali e gli sforzi di taglio massimi sono in corrispondenza dell'estremità superiore ed inferiore della piastra. Per questo tali sollecitazioni si calcolano imponendo $z = \pm \frac{h}{2}$.

Le tensioni normali al centro della piastra, per tutte le condizioni di vincolo, valgono:

$$M_{xs} = 6 \frac{M_{xs}}{h^2}$$

$$\sigma_{ys} = 6 \frac{M_{ys}}{h^2}$$

Analogamente, per le condizioni di vincolo B e C, le tensioni normali al centro del lato incastrato b sono date da:

$$\sigma_{xvs} = 6 \frac{M_{xvs}}{h^2}$$

$$\sigma_{yas} = 6 \frac{M_{yas}}{h^2}$$

Mentre al centro del lato incastrato a , valgono:

$$\sigma_{yvs} = 6 \frac{M_{yvs}}{h^2}$$

$$\sigma_{xas} = 6 \frac{M_{xas}}{h^2}$$

L'andamento a farfalla vale anche nel caso degli sforzi di taglio. In questo caso il momento che provoca tale tensione è quello torcente. Gli sforzi di taglio in corrispondenza degli angoli per le condizioni A e C valgono:

$$\tau_0 = 6 \frac{M_0}{h^2}$$

Come si può notare, si è scelto di riferire le tensioni ottenute ad una coordinata z positiva.

7.1.2.3 Stato tensionale

A questo punto, si ha l'esigenza di capire come la piastra è sollecitata ovvero come queste sollecitazioni contribuiscano allo stato tensionale complessivo della piastra. In altre parole, si deve valutare lo stato tensionale della piastra che risulta essere piano. In particolare, si effettua una verifica di resistenza sulle lamiere in acciaio poiché risultano essere le più sollecitate.

Il criterio di resistenza adottato è quello di Von Mises che si adatta bene ai materiali duttili come l'acciaio. Si ricorda che tale criterio vale solo in campo elastico, ragion per cui si

valuta la resistenza dell'acciaio allo snervamento. Secondo il criterio di Von Mises la sollecitazione equivalente σ_{eq} è data da:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)}$$

Dove $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sono le tensioni principali.

Per uno stato di tensione piano, $\sigma_3 = 0$ e la relazione diventa:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$$

Il sistema di riferimento adottato non consente che le tensioni calcolate coincidano con quelle principali. Per cui, la relazione del criterio di resistenza, per un sistema di riferimento generico, diventa:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x\sigma_y + 3\tau_{xy}^2}$$

Dove σ_x e σ_y sono le tensioni normali lungo x ed y rispettivamente mentre τ_{xy} rappresenta lo sforzo di taglio.

Tale tensione equivalente è confrontata poi con la tensione di snervamento dell'acciaio σ_s . In particolare, tenendo conto che le due facce della parete si trovano a due temperature molto diverse, si sceglie di confrontare la tensione equivalente con la tensione di snervamento più bassa a vantaggio di sicurezza. Il tipo di acciaio usato per lamiere interne ed esterne a rigore è diverso ma il valore della tensione di snervamento è molto simile. L'entità di quest'ultima dipende quindi solo dalla temperatura e, dato che essa cresce al diminuire della temperatura, segue che la tensione di snervamento più piccola è quella in corrispondenza della superficie rivolta verso l'ambiente (per ipotesi 25°C).

Date le diverse condizioni al bordo, occorre confrontare la tensione di snervamento con la tensione equivalente in diversi punti che dipendono appunto dal tipo di vincolo a cui è sottoposta la piastra.

7.1.2.3.1 CONDIZIONE A

In questo tipo di condizione di vincolo, la tensione equivalente raggiunge i valori più elevati in due zone:

- a. Al centro della piastra;
- b. In corrispondenza degli angoli

La tensione equivalente per la prima zona è data da:

$$\sigma_{eq,s} = \sqrt{\sigma_{xs}^2 + \sigma_{ys}^2 - \sigma_{xs}\sigma_{ys}}$$

In quanto non sono presenti sforzi di taglio come si può osservare dalla Figura 7.10. Sempre con riferimento alla stessa figura, la zona degli angoli della piastra è interessata unicamente da sforzi di taglio. Perciò, risulta:

$$\sigma_{eq,0} = \sqrt{3} \tau_0$$

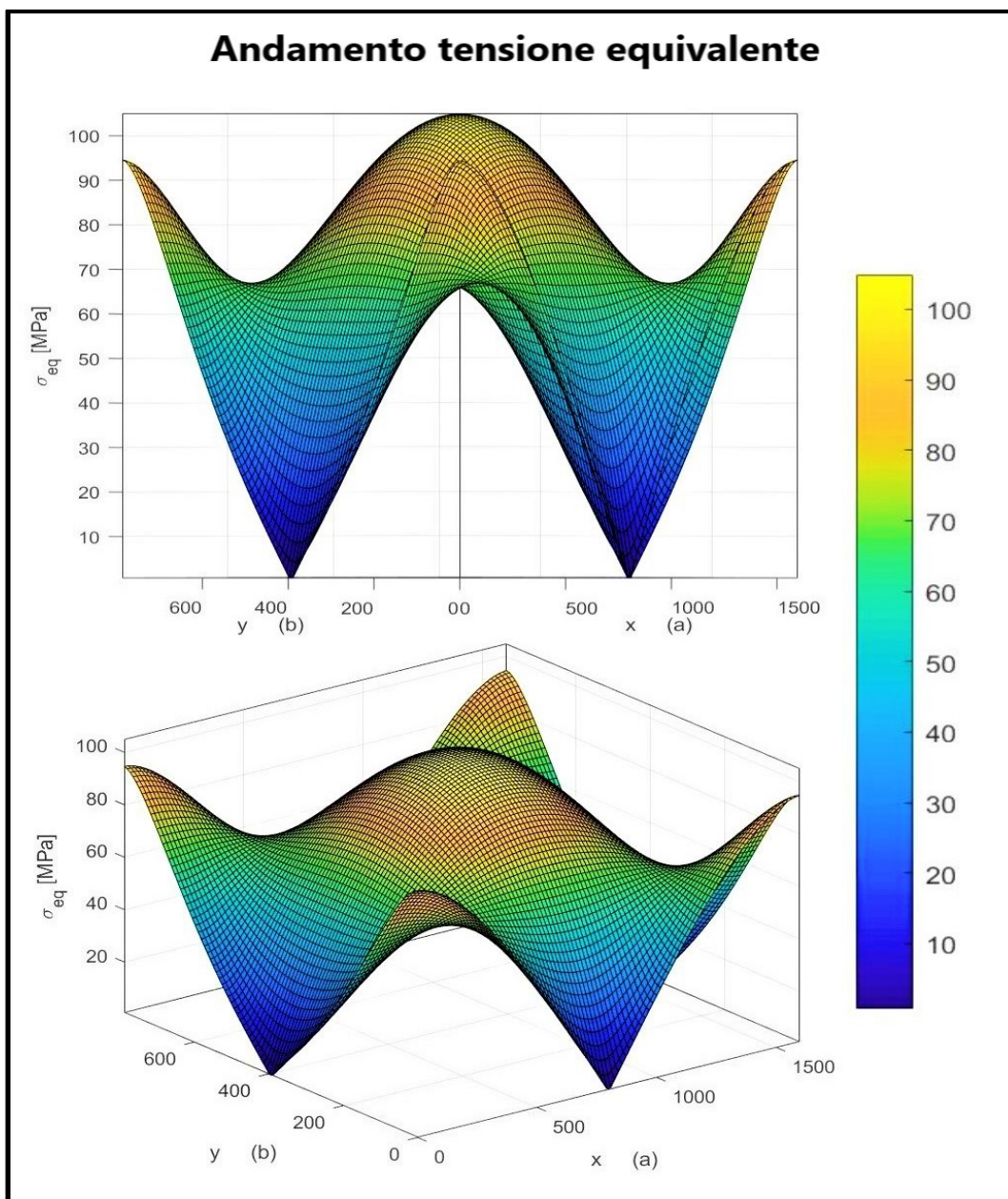


Figura 7.13 Andamento qualitativo della tensione equivalente per una piastra semplicemente appoggiata

Nella Figura 7.13, l'andamento qualitativo della tensione equivalente conferma che, a fronte di un carico puramente meccanico e uniformemente distribuito, la zona più sollecitata è quella al centro della piastra sebbene le tensioni che nascono negli angoli siano comparabili. Quindi, risulta per tale condizione:

$$\sigma_{eq,max}^A \equiv \sigma_{eq,s}$$

7.1.2.3.2 CONDIZIONE B

Come si evince dalla Figura 7.11, tali condizioni di vincolo necessitano di una verifica nelle seguenti zone:

- a. Centro piastra
- b. Centro bordi incastrati

In questa condizione non vi sono presenti sforzi di taglio sull'intera piastra data l'assenza di moment torcenti. La tensione equivalente per il centro della piastra è:

$$\sigma_{eq,s} = \sqrt{\sigma_{xs}^2 + \sigma_{ys}^2 - \sigma_{xs}\sigma_{ys}}$$

Per quanto riguarda il lato più lungo (lato a), i momenti presenti al centro di esso sono M_{yvs} e M_{xbs} . La tensione equivalente è data dai corrispondenti sforzi normali:

$$\sigma_{eq,a} = \sqrt{\sigma_{yvs}^2 + \sigma_{xbs}^2 - \sigma_{xbs}\sigma_{yvs}}$$

Analogamente per il bordo b , si può scrivere:

$$\sigma_{eq,b} = \sqrt{\sigma_{xvs}^2 + \sigma_{yas}^2 - \sigma_{xvs}\sigma_{yas}}$$

Si sceglie quindi la massima fra le tre per ogni ricambio di aria in percentuale $V_{R\%}$:

$$\sigma_{eq,max}^B = \max(\sigma_{eq,s}, \sigma_{eq,a}, \sigma_{eq,b})$$

Generalmente, la tensione più alta fra le tre, in valore assoluto, è quella al centro del lato più lungo. Ovvero in questo caso $\sigma_{eq,a}$.

7.1.2.3.3 CONDIZIONE C

Tale condizione prevede sia momenti flettenti che momenti torcenti, quindi la verifica è effettuata sulle seguenti zone della piastra:

- a. Centro piastra
- b. Angoli
- c. Centro del bordo incastrato

Questa condizione vincolo include tutte le zone di controllo viste precedentemente. Per le aree elencate, le tensioni equivalenti sono rispettivamente:

$$\sigma_{eq,s} = \sqrt{\sigma_{xs}^2 + \sigma_{ys}^2 - \sigma_{xs}\sigma_{ys}}$$

$$\sigma_{eq,0} = \sqrt{3} \tau_0$$

$$\sigma_{eq,a} = \sqrt{\sigma_{yvs}^2 + \sigma_{xbs}^2 - \sigma_{xbs}\sigma_{yvs}}$$

Si procede con la scelta della tensione massima:

$$\sigma_{eq,max}^C = \max(\sigma_{eq,s}, \sigma_{eq,a}, \sigma_{eq,0})$$

Di solito, la massima tensione equivalente è quella al centro del bordo incastrato $\sigma_{eq,a}$.

7.1.2.4 Risultati delle tensioni equivalenti

Una volta visto come affrontare ogni tipologia di condizione al bordo, si analizza ogni parete con le condizioni di vincolo espresse nel paragrafo 7.1.1. Ogni parete racchiude 2 o più condizioni di vincolo. Riassumendo:

- Parete laterale: condizioni A, B e C
- Schiena: condizioni A e B
- Porta: condizioni A e B
- Tetto o fondo: condizioni A e B

Nei seguenti grafici si riportano i risultati delle tensioni equivalenti massime determinate applicando il processo di calcolo descritto nel paragrafo precedente.

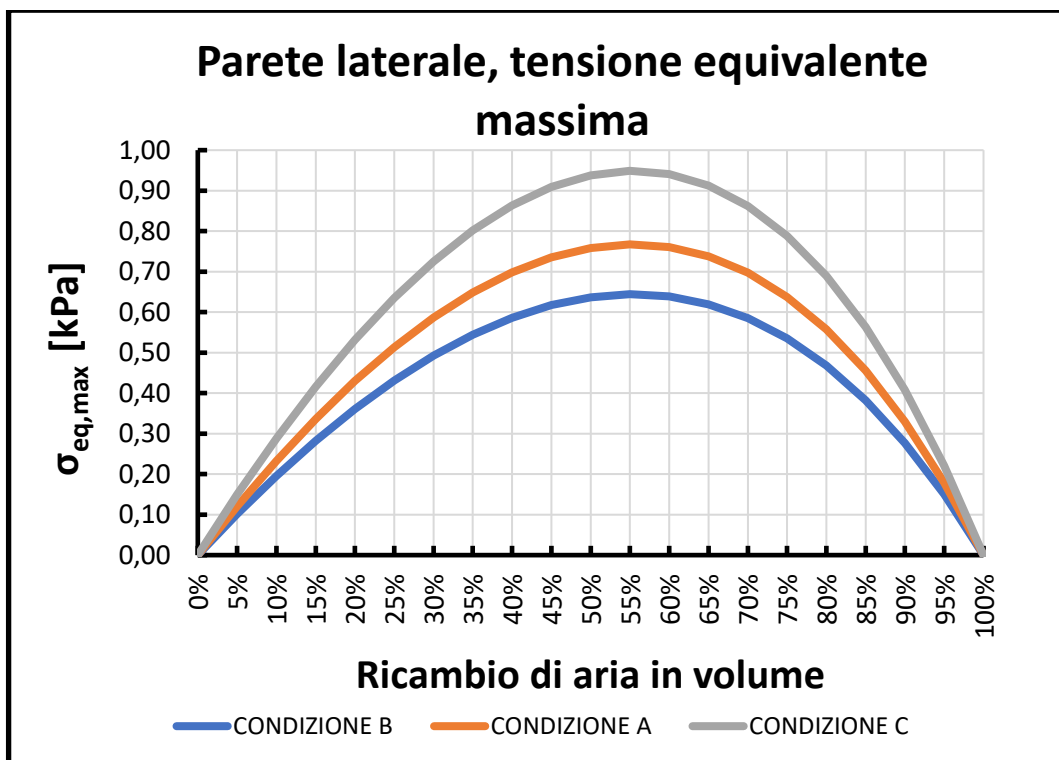


Figura 7.14 Andamento della tensione equivalente massima per una parete laterale al variare del ricambio di aria, in diverse condizioni di vincolo

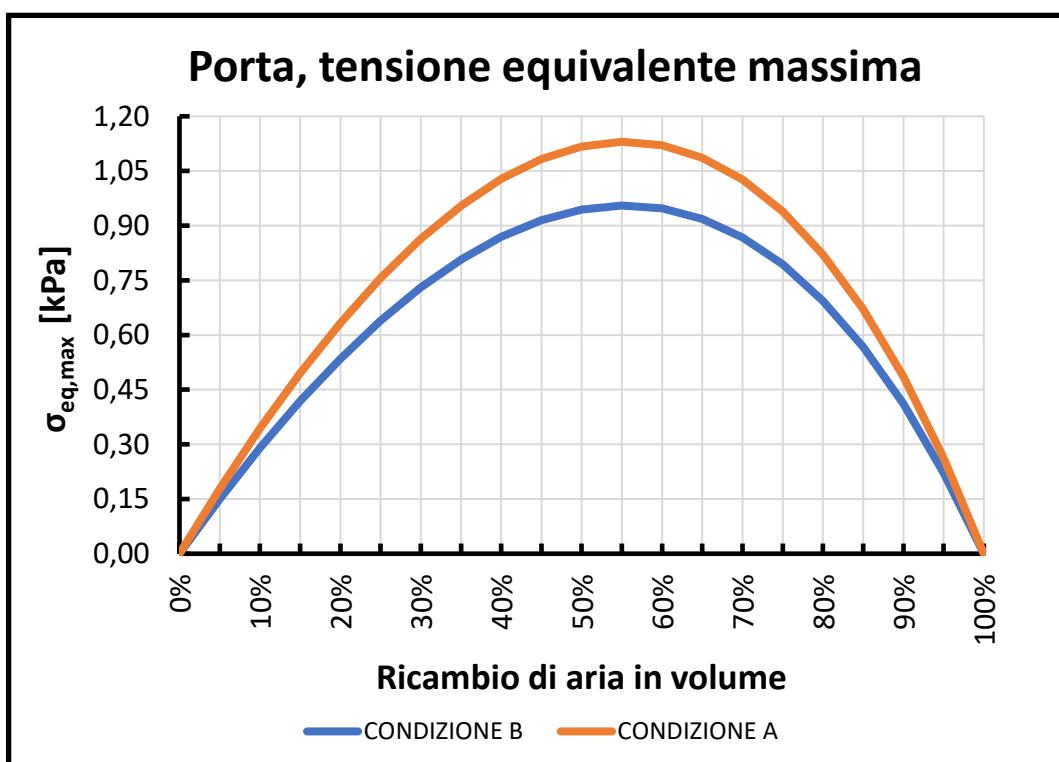


Figura 7.15 Andamento della tensione equivalente massima per porta al variare del ricambio di aria, in diverse condizioni di vincolo

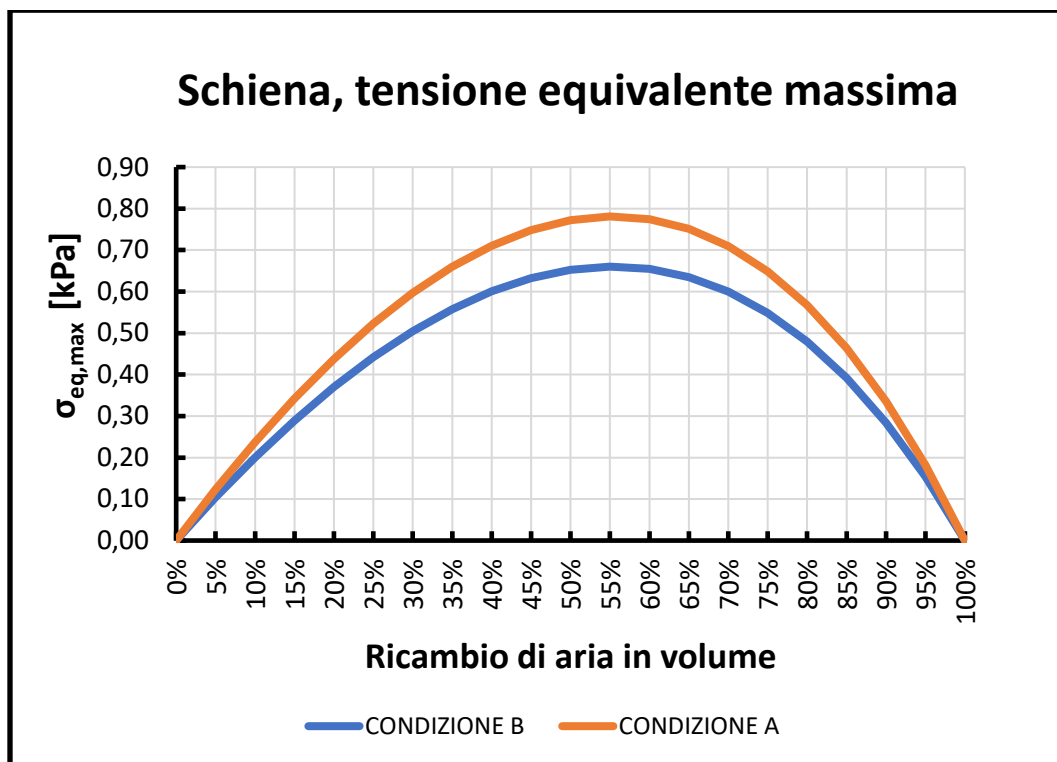


Figura 7.16 Andamento della tensione equivalente massima per schiena al variare del ricambio di aria, in diverse condizioni di vincolo

