

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

**Analisi agli Elementi Finiti di Soluzioni
Strutturali per Vacuum Balloons**



Relatore

Prof. Marco Gherlone

Candidato

Renato Dalle Mura

Dicembre 2018

Indice

1 - Introduzione	1
2 - Più leggero dell'aria.....	2
2.1 - Dagli albori al disastro.....	2
2.2 - Classificazione degli aerostati	8
2.2.1 - La mongolfiera.....	8
2.2.2 - Il pallone a gas	9
2.2.3 - Il pallone Rozier	10
2.2.4 - Il dirigibile	11
2.3 - Principi del volo aerostatico	13
2.4 - Nuove prospettive	16
3 - Il dirigibile a vuoto.....	19
3.1 - Configurazione.....	19
3.2 - Principi di funzionamento.....	21
3.3 - Materiali.....	24
4 - Guscio sferico a compressione.....	27
4.1 - Condizione di galleggiamento	28
4.2 - Resistenza allo snervamento.....	33
4.3 - Resistenza al buckling	40
4.3.1 - Forme di buckling.....	44
4.3.2 - Non linearità e imperfezioni	45
4.4 - Confronto.....	49

5 - Modello per analisi FEM	56
5.1 - Geometria.....	57
5.2 - Dimensioni e superfici	61
5.2.1 - Superficie sferica esterna.....	62
5.2.2 - Irrigidimenti lungo i bordi delle tessere.....	62
5.2.3 - Irrigidimenti all'interno delle tessere	64
5.2.4 - Superficie sferica interna	71
5.3 - Costruzione del modello CAD.....	77
6 - Impostazione delle analisi FEM.....	88
6.1 - Geometria, materiali e proprietà	88
6.2 - Condizione di carico	90
6.3 - Vincoli e mesh	91
6.3.1 - Superfici quadrangolari ed elementi finiti triangolari	92
6.3.2 - Superfici triangolari ed elementi finiti triangolari.....	96
6.3.3 - Superfici triangolari ed elementi finiti quadrangolari	100
6.3.4 - Determinazione di elementi finiti e vincoli	103
7 - Analisi FEM	105
7.1 - Guscio sferico semplice	106
7.1.1 - Configurazione A.....	107
7.2 - Guscio sferico con irrigidimenti	111
7.2.1 - Configurazione B.....	112
7.2.2 - Configurazione C.....	120
7.2.3 - Configurazione D.....	127
7.3 - Guscio sferico con tessere cave	140
7.3.1 - Configurazione E.....	140

7.3.2 - Configurazione F	148
7.3.3 - Configurazione G.....	159
7.4 - Guscio sferico sandwich	169
7.4.1 - Configurazione H.....	171
7.4.2 - Configurazione I.....	182
7.4.3 - Configurazione J.....	187
8 - Conclusioni	193
Appendice A.....	197
Appendice B	200
Riferimenti.....	213

Indice figure

Figura 2.1:	mongolfiera dei fratelli Montgolfier ^[2]	3
Figura 2.2:	dirigibile di Henri Giffard ^[6]	4
Figura 2.3:	dirigibili Zeppelin dal 1900 al 1923 ^[7]	5
Figura 2.4:	incidente dell'Hindenburg a Lakehurst ^[9]	7
Figura 2.5:	schema mongolfiera ^[11]	8
Figura 2.6:	schema pallone a gas ^[13]	9
Figura 2.7:	schema pallone di Rozier ^[14]	11
Figura 2.8:	schemi dirigibili rigido, floscio e semirigido ^[16]	12
Figura 2.9:	schema delle forze in condizioni di volo stazionario ^[18]	14
Figura 3.1:	dirigibile a vuoto costituito da più gusci sferici ^[21,22]	20
Figura 4.1:	guscio sferico soggetto a compressione uniforme	28
Figura 4.2:	andamento della forza aerostatica L a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico.....	29
Figura 4.3:	andamento della forza aerostatica L in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m.....	30
Figura 4.4:	andamento dello spessore massimo di galleggiamento s_{g_max} a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico in Al-7075 o Al ₂ O ₃	32
Figura 4.5:	andamento dello spessore massimo di galleggiamento s_{g_max} in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m in Al-7075 o Al ₂ O ₃	33
Figura 4.6:	forze su porzione infinitesima del guscio sferico.....	35
Figura 4.7:	carico distribuito e tensione interna su metà guscio sferico.....	37

Figura 4.8:	andamento del carico di snervamento P_y in funzione del parametro s/R per un guscio sferico in Al-7075 o Al_2O_3	38
Figura 4.9:	andamento dello spessore di snervamento s_y a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico in Al-7075 o Al_2O_3	39
Figura 4.10:	andamento dello spessore di snervamento s_y in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m in Al-7075 o Al_2O_3	40
Figura 4.11:	andamento del carico di buckling P_b in funzione del parametro s/R per un guscio sferico in Al-7075 o Al_2O_3	42
Figura 4.12:	andamento dello spessore di buckling s_b a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico in Al-7075 o Al_2O_3	43
Figura 4.13:	andamento dello spessore di buckling s_b in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m in Al-7075 o Al_2O_3	44
Figura 4.14:	carichi di buckling ottenuti sperimentalmente per gusci sferici caratterizzati da diversi parametri R/s (R/t nel grafico) in alluminio o acciaio ^[41]	47
Figura 4.15:	andamenti dei carichi di snervamento e di buckling in funzione del parametro s/R per un guscio sferico in Al-7075	50
Figura 4.16:	andamenti dei carichi di snervamento e di buckling in funzione del parametro s/R per un guscio sferico in Al_2O_3	51
Figura 4.17:	andamenti degli spessori di galleggiamento, di snervamento e di buckling a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico in Al-7075.....	52
Figura 4.18:	andamenti degli spessori di galleggiamento, di snervamento e di buckling a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico in Al_2O_3	53
Figura 4.19:	andamenti degli spessori di galleggiamento, di snervamento e di buckling in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m in Al-7075	54

Figura 4.20:	andamenti degli spessori di galleggiamento, di snervamento e di buckling in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m in Al_2O_3	55
Figura 5.1:	icosaedro troncato e relativo sviluppo piano ^[53]	57
Figura 5.2:	tessere pentagonale ed esagonale costituite dalla sola superficie sferica esterna.....	58
Figura 5.3:	tessere pentagonale ed esagonale costituite dalla superficie sferica esterna e dagli irrigidimenti lungo i bordi.....	59
Figura 5.4:	tessere pentagonale ed esagonale costituite dalla superficie sferica esterna, dagli irrigidimenti lungo i bordi e dagli irrigidimenti all'interno	59
Figura 5.5:	tessere pentagonale ed esagonale costituite dalla superficie sferica esterna, dagli irrigidimenti lungo i bordi e dalla superficie sferica interna	60
Figura 5.6:	tessere pentagonale ed esagonale costituite dalla superficie sferica esterna, dagli irrigidimenti lungo i bordi e dalla superficie sferica interna forata	60
Figura 5.7:	lunghezze e angoli relativi al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti lungo uno dei bordi di una tessera pentagonale o esagonale.....	63
Figura 5.8:	aree relative al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti lungo uno dei bordi di una tessera pentagonale o esagonale	64
Figura 5.9:	faccia esagonale dell'icosaedro troncato e relativa circonferenza circoscritta.....	65
Figura 5.10:	lunghezze e angoli relativi al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti all'interno di una tessera esagonale.....	66
Figura 5.11:	aree relative al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti all'interno di una tessera esagonale	67

Figura 5.12:	faccia pentagonale dell'icosaedro troncato e relativa circonferenza circoscritta.....	68
Figura 5.13:	lunghezze e angoli relativi al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti all'interno di una tessera pentagonale	69
Figura 5.14:	aree relative al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti all'interno di una tessera pentagonale	70
Figura 5.15:	proiezione di un foro di una tessera esagonale sulla relativa faccia esagonale dell'icosaedro troncato.....	72
Figura 5.16:	lunghezze e angoli relativi alla calotta sferica individuata sulla superficie sferica interna dal bordo del foro di una tessera esagonale.....	74
Figura 5.17:	proiezione di un foro di una tessera pentagonale sulla relativa faccia pentagonale dell'icosaedro troncato	75
Figura 5.18:	lunghezze e angoli relativi alla calotta sferica individuata sulla superficie sferica interna dal bordo del foro di una tessera pentagonale.....	76
Figura 5.19:	costruzione geometrica utilizzata per individuare il vertice della piramide a base pentagonale o esagonale.....	78
Figura 5.20:	creazione della superficie che definisce la parete esterna curva di una tessera pentagonale	79
Figura 5.21:	creazione della superficie che definisce una delle regioni triangolari nelle quali è suddivisa la parete esterna curva di una tessera pentagonale.....	80
Figura 5.22:	creazione della superficie che definisce uno degli irrigidimenti lungo uno dei bordi di una tessera pentagonale	81
Figura 5.23:	creazione della superficie che definisce uno degli irrigidimenti all'interno di una tessera pentagonale.....	82
Figura 5.24:	creazione della superficie che definisce la parete interna curva forata di una tessera pentagonale.....	83
Figura 5.25:	creazione del modello tramite assemblaggio delle tessere pentagonali ed esagonali	84

Figura 5.26:	parete sferica esterna.....	85
Figura 5.27:	irrigidimenti lungo i bordi delle tessere	85
Figura 5.28:	irrigidimenti all'interno delle tessere.....	86
Figura 5.29:	parete sferica interna	86
Figura 5.30:	parete sferica interna forata.....	87
Figura 6.1:	pressione di 1 atmosfera agente sulla superficie sferica esterna del modello	91
Figura 6.2:	superficie sferica suddivisa in 24 regioni quadrangolari	93
Figura 6.3:	mesh paver in elementi finiti triangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni quadrangolari.....	94
Figura 6.4:	mesh paver in elementi finiti triangolari sulla superficie della singola regione quadrangolare.....	94
Figura 6.5:	andamento del carico critico di buckling P_b in funzione del numero di elementi finiti triangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni quadrangolari per diverse condizioni di vincolo.....	96
Figura 6.6:	superficie sferica suddivisa in 180 regioni triangolari	97
Figura 6.7:	mesh paver in elementi finiti triangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari	98
Figura 6.8:	mesh paver in elementi finiti triangolari sulla superficie della singola regione pentagonale suddivisa in regioni triangolari	98
Figura 6.9:	andamento del carico critico di buckling P_b in funzione del numero di elementi finiti triangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari per diverse condizioni di vincolo	99
Figura 6.10:	mesh isometrica in elementi finiti quadrangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari	100
Figura 6.11:	mesh isometrica in elementi finiti quadrangolari sulla superficie della singola regione pentagonale suddivisa in regioni triangolari.....	101

Figura 6.12:	andamento del carico critico di buckling P_b in funzione del numero di elementi finiti quadrangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari per diverse condizioni di vincolo	102
Figura 7.1:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 o Al_2O_3 nella configurazione A in funzione del raggio R_1 della parete sferica esterna.....	109
Figura 7.2:	spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello A-R10000-Al prima dell'insorgere del buckling.....	110
Figura 7.3:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello A-R10000-Al in condizioni di buckling.....	111
Figura 7.4:	andamento dello spessore s_p della parete sferica per modelli in Al-7075 nella configurazione B in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ	114
Figura 7.5:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione B in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ	115
Figura 7.6:	spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello B-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling.....	116
Figura 7.7:	spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello B-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling	116
Figura 7.8:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello B-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling.....	117
Figura 7.9:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello B-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling.....	118
Figura 7.10:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello B-h80- γ 1/4 in condizioni di buckling.....	119
Figura 7.11:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello B-h80- γ 1/4 in condizioni di buckling.....	119

Figura 7.12:	andamento dello spessore s_p delle pareti sferiche per modelli in Al-7075 nella configurazione C in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro t.....	122
Figura 7.13:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione C in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro t.....	123
Figura 7.14:	spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello C-h10- γ 1/2-t20 prima dell'insorgere del buckling.....	124
Figura 7.15:	spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello C-h10- γ 1/2-t20 prima dell'insorgere del buckling.....	124
Figura 7.16:	spostamenti in mm sulla parete sferica interna forata del modello C-h10- γ 1/2-t20 prima dell'insorgere del buckling.....	125
Figura 7.17:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello C-h10- γ 1/2-t20 in condizioni di buckling.....	126
Figura 7.18:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello C-h10- γ 1/2-t20 in condizioni di buckling.....	126
Figura 7.19:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna forata del modello C-h10- γ 1/2-t20 in condizioni di buckling.....	127
Figura 7.20:	andamento dello spessore s_p della parete sferica per modelli in Al-7075 nella configurazione D in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ	130
Figura 7.21:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione D in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ	131
Figura 7.22:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 o Al ₂ O ₃ nella configurazione D in funzione del raggio R_1 della parete sferica esterna.....	132
Figura 7.23:	spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello D-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling.....	133

Figura 7.24:	spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello D-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling	133
Figura 7.25:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello D-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling	134
Figura 7.26:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello D-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling.....	135
Figura 7.27:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello D-h10- γ 2 in condizioni di buckling.....	135
Figura 7.28:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello D-h10- γ 2 in condizioni di buckling.....	136
Figura 7.29:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello D-h80- γ 1/2 in condizioni di buckling	136
Figura 7.30:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello D-h80- γ 1/2 in condizioni di buckling.....	137
Figura 7.31:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello D-h05- γ 1/2 in condizioni di buckling	138
Figura 7.32:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello D-h05- γ 1/2 in condizioni di buckling.....	138
Figura 7.33:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello D-h40- γ 1/4 in condizioni di buckling	139
Figura 7.34:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello D-h40- γ 1/4 in condizioni di buckling.....	139
Figura 7.35:	andamento dello spessore s_p delle pareti sferiche per modelli in Al-7075 nella configurazione E in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ	143
Figura 7.36:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione E in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ	144

Figura 7.37:	spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello E-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling.....	145
Figura 7.38:	spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello E-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling	145
Figura 7.39:	spostamenti in mm sulla parete sferica interna del modello E-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling.....	146
Figura 7.40:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello E-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling.....	147
Figura 7.41:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello E-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling.....	147
Figura 7.42:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna del modello E-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling.....	148
Figura 7.43:	andamento dello spessore s_p delle pareti sferiche per modelli in Al-7075 nella configurazione F in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ	151
Figura 7.44:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione F in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ	152
Figura 7.45:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 o Al ₂ O ₃ nella configurazione F in funzione del raggio R_1 della parete sferica esterna.....	153
Figura 7.46:	spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello F-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling.....	154
Figura 7.47:	spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello F-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling	155
Figura 7.48:	spostamenti in mm sulla parete sferica interna del modello F-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling.....	155

Figura 7.49:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello F-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling	156
Figura 7.50:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello F-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling.....	157
Figura 7.51:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna del modello F-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling	157
Figura 7.52:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello F-h80- γ 1 in condizioni di buckling	158
Figura 7.53:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello F-h80- γ 1 in condizioni di buckling.....	158
Figura 7.54:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna del modello F-h80- γ 1 in condizioni di buckling	159
Figura 7.55:	andamento dello spessore s_p delle pareti sferiche per modelli in Al-7075 nella configurazione G in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ	162
Figura 7.56:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione G in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ	163
Figura 7.57:	spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello G-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling.....	164
Figura 7.58:	spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello G-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling	164
Figura 7.59:	spostamenti in mm sulla parete sferica interna del modello G-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling.....	165
Figura 7.60:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello G-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling	166
Figura 7.61:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello G-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling.....	166

Figura 7.62:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna del modello G-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling	167
Figura 7.63:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello G-h40- γ 1 in condizioni di buckling.....	167
Figura 7.64:	spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello G-h40- γ 1 in condizioni di buckling.....	168
Figura 7.65:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna del modello G-h40- γ 1 in condizioni di buckling	168
Figura 7.66:	andamento dello spessore s_f delle facce del sandwich per modelli in diversi materiali nella configurazione H in funzione della distanza h tra le facce del sandwich	174
Figura 7.67:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in diversi materiali nella configurazione H in funzione della distanza h tra le facce del sandwich.....	175
Figura 7.68:	andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 e IG-31 o Al ₂ O ₃ e IG-31 nella configurazione H in funzione del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich.....	176
Figura 7.69:	spostamenti in mm sulla parete sferica sandwich del modello H-h70-Al-IG31 prima dell'insorgere del buckling.....	177
Figura 7.70:	spostamenti in mm sulla parete sferica sandwich del modello H-h80-Al ₂ O ₃ -IG31 sottoposto a un carico distribuito di 1 atmosfera	178
Figura 7.71:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica sandwich del modello H-h70-Al-IG31 in condizioni di buckling.....	179
Figura 7.72:	spostamenti normalizzati sulla parete sferica sandwich del modello H-h80-Al ₂ O ₃ -IG31 in condizioni di buckling	179
Figura 7.73:	tensioni di Von Mises in MPa nella faccia esterna della parete sandwich del modello H-h80-Al ₂ O ₃ -IG31 sottoposto ad un carico distribuito di 1 atmosfera	181

Figura 7.74:	tensioni di Von Mises in MPa nel cuore della parete sandwich del modello H-h80-Al ₂ O ₃ -IG31 sottoposto ad un carico distribuito di 1 atmosfera	181
Figura 7.75:	tensioni di Von Mises in MPa nella faccia interna della parete sandwich del modello H-h80-Al ₂ O ₃ -IG31 sottoposto ad un carico distribuito di 1 atmosfera	182
Figura 7.76:	andamento del carico critico di buckling P _b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 e IG31 nelle configurazioni H e I in funzione del raggio R ₁ della faccia esterna del sandwich.....	186
Figura 7.77:	andamento del carico critico di buckling P _b adimensionalizzato per modelli in Al ₂ O ₃ e IG31 nelle configurazioni H e I in funzione del raggio R ₁ della faccia esterna del sandwich.....	187
Figura 7.78:	andamento del carico critico di buckling P _b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 e IG31 nelle configurazioni H, I e J in funzione del raggio R ₁ della faccia esterna del sandwich.....	191
Figura 7.79:	andamento del carico critico di buckling P _b adimensionalizzato per modelli in Al ₂ O ₃ e IG31 nelle configurazioni H, I e J in funzione del raggio R ₁ della faccia esterna del sandwich.....	192

Indice tabelle

Tabella 2.1:	caratteristiche atmosfera standard internazionale ^[20]	16
Tabella 2.2:	potenziali ruoli operativi per il dirigibile ^[4]	17
Tabella 3.1:	caratteristiche meccaniche della lega di alluminio Al-7075 ^[27]	25
Tabella 3.2:	caratteristiche meccaniche dell'allumina Al ₂ O ₃ (99,5%) ^[29]	26
Tabella 7.1:	caratteristiche meccaniche delle schiume polimeriche Rohacell IG-31 e Rohacell IG-51 ^[55]	170
Tabella A.1:	parametri e risultati delle analisi sulla superficie sferica suddivisa in regioni quadrangolari con mesh paver in elementi finiti triangolari....	197
Tabella A.2:	parametri e risultati delle analisi sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari con mesh paver in elementi finiti triangolari	197
Tabella A.3:	parametri e risultati delle analisi sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari con mesh isometrica in elementi finiti quadrangolari (parte I).....	198
Tabella A.4:	parametri e risultati delle analisi sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari con mesh isometrica in elementi finiti quadrangolari (parte II)	199
Tabella A.5:	parametri e risultati delle analisi sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari con mesh isometrica in elementi finiti quadrangolari (parte III).....	199
Tabella B.1:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione A al variare del raggio R ₁ della parete sferica esterna.....	200
Tabella B.2:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione B al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ	201

Tabella B.3:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione C al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro t	202
Tabella B.4:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione D al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ	203
Tabella B.5:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione D al variare del raggio R_1 della parete sferica esterna.....	204
Tabella B.6:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione E al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ	205
Tabella B.7:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione F al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ	206
Tabella B.8:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione F al variare del raggio R_1 della parete sferica esterna.....	207
Tabella B.9:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione G al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ	208
Tabella B.10:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione H al variare della distanza h tra le facce del sandwich.....	209
Tabella B.11:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione H al variare del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich.....	210
Tabella B.12:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione I al variare del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich (parte I).....	211
Tabella B.13:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione I al variare del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich (parte II)	211
Tabella B.14:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione J al variare del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich (parte I).....	212
Tabella B.15:	parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione J al variare del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich (parte II)	212

Capitolo 1

Introduzione

Il presente studio si pone come obiettivo la valutazione ed il dimensionamento strutturale di un guscio chiuso in parete sottile che risponda a particolari requisiti di leggerezza e resistenza. L'intento è infatti quello di indagare la realizzazione di una struttura rigida che, creato il vuoto all'interno di essa, risulti in grado di sollevarsi in volo per effetto della sola spinta aerostatica. Tale struttura, oltre ad un peso limitato, dovrà presentare caratteristiche di resistenza e rigidità tali da evitare deformazioni plastiche permanenti o cedimenti per instabilità causati dal carico di compressione distribuito sulla superficie del guscio per effetto della differenza di pressione tra la regione racchiusa al suo interno e l'ambiente esterno.

Dopo un'introduzione al volo aerostatico e alla possibilità di ricorrere al vuoto per sviluppare una spinta aerostatica sufficiente ad eguagliare il peso della struttura, lo studio si concentrerà soprattutto sugli aspetti strutturali del problema prendendo in esame una geometria del guscio chiuso di tipo sferico. Oltre a riprendere le informazioni presenti in letteratura riguardanti il comportamento del guscio sferico soggetto a compressione, saranno nel seguito eseguite analisi agli elementi finiti volte sia alla verifica dei risultati riportati in letteratura che alla valutazione degli effetti di particolari soluzioni strutturali quali irrigidimenti dislocati sulla superficie interna del guscio sferico o laminati sandwich utilizzati per la realizzazione del guscio stesso.

Capitolo 2

Più leggero dell'aria

Spesso trascurati e relegati in secondo piano all'interno della vasta famiglia degli aeromobili sono gli aerostati il cui volo, basato su una sustentazione di natura statica, è reso possibile grazie alla spinta generata da un gas più leggero dell'aria. Ad essi, palloni e dirigibili, è invece doveroso attribuire una certa importanza non solo in ragione del ruolo che hanno rivestito nella conquista dei cieli da parte dell'uomo, ma anche per l'ampio spettro operativo che possiedono in funzione delle loro caratteristiche di capacità di carico, autonomia, raggio di operatività, quota e bassa velocità di volo.

2.1 - Dagli albori al disastro

E' il 21 novembre 1783 quando nei cieli di Parigi si solleva il primo pallone aerostatico ad aria calda che, progettato dai fratelli Montgolfier e costituito da un involucro di carta e tela gonfiato dall'aria riscaldata attraverso un braciere, trasporta Pilâtre de Rozier e François Laurent, i primi uomini che abbiano mai volato^[1].

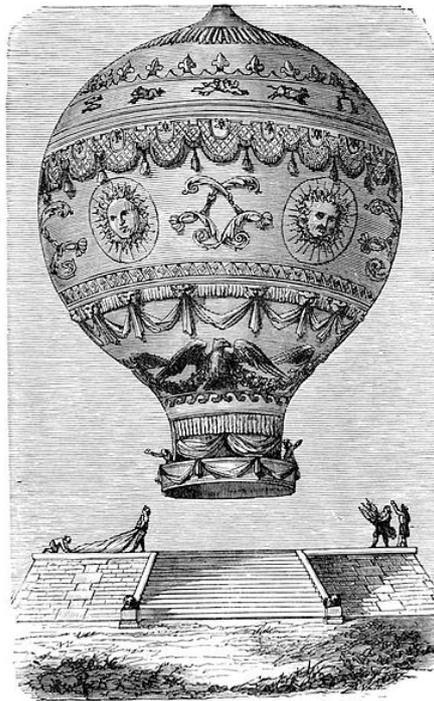


Figura 2.1: mongolfiera dei fratelli Montgolfier^[2]

Pochi giorni dopo fa invece la sua comparsa il primo pallone a gas progettato dal fisico francese Jacques Charles sfruttando la bassa densità dell'idrogeno e quindi la maggiore spinta ascensionale che esso consente rispetto all'aria calda^[1,3]. Più tardi allo stesso de Rozier è attribuita l'invenzione di un ulteriore aerostato di tipo ibrido che si solleva sfruttando sia l'aria calda che un gas leggero racchiusi in due camere separate.

Con la nascita dei palloni l'uomo è così in grado di sollevarsi in aria, ma senza potersi muovere in una direzione deliberatamente scelta indipendentemente dai moti dei venti. Per soddisfare tale esigenza bisogna attendere la seconda metà dell'800 con la nascita del primo dirigibile ed in particolare il 1852 quando il francese Henri Giffard si alza in volo a bordo di un pallone di forma affusolata, caratterizzato da una lunghezza di 45 m e sospinto da un'elica azionata da un piccolo motore a vapore con una potenza di soli 3 hp, raggiungendo la velocità di 8 km/h^[1,3,4,5]. Al 1884 risale invece la realizzazione da parte degli ingegneri francesi Renard e Krebs del primo dirigibile dotato di motore elettrico a batterie ed in grado di volare raggiungendo la velocità di 23 km/h mantenendo altresì una completa manovrabilità^[1,4].

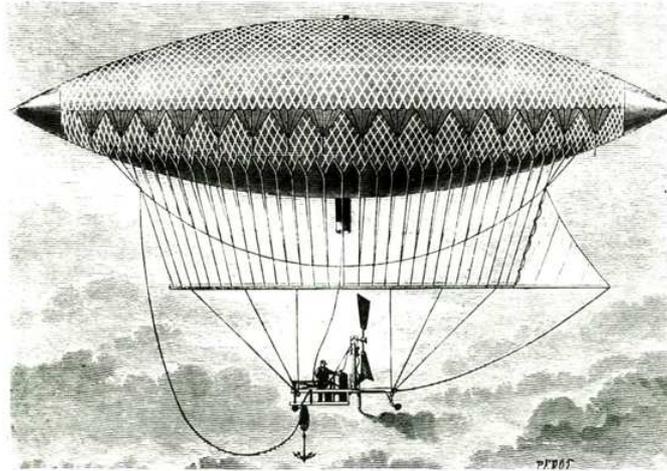


Figura 2.2: dirigibile di Henri Giffard^[6]

Il successivo contributo allo sviluppo del dirigibile è invece di natura tedesca legato alla progettazione dei primi motori a scoppio dedicati all'impiego su dirigibili e alla realizzazione a partire dal 1900 dei primi Zeppelin, aeronavi progettate dal conte Graf Ferdinand Von Zeppelin e caratterizzate da un'intelaiatura rigida di alluminio completa da prua a poppa^[3,4,5].

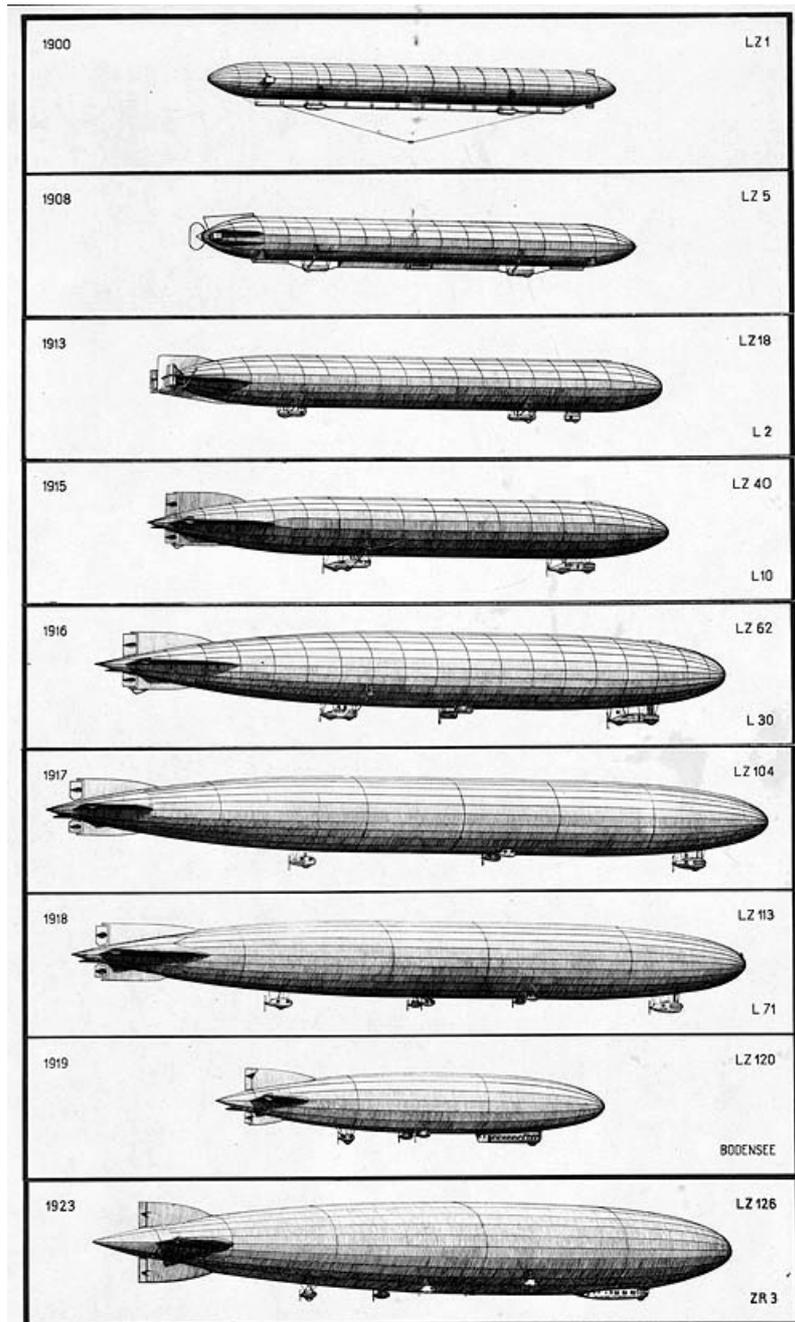


Figura 2.3: dirigibili Zeppelin dal 1900 al 1923^[7]

A partire dai primi anni del '900 i dirigibili conoscono il loro massimo impiego per voli su lunghe distanze con scopi commerciali o per il trasporto di passeggeri in un ambiente di comfort elevato e al 1909 risale in particolare la fondazione della DELAG, la prima società tedesca di trasporto aereo con dirigibili^[3,4,5]. I primi impieghi di natura militare risalgono invece alla guerra italo-turca per il controllo della Libia nel corso

della quale l'esercito italiano si serve di un'aeronave per effettuare ricognizioni su Tripoli^[1,3,8]. Lo scoppio della Grande Guerra fornisce ulteriore impulso allo sviluppo dei dirigibili con aumenti della velocità massima oltre i 100 km/h, delle dimensioni fino a 210 m di lunghezza, della quota operativa fino a oltre 7500 m e dell'autonomia fino a 900 km^[4]. Massiccio uso dei dirigibili durante il conflitto viene fatto soprattutto da parte della Germania che ricorre agli Zeppelin non soltanto per effettuare ricognizioni ma anche per bombardare obiettivi strategici sfruttando autonomia, quota di volo e capacità di carico di certo superiori a quelle dei velivoli dell'epoca.

Negli anni che intercorrono tra le due guerre mondiali il dirigibile permane il mezzo di trasporto più veloce sulle grandi distanze con notevoli impieghi per voli commerciali in Europa e Stati Uniti. In quegli anni il dirigibile si rende inoltre protagonista di notevoli sfide tecnologiche quali la prima traversata dell'Atlantico compiuta nel 1919 dal dirigibile inglese R34^[3] e le imprese polari di Umberto Nobile che con i dirigibili di costruzione italiana Norge e Italia sorvola il polo Nord rispettivamente nel 1926 e nel 1928 (la seconda di tali spedizioni si conclude con lo schianto del dirigibile sulla banchisa artica durante il viaggio di ritorno)^[3,4,5].

Nel corso degli anni sono però molti i dirigibili che vanno perduti in incidenti aerei dovuti a turbolenze atmosferiche, a cedimenti strutturali e alle caratteristiche di infiammabilità ed esplosività dell'idrogeno che permane il gas leggero più utilizzato in ragione della difficile reperibilità e del costo elevato dell'elio introdotto negli anni '20 dagli americani. L'epopea dei grandi dirigibili è così destinata a terminare in tragedia nel 1937 con il disastro dell'Hindenburg, il più grande tra gli Zeppelin, costruito nel 1936 e caratterizzato da una lunghezza di 240 m, un diametro di 40,5 m e una velocità massima di 135 km/h. Tale dirigibile rimane regolarmente in servizio fino al 6 maggio 1937 quando in fase di stazionamento a Lakehurst esplose venendo completamente distrutto e portando alla morte di 35 delle 97 persone a bordo^[3,4,5].

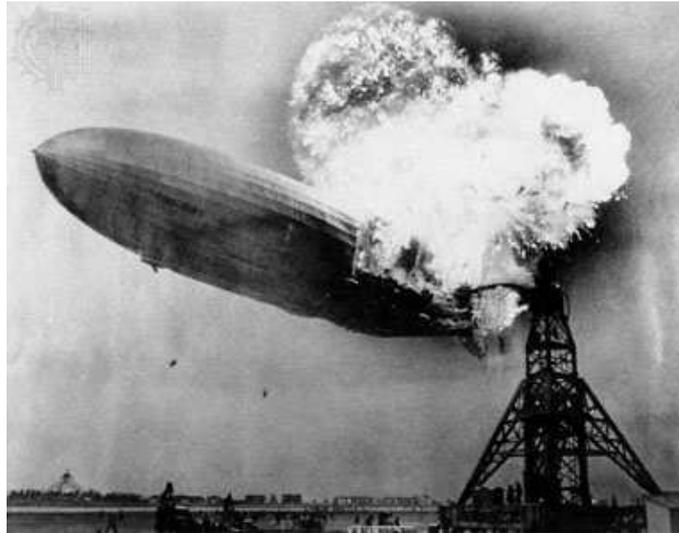


Figura 2.4: incidente dell'Hindenburg a Lakehurst^[9]

La catastrofe dell'Hindenburg segna dunque la fine dell'epoca dei grandi dirigibili da trasporto: non verranno avviati ulteriori progetti e le aeronavi in servizio verranno poco alla volta messe in disuso^[3]. La fine del dirigibile quale mezzo di trasporto su lunghe distanze non si può però solamente attribuire alle conseguenze della tragedia sull'animo umano. Ulteriori ragioni vanno infatti ricercate nel notevole sviluppo tecnologico che in quegli anni, anche in ragione dell'impulso legato all'imminente scoppio della II Guerra Mondiale, interessa gli aeromobili più pesanti dell'aria: gli aeroplani acquisiscono maggiori caratteristiche di sicurezza, velocità e manovrabilità giungendo nel dopoguerra a soppiantare completamente il dirigibile^[8].

Nonostante l'avvento dell'aeroplano, il dirigibile non scompare completamente dalla scena dei cieli, ma viene confinato in secondo piano, prestandosi, in virtù delle sue caratteristiche, a svolgere specifici ruoli civili e militari di pubblicità, ripresa aerea, trasporto turistico, ricerca e soccorso, pattugliamento e sorveglianza.

2.2 - Classificazione degli aerostati

Una prima suddivisione tra palloni e dirigibili insiste sulle caratteristiche di manovrabilità e direzionabilità del mezzo, mentre ulteriori distinzioni all'interno degli aerostati sono legate al tipo di gas utilizzato per generare la forza di sostentamento.

2.2.1 - La mongolfiera

Il pallone ad aria calda o mongolfiera, in onore dei fratelli Montgolfier che diedero vita al primo esemplare, sfrutta una spinta ascensionale legata alla minore densità che contraddistingue l'aria all'aumentare della temperatura a cui essa è mantenuta. La moderna mongolfiera è costituita da un involucro in nylon atto a trattenere all'interno l'aria calda e da un bruciatore tipicamente a propano necessario per riscaldare l'aria, oltre che da una navicella nella quale alloggiano i passeggeri. Una mongolfiera di medie dimensioni è in grado di sollevare 3-4 persone ed è caratterizzata da un volume di 2000-3000 m² e da una massa dell'ordine di 2,5 tonnellate^[10].

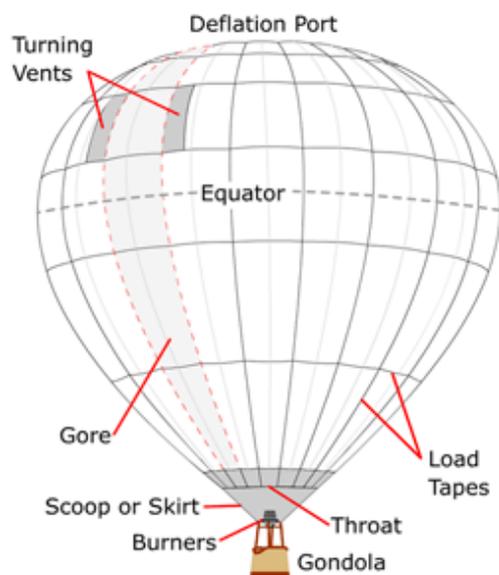


Figura 2.5: schema mongolfiera^[11]

La mongolfiera vola portata dal vento: il pilota può regolare con notevole precisione la quota di volo, mentre può intervenire sulla rotta solamente in maniera approssimativa cercando di sfruttare le diverse direzioni delle correnti di aria a quote differenti. Le variazioni di quota in salita e in discesa vengono conseguite rispettivamente attraverso un ulteriore riscaldamento dell'aria contenuta nell'involucro e attraverso l'emissione di parte dell'aria calda nell'ambiente esterno e la sostituzione della stessa con aria a temperatura inferiore.

L'aria calda fornisce però una spinta limitata (300 g/m^3 a livello del mare) e inoltre la durata del volo in mongolfiera è limitata ad un certo numero di ore in funzione della quantità di carburante, indispensabile per il riscaldamento dell'aria, che la mongolfiera stessa è in grado di trasportare.

2.2.2 - Il pallone a gas

Simile alla mongolfiera, il pallone a gas è costituito da un involucro di forma sferica che racchiude al suo interno un volume di gas caratterizzato da una minore densità rispetto all'aria esterna e al quale è appesa una navicella per ospitare passeggeri e carichi^[12].

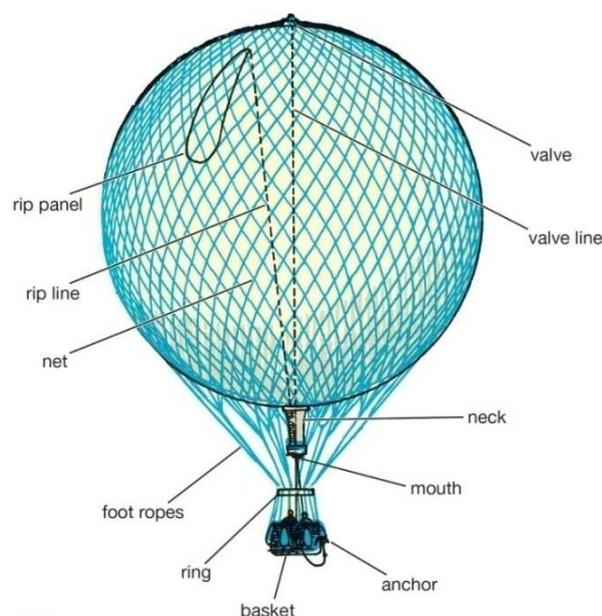


Figura 2.6: schema pallone a gas^[13]

Il pallone viene inizialmente riempito con il gas in quantità tale da ottenere una spinta ascensionale superiore al peso complessivo del pallone stesso e tale spinta viene compensata imbarcando un ulteriore carico di zavorra. La regolazione della quota è quindi ottenuta bilanciando la quantità di gas e zavorra: rilasciando parte della zavorra il pallone si alza mentre facendo fuoriuscire parte del gas attraverso una valvola lo stesso scende verso terra. La rotta è invece sempre legata alle correnti di aria e per lo più indipendente dal pilota^[12].

Il gas più adatto alla sostentazione del pallone a gas è sicuramente l'idrogeno essendo questo l'elemento più leggero esistente in natura. L'idrogeno richiede però particolari precauzioni in ragione delle sue caratteristiche di infiammabilità ed esplosività. Un altro gas utilizzato è l'elio, inerte e dunque non infiammabile, che, oltre al costo proibitivo, presenta però lo svantaggio di essere due volte più pesante dell'idrogeno e quindi a parità di volume fornisce una spinta ascensionale inferiore^[12].

Rispetto alla mongolfiera il pallone a gas presenta maggiori complessità nella preparazione e nel pilotaggio oltre che un costo di esercizio più elevato. Attraverso l'uso di gas leggeri è però possibile ottenere una spinta ascensionale dell'ordine di 1000 g/m^3 al livello del mare, dunque superiore a quella ottenibile a parità di volume attraverso un sistema ad aria calda. Inoltre i palloni a gas sono dotati di una maggiore autonomia oraria rispetto alla mongolfiera: la durata del volo è limitata esclusivamente dalla quantità di gas e zavorra imbarcati in quanto qualsiasi manovra per il controllo della quota determina una diminuzione di essi^[12].

2.2.3 - Il pallone Rozier

Una configurazione ibrida tra i precedenti palloni ad aria calda e a gas è il pallone di Rozier il quale, allo scopo di massimizzare le prestazioni, è caratterizzato da due camere delle quali l'una chiusa contenente un gas leggero e l'altra, analoga a quella delle mongolfiere, riempita con aria riscaldata tramite un bruciatore^[14].

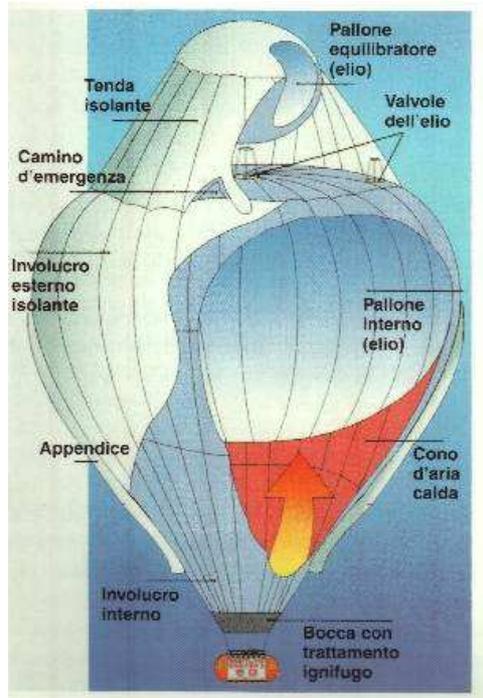


Figura 2.7: schema pallone di Rozier^[14]

Tale combinazione permette così di fondere i vantaggi del gas leggero in termini di maggiore spinta ascensionale e di maggiore autonomia oraria con la maggiore governabilità in termini di quota propria dei palloni ad aria calda.

2.2.4 - Il dirigibile

Il dirigibile o aeronave è invece un aerostato che può essere manovrato e guidato in una determinata direzione grazie alla spinta di motori e all'azione di superfici aerodinamiche analoghe a quelle degli aerei. Il dirigibile è caratterizzato da una forma "a siluro" tale da garantire migliori prestazioni aerodinamiche rispetto alla forma sferica ed è costituito da un involucro che racchiude il gas (idrogeno o elio), una gondola per contenere carico e equipaggio, motori e impennaggi aerodinamici^[15].

I motori di cui il dirigibile è equipaggiato svolgono prevalentemente una funzione propulsiva e non di sustentazione al contrario di quanto avviene invece nel caso di elicotteri e aeroplani. Gli impennaggi aerodinamici sono invece necessari al fine di

garantire la stabilità e la manovrabilità dell'aeromobile. La regolazione della quota di volo può nel caso del dirigibile essere eseguita mediante l'espulsione di gas o di zavorra, ma anche in modo dinamico attraverso l'azione delle superfici di controllo o ancora sfruttando la spinta generata da eliche orientabili^[15].

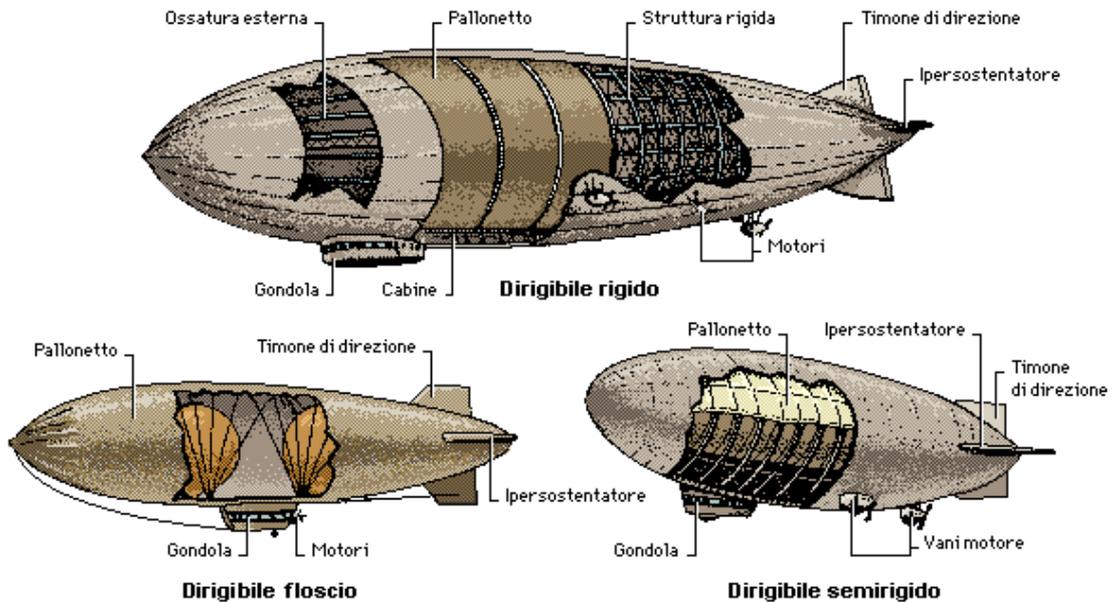


Figura 2.8: schemi dirigibili rigido, floscio e semirigido^[16]

I dirigibili possono essere ulteriormente classificati distinguendo 3 diverse categorie:

- dirigibile floscio (blimp): costituito da un involucro, al quale è direttamente appesa la gondola, che mantiene la sua forma soltanto in funzione di una leggera sovrappressione del gas al suo interno rispetto alla pressione atmosferica esterna^[15]
- dirigibile semirigido: costituito da un involucro la cui forma è assicurata in parte grazie alla sovrappressione e in parte per la presenza di una trave, alla quale è vincolata la gondola, che si estende dalla prua alla poppa dell'aeromobile^[15]
- dirigibile rigido: costituito da un involucro supportato da una intelaiatura in materiale leggero, alla quale è vincolata la gondola, che si estende lungo tutta la superficie dell'aeronave^[15]

2.3 - Principi del volo aerostatico

L'aerostato, sia esso un pallone o un dirigibile, è un aeromobile caratterizzato da una sustentazione di natura statica, dunque non correlata al movimento del corpo nell'aria come nel caso degli aeroplani. La generazione della forza necessaria per sollevare l'aeromobile può quindi essere semplicemente illustrata attraverso il principio di Archimede^[17]:

"Un corpo immerso parzialmente o completamente in un fluido (liquido o gas) riceve una spinta verticale dal basso verso l'alto di intensità pari al peso di una massa di fluido di volume uguale a quello della parte immersa del corpo "

Nel caso dell'aerostato il corpo è completamente immerso all'interno dell'aria ed è di conseguenza soggetto ad una forza verticale di sollevamento L applicata in corrispondenza del baricentro geometrico dell'aeromobile la cui intensità può essere espressa attraverso la seguente relazione:

$$L = \rho_{ae}V \quad (2.1)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria che circonda l'aerostato
- V : volume complessivo dell'aerostato

Il peso complessivo dell'aerostato W risulta ovviamente applicato in corrispondenza del suo centro di massa ed è dato dalla somma dei pesi del gas racchiuso nell'involucro, della struttura e del carico utile:

$$W = \rho_g V_g + W_S + W_P \quad (2.2)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_g : densità del gas racchiuso nell'involucro
- V_g : volume occupato dal gas
- W_S : peso della struttura dell'aerostato
- W_P : peso del carico utile imbarcato

Eguagliando le due espressioni della forza di sollevamento e del peso è dunque possibile ricondursi alla seguente equazione che definisce la condizione di galleggiamento in aria a quota costante dell'aeromobile (condizione di equilibrio):

$$L = \rho_{ae}V = \rho_g V_g + W_S + W_P = W \quad (2.3)$$

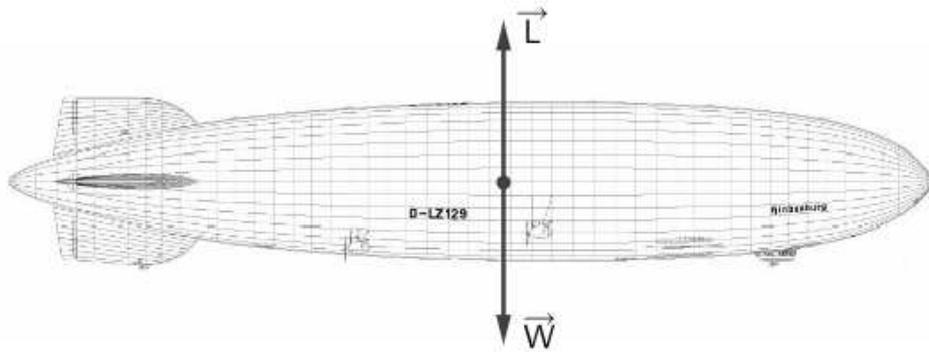


Figura 2.9: schema delle forze in condizioni di volo stazionario^[18]

Affinché l'aerostato risulti in grado di sollevarsi dal suolo esso deve quindi essere riempito con un gas più leggero dell'aria in modo tale che la spinta ascensionale superi in modulo il peso complessivo dell'aeromobile. Dopo il decollo l'aerostato salirà dunque fino al raggiungimento della quota di equilibrio alla quale la densità dell'aria risulta tale da soddisfare l'equazione 2.3 di galleggiamento^[17].

Il volo aerostatico risulta dunque strettamente correlato alle conoscenze sul comportamento fisico dei gas e sulla natura dell'atmosfera terrestre necessarie al fine di valutare gli effetti delle variazioni di quota e temperatura sulle densità di aria e gas.

Per quanto riguarda l'atmosfera terrestre è opportuno ricordare come la densità dell'aria sia fortemente influenzata dalla stagione, dall'ora del giorno e dalle condizioni climatiche oltre che dalla quota di valutazione. Affinché si possa garantire un'uniformità dei dati si fa quindi tipicamente riferimento all'atmosfera standard internazionale (ISA). In quest'ottica sono innanzitutto definite pressione, temperatura e densità dell'aria a livello del mare:

$$P_0 = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_0 = 288,15 \text{ K}$$

$$\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$$

Lo strato atmosferico di interesse per il volo degli aerostati coincide con la troposfera che si estende fino ad una quota di 11000 m dal livello del mare e all'interno della quale il gradiente di temperatura è assunto essere costante e pari a -0,0065 K/m.

$$T = T_0 - 0,0065 z \quad (2.4)$$

L'andamento della temperatura T al variare della quota z può dunque essere espresso attraverso il seguente rapporto ottenuto rielaborando la precedente formulazione 2.4^[19]:

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{z}{44300} \quad (2.5)$$

Sostituendo la relazione 2.5 all'interno della formula di Laplace (ottenuta combinando l'equazione dei gas perfetti e la formula di Stevino) è quindi possibile risalire all'andamento della pressione P all'interno della troposfera^[19]:

$$\frac{P}{P_0} = \left(1 - \frac{z}{44300}\right)^{5,256} \quad (2.6)$$

Infine, attraverso l'equazione dei gas perfetti, è possibile determinare la seguente legge che definisce la diminuzione della densità dell'aria ρ all'aumentare della quota di valutazione^[19]:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{P_0} \frac{T_0}{T} = \left(1 - \frac{z}{44300}\right)^{4,256} \quad (2.7)$$

I valori di temperatura, pressione e densità dell'aria valutati in corrispondenza di determinate quote secondo l'ipotesi di atmosfera standard internazionale sono quindi riportati all'interno della successiva tabella 2.1.

Quota	Temperatura	Pressione	Densità
z	T	P	ρ
[m]	[K]	[Pa]	[kg/m ³]
0	288	101325	1,225
500	284,8	95464	1,168
1000	281,5	89881	1,113
1500	278,3	84565	1,059
2000	275,0	79507	1,007
2500	271,8	74696	0,958
3000	268,5	70123	0,910
3500	265,3	65780	0,864
4000	262,0	61658	0,820
4500	258,8	57747	0,778
5000	255,5	54039	0,737
5500	252,3	50527	0,698
6000	249,0	47201	0,660
6500	245,8	44055	0,625
7000	242,5	41081	0,590
7500	239,3	38272	0,557
8000	236,0	35620	0,526
8500	232,8	33119	0,496
9000	229,5	30762	0,467
9500	226,3	28543	0,440
10000	223,0	26455	0,413
10500	219,8	24492	0,388
11000	216,5	22650	0,365

Tabella 2.1: caratteristiche atmosfera standard internazionale^[20]

2.4 - Nuove prospettive

Nonostante lo sviluppo dei velivoli ad ala fissa e dei veicoli di superficie abbia profondamente ridimensionato l'utilizzo dei dirigibili quali mezzi di trasporto, l'interesse nei confronti delle aeronavi non si è mai spento completamente e la crescente necessità di sistemi economici e di minimo impatto ambientale potrebbe aprire nuovi scenari di sviluppo per i dirigibili nel XXI secolo.

L'aeronave, anche in virtù dei notevoli progressi scientifici e tecnologici degli ultimi anni, potrebbe infatti risultare una soluzione efficace ed economicamente vantaggiosa purché venga destinata a ruoli operativi che ne esaltino le caratteristiche peculiari quali l'elevata capacità di carico, la notevole autonomia oraria e chilometrica, la possibilità di volo stazionario o di volo a bassa velocità, l'elevata quota operativa, la possibilità di decollo verticale e la possibilità di operare su superfici non preparate oltre che costi di utilizzo, consumi e rumorosità ridotti^[4,15].

Tra i limiti di tale mezzo di trasporto risaltano però la velocità massima limitata (tipicamente inferiore a 150 km/h) e la sensibilità alle perturbazioni atmosferiche (importanti in questo senso sono i progressi conseguiti nel corso degli anni nella comprensione dei fenomeni meteorologici) a cui si aggiunge un elevato ingombro (la capacità di carico è funzione del volume di gas contenuto) che comporta la necessità di hangar ed infrastrutture a terra di ragguardevoli dimensioni^[15].

Le caratteristiche positive o negative di un mezzo sono però tali solamente in funzione degli impieghi ipotizzati per il mezzo in questione^[15]. Le proprietà in precedenza elencate rendono quindi il sistema aeronave una soluzione con un ampio spettro di impiego civile e militare per operazioni di trasporto su lunghe distanze, osservazioni scientifiche, pubblicità, sorveglianza, controllo del territorio, ricerca e soccorso,...^[4]

Ruoli civili	Trasporto passeggeri Trasporto merci Sollevamento (Crane-lift) Attività promozionali Riprese televisive Avvistamento Piacere Osservazioni del cielo Controllo del territorio
Ruoli per la Sicurezza e protezione civile	Polizia. Dogana/controllo dell'immigrazione Controllo di Aree urbane Ricerca e salvataggio
Ruoli para militari	Guardiacoste Protezione dei bacini di pesca/pirateria Terrorismo e contro-insurrezione Rafforzamento della sovranità territoriale
Ruoli militari	Airbone Early Warning (AEW) Guerra anti sommergibile Smi-namento Command Control Communication and Information (C3I) Riconoscimento, Intelligence, Sorveglianza e Target Acquisition (RISTA)

Tabella 2.2: potenziali ruoli operativi per il dirigibile^[4]

Al momento l'utilizzo del dirigibile è ancora confinato a pochi ambiti, ma negli ultimi anni sia l'aeronautica commerciale che quella militare hanno iniziato a prendere in considerazione le potenzialità di tale aeromobile dando così nuovo impulso ad attività di studio, esperimenti e ricerche e portando alla realizzazione di nuovi prototipi e di soluzioni innovative. In questo contesto si pone il presente elaborato attraverso il quale si intendono illustrare le possibilità di realizzazione da un punto di vista esclusivamente strutturale di un sistema a sustentazione statica basato sulla creazione all'interno di un involucro rigido di un ambiente a densità e pressione inferiori rispetto a quelle esterne fino ad una condizione limite di vuoto assoluto.

