POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Matematica

Tesi di Laurea Magistrale

Analisi innovative di dati meteorologici

Relatori:
Prof. Luca Ridolfi
Prof.ssa Stefania Scarsoglio
Dott. Giovanni Iacobello
Prof. Pietro Salizzoni (École Centrale de Lyon)

Candidato:
Alessandro Pasino

Dicembre 2018

Indice

1 Introduzione

La dispersione di inquinante in un flusso atmosferico è un problema di primaria importanza ed è necessario saper prevedere quali rischi possa provocare un rilascio accidentale di sostanze pericolose nell'ambiente.

L'obiettivo del presente lavoro di tesi è quello di analizzare il comportamento di uno scalare passivo, l'etano (C_2H_6), il quale ricopre le funzioni dell'inquinante, in uno strato limite turbolento. Lo studio mira a comprendere il comportamento del pennacchio di etano al variare di diversi parametri di interesse, tra cui la dimensione della sorgente dello scalare e le diverse distanze tra i punti di misurazione e il punto di emissione dell'inquinante.

Al fine di studiare in maniera dettagliata il fenomeno in esame sono state eseguite due diverse tipologie di analisi: le analisi classiche e le analisi innovative. Il primo metodo di studio si prefigge di analizzare i dati attraverso gli strumenti classici della statistica e dell'analisi spettrale. Il secondo metodo di studio si serve invece della teoria delle reti complesse: tale strumento permette di valutare la struttura dei dati attraverso le proprietà dei grafi e, grazie alle metriche che da essi possono essere calcolate, di comprenderne le proprietà.

L'approccio innovativo, ovvero quello relativo alle reti complesse, è uno metodo di analisi usato in maniera sempre più frequente nel mondo scientifico. Tale strumento è estremamente performante in quanto i grafi che vengono ottenuti a partire dai dati utilizzati ereditano gran parte delle proprietà dei dati stessi, quindi, attraverso la presente metodologia, è possibile individuarle e studiarle. Nello specifico, siccome i dati disponibili sono stati raccolti sotto forma di serie temporali, il metodo utilizzato è stato quello del natural visibility graph (NVG) [5]. Ogni serie temporale è stata trasformata in un grafo grazie al suddetto criterio e sono state valutate quattro metriche, le quali hanno permesso di comprendere le caratteristiche delle serie. Tali metriche danno infatti la possibilità di sapere quanto le serie siano regolari, quanti siano gli apici in esse, quale sia la convessità che le contraddistingue e quale sia la correlazione presente tra le diverse osservazioni. Questo metodo permette di ottenere risultati di primaria importanza, in quanto le analisi statistiche e le analisi spettrali forniscono indicazioni di interesse sui dati disponibili, ma non danno la possibilità di conoscere in maniera approfondita la struttura delle serie temporali. Tale caratteristica è il punto di forza della teoria delle reti complesse e, per questo motivo, ci si attende che i risultati ottenuti attraverso questa metodologia arricchiscano ulteriormente le conclusioni fornite dalle analisi classiche.

Considerata la presente introduzione il primo capitolo della tesi, il lavoro è stato suddiviso in sei ulteriori capitoli, i quali permettono di conoscere il fenomeno studiato, di apprendere le metodologie utilizzate per analizzare i dati e di valutare i risultati ottenuti.

Il secondo capitolo della tesi descrive in maniera dettagliata il fenomeno fisico trattato e come questo può essere modellizzato matematicamente. E' stata infatti descritta la teoria di base che caratterizza la dispersione di uno scalare passivo in uno strato limite turbolento, ponendo particolare attenzione sulla spiegazione dei due fenomeni fisici che governano la dinamica del pennacchio. La modellizzazione dell'evoluzione temporale delle statistiche della concentrazione ha inoltre permesso di conoscere preventivamente il comportamento atteso del pennacchio in esame.

Il terzo capitolo si concentra sulla descrizione dell'apparato sperimentale e delle misurazioni portate a termine. Sono quindi spiegate dettagliatamente le caratteristiche della galleria del vento all'interno della quale sono state raccolte le misurazioni. Oltre a tali caratteristiche, sono introdotti anche i parametri che governano la dispersione dell'etano e le leggi che descrivono il campo di moto. Nel presente capitolo sono inoltre presentati i dati raccolti all'interno della galleria del vento, i quali sono organizzati in tre serie temporali per ciascun punto studiato. Tali serie temporali si riferiscono alla velocità longitudinale u, alla velocità verticale w e alla concentrazione di inquinante c. A partire da tali serie temporali, è stato possibile studiare le statistiche di interesse della velocità longitudinale, della velocità verticale, della concentrazione di inquinante adimensionalizzata, della correlazione $w'c'$ e della correlazione $u'c'$.

Nel quarto capitolo sono presentati i metodi di analisi precedentemente introdotti. Tali metodi, suddivisibili in classici e innovativi, consistono nell'utilizzo delle tecniche statistiche, dell'analisi spettrale e della teoria delle reti complesse. Nel presente capitolo sono stati in particolare descritti gli indici statistici e le metriche scaturenti dai grafi, i quali hanno permesso di studiare le serie temporali delle cinque variabili elencate in precedenza.

Il quinto e il sesto capitolo mostrano infine i risultati ottenuti attraverso l'utilizzo delle tecniche indicate. Il quinto capitolo presenta lo studio delle medie, delle deviazioni standard, delle skewness e delle curtosi, oltre agli spettri dei segnali più rappresentativi. Tale capitolo si concentra infatti sulle analisi classiche per lo studio dei dati. Il sesto capitolo si serve invece dei visibility graph per valutare le proprietà e le caratteristiche delle serie temporali in esame. In questo capitolo è stata posta l'attenzione anche sullo studio delle statistiche delle metriche definite in precedenza, attraverso le quali è stato possibile approfondire le caratteristiche delle strutture delle diverse serie temporali.

2 Descrizione del fenomeno fisico

Il fenomeno fisico studiato nel presente lavoro è la dispersione di uno scalare passivo in uno strato limite turbolento [8]. Tale studio ha l'obiettivo di comprendere come la concentrazione di quest'ultimo vari in un flusso atmosferico, al fine di prevedere quali rischi possa provocare un rilascio accidentale di sostanze pericolose nell'ambiente. Per raggiungere tale scopo, è necessario studiare i fenomeni fisici che condizionano le fluttuazioni del pennacchio immesso nello strato limite turbolento e conoscere le equazioni che descrivono il comportamento della concentrazione dello scalare passivo.

Nel presente capitolo sono quindi spiegati in maniera approfondita il *meandering* e la *dispersione relativa*, ovvero i due fenomeni fisici che caratterizzano le fluttuazioni. Gli effetti di questi due fenomeni sono osservabili anche attraverso la modellizzazione matematica del comportamento del pennacchio, la quale è presentata attraverso le equazioni che descrivono l'evoluzione delle statistiche della concentrazione di inquinante.

2.1 Fenomeni fisici che caratterizzano le fluttuazioni di concentrazione

Dato uno scalare passivo disperso all'interno di uno strato limite turbolento, il suo comportamento è caratterizzato da due fenomeni fisici:

- il *meandering*;
- la *dispersione relativa*.

Il *meandering* consiste in uno spostamento irregolare del pennacchio, il quale è turbato da una continua traslazione del centro di massa, a causa delle fluttuazioni di grande scala, i.e. più grandi della dimensione del pennacchio.

La *dispersione relativa* consiste in un allargamento del pennacchio intorno al suo centro di massa istantaneo all'aumentare della distanza dalla sorgente, dovuto invece alle fluttuazioni di piccola scala, che sfrangiano i bordi della nube di inquinante.

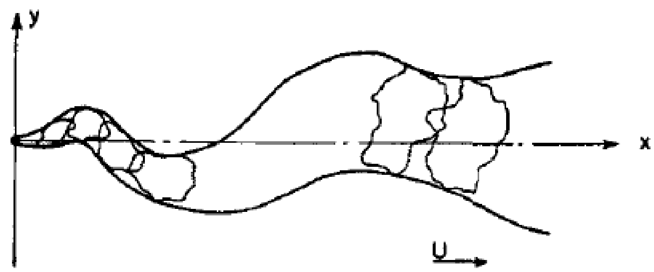

Figura 1: Rappresentazione schematica di un pennacchio soggetto al fenomeno di *meandering* e al fenomeno di *dispersione relativa*

La *Figura 1* rappresenta un pennacchio che si muove in un ambiente turbolento [2]. Come osservabile dall'immagine, il pennacchio è soggetto a entrambi i fenomeni fisici descritti. Si può infatti notare come il centro di massa sia continuamente spostato in prossimità della sorgente, per effetto del *meandering.* Inoltre, il pennacchio è soggetto a un allargamento del suo volume di azione, in seguito alla *dispersione relativa.* E' infatti possibile osservare come il pennacchio aumenti la sua ampiezza allontanandosi dalla sorgente.

Lo scalare passivo studiato è immerso in una turbolenza ed è quindi perturbato da una moltitudine di vortici, le cui dimensioni sono comprese tra la macroscala Euleriana $\mathcal{L}$ e la scala dissipativa di Kolmogorov η, i.e.:

$$\eta \leq l_v \leq \mathcal{L}$$

dove l_v indica la dimensione caratteristica del vortice v. Inoltre, anche il pennacchio presenta una dimensione caratteristica, la quale può essere indicata con l_p e dipende da quanto ampia è la superficie occupata dal pennacchio per l'ascissa considerata.

Come già detto, i vortici con una dimensione caratteristica maggiore rispetto a l_p contribuiscono al verificarsi del fenomeno di meandering, in quanto tendono a spostare il centro di massa del pennacchio. Al contrario, i vortici con una dimensione caratteristica inferiore rispetto a quella del pennacchio permettono lo sviluppo della dispersione relativa, dato che accentuano il fenomeno di allargamento del volume di azione del pennacchio. Si ha quindi che:

$$l_v > l_p \;\Rightarrow\; meandering$$

$$l_v < l_p \;\Rightarrow\; dispersione\ relativa$$

Dato che il pennacchio è portato ad aumentare il suo volume di azione man mano che ci si allontana dalla sorgente, si ha che l_p è soggetta a un incremento man mano che l'ascissa cresce. Di conseguenza, si hanno più vortici con una dimensione caratteristica più elevata rispetto a l_p in prossimità della sorgente. Questo implica che, per distanze più prossime al punto di emissione, si ha una grande influenza del meandering e una bassa influenza della dispersione relativa. Man mano che ci si allontana dalla sorgente del pennacchio, aumenta anche la dimensione caratteristica del pennacchio. Si ha quindi una maggiore presenza di vortici tali per cui $l_v < l_p$ e dunque, in questo caso, la dispersione relativa sarà più accentuata del meandering.

Nel momento in cui il pennacchio assume una dimensione caratteristica maggiore della più elevata dimensione caratteristica dei vortici, ovvero quando $l_p > \mathcal{L}$, è verificata la condizione $l_v < l_p \;\; \forall\, v$. Per effetto di questa disuguaglianza, tutti i vortici hanno una dimensione caratteristica inferiore rispetto alla dimensione caratteristica del pennacchio, quindi tutti i vortici concorrono allo sviluppo della dispersione relativa, mentre nessun vortice permette più il verificarsi del meandering. Nel momento in cui $l_p > \mathcal{L}$ il fenomeno di meandering diventa quindi trascurabile.

Al termine di questa analisi è quindi possibile comprendere che per pennacchi emessi da sorgenti di diametro esiguo gli effetti del meandering sono più accentuati. Assumendo che $d_1 < d_2$, è noto che una sorgente di diametro d_1 emette un pennacchio con dimensione caratteristica l_p inferiore rispetto a quella di un pennacchio emesso da una sorgente di diametro d_2. Di conseguenza, il meandering sarà più accentuato per il primo tipo di pennacchio, in quanto, in tale situazione, vi è una maggiore presenza di vortici con dimensione caratteristica maggiore di l_p.

Nel momento in cui ci si allontana di molto dalla sorgente, il meandering diventa un fenomeno trascurabile per tutte le tipologie di pennacchio, lasciando spazio allo sviluppo della dispersione relativa. Più aumenta la distanza tra la sorgente e il punto di misurazione, minori sono le differenze osservabili tra le due diverse tipologie di pennacchi.

2.2 Comportamento delle medie e delle deviazioni standard delle concentrazioni di inquinante

Come dimostrato nel paragrafo precedente, la dimensione della sorgente è un parametro di fondamentale importanza nel presente studio, poichè condiziona le statistiche del campo di concentrazione di inquinante. Le statistiche di ordine superiore a uno risultano essere particolarmente sensibili a tale variazione, mentre la media è condizionata in modo molto più limitato, se non trascurabile. Per evidenziare l'influenza del diametro della sorgente d_s sulla componente media del campo e sulle statistiche di ordini superiori, l'attenzione viene in seguito riposta sulle due equazioni di bilancio della concentrazione media e della varianza di c. [1] e [7] definiscono l'argomento in modo approfondito e sono stati selezionati come riferimento per la descrizione matematica del fenomeno.

2.2.1 Modellizzazione della concentrazione media

E' possibile conoscere a priori il comportamento della concentrazione media tramite l'equazione che ne modellizza l'evoluzione temporale. Per individuare la suddetta equazione è necessario partire dall'equazione che descrive l'evoluzione temporale della concentrazione istantanea

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(u_j c - D\frac{\partial c}{\partial x_j}\right) \tag{1}$$

In questa equazione, la notazione utilizzata è tale per cui $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $u_1 = \vec{u}$, $u_2 = \vec{v}$ e $u_3 = \vec{w}$.

Per definire l'equazione della concentrazione media si definisce inoltre la *decomposizione di Reynolds*. Secondo tale notazione, la velocità e la concentrazione possono essere ridefinite affermando che

$$u_j = \overline{u_j} + u'_j$$

$$c = \overline{c} + c'$$

u_j e c rappresentano i valori istantanei della velocità e della concentrazione di inquinante; $\overline{u_j}$ e $\overline{c}$ indicano i valori medi; u'_j e c' sono invece i valori di fluttuazione turbolenta. Questa notazione permette di concludere che ogni misurazione di u_j e di c è pari alla somma del valore medio e del suo scostamento da $\overline{u_j}$ e da $\overline{c}$.

Applicando l'operatore lineare della media, introdotto da Reynolds, all'equazione (1), si può ottenere l'equazione evolutiva della concentrazione media

$$\frac{\partial \overline{c}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{u_j}\overline{c} + \overline{u_j' c'} - D\frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j}\right) \tag{2}$$

Nonostante l'equazione che descrive l'evoluzione temporale della concentrazione media sia un'equazione differenziale, non è necessario definire condizioni iniziali relative ad essa. Il motivo per cui è possibile fare ciò è dato dall'ipotesi di *stazionarietà statistica*, la quale è valida per il fenomeno studiato. Secondo questa ipotesi, per ogni punto dello spazio è possibile eseguire misurazioni della concentrazione di inquinante e, ogni singola misurazione, può essere considerata una variabile aleatoria. Qualsiasi misurazione, in quanto variabile aleatoria, scaturisce da una determinata distribuzione dotata di una densità di probabilità e di relativi momenti. Dato che la funzione di densità di probabilità non è dipendente dal tempo, anche i momenti che ne scaturiscono non lo sono. Di conseguenza, le derivate temporali di tutti i momenti sono nulle, quindi anche $\partial \overline{c}/\partial t$ è uguale a 0.

L'ipotesi appena formulata permette di ridefinire l'equazione precedentemente indicata nel modo seguente

$$-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{u_j}\overline{c} + \overline{u_j' c'} - D\frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j}\right) = 0$$

Risolvendo tale equazione differenziale, è possibile individuare la concentrazione media. E' dunque necessario trasformare la presente equazione, al fine di ottenerne una che presenta un'unica variabile. Si nota infatti che, oltre al termine che si vuole trovare, ovvero $\overline{c}$, sono presenti altre tre variabili, $\overline{u}$, u' e c', le quali rendono il problema non chiuso. Affinché il problema possa essere chiuso, è quindi necessario trasformare tutte le variabili diverse da $\overline{c}$, per ottenere un'equazione differenziale in un'unica variabile.

Per poter giungere alla formulazione definitiva dell'equazione differenziale presentata, è indispensabile definire i diversi termini dell'equazione, in modo tale che possano essere evidenti le loro caratteristiche fluidodinamiche. Si ha infatti che

$$\bar{u_j}\overline{c} + \overline{u_j' c'}$$

rappresenta il termine di avvezione, mentre

$$D\frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j}$$

indica il termine diffusivo.

Il termine $\overline{u_j'c'}$ rappresenta l'effetto della turbolenza sul campo di concentrazione media. Della turbolenza è noto che è in grado di mettere in contatto masse di fluido differenti. Nel caso in esame, l'avvezione permette il contatto tra la massa di aria e quella di etano, agendo a livello macroscopico.

Il secondo termine, $D\frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j}$, indica invece la diffusione, frutto dell'agitazione termica delle molecole, e l'omogeneizzazione delle caratteristiche del fluido.

La differenza tra i due fenomeni è sostanziale, in quanto la turbolenza permette il contatto tra masse di fluido diverse e la diffusione fa sì che il composto diventi unico, tramite l'omogeneizzazione di tutto il fluido. E' inoltre vero che, grazie alla sua azione, la turbolenza può essere considerato il processo che permette di accelerare i fenomeni diffusivi. Quindi, seguendo questo punto di vista, è possibile considerare il termine avvettivo come modellizzabile con una notazione diffusiva. Di conseguenza, si può ottenere che

$$\overline{u_j'c'} = -D_t\frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j}$$

dove D_t è la diffusività turbolenta. Il primo e il secondo termine diventano così confrontabili, ed è possibile ottenere la forma seguente

$$-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{u_j}\bar{c} - D_t\frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j} - D\frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j}\right) = 0 \tag{3}$$

Dei due coefficienti è noto che D_t è il coefficiente di diffusività turbolenta e che D è il coefficiente di diffusività molecolare. E' possibile affermare che il primo coefficiente è dell'ordine di 10^{-2}, mentre il secondo è dell'ordine di 10^{-5} [1]. Dato che

$$D_t \gg D$$

è possibile concludere che il termine diffusivo è trascurabile rispetto a quello avvettivo, quindi l'equazione può essere trasformata nella forma finale

$$-\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{u_j}\bar{c} - D_t\frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j}\right) = 0 \tag{4}$$

A partire da quest'ultima formulazione, viene assunta l'uniformità del campo di moto, ponendo che $\overline{u_1} = u_{cm}$, $\overline{u_2} = 0$ e $\overline{u_3} = 0$. Di conseguenza, l'unica componente della velocità non nulla è quella longitudinale, la quale, per convenzione, viene indicata con u_{cm}, ovvero la velocità longitudinale del centro di massa.

Ipotizzando inoltre che D_t sia uniforme e che la sorgente da cui viene emesso l'inquinante sia puntiforme, l'equazione (4) può essere riscritta nella forma seguente

$$u_{cm}\frac{\partial \overline{c}}{\partial x} = -D_t\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\overline{c}$$

Risolvendo questa equazione, imponendo che il flusso di massa $\dot{M}_q$ in kg/s emesso dalla sorgente resti costante nelle sezioni a valle della sorgente, si ottiene la ben nota distribuzione Gaussiana

$$\overline{c}(x,y,z) = \frac{\dot{M}_q}{2\pi\sigma_y\sigma_z u_{cm}}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)\exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)$$

Nella formula precedente sono individuabili i termini σ_y e σ_z. E' possibile affermare che $\sigma_y = f(d_s, x, \sigma_v)$ e che $\sigma_z = f(d_s, x, \sigma_w)$, ovvero che le espansioni trasversali e verticali sono funzione del diametro della sorgente, della distanza dal punto di emissione e del campo di moto. Per le caratteristiche delle funzioni che definiscono σ_y e σ_z, si può dedurre che la dipendenza di σ_y e di σ_z dal diametro della sorgente diventa trascurabile man mano che la distanza dalla sorgente aumenta. Per questo motivo, quando la distanza dalla sorgente è sufficientemente elevata, ovvero quando $x \gg d_s$, la concentrazione media misurata a una determinata sezione è pressoché identica per pennacchi emessi da sorgenti di grandezza differente.

2.2.2 Modellizzazione della deviazione standard della concentrazione

A partire dall'equazione dell'evoluzione temporale della concentrazione, è possibile ottenere la formulazione della seconda equazione di interesse, ovvero quella che descrive l'evoluzione temporale della varianza di c:

$$\frac{\partial \sigma_c^2}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\bar{u}_j\sigma_c^2 + \overline{u_j' c'^2} - D_m\frac{\partial \sigma_c^2}{\partial x_j}\right) - 2\overline{u_j' c'}\frac{\partial \overline{c}}{\partial x_j} - 2D_m\left(\overline{\frac{\partial c'}{\partial x_j}\frac{\partial c'}{\partial x_j}}\right)$$

All'interno di questa equazione è possibile individuare diversi termini. Il primo, ovvero quello sotto l'operatore di divergenza, rappresenta i flussi convettivi o diffusivi di varianza. Tali flussi redistribuiscono la varianza da una regione all'altra della corrente, senza generarla. Il secondo termine, ovvero

$\overline{u_j'c'}\frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j}$, indica il termine di produzione e, in particolare, $\overline{u_j'c'}$ rappresenta l'intensità del trasporto convettivo medio scaturente dalla fluttuazione. Infine, il termine $\overline{\frac{\partial c'}{\partial x_j}\frac{\partial c'}{\partial x_j}}$ è chiamato termine di dissipazione.

Riguardo a questi ultimi due termini, è possibile trarre delle osservazioni di interesse. In particolare, il termine di produzione è sempre di segno positivo, mentre il termine di dissipazione è sempre di segno negativo. Per il termine di produzione è infatti noto che $\overline{u_j'c'}$ non si discosta molto dalla direzione del gradiente, quindi è orientato in modo concorde a $-\frac{\partial \bar{c}}{\partial x_j}$. Di conseguenza questo prodotto porterà a un valore positivo. Al contrario, il termine diffusivo rappresenta il quadrato del modulo di $\nabla c'$, quindi è sempre positivo ma, dato che è preceduto dal segno meno, questo termine sarà sempre negativo.

In seguito a questa osservazione, è possibile definire i due termini descritti come

$$+D_t|\nabla\bar{c}|^2 - D_m|\nabla c'|^2$$

in modo tale che il primo termine rappresenti la parte di produzione e che il secondo termine rappresenti la parte di dissipazione. E' inoltre possibile comprendere la ragione fisica per cui questi due termini assumono tali segni.

Il termine di produzione esprime un fenomeno convettivo associato alle fluttuazioni turbolente. Infatti, dato che la sorgente che emette il pennacchio mantiene un gradiente di concentrazione media non nullo, se ci si posiziona in un punto è possibile osservare il passaggio di particelle con alta e bassa concentrazione. Questo viene registrato come un incremento di varianza, quindi è coerente che il segno del termine sia positivo, in quanto produttore di varianza. Il fenomeno fisico descritto da questo termine è il *meandering*, dato che è il responsabile della fluttuazione del fluido.

Il termine di dissipazione indica invece il processo di diffusione, quindi descrive l'omogeneizzazione della concentrazione nel fluido. Questo fenomeno tende quindi a ridurre gli effetti del termine di produzione, rendendo il fluido in esame un composto unico. Di conseguenza la varianza del sistema diminuisce sotto l'effetto della dissipazione e ciò è confermato dal fatto che il termine che la rappresenta è negativo. Il fenomeno fisico descritto da questo termine è la *dispersione relativa*, dato che è il responsabile dell'allargamento del pennacchio e dell'omogeneizzazione del fluido.

E' interessante stimare entrambi i termini, al fine di comprendere in quale parte dello spazio si concentra l'azione dei due fenomeni. Il termine di produzione è stimato da

$$\frac{\sigma_u \sigma_c^2}{\delta}$$

mentre il termine di dissipazione è stimato da

$$D_m \frac{\sigma_c^2}{l_c^2}$$

dove l_c indica la distanza minima su cui è possibile osservare una variazione significativa di c. Il rapporto che scaturisce dai due termini è

$$\frac{\sigma_u \delta}{D_m} \left(\frac{l_c}{\delta} \right)^2$$

I fenomeni convettivi risultano prevalere su quelli diffusivi nella parte più prossima alla sorgente. Quando ci si allontana, l_c diventa molto più piccola di δ, quindi i fenomeni diffusivi sovrastano quelli convettivi.

Il termine di produzione e il termine di diffusione indicano rispettivamente il *meandering* e la *dispersione relativa*. Tramite l'equazione è inoltre possibile dedurre che pennacchi emessi da sorgenti più piccole sono maggiormente soggette al meandering nella parte più prossima alla sorgente.

Inoltre, l'equazione appena descritta, che evidenzia l'evoluzione temporale del momento secondo della concentrazione di inquinante, assume una forma simile per tutti i momenti di ordine superiore. Si ha infatti che le equazioni di evoluzione temporale dei momenti di ordine superiore al primo dispongono tutte di un termine di produzione e di un termine di diffusione. E' stata quindi studiata solo questa equazione, la quale sintetizza il comportamento di tutti le statistiche di ordine superiore a uno.

3 Descrizione dell'apparato sperimentale e delle misurazioni eseguite

La dispersione di uno scalare passivo in uno strato limite turbolento è stata studiata attraverso misurazioni eseguite in galleria del vento. Lo scalare passivo utilizzato è l'etano (C_2H_6), il quale ha una densità prossima a quella dell'aria e, in quanto tale, non è in grado di modificare il campo di moto esistente. Questo è ciò che avviene anche per le particelle di inquinante, le quali non alterano il campo di moto in cui si trovano. Di conseguenza, nel presente studio l'etano può essere considerato come l'elemento che ricopre le funzioni dell'inquinante.

Della galleria del vento sono noti i parametri che governano la dispersione dello scalare passivo e le caratteristiche del campo di moto. Sono inoltre definite le tipologie di misurazioni che sono state raccolte e la locazione spaziale dei punti studiati. Infine, sono state descritte le cinque variabili prese in esame e valutate attraverso diversi metodi di analisi nei capitoli successivi.

3.1 Caratteristiche della galleria del vento

Le misurazioni analizzate sono state raccolte nella galleria del vento del *Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique* presso l'École Centrale de Lyon. La *Figura 2* presenta la galleria e la sorgente da cui fuoriesce la miscela di aria ed etano [8]. Gli assi di riferimento considerati dipendono dalla posizione nello spazio della sorgente: l'origine è posta in corrispondenza dell'ascissa e dell'ordinata della sorgente, la coordinata z al livello del suolo.

La galleria del vento misura 9 metri di lunghezza e ha sezione rettangolare di 1 metro di ampiezza e 0.7 metri di altezza. All'ingresso della camera di prova sono posizionati una griglia di turbolenza, dei generatori di vortici (detti *spire di Irwin* [4]) di grande taglia e una moltitudine di cubi di dimen-

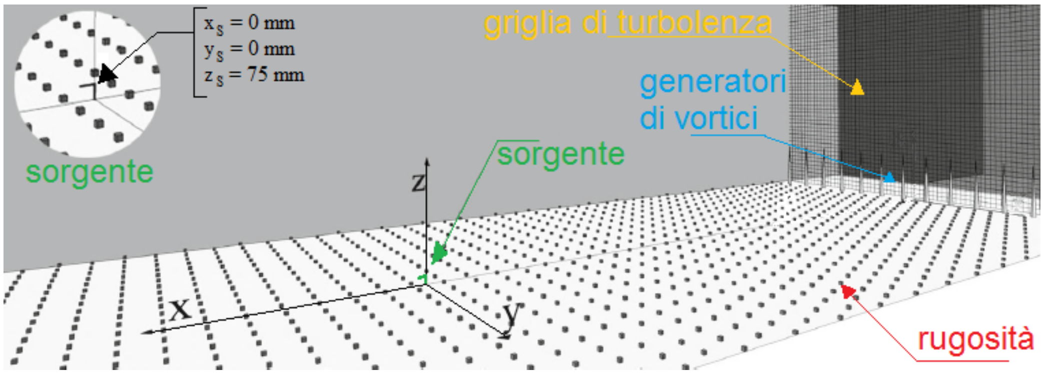

Figura 2: Rappresentazione grafica della galleria del vento con particolare della griglia di turbolenza, dei generatori di vortici, delle rugosità e della sorgente del pennacchio

sione $h_s = 20\ mm$, i quali costituiscono una rugosità pavimentale. L'effetto combinato di questi elementi permette la generazione di uno strato limite, la cui estensione verticale è pari a $\delta \simeq 314\ mm$. All'interno di questo strato limite è studiata la concentrazione dello scalare passivo emesso dalla sorgente della diffusione.

3.2 Parametri che governano la dispersione dello scalare passivo

Affinché possano essere chiare le condizioni in cui sono avvenute le misurazioni e perché possano essere studiate le leggi che definiscono il campo di moto, è necessario che siano noti i parametri che governano la dispersione dello scalare passivo.

Il primo parametro di interesse è il diametro d_s della sorgente da cui fuoriesce la miscela di aria ed etano. Questo è un parametro fondamentale per l'analisi compiuta, dato che lo scopo degli studi è quello di comprendere quali siano le differenze tra i pennacchi generati dalle due diverse sorgenti. Il diametro della sorgente d_s assume infatti due valori, ovvero 3 millimetri e 6 millimetri.

Il secondo parametro di interesse è l'altezza dello strato limite δ. Nel caso in esame δ si attesta a 314 millimetri.

Altri parametri importanti sono u_∞ e u_*, rispettivamente la velocità del flusso indisturbato (al bordo esterno dello strato limite) e la velocità di attrito. La prima velocità è 4.94 m/s e definisce il moto della parte di fluido che si muove ad altezze superiori a 314 millimetri dal suolo. La seconda velocità è invece 0.244 m/s ed è una variabile da cui dipendono tutte le differenti regioni dello strato limite. Una terza velocità di primaria importanza è u_s, ovvero quella di immissione del pennacchio dalla sorgente, la quale assume valore di 3.37 m/s.

Un altro parametro di interesse è l'altezza a cui è posizionata la sorgente. Questo parametro è indicato con z_s ed è pari a 75 millimetri.

I valori z_0 e d sono necessari per la definizione delle diverse velocità misurate nello strato limite. Il parametro z_0 indica l'altezza geometrica di rugosità superficiale. Nel caso in esame $z_0 = 0.11\ mm$. La variabile d rappresenta invece il displacement thickness, ovvero l'altezza alla quale il profilo di velocità tende a zero in un ambiente con superficie pavimentale rugosa. Nel caso in esame si ha che $d = 13.7\ mm$.

La portata Q è stata infine valutata sia per l'aria che per l'etano. La portata di aria per pennacchi generati da una sorgente di diametro 3 mm è stata mantenuta in media a 86 l/h, mentre per pennacchi generati da una sorgente di diametro 6 mm è stata mantenuta in media a 344 l/h. Questo è stato necessario per far sì che le condizioni alla sorgente fossero isocinetiche, ovvero che la velocità di immissione del composto di aria ed etano alla sorgente u_s potesse essere mantenuta a un valore di 3.37 m/s (ovvero pari alla velocità dell'aria nel campo di moto esterno, a un'altezza $z = z_s$) sia quando $d_s = 3\ mm$, sia quando $d_s = 6\ mm$.

Siccome lo strumento di misurazione non è in grado di conteggiare valori eccessivamente esigui di concentrazione di inquinante, si è dovuto aumentare di poco la portata di etano per misurazioni valutate per le sezioni più distanti dalla sorgente. Dato che è stato sempre mantenuto un bilanciamento complessivo tra le due portate per ogni punto studiato, in caso di aumento di portata di etano, è stata necessaria una diminuzione della portata di aria. Di conseguenza, siccome la portata di etano è stata variata per punti diversi dello spazio, questa è stata utile anche per poter adimensionalizzare la concentrazione di inquinante, al fine di poter valutare tutte le sezioni alle medesime condizioni.

Noti questi parametri e sapendo che la viscosità cinematica dell'aria per la temperatura alla quale si trova la galleria del vento, ovvero 20 C°, è $1.5 \cdot 10^{-5}\ m^2/s$, è possibile calcolare il numero di Reynolds. Questo è definito tramite la formula

$$Re = \frac{u_\infty \delta}{\nu}$$

Da qui si ricava che il numero di Reynolds è $\simeq 10^5$, quindi sufficientemente elevato per assicurare un flusso completamente turbolento.

Il numero di Reynolds è il parametro che definisce, nel caso di un flusso incompressibile, tutte le caratteristiche del campo di moto. Infatti, due regioni di studio differenti, ma aventi lo stesso numero di Reynolds, presentano proprietà fisiche identiche [9]. Oltre a questa affermazione, si può facilmente valutare che un ambiente atmosferico presenta un numero di Reynolds dell'ordine di 10^8 - 10^{10}, dato che l'altezza del relativo strato limite è $\delta \sim 10^2 - 10^3\ m$ e che la velocità del free stream è $u_\infty \sim 10 - 50\ m/s$.

E' inoltre noto che, al di sopra di 10^5, si entra in una zona asintotica nella quale le variazioni delle caratteristiche fisiche dei diversi flussi per numeri di Reynolds differenti sono trascurabili. Se ne può quindi dedurre che gli esperimenti in galleria del vento sono rappresentativi di un fenomeno fisico che agisce in un ambiente atmosferico.

3.3 Caratteristiche del campo di moto

Il campo di moto presente all'interno della galleria del vento è noto a priori. La *Figura 3* mostra le diverse regioni in cui questo è suddiviso. La galleria del vento misura 700 mm in altezza ed è composta da uno strato limite e da una regione di free stream. Lo strato limite ha un'altezza $\delta = 314$ mm, mentre nella restante parte si muove il flusso indisturbato. Analizzando in maniera più approfondita lo strato limite, è possibile distinguere due regioni in cui esso si suddivide:

- il *substrato inerziale*
- l'*outer layer*

Entrambe le regioni sono caratterizzate da proprietà fisiche differenti e dipendono da scale turbolente di lunghezza e velocità proprie.

La regione sovrastante il sottostrato di rugosità è detta *substrato inerziale*. Questa regione si estende dall'altezza z_0, fino alla quota 0.3δ. Dato che $\delta = 314\ mm$, il substrato inerziale è compreso tra 0.11 e 94.2 millimetri. Affinché questa regione esista, è necessario che $z_0 \ll \delta$, ovvero che ci sia una netta separazione tra la scala geometrica interna (che caratterizza gli

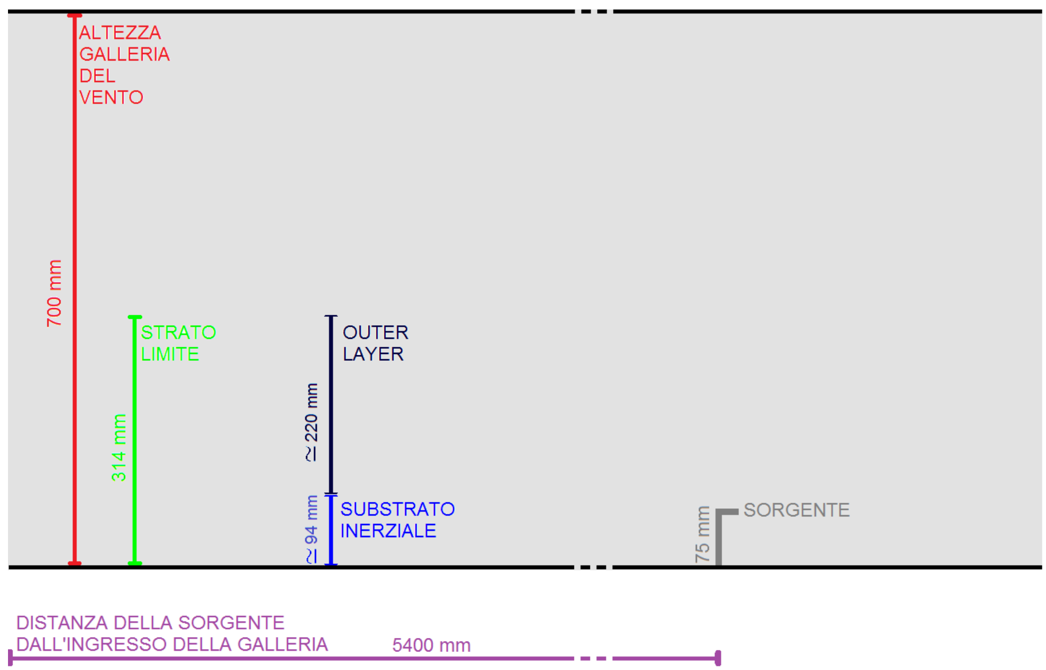

Figura 3: Sezione verticale della galleria del vento con particolare delle diverse regioni in cui è suddiviso il campo di moto

elementi di rugosità a parete) e quella esterna. Dato che questa condizione è soddisfatta, il substrato inerziale esiste e per questa parte di strato limite è valida la legge logaritmica

$$\frac{u(z)}{u_*} = \frac{1}{k} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \qquad z \geq d \tag{5}$$

In questa regione il campo di moto non è influenzato né dalle scale dall'inner layer, né da quelle dell'outer layer, ma dipende esclusivamente dalla coordinata verticale z. In questa regione gli sforzi tangenziali hanno valore massimo e si mantengono all'incirca costanti.

La parte più elevata dello strato limite è definita *outer layer* ed è compresa tra 0.3δ e δ. In questa regione il profilo di velocità non è influenzato dalla rugosità superficiale, ma dipende solo da δ, da u_∞ e da u_*.

Per $z > \delta$ (*free-stream layer*) il flusso non è turbolento, la velocità è costante e si attesta a $4.94\ m/s$.

A completamento della descrizione delle caratteristiche del campo di moto, è noto che la distanza tra l'ingresso della galleria del vento e la sorgente è 5400 mm, quindi lo spazio è sufficiente perché possa formarsi uno strato limite.

3.4 Metodo di raccolta dati

Per ogni punto dello spazio che è stato studiato, sono stati raccolti dati di quattro tipologie diverse:

- Il tempo t in secondi al quale è avvenuta la misurazione
- La velocità longitudinale u del pennacchio in m/s
- La velocità verticale w del pennacchio in m/s
- La concentrazione di inquinante c in *ppm*

Ogni punto è stato analizzato per un intervallo di tempo di 180 secondi e il numero di misurazioni raccolte è stato pari a 1000 al secondo. Il motivo per cui le misurazioni sono state valutate per un intervallo di 3 minuti è dato dal fatto che questo è un tempo sufficiente affinché i momenti di ordine elevato giungano a convergenza.

Al fine di raccogliere le misurazioni sono stati necessari diversi strumenti. In particolare, il flusso è stato misurato tramite un *Hot-Wire Anemometry*, il quale ha fornito le caratteristiche spettrali della velocità. Questo strumento è composto da un filo caldo con struttura a X che permette la misurazione simultanea delle due componenti di velocità.

La concentrazione di inquinante è stata invece misurata attraverso il *Flame Ionization Detector* (FID), il quale è stato mantenuto alla frequenza di 1000 Hz, ovvero la massima possibile.

3.5 Locazione spaziale dei punti soggetti a misurazioni

La *Figura 4* e la *Figura 5* presentano l'insieme dei punti per i quali sono state eseguite le misurazioni a seconda dei due differenti diametri delle sorgenti. Le due sezioni considerate sono *xy* e *xz'*, dove $z' = z/z_s$. E' stata infatti considerata la coordinata verticale z rispetto all'altezza della sorgente z_s, affinché fosse più chiaro comprendere l'allontanamento dall'asse del pennacchio. Si ha in particolare $z' = 1$ in corrispondenza dell'asse del pennacchio, mentre più *z'* diminuisce, più ci si avvicina al suolo. Viceversa, più *z'* aumenta, più ci si allontana dal suolo.

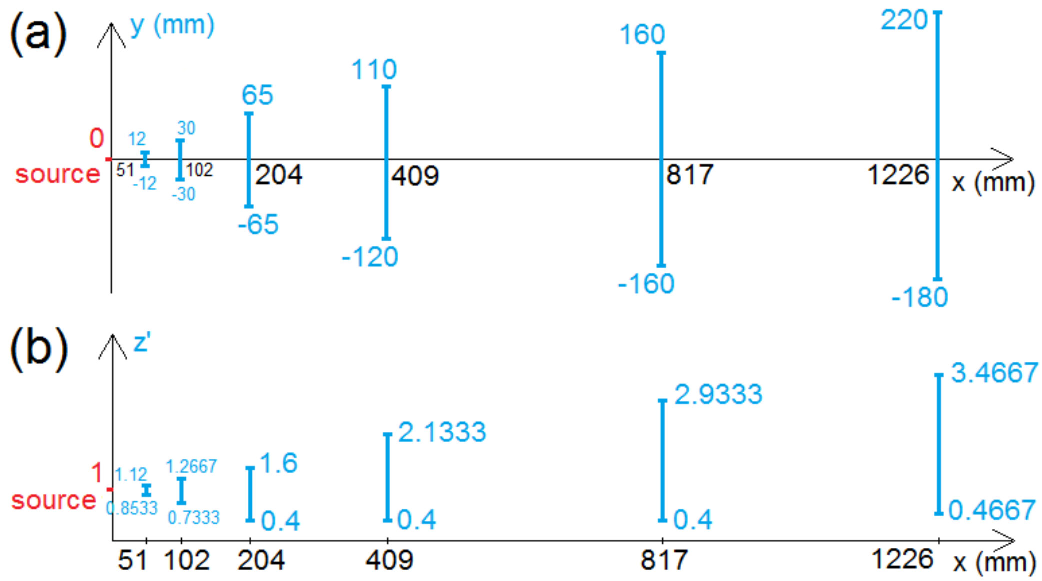

Figura 4: Rappresentazione sezioni *xy* e *xz'* e dei rispettivi intervalli di misurazione alle diverse ascisse considerate per un pennacchio con sorgente di diametro 3 millimetri

Come osservabile, sono sei i valori distinti di x per i quali sono state eseguite le misurazioni, rispettivamente a 51, 102, 204, 409, 817 e 1226 millimetri dalla sorgente. Per queste sei diverse distanze, sono stati studiati un certo numero di punti, in un range variabile a seconda della distanza dalla sorgente: al crescere della distanza dalla sorgente, aumenta anche la distanza degli estremi dall'asse del pennacchio analizzati. Questo è ragionevole, dato che il pennacchio tende a espandersi all'aumentare dell'ascissa per effetto della dispersione relativa e in questo modo disponiamo di una visione globale migliore.

Al variare di y, graficamente sulla sezione *xy* della *Figura 4* e della *Figura 5*, la coordinata *z'* è stata considerata fissa a 1, ovvero all'altezza della sorgente. Al variare di *z'* (sezione *xz'* della *Figura 4* e della *Figura 5*) la coordinata y è stata considerata fissa a 0 millimetri, ovvero in corrispondenza dell'origine.

La notazione utilizzata per indicare gli intervalli di misurazione è $(a : b)$, dove a indica l'estremo inferiore e b indica l'estremo superiore. Non è possibile indicare il passo tenuto tra una misurazione e la successiva, in quanto questo non è sempre costante all'interno di ogni singola sezione. I punti analizzati per una determinata sezione sono infatti in numero maggiore man mano che ci si avvicina all'asse del pennacchio. Viceversa, più ci si allontana dall'asse del pennacchio, minore è il numero dei punti analizzati.

Al variare di y, quando il diametro della sorgente è pari a 3 millimetri (*Figura 4a*), si ha:

- Y=(-12 : 12) per $x = 51$ mm e $z' = 1$;
- Y=(-30 : 30) per $x = 102$ mm e $z' = 1$;
- Y=(-65 : 65) per $x = 204$ mm e $z' = 1$;
- Y=(-120 : 110) per $x = 409$ mm e $z' = 1$;
- Y=(-160 : 160) per $x = 817$ mm e $z' = 1$;
- Y=(-180 : 220) per $x = 1226$ mm e $z' = 1$;

Al variare di *z'*, quando il diametro della sorgente è pari a 3 millimetri (*Figura 4b*), la situazione è la seguente:

- Z'=(0.8533 : 1.12) per $x = 51$ mm e $y = 0$ mm;
- Z'=(0.7333 : 1.2667) per $x = 102$ mm e $y = 0$ mm;
- Z'=(0.4 : 1.6) per $x = 204$ mm e e $y = 0$ mm;
- Z'=(0.4 : 2.1333) per $x = 409$ mm e e $y = 0$ mm;
- Z'=(0.4 : 2.9333) per $x = 817$ mm e e $y = 0$ mm;
- Z'=(0.4667 : 3.4667) per $x = 1226$ mm e e $y = 0$ mm;

Al variare di y, quando il diametro della sorgente è pari a 6 millimetri (*Figura 5a*), si ha:

- Y=(-16 : 14) per $x = 51$ mm e $z' = 1$;
- Y=(-30 : 30) per $x = 102$ mm e $z' = 1$;

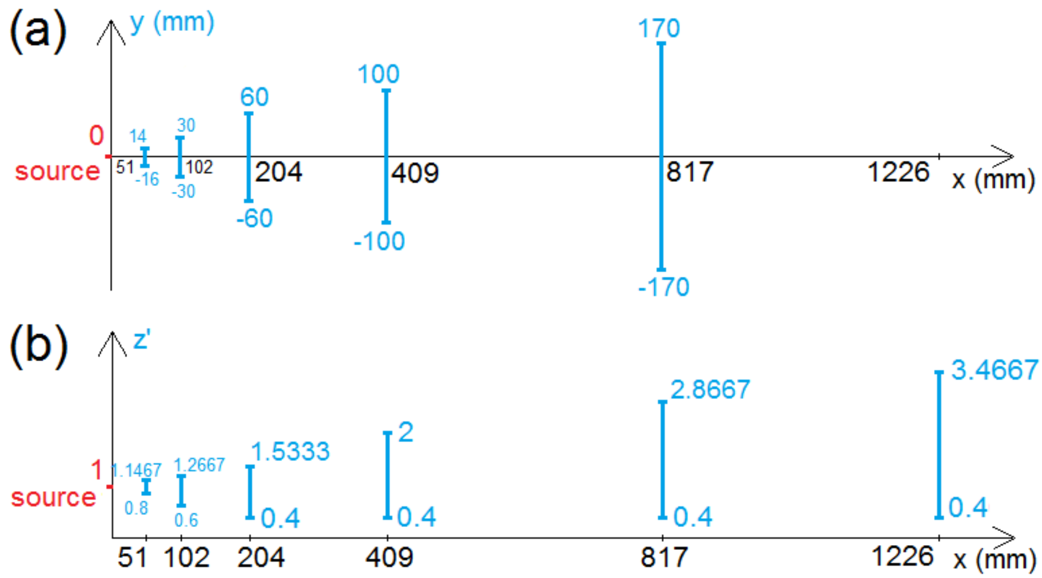

Figura 5: Rappresentazione sezioni xy e xz' e dei rispettivi intervalli di misurazione alle diverse ascisse considerate per un pennacchio con sorgente di diametro 6 millimetri

- Y=(-60 : 60) per $x = 204$ mm e $z' = 1$;
- Y=(-100 : 100) per $x = 409$ mm e $z' = 1$;
- Y=(-170 : 170) per $x = 817$ mm e $z' = 1$;

Al variare di z', quando il diametro della sorgente è pari a 6 millimetri (*Figura 5b*), la situazione è la seguente:

- Z'=(0.8 : 1.1467) per $x = 51$ mm e $y = 0$ mm;
- Z'=(0.6 : 1.2667) per $x = 102$ mm e $y = 0$ mm;
- Z'=(0.4 : 1.5333) per $x = 204$ mm e $y = 0$ mm;
- Z'=(0.4 : 2) per $x = 409$ mm e e $y = 0$ mm;
- Z'=(0.4 : 2.8667) per $x = 817$ mm e $y = 0$ mm;
- Z'=(0.4 : 3.4667) per $x = 1226$ mm e $y = 0$ mm;

Nei grafici dei capitoli successivi la notazione utilizzata per valutare l'ascissa e l'ordinata è stata adimensionalizzata per effetto della divisione per lo strato limite δ. Tutti i valori considerati sono quindi stati divisi per 314 millimetri.

3.6 Assunzioni a priori

Al fine di eseguire le analisi di interesse, è stato necessario compiere alcune assunzioni a priori sui dati a disposizione.

Un caso rilevante da considerare è stato quello relativo ai valori misurati di concentrazione di inquinante. Le osservazioni delle diverse serie temporali hanno infatti evidenziato la presenza di alcuni valori negativi. Dato che la concentrazione non può assumere valori < 0, ciò che si è rivelato necessario fare è stato decidere il modo in cui trattare questi valori. Sono stati analizzati tutti i valori negativi misurati per tutte le serie temporali di c, al fine di trovare il valore più basso. Durante questa analisi è stata osservata una forte presenza di valori negativi nell'insieme dei punti misurati con sorgente di diametro 6 millimetri, ascissa pari a 1226 millimetri dall'origine, z' pari a 1 e ordinata variabile. Si è quindi deciso di non considerare questi punti nella valutazione dei risultati.

A seguito della rimozione dell'insieme dei punti citato, è stato necessario decidere come trattare i restanti punti. É stato trovato il valore più basso tra tutti quelli delle rimanenti serie temporali, il quale corrisponde a -3.3199. Questo numero, in valore assoluto, è stato considerato pari all'errore massimo registrato dallo strumento utilizzato per la misurazione. La notazione utilizzata per indicare questo valore è $\epsilon_c = 3.3199$. Noto ϵ_c, ciò che è stato fatto per ogni valore di tutte le serie temporali della concentrazione di inquinante è sintetizzato nel modo seguente:

$$|c_{ij}| \leq \epsilon_c \implies c_{ij} = 0 \quad \forall i, j$$

dove i rappresenta l'indice dell'elemento considerato in una determinata serie temporale, mentre j indica la serie temporale in esame. Di conseguenza, ogni valore di concentrazione di ogni serie temporale che, in valore assoluto, assume un valore minore o uguale a ϵ_c è stato considerato nullo.

A seguito delle assunzioni fatte per disporre di serie temporali di concentrazione di inquinante senza valori negativi, è stato necessario effettuare un'assunzione aggiuntiva. Come affermato in precedenza, le misurazioni sono state soggette a differenze di portata di etano al fine di disporre di concentrazioni sempre misurabili dal FID. Di conseguenza, ciò che si è fatto per valutare tutte le misurazioni di concentrazioni di inquinante alle medesime condizione è stato adimensionalizzare la variabile in esame. Il metodo utilizzato è il seguente:

$$c_* = \rho_{etano} \cdot k_{ad} \cdot c$$

In questa formula ρ_{etano} è la densità dell'etano, la quale può essere considerata uguale a quella dell'aria, ovvero di 1.225 kg/m^2. La variabile k_{ad} indica la costante adimensionale, la quale vale $\frac{\delta^2 \cdot u_\infty}{\rho_{aria} \cdot M_q}$. Conoscendo i valori di δ, u_∞ e ρ_{etano}, è possibile ottenere un valore di costante adimensionale variabile a seconda della portata volumetrica caratteristica della serie temporale in esame. c indica infine la concentrazione di cui si dispone prima dell'adimensionalizzazione, la quale è valutata in *ppm*.

Queste operazioni sono necessarie per rendere adimensionali i valori di concentrazione di inquinante. Le analisi delle sezioni successive saranno quindi portate avanti studiando i valori di c_*.

Infine, nel caso di distanza dalla sorgente sull'asse del pennacchio di 204 e di 409 millimetri, è stato assunto che questa distanza sia tale sia per la sorgente di diametro 3 millimetri, sia per quella di diametro 6 millimetri. Si ha infatti che per la prima tipologia di sorgente la reale distanza sarebbe stata rispettivamente di 204.2 e di 408.5 millimetri. Le due differenze di ascisse sono state ritenute talmente minime da poter essere considerate trascurabili.

3.7 Variabili studiate

Note le quattro diverse tipologie di dati raccolti e conosciute le assunzioni a priori fatte sulle diverse componenti, è infine possibile definire le variabili che sono state studiate nei capitoli successivi. Le variabili analizzate sono cinque:

- la velocità longitudinale u;
- la velocità verticale w;
- la concentrazione di inquinante adimensionalizzata c_*;
- la correlazione $w'c'$;
- la correlazione $u'c'$.

La velocità longitudinale e la velocità verticale sono mantenute nella stessa forma in cui sono misurate, quindi non sono state necessarie modifiche alla struttura di tali serie temporali. Riguardo alla concentrazione di inquinante le operazioni che devono essere eseguite su ogni serie temporale di c sono state descritte in modo approfondito nelle *'Assunzioni a priori'*. A seguito dell'ottenimento delle serie temporali corrette e adimensionalizzate, è possibile eseguire le analisi di interesse.

Per studiare la correlazione $w'c'$ e la correlazione $u'c'$ è necessario conoscere il metodo attraverso cui tali variabili sono ottenute e come possono essere valutate. Tali nozioni sono descritte solo per una variabile, la correlazione $w'c'$, in quanto le stesse conclusioni possono essere raggiunte anche per la correlazione $u'c'$.

Affinché possa essere studiata la correlazione presente tra la velocità verticale e la concentrazione di inquinante, è necessario fare riferimento alla *decomposizione di Reynolds*. Secondo tale decomposizione, come già visto in precedenza, si può affermare che ogni misurazione di ciascuna serie temporale studiata è tale per cui

$$w_i = \bar{w} + w'_i$$

$$c_i = \bar{c} + c'_i$$

Da ciò si può dedurre che i valori w'_i e c'_i indicano di quanto la i-esima misurazione della serie in esame si distanzia rispettivamente dalla media della velocità verticale e della media della concentrazione di inquinante.

Dalla definizione precedente, è quindi possibile ottenere due nuove serie temporali, tali per cui

$$w'_i = w_i - \bar{w} \qquad \forall i$$

$$c'_i = c_i - \bar{c} \qquad \forall i$$

Queste due serie temporali, per essere valutate indipendentemente dal punto di misurazione, sono state adimensionalizzate. Tutte le misurazioni di w' sono state divise per la velocità del free-stream, ovvero $u_\infty = 4.94\ m/s$. Le misurazioni di c' sono state adimensionalizzate moltiplicando ogni termine per il coefficiente $\rho_{etano} \cdot \frac{\delta^2 \cdot u_\infty}{\rho_{aria} \cdot M_q}$. La notazione utilizzata per indicare tali serie temporali a seguito dell'adimensionalizzazione è rimasta w' e c'.

Dato che la misurazione ottenuta al secondo i della serie di w' corrisponde con la misurazione del secondo i della serie di c', è stato possibile moltiplicare le due serie elemento per elemento, al fine di ottenere una nuova serie temporale. Il prodotto elemento per elemento delle due serie temporali precedentemente descritte permette di ottenere la serie temporale $w'c'$, la quale indica la correlazione presente tra la velocità verticale e la concentrazione di inquinante.

Dalla teoria della probabilità è noto che la correlazione tra due segnali che fluttuano intorno ai rispettivi valori medi in modo indipendente è uguale a zero. In tale situazione il valore medio del prodotto è uguale al prodotto dei valori medi, quindi è nullo [1]. Quando si ha indipendenza tra le variabili w e c si ha quindi che $\overline{w'c'} = \bar{w'}\bar{c'} = 0$. Non è tuttavia garantito che quando il valor medio del prodotto tra le due decomposizioni di Reynolds è uguale a zero, le due variabili siano indipendenti. Ciò che si assume, però, è che in assenza di ulteriori informazioni, quando la media della correlazione è nulla le due variabili possono essere ritenute indipendenti.

Analizzando le serie temporali in esame, si avrà quindi che un valore prossimo allo zero della correlazione permetterà di concludere che la velocità verticale e la concentrazione di inquinante siano indipendenti. Al contrario, più il valor medio di $w'c'$ è elevato, maggiore viene considerata la correlazione tra le due variabili.

4 Metodi di analisi

Affinché la dispersione dello scalare passivo potesse essere valutata attraverso i dati raccolti in galleria del vento, è stato necessario studiare le serie temporali a disposizione attraverso diversi approcci. I metodi di analisi attraverso i quali sono studiate le variabili definite nel capitolo precedente possono essere suddivisi in due categorie:

- le *analisi classiche*, le quali comprendono l'analisi statistica delle serie temporali e l'analisi spettrale dei segnali;
- le *analisi innovative*, le quali consistono nello studio delle reti complesse ottenute a partire dalle serie temporali disponibili.

L'analisi statistica comporta lo studio dei quattro indici statistici principali e delle probability density functions scaturenti dalle serie temporali. L'analisi spettrale valuta invece i diversi segnali attraverso il dominio delle frequenze, al fine di studiarne la struttura.

L'analisi delle reti complesse comporta infine la costruzione di grafi a partire dalle serie temporali e la valutazione delle caratteristiche degli stessi attraverso quattro metriche.

4.1 Analisi statistica dei dati

La prima tipologia di analisi è quella statistica. Gli indici utilizzati per confrontare le serie temporali associate ai diversi punti sono stati:

- la *media*
- la *deviazione standard*
- la *skewness*
- la *curtosi*

La *media* e la *deviazione standard* sono gli indici statistici più utilizzati, attraverso cui viene descritto il comportamento medio e il discostamento dal valor medio dei valori delle serie temporali in esame.

La *skewness* è un indice che evidenzia la simmetria della distribuzione di probabilità. Affinché tale statistica presenti risultati degni di interesse deve assumere valori uguali a zero o prossimi a esso. Questa è una condizione necessaria perché la serie temporale in esame abbia un comportamento simmetrico. Più la skewness aumenta, più si accentua la asimmetria nella distribuzione studiata. Dalla definizione di skewness è noto che

$$Sk = \frac{m_3^3}{\sigma^3}$$

con m_3 momento terzo e σ deviazione standard della serie temporale. Affinché possano essere osservate in maniera migliore le differenze presenti tra le diverse serie temporali è necessario applicare la radice terza alla skewness. L'indice che verrà analizzato in seguito sarà quindi

$$Sk^{1/3} = \frac{m_3}{\sigma}$$

Per concludere, la *curtosi* è un indice statistico che evidenzia l'allontanamento dalla normalità distributiva. Se il valore assunto è prossimo a 3, è soddisfatta una condizione necessaria affinché la distribuzione studiata sia normale. Più il valore è minore di 3, più la distribuzione si appiattisce. Per valori maggiori di 3 la distribuzione subisce un maggiore allungamento. Dalla definizione di curtosi è noto che

$$Ku = \frac{m_4^4}{\sigma^4}$$

dove m_4 è il momento quarto e σ è la deviazione standard della serie in esame. L'indice che è stato studiato è

$$Ku^{1/4} = \frac{m_4}{\sigma}$$

dato che, in maniera analoga a quanto fatto per la skewness, la radice quarta permette di cogliere in modo più chiaro le differenze tra i diversi andamenti ottenuti.

Oltre alle quattro statistiche elencate, è stato valutato un ulteriore indice, solo per la variabile c_*: l'*intensità delle fluttuazioni*. Questo valore è individuato tramite la seguente formula

$$\frac{\sigma_{c_*}}{\bar{c_*}}$$

e permette di valutare la forma delle funzioni di densità di probabilità, oltre a comprendere quanto fluttua il pennacchio.

Infine, per alcune serie temporali di interesse è stata valutata anche la probability density function, la quale permette di conoscere la distribuzione di probabilità della serie temporale studiata. Tale strumento è utile per confrontare due o più serie temporali, affinché possa essere noto se le strutture delle serie sono simili o differenti.

4.2 Analisi spettrale dei segnali

La seconda tipologia di analisi è quella spettrale, la quale, insieme all'analisi statistica, viene considerata un metodo classico di studio. L'analisi spettrale ha l'obiettivo di studiare le serie temporali nel dominio delle frequenze.

Come noto, il fenomeno fisico in esame consiste nella dispersione di uno scalare passivo in uno strato limite turbolento. Data la natura dell'ambiente studiato, è possibile affermare che il flusso può essere visto come un insieme di vortici che interagiscono tra di loro. Tali vortici sono distinguibili a seconda della loro lunghezza caratteristica l_v, misurata in metri.

Ciò che si può fare, a partire dalla definizione di lunghezza caratteristica di vortice, è associare a ogni valore l_v una determinata frequenza f. Questo è possibile grazie alla relazione presente tra la frequenza e il numero d'onda:

$$k = \frac{2\pi f}{\overline{u}} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

dove $\overline{u}$ indica la velocità longitudinale media per il punto in esame e λ la lunghezza d'onda. La grandezza k ottenuta è denominata numero d'onda angolare ed è misurata in rad/m. Tale valore è inversamente proporzionale a l_v e da ciò si può dedurre che:

- vortici con lunghezza caratteristica l_v elevata sono associati a numeri d'onda esigui, quindi a onde a bassa frequenza,

- vortici con lunghezza caratteristica l_v ridotta sono associati ad alti numeri d'onda, quindi a onde ad alta frequenza.

