

POLITECNICO DI TORINO

Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Energetica e Nucleare
Innovazione nella Produzione di Energia
A.A. 2017/2018

Simulazione ed analisi motore Stirling per alimentazione da energia solare



Relatore: Prof. Verda Vittorio
Co-Relatore: Prof.ssa Guelpa Elisa

Autore: Vinco Emanuele

INDICE

INTRODUZIONE	4
MODELLO ISOTERMO MOTORE STIRLING	6
Sviluppo delle equazioni del modello isotermo.....	7
Sommario equazioni modello isotermo.....	13
MODELLO ADIABATICO MOTORE STIRLING	14
Sviluppo delle equazioni del modello adiabatico.....	17
Sommario equazioni modello adiabatico.....	23
APPLICAZIONE MOTORE STIRLING COME CICLO DI POTENZA DEL PROGETTO SOCRATCES	26
MODELLO STIRLING ADIABATICO-REALE APPLICATO ALLA VALUTAZIONE DELLE PERFORMANCE DEL MOTORE SOLO V161	29
DATI DI INPUT DEGLI SCAMBIATORI DI CALORE E DEL MOTORE SOLO V161	32
GEOMETRIA DEGLI SCAMBIATORI	33
Rigeneratore.....	33
Heater.....	34
Cooler.....	35
VARIAZIONE SINUSOIDALE DEI VOLUMI DI COMPRESSIONE ED ESPANSIONE	36
SCHMIDT ANALISI	38
FUNZIONE POLINOMIALE CORRETTIVA DELLA PRESSIONE MEDIA	43
CADUTE DI PRESSIONE DISTRIBUITE NEL MOTORE	47
Cadute di pressione sezione Cooler.....	48
Cadute di pressione sezione Heater.....	51
Cadute di pressione sezione Rigeneratore.....	53
PERDITE TERMICHE NELLA SEZIONE DEL RIGENERATORE	56
Perdita termica conduttiva.....	56
Perdita termica dovuto all'efficacia reale del rigeneratore.....	58
VALUTAZIONE TEMPERATURA DEL GAS NELL'HEATER	60
VALUTAZIONE TEMPERATURA DEL GAS NEL COOLER	61
PROCEDURA DI CALCOLO SU MATLAB®	62
RISULTATI E GRAFICI SIMULAZIONE	67
Risultati simulazione numerica.....	68
Grafici simulazione e relativi commenti.....	68
ANALISI DI SENSITIVITA' DEL MODELLO ANALIZZATO	75
Tabella riassuntiva e conclusioni analisi di sensitività.....	80
ANALISI SULLA EFFICACIA DEL RIGENERATORE	83

<i>ANALISI SULL' EFFICIENZA DEL SISTEMA IN FUNZIONE DEI PARAMETRI COSTRUTTIVI DEL RIGENERATORE</i>	<i>85</i>
<i>ANALISI EFFICIENZA E PRODUCIBILITÀ AL VARIARE DELLA CILINDRATA DEL MOTORE E DEL NUMERO DI GIRI</i>	<i>86</i>
<i>CONCLUSIONI.....</i>	<i>90</i>
<i>BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA.....</i>	<i>92</i>
<i>RINGRAZIAMENTI</i>	<i>93</i>

INTRODUZIONE

Il consumo di energia elettrica nel mondo incrementa di anno in anno, e tutto ciò è dovuto all'aumento della popolazione, all'evoluzione dello stile di vita e all'espansione industriale ed economica della maggior parte delle nazioni mondiali.

In questo scenario, l'uso delle fonti energetiche rinnovabili per la generazione di energia elettrica è essenziale per la riduzione dei costi e delle emissioni che l'impiego costante dei combustibili fossili comporta.

Una tematica importante in quest'ultimo periodo è lo sfruttamento della potenza termica che, molto spesso, in ambito industriale viene trascurata e sprecata rilasciandola in ambiente.

Tra le tecnologie di recupero della risorsa termica e la sua conversione in energia elettrica disponibili sul mercato, il motore Stirling è tra le soluzioni più promettenti in termini di prestazioni, semplicità di modellazione, versatilità della fonte di alimentazione utilizzata (energia termica solare, calore di rifiuto, biodiesel ecc) grazie ad un efficiente ciclo termico, riduzione di costi e compatibilità ambientale (riduzione emissioni di gas nocivi e bassi livelli di rumorosità) [Ana C. Ferreira et. Al., 2017].

L'operatività del ciclo Stirling è limitata termicamente dalla condizione operativa del motore, ovvero dalle temperature delle risorse calde e fredde disponibili rispettivamente all'heater ed al cooler.

Una ulteriore limitazione che incide sulla funzionalità del motore Stirling accoppiato a tecnologia rinnovabile è l'intermittenza della disponibilità della risorsa calda prodotta dal solare termico che alimenta il motore stesso; questo problema può essere fronteggiato e risolto tramite l'impiego di un sistema di accumulo termo-chimico trattato successivamente.

Il motore Stirling è un motore chiuso, ovvero non vi sono scambi di massa con l'esterno e l'unica alimentazione fornita dall'esterno è energia termica. All'interno del motore vi è un gas che, ricevendo potenza termica tramite scambiatori nei quali passa un fluido termovettore, è in grado di compiere le trasformazioni termodinamiche del ciclo Stirling.

La differenza termica del gas all'interno delle diverse sezioni del motore produce il movimento dei pistoni di espansione e compressione, creando la potenza meccanica convertibile in potenza elettrica.

La particolarità di essere un ciclo chiuso implica accortezze progettuali riguardanti la sigillatura ermetica del motore in ogni sua parte.

I gas utilizzati nei cicli Stirling possono essere Azoto o Aria e per sistemi ad alto rendimento vengono impiegati l'Idrogeno o, nel nostro caso, Elio.

Il motore Stirling studiato e installato in questa analisi, per la produzione di energia elettrica, è di tipo alfa in quanto garantisce una relativa semplicità di modellazione e dimensionamento dei componenti che lo formano:

- Compressore, composto da un cilindro nel quale un pistone tramite un moto di traslazione è in grado di comprimere il gas all'interno del motore;
- Rigeneratore, scambiatore di calore controcorrente nel quale il gas caldo all'interno del motore rilascia calore in grado di preriscaldare il gas freddo proveniente dalla zona di compressione;
- Espansore, composto da un cilindro nel quale un pistone, tramite un moto di traslazione fa espandere il gas caldo del motore proveniente dal rigeneratore.
- Heater, scambiatore nel quale la potenza termica viene ceduta da un fluido termovettore esterno al gas del motore per il suo riscaldamento.
- Cooler, scambiatore il quale preleva potenza termica dal gas presente nel motore per mezzo di un fluido termovettore di facile reperibilità (per esempio aria a temperatura ambiente) al fine di creare il gradiente termico necessario al funzionamento del motore.

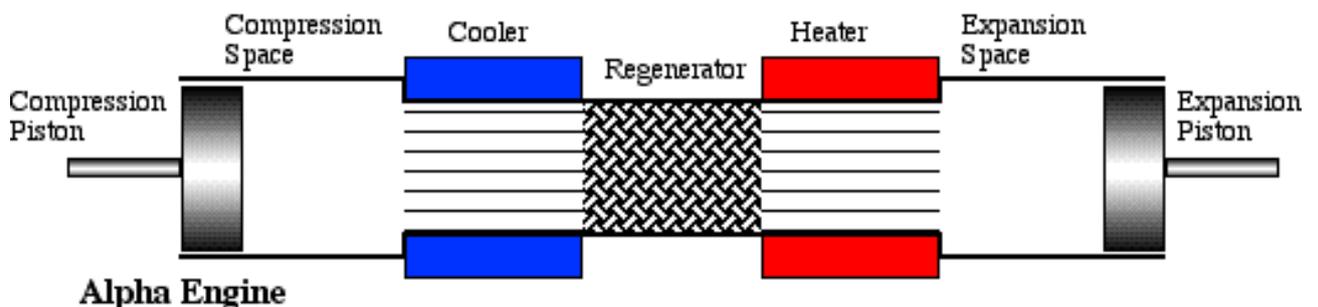


Figura 1 - Descrizione motore Stirling alfa semplificato (Israel Urieli, 2018).

Per l'analisi teorica sul funzionamento e sulla performance del motore Stirling sono stati analizzati due modelli termodinamici, il modello isoterma e il modello adiabatico:

- MODELLO ISOTERMO-STIRLING: ciclo termodinamico comprendente due trasformazioni isocore e due trasformazioni isoterme: una compressione isoterma, un raffreddamento isocoro, una espansione isoterma e un riscaldamento isocoro;
- MODELLO ADIABATICO-STIRLING: ciclo termodinamico comprendente due trasformazioni isocore e due trasformazioni adiabatiche: una compressione adiabatica, un raffreddamento isocoro, una espansione adiabatica e un riscaldamento isocoro.

MODELLO ISOTERMO MOTORE STIRLING

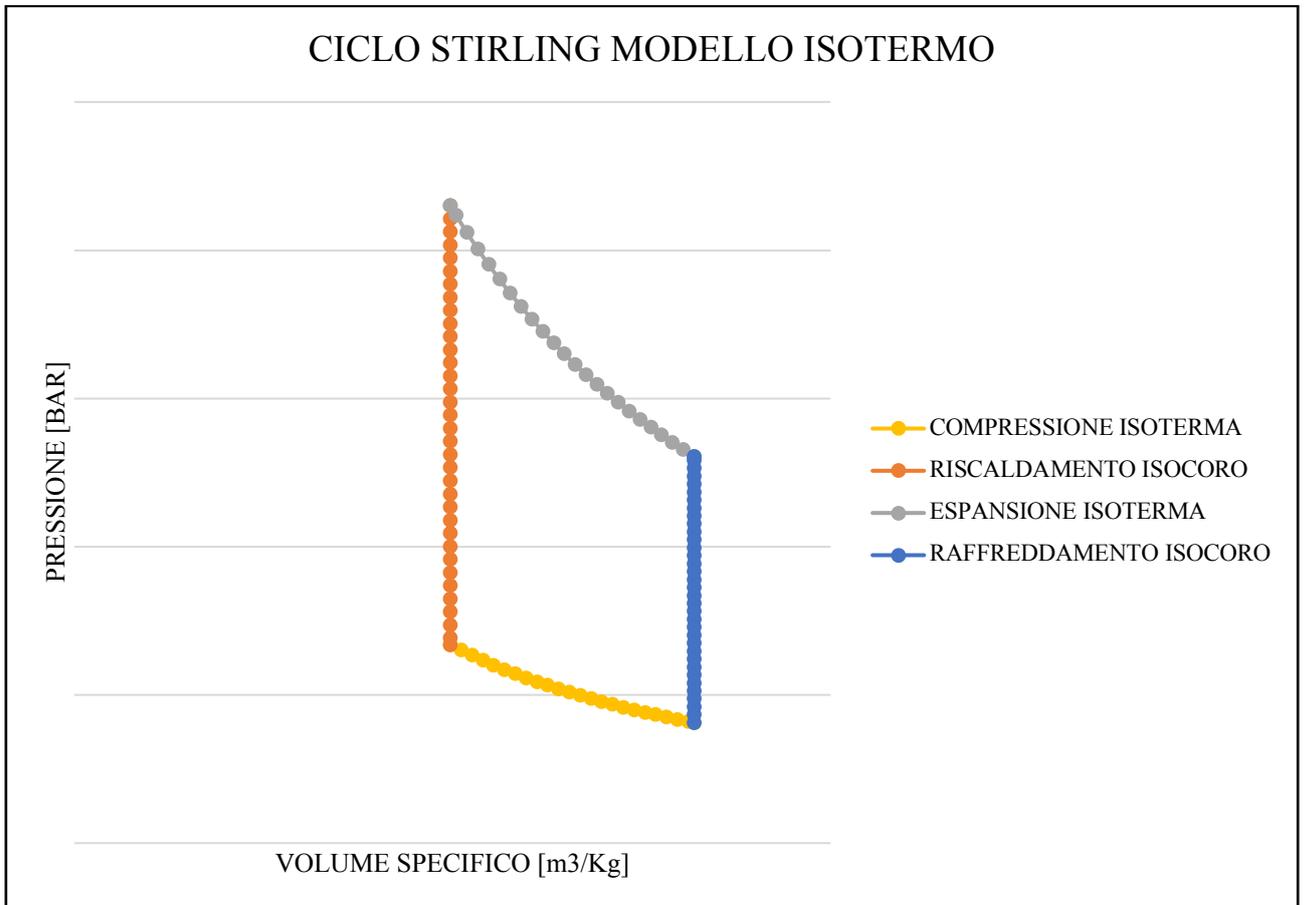


Figura 2 - Grafico p-v ciclo Stirling isoterma ideale.

Il modello ideale isoterma è stato il primo tentativo, da parte del celebre Gustav Schmidt, di analisi del ciclo Stirling nel 1871 (Israel Urieli, 2018).

Le assunzioni principali dell'analisi sono:

1. il gas durante la fase di espansione e di riscaldamento da parte dell'heater è mantenuto a temperatura costante corrispondente a quella della risorsa calda;
2. il gas durante la fase di compressione e di raffreddamento da parte del cooler è mantenuto a temperatura costante corrispondente a quella della risorsa fredda;
3. La temperatura del gas nella sezione del rigeneratore assume un profilo lineare: viene calcolata per mezzo della formula della temperatura media logaritmica tra la temperatura della risorsa calda e della risorsa fredda.

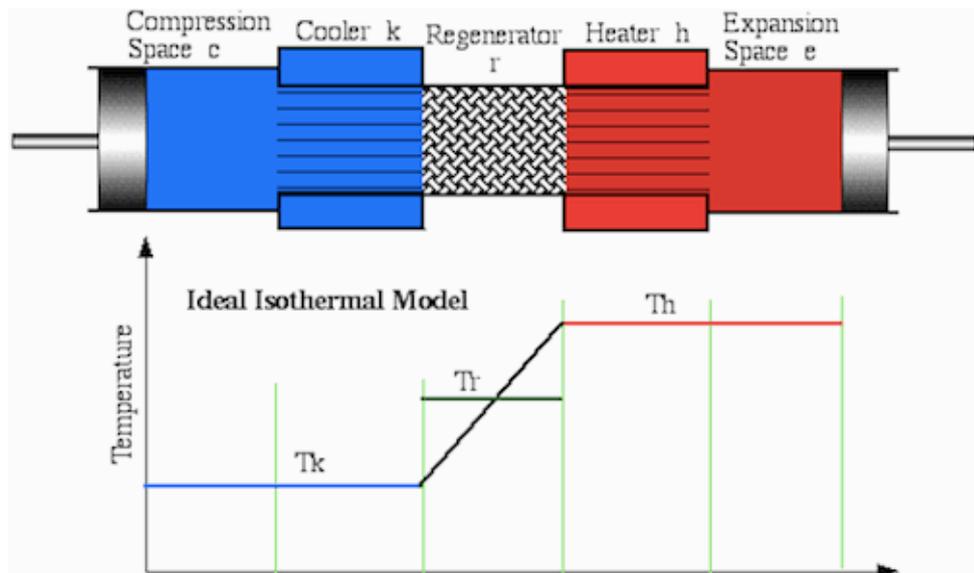


Figura 3 - Schema semplificato andamento temperature Stirling isoterma ideale (Israel Urieli, 2018).

Nello schema impiantistico sovrastante è possibile notare come il motore Stirling alfa preso in considerazione in questa tesi sia formato da cinque componenti collegati in serie. Al fine di avere una sufficiente descrizione modellistica del motore, ad ogni componente, è associata una sezione. In ogni sezione vengono calcolate grandezze termodinamiche seguite da pedici corrispondenti alla zona del motore a cui esse si riferiscono al fine di avere una descrizione del comportamento del ciclo Stirling in condizioni isoterme:

- C= sezione di compressione;
- K= sezione del cooler;
- R= sezione del rigeneratore;
- H= sezione heater;
- E= sezione di espansione.

Sviluppo delle equazioni del modello isoterma

Le assunzioni 1 e 2 del modello isoterma, descritte precedentemente, implicano una efficienza degli scambiatori al 100%; lo spazio di compressione e di espansione del motore lavorano a temperature rispettivamente della risorsa fredda e calda, come evidenziato nel grafico precedente nel quale sono rappresentati i profili di temperatura presenti all'interno del motore Stirling in condizioni isoterme:

- $T_c = T_k$
- $T_e = T_h$

Le equazioni utilizzate al fine di calcolare le grandezze termodinamiche del sistema per il modello isoterma sono quattro:

1. Legge di stato dei gas ideali

L'assunzione che il gas lavori in condizioni ideali è accettabile in quanto il gas nel motore lavora in condizioni lontane dal punto critico. L'equazione di stato, per ogni cella viene presentata in modalità standard:

$$p V = m R T$$

2. Legge di conservazione della massa

Essendo il motore Stirling un motore chiuso è necessario imporre la condizione che la sommatoria delle masse di gas presenti nelle varie sezioni del motore sia uguale alla massa totale che, ipotizzando l'assenza di perdite, non cambia nel tempo:

$$m_c + m_k + m_r + m_h + m_e = M$$

3. Temperatura media effettiva del rigeneratore

Assunto un profilo lineare nella sezione del rigeneratore, come da ipotesi, si è proceduti all'impiego dell'equazione seguente per il calcolo della temperatura del rigeneratore stesso:

$$T_r = \frac{(T_h - T_k)}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}$$

Combinando insieme la legge dei gas ideali e la condizione di conservazione della massa di gas nel motore si otterrà l'equazione che lega la massa di gas totale presente nel motore con la pressione totale, i volumi e le temperature di ogni sezione del motore.

$$p = \frac{M R}{\left(\frac{V_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_h}\right)}$$

A quest'ultima si va a sostituire la formula per ricavare la temperatura del rigeneratore ottenendo:

$$p = \frac{M R}{\left(\frac{V_c}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r \ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}{(T_h - T_k)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_h}\right)}$$

4. Prima legge della termodinamica applicata ad una sezione del motore

$$dQ + (c_p(T_i m'_i - T_o m'_o)) = dW + c_v d(m T)$$

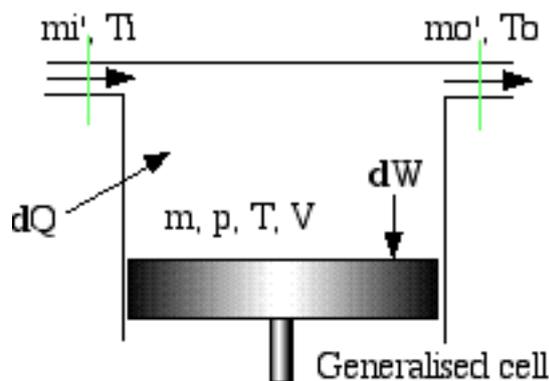


Figura 4 - Sezione generica motore Stirling (Israel Urieli, 2018).

dove:

- dQ = calore differenziale assorbito dalla cella;
- c_p e c_v = calore specifico a pressione costante e volume costante;
- T_i = temperatura gas in ingresso nella cella;
- T_o = temperatura gas uscente dalla cella;
- m'_i = portata di gas entrante nella cella;
- m'_o = portata di gas uscente dalla cella;
- dW = lavoro differenziale della cella sull'ambiente;
- m = massa presente nella cella;
- T = temperatura della cella;

Il primo termine dell'equazione si riferisce alla variazione di calore entrante nella cella proveniente dall'ambiente, il secondo rappresenta la variazione di entalpia proveniente dal passaggio della portata di gas nella sezione del motore, il terzo indica la variazione del lavoro prodotto dalla cella sull'ambiente e il quarto la variazione dell'energia interna della cella. Dalla formula si nota come non siano state prese in considerazione le energie cinetica e potenziale in quanto trattasi di un modello semplificato.

Essendo un modello isoterma, sappiamo che se analizzassimo la sezione del cooler e quella dell'heater si avrebbe una uguaglianza tra la temperatura di ingresso T_i e la temperatura di uscita T_o . La prima legge della termodinamica applicata a queste sezioni del motore Stirling si semplifica:

$$dQ + (c_p T dm) = dW + c_v T dm$$

- Il secondo termine a sinistra dell'uguaglianza non dipende da due temperature diverse bensì da una costante, T ;
- Il secondo termine a destra dell'uguale viene semplificato in quanto, anche in questo caso, viene considerata costante la temperatura, il cui valore differenziale è nullo; da ciò la semplificazione del termine che dipende solo da un valore variabile, il differenziale della massa.

Entrambi i termini semplificati si possono sommare algebricamente considerando la relazione di Mayer, ovvero $R=cp-cv$, e si ottiene:

$$dQ = dW - RT dm$$

Essendo che la massa rimane invariata nel motore, in quanto essere un sistema chiuso, il differenziale della massa è pari a zero e quindi si semplifica il secondo termine a destra dell'uguaglianza:

$$dQ = dW$$

Applicando questa equazione alla sezione di compressione ed espansione del motore troveremo:

- $Q_c = W_c$;
- $Q_e = W_e$;

ma i lavori totali di compressione ed espansione del ciclo si ottengono tramite l'integrazione dei lavori differenziali:

- $W_c = \int_0^{2\pi} p \frac{dV_c}{d\theta} d\theta$;
- $W_e = \int_0^{2\pi} p \frac{dV_e}{d\theta} d\theta$

dove θ risulta essere l'angolo del ciclo del motore Stirling che assume come valore di inizio e fine rispettivamente 0 e 2π radianti.

Una ulteriore considerazione va fatta per quanto riguarda il termine del lavoro differenziale dW che, per le sezioni heater e cooler, risulta essere pari a zero essendo che esse non compiono o assorbono lavoro.

In conclusione, l'applicazione della prima legge della termodinamica applicata alle sezioni degli scambiatori, nel modello isoterma, evidenzia come gli scambiatori non diano contributo termico al motore:

- $Q_k = 0$;
- $Q_h = 0$.

Questi ultimi risultati mostrano come il compressore e l'espansore rimangano a temperatura costante rispettivamente della risorsa fredda e calda, rendendo ridondante l'installazione degli scambiatori. Non può certo essere corretta come conclusione perché le pareti del cilindro sia di espansione sia di compressione non sono progettate per scambiare calore. In un motore reale gli spazi di compressione ed espansione tendono ad avere un comportamento adiabatico. Le assunzioni isoterme rendono possibile la generazione di semplici equazioni modellistiche, ma al tempo stesso sottolineano come non siano applicabili in simulazioni di computazione in quanto darebbero risultati prossimi a condizioni ideali di funzionamento. Per questo motivo si è provveduti alla introduzione del modello adiabatico in quanto essere il modello che si avvicina di più a descrivere le condizioni reali di funzionamento di un motore Stirling.

Sommario equazioni modello isoterma

1. Equazione pressione motore Stirling

- $$p = \frac{M R}{\left(\frac{V_c + V_k}{T_k} + \frac{V_r \ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}{(T_h - T_k)} + \frac{V_h + V_e}{T_h} \right)}$$

2. Equazioni calori scambiati ad ogni ciclo del motore Stirling

- $$Q_e = W_e = \int_0^{2\pi} p \frac{dV_e}{d\theta} d\theta$$
- $$Q_c = W_c = \int_0^{2\pi} p \frac{dV_c}{d\theta} d\theta$$

3. Equazione lavoro per ogni ciclo del motore Stirling

- $$W = W_c + W_e$$

MODELLO ADIABATICO MOTORE STIRLING

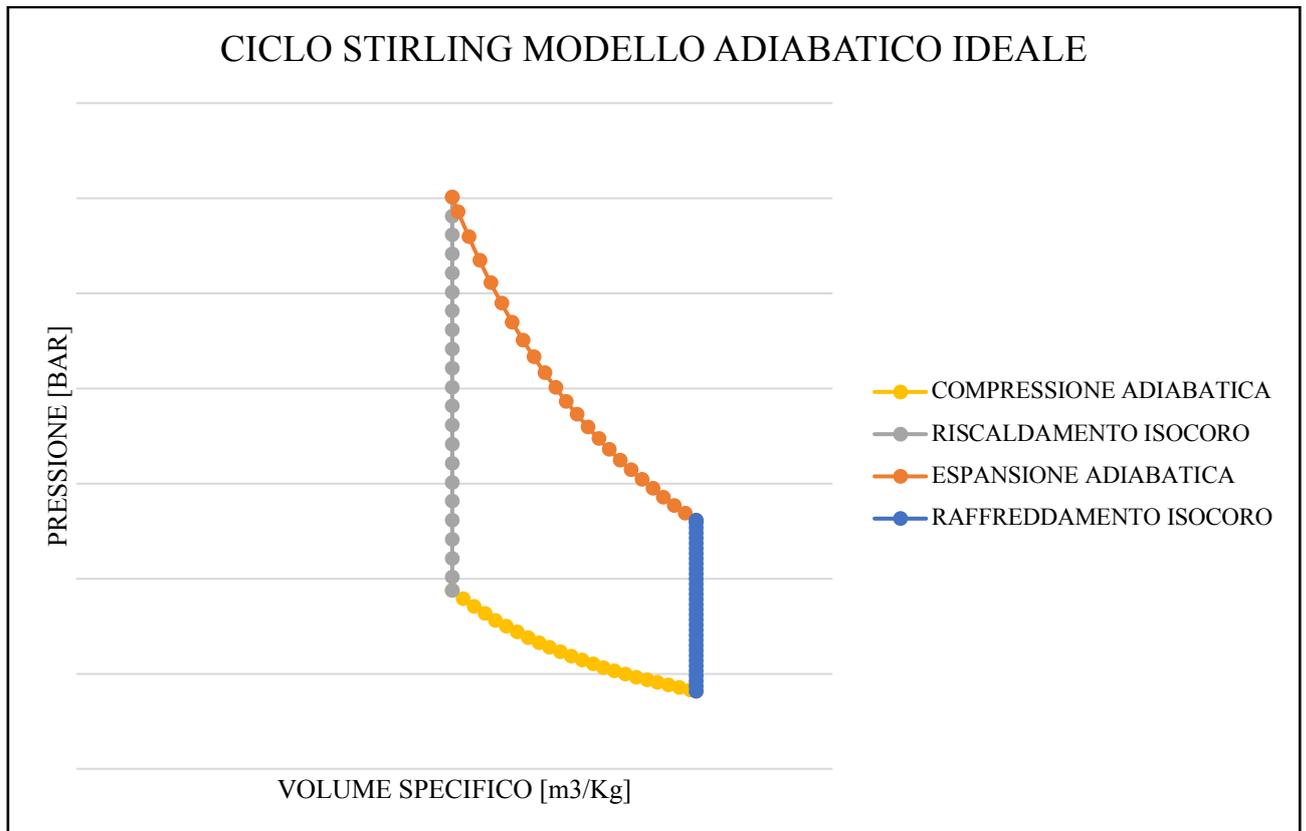


Figura 5 - Grafico p-v ciclo Stirling adiabatico ideale.