Capitolo 3

Il dirigibile a vuoto

Risale a più di 300 anni fa l'idea preliminare per la realizzazione di un dirigibile a vuoto. E' nel 1670 infatti che il gesuita italiano Francesco Lana de Terzi pubblica il libro *Prodromo* all'interno del quale ipotizza un vascello in grado di sollevarsi sfruttando quattro sfere di rame all'interno delle quali doveva essere realizzato il vuoto. Il progetto prevedeva inoltre una chiglia e un sistema di alberi per consentire la movimentazione della nave nell'aria^[3].

L'idea rimase solamente tale e nessun prototipo venne mai realizzato, ma ora, visti i notevoli progressi conseguiti nei campi della progettazione, dei materiali e delle tecniche di lavorazione, il progetto di dirigibile a vuoto potrebbe essere attuabile. Oggetto del presente studio è dunque la valutazione della fattibilità da un punto di vista strutturale di un sistema di sollevamento basato appunto sulla creazione del vuoto.

3.1 - Configurazione

L'elemento principale costituente il dirigibile a vuoto consisterà sicuramente in un involucro rigido all'interno del quale la densità dell'aria potrà essere progressivamente diminuita fino al raggiungimento di una condizione limite di densità nulla coincidente con la realizzazione del vuoto assoluto^[21,22,23,24]. La regolazione della densità dell'aria racchiusa all'interno dell'involucro permetterà così la variazione della quota di volo

senza dover ricorrere a gas leggeri, bruciatori e zavorre indispensabili invece per gli aerostati convenzionali. Gli studi preliminari di natura strutturale riportati nel presente elaborato saranno esclusivamente riferiti ad un involucro di tipo sferico rimandando a future indagini le considerazioni riguardanti geometrie di maggiore efficienza aerodinamica eventualmente realizzabili attraverso la disposizione di più gusci sferici lungo l'asse longitudinale dell'aeronave come rappresentato in figura 3.1^[21,22]. Uno svantaggio della natura rigida dell'involucro è sicuramente identificabile nell'ingombro che essa determina nelle fasi di produzione e immagazzinamento a terra ed è per tentare di fornire una soluzione a tale problematica che verrà nel seguito proposta una suddivisione dell'involucro stesso in tessere curve di forma pentagonale ed esagonale di dimensioni contenute.

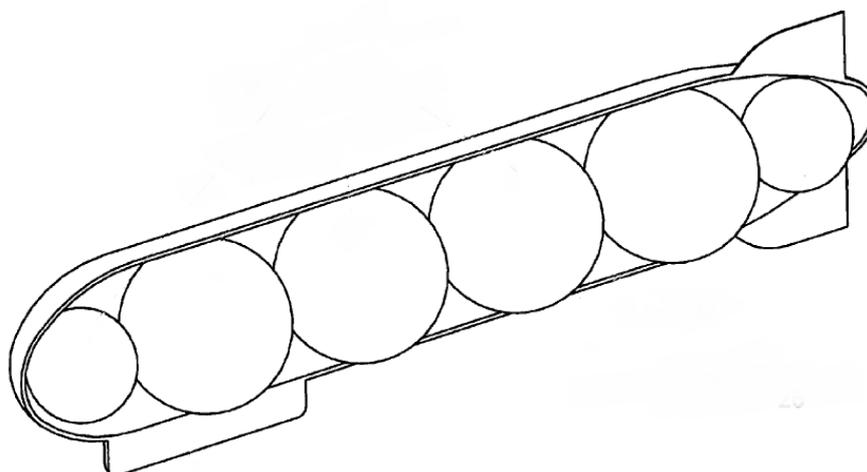


Figura 3.1: dirigibile a vuoto costituito da più gusci sferici^[21,22]

L'involucro dovrà poi essere necessariamente posto in comunicazione con l'ambiente esterno attraverso valvole in grado di immettere aria dall'esterno in maniera controllata e pompe a vuoto utili invece per trasferire l'aria dall'ambiente interno verso l'esterno^[21,22,23,24]. All'involucro sarà appesa una navicella indispensabile per contenere carico ed equipaggio e su di esso verranno inoltre installati propulsori ad elica necessari per garantire manovrabilità e direzionabilità del mezzo.

Il dirigibile a vuoto presenterà logicamente prestazioni e caratteristiche analoghe a quelle delle aeronavi di tipo classico con un incremento di aerodinamicità, stabilità e manovrabilità, dovuto al guscio rigido che renderà possibile la realizzazione di un design aerodinamico e l'eventuale installazione di superfici aerodinamiche, e con minori costi operativi e impatto ambientale in ragione del fatto che non risulteranno necessari bruciatori o gas quali elio ed idrogeno^[21,22].

3.2 - Principi di funzionamento

La sustentazione del dirigibile a vuoto è di natura statica basata sui medesimi principi alla base del volo di palloni e dirigibili convenzionali. La spinta ascensionale che permette all'aeronave di sollevarsi in volo è infatti definibile attraverso il principio di Archimede enunciato nella precedente sezione 2.3, mentre la condizione di equilibrio a quota costante è espressa attraverso la relazione 2.3. Essendo la densità dell'aria esterna variabile con la quota secondo la relazione 2.7, diverse quote di equilibrio potranno essere conseguite variando semplicemente il quantitativo di aria contenuto all'interno dell'involucro rigido. In particolare per raggiungere una quota superiore sarà necessario ridurre la densità dell'aria all'interno espellendo parte di essa attraverso la pompa a vuoto, mentre per diminuire la quota di volo sarà sufficiente aprire una valvola che consenta l'ingresso di aria all'interno dell'involucro^[21,22,23,24]. Combinando le relazioni 2.3 e 2.7 si ottiene dunque l'espressione 3.1 che definisce la densità ρ_{ai} dell'aria all'interno dell'involucro tale da consentire l'equilibrio del dirigibile ad una determinata quota di volo; tale densità risulta necessariamente inferiore alla densità dell'aria all'esterno dello stesso involucro:

$$\rho_{ai} = \frac{\rho_{ae}V - W_S - W_P}{V_i} = \frac{\rho_0 V \left(1 - \frac{z}{44300}\right)^{4,256} - W_S - W_P}{V_i} \quad (3.1)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno dell'involucro
- V: volume complessivo del dirigibile

- V_i : volume all'interno dell'involucro
- W_S : peso della struttura del dirigibile
- W_P : peso del carico utile imbarcato
- ρ_0 : densità dell'aria al livello del mare
- z : quota di volo

Invertendo la precedente relazione è invece possibile definire la quota massima di volo z_{max} raggiungibile rendendo nulla la densità dell'aria all'interno dell'involucro ossia creando una condizione di vuoto assoluto all'interno dello stesso:

$$z_{max} = 44300 \left[1 - \left(\frac{W_S + W_P}{\rho_0 V} \right)^{\frac{1}{4,256}} \right] \quad (3.2)$$

La variazione della quota di volo comporta inevitabilmente una variazione della pressione atmosferica esterna secondo la relazione 2.6 nell'approssimazione di atmosfera standard internazionale. La pressione dell'aria all'interno dell'involucro risulta invece funzione sia della densità dell'aria racchiusa all'interno dello stesso involucro che dalla temperatura variabile in funzione della quota di volo. Considerando il dirigibile in equilibrio ad una determinata quota di volo in condizioni stazionarie, la pressione interna può essere valutata immaginando che tale condizione di equilibrio sia stata raggiunta attraverso una prima riduzione istantanea della densità dell'aria racchiusa nell'involucro a partire dal valore di densità dell'atmosfera al livello del mare, seguita da un aumento di quota e dunque dalla graduale variazione di temperatura che ne consegue. La prima trasformazione si considera quindi avvenire a quota e temperatura costanti e comporta una prima riduzione della pressione interna: in seguito alla variazione di densità, la pressione P_{ai}^* dell'aria alla densità ρ_{ai} all'interno dell'involucro a quota zero può dunque essere determinata attraverso la seguente relazione:

$$P_{ai}^* = P_0 \frac{\rho_{ai}}{\rho_0} \quad (3.3)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- P_0 : pressione dell'aria al livello del mare

ρ_{ai} : densità dell'aria all'interno dell'involucro tale da garantire l'equilibrio alla quota z

ρ_0 : densità dell'aria al livello del mare

La successiva variazione di quota si identifica invece con una riduzione di temperatura (secondo le relazioni 2.4 e 2.5) a volume costante e definisce il valore della pressione dell'aria P_{ai} all'interno dell'involucro a fissate densità dell'aria interna e quota di volo:

$$P_{ai} = P_{ai}^* \frac{T_z}{T_0} = P_{ai}^* \left(1 - \frac{z}{44300}\right) = P_0 \frac{\rho_{ai}}{\rho_0} \left(1 - \frac{z}{44300}\right) \quad (3.4)$$

dove compaiono i seguenti termini:

P_{ai}^* : pressione dell'aria alla densità ρ_{ai} all'interno dell'involucro a quota zero

P_0 : pressione dell'aria al livello del mare

ρ_{ai} : densità dell'aria all'interno dell'involucro tale da garantire l'equilibrio alla quota z

ρ_0 : densità dell'aria al livello del mare

T_z : temperatura dell'aria alla quota di volo z

T_0 : temperatura dell'aria al livello del mare

z : quota di volo

Data la minore densità dell'aria all'interno dell'involucro rispetto a quella nell'ambiente esterno, la pressione all'interno dell'involucro sarà anch'essa inferiore alla pressione esterna. Combinando le precedenti relazioni 2.6 e 3.4, la differenza di pressione tra i due ambienti esterno ed interno può dunque essere espressa attraverso la seguente relazione:

$$\Delta P = P_{ae} - P_{ai} = P_0 \left(1 - \frac{z}{44300}\right)^{5,256} - P_0 \frac{\rho_{ai}}{\rho_0} \left(1 - \frac{z}{44300}\right) \quad (3.5)$$

Tale differenza di pressione, variabile con la quota di volo, definisce dunque un carico di compressione uniformemente distribuito sulla superficie rigida dell'involucro. Lo stesso involucro dovrà quindi essere progettato e dimensionato in maniera tale da soddisfare i requisiti di resistenza in completa sicurezza: esso dovrà infatti essere in grado di sopportare i carichi applicati (scalati attraverso adeguati fattori di sicurezza) senza che sulla superficie si verificino fenomeni di buckling o deformazioni plastiche

permanenti. Oltre alle analisi statiche e di buckling, volte a verificare l'insorgere di forme di instabilità o di deformazioni plastiche, sarà in un secondo momento necessario procedere anche ad una verifica a fatica al fine di prevenire un'eventuale rottura a fatica dell'involucro rigido sottoposto a carichi di compressione di intensità variabile ripetutamente in funzione della quota di volo.

3.3 - Materiali

La realizzabilità del progetto è dunque legata alla possibilità di un contemporaneo soddisfacimento dei requisiti di leggerezza e resistenza alla compressione da parte dell'involucro rigido del dirigibile. Risulta dunque di fondamentale importanza una attenta progettazione strutturale che tenga in considerazione progressi e innovazioni conseguiti nel corso degli anni nel campo dei materiali e delle tecniche di lavorazione. Il materiale per la realizzazione dell'involucro rigido dovrà essere dunque scelto consapevolmente affinché lo stesso involucro presenti un peso limitato, ma risulti al contempo in grado di sopportare le sollecitazioni a cui si prevede che sarà sottoposto durante la sua intera vita operativa. Nell'identificazione del materiale più opportuno bisognerà inoltre valutare la lavorabilità del materiale attraverso tecnologie adatte alla realizzazione e alla successiva giunzione delle lamiere, caratterizzate da spessori estremamente ridotti e da curvature più o meno complesse, che andranno a costituire l'involucro rigido del dirigibile.

Per le successive analisi si è selezionato come materiale di riferimento la lega alluminio-zinco Al-7075 (Ergal) di largo impiego in campo aerospaziale in ragione dalla bassa densità propria di tutte le leghe di alluminio e delle elevate caratteristiche meccaniche per le quali essa si distingue rispetto alle altre leghe. Tale lega Al-7075 risulta infatti essere una delle leghe di alluminio con migliori caratteristiche specifiche in termini di rigidità e resistenza e dunque particolarmente adatta per la realizzazione di componenti leggeri in grado di resistere a sollecitazioni elevate^[25]. Altri vantaggi nella scelta di ricorrere ad una lega di alluminio sono inoltre la bassa temperatura di fusione, l'elevata duttilità e la buona saldabilità, proprietà che conferiscono al materiale

una certa facilità di lavorazione. Le principali caratteristiche meccaniche della lega di alluminio Al-7075 sono quindi riportate all'interno della tabella 3.1 sottostante.

Physical Properties	Metric	English	Comments
Density	<u>2.81 g/cc</u>	0.102 lb/in ³	AA; Typical
Mechanical Properties			
Hardness, Brinell	150	150	AA; Typical; 500 g load; 10 mm ball
Hardness, Knoop	191	191	Converted from Brinell Hardness Value
Hardness, Rockwell A	53.5	53.5	Converted from Brinell Hardness Value
Hardness, Rockwell B	87	87	Converted from Brinell Hardness Value
Hardness, Vickers	175	175	Converted from Brinell Hardness Value
Ultimate Tensile Strength	<u>572 MPa</u>	83000 psi	AA; Typical
Tensile Yield Strength	<u>503 MPa</u>	73000 psi	AA; Typical
Elongation at Break	<u>11 %</u>	11 %	AA; Typical; 1/16 in. (1.6 mm) Thickness
Elongation at Break	<u>11 %</u>	11 %	AA; Typical; 1/2 in. (12.7 mm) Diameter
Modulus of Elasticity	<u>71.7 GPa</u>	10400 ksi	AA; Typical; Average of tension and compression. Compression modulus is about 2% greater than tensile modulus.
Poisson's Ratio	0.33	0.33	
Fatigue Strength	<u>159 MPa</u>	23000 psi	AA; 500,000,000 cycles completely reversed stress; RR Moore machine/specimen
Fracture Toughness	<u>20 MPa-m^{1/2}</u>	18.2 ksi-in ^{1/2}	K(IC) in S-L Direction
Fracture Toughness	<u>25 MPa-m^{1/2}</u>	22.8 ksi-in ^{1/2}	K(IC) in T-L Direction
Fracture Toughness	<u>29 MPa-m^{1/2}</u>	26.4 ksi-in ^{1/2}	K(IC) in L-T Direction
Machinability	<u>70 %</u>	70 %	0-100 Scale of Aluminum Alloys
Shear Modulus	<u>26.9 GPa</u>	3900 ksi	
Shear Strength	<u>331 MPa</u>	48000 psi	AA; Typical

Tabella 3.1: caratteristiche meccaniche della lega di alluminio Al-7075^[27]

Ulteriori studi saranno inoltre condotti ipotizzando di realizzare l'involucro rigido in allumina Al₂O₃ (ossido di alluminio)^[23] con un grado di purezza del 99,5%. Tale materiale presenta una maggiore densità rispetto alle comuni leghe di alluminio, ma è allo stesso tempo caratterizzato da elevate proprietà meccaniche quali modulo di elasticità longitudinale e tensione di rottura che aumentano al diminuire di porosità e impurità all'interno del materiale^[28]. Complessivamente, nonostante la maggiore densità, le caratteristiche specifiche dell'allumina risultano superiori a quelle della lega Al-7075 e di conseguenza un involucro realizzato in allumina dovrebbe essere dotato di una maggiore efficienza strutturale. L'allumina è però un materiale ceramico e dunque dotato di un comportamento esclusivamente elastico e di una intrinseca fragilità che non

verrà nel seguito presa in considerazione, ma che potrebbe essere un limite nella scelta di tale materiale. Altre caratteristiche dei materiali di natura ceramica sono inoltre scarse duttilità e saldabilità che necessariamente si traducono in una maggiore difficoltà di lavorazione rispetto ai materiali metallici. Anche tale aspetto non sarà comunque indagato confidando nei progressi conseguiti nel corso degli anni nel campo delle tecnologie di lavorazione. Nella successiva tabella 3.2 sono quindi riportate le principali proprietà meccaniche dell'allumina con un grado di purezza del 99,5%.

Mechanical	Units of Measure	SI/Metric	(Imperial)
Density	gm/cc (lb/ft ³)	3.89	(242.8)
Porosity	% (%)	0	(0)
Color	—	ivory	—
Flexural Strength	MPa (lb/in ² x10 ³)	379	(55)
Elastic Modulus	GPa (lb/in ² x10 ⁶)	375	(54.4)
Shear Modulus	GPa (lb/in ² x10 ⁶)	152	(22)
Bulk Modulus	GPa (lb/in ² x10 ⁶)	228	(33)
Poisson's Ratio	—	0.22	(0.22)
Compressive Strength	MPa (lb/in ² x10 ³)	2600	(377)
Hardness	Kg/mm ²	1440	—
Fracture Toughness K _{IC}	MPa•m ^{1/2}	4	—
Maximum Use Temperature (no load)	°C (°F)	1750	(3180)

Tabella 3.2: caratteristiche meccaniche dell'allumina Al₂O₃ (99,5%)^[29]

Materiali compositi rinforzati con fibre non sono stati invece per il momento presi in considerazione per via delle caratteristiche meccaniche anisotrope (ottime nella direzione delle fibre, ma inferiori nelle altre direzioni) che a prima vista non li renderebbero adatti alla realizzazione di una geometria sferica soggetta ad un carico distribuito come quella studiata nel presente elaborato. Disponendo opportunamente le fibre in più direzioni diverse tali materiali compositi potrebbero rivelarsi una buona soluzione, ma tale prospettiva è rimandata a future valutazioni.

Capitolo 4

Guscio sferico a compressione

I palloni aerostatici privi di intelaiatura rigida tendono naturalmente ad assumere una forma sferica in quanto tale configurazione realizza la minima superficie a parità di volume. Evitando considerazioni di natura aerodinamica, la forma sferica è quella che meglio si presta anche per la realizzazione del dirigibile a vuoto in quanto a parità di volume occupato, e dunque a parità di spinta ascensionale, tale geometria rende minima la superficie dell'involucro e conseguentemente minimizza il peso della struttura. La configurazione sferica presenta inoltre il vantaggio di garantire una sollecitazione uniforme all'interno della struttura evitando le concentrazioni di tensione che si presenterebbero per le altre geometrie in corrispondenza delle variazioni di curvatura. In virtù di tali considerazioni nel seguito verrà presa in esame la sola geometria sferica rimandando a futuri studi l'analisi di configurazioni di maggiore complessità geometrica.

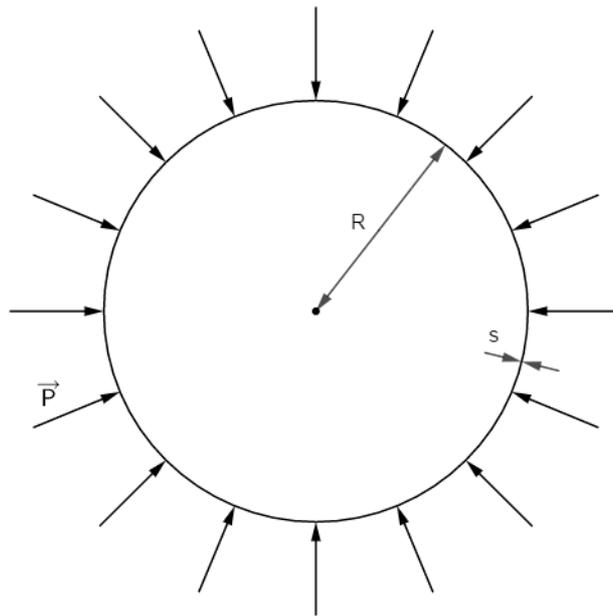


Figura 4.1: guscio sferico soggetto a compressione uniforme

4.1 - Condizione di galleggiamento

La condizione di equilibrio, introdotta nella sezione 2.3 dedicata alle basi del volo aerostatico, si realizza nel momento in cui la spinta ascensionale, definita attraverso il principio di Archimede, eguaglia il peso complessivo della struttura e dell'aria racchiusa al suo interno. Nel caso preso in esame il guscio presenta una geometria sferica con spessore limitato e uniforme per cui la forza di sostentamento L può essere valutata, in maniera conservativa e con buona approssimazione, attraverso la seguente relazione:

$$L = \rho_{ae} V = \frac{4}{3} \pi \rho_{ae} R^3 \quad (4.1)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio sferico
- V : volume della sfera delimitata dalla superficie media del guscio
- R : raggio della sfera delimitata dalla superficie media del guscio

La spinta ascensionale risulta dunque maggiore all'aumentare del raggio della sfera e della densità dell'aria spostata dal corpo solido. All'interno dei sottostanti grafici di figure 4.2 e 4.3 sono quindi riportati gli andamenti della forza di sollevamento in questione rispettivamente al livello del mare al variare del raggio R della sfera e fissato il raggio R pari a 10 m al variare della quota di volo z (essendo quest'ultima correlata alla densità dell'aria attraverso la relazione 2.7).

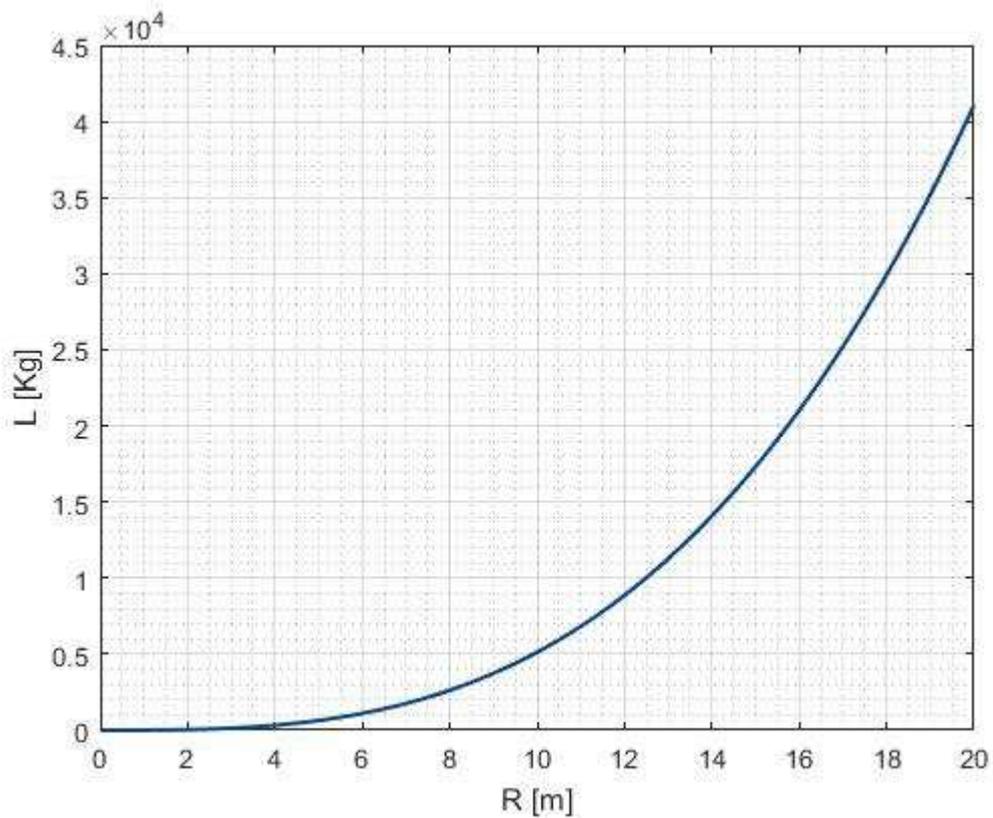


Figura 4.2: andamento della forza aerostatica L a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico

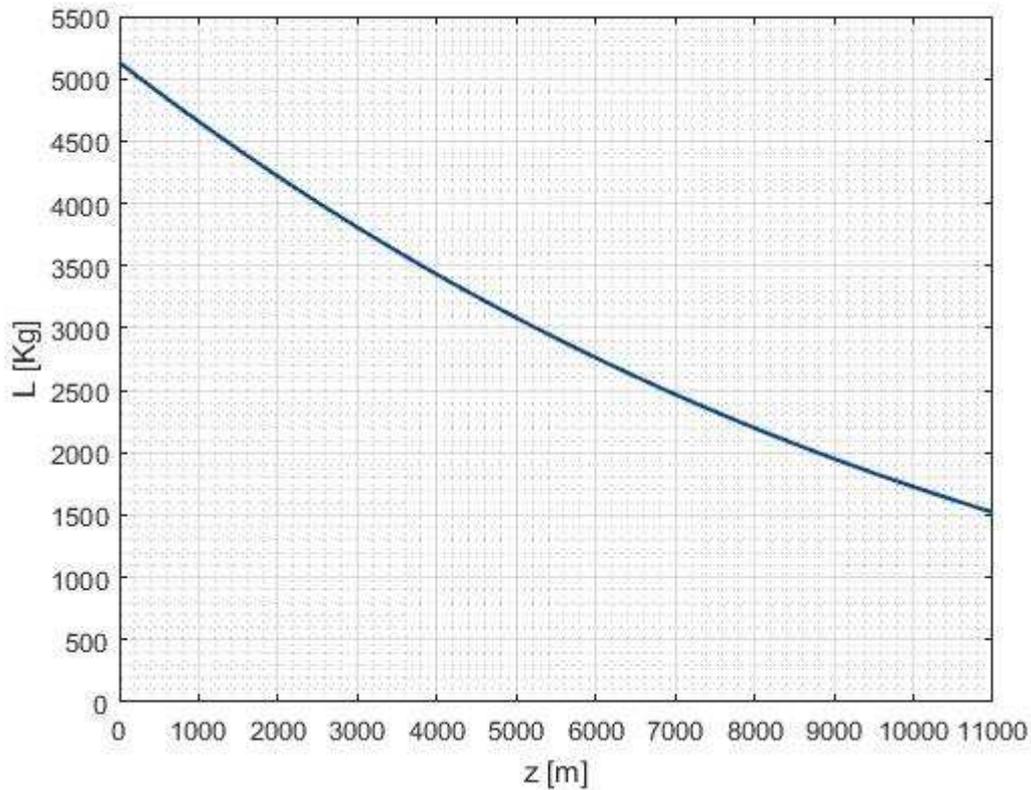


Figura 4.3: andamento della forza aerostatica L in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m

Nota l'espressione della spinta ascensionale è immediato, ricordando la condizione di equilibrio 2.3, definire attraverso la seguente formula 4.2, valida nel caso di materiale isotropo, lo spessore s_g del guscio sferico tale per cui lo stesso guscio risulta in grado di mantenersi in volo a quota costante per effetto della sola spinta aerostatica:

$$s_g = \frac{W}{\rho_m S} = \frac{L - \rho_{ai} V}{\rho_m S} \quad (4.2)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- W: peso del guscio sferico
- S: superficie della sfera delimitata dalla superficie media del guscio
- V: volume della sfera delimitata dalla superficie media del guscio
- L: forza aerostatica
- ρ_{ai} : densità dell'aria all'interno del guscio sferico
- ρ_m : densità del materiale di cui è costituito il guscio sferico

A parità delle altre variabili lo spessore massimo s_{g_max} che consente il galleggiamento del suddetto guscio sferico ad una determinata quota di volo corrisponde alla condizione di vuoto assoluto ricreato all'interno dell'involucro rigido ($\rho_{ai} = 0$) ed è definito dalla seguente espressione:

$$s_{g_max} = \frac{L}{\rho_m S} = \frac{\frac{4}{3}\pi\rho_{ae}R^3}{4\pi\rho_m R^2} = \frac{1}{3} \frac{\rho_{ae}}{\rho_m} R \quad (4.3)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- L: forza aerostatica
- S: superficie della sfera delimitata dalla superficie media del guscio
- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio sferico
- ρ_m : densità del materiale di cui è costituito il guscio sferico
- R: raggio della sfera delimitata dalla superficie media del guscio

Rielaborando la precedente relazione 4.3 è quindi possibile valutare il parametro massimo di galleggiamento (in condizioni di vuoto assoluto all'interno del guscio) $\left(\frac{S}{R}\right)_{g_max}$ che fissata la quota di volo risulta funzione esclusivamente del tipo di materiale adottato:

$$\left(\frac{S}{R}\right)_{g_max} = \frac{1}{3} \frac{\rho_{ae}}{\rho_m} \quad (4.4)$$

$$\text{Al-7075: } \left(\frac{S}{R}\right)_{g_max, z=0} = 1,453 \cdot 10^{-4} \quad \text{Al}_2\text{O}_3 (99,5\%): \left(\frac{S}{R}\right)_{g_max, z=0} = 1,050 \cdot 10^{-4}$$

Lo spessore massimo di galleggiamento appare quindi proporzionale al raggio della sfera come si evince oltre che dalle relazioni 4.3 e 4.4 anche dal successivo grafico di figura 4.4. All'interno di esso è infatti rappresentato l'andamento, al variare del raggio R, di tale spessore massimo di galleggiamento valutato al livello del mare considerando il guscio realizzato nei due materiali introdotti in sezione 3.3 (Al-7075 e Al₂O₃ con un grado di purezza del 99,5%).

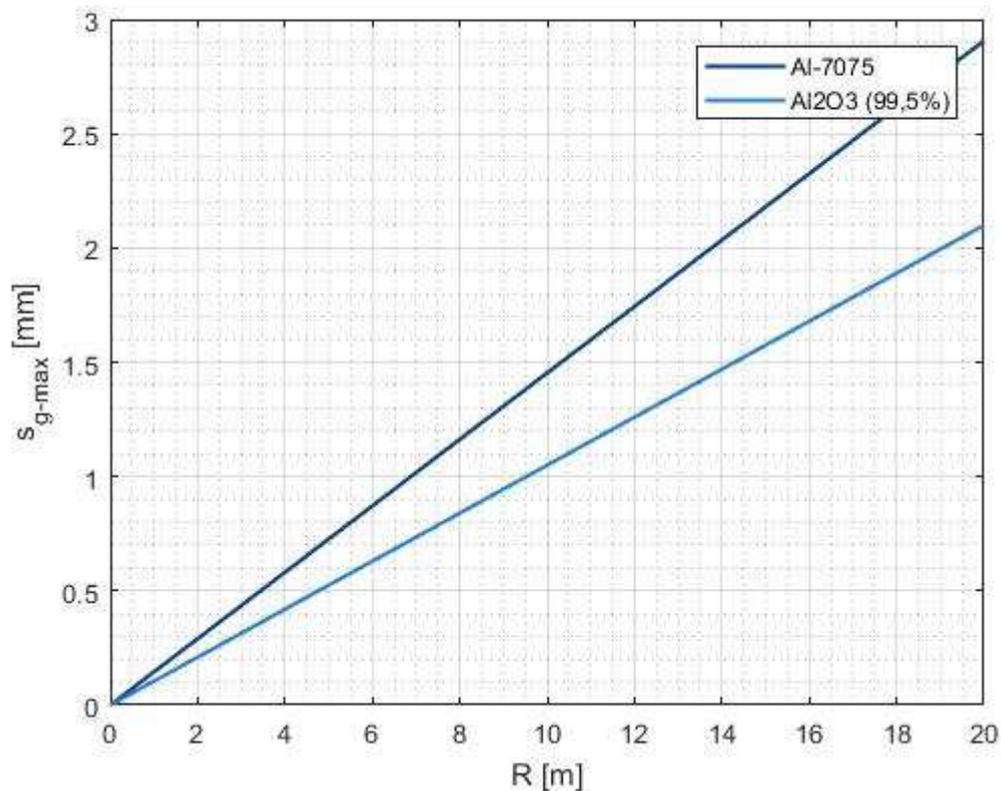


Figura 4.4: andamento dello spessore massimo di galleggiamento s_{g_max} a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico in Al-7075 o Al_2O_3

All'interno del grafico sottostante è invece rappresentato l'andamento dello spessore massimo di galleggiamento per i due materiali considerati al variare della quota di volo z fissato il raggio R della sfera pari a 10 metri. La densità dell'aria è influenzata dalla quota a cui essa è valutata come illustrato in sezione 2.3 per cui lo spessore massimo s_{g_max} e conseguentemente il parametro $\left(\frac{s}{R}\right)_{g_max}$, essendo proporzionali alla densità dell'aria esterna al guscio, risultano entrambi decrescenti all'aumentare della quota di volo. In fase di progettazione lo spessore del guscio dovrà dunque essere scelto opportunamente affinché risulti inferiore al valore massimo consentito in corrispondenza della quota massima raggiungibile dall'aerostato.

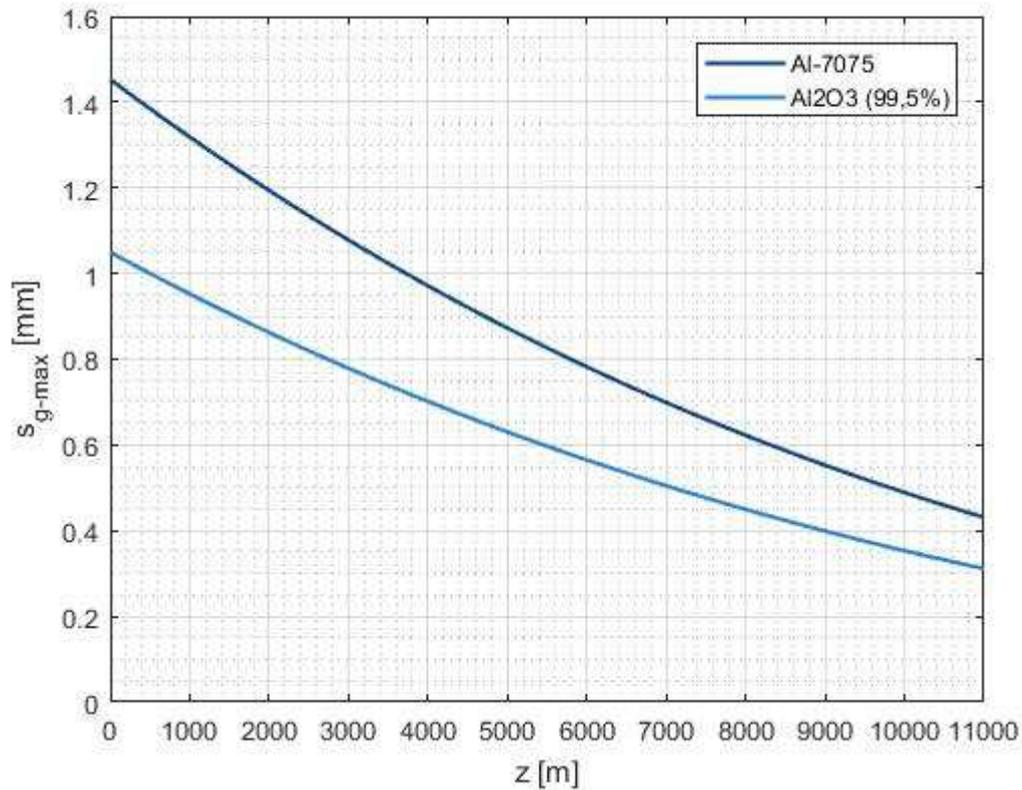


Figura 4.5: andamento dello spessore massimo di galleggiamento s_{g_max} in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m in Al-7075 o Al₂O₃

4.2 - Resistenza allo snervamento

Se la condizione di galleggiamento definisce un valore massimo dello spessore della parete sferica superato il quale il guscio non è più in grado di sostenersi in volo, viceversa i requisiti di natura strutturale introducono dei valori minimi per lo spessore al di sotto dei quali il guscio non sarebbe in grado di sopportare il carico distribuito determinato dalla differenza di pressione tra i due ambienti interno ed esterno. Un primo requisito di resistenza consiste dunque nella capacità da parte della struttura di sopportare il carico di compressione senza che in essa si manifestino deformazioni plastiche permanenti (o rotture nel caso di materiale fragile con comportamento esclusivamente elastico). Per verificare il soddisfacimento di tale condizione è quindi

necessario valutare la tensione di compressione σ indotta all'interno della parete sferica e confrontarla con il valore di snervamento (o di rottura) tipico dello specifico materiale adottato.

Al fine di determinare tale tensione σ si procede prendendo in considerazione una sola metà del guscio sferico isotropo a spessore costante sottoposta ad una pressione \vec{P} distribuita uniformemente sulla sua superficie esterna. Data la curvatura della superficie, la componente \vec{P}_x di tale carico distribuito nella direzione del versore unitario \vec{x} è inevitabilmente variabile lungo la superficie di applicazione e può essere espressa attraverso la seguente relazione:

$$\vec{P}_x = |P_x| \vec{x} = (\vec{P} \cdot \vec{x}) \vec{x} \quad (4.5)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- \vec{P} : carico distribuito perpendicolarmente alla superficie sferica
- \vec{x} : versore perpendicolare alla sezione che delimita la semisfera

Considerando ora una porzione infinitesima della superficie sferica è possibile valutare la componente \overrightarrow{dF}_x nella direzione del versore \vec{x} della forza risultante \overrightarrow{dF} su di essa applicata semplicemente moltiplicando la componente del carico distribuito \vec{P} lungo il versore \vec{x} per la dimensione della stessa superficie infinitesima:

$$\overrightarrow{dF}_x = \vec{P}_x dS \quad (4.6)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- \vec{P}_x : componente del carico distribuito \vec{P} nella direzione del versore \vec{x}
- dS : superficie infinitesima

Introducendo all'interno di quest'ultima espressione la definizione 4.5 del vettore \vec{P}_x e operando alcuni semplici passaggi di natura algebrica e vettoriale è quindi possibile ricondursi ad una ulteriore espressione della stessa componente infinitesima di forza:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{dF_x} &= (\vec{P} \cdot \vec{x}) \vec{x} dS \\
&= (P \vec{n} \cdot \vec{x}) \vec{x} dS \\
&= (P \overrightarrow{dS} \cdot \vec{x}) \vec{x} \\
&= (P dA) \vec{x} \\
&= P \overrightarrow{dA}
\end{aligned}
\tag{4.7}$$

dove compaiono i seguenti termini:

- \vec{P} : carico distribuito perpendicolarmente alla superficie sferica
- \vec{x} : versore perpendicolare alla sezione che delimita la semisfera
- \vec{n} : versore perpendicolare alla superficie infinitesima dS
- dS : superficie infinitesima
- \overrightarrow{dS} : vettore superficie di intensità dS e direzione \vec{n}
- dA : proiezione della superficie infinitesima dS sulla sezione che delimita la semisfera
- \overrightarrow{dA} : vettore superficie di intensità dA e direzione \vec{x} (proiezione del vettore \overrightarrow{dS} lungo la direzione del versore \vec{x})

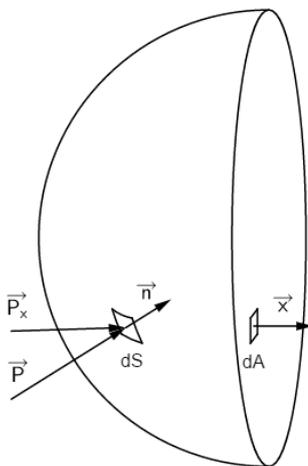


Figura 4.6: forze su porzione infinitesima del guscio sferico

Data la simmetria del problema, la forza risultante $\overrightarrow{F_x}$ determinata dalla pressione \vec{P} distribuita sull'intera semisfera è un vettore allineato nella direzione perpendicolare alla sezione che delimita la stessa semisfera. L'intensità F_x di tale forza risultante può quindi

essere determinata integrando sulla superficie della semisfera la sola componente lungo il versore \vec{x} della forza infinitesima $d\vec{F}$:

$$F_x = \int dF_x = \int P dA = PA = P \pi R^2 \quad (4.8)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- dF_x : componente nella direzione del versore \vec{x} della forza agente sulla superficie infinitesima dS
- P : carico distribuito sulla superficie sferica
- dA : proiezione della superficie infinitesima dS sulla sezione che delimita la semisfera
- A : superficie del cerchio di raggio R
- R : raggio della sfera delimitata dalla superficie media del guscio

Affinché sia garantito l'equilibrio della semisfera alla traslazione nella direzione del versore \vec{x} , tale risultante F_x deve essere bilanciata dalla tensione di compressione σ agente sulla superficie individuata sezionando il guscio sferico con il piano passante per il centro dello stesso e perpendicolare al versore \vec{x} (in "Strength of materials: a unified theory" è trattato il caso analogo di pressione applicata sulla superficie interna del guscio^[30]):

$$F_x = P \pi R^2 = \sigma 2\pi R s \quad (4.9)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- F_x : risultante del carico distribuito sulla semisfera
- P : carico distribuito sulla superficie sferica
- σ : tensione di compressione all'interno del guscio sferico
- R : raggio della sfera delimitata dalla superficie media del guscio
- s : spessore del guscio sferico

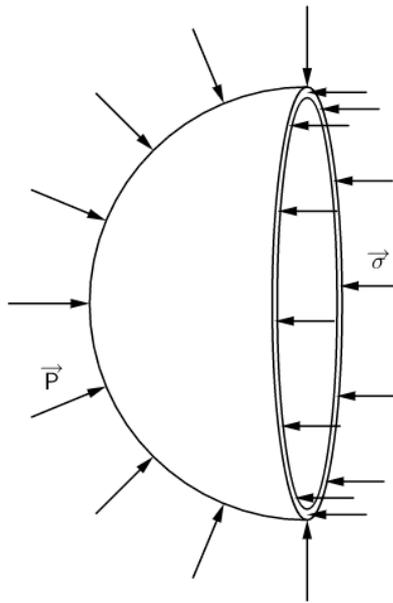


Figura 4.7: carico distribuito e tensione interna su metà guscio sferico

Rielaborando la precedente equazione 4.9 e imponendo che la tensione assuma il valore di snervamento a compressione σ_y caratteristico del materiale isotropo adottato (o il valore di rottura nel caso di materiale fragile), è possibile definire il carico distribuito P_y corrispondente all'insorgere di deformazioni plastiche permanenti all'interno della struttura (o al cedimento fragile della stessa)^[31,32,33]:

$$P_y = 2 \frac{s}{R} \sigma_y \quad (4.10)$$

L'andamento di tale carico critico risulta direttamente proporzionale al parametro $\frac{s}{R}$ ed è quindi stato tracciato al variare di questo stesso parametro all'interno del grafico di figura 4.8 per i due materiali presi in considerazione (Al-7075 e Al_2O_3 con un grado di purezza del 99,5%).

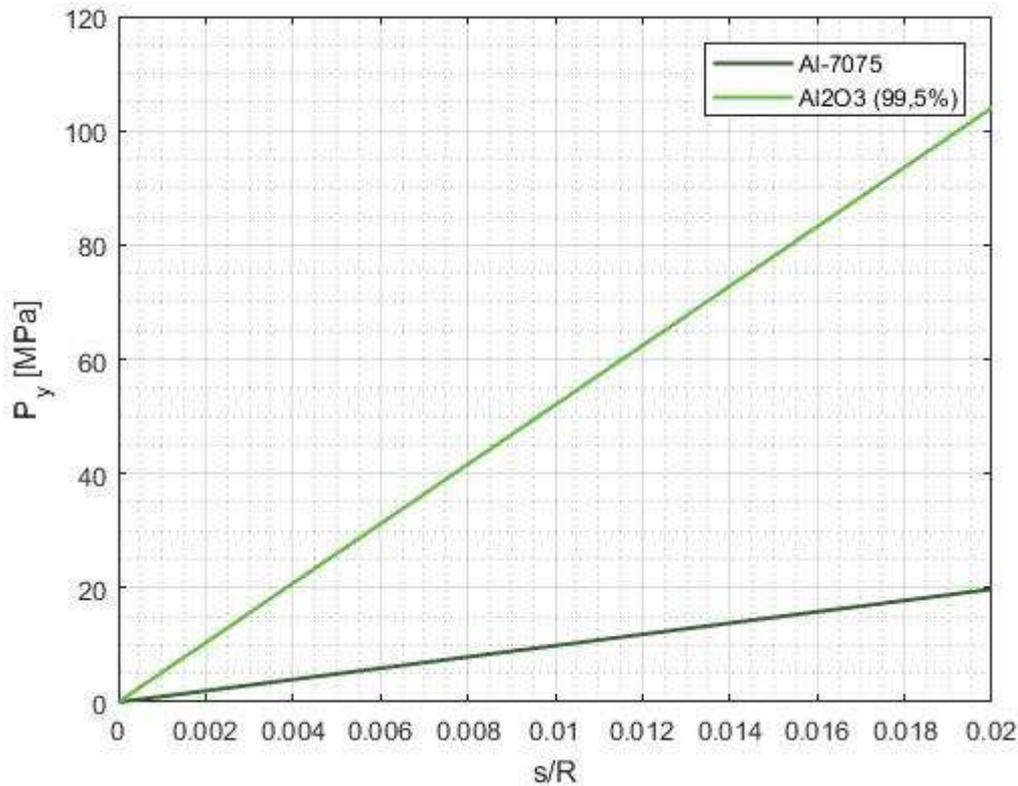


Figura 4.8: andamento del carico di snervamento P_y in funzione del parametro s/R per un guscio sferico in Al-7075 o Al_2O_3

Assumendo nota la pressione P applicata sulla superficie esterna del guscio è invece possibile definire lo spessore minimo del guscio s_y tale per cui non si manifestano fenomeni di deformazione plastica (o rotture fragili nel caso di materiale con comportamento esclusivamente elastico) che verrà nel seguito indicato come spessore di snervamento:

$$s_y = \frac{PR}{2\sigma_y} \quad (4.11)$$

Immaginando quindi di ricreare il vuoto all'interno del guscio sferico mantenuto al livello del mare, ossia imponendo un carico distribuito pari ad 1 atmosfera, all'interno del grafico di figura 4.9 è stato tracciato l'andamento dello spessore di snervamento per i due materiali di riferimento al variare del raggio R caratteristico dello stesso guscio sferico.

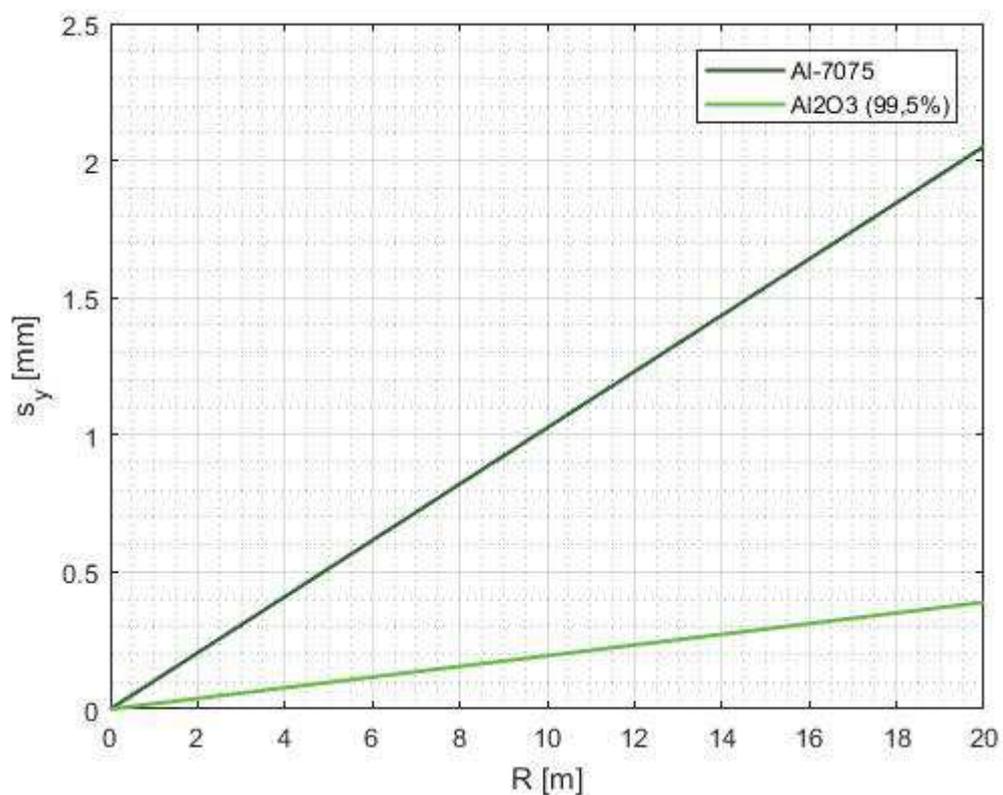


Figura 4.9: andamento dello spessore di snervamento s_y a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico in Al-7075 o Al₂O₃

All'interno del diagramma di figura 4.10 è stato nuovamente rappresentato in forma grafica l'andamento dello spessore di snervamento per i due materiali considerati questa volta assumendo però il raggio R della sfera costante pari a 10 m e immaginando di variare la quota di volo z e di conseguenza l'intensità del carico di compressione a cui è soggetta la struttura (mantenendo invariata la condizione di vuoto assoluto all'interno del guscio).

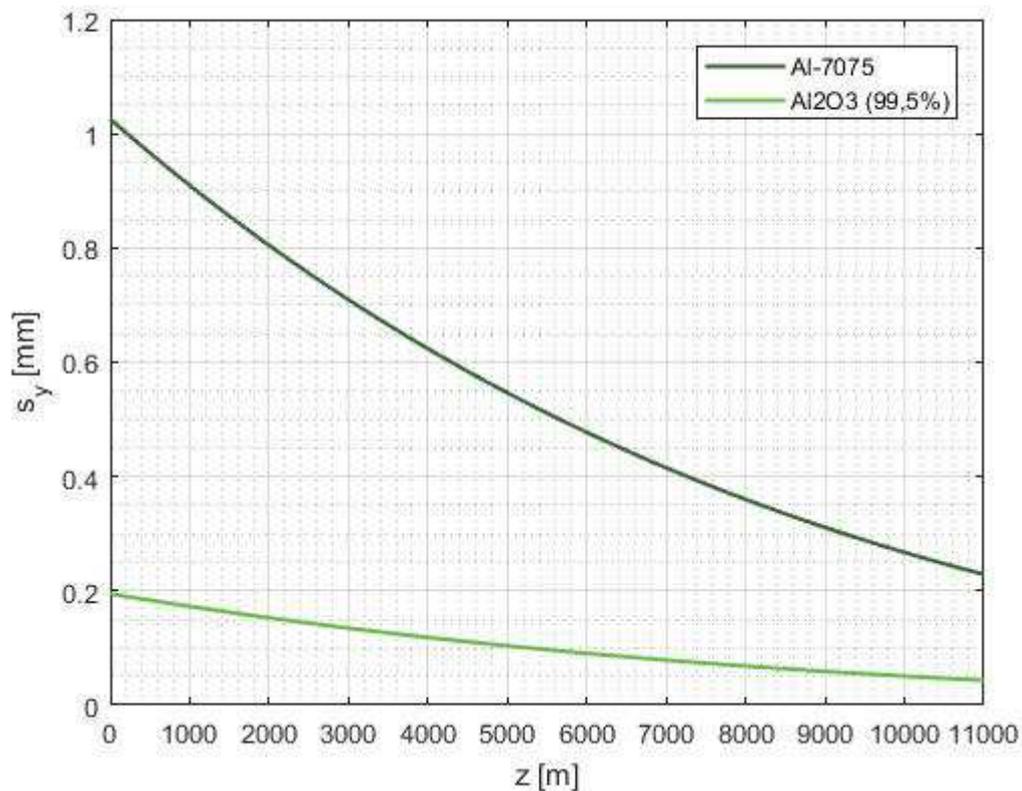


Figura 4.10: andamento dello spessore di snervamento s_y in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m in Al-7075 o Al₂O₃

4.3 - Resistenza al buckling

Un'ulteriore condizione critica per l'integrità strutturale del guscio sferico consiste nel cedimento per instabilità elastica o buckling; fenomeno che si verifica quando all'aumentare del livello di carico applicato vengono a coesistere più configurazioni di equilibrio delle quali la configurazione iniziale indeformata risulta essere instabile. Il manifestarsi di tale instabilità sulla superficie del guscio sferico a spessore uniforme in materiale isotropo è stato oggetto negli anni di diversi studi basati su differenti approcci analitici, numerici e sperimentali. Le varie analisi di natura teorica si distinguono per le differenti approssimazioni nella rappresentazione della geometria del guscio indeformato, per le diverse tecniche di derivazione delle equazioni di equilibrio, per le varie metodologie introdotte per la soluzione di tali equazioni (incluso il tentativo di

imporre una forma di buckling predefinita) e per le diverse tecniche di calcolo numerico utilizzate nella risoluzione di equazioni algebriche e differenziali^[34]. Nel 1915 Zoelly fu il primo, pur considerando equazioni linearizzate e limitandosi al caso di deformazioni assialsimmetriche, ad elaborare una soluzione per il problema della stabilità di un guscio sferico isotropo perfetto^[35] (in seguito Van der Neut dimostrò come i carichi critici corrispondenti alle forme di buckling non assialsimmetriche non siano inferiori al valore determinato da Zoelly^[36]). Attraverso l'espressione 4.12 ricavata da Zoelly, la cui derivazione è anche riportata e dimostrata in "The theory of elasticity" di Timoshenko^[37], si definisce quindi il carico critico distribuito P_b corrispondente all'insorgere del buckling sul guscio sferico:

$$P_b = \frac{2 E}{\sqrt{3} (1 - \nu^2)} \left(\frac{s}{R}\right)^2 \quad (4.12)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- E: modulo di elasticità longitudinale del materiale
- ν : coefficiente di Poisson del materiale
- R: raggio della sfera delimitata dalla superficie media del guscio
- s: spessore del guscio sferico

L'andamento del carico critico di buckling P_b al variare del parametro $\frac{s}{R}$ risulta quindi seguire una legge di natura quadratica ed è stato rappresentato all'interno del sottostante grafico di figura 4.11 per i materiali di riferimento introdotti in sezione 3.3 (Al-7075 e Al_2O_3 con un grado di purezza del 99,5%).

