Politecnico di Torino

DIMEAS – Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



Tesi di Laurea Magistrale

Impostazione elastocinematica delle sospensioni di una vettura monoposto da competizione e analisi della dinamica veicolo

Relatore: Prof. Giancarlo Genta Candidato: Vincenzo Domenico Vurro

Tutor aziendale: Ing. Nicolò Indovina

Indice

INTRODUZIONE

1	LA	A DIN	AMICA VEICOLO	18
	1.1	Cor	nsiderazioni generali	18
	1.2 del \	ll ru veicol	olo della dinamica veicolo all'interno della progettazione sistem	ica 19
2	18	SISTE	MI DI RIFERIMENTO DEL VEICOLO	23
3	R	UOTE	E PNEUMATICI	25
	3.1	Car	atteristiche generali	25
	3.2	Sist	ema di riferimento della ruota	27
	3.3	ll ra	ggio di rotolamento	28
	3.4	For	ze longitudinali	29
	3.5	For	ze trasversali	33
	3.6	Itera	azione tra forze longitudinali e trasversali	39
4	S	OSPE	NSIONI	42
	4.1	Cor	nsiderazioni generali	42
	4.2	Mot	o relativo tra ruota e cassa del veicolo	42
	4.3	La d	cinematica della sospensione	45
	4.	3.1	Front View Swing Arm (FVSA) e Side View Swing Arm (SVSA)	45
	4.	3.2	Il centro di istantanea rotazione	46
	4.	3.3	Altezza del centro di rollio	47
	4.	3.4	Recupero di camber	49
	4.	3.5	Scrub e variazione della semicarreggiata con lo scuotimento	51
	4.	3.6	Kingpin, Caster e bracci a terra longitudinale e trasversale	52
	4.4	Sch	ema di sospensione Push-Rod	53
5	D	INAM	ICA VERTICALE E MOTI DI SOSPENSIONE	59

5	5.1	La	Monosospensione	60
	5.1	.1	Monosospensione ad un grado di libertà	61
	5.1	.2	Monosospensione a due gradi di libertà	64
	5.1	.3	Eccitazione dovuta alle irregolarità della strada	67
	5.1	.4	Scelta del coefficiente di smorzamento ottimo	68
6 ST/	IL AZIC		MPORTAMENTO DEL VEICOLO IN CURVA IN CO RIE	NDIZIONI 71
6	5.1	Coi	mportamento del veicolo in curva a basse velocità	71
6	.2	Со	mportamento del veicolo in curva ad alte velocità	72
6	5.3	Tra	sferimento di carico in direzione laterale	77
7	MC	DE	LLO	
7	'.1	Dat	i di partenza	84
7	.2	Co	nsiderazioni generali e ambiente di simulazione multibody .	
7	.3	Мо	dello multibody della sospensione anteriore	
7	.4	Мо	dello multibody della sospensione posteriore	100
7	.5	Мо	dello multibody del sistema di sterzo	111
	7.5	.1	Geometria del sistema di sterzo	116
7	.6	Cu	rve di performance dei pneumatici	124
7	.7	Cal	colo dei coefficienti di rigidezza delle molle	129
7	.8	Cal	colo dei coefficienti di smorzamento degli ammortizzatori	133
7	.9	Ana	alisi cinematica dei sistemi di sospensione	135
	7.9	.1	Static Ride Analysis	
	7.9	.2	Static Roll Analysis	150
	7.9	.3	Steering Analysis	154
7	.10	N	Iodello di veicolo completo	158
7	.11	Ρ	Prova di accelerazione in rettilineo	159

	7.12	Prova in "Constant Radius"	162
	7.13	Prova in "Swept Sine"	166
	7.14	Prova di "Step Steer"	172
	7.15	Prova di frenata in rettilineo	174
8	Con	clusioni	178
	Bib	liografia	

Lista delle figure

Figura 1.1: Processo di sviluppo della dinamica veicolo.	20
Figura 1.2: Matrice, nota come Quality House, riporta il grado di correlazione	tra
VOC e VTS	21
Figura 2.1: Sistemi di riferimento veicolo.	23
Figura 3.1: Quote principali di una ruota composta di cerchio e pneumatico.	25
Figura 3.2: Sistema di riferimento utilizzato per la ruota.	27
Figura 3.3: a) Distribuzione delle tensioni in seguito all'applicazione di un	
momento frenante; b) Posizione del centro di istantanea rotazione.	29
Figura 3.4: a) Estensione della zona di slittamento al variare dello scorriment	o
longitudinale; b) Andamento del coefficiente di aderenza longitudinale in	
funzione dello scorrimento.	30
Figura 3.5: Andamento del coefficiente di aderenza longitudinale in funzione	
dello scorrimento per diversi valori del carico verticale.	32
Figura 3.6: a) Zona di contatto e traiettoria di un punto del battistrada contenu	uto
nel piano medio della ruota; b) Zona di slittamento al variare dell'angolo di	
deriva	34
Figura 3.7: Distribuzioni delle deformazioni laterali, delle tensioni e delle	
velocità laterali che caratterizzano uno pneumatico in condizioni di deriva.	35
Figura 3.8: Andamenti tipici della forza laterale, del braccio e del momento di	
autoallineamento in funzione dell'angolo di deriva e del carico verticale.	36
Figura 3.9: a) Andamento della forza di campanatura in funzione del carico	
verticale per diversi valori dell'angolo di camber; b) Andamento della forza	

laterale in funzione dell'angolo di deriva per diversi valori dell'angolo di cam	ber
	_ 3
Figura 3.10: Approssimazione bilineare della rigidezza di deriva.	_ 3
Figura 3.11: Andamenti dei coefficienti di aderenza longitudinale e laterale	in
funzione dello scorrimento per diversi valori dell'angolo di deriva	_ 4
Figura 3.12: a) Diagramma polare della forza laterale in funzione della forza	а
longitudinale per diversi valori dell'angolo di deriva; b) Approssimazione elli	tica
del diagramma polare	_ 4
Figura 4.1: Definizione dei gradi di libertà della ruota	_ 4
Figura 4.2: Sospensione multilink	_ 4
Figura 4.3: Sospensione a quadrilateri.	_ 4
Figura 4.4: Centri di istantanea rotazione in FVSA e SVSA.	_ 4
Figura 4.5: Centro di istantanea rotazione in FVSA di una sospensione a	
quadrilateri trasversali.	_ 4
Figura 4.6: Costruzione grafica finalizzata ad individuare il centro di rollio	_ 4
Figura 4.7: Jacking effect	_ 4
Figura 4.8: Recupero di camber in funzione di fvsa lenght	_ 5
Figura 4.9: Dipendenza dello scrub dall'altezza del centro di istantanea	
rotazione	_ 5
Figura 4.10: Traiettoria non rettilinea della ruota in presenza i scrub	_ 5
Figura 4.11: Geometria di kingpin	_ 5
Figura 4.12: Sospensione Double Wishbones.	
https://engneerarab.blogspot.com/2016/04/suspension-system.html	_ 5
Figura 4.13: Azione del puntone sul rocker	_ 5
Figura 4.14: Schema di sospensione push-rod	_ 5
Figura 4.15: Schema di sospensione push-rod a funzioni indipendenti.	_ 5
Figura 5.1: Modelli di monosospensione ad un grado di libertà (a) a due gra	adi
libertà (b) a tre gradi di libertà (c)	_ 6
Figura 5.2: Risposta in frequenza della monosospensione in termini di	
ampiezza dell'accelerazione (b) e dello spostamento della massa sospesa ((a),
entrambe normalizzate rispetto all'ampiezza del'eccitazione	_ 6
Figura 5.3: Risposta in frequenza della monosospensione a due gradi di lib	ert
per diversi valori del coefficiente di smorzamento in termini di: spostamento	(a)

ed accelerazione (c) della massa sospesa; spostamento (b) ed accelerazione	;
(d) della massa non sospesa	66
Figura 5.4: a) Risposta in frequenza del sistema in termini di ampiezza della	
componente dinamica di forza verticale; b) Andamento della forza verticale	
scambiata al contatto ruota-suolo in funzione del coefficiente di smorzamento),
per diversi valori dell'ampiezza di eccitazione	67
Figura 5.5: Andamento della Fz rms/cV in funzione della arms/cV	70
Figura 6.1: Sterzatura cinematica per un veicolo a quattro ruote	72
Figura 6.2: Modello monotraccia equivalente di un veicolo a quattro ruote in	
curva ad alta velocità.	73
Figura 6.3: Angolo di sterzata richiesto in funzione della velocità di	
avanzamento	76
Figura 6.4: Trasferimento di carico totale in direzione laterale.	77
Figura 6.5: Posizione del baricentro della massa sospesa del veicolo	79
Figura 6.6: Geometria approssimata del veicolo in vista laterale.	80
Figura 6.7: Effetto del trasferimento laterale di carico verticale sulla rigidezza	di
deriva.	83
Figura 7.1: Interfaccia grafica del software di simulazione multibody	86
Figura 7.2: CAD preesistente della scocca.	87
Figura 7.3: Modello multibody di partenza di una sospensione double-	
wishbones	88
Figura 7.4: Vista isometrica dei soli triangoli oscillanti con evidenziati i giunti	
mediante i quali essi si connettono da un lato al montante (Ball joint) e dall'alt	ro
al Vehicle Body (Revolute joint)	89
Figura 7.5: Giunto sferico	90
Figura 7.6: Giunto di rivoluzione	90
Figura 7.7: Vista isometrica dei puntoni aggiunti allo schema di sospensione	
anteriore e giunti sferici	91
Figura 7.8: Vista isometrica del rocker aggiunto al sistema di sospensione	
anteriore e giunti che collegano l'elemento al puntone e alla scocca.	91
Figura 7.9: Universal joint	92
Figura 7.10: Definizione grafica di Shaft e Crosspin	92
Figura 7.11: Cylindrical joint	93

Figura 7.12: Evidenziati i giunti cardanici che collegano il gruppo molla-	
ammortizzatore al rocker e alla scocca.	93
Figura 7.13: Inline joint	94
Figura 7.14: Evidenziati il tubo e lo stelo dell'ammortizzatore	94
Figura 7.15: Evidenziate le molle elicoidali posizionate ai lati del rocker che	
simulano il funzionamento dei sistemi di molle a tazza.	95
Figura 7.16: Fixed joint che connette il mozzo alla ruota (destra); Revolute jo	oint
che connette il montante al mozzo (sinistra).	96
Figura 7.17: Fixed joint.	96
Figura 7.18: Evidenziati i punti che definiscono il posizionamento nello spazi	io
dei triangoli oscillanti, il montante e la ruota.	97
Figura 7.19: Evidenziati i punti che definiscono il posizionamento nello spazi	io
del puntone, il rocker e i pacchetti di molle a tazza	97
Figura 7.20: Evidenziati i punti che definiscono il posizionamento nello spazi	io
del gruppo molla-ammortizzatore	97
Figura 7.21: Sistema di riferimento globale	100
Figura 7.22: Schema di sospensione posteriore con puntoni e bilancieri.	101
Figura 7.23: Giunti che connettono i rocker ai puntoni.	102
Figura 7.24: Translational Joint	106
Figura 7.25: Costant Velocity Joint.	106
Figura 7.26: Giunti contenuti nel modello multibody dell'asse motore.	107
Figura 7.27: Accoppiamenti cinematici tipo "Couplers" inseriti nel modello.	107
Figura 7.28: Collocazione grafica dei punti cinematici caratteristici del mode	llo
multibody di asse motore	108
Figura 7.29: Modello multibody dell'asse motore assemblato al modello di	
sospensione posteriore	110
Figura 7.30: Collocazione spaziale, rispetto al CAD della scocca dei punti di	
attacco alla carrozzeria dei gruppi sospensione.	110
Figura 7.31: Bodies principali contenuti nel modello di sistema di sterzo a	
cremagliera	111
Figura 7.32: Giunti contenuti nel modello di sistema di sterzo a cremagliera.	112
Figura 7.33: Orientation Joint.	112
Figura 7.34: Ingranamento della cremagliera col pignone.	113

Figura 7.35: Modello multibody della colonna di sterzo assemblato al mode	llo
della cremagliera	115
Figura 7.36: Modello multibody del sistema di sterzo assemblato al modello) di
sospensione anteriore	115
Figura 7.37: Geometria di sterzo di tipo: a) Ackerman; b) Parallel; c) Anti-	
Ackermann	117
Figura 7.38: Grandezze fondamentali per il calcolo del raggio Rs	117
Figura 7.39: Grandezze fondamentali per il calcolo di Rtc.	118
Figura 7.40: Andamento del picco di forza laterale in funzione del carico	
verticale e parametrizzato rispetto all'angolo di camber.	121
Figura 7.41: Andamento dell'angolo di deriva (che individua il picco di forza	
laterale) in funzione del carico verticale e parametrizzato rispetto all'angolo	di
camber	121
Figura 7.42: Differenza tra gli angoli di sterzata in funzione dell'angolo di	
Ackermann	122
Figura 7.43: Differenza tra gli angoli di sterzata in funzione del raggio di cur	va. 123
Figura 7.44 : Andamento della forza di deriva sviluppata dallo pneumatico	
anteriore parametrizzato rispetto al carico verticale. Evidenziati in rosso i pio	cchi
di forza laterale	124
Figura 7.45: Andamento della forza di deriva sviluppata dallo pneumatico	
posteriore parametrizzato rispetto al carico verticale. Evidenziati in rosso i p	icchi
di forza laterale	125
Figura 7.46: Andamento della spinta di camber sviluppata dallo pneumatico)
anteriore, in funzione del carico verticale e parametrizzato rispetto all'angolo	o di
camber	126
Figura 7.47: Andamento della spinta di camber sviluppata dallo pneumatico)
posteriore, in funzione del carico verticale e parametrizzato rispetto all'ango	lo di
camber	126
Figura 7.48: Rigidezza di deriva dello pneumatico anteriore e di quello	
posteriore, in funzione del carico verticale agente.	127
Figura 7.49: Andamento della forza longitudinale sviluppata dallo pneumati	со
anteriore al contatto ruota-suolo, in funzione dello scorrimento longitudinale	е
parametrizzato rispetto al carico verticale	128

Figura 7.50: Andamento della forza longitudinale sviluppata dallo pneumatio	0
anteriore al contatto ruota-suolo, in funzione dello scorrimento longitudinale	е
parametrizzato rispetto al carico verticale	128
Figura 7.51: Andamento della arms in funzione della Fz rms, per diversi valo	ori
del coefficiente di smorzamento (assale posteriore).	133
Figura 7.52: Andamento della arms in funzione della Fz rms, per diversi valo	ori
del coefficiente di smorzamento (assale anteriore).	134
Figura 7.53: Effetto del kingpin sulla variazione dell'angolo di camber della	
ruota esterna	137
Figura 7.54: Effetto del caster sulla variazione dell'angolo di camber sulla ru	iota
esterna	138
Figura 7.55: Rappresentazione grafica del modello utilizzato per eseguire la	I
Static Ride Analysis	140
Figura 7.56: a) Configurazione statica della sospensione anteriore (t = 0.0 s); b)
Condizione di massima escursione in jounce della sospensione anteriore (t :	=
2.5 s); Condizione di massima escursione in rebound della sospensione	
anteriore (t = 7.5 s)	142
Figura 7.57 : a) Configurazione statica della sospensione posteriore (t = 0.0	s);
b) Condizione di massima escursione in jounce della sospensione posteriore	∋ (t
= 2.5 s); Condizione di massima escursione in rebound della sospensione	
posteriore (t = 7.5 s)	143
Figura 7.58: Variazione dell'angolo di convergenza con lo spostamento	
verticale dello pneumatico	144
Figura 7.59: Variazione dell'angolo di Camber con lo scuotimento verticale	
dello pneumatico	144
Figura 7.60: Variazione della semicarreggiata (anteriore e posteriore) con lo)
scuotimento verticale dello pneumatico	145
Figura 7.61: Variazione dell'angolo di caster della sospensione anteriore, in	
funzione dello scuotimento dello pneumatico anteriore.	145
Figura 7.62: Variazione dell'angolo di kingpin della sospensione anteriore, in	n
funzione dello scuotimento verticale dello pneumatico.	146
Figura 7.63: Variazione del caster trail in funzione dello scuotimento vertical	le
dello pneumatico anteriore	146

Figura 7.64: Variazione dello scrub radius, in funzione dello scuotimento	
verticale dello pneumatico	147
Figura 7.65: Andamento del Motion Ratio (MR), in funzione dello scuotime	nto
verticale parallelo degli pneumatici	147
Figura 7.66: Andamento del Wheel Rate sui due assali in funzione dello	
scuotimento simmetrico dei pneumatici corrispondenti.	148
Figura 7.67: Andamento del Ride Rate sui due assali in funzione dello	
scuotimento simmetrico degli pneumatici corrispondenti.	. 148
Figura 7.68: Andamento della frequenza di scuotimento della massa sospe	esa
all'avantreno ed al retrotreno	149
Figura 7.69: a) Condizione di massimo scuotimento asimmetrico delle ruot	е
all'avantreno; b) Condizione di massimo scuotimento asimmetrico delle ruo	te al
retrotreno	151
Figura 7.70: Campanatura negativa recuperata dalla ruota esterna in funzi	one
dell'angolo di rollio	152
Figura 7.71: Campanatura positiva recuperata dalla ruota interna in funzior	ne
dell'angolo di rollio	152
Figura 7.72: Variazione dell'altezza del centro di rollio (HCR) in funzione	
dell'angolo di rollio	153
Figura 7.73: Spostamento in direzione laterale del centro di rollio (RC) in	
funzione dell'angolo di rollio	153
Figura 7.74: Andamento della rigidezza a rollio sui due assali in funzione	
dell'angolo di rollio	154
Figura 7.75: Rappresentazione grafica della simulazione di sterzatura, in	
condizioni di sterzata massima delle ruote (vista frontale).	155
Figura 7.76: Steering Ratio	155
Figura 7.77: Angolo di camber positivo guadagnato dalla ruota interna	156
Figura 7.78: Angolo di camber negativo guadagnato dalla ruota esterna	156
Figura 7.79: Differenza tra l'angolo di sterzata della ruota interna e quello c	lella
ruota esterna, in funzione dell'angolo di Ackermann	157
Figura 7.80: Variazione dell'angolo di camber della ruota interna.	157
Figura 7.81: Variazione dell'angolo di Camber della ruota esterna.	158
Figura 7.82: Rappresentazione grafica del modello di veicolo completo.	158
Figura 7.83: Posizionamento del centro di massa del Vehicle Body.	159

Figura 7.84: Massa del Vehicle Body e relativo posizionamento del centro	di
massa	_ 159
Figura 7.85: Accelerazione longitudinale della vettura.	_ 160
Figura 7.86: Velocità di avanzamento del veicolo	_ 160
Figura 7.87: Carico verticale agente sulle ruote anteriori e posteriori.	_ 161
Figura 7.88: Forza di trazione scambiata al contatto ruota-suolo dallo	
pneumatico posteriore sinistro	_ 161
Figura 7.89: Andamento dello scorrimento longitudinale nel tempo.	_ 162
Figura 7.90: Curva di sottosterzo del veicolo, parametrizzata rispetto all'an	golo
di camber statico ricavato sulle ruote anteriori e posteriori.	_ 163
Figura 7.91: Andamento dell'angolo di rollio della vettura all'aumentare	
dell'accelerazione laterale	_ 163
Figura 7.92: Andamento degli angoli di deriva richiesti dalla vettura alle ruc	ote
anteriori e posteriori all'aumentare dell'accelerazione laterale	_ 165
Figura 7.93: Andamenti delle forze scambiate dai pneumatici al contatto ru	ota-
strada all'aumentare dell'accelerazione laterale.	_ 165
Figura 7.94: Legge sinusoidale con cui varia l'angolo volante (SWA, Steeri	ng
Wheel Angle) ad ampiezza costante ari a 20° e frequenza crescente da 0.2	2 Hz
a 4 Hz	_ 166
Figura 7.95: Risposta in frequenza del sistema in termini di: ampiezza	
dell'accelerazione laterale normalizzata rispetto a quella dell'angolo volante	e;
ritardo con cui si genera il segnale di accelerazione laterale rispetto all'istar	nte di
applicazione dell'input di angolo volante	_ 167
Figura 7.96: Risposta in frequenza del sistema in termini di: ampiezza della	а
velocità di imbardata (Yaw Rate) normalizzata rispetto a quella dell'angolo	
volante; ritardo con cui si genera il segnale di velocità di imbardata rispetto	
all'istante di applicazione dell'input di angolo volante.	_ 168
Figura 7.97: Risposta in frequenza del sistema in termini di: ampiezza	
dell'accelerazione laterale normalizzata rispetto a quella della velocità di	
imbardata; ritardo con cui si genera il segnale di accelerazione laterale risp	etto
all'istante in cui si genera velocità di imbardata	_ 170
Figura 7.98: Risposta in frequenza del sistema in termini di: ampiezza	
dell'angolo d'assetto normalizzata rispetto a quella dell'input di sterzo; ritaro	do

con cui si genera l'angolo d'assetto rispetto all'istante in cui è applicato l'inp	out di
angolo volante	171
Figura 7.99: Sequenza delle grandezze che si sviluppano consecutivamen	te
quando la vettura entra in curva	172
Figura 7.100: Angolo volante.	172
Figura 7.101: Yaw Rate	173
Figura 7.102: Angolo d'assetto	173
Figura 7.103: Accelerazione laterale.	174
Figura 7.104: Intersezione tra la parabola ideale di frenatura e la retta che	
individua tutte le combinazioni (Fx, F, Fx, R) tali da garantire una decelerazio	one
costante pari a 1.57g	175
Figura 7.105: Profilo di accelerazione.	176
Figura 7.106: Andamento delle forze scambiate dagli assali al contatto ruo	ta-
strada	176
Figura 7.107: Andamento della velocità di avanzamento in funzione dello	
spazio percorso	177

Lista delle tabelle

Tabella 7.1: Vincoli geometrici ed inerziali imposti. 84 Tabella 7.2: Massa, passo e carreggiata della vettura ed ipotesi sulla 85 ripartizione delle masse. 85 Tabella 7.3: Obiettivi prestazionali di dinamica veicolo. 85 Tabella 7.4: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 85 Tabella 7.4: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 98 Tabella 7.5: Lista dei bodies che compongono il modello di sospensione 98 Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore. 99 Tabella 7.7: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 91 sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo). 103 Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione 104	Tabella 3.1: Velocità massima ammessa per i pneumatici.	_ 27
Tabella 7.2: Massa, passo e carreggiata della vettura ed ipotesi sulla ripartizione delle masse. 85 Tabella 7.3: Obiettivi prestazionali di dinamica veicolo. 85 Tabella 7.4: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 85 sistema di sospensione anteriore (lato destro del veicolo). 98 Tabella 7.5: Lista dei bodies che compongono il modello di sospensione 99 Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore. 99 Tabella 7.7: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 91 sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo). 103 Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione 104	Tabella 7.1: Vincoli geometrici ed inerziali imposti.	_ 84
ripartizione delle masse. 85 Tabella 7.3: Obiettivi prestazionali di dinamica veicolo. 85 Tabella 7.4: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 85 Tabella 7.4: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 98 Tabella 7.5: Lista dei bodies che compongono il modello di sospensione 98 Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore. 99 Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore. 99 Tabella 7.7: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 103 Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione 104	Tabella 7.2: Massa, passo e carreggiata della vettura ed ipotesi sulla	
Tabella 7.3: Obiettivi prestazionali di dinamica veicolo. 85 Tabella 7.4: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 98 sistema di sospensione anteriore (lato destro del veicolo). 98 Tabella 7.5: Lista dei bodies che compongono il modello di sospensione 99 Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore. 99 Tabella 7.7: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 91 sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo). 103 Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione 104	ripartizione delle masse.	_ 85
Tabella 7.4: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del sistema di sospensione anteriore (lato destro del veicolo). 98 Tabella 7.5: Lista dei bodies che compongono il modello di sospensione 99 anteriore. 99 Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore. 99 Tabella 7.7: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 91 sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo). 103 Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione 104	Tabella 7.3: Obiettivi prestazionali di dinamica veicolo.	_ 85
sistema di sospensione anteriore (lato destro del veicolo) 98 Tabella 7.5: Lista dei bodies che compongono il modello di sospensione anteriore 99 Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore 99 Tabella 7.7: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo) 103 Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione anteriore 104	Tabella 7.4: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del	
Tabella 7.5: Lista dei bodies che compongono il modello di sospensione 99 anteriore. 99 Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore. 99 Tabella 7.6: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 91 sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo). 103 Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione 104	sistema di sospensione anteriore (lato destro del veicolo).	_ 98
anteriore. 99 Tabella 7.6 : Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore. 99 Tabella 7.7 : Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 91 sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo). 103 Tabella 7.8 : Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione 104	Tabella 7.5: Lista dei bodies che compongono il modello di sospensione	
Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore. 99 Tabella 7.7: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del 91 sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo). 103 Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione 104 anteriore. 104	anteriore.	_ 99
Tabella 7.7: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo). 103 Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione 104 anteriore. 104	Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore.	_ 99
sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo) 103 Tabella 7.8 : Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione anteriore 104	Tabella 7.7: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del	
Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione anteriore. 104	sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo).	103
anteriore 104	Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensi	one
	anteriore.	104

Tabella 7.9: Definizione del "Rotation Marker".	105
Tabella 7.10: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del	
modello multibody di asse motore.	108
Tabella 7.11: Giunti contenuti nel modello multibody dell'asse motore.	109
Tabella 7.12: Bodies contenuti complessivamente nel modello di sospension	ne
posteriore assemblato al modello multibody dell'asse motore	109
Tabella 7.13: Bodies contenuti nel modello di sistema di sterzo	111
Tabella 7.14: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici	
contenuti nel modello multibody del sistema di sterzo a cremagliera.	114
Tabella 7.15: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sterzo a	
cremagliera e relativo orientamento	114
Tabella 7.16: Risultati in termini di raggio di curva minimo consentito.	118
Tabella 7.17: Descrizione delle grandezze utilizzate nel calcolo iterativo	
finalizzato al calcolo dei corretti degli angoli sterzata delle ruote anteriori	120
Tabella 7.18: Dati di input utilizzati per il calcolo iterativo.	122
Tabella 7.19: Risultati ottenuti col calcolo iterativo per differenti valori del rag	ggio
di curva R	122
Tabella 7.20: Calcolo del trasferimento di carico laterale totale.	129
Tabella 7.21: Calcolo della posizione del baricentro della massa sospesa	130
Tabella 7.22: Calcolo dell'angolo di rollio massimo, del gradiente di rollio e o	della
rigidezza a rollio totale	130
Tabella 7.23: Calcolo della ripartizione della rigidezza a rollio totale.	130
Tabella 7.24: Calcolo delle rigidezze delle molle applicate al contatto ruota-	
strada equivalenti a quelle reali che si oppongono al rollio sui due assali	131
Tabella 7.25: Calcolo delle frequenze di scuotimento della massa sospesa	
all'avantreno ed al retrotreno	132
Tabella 7.26: Calcolo delle rigidezze effettive delle molle.	132
Tabella 7.27: Risultati del calcolo eseguito per valutare i coefficienti di	
smorzamento ottimi	135
Tabella 7.28: Parametri richiesti dal software di simulazione multibody per	
eseguire la Static Ride Analysis del sistema di sospensione anteriore e di qu	olleu
posteriore	141
Tabella 7.29: Descrizione delle fasi che caratterizzano la simulazione (Statio	0
Ride Analysis)	141

Tabella 7.30: Parametri richiesti dal software di simulazione multibody per	
eseguire la Static Roll Analysis del sistema di sospensione anteriore e di qu	ello
posteriore.	150
Tabella 7.31: Parametri richiesti dal software di simulazione multibody per	
eseguire la Steering Analysis del sistema di sospensione anteriore.	154

INTRODUZIONE

Il presente lavoro di tesi si pone come obiettivo l'impostazione elasto-cinematica delle sospensioni anteriore e posteriore di una vettura monoposto da competizione per gare in salita e la successiva implementazione dei modelli di sospensione in un software di simulazione multibody (Motionview). Coerentemente al tipo di vettura considerato è stato scelto uno schema push-rod con mono-ammortizzatore per il sistema di sospensione all'avantreno, mentre si è optato per uno schema push-rod con bi-ammortizzatore al retrotreno. L'impostazione del progetto delle sospensioni è consistita essenzialmente nella determinazione delle coordinate geometriche dei punti caratteristici dello schema prescelto (centri snodi, asse di sterzo, asse ammortizzatore, ecc.), in modo tale da raggiungere le prestazioni elasto-cinematiche desiderate. In particolare, la determinazione dei punti cinematici ha permesso di: mantenere un buon controllo sulla variazione del camber quando, in presenza di un'accelerazione laterale non nulla, la vettura rolla; ottenere una posizione stabile dei centri di rollio, minimizzando la variazione dell'altezza con lo scuotimento; minimizzare lo scrub, ovvero lo spostamento in direzione laterale del contatto ruota-suolo con lo scuotimento, in modo da limitare l'usura dello pneumatico; minimizzare la variazione dell'angolo di convergenza con lo scuotimento. La geometria del sistema di sterzo è stata invece definita utilizzando una metodologia che permette di valutare per ogni raggio di curvatura la differenza ottimale tra l'angolo di sterzata della ruota interna e quello della ruota esterna, in modo tale che gli pneumatici anteriori lavorino ad angoli di deriva che garantiscono le massime forze laterali possibili. Definite tutte le geometrie sono stati definiti: i valori di rigidezza delle molle, in modo da ottenere determinate frequenze di scuotimento e rigidezze a rollio; i coefficienti di smorzamento degli ammortizzatori, in modo da favorire la tenuta di strada piuttosto che il comfort data la tipologia di vettura. I layout dei gruppi sospensione anteriore e posteriore sono stati, dunque, implementati nel software e sono state realizzate delle simulazioni quasi statiche in modo da valutare la cinematica delle sospensioni e verificare il raggiungimento dei target cinematici. Infine, dopo aver assemblato i vari sottosistemi di cui si compone il veicolo, sono state realizzate delle simulazioni multibody quasistatiche e dinamiche sull'intero veicolo, considerato come costituito dalla sospensione anteriore, sospensione posteriore, sistema di sterzo e un controllore PD che simula la trazione. Quest'ultime, insieme alle simulazioni multibody realizzate sui singoli gruppi sospensione sono state utili a valutare il comportamento complessivo del veicolo e a verificare il raggiungimento degli obiettivi prestazionali di dinamica veicolo prefissati, coerenti col tipo di vettura considerato.