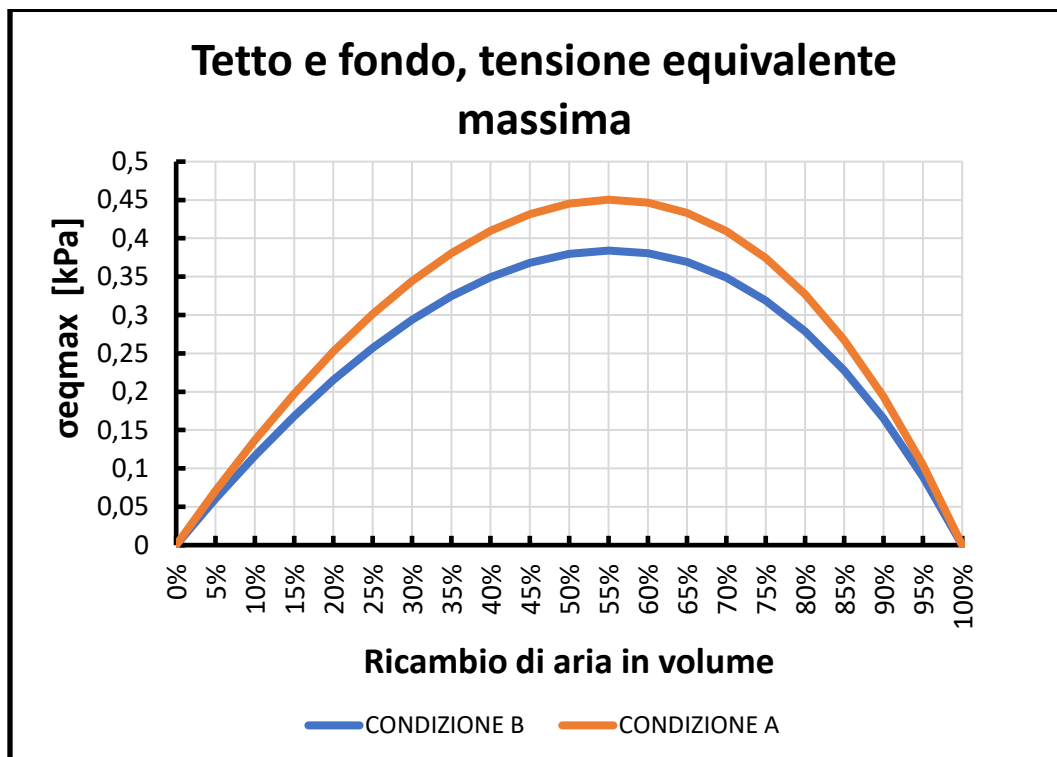


Figura 7.17 Andamento della tensione equivalente massima per tetto e fondo al variare del ricambio di aria, in diverse condizioni di vincolo

L'andamento generale di tutte le tensioni equivalenti massime non poteva che seguire quello del carico q in quanto risulta esserne indirettamente dipendente. Questo naturalmente è dovuto al fatto che all'aumentare del carico q , aumentano inevitabilmente le sollecitazioni impresse alla piastra. Si osserva per cui un andamento parabolico il cui massimo è intorno al 55% di ricambio di aria per tutte le pareti. L'entità delle sollecitazioni risulta essere maggiore nel caso di parete laterale, schiena e porta. Le prime due hanno dei valori pressoché uguali in quanto hanno uguali caratteristiche e proprietà geometriche. L'ultima invece raggiunge valori di tensione più alti data la sua rigidità flessionale inferiore ovvero il suo spessore minore. Infine, il tetto ed il fondo hanno le tensioni equivalenti più basse, a parità di ricambio di aria, date le loro dimensioni più contenute.

In tutti i casi, in quanto il carico risulta abbastanza piccolo, ne consegue che anche le sollecitazioni siano molto basse per tutte le pareti, raggiungendo l'ordine di grandezza dei kPa. Tali stress sono per cui ingegneristicamente trascurabili per un materiale come l'acciaio la cui tensione di snervamento è di qualche ordine di grandezza superiore (circa 210 GPa).

Complessivamente, il fenomeno causato dalla differenza di pressione induce sulle pareti degli spostamenti non praticamente nulli e delle sollecitazioni praticamente inesistenti. Per questo motivo è messo da parte, ovvero è trascurato, per l'analisi del fenomeno termico.

7.2 Analisi degli spostamenti trasversali e delle tensioni a seguito del fenomeno termico

Le flessioni trasversali delle pareti, dovute al fenomeno causato dalla differenza di pressione, sono trascurabili poiché la loro entità non induce alcuna deformazione apprezzabile alla struttura né tanto meno sollecitazioni considerevoli. Al contrario, il fenomeno termico genera degli spostamenti e delle sollecitazioni molto più importanti dato il forte gradiente termico e che possono essere quantificati utilizzando le soluzioni analitiche fornite dall'equazioni viste nel paragrafo 4.4.1 e riportate nel seguito.

Tali espressioni consentono di ottenere in maniera esatta i campi degli spostamenti trasversali e delle sollecitazioni sull'intero piano della piastra sebbene nella sola configurazione di piastra semplicemente appoggiata. Per tale motivo, si studia esclusivamente questo tipo di condizione al bordo che però permette di ottenere maggiori spostamenti trasversali rispetto ad altre condizioni di vincolo. In altre parole, si ricavano le frecce massime su ogni parete.

Il modello della struttura semplificato adottato è il medesimo descritto in precedenza. Altre ipotesi alla base del calcolo, sono quelle che riguardano l'aria dell'ambiente esterno supposta ad una temperatura di 25°C mentre quella interna alla macchina frigorifera è ritenuta con distribuzione omogenea e pari a -80°C . È implicita perciò l'ipotesi che i risultati ottenuti da questa analisi sono calcolati una volta che il transitorio della macchina è completato e che quindi la cella interna sia passata dalla temperatura ambiente fino a -80°C . Le grandezze ricavate sono frutto per cui dell'intero transitorio effettuato dall'impianto frigorifero. Inoltre, si suppone che le pareti, e nello specifico le lamiere, non abbiano subito alcuna deformazione durante le lavorazioni del processo produttivo. In più, si fa riferimento alla stratigrafia della Tabella 1.2 ed alle proprietà equivalenti determinate nel paragrafo 0.

L'analisi è ripetuta per ogni tipologia di parete a causa delle differenti dimensioni e stratigrafie presenti. Sono analizzati quindi in modo separato:

- Porta;

- Tetto e fondo;
- Pareti laterali;
- Schiena.

7.2.1 Calcolo degli spostamenti trasversali

Il calcolo degli spostamenti trasversali w avviene implementando la seguente soluzione analitica in ambiente Matlab:

$$w(x, y) = \frac{16 \Delta T \alpha_{eq} (1 + \mu_{eq}) b^2}{h \pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(m^2 s^2 + n^2) m n} \sin\left(\frac{m \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n \pi y}{b}\right)$$

Ricordando che:

- $\Delta T = T_{est} - T_{int}$;
con $T_{est} = 25^\circ C$ e $T_{int} = -80^\circ C$. Ovvero il gradiente di temperatura tra interno ed esterno;
- a e b sono le dimensioni della piastra mentre $s = \frac{b}{a}$ è il loro rapporto;
- h è lo spessore totale della piastra;
- α_{eq} è il coefficiente di dilatazione termica equivalente calcolato nel paragrafo 0;
- μ_{eq} è il coefficiente di Poisson equivalente calcolato nel paragrafo 0;
- m ed n sono gli indici delle sommatorie che, in questo calcolo, sono limitate a 49 consentendo di ottenere un'ottima approssimazione della soluzione;
- x ed y sono le coordinate cartesiane associate al punto generico della piastra il cui sistema di riferimento è quello adottato nel paragrafo 4.4. Lungo di esse si estendono rispettivamente le dimensioni della piastra a e b .

Per l'implementazione numerica si ritiene sufficiente una discretizzazione lineare in 100 parti in entrambe le direzioni x ed y .

Di seguito, il campo degli spostamenti trasversali, ottenuto dal calcolo numerico, è illustrato per ogni parete in maniera complessiva e nel dettaglio. Inoltre, si descrivono tali andamenti nelle sezioni mediane prendendo come esempio lo spostamento trasversale

con una coordinata $z = \frac{h}{2}$ anche se esso non dipende da quest'ultima secondo la teoria lineare elastica. Per questa ragione, esso rappresenta la freccia in ogni sezione trasversale (piano XY). Le dimensioni geometriche di riferimento sono quelle riportate ad inizio capitolo.

A titolo di esempio, sono commentati i grafici degli spostamenti trasversali per la sola parete laterale. Per le altre pareti gli andamenti risultano pressoché analoghi con le dovute differenze legate alle entità degli stessi spostamenti. Ragion per cui si lasciano al lettore considerazioni simili. Nel caso ci siano eccezioni, esse sono evidenziate di volta in volta.

7.2.1.1 Parete laterale

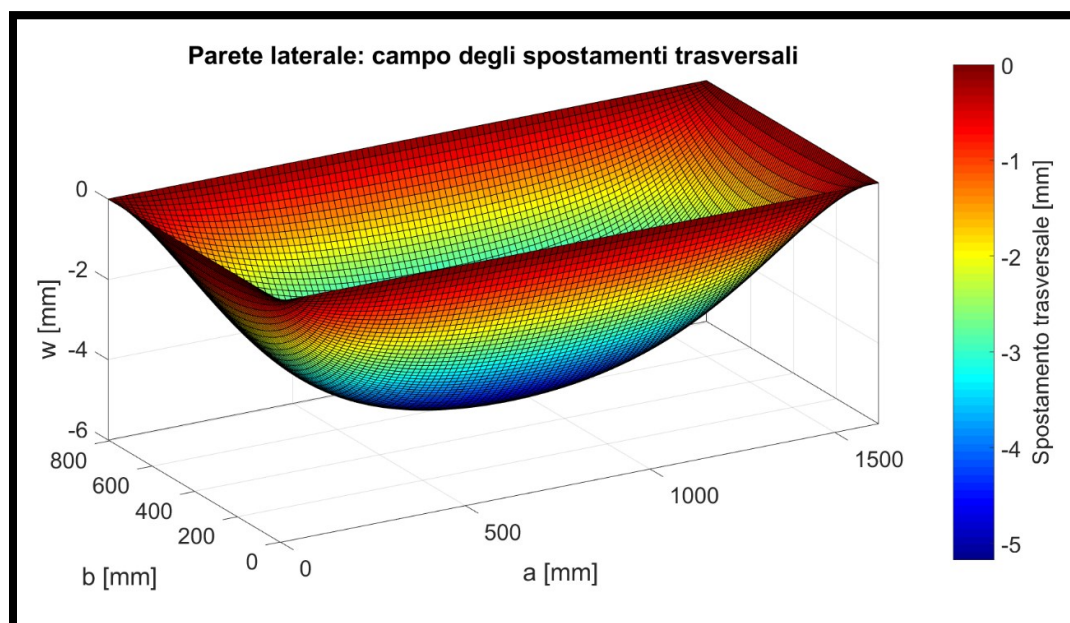


Figura 7.18 Campo degli spostamenti trasversali per una parete laterale

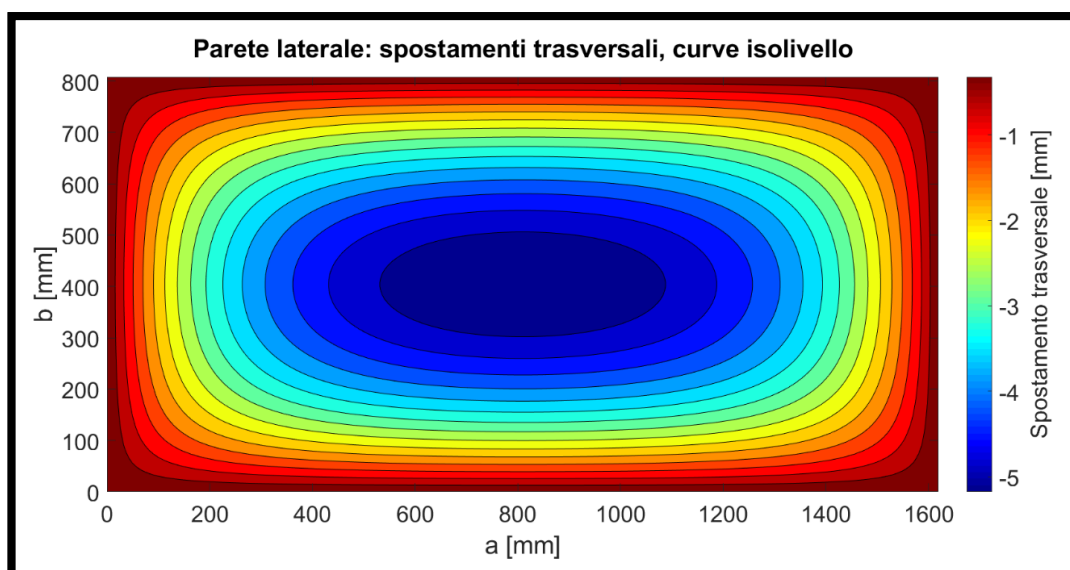


Figura 7.19 Campo degli spostamenti trasversali per una parete laterale - curve di livello

Nelle Figura 7.18 e Figura 7.19 sono illustrati gli andamenti degli spostamenti trasversali dell'intera parete laterale. Per fare osservare al meglio il grafico, la prima figura non è in scala come si può notare.

La freccia massima si ha in corrispondenza del centro della piastra, come ci si poteva attendere, raggiungendo un valore oltre i 5 mm. I risultati ottenuti stanno a significare che il fenomeno termico è in grado di sottoporre la piastra a deformazioni più che apprezzabili anche se tali esiti sono raggiunti attraverso le ipotesi semplificative premesse. Aldilà di questo, l'entità degli spostamenti danno l'idea degli effetti causati da tale fenomeno confermando senza dubbio la trascurabilità degli effetti di quello causato dalla differenza di pressione.

Successivamente, sono riportate le Figura 7.20 e Figura 7.21 che illustrano gli spostamenti trasversali nel dettaglio lungo le sezioni mediane della piastra, ovvero rispettivamente sul piano XZ ed YZ. Come si può notare, il valore della freccia al centro della piastra coincide così come negli estremi in cui lo spostamento è nullo date le condizioni al contorno (piastra semplicemente appoggiata). Inoltre, si può osservare che, nella sezione mediana lungo y (Figura 7.20), ovvero lungo il lato maggiore, la pendenza della curva è più lieve rispetto alla sezione mediana lungo x (Figura 7.21) ottenendo valori di spostamento w più simili in prossimità del centro.

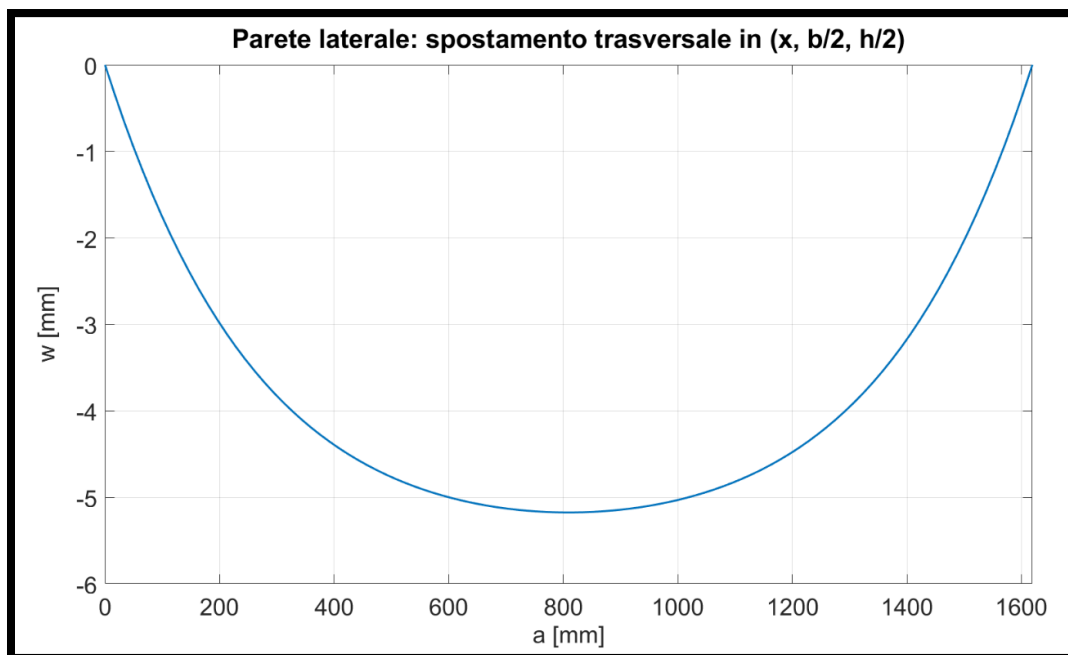


Figura 7.20 Spostamento trasversale lungo x per $y = \frac{b}{2}$, parete laterale

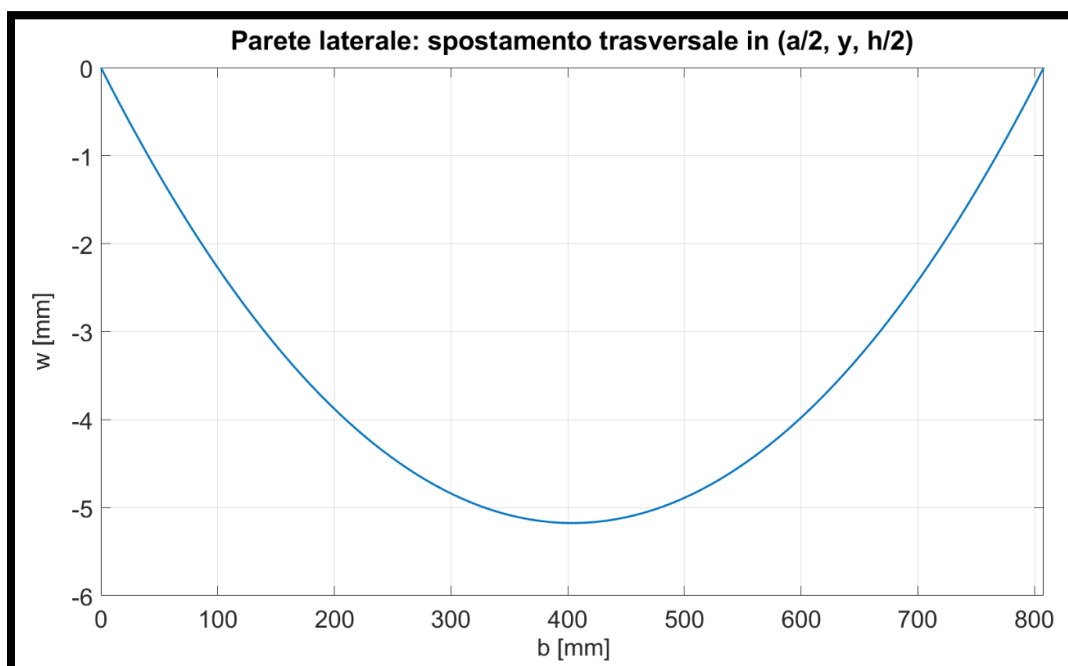


Figura 7.21 Spostamento trasversale lungo y per $x = \frac{a}{2}$, parete laterale

7.2.1.2 Schiena e porta

La schiena e la porta della macchina frigorifera hanno dimensioni simili a quelle viste per la parete laterale. Tuttavia, la porta, avendo uno spessore inferiore, offre una rigidezza flessionale inferiore con dei conseguenti spostamenti trasversali più elevati. La schiena invece presenta dei risultati molto simili a quelli ottenuti per la parete laterale avendo ugual spessore, con una freccia massima di oltre 5 mm al centro di essa. La porta invece supera i 6 mm.