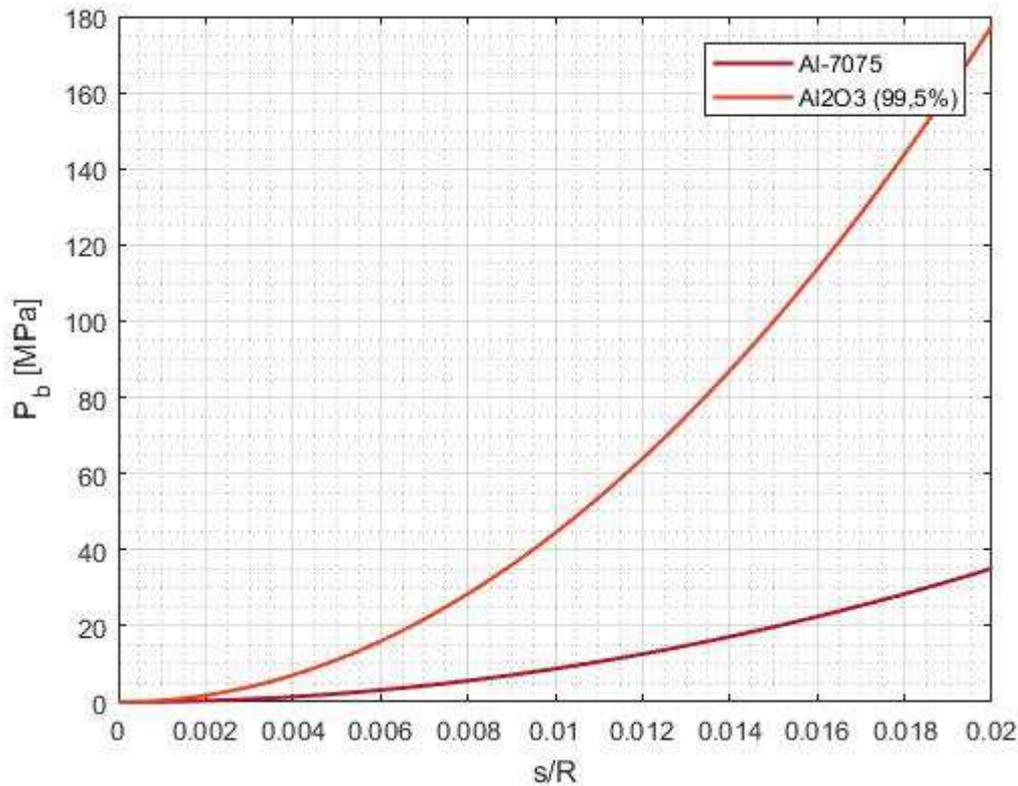


Figura 4.11: andamento del carico di buckling P_b in funzione del parametro s/R per un guscio sferico in Al-7075 o Al₂O₃

Considerando nota la pressione P applicata sulla superficie esterna del guscio è invece possibile, invertendo la precedente relazione, individuare lo spessore minimo s_b tale per cui non si manifestano fenomeni di instabilità sulla struttura che sarà indicato nel seguito come spessore di buckling:

$$s_b = \sqrt{P \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}}{2E} R^2} \quad (4.13)$$

Quindi, ipotizzando di sottoporre il guscio ad una pressione pari ad 1 atmosfera mantenendolo al livello del mare e ricreando il vuoto all'interno di esso, nel grafico di figura 4.12 è stato rappresentato l'andamento dello spessore di buckling al variare del raggio R della sfera per i due materiali considerati.

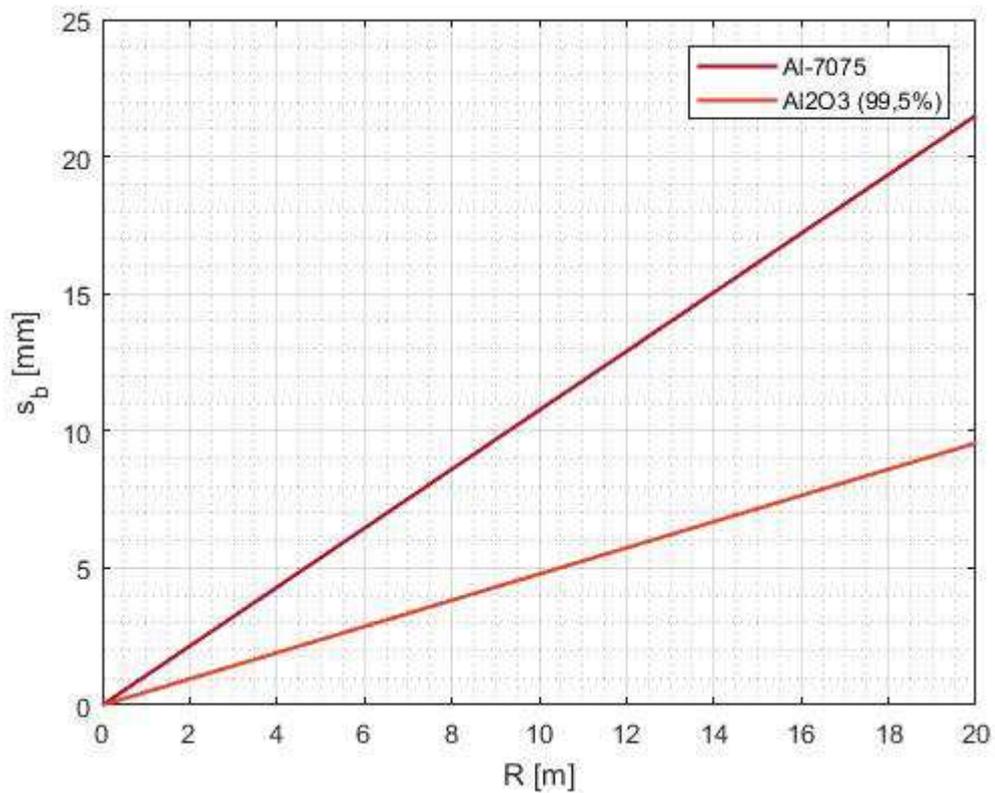


Figura 4.12: andamento dello spessore di buckling s_b a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico in Al-7075 o Al₂O₃

All'interno del grafico di figura 4.13 è stato invece tracciato l'andamento dello spessore di buckling al variare della quota z , e dunque del carico di compressione applicato alla sfera, per i due materiali di riferimento, considerando il raggio e la pressione all'interno del guscio sferico costanti e rispettivamente pari a 10 m e 0 Pa (condizione di vuoto assoluto all'interno del guscio).

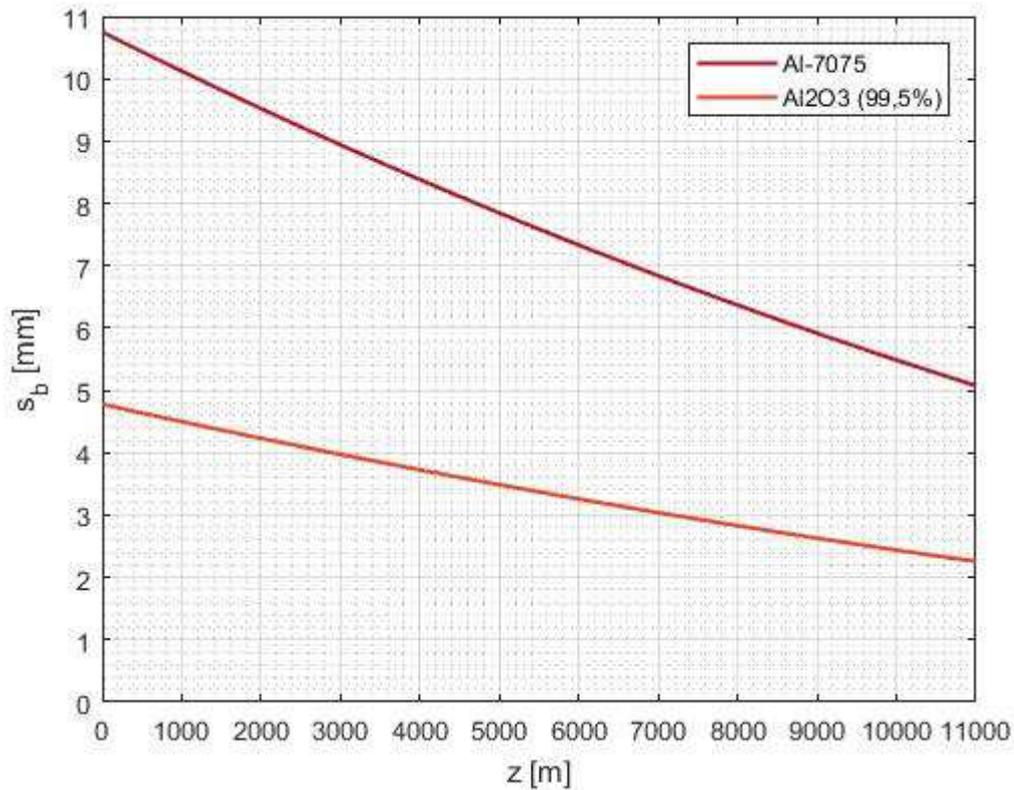


Figura 4.13: andamento dello spessore di buckling s_b in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m in Al-7075 o Al₂O₃

4.3.1 - Forme di buckling

Il guscio sferico, sottoposto ad un carico di compressione uniformemente distribuito di intensità crescente nel tempo, mantiene inizialmente una forma sferica, seppur compressa, fino a quando il carico applicato non raggiunge un determinato valore critico. Per tale valore di carico la configurazione sferica diventa instabile e di conseguenza la struttura si deforma assumendo una configurazione non sferica detta forma di buckling.

In letteratura non si trovano purtroppo indicazioni attendibili e certe riguardanti la configurazione che il guscio sferico assume quando sottoposto ad un carico di compressione di intensità pari al valore critico di buckling. Le analisi riportate all'interno di articoli e documenti sono infatti solitamente eseguite in seguito

all'assunzione di ipotesi semplificative che limitano lo studio a particolari modi di cedimento della struttura (ad esempio alle sole forme di buckling assialsimmetriche^[38]). Il problema della determinazione della reale forma di instabilità risulta tra l'altro complesso e di difficile soluzione anche per il fatto che, mentre da un punto di vista teorico il guscio sferico perfetto dovrebbe, in seguito al verificarsi del buckling, assumere una configurazione deformata caratterizzata da più semionde di ingobbamento lungo l'intera circonferenza (il numero di semionde aumenta al diminuire dello spessore della parete sferica)^[39], nella realtà il comportamento del guscio si discosta da quello previsto in quanto influenzato da imperfezioni geometriche e non linearità del materiale oltre che dai vincoli imposti durante l'esecuzione delle prove sperimentali o numeriche.

La forma di buckling che è possibile ottenere attraverso un'analisi agli elementi finiti appare così legata sia alla stessa suddivisione della struttura in elementi finiti che alle condizioni di vincolo applicate. Tali fattori, vista la differenza limitata tra i valori dei carichi critici successivi possono indirizzare il comportamento della struttura verso differenti modi di buckling caratterizzati da diverse configurazioni geometriche^[40]. Al fine di influenzare il meno possibile carico e forma di buckling, le analisi agli elementi finiti verranno, nel seguito del presente studio, eseguite sull'intera struttura sferica applicando condizioni di vincolo (discusse in sezione 6.3) che limitino il meno possibile i gradi di libertà della struttura. Una soluzione non adottata nel presente elaborato, ma spesso utilizzata al fine di ridurre il costo computazionale delle analisi consisterebbe nel limitare lo studio ad una sola porzione della geometria: tale approccio risulta però attuabile solo a condizione di conoscere a priori la forma di buckling in maniera da poter applicare condizioni di vincolo corrette in corrispondenza dei bordi della regione di guscio presa in esame (diversi studi di natura analitica e sperimentale su di una calotta sferica in parete sottile mostrano come differenti carichi critici, ma soprattutto diverse forme di buckling si ottengano vincolando la calotta in modi differenti^[40,41]).

4.3.2 - Non linearità e imperfezioni

Nel corso degli anni il guscio sferico è stato oggetto di innumerevoli investigazioni e prove sperimentali volte alla determinazione della resistenza a buckling posseduta dallo

stesso guscio al fine di verificare i risultati teorici. Gli esperimenti hanno però portato a risultati differenti e in particolare alla determinazione di carichi critici inferiori rispetto a quelli previsti attraverso la formula teorica di Zoelly introdotta all'interno del presente capitolo^[39,42]. La discrepanza tra i risultati è imputabile alle ipotesi di guscio sferico ideale e di linearità nel comportamento del materiale che sono alla base dei primi studi teorici, ma allo stesso tempo difficilmente riproducibili nella realtà (un esaustivo resoconto delle prove sperimentali e degli studi analitici condotti da parte di diversi ricercatori e volti alla valutazione degli effetti di imperfezioni e non linearità sul fenomeno del buckling è stato redatto da Pan e Cui^[43]).

La sfera perfetta deve essere dunque vista come una struttura ideale non riproducibile nella realtà. Il guscio sferico reale si discosta infatti da quello ideale per la presenza di deviazioni geometriche rispetto alla forma sferica e di difetti, impurità e porosità nel materiale oltre che per l'eventuale comportamento plastico del materiale e per le possibili tensioni residue^[33] e perturbazioni esterne che si traducono in una condizione di carichi combinati agenti sulla struttura (l'effetto di un ulteriore carico concentrato è stato ad esempio oggetto di studio da parte di Samuelson e Eggwertz^[44], di Sabir^[45] e di Evkin, Kolesnikov e Prikazchikov^[46]).

In particolare diversi studi sono stati negli anni eseguiti prendendo in considerazione imperfezioni di natura geometrica quali variazioni localizzate del raggio o dello spessore del guscio sferico. Difetti di diversa natura, forma e dimensioni comportano differenti conseguenze sul comportamento del guscio determinando in generale una diminuzione del carico critico e una diversa forma di buckling: in presenza di un'imperfezione l'instabilità si manifesta infatti in forma locale a partire dal punto in cui il guscio è più debole e dunque nell'intorno della stessa imperfezione^[42]. Già nel 1939 Von Kármán e Tsien^[42] dimostrarono come le strutture a guscio siano caratterizzate da una condizione di stabilità debole: il guscio sferico non fa eccezione ed è infatti particolarmente sensibile alle imperfezioni che, seppur di limitata entità, possono portare ad una notevole diminuzione del carico critico. Tale sensibilità nei confronti di difetti e imperfezioni aumenta al diminuire dello spessore del guscio come risulta dagli studi sperimentali condotti da Eggwertz e Samuelson^[47] (tale concetto è ribadito all'interno di diversi testi e articoli^[33,39,44]). A titolo di esempio in figura 4.14 è riportato

un grafico pubblicato in "Buckling behaviour of imperfect spherical shells"^[41] all'interno del quale è rappresentato il rapporto tra il carico critico risultante da prove di natura sperimentale e il carico critico previsto invece tramite la formula di Zoelly (valida per il caso ideale) ottenuto prendendo in considerazione gusci sferici di alluminio e di acciaio caratterizzati da differenti valori del parametro $\frac{R}{s}$ e sottoposti ad un carico di compressione uniformemente distribuito sulla superficie esterna. I risultati di tali esperimenti presentano una notevole dispersione, ma in generale si può osservare come il carico critico valutato sperimentalmente sia inferiore rispetto a quello teorico e si discosti tanto più da esso all'aumentare del raggio o al diminuire dello spessore del guscio sferico. L'influenza delle imperfezioni risulta dunque crescente al diminuire del parametro $\frac{s}{R}$ ed è quindi particolarmente significativa per il dimensionamento del guscio sferico considerato nel presente elaborato in quanto esso deve possedere uno spessore limitato al punto da garantire alla struttura la capacità di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica.

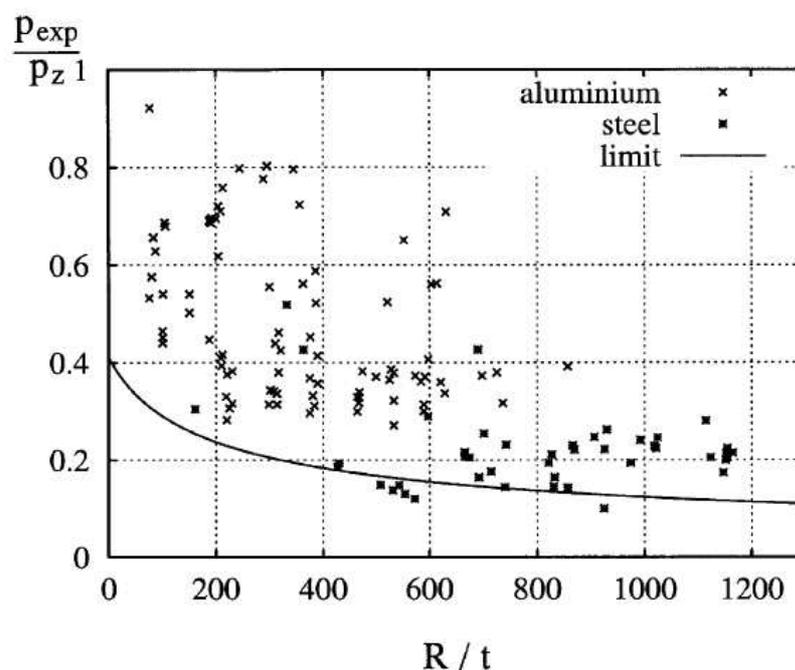


Figura 4.14: carichi di buckling ottenuti sperimentalmente per gusci sferici caratterizzati da diversi parametri R/s (R/t nel grafico) in alluminio o acciaio^[41]

Differenti forme di buckling e valori del carico critico sono inoltre legati alle diverse proprietà e caratteristiche meccaniche del materiale di cui il guscio è costituito. La formula teorica di Zoelly è stata concepita attraverso una teoria linearizzata e risulta perciò adatta solamente per determinare il carico critico di un guscio sferico perfetto che sia caratterizzato da un comportamento elastico lineare fino all'insorgere della forma di instabilità. Se al contrario il guscio subisce deformazioni plastiche permanenti prima del manifestarsi del buckling, risulta allora necessaria un'analisi che tenga conto della non linearità nel comportamento del materiale e che porta alla determinazione di un valore di carico critico inferiore a quello che si avrebbe se il comportamento del materiale fosse completamente lineare ed elastico^[39]. Gli effetti della non linearità nel comportamento del materiale risultano essere di maggiore rilevanza nella valutazione del carico di buckling all'aumentare dello spessore del guscio sferico^[39,41].

Al fine di valutare in maniera esatta il carico critico che caratterizza un particolare guscio sferico risulta dunque indispensabile conoscere a priori le imperfezioni geometriche ed il comportamento meccanico del materiale in modo tale da poter procedere ad un'analisi non lineare che tenga in considerazione tali fattori^[48]. In alternativa opportuni coefficienti correttivi da introdurre all'interno della formula del carico critico^[39] possono essere determinati stimando la natura e gli effetti di imperfezioni e non linearità attraverso analisi statistiche e probabilistiche.

Numerosi studi sono stati quindi eseguiti al fine di considerare imperfezioni e non linearità del materiale portando così allo sviluppo di diverse formulazioni per esprimere il carico critico di buckling relativo al guscio sferico. Nel corso del presente elaborato ci si limiterà comunque allo studio di un guscio sferico ideale, ossia privo di imperfezioni geometriche e realizzato in un materiale con comportamento elastico lineare (tale assunzione è corretta in quanto nel seguito si dimostrerà come per il guscio in questione, nei materiali considerati, il buckling si manifesti per carichi inferiori a quelli corrispondenti all'insorgere di deformazioni plastiche nel materiale), e si farà dunque riferimento esclusivamente alla relazione 4.12 immaginando di poter in un secondo momento tenere conto di imperfezioni e irregolarità attraverso l'introduzione di opportuni fattori di sicurezza.

4.4 - Confronto

La fattibilità del progetto di dirigibile a vuoto di forma sferica appare dunque legata al soddisfacimento da parte dello stesso guscio sferico della totalità dei requisiti di leggerezza e resistenza definiti all'interno dei precedenti paragrafi.

In particolare i due requisiti di natura strutturale definiscono entrambi uno spessore minimo al di sotto del quale la struttura non è in grado di sopportare il carico distribuito a cui essa è sottoposta. Osservando i due grafici sottostanti, ottenuti per sovrapposizione delle curve riportate nei diagrammi di figure 4.8 e 4.11, si rileva come, per entrambi i materiali considerati (rispettivamente Al-7075 e Al₂O₃ con un grado di purezza del 99,5%), per valori ridotti del parametro $\frac{S}{R}$ il carico critico di buckling sia inferiore al carico critico di snervamento (o di rottura fragile nel caso di materiale con comportamento esclusivamente elastico), mentre viceversa per valori superiori dello stesso parametro $\frac{S}{R}$ le deformazioni plastiche (o la rottura fragile) si manifestino per carichi applicati inferiori a quelli relativi all'insorgere dei fenomeni di instabilità^[32]. Per i due materiali in questione il parametro $\frac{S}{R}$ massimo che consente il galleggiamento del guscio sferico vuoto all'interno e mantenuto al livello del mare è stato valutato in sezione 4.1 e risulta dell'ordine di 10⁻⁴. Di conseguenza, per la realizzazione di un guscio in grado di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica, la condizione di buckling appare il requisito maggiormente critico e sarà dunque doveroso fare ad essa riferimento dimensionando la struttura sferica in modo tale che durante le diverse fasi di volo il carico di compressione a cui essa è sottoposta risulti sempre inferiore al carico critico di buckling.

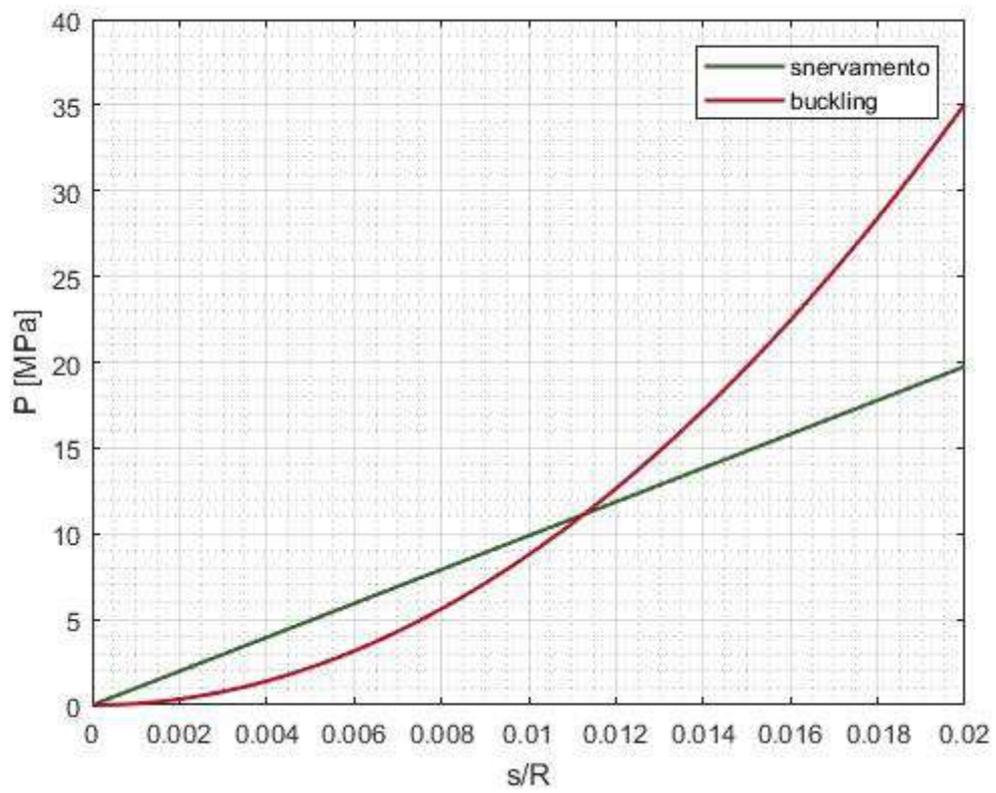


Figura 4.15: andamenti dei carichi di snervamento e di buckling in funzione del parametro s/R per un guscio sferico in Al-7075

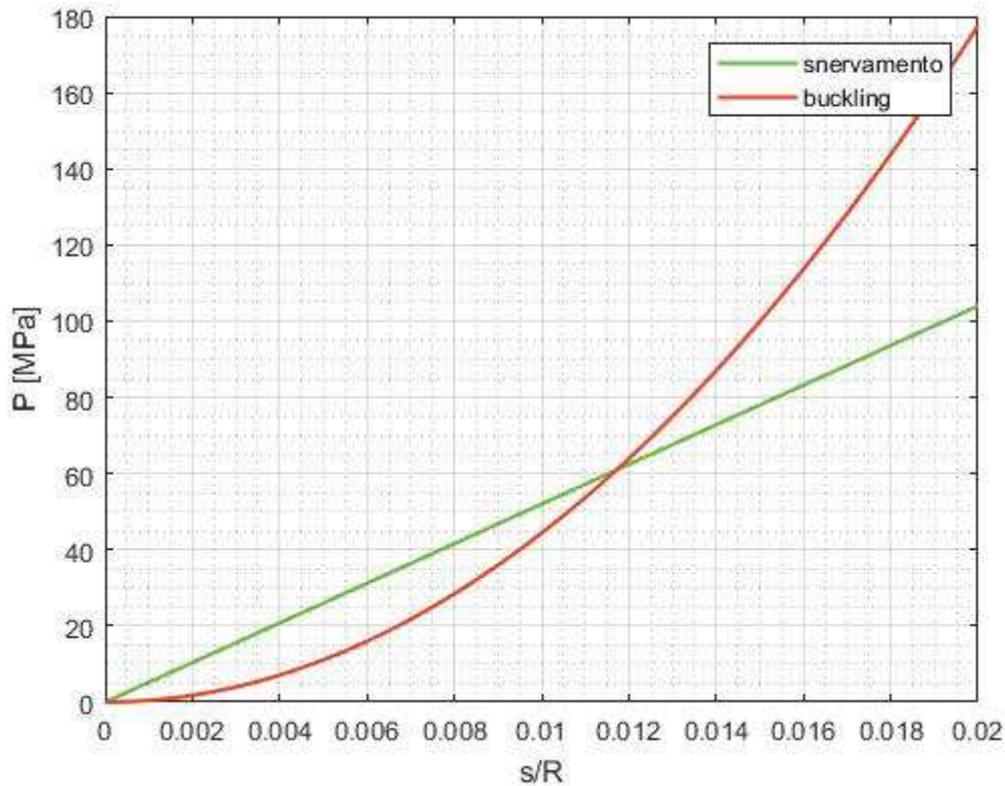


Figura 4.16: andamenti dei carichi di snervamento e di buckling in funzione del parametro s/R per un guscio sferico in Al_2O_3

Mentre i requisiti strutturali definiscono un valore minimo per lo spessore del guscio sferico, al contrario la condizione di galleggiamento introduce uno spessore massimo per il quale il guscio, all'interno del quale è stato riprodotto il vuoto, risulta in grado di mantenersi in volo stazionario ad una determinata quota. Al fine di valutare la possibilità del guscio sferico di sollevarsi per effetto della sola spinta aerostatica, all'interno dei diagrammi di figure 4.17 e 4.18, relativi rispettivamente al guscio realizzato in Al-7075 e in Al_2O_3 , sono stati rappresentati graficamente gli andamenti dello spessore massimo di galleggiamento e degli spessori di buckling e di snervamento al variare del raggio R della sfera ipotizzando di mantenere il guscio al livello del mare e di aver ricreato il vuoto all'interno di esso. Dal momento che le tre curve all'interno di ogni grafico definiscono tutte una dipendenza lineare tra lo spessore e il raggio del guscio sferico il problema risulta indipendente dalle dimensioni del guscio per cui le

successive analisi saranno eseguite su di un modello rappresentativo di raggio arbitrariamente scelto pari a 10 m.

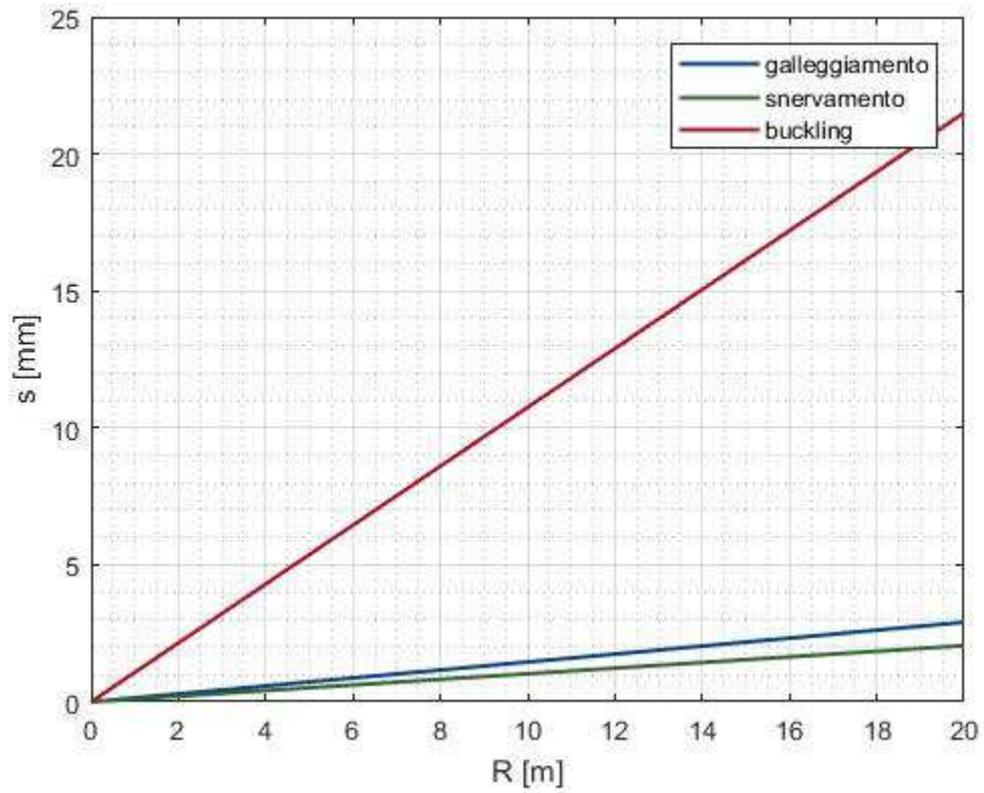


Figura 4.17: andamenti degli spessori di galleggiamento, di snervamento e di buckling a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico in Al-7075

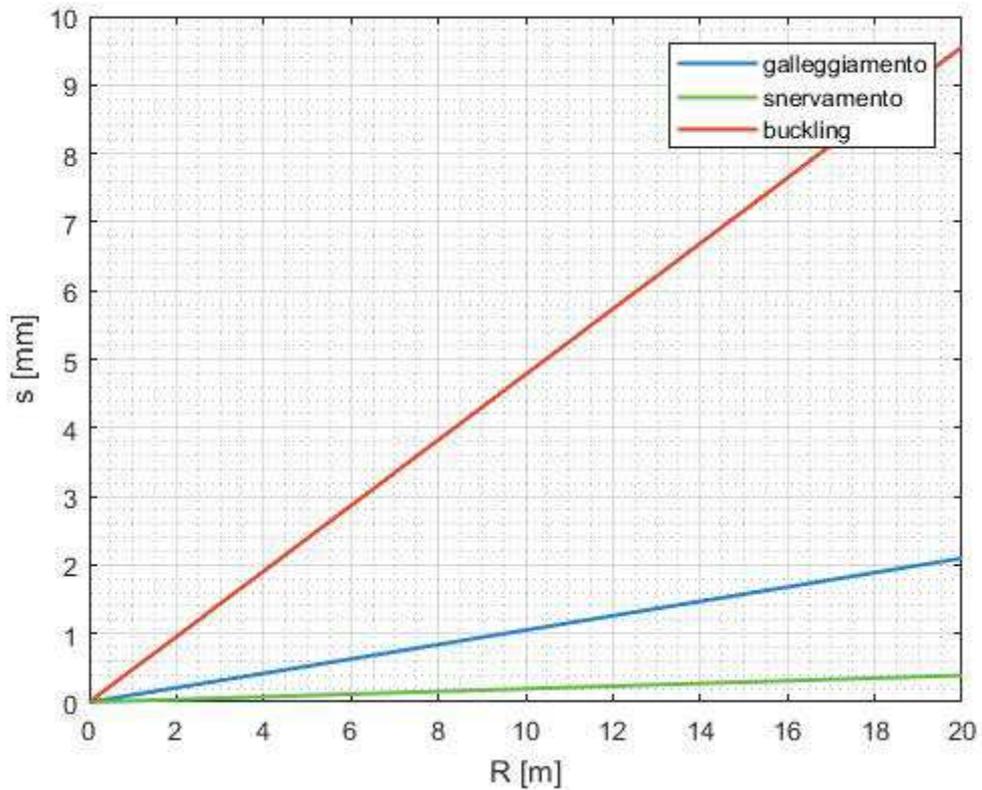


Figura 4.18: andamenti degli spessori di galleggiamento, di snervamento e di buckling a quota zero in funzione del raggio R del guscio sferico in Al_2O_3

I due grafici riportati nelle sottostanti figure 4.19 e 4.20 mostrano invece gli andamenti dello spessore massimo di galleggiamento e degli spessori di buckling e di snervamento per i due materiali considerati (rispettivamente Al-7075 e Al_2O_3) al variare della quota di volo z (e dunque del carico di compressione a cui il guscio è sottoposto) considerando un guscio sferico di raggio pari a 10 m all'interno del quale sia stato ricreato il vuoto.

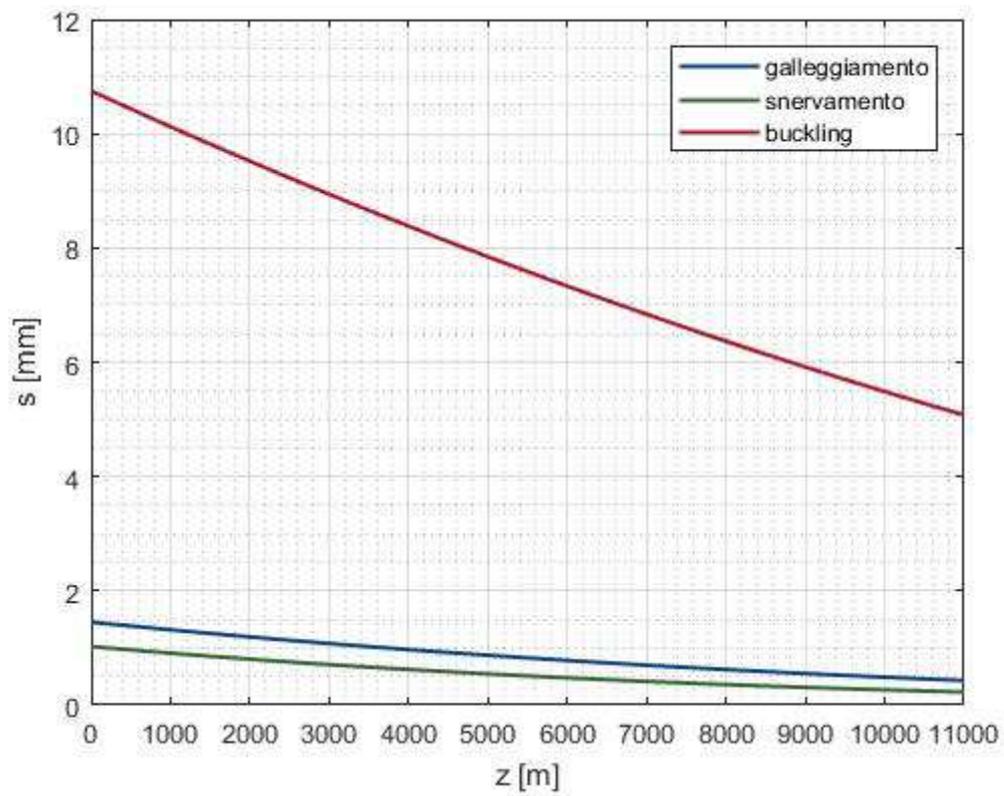


Figura 4.19: andamenti degli spessori di galleggiamento, di snervamento e di buckling in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m in Al-7075

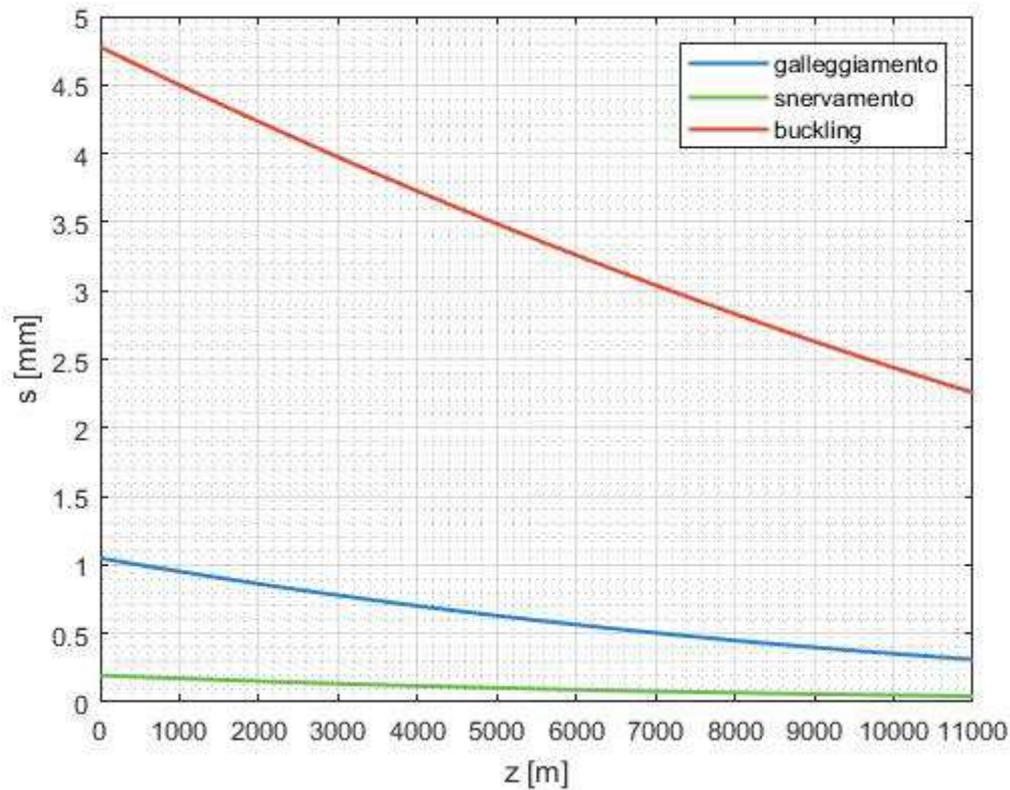


Figura 4.20: andamenti degli spessori di galleggiamento, di snervamento e di buckling in funzione della quota di volo z per un guscio sferico di raggio R pari a 10 m in Al_2O_3

I quattro diagrammi appena riportati mostrano tutti come lo spessore minimo consentito relativamente all'insorgere di fenomeni di buckling sia superiore a quello corrispondente al manifestarsi di deformazioni plastiche permanenti (o rottura fragile nel caso di materiale con comportamento esclusivamente elastico) come prevedibile in base alle precedenti considerazioni sui carichi critici e sui requisiti di natura strutturale. Inoltre lo spessore massimo che consente il galleggiamento della sfera, pur essendo superiore allo spessore di snervamento, risulta inferiore allo spessore minimo al di sotto del quale si manifesta il buckling. Di conseguenza appare impossibile dimensionare lo spessore del guscio in maniera tale che la struttura, sia essa realizzata in Al-7075 o in Al_2O_3 , risulti in grado di rispettare contemporaneamente sia i requisiti di leggerezza che di resistenza: il guscio sferico a spessore uniforme in materiale isotropo non sembra adatto a sostenersi in volo per effetto del vuoto ricreato al suo interno.

Capitolo 5

Modello per analisi FEM

Un guscio sferico rigido di dimensioni comparabili con quelle di un aerostato convenzionale presenta, oltre ad inevitabili problemi di ingombro durante le fasi di stazionamento a terra, notevoli difficoltà di realizzazione attraverso le tecniche di lavorazione classiche a causa della forma sferica cava, delle elevate dimensioni e dello spessore che deve essere limitato al punto da consentire alla struttura di sollevarsi in volo. Un'ulteriore controindicazione consiste nell'apparente impossibilità del guscio sferico, con spessore e peso adeguati al sostentamento in aria, di soddisfare il requisito di resistenza al manifestarsi dei fenomeni di instabilità strutturale.

All'interno del presente capitolo verrà quindi introdotto un modello geometrico di maggiore complessità nel tentativo di ovviare a tali problematiche. Innanzitutto il modello non sarà costituito da un'unica superficie sferica, ma bensì da più tessere unite tra loro. Trascurando metodi e difetti delle giunzioni, tale configurazione semplifica sicuramente le fasi di produzione e, in seguito al disassemblaggio delle tessere, consente una maggiore facilità di trasporto e immagazzinamento a terra. Inoltre ogni tessera del modello potrà prevedere, in aggiunta alla superficie esterna, ulteriori elementi rigidi interni atti ad aumentare la rigidità dell'intero modello sferico nel tentativo di realizzare una struttura in grado di soddisfare il requisito di resistenza a buckling definito nel corso del precedente capitolo 4 (cupole sferiche rinforzate con irrigidimenti circonferenziali sono state in passato oggetto di studio da parte di Kloppel e Jungbluth^[49] che, nel valutare sperimentalmente gli effetti degli irrigidimenti sulla resistenza al buckling, riscontrarono il manifestarsi di forme di instabilità locali^[50]).

5.1 - Geometria

Considerando un guscio costituito dalla sola superficie esterna, la suddivisione in tessere può essere ottenuta attraverso la proiezione sulla stessa superficie sferica dei lati rettilinei di un poliedro inscritto all'interno della stessa sfera: si ottengono così degli archi di circonferenza che delimitano i poligoni sferici costituenti quello che in matematica è detto poliedro sferico^[51]. In particolare nel presente studio si è scelto di fare riferimento ad una determinata famiglia di solidi: i poliedri di Goldberg. Questi, descritti per la prima volta da Michael Goldberg nel 1937, sono costituiti da sole facce piane pentagonali ed esagonali (non necessariamente poligoni regolari) che si incontrano in numero pari a tre in corrispondenza di ogni vertice del poliedro.

Seppur un maggior numero di tessere possa comportare benefici quali minori dimensioni delle stesse tessere e minore distanza tra gli eventuali irrigidimenti disposti lungo i bordi delle stesse, nel corso della presente trattazione si esaminerà un modello ottenuto eseguendo la proiezione sferica di un icosaedro troncato. Tale poliedro, ottenibile troncando ad entrambe le estremità ad un terzo della loro lunghezza tutti i lati di un icosaedro, appartiene ai poliedri di Goldberg risultando composto da soli pentagoni ed esagoni ed è allo stesso tempo uno dei 13 solidi di Archimede in quanto costituito da facce poligonali regolari e da vertici omogenei. In particolare l'icosaedro troncato risulta definito da 60 vertici che giacciono tutti su di una superficie sferica, 90 lati e un totale di 32 facce delle quali 12 pentagonali e 20 esagonali^[53].

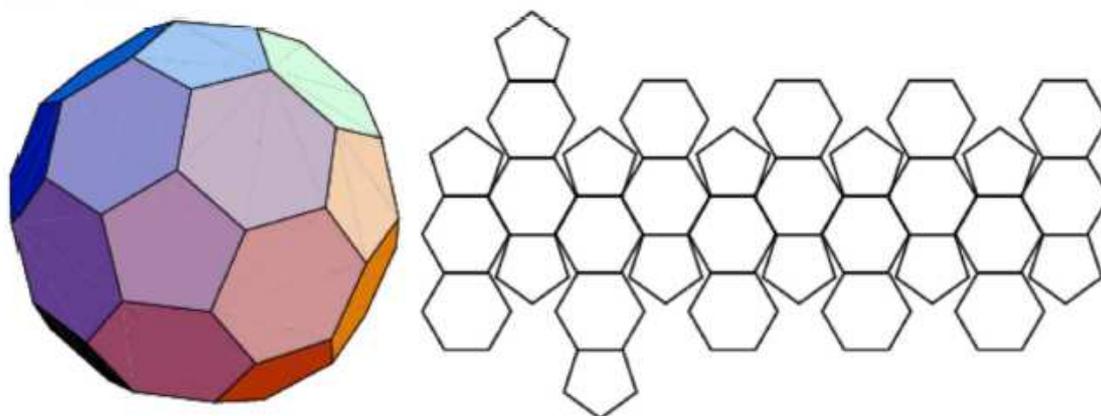


Figura 5.1: icosaedro troncato e relativo sviluppo piano^[53]

Proiettando dunque il poliedro in questione sulla superficie sferica circoscritta allo stesso, le facce piane pentagonali ed esagonali dell'icosaedro troncato definiscono tessere, dotate di curvatura sferica e delimitate da archi di circonferenza, nelle quali si intende suddivisa la superficie esterna dell'intero guscio sferico.

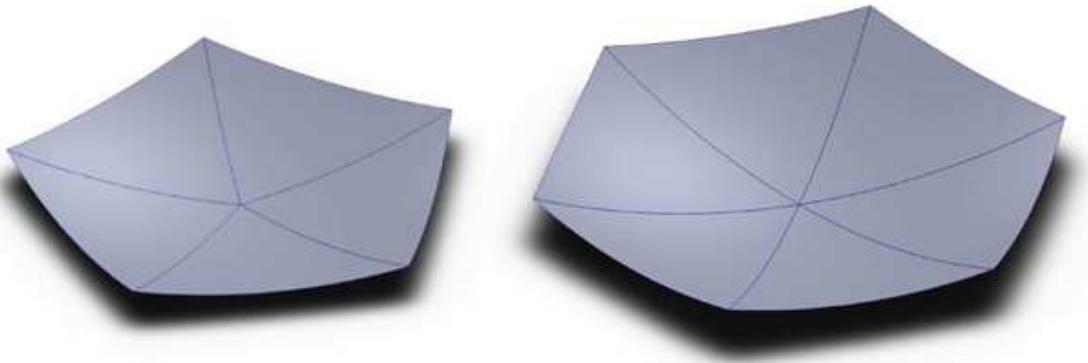


Figura 5.2: tessere pentagonale ed esagonale costituite dalla sola superficie sferica esterna

Dal momento che, come illustrato in sezione 4.4, il guscio sferico a spessore uniforme in materiale isotropo, dimensionato in maniera tale da sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica, non risulta di per sé in grado di soddisfare il requisito di resistenza al buckling, dopo aver svolto alcune analisi preliminari sul guscio costituito dalla sola superficie sferica esterna, nel modello saranno aggiunti ulteriori elementi di rinforzo nel tentativo di aumentarne rigidità e stabilità strutturale. Si prevederà innanzitutto l'introduzione di particolari irrigidimenti piani che in corrispondenza dei bordi delle tessere curve pentagonali ed esagonali si estendano in direzione radiale all'interno del guscio sferico. Ognuno di tali irrigidimenti sarà quindi definito dall'intersezione tra il settore circolare delimitato dall'arco di circonferenza di raggio R_1 corrispondente ad un bordo di una tessera e la corona sferica delimitata esternamente dalla superficie sferica esterna del guscio di raggio R_1 e internamente da un'ulteriore superficie sferica di raggio R_2 concentrica rispetto alla precedente.



Figura 5.3: tessere pentagonale ed esagonale costituite dalla superficie sferica esterna e dagli irrigidimenti lungo i bordi

In aggiunta a questi elementi sarà anche prevista la possibilità di introdurre all'interno di ogni tessera ulteriori irrigidimenti, analoghi ai precedenti, ma ognuno dei quali definito dall'intersezione della stessa corona sferica con il settore circolare delimitato dall'arco di circonferenza che sulla superficie sferica di raggio R_1 unisce un vertice di una tessera con il punto centrale della stessa tessera.



Figura 5.4: tessere pentagonale ed esagonale costituite dalla superficie sferica esterna, dagli irrigidimenti lungo i bordi e dagli irrigidimenti all'interno

Successivamente sarà anche valutata l'introduzione, per ognuna delle tessere pentagonali ed esagonali in questione, di una ulteriore superficie, pentagonale o esagonale a seconda del caso, caratterizzata da una curvatura sferica di raggio R_2 . Tale

superficie curva si troverà in corrispondenza della proiezione della superficie esterna della tessera sulla sfera di raggio R_2 interna e concentrica. In questo modo ogni tessera assumerà una configurazione chiusa cava definita da due superfici curve pentagonali o esagonali unite tra loro dagli irrigidimenti piani (solo lungo i bordi delle tessere o anche all'interno delle stesse) in precedenza definiti.

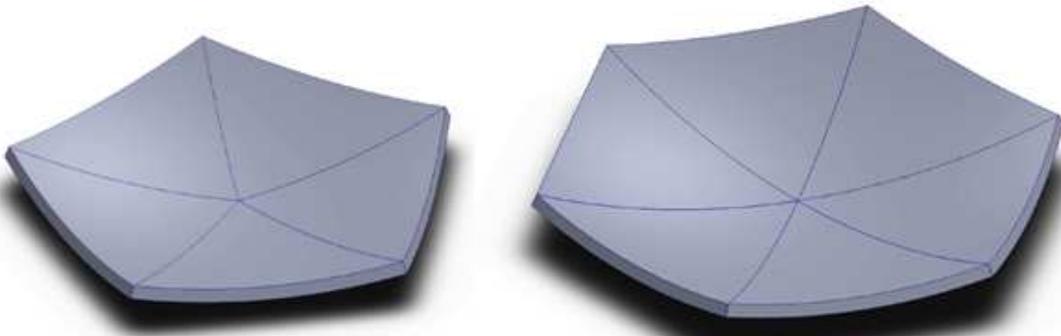


Figura 5.5: tessere pentagonale ed esagonale costituite dalla superficie sferica esterna, dagli irrigidimenti lungo i bordi e dalla superficie sferica interna

Nel tentativo di alleggerire l'intera struttura si valuteranno inoltre gli effetti legati alla realizzazione di un foro circolare in corrispondenza del centro della superficie interna curva di ogni tessera pentagonale o esagonale.

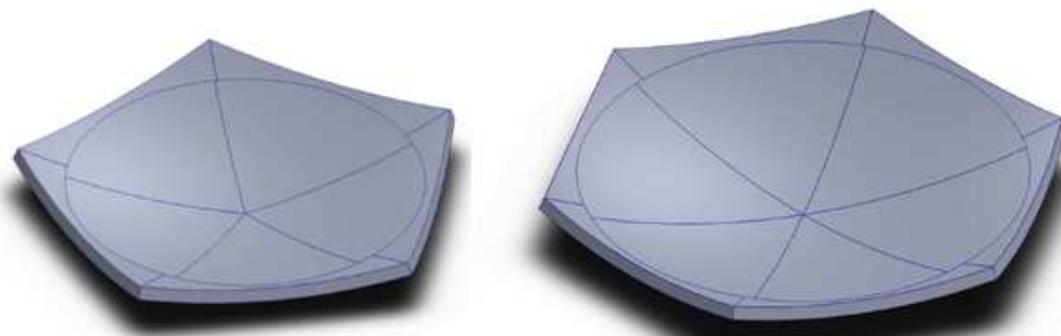


Figura 5.6: tessere pentagonale ed esagonale costituite dalla superficie sferica esterna, dagli irrigidimenti lungo i bordi e dalla superficie sferica interna forata

5.2 - Dimensioni e superfici

Al fine di poter valutare correttamente lo spessore opportuno da attribuire ai vari elementi del modello affinché l'intera struttura risulti in grado di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica, risulta indispensabile procedere alla valutazione delle dimensioni delle diverse superfici bidimensionali che costituiscono il modello geometrico.