1 LA DINAMICA VEICOLO

1.1 Considerazioni generali

La dinamica dell'autoveicolo (Vehicle Dynamics) è il campo di studio che si occupa di comprendere e valutare le prestazioni del veicolo in termini di risposta dello stesso agli input ricevuti dal driver su una data strada. Si parla di prestazioni in *ride* quando si vuole analizzare, dal punto di vista della dinamica verticale, la risposta del veicolo, considerato su sospensioni elastiche, mentre si muove in maniera stabile su un dato manto stradale. Si parla invece di prestazioni in handling quando, in seguito all'applicazione di un input da parte del driver, si valuta la capacità di poter guidare e direzionare il veicolo più o meno facilmente, mantenendone la stabilità ed il controllo. Spesso il concetto di handling viene espresso in maniera errata utilizzando altri termini come cornering ability e directional response che esprimono, però, concetti profondamente diversi. Essi definiscono delle proprietà oggettive del veicolo guando guesto modifica la propria traiettoria e presenta una accelerazione laterale: il concetto di cornering ability definisce il livello di massima accelerazione laterale che il veicolo può sostenere in una condizione stabile, mentre per directional response si intende il tempo di risposta del veicolo, in termini di accelerazione laterale, in seguito ad una variazione dell'angolo di sterzo. La comprensione della dinamica veicolo e dei fenomeni investigati può avvenire seguendo due approcci differenti: empirico ed analitico. La comprensione empirica dei fenomeni alla base della dinamica veicolo avviene in seguito alla realizzazione di diverse prove sperimentali e successivi errori attraverso i quali è possibile individuare i fattori che influenzano le performance dell'autoveicolo in determinate condizioni. Tale approccio, tuttavia, conduce spesso a valutazioni erronee, in quanto non fornisce alcuna informazione relativa alle modalità con cui eventuali cambiamenti nella progettazione del veicolo possano influenzare le sue performance. Al contrario l'approccio analitico permette di descrivere la meccanica dei fenomeni di interesse utilizzando leggi fisiche note, ottenendo, in questo modo, dei modelli analitici, costituiti, nei casi più semplici, da equazioni algebriche e differenziali che mettono in relazione forze e moti di interesse con variabili di input e proprietà del veicolo o dei pneumatici. Tali modelli permettono, dungue, di individuare i cambiamenti necessari al raggiungimento di determinati obiettivi prestazionali. Tuttavia, tali modelli, per essere più facilmente gestibili, presentano una serie di approssimazioni tali per cui forniscono una descrizione non dettagliata della realtà, ma solo approssimata, per cui anch'essi possono portare a commettere degli errori di valutazione se non si conoscono in maniera approfondita le assunzioni alla base del modello. Ad oggi, grazie alla maggiore capacità computazionale dei computer, noti i modelli che descrivono il comportamento di ciascun componente del veicolo, è possibile assemblarli in modo da ottenere un modello più complesso, che permette di simulare il comportamento del veicolo completo o di un qualsiasi suo sottosistema prima che questo venga realizzato fisicamente nei suoi componenti. In questo modo è possibile valutare l'importanza dei vari parametri includendo questi nel modello e osservando l'influenza che essi hanno sulle performance dopo aver analizzato il comportamento simulato del veicolo.

1.2 Il ruolo della dinamica veicolo all'interno della progettazione sistemica del veicolo

L'obiettivo di un approccio sistemico alla progettazione del veicolo è quello di definire le specifiche tecniche di ogni componente, in modo tale che il veicolo, nel suo complesso, svolga le proprie funzioni secondo le modalità previste e gli obiettivi assegnati. In particolare, per specifiche tecniche si intende una serie di grandezze e le relative misure, atte a definire, in modo completo, ogni componente, anche in assenza di disegni dettagliati. Un approccio sistemico alla progettazione consente, inoltre, di eseguire un progetto, comunque complicato, suddividendo le attività che lo compongono fra squadre che operano parallelamente, assegnando ad ognuna di esse obiettivi comprensibili, verificabili autonomamente e finalizzati all'ottenimento delle prestazioni complessive. La progettazione sistemica costituisce, infine, la fase iniziale di ogni progetto, durante la quale si verifica la possibilità di raggiungere gli obiettivi che sono stati posti ed è comunemente nota come studio di fattibilità. All'interno della progettazione complessiva di un veicolo, il processo di sviluppo della dinamica veicolo (Vehicle Dynamics Development Process) avviene prima che il prototipo della vettura venga realizzato fisicamente e prevede essenzialmente tre fasi.



Figura 1.1: Processo di sviluppo della dinamica veicolo. [1]

La prima fase consiste nella definizione di obiettivi prestazionali "qualitativi", coerenti con la tipologia di automobile che si vuole realizzare (Subcompact car, Compact car, Sports car, Super car, Mini SUV, Compact SUV, eccetera...). Essi vengono definiti non solo sulla base della esperienza maturata nei progetti passati da parte del team che lavora al progetto, ma anche valutando quelle che sono le richieste dei consumatori e i trend di mercato. Tali target qualitativi prendono il nome di VOC (*Voice of Costumers*) e si riferiscono qualitativamente alle prestazioni desiderate in *ride* ed *handling*, ma anche in termini di velocità, sicurezza, affidabilità e consumi. A questo punto, dopo aver definito le specifiche grandezze tecnico-ingegneristiche di dinamica veicolo, la compilazione di particolari matrici, note come *Quality house*, permette di individuare, attraverso l'utilizzo di una particolare simbologia, il grado di influenza che ciascuna grandezza ha sugli obiettivi prestazionali VOC precedentemente definiti.



Figura 1.2: Matrice, nota come Quality House, riporta il grado di correlazione tra VOC e VTS. [1]

Tali tabelle consentono anche di valutare, sempre da un punto di vista qualitativo, il grado di correlazione esistente tra le varie grandezze di dinamica veicolo. Ciò obiettivi prestazionali iniziali permette di tradurre gli (VOC), definiti qualitativamente, in requisiti tecnico-ingegneristici, a livello di veicolo, definiti, invece, da un punto di vista quantitativo e noti come VTS (Vehicle Technical Specifications). Successivamente, se si considera il veicolo come il risultato dell'assemblaggio di una serie di sottosistemi (sistemi di sospensione, sistema di sterzo, trasmissione, sistema di trazione, eccetera...), la seconda fase prevede di individuare, a livello di sottosistema, gli opportuni requisiti tecnici, noti come SSTS (Subsystem Technical Specifications) che vanno sviluppati a partire dai VTS definiti precedentemente. Questa fase richiede una serie di simulazioni, realizzate sia a livello di sottosistema che a livello di veicolo completo, che consentono di ottenere dati utili al raggiungimento degli obiettivi prestazionali desiderati. Infine, la terza fase si occupa di tradurre i SSTS in requisiti e parametri

di progetto necessari per la realizzazione fisica di ciascun componente che contribuisce alla formazione del sottosistema di appartenenza. Tale fase, rispetto a quella precedente, richiede strumenti di modellazione e di simulazione molto più accurati e precisi, in modo tale da comprendere in maniera approfondita gli effetti sulle performance dinamiche del veicolo completo dei parametri di progetto di ciascun componente chiave del telaio. Terminata la terza fase si ottengono, dunque, a livello di componente, le specifiche di progetto, note come CTS (Component Technical Specifications) da comunicare ai fornitori. Una volta realizzato il prototipo fisico del veicolo si realizzano delle prove sperimentali per verificare la bontà delle simulazioni realizzate nelle fasi precedenti e il soddisfacimento degli obiettivi prestazionali. Successivamente si procede, sia a livello di veicolo completo che di componenti, con la fase di messa a punto del telaio (chassis tuning): l'obiettivo è quello di rifinire le specifiche di progetto dei componenti mentre si cercano di equilibrare e bilanciare i vari parametri di progetto del telaio in modo da soddisfare quelle che sono le specifiche del veicolo. Le specifiche spesso subiscono delle modifiche dal momento che, soprattutto in questa fase primordiale di realizzazione del prototipo, il progetto si sviluppa nel tempo. Le cause possono essere molteplici: questioni di durabilità, discrepanze tra i risultati ottenuti in simulazione e quelli derivanti dalle prove sperimentali, nuovi trend di mercato. Per cui, sebbene il processo di sviluppo della dinamica veicolo venga realizzato prima della realizzazione del prototipo fisico della vettura, è bene iterare il processo in modo da ottenere la configurazione ottima del progetto. La teoria riportata nel capitolo corrente è stata estrapolata dalle fonti [1], [2], [4].

2 I SISTEMI DI RIFERIMENTO DEL VEICOLO

Gli autoveicoli, come la maggior parte delle macchine, presentano una generale simmetria bilaterale. L'esistenza di un piano di simmetria semplifica lo studio del comportamento dinamico del sistema che, entro certi limiti, può essere modellato con equazioni disaccoppiate. Se la simmetria fosse completa, il centro di massa giacerebbe nel piano di simmetria. In realtà spesso gli organi meccanici non sono esattamente simmetrici, così come, il più delle volte, non è simmetrica la distribuzione del carico del veicolo. Per questo motivo il centro di massa cade fuori dal piano di simmetria, ma generalmente non è molto lontano da quest'ultimo.

Lo studio del moto degli autoveicoli viene generalmente effettuato utilizzando alcuni sistemi di riferimento più o meno standardizzati:

- Sistema di riferimento fisso XYZ: si tratta di un sistema di riferimento inerziale fisso rispetto alla superficie stradale. La norma ISO/TC 22/SC9 prevede che l'asse Z sia verticale e punti verso il basso e che gli assi X e Y siano orizzontali.
- Sistema di assi corpo xyz: è un sistema di riferimento fisso nel baricentro del veicolo. Qualora il veicolo abbia un piano di simmetria, si assume che il baricentro giaci su di esso. La norma prevede che l'asse x, contenuto nel piano di simmetria, sia sostanzialmente orizzontale e punti in avanti e che l'asse z sia verticale rivolto verso il basso.



Figura 2.1: Sistemi di riferimento veicolo. [2]

Con p, q, r vengono indicate le velocità di rotazione rispettivamente attorno agli assi x, y, z, note come velocità di rollio, beccheggio e imbardata. Considerando la proiezione degli assi corpo e della velocità nel piano XY del sistema di riferimento fisso, è possibile definire l'angolo di imbardata ψ come l'angolo formato tra la proiezione dell'asse x e l'asse X. Ammettendo che la componente della velocità assoluta del baricentro normale alla superficie stradale sia trascurabile, è possibile definire l'angolo di assetto β come l'angolo formato tra la velocità V e la proiezione dell'asse x sul piano XY. La teoria riportata nel capitolo corrente è stata estrapolata dalle fonti [2], [4].

3 RUOTE E PNEUMATICI

3.1 Caratteristiche generali

La ruota di un veicolo ha principalmente due funzioni:

- sostenere il veicolo e, quindi, scambiare col terreno forze normali alla superficie della strada;
- scambiare col terreno forze dirette parallelamente alla superficie stradale, necessarie al movimento del veicolo ed al controllo della sua traiettoria.

Essa è costituita essenzialmente da due elementi differenti: il cerchio e lo pneumatico. La struttura rigida della ruota, definita dal cerchio, è circondata da un elemento deformabile definito dallo pneumatico e dalla camera d'aria. Lo pneumatico è una struttura deformabile complessa, costituita da un certo numero di strati di tessuto gommato rinforzato. Il numero di tele, il loro posizionamento, il tipo di gomma ed il materiale dei fili di rinforzo possono variare profondamente e conferiscono ad ogni pneumatico le proprie caratteristiche particolari.



Figura 3.1: Quote principali di una ruota composta di cerchio e pneumatico. [3]

Dal punto di vista strutturale gli pneumatici possono appartenere principalmente a due categorie fondamentali: gli pneumatici convenzionali o a tele incrociate e gli pneumatici radiali. La carcassa dei pneumatici convenzionali è costituita da una serie di tele i cui rinforzi sono posizionati ad un angolo di 35°÷ 40° rispetto alla direzione circonferenziale. Gli pneumatici radiali sono costituiti da tele poste in direzione ortogonale rispetto alla direzione circonferenziale e da tele di cintura in corrispondenza del battistrada orientate con un angolo di circa 15° rispetto alla direzione circonferenziale. Quest'ultima struttura conferisce allo pneumatico una minore rigidezza verticale, dovuta alla maggiore deformabilità dei fianchi, e ad una fascia di battistrada rigida in direzione circonferenziale. Le buone caratteristiche di generazione di forze laterali e l'elevato comfort di marcia garantito dagli pneumatici radiali sono strettamente legate a questa distribuzione di rigidezza. Infine, per il comportamento dello pneumatico, risulta particolarmente rilevante il battistrada. Esso, costituito da gomma caricata e vulcanizzata, costituisce la superficie di contatto col terreno e determina l'aderenza al contatto ruota-suolo. L'eventuale presenza di incisioni circonferenziali e trasversali sul battistrada permette di ottenere, quando la strada è allagata, un agevole drenaggio dell'acqua nella zona di contatto e di migliorare le condizioni di aderenza su suoli incoerenti. Tali incisioni non risulterebbero necessarie (pneumatici slick) qualora la marcia del veicolo fosse limitata all'asfalto asciutto. Ogni pneumatico risulta definito da una sorta di nomenclatura che prevede una serie di numeri e lettere, come ad esempio:

175/55 R 13 82 T.

La prima cifra (175) indica la larghezza dello pneumatico W espressa in mm ed è separata dalla cifra seguente da una barra. Essendo lo pneumatico un elemento deformabile, la misura della sua larghezza, ricavata sperimentalmente, deve riferirsi alle condizioni di pneumatico gonfiato alla pressione di riferimento e non a contatto col suolo. Tale grandezza può, infatti, essere modificata in seguito all'applicazione di un carico. La seconda cifra (55) indica l'aspect ratio o rapporto d'aspetto, dato dal rapporto tra lo spessore radiale H e la larghezza W dello pneumatico, quest'ultima precedentemente definita. La lettera seguente indica la tipologia di struttura che caratterizza la carcassa dello pneumatico: la lettera "R" indica una struttura radiale: diversamente la lettera viene omessa. La terza cifra (13) indica il diametro di calettamento del cerchio, espresso in pollici. La quarta cifra corrisponde al cosiddetto indice di carico, che permette di determinare il carico verticale che può essere sostenuto dallo pneumatico ad una certa pressione di gonfiaggio assegnata. In particolare, l'indice di carico indica il numero d'ordine della riga di una tabella apposita, che riporta una serie di carichi ammessi, espressi in N, in funzione della pressione di gonfiaggio. Infine, facendo riferimento alla tabella, l'ultima lettera (T) esprime la velocità massima ammessa per lo pneumatico.

Velocità [km/h]	80	130	150	160	170	180	190	210	240	270
Lettera	F	Μ	Р	Q	R	S	Т	Н	V	W

Tabella 3.1: Velocità massima ammessa per i pneumatici.

Noti il rapporto di aspetto, la larghezza dello pneumatico e il diametro di calettamento del cerchio è possibile calcolare il raggio libero della ruota, sommando al raggio di calettamento del cerchio, tradotto in mm, lo spessore radiale dello pneumatico ottenuto moltiplicando la larghezza per il rapporto di aspetto.

3.2 Sistema di riferimento della ruota

Nella valutazione delle forze scambiate tra la ruota ed il terreno è utile ricorrere al sistema di riferimento X'Y'Z' riportato in Figura 3.2. L'origine del sistema coincide con il punto centrale dell'orma di contatto tra ruota e suolo e l'asse X', individuato dall'intersezione tra il piano medio della ruota ed il terreno, è diretto nel senso di marcia. L'asse Z è perpendicolare al suolo ed è diretto verso l'alto, per cui, di conseguenza l'asse Y' giace sul piano della strada ed è diretto verso sinistra.



Figura 3.2: Sistema di riferimento utilizzato per la ruota. [3]

Supponendo che la forza, scambiata tra suolo e pneumatico, agisca in corrispondenza del punto centrale dell'area di contatto, è possibile scomporre tale forza nelle componenti di forza longitudinale F_x , laterale F_y e normale F_z . Analogamente è possibile scomporre il momento risultante, derivante dall'interazione ruota-strada, nelle singole componenti di momento: momento di ribaltamento M_x , momento dovuto alla resistenza di rotolamento M_y e momento di autoallineamento M_z . L'angolo formato tra il piano X'Z' e la direzione del vettore velocità del mozzo ruota è noto come *angolo di deriva α* della ruota, mentre si definisce *angolo di inclinazione γ* l'angolo tra il piano medio della ruota ed il piano X'Z'. In figura sono riportati i versi positivi dei due angoli. Mentre l'angolo di *camber o di campanatura* è definito rispetto alla direzione vettura.

3.3 Il raggio di rotolamento

Si consideri una ruota che rotola su di una strada piana, con il piano medio di simmetria ortogonale ad esse, senza che vi sia applicata alcuna coppia traente o frenante. Mentre per una ruota rigida di raggio R il legame tra velocità di avanzamento V e velocità angolare di rotazione Ω è, in puro rotolamento, V = Ω R, per una ruota pneumatica si definisce raggio di rotolamento effettivo:

$$R_e = \frac{V}{\Omega} . \tag{3.1}$$

Esso corrisponde dunque al raggio di una ruota rigida in puro rotolamento che ruota e trasla alla stessa velocità della ruota pneumatica considerata. Il contatto ruota-strada, in virtù della deformabilità dello pneumatico, non è puntiforme. Per cui il raggio R_e non coincide né con il raggio sotto carico R_l , definito come il raggio ottenuto nella configurazione deformata in seguito all'applicazione di un carico statico, né con quello indeformato R ed il centro di istantanea rotazione dello pneumatico non coincide con il centro di contatto. Un incremento della forza verticale F_z e una riduzione della pressione di gonfiaggio tendono a ridurre sia R_e che R_l . All'aumentare della velocità, lo pneumatico tende ad espandersi sotto l'azione della forza centrifuga e si ha un incremento di R, R_e e R_l .

3.4 Forze longitudinali

Si consideri una ruota, inizialmente in rotolamento, alla quale venga applicata una coppia frenante Mf. In seguito all'applicazione del momento frenante la ruota tende a rallentare, assumendo una velocità di rotazione minore rispetto a quella che la caratterizzava precedentemente in assenza di forze periferiche longitudinali. Le distribuzioni di pressione normale e tensione tangenziale che emergono dall'applicazione di una coppia frenante sono riportate in Figura 3.3. In particolare, in seguito all'applicazione del momento frenante, gli elementi della fascia battistrada, che vengono in contatto col suolo, risultano in uno stato di tensione, mentre nella precedente fase di rotolamento, in assenza di coppie esterne, esse si trovavano in uno stato di compressione. La velocità periferica con cui la fascia battistrada entra in contatto col piano stradale ΩR_{e} risulta, quindi, maggiore della velocità periferica ΩR della ruota indeformata. Il raggio di rotolamento R_e', che nel caso di rotolamento pure era R_e, compreso tra R_l e R, aumenta tendendo prima a R e, al crescere della coppia frenante, supera il valore di R. Il centro di istantanea rotazione tende, quindi, a portarsi ad una maggior profondità rispetto al piano stradale.



Figura 3.3: a) Distribuzione delle tensioni in seguito all'applicazione di un momento frenante; b) Posizione del centro di istantanea rotazione. [3]

Indicando con Ω la velocità angolare attuale della ruota e con Ω_0 =V/R_e la velocità angolare della ruota in rotolamento puro, è possibile definire uno scorrimento longitudinale σ della ruota (espresso tipicamente in percentuale) come:

$$\sigma = \frac{\Omega}{\Omega_0} - 1 = \frac{\nu}{V} , \qquad (3.2)$$

dove $v = (\Omega - \Omega_0)R_e$ corrisponde alla velocità con cui si sposta la zona di contatto sul suolo. Se invece alla ruota viene applicata una coppia motrice, gli elementi della fascia di battistrada che entrano nella zona di contatto risultano in uno stato di compressione, in quanto la ruota tende ad accelerare, assumendo una velocità di rotazione maggiore di quella che caratterizzava il puro rotolamento. La presenza di una velocità di scorrimento *v* non si traduce, tuttavia, in uno slittamento globale dello pneumatico. Nella porzione iniziale della zona di contatto la velocità periferica della ruota vale V= ΩR_e ', per cui non si ha slittamento. Muovendoci, invece, lungo l'area di contatto (Figura 3.4a), in corrispondenza del punto A si assiste ad una riduzione o incremento della velocità periferica (in trazione nel primo caso, in frenata nell'altro) e si ha una zona di slittamento. Tale zona, al crescere dello scorrimento in valore assoluto, tende ad estendersi fino ad occupare tutta la zona di contatto: in tal caso lo pneumatico è in fase di slittamento.



Figura 3.4: a) Estensione della zona di slittamento al variare dello scorrimento longitudinale; b) Andamento del coefficiente di aderenza longitudinale in funzione dello scorrimento. [3]

La forza longitudinale F_x che viene scambiata al contatto ruota-suolo è funzione dello scorrimento σ . Essa vale zero per σ =0. Per -(0.15÷0.30) $\leq \sigma \leq$ (0.15÷0.30), all'aumentare dello scorrimento in valore assoluto, la forza, in valore assoluto, cresce molto rapidamente ed inizialmente con legge all'incirca lineare. Successivamente essa, fuori dal campo di scorrimenti definito precedentemente, tende a diminuire. Il campo degli scorrimenti possibili è limitato inferiormente e superiormente dai valori σ =-1 e σ =∞: essi rappresentano le condizioni di slittamento puro rispettivamente in frenata (bloccaggio della ruota) ed in trazione. In prima approssimazione si può ritenere che la forza F_x sia proporzionale, a parità di σ , al carico verticale, normale al piano della strada, F_z , per cui è possibile definire il coefficiente di aderenza longitudinale:

$$\mu_x = \frac{F_x}{F_z} \ . \tag{3.3}$$

In Figura 3.4b è riportato l'andamento tipico di $\mu_x \operatorname{con} \sigma$, fissato il carico normale F_z. Sulla curva vengono individuati due valori notevoli di μ_x : il valore di picco μ_p , in corrispondenza del quale si raggiunge il massimo valore di forza, ed il valore μ_s che caratterizza la condizione di slittamento puro. Il tratto di curva, che giace oltre il campo definito dai due picchi, rappresenta delle condizioni di funzionamento instabili in cui in frenata si raggiunge rapidamente il bloccaggio della ruota ed in trazione si ottiene un'accelerazione continua della ruota. Nella definizione del coefficiente di aderenza longitudinale μ_x si è implicitamente ipotizzato che le forze longitudinali siano proporzionali alla forza normale agente sulla ruota. Tuttavia, si tratta di un'approssimazione grossolana, in quanto all'aumentare della forza F_z il coefficiente di aderenza si riduce, anche se leggermente (Figura 3.5).



Figura 3.5: Andamento del coefficiente di aderenza longitudinale in funzione dello scorrimento per diversi valori del carico verticale. [3]

Un'ottima approssimazione della forza longitudinale F_x in funzione dello scorrimento σ può essere ottenuta utilizzando l'equazione empirica introdotta da Pacejka e nota come *formula magica*. Di seguito si riporta la versione della formula, introdotta nel 1996 da Pacejka, per il calcolo della forza longitudinale, in assenza di deriva, ovvero in condizioni di pura trazione e frenata:

$$F_{x} = F_{x0}(\sigma, F_{z})$$

$$F_{x0} = D_{x} \sin \theta_{x} + S_{Vx}$$

$$\theta_{x} = C_{x} \arctan\{B_{x}\sigma_{x} - E_{x}(B_{x}\sigma_{x} - \arctan(B_{x}\sigma_{x}))\}$$

$$\sigma_{x} = \sigma + S_{Hx}$$

$$\gamma_{x} = \gamma \lambda_{\gamma x}$$
(3.4)

I coefficienti, che compaiono nelle precedenti formule, sono definiti dalle seguenti espressioni:

$$C_{x} = p_{Cx1}\lambda_{Cx}$$

$$D_{x} = \mu_{x}F_{z}$$

$$\mu_{x} = (p_{Dx1} + p_{Dx2}df_{z})\{1 - p_{Dx3}\gamma_{x}^{2}\}\lambda_{\mu x}$$

$$E_{x} = (p_{Ex1} + p_{Ex2}df_{z} + p_{Ex3}df_{z}^{2})\left[1 - p_{Ex4}\frac{\sigma_{x}}{|\sigma_{x}|}\right]\lambda_{Ex}$$

$$B_{x}C_{x}D_{x} = F_{z}(p_{Kx1} + p_{Kx2}df_{z})\lambda_{Kx}e^{p_{Kx3}df_{z}}$$

$$S_{Hx} = (p_{Hx1} + p_{Hx2}df_{z})\lambda_{Hx}$$

$$S_{Vx} = F_{z}(p_{Vx1} + p_{Vx2}df_{z})\lambda_{Vx}\lambda_{\mu x} .$$
(3.5)

l coefficienti $p_i \in \lambda_i$ rappresentano rispettivamente i parametri caratteristici dello pneumatico e dei fattori di scala. Il parametro df_z è dato dalla seguente espressione:

$$df_z = \frac{F_z - F_{z0}}{F_{z0}} , \qquad (3.6)$$

dove F_{z0} rappresenta un valore di riferimento del carico verticale. Le relazioni precedentemente riportate permettono di valutare, in condizioni di pura trazione e frenata, le forze longitudinali scambiate al contatto ruota-suolo in funzione del carico verticale, dello scorrimento e dell'angolo di camber.

3.5 Forze trasversali

Lo pneumatico può sviluppare forze longitudinali al contatto ruota-strada soltanto in presenza di deformazioni circonferenziali nella fascia battistrada e di uno scorrimento longitudinale non nullo. Analogamente, quando lo pneumatico, scambia forze trasversali col terreno si generano delle deformazioni laterali ad un angolo di deriva: la generazione di forze al contatto ruota-suolo è, infatti, direttamente connessa alla deformabilità dello pneumatico. Se la velocità del centro ruota non giace nel piano medio della stessa, la ruota si muove con un angolo di deriva α e la forma della zona di contatto risulta notevolmente distorta. Si consideri un punto situato sul battistrada e giacente nel piano medio della ruota a riposo. Nell'avvicinarsi al punto di contatto A (Figura 3.6) con il suolo, esso tende a muoversi rispetto al centro ruota secondo la direzione della velocità V, uscendo dal piano medio della ruota. Entrato nella zona di contatto, proseguendo lungo il tratto che va da A a B, la sua velocità relativa al centro ruota si mantiene parallela alla velocità V. Quando il punto considerato raggiunge il punto B, le forze di richiamo sono tali da farlo deviare nuovamente, costringendolo a strisciare nuovamente sul suolo. L'area di contatto può essere, quindi, suddivisa in due zone: una zona in cui non si ha strisciamento, nel tratto che va da A a B, ed una zona in cui lo pneumatico striscia sul terreno per riportarsi nel suo piano di simmetria, nel tratto che va da B a C.



Figura 3.6: a) Zona di contatto e traiettoria di un punto del battistrada contenuto nel piano medio della ruota; b) Zona di slittamento al variare dell'angolo di deriva. [3]

In Figura 3.7 sono riportate schematicamente le deformazioni dello pneumatico, le distribuzioni di tensione σ_z e τ_y e le velocità laterali dello pneumatico in deriva. È possibile notare che la risultante F_y delle tensioni tangenziali non è applicata al centro dell'area di contatto, ma in un punto posto più indietro di una quantità t rispetto al centro della zona d contatto. Si genera, quindi, un momento M_z=F_yt, noto come momento di autoallineamento, che tende a riportare il piano medio della ruota nella direzione della velocità V.



Figura 3.7: Distribuzioni delle deformazioni laterali, delle tensioni e delle velocità laterali che caratterizzano uno pneumatico in condizioni di deriva. [3]

La forza F_y cresce, in valore assoluto, all'aumentare dell'angolo α , inizialmente con legge lineare, poi sempre più lentamente, man mano che si avvicina il raggiungimento della condizione limite di aderenza, sino a rimanere pressoché costante o a mostrare una leggera riduzione in condizioni di strisciamento estremo. Al crescere dell'angolo di deriva le tensioni tangenziali in direzione laterale tendono a distribuirsi in modo più uniforme ed il braccio t si riduce. Il momento di autoallineamento è dato, quindi, dal prodotto tra una forza laterale, che aumenta al crescere dell'angolo di deriva, ed il braccio t che tende invece a ridursi. Per elevati valori dell'angolo di deriva il momento di autoallineamento può persino cambiare di segno. In prima approssimazione si può ritenere che la forza F_y sia proporzionale, a parità di α , al carico verticale F_z, normale al piano della strada, per cui è possibile definire il coefficiente di aderenza laterale:

$$\mu_{\mathcal{Y}} = \frac{F_{\mathcal{Y}}}{F_z} \ . \tag{3.7}$$

Si indica con μ_{yp} il valore di picco del coefficiente di aderenza laterale e con μ_{ys} il valore assunto in condizioni di slittamento. In Figura 3.8 sono riportati gli andamenti tipici della forza laterale F_y, del momento di autoallineamento M_z e della distanza t tra il punto di applicazione della forza ed il centro dell'orma di

contatto, in funzione dell'angolo di deriva α e del carico verticale F_z. Inoltre, le tre curve, all'aumentare della velocità V, tendono ad abbassarsi per alti valori dell'angolo di deriva.



Figura 3.8: Andamenti tipici della forza laterale, del braccio e del momento di autoallineamento in funzione dell'angolo di deriva e del carico verticale. [3]

La presenza di un angolo di campanatura γ , invece, genera una forza laterale anche in assenza di deriva. Tale forza prende il nome di spinta di campanatura, per distinguerla dalla forza di deriva che è legata alla presenza del solo angolo di deriva. La spinta di campanatura, sommata alla forza di deriva, fornisce la forza laterale complessiva. La spinta di campanatura è, solitamente, molto più piccola della forza di deriva, almeno a parità di angoli α e γ , e varia con legge pressoché lineare col carico verticale F_z (Figura 3.9a). In Figura 3.9b viene riportato anche l'andamento tipico della forza laterale, per diversi valori dell'angolo di campanatura, in funzione dell'angolo di deriva: la spinta di campanatura risulta più evidente per bassi valori dell'angolo di deriva piuttosto che in corrispondenza di condizioni di forte deriva, in particolar modo quando la ruota è meno caricata.


Figura 3.9: a) Andamento della forza di campanatura in funzione del carico verticale per diversi valori dell'angolo di camber; b) Andamento della forza laterale in funzione dell'angolo di deriva per diversi valori dell'angolo di camber. [3]

Come anticipato, per bassi valori dell'angolo di deriva, la forza di deriva aumenta linearmente con α . La pendenza della curva nell'origine viene solitamente definita come rigidezza di deriva:

$$C_{\alpha} = \left| \frac{\partial F_{y}}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} \right| . \tag{3.8}$$

Dato che la rigidezza di deriva è espressa da un numero positivo mentre, almeno inizialmente, la derivata $\partial F_y / \partial \alpha$ è sempre negativa, la forza di deriva può essere espressa, per bassi valori di α , come:

$$F_y = -C_\alpha \alpha \ . \tag{3.9}$$

Tale espressione risulta particolarmente utile nello studio del comportamento dinamico dei veicoli, in presenza di angoli di deriva piccoli che caratterizzano effettivamente le normali condizioni di marcia. In particolare, tale relazione viene inserita nei modelli linearizzati, utilizzati nello studio della stabilità. Il rapporto tra la rigidezza di deriva e la forza normale al suolo è definito come *coefficiente della rigidezza di deriva*. Tale definizione implica implicitamente che la rigidezza di deriva varia lineare con il carico normale F_z: in realtà la rigidezza di deriva varia linearmente col carico verticale solo per bassi valori della forza F_z, dopodiché aumenta molto più lentamente fino a raggiungere un valore pressoché costante.