Se ne può quindi concludere che, attraverso uno studio dei segnali nel dominio delle frequenze, è possibile ricavare informazioni su come i diversi vortici influenzino le serie temporali analizzate.

4.2.1 Descrizione dell'analisi spettrale eseguita

La metodologia utilizzata per valutare i segnali nel dominio delle frequenze si basa sulla teoria delle trasformate di Fourier a tempo discreto. Grazie a tali sviluppi, è possibile considerare un segnale come formato da una serie di onde sinusoidali e cosinusoidali, ciascuna caratterizzata da un'ampiezza A e da una frequenza f.

La trasformata di Fourier a tempo discreto è definita nella seguente forma:

$$X(f) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} x(t) \cdot e^{-i \frac{2\pi}{N} ft}$$

Nella suddetta formula, il termine $x(t)$ indica il t-esimo termine della serie temporale in esame, formata da N osservazioni. Il valore $e^{-i \frac{2\pi}{N} ft}$ indica invece la formula di Eulero, secondo la quale

$$e^{-i \frac{2\pi}{N} ft} = \cos(\frac{2\pi}{N} ft) - i \sin(\frac{2\pi}{N} ft)$$

Ciò che avviene, quindi, è che la serie temporale non è più valutata nel dominio del tempo, ma viene studiata nel dominio delle frequenze.

A partire dalle funzioni periodiche è possibile conoscere quali sono le frequenze f che caratterizzano il segnale in esame. Di conseguenza, tramite la relazione precedentemente indicata tra f e k, sono noti i numeri d'onda che definiscono la serie temporale. Da tali numeri d'onda è possibile ricavare lo spettro di potenza $S(k)$, il quale è in grado di descrivere la distribuzione di energia nello spazio dei numeri d'onda. Dato che, come osservato in precedenza, ogni vortice è associato a un determinato numero d'onda, lo spettro è in grado di indicare qual è l'energia dei vortici associati ai numeri d'onda tipici della serie temporale analizzata. Si ha infatti che $S(k)dk$ rappresenta l'energia della parte di segnale caratterizzata dai vortici con numero d'onda compreso tra k e $k + dk$.

Una volta noto che lo spettro definisce l'energia tipica di ogni numero d'onda, quindi di ogni vortice, è possibile suddividere lo spazio dei numeri d'onda in tre range differenti:

- il *production range*, il quale si sviluppa a partire da $k = 2\pi/\mathcal{L}$, dove $\mathcal{L}$ è la macroscala euleriana,
- l'*inertial subrange*, il quale esiste solo se $\mathcal{L} \gg \eta$,

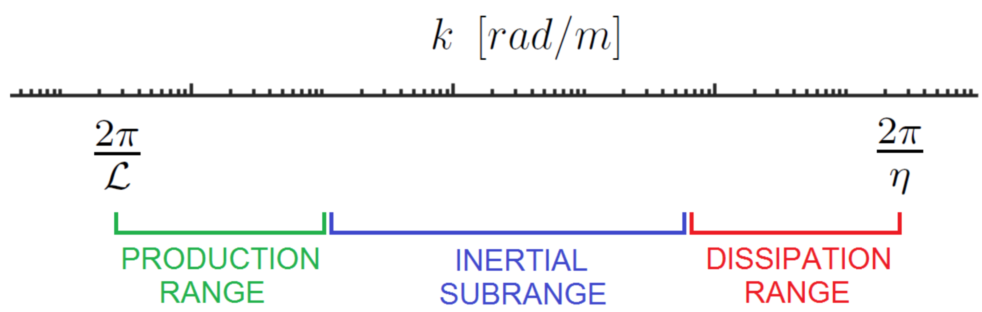

Figura 6: Rappresentazione grafica dei tre range in cui è suddiviso lo spazio dei numeri d'onda

- il *dissipation range*, il quale si sviluppa fino a $k = 2\pi/\eta$, dove η è la scala dissipativa di Kolmogorov.

Si ha quindi che il *production range* è associato ai vortici con lunghezza caratteristica elevata. Tale regione è quella in cui si ha la produzione di energia e contiene la parte più significativa dell'energia turbolenta. L'*inertial subrange* è quella parte in cui l'energia non viene né prodotta, né dissipata, ma semplicemente tramandata a scale più piccole. Infine, nel *dissipation range* l'energia cinetica viene convertita in energia interna. Tale regione corrisponde ai vortici con dimensione caratteristica esigua.

Date le seguenti premesse, è possibile descrivere i grafici degli spettri di potenza che sono valutati in seguito. Sulle ascisse è posto il numero d'onda k, mentre sulle ordinate si ha lo spettro $S(k)$. Tali variabili sono valutate entrambe in scala logaritmica. I numeri d'onda rappresentati sui grafici sono compresi approssimativamente tra 10 e 10^3 rad/m. Nota la relazione tra il numero d'onda angolare e la lunghezza d'onda è possibile affermare che $\lambda_{MIN} = 2\pi/10^3 \approx 7 \cdot 10^{-3}\ m$ e $\lambda_{MAX} = 2\pi/10 \approx 7 \cdot 10^{-1}\ m$. Se ne deduce che le scale spaziali valutate sui grafici sono all'incirca comprese tra 0.007 m e 0.7 m. Non è infatti possibile valutare valori di λ inferiori a 0.007 m dato che la frequenza di campionamento è 1000 Hz, siccome ad ogni secondo sono raccolte 1000 misurazioni. Sapendo che $f_c = 1000\ Hz$, per il teorema del campionamento di Nyquist-Shannon si ha che $f_{MAX} = 500\ Hz$, quindi la minima lunghezza d'onda ottenibile è data da $\overline{u}/f_{MAX} \approx 7 \cdot 10^{-3}\ m$. Di conseguenza, non è possibile rappresentare sui grafici i numeri d'onda associati alle lunghezze caratteristiche dei due pennacchi all'istante dell'emissione, ov-

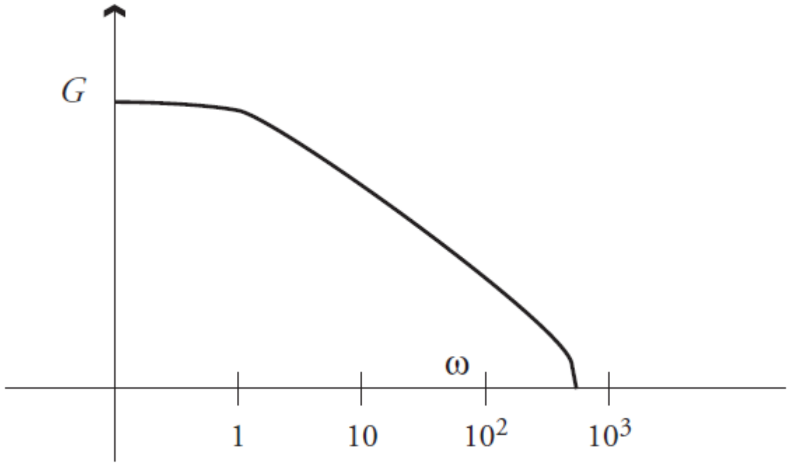

Figura 7: Grafico dell'andamento atteso dello spettro di potenza $G(\omega)$ al variare della pulsazione ω

vero $k_{D3} = \frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-3}}$ e $k_{D6} = \frac{2\pi}{6 \cdot 10^{-3}}$, visto che i diametri delle sorgenti sono minori della lunghezza d'onda minima misurata.

Come affermato in precedenza, bassi numeri d'onda corrispondono a vortici dalla dimensione caratteristica elevata, mentre alti numeri d'onda sono associati a vortici dalla dimensione caratteristica ridotta. Dato che la produzione di energia avviene per bassi numeri d'onda, ciò che ci si attende è un andamento dello spettro che cala man mano che k aumenta. In particolare, ci si aspetta che i valori di spettro misurati per bassi numeri d'onda, ovvero relativi ai grandi vortici, siano particolarmente elevati per segnali che fluttuano molto. Tali segnali sono infatti descritti da un numero elevato di funzioni sinusoidali e cosinusoidali con frequenza esigua.

La *Figura 7* [1] mostra un andamento atteso dello spettro di potenza. In questa occasione le variabili riportate sugli assi sono ω e $G(\omega)$, le quali rappresentano la pulsazione e lo spettro di potenza valutato rispetto a ω. Tali variabili posseggono una corrispondenza lineare con k e $S(k)$, quindi ci si attende che anche i grafici dello spettro di potenza $S(k)$ abbiano un andamento simile a quello presentato.

4.2.2 Descrizione del metodo utilizzato per ottenere gli spettri dei segnali

Gli spettri dei segnali studiati sono stati ottenuti grazie all'ausilio di Matlab. In particolare, la funzione *pspectrum* ha permesso il calcolo dello spettro di potenza delle serie temporali disponibili. A tale funzione è stato necessario fornire la serie temporale in esame e il tempo di campionamento. Riguardo a quest'ultimo è noto che le misurazioni di ogni serie temporale sono raccolte tra il secondo 0 e il secondo 179.984, di conseguenza è stato indicato il suddetto intervallo e la frequenza di campionamento. Dato che le misurazioni sono raccolte a distanza di un millesimo di secondo l'una dall'altra, la frequenza di campionamento è pari a 1000 Hz. Inoltre, al segnale fornito alla funzione è stata sottratta la rispettiva media. Questo è stato utile in quanto i valori dello spettro in corrispondenza delle basse frequenze dipendono dalla media del segnale, quindi tale valore deve essere nullo per non condizionare i calcoli.

La funzione *pspectrum* è stata utilizzata con i parametri di default. In particolare, il leakage, al quale può essere associato un valore compreso tra 0 e 1, è stato considerato pari a 0.5. Il valore di leakage che viene assegnato determina la forma della finestra di Kaiser-Bessel. Si può affermare che un valore elevato di leakage è equivalente a considerare i dati con una finestra rettangolare, massimizzando il rumore, ma migliorando la risoluzione spettrale. Viceversa, un valore esiguo di leakage riduce il rumore, andando a peggiorare la risoluzione spettrale. Di conseguenza, un valore di leakage pari a 0.5 può essere associato a una finestra con una forma approssimabile a quella di una finestra di Gauss. Tale valore di leakage è stato scelto in quanto la riduzione di rumore e la risoluzione spettrale possono considerarsi bilanciate.

4.2.3 Esempio di spettro su serie temporali di c_*

Affinché possa essere compreso come lo spettro di potenza riesca a evidenziare le differenze tra due segnali con fluttuazioni diverse, è presentato un esempio che confronta quattro serie temporali misurate in due punti distinti. La variabile considerata è la concentrazione di inquinante c_*, della quale sono stati analizzati i segnali ottenuti per i punti ($x/\delta = 0.1624$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$) e ($x/\delta = 3.9045$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$). Per ogni punto

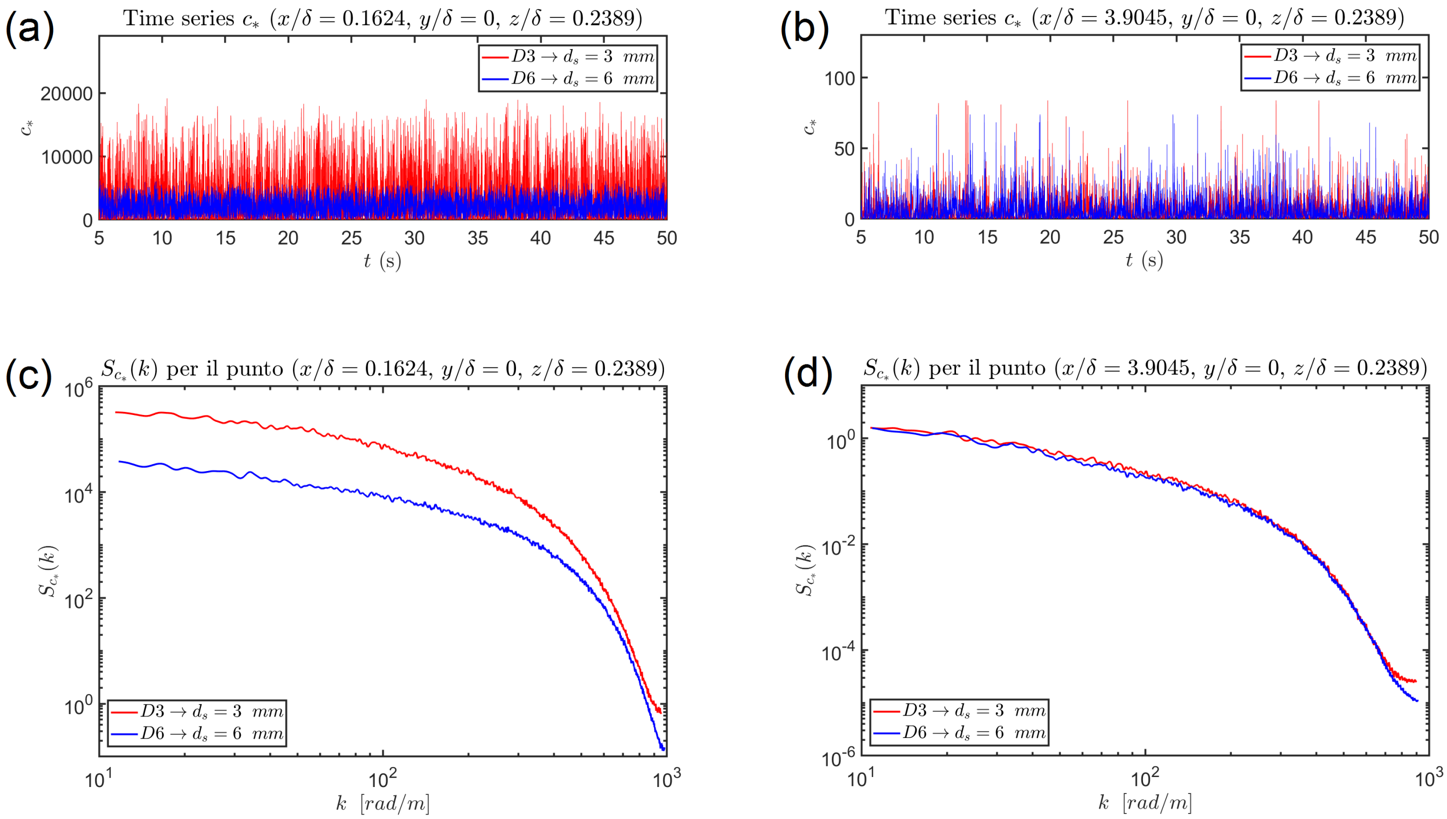

Figura 8: Confronto serie temporali di c_* con $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$ misurate sull'asse del pennacchio a 51 mm e a 1226 mm dalla sorgente. In particolare: (a) Confronto serie temporali per $x/\delta = 0.1624$, (b) Confronto serie temporali per $x/\delta = 3.9045$, (c) Confronto spettri per $x/\delta = 0.1624$, (d) Confronto spettri per $x/\delta = 3.9045$

è stata valutata la serie temporale ottenuta dall'emissione di inquinante da una sorgente di diametro 3 mm e da una sorgente di diametro 6 mm.

Serie temporali per la sezione $x/\delta = 0.1624$ $\sim$ La *Figura 8a* mostra le due serie temporali di c_* per il punto $(x/\delta = 0.1624,\ y/\delta = 0,\ z/\delta = 0.2389)$. Come osservabile dal grafico, si può notare che la serie temporale tale per cui $d_s = 3\ mm$ presenta fluttuazioni molto più elevate rispetto al segnale misurato per $d_s = 6\ mm$.

Tramite il metodo precedentemente descritto, i due segnali possono essere valutati nel dominio delle frequenze e, a seguito di tale analisi, sono ricavati gli spettri rappresentati nella *Figura 8c*. E' evidente come i due andamenti siano molto differenti a seconda del diametro della sorgente da cui viene emesso il pennacchio. Di conseguenza, ciò che si può dedurre è che la maggiore fluttuazione della serie temporale di c_* tale per cui $d_s = 3\ mm$ porta a individuare valori di spettro per numeri d'onda esigui maggiori rispetto a quelli della serie di c_* tale per cui $d_s = 6\ mm$.

Dall'analisi della *Figura 8c* si può concludere che lo spettro è in grado di mostrare le differenze tra un segnale poco fluttuante e un segnale molto fluttuante. In particolare, nel caso di un segnale molto fluttuante, l'energia dei vortici con lunghezza caratteristica elevata è molto più alta rispetto a quella degli stessi vortici, ma per un segnale con una fluttuazione ridotta.

Serie temporali per la sezione $x/\delta = 3.9045$ $\sim$ La *Figura 8b* presenta le due serie temporali di c_* per il punto ($x/\delta = 3.9045$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$). Come noto, le differenze tra le due diverse tipologie di serie temporali di c_* si riducono man mano che la distanza dalla sorgente aumenta. Si può infatti notare come i due segnali siano quasi completamente sovrapposti, in quanto le loro caratteristiche sono molto simili.

La *Figura 8d*, che mostra gli spettri di potenza dei due segnali studiati, permette di osservare come gli andamenti siano pressoché identici per entrambe le tipologie di serie temporale. Questo risultato conferma ciò che ci si attende, evidenziando come, per serie temporali con fluttuazioni quasi uguali, anche l'energia dei vortici presenta differenze pressoché nulle.

I grafici della *Figura 8c* e della *Figura 8d* confermano inoltre quanto affermato riguardo alle proprietà degli spettri, i quali permettono di conoscere il contributo energetico associato a ogni numero d'onda. E' infatti noto che, per distanze sempre maggiori dal punto di emissione, i segnali di c_* presentano un calo dell'energia ad essi associata. Tale diminuzione dell'energia è osservabile anche attraverso i valori di spettro misurati. Si può notare come l'energia associata ai vortici passi da valori compresi tra 10^{-1} e 10^{6} per la sezione $x/\delta = 0.1624$ a valori compresi tra 10^{-6} e 10 per la sezione $x/\delta = 3.9045$, ribadendo quanto affermato in precedenza.

4.3 Analisi dei dati tramite visibility graph

Il metodo innovativo utilizzato per studiare le serie temporali a disposizione si basa sulla teoria delle reti complesse. Attraverso tale metodo le serie temporali sono studiate con l'ausilio dei grafi, al fine di apprenderne le relative proprietà.

E' noto che, per ogni singolo punto dello spazio, si hanno cinque serie temporali associate rispettivamente alla velocità longitudinale, alla velocità verticale, alla concentrazione di inquinante, alla correlazione $w'c'$ e alla correlazione $u'c'$. E' possibile trasformare ciascuna delle cinque serie temporali in una rete complessa attraverso il metodo del *visibility graph* [5].

Per ogni grafo risultante è possibile calcolare diverse metriche, le quali descrivono le proprietà del grafo e di conseguenza della serie in esame. Le quattro metriche prese in considerazione sono state la *transitività*, la *mean link-length*, il *degree* e l'*assortatività*. Queste sono state valutate per i grafi delle serie temporali dei punti definiti nella *Figura 4* e nella *Figura 5*.

L'obiettivo dell'analisi delle serie temporali attraverso i visibility graph a esse associati è quello di valutare le reali potenzialità del presente metodo. In particolare, ciò che si vuole comprendere è se i grafi permettono di evidenziare le proprietà delle serie temporali e se i risultati confermano le attese teoriche.

4.3.1 Visibility graph

Il visibility graph viene costruito a partire da una serie temporale in cui ogni singola misurazione viene trasformata in un nodo del grafo. Il metodo sfruttato per determinare se due nodi a e b sono collegati tra loro è detto *criterio di visibilità*:

$$x_c < x_a + (x_b - x_a)\,\frac{t_c - t_a}{t_b - t_a} \qquad \forall c : a < c < b$$

x_i indica il valore assunto dal nodo i, mentre t_i il tempo a cui è stato osservato l'i-esimo valore della serie temporale.

Se tutti i nodi che si trovano tra a e b soddisfano la suddetta condizione, allora si ha un edge tra a e b. In alternativa i due nodi non possono vedersi.

Durante la costruzione del grafo, si individua la matrice di adiacenza A di ogni serie temporale. A è una matrice simmetrica e ha dimensione $N \times N$, dove N indica il numero di osservazioni della serie temporale in esame. A è composta da elementi nulli o unitari a seconda della presenza o assenza di un edge tra i nodi considerati. In generale, dati due nodi a e b, se questi soddisfano il criterio di visibilità si ha che $A_{ab} = A_{ba} = 1$; se, al contrario, i due nodi non si vedono, si ha che $A_{ab} = A_{ba} = 0$.

La *Figura 9* permette di comprendere come il visibility graph venga costruito a partire da una serie temporale.

4.3.2 Descrizione metriche di interesse

Le metriche utilizzate per la comprensione delle proprietà dei grafi costruiti dalle serie temporali sono quattro:

- la *transitività*, che misura la percentuale di triangoli sul totale delle triple individuate;

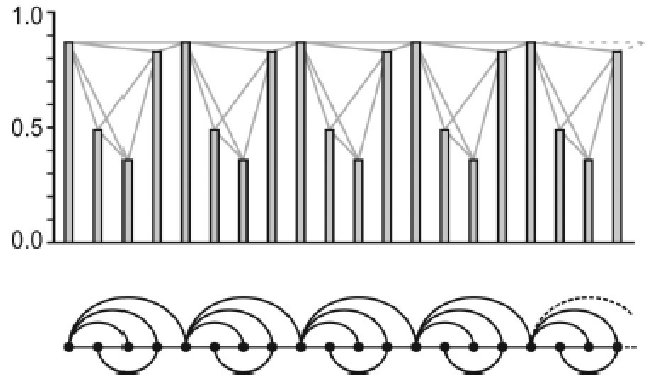

Figura 9: Rappresentazione della costruzione del visibility graph

- la *mean link-length*, che misura la media delle distanze temporali tra nodi collegati;
- il *degree*, che misura il numero di collegamenti medio tra i diversi nodi della serie in esame;
- l'*assortatività*, che misura la correlazione presente tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge del grafo.

Per la descrizione delle proprietà delle prime tre metriche, ovvero la transitività, la mean link-length e il degree, il materiale di riferimento è stato [3]. Per quanto riguarda l'assortatività è stato fatto invece riferimento a [6].

E' stato infine presentato il *clustering coefficient* [10]. Tale metrica non è indicata tra le quattro utilizzate nell'analisi dei visibility graph, in quanto non è stata studiata per tutte le variabili in esame. Il presente indice è stato infatti utile solo nello studio delle statistiche delle metriche, in quanto è servito come indice sostitutivo della transitività.

4.3.3 Transitività

Affinché possa essere ottenuta la transitività è necessario calcolare il numero di triple e il numero di triangoli propri di un determinato grafo. Di conseguenza, prima della descrizione dell'indice e delle sue proprietà, è stato spiegato come vengono calcolati tali elementi di interesse.

Calcolo numero triangoli e triple di un grafo $\sim$ Una terna di nodi in un grafo è definita *triangolo* se i tre nodi sono tutti collegati tra loro. Considerata quindi una terna di nodi (i,j,k), se $A_{ij} = 1$, $A_{ik} = 1$ e $A_{jk} = 1$, la suddetta terna forma un *triangolo*. A_{ij} indica l'elemento in posizione (i,j) della matrice di adiacenza, che assume valore 1 se i due nodi sono collegati, 0 altrimenti. La formula per calcolare il numero di triangoli è quindi:

$$N_\Delta = \sum_i \sum_{j>i} \sum_{k>j} A_{ij} A_{ik} A_{jk}$$

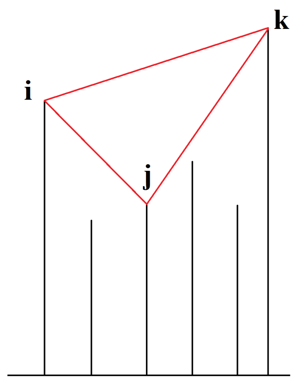

Figura 10: Triangolo formato tra i nodi della terna (i,j,k)

Una terna di nodi in un grafo è definita *tripla* se ogni nodo è raggiungibile da entrambi gli altri nodi in modo diretto o indiretto. Questo implica che non necessariamente tutti i nodi della terna si vedano.

Considerata una terna di nodi (i,j,k), esistono tre tipologie diverse di triple che non siano allo stesso tempo triangoli:

- I nodi i e k non si vedono e sono collegati indirettamente tramite j;
- I nodi i e j non si vedono e sono collegati indirettamente tramite k;
- I nodi j e k non si vedono e sono collegati indirettamente tramite i;

La formula che permette di calcolare il numero di triple all'interno di un grafo è la seguente:

$$N_3 = \sum_i \sum_{j>i} \sum_{k>j} (A_{ij} A_{ik} + A_{ij} A_{jk} + A_{ik} A_{jk})$$

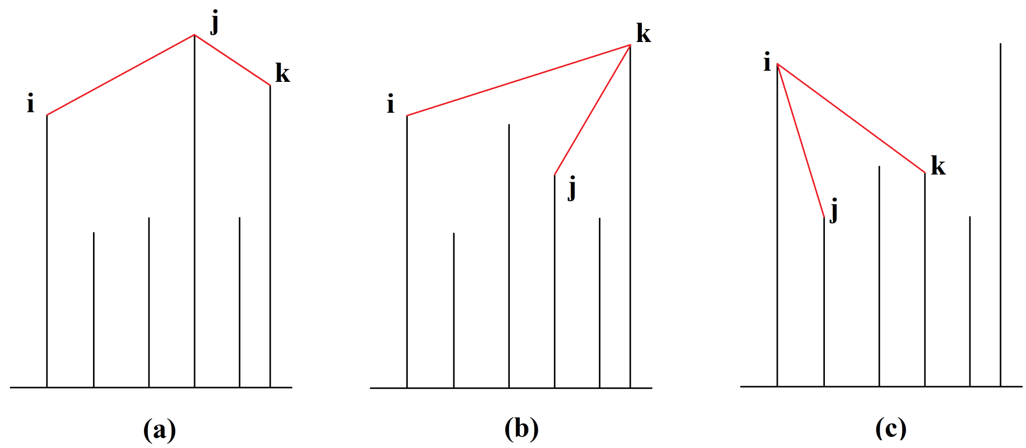

Figura 11: Rappresentazione delle tre tipologie di triple connesse, che non sono contemporaneamente triangoli. In particolare: (a) Il nodo i e il nodo k sono collegati indirettamente dal nodo j, (b) Il nodo i e il nodo j sono collegati indirettamente dal nodo k, (c) Il nodo j e il nodo k sono collegati indirettamente dal nodo i

Calcolo transitività $\sim$ Partendo da un grafo costruito su una serie temporale, è possibile calcolarne la *transitività*. Questa è una metrica globale, che definisce l'intero grafo, e si calcola nel modo seguente:

$$Tr = \frac{3N_\Delta}{N_3}$$

Nella formula, N_Δ indica il numero di triangoli contenuti nel grafo e N_3 indica il numero di triple che si formano tra i nodi del grafo. Vale inoltre la disuguaglianza $0 \leq Tr \leq 1$.

Il fattore 3 nel numeratore della formula della transitività indica che ogni triangolo può essere visto come l'unione di tre triple diverse ed è necessario per bilanciare il rapporto.

Proprietà transitività sulle serie temporali $\sim$ Tramite la transitività si riesce a osservare quanto la serie sia affetta da irregolarità. Più una serie temporale è regolare, maggiore è il numero di triangoli che si formano. In una serie regolare si ha infatti una maggior visibilità tra i nodi, quindi la probabilità che tre nodi si vedano tutti tra loro è maggiore rispetto a un grafo con parecchio rumore. Di conseguenza, maggiore sarà il valore assunto dalla transitività, meno irregolarità saranno presenti all'interno della serie analizzata.

4.3.4 Mean link-length

La *mean link-length* è una metrica che viene calcolata su ogni nodo del grafo. Questa permette di conoscere quanto un nodo sia distante temporalmente dai nodi a cui è collegato. In particolare, la *mean link-length* viene calcolata su un nodo i tramite la seguente formula:

$$d_{1n}(i) = \frac{1}{deg_i} \sum_{j \in N_i} |t_j - t_i|$$

Ciò che viene fatto è quindi sommare le differenze assolute tra il tempo del nodo i e i tempi dei nodi j che appartengono a N_i, ovvero al vicinato di i. La somma che si ottiene viene successivamente divisa per il grado del nodo in esame.

In seguito al calcolo di questa misura per ogni nodo del grafo, è possibile trovare il valore globale andando a eseguire una media di tutte le mean link-length trovate. La formula che permette di trovare il valore globale di mean link-length è la seguente:

$$\langle d_{1n} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} d_{1n}(i)$$

Proprietà mean link-length sulle serie temporali $\sim$ Tramite la mean link-length è possibile osservare quanto frequentemente vi sia la presenza di apici all'interno della serie in esame. Maggiore è il numero di apici nella serie, più bassa è la probabilità che osservazioni con valori inferiori a quello dell'hub possano vedersi tra loro. Se le osservazioni hanno poca visibilità tra di loro perché la visuale reciproca è impedita da parecchi apici, diminuisce anche la distanza temporale tra nodi visibili, quindi la mean link-length cala. Di conseguenza, più la mean link-length assume un valore esiguo, maggiore è la frequenza di apici all'interno della serie temporale analizzata, perché la distanza temporale tra le osservazioni è minima. Al crescere della mean link-length, diminuisce invece il numero di apici della serie temporale.

4.3.5 Degree

La degree centrality di un nodo i è il numero di nodi a cui è collegato il nodo in questione. Può essere definita dalla formula:

$$deg_i = \sum_{j=1}^{N} A_{ij}$$

dove N indica il numero di elementi della serie temporale e dove A_{ij} indica l'elemento nella riga i e nella colonna j della matrice di adiacenza. Quest'ultimo assume valore 0 se non c'è collegamento tra i due nodi, 1 se si ha un edge tra i e j.

Al fine di analizzare le proprietà globali delle diverse serie temporali è necessario conoscere la media della degree centrality, la quale si indica con

$$\langle deg \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} deg_i$$

Questa rappresenta il valor medio dei degree dei nodi dell'intera serie temporale considerata.

Proprietà degree sulle serie temporali $\sim$ Il degree misura la visibilità presente tra i nodi e sintetizza le caratteristiche delle due metriche precedenti, variando a seconda di come cambia la regolarità e il numero di apici di una serie.

Tale metrica permette di comprendere il livello di convessità di una determinata serie temporale. In particolare, più è elevato il degree medio, maggiore è la convessità che si riscontra nella serie. Più il degree medio cala, minore è la convessità della serie temporale, quindi la frammentazione è maggiormente diffusa.

4.3.6 Assortatività

L'*assortatività* è una metrica globale che ha l'intento di studiare le relazioni presenti tra i diversi nodi collegati in un grafo. In particolare, tale indice permette di conoscere quanto nodi con un determinato degree abbiano come vicini nodi con degree simile o differente.

Per comprendere il metodo attraverso il quale viene calcolata l'assortatività è necessario conoscere il concetto di degree distribution p_k di un grafo.

Il valore p_k rappresenta infatti la probabilità che un nodo del grafo, scelto in maniera casuale, abbia grado k. A partire dalla degree distribution è possibile giungere al calcolo della remaining degree distribution. Del remaining degree è noto che indica il numero totale di archi che partono da un determinato nodo, a eccezione dell'edge da cui si è arrivati a tale nodo. Di conseguenza, il remaining degree di un certo nodo è il degree del nodo stesso meno uno. Da questo concetto si può arrivare a ottenere la probabilità che un determinato nodo abbia un remaining degree pari a k, anche conosciuta come remaining degree distribution:

$$q_k = \frac{(k+1)p_{k+1}}{\sum_j jp_j}$$

Dalla remaining degree distribution si arriva al concetto di probabilità congiunta e_{jk}. Tale valore indica la probabilità che un edge abbia a un estremo un nodo con remaining degree j e all'altro estremo un nodo con remaining degree k. Di tale probabilità è noto che

$$\sum_{j=0}^{d_M-1} \sum_{k=0}^{d_M-1} e_{jk} = 1 \qquad \sum_{j=0}^{d_M-1} e_{jk} = q_k$$

dove d_M indica il degree massimo del grafo in esame.

Date tali premesse, è possibile calcolare l'assortatività attraverso la seguente formula

$$r = \frac{\sum_{j=0}^{d_M-1} \sum_{k=0}^{d_M-1} jk(e_{jk} - q_j q_k)}{\sigma_q^2}$$

Nella forma sopra indicata la sommatoria è divisa per la deviazione standard della remaining degree distribution, la quale è pari a $\sigma_q^2 = \sum_k k^2 q_k - (\sum_k kq_k)^2$. Questa divisione è necessaria per normalizzare il risultato relativamente al grafo in esame, al fine di ottenere un'assortatività che soddisfa $-1 \leq r \leq 1$.

Un altro metodo per calcolare l'assortatività è dato dalla seguente formula

$$r = \frac{E^{-1} \sum_{i=1}^{E} j_i k_i - [E^{-1} \sum_{i=1}^{E} \frac{1}{2}(j_i + k_i)]^2}{E^{-1} \sum_{i=1}^{E} \frac{1}{2}(j_i^2 + k_i^2) - [E^{-1} \sum_{i=1}^{E} \frac{1}{2}(j_i + k_i)]^2}$$

in cui E è il numero di edge del grafo e j_i e k_i sono rispettivamente i gradi dei nodi agli estremi dell'i-esimo edge.

Proprietà assortatività sulle serie temporali $\sim$ Attraverso l'assortatività è possibile sapere quale sia la tendenza dei nodi ad avere vicini che posseggono un degree simile al proprio. Dato che $-1 \leq r \leq 1$, l'assortatività può essere infatti definita come la correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge.

Più l'assortatività di un grafo tende a 1, maggiore è l'*assortative mixing* del grafo. Questo implica che nodi con degree alto tendono ad avere vicini con degree alto e nodi con degree esiguo tendono ad avere vicini con degree basso. Di conseguenza, nodi con degree simile tendono a essere vedersi.

Al contrario, più l'assortatività tende a -1, maggiore è il *dissortative mixing*. Si ha quindi che nodi con degree alto tendono ad avere vicini con degree basso e, viceversa, nodi con un degree esiguo tendono ad avere vicini con degree elevato.

Infine, quando l'assortatività si avvicina al valore nullo, il grafo tende a non presentare *assortative* e *dissortative mixing*, quindi la correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge è assente. Se ne deduce che i nodi non hanno una tendenza a essere collegati con nodi dal degree simile o diverso dal loro, ma si può parlare di *random pairing* dei nodi.

4.3.7 Clustering coefficient

Il *clustering coefficient* [10] è una metrica locale, calcolata per ogni nodo del grafo. Grazie a tale metrica è possibile conoscere la percentuale di triangoli che ogni nodo è in grado di formare insieme ai suoi vicini.

Il metodo utilizzato per individuare il clustering coefficient di un nodo i è quello di considerare i vicini del nodo in questione, i quali formano un sotto-grafo G_i. A partire da G_i, ciò che deve essere fatto è individuare quanti nodi di tale sotto-grafo si vedono tra di loro. In particolare, dati due vicini di i denominati j e k, siccome è noto che i e j si vedono tra loro, così come i e k, se anche j e k si vedono tra loro, si ha la formazione di un triangolo ottenuto dai tre nodi in esame. A partire dal numero di vicini di ogni nodo, è inoltre possibile conoscere qual è il numero massimo di triangoli che si possono formare. Affinché il numero di triangoli sia massimo, tutti i nodi di G_i devono vedersi tra loro, quindi devono essere presenti $\binom{k_i}{2}$ edge, dove k_i è il degree del nodo i.

Il clustering coefficient si può ottenere attraverso la seguente formula:

$$c_i = \frac{e_i}{\binom{k_i}{2}}$$

L'indice i è il riferimento al nodo i, e_i indica il numero di edge presenti nel sotto-grafo G_i, ovvero il numero di triangoli che il nodo i forma con i suoi vicini, e il denominatore rappresenta il numero massimo di triangoli ottenibili.

Proprietà clustering coefficient sulle serie temporali $\sim$ Benché si possa pensare che i valori di clustering coefficient siano simili a quelli ottenuti per la transitività, non avviene sempre così. Si ha infatti che la transitività, essendo valutata in modo globale, dà maggior peso ai nodi con alto degree, quindi agli apici delle serie temporali. Al contrario, il clustering coefficient, per la sua natura locale, dà un peso maggiore ai nodi con degree inferiore, quindi alle osservazioni della serie temporale che vedono meno nodi.

Se ne può concludere che il clustering coefficient non è in grado di osservare quanto le serie siano affette da irregolarità. Tale metrica si concentra invece sulla propensione di ogni singolo nodo a formare un cluster di nodi tutti visibili tra loro.

4.4 Analisi serie temporali di interesse

Al fine di comprendere come i quattro indici statistici e le quattro metriche studiate permettano di definire la struttura della serie temporale studiata, sono in seguito rappresentate quattro serie temporali. Tali serie temporali sono confrontate a due a due, dato che si riferiscono a due punti sull'asse del pennacchio, ovvero il punto ($x/\delta = 0.3248$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$) e il punto ($x/\delta = 3.9045$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$). L'analisi statistica ha permesso di osservare le differenze tra le strutture delle serie di c_* per pennacchi ottenuti da una sorgente di diametro di 3 e di 6 millimetri. In particolare, è evidente come la differenza di deviazione standard tenda a essere elevata per le serie del punto più prossimo alla sorgente, per effetto di un'azione più marcata del meandering. Il punto analizzato a distanza maggiore dal punto di emissione presenta invece deviazioni standard pressoché identiche per le due diverse tipologie di serie.

L'analisi dell'intensità delle fluttuazioni ha mostrato come la differenza tra tali valori per le serie di c_* del punto ($x/\delta = 0.3248$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$) per le due diverse sorgenti sia rilevante. Al contrario, la differenza tra i valori di i_{c_*} per le serie di c_* del punto ($x/\delta = 3.9045$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$) per le due sorgenti è esigua. Questo porta a concludere che le probability density function ottenute per le serie di c_* nel punto ($x/\delta = 0.3248$, $y/\delta = 0$,

$z/\delta = 0.2389$) mostrano un andamento diverso a seconda della sorgente da cui viene emesso il pennacchio. Si ha che la serie di c_* per un pennacchio emesso da una sorgente di diametro 3 millimetri ha una pdf con una forma simile a una esponenziale. Quando $d_s = 6\ mm$ la pdf tende invece ad assumere una forma più simile a quella classica di una gamma. Le due serie ottenute per il punto ($x/\delta = 3.9045$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$) hanno invece un'intensità delle fluttuazioni simile, quindi le pdf hanno forme comparabili.

Serie temporali del punto ($x/\delta = 0.3248$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$) $\sim$ Le serie temporali in esame si riferiscono alle concentrazioni di inquinante adimensionalizzate del punto ($x/\delta = 0.3248$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$) per pennacchi emessi da entrambe le tipologie di sorgente, ovvero sia da quella di diametro 3 millimetri e che da quella di diametro 6 millimetri. Il punto è stato scelto sull'asse del pennacchio, dato che in corrispondenza di questo si notano le differenze più evidenti tra le due diverse tipologie di serie temporale.

Tramite la tabella è possibile osservare quali sono i valori delle quattro statistiche di interesse assunti per entrambe le tipologie di serie. Oltre ai valori delle statistiche, sono elencati anche i valori misurati per le quattro metriche ottenute per i grafi risultanti dalle serie studiate.

	Serie temporale $d_s = 3\ mm$	**Serie temporale** $d_s = 6\ mm$
$\bar{c_*}$	440.90	519.02
σ_{c_*}	778.87	550.13
${Sk_{c_*}}^{1/3}$	1.42	1.09
${Ku_{c_*}}^{1/4}$	1.95	1.46
Tr_{c_*}	0.3954	0.4856
$< d_{1n} >_{c_*}$	$1.88 \cdot 10^{-2}$	$1.37 \cdot 10^{-2}$
$< deg >_{c_*}$	17.40	13.72
r_{c_*}	$-6.83 \cdot 10^{-2}$	$1.32 \cdot 10^{-1}$

Tabella 1: Indici statistici e metriche delle due serie temporali confrontate

Si può notare come la differenza tra i valori delle statistiche delle due serie sia evidente. Tale differenza è riscontrata anche nelle metriche individuate tramite i grafi risultanti. Si ha infatti che la transitività è più elevata per il grafo costruito per la serie tale per cui $d_s = 6\ mm$, dato che la regolarità di questa è maggiore rispetto al caso in cui $d_s = 3\ mm$.

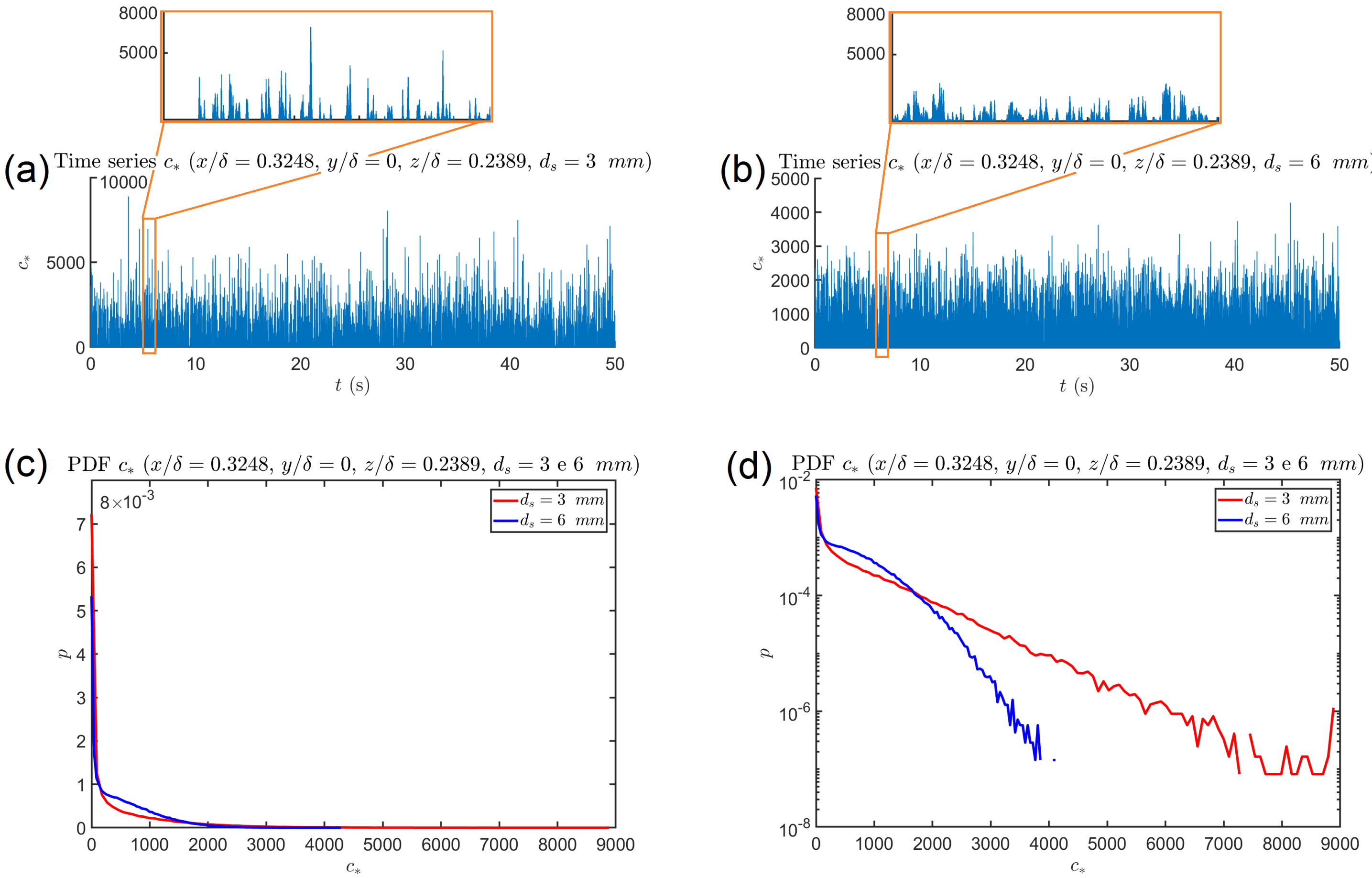

Figura 12: Grafici serie temporali e probability density functions c_* per il punto $(x/\delta = 0.3248,\ y/\delta = 0,\ z/\delta = 0.2389)$ con $d_s = 3\ mm$ e con $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Serie temporale per $d_s = 3\ mm$, (b) Serie temporale per $d_s = 6\ mm$, (c) Pdf per $d_s = 3\ mm$ e per $d_s = 6\ mm$, (d) Rappresentazione in scala semi-logaritmica delle pdf per $d_s = 3\ mm$ e per $d_s = 6\ mm$

La mean link-length è più elevata per la prima serie in esame. Questo implica che il numero di apici sia maggiore per la serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri.

Anche il degree presenta variazioni notevoli. In questo caso esso indica che la serie di c_* per un pennacchio emesso da una sorgente di diametro 3 millimetri ha una convessità più elevata rispetto alla serie per cui $d_s = 6\ mm$.

Per concludere, i valori di assortatività sono differenti per i due grafi costruiti a partire dalle serie in esame. Tale metrica è molto vicina al valore nullo per la serie temporale per cui $d_s = 3\ mm$. Di conseguenza, il grafo costruito a partire dalla serie temporale associata a un diametro della sorgente più piccolo non è condizionato da assortative e da dissortative mixing, quindi non si ha correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge. Il secondo grafo, quello costruito a partire dalla serie tale per cui $d_s = 6\ mm$, ha un valore di assortatività prossimo a 0.13. Questo implica che la correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge sia debolmente positiva, quindi si ha una leggera tendenza da parte dei nodi ad avere vicini con grado simile al proprio.

La *Figura 12* mostra le due serie temporali, con un particolare dei rispettivi andamenti dal secondo 5 al secondo 6, in modo tale che la struttura possa essere maggiormente comprensibile. Inoltre, sono rappresentate le probability density function per entrambe le serie temporali.

Osservando le due serie temporali è chiaro come la struttura della serie per cui $d_s = 3\ mm$ sia più irregolare rispetto alla serie per cui $d_s = 6\ mm$. Inoltre, i picchi della prima serie sono più elevati rispetto alla seconda, ma sono anche meno frequenti e la mean link-length evidenzia questa caratteristica. E' infine possibile osservare come nella serie per cui $d_s = 6\ mm$ la visibilità tra i nodi porti a ottenere vicinati dal degree simile, come provato dai valori di assortatività ottenuti. Le metriche permettono quindi di notare le differenze tra le strutture delle due serie temporali.

Per concludere, le pdf delle due serie presentano andamenti differenti, confermando quanto espresso dall'intensità delle fluttuazioni.

Serie temporali del punto ($x/\delta = 3.9045$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$) $\sim$ In modo simile alle due serie del punto precedente, anche il punto ($x/\delta = 3.9045$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$) è stato studiato tramite il confronto delle due serie di c_* per cui la sorgente del pennacchio ha un diametro differente.

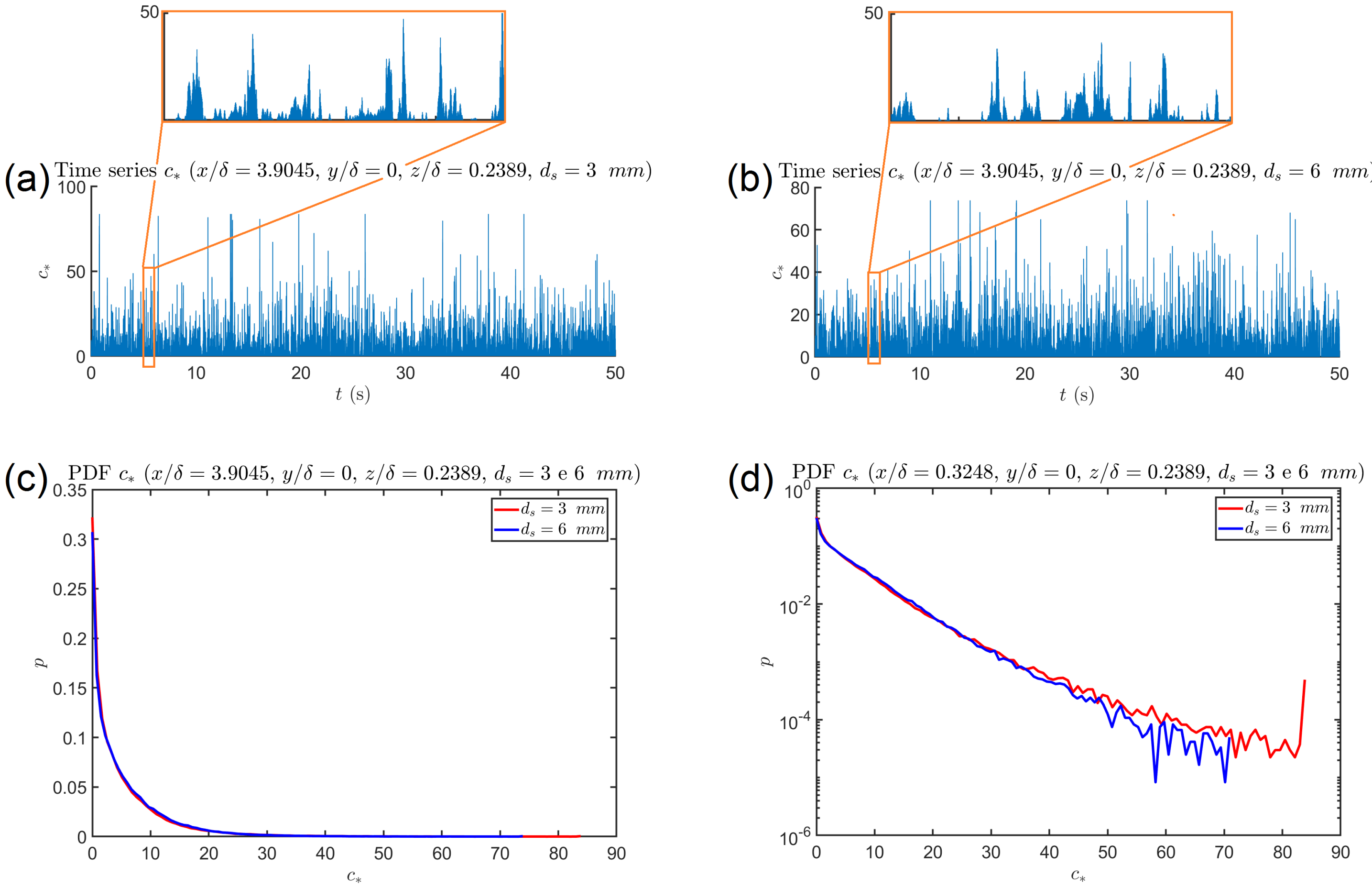

Figura 13: Grafici serie temporali e probability density functions c_* per il punto $(x/\delta\ =\ 3.9045,\ y/\delta\ =\ 0,\ z/\delta\ =\ 0.2389)$ con $d_s\ =\ 3\ mm$ e con $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Serie temporale per $d_s = 3\ mm$, (b) Serie temporale per $d_s = 6\ \ mm$, (c) Pdf per $d_s = 3\ \ mm$ e per $d_s = 6\ \ mm$, (d) Rappresentazione in scala semi-logaritmica delle pdf per $d_s = 3\ mm$ e per $d_s = 6\ \ mm$

Di queste due serie è noto dall'analisi statistica che i momenti di ordine superiore al primo sono tutti molto ravvicinati, a indicare come le strutture delle due serie siano comparabili. Dalla tabella è possibile osservare i quattro indici statistici e le quattro metriche dei grafi relativi alle serie in esame.

	Serie temporale $d_s = 3\ mm$	**Serie temporale** $d_s = 6\ mm$
$\bar{c_*}$	5.16	5.36
σ_{c_*}	7.31	6.86
${Sk_{c_*}}^{1/3}$	1.50	1.40
${Ku_{c_*}}^{1/4}$	2.16	1.98
Tr_{c_*}	0.3520	0.3739
$< d_{1n} >_{c_*}$	$2.92 \cdot 10^{-2}$	$2.66 \cdot 10^{-2}$
$< deg >_{c_*}$	20.59	19.52
r_{c_*}	$-2.77 \cdot 10^{-2}$	$1.8 \cdot 10^{-3}$

Tabella 2: Indici statistici e metriche delle due serie temporali confrontate

Si può notare come le metriche abbiano valori ravvicinati tra loro, di conseguenza tali indici evidenziano strutture simili per entrambe le serie temporali, in accordo con i risultati statistici.

La *Figura 13* mostra le due serie temporali e le rispettive probability density function.

Analizzando la struttura delle serie temporali e delle rispettive pdf, si può dedurre che, come ci si attende, la struttura delle due serie è molto simile.

Dato che i valori ottenuti per le metriche dei grafi costruiti sulle serie temporali sono ravvicinati, si può concludere che esse sono in grado di evidenziare l'assenza di differenze nelle strutture delle due serie temporali, come da previsioni.

Al termine del suddetto confronto tra le quattro serie temporali di c_* scelte, ciò che si può affermare è che le metriche ottenute per i visibility graph costruiti sulle serie temporali permettono di evidenziare in modo preciso le differenze tra le strutture di tali serie.

5 Risultati ottenuti attraverso le analisi classiche

Come anticipato nei capitoli precedenti, le variabili studiate sono cinque, ovvero la velocità longitudinale u, la velocità verticale w, la concentrazione di inquinante adimensionalizzata c_*, la correlazione $w'c'$ e la correlazione $u'c'$. Attraverso le analisi classiche di tali serie temporali sono state valutate le medie, le deviazioni standard, le skewness e le curtosi a esse relative. In seguito, sono stati studiati i segnali relativi a punti di interesse attraverso l'analisi spettrale.

I risultati statistici sono stati inizialmente studiati lungo il pennacchio. In particolare, le variabili c_*, $w'c'$ e $u'c'$ sono state valutate al variare dell'ascissa. Per ogni grafico sono state confrontate le serie temporali ottenute per diametri della sorgente differenti, al fine di analizzare gli effetti del meandering e della dispersione relativa su tali indici. In aggiunta a queste statistiche, per la concentrazione di inquinante è stata valutata anche l'intensità delle fluttuazioni, affinché possano essere evidenti le differenze tra le strutture delle serie temporali in esame.

A seguito dell'analisi lungo il pennacchio, i quattro indici statistici sono stati studiati singolarmente. I risultati sono valutati trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza: nel primo caso l'altezza è stata mantenuta fissa a $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$), mentre nel secondo caso l'ordinata è stata mantenuta fissa a $y/\delta = 0$. A differenza delle altre tre variabili, le correlazioni $w'c'$ e $u'c'$ sono state analizzate solo al variare dell'altezza, in quanto i profili trasversali possono essere influenzati da piccole asimmetrie delle distribuzioni spaziali degli indici statistici in esame.

A seconda della variabile in esame, i grafici sono stati valutati in maniera differente. Nel caso della velocità longitudinale e della velocità verticale ogni grafico si focalizza su tutte le sezioni in esame e analizza le serie temporali scaturenti da un determinato diametro della sorgente. Nel caso delle componenti c_*, $w'c'$ e $u'c'$ ogni grafico rappresenta invece una singola sezione, permettendo il confronto tra i risultati ottenuti per le serie temporali con d_s differente. Tali configurazioni dei grafici sono state scelte in quanto per le variabili c_*, $w'c'$ e $u'c'$ è necessario studiare le differenze tra le serie temporali ottenute da un diametro della sorgente diverso per ogni singola sezione, al fine di poter individuare come i momenti evolvono al variare degli effetti del fenomeno fisico. Per quanto riguarda la velocità longitudinale e la velocità verticale, ciò che ci si aspetta è invece che le serie temporali abbiano tutte conformazioni simili, quindi su ogni grafico sono studiate tutte le diverse sezioni e non è stato necessario soffermarsi sulle differenze tra le serie ottenute per d_s differenti.

L'ultima analisi presentata in questo capitolo è quella relativa allo studio degli spettri dei segnali. In questa occasione i punti considerati sono stati solo quelli sull'asse del pennacchio. Come in precedenza, le variabili u e w sono state valutate attraverso grafici che ne evidenziano tutte le sei sezioni. Le variabili c_*, $w'c'$ e $u'c'$ sono state invece analizzate attraverso il confronto delle serie ottenute per diametri della sorgente differenti. Tale confronto è stato eseguito singolarmente per ogni sezione.

5.1 Analisi risultati statistici lungo il pennacchio

Al fine di comprendere come la concentrazione di inquinante, la correlazione $w'c'$ e la correlazione $u'c'$ evolvono man mano che ci si allontana dalla sorgente, è necessario osservare gli andamenti delle quattro statistiche lungo l'asse del pennacchio. I risultati relativi alla media e alla deviazione standard sono valutati in scala semi-logaritmica, affinché possano essere colte appieno le differenze presenti tra i diversi valori individuati per le due tipologie di sorgente. Come anticipato in precedenza, la skewness e la curtosi sono invece studiate rispettivamente attraverso la radice terza e la radice quarta.

5.1.1 Concentrazione di inquinante c_*

Medie $\sim$ La *Figura 14a* mostra l'andamento della concentrazione media per spostamenti longitudinali. Come osservato nel secondo capitolo, il valore di concentrazione media è individuabile tramite la soluzione gaussiana

$$\bar{c}(x,y,z) = \frac{\dot{M}_q}{2\pi\sigma_y\sigma_z u} exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)$$

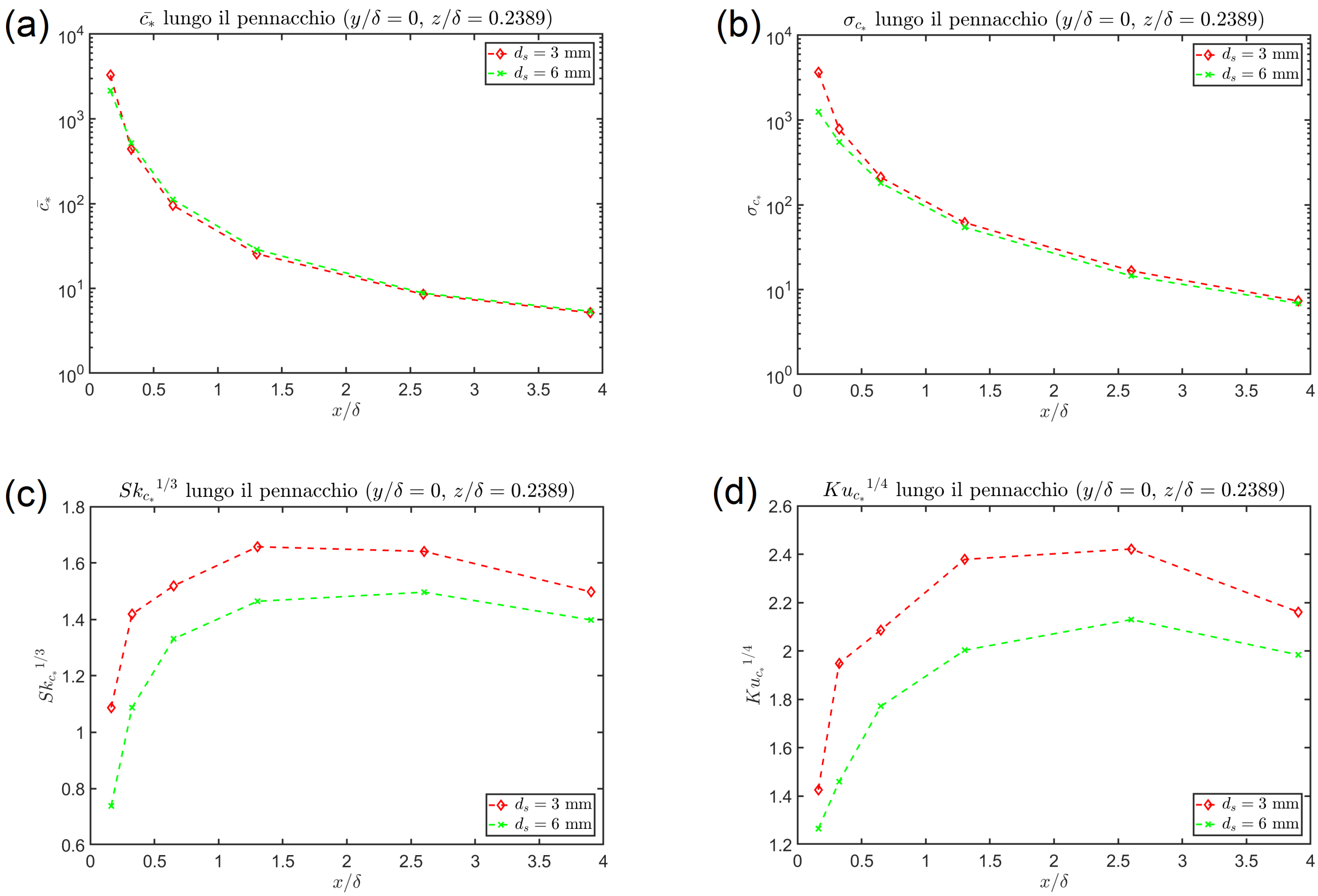

Figura 14: Grafici andamento $\bar{c}_*$, σ_{c_*}, $Sk_{c_*}^{1/3}$ e $Ku_{c_*}^{1/4}$ lungo il pennacchio, con $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di $\bar{c}_*$ in scala semi-logaritmica, (b) Andamento di σ_{c_*} in scala semi-logaritmica, (c) Andamento di $Sk_{c_*}^{1/3}$, (d) Andamento di $Ku_{c_*}^{1/4}$

dove

$$\sigma_y^2 = f(d_s, x, \sigma_v) \qquad \sigma_z^2 = f(d_s, x, \sigma_w)$$

Da questa formulazione è possibile dedurre che la concentrazione media, per ogni singola ascissa considerata, presenta una conformazione gaussiana. Questo implica che la concentrazione media sia massima in corrispondenza dell'asse del pennacchio e cali con un andamento normale per distanze sempre maggiori dall'asse. Inoltre, per la definizione di σ_y^2 e di σ_z^2, l'ascissa è inversamente proporzionale alla concentrazione media. Di conseguenza, più ci si allontana dalla sorgente, maggiore è la diminuzione della concentrazione media. I risultati mostrati nella *Figura 14a* sono quindi coerenti con quanto ci si attende dalla soluzione gaussiana, dato che la concentrazione media diminuisce per distanze sempre maggiori dalla sorgente.