All'interno della presente sezione si intende dunque illustrare il procedimento seguito nella valutazione di tali superfici. Punto di partenza delle successive considerazioni di natura geometrica è la dimensione, scelta arbitrariamente e dunque nota a priori, del raggio R_1 caratteristico della superficie sferica esterna del guscio. A partire da tale grandezza risulta possibile, attraverso la seguente relazione, valutare la lunghezza l_1 dei lati dell'icosaedro troncato inscritto all'interno della stessa superficie sferica^[53]:

$$l_1 = \frac{2 R_1}{\sqrt{1 + 9 \varphi^2}} = \frac{4 R_1}{\sqrt{58 + 18 \sqrt{5}}} \quad (5.1)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- R_1 : raggio della superficie sferica esterna
- φ : rapporto aureo

Un altro parametro scelto arbitrariamente è l'altezza h uniforme degli eventuali irrigidimenti; altezza che, una volta definita, rende immediata la valutazione del raggio R_2 caratteristico della superficie sferica costituita dalle pareti interne delle tessere:

$$R_2 = R_1 - h \quad (5.2)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- R_1 : raggio della superficie sferica esterna
- h : altezza degli irrigidimenti

5.2.1 - Superficie sferica esterna

La superficie sferica esterna del guscio A_1 costituita dalle pareti esterne curve delle tessere pentagonali ed esagonali è ovviamente di facile valutazione per mezzo della seguente relazione:

$$A_1 = 4 \pi R_1^2 \quad (5.3)$$

dove compare il seguente termine:

R_1 : raggio della superficie sferica esterna

5.2.2 - Irrigidimenti lungo i bordi delle tessere

Di maggiore complessità risulta invece la determinazione delle superfici degli irrigidimenti dislocati sulla superficie sferica. Si procede considerando innanzitutto gli irrigidimenti localizzati in corrispondenza dei bordi delle tessere pentagonali ed esagonali. Ognuno di tali bordi individua sulla sfera di raggio R_1 un arco di circonferenza sotteso da un angolo δ al centro della sfera la cui ampiezza può essere valutata attraverso la seguente relazione:

$$\delta = 2 \operatorname{asin} \left(\frac{l_1}{2 R_1} \right) \quad (5.4)$$

dove compaiono i seguenti termini:

l_1 : lato dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica esterna

R_1 : raggio della superficie sferica esterna

Ricorrendo alla successiva formula 5.5 è quindi possibile, noti il raggio della superficie sferica esterna e l'angolo sotteso appena valutato, determinare la lunghezza c_1 di ognuno degli archi che definiscono i bordi delle tessere sulla superficie sferica esterna e che coincidono con le proiezioni dei lati dell'icosaedro troncato sulla stessa superficie sferica esterna di raggio R_1 :

$$c_1 = \delta R_1 \quad (5.5)$$

dove compaiono i seguenti termini:

δ : angolo al centro della sfera che insiste sull'arco corrispondente al bordo della tessera

R_1 : raggio della superficie sferica esterna

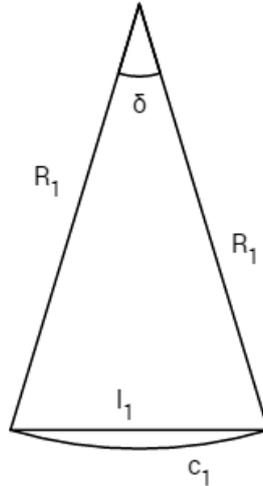


Figura 5.7: lunghezze e angoli relativi al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti lungo uno dei bordi di una tessera pentagonale o esagonale

Sempre a partire dall'ampiezza dell'angolo sotteso, la seguente espressione permette invece di definire l'area A_{b1} del settore circolare delimitato dal bordo curvilineo della tessera sulla superficie sferica esterna di raggio R_1 :

$$A_{b1} = \frac{\delta}{2} R_1^2 \quad (5.6)$$

Analogamente è quindi possibile determinare l'area A_{b2} del settore circolare definito dallo stesso angolo δ e dalla superficie sferica interna di raggio R_2 :

$$A_{b2} = \frac{\delta}{2} R_2^2 \quad (5.7)$$

Quindi, attraverso una semplice operazione di differenza, è immediato valutare la superficie A_b dell'irrigidimento che insiste su uno qualsiasi dei bordi delle tessere:

$$A_b = A_{b1} - A_{b2} \quad (5.8)$$

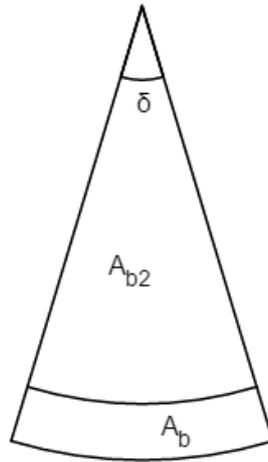


Figura 5.8: aree relative al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti lungo uno dei bordi di una tessera pentagonale o esagonale

Moltiplicando l'area di tale irrigidimento per il numero dei lati (90) dell'icosaedro troncato, è infine possibile, attraverso la seguente relazione 5.9, calcolare la superficie complessiva A_{b_tot} dell'insieme di tutti gli irrigidimenti che all'interno del guscio sono posti in corrispondenza dei bordi delle tessere pentagonali ed esagonali:

$$A_{b_tot} = n_b A_b \quad (5.9)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- A_b : superficie dell'irrigidimento lungo uno dei bordi di una delle tessere
- n_b : numero di irrigidimenti lungo i bordi delle tessere (90)

5.2.3 - Irrigidimenti all'interno delle tessere

Attraverso un procedimento analogo a quello illustrato nella precedente sezione 5.2.2 è quindi possibile, con alcuni accorgimenti, procedere anche alla valutazione delle superfici degli irrigidimenti dislocati all'interno delle tessere. Prendendo inizialmente in esame una delle facce esagonali dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica esterna del guscio, essendo essa regolare e dunque costituita da triangoli equilateri, il

raggio r_e della circonferenza in cui essa è inscritta risulta identico al lato dello stesso icosaedro troncato:

$$r_e = l_1 \quad (5.10)$$

dove compare il seguente termine:

l_1 : lato dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica esterna

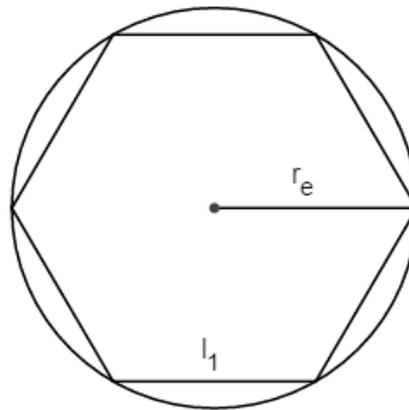


Figura 5.9: faccia esagonale dell'icosaedro troncato e relativa circonferenza circoscritta

Nota dunque la lunghezza del segmento che congiunge il centro della faccia esagonale del poliedro con uno dei vertici della stessa faccia, attraverso una semplice relazione trigonometrica si determina l'ampiezza dell'angolo δ_e al centro della sfera che insiste sull'arco di circonferenza di raggio R_1 corrispondente ad uno degli irrigidimenti che all'interno della tessera esagonale si estendono dai vertici al centro della stessa tessera:

$$\delta_e = \text{asin}\left(\frac{r_e}{R_1}\right) \quad (5.11)$$

dove compaiono i seguenti termini:

r_e : raggio del cerchio circoscritto ad una faccia esagonale dell'icosaedro troncato
 R_1 : raggio della superficie sferica esterna

La lunghezza dell'arco c_{e1} che, sotteso da tale angolo, unisce sulla superficie sferica esterna di raggio R_1 un vertice di una tessera esagonale con il centro della stessa può dunque essere valutata attraverso la seguente relazione:

$$c_{e1} = \delta_e R_1 \quad (5.12)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- δ_e : angolo al centro della sfera che insiste sull'arco che unisce un vertice con il centro di una tessera esagonale
- R_1 : raggio della superficie sferica esterna

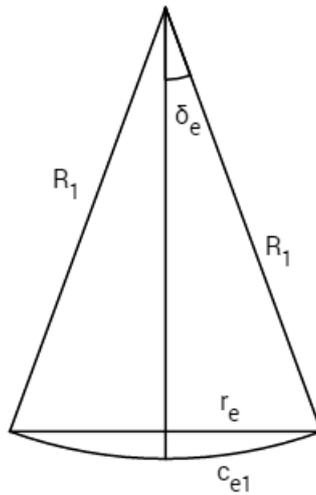


Figura 5.10: lunghezze e angoli relativi al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti all'interno di una tessera esagonale

Attraverso le espressioni 5.13 e 5.14 è invece possibile determinare le aree A_{e1} e A_{e2} dei due settori circolari corrispondenti all'angolo appena valutato e delimitati rispettivamente dalla superficie sferica esterna di raggio R_1 e dalla superficie sferica interna di raggio R_2 :

$$A_{e1} = \frac{\delta_e}{2} R_1^2 \quad (5.13)$$

$$A_{e2} = \frac{\delta_e}{2} R_2^2 \quad (5.14)$$

Operando una differenza tra le superfici dei due settori circolari, è quindi immediata la valutazione dell'area A_e di uno degli irrigidimenti che disposti all'interno delle tessere esagonali si estendono da uno dei vertici al centro della stessa tessera:

$$A_e = A_{e1} - A_{e2} \quad (5.15)$$

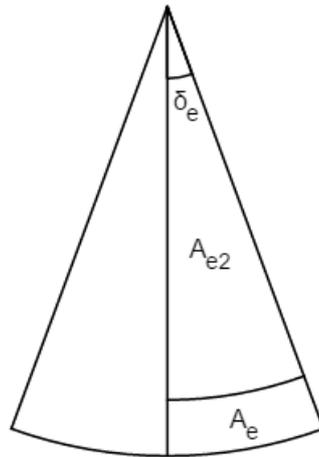


Figura 5.11: aree relative al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti all'interno di una tessera esagonale

Se si considera invece una delle facce pentagonali dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica esterna del guscio, il raggio r_p della circonferenza all'interno della quale la stessa faccia è inscritta appare inferiore al lato del poliedro e può essere valutato attraverso la seguente relazione trigonometrica:

$$r_p = \frac{\frac{l_1}{2}}{\cos\left(\frac{\alpha_p}{2}\right)} \quad (5.16)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- l_1 : lato dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica esterna
- α_p : angolo interno del pentagono

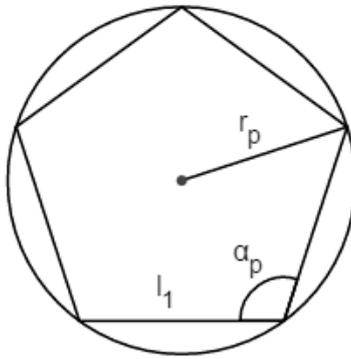


Figura 5.12: faccia pentagonale dell'icosaedro troncato e relativa circonferenza circoscritta

Nota la lunghezza del segmento che congiunge il centro della faccia pentagonale del poliedro con uno dei vertici della stessa, è quindi possibile, attraverso la successiva relazione 5.17, valutare l'ampiezza dell'angolo δ_p al centro della sfera che insiste sull'arco di circonferenza corrispondente ad uno degli irrigidimenti che all'interno della tessera pentagonale si estendono dai vertici al centro della stessa tessera:

$$\delta_p = \text{asin}\left(\frac{r_p}{R_1}\right) \quad (5.17)$$

dove compaiono i seguenti termini:

r_p : raggio del cerchio circoscritto ad una faccia pentagonale dell'icosaedro troncato

R_1 : raggio della superficie sferica esterna

La lunghezza dell'arco c_{p1} che, sotteso sulla superficie sferica esterna del guscio dall'angolo appena valutato, si estende da uno dei vertici al centro di una tessera pentagonale può quindi essere determinata attraverso la sottostante espressione:

$$c_{p1} = \delta_p R_1 \quad (5.18)$$

dove compaiono i seguenti termini:

δ_p : angolo al centro della sfera che insiste sull'arco che unisce un vertice con il centro di una tessera pentagonale

R_1 : raggio della superficie sferica esterna

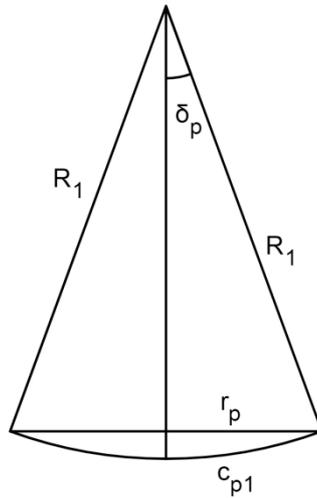


Figura 5.13: lunghezze e angoli relativi al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti all'interno di una tessera pentagonale

Le superfici degli irrigidimenti che si estendono da uno dei vertici al centro di una delle tessere pentagonali possono essere quindi valutate tramite un procedimento identico a quello illustrato per gli irrigidimenti già trattati. Innanzitutto le aree A_{p1} e A_{p2} dei settori circolari corrispondenti all'angolo al centro valutato attraverso la relazione 5.17 e delimitati rispettivamente dalla superficie sferica esterna di raggio R_1 e dalla superficie sferica interna di raggio R_2 possono essere determinate attraverso le seguenti relazioni:

$$A_{p1} = \frac{\delta_p}{2} R_1^2 \quad (5.19)$$

$$A_{p2} = \frac{\delta_p}{2} R_2^2 \quad (5.20)$$

Anche in questo caso è quindi immediato valutare la superficie A_p di uno degli irrigidimenti in questione eseguendo una semplice operazione di differenza tra le superfici appena valutate per i due settori circolari:

$$A_p = A_{p1} - A_{p2} \quad (5.21)$$

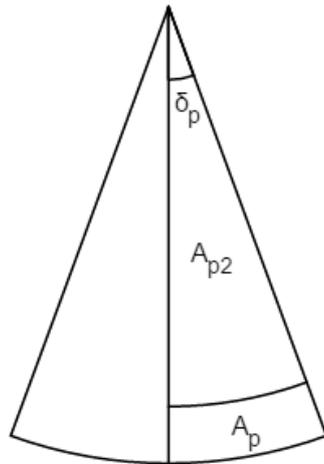


Figura 5.14: aree relative al settore circolare corrispondente ad uno degli irrigidimenti all'interno di una tessera pentagonale

La superficie complessiva A_{pe_tot} dell'insieme degli irrigidimenti dislocati all'interno delle tessere pentagonali ed esagonali può infine essere valutata moltiplicando l'area calcolata per ognuno dei due tipi di irrigidimento (diversa a seconda che l'irrigidimento in questione appartenga ad una tessera pentagonale o esagonale) per il numero di volte in cui lo stesso tipo di irrigidimento si presenta all'interno del guscio:

$$A_{pe_tot} = A_{e_tot} + A_{p_tot} = 6 n_e A_e + 5 n_p A_p \quad (5.22)$$

dove compaiono i seguenti termini:

A_{e_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti all'interno delle tessere esagonali

A_{p_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti all'interno delle tessere pentagonali

A_e : superficie di un irrigidimento all'interno di una tessera esagonale

n_e : numero di tessere esagonali (20)

A_p : superficie di un irrigidimento all'interno di una tessera pentagonale

n_p : numero di tessere pentagonali (12)

5.2.4 - Superficie sferica interna

La superficie sferica A_2 definita dall'insieme delle pareti interne curve delle tessere pentagonali ed esagonali può, in assenza di fori, essere valutata con una formula del tutto analoga a quella presentata in sezione 5.2.1 per la superficie sferica esterna:

$$A_2 = 4 \pi R_2^2 \quad (5.23)$$

dove compare il seguente termine:

R_2 : raggio della superficie sferica interna

Nel caso sia invece previsto un foro circolare di alleggerimento al centro della parete interna di ogni tessera, alla superficie valutata attraverso la relazione 5.23 è necessario sottrarre le superfici delle calotte sferiche delimitate dai bordi dei fori circolari sulla superficie sferica di raggio R_2 . Per ricercare una certa similarità tra le tessere forate, i diametri dei fori presenti al centro delle tessere pentagonali ed esagonali sono stati scelti differenti tra loro in modo che per le due tipologie di tessere risulti uguale la distanza t misurata tra uno qualsiasi dei lati della faccia corrispondente dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica di raggio R_2 e la circonferenza ottenuta proiettando il bordo del foro sulla stessa faccia del poliedro. Per poter procedere alla determinazione dei diametri dei fori e dunque delle superfici risulta quindi indispensabile conoscere il lato l_2 dell'icosaedro troncato inscritto nella sfera di raggio R_2 ; lato la cui lunghezza può essere valutata attraverso un'espressione analoga alla precedente 5.1:

$$l_2 = \frac{2 R_2}{\sqrt{1 + 9 \varphi^2}} = \frac{4 R_2}{\sqrt{58 + 18 \sqrt{5}}} \quad (5.24)$$

dove compaiono i seguenti termini:

R_2 : raggio della superficie sferica interna

φ : rapporto aureo

Noto il lato del poliedro, l'apotema a_e di una qualsiasi delle facce esagonali dello stesso può essere calcolato attraverso la seguente espressione:

$$a_e = \frac{l_2}{2} \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha_e}{2} \right) \quad (5.25)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- l_2 : lato dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica interna
- α_e : angolo interno dell'esagono

Fissato il parametro t è dunque immediato valutare il diametro d_{fe} del foro presente nella parete interna di ogni tessera curva corrispondente ad una faccia esagonale dell'icosaedro troncato attraverso la relazione sottostante:

$$d_{fe} = 2 (a_e - t) \quad (5.26)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- a_e : lunghezza dell'apotema della faccia esagonale dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica interna
- t : distanza tra uno dei lati di una delle facce dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica interna e la circonferenza ottenuta proiettando il bordo del foro corrispondente sulla stessa faccia del poliedro

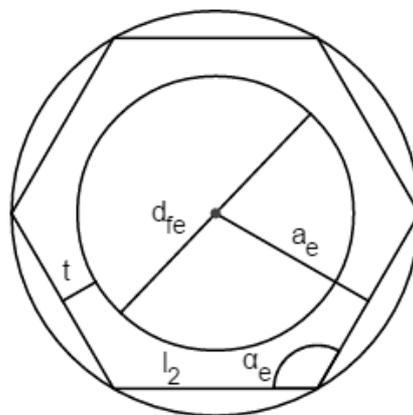


Figura 5.15: proiezione di un foro di una tessera esagonale sulla relativa faccia esagonale dell'icosaedro troncato

L'ampiezza dell'angolo β_{fe} che al centro della sfera insiste sul diametro del foro nella parete interna di una tessera esagonale può quindi essere valutata attraverso la seguente relazione:

$$\beta_{fe} = 2 \operatorname{asin} \left(\frac{\frac{d_{fe}}{2}}{R_2} \right) \quad (5.27)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- d_{fe} : diametro del foro nella parete interna della tessera esagonale
- R_2 : raggio della superficie sferica interna

Ognuno dei fori al centro di una tessera esagonale delimita sulla superficie sferica interna del guscio una calotta la cui altezza h_{fe} può essere determinata in base a considerazioni trigonometriche attraverso la formula riportata di seguito:

$$h_{fe} = R_2 \left[1 - \cos \left(\frac{\beta_{fe}}{2} \right) \right] \quad (5.28)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- R_2 : raggio della superficie sferica interna
- β_{fe} : angolo al centro della sfera che insiste sul diametro del foro nella parete interna di una tessera esagonale

La superficie A_{fe} della calotta sferica delimitata dal bordo di uno dei fori presenti nelle pareti interne delle tessere esagonali può dunque essere valutata facendo ricorso alla seguente relazione:

$$A_{fe} = 2 \pi h_{fe} R_2 \quad (5.29)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- h_{fe} : altezza della calotta sferica delimitata dal bordo del foro nella superficie interna di una tessera esagonale
- R_2 : raggio della superficie sferica interna

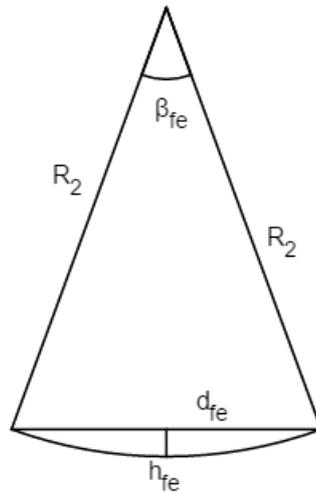


Figura 5.16: lunghezze e angoli relativi alla calotta sferica individuata sulla superficie sferica interna dal bordo del foro di una tessera esagonale

Il procedimento è ovviamente analogo se si prende in considerazione una tessera corrispondente ad una delle facce pentagonali dell'icosaedro troncato. L'apotema a_p della faccia pentagonale del poliedro inscritto nella superficie sferica interna del guscio può essere valutato attraverso la formula seguente:

$$a_p = \frac{l_2}{2} \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha_p}{2} \right) \quad (5.30)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- l_2 : lato dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica interna
- α_p : angolo interno del pentagono

Il diametro d_{fp} del foro presente nella parete interna di ogni tessera pentagonale può dunque essere determinato tramite la successiva relazione 5.31 a partire dallo stesso parametro t introdotto in precedenza:

$$d_{fp} = 2 (a_p - t) \quad (5.31)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- a_p : lunghezza dell'apotema della faccia pentagonale dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica interna

- t: distanza tra uno dei lati di una delle facce dell'icosaedro troncato inscritto nella superficie sferica interna e la circonferenza ottenuta proiettando il bordo del foro corrispondente sulla stessa faccia del poliedro

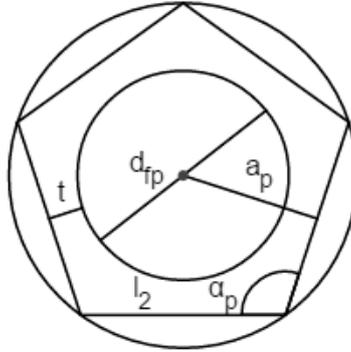


Figura 5.17: proiezione di un foro di una tessera pentagonale sulla relativa faccia pentagonale dell'icosaedro troncato

Tale diametro individua dunque al centro della sfera un angolo β_{fp} la cui ampiezza può essere determinata attraverso la relazione di seguito riportata:

$$\beta_{fp} = 2 \operatorname{asin} \left(\frac{\frac{d_{fp}}{2}}{R_2} \right) \quad (5.32)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- d_{fp} : diametro del foro nella parete interna della tessera pentagonale
 R_2 : raggio della superficie sferica interna

La calotta delimitata sulla superficie sferica interna del guscio dal bordo di ognuno dei fori presenti nelle superfici interne delle tessere pentagonali è caratterizzata da un'altezza h_{fp} determinabile attraverso la seguente espressione:

$$h_{fp} = R_2 \left[1 - \cos \left(\frac{\beta_{fp}}{2} \right) \right] \quad (5.33)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- R_2 : raggio della superficie sferica interna

β_{fp} : angolo al centro della sfera che insiste sul diametro del foro nella parete interna di una tessera pentagonale

La superficie della stessa calotta sferica può quindi essere calcolata attraverso la relazione 5.34 in analogia a quanto fatto per i fori presenti nelle pareti interne delle tessere esagonali:

$$A_{fp} = 2 \pi h_{fp} R_2 \quad (5.34)$$

dove compaiono i seguenti termini:

h_{fp} : altezza della calotta sferica delimitata dal bordo del foro nella superficie interna di una tessera pentagonale

R_2 : raggio della superficie sferica interna

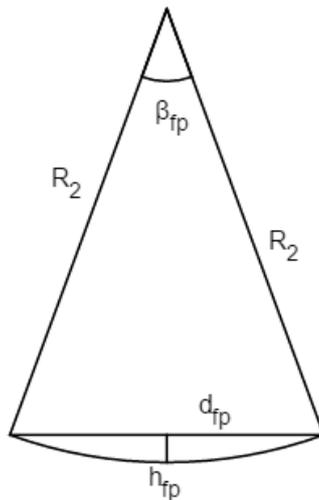


Figura 5.18: lunghezze e angoli relativi alla calotta sferica individuata sulla superficie sferica interna dal bordo del foro di una tessera pentagonale

Per concludere, moltiplicando le diverse superfici delle calotte sferiche corrispondenti ai fori nelle tessere pentagonali o esagonali per il numero di tessere di ciascun tipo, è immediato definire attraverso la seguente espressione la porzione di superficie sferica interna A_{f_tot} complessivamente eliminata praticando i fori:

$$A_{f_tot} = n_e A_{fe} + n_p A_{fp} \quad (5.35)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- A_{fe} : superficie della calotta sferica delimitata dal bordo del foro nella parete interna di una tessera esagonale
- n_e : numero di tessere esagonali (20)
- A_{fp} : superficie della calotta sferica delimitata dal bordo del foro nella parete interna di una tessera pentagonale
- n_p : numero di tessere pentagonali (12)

La superficie A_{2f} costituita dall'insieme delle pareti interne curve di tutte le tessere pentagonali ed esagonali forate può quindi essere valutata per mezzo della successiva relazione 5.36 sottraendo alla superficie sferica determinata attraverso la formula 5.23 la porzione della stessa superficie eliminata praticando i fori nelle tessere:

$$A_{2f} = A_2 - A_{f_tot} \quad (5.36)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- A_2 : superficie sferica interna in assenza di fori
- A_{f_tot} : porzione di superficie sferica interna eliminata praticando i fori

5.3 - Costruzione del modello CAD

Per poter eseguire le analisi agli elementi finiti sul guscio sferico descritto in sezione 5.1 è indispensabile creare un modello CAD dello stesso guscio che sia costituito da tessere pentagonali ed esagonali eventualmente dotate di irrigidimenti e parete interna. Tale modello virtuale è stato realizzato facendo ricorso al software Solidworks prodotto e commercializzato dalla Dassault Systèmes adottando una strategia basata sulla realizzazione delle singole tessere pentagonali ed esagonali e sul successivo posizionamento relativo ed assemblaggio delle stesse tessere.

Primo passo per la realizzazione della singola tessera consiste nella creazione di una piramide retta a base pentagonale o esagonale a seconda del caso considerato. Definito arbitrariamente il lato della base poligonale, tale piramide deve essere caratterizzata da

una determinata altezza affinché disponendo opportunamente le varie piramidi esse possano andare a costituire un icosaedro troncato. La posizione del vertice della piramide potrebbe essere valutata semplicemente invertendo la relazione 5.1 (o la relazione 5.24) e dunque calcolando, in funzione del lato di base, la lunghezza dello spigolo laterale della piramide imponendo che esso coincida con il raggio della sfera in cui l'icosaedro troncato è inscritto. Per evitare di incorrere in errori legati ad approssimazioni numeriche si è però pensato di ricorrere ad una costruzione geometrica che permetta di definire la posizione del vertice della piramide in maniera inequivocabilmente corretta. Sono quindi stati realizzati un pentagono e due esagoni dotati di lati di uguale lunghezza e, dopo aver imposto posizioni e inclinazioni relative dei tre poligoni attraverso la coincidenza di alcuni lati degli stessi (si veda la rappresentazione grafica di figura 5.19), il vertice di ognuna delle piramidi aventi come base uno dei tre suddetti poligoni è stato individuato come intersezione di tre assi ognuno dei quali perpendicolare al piano in cui giace uno dei tre poligoni e passante per il centro dello stesso poligono.

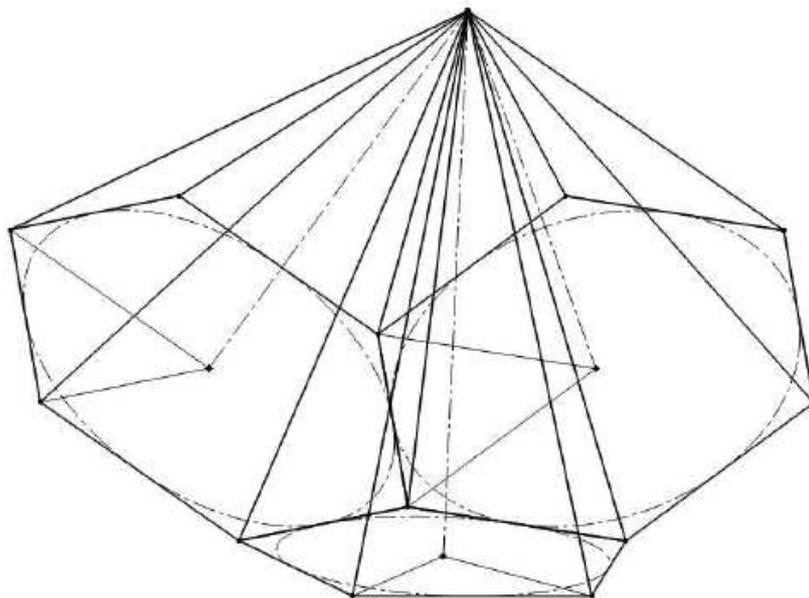


Figura 5.19: costruzione geometrica utilizzata per individuare il vertice della piramide a base pentagonale o esagonale

A questo punto, creata la singola piramide a base pentagonale o esagonale, è stato possibile definire la parete esterna curva della singola tessera tracciando una superficie sferica di raggio R_1 inferiore all'altezza della piramide. Le superfici laterali della piramide delimitano infatti una porzione di tale superficie sferica coincidente con la superficie esterna curva della tessera pentagonale o esagonale.

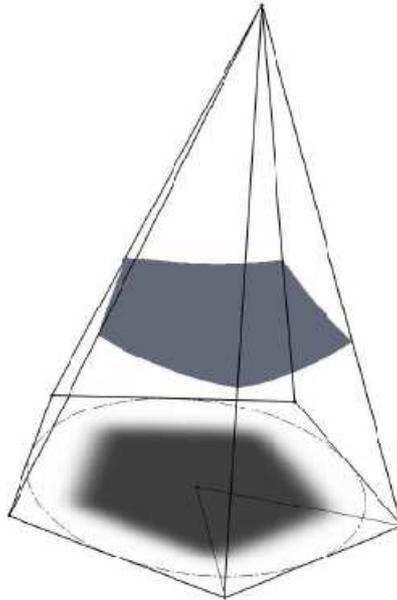


Figura 5.20: creazione della superficie che definisce la parete esterna curva di una tessera pentagonale

Per ragioni legate alla successiva discretizzazione in elementi finiti, si vuole che la superficie curva appena delineata risulti costituita da 5 o 6 superfici curve ognuna delle quali definita da tre vertici due dei quali coincidenti con due vertici consecutivi della superficie esterna della tessera pentagonale o esagonale e il restante in corrispondenza del centro della stessa superficie curva della tessera. All'interno della piramide sono dunque state tracciate superfici piane ognuna delle quali delimitata dall'altezza della piramide, da uno spigolo laterale della stessa e dalla proiezione di tale spigolo sulla base poligonale della stessa piramide. Due di tali superfici piane legate a due spigoli consecutivi della piramide delimitano infatti una porzione triangolare curva della superficie esterna pentagonale o esagonale della tessera.



Figura 5.21: creazione della superficie che definisce una delle regioni triangolari nelle quali è suddivisa la parete esterna curva di una tessera pentagonale

La superficie sferica di raggio R_1 è stata quindi anche utilizzata, unitamente ad una seconda superficie sferica di raggio R_2 , per delimitare su ognuna delle superfici laterali della piramide a base pentagonale o esagonale una porzione di superficie corrispondente ad uno degli irrigidimenti dislocati lungo i bordi delle tessere.

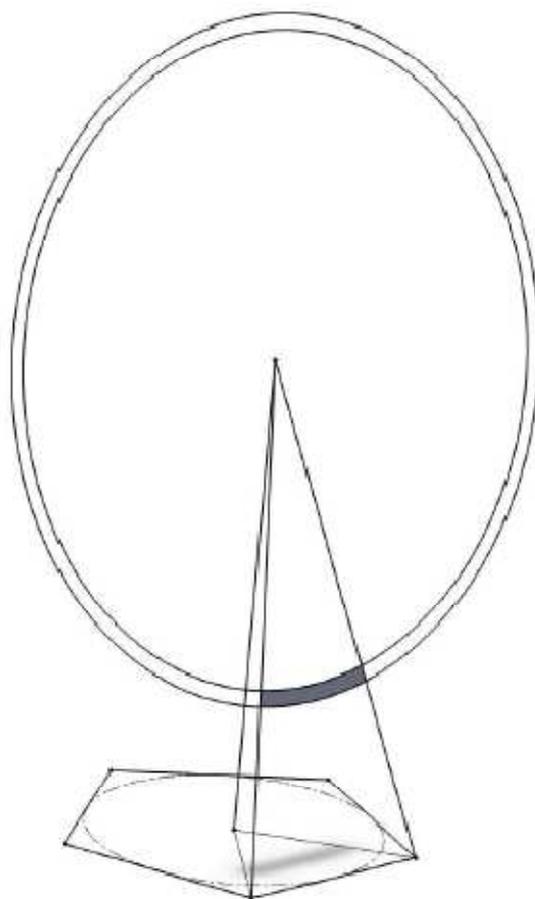


Figura 5.22: creazione della superficie che definisce uno degli irrigidimenti lungo uno dei bordi di una tessera pentagonale

Analogamente, attraverso le due stesse superfici sferiche, è stato anche possibile delimitare una porzione di superficie su ognuna delle superfici piane in precedenza tracciate all'interno della piramide a base pentagonale o esagonale andando così ad individuare le superfici degli irrigidimenti dislocati all'interno delle tessere.

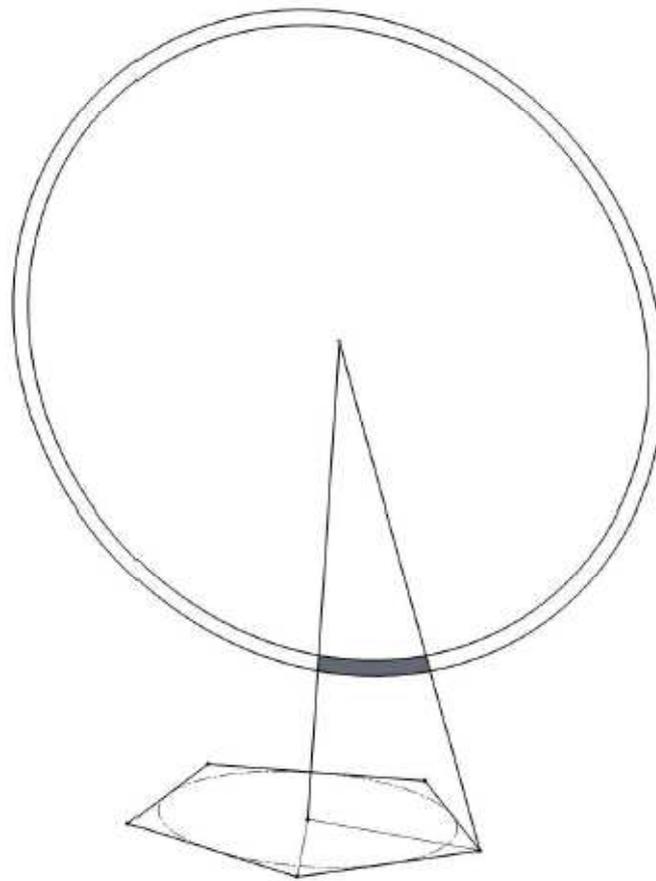


Figura 5.23: creazione della superficie che definisce uno degli irrigidimenti all'interno di una tessera pentagonale

In assenza di fori la superficie interna di ogni tessera, suddivisa in regioni triangolari dotate di curvatura sferica, può essere determinata con un procedimento del tutto identico a quello presentato per la superficie esterna della tessera se non per il fatto che il raggio della superficie sferica deve in questo caso essere inferiore e pari a R_2 . Gli eventuali fori nelle pareti interne delle tessere sono stati invece introdotti attraverso la costruzione, per ognuna delle tessere, di un cilindro di asse coincidente con l'altezza della piramide corrispondente alla tessera in questione. Ognuna delle 5 o 6 superfici curve in cui si considera suddivisa la parete interna della singola tessera risulta ulteriormente delimitata dalla superficie laterale del suddetto cilindro e assume così una forma quadrangolare.

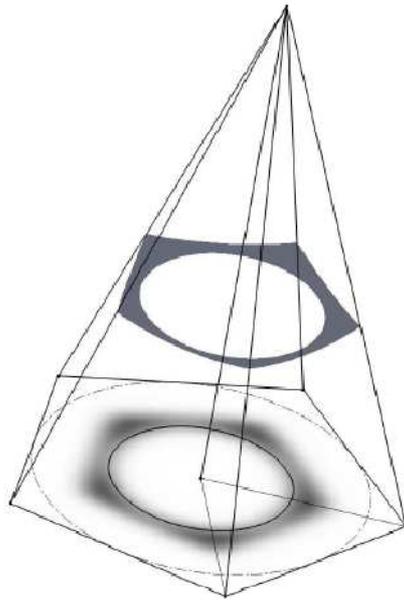


Figura 5.24: creazione della superficie che definisce la parete interna curva forata di una tessera pentagonale

Create tutte le 32 tessere di forma pentagonale o esagonale, si è quindi proceduto a disporre le stesse imponendo le opportune condizioni di coincidenza tra i loro bordi in modo da realizzare l'intera struttura sferica del guscio come rappresentato in figura 5.25.

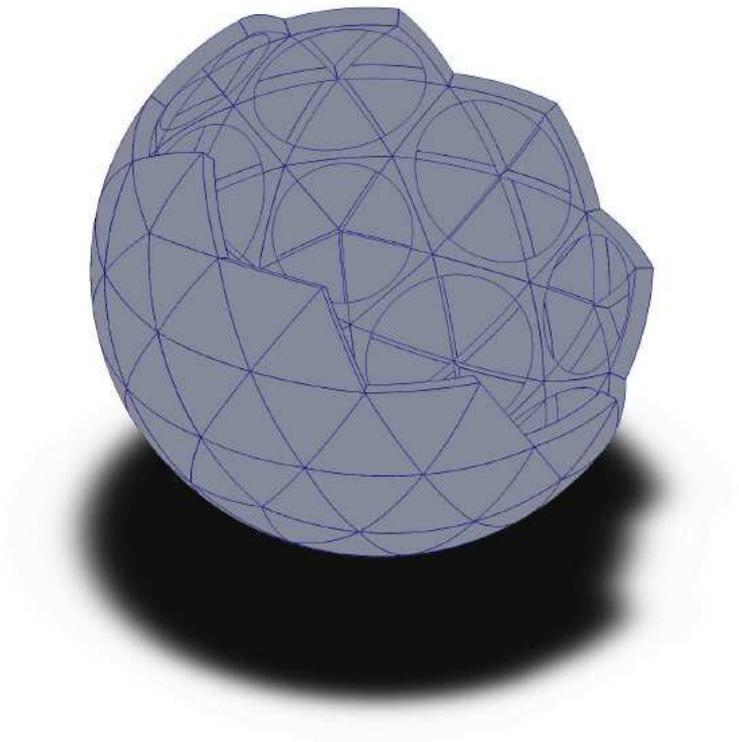


Figura 5.25: creazione del modello tramite assemblaggio delle tessere pentagonali ed esagonali

Il procedimento appena illustrato ha dunque consentito la realizzazione di un modello CAD del guscio sferico composto da tessere pentagonali ed esagonali. Tale modello risulta costituito da sole superfici bidimensionali i cui spessori saranno valutati in maniera tale da consentire il galleggiamento della struttura in aria (come presentato all'interno del capitolo 7 per le diverse configurazioni studiate) e attribuiti ad esse solamente in fase di impostazione delle analisi. Gli insiemi composti rispettivamente dalle pareti esterne, dagli irrigidimenti lungo i bordi, dagli irrigidimenti interni e dalle pareti interne (forate o meno) della totalità delle tessere si sono infine esportati separatamente più volte al variare di determinati parametri quali il raggio della parete sferica esterna, l'altezza degli irrigidimenti e i diametri dei fori nelle pareti interne delle tessere al fine di poter successivamente con maggiore facilità riprodurre le diverse configurazioni geometriche che si intendono sottoporre ad analisi agli elementi finiti.

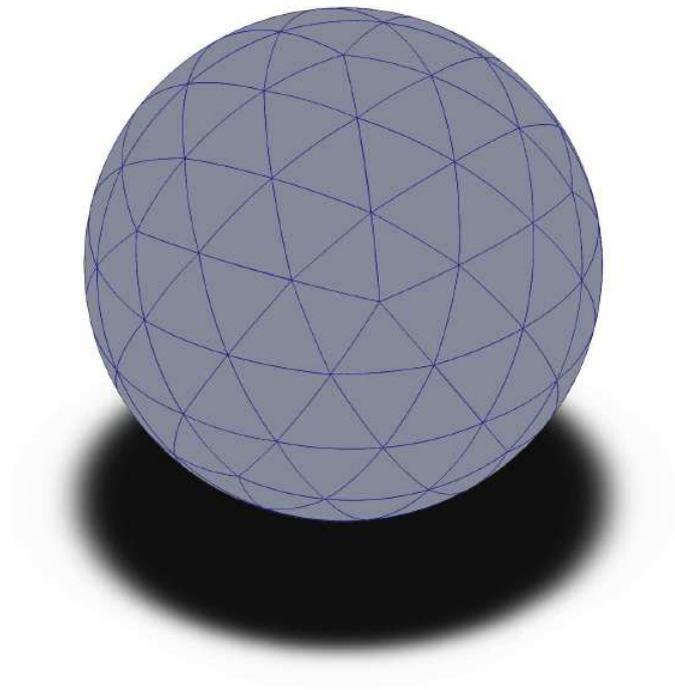


Figura 5.26: parete sferica esterna

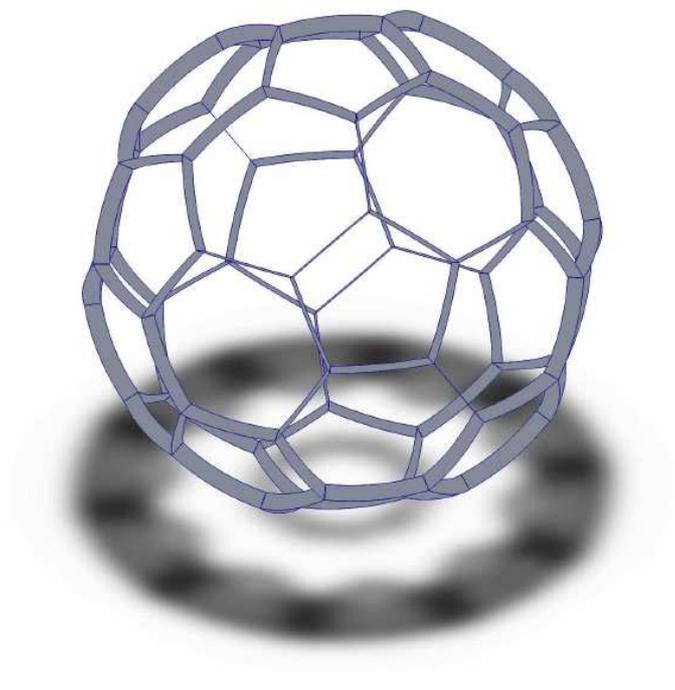


Figura 5.27: irrigidimenti lungo i bordi delle tessere

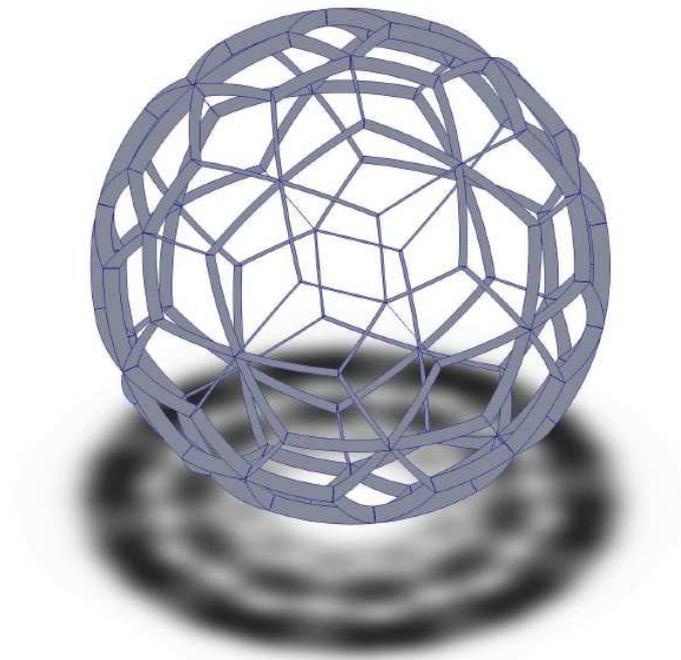


Figura 5.28: irrigidimenti all'interno delle tessere

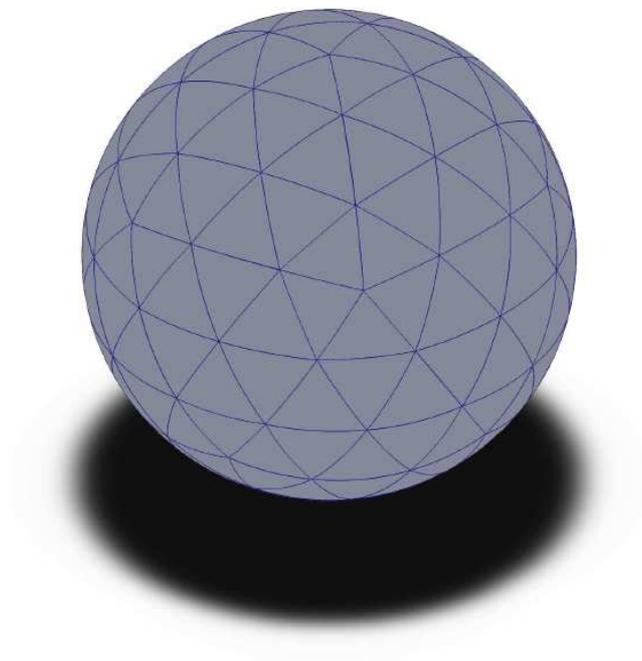


Figura 5.29: parete sferica interna

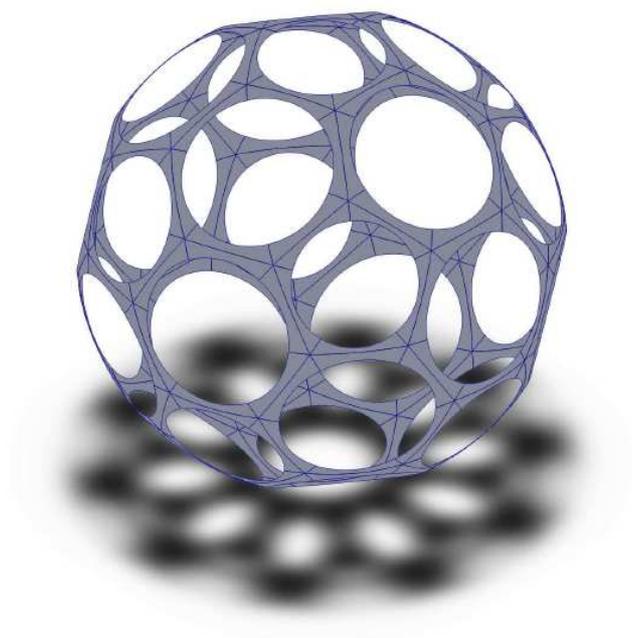


Figura 5.30: parete sferica interna forata

Capitolo 6

Impostazione delle analisi FEM

L'efficacia delle diverse soluzioni strutturali introdotte per il guscio sferico all'interno della precedente sezione 5.1 sarà nel seguito valutata attraverso i risultati di analisi agli elementi finiti eseguite per mezzo dei software Patran e Nastran della MSC Software Corporation.

All'interno del presente capitolo si intendono dunque illustrare le fasi di pre-processing eseguite in ambiente Patran e consistenti nella definizione di materiali, proprietà, vincoli e carichi sulla struttura e nella discretizzazione della stessa in elementi finiti. La messa a punto di tali parametri verrà effettuata analizzando con il metodo FEM il problema del guscio sferico perfetto a spessore costante in materiale isotropo verificando quali impostazioni risultino le più adatte a riprodurre, in termini di carico critico di buckling, gli stessi risultati teorici presentati in sezione 4.3 per il modello di guscio in questione. Questi passaggi, seppur solamente propedeutici alle analisi FEM, risultano fondamentali per la buona riuscita delle stesse analisi.

6.1 - Geometria, materiali e proprietà

Essendo gli spessori dei vari elementi che costituiscono il guscio di gran lunga inferiori alle dimensioni dello stesso, le successive analisi agli elementi finiti potranno essere eseguite su modelli costituiti da sole superfici bidimensionali senza che ciò si

traduca in rilevanti errori nei risultati. La geometria del guscio sferico suddiviso in tessere pentagonali ed esagonali eventualmente comprensive di irrigidimenti e parete interna (forata o meno) sarebbe però di difficile riproduzione in ambiente MSC Patran. Per tale ragione il modello geometrico, costituito dalle sole superfici bidimensionali, è stato in precedenza realizzato sfruttando le potenzialità del software Solidworks della Dassault Systèmes come illustrato in sezione 5.3. Nell'ambiente Patran l'attività di costruzione del modello si limita dunque solamente all'importazione separata delle superfici che definiscono le pareti esterne, gli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere, gli irrigidimenti all'interno delle tessere e le pareti interne (forate o meno) a seconda della configurazione geometrica che si intende riprodurre e sottoporre ad analisi agli elementi finiti. Inoltre, nel caso siano previsti gli irrigidimenti in corrispondenza dei bordi delle tessere pentagonali ed esagonali, in seguito all'importazione di tali irrigidimenti il modello presenta coppie di superfici piane coincidenti in corrispondenza di tutti i bordi delle tessere e quindi, per evitare problemi di sovrapposizione tra gli elementi finiti, si procede all'eliminazione di una superficie per ogni coppia di superfici coincidenti.

Contemporaneamente in ambiente Patran è anche necessario definire il materiale isotropo nel quale la struttura del guscio si intende realizzata specificandone in particolare il modulo di elasticità longitudinale E ed il coefficiente di Poisson ν . Nel seguito si riportano dunque i valori di tali grandezze meccaniche per la lega di alluminio Al-7075 e per l'allumina Al_2O_3 (con un grado di purezza del 99,5%); i due materiali introdotti in sezione 3.3 e a cui si è già fatto riferimento nel corso del capitolo 4.

$$Al - 7075: \quad E = 71700 \text{ MPa} \quad \nu = 0,33$$

$$Al_2O_3 (99,5\%): \quad E = 375000 \text{ MPa} \quad \nu = 0,22$$

Infine a tutte le superfici che costituiscono il modello si attribuiscono le proprietà di un laminato isotropo e per ognuna di esse si precisano il materiale nel quale si intende realizzata (appunto Al-7075 o Al_2O_3) e lo spessore da cui è contraddistinta. In particolare nel seguito si assumerà uno spessore s_p uniforme per le pareti curve esterne ed interne di tutte le tessere mentre per tutti gli irrigidimenti lungo i bordi o all'interno delle tessere sarà valutata l'attribuzione di uno spessore s_i (avendo immaginato il guscio

composto da più tessere, nella realtà gli irrigidimenti in corrispondenza dei bordi delle stesse sono costituiti dall'unione dei bordi di due tessere poste a contatto, ma per questi stessi irrigidimenti con s_i si indicherà lo spessore complessivo somma degli spessori dei bordi delle due tessere) legato allo spessore delle pareti esterne ed interne attraverso un coefficiente di proporzionalità γ . Tali spessori saranno in ogni caso valutati di volta in volta nel corso del capitolo 7 in modo da garantire per ogni configurazione strutturale presa in esame il soddisfacimento della condizione di galleggiamento in aria ipotizzando il guscio mantenuto al livello del mare e la creazione del vuoto all'interno dello stesso guscio rigido.

6.2 - Condizione di carico

Il guscio sferico studiato nel presente elaborato si considera sottoposto esclusivamente ad un carico uniformemente distribuito sulla superficie esterna dello stesso dovuto alla differenza di pressione che, in seguito alla diminuzione della quantità di aria racchiusa all'interno del guscio, viene a instaurarsi tra l'ambiente esterno e quello interno. Avendo ipotizzato di ricreare il vuoto all'interno del guscio e di mantenere lo stesso al livello del mare, la struttura risulta dunque sottoposta ad un carico distribuito P di intensità pari a 1 atmosfera, carico che viene quindi introdotto in ambiente MSC Patran sotto forma di pressione agente sulla superficie sferica esterna del modello.

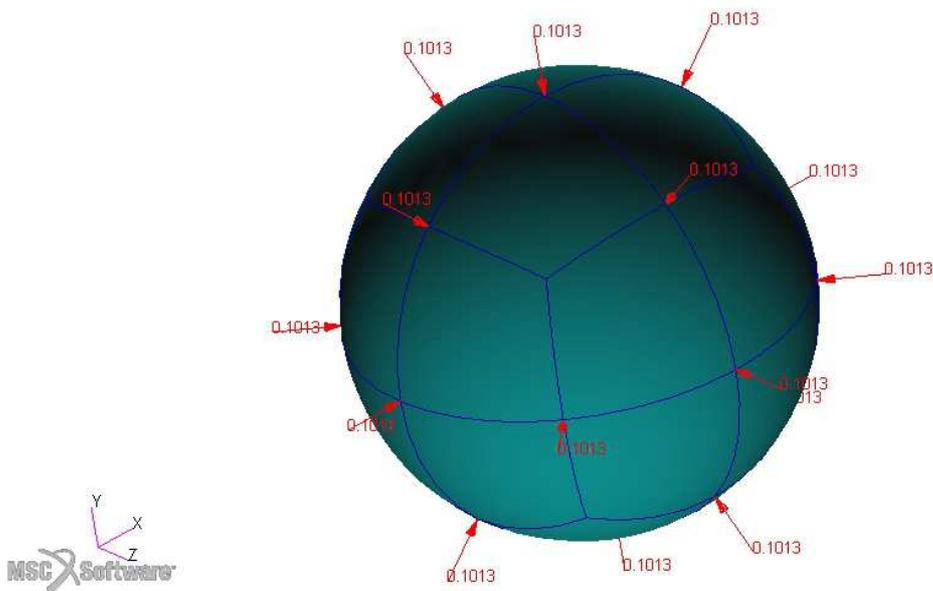


Figura 6.1: pressione di 1 atmosfera agente sulla superficie sferica esterna del modello

6.3 - Vincoli e mesh

Nella realtà il guscio rigido in volo appare come un corpo libero, privo di gradi di libertà vincolati, il cui equilibrio è garantito esclusivamente dalle forze agenti sulla sua superficie che, uniformemente distribuite, si bilanciano a vicenda. Per poter eseguire le analisi agli elementi finiti il software richiede però la definizione di condizioni di vincolo tali da impedire i moti di corpo rigido della struttura. Al fine di individuare le condizioni di vincolo più adeguate si sono eseguiti diversi tentativi di analisi FEM su di un guscio sferico isotropo realizzato in alluminio Al-7075 e caratterizzato da un raggio pari a 10 m e da uno spessore uniforme valutato in maniera da soddisfare il requisito di galleggiamento al livello del mare ipotizzando il vuoto all'interno dello stesso guscio (il procedimento seguito sarà illustrato nella successiva sezione 7.1.1). Le analisi si sono dunque eseguite imponendo vincoli di diversa natura che limitino il meno possibile la libertà di deformazione della struttura, ma i risultati di tali analisi appaiono allo stesso tempo influenzati anche dalla mesh in elementi finiti bidimensionali adottata sulla

superficie sferica del guscio. Per valutare l'impatto di tale fattore, diverse analisi agli elementi finiti si sono eseguite variando la tipologia e la dimensione degli elementi finiti, oltre che le condizioni di vincolo sul guscio sferico, nel tentativo di ricercare una configurazione che, pur mantenendo contenuto il costo computazionale, porti alla determinazione di un carico critico di buckling P_b comparabile con il valore teorico $P_{b_teorico}$ che può essere calcolato per il medesimo guscio sferico perfetto attraverso la formula di Zoelly riportata in sezione 4.3.

Il software MSC Patran non risulta però di per sé in grado di eseguire una discretizzazione in elementi finiti su di una superficie curva e priva di bordi come la superficie sferica del guscio preso in esame. Per poter creare la mesh su tale superficie risulta quindi necessario suddividere la stessa superficie sferica in regioni riconducibili a geometrie semplici delimitate da archi di circonferenza appartenenti alla stessa superficie del guscio.

6.3.1 - Superfici quadrangolari ed elementi finiti triangolari

Una prima soluzione adottata è consistita nel suddividere la superficie sferica in 24 superfici curve quadrangolari ottenibili suddividendo innanzitutto la superficie della sfera in 8 regioni di forma triangolare curva, corrispondenti alla proiezione sulla stessa superficie sferica di un ottaedro regolare inscritto nella sfera, e successivamente dividendo ognuna di queste regioni triangolari in 3 superfici quadrangolari aventi ognuna come vertici due dei punti medi degli archi che delimitano una delle 8 superfici triangolari, il vertice della stessa superficie compreso tra i due archi in questione e il punto centrale della stessa superficie triangolare.

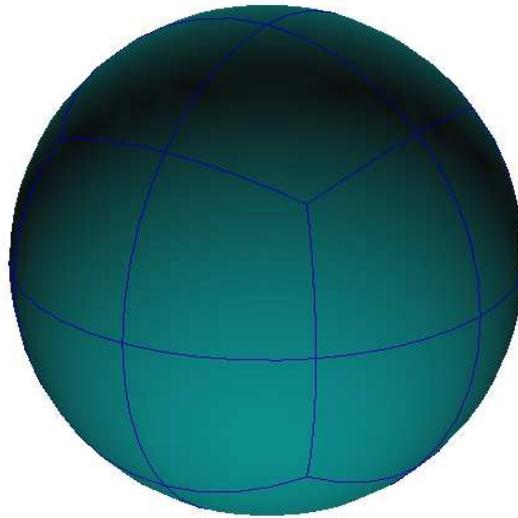
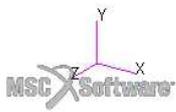


Figura 6.2: superficie sferica suddivisa in 24 regioni quadrangolari

All'interno delle regioni quadrangolari appena definite una mesh a elementi finiti bidimensionali quadrangolari o triangolari isometrici risulterebbe poco omogenea introducendo irregolarità e imperfezioni che andrebbero inevitabilmente ad influenzare i risultati delle analisi. Per questa ragione ci si è limitati ad imporre su tali superfici una discretizzazione paver in elementi finiti triangolari, caratterizzati da 3 nodi e 6 gradi di libertà per ogni nodo, come quella rappresentata nelle figure 6.3 e 6.4.

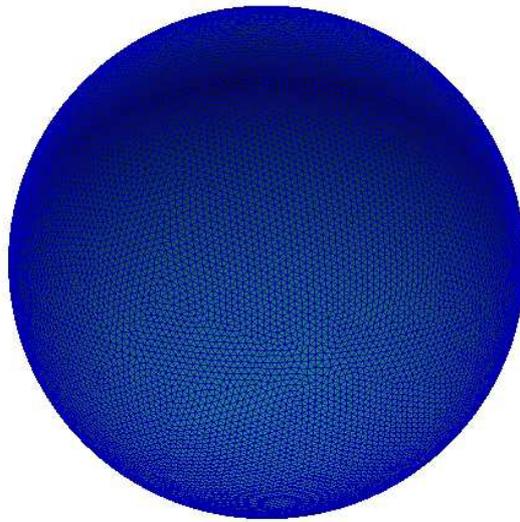
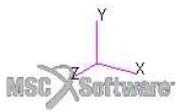


Figura 6.3: mesh paver in elementi finiti triangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni quadrangolari

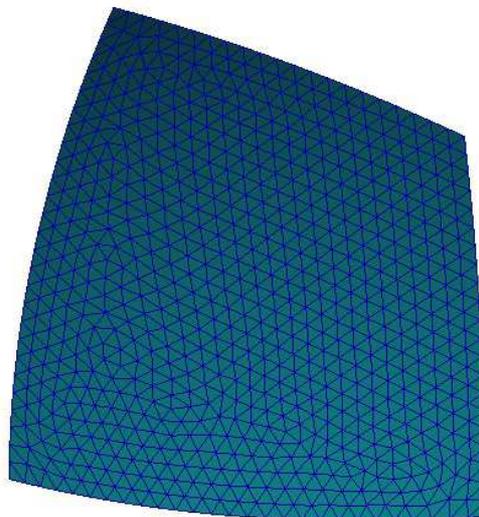
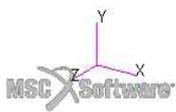


Figura 6.4: mesh paver in elementi finiti triangolari sulla superficie della singola regione quadrangolare

Essendo la deformazione della superficie sferica al di sotto del carico critico di buckling consistente nello spostamento di ogni punto della superficie nella sola direzione radiale, una prima serie di analisi (A-24TN), i cui risultati sono riportati in tabella A.1 (in appendice A), si è eseguita vincolando gli spostamenti nelle direzioni tangenziali in corrispondenza di ogni nodo della mesh introdotta sulla superficie sferica e variando il numero di elementi finiti sulla stessa superficie. Raffinando la mesh l'andamento del carico critico P_b risulta inizialmente decrescente per poi aumentare discostandosi dal valore teorico previsto dalla formula di Zoelly come si può osservare dal grafico di figura 6.5. Questo andamento potrebbe essere una conseguenza del tipo di vincolo applicato in quanto la condizione di spostamenti solo radiali, non essendo necessariamente corretta per la configurazione deformata corrispondente al minimo carico di buckling, potrebbe indirizzare il comportamento della struttura verso forme di buckling diverse dalla prima e caratterizzate da valori di carico critico più elevati. Avendo infatti applicato la condizione di vincolo in corrispondenza di tutti i nodi della mesh, l'aumento del numero di elementi finiti comporta inevitabilmente un incremento dei punti di applicazione del vincolo e di conseguenza una riduzione della libertà di deformazione della struttura che, se il vincolo non è corretto, potrebbe spiegare l'incremento del carico critico che si manifesta per valori elevati del numero di elementi finiti sulla superficie. Un'ulteriore serie di analisi (A-24TV) si è quindi eseguita imponendo il vincolo di spostamenti tangenziali nulli solamente in corrispondenza dei 26 vertici delle regioni quadrangolari in cui la superficie sferica è stata in precedenza suddivisa e i risultati si sono anch'essi riportati in tabella A.1. In questo modo la superficie sferica mantiene una maggiore libertà di deformazione, costante all'aumentare del numero di nodi, e l'andamento del carico critico P_b (sempre rappresentato nel grafico di figura 6.5) risulta così essere sempre decrescente tendendo, per valori molto elevati del numero di elementi finiti, al carico critico previsto in base alla formula teorica di Zoelly.