Si riportano, in forma grafica, gli spostamenti ottenuti per la schiena.

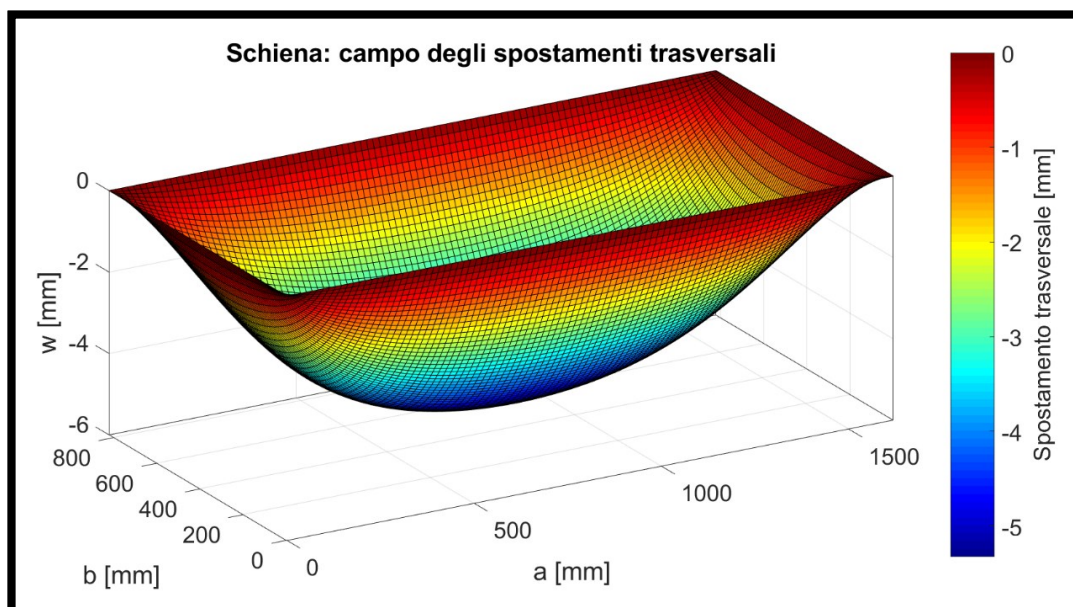


Figura 7.22 Campo degli spostamenti trasversali per la schiena

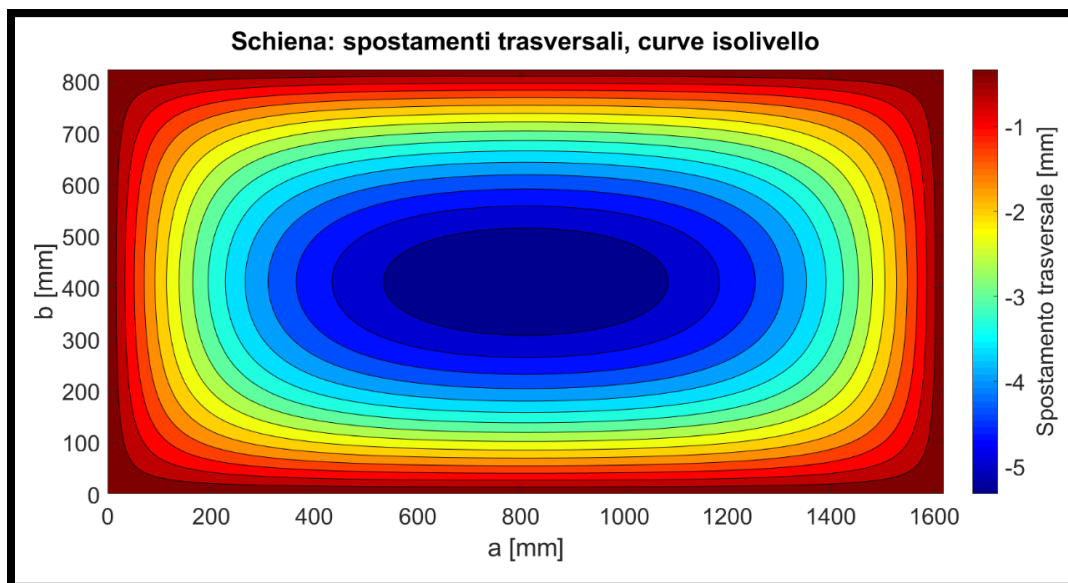


Figura 7.23 Campo degli spostamenti trasversali per la schiena - curve di livello

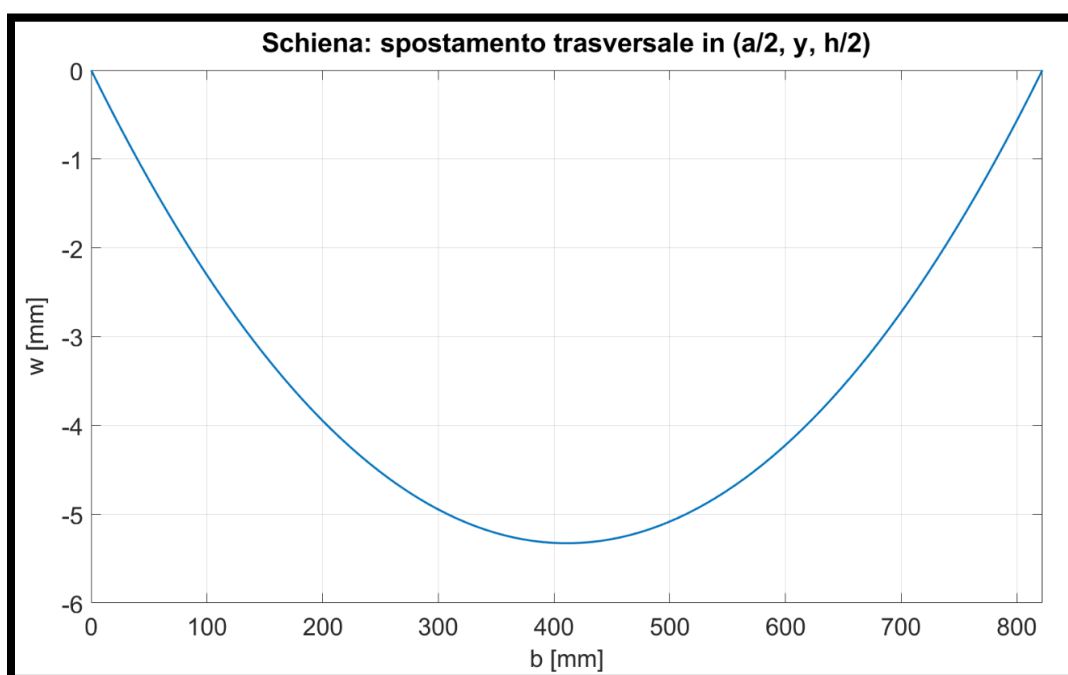


Figura 7.24 Spostamento trasversale lungo y per $x=a/2$, schiena

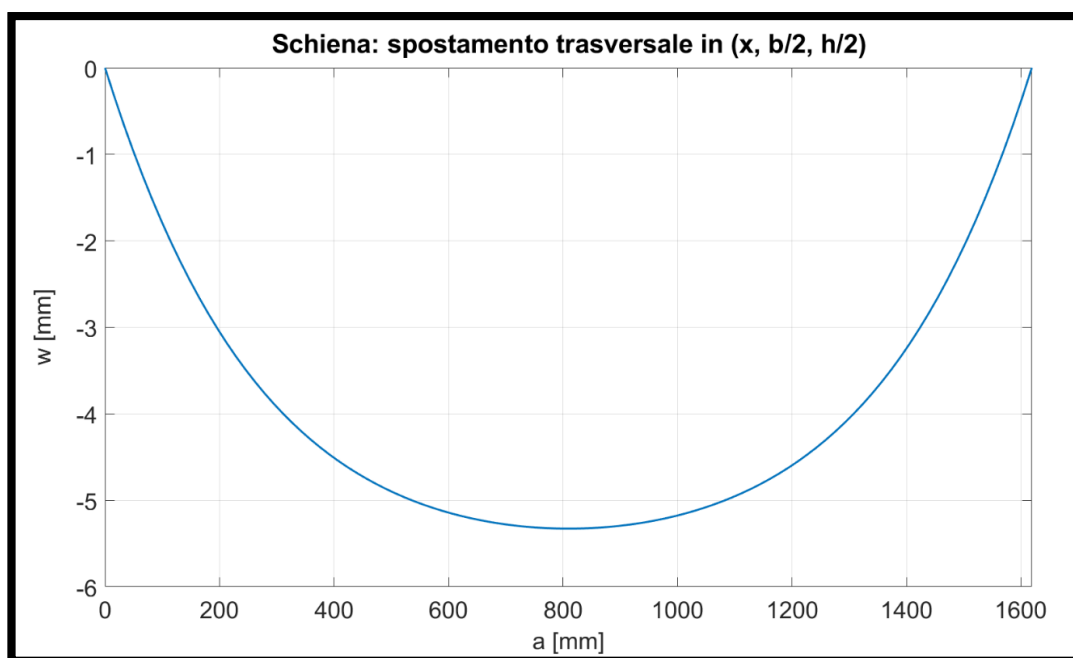


Figura 7.25 Spostamento trasversale lungo x per $y = b/2$, schiena

Per la porta invece i risultati sono illustrati di seguito.

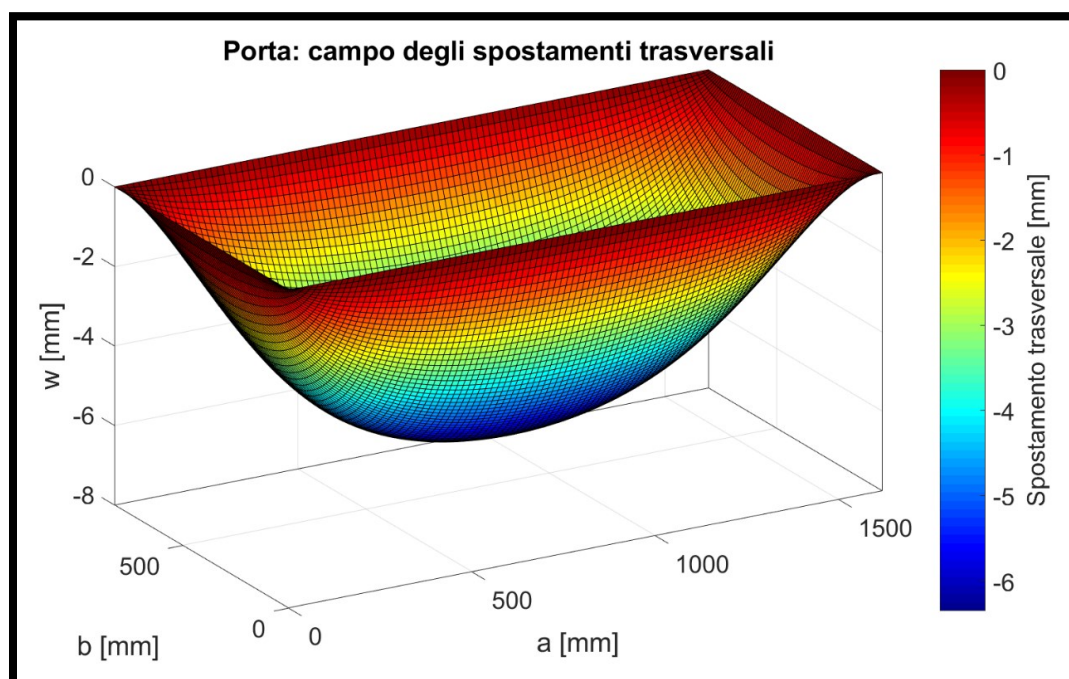


Figura 7.26 Campo degli spostamenti trasversali per la porta

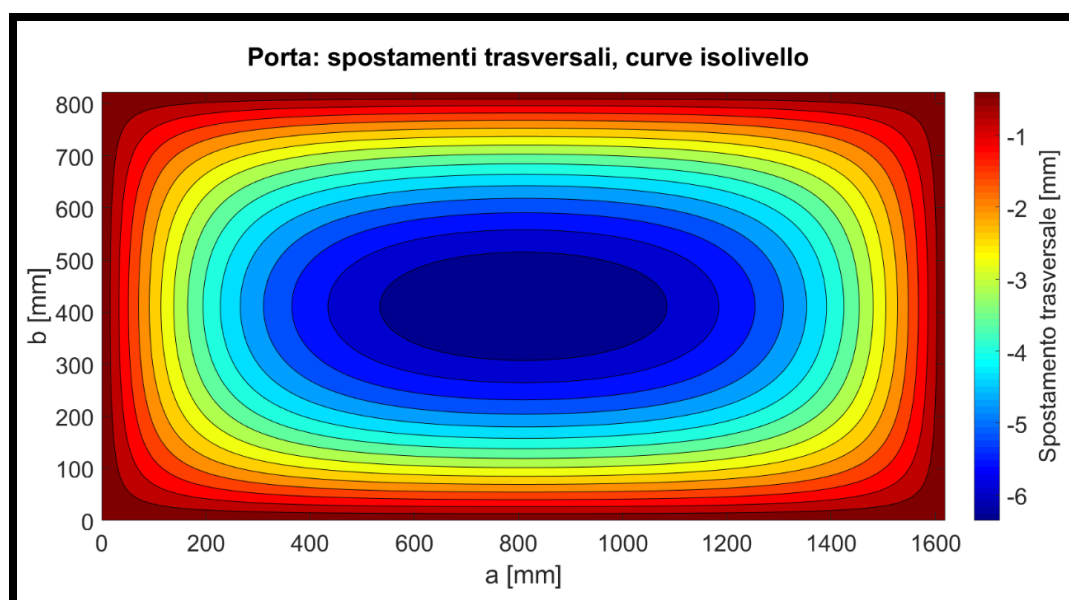


Figura 7.27 Campo degli spostamenti trasversali per la porta - curve di livello

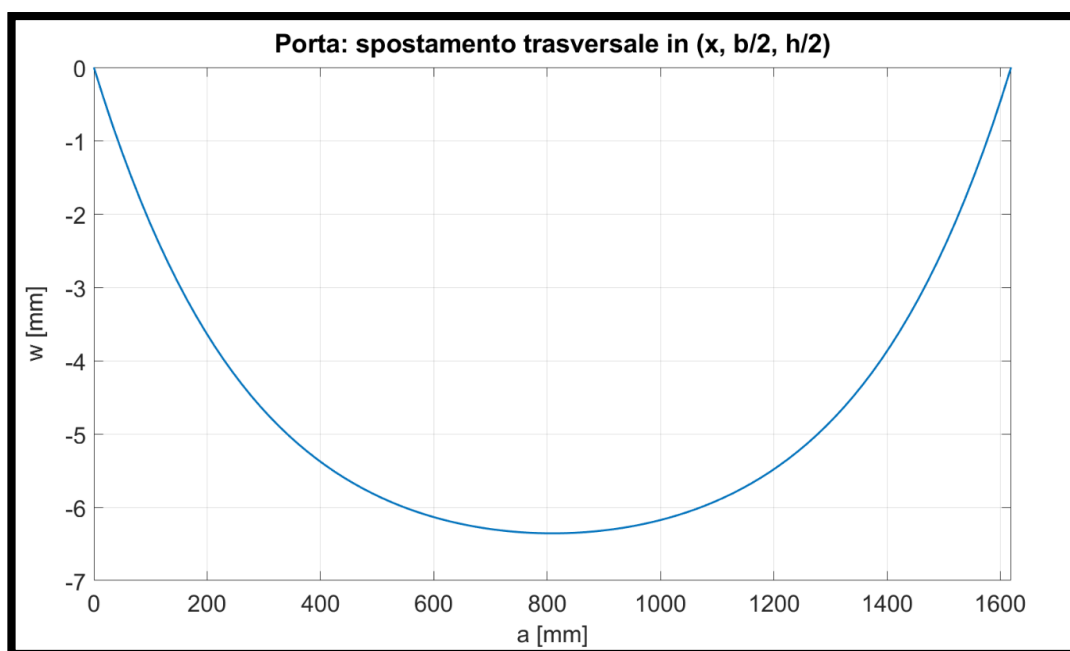


Figura 7.28 Spostamento trasversale lungo x per $y = b/2$, porta

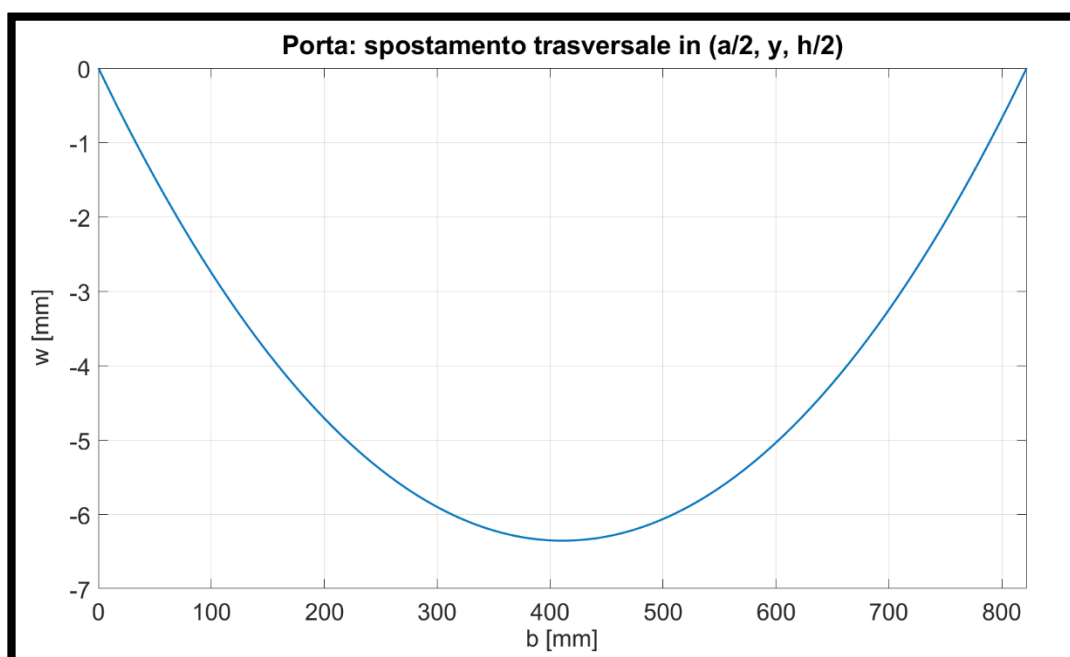


Figura 7.29 Spostamento trasversale lungo y per $x = a/2$, porta

7.2.1.3 Tetto e fondo

Il fondo ed il tetto sono le pareti con le dimensioni più ridotte ma ciò non basterebbe se il loro rapporto geometrico s fosse uguale a quello visto per le altre pareti. In particolare, esso è prossimo ad 1 e perciò si possono osservare, a parità di spessore, spostamenti trasversali più contenuti. Nella fattispecie, la loro freccia massima va poco oltre i 3 mm come si può osservare dalle figure sottostanti. Un'ulteriore conseguenza della variazione del rapporto s si ha negli andamenti nelle sezioni mediane che risultano essere piuttosto simili.