Anche le deduzioni secondo le quali la concentrazione media è attesa pressoché identica per i pennacchi emessi da sorgenti di dimensione diversa sono rispettate. Si nota infatti come i due andamenti siano sovrapposti per tutti i punti studiati, ad eccezione delle concentrazioni medie più prossime alla sorgente, per le quali la dimensione della sorgente condiziona il campo di concentrazione. E' noto dai riferimenti teorici precedenti che la soluzione Gaussiana è valida solo quando $x \gg d_s$

Deviazioni standard $\sim$ La deviazione standard della concentrazione, evidenziata nella *Figura 14b* tende a mostrare le differenze massime tra le due diverse tipologie di pennacchio in prossimità della sorgente, per poi diminuire lungo l'asse del pennacchio.

L'equazione differenziale dell'evoluzione della varianza della concentrazione permette di dedurre che la deviazione standard per pennacchi emessi da sorgenti differenti è considerevole nella parte di spazio più prossima alla sorgente, per poi calare man mano che l'ascissa aumenta. Il grafico rappresentato, come ci si può attendere, presenta differenze sostanziali tra le due sorgenti per le prime sezioni, mentre queste differenze si riducono man mano che la distanza dal punto di emissione aumenta.

In modo simile a quanto avviene nella *Figura 14a*, l'andamento di entrambe le deviazioni standard è decrescente. Il motivo per cui si verifica questo fenomeno è dato dal fatto che il meandering tende a diminuire i suoi effetti per distanze sempre superiori dalla sorgente, a vantaggio della dispersione relativa. Questo porta a un calo della variazione nei valori di concentrazione tra le diverse serie temporali per ascisse sempre crescenti, in quanto il termine di produzione che contribuisce positivamente alla varianza riduce i suoi effetti, mentre il termine di diffusione che contribuisce negativamente alla varianza li amplifica.

Skewness e curtosi $\sim$ Le ultime due statistiche rappresentate sono la skewness e la curtosi, osservabili nella *Figura 14c-d*. Queste sono state valutate rispettivamente attraverso la radice terza e la radice quarta, al fine di poter cogliere al meglio le differenze presenti tra i due andamenti.

In modo simile a quanto avviene per la deviazione standard, i valori di skewness e di curtosi sono sempre superiori per le serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente più piccola. Questo fenomeno conferma ciò che ci si attende dall'equazione dell'evoluzione temporale di σ_{c_*}. Di questa è noto che i termini che incrementano o diminuiscono la varianza, ovvero il termine di produzione e il termine di dissipazione, sono presenti nelle equazioni dell'evoluzione temporale di tutti i momenti di ordine superiore al primo. Di conseguenza, anche le equazioni differenziali che descrivono l'evoluzione temporale della skewness e della curtosi sono simili all'equazione presentata in precedenza. Quindi, anche per questi valori rimangono valide le conclusioni ottenute nel secondo capitolo: pennacchi generati da sorgenti di dimensione più piccola danno origine a momenti di ordine superiore al primo maggiori rispetto a quelli ottenuti da pennacchi generati da sorgenti di dimensione maggiore.

Come già detto in precedenza, la maggiore influenza del termine diffusivo è osservabile per distanze elevate dalla sorgente. Si può infatti notare che, quando l'ascissa è elevata, le differenze tra i valori di skewness e di curtosi tra le due sorgenti si riducono, fino al quasi totale annullamento.

Dato che l'equazione differenziale che definisce l'evoluzione temporale dei momenti di ordine superiore al primo ha una forma simile per tali momenti, ciò che ci si attende è un andamento decrescente anche per il momento terzo e per il momento quarto, in analogia con il momento secondo. Il motivo per cui l'andamento della skewness e della curtosi non è decrescente come avviene per la deviazione standard è dato dalla definizione stessa di questi due indici. Per ottenerli i momenti di ordine terzo e di ordine quarto sono infatti divisi per la deviazione standard, vedendo quindi alterare i loro andamenti.

Analisi dell'*intensità delle fluttuazioni* di concentrazione $\sim$ Per studiare l'andamento del presente indice è necessario premettere che le serie

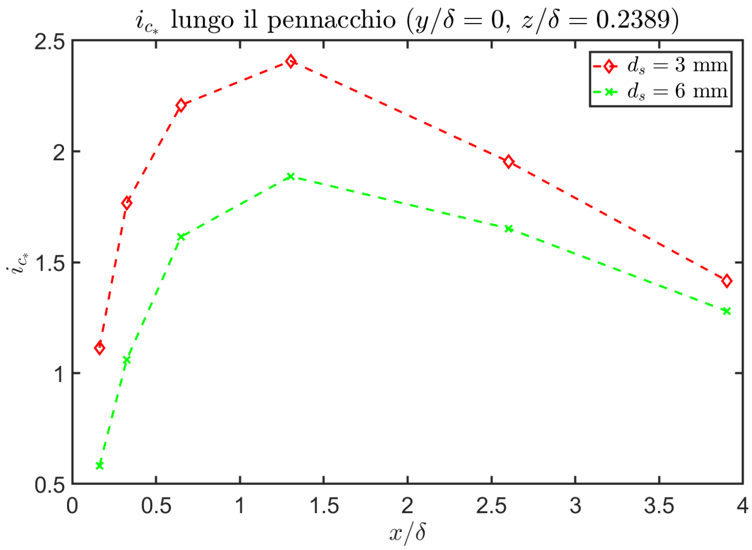

Figura 15: Grafico andamento intensità delle fluttuazioni di concentrazione lungo il pennacchio

temporali di c_* possono essere tutte modellizzate tramite distribuzioni di probabilità gamma, le quali assumono funzioni di densità di probabilità di forme che possono discostarsi da quella classica [8].

L'indice rappresentato nella *Figura 15* è chiamato *intensità delle fluttuazioni*. Questo valore è calcolato tramite la formula $\sigma_{c_*}/\bar{c_*}$ ed è in grado di riconoscere come, per la serie temporale di c_* di un determinato punto, la forma della funzione di densità di probabilità di una distribuzione gamma cambi. Si ha infatti che, per valori di $i_{c_*} < 1$, la forma della funzione di densità di probabilità della distribuzione gamma è simile a una distribuzione log-normale. Quando $i_{c_*} > 1$ la densità di probabilità della distribuzione gamma assume una conformazione simile a quella di una distribuzione esponenziale.

Oltre a queste proprietà, i_{c_*} è in grado di esprimere quanto le fluttuazioni sono frequenti. Di conseguenza, questo indice è in grado di evidenziare quando il fenomeno di meandering mostra i suoi effetti più rilevanti in un determinato punto. Più i_{c_*} è elevato, maggiori sono le fluttuazioni del pennacchio in esame, più evidente è l'effetto del meandering. Più i_{c_*} è esiguo, minori sono le fluttuazioni, meno rilevante è l'effetto del fenomeno di meandering.

L'intensità delle fluttuazioni raggiunge il suo valore più elevato nel punto in cui gli effetti del meandering sono maggiormente visibili. Questo permette di dedurre che il fenomeno di meandering porta a un accumulo di varianza dato da un'eccessiva produzione. E' infatti noto che la produzione cala progressivamente man mano che ci si allontana dalla sorgente, ma l'eccesso di varianza viene trasportato nelle sezioni successive a quelle in cui il meandering agisce in maniera più evidente. Quando il fenomeno dissipativo diventa quello più rilevante, la produzione viene persa e l'intensità delle fluttuazioni cala. Come osservabile dalla *Figura 15*, il valore di i_{c_*} è massimo in corrispondenza di una distanza dalla sorgente pari a 409 mm per i pennacchi emessi sia dalla sorgente di diametro 3 millimetri, che da quella di diametro 6 millimetri. Di conseguenza, in corrispondenza della sezione $x = 409$ mm l'accumulo degli effetti del meandering è massimo. Man mano che ci si allontana da questo punto, cala progressivamente anche l'intensità delle fluttuazioni.

Analizzando invece le differenze tra i due diversi andamenti, è possibile notare come la differenza massima tra i valori di i_{c_*} misurati per le concentrazioni dei pennacchi delle due sorgenti si ha in corrispondenza della sezione $x = 102$ mm e tende a calare fino al valore minimo ottenuto per la sezione $x = 1226$ mm. Tale comportamento segue quanto ci si attende, siccome la differenza maggiore riguardo agli effetti del meandering è prevista per le sezioni più prossime alla sorgente, mentre tende ad annullarsi man mano che ci si allontana dal punto di emissione. Diversamente da quanto ci si può aspettare, la differenza tra i valori di i_{c_*} misurata per la prima sezione non è la più elevata. Questo comportamento può essere associato agli effetti scia, i quali agiscono in maniera differente sulle due dimensioni della sorgente e portano a ottenere serie temporali con strutture leggermente differenti da quelle misurate per i punti completamente all'interno della turbolenza.

A seguito di tali considerazioni, è possibile dedurre che anche l'intensità delle fluttuazioni conferma le attese teoriche, in quanto più ci si allontana dalla sorgente del pennacchio, minori sono le differenze tra un pennacchio emesso da una sorgente più piccola e un pennacchio emesso da una sorgente più grande.

Infine, dato che i_{c_*} assume valori sempre superiori a 1, ad eccezione della sezione più prossima alla sorgente per un pennacchio emesso da una sorgente di diametro 6 millimetri, le densità di probabilità possono essere considerate sempre come distribuzioni gamma con forma simile a una esponenziale. Per poter disporre di serie temporali con densità di probabilità gamma simile a una distribuzione log-normale è necessario allontanarsi sempre più dalla

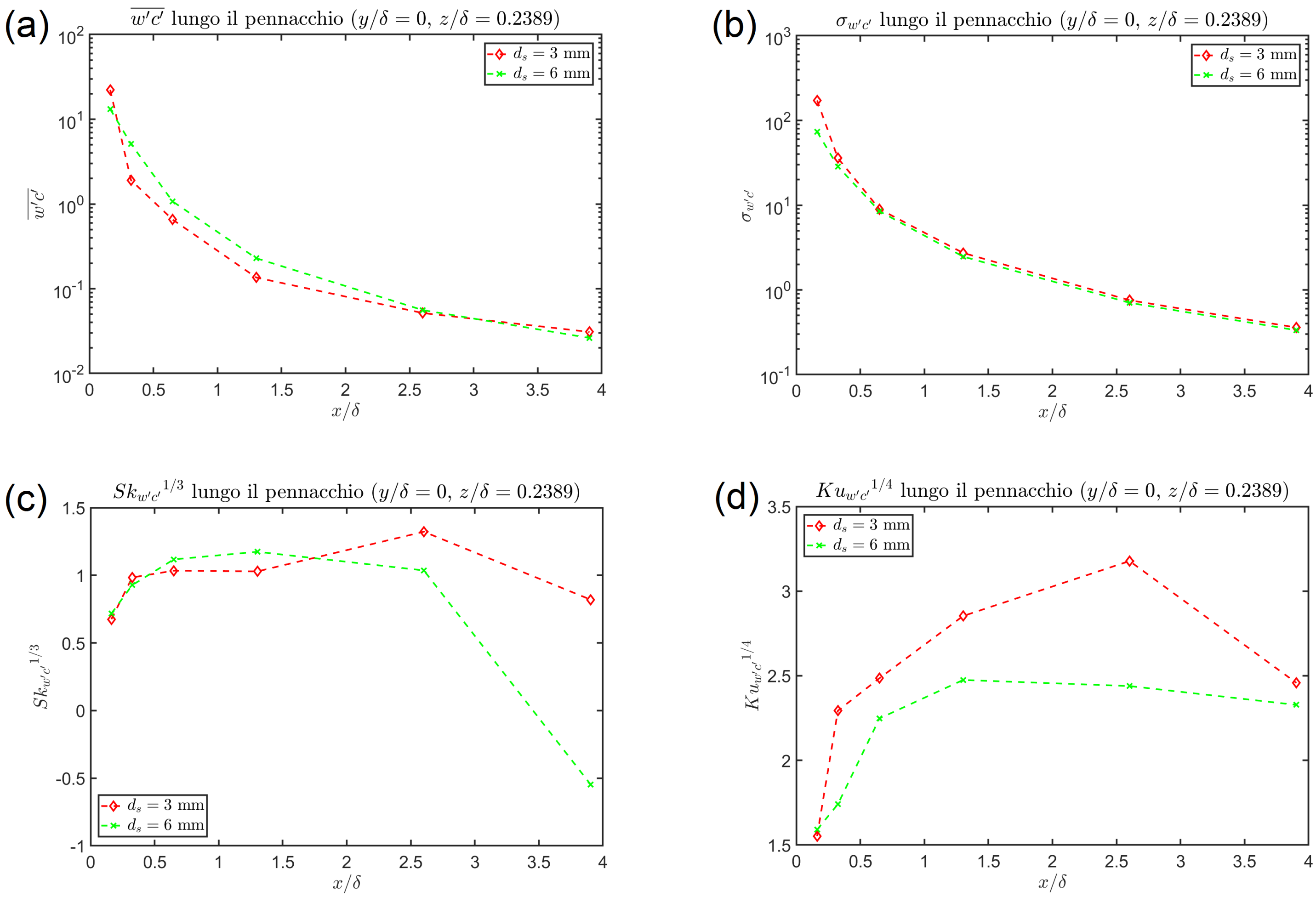

Figura 16: Grafici andamento $\overline{w'c'}$, $\sigma_{w'c'}$, $Sk_{w'c'}^{1/3}$ e $Ku_{w'c'}^{1/4}$ lungo il pennacchio, con $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di $\overline{w'c'}$ in scala semi-logaritmica, (b) Andamento di $\sigma_{w'c'}$ in scala semi-logaritmica, (c) Andamento di $Sk_{w'c'}^{1/3}$, (d) Andamento di $Ku_{w'c'}^{1/4}$

sorgente del pennacchio. Per distanze molto elevate dalla sorgente (non analizzate nel presente studio) l'intensità delle fluttuazioni tende al valore 0.4, quindi le fluttuazioni si annullano quasi completamente per distanze elevate dal punto di emissione [8]. Questo implica che le serie temporali di c_* di questi punti presentino distribuzioni gamma con forma simile a una log-normale.

5.1.2 Correlazione $w'c'$

Medie $\sim$ Le medie di $w'c'$ lungo il pennacchio non differiscono di molto per le due diverse tipologie di sorgente. Ciò che ci si attende è infatti che $\overline{w'c'}$ sull'asse del pennacchio sia prossimo allo zero per tutte le serie studiate. Questo avviene man mano che ci si allontana dal punto di emissione e, in particolare a partire dalla seconda sezione, dove l'ordine delle medie è uguale o inferiore a 10^0. Questo implica che, a partire da una distanza di circa 100 mm dalla sorgente, in corrispondenza dell'asse del pennacchio le medie sono prossime allo zero. Se ne conclude che, per tali punti, la velocità verticale e la concentrazione di inquinante possono essere considerate indipendenti.

Deviazioni standard $\sim$ Le deviazioni standard ottenute per le due diverse sorgenti, osservabili nella *Figura 16b*, vedono ridurre la loro differenza man mano che aumenta la distanza dal punto di emissione. Le uniche differenze non trascurabili sono quelle delle prime due sezioni.

Inoltre, le deviazioni standard tendono a calare man mano che ci si allontana dalla sorgente del pennacchio.

Skewness e curtosi $\sim$ Gli andamenti della radice terza della skewness e della radice quarta della curtosi sono simili. Si ha infatti che entrambe le statistiche aumentano man mano che ci si allontana dalla sorgente, per poi calare in corrispondenza dell'ultima sezione analizzata.

In generale, i valori di skewness e di curtosi ottenuti per la sorgente più piccola sono maggiori di quelli ottenuti per la sorgente più grande.

5.1.3 Correlazione $u'c'$

Medie $\sim$ Diversamente da quanto osservato per la variabile $w'c'$, l'andamento delle medie è crescente man mano che la distanza dalla sorgente aumenta. I valori di $\overline{u'c'}$ misurati sono tutti negativi sull'asse del pennacchio e tendono allo zero per ascisse crescenti. Questo implica che la correlazione sull'asse del pennacchio tra le variabili u e c_* sia bassa in ogni occasione, ma tenda a calare per distanze sempre maggiori dal punto di emissione. Come anticipato, ci si attende infatti che le due serie temporali siano indipendenti sull'asse del pennacchio.

Gli andamenti per le due diverse sorgenti sono molto simili, mostrando differenze significative solo per le sezioni che distano dai 102 mm ai 409 mm dal punto di emissione.

Deviazioni standard $\sim$ Le deviazioni standard di $u'c'$ hanno un andamento decrescente all'aumentare dell'ascissa. Tale andamento è uguale a quello ottenuto per la variabile $w'c'$.

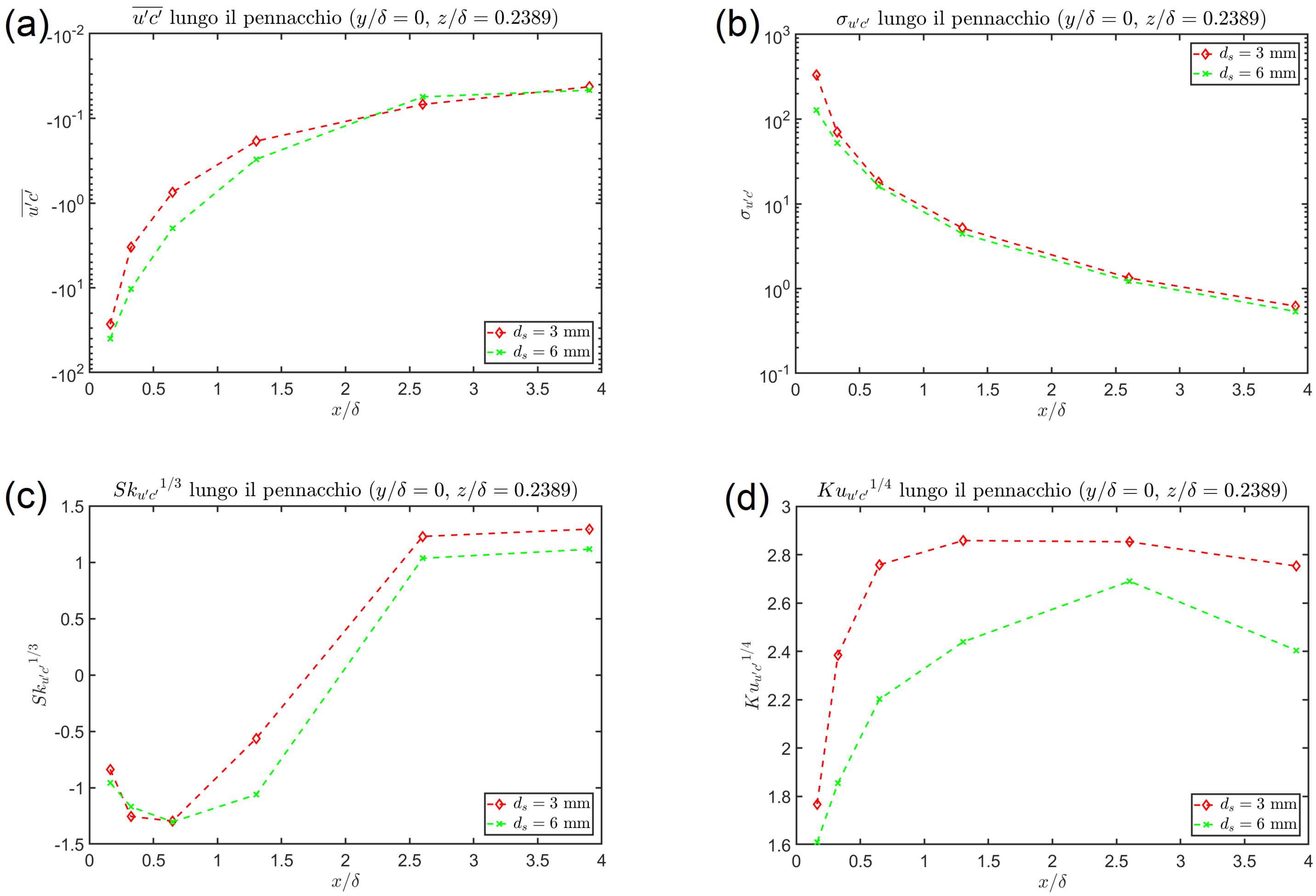

Figura 17: Grafici andamento $\overline{u'c'}$, $\sigma_{u'c'}$, $Sk_{u'c'}^{1/3}$ e $Ku_{u'c'}^{1/4}$ lungo il pennacchio, con $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di $\overline{u'c'}$ in scala semi-logaritmica, (b) Andamento di $\sigma_{u'c'}$ in scala semi-logaritmica, (c) Andamento di $Sk_{u'c'}^{1/3}$, (d) Andamento di $Ku_{u'c'}^{1/4}$

Le differenze tra i valori di $\sigma_{u'c'}$ per le due diverse sorgenti sono trascurabili, a eccezione della sezione più prossima al punto di emissione. Tale comportamento segue quanto già verificato per la variabile $w'c'$.

Skewness e curtosi $\sim$ La *Figura 17c*, che mostra la radice terza della skewness, evidenzia andamenti opposti a quelli della radice terza della skewness ottenuti per la variabile $w'c'$. Viceversa, la *Figura 3d*, che presenta la radice quarta della curtosi, mostra andamenti simili a quelli della correlazione $w'c'$.

A seguito dell'analisi delle prime quattro statistiche delle correlazioni è possibile dedurre che le statistiche di ordine dispari della correlazione $u'c'$ si comportano in maniera opposta rispetto alle stesse statistiche della correlazione $w'c'$. In particolare, andamenti crescenti delle statistiche di ordine dispari per $u'c'$ corrispondono ad andamenti decrescenti delle statistiche di ordine dispari per $w'c'$. Al contrario, le statistiche di ordine pari hanno andamenti corrispondenti sia per la correlazione $u'c'$ che per la correlazione $w'c'$.

5.2 Analisi *medie*

Le cinque variabili sono valutate inizialmente attraverso le medie. Le serie temporali sono state infatti studiate attraverso tale indice statistico e i risultati sono osservabili nei grafici delle pagine seguenti.

5.2.1 Velocità longitudinale u

Le medie della velocità longitudinale confermano le attese teoriche. Osservando $\bar{u}$ trasversalmente al pennacchio si può notare come l'unica sezione che mostra una media della velocità longitudinale più bassa rispetto alle altre è quella più prossima al punto di emissione. Tale risultato conferma quanto ci si attende, in quanto è noto che gli effetti scia che scaturiscono dalla sorgente del pennacchio tendono a rendere i valori di velocità longitudinale misurati in prossimità del punto di emissione più bassi. Ciò che avviene è che in prossimità della sorgente del pennacchio gli effetti dello strato limite non sono ancora osservabili, quindi la velocità ottenuta è leggermente inferiore a quella delle sezioni successive.

Le variazioni trasversali delle medie per le sezioni successive a quella più prossima al punto di emissione possono essere considerate trascurabili. Per

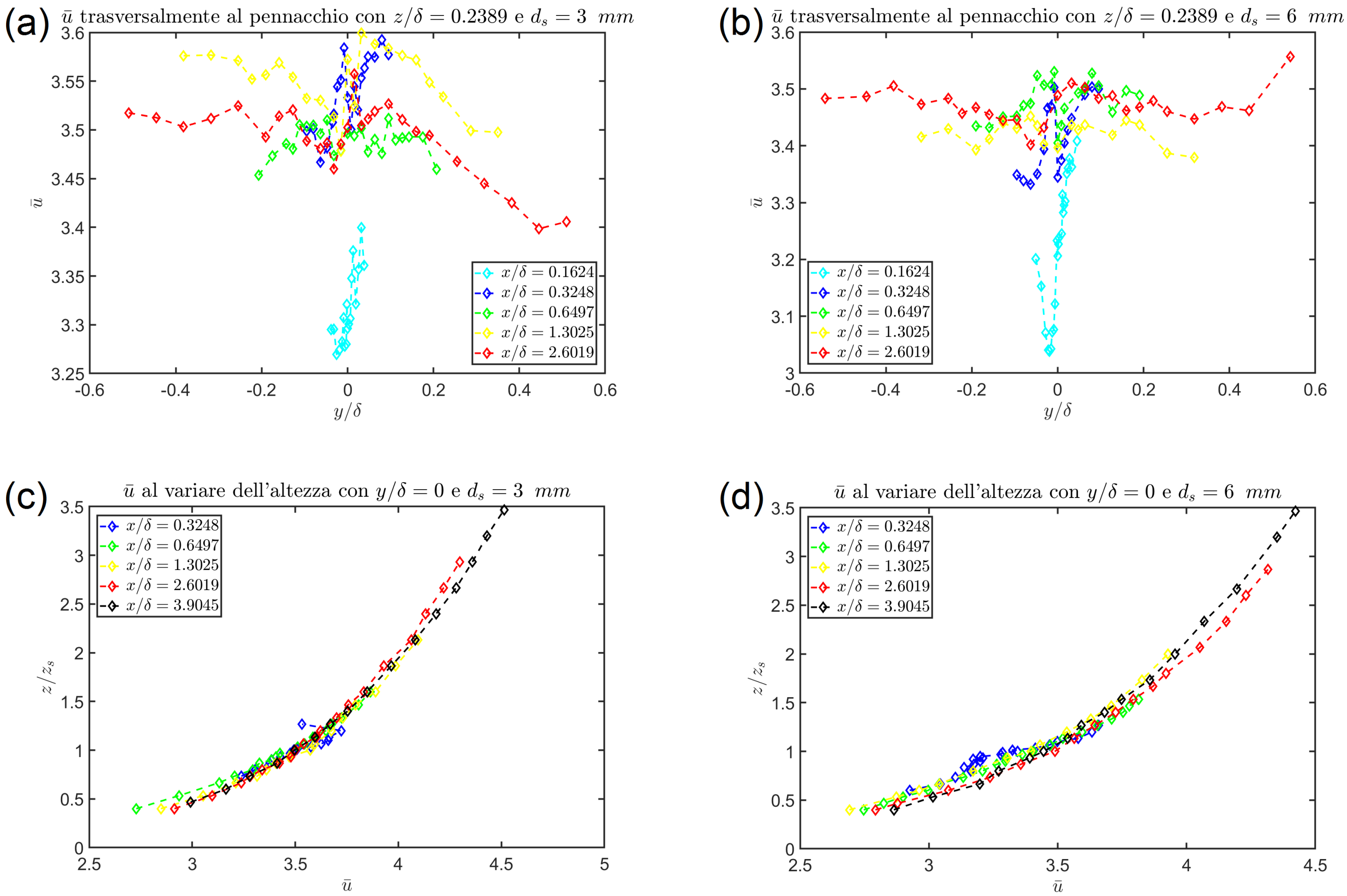

Figura 18: Grafici andamento $\bar{u}$ trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di $\bar{u}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di $\bar{u}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di $\bar{u}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di $\bar{u}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

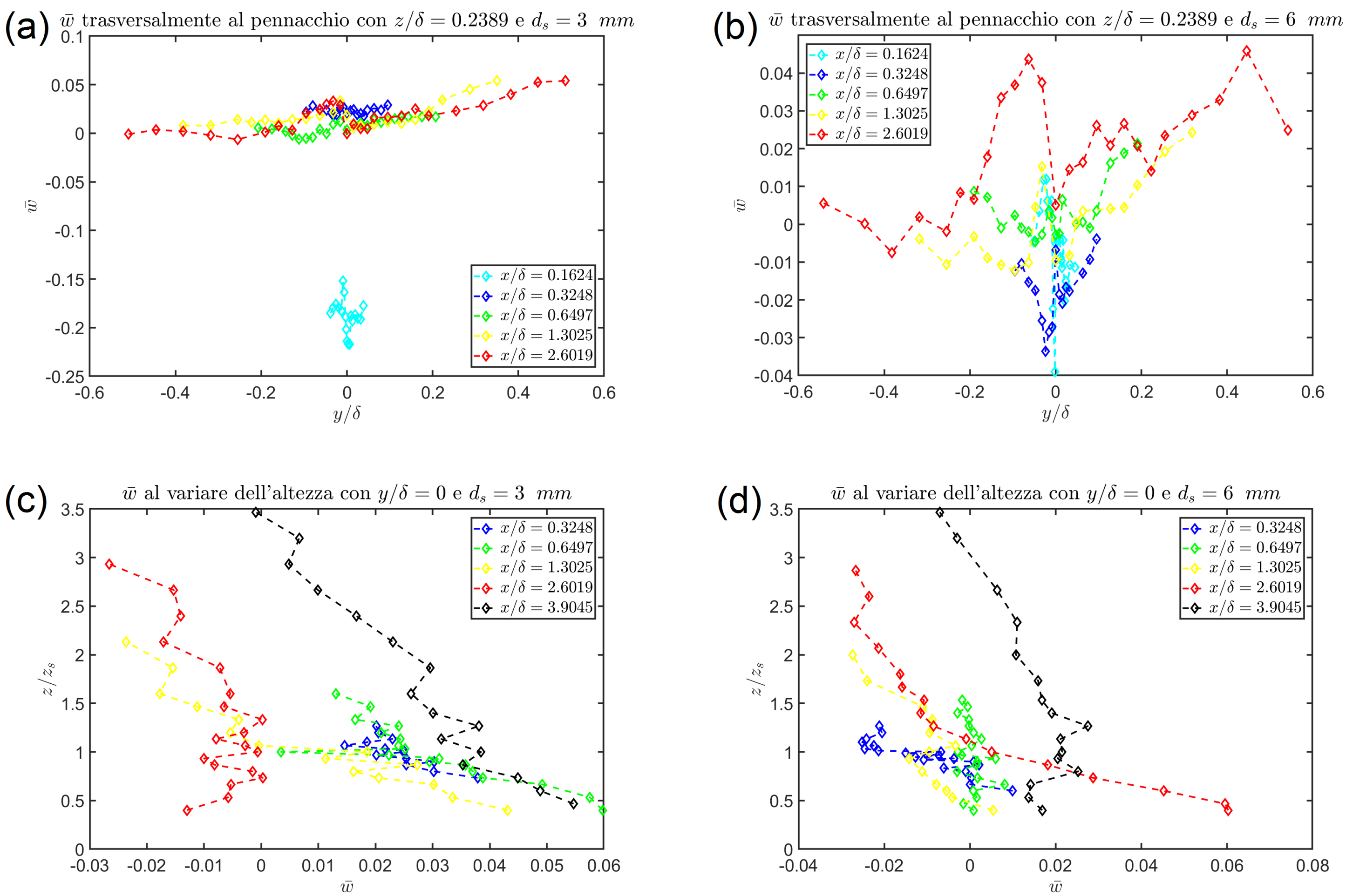

Figura 19: Grafici andamento $\bar{w}$ trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ \ mm$ e $d_s = 6\ \ mm$. In particolare: (a) Andamento di $\bar{w}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ \ mm$, (b) Andamento di $\bar{w}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ \ mm$, (c) Andamento di $\bar{w}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ \ mm$, (d) Andamento di $\bar{w}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ \ mm$

tali sezioni il pennacchio è infatti completamente inserito all'interno delle turbolenze, quindi le variazioni nei valori ottenuti sono irrilevanti.

I profili verticali della velocità longitudinale seguono quelli indicati nella sezione *'Caratteristiche del campo di moto'*. Ci si attende infatti che non vi sia differenza tra le diverse sezioni in quanto lo strato limite può essere considerato completamente sviluppato. In linea con le premesse teoriche, la velocità longitudinale tende ad aumentare man mano che aumenta la distanza dal suolo, seguendo l'andamento logaritmico di (5).

5.2.2 Velocità verticale w

Gli andamenti delle medie della velocità verticale sono mostrati nella *Figura 19*. I valori di $\bar{w}$ ottenuti sono prossimi allo zero per tutte le sezioni.

Mentre la velocità verticale media trasversalmente al pennacchio tende a essere simile per tutte le sezioni, i valori di velocità verticale media al variare dell'altezza tendono ad aumentare man mano che ci si avvicina al suolo, come osservabile dalla *Figura 19c-d*.

5.2.3 Concentrazione di inquinante c_*

La *Figura 20* e la *Figura 21* mostrano gli andamenti delle medie di concentrazione di inquinante adimensionalizzata per variazioni di ordinata e per variazioni di altezza. Ogni grafico presenta una diversa sezione e permette di confrontare i risultati delle concentrazioni medie dei pennacchi generati dalle due sorgenti di dimensione differente.

Come affermato in precedenza, la formula che individua la concentrazione media è la soluzione Gaussiana

$$\bar{c}(x,y,z) = \frac{\dot{M}_q}{2\pi\sigma_y\sigma_z u} exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}\right)$$

Tale curva è quella che descrive gli andamenti dei valori di concentrazione media osservabili nei grafici seguenti. La concentrazione media deve quindi assumere un andamento normale, con apice in corrispondenza dell'asse del pennacchio e decrescita simmetrica. Come noto, la dimensione della sorgente non influisce sui risultati della concentrazione media per pennacchi emessi da sorgenti di dimensione diversa, quando la distanza dal punto di emissione è molto maggiore del diametro della sorgente. Di conseguenza, ciò che ci si attende è che gli andamenti di $\bar{c_*}$ per i pennacchi emessi dalle due sorgenti abbiano andamenti pressoché identici, ad eccezione delle sezioni più prossime alla sorgente.

Medie trasversalmente al pennacchio $\sim$ I grafici della *Figura 20a-e* rappresentano le medie della concentrazione di inquinante adimensionalizzata trasversalmente al pennacchio. L'altezza è stata considerata fissa in corrispondenza di $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$), ovvero sull'asse del pennacchio.

Per le concentrazioni medie trasversalmente al pennacchio è noto che

$$\bar{c}(x, y) = \frac{\dot{M}_q}{2\pi\sigma_y\sigma_z u} exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)$$

La *Figura 20a* mostra la sezione più prossima alla sorgente. Dato che la distanza dal punto di emissione è minima, gli effetti della sorgente condizionano il campo di concentrazione. Le differenze tra gli andamenti delle concentrazioni medie misurate per i due diversi pennacchi sono infatti elevate.

Dalla sezione successiva, ovvero per $x = 102$ mm, le differenze tra i due andamenti sono meno evidenti, ma sempre considerevoli. La suddetta sezione è ancora troppo prossima al punto di emissione per poter individuare andamenti molto simili. Le differenze si riducono per la sezione successiva, ma restano ancora elevate.

La prima sezione per cui le differenze possono essere considerate trascurabili è quella per cui $x = 409$ mm. In questo caso la distanza dalla sorgente è infatti dell'ordine dei cento diametri, quindi può essere considerata soddisfatta la condizione $x \gg d_s$. Di conseguenza le misurazioni non risentono più degli effetti della sorgente. In questa occasione si nota infatti come gli andamenti delle concentrazioni medie dei pennacchi emessi dalle due diverse sorgenti siano ravvicinate.

Quando $x = 817$ mm, ovvero per la sezione seguente, le differenze divengono pressoché nulle. Le due curve sono infatti quasi totalmente sovrapponibili, a conferma delle ipotesi dell'equazione dell'evoluzione temporale di $\bar{c}$.

Come osservabile dalla soluzione Gaussiana, gli andamenti di $\bar{c}$ devono seguire un andamento normale. Tale andamento viene mantenuto in tutti i grafici presentati dalla *Figura 20*.

Medie al variare dell'altezza $\sim$ La *Figura 21a-f* presenta i grafici delle medie di concentrazione di inquinante adimensionalizzata al variare dell'altezza dal suolo. Come in precedenza, i grafici sono suddivisi a seconda della

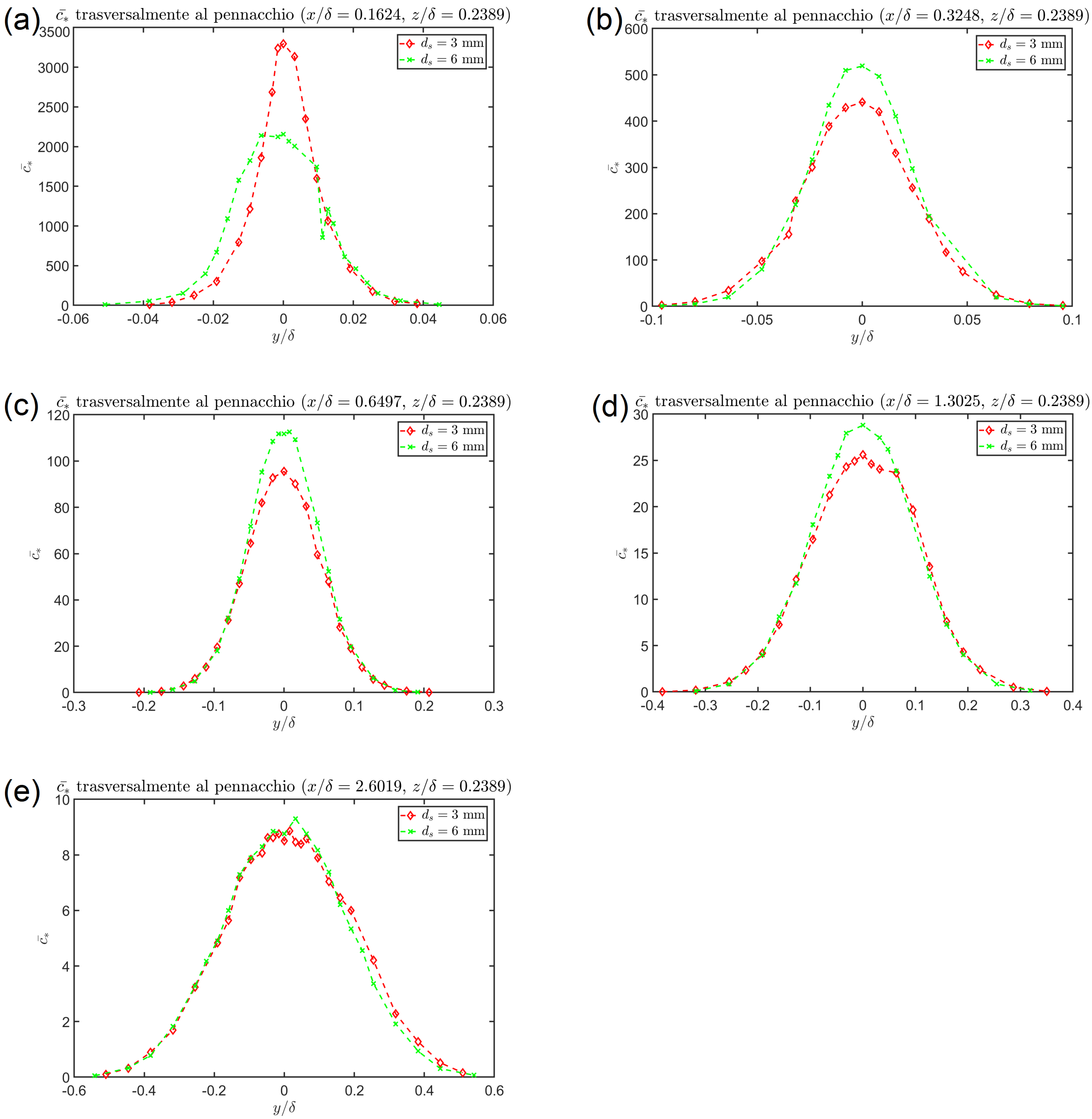

Figura 20: Grafici andamento $\bar{c}_*$ trasversalmente al pennacchio per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $z/z_s = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di $\bar{c}_*$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $\bar{c}_*$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $\bar{c}_*$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $\bar{c}_*$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $\bar{c}_*$ per $x/\delta = 2.6019$

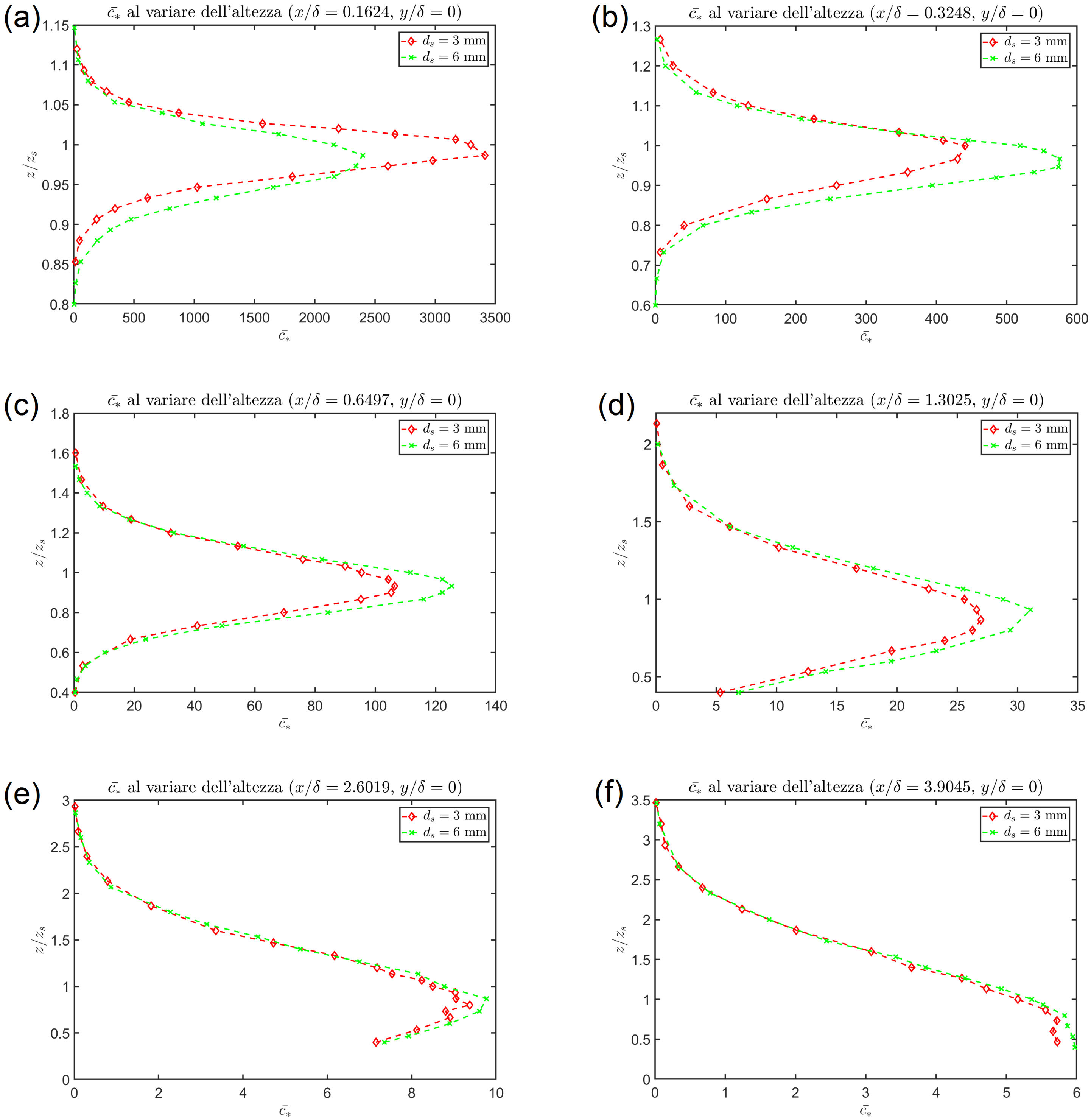

Figura 21: Grafici andamento $\bar{c_*}$ al variare dell'altezza per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $\bar{c_*}$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $\bar{c_*}$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $\bar{c_*}$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $\bar{c_*}$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $\bar{c_*}$ per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di $\bar{c_*}$ per $x/\delta = 3.9045$

sezione che si sta studiando, al fine di confrontare le concentrazioni relative ai pennacchi emessi da sorgenti diverse su uno stesso grafico.

Per le concentrazioni medie al variare dell'altezza si ha che

$$\bar{c}(x,z) = \frac{\dot{M}_q}{2\pi\sigma_y\sigma_z u}\left[exp\left(-\frac{(z+z_s)^2}{2\sigma_z^2}\right) + exp\left(-\frac{(z-z_s)^2}{2\sigma_z^2}\right)\right]$$

La presenza dei due termini esponenziali è resa necessaria dall'effetto di riflessione del suolo, il quale, quando l'ascissa è elevata, deve essere considerato in tale equazione.

In modo simile a quanto osservato per variazioni trasversali, gli andamenti di concentrazione di inquinante media al variare dell'altezza tendono a diventare sempre più comparabili man mano che ci si allontana dalla sorgente del pennacchio. In particolare, quando la distanza dalla sorgente è superiore a 409 mm le differenze sono pressoché nulle, come già osservato nella *Figura 20*.

Per le sezioni più prossime alla sorgente il campo di moto risente della dimensione della sorgente quindi, come per gli spostamenti trasversali, i due andamenti di $\bar{c}$ presentano differenze considerevoli.

Infine, gli andamenti presenti nella *Figura 21d-f* non tracciano un profilo gaussiano completo per effetto della riflessione che il suolo provoca al pennacchio.

5.2.4 Correlazione $w'c'$

La *Figura 22* presenta gli andamenti di $\overline{w'c'}$ al variare dell'altezza. Come ci si attende, la correlazione è prossima a zero sull'asse del pennacchio, per poi aumentare man mano che la distanza da esso aumenta. Quando ci si allontana eccessivamente dall'asse del pennacchio, avvicinandosi agli estremi dell'intervallo di misurazione, la correlazione tende nuovamente a calare, fino a raggiungere lo zero. L'andamento descritto è tipico di tutte le sezioni studiate.

La differenza tra le medie di $w'c'$ per le due diverse sorgenti è pressoché nulla per tutte le sezioni.

5.2.5 Correlazione $u'c'$

La *Figura 23* presenta gli andamenti delle medie della correlazione $u'c'$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni studiate.

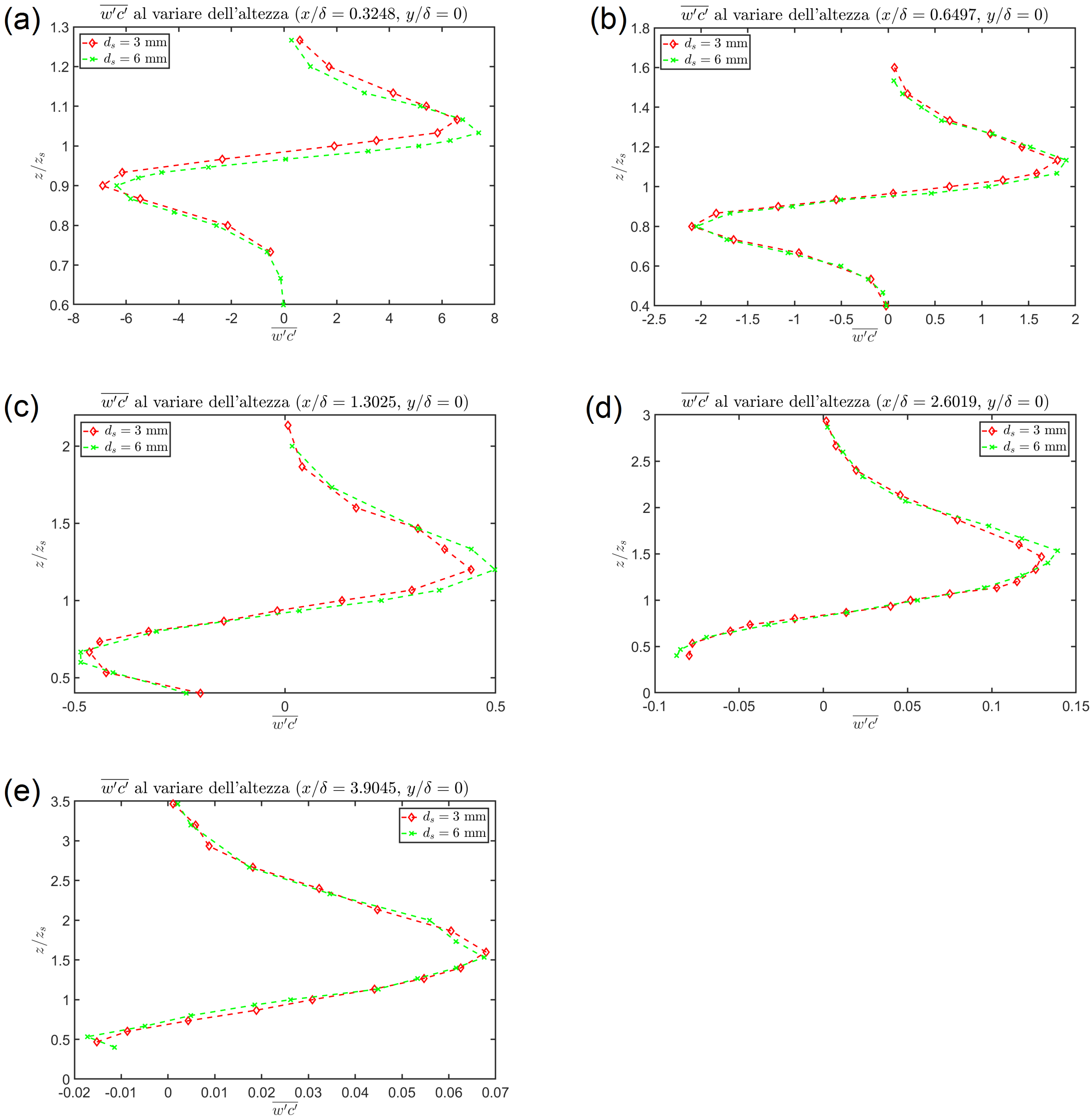

Figura 22: Grafici andamento $\overline{w'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $\overline{w'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $\overline{w'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $\overline{w'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $\overline{w'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $\overline{w'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

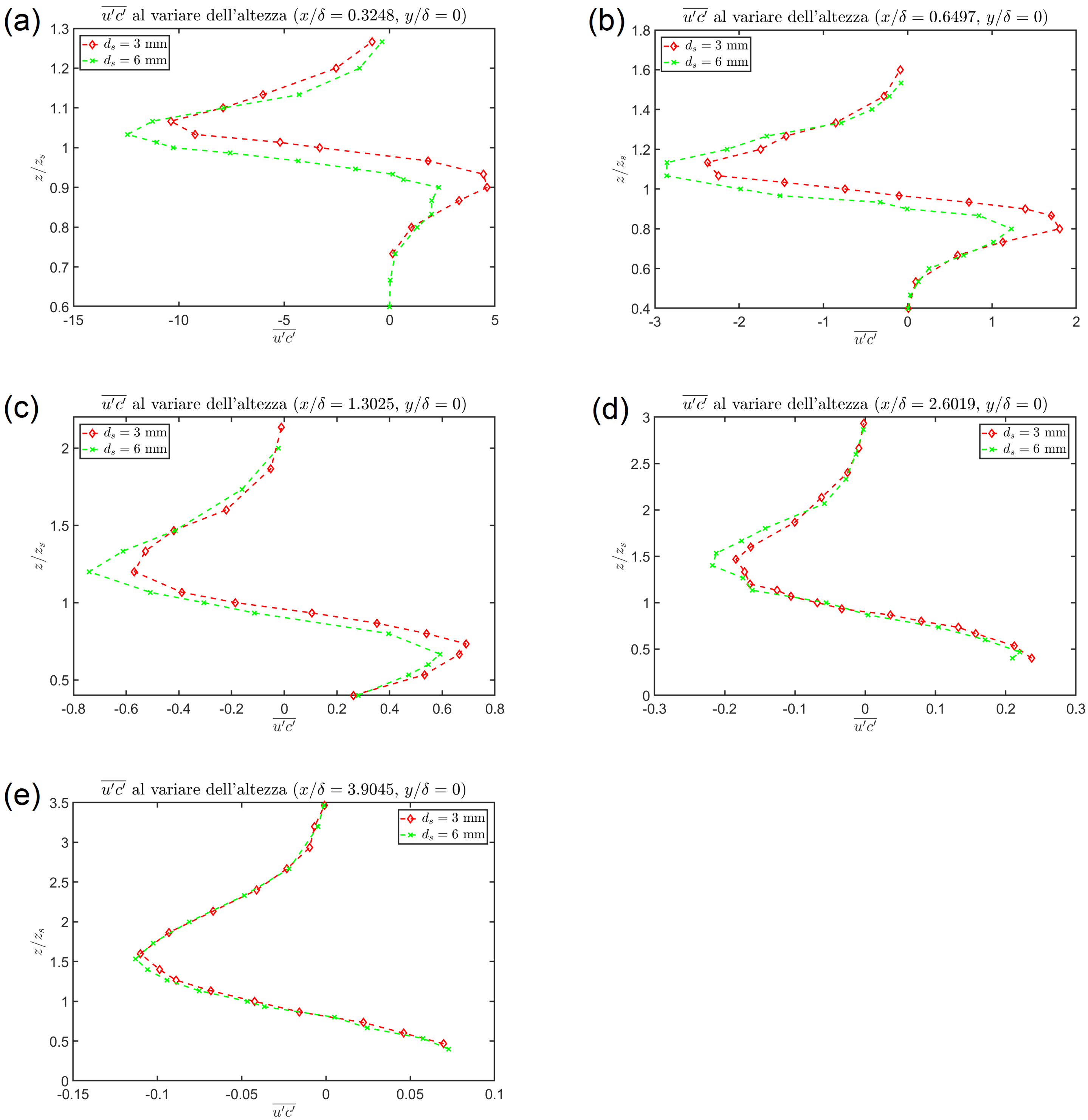

Figura 23: Grafici andamento $\overline{u'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $\overline{u'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $\overline{u'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $\overline{u'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $\overline{u'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $\overline{u'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

In modo simile a quanto osservato per la variabile $w'c'$, la media della correlazione tende ad annullarsi in prossimità dell'asse del pennacchio e alle estremità dell'intervallo di analisi. Tale comportamento è valido per le sezioni più prossime al punto di emissione, in quanto man mano che ci si allontana dalla sorgente del pennacchio le medie di $u'c'$ tendono a non annullarsi per distanze prossime al suolo. Tale comportamento è dovuto all'allargamento continuo delle dimensioni del pennacchio.

Un particolare interessante riguardo alla media della variabile $u'c'$ è dato dal suo andamento nella parte di spazio compresa tra l'asse del pennacchio e gli estremi dell'intervallo di studio. Confrontando tali andamenti con quelli di $\overline{w'c'}$ si può notare come questi siano opposti. Si ha infatti che valori positivi di $\overline{w'c'}$ corrispondono a valori negativi di $\overline{u'c'}$ e viceversa. Questa osservazione permette di notare che le statistiche di ordine dispari hanno andamenti opposti per le due correlazioni. La validità di tale affermazione è evidente anche attraverso i risultati della radice terza della skewness.

5.3 Analisi risultati *deviazioni standard*

La deviazione standard, in modo simile alla media, è stata valutata per tutte le variabili note. Tale indice permette di comprendere qual è la variabilità presente all'interno delle diverse serie temporali.

5.3.1 Velocità longitudinale u

I valori di deviazione standard per la velocità longitudinale ottenuti trasversalmente al pennacchio sono compresi tra 0.4 e 0.54 per tutte le sei sezioni studiate, sia per $d_s = 3\ mm$, sia per $d_s = 6\ mm$. Tali variazioni di deviazioni standard sono contenute in range ridotti e non è possibile osservare un andamento caratteristico.

Diversamente da quanto avviene trasversalmente al pennacchio, gli andamenti di deviazione standard misurati al variare dell'altezza presentano un trend decrescente. Si ha quindi che la variabilità presente all'interno delle serie temporali tende ad aumentare man mano che ci si avvicina al suolo. Da questo se ne deduce che più ci si avvicina al suolo, più le serie temporali di u possiedono valori che si discostano in maniera sempre più accentuata dalla media.