L'introduzione del modello adiabatico del motore Stirling è dovuta al fatto di avere la necessità di rappresentare condizioni di funzionamento prossime alla realtà. (Israel Urieli, 2018).

Nei motori Stirling in condizioni reali le zone di compressione ed espansione tendono ad essere adiabatiche anziché isoterme come ipotizzato nel precedente modello; ciò implica che il calore netto trasferito al ciclo Stirling deve essere fornito tramite gli scambiatori di calore. Come definito in precedenza per il modello isoterma, il motore è anche in questo caso formato da cinque componenti connessi in serie: il compressore, il cooler, il rigeneratore, l'heater e l'espansore.

La differenza rispetto al modello isoterma è la condizione di adiabaticità imposta al compressore e all'espansore che, durante le rispettive funzioni, non rilasciano calore in ambiente.

Nel seguente schema concettuale e termodinamico del modello adiabatico del ciclo Stirling sono elencate le principali grandezze utili alla modellizzazione del motore seguite dai cinque pedici rappresentanti le cinque sezioni del motore a cui le grandezze si riferiscono descritti nel precedente modello.

Altre grandezze, importanti nell'analisi termodinamica sono le portate di gas e le temperature di transizione. Essendo ambedue grandezze che collegano due sezioni del motore consecutive vengono descritte all'interno dello schema sottostante con un doppio pedice (CK, KR, RH e HE), il quale indica l'interfaccia a cui le temperature e le portate corrispondono:

CK= pedice riferito all'interfaccia tra la sezione di compressione e la sezione del cooler;
 KR= pedice riferito all'interfaccia tra la sezione del cooler e la sezione del rigeneratore;
 RH= pedice riferito all'interfaccia tra la sezione del rigeneratore e la sezione del heater;
 HE= pedice riferito all'interfaccia tra la sezione del heater e la sezione di espansione.

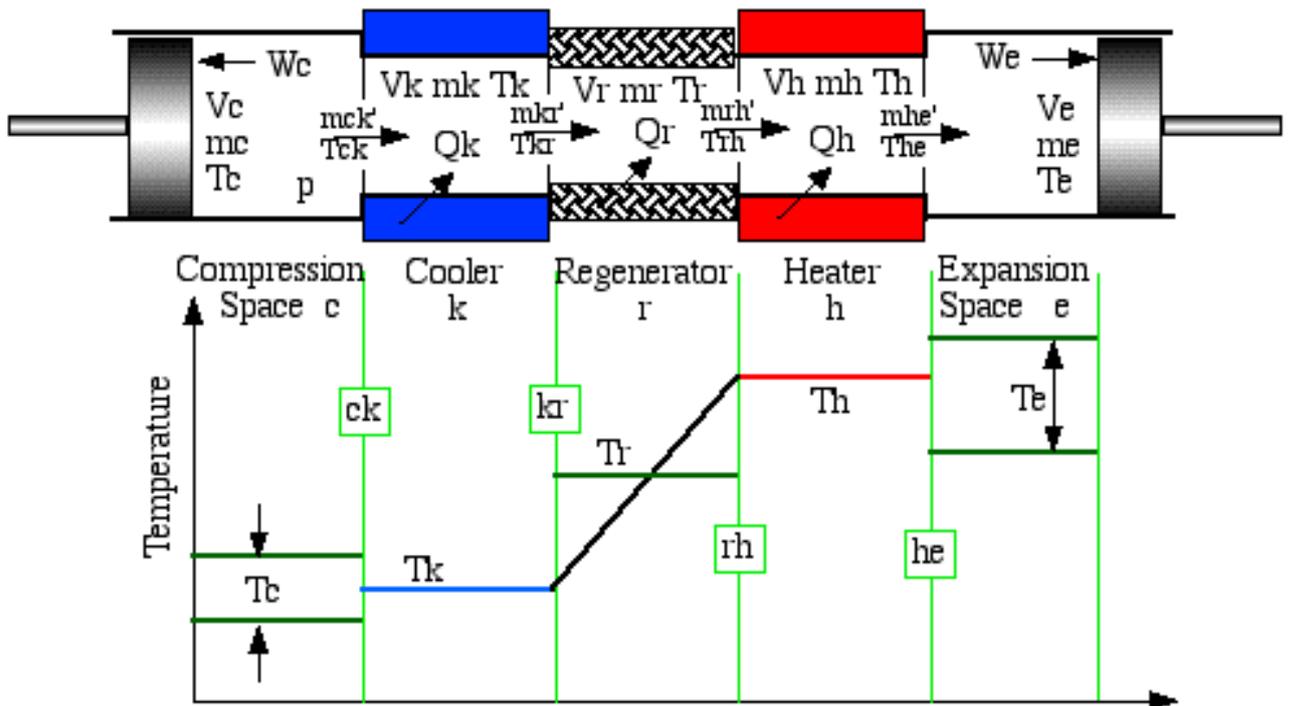


Figura 6 - Schema semplificato andamento temperature Stirling adiabatico ideale (Israel Urieli, 2018).

Oltre allo schema concettuale del motore, è presente il diagramma delle temperature del gas nelle varie sezioni dal quale si può notare come le temperature di compressione ed espansione (T_c e T_e) siano le uniche non costanti; esse variano in conformità con le condizioni di adiabaticità nelle fasi di compressione ed espansione.

Le principali grandezze rappresentate nello schema del motore Stirling sovrastante sono:

- m =massa presente nelle varie sezioni;
- V =volume della sezione del motore considerata, costante per il rigeneratore, il cooler e l'heater mentre, per quanto riguarda il compressore e l'espansore varia seguendo le equazioni presenti nel capitolo successivo 'Variazione Sinusoidale dei Volumi di Compressione ed Espansione';
- T = temperatura della sezione del motore e temperatura d'interfaccia tra le sezioni, a seconda del pedice che la segue (singolo o doppio);
- P = pressione nella sezione di compressione che viene imposta prima della fase computazionale dell'analisi;
- m' = portata di gas che attraversa un'interfaccia delle sezioni del motore. Essendo essa una grandezza vettoriale necessita, oltre al valore in modulo, di una rappresentazione qualitativa del suo verso e direzione (nello schema le frecce, all' interfaccia, rappresentano la direzione positiva del flusso di gas);
- W = lavoro assorbito dal compressore e lavoro meccanico prodotto dall'espansore;
- Q = calore ceduto al cooler, ceduto dal heater e quello scambiato all'interno della matrice del rigeneratore essendo quest' ultimo esternamente adiabatico.

Una importante riflessione va fatta per quanto riguarda le temperature di interfaccia T_{ck} (temperatura tra la zona di compressione e la zona del cooler) e T_{he} (temperatura tra la zona del heater e la zona di espansione); entrambe queste temperature dipendono dalla direzione del flusso di gas all'interno del motore e nell'algoritmo impiegato sono state introdotte due condizioni assumendo come positivo il valore di portata di gas con verso da sinistra verso destra:

- Se $m_{ck}' > 0$ allora $T_{ck} = T_c$ altrimenti $T_{ck}=T_k$. Tutto ciò sta a significare che la temperatura di interfaccia assume il valore a seconda che la portata di gas arrivi dalla zona di compressione o del cooler;
- Se $m_{he}' > 0$ allora $T_{he} = T_h$ altrimenti $T_{he}=T_e$. Anche in questo caso la temperatura di interfaccia assume il valore a seconda che la portata di gas arrivi dalla zona del heater o dall' espansione.

Sviluppo delle equazioni del modello adiabatico

L'approccio al fine di trovare le equazioni che descrivono il modello adiabatico del motore Stirling è di applicare ad ogni cella del motore stesso la prima legge della termodinamica, la legge dei gas ideali (supponendo un comportamento ideale da parte del gas da noi scelto, ovvero l'Elio). Le equazioni che descrivono i comportamenti termodinamici nelle varie sezioni del motore sono connesse imponendo la condizione di continuità nel motore (legge conservazione della massa) (Israel Urieli, 2018).

1. Prima legge della termodinamica applicata ad una sezione del motore

$$dQ + (c_p(T_i m'_i - T_o m'_o)) = dW + c_v d(m T) \quad (1)$$

Come nel modello isoterma, anche nel modello adiabatico si applica la prima legge della termodinamica per i sistemi aperti ad una sezione del motore che ci permette di valutare il calore scambiato dalla sezione, il lavoro compiuto, l'energia interna prodotta e la variazione di entalpia all'interno della sezione essendoci portate entranti e uscenti di gas a diverse temperature.

Dalla formula è possibile valutare come, anche in questo modello, non siano state prese in considerazione le energie cinetica e potenziale al fine di rendere il modello stesso semplificato il più possibile.

2. Legge di stato dei gas ideali

L'assunzione che il gas lavori in condizioni ideali è accettabile in quanto il gas nel motore lavora in condizioni lontane dal punto critico. L'equazione di stato, per ogni cella viene presentata sia in modalità standard sia nella forma differenziale:

- $p V = m R T \quad (2)$

- $\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dm}{m} + \frac{dT}{T} \quad (3)$

3. Legge di conservazione della massa

Essendo il motore Stirling un motore chiuso è necessario imporre la condizione che le masse di gas presenti nelle varie sezioni del motore sia uguale alla massa totale che, ipotizzando l'assenza di perdite, non cambia nel tempo:

$$\bullet \quad mc + mk + mr + mh + me = M \quad (4)$$

Sostituendo la legge (3) nella (4) si ottiene:

$$p \frac{\left(\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_e}\right)}{R} = M \quad (5)$$

Assumendo un profilo lineare di temperatura nel rigeneratore la temperatura media effettiva

T_r equivale alla temperatura media logaritmica: $T_r = \frac{(T_h - T_k)}{\ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}$

Risolviendo l'equazione (5) è possibile ottenere la pressione:

$$p = \frac{M R}{\left(\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_e}\right)} \quad (6)$$

Calcolando i differenziali delle masse di ogni sezione del motore e tenendo conto che il differenziale della massa totale sia uguale a zero ($dM=0$) perché supposta la condizione di sistema chiuso e privo di perdite, l'equazione (4) si semplifica e diventa:

$$dm_c + dm_k + dm_r + dm_h + dm_e = 0 \quad (7)$$

Il passo successivo per lo sviluppo del modello è di riscrivere queste masse differenziali in funzione dei volumi, delle temperature e della pressione.

Per quanto riguarda le sezioni degli scambiatori, visto che i rispettivi volumi e temperature sono costanti, l'equazione di stato si semplifica:

$$\frac{dm}{m} = \frac{dp}{p}$$

Con la formula inversa si ottiene il differenziale della massa:

$$dm = \frac{dp m}{p}$$

ma per mezzo dell'equazione dei gas ideali la massa differenziale può essere riscritta sostituendo il termine della pressione:

$$dm = \frac{V dp}{R T} \quad (8)$$

Sostituendo l'equazione (8) nella (7) si ottiene:

$$dm_c + dm_e + \left(\frac{dp}{R}\right) \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h}\right) = 0 \quad (9)$$

Questo procedimento è stato utile al fine di trovare un'equazione in grado di relazionare le masse differenziali degli scambiatori del sistema con le grandezze termodinamiche, volume, pressione e temperatura. Il passo successivo è fare la stessa cosa per le masse differenziali della sezione di compressione ed espansione del motore al fine di trovare una equazione esplicita della pressione differenziale dp.

Considerando la sezione di compressione adiabatica ($dQ_c=0$) e applicando la prima legge della termodinamica (1) si ottiene:

$$-c_p T_{ck} m'_{ck} = dW_c + c_v d(m_c T_c) \quad (10)$$

Dalla condizione di continuità applicata alla sezione di compressione raffigurata nello schema sottostante, la variazione di massa nella sezione di compressione dm_c equivale alla portata di gas uscente, $-m'_{ck}$.

$$dm_c = -m'_{ck} \quad (11)$$

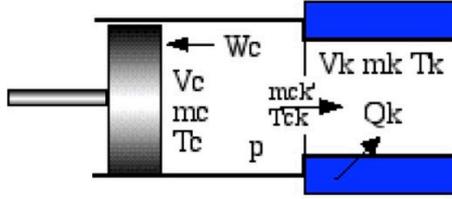


Figura 7 - Sezione di compressione e raffreddamento motore Stirling (Israel Urieli, 2018).

Il lavoro differenziale di compressione può essere riscritto come:

$$dW_c = p dV_c \quad (12)$$

Sostituendo la (11) e la (12) nella (10) si ottiene:

$$c_p T_{ck} dm_c = p dV_c + c_v d(m_c T_c) \quad (13)$$

Per mezzo delle relazioni dei gas ideali:

- $p V_c = m_c R T_c$
- $c_p - c_v = R$
- $\frac{c_p}{c_v} = \gamma$

è possibile semplificare la (13):

$$dm_c = \frac{\left(p dV_c + \frac{V_c dp}{\gamma} \right)}{(R T_{ck})} \quad (14)$$

Allo stesso modo si applica il medesimo procedimento per la fase di espansione e si ricava:

$$dm_e = \frac{\left(p dV_e + \frac{V_e dp}{\gamma} \right)}{(R T_{he})} \quad (15)$$

Avendo ricavato le masse differenziali delle sezioni di compressione ed espansione, è possibile sostituirle nella formula (9):

$$dp = \frac{-\gamma p \left(\frac{dV_c}{T_{ck}} + \frac{dV_e}{T_{he}} \right)}{\left[\frac{V_c}{T_{ck}} + \gamma \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} \right) + \frac{V_e}{T_{he}} \right]} \quad (16)$$

Dall'equazione di stato differenziale (3) si ottengono le temperature differenziali nella sezione di compressione ed espansione:

- $dT_c = T_c \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV_c}{V_c} - \frac{dm_c}{m_c} \right) \quad (17)$

- $dT_e = T_e \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV_e}{V_e} - \frac{dm_e}{m_e} \right) \quad (18)$

Al fine di calcolare i calori scambiati nella sezione cooler, rigeneratore e heater, viene applicata la prima legge della termodinamica alle sezioni degli scambiatori di calore tenendo in considerazione due premesse:

- $dW = 0$;
- $T = \text{costante}$;

si ottiene:

$$dm = \frac{(dp V)}{(R T)} \rightarrow \text{equazione di stato per gli scambiatori di calore.}$$

La prima legge della termodinamica applicata alle sezioni degli scambiatori diventa:

$$dQ + (c_p T_i m'_i - c_p T_o m'_o) = c_v T dm = \frac{c_v V dp}{R}$$

Nel dettaglio per i tre scambiatori si ottengono:

- $dQ_k = \frac{V_k dp c_v}{R} - c_p (T_{ck} m'_{ck} - T_{kr} m'_{kr}) \quad (19)$

- $dQ_r = \frac{V_r dp c_v}{R} - c_p (T_{kr} m'_{kr} - T_{rh} m'_{rh}) \quad (20)$

- $dQ_h = \frac{V_h dp c_v}{R} - c_p(T_{rh}m'_{rh} - T_{he}m'_{he})$ (21)

è importante sottolineare il fatto che gli scambiatori heater e cooler lavorino in condizione isoterma garantendo una condizione ideale al rigeneratore.

Da ciò è possibile dedurre che le temperature all'interfaccia valgono:

- $T_{kr} = T_k$
- $T_{rh} = T_h$

In conclusione all'analisi è necessario valutare il lavoro totale e differenziale del motore:

$$W = W_c + W_e \quad (22)$$

dove:

- W è il lavoro netto compiuto dal motore Stirling;
- W_c è il lavoro di compressione che ha segno negativo in quanto esso viene assorbito dal compressore;
- W_e è il lavoro prodotto dall'espansore e ha segno positivo in quanto lavoro compiuto dal sistema sull'esterno.

Le forme differenziali del lavoro totale, del lavoro di compressione ed espansione sono date dalle seguenti relazioni:

$$dW = dW_c + dW_e \quad (23)$$

$$dW_c = p dV_c \quad (24)$$

$$dW_e = p dV_e \quad (25)$$

Dall'integrazione della (24) e (25) si possono computare i lavori di espansione e compressione in un ciclo completo del motore Stirling, ovvero integrando l'angolo di rotazione del motore θ da 0 a 2π radianti:

$$W_c = \int_0^{2\pi} p \frac{dV_c}{d\theta} d\theta \quad (26)$$

$$W_e = \int_0^{2\pi} p \frac{dV_e}{d\theta} d\theta \quad (27)$$

Sommario equazioni modello adiabatico

1. Equazioni pressione

- $$p = \frac{M R}{\left(\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_e}\right)}$$
- $$dp = \frac{-\gamma p \left(\frac{dV_c}{T_{ck}} + \frac{dV_e}{T_{he}}\right)}{\left[\frac{V_c}{T_{ck}} + \gamma \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h}\right) + \frac{V_e}{T_{he}}\right]}$$

2. Equazioni masse

- $$m_c = \frac{p V_c}{R T_c}$$
- $$m_e = \frac{p V_e}{R T_e}$$
- $$m_k = \frac{p V_k}{R T_k}$$
- $$m_r = \frac{p V_r}{R T_r}$$
- $$m_h = \frac{p V_h}{R T_h}$$

3. Equazioni masse accumulate

- $$dm_c = \frac{\left(p dV_c + \frac{V_c dp}{\gamma}\right)}{(R T_{ck})}$$
- $$dm_e = \frac{\left(p dV_e + \frac{V_e dp}{\gamma}\right)}{(R T_{he})}$$
- $$dm_h = \frac{dp m_h}{p}$$
- $$dm_k = \frac{dp m_k}{p}$$

- $dm_r = \frac{dp m_r}{p}$

4. Equazioni portate

- $m'_{ck} = -dm_c$
- $m'_{kr} = m'_{kr} - dm_k$
- $m'_{he} = dm_e$
- $m'_{rh} = m'_{he} + dm_h$

5. Temperature condizionali

- Se $m'_{ck} > 0$ allora $T_{ck} = T_c$ altrimenti $T_{ck} = T_k$
- Se $m'_{he} > 0$ allora $T_{he} = T_h$ altrimenti $T_{he} = T_e$

6. Equazioni temperature differenziali

- $dT_c = T_c \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV_c}{V_c} - \frac{dm_c}{m_c} \right)$
- $dT_e = T_e \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV_e}{V_e} - \frac{dm_e}{m_e} \right)$

7. Equazioni calori e lavori al ciclo

- $dQ_k = \frac{V_k dp c_v}{R} - c_p (T_{ck} m'_{ck} - T_{kr} m'_{kr})$
- $dQ_r = \frac{V_r dp c_v}{R} - c_p (T_{kr} m'_{kr} - T_{rh} m'_{rh})$
- $dQ_h = \frac{V_h dp c_v}{R} - c_p (T_{rh} m'_{rh} - T_{he} m'_{he})$
- $dW_c = p dV_c$
- $dW_e = p dV_e$

- $dW = dW_c + dW_e$
- $W = W_c + W_e$
- $W_c = \int_0^{2\pi} p \frac{dv_c}{d\theta} d\theta$
- $W_e = \int_0^{2\pi} p \frac{dv_e}{d\theta} d\theta$

APPLICAZIONE MOTORE STIRLING COME CICLO DI POTENZA DEL PROGETTO SOCRATCES

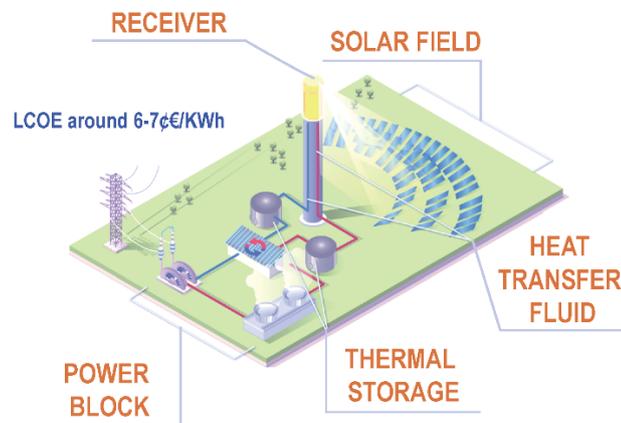


Figura 8 - Descrizione generale progetto Socratces (ProjectWork SOCRATCES, 2018).

Il motore Stirling, essendo una delle tecnologie più promettenti sul mercato per la conversione dell'energia termica in elettrica, trova molte applicazioni, tra le quali l'accoppiamento ad impianti CSP.

Il progetto Socratces è un impianto CSP ibrido in fase realizzativa di nuova generazione che consiste nell'accoppiamento della tecnologia rinnovabile del solare concentrato con un sistema di accumulo termochimico in grado di fronteggiare la periodica disponibilità che contraddistingue la fonte solare con una elevata efficienza di accumulo.

L'energia termica, ottenuta tramite la conversione dell'energia solare da parte del CSP, viene condotta al sistema di accumulo per mezzo del passaggio di un fluido termovettore in una rete di scambiatori di calore; il sistema di accumulo è in grado di sfruttare l'energia termica in ingresso per avviare il Ciclo del Calcio su cui esso si basa trasformandola in energia chimica. L'energia termica, nel sistema di accumulo, viene impiegata per avviare la reazione endotermica della calcinazione in grado di separare il carbonato di calcio in anidride carbonica e ossido di calcio.

Sia l'anidride carbonica sia l'ossido di calcio vengono stoccati e in fasi successive ricombinati dando vita alla reazione di carbonatazione che, essendo una reazione esotermica, produce calore che può essere reso disponibile ad un sistema di potenza, nel nostro caso composto dal ciclo Stirling.

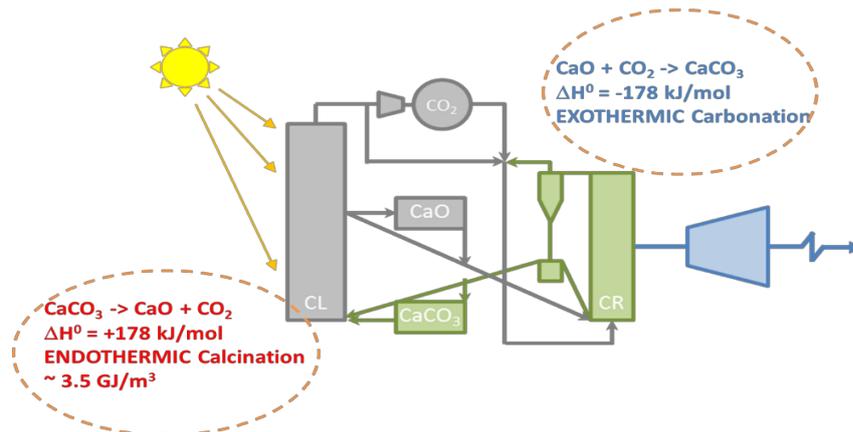


Figura 9 - Schema descrittivo sistema di accumulo progetto Socratces (ProjectWork SOCRATCES, 2018).

Lo schema sovrastante è una semplificazione concettuale della tecnologia di accumulo su cui si basa il progetto Socratces.

In grigio sono rappresentati i componenti dell'impianto protagonisti della fase di carica del sistema di accumulo:

- il solare concentrato che rende disponibile al reattore di calcinazione energia termica proveniente dalla radiazione solare;
- il reattore nel quale avviene la reazione di calcinazione (CL);
- i serbatoi nei quali vengono stoccati in forma solida l'ossido di calcio e in forma di gas pressurizzato l'anidride carbonica.

In verde è rappresentata la sezione del sistema di accumulo che provvede alla fase di scarica composta da un reattore a letto fluido nel quale ha luogo la reazione di carbonizzazione che emana energia termica destinata al sistema di potenza rappresentato in blu.

Per chiarire il ruolo dell'accumulo termochimico (CORREGGI ANCHE I SEGUENTI) e le reazioni che avvengono al suo interno viene introdotto il seguente schema:

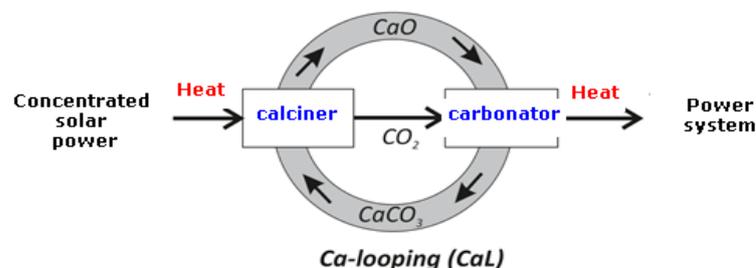


Figura 10 - Ciclo del Calcio del sistema di accumulo (ProjectWork SOCRATCES, 2018).

La scelta di un accumulo termochimico, anziché termico, sta nel fatto che, se si rende necessario immagazzinare energia termica solare per un tempo di medio-lungo termine, l'efficienza è maggiore in quanto essa è convertita totalmente in energia chimica e quindi non risente di perdite che potrebbero verificarsi in un sistema di accumulo termico per quanto ben isolato dall'ambiente esterno.