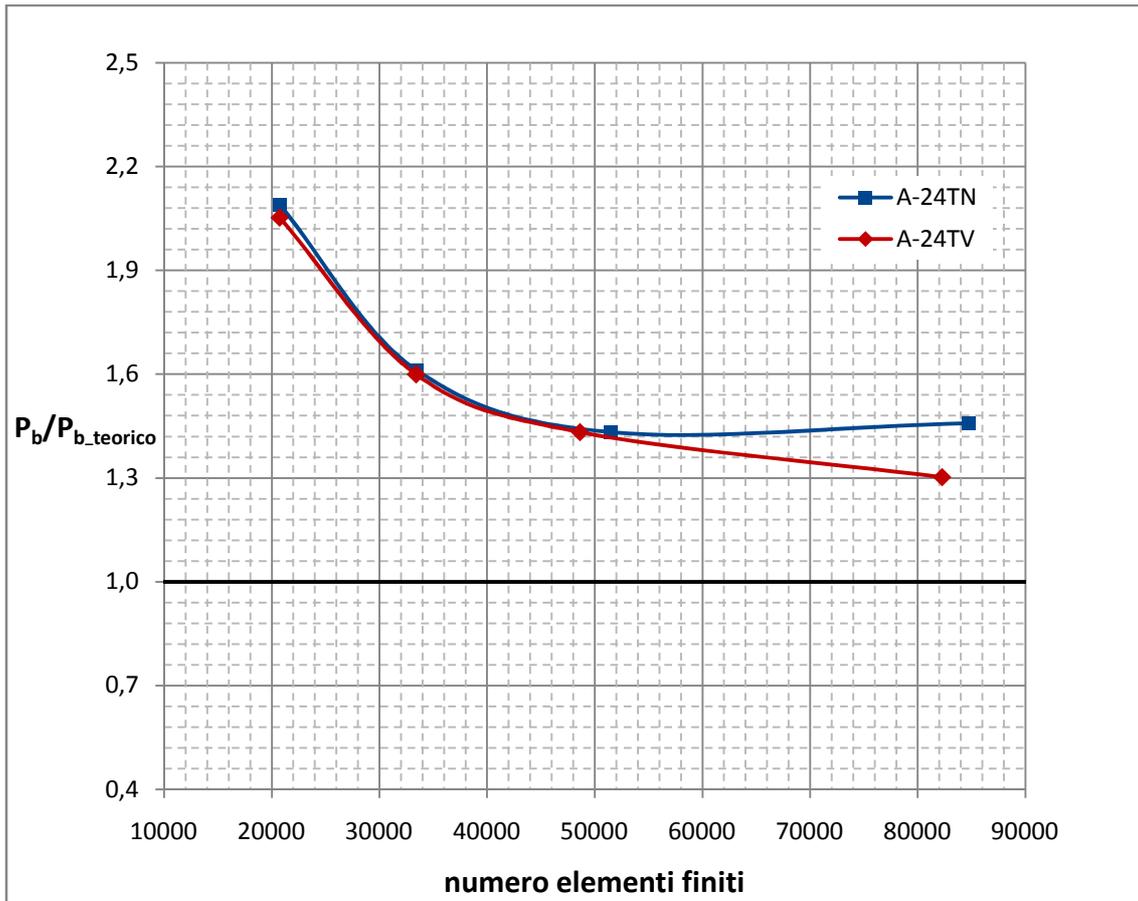


Figura 6.5: andamento del carico critico di buckling P_b in funzione del numero di elementi finiti triangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni quadrangolari per diverse condizioni di vincolo

6.3.2 - Superfici triangolari ed elementi finiti triangolari

Dal momento che nel seguito, per esigenze legate alla coincidenza tra i nodi delle mesh che verranno introdotte sulle pareti sferiche e sugli irrigidimenti delle tessere, sarà inevitabilmente necessario suddividere le superfici sferiche esterna ed interna del guscio in regioni pentagonali ed esagonali a loro volta suddivise in regioni triangolari, si è pensato di ricorrere da subito a tale suddivisione per la superficie sferica presa in esame. Alcune analisi agli elementi finiti, volte alla determinazione della mesh e delle condizioni di vincolo più adeguate, si sono quindi eseguite su di un modello costituito dalla sola superficie sferica esterna suddivisa in un totale di 180 regioni triangolari, derivanti dalla suddivisione in geometrie triangolari delle regioni pentagonali ed

esagonali, la cui realizzazione per mezzo del software Solidworks è già stata oggetto di discussione in sezione 5.3.

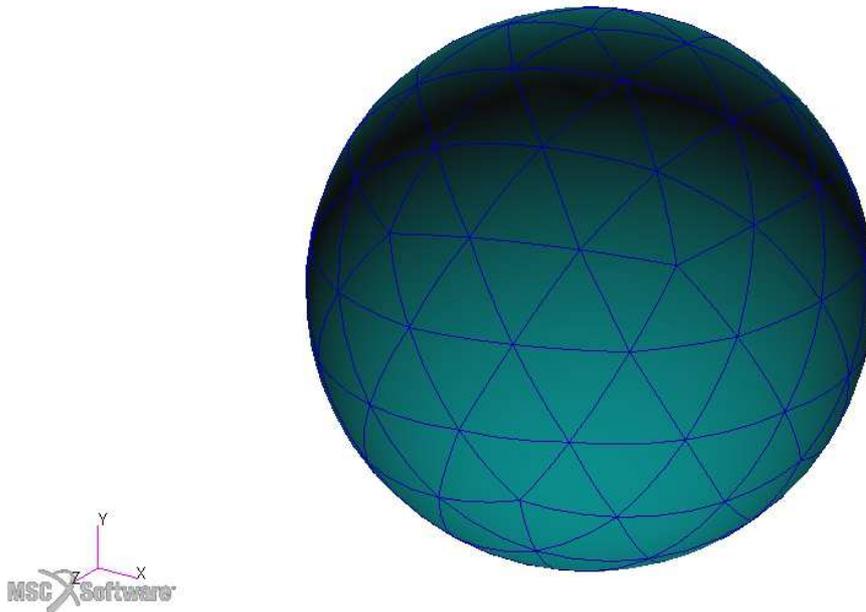


Figura 6.6: superficie sferica suddivisa in 180 regioni triangolari

Al fine di poter confrontare i risultati delle successive analisi con quelli ottenuti in sezione 6.3.1 (attraverso la suddivisione della superficie sferica in 24 regioni quadrangolari) evidenziando così gli effetti della diversa configurazione geometrica, si è nuovamente introdotta sulla superficie sferica una discretizzazione paver in elementi finiti triangolari bidimensionali, caratterizzati da 3 nodi e 6 gradi di libertà per ogni nodo, come quella rappresentata nelle figure 6.7 e 6.8.

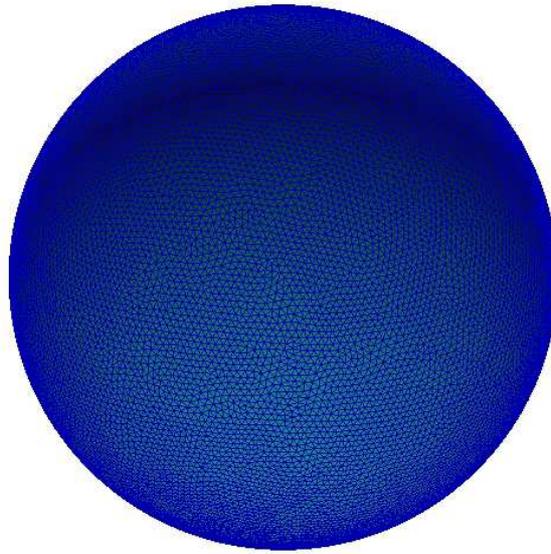
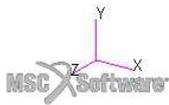


Figura 6.7: mesh paver in elementi finiti triangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari

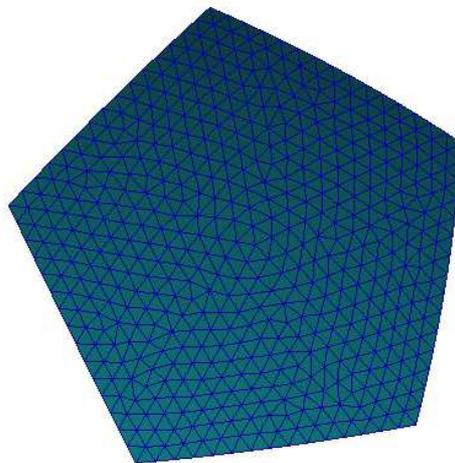
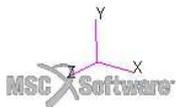


Figura 6.8: mesh paver in elementi finiti triangolari sulla superficie della singola regione pentagonale suddivisa in regioni triangolari

Si sono quindi eseguite due serie di analisi (A-180TN e A-180TV) al variare del numero di elementi finiti imponendo il vincolo di spostamenti nulli nelle direzioni tangenziali rispettivamente in tutti i nodi della mesh o solamente in corrispondenza dei 92 vertici delle 180 regioni triangolari curve introdotte sulla superficie sferica e i risultati di tali analisi si sono riportati in tabella A.2 (in appendice A). Al variare del numero di elementi finiti si sono così ottenuti gli andamenti rappresentati nel grafico di figura 6.9 che risultano comparabili con quelli ottenuti in precedenza in sezione 6.3.1. Le irregolarità legate alla diversa suddivisione geometrica della superficie appaiono dunque influenzare limitatamente i risultati delle analisi, ma con quest'ultima suddivisione della superficie sferica in 180 regioni triangolari la curva relativa al vincolo imposto in tutti i nodi della mesh risulta interamente decrescente (all'interno dell'intervallo considerato) all'aumentare del numero di elementi finiti sulla superficie.

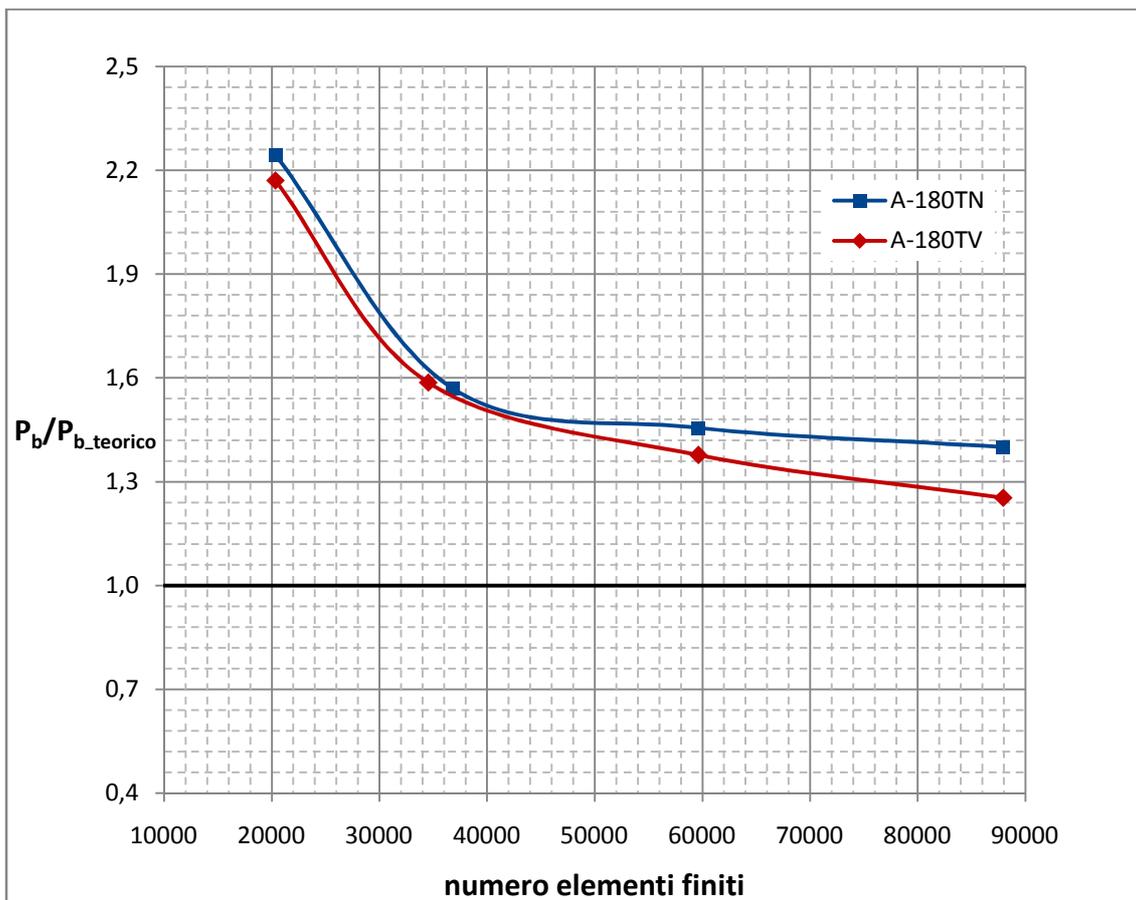


Figura 6.9: andamento del carico critico di buckling P_b in funzione del numero di elementi finiti triangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari per diverse condizioni di vincolo

6.3.3 - Superfici triangolari ed elementi finiti quadrangolari

Le 180 regioni triangolari derivate dalla suddivisione della superficie sferica in tessere pentagonali ed esagonali consentono inoltre una mesh isometrica a elementi finiti quadrangolari, caratterizzati da 4 nodi e 6 gradi di libertà per ogni nodo, del tipo di quella rappresentata nelle figure 6.10 e 6.11, che appare essere piuttosto regolare ed uniforme.

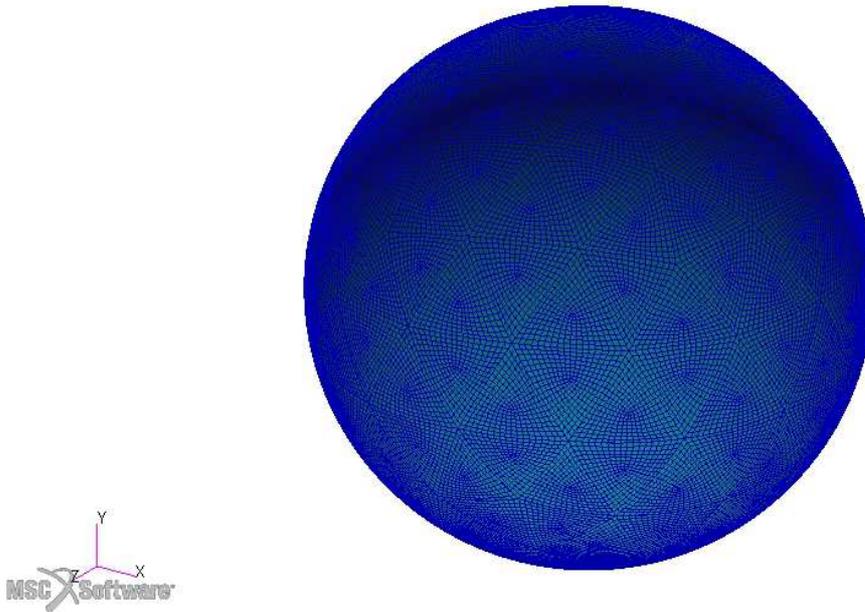


Figura 6.10: mesh isometrica in elementi finiti quadrangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari

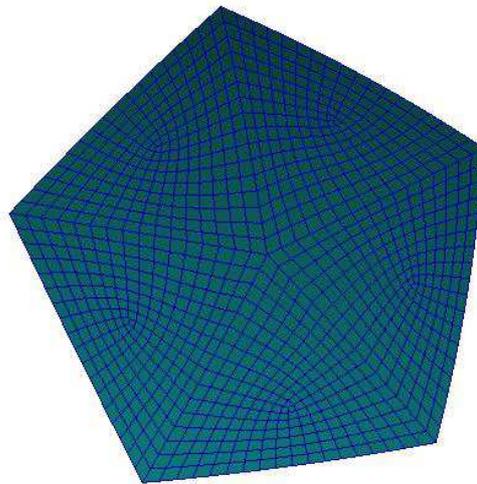
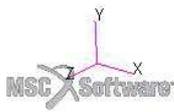


Figura 6.11: mesh isometrica in elementi finiti quadrangolari sulla superficie della singola regione pentagonale suddivisa in regioni triangolari

Introdotta tale mesh ad elementi finiti quadrangolari, le analisi per le due differenti regioni di applicazione del vincolo si sono quindi ripetute al variare del numero complessivo di elementi finiti sulla superficie sferica e i risultati si sono riportati in tabella A.3 (in appendice A) e nel grafico di figura 6.12. Mentre il tratto finale della curva relativa all'applicazione del vincolo in tutti i nodi della mesh (A-180QN) appare fortemente crescente all'aumentare del numero di elementi finiti (con ogni probabilità l'andamento crescente è anche in questo caso legato all'aumentare, con il numero di elementi finiti, del numero di punti di applicazione del vincolo e dunque alla conseguente diminuzione della libertà di deformazione della struttura), vincolando gli spostamenti tangenziali solamente in corrispondenza dei 92 vertici delle 180 regioni geometriche triangolari si ottiene un andamento del carico critico (A-180QV) che, con buona precisione e per un numero ragionevole di elementi finiti, converge al valore teorico previsto dalla formula di Zoelly.

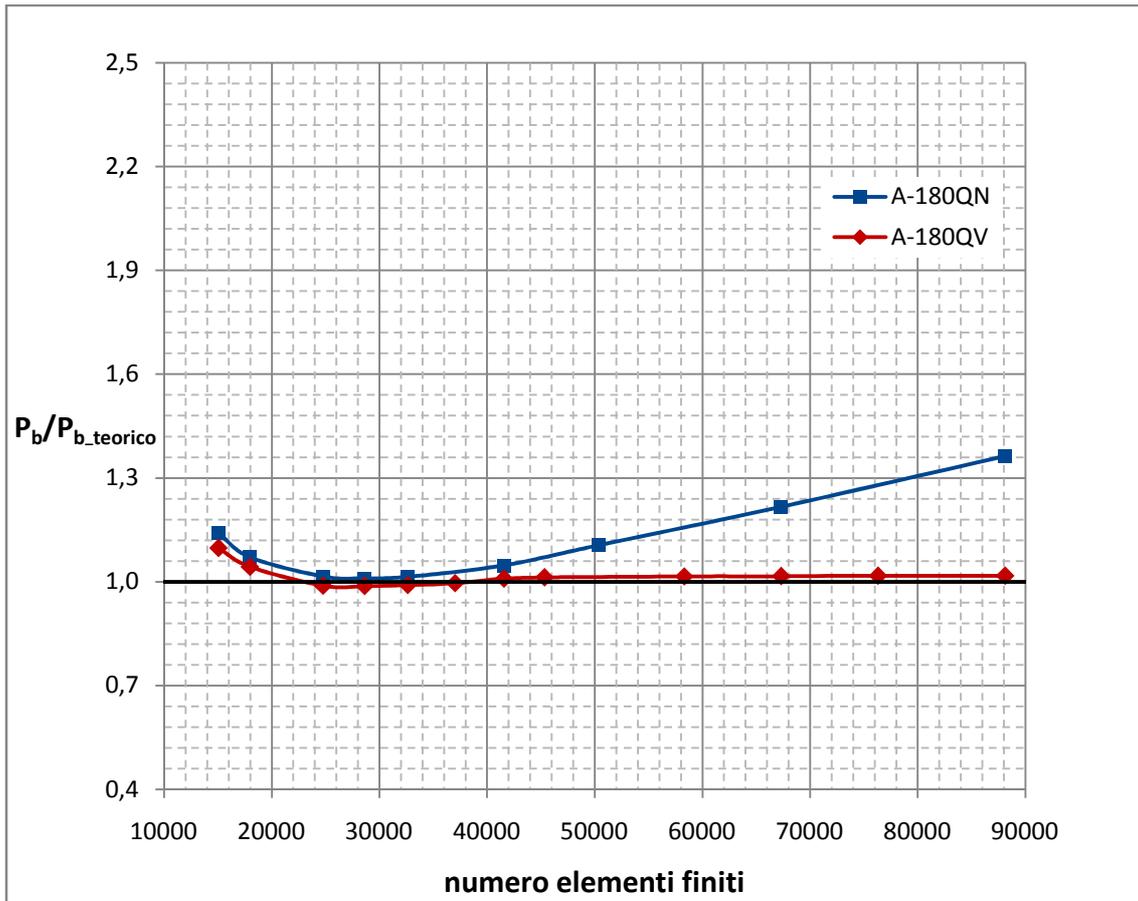


Figura 6.12: andamento del carico critico di buckling P_b in funzione del numero di elementi finiti quadrangolari sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari per diverse condizioni di vincolo

Affinché il software risulti in grado di eseguire l'analisi sul guscio sferico gli spostamenti tangenziali dovrebbero essere vincolati e posti pari a zero in corrispondenza di almeno 3 punti della superficie sferica del guscio^[39]. Mantenendo la suddivisione geometrica in 180 regioni triangolari e la discretizzazione in elementi finiti quadrangolari si sono quindi eseguite alcune analisi (A-180QP) imponendo il solito vincolo di spostamenti tangenziali nulli in corrispondenza di soli 3 punti della superficie arbitrariamente scelti. I risultati di tali analisi, riportati in tabella A.4 (in appendice A), appaiono identici a quelli in precedenza ottenuti applicando il vincolo in tutti i 92 vertici delle regioni triangolari in cui la superficie sferica è stata suddivisa. Vista tale corrispondenza tra i risultati, dal momento che maggiori gradi di libertà vincolati si traducono in un minor costo computazionale, nel seguito le analisi agli elementi finiti

verranno comunque eseguite imponendo il vincolo in corrispondenza di tutti i 92 vertici delle geometrie triangolari curve.

Infine esaminando i risultati delle precedenti analisi è possibile osservare come per tutti i punti della superficie sferica la rotazione attorno alla direzione radiale sia di più ordini di grandezza inferiore e dunque trascurabile rispetto agli altri spostamenti e rotazioni. Un'ulteriore serie di analisi FEM (A-180QVN) sulla superficie sferica suddivisa nelle 180 regioni triangolari si è dunque eseguita imponendo, oltre al solito vincolo di spostamenti tangenziali nulli in corrispondenza dei 92 vertici delle regioni triangolari, anche una condizione di rotazione nulla attorno alla direzione radiale in tutti i nodi della mesh a elementi finiti quadrangolari. Tale condizione di vincolo è risultata efficace in virtù di minori costo computazionale e durata delle analisi i cui risultati, riportati in tabella A.5 (in appendice A), appaiono in termini di carico critico di buckling P_b (adimensionalizzato rispetto al valore teorico $P_{b,teorico}$ calcolato tramite la formula di Zoelly) identici a quelli in precedenza ottenuti vincolando solamente gli spostamenti nelle direzioni tangenziali in corrispondenza dei 92 vertici.

6.3.4 - Determinazione di elementi finiti e vincoli

In base ai risultati riportati e discussi all'interno del presente capitolo, si è stabilito per tutte le successive analisi FEM di ricorrere ad una discretizzazione delle superfici triangolari che compongono le tessere pentagonali ed esagonali attraverso una mesh isometrica a elementi finiti quadrangolari caratterizzati da 4 nodi e 6 gradi di libertà per ogni nodo. Accontentandosi di un compromesso tra l'accuratezza e il costo computazionale delle analisi, si è scelta una lunghezza del lato dell'elemento finito tale da determinare 18 elementi lungo gli archi che delimitano le tessere pentagonali ed esagonali sulla superficie sferica esterna ottenendo di conseguenza 16 elementi lungo gli archi che sulla superficie sferica esterna uniscono un vertice della tessera pentagonale con il centro della stessa e invece 18 elementi lungo gli archi che, sempre sulla superficie sferica esterna, collegano un vertice della tessera esagonale con il centro della stessa. Complessivamente sulla sola superficie sferica esterna si ottengono così 41580 elementi finiti quadrangolari per un totale di 43742 nodi. Per quanto riguarda

invece le condizioni di vincolo, le analisi saranno eseguite imponendo che gli spostamenti nelle direzioni tangenziali siano nulli in corrispondenza dei vertici e dei centri delle superfici esterne delle tessere pentagonali ed esagonali (i 92 vertici delle regioni triangolari) e inoltre, al fine di ridurre costo computazionale e durata delle analisi, che la rotazione attorno alla direzione radiale sia nulla in corrispondenza di tutti i nodi della mesh introdotta sulle stesse superfici esterne delle tessere.

Capitolo 7

Analisi FEM

All'interno del presente capitolo verranno studiate diverse soluzioni strutturali proposte per la realizzazione di un guscio rigido di forma sferica in grado di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica soddisfacendo contemporaneamente i requisiti di leggerezza e di resistenza al buckling.

Le diverse configurazioni, basate su una suddivisione della parete sferica del guscio in tessere di forma pentagonale ed esagonale e sull'introduzione di irrigidimenti e pareti interne già descritti nel corso del capitolo 5, saranno dunque sottoposte ad analisi agli elementi finiti, eseguite tramite i software Patran e Nastran della MSC Software Corporation, volte alla determinazione del carico critico di buckling. Le analisi saranno eseguite ipotizzando un comportamento completamente elastico della struttura sferica (in sezione 4.3 si è osservato come per un guscio sferico isotropo a spessore costante per valori ridotti del parametro $\frac{s}{R}$ i fenomeni di instabilità si manifestino per valori di carico applicato inferiori a quelli legati all'insorgere di deformazioni plastiche nel materiale) realizzata in lega di alluminio Al-7075 o in allumina Al_2O_3 (con un grado di purezza del 99,5%). Il modello, sotto le ipotesi di creazione del vuoto al suo interno e di quota di volo zero, sarà sottoposto ad un carico distribuito di intensità pari ad 1 atmosfera e gli spessori dei vari elementi che lo costituiscono saranno di volta in volta valutati al fine di garantire per ogni configurazione la capacità di sostenersi in volo al livello del mare per effetto della sola spinta aerostatica. Le condizioni di quota zero e di vuoto assoluto all'interno del guscio sono state scelte arbitrariamente quali criteri di

dimensionamento essendo intento dello studio solamente il verificare la capacità del guscio di sopportare il carico di compressione uniforme a cui è soggetto senza tenere per il momento in considerazione variabili aggiuntive quali il peso reale del dirigibile, comprensivo di sistemi e carico utile, o gli effetti delle diverse quote di volo. Nella realtà lo spessore del guscio tale da consentire la sustentazione statica dell'intero dirigibile dovrebbe essere invece valutato tenendo conto del peso complessivo del dirigibile e considerando la quota di volo massima essendo la spinta aerostatica funzione della densità dell'aria e dunque decrescente all'aumentare della quota di volo, ma allo stesso tempo il soddisfacimento dei criteri di resistenza dovrebbe essere verificato considerando la superficie soggetta ad un carico distribuito di intensità inferiore ad 1 atmosfera poiché la differenza di pressione tra gli ambienti esterno ed interno, definita dalla relazione 3.5, diminuisce all'aumentare della quota di volo e della densità dell'aria all'interno dell'involucro (se il dirigibile è progettato per una determinata quota di volo massima, il galleggiamento a quote inferiori sarà conseguito introducendo nell'involucro una certa quantità di aria): tali considerazioni sono lasciate a studi e valutazioni futuri.

Nel seguito, imponendo le condizioni di vuoto all'interno del guscio e di quota zero, la trattazione si limiterà a sole considerazioni sui risultati delle analisi FEM e dunque sull'efficacia delle diverse configurazioni strutturali nel determinare un incremento del carico critico di buckling. Per quanto riguarda invece l'impostazione delle analisi nel senso di importazione delle geometrie bidimensionali, definizione di materiali e proprietà, imposizione di carichi e vincoli e discretizzazione delle superfici in elementi finiti si rimanda al precedente capitolo 6.

7.1 - Guscio sferico semplice

Alcune analisi agli elementi finiti si sono innanzitutto eseguite su modelli di guscio sferico costituiti dalla sola parete sferica esterna di spessore costante. Avendo in sezione 6.3 definito opportunamente mesh e vincoli da imporre al modello, tali analisi portano alla determinazione di un carico critico di buckling prossimo al valore previsto dalla

formula 4.12 di Zoelly e risulteranno dunque utili come base per valutare l'efficacia delle diverse soluzioni strutturali proposte ed esaminate nel corso del presente capitolo.

7.1.1 - Configurazione A

Le tessere pentagonali ed esagonali nelle quali è suddiviso il guscio sferico sono in questo caso costituite dalla sola superficie esterna a curvatura sferica suddivisa in regioni triangolari come illustrato in sezione 5.3. A tali superfici curve bidimensionali è attribuito, in fase di definizione delle proprietà, uno spessore uniforme s_p valutato in maniera tale che, ipotizzando il guscio mantenuto al livello del mare e una condizione di vuoto assoluto al suo interno, il peso della struttura W risulti pari alla forza aerostatica L e il guscio sia dunque in grado di sostenersi in volo staticamente rispettando l'equazione di equilibrio alla traslazione verticale che, relativamente a tale configurazione strutturale, può essere definita attraverso la seguente espressione:

$$L = V_1 \rho_{ae} = A_1 s_p \rho_m = W \quad (7.1)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio
- ρ_m : densità del materiale di cui è costituito il guscio
- s_p : spessore della parete sferica esterna
- V_1 : volume della sfera di raggio R_1
- A_1 : superficie sferica esterna del guscio (vedi sezione 5.2.1)
- R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della parete esterna

Rielaborando la condizione di equilibrio 7.1 è dunque immediato valutare lo spessore uniforme s_p da attribuire a tutte le superfici che costituiscono il modello affinché il guscio, all'interno del quale è stato creato il vuoto, risulti in grado di sostenersi in volo al livello del mare per effetto della sola spinta aerostatica:

$$s_p = \frac{V_1 \rho_{ae}}{A_1 \rho_m} = \frac{\frac{4}{3} \pi R_1^3 \rho_{ae}}{4 \pi R_1^2 \rho_m} = \frac{1}{3} R_1 \frac{\rho_{ae}}{\rho_m} \quad (7.2)$$

Diverse analisi FEM si sono quindi eseguite considerando la struttura realizzata in Al-7075 o Al₂O₃ (materiali di riferimento le cui proprietà sono riportate in sezione 3.3) e variando le dimensioni del guscio agendo sul raggio R_1 della sfera e modificando di conseguenza lo spessore s_p delle pareti delle tessere in base alla relazione 7.2. Gli spessori attribuiti alle pareti e i risultati delle analisi svolte sono riportati in tabella B.1 (in appendice B) e all'interno del grafico di figura 7.1. E' innanzitutto immediato osservare come il carico critico di buckling P_b (riportato adimensionalizzato rispetto al carico distribuito P di 1 atmosfera) risulti costante al variare delle dimensioni del guscio a causa della proporzionalità lineare tra raggio della sfera e spessore delle pareti, definita dalla relazione 7.2, che determina una condizione di similitudine geometrica tra i modelli studiati rendendo il problema indipendente dalle dimensioni geometriche (concetto già espresso in sezione 4.4). Inoltre, per entrambi i materiali considerati, il carico critico di buckling risultante dalle analisi FEM appare prossimo al valore teorico previsto dalla formula di Zoelly e, adimensionalizzato rispetto al carico applicato, assume sempre un valore inferiore all'unità per cui, come preannunciato in sezione 4.4, la configurazione costituita dalla sola parete sferica esterna (sotto le ipotesi di vuoto al suo interno e di quota zero) non risulta in grado di sopportare il carico distribuito sulla sua superficie senza che su di essa si manifestino fenomeni di instabilità.

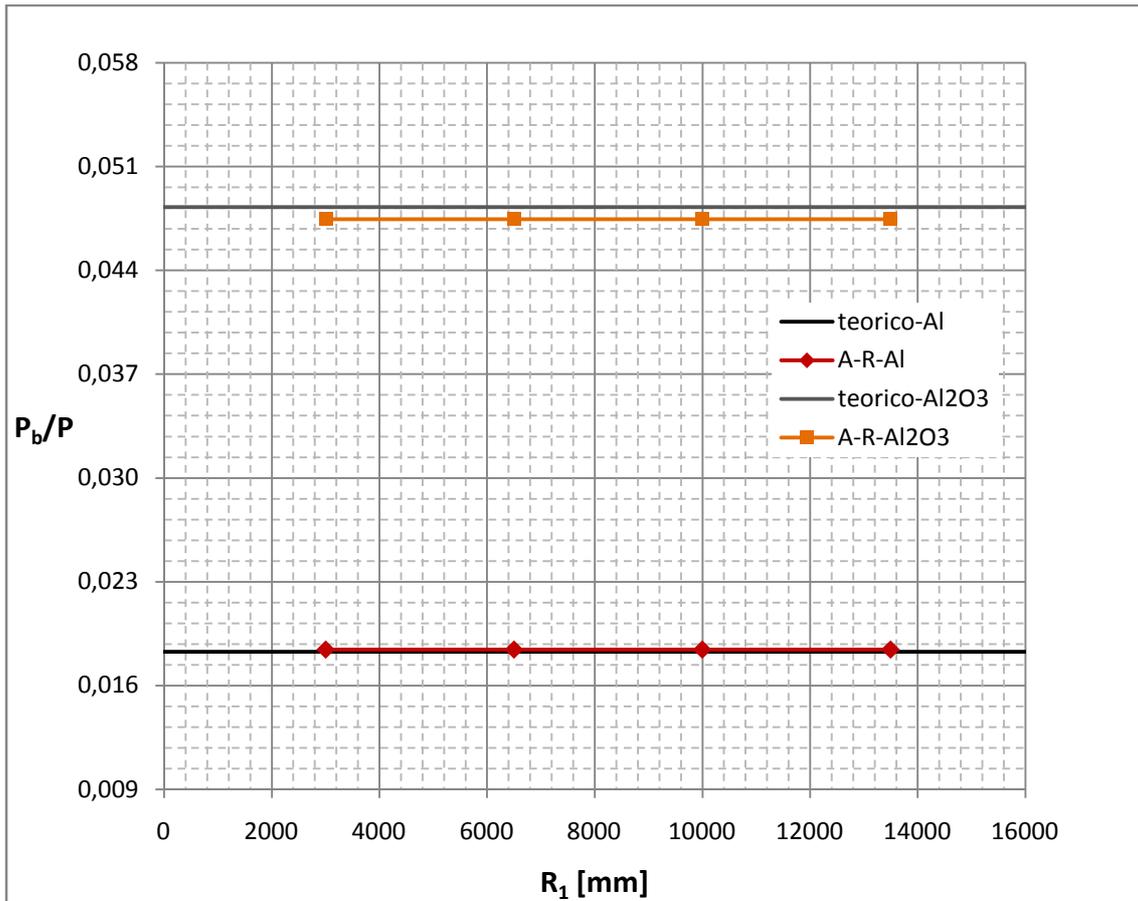
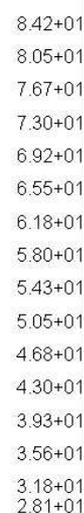
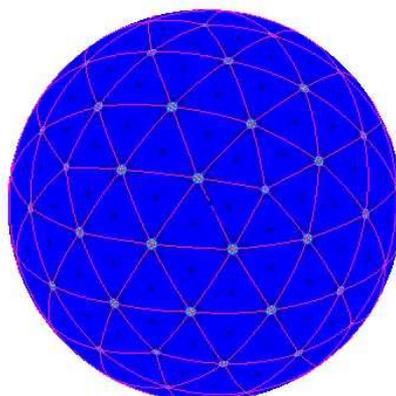
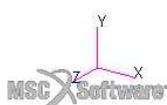


Figura 7.1: andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 o Al₂O₃ nella configurazione A in funzione del raggio R_1 della parete sferica esterna

In figura 7.2 è stata riportata una rappresentazione grafica della deformazione del modello A-R10000-Al, di raggio 10 m e realizzato in Al-7075, sottoposto ad un carico distribuito di intensità immediatamente inferiore al valore critico di buckling. Prima del manifestarsi dei fenomeni di instabilità la configurazione deformata della struttura appare caratterizzata da soli spostamenti nella direzione radiale di tutti i punti che la costituiscono (gli spostamenti nelle direzioni tangenziali risultano di ordini di grandezza decisamente inferiori e dunque trascurabili). Come si può osservare in figura 7.2 tali spostamenti, dell'ordine del millimetro, appaiono sostanzialmente uniformi sull'intera superficie sferica del guscio se non per alcuni picchi, dovuti ad irregolarità geometriche della mesh, che sono presenti in corrispondenza dei vertici delle 180 regioni triangolari in cui la superficie sferica è stata suddivisa.

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 19:55:00

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



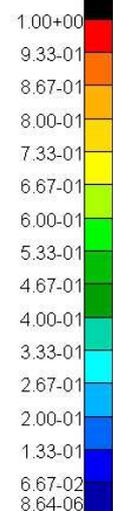
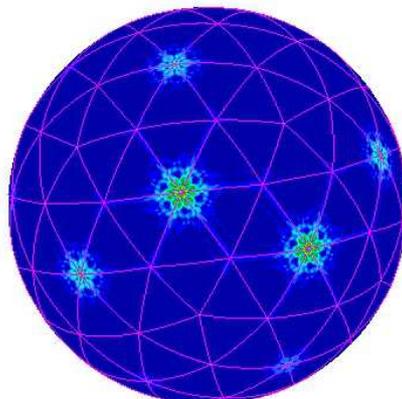
default_Fringe :
Max 8.42+01 @Nd 4641
Min 2.81+01 @Nd 78492

Figura 7.2: spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello A-R10000-A1 prima dell'insorgere del buckling

La configurazione deformata corrispondente alla prima forma di buckling ottenuta attraverso analisi FEM per lo stesso modello A-R10000-A1 è invece rappresentata in figura 7.3 e presenta semionde di ingobbamento concentrate in particolari regioni della superficie sferica. Tale configurazione deformata è stata riportata per ragioni di completezza, ma non è da considerarsi necessariamente esatta in quanto il manifestarsi di una forma di instabilità locale potrebbe essere semplicemente dovuto a condizioni di vincolo non corrette o a imperfezioni nella mesh introdotte in determinati punti della superficie in funzione della suddivisione geometrica della stessa nelle 180 regioni triangolari curve.

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 19:57:04

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.018439, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 92780
Min 8.64-06 @Nd 57327

Figura 7.3: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello A-R10000-A1 in condizioni di buckling

7.2 - Guscio sferico con irrigidimenti

Nel tentativo di aumentare la resistenza al buckling del guscio sferico si è innanzitutto valutata come soluzione l'introduzione di elementi rigidi, descritti nel corso del capitolo 5, che si estendono all'interno del guscio dislocati sulla superficie sferica. Attraverso analisi agli elementi finiti si sono quindi valutati gli effetti di tali irrigidimenti sul carico critico di buckling: se da un lato essi incrementano la rigidità globale della struttura allo stesso tempo, perché il peso complessivo si mantenga costante e il guscio continui a soddisfare il requisito di galleggiamento in aria per effetto della sola spinta aerostatica, essi comportano una riduzione dello spessore della parete sferica e dunque un indebolimento locale della struttura nella regione compresa tra gli stessi irrigidimenti.

7.2.1 - Configurazione B

Nella presente sezione vengono presi in esame modelli costituiti da una parete sferica esterna di raggio R_1 e da irrigidimenti piani che, dislocati in corrispondenza dei bordi delle regioni pentagonali ed esagonali in cui la superficie sferica si considera suddivisa, si estendono all'interno del guscio in direzione radiale. Tali irrigidimenti, definiti in sezione 5.2.2, sono caratterizzati da un'altezza h nella direzione radiale e da uno spessore trasversale s_i uniforme (avendo immaginato il guscio composto da tessere pentagonali ed esagonali il singolo irrigidimento è dato dall'unione dei bordi di due tessere poste a contatto e con s_i si indica lo spessore complessivo somma degli spessori dei bordi delle due tessere adiacenti). In fase di definizione delle proprietà del modello vengono dunque attribuiti spessori differenti alle superfici che compongono la parete sferica esterna e alle superfici degli irrigidimenti. Tali spessori s_p e s_i devono anche in questo caso essere valutati opportunamente affinché il guscio, mantenuto al livello del mare e creato il vuoto assoluto al suo interno, risulti in grado di sostenersi in volo a quota costante per effetto della sola spinta aerostatica rispettando l'equazione di equilibrio alla traslazione verticale 7.3 che esprime l'uguaglianza tra la forza di sostentamento L e il peso dell'intera struttura W :

$$L = V_1 \rho_{ae} = A_1 s_p \rho_m + A_{b_tot} s_i \rho_m = W \quad (7.3)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio
- ρ_m : densità del materiale di cui è costituito il guscio
- s_p : spessore della parete sferica esterna
- s_i : spessore degli irrigidimenti
- V_1 : volume della sfera di raggio R_1
- A_1 : superficie sferica esterna del guscio (vedi sezione 5.2.1)
- A_{b_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere (vedi sezione 5.2.2)
- R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della parete esterna

Tramite l'equazione 7.3, definiti materiale e dimensioni del guscio, lo spessore s_p che caratterizza la parete sferica esterna del guscio può essere valutato solamente in funzione dello spessore s_i degli irrigidimenti e viceversa. Si è dunque stabilito di imporre una condizione di proporzionalità lineare tra i suddetti spessori attraverso un coefficiente di proporzionalità γ in modo tale da poter procedere alla valutazione degli spessori delle superfici curve triangolari che compongono la parete sferica esterna e delle superfici piane che costituiscono gli irrigidimenti attraverso le due successive relazioni 7.4 e 7.5:

$$s_p = \frac{V_1 \rho_{ae}}{A_1 \rho_m + \gamma A_{b_tot} \rho_m} \quad (7.4)$$

$$s_i = \gamma s_p \quad (7.5)$$

Considerando la struttura realizzata in lega di alluminio Al-7075 (materiale introdotto in sezione 3.3) si sono eseguite diverse analisi agli elementi finiti al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ che definisce il legame tra lo spessore degli irrigidimenti s_i e lo spessore della parete sferica s_p . Tali spessori, valutati di volta in volta al variare dei due parametri attraverso le relazioni 7.4 e 7.5, sono riportati in tabella B.2 (in appendice B) e l'andamento dello spessore s_p in funzione della variabile h per diversi valori del parametro γ è anche rappresentato all'interno del grafico di figura 7.4. Nella stessa tabella B.2, oltre che nel grafico di figura 7.5, sono riportati i risultati delle analisi FEM in termini di carico critico di buckling P_b adimensionalizzato rispetto al carico distribuito P di 1 atmosfera. Da questi appare innanzitutto evidente come anche in questo caso il carico critico adimensionalizzato sia inferiore al valore unitario per cui la struttura, dimensionata in maniera da soddisfare il requisito di galleggiamento sotto le ipotesi di vuoto all'interno del guscio e di quota zero, non risulta in grado di sopportare il carico applicato senza che si manifestino su di essa fenomeni di instabilità. E' inoltre possibile osservare come il carico critico di buckling sia, per tutti i casi studiati, inferiore al carico critico proprio del guscio costituito dalla sola parete sferica esterna già sottoposto ad analisi FEM nella precedente sezione 7.1.1 e diminuisca all'aumentare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ . Questo comportamento è legato al fatto che gli spessori delle superfici sono stati valutati in maniera tale da soddisfare il requisito di galleggiamento quindi mantenendo il peso dell'intera struttura costante per

le diverse configurazioni studiate. In particolare lo spessore s_p caratteristico della parete sferica del guscio diminuisce necessariamente in seguito all'introduzione degli irrigidimenti e tale diminuzione è di entità maggiore all'aumentare dei parametri h e γ come rappresentato nel grafico di figura 7.4. La riduzione dello spessore s_p comporta inevitabilmente un indebolimento locale della struttura in corrispondenza delle porzioni di superficie sferica delimitate dagli irrigidimenti che si ritrovano così interessate da forme di buckling locali caratterizzate da valori di carico critico inferiori rispetto a quello proprio del guscio sferico privo di irrigidimenti. L'introduzione degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere pentagonali ed esagonali risulta dunque una soluzione strutturale non efficace nel contrastare l'insorgere del buckling.

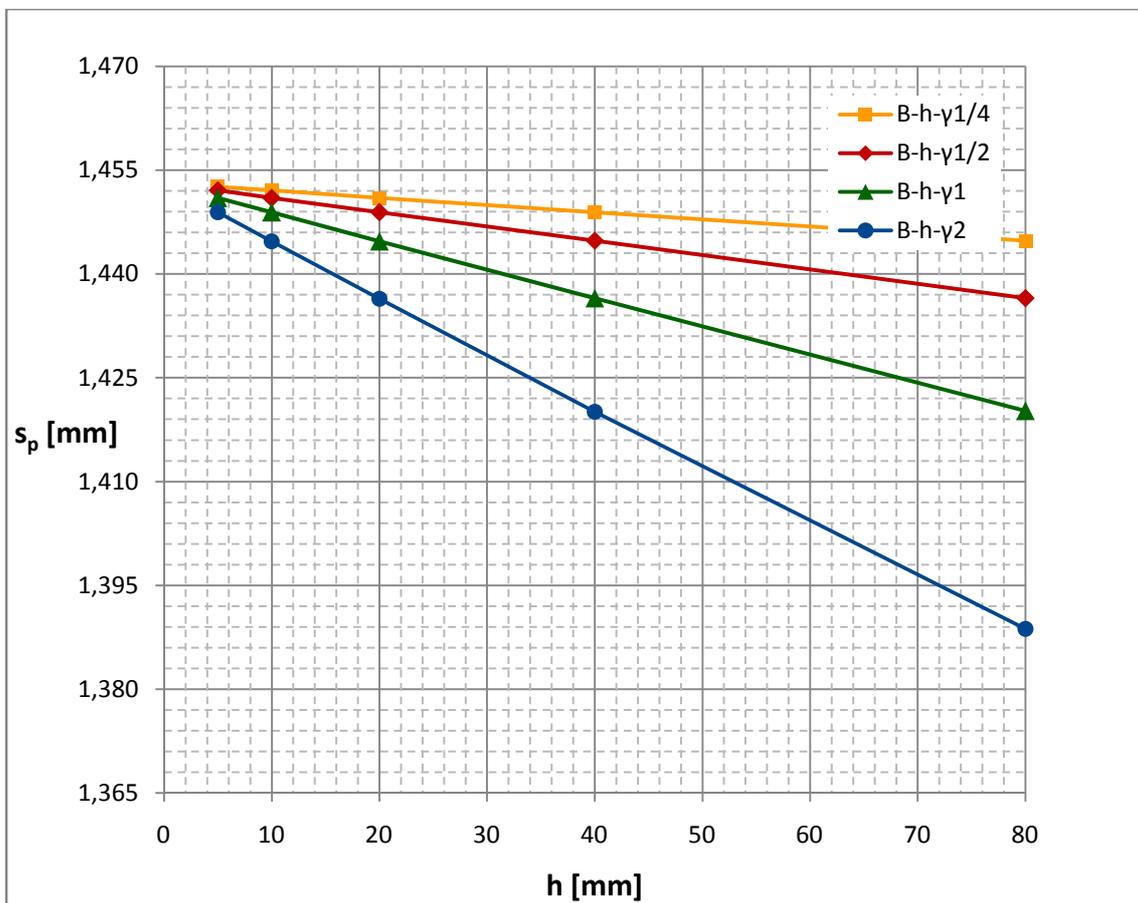


Figura 7.4: andamento dello spessore s_p della parete sferica per modelli in Al-7075 nella configurazione B in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ

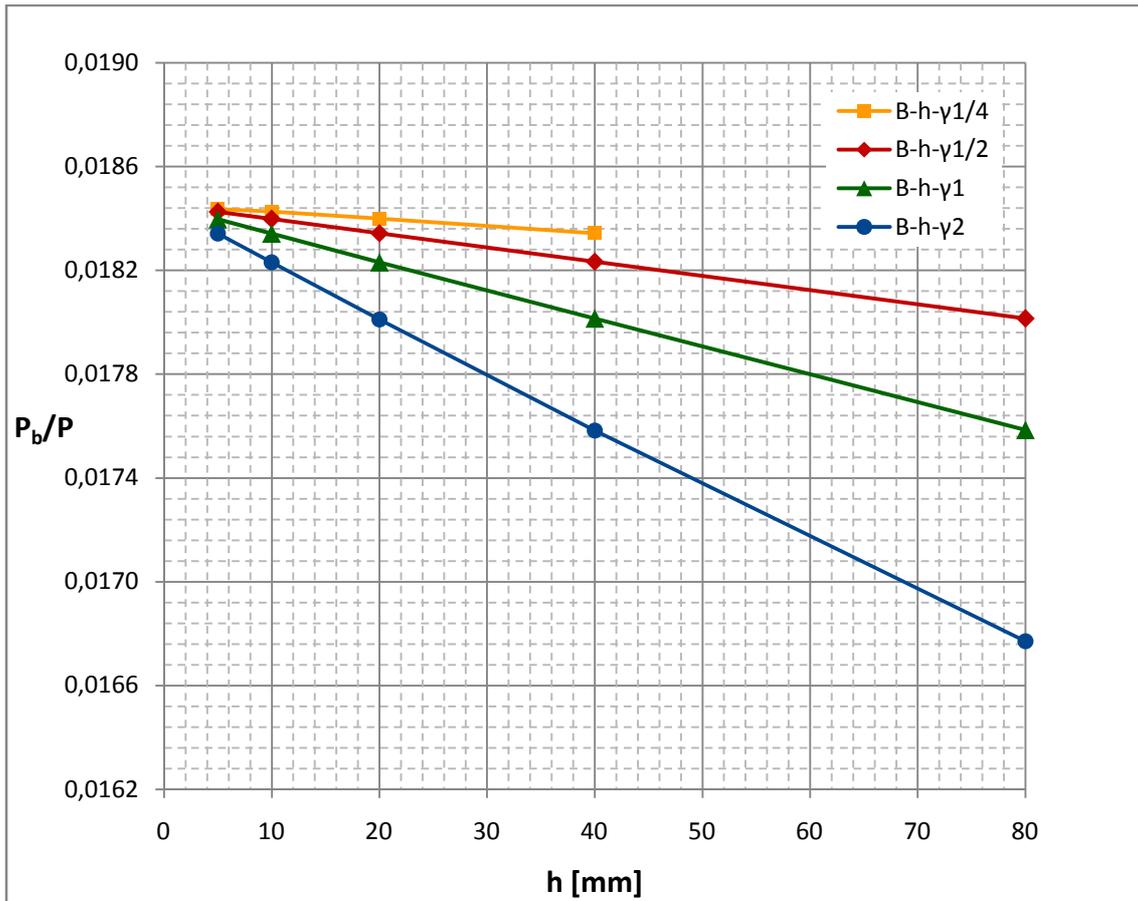
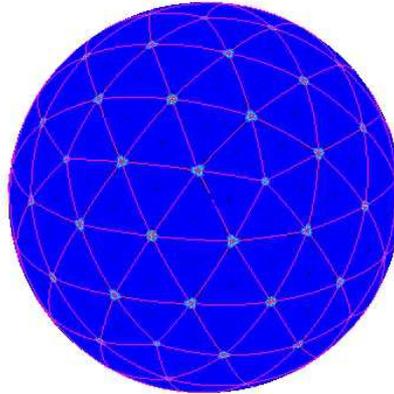
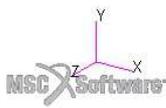


Figura 7.5: andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione B in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ

All'interno delle sottostanti figure 7.6 e 7.7 è rappresentata la configurazione deformata del modello B-h10- $\gamma/2$, caratterizzato da altezza degli irrigidimenti h pari a 10 mm e coefficiente γ pari a $1/2$, sottoposto ad un carico distribuito di intensità immediatamente inferiore al valore critico corrispondente al manifestarsi di fenomeni di buckling. Tale configurazione deformata appare caratterizzata da spostamenti di tutti i punti del modello nella sola direzione radiale. Se si trascurano i picchi in corrispondenza dei vertici delle regioni triangolari in cui la superficie sferica è suddivisa (dovuti con ogni probabilità a irregolarità introdotte nella mesh per effetto della stessa suddivisione geometrica) tali spostamenti risultano correttamente uniformi sulla superficie sferica lontano dagli irrigidimenti e leggermente inferiori in corrispondenza degli irrigidimenti stessi.

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 11:42:12

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

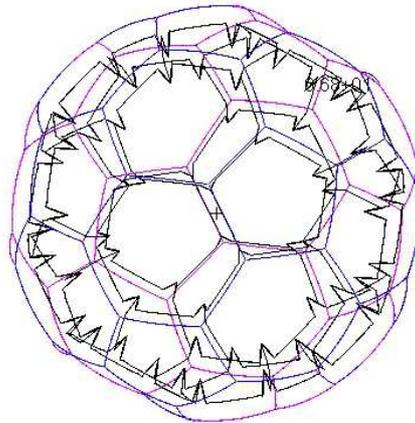
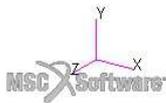


default_Fringe :
Max 8.44+01 @Nd 4641
Min 2.70+01 @Nd 42642

Figura 7.6: spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello B-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 11:40:55

Deform: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, , (NON-LAYERED)



default_Deformation :
Max 6.68+01 @Nd 20

Figura 7.7: spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello B-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

La prima forma di buckling ottenuta attraverso analisi agli elementi finiti per lo stesso modello B-h10- γ 1/2 è invece raffigurata all'interno delle figure 7.8 e 7.9. Si osserva come l'introduzione degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere porti al manifestarsi di forme di buckling locali con semionde di ingobbamento nella direzione radiale concentrate in regioni della superficie sferica corrispondenti ad alcune singole tessere esagonali che, possedendo dimensioni maggiori, presentano una maggiore lunghezza libera di inflessione tra gli irrigidimenti rispetto alle tessere pentagonali. Le stesse forme di buckling interessano invece limitatamente gli irrigidimenti attorno alla regione in cui l'instabilità si manifesta i quali presentano spostamenti per lo più radiali, ma di ordini di grandezza decisamente inferiori rispetto a quelli rilevati sulla parete sferica.