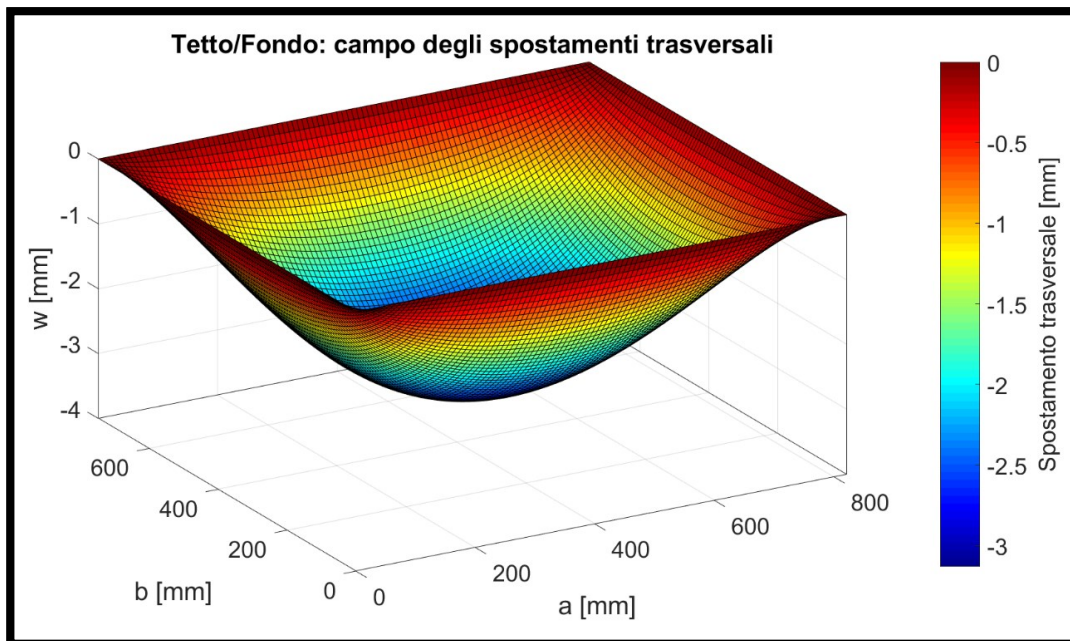


Figura 7.30 Campo degli spostamenti trasversali per il tetto ed il fondo

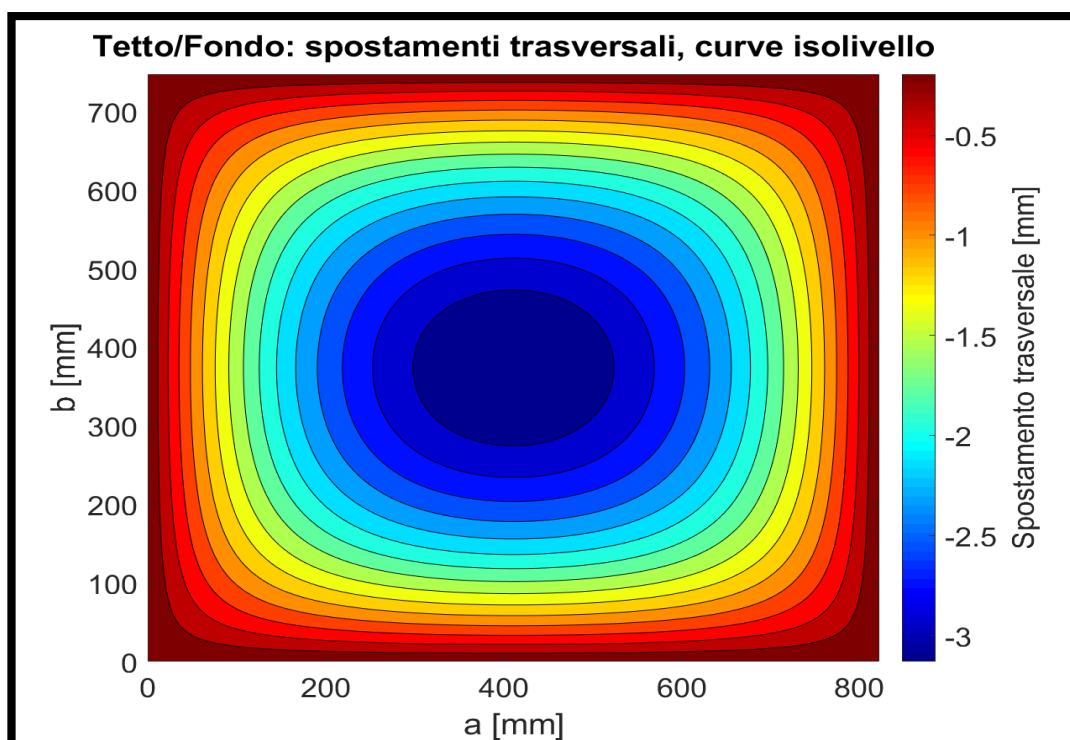


Figura 7.31 Campo degli spostamenti trasversali per il tetto ed il fondo - curve di livello

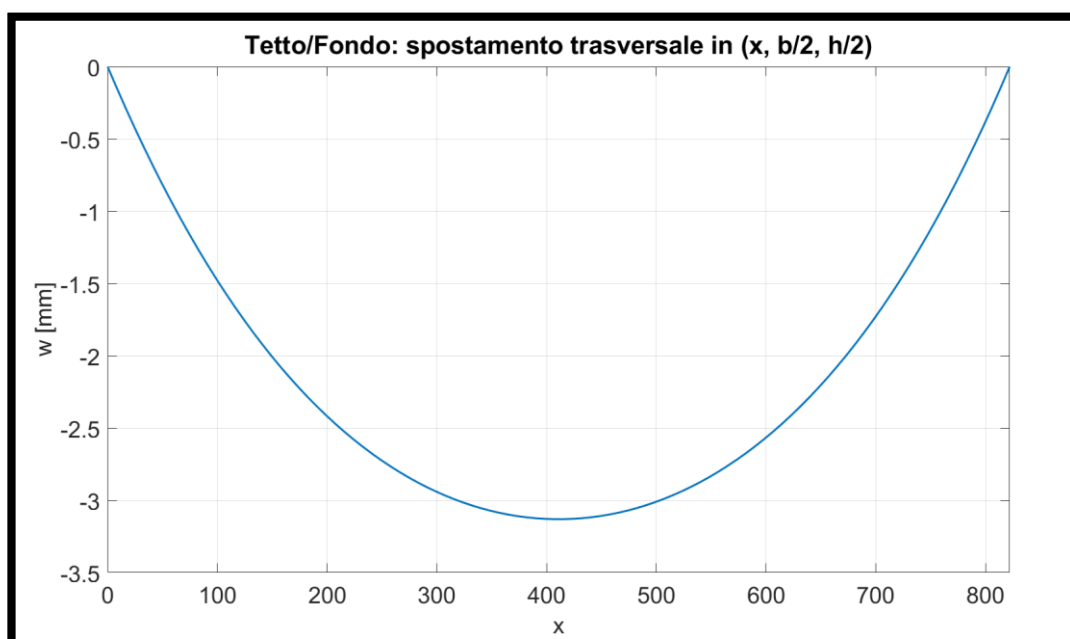


Figura 7.32 Spostamento trasversale lungo x per $y = b/2$, tetto e fondo

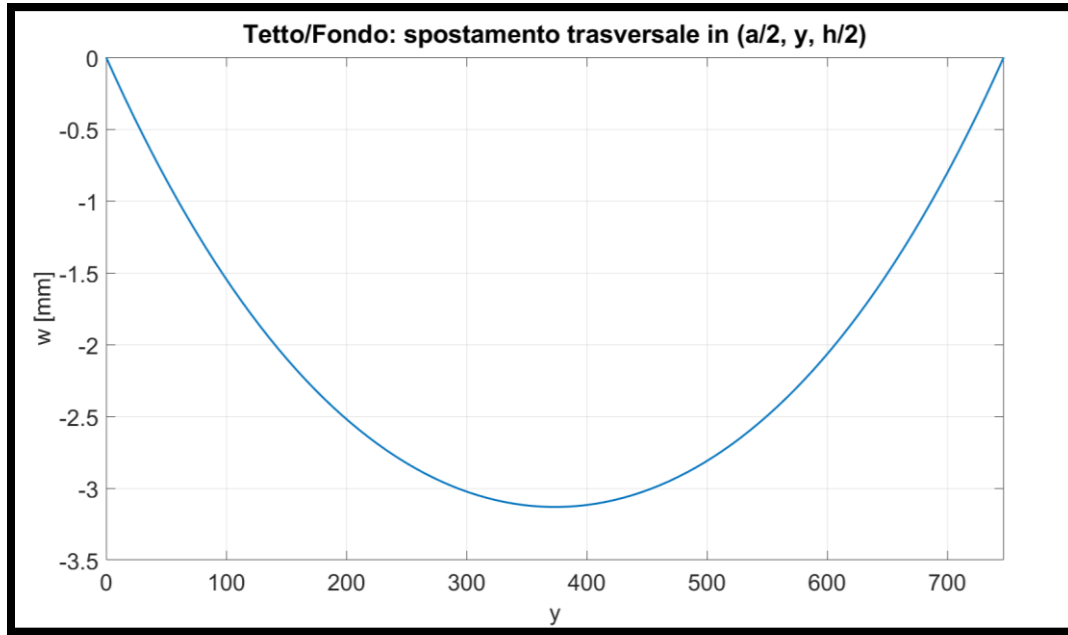


Figura 7.33 Spostamento trasversale lungo y per $x=a/2$, tetto e fondo

7.2.2 Calcolo delle sollecitazioni

Successivamente, possono essere ricavate le sollecitazioni sulla piastra secondo le equazioni ricavate nel sottoparagrafo 4.4.1 e riportate di seguito:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = z \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} (R_{xx}W_{mn} - M_{mn}) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ (R_{yy}W_{mn} - M_{mn}) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ -R_{xy}W_{nm} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \end{Bmatrix}$$

Ricordando che:

- $W_{mn} = \frac{(1+\mu)\alpha_{eq}b^2}{\pi^2} \frac{\Delta T}{(m^2s^2+n^2)h}$
- $R_{xx} = \frac{\pi^2}{b^2} (Qm^2s^2 + Q_{12}n^2)$
- $R_{yy} = \frac{\pi^2}{b^2} (Q_{12}m^2s^2 + Qn^2)$
- $R_{xy} = \frac{2mns\pi^2}{b^2} G_{eq}$
- $M_{mn} = (Q + Q_{12}) \frac{\alpha_{eq}\Delta T}{h}$

Con: $Q = \frac{E_{eq}}{1-\mu_{eq}^2}$; $Q_{12} = \mu_{eq} Q$

Nell'equazione il sistema di riferimento coincide con quello adottato nel paragrafo 4.4. Inoltre, il calcolo è sviluppato assumendo una coordinata $z = \frac{h}{2}$ dove le sollecitazioni sono massime (bordo superiore della piastra). Infatti, si ha che per $z = 0$, in corrispondenza dell'asse neutro, non si ha alcuno stress.

In questo caso, dal punto di vista del calcolo numerico, si procede sempre con una discretizzazione lineare in x ed y in 100 parti mentre gli indici delle sommatorie, m ed n , variano da 1 a 199 in modo da permette un'accurata precisione dei risultati.

A titolo di esempio, sono commentati i grafici delle sollecitazioni per la sola parete laterale. Per le altre pareti gli andamenti risultano pressoché identici con le dovute differenze legate alle entità delle tensioni stesse. Ragion per cui si lasciano al lettore considerazioni simili. Nel caso ci siano di eccezioni, esse sono evidenziate di volta in volta.

7.2.2.1 Parete laterale

Sono riportati, in forma grafica, i risultati ottenuti per tutte le sollecitazioni descritte in precedenza. Nella Figura 7.34 Campo della tensione normale σ_{xx} per una parete laterale,

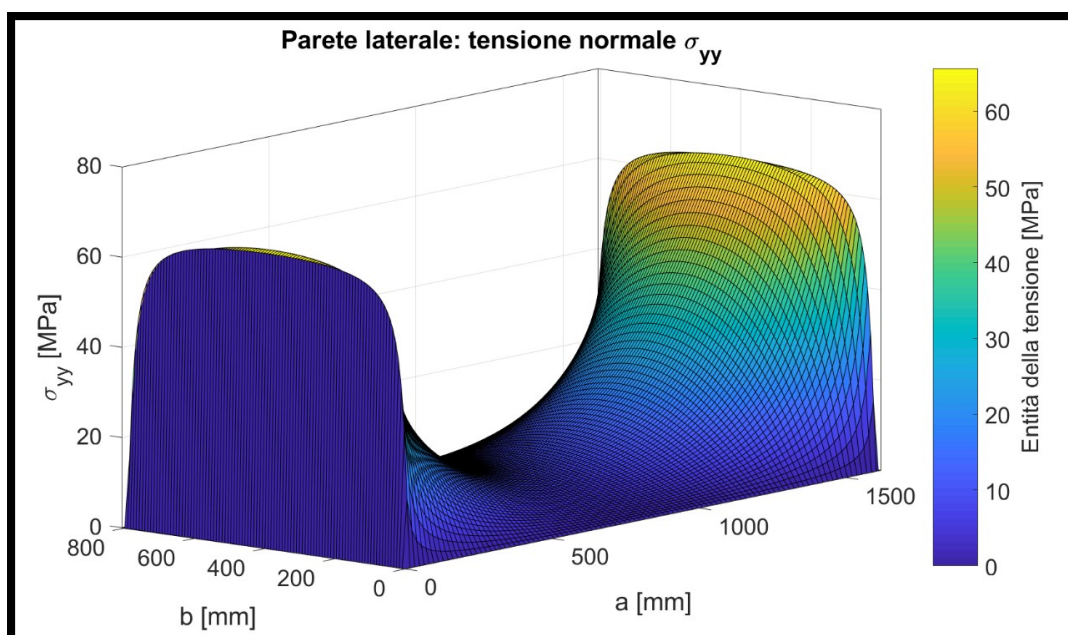


Figura 7.36 e Figura 7.37 sono illustrati rispettivamente il campo delle tensioni normali σ_{xx} e σ_{yy} e dello sforzo di taglio τ_{xy} . Si ricorda che l'asse x è orientato in direzione dei lati maggiori mentre l'asse y si sviluppa lungo il lato b .

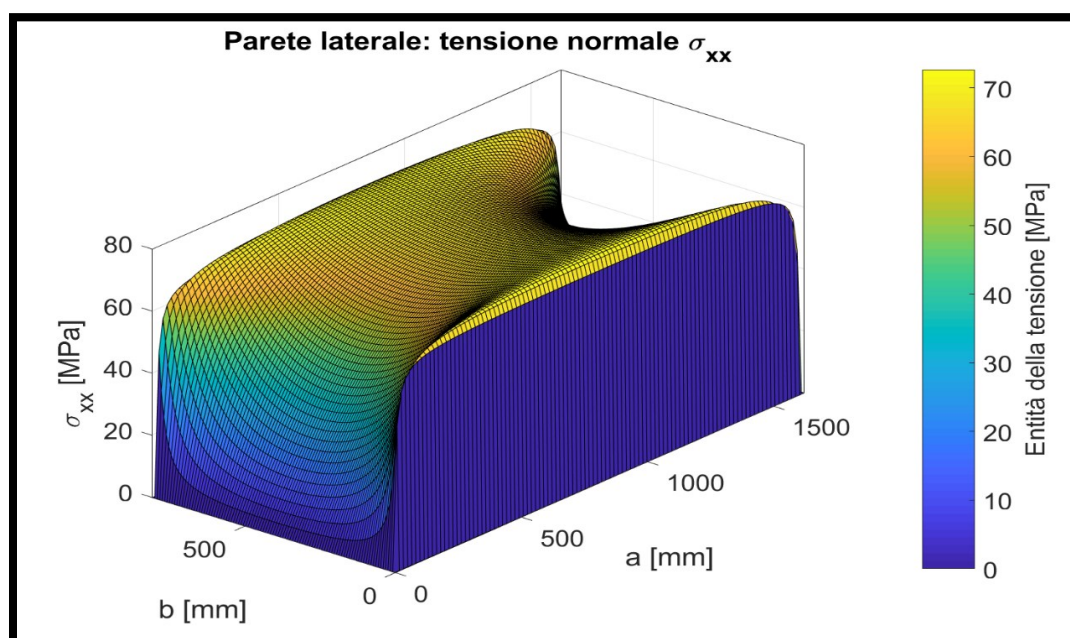


Figura 7.34 Campo della tensione normale σ_{xx} per una parete laterale

Si può notare che l'andamento della tensione σ_{xx} è simmetrico e assume i valori massimi vicino ai lati maggiori della piastra per poi crollare fino a zero in corrispondenza di essi.

Al contrario, avvicinandosi ai lati minori della piastra, l'entità della sollecitazione normale diminuisce progressivamente fino a valori nulli lungo i bordi. Si può quindi constatare che la distribuzione è abbastanza omogenea su tutta la piastra lungo la direzione y ad eccezione del comportamento citato. Il massimo della tensione normale non si ha al centro della piastra, come avviene per il massimo degli spostamenti trasversali, piuttosto approssimativamente vicino ai bordi dei lati maggiori raggiungendo un valore che si attesta attorno ai 70 MPa.

L'andamento dettagliato del campo della tensione normale σ_{xx} può essere osservato in Figura 7.35 dove sono riportate le sezioni di maggiore interesse perpendicolari all'asse y .

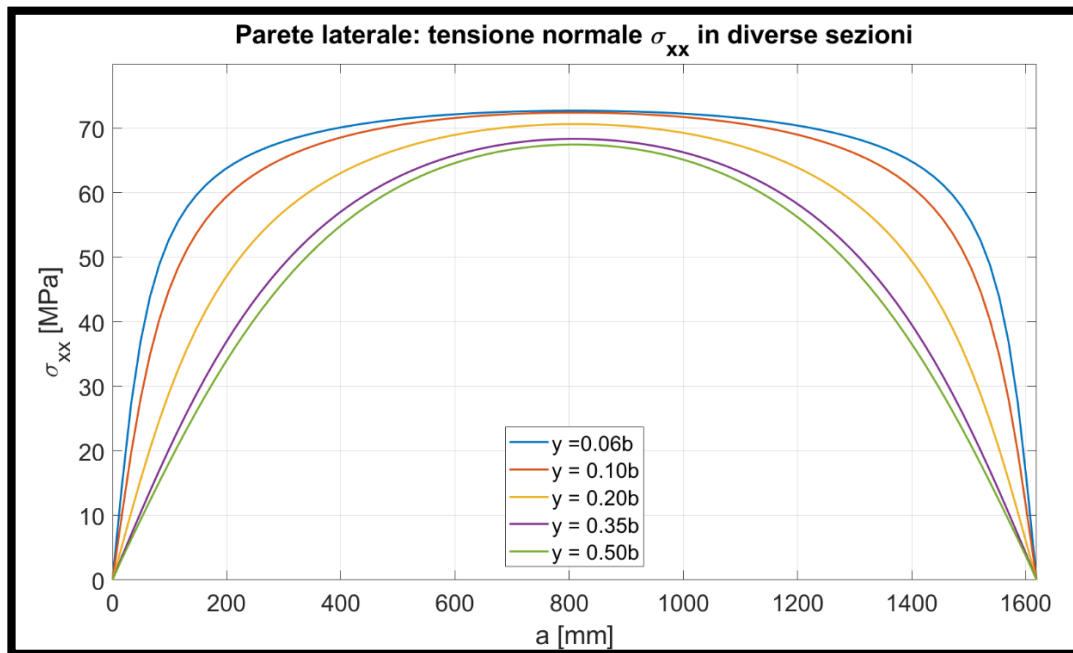


Figura 7.35 Tensione normale σ_{xx} in diverse sezioni per una parete laterale

Analoga analisi può esser fatta per la tensione normale σ_{yy} il cui andamento risulta anch'esso simmetrico ma con un comportamento completamente diverso.