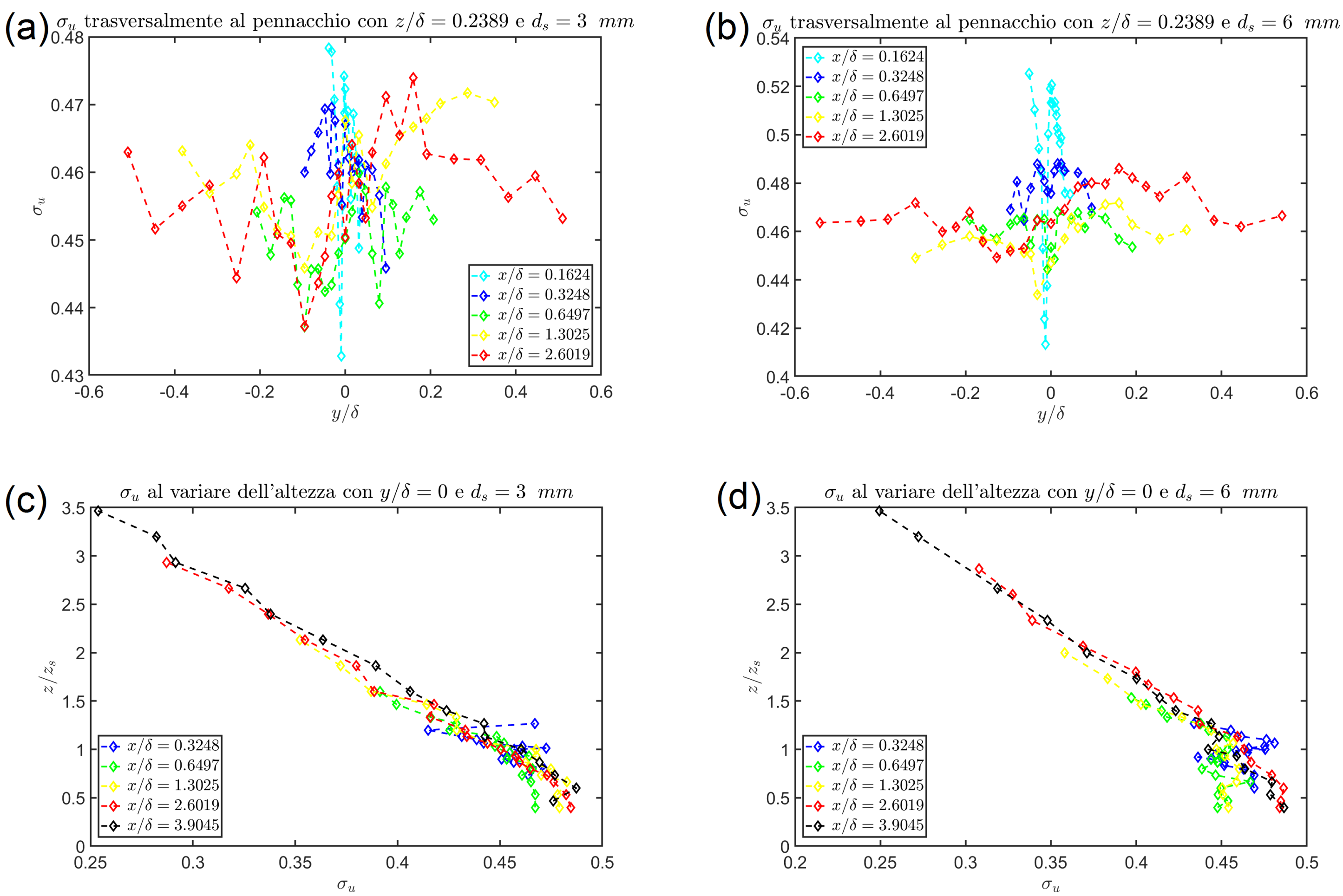

Figura 24: Grafici andamento σ_u trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di σ_u per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di σ_u per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di σ_u per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di σ_u per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

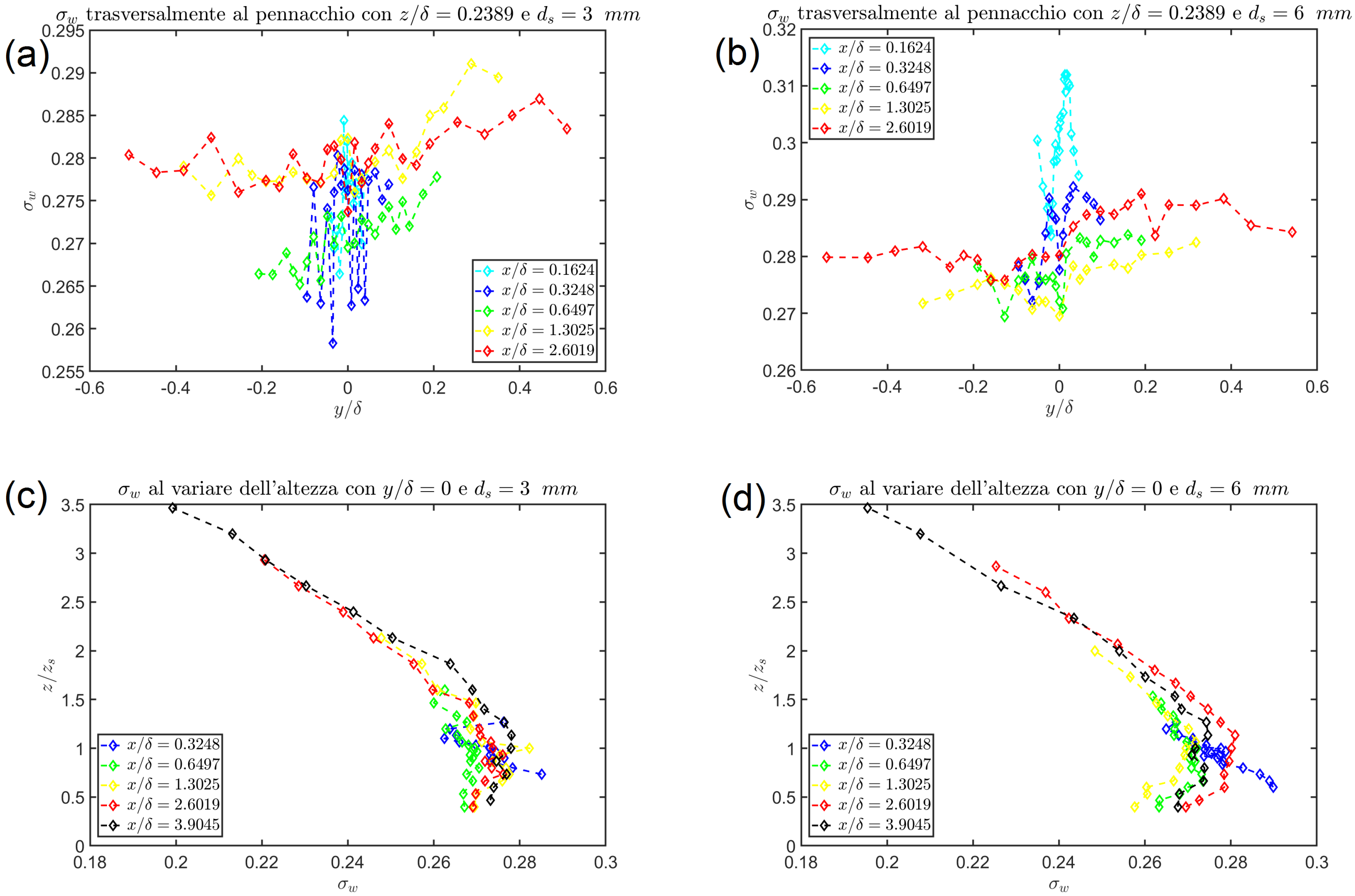

Figura 25: Grafici andamento σ_w trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ \ mm$ e $d_s = 6\ \ mm$. In particolare: (a) Andamento di σ_w per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ \ mm$, (b) Andamento di σ_w per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ \ mm$, (c) Andamento di σ_w per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ \ mm$, (d) Andamento di σ_w per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ \ mm$

5.3.2 Velocità verticale w

Le deviazioni standard misurate per la variabile w sono dello stesso ordine di quelle ottenute per la variabile u. Dato che le medie relative alla velocità longitudinale sono però circa due ordini di grandezza superiori rispetto a quelle ottenute per la velocità verticale, le deviazioni standard hanno un'incidenza molto più accentuata sulle serie temporali di w. Di conseguenza, le serie temporali della velocità verticale tendono a discostarsi molto di più dalla media, rispetto a quanto non avvenga per le serie temporali della velocità longitudinale.

Mentre trasversalmente al pennacchio non è possibile osservare un andamento caratteristico di tutte le sezioni, al variare dell'altezza è possibile notare un andamento gaussiano. Si ha in particolare che il valore massimo di deviazione standard è misurato in corrispondenza dell'asse del pennacchio. Man mano che ci si allontana da essa, la deviazione standard misurata per le serie temporali di w tende a diminuire. Di conseguenza, più ci si avvicina all'asse del pennacchio, maggiore è il numero di misurazioni che si discostano dalla media della rispettiva serie temporale.

5.3.3 Concentrazione di inquinante c_*

La *Figura 26* e la *Figura 27* mostrano gli andamenti di σ_{c_*} trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza. Come noto, il diverso diametro della sorgente porta a individuare serie temporali di concentrazione di inquinante più o meno fluttuanti, per effetto del fenomeno di meandering. La deviazione standard è direttamente soggetta a questa variabilità delle serie temporali, quindi ci si aspetta che gli andamenti di σ_{c_*} per pennacchi generati da sorgenti di dimensione diversa mostrino differenze non trascurabili tra loro. Dato che il fenomeno di meandering agisce con maggiore intensità in prossimità della sorgente, ciò che ci si può aspettare è che le differenze tra gli andamenti delle deviazioni standard delle serie temporali di c_* per le due diverse sorgenti siano elevate per ascisse esigue e vadano man mano riducendosi.

Deviazioni standard trasversalmente al pennacchio $\sim$ La *Figura 26a-e* presenta i grafici delle deviazioni standard di c_* trasversalmente al pennacchio. L'altezza è fissa per tutti i grafici ed è tale che $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$).

Come ci si può attendere, le differenze di deviazione standard sono molto marcate per le sezioni più prossime alla sorgente e calano man mano che la distanza dalla sorgente aumenta. Queste differenze rappresentano gli effetti del meandering, che agisce in maniera evidente su entrambi i pennacchi, ma mostra i suoi effetti maggiori per pennacchi generati da una sorgente di diametro più ridotto. Si può osservare come, a partire dalla *Figura 26a*, le differenze tra i valori di deviazione standard misurati per le serie temporali di concentrazione dei pennacchi emessi dalle due diverse sorgenti si riducano, fino a essere quasi completamente trascurabili nella *Figura 26e*. Anche i valori di deviazione standard individuati sono coerenti con ciò che ci si attende: σ_{c_*} è sempre più elevato quando $d_s = 3\ mm$, rispetto a quando $d_s = 6\ mm$.

La minor influenza del meandering per distanze sempre maggiori dalla sorgente è osservabile anche dal fatto che la deviazione standard cala per

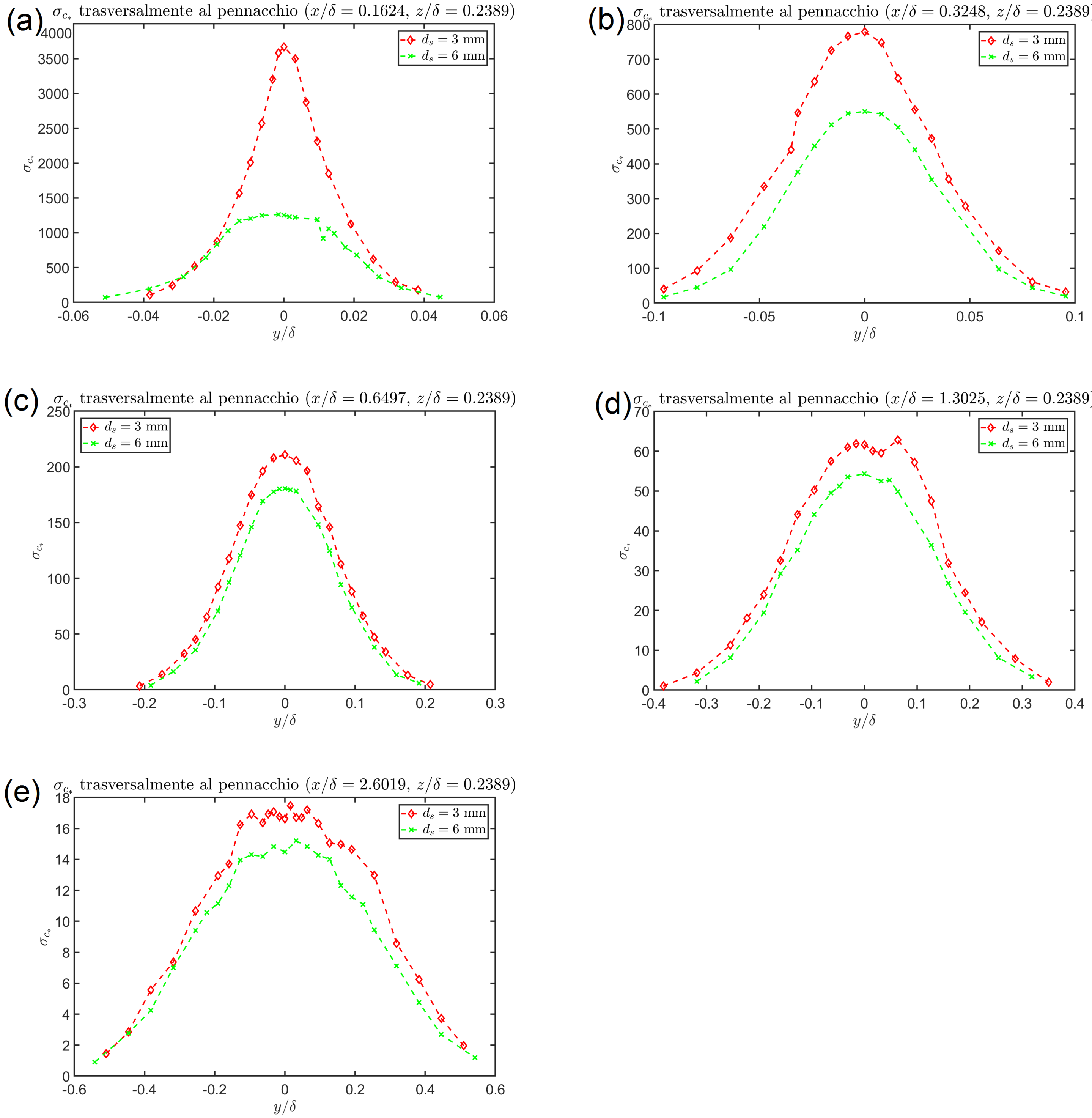

Figura 26: Grafici andamento σ_{c_*} trasversalmente al pennacchio per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 2.6019$

entrambe le dimensioni della sorgente man mano che ci si allontana dalla sorgente stessa. E' infatti noto che la dispersione relativa tende a sovrastare gli effetti del meandering, portando a una riduzione della deviazione standard.

Questi risultati permettono di comprendere la struttura delle serie temporali di c_* analizzate. Queste possiedono valori che si discostano molto dal valore medio per le sezioni più prossime alla sorgente e in prossimità dell'asse del pennacchio. In aggiunta, le serie temporali di c_* misurate per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri sono molto più soggette a variabilità e a fluttuazione di quanto non siano quelle misurate per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri.

Deviazioni standard al variare dell'altezza $\sim$ La *Figura 27a-f* rappresenta gli andamenti delle deviazioni standard della concentrazione di inquinante adimensionalizzata al variare dell'altezza dal suolo. La coordinata fissa è l'ordinata, posta a 0 millimetri ($y/\delta = 0$).

In maniera simile a quanto già riscontrato per variazioni di ordinata, gli andamenti di σ_{c_*} tendono a differire per i pennacchi generati da sorgenti di diametri diversi. Questa differenza diventa sempre meno osservabile per incrementi di ascissa, fino a scomparire quasi completamente per distanze dalla sorgente superiori a 817 mm. A questa distanza dalla sorgente si può affermare che gli effetti della dispersione relativa sovrastano quelli del meandering.

I profili delle deviazioni standard derivanti dalle serie temporali di concentrazione per sorgenti di diametro 3 millimetri sono sempre superiori a quelle delle serie temporali di concentrazione per sorgenti di diametro 6 millimetri. Questi risultati confermano anche per variazioni di altezza ciò che era stato riscontrato trasversalmente al pennacchio: le serie temporali di concentrazione di inquinante misurate a seguito di emissioni di pennacchi da parte di un diametro più piccolo sono molto più variabili rispetto al caso in cui $d_s = 6$ mm. Questa differenza è maggiormente riscontrabile per distanze più prossime alla sorgente e cala man mano che ci si allontana dal punto di emissione.

Gli andamenti di σ_{c_*} tracciano profili gaussiani, ma questi andamenti non si chiudono per tutte le sezioni. Il motivo è dato dalla riflessione del suolo, la quale impedisce la chiusura dei profili rappresentati.

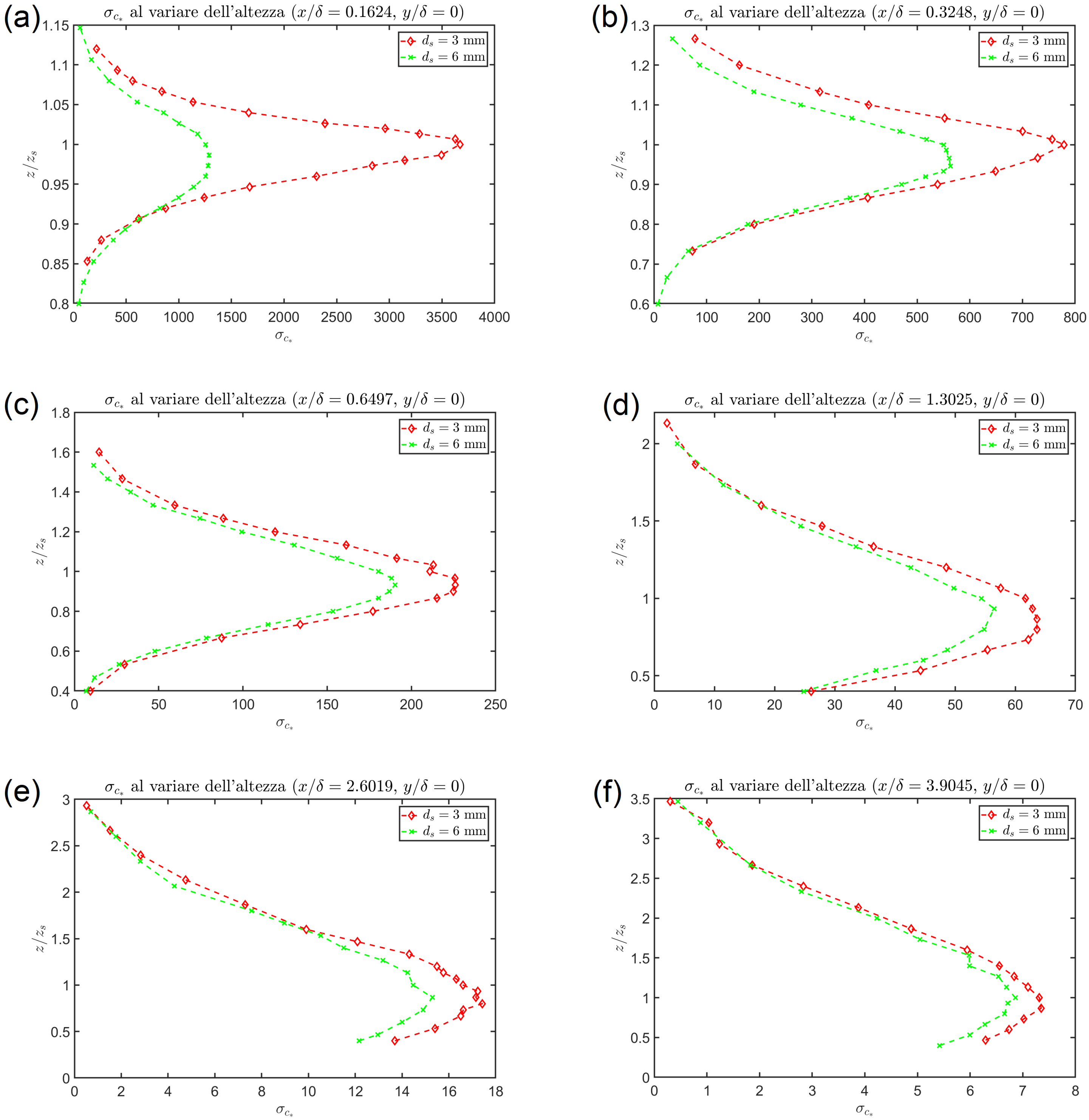

Figura 27: Grafici andamento σ_{c_*} al variare dell'altezza per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di σ_{c_*} per $x/\delta = 3.9045$

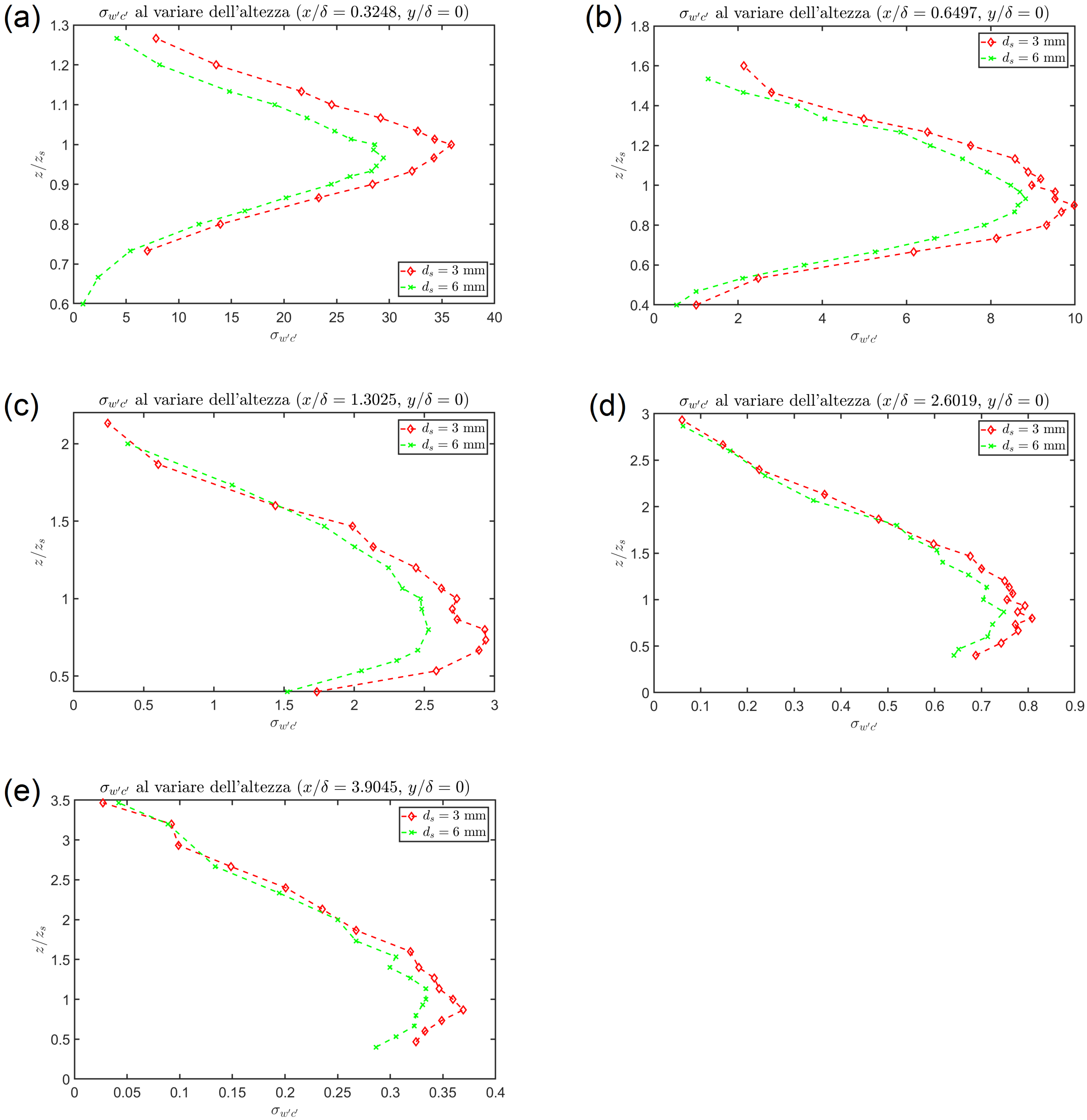

Figura 28: Grafici andamento $\sigma_{w'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $\sigma_{w'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $\sigma_{w'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $\sigma_{w'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $\sigma_{w'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $\sigma_{w'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

Anche in questa occasione è possibile comprendere la struttura delle serie temporali studiate. I valori delle serie temporali di c_* si allontanano molto dalla media per distanze prossime alla sorgente e per punti vicini all'asse del pennacchio. Più la distanza dall'asse del pennacchio e dalla sorgente aumenta, minori sono le fluttuazioni a cui sono soggette le serie in esame. Inoltre, le serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri sono più soggette a variabilità rispetto a quelle per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri.

5.3.4 Correlazione $w'c'$

Come osservabile dai grafici, le deviazioni standard di $w'c'$ al variare dell'altezza mantengono un andamento gaussiano. Si può infatti notare come i valori massimi registrati si abbiano in prossimità dell'asse del pennacchio, mentre il calo avvenga per distanze sempre più elevate dall'asse.

Le differenze tra i profili delle deviazioni standard di $w'c'$ per le due diverse sorgenti sono non trascurabili per le sezioni più prossime al punto di emissione. Man mano che ci si allontana dalla sorgente, le due curve tendono ad assumere andamenti molto ravvicinati. Come ci si può attendere, le deviazioni standard sono sempre più elevate per le serie di $w'c'$ tali per cui $d_s = 3\ mm$.

5.3.5 Correlazione $u'c'$

In maniera simile a quanto ottenuto per la variabile $w'c'$, gli andamenti della deviazione standard della correlazione $u'c'$ seguono un profilo gaussiano. In particolare, il valore massimo di $\sigma_{u'c'}$ si registra in prossimità dell'asse del pennacchio, mentre i valori minimi si registrano agli estremi degli intervalli di analisi.

Le differenze tra i due profili sono evidenti per le prime sezioni, mentre tendono a calare per distanze sempre maggiori dalla sorgente del pennacchio. Si ha infatti che la deviazione standard di $u'c'$ tale per cui $d_s = 3\ mm$ è sempre superiore a quella tale per cui $d_s = 6\ mm$, mostrando le differenze massime in prossimità del punto di emissione.

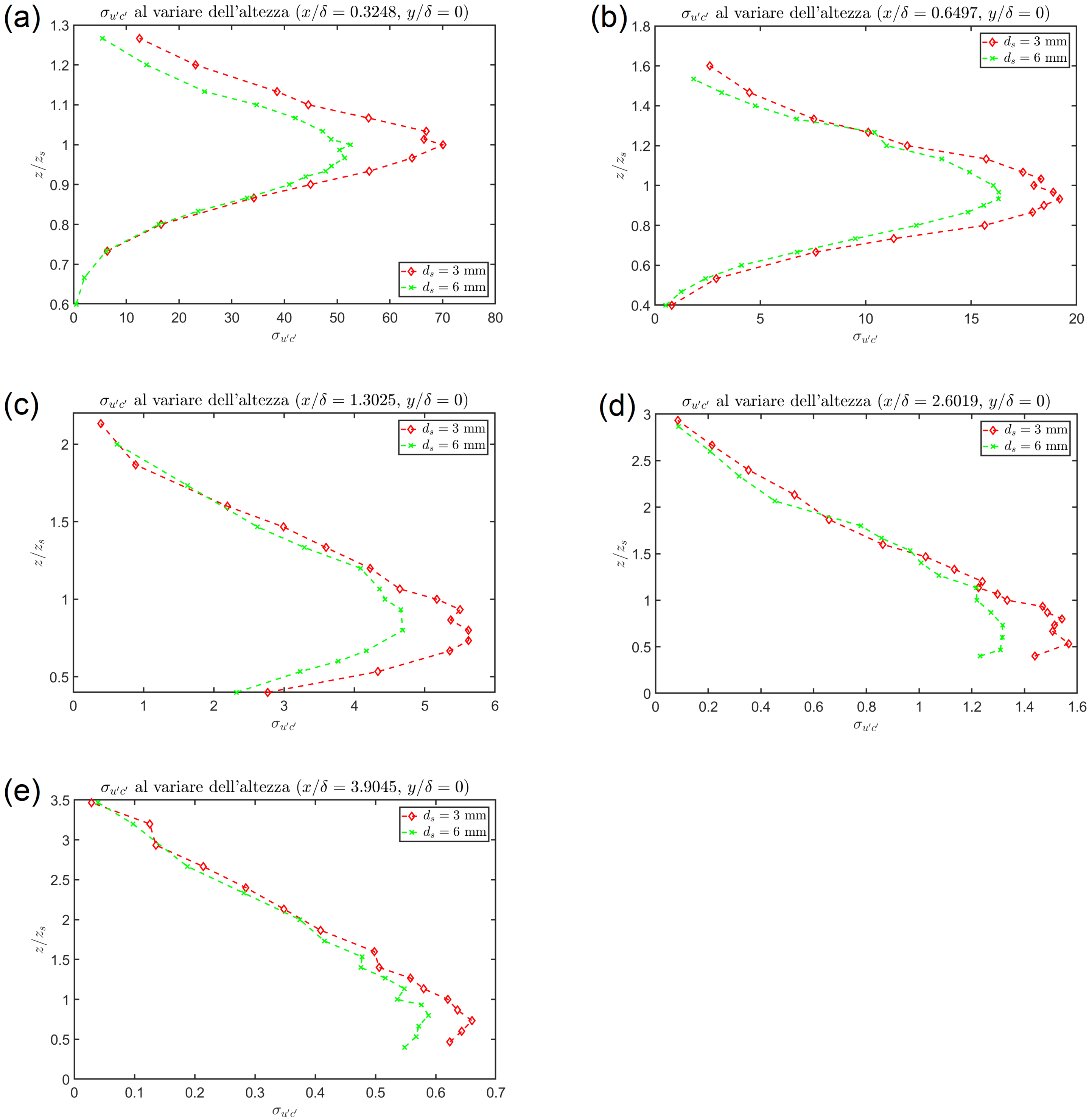

Figura 29: Grafici andamento $\sigma_{u'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $\sigma_{u'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $\sigma_{u'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $\sigma_{u'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $\sigma_{u'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $\sigma_{u'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

5.4 Analisi risultati *skewness*

La skewness è stata valutata attraverso la radice terza, come anticipato nella descrizione delle analisi statistiche. Al fine di non appesantire la trattazione con un numero eccessivo di grafici, i risultati della radice terza della skewness trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per le variabili u e w sono stati rappresentati nell'*Appendice*. Inoltre, anche i risultati della radice terza della skewness al variare dell'altezza relativi alle variabili $w'c'$ e $u'c'$ sono stati posti in *Appendice*.

5.4.1 Concentrazione di inquinante c_*

Come precisato nella descrizione del fenomeno fisico, ci si aspetta che le statistiche della concentrazione di inquinante di ordine superiore al primo si comportino tutte in maniera simile. Deve però essere ribadito che, riguardo alla skewness e alla curtosi, il momento terzo e il momento quarto vengono rispettivamente divisi per la deviazione standard. Di conseguenza, gli andamenti che ci si attende sono differenti rispetto a quelli della deviazione standard.

Skewness trasversalmente al pennacchio $\sim$ La *Figura 30a-e* mostra la radice terza della skewness delle serie temporali di c_* per variazioni di ordinata. Ogni grafico presenta una singola sezione ed è tale per cui $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$).

Come previsto, gli andamenti di $Sk^{1/3}$ permettono di osservare le differenze massime tra le serie di c_* per pennacchi emessi dalle sorgenti dei due diversi diametri in prossimità della sorgente. Queste differenze calano man mano che ci si allontana dalla sorgente, fino a diventare pressoché nulle.

I valori di ${Sk_{c_*}}^{1/3}$ sono maggiori per le serie temporali di c_* dei pennacchi emessi dalla sorgente di diametro 3 millimetri rispetto a quelle dei pennacchi emessi dalla sorgente di diametro 6 millimetri. I casi in cui i valori di ${Sk_{c_*}}^{1/3}$ sono maggiori per $d_s = 6\ mm$ possono essere considerati trascurabili, in quanto si verificano per punti distanti dall'asse del pennacchio. In queste occasioni sia il momento terzo che la deviazione standard presentano valori esigui, quindi, dato che per calcolare la skewness vengono divisi due valori pressoché nulli, sono trascurabili anche i risultati.

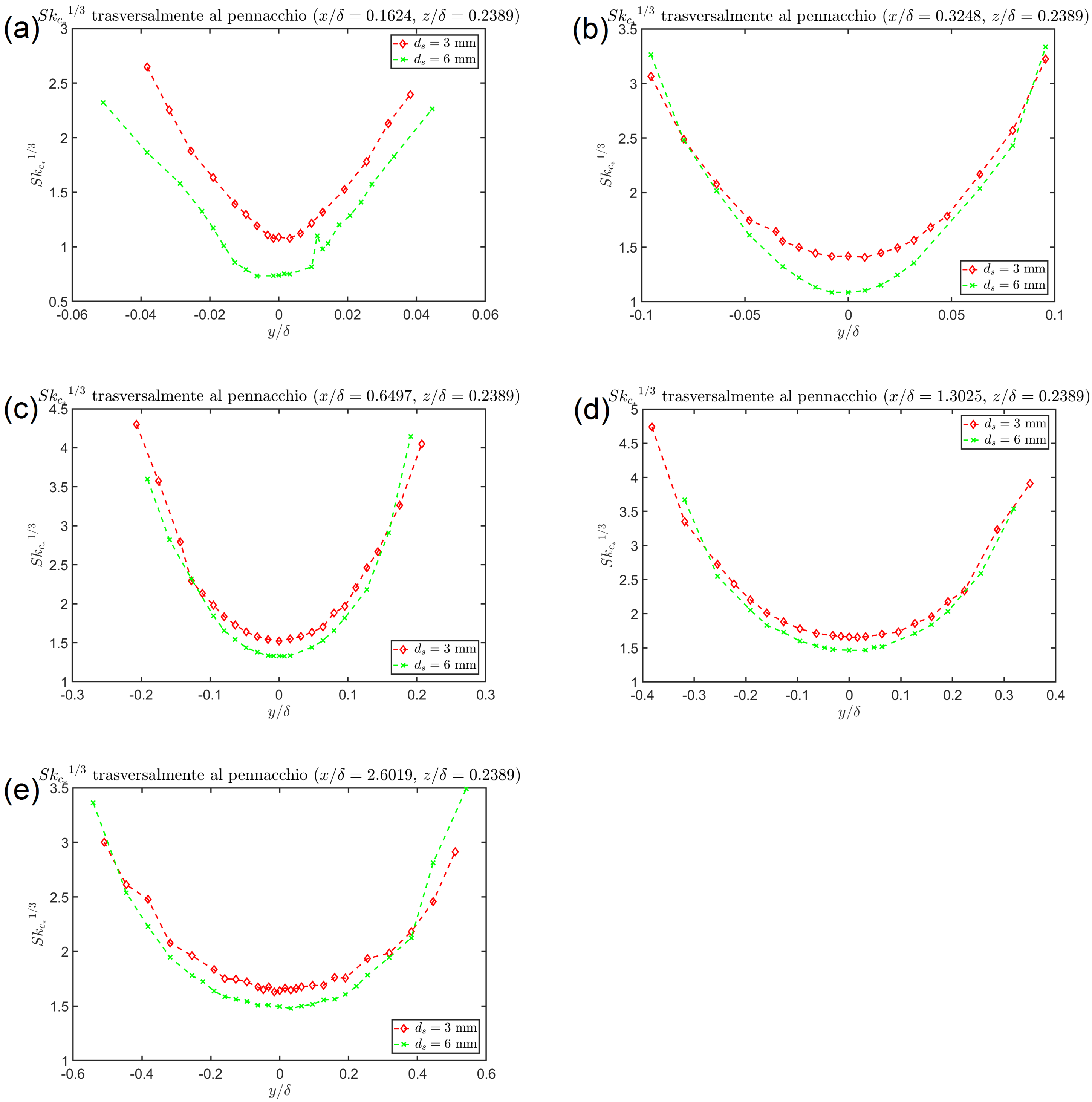

Figura 30: Grafici andamento Sk_{c_*} trasversalmente al pennacchio per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $z/\delta = 0.2389$ $(z/z_s = 1)$. In particolare: (a) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 2.6019$

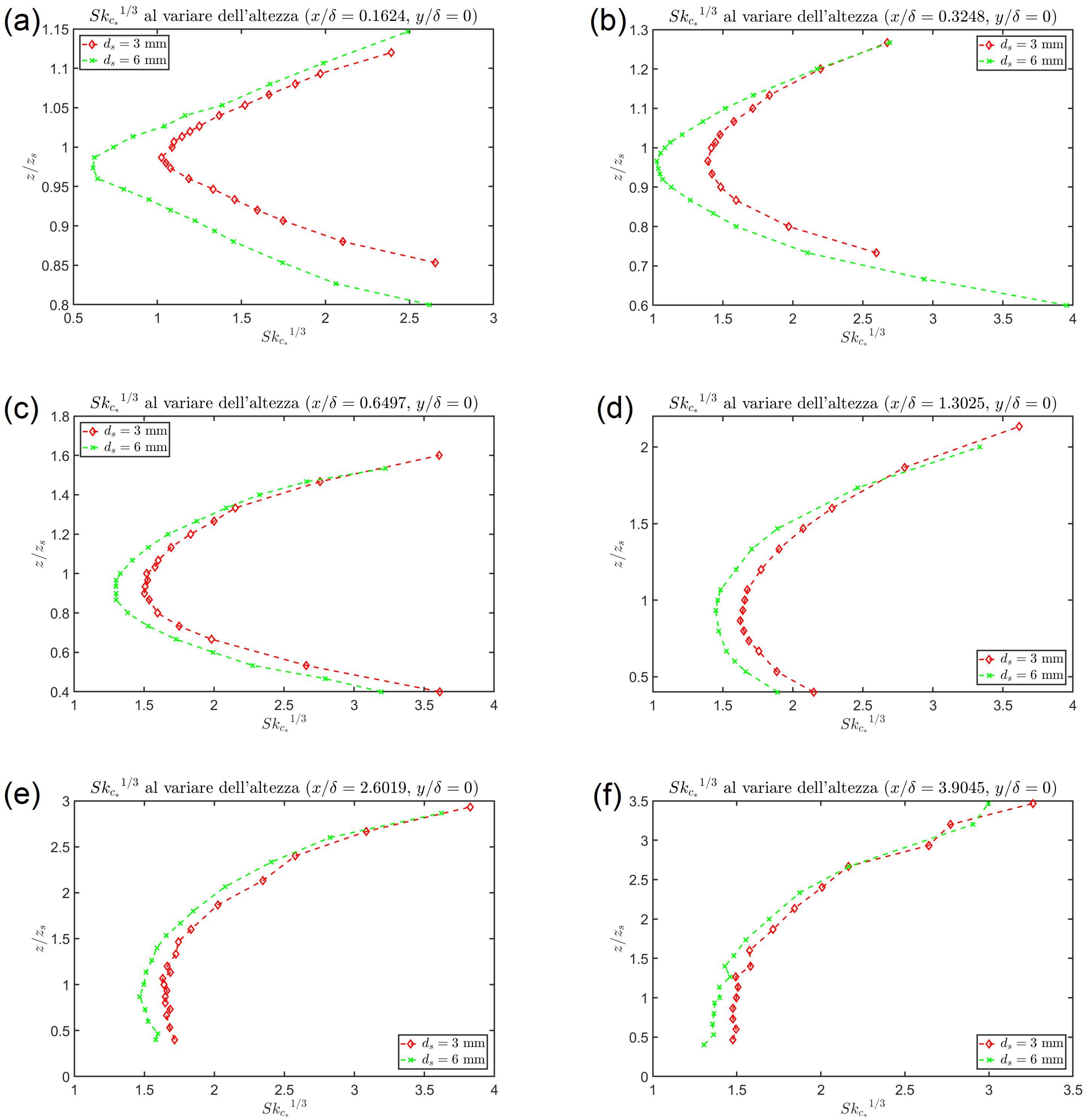

Figura 31: Grafici andamento Sk_{c_*} al variare dell'altezza per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di Sk_{c_*} per $x/\delta = 3.9045$

Skewness al variare dell'altezza $\sim$ La *Figura 31a-f* presenta i risultati di ${Sk_{c_*}}^{1/3}$ per variazioni di altezza. L'ordinata è mantenuta fissa a 0 millimetri ($y/\delta = 0$).

In modo analogo a quanto osservato per le variazioni di ordinata, anche i presenti risultati rispettano ciò che ci si attende. La differenza massima tra i valori di ${Sk_{c_*}}^{1/3}$ si ha per le sezioni più prossime alla sorgente. Tale differenza tende a calare man mano che ci si allontana dalla sorgente del pennacchio.

Anche in questa occasione gli andamenti di ${Sk_{c_*}}^{1/3}$ sono quasi sempre superiori per le concentrazioni dei pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri, rispetto a quelli per le concentrazioni dei pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri. I casi in cui ${Sk_{c_*}}^{1/3}$ per $d_s = 6\ mm$ è superiore a ${Sk_{c_*}}^{1/3}$ per $d_s = 3\ mm$ sono trascurabili.

5.4.2 Correlazione $w'c'$

Gli andamenti della radice terza della skewness ottenuti al variare dell'altezza sono pressoché sovrapposti per entrambe le tipologie di sorgente, per tutte le sezioni studiate. Ciò che si può notare è un andamento crescente per tutte le sezioni. Questo implica che, allontanandosi dall'asse del pennacchio, man mano che ci si avvicina al suolo la skewness diminuisce. Viceversa, allontanandosi dall'asse e aumentando l'altezza, la skewness tende a crescere.

5.4.3 Correlazione $u'c'$

Come atteso, gli andamenti di ${Sk_{u'c'}}^{1/3}$ sono opposti rispetto a quelli di ${Sk_{w'c'}}^{1/3}$. Si ha infatti che, per la variabile $u'c'$, l'andamento è decrescente, mentre per la variabile $w'c'$ l'andamento è crescente.

Osservando in modo approfondito i cinque grafici, si può osservare come i valori della radice terza della skewness ottenuti per le due diverse sorgenti non si distanzino di molto. Di conseguenza, le differenze possono essere considerate trascurabili.

5.5 Analisi risultati *curtosi*

I risultati relativi alla curtosi sono stati valutati attraverso la radice quarta. Come per la skewness, i risultati della radice quarta della curtosi trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per le variabili u e w sono stati rappresentati nell'*Appendice*. Similmente alla skewness, anche i risultati relativi alla radice quarta della curtosi al variare dell'altezza delle variabili $w'c'$ e $u'c'$ sono posti in *Appendice*.

5.5.1 Concentrazione di inquinante c_*

In maniera simile a quanto affermato per la skewness, gli andamenti della curtosi sono differenti da quelli della deviazione standard in quanto tale indice scaturisce dalla divisione del momento quarto per la deviazione standard.

Curtosi trasversalmente al pennacchio $\sim$ La *Figura 32a-e* mostra i risultati di ${Ku_{c_*}}^{1/4}$ per variazioni di ordinata. L'altezza è mantenuta fissa a $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$).

In modo simile a quanto osservato per la radice terza della skewness, anche gli andamenti di ${Ku_{c_*}}^{1/4}$ per le serie temporali di concentrazione dei pennacchi emessi dalle due diverse sorgenti mostrano differenze sostanziali nella parte di volume più prossima alla sorgente. Come osservabile, la *Figura 32a* è quella che evidenzia le differenze maggiori tra i due andamenti. Man mano che ci si allontana dalla sorgente, diminuisce anche la differenza tra i due profili studiati.

Inoltre, gli andamenti di ${Ku_{c_*}}^{1/4}$ per le serie temporali di c_* misurate per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri sono sempre superiori a quelli per le serie temporali di c_* misurati per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri. Questo conferma quanto ci si attende per gli effetti del meandering, che agisce in maniera più marcata sui pennacchi emessi da sorgenti più piccole, rendendo più elevati i valori dei momenti superiori al primo.

Curtosi al variare dell'altezza $\sim$ La *Figura 33a-f* mostra i risultati di ${Ku_{c_*}}^{1/4}$ per variazioni di altezza. L'ordinata è mantenuta fissa a 0 mm ($y/\delta = 0$).

Come osservato nella *Figura 32*, le differenze più marcate tra i due andamenti di ${Ku_{c_*}}^{1/4}$ si possono notare per le sezioni più prossime alla sorgente. Man mano che ci si allontana da essa, gli andamenti tendono a sovrapporsi e le differenze diventano impercettibili.

La riflessione del suolo non permette il completamento del profilo gaussiano per le sezioni distanti dalla sorgente, in particolare quando $x \geq 409$ mm.

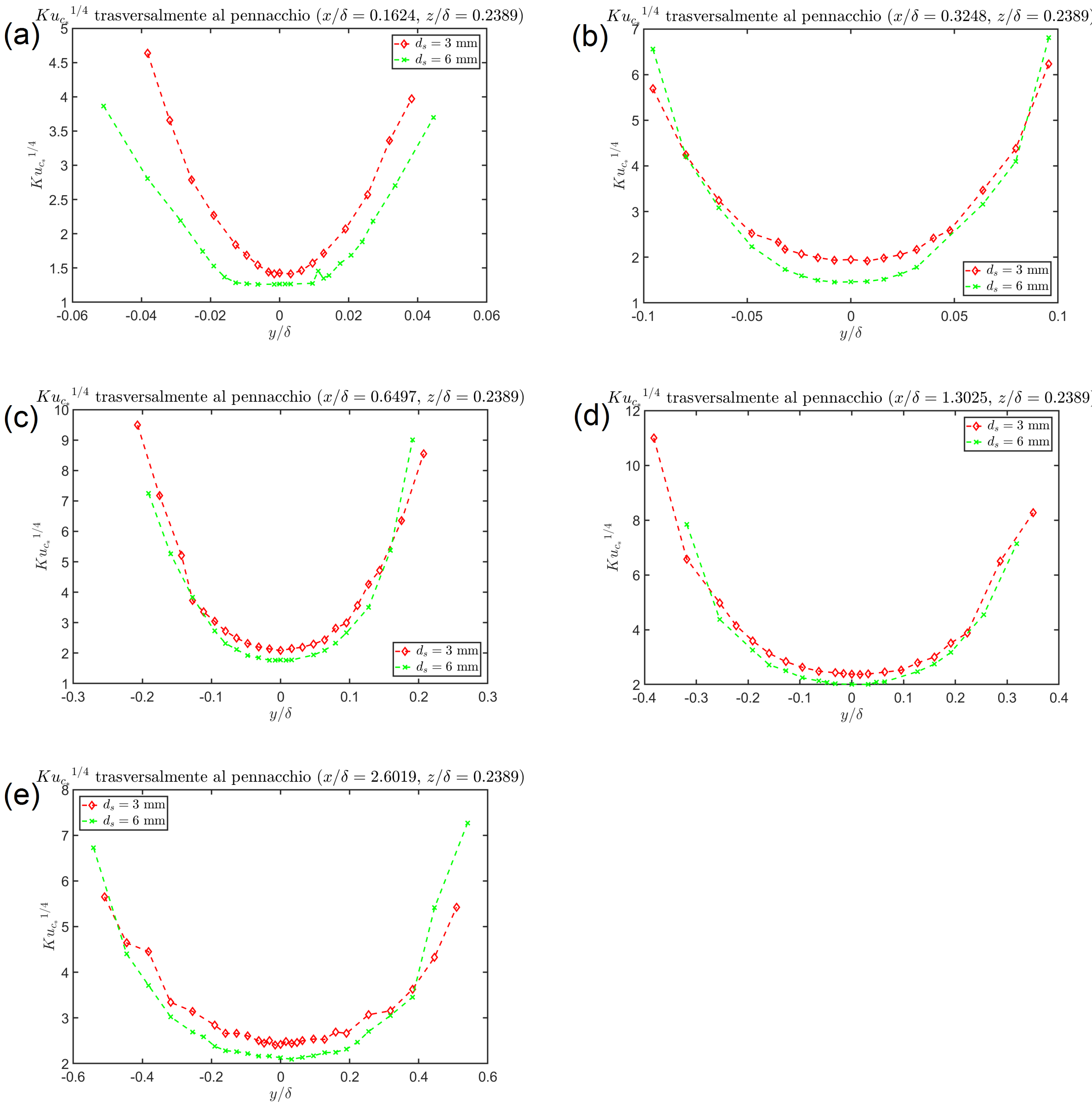

Figura 32: Grafici andamento $Ku_{c_*}^{1/4}$ trasversalmente al pennacchio per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di $Ku_{c_*}^{1/4}$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $Ku_{c_*}^{1/4}$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $Ku_{c_*}^{1/4}$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $Ku_{c_*}^{1/4}$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $Ku_{c_*}^{1/4}$ per $x/\delta = 2.6019$

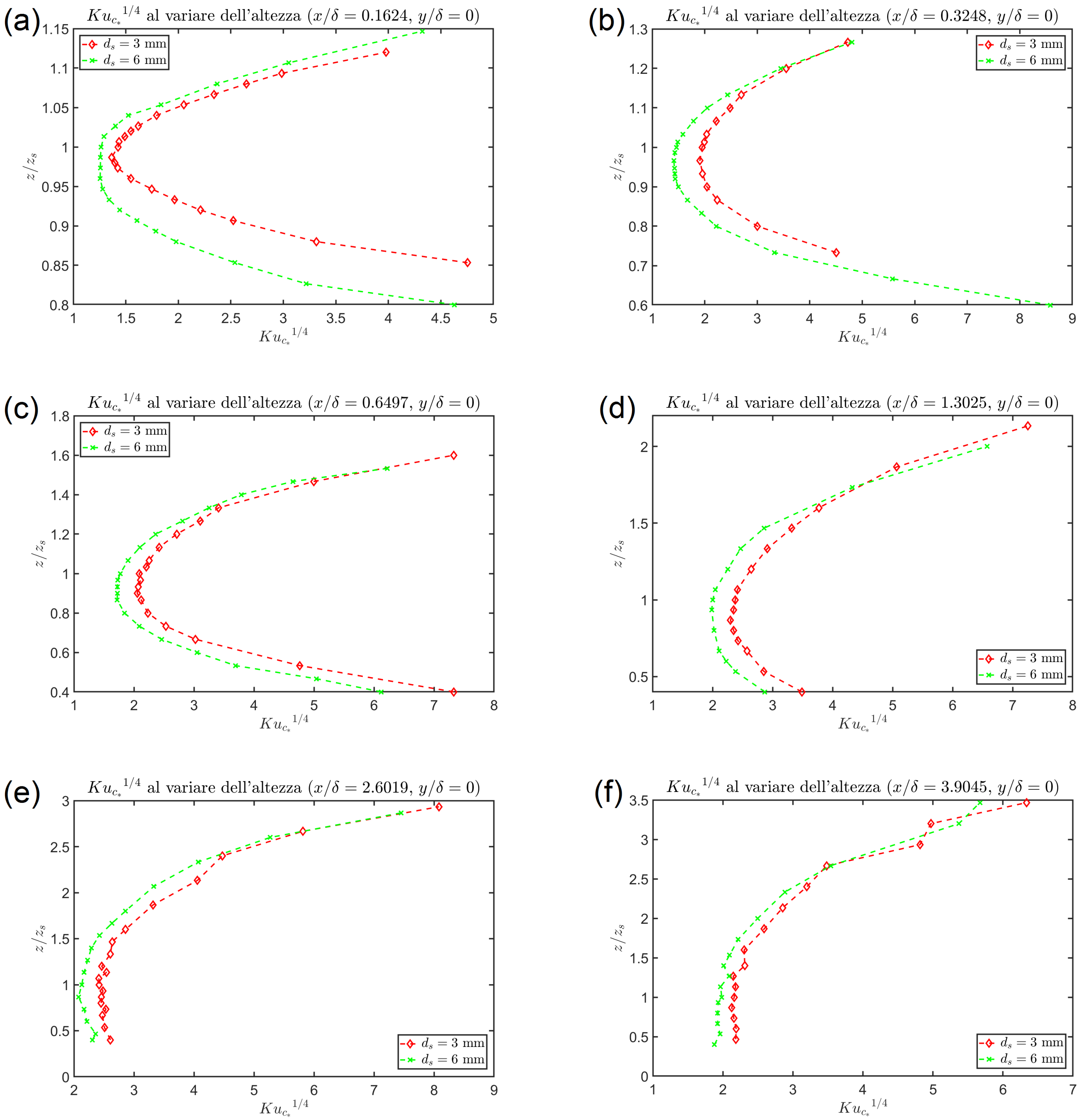

Figura 33: Grafici andamento $Ku_{c*}^{1/4}$ al variare dell'altezza per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $Ku_{c*}^{1/4}$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $Ku_{c*}^{1/4}$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $Ku_{c*}^{1/4}$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $Ku_{c*}^{1/4}$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $Ku_{c*}^{1/4}$ per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di $Ku_{c*}^{1/4}$ per $x/\delta = 3.9045$

5.5.2 Correlazione $w'c'$

Gli andamenti della radice quarta della curtosi sono simmetrici rispetto all'asse del pennacchio per entrambe le tipologie di sorgente. Si può infatti notare che, in corrispondenza dell'asse, la curtosi assume il valore più basso. In maniera simmetrica, la curtosi tende ad aumentare man mano che la distanza dall'asse del pennacchio cresce.

Le differenze osservabili tra gli andamenti delle due sorgenti non sono trascurabili per le sezioni più prossime al punto di emissione. Man mano che ci si allontana dal punto di emissione, tali differenze non sono più evidenti. Anche in questa occasione, come già osservato per la deviazione standard, gli andamenti della radice quarta della curtosi di $w'c'$ per cui $d_s = 3\ mm$ sono quasi in ogni occasione superiori a quelli per cui $d_s = 6\ mm$.

5.5.3 Correlazione $u'c'$

L'ultimo indice statistico studiato è la radice quarta della curtosi. Dato che tale statistica è di ordine pari, ci si attende che gli andamenti dei profili siano simili a quelli della variabile $w'c'$, come già verificato per le deviazioni standard delle correlazioni. Tale attesa è confermata, in quanto i valori di ${Ku_{u'c'}}^{1/4}$ tendono a crescere in maniera simmetrica per distanze sempre maggiori dall'asse del pennacchio.

Inoltre, le differenze tra i profili ottenuti per $d_s = 3\ mm$ e per $d_s = 6\ mm$ sono evidenti per le sezioni più prossime al punto di emissione, mentre tendono a calare per distanze sempre maggiori dalla sorgente. Tale comportamento segue quello della statistica di ordine secondo.

5.6 Analisi degli *spettri* dei segnali

A seguito dell'analisi statistica delle cinque variabili in esame sono stati studiati gli spettri di potenza dei segnali relativi alle suddette componenti.

I risultati di $S(k)$ riguardanti le variabili u e w sono stati valutati ponendo su uno stesso grafico gli spettri associati alle sei diverse sezioni. Inoltre, per ogni grafico sono state valutate le serie temporali associate a un solo diametro della sorgente. Di conseguenza, i grafici relativi a ogni variabile sono due.

Diversamente da quanto fatto per le variabili della velocità, gli spettri di c_*, di $w'c'$ e di $u'c'$ sono stati valutati ponendo su uno stesso grafico i risultati di $S(k)$ relativi a una determinata sezione. Su ogni grafico sono

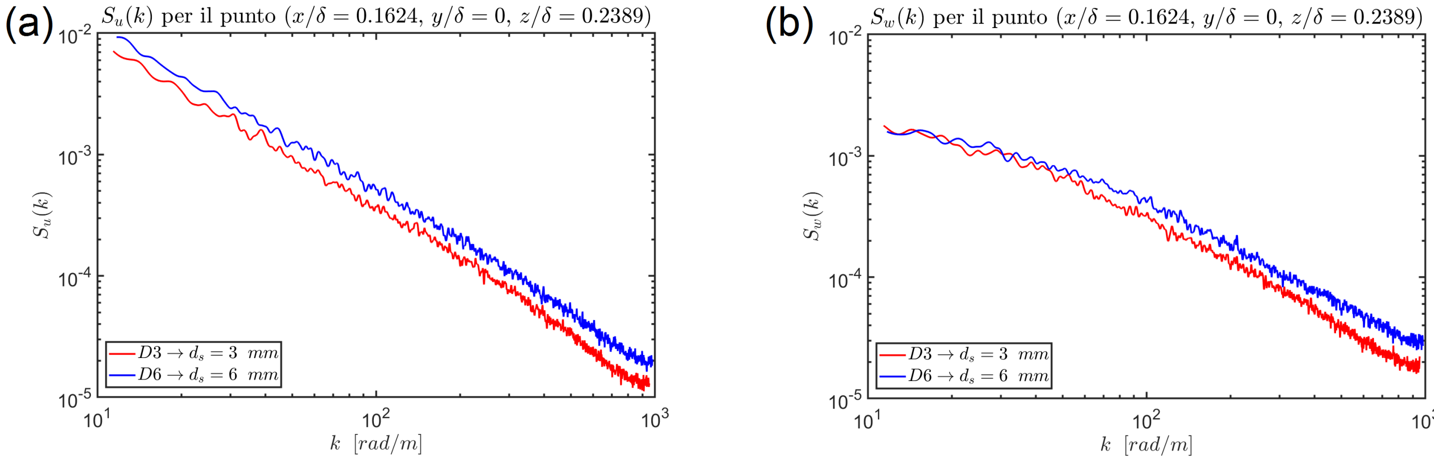

Figura 34: Grafici andamento $S_u(k)$ e $S_w(k)$ per $d_s = 3$ mm e $d_s = 6$ mm, per il punto ($x/\delta = 0.1624$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$). In particolare: (a) Andamento di $S_u(k)$, (b) Andamento di $S_w(k)$

state infatti confrontate le serie temporali ottenute per i due diversi diametri della sorgente, al fine di valutarne le diverse fluttuazioni.

5.6.1 Analisi dello spettro del segnale u e del segnale w

Come affermato in precedenza, le serie temporali di u e di w sono valutate attraverso grafici che descrivono gli spettri delle diverse sezioni in esame, senza curarsi di confrontare serie ottenute per diametri della sorgente diversi. Questa scelta è stata fatta in quanto il campo di moto studiato è uguale sia quando $d_s = 3$ mm, sia quando $d_s = 6$ mm per tutte le sezioni studiate, di conseguenza ci si attende che le strutture delle serie temporali di u e di w non differiscano di molto tra loro. Ci si aspetta infatti che gli spettri dei segnali di queste due variabili siano molto simili per tutte le diverse sezioni.

L'unica sezione tale per cui la diversa dimensione della sorgente condiziona parzialmente i risultati è quella più prossima al punto di emissione, ovvero quella posta a 51 mm di distanza dalla sorgente. In particolare, nella *Figura 34* sono stati confrontati gli spettri dei segnali u e w ottenuti per d_s differenti. Come osservabile sia dalla *Figura 34a* che dalla *Figura 34b*, i valori dello spettro di potenza per $d_s = 6$ mm sono più elevati rispetto a quelli dello spettro di potenza per $d_s = 3$ mm. Tali differenze sono accentuate per elevati numeri d'onda, quindi in corrispondenza di vortici con lunghezza caratteristica esigua.

Se ne conclude che le serie temporali in esame presentano differenze, anche se minime, nelle rispettive strutture. Tali differenze possono essere associate agli effetti scia, i quali agiscono diversamente a seconda della grandezza della sorgente e portano a ottenere serie temporali con caratteristiche leggermente diverse.

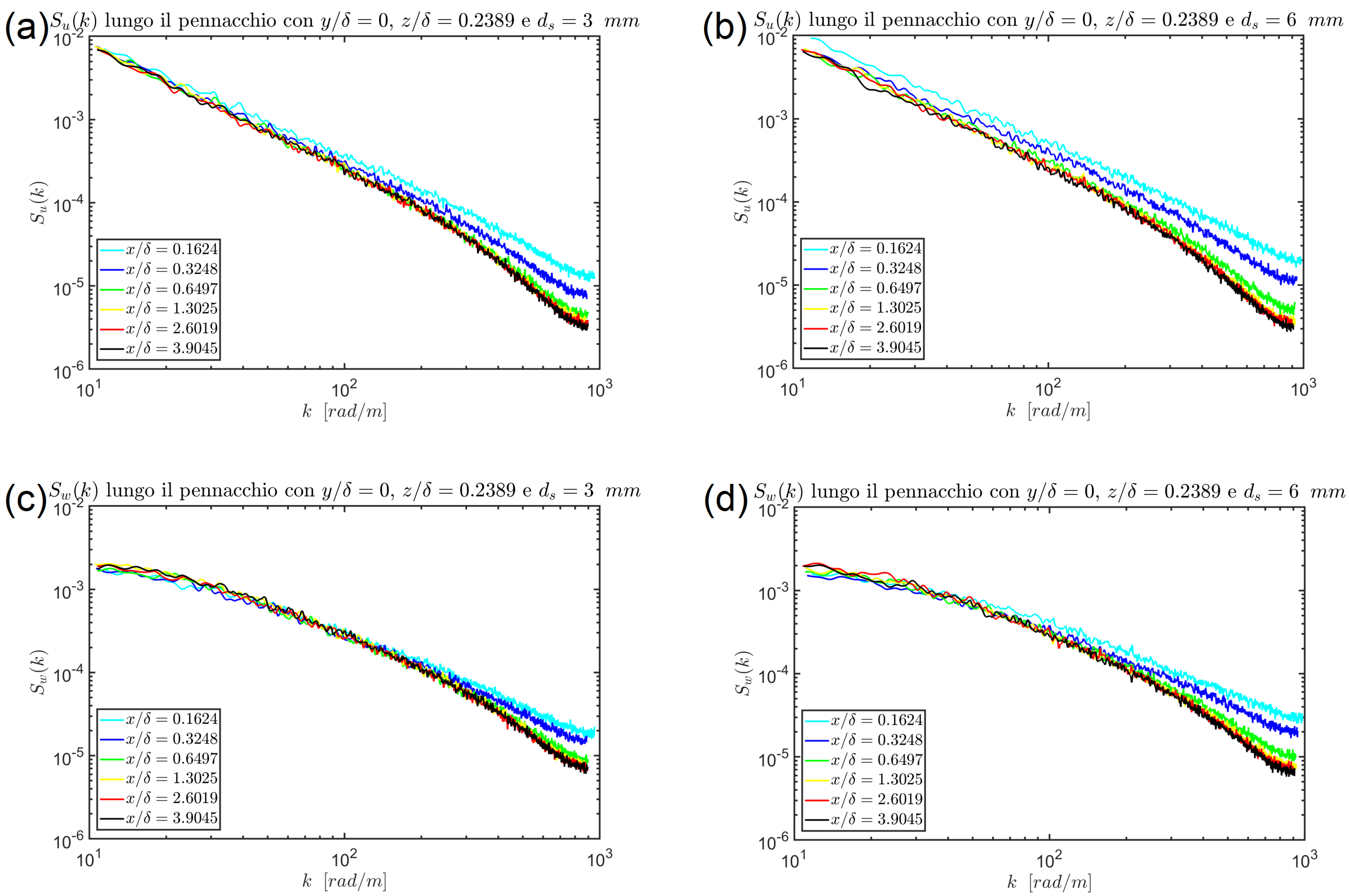

Figura 35: Grafici andamento $S_u(k)$ e $S_w(k)$ per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$. In particolare: (a) Andamento di $S_u(k)$ per $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di $S_u(k)$ per $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di $S_w(k)$ per $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di $S_w(k)$ per $d_s = 6\ mm$

Analisi dello spettro di u $\sim$ La *Figura 35a-b* mostra gli spettri del segnale u per le sei sezioni studiate per i due diversi diametri della sorgente. Gli andamenti osservabili seguono quello atteso, evidenziando un calo dello spettro per numeri d'onda crescenti. Il calo dello spettro avviene nell'inertial subrange, dove l'energia viene tramandata a scale più piccole.