Lo schema sottostante è una rappresentazione più nel dettaglio della componentistica del sistema di accumulo.

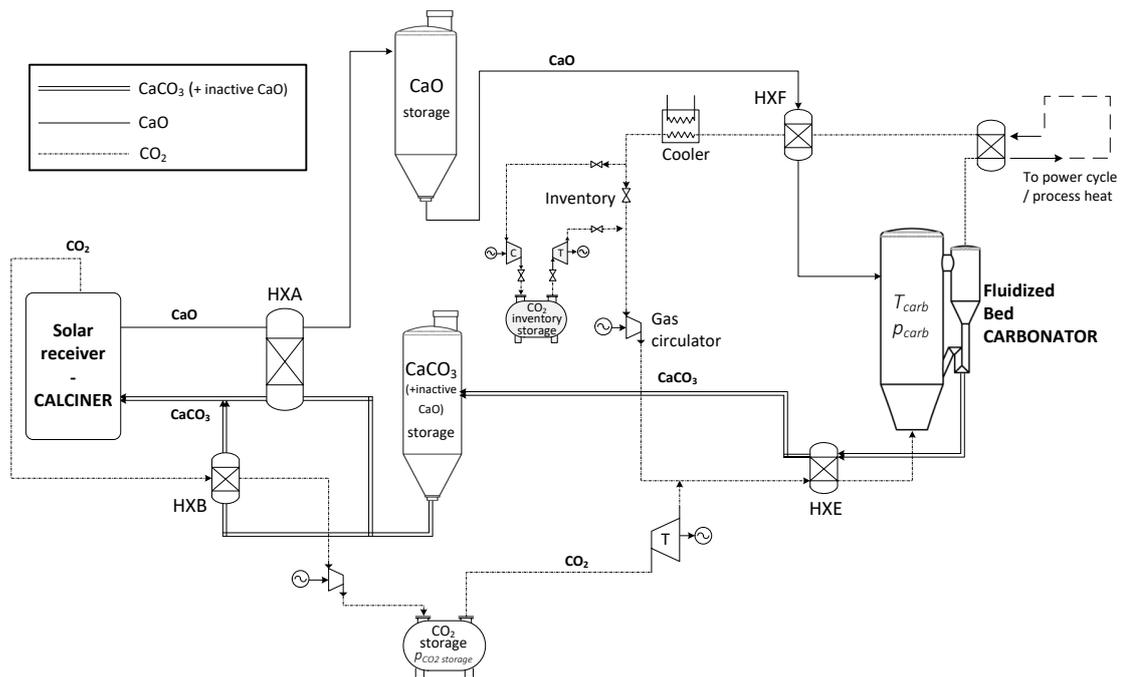


Figura 11 - Schema impiantistico progetto Socrates (ProjectWork SOCRATCES, 2018).

Dalla figura è possibile notare in alto a destra il ciclo di potenza per mezzo del quale il calore reso disponibile dal reattore a letto fluido della carbonizzazione viene processato e trasformato in energia elettrica.

Al fine di accoppiare il motore Stirling, oggetto di studio della seguente tesi, al sistema di accumulo del progetto Socrates per il calcolo della producibilità elettrica, è stato applicato, nel paragrafo successivo, ad un motore Stirling reale presente sul mercato, il Solo V161, un modello reale che prende spunto dal modello adiabatico ideale considerando perdite termiche e fluidodinamiche presenti durante il normale funzionamento del motore.

MODELLO STIRLING ADIABATICO-REALE APPLICATO ALLA VALUTAZIONE DELLE PERFORMANCE DEL MOTORE SOLO V161

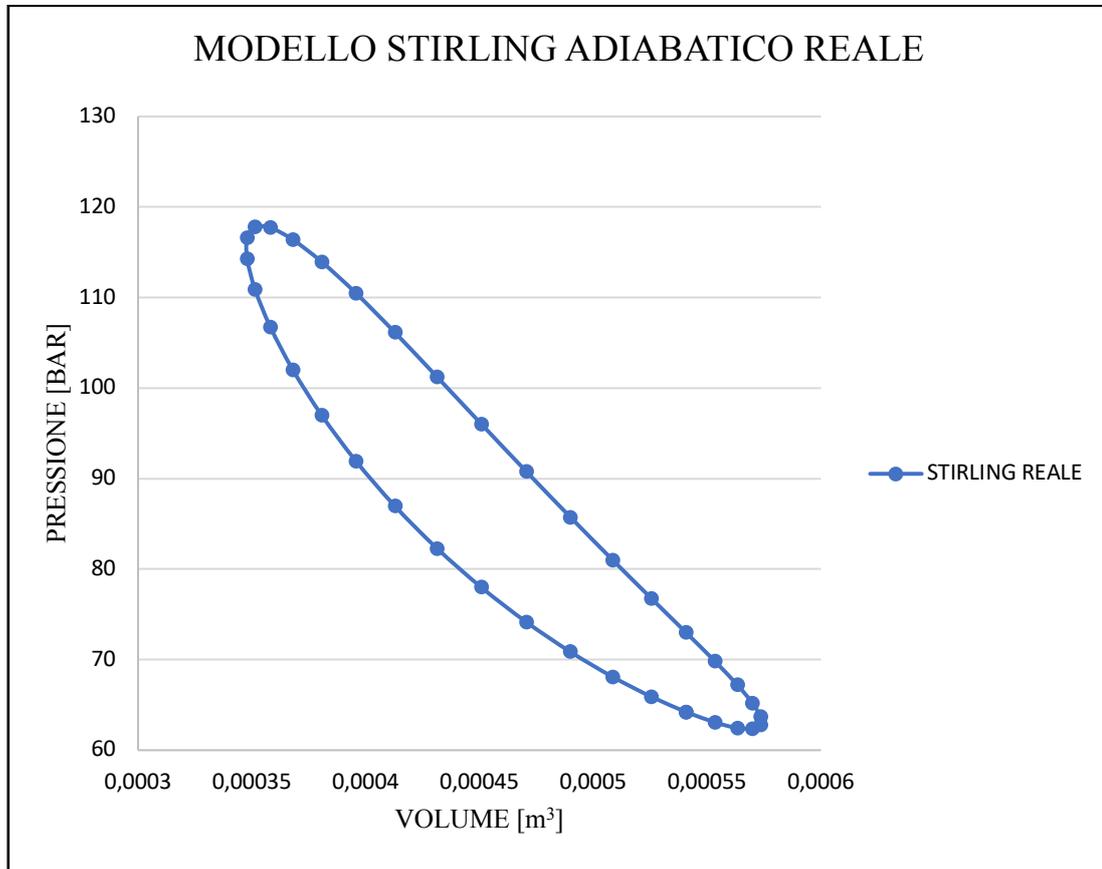
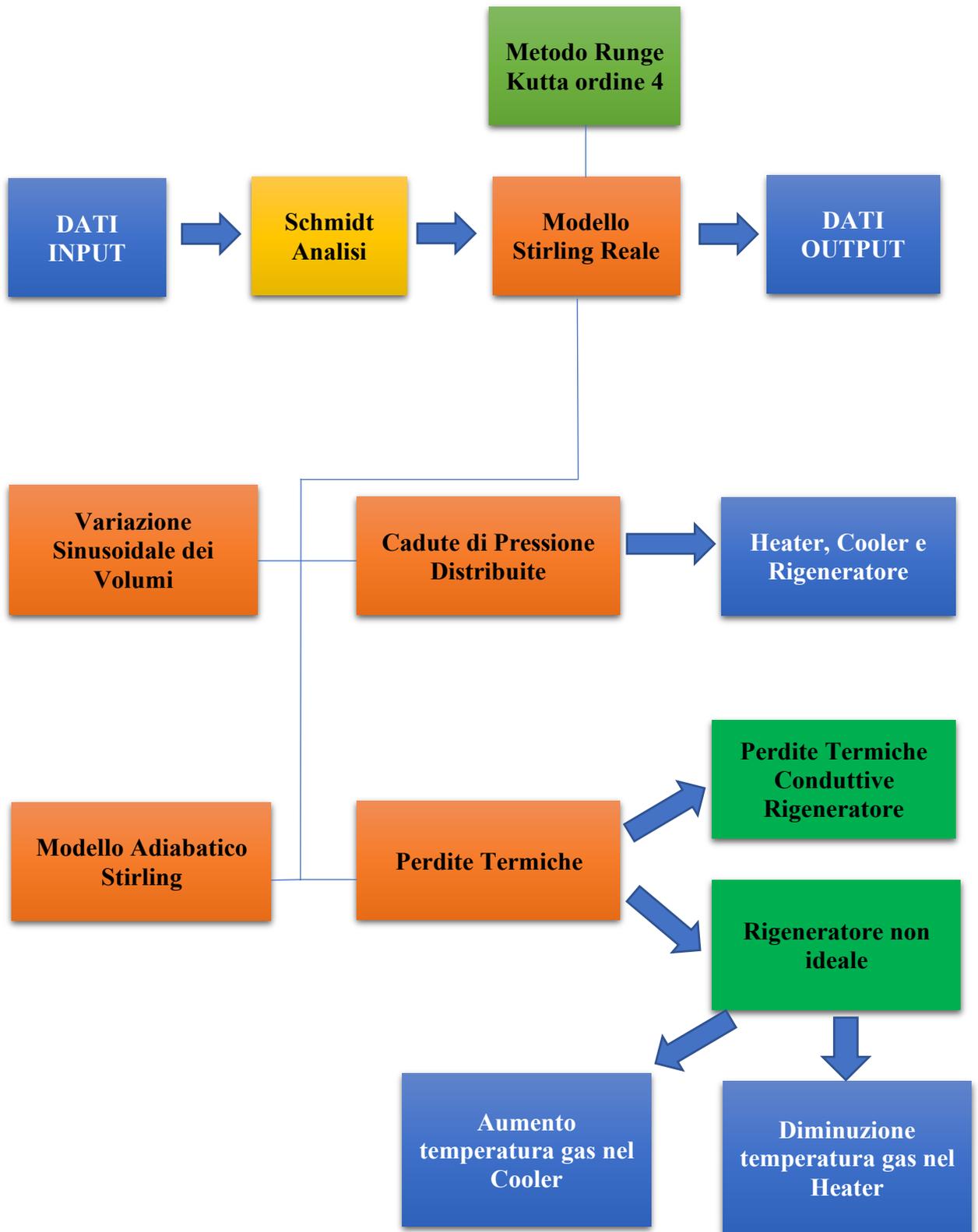


Figura 12 - Grafico p-v ciclo Stirling adiabatico reale.

Il modello adiabatico reale che si sviluppa in questo capitolo è il modello finale per mezzo del quale è possibile la valutazione della performance reali del motore Stirling e la successiva analisi di sensitività, considerando perdite termiche e fluidodinamiche.

Le equazioni del modello adiabatico, elencate precedentemente, vengono accoppiate ad equazioni che tengono conto del comportamento non ideale del rigeneratore (perdite termiche) e delle cadute di pressione distribuite all'interno degli scambiatori (perdite fluidodinamiche) che devono essere sopperite con parte della potenza prodotta dall'espansore del motore.

Per rendere chiara la comprensione della procedura di analisi del modello del motore Stirling è stato introdotto nella pagina seguente uno schema nel quale sono elencati tutti gli elementi utili al fine di elaborare i dati di input del motore, arrivando a stimare i dati di output (Ana C. Ferreira et. Al. , 2017) .



I dati di input del sistema sono la pressione media a cui si vuole far lavorare il motore, le temperature della risorsa fredda e calda a disposizione, la geometria degli scambiatori impiegati, il volume di compressione ed espansione e il tipo di variazione che subiscono durante la rotazione dell'albero, la scelta di gas presente all'interno del motore e la velocità di rotazione a cui il motore stesso è sottoposto.

Una volta impostati i dati di input, la pressione media dell'impianto, per mezzo della Schmidt analisi ed una funzione polinomiale correttiva, permette il calcolo della massa totale presente nel motore, dato che deve necessariamente essere introdotto nel modello adiabatico ideale.

Al modello adiabatico ideale, come detto in precedenza, vengono aggiunte equazioni che tengono in considerazione le perdite termiche e le cadute di pressione del motore che incideranno sui dati di output in quanto essere fenomeni che fanno variare le grandezze termodinamiche del sistema.

Il metodo computazionale impiegato è il Runge-Kutta di ordine 4, metodo utile alla risoluzione delle equazioni non lineari che compongono il modello.

Una volta conclusa la fase di calcolo del modello reale si ottengono i dati di output che risulteranno necessari al fine di svolgere successivamente l'analisi di sensitività.

I principali dati di output sono:

- La potenza netta estraibile all'albero prodotta dall'espansore;
- La potenza termica richiesta dal motore per il suo funzionamento, ovvero la potenza ceduta al motore dalla risorsa calda;
- La potenza termica estratta dal cooler, ovvero la risorsa fredda del sistema;
- La potenza meccanica persa di pompaggio che deve essere sopperita da quella prodotta dall'espansore generata dalle cadute di pressione nel sistema;
- Le perdite termiche legate al comportamento non ideale del rigeneratore;
- L'efficienza del motore calcolata come il rapporto tra la potenza netta estraibile all'albero prodotta dall'espansore e la potenza termica richiesta dal motore messa a disposizione dalla risorsa calda.

DATI DI INPUT DEGLI SCAMBIATORI DI CALORE E DEL MOTORE SOLO V161

Nel seguito vi sono elencati i principali dati di progetto riguardanti gli scambiatori di calore (Ana C. Ferreira et. Al., 2017) e quelli inerenti al motore SOLO V161 impiegati per lo svolgimento della simulazione numerica (E.D. Rogdakis et. Al. , 2012).

Tabella 1 - Dati di targa motore SOLOV161 e scambiatori.

Dati Scambiatori di Calore	
Rigeneratore (di tipo tubolare con matrice interna)	
Diametro interno	46 mm
Diametro esterno	48 mm
Lunghezza rigeneratore	60 mm
Porosità Matrice	0.7
Diametro matrice metallica dwire	0.3 mm
Volume rigeneratore	69.8 cc
Heater (aggregato di tubi lisci)	
Diametro interno	3 mm
Lunghezza heater	150 mm
Numero di tubi	80
Volume heater	84.8 cc
Temperatura risorsa calda	1123.15 K
Cooler (gruppo di tubi lisci disposti in parallelo)	
Diametro interno	3 mm
Lunghezza Cooler	100 mm
Numero di tubi	150
Volume Cooler	106.0 cc
Temperatura risorsa fredda	303.15 K

Dati Motore Stirling	
Modello Motore	Solo V161 tipo Alpha
Variazione Volumi Motore	Sinusoidale
Volume spazzato del cilindro	160 cc
Volume spazio morto cilindro	20 cc
Pressione massima di esercizio	150 bar
Pressione media di esercizio	80 bar
Velocità di Rotazione	1500 rpm
Gas impiegato nel Motore	Elio

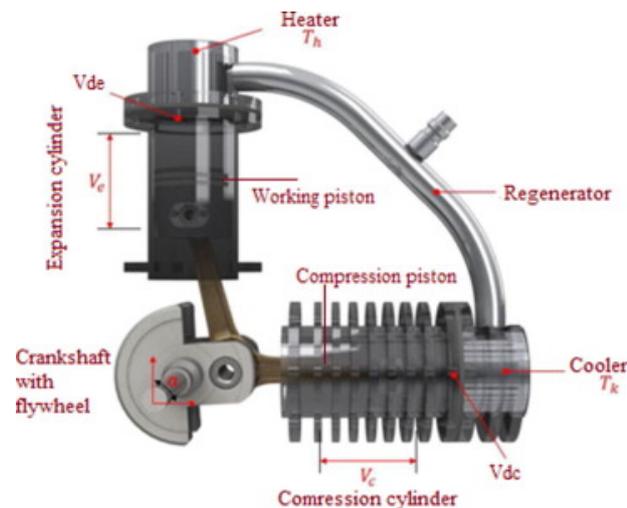


Figura 13 - Motore Stirling SOLOV161

GEOMETRIA DEGLI SCAMBIATORI

Rigeneratore

Il rigeneratore impiegato è di tipo tubolare composto da una matrice metallica al suo interno in grado di aumentare lo scambio termico tra il flusso di gas caldo e freddo.

Le principali grandezze geometriche del rigeneratore, calcolate prima dell'avvio della simulazione del modello Stirling, sono:

- Diametro idraulico del rigeneratore:

$$d_r = \frac{d_{wire} P_{matrice}}{(1 - P_{matrice})}$$

dove

d_{wire} = diametro del filamento della matrice del rigeneratore, dato richiesto in input per avviare la simulazione di calcolo;

$P_{matrice}$ = porosità della matrice del rigeneratore che risulta essere anche esso un dato di input richiesto per la simulazione.

- Area della matrice metallica:

$$A_{matrice} = \pi \frac{d_{int,r}^2}{4}$$

- Area della sezione del tubo che forma il rigeneratore:

$$A_r = A_{matrice} P_{matrice}$$

- Area della parete del rigeneratore, importante per la valutazione della perdita conduttiva di calore:

$$A_{w,r} = \pi \frac{(d_{est,r}^2 - d_{int,r}^2)}{4}$$

- Volume Rigeneratore:

$$V_r = A_r l_r$$

- Area di scambio termico gas-parete rigeneratore

$$A_{wg,r} = 4 \frac{V_r}{d_r} + A_{wg,r0}$$

dove $A_{wg,r0}$ corrisponde alla superficie di scambio termico del rigeneratore se non ci dovesse essere la presenza della matrice metallica al suo interno e si calcola con la seguente formula:

$$A_{wg,r0} = \pi d_{r,int} l_r$$

Heater

L'heater impiegato è composto da un aggregato di 80 tubi lisci in grado di riscaldare, per mezzo di una risorsa calda (energia termica generata dal reattore di carbonizzazione dell'impianto SOCRATCES descritto in precedenza) a 1123,15 K, il gas del motore Stirling. Le principali grandezze geometriche del heater, calcolate prima dell'avvio della simulazione del modello Stirling, sono:

- Diametro idraulico heater che corrisponde al diametro interno dei tubi di sezione circolare che formano l'heater stesso:

$$d_h = d_{int,h}$$

con:

$d_h =$ diametro idraulico del heater;

$d_{int,h} =$ diametro interno del tubo circolare del heater.

- Area della sezione circolare dei tubi che formano l'heater:

$$A_h = n_h \pi \frac{d_h^2}{4}$$

$$A_{wg,h} = n_h \pi d_h l_h$$

con l_h rappresentante la lunghezza di ciascun tubo che forma l'heater.

- Volume totale heater:

$$V_h = A_h l_h$$

Cooler

Il cooler impiegato è composto da un fascio di 150 tubi lisci disposti in parallelo per mezzo dei quali la risorsa fredda a 303,15 K è in grado di raffreddare il gas presente all'interno del motore.

Le principali grandezze geometriche del cooler, calcolate prima dell'avvio della simulazione del modello Stirling, sono:

- Diametro idraulico cooler che corrisponde al diametro interno dei tubi di sezione circolare che formano il cooler stesso:

$$d_k = d_{int,k}$$

con:

d_k = diametro idraulico del cooler;

$d_{int,k}$ = diametro interno del tubo circolare del cooler

- Area della sezione circolare dei tubi che formano il cooler:

$$A_k = n_k \pi \frac{d_k^2}{4}$$

dove:

n_k = numero di tubi che formano il cooler.

- Area di scambio termico gas-parete cooler:

$$A_{wg,k} = n_k \pi d_k l_k$$

con l_k rappresentante la lunghezza di ciascun tubo che forma il cooler.

- Volume totale cooler:

$$V_k = A_k l_k$$

VARIAZIONE SINUSOIDALE DEI VOLUMI DI COMPRESSIONE ED ESPANSIONE

Al fine di studiare e calcolare le performance del motore Stirling in analisi, è stato reso necessario per la computazione affiancare al modello prescelto per la simulazione la variazione sinusoidale del volume di compressione ed espansione in funzione dell'angolo di rotazione del motore, θ (Israel Urieli, 2018).

In questo studio è stata analizzata la più semplice configurazione di un motore Stirling, il tipo alfa, nel quale i due pistoni presenti sono indipendenti l'uno dall'altro; il pistone di espansione incide solo sulla variazione dello spazio di espansione V_e , mentre il pistone di compressione incide solo sulla variazione dello spazio di compressione V_c .

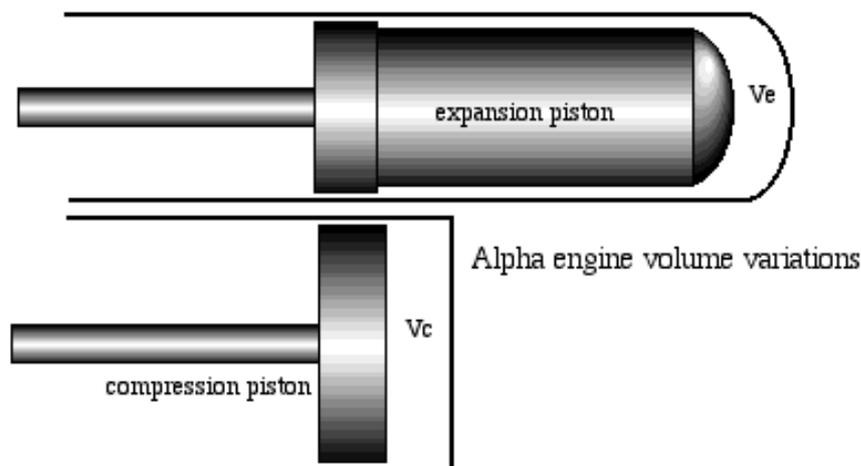


Figura 14 - Sezione di espansione e compressione motore Stirling (Israel Urieli, 2018).

La variazione volumica sinusoidale della compressione ed espansione segue le seguenti equazioni:

- $V_c = V_{clc} + V_{swc} \frac{(1+\cos \theta)}{2}$
- $V_e = V_{cle} + V_{swe} \frac{(1+\cos(\theta+\alpha))}{2}$

dove:

- V_{clc} e V_{cle} sono rispettivamente i volumi di spazio morto del cilindro di compressione e di quello di espansione;
- V_{swc} e V_{swe} sono i volumi spazzati dai pistoni nel cilindro di compressione e in quello di espansione;
- θ è l'angolo di rotazione del motore;

- α è un angolo rappresentante l'anticipo della fase di espansione rispetto alla fase di compressione, nella nostra analisi è stato preso costante e pari a $\frac{\pi}{2}$ radianti.

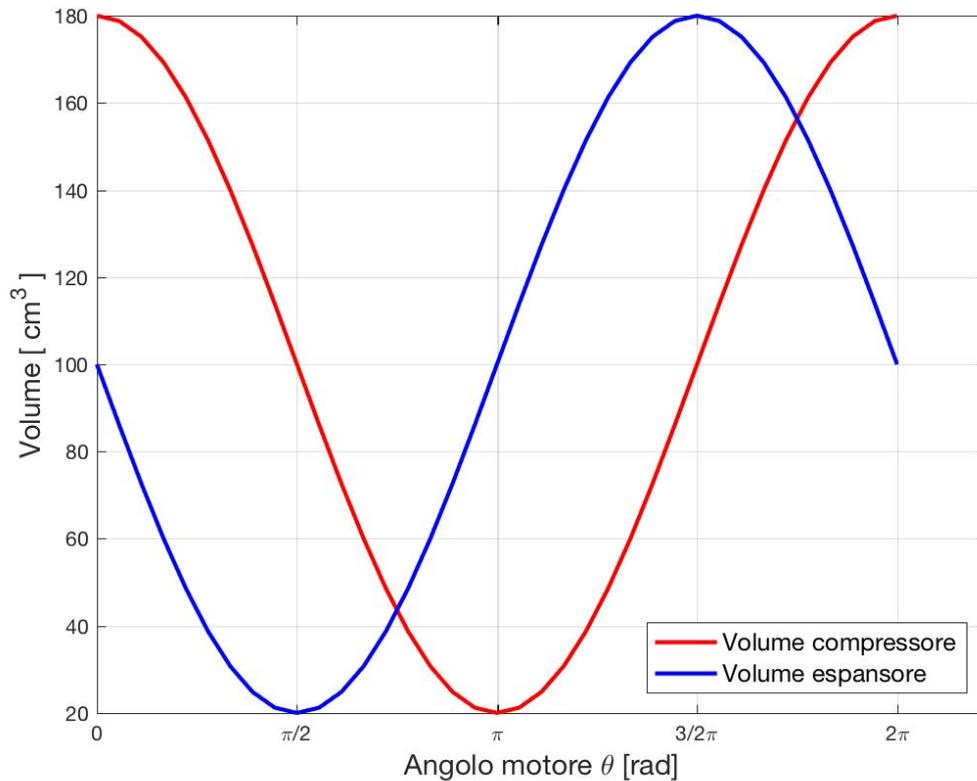


Figura 15 - Variazione volumica sezione di compressione ed espansione al variare dell'angolo di rotazione.

La rappresentazione grafica dei volumi di espansione e compressione al variare dell'angolo di rotazione del motore mostra come l'andamento sinusoidale di entrambe le curve sia simile; l'unica differenza è l'anticipo di fase di $\frac{\pi}{2}$ radianti con la quale l'espansore raggiunge i picchi di massima e minima cilindrata.

Il valore minimo di cilindrata raggiunto lungo tutto il periodo di rotazione del motore, sia per quanto riguarda la curva dell'espansore sia per quella del compressore è diverso da zero ed è pari a 20 cm^3 , ovvero il valore del volume di spazio morto di entrambi i cilindri.