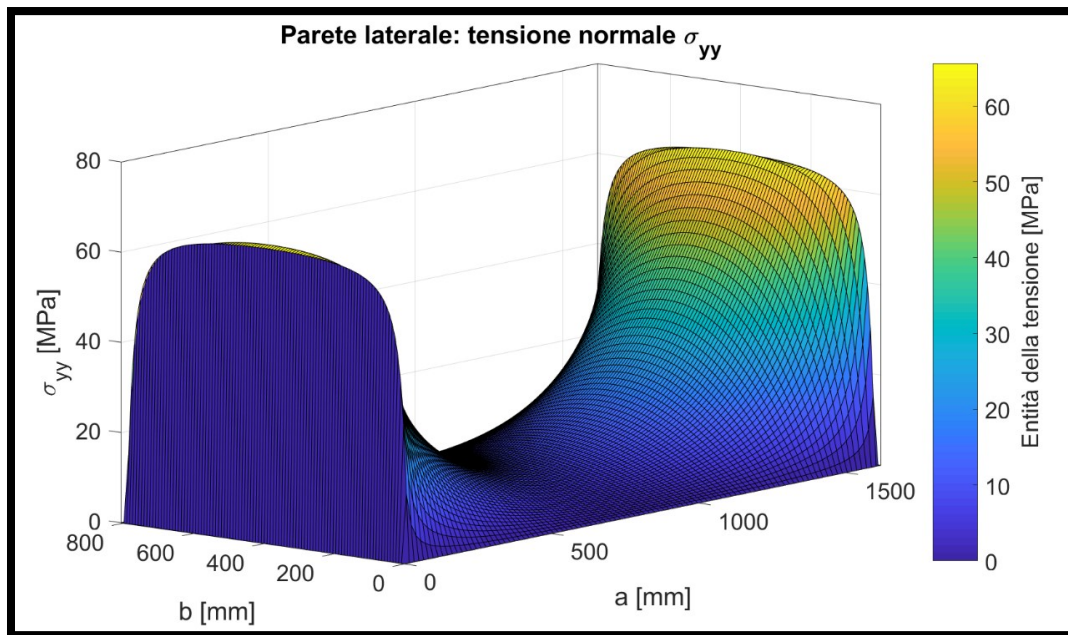


Figura 7.36 Campo della tensione normale σ_{yy} per una parete laterale

In particolare, la distribuzione risulta poco uniforme lungo la direzione x e risultando abbastanza ripido in prossimità dei lati minori. Presso di essi, si raggiungono i valori massimi tra 60 e 70 MPa per poi piombare a valori nulli in corrispondenza degli stessi lati. Il centro della piastra invece risulta essere una zona relativamente poco sollecitata con tensioni che si aggirano attorno ai 10 MPa. Il dettaglio dell'andamento di tale tensione normale è osservabile nella **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** dove si rappresentano tali distribuzioni nelle sezioni di maggiore interesse perpendicolari all'asse x .

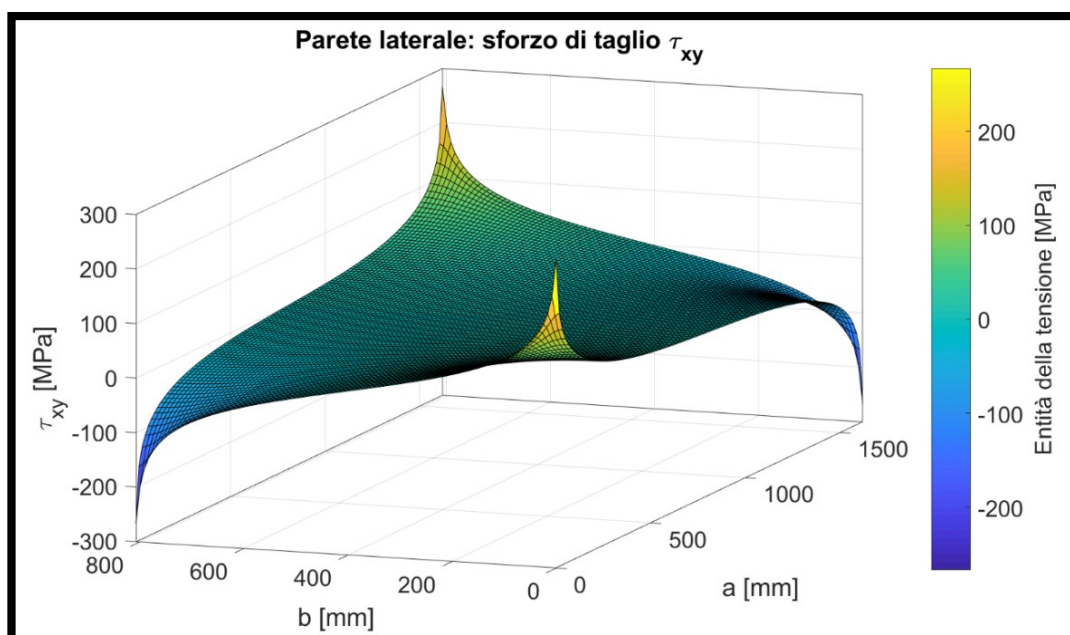


Figura 7.37 Campo dello sforzo di taglio τ_{xy} per una parete laterale

Infine, lo sforzo di taglio τ_{xy} che, come detto, è presente praticamente solo nelle zone degli angoli della piastra mentre nelle zone centrali è pressoché assente. L'entità di tale sollecitazione è molto più ampia nella zona degli angoli dove i valori di picco sono più alti dei rispettivi massimi osservati nelle tensioni normali. Ciò induce a pensare che gli angoli siano delle zone molto più sollecitate. Infatti, l'entità dello sforzo tangenziale stimata nell'angolo è compresa tra i 200 e i 300 MPa. Si nota, inoltre, che i valori calcolati di tale sollecitazione sono sia positivi che negativi, il che sta a significare la presenza di due momenti torcenti in due direzioni opposte con conseguenti sforzi di taglio in direzioni diverse. Infatti, il fenomeno termico può essere schematizzato equivalentemente come una piastra soggetta a dei momenti flettenti lungo tutti i lati il cui valore è costante lungo di essi.

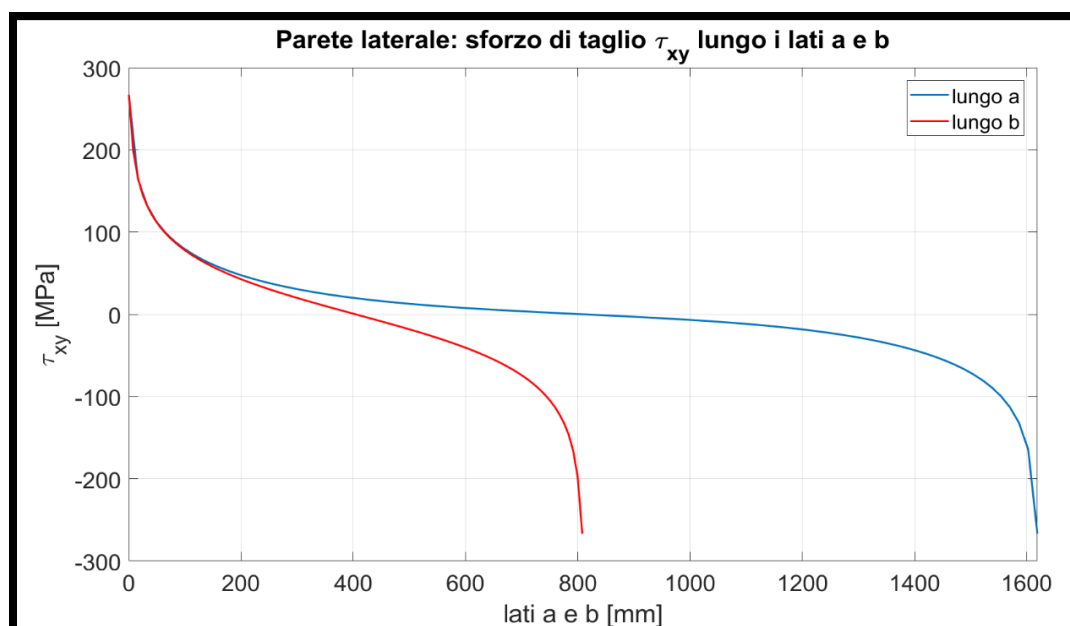


Figura 7.38 Sforzo di taglio τ_{xy} lungo i lati a e b per una parete laterale

Per completezza, sono riportati nella Figura 7.38 gli andamenti in dettaglio della tensione τ_{xy} in corrispondenza dei bordi a e b della piastra.

Si può notare che al centro dei lati, essa è nulla. Dopodiché aumenta lievemente allontanandosi dal centro bordo fino a crescere esponenzialmente in prossimità degli angoli.

7.2.2.2 Schiena e porta

Di seguito, le sollecitazioni ottenute per schiena in forma grafica. Le considerazioni sono analoghe a quelle viste per la parete laterale. Infatti, i risultati sono abbastanza simili per le due tipologie di parete avendo ugual stratigrafia e simili dimensioni. Essi sono raffigurati dalla Figura 7.39 alla Figura 7.44.