Per questo motivo spesso si tende ad approssimare la rigidezza di deriva in funzione del carico verticale con due rette, la seconda delle quali è orizzontale (Figura 3.10).



Figura 3.10: Approssimazione bilineare della rigidezza di deriva. [3]

Un'ottima approssimazione della forza laterale F_y in funzione dell'angolo di deriva α , dell'angolo di campanatura γ e del carico normale F_z può essere ottenuta utilizzando l'equazione empirica introdotta da Pacejka, nota come *formula magica*. Di seguito si riporta la versione della formula, introdotta nel 1996 da Pacejka, per il calcolo della forza laterale, in assenza di scorrimento, ovvero in condizioni di pura deriva:

$$F_{y} = F_{y0}(\alpha, \gamma, F_{z})$$

$$F_{y0} = D_{y} \sin \theta_{y} + S_{Vy}$$

$$\theta_{y} = C_{y} \arctan\{B_{y}\alpha_{y} - E_{y}(B_{y}\alpha_{y} - \arctan(B_{y}\alpha_{y}))\}$$

$$\alpha_{y} = \alpha + S_{Hy}$$

$$\gamma_{y} = \gamma \lambda_{\gamma y}$$
(3.10)

I coefficienti, che compaiono nelle precedenti formule, sono definiti dalle seguenti espressioni:

$$C_{y} = p_{Cy1}\lambda_{Cy}$$

$$D_{y} = \mu_{y}F_{z}$$

$$\mu_{y} = (p_{Dy1} + p_{Dy2}df_{z})\{1 - p_{Dy3}\gamma_{y}^{2}\}\lambda_{\mu y}$$

$$E_{y} = (p_{Ey1} + p_{Ey2}df_{z})\left[1 - (p_{Ex3} + p_{Ex4}\gamma_{y})\frac{\alpha_{y}}{|\alpha_{y}|}\right]\lambda_{Ey}$$

$$B_{y}C_{y}D_{y} = p_{Ky1}F_{z0}\sin[2\arctan\{F_{z}/(p_{Ky}F_{z0}\lambda_{Fz0})\}](1 - p_{Ky3}|\gamma_{y}|)\lambda_{Fz0}\lambda_{Ky}$$

$$S_{Hy} = (p_{Hy1} + p_{Hy2}df_{z})\lambda_{Hy} + p_{Hy3}\gamma_{y}$$

$$S_{Vy} = F_{z}[(p_{Vy1} + p_{Vy2}df_{z})\lambda_{Vy}] + F_{z}[(p_{Vy3} + p_{Vy4}df_{z})\gamma_{y}\lambda_{\mu y}] .$$
(3.11)

3.6 Iterazione tra forze longitudinali e trasversali

Quanto ricavato nei paragrafi precedenti risulta valido solo nel caso in cui lo pneumatico scambi col terreno unicamente forze longitudinali o forze trasversali. La situazione, infatti, cambia notevolmente qualora lo pneumatico si trovi nella condizione di dover trasmettere al terreno contemporaneamente forze in direzione X' e Y': l'impegno di aderenza in una direzione riduce l'aderenza disponibile nell'altra. Considerando uno pneumatico in deriva e applicando una coppia frenante, l'andamento della curva $\mu_x(\sigma)$ cambia notevolmente (Figura 3.11): il valore di picco μ_p si abbassa drasticamente, mentre il valore in condizioni di slittamento μ_s rimane quasi invariato.



Figura 3.11: Andamenti dei coefficienti di aderenza longitudinale e laterale in funzione dello scorrimento per diversi valori dell'angolo di deriva. [3]

È possibile dunque ottenere, a parità di angolo di deriva, un diagramma (Figura 3.12a) in cui la forza laterale è riportata in funzione della forza longitudinale: ciascun punto della curva considerata è caratterizzato da un valore diverso dello scorrimento σ .



Figura 3.12: a) Diagramma polare della forza laterale in funzione della forza longitudinale per diversi valori dell'angolo di deriva; b) Approssimazione ellittica del diagramma polare. [3]

Le curve così ottenute non risultano perfettamente simmetriche rispetto all'asse delle F_y : gli pneumatici, infatti, sviluppano il valore massimo di forza laterale quando scambiano col terreno una piccola forza longitudinale frenante. Se F è la forza totale scambiata dallo pneumatico con la strada, mentre F_x e F_y sono le sue componenti, il coefficiente di aderenza globale può essere definito come:

$$\mu = \frac{F}{F_z} = \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} .$$
 (3.12)

Le curve ottenute per diversi valori dell'angolo di deriva risultano inviluppate dal diagramma polare della forza massima che lo pneumatico può esercitare, noto come *ellisse di aderenza*. In particolare, si parla di ellisse in quanto il coefficiente di aderenza longitudinale μ_x risulta maggiore di quello laterale μ_y . Inoltre, esistono delle differenze in termini di forze laterali scambiate in condizioni rispettivamente di frenata e trazione. È possibile approssimare in modo semplice le curve polari F_y(F_x), ad α costante, utilizzando l'approssimazione ellittica (Figura 3.12b):

$$\left(\frac{F_y}{F_{y0}}\right)^2 + \left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^2 = 1$$
, (3.13)

dove F_{y0} e F_{x0} corrispondono rispettivamente alla forza Fy esercitata, ad un dato angolo di deriva, in assenza di scorrimento, e la massima forza longitudinale F_x scambiata in assenza di deriva. Introducendo nella precedente relazione la rigidezza di deriva si ottiene:

$$\left(\frac{C_{\alpha}\alpha}{C_{\alpha0}\alpha}\right)^2 + \left(\frac{F_x}{F_{x0}}\right)^2 = 1 , \qquad (3.14)$$

dove $C_{\alpha 0}$ è la rigidezza di deriva che caratterizza lo pneumatico quando questo non scambia forze longitudinali col terreno. La rigidezza di deriva di uno pneumatico, in presenza di scorrimento, può dunque essere espressa come:

$$C_{\alpha} = C_{\alpha 0} \sqrt{1 - (F_x/\mu_p F_z)^2}$$
, (3.15)

 $\operatorname{con} F_{x0} = \mu_p F_z.$

La teoria riportata nel capitolo corrente è stata estrapolata dalla fonte [3].

4 SOSPENSIONI

4.1 Considerazioni generali

Per sospensione di un autoveicolo si intende il cinematismo che vincola la ruota direttamente alla scocca o ad un telaio ad essa solidale, contribuendo a determinare l'assetto generale del veicolo ed a conferirgli quelle caratteristiche particolari che lo contraddistinguono. Esse devono poter garantire il contemporaneo contatto di tutte le ruote col suolo, in modo da ottenere la ripartizione delle forze a terra desiderata per ogni condizione di carico. Oltre a questa funzione, per assolvere la quale le sospensioni dovrebbero essere essenzialmente degli organi elastici, ve ne è un'altra ugualmente importante che consiste nello smorzamento degli impulsi che, durante il moto, agiscono sulla ruota e che, attraverso il cinematismo della sospensione, vengono trasmesse alla scocca. Si potrebbe pensare che i soli pneumatici siano sufficienti per isolare il veicolo dalle perturbazioni provenienti dal terreno durante il moto, ma la loro deformabilità ed il loro smorzamento sono inadeguati a garantire il raggiungimento degli obiettivi citati, se non a velocità particolarmente basse e su strade molto lisce. Le sospensioni necessitano, quindi di organi dissipatori, quali sono gli ammortizzatori, in grado smorzare le oscillazioni della cassa garantendo sia un adeguato comportamento direzionale (handling) che un adeguato comfort. Affinché, dunque, la sospensione assolva questi compiti, la ruota, oltre ad essere libera di ruotare intorno al proprio asse ed intorno all'asse di sterzatura (nel caso di ruote sterzanti), deve potersi muovere rispetto alla cassa in una direzione più o meno perpendicolare al terreno. Tale movimento deve essere guidato dai leveraggi della sospensione, in modo da garantire sempre il corretto posizionamento dello pneumatico rispetto al suolo, in quanto la capacità di uno pneumatico di trasmettere forze al terreno dipende dagli angoli che il piano di mezzeria della ruota assume rispetto al suolo.

4.2 Moto relativo tra ruota e cassa del veicolo

In seguito ad uno scuotimento verticale, quindi, il moto relativo tra pneumatico e cassa del veicolo deve poter seguire un'unica traiettoria ben definita (*fixed path*). Un corpo rigido in moto relativo rispetto ad un altro ha nello spazio sei gradi di

libertà, in quanto il suo movimento risulta completamente definito note tre componenti di moto traslatorio e tre componenti di moto rotatorio linearmente indipendenti. Per questo motivo, se le ruote di uno stesso assale risultano sospese indipendentemente, il cinematismo della sospensione indipendente considerata deve vincolare cinque dei sei gradi di libertà della ruota (o meglio, del mozzo ruota, dal momento che la ruota deve poter essere libera di ruotare intorno al proprio asse).



Figura 4.1: Definizione dei gradi di libertà della ruota. [6]

Come anticipato, il grado di libertà lasciato libero dovrebbe consistere in una traslazione in direzione perpendicolare al terreno, nonostante nessuna sospensione preveda un cinematismo tale da soddisfare esattamente tale requisito. Affinché, quindi, la sospensione sia in grado di vincolare cinque gradi di libertà, si può pensare di realizzare il cinematismo utilizzando cinque biellette, ciascuna delle quali vincola un grado di libertà. Alla luce di quanto detto, la sospensione *multilink*, a cinque aste con nodi sferici alle estremità, appare la soluzione geometrica più ragionevole, anche se, costruttivamente, è la più complessa da realizzare (Figura 4.2).



Figura 4.2: Sospensione multilink. [3]

Tuttavia, a partire dalla sospensione a cinque aste, è possibile ricavare concettualmente quasi tutte le altre configurazioni, provando a raggruppare le stesse aste in modo differente. Infatti, se, ad esempio, si fanno coincidere i punti 1 e 2 ed i punti 3 e 4, i segmenti 1-2 e 3-4 si riducono, ciascuno, ad un punto, vertice di un elemento triangolare, ognuno dei quali vincola due gradi di libertà (Figura 4.3): lo schema così ottenuto è noto come sospensione a quadrilateri trasversali (o anche *Double Wishbones* a triangoli sovrapposti).



Figura 4.3: Sospensione a quadrilateri. [3]

Se la retta 1'-2' è parallela alla retta 3'-4', la traiettoria della ruota, in fase di scuotimento, risulta contenuta in un piano ortogonale alla retta 3'-4' e la

proiezione del cinematismo in tale piano è un quadrilatero articolato in cui il segmento 1'-3' è rappresentato dalla cassa del veicolo.

4.3 La cinematica della sospensione

4.3.1 Front View Swing Arm (FVSA) e Side View Swing Arm (SVSA)

Come precedentemente anticipato, i leveraggi della sospensione permettono di vincolare la ruota alla scocca, in modo tale che la ruota possa muoversi rispetto alla cassa nello spazio tridimensionale seguendo una traiettoria definita. Per poter studiare la cinematica della sospensione e definire parametri utili alla sua valutazione, si rende necessario scomporre il problema tridimensionale in due problemi bidimensionali. In particolare, si considerano due viste dello schema di sospensione: la vista frontale della geometria e quella laterale, note rispettivamente come *Front View Swing Arm Geometry* (FVSA) e *Side View Swing Arm Geometry* (SVSA). La vista frontale si ottiene sezionando lo schema di sospensione con un piano ortogonale al terreno, passante per il centro ruota e perpendicolare all'asse centrale del veicolo. La vista laterale si ottiene invece tagliando la sospensione con un piano normale al terreno, passante anch'esso dal centro ruota, ma parallelo all'asse centrale del veicolo. A questo punto, sui piani così ottenuti, vengono proiettati i punti notevoli che definiscono la geometria della sospensione.



Figura 4.4: Centri di istantanea rotazione in FVSA e SVSA. [6]

4.3.2 Il centro di istantanea rotazione

Si consideri una sospensione in vista frontale o laterale. Considerando una rappresentazione bidimensionale della sospensione è possibile definire il centro di istantanea rotazione della sospensione nel piano considerato. Esso è definito come il punto intorno al quale ruota istantaneamente il montante (o il mozzoruota) nel piano in esame. In presenza di piccoli spostamenti relativi tra ruota e scocca la posizione del centro di istantanea rotazione resta circa costante. Dal momento che, invece, la ruota scuote subendo spostamenti rilevanti, la posizione del centro di istantanea rotazione varia. In virtù dei due piani di sezione precedentemente definiti è possibile valutare due centri di istantanea rotazione: uno in vista frontale (FVSA) e l'altro in vista laterale (SVSA). Si consideri una sospensione a quadrilateri trasversali in vista frontale (Figura 4.5). Gli elementi triangolari inferiore e superiore si riducono a due biellette che vincolano la ruota alla scocca. Il centro di istantanea rotazione, in questo caso, è dato dall'intersezione dei prolungamenti dei due segmenti che uniscono il montante alla cassa del veicolo. Si definisce, inoltre, fvsa length la proiezione sul piano della strada della distanza tra il centro di istantanea rotazione in vista frontale e il punto che si trova al centro dell'orma di contatto.



Figura 4.5: Centro di istantanea rotazione in FVSA di una sospensione a quadrilateri trasversali. [6]

In maniera del tutto analoga è possibile valutare il centro di istantanea rotazione in vista laterale (SVSA). Analogamente si definisce *svsa length* la lunghezza del segmento ottenuto proiettando sul piano della strada la distanza tra il centro di istantanea rotazione, individuato in vista laterale, e il punto centrale dell'orma di contatto. Supponendo ora di ricomporre i due problemi bidimensionali della cinematica della sospensione (in vista frontale ed in vista laterale) nello spazio tridimensionale, i centri di istantanea rotazione vengono sostituiti dall'asse di istantanea rotazione (Figura 4.4). Esso si ottiene unendo i due centri di istantanea rotazione ricavati precedentemente ed è definito come l'asse intorno al quale il montante ruota istantaneamente rispetto alla cassa nello spazio. Ciascuna sospensione indipendente ha un unico asse di istantanea rotazione: tuttavia esso tende a spostarsi nello spazio non appena varia la distanza relativa tra scocca e montante.

4.3.3 Altezza del centro di rollio

Il posizionamento del centro di istantanea rotazione individuato in vista frontale (FVSA) controlla ed influenza la posizione del centro di rollio, nonché la sua altezza (*RCH, Roll center height*). Esso è definito come il punto intorno al quale, nel piano di sezione considerato, in fase di rollio, la massa sospesa ruota (rolla) istantaneamente. Noto il posizionamento del centro di istantanea rotazione nel piano considerato, la posizione del centro di rollio risulta univocamente determinata tracciando, per ciascuna delle due sospensioni indipendenti di uno stesso assale, una linea che unisce il punto centrale dell'orma di contatto dello pneumatico (se si trascura la deformabilità dello pneumatico) con il centro di istantanea rotazione corrispondente. Il centro di rollio viene, infatti, individuato dall'intersezione delle due linee tracciate (Figura 4.6a).



Figura 4.6: Costruzione grafica finalizzata ad individuare il centro di rollio. [6]

Esso non giace necessariamente nel piano di mezzeria del veicolo, specialmente in presenza di sospensioni asimmetriche su uno stesso assale o nel caso in cui la vettura assuma un certo angolo di rollio in curva (Figura 4.6b). Al variare dell'altezza del centro di rollio, varia anche la distanza tra esso ed il baricentro del veicolo. Quando la vettura è in curva si genera una forza centrifuga, applicata al baricentro e bilanciata dalle forze laterali che gli pneumatici sviluppano al contatto col terreno. È possibile sostituire la forza centrifuga con un sistema di forze e momenti equivalente, ottenuto traslando la forza nel centro di rollio e aggiungendo un momento di trasporto dato dal prodotto della forza stessa per la distanza tra il baricentro ed il centro di rollio. Tale momento prende il nome di momento rollante (rolling moment). All'aumentare dell'altezza del centro di rollio, si riduce la distanza tra il baricentro ed il centro di rollio e, con essa, il momento rollante a cui le sospensioni devono reagire per mezzo delle molle. L'altezza del centro di rollio genera, inoltre, un altro effetto noto come jacking effect (Figura 4.7). In curva, se il centro di rollio si trova al di sopra del piano stradale, la forza laterale, sviluppata al contatto pneumatico-suolo, genera un momento rispetto al centro di istantanea rotazione corrispondente che tende a spingere verso il basso lo pneumatico e a sollevare la massa sospesa. Al contrario, se il centro di rollio si trova al di sotto del piano stradale, in curva la forza laterale scambiata tra pneumatico e terreno genera un momento rispetto al centro di istantanea

rotazione tale per cui la massa sospesa viene spinta verso il basso. In entrambi i casi la massa sospesa subisce uno spostamento in direzione verticale dovuto alle forze laterali generate al contatto pneumatico strada e legato alla posizione del centro di rollio della massa sospesa.



Figura 4.7: Jacking effect. [6]

4.3.4 Recupero di camber

Si definisce recupero di camber RC (*camber gain, CG*) la variazione di angolo di camber γ , garantita dal cinematismo di sospensione, in corrispondenza di uno spostamento verticale *z* unitario della ruota in fase di scuotimento, durante la quale quest'ultima si avvicina alla cassa. Mentre l'altezza del centro di rollio dipende dal posizionamento in vista frontale (FVSA) del centro di istantanea rotazione, il recupero di camber è influenzato unicamente dalla *fvsa length*, definita come la lunghezza del segmento ottenuto proiettando sul piano della strada la distanza tra il centro di istantanea rotazione, individuato in vista frontale, ed il punto centrale dell'orma di contatto. Considerando una sospensione a quadrilateri trasversali in vista frontale (FVSA) e sostituendo entrambi i bracci con un unico elemento che collega il montante al centro di istantanea rotazione, è possibile definire il recupero di camber (*Camber Gain, CG*) come (Figura 4.8):

$$CG = \frac{\partial \gamma}{\partial z} = \arctan(1/fvsa \, length) \qquad [deg/mm] .$$
 (4.1)

È evidente come, all'aumentare della *fvsa length,* si riduca il recupero di camber. In particolare, si ottiene un recupero di camber nullo facendo tendere la *fvsa* *length* ad infinito: tale situazione coincide con uno schema di sospensione a quadrilateri trasversali in cui, in vista frontale, i bracci risultano paralleli ed orizzontali, per cui i loro prolungamenti tendono ad intersecarsi all'infinito.



Figura 4.8: Recupero di camber in funzione di fvsa lenght. [6]

È possibile, inoltre, calcolare la *fvsa length* noti la carreggiata t ed il *roll camber* (*RC*), definito come la variazione dell'angolo di camber ottenuta quando la cassa rolla di un angolo unitario:

$$fvsa \ length = \frac{t/2}{1 - RC} \ . \tag{4.2}$$

Quando la vettura è in curva, si genera una forza centrifuga che tende a far rollare la cassa, spingendola verso le ruote esterne. Se il recupero di camber, garantito dallo schema di sospensione, fosse nullo, le ruote tenderebbero a ruotare insieme alla cassa di un angolo, a meno di segno, pari all'angolo di rollio della cassa stessa, assumendo un angolo di camber diverso da quello statico. Tuttavia, i leveraggi della sospensione, muovendo la ruota rispetto alla scocca del veicolo, devono poter garantire sempre il corretto posizionamento dello pneumatico rispetto al suolo, in quanto la capacità di uno pneumatico di trasmettere forze laterali al terreno dipende dagli angoli che il piano di mezzeria della ruota assume rispetto al suolo. In questo caso, invece, gli pneumatici esterni assumerebbero un angolo di camber positivo (pari, in valore assoluto, all'angolo di rollio della cassa), riducendo la propria capacità di trasmettere forza laterale e di sostenere, quindi, accelerazioni laterali maggiori. Per questo motivo è consigliabile impostare il cinematismo di sospensione in modo da ottenere un recupero di camber tale per cui il piano di mezzeria dello pneumatico risulti almeno ortogonale al terreno.

4.3.5 Scrub e variazione della semicarreggiata con lo scuotimento

Si definisce *scrub* dello pneumatico lo spostamento, valutato in direzione laterale rispetto al piano della strada, subito dal punto centrale dell'orma di contatto, in corrispondenza di uno scuotimento in direzione verticale dello pneumatico. Tale grandezza contribuisce a definire la variazione di semicarreggiata in funzione dello scuotimento verticale dello pneumatico:

$$\frac{\partial(t/2)}{\partial z} = \frac{RCH}{t/2} \quad , \tag{4.3}$$

dove con t/2 si è indicata la semicarreggiata e con *RCH* l'altezza del centro di rollio, presa con segno. La variazione di semicarreggiata in funzione dello scuotimento verticale dello pneumatico dipende dalla posizione e dall'altezza del centro di istantanea rotazione (Figura 4.9), individuato in vista frontale (FVSA): all'aumentare dell'altezza del centro di istantanea rotazione, aumentano l'altezza del centro di rollio e la variazione di semicareggiata. Inoltre, se il centro di istantanea rotazione si posiziona verso l'interno vettura ed al di sopra del piano stradale, in corrispondenza di uno scuotimento verticale dello pneumatico verso l'alto, si ottiene una variazione di semicarreggiata positiva. Al contrario, se il centro di istantanea rotazione si posiziona verso l'interno vettura, ma al di sotto del piano stradale, in corrispondenza di uno spostamento verticale dello pneumatico verso l'alto si ottiene una riduzione del valore che esprime la semicarreggiata.



Figura 4.9: Dipendenza dello scrub dall'altezza del centro di istantanea rotazione. [6]

Se si considera, quindi, il moto di avanzamento di una ruota su una strada sconnessa, essa, in presenza di *scrub,* tende ad assumere una traiettoria non rettilinea. In particolare, quantità significative di *scrub* introducono sullo pneumatico componenti laterali di velocità che tendono a variare l'angolo di deriva dello pneumatico e, quindi, le condizioni di trasmissione di forza laterale al terreno. Si cerca dunque di limitare la variazione di semicarreggiata in funzione dello scuotimento verticale dello pneumatico, in modo da ridurre l'usura dello pneumatico ed i disturbi introdotti in termini di guidabilità.



Figura 4.10: Traiettoria non rettilinea della ruota in presenza i scrub [6].

4.3.6 Kingpin, Caster e bracci a terra longitudinale e trasversale

Si consideri una sospensione, per esempio a quadrilateri trasversali, pensata per un assale sterzante. Si definisce asse di sterzata (o *asse di kingpin*) la retta passante per i due giunti sferici che uniscono il montante ai bracci di sospensione. Esso corrisponde all'asse intorno al quale si muove il gruppo ruotamontante in corrispondenza di un input di sterzo.



Figura 4.11: Geometria di kingpin. [6]

L'orientamento spaziale dell'asse di sterzata è individuato da due angoli fondamentali: l'angolo di kingpin e l'angolo di caster. L'angolo di kingpin o angolo di inclinazione trasversale è noto come l'angolo che la proiezione dell'asse di sterzata, in vista frontale, (FVSA) forma con la perpendicolare al suolo. Inoltre, la distanza, valutata in vista frontale, tra il punto centrale dell'orma di contatto e l'intersezione col piano della strada della proiezione dell'asse di sterzata in vista frontale prende il nome di scrub radius o braccio a terra trasversale. L'angolo di caster o di incidenza longitudinale, invece, è definito come l'angolo formato dalla retta ortogonale al terreno con la proiezione dell'asse di sterzata in vista laterale (SVSA). Inoltre, come avvenuto in vista frontale, anche in questo caso si definisce caster trail o braccio a terra longitudinale la lunghezza del segmento che, in vista laterale, unisce il centro dell'orma di contatto con il punto di intersezione tra il piano della strada e la proiezione dell'asse di sterzata in vista laterale.

4.4 Schema di sospensione Push-Rod

Lo schema di sospensione push-rod è stato pensato, in origine, a partire da uno schema a triangoli sovrapposti (*Double Wishbones*), costituito, precisamente, da due triangoli sovrapposti che sorreggono alla loro estremità esterna il portamozzo, al quale sono connessi mediante giunti sferici (Figura 4.12). Il gruppo molla-ammortizzatore risulta, generalmente, incernierato in basso al triangolo inferiore ed in alto al telaio o ad una struttura ad esso solidale.



Figura 4.12: Sospensione Double Wishbones. <u>https://engneerarab.blogspot.com/2016/04/suspension-system.html</u>.

A differenza della geometria *Double Wishbones*, lo schema *push-rod* presenta un puntone diagonale che collega l'estremità più esterna del braccio inferiore ad un bilanciere, noto come *rocker*, al quale è incernierato il gruppo mollaammortizzatore. Una particolarità di questa soluzione geometrica risiede nel fatto che l'ammortizzatore non interagisce direttamente con il portamozzo della ruota o con un braccio oscillante, ma mediante il bilanciere collegato al puntone diagonale. In particolare, in seguito allo scuotimento verticale dello pneumatico, il puntone, lavorante in compressione, incernierato al triangolo inferiore in corrispondenza dell'estremità più esterna, trasmette il moto al *rocker* che ruotando attorno ad un asse solidale al telaio attiva il gruppo mollaammortizzatore (Figura 4.12).



Figura 4.13: Azione del puntone sul rocker. [7]

Nello schema Double Wishbones il gruppo molla ammortizzatore agisce tra il triangolo inferiore ed il telaio, contribuendo all'accrescimento della massa non sospesa. Nello schema *push-rod*, invece, esso risulta incernierato da un lato al telaio e dall'altro al rocker, che è a sua volta vincolato al telaio. Per questo motivo il gruppo molla-ammortizzatore non risulta più sostenuto dai bracci oscillanti, ma dal telaio stesso, contribuendo alla riduzione della massa non sospesa e, come conseguenza, al miglioramento della tenuta di strada del veicolo. La presenza del rocker, inoltre, permette di ottenere una vastissima varietà di soluzioni geometriche di tipo *push-rod*, variando la posizione del bilanciere e del gruppo molla-ammortizzatore, a seconda degli obiettivi prestazionali fissati e delle esigenze di ingombro. Infatti, variando ad esempio la distanza tra l'asse di rotazione del bilanciere e i due punti in cui il puntone e il gruppo mollaammortizzatore sono rispettivamente incernierati al rocker, è possibile modificare il motion ratio (inteso come spostamento in compressione subito dal gruppo molla-ammortizzatore lungo il proprio asse, in seguito ad uno spostamento verticale unitario del centro ruota) e, quindi, la rigidezza complessiva della sospensione



Figura 4.14: Schema di sospensione push-rod. [7]

Lo schema di sospensione *push-rod*, caratterizzato generalmente da un'elevata rigidezza, non consentendo ampie escursioni alle ruote, contribuisce a trasmettere più vibrazioni al telaio, ma, allo stesso tempo, garantisce un'elevata tenuta di strada. Esso trova applicazione nella progettazione di automobili Gran Turismo ad elevate prestazioni ed, in particolare, nelle categorie di vertice dell'automobilismo sportivo. In particolare, in F1, partire dagli anni '90, questa soluzione è stata utilizzata all'avantreno sulla quasi totalità delle monoposto dotate di muso alto, ben rialzato da terra, così concepito per ragioni aerodinamiche. La geometria push-rod, infatti, prevede un puntone e quindi la necessità di collocare i gruppi molla-ammortizzatore sopra le gambe del pilota, vincolandoli alla scocca, ad esempio, in direzione longitudinale o appena divaricati. In questo modo, liberando la parte inferiore del muso, risulta possibile far fluire una lamina d'aria più abbondante e meno perturbata verso il fondo della vettura. Il push-rod, inoltre, consente interventi di regolazione rapidi e meno complicati: è sufficiente, infatti, smontare la parte superiore della carrozzeria del muso per accedere ai gruppi molla-ammortizzatore.

La soluzione *push-rod* classica prevede sull'assale uno schema di sospensione a ruote indipendenti con un ammortizzatore per ogni ruota. A tali ammortizzatori viene affidato il compito sia di irrigidire la sospensione che di smorzare i moti di scuotimento, beccheggio e rollio della vettura. Esiste tuttavia una soluzione di tipo *push-rod*, a funzioni indipendenti per il beccheggio ed il rollio, applicabile all'avantreno, che adotta uno schema più sofisticato. In riferimento alla figura, esso presenta un unico ammortizzatore classico, a funzionamento idraulico, con molla, incaricato di smorzare i moti di scuotimento e beccheggio, ed un sistema di molle a tazza, contenute in un apposito astuccio, a cui viene affidato il compito di irrigidire la sospensione in termini di rollio.





Figura 4.15: Schema di sospensione push-rod a funzioni indipendenti. <u>https://www.ralph-dte.eu/2010/10/25/schema-delle-sospensioni-diviso-per-il-rollio-ed-il-beccheggio/</u>[10]

In fase di pompaggio e beccheggio, quando la vettura affonda in seguito allo schiacciamento verso terra subito durante il durante il passaggio su una sconnessione dell'asfalto o in fase di frenata, i puntoni diagonali (A) spingono entrambi con forze pressoché uguali sul *rocker* (B). Questo, sollecitato dai puntoni, tende a ruotare rispetto ad un asse solidale al telaio e, assumendo una posizione angolare differente da quella originaria, comprime il gruppo molla-ammortizzatore che tende a smorzare il fenomeno. In fase di rollio, quando sul veicolo si verifica un trasferimento di carico verticale in direzione laterale, i

puntoni (A) non premono con uguale intensità sul *rocker* (B). Il puntone che preme maggiormente tende, questa volta, a far scorrere il rinvio (B) anziché farlo ruotare. Tale rinvio (B), scorrendo, tende a comprimere l'una o l'altra molla a tazza contenuta nell'astuccio (D) a seconda del verso della spinta, opponendosi così al moto di rollio (Figura 4.15). Tale soluzione, pur essendo più semplice da mettere appunto, presuppone ingombri maggiori e la possibilità di ottenere un minor numero di configurazioni possibili. La teoria riportata nel capitolo corrente è stata estrapolata dalle fonti [3], [6], [7], [8], [9], [10], [11].

5 DINAMICA VERTICALE E MOTI DI SOSPENSIONE

La dinamica verticale si occupa di determinare la risposta del veicolo alla geometria del fondo stradale, in termini di moto vibratorio e di forze scambiate con la strada. In particolare, la presenza lungo la strada di irregolarità, dovute a imperfezioni del fondo stradale che si generano durante la posa del fondo stesso o per effetto di cedimenti anelastici del terreno, ha un'influenza negativa sul comfort e sulla tenuta di strada del veicolo. Per questo motivo lo studio della dinamica verticale non può prescindere da un'attenta analisi dei moti di sospensione del veicolo.

Le sospensioni sono sistemi deformabili, definiti come l'insieme degli elementi mediante i quali il telaio è collegato alle ruote. Le sospensioni, dunque, assolvono ad una serie di compiti di vitale importanza per il veicolo:

- Garantiscono il contemporaneo contatto di tutte le ruote con il suolo;
- Consentono di ottenere una ripartizione delle forze al suolo, conforme a quanto determinato dal progettista, in ogni condizione di carico;
- Determinano l'assetto generale del veicolo sotto l'azione di forze statiche o quasi statiche.
- Assorbire e smorzare gli impulsi che, durante il moto, agiscono sulla ruota e che, attraverso il cinematismo della sospensione, sono trasferiti alla scocca.