Come da previsioni, gli spettri dei segnali per le sei diverse sezioni sono tutti molto simili tra loro. Le due sezioni più prossime alla sorgente sono le uniche che presentano spettri con andamenti che si discostano leggermente da ciò che si ottiene nelle sezioni successive, presentando valori più elevati per alti numeri d'onda. A partire dalla terza sezione, ovvero da 204 mm dal punto di emissione, si può infatti osservare come gli andamenti siano tutti quasi completamente sovrapposti tra loro.

Da tali andamenti si può concludere che le serie temporali di u presentano tutte una struttura molto simile tra loro sull'asse del pennacchio. Di conseguenza tutte le serie temporali studiate mostrano fluttuazioni paragonabili.

Analisi dello spettro di w $\sim$ La *Figura 35c-d* presenta lo spettro di potenza relativo ai segnali w. Anche in questa occasione, su ogni grafico sono riportati i risultati per le sei diverse sezioni.

Ciò che si può notare dai due grafici rappresentati è che gli andamenti di $S_w(k)$ sono simili a quelli di $S_u(k)$. Si ha infatti un calo dei valori dello spettro per numeri d'onda sempre crescenti. Come in precedenza, le uniche due sezioni che hanno uno spettro con valori più elevati per alti numeri d'onda sono quelle più prossime alla sorgente. Di conseguenza, le conclusioni a cui si può giungere sono le stesse ottenute precedentemente.

Analizzando i valori di spettro è evidente come l'energia associata ai grandi vortici sia inferiore per la velocità verticale rispetto alla velocità longitudinale. L'energia dei piccoli vortici è invece comparabile per le due variabili, portando a concludere che il calo di energia per numeri d'onda crescenti sia meno evidente per la variabile w.

5.6.2 Analisi dello spettro del segnale c_*

La *Figura 36* mostra gli andamenti dello spettro dei segnali c_* per le sei diverse sezioni, ponendo l'attenzione sul confronto tra i comportamenti che le serie temporali assumono per le due diverse tipologie di sorgente.

La *Figura 36a*, che mostra i risultati per la sezione $x/\delta = 0.1624$, ovvero quella più prossima al punto di emissione, evidenzia le differenze più marcate

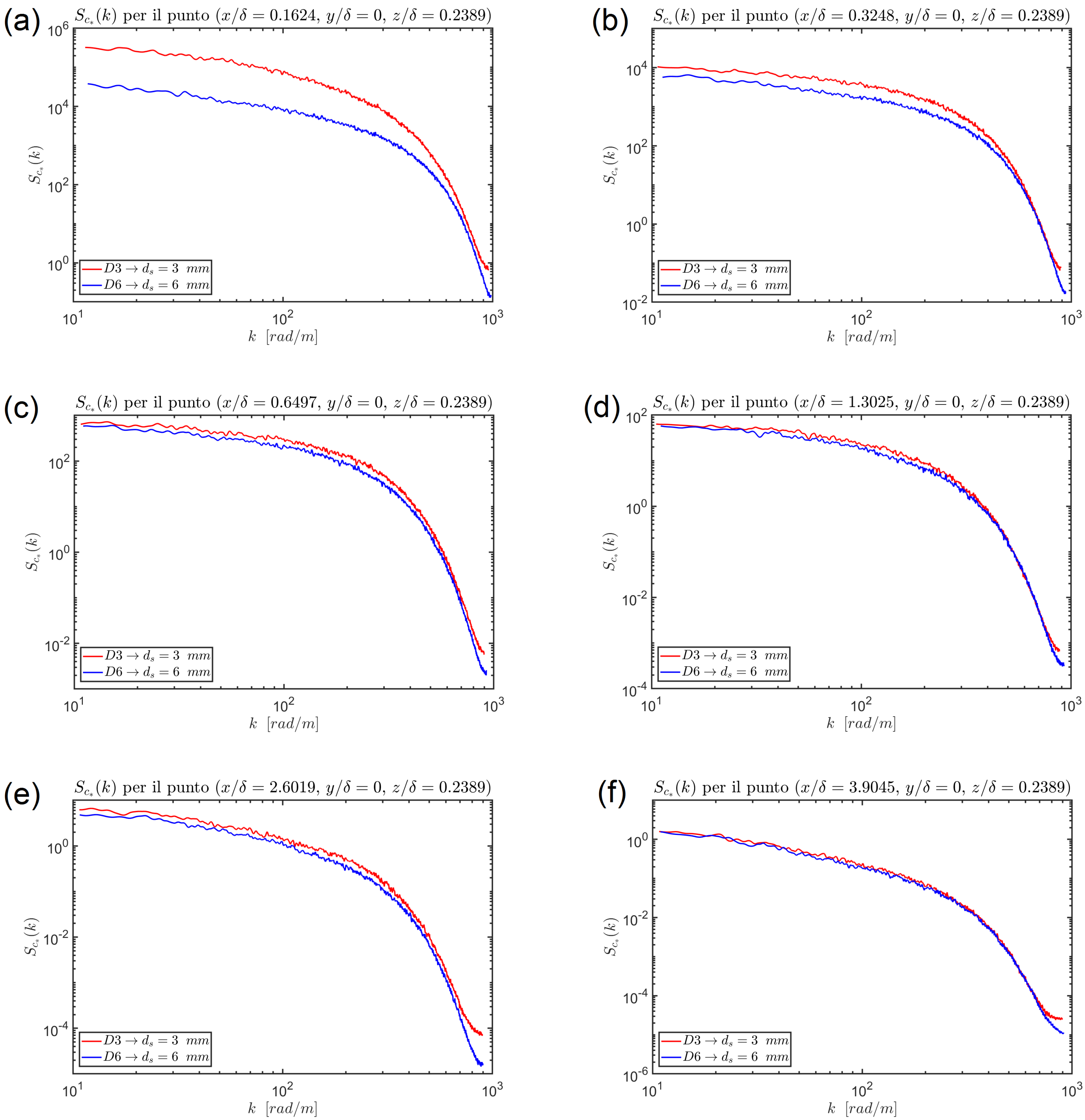

Figura 36: Grafici andamento $S_{c_*}(k)$ per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$. In particolare: (a) Andamento di $S_{c_*}(k)$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $S_{c_*}(k)$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $S_{c_*}(k)$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $S_{c_*}(k)$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $S_{c_*}(k)$ per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di $S_{c_*}(k)$ per $x/\delta = 3.9045$

tra i profili degli spettri. Tali differenze diventano sempre maggiori man mano che il numero d'onda diminuisce. Dato che è nota la proporzionalità inversa tra numeri d'onda e lunghezza caratteristica dei vortici, si può affermare che le differenze maggiori tra i due spettri si hanno in corrispondenza dei vortici con lunghezza caratteristica maggiore. Tale differenza si verifica per effetto dell'attività del meandering, il quale porta a ottenere serie temporali con una fluttuazione maggiore. E' infatti noto che il meandering agisce in maniera più marcata su pennacchi di dimensione ridotta, in prossimità del punto di emissione. Di conseguenza, l'energia dei vortici più grandi è più evidente sul pennacchio emesso dalla sorgente di diametro 3 millimetri rispetto a quello emesso dalla sorgente di diametro 6 millimetri. Man mano che il numero d'onda aumenta, diminuiscono anche la lunghezza caratteristica dei vortici e le differenze tra i due spettri. Questo avviene perché, man mano che la lunghezza caratteristica dei vortici diminuisce, il fenomeno fisico dominante diventa la dispersione relativa. Di tale fenomeno è noto che agisce in maniera molto simile su entrambe le tipologie di pennacchio.

La *Figura 36b-f* mostra gli spettri per le rimanenti cinque sezioni. E' immediato osservare come le differenze tra i due andamenti si riducano man mano che la distanza dal punto di emissione aumenta, fino ad annullarsi quasi completamente in corrispondenza dell'ultima sezione. Tale comportamento segue quanto ci si attende, in quanto l'effetto del fenomeno di meandering tende a ridursi per distanze sempre maggiori dalla sorgente, di conseguenza le differenze tra $S_{c_*}(k)$ per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$ sono sempre meno marcate. Questo avviene in quanto l'energia dei grandi vortici e l'intensità delle fluttuazioni diventano pressoché identiche per i due diversi pennacchi, di conseguenza i valori dello spettro per bassi numeri d'onda tendono a essere ravvicinati o pressoché uguali.

Per concludere, analizzando i sei grafici si può notare come i valori dello spettro tendano a calare di circa un ordine di grandezza da una sezione a quella successiva. Questo porta a dedurre che l'energia cinetica legata al segnale c_* cali man mano che ci si allontana dal punto di emissione.

5.6.3 Analisi dello spettro del segnale $w'c'$

La *Figura 37* mostra l'andamento degli spettri del segnale $w'c'$. In modo simile alla *Figura 36*, ogni grafico rappresenta una determinata sezione e, per ognuno di essi, sono confrontati gli andamenti degli spettri ottenuti per le serie temporali di $w'c'$ con diametro della sorgente differente.

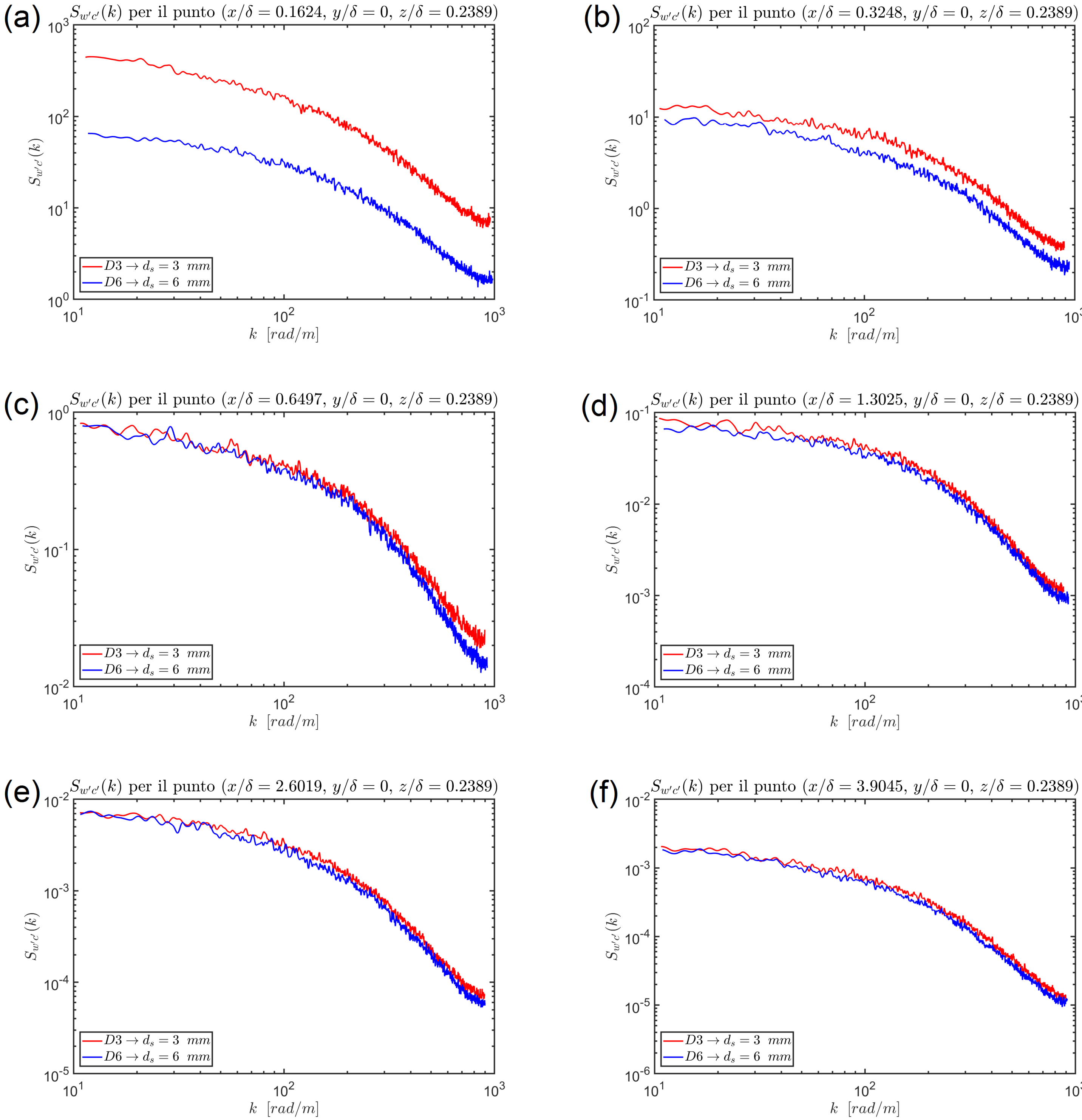

Figura 37: Grafici andamento $S_{w'c'}(k)$ per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$. In particolare: (a) Andamento di $S_{w'c'}(k)$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $S_{w'c'}(k)$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $S_{w'c'}(k)$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $S_{w'c'}(k)$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $S_{w'c'}(k)$ per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di $S_{w'c'}(k)$ per $x/\delta = 3.9045$

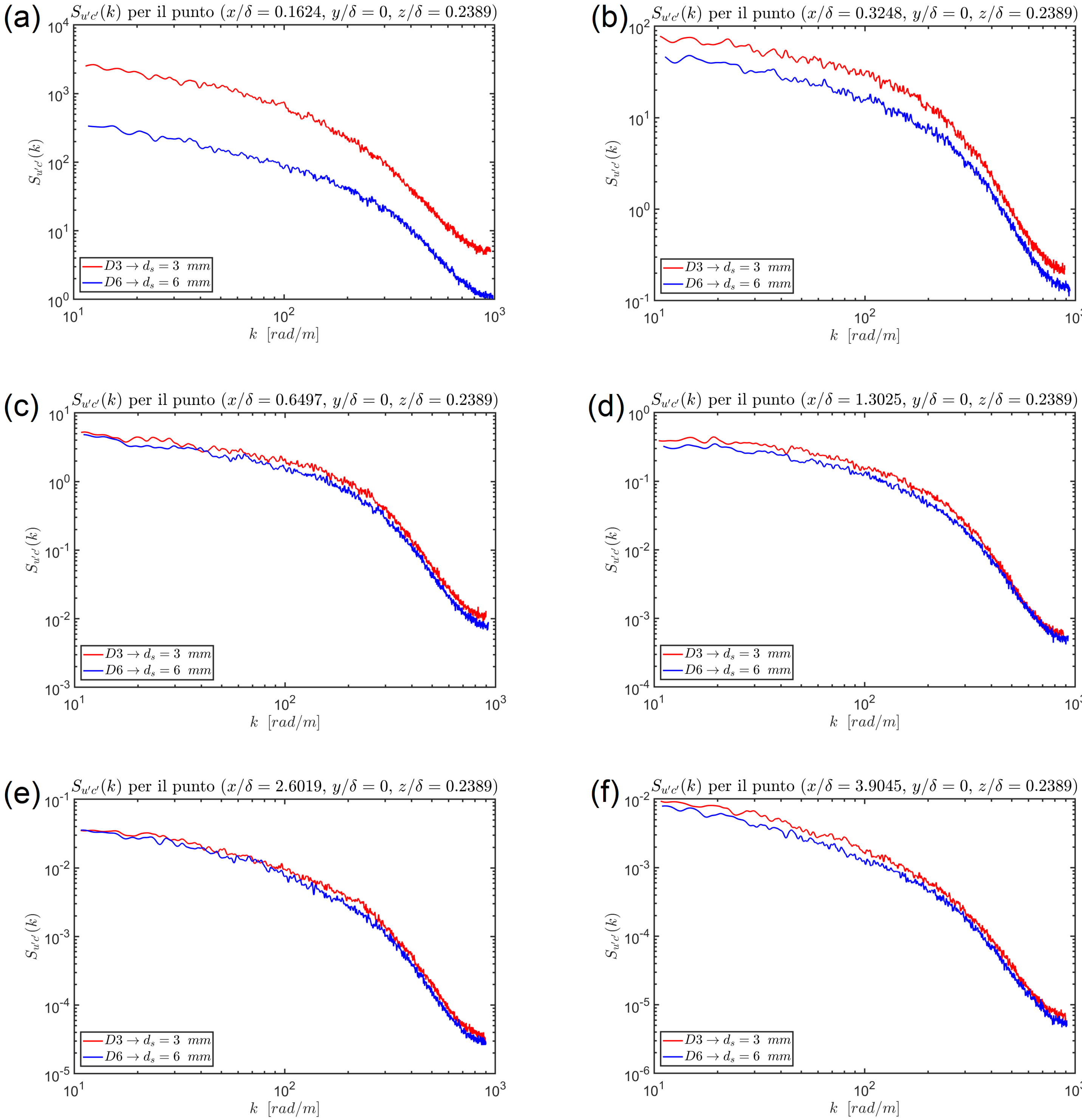

Figura 38: Grafici andamento $S_{u'c'}(k)$ per le sei diverse sezioni per $d_s = 3$ mm e $d_s = 6$ mm, con $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$. In particolare: (a) Andamento di $S_{u'c'}(k)$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $S_{u'c'}(k)$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $S_{u'c'}(k)$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $S_{u'c'}(k)$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $S_{u'c'}(k)$ per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di $S_{u'c'}(k)$ per $x/\delta = 3.9045$

Gli andamenti e le differenze che si possono osservare per la variabile $w'c'$ sono simili a quelli della variabile c_*. Si può infatti notare che la curva di $S_{w'c'}(k)$ relativa a $d_s = 3$ mm possiede valori sempre superiori a quella relativa a $d_s = 6$ mm. Le differenze tra i valori di spettro sono massime nella *Figura 37a*, ovvero in corrispondenza della sezione più prossima alla sorgente, e tendono a calare man mano che ci si allontana dal punto di emissione, fino a divenire pressoché nulle dalla terza sezione in avanti. Da tali differenze si può affermare che si ha una presenza maggiore di energia per le serie di $w'c'$ per cui il diametro è minore. Si può inoltre affermare che le serie di $w'c'$ tali per cui $d_s = 3$ mm siano più fluttuanti rispetto a quelle per cui $d_s = 6$ mm, vedendo ridurre tale differenza man mano che la distanza dal punto di emissione aumenta.

Relativamente ai grafici che rappresentano i risultati per le sezioni più vicine al punto di emissione si può osservare una particolarità rispetto agli andamenti di $S_{c_*}(k)$. Mentre nel caso del segnale c_* le differenze tra le curve degli spettri associate a diametri della sorgente diversi tendevano a essere evidenti per bassi numeri d'onda e a calare per numeri d'onda elevati, per la variabile $w'c'$ le differenze sono osservabili anche per alti numeri d'onda. Tale risultato permette di concludere che per le serie temporali di $w'c'$ sia l'influenza dei grandi vortici che quella dei piccoli vortici è chiaramente distinguibile per diametri della sorgente differenti.

Per concludere, come già osservato nella *Figura 36*, i valori dello spettro tendono a calare di circa un ordine di grandezza da una sezione alla successiva, man mano che ci si allontana dalla sorgente. Questo implica che, per distanze sempre maggiori dal punto di emissione, cala anche l'energia cinetica relativa alla componente $w'c'$.

5.6.4 Analisi dello spettro del segnale $u'c'$

L'ultima variabile di cui è stato studiato lo spettro di potenza è la correlazione $u'c'$. Le somiglianze che si possono notare tra questa correlazione e $w'c'$ sono molte, in quanto gli andamenti degli spettri di potenza per le diverse sezioni sono tutti paragonabili. Si può infatti osservare che per le sezioni più prossime al punto di emissione le differenze tra gli spettri ottenuti per serie temporali tali per cui il diametro della sorgente è differente sono evidenti. Si ha in particolare che lo spettro associato alle serie temporali tali per cui $d_s = 3$ mm è sempre più elevato rispetto a quello delle serie temporali tali per cui $d_s = 6$ mm. Le differenze tra i due andamenti tendono a calare man mano che ci si allontana dalla sorgente, in analogia con quanto avvenuto per la variabile $w'c'$.

Una particolarità che si può notare attraverso il confronto tra la *Figura 37* e la *Figura 38* sono i valori di spettro ottenuti per le due diverse variabili. Analizzando i grafici corrispondenti a tutte le sezioni si può affermare che i valori di spettro per le serie di $u'c'$ sono più elevati di quelli delle serie di $w'c'$. Da tale osservazione se ne può concludere che le serie temporali di $u'c'$ possiedono un'energia cinetica maggiore rispetto a quelle di $w'c'$.

6 Risultati ottenuti attraverso le analisi innovative

In seguito all'analisi dei dati attraverso i metodi classici, ovvero gli indici statistici e gli spettri di potenza, le serie temporali sono state trasformate in grafi attraverso il criterio di visibilità descritto in precedenza. La struttura di tali grafi è stata valutata attraverso le quattro metriche introdotte nel quarto capitolo, ovvero la transitività, la mean link-length, il degree e l'assortatività. Attraverso tali indici sono state valutate le caratteristiche delle reti complesse e, di conseguenza, quelle delle rispettive serie temporali.

I grafici che mostrano i risultati sono stati tracciati in modo analogo a quelli relativi alle analisi statistiche. In particolare, su ogni grafico è studiata una determinata metrica e le tipologie di grafico rappresentate sono due. La prima è quella che valuta tutte le sezioni attraverso un unico grafico, in quanto non è necessaria l'analisi delle singole sezioni, ed è stata utilizzata per le variabili u e w. La seconda tipologia di grafico considera invece una determinata sezione e pone l'attenzione sul confronto tra i valori ottenuti per le serie di c_*, $w'c'$ e $u'c'$ risultanti da pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri e da una sorgente di diametro 6 millimetri. Come per l'analisi statistica, l'obiettivo è quello di osservare quanto gli andamenti delle diverse metriche differiscano per le due sorgenti quando la distanza dal punto di emissione del pennacchio aumenta. Questa analisi è utile per comprendere se i fenomeni fisici descritti in precedenza sono osservabili anche attraverso lo studio delle proprietà dei grafi costruiti sulle serie temporali.

In maniera analoga al capitolo precedente, le analisi delle quattro metriche sono state fatte lungo il pennacchio. In seguito ogni metrica, analizzata singolarmente, è stata studiata trasversalmente la pennacchio e al variare dell'altezza. Per concludere, il capitolo presenta anche uno studio delle statistiche delle metriche utilizzate, affinché la valutazione di tali indici possa essere ulteriormente approfondita.

6.1 Analisi metriche lungo il pennacchio

Le tre componenti studiate lungo il pennacchio sono la concentrazione di inquinante c_*, la correlazione $w'c'$ e la correlazione $u'c'$. Questi andamenti sono utili per comprendere in che modo evolvono i valori delle metriche ottenuti per le diverse variabili.

6.1.1 Concentrazione di inquinante c_*

In modo analogo all'analisi statistica eseguita lungo il pennacchio, anche le quattro metriche ottenute a seguito della costruzione dei grafi sulle serie temporali di c_* studiate sono state rappresentate graficamente. L'obiettivo dell'analisi delle quattro metriche longitudinalmente al pennacchio è quello di comprendere qual è l'evoluzione spaziale delle proprietà dei grafi. Questo è utile per capire se, anche tramite lo studio dei visibility graph, sono osservabili le differenze tra le strutture delle serie temporali di concentrazione di inquinante ottenute per pennacchi emessi da sorgenti di diametro 3 e 6 millimetri.

Gli andamenti di tutti i grafici rappresentati individuano differenze evidenti tra le metriche ottenute dai grafi costruiti a partire dalle serie temporali di c_* per pennacchi emessi da sorgenti di diametro 3 millimetri e di diametro 6 millimetri.

Transitività $\sim$ La *Figura 39a* permette di osservare differenze tra i due andamenti man mano che ci si allontana dalla sorgente. I valori di transitività misurati per i grafi costruiti sulle serie di c_* per pennacchi emessi da sorgenti con diametro di 6 millimetri sono sempre più elevati di quelli ottenuti per i grafi costruiti sulle serie di c_* per pennacchi emessi da sorgenti di diametro 3 millimetri. L'unica eccezione è rappresentata dalla prima sezione, per cui si ha un'inversione di tendenza, la quale può essere associata agli effetti scia presenti in prossimità della sorgente, che portano all'individuazione di serie con strutture diverse da quelle delle sezioni successive.

Gli andamenti della transitività per le due diverse tipologie di serie temporale studiate ($d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$) sono coerenti con quanto osservato nelle analisi statistiche. E' infatti noto che le serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri siano meno variabili rispetto alle serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri. Per le serie temporali tali per cui $d_s = 6\ mm$ la regolarità tende a

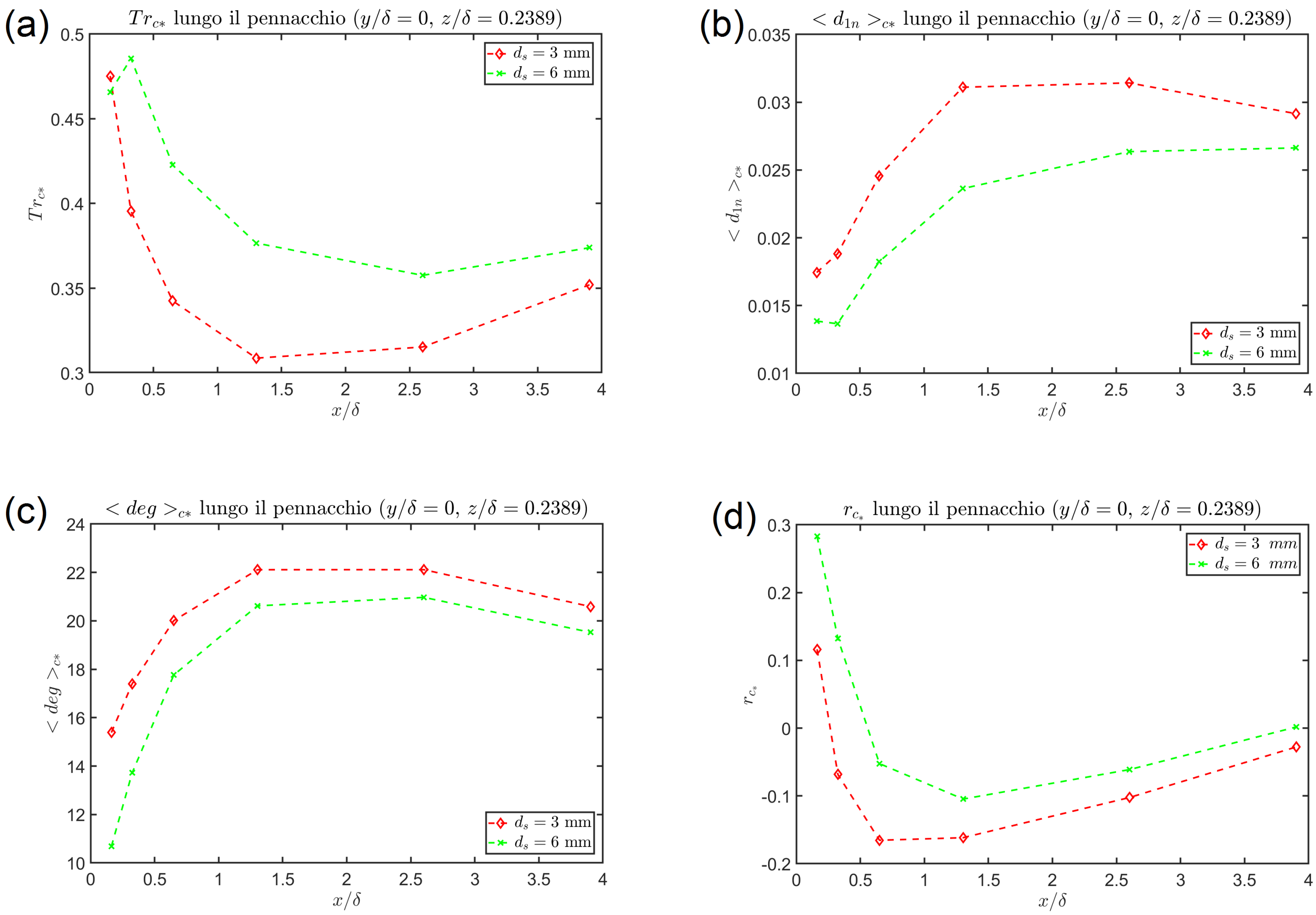

Figura 39: Grafici andamento Tr_{c*}, $\langle d_{1n}\rangle_{c*}$, $\langle deg\rangle_{c*}$ e r_{c*} lungo il pennacchio, con $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di Tr_{c*}, (b) Andamento di $\langle d_{1n}\rangle_{c*}$, (c) Andamento di $\langle deg\rangle_{c*}$, (d) Andamento di r_{c*}

essere maggiore, in quanto queste sono meno soggette al fenomeno di meandering. Dato che il meandering diminuisce i suoi effetti per distanze sempre maggiori dalla sorgente, le due tipologie di serie tendono a uniformarsi nella struttura per ascisse elevate.

Queste osservazioni possono essere compiute a seguito di un'analisi del grafico della *Figura 39a*, il quale evidenzia come, a partire dalla sezione $x = 102\ mm$, la differenza tra i valori di transitività si riduce, fino a diventare esigua per l'ultima sezione analizzata. Dalla definizione di tale metrica, maggiore è il valore di transitività ottenuto per un determinato grafo, maggiore è la regolarità della rispettiva serie. Questo permette di concludere che le serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri sono più regolari rispetto a quelle per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri. Tale differenza è elevata in prossimità della sorgente e tende a ridursi man mano che l'ascissa aumenta, coerentemente con l'evoluzione degli effetti del meandering.

Mean link-length $\sim$ In modo simile a quanto osservato per la transitività, anche i valori di mean link-length ottenuti per i grafi costruiti sulle due diverse tipologie di serie permettono di notare differenze sostanziali. La *Figura 39b* mostra tali andamenti. L'andamento di mean link-length ottenuto dai grafi costruiti sulle serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri è sempre superiore a quello ottenuto dai grafi costruiti sulle serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri. La differenza tra i valori di mean link-length individuati tende a ridursi per distanze elevate dalla sorgente, indicando una tendenza all'uniformità tra i valori ottenuti.

Ciò che si può concludere analizzando questo grafico è che il numero di picchi presenti nelle serie temporali per cui $d_s = 3\ mm$ è inferiore rispetto al numero di picchi delle serie per cui $d_s = 6\ mm$. Questo è coerente con il fenomeno fisico descritto in precedenza. E' infatti noto che la deviazione standard delle serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri è più elevata rispetto al corrispondente con diametro maggiore. Questo implica che il numero di valori che si discosta dalla media è maggiore, in quanto si ha maggiore intermittenza nella suddetta serie temporale. Al contrario, le serie temporali di c_* per un pennacchio emesso da una sorgente di diametro 6 millimetri presentano osservazioni più vicine alla media e l'intermittenza è inferiore. Si può concludere che, per questa seconda tipologia di serie temporali, i valori delle misurazioni sono tutti molto ravvicinati, quindi la visibilità tra due nodi è più complicata e la mean link-length è più bassa. Il ragionamento opposto può essere fatto per le serie temporali per cui $d_s = 3\ mm$.

Considerando le due diverse tipologie di serie, si ha che i picchi di quelle per cui $d_s = 3\ mm$ sono pochi, ma molto elevati. Al contrario, i picchi delle serie per cui $d_s = 6\ mm$ sono molti, ma bassi.

Quando gli effetti del meandering tendono a calare, le due tipologie di serie studiate presentano un numero di picchi molto ravvicinato, come osservabile dalla ridotta differenza di mean link-length per l'ultima sezione studiata.

Degree $\sim$ La *Figura 39c* mostra gli andamenti del degree lungo il pennacchio. Le differenze tra i valori di degree per le due sorgenti sono pressoché identiche per tutte le sezioni analizzate. Questo implica che la convessità delle diverse serie varia per movimenti longitudinali, ma è trascurabile per le due diverse sorgenti. Se ne può concludere che le serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri mostrano una convessità maggiore rispetto a quelle per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri.

L'andamento inizialmente crescente e in seguito decrescente del degree indica che la visibilità tra i nodi è maggiormente influenzata dalla variazione del numero di picchi, piuttosto che dalla variazione della regolarità delle serie. Fino a $x = 409\ mm$ il degree sale, per effetto della riduzione del numero di picchi, il quale porta a una maggior visibilità. Da tale sezione il degree diminuisce, per effetto del aumento del numero degli apici. Se ne può dedurre che la variazione di regolarità delle diverse serie non influisce molto sui valori di degree ottenuti.

Assortatività $\sim$ Come osservabile dagli andamenti della *Figura 39d*, l'assortatività ottenuta per le serie tali per cui $d_s = 6\ mm$ è sempre superiore a quella ottenuta per le serie tali per ci $d_s = 3\ mm$. Questo implica che i grafi costruiti sulle serie tali per cui $d_s = 6\ mm$ hanno nodi collegati a vicini dal degree più simile al loro, rispetto a quanto avviene per i grafi associati alle serie con $d_s = 3\ mm$. La differenza massima tra le due curve si ha in corrispondenza delle prime sezioni e tende a ridursi man mano che ci si allontana dalla sorgente del pennacchio. Inoltre è possibile notare come l'assortatività tenda a calare man mano che ci si allontana dal punto di emissione, per poi tornare ad aumentare dalla quarta sezione in avanti.

Il comportamento descritto è simile a quello della transitività e tale risultato è ragionevole in quanto serie più regolari tendono ad avere nodi con visibilità simile tra loro. Di conseguenza, maggiore è la regolarità di una serie temporale, maggiore è anche la correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge. Viceversa, più irregolare è la struttura di una serie temporale, minore è la correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge.

I valori di assortatività ottenuti variano tra -0.2 e 0.3, quindi le differenze di struttura tra le diverse serie temporali sono evidenti. In particolare, tali valori sono positivi per le prime sezioni mentre diventano negativi per le sezioni successive. I valori di assortatività misurati per la sezione più lontana dalla sorgente del pennacchio sono infine prossimi allo zero.

Da tali risultati si può quindi dedurre che i degree dei nodi agli estremi di ogni edge sono correlati positivamente in prossimità della sorgente, tendono a diventare negativamente correlati nelle sezioni successive, per assumere infine una correlazione pressoché nulla.

6.1.2 Correlazione $w'c'$

Gli andamenti longitudinali delle quattro metriche ottenuti per i grafi costruiti a partire dalle serie temporali di $w'c'$ sono pressoché identici a quelli ottenuti per le serie della concentrazione di inquinante. Se ne deduce che la regolarità delle serie temporali di $w'c'$ tende a diminuire man mano che ci si allontana dalla sorgente del pennacchio, per poi tornare ad aumentare in corrispondenza dell'ultima sezione. Anche il numero di apici tende a diminuire man mano che la distanza dal punto di emissione aumenta, per poi aumentare in corrispondenza dell'ultima sezione. Il degree ha un andamento crescente nella parte più prossima alla sorgente, prima di divenire pressoché costante dalla terza sezione in avanti. Per concludere, l'assortatività tende a calare inizialmente, per poi tornare ad aumentare, in maniera simile a quanto registrato per la transitività.

Osservando i grafici degli andamenti delle quattro metriche lungo il pennacchio per le serie di c e per le serie di $w'c'$ è possibile notare come i valori per quest'ultima tipologia di serie siano in generale più bassi. Questo implica che la struttura delle serie temporali di $w'c'$ è tendenzialmente più irregolare di quella delle serie di c. Inoltre, il numero di apici contenuti nelle serie di $w'c'$ è sempre più elevato rispetto a quello delle serie di c. La convessità è

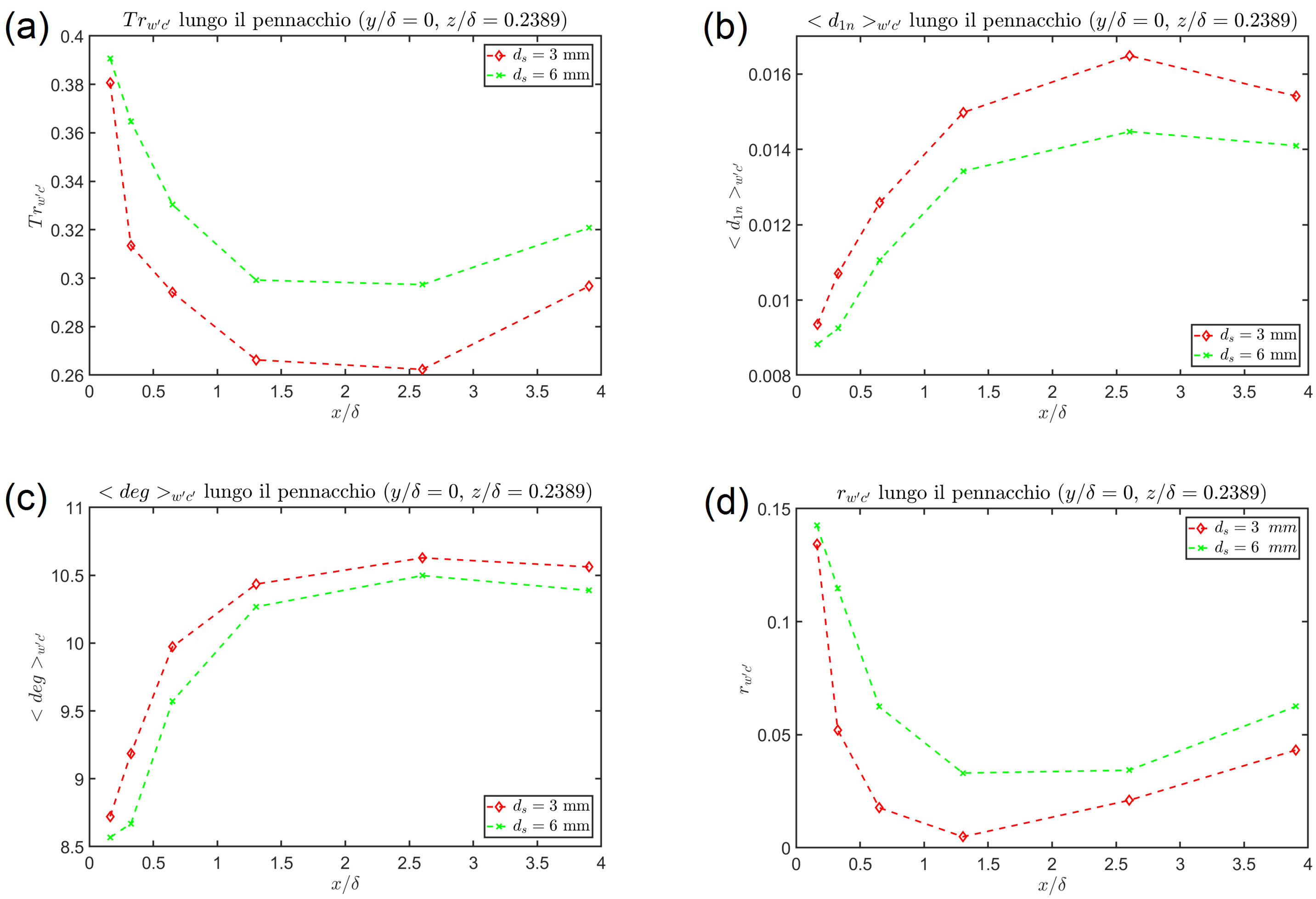

Figura 40: Grafici andamento $Tr_{w'c'}$, $< d_{1n} >_{w'c'}$, $< deg >_{w'c'}$ e $r_{w'c'}$ lungo il pennacchio, con $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di $Tr_{w'c'}$, (b) Andamento di $< d_{1n} >_{w'c'}$, (c) Andamento di $< deg >_{w'c'}$, (d) Andamento di $r_{w'c'}$

inoltre decisamente più bassa per le serie di $w'c'$. Questo è una conseguenza prevedibile di ciò che avviene per la transitività e per la mean link-length: man mano che diminuisce la regolarità e che aumenta il numero di apici, i nodi delle serie in esame tendono a essere meno visibili tra loro, quindi il degree corrispondente è soggetto a un calo. Infine, i valori di assortatività ottenuti dai grafi costruiti a partire dalle serie di $w'c'$ sono sempre positivi. Non si ha quindi correlazione negativa tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge. Dato l'andamento decrescente nella parte di spazio più prossima alla sorgente, si ha che i nodi hanno vicini con degree sempre meno simili rispetto al loro. Dalla quarta sezione in poi i valori di assortatività sono talmente bassi da poter considerare la correlazione tra i degree dei nodi di ogni edge pressoché nulla. I valori sono compresi tra 0 e 0.15, di conseguenza le variazioni di correlazione tra i degree dei nodi di ogni edge sono minime.

6.1.3 Correlazione $u'c'$

La *Figura 41* presenta gli andamenti delle quattro metriche lungo il pennacchio. Confrontando tali grafici con quelli della variabile $w'c'$ è possibile notare come esista una corrispondenza quasi totale tra i profili e i valori ottenuti. L'unica differenza che si nota, in rapporto alla correlazione $w'c'$, è che i valori di tutte le metriche sono leggermente superiori per i grafi costruiti sulle serie temporali di $u'c'$. Tale risultato implica che le serie di $u'c'$ siano leggermente più regolari di quelle di $w'c'$ e che il numero di apici sia leggermente più basso rispetto a quello delle serie di $w'c'$.

Le osservazioni che possono essere fatte osservando i quattro grafici sono le stesse già evidenziate per la variabile $w'c'$. Si ha infatti che le serie di $u'c'$ per $d_s = 6$ mm posseggono una transitività maggiore rispetto a quelle per cui $d_s = 3$ mm. Questo implica che le serie temporali di $u'c'$ per un diametro della sorgente maggiore siano più regolari.

Dalla *Figura 41b* si può notare come la mean link-length sia sempre superiore per le serie temporali di $u'c'$ tali per cui $d_s = 3$ mm rispetto a quelle per cui $d_s = 6$ mm. Se ne può dedurre che le serie temporali di $u'c'$ per diametri della sorgente più piccoli abbiano un numero di apici inferiore rispetto alle serie associate a un diametro della sorgente maggiore.

Il degree è sempre maggiore per le serie temporali di $u'c'$ tali per cui $d_s = 3$ mm. Dato che tale metrica unisce le proprietà dei due indici precedentemente descritti, si può concludere che il numero di apici delle serie

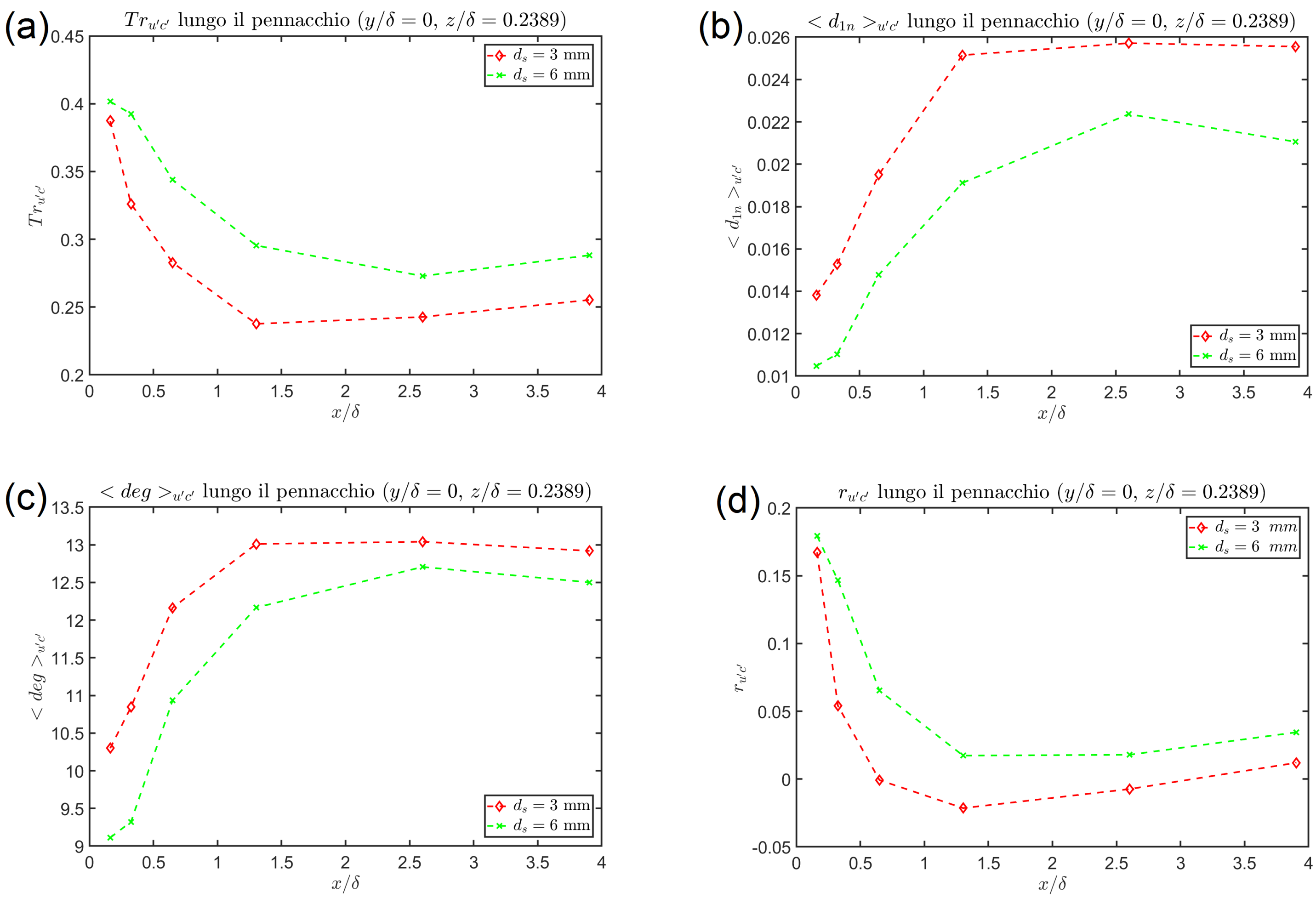

Figura 41: Grafici andamento $Tr_{u'c'}$, $< d_{1n} >_{u'c'}$, $< deg >_{u'c'}$ e $r_{u'c'}$ lungo il pennacchio, con $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di $Tr_{u'c'}$, (b) Andamento di $< d_{1n} >_{u'c'}$, (c) Andamento di $< deg >_{u'c'}$, (d) Andamento di $r_{u'c'}$

di $u'c'$ condiziona maggiormente il degree rispetto alla regolarità delle serie stesse. Tale risultato segue quanto già osservato per la variabile $w'c'$.

Infine, i valori di assortatività relativi ai grafi costruiti sulle serie di $u'c'$ tali per cui $d_s = 6\ mm$ sono sempre positivi, mentre per le serie tali per cui $d_s = 3\ mm$ sono negativi tra 204 e 817 mm di distanza dalla sorgente. Ciò che si deduce dai risultati relativi alla variabile $u'c'$ è che la correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge è positiva in prossimità della sorgente, mentre tende ad annullarsi a distanze sempre maggiori dal punto di emissione. I valori di assortatività registrati variano tra -0.05 e 0.2, quindi le strutture delle serie temporali presentano una variabilità maggiore rispetto a quanto avviene per la variabile $w'c'$, ma sono molto meno variabili di quanto si osserva per la variabile c_*.

6.2 Analisi risultati *transitività* per i visibility graph costruiti sulle serie temporali

I grafi costruiti a partire dalle serie temporali delle cinque variabili sono stati studiati attraverso la transitività, al fine di poter valutare la regolarità delle serie in esame.

6.2.1 Velocità longitudinale u

I valori di transitività misurati per i grafi costruiti sulle serie di u sono compresi tra 0.38 e 0.4. Come attendibile, le serie temporali presentano una regolarità comparabile per tutte le diverse sezioni, come evidenziato dal range ridotto all'interno del quale si hanno i diversi valori.

Mentre trasversalmente al pennacchio non si notano trend caratteristici per nessuna delle cinque sezioni studiate, l'andamento della transitività al variare dell'altezza è crescente. Di conseguenza, più aumenta la distanza tra il punto in esame e il suolo, maggiore è la regolarità delle serie temporali.

6.2.2 Velocità verticale w

In maniera simile a quanto ottenuto per i grafi costruiti a partire dalle serie di u, anche i valori di transitività associati alla variabile w sono contenuti in un intervallo ristretto. Si ha infatti che la transitività minima misurata è prossima a 0.385, mentre la transitività massima è vicina a 0.425. Se

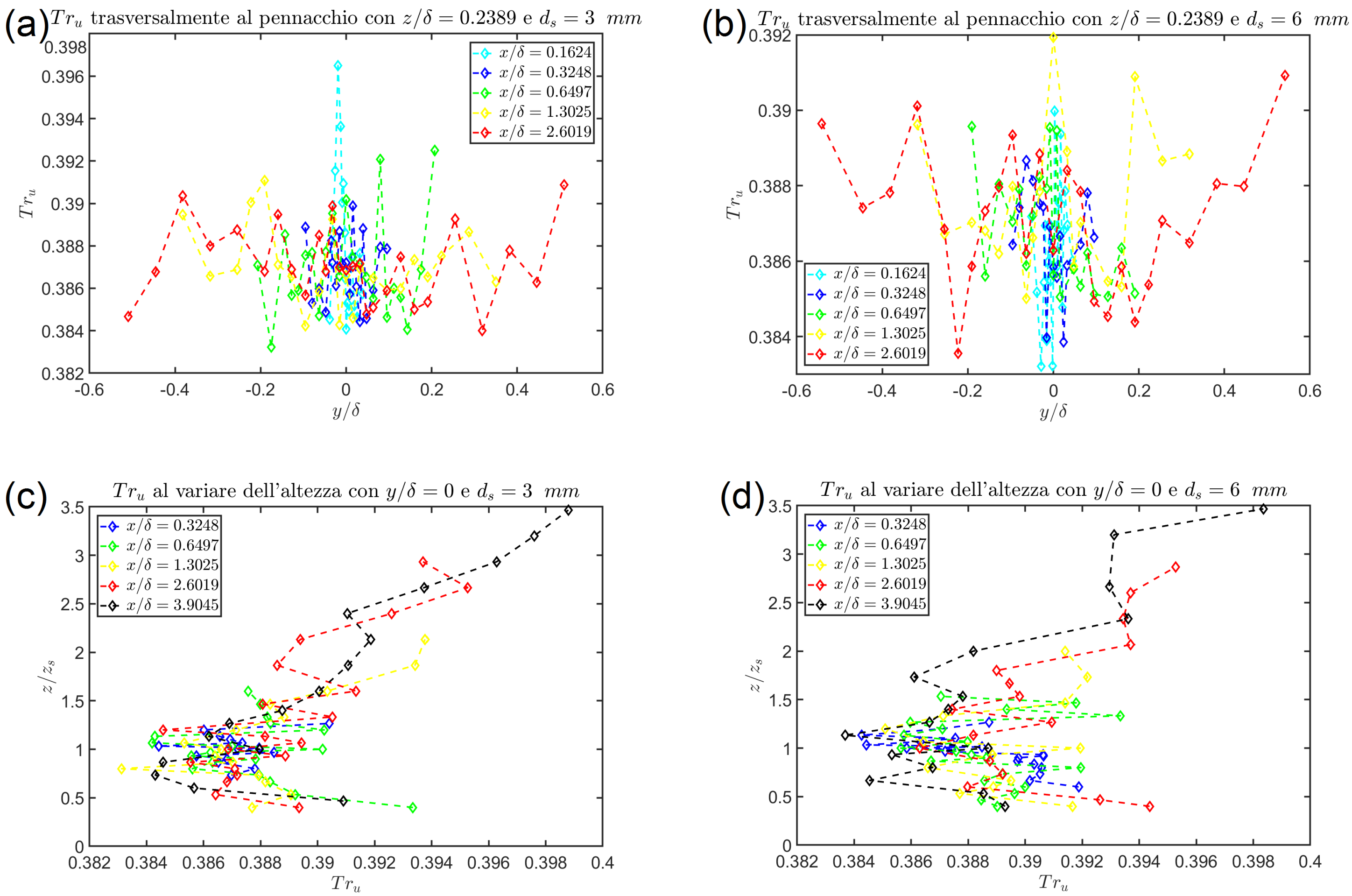

Figura 42: Grafici andamento Tr_u trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di Tr_u per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di Tr_u per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di Tr_u per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di Tr_u per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

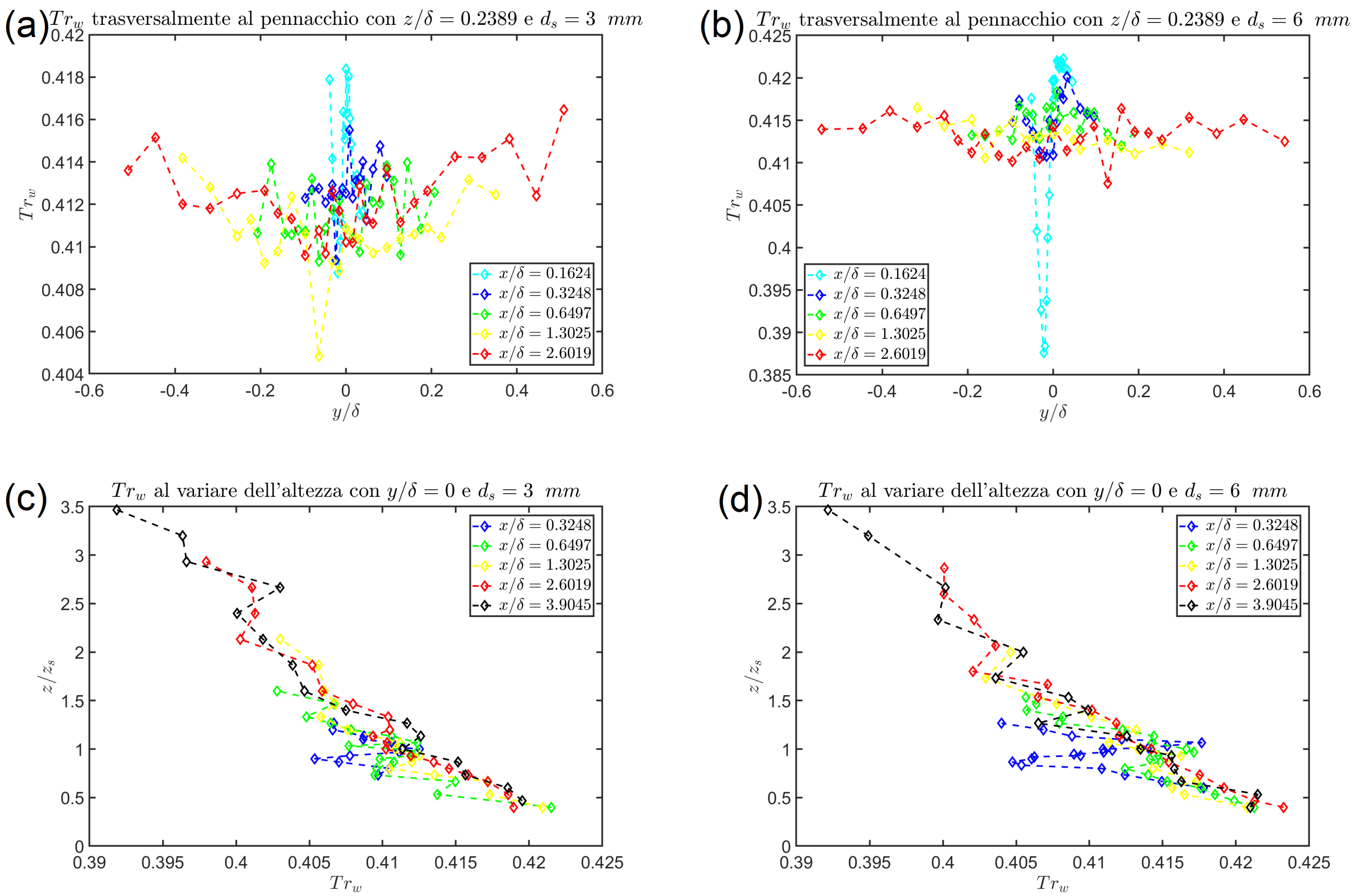

Figura 43: Grafici andamento Tr_w trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3$ mm e $d_s = 6$ mm. In particolare: (a) Andamento di Tr_w per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3$ mm, (b) Andamento di Tr_w per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6$ mm, (c) Andamento di Tr_w per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3$ mm, (d) Andamento di Tr_w per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6$ mm

ne conclude che, anche in questa occasione, la regolarità delle diverse serie temporali è comparabile, come da previsioni.

Osservando la *Figura 43a-b* non è possibile notare andamenti crescenti o decrescenti, mentre più la distanza dal suolo diminuisce, più elevata diventa la transitività. Il trend delle serie temporali di w è quindi opposto a quello delle serie di u. Si ha infatti che man mano che la distanza dal suolo aumenta le serie temporali di u diventano più regolari; al contrario le serie temporali di w diventano più irregolari.

Infine, l'ultima osservazione che può essere fatta riguarda i valori di transitività ottenuti. Per i grafi costruiti a partire dalle serie temporali di u i valori di transitività misurati sono leggermente più bassi di quelli ottenuti per i grafi costruiti a partire dalle serie temporali di w. Se ne conclude che, in generale, le serie temporali della velocità verticale sono leggermente più regolari di quelle della velocità longitudinale.

6.2.3 Concentrazione di inquinante c_*

Come anticipato precedentemente, l'obiettivo dello studio della transitività è quello di riuscire a comprendere quanto le serie temporali di c_* siano affette da irregolarità. E' noto che i pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri sono maggiormente soggetti al fenomeno di meandering rispetto ai pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri. Come osservato in precedenza, le serie corrispondenti alla prima tipologia di pennacchio presentano una variabilità maggiore tra i valori ottenuti rispetto alle serie corrispondenti alla seconda tipologia di pennacchio Di conseguenza, ciò che ci si attende è che le serie temporali per cui $d_s = 3\ mm$ presentino una irregolarità più marcata rispetto a quelle per cui $d_s = 6\ mm$.

La *Figura 44* e la *Figura 45* mostrano i risultati trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza. Ogni grafico rappresenta una sezione e, per ogni sezione, sono confrontati i risultati delle serie temporali di c_* ottenute da pennacchi emessi da sorgenti di diametro differente.

Transitività trasversalmente al pennacchio $\sim$ La *Figura 44a-e* mostra i risultati dei valori di transitività per i grafi costruiti sulle serie di c_* misurate per punti con altezza fissa e ordinata variabile.