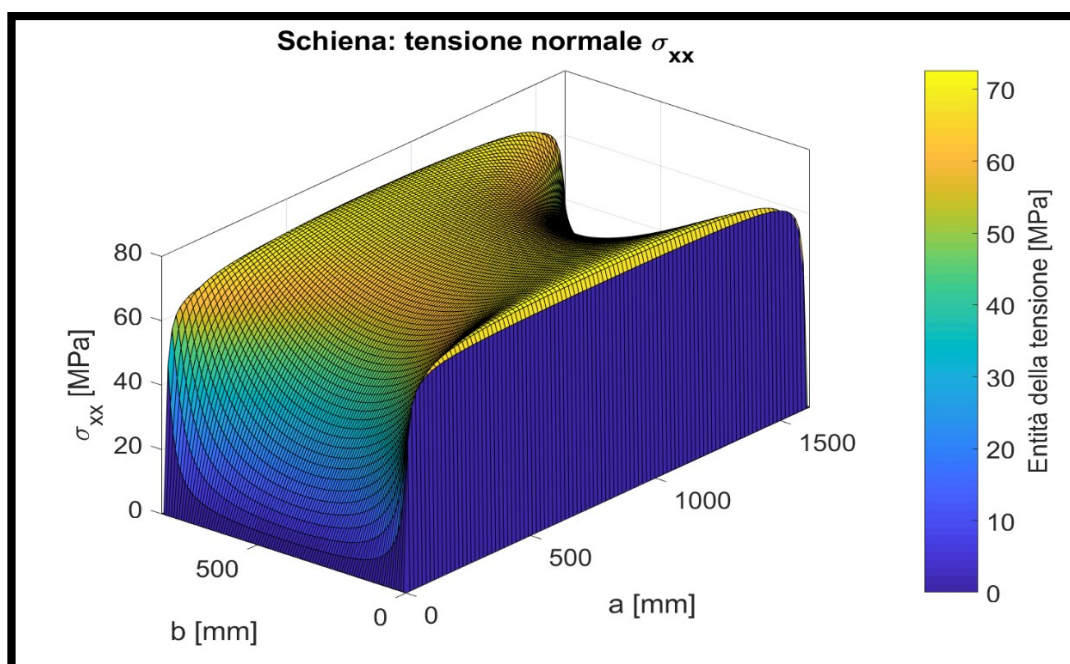


Figura 7.39 Campo della tensione normale σ_{xx} per la schiena

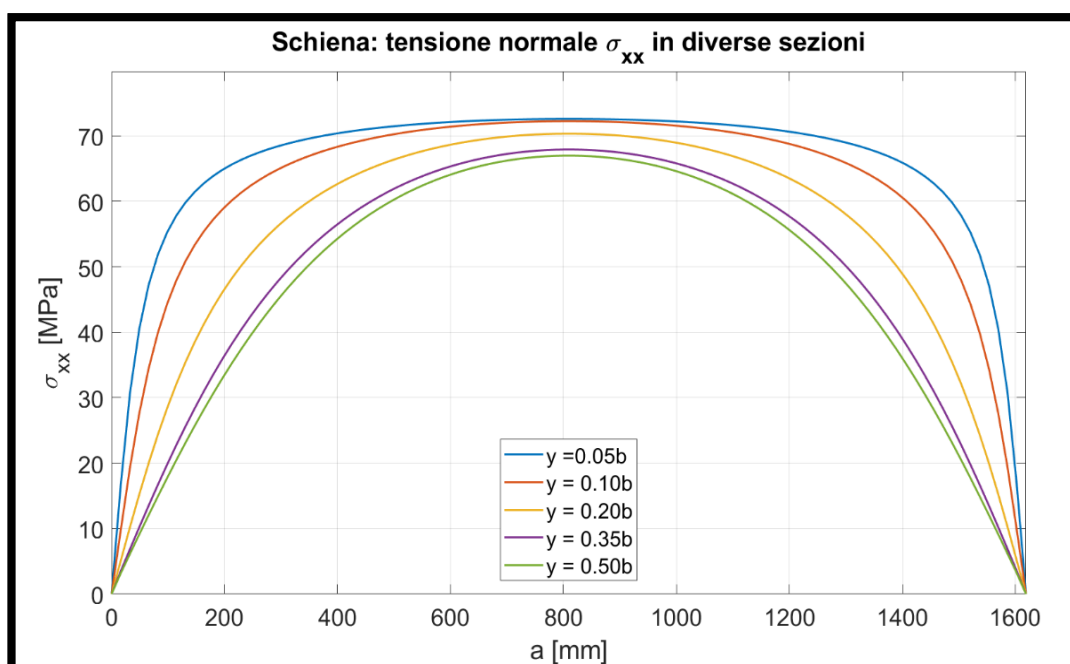


Figura 7.40 Tensione normale σ_{xx} in diverse sezioni per la schiena

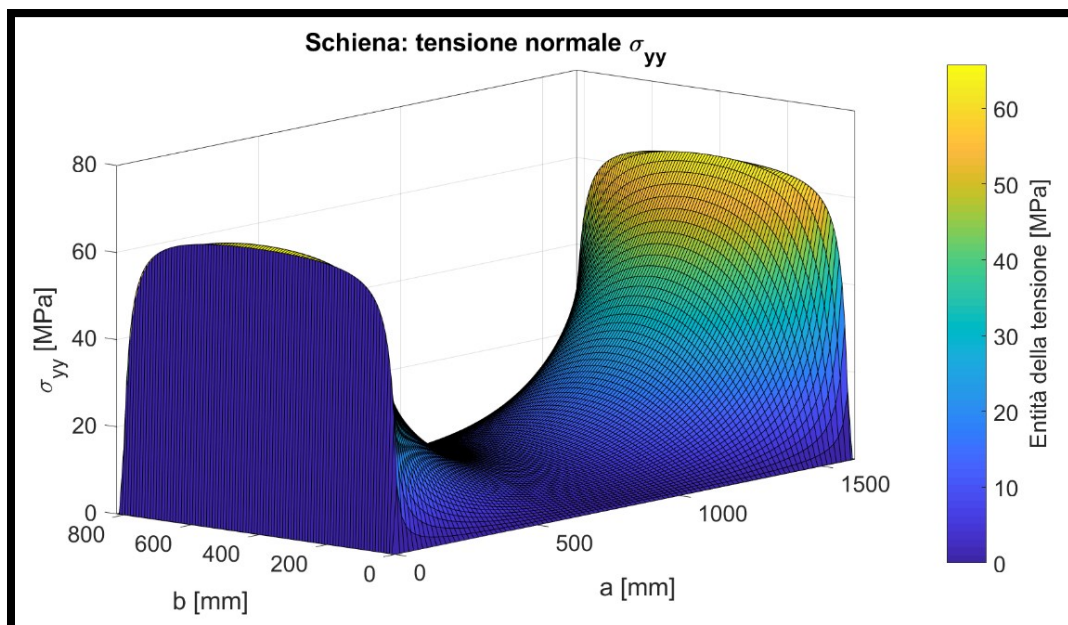


Figura 7.41 Campo della tensione normale σ_{yy} per la schiena

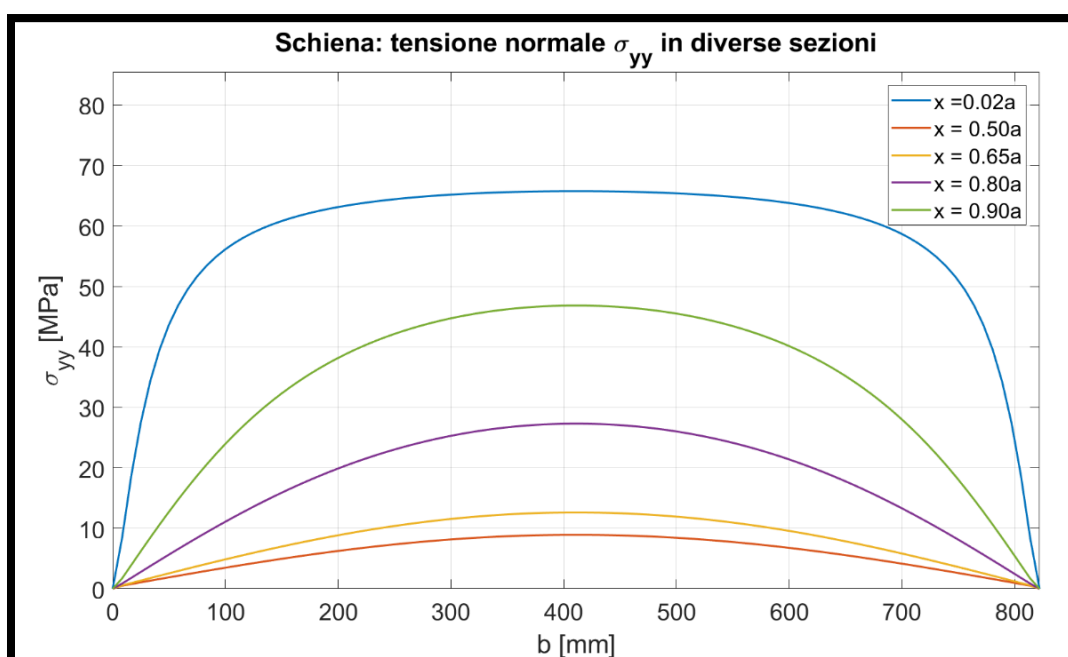


Figura 7.42 Tensione normale σ_{yy} in diverse sezioni per la schiena

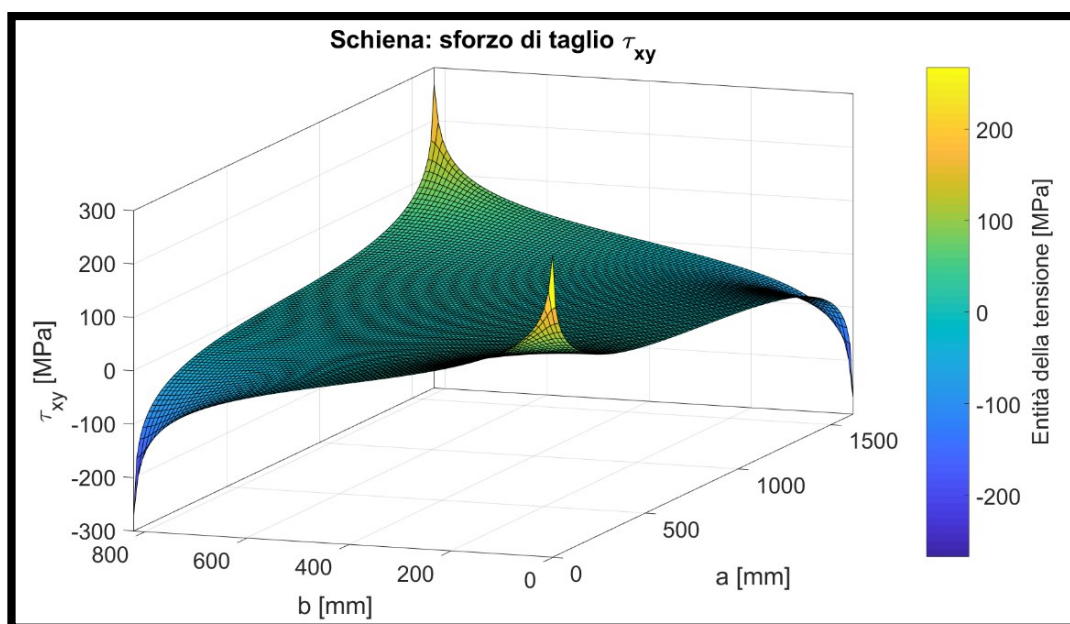


Figura 7.43 Campo dello sforzo di taglio τ_{xy} per la schiena

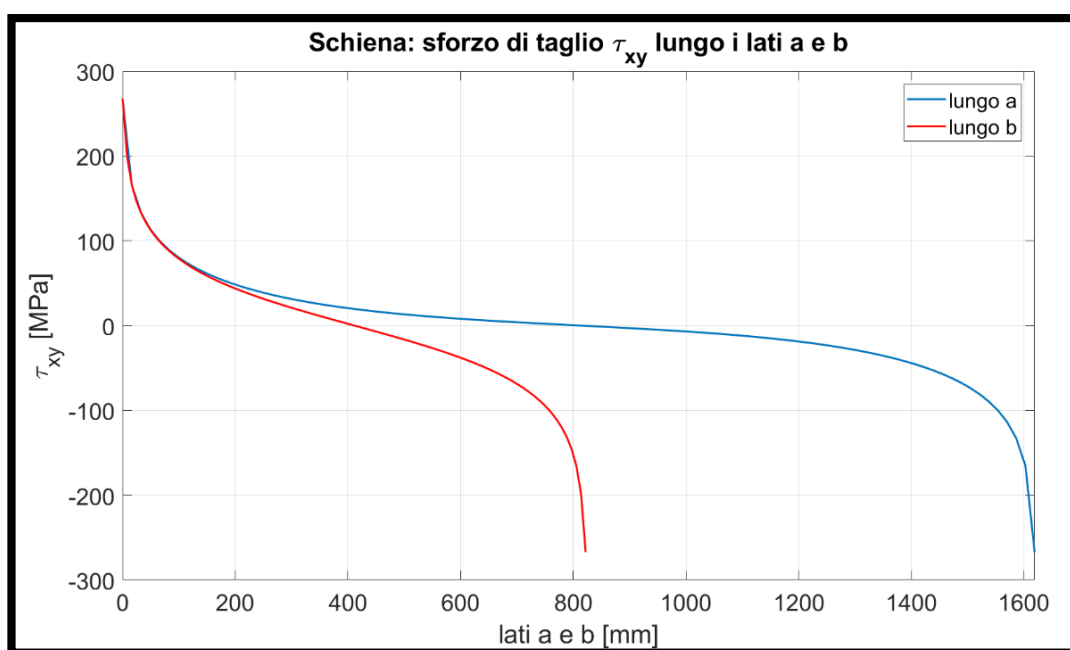


Figura 7.44 Sforzo di taglio τ_{xy} lungo i lati a e b per la schiena

Per quanto riguarda la parete della porta i risultati sono riassunti dalla Figura 7.45 alla

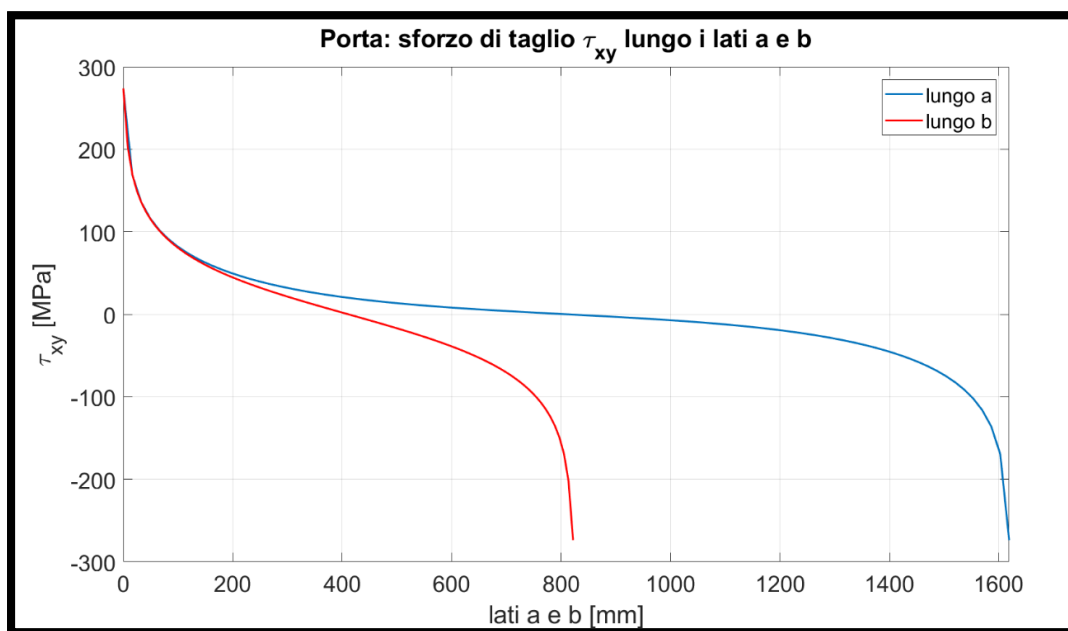


Figura 7.50. In questo caso, le sollecitazioni risultano pressoché identiche alle precedenti seppur essa presenta spessore minore rispetto alle altre pareti.

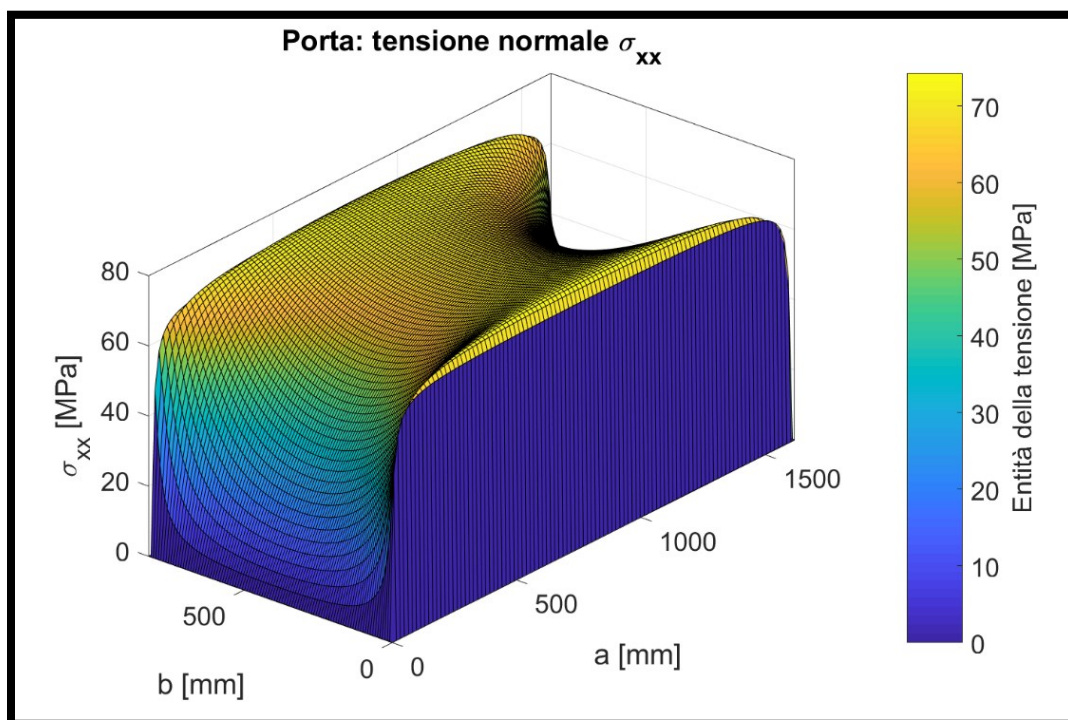


Figura 7.45 Campo della tensione normale σ_{xx} per la porta

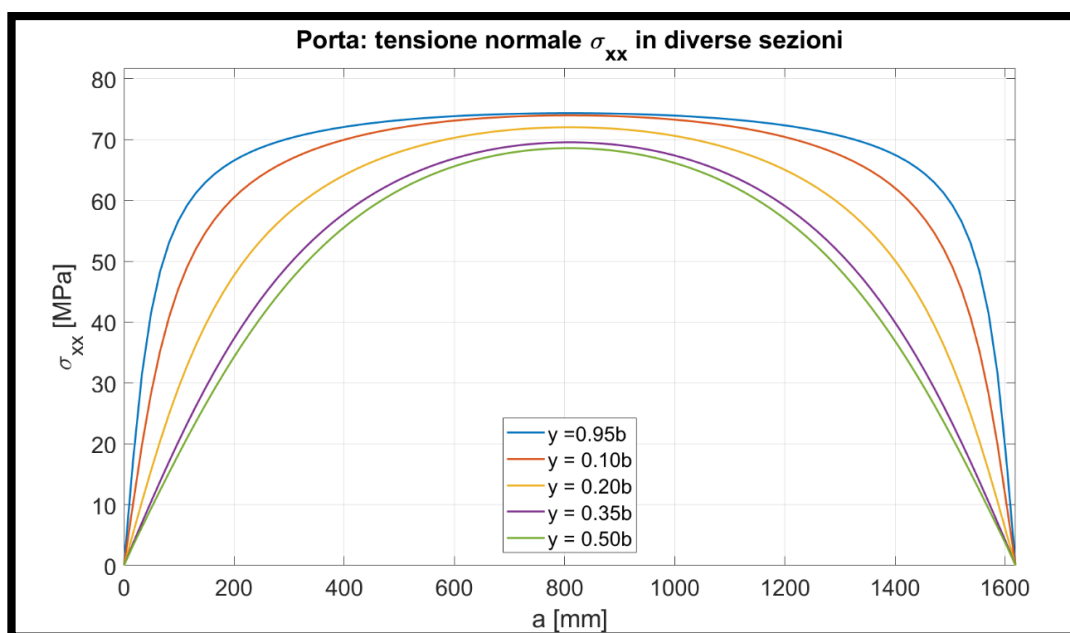


Figura 7.46 Tensione normale σ_{xx} in diverse sezioni per la porta

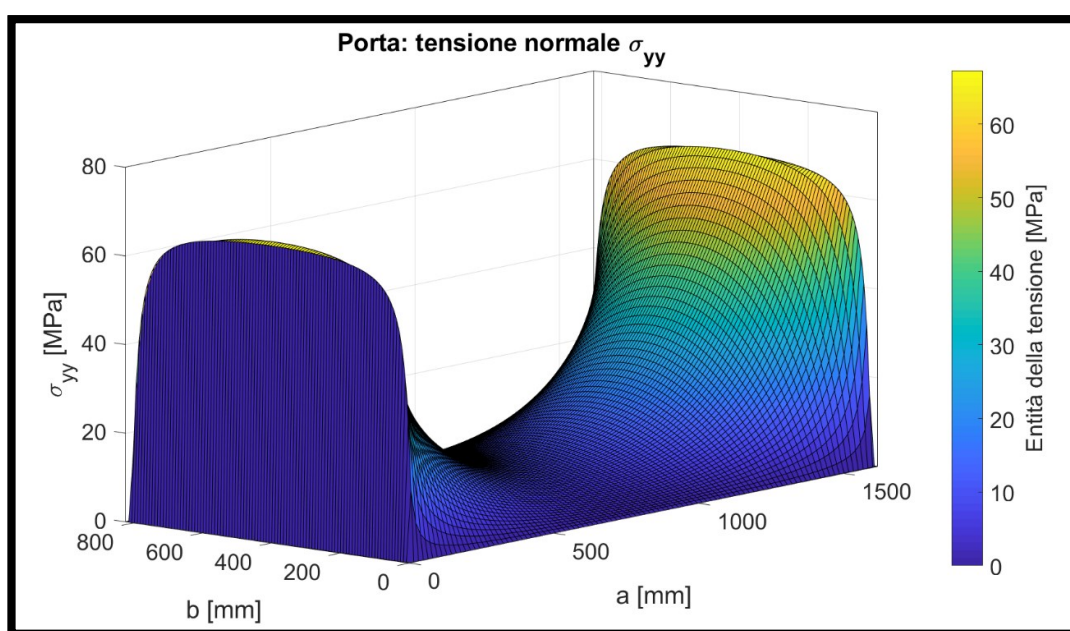


Figura 7.47 Campo della tensione normale σ_{yy} per la porta

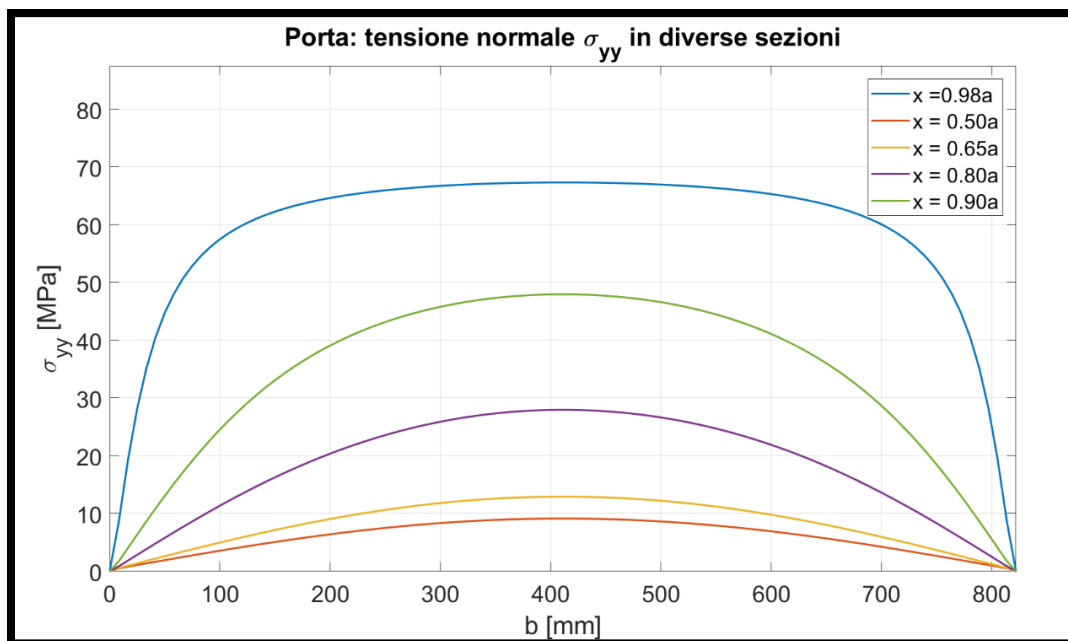


Figura 7.48 Tensione normale σ_{yy} in diverse sezioni per la porta

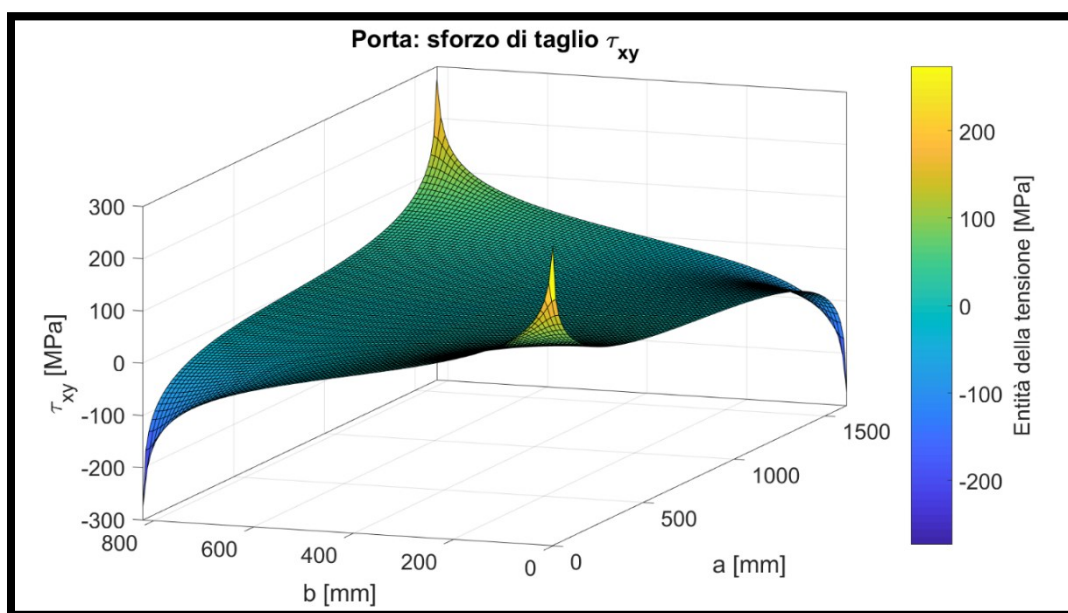


Figura 7.49 Campo dello sforzo di taglio τ_{xy} per la porta

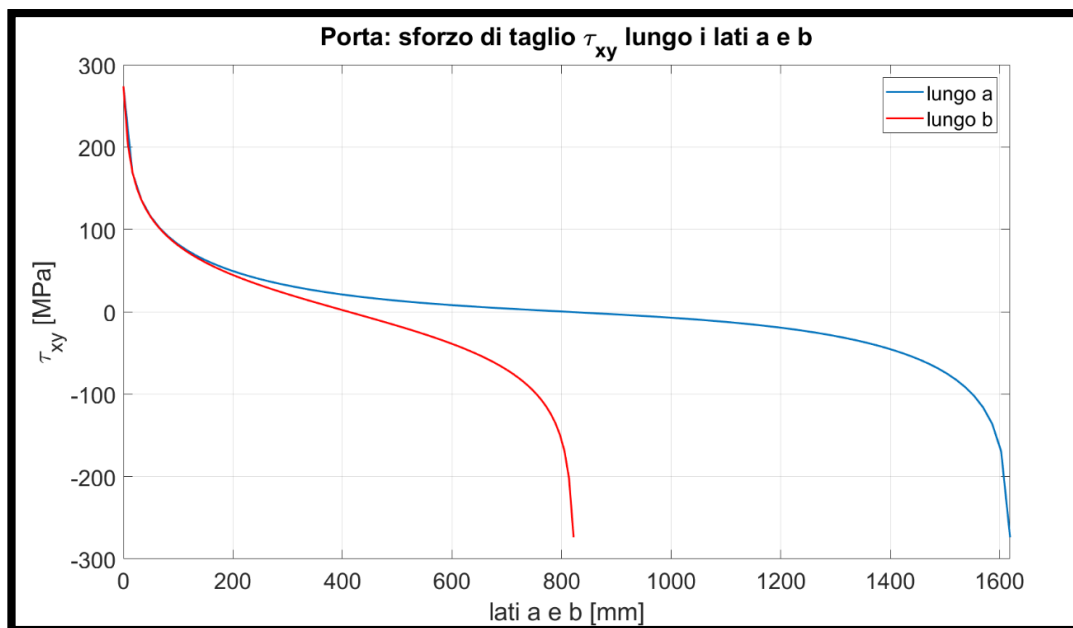


Figura 7.50 Sforzo di taglio τ_{xy} lungo i lati a e b per la porta

7.2.2.3 Tetto e fondo

Infine, il tetto ed il fondo sono trattati in unico modello che li racchiude entrambi. La particolarità di queste pareti risiede nel fatto che le dimensioni dei suoi lati maggiori sono molto simili perciò è come se avessimo di fronte una piastra quasi quadrata.

