

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica
Tesi di Laurea Magistrale



Analisi statica di decoupler per applicazioni automobilistiche

Static Analysis of decoupler for automotive applications

Relatori:

Prof.ssa Raffaella Sesana

Prof.ssa Daniela Maffiodo

Candidato:

Davide D'Onghia

Dicembre 2018

Alla mia famiglia

Indice

Capitolo 1 Lo stato dell'arte	4
1.1 Attrito in una molla a tazza	4
1.1.1 Caratteristica della molla a tazza	5
1.2 Attrito in una doppia molla a balestra	6
1.2.1 Il prototipo	6
1.2.2 Tecniche di misura	8
1.2.3 Risultati della prova.....	9
1.2.4 Conclusioni della prova.....	12
Capitolo 2 Damping Decoupling Compression System	13
2.1 Proprietà del componente.....	14
2.2 Funzionamento	15
2.3 Descrizione dei componenti	16
2.3.1 Il mozzo	16
2.3.2 L'attuatore di coppia.....	17
2.3.3 Lo Spring Cup	17
2.3.4 Guarnizione a labbro	18
2.3.5 Le molle ad arco	18
2.3.6 La puleggia	19
2.3.7 La molla a forma di 'C'	19
Capitolo 3 Analisi statica del WW1493	21
3.1 Sistema a parametri concentrati	21
3.2 Caratteristica statica	23
3.2.1 L'attrito e l'isteresi	24
3.3 Modello statico.....	25
3.3.1 Parametri da disegno	25
3.3.2 Modellazione della regione di Driving torque.....	27
3.3.3 Modellazione della regione di Overrunning torque.....	33
3.3.4 Implementazione della molla a 'C'	36
Capitolo 4 Analisi FEM del WW1493	39
4.1 Modello Spring cup-molla	39
4.1.1 Mesh	40

4.1.2 Contatti	41
4.1.3 Risultati del FEM	44
Capitolo 5 Analisi statica del WW1258	49
5.1 Proprietà del componente.....	49
5.2 Caratteristica statica	50
5.3 Modello statico.....	51
5.3.1 Parametri da disegno	53
5.3.2 Punti di contatto.....	55
4.3.3 Modellazione della regione di Driving torque.....	56
4.3.4 Modellazione della regione di Overrunning torque.....	65
Capitolo 6 Validazione del Modello	73
6.1 Modello del WW1493.....	73
6.1.1 Caso: numero di giri = 0.....	73
6.1.2 Caso: numero di giri $\neq$ 0.....	78
6.2 Modello del WW1258.....	81
6.2.1 Caso: numero di giri = 0.....	81
6.2.2 Caso: numero di giri $\neq$ 0.....	85
6.2.3 Caso: Differenti Temperature d'esercizio	88
Capitolo 7 Conclusioni	94
Appendice	95
Codice VBA del WW1493.....	95
Codice VBA del WW1258.....	99

Lista delle Figure

Figura 1.1 Molla a tazza singola, caricata tra due lastre piane [1]	4
Figura 1.2 Cicli d'isteresi di molle a tazza in parallelo [1].....	5
Figura 1.3 Doppia molla a balestra: Schema (a); (1) molla principale, (2) molla ausiliaria, (3) guida [2]	6
Figura 1.4 Caratteristica bilineare della doppia molla a balestra [2]	7
Figura 1.5 Posizionamento della termocamera: (a) vista anteriore, (b) vista posteriore [2]	8
Figura 1.6 Distribuzione dei punti di misura [2]	8
Figura 1.7 Andamento della temperatura nei nove punti in funzione del ciclo di carico [2]	10
Figura 1.8 Andamento delle curve sperimentali $T5(t)$ e $T6(t)$ e delle rispettive funzioni approssimanti [2]	11
Figura 2.1 Layout del FEAD [4].....	13
Figura 2.2 Damping Decoupling Compression System [4].....	14
Figura 2.3 Esploso con i relativi gruppi funzionali [3].....	15
Figura 2.4 Mozzo [3]	16
Figura 2.5 Attuatore di coppia	17
Figura 2.6 <i>Spring cup</i>	17
Figura 2.7 Guarnizione a labbro [3].....	18
Figura 2.8 Molle ad arco [3]	18
Figura 2.9 Puleggia [3]	19
Figura 2.10 Molla a forma di 'C'	20
Figura 3.1 Vista frontale del WW1493 [4]	21
Figura 3.2 Caratteristica statica di decoupler.....	23
Figura 3.3 Usura in corrispondenza delle spire della molla ad arco [5]	24
Figura 3.4 Schema della molla ad arco, soggetta a compressione [4]	27
Figura 3.5 Schema di scomposizione di F_{sx} [4].....	29
Figura 3.6 Schema della molla ad arco soggetta a compressione [4]	33
Figura 3.7 Valore di <i>Stroke</i> oltre il quale vi è l'attivazione della molla a 'C'.....	36
Figura 3.8 Disposizione della molla a 'C'	37
Figura 3.9 Caratteristica statica di tipo analitico del WW1493.....	38
Figura 4.1 Sistema spring cup-molla	39
Figura 4.2 Mesh del modello	40
Figura 4.3 Contatto <i>Frictional</i> fra le superfici della molla.....	41
Figura 4.4 Contatto <i>Frictional</i> tra spring cup e molla	42
Figura 4.5 <i>Fixed Support</i> relativo allo spring cup	43
Figura 4.6 <i>Fixed Support</i> relativo alla molla	43
Figura 4.7 Contatto <i>Frictional</i> tra molla e spring cup.....	44
Figura 4.8 Particolare del contatto <i>Frictional</i>	45
Figura 4.9 Vista della pressione di contatto.....	45
Figura 4.10 Particolare della pressione di contatto.....	46
Figura 5.1 Vista frontale del WW1258 [5]	49

Figura 5.2 Esploso del WW1258 [5]	50
Figura 5.3 Caratteristica sperimentale del WW1258.....	50
Figura 5.4 Schema dei punti di contatto tra le spire delle due molle.....	55
Figura 5.5 Schema della molla secondaria soggetta a compressione	57
Figura 5.6 Schema della seconda spira della molla principale soggetta ad un solo contatto	62
Figura 5.7 Schema della molla secondaria soggetta a compressione	66
Figura 5.8 Schema della seconda spira della molla principale soggetta ad un solo contatto	69
Figura 5.9 Caratteristica statica di tipo analitico del WW1258.....	72
Figura 6.1 Caratteristica sperimentale del WW1493.....	73
Figura 6.2 Istogramma dell'Indice d'isteresi percentuale	76
Figura 6.3 Istogramma delle coppie medie.....	77
Figura 6.4 Andamento dell'Indice d'isteresi percentuale al variare del numero di giri .	80
Figura 6.5 Caratteristica sperimentale del WW1258.....	81
Figura 6.6 Istogramma dell'Indice d'isteresi percentuale	83
Figura 6.7 Istogramma della coppia media.....	84
Figura 6.8 Andamento dell'Indice d'isteresi percentuale al variare del numero di giri .	87
Figura 6.9 Caratteristica sperimentale a -21 [°C] [5].....	88
Figura 6.10 Caratteristica sperimentale a +65 [°C] [5].....	91

Lista delle Tabelle

Tabella 1.1 Percentuali d'isteresi d'attrito nelle molle a tazza [1]	5
Tabella 1.2 Punti di misura e loro descrizione [2]	9
Tabella 1.3 Temperature nei punti selezionati [2]	9
Tabella 3.1 Parametri da disegno [5]	25
Tabella 3.2 Grandezze derivate	26
Tabella 4.1 Tabella dei valori di coppia in caricamento e media, ottenuti dai due modelli	47
Tabella 4.2 Tabella delle differenze relative percentuali.....	47
Tabella 4.3 Tabella dei valori di coppia in caricamento e media, ottenuti dai due modelli	47
Tabella 4.4 Tabella delle differenze relative	48
Tabella 5.1 Parametri da disegno [5]	53
Tabella 5.2 Grandezze derivate	54
Tabella 6.1 Tabella dei valori di coppia sperimentali [5]	74
Tabella 6.2 Tabella dei valori coppia media e <i>Indice d'isteresi</i> percentuale, ottenuti dai dati sperimentali [5]	75
Tabella 6.3 Tabella dei valori di coppia ottenuti da modello	75
Tabella 6.4 Tabella dei calori di coppia e <i>Indici d'isteresi</i> percentuale, ottenuti dal modello	76
Tabella 6.5 Tabella delle differenze relative	77
Tabella 6.6 Tabella delle coppie sperimentali al variare del numero di giri [5]	78
Tabella 6.7 Tabella dei valori coppia media e <i>Indice d'isteresi</i> percentuale, ottenuti dai dati sperimentali e al variare del numero di giri [5]	78
Tabella 6.8 Tabella dei valori coppia media e <i>Indice d'isteresi</i> percentuale del modello, al variare del numero di giri.....	79
Tabella 6.9 Tabella delle differenze relative, al variare del numero di giri.....	79
Tabella 6.10 Tabella dei valori di coppia sperimentali [5]	82
Tabella 6.11 Tabella dei valori di coppia media e <i>Indice d'isteresi</i> percentuale, ottenuti dai dati sperimentali [5]	82
Tabella 6.12 Tabella dei valori di coppia da modello.....	83
Tabella 6.13 Tabella dei valori di coppia media e <i>Indice d'isteresi</i> percentuale, ottenuti dal modello	83
Tabella 6.14 Tabella delle differenze relative	84
Tabella 6.15 Tabella dei valori di coppia sperimentali, al variare del numero di giri [5]	85
Tabella 6.16 Tabella dei valori di coppia media e <i>Indice d'isteresi</i> percentuale, ottenuti dai dati sperimentali e al variare del numero dei giri [5].....	85
Tabella 6.17 Tabella dei valori di coppia da modello, al variare del numero di giri.....	86
Tabella 6.18 Tabella dei valori di coppia media e <i>Indice d'isteresi</i> percentuale, ottenuti dal modello e al variare del numero di giri	86
Tabella 6.19 Tabella dei vali di coppia sperimentali [5]	89

Tabella 6.20 Tabella dei valori coppia media e Indice d'isteresi percentuale, ottenuti dai dati sperimentali [5]	89
Tabella 6.21 Tabella dei valori coppia da modello.....	89
Tabella 6.22 Tabella dei valori di coppia media e Indice d'isteresi percentuale del modello	90
Tabella 6.23 Tabella delle differenze relative	90
Tabella 6.24 Tabella dei valori di coppia, ottenuti dal modello e al variare del numero di giri.....	90
Tabella 6.25 Tabella dei valori di coppia sperimentali [5]	91
Tabella 6.26 Tabella dei valori di coppia media e Indice d'isteresi percentuale, ottenuti dai dati sperimentali [5]	92
Tabella 6.27 Tabella dei valori di coppia da modello.....	92
Tabella 6.28 Tabella dei valori di coppia media e Indice d'isteresi percentuale, ottenuti da modello.....	93
Tabella 6.29 Tabella delle differenze relative	93
Tabella 6.30 Tabella dei valori di coppia, ottenuti da modello e al variare del numero di giri.....	93

Introduzione

Il presente lavoro di tesi è il frutto di una collaborazione di otto mesi, presso il reparto R&D di Dayco Europe s.r.l.

Dayco è un'azienda multinazionale, con sede negli Stati Uniti d'America, che progetta, produce e distribuisce componenti essenziali del motore, sistemi di trazione e servizi per automobili, camion, macchinari edili, agricoli e industriali. Di fatti, da leader nel settore *automotive*, essa immette sul mercato globale: tubi flessibili e cinghie dentate in gomma, tenditori, pulegge, raccordi e adattatori per automobili, mezzi pesanti e macchine industriali, offre anche kit di componenti pronti per il montaggio finale, oltre a tutta l'attrezzatura e la documentazione per l'installazione, il montaggio e la taratura dei componenti.

L'oggetto del mio studio presso Dayco Europe s.r.l. è rappresentato dall'analisi di un giunto elastico, meglio definito come *crankshaft decoupler*, montato sull'albero a gomiti di un motore. Tale componente ha come duplice funzione quella sia di ridurre al minimo fenomeni vibratorii e rumorosi, connessi al motore stesso, e sia di trasferire, attraverso un giro cinghia, una certa coppia agli accessori.

Difatti, tale tesi ha come obiettivo quello di proporre un modello, che, attraverso uno confronto con i dati sperimentali, possa predire, nella maniera più veritiera possibile, il comportamento sia statico che a velocità angolare costante del componente suddetto.

Sommario

Il presente lavoro di tesi ha come scopo quello di offrire un modello analitico, costruito in ambiente Excel, che simuli il comportamento statico del *crankshaft decoupler*,

Al fine di simulare sia il comportamento statico che il comportamento in moto circolare uniforme del componente in esame, si è dapprima studiato un modello preesistente, sviluppato dal gruppo di ricerca aziendale. E' doveroso premettere che la caratteristica statica del giunto elastico è rappresentata da un ciclo d'isteresi, in un diagramma che riporti in ascissa gli angoli di compressione dell'elemento elastico interno al componente e, in ordinata, le coppie di caricamento e scaricamento, che vengono garantite. Il precedente modello, per definire la caratteristica, si avvaleva di un ingresso, quale la coppia in caricamento, da cui avere, attraverso un opportuno codice Vba, la coppia in scaricamento e l'angolo di compressione, come uscite. Tale modello è stato, pertanto, ottimizzato perché la suddetta caratteristica viene ora ottenuta, imponendo, come input, l'angolo di compressione e basandosi, unicamente, sulla conoscenza del dominio della funzione.

Una volta costruito, è stato possibile applicarlo a due tipi di *decoupler* per veicoli commerciali. Riguardo il primo tipo di *decoupler*, sono state fatte simulazioni FEM, i cui risultati sono stati confrontati con quelli offerti dal modello analitico.

Il modello costruito è stato possibile validarlo, grazie al confronto con i dati sperimentali ottenuti su banco prova in laboratorio.

Abstract

The purpose of the thesis is to offer an analytical model, made in Excel environment, useful to explain the static behavior (and the behavior with constant angular velocity) of the crankshaft decoupler. At first, a previous model was studied, in order to simulate statically, the component. It is due to say the static characteristic of the decoupler is represented by a hysteresis cycle, where, on the ascissa, we have the several stroke angles, related to the internal elastic element of the component and, on the ordinate, we have the driving torque and overrunning one. As a matter of fact, the previous model used one input, that is the driving torque, to obtain the outputs, that are the overrunning torque and the relative stroke angle, to define the static characterization. In fact, that model was optimized, through a Vba code, so that, now, the characteristic is obtained, imposing the stroke angle, as an input, and knowing only the domain of the function. The latest model was applied to two different types of decoupler for commercial vehicles. About the first type of decoupler, FEM simulations were conducted, whose results were compared with the results of the analytical model.

The Excel model was validated, thanks to experimental data, obtained on the laboratory test rig.

Capitolo 1 Lo stato dell'arte

L'attrito influisce sul comportamento sia statico che dinamico dei corpi elastici.

Di seguito si riportano alcuni studi, il cui scopo è stato, appunto, quello di capire qualitativamente e quantitativamente l'influenza dello stesso su diversi corpi elastici.

1.1 Attrito in una molla a tazza

Quando una singola molla a tazza tra due lastre piane è soggetta ad un carico F (come mostrato in figura 1.2), il bordo superiore e interno della molla stessa si muove verso l'interno. Il bordo inferiore ed esterno, invece, si muove verso l'esterno.

In risposta a tali moti, si generano delle forze d'attrito F_F che risultano essere, pertanto, opposte alla direzione del moto.

Se si hanno più dischi in serie, non perfettamente allineati e sottoposti ad un carico, essi si muoveranno leggermente l'uno rispetto all'altro e in corrispondenza delle zone di contatto, producendo, quindi, attrito.

L'attrito viene prodotto anche in presenza di molle a tazza in parallelo, che sottoposte a carico, si muoveranno, l'un l'altra, secondo direzioni opposte.

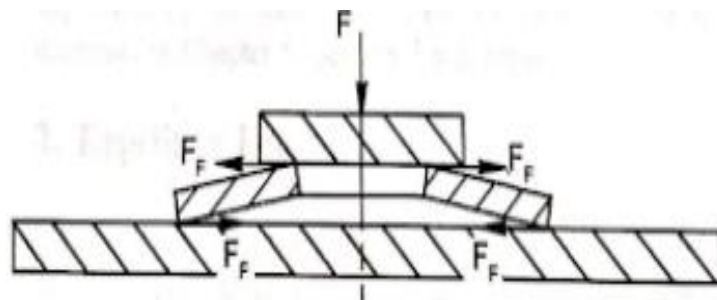


Figura 1.1 Molla a tazza singola, caricata tra due lastre piane [1]

Tutti questi meccanismi determinano isteresi d'attrito.

1.1.1 Caratteristica della molla a tazza

Dalla figura 1.3 è possibile apprezzare le varie isteresi, al variare del numero di molle a tazza in parallelo.

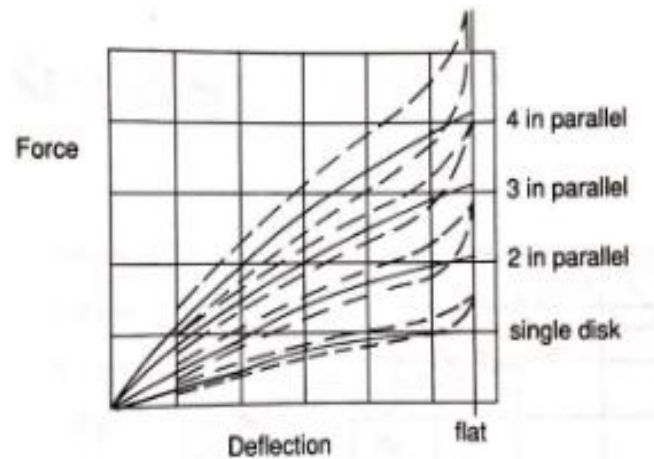


Figura 1.2 Cicli d'isteresi di molle a tazza in parallelo [1]

La tabella sottostante mostra le percentuali tipiche d'isteresi d'attrito nelle molle a tazza, dove le percentuali più alte si riferiscono a superfici asciutte mentre le più basse a superfici lubrificate.

Tabella 1.1 Percentuali d'isteresi d'attrito nelle molle a tazza [1]

single disk	± 2 to 3%
2 in parallel	± 4 to 6%
3 in parallel	± 6 to 9%
4 in parallel	± 8 to 12%
5 in parallel	± 10 to 15%

1.2 Attrito in una doppia molla a balestra

In una sospensione reale di un'automobile, dotata di una molla a balestra multistrato, di un ammortizzatore idraulico, ci sono numerosi tipi di forze di attrito (per esempio. attrito interno o attrito tra i collegamenti mobili) che dissipano l'energia meccanica durante il movimento della sospensione stessa.

In merito a tale questione, è stato condotto uno studio presso il laboratorio di “*Strength of Materials and Structures of the Faculty of Mechanics and Applied Informatics of the Military University of Technology*” di Varsavia [2], utilizzando una macchina di prova INSTRON 8802. In laboratorio, la doppia molla è stata caricata ciclicamente con forze variabili nel tempo, equivalenti alle forze operative. L'ampiezza e la frequenza di carico sono state impostate in modo che corrispondessero alle condizioni operative di lavoro della molla.

1.2.1 Il prototipo

Il *paper* redatto da W.Krason e da J.Wysocki [2], il 28 Aprile 2016, presenta lo studio del funzionamento di un prototipo a doppia molla a balestra (figura 1.5) costituita: da una molla principale a quattro strati e da una molla ausiliaria a due strati, sottoposti all'azione di un carico ciclico prossimo alle condizioni operative effettive di una sospensione per autovetture.

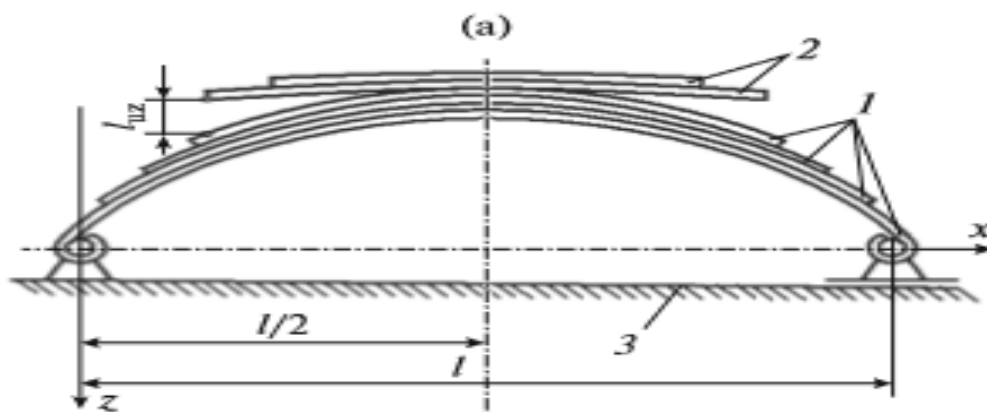


Figura 1.3 Doppia molla a balestra: Schema (a); (1) molla principale, (2) molla ausiliaria, (3) guida [2]

La caratteristica di tale prototipo è mostrata nella sottostante figura 1.6:

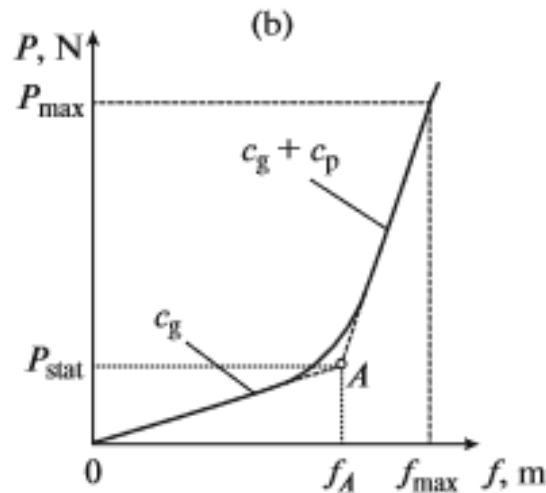


Figura 1.4 Caratteristica bilineare della doppia molla a balestra [2]

Analizzando tale figura si può affermare come tale caratteristica presenti un andamento bilineare, dovuto al fatto che, prima di un certo carico, lavora unicamente la molla a balestra principale. Infatti, il punto A è il punto di funzionamento teorico che indica l'iniziale interazione della molla principale, di rigidezza c_g , con la molla ausiliaria, di rigidezza c_p .

Al fine di condurre lo studio su tale componente, sono stati presi in considerazione metodi numerici e un impianto sperimentale per lo studio dell'effetto di attrito sul funzionamento del prototipo.

I risultati dell'indagine sono stati presentati sotto forma di tabelle sommarie, immagini a colori e diagrammi della distribuzione della temperatura per i punti di misura situati sulle singole foglie della doppia molla. La metodologia degli studi sperimentali e delle attrezzature utilizzate ha permesso di valutare l'effetto dell'attrito e delle sollecitazioni termiche durante il funzionamento della doppia molla a balestra, dal punto di vista dell'affidabilità e della sicurezza di funzionamento.

Per la corretta esecuzione dell'esperimento, la molla è stata installata in una struttura costituita da una scanalatura d'acciaio situata in corrispondenza del supporto inferiore della macchina *INSTRON 8802* per la prova di resistenza. La forza ciclica è stata applicata in corrispondenza della parte centrale della molla, cioè, nella direzione dell'asse di un bullone che comprime i vari strati della molla.

1.2.2 Tecniche di misura

La misura dello spostamento e della forza applicata è stata effettuata con i dispositivi di misura integrati nella macchina di prova. Per misurare la temperatura è stata utilizzata una termocamera, che misura la temperatura nei punti discreti della molla (figura 1.6).

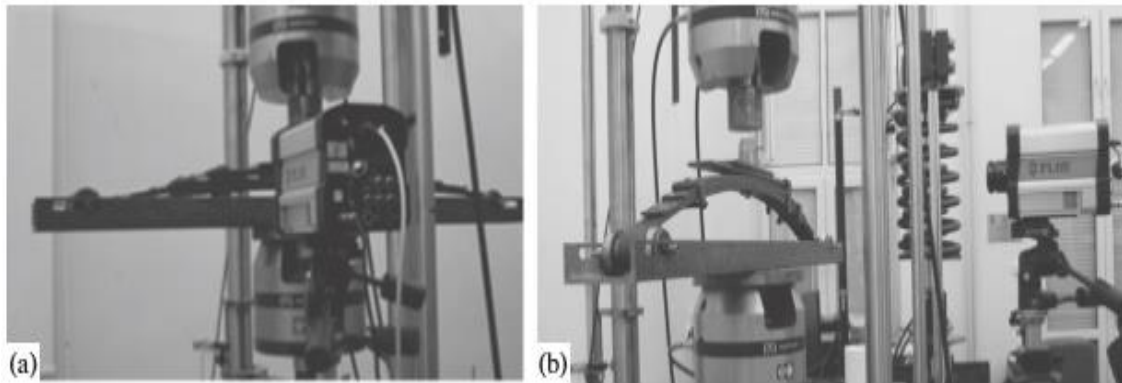


Figura 1.5 Posizionamento della termocamera: (a) vista anteriore, (b) vista posteriore [2]

Le figure 1.6a e 1.6b indicano il posizionamento della termocamera rispetto alla macchina di prova. L'area di osservazione della telecamera includeva la metà sinistra della molla.

Sono stati selezionati nove punti per le misurazioni (P1 – P9), la cui designazione e la cui ubicazione sono presentate in figura 1.7 [2].

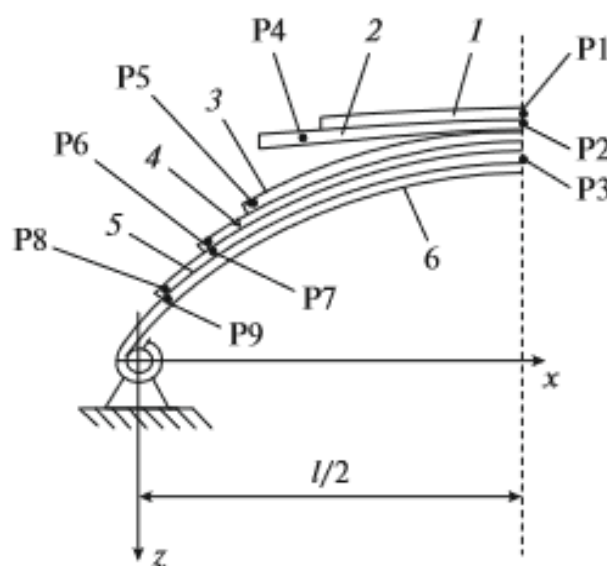


Figura 1.6 Distribuzione dei punti di misura [2]

I nove punti vengono elencati e descritti nella tabella sottostante:

Tabella 1.2 Punti di misura e loro descrizione [2]

Designation	Description and location
P1	On leaf (1), near the surface of contact with leaf (2); axial symmetry
P2	Leaf (2), near the surface of contact with leaf (3); axial symmetry
P3	On leaf (5), near the surface of contact with the leaf 6; axial symmetry
P4	On the end of leaf (2), near the surface of contact with leaf (3)
P5	On the end of leaf (3), near the surface of contact with leaf (4)
P6	On the end of leaf (4), near the surface of contact with leaf (5)
P7	On leaf (5), near the surface of contact with leaf (4)
P8	On the end of leaf (5), near the surface of contact with leaf (6)
P9	On leaf (6), near the surface of contact with leaf (5)

1.2.3 Risultati della prova

I risultati delle misurazioni di temperatura, effettuate nei punti P1 – P9, sono riportati nella sottostante tabella:

Tabella 1.3 Temperature nei punti selezionati [2]

No.	Time t , min	Temperature in the point of measurement, °C								
		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
1	0	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
2	40	20.5	20.4	20.3	20.5	21.9	22.6	22.3	22.3	22.3
3	130	21.3	21.3	21.3	21.5	23.1	23.9	23.5	23.5	23.4
4	160	21.7	21.7	21.6	21.9	23.7	24.3	24.2	24.0	23.9
5	190	21.9	21.9	21.9	22.1	24.0	24.7	24.6	24.3	24.2
6	220	22.2	22.2	22.1	22.3	24.3	25.1	24.7	24.5	24.3
7	250	22.5	22.5	22.5	22.6	24.6	25.3	25.0	24.8	24.6
8	280	22.7	22.6	22.6	22.8	24.7	25.4	25.2	24.9	24.8
9	310	23.0	23.0	23.0	23.1	24.9	25.6	25.4	25.2	25.0
10	340	23.0	23.1	23.2	23.2	25.1	25.7	25.6	25.3	25.2

Tali valori di temperatura nei nove punti specificati sono stati plottati in un diagramma che lega la temperatura e la durata del carico ciclico, come mostrato nella figura sottostante:

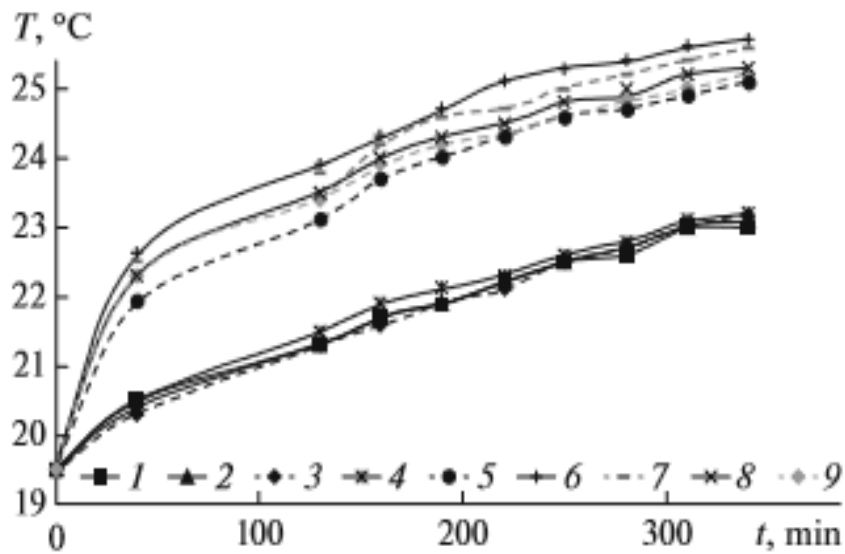


Figura 1.7 Andamento della temperatura nei nove punti in funzione del ciclo di carico [2]

Dalle curve presentate in figura 1.8, che rappresentano l'andamento della temperatura in funzione del tempo, i cambiamenti più significativi nelle condizioni operative della molla (condizioni di temperatura) avvengono nella zona in cui le estremità degli strati sono in contatto con le superfici degli strati adiacenti.