Per la prima sezione analizzata, posta a 51 mm dalla sorgente, è possibile osservare i risultati nella *Figura 44a*. Di questa sezione è noto che, dato che è posta in prossimità del punto di emissione, risente degli effetti scia della

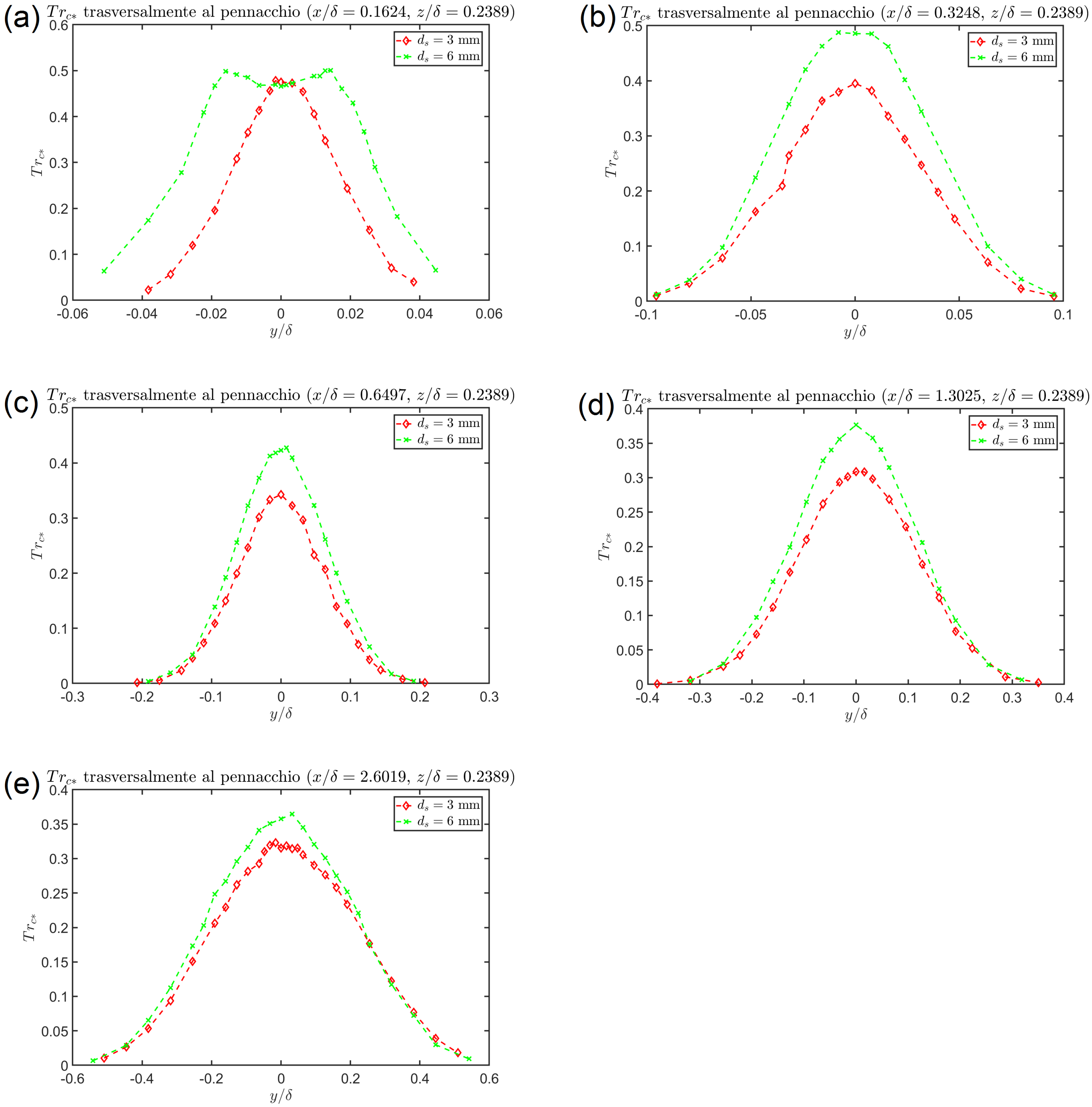

Figura 44: Grafici andamento Tr_{c_*} trasversalmente al pennacchio per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 2.6019$

sorgente. Si ha quindi che il campo di moto risultante non necessariamente rispetta le condizioni che ci si attende, di conseguenza anche il campo di concentrazione viene alterato. Tale effetto scia può modificare la struttura delle serie temporali di c_*, portando a ottenere serie con caratteristiche differenti da quanto ci si aspetta. E' questo il caso delle serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri, la cui struttura è modificata per i punti più prossimi all'asse del pennacchio. Questo effetto è osservabile nella flessione dei valori di transitività ottenuti per tali serie temporali. Si ha di conseguenza una riduzione della regolarità di tali serie temporali. Per i restanti punti studiati della sezione in esame gli effetti scia scompaiono. Si può infatti notare come le serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri siano più regolari rispetto alle serie della seconda tipologia. Questo conferma ciò che ci si può aspettare dagli effetti del meandering, il quale rende le serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri più irregolari.

Dalla *Figura 44b*, ovvero per una distanza di 102 mm dalla sorgente, gli effetti scia non sono più osservabili tramite la transitività. Inoltre, da questa sezione le differenze tra i due andamenti divengono evidenti per tutti i punti studiati. La differenza tra i valori di transitività per le serie di c_* per pennacchi emessi da sorgenti di diametro diverso è massima in corrispondenza dell'asse del pennacchio e tende a calare man mano che ci si allontana da esso. Questo comportamento è in linea con ciò che ci si aspetta, in quanto le differenze di regolarità più marcate tra le due tipologie di serie sono osservabili in prossimità dell'asse del pennacchio, mentre si annullano quasi completamente per distanze elevate da esso.

E' noto che il meandering riduce i suoi effetti man mano che ci si allontana dalla sorgente del pennacchio. Questo fenomeno è accompagnato da un incremento della dispersione relativa e da differenze meno marcate tra le serie di c_* per pennacchi emessi da sorgenti dal diametro differente. Questo fenomeno è osservabile anche attraverso la transitività. Si ha infatti che, man mano che ci si allontana dalla sorgente del pennacchio, le differenze di transitività per le due tipologie di serie studiate tendono a divenire sempre meno marcate. Questo implica che le serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri e per una sorgente di diametro 6 millimetri tendono a presentare un grado di regolarità sempre più comparabile man mano che la distanza dal punto di emissione aumenta. Questo comportamento è in linea con ciò che ci si attende dall'evoluzione del fenomeno fisico.

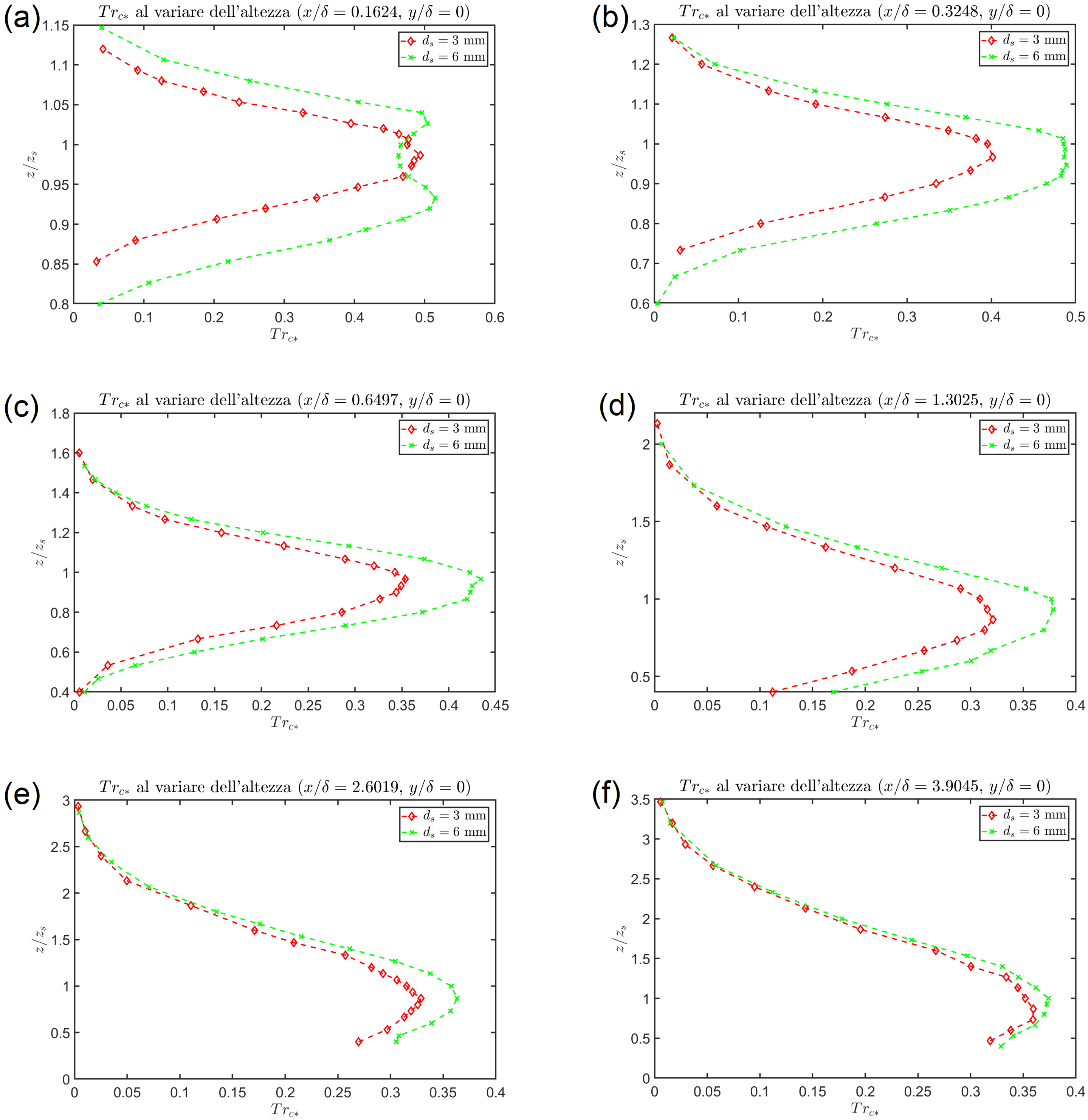

Figura 45: Grafici andamento Tr_{c_*} al variare dell'altezza per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di Tr_{c_*} per $x/\delta = 3.9045$

Transitività al variare dell'altezza $\sim$ La *Figura 45* mostra i valori di transitività ottenuti per le serie temporali di c_* dei punti analizzati mantenendo fissa l'ordinata e variando l'altezza dal suolo.

In maniera simile a quanto avviene per le variazioni trasversali, la transitività mette in evidenza l'effetto scia osservabile nella prima sezione studiata. In particolare, le serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri presentano una struttura turbata da tale effetto. Ciò che si nota è un abbassamento della transitività ottenuta dai grafi costruiti su tali serie, quindi una minore regolarità delle serie in esame. Questo fenomeno è visibile solo in prossimità dell'asse del pennacchio ed esclusivamente per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri. Per la medesima sezione, man mano che la distanza dall'asse del pennacchio aumenta, cresce anche la differenza tra i valori di transitività delle due tipologie di serie. Questo porta a dedurre, come atteso, che le serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri sono più regolari delle serie di c_* per cui $d_s = 3\ mm$.

I risultati ottenuti per variazioni di ordinata sono confermati per variazioni di altezza. Si ha infatti che, dalla sezione successiva alla prima, le differenze di transitività per le due tipologie di serie sono evidenti e tendono a calare per distanze sempre maggiori dal punto di emissione. A conferma di questa riduzione di differenza, la sezione $x = 1226\ mm$ presenta andamenti di transitività pressoché sovrapposti per entrambe le tipologie di serie.

Da ciò si può concludere che la transitività permette di osservare come la differenza di regolarità tra le serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri e quelle per cui $d_s = 3\ mm$ si riduca per distanze sempre maggiori dalla sorgente. Di conseguenza, la transitività è in grado di mostrare come il meandering vada a modificare la struttura delle serie temporali di c_*, a seconda del diametro della sorgente che emette il pennacchio.

6.2.4 Correlazione $w'c'$

In modo simile a quanto osservabile per le serie di concentrazione di inquinante, i valori di transitività al variare dell'altezza per i grafi ottenuti dalle serie di $w'c'$ seguono un andamento gaussiano. Il picco di transitività si ha in corrispondenza dell'asse del pennacchio, mentre più ci si allontana da esso, più la transitività tende a zero in maniera simmetrica.

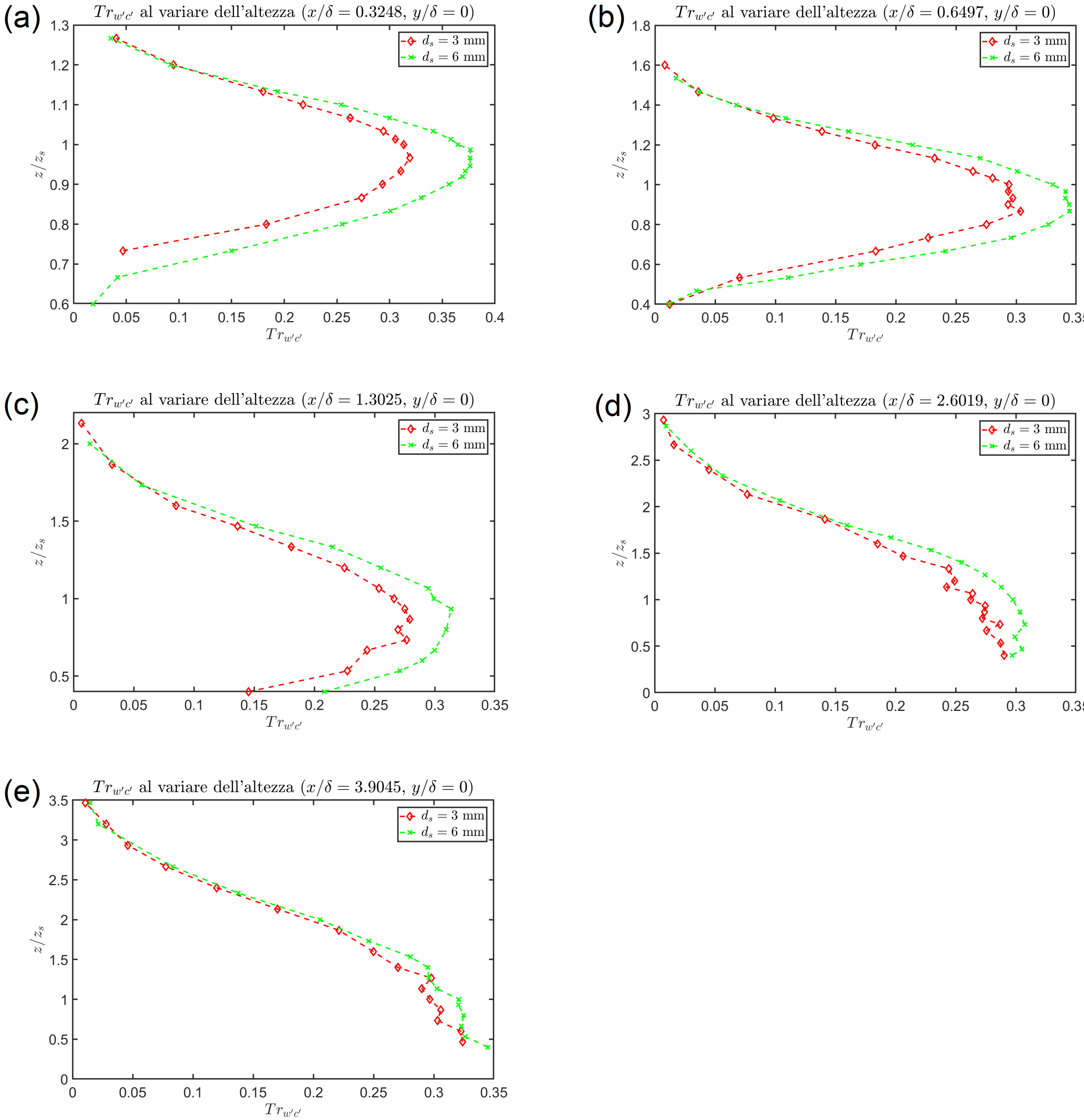

Figura 46: Grafici andamento $Tr_{w'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $Tr_{w'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $Tr_{w'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $Tr_{w'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $Tr_{w'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $Tr_{w'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

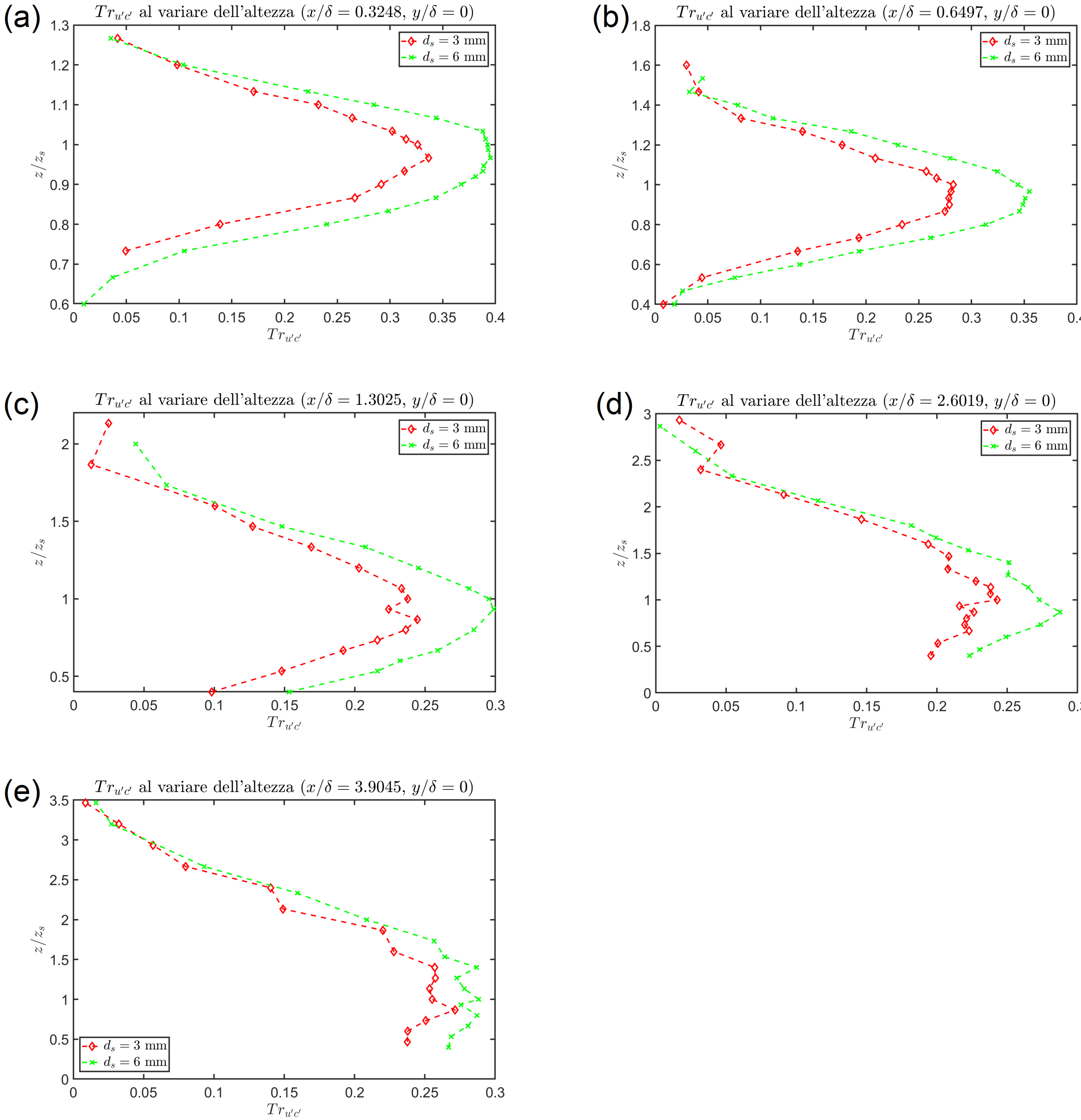

Figura 47: Grafici andamento $Tr_{u'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $Tr_{u'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $Tr_{u'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $Tr_{u'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $Tr_{u'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $Tr_{u'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

Le differenze tra gli andamenti di transitività ottenuti per le serie di $w'c'$ per le due diverse sorgenti sono evidenti per le sezioni più prossime al punto di emissione, mentre tendono a essere trascurabili man mano che la distanza dalla sorgente aumenta. Le differenze di transitività mostrano come le serie di $w'c'$ per cui $d_s = 6\ mm$ siano più regolari di quelle per cui $d_s = 3\ mm$.

6.2.5 Correlazione $u'c'$

La *Figura 47* mostra gli andamenti della transitività per le cinque diverse sezioni studiate. In linea con quanto atteso, i profili sono simili a curve gaussiane, le quali mostrano l'apice in corrispondenza dell'asse del pennacchio. Si ha infatti che le serie temporali di $u'c'$ presentano la regolarità massima sull'asse del pennacchio, tendendo poi a perderla per distanze sempre maggiori da esso.

Confrontando i risultati per le due diverse sorgenti del pennacchio, si notano differenze non trascurabili per le sezioni più prossime al punto si emissione. Si ha infatti che i grafi costruiti a partire dalle serie temporali di $u'c'$ per $d_s = 6\ mm$ presentano una regolarità più elevata, di conseguenza i profili di $Tr_{u'c'}$ sono maggiori rispetto a quelli delle serie per cui $d_s = 3\ mm$. La differenza tra i due andamenti è massima per le sezioni più vicine al punto di emissione, mentre tende ad annullarsi man mano che la distanza dalla sorgente aumenta.

Ciò che si può osservare, attraverso un confronto tra le due correlazioni, è che gli andamenti di $Tr_{u'c'}$ per variazioni di altezza sono molto simili a quelli di $Tr_{w'c'}$.

6.3 Analisi risultati *mean link-length* per i visibility graph costruiti sulle serie temporali

La seconda metrica studiata è la mean link-length, la quale permette di definire se una serie è caratterizzata da molti apici, oppure se ne ha pochi. Anche in questa occasione la presente metrica è valutata per tutte le cinque variabili in esame.

6.3.1 Velocità longitudinale u

In maniera simile a quanto osservato per la transitività, i valori di mean link-length misurati per i grafi ottenuti a partire dalle serie temporali della

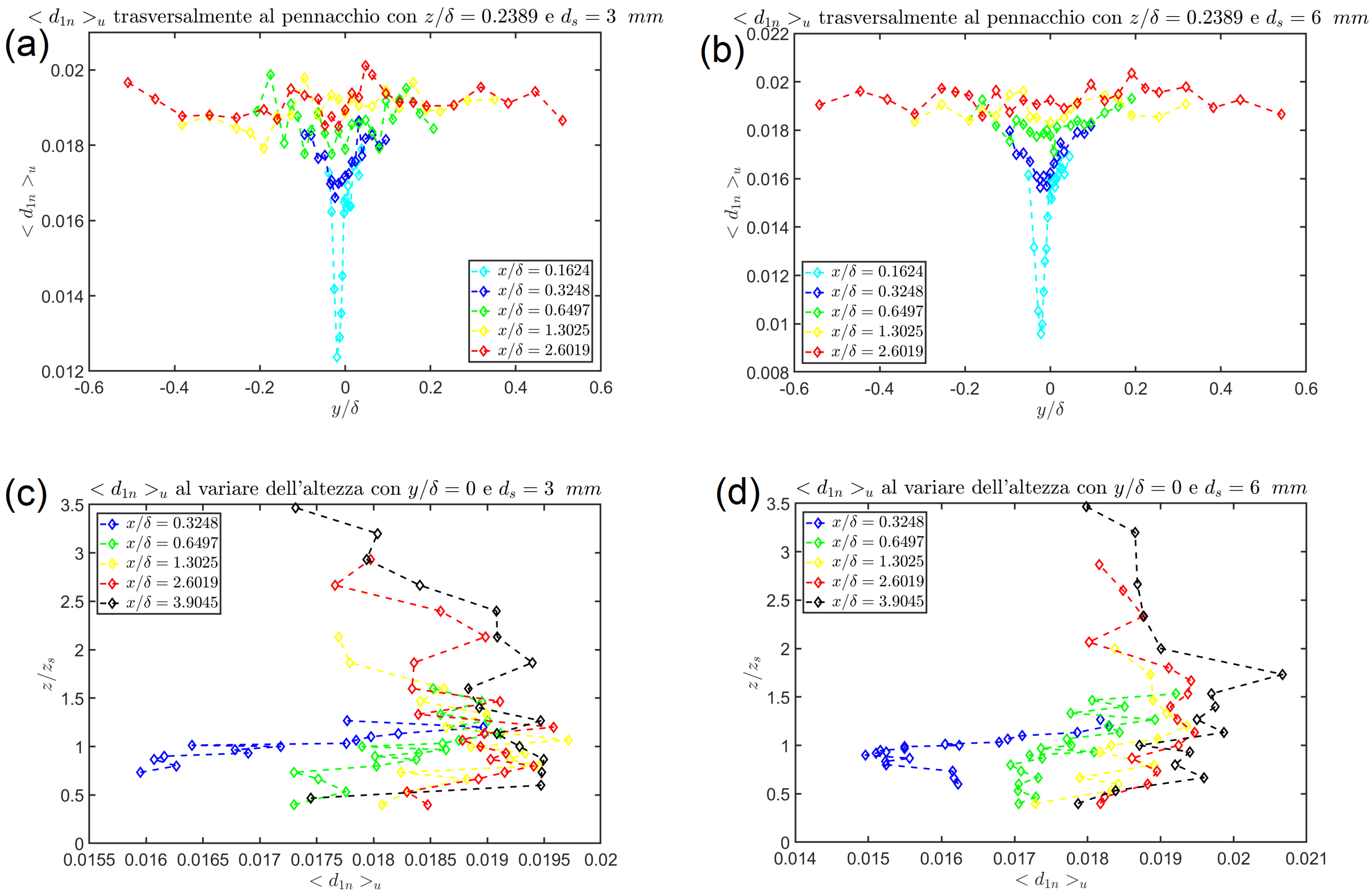

Figura 48: Grafici andamento $< d_{1n} >_u$ trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di $< d_{1n} >_u$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di $< d_{1n} >_u$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di $< d_{1n} >_u$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di $< d_{1n} >_u$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

velocità longitudinale sono contenuti in un range ristretto. Si ha infatti che la mean link-length misurata per la variabile u è compresa tra 0.008 e 0.022.

Sia trasversalmente al pennacchio che al variare dell'altezza non è possibile osservare trend crescenti o decrescenti. L'unico particolare di interesse è dato dai valori di mean link-length misurati per le due sezioni più prossime al punto di emissione del pennacchio. Ciò che si osserva è che la mean link-length ottenuta per queste due sezioni è più bassa rispetto a quella delle sezioni successive. Questo implica che le serie temporali di u in prossimità della sorgente del pennacchio presentano un numero di picchi superiore rispetto a quelli delle serie misurate per punti a distanze superiori dalla sorgente del pennacchio. Il motivo per cui la struttura delle serie temporali misurate a 51 mm e, in maniera meno evidente, a 102 mm dal punto di emissione è differente dalle altre è dovuto agli effetti scia provocati dalla sorgente del pennacchio.

Per concludere, i valori di mean link-length ottenuti per le sezioni successive alla seconda sono tutti molto ravvicinati. Questo è attendibile, in quanto ci si aspetta che le serie temporali della velocità longitudinale abbiano tutte una struttura simile tra loro.

6.3.2 Velocità verticale w

Similmente a quanto osservato per la velocità longitudinale, anche i grafi costruiti a partire dalle serie temporali della velocità verticale presentano valori di mean link-length contenuti in un range ridotto.

Come in precedenza, le uniche due sezioni per cui i valori della metrica in esame si distanziano da quelli ottenuti per le sezioni successive sono le prime due. Si può infatti notare come, trasversalmente al pennacchio, i valori di mean link-length misurati per i grafi costruiti sulle serie tali per cui $x/\delta = 0.1624$ e $x/\delta = 0.3248$ sono leggermente più bassi di quelli ottenuti per le sezioni successive. Se ne può quindi concludere che gli effetti scia condizionano il comportamento delle serie temporali della sezione più prossima alla sorgente del pennacchio e, in misura minore, quello della seconda sezione più vicina al punto di emissione della miscela di aria ed etano.

Analizzando l'andamento della mean link-length al variare dell'altezza, è possibile notare come il trend dei valori sia crescente. Si ha quindi che, man mano che aumenta la distanza tra il suolo e il punto di misurazione, cresce anche il valore misurato di mean link-length. Questo implica che le

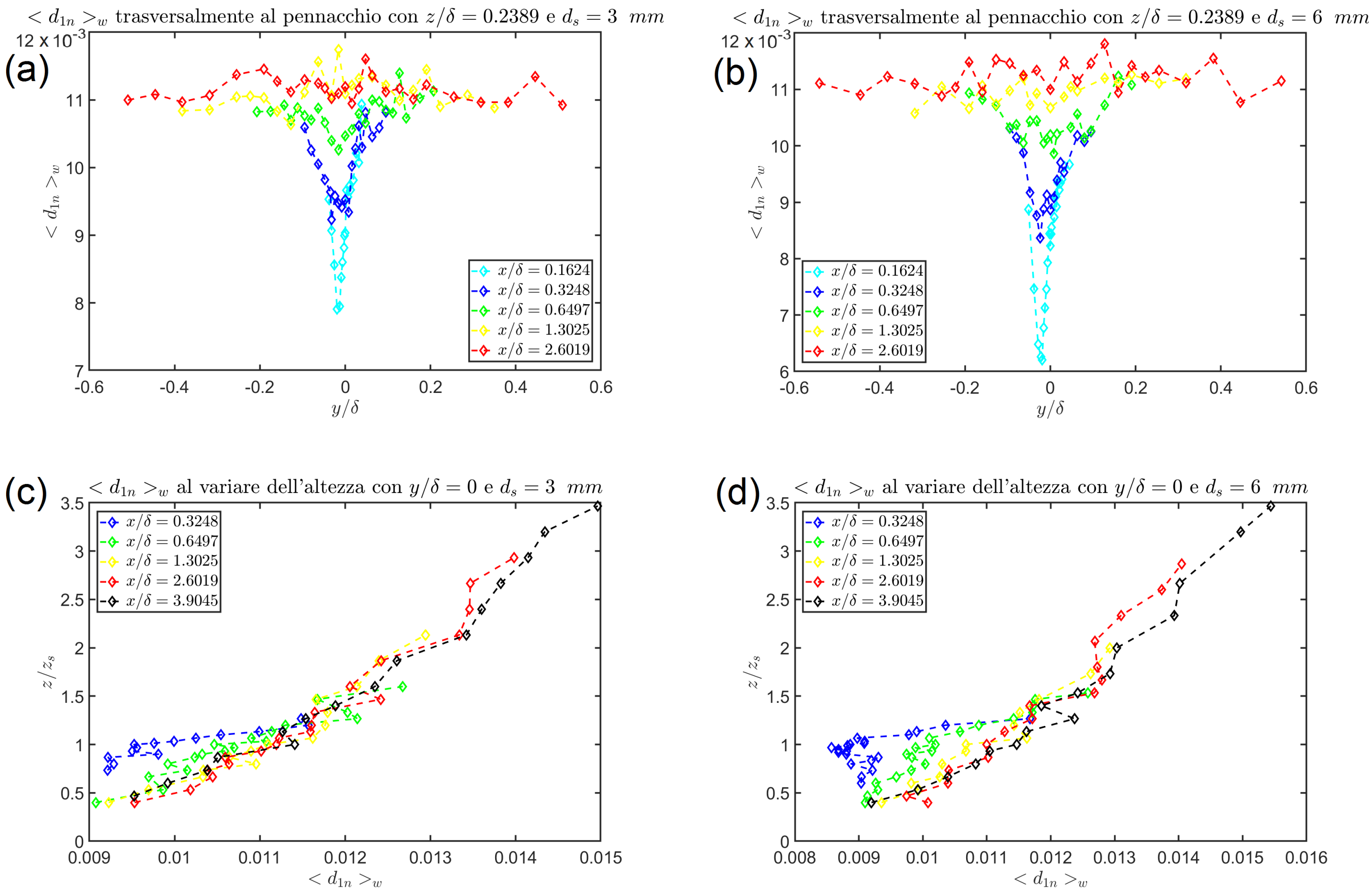

Figura 49: Grafici andamento $< d_{1n} >_w$ trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di $< d_{1n} >_w$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di $< d_{1n} >_w$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di $< d_{1n} >_w$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di $< d_{1n} >_w$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

serie temporali di w tendono a presentare sempre meno apici man mano che la distanza dal suolo aumenta.

Per concludere, i valori di mean link-length misurati per i grafi costruiti a partire dalle serie temporali di w sono leggermente più bassi di quelli ottenuti per i grafi costruiti a partire dalle serie temporali di u. Questo permette di dedurre che le serie di w hanno un numero di apici leggermente superiore rispetto alle serie di u.

6.3.3 Concentrazione di inquinante c_*

Noto il fenomeno fisico studiato è possibile prevedere il comportamento delle serie studiate e, di conseguenza, della metrica in esame. Il meandering, per le sue caratteristiche, porta a uno spostamento irregolare del pennacchio, specialmente per pennacchi emessi da una sorgente di diametro ridotto. Questo permette di dedurre che il pennacchio emesso dalla sorgente di diametro 3 millimetri si sposta molto più frequentemente di quello emesso dalla sorgente di diametro 6 millimetri. Di conseguenza, se ci si posiziona in un determinato punto in prossimità del punto di emissione, si nota una concentrazione molto elevata per brevi periodi per il pennacchio di dimensione più ridotta, mentre, per il pennacchio più grande, la concentrazione è più bassa, ma la si osserva per un periodo di tempo più lungo. Nelle serie temporali corrispondenti, questo porta a picchi molto elevati, ma poco frequenti, per le concentrazioni del pennacchio più piccolo. Al contrario, le serie temporali di c_* per il pennacchio più grande presentano picchi più bassi, ma molto più frequenti. Ciò che ci si attende, dunque, è che la mean link-length sia superiore per le serie di c_* per cui $d_s = 3\ mm$, in quanto, dato che i picchi sono meno, la visibilità tra i nodi è maggiore.

I grafici della *Figura 50* e della *Figura 51* presentano i valori di mean link-length per le serie temporali di c_*, sia trasversalmente al pennacchio che al variare dell'altezza. Come già in precedenza, sono stati analizzati i pennacchi generati da sorgenti con diametro 3 millimetri e 6 millimetri. Per ogni grafico la sezione studiata è unica e il confronto è tra le due tipologie di serie.

La rappresentazione dei grafici è eseguita in scala semi-logaritmica. Questo è stato utile per poter osservare al meglio le differenze presenti tra i valori di mean link-length.

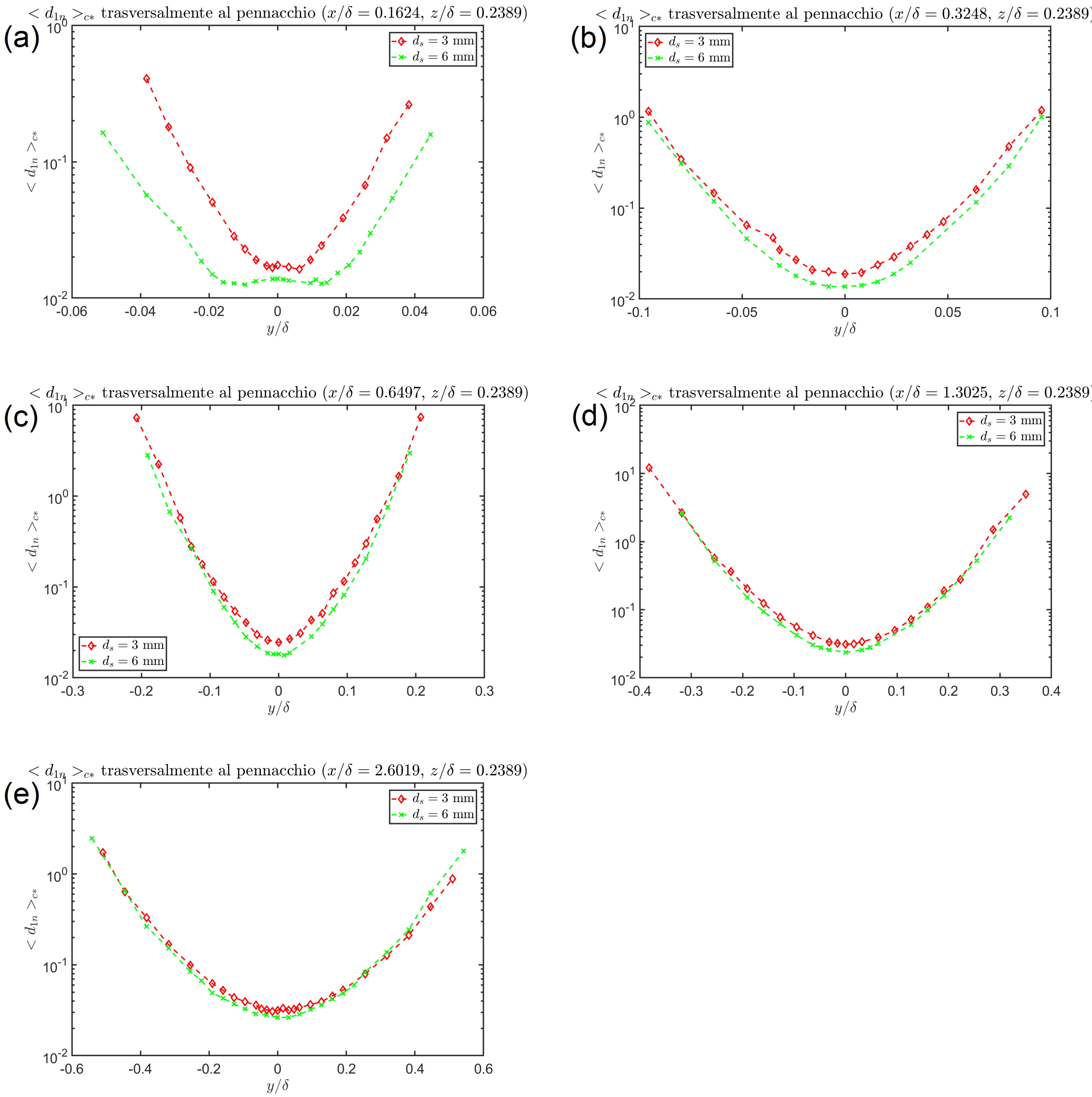

Figura 50: Grafici andamento $< d_{1n} >_{c_*}$ trasversalmente al pennacchio per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di $< d_{1n} >_{c_*}$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $< d_{1n} >_{c_*}$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $< d_{1n} >_{c_*}$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $< d_{1n} >_{c_*}$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $< d_{1n} >_{c_*}$ per $x/\delta = 2.6019$

Mean link-length trasversalmente al pennacchio $\sim$ La *Figura 50a-e* mostra gli andamenti della mean link-length per le diverse sezioni per variazioni di ordinata. Come la transitività, anche la mean link-length è in grado di osservare come l'effetto scia della sorgente vada a perturbare l'andamento delle serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri. Diversamente dalla precedente metrica, la mean link-length è in grado di osservare una leggera variazione nel suo andamento in prossimità dell'asse del pennacchio per le serie di c_* anche per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri.

Come osservato nell'analisi della transitività, le differenze tra gli andamenti di mean link-length per le due diverse tipologie di serie temporali sono evidenti in prossimità della sorgente del pennacchio e tendono a calare man mano che ci si allontana da essa. Le differenze maggiori di mean link-length tra le due tipologie di serie sono presenti nella prima sezione, mentre in quelle successive le differenze sono meno marcate rispetto a quelle riscontrate negli andamenti di transitività.

Osservando i cinque grafici è anche possibile notare che, nonostante le differenze tra i due andamenti siano sempre meno evidenti man mano che ci si allontana dal punto di emissione, la curva tracciata a partire dai valori di mean link-length ottenuti dai grafi costruiti sulle serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri è sempre più elevata della seconda curva. Questo implica che la mean link-length è sempre superiore per i grafi delle serie di c_* per i pennacchi emessi dalla sorgente di diametro 3 millimetri, quindi il numero di apici è sempre inferiore in questa tipologia di serie, rispetto a quella per cui $d_s = 6\ mm$.

Mean link-length al variare dell'altezza $\sim$ La *Figura 51a-f* mostra i risultati di mean link-length per i grafi costruiti sulle serie temporali di c_* dei punti che hanno ordinata fissa e altezza variabile. La prima sezione è soggetta all'effetto scia nella parte di spazio più prossima all'asse del pennacchio, come osservabile dalla variazione di trend di mean link-length per entrambe le tipologie di serie.

Le differenze presenti tra gli andamenti di mean link-length delle serie per cui $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$ sono più marcate rispetto alle variazioni di ordinata. Da questi andamenti è osservabile in modo chiaro come le curve tendano ad avvicinarsi sempre più man mano che la distanza dalla sorgente aumenta, portando a una riduzione di differenza del numero di apici presenti

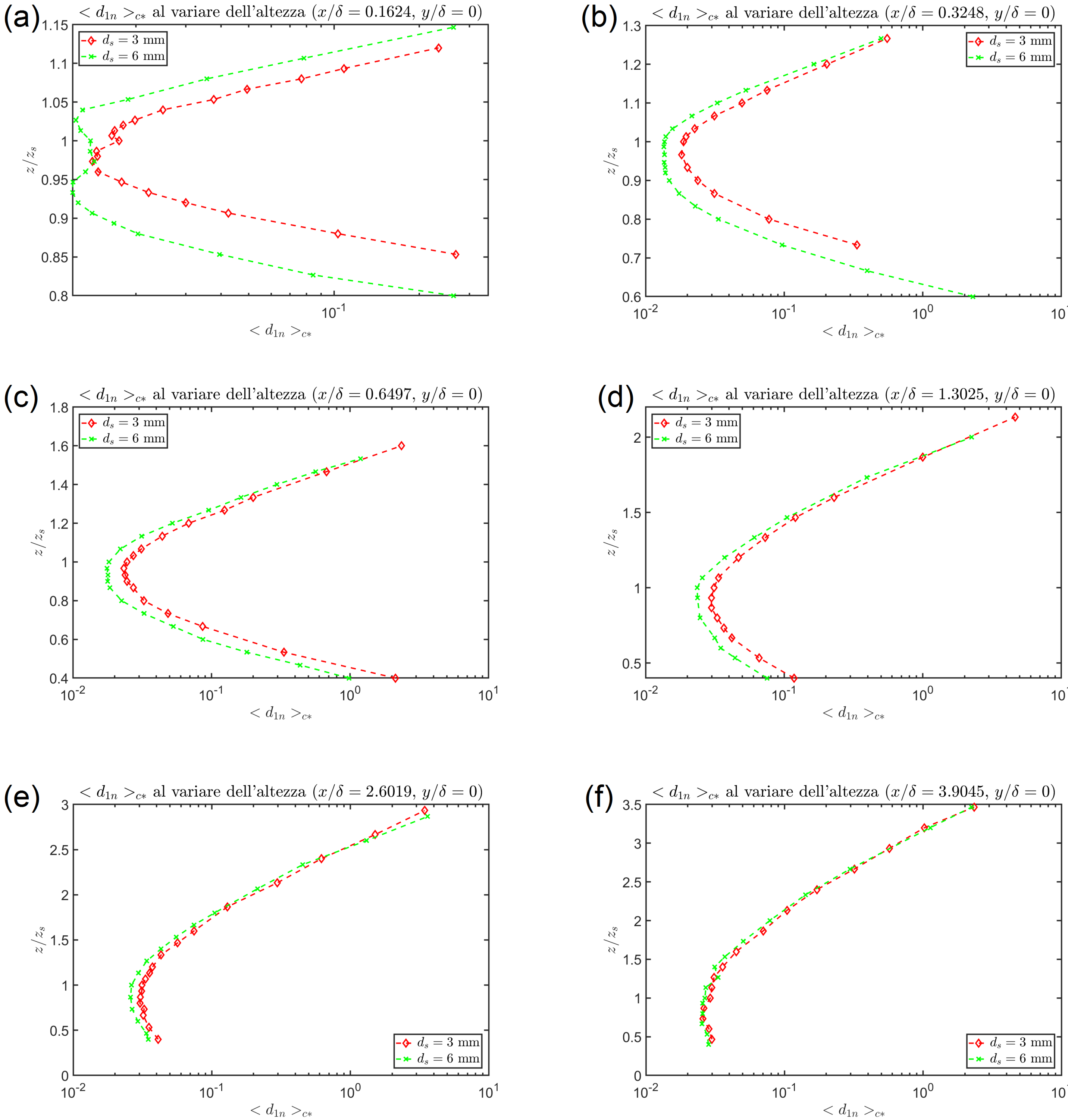

Figura 51: Grafici andamento $< d_{1n} >_{c*}$ al variare dell'altezza per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $< d_{1n} >_{c*}$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $< d_{1n} >_{c*}$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $< d_{1n} >_{c*}$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $< d_{1n} >_{c*}$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $< d_{1n} >_{c*}$ per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di $< d_{1n} >_{c*}$ per $x/\delta = 3.9045$

nelle due tipologie di serie. La *Figura 51f* evidenzia come gli andamenti siano pressoché identici per entrambe le tipologie di serie studiate.

La conclusione a cui si può giungere al termine dell'analisi della mean link-length è che il fenomeno di meandering è osservabile anche tramite lo studio di questa metrica. Si ha infatti che, in prossimità dell'asse del pennacchio e per distanze prossime alla sorgente, il numero di apici tra le due diverse tipologie di serie è significativamente differente. In particolare, le serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri presentano meno picchi rispetto a quelle per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 6 millimetri.

6.3.4 Correlazione $w'c'$

Gli andamenti di mean link-length per i grafi costruiti sulle serie temporali di $w'c'$ mostrano come le curve ottenute per entrambe le tipologie di sorgente tendano a essere quasi sempre sovrapposte. Questo implica che la differenza tra il numero di apici delle serie di $w'c'$ per $d_s = 3\ mm$ e delle serie di correlazione per $d_s = 6\ mm$ sia quasi sempre nulla.

Osservando gli andamenti di mean link-length, si può notare come i valori di questa metrica aumentino in modo simmetrico rispetto all'asse del pennacchio man mano che ci si allontana da esso. Questo permette di concludere che il numero di apici all'interno delle serie tende a diminuire per distanze sempre maggiori tra il punto di misurazione e l'asse del pennacchio.

6.3.5 Correlazione $u'c'$

In maniera simile a quanto osservato per la correlazione $w'c'$, gli andamenti di mean link-length per le cinque diverse sezioni presentano un valore minimo in corrispondenza dell'asse del pennacchio e tendono ad avere un andamento crescente man mano che ci si allontana da esso. Questo implica che il numero di apici all'interno delle serie di $u'c'$ diminuisce man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio.

Ciò che si può notare, diversamente dall'analisi della mean link-length per i grafi costruiti a partire dalle serie di $w'c'$, è che per la variabile $u'c'$ le differenze tra gli andamenti della mean link-length per le due diverse tipologie di sorgente non sono trascurabili. Si ha infatti che, per le tre sezioni più prossime al punto di emissione, i valori di mean link-length per le serie di $u'c'$ tali per cui $d_s = 3\ mm$ sono più elevati rispetto a quelli delle serie di

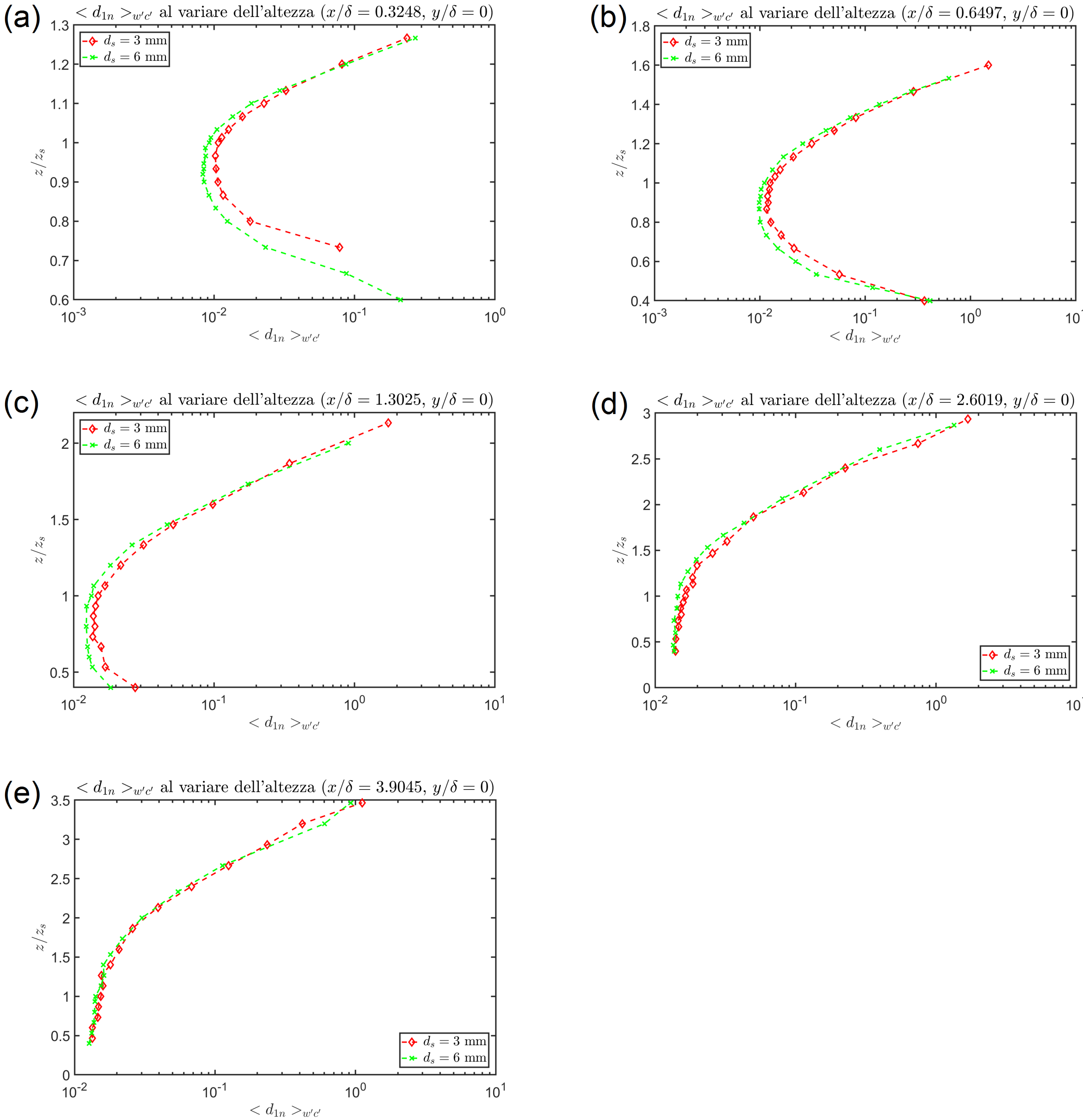

Figura 52: Grafici andamento $< d_{1n} >_{w'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $< d_{1n} >_{w'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $< d_{1n} >_{w'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $< d_{1n} >_{w'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $< d_{1n} >_{w'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $< d_{1n} >_{w'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

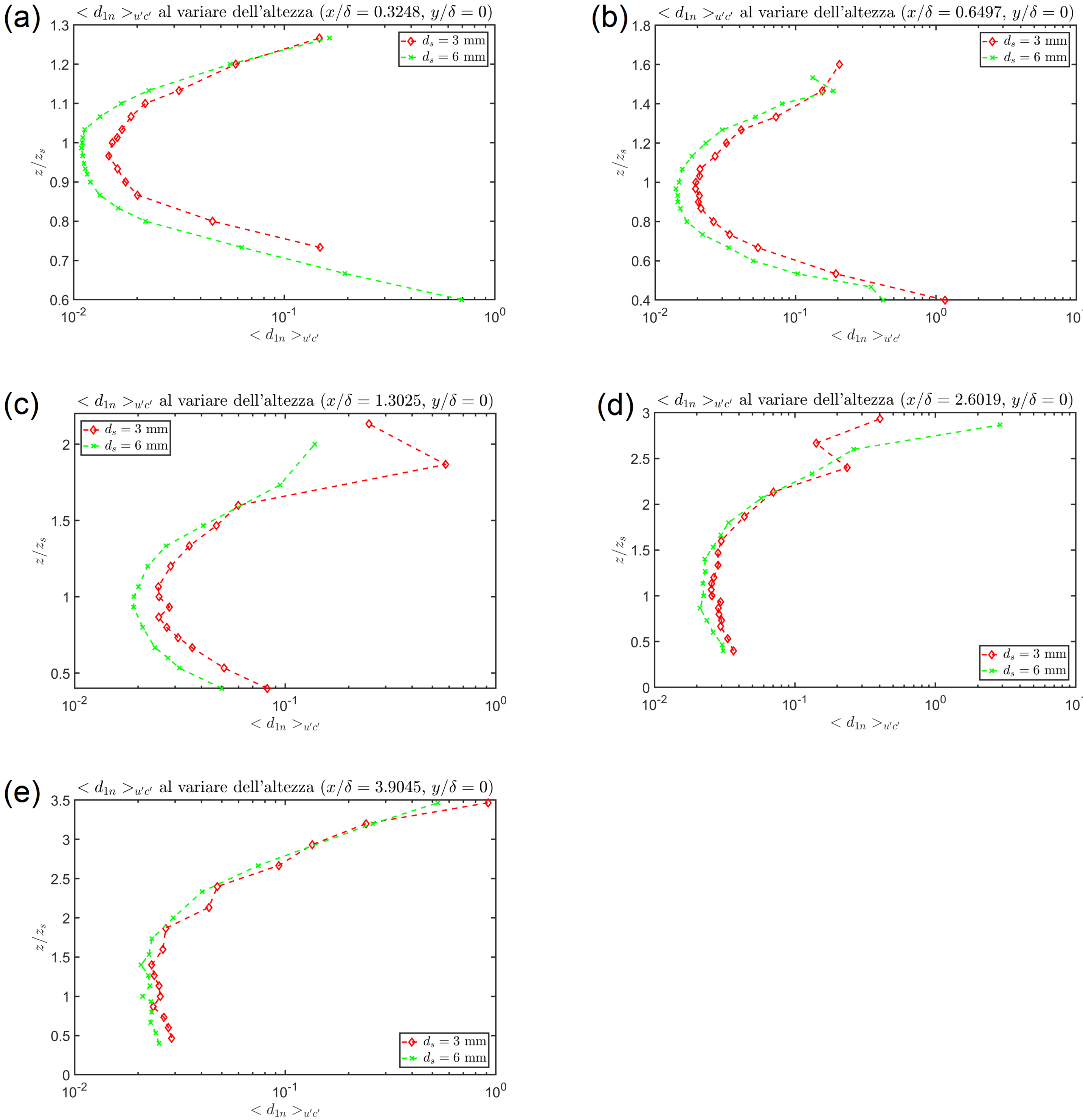

Figura 53: Grafici andamento $< d_{1n} >_{u'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $< d_{1n} >_{u'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $< d_{1n} >_{u'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $< d_{1n} >_{u'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $< d_{1n} >_{u'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $< d_{1n} >_{u'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

$u'c'$ tali per cui $d_s = 6\ mm$. Questo implica che le differenze tra il numero di apici sono più evidenti per le serie di $u'c'$ rispetto a quelle di $w'c'$. Se ne può concludere che per le serie di $u'c'$ caratterizzate da un diametro della sorgente più piccolo il numero di apici è leggermente inferiore a quelli delle serie di $u'c'$ tali per cui $d_s = 6\ mm$. Man mano che ci si allontana dal punto di emissione le differenze tendono a diventare trascurabili per le due diverse sorgenti. Si può infatti osservare come i due profili siano pressoché sovrapposti quando ci si trova rispettivamente a 817 mm e a 1226 mm dal punto di emissione.

6.4 Analisi risultati *degree* per i visibility graph costruiti sulle serie temporali

Il degree permette di comprendere quanto le serie temporali siano convesse. Dato che unisce le proprietà della transitività e della mean link-length, permette anche di capire quanto la regolarità e il numero di apici condizionino la visibilità tra i nodi del grafo. La presente metrica è stata valutata per tutte le cinque variabili in esame.

6.4.1 Velocità longitudinale u

Al fine di descrivere il comportamento del degree dei grafi costruiti a partire dalle serie temporali di u è necessario osservare il comportamento delle due metriche precedentemente studiate. Trasversalmente al pennacchio l'andamento della transitività è pressoché costante, mentre la mean link-length tende ad essere crescente man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio per le due sezioni più prossime al punto di emissione. E' quindi possibile affermare che, per le prime due sezioni, la convessità cresce man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio. Un aumento del degree medio implica una crescita della visibilità tra i nodi, quindi, dato che la transitività rimane costante, la diminuzione del numero degli apici influisce sull'aumento del degree medio per distanze sempre maggiori dall'asse del pennacchio.