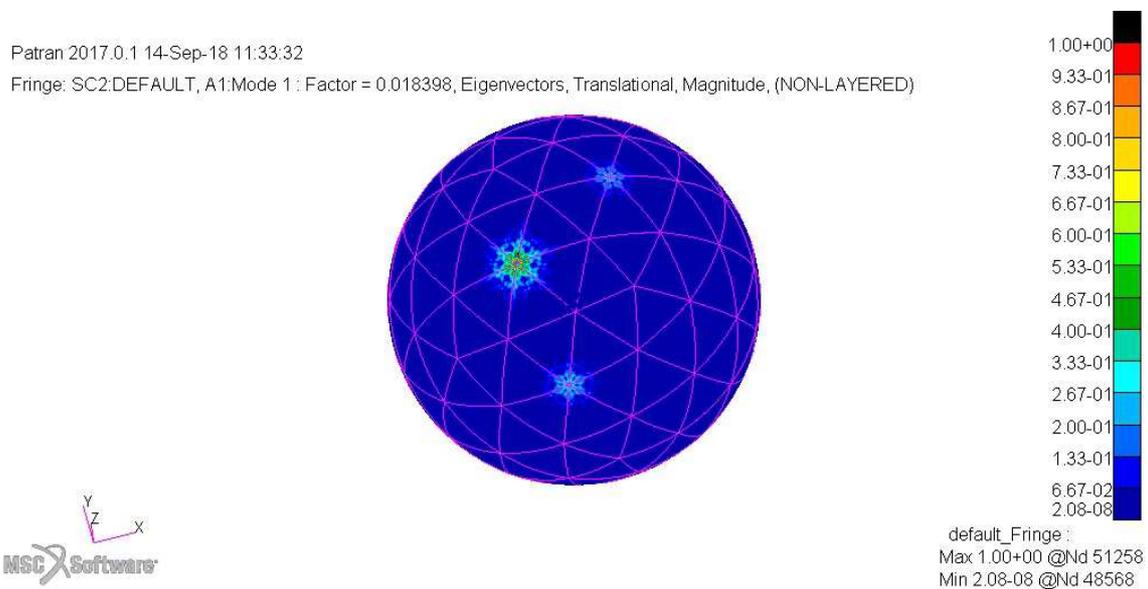
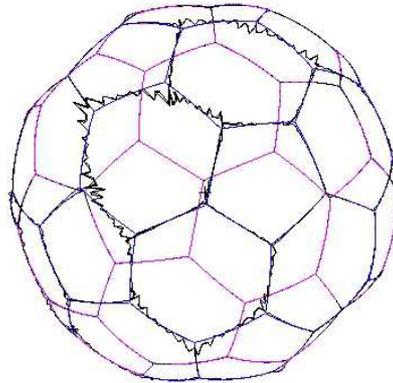
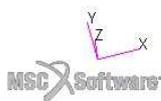


Figura 7.8: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello B-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling



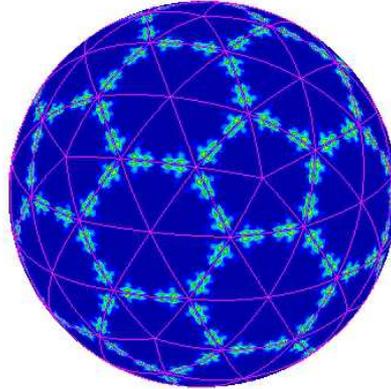
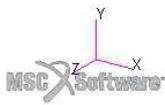
default_Deformation:
Max 7.58-03 @Nd 14191

Figura 7.9: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello B-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Un comportamento diverso si rileva invece per il modello B-h80- γ 1/4, caratterizzato da altezza degli irrigidimenti h pari a 80 mm e coefficiente γ pari a 1/4, per il quale già in tabella B.2 si poteva osservare un carico critico di buckling decisamente inferiore rispetto ai valori ottenuti per gli altri casi studiati. Tale carico critico inferiore può essere spiegato valutando la forma di buckling e osservando come in questo caso l'instabilità si manifesti in maniera differente ossia sotto forma di semionde di ingobbamento nelle direzioni tangenziali sugli irrigidimenti, particolarmente alti e sottili, e conseguenti spostamenti radiali di limitata entità sulle porzioni di superficie sferica in prossimità degli stessi irrigidimenti.

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 20:32:54

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0081265, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

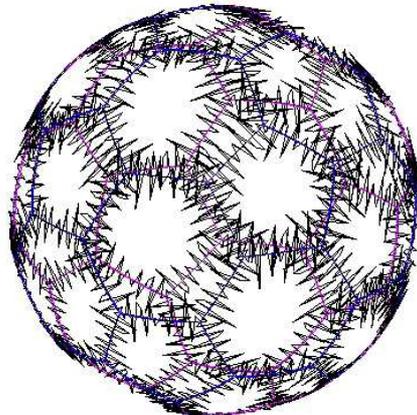
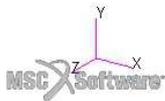


default_Fringe :
Max 1.93-03 @Nd 61060
Min 4.17-09 @Nd 71216

Figura 7.10: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello B-h80- γ 1/4 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 20:32:36

Deform: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0081265, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)



default_Deformation :
Max 1.01+00 @Nd 96670

Figura 7.11: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello B-h80- γ 1/4 in condizioni di buckling

7.2.2 - Configurazione C

Prendendo come base i modelli trattati nella precedente sezione 7.2.1 e in particolare quelli caratterizzati da un valore pari a $1/2$ del parametro γ , si intende ora valutare la possibilità di introdurre all'estremità libera degli irrigidimenti una seconda parete sferica dotata di fori in corrispondenza dei centri delle tessere pentagonali ed esagonali. Tali fori nella parete presentano dimensioni considerevoli, definite in funzione del parametro t introdotto in sezione 5.2.4, per cui la parete interna risulta presente solamente in prossimità degli irrigidimenti conferendo ad essi una forma a T ed una maggiore rigidità. Tutti i modelli studiati nella presente sezione sono dunque complessivamente costituiti dalle pareti esterna ed interna forata caratterizzate da uno spessore uniforme s_p e dagli irrigidimenti disposti in corrispondenza dei bordi delle tessere pentagonali ed esagonali caratterizzati invece da uno spessore s_i (somma degli spessori dei bordi di due tessere adiacenti poste a contatto). Anche in questo caso tali spessori, associati alle superfici in fase di definizione delle proprietà, devono essere valutati per ogni specifico modello studiato affinché il guscio risulti in grado di sostenersi in volo stazionario per effetto della sola spinta aerostatica sotto le ipotesi di quota zero e di creazione del vuoto al suo interno ossia in modo tale che il peso dell'intera struttura W eguagli la spinta aerostatica di sollevamento L come espresso dall'equazione 7.6:

$$L = V_1 \rho_{ae} = A_1 s_p \rho_m + A_{2f} s_p \rho_m + A_{b_tot} s_i \rho_m = W \quad (7.6)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio
- ρ_m : densità del materiale di cui è costituito il guscio
- s_p : spessore delle pareti sferiche esterna e interna forata
- s_i : spessore degli irrigidimenti
- V_1 : volume della sfera di raggio R_1
- A_1 : superficie sferica esterna del guscio (vedi sezione 5.2.1)
- A_{2f} : superficie sferica interna forata del guscio (vedi sezione 5.2.4)
- A_{b_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere (vedi sezione 5.2.2)
- R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della parete esterna

Per poter valutare gli spessori, si è anche in questo caso introdotto il parametro γ che permette di esprimere lo spessore degli irrigidimenti s_i in funzione di quello delle pareti esterna ed interna forata s_p . Attraverso le successive relazioni 7.7 e 7.8, ottenute rielaborando la precedente equazione 7.6, è dunque possibile, noto il parametro γ , determinare i suddetti spessori da attribuire alle diverse superfici costituenti il modello:

$$s_p = \frac{V_1 \rho_{ae}}{A_1 \rho_m + A_{2f} \rho_m + \gamma A_{b_tot} \rho_m} \quad (7.7)$$

$$s_i = \gamma s_p \quad (7.8)$$

Si sono quindi eseguite diverse analisi agli elementi finiti, considerando la struttura realizzata in lega di alluminio Al-7075, ipotizzando di variare l'altezza h degli irrigidimenti e il parametro t (in funzione del quale vengono valutati i diametri dei fori come illustrato in sezione 5.2.4) fissato invece il parametro γ pari a 1/2 e valutando di volta in volta gli spessori di pareti sferiche e irrigidimenti attraverso le relazioni 7.7 e 7.8 (in particolare l'andamento dello spessore s_p caratteristico delle due pareti sferiche è rappresentato nel grafico di figura 7.12 in funzione dell'altezza h per diversi valori del parametro t). Dai risultati delle analisi FEM riportati in tabella B.3 (in appendice B) e nel grafico di figura 7.13 si osserva come il carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato rispetto al carico applicato P , si riduca al diminuire dei diametri dei fori presenti nella parete sferica interna e come esso sia, per qualunque modello studiato, indipendentemente dalla dimensione dei fori, inferiore al valore determinato in sezione 7.2.1 per un modello analogo dotato di irrigidimenti di uguale altezza, ma privo della parete interna forata. L'inefficacia di tale soluzione (basata sull'introduzione della parete interna forata) nel determinare un incremento del carico critico di buckling era d'altronde prevedibile dal momento che già in sezione 7.2.1 erano state rilevate forme di instabilità locali che interessavano solamente le porzioni di superficie sferica delimitate dagli irrigidimenti disposti lungo i bordi delle tessere: l'introduzione della superficie interna forata, poiché il peso della struttura deve rimanere costante e pari alla spinta aerostatica di sollevamento, determina inevitabilmente una diminuzione dello spessore della parete sferica esterna (come nel grafico di figura 7.12) riducendo la resistenza di quest'ultima nei confronti dell'insorgere delle forme di instabilità locali.

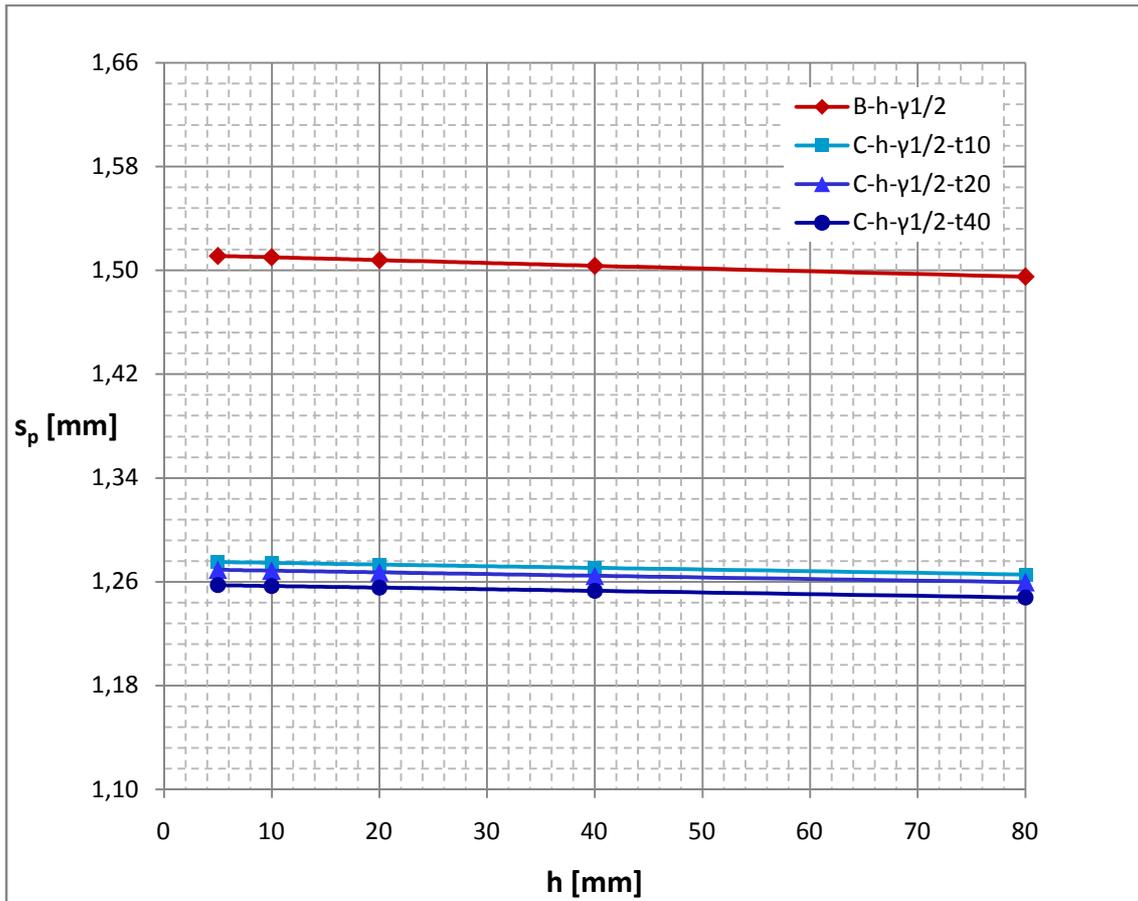


Figura 7.12: andamento dello spessore s_p delle pareti sferiche per modelli in Al-7075 nella configurazione C in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro t

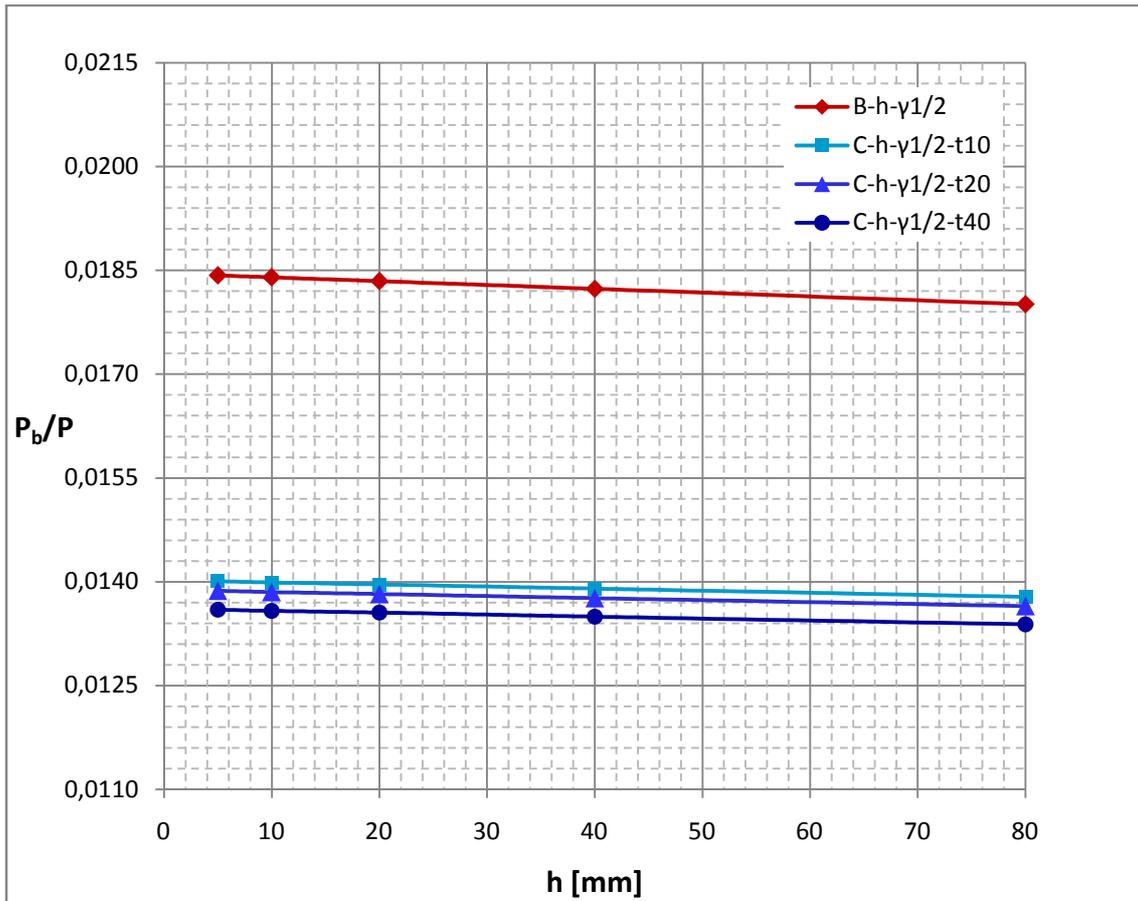


Figura 7.13: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione C in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro t

Prendendo come riferimento il modello C-h10- γ 1/2-t20, caratterizzato da un'altezza degli irrigidimenti h pari a 10 mm, da un parametro γ pari a 1/2 e da un parametro t pari a 20 mm, si riportano all'interno delle figure 7.14, 7.15 e 7.16 le configurazioni deformate delle varie superfici che costituiscono il modello nella condizione di carico distribuito di intensità immediatamente inferiore al valore critico per il quale insorgono nella struttura i fenomeni di buckling. Osservando la deformazione della superficie sferica esterna è possibile rilevare, trascurando i soliti picchi in corrispondenza dei vertici delle regioni geometriche triangolari in cui la superficie è stata suddivisa, spostamenti radiali e uniformi sulle porzioni di superficie comprese tra gli irrigidimenti dislocati lungo i bordi delle tessere pentagonali ed esagonali. In corrispondenza degli

stessi irrigidimenti gli spostamenti risultano ancora radiali ma di entità inferiore proprio in virtù della maggiore rigidezza conferita localmente alla struttura dagli irrigidimenti.

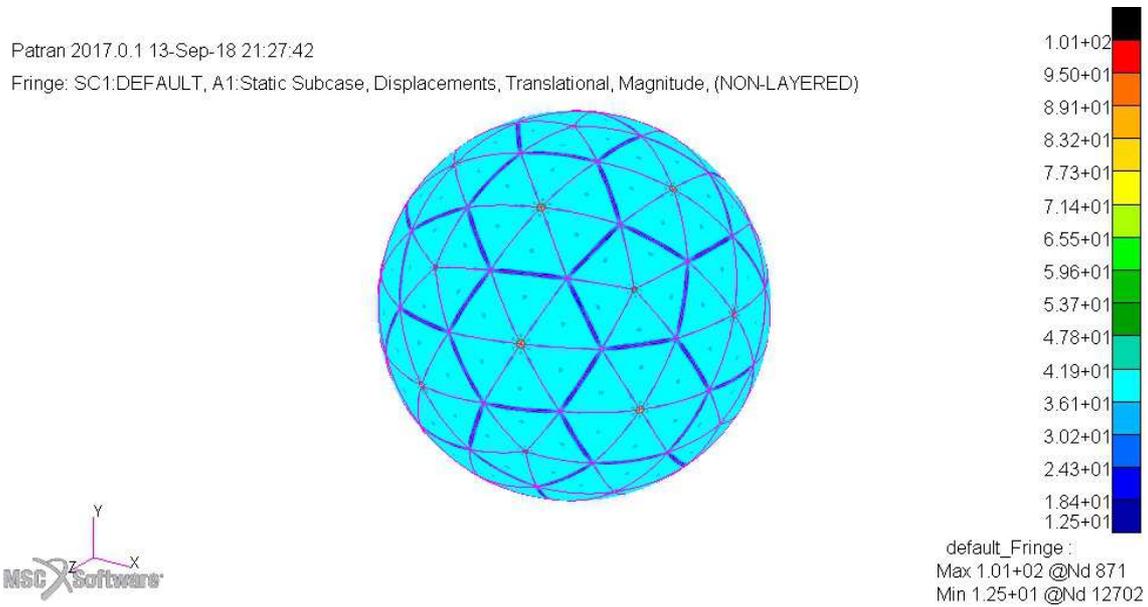


Figura 7.14: spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello C-h10- γ 1/2-t20 prima dell'insorgere del buckling

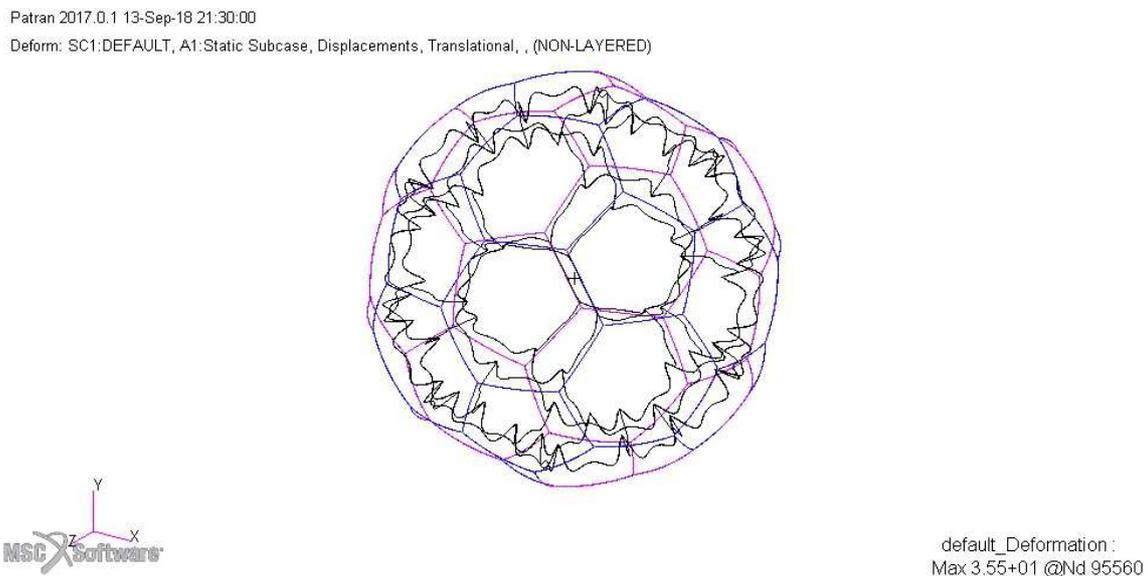
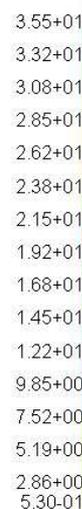
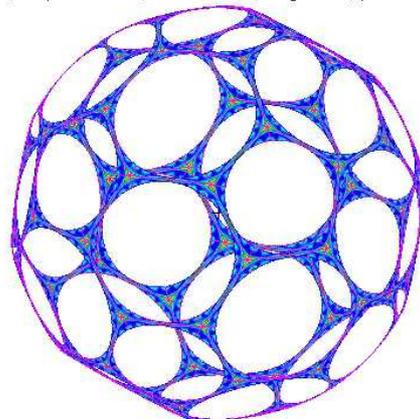
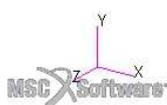


Figura 7.15: spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello C-h10- γ 1/2-t20 prima dell'insorgere del buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 21:28:27

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



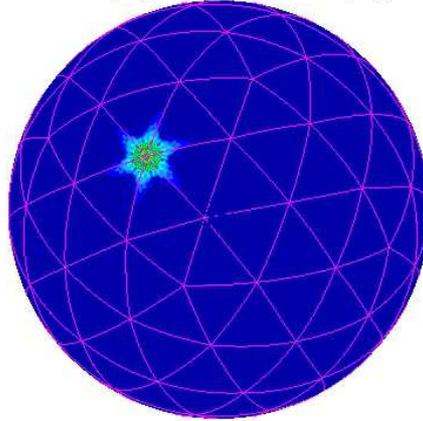
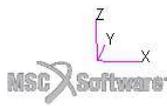
default_Fringe :
Max 3.55+01 @Nd 95560
Min 5.30-01 @Nd 108264

Figura 7.16: spostamenti in mm sulla parete sferica interna forata del modello C-h10- γ 1/2-t20 prima dell'insorgere del buckling

All'interno delle sottostanti figure 7.17, 7.18 e 7.19 è invece, per il medesimo modello C-h10- γ 1/2-t20, raffigurata la configurazione deformata corrispondente alla prima forma di buckling. In particolar modo si osserva dalla prima immagine il manifestarsi di un fenomeno di instabilità locale che sulla superficie sferica esterna comporta la nascita di semionde di ingobbamento nella direzione radiale concentrate in una porzione di superficie sferica appartenente ad una singola tessera esagonale (le cui dimensioni sono superiori a quelle delle tessere pentagonali) e racchiuse dagli irrigidimenti disposti lungo i bordi della stessa tessera. Il buckling influenza invece limitatamente gli irrigidimenti e la parete interna forata con spostamenti di ordini di grandezza decisamente inferiori rispetto a quelli che caratterizzano la parete sferica esterna.

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 21:34:43

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.013853, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

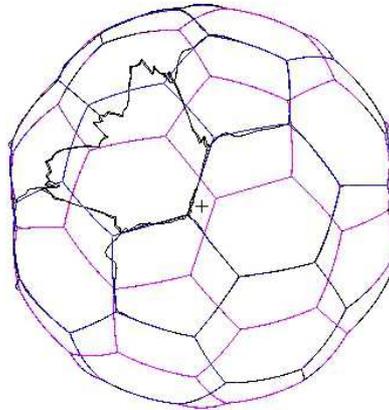
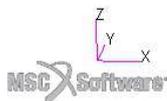


default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 63453
Min 4.57-10 @Nd 74422

Figura 7.17: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello C-h10- γ 1/2-t20 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 21:34:18

Deform: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.013853, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)

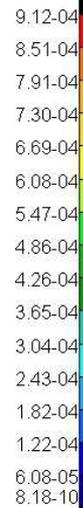
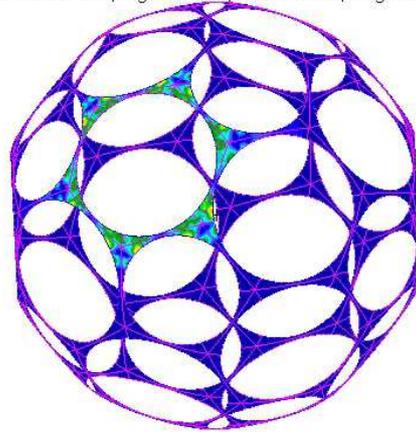
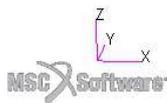


default_Deformation :
Max 5.13-04 @Nd 4690

Figura 7.18: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello C-h10- γ 1/2-t20 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 21:35:14

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.013853, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 9.12-04 @Nd 99915
Min 8.18-10 @Nd 107113

Figura 7.19: spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna forata del modello C-h10- γ 1/2-t20 in condizioni di buckling

7.2.3 - Configurazione D

Il limite delle configurazioni in precedenza studiate risiede nell'eccessiva distanza tra gli irrigidimenti che rende gli stessi inefficaci nel contrastare l'insorgere di forme di instabilità locali sulla superficie sferica. Viene dunque ora valutata l'introduzione di ulteriori irrigidimenti, in aggiunta a quelli caratteristici della configurazione B, disposti, nelle modalità descritte nel corso del capitolo 5, all'interno delle singole tessere pentagonali ed esagonali che compongono il guscio. I modelli che si intendono studiare risultano dunque costituiti da una superficie sferica esterna di raggio R_1 e spessore uniforme s_p e da irrigidimenti che, dislocati su tale superficie sferica in corrispondenza dei bordi delle 180 regioni triangolari in cui le tessere sono state suddivise, sono caratterizzati tutti da una stessa altezza h nella direzione radiale e da uno spessore trasversale uniforme s_i . I suddetti spessori s_p e s_i vengono attribuiti alle diverse superfici costituenti il modello durante la fase di definizione delle proprietà e devono essere valutati correttamente affinché l'intero guscio risulti in grado di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica. Si impone dunque attraverso la seguente equazione che il peso dell'intera struttura W sia pari alla spinta aerostatica di sollevamento L

considerando il guscio in volo stazionario al livello del mare e ipotizzando una condizione di vuoto assoluto al suo interno:

$$L = V_1 \rho_{ae} = A_1 s_p \rho_m + A_{b_tot} s_i \rho_m + A_{pe_tot} s_i \rho_m = W \quad (7.9)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio
- ρ_m : densità del materiale di cui è costituito il guscio
- s_p : spessore della parete sferica esterna
- s_i : spessore degli irrigidimenti
- V_1 : volume della sfera di raggio R_1
- A_1 : superficie sferica esterna del guscio (vedi sezione 5.2.1)
- A_{b_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere (vedi sezione 5.2.2)
- A_{pe_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti all'interno delle tessere (vedi sezione 5.2.3)
- R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della parete esterna

Attraverso il coefficiente di proporzionalità γ che introduce una relazione di linearità tra lo spessore della parete sferica s_p e quello degli irrigidimenti s_i è dunque possibile, rielaborando la precedente equazione 7.9, ricavare le seguenti espressioni 7.10 e 7.11 che definiscono i suddetti spessori:

$$s_p = \frac{V_1 \rho_{ae}}{A_1 \rho_m + \gamma A_{b_tot} \rho_m + \gamma A_{pe_tot} \rho_m} \quad (7.10)$$

$$s_i = \gamma s_p \quad (7.11)$$

Considerando il guscio realizzato in lega di alluminio Al-7075, si sono quindi eseguite alcune analisi agli elementi finiti al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ e quindi valutando volta per volta gli spessori da attribuire alla parete sferica e agli irrigidimenti attraverso le relazioni 7.10 e 7.11 (in particolare l'andamento dello spessore s_p caratteristico della parete sferica è riportato nel grafico di figura 7.20 in funzione dell'altezza h per diversi valori del parametro γ). I risultati di tali analisi FEM, in termini di carico critico di buckling P_b adimensionalizzato rispetto al carico

distribuito P di 1 atmosfera, si sono riportati in tabella B.4 (in appendice B) e nel grafico di figura 7.21. Tralasciando per il momento alcuni casi particolari come il modello D-h05- γ 1/2 e i modelli caratterizzati da un valore di γ pari a 1/4, si può in generale osservare una diminuzione del carico critico di buckling all'aumentare di altezza e spessore degli irrigidimenti. Tale comportamento può essere spiegato ricordando che il peso complessivo della struttura deve rimanere costante e pari alla spinta aerostatica di sollevamento per cui un aumento del volume degli irrigidimenti comporta necessariamente una riduzione dello spessore s_p della parete sferica (come nel grafico di figura 7.20) e una conseguente riduzione della rigidezza valutata localmente sulle porzioni di superficie sferica racchiuse tra gli irrigidimenti. Sebbene in alcuni casi i carichi di buckling determinati attraverso queste analisi FEM superino leggermente il valore critico caratteristico del guscio sferico privo di irrigidimenti studiato in sezione 7.1.1, la soluzione strutturale proposta non risulta efficace nell'impedire il manifestarsi dei fenomeni di instabilità in quanto gli stessi carichi critici adimensionalizzati rispetto al carico applicato rimangono molto inferiori al valore unitario. Nei casi in cui l'altezza e lo spessore degli irrigidimenti sono contenuti, i carichi critici ottenuti risultano superiori a quelli propri dei modelli analoghi ma con irrigidimenti solamente lungo i bordi delle tessere pentagonali ed esagonali, studiati in sezione 7.2.2, per cui l'aggiunta di ulteriori irrigidimenti, finalizzata alla riduzione della distanza tra gli stessi, sembra poter comunque portare benefici, seppur limitati, in termini di resistenza nei confronti del buckling.

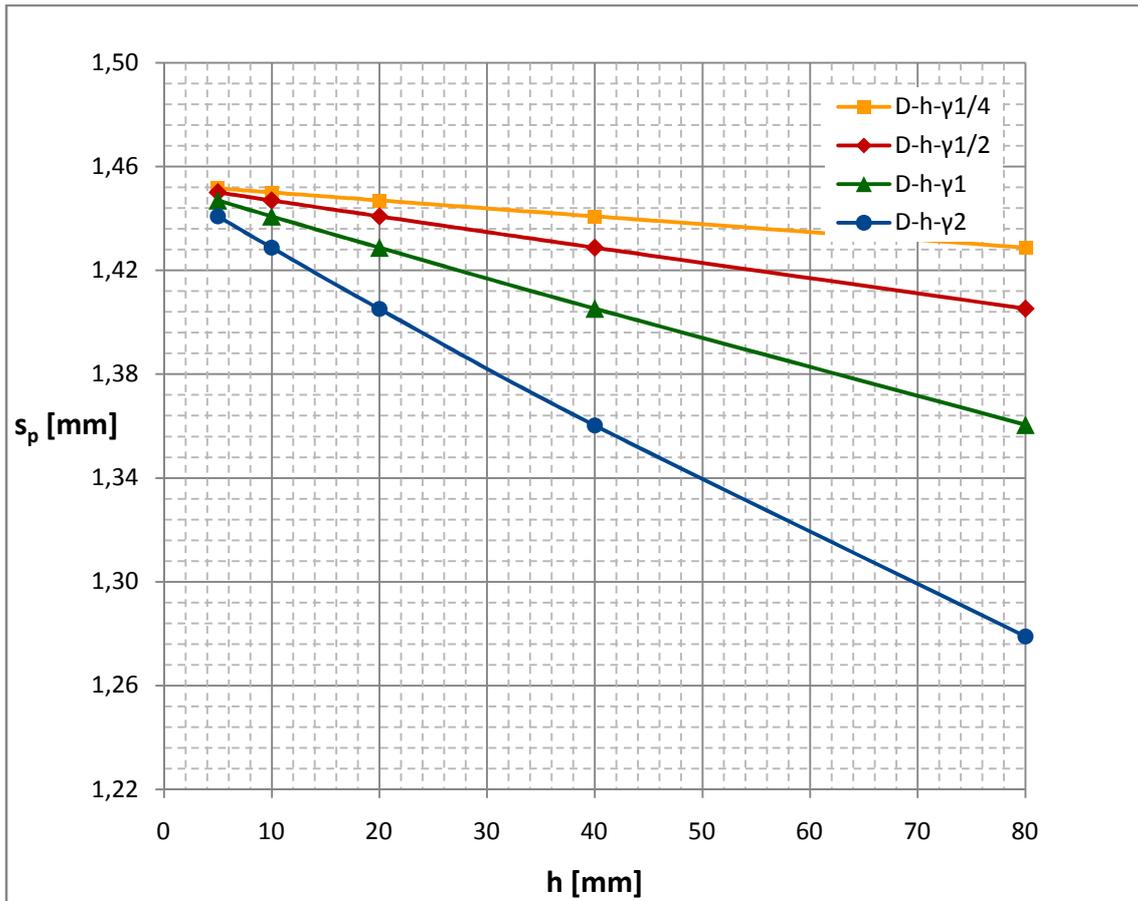


Figura 7.20: andamento dello spessore s_p della parete sferica per modelli in Al-7075 nella configurazione D in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ

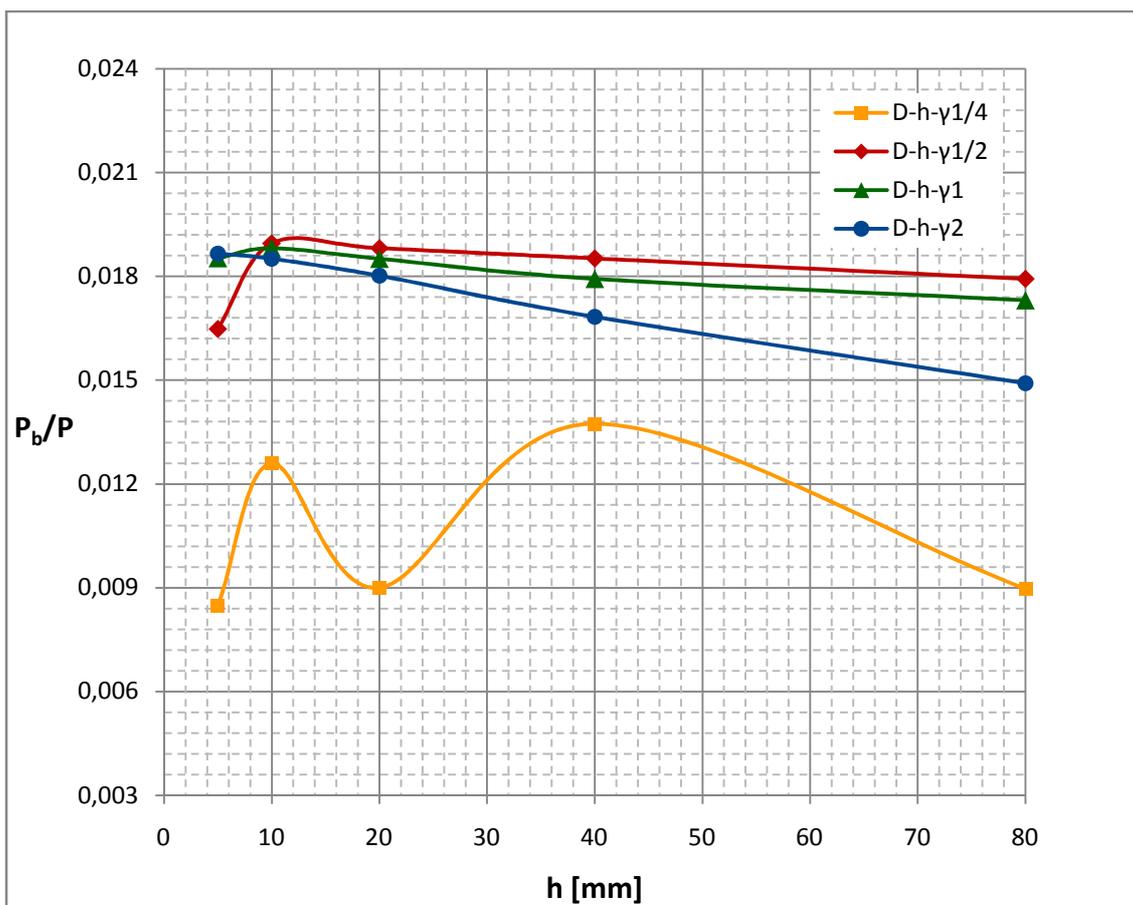


Figura 7.21: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione D in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ

Ulteriori analisi FEM si sono invece eseguite considerando la struttura realizzata in Al-7075 o in Al_2O_3 (materiali di riferimento introdotti in sezione 3.3), imponendo un valore costante pari a 1/2 per il parametro γ e variando le dimensioni del guscio sferico. In particolare sono stati studiati modelli caratterizzati da diversi valori del raggio R_1 imponendo una proporzione di 1 a 1000 tra l'altezza h degli irrigidimenti e il raggio R_1 e calcolando ogni volta gli spessori s_p e s_i attraverso le formule 7.10 e 7.11. Dal momento che tali relazioni definiscono un legame lineare tra i suddetti spessori e il raggio R_1 , i diversi modelli sottoposti ad analisi FEM risultano tra loro, a parità di materiale, in condizioni di similitudine geometrica e presentano dunque correttamente uno stesso valore di carico critico di buckling come si osserva in tabella B.5 (in appendice B) e nel grafico di figura 7.22.

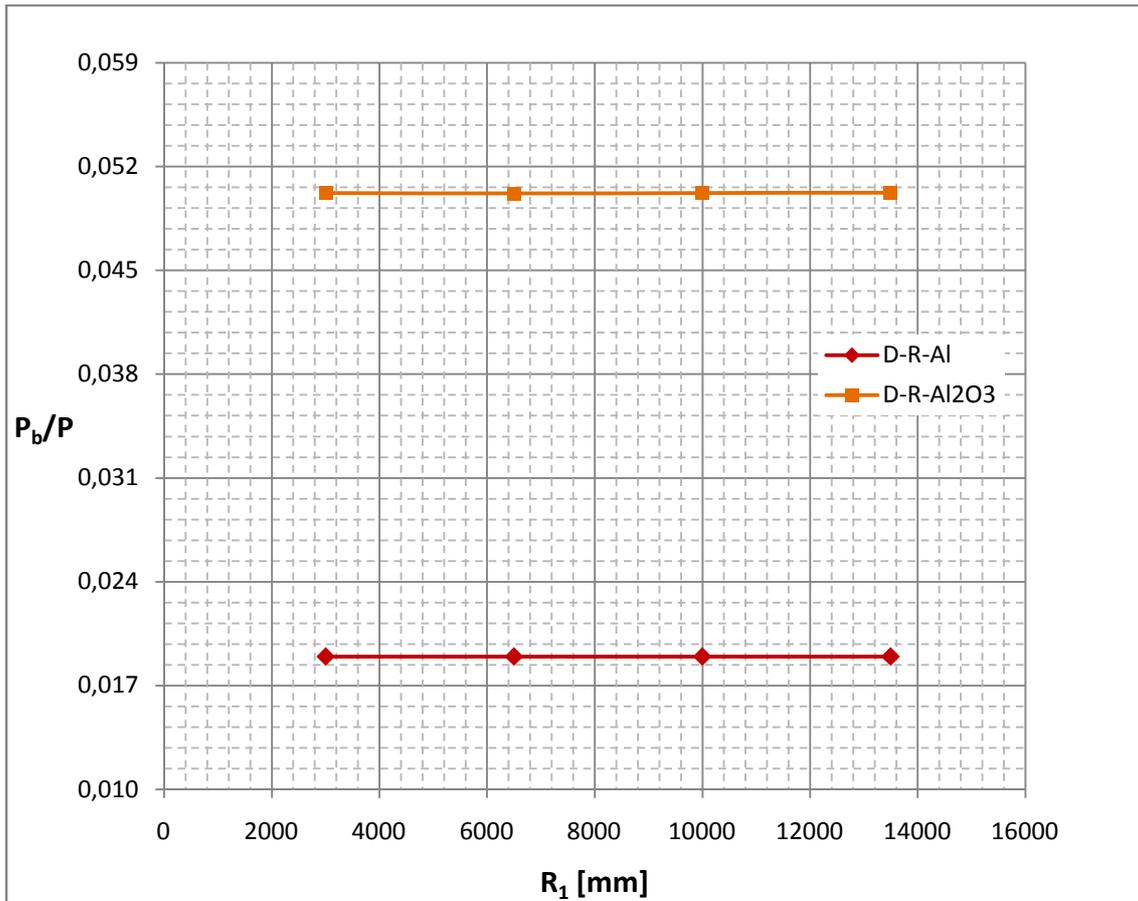
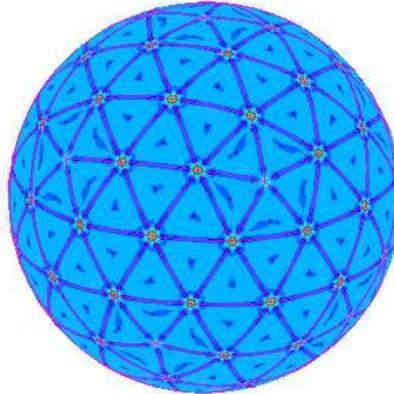
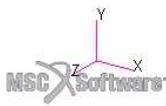


Figura 7.22: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in Al-7075 o Al₂O₃ nella configurazione D in funzione del raggio R_1 della parete sferica esterna

Prendendo come riferimento il modello D-h10- γ 1/2, caratterizzato da raggio R_1 pari a 10 m, altezza degli irrigidimenti h pari a 10 mm e parametro γ uguale a 1/2, nelle figure 7.23 e 7.24 è rappresentata graficamente la configurazione deformata della struttura sottoposta ad un carico distribuito di intensità immediatamente inferiore al valore critico di buckling. In particolare per quanto riguarda la superficie sferica esterna del guscio, trascurando i picchi in corrispondenza dei vertici delle regioni triangolari con ogni probabilità legati a irregolarità della mesh, è possibile osservare uno spostamento esclusivamente radiale dei punti che la costituiscono. Tale spostamento risulta pressoché uniforme all'interno delle regioni triangolari in cui la stessa superficie sferica è suddivisa mentre appare leggermente inferiore lungo i bordi delle stesse regioni essendo in corrispondenza di essi dislocati gli irrigidimenti.

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 22:02:06

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

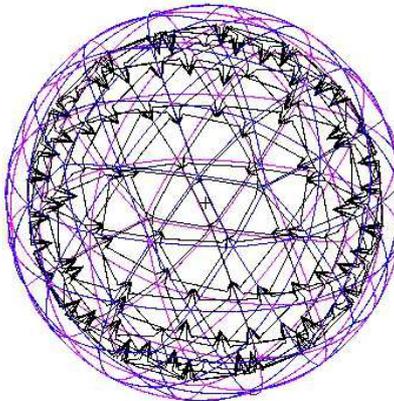
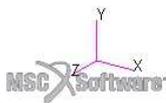


default_Fringe :
Max 5.85+01 @Nd 4641
Min 2.62+01 @Nd 12729

Figura 7.23: spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello D-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 22:07:01

Deform: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, , (NON-LAYERED)



default_Deformation :
Max 5.85+01 @Nd 4641

Figura 7.24: spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello D-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

Per quanto riguarda invece l'instabilità, in base ai risultati delle analisi agli elementi finiti, essa si manifesta generalmente (tranne in alcuni casi specifici trattati nel seguito) sotto forma di più semionde di ingobbamento localizzate in corrispondenza di alcuni irrigidimenti e delle porzioni di superficie sferica ad essi adiacenti dove si rilevano spostamenti sia nella direzione radiale che in quelle tangenziali. Il numero di irrigidimenti in corrispondenza dei quali il buckling si manifesta risulta però variabile per i diversi modelli presi in esame in funzione delle dimensioni degli irrigidimenti come è possibile osservare dalle sottostanti immagini all'interno delle quali sono raffigurate le configurazioni deformate di buckling che caratterizzano rispettivamente i modelli D-h10- γ 1/2, D-h10- γ 2 e D-h80- γ 1/2.

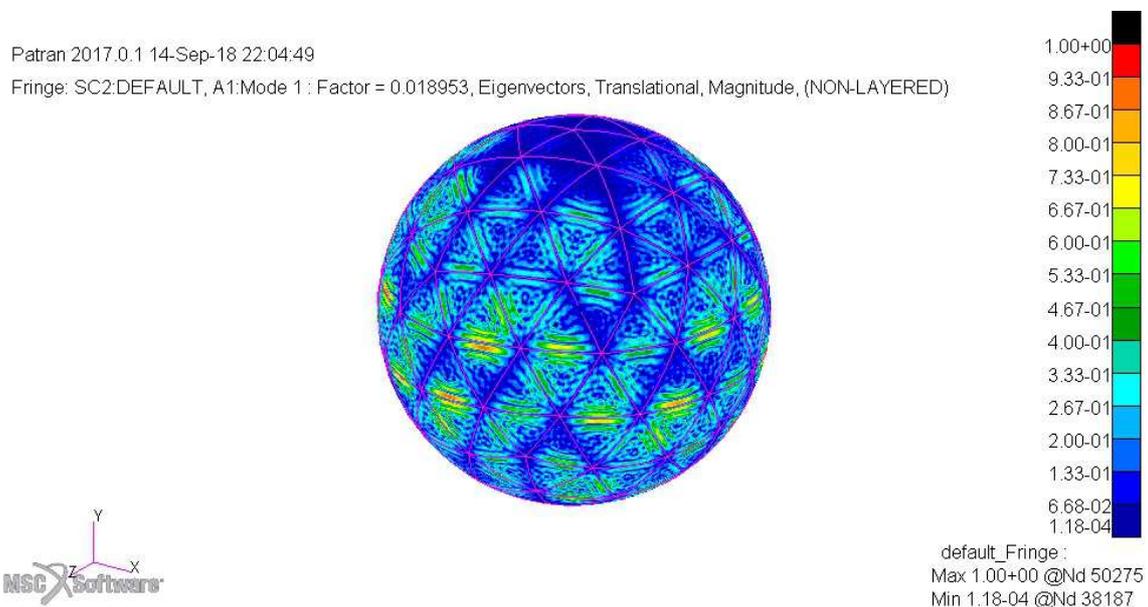
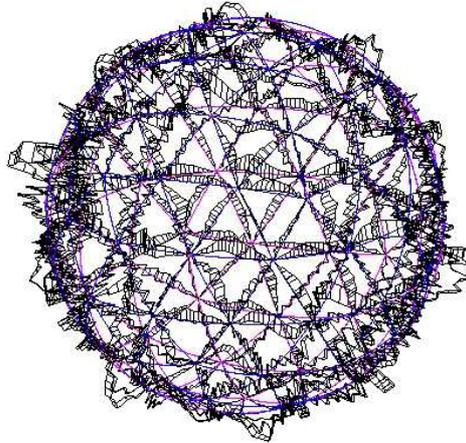
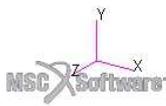


Figura 7.25: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello D-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 22:06:47

Deform: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.018953, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)

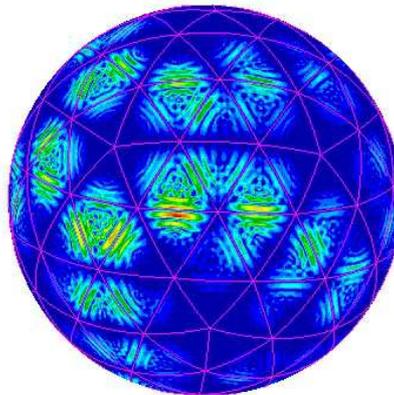
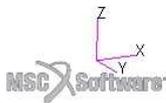


default_Deformation :
Max 2.41-01 @Nd 98684

Figura 7.26: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello D-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 22:10:49

Fringe: SC2:DEFAULT, A2:Mode 1 : Factor = 0.01851, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

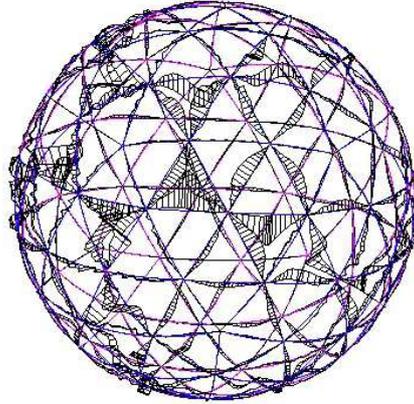
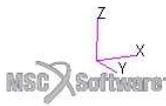


default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 78587
Min 1.35-06 @Nd 1451

Figura 7.27: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello D-h10- γ 2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 22:12:21

Deform: SC2:DEFAULT, A2:Mode 1 : Factor = 0.01851, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)

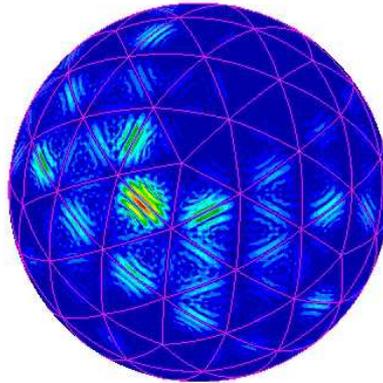
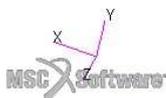


default_Deformation :
Max 1.40-01 @Nd 101926

Figura 7.28: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello D-h10- γ 2 in condizioni di buckling

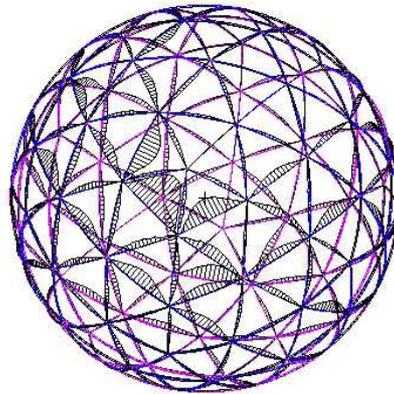
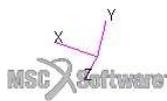
Patran 2017.0.1 14-Sep-18 22:37:40

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.017928, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 9.51-01 @Nd 92160
Min 1.74-06 @Nd 1451

Figura 7.29: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello D-h80- γ 1/2 in condizioni di buckling



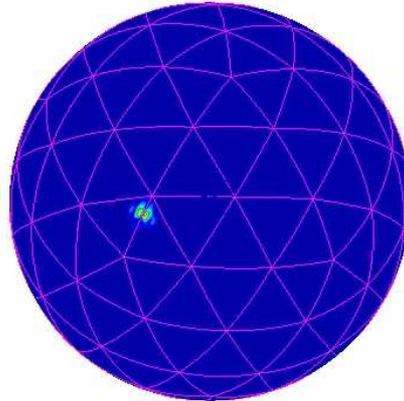
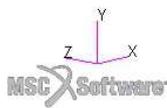
default_Deformation :
Max 1.00+00 @Nd 95618

Figura 7.30: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello D-h80- γ 1/2 in condizioni di buckling

Alcuni casi particolari come il modello Dh-05- γ 1/2 e i vari modelli caratterizzati da un parametro γ pari a 1/4 richiedono invece una trattazione separata. A causa di una scarsa resistenza degli irrigidimenti, legata alle dimensioni ridotte degli stessi, l'instabilità si manifesta infatti in questi casi per valori di carico inferiori e, come si può osservare dalle figure sottostanti, appare caratterizzata da più semionde di ingobbamento concentrate in prossimità di una delle due estremità di alcuni irrigidimenti.

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 22:34:06

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.016483, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

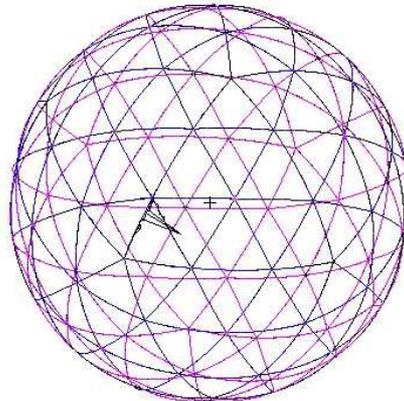
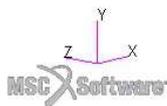


default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 91344
Min 2.59-10 @Nd 3559

Figura 7.31: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello D-h05- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 22:33:00

Deform: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.016483, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)

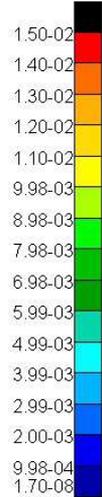
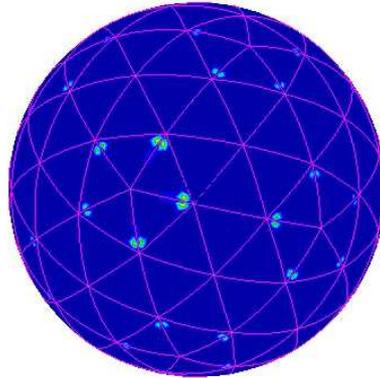


default_Deformation :
Max 2.63-01 @Nd 103033

Figura 7.32: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello D-h05- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 23:02:16

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.01374, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

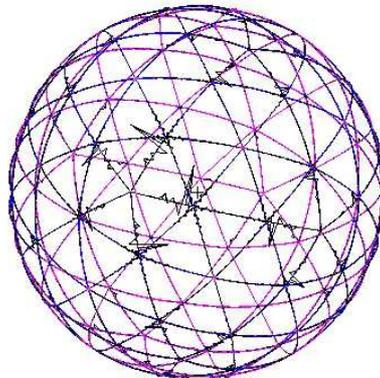


default_Fringe :
Max 1.50-02 @Nd 82022
Min 1.70-08 @Nd 9880

Figura 7.33: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello D-h40- γ 1/4 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 14-Sep-18 23:00:13

Deform: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.01374, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)



default_Deformation :
Max 1.11+00 @Nd 103531

Figura 7.34: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello D-h40- γ 1/4 in condizioni di buckling

7.3 - Guscio sferico con tessere cave

Nel seguito vengono valutate le conseguenze dell'introduzione nelle configurazioni irrigidite B e D di una seconda parete sferica sottile vincolata all'interno del guscio in corrispondenza delle estremità libere degli irrigidimenti. In questo modo i modelli studiati risultano costituiti da due superfici sferiche concentriche unite tra loro da elementi piani trasversali^[24] e dunque le tessere pentagonali ed esagonali in cui il guscio si intende suddiviso assumono una configurazione chiusa in parete sottile. Se una soluzione di questo genere definisce una maggiore rigidità globale della struttura in virtù della distanza alla quale le due pareti sono mantenute, allo stesso tempo, affinché il guscio possa soddisfare la condizione di galleggiamento risultando in grado di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica, ognuna delle due pareti sferiche costituenti i modelli ora studiati presenta uno spessore pari circa alla metà di quello della singola parete del guscio sferico semplice considerato in sezione 7.1.1 ed è dunque maggiormente sensibile nei confronti delle forme di instabilità locali. Vantaggi e svantaggi di tale soluzione strutturale vengono quindi nel seguito illustrati e discussi in funzione dei risultati di analisi agli elementi finiti.