Tenuto conto della suddetta considerazione, sono stati presi in considerazione solo due curve: la $T5(t)$ e la $T6(t)$. Per questi valori sperimentali, che non includono un valore di temperatura iniziale, è stato possibile approssimare i risultati di tali misurazioni (con l'ausilio di Matlab) attraverso funzioni lineari.

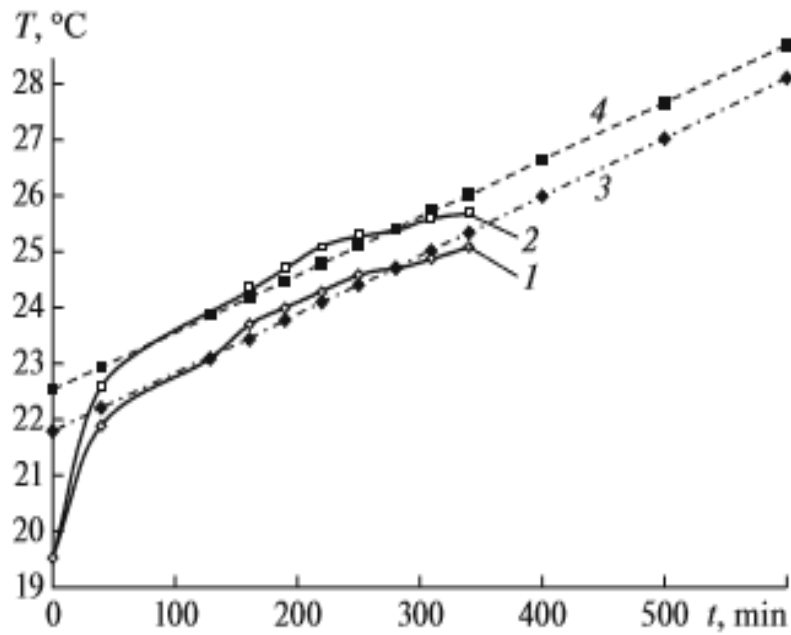


Figura 1.8 Andamento delle curve sperimentali $T_5(t)$ e $T_6(t)$ e delle rispettive funzioni approssimanti [2]

La figura 1.9 presenta le curve sperimentali $T_5(t)$ e $T_6(t)$, paragonate alle rispettive funzioni lineari d'approssimazione.

Da tale figura si può evincere che i valori massimi di temperatura alle estremità degli strati della molla sono stati ottenuti fino ad una durata di 10 h.

Le temperature massime stimate alle estremità degli strati della molla raggiungono temperature rispettivamente di $28.09 [^{\circ}\text{C}]$ e di $28.71 [^{\circ}\text{C}]$.

1.2.4 Conclusioni della prova

I metodi di ricerca sperimentale implementati in laboratorio presentati nell'opera, così come il complesso delle apparecchiature utilizzate, hanno permesso di stimare quantitativamente il carico termico del prototipo in esame, sottoposto ad un carico ciclico. Le seguenti conclusioni sono state tratte in base ai risultati ottenuti [2]:

- L'utilizzo della termo-camera ha permesso di ottenere una localizzazione dettagliata dei punti ad alto attrito che confermano i risultati del test;
- L'evoluzione della temperatura nel tempo non è prettamente lineare. Infatti, l'aumento di temperatura maggiore si verifica nella fase iniziale del test. La temperatura nel corso del tempo è stabilizzata ad un certo livello, fino a raggiungere la temperatura ambiente (fig. 1.9);
- L'attrito è la causa principale dell'aumento di temperatura sulla superficie della molla: maggiore è la temperatura nella zona specificata;
- Il risultato del carico ciclico è l'aumento locale della temperatura in corrispondenza degli strati (in particolare in quegli strati che entrano in contatto con le superfici degli strati adiacenti). L'aumento di temperatura non è auspicabile perché il calore, che si manifesta come risultato dell'attrito è propagato in altri elementi della struttura e rilasciato nell'ambiente;
- Il più grande aumento di temperatura è stato registrato vicino al punto P6, che indica la fine del quarto strato. La seconda temperatura relativamente più alta è stata registrata in una zona adiacente punto P7, così come alla fine del punto P8 e dell'adiacente punto P8. Un attrito maggiore in tali zone è confermato dall'aumento locale di temperatura e da un evidente usura sulle estremità dei vari strati della molla.
- Gli strati della molla ausiliaria sono i meno soggetti al carico termico perché le parti centrali degli strati interagiscono soltanto parzialmente con gli elementi adiacenti. Le zone relative alle parti centrali delle due molle registrano il minor aumento di temperatura. Pertanto, queste aree risentono meno dei carichi di lavoro e dei fenomeni d'usura legati all'attrito.

Capitolo 2 Damping Decoupling Compression System

Il presente lavoro di tesi propone l'analisi e la conseguente modellazione, sia statica che a velocità angolare costante, di un componente progettato e prodotto dalla Dayco Europe s.r.l [5]: il DDCS [5]. DDCS è l'acronimo di *Damping Decoupling Compression Spring System*, che, difatti, indica un giunto elastico, legato al FEAD (Front End Accessory Drive) di un motore. L'oggetto in esame viene montato sull'albero a gomiti del motore sia per ridurre vibrazioni, provenienti dallo stesso, sia per trasmettere, attraverso un giro cinghia, una certa coppia ad un tenditore o a degli accessori, quali sistema di climatizzazione, alternatore o pompa dell'acqua.

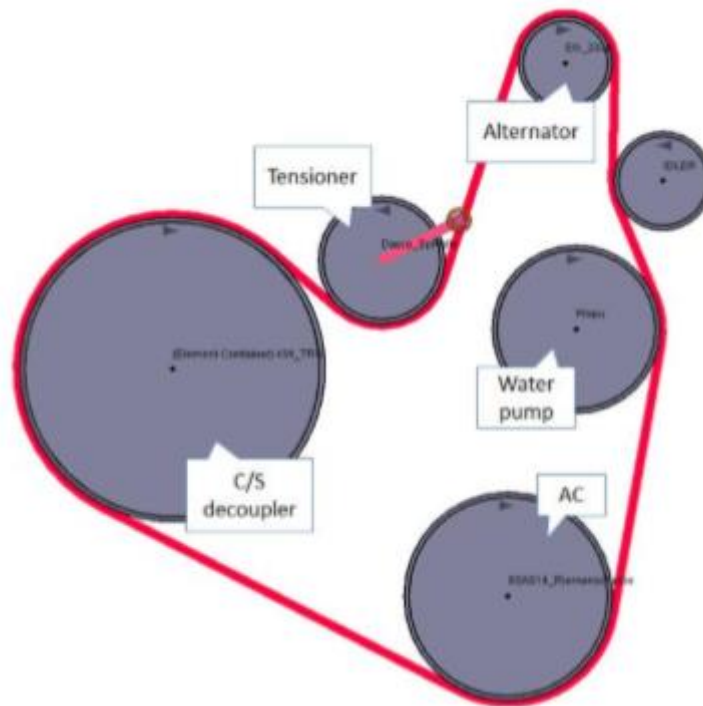


Figura 2.1 Layout del FEAD [4]

2.1 Proprietà del componente

In campo *Automotive*, le cinghie vengono definite come quei sistemi di trasmissione per i quali la coppia, resa disponibile dall'albero a gomiti (*crankshaft*), viene trasmessa alle uscite del sistema, ovvero gli accessori.

Tuttavia, è necessario premettere che il motore non produce, in nessun modo, una coppia costante in uscita ma, al contrario, genera continuamente delle coppie variabili e, quindi, degli impulsi, i quali si manifestano specialmente a basse velocità e in presenza di alti carichi degli accessori. In virtù di ciò, l'avere elevate inerzie degli accessori e coppie variabili dà luogo, inevitabilmente, a fenomeni di risonanza, che si dimostrano la causa di rumore, vibrazioni, usura dei tenditori e di elevatissimi carichi strutturali.

Per risolvere tali problematiche diverse sono state le aziende che hanno promosso l'introduzione di tali componenti.



Figura 2.2 Damping Decoupling Compression System [4]

2.2 Funzionamento

Il DDCS può essere diviso in due sotto-componenti:

- Uno smorzatore, o *damper*, che è costituito da due pezzi metallici, uniti tra loro mediante un composto in gomma. Tale componente ha la funzione di smorzare le vibrazioni torsionali provenienti dall'albero a gomiti del motore. Esso, pertanto viene identificato con la sigla "TVD", che sta per: *Torsional Vibrations Damper*;
- Un disaccoppiatore, o *decoupler*, atto a filtrare oscillazioni angolari di basso ordine, che dall'albero a gomiti si proiettano sul FEAD, e che consente di far lavorare la cinghia, e quindi gli eventuali accessori legati ad essa, nelle condizioni più agevoli e ottimali.

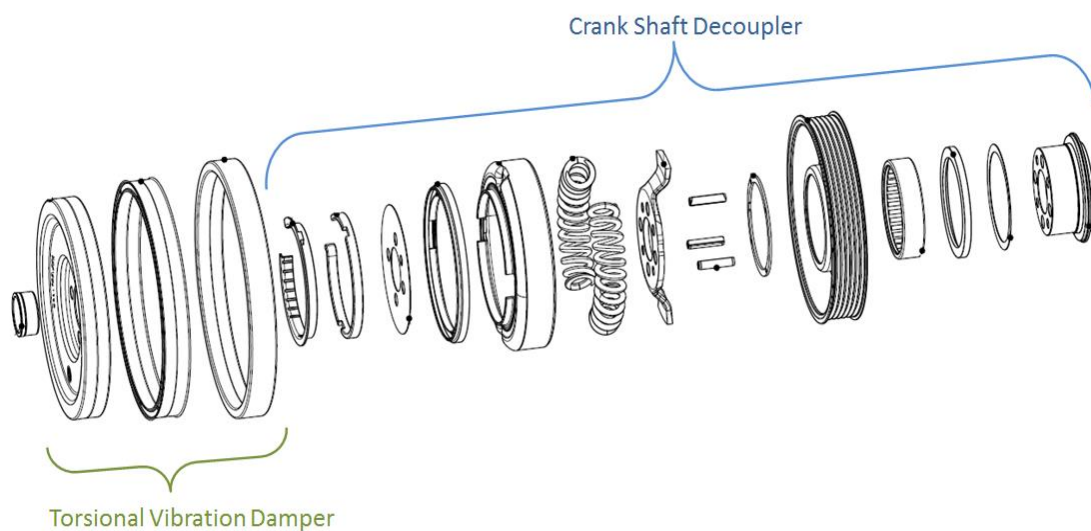


Figura 2.3 Esploso con i relativi gruppi funzionali [3]

2.3 Descrizione dei componenti

Dall'esploso di figura 2.3, è possibile distinguere e, quindi, descrivere i diversi componenti che accomunano *Crankshaft decoupler* di vario tipo.

2.3.1 Il mozzo

Il mozzo, organo meccanico solidale all'albero a gomiti e su di cui viene montato il cuscinetto del DDCS, è atto a definire il posizionamento assiale e il senso di rotazione del componente in esame.



Figura 2.4 Mozzo [3]

Esso è tenuto a resistere a fenomeni corrosivi e a gradienti termici, riuscendo, anche, a sopportare carichi radiali.

2.3.2 L'attuatore di coppia

L'attuatore di coppia è un attuatore, fissato al mozzo con delle viti, che ha la funzione di comprimere le molle ad arco e, quindi, di trasmettere coppia.

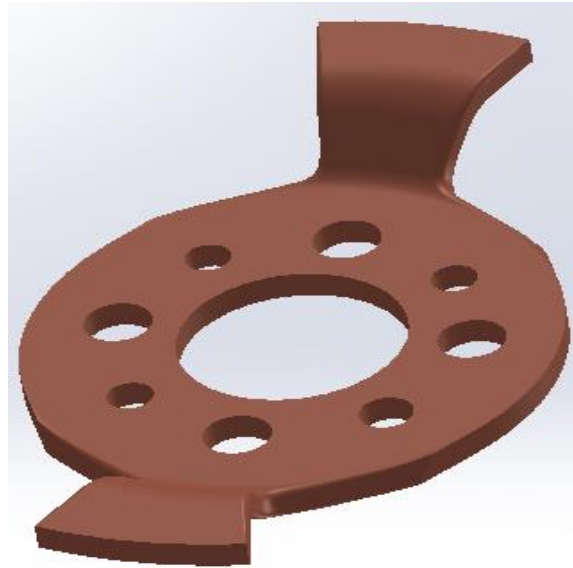


Figura 2.5 Attuatore di coppia

2.3.3 Lo *Spring Cup*

Lo *Spring Cup* è il contenitore che contiene e fa da guida alle due molle ad arco.

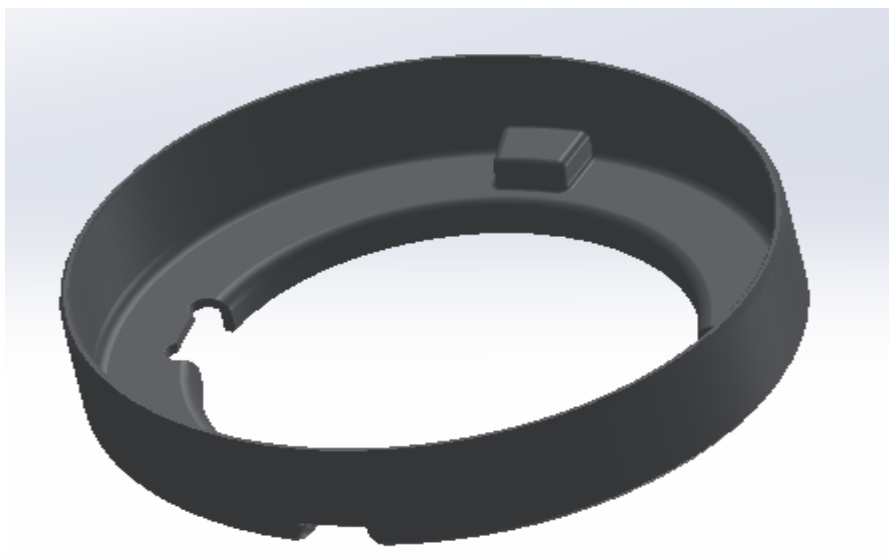


Figura 2.6 *Spring cup*

Tale elemento presenta internamente due stop fisici (come mostrato in figura 2.6), ovvero dei vincoli fisici, che, infatti limitano lo spostamento interno dei corpi elastici.

2.3.4 Guarnizione a labbro

E' una tenuta in gomma la cui principale funzione è quella di far evitare la fuoriuscita di olio o di grasso e di preservare gli stessi da un eventuale contaminazione con agenti esterni quali: acqua, polvere, sale e fango.



Figura 2.7 Guarnizione a labbro [3]

In virtù delle suddette considerazioni, tale elemento deve presentare un'elevata resistenza alla corrosione.

2.3.5 Le molle ad arco

Le molle ad arco hanno come principale funzione quella di trasmettere uno specifico valore di coppia, in base alla rigidità che esse presentano.



Figura 2.8 Molle ad arco [3]

La proprietà di filtraggio del decoupler è dovuta a tali molle.

2.3.6 La puleggia

La puleggia rappresenta la vera e propria interfaccia del componente in esame con la cinghia. La sua principale funzione, pertanto, è quella di trasmettere la coppia alla cinghia.



Figura 2.9 Puleggia [3]

Essa è calettata sia al cuscinetto che allo spring cup.

2.3.7 La molla a forma di ‘C’

E' un particolare tipo di molla che non è presente in tutti i tipi di disaccoppiatori. La sua principale funzione è rappresentata dal fatto che è essa trasmette un, seppur minimo, valore di coppia d'attrito (più o meno costante) anche quando le due molle ad arco sono a riposo.

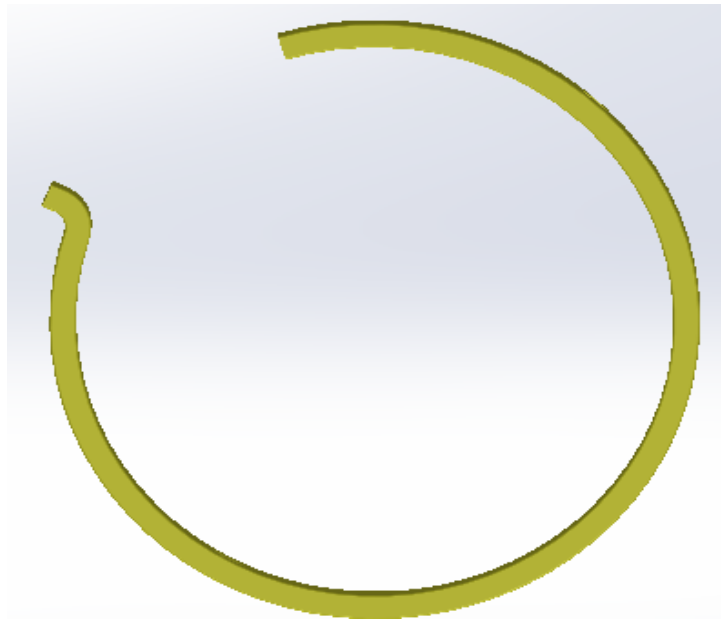


Figura 2.10 Molla a forma di 'C'

In virtù di quanto detto, essa deve presentare una certa resistenza all'abrasione e all'usura.

Capitolo 3 Analisi statica del WW1493

3.1 Sistema a parametri concentrati

Con il codice WW1493 [5] si fa riferimento ad un tipo di *decoupler* che viene installato su motore *Volkswagen*, che determina la sua funzione, è rappresentato dalla coppia di molle ad arco, le quali, difatti, disaccoppiano il mozzo (solidale al *crankshaft*) dalla puleggia, su di cui vi è avvolta la cinghia, e quindi dagli accessori.

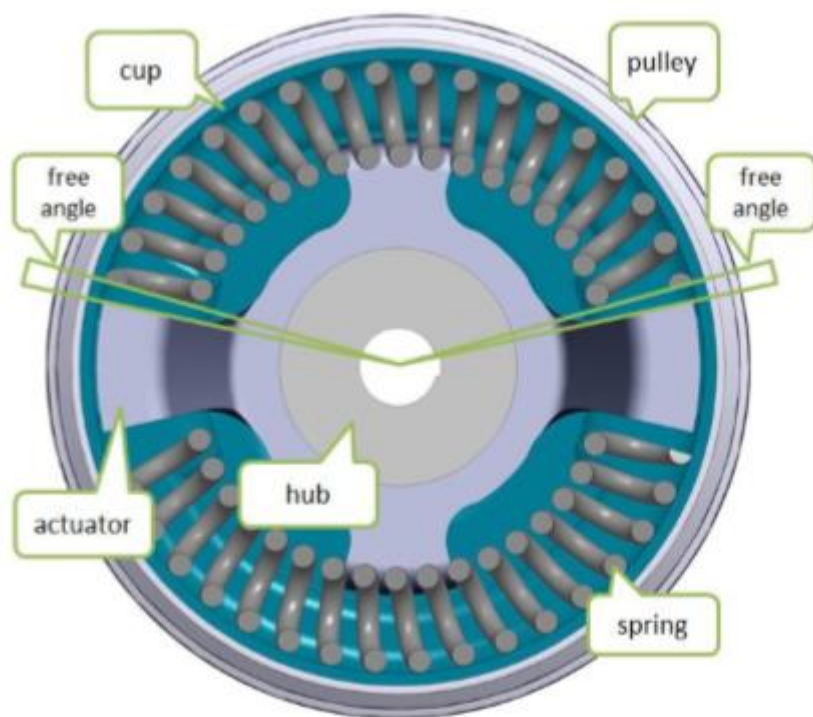


Figura 3.1 Vista frontale del WW1493 [4]

Da tale figura è possibile apprezzare gli elementi che determinano le caratteristiche di funzionamento del componente. Inoltre, è doveroso far notare che, internamente, vi è una porzione di angolo (tra attuttore e molla) dove le molle ad arco non lavorano: essa viene definita con il termine *free angle*.

In virtù di tali considerazioni il componente può essere considerato come un sistema a parametri concentrati, la cui rappresentazione è mostrata nella figura sottostante:

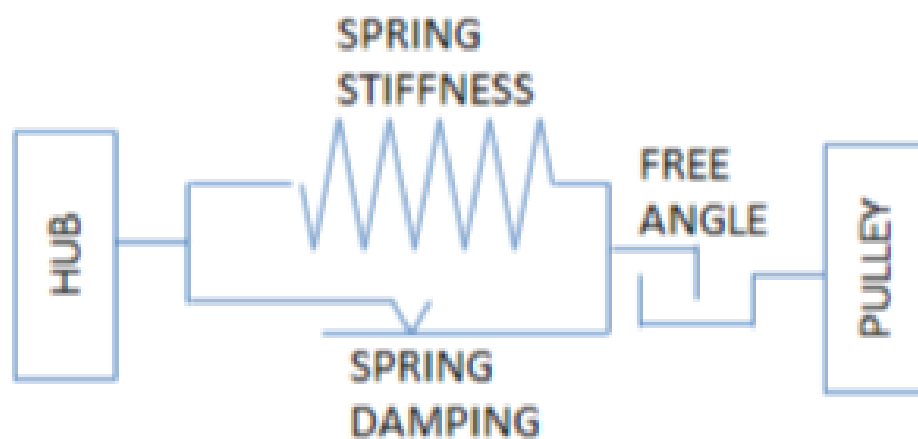


Figura 2.2 Sistema massa-molla-smorzatore [4]

3.2 Caratteristica statica

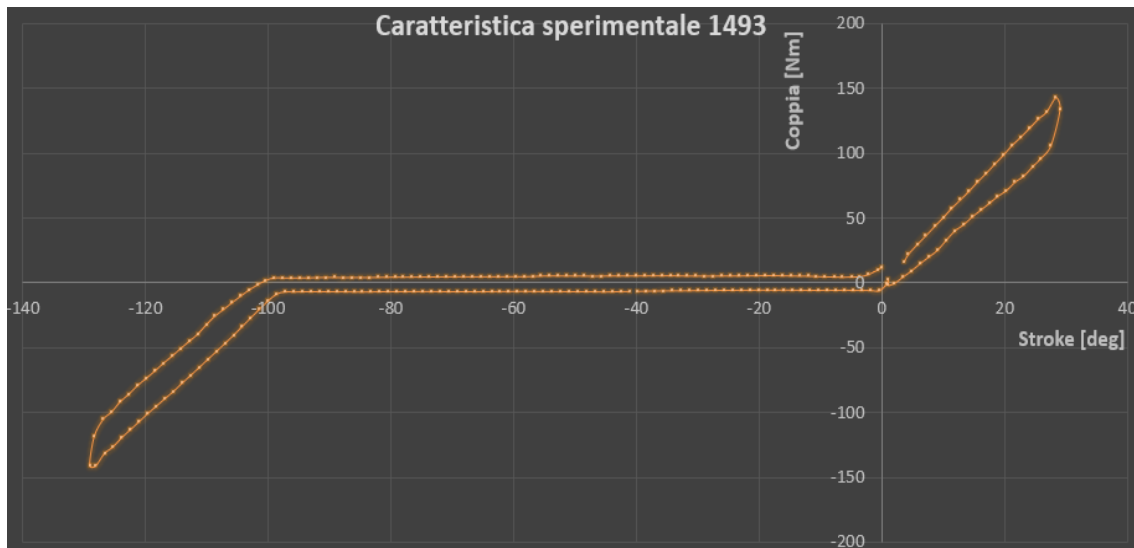


Figura 3.2 Caratteristica statica di decoupler

Il comportamento statico del *decoupler* è espresso da una caratteristica che descrive la coppia trasmessa [Nm] in funzione di un certo angolo di compressione [deg] che le molle raggiungono, noto come *Stroke*.

I parametri che possono essere rilevati dall'analisi della curva sono:

- La rigidezza risultante delle due molle [Nm/deg];
- L'attrito sulle molle [% di coppia]
- La massima coppia raggiunta [Nm]
- Il free angle [deg]

Analizzando la caratteristica, si possono distinguere due regioni di funzionamento, separate dal free angle: regione di *Driving torque* e regione di *Overrunning torque*.

La prima regione è caratterizzata dal fatto che le coppie, trasmesse dal nostro componente, sono considerate positive, il cui verso di rotazione è orario dal lato del FEAD (figura 2.1) e antiorario dal lato dell'albero a gomiti. Questa è l'area in cui il *decoupler* trasmette la coppia agli accessori.

La seconda regione, nella quale si hanno coppie negative e senso di rotazione antiorario dal lato del FEAD e orario dal lato dell'albero a gomiti, si riferisce alla situazione in cui il componente in esame trasmette la coppia all'albero a gomiti.

3.2.1 L'attrito e l'isteresi

La presenza dell'isteresi è spiegata col fatto che, nel momento in cui le molle ad arco vengono compresse dall'attuatore, le stesse fanno attrito con la superficie interna dello *spring cup*.



Figura 3.3 Usura in corrispondenza delle spire della molla ad arco [5]

L'attrito, che determina usura sia delle molle sia dello *spring cup* (come mostrato dalla figura 3.3 [5]), genera una coppia, appunto, d'attrito che, in fase di caricamento dei corpi elastici, va ad aumentare la coppia trasmissibile e, in fase di scaricamento, determina una riduzione della coppia di rilascio.

Come mostrato dalla figura 3.2, una minima isteresi è presente anche quando le molle non sono soggette a delle forze e, quindi, in corrispondenza del *free angle*. Ciò è spiegato col fatto che il componente WW1493 presenta al suo interno la molla a 'C', responsabile di una certa coppia di attrito che è generalmente costante al variare dell'angolo.

3.3 Modello statico

Il modello analitico, che verrà di seguito descritto, si propone come un valido strumento atto a simulare il comportamento sia statico che in moto circolare uniforme del componente in esame. Il software utilizzato è *Microsoft Excel*, il cui linguaggio di programmazione è *Visual Basic* (VBA).

Per la determinazione del modello, si è focalizzata l'attenzione sul comportamento, durante il funzionamento, delle due molle e sul relativo attrito, instaurato con lo *spring cup*. Infatti, è importante capire come questo attrito viene generato, perché esso si presenta come una caratteristica importante del prodotto, che ne influenza la funzionalità.

3.3.1 Parametri da disegno

I parametri da disegno a cui il modello fa riferimento sono riportati nella tabella sottostante:

Tabella 3.1 Parametri da disegno [5]

Parametri da disegno	Unità di misura	Valore
K	[Nm/deg]	4,2
θ_{tot}	[deg]	112
θ_{block}	[deg]	82
r	[mm]	50,85
n	[rpm]	0
n_{spire}	[-]	14
α_{stop}	[deg]	20
$\alpha_{attuatore}$	[deg]	19
m	[g]	6,48

Dove:

- K rappresenta la rigidezza complessiva di entrambe le molle;
- θ_{tot} rappresenta la porzione di angolo che la molla assume a riposo;

- θ_{block} è la porzione d'angolo della molla a compressione massima;
- r rappresenta il raggio medio che individua il baricentro di ciascuna spira;
- n è il numero di giri;
- n_{spire} rappresenta il numero di spire totali della molla, comprese la prima e l'ultima, che sono inattive;
- α_{stop} indica l'angolo che occupa lo stop fisico;
- $\alpha_{attuatore}$ indica l'angolo che occupa l'estremità dell'attuatore;
- m è la massa di ogni singola spira attiva;

Da tali parametri è possibile ricavare delle grandezze derivate, utili a definire la caratteristica statica e quindi il campo di funzionamento del *decoupler*, Essi sono riportati nella tabella sottostante:

Tabella 3.2 Grandezze derivate

Grandezze derivate	Unità di misura	Valore
<i>Massima coppia nominale</i>	[Nm/deg]	126
<i>Stroke massimo</i>	[deg]	30
<i>Free angle</i>	[deg]	97

Dove:

- Il *Free angle* è calcolato come:

$$360 - 2 * \theta_{tot} - \alpha_{stop} - \alpha_{attuatore} \quad (3.1)$$

- Lo *Stroke massimo*, che indica la minima porzione di angolo che la molla occupa quando è a pacco, e si calcola come:

$$\theta_{tot} - \theta_{block} \quad (3.2)$$

- La Massima coppia nominale, indicata con T_n , è calcolata come:

$$K * \text{Stroke}_{max} \quad (3.3)$$

3.3.2 Modellazione della regione di Driving torque

Al fine di modellizzare il comportamento del componente che in tale regione compie una rotazione antioraria (in base alle convenzioni suddette), si è considerata la molla ad arco come una successione di spire, di cui la prima e l'ultima rappresentano quelle inattive. Come è mostrato nella figura 3.4, la prima spira attiva è soggetta alla forza, proveniente da destra, generata dall'attuatore. Invece, l'ultima spira è vincolata allo stop di sinistra.