Nello studio del comportamento dinamico, il veicolo viene spesso schematizzato come un insieme di corpi rigidi, ciascuno con le sue caratteristiche inerziali. Il modo più semplice di suddividere la massa del veicolo è considerare un corpo rigido costituito dalla massa sospesa, più un corpo rigido per ciascuna sospensione ad assale rigido e due corpi rigidi per ciascuna sospensione a ruote indipendenti. In particolare, la *massa sospesa* comprende tutti gli elementi che sono sostenuti dalle sospensioni e si trovano al di sopra di esse, mentre la *massa non sospesa* comprende tutti gli elementi che si trovano al di sotto delle sospensioni. Tale suddivisione risulta, però, approssimata, dato che molte parti del veicolo (bracci delle sospensioni, molle, parti degli ammortizzatori) non fanno parte, in realtà, di nessuno di questi insiemi. La massa degli elementi posti tra

due corpi rigidi può essere attribuita al 50% a ciascun corpo, ma, come si è detto, questo costituisce un'approssimazione, peraltro generalmente accettabile.

5.1 La Monosospensione

Il più semplice modello per lo studio dei moti di sospensione del veicolo è quello che normalmente si definisce monosospensione (quarter-car model), in cui si prende in considerazione una singola ruota con la relativa sospensione e quella parte di cassa che insiste su di essa. Spesso, nei veicoli a quattro ruote, il quarto di veicolo che insiste su una ruota viene detto, utilizzando un termine inglese, corner del veicolo. A rigore i moti di sospensione della parte anteriore e di quella posteriore del veicolo non possono essere studiati utilizzando due modelli separati, in quanto, generalmente, la dinamica verticale dell'avantreno risulta accoppiata a quella del retrotreno. Tuttavia, il modello in cui la parte anteriore e quella posteriore del veicolo sono disaccoppiate è ampiamente usato nello studio dinamico delle sospensioni, utilizzando due modelli di monosospensione sia per l'avantreno che per il retrotreno. La monosospensione può essere più o meno complessa, includendo solamente la deformabilità delle molle di sospensione, oppure anche quella degli pneumatici, dei tasselli che collegano il telaietto di meccanica alla scocca o l'inerzia dello pneumatico. Principalmente esistono tre possibili modelli di monosospensione: monosospensione ad un grado di libertà, a due gradi di libertà e a tre gradi di libertà (Figura 5.1).



Figura 5.1: Modelli di monosospensione ad un grado di libertà (a) a due gradi di libertà (b) a tre gradi di libertà (c). [4]

Nel modello ad un grado di libertà i pneumatici vengono considerati corpi rigidi e la sola massa inclusa nel modello è la massa sospesa. Tale modello è applicabile per moti che avvengono a bassa frequenza, fino a frequenze poco superiori alla frequenza propria della massa sospesa. In tal senso le vibrazioni a basse frequenze della cassa del veicolo, fino a frequenze di 3÷5 Hz, rientrano nel campo *ride* definito dalla SAE.

Nel modello a due gradi di libertà, invece, vengono prese in considerazione sia la massa sospesa che quella non sospesa, oltre che la rigidezza dello pneumatico. Tale modello può essere utilizzato per caratterizzare moti vibratori che avvengono anche a frequenze superiori a quella propria della massa non sospesa, fino a valori di 30÷50 Hz, per cui include anche il campo *shake* (vibrazioni a frequenze intermedie, tra 5 e 25 Hz, in cui si manifestano i primi modi dei sottosistemi del veicolo) e parzialmente l'*harshness* (vibrazioni ad alta frequenza, tra 25 e 100 Hz, della struttura e dei componenti).

Nel terzo modello gli pneumatici sono modellizzati come sistemi massa-mollasmorzatore, che tengono conto del loro comportamento dinamico relativo al primo modo di vibrare. Tale modello può essere utilizzato sino a frequenze superiori alla prima frequenza propria degli pneumatici, sino a frequenze di 120÷150 Hz, includendo quindi completamente l'*harshness*.

5.1.1 Monosospensione ad un grado di libertà

Si tratta di un modello semplicissimo di monosospensione costituito essenzialmente da un sistema massa-molla-smorzatore. Utilizzando i simboli in figura, l'equazione del moto del sistema è:

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + Kz = c\dot{h} + Kh \tag{5.1}$$

dove z(t) è lo spostamento, riferito ad una coordinata inerziale, rispetto alla posizione di equilibrio statico e h(t) è lo spostamento verticale del punto di contatto ruota-suolo dovuto alle irregolarità stradali. In questo modo, in virtù della linearità del sistema, è possibile scindere il problema statico della ricerca della posizione di equilibrio dal problema dinamico di interesse. Si considera un ammortizzatore lineare di coefficiente c, a doppio effetto e simmetrico, mentre K è un parametro di sintesi che fornisce una misura della rigidezza del sistema, nota come *wheel center rate* e definita come la forza verticale elastica generata

per uno spostamento verticale unitario del centro ruota: essa corrisponde alla rigidezza equivalente della molla riportata a centro ruota La risposta in frequenza del sistema può essere ottenuta semplicemente imponendo un'eccitazione armonica del tipo $h = h_0 e^{i\omega t}$. In virtù della linearità del sistema, la risposta risulta anch'essa armonica e può essere espressa nella forma $z = z_0 e^{i\omega t}$, dove le ampiezze h_0 e z_0 sono numeri complessi per tener conto della fase della risposta rispetto all'eccitazione dovuta alla presenza dello smorzamento. Il rapporto di amplificazione, cioè il rapporto tra l'ampiezza della risposta e quella dell'eccitazione, e la fase della prima rispetto alla seconda valgono:

$$\begin{cases} \frac{|z_0|}{|h_0|} = \sqrt{\frac{K^2 + c^2 \omega^2}{(K - m\omega^2)^2 + c^2 \omega^2}} \\ \Phi = \arctan\left(\frac{-cm\omega^3}{K(K - m\omega^2) + c^2 \omega^2}\right) \end{cases}$$
(5.2)

Nelle sospensioni veicolistiche risulta di particolare interesse il rapporto tra l'ampiezza dell'accelerazione della massa sospesa e quella dello spostamento del punto di vincolo. Nel moto armonico l'ampiezza dell'accelerazione è pari a quella dello spostamento moltiplicata per il quadrato della frequenza:

$$\frac{|\ddot{z}_0|}{|h_0|} = \omega^2 \frac{|z_0|}{|h_0|} \quad . \tag{5.3}$$

In Figura 5.1 è riportata la risposta in frequenza del sistema in termini sia di spostamento che di accelerazione, per diversi valori del coefficiente di smorzamento. In particolare, le curve sono riportate in funzione della frequenza adimensionale $\omega^* = \omega \sqrt{m/K}$.



Figura 5.2: Risposta in frequenza della monosospensione in termini di ampiezza dell'accelerazione (b) e dello spostamento della massa sospesa (a), entrambe normalizzate rispetto all'ampiezza del'eccitazione. [4]

Tutte le curve passano per il punto A, posto alla frequenza $\sqrt{2K/m}$. Dato che per migliorare il comfort di marcia è necessario ridurre al minimo l'accelerazione verticale della massa sospesa, un modo per ottimizzare la sospensione è scegliere un valore del coefficiente di smorzamento che porta ad un massimo relativo, o almeno ad un punto di stazionarietà, nel punto A della curva relativa all'accelerazione. Derivando l'espressione $\omega^2 |z_0|/|h_0|$ rispetto a ω ed uguagliando a 0 la derivata calcolata nel punto A, si ottiene il seguente valore del *coefficiente di smorzamento ottimo:*

$$c_{ott} = \sqrt{\frac{Km}{2}} . \tag{5.4}$$

Guardando invece la componente di forza verticale che i pneumatici trasmettono al suolo si ha che:

$$F_z = c(\dot{z} - \dot{h}) + K(z - h) = m\ddot{z}$$
, (5.5)

dove F_z è la componente dinamica della forza verticale. Minimizzare l'accelerazione verticale porta quindi a minimizzare anche la componente dinamica della forza al suolo, che ha un'influenza negativa sulla possibilità di esercitare forze laterali da parte dello pneumatico. La condizione che porta all'ottimizzazione del comfort sembra quindi coincidere con quella che permettere di ottimizzare anche il comportamento direzionale, utilizzando il modello di monosospensione ad un grado di libertà.

5.1.2 Monosospensione a due gradi di libertà

Il modello di monosospensione a due gradi di libertà è adatto per lo studio delle sospensioni del veicolo in un campo di frequenze che si estende sin al di sopra della frequenza propria della massa non sospesa. Con riferimento alla figura l'equazione del moto è:

$$\begin{bmatrix} m_s & 0\\ 0 & m_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_s\\ \ddot{z}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & -c\\ -c & c+c_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_s\\ \dot{z}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & -K\\ -K & K+K_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_s\\ z_n \end{bmatrix} = \begin{cases} 0\\ c_p\dot{h}+K_ph \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

dove z_s e z_n sono gli spostamenti della massa sospesa e non sospesa rispetto alla posizione di equilibrio statico e sono misurati in un sistema inerziale. Rispetto al modello precedente vengono introdotti lo smorzamento e la rigidezza dello pneumatico, indicati rispettivamente con c_p e K_p . La risposta ad un'eccitazione armonica $h(t) = h_0 e^{i\omega t}$ può essere calcolata come si è visto nel modello precedente e dà luogo ad una risposta $\{z(t)\} = \{z_0\}e^{i\omega t}$ anch'essa armonica, ma in ritardo rispetto all'eccitazione, con $\{z_0\} = \{z_{s0} \ z_{n0}\}^T$. I termini h_0, z_{s0}, z_{n0} rappresentano rispettivamente l'ampiezza dello spostamento verticale del punto di vincolo, della massa sospesa e della massa non sospesa: sono numeri complessi che permettono di tener conto del fatto che la risposta del sistema non sia in fase con l'eccitazione dovuta alle irregolarità stradali. Sostituendo le leggi armoniche precedentemente definite nell'equazione del moto si ha:

$$\left(-\omega^{2}\begin{bmatrix}m_{s} & 0\\ 0 & m_{n}\end{bmatrix}+i\omega\begin{bmatrix}c & -c\\ -c & c+c_{p}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}K & -K\\ -K & K+K_{p}\end{bmatrix}\right)\binom{z_{s0}}{z_{n0}}=h_{0}\binom{0}{i\omega c_{p}+K_{p}}$$

Trascurando lo smorzamento dello pneumatico c_p , che normalmente è molto piccolo, i rapporti di amplificazione della massa sospesa e di quella non sospesa valgono:

$$\begin{cases} \frac{|z_{s0}|}{|h_0|} = K_p \sqrt{\frac{K^2 + c^2 \omega^2}{f^2(\omega) + c^2 \omega^2 g^2(\omega)}} \\ \frac{|z_{n0}|}{|h_0|} = K_p \sqrt{\frac{(K - m_s \omega^2)^2 + c^2 \omega^2}{f^2(\omega) + c^2 \omega^2 g^2(\omega)}} \end{cases}$$
(5.7)

Dove

$$\begin{cases} f(\omega) = m_s m_n \omega^4 - [K_p m_s + K(m_s + m_n)] \omega^2 + K K_p \\ g(\omega) = (m_s + m_n) \omega^2 - K_p \end{cases}$$
(5.8)

La componente dinamica della forza esercitata dallo pneumatico sul suolo in direzione z può essere calcolata nel modo seguente:

$$F_z = -K_p(z_n - h) \Rightarrow |F_z| = \left| -K_p(z_n - h) \right| = K_p(|z_n - h|).$$
(5.9)

La risposta del sistema all'eccitazione, in termini di componente dinamica della forza verticale trasmessa dallo pneumatico al suolo, può essere valutata come segue:

$$\frac{|F_{z0}|}{|h_0|} = K_p \omega^2 \sqrt{\frac{[K(m_s + m_n) - m_s m_n \omega^2]^2 + c^2(m_s + m_n)\omega^2}{f^2(\omega) + c^2 \omega^2 g^2(\omega)}} .$$
 (5.10)

Le risposte in frequenza, relative allo spostamento della massa sospesa e di quella non sospesa, per un sistema con $K_p = 4K$ e $m_s = 10m_n$, sono riportate in Figura 5.3 per diversi valori dello smorzamento c. Se c = 0 vi sono due frequenze proprie ed i picchi vanno all'infinito. Anche per $c \to \infty$ il picco, corrispondente alla frequenza propria dell'intero sistema, che ora si comporta come un unico corpo rigido sulla molla che simula lo pneumatico, va all'infinito. In figura sono riportate, invece, le inertanze del sistema, ovvero i rapporti tra le accelerazioni delle due masse e lo spostamento del punto di vincolo. Quest'ultime curve passano per i punti O, A, B e C. Tra O ed A e tra B e C la massima accelerazione della massa sospesa cresce al diminuire dello smorzamento, mentre tra A e B ed oltre C cresce al crescere dello smorzamento. Si può ottenere un valore ottimale dello smorzamento tentando di rendere minima l'accelerazione in un campo di frequenze più ampio possibile, che va sino alla frequenza propria della massa non sospesa, cioè cercando una curva che abbia un massimo relativo, od almeno un punto di stazionarietà, in A. Operando come nel modello precedente, si ottiene il seguente valore ottimo dello smorzamento:

$$c_{ott} = \sqrt{\frac{Km_s}{2}} \sqrt{\frac{K_p + 2K}{K_p}} .$$
 (5.11)

Dato che K_p è molto maggiore di K, il valore di $\sqrt{K_p + 2K/K_p}$ è vicino all'unità e lo smorzamento ottimo è di poco superiore al valore calcolato per la monosospensione ad un grado di libertà.



Figura 5.3: Risposta in frequenza della monosospensione a due gradi di libertà, per diversi valori del coefficiente di smorzamento in termini di: spostamento (a) ed accelerazione (c) della massa sospesa; spostamento (b) ed accelerazione (d) della massa non sospesa. [4]

L'ampiezza della componente dinamica della forza F_z è riportata in forma adimensionale (divisa per $K_p|h_0|$) in figura. Il valore dello smorzamento ottimo espresso nella relazione precedente riduce il massimo valore della componente dinamica della forza F_z alle basse frequenza, mentre a frequenze più elevate un valore leggermente più alto dello smorzamento potrebbe essere più vantaggioso, nonostante causi un incremento dell'accelerazione della massa sospesa. Il valore minimo della forza al suolo, calcolato sottraendo l'ampiezza della componente dinamica dal valore statico, è riportato in figura, per vari valori dell'ampiezza di eccitazione h_0 , in funzione del coefficiente di smorzamento: se lo smorzamento è sufficientemente piccolo la ruota può rimbalzare sul suolo e, in tal caso, il presente modello lineare perde di significato.



Figura 5.4: a) Risposta in frequenza del sistema in termini di ampiezza della componente dinamica di forza verticale; b) Andamento della forza verticale scambiata al contatto ruota-suolo in funzione del coefficiente di smorzamento, per diversi valori dell'ampiezza di eccitazione. [4]

5.1.3 Eccitazione dovuta alle irregolarità della strada

La conoscenza dell'eccitazione dovuta al moto su strada irregolare è importante per lo studio del comfort di marcia e della capacità dei penumatici di esercitare forze in direzione x e y, dato che provoca variazioni del carico verticale F_z . Tali eccitazioni possono essere studiate mediante un approccio deterministico ed è necessario usare i metodi tipici delle vibrazioni casuali. Dai dati sperimentali sui profili stradali è possibile ottenere una legge h(x) e quindi, mediante analisi armonica, la sua densità spettrale di potenza. Il profilo stradale è una funzione dello spazio e non del tempo e quindi anche la frequenza $\overline{\omega}$ deve essere espressa in rad/m o cicli/m piuttosto che in rad/s o Hz. La densità spettrale di potenza \overline{S} della legge h(x) è così espressa in m²/(rad/m) o in m²/(cicli/m). La legge $\overline{S}(\overline{\omega})$ può essere approssimata con una retta su un grafico logaritmico, cioè con la legge:

$$\bar{S} = c\bar{\omega}^{-n} , \qquad (5.12)$$

dove *n* è una costante adimensionale, mentre *c* è espresso in m²(cicli/m). La normativa ISO suddivide i profili stradali in 8 categorie, indicate con lettere da A a H. Essa definisce un particolare valore di *c* per ciascuna categoria, mentre stabilisce un valore di n = 2 per ogni tipo di profilo stradale. Le classi da A a D corrispondono a strade asfaltate, con A tipica di strade con fondo molto liscio. Le

classi E ed F corrispondono a strade con fondo naturale o pavimentazione in cattivo stato. G e H sono riservate a fondi molto irregolari. Il campo di frequenze spaziali per cui la densità spettrale di potenza è definita dalla precedente relazione è compreso tra 0.01 e 10 cicli/m (lunghezze d'onda tra 100m e 100mm). Se il veicolo viaggia alla velocità V, è possibile trasformare la legge h(x) in una legge h(t), calcolando la frequenza ω (misurata in Hz) e la densità spettrale di potenza *S* (misurata in m²/(rad/s) o in m²/Hz) riferite rispetto al tempo a partire da $\overline{\omega}$ e \overline{S} definite, invece, rispetto allo spazio:

$$\begin{cases} \omega = V\overline{\omega} \\ S = \frac{\overline{S}}{V} \end{cases}$$
(5.13)

La dipendenza di *S* da ω è quindi la seguente:

$$S = cV^{n-1}\omega^{-n} . (5.14)$$

Una volta note la densità spettrale di potenza $S(\omega)$ dell'eccitazione e la risposta in frequenza $H(\omega)$ del veicolo, si può calcolare immediatamente la densità spettrale di potenza della risposta $S_r(\omega)$:

$$S_r(\omega) = H^2(\omega)S(\omega) .$$
 (5.15)

Il valore quadratico medio (valore rms) della risposta è la radice quadrata dell'integrale della densità spettrale di potenza nel campo di frequenza considerato. Ad esempio, se la risposta è espressa in termini di accelerazione della massa sospesa, il suo valore quadratico medio calcolato tra le frequenze $\omega_1 e \omega_2$ è:

$$a_{rms} = \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} S_a(\omega) \, d\omega} \,. \tag{5.16}$$

5.1.4 Scelta del coefficiente di smorzamento ottimo

È possibile concludere che il valore ottimale dello smorzamento espresso nei paragrafi precedenti è tale sia dal punto di vista del comfort che del

comportamento direzionale, dato che porta a basse vibrazioni della forza al suolo, anche se un valore leggermente più elevato può migliorare il comportamento direzionale, dato che la componente pulsante della forza al suolo si riduce leggermente. Questa conclusione, ottenuta da un modello fortemente semplificato, non è in buon accordo con l'evidenza sperimentale, in virtù della quale si può dire che il valore di smorzamento che permette di ottimizzare il comfort di marcia è minore di quello che ottimizza il comportamento direzionale. Per ricercare il valore ottimale del coefficiente di smorzamento della sospensione si può considerare il moto su un profilo stradale quale definito dalla norma ISO8606, 1995 ed espresso dalla relazione del paragrafo precedente in cui sia stato posto n = 2. Un'eccitazione di questo tipo può essere considerata, come già detto, un rumore bianco nella velocità definito in un campo di frequenze compreso tra 0.01 e 10 cicli/m. La densità spettrale dello spostamento verticale del punto di contatto con il suolo è quindi esprimibile nella forma:

$$S = cV\omega^{-2} . (5.17)$$

Il coefficiente *c* riferito alle grandezze espresse in rad/s è dato dal coefficiente riportato in tabella moltiplicato per 2π . Il campo di frequenze in cui lo spettro è definito è compreso da tra ω_1 e ω_2 :

$$\omega_1 = 0.01 \cdot 2\pi V \quad \omega_2 = 10 \cdot 2\pi V \quad . \tag{5.18}$$

Il valore rms dell'accelerazione verticale della massa sospesa è:

$$a_{rms} = \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega^4 H^2 S \, d\omega} = \sqrt{cV} \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \omega^2 H^2 \, d\omega} \quad , \tag{5.19}$$

dove con *H* si è indicata la risposta in frequenza dello spostamento della massa sospesa.

In modo analogo il valore rms della componente pulsante della forza verticale al contatto ruota-suolo è:

$$F_{z rms} = \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} H_F^2 S \, d\omega} = \sqrt{cV} \sqrt{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{H_F^2}{\omega^2} d\omega} \quad , \tag{5.20}$$

dove con H_F si è indicata la risposta in frequenza della componente pulsante della forza. Si possono così calcolare i valori rms dell'accelerazione della massa sospesa e della componente dinamica della forza F_z per vari valori dello smorzamento. Il grafico in cui queste due grandezze sono riportate una in funzione dell'altra permette di ricavare interessanti considerazioni sulla scelta del valore dello smorzamento (Figura 5.5). I rapporti a_{rms}/\sqrt{cV} e $F_{z rms}/\sqrt{cV}$ sono indipendenti da c, cioè dalle caratteristiche della strada, ma non completamente indipendenti dalla velocità. In realtà lo sarebbero se gli integrali precedenti fossero calcolati per un campo di frequenza tra 0 ed infinito, ma, in questo caso, la velocità compare nei limiti di integrazione. Le condizioni che portano al massimo comfort, minimizzando l'accelerazione, ed al miglior comportamento direzionale, minimizzando la componente dinamica della forza verticale, sono immediatamente identificate: il valore dello smorzamento che permette di ottenere la prima condizione è minore dello smorzamento ottimo valutato precedentemente, mentre la seconda condizione è ottenuta con uno smorzamento più elevato. Questo risultato è in miglior accordo rispetto ai precedenti con l'evidenza sperimentale. La teoria riportata nel capitolo corrente è stata estrapolata dalla fonte [4].



Figura 5.5: Andamento della $F_{z rms}/\sqrt{cV}$ in funzione della a_{rms}/\sqrt{cV} . [4].

6 IL COMPORTAMENTO DEL VEICOLO IN CURVA IN CONDIZIONI STAZIONARIE

Il comportamento in curva di un veicolo motorizzato costituisce un aspetto particolarmente importante ai fini della valutazione complessiva delle perfomance del veicolo. Quest'ultimo ed il driver costituiscono un sistema a "circuito chiuso" (*closed-loop system*) nel senso che il guidatore osserva la posizione e la direzione del veicolo e, di conseguenza, corregge il proprio input (ad esempio l'angolo volante) in modo da ottenere la traiettoria ed il movimento desiderati. Tuttavia, per poter caratterizzare il solo veicolo, è necessario valutare il suo comportamento in curva in *open-loop*, noto in inglese come *"directional response"*: in particolare, si caratterizza il comportamento del veicolo in termini di specifici input di sterzo. In questo capitolo verrà dunque analizzato il comportamento in curva del veicolo in *open-loop*. L'approccio consisterà nel valutare prima il comportamento del veicolo in curva a basse velocità e successivamente nel considerare le differenze che insorgono in condizioni di alta velocità.

6.1 Comportamento del veicolo in curva a basse velocità

Quando un veicolo si muove su di una traiettoria curva con una velocità di avanzamento molto bassa, si genera una forza centrifuga, dovuta alla curvatura della traiettoria, molto ridotta e gli pneumatici scambiano col terreno forze laterali praticamente nulle. Le velocità dei centri delle ruote risultano quindi contenute nei loro piani e gli angoli di deriva sono nulli. Tale condizione prende il nome di *sterzatura cinematica* e definisce il moto del veicolo lungo una traiettoria curva determinato dal puro rotolamento delle ruote. Se, dunque, gli pneumatici non hanno angolo di deriva, affinché risulti verificata la condizione di sterzatura cinematica, le rette ortogonali ai piani medi delle ruote devono poter passare tutte per uno stesso punto, che individua il centro di curvatura (Figura 6.1). Gli angoli di sterzata che permettono di rispettare la precedente condizione geometrica vengono normalmente definiti *angoli di Ackermann:*

$$\tan(\delta_o) = \frac{L}{R + t/2} \qquad \tan(\delta_i) = \frac{L}{R - t/2} . \tag{6.1}$$

Per angoli piccoli si ottiene:

$$\delta_o \cong \frac{L}{R+t/2} \qquad \delta_i \cong \frac{L}{R-t/2} ,$$
 (6.2)

con $\delta = L/R$ che corrisponde all'angolo medio.



Figura 6.1: Sterzatura cinematica per un veicolo a quattro ruote. [2]

6.2 Comportamento del veicolo in curva ad alte velocità

Rispetto alla condizione precedente, ad alte velocità si genera un'accelerazione laterale consistente, per cui la forza centrifuga risultante deve essere controbilanciata dalle forze laterali che gli pneumatici scambiano col suolo, in corrispondenza di angoli di deriva non nulli. In tal caso si dice che il veicolo è in condizioni di *sterzatura dinamica*. Per valutare il comportamento di un veicolo a quattro ruote, che viaggia su una traiettoria curva ad alta velocità, ci si può avvalere del semplificato *modello monotraccia*, in cui gli pneumatici di uno stesso assale vengono sostituiti da un unico pneumatico equivalente (Figura 6.2).


Figura 6.2: Modello monotraccia equivalente di un veicolo a quattro ruote in curva ad alta velocità. [2]

Ad alte velocità di avanzamento il raggio di curvatura R risulta essere molto grande se confrontato col passo L del veicolo. Si può, dunque, ammettere di avere a che fare con angoli piccoli e la differenza tra gli angoli di sterzata di ruota esterna e di ruota interna risulta trascurabile. Le equazioni che governano il comportamento del veicolo in curva in condizioni stazionarie possono essere, quindi, ottenute a partire da alcune considerazioni geometriche sul modello monotraccia e applicando la seconda legge di Newton. Considerando un veicolo di massa m in moto lungo una traiettoria curva di raggio R con velocità di avanzamento V, scrivendo l'equazione di equilibrio alla traslazione laterale, si ha che la forza centrifuga, legata alla presenza dell'accelerazione laterale, viene controbilanciata dalla somma delle forze laterali che gli pneumatici ricevono dal suolo:

$$\sum F_{y} = F_{yF} + F_{yR} = m \frac{V^2}{R} , \qquad (6.3)$$

dove F_{yF} e F_{yR} rappresentano le forze laterali di deriva risultanti, scambiate rispettivamente dall'assale anteriore e da quello posteriore con la strada. Applicando l'equazione di equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro si ottiene:

$$F_{yF} = F_{yR} \frac{c}{b} . ag{6.4}$$

Sostituendo questa relazione nella precedente equazione si ha:

$$F_{yR} = m \frac{b}{L} \frac{V^2}{R} , \qquad (6.5)$$

dove la quantità $mb/L = m_R$ corrisponde alla quota parte di massa che insiste sull'assale posteriore. Analogamente è possibile esprimere la forza di deriva che l'assale anteriore scambia col terreno:

$$F_{yF} = m \frac{c}{L} \frac{V^2}{R} , \qquad (6.6)$$

dove $mc/L = m_F$ corrisponde invece alla quota parte di massa di competenza dell'assale anteriore. Come anticipato nel paragrafo 3.5, per bassi valori dell'angolo di deriva la forza laterale sviluppata dallo pneumatico può essere valutata come prodotto tra la rigidezza di deriva dello pneumatico e l'angolo di deriva stesso. In maniera del tutto analoga le forze di deriva, sviluppate complessivamente dagli assali anteriore e posteriore al contatto ruota-strada, possono essere espresse come:

$$F_{yF} = C_{\alpha F} \alpha_F \qquad F_{yR} = C_{\alpha R} \alpha_R \quad , \tag{6.7}$$

dove $C_{\alpha F}$ e $C_{\alpha R}$ rappresentano le rigidezze di deriva degli assali anteriore e posteriore, mentre α_F e α_R corrispondono agli angoli di deriva che caratterizzano i due pneumatici equivalenti posizionati in corrispondenza, rispettivamente, dell'assale anteriore e di quello posteriore nel modello monotraccia. In particolare, gli angoli di deriva valgono:

$$\alpha_F = m_F \frac{V^2}{C_{\alpha F} R} \qquad \alpha_R = m_R \frac{V^2}{C_{\alpha R} R} . \tag{6.8}$$

Realizzando una serie di considerazioni geometriche sul modello monotraccia riportato in Figura 6.2, è possibile esprime, in gradi, l'angolo di sterzata della ruota anteriore equivalente come:

$$\delta = 57.3 \frac{L}{R} + \alpha_F - \alpha_R . \qquad (6.9)$$

Sostituendo nell'equazione precedente le espressioni degli angoli di deriva si ottiene:

$$\delta = 57.3 \frac{L}{R} + \left(\frac{m_F g}{C_{\alpha F}} - \frac{m_R g}{C_{\alpha R}}\right) \frac{V^2}{gR} .$$
 (6.10)

Tale equazione risulta di particolare importanza nella valutazione delle proprietà di un veicolo motorizzato, in termini di comportamento in curva. Essa, infatti, esprime l'angolo di sterzata richiesto alla ruota anteriore del modello monotraccia qualora il veicolo viaggiasse lungo una traiettoria curva di raggio R con una velocità di avanzamento V. II termine L/R corrisponde all'angolo di sterzata richiesto alla ruota anteriore del modello monotraccia richiesto alla ruota anteriore del modello monotraccia in condizioni di sterzatura cinematica. Per cui, il termine tra parentesi stabilisce di quanto l'angolo di sterzata richiesto in condizioni di sterzatura dinamica differisce da quello richiesto in condizioni di sterzatura cinematica. L'equazione precedente può essere espressa in forma compatta come:

$$\delta = 57.3 \frac{L}{R} + Ka_y \quad , \tag{6.11}$$

dove $a_y = V^2/gR$ è l'accelerazione centripeta (espressa in "g"), mentre *K* corrisponde al *gradiente di sottosterzo* o *understeer gradient* (espresso in deg/g). A seconda del valore di *K* il veicolo può essere (Figura 6.3):

- Neutro (Neutral Steer), se m_F/C_{αF} = m_R/C_{αR} ⇒ K = 0 ⇒ α_F = α_R: su una curva a raggio di curvatura costante non è richiesta alcuna variazione dell'angolo di sterzata al variare della velocità di avanzamento. Esso è pari all'angolo di sterzata richiesto in condizioni di sterzatura cinematica. La sterzatura neutra corrisponde ad un bilanciamento sul veicolo tale per cui la forza centrifuga genera, al variare della velocità di avanzamento, incrementi identici degli angoli di deriva all'avantreno e al retrotreno.
- Sottosterzante (Understeer), se m_F/C_{αF} > m_R/C_{αR} ⇒ K > 0 ⇒ α_F > α_R: su una curva a raggio di curvatura costante, al crescere della velocità di avanzamento, è richiesto un incremento dell'angolo di sterzata proporzionale all'incremento di accelerazione centripeta secondo il fattore K, per mantenere il veicolo in traiettoria. Il sottosterzo corrisponde alla

condizione tale per cui l'accelerazione laterale richiede un incremento dell'angolo di deriva che è maggiore sulle ruote anteriori rispetto che su quelle posteriori. Per questo motivo, affinché le ruote anteriori riescano a sviluppare le forze laterali necessarie a mantenere in traiettoria il veicolo è necessario che esse assumano un angolo di sterzata maggiore rispetto a quello richiesto in condizioni di sterzatura cinematica.