SCHMIDT ANALISI

L'analisi di Schmidt consiste in una elaborazione di equazioni con soluzioni in forma chiusa che permette, prima dell'avvio della simulazione di calcolo del modello trattato in questa tesi, il calcolo della massa totale di gas presente all'interno del motore Stirling avendo come dato di input la pressione media di funzionamento che si vuole imporre al motore stesso (Israel Urieli, 2018).

L'analisi di Schmidt, per essere impiegata, necessita tre condizioni:

- condizione di isotermità tra sezione di compressione e cooler e sezione di heater ed espansione:
 - $T_c = T_k$
 - $T_e = T_h$
- un motore Stirling Alpha type;
- variazione sinusoidale dei volumi di compressione ed espansione.

Al fine di ottenere le equazioni che leghino la pressione media dell'impianto e la massa totale di gas presente nel motore, è necessario ricorrere a tre equazioni:

- $V_c = V_{clc} + V_{swc} \frac{(1+\cos\theta)}{2}$
- $V_e = V_{cle} + V_{swe} \frac{(1+\cos(\theta+\alpha))}{2}$
- $p = \frac{M R}{\left(\frac{V_c + V_k}{T_k} + \frac{V_r \ln\left(\frac{T_h}{T_k}\right)}{T_h - T_k} + \frac{V_h + V_e}{T_h} \right)}$

Le prime due corrispondono alla variazione sinusoidale vista in precedenza mentre la terza equazione rappresenta la legge dei gas perfetti tenendo conto della condizione di isotermità della sezione del compressore e dell'espansore che risultano essere, nelle condizioni iniziali, alla stessa temperatura rispettivamente del cooler e dell'heater, come specificato in precedenza.

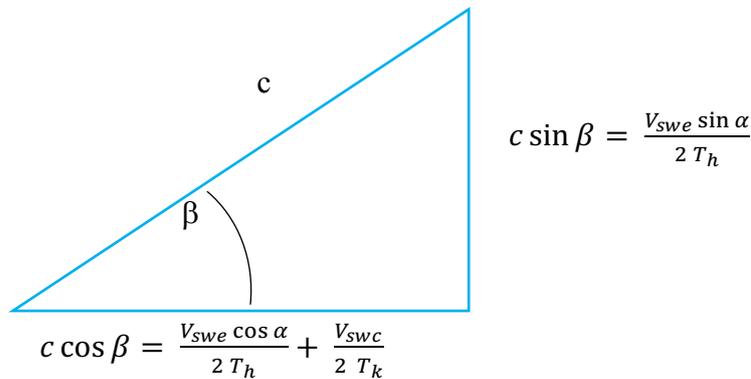
Sostituendo le equazioni della variazione dei volumi di compressione ed espansione alla legge dei gas perfetti si ottiene la seguente formula:

$$p = \frac{M R}{\left[s + \left(\frac{V_{swe} \cos \alpha}{2 T_h} + \frac{V_{swc}}{2 T_k} \right) \cos \theta - \left(\frac{V_{swe} \sin \alpha}{2 T_h} \right) \sin \theta \right]}$$

dove la variabile s vale:

$$s = \left[\frac{V_{swc}}{2 T_k} + \frac{V_{clc}}{T_k} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r \ln \left(\frac{T_h}{T_k} \right)}{(T_h - T_k)} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_{swe}}{2 T_h} + \frac{V_{cle}}{T_h} \right]$$

Al fine di semplificare l'equazione della pressione è possibile eseguire una sostituzione trigonometrica di un parametro angolare β ed un valore c definiti nello schema sottostante:



E' possibile ricavare sia il valore angolare β sia il valore in modulo del segmento c con le seguenti formulazioni:

- $\beta = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{V_{swe} \sin \alpha}{T_h}}{\frac{V_{swe} \cos \alpha}{T_h} + \frac{V_{swc}}{T_k}} \right)$
- $c = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{V_{swe}}{T_h} \right)^2 + 2 \frac{V_{swe}}{T_h} \frac{V_{swc}}{T_k} \cos \alpha + \left(\frac{V_{swc}}{T_k} \right)^2}$

Andando a sostituire questi parametri trigonometrici all'equazione della pressione e semplificando quest'ultima si ottiene:

$$p = \frac{M R}{s (1 + b \cos \phi)}$$

dove

- $\phi = \theta + \beta$
- $b = \frac{c}{s}$

Al fine di ottenere la pressione media lungo tutto il ciclo di rotazione del motore, è necessaria una media integrale della pressione stessa con dominio di integrazione gli angoli di inizio e fine rotazione, rispettivamente 0 e 2π radianti.

$$p_{media} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p \, d\phi$$

Sostituendo p l'integrale diventa:

$$p_{media} = \frac{M R}{2\pi s} \int_0^{2\pi} \frac{1}{1 + b \cos \phi} \, d\phi$$

Per mezzo delle tabelle degli integrali, la scrittura del risultato dell'integrale della pressione media si riduce a:

$$p_{media} = \frac{M R}{(s \sqrt{1 - b^2})}$$

Infine il passaggio finale consiste nel eseguire la formula inversa ottenendo la massa totale di gas presente nel motore, corrispondente alla pressione media che viene imposta come dato in input:

$$M = \frac{p_{media}(s \sqrt{1 - b^2})}{R}$$

La massa di gas trovata è un dato molto importante in quanto, essendo il motore Stirling un sistema chiuso, non cambia con l'avanzamento della simulazione e con la variazione delle grandezze termodinamiche.

Malgrado la condizione iniziale di isotermità delle sezioni cooler-compressore e heater-espansore non sia errata, il valore della massa, ricavato per mezzo dell'analisi di Schmidt e successivamente introdotto nel modello reale del motore Stirling, porta ad avere un valore di pressione media superiore di circa 6 bar rispetto a quella imposta come dato input nella Schmidt analisi, come mostrato nel grafico sottostante.

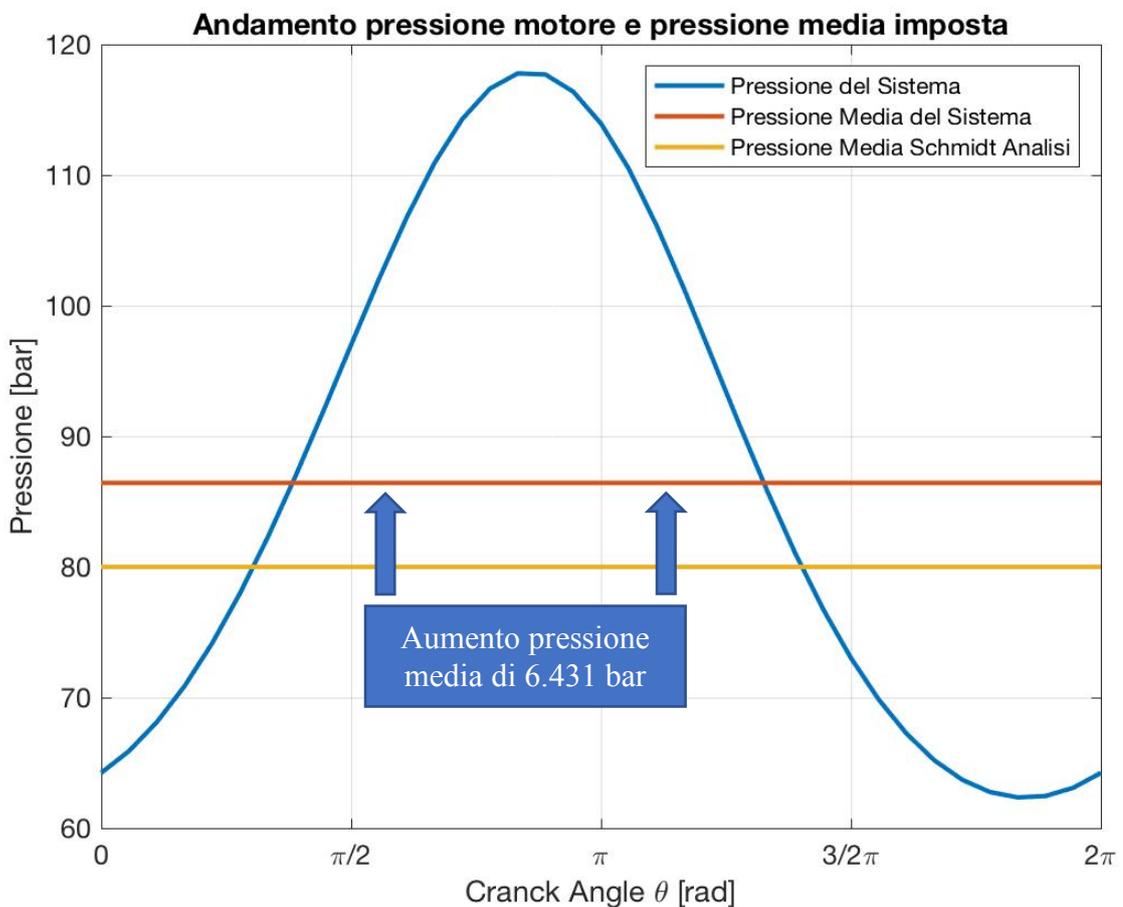


Figura 16 - Andamento pressione della Schmidt Analisi in funzione dell'angolo di rotazione.

L'aumento della pressione media del motore rispetto a quella imposta in input è dovuto alla condizione di adiabaticità a cui sono sottoposte le sezioni del compressore e dell'espansore nel momento successivo alla condizione iniziale che si discosta dalla condizione di isotermità su cui si basa la Schmidt analisi; questo provoca una variazione delle temperature che differiscono da quelle iniziali.

La temperatura del gas nel compressore varia passando da una iniziale pari a quella del cooler ad una maggiore in quanto il compressore stesso tende a scaldare il gas in fase di compressione adiabatica, mentre nell'espansore il gas passa da una temperatura pari a quella dell'heater, in condizioni iniziali, ad una inferiore dovuto alla fase di espansione adiabatica.

In conclusione si può affermare che l'introduzione dell'analisi di Schmidt, prima della simulazione computazionale del modello reale al fine di semplificare il modello stesso, è ragionevole a patto di correggere l'aumento che si verifica della pressione media del motore che non corrisponde a quella imposta come dato di input.

FUNZIONE POLINOMIALE CORRETTIVA DELLA PRESSIONE MEDIA

Al fine di far combaciare la pressione in input con la pressione media del sistema e quindi cercare di legare il modello isoterma della Schmidt analisi e il modello reale del motore Stirling, è stata introdotta una funzione polinomiale cubica.

La funzione è in grado di rilevare, a seconda della pressione in input che si desidera, la quantità, espressa in bar, che deve essere sottratta a quest'ultima al fine di far combaciare la pressione media del modello reale del motore con quella richiesta in input.

$$P_{media,input\ tarata} = P_{media,input} - \Delta p$$

La pressione media di input tarata ci permette tramite l'analisi di Schmidt di trovare la massa del gas presente nel motore e con essa si può ottenere, tramite la simulazione del modello reale del motore Stirling la seguente condizione:

$$P_{media,input} = P_{media, modello\ reale\ Stirling}$$

La funzione polinomiale che ci permette la taratura della pressione ha delle restrizioni termodinamiche in quanto essere valida per una temperatura dell'heater pari a 1123,15 K e una temperatura del cooler pari a 303,15 K (condizioni degli scambiatori del motore Stirling del modello reale trattato in questa tesi) e restrizioni riguardo le condizioni di funzionamento del motore come il numero di giri e la sua cilindrata. Questo è dovuto al fatto che pressione, temperatura, numero di giri, cilindrata sono grandezze che dipendono l'una dall'altra, legate dalle equazioni del modello adiabatico reale descritto in precedenza.

Un ulteriore parametro che è stato fissato per la ricerca della funzione polinomiale di taratura della pressione, oltre alle temperature, è il numero di giri a cui lavora il motore Stirling, impostato pari a 1500 rpm e la cilindrata del motore stesso in quanto anche i volumi di compressione ed espansione incidono sulla variazione delle temperature nella sezione di compressione ed espansione.

La ricerca di questa funzione è di tipo iterativo ed è effettuata seguendo questo procedimento:

- Impostazione pressione media di input;
- Ricerca Δp tale che la pressione media del modello reale combaci con la pressione media di input;

- Formazione punti della funzione con variabile dipendente i valori di Δp e con variabile indipendente i valori di pressione media di input;
- Ricerca polinomio cubico al fine di interpolare i punti trovati.

Eseguita questa ricerca iterativa per diversi valori di pressione è stato possibile ottenere la seguente tabella:

Tabella 2- Valori di taratura delle varie pressioni imposte

PRESSIONE MEDIA INPUT [bar]	Δp [bar]	PRESSIONE MEDIA INPUT TARATA [bar]	PRESSIONE MEDIA MODELLO REALE [bar]
30	1,387	28,61	30
40	2,165	37,835	40
50	3,041	46,959	50
60	4,004	55,996	60
80	6,195	73,805	80

Prendendo come variabile indipendente i valori della prima colonna e come variabile dipendente i valori della seconda colonna si è in grado di ricavare, tramite software di interpolazione, l'equazione della funzione incognita:

$$f(x, \text{condizioni funzionamento e conformazione motore}) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

dove i coefficienti polinomiali assumono i seguenti valori:

- $a_0 = -1.58692e - 4$
- $a_1 = 2.17051e - 2$
- $a_2 = 9.14904e - 4$
- $a_3 = -2.74578e - 6$

La funzione polinomiale cubica, nel caso della pressione si traduce in questo modo:

$$\begin{aligned} \Delta p (p_{media,INPUT}, T_h = 1123.15K, T_k = 303.15K, n. giri \\ = 1500 rpm, cilindrata expans. e compress.) \\ = a_0 + a_1 p_{media,INPUT} + a_2 p_{media,INPUT}^2 + a_3 p_{media,INPUT}^3 \end{aligned}$$

Il grafico sottostante mette in evidenza come la funzione polinomiale cubica (nel grafico rappresentata dalla curva verde) trovata in precedenza:

- si discosti dalla tendenza lineare, rappresentata dalla retta rossa tratteggiata;
- sia quasi coincidente alla curva creata dall'unione lineare dei 6 punti della tabella a pagina precedente (curva blu).

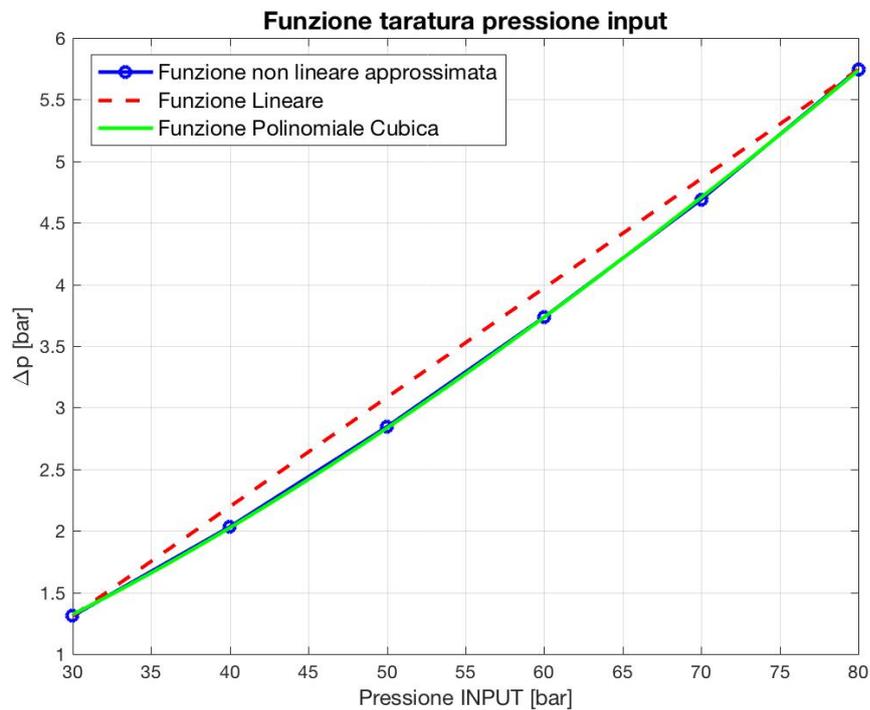


Figura 17 - Funzioni taratura pressione.

Una volta ottenuto il Δp è necessario sottrarlo al valore di pressione in input al fine di avere il valore di pressione media tarato.

Nel caso della simulazione del modello Stirling, è stato necessario calcolare il valore di $\Delta p = 6,195 \text{ bar}$ necessario alla taratura della pressione media in INPUT corrispondente a 80 bar:

$$p_{media,input \text{ tarata}} = 80 \text{ bar} - 6,195 \text{ bar} = 73,805 \text{ bar}$$

Impostando come valore di pressione nel modello Stirling reale il valore di pressione media tarata, si ottiene una pressione media del motore pari a 80 bar equivalente alla pressione imposta in fase di INPUT.

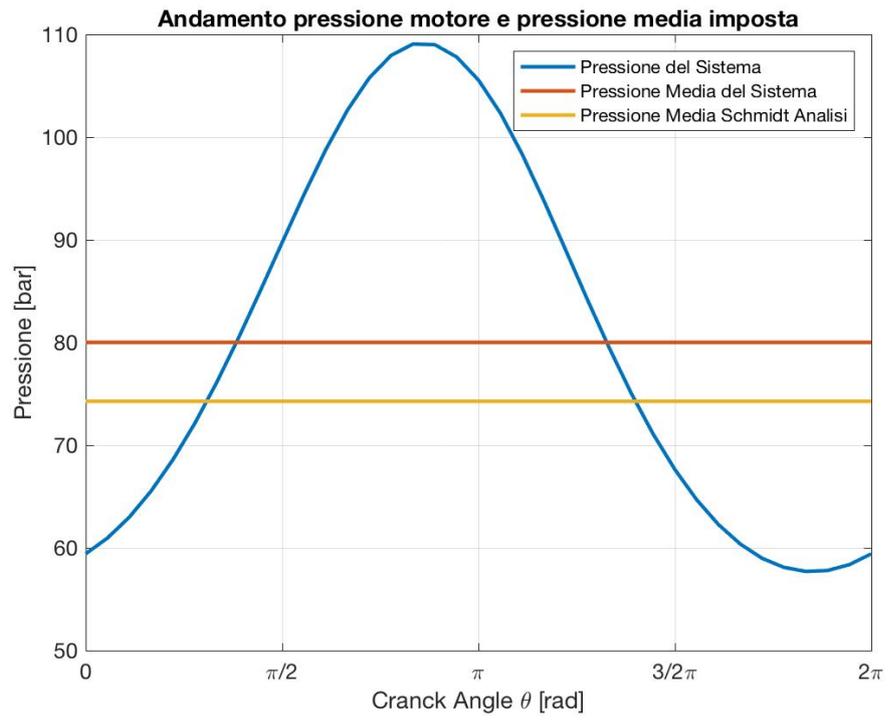


Figura 18 - Andamento pressione sistema e pressione media corretta.

CADUTE DI PRESSIONE DISTRIBUITE NEL MOTORE

L'integrazione al modello adiabatico del calcolo delle cadute di pressione distribuite lungo le sezioni di scambio termico del motore Stirling è una procedura necessaria al fine di ottenere dati in output che rispecchino condizioni di funzionamento prossime alla realtà.

Le cadute di pressione generatesi all'interno delle sezioni cooler, rigeneratore e heater creano perdite di lavoro utile prodotto dall'espansore; in altre parole le cadute di pressione assorbono lavoro all'espansore e questa quantità viene definita lavoro perso di pompaggio (Israel Urieli, 2018).

Per poter calcolare il lavoro perso di pompaggio è necessario calcolare le cadute di pressione ad ogni step angolare di rotazione i -esimo del motore (imposto pari a 10°) e successivamente integrare il prodotto delle cadute di pressione trovate con la variazione del volume dell'espansore allo step angolare corrispondente:

$$W_{loss} = \int_0^{2\pi} dp_i \left(\frac{dV_{e,i}}{d\theta} \right) d\theta$$

dove:

$$dp_i = \text{caduta di pressione totale allo step } i - \text{esimo} = dp_{k,i} + dp_{r,i} + dp_{h,i}$$

La formula suggerisce la procedura di calcolo da adottare in fase di computazione, ovvero calcolare separatamente i contributi i -esimi dei vari scambiatori e poi sommarli al fine di ottenere il valore dp_i .

Una volta ottenuti tutti dp_i si procede alla creazione di un vettore **dp** nel quale vengono salvati tutti i dp_i trovati; essendo lo step di rotazione di 10 gradi, si ha, per una rotazione completa di 360° , un vettore con 37 valori.

Il passaggio finale è il trasformare la formula integrale del lavoro perso di pompaggio in algebrica al fine di implementarla su Matlab; la soluzione si ottiene utilizzando un ciclo for per mezzo del quale è possibile sommare i lavori persi ad ogni step e trovare il lavoro perso totale:

Ipotizzando che nella condizione iniziale il lavoro perso assuma valore nullo si ottiene:

$$\text{c.i. } \{dwork(1) = 0\}$$

$$\text{for } i = 1:1:36$$

$$dwork(i + 1) = dwork(i) + d\theta dp_{i+1} \frac{dV_{e,i+1}}{d\theta}$$

end

Alla fine del calcolo iterativo si otterrà il lavoro totale perso di pompaggio dovuto alle cadute di pressione in un ciclo completo del motore.

Di seguito è spiegato il procedimento adottato al fine di valutare le cadute di pressione nelle varie sezioni di scambio termico ad ogni step angolare i-esimo.

Cadute di pressione sezione Cooler

Come prima cosa è necessario il calcolo della portata media areica dello step di rotazione i-esimo passante per il cooler:

$$g_{k,i} = \frac{(G_{ACK,i} + G_{AKR,i}) \Omega}{2A_k} = \left[\frac{Kg}{s m^2} \right]$$

dove:

- $G_{ACK,i}$ è la portata proveniente dalla sezione del compressore ed entrante nella sezione cooler espressa in $\left[\frac{Kg}{rad s} \right]$;
- $G_{AKR,i}$ è la portata uscente dalla sezione cooler ed entrante nella sezione del rigeneratore espressa in $\left[\frac{Kg}{rad s} \right]$;
- A_k è l'area totale del cooler espressa in $[m^2]$;
- Ω è la velocità angolare del motore considerata costante lungo l'intero ciclo del motore e calcolata come $\Omega = 2 \pi v$, dove con v si intende la frequenza del motore $\left[\frac{rad}{s} \right]$.

Ottenuta la portata media areica è possibile calcolare, noti il diametro di un tubo del cooler e la temperatura del gas presente nella sezione cooler, il numero di Reynolds, la viscosità

dinamica μ e il coefficiente di conducibilità termica k dell'elio presente nella sezione del cooler.

Per mezzo della relazione di Sutherland si ottiene la viscosità dinamica corrispondente alla temperatura del gas t :

$$\mu_{gas,k} = \mu_0 \frac{(t_0 + t_{suth})}{(t + t_{suth})} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{3}{2}}$$

dove:

- μ_0 è la viscosità dinamica in condizioni di temperatura pari a $t_0 = 273$ K;
- t_0 è la temperatura di riferimento espressa in Kelvin;
- t_{suth} è la temperatura di Sutherland espressa in Kelvin pari a 80 K;
- t è la temperatura del gas espressa in Kelvin di cui si vuole calcolare la viscosità dinamica.

Per quanto riguarda il calcolo della conducibilità termica del gas è stato assegnato a priori della simulazione numerica un valore costante sia del numero di Prandtl, pari a 0.71, sia del calore specifico dell'elio.

$$k_{gas} = \frac{c_{p,gas} \mu_{gas,k}}{Prandtl}$$

Il numero di Reynolds all' i -esimo step angolare è facilmente ottenibile avendo calcolato precedentemente sia la viscosità dinamica sia la portata areica di gas:

$$Re_i = \frac{|g_{k,i}| d_k}{\mu_{gas,k}}$$

In questa formula è stato preso in considerazione il modulo della portata areica perché il numero di Reynolds è sempre positivo e indipendente dalla direzione del flusso del gas e il diametro idraulico dei tubi che formano il cooler valutato nel capitolo “geometria degli scambiatori”.

Una volta ottenuto il numero di Reynolds e ipotizzando un regime turbolento del getto è possibile calcolare il fattore di attrito f per mezzo della relazione di Blasius:

$$f = 0,0791 Re^{0,75}$$

Il passaggio finale è il calcolo della caduta di pressione dello step i-esimo essendo in possesso di tutti i dati necessari alla computazione.

Combinando la legge di Newton della viscosità, l'equazione che lega la forza di attrito e lo sforzo tangenziale e l'equazione del coefficiente di attrito si ottiene :

- $\tau = -\mu \frac{d u}{d z}$
- $F = \tau A_{wg}$ dove $A_{wg} = 4 \frac{V}{d}$
- $C_f = \frac{\tau}{\frac{1}{2} \rho u^2}$ e $f = Re C_f$

Sostituendo τ , trovato nell'equazione del coefficiente di attrito, all'equazione della forza di attrito, si ottiene la forza di attrito in funzione del coefficiente di attrito C_f :

$$F = \frac{2 C_f \rho u^2 V}{d}$$

Considerando una condizione quasi stazionaria del flusso di gas all'interno del motore, la forza di attrito è pari e opposta al prodotto tra la caduta di pressione e la sezione trasversale del flusso di gas :

$$F + \Delta p A = 0$$

Sostituendo l'equazione della forza di attrito trovata in precedente in quest'ultima equazione si ottiene la seguente espressione:

$$\Delta p_{k,i} = \frac{2 f \mu_{gas,k} V_k g_{k,i} l_k}{M_{k,i} d_k^2}$$

Nella formula sono presenti due nuove grandezze che fanno variare le cadute di pressione a seconda del loro valore:

- l_k che corrisponde alla lunghezza del tubo dello scambiatore cooler;
- $M_{k,i}$ la quale indica la massa di elio presente nella sezione cooler allo step i-esimo che viene calcolato per mezzo delle equazioni del modello adiabatico precedentemente descritto.