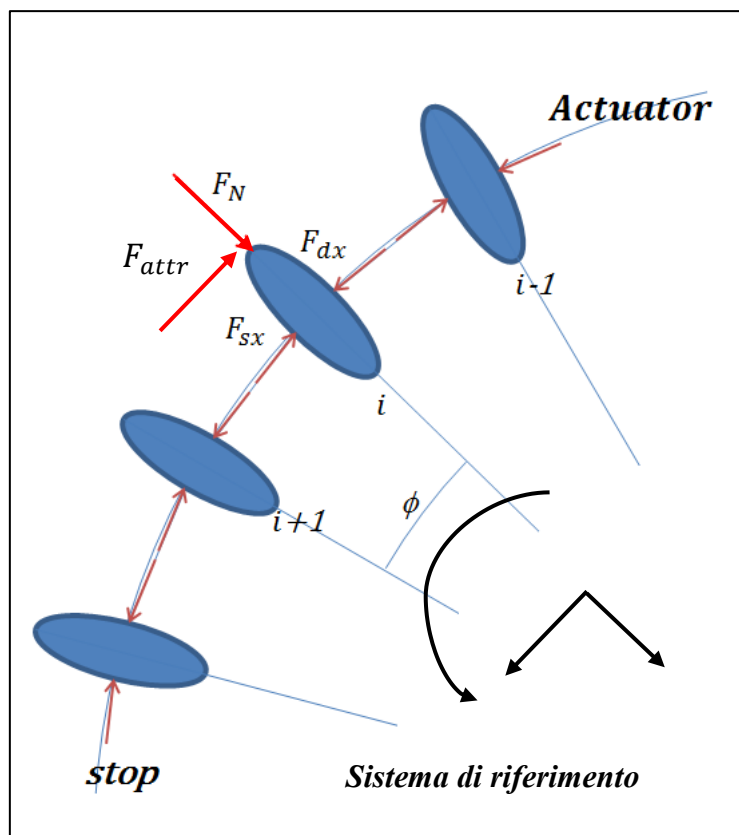


Figura 3.4 Schema della molla ad arco, soggetta a compressione [4]

Trattandosi di un modello atto a studiare la statica del componente, sono stati trascurati gli effetti dinamici a cui esso è sottoposto durante il funzionamento.

Per la costruzione del modello matematico, è necessario precisare che si è considerato che tutte le forze in gioco (e reazioni vincolari) vengano applicate nel baricentro di ciascuna spira.

Il problema fisico viene affrontato imponendo degli equilibri statici di forze. Ciò è possibile solo se la molla ad arco viene vista come una linea spezzata, come mostrato in figura 3.4 In

accordo con tale approssimazione si passa dall'avere una K , la cui unità di misura è [Nm/deg], ad una $K_{lineare}$, la cui unità di misura è [N/deg].

Prima di procedere con la stesura delle equazioni, è doveroso definire determinate variabili:

- φ_0 indica l'angolo fra due spire consecutive, in assenza di compressione;
- φ_c è l'angolo che indica di quanto si comprime una singola spira;
- φ indica l'angolo fra due spire consecutive, a compressione avvenuta.

Pertanto, si ha che:

$$\varphi_0 = \frac{\theta_{tot}}{(n_{spire} - 1)} \quad (3.4)$$

$$\varphi = \varphi_0 - \varphi_c \quad (3.5)$$

Il parametro d'ingresso, adottato per l'impostazione del modello, è:

- φ_{c_1} è l'angolo che indica di quanto si comprime la prima spira:

Esso è calcolato come:

$$\varphi_{c_1} = \frac{\text{Stroke}}{(n_{spire} - 1)} \quad (3.6)$$

L'equazione 3.6 evidenzia come φ_{c_1} , il parametro d'ingresso scelto, sia un parametro altamente variabile perché dipende, appunto, dallo *Stroke*, che, rappresentando la compressione totale della molla, assume un valore (come suggerito dalla caratteristica statica del componente) che va da 0 a allo *Stroke massimo*.

In virtù di ciò, si adotta come variabile d'ingresso proprio φ_{c_1} . Con tale approccio, infatti, è possibile calcolare la forza che, da destra, l'attuatore trasmette alla prima spira attiva, definita come:

$$F_0 = K_{lin} x_{c_1} \quad (3.7)$$

E sapendo che:

$$x_{c_1} = r \varphi_c \quad (3.8)$$

$$K_{lin} = \frac{(n_{spire} - 1) * \left(\frac{K}{2}\right)}{r^2} \quad (3.9)$$

Otteniamo che la forza che trasmette l'attuatore alla prima spira attiva diviene:

$$F_0 = K_{lin} r \varphi c_1 \quad (3.10)$$

Ora, si provvede a stendere le diverse equazioni, le quali possono spiegare come la nostra F_0 viene trasmessa alle varie spire.

Pertanto, per ogni spira bisogna scrivere due equazioni di equilibrio statico: una in direzione radiale e una in direzione tangenziale.

Qui di sotto vi è riportato il diagramma della sola forza di sinistra, così scomposta:

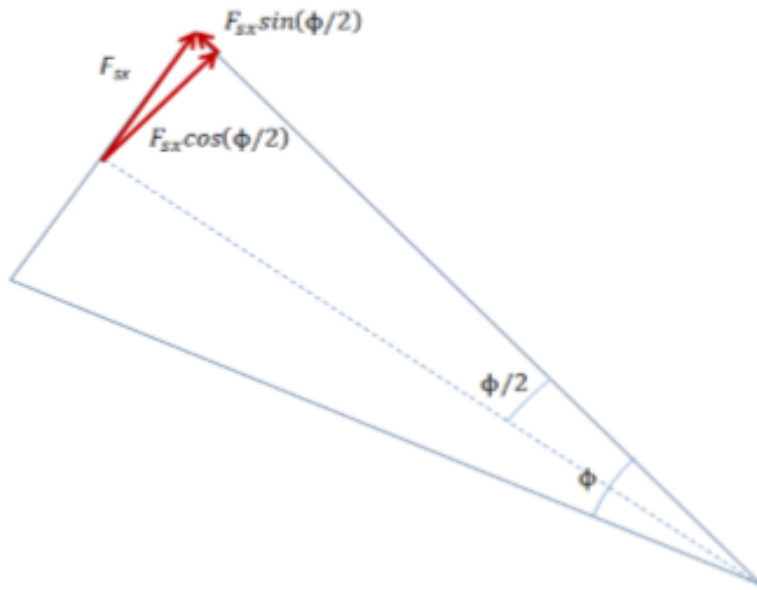


Figura 3.5 Schema di scomposizione di F_{sx} [4]

Per ogni spira, imponendo l'equilibrio delle forze in direzione radiale si ha che:

$$F_N - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - m\omega^2 r = 0 \quad (3.11)$$

Dove:

- F_N rappresenta la reazione vincolare dello spring cup;
- $F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right)$ rappresenta la componente radiale proveniente da sinistra;
- $F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right)$ rappresenta la componente radiale proveniente da destra;
- $\varphi_{dx} = \varphi_0 - \frac{F_{dx}}{K_{lin}r}$;
- $\varphi_{sx} = \varphi_0 - \frac{F_{sx}}{K_{lin}r}$;
- $m\omega^2 r$ rappresenta la forza centrifuga, presente nel caso in cui lo *spring cup* ruota con una velocità angolare costante.

Imponendo l'equilibrio delle forze in direzione tangenziale, invece, si ha che:

$$F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - F_{attrito} = 0 \quad (3.11)$$

- $F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right)$ rappresenta la componente tangenziale proveniente da sinistra;
- $F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right)$ rappresenta la componente tangenziale proveniente da destra;
- $F_{attrito}$ rappresenta la forza d'attrito.

Si definisce $F_{attrito} = \mu F_N$, con μ coefficiente d'attrito dinamico. Tale coefficiente è di tipo dinamico perché tiene conto dello strisciamento della molla ad arco sulla superficie interna dello *spring cup*, durante il funzionamento.

Le equazioni 3.10 e 3.11 possono essere messe a sistema e quindi si ha che:

$$\begin{cases} F_N - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - m\omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - \mu F_N = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

In base alle considerazioni precedentemente presentate, facendo riferimento al sistema 3.12 si conoscono le variabili F_{dx} e φ_{dx} della spira precedente.

Volendo esprimere il φ_{sx} in funzione di F_{sx} , in base all'equazione 3.10, si ha che:

$$\begin{cases} F_N - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{sx}}{2(K_{lin} * r)}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - m\omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{sx}}{2(K_{lin} * r)}\right) - \mu F_N = 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Dove le incognite, per ogni spira, sono F_{sx} e F_N .

Sostituendo la prima equazione del sistema 3.13 nella seconda, si ottiene che:

$$\begin{aligned} & F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{sx}}{2[(K_{lin} * r)]}\right) - \mu \left[F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{sx}}{2[(K_{lin} * r)]}\right) + \right. \\ & \left. + F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) + m\omega^2 r \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Dal momento in cui gli argomenti delle funzioni trigonometriche indicano angoli piccoli é possibile scrivere che:

$$F_{dx} - F_{sx} - \mu \left[F_{sx} * \left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{sx}}{2[(K_{lin} * r)]} \right) + F_{dx} * \left(\frac{\varphi_{dx}}{2} \right) + m\omega^2 r \right] = 0 \quad (3.15)$$

Al fine di ottenere:

$$\mu \frac{F_{sx}^2}{2[(K_{lin} * r)]} - \left(1 + \mu \frac{\varphi_0}{2} \right) * F_{sx} + \left(F_{dx} - \mu F_{dx} \frac{\varphi_{dx}}{2} - \mu * m\omega^2 r \right) = 0 \quad (3.16)$$

L'equazione 3.16 consiste in un'equazione di secondo grado, la cui variabile è F_{sx} , da risolvere, iterativamente, per ogni spira.

Ciò è reso possibile da un codice, costruito in ambiente *Excel* e il cui linguaggio è in *Visual Basic*, grazie al quale si implementa il calcolo iterativo (vedere Appendice), basato su $(n_{spire} - 2)$ equazioni (considerando solo le spire attive) dello stesso tipo della 3.16.

Il modello permette, quindi, di determinare analiticamente la caratteristica statica del componente in esame dove:

- La Coppia in caricamento T_1 viene calcolata, per ogni valore di *Stroke*, come:

$$T_1 = 2 F_0 * r \quad (3.17)$$

- La Coppia in scaricamento T_2 viene calcolata, per ogni valore di *Stroke*, come:

$$T_2 = 2 F_{n_{spire}-2} * r \quad (3.18)$$

Dove:

- F_0 rappresenta la forza trasmessa dall'attuatore alla prima spira attiva;
- $F_{n_{spire}-2}$ rappresenta la forza trasmessa dall'attuatore all'ultima spira attiva e quindi quella stessa forza che, in fase di scaricamento (fase in cui il senso di rotazione è invertito), dà origine alla coppia di rilascio.
- Le suddette forze vengono moltiplicate per 2 a seguito del fatto che il componente presenta ben due molle.

3.3.3 Modellazione della regione di Overrunning torque

Al fine di modellizzare il comportamento del componente nella relazione per la quale lo stesso compie una rotazione oraria e, quindi, trasmette coppie negative (secondo le convenzioni suddette), è possibile adottare tutte le considerazioni precedentemente fatte e, in virtù di ciò, ricorrere allo stesso approccio matematico.

La differenza sostanziale, rispetto alla situazione precedente, è che ora, in base ad una rotazione oraria, la forza utile a trasmettere la coppia proviene dallo stop fisico, ovvero da sinistra.

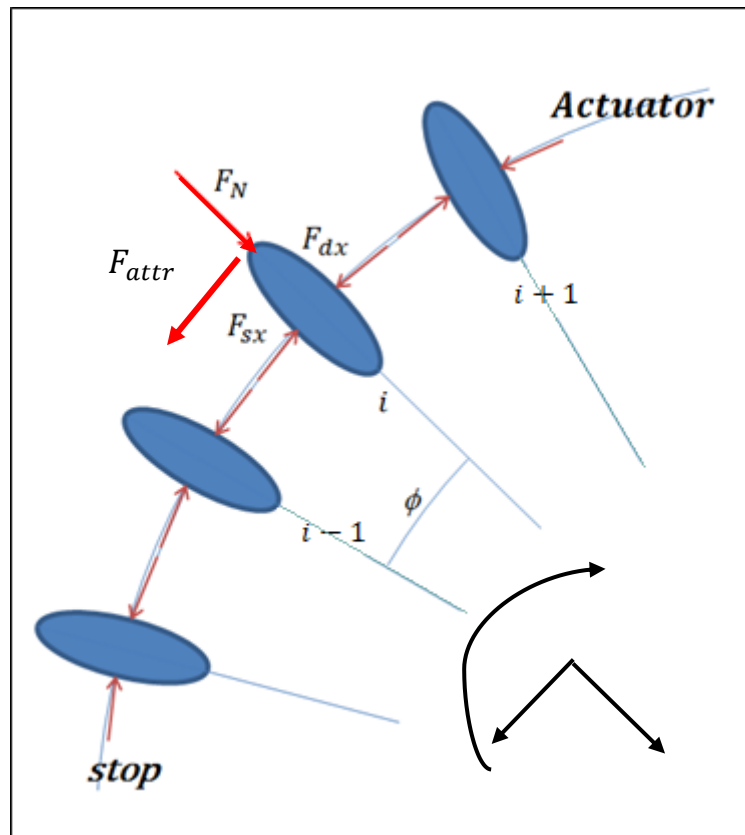


Figura 3.6 Schema della molla ad arco soggetta a compressione [4]

Imponendo l'equilibrio statico in direzione radiale per ogni spira, si ha quindi che:

$$F_N - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - m\omega^2 r = 0 \quad (3.19)$$

All' equilibrio, in direzione tangenziale $F_{attrito}$ presenta un verso opposto rispetto a quello relativo alla situazione in *Driving torque*. Infatti, si ha che:

$$F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + F_{attrito} = 0 \quad (3.20)$$

Definendo $F_{attrito} = \mu F_N$, ponendo a sistema le equazioni 3.19 e 3.20, si ottiene che:

$$\begin{cases} F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_N + m\omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + \mu F_N = 0 \end{cases} \quad (3.21)$$

In base alle considerazioni precedentemente presentate e facendo riferimento al sistema 3.21, questa volta si conoscono le variabili F_{sx} e φ_{sx} della spira precedente.

Volendo esprimere il φ_{dx} in funzione di F_{dx} , in base all'equazione 3.10, si ha che:

$$\begin{cases} F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{dx}}{2(K_{lin} * r)}\right) + F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - F_N + m\omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{dx}}{2(K_{lin} * r)}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + \mu F_N = 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

Dove le incognite, per ogni spira, sono F_{dx} e F_N .

Sostituendo la prima equazione del sistema 3.22 nella seconda, si ottiene che:

$$\begin{aligned} & F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{dx}}{2(K_{lin} * r)}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + \mu \left[F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{dx}}{2(K_{lin} * r)}\right) + \right. \\ & \left. + F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + m\omega^2 r \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

Dal momento in cui gli argomenti delle funzioni trigonometriche indicano angoli piccoli é possibile scrivere che:

$$F_{dx} - F_{sx} + \mu \left[F_{dx} * \left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{dx}}{2(K_{lin} * r)} \right) + F_{sx} * \left(\frac{\varphi_{sx}}{2} \right) + m\omega^2 r \right] = 0 \quad (3.24)$$

Al fine di ottenere:

$$\mu \frac{F_{dx}^2}{2[(K_{lin} * r)]} - \left(1 + \mu \frac{\varphi_0}{2} \right) * F_{dx} + \left(F_{sx} - \mu F_{sx} \frac{\varphi_{sx}}{2} - \mu * m\omega^2 r \right) = 0 \quad (3.25)$$

L'equazione 3.25 consiste in un'equazione di secondo grado, la cui variabile è F_{dx} , da risolvere, iterativamente, per ogni spira.

Ciò è reso possibile da un codice, costruito in ambiente *Excel* e il cui linguaggio è in *Visual Basic*, grazie al quale si implementa il calcolo iterativo (vedere Appendice), basato su $(n_{spire} - 2)$ equazioni (considerando solo le spire attive) dello stesso tipo della 3.25.

Il modello permette, quindi, di determinare analiticamente la caratteristica statica del componente in esame dove:

- Per ogni valore di *Stroke*, la Coppia in caricamento T_1 viene calcolata come:

$$T_1 = -2 F_0 * r \quad (3.26)$$

- Per ogni valore di *Stroke*, la Coppia in scaricamento T_2 viene calcolata in modulo come:

$$T_2 = -2 F_{n_{spire}-2} * r \quad (3.27)$$

Dove:

- F_0 rappresenta la forza trasmessa dallo stop fisico alla prima spira attiva;
- $F_{n_{spire}-2}$ rappresenta la forza trasmessa dallo stop fisico all'ultima spira attiva e quindi quella stessa forza che, in fase di scaricamento (fase in cui il senso di rotazione è invertito), dà origine alla coppia di rilascio.
- Le suddette forze vengono moltiplicate per 2 a seguito del fatto che il componente presenta ben due molle.

3.3.4 Implementazione della molla a 'C'

La molla a 'C' è un componente interno al WW1493, che è responsabile di trasmettere una coppia di attrito aggiuntiva, di piccola intensità e più o meno costante anche quando le due molle ad arco sono a riposo.

Per come la molla a 'C' è installata all'interno del disaccoppiatore (vedere figura 2.), si può asserire che, nel momento in cui il *decoupler* stesso compie una rotazione antioraria, la stessa molla dà origine ad una coppia d'attrito quasi costante ma inferiore in modulo rispetto a quella ottenibile, durante una rotazione oraria del pezzo in esame.

Nella figura sottostante si può osservare la regione di *Driving torque* della caratteristica sperimentale del WW1493.

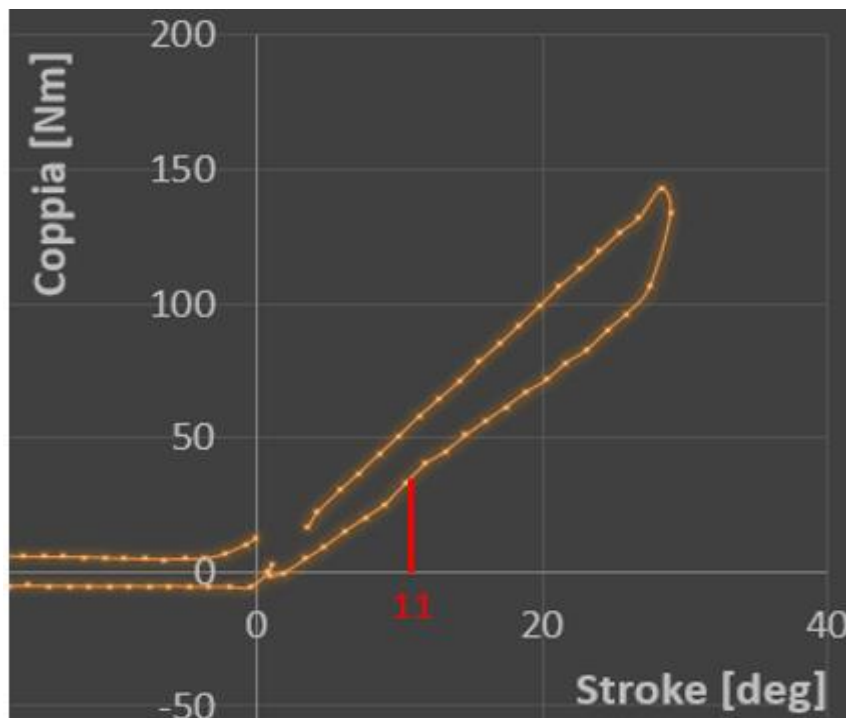


Figura 3.7 Valore di *Stroke* oltre il quale vi è l'attivazione della molla a 'C'

Analizzando l'immagine si può notare una specie di salto in corrispondenza di un valore di *Stroke* $\cong 11$ [deg]. Ciò è dovuto al fatto che ogni volta che il *decoupler* va in scaricamento, invertendo il senso di rotazione, la molla a 'C' entra in funzione a partire da un certo valore di *Stroke* che è funzione di come la molla considerata viene progettata. Dalla figura sottostante, si evidenzia l'angolo per il quale la molla a 'C', in fase di scaricamento, non lavora.

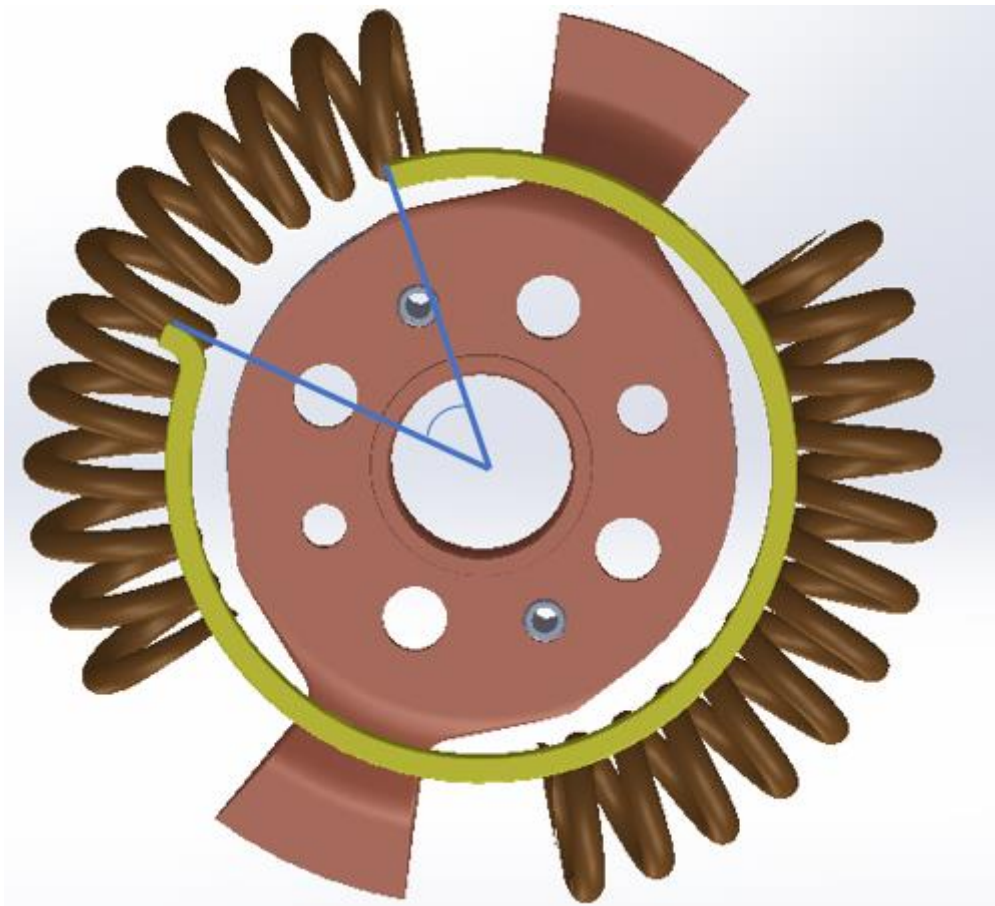


Figura 3.8 Disposizione della molla a 'C'

Il valore limite d'angolo di compressione che viene dato da progetto è appunto 11 [deg] [5].

In base a queste considerazioni si possono definire i contributi di coppia che tale particolare offre:

- $T_{anticlockwise}$ = coppia d'attrito generata durante una rotazione antioraria;
- $T_{clockwise}$ = coppia d'attrito generata durante una rotazione oraria;

Con $T_{anticlockwise} < T_{clockwise}$.

Pertanto, in situazione *Driving torque*, si ha che la coppia totale è:

$$\text{In fase di caricamento} \quad T_1^* = T_1 + T_{anticlockwise} \quad (3.28)$$

$$\text{In fase di scaricamento} \quad T_2^* = T_2 - T_{clockwise} \quad (3.29)$$

Invece, in situazione *Overrunning torque*, si ha che la coppia totale è:

In fase di caricamento $T_1^* = T_1 - T_{clockwise}$ (3.30)

In fase di scaricamento $T_2^* = T_2 + T_{anticlockwise}$ (3.30)

Tali equazioni sono in accordo col fatto che la molla a 'C' determina un aumento d'isteresi del ciclo, indipendentemente dal senso di rotazione del componente in esame.

Di seguito, si riporta la caratteristica statica di tipo analitico del WW1493, ottenuta dal modello:

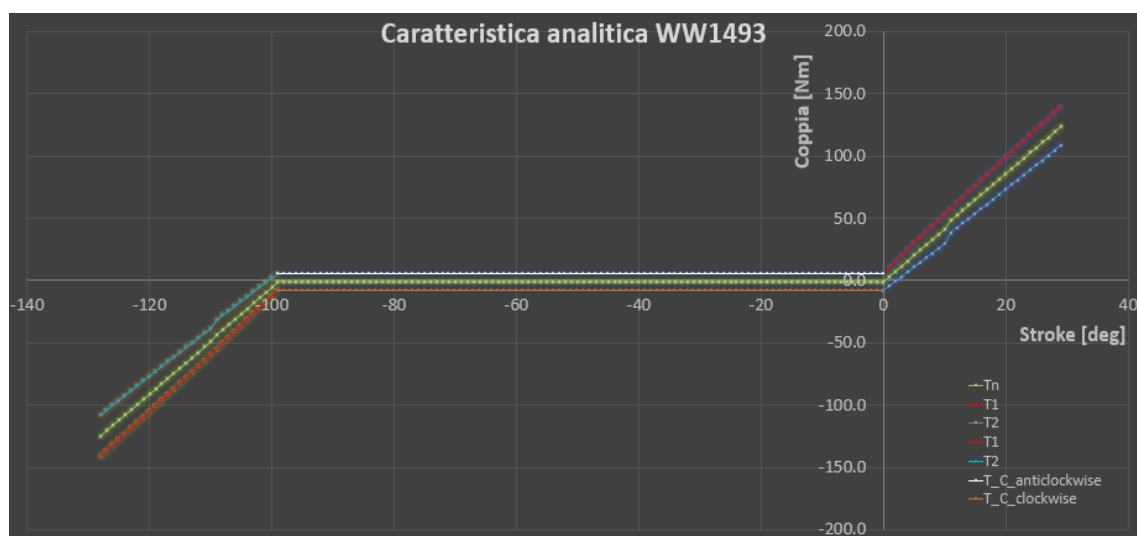


Figura 3.9 Caratteristica statica di tipo analitico del WW1493

Capitolo 4 Analisi FEM del WW1493

4.1 Modello Spring cup-molla

Il comportamento statico del WW1493 può essere anche valutato attraverso un modello FEM, atto a simulare il comportamento della molla ad arco, soggetta a massima compressione. Pertanto, il valore di *Stroke* massimo, usato nel modello, è pari a 30 [deg]

Per l'implementazione del modello, è sufficiente analizzare, ancora una volta, il sistema spring cup-molla, poiché essi sono i due componenti tra i quali si genera attrito, responsabile del fenomeno d'isteresi.

Infatti, il sistema considerato è costituito da una sola delle due molle ad arco, presenti all'interno del componente, e da metà dello *spring cup*. In virtù di ciò e tenendo conto della simmetria del pezzo stesso, gli eventuali valori di coppia in fase di caricamento, ottenibili dal modello, devono essere considerati due volte per la determinazione della caratteristica statica.