• Sovrasterzante (*Oversteer*), se $m_F/C_{\alpha F} < m_R/C_{\alpha R} \Rightarrow K < 0 \Rightarrow \alpha_F < \alpha_R$: su una curva a raggio di curvatura costante, al crescere della velocità di avanzamento, è richiesto un decremento dell'angolo di sterzata proporzionale all'incremento di accelerazione centripeta secondo il fattore K, per mantenere il veicolo in traiettoria. Il sovrasterzo corrisponde alla condizione tale per cui l'accelerazione laterale richiede un incremento dell'angolo di deriva che è maggiore sulle ruote posteriori rispetto che su quelle anteriori. Per questo motivo, affinché le ruote anteriori riescano a sviluppare le forze laterali necessarie a mantenere in traiettoria il veicolo (evitando di fargli chiudere la traiettoria) è necessario che esse assumano un angolo di sterzata minore rispetto a quello richiesto in condizioni di sterzatura cinematica.



Figura 6.3: Angolo di sterzata richiesto in funzione della velocità di avanzamento. [2]

Per un veicolo sottosterzante si definisce *velocità caratteristica* la velocità in corrispondenza della quale l'angolo di sterzata richiesto è doppio rispetto all'angolo di sterzatura cinematica qualsiasi sia il raggio di curvatura R:

$$V_{carat.} = \sqrt{57.3Lg/K} \quad . \tag{6.12}$$

Per un veicolo sovrasterzante, invece, si definisce *velocità critica* la velocità in corrispondenza della quale l'angolo di sterzata richiesto è nullo e il veicolo si trova in una condizione di funzionamento instabile:

$$V_{critica} = \sqrt{-57.3Lg/K} \quad . \tag{6.13}$$

Maggiore è il passo del veicolo maggiore è la velocità a cui il veicolo (sovrasterzante) può viaggiare in curva prima di raggiungere una condizione di marcia instabile.

6.3 Trasferimento di carico in direzione laterale

Quando la vettura è in curva con una certa velocità di avanzamento si genera una forza centrifuga alla quale gli pneumatici si oppongono sviluppando forza laterale al contatto ruota strada. Tale forza centrifuga genera un trasferimento in direzione laterale del carico verticale che si muove dalle ruote interne a quelle esterne.



Figura 6.4: Trasferimento di carico totale in direzione laterale. [6]

Supponendo di considerare il veicolo come costituito da un singolo assale equivalente e valutando il suo comportamento in curva è possibile valutare il trasferimento di carico laterale totale sulla ruota esterna equivalente:

$$\Delta F_{z,tot} = \frac{WA_y h_G}{t} \quad LLT = \frac{A_y h_G}{t}, \qquad (6.14)$$

dove W è il peso del veicolo espresso in [N], Ay è l'accelerazione centripeta espressa in [g] e h_G e t corrispondono rispettivamente all'altezza del baricentro e alla carreggiata del veicolo, entrambi espressi in [m]. TLLT (Total Lateral Load Transfer) definisce invece il trasferimento di carico laterale totale normalizzato rispetto al peso del veicolo. La distribuzione del trasferimento di carico laterale complessivo TLLTD (Total Lateral Load Transfer Distribution) tra avantreno e retrotreno influenza profondamente il comportamento direzionale del veicolo. Tuttavia, per poter valutare i carichi verticali agenti sulle singole ruote di un veicolo che sta curvando, è necessario introdurre alcuni concetti che sono alla base della dinamica di rollio. Come anticipato, le sospensioni sono sistemi deformabili che vincolano le ruote alla massa sospesa e la loro impostazione cinematica definisce la posizione e l'inclinazione dell'asse di rollio: se è presente un certo offset tra l'asse di rollio ed il baricentro della massa sospesa, si genera in curva, a fronte di un'accelerazione laterale non nulla, un momento rollante che fa rollare la cassa rispetto alla massa non sospesa di un certo angolo. L'entità dell'angolo di rollio dipende dalla cosiddetta rigidezza a rollio complessiva del veicolo, data dalla somma delle rigidezze a rollio garantite rispettivamente all'avantreno ed al retrotreno dalle sospensioni: si tratta di parametri equivalenti di rigidezza calcolabili a partire dalle caratteristiche geometriche delle sospensioni e dalle proprietà di rigidezza delle molle reali montate dalle sospensioni. La rigidezza a rollio corrisponde, quindi, alla coppia con cui le sospensioni si oppongono al moto di rollio della massa sospesa quando questa rolla di un angolo unitario. Per valutare la coppia rollante risulta, dunque, necessario individuare la posizione del baricentro della massa sospesa. Si può supporre, in prima approssimazione, che la massa non sospesa gravante su ciascun corner di un veicolo simmetrico a quattro ruote giaccia in corrispondenza del centro ruota dell'angolo considerato.



Figura 6.5: Posizione del baricentro della massa sospesa del veicolo. [6]

A questo punto, la posizione del baricentro della massa sospesa del veicolo (as, bs, hs) risulta univocamente determinata, noti il peso del veicolo W, la posizione del baricentro del veicolo (a,b,h_G) e i pesi delle masse non sospese che gravano rispettivamente sull'avantreno e sul retrotreno (W_{UF}, W_{UR}):

$$b_{S} = \frac{Wb - W_{UF}l}{W_{S}}$$

$$a_{S} = l - b_{S}$$

$$h_{S} = \frac{Wh_{G} - W_{UF}R_{LF} - W_{UR}R_{LR}}{W_{S}},$$
(6.15)

dove W_S è il peso della massa sospesa del veicolo, mentre R_{LF} (*loaded radius of front wheels*) e R_{LR} (*loaded radius of rear wheels*) sono i raggi sotto carico rispettivamente delle ruote anteriori e di quelle posteriori.

Prima di valutare la coppia rollante agente sulla massa sospesa e la ripartizione del trasferimento di carico laterale totale, è bene introdurre le seguenti ipotesi:

- L'asse di rollio è dato dalla retta passante per i centri di rollio dei due assali, ciascuno individuato in vista frontale (FVSA) in un piano trasversale passante per i centri ruota delle ruote dell'assale considerato;
- La rigidezza a rollio (*Roll Rate*) è la coppia antirollante con cui le sospensioni reagiscono ad una variazione unitaria dell'angolo di rollio della massa sospesa rispetto ad un asse orizzontale;

- Un carico laterale applicato in un punto qualsiasi dell'asse di rollio non provoca alcun moto di rollio della massa sospesa;
- Il calcolo della rigidezza a rollio tiene conto della rigidezza dei pneumatici;
- Il baricentro del veicolo e l'asse di rollio sono contenuti nel piano di mezzeria del veicolo.

La coppia rollante M_{Roll} agente sulla massa sospesa in virtù di una accelerazione laterale non nulla, in condizioni di equilibrio statico, è bilanciata dalla coppia con cui le sospensioni reagiscono al moto di rollio (Figura 6.6):

$$M_{Roll} = W_S h_2 + W_S \varphi = \left(K_{Roll,F} + K_{Roll,R} \right) \varphi , \qquad (6.16)$$

dove: W_S rappresenta il peso della massa sospesa; h₂ corrisponde alla distanza tra il baricentro della massa sospesa e l'asse di rollio; ϕ rappresenta l'angolo di rollio della cassa; K_{Roll,F} e K_{Roll,R} sono le rigidezze a rollio con cui l'assale anteriore e quello posteriore si oppongono al moto di rollio.



Figura 6.6: Geometria approssimata del veicolo in vista laterale. [6]

A partire dall'equazione precedente, nota la rigidezza a rollio totale, è possibile calcolare il gradiente di rollio (*Roll Gradient, RG*), espresso in [rad/g] o [deg/g], cheornisce l'angolo con cui rolla la cassa per ogni "g" di accelerazione laterale:

$$RG = \frac{\varphi}{A_y} = \frac{W_s h_2}{K_{Roll,F} + K_{Roll,R} - W_s h_2} .$$
(6.17)

La forza centrifuga $F_s=W_s A_y$ applicata al baricentro della massa sospesa, in presenza di una accelerazione laterale non nulla, è del tutto equivalente ad un sistema di carico costituito dalla forza F_s , appena definita, ma applicata nel punto O e dal momento rollante M_s . La forza F_s può essere ripartita sugli assali in maniera proporzionale alla massa sospesa che grava su ciascun assale. Il momento rollante che si scarica sui due assali dipende, invece, dalla ripartizione della rigidezza a rollio sugli assali. Queste assunzioni ci permettono di valutare la dinamica di rollio su ciascun assale indipendentemente da quello che accade sull'altro assale. Valutando, quindi, l'equilibrio alla rotazione della massa sospesa e di quella non sospesa gravanti su ciascun assale, è possibile valutare il trasferimento di carico laterale sui due assali, in presenza di un'accelerazione laterale non nulla, note le altezze dei centri di rollio sui due assali ($z_{RF} e z_{RR}$) e la ripartizione della rigidezza a rollio del veicolo:

$$\Delta F_{z,F} = A_{y} \left[\frac{W_{s}}{t_{F}} \left(\frac{h_{2}K_{Roll,F}'}{K_{Roll,F} + K_{Roll,R} - W_{s}h_{2}} + \frac{l - a_{s}}{l} z_{RF} \right) + \frac{W_{UF}}{t_{F}} R_{LF} \right]$$

$$\Delta F_{z,R} = A_{y} \left[\frac{W_{s}}{t_{R}} \left(\frac{h_{2}K_{Roll,R}'}{K_{Roll,F} + K_{Roll,R} - W_{s}h_{2}} + \frac{l - b_{s}}{l} z_{RR} \right) + \frac{W_{UR}}{t_{R}} R_{LR} \right]$$
(6.18)

dove

$$K'_{Roll,F} = K_{Roll,F} - (l - a_s) W_s h_2 / l \qquad K'_{Roll,R} = K_{Roll,R} - a_s W_s h_2 / l$$

Noti il trasferimento di carico laterale e la rigidezza a rollio su ciascun assale è possibile, infine, valutare i seguenti parametri:

$$FRRD = K_{Roll,F} / (K_{Roll,F} + K_{Roll,R}) \qquad RRRD = K_{Roll,R} / (K_{Roll,F} + K_{Roll,R})$$

$$FTLLTD = \Delta F_{z,F} / (\Delta F_{z,F} + \Delta F_{z,R}) \qquad RTLLTD = \Delta F_{z,R} / (\Delta F_{z,F} + \Delta F_{z,R})$$
(6.19)

dove: FRRD (*Front Roll Rate Distribution*) e RRRD (*Rear Roll Rate Distribution*) corrispondono alle ripartizioni di rigidezza a rollio sui due assali; FTLLTD (*Front Total Lateral Load Transfer Distribution*) e RTLLTD (*Rear Total Lateral Load Transfer Distribution*) corrispondono alle ripartizioni sui due assali del

trasferimento di carico laterale totale, che si verifica in presenza di un'accelerazione laterale non nulla. La ripartizione del trasferimento di carico laterale totale dipende, guindi, dalla ripartizione della rigidezza a rollio complessiva: in particolare, a parità di altri fattori, l'assale caratterizzato da una rigidezza a rollio più grande presenta anche un trasferimento di carico laterale maggiore. La ripartizione del trasferimento di carico laterale, che si verifica in presenza di un'accelerazione laterale quando il veicolo è in curva, influenza profondamente il comportamento direzionale del veicolo, agendo sulla rigidezza di deriva dei pneumatici. Se la rigidezza di deriva di ciascun pneumatico dipende in modo bilineare dal carico verticale, come mostrato in Figura 6.7, il trasferimento laterale di carico verticale ΔF_z agente sull'assale non ha alcun effetto sul comportamento direzionale del veicolo fintanto che $\Delta F_z \leq \Delta F_{z,lim}$, in quanto l'incremento di rigidezza di deriva, ottenuto sullo pneumatico esterno più caricato, compensa il decremento di rigidezza raggiunto sullo pneumatico interno meno caricato. Se, invece, ad accelerazioni laterali più elevate, $\Delta F_z > \Delta F_{z,lim}$, l'incremento di rigidezza di deriva sullo pneumatico più caricato non riesce a compensare la riduzione ottenuta sullo pneumatico più interno. In guesto modo si riducono la rigidezza di deriva dell'assale considerato e, quindi, la capacità di sviluppare forza laterale da parte dell'assale. La ripartizione del trasferimento di carico laterale in curva costituisce, dunque, un parametro fondamentale nella valutazione del comportamento direzionale del veicolo. Se la ripartizione del trasferimento di carico laterale è maggiore sull'assale anteriore, ad elevate accelerazioni laterali, la rigidezza dell'assale si riduce ed il comportamento del veicolo in curva diventa più sottosterzante. Al contrario, se la ripartizione del trasferimento laterale del carico è maggiore sull'assale posteriore, il veicolo assume un comportamento più sovrasterzante e meno stabile.



Figura 6.7: Effetto del trasferimento laterale di carico verticale sulla rigidezza di deriva. [4]

Il comportamento direzionale è fortemente influenzato anche dalla presenza di forze longitudinali al contatto pneumatico-strada: esse riducono l'aderenza disponibile in direzione laterale e, con essa, la rigidezza di deriva dell'assale considerato. Per questo motivo la trazione anteriore tende a rendere i veicoli più sottosterzanti o meno sovrasterzanti mentre, al contrario, la trazione posteriore tende a rendere i veicoli più sovrasterzanti o meno sottosterzanti. In questo senso il trasferimento di carico laterale sull'assale motore tende ad enfatizzare l'effetto delle forze longitudinali sul comportamento direzionale del veicolo. La teoria riportata nel capitolo corrente è stata estrapolata dalle fonti [2], [4], [6].

7 MODELLO

7.1 Dati di partenza

La realizzazione del modello multibody della vettura monoposto considerata interessa essenzialmente i seguenti sottosistemi principali: sospensione anteriore, sospensione posteriore, sistema di sterzo. Come precedentemente accennato, tale modello è stato pensato e successivamente realizzato, a partire dalla definizione di specifici obiettivi prestazionali di dinamica veicolo, coerenti con il tipo di vettura considerato, nel rispetto di alcuni vincoli geometrici ed inerziali imposti (Tabella 7.1).

Vincoli geometrici ed inerziali					
m [kg]	L [mm]	t _f [mm]	t _r [mm]		
≥ 700	≥ 2000	≥ 1200	≥ 1200		

Tabella 7.1: Vincoli geometrici ed inerziali imposti.

Con m è stata indicata la massa del veicolo (con pilota a bordo) espressa in kg. Con L, t_f e t_r sono stati indicati rispettivamente il passo, la carreggiata anteriore e la carreggiata posteriore espressi in m. Per un veicolo a quattro ruote il passo è anche detto interasse ed indica la distanza tra l'asse di rotazione di uno pneumatico anteriore e l'asse dello pneumatico posteriore posto sullo stesso lato. La carreggiata si definisce invece come la distanza tra il centro dell'orma di contatto di uno pneumatico e quello dello pneumatico posto sullo stesso assale. La categoria di riferimento per la vettura in guestione è la D/E2-SS (Single Seater) a cui fanno capo le Free Formula fino a 4000 cm³. I vincoli geometrici ed inerziali riportati in Tabella 7.1 sono stati estrapolati, dunque, dal regolamento tecnico Free Formula riportato nell'Articolo 277 dell'Appendice J dei regolamenti FIA. Non avendo, evidentemente, ulteriori informazioni relative alle inerzie del veicolo, sono state fatte, quindi, delle assunzioni per quanto riguarda la posizione del baricentro e la valutazione delle masse sospese (m_s) e di quelle non sospese (m_n). In prima approssimazione, è stata dunque considerata una ripartizione del carico statico tra l'assale anteriore (FWD, Front Weight Distribution) e quello posteriore (RWD, Rear Weight Distribution) tale per cui su ciascun assale gravi il medesimo carico statico, pari alla metà del carico statico complessivo, in modo che le lunghezze del semipasso anteriore (a) e di quello posteriore (b) coincidano. Supponendo che sussista una simmetria completa del veicolo rispetto al piano di mezzeria, il baricentro è stato considerato giacente su questo piano, posto ad un'altezza da terra $h_G = 262$ mm, pari ad un terzo dell'altezza massima del veicolo. Quest'ultimo valore rientra nel range di valori tipici dell'altezza del centro di massa realizzati su questo tipo di veicoli e riscontrati in letteratura. Infine, per quanto concerne la valutazione delle masse sospese e di quelle non sospese, si è ipotizzato che la massa non sospesa totale ammonti al 10% della massa complessiva del veicolo e che questa sia equamente ripartita ai quattro angoli (*corner*) del veicolo ($m_{n,c}$). Di conseguenza la massa sospesa totale anch'essa risulti equamente distribuita ai quattro corner del veicolo ($m_{s,c}$).

m			L	t	а	b	h_{G}	ms	mn	m _{s,c}	m _{n,c}
[kg]	FVVD	RVD	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[kg]	[kg]	[kg]	[kg]
770	50%	50%	2485	1435	1242	1242	262	693	77	173.5	19.3

Tabella 7.2: Massa, passo e carreggiata della vettura ed ipotesi sulla ripartizione delle masse.

Coerentemente a quanto detto nel capitolo introduttivo a proposito del ruolo della dinamica veicolo all'interno della progettazione sistemica del veicolo stesso, gli obiettivi prestazionali di dinamica veicolo si traducono nei seguenti requisiti tecnico-ingegneristici, riferiti al veicolo nel suo complesso e noti come VTS (*Vehicle Technical Specifications*).

	Requisiti tecnico-ingegneristici di veicolo (VTS)							
A _{y,max}	RG	t (0-100 km/h)	s (100-0 km/h)	f ride,rear	Curb to Curb			
[g]	[deg/g]	[s]	[m]	[Hz]	radius [m]			
1.5	≤1	3	20	1.15 fride,front	7.5			

Tabella 7.3: Obiettivi prestazionali di dinamica veicolo.

Con A_{y,max}, e RG si indicano rispettivamente la massima accelerazione laterale sostenuta dal veicolo ed il gradiente di rollio (*Roll gradient*). La f_{ride,front} (*Front Ride Frequency*) e la f_{ride,rear} (*Rear Ride Frequency*) corrispondono, invece, rispettivamente alle frequenze di scuotimento della massa sospesa all'avantreno e al retrotreno.

Definiti i layout per avantreno e retrotreno è stata studiata l'elastocinematica dei gruppi sospensione e, successivamente, si è passati alla caratterizzazione e studio della dinamica veicolo della vettura, verificando che i risultati dell'analisi soddisfacessero gli obiettivi precedentemente fissati.

7.2 Considerazioni generali e ambiente di simulazione multibody

Come precedentemente accennato, il presente lavoro di tesi è finalizzato all'impostazione elastocinematica dei sistemi di sospensione di una vettura monoposto da competizione per gare in salita. L'impostazione cinematica di una sospensione consiste essenzialmente nella determinazione delle coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici dello schema prescelto (centri snodi e boccole, asse di sterzo, asse ammortizzatore, ecc.), finalizzata al raggiungimento delle prestazioni elastocinematiche desiderate. L'impostazione dei vari sottosistemi, che caratterizzano il veicolo e che si è scelto di considerare, è avvenuta in seguito alla realizzazione dei corrispondenti modelli multibody, utilizzando il software di simulazione multibody Motionview (Figura 7.1).



Figura 7.1: Interfaccia grafica del software di simulazione multibody Motionview.

In particolare, con l'espressione "sistema multibody" si indica un sistema che consiste di corpi rigidi e/o flessibili connessi tra loro mediante delle coppie cinematiche e/o giunti che ne limitano il moto relativo. Le parti meccaniche che costituiscono il sistema, soggette ad un qualsiasi sistema di forze e di vincoli cinematici, compiono grandi spostamenti e possono essere associate a dei sistemi di controllo. In tal senso, i software di simulazione multibody permettono

di simulare il moto dei sistemi meccanici analizzandone sia la cinematica che la dinamica: l'analisi cinematica permette di individuare la legge oraria con cui variano, in funzione del tempo, la posizione, la velocità e l'accelerazione delle varie parti meccaniche; mentre l'analisi dinamica consente di valutare ad ogni istante di tempo le forze e le coppie che agiscono su ciascuna parte meccanica quando queste si muovono l'una rispetto all'altra nel rispetto dei vincoli. Definito il modello multibody del sistema meccanico considerato in termini di geometria, proprietà inerziali, vincoli e forze, il software di simulazione determina il numero di gradi di libertà del sistema e rimuove autonomamente i vincoli ridondanti, che impongono condizioni di vincolo già introdotte da altri vincoli nel modello: in presenza di soli corpi rigidi, infatti, la condizione di iperstaticità dettata dalla presenza di vincoli ridondanti non permette la risoluzione del sistema. Una volta reso cinematicamente determinato il sistema meccanico, il cui moto risulta completamente definito dai vincoli, il software deduce automaticamente le equazioni che governano la cinematica e la dinamica del sistema e le risolve per via numerica.

7.3 Modello multibody della sospensione anteriore

La determinazione dei punti cinematici caratteristici dei modelli di sospensione anteriore e posteriore è stata ottenuta a partire dal CAD preesistente della scocca (Figura 7.2).



Figura 7.2: CAD preesistente della scocca.

Per il sistema di sospensione all'avantreno è stato scelto uno schema push-rod a funzioni indipendenti con monoammortizzatore, il cui funzionamento è stato ampiamente spiegato nel paragrafo 4.4. Tale schema prevede la presenza di un unico ammortizzatore con molla elicoidale integrata per smorzare ed irrigidire i moti di scuotimento e beccheggio del veicolo ed un sistema di molle a tazza, contenute in un apposito astuccio, per irrigidire la sospensione in termini di rollio. Quest'ultime permettono di ottenere valori di rigidezza (a rollio) molto elevate a fronte di ingombri particolarmente ridotti. Il modello della sospensione anteriore è stato ricavato a partire dal modello multibody preimpostato di una sospensione anteriore sterzante double-wishbones già contenuto all'interno dei pacchetti del software di simulazione multibody Motionview (Figura 7.3).



Figura 7.3: Modello multibody di partenza di una sospensione double-wishbones.

Il modello in questione definisce un sistema multibody costituito da una serie di elementi, ciascuno dei quali noto come *body*: i triangoli (superiore, *Upper Control Arm* ed inferiore, *Lower Control Arm*), la scocca (*Vehicle Body*), la ruota (*Wheel*), il mozzo ruota (*Wheel Hub*), il montante (*Knuckle*) e l'ammortizzatore (*Shock Tube e Shock Rod*). Tali elementi, a seconda del livello di approssimazione, possono essere considerati rigidi o deformabili e risultano connessi tra loro mediante dei giunti che ne limitano il moto relativo. Mantenendo gli elementi (*bodies*) del modello di partenza, considerati rigidi, e modificandone opportunamente il posizionamento dei punti caratteristici, in modo da ottenere le prestazioni cinematiche desiderate, è stato, dunque, ricavato lo schema di sospensione push-rod all'avantreno. È stato modificato inizialmente il

posizionamento dei centri ruota e, successivamente, il collocamento dei punti che definiscono in linea di massima la geometria dei bracci oscillanti, in corrispondenza dei quali i triangoli si connettono da un lato alla scocca, mediante giunti di rivoluzione, e dall'altro al montante, mediante giunti sferici (Figura 7.4).



Figura 7.4: Vista isometrica dei soli triangoli oscillanti con evidenziati i giunti mediante i quali essi si connettono da un lato al montante (Ball joint) e dall'altro al Vehicle Body (Revolute joint).

Il giunto sferico (*Ball joint*) sopprime tre gradi di libertà al sistema e consente, in corrispondenza del punto in cui esso è applicato, la rotazione relativa dei due corpi connessi rispetto a tre assi mutuamente ortogonali nello spazio. In seguito all'applicazione di un giunto sferico, il software definisce due sistemi di riferimento (*Marker I* e Marker J) solidali rispettivamente ai due corpi vincolati ed entrambi aventi origine nel punto in cui è applicato il giunto: il *Marker* I solidale al *body 1* risulta libero di ruotare rispetto agli assi X, Y, Z del *Marker J* solidale al *body 2*.



Figura 7.5: Giunto sferico.

Il giunto di rivoluzione (*Revolute joint*) che connette il braccio oscillante alla scocca sottrae, invece, cinque gradi di libertà al sistema: i due elementi connessi risultano liberi di ruotare rispetto ad un unico asse passante per i due punti in cui è applicato il giunto. Come nel caso precedente, il software genera due sistemi di riferimento, ciascuno solidale rispettivamente ad uno dei due corpi vincolati. Essi condividono l'origine, coincidente col punto di applicazione del giunto, e l'asse Z di rotazione relativa.



Figura 7.6: Giunto di rivoluzione.

Successivamente, rispetto al modello di partenza, sono stati introdotti due nuovi elementi, considerati rigidi: il puntone (Figura 7.7) ed il rocker (Figura 7.8). Il puntone è stato connesso al triangolo inferiore, mediante un giunto sferico, ed al rocker mediante un giunto di cardano (*Universal joint*).



Figura 7.7: Vista isometrica dei puntoni aggiunti allo schema di sospensione anteriore e giunti sferici.



Figura 7.8: Vista isometrica del rocker aggiunto al sistema di sospensione anteriore e giunti che collegano l'elemento al puntone e alla scocca.

Il giunto cardanico sottrae quattro gradi di libertà al sistema e connette due corpi orientati in un modo qualsiasi nello spazio, ciascuno in grado di ruotare relativamente rispetto ad un asse diverso rispetto all'altro: esso consente la rotazione relativa dei due corpi rispetto a due assi mutuamente ortogonali passanti per il punto in cui è applicato il giunto. I sistemi di riferimento generati dal software e solidali rispettivamente ad uno dei due corpi hanno l'origine in comune e gli assi Z mutuamente ortogonali. È possibile definire per ciascun *Marker* l'orientamento degli assi X e Y definendo per ciascun sistema di riferimento l'orientamento del corpo (*shaft*) a cui esso si riferisce o la direzione dell'asse attorno al quale esso ruota (*crosspin*) (Figura 7.10).



Figura 7.9: Universal joint.



Figura 7.10: Definizione grafica di Shaft e Crosspin.

Il rocker è stato connesso, invece, al *vehicle body* mediante un giunto cilindrico (*Cylindrical joint*) che permette ai due elementi vincolati la rotazione e la traslazione relative rispetto ad un unico asse (Figura 7.11). In fase di scuotimento asimmetrico delle ruote, infatti, il rocker deve poter ruotare e traslare rispetto ad un asse solidale al *vehicle body* in modo da attivare in fase di beccheggio e di

pompaggio il gruppo molla-ammortizzatore ed in fase di rollio il sistema di molle a tazza. I *Markers I e J*, solidali rispettivamente ai due elementi vincolati, condividono l'origine e l'orientamento dell'asse Z, lungo il quale è consentita la traslazione e la rotazione del *Marker J* rispetto al *Marker I*.



Figura 7.11: Cylindrical joint.

Il gruppo molla-ammortizzatore, costituito da una molla elicoidale, un tubo ed il relativo stelo, risulta complessivamente connesso da un lato al rocker e dall'altro al *vehicle body* mediante due giunti cardanici (Figura 7.12).



Figura 7.12: Evidenziati i giunti cardanici che collegano il gruppo molla-ammortizzatore al rocker e alla scocca.

Considerando, invece, il sistema molla-ammortizzatore scomposto nei suoi componenti si ha che la molla risulta connessa ai due estremi da un lato al tubo dell'ammortizzatore e dall'altro allo stelo corrispondente. Quest'ultimi due elementi devono, invece, poter unicamente traslare l'uno rispetto all'altro lungo l'asse dell'ammortizzatore, per cui sono stati inseriti due giunti in linea (*Inline joint*). Entrambi fanno sì che l'origine del *marker* solidale al tubo possa traslare unicamente lungo l'asse Z del *marker* solidale allo stelo e viceversa (Figura 7.13).



Figura 7.13:Inline joint.



Figura 7.14: Evidenziati il tubo e lo stelo dell'ammortizzatore.

Per quanto concerne il sistema di antirollio all'avantreno, il software di simulazione multibody non permette di implementare in maniera diretta un sistema di molle a tazza. Per questo motivo si è pensato di modellare questa soluzione ingegneristica inserendo sia a destra che a sinistra del rocker una molla elicoidale, i cui estremi sono solidali, rispettivamente, al rocker e alla scocca e la

cui direzione di funzionamento coincide con quella rispetto alla quale è definito il giunto cilindrico, che permette una traslazione ed una rotazione relative del rocker rispetto al *Vehicle Body* (Figura 7.15). Si tratta di un'approssimazione in quanto, in realtà, in fase di rollio della vettura, i due sistemi di molle a tazza contenuti rispettivamente negli appositi astucci ai lati del rocker agiscono uno per volta, lavorando in compressione, a seconda che la vettura rolli verso sinistra o verso destra. Le due molle elicoidali introdotte, invece, agiscono parallelamente, subendo la stessa deformazione in valore assoluto e lavorando una in trazione e l'altra in compressione. In termini di rollio, dunque, le due molle risultano montate in parallelo, per cui la rigidezza equivalente, data dalla somma delle due rigidezze, corrisponde alla rigidezza che complessivamente ciascun sistema di molle a tazza, montato ai lati del rocker, deve garantire affinché la soluzione reale sia adeguatamente espressa dal modello.



Figura 7.15: Evidenziate le molle elicoidali posizionate ai lati del rocker che simulano il funzionamento dei sistemi di molle a tazza.

Per quanto riguarda, invece, il gruppo ruota, il mozzo è stato connesso alla ruota con un *Fixed joint,* in modo da annullare il numero di gradi libertà relativi, e al montante con un giunto di rivoluzione per permettere al gruppo ruota di ruotare rispetto al montante intorno all'asse di rotazione che passa per il centro ruota.



Figura 7.16: Fixed joint che connette il mozzo alla ruota (destra); Revolute joint che connette il montante al mozzo (sinistra).

Il *Fixed joint* introduce una connessione rigida tra i due elementi vincolati: i sistemi di riferimento, generati dal software, solidali rispettivamente ai due corpi rigidi vincolati, coincidono e sono costretti a muoversi insieme.



Figura 7.17: Fixed joint.

Data la simmetria completa della sospensione rispetto al piano di mezzeria (XZ), in riferimento alla Figura 7.18, Figura 7.19, Figura 7.20 si riportano in Tabella 7.4 solo le coordinate geometriche dei i punti cinematici caratteristici posizionati sul lato destro, in corrispondenza del semiasse positivo delle Y.



Figura 7.18: Evidenziati i punti che definiscono il posizionamento nello spazio dei triangoli oscillanti, il montante e la ruota.



Figura 7.19: Evidenziati i punti che definiscono il posizionamento nello spazio del puntone, il rocker e i pacchetti di molle a tazza.



Figura 7.20: Evidenziati i punti che definiscono il posizionamento nello spazio del gruppo mollaammortizzatore.