Il comportamento simmetrico rispetto all'asse del pennacchio per le prime sezioni è tipico anche dei due grafici che mostrano il degree medio al variare dell'altezza. In questa occasione ciò che si nota dalle due metriche precedentemente studiate è che i valori di transitività tendono ad aumentare man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio, mentre la mean link-length rimane pressoché costante. Ciò che si può concludere è quindi che l'aumento di regolarità delle serie temporali associate a punti sempre più distanti dal

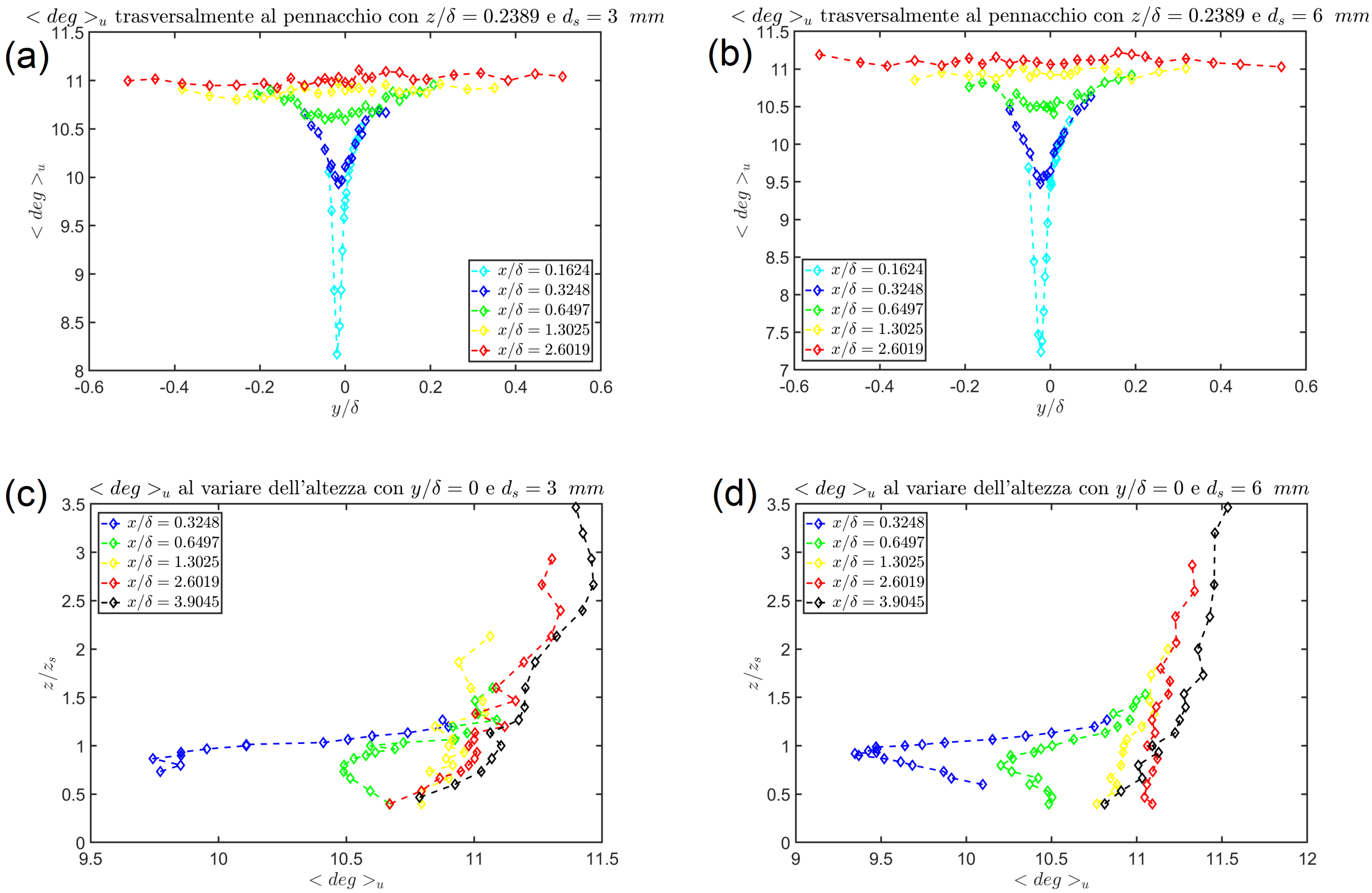

Figura 54: Grafici andamento $< deg >_u$ trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di $< deg >_u$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di $< deg >_u$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di $< deg >_u$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di $< deg >_u$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

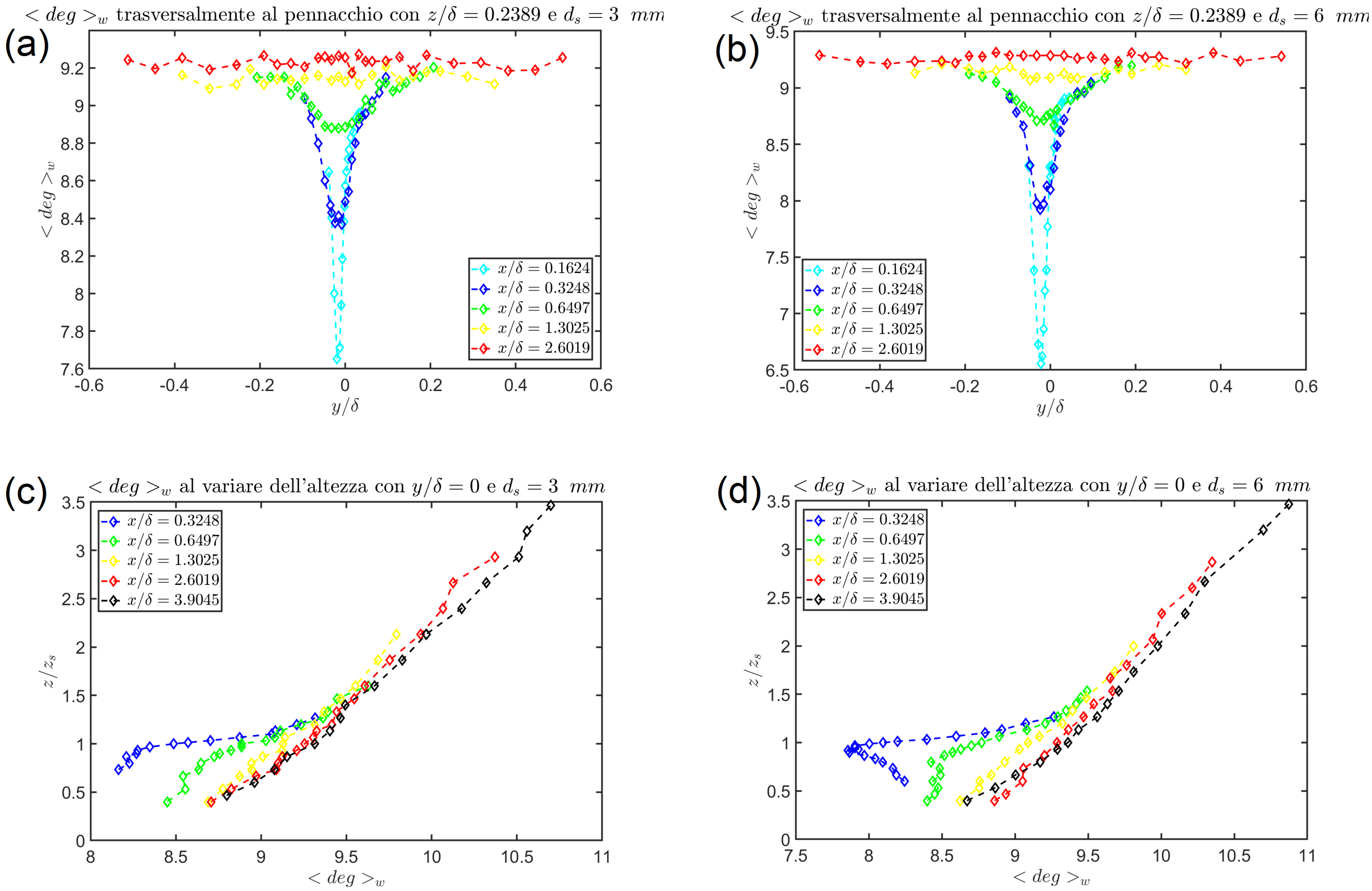

Figura 55: Grafici andamento $< deg >_w$ trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3$ mm e $d_s = 6$ mm. In particolare: (a) Andamento di $< deg >_w$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3$ mm, (b) Andamento di $< deg >_w$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6$ mm, (c) Andamento di $< deg >_w$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3$ mm, (d) Andamento di $< deg >_w$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6$ mm

suolo porta anche a un incremento della visibilità, quindi a un aumento del degree medio dei visibility graph.

6.4.2 Velocità verticale w

Lo studio del degree dei grafi ottenuti a partire dalle serie temporali di w per variazioni di ordinata è simile a quello della variabile u. Quel che si nota per le sezioni più prossime alla sorgente del pennacchio è infatti una crescita del degree man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio, similmente a quanto avviene per la mean link-length. Siccome la transitività rimane pressoché costante trasversalmente al pennacchio, se ne può concludere che la diminuzione del numero di apici permette un aumento della visibilità, quindi un incremento del degree medio.

Similmente a quanto ottenuto per la velocità longitudinale, anche gli andamenti di degree medio al variare dell'altezza sono crescenti. In questa occasione, però, i risultati delle due metriche precedentemente studiate non seguono quanto ottenuto per la velocità longitudinale. Si ha infatti che la transitività tende a diminuire man mano che ci si allontana dal suolo, mentre le mean link-length tende ad aumentare per distanze sempre maggiori dal suolo. Di conseguenza, l'andamento crescente del degree è dovuto alla riduzione del numero di apici per altezze sempre maggiori. Più diminuiscono gli apici all'interno delle serie temporali, maggiore è la visibilità, quindi più alto è il degree medio. Se ne può quindi dedurre che i valori di degree sono condizionati maggiormente dalla diminuzione del numero di apici, piuttosto che dalla crescita dell'irregolarità delle serie.

6.4.3 Concentrazione di inquinante c_*

Come affermato in precedenza, il degree è la metrica che evidenzia la visibilità presente tra i nodi, quindi unisce le proprietà della transitività e della mean link-length. Ciò che permette di comprendere è il livello di convessità delle serie temporali in esame. L'analisi del degree è quindi finalizzata a evidenziare questo tipo di proprietà. Dato che il degree sintetizza le proprietà di entrambe le metriche precedentemente studiate, non è facilmente prevedibile cosa ci si può attendere da questa metrica. Le variazioni di degree sono infatti dettate da una variazione di regolarità e da un diverso numero di apici nelle serie. Di conseguenza, il degree può variare il suo andamento in quanto condizionato maggiormente da uno di questi due fenomeni.

I grafici dei risultati sono stati presentati prima per variazioni di ordinata e in seguito per variazioni di altezza. Ogni grafico mostra una diversa sezione, per la quale sono confrontati i valori ottenuti sia per i grafi costruiti sulle serie temporali di c_* per pennacchi emessi dalla sorgente di diametro 3 millimetri, che i valori ottenuti per i grafi costruiti sulle serie temporali di c_* per pennacchi emessi dalla sorgente di diametro 6 millimetri.

Degree trasversalmente al pennacchio $\sim$ La *Figura 56a-e* mostra i risultati del degree trasversalmente al pennacchio. L'altezza è considerata fissa a $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$), ovvero sull'asse del pennacchio.

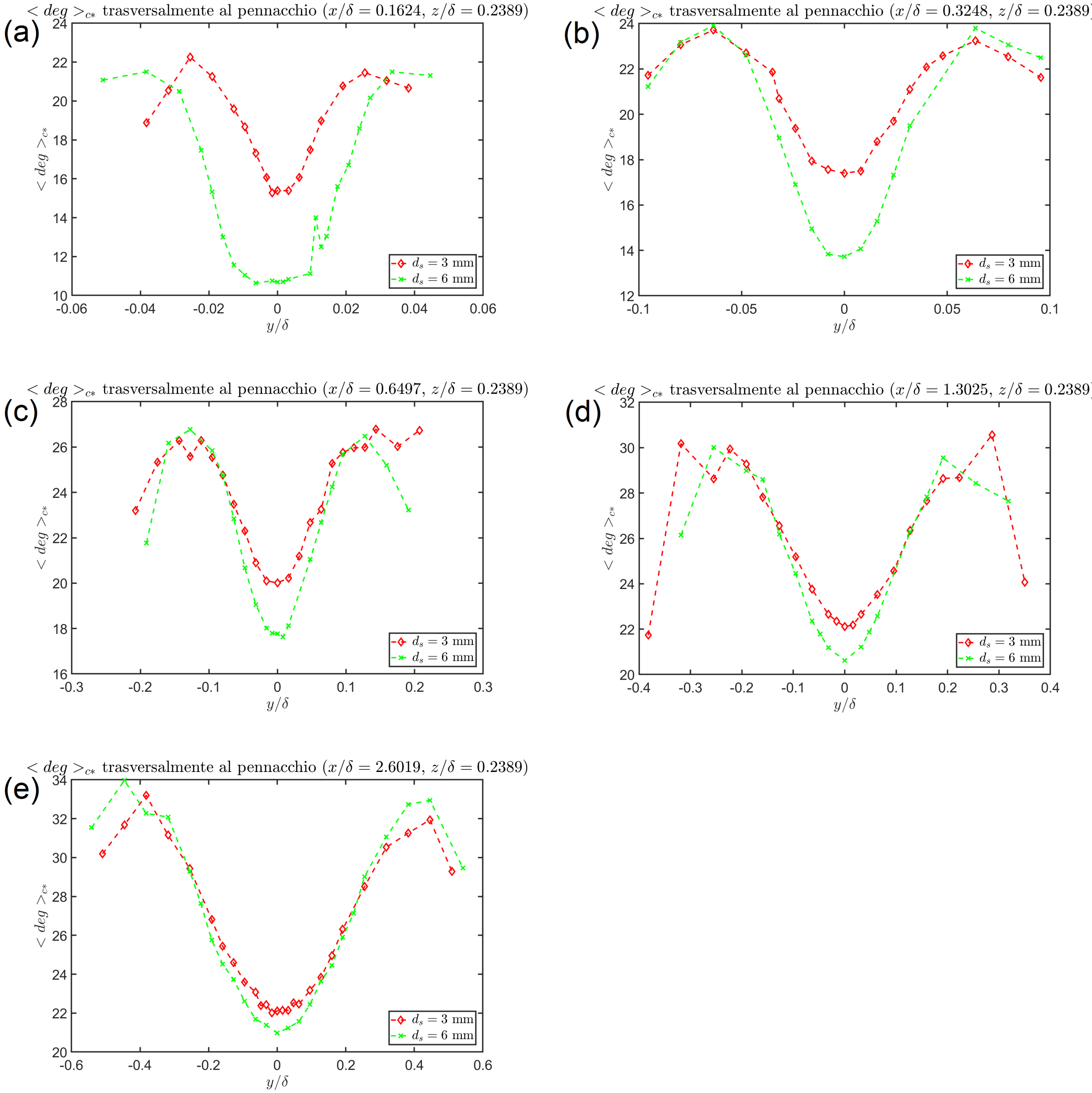

Figura 56: Grafici andamento $< deg >_{c_*}$ trasversalmente al pennacchio per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $z/\delta = 0.2389$ $(z/z_s = 1)$. In particolare: (a) Andamento di $< deg >_{c_*}$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $< deg >_{c_*}$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $< deg >_{c_*}$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $< deg >_{c_*}$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $< deg >_{c_*}$ per $x/\delta = 2.6019$

Osservando i grafici delle diverse sezioni si può notare come la differenza tra gli andamenti dei degree misurati per le due diverse tipologie di serie sia evidente in prossimità della sorgente e cali man mano che la distanza dal punto di emissione aumenta. In particolare la *Figura 11e* mostra come gli andamenti di degree per entrambe le tipologie di serie siano quasi completamente sovrapposti. Se ne può dedurre che il degree, in modo simile a quanto già fatto dalla transitività e dalla mean link-length, è in grado di mostrare le differenze tra le caratteristiche delle serie di c_* per pennacchi emessi da sorgenti dal diametro differente. In particolare, il degree tende a essere superiore per le serie di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 millimetri, rispetto a quelle per cui $d_s = 6\ mm$.

Anche gli andamenti di entrambe le tipologie di serie sono simili. Si nota che il degree tende ad aumentare man mano che la distanza dall'asse del pennacchio aumenta, per poi calare nuovamente quando la distanza dall'asse del pennacchio aumenta ulteriormente. Questi andamenti permettono di dedurre che la convessità aumenta man mano che la distanza dall'asse del pennacchio aumenta, per poi calare e assumere valori che possono attestarsi a quelli osservati in corrispondenza dell'asse del pennacchio.

Dato che il degree è in grado di sintetizzare le proprietà della transitività e della mean link-length, è possibile trarre conclusioni di interesse. Man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio, per tutte le sezioni studiate la transitività diminuisce e la mean link-length aumenta. Questo implica che la regolarità e il numero di picchi delle serie di c_* tendono a diminuire man mano che la distanza dall'asse del pennacchio aumenta. Dato che un aumento di degree è sintomo di una maggior visibilità tra i nodi del grafo, la riduzione del numero di picchi è inizialmente più influente rispetto alla diminuzione di regolarità affinché il degree salga. Per distanze elevate dall'asse del pennacchio si ha invece un'inversione di tendenza, con la riduzione di regolarità che diviene più influente rispetto alla diminuzione del numero di picchi, portando a una riduzione del degree.

Degree al variare dell'altezza $\sim$ La *Figura 57a-f* presenta i grafici dei degree ottenuti per i grafi costruiti sulle serie temporali di c_* per punti con altezza variabile. La coordinata fissa è l'ordinata, mantenuta a 0 millimetri.

Gli andamenti dei degree ottenuti per i grafi costruiti sulle serie temporali di c_* per pennacchi emessi da una sorgente di diametro 3 o 6 millimetri si comportano in maniera simile a quanto già osservato nella *Figura 56*. Si

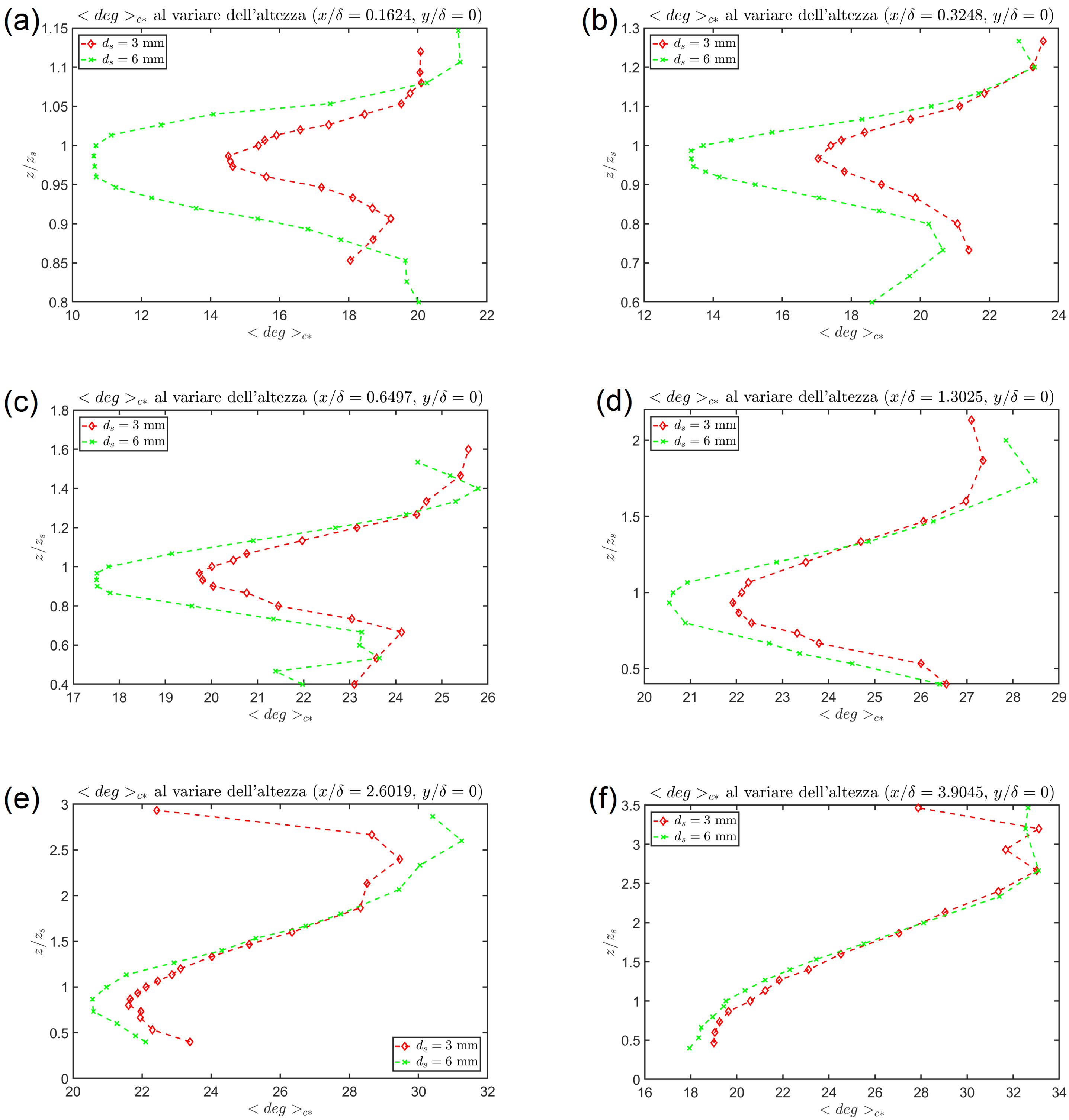

Figura 57: Grafici andamento $< deg >_{c*}$ al variare dell'altezza per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $< deg >_{c*}$ per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di $< deg >_{c*}$ per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di $< deg >_{c*}$ per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di $< deg >_{c*}$ per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di $< deg >_{c*}$ per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di $< deg >_{c*}$ per $x/\delta = 3.9045$

ha infatti che la differenza tra gli andamenti di degree delle due tipologie di serie è elevata per distanze prossime alla sorgente del pennacchio, mentre cala quando la distanza dal punto di emissione aumenta. In generale, il degree assume valori maggiori per i grafi costruiti sulle serie di c_* per pennacchi emessi da sorgenti di dimensione 3 millimetri rispetto alle serie per cui $d_s = 6\ mm$. Gli unici punti per cui la seconda tipologia di serie possiede grafi con degree maggiore della prima tipologia sono posti alle estremità dell'intervallo di analisi.

Anche in questa analisi, così come avveniva trasversalmente al pennacchio, il degree aumenta man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio, prima di invertire il suo andamento e calare per distanze elevate dall'asse del pennacchio. La motivazione che può essere considerata valida è la stessa presentata in precedenza. Il degree, potendo essere considerato come l'unione della transitività e della mean link-length, segue un andamento dettato da quello delle due metriche precedenti. Si può quindi affermare che esso sale quando la diminuzione del numero di picchi sovrasta gli effetti della diminuzione di regolarità; al contrario il degree cala quando l'aumento dell'irregolarità supera l'effetto della diminuzione dei picchi.

6.4.4 Correlazione $w'c'$

Gli andamenti del degree per i grafi ottenuti dalle serie di $w'c'$ sono simili a quelli della mean link-length. Si ha infatti che il degree tende ad aumentare man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio per tutte le sezioni studiate. In maniera simile a quanto avvenuto per la mean link-length, le differenze tra i due andamenti sono pressoché nulle.

I valori di degree aumentano man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio, di conseguenza la convessità cresce per distanze sempre maggiori dall'asse. Dai grafici ottenuti per le due metriche precedentemente studiate è noto che la regolarità e il numero di apici delle serie diminuiscono man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio. Dato che la metrica in esame unisce le proprietà della transitività e della mean link-length, si può dedurre che la variazione del numero degli apici influisce maggiormente della regolarità delle serie sull'andamento del degree.

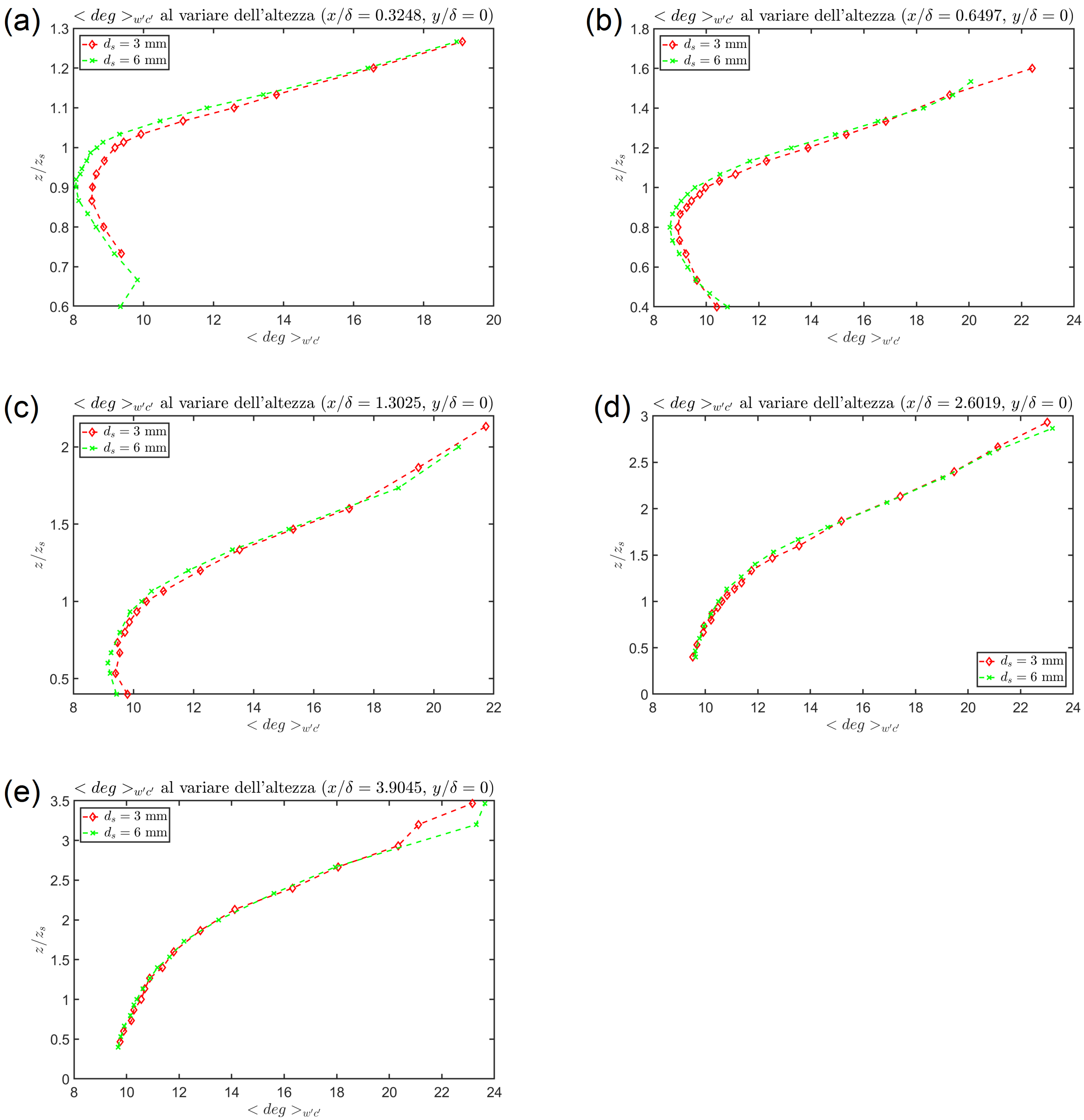

Figura 58: Grafici andamento $< deg >_{w'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $< deg >_{w'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $< deg >_{w'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $< deg >_{w'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $< deg >_{w'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $< deg >_{w'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

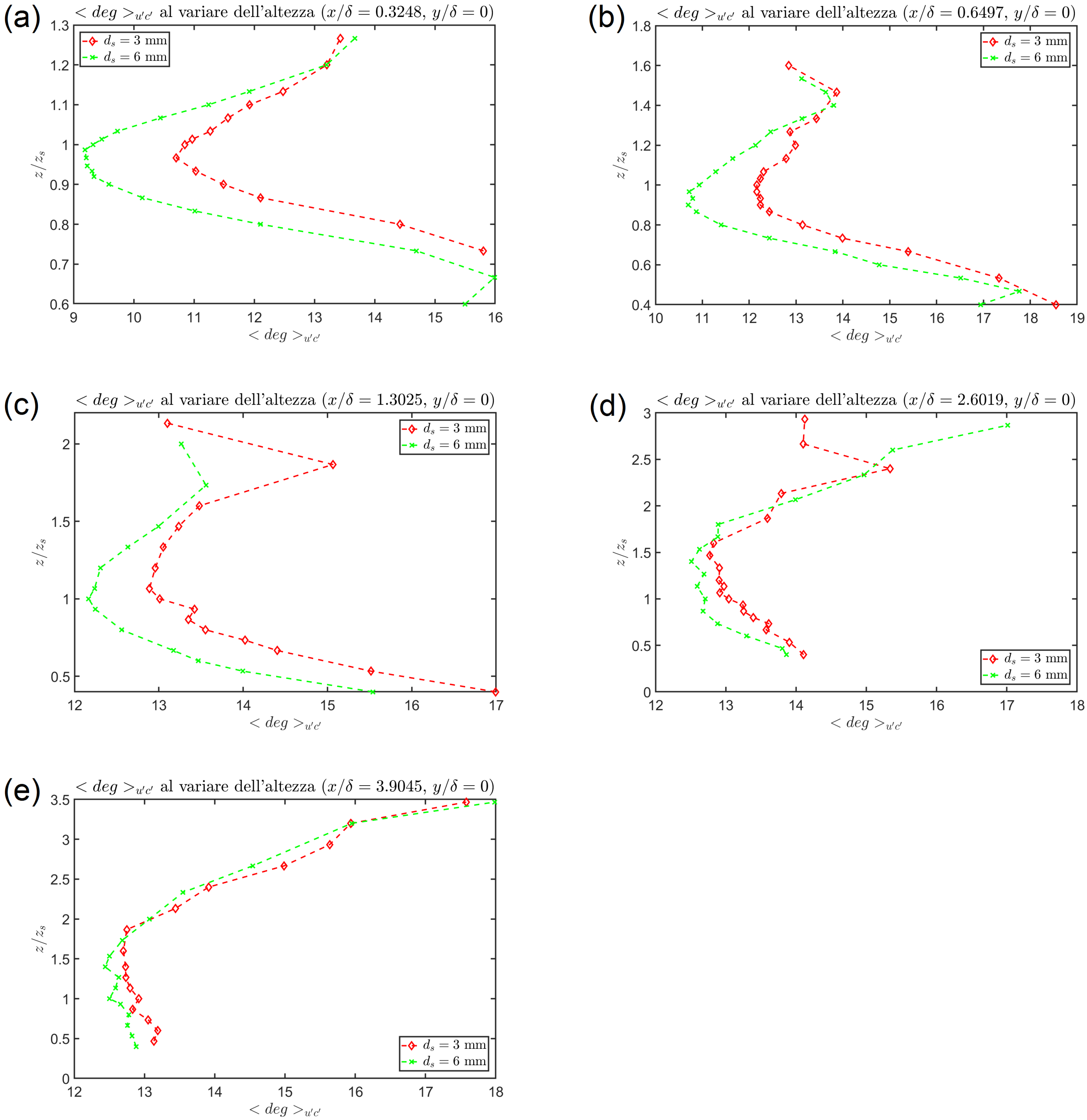

Figura 59: Grafici andamento $< deg >_{u'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3$ mm e $d_s = 6$ mm, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $< deg >_{u'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $< deg >_{u'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $< deg >_{u'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $< deg >_{u'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $< deg >_{u'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

6.4.5 Correlazione $u'c'$

Gli andamenti di $< deg >_{u'c'}$ sono osservabili nella *Figura 59*. I grafici mostrano come i valori minimi di degree siano misurati in prossimità dell'asse del pennacchio, mentre, man mano che ci si allontana da esso, il degree cresca.

Osservando i profili di degree che si ottengono, è possibile notare come le differenze tra le curve ottenute per i due diversi diametri della sorgente siano non trascurabili in prossimità del punto di emissione. Tale risultato si contrappone a quello ottenuto per la variabile $w'c'$, per la quale le due curve si sovrapponevano quasi completamente per tutte le sezioni studiate. In particolare, i valori di degree sono sempre più elevati per i grafi ottenuti a partire dalle serie di $u'c'$ tali per cui $d_s = 3\ mm$. Man mano che la distanza dal punto di emissione aumenta, anche le differenze tra gli andamenti di degree tendono ad annullarsi, in linea con quanto osservato per le due metriche precedentemente analizzate.

Le differenze evidenti tra le due curve, quindi tra i degree ottenuti per le due diverse tipologie di serie temporali di $u'c'$, possono essere considerate un effetto dei risultati osservati nelle sezioni precedenti. Si ha infatti che, sia per la transitività che per la mean link-length, le differenze tra le due curve in prossimità della sorgente del pennacchio sono non trascurabili. Dato che il degree medio ottenuto per i grafi delle serie di $u'c'$ caratterizzate da un diametro della sorgente ridotto è più elevato rispetto a quello ottenuto per le serie caratterizzate da un diametro della sorgente maggiore, si può concludere che il numero di apici condiziona maggiormente il degree rispetto alla transitività. Si ha infatti che le serie di $u'c'$ tali per cui $d_s = 3\ mm$ sono meno regolari rispetto a quelle per cui $d_s = 6\ mm$, ma presentano un numero minore di apici. Dato che il degree scaturisce dalla combinazione delle proprietà delle due metriche, il ridotto numero di apici permette una visibilità maggiore rispetto alla regolarità delle serie. Di conseguenza, il degree è più elevato per le serie per cui il diametro della sorgente è più piccolo.

6.5 Analisi risultati *assortatività* per i visibility graph costruiti sulle serie temporali

Per concludere, l'ultima metrica studiata è l'assortatività. Tale indice presenta la correlazione presente tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge ed è utile per approfondire ulteriormente le analisi sulle caratteristiche delle

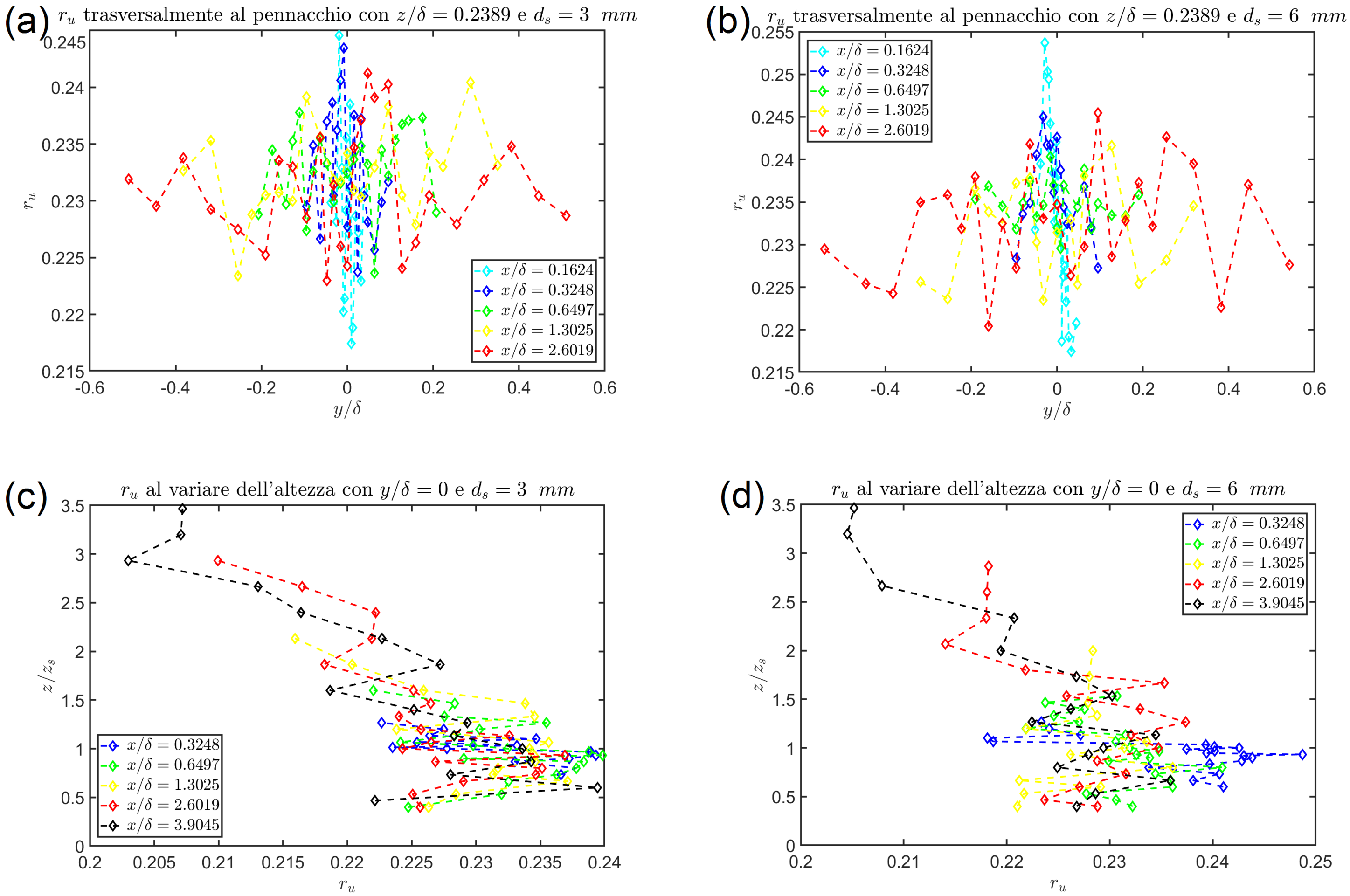

Figura 60: Grafici andamento r_u trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ \ mm$ e $d_s = 6\ \ mm$. In particolare: (a) Andamento di r_u per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ \ mm$, (b) Andamento di r_u per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ \ mm$, (c) Andamento di r_u per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ \ mm$, (d) Andamento di r_u per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ \ mm$

serie temporali studiate. La presente metrica è stata valutata per tutte le cinque variabili in esame.

6.5.1 Velocità longitudinale u

La *Figura 60* presenta i risultati relativi alla componente u sia trasversalmente al pennacchio che al variare dell'altezza.

Come osservabile, i valori di assortatività ottenuti sia al variare dell'ordinata che al variare dell'altezza sono compresi tra 0.2 e 0.25 per tutti i grafi costruiti a partire dalle serie temporali disponibili. Questo risultato rispetta le attese, in quanto il range è talmente ridotto da poter considerare trascurabili le variazioni dei valori di assortatività ottenuti.

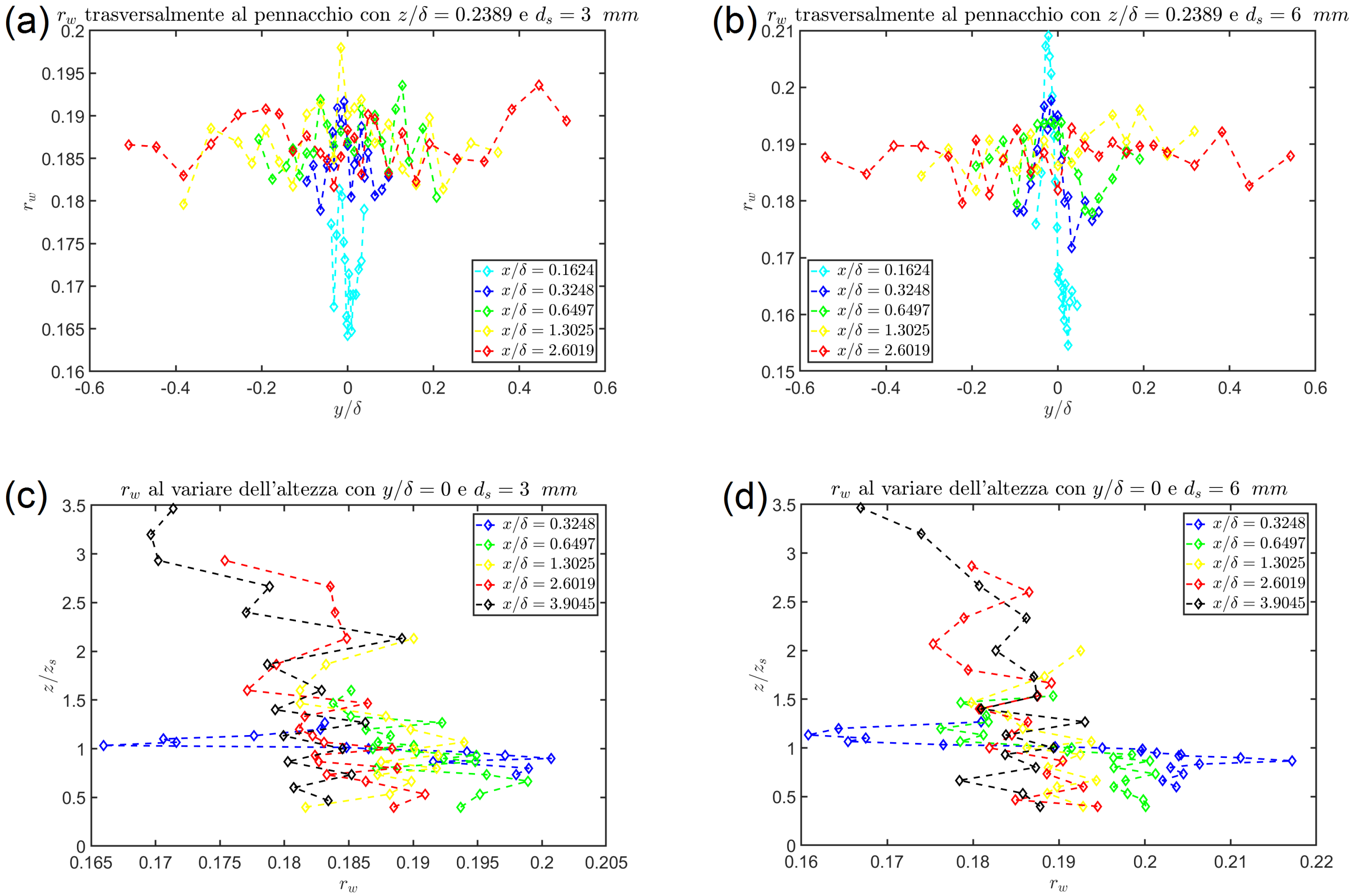

Figura 61: Grafici andamento r_w trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di r_w per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di r_w per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di r_w per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di r_w per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

In aggiunta, i valori ottenuti permettono di concludere che i grafi studiati godono di assortative mixing. Questo implica che la correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge sia positiva, portando a dedurre che i nodi possiedono vicini con degree tendenzialmente simile al loro.

Da tali conclusioni si può affermare che i nodi dei grafi associati alle serie temporali di u hanno tutti visibilità molto simile tra loro.

6.5.2 Velocità verticale w

In maniera simile a quanto affermato per la variabile u, anche i grafi costruiti a partire dalle serie temporali della velocità verticale possiedono valori di assortatività contenuti in un range limitato. Si ha infatti che l'assortatività dei grafi associati alla variabile w è compresa tra 0.15 e 0.22. La grandezza di tale intervallo è molto simile a quella dell'assortatività per i grafi della variabile u, a conferma di quanto i risultati presentino variazioni minime in tutto lo spazio, tali da poter essere ritenute ritenute trascurabili.

Anche in questa occasione l'assortatività assume valori positivi, quindi i grafi costruiti a partire dalla variabile w presentano assortative mixing. Dato che la correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge è positiva, si può concludere che i nodi hanno vicini con degree simili anche in questa occasione. Le deduzioni a cui si può giungere sono quindi le stesse ottenute per la variabile u.

L'ultima osservazione che può essere fatta analizzando i risultati relativi alla velocità verticale è che i valori di assortatività tendono a essere più bassi rispetto a quelli della velocità longitudinale. Questo implica che i visibility graph costruiti sulle serie temporali di u possiedono nodi che hanno una tendenza maggiore ad avere vicini con degree simili, rispetto ai grafi della variabile w.

6.5.3 Concentrazione di inquinante c_*

La *Figura 62* e la *Figura 63* presentano gli andamenti dell'assortatività legati alla variabile c_* trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza. Dato che l'assortatività presenta la correlazione tra i degree dei nodi collegati, ci si aspetta che anche la presente metrica permetta di osservare differenze significative tra le serie di c_* tali per cui il diametro della sorgente è differente.

Assortatività trasversalmente al pennacchio $\sim$ Gli andamenti di r_{c_*} sono gaussiani per tutte le sezioni studiate. Si ha infatti che il valore massimo di assortatività è registrato in corrispondenza dell'asse del pennacchio, mentre più ci si allontana da esso, più i valori ottenuti calano.

Nelle sezioni più prossime alla sorgente del pennacchio si hanno le differenze più evidenti tra i due andamenti, mentre per l'ultima sezione studiata, ovvero $x/\delta = 2.6019$, le curve sono molto simili e le differenze sono trascurabili. Tale comportamento conferma quello osservato per le tre metriche studiate in precedenza, evidenziando come le differenze tra le strutture delle serie temporali di c_* si riducano man mano che ci si allontana dal punto di emissione.

In tutti i grafici la curve che mostrano i valori di assortatività per i grafi costruiti a partire dalle serie per cui $d_s = 6\ mm$ sono maggiori rispetto a

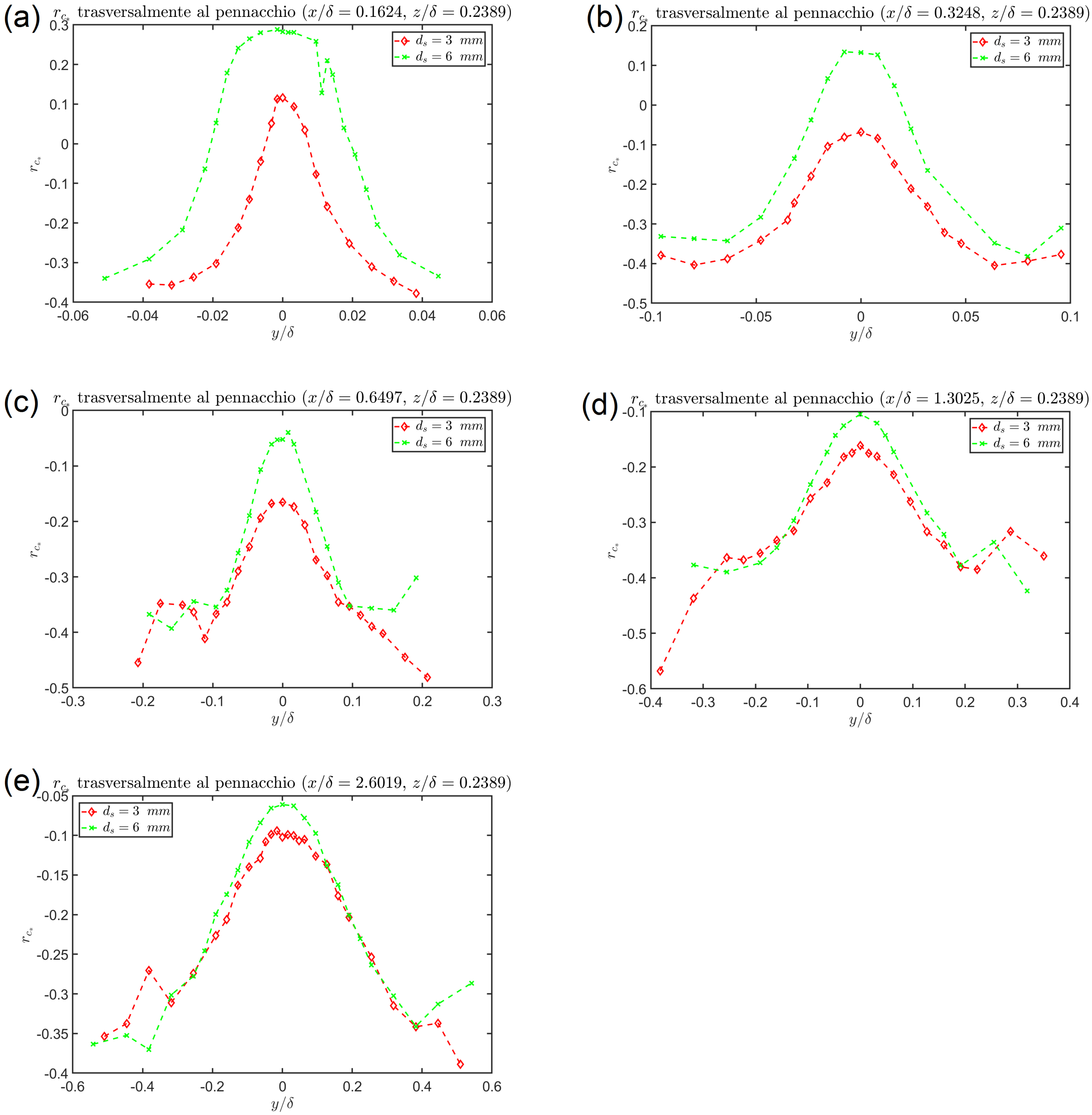

Figura 62: Grafici andamento r_{c_*} trasversalmente al pennacchio per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 2.6019$

quelle che presentano i valori di assortatività per i grafi costruiti a partire dalle serie per cui $d_s = 3\ mm$. Questo implica che la correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge è sempre più elevata per i grafi di c_* tali per cui il diametro della sorgente è più grande. Tale differenza di correlazione cala man mano che ci si allontana dal punto di emissione.

Un'ulteriore valutazione che può essere fatta considerando i grafici dei risultati è relativa alla variazione trasversale dei valori di assortatività. Man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio è infatti evidente il calo dei valori di assortatività. In particolare, per le prime sezioni il calo consiste nel passaggio da valori positivi a valori negativi, mentre per le sezioni più distanti dal punto di emissione il calo comporta il passaggio da un valore negativo a uno ancora più basso.

A seguito di tali premesse, si può quindi concludere che, man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio, i nodi dei grafi tendono ad avere sempre più vicini con degree molto diverso dal loro. Tale comportamento dell'assortatività segue quanto ci si attende, in quanto, man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio, aumentano i valori nulli di concentrazione di inquinante e diminuiscono i picchi. Di conseguenza si avranno pochi apici con degree molto elevati, siccome essi sono in grado di vedere una elevata porzione dei nodi, e molti valori esigui o nulli con degree bassi. La tendenza è quindi quella di avere nodi con degree elevato che hanno vicini con degree molto basso, come confermato dai valori negativi assunti dall'assortatività agli estremi degli intervalli di analisi.

Assortatività al variare dell'altezza $\sim$ In maniera simile a quanto ottenuto trasversalmente al pennacchio, anche i valori di r_{c_*} al variare dell'altezza presentano un andamento gaussiano per tutte le sezioni studiate.

Anche in questa occasione le differenze tra le due curve sono massime in prossimità della sorgente del pennacchio, mentre tendono a diventare trascurabili man mano che ci si allontana dal punto di emissione. L'assortatività ottenuta per i grafi costruiti dalle serie di c_* con $d_s = 6\ mm$ è quindi più elevata di quella ottenuta per i grafi costruiti dalle serie di c_* con $d_s = 3\ mm$. Tale differenza tende ad annullarsi per distanze sempre maggiori dalla sorgente del pennacchio.

I valori di assortatività ottenuti al variare dell'altezza sono molto simili a quelli individuati trasversalmente al pennacchio. Questo porta alle medesime conclusioni: le prime sezioni mostrano un calo dell'assortatività per distanze

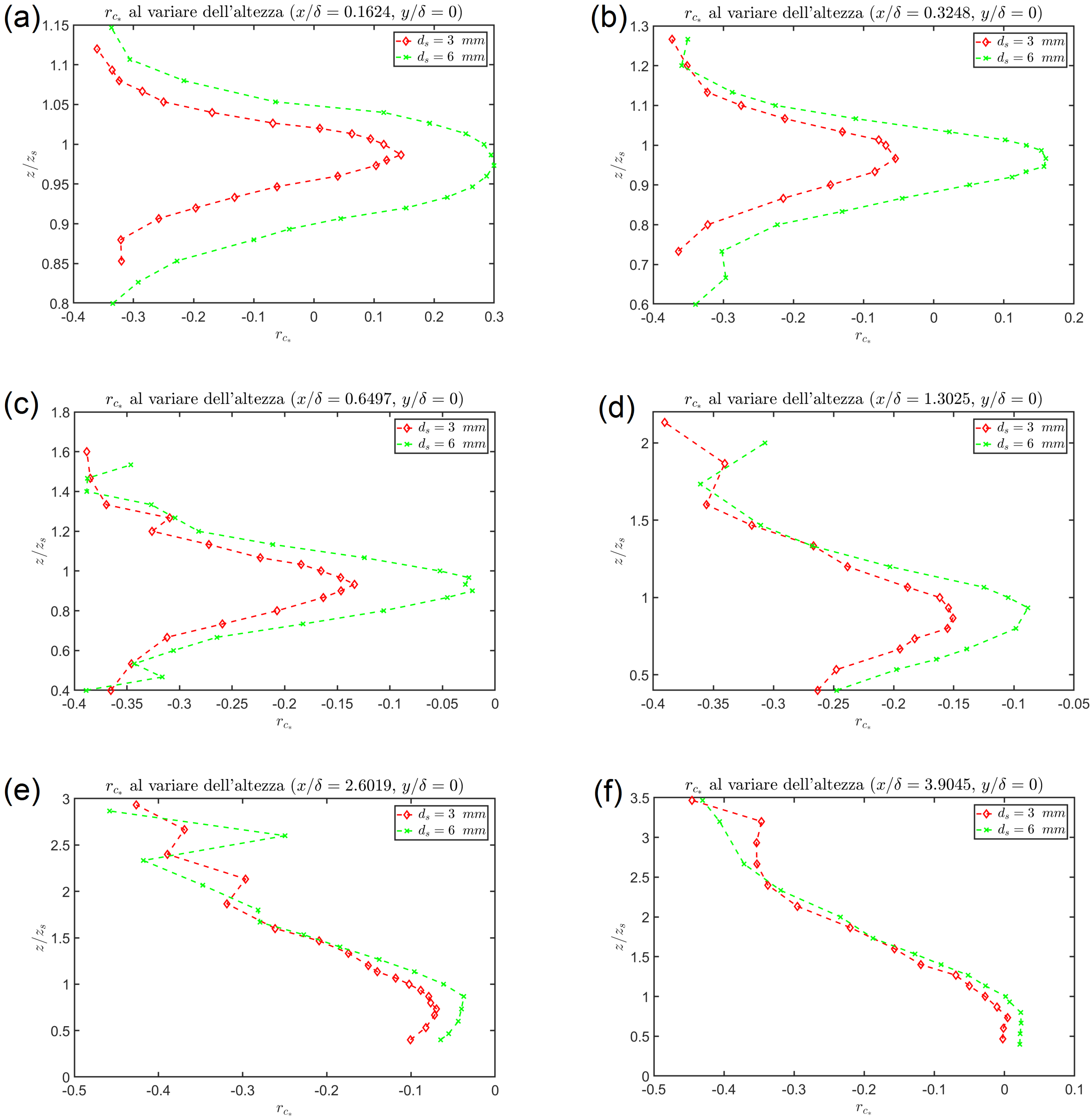

Figura 63: Grafici andamento r_{c_*} al variare dell'altezza per le sei diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$). In particolare: (a) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 0.1624$, (b) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 0.3248$, (c) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 0.6497$, (d) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 1.3025$, (e) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 2.6019$, (f) Andamento di r_{c_*} per $x/\delta = 3.9045$

sempre maggiori dall'asse del pennacchio a partire da valori positivi, fino a valori negativi; le sezioni più distanti dal punto di emissione presentano invece valori di assortatività tutti negativi e sempre più bassi per distanze sempre maggiori dall'asse del pennacchio.

Ciò che si può concludere è che i grafi costruiti a partire dalle serie temporali di c_* hanno nodi che tendono ad avere vicini con degree sempre più diverso dal loro man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio. Questo è dovuto alla diminuzione dei picchi delle serie temporali, in quanto i pochi apici presenti hanno degree elevato e sono collegati a nodi con degree molto basso.

6.5.4 Correlazione $w'c'$

La *Figura 64* presenta gli andamenti dell'assortatività dei grafi costruiti per le serie di $w'c'$ al variare dell'altezza.

In linea con quanto appena osservato per la concentrazione di inquinante, gli andamenti di assortatività per i grafi costruiti a partire dalle serie temporali di $w'c'$ mostrano andamenti gaussiani. Si ha infatti che il valore massimo di assortatività è misurato in corrispondenza dell'asse del pennacchio, mentre più ci si allontana da esso, maggiore è il calo dei valori della metrica studiata.

Le differenze tra le due curve sono evidenti per le sezioni più prossime al punto di emissione, mentre tendono a calare per distanze sempre maggiori dalla sorgente del pennacchio. In generale, gli andamenti di assortatività per i grafi costruiti sulle serie per cui $d_s = 6\ mm$ sono più elevati di quelli per i grafi costruiti sulle serie per cui $d_s = 3\ mm$. La correlazione tra i degree dei nodi agli estremi di ogni edge è quindi più elevata nel caso in cui $d_s = 6\ mm$.

Per concludere, analizzando i valori di assortatività ottenuti al variare dell'altezza si può affermare che tale metrica passa da valori positivi a valori negativi man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio. Tale andamento implica che, in prossimità dell'asse del pennacchio, i nodi tendono ad avere vicini con degree simili, mentre agli estremi dell'intervallo di analisi ogni nodo tende ad avere vicini con degree differenti. Questo comportamento, simile a quello della variabile c_*, è meno accentuato rispetto a quest'ultima. Le differenze tra il valore massimo e il valore minimo di assortatività sono infatti più ridotte rispetto a quelle per la variabile c_*. Questo implica che le variazioni nelle strutture delle serie temporali siano meno accentuate.

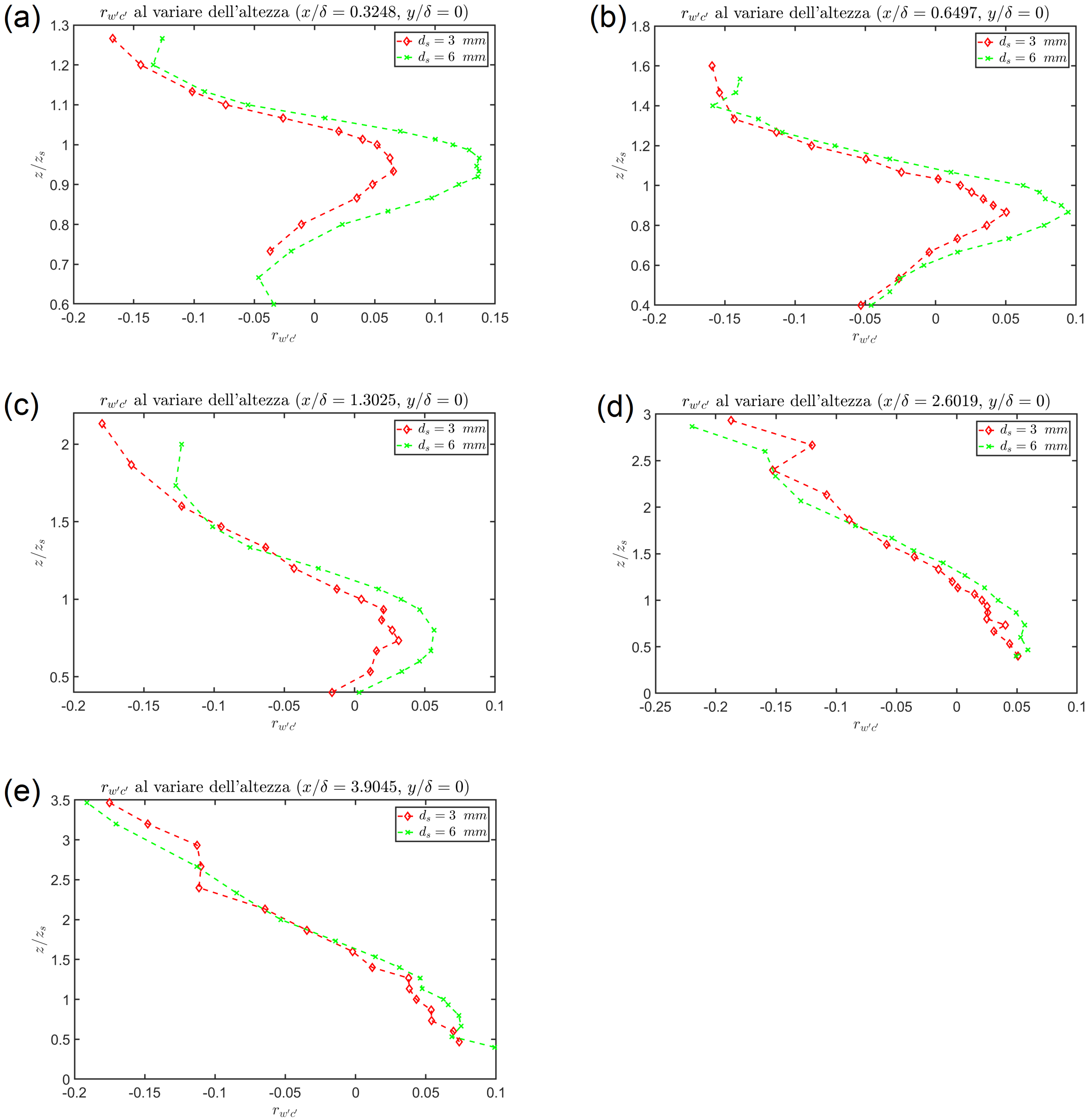

Figura 64: Grafici andamento $r_{w'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $r_{w'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $r_{w'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $r_{w'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $r_{w'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $r_{w'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

6.5.5 Correlazione $u'c'$

La *Figura 65* presenta i grafici con gli andamenti di assortatività per i grafi costruiti a partire dalle serie temporali di $u'c'$. Tali grafici mostrano i risultati al variare dell'altezza.

In maniera simile a quanto ottenuto per la variabile $w'c'$ e per la variabile c_*, gli andamenti di assortatività evidenziano profili gaussiani. Il valore di assortatività massimo si ha in corrispondenza dell'asse del pennacchio, mentre i risultati della metrica in esame tendono a calare man mano che ci si allontana da esso.

Le differenze tra le due curve sono elevate in prossimità della sorgente del pennacchio, mentre diminuiscono man mano che ci si allontana dal punto di emissione.

Per tutte le sezioni studiate, i valori di assortatività sono positivi in prossimità dell'asse del pennacchio, mentre calano e diventano negativi per distanze sempre maggiori da esso. Tale risultato permette di affermare che i degree relativi ai nodi agli estremi di ogni edge sono positivamente correlati in prossimità dell'asse del pennacchio. Viceversa, più ci si allontana dall'asse del pennacchio, più i nodi tendono ad avere vicini con degree diverso dal loro.

6.6 Analisi delle serie temporali di c_* tramite le statistiche delle metriche studiate

A seguito dell'analisi delle metriche ottenute dai grafi costruiti a partire dalle serie temporali delle cinque variabili, è possibile approfondire tali risultati analizzando le statistiche delle metriche. Tale studio è stato eseguito solo per la concentrazione di inquinante c_*. In particolare, noto che il *degree* e la *mean link-length* sono metriche locali, calcolate su ogni nodo del grafo, è possibile disporre di un valore di entrambe le metriche per tutti i nodi di un singolo grafo.