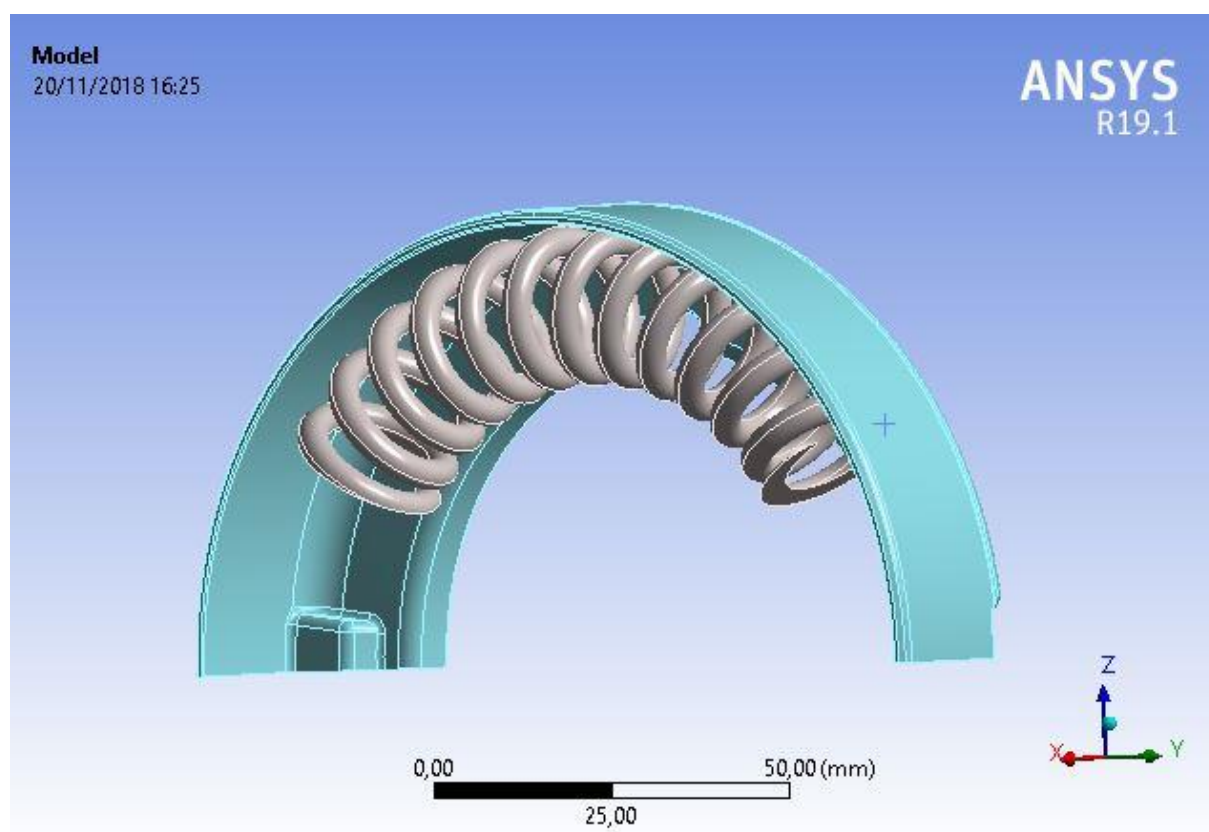


Figura 4.1 Sistema spring cup-molla

4.1.1 Mesh

E' importante definire la mesh di discretizzazione.

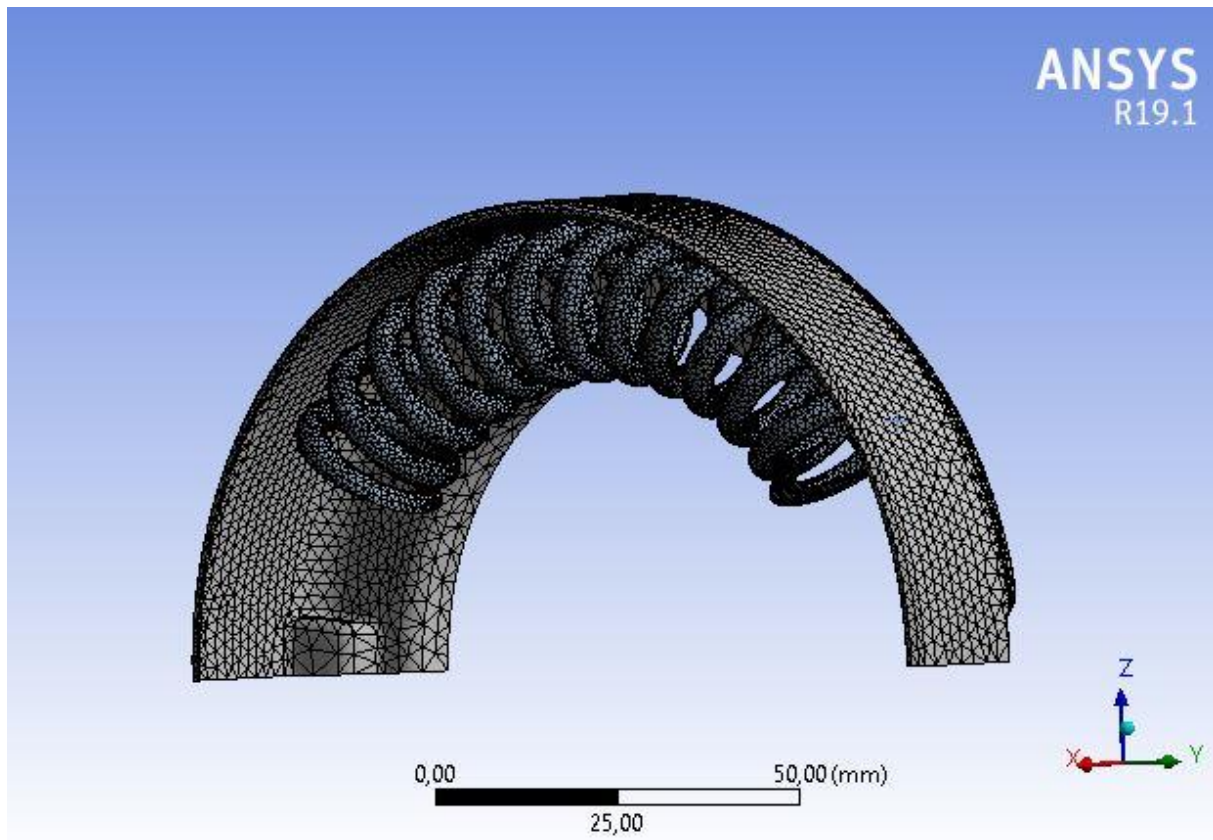


Figura 4.2 Mesh del modello

Pertanto, si è optato per l'utilizzo di una *mesh* tetraedrica, la cui dimensione dei vari elementi differisce. Infatti, si ha:

- 1 mm per la molla ad arco;
- 2 mm per superficie di contatto tra molla e *spring cup*;
- 4 mm per le superfici dello *spring cup* che non sono a contatto con la molla.

Sono state scelte tali dimensioni al fine di avere una *mesh* più fitta, proprio, in quelle zone in cui vi sono i contatti e rispetto alle quali si vuole ottenere un risultato ben preciso. Inoltre, l'avere un sistema, che trascura tutti i sotto-componenti del *decoupler*, ad eccezione della molla ad arco e del suo contenitore, permette di avere un numero di nodi, notevolmente, minore e di rendere il calcolo più rapido.

4.1.2 Contatti

Ciò che si vuole simulare tramite il modello FEM è appunto la fase di carica della molla e, quindi, il conseguente strisciamento sulla superficie interna della spring cup. Alla luce di ciò, è fondamentale imporre delle condizioni, in base alle quali il programma riesca a capire che i corpi siano a contatto durante la compressione.

Prima di fare ciò, bisogna imporre un contatto di tipo *Frictional*, per evitare che le superfici, di cui è composta la molla, si compenetrino. A tale tipo di contatto è pertanto legato un coefficiente d'attrito pari a 0.

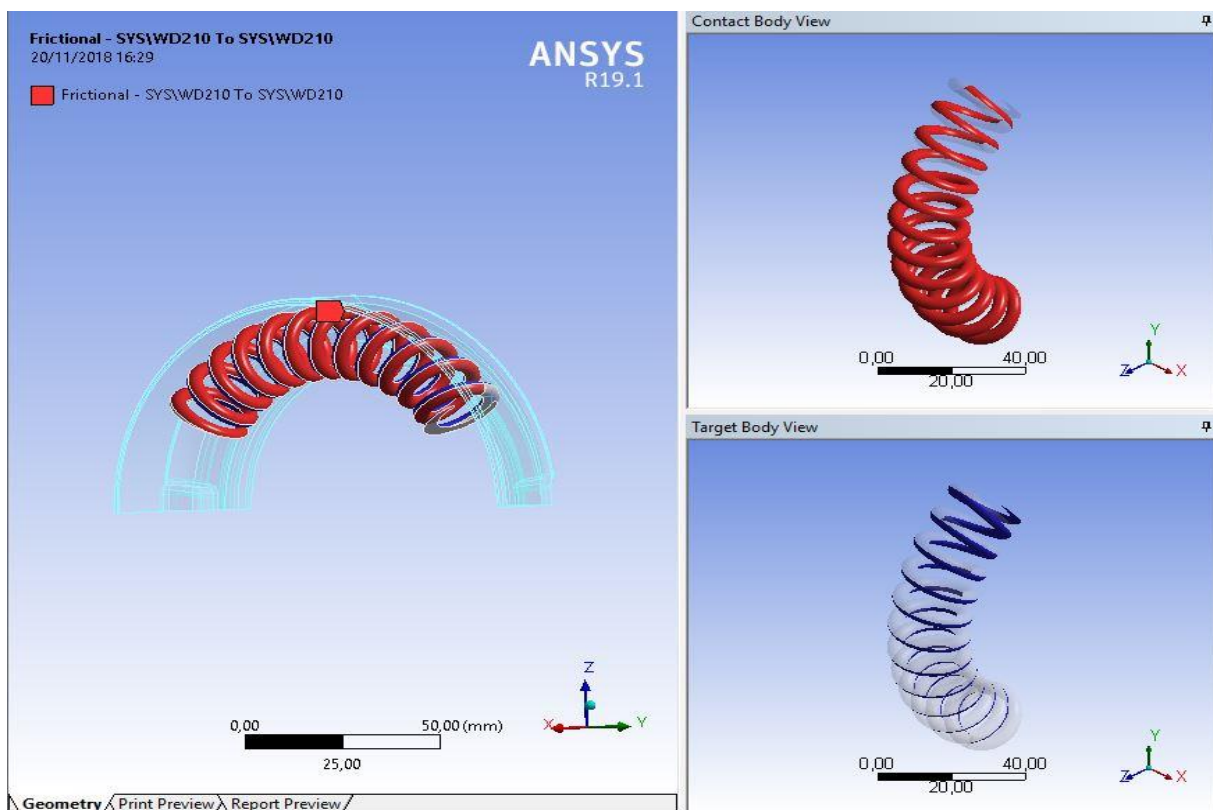


Figura 4.3 Contatto *Frictional* fra le superfici della molla

Ora si procede con la determinazione del contatto (sempre di tipo *Frictional*), fra i due componenti del sistema considerato, in corrispondenza del quale il programma andrà a calcolare la forza d'attrito.

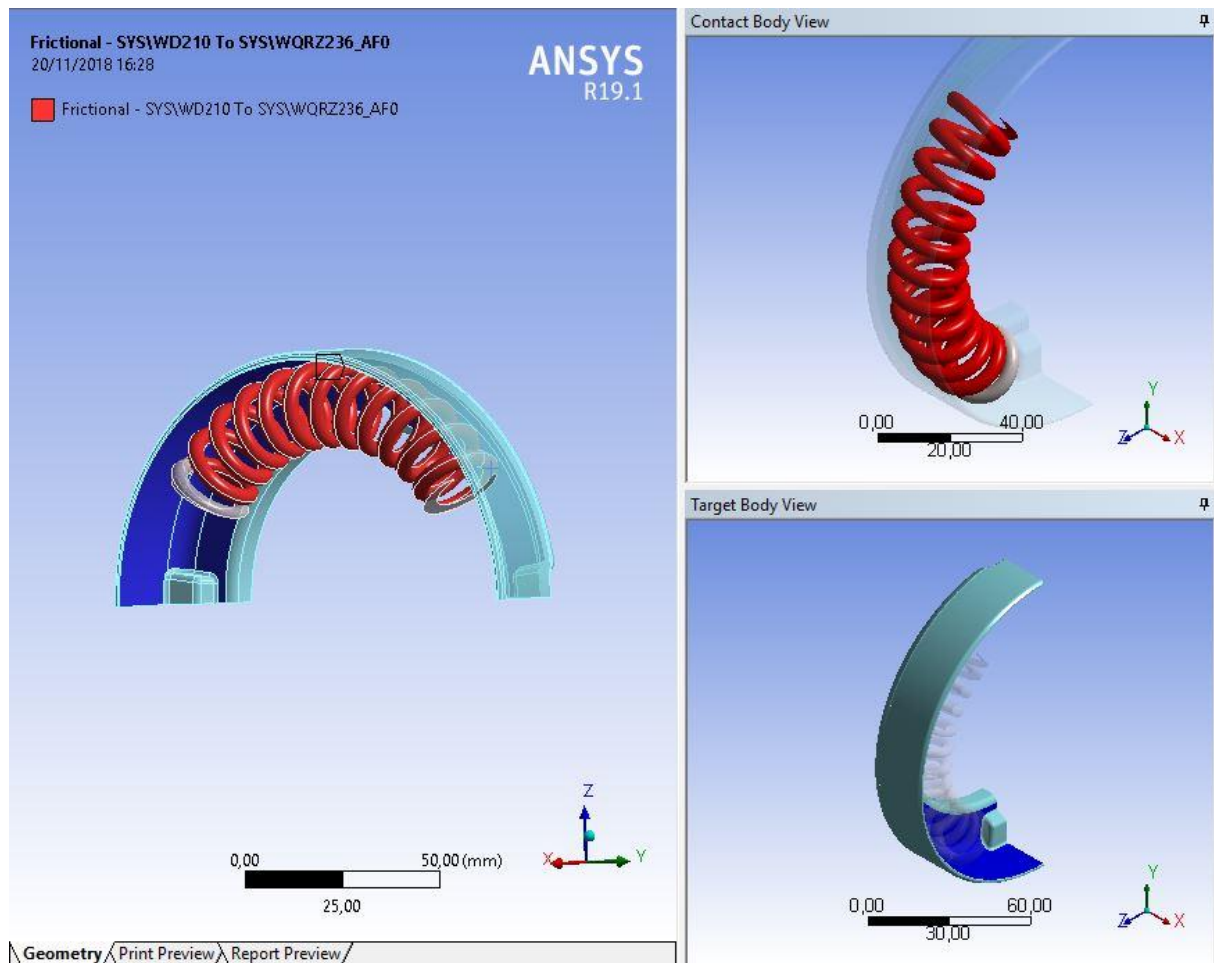


Figura 4.4 Contatto *Frictional* tra spring cup e molla

Per la determinazione di tale forza dissipativa si deve optare per un coefficiente d'attrito dinamico, il cui valore oscilla tra $0,05 \div 0,20$. Tale range è relativo ad un contatto di tipo Acciaio-Acciaio ed è imposto dalla normativa tedesca, a cui l'azienda Dayco Europe s.r.l. fa riferimento, DIN 7190 [5].

Il coefficiente d'attrito scelto è pari a 0,12. Tale valore è lo stesso valore che è stato utilizzato, per la determinazione della caratteristica statica del WW1493 tramite il modello costruito in ambiente *Excel* (si veda Capitolo 6).

I vincoli imposti, definiti *Fixed Support*, nel modello sono due:

- Sulla parte sinistra della molla (per simulare la funzione dello stop fisico);
- Sulla superficie esterna della *spring cup*.

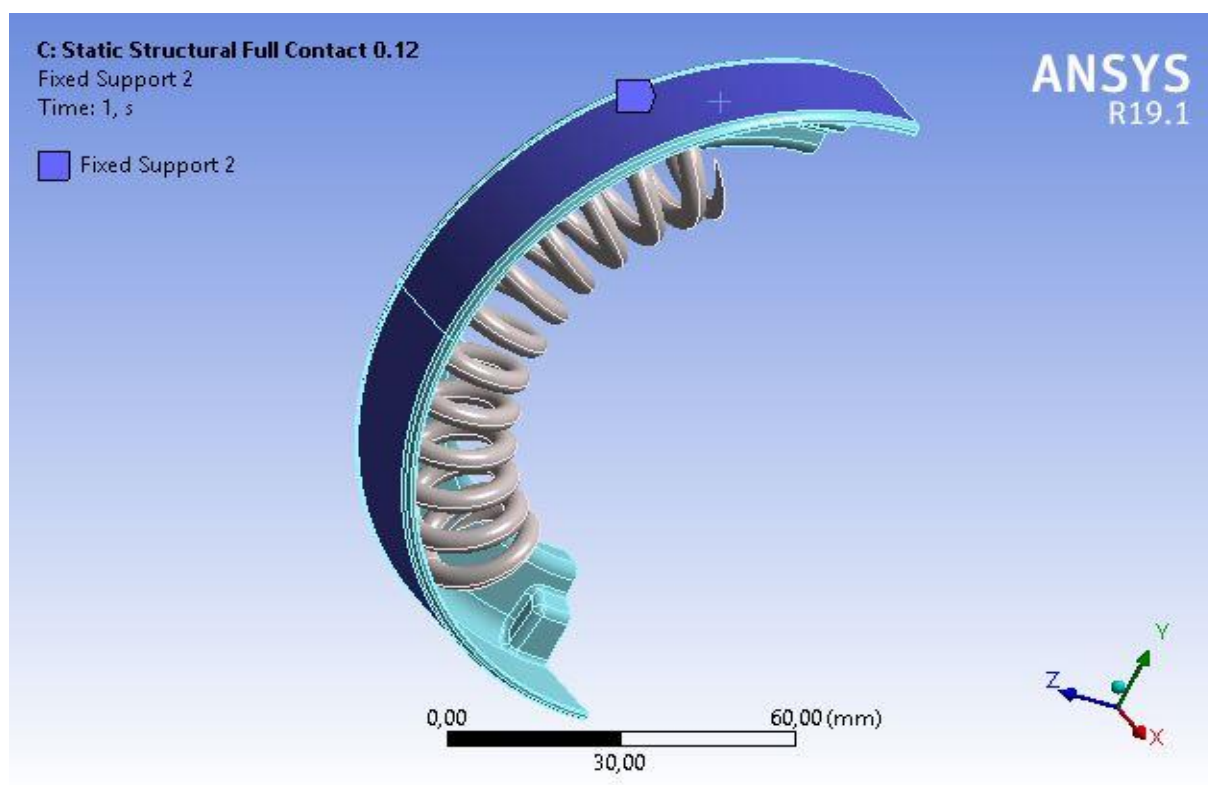


Figura 4.5 *Fixed Support* relativo allo spring cup

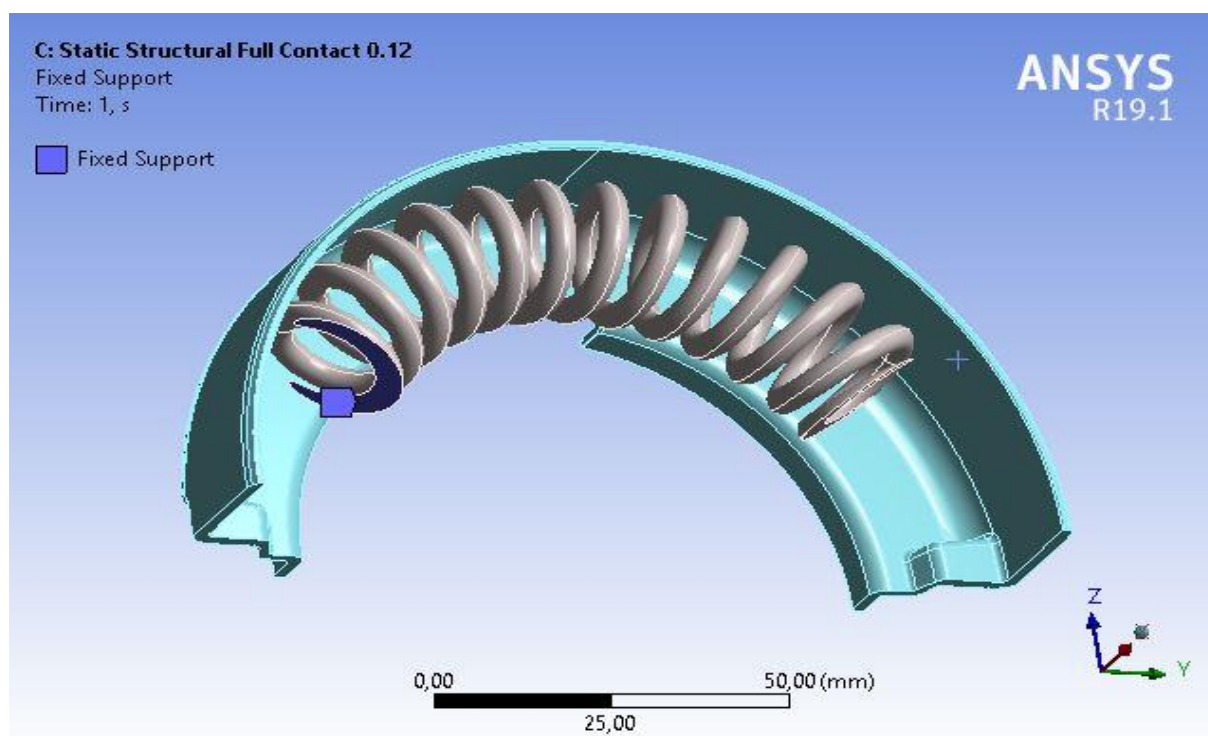


Figura 4.6 *Fixed Support* relativo alla molla

4.1.3 Risultati del FEM

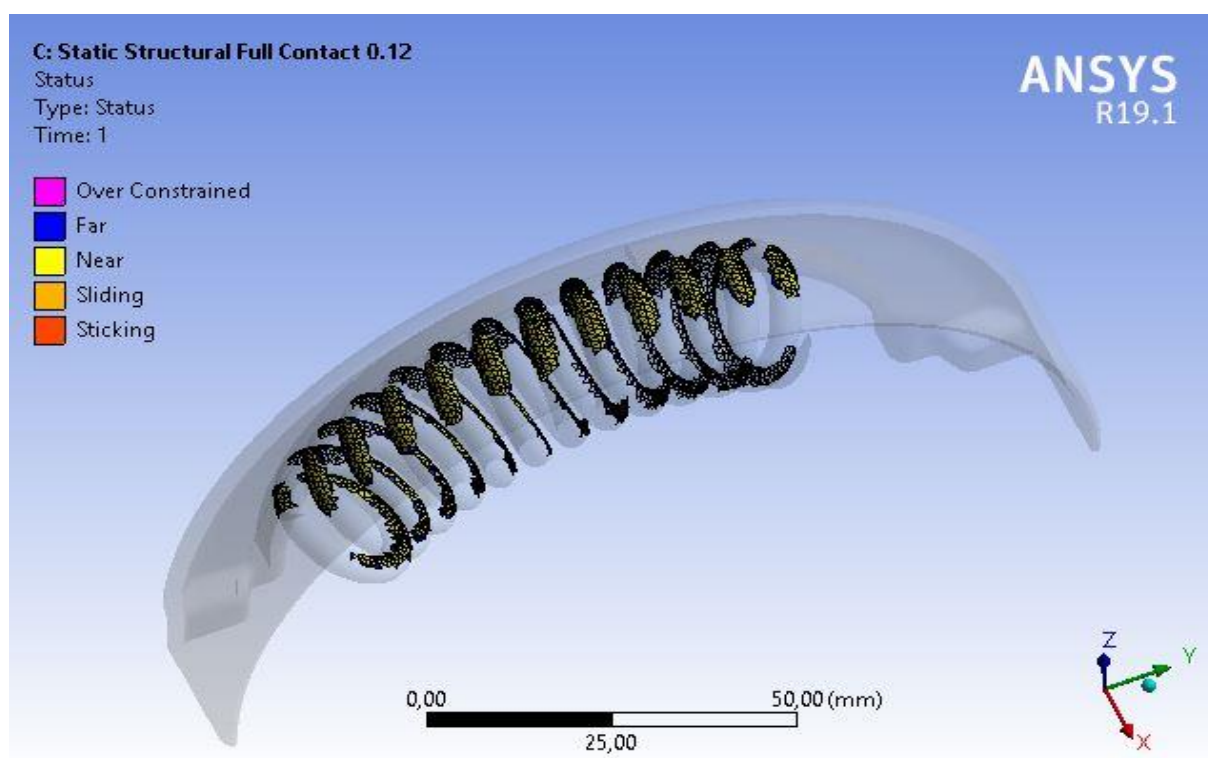


Figura 4.7 Contatto Frictional tra molla e spring cup

Da tale figura si evince come, effettivamente, i corpi non si siano compenetrati, grazie all'ausilio del contatto *Frictional*. Infatti, guardando la scala cromatica, si può notare come non vi siano elementi *Over Constrained* (color magenta), ovvero troppo vincolati, e non vi siano elementi *Sticking* (color arancione scuro), ovvero molto aderenti o, magari, compenetrati.

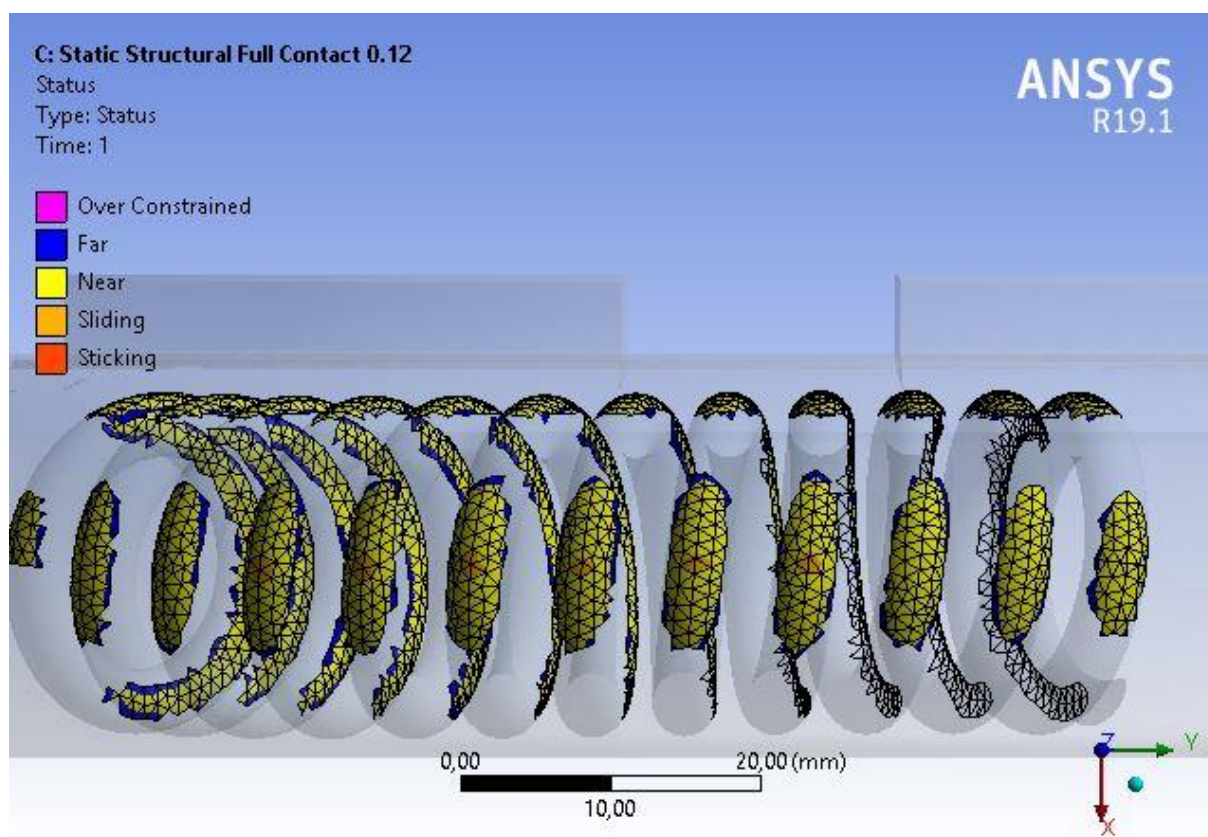


Figura 4.8 Particolare del contatto *Frictional*

In figura 4.8 è possibile notare, invece, i vari elementi che strisciano al contatto (color arancione scuro), relativi a tutte le spire.

In figura 4. È possibile apprezzare come le pressioni maggiori si raggiungono in corrispondenza del contatto spring cup – molla.

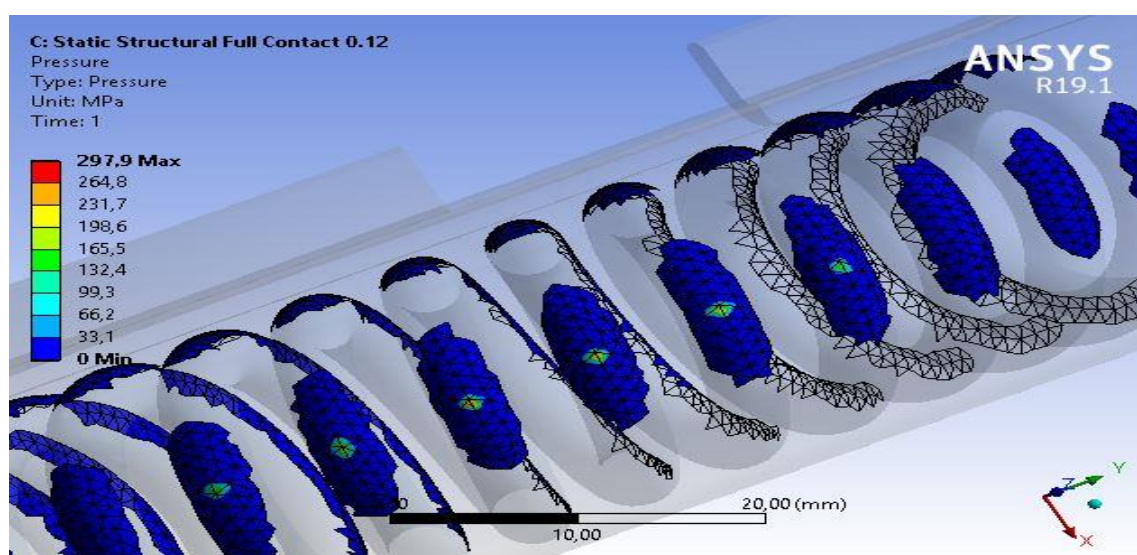


Figura 4.9 Vista della pressione di contatto

La pressione massima è pari a 297,9 MPa, il cui valore è tale da non intaccare l'integrità dei componenti in esame, i quali sono costituiti da materiali con una tensione di snervamento di valore più elevato.