Point Number	Point Name	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
16	Wheel Center	-1750	717.5	211
18	Wheel CG	-1750	717.5	211
3	Spindle Align	-1750	637.5	211
19	Knuckle CG	-1750	671	211
5L	Lwr Ball Joint	-1755	671	101
5U	Upr Ball Joint	-1740	601	326
15	Outer Tierod Ball Joint	-1830	619	326
1L	LCA Front Joint	-1457	15	112
2L	LCA Rear Joint	-1890	15	112
20	LCA CG	-1710	343	106
1U	UCA Front Joint	-1872	198	285
2U	UCA Rear Joint	-1490	223	285
21	UCA CG	-1706	406	306
7	Spring Upr	-1500	0	525
8	Spring Lwr	-1600	0	525
9	Shock Upr Joint	-1350	0	525
10	Shock Lwr Joint	-1650	0	525
17	Attachment Rck-V.Body	-1657	0	481
22	Rocker CG	-1682	0	510
4	Push-Rod Lwr	-1755	631	101
6	Push-Rod Upr	-1707	71	539
23	Push-Rod CG	-1731	351	320
13	Inner Disc Spring System	-1657	65	481
14	Outer Disc Spring System	-1657	110	481
24	Shock Rod CG	-1425	0	525
11	Shock Rod Lwr	-1500	0	525
25	Shock Tube CG	-1573	0	525
12	Shock Tube Upr	-1497	0	525

Tabella 7.4: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del sistema di sospensione anteriore (lato destro del veicolo).

Di seguito si riportano, invece, i *bodies* che compongono il modello multibody del sistema di sospensione anteriore (Tabella 7.5). In particolare, per ciascun *body* è stata inserita la massa dell'elemento ed i momenti di inerzia rispetto agli assi X, Y, Z che compongono il sistema di riferimento locale generato dal software e centrato nel centro di massa dell'elemento considerato. Le masse sono state fissate in modo tale che la massa non sospesa del *corner* risultasse pari al 10% della massa complessiva dell'angolo del veicolo: nel calcolo è stata considerata solo metà della massa dei bracci oscillanti e del puntone. È bene notare che il body *Wheel* riassume le inerzie dello pneumatico e del cerchio, mentre il body

Body	Mass [kg]
Wheel	10.0
Wheel hub	4.0
Knuckle	3.0
Lower Control Arm (LCA)	2.0
Upper Control Arm (UCA)	2.0
Rocker	0.5
Push-Rod	1.0
Shock Tube	1.0
Shock Rod	1.0
Vehicle Body	-

Wheel hub considera le inerzie delle parti rotanti collegate alla ruota/: i centri di massa di entrambi i body vengono riportati al centro ruota.

Tabella 7.5: Lista dei bodies che compongono il modello di sospensione anteriore.

Joint Type	Body 1	Body 2	Origin	Orientation		
Ball Joint	LCA	Knuckle	5L	-		
Ball Joint	UCA	Knuckle	5U	-		
Ball Joint	LCA	Push-Rod	4	-		
Revolute Joint	LCA	Vehicle Body	1L	Align. Axis by Point	2L	
Revolute Joint	UCA	Vehicle Body	1U	Align. Axis by Point	2U	
Revolute Joint	Knuckle	Wheel hub	16	Align. Axis by Point	3	
Cylindrical Joint	Rocker	Vehicle Body	17	Align. Axis by Vector	Global Y-Axis	
Fixed Joint	Wheel	Wheel hub	16	-		
Universal Joint	Rocker	Push-Rod	6	Shaft 1 by Point:	Shaft 2 by Point:	
				17	4	
Universal Joint	Rocker	Shock	10	Crosspin Body 1	Crosspin Body 2	
		Tube		by Vector:	by Vector:	
				Global-Y	Global Z-Axis	
Universal Joint	Shock	Vehicle	9	Crosspin Body 1	Crosspin Body 2	
	Rod	Body		by Vector:	by Vector:	
				Global-Y	Global Z-Axis	
Inline Joint	Shock	Shock	-	Origin 1:	Origin 2:	
	Rod	Tube		11	12	
Inline Joint	Shock	Shock	-	Origin 1:	Origin 2:	
	Tube	Rod		12	11	

Tabella 7.6: Giunti contenuti nel modello di sospensione anteriore.

In Tabella 7.6 sono riportati, invece, i giunti (rigidi) contenuti nel modello di sospensione anteriore, gli elementi connessi ed il relativo orientamento. Per l'orientamento dei giunti cardanici e del giunto cilindrico sono stati utilizzati gli assi del sistema di riferimento globale (Figura 7.21).



Figura 7.21: Sistema di riferimento globale.

7.4 Modello multibody della sospensione posteriore

Per il sistema di sospensione al retrotreno è stato scelto uno schema push-rod con biammortizzatore: ciascun puntone, in seguito ad uno scuotimento della ruota a cui fa capo, agisce sul rocker corrispondente facendolo ruotare rispetto ad un asse solidale alla scocca e azionando il gruppo molla-ammortizzatore di competenza. Entrambi i gruppi molla-ammortizzatore contribuiscono ad:

- Irrigidire la sospensione in termini di moti di pompaggio, beccheggio e rollio della massa sospesa;
- Smorzare i moti di pompaggio, beccheggio e rollio della massa sospesa.

Analogamente al sistema di sospensione ricavato all'avantreno, anche in questo caso il modello multibody della sospensione posteriore è stato realizzato a partire dal modello di una sospensione posteriore motrice con geometria doublewishbones, già contenuto all'interno della libreria del software di simulazione. Come nel caso precedente il modello preimpostato definisce un sistema multibody costituito da una serie di *bodies*: i triangoli (superiore, *Upper Control Arm* ed inferiore, *Lower Control Arm*), la scocca (*Vehicle Body*), la ruota (*Wheel*), il mozzo ruota (*Wheel Hub*), il montante (*Knuckle*), l'ammortizzatore (*Shock Tube* e *Shock Rod*) ed il tirante che permette di regolare la convergenza degli pneumatici posteriori (*Toe Link,* Figura 7.22). Mantenendo gli elementi rigidi (*bodies*) del modello di partenza e modificandone opportunamente il posizionamento dei punti caratteristici, è stato, dunque, ricavato lo schema di sospensione push-rod con biammortizzatore al retrotreno. In maniera del tutto analoga al caso precedente, dopo aver modificato opportunamente il posizionamento dei centri ruota e dei punti di attacco dei bracci oscillanti alla scocca e al montante, sono stati introdotti per ogni lato della sospensione un puntone ed un rocker (Figura 7.22).



Figura 7.22: Schema di sospensione posteriore con puntoni e bilancieri.

La connessione dei triangoli, da un lato al montante e dall'altro alla scocca, è stata realizzata in maniera identica rispetto al modello del sistema di sospensione all'avantreno. Allo stesso modo il puntone risulta connesso al braccio inferiore con un giunto sferico ed al bilanciere con un giunto cardanico. Il rocker, invece, deve poter essere libero di ruotare unicamente rispetto ad un asse solidale alla scocca, per cui è stato introdotto un giunto di rivoluzione (Figura 7.23).



Figura 7.23: Giunti che connettono i rocker ai puntoni.

I gruppi molla-ammortizzatore risultano invece connessi rispettivamente al bilanciere e alla scocca con un giunto cardanico. La nomenclatura utilizzata per i punti cinematici caratteristici è analoga a quella considerata nel modello di sospensione anteriore: di seguito vengono riportate le coordinate geometriche dei punti in questione, relativi al lato destro del veicolo, in virtù della simmetria completa di cui gode lo schema di sospensione rispetto al piano di mezzeria (Tabella 7.7).

Point Number	Point Name	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
16	Wheel Center	735	717.5	211
18	Wheel CG	735	717.5	211
3	Spindle Align	735	617.5	211
19	Knuckle CG	735	617.5	211
5L	Lwr Ball Joint	735	621	101
5U	Upr Ball Joint	735	591	326
15	Outer Toelink Ball Joint	875	581	326
44	Inner Toelink Joint	892	102.5	283
26	Toelink CG	883	342	305
1L	LCA Front Joint	504	182	134
2L	LCA Rear Joint	848	102.5	120
20	LCA CG	708	381	114
1U	UCA Front Joint	558	164	293
2U	UCA Rear Joint	892	102.5	283
21	UCA CG	739	360	307
7	Spring Upr	864	51	353
8	Spring Lwr	763	52	353
9	Shock Upr Joint	939	50	353
10	Shock Lwr Joint	618	53	353
17	Attachment Rck-V.Body	690	124	325
22	Rocker CG	656	110	332
4	Push-Rod Lwr	735	581	104
6	Push-Rod Upr	662	152	313
23	Push-Rod CG	698	366	208
24	Shock Rod CG	864	51	353
11	Shock Rod Lwr	789	52	353
25	Shock Tube CG	695	52	353
12	Shock Tube Upr	771	52	353

Tabella 7.7: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del sistema di sospensione posteriore (lato destro del veicolo).

Le coordinate X e Y dei centri ruota all'avantreno e al retrotreno sono state definite in modo tale da ottenere un passo del veicolo pari a 2485 millimetri e una carreggiata (anteriore e posteriore) pari a 1435 millimetri. Di seguito si riportano anche i giunti, contenuti nel modello di sospensione posteriore, ed il relativo orientamento nello spazio.

Joint Type	Body 1	Body 2	Origin	Orientation		
Ball Joint	LCA	Knuckle	5L	-		
Ball Joint	UCA	Knuckle	5U	-		
Ball Joint	LCA	Push-Rod	4	-		
Ball Joint	Knuckle	Toe Link	15	-		
Revolute Joint	LCA	Vehicle Body	1L	Align. Axis by Point	2L	
Revolute Joint	UCA	Vehicle Body	1U	Align. Axis by Point	2U	
Revolute Joint	Knuckle	Wheel hub	16	Align. Axis by Point	3	
Revolute Joint	Rocker	Vehicle Body	17	Align. Axis by Vector Rot. Z-Axis		
Fixed Joint	Wheel	Wheel hub	16	-		
Universal Joint	Rocker	Push-Rod	6	Crosspin Body 1 by Vector:	Shaft Body 2 by Point:	
				Rotation Z-Axis	4	
Universal Joint	Rocker	Shock Tube	10	Crosspin Body 1 by Shaft Body 2 Vector: Point:		
				Rotation Z-Axis	9	
Universal Joint	Shock Rod	Vehicle Body	9	Shaft Body 1 by Point:	Crosspin Body 2 by Vector:	
				10	Global Z-Axis	
Universal Joint	Toe Link	Vehicle Body	44	Shaft Body 1 by Crosspin Bo Point: by Vector		
				15	Global X-Axis	
Inline Joint	Shock	Shock	-	Origin 1:	Origin 2:	
	Rod	Tube		11	12	
Inline Joint	Shock	Shock	-	Origin 1:	Origin 2:	
	Tube	Rod		12	11	

Tabella 7.8: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sospensione anteriore.

Il termine "*Rotation Z-Axis*" si riferisce al vettore che individua il piano medio di giacenza del rocker, nonché l'asse di rotazione del rocker rispetto alla scocca. Esso coincide con l'asse Z di un *Marker (Rotation Marker)* appositamente introdotto nel modello per definire l'orientamento del giunto di rivoluzione che collega il rocker alla scocca e di quelli cardanici che collegano rispettivamente il puntone al bilanciere e quest'ultimo all'ammortizzatore (Tabella 7.9).

Marker	Origin	Orientation X-Axis by Point:	Orientation XY-Plane by Point:
Rotation Marker	Rocker CG	Push-Rod Upr	Attachment Rck-V.Body
(Left)	(Left)	(Left)	(Left)
Rotation Marker	Rocker CG	Attachment Rck-V.Body	Push-Rod Upr
(Right)	(Right)	(Right)	(Right)

Tabella 7.9: Definizione del "Rotation Marker".

Quella considerata è una vettura a trazione posteriore, per cui, al modello rappresentante il sistema di sospensione al retrotreno, è necessario aggiungere un modello multibody dell'asse di trazione. In particolare, è stato utilizzato il modello proposto dal software di simulazione e contenuto all'interno del modello multibody della sospensione posteriore di partenza. Esso definisce un sistema meccanico costituito dai seguenti bodies: i semiassi che si connettono alle ruote (Halfshafts); il differenziale (Differential); gli alberi in uscita dal differenziale (Output Shafts); il pignone che ingrana con la corona del differenziale (Pinion); l'assieme del giunto omocinetico (Halfshaft Plunge Body) connesso da un lato al semiasse e dall'altro all'albero in uscita dal differenziale. Il pignone e la corona del differenziale possono ruotare attorno al proprio asse, rispetto al Vehicle Body, al quale risultano connessi con un giunto di rivoluzione. Allo stesso modo gli alberi in uscita dal differenziale devono poter essere liberi di ruotare rispetto ad esso attorno all'asse di rotazione della scatola del differenziale: nel modello, dunque, gli alberi in uscita risultano connessi alla scatola del differenziale con un altro giunto di rivoluzione, il cui asse di riferimento coincide con l'asse di rotazione degli alberi e della corona del differenziale. L'Halfshaft Plunge Body è collegato al corrispondente Output Shaft con un giunto prismatico (Translational Joint) (Figura 7.24). Il giunto prismatico sottrae cinque gradi di libertà al sistema consentendo unicamente ai due elementi vincolati la traslazione relativa lungo un asse. I sistemi di riferimento, generati dal software e solidali alle due parti meccaniche connesse, condividono l'origine e l'orientamento degli assi: in particolare, l'origine del Marker I può unicamente traslare lungo l'asse Z del Marker J.



Figura 7.24: Translational Joint.

Dall'altro lato l'*Halfshaft Plunge Body* risulta connesso al semiasse con un giunto omocinetico (*CV Joint*): esso impone che la rotazione attorno ad un certo asse di uno dei due elementi vincolati sia uguale alla rotazione dell'elemento restante attorno ad un altro asse. In questo caso le rotazioni del Marker I e del Marker J intorno ai propri assi Z sono vincolate ad assumere lo stesso valore in ogni istante di tempo.



Figura 7.25: Costant Velocity Joint.

Un giunto analogo è stato utilizzato per connettere i semiassi alle ruote in modo tale che abbiano la stessa rotazione. In Figura 7.26 si riporta la collocazione spaziale dei giunti contenuti nel modello multibody in questione. La rotazione del pignone risulta, inoltre, accoppiata alla rotazione della scatola del differenziale da un vincolo cinematico (*Coupler*), che simula l'ingranamento del pignone stesso con la corona del differenziale: esso richiede in ingresso i due giunti da vincolare ed il rapporto di moto (*Motion Ratio*) tra i due gradi di libertà lasciati liberi dai due

giunti. Un altro vincolo cinematico, tipo *Coupler,* è stato applicato ai giunti di rivoluzione che connettono al differenziale ciascun albero in uscita da esso (Figura 7.27). In particolare, il differenziale proposto nel modello dal software di simulazione è di tipo "open".



Figura 7.26: Giunti contenuti nel modello multibody dell'asse motore.



Figura 7.27: Accoppiamenti cinematici tipo "Couplers" inseriti nel modello.

Di seguito si riportano le coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del modello multibody dell'asse motore: per i punti che godono di simmetria rispetto al piano XZ del sistema di riferimento globale, vengono riportate unicamente le coordinate dei punti posizionati sul lato destro del veicolo (Tabella 7.10).



Figura 7.28: Collocazione grafica dei punti cinematici caratteristici del modello multibody di asse motore.

Point Number	Point Name	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
27	Halfshaft CG	735	473	211
28	Halfshaft Outer CV Joint	735	678	211
29	Differential CG	735	7	211
30	Differential to Trans. Mount	735	50	211
31	Output Shaft CG	735	159	211
32	Output Shaft to Diff.	735	50	211
33	Inner CV Joint	735	268	211
34	Center of Pinion Gear	669	0	217
35	Pinion CG	594	0	223
36	Driveshaft Front U-Joint	520	0	230

Tabella 7.10: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici del modello multibody di asse motore.
Joint Type	Body 1	Body 2	Origin	Orien	tation
Revolute Joint	Differential	Vehicle Body	30	Align. Axis by Point	33 (Left)
Revolute Joint	Differential	Output Shaft	32	Align. Axis by Point	33
Revolute Joint	Pinion	Vehicle Body	34	Align. Axis by Point	36
Translational Joint	Output Shaft	Halfshaft Plunge Body	33	Align. Axis by Point	32
				Align. Axis Body 1 by Point	Align. Axis Body 2 by Point
CV Joint	Halfshaft Plunge Body	Halfshaft	33	32	28
CV Joint	Wheel	Halfshaft	28	16	33

Tabella 7.11: Giunti contenuti nel modello multibody dell'asse motore.

Body	Mass [kg]
Wheel	10.0
Wheel hub	4.0
Knuckle	3.0
Lower Control Arm (LCA)	2.0
Upper Control Arm (UCA)	2.0
Rocker	0.5
Push-Rod	1.0
Toe Link	1.0
Shock Tube	1.0
Shock Rod	1.0
Vehicle Body	-
Halfshaft Plunge Body	1.5
Halfshaft	2
Differential	8.5
Pinion	2
Output Shaft	1.5

Tabella 7.12: Bodies contenuti complessivamente nel modello di sospensione posteriore assemblato al modello multibody dell'asse motore.

In Tabella 7.11 vengono riportati i giunti contenuti nel solo modello di asse di trazione, mentre, in Tabella 7.12 vengono riportate le parti meccaniche e le relative masse che compongono complessivamente il retrotreno (Figura 7.29).

Infine, in Figura 7.30, si riporta, rispetto al CAD della scocca, il posizionamento dei centri ruota e dei punti di attacco alla "cellula" dei sistemi di sospensione.



Figura 7.29: Modello multibody dell'asse motore assemblato al modello di sospensione posteriore.



Figura 7.30: Collocazione spaziale, rispetto al CAD della scocca dei punti di attacco alla carrozzeria dei gruppi sospensione.

7.5 Modello multibody del sistema di sterzo

Per il sistema di sterzo è stato implementato un modello multibody che approssima il funzionamento di un sistema a cremagliera: la rotazione del volante imposta dal driver viene trasmessa tramite la colonna di sterzo ad un pignone (*pinion*) che, ingranando con la cremagliera (*rack*), la fa traslare. Mediante un giunto cardanico, questa trasmette il moto al tirante di sterzo (*Tierod*), che agendo sul braccio di sterzo per mezzo di un giunto sferico, fa ruotare il montante ad esso solidale e, di conseguenza, causa la sterzatura delle ruote. In particolare, è stato utilizzato il modello multibody di un sistema a cremagliera proposto dal software di simulazione quando viene richiamato il modello di partenza del sistema di sospensione anteriore sterzante. Di seguito vengono riportati i bodies che compongono il sistema a cremagliera (Figura 7.31) e le relative masse (Tabella 7.13).



Figura 7.31: Bodies principali contenuti nel modello di sistema di sterzo a cremagliera.

Body	Mass [kg]
Tierod	1
Rack	2
Rack Housing	8
Pinion	1
Steering Dummy Body	0.005

Tabella 7.13: Bodies contenuti nel modello di sistema di sterzo a cremagliera.



Figura 7.32: Giunti contenuti nel modello di sistema di sterzo a cremagliera.

Il body noto come "*Steering Dummy Body*" è un corpo fittizio che risulta connesso alla cremagliera (*Rack*) mediante un *Orientation Joint*. Questo annulla le rotazioni relative tra i due corpi connessi, consentendo unicamente le traslazioni relative lungo tre assi: in particolare, il *Marker I* del body 1 risulta libero di traslare lungo gli assi X, Y, Z del *Marker J* solidale al body 2.



Figura 7.33: Orientation Joint.

A questo punto, per consentire alla cremagliera di scorrere rispetto alla scatola, lo *Steering Dummy Body* viene connesso ad essa con un giunto prismatico (Figura 7.32). L'ingranamento del pignone con la cremagliera viene, invece, riprodotto da un vincolo cinematico, tipo *Coupler*, che accoppia i due gradi di libertà lasciati liberi dal giunto prismatico e dal giunto di rivoluzione che consente al pignone stesso di ruotare attorno al proprio asse rispetto alla scatola della cremagliera (Figura 7.34). Il rapporto di moto tra la traslazione della cremagliera e la rotazione del pignone, noto come *c-factor*, è stato posto uguale a 9.8 mm/giro, in modo da ottenere uno *steering ratio*, più o meno costante, pari a 10: esso definisce il rapporto tra angolo volante e angolo di sterzata delle ruote ed il valore considerato caratterizza tipicamente le vetture sportive da competizione tipo Formula. Tale valore permette di ottenere un sistema di sterzo particolarmente reattivo e di realizzare una connessione praticamente diretta del volante con le ruote.



Figura 7.34: Ingranamento della cremagliera col pignone.

In Tabella 7.14 e in Tabella 7.15 si riportano rispettivamente: le coordinate geometriche dei punti caratteristici contenuti nel modello del sistema a cremagliera; i giunti contenuti all'interno dello stesso modello ed il relativo orientamento nello spazio. Il modello di partenza, utilizzato per il sistema di sterzo a cremagliera, contiene, inoltre, al suo interno un modello multibody che simula il funzionamento della colonna di sterzo. Per semplicità esso è stato utilizzato come modello di partenza, mantenendo inalterati i corpi ed i giunti che ne caratterizzano la funzione. Dall'altro canto, coerentemente al tipo di vettura considerato, la colonna di sterzo è stata spostata in corrispondenza del piano di mezzeria del veicolo, mentre il punto centrale del volante è stato abbassato in

modo tale da posizionarsi in maniera opportuna all'interno della scocca (Figura 7.35). In Figura 7.36 è riportato, infine, il modello multibody del sistema di sterzo assemblato al modello di sospensione anteriore descritto al paragrafo 7.3.

Point Number	Point Name	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
37	Inner Tierod Ball Joint	-1935	203	285
38	Tierod CG	-1883	411	306
39	Rack CG	-1935	0	285
40	Point for Spherical Joint	-1935	0	285
41	Center of Pinion	-1925	0	270
42	Upper Input Shaft	-1800	0	290
43	Upper Pinion	-1863	0	280
44	Pinion CG	-1894	0	275
45	Rack Housing CG	-1935	0	285
46	Rack Housing End	-1935	128	285
47	Rack Housing Mount	-1980	38	285
48	Rack Housing Axial	-1980	38	385
49	Rack Housing Radial	-1880	38	285

Tabella 7.14: Coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici contenuti nel modello multibody del sistema di sterzo a cremagliera.

Joint Type	Body 1	Body 2	Origin	Orientation		
Ball Joint	Tierod	Knuckle	15		-	
Revolute Joint	Rack Housing	Pinion	41	Align. Axis by Point	43	
Translational Joint	Rack Housing	Steering Dummy Body	39	Align. Axis by Point	37	
				Shaft Body 1 by Point	Crosspin Body 2 by Vector	
Universal Joint	Tierod	Rack	37	15	Global X-Axis	
Orientation Joint	Steering	Rack	-	Origin 1	Origin 2	
	Body		-	39	39	

Tabella 7.15: Giunti contenuti nel modello multibody del sistema di sterzo a cremagliera e relativo orientamento.



Figura 7.35: Modello multibody della colonna di sterzo assemblato al modello della cremagliera.



Figura 7.36: Modello multibody del sistema di sterzo assemblato al modello di sospensione anteriore.

7.5.1 Geometria del sistema di sterzo

In fase di impostazione cinematica del sistema di sterzo, scegliendo opportunamente il posizionamento dei punti cinematici, è possibile ottenere tre diversi tipi di geometrie: Ackermann o Pro-Ackermann; Parallel; Anti-Ackermann. A basse accelerazioni laterali, guando la vettura si muove con bassa velocità di avanzamento su una traiettoria curva, si genera una bassa forza centrifuga e gli pneumatici, sviluppando angoli di deriva praticamente quasi nulli, scambiano col terreno forze laterali particolarmente ridotte. Una geometria di tipo Ackermann permette di ottenere la suddetta condizione di sterzatura (sterzatura cinematica, Paragrafo 6.1), in cui la ruota interna risulta essere sterzata di un angolo maggiore rispetto alla ruota esterna: le rette ortogonali ai piani medi delle due ruote si intersecano in un punto e definiscono, ciascuna, un raggio di curvatura differente (Figura 7.37a). Ad alte accelerazioni laterali, invece, quando la vettura si muove con elevata velocità di avanzamento su una traiettoria curva, gli pneumatici, sviluppando angoli di deriva non nulli, generano al contatto con la strada forze laterali maggiori rispetto alla condizione di sterzatura precedente. A questo punto si analizzano le curve di performance dei pneumatici anteriori, in modo tale da impostare una geometria di sterzo che permetta ad essi di sviluppare sempre la massima forza laterale disponibile. Generalmente, all'aumentare del carico verticale agente sullo pneumatico, l'angolo di deriva, in corrispondenza del quale si raggiunge il picco di forza laterale, tende aumentare. Utilizzando, quindi, una geometria di tipo Ackermann: la ruota interna, meno caricata, è costretta a lavorare ad angoli di deriva maggiori dell'angolo richiesto per raggiungere il picco di forza laterale; dall'altro canto la ruota esterna, più caricata in seguito al trasferimento di carico laterale, si ritrova a lavorare con angoli di deriva minori dell'angolo necessario a raggiungere il picco di forza. In questo modo, l'assale anteriore tende a sviluppare complessivamente una forza laterale minore rispetto a quella disponibile. Per questo motivo, generalmente, si è più inclini ad utilizzare, sulle vetture sportive, una geometria di tipo Anti-Ackermann o Parallel: esse permettono di ottenere sulla ruota esterna un angolo di sterzata rispettivamente maggiore o uguale a quello della ruota interna (Figura 7.37b e c).



Figura 7.37: Geometria di sterzo di tipo: a) Ackerman; b) Parallel; c) Anti-Ackermann.

Prima di analizzare le curve di performance degli pneumatici anteriori e valutare la geometria di sterzo più adatta da realizzare, è stato valutato l'angolo di sterzata richiesto dalla ruota esterna per descrivere un arco di raggio minimo pari a 7 metri (Rs), supponendo di utilizzare una geometria di tipo Ackermann (Figura 7.38).



Figura 7.38: Grandezze fondamentali per il calcolo del raggio R_S.

Di seguito si riporta la relazione utilizzata per il calcolo del raggio Rs:

$$R_S = \frac{L}{\sin \delta_{O,max}} + r_O \quad , \tag{7.1}$$

dove $\delta_{o,max}$ è il massimo angolo di sterzata della ruota esterna, mentre r_o è la distanza che intercorre tra i giunti sferici che uniscono i montanti ai bracci oscillanti inferiori. Noto R_S ed ipotizzati in maniera approssimata gli ingombri della vettura in direzione longitudinale (d) ed in direzione trasversale (e) è stato valutato "il raggio tra muri" minimo R_{tc} (*R_{curb} to curb*) (Figura 7.39):

$$R_{tc} = \sqrt{d^2 + \left(R_S \cos \delta_{O,max} + e - \frac{t_F}{2}\right)^2} .$$
 (7.2)



Figura 7.39: Grandezze fondamentali per il calcolo di R_{tc}.

Di seguito si riportano i risultati ottenuti utilizzando le relazioni precedenti:

L	ro	d	е	t⊧	Rs	$\delta_{o,max}$	Rtc
[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[deg]	[m]
2.485	0.78	3.775	0.9	1.435	7	21.1	7.5

Tabella 7.16: Risultati in termini di raggio di curva minimo consentito.

A questo punto, è stata applicata una metodologia che consente di individuare la geometria di sterzo più adatta alle caratteristiche degli pneumatici, in modo tale che essi lavorino sempre in condizioni di massima aderenza, sviluppando la massima forza laterale disponibile. Come anticipato al paragrafo 6.3, in curva, in presenza di un'accelerazione laterale non nulla e di una distanza tra il centro di rollio ed il baricentro della massa sospesa, la cassa tende a rollare. In questo caso, è stata isolata la dinamica di rollio all'avantreno: essa è stata valutata, approssimativamente, in maniera indipendente rispetto alla dinamica che caratterizza il retrotreno, considerando nella trattazione la sola massa gravante sull'assale anteriore e trascurando la sua ripartizione in massa sospesa e massa non sospesa. Di seguito vengono riportate le relazioni utilizzate per valutare in modo semplice e approssimato la massima accelerazione laterale (A_y) e gli angoli di sterzata delle ruote interna ed esterna ($\delta_{out} e \delta_{in}$), eseguendo un calcolo iterativo:

$$\begin{split} \varphi_{Roll} &= \frac{mA_ygh_G}{(K_{Roll,F} + K_{Roll,R})} \\ F_{z,out} &= 0.5 \ mgFWD + \frac{\varphi_{Roll}K_{Roll,F}}{t_F} \\ F_{z,in} &= 0.5 \ mgFWD - \frac{\varphi_{Roll}K_{Roll,F}}{t_F} \\ A_y &= \frac{F_{y,in,max}(F_{z,in},\gamma_{in}) + F_{y,out,max}(F_{z,out},\gamma_{out})}{m} \\ \alpha_{out}^G &= \frac{L}{R + t_F/2} + \beta \\ \alpha_{out}^G &= \frac{L}{R - t_F/2} + \beta \\ \delta_{out} &= \alpha_{out}^G - \alpha_{out,max}(F_{z,out},\gamma_{out}) \\ \delta_{in} &= \alpha_{in}^G - \alpha_{in,max}(F_{z,in},\gamma_{in}) \\ \gamma_{out} &= \gamma_{0,out} + \lambda(1 - \cos(\delta_{out})) - \theta \sin \delta_{out} + \varphi_{Roll}RC \\ \gamma_{in} &= -\gamma_{0,in} + \lambda(1 - \cos(\delta_{in})) - \theta \sin \delta_{in} + \varphi_{Roll}RC \\ \end{split}$$

In Tabella 7.17 è riportata la descrizione di ciascuna grandezza utilizzata nel calcolo iterativo.

Simbologia	Descrizione
Ay	Accelerazione laterale
h_G	Altezza del baricentro
K _{Roll,F}	Rigidezza a rollio all'avantreno
K _{Roll,R}	Rigidezza a rollio al retrotreno
$F_{z,out}$	Carico verticale agente sullo pneumatico esterno
F _{z,in}	Carico verticale agente sullo pneumatico interno
FWD	Frazione di carico verticale gravante sull'assale anteriore
t_F	Carreggiata anteriore
m	Massa del veicolo
L	Passo del veicolo
R	Raggio di curva
β	Angolo di assetto
α_{out}^{G}	Angolo di deriva geometrico della ruota esterna
α_{in}^{G}	Angolo di deriva geometrico della ruota interna
$\alpha_{out,max}$	Angolo di deriva in corrispondenza del quale lo pneumatico esterno sviluppa la massima forza laterale
$\alpha_{in,max}$	Angolo di deriva in corrispondenza del quale lo pneumatico interno sviluppa la massima forza laterale
Yout	Angolo di inclinazione della ruota esterna
Yin	Angolo di inclinazione della ruota interna
$\gamma_{0,out}$	Angolo di camber statico della ruota esterna
$\gamma_{0,in}$	Angolo di camber statico della ruota interna
λ	Angolo di kingpin
θ	Angolo di caster
RC	Variazione dell'angolo di camber per ogni variazione unitaria dell'angolo di rollio (Roll Camber)
δ_{in}	Angolo di sterzata della ruota interna
δ_{out}	Angolo di sterzata della ruota esterna

Tabella 7.17: Descrizione delle grandezze utilizzate nel calcolo iterativo finalizzato al calcolo dei corretti degli angoli sterzata delle ruote anteriori.