7.3.1 - Configurazione E

Vengono presi innanzitutto in considerazione modelli costituiti da due pareti sferiche sottili concentriche rispettivamente di raggio R_1 e R_2 unite tra loro da irrigidimenti di altezza h , descritti in sezione 5.2.2, dislocati solamente in corrispondenza dei bordi delle tessere pentagonali ed esagonali. Per semplificare la trattazione si suppone uno spessore s_p uniforme per le due pareti sferiche e uno spessore s_i uguale per tutti gli irrigidimenti (ipotizzando il modello costituito da più tessere pentagonali ed esagonali lo spessore s_i è inteso come somma degli spessori dei bordi di due tessere adiacenti). I suddetti spessori vengono attribuiti alle superfici in fase di definizione delle proprietà e anche in questo caso richiedono una corretta valutazione affinché l'intero guscio risulti in grado di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica. In particolare gli spessori devono quindi essere tali da garantire il soddisfacimento dell'equazione di equilibrio

7.12 tra il peso dell'intera struttura W e la forza aerostatica di sostentamento L sotto le ipotesi di guscio mantenuto al livello del mare e di creazione del vuoto all'interno dello stesso guscio:

$$L = V_1 \rho_{ae} = A_1 s_p \rho_m + A_2 s_p \rho_m + A_{b_tot} s_i \rho_m = W \quad (7.12)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio
- ρ_m : densità del materiale di cui è costituito il guscio
- s_p : spessore delle pareti sferiche esterna e interna
- s_i : spessore degli irrigidimenti
- V_1 : volume della sfera di raggio R_1
- A_1 : superficie sferica esterna del guscio (vedi sezione 5.2.1)
- A_2 : superficie sferica interna del guscio (vedi sezione 5.2.4)
- A_{b_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere (vedi sezione 5.2.2)
- R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della parete esterna

Essendo la precedente equazione di equilibrio funzione di entrambi gli spessori s_p e s_i , anche in questo caso risulta necessario introdurre un coefficiente di proporzionalità γ che permetta di esprimere lo spessore degli irrigidimenti in funzione di quello delle pareti sferiche e viceversa. Definito tale parametro, rielaborando l'equazione 7.12, è dunque possibile ricavare le seguenti espressioni che permettono di valutare i suddetti spessori di pareti e irrigidimenti:

$$s_p = \frac{V_1 \rho_{ae}}{A_1 \rho_m + A_2 \rho_m + \gamma A_{b_tot} \rho_m} \quad (7.13)$$

$$s_i = \gamma s_p \quad (7.14)$$

Si sono quindi eseguite diverse analisi agli elementi finiti, ipotizzando il guscio realizzato in lega di alluminio Al-7075 (materiale le cui caratteristiche sono riportate in sezione 3.3), nelle quali i vari modelli studiati si distinguono per differenti valori dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ e di conseguenza per diversi spessori delle superfici, valutati per ogni caso specifico attraverso le relazioni 7.13 e 7.14.

L'andamento dello spessore s_p caratteristico delle due pareti sferiche al variare dell'altezza h per diversi valori del parametro γ è riportato nel grafico di figura 7.35, mentre in generale le caratteristiche dei diversi modelli sono riportate insieme ai risultati delle analisi FEM all'interno della tabella B.6 (in appendice B). Esaminando i dati in tabella e il grafico di figura 7.36 si osserva innanzitutto come per ogni modello il carico critico di buckling P_b (adimensionalizzato rispetto al carico distribuito P di 1 atmosfera) risulti molto inferiore al valore ottenuto in sezione 7.1.1 per un guscio sferico semplice privo di irrigidimenti e parete interna. La causa di questo deve essere ricercata nel minore spessore che l'introduzione della parete sferica interna comporta inevitabilmente per le altre superfici affinché il peso complessivo della struttura rimanga costante ed il guscio conservi la capacità di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica: se l'introduzione di una seconda parete sferica interna tende in teoria ad aumentare la rigidità globale della struttura, allo stesso tempo essa comporta una riduzione dello spessore della parete sferica esterna rendendo così quest'ultima maggiormente sensibile nei confronti di forme di instabilità locali. Si può inoltre osservare dai risultati delle analisi FEM come all'aumentare del parametro γ diminuisca il carico critico di buckling in quanto l'incremento di tale parametro determina un aumento dello spessore degli irrigidimenti e di conseguenza, per il soddisfacimento del solito requisito di galleggiamento in aria, come si osserva dal grafico di figura 7.35, una riduzione dello spessore delle due pareti sferiche. Un aumento dell'altezza h degli irrigidimenti comporta invece allo stesso tempo un incremento della superficie degli stessi irrigidimenti e una diminuzione della superficie della parete sferica interna poiché il raggio R_2 , caratteristico di quest'ultima, si riduce. Dunque se il parametro γ è elevato (pari a 1 o 2) risulta prevalente l'effetto degli irrigidimenti per cui l'aumento dell'altezza h degli irrigidimenti comporta una diminuzione degli spessori s_p e s_i e di conseguenza una riduzione del carico critico, mentre se il parametro γ è limitato (pari a 1/4 o 1/2) in seguito all'aumento dell'altezza h si rileva un maggiore carico critico di buckling legato ad un aumento degli spessori di pareti e irrigidimenti.

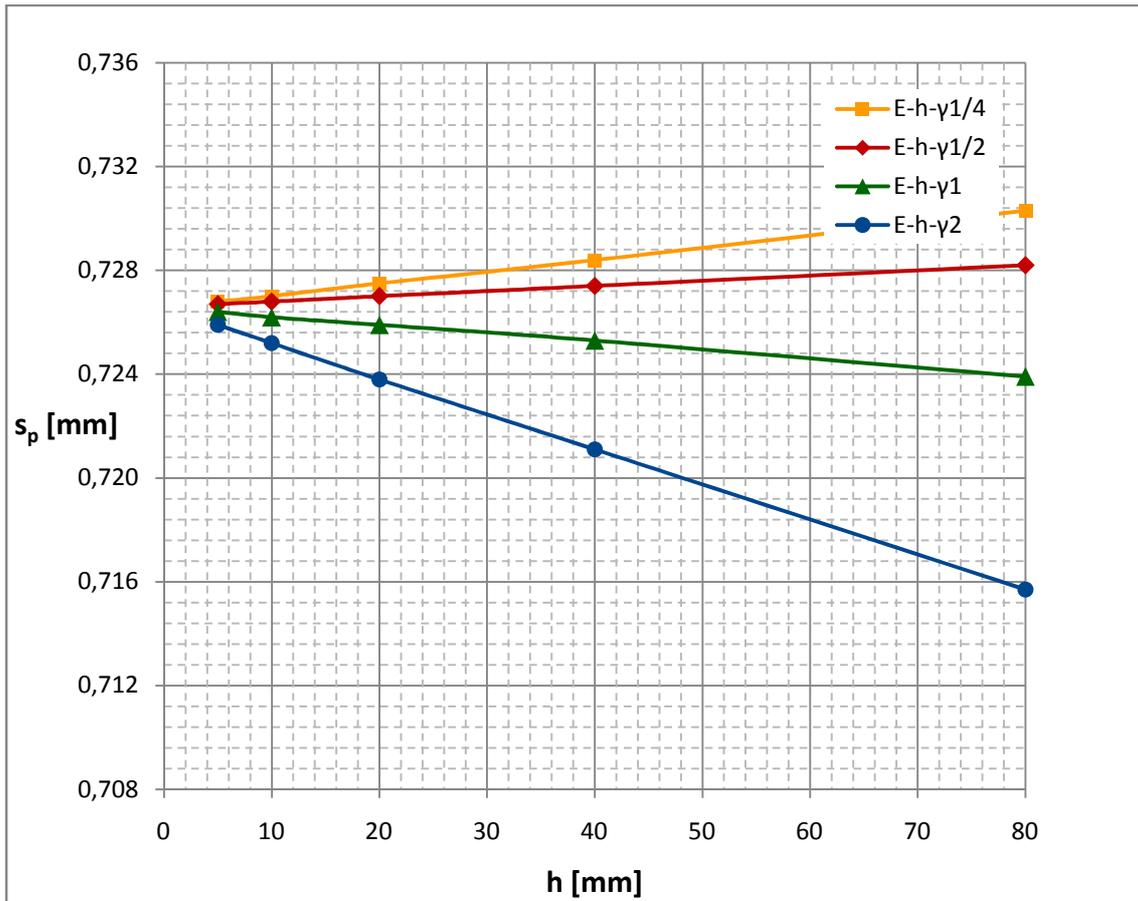


Figura 7.35: andamento dello spessore s_p delle pareti sferiche per modelli in Al-7075 nella configurazione E in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ

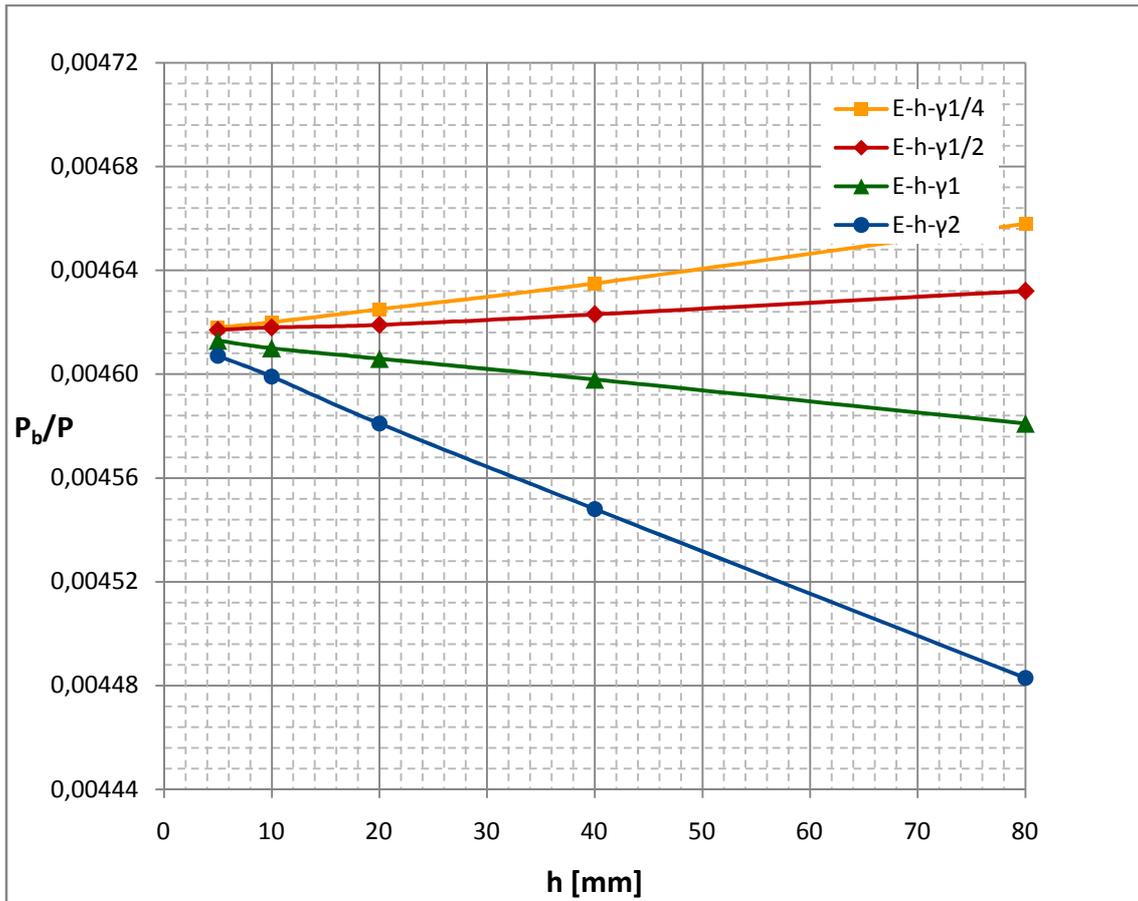
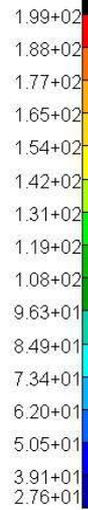
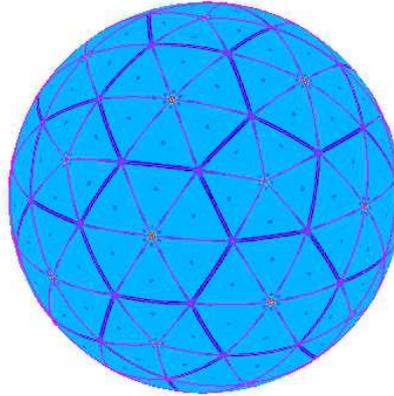
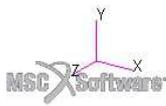


Figura 7.36: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione E in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ

Per quanto riguarda la configurazione deformata della struttura immediatamente prima dell'insorgere del buckling, essa è rappresentata nelle figure 7.37, 7.38 e 7.39 relative al modello E-h10- γ 1/2 caratterizzato da un'altezza degli irrigidimenti h pari a 10 mm e da un coefficiente γ uguale a 1/2. Trascurando anche in questo caso i picchi presenti in corrispondenza dei vertici delle regioni triangolari in cui le superfici sferiche sono state suddivise e con ogni probabilità dovuti a irregolarità nella mesh indotte dalle stesse suddivisioni geometriche, sul modello si osservano spostamenti radiali che, mentre sulla parete sferica esterna, sulla quale è applicato il carico, risultano maggiori lontano dagli irrigidimenti e diminuiscono in corrispondenza di essi, sulla superficie sferica interna sono invece maggiori in corrispondenza degli stessi irrigidimenti e diminuiscono allontanandosi da essi.

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:08:56

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

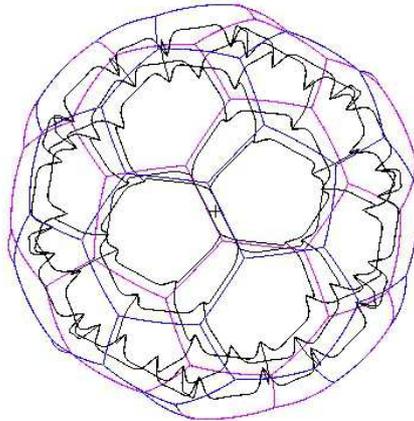


default_Fringe :
Max 1.99+02 @Nd 4641
Min 2.76+01 @Nd 42789

Figura 7.37: spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello E-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:13:57

Deform: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, , (NON-LAYERED)

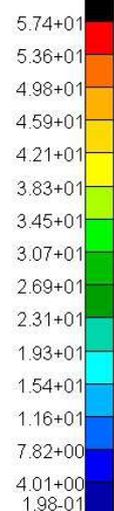
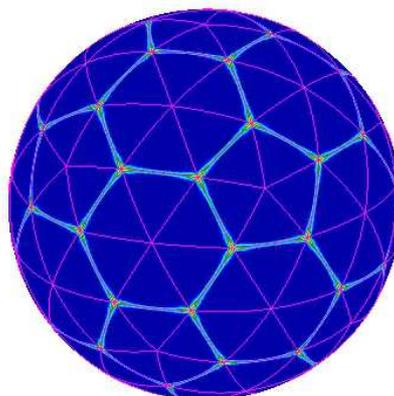
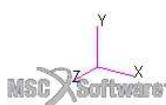


default_Deformation :
Max 5.74+01 @Nd 95030

Figura 7.38: spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello E-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:09:11

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



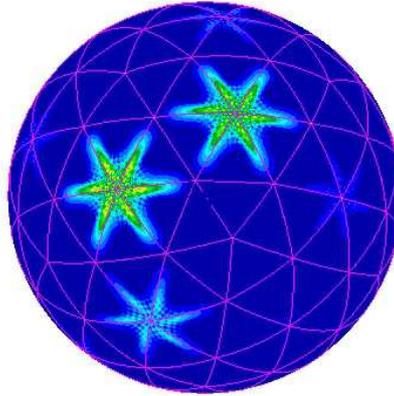
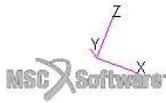
default_Fringe :
Max 5.74+01 @Nd 95030
Min 1.98-01 @Nd 131341

Figura 7.39: spostamenti in mm sulla parete sferica interna del modello E-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

All'interno delle figure 7.40, 7.41 e 7.42 è invece riportata la prima forma di buckling ottenuta attraverso analisi agli elementi finiti per lo stesso modello E-h10- γ 1/2. E' immediato da esse rilevare come l'instabilità influenzi limitatamente gli irrigidimenti e la parete sferica interna sviluppandosi invece prevalentemente sulla parete sferica esterna con semionde di ingobbamento nelle direzioni radiali concentrate in particolare in corrispondenza di porzioni di superficie corrispondenti a singole tessere esagonali delimitate dagli irrigidimenti (le tessere esagonali risultano maggiormente sensibili al buckling rispetto a quelle pentagonali a causa delle loro maggiori dimensioni). Tale forma di instabilità locale conferma quanto ipotizzato in precedenza giustificando i minori carichi critici di buckling ottenuti per il guscio in seguito all'introduzione della parete sferica interna.

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:11:55

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0046176, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

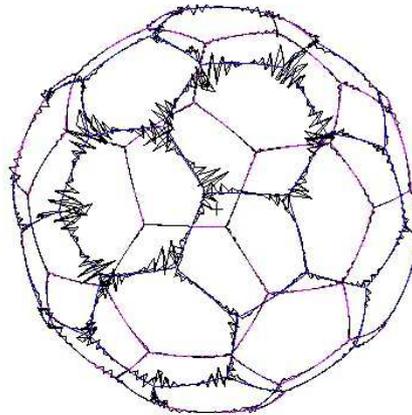
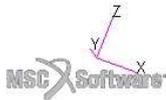


default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 92878
Min 7.60-08 @Nd 15100

Figura 7.40: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello E-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:13:02

Deform: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0046176, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)

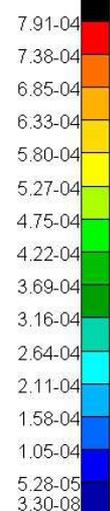
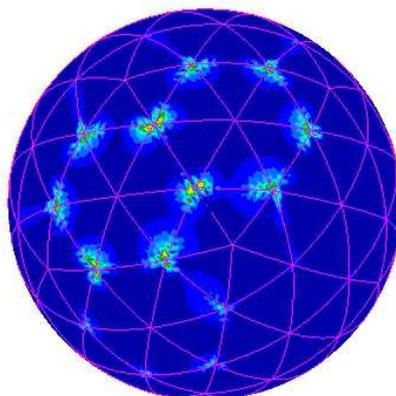
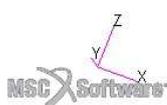


default_Deformation :
Max 6.95-04 @Nd 10711

Figura 7.41: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello E-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:12:11

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0046176, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 7.91-04 @Nd 141379
Min 3.30-08 @Nd 136479

Figura 7.42: spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna del modello E-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

7.3.2 - Configurazione F

Le due pareti sferiche concentriche di raggio R_1 e R_2 sono ora considerate unite tra loro da irrigidimenti dislocati non soltanto lungo i bordi delle tessere pentagonali ed esagonali, ma anche all'interno delle stesse tessere (come per la configurazione D trattata in sezione 7.2.3) al fine di valutare se l'introduzione di tali ulteriori irrigidimenti possa essere efficace nel contrastare le forme di buckling locali rilevate in sezione 7.3.1. Tutti gli irrigidimenti presenti sono già stati descritti all'interno del capitolo 5 e sono caratterizzati da un'altezza h e da un parametro γ il quale permette di relazionare lo spessore s_i degli stessi irrigidimenti con lo spessore s_p delle due pareti sferiche. Tali spessori di pareti e irrigidimenti vengono associati alle superfici bidimensionali in fase di definizione delle proprietà e anche in questo caso devono essere, al variare dei parametri h e γ , valutati correttamente affinché l'intero guscio risulti in grado di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica. Ipotizzando dunque di aver creato il vuoto all'interno del guscio e di mantenerlo al livello del mare, l'equilibrio tra il peso dell'intera struttura W e la forza aerostatica di sollevamento L è definito per mezzo della seguente equazione:

$$L = V_1 \rho_{ae} = A_1 s_p \rho_m + A_2 s_p \rho_m + A_{b_tot} s_i \rho_m + A_{pe_tot} s_i \rho_m = W \quad (7.15)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio
- ρ_m : densità del materiale di cui è costituito il guscio
- s_p : spessore delle pareti sferiche esterna e interna
- s_i : spessore degli irrigidimenti
- V_1 : volume della sfera di raggio R_1
- A_1 : superficie sferica esterna del guscio (vedi sezione 5.2.1)
- A_2 : superficie sferica interna del guscio (vedi sezione 5.2.4)
- A_{b_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere (vedi sezione 5.2.2)
- A_{pe_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti all'interno delle tessere (vedi sezione 5.2.3)
- R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della parete esterna

Rielaborando l'equazione di equilibrio 7.15 e imponendo una proporzionalità lineare tra gli spessori degli irrigidimenti e delle pareti sferiche attraverso il parametro γ , è quindi possibile ricavare le relazioni 7.16 e 7.17 che permettono di calcolare gli spessori delle pareti s_p e degli irrigidimenti s_i tali da consentire al guscio, vuoto al suo interno, di soddisfare il requisito di galleggiamento alla quota di volo zero:

$$s_p = \frac{V_1 \rho_{ae}}{A_1 \rho_m + A_2 \rho_m + \gamma A_{b_tot} \rho_m + \gamma A_{pe_tot} \rho_m} \quad (7.16)$$

$$s_i = \gamma s_p \quad (7.17)$$

Anche per questa configurazione si sono eseguite diverse analisi agli elementi finiti al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ considerando il guscio realizzato nella lega di alluminio Al-7075, già proposta come materiale di riferimento, e calcolando ogni volta gli spessori di pareti sferiche e irrigidimenti attraverso le relazioni 7.16 e 7.17 (l'andamento dello spessore s_p caratteristico delle due pareti sferiche è rappresentato nel grafico di figura 7.43 in funzione della variabile h per diversi valori

del parametro γ). Dai risultati delle analisi FEM riportati in tabella B.7 (in appendice B) e rappresentati nel grafico di figura 7.44 si rileva come i carichi critici di buckling P_b (adimensionalizzati rispetto al carico distribuito P di 1 atmosfera) relativi ai vari modelli studiati, pur rimanendo molto inferiori al valore critico caratteristico del guscio sferico semplice considerato in sezione 7.1.1, appaiono superiori a quelli ottenuti per i modelli analoghi, ma dotati di irrigidimenti solo in corrispondenza dei bordi delle tessere pentagonali ed esagonali, che sono stati oggetto di studio in sezione 7.3.1. Tali risultati confermano dunque quanto dedotto in sezione 7.2.3: l'introduzione di ulteriori irrigidimenti conferisce alla parete sferica maggiore stabilità nei confronti del manifestarsi di forme di buckling locali in virtù della minore distanza a cui si vengono a trovare gli stessi irrigidimenti. Il valore di carico critico determinato per la configurazione in questione risulta però decrescente all'aumentare dell'altezza h degli irrigidimenti in quanto l'incremento di tale altezza comporta un aumento di superficie degli stessi irrigidimenti che, dato il numero di irrigidimenti, prevale sulla diminuzione di superficie della parete sferica interna (dovuta alla diminuzione del raggio R_2) determinando di conseguenza una riduzione degli spessori delle pareti (come nel grafico di figura 7.43) e degli irrigidimenti affinché il peso del guscio rimanga invariato e lo stesso guscio conservi la capacità di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica. Tranne che in alcuni casi caratterizzati da un'altezza h degli irrigidimenti ridotta, anche l'incremento del parametro γ determina generalmente una riduzione del carico critico di buckling nuovamente legata alla diminuzione dello spessore delle pareti sferiche (rappresentata nel grafico di figura 7.43) conseguenza in questo caso dell'aumento di spessore degli irrigidimenti.

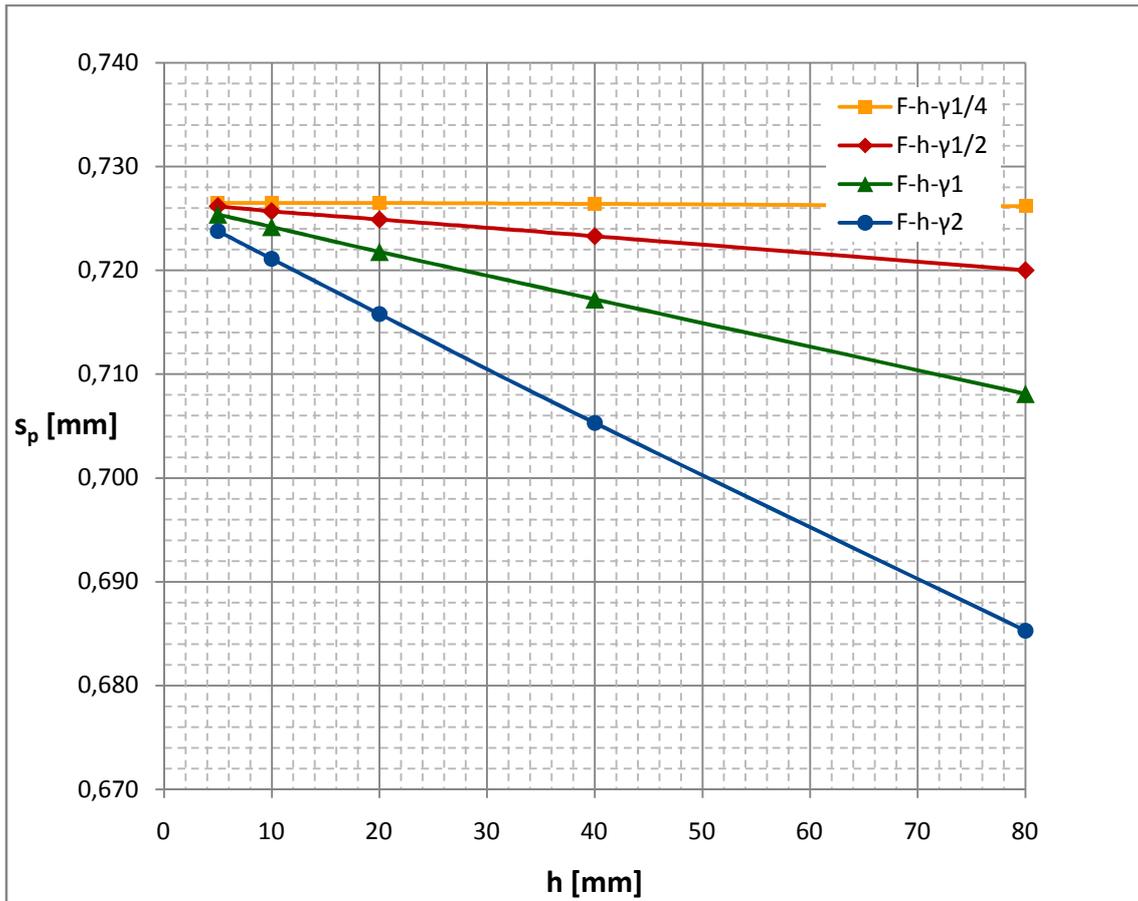


Figura 7.43: andamento dello spessore s_p delle pareti sferiche per modelli in Al-7075 nella configurazione F in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ

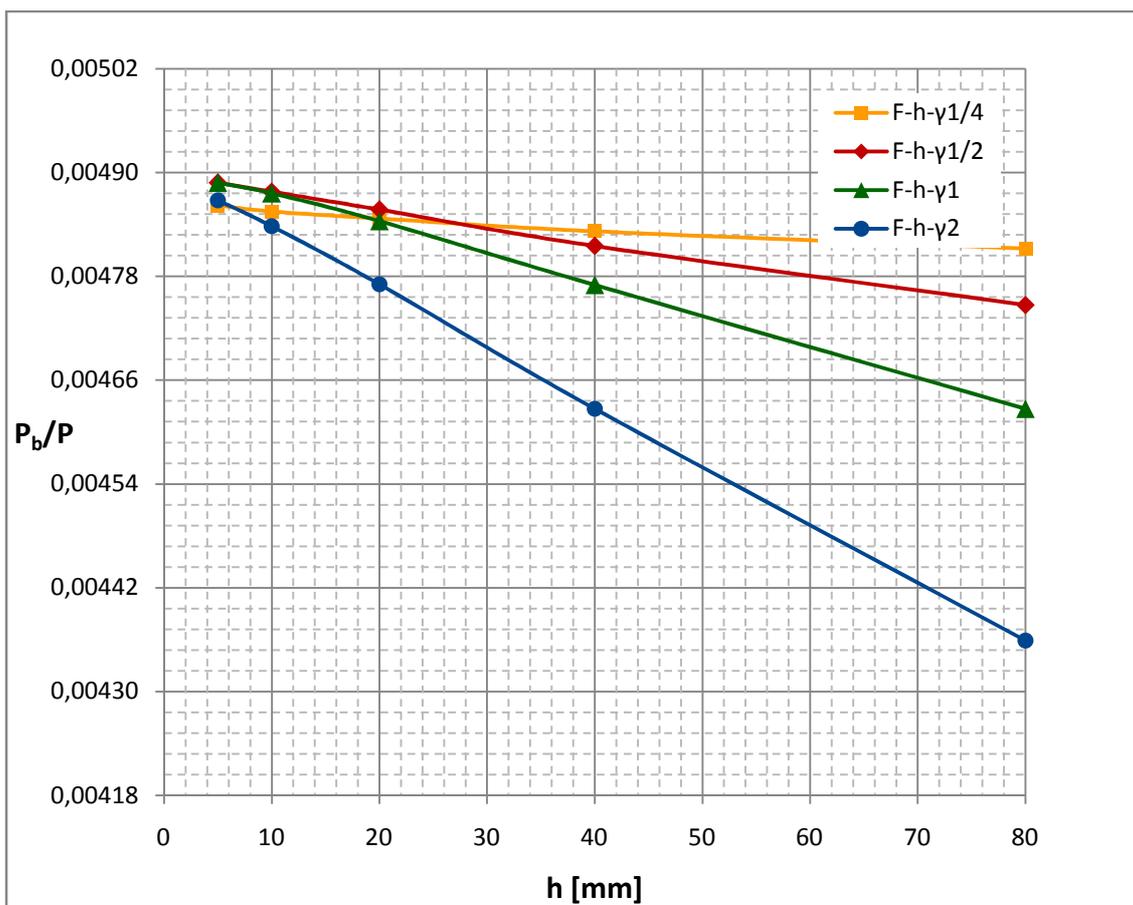


Figura 7.44: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione F in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ

Altre analisi FEM si sono invece eseguite su modelli di differenti dimensioni realizzati in lega di alluminio Al-7075 o in allumina Al_2O_3 (con un grado di purezza del 99,5%). In particolare i vari modelli studiati si distinguono per diversi valori del raggio R_1 caratteristico della parete sferica esterna, mentre l'altezza h degli irrigidimenti è in tutti i casi determinata imponendo una proporzione di 1 a 1000 tra essa e il raggio R_1 . Il parametro γ viene invece assunto costante pari a 1/2 e infine gli spessori da attribuire alle diverse superfici sono valutati per ogni caso specifico attraverso le precedenti relazioni 7.16 e 7.17. Date le proporzionalità lineari definite per mezzo delle suddette relazioni tra gli spessori s_p e s_i e il raggio R_1 , i diversi modelli presi in esame risultano tutti, a parità di materiale, in condizioni di similitudine geometrica e infatti le analisi agli elementi finiti eseguite su modelli di diverse dimensioni propongono tutte lo stesso

valore di carico critico che risulta inferiore al carico distribuito P di 1 atmosfera come si può osservare dai risultati numerici inferiori al valore unitario riportati in tabella B.8 (in appendice B) e rappresentati nel grafico di figura 7.45.

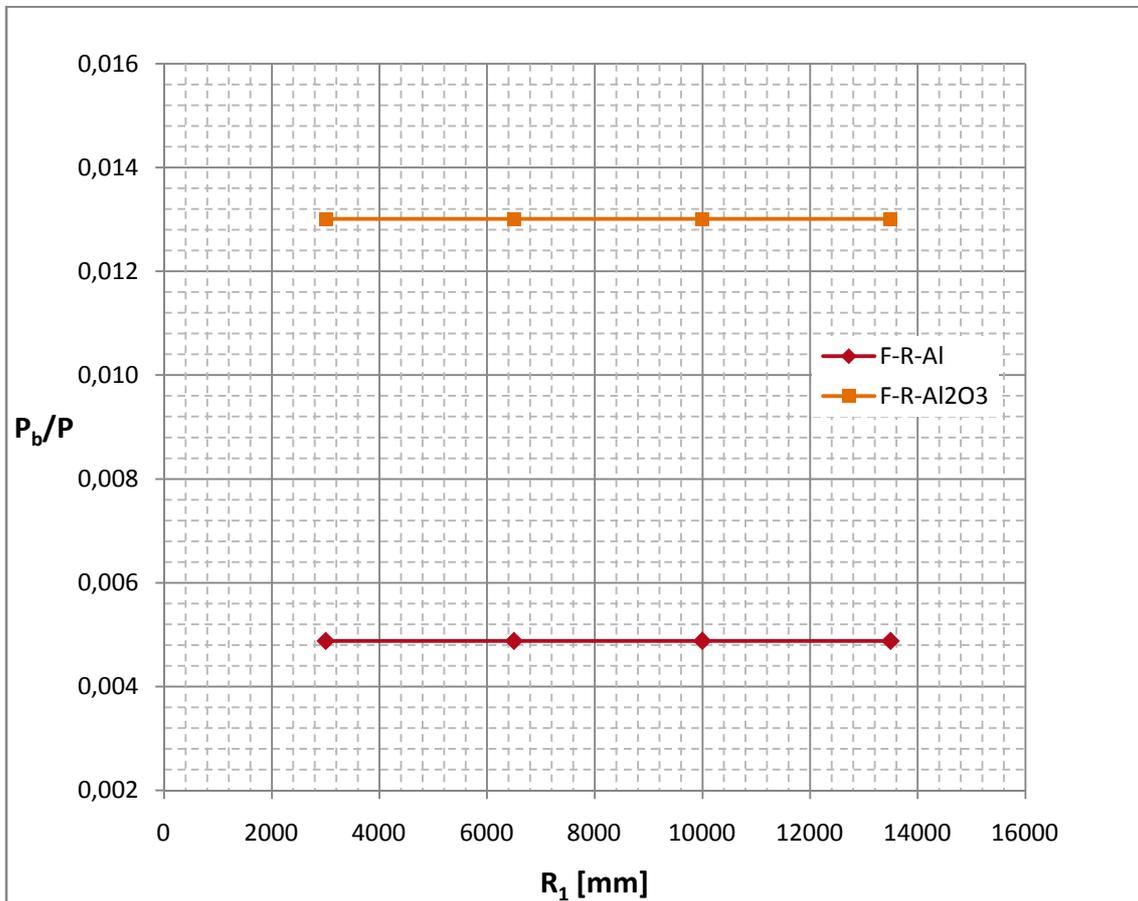


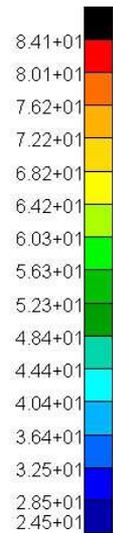
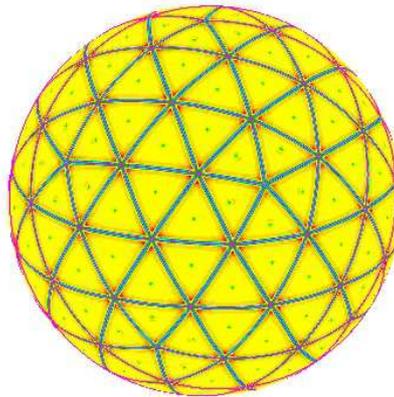
Figura 7.45: andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 o Al_2O_3 nella configurazione F in funzione del raggio R_1 della parete sferica esterna

Prima del manifestarsi dei fenomeni di buckling l'intera struttura sferica si deforma con spostamenti nelle sole direzioni radiali massimi sulla superficie sferica esterna lontano dagli irrigidimenti, minori in corrispondenza degli stessi irrigidimenti e ancora inferiori sulla superficie sferica interna lontano dagli irrigidimenti. All'interno delle figure 7.46, 7.47 e 7.48 è a titolo di esempio rappresenta la configurazione deformata del modello F-h10- γ 1/2, caratterizzato da raggio R_1 pari a 10 m, altezza degli irrigidimenti h pari a 10 mm e coefficiente γ pari a 1/2, sottoposto ad un carico

distribuito di intensità immediatamente inferiore al valore critico di buckling. Anche in questo caso dalle immagini riportate si possono rilevare spostamenti di elevata entità in corrispondenza dei vertici delle regioni triangolari in cui le superfici sferiche sono state suddivise i quali si ritengono però dovuti esclusivamente a irregolarità introdotte nella mesh per effetto delle stesse suddivisioni geometriche.

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:41:31

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

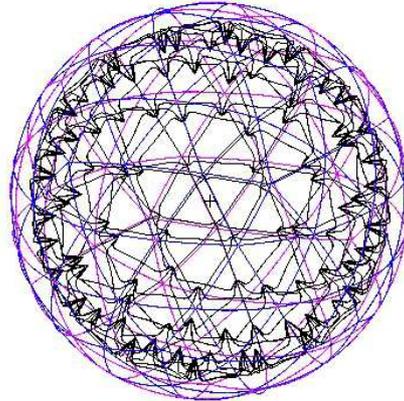
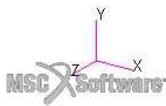


default_Fringe :
Max 8.41+01 @Nd 67378
Min 2.45+01 @Nd 42810

Figura 7.46: spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello F-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:42:37

Deform: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, , (NON-LAYERED)

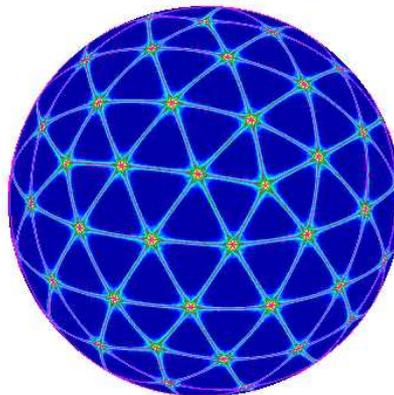
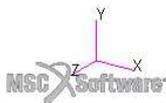


default_Deformation :
Max 5.72+01 @Nd 98865

Figura 7.47: spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello F-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:41:56

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 5.72+01 @Nd 98865
Min 4.38-01 @Nd 113170

Figura 7.48: spostamenti in mm sulla parete sferica interna del modello F-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

Per quanto riguarda invece la prima forma di buckling essa si manifesta localmente, come rappresentato all'interno delle sottostanti figure relative ai due differenti modelli F-h10- γ 1/2 e F-h80- γ 1, soprattutto sulla parete sferica esterna con semionde di ingobbamento che appaiono concentrate in prossimità di uno o più irrigidimenti e che determinano spostamenti dei punti della stessa superficie prevalentemente nelle direzioni radiali. Gli spostamenti sugli irrigidimenti e sulla parete sferica interna si sviluppano anch'essi nelle direzioni radiali, ma risultano di ordini di grandezza decisamente inferiori.

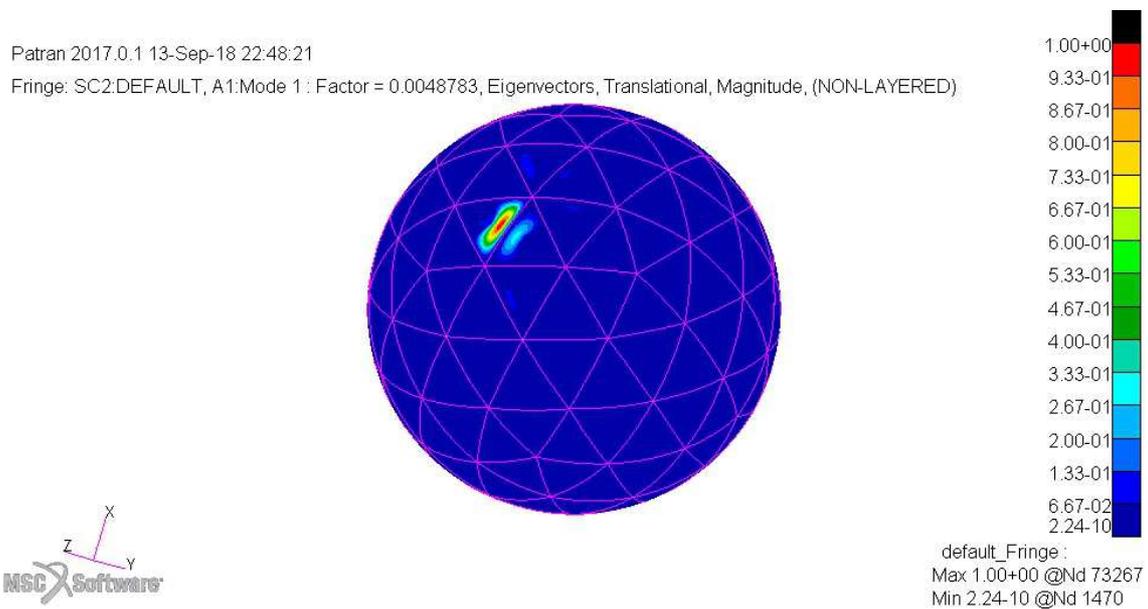
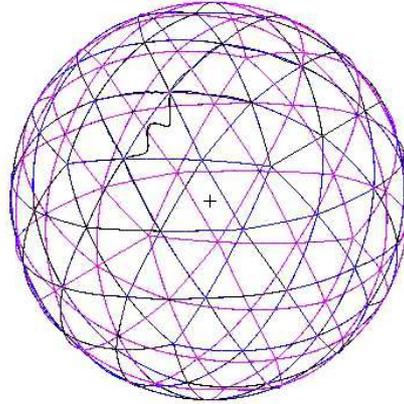
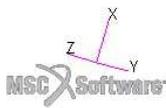


Figura 7.49: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello F-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:45:25

Deform: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0048783, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)

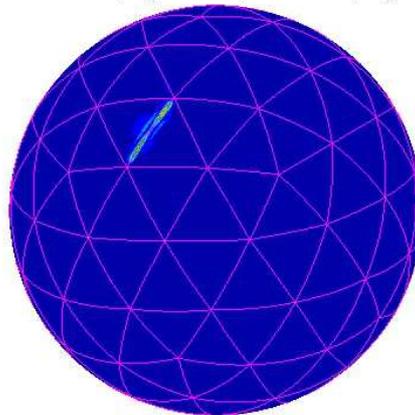
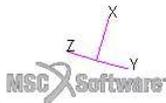


default_Deformation :
Max 2.95-02 @Nd 101913

Figura 7.50: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello F-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 13-Sep-18 22:48:11

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0048783, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

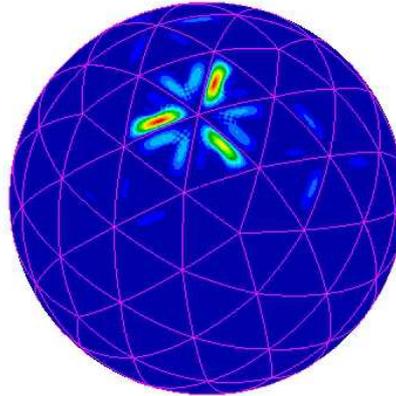


default_Fringe :
Max 2.95-02 @Nd 101913
Min 1.74-09 @Nd 122222

Figura 7.51: spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna del modello F-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 07-Nov-18 18:41:56

Fringe: SC2:DEFAULT, A3:Mode 1 : Factor = 0.0046275, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

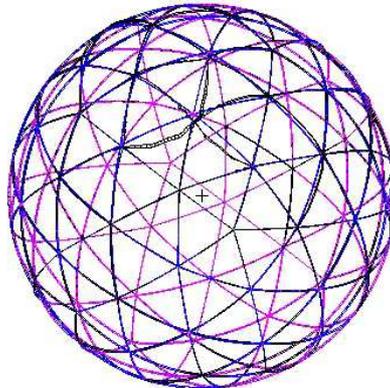


default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 69473
Min 4.28-08 @Nd 83604

Figura 7.52: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello F-h80- γ 1 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 07-Nov-18 18:50:15

Deform: SC2:DEFAULT, A3:Mode 1 : Factor = 0.0046275, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)

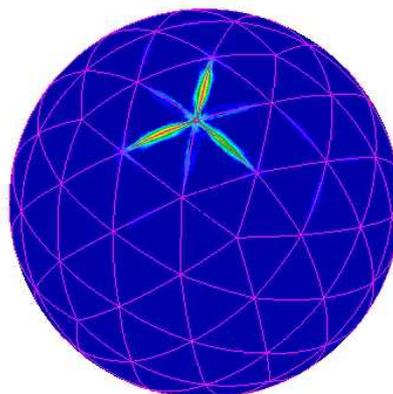


default_Deformation :
Max 1.08-02 @Nd 101382

Figura 7.53: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello F-h80- γ 1 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 07-Nov-18 18:47:01

Fringe: SC2:DEFAULT, A3:Mode 1 : Factor = 0.0046275, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 1.08-02 @Nd 101382
Min 1.86-08 @Nd 124836

Figura 7.54: spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna del modello F-h80- γ 1 in condizioni di buckling

7.3.3 - Configurazione G

Nella presente sezione è nuovamente preso in esame un guscio costituito da due pareti sferiche concentriche unite tra loro da irrigidimenti dislocati sia lungo i bordi delle tessere pentagonali ed esagonali che all'interno di esse. Trascurando le difficoltà di realizzazione si ipotizza ora di riempire le cavità interne delle singole tessere con una certa quantità di aria^[24] in modo tale che la densità e la pressione della stessa risultino pari al valore medio tra i valori di densità e pressione misurati nell'ambiente esterno e all'interno del guscio. Rispetto alla precedente configurazione F trattata in sezione 7.3.2, da un punto di vista strutturale, sotto le ipotesi di guscio mantenuto al livello del mare e di vuoto assoluto creato all'interno dello stesso guscio, tale soluzione si traduce in un limitato aumento di peso dovuto alla quantità di aria racchiusa all'interno delle tessere e in un carico distribuito di intensità solamente pari a 0,5 atmosfere applicato però su entrambe le pareti sferiche esterna ed interna. Per poter procedere al dimensionamento della struttura, affinché la stessa risulti in grado di sostenersi in volo per effetto aerostatico, risulta necessario definire il volume di aria V_a contenuto nelle tessere il

quale può essere stimato in funzione dello spessore degli irrigidimenti s_i sottraendo al volume racchiuso tra le due pareti sferiche il volume degli stessi irrigidimenti:

$$V_a = V_1 - V_2 - (A_{b_tot} + A_{pe_tot}) s_i \quad (7.18)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- s_i : spessore degli irrigidimenti
- V_1 : volume della sfera di raggio R_1
- V_2 : volume della sfera di raggio R_2
- A_{b_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere (vedi sezione 5.2.2)
- A_{pe_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti all'interno delle tessere (vedi sezione 5.2.3)
- R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della parete esterna
- R_2 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della parete interna

Definito tale volume, essendo la densità dell'aria all'interno delle tessere pari alla metà della densità dell'atmosfera all'esterno del guscio avendo ricreato il vuoto all'interno dello stesso, è possibile, attraverso la seguente relazione 7.19, imporre la condizione di galleggiamento in aria eguagliando il peso dell'intera struttura W con la spinta aerostatica di sollevamento L :

$$L = V_1 \rho_{ae} = A_1 s_p \rho_m + A_2 s_p \rho_m + A_{b_tot} s_i \rho_m + A_{pe_tot} s_i \rho_m + V_a \frac{\rho_{ae}}{2} = W \quad (7.19)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio
- ρ_m : densità del materiale di cui è costituito il guscio
- s_p : spessore delle pareti sferiche esterna ed interna
- s_i : spessore degli irrigidimenti
- V_1 : volume della sfera di raggio R_1
- V_a : volume racchiuso all'interno delle tessere
- A_1 : superficie sferica esterna del guscio (vedi sezione 5.2.1)

- A_2 : superficie sferica interna del guscio (vedi sezione 5.2.4)
- A_{b_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere (vedi sezione 5.2.2)
- A_{pe_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti all'interno delle tessere (vedi sezione 5.2.3)
- R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della parete esterna

Introducendo il parametro γ che esprime il rapporto tra gli spessori degli irrigidimenti e delle pareti sferiche e rielaborando l'equazione di equilibrio 7.19 è dunque possibile ricondursi alle successive relazioni 7.20 e 7.21 attraverso le quali si possono valutare gli spessori delle pareti sferiche s_p e degli irrigidimenti s_i da attribuire, in fase di definizione delle proprietà, alle diverse superfici affinché il guscio risulti in grado di sostenersi in volo staticamente:

$$s_p = \frac{V_1 \rho_{ae} - (V_1 - V_2) \frac{\rho_{ae}}{2}}{A_1 \rho_m + A_2 \rho_m + \gamma A_{b_tot} (\rho_m - \frac{\rho_{ae}}{2}) + \gamma A_{pe_tot} (\rho_m - \frac{\rho_{ae}}{2})} \quad (7.20)$$

$$s_i = \gamma s_p \quad (7.21)$$

Diverse analisi agli elementi finiti si sono anche in questo caso eseguite variando l'altezza h degli irrigidimenti e il parametro γ e calcolando di conseguenza gli spessori s_p e s_i di pareti sferiche e irrigidimenti considerando il guscio realizzato in lega di alluminio Al-7075 (in particolare lo spessore s_p caratteristico delle due pareti sferiche è rappresentato nel grafico di figura 7.55 in funzione dell'altezza h per diversi valori del parametro γ). I risultati delle analisi FEM sono riportati in tabella B.9 (in appendice B) e nel grafico di figura 7.56 e testimoniano l'efficacia di tale soluzione strutturale: introducendo l'aria all'interno delle tessere si dimezza il carico a cui la singola parete sferica è sottoposta e di conseguenza, essendo l'instabilità di tipo locale, i carichi critici di buckling adimensionalizzati rispetto al carico distribuito, pur rimanendo inferiori al valore critico ottenuto in sezione 7.1.1 per il guscio sferico semplice, risultano all'incirca il doppio di quelli ottenuti in sezione 7.3.2 per modelli analoghi a quelli ora studiati, ma privi di aria all'interno delle tessere. Anche in questo caso all'aumentare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ segue una riduzione dello spessore delle pareti sferiche (come si osserva dal grafico di figura 7.55) che determina

generalmente (escludendo alcuni casi particolari relativi a modelli con irrigidimenti di altezza limitata) una diminuzione del carico critico di buckling.

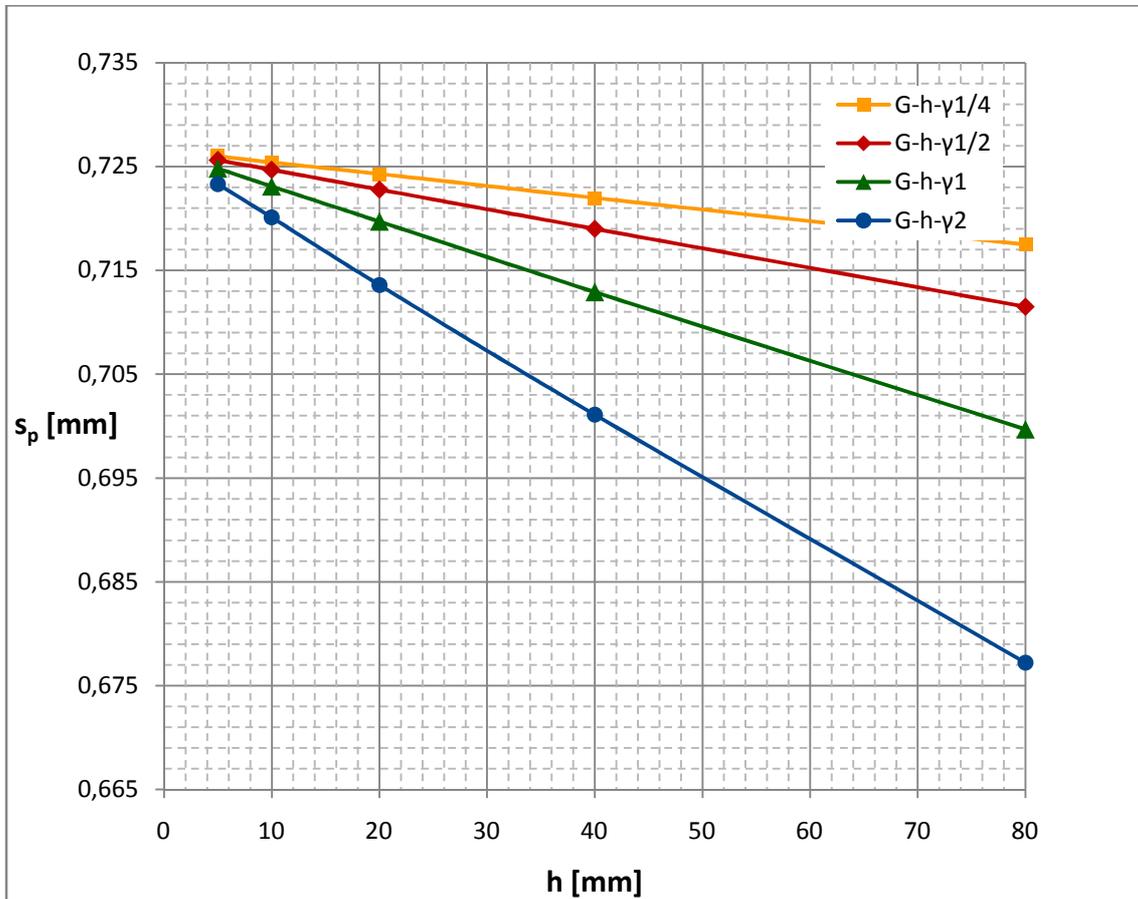


Figura 7.55: andamento dello spessore s_p delle pareti sferiche per modelli in Al-7075 nella configurazione G in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ

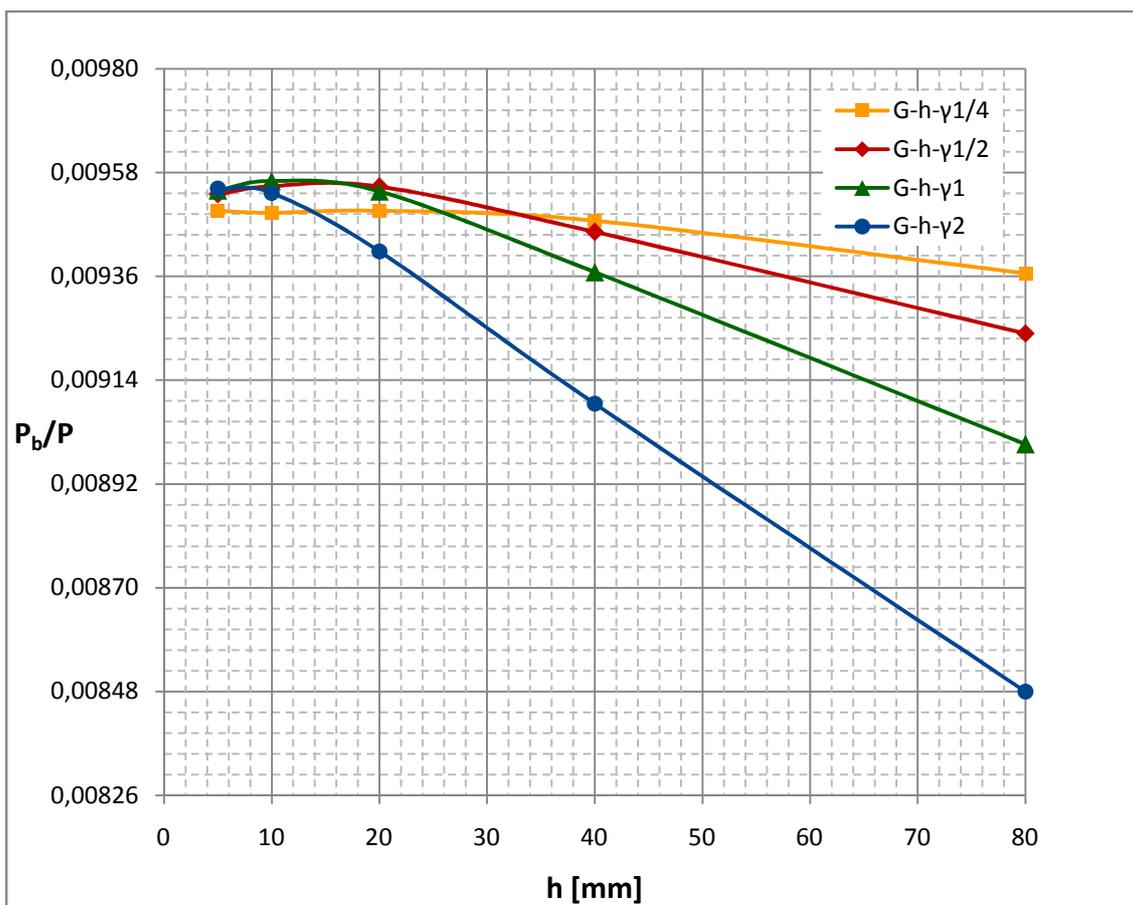
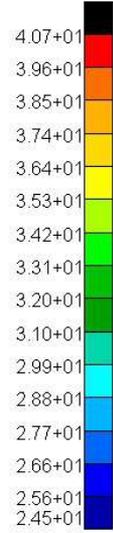
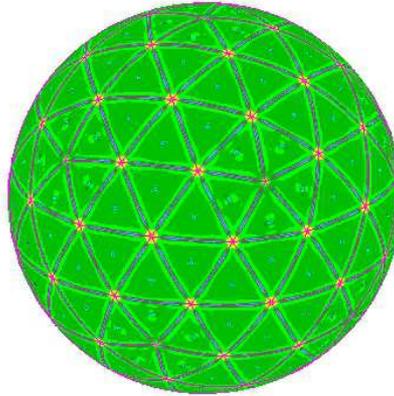
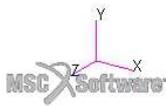


Figura 7.56: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in Al-7075 nella configurazione G in funzione dell'altezza h degli irrigidimenti per diversi valori del parametro γ

La configurazione deformata della struttura sferica prima del manifestarsi di alcun fenomeno di instabilità consiste in spostamenti esclusivamente radiali che, simili per le due pareti sferiche all'interno delle regioni triangolari delimitate dagli irrigidimenti, risultano essere leggermente inferiori in corrispondenza degli stessi irrigidimenti. Gli spostamenti di elevata entità che si rilevano invece in corrispondenza dei vertici delle regioni triangolari non si sono considerati in quanto dovuti esclusivamente a irregolarità introdotte nella mesh in funzione delle suddivisioni geometriche delle superfici sferiche in regioni triangolari. La configurazione deformata dello specifico modello G-h10- $\gamma/2$, caratterizzato da un'altezza degli irrigidimenti h pari a 10 mm e da un coefficiente γ uguale a 1/2, sottoposto ad un carico distribuito di intensità immediatamente inferiore al valore critico di buckling è a titolo di esempio riportata nelle figure 7.57, 7.58 e 7.59.