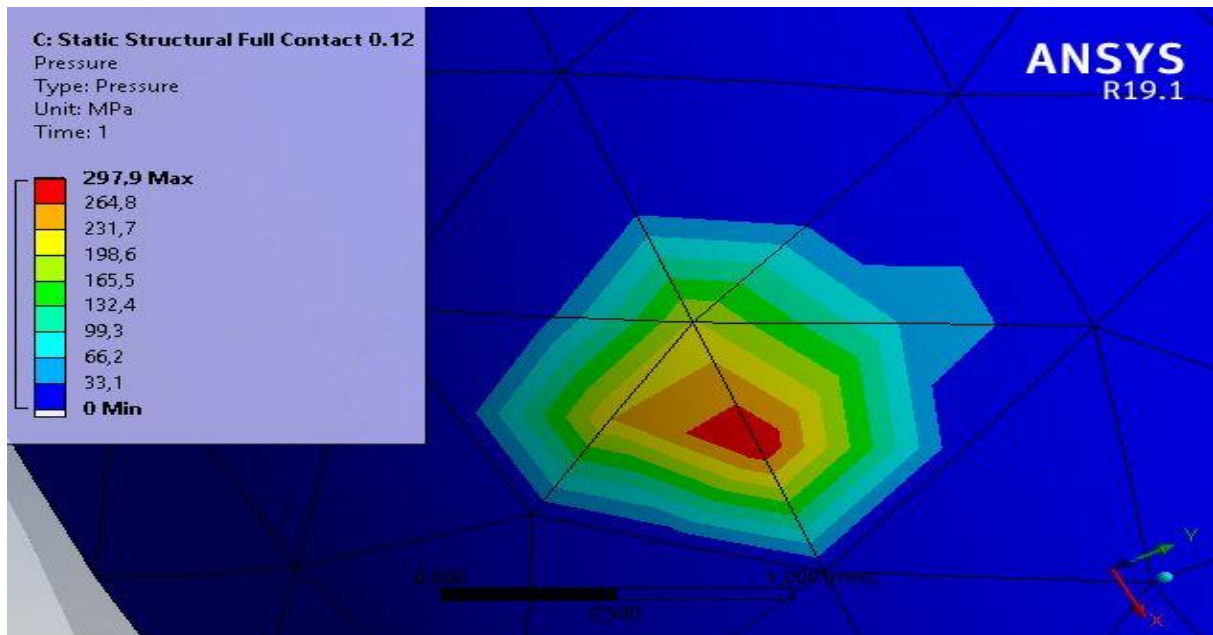


Figura 4.10 Particolare della pressione di contatto

Da tale analisi FEM, per uno $Stroke = 30$ [deg] un coefficiente d'attrito dinamico pari a 0,12, si ottiene:

- $r = 50,81$ [mm]
- $F_{N_z} = 937,37$ [N];
- $T_1 = 70,714$ [Nm];

Dove:

- F_{N_z} rappresenta la componente della reazione vincolare lungo z (che da contributo maggiore), ottenuta impostando il contatto *Frictional* sulla superficie dello *spring cup*;
- T_1 rappresenta la coppia in fase di caricamento trasmessa da una singola molla ad arco per il valore di *Stroke* imposto;
- r rappresenta il raggio medio.

Definendo la coppia d'attrito per una singola molla ad arco:

$$T_{fr} = \mu F_{N_z} * r \quad (4.1)$$

Si ha che:

$$T_{fr} = 7,13 \text{ [Nm]}$$

Da ciò è possibile ricavare la coppia media T_n , relativa alla singola molla ad arco:

$$T_n = T_1 - T_{fr} = 63,58 \text{ [Nm]} \quad (4.2)$$

Moltiplicando per 2 le coppie ottenuto (volendo considerare entrambe le molle ad arco) e confrontando i risultati ottenuti dal FEM con gli stessi ricavati dal modello, costruito in ambiente *Excel*, si ha:

Tabella 4.1 Tabella dei valori di coppia in caricamento e media, ottenuti dai due modelli

<i>Stroke [deg]</i>	<i>T_{1_FEM} [Nm]</i>	<i>T_{1_mod} [Nm]</i>	<i>T_{n_FEM} [Nm]</i>	<i>T_{n_mod} [Nm]</i>
30	141,428	142,3	127,16	127,2

In virtù di ciò, è possibile calcolare le differenze relative percentuali, rispetto al modello *Excel*:

Tabella 4.2 Tabella delle differenze relative percentuali

<i>Diff % di T₁</i>	<i>Diff % di T_n</i>
0,6	0,03

Imponendo lo stesso modello FEM, per un valore di *Stroke* pari a 20 [deg], e confrontando i risultati ottenuti con i corrispettivi del modello *Excel*, si ha che:

Tabella 4.3 Tabella dei valori di coppia in caricamento e media, ottenuti dai due modelli

<i>Stroke [deg]</i>	<i>T_{1_FEM} [Nm]</i>	<i>T_{1_mod} [Nm]</i>	<i>T_{n_FEM} [Nm]</i>	<i>T_{n_mod} [Nm]</i>
20	94,28	98	84,77	85,3

Le cui differenze relative sono:

Tabella 4.4 Tabella delle differenze relative

<i>Diff % di T_1</i>	<i>Diff % di T_n</i>
3,59	0,7

In virtù dell'entità delle differenze relative presentati, si evince come sia preferibile, in termini computazionali, l'utilizzo del modello Excel, rispetto al modello FEM, per modellizzare il comportamento statico e la relativa caratteristica del componente in esame.

Capitolo 5 Analisi statica del WW1258

5.1 Proprietà del componente

Con il codice WW1258 [5] si fa riferimento ad un tipo di *decoupler* che viene installato su motore *Mercedes* ibrido e che non presenta la molla a ‘C’, rispetto al componente precedentemente presentato.

Tale componente riesce a garantire coppie più elevate di quelle che vengono trasmesse dal WW1493. Questo aspetto è garantito dal fatto che le due molle ad arco (dette *principali*), precedentemente descritte, presentano al loro interno un’altra molla ad arco (detta *secondaria*), caratterizzata dall’aver un numero di spire maggiore.



Figura 5.1 Vista frontale del WW1258 [5]

In virtù di ciò, l’aver una molla dentro l’altra significa avere a che fare con due molle che lavorano in parallelo.

Dall'esploso di figura 5.2, è possibile apprezzare i sotto-componenti interni al WW1258:

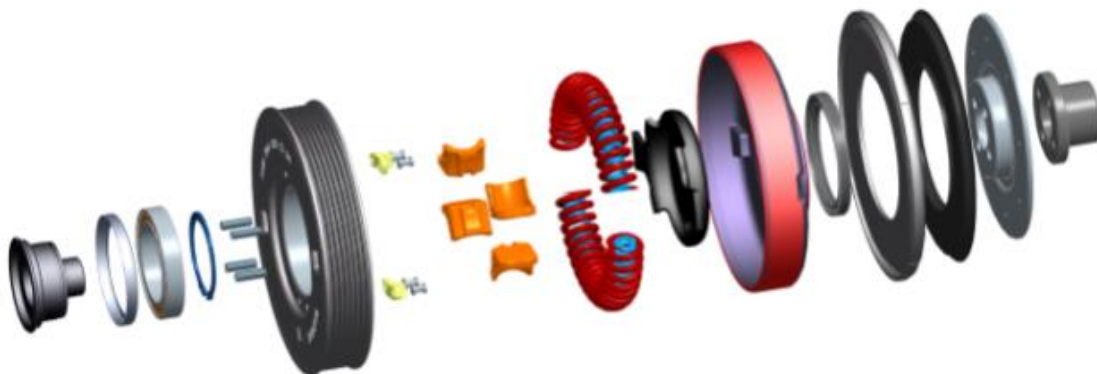


Figura 5.2 Esploso del WW1258 [5]

5.2 Caratteristica statica

Di seguito, si riporta la caratteristica statica sperimentale del WW1258

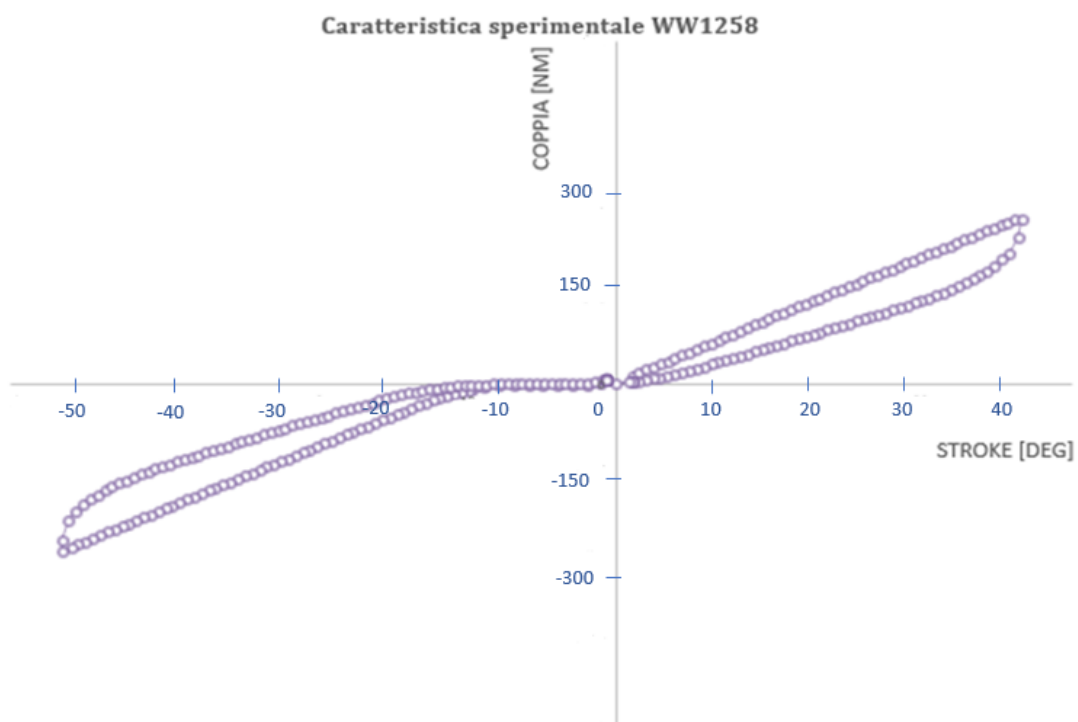


Figura 5.3 Caratteristica sperimentale del WW1258

Analizzando la caratteristica sperimentale si evince che, rispetto al WW1493, il componente:

- garantisce coppie più elevate;
- presenta un campo di funzionamento delle molle più esteso;
- presenta un *free angle* più piccolo.

L'avere un *free angle* minore è una scelta di tipo progettuale. Infatti, bisogna ricordare che il WW1258 è montato su di un motore ibrido dove vi è un alternatore che alimenta l'albero a gomiti. Per questo, l'avere un *free angle* piccolo permette di far funzionare il disaccoppiatore in tempi più rapidi e in accordo con il sistema a cui è vincolato.

5.3 Modello statico

Il modello analitico, che verrà di seguito descritto, si propone come un valido strumento atto a simulare sia il comportamento statico che in moto circolare uniforme del componente in esame. Il software utilizzato è *Microsoft Excel*, il cui linguaggio di programmazione è *Visual Basic* (VBA).

Per la determinazione del modello, si è focalizzata l'attenzione sul comportamento, durante il funzionamento, delle due molle e sul relativo attrito, instaurato con lo spring cup. Infatti, è importante capire come questo attrito viene generato, perché esso si presenta come una caratteristica importante del prodotto, che ne influenza la funzionalità.

Come precedentemente detto, il WW1258 presenta 4 molle ad arco che lavorano, a due a due, in parallelo. Tuttavia, per la determinazione del modello statico si è deciso di non lavorare e, quindi, considerare come parametro utile una $K_{equivalente}$, definita come:

$$K_{equivalente} = K_{main} + K_{aux} \quad (5.1)$$

Dove:

- K_{main} = rigidezza complessiva delle due molle che sono in diretto contatto con lo spring cup;
- K_{aux} = rigidezza complessiva delle due molle secondarie.

Si è evitato di ricorrere a tale approccio perché esso avrebbe, in particolar modo, trascurato i fenomeni d'attrito tra molla principale e secondaria, andando quindi a sottostimare il comportamento statico del componente in esame.

5.3.1 Parametri da disegno

I parametri da disegno a cui il modello fa riferimento sono riportati nella tabella sottostante:

Tabella 5.1 Parametri da disegno [5]

Parametri da disegno	Unità di misura	Valore
K_{main}	[Nm/deg]	4,52
K_{aux}	[Nm/deg]	2,32
θ_{tot}	[deg]	150
θ_{block}	[deg]	107,5
r	[mm]	64,5
n	[rpm]	0
n_{spire}	[-]	21
m_{spire}	[-]	38
α_{stop}	[deg]	15
$\alpha_{attuatore}$	[deg]	19,5
m_1	[g]	4,31
m_2	[g]	3,01

Dove:

- θ_{tot} rappresenta la porzione di angolo che la molla assume a riposo;
- θ_{block} è la porzione d'angolo della molla a compressione massima;
- r rappresenta il raggio medio che individua il baricentro di ciascuna spira;
- n_{spire} rappresenta il numero di spire totali della molla principale, comprese la prima e l'ultima che sono inattive;
- α_{stop} indica l'angolo che occupa lo stop fisico;
- $\alpha_{attuatore}$ indica l'angolo che occupa l'estremità dell'attuatore;
- m_1 è la massa di ciascuna spira attiva della molla principale;
- m_2 è la massa di ciascuna spira attiva della molla secondaria;

Da tali parametri è possibile ricavare delle grandezze derivate, utili a definire la caratteristica statica e quindi il campo di funzionamento del decoupler, Essi sono riportati nella tabella sottostante:

Tabella 5.2 Grandezze derivate

Grandezze derivate	Unità di misura	Valore
<i>Massima coppia nominale</i>	[Nm/deg]	290,7
<i>Stroke massimo</i>	[deg]	42,5
<i>Free angle</i>	[deg]	7,5

5.3.2 Punti di contatto

Per tener conto degli attriti tra molla principale e secondaria, è necessario conoscere ed individuare il numero dei punti di contatto tra i due corpi.

Al fine di raggiungere tale scopo bisogna sovrapporre le caratteristiche su piano delle due molle, come evidenziato dalla figura sottostante:

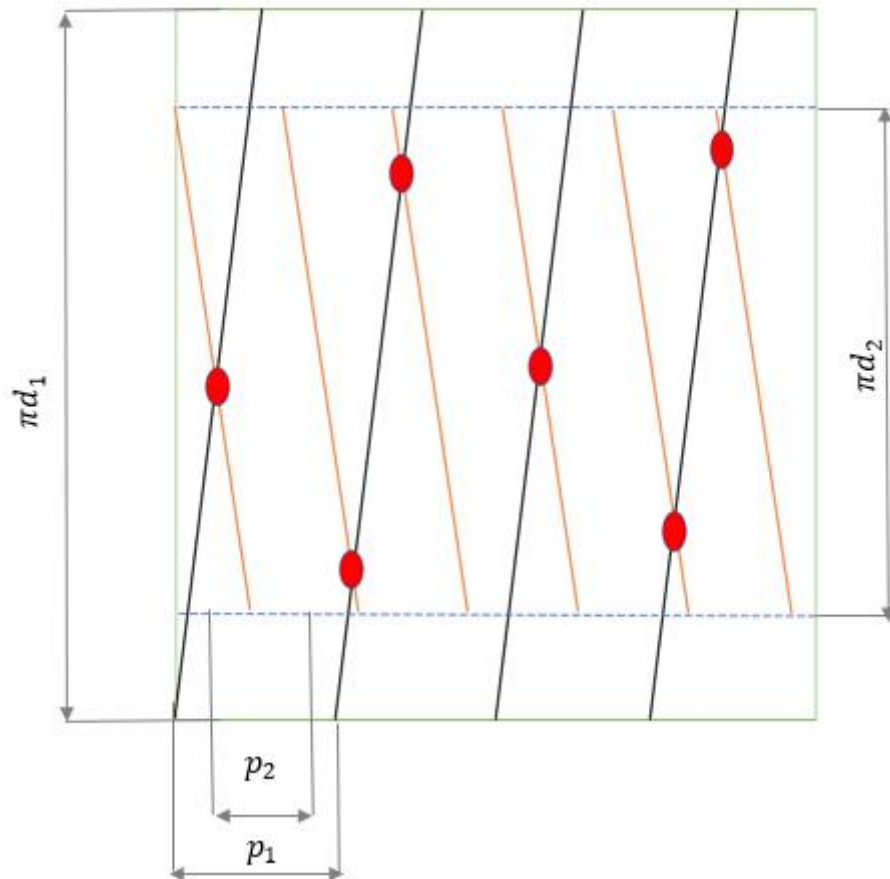


Figura 5.4 Schema dei punti di contatto tra le spire delle due molle

Dove:

- d_1 è il diametro della molla ad arco principale;
- d_2 è il diametro della molla ad arco secondaria;
- p_1 è il passo della molla ad arco principale;
- p_2 è il passo della molla ad arco secondaria.

Osservando la figura, si possono notare i punti rossi, ovvero proprio i punti di contatto tra le spire delle due molle. Con tale approccio è, quindi, possibile contare i relativi punti, il cui numero rimane, in prima approssimazione, costante anche durante la compressione.

Dunque, il numero di contatti stimato risulta essere:

$$z = \frac{(n_{spire} + m_{spire})}{2} \quad (5.2)$$

Con:

- z è il numero di contatti;
- n_{spire} è il numero di spire della molla principale;
- m_{spire} è il numero di spire della molla secondaria.

Da un'analisi più accurata della figura 5.4, si può affermare che ogni spira pari della molla principale entra in contatto con due spire consecutive della molla secondaria.

4.3.3 Modellazione della regione di Driving torque

Al fine di modellizzare sia il comportamento statico che in moto circolare uniforme del componente in tale regione, valgono le stesse considerazioni fatte per il modello costruito per il WW1493 (Vedere sotto-paragrafo 3.3.2). La sostanziale novità è quella di dover considerare non solo le forze scambiate tra la molla e lo *spring cup* (come nel caso precedente) ma anche quelle scambiate tra le due molle che lavorano in parallelo.

Molla secondaria

In virtù di ciò, partiamo dal voler determinare innanzitutto le forze che si scambiano le due molle. Pertanto, si consideri la figura sottostante: presenta le diverse spire della molla

secondaria, di cui la prima attiva è soggetta alla forza, proveniente da destra, generata dall'attuatore e di cui l'ultima è, invece, vincolata allo stop di sinistra.

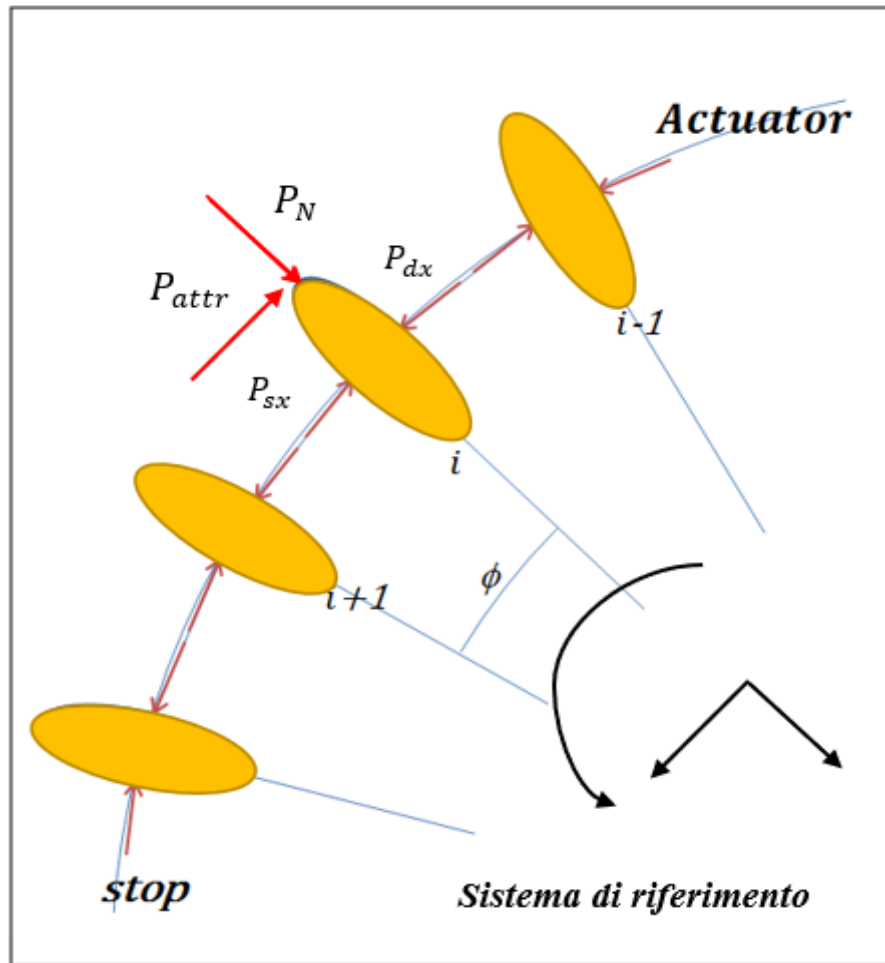


Figura 5.5 Schema della molla secondaria soggetta a compressione

Prima di procedere con la stesura delle equazioni, è doveroso definire determinate variabili:

- φ_{0aux} indica l'angolo fra due spire consecutive della molla secondaria, in assenza di compressione;
- φ_{caux} è l'angolo che indica di quanto si comprime una singola spira della molla secondaria;
- φ_{aux} indica l'angolo fra due spire consecutive della molla secondaria, a compressione avvenuta.

In particolare, si ha che:

$$\varphi_{0aux} = \frac{Theta_{tot}}{(z_{contatti} - 1)} \quad (5.3)$$

$$\varphi_{aux} = \varphi_{0aux} - \varphi_{c_{aux}} \quad (5.4)$$

Il parametro d'ingresso, adottato per l'impostazione del modello, é:

- $\varphi_{c_{1aux}}$ è l'angolo che indica di quanto si comprime la prima spira:

Esso è calcolato come:

$$\varphi_{c_{1aux}} = \frac{Stroke}{(z_{contatti} - 1)} \quad (5.5)$$

L'equazione 5.5 evidenzia come $\varphi_{c_{1aux}}$, il parametro d'ingresso scelto, sia un parametro altamente variabile perché dipende, appunto, dallo *Stroke*, che, rappresentando la compressione totale della molla, assume un valore (come suggerito dalla caratteristica statica del componente) che va da 0 a allo *Stroke massimo*.

E' da notare che i suddetti parametri sono in funzione dei $z_{contatti}$ e non delle m_{spire} perché l'interazione tra le due molle avviene unicamente in corrispondenza dei punti di contatto.

Con tale approccio, infatti, è possibile calcolare la forza che, da destra, l'attuatore trasmette alla prima spira attiva della molla secondaria, definita come:

$$P_0 = K_{lin_{aux}} x_{c_{1aux}} \quad (5.6)$$

E sapendo che:

$$x_{c_{1aux}} = r \varphi_{c_{1aux}} \quad (5.7)$$

$$K_{lin_{aux}} = \frac{(z_{contatti} - 1) * \left(\frac{K_{aux}}{2}\right)}{r^2} \quad (5.8)$$

Otteniamo che la forza che trasmette l'attuatore alla prima spira attiva della molla secondaria diviene:

$$P_0 = K_{lin_{aux}} r \varphi_{c1_{aux}} \quad (5.9)$$

Ora, si provvede a stendere le diverse equazioni, le quali possono spiegare come la nostra P_0 viene trasmessa alle varie spire e, quindi, smorzata.

Pertanto, per ogni spira bisogna scrivere due equazioni di equilibrio statico: una in direzione radiale e una in direzione tangenziale.

Per ogni spira della molla secondaria a contatto con la molla principale, imponendo l'equilibrio delle forze in direzione radiale, si ha che:

$$P_N - P_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - P_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - m_2 \omega^2 r = 0 \quad (5.10)$$

Dove:

- P_N rappresenta la reazione vincolare della molla principale;
- $P_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right)$ rappresenta la componente radiale della forza proveniente da sinistra;
- $P_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right)$ rappresenta la componente radiale della forza proveniente da destra;
- $\varphi_{dx} = \varphi_0 - \frac{P_{dx}}{K_{lin_{aux}} * r}$;
- $\varphi_{sx} = \varphi_0 - \frac{P_{sx}}{K_{lin_{aux}} * r}$;
- $m \omega^2 r$ rappresenta la forza centrifuga.

Imponendo l'equilibrio delle forze in direzione tangenziale, invece, si ha che:

$$P_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - P_{attrito} = 0 \quad (5.11)$$

- $P_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right)$ rappresenta la componente tangenziale della forza proveniente da sinistra;
- $P_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right)$ rappresenta la componente tangenziale della forza proveniente da destra;
- $P_{attrito}$ rappresenta la forza d'attrito.

Definendo $P_{attrito} = \mu P_N$, con μ coefficiente d'attrito statico, le equazioni 5.10 e 5.11 possono essere messe a sistema. Quindi si ha che:

$$\begin{cases} P_N - \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - P_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - m_2 \omega^2 r = 0 \\ P_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - \mu P_N = 0 \end{cases} \quad (5.12)$$

In base alle considerazioni precedentemente presentate, facendo riferimento al sistema 5.12 si conoscono le variabili P_{dx} e φ_{dx} della spira precedente.

Volendo esprimere il φ_{sx} in funzione di P_{sx} , in base all'equazione 4.9, si ha che:

$$\begin{cases} P_N - P_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{0aux}}{2} - \frac{P_{sx}}{2 (K_{lin_{aux}} * r)}\right) - P_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - m_2 \omega^2 r = 0 \\ P_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{0aux}}{2} - \frac{P_{sx}}{2 (K_{lin_{aux}} * r)}\right) - \mu P_N = 0 \end{cases} \quad (5.13)$$

Dove le incognite, per ogni spira, sono P_{sx} e P_N .

Sostituendo la prima equazione del sistema 5.13 nella seconda e poiché gli argomenti delle funzioni trigonometriche indicano angoli piccoli é possibile scrivere che:

$$P_{dx} - P_{sx} - \mu \left[P_{sx} * \left(\frac{\varphi_{0aux}}{2} - \frac{P_{sx}}{2(K_{lin_{aux}} * r)} \right) + P_{dx} * \left(\frac{\varphi_{dx}}{2} \right) + m_2 \omega^2 r \right] = 0 \quad (5.14)$$

Al fine di ottenere:

$$\mu \frac{P_{sx}^2}{2[K_{lin_{aux}} * r]} - \left(1 + \mu \frac{\varphi_{0aux}}{2} \right) * P_{sx} + \left(P_{dx} - \mu P_{dx} \frac{\varphi_{dx}}{2} - \mu * m_2 \omega^2 r \right) = 0 \quad (5.15)$$

L'equazione 5.15 consiste in un'equazione di secondo grado, la cui variabile è P_{sx} , da risolvere, iterativamente, per ogni spira della molla secondaria a contatto con la molla principale.

Ciò è reso possibile da un codice, costruito in ambiente *Excel* e il cui linguaggio è in *Visual Basic*, grazie al quale si implementa il calcolo iterativo (vedere Appendice).

Molla principale

Ora si procede con lo studiare la situazione nella quale la molla principale striscia sullo spring cup, durante il funzionamento del componente in esame.

Da un'analisi più accurata della figura 5.4, si possono evidenziare due casi:

- 1) ogni spira pari della molla principale entra in contatto con una sola spira della molla secondaria;
- 2) ogni spira dispari della molla principale entra in contatto con due spire consecutive della molla secondaria.

Pertanto, per ciascun caso si hanno equazioni differenti.

Caso 1)

Ad esempio, consideriamo che la seconda spira della molla principale sia in contatto con la terza spira della molla secondaria. Allora, si ha che:

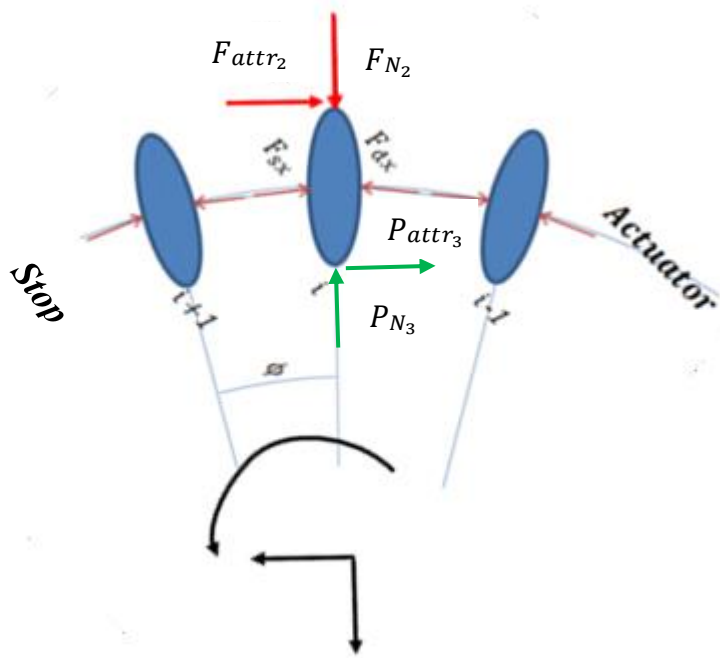


Figura 5.6 Schema della seconda spira della molla principale soggetta ad un solo contatto

Attraverso il diagramma di corpo libero, è possibile scrivere e mettere quindi a sistema l'equazioni di equilibrio, rispettivamente, in direzione radiale e tangenziale:

$$\begin{cases} F_{N_2} - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{N_3} - m_1 \omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - \mu F_{N_2} - \mu P_{N_3} = 0 \end{cases} \quad (5.16)$$

Con P_N precedentemente calcolata.