Il calcolo tiene conto anche dell'effetto del camber sulla massima forza laterale sviluppata dai pneumatici. In particolare, è stata riportata anche la variazione dell'angolo di inclinazione: in funzione dell'angolo di rollio, parametrizzata rispetto al Roll Camber; in funzione dell'angolo di sterzata della ruota, parametrizzata rispetto all'angolo di kingpin e al caster. Per poter completare il calcolo iterativo

è necessario conoscere le curve di performance dello pneumatico ed in particolare:

- l'andamento del picco di forza laterale in funzione del carico verticale e parametrizzato rispetto all'angolo di camber, F_{y,max}(F_z, γ) (Figura 7.40);
- l'andamento dell'angolo di deriva (che individua il picco di forza laterale) in funzione del carico verticale e parametrizzato rispetto all'angolo di camber, α_{max}(F_z, γ) (Figura 7.41);



Figura 7.40: Andamento del picco di forza laterale in funzione del carico verticale e parametrizzato rispetto all'angolo di camber.



Figura 7.41: Andamento dell'angolo di deriva (che individua il picco di forza laterale) in funzione del carico verticale e parametrizzato rispetto all'angolo di camber.

Di seguito si riportano prima i dati di input (Tabella 7.18) e poi i risultati ottenuti per differenti valori del raggio di curva R (Tabella 7.19).

m	FWD	L	t_F	h_G	K _{Roll,F}	K _{Roll,R}	λ	θ	RC
[kg]		[m]	[m]	[m]	[Nm/deg]	[Nm/deg]	[deg]	[deg]	
767	0.5	2.485	1.435	0.262	950	650	17.2	3.8	-0.37

R	Yout	Yin	$\alpha_{out,max}$	$\alpha_{in,max}$	$F_{z,out}$	$F_{z,in}$	A_y	$\delta_{in} - \delta_{out}$
[m]	[deg]	[deg]	[deg]	[deg]	[N]	[N]	[g]	[deg]
10	-0.95	-0.91	8.80	-7.63	3291	471	1.70	0.87
50	-1.21	-1.20	-8.75	-7.52	3304	458	1.71	-1.14
100	-1.19	-1.18	-8.75	-7.53	3303	459	1.71	-1.20
200	-1.18	-1.16	-8.75	-7.54	3303	459	1.71	-1.21

Tabella 7.18: Dati di input utilizzati per il calcolo iterativo.

In Figura 7.42 e Figura 7.43 si riporta, invece, la differenza tra gli angoli di sterzata in funzione rispettivamente dell'angolo di Ackermann e del raggio di curva.



Figura 7.42: Differenza tra gli angoli di sterzata in funzione dell'angolo di Ackermann.

Tabella 7.19: Risultati ottenuti col calcolo iterativo per differenti valori del raggio di curva R.



Figura 7.43: Differenza tra gli angoli di sterzata in funzione del raggio di curva.

Il risultato evidenziato dall'ultima figura suggerisce l'utilizzo: di una geometria di tipo Ackermann se si percorrono traiettorie curve di raggio molto piccolo; di una geometria di tipo Anti-Ackermann se la vettura si sposta lungo traiettorie di raggio più ampio. In particolare, facendo variare il raggio di curva da 20 a 200 metri, la differenza tra gli angoli di sterzo alle ruote varia da circa -0.75° a -1.2°. Tuttavia, la relazione utilizzata per valutare in maniera approssimata l'angolo di deriva geometrico risulta valida solo in corrispondenza di ampi raggi di curva. Per questo motivo, la metodologia adottata fornisce un criterio valido per l'impostazione cinematica del sistema di sterzo solo per bassi valori dell'angolo volante. Inoltre, si pensa che una vettura da competizione di questo tipo si sposti su strada ad alte velocità, percorrendo esclusivamente traiettorie curve di raggio piuttosto ampio. Per questo motivo, in un primo momento, si è cercato di implementare un sistema di sterzo tale da realizzare una geometria di tipo Anti-Ackermann, spostando verso l'interno vettura il posizionamento del punto 15, in cui convergono il braccio ed il tirante di sterzo. Tuttavia, per poter ottenere già a bassissimi angoli del volante una differenza degli angoli di sterzo alle ruote dell'ordine di 1°, si è realizzata una geometria di sterzo piuttosto estrema e tale da ridurre considerevolmente il raggio di curva minimo garantito dal sistema a basse velocità. Per questo motivo, si è realizzata una geometria tipo Parallel dato che:

- si è visto che la forza laterale si mantiene circa costante in un intorno piuttosto ampio dell'angolo di deriva α_{max} (al variare anche dell'angolo di camber e del carico verticale agente);
- la vettura deve potersi spostare a basse velocità anche su traiettorie curve di raggio ridotto (il raggio tra muri minimo garantito è stato posto, infatti, pari a 7.5 metri).

Infine, il valore riportato in Figura 7.43 in corrispondenza di un raggio di curva molto ampio pari a 200 metri suggerisce di impostare sui pneumatici anteriori un angolo di convergenza statico positivo di circa 0.6°.

7.6 Curve di performance dei pneumatici

Per ottenere un modello di veicolo completo da studiare in termini di dinamica, si è ipotizzato che la vettura monti all'avantreno uno pneumatico 200/55 R13 ed al retrotreno un 240/57 R13. Noti i coefficienti $p_i e \lambda_i$ caratteristici dello pneumatico è stato possibile valutare le curve di performance di entrambi gli pneumatici, in termini di forze sviluppate al contatto ruota-suolo, utilizzando le formule di Pacejka espresse dalle relazioni (3.4), (3.5), (3.6), (3.10), (3.11).



Figura 7.44: Andamento della forza di deriva sviluppata dallo pneumatico anteriore parametrizzato rispetto al carico verticale. Evidenziati in rosso i picchi di forza laterale.



Figura 7.45: Andamento della forza di deriva sviluppata dallo pneumatico posteriore parametrizzato rispetto al carico verticale. Evidenziati in rosso i picchi di forza laterale.

Nelle Figura 7.44 e Figura 7.45 sono stati riportati gli andamenti, parametrizzati rispetto al carico verticale, della forza di deriva sviluppata rispettivamente dallo pneumatico anteriore e da quello posteriore. In particolare, si può notare come:

- l'angolo di deriva, in corrispondenza del quale si raggiunge il picco di forza laterale, aumenti in valore assoluto all'aumentare del carico verticale agente sullo pneumatico;
- la forza laterale si mantenga circa costante in un intorno piuttosto ampio dell'angolo di deriva, in corrispondenza del quale si raggiunge il picco di forza.



Figura 7.46: Andamento della spinta di camber sviluppata dallo pneumatico anteriore, in funzione del carico verticale e parametrizzato rispetto all'angolo di camber.



Figura 7.47: Andamento della spinta di camber sviluppata dallo pneumatico posteriore, in funzione del carico verticale e parametrizzato rispetto all'angolo di camber.

Nelle figureFigura 7.46Figura 7.47 si riportano, invece gli andamenti, parametrizzati rispetto all'angolo di camber, della spinta di campanatura sviluppata rispettivamente dallo pneumatico anteriore e da quello posteriore in funzione del carico verticale. In particolare, a parità di carico verticale agente sullo

pneumatico, in entrambi i casi la spinta di campanatura cresce linearmente con l'angolo di camber.



Figura 7.48: Rigidezza di deriva dello pneumatico anteriore e di quello posteriore, in funzione del carico verticale agente.

In Figura 7.48 è stato riportato, sia per lo pneumatico anteriore che per quello posteriore, l'andamento della rigidezza di deriva in funzione del carico verticale: in entrambi i casi esso prima cresce linearmente, poi, raggiunto il massimo, tende a mantenersi costante.



Figura 7.49: Andamento della forza longitudinale sviluppata dallo pneumatico anteriore al contatto ruota-suolo, in funzione dello scorrimento longitudinale e parametrizzato rispetto al carico verticale.



Figura 7.50: Andamento della forza longitudinale sviluppata dallo pneumatico anteriore al contatto ruota-suolo, in funzione dello scorrimento longitudinale e parametrizzato rispetto al carico verticale.

Nelle figure Figura 7.49Figura 7.50 sono riportati, invece, in funzione dello scorrimento longitudinale, gli andamenti della forza longitudinale sviluppata rispettivamente dallo pneumatico anteriore e da quello posteriore per diversi valori del carico verticale. Dato che l'assale posteriore è anche quello di trazione,

si è ipotizzato che il retrotreno montasse pneumatici più larghi e caratterizzati da un raggio libero più grande, in modo da garantire maggiore aderenza disponibile in longitudinale in fase di trazione.

7.7 Calcolo dei coefficienti di rigidezza delle molle

I coefficienti di rigidezza delle molle sono stati calcolati valutando inizialmente la dinamica di rollio del veicolo, descritta al Paragrafo 6.3. In fase di definizione degli obiettivi prestazionali di dinamica veicolo, l'accelerazione laterale massima sostenuta dalla vettura ($A_{y,max}$) è stata fissata a 1.5g. In corrispondenza della massima accelerazione laterale è stato calcolato il trasferimento di carico laterale totale, utilizzando la relazione espressa dalla (6.14).

W	$A_{y,max}$	h_G	t	$\Delta F_{z,tot}$
[N]	[g]	[m]	[m]	[N]
7524	1.5	0.262	1.435	2061

Tabella 7.20: Calcolo del trasferimento di carico laterale totale.

Come anticipato nei paragrafi precedenti, il cinematismo previsto da entrambi i sistemi di sospensione consente alle ruote corrispondenti un'escursione massima di ± 25 mm, a partire dalla configurazione statica. In particolare: si definisce *jounce* (+) il moto relativo di avvicinamento in direzione verticale della ruota alla scocca; si definisce *rebound* (-) il moto relativo di allontanamento della ruota dalla scocca nella medesima direzione. Supponendo che, in corrispondenza del massimo valore di accelerazione laterale, a fronte di un'escursione massima in *jounce* di +25 millimetri, la vettura rolli di un angolo tale da causare in direzione verticale un avvicinamento relativo delle ruote esterne rispetto alla scocca pari a 15 millimetri ($z_{w,max}$), è possibile valutare l'angolo di rollio massimo (φ_{max}) e di conseguenza il gradiente di rollio (*RG*) come:

$$\varphi_{max} = \arctan\left(\frac{2z_{w,max}}{t_F}\right) \qquad RG = \frac{\varphi_{max}}{A_{y,max}}$$
(7.4)

Definito il posizionamento del baricentro della massa sospesa, utilizzando il blocco di equazioni (6.15), è stata valutata la coppia rollante agente su di essa e

la rigidezza a rollio totale necessaria ad ottenere l'angolo di rollio massimo calcolato precedentemente.

W	W_S	W_{UF}	W_{UR}	L	h_G	b	R_{LF}	R_{LR}	a_S	b_S	h_S
[N]	[N]	[N]	[N]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]
7524	6772	752	752	2.485	0.262	1.242	0.267	0.294	1.242	1.242	0.260

<i>Ws</i>	h ₂	$arphi_{max}$	M _{Roll}	<i>RG</i>	<i>K_{Roll,tot}</i>
[N]	[m]	[deg]	[Nm]	[deg/g]	[Nm/deg]
6772	0.188	1.2	1909	0.8	1616

Tabella 7.21: Calcolo della posizione del baricentro della massa sospesa.

Tabella 7.22: Calcolo dell'angolo di rollio massimo, del gradiente di rollio e della rigidezza a rollio totale.

A questo punto, utilizzando le relazioni espresse dalla (6.18), è stato eseguito un calcolo iterativo finalizzato alla valutazione sui due assali delle rigidezze a rollio necessarie ad ottenere all'avantreno una frazione del trasferimento di carico laterale maggiore del 5% rispetto alla frazione di carico statico gravante sullo stesso assale, in modo tale da ottenere al più un comportamento sottosterzante.

$\Delta F_{z,tot}$ [N]	FTLLTD	<i>K_{Roll,F}</i> [Nm/deg]	<i>K_{Roll,R}</i> [Nm/deg]	FRRD	RRRD
2061	0.53	954	661	0.59	0.41

Tabella 7.23: Calcolo della ripartizione della rigidezza a rollio totale.

La ripartizione ottimale della rigidezza a rollio sui due assali coincide con la ripartizione della coppia rollante, per cui si è calcolato il trasferimento di carico laterale sui due assali dovuto alla sola coppia rollante. Di conseguenza, noto $z_{w,max}$, è stato possibile calcolare: la rigidezza di una molla equivalente al sistema di molle a tazza, applicata al contatto ruota-strada ed agente in direzione verticale in sola fase di scuotimento asimmetrico delle ruote anteriori; la rigidezza di una molla equivalente alla molla presente sull'assale posteriore, applicata al contatto ruota-strada, ed agente in direzione verticale in fase di scuotimento di delle ruote posteriori. Sull'assale posteriore tale rigidezza coincide con il *Ride Rate* ($K_{Ride,R}$), dato che la molla dell'ammortizzatore irrigidisce la sospensione sia in termini di scuotimento che di rollio. Sull'assale

anteriore tale rigidezza interviene solo in fase di rollio: la molla centrale azionata dal rocker caratterizza invece la fase di scuotimento puro.

$$K_{Ride,R} = \frac{M_{Roll,R}}{t_R z_{w,max}}$$

$$K_{eq,disc} = \frac{M_{Roll,F}}{t_F z_{w,max}}$$

$$M_{Roll,R} \qquad t_F \qquad t_R \qquad z_{w,max} \qquad K_{Ride,R} \qquad K_{eq,disc}$$

$$[Nm] \qquad [m] \qquad [m] \qquad [m] \qquad [N/mm] \qquad [N/mm]$$

0.015

36.3

52.4

Tabella 7.24: Calcolo delle rigidezze delle molle applicate al contatto ruota-strada equivalenti a quelle reali che si oppongono al rollio sui due assali.

1.435

M_{Roll,F} [Nm]

1127

781

1.435

A questo punto è stato possibile utilizzare le relazioni seguenti per valutare le rigidezze a rollio dei due assali e verificare che esse coincidessero con i valori calcolati precedentemente:

$$K_{Roll,F} = \frac{K_{eq,disc}t_{F}^{2}}{114.6}$$

$$K_{Roll,R} = \frac{K_{Ride,R}t_{R}^{2}}{114.6}$$
(7.6)

È stata dunque calcolata la frequenza di scuotimento della massa sospesa che insiste sull'assale posteriore ($f_{Ride,R}$):

$$f_{Ride,R} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{Ride,R}}{m_{S,R}}}$$
 (7.7)

In fase di definizione degli obiettivi prestazionali di dinamica veicolo, è stato posto $f_{Ride,R} = 1.15 f_{Ride,F}$. È stata, dunque, calcolata la rigidezza $K_{Ride,F}$: essa corrisponde alla rigidezza di una molla equivalente a quella centrale contenuta nel modello di sospensione anteriore, applicata al contatto ruota-strada ed agente in sola fase di scuotimento simmetrico dei pneumatici anteriori.

$K_{Ride,F}$	$K_{Ride,R}$	$f_{Ride,F}$	$f_{Ride,R}$
[N/mm]	[N/mm]	[Hz]	[Hz]
27.4	36.3	2.01	2.31

Tabella 7.25: Calcolo delle frequenze di scuotimento della massa sospesa all'avantreno ed al retrotreno

Note le rigidezze $K_{Ride,F}$ e $K_{Ride,R}$ è stato possibile calcolare, rispetto ad entrambi gli assali, il *Wheel rate*, ovvero la rigidezza di una molla applicata al centro ruota ed equivalente alla molla reale contenuta nel modello. Noto il *Wheel rate* è stata calcolata la rigidezza delle molle fisiche che caratterizzano i gruppi mollaammortizzatore:

$$K_{Wheel} = \frac{K_{tyre}K_{Ride}}{K_{tyre} - K_{Ride}}$$
(7.8)

$$K_{Spring} = \frac{K_{Wheel} - \frac{\partial MR}{\partial z_w} PL}{MR^2}$$
(7.9)

dove K_{tyre} è la rigidezza verticale dello pneumatico, *PL* è il precarico della molla e *MR* è il rapporto di moto, definito come la deformazione subita dalla molla per ogni millimetro di escursione della ruota.

		Front	Rear
K _{Ride}	[N/mm]	27.4	36.3
K_{tyre}	[N/mm]	250	250
K _{Wheel}	[N/mm]	30.8	42.5
MR	-	0.69	0.8
PL	[N]	2333	2050
∂MR	[mm ⁻¹]	0.0077	-0.0006
∂z_w			
K_{Spring}	[N/mm]	26.6	68.6

Tabella 7.26: Calcolo delle rigidezze effettive delle molle.

I calcoli precedenti sono stati eseguiti facendo riferimento al *corner* della vettura sia all'avantreno che al retrotreno. Tuttavia, all'avantreno vi è un'unica molla ad irrigidire il sistema di sospensione in termini di scuotimento ed a sostenere l'intera massa sospesa gravante sull'assale anteriore, per cui è necessario che il coefficiente di rigidezza della molla reale sia il doppio di

 $K_{Spring,F}$. La rigidezza delle molle elicoidali che, invece, approssimano il funzionamento del sistema di molle a tazza è stata impostata a 150 N/mm, in modo da ottenere una rigidezza a rollio all'avantreno pari a 950 Nm/deg.

7.8 Calcolo dei coefficienti di smorzamento degli ammortizzatori

Per il calcolo dei coefficienti di smorzamento degli ammortizzatori è stata adottata la metodologia riportata nel Capitolo 5 ed, in particolare, nel Paragrafo 5.1.4. È stata definita rispetto ad entrambi gli assali la risposta in frequenza del sistema in termini di ampiezze dell'accelerazione della massa sospesa e della componente dinamica di forza verticale, entrambe normalizzate rispetto all'eccitazione esterna. Successivamente è stato valutato rispetto ad entrambi gli assali, per diversi valori del coefficiente di smorzamento, l'andamento della a_{rms} in funzione della $F_{z rms}$.



Figura 7.51: Andamento della a_{rms} in funzione della $F_{z rms}$, per diversi valori del coefficiente di smorzamento (assale posteriore).



Figura 7.52: Andamento della a_{rms} in funzione della $F_{z rms}$, per diversi valori del coefficiente di smorzamento (assale anteriore).

In particolare, è stato scelto, sia all'avantreno che al retrotreno, il coefficiente di smorzamento che ottimizza la tenuta di strada minimizzando la rms della componente dinamica della forza verticale. Se C_{wheel} è il coefficiente di smorzamento di un ammortizzatore equivalente applicato al centro ruota ed agente in direzione verticale, è possibile valutare lo smorzamento dell'ammortizzatore presente nel modello di sospensione come:

$$C_{shk\ abs} = \frac{C_{wheel}}{MR^2} \ . \tag{7.10}$$

In Tabella 7.27 si riportano i valori di input utilizzati nel calcolo ed i relativi risultati in termini di coefficienti di smorzamento. Il calcolo è stato eseguito rispetto ad entrambi gli assali valutando il *corner* del veicolo. Per questo motivo, il coefficiente di smorzamento dell'unico ammortizzatore, presente nel modello di sospensione anteriore, è, in realtà, pari al doppio di quello calcolato e riportato in Tabella 7.27.

		Front	Rear
m _{s,corner}	[kg]	172.6	172.6
m _{n,corner}	[kg]	19.2	19.2
K _{Wheel}	[N/m]	30830	42460
K_{tyre}	[N/m]	250000	250000
С	[m²(cicli/m)]	1.28e ⁻⁶	1.28e ⁻⁶
n	-	2	2
V	[m/s]	30	30
C_{wheel}	[Ns/m]	1881	1948
$C_{shk abs}$	[Ns/m]	3890	3059

Tabella 7.27: Risultati del calcolo eseguito per valutare i coefficienti di smorzamento ottimi.

7.9 Analisi cinematica dei sistemi di sospensione

La determinazione delle coordinate geometriche dei punti cinematici dei sistemi di sospensione è avvenuta in modo da ottenere determinate prestazioni cinematiche:

- Mantenere un buon controllo sul camber al variare dell'angolo di rollio;
- Ottenere un posizionamento stabile del centro di rollio: quando la vettura rolla in curva, è bene contenere gli spostamenti del centro di rollio, soprattutto in direzione verticale, affinché non si modifichi il comportamento più o meno sottosterzante/sovrasterzante del veicolo;
- Minimizzare lo *scrub*, ovvero la variazione di semicarreggiata ottenuta in seguito al moto di scuotimento della ruota in direzione verticale;
- Mantenere un buon controllo sul camber in fase di jounce/rebound;
- Minimizzare il *bump steer*, ovvero la variazione dell'angolo di convergenza in seguito al moto di scuotimento della ruota in direzione verticale.

Quando la vettura è in curva, in presenza di un'accelerazione laterale non nulla, la scocca tende a rollare verso le ruote esterne, che risultano, quindi, maggiormente caricate. Il *Roll Camber* garantito da uno schema di sospensione pushrod a bracci paralleli e di medesima lunghezza è nullo: in tal caso le ruote tenderebbero, entrambe, a rollare verso l'esterno di un angolo pari a quello di rollio della scocca. In questo modo si otterrebbe, in termini di campanatura, un cattivo posizionamento degli pneumatici rispetto al piano della strada e, quindi, una riduzione della capacità di sviluppare forza laterale da parte degli pneumatici al contatto ruota-strada. Infatti, per poter sviluppare forze maggiori, la ruota esterna e quella interna richiederebbero un angolo di camber rispettivamente negativo e positivo, mentre, nel caso analizzato precedentemente, si verifica esattamente la condizione opposta. Il recupero di campanatura, direttamente connesso al Roll Camber, aumenta riducendo il valore della grandezza nota come FVSA length. Essa è definita come la lunghezza del segmento ottenuto proiettando sul piano della strada la distanza tra il centro ruota ed il centro di istantanea rotazione della sospensione ricavato in vista frontale. Per poter ottenere, dunque, un buon recupero di camber si è pensato di ridurre la lunghezza del segmento in questione introducendo un'inclinazione relativa dei bracci oscillanti, in modo tale che essi convergessero verso l'interno vettura. Tuttavia, mentre la ruota si sposta in *jounce* o *rebound*, la posizione del centro di istantanea rotazione varia e lo spostamento in direzione laterale dipende dalla lunghezza relativa dei bracci oscillanti. In particolare, utilizzando all'avantreno un braccio superiore più corto rispetto a quello inferiore, si è visto che è possibile incrementare lo spostamento laterale del centro di istantanea rotazione ed il recupero di campanatura complessivo. Tuttavia, l'utilizzo di uno schema di sospensione a bracci convergenti, a differenza di una sospensione a bracci paralleli, riduce il controllo sul camber in fase di scuotimento simmetrico delle ruote. In termini di dinamica longitudinale, infatti, in accelerazione o in frenata, gli pneumatici sviluppano la massima forza longitudinale disponibile in corrispondenza di un angolo di camber pari a zero, quando le dimensioni dell'orma di contatto sono massime. Per ottenere un corretto moto di rollio della scocca, invece, i punti cinematici sono stati scelti in modo da garantire anche un'altezza da terra del centro di rollio che fosse minore rispetto a quella del baricentro della massa sospesa. Per contenere, invece, in fase di scuotimento asimmetrico delle ruote, gli spostamenti del centro di rollio in direzione verticale e laterale sono stati scelti opportunamente i punti in corrispondenza dei quali i bracci oscillanti si collegano alla scocca: in particolare, dalla teoria, si evince che, utilizzando uno schema di sospensione a bracci convergenti e di disuguale lunghezza, è possibile contenere meglio tali movimenti del centro di rollio. È importante, inoltre, che il centro di rollio, spostandosi in direzione verticale, non attraversi il piano della strada. Per limitare, invece, la variazione di semicarreggiata in seguito ad uno spostamento verticale del centro ruota, è stata ridotta l'altezza del centro di istantanea rotazione ricavato in vista frontale, contenendo l'inclinazione del braccio oscillante inferiore. Infine, il bump steer dipende, all'avantreno, dall'altezza della cremagliera: in particolare, in assenza di una geometria antidive, se il prolungamento del tirante di sterzo passa per il centro di istantanea rotazione ricavato in vista frontale, si ottiene una variazione nulla dell'angolo di convergenza. Oltre alle prestazioni cinematiche precedentemente definite, data la natura sterzante del sistema di sospensione all'avantreno, sulla base di alcune considerazioni sugli angoli di caster e di kingpin, sono stati posizionati in maniera adeguata i giunti sferici che collegano il montante ai bracci oscillanti e che definiscono l'asse di sterzo. L'angolo di kingpin produce gli effetti seguenti:

 Genera sulle ruote una variazione degli angoli di campanatura al variare degli angoli di sterzata. In particolare: la ruota esterna, maggiormente caricata, guadagna camber positivo producendo un effetto negativo sulla capacità di sviluppare forze laterali al contatto ruota-suolo; la ruota interna guadagna anch'essa camber positivo, producendo però, in questo caso, un effetto positivo sulla capacità di trasmettere forze laterali al contatto ruota-pneumatico.



Figura 7.53: Effetto del kingpin sulla variazione dell'angolo di camber della ruota esterna.

- All'aumentare dell'angolo di sterzata si genera un effetto di sollevamento della cassa, in corrispondenza della ruota esterna, che tende a far variare il trasferimento di carico in curva;
- Influenza lo scrub radius, definito come distanza tra l'asse di sterzo ed il
 piano medio della ruota, valutata sul piano della strada in vista frontale.
 Se l'asse di sterzo, in vista frontale, interseca il piano della strada in un
 punto interno alla carreggiata, lo scrub radius è definito positivo, altrimenti
 è definito negativo. In caso di frenata asimmetrica delle ruote sterzanti,
 legata ad esempio a condizioni di aderenza differenti realizzate sui due
 pneumatici, in presenza di uno scrub radius positivo si genererebbe un
 momento che tende a sterzare le ruote nel verso concorde al momento
 imbardante legato alla condizione di frenata asimmetrica, introducendo un
 fenomeno di instabilità direzionale.

L'angolo di caster produce, invece, gli effetti riportati di seguito:

 Genera sulle ruote una variazione degli angoli di campanatura al variare degli angoli di sterzata. In particolare: la ruota esterna, maggiormente caricata, guadagna camber negativo producendo un effetto positivo sulla capacità di sviluppare forze laterali al contatto ruota-suolo; la ruota interna guadagna, invece, camber positivo, producendo, anche in questo caso, un effetto positivo sulla capacità di trasmettere forze laterali al contatto ruota-pneumatico.



Effect of Caster on Outer Wheel Camber

Figura 7.54: Effetto del caster sulla variazione dell'angolo di camber sulla ruota esterna.

- All'aumentare dell'angolo di sterzata si genera un ulteriore effetto di sollevamento della cassa che tende a far variare il trasferimento di carico in curva.
- Influenza il caster trail, definito come distanza tra l'asse di sterzo ed il punto ideale di contatto ruota-suolo, valutata sul piano della strada in vista laterale. Se l'asse di sterzo, in vista laterale, interseca il piano della strada in un punto esterno al passo del veicolo, il caster trail è definito positivo, altrimenti è definito negativo. In particolare, un caster trail positivo, favorendo il momento di autoallineamento dello pneumatico, da un lato introduce un effetto stabilizzante, dall'altro incrementa la coppia al volante restituita al driver.

Il corretto posizionamento dei giunti sferici, che definiscono l'asse di sterzo, è stato eseguito, dunque, cercando di ottenere:

- Un angolo di kingpin tale da limitare lo scrub radius positivo, cercando di ottenere al più un valore negativo stabilizzante;
- Un angolo di caster tale da compensare l'effetto negativo, introdotto dall'angolo di kingpin, sul camber della ruota esterna;
- Un caster trail positivo tale da produrre un corretto momento di autoallineamento sullo pneumatico senza incrementare troppo la coppia al volante restituita al driver.

Per verificare le prestazioni cinematiche garantite dai sistemi di sospensione in esame sono state realizzate tre prove di simulazione: *Static Ride Analysis, Roll Analysis, Steering Analysis*.

7.9.1 Static Ride Analysis

La *Static Ride Analysis* permette di simulare il moto di scuotimento simmetrico delle ruote di uno stesso assale, valutando l'intera escursione garantita dal cinematismo previsto dal sistema di sospensione. Al modello di sospensione considerato viene aggiunto un nuovo corpo rigido (*Jack*) che risulta vincolato: al *Ground* mediante un giunto prismatico che permette al *Jack* di muoversi esclusivamente in direzione verticale rispetto al *Ground;* alla ruota (*Wheel*)

mediante un giunto planare (*Inplane Joint*), in modo tale che durante la simulazione il *Jack* si mantenga ad una distanza costante dal centro ruota pari al raggio sotto carico statico dello pneumatico.



Figura 7.55: Rappresentazione grafica del modello utilizzato per eseguire la Static Ride Analysis.

Inoltre, in fase di simulazione: la scocca definita dal *Vehicle Body* resta vincolata al Ground da un *Fixed Joint* e non subisce spostamenti; vengono introdotti dei vincoli cinematici che impediscono la rotazione delle ruote e del volante, qualora il sistema di sospensione preveda anche un modello che simula il funzionamento del sistema di sterzo. In Tabella 7.28 sono riportati i parametri richiesti dal software di simulazione per poter eseguire la suddetta analisi rispetto ai sistemi di sospensione anteriore e posteriore. In particolare, sia all'avantreno che al retrotreno, i cinematismi previsti dai due sistemi di sospensione garantiscono alle rispettive ruote di competenza un'escursione massima, sia in *jounce* che in *rebound*, di 25 millimetri, a partire dalla configurazione statica.

Static Ride Analysis					
Vehicle end	Type of Susp.	Tire Static Loaded Radius [mm]	Tire Vertical Spring Rate [N/mm]	Jounce Travel [mm]	Rebound Travel [mm]
Front	Independent	268	250	25	25
Rear	Independent	294	250	25	25

Tabella 7.28: Parametri richiesti dal software di simulazione multibody per eseguire la Static Ride Analysis del sistema di sospensione anteriore e di quello posteriore.

La simulazione dura 10 secondi ed in Tabella 7.29 si riporta la descrizione delle fasi che ne caratterizzano lo svolgimento.

Time [s]	Action
0 - 2.5	Le ruote dell'assale, a partire dalla configurazione statica, si muovono in direzione verticale verso l'alto sino a raggiungere la massima escursione in jounce (+25mm).
2.5 - 5	Le ruote dell'assale si muovono verso il basso a partire dalla configurazione di massima escursione in jounce sino a raggiungere nuovamente la configurazione statica.
5 - 7.5	Le ruote dell'assale, a partire dalla configurazione statica, si muovono in direzione verticale verso il basso sino a raggiungere la massima escursione in rebound (-25mm).
7.5 - 10	Le ruote dell'assale si muovono verso l'alto a partire dalla configurazione di massima escursione in rebound sino a raggiungere nuovamente la configurazione statica.