Data la natura locale di tali metriche, il solo calcolo della media porta alla perdita della distribuzione di tali serie di valori. Di conseguenza, ciò che può essere fatto è calcolare le statistiche di ordine superiore al primo per le serie di degree e di mean link-length ottenute da ogni visibility graph. In particolare, ciò su cui ci si può concentrare affinché possano essere comprese in maniera più chiara le proprietà di tali serie è la deviazione standard. Tramite questa è possibile definire quanto i valori locali di degree e di mean link-length si distanzino dalle rispettive medie.

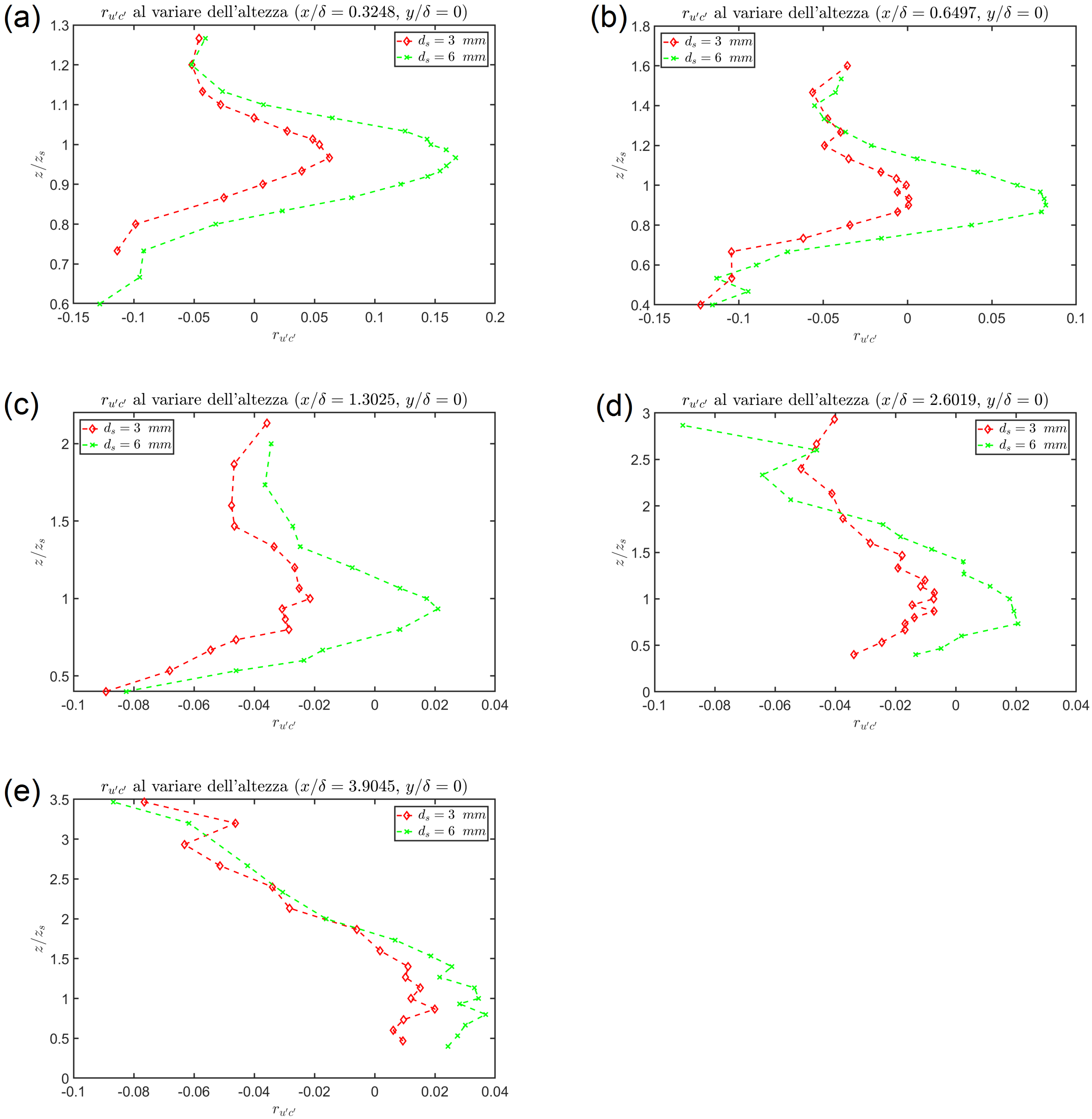

Figura 65: Grafici andamento $r_{u'c'}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $r_{u'c'}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $r_{u'c'}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $r_{u'c'}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $r_{u'c'}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $r_{u'c'}$ per $x/\delta = 3.9045$

Dato che la *transitività*, al contrario del degree e della mean link-length, è una metrica globale, non è possibile eseguire per essa lo stesso procedimento. Si può ovviare a questo problema utilizzando una metrica affine alla transitività, la quale permette di individuare un valore per ogni singolo nodo di un grafo. Tale metrica è detta *clustering coefficient*. Di questo indice è possibile individuare la media e la deviazione standard, affinché possa essere eseguita la medesima analisi delle altre due metriche.

Per concludere, l'*assortatività* non è stata considerata in questa analisi, in quanto, in maniera simile alla transitività, è una metrica globale. Data la sua natura, non è quindi possibile studiarne le statistiche relative a ogni nodo.

L'analisi delle medie e delle deviazioni standard delle tre metriche citate è stata valutata per una singola sezione, in quanto gli andamenti di tali statistiche sono simili per tutte le ascisse studiate. Al fine di comprendere come le variazioni di queste statistiche siano osservabili attraverso le strutture delle serie temporali, sono state quindi confrontate due serie temporali di c_*.

6.6.1 Confronto risultati tra due serie temporali

Al fine di comprendere in che modo le medie e le deviazioni standard delle tre metriche locali variano a seconda delle diverse strutture delle serie studiate, l'attenzione è stata posta su due serie temporali di c_* profondamente differenti tra loro. Tali serie temporali sono state misurate per la medesima sezione, ovvero $x/\delta = 0.6497$ ($x = 204\ mm$).

Per valutare in maniera chiara come le statistiche delle tre metriche variano per la suddetta ascissa, la *Figura 66* mostra i grafici che descrivono gli andamenti delle medie e delle deviazioni standard del clustering coefficient, della mean link-length e del degree al variare dell'altezza. Tali andamenti sono simili per tutte le sei sezioni, di conseguenza è stata presa in considerazione solo l'ascissa $x = 204\ mm$.

Le due serie temporali confrontate sono state valutate a distanze differenti dall'asse del pennacchio. In particolare, la prima serie temporale è stata considerata in corrispondenza dell'asse del pennacchio, quindi $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.2389$ ($z/z_s = 1$); la seconda serie temporale è stata considerata nel punto di misurazione più lontano dall'asse del pennacchio, ovvero $y/\delta = 0$ e $z/\delta = 0.3822$ ($z/z_s = 1.6$).

Per tali serie è noto che i momenti della concentrazione adimensionalizzata sono molto differenti. Tutti i momenti di c_* sono massimi in corrispondenza

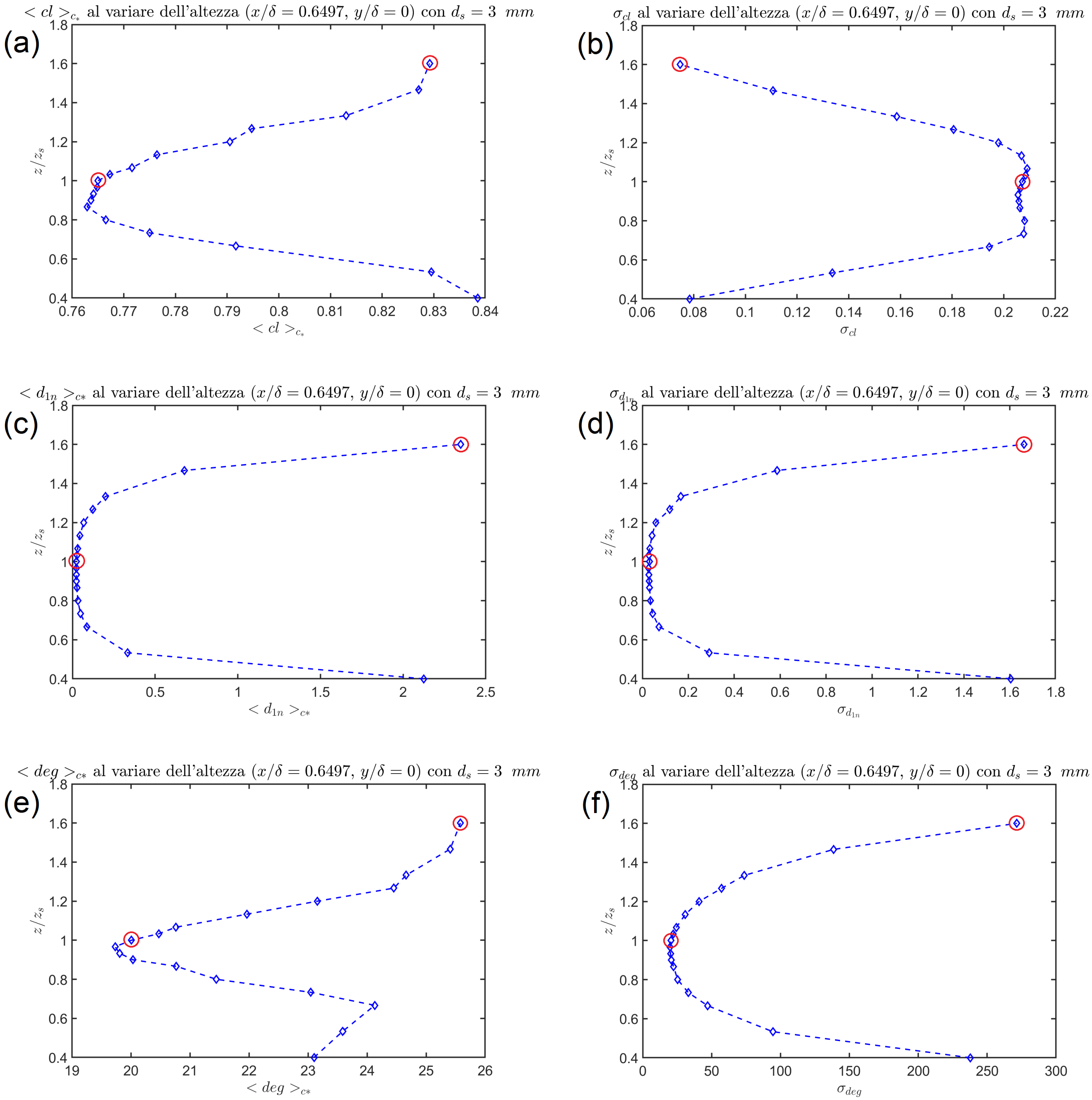

Figura 66: Grafici andamento $< cl >_{c*}$, σ_{cl}, $< d_{1n} >_{c*}$, $\sigma_{d_{1n}}$, $< deg >_{c*}$ e σ_{deg} al variare dell'altezza, con $x/\delta = 0.6497$, $y/\delta = 0$ e $d_s = 3$ mm. In particolare: (a) Andamento di $< cl >_{c*}$, (b) Andamento di σ_{cl}, (c) Andamento di $< d_{1n} >_{c*}$, (d) Andamento di $\sigma_{d_{1n}}$, (e) Andamento di $< deg >_{c*}$, (f) Andamento di σ_{deg}. In rosso sono evidenziati i valori ottenuti per le due serie temporali confrontate

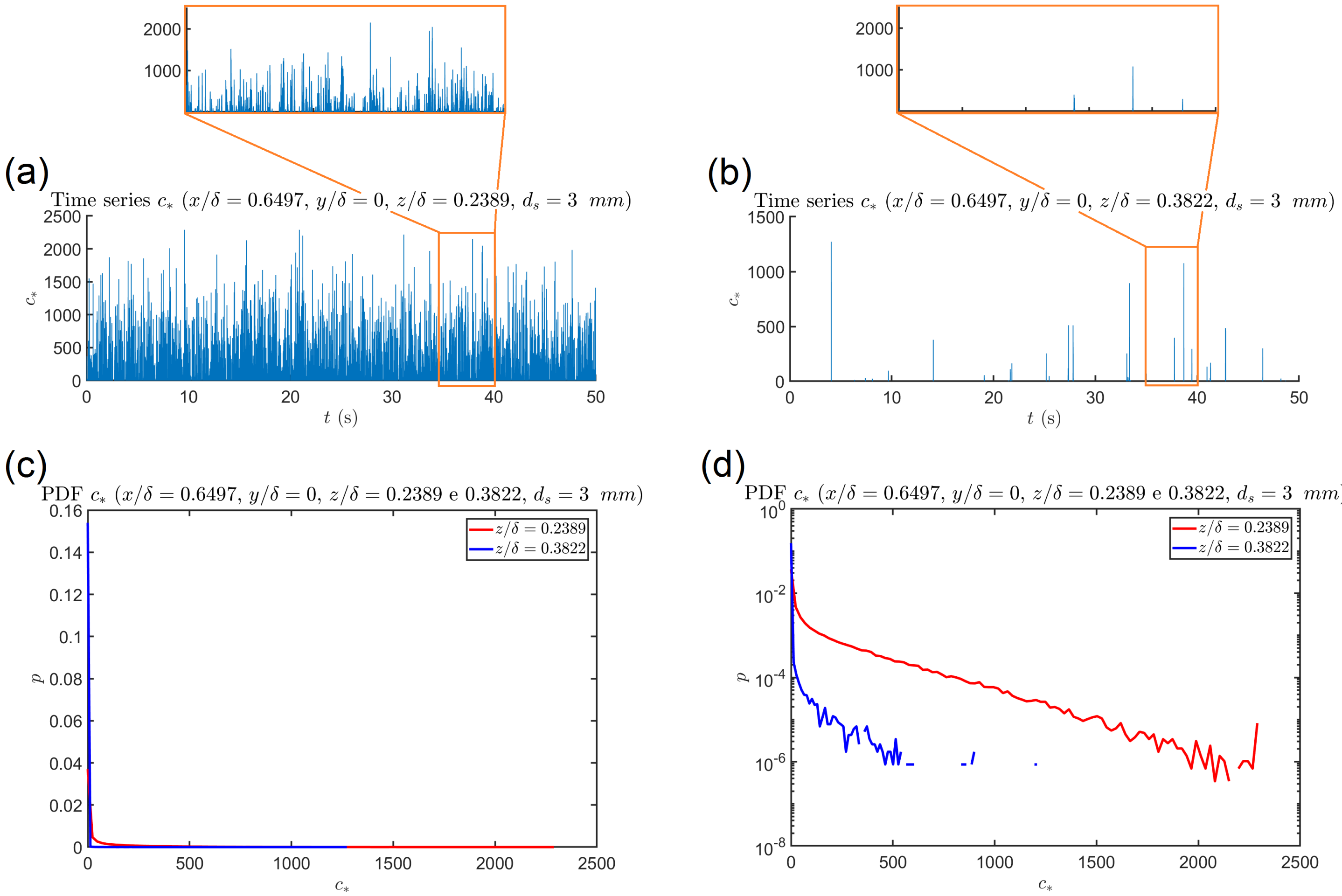

Figura 67: Grafici serie temporali e probability density functions c_* per i punti ($x/\delta = 0.6497$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.2389$) e ($x/\delta = 0.6497$, $y/\delta = 0$, $z/\delta = 0.3822$) con $d_s = 3$ mm. In particolare: (a) Serie temporale per $z/\delta = 0.2389$, (b) Serie temporale per $z/\delta = 0.3822$, (c) Pdf per $z/\delta = 0.2389$ e per $z/\delta = 0.3822$, (d) Rappresentazione in scala semi-logaritmica della pdf per $z/\delta = 0.2389$ e per $z/\delta = 0.3822$

dell'asse del pennacchio, mentre assumono valori esigui a distanze elevate da esso. Dato che la differenza tra i momenti di ordine superiore al primo per le due serie è elevata, si conclude che la struttura delle due serie temporali è molto differente, come osservabile nella *Figura 67*.

Le due serie temporali valutate rispettano ciò che ci si attende dalle caratteristiche del fenomeno fisico in esame. Si ha infatti che il pennacchio tende a far registrare i valori di concentrazione più elevati in prossimità dell'asse del pennacchio, mentre ai bordi la concentrazione è quasi nulla. Questo avviene in modo coerente con la soluzione Gaussiana dell'equazione dell'evoluzione temporale della concentrazione media.

Come noto, il meandering porta allo spostamento del centro di massa del pennacchio e, per le sue caratteristiche, tale fenomeno fa sì che gli istanti in cui il pennacchio è osservabile a distanza elevata dall'asse siano pochi. Questo si può notare dalla serie della *Figura 67b*, che presenta picchi di concentrazione poco frequenti, in corrispondenza degli istanti in cui il pennacchio viene spostato a distanze elevate dall'asse.

La differenza tra le due serie temporali è evidente anche dall'osservazione delle funzioni di densità di probabilità. E' infatti chiaro come i valori di concentrazione siano più frequenti e più elevati in corrispondenza dell'asse del pennacchio. Queste caratteristiche possono essere dedotte in particolare nella *Figura 67d*, dove la rappresentazione in scala semi-logaritmica permette di vedere in maniera migliore le differenze tra le due probability densitiy functions.

Le differenze delle strutture delle due serie temporali confrontate sono evidenti sia attraverso i valori ottenuti per le statistiche di ordine superiore al primo, sia attraverso i risultati delle statistiche delle metriche. I grafici della *Figura 66* permettono di notare come la media e la deviazione standard delle tre metriche ottenuti per i grafi costruiti sulle due serie siano molto differenti. La *Tabella 3* presenta i valori delle diverse statistiche per le due serie, in modo tale che siano confrontabili.

	Serie temporale $z/\delta = 0.2389$	**Serie temporale** $z/\delta = 0.3822$
$\bar{c_*}$	95.48	$5.78 \cdot 10^{-1}$
σ_{c_*}	210.90	14.61
Sk_{c_*}	3.51	46.90
Ku_{c_*}	18.97	$2.88 \cdot 10^{3}$
$< cl >_{c_*}$	$7.65 \cdot 10^{-1}$	$8.29 \cdot 10^{-1}$
σ_{cl}	$2.07 \cdot 10^{-1}$	$7.47 \cdot 10^{-2}$
$< d_{1n} >_{c_*}$	$2.46 \cdot 10^{-2}$	2.35
$\sigma_{d_{1n}}$	$3.14 \cdot 10^{-2}$	1.66
$< deg >_{c_*}$	20.01	25.58
σ_{deg}	20.53	271.52

Tabella 3: Indici statistici e metriche delle due serie temporali confrontate

Come affermato in precedenza, le quattro statistiche sono tutte molto differenti da una serie all'altra. In modo simile, anche le medie e le deviazioni standard del clustering coefficient, della mean link-length e del degree permettono di osservare differenze evidenti a seconda del grafo per cui sono state calcolate.

Medie e deviazioni standard *clustering coefficient* $\sim$ Le medie di clustering coefficient per le due serie sono $7.65 \cdot 10^{-1}$ e $8.29 \cdot 10^{-1}$. Questo implica che il grafo ottenuto dalla serie temporale di c_* sull'asse del pennacchio tende ad avere nodi con una propensione a formare cluster con nodi tutti collegati tra loro inferiore rispetto ai nodi del grafo della serie per cui $z/\delta = 0.3822$.

La deviazione standard dei clustering coefficient è più elevata per il grafo ottenuto dalla serie di c_* con $z/\delta = 0.2389$. Analizzando i risultati si può infatti dedurre che i nodi del grafo formato dalla serie con $z/\delta = 0.2389$ hanno una propensione maggiore a far registrare valori che differiscono molto dalla media.

Medie e deviazioni standard *mean link-length* $\sim$ I valori di media e di deviazione standard di mean link-length per le due serie differiscono di due ordini di grandezza. Dato che i valori sono molto diversi tra loro, ci si aspetta che anche il numero di apici contenuti nelle due serie temporali vari di molto. In particolare, dato che valori medi di mean link-length elevati portano a un basso numero di picchi, ci si aspetta che la serie per cui $z/\delta = 0.3822$ abbia meno apici di quella per cui $z/\delta = 0.2389$. Queste attese sono rispettate, come già osservato nei capitoli precedenti.

Analizzando i valori di mean link-length per ogni singolo nodo del grafo, ciò che si nota è che i valori più elevati sono registrati per gli apici, in quanto essi sono in grado di vedere un maggior numero di nodi. Di conseguenza, i valori che si discostano maggiormente dalla media sono proprio i picchi, i quali contribuiscono ad aumentare la deviazione standard.

Benché la deviazione standard sia più elevata per la serie temporale per cui $z/\delta = 0.3822$, questa deve essere rapportata alla media che si è ottenuta per poter trarre conclusioni a riguardo. Dividendo la deviazione standard per la media si trovano i valori 1.2791 per la serie misurata sull'asse del pennacchio e 0.7079 per la seconda serie. Questo permette di concludere che i picchi della serie per cui $z/\delta = 0.2389$ portano a una maggiore dispersione di mean link-length dalla media rispetto a quelli della serie per cui $z/\delta = 0.3822$.

Ciò che si può dedurre dall'analisi della mean link-length è che man mano che ci si allontana dall'asse del pennacchio questa metrica cresce, portando a osservare un numero minore di apici. In rapporto a tale aumento della media e della deviazione standard, diminuisce anche l'impatto dei picchi sulla media, in quanto il numero di apici si riduce. Questo è osservabile dal coefficiente di variazione, ovvero dal rapporto ottenuto tra la media e la deviazione standard della mean link-length.

Medie e deviazioni standard *degree* $\sim$ Le medie di degree per le due serie temporali sono piuttosto ravvicinate, in rapporto a quanto avviene per le deviazioni standard. Si ha infatti che la deviazione standard del degree per la serie temporale per cui $z/\delta = 0.3822$ è un ordine di grandezza superiore a quella per la serie temporale per cui $z/\delta = 0.2389$. Dato che i valori di media registrati sono ravvicinati, questo implica che i degree misurati per i nodi del grafo costruito dalla serie temporale di c_* valutata sull'asse del pennacchio si discostino meno dalla media rispetto ai nodi del secondo grafo. Essendo note le caratteristiche delle serie, si può affermare che per la prima serie i degree registrati sono tutti molto ravvicinati. Al contrario, per la seconda serie i degree assumono un valore estremamente elevato per i picchi e molto basso per i valori nulli. Questa caratteristica porta a una deviazione standard estremamente più grande per la serie per cui $z/\delta = 0.3822$, in linea con quanto ci si può attendere.

7 Conclusioni

Nel presente lavoro di tesi è stata studiata, attraverso diversi metodologie, la dispersione di uno scalare passivo in uno strato limite turbolento.

Il fine di questo studio è stato quello di analizzare le serie temporali disponibili attraverso due diversi metodi di analisi, ovvero l'approccio classico e l'approccio innovativo. Tali studi sono stati eseguiti affinché il fenomeno fisico in esame potesse essere appreso in maniera approfondita e al fine di comprendere l'efficacia dei metodi utilizzati.

Riguardo all'approccio classico erano note a priori le potenzialità di tale metodo, in quanto attraverso l'analisi statistica è possibile conoscere in maniera rigorosa le proprietà delle serie temporali in esame. Era inoltre noto che, attraverso l'analisi spettrale, sarebbe stato possibile studiare le serie temporali a disposizione nel dominio delle frequenze. Come da previsioni, sia l'approccio statistico, che l'analisi spettrale hanno permesso di giungere ai risultati attesi, confermando le premesse teoriche.

Il reale obiettivo della tesi è stato quello di comprendere appieno le potenzialità della teoria delle reti complesse applicata alle serie temporali attraverso il *natural visibility graph* (NVG). Era infatti riconosciuta l'efficacia dell'applicazione dei grafi alle serie temporali in quanto, attraverso l'utilizzo di metriche costruite a partire dalle reti complesse stesse, era possibile conoscere in maniera dettagliata le caratteristiche della struttura delle serie temporali. E' stato quindi lo scopo di tale lavoro comprendere la reale efficacia di tale metodologia applicata al problema in esame.

Ciò che si può affermare, al termine del presente lavoro, è che la teoria delle reti complesse applicata alle serie temporali è molto performante. Il visibility graph ha infatti permesso di valutare le proprietà delle serie temporali in maniera precisa e puntuale, offrendo la possibilità di apprezzare le differenze tra le diverse serie. Di conseguenza, attraverso le metriche studiate, si è riusciti a evidenziare le differenze attese a priori, confermando le premesse teoriche.

Per concludere, la teoria delle reti complesse applicata alle serie temporali ha permesso di confermare i risultati dell'approccio classico, fornendo dettagli aggiuntivi riguardo alla struttura dei dati, i quali hanno rispettato ciò che ci si attendeva a seguito della modellizzazione matematica del fenomeno. Di conseguenza la presente metodologia si è dimostrata di grande interesse e, date le sue grandi potenzialità, può essere considerata di estrema utilità per eventuali lavori futuri.

Riferimenti bibliografici

[1] Cancelli C, Boffadossi M, Salizzoni P, *Fluidodinamica ambientale - Turbolenza e dispersione*, OTTOeditore, Torino, 2006

[2] Gifford F, *Statistical Properties of a Fluctuating Plume Dispersion Model*, U.S. Weather Bureau Office, Oak Ridge. Tennessee, U.S.A., 1959.

[3] Iacobello G, Scarsoglio S, Ridolfi L, *Visibility graph analysis of wall turbolence time-series*, Physics Letters A, vol. 382(1), pp. 1-11, 2017.

[4] Jimenez J, *Turbolent flows over rough walls*, Annu Rev Fluid Mech 36:173-196, 2004.

[5] Lacasa L, Luque B, Ballesteros F, Luque J, Nuno J C, *From time series to complex networks: The visibility graph*, Pnas, 2008

[6] Newman M E J, *Assortative mixing in networks*, University of Michigan, 2002

[7] Nironi C, *Concentration fluctuations of a passive scalar in a turbulent boundary layer*, Other. Ecole Centrale de Lyon, 2013

[8] Nironi C, Salizzoni P, Marro M, Mejean P, Grosjean N & Soulhac L, *Dispersion of a Passive Scalar Fluctuating Plume in a Turbolent Boundary Layer. Part I: Velocity and Concentration Measuraments*, Boundary Layer Meteorology, An International Journal of Physical, Chemical and Biological Processes in the Atmospheric Boundary Layer, Springer, 2015.

[9] Tritton D, *Phisical Fluid Dynamics, Second Edition*, Formerly, Department of Phisics, University of Newcastle upon Tyne, 1988.

[10] D.J. Watts, S.H. Strogatz, *Collective dynamics of ‘small-world’ networks*, Nature 393 440, 1998.

8 Appendice

Nell'appendice sono mostrati i grafici che non sono stati presentati nei capitoli precedenti.

In particolare, i grafici rappresentati sono:

- Skewness per la variabile u;
- Skewness per la variabile w;
- Skewness per la variabile $w'c'$;
- Skewness per la variabile $u'c'$;
- Curtosi per la variabile u;
- Curtosi per la variabile w;
- Curtosi per la variabile $w'c'$;
- Curtosi per la variabile $u'c'$.

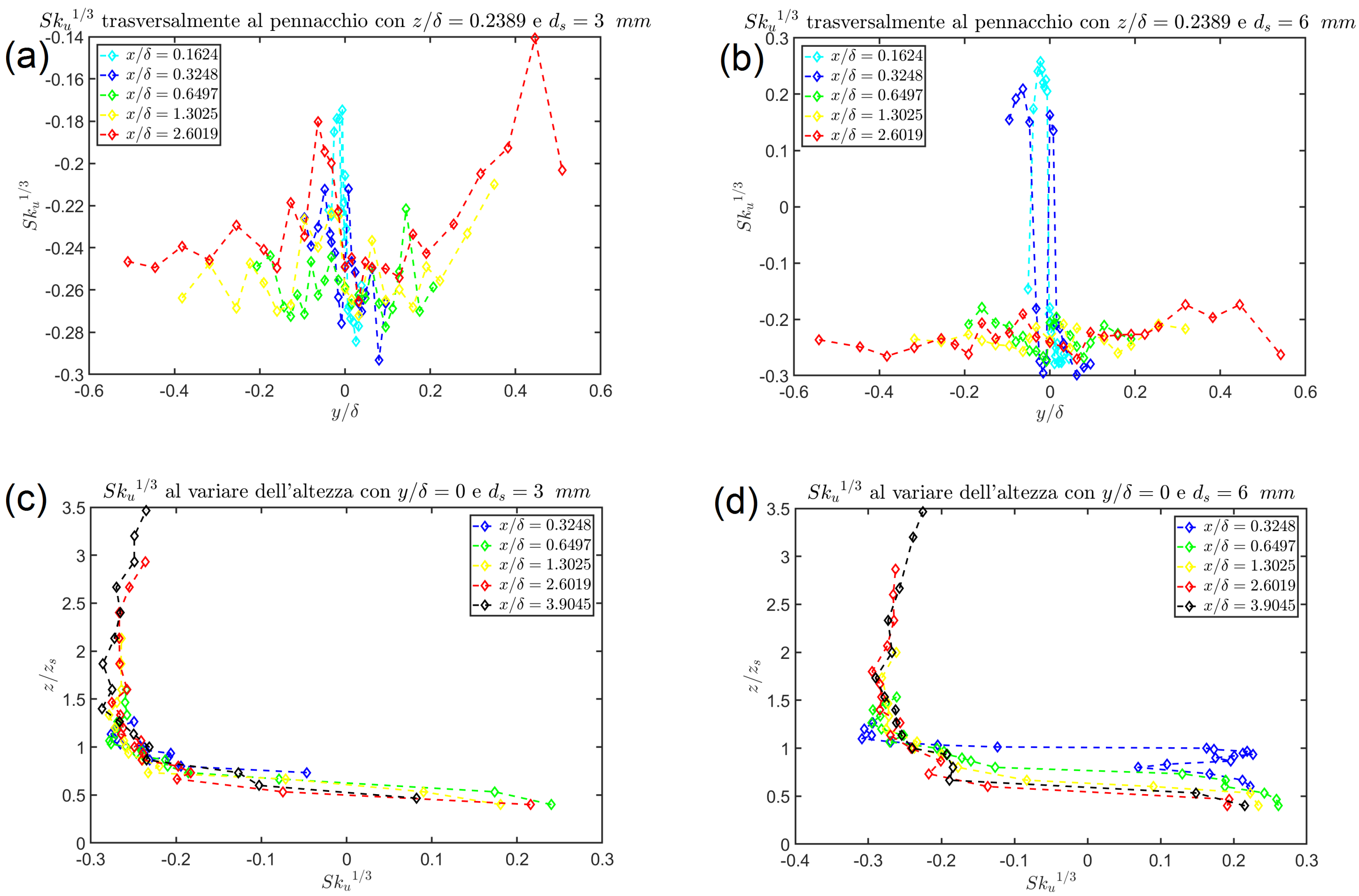

Figura 68: Grafici andamento $Sk_u{}^{1/3}$ trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di $Sk_u{}^{1/3}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di $Sk_u{}^{1/3}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di $Sk_u{}^{1/3}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di $Sk_u{}^{1/3}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

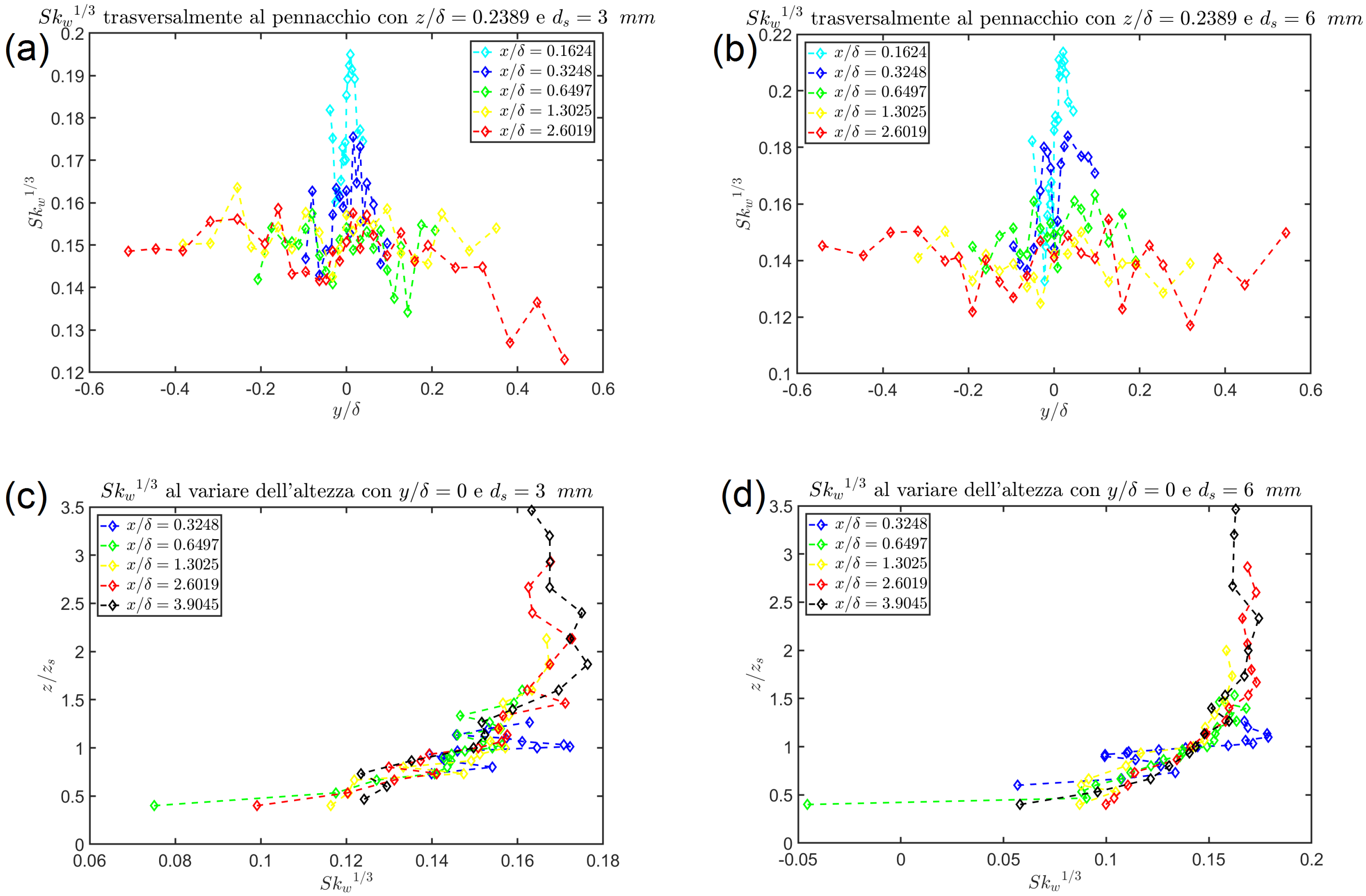

Figura 69: Grafici andamento $Sk_w{}^{1/3}$ trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di $Sk_w{}^{1/3}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di $Sk_w{}^{1/3}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di $Sk_w{}^{1/3}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di $Sk_w{}^{1/3}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

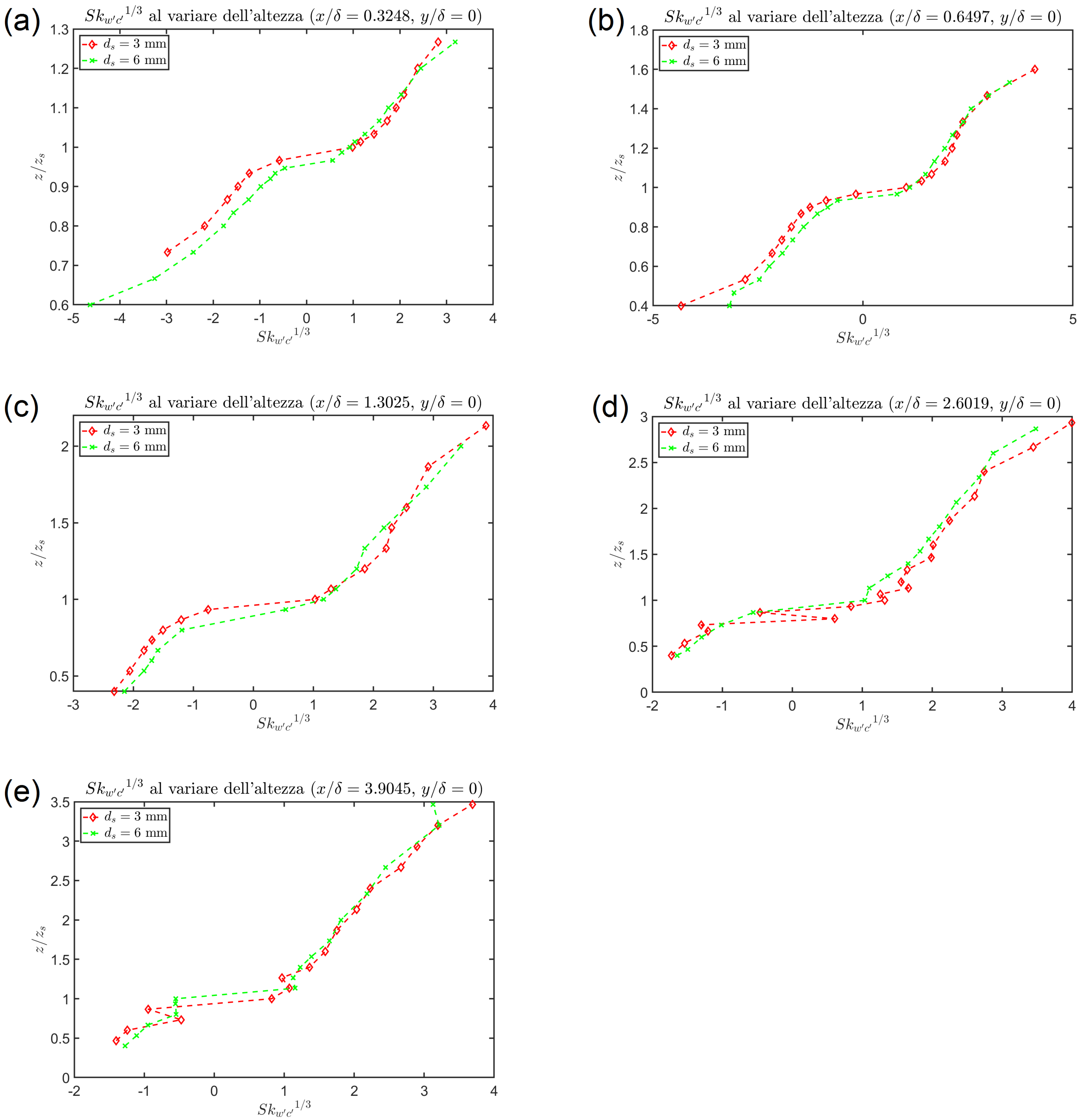

Figura 70: Grafici andamento $Sk_{w'c'}^{1/3}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $Sk_{w'c'}^{1/3}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $Sk_{w'c'}^{1/3}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $Sk_{w'c'}^{1/3}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $Sk_{w'c'}^{1/3}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $Sk_{w'c'}^{1/3}$ per $x/\delta = 3.9045$

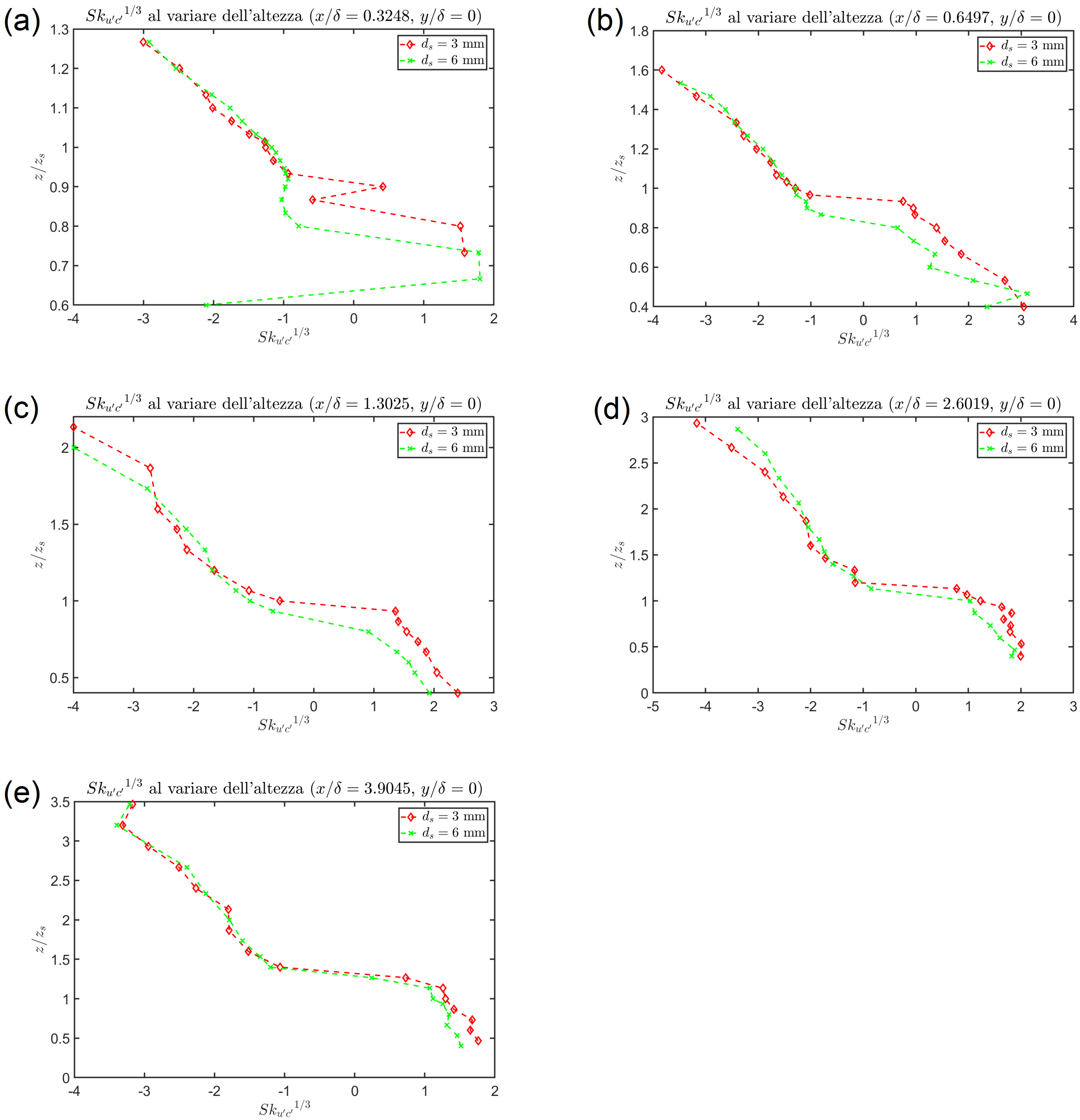

Figura 71: Grafici andamento $Sk_{u'c'}^{1/3}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $Sk_{u'c'}^{1/3}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $Sk_{u'c'}^{1/3}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $Sk_{u'c'}^{1/3}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $Sk_{u'c'}^{1/3}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $Sk_{u'c'}^{1/3}$ per $x/\delta = 3.9045$

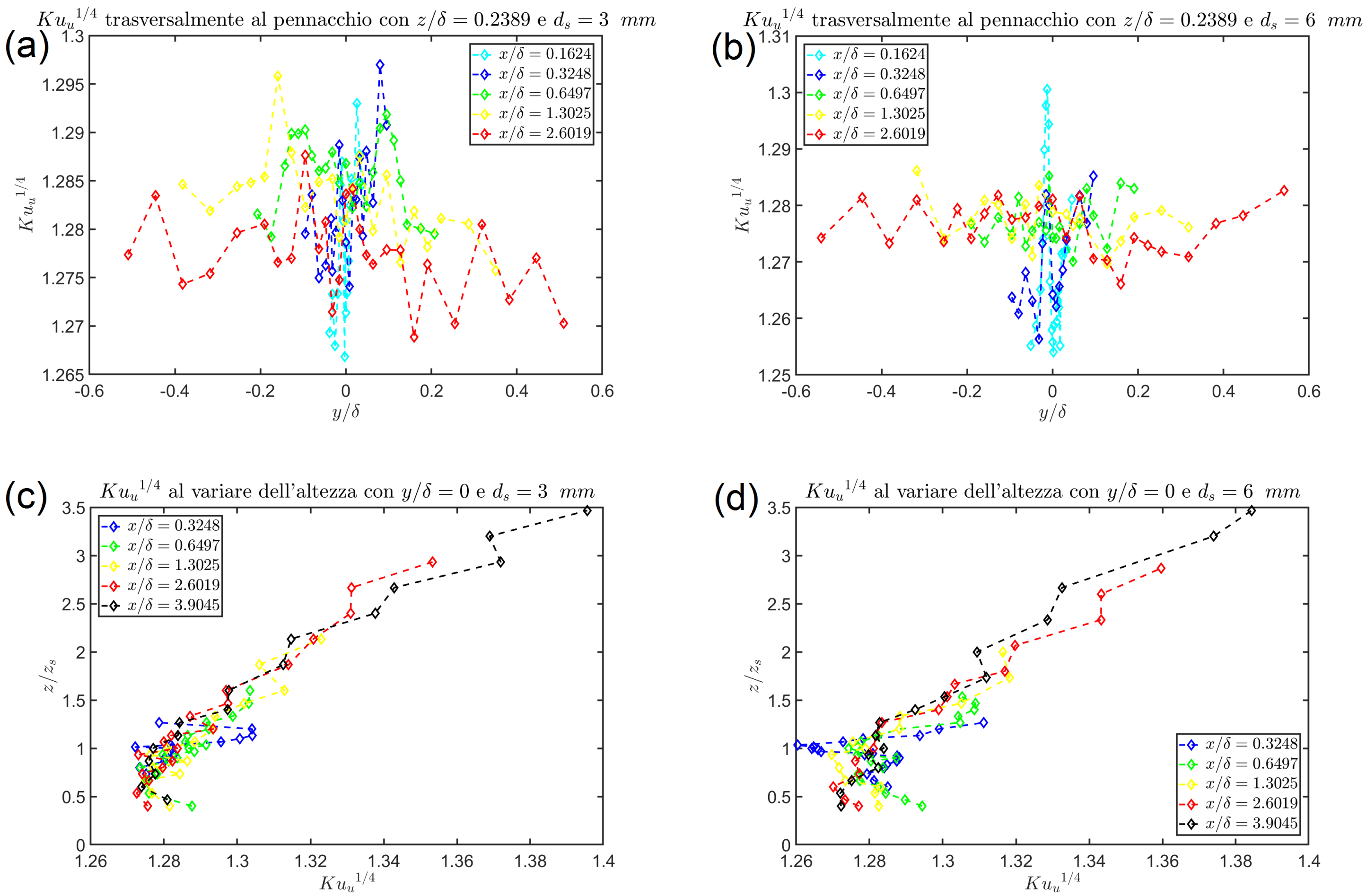

Figura 72: Grafici andamento $Ku_u{}^{1/4}$ trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di $Ku_u{}^{1/4}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di $Ku_u{}^{1/4}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di $Ku_u{}^{1/4}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di $Ku_u{}^{1/4}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

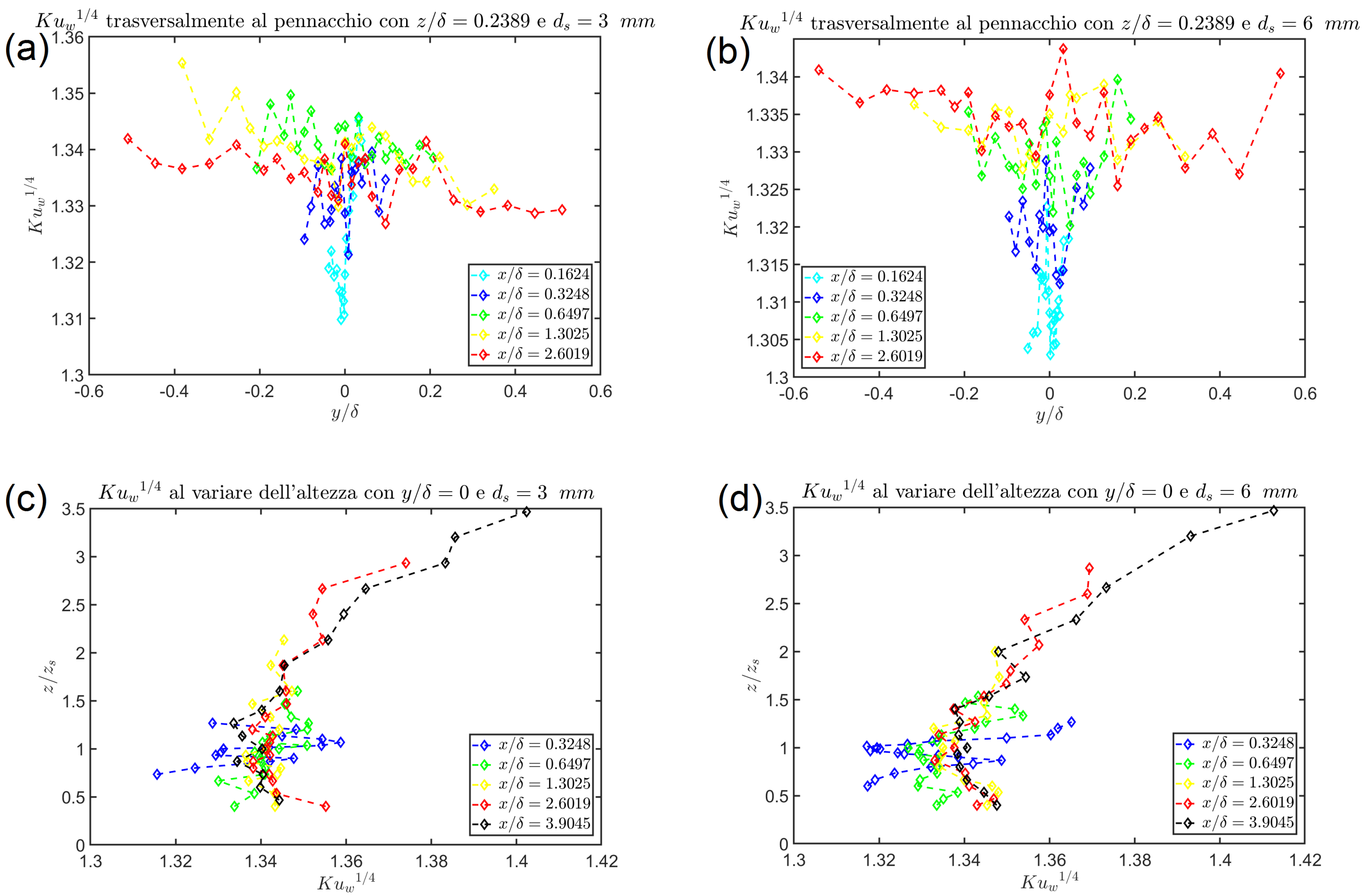

Figura 73: Grafici andamento $Ku_w{}^{1/4}$ trasversalmente al pennacchio e al variare dell'altezza per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$. In particolare: (a) Andamento di $Ku_w{}^{1/4}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 3\ mm$, (b) Andamento di $Ku_w{}^{1/4}$ per $z/\delta = 0.2389$ e $d_s = 6\ mm$, (c) Andamento di $Ku_w{}^{1/4}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 3\ mm$, (d) Andamento di $Ku_w{}^{1/4}$ per $y/\delta = 0$ e $d_s = 6\ mm$

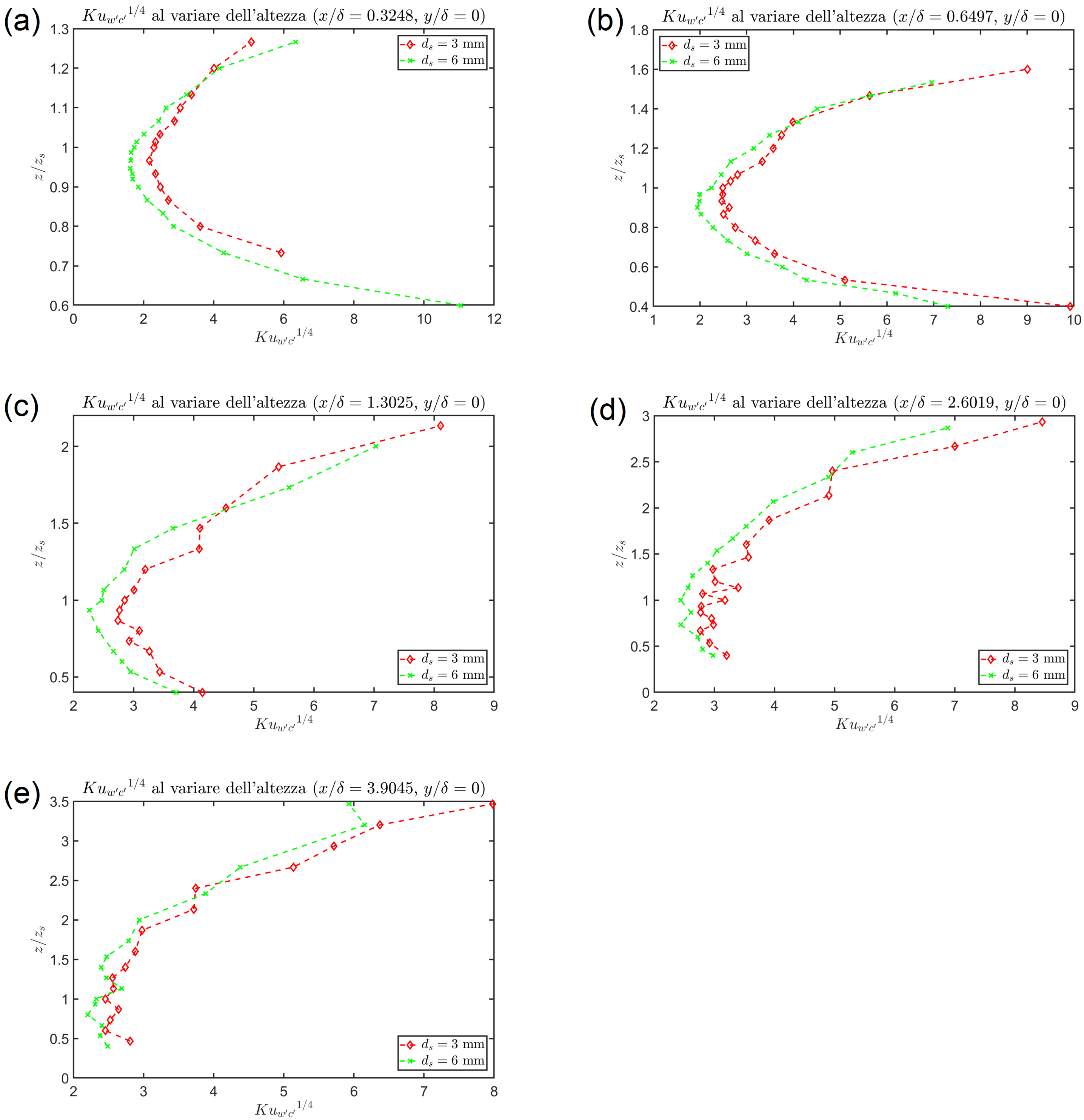

Figura 74: Grafici andamento $Ku_{w'c'}^{1/4}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $Ku_{w'c'}^{1/4}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $Ku_{w'c'}^{1/4}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $Ku_{w'c'}^{1/4}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $Ku_{w'c'}^{1/4}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $Ku_{w'c'}^{1/4}$ per $x/\delta = 3.9045$

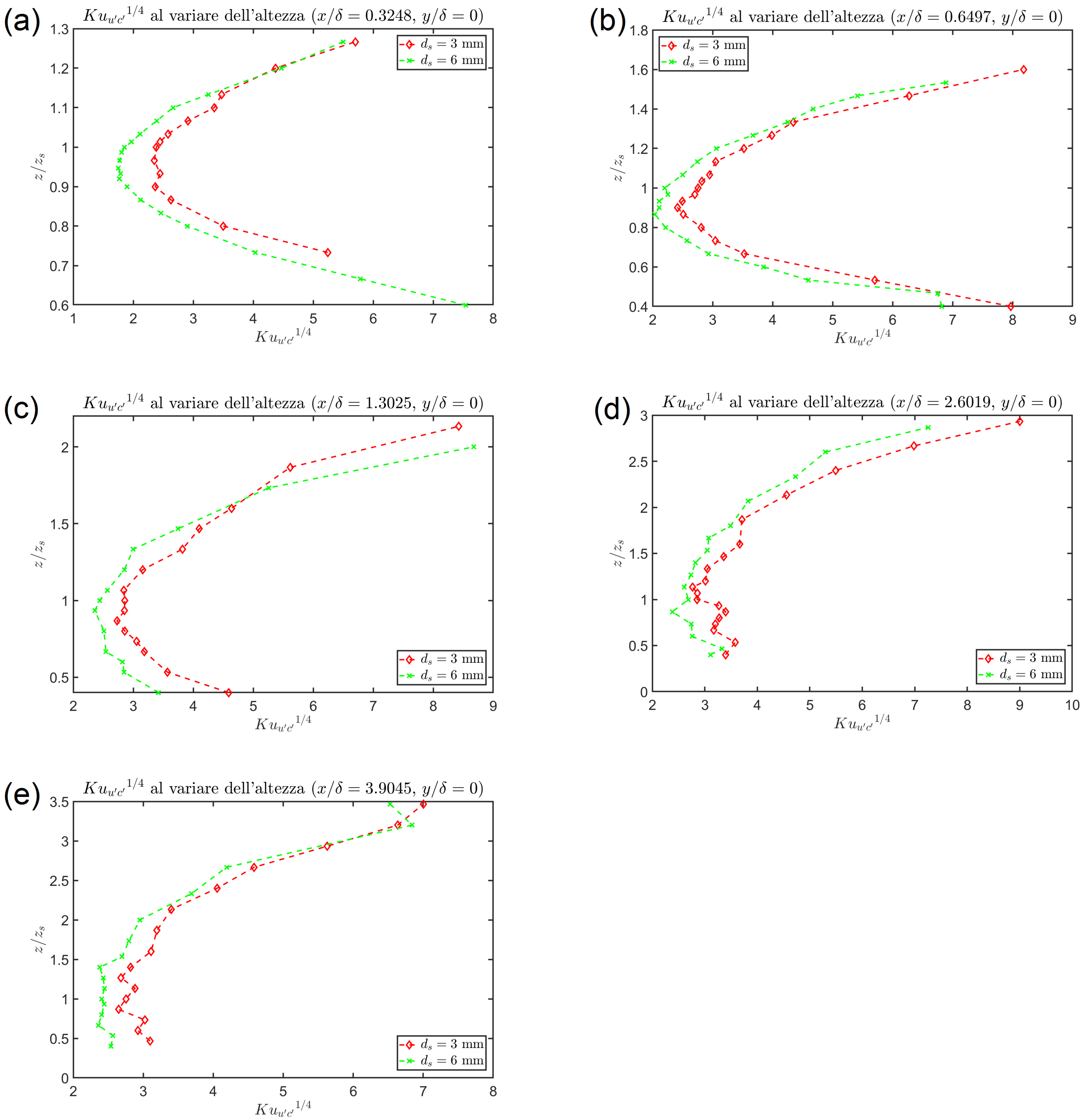

Figura 75: Grafici andamento $Ku_{u'c'}^{1/4}$ al variare dell'altezza per le cinque diverse sezioni per $d_s = 3\ mm$ e $d_s = 6\ mm$, con $y/\delta = 0$. In particolare: (a) Andamento di $Ku_{u'c'}^{1/4}$ per $x/\delta = 0.3248$, (b) Andamento di $Ku_{u'c'}^{1/4}$ per $x/\delta = 0.6497$, (c) Andamento di $Ku_{u'c'}^{1/4}$ per $x/\delta = 1.3025$, (d) Andamento di $Ku_{u'c'}^{1/4}$ per $x/\delta = 2.6019$, (e) Andamento di $Ku_{u'c'}^{1/4}$ per $x/\delta = 3.9045$