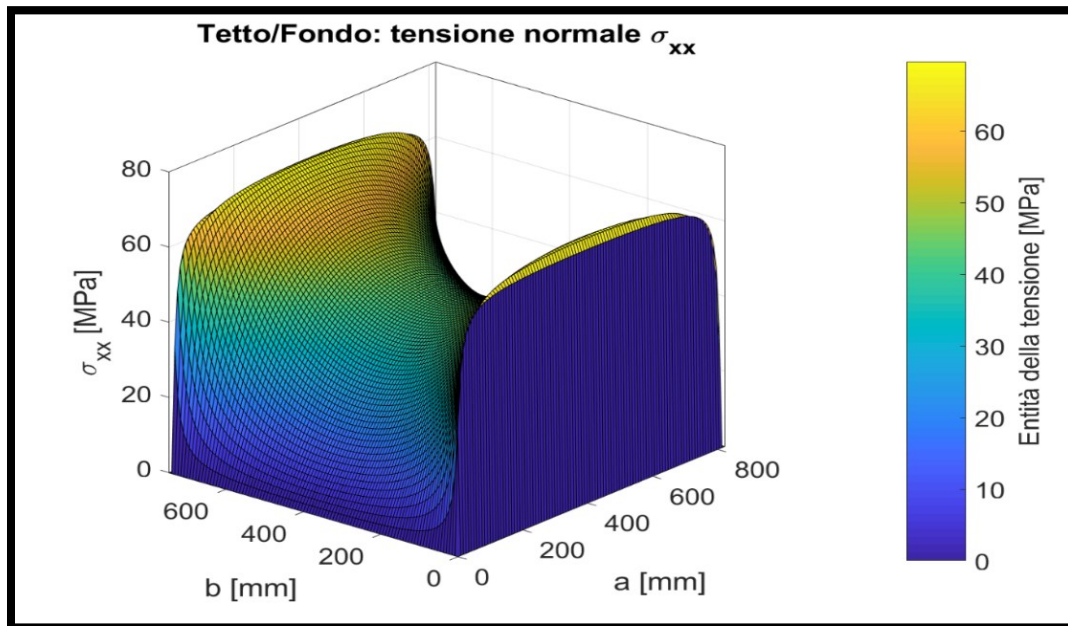


Figura 7.51 Campo della tensione normale σ_{xx} per il tetto ed il fondo

Nonostante le differenze geometriche con le precedenti pareti, il tetto ed il fondo presentano una tensione normale σ_{xx} massima molto simile a quelle appena osservate deducendo perciò che esse non dipendano dalle dimensioni bensì dal gradiente termico come si può notare dalla Figura 7.51. La distribuzione di tale tensione è la medesima sebbene sia più repentina proprio a causa delle dimensioni più contenute della piastra come si può osservare dalla Figura 7.52.

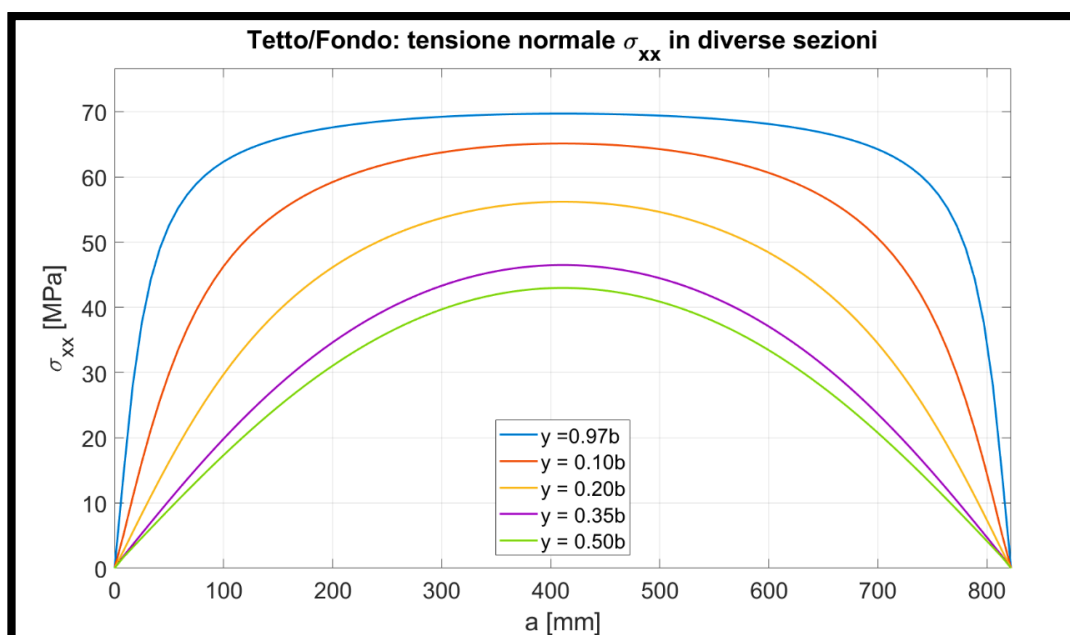


Figura 7.52 Tensione normale σ_{xx} in diverse sezioni per il tetto ed il fondo

Analoghe considerazioni valgono per la tensione normale σ_{yy} i cui andamenti sono raffigurati nelle Figura 7.53 e Figura 7.54.

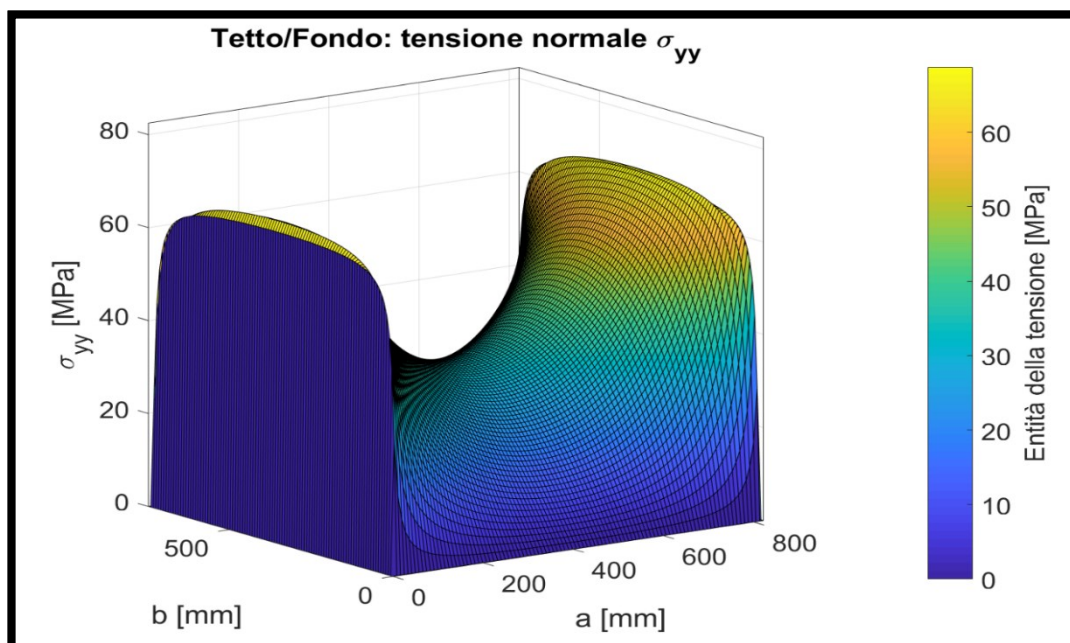


Figura 7.53 Campo della tensione normale σ_{yy} per il tetto ed il fondo

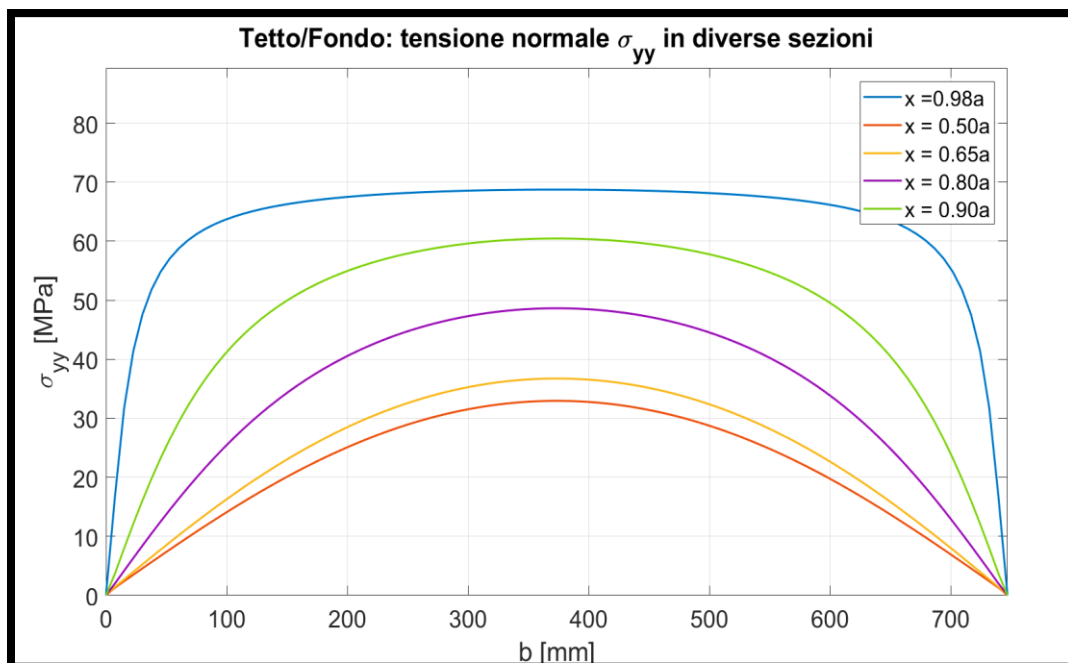


Figura 7.54 Tensione normale σ_{yy} in diverse sezioni per il tetto ed il fondo

Come si può osservare dalle Figura 7.55 e Figura 7.56, gli sforzi di taglio, caso del tetto ed il fondo sono di entità maggiore in corrispondenza degli angoli raggiungendo quasi i 300 MPa.

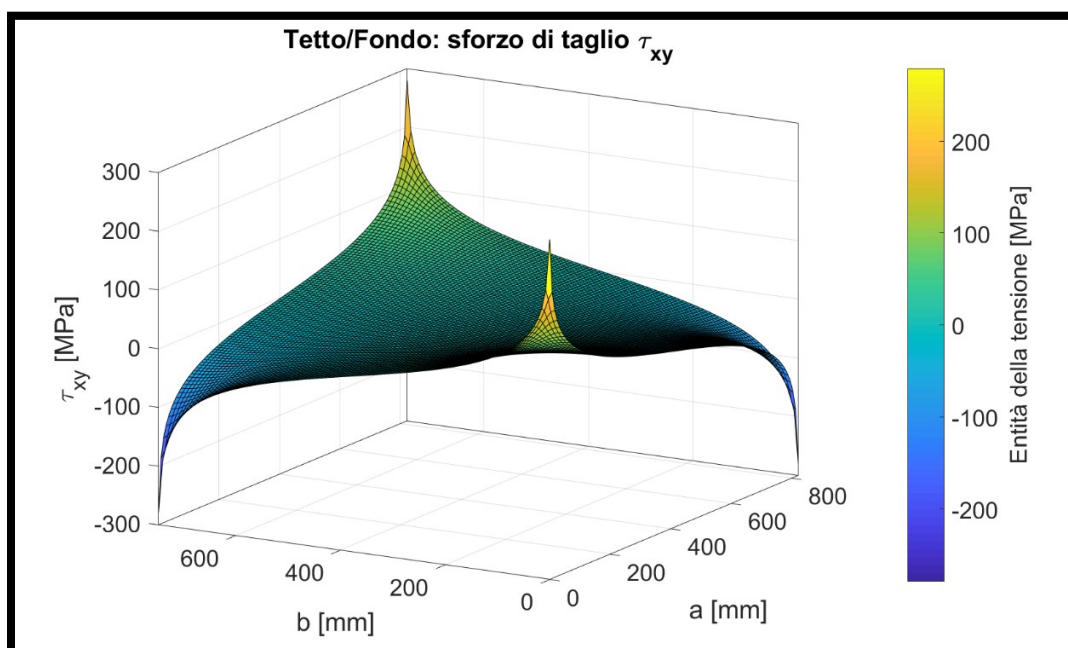


Figura 7.55 Campo dello sforzo di taglio τ_{xy} per il tetto ed il fondo

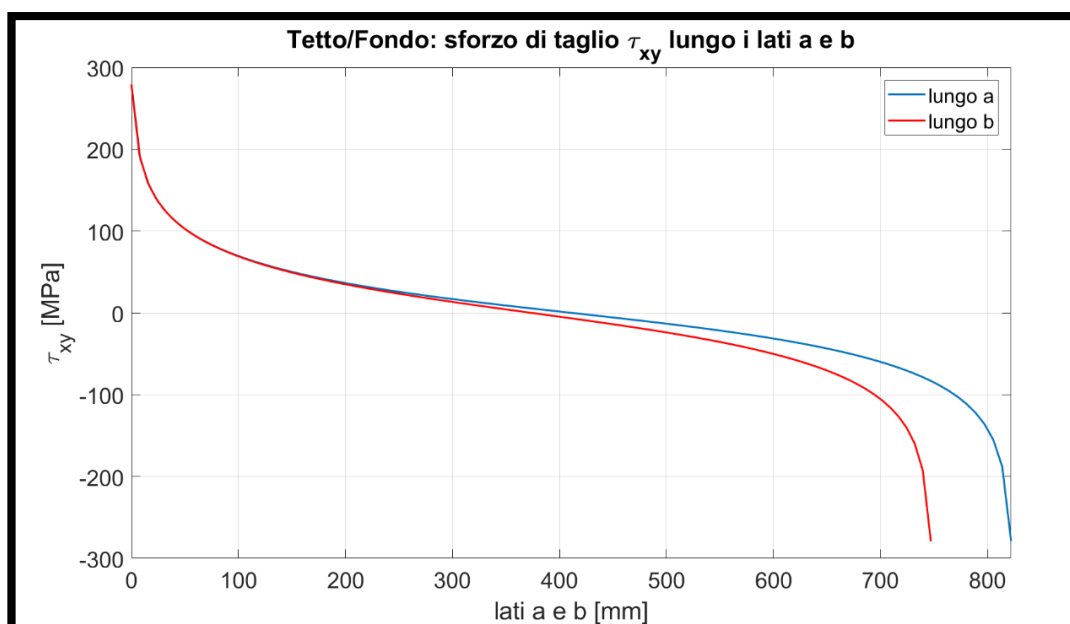


Figura 7.56 Sforzo di taglio τ_{xy} lungo i lati a e b per il tetto ed il fondo

7.2.3 Calcolo della tensione equivalente

Una volta calcolate tutte le sollecitazioni è possibile determinare lo stato tensionale equivalente per ogni parete. Anche in questo caso si adotta per l'acciaio delle lamiere il criterio di resistenza di Von Mises per calcolare la tensione equivalente.

Per un sistema di riferimento generico, quale quello adottato, nel caso di uno stato di tensione piano come quello riscontrato nelle pareti della macchina, la tensione equivalente può essere determinata in ogni punto di ciascuna piastra secondo l'equazione vista nel paragrafo 7.1.2.3:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + 3\tau_{xy}^2}$$

Questo implica che al centro della piastra, le sollecitazioni che contribuiscono allo stato tensionale della piastra complessivo sono le sole tensioni normali σ_{xx} e σ_{yy} , mentre in corrispondenza degli angoli, la tensione equivalente dipende soltanto dagli sforzi di taglio τ_{xy} .

L'andamento della tensione equivalente ottenuto per ogni parete è illustrato dai seguenti grafici tridimensionali.