Esprimendo φ_{sx} (incognito) in funzione della rispettiva forza, si ha che:

$$\begin{cases} F_{N_2} - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{sx}}{2 (K_{lin_main} * r)}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{N_3} - m_1 \omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{sx}}{2 (K_{lin_main} * r)}\right) - \mu F_{N_2} - \mu P_{N_3} = 0 \end{cases} \quad (5.17)$$

Dove le incognite sono F_{N_2} e F_{sx} .

Effettuando gli opportuni passaggi e risolvendo il sistema 5.17 si ottiene che:

$$\mu \frac{F_{sx}^2}{2[(K_{lin_{main}} * r)]} - \left(1 + \mu \frac{\varphi_0}{2}\right) * F_{sx} + \left(F_{dx} - \mu F_{dx} \frac{\varphi_{dx}}{2} - \mu * m_1 \omega^2 r - 2 * \mu P_{N_2}\right) = 0 \quad (4.18)$$

L'equazione 5.18 consiste in un'equazione di secondo grado, la cui variabile è F_{sx} , da risolvere, iterativamente, per ogni spira della molla principale a contatto con una sola spira della molla secondaria.

Se il WW1258 venisse modellato con l'utilizzo di una $K_{equivalente}$, si avrebbe una sottostima del relativo comportamento statico, perché in tal caso non sarebbe presente il termine $2 * \mu P_{N_2}$, responsabile, in realtà, di un'isteresi più simile a quella reale.

Caso 2)

Ad esempio, consideriamo che la prima spira della molla principale sia in contatto sia con la prima che con la seconda spira della molla secondaria.

Seguendo la stessa logica matematica del *caso 1*, è possibile scrivere e mettere quindi a sistema l'equazioni di equilibrio, rispettivamente, in direzione radiale e tangenziale:

$$\begin{cases} F_{N_1} - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{N_1} - P_{N_2} - m_1 \omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - \mu F_{N_1} - \mu P_{N_1} - \mu P_{N_2} = 0 \end{cases} \quad (5.19)$$

Con P_{N_1} e P_{N_2} precedentemente calcolate.

Esprimendo φ_{sx} (incognito) in funzione della rispettiva forza, si ha che:

$$\begin{cases} F_{N_1} - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{sx}}{2(K_{lin_{main}} * r)}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{N_1} - P_{N_2} - m_1 \omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{sx}}{2(K_{lin_{main}} * r)}\right) - \mu F_{N_1} - \mu P_{N_1} - \mu P_{N_2} = 0 \end{cases} \quad (5.20)$$

Dove le incognite sono F_{N_1} e F_{sx} .

Effettuando gli opportuni passaggi e risolvendo il sistema 5.20 si ottiene che:

$$\mu \frac{F_{sx}^2}{2[(K_{lin_{main}} * r)]} - \left(1 + \mu \frac{\varphi_0}{2}\right) * F_{sx} + F_{dx} - \mu F_{dx} \frac{\varphi_{dx}}{2} - \mu * m_1 \omega^2 r - 2 * \mu P_{N_1} - 2 * \mu P_{N_2} = 0 \quad (5.21)$$

L'equazione 5.21 consiste in un'equazione di secondo grado, la cui variabile è F_{sx} , da risolvere, iterativamente, per ogni spira della molla principale di posizione dispari a contatto con due spire consecutive della molla secondaria.

Se il WW1258 venisse modellato con l'utilizzo di una $K_{equivalente}$, si avrebbe una sottostima del relativo comportamento statico, perché in tal caso non sarebbero presenti i termini $2 * \mu P_{N_1} - 2 * \mu P_{N_2}$, responsabili di un'isteresi più simile a quella reale.

Il modello permette, quindi, di determinare analiticamente la caratteristica statica del componente in esame in tale regione dove:

- La Coppia in caricamento T_1 viene calcolata, per ogni valore di *Stroke*, come:

$$T_1 = 2 F_0 * r + 2 P_0 * r \quad (5.22)$$

- La Coppia in scaricamento T_2 viene calcolata, per ogni valore di *Stroke*, come:

$$T_2 = 2 F_{n_{spire}-2} * r + 2 P_{z_{contatti}-2} * r \quad (5.23)$$

Dove:

- F_0 rappresenta la forza trasmessa dall'attuatore alla prima spira attiva della molla principale;
- P_0 rappresenta la forza trasmessa dall'attuatore alla prima spira attiva della molla secondaria;
- $F_{n_{spire}-2}$ rappresenta la forza trasmessa dall'attuatore all'ultima spira attiva e quindi quella stessa forza che, in fase di scaricamento (fase in cui il senso di rotazione è invertito), contribuisce a generare la coppia di rilascio;

- $P_{z_contatti-2}$ rappresenta la forza trasmessa all'ultima spira attiva della molla secondaria, in contatto con la molla principale, e quindi quella stessa forza che, in fase di scaricamento (fase in cui il senso di rotazione è invertito), contribuisce a generare la coppia di rilascio;
- Le suddette forze vengono moltiplicate per 2 a seguito del fatto che il componente presenta due molle principali e due molle secondarie.

4.3.4 Modellazione della regione di Overrunning torque

Al fine di modellizzare il comportamento del componente nella relazione per la quale lo stesso compie una rotazione oraria e, quindi, trasmette coppie negative (secondo le convenzioni suddette), è possibile adottare tutte le considerazioni precedentemente fatte e, in virtù di ciò, ricorrere allo stesso approccio matematico.

La differenza sostanziale, rispetto alla situazione precedente, è che ora, in base ad una rotazione oraria, la forza utile a trasmettere la coppia proviene dallo stop fisico, ovvero da sinistra.

Molla secondaria

In virtù di ciò, partiamo dal voler determinare innanzitutto le forze che si scambiano le due molle. Pertanto, si consideri la figura sottostante: presenta le diverse spire della molla secondaria, di cui la prima attiva è soggetta alla forza, proveniente da sinistra, è generata dallo stop fisico.

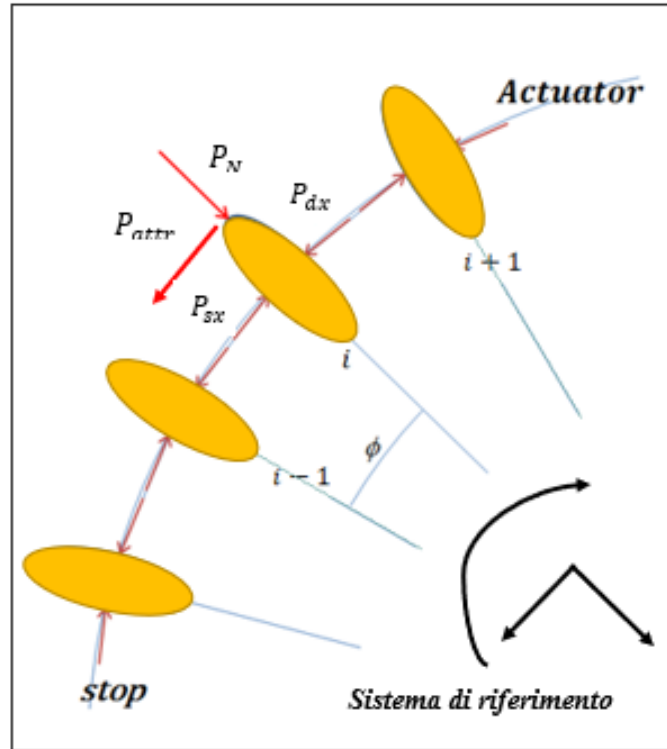


Figura 5.7 Schema della molla secondaria soggetta a compressione

Per ogni spirale della molla secondaria a contatto con la molla principale, imponendo l'equilibrio delle forze in direzione radiale, si ha che:

$$P_N - P_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - P_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - m_2 \omega^2 r = 0 \quad (5.24)$$

Dove:

- P_N rappresenta la reazione vincolare della molla principale;
- $P_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right)$ rappresenta la componente radiale della forza proveniente da sinistra;
- $P_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right)$ rappresenta la componente radiale della forza proveniente da destra;
- $\varphi_{dx} = \varphi_0 - \frac{P_{dx}}{K_{lin_{aux}} * r}$;
- $\varphi_{sx} = \varphi_0 - \frac{P_{sx}}{K_{lin_{aux}} * r}$;
- $m \omega^2 r$ rappresenta la forza centrifuga.

Imponendo l'equilibrio delle forze in direzione tangenziale, invece, si ha che:

$$P_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + P_{attrito} = 0 \quad (5.25)$$

- $P_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right)$ rappresenta la componente tangenziale della forza proveniente da sinistra;
- $P_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right)$ rappresenta la componente tangenziale della forza proveniente da destra;
- $P_{attrito}$ rappresenta la forza d'attrito.

Definendo $P_{attrito} = \mu P_N$, con μ coefficiente d'attrito statico, le equazioni 5.24 e 5.25 possono essere messe a sistema. Quindi si ha che:

$$\begin{cases} P_N - \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - P_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - m_2 \omega^2 r = 0 \\ P_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + \mu P_N = 0 \end{cases} \quad (5.26)$$

In base alle considerazioni precedentemente presentate, facendo riferimento al sistema 5.26 si conoscono le variabili P_{sx} e φ_{sx} della spira precedente.

Volendo esprimere il φ_{dx} in funzione di P_{dx} , in base all'equazione 5.9, si ha che:

$$\begin{cases} P_N - P_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{0aux}}{2} - \frac{P_{dx}}{2(K_{lin_{aux}} * r)}\right) - P_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - m_2 \omega^2 r = 0 \\ P_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{0aux}}{2} - \frac{P_{dx}}{2(K_{lin_{aux}} * r)}\right) - P_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + \mu P_N = 0 \end{cases} \quad (5.27)$$

Dove le incognite, per ogni spira, sono P_{dx} e P_N .

Applicando gli stessi passaggi matematici presentati durante lo studio della regione di *Driving Torque*, si ottiene che:

$$\mu \frac{P_{dx}^2}{2[(K_{lin_{aux}} * r)]} - \left(1 + \mu \frac{\varphi_{0_{aux}}}{2}\right) * P_{dx} + \left(P_{sx} - \mu P_{sx} \frac{\varphi_{sx}}{2} - \mu * m_2 \omega^2 r\right) = 0$$

(5.28)

L'equazione 5.28 consiste in un'equazione di secondo grado, la cui variabile è P_{dx} , da risolvere, iterativamente, per ogni spira della molla secondaria a contatto con la molla principale.

Ciò è reso possibile da un codice, costruito in ambiente *Excel* e il cui linguaggio è in *Visual Basic*, grazie al quale si implementa il calcolo iterativo (vedere Appendice).

Molla principale

Ora si procede con lo studiare la situazione nella quale la molla principale striscia sullo spring cup, durante il funzionamento del componente in esame.

Da un'analisi più accurata della figura 5.4, si possono evidenziare due casi:

- 1) ogni spira pari della molla principale entra in contatto con una sola spira della molla secondaria;
- 2) ogni spira dispari della molla principale entra in contatto con due spire consecutive della molla secondaria.

Pertanto, per ciascun caso si hanno equazioni differenti.

Caso 1)

Ad esempio, consideriamo che la seconda spira della molla principale sia in contatto con la terza spira della molla secondaria. Allora, si ha che:

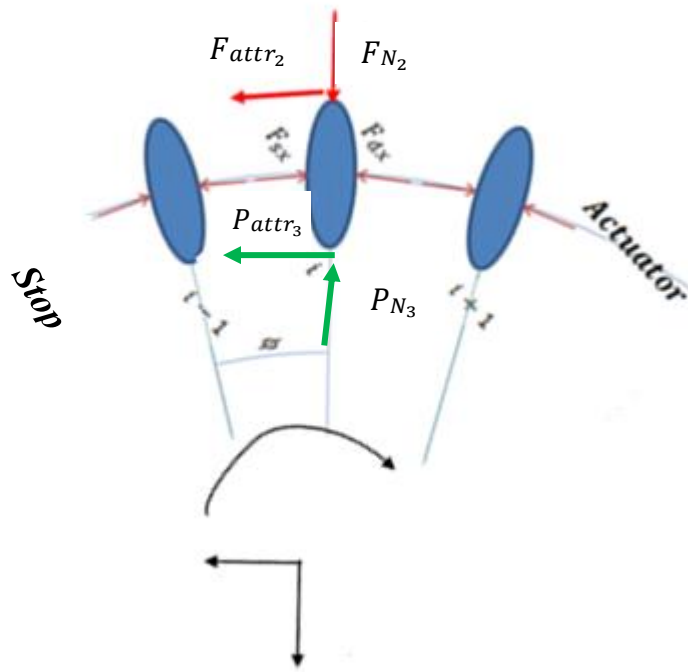


Figura 5.8 Schema della seconda spira della molla principale soggetta ad un solo contatto

Attraverso il diagramma di corpo libero, è possibile scrivere e mettere quindi a sistema l'equazioni di equilibrio, rispettivamente, in direzione radiale e tangenziale:

$$\begin{cases} F_{N_2} - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{N_3} - m_1 \omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - \mu F_{N_2} - \mu P_{N_3} = 0 \end{cases} \quad (5.29)$$

Con P_{N_3} precedentemente calcolata.

Esprimendo φ_{dx} (incognito) in funzione della rispettiva forza, si ha che:

$$\begin{cases} F_{N_2} - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{dx}}{2(K_{lin_{main}} * r)}\right) - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - P_{N_3} - m_1 \omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{dx}}{2(K_{lin_{main}} * r)}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + \mu F_{N_2} + \mu P_{N_3} = 0 \end{cases} \quad (5.30)$$

Dove le incognite sono F_{N_2} e F_{dx} .

Effettuando gli opportuni passaggi e risolvendo il sistema 5.30 si ottiene che:

$$\mu \frac{F_{dx}^2}{2[(K_{lin_{main}} * r)]} - \left(1 + \mu \frac{\varphi_0}{2}\right) * F_{dx} + \left(F_{sx} - \mu F_{sx} \frac{\varphi_{sx}}{2} - \mu * m_1 \omega^2 r - 2 * \mu P_{N_2}\right) = 0 \quad (5.31)$$

L'equazione 5.31 consiste in un'equazione di secondo grado, la cui variabile è F_{dx} , da risolvere, iterativamente, per ogni spira della molla principale a contatto con una sola spira della molla secondaria.

Se il WW1258 venisse modellato con l'utilizzo di una $K_{equivalente}$, si avrebbe una sottostima del relativo comportamento statico, perché in tal caso non sarebbe presente il termine $2 * \mu P_{N_2}$, responsabile, in realtà, di un'isteresi più simile a quella reale.

Caso 2)

Ad esempio, consideriamo che la prima spira della molla principale sia in contatto sia con la prima che con la seconda spira della molla secondaria.

Seguendo la stessa logica matematica del *caso 1*, è possibile scrivere e mettere quindi a sistema l'equazioni di equilibrio, rispettivamente, in direzione radiale e tangenziale:

$$\begin{cases} F_{N_1} - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - P_{N_1} - P_{N_2} - m_1 \omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_{dx}}{2}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - \mu F_{N_1} - \mu P_{N_1} - \mu P_{N_2} = 0 \end{cases} \quad (5.32)$$

Con P_{N_1} e P_{N_2} precedentemente calcolate.

Esprimendo φ_{dx} (incognito) in funzione della rispettiva forza, si ha che:

$$\begin{cases} F_{N_1} - F_{sx} \sin\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) - F_{dx} \sin\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{dx}}{2(K_{lin_{main}} * r)}\right) - P_{N_1} - P_{N_2} - m_1 \omega^2 r = 0 \\ F_{dx} \cos\left(\frac{\varphi_0}{2} - \frac{F_{dx}}{2(K_{lin_{main}} * r)}\right) - F_{sx} \cos\left(\frac{\varphi_{sx}}{2}\right) + \mu F_{N_1} + \mu P_{N_1} + \mu P_{N_2} = 0 \end{cases} \quad (5.33)$$

Dove le incognite sono F_{N_1} e F_{dx} .

Effettuando gli opportuni passaggi e risolvendo il sistema 5.33 si ottiene che:

$$\mu \frac{F_{dx}^2}{2[(K_{lin_{main}} * r)]} - \left(1 + \mu \frac{\varphi_0}{2}\right) * F_{dx} + F_{sx} - \mu F_{sx} \frac{\varphi_{sx}}{2} - \mu * m_1 \omega^2 r - 2 * \mu P_{N_1} - 2 * \mu P_{N_2} = 0 \quad (5.34)$$

L'equazione 5.34 consiste in un'equazione di secondo grado, la cui variabile è F_{dx} , da risolvere, iterativamente, per ogni spira della molla principale di posizione dispari a contatto con due spire consecutive della molla secondaria.

Se il WW1258 venisse modellato con l'utilizzo di una $K_{equivalente}$, si avrebbe una sottostima del relativo comportamento statico, perché in tal caso non sarebbero presenti i termini $2 * \mu P_{N_1} - 2 * \mu P_{N_2}$, responsabili di un'isteresi più simile a quella reale.

Il modello permette, quindi, di determinare analiticamente la caratteristica statica del componente in esame in tale regione dove:

- La Coppia in caricamento T_1 viene calcolata, per ogni valore di *Stroke*, come:

$$T_1 = -(2 F_0 * r + 2 P_0 * r) \quad (5.35)$$

- La Coppia in scaricamento T_2 viene calcolata, per ogni valore di *Stroke*, come:

$$T_2 = - \left(2 F_{n_{spire-2}} * r + 2 P_{z_{contatti-2}} * r \right) \quad (5.36)$$

Dove:

- F_0 rappresenta la forza trasmessa dallo stop alla prima spira attiva della molla principale;
- P_0 rappresenta la forza trasmessa dallo stop alla prima spira attiva della molla secondaria;

- $F_{n_{spire}-2}$ rappresenta la forza trasmessa dallo stop all'ultima spira attiva e quindi quella stessa forza che, in fase di scaricamento (fase in cui il senso di rotazione è invertito), contribuisce a generare la coppia di rilascio;
- $P_{z-contatti-2}$ rappresenta la forza trasmessa all'ultima spira attiva della molla secondaria, in contatto con la molla principale, e quindi quella stessa forza che, in fase di scaricamento (fase in cui il senso di rotazione è invertito), contribuisce a generare la coppia di rilascio;
- Le suddette forze vengono moltiplicate per 2 a seguito del fatto che il componente presenta due molle principali e due molle secondarie.

Dal modello è possibile ottenere la seguente caratteristica statica di tipo analitico:

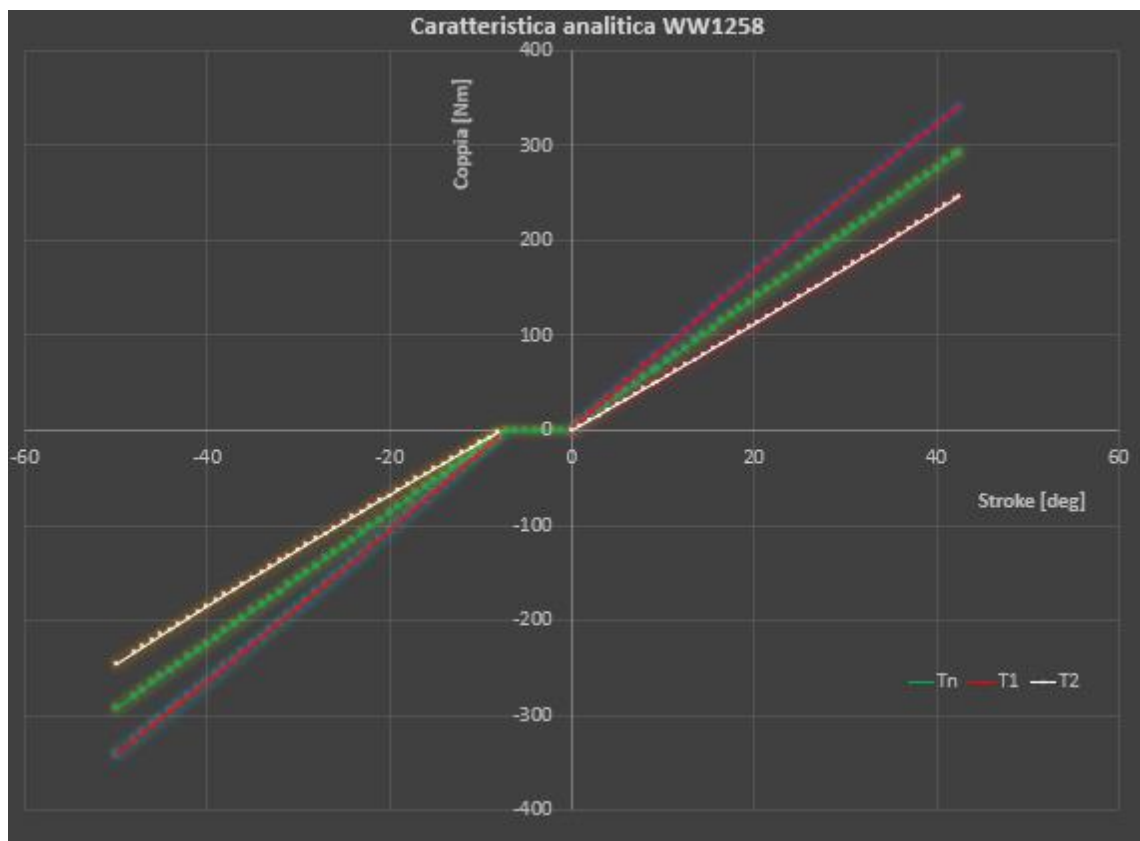


Figura 5.9 Caratteristica statica di tipo analitico del WW1258

Capitolo 6 Validazione del Modello

6.1 Modello del WW1493

La caratteristica analitica di figura 3.6 è ottenibile imponendo uno specifico valore del coefficiente d'attrito dinamico μ .

Pertanto, tale valore è ottenuta dal confronto con i dati sperimentali ottenuti su banco prova in laboratorio.

6.1.1 Caso: numero di giri = 0

Installando il componente in esame sul banco prova sperimentale torsionometrico, è possibile ottenere la caratteristica statica sperimentale, illustrata nella figura sottostante:

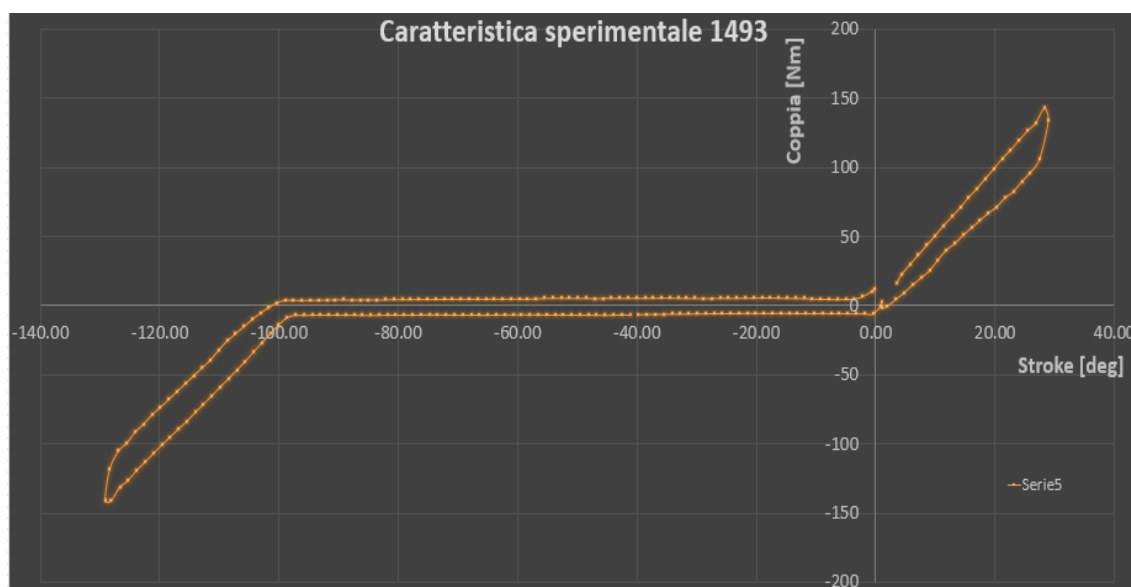


Figura 6.1 Caratteristica sperimentale del WW1493

Al fine di garantire un confronto attendibile, si è deciso di prendere in considerazione tre valore di *Stroke* e, per ognuno, rilevare dalla caratteristica sperimentale i rispettivi valori di T_{1_exp} e T_{2_exp} .

In virtù di ciò, dalla tabella sottostante si ha:

Tabella 6.1 Tabella dei valori di coppia sperimentali [5]

<i>Stroke</i> [deg]	T_{1_exp} [Nm]	T_{2_exp} [Nm]
9	50,2	27,3
17	85,3	59,6
24	119,8	90,6

Tali misure vengono lette sulla caratteristica sperimentale, ottenuta installando il componente sul torsionometro e ad una temperatura di esercizio $T_e = +25$ [°C].

Dalle suddette misure è possibile ottenere i valori di:

- T_n è la coppia media calcolata come:

$$T_{n_exp} = \frac{(T_{1_exp} + T_{2_exp})}{2} \quad (6.1)$$

- *Indice d'isteresi percentuale* è calcolato come:

$$I_{exp} = \frac{(T_{1_exp} - T_{2_exp})}{(T_{1_exp} + T_{2_exp})} * 100 \quad (6.2)$$

Dove con *Indice d'isteresi percentuale* ci si riferisce ad un parametro funzionale del componente, legato all'area del ciclo dello stesso.

In base quindi alle equazioni 6.1 e 6.2 si ha che:

Tabella 6.2 Tabella dei valori coppia media e *Indice d'isteresi percentuale*, ottenuti dai dati sperimentali [5]

<i>Stroke</i> [deg]	T_{n_exp} [Nm]	I_{exp} [%]
9	38,5	29,8
17	72,5	17,7
24	105,2	13,9

Al fine di poter validare il modello analitico, sono stati impostati diversi valori del coefficiente d'attrito, rispettando i relativi range definiti dalla normativa tedesca DIN 7190 [5].

Tale normativa, a cui l'azienda fa riferimento, riferisce che, in caso di contatto Acciaio/Acciaio, il coefficiente d'attrito deve assumere un valore compreso tra $0,05 \div 0,20$.

Il coefficiente d'attrito dinamico viene scelto in base al fatto che esso deve garantire la minima differenza relativa ***Diff%*** , in termini sia di *coppia media* sia di *Indice d'isteresi percentuale*.

Il valore di coefficiente d'attrito che approssima in modo più accurato possibile e che, quindi, spiega nel modo migliore possibile il comportamento statico del WW1493 è:

$$\mu_{opt} = 0,12$$

Imponendo il suddetto valore ottimale, è stato possibile ottenere i valori da modello di **T_1** e **T_2** , relativi agli stessi *Stroke* usati per le letture di dati sperimentali.

Infatti, si ottiene:

Tabella 6.3 Tabella dei valori di coppia ottenuti da modello

<i>Stroke</i> [deg]	T_{1_mod} [Nm]	T_{2_mod} [Nm]
9	48,4	25,8
17	84,9	61,2
24	116,9	88,9

Applicando le formule 6.1 e 6.2 alle coppie calcolate col modello si ha che:

Tabella 6.4 Tabella dei calori di coppia e *Indici d'isteresi* percentuale, ottenuti dal modello

<i>Stroke</i> [deg]	T_{n_mod} [Nm]	I_{mod} [%]
9	37,1	30,5
17	73,1	16,3
24	102,8	13,7

Per i tre valori di *Stroke*, è possibile ora rappresentare mediante un istogramma i rispettivi valori di *Indici d'isteresi percentuale* e di *coppia media*, ottenuti sia dai dati sperimentali sia da modello.