Tabella 7.29: Descrizione delle fasi che caratterizzano la simulazione (Static Ride Analysis).



Figura 7.56: a) Configurazione statica della sospensione anteriore (t = 0.0 s); b) Condizione di massima escursione in jounce della sospensione anteriore (t = 2.5 s); Condizione di massima escursione in rebound della sospensione anteriore (t = 7.5 s).



Figura 7.57: a) Configurazione statica della sospensione posteriore (t = 0.0 s); b) Condizione di massima escursione in jounce della sospensione posteriore (t = 2.5 s); Condizione di massima escursione in rebound della sospensione posteriore (t = 7.5 s).



Figura 7.58: Variazione dell'angolo di convergenza con lo spostamento verticale dello pneumatico.



Figura 7.59: Variazione dell'angolo di Camber con lo scuotimento verticale dello pneumatico.


Figura 7.60: Variazione della semicarreggiata (anteriore e posteriore) con lo scuotimento verticale dello pneumatico.



Figura 7.61: Variazione dell'angolo di caster della sospensione anteriore, in funzione dello scuotimento dello pneumatico anteriore.



Figura 7.62: Variazione dell'angolo di kingpin della sospensione anteriore, in funzione dello scuotimento verticale dello pneumatico.



Figura 7.63: Variazione del caster trail in funzione dello scuotimento verticale dello pneumatico anteriore.



Figura 7.64: Variazione dello scrub radius, in funzione dello scuotimento verticale dello pneumatico.



Figura 7.65: Andamento del Motion Ratio (MR), in funzione dello scuotimento verticale parallelo degli pneumatici.



Figura 7.66: Andamento del Wheel Rate sui due assali in funzione dello scuotimento simmetrico dei pneumatici corrispondenti.



Figura 7.67: Andamento del Ride Rate sui due assali in funzione dello scuotimento simmetrico degli pneumatici corrispondenti.



Figura 7.68: Andamento della frequenza di scuotimento della massa sospesa all'avantreno ed al retrotreno.

La variazione dell'angolo di convergenza in corrispondenza della massima escursione della ruota, sia in jounce che in rebound, risulta essere minore di 1° (Figura 7.58). In Figura 7.59 si riporta, invece, l'andamento dell'angolo di camber con lo scuotimento parallelo degli pneumatici. Per entrambi i sistemi di sospensione è stata scelta un'inclinazione relativa dei bracci oscillanti tale da contenere l'altezza del centro di istantanea rotazione e, quindi, la variazione di semicarreggiata ad un valore massimo minore di 10 millimetri (Figura 7.60). Si è ottenuto anche un valore del braccio a terra trasversale (scrub radius) negativo, pari a circa -2.25 millimetri, in modo da ottenere al più l'effetto stabilizzante di cui si è parlato precedentemente (Figura 7.64). Esso, così come l'avancorsa (Figura 7.63), il caster (Figura 7.61) ed il kingpin (Figura 7.62), si mantengono circa costanti con lo scuotimento parallelo degli pneumatici. Gli andamenti del Wheel Rate (Figura 7.66) e del Ride Rate (Figura 7.67) subiscono degli incrementi repentini quando lo scuotimento degli pneumatici è tale da far intervenire i tamponi di fine corsa. Tale effetto si ripercuote, evidentemente, anche sugli andamenti delle frequenze di scuotimento della massa sospesa all'avantreno ed al retrotreno (Figura 7.68).

7.9.2 Static Roll Analysis

La *Static Roll Analysis* permette di simulare il moto di scuotimento asimmetrico delle ruote di uno stesso assale e fornisce una serie di indicazioni utili alla valutazione della cinematica e della dinamica di rollio. Si tratta di una simulazione quasi-statica durante la quale: la scocca definita dal *Vehicle Body* resta vincolata al Ground da un *Fixed Joint* e non subisce spostamenti; vengono introdotti dei vincoli cinematici che impediscono la rotazione delle ruote e del volante, qualora il sistema di sospensione preveda anche un modello che simula il funzionamento del sistema di sterzo. In Tabella 7.30 sono riportati i parametri richiesti dal software di simulazione per poter eseguire la suddetta analisi rispetto ai sistemi di sospensione anteriore e posteriore.

Static Roll Analysis								
Vehicle end	Type of	Tire Static	Tire Vertical	Wheel Travel in Roll				
	Susp.	Loaded Radius [mm]	Spring Rate [N/mm]	(Jounce & Rebound) [mm]				
Front	Independent	268	250	25				
Rear	Independent	294	250	25				

Tabella 7.30: Parametri richiesti dal software di simulazione multibody per eseguire la Static Roll Analysis del sistema di sospensione anteriore e di quello posteriore.

Di seguito si riportano i risultati della suddetta analisi in termini di: recupero di camber, spostamento del centro di rollio e rigidezza a rollio complessivamente garantita da ciascun assale.



rr

Figura 7.69: a) Condizione di massimo scuotimento asimmetrico delle ruote all'avantreno; b) Condizione di massimo scuotimento asimmetrico delle ruote al retrotreno.



Figura 7.70: Campanatura negativa recuperata dalla ruota esterna in funzione dell'angolo di rollio.



Figura 7.71: Campanatura positiva recuperata dalla ruota interna in funzione dell'angolo di rollio.



Figura 7.72: Variazione dell'altezza del centro di rollio (HCR) in funzione dell'angolo di rollio.



Figura 7.73: Spostamento in direzione laterale del centro di rollio (RC) in funzione dell'angolo di rollio.



Figura 7.74: Andamento della rigidezza a rollio sui due assali in funzione dell'angolo di rollio.

7.9.3 Steering Analysis

È stata realizzata, infine, una Steering Analysis per verificare che:

- Si sia ottenuto uno Steering Ratio pari a 10;
- Si sia ottenuta una geometria di sterzo di tipo Parallel;
- Il caster ottenuto sia sufficiente a compensare, in termini di camber, l'effetto negativo introdotto dall'angolo di kingpin sulla ruota esterna.

In Tabella 7.31 sono riportati i parametri richiesti dal software di simulazione multibody per eseguire la Steering Analysis del sistema di sospensione anteriore.

Static Ride Analysis								
Vehicle end	Type of Susp.	Tire Static Loaded Radius [mm]	Tire Vertical Spring Rate [N/mm]	Jounce Travel [mm]	Rebound Travel [mm]	Max Steering Angle (+/-) [deg]		
Front	Indep.	268	250	25	25	200		

Tabella 7.31: Parametri richiesti dal software di simulazione multibody per eseguire la Steering Analysis del sistema di sospensione anteriore.

Di seguito si riportano i risultati della suddetta analisi in termini di: Steering Ratio, differenza tra gli angoli di sterzata delle ruote e angolo di campanatura guadagnato in seguito alla sterzatura.

In Figura 7.80: Variazione dell'angolo di camber della ruota interna. e Figura 7.81 si riporta graficamente la variazione dell'angolo di campanatura in funzione dell'angolo di caster statico $\theta = 3.8^{\circ}$ e dell'angolo di kingpin statico $\lambda = 17.2^{\circ}$ sia sulla ruota esterna che su quella interna.



Figura 7.75: Rappresentazione grafica della simulazione di sterzatura, in condizioni di sterzata massima delle ruote (vista frontale).



Figura 7.76: Steering Ratio.



Figura 7.77: Angolo di campanatura positivo guadagnato dalla ruota interna.



Figura 7.78: Angolo di campanatura negativo guadagnato dalla ruota esterna



Figura 7.79: Differenza tra l'angolo di sterzata della ruota interna e quello della ruota esterna, in funzione dell'angolo di Ackermann



Figura 7.80: Variazione dell'angolo di camber della ruota interna.



Figura 7.81: Variazione dell'angolo di Camber della ruota esterna.

7.10 Modello di veicolo completo

Definiti i modelli multibody che descrivono il funzionamento dei sistemi di sospensione e del sistema di sterzo, essi sono stati assemblati in modo da ottenere il modello di veicolo completo da analizzare in termini di dinamica.



Figura 7.82: Rappresentazione grafica del modello di veicolo completo.

Sono state definite, dunque, le proprietà inerziali del Vehicle Body ed il posizionamento del suo centro di massa in modo da:

- Ottenere una massa complessiva del modello di veicolo completo pari a 770 kg;
- Una ripartizione del carico statico sui due assali pari al 50% ipotizzato;
- Un'altezza da terra del baricentro di 262 millimetri, pari a quella ipotizzata.



Figura 7.83: Posizionamento del centro di massa del Vehicle Body.

Vehicle Body CG							
Mass	Х	У	Z				
[kg]	[mm]	[mm]	[mm]				
625	-515	0	190				

Figura 7.84: Massa del Vehicle Body e relativo posizionamento del centro di massa.

È stata, infine, realizzata un'analisi statica, in cui viene applicata la sola forza peso al modello di veicolo completo, in modo da valutare l'adeguatezza dei precarichi impostati precedentemente sulle molle. In particolare, è stato appurato che, in seguito all'applicazione della forza peso, non si verificasse alcun abbassamento del centro di massa del *Vehicle Body* e, quindi, dell'assetto generale della vettura.

7.11 Prova di accelerazione in rettilineo

Tale prova permette di simulare la vettura che si muove ad accelerazione costante su un rettilineo. In particolare, il software di simulazione multibody richiede di fornire in ingresso la velocità iniziale del veicolo (0 km/h) e l'accelerazione longitudinale desiderata (1.25 g). Data l'assenza nel modello di una curva di coppia del motore e di una trasmissione, viene utilizzato un

controllore PD (Proporzionale-Derivativo) che applica sull'albero di ingresso al differenziale, istante per istante, la coppia motrice necessaria a raggiungere e, successivamente, mantenere l'accelerazione desiderata. Tale prova è stata realizzata semplicemente per verificare, in prima approssimazione, che gli pneumatici posteriori permettessero alla vettura, inizialmente ferma, di raggiungere i 100 km/h in 3 secondi, senza considerare il sistema di trazione che caratterizzerà in futuro il veicolo.



Figura 7.85: Accelerazione longitudinale della vettura.



Figura 7.86: Velocità di avanzamento del veicolo.



Figura 7.87: Carico verticale agente sulle ruote anteriori e posteriori.



Figura 7.88: Forza di trazione scambiata al contatto ruota-suolo dallo pneumatico posteriore sinistro.



Figura 7.89: Andamento dello scorrimento longitudinale nel tempo.

7.12 Prova in "Constant Radius"

Tale prova permette di simulare e, quindi, valutare il comportamento in curva della vettura in condizioni stazionarie. Durante la simulazione, come previsto dalla normativa ISO 4138, il veicolo si sposta su una traiettoria curva di raggio R costante e pari a 40 metri, incrementando quasi staticamente la propria velocità di avanzamento e, di conseguenza, la propria accelerazione laterale. In questo modo è stato possibile valutare, in fase di post processamento, il comportamento più o meno sottosterzante/sovrasterzante della vettura. Si tratta di una simulazione realizzata in *closed-loop,* data la presenza di:

- Un controllore PD di coppia motrice che permette di applicare sull'albero di ingresso al differenziale la coppia necessaria a garantire, nel tempo, il profilo di velocità di avanzamento desiderato ed impostato in modo da ottenere, durante la simulazione, un'accelerazione longitudinale praticamente nulla;
- Un controllore PD di sterzatura che corregge l'angolo volante del veicolo, in modo da mantenere la vettura sulla traiettoria curva di raggio R impostato, man mano che aumenta la velocità di avanzamento.

In Figura 7.90 viene riportata la curva di sottosterzo del veicolo parametrizzata rispetto all'angolo di campanatura statico imposto alle ruote di entrambi gli assali. In particolare, tutte le curve intersecano l'asse delle ordinate in corrispondenza dell'angolo di sterzatura cinematica L/R=3.55°, esattamente come previsto dalle considerazioni teoriche espresse al Capitolo 6. La pendenza di ciascuna curva definisce, invece, il gradiente di sottosterzo K, pari a 0.91°/g.



Figura 7.90: Curva di sottosterzo del veicolo, parametrizzata rispetto all'angolo di camber statico ricavato sulle ruote anteriori e posteriori.



Figura 7.91: Andamento dell'angolo di rollio della vettura all'aumentare dell'accelerazione laterale.

Se si considera la simulazione realizzata con angoli di camber statici nulli, si ottiene, in corrispondenza del massimo valore di accelerazione laterale (1.46 g), un angolo massimo di rollio di 1.2° (RG=0.8°/g) pari a quello atteso ed impostato in fase di valutazione delle rigidezze a rollio necessarie sui due assali (Figura 7.91). In corrispondenza del massimo angolo di rollio, il cinematismo previsto dai sistemi di sospensione permette:

- Alla ruota esterna dell'assale anteriore di guadagnare un angolo di camber negativo pari a -0.45° (Figura 7.70).
- Alla ruota esterna dell'assale posteriore di recuperare un angolo di camber negativo pari a -0.48° (Figura 7.70).

Il cinematismo del sistema di sterzo permette, a sua volta, alla ruota esterna dell'assale anteriore di recuperare una campanatura di circa -0.35° (Figura 7.78). Affinché, dunque, le ruote esterne, maggiormente caricate, abbiano un corretto posizionamento rispetto al piano della strada, è necessario impostare:

- Una campanatura statica negativa pari ad almeno -0.4° sulle ruote dell'assale anteriore;
- Una campanatura statica negativa pari ad almeno -0.7° sulle ruote dell'assale posteriore.

Incrementando la campanatura statica negativa ricavata sui pneumatici, aumenta la capacità di sviluppare forza laterale da parte delle ruote esterne maggiormente caricate, mentre si riducono le forze scambiate dalle ruote interne al contatto ruota-strada dato il cattivo posizionamento degli pneumatici corrispondenti. Tuttavia, globalmente, si assiste ad un incremento della capacità da parte della vettura di sviluppare forze laterali, per cui aumenta il massimo valore di accelerazione laterale incrementando l'angolo di campanatura statica sulle ruote di entrambi gli assali. La vettura mantiene, dunque, un comportamento sempre sottosterzante all'aumentare dell'accelerazione laterale in quanto, per mantenersi sulla traiettoria impostata, essa richiede che gli angoli di deriva sugli pneumatici anteriori siano maggiori rispetto a quelli degli pneumatici posteriori (Figura 7.92). In Figura 7.93 vengono riportati, invece, rispettivamente, gli andamenti delle forze scambiate dai pneumatici anteriori e posteriori al contatto ruota strada. In particolare, analizzando gli andamenti delle forze verticali agenti

sugli pneumatici è possibile verificare la correttezza delle rigidezze a rollio scelte sui due assali. Si ottiene, infatti, una ripartizione del trasferimento di carico laterale totale pari a quella desiderata (FTLLTD = 0.53).



Figura 7.92: Andamento degli angoli di deriva richiesti dalla vettura alle ruote anteriori e posteriori all'aumentare dell'accelerazione laterale.



Figura 7.93: Andamenti delle forze scambiate dai pneumatici al contatto ruota-strada all'aumentare dell'accelerazione laterale.

7.13 Prova in "Swept Sine"

La prova in questione permette di simulare la vettura che, spostandosi con velocità di avanzamento costante, riceve dal driver un input di sterzo in cui l'angolo volante varia con legge sinusoidale ad ampiezza costante e frequenza crescente. Tale manovra consente di valutare il comportamento in transitorio della vettura in curva, determinando la risposta in frequenza del veicolo all'input sinusoidale di angolo volante (in termini di accelerazione laterale, velocità di imbardata, angolo di rollio ed angolo d'assetto) ed assumendo, quindi, un comportamento di tipo lineare. In particolare, tale condizione si ripresenta nella realtà quando, ad esempio, il veicolo fa il suo ingresso in curva o in fase di uscita. L'intervallo di frequenza esplorato è stato limitato superiormente ad un valore massimo di 4 Hz, ammettendo che esso sia il valore limite con cui il driver riesca fisicamente a far variare con legge sinusoidale l'angolo volante. È stata, dunque, fissata a 20° l'ampiezza dell'ingresso sinusoidale in modo da ottenere, in corrispondenza di un valore della velocità d'avanzamento pari a 100 km/h, un picco massimo di accelerazione laterale di 0.7g tale da garantire in fase di simulazione un comportamento lineare della vettura. Mantenendo inalterata l'ampiezza dell'ingresso, è stata realizzata, poi, una seconda simulazione impostando una velocità di avanzamento di 145 km/h, maggiore di quella caratteristica (V_{car} = 140 km/h).



Figura 7.94: Legge sinusoidale con cui varia l'angolo volante (SWA, Steering Wheel Angle) ad ampiezza costante ari a 20° e frequenza crescente da 0.2 Hz a 4 Hz.



Figura 7.95: Risposta in frequenza del sistema in termini di: ampiezza dell'accelerazione laterale normalizzata rispetto a quella dell'angolo volante; ritardo con cui si genera il segnale di accelerazione laterale rispetto all'istante di applicazione dell'input di angolo volante.

In Figura 7.95 è riportata la risposta in frequenza del sistema in termini di accelerazione laterale, valutata rispetto all'input sinusoidale di angolo volante. In entrambe le simulazioni, per valori di frequenza compresi nell'intervallo 0.2 - 1Hz, si ottiene un andamento abbastanza costante dell'ampiezza di risposta: ciò garantisce, all'aumentare della frequenza di eccitazione, un guadagno costante di accelerazione laterale.



Figura 7.96: Risposta in frequenza del sistema in termini di: ampiezza della velocità di imbardata (Yaw Rate) normalizzata rispetto a quella dell'angolo volante; ritardo con cui si genera il segnale di velocità di imbardata rispetto all'istante di applicazione dell'input di angolo volante.

In Figura 7.96 è riportata la risposta in frequenza del sistema in termini di velocità di imbardata della vettura, valutata rispetto all'input sinusoidale di angolo volante. In questo caso, nell'intervallo di frequenze comprese tra 0 e 1.2 Hz, il rapporto tra l'ampiezza dello Yaw Rate e quella dell'input di angolo di sterzo si mantiene circa costante solo durante la simulazione realizzata a 100 km/h. Aumentando la velocità di avanzamento oltre il valore caratteristico, la curva di risposta considerata mostra un picco marcato, il cui valore è maggiore del 20% rispetto al

valore in steady state, ma risulta tuttavia spostato verso valori di frequenza maggiori di 1.2 Hz. Una migliore controllabilità del veicolo, legata ad un guadagno costante di velocità di imbardata al variare della frequenza con cui varia in modo sinusoidale l'angolo volante, è garantita per lo più in corrispondenza di valori della velocità di avanzamento minori di quello caratteristico della vettura. Il ritardo con cui, invece, si sviluppa la velocità di imbardata, rispetto all'istante di applicazione dell'input di sterzo, risulta minore di 100 ms al variare della frequenza: ciò garantisce la possibilità di realizzare cambi di direzione repentini. Dalla teoria si evince che per un veicolo sottosterzante il coefficiente di smorzamento che caratterizza il moto di imbardata del veicolo si riduce all'aumentare della velocità di avanzamento. Tale comportamento trova riscontro nella Figura 7.96 in quanto, passando da 100 a 145 km/h, si assiste a:

- Un incremento del valore di ampiezza massima della risposta normalizzata rispetto all'ampiezza dell'input;
- Una riduzione del ritardo con cui si sviluppa la velocità di imbardata e, quindi, gli angoli di deriva sugli pneumatici anteriori.

I due effetti citati coincidono, infatti, con la riduzione dello Yaw Rate Damping legata al fatto di aver incrementato la velocità di avanzamento nella seconda simulazione. Infine, per valori di frequenza maggiori, si assiste ad un decremento dell'ampiezza dello Yaw Rate, dovuto ad una riduzione del grip e, quindi, dell'iterazione tra pneumatici e strada. In Figura 7.97 è riportata, invece, la risposta del sistema in termini ampiezza dell'accelerazione laterale valutata rispetto a quella della velocità di imbardata e si assiste, all'aumentare della velocità, ad un incremento del ritardo con cui si sviluppa l'accelerazione laterale rispetto allo Yaw Rate. In particolare, all'aumentare della velocità di avanzamento, la riduzione del ritardo con cui si genera velocità di imbardata rispetto all'input di sterzo non riesce a compensare l'incremento del ritardo con cui l'accelerazione laterale si sviluppa rispetto allo Yaw Rate. Per questo motivo, all'aumentare della velocità, risulta incrementato il ritardo con cui si genera l'accelerazione laterale a partire dall'applicazione dell'input di angolo volante.



Figura 7.97: Risposta in frequenza del sistema in termini di: ampiezza dell'accelerazione laterale normalizzata rispetto a quella della velocità di imbardata; ritardo con cui si genera il segnale di accelerazione laterale rispetto all'istante in cui si genera velocità di imbardata.

Si consideri ora la Figura 7.99: essa esprime la sequenza con cui si generano le varie grandezze di interesse al momento dell'ingresso in curva da parte della vettura. Se, incrementando la velocità, aumenta il ritardo per passare dalla fase 4 alla fase 8, mentre resta costante il ritardo con cui si sviluppa l'angolo d'assetto (Figura 7.98), si può dire che: all'aumentare della velocità di avanzamento aumenta il ritardo con cui si formano gli angoli di deriva sull'assale posteriore.



Figura 7.98: Risposta in frequenza del sistema in termini di: ampiezza dell'angolo d'assetto normalizzata rispetto a quella dell'input di sterzo; ritardo con cui si genera l'angolo d'assetto rispetto all'istante in cui è applicato l'input di angolo volante.



Figura 7.99: Sequenza delle grandezze che si sviluppano consecutivamente quando la vettura entra in curva.

7.14 Prova di "Step Steer"

La prova di "Step Steer" permette di valutare la risposta della vettura ad una variazione repentina dell'angolo volante (colpo di sterzo) che passa da 0° a 30°, mentre essa si sta spostando con velocità di avanzamento costante pari a 100 km/h, in modo da ottenere un valore di accelerazione laterale in condizioni stazionarie pari ad 1g.



Figura 7.100: Angolo volante.

Tale simulazione è stata realizzata per verificare che le caratteristiche smorzanti garantite complessivamente dalla vettura fossero tali da contenere gli "overshoots" (valori di picco) delle grandezze in gioco. In particolare, si è verificato che i valori di picco fossero maggiori rispetto ai corrispondenti valori in steady state di una quantità minore del 20%. Sono state riprodotte due differenti condizioni di funzionamento valutando gli effetti legati ad altrettante velocità con cui viene fatto variare l'angolo volante, rispettivamente pari a 100 °/s e 200°/s. Di seguito è riportata la risposta del veicolo in termini di: velocità di imbardata (Figura 7.101), angolo d'assetto (Figura 7.102) e accelerazione laterale (Figura 7.103).



Figura 7.101: Yaw Rate.



Figura 7.102: Angolo d'assetto.



Figura 7.103: Accelerazione laterale.

7.15 Prova di frenata in rettilineo

Tale prova permette di simulare la manovra di frenata durante la quale la vettura, a partire da una velocità di avanzamento iniziale, rallenta a decelerazione costante fino ad arrestarsi in rettilineo. Il software di simulazione multibody richiede di fornire in ingresso la velocità iniziale del veicolo (V = 100 km/h) ed il livello di decelerazione desiderato ($A_x = 1.57$ g). Quest'ultimo è stato calcolato fissando a 25 metri lo spazio di frenata massimo richiesto per decelerare la vettura fino ad arrestarla (s_x):

$$A_x = \frac{V^2}{2s_x g} = 1.57g$$

Il software prevede l'utilizzo di un controllore PD di frenata che applica in corrispondenza delle ruote di entrambi gli assali la coppia frenante necessaria a seguire il profilo di decelerazione imposto. La ripartizione di coppia frenante tra avantreno e retrotreno è stata calcolata valutando la parabola ideale di frenatura che, per ogni condizione di accelerazione, fornisce la combinazione di forze frenanti sui due assali tale da garantire il medesimo coefficiente di aderenza longitudinale:

$$(F_{x,F} + F_{x,R})^2 + mg\left(F_{x,F}\frac{a}{h_G} - F_{x,R}\frac{b}{h_G}\right) = 0$$
 ,

in cui $F_{x,F}$ e $F_{x,R}$ corrispondono alle forze frenanti che complessivamente vengono garantite rispettivamente dall'assale anteriore e quello posteriore.



Figura 7.104: Intersezione tra la parabola ideale di frenatura e la retta che individua tutte le combinazioni ($F_{x,F}$, $F_{x,R}$) tali da garantire una decelerazione costante pari a 1.57g.

È stata, dunque, individuata la ripartizione ideale di coppia frenante tra i due assali, tale da garantire complessivamente all'avantreno l'applicazione di una forza frenante pari costantemente al 66% della forza frenante totale, intersecando la parabola ideale di frenatura con la retta di iso-decelerazione espressa dalla relazione:

$$F_{x,F} + F_{x,R} = 1.57mg$$
.

La retta passante per l'origine definisce, invece, il funzionamento di un impianto frenante con caratteristica lineare che garantisce una ripartizione di coppia frenante costante. Di seguito si riportano i risultati ottenuti.



Figura 7.105: Profilo di accelerazione.



Figura 7.106: Andamento delle forze scambiate dagli assali al contatto ruota-strada.



Figura 7.107: Andamento della velocità di avanzamento in funzione dello spazio percorso.

8 Conclusioni

Il presente lavoro di tesi ha permesso di realizzare l'impostazione elastocinematica dei sistemi di sospensione di una monoposto da competizione per gare in salita, a partire dal CAD di una scocca in carbonio preesistente ed omologata. I vincoli geometrici, espressi in termini di passo minimo, carreggiata minima e larghezza massima, sono stati estrapolati dal regolamento tecnico cui fa riferimento la categoria D/E2-SS contenuto nell'articolo 277 dell'allegato J dei regolamenti FIA. L'impostazione del progetto è consistita nella determinazione delle coordinate geometriche dei punti cinematici caratteristici, dopo aver valutato nella maniera più opportuna la scelta degli schemi di sospensione per entrambi gli assali. Fatte delle ipotesi, coerenti col regolamento, relative alla massa complessiva della vettura e alla sua ripartizione in masse sospese e non sospese su ciascun assale, attraverso delle considerazioni sulla dinamica di rollio e sul moto di scuotimento puro sono stati definiti i coefficienti di rigidezza delle molle in modo da garantire un determinato gradiente di rollio della vettura e precise frequenze di scuotimento della massa sospesa. Ammettendo, in prima approssimazione, che gli ammortizzatori avessero una caratteristica lineare, sono stati definiti i coefficienti di smorzamento costanti degli ammortizzatori valutando l'eccitazione causata dalle irregolarità stradali e favorendo la tenuta di strada piuttosto che il comfort data la tipologia di vettura considerata. È stata definita anche la cinematica del sistema di sterzo a cremagliera in modo tale che, al variare del raggio di curva, i pneumatici sviluppassero sempre la massima forza laterale al contatto ruota-strada. La geometria di sterzo realizzata ha consentito inoltre di ottenere un raggio di curva minimo garantito alla vettura che rispettasse gli obiettivi prestazionali prefissati. I modelli che definiscono il funzionamento dei sistemi di sospensione e del sistema sterzo sono stati, dunque, implementati nel software di simulazione multibody Motion View definendo opportunamente i vari corpi rigidi ed i giunti di collegamento in modo da ottenere cinematismi corretti. Le simulazioni realizzate sui singoli sistemi di sospensione hanno permesso, a questo punto, di valutarne le prestazioni cinematiche. In particolare, la scelta dei punti cinematici caratteristici ha consentito di ottenere su entrambi i sistemi di sospensione: un buon controllo sul camber e sul posizionamento del centro di rollio quando la vettura rolla in curva; una variazione della semicarreggiata limitata in fase di scuotimento; un *bump steer* limitato. Data la natura sterzante del sistema di sospensione all'avantreno sono stati scelti opportunamente gli angoli di caster e di kingpin in modo da ottenere determinati bracci a terra tali da generare effetti stabilizzanti in termini di momento auto-allineante e contro-imbardante. Successivamente i vari sistemi sono stati assemblati in modo da ottenere un modello di veicolo completo da poter studiare in termini dinamici. In particolare, la prova in "Costant Radius", che simula il comportamento della vettura in curva in condizioni stazionarie, ha confermato il raggiungimento dei target di accelerazione laterale massima e gradiente di rollio.

Il presente lavoro di tesi, svolto in Ankers s.r.l., mi ha permesso di approfondire le mie conoscenze relative alla dinamica veicolo e di misurare le mie competenze rispetto a quella che è stata l'impostazione di un progetto reale. Ciò mi ha consentito di incrementare anche il mio livello di confidenza nell'utilizzo dei software di simulazione multibody e il grado di sensibilità con cui affrontare determinate problematiche ingegneristiche.

Bibliografia

[1] Zhanglin Cai, Stephen Chan, Xiaofeng Tang and Jiang Xin, *The Process of Vehicle Dynamics Development*.

https://www.springer.com/cda/content/document/cda_downloaddocument/9783 642338342-c2.pdf?SGWID=0-0-45-1356788-p174673534

[2] Thomas D.Gillespie, *Fundamentals of Vehicle Dynamics,* SAE International, 1992.

[3] Giancarlo Genta, Lorenzo Morello, *L'AUTOTELAIO VOL. 1, PROGETTO DEI COMPONENTI,* Levrotto & Bella, 2007.

[4] Giancarlo Genta, Lorenzo Morello, *L'AUTOTELAIO VOL. 2, PROGETTO DEI SISTEMI,* Levrotto & Bella, 2007.

[5] Giancarlo Genta, *MECCANICA DELL'AUTOVEICOLO,* Levrotto & Bella, 2000.

[6] William F. Milliken, Douglas L. Milliken, *Race Car Vehicle Dynamics*, SAE International, 1995.

[7] Derek Seward, RACE CAR DESIGN, Red Globe Press, 2014.

[8] Cristiano Sponton, Pushrod o Pullrod?

https://www.f1analisitecnica.com/2011/01/push-rod-o-pull-rod.html, F1 Analisi Tecnica.

[9] Tommy Parry, *The Appeal of Pushrod Suspension: Why and Why Not,* <u>https://www.turnology.com/tech-stories/brakes-suspension/appeal-pushrod-</u> <u>suspension/</u>, Turnology, 2018.

[10] Raffaele Berardi, *Schema delle sospensioni diviso per il rollio ed il beccheggio,* <u>https://www.ralph-dte.eu/2010/10/25/schema-delle-sospensioni-diviso-per-il-rollio-ed-il-beccheggio/,</u> Ralph DTE, 2010.

[11] *Push rod*, <u>https://it.wikipedia.org/wiki/Push_rod</u>, Wikipedia.

[12] Manfred Harrer, Peter Pfeffer, Steering Handbook, Springer, 2017.

[13] Sadjyot Biswal et al, *Design of steering system for a small Formula type vehicle using tire data and slip angles,* 2010.
[14] John C. Dixon, *The Shock Absorber Handbook*, *Second Edition*, Professional Engineering Publishing Ltd – John Wiley and Sons, Ltd, 2007.
[15] Raffaele Berardi, *Che cos'è un simulatore multibody*?, <u>https://www.ralph-dte.eu/2011/05/16/che-cose-un-simulatore-multibody/</u>, Ralph DTE, 2011.