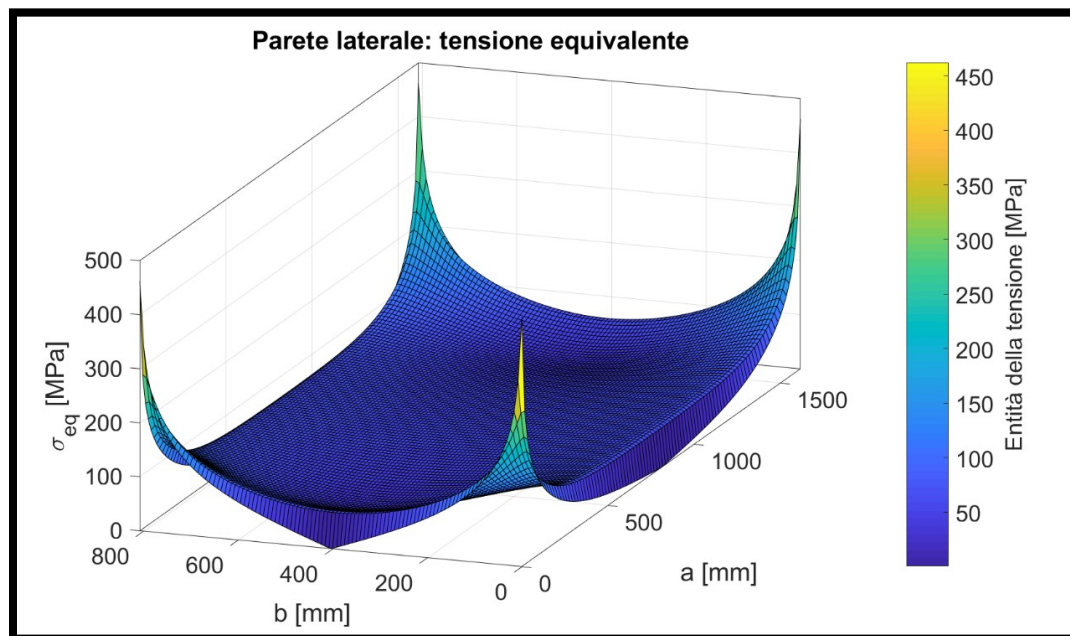


Figura 7.57 Campo della tensione equivalente per una parete laterale

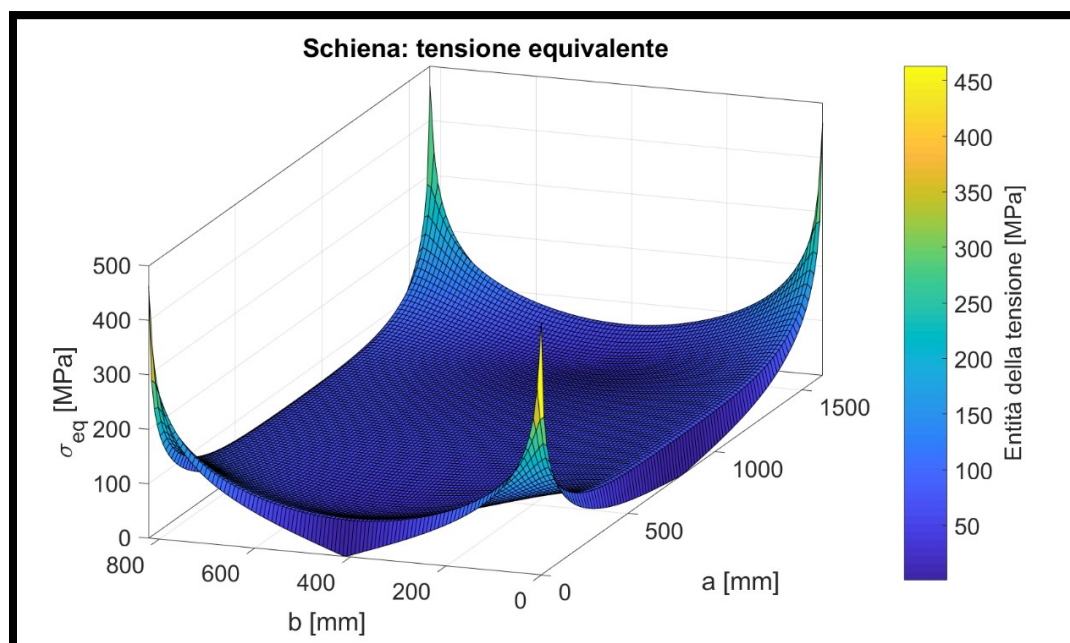


Figura 7.58 Campo della tensione equivalente per la schiena

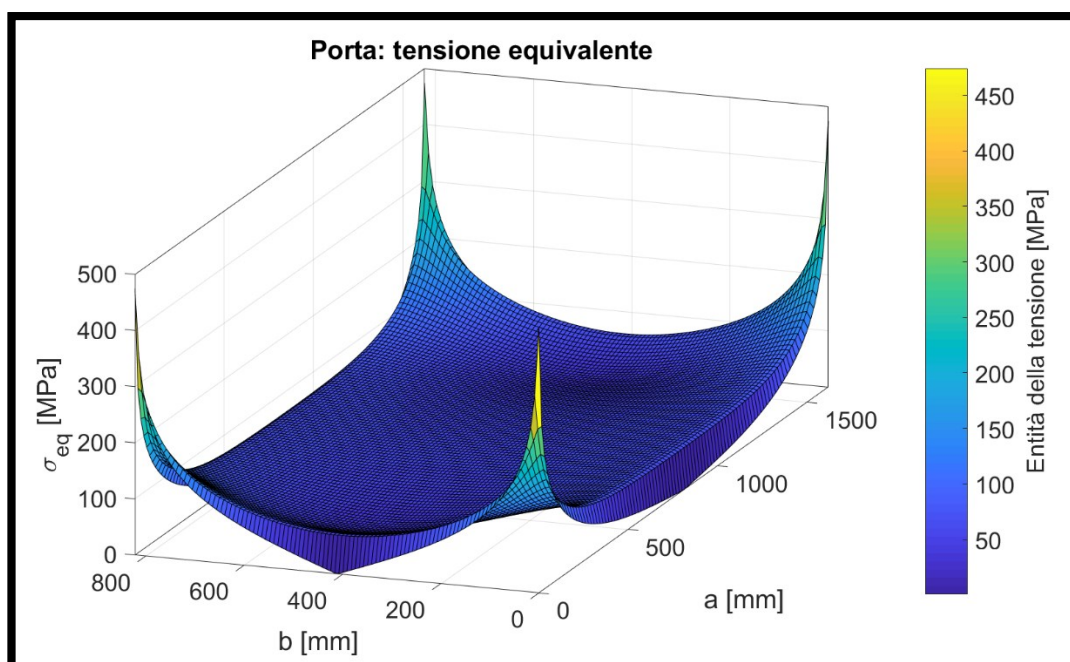


Figura 7.59 Campo della tensione equivalente per la porta

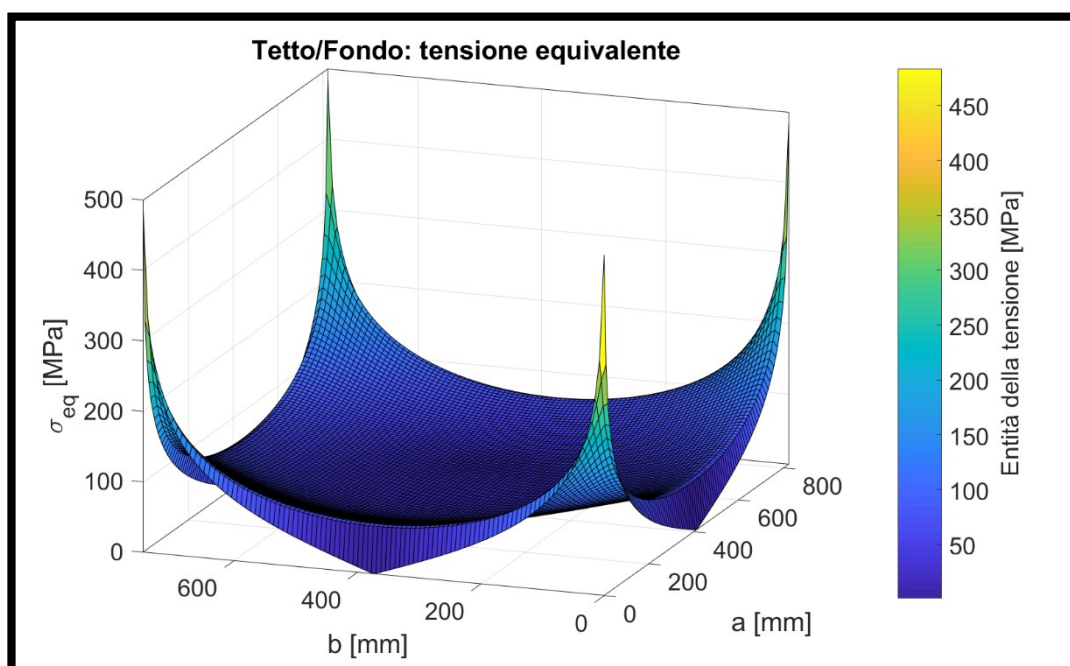


Figura 7.60 Campo della tensione equivalente per il tetto ed il fondo

Come si può constatare dalle figure precedenti, è evidente che la zona più critica è quella nei pressi degli angoli della piastra mentre le zone centrali dei bordi sono quelle meno sollecitate. In corrispondenza di tali zone la tensione equivalente è nulla in teoria mentre

le zone degli angoli superano addirittura i 400 MPa. In particolare, le pareti che raggiungono l'entità maggiore sono il tetto ed il fondo (Figura 7.60). Il motivo di tale andamento è legato alle azioni di taglio che sono più forti in tali zone e che costituiscono un pericolo per i materiali duttili come descritto dal criterio di Von Mises.

Stando ai risultati conseguiti, negli angoli della piastra la tensione equivalente dovrebbe superare quella di snervamento delle lamiere in acciaio (circa 275 MPa). Tuttavia, tale andamento delle tensioni equivalenti induce ad alcune riflessioni. La distribuzione è determinata per via teorica e perciò non è detto che la risposta reale della struttura sia rispecchiata perfettamente dai grafici ottenuti. L'effettiva distribuzione della tensione equivalente presentato potrebbe differire da quello reale in quanto sembra irrealistico pensare che delle tensioni così alte siano concentrate in una zona così piccola, teoricamente un punto (angolo della piastra). Al contrario, la tensione equivalente presso le aree degli angoli può avere una distribuzione più uniforme, ovvero si può immaginare che l'andamento delle tensioni in tali zone sia più morbido e tozzo anziché essere una funzione spigolosa.

Di conseguenza, le zone angolari sarebbero meno sollecitate con valori massimi di entità minore. Non potendo però quantificare tale abbassamento di tensione, non si possono tirare conclusioni riguardo il comportamento della struttura meccanica reale ma di certo le tensioni createsi in quelle aree possono essere allarmanti.

8 Conclusioni

In conclusione, si possono sintetizzare i risultati raggiunti per ciascuno degli obiettivi prefissi:

- scelta dell'impianto frigorifero e dei fluidi refrigeranti;
- studio della risposta della struttura meccanica a seguito del fenomeno causato dalla differenza di pressione e di quello termico.

Riassumendo, il circuito scelto per il dispositivo frigorifero è del tipo cascata comprendente due circuiti al cui interno scorrono due fluidi refrigeranti differenti: Etano e propano, rispettivamente R170 e R290. Essi sono scelti in accordo ai criteri di ecocompatibilità del protocollo di Kyoto ed in modo da rendere la macchina quanto più possibile efficiente dal punto di vista energetico.

Per quanto riguarda invece i risultati raggiunti dal punto di vista strutturale, possono essere riepilogati come segue:

✓ **Carico dovuto a differenza di pressione e forza di apertura della porta.**

Nel capitolo 0, queste grandezze sono ottenute in funzione del ricambio volumetrico di aria in percentuale. Gli andamenti parabolici presentano i massimi in corrispondenza del 55 % di ricambio di aria circa: il carico dovuto a differenza di pressione non va oltre i 0,35 mbar mentre la forza di apertura massima supera i 2,7 kgf. Il primo è un valore abbastanza basso ma è in grado di scaturire un valore più che apprezzabile per la forza di apertura.

✓ **Spostamenti trasversali e sollecitazioni dovuti al fenomeno causato dalla differenza di pressione.**

Nel paragrafo 7.1, per ognuna delle pareti, sono confrontati i risultati degli spostamenti trasversali secondo le diverse condizioni al bordo prescelte. Complessivamente, gli spostamenti sono molto piccoli per tutte le pareti e praticamente non rilevanti per ogni valore di ricambio di aria essendo questi dell'ordine di grandezza dei nanometri. I risultati hanno confermato come la condizione di vincolo A (piastra semplicemente

appoggiata) sia quella che presenta la maggiore freccia al centro della piastra a parità di carico.

Conseguentemente, lo stato tensionale equivalente, ottenuto grazie al criterio di Von Mises, presenta dei valori di tensione del tutto trascurabili. Sebbene, i risultati evidenzino come la condizione di vincolo C (piastra semplicemente appoggiata con un bordo incastrato) sia quella più sollecitata a parità di carico, l'entità della tensione equivalente massima non supera il valore di 1 kPa.

✓ **Spostamenti trasversali e tensioni dovuti al fenomeno termico.**

Il paragrafo 7.2 si occupa del calcolo delle suddette grandezze offrendo degli esiti solo per la condizione di piastra semplicemente appoggiata attraverso le soluzioni analitiche di Navier. Il fenomeno termico flette la struttura in modo più che apprezzabile e la sollecita in modo analogo. Infatti, gli spostamenti determinati indicano delle frecce massime, al centro delle pareti, di oltre i 5 mm per le pareti laterali e la schiena e addirittura oltre i 6 mm per la porta dato che quest'ultima presenta una rigidità flessionale inferiore. Al contrario, il tetto ed il fondo registrano la più bassa freccia massima - poco più di 3 mm - essendo queste pareti di dimensioni più contenute.

Di conseguenza, gli stress che nascono determinano uno stato tensionale che mette in tensione l'intera parete. Le zone maggiormente critiche sono quelle degli angoli dove l'entità della tensione equivalente supera la tensione di snervamento delle lamiere in acciaio. Tuttavia, i valori di tensione potrebbero essere più bassi in quanto il modello teorico supposto potrebbe presentare alcune lacune in tali zone e quindi non permette una precisa previsione del comportamento delle tensioni. In ogni caso questi risultati sottolineano come lo stato tensionale nelle aree angolari non sia da sottovalutare.

Bibliografia

- [1] W. F. Stoecker, Manuale della refrigerazione industriale, Milano: Casa editrice Tecniche Nuove, 2001.
- [2] R. Bares, Calcolo di lastre e piastre con la teoria elastica lineare, Milano: Clup, 1986.
- [3] J. N. Reddy, Theory and analysis of elastic plates and shells, Taylor & Francis Group, LLC, 2007.

Ringraziamenti

Si volge ai ringraziamenti: la parte più bella in cui mi sono reso conto di quanto sono stato fortunato, ma anche quella più malinconica perché capisco che il mio sentiero è giunto al termine. Alla fine, di ciò che più mi fa sorridere non è un pezzo di carta che porto via, ma è la consapevolezza di aver trovato e riconfermato persone davvero importanti.

L'elaborazione e lo sviluppo di questo studio non sarebbero stati possibili se non ci fosse stato il supporto da parte delle persone che mi hanno affiancato da un punto di vista tecnico. Ringrazio il **Professor Masoero** per il tempo e le risorse messe a mia disposizione durante la mia esperienza in azienda. Vorrei ringraziare anche i dipendenti dell'azienda Fri.med. che mi hanno fatto sentire a casa. In particolare, vorrei dire grazie al **Signor Maurizio Palladino** per la professionalità e la disponibilità nei miei confronti per qualsiasi tipo di evenienza. Il mio grazie va anche all'**Ingegnere Alessandro Bidone** che mi ha supportato nelle difficoltà tecniche ed il cui aiuto si è rivelato fondamentale nel compimento di questo elaborato.

Detto questo, i miei ringraziamenti non possono non includere tutte quelle persone che hanno fatto parte di un quadro molto più ampio, le quali hanno rivestito gli aspetti più importanti del mio cammino sia nella cornice torinese che a distanza.

Perciò, vorrei dedicare questo traguardo e tutto ciò che finora ho raggiunto nella mia vita anzitutto alla mia **Famiglia** perché è soprattutto loro merito se io oggi son giunto fin qui. Si sa, la mamma è sempre la mamma. Ed anche a centinaia di chilometri di distanza rimarrà sempre lei. Grazie **Mamma** perché, anche se ancora non lo riesco a capire perfettamente, hai fatto un immenso sacrificio a lasciarmi andare via, un po' come fanno tutte le vere mamme. Grazie per i consigli da vera casalinga nei primi tempi quando non sapevo da dove iniziare, grazie per aver percorso ore ed ore di autobus per vedere come ero messo (male) e grazie per avermi lasciato i miei spazi quando ne avevo bisogno. Ho messo tutto me stesso per cercare di ripagarti in questo tempo trascorso lontani. Spero che tu sia orgogliosa di me.

Papà, ti voglio ringraziare perché oggi sei al mio fianco come mio pilastro nonostante tutte le avversità. Per il solo fatto di non aver mollato di un centimetro anche quando non ero lì assieme a te, ti dico grazie. Ogni volta vorrei dire molto di più di quello che riesco a dirti ma poi mi accorgo che con un solo sguardo o abbraccio ci siamo detti tutto. In questi anni mi hai sempre spronato e appoggiato in ogni decisione dandomi il supporto di cui ti sarò grato per sempre. È anche per te che mi son fatto valere ancor di più e non ho mai smesso di crederci. E come tu mi hai insegnato, ricorderò sempre da dove vengo.

Sorellina mia, con la tua vitalità mi hai sempre trasmesso tanta energia, a volte anche troppa a dire il vero. Mi hai fatto sentire un punto di riferimento per te quando non ero a casa, facendomi responsabilizzare. Hai preso le mie veci dimostrando di saper affrontare situazioni non facili così da non far sentire la mia mancanza. E anche se una volta su due si finisce per litigare, grazie di cuore perché quel che hai fatto per me non l'ho mai dato per scontato.

E poi arrivi tu, **Antonella**, che hai sconvolto in meglio la mia vita con il tuo entusiasmo. Quella sera in stazione volevi fermare quel maledetto treno ma ciononostante hai saputo farmi sentire la tua presenza a distanza, anche presentandoti alle 8 e mezza del mattino fuori dal portone! Hai saputo sopportarmi quando lo stress delle sessioni d'esame si faceva sentire. Hai saputo accettare i miei comportamenti, le mie abitudini e i miei vizi fin da quando abbiamo condiviso lo stesso tetto. Tu hai conosciuto tutte le mie emozioni: gioia, insicurezza, tristezza, soddisfazione, angoscia, divertimento e soprattutto felicità. Ogni giorno mi facevi e mi fai sentire a casa. Non c'è stato mai un momento in cui ho pensato di voler andar via da te. Per tutto questo voglio dirti grazie per quel che sei mio amore e per quel che mi hai fatto diventare.

Io sono guidato da voi nelle mie giornate più cupe così come un marinaio è guidato dalle stelle durante le sue notti più buie. Vi ringrazio per quello mi avete trasmesso perché è quello di cui avevo bisogno.

VI VOGLIO UN BENE DELL'ANIMA.

Ma passiamo a chi, senza alcun legame di sangue, si è fatto in quattro per me in parecchie circostanze: vorrei ringraziare tutti gli amici che hanno condiviso con me il proprio percorso o parte di esso. Questi anni sono stati migliori grazie alle amicizie stupende che sono nate.

Grazie **Alberto** e **Luca** perché siete dei buoni amici. Quello che ci ha legato non sono stati semplicemente dei libri o le giornate passate per quel maledetto capannone ma qualcosa di più. Avervi affiancato nello studio ed in tutte le altre avventure è stato un onore! Grazie Luca per le ore passate a balbettare qualche parola in inglese e grazie Alberto perché hai dimostrato di essere una persona di cui potersi fidare e un buon amico con cui confidarsi.

Ringrazio di cuore il mio ex-coinquilino ed amico **Alfredo** per aver trascorso un anno magico assieme. Non scorderò mai come tutto è nato quasi per caso, sei stato davvero importante nel primo periodo del mio trasferimento a Torino: da matricole allo sbaraglio abbiamo imparato come stendere i panni e ad impiattare perché a mangiare eravamo già bravi! E chi dimentica la reggia!

Voglio dire grazie anche ad **Irene** e **Valentina**, soprattutto per i vostri ottimi appunti! Quelli del corso di materiali promettevano bene! Ma scherzi a parte, le esperienze vissute assieme sono state tante: universitarie e non solo. Le coinquiline di via Monginevro sono state sempre pronte ad offrire il massimo. Anche se negli ultimi periodi non ci si vede spesso, è sempre piacevole e divertente ritrovarsi con due amiche come voi.

Matteo ti ringrazio perché sei stato la persona che mi ha accompagnato e ha fatto da ponte per me tra l'esperienza leccese e quella torinese. Il nostro legame si è rafforzato durante gli studi al politecnico perché sapevo di poter contare sul tuo aiuto, grazie.

Ivan, tu sei un amico su cui so di poter contare. Non ho dubbi sulla forza della nostra amicizia sebbene sia nata da relativamente poco: spero di aver ripagato la tua generosità ben 5 centesimi alla macchinetta del caffè quando ancora eravamo due estranei. Tu sì che sai fare degli investimenti fruttuosi! Ti ringrazio perché da quel giorno ho conosciuto una persona genuina e sincera che mi ha assistito nella traversata universitaria ma anche nelle situazioni più improbabili. Quasi certamente le nostre vite prederanno due strade completamente diverse ma per te ci sarò sempre!

Poi ci sono gli amici di una vita, quelli veri. Quelli che si contano sulle dita di una mano ma li hai tatuati sulla pelle. Quelli che, anche se sei a mille chilometri distante o non ci si sente da tanto, non importa perché quello che conta è ritrovarsi e prendere una birra

insieme per raccontarsi tutto. Avete dimostrato di esserci sempre per me e questo vi assicuro che non l'ho mai dato per scontato. Avete ravvivato le serate quando rientravo. Grazie **Alessio e Nico**, siete due amici fantastici.

Ed infine vorrei ringraziare **tutti gli altri ragazzi e persone** che hanno completato il meraviglioso puzzle che è stata quest'esperienza, dal primo all'ultimo. Ringrazio tutti perché, chi più e chi meno, ha reso la mia esperienza unica ed irripetibile.