Cadute di pressione sezione Heater

Il primo passaggio, come nel caso della sezione cooler, consiste nel calcolo della portata media areica dello step di rotazione i-esimo passante per la sezione del heater:

$$g_{h,i} = \frac{(G_{ARH,i} + G_{AHE,i}) \Omega}{2A_h} = \left[\frac{Kg}{s \, m^2} \right]$$

dove:

- $G_{ARH,i}$ è la portata proveniente dalla sezione del rigeneratore ed entrante nella sezione heater espressa in $\left[\frac{Kg}{rad \, s} \right]$;
- $G_{AHE,i}$ è la portata uscente dalla sezione del heater ed entrante nella sezione del espansore espressa in $\left[\frac{Kg}{rad \, s} \right]$;
- A_h è l'area totale del heater espressa in $[m^2]$;
- Ω è la velocità angolare del motore considerata costante lungo l'intero ciclo del motore e calcolata come $\Omega = 2 \pi \nu$, dove con ν si intende la frequenza del motore $\left[\frac{rad}{s} \right]$.

Come citato precedentemente, nota la temperatura del gas passante nella sezione del heater, è possibile stimare la viscosità dinamica del gas stesso, sempre per mezzo della relazione di Sutherland:

$$\mu_{gas,h} = \mu_0 \frac{(t_0 + t_{suth})}{(t + t_{suth})} \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{3}{2}}$$

in questo caso la t assume un valore in Kelvin pari alla temperatura del gas passante per la sezione heater.

Per quanto riguarda il calcolo della conducibilità termica e il numero di Reynolds si fa riferimento alle stesse assunzioni del paragrafo precedente con l'unica differenza che in questo caso prenderemo in considerazione il diametro idraulico del heater:

$$k_{gas,h} = \frac{c_{p,gas} \mu_{gas,h}}{Prandtl}$$

$$Re_i = \frac{|g_{h,i}| d_h}{\mu_{gas,h}}$$

Per quanto riguarda il calcolo del coefficiente di attrito nella sezione heater, anche in questo caso, si ipotizza un regime di moto del gas turbolento che segue la relazione di Blasius:

$$f = 0,0791 Re^{0,75}$$

La caduta di pressione allo step angolare i-esimo all'interno della sezione heater si ottiene, come nel caso del cooler, per mezzo della combinazione della legge di Newton della viscosità, l'equazione che lega la forza di attrito e lo sforzo tangenziale e l'equazione del coefficiente di attrito:

$$\Delta p_{h,i} = \frac{2 f \mu_{gas,h} V_h g_{h,i} l_h}{M_{h,i} d_h^2}$$

Si intuisce come la formula sia simile a quella del calcolo della caduta di pressione della sezione cooler diversificandosi solo per i pedici delle grandezze:

- l_h che corrisponde alla lunghezza del tubo dello scambiatore heater;
- $M_{h,i}$ la quale indica la massa di elio presente nella sezione heater allo step i-esimo che viene calcolato per mezzo delle equazioni del modello adiabatico precedentemente descritto;
- V_h corrispondente al volume totale del heater;
- d_h che indica il diametro idraulico di un singolo tubo del heater.

Cadute di pressione sezione Rigeneratore

Il calcolo della portata media areica, come per i casi del heater e del cooler, è il primo step per il calcolo della caduta di pressione i-esima all'interno della sezione del rigeneratore:

$$g_{r,i} = \frac{(G_{AKR,i} + G_{ARH,i}) \Omega}{2A_r} = \left[\frac{Kg}{s m^2} \right]$$

dove:

- $G_{AKR,i}$ è la portata proveniente dalla sezione del cooler ed entrante nel rigeneratore espressa in $\left[\frac{Kg}{rad s} \right]$;
- $G_{ARH,i}$ è la portata uscente dalla sezione del rigeneratore ed entrante nella sezione del heater espressa in $\left[\frac{Kg}{rad s} \right]$;
- A_r è l'area totale del rigeneratore espressa in $[m^2]$;
- Ω è la velocità angolare del motore considerata costante lungo l'intero ciclo del motore e calcolata come $\Omega = 2 \pi v$, dove con v si intende la frequenza del motore espressa in $\left[\frac{rad}{s} \right]$.

Nota la portata areica, si passa al calcolo della viscosità dinamica del gas nella sezione del rigeneratore, sempre con la formula di Sutherland vista per i due casi precedenti:

$$\mu_{gas,r} = \mu_0 \frac{(t_0 + t_{suth})}{(t + t_{suth})} \left(\frac{t}{t_0} \right)^{\frac{3}{2}}$$

in questo caso la t corrisponderà alla temperatura del gas nella sezione del rigeneratore pari alla temperatura media logaritmica espressa in Kelvin:

$$T_r = \frac{T_h - T_k}{\log \left(\frac{T_h}{T_k} \right)}$$

Una volta ottenuta la viscosità dinamica e noto il diametro idraulico del rigeneratore si procede al calcolo del numero di Reynolds dello step angolare i-esimo a cui la portata areica fa riferimento:

$$Re_i = \frac{|g_{r,i}| d_r}{\mu_{gas,r}}$$

Per quanto riguarda il coefficiente di attrito del rigeneratore si fa riferimento alla formula empirica seguente che tiene conto della presenza, all'interno del rigeneratore, della matrice metallica (Kays & London, 1955).

$$f = 54 + 1,43 Re^{0,78}$$

La caduta di pressione distribuita nel rigeneratore i-esimo viene calcolata con la seguente relazione:

$$\Delta p_{r,i} = \frac{2 f \mu_{gas,r} V_r g_{r,i} l_r}{M_{r,i} d_r^2}$$

La formula per il calcolo delle cadute di pressione nel rigeneratore è simile a quelle impiegate nei paragrafi precedenti distinguendosi solo per i pedici delle grandezze presenti:

- l_r che corrisponde alla lunghezza del rigeneratore, introdotta nel capitolo della geometria degli scambiatori;
- $M_{r,i}$ la quale indica la massa di elio presente nella sezione del rigeneratore allo step i-esimo che viene calcolato per mezzo delle equazioni del modello adiabatico precedentemente descritto;
- V_r corrispondente al volume totale del rigeneratore calcolato nel capitolo “geometria degli scambiatori”.

Di seguito vi è la rappresentazione grafica dell'andamento delle cadute di pressione di ogni scambiatore presente nel motore Stirling al variare dell'angolo di rotazione dell'albero del motore stesso.

Da come si può notare, le variazioni maggiori si hanno nel rigeneratore nel quale si raggiungono picchi di cadute di pressione di oltre 20000 Pa intorno al 135esimo grado di rotazione dell'albero motore.

Dal grafico è possibile notare come la sezione heater e cooler, rispetto al rigeneratore, abbiano cadute di pressione quasi nulle e trascurabili.

La causa della rilevante caduta di pressione all'interno tubo del rigeneratore è spiegabile con la presenza al suo interno della matrice metallica che crea ostacolo al flusso di gas di elio passante.

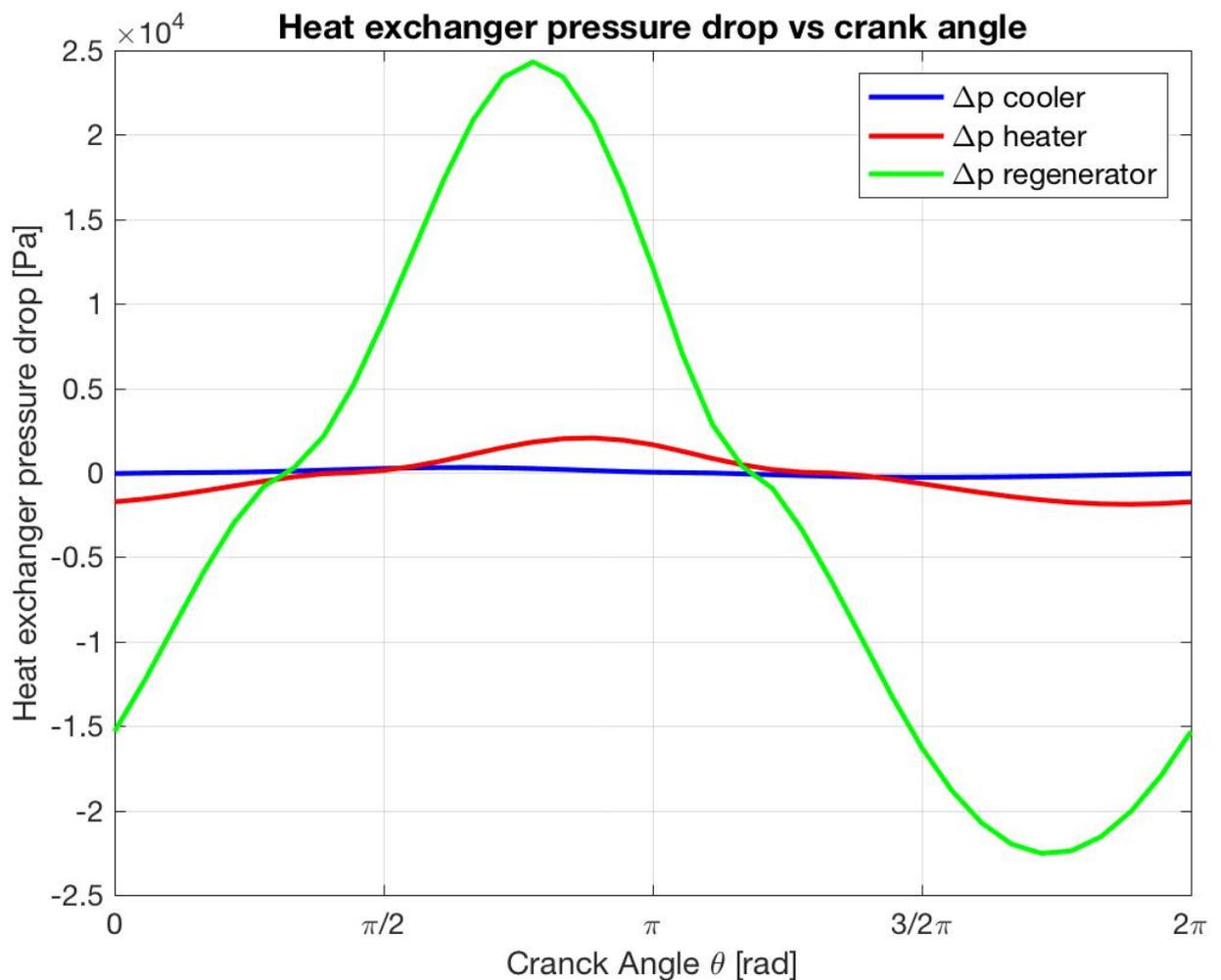


Figura 19 - Cadute di pressione al variare dell'angolo di rotazione del motore negli scambiatori del sistema.

PERDITE TERMICHE NELLA SEZIONE DEL RIGENERATORE

La valutazione delle perdite termiche nel motore è una implementazione computazionale ulteriore al fine di rispecchiare condizioni di funzionamento del motore prossime a quelle reali prendendo in considerazione la perdita termica conduttiva lungo la parete del rigeneratore e quella relativa all'efficacia reale del rigeneratore che ha come conseguenza la variazione della temperatura del gas nelle sezioni di cooler e heater (Israel Urieli, 2018).

Perdita termica conduttiva

Il considerare la perdita termica conduttiva nel modello consiste nel calcolo dell'energia termica persa dovuta all'interferenza termica della sezione cooler e heater che si verifica nel rigeneratore, frazione energetica a cui la risorsa calda dovrà sopperire.

La spiegazione di questo fenomeno sta nel fatto che il rigeneratore con le sue pareti non è in grado di isolare termicamente la sezione heater da quella del cooler e quindi la perdita termica conduttiva non è altro che la parte di energia termica messa a disposizione dalla risorsa calda che, anziché essere resa disponibile al riscaldamento del gas all'interno del motore, viene assorbita dalla risorsa fredda.

L'energia termica persa per conduzione lungo le pareti del rigeneratore è calcolabile per mezzo della seguente equazione:

$$Q_{w,r,loss} = C_{w,r} \frac{(T_{w,h} - T_{w,k})}{v} = \left[\frac{J}{ciclo} \right]$$

dove $C_{w,r}$ risulta essere la conduttanza delle pareti del rigeneratore calcolabile per mezzo della seguente formulazione:

$$C_{w,r} = k_{w,r} \frac{A_{w,r}}{l_r} = \left[\frac{W}{K} \right]$$

Al fine della semplificazione modellistica, si assume che le pareti siano di acciaio inossidabile e che il relativo coefficiente di conducibilità termica $k_{w,r}$ sia considerato costante e pari a $25 \frac{W}{m K}$ durante le normali condizioni di funzionamento del motore.

Il calcolo della potenza termica conduttiva si ottiene semplicemente moltiplicando l'energia persa al ciclo per la frequenza di rotazione del motore:

$$\dot{Q}_{w r, loss} = Q_{w r, loss} \nu = [W]$$

Perdita termica dovuto all'efficacia reale del rigeneratore

Durante questa analisi sono stati presi in considerazione grandezze calcolate nel paragrafo delle cadute di pressione:

- $g_{r,i}$ = portata areica corrispondente all' i – esimo step angolare;
- $\mu_{gas,r}$ =
viscosità dinamica gas a temperatura pari a quella del rigeneratore T_r ;
- Re_i = numero di Reynolds all' i –
esimo step angolare di rotazione del motore.

Una volta ottenuti tutti e 36 numeri di Reynolds, si procede stimando un numero di Reynolds medio:

$$\overline{Re} = \frac{\sum_{i=1}^{36} Re_i}{36}$$

Con il numero di Reynolds medio si passa al calcolo del numero di Stanton tenendo in considerazione che il numero di Prandtl sia costante e pari a 0.71, ipotesi fatta nei precedenti capitoli:

$$St = \frac{0,46 \overline{Re}^{-0,4}}{Prandtl}$$

Il numero di Stanton è un numero adimensionato che rappresenta il rapporto tra il flusso termico che si realizza ad un'interfaccia e il flusso convettivo di energia termica. Esso è necessario al fine di calcolare il NTU, ovvero il Number of Transfer Unit:

$$NTU = St \frac{A_{wg,r}}{2 A_r}$$

L' NTU è un valore adimensionato in grado di valutare, con le opportune ipotesi di calcolo, l'efficacia di uno scambiatore.

Ipotizzando che:

- nel rigeneratore vi sia un flusso controcorrente tra il gas caldo e quello freddo;

- il rapporto tra la capacità massima e minima chiamato rapporto di capacità CR sia uguale a 1;

Si arriva a formulare la seguente equazione per la valutazione dell'efficacia del rigeneratore:

$$\varepsilon = \frac{NTU}{NTU + 1}$$

Una volta ottenuta l'efficacia del rigeneratore si procede con l'ultimo passaggio che consiste nel calcolare le perdite termiche del rigeneratore, ovvero la frazione di calore che il rigeneratore non è in grado di recuperare.

Per questa procedura si tiene conto del massimo e del minimo valore di energia termica scambiata dal rigeneratore lungo tutto il ciclo di rotazione del motore:

$$Q_{r,loss} = (1 - \varepsilon) (Q_{r,max} - Q_{r,min}) = \left[\frac{J}{ciclo} \right]$$

dove:

- $(1 - \varepsilon)$ corrisponde all'inefficienza del rigeneratore;
- $Q_{r,max}$ è il calore massimo recuperato dal rigeneratore lungo tutto il ciclo di rotazione del motore;
- $Q_{r,min}$ è il calore minimo recuperato dal rigeneratore lungo tutto il ciclo di rotazione del motore.

I valori di massimo e di minimo calore recuperato dal rigeneratore si valutano all'interno del vettore Q_r calcolato per mezzo del modello adiabatico precedentemente spiegato.

La potenza termica persa non recuperata durante l'intero ciclo di rotazione è calcolabile per mezzo della frequenza di rotazione del motore ν mantenuta ad un valore costante pari a 25 Hz:

$$\dot{Q}_{r,loss} = Q_{r,loss} \nu = [W]$$

Questa potenza che il rigeneratore, in quanto reale, non riesce a recuperare incide in maniera molto rilevante sulla computazione della temperatura del gas nelle sezioni di heater e cooler.

VALUTAZIONE TEMPERATURA DEL GAS NELL'HEATER

Al fine di procedere alla valutazione della temperatura del gas nella sezione heater, è importante sottolineare le tipologie di scambio termico tra il gas nel motore e l'heater, ovvero uno scambio conduttivo di energia termica messa a disposizione dalla risorsa calda e uno scambio convettivo tra il gas e le pareti della sezione heater .

La procedura per il calcolo della temperatura del gas nell'heater inizia con il ricavare il coefficiente di scambio termico convettivo con i seguenti dati:

- Il numero di Reynolds medio trovato facendo la media aritmetica dei valori di ogni singolo step angolare i-esimo:

$$\overline{Re} = \frac{\sum_{i=1}^{36} Re_i}{36}$$

- Il valore di viscosità dinamica associato al numero di Reynolds medio;
- Il diametro idraulico dell'heater, noto dal paragrafo riguardante la geometria degli scambiatori;
- Il coefficiente di attrito, calcolato nella sezione delle cadute di pressione;
- Il calore specifico dell'elio preso costante e pari a $5181 \left[\frac{J}{Kg K} \right]$;
- Il numero di Prandtl, come detto nei precedenti capitoli, è di valore costante e pari a 0.71

La formula impiegata per il calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo è la seguente:

$$h = \frac{f \mu_h c_p}{2 d_h Prandtl}$$

Una volta noto il valore di h , è sufficiente fare un bilancio energetico all'interno della sezione heater tenendo conto della potenza termica fornita al gas dalla risorsa calda, di quella che non riesce ad essere trasmessa al rigeneratore a causa del comportamento reale di quest'ultimo e dallo scambio termico convettivo tra il gas e la parete dell'heater stesso:

$$T_{g,h} = T_{w,h} - \frac{v (Q_h + Q_{r,loss})}{(h A_{wg,h})}$$

dove:

Q_h è il calore ceduto dall'heater alla fine del ciclo (step 37);

$T_{w,h}$ è la temperatura della parete dell'heater

$T_{g,h}$ è la temperatura del gas all'interno della sezione dell'heater.

VALUTAZIONE TEMPERATURA DEL GAS NEL COOLER

Come nel caso dell'heater, anche nella sezione cooler è presente, oltre al flusso termico conduttivo estratto dal cooler, uno scambio termico di tipo convettivo tra il gas presente al suo interno e il cooler stesso; questo suggerisce la stessa procedura di calcolo vista nel paragrafo precedente.

Ottenuto il numero di Reynolds medio nella sezione cooler, la viscosità dinamica, il coefficiente di attrito e noti valori come il numero di Prandtl costante e pari a 0.71, il calore specifico dell'elio, anche in questo caso costante e pari a $5181 \left[\frac{J}{kg K} \right]$ e il diametro idraulico di uno dei tubi che compongono il cooler, è possibile il calcolo del coefficiente di scambio termico convettivo:

$$h = \frac{f \mu_k c_p}{2 d_k Prandtl}$$

Noto il valore di h si procede al bilancio energetico nella sezione cooler tenendo in considerazione lo scambio termico convettivo tra la parete del cooler ed il gas, il calore ceduto alla risorsa fredda Q_k , e al fatto che il rigeneratore, non avendo un comportamento ideale, non è in grado di raffreddare totalmente il gas proveniente dall'heater sino alla temperatura della risorsa fredda ma il gas stesso rimane ad una temperatura superiore.

$$T_{g,k} = T_{w,k} - \frac{v (Q_k - Q_{r,loss})}{(h A_{wg,k})}$$

dove:

Q_k è il calore ceduto al cooler alla fine del ciclo di rotazione del motore (step 37);

$T_{w,k}$ è la temperatura della parete del cooler;

$T_{g,k}$ è la temperatura del gas all'interno della sezione del cooler.

PROCEDURA DI CALCOLO SU MATLAB®

La procedura computazionale eseguita al fine di valutare le prestazioni del motore Stirling e le sue variabili consiste in un calcolo iterativo con i seguenti passaggi (Israel Urieli, 2018):

1. Inizializzazione dei dati di input del sistema come geometria motore, scambiatori, velocità di rotazione del motore, scelta del tipo di gas interno al motore e temperature risorsa calda e fredda;
2. Inizializzazione temperatura gas nella sezione cooler e heater:
 - $T_{g,k} = T_k$, ovvero il gas presente nella sezione del cooler assume il valore di temperatura iniziale pari a quella della risorsa fredda;
 - $T_{g,h} = T_h$, ovvero il gas presente nella sezione del heater assume il valore di temperatura iniziale pari a quella della risorsa calda.
3. Creazione matrici delle grandezze finite e differenziali delle quali ogni riga corrisponde alla grandezza del sistema e ogni colonna rappresenta uno step i-esimo di rotazione del motore.
4. Inizializzazione nelle matrici del valore delle grandezze associato allo step a 0°;

Tabella 3 - Elenco matrici delle grandezze finite e differenziali del sistema.

MATRICE VARIABILI REALI					MATRICE VARIABILI DIFFERENZIALI				
	0°	10°	...	360°		0°	10°	...	360°
TC	TK				dTC	$T_c \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV_c}{V_c} - \frac{dm_c}{m_c} \right)$			
TE	TH				dTE	$T_e \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV_e}{V_e} - \frac{dm_e}{m_e} \right)$			
QK	0				dQK	$\frac{V_k dp c_v}{R} - c_p (T_{ck} m'_{ck} - T_{kr} m'_{kr})$			

QR	0				dQR	$\frac{V_r dp c_v}{R} - c_p(T_{kr}m'_{kr} - T_{rh}m'_{rh})$			
QH	0				dQH	$\frac{V_h dp c_v}{R} - c_p(T_{rh}m'_{rh} - T_{he}m'_{he})$			
WC	0				dWC	$p dV_c$			
WE	0				dWE	$p dV_e$			
W	0				dW	$dW_c + dW_e$			
P	INPUT UTENTE				dP	$\frac{-\gamma p \left(\frac{dV_c}{T_{ck}} + \frac{dV_e}{T_{he}} \right)}{\left[\frac{V_c}{T_{ck}} + \gamma \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_h}{T_h} \right) + \frac{V_e}{T_{he}} \right]}$			
VC	$\frac{V_{clc} + V_{swc} \frac{(1+\cos\theta)}{2}}{\text{con } \theta = 0^\circ}$				dVC	Differenziale rispetto a $d\theta$ calcolato applicando il metodo Runge - Kutta alla variazione dei volumi sinusoidale			
VE	$\frac{V_{cle} + V_{swe} \frac{(1+\cos(\theta+\alpha))}{2}}{\text{con } \theta = 0^\circ}$				dVE	Differenziale rispetto a $d\theta$ calcolato applicando il metodo Runge - Kutta alla variazione dei volumi sinusoidale			
MC	$\frac{p V_c}{R T_c}$				dMC	$\frac{\left(p dV_c + \frac{V_c dp}{\gamma} \right)}{(R T_{ck})}$			
MK	$\frac{p V_k}{R T_k}$				dMK	$\frac{dp m_k}{p}$			
MR	$\frac{p V_r}{R T_r}$				dMR	$\frac{dp m_r}{p}$			
MH	$\frac{p V_h}{R T_h}$				dMH	$\frac{dp m_h}{p}$			
ME	$\frac{p V_e}{R T_e}$				dME	$\frac{\left(p dV_e + \frac{V_e dp}{\gamma} \right)}{(R T_{he})}$			
TCK	TK								
THE	TH								
GACK	$-dm_c$								
GAKR	$m'_{kr} - dm_k$								
GARH	$m'_{he} + dm_h$								
GAHE	dm_e								