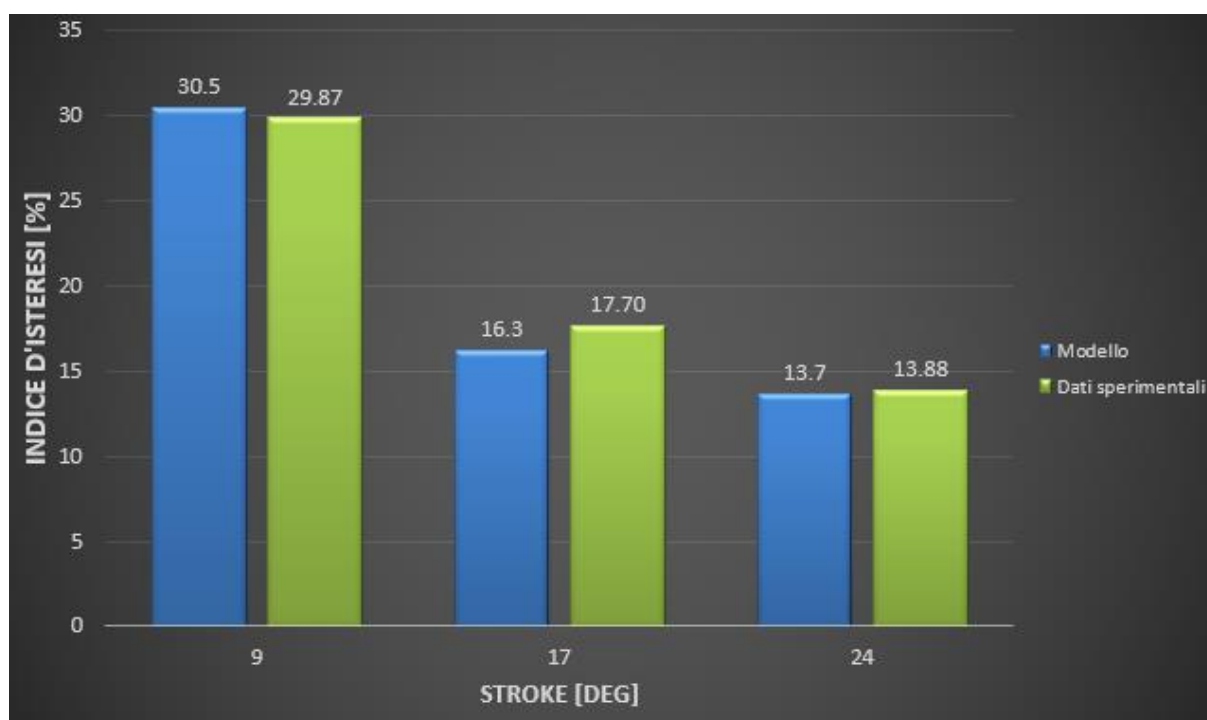


Figura 6.2 Istogramma dell'Indice d'isteresi percentuale

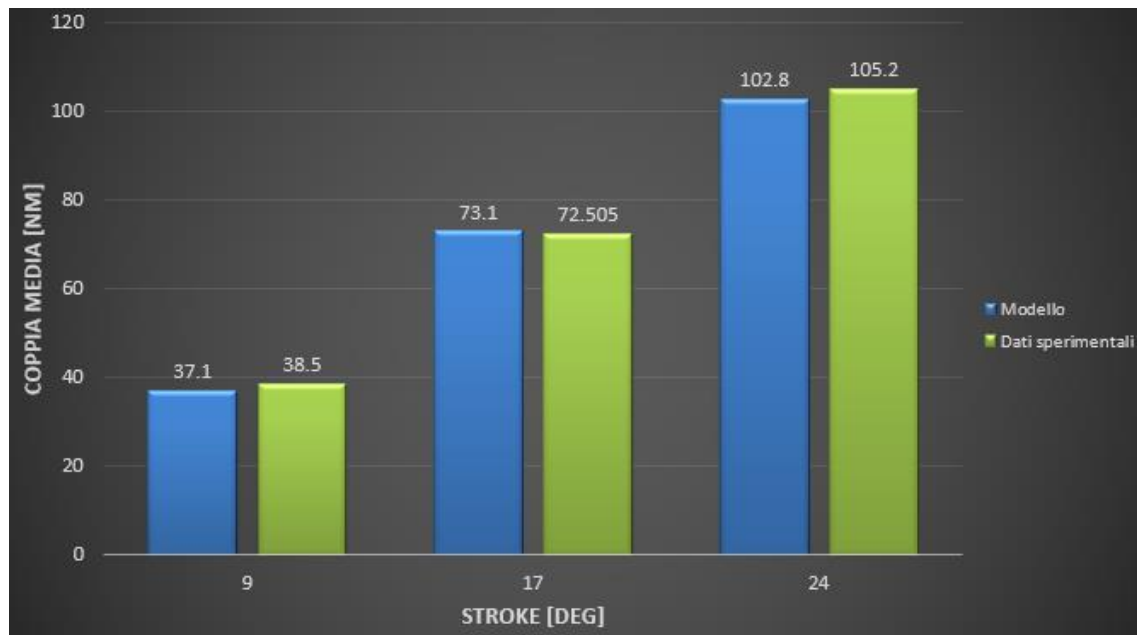


Figura 6.3 Istogramma delle coppie medie

Infine, per stimare la bontà del modello e del coefficiente d'attrito scelto si è calcolato, per i tre valori di *Stroke*, la differenza relativa percentuale, rispetto ai valori di *coppia media* e *Indice d'isteresi* sperimentali.

Tabella 6.5 Tabella delle differenze relative

<i>Stroke</i> [deg]	<i>Diff%</i> di T_n	<i>Diff%</i> di I
9	1,5	2
17	0,8	3,8
24	2,2	1,4

Infatti, da tale tabella si evince come la differenza relativa riferita alla *coppia media* piuttosto che all' *Indice d'isteresi*, sia, per ogni valore di *Stroke*, inferiore al 4% e quindi come il modello implementato sia del tutto affidabile.

6.1.2 Caso: numero di giri $\neq 0$

Installando il WW1493 sul banco di prova sperimentale torsionometrico è, inoltre, possibile valutare l'effetto della forza centrifuga, che è legata alla velocità angolare costante dello *spring cup*, sul funzionamento del componente stesso.

E' possibile ricavare i valori sperimentali di coppia in fase di caricamento e di scaricamento al variare del numero di giri.

Ad esempio, si considerino i suddetti valori per un valore di *Stroke* di 9 [deg] per diversi numeri di giri e a una $T_e = +25$ [°C].

Tabella 6.6 Tabella delle coppie sperimentali al variare del numero di giri [5]

9 [deg]		
Numero di giri [rpm]	T_{1_exp} [Nm]	T_{2_exp} [Nm]
1000	49,1	25,8
2000	50,5	24,7
3000	51,6	24,3
4000	54,2	21,1

Ricorrendo alle equazioni 6.1 e 6.2 si ha che:

Tabella 6.7 Tabella dei valori coppia media e *Indice d'isteresi* percentuale, ottenuti dai dati sperimentali e al variare del numero di giri [5]

9 [deg]		
Numero di giri [rpm]	T_{n_exp} [Nm]	D_{exp} [%]
1000	37,4	31,02
2000	37,6	34,31
3000	37,8	36,51
4000	37,5	44,1

Facendo riferimento, nuovamente, alla normativa DIN 7190 [5] e ricorrendo alla stessa logica di confronto, si individuato il coefficiente d'attrito ottimale che meglio replica il comportamento del WW1493.

Il coefficiente d'attrito dinamico viene scelto in base al fatto che esso deve garantire la minima differenza relativa **Diff%**, in termini sia di *coppia media* sia di *Indice d'isteresi percentuale*.

Il coefficiente d'attrito dinamico ottimale risulta essere lo stesso per i diversi numeri di giri ed è ancora una volta:

$$\mu_{opt} = 0,12$$

La costanza del coefficiente d'attrito ottimale, al variare del numero di giri, è dovuta al fatto che esso dipende unicamente dalla natura delle superfici a contatto (e da come sono state lavorate), che rimane immutata, non risentendo, pertanto, dell'effetto della forza centrifuga.

Infatti, tramite il modello si ottiene che:

Tabella 6.8 Tabella dei valori coppia media e Indice d'isteresi percentuale del modello, al variare del numero di giri

9 [deg]		
Numero di giri [rpm]	T_{n_mod} [Nm]	I_{mod} [%]
1000	37,3	31,1
2000	37,4	33,1
3000	37,3	36,5
4000	37,2	42,4

E calcolando le differenze relative in termini di *coppia media* e *Indice d'isteresi percentuale* si ha:

Tabella 6.9 Tabella delle differenze relative, al variare del numero di giri

9 [deg]		
Numero di giri [rpm]	Diff% di T_n	Diff% di I
1000	0,6	0,4
2000	0,8	2,6
3000	1,3	0,2
4000	0,9	2,9

Da tale tabella è possibile apprezzare l'affidabilità del modello analitico.

Tracciando il grafico dell'*Indice d'isteresi percentuale*, dato sia da modello analitico che da dati sperimentali, in funzione del numero di giri si ha:

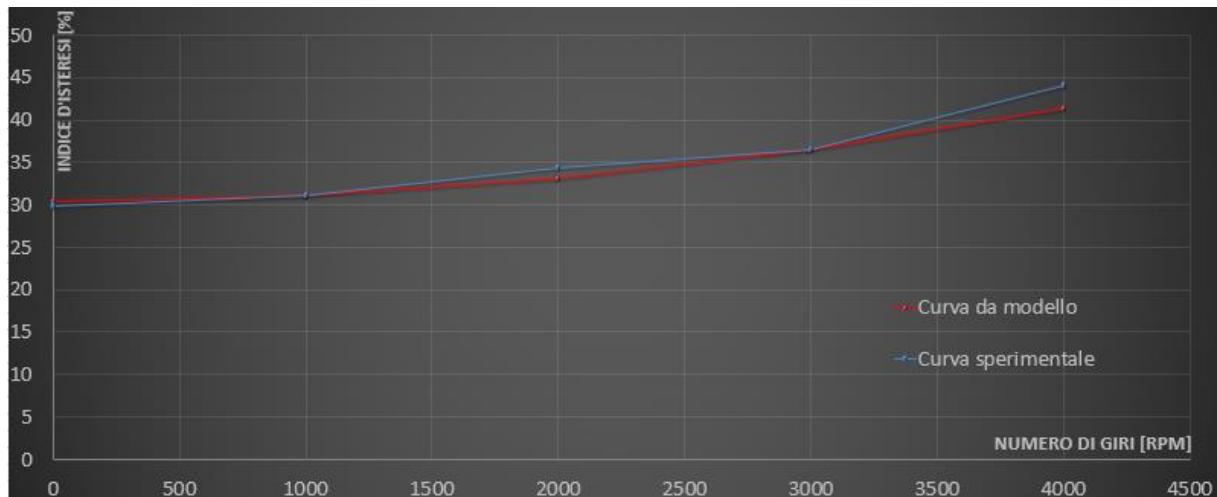


Figura 6.4 Andamento dell'Indice d'isteresi percentuale al variare del numero di giri

Da tale grafico si evince come l'*Indice d'isteresi percentuale*, calcolato dal modello analitico, presenti un andamento quadratico all'aumentare del numero di giri, tale per cui:

$$I \propto n^2 \quad (6.3)$$

Con: n numero di giri [rpm]

Tale andamento mostra come l'area del ciclo caratteristico aumenti all'aumentare del numero di giri.

La non coincidenza delle due caratteristiche è dovuta alla non linearità della caratteristica sperimentale.

6.2 Modello del WW1258

La caratteristica analitica di figura 5.6 é ottenibile imponendo uno specifico valore del coefficiente d'attrito dinamico μ .

Pertanto, tale valore é ottenuto dal confronto con i dati sperimentali ottenuti sul banco prova in laboratorio.

6.2.1 Caso: numero di giri = 0

Installando il componente in esame sul banco prova sperimentale torsionometrico, é possibile ottenere la caratteristica statica sperimentale, illustrata nella figura sottostante:

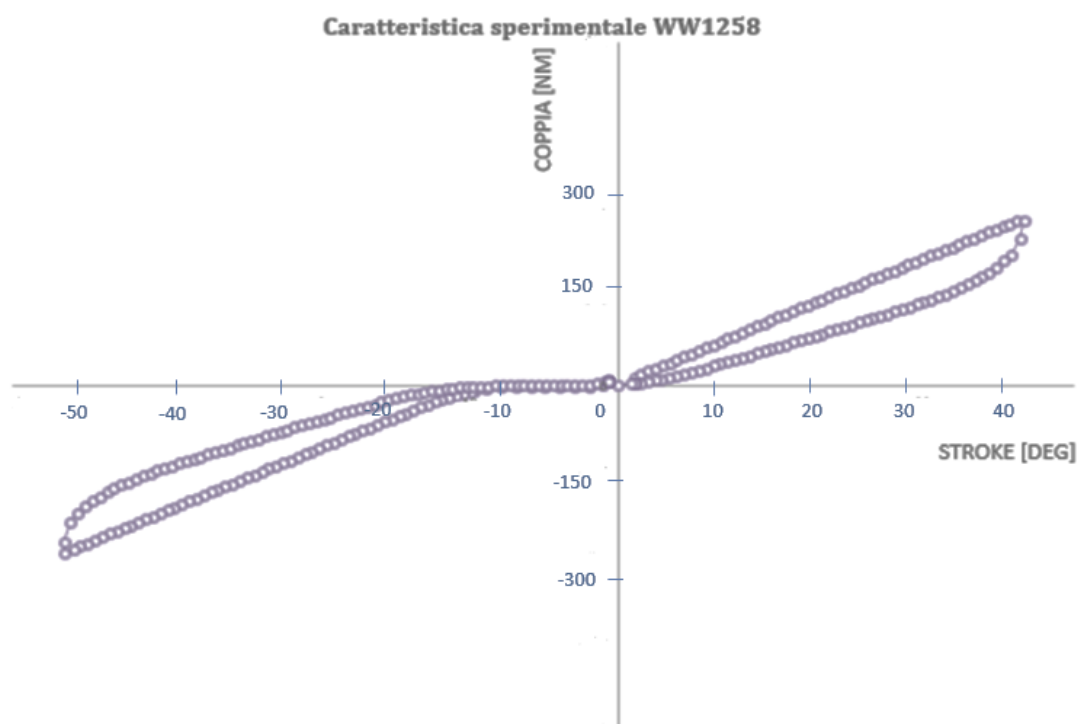


Figura 6.5 Caratteristica sperimentale del WW1258

Al fine di garantire un confronto attendibile, si é deciso di prendere in considerazione tre valore di *Stroke* e, per ognuno, rilevare dalla caratteristica sperimentale i rispettivi valori di T_{1_exp} e T_{2_exp} .

In virtù di ciò, dalla tabella sottostante si ha:

Tabella 6.10 Tabella dei valori di coppia sperimentali [5]

<i>Stroke</i> [deg]	T_{1_exp} [Nm]	T_{2_exp} [Nm]
9	72	45
19	157	104
29	230	163

Tali misure vengono lette sulla caratteristica sperimentale, ottenuta installando il componente sul torsionometro e ad una temperatura di lavoro $T_e = +25$ [°C].

In base quindi alle equazioni 6.1 e 6.2 si ha che:

Tabella 6.11 Tabella dei valori di coppia media e Indice d'isteresi percentuale, ottenuti dai dati sperimentali [5]

<i>Stroke</i> [deg]	T_{n_exp} [Nm]	I_{exp} [%]
9	58,5	23
19	129	19
29	196,5	17

Al fine di poter validare il modello, sono stati impostati diversi valori del coefficiente d'attrito, rispettando i relativi range definiti dalla normativa tedesca DIN 7190 [5].

Tale normativa, a cui l'azienda fa riferimento, riferisce che, in caso di contatto Acciaio/Acciaio, il coefficiente d'attrito dinamico deve assumere un valore compreso tra $0,05 \div 0,20$.

Il coefficiente d'attrito dinamico viene scelto in base al fatto che esso deve garantire la minima differenza relativa ***Diff%***, in termini sia di *coppia media* sia di *Indice d'isteresi percentuale*.

Il valore di coefficiente d'attrito dinamico che approssima in modo più accurato possibile e che, quindi, spiega nel modo migliore possibile il comportamento statico del WW1258 è:

$$\mu_{opt} = 0,10$$

Imponendo il suddetto valore ottimale, è stato possibile ottenere i valori da modello di T_1 e T_2 , relativi agli stessi *Stroke* usati per le letture di dati sperimentali.

Infatti, si ottiene:

Tabella 6.12 Tabella dei valori di coppia da modello

<i>Stroke</i> [deg]	T_{1_mod} [Nm]	T_{2_mod} [Nm]
9	76,9	48,8
19	158,2	105,5
29	237,5	164,4

Applicando le formule 6.1 e 6.2 alle coppie calcolate col modello si ha che:

Tabella 6.13 Tabella dei valori di coppia media e Indice d'isteresi percentuale, ottenuti dal modello

<i>Stroke</i> [deg]	T_{n_mod} [Nm]	I_{mod} [%]
9	62,8	22,4
19	131,9	20,0
29	207,4	18,2

Per i tre valori di *Stroke*, è possibile ora plottare mediante un istogramma i rispettivi valori di *Indice d'isteresi percentuale* e di *coppia media*, ottenuti sia dai dati sperimentali sia da modello.

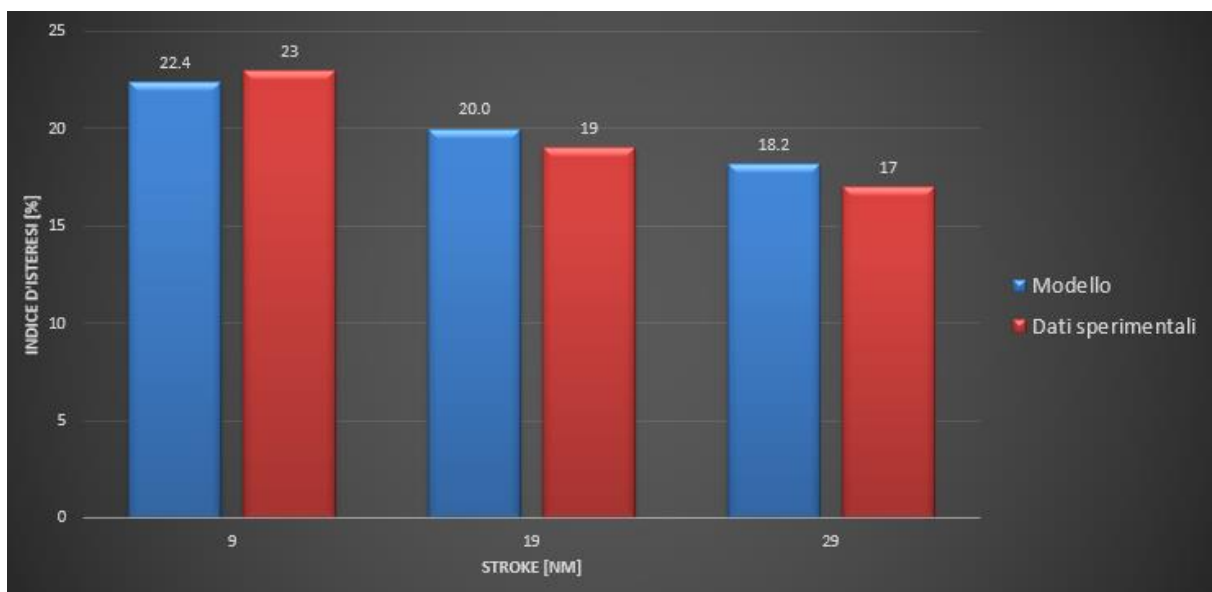


Figura 6.6 Istogramma dell'Indice d'isteresi percentuale

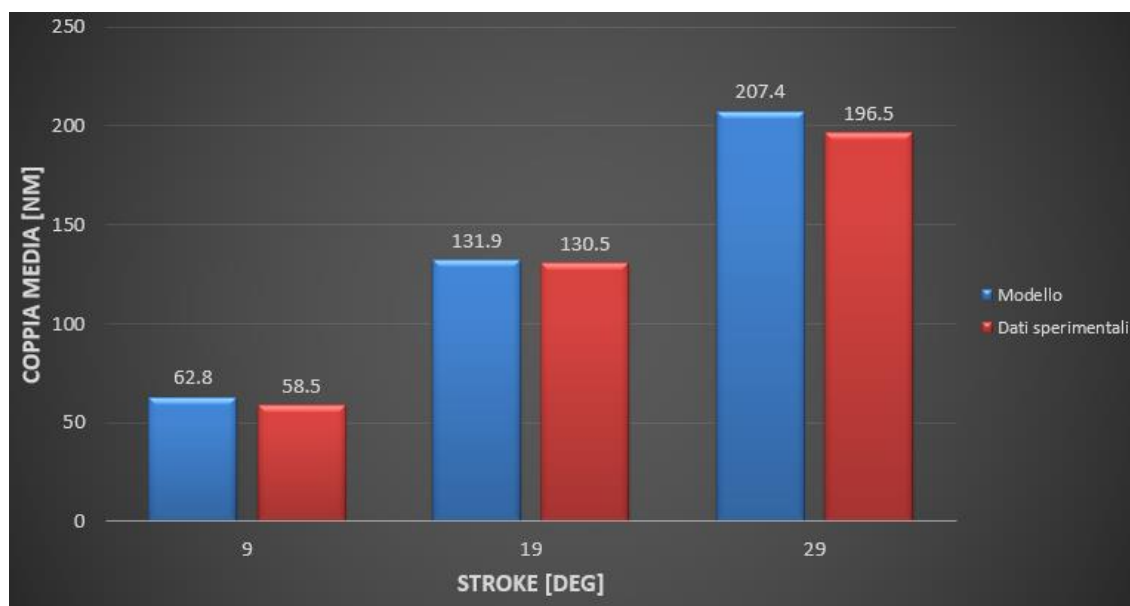


Figura 6.7 Istogramma della coppia media

Infine, per stimare la bontà del modello e del coefficiente d'attrito scelto si è calcolato, per i tre valori di *Stroke*, l'errore relativo percentuale, rispetto ai valori di *coppia media* e *Indice d'isteresi* sperimentali.

Tabella 6.14 Tabella delle differenze relative

<i>Stroke</i> [deg]	<i>Diff%</i> di T_n	<i>Diff%</i> di I
9	6,4	2,7
19	0,9	5,1
29	4,5	6,2

Da tale tabella, si evince come la differenza relativa riferita alla *coppia media* piuttosto che all'*Indice d'isteresi*, sia, per ogni valore di *Stroke*, inferiore al 7% e quindi come il modello implementato sia del tutto affidabile.

6.2.2 Caso: numero di giri $\neq 0$

Installando il WW1258 sul banco prova sperimentale torsionometrico è, inoltre, possibile valutare l'effetto della forza centrifuga sul funzionamento del componente stesso.

Difatti, è possibile ricavare i valori sperimentali di coppia in fase di caricamento e di scaricamento al variare del numero di giri.

Ad esempio, si considerino i suddetti valori per un valore di *Stroke* di 19 [deg] per diversi numeri di giri e a una $T_e = +25$ [°C].

Tabella 6.15 Tabella dei valori di coppia sperimentali, al variare del numero di giri [5]

19 [deg]		
Numero di giri [rpm]	T_{1_exp}[Nm]	T_{2_exp}[Nm]
1000	159,1	104
2000	162	99
3000	169	90
4000	182	79

Ricorrendo alle equazioni 6.1 e 6.2 si ha che:

Tabella 6.16 Tabella dei valori di coppia media e Indice d'isteresi percentuale, ottenuti dai dati sperimentali e al variare del numero dei giri [5]

19 [deg]		
Numero di giri [rpm]	T_{n_exp}[Nm]	I_{exp}[%]
1000	131	20,9
2000	130	24,1
3000	129	30,5
4000	130	39,5

Facendo riferimento, nuovamente, alla normativa DIN 7190 [5] e ricorrendo alla stessa logica di confronto, si individuato il coefficiente d'attrito ottimale che meglio spiega il comportamento del WW1258.

Il coefficiente d'attrito dinamico ottimale risulta essere lo stesso per i diversi numeri di giri ed è ancora una volta:

$$\mu_{opt} = 0,10$$

La costanza del coefficiente d'attrito ottimale, al variare del numero di giri, è dovuta al fatto che esso dipende unicamente dalla natura delle superfici a contatto (e da come sono state lavorate), che rimane immutata, non risentendo, pertanto, dell'effetto della forza centrifuga.

Infatti, tramite il modello si ottiene che:

Tabella 6.17 Tabella dei valori di coppia da modello, al variare del numero di giri

19 [deg]		
Numero di giri [rpm]	$T_{n,mod}$[Nm]	I_{mod}[%]
1000	132,2	21,1
2000	132,5	24,4
3000	133	29,9
4000	133,9	37,5

E calcolando le differenze relative in termini di *coppia media* e *Indice d'isteresi percentuale* si ha:

Tabella 6.18 Tabella dei valori di coppia media e Indice d'isteresi percentuale, ottenuti dal modello e al variare del numero di giri

19 [deg]		
Numero di giri [rpm]	Diff% di T_n	Diff% di I
1000	0,6	0,4
2000	0,8	2,6
3000	1,3	0,2
4000	0,9	2,9

Da tale tabella è possibile apprezzare l'affidabilità del modello analitico.

Tracciando il grafico dell'*Indice d'isteresi percentuale*, dato sia da modello che da dati sperimentali, in funzione del numero di giri si ha:

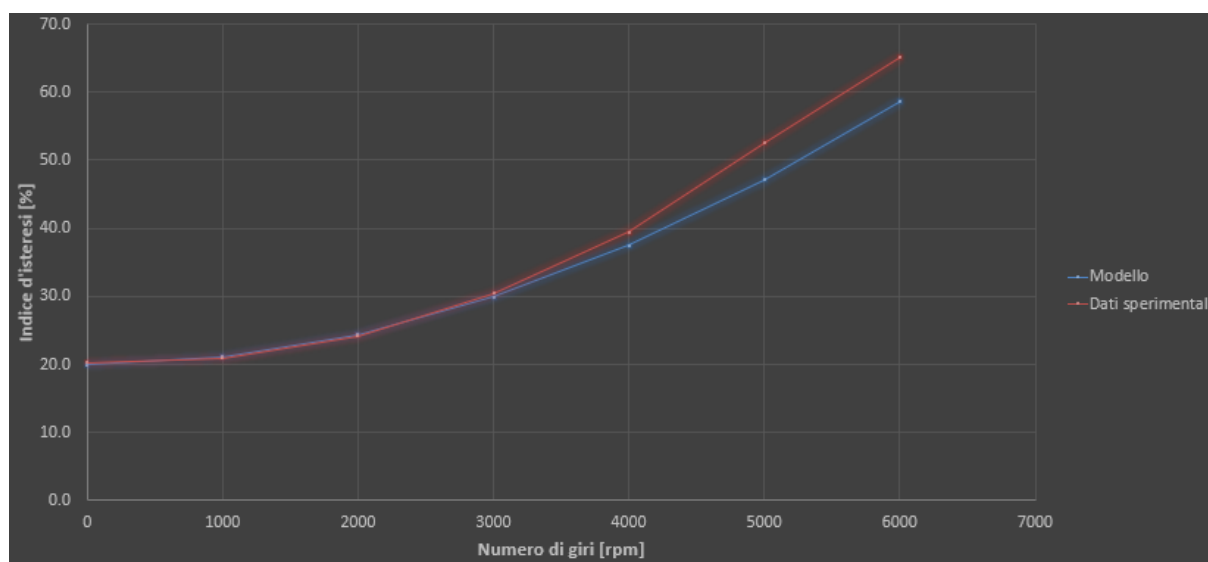


Figura 6.8 Andamento dell'Indice d'isteresi percentuale al variare del numero di giri

Da tale grafico si evince come l'*Indice d'isteresi percentuale*, calcolato dal modello, presenti un andamento quadratico all'aumentare del numero di giri, tale per cui:

$$I_{mod} \propto n^2 \quad (6.4)$$

Con: n numero di giri [rpm]

Tale andamento dimostra come l'area del ciclo caratteristico aumenti con l'aumentare del numero di giri.

6.2.3 Caso: Differenti Temperature d'esercizio

Il banco prova sperimentale torsionometrico sul quale viene caratterizzato il WW1258, è equipaggiato da una cabina, dotata di termostato regolabile, all'interno della quale si pone il componente in esame.

E' possibile far variare la temperatura T_e durante le prove di determinazione della caratteristica statica del *decoupler*.