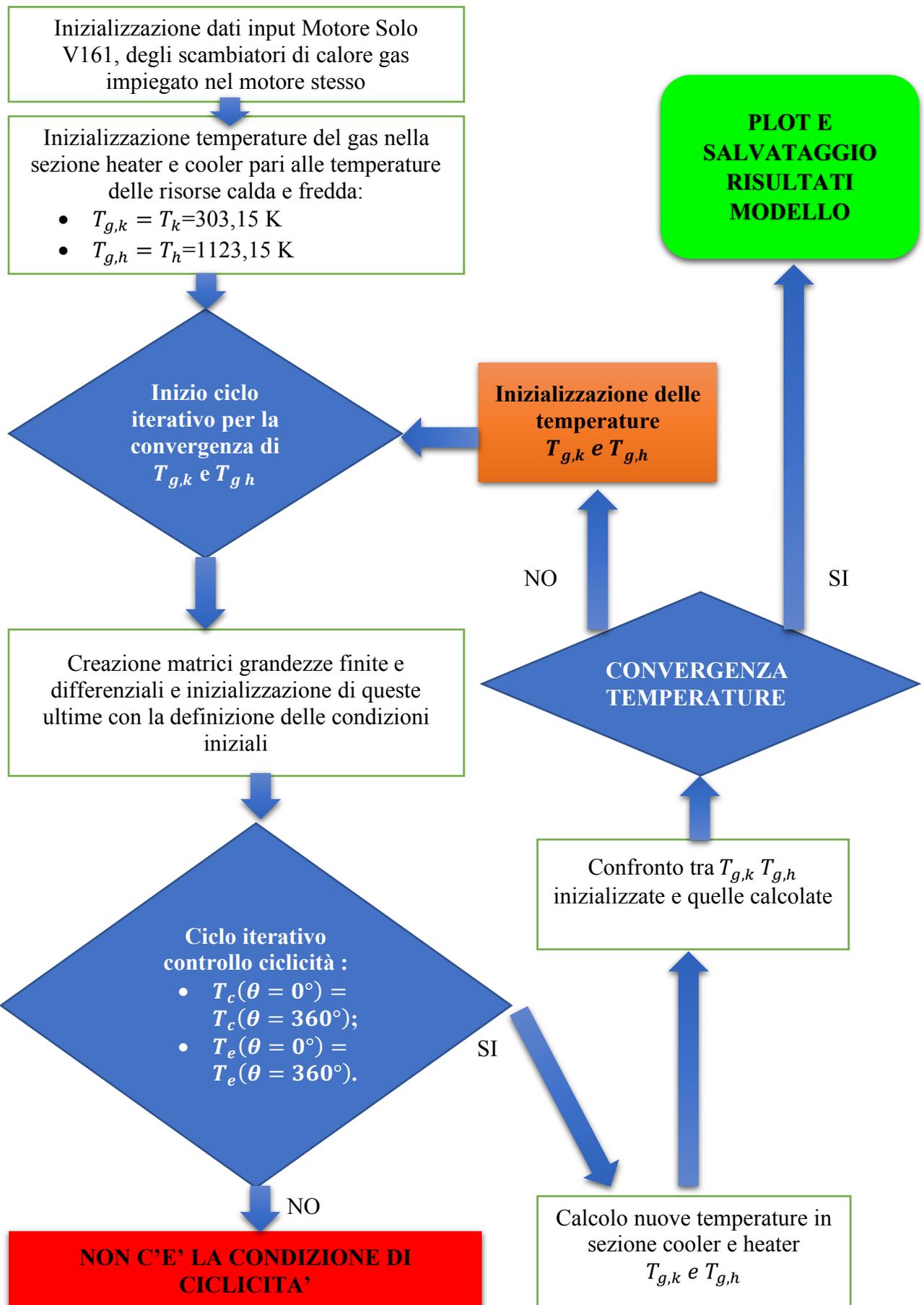
5. Controllo della convergenza alla condizione di ciclicità del motore Stirling che consiste in un calcolo iterativo, elaborando le grandezze inizializzate nel passaggio precedente con il metodo Runge-Kutta di ordine 4, dei valori di temperatura della fase di compressione ed espansione ad ogni step di rotazione dell'albero motore e confrontare se:
 - la temperatura nella sezione di compressione allo step angolare $\theta = 0^\circ$ sia uguale alla temperatura allo step $\theta = 360^\circ$;
 - la temperatura nella sezione di espansione allo step angolare $\theta = 0^\circ$ sia uguale alla temperatura allo step $\theta = 360^\circ$.
6. Verificate queste due condizioni si può affermare che, con i dati di input imposti al passaggio 4, esiste la condizione di ciclicità propria del ciclo Stirling.
7. Controllata la ciclicità si procede alla computazione finale di tutti i valori che costituiscono le due matrici applicando nuovamente il Runge-Kutta ad ogni step di rotazione del motore tenendo in considerazione:
 - le equazioni del modello adiabatico di Stirling;
 - i fenomeni delle perdite termiche dovute alle condizioni non ideali del rigeneratore;
 - le cadute di pressione negli scambiatori.
8. Alla fine di questa sessione di calcolo si ottengono nuovi valori delle temperature del gas passante per la sezione heater e cooler che si discostano da quelli imposti nello step 2; il motivo è dovuto al comportamento reale del rigeneratore e alle conseguenti perdite termiche generate;
9. Si procede al calcolo dell'errore di temperatura tra quelle imposte nello step 2 e quelle calcolate allo step 8; l'errore è il dato necessario al fine di concludere il metodo iterativo impiegato in questa tesi;
10. Valutazione dell'errore:
 - Se l'errore è inferiore ad una certa tolleranza impostata prima della fase computazionale, il metodo iterativo si conclude con il salvataggio dei risultati del modello nelle matrici delle grandezze finite e differenziali;
 - Se l'errore è superiore alla tolleranza, il metodo iterativo si ripete, più precisamente nello step 2 vi è una riinizializzazione delle temperature del gas

passante nella sezione heater e cooler con le temperature del gas trovate allo step 8;

11. In conclusione si enuncia che la fine della simulazione di calcolo avviene se si verificano due condizioni nel sistema:

- Condizione di ciclicità, ovvero che le temperature della sezione di compressione ed espansione ad inizio ciclo sono uguali a quelle a fine ciclo;
- Condizione di stazionarietà per quanto riguarda le temperature del gas all'interno della sezione cooler e heater.

A pagina seguente è rappresentato un diagramma di flusso che rende relativamente semplice e schematica la procedura di computazione precedentemente elencata.



RISULTATI E GRAFICI SIMULAZIONE

Completato la simulazione del modello e il salvataggio dei risultati delle varie grandezze nelle matrici, si è proceduti all'elaborazione di questi ultimi al fine di valutare le performance del motore Stirling al termine del suo ciclo di rotazione .

I calori estratti e forniti al motore e il lavoro presi in considerazione per questa analisi sono quelli corrispondenti all'angolo di rotazione dell'albero pari a 360° , tale da avere energie al ciclo.

Una volta estrapolate queste grandezze, sono state trasformate in potenze per mezzo del dato della frequenza noto e pari a 1500 rpm:

- $\dot{Q}_k = Q_k(\theta = 360^\circ) \cdot \nu =$ potenza termica corrispondente all'energia termica ceduta al cooler a fine ciclo;
- $\dot{Q}_h = Q_h(\theta = 360^\circ) \cdot \nu =$ potenza termica corrispondente all'energia termica fornita dal heater a fine ciclo;
- $\dot{Q}_r = Q_r(\theta = 360^\circ) \cdot \nu =$ potenza termica corrispondente all'energia termica recuperata dal rigeneratore a fine ciclo;
- $\dot{W} = W(\theta = 360^\circ) \cdot \nu =$ potenza meccanica estraibile all'albero derivante dal lavoro al ciclo prodotto dal motore Stirling.

Il passaggio successivo è introdurre a queste grandezze corrispondenti a condizioni ideali di funzionamento del motore, le potenze correlate alle perdite termiche e di carico incidendo sulla potenza termica che deve fornire l'heater e la potenza meccanica generata all'albero:

- $\dot{Q}_{h,effettivo} = \dot{Q}_h + \dot{Q}_{r,loss} + \dot{Q}_{w r,loss}$;
- $\dot{W}_{effettivo} = \dot{W} - \dot{W}_{\Delta p loss}$.

L'efficienza del motore Stirling è calcolabile per mezzo della seguente formulazione:

$$\eta_{Stirling} = \frac{\dot{W}_{effettivo}}{\dot{Q}_{h,effettivo}}$$

In seguito vi sono elencate le principali grandezze e il loro valore computato dopo la simulazione computazionale che descrivono le prestazioni del motore e della sua componentistica.

Risultati simulazione numerica

POTENZA MECCANICA DISPONIBILE:	8,691 [kW]
COPPIA MECCANICA DISPONIBILE:	55,33 [N m]
POTENZA MECCANICA PERSA DOVUTA A CADUTE DI PRESSIONE:	9 [W]
ENERGIA TERMICA RECUPERATA DAL RIGENERATORE A CICLO:	222,783[J/ciclo]
PERDITE TERMICHE TOTALI DEL MOTORE:	5,620 [kW]
POTENZA TERMICA FORNITA AL MOTORE DAL HEATER:	20,779 [kW]
POTENZA TERMICA ESTRATTA DAL MOTORE DAL COOLER:	6,491 [kW]
EFFICACIA DEL RIGENERATORE:	89,75 %
EFFICIENZA TOTALE DEL MOTORE STIRLING:	41,83 %

Grafici simulazione e relativi commenti

Al termine della simulazione numerica si è proceduti nella rappresentazione grafica delle principali grandezze del modello adiabatico reale che descrive il comportamento del motore Stirling analizzato.

Il primo grafico presente in questo capitolo descrive l'andamento della pressione in funzione della variazione volumetrica per quanto riguarda la sezione di compressione, la sezione di espansione e dell'intero motore. Da una prima analisi è possibile notare come la pressione media per i tre cicli chiusi presenti sia di 80 bar, ovvero la pressione media imposta in fase di inizializzazione dei dati di input.

Una ulteriore considerazione è rivolta al fatto che, in ognuno dei tre cicli, l'inizio e la conclusione delle trasformazioni adiabatiche e isocore che contraddistinguono il ciclo Stirling, sono indistinguibili; ciò è dovuto al fatto che in fase di modellazione sono state prese in considerazione le perdite presenti in condizioni di funzionamento prossime alla realtà e che le fasi di riscaldamento e raffreddamento isocoro hanno inizio ancor prima della fine delle trasformazioni di espansione e compressione adiabatiche. Il risultato di ciò è che si ottengono graficamente cicli con una geometria più smussata rispetto alle rappresentazioni dei cicli Stirling visti nei paragrafi del modello isoterma e adiabatico ideale.

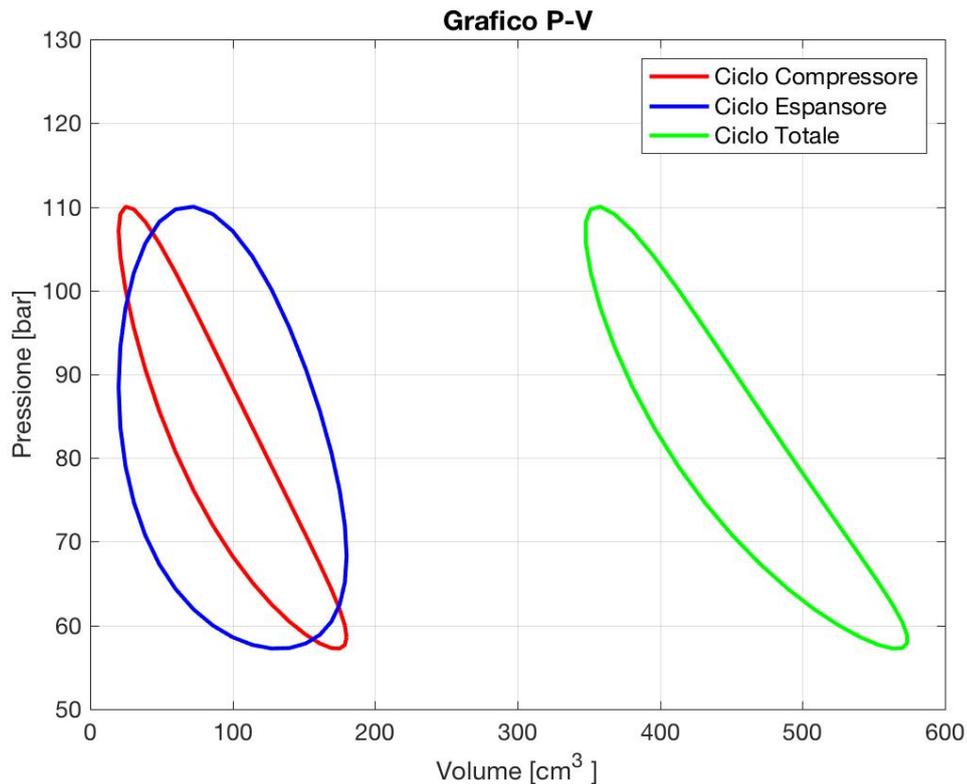


Figura 20 - Grafici p-v ciclo compressione, espansione e generale.

L'area dei vari cicli presenti nel grafico sovrastante rappresenta, a livello qualitativo, il lavoro al ciclo dei vari componenti; nel caso del compressore, l'area del ciclo rosso rappresenta il lavoro svolto dal compressore mentre, l'area delimitata dalla curva blu rappresenta il lavoro al ciclo prodotto dalla sezione di espansione.

L'area delimitata dalla curva verde indica invece il lavoro netto ad ogni ciclo, ovvero l'effetto utile che si avrà a disposizione al netto di perdite e del lavoro destinato al funzionamento del compressore. L'area del ciclo totale se moltiplicata per la frequenza corrispondente alla velocità di 1500 rpm, velocità imposta in fase di input, offre come risultato la potenza meccanica utile precedentemente elencata e pari a 8,7 kW.

Di notevole rilevanza è la valutazione grafica delle grandezze del modello quali le masse, le temperature e le portate nelle varie sezioni del motore perché da esse dipendono le performance energetiche.

Lo studio dell'andamento della variazione di queste grandezze in funzione della rotazione dell'albero motore permette di capire da quali parametri di input settati esse dipendono, per esempio la geometria degli scambiatori, il tipo di variazione volumetrica imposta alle sezioni di compressione ed espansione, nel nostro caso sinusoidale, le temperature delle risorse calde

e fredde e la pressione media impostata al motore Stirling. Essendo tutti grafici riferiti al singolo ciclo di rotazione, la frequenza di rotazione del motore risulta l'unico parametro di input non influente.

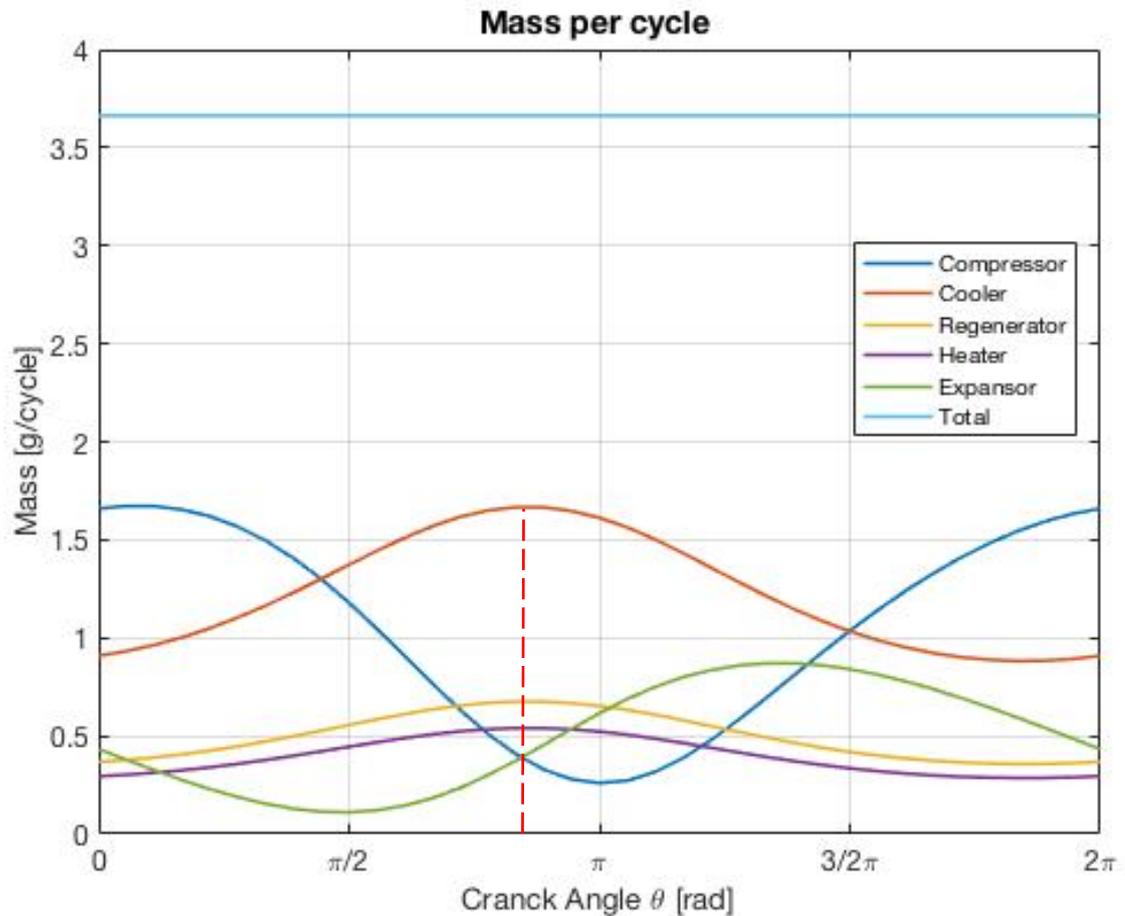


Figura 21 - Andamento masse di gas nel sistema al variare dell'angolo di rotazione del motore.

Nel grafico sono rappresentate le variazioni della massa di gas nelle varie sezioni che compongono il motore.

Una osservazione importante riguarda la posizione del massimo delle curve (in rosso) rappresentanti la massa all'interno degli scambiatori che corrisponde all'angolo di rotazione nel quale la somma dei volumi di compressione ed espansione e quindi di massa di gas al suo interno, risulta minima.

La differenza di altezza che distingue le curve degli scambiatori e quindi il diverso valore di massa presente all'interno nel punto di massimo è dovuta al fatto che i volumi dell'heater, del rigeneratore e del cooler sono differenti; il cooler dotato di una cilindrata maggiore permette

di avere un valore di massa di gas al ciclo al suo interno doppio rispetto a quello presente nel heater e nel rigeneratore.

Un altro particolare che risalta dal grafico è la ciclicità della massa in ogni sezione del motore, ovvero il valore di massa presente in ogni componente all'inizio dello step di rotazione del motore è uguale a quello finale.

La curva azzurra orizzontale in alto rappresenta il fatto che il motore Stirling si comporti come un sistema chiuso, in quanto al variare dell'angolo di rotazione del motore, la massa totale all'interno rimane invariata per tutto il ciclo.

Oltre alla rappresentazione grafica della variazione della massa nelle varie sezioni del motore al variare dell'angolo di rotazione del motore, di seguito vi sono rappresentati gli andamenti delle temperature e delle portate del sistema tale da fornire informazioni qualitative sull'andamento della loro variazione durante un ciclo completo di rotazione e quantitative mostrando massimi e minimi che raggiungono le curve.

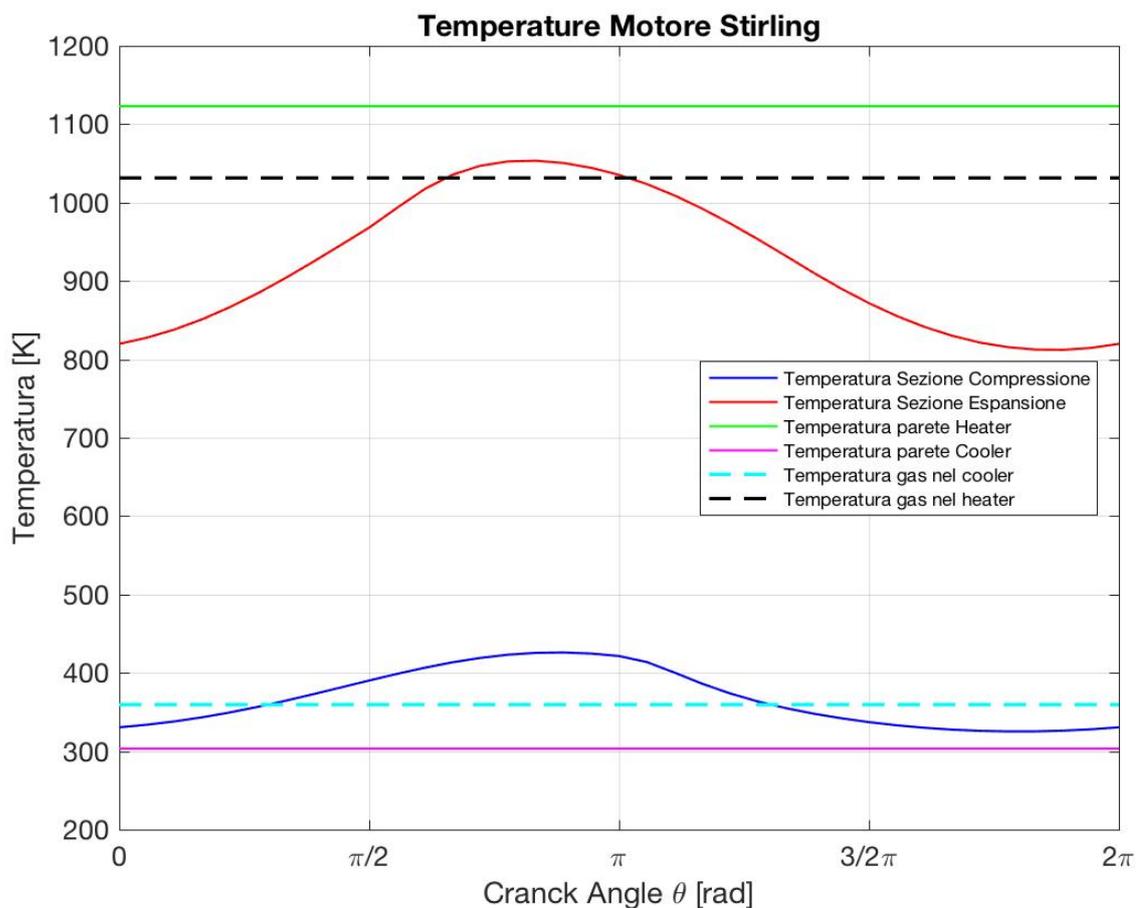


Figura 22 - Andamento temperature del gas nelle varie sezioni del sistema al variare dell'angolo di rotazione del motore.

Nel grafico delle temperature sopra riportato sono rappresentate le temperature della risorsa calda e fredda rispettivamente descritte dalle curve verde e fucsia; all'interno del range delle

temperature delle risorse esterne si trovano le temperature del gas all'interno del motore, ovvero quella del gas nel compressore e nell'espansore con andamento sinusoidale e le temperature del gas nella sezione heater e cooler.

Il fatto che le temperature del gas nel cooler e heater siano costanti lungo l'intero ciclo di rotazione è dovuto al fatto che all'interno dell'algoritmo di calcolo sia stata imposta la condizione di convergenza delle temperature del gas.

Nel caso delle portate, l'andamento delle curve, rappresentanti la variazione delle portate nelle sezioni del motore Stirling, hanno andamento sinusoidale e un comportamento che rispecchia la condizione di ciclicità imposta nel modello computazionale; da come si può notare nel grafico, i punti iniziali di ogni curva corrispondenti all'angolo $\theta=0$ [rad] combaciano con i punti finali a $\theta=2\pi$ [rad].

I valori negativi di portata indicano un cambio di verso del flusso di gas rispetto al verso preso come riferimento nel sistema.

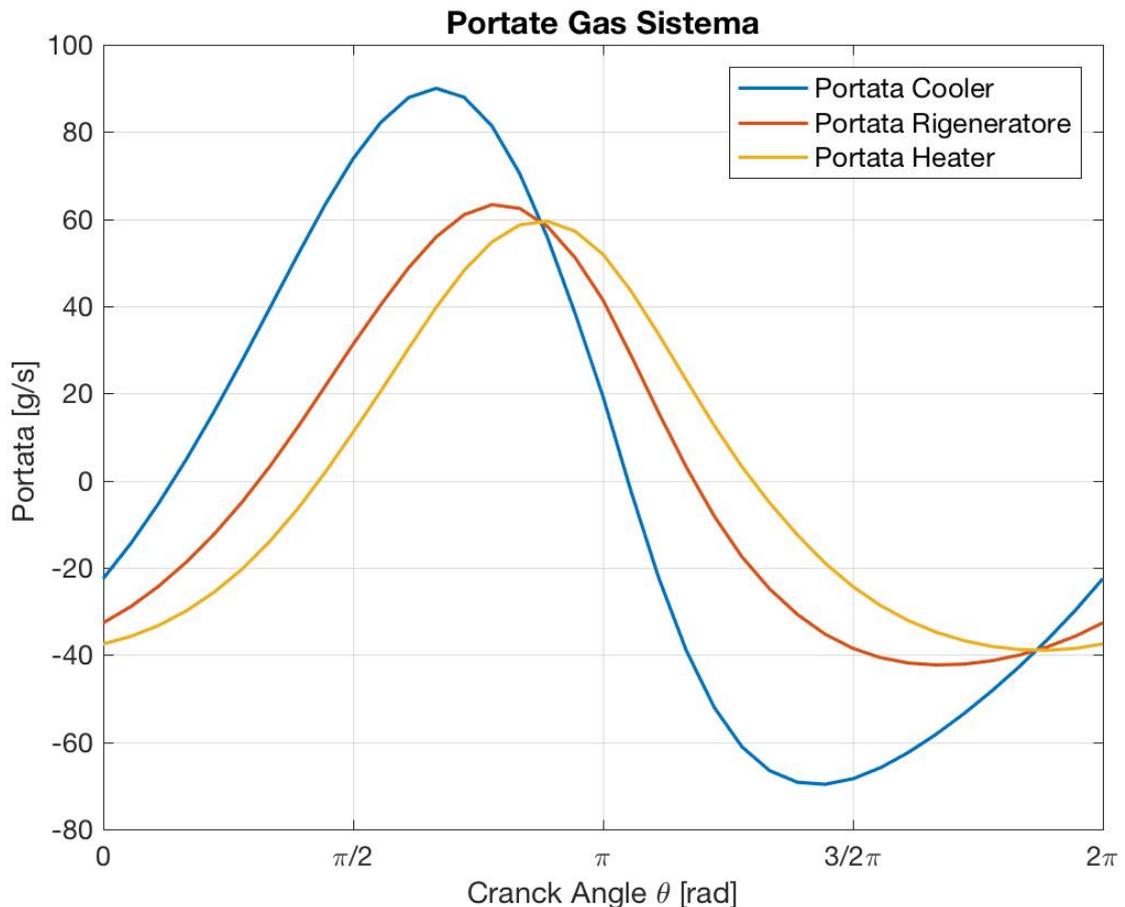


Figura 23 - Andamento portate di gas nelle varie sezioni del sistema al variare dell'angolo di rotazione del motore.

L'elenco dei grafici relativi alla simulazione si conclude con la rappresentazione della variazione delle energie lungo l'intero periodo di rotazione dell'albero motore.

Nel grafico che segue vengono elencate le energie espresse in Joule dei vari componenti che formano il motore Stirling studiato, ovvero le tre energie termiche riguardanti l'heater, il cooler e il rigeneratore e l'energia meccanica netta prodotta dall'espansore.

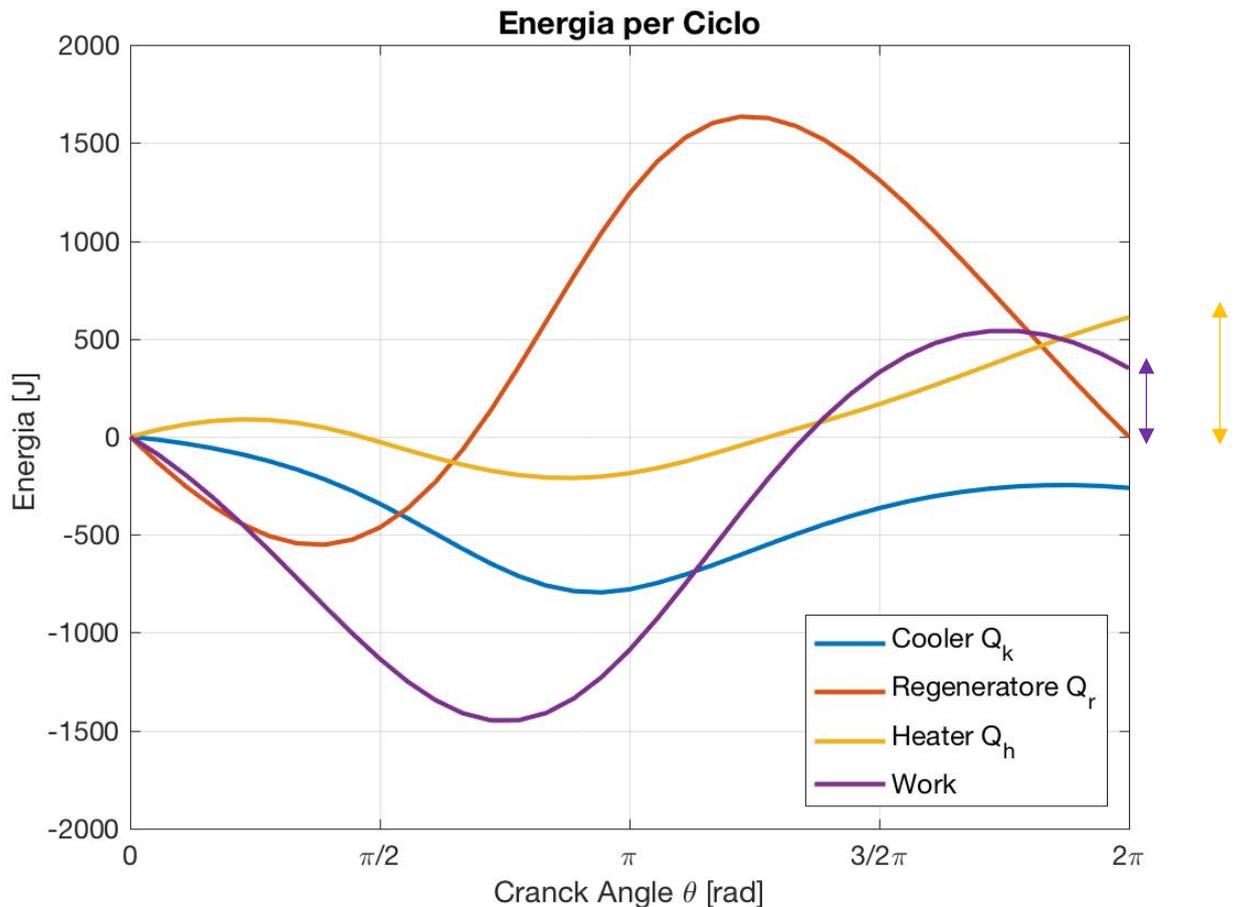


Figura 24 - Andamento Energia termica e meccanica dei vari componenti del motore Stirling.

Il grafico delle energie suggerisce numerose informazioni quali:

- I valori di energia associati alla risorsa fredda sono, per qualsiasi valore angolare di rotazione dell'albero motore, negativi in quanto l'energia termica viene prelevata dal sistema;
- I valori energetici associati al rigeneratore, nell'arco della rotazione dell'albero motore, sono in parte positivi e in parte negativi in quanto il gas, a seconda che sia caldo o freddo, cede o assorbe energia termica;

- Il comportamento energetico del rigeneratore può essere definito ciclico in quanto l'energia corrispondente a 0 radianti è pari all'energia che si ha a fine ciclo di rotazione;
- Sia l'energia dell'heater sia l'energia del cooler alla fine del ciclo di rotazione del motore è diversa da zero; l'energia corrispondente all'angolo pari a 2π radianti corrisponde alla quantità necessaria da fornire o sottrarre al sistema per il corretto funzionamento del motore Stirling;
- L'energia meccanica netta a fine ciclo di rotazione, rappresentata dalla freccia viola a destra del grafico, indica l'effetto utile del motore ad ogni ciclo; il rapporto tra quest'ultima e la quantità rappresentante l'energia termica ceduta al motore dalla risorsa calda a fine ciclo di rotazione (freccia gialla a destra del grafico) rappresenta l'efficienza del motore Stirling studiato, ovvero il 41.83 % trovato in precedenza.

ANALISI DI SENSITIVITA' DEL MODELLO ANALIZZATO

L'analisi di sensitività eseguita in questo paragrafo viene svolta al fine di valutare, sia a livello quantitativo sia a livello qualitativo, l'incidenza della variazione dei parametri di input del modello Stirling studiato sui dati di output che esso genera.

Oltre ad essere una informazione teorica importante, l'analisi di sensitività è utile al fine del dimensionamento in quanto in grado di dare informazioni e linee guida per la massimizzazione delle performance del sistema energetico che si vuole analizzare.

I dati di input che vengono variati durante l'analisi di sensitività applicata al motore Stirling sono:

- Il diametro d_{wire} , ovvero il diametro del filamento metallico che compone la matrice presente all'interno del rigeneratore;
- La porosità del rigeneratore;
- La temperatura della risorsa calda;
- La pressione media del motore;
- La frequenza di funzionamento quindi il numero di giri.

Essendo i dati di input grandezze di diversa natura, la loro variazione durante l'analisi di sensitività risulta diversa in percentuale.

I principali dati di output a cui si fa riferimento nell'analisi di sensitività sono:

1. L'efficienza del motore Stirling calcolata come il rapporto tra la potenza utile, generata dalla sezione dell'espansore del motore al netto del lavoro di pompaggio che sopperisce alle cadute di pressione, e la potenza termica che alimenta il motore messa a disposizione dal heater.

$$\eta_{Stirling} = \frac{W_{esp,netto}}{Q_h}$$

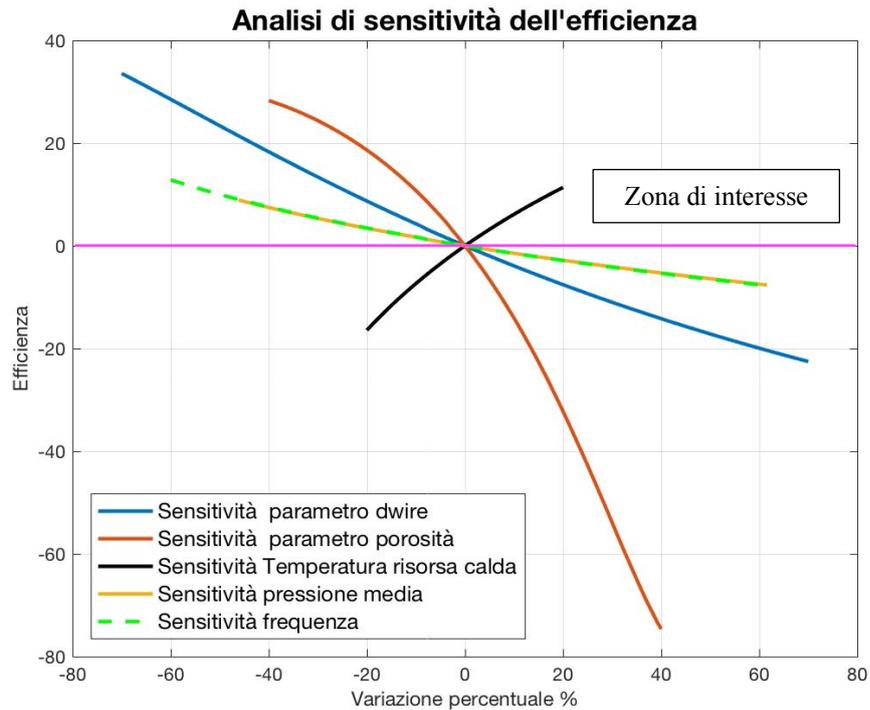


Figura 25 - Grafico analisi di sensitività dell'efficienza.

Da come è osservabile nel grafico sovrastante, l'efficienza del motore aumenta se:

- Diminuisce la porosità del rigeneratore;
- Diminuisce la dimensione del diametro del filamento formante la matrice metallica dwire creando maggiore superficie di scambio termico tra il gas freddo e caldo passanti all'interno del rigeneratore stesso;
- Diminuisce la frequenza e la pressione media le cui curve seguono lo stesso andamento combaciando alla perfezione;
- Aumenta la temperatura della risorsa calda: la possibilità di avere energia termica a temperatura maggiore implica la necessità di una minore quantità di essa per alimentare il motore termico e di conseguenza l'efficienza di quest'ultimo aumenta.

- La potenza elettrica, derivante dalla conversione della potenza meccanica dell'espansore, che il motore è in grado di sviluppare una volta installato e funzionante.

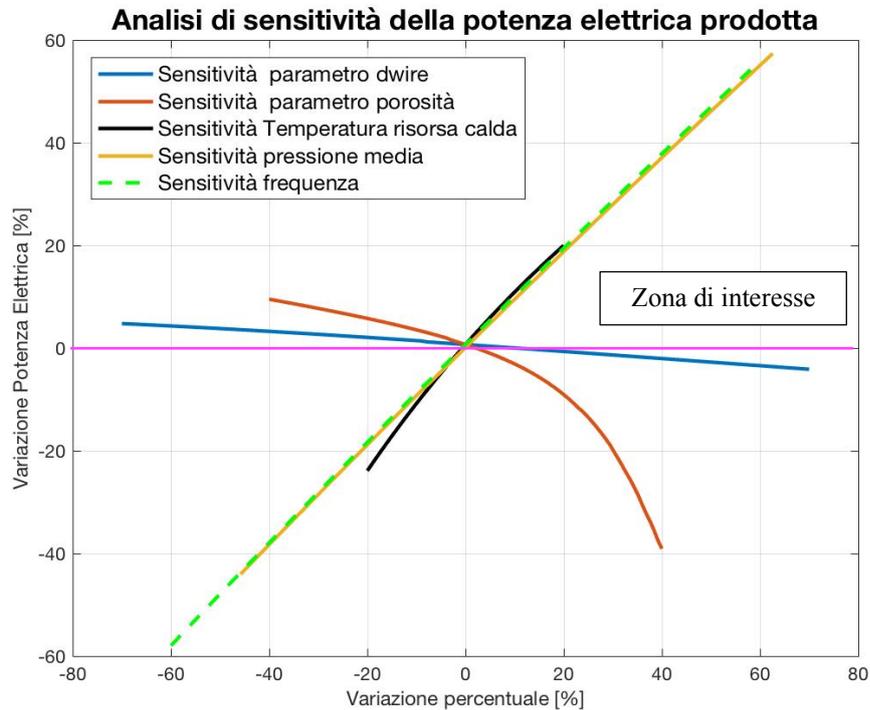


Figura 26 - Grafico analisi di sensitività della potenza elettrica prodotta dal motore.

I risultati grafici riguardo l'analisi di sensitività della potenza elettrica prodotta dal motore Stirling suggeriscono un differente comportamento del sistema alla variazione dei parametri di sensitività.

L'aumento della potenza elettrica prodotta dal motore può derivare da:

- l'incremento della temperatura della risorsa calda, della frequenza e della pressione media di funzionamento del motore che hanno un impatto maggiore sull'incremento della potenza elettrica; nel grafico si nota che le curve gialla, verde e nera, man mano che ci si sposta da sinistra verso destra tendono a raggiungere velocemente elevati valori di potenza elettrica;
- diminuzione della porosità della matrice del rigeneratore e la diminuzione del diametro del filamento della stessa. Entrambe le accortezze progettuali hanno un impatto minore sulla crescita della potenza elettrica generabile dal motore da come si può dedurre dalla minore inclinazione delle curve blu e rosse.

3. La potenza termica richiesta dal motore per il suo funzionamento e messa a disposizione dall'heater

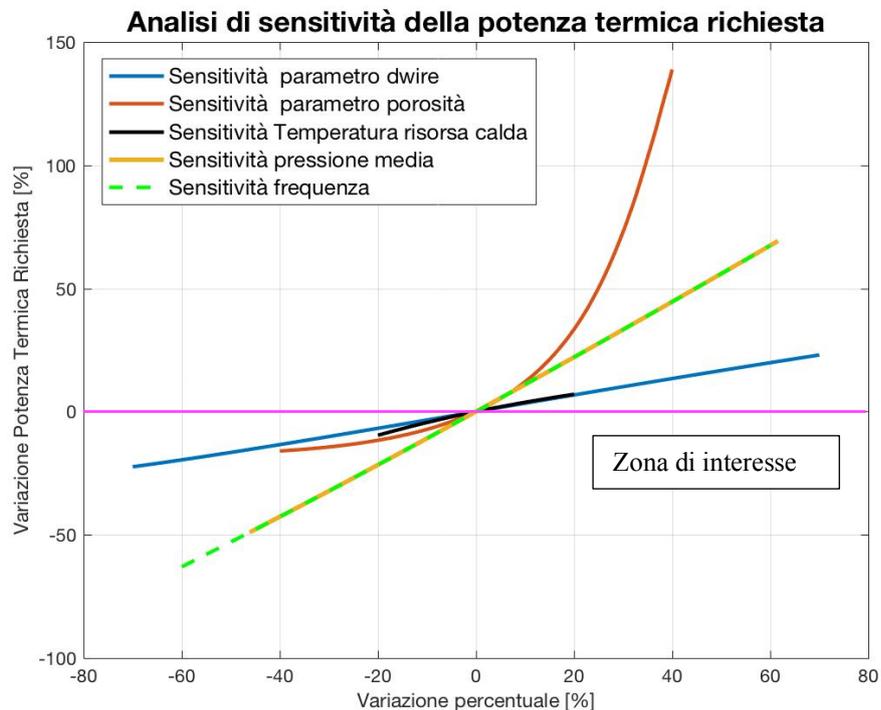


Figura 27 - Grafico analisi di sensitività della potenza termica richiesta dal motore Stirling.

L' aumento dell'efficienza da parte del motore Stirling può verificarsi non solo nel caso di aumento dell'effetto utile prodotto dal motore ma anche con la diminuzione della potenza termica richiesta dal motore.

Al fine di raggiungere questo obiettivo in fase di design, è necessaria, seguendo gli andamenti delle curve del grafico sovrastante, una diminuzione percentuale di tutti i parametri dell'analisi di sensitività.

Una importante osservazione a questo grafico è il fatto che la diminuzione della pressione media e della frequenza di rotazione siano fenomeni maggiormente influenti riguardo la diminuzione della potenza termica richiesta dal motore; discorso differente va fatto per quanto riguarda la diminuzione del diametro del filamento della matrice metallica essendo un effetto che incide in minor parte alla diminuzione della potenza termica richiesta.

La diminuzione della temperatura della risorsa calda non è una linea progettuale percorribile perché, sebbene porti ad una minima diminuzione della potenza termica richiesta dal motore, la potenza elettrica generata dallo stesso cala vertiginosamente.

4. La potenza termica persa dal rigeneratore non ideale:

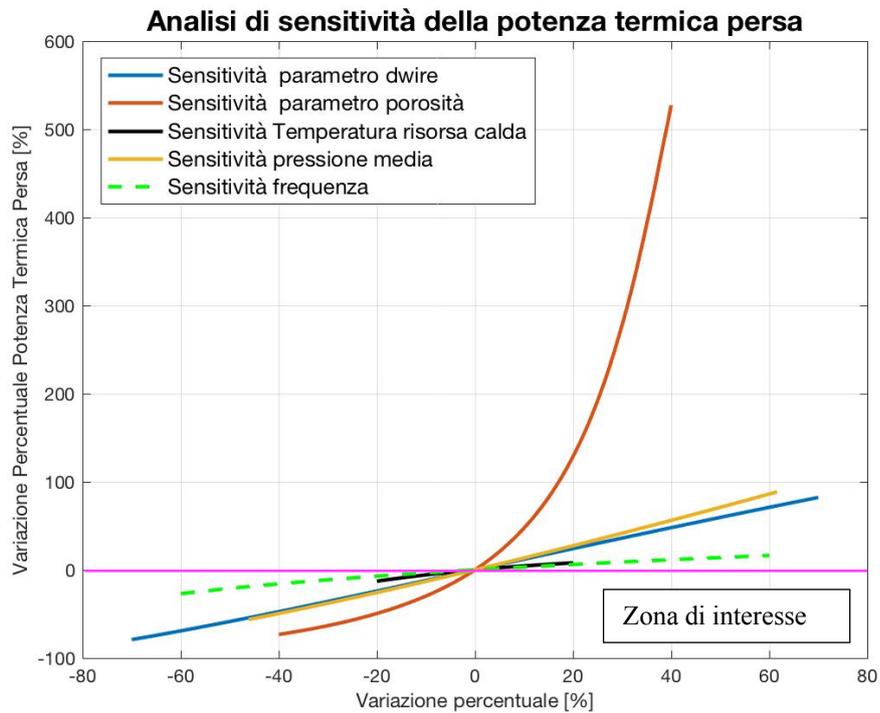


Figura 28 - Grafico analisi di sensitività della potenza termica persa dal motore Stirling.

La minimizzazione della potenza termica persa è una accortezza progettuale strettamente correlata alla potenza termica richiesta dal motore.

La risorsa calda, oltre a cedere energia termica tale da alimentare il motore, deve destinare una frazione di energia termica in più tale da sopperire alle perdite termiche che si verificano.

La diminuzione delle perdite termiche avviene per mezzo della diminuzione di tutti i parametri di input dell'analisi di sensitività.

A parità di diminuzione percentuale del parametro di input si rileva che la curva di porosità garantisce una maggiore diminuzione delle perdite termiche nel motore, a differenza della frequenza che, alla sua diminuzione percentuale, porta a decrementi delle perdite termiche minori (la curva verde tratteggiata è quella con pendenza minore di tutte).

Tabella riassuntiva e conclusioni analisi di sensitività

La tabella seguente riassume i dati riguardanti l'analisi di sensitività effettuata.

Nella prima riga sono espressi i valori iniziali dei dati di input impiegati nella simulazione di calcolo per la ricerca delle performance del motore nei paragrafi precedenti.

Nella seconda e terza riga viene descritto l'intervallo di variazione del dato input rispettivamente in modo percentuale e numerico.

La quarta e quinta riga viene occupata rispettivamente dai valori di efficienza ottenuti con la variazione del dato input e la variazione percentuale dell'efficienza rispetto al valore iniziale.

Gli altri valori dei dati di output sono elencati nella settima, ottava e nona riga dove sono presenti rispettivamente la potenza elettrica prodotta dal motore, la potenza termica richiesta alla risorsa calda per il corretto funzionamento del motore e le perdite termiche.

Nella quinta riga è presente un valore adimensionato che mette in relazione la variazione percentuale dell'efficienza con la variazione percentuale che la grandezza di input subisce durante l'analisi di sensitività attraverso un rapporto.

Da questo rapporto si deduce che la variazione percentuale positiva dell'efficienza per unità di variazione percentuale delle grandezze di input si ha nel momento in cui si interviene sui parametri costruttivi del rigeneratore, ovvero la porosità e il diametro del filamento della matrice. Oltre ai parametri costruttivi del rigeneratore, anche l'aumento della temperatura della risorsa calda produce un aumento consistente dell'efficienza del motore Stirling che però risulta essere apparente; l'aumento della temperatura della risorsa calda oltre i 1123,15 K (temperatura resa disponibile dall'impianto CSP) necessita una spesa energetica che compensa l'aumento dell'efficienza.

L'incidenza maggiore in positivo e in negativo dei parametri di input sull'efficienza viene evidenziato in tabella attraverso la colorazione rispettivamente verde e rossa della cella che ospita il risultato

Tabella 4 - Tabella riassuntiva analisi di sensitività.

Grandezze variate	Diametro DWIRE		Porosità matrice rigeneratore		Pressione media motore		Temperatura sorgente calda Th		Frequenza rotazione motore	
	0,3 mm		0,70		80 bar		1123,15 K		25 Hz	
Valore Iniziale grandezza	0,3 mm		0,70		80 bar		1123,15 K		25 Hz	
Variazione percentuale grandezza	-70%	+70%	-40%	+40%	-50%	+50%	-20%	+20%	-60%	+60%
Valore Numerico	0,09 mm	0,51 mm	0,42	0,98	40 bar	120 bar	898,52 K	1347,80 K	10 Hz	40 Hz
Efficienza	55,81%	32,36 %	53,60%	10,59 %	45,51%	38,60%	34,92%	46,54%	47,15%	38,61%
Variazione percentuale Efficienza	+33,55 %	-22,57 %	+28,26 %	-0,75 %	+8,90 %	-7,63 %	-16,44 %	+11,37 %	+12,83 %	-7,61%
Rapporto Variazione Efficienza e Variazione Grandezza	+0,479	-0,322	+0,707	-0,019	+0,178	-0,153	-0,822	+0,569	+0,214	-0,127
Potenza elettrica prodotta [kW el]	9,105	8,331	9,517	5,292	4,861	13,678	6,612	10,428	3,650	13,554
Potenza termica richiesta [kW th]	16,231	25,726	17,575	4,997	10,668	35,403	18,906	22,389	7,739	35,021
Perdita termica [W th]	46,773	409,236	59,85	1409	97,974	423,391	195,666	242,444	163,721	261,219

Le conclusioni sull'analisi di sensitività deducibili dai dati nella tabella sono:

- L'efficienza del sistema viene raggiunta con la diminuzione di tutti i parametri di input tranne la temperatura della sorgente calda;
- Per mezzo di un valore adimensionato, dato dal rapporto tra la variazione dell'efficienza e la variazione del parametro di input preso in considerazione, è possibile valutare l'incidenza dei parametri di input sull'efficienza; oltre alla variazione della temperatura della sorgente calda, i parametri di input maggiormente influenti sulla variazione dell'efficienza del motore Stirling risultano essere la porosità e il diametro del filamento metallico che compone la matrice del rigeneratore.

- L'aumento della temperatura della risorsa calda non è una linea progettuale da seguire perché, l'aumento dell'efficienza che produrrebbe, non tiene conto della spesa termica a cui si dovrebbe far fronte per raggiungere temperature superiori ai 1123,15 K, temperatura disponibile dall'impianto CSP;
- La diminuzione sia della porosità sia del diametro del filamento della matrice del rigeneratore risultano essere scelte progettuali percorribili al fine di raggiungere valori di efficienza elevati dell'intero sistema.

Nel paragrafo successivo, al fine di dare seguito ai risultati dell'analisi di sensitività, si è proceduti ad una analisi volta a spiegare, in termini quantitativi e qualitativi, la dipendenza tra la porosità e il diametro della matrice e l'efficienza del motore Stirling.

ANALISI SULLA EFFICACIA DEL RIGENERATORE

Il rigeneratore, a livello termico ed energetico, è tra i più importanti componenti che formano il motore Stirling; esso è in grado di recuperare energia termica dal gas caldo mettendola a disposizione per il preriscaldamento del gas freddo evitando un eccessivo sfruttamento della risorsa calda esterna.

Il parametro che fornisce indicazioni riguardo al recupero energetico del rigeneratore è l'efficacia spiegata nei capitoli precedenti, ovvero il rapporto espresso in percentuale tra la frazione di energia termica recuperata e quella che massima recuperabile dal rigeneratore stesso se lavorasse in condizioni ideali.

Al fine di rendere completa l'analisi sul motore Stirling Solo V161 è stata eseguita una simulazione al fine di analizzare come varia l'efficacia del rigeneratore al variare della sua conformazione interna; è stato possibile mettere su grafico la variazione del parametro dell'efficacia del rigeneratore per diversi valori di porosità della matrice metallica presente al suo interno in funzione del diametro del filamento metallico che compone la matrice stessa mantenendo costanti tutti gli altri parametri di input (Ana C. Ferreira et Al, 2017).