1) $T_e = -21[^\circ\text{C}]$

Installando il componente sul torsionometro e impostandovi tale T_e , si è ottenuta la caratteristica statica del WW1258 ad $n=0$ [rpm]:

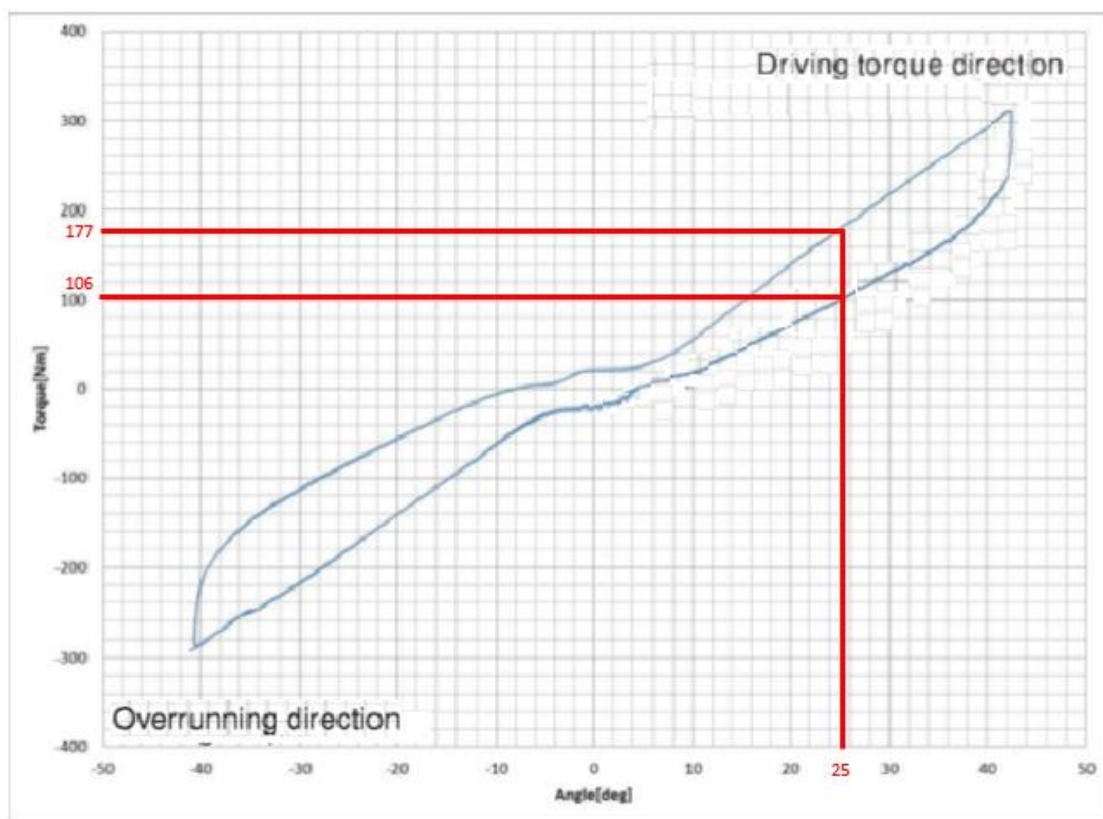


Figura 6.9 Caratteristica sperimentale a $-21 [^\circ\text{C}]$ [5]

Da dove si ottengono i seguenti valori sperimentali di coppia in caricamento e scaricamento:

Tabella 6.19 Tabella dei valori di coppia sperimentali [5]

$n=0$ [rpm]		
<i>Stroke</i> [deg]	T_{1_exp}[Nm]	T_{2_exp}[Nm]
25	177	106

E in base alle equazioni 6.1 e 6.2 si ottengono i seguenti valori di *coppia media* e *Indice d'isteresi percentuale*:

Tabella 6.20 Tabella dei valori coppia media e Indice d'isteresi percentuale, ottenuti dai dati sperimentali [5]

<i>Stroke</i> [deg]	T_{n_exp}[Nm]	I_{exp}[%]
25	140,5	24,56

In base a tali dati sperimentali il coefficiente d'attrito, che meglio approssima il comportamento statico del componente alla temperatura $T_e = -21$ [°C] e a $n = 0$ [rpm], è:

$$\mu_{opt} = 0,13$$

E' interessante osservare come il coefficiente d'attrito dinamico, rispetto alla situazione nella quale vi è una $T_e = +25$ [°C], risulta essere maggiore. Tale aumento è spiegato col fatto che, a temperature più basse, il grasso lubrificante, presente all'interno del WW1258, sia maggiormente viscoso.

Per tale valore è possibile, quindi, ottenere i seguenti valori di coppia da modello:

Tabella 6.21 Tabella dei valori coppia da modello

$n=0$ [rpm]		
<i>Stroke</i> [deg]	T_{1_mod}[Nm]	T_{2_mod}[Nm]

25	174,6	105
----	-------	-----

E quindi, in base alle equazioni 6.1 e 6.2, i valori di *coppia media* e *Indice d'isteresi percentuale*:

Tabella 6.22 Tabella dei valori di coppia media e Indice d'isteresi percentuale del modello

<i>Stroke</i> [deg]	T_{n_mod} [Nm]	I_{mod} [%]
25	139,8	24,9

E' possibile calcolare delle differenze relative:

Tabella 6.23 Tabella delle differenze relative

<i>Stroke</i> [deg]	<i>Diff%</i> di T_n	<i>Diff%</i> di I
25	0,5	1,4

Ricordando che il valore del coefficiente d'attrito dinamico rimane costante al variare del numero di giri e avendo scelto il suo valore ottimale, è ora possibile calcolare, tramite il modello, le coppie in fase di caricamento e scaricamento a diversi numeri di giri.

Tabella 6.24 Tabella dei valori di coppia, ottenuti dal modello e al variare del numero di giri

<i>Numero di giri</i> [rpm]	T_{1_mod} [Nm]	T_{2_mod} [Nm]
1000	176,65	103,1
2000	183,02	97,9
3000	193,7	89,3
4000	208,2	76,9

In assenza di dati sperimentali relativi ad una $T_e = -21 [^{\circ}C]$, è quindi possibile servirsi del modello per prevedere il comportamento del componente al variare del numero di giri.

2) $T_e = +65 [^{\circ}C]$

Installando il componente sul torsiometro e impostandovi tale T_e , si è ottenuta la caratteristica statica del WW1258 ad $n=0$ [rpm]:

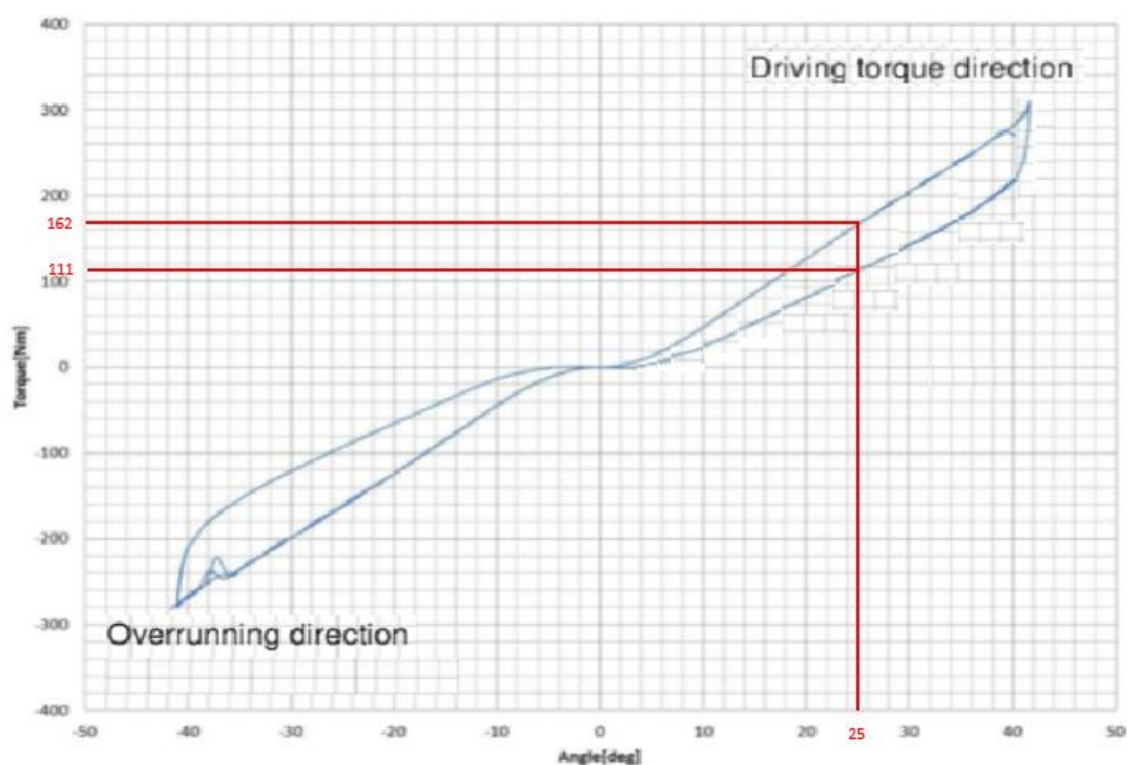


Figura 6.10 Caratteristica sperimentale a $+65 [^{\circ}C]$ [5]

Da dove si ottengono i seguenti valori sperimentali di coppia in caricamento e scaricamento:

Tabella 6.25 Tabella dei valori di coppia sperimentali [5]

$n=0$ [rpm]		
Stroke [deg]	T_{1_exp} [Nm]	T_{2_exp} [Nm]

25	162	111
----	-----	-----

E in base alle equazioni 6.1 e 6.2 si ottengono i seguenti valori di *coppia media* e *Indice d'isteresi percentuale*:

Tabella 6.26 Tabella dei valori di coppia media e Indice d'isteresi percentuale, ottenuti dai dati sperimentali [5]

Stroke [deg]	T_{n_exp} [Nm]	I_{exp} [%]
25	136,5	25,5

Da tale rilevazione è possibile notare una diminuzione dell'isteresi del ciclo, rispetto al caso precedente. Infatti, a parità di *Stroke*, vi è una minore valore di coppia in caricamento e una maggiore in fase di scaricamento.

In virtù di ciò, è doveroso aspettarsi un coefficiente d'attrito più basso,

Infatti, in base a tali dati sperimentali il coefficiente d'attrito, che meglio approssima il comportamento statico del componente alla temperatura $T_e = +65$ [°C] e a $n = 0$ [rpm], è:

$$\mu_{opt} = 0,09$$

E' interessante osservare come il coefficiente d'attrito dinamico, rispetto alla situazione nella quale vi è una $T_e = +25$ [°C], risulta essere minore. Tale diminuzione è spiegata col fatto che, a temperature più alte, il grasso lubrificante, presente all'interno del WW1258, sia meno viscoso.

Per tale valore è possibile, quindi, ottenere i seguenti valori di coppia da modello analitico:

Tabella 6.27 Tabella dei valori di coppia da modello

n=0 [rpm]		
Stroke [deg]	T_{1_mod} [Nm]	T_{2_mod} [Nm]
25	163,5	113,4

E quindi, in base alle equazioni 6.1 e 6.2, i valori di *coppia media* e *Indice d'isteresi percentuale*:

Tabella 6.28 Tabella dei valori di coppia media e Indice d'isteresi percentuale, ottenuti da modello

<i>Stroke</i> [deg]	T_{n_mod} [Nm]	I_{mod} [%]
25	138,5	25,0

E' possibile calcolare le differenze relative:

Tabella 6.29 Tabella delle differenze relative

<i>Stroke</i> [deg]	<i>Diff%</i> di T_n	<i>Diff%</i> di I
25	1,4	1,9

Ricordando che il valore del coefficiente d'attrito dinamico rimane costante al variare del numero di giri e avendo scelto il suo valore ottimale, è ora possibile calcolare, tramite il modello, le coppie in fase di caricamento e scaricamento a diversi numeri di giri.

Tabella 6.30 Tabella dei valori di coppia, ottenuti da modello e al variare del numero di giri

<i>Numero di giri</i> [rpm]	T_{1_mod} [Nm]	T_{2_mod} [Nm]
1000	165,3	112,5
2000	169,4	108,6
3000	176,6	102,4
4000	186,67	93,7

In assenza di dati sperimentali relativi ad una $T_e = +65$ [°C] , è quindi possibile servirsi del modello per prevedere il comportamento del componente al variare del numero di giri.

Capitolo 7 Conclusioni

L'obiettivo del presente lavoro di tesi è stato quello di costruire un modello Excel, atto a definire il comportamento sia statico che in moto circolare uniforme (e la relativa caratteristica), di due tipi di *decoupler* per applicazioni automobilistiche, ovvero: WW1493 e WW1258.

Per entrambi i componenti, si è modellizzato il problema fisico, inerente al fenomeno dell'attrito che si istaura tra le molle ad arco e il loro contenitore (*spring cup*), durante il funzionamento.

Per quanto concerne il WW1493, è stato anche costruito un modello FEM, utile a stimare la correttezza analitica del modello costruito in Excel.

Considerato, invece, il WW1258, componente contenente quattro molle ad arco che lavorano a due a due in parallelo, è stato inoltre valutato e modellizzato il contatto tra le molle principali e le molle secondarie (interne alle prime).

Per entrambi i componenti, i risultati analitici ottenuti, in termini di coppia di caricamento e scaricamento, sono stati confrontati con i dati sperimentali, rilevati sia a numeri di giri che a temperature differenti d'esercizio. Il confronto è stato fatto impostando, dapprima, un coefficiente d'attrito dinamico che simulasse, nella maniera più veritiera possibile, il comportamento statico dei due componenti e, in secondo luogo, calcolato le differenze relative tra risultati analitici e dati sperimentali ottenuti su banco prova in laboratorio.

Appendice

Codice VBA del WW1493

Function 'torque' (damp_device_dt As Double, damp_device_or As Double, theta_block As Double, alfa_stop As Double, alfa_attuatore As Double, stroke_nom As Double, K As Double, theta_tot As Double, r As Double, n As Integer, cof As Double, rpm As Integer, m As Double, damp_torque As Double, stroke_lim) As Double()

Dim output (2, 99) As Double

$K_{lin} = K / 2 * (n - 1) / r^2 * (1000 * 57.3)$ 'N/mm

$\theta_0 = \theta_{tot} / (n - 1) / 57.3$

$w = rpm * 2 * 3.14 / 60$

$m_i = m / 1000 / n$

$f_{mw2r} = m_i * w^2 * r / 1000$

$a = cof / 2 / K_{lin} / r$

$b = -(1 + cof / 2 * \theta_0)$

Dim F(30) As Double, theta_c(30) As Double, delta_theta(30) As Double, c(30) As Double, Fn(30) As Double, F_fr(30) As Double

stroke_ob = stroke_nom

$\theta_c(0) = stroke_nom / (n - 1) / 57.3$

$\delta_theta(0) = \theta_0 - \theta_c(0)$

stroke = $\theta_c(0) * 57.3$

$F(0) = K_{lin} * r * \theta_c(0)$

$free_angle = -(360 - 2 * \theta_{tot} - alfa_stop - alfa_attuatore)$

$max_stroke = \theta_{tot} - \theta_{block}$

SITUAZIONE FREE ANGLE

If free_angle <= stroke_nom <= 0 Then

torque_dt = damp_device_dt

torque_or = damp_device_or

End If

SITUAZIONE DRIVING TORQUE

If stroke_nom > 0 Then

stroke_nom = stroke_nom

If stroke_nom > max_stroke Then

Return

End If

Do While (stroke < stroke_ob)

e = 0.1

stroke_nom = stroke_nom + e

theta_c(0) = stroke_nom / (n - 1) / 57.3

stroke = theta_c(0) * 57.3

delta_theta(0) = theta_0 - theta_c(0)

F(0) = K_lin * r * theta_c(0)

For i = 1 To n - 2

$c(i) = F(i - 1) * (\cos(\delta_{\theta}(i - 1) / 2) - \text{cof} * \sin(\delta_{\theta}(i - 1) / 2)) - \text{cof} * f_{mw2r}$

If c(i) <= 0 Then

F(i) = 0

Else

$F(i) = (-b - \sqrt{b^2 - 4 * a * c(i)}) / 2 / a$

End If

theta_c(i) = F(i) / K_lin / r

delta_theta(i) = theta_0 - theta_c(i)

$F_n(i - 1) = F(i - 1) * \sin(\delta_{\theta}(i - 1) / 2) + F(i) * \sin(\delta_{\theta}(i) / 2) + f_{mw2r}$

$F_{fr}(i - 1) = \text{cof} * F_n(i - 1)$

stroke = stroke + theta_c(i) * 57.3

Next i

Loop

torque_dt = 2 * F(0) * r / 1000 + damp_device_dt


```

If stroke_nom > stroke_lim + 1 Then

    torque_or = 2 * F(n - 2) * r / 1000 - damp_torque
Else
    torque_or = 2 * F(n - 2) * r / 1000 + damp_device_or
End If
End If

```

SITUAZIONE OVERRUNNING TORQUE

```

If stroke_nom < free_angle Then
stroke_nom = -(stroke_nom - free_angle)
stroke_ob = stroke_nom
If stroke_nom > max_stroke Then
Return
End If
Do While (stroke < stroke_ob)

    e = 0.1
    stroke_nom = stroke_nom + e
    theta_c(0) = stroke_nom / (n - 1) / 57.3
    stroke = theta_c(0) * 57.3
    delta_theta(0) = theta_0 - theta_c(0)
    F(0) = K_lin * r * theta_c(0)

    For i = 1 To n - 2

        c(i) = F(i - 1) * (Cos(delta_theta(i - 1) / 2) - cof * Sin(delta_theta(i - 1) / 2)) - cof * f_mw2r
        If c(i) <= 0 Then
            F(i) = 0
        Else
            F(i) = (-b - Sqr(b ^ 2 - 4 * a * c(i))) / 2 / a
        End If
        theta_c(i) = F(i) / K_lin / r
        delta_theta(i) = theta_0 - theta_c(i)

        Fn(i - 1) = F(i - 1) * Sin(delta_theta(i - 1) / 2) + F(i) * Sin(delta_theta(i) / 2) + f_mw2r
        F_fr(i - 1) = cof * Fn(i - 1)
    
```

```
stroke = stroke + theta_c(i) * 57.3
```

```
Next i
```

```
Loop
```

```
torque_or = -2 * F(0) * r / 1000 + damp_device_or
```

```
If stroke_lim + 1 < stroke_nom Then
```

```
torque_dt = -2 * F(n - 2) * r / 1000 + damp_torque
```

```
Else
```

```
torque_dt = -2 * F(n - 2) * r / 1000 + damp_device_dt
```

```
End If
```

```
End If
```

```
output(0, 0) = torque_dt
```

```
output(1, 0) = torque_or
```

```
output(2, 0) = stroke
```

```
torque = output
```

```
End Function
```

```
Function UseThisCell()
```

```
MsgBox "The cell address is: " & Application.ThisCell.Address
```

```
End Function
```

```
Sub ciclo_coppia_saldis()
```

```
End Sub
```

Codice VBA del WW1258

Function 'torque' (damp_device_dt As Double, damp_device_or As Double, theta_block As Double, alfa_pat As Double, alfa_stop As Double, alfa_attuatore As Double, stroke_nom_1 As Double, stroke_nom_2 As Double, K_molla_esterna As Double, K_molla_interna As Double, theta_tot As Double, r As Double, n As Integer, z_contatti As Double, cof As Double, rpm As Integer, m As Double, passo As Double) As Double()

Dim output (2, 99) As Double

$K_{lin_interna} = K_{molla_interna} / 2 * (z_contatti - 1) / r^2 * (1000 * 57.3) \text{ 'N/mm}$

$\theta_{0_2} = \theta_{tot} / (z_contatti - 1) / 57.3$

$w = rpm * 2 * 3.14 / 60$

$m_{i_interna} = m / 1000 / z_contatti$

$p_{mw2r} = m_{i_interna} * w^2 * r / 1000$

$K_{lin_esterna} = K_{molla_esterna} / 2 * (n - 1) / r^2 * (1000 * 57.3) \text{ 'N/mm}$

$\theta_0 = \theta_{tot} / (n - 1) / 57.3$

$w = rpm * 2 * 3.14 / 60$

$m_{i_esterna} = m / 1000 / n$

$f_{mw2r} = m_{i_esterna} * w^2 * r / 1000$

$a_2 = cof / 2 / K_{lin_interna} / r$

$b_2 = -(1 + cof / 2 * \theta_{0_2})$

$a_1 = cof / 2 / K_{lin_esterna} / r$

$b_1 = -(1 + cof / 2 * \theta_0)$

Dim P(30) As Double, theta_c_2(30) As Double, d(30) As Double, Pn(30) As Double, P_fr(30) As Double, delta_theta_2(30) As Double

Dim F(30) As Double, theta_c(30) As Double, delta_theta(30) As Double, c(30) As Double, Fn(30) As Double, F_fr(30) As Double

stroke_ob = stroke_nom_2

$\theta_{c_2}(0) = stroke_nom_2 / (z_contatti - 1) / 57.3$

$\delta_{\theta_2}(0) = \theta_{0_2} - \theta_{c_2}(0)$

$stroke_2 = \theta_{c_2}(0) * 57.3$

$$P(0) = K_{lin_interna} * r * \theta_{c_2}(0)$$

```
stroke_ob = stroke_nom_1
theta_c(0) = stroke_nom_1 / (n - 1) / 57.3
delta_theta(0) = theta_0 - theta_c(0)
stroke = theta_c(0) * 57.3
F(0) = K_{lin\_esterna} * r * \theta_{c}(0)
```

```
free_angle = -(360 - 2 * theta_tot - alfa_stop - alfa_attuatore - 4 * alfa_pat)
max_stroke = theta_tot - theta_block
```

SITUAZIONE DRIVING TORQUE

```
If stroke_nom_2 > 0 Then
stroke_nom_2 = stroke_nom_2
If stroke_nom_2 > max_stroke Then
Return
End If
If stroke_nom_1 > 0 Then
stroke_nom_1 = stroke_nom_1
If stroke_nom_1 > max_stroke Then
Return
End If
'MOLLA SECONDARIA
Do While (stroke_2 < stroke_ob)
```

```
e = 0.1
stroke_nom_2 = stroke_nom_2 + e
theta_c_2(0) = stroke_nom_2 / (z_contatti - 1) / 57.3
stroke_2 = theta_c_2(0) * 57.3
delta_theta_2(0) = theta_0_2 - theta_c_2(0)
P(0) = K_{lin\_interna} * r * \theta_{c\_2}(0)
```

```
For j = 1 To z_contatti - 2
```

```

d(j) = P(j - 1) * (Cos(delta_theta_2(j - 1) / 2) - cof * Sin(delta_theta_2(j - 1) / 2)) - cof *
p_mw2r
If d(j) <= 0 Then
    P(j) = 0
Else
    P(j) = (-b_2 - Sqr(b_2 ^ 2 - 4 * a_2 * d(j))) / 2 / a_2
End If

```

```

theta_c_2(j) = P(j) / K_lin_interna / r
delta_theta_2(j) = theta_0_2 - theta_c_2(j)

```

```

Pn(j - 1) = P(j - 1) * Sin(delta_theta_2(j - 1) / 2) + P(j) * Sin(delta_theta_2(j) / 2) + p_mw2r
P_fr(j - 1) = cof * Pn(j - 1)

```

```

stroke_2 = stroke_2 + theta_c_2(j) * 57.3

```

```

Next j

```

```

Loop

```

MOLLA PRINCIPALE

```

Do While (stroke < stroke_ob)

```

```

    e = 0.1
    stroke_nom_1 = stroke_nom_1 + e
    theta_c(0) = stroke_nom_1 / (n - 1) / 57.3
    stroke = theta_c(0) * 57.3
    delta_theta(0) = theta_0 - theta_c(0)
    F(0) = K_lin_esterna * r * theta_c(0)
    cont = 0

```

```

For j = 1 To n - 2

```

```

    t = j + cont
    If j = passo * (cont + 1) - 1 Then
        cont = cont + 1
        t = j + cont
        c(j) = F(j - 1) * (Cos(delta_theta(j - 1) / 2) - cof * Sin(delta_theta(j - 1) / 2)) - cof * f_mw2r
        - 2 * cof * Pn(t - 1) - 2 * cof * Pn(t)
    Else

```

```

c(j) = F(j - 1) * (Cos(delta_theta(j - 1) / 2) - cof * Sin(delta_theta(j - 1) / 2)) - cof * f_mw2r
- 2 * cof * Pn(t - 1)

```

```

End If

```

```

If c(j) <= 0 Then

```

```

    F(j) = 0

```

```

Else

```

```

    F(j) = (-b_1 - Sqr(b_1 ^ 2 - 4 * a_1 * c(j))) / 2 / a_1

```

```

End If

```

```

theta_c(j) = F(j) / K_lin_esterna / r

```

```

delta_theta(j) = theta_0 - theta_c(j)

```

```

Fn(j - 1) = F(j - 1) * Sin(delta_theta(j - 1) / 2) + F(i) * Sin(delta_theta(j) / 2) + f_mw2r + Pn(j
- 1)

```

```

F_fr(j - 1) = cof * Fn(j - 1) + cof * Pn(j - 1)

```

```

stroke = stroke + theta_c(j) * 57.3

```

```

Next j

```

```

Loop

```

```

torque_dt = 2 * P(0) * r / 1000 + 2 * F(0) * r / 1000

```

```

torque_or = 2 * P(z_contatti - 2) * r / 1000 + 2 * F(n - 2) * r / 1000

```

```

End If

```

```

End If

```

SITUAZIONE OVERRUNING TORQUE

```

If stroke_nom_2 < free_angle Then

```

```

    stroke_nom_2 = -(stroke_nom_2 - free_angle)

```

```

    stroke_ob = stroke_nom_2

```

```

If stroke_nom_2 > max_stroke Then

```

```

    Return

```

```

End If

```

```

If stroke_nom_1 < free_angle Then

```

```

    stroke_nom_1 = -(stroke_nom_1 - free_angle)

```

```

    stroke_ob = stroke_nom_1

```

```

If stroke_nom_1 > max_stroke Then

```

Return
End If

MOLLA SECONDARIA

Do While (stroke_2 < stroke_ob)

e = 0.1
stroke_nom_2 = stroke_nom_2 + e
theta_c_2(0) = stroke_nom_2 / (z_contatti - 1) / 57.3
stroke_2 = theta_c_2(0) * 57.3
delta_theta_2(0) = theta_0_2 - theta_c_2(0)
P(0) = K_lin_interna * r * theta_c_2(0)

For j = 1 To z_contatti - 2

$d(j) = P(j - 1) * (\cos(\text{delta_theta_2}(j - 1) / 2) - \text{cof} * \sin(\text{delta_theta_2}(j - 1) / 2)) - \text{cof} * p_mw2r$

If $d(j) \leq 0$ Then

$P(j) = 0$

Else

$P(j) = (-b_2 - \text{Sqr}(b_2^2 - 4 * a_2 * d(j))) / 2 / a_2$

End If

$\text{theta_c_2}(j) = P(j) / K_lin_interna / r$

$\text{delta_theta_2}(j) = \text{theta_0_2} - \text{theta_c_2}(j)$

$P_n(j - 1) = P(j - 1) * \sin(\text{delta_theta_2}(j - 1) / 2) + P(j) * \sin(\text{delta_theta_2}(j) / 2) + p_mw2r$

$P_fr(j - 1) = \text{cof} * P_n(j - 1)$

stroke_2 = stroke_2 + theta_c_2(j) * 57.3

Next j

Loop

MOLLA PRINCIPALE

Do While (stroke < stroke_ob)

e = 0.1

stroke_nom_1 = stroke_nom_1 + e

theta_c(0) = stroke_nom_1 / (n - 1) / 57.3

stroke = theta_c(0) * 57.3

delta_theta(0) = theta_0 - theta_c(0)

F(0) = K_lin_esterna * r * theta_c(0)

cont = 0

For j = 1 To n - 2

t = j + cont

If j = passo * (cont + 1) - 1 Then

cont = cont + 1

t = j + cont

c(j) = F(j - 1) * (Cos(delta_theta(j - 1) / 2) - cof * Sin(delta_theta(j - 1) / 2)) - cof * f_mw2r
- 2 * cof * Pn(t - 1) - 2 * cof * Pn(t)

Else

c(j) = F(j - 1) * (Cos(delta_theta(j - 1) / 2) - cof * Sin(delta_theta(j - 1) / 2)) - cof * f_mw2r
- 2 * cof * Pn(t - 1)

End If

If c(j) <= 0 Then

F(j) = 0

Else

F(j) = (-b_1 - Sqr(b_1 ^ 2 - 4 * a_1 * c(j))) / 2 / a_1

End If

theta_c(j) = F(j) / K_lin_esterna / r

delta_theta(j) = theta_0 - theta_c(j)

Fn(j - 1) = F(j - 1) * Sin(delta_theta(j - 1) / 2) + F(i) * Sin(delta_theta(j) / 2) + f_mw2r + Pn(j
- 1)

F_fr(j - 1) = cof * Fn(j - 1) + cof * Pn(j - 1)

stroke = stroke + theta_c(j) * 57.3

Next j

Loop

$\text{torque_or} = -2 * P(0) * r / 1000 - 2 * F(0) * r / 1000$

$\text{torque_dt} = -2 * P(z_contatti - 2) * r / 1000 - 2 * F(n - 2) * r / 1000$

End If

End If

$\text{output}(0, 0) = \text{torque_dt} + \text{damp_device_dt}$

$\text{output}(1, 0) = \text{torque_or} + \text{damp_device_or}$

$\text{output}(2, 0) = \text{stroke}$

$\text{torque} = \text{output}$

End Function

Function UseThisCell()

MsgBox "The cell address is: " & Application.ThisCell.Address

End Function

Sub ciclo_coppia_saldis()

End Sub

Sub ci()

End Sub

Bibliografia

1. **Spring Design Manual (Second edition AE-21)**. Published by: *Society of Automotive Engineers, Inc. 400 Commonwealth Drive Warrendale, U.S.A.*
2. **Investigation of Friction in Dual Leaf Spring**. *W. Krason* and J. Wysocki. Military University of Technology, Warszawa, 00-908 Poland.* Received April 28, 2016.
3. Tesi di laurea magistrale in Ingegneria Meccanica: **Operational analysis and optimization of crankshaft decoupler components**. Published by: *Alberto Rizzo.* Presso: il *Politecnico di Torino* in data: Ottobre 2016.
4. Master in Advanced Component Engineering for Powertrain: **Static and Dynamic Model of DDCS**. Published by: *Stefano Amadio.* Presso: il *Politecnico di Torino* in data: Maggio 2016.
5. www.dayco.com