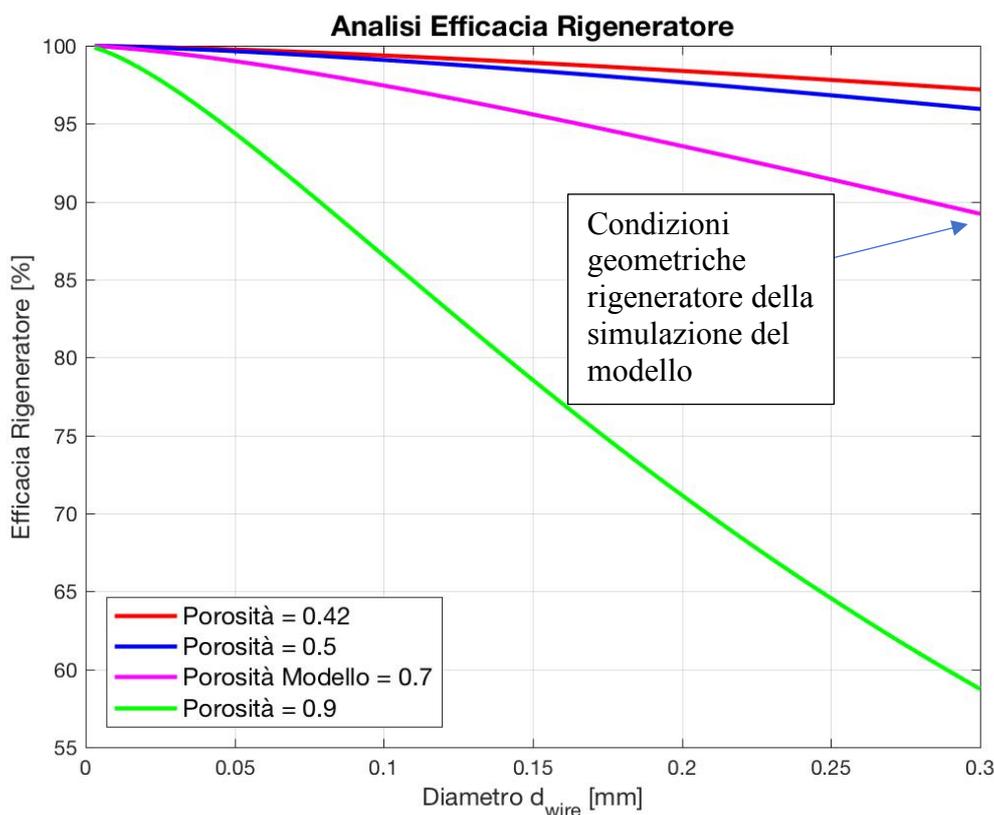


Figura 29 - Grafico analisi sull'efficacia del rigeneratore in funzione dei suoi parametri costruttivi.

Il grafico sovrastante mette in luce come, all'aumentare della porosità e per un valore fisso di diametro del filamento, l'efficacia diminuisca. Ciò può essere spiegato dal fatto che la matrice metallica si comporta come un conduttore termico ed un separatore tra il gas caldo e quello freddo; una matrice metallica poco porosa permette un efficiente scambio termico tra i due flussi di gas controcorrente evitando ulteriori cadute di pressione che aumenterebbero le perdite termiche e diminuirebbero il lavoro netto disponibile prodotto dall'espansore. Valori prossimi al 100% di efficacia sono difficilmente raggiungibili in quanto si ottengono per valori di diametro della matrice molto bassi e difficilmente realizzabili.

Di fronte a questo limite tecnologico la soluzione è quella di avere un valore di porosità più basso possibile in modo che l'impiego di un diametro del filamento della matrice di maggiori dimensioni non porti una diminuzione troppo elevata dell'efficacia del rigeneratore.

Nel grafico viene indicato il punto rappresentante le caratteristiche geometriche del rigeneratore impiegato durante la simulazione del modello, ovvero una porosità della matrice pari a 0.7 e un diametro del filamento pari a 0.3 mm; con questi parametri si nota che l'efficacia del rigeneratore si attesta a valori intorno al 90% e il suo incremento può essere ottenuto o cambiando curva (ovvero prendendo in considerazione valori di porosità inferiori mantenendo costante il diametro del filamento) oppure, mantenendosi sulla stessa curva (stesso valore di porosità) e spostandosi a sinistra prendendo in considerazione diametri inferiori allo 0.3 mm settato in precedenza fino al limite costruttivo imposto dalla tecnologia di produzione, precedentemente citato.

ANALISI SULL' EFFICIENZA DEL SISTEMA IN FUNZIONE DEI PARAMETRI COSTRUTTIVI DEL RIGENERATORE

In ultima analisi è stata valutata, per mezzo del grafico seguente, l'andamento dell'efficienza dell'intero sistema Stirling in funzione dei parametri costruttivi del rigeneratore (Ana C. Ferreira et Al, 2017).

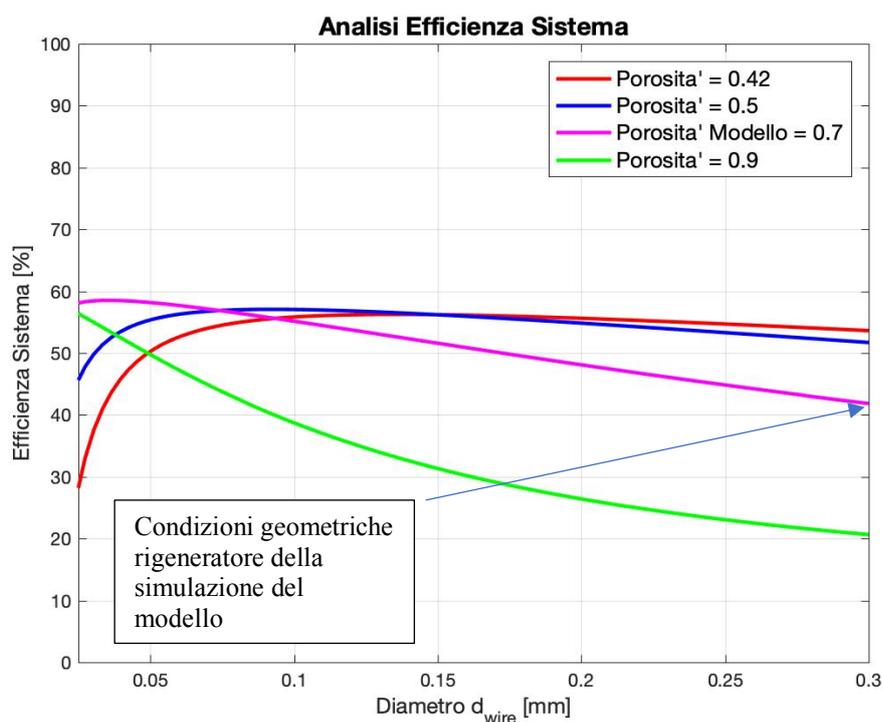


Figura 30 - Analisi Efficienza in funzione dei parametri costruttivi della matrice del rigeneratore

Dalla figura 30 è possibile trarre le conclusioni che la scelta di uno dei due parametri costruttivi della matrice del rigeneratore incide sulla scelta del secondo:

- se si dovesse optare per un diametro del filamento sotto i 0,07 mm si dovrà prendere in considerazione la scelta di un valore di porosità pari a 0.7;
- se la scelta dovesse ricadere su un diametro di dimensione compresa tra i 0,07 e i 0,15 mm sarà necessaria la scelta di una porosità più bassa pari a 0,5;
- infine se il valore del diametro della matrice dovesse essere pari o superiore ai 0,15 mm, la configurazione migliore della matrice consisterebbe nello scegliere come valore di porosità 0,42, ovvero il valore inferiore di porosità rappresentato nel grafico.

Da ciò è possibile enunciare che per una ottima configurazione, una volta scelto uno dei due parametri costruttivi della matrice metallica, è necessario, per la scelta del secondo parametro, valutare la giusta correlazione tra i due al fine di raggiungere la soluzione che ottimizza l'efficienza impiantistica.

ANALISI EFFICIENZA E PRODUCIBILITÀ AL VARIARE DELLA CILINDRATA DEL MOTORE E DEL NUMERO DI GIRI

L'analisi conclusiva consiste nel valutare come variano l'efficienza e la producibilità elettrica del motore Stirling al variare della sua cilindrata; si analizza come variano i parametri di output facendo variare la cilindrata del volume spazzato e dello spazio morto del compressore e dell'espansore al fine di stimare le configurazioni geometriche motoristiche migliori.

Dai primi due grafici presentati si analizza l'efficienza e la producibilità elettrica, in termini di potenza, del motore al variare del volume di spazio morto sia del cilindro di compressione sia di espansione e del numero di giri mantenendo costanti gli altri parametri di input (Ana C. Ferreira et Al, 2017).

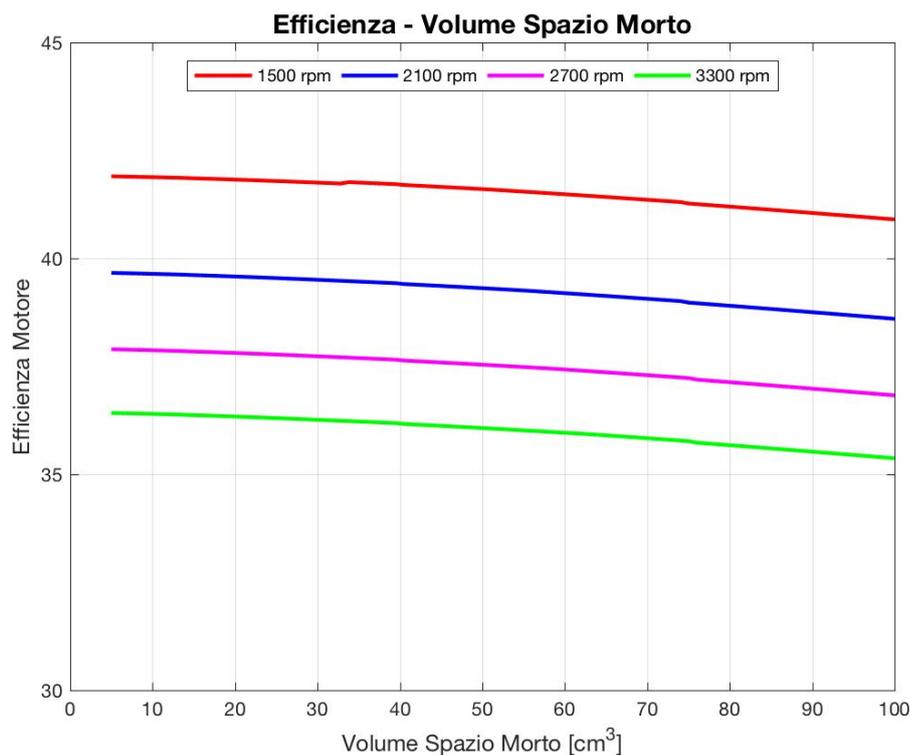


Figura 31 - Grafico efficienza motore Stirling in funzione del volume di spazio morto della sezione di compressione ed espansione.

Dal grafico sovrastante si può notare come la variazione del volume di spazio morto incida sull'efficienza per ogni configurazione di velocità di rotazione; l'efficienza tende ad aumentare in forma lieve al diminuire del volume di spazio morto sino ad un certo punto nel quale le curve tendono ad appiattirsi. Per un valore di volume di spazio morto inferiore ai 10 cm³ l'efficienza tende a rimanere costante.

La spiegazione di questo fenomeno è dovuto al fatto che è necessario mantenere un certo volume di spazio morto al fine di permettere una sufficiente superficie di scambio termico, oltre a quella messa a disposizione dagli scambiatori, necessaria al normale funzionamento del motore.

L'influenza del numero di giri ai cui è sottoposto il motore è un fattore rilevante sull'efficienza in quanto, a giri elevati è vero che si avrà una producibilità elettrica maggiore ma allo stesso tempo la richiesta di risorsa termica esterna di alimentazione del motore e le perdite termiche che essa deve fronteggiare aumentano in maniera considerevole. Da ciò è possibile affermare che la scelta della velocità di rotazione di 1500 rpm per la simulazione del modello spiegato in precedenza sia stata accettabile.

Per quanto riguarda la potenza elettrica prodotta, la diminuzione del volume di spazio morto incrementa la potenza elettrica generata seguendo i seguenti andamenti.

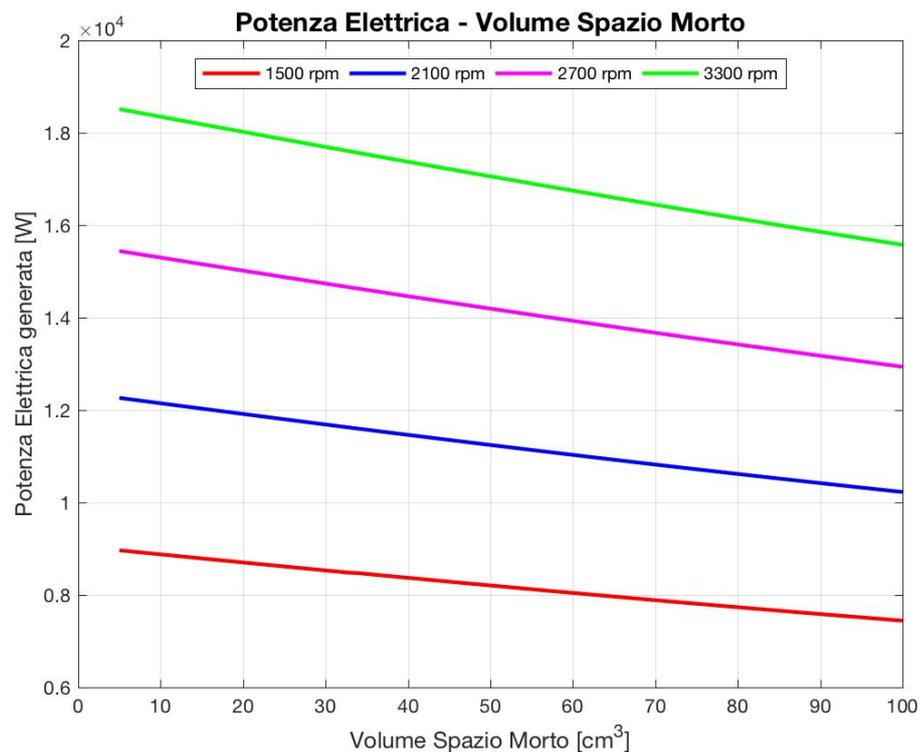


Figura 32 - Grafico potenza elettrica generata dal motore Stirling in funzione del volume di spazio morto della sezione di compressione ed espansione.

In questo caso la potenza elettrica prodotta dal motore, come per l'efficienza, aumenta al diminuire del volume di spazio morto con la differenza che l'aumento del numero di giri, a parità di volume di spazio morto installato, produce una maggiore potenza elettrica.

Una conclusione che si potrebbe trarre dall'analisi di questi due grafici è che si vada a scegliere un volume di spazio morto ridotto al fine di permettere una elevata producibilità ma tenendo conto che esso è importante al fine di permettere scambi termici al suo interno.

Ulteriore valutazione va fatta per quanto riguarda la relazione presente tra l'efficienza e la potenza elettrica prodotta con la variazione del volume spazzato del cilindro di espansione. La potenza elettrica generata dipende da quanta potenza meccanica all'albero viene prodotta dall'espansione del pistone nel cilindro; maggiore è il volume di espansione del pistone e maggiore sarà l'energia al ciclo generata.

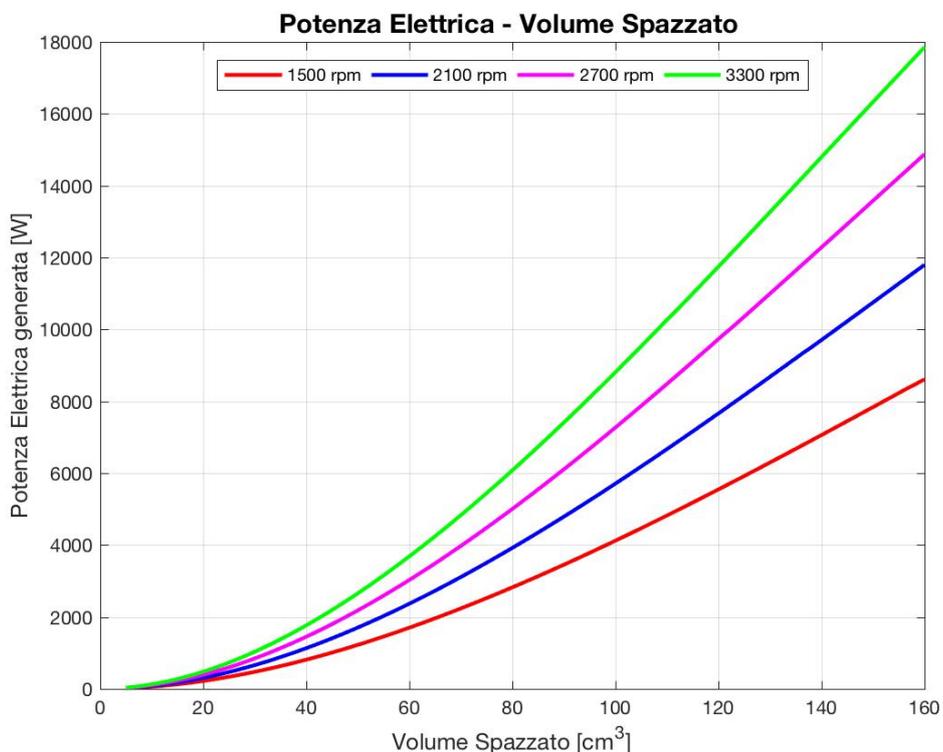


Figura 33 - Grafico potenza elettrica generata dal motore Stirling in funzione del volume spazzato dal pistone nella sezione di compressione ed espansione.

Del grafico si evidenzia come le curve, rappresentanti le diverse velocità di rotazione dell'albero motore, abbiano un andamento esponenziale a testimonianza del fatto di quanto incida l'aumentare del volume spazzato dal cilindro con l'aumento della potenza elettrica generata.

Il crescente numero di giri, a parità di volume spazzato, genera una maggiore potenza elettrica generabile in quanto, essendo l'energia elettrica prodotta al ciclo costante, cambia la frequenza di rotazione.

Per quanto riguarda l'efficienza, si può constatare dal grafico sottostante come l'aumento del numero di giri, malgrado provochi un aumento della potenza elettrica, comporti il raggiungimento picchi di efficienza più bassi rispetto a curve rappresentanti numeri di giri inferiori; all'aumentare del numero di giri aumentano anche le perdite termiche e le cadute di pressione all'interno del motore e quindi si ricorre ad un surplus di risorsa termica calda esterna per sopperire ad esse.

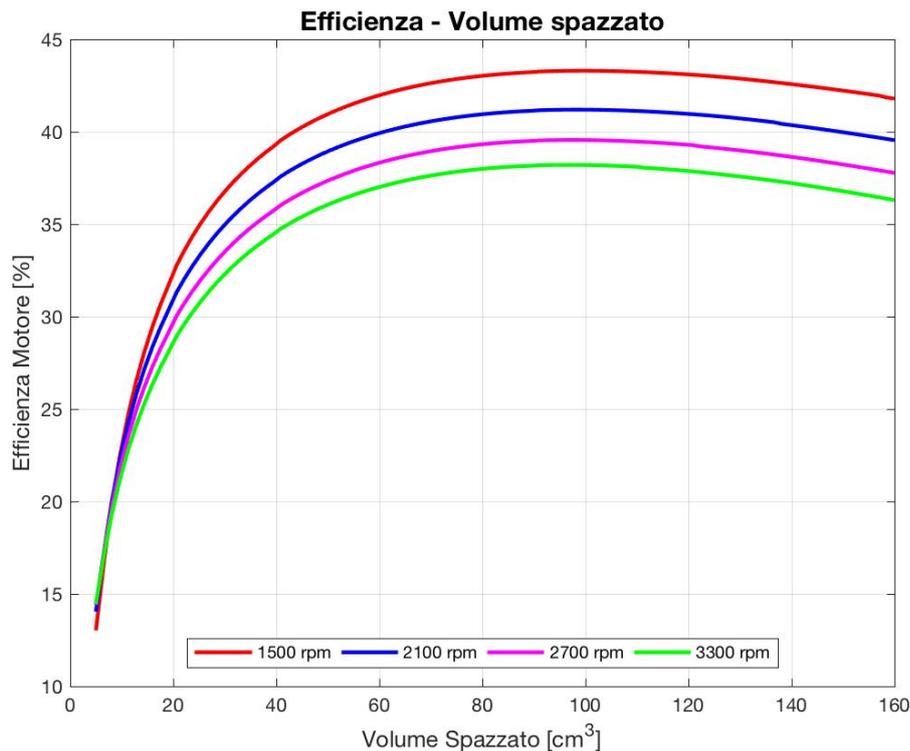


Figura 34 - Grafico efficienza motore Stirling in funzione del volume spazzato dal pistone nella sezione di compressione ed espansione.

Oltre all'incidenza della variazione del numero di giri sull'efficienza, l'informazione che si estrapola dal grafico sovrastante è che la variazione dell'efficienza è considerevole per valori di volume spazzato inferiori ai ginocchi delle curve di velocità; questi ultimi sono punti importanti delle curve perché indicano i valori minimi di volume spazzato installabili al fine di non pregiudicare le prestazioni energetiche del sistema. Man mano che si aumenta il valore del volume spazzato tutte le curve di velocità raggiungono un massimo di efficienza tra gli 80 e i 100 cm³ per poi subire un leggero calo.

Il fatto che vi sia un lieve decremento dell'efficienza per valori di volume spazzato superiori al valore di massima efficienza, rende il motore Stirling un ciclo di potenza in grado di adattarsi anche ad installazioni richiedenti potenze elevate senza subire una diminuzione considerevole di efficienza.

Al termine dell'analisi della cilindrata del motore Stirling si ricavano le linee guida che prevedono l'installazione di un volume di spazio morto minimo intorno ai 10 cm³ e un volume spazzato uguale o superiore ad valore minimo identificato come il punto di ginocchio delle curve di velocità.

CONCLUSIONI

L'elaborato ha prodotto lo sviluppo e una delucidazione di un modello semplificato in grado di descrivere un ciclo di potenza accoppiabile ad un sistema CSP, il modello Stirling.

Il modello sviluppato, al fine di rispecchiare condizioni prossime alla realtà, è stato implementato di perdite di carico e termiche e applicato ad un motore Stirling reale, il SOLO V161, impiegato in ambito cogenerativo.

I risultati sono stati prodotti per mezzo di uno schema concettuale, assunzioni di grandezze fisiche e termodinamiche definite in fase di input e del metodo di computazione Runge Kutta di ordine 4 per la soluzione di equazioni non lineari.

Nei paragrafi successivi sono state sviluppate sia analisi di sensitività in grado di verificare i parametri di input maggiormente influenti sugli output del sistema Stirling sia analisi di ottimizzazione.

L'analisi di sensitività ha messo in luce un importante e consistente aumento dell'efficienza del motore intervenendo sui parametri geometrici della matrice metallica interna al rigeneratore, il diametro del filamento e la porosità; si è visto che, fissando uno dei due parametri, la scelta del secondo dipende dal primo al fine di ottenere una efficienza ottimale. La diminuzione della temperatura della risorsa calda risulta essere il fenomeno maggiormente influente per quanto riguarda la diminuzione dell'efficienza del motore Stirling; la diminuzione di temperatura nella sezione heater provoca necessariamente un aumento del fabbisogno termico necessario al funzionamento del motore, causando una considerevole diminuzione dell'efficienza.

L'analisi di ottimizzazione è stata eseguita al fine di valutare:

- la relazione tra i parametri della matrice del rigeneratore in modo da raggiungere la migliore configurazione in termini di efficienza;
- la relazione tra i volumi di spazio morto e spazzato delle sezioni di compressione ed espansione con l'efficienza generale del motore Stirling e la producibilità elettrica;

da ciò viene messo in evidenza una importante caratteristica del motore Stirling, la sua adattabilità a gestire potenze elevate mantenendo un valore di efficienza considerevole.

In conclusione è possibile affermare che la creazione del modello semplificato del motore Stirling e le susseguenti analisi di sensitività e di ottimizzazione delle performance rispondono all'esigenza di descrivere, sia a livello quantitativo sia a livello qualitativo, gli effetti dei parametri di input e la loro incidenza sui dati di output, in particolare potenza ed efficienza, al fine di dare linee guida all'interno di processi di ottimizzazione e design, diminuendo in modo considerevole le variabili del sistema e quindi il costo computazionale che ne deriva.

BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA

- Ana C. Ferreira, José C. Teixeira, Senhorinha F.C.F. Teixeira, Luis A. Barreiros Martins, “Parametric analysis of the thermal components of an alpha-Stirling engine for cogeneration applications”, Proceedings of the ASME 2017 International Mechanical Engineering Congress and Exposition
- E.D. Rogdakis, G.D. Antonakos, I.P. Koronaki, “ Thermodynamic analysis and experimental investigation of a SOLO V161 Stirling cogeneration unit”, Energy 45(2012) 503-511
- Christopher J. Paul, Abraham Engeda, “Modeling a complete Stirling Engine”, Energy 80 (2015) 85-97
- Y. Kadri, H. Hadj Abdallah, “Performance evaluation of a stand-alone solar dish Stirling system for power generation suitable for off-grid rural electrification”, Energy Conversion and Management, Volume 129, 1 December 2016
- Kays, W.M., and London, A.L. *Compact heat exchangers*. United States, 1984
- Socrates Project Work, 727348 – SOCRATCES – PART B
- Israel Urieli, “Stirling Cycle Machine Analysis”, Adam Hilger, 1984
- www.it/wikipedia.org
- www.formiche.net
- <https://www.e-education.psu.edu>
- <https://www.ohio.edu/mechanical/stirling/index.html>

RINGRAZIAMENTI

La realizzazione completa di questa tesi è stata possibile grazie al professor Verda Vittorio e alla professoressa Guelpa Elisa i quali hanno messo a mia disposizione fiducia nel propormi la suddetta tesi, la loro conoscenza, fondamentale per la delucidazione teorica e tecnica dell'argomento, e il loro tempo a disposizione. Ad entrambi porgo la mia enorme gratitudine e stima in quanto essersi rivelati professori sapienti e allo stesso tempo umani, in grado di supportarmi sia dal punto di vista accademico sia emotivo.

Un ulteriore ringraziamento è d'obbligo alla mia famiglia, genitori, nonni e zii, che è sempre stata in grado di supportarmi economicamente e sentimentalmente per tutta la carriera scolastica da me intrapresa.

In conclusione ringrazio i miei amici di sempre e soprattutto la mia fidanzata che ha sempre creduto in me, anche nei momenti più difficili, facendomi superare paure e insicurezze e permettendo la realizzazione di questo sogno, la mia laurea.

Questo importante traguardo è dedicato a chi, malgrado non sia più fisicamente al mio fianco, ha continuato sempre ad aiutarmi da lassù, mio nonno IVO.