Patran 2017.0.1 19-Sep-18 21:46:24

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

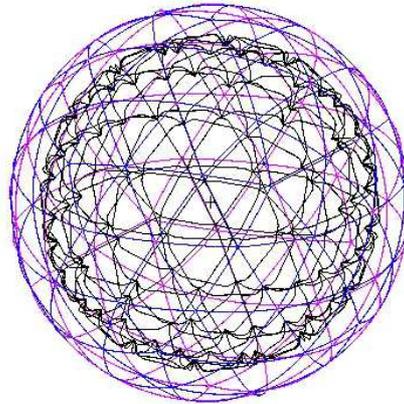
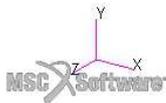


default_Fringe :
Max 4.07+01 @Nd 3191
Min 2.45+01 @Nd 62774

Figura 7.57: spostamenti in mm sulla parete sferica esterna del modello G-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

Patran 2017.0.1 19-Sep-18 21:48:20

Deform: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, , (NON-LAYERED)

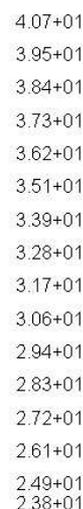
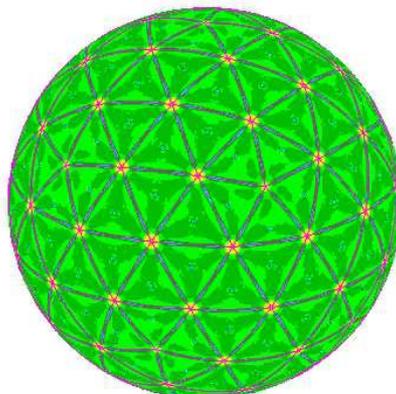
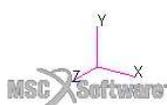


default_Deformation :
Max 4.07+01 @Nd 98865

Figura 7.58: spostamenti in mm sugli irrigidimenti del modello G-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

Patran 2017.0.1 19-Sep-18 21:47:14

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



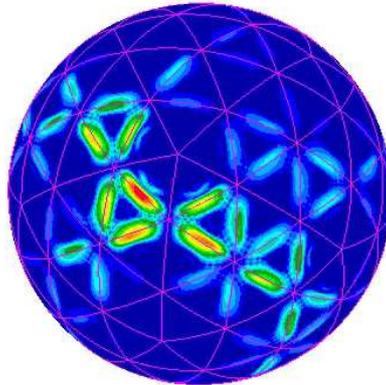
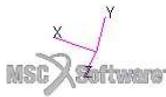
default_Fringe :
Max 4.07+01 @Nd 98865
Min 2.38+01 @Nd 150236

Figura 7.59: spostamenti in mm sulla parete sferica interna del modello G-h10- γ 1/2 prima dell'insorgere del buckling

All'interno delle figure sottostanti sono invece rappresentate le configurazioni deformate in condizioni di buckling ottenute tramite analisi agli elementi finiti per i due modelli G-h10- γ 1/2 e G-h40- γ 1. In particolare, per entrambi i modelli, si osserva un'instabilità di tipo locale che si manifesta sotto forma di semionde di ingobbamento prevalentemente radiali in corrispondenza di uno o più irrigidimenti e sulle porzioni di superfici sferiche esterna e interna adiacenti ad essi.

Patran 2017.0.1 19-Sep-18 21:50:41

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0095514, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

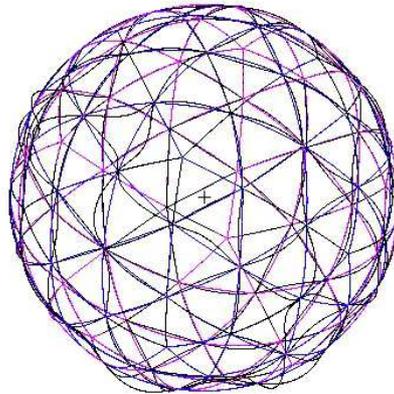
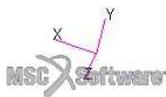


default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 4502
Min 5.91-06 @Nd 34442

Figura 7.60: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello G-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 19-Sep-18 21:58:04

Deform: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0095514, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)

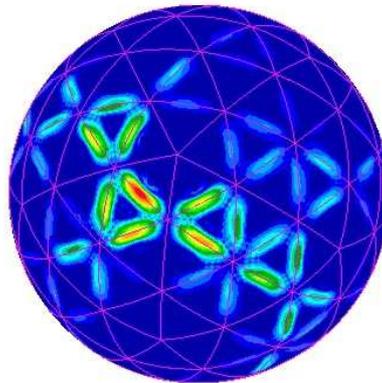
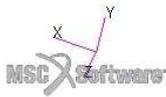


default_Deformation :
Max 1.00+00 @Nd 95618

Figura 7.61: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello G-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 19-Sep-18 21:52:54

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0095514, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

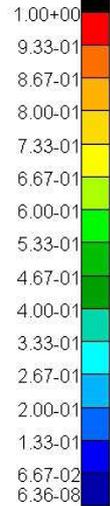
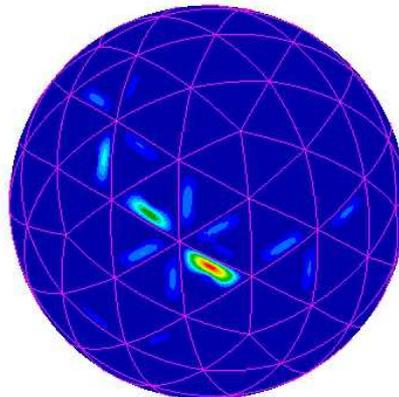
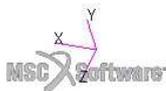


default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 95618
Min 1.00-05 @Nd 143028

Figura 7.62: spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna del modello G-h10- γ 1/2 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 19-Sep-18 22:07:38

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0093687, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

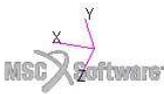
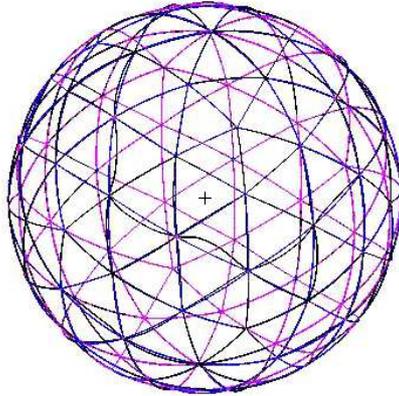


default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 73267
Min 6.36-08 @Nd 91033

Figura 7.63: spostamenti normalizzati sulla parete sferica esterna del modello G-h40- γ 1 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 19-Sep-18 22:06:03

Deform: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0093687, Eigenvectors, Translational, , (NON-LAYERED)

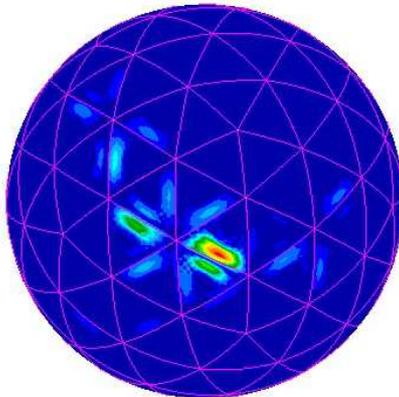


default_Deformation :
Max 5.40-02 @Nd 101922

Figura 7.64: spostamenti normalizzati sugli irrigidimenti del modello G-h40- γ 1 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 19-Sep-18 22:07:58

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.0093687, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 9.62-02 @Nd 135024
Min 3.30-08 @Nd 137086

Figura 7.65: spostamenti normalizzati sulla parete sferica interna del modello G-h40- γ 1 in condizioni di buckling

7.4 - Guscio sferico sandwich

Dal momento che le configurazioni in materiale isotropo, ancorché irrigidite, non sono risultate efficaci nel contrastare i fenomeni di buckling sulla struttura, si ipotizza di realizzare la parete sferica del guscio ricorrendo ad un materiale sandwich, soluzione strutturale per la quale si riscontra nelle applicazioni aerospaziali un utilizzo sempre più diffuso in virtù del peso limitato e delle elevate caratteristiche meccaniche di resistenza e rigidità che essa garantisce.

Un laminato sandwich consiste in una struttura composta costituita da due strati esterni, dette facce o pelli, uniti per mezzo di materiali adesivi ad un ulteriore strato intermedio detto cuore. La parte centrale del pannello, preponderante in termini di spessore, è dunque il cuore che, realizzato in un materiale leggero e poco resistente, mantiene distanziate le due facce esterne di spessore ridotto ma realizzate in materiale nobile e di elevate caratteristiche meccaniche. Le due facce, pur essendo caratterizzate da uno spessore limitato, possiedono elevate caratteristiche di resistenza e rigidità e assorbono la quasi totalità degli sforzi contenuti nel piano del laminato. Al contrario il cuore, caratterizzato da bassa densità e da scarse proprietà meccaniche, concorre ad assorbire solamente gli sforzi di taglio trasversali al pannello e riveste inoltre un compito non trascurabile nel mantenere le facce fisse a debita distanza consentendo in tal modo un'elevata rigidità flessionale della struttura, legata all'elevata distanza tra le facce, e stabilizzando le facce stesse nei confronti di fenomeni di instabilità locale. Per quanto riguarda la realizzazione del cuore, al fine di mantenere contenuto il peso di tale strato, si ricorre tipicamente a strutture a nido d'ape (honeycomb) costituite da celle solitamente esagonali, ad architetture corrugate o a schiume (materiali cellulari ottenuti mediante la dispersione di un gas all'interno di un materiale plastico solido).

In particolare, nel corso della presente trattazione, il guscio sferico nella configurazione sandwich si considera costituito da due facce realizzate in lega di alluminio Al-7075 o in allumina Al_2O_3 con un grado di purezza del 99,5% (i due materiali di riferimento introdotti in sezione 3.3), mentre per quanto riguarda il cuore, essendo una struttura a nido d'ape poco compatibile con la realizzazione di una geometria curva, si ricorre a uno tra Rohacell IG-31 e Rohacell IG-51, due schiume

polimeriche rigide porose a celle chiuse di cui si riportano le principali caratteristiche meccaniche in tabella 7.1.

Properties	Unit	ROHACELL® 31 IG/IG-F	ROHACELL® 51 IG/IG-F
Density	kg/m ³	32	52
	lbs./cu.ft.	2.00	3.25
Compressive strength	MPa	0.4	0.9
	psi	58	130
Tensile strength	MPa	1.0	1.9
	psi	145	275
Shear strength	MPa	0.4	0.8
	psi	58	116
Elastic modulus	MPa	36	70
	psi	5,220	10,150
Shear modulus	MPa	13	19
	psi	1,885	2,755
Strain at break	%	3	3
Heat distortion temperature	°C	180	180
	°F	356	356

Tabella 7.1: caratteristiche meccaniche delle schiume polimeriche Rohacell IG-31 e Rohacell IG-51^[55]

Tralasciando per il momento possibili cedimenti degli adesivi e eventuali forme di instabilità locali delle celle contenute nel cuore, gli effetti che tale soluzione strutturale sandwich determina rispetto al manifestarsi dei fenomeni di buckling sul guscio sferico sono stati nel seguito valutati attraverso diverse analisi eseguite con il metodo degli elementi finiti.

7.4.1 - Configurazione H

All'interno della presente sezione si considera un guscio rigido realizzato in materiale sandwich ossia costituito da due superfici sferiche sottili e concentriche, le due facce della struttura sandwich, unite tra loro e mantenute ad una certa distanza h (misurata tra le superfici medie delle due facce) per mezzo di uno strato di materiale cellulare. Questo strato centrale, il cuore, risulta in termini di spessore superiore alle facce, ma nel tentativo di realizzazione di modelli che, suddivisi nelle solite regioni triangolari curve, rappresentino le facce in maniera bidimensionale e il cuore in maniera tridimensionale si sono riscontrate notevoli complessità legate alla compatibilità tra le mesh ad elementi finiti 2D e 3D introdotte nei diversi strati. Essendo in ogni caso lo spessore del cuore e in generale quello dell'intero laminato sandwich limitati rispetto alle dimensioni del guscio, viste le difficoltà nella realizzazione di un modello solido, si è scelto di eseguire le analisi su modelli costituiti dalla sola superficie sferica esterna di raggio R_1 , descritta in sezione 5.2.1, alla quale vengono attribuite le proprietà di un laminato multistrato. Per la totalità delle superfici curve triangolari in cui la superficie sferica si considera geometricamente suddivisa è dunque definita una ripartizione in 3 strati, precisando per ognuno di essi il materiale e lo spessore da cui è caratterizzato, e per ogni superficie è inoltre specificata una distanza pari ad $\frac{h}{2}$ che permette di individuare all'interno della sfera di raggio R_1 la posizione della superficie media del laminato sandwich. Lo spessore s_f caratteristico delle due facce del sandwich e lo spessore s_c del cuore devono essere valutati correttamente affinché la loro somma risulti pari ad h (la distanza tra le superfici medie delle due facce) e in modo tale che l'intero guscio conservi la capacità di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica. In particolare, sotto le ipotesi di guscio mantenuto al livello del mare e di vuoto assoluto creato all'interno dello stesso, l'equilibrio che deve essere soddisfatto tra il peso dell'intera struttura W e la forza aerostatica di sostentamento L è definito dalla successiva equazione 7.22:

$$L = V_1 \rho_{ae} = A_1 s_f \rho_{mf} + A_2 s_f \rho_{mf} + (V_1 - V_2) \rho_{mc} = W \quad (7.22)$$

dove compaiono i seguenti termini:

ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio

ρ_{mf} : densità del materiale di cui sono costituite le facce

- ρ_{mc} : densità del materiale di cui è costituito il cuore
- s_f : spessore delle facce
- s_c : spessore del cuore
- V_1 : volume della sfera di raggio R_1
- V_2 : volume della sfera di raggio R_2
- A_1 : superficie sferica esterna del guscio (vedi sezione 5.2.1)
- A_2 : superficie sferica interna del guscio (vedi sezione 5.2.4)
- R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della faccia esterna
- R_2 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della faccia interna

Definiti il raggio R_1 caratteristico della superficie media della faccia esterna del sandwich e la distanza h tra le superfici medie delle due facce, è immediato valutare il raggio R_2 caratteristico della superficie media della faccia interna del sandwich e quindi, invertendo la precedente equazione di equilibrio, è possibile ricavare la relazione 7.23 che permette di determinare lo spessore s_f caratteristico di entrambe le facce del laminato sandwich:

$$s_f = \frac{V_1 \rho_{ae} - (V_1 - V_2) \rho_{mc}}{A_1 \rho_{mf} + A_2 \rho_{mf}} \quad (7.23)$$

Quindi, ricordando come il parametro h definisca la distanza tra le superfici medie delle due facce del laminato sandwich, lo spessore del cuore risulta di immediata valutazione per mezzo della seguente espressione:

$$s_c = h - s_f \quad (7.24)$$

Considerando le varie combinazioni possibili tra materiale delle facce (lega di alluminio Al-7075 o allumina Al_2O_3) e materiale del cuore (schiume polimeriche Rohacell IG-31 o Rohacell IG-51), diverse analisi agli elementi finiti si sono eseguite al variare della distanza h misurata tra le superfici medie delle due facce del sandwich. Dai dati riportati in tabella B.10 (in appendice B) si osserva come, stabiliti i due materiali con i quali il guscio è realizzato, affinché il peso dell'intera struttura rimanga costante e il guscio risulti in grado di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica, ad un incremento del parametro h , essendo la densità del cuore inferiore a quella delle facce, corrisponde sempre un aumento dello spessore s_c del cuore e invece una

diminuzione dello spessore s_f delle due facce (l'andamento di quest'ultimo è rappresentato nel grafico di figura 7.66 in funzione della distanza h per i diversi materiali considerati). Tali variazioni degli spessori determinano una riduzione della rigidezza delle singole facce del sandwich, ma al contempo un aumento del contributo alla rigidezza globale della struttura legato alla distanza alla quale le due facce sono posizionate. Come conseguenza di tali contributi discordi, come si osserva dai risultati delle analisi FEM riportati in tabella B.10 e all'interno del grafico di figura 7.67, il carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato rispetto al carico distribuito P , risulta inizialmente crescente per poi diminuire all'aumentare della distanza h . Per ogni combinazione di materiali di facce e cuore appare quindi possibile individuare un valore ottimale del parametro h che in particolare risulta pari a 70 mm nel caso di Al-7075 e IG-31 e invece pari a 80 mm nel caso di Al_2O_3 e IG-31. I carichi critici relativi alla configurazione sandwich ora studiata appaiono di gran lunga superiori al valore ottenuto in sezione 7.1.1 per il guscio sferico realizzato in materiale isotropo e nello specifico, se si considerano le facce realizzate in allumina Al_2O_3 (con un grado di purezza del 99,5%), per determinati valori della distanza h , i carichi di buckling risultano persino superiori alla pressione esterna applicata: sotto le ipotesi di quota zero e di vuoto assoluto creato al suo interno il guscio sandwich appare così in grado di soddisfare contemporaneamente i requisiti di leggerezza e di resistenza a buckling indispensabili per la fattibilità del progetto di dirigibile a vuoto.

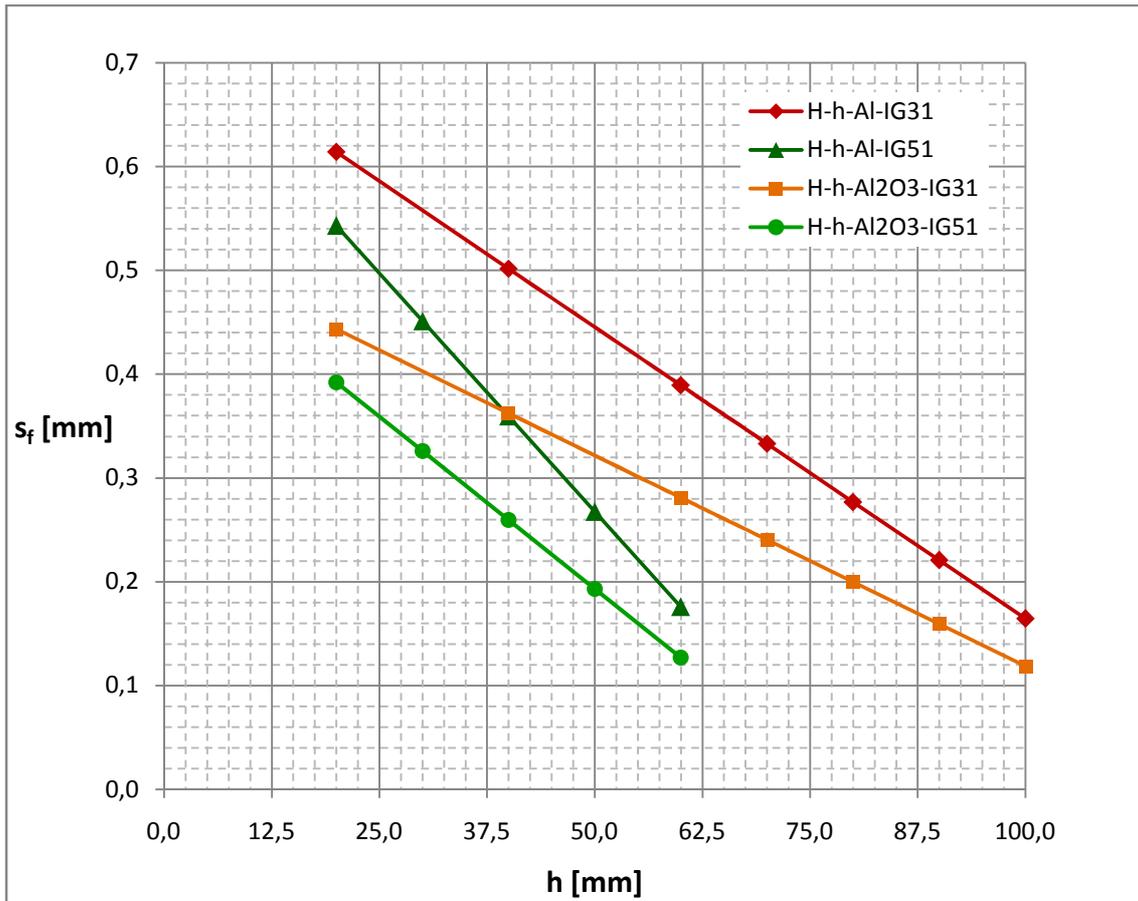


Figura 7.66: andamento dello spessore s_f delle facce del sandwich per modelli in diversi materiali nella configurazione H in funzione della distanza h tra le facce del sandwich

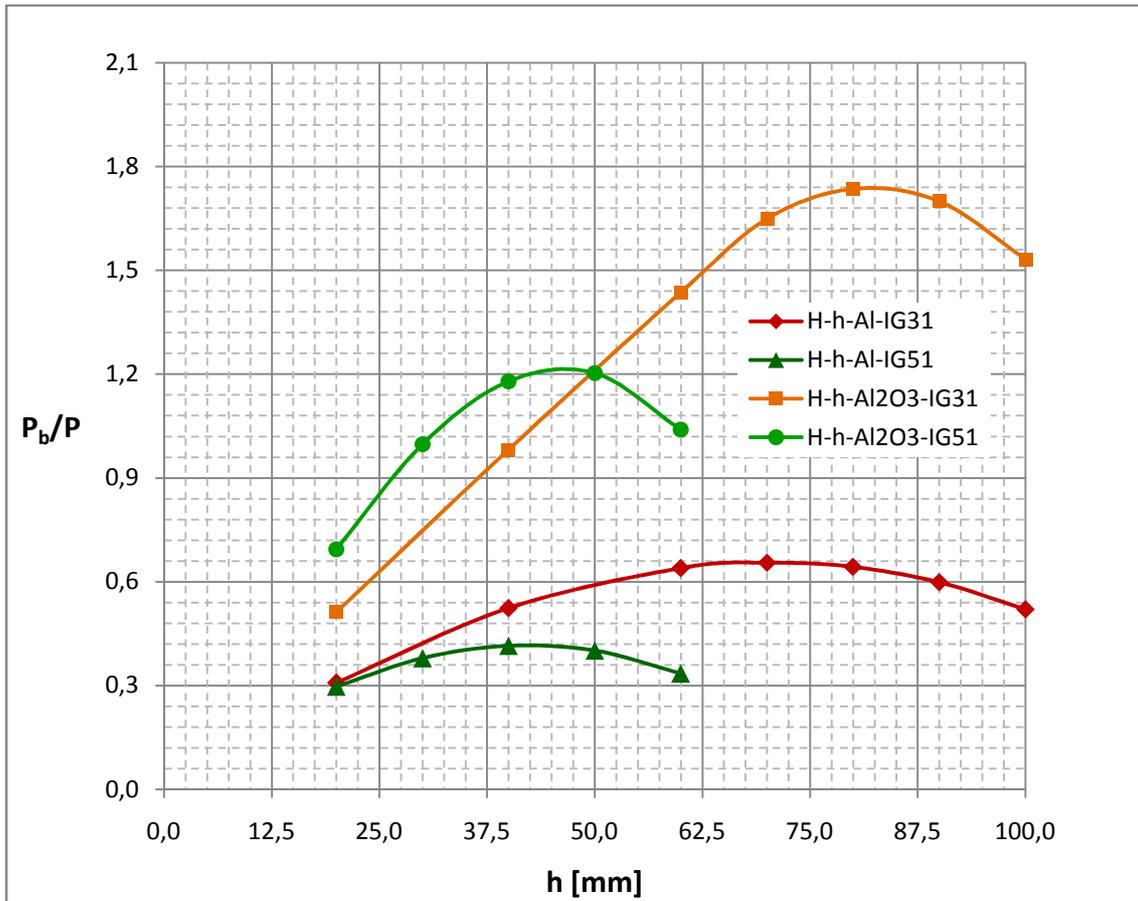


Figura 7.67: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in diversi materiali nella configurazione H in funzione della distanza h tra le facce del sandwich

Prendendo come riferimenti i due modelli H-h70-Al-IG31 e H-h80-Al₂O₃-IG31, con facce realizzate rispettivamente in lega di alluminio Al-7075 e in allumina Al₂O₃, con il cuore in schiuma polimerica Rohacell IG-31 e caratterizzati dal valore ottimale del parametro h , si sono eseguite altre analisi FEM al fine di valutare gli effetti delle dimensioni del guscio sul carico critico di buckling. I diversi modelli sottoposti ad analisi si differenziano dunque per diversi valori del raggio R_1 caratteristico della faccia esterna del sandwich, la distanza h è per ogni caso valutata imponendo tra h e R_1 la proporzione ottimale risultante dai precedenti studi (7 a 1000 nel caso di guscio realizzato in Al-7075 e IG-31 e invece 8 a 1000 nel caso di Al₂O₃ e IG-31) e infine gli spessori s_f e s_c caratteristici rispettivamente di facce e cuore del sandwich sono calcolati ogni volta attraverso le precedenti relazioni 7.23 e 7.24. A parità di materiali i modelli

studiati risultano così tutti in condizioni di similitudine geometrica per effetto delle proporzionalità lineari introdotte tra i parametri h , s_f e s_c ed il raggio R_1 e infatti le diverse analisi agli elementi finiti, i cui risultati sono riportati in tabella B.11 (in appendice B) e nel grafico di figura 7.68, forniscono valori di carico critico differenti per i due diversi materiali in cui sono realizzate le facce, ma costanti al variare delle dimensioni del guscio.

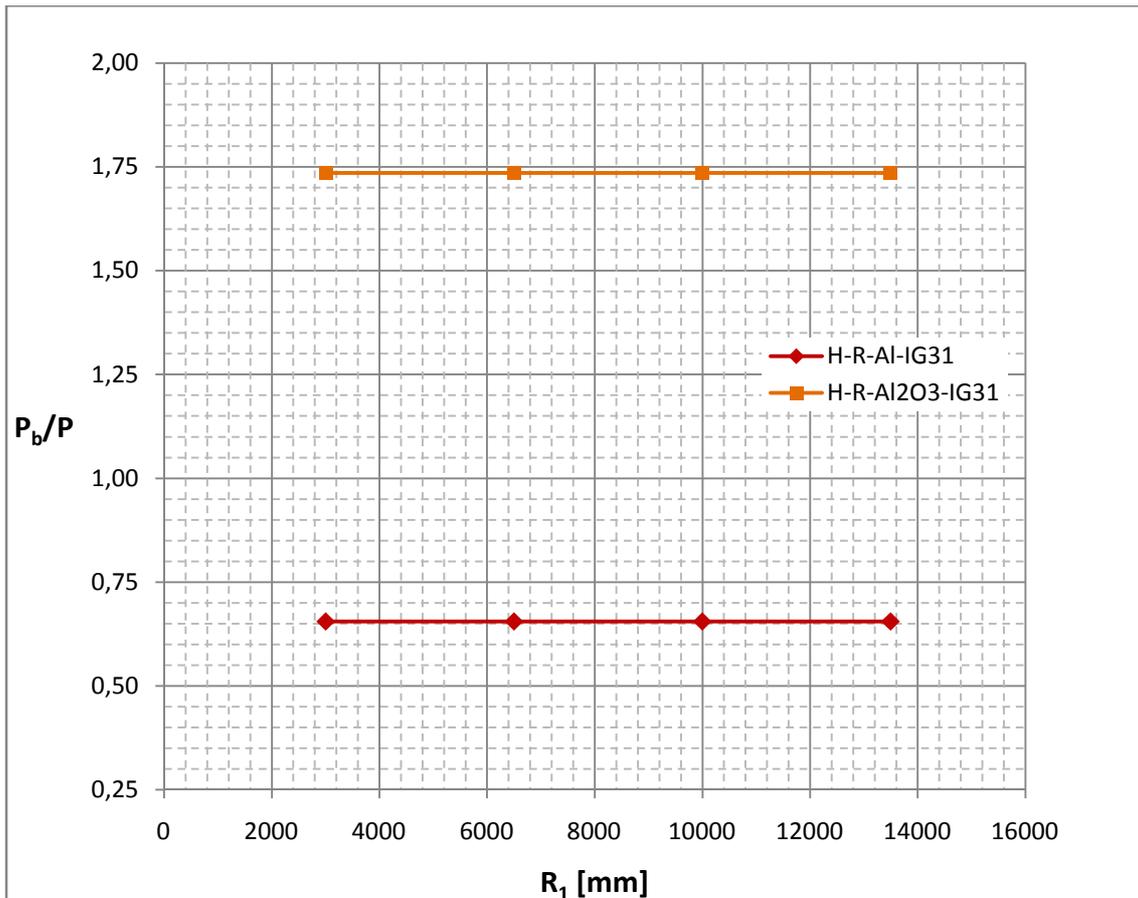


Figura 7.68: andamento del carico critico di buckling P_b adimensionalizzato per modelli in Al-7075 e IG-31 o Al₂O₃ e IG-31 nella configurazione H in funzione del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich

All'interno della sottostante figura 7.69 è rappresentata la configurazione deformata del modello H-h70-Al-IG31 soggetto ad un carico distribuito di intensità immediatamente inferiore al valore critico di buckling che per il modello in questione risulta inferiore al carico distribuito P di 1 atmosfera, mentre in figura 7.70 è riportata la configurazione

deformata del modello H-h80-Al₂O₃-IG31 sottoposto al carico distribuito P di intensità pari ad 1 atmosfera essendo per quest'ultimo modello il carico critico di buckling superiore a tale carico distribuito. In entrambi i casi si rilevano sulla superficie sferica spostamenti radiali che risultano piuttosto uniformi se si trascurano i soliti picchi in corrispondenza dei vertici delle regioni triangolari in cui la superficie sferica si considera suddivisa i quali sono anche in questo caso con ogni probabilità determinati da irregolarità introdotte nella mesh a elementi finiti bidimensionali per effetto della stessa suddivisione geometrica della superficie.

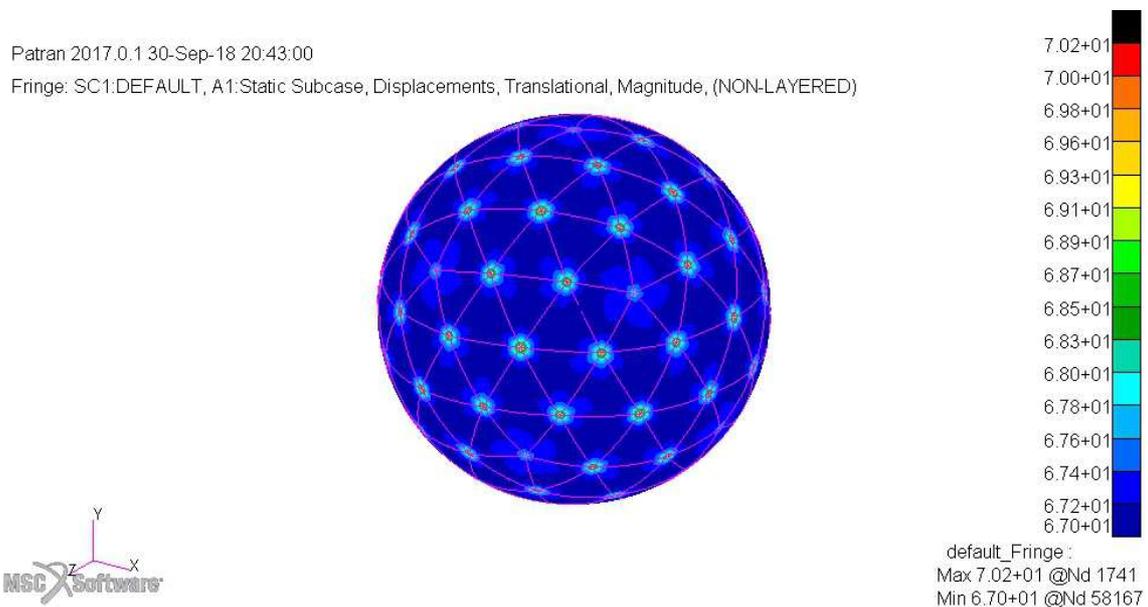
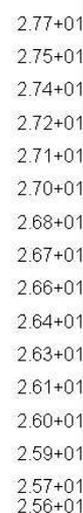
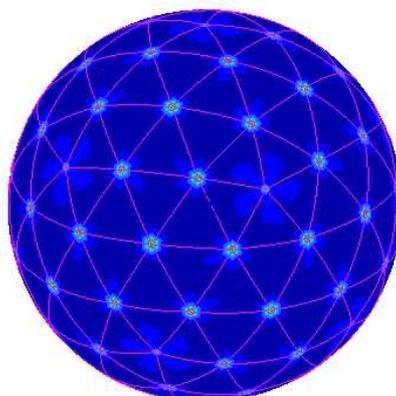
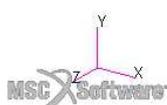


Figura 7.69: spostamenti in mm sulla parete sferica sandwich del modello H-h70-Al-IG31 prima dell'insorgere del buckling

Patran 2017.0.1 30-Sep-18 20:51:42

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Displacements, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



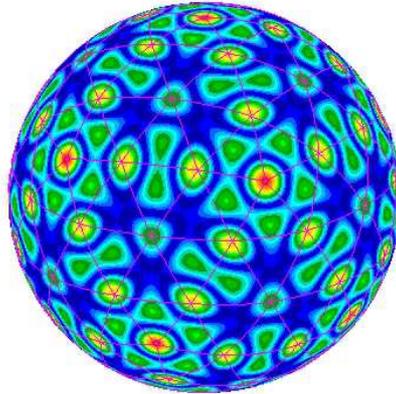
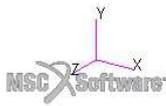
default_Fringe :
Max 2.77+01 @Nd 4641
Min 2.56+01 @Nd 64129

Figura 7.70: spostamenti in mm sulla parete sferica sandwich del modello H-h80-Al₂O₃-IG31 sottoposto a un carico distribuito di 1 atmosfera

Le forme di buckling ottenute per i modelli H-h70-Al-IG31 e H-h80-Al₂O₃-IG31 per mezzo delle analisi agli elementi finiti sono invece per completezza rappresentate all'interno delle successive figure 7.71 e 7.72 sebbene le deformate non siano quasi sicuramente quelle reali. Entrambe le figure riportano infatti una configurazione deformata, caratterizzata da spostamenti prevalentemente radiali, che appare evidentemente influenzata dalla suddivisione geometrica della superficie sferica e dalle irregolarità che tale suddivisione determina all'interno della mesh a elementi finiti adottata sulla stessa superficie del modello.

Patran 2017.0.1 30-Sep-18 20:43:22

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 0.65536, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)

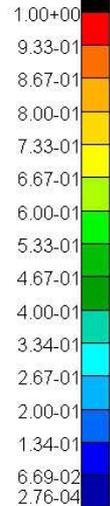
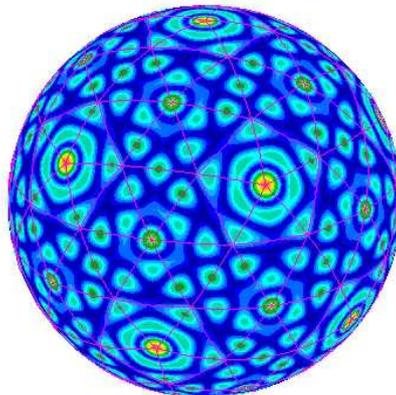
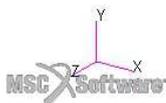


default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 34442
Min 2.81-03 @Nd 55777

Figura 7.71: spostamenti normalizzati sulla parete sferica sandwich del modello H-h70-Al-IG31 in condizioni di buckling

Patran 2017.0.1 30-Sep-18 20:51:59

Fringe: SC2:DEFAULT, A1:Mode 1 : Factor = 1.7355, Eigenvectors, Translational, Magnitude, (NON-LAYERED)



default_Fringe :
Max 1.00+00 @Nd 33743
Min 2.76-04 @Nd 66826

Figura 7.72: spostamenti normalizzati sulla parete sferica sandwich del modello H-h80-Al₂O₃-IG31 in condizioni di buckling

In sezione 4.4 si è dimostrato come per un guscio sferico in materiale isotropo, con spessore uniforme e contenuto al punto da consentire il galleggiamento in aria, i fenomeni di instabilità insorgono per valori del carico applicato inferiori a quelli corrispondenti al manifestarsi di deformazioni plastiche permanenti (o di rotture fragili nel caso di materiale con comportamento esclusivamente elastico) nella struttura. Ora, avendo individuato una configurazione sandwich che consente il contemporaneo soddisfacimento dei requisiti di leggerezza e di resistenza al buckling per il guscio sferico vuoto all'interno e mantenuto a quota zero, si intende verificare che la struttura nella stessa configurazione sia in grado di soddisfare anche il requisito di resistenza allo snervamento a compressione. Tra i vari modelli per i quali tramite le precedenti analisi FEM è stato determinato un rapporto tra carico di buckling P_b e carico distribuito P superiore al valore unitario si è scelto in particolare di prendere come riferimento il modello H-h80- Al_2O_3 -IG31, con facce realizzate in allumina Al_2O_3 , cuore realizzato in schiuma polimerica Rohacell IG-31 e parametro h pari a 80 mm, in quanto ad esso corrisponde il valore di carico critico di buckling massimo tra tutti quelli ottenuti in precedenza. Sempre con il metodo degli elementi finiti e facendo ricorso ai software MSC Patran e Nastran si sono dunque valutate secondo il criterio di Von Mises le tensioni all'interno di ognuno dei 3 strati che compongono la parete sandwich del guscio e i valori ottenuti su tutta la superficie sferica sono riportati all'interno delle successive figure 7.73, 7.74 e 7.75 relative rispettivamente alla faccia esterna, al cuore e alla faccia interna del laminato sandwich. Per mezzo di tali figure è possibile osservare come in ogni strato le tensioni non risultino uniformi sulla superficie sferica per effetto delle irregolarità nella mesh legate alla suddivisione geometrica della stessa superficie sferica in regioni triangolari. Nonostante le concentrazioni di tensione in corrispondenza dei vertici delle suddette regioni triangolari, all'interno di ogni strato il valore massimo di tensione determinato tramite l'analisi agli elementi finiti risulta comunque inferiore al valore di resistenza a compressione caratteristico del materiale dello strato in questione ossia inferiore a 2600 MPa per gli strati in allumina Al_2O_3 (valore riportato in tabella 3.2) e a 0,4 MPa per lo strato centrale in schiuma polimerica Rohacell IG-31 (valore riportato in tabella 7.1): il guscio sferico sandwich realizzato in materiali opportuni e correttamente dimensionato appare così soddisfare contemporaneamente entrambi i

requisiti di resistenza e, vuoto al suo interno, risulta dunque in grado di sostenersi in volo al livello del mare per effetto della sola spinta aerostatica.

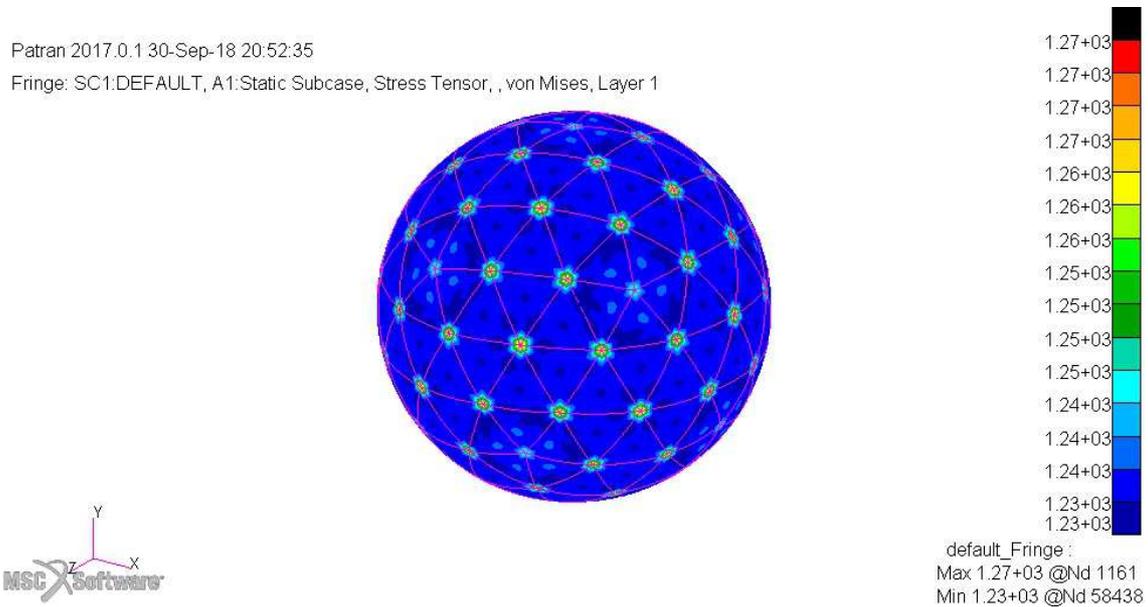


Figura 7.73: tensioni di Von Mises in MPa nella faccia esterna della parete sandwich del modello H-h80-Al₂O₃-IG31 sottoposto ad un carico distribuito di 1 atmosfera

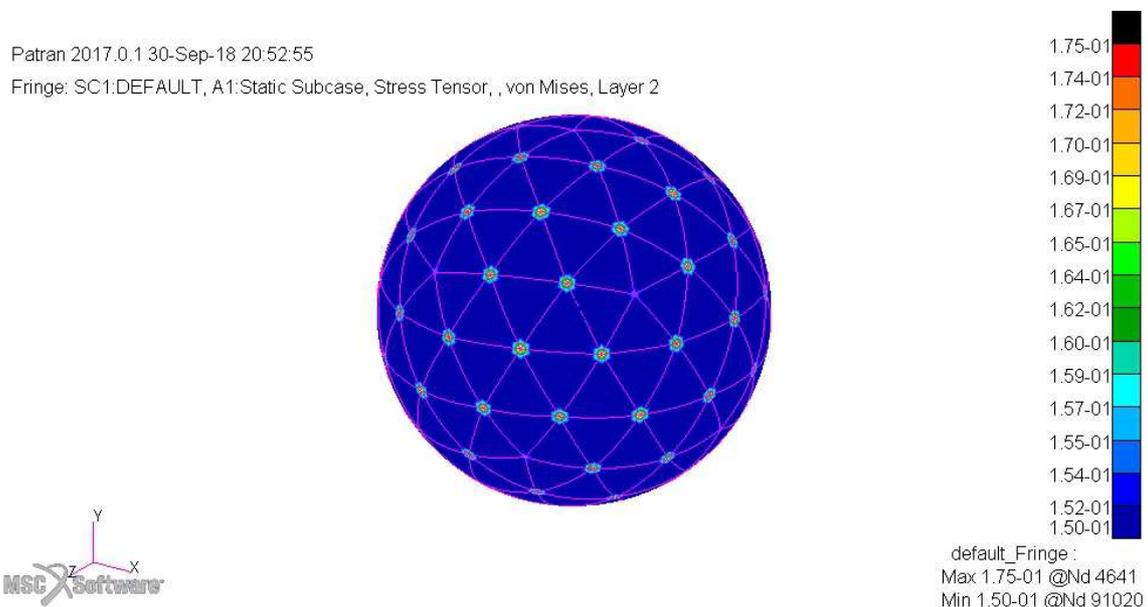
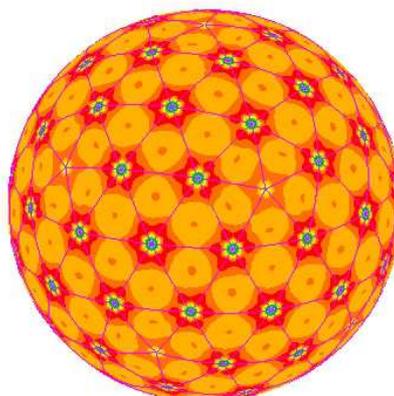
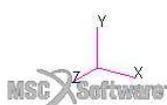


Figura 7.74: tensioni di Von Mises in MPa nel cuore della parete sandwich del modello H-h80-Al₂O₃-IG31 sottoposto ad un carico distribuito di 1 atmosfera

Patran 2017.0.1 30-Sep-18 20:53:09

Fringe: SC1:DEFAULT, A1:Static Subcase, Stress Tensor, , von Mises, Layer 3



default_Fringe :
Max 1.24+03 @Nd 50447
Min 1.23+03 @Nd 2031

Figura 7.75: tensioni di Von Mises in MPa nella faccia interna della parete sandwich del modello H-h80-Al₂O₃-IG31 sottoposto ad un carico distribuito di 1 atmosfera

7.4.2 - Configurazione I

Se un guscio sferico rigido in materiale isotropo presenta notevoli difficoltà di produzione e lavorazione, la realizzazione di una forma sferica cava in materiale sandwich come quella studiata nel corso della precedente sezione 7.4.1 risulta praticamente impossibile attraverso le tecniche di lavorazione classiche. Anche in questo caso appare dunque come unica soluzione la suddivisione della parete sferica sandwich del guscio in più tessere dotate di bordi rigidi che, collegando le due facce del laminato sandwich e circondando il cuore dello stesso, consentono una facile giunzione tra le stesse tessere. Ritorna quindi utile la suddivisione in tessere curve pentagonali ed esagonali già introdotta nel corso del capitolo 5 ed in particolare il guscio ora studiato risulta composto da tessere ognuna delle quali costituita da una parete curva esterna di forma pentagonale o esagonale in lega di alluminio Al-7075 o in allumina Al₂O₃, una parete curva interna di uguale forma e materiale, irrigidimenti realizzati nello stesso materiale che, disposti lungo i bordi della tessera, uniscono le due pareti curve e uno strato centrale in schiuma polimerica Rohacell IG-31 che riempie la cavità delimitata dalle due pareti curve e dagli irrigidimenti. Viste le difficoltà già riscontrate in sezione

7.4.1 nella realizzazione di un modello solido per il cuore del sandwich ed essendo comunque lo spessore dell'intero laminato sandwich contenuto rispetto alle dimensioni del guscio, lo studio è anche in questo caso limitato a modelli costituiti da sole superfici bidimensionali. Nello specifico i modelli prevedono le superfici curve triangolari che definiscono la parete sferica di raggio R_1 (descritta in sezione 5.2.1) alle quali vengono attribuite le proprietà di un laminato multistrato in maniera analoga a quanto fatto in sezione 7.4.1 e le superfici piane degli irrigidimenti dislocati lungo i bordi delle tessere pentagonali ed esagonali (definiti in sezione 5.2.2) che vengono considerati come laminati isotropi. Rispetto alla configurazione H già studiata, considerando invariata la distanza h misurata tra le superfici medie delle due facce del sandwich, l'introduzione di tali irrigidimenti (di altezza circa pari ad h) comporta un aumento dello spessore del cuore s_c ed una contemporanea diminuzione dello spessore delle facce s_f essendo la densità del cuore inferiore a quella delle facce e dovendo il peso complessivo della struttura mantenersi costante e pari alla spinta aerostatica di sostentamento: l'efficacia degli irrigidimenti, comunque indispensabili per la giunzione delle tessere, deve dunque, in termini di rigidità complessiva della struttura, essere valutata confrontando il contributo positivo dato dagli stessi irrigidimenti con il contributo negativo legato al minore spessore che le facce del sandwich si trovano ad assumere in seguito appunto all'introduzione degli irrigidimenti. Fissato il parametro h , gli spessori s_f e s_c caratteristici rispettivamente delle facce e del cuore del laminato sandwich devono essere valutati correttamente insieme allo spessore s_i degli irrigidimenti (con s_i si intende anche in questo caso lo spessore complessivo somma degli spessori dei bordi di due tessere adiacenti) affinché l'intera struttura sferica risulti in grado di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica soddisfacendo in particolare, sotto le ipotesi di vuoto all'interno del guscio e di volo stazionario al livello del mare, la seguente equazione di equilibrio tra il peso dell'intera struttura W e la forza aerostatica di sostentamento L :

$$L = V_1 \rho_{ae} = A_1 s_f \rho_{mf} + A_2 s_f \rho_{mf} + (V_1 - V_2) \rho_{mc} + A_{b_tot} s_i (\rho_{mf} - \rho_{mc}) = W \quad (7.25)$$

dove compaiono i seguenti termini:

ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio

- ρ_{mf} : densità del materiale di cui sono costituite le facce
 ρ_{mc} : densità del materiale di cui è costituito il cuore
 s_f : spessore delle facce
 s_c : spessore del cuore
 s_i : spessore degli irrigidimenti
 V_1 : volume della sfera di raggio R_1
 V_2 : volume della sfera di raggio R_2
 A_1 : superficie sferica esterna del guscio (vedi sezione 5.2.1)
 A_2 : superficie sferica interna del guscio (vedi sezione 5.2.4)
 A_{b_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere (vedi sezione 5.2.2)
 R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della faccia esterna
 R_2 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della faccia interna

Dopo aver definito lo spessore degli irrigidimenti in funzione di quello delle facce del sandwich attraverso un coefficiente di proporzionalità γ e aver valutato il raggio R_2 caratteristico della faccia interna del sandwich sottraendo la distanza h al raggio R_1 , appare possibile, rielaborando la precedente equazione di equilibrio 7.25, ricavare le seguenti espressioni 7.26 e 7.27 le quali permettono di determinare gli spessori s_f e s_i caratteristici rispettivamente delle facce del laminato sandwich e degli irrigidimenti:

$$s_f = \frac{V_1 \rho_{ae} - (V_1 - V_2) \rho_{mc}}{A_1 \rho_{mf} + A_2 \rho_{mf} + \gamma A_{b_tot} (\rho_{mf} - \rho_{mc})} \quad (7.26)$$

$$s_i = \gamma s_f \quad (7.27)$$

Quindi, essendo il parametro h pari alla distanza tra le superfici medie delle due facce del laminato sandwich, lo spessore s_c caratteristico del cuore dello stesso laminato può essere facilmente determinato per mezzo della seguente relazione:

$$s_c = h - s_f \quad (7.28)$$

In base ai risultati delle analisi in sezione 7.4.1, il modello H-h70-Al-IG31 è risultato il migliore in termini di carico critico tra tutti i modelli con facce realizzate in lega di alluminio Al-7075 mentre il modello H-h80-Al₂O₃-IG31 è tra tutti i modelli con facce

realizzate in allumina Al_2O_3 quello caratterizzato da carico critico di maggiore entità. Dopo aver aggiunto a tali modelli, descritti in sezione 7.4.1, gli irrigidimenti dislocati in corrispondenza dei bordi delle tessere realizzati nello stesso materiale delle facce del sandwich, si sono quindi eseguite analisi agli elementi finiti su modelli di diverse dimensioni (caratterizzati da diversi valori del raggio R_1) valutando ogni volta la distanza h con una proporzione rispetto al raggio R_1 di 7 a 1000 nel caso di facce realizzate in Al-7075 e di 8 a 1000 nel caso di facce in Al_2O_3 (per la configurazione H studiata in sezione 7.4.1 tali rapporti tra i parametri h e R_1 sono risultati quelli ottimali) e calcolando gli spessori di facce, cuore e irrigidimenti attraverso le precedenti relazioni 7.26, 7.27 e 7.28 assumendo per il parametro γ un valore pari a $1/2$. Avendo sottoposto ad analisi modelli costituiti da sole superfici bidimensionali, il software rileva in corrispondenza delle superfici degli irrigidimenti forme di buckling caratterizzate da bassi valori di carico critico che nella realtà non possono però manifestarsi essendo gli stessi irrigidimenti vincolati ad entrambe le estremità alle facce del sandwich e supportati per tutta la loro estensione dal cuore del laminato. Tali forme di instabilità non sono dunque prese in considerazione e lo studio si concentra invece sulla prima forma di buckling che risulta interessante la parete sferica sandwich del guscio. Come si osserva dai risultati delle analisi riportati nelle tabelle B.12 e B.13 (in appendice B) e nei grafici di figure 7.76 e 7.77, l'instabilità appare caratterizzata, al variare delle dimensioni del guscio, da un uguale valore di carico critico per tutti i modelli, a parità di materiali in cui sono realizzati facce, cuore e irrigidimenti, essendo questi in condizione di similitudine geometrica per effetto delle proporzionalità lineari introdotte tra i parametri h , s_f , s_c e s_i ed il raggio R_1 del guscio. All'interno dei due grafici sono inoltre riportate le curve ottenute in sezione 7.4.1, sottoponendo ad analisi FEM modelli analoghi a quelli ora studiati, ma privi degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere, al fine di evidenziare come l'introduzione degli irrigidimenti determini una diminuzione della resistenza al buckling del guscio legata alla riduzione dello spessore caratteristico delle facce del sandwich che essa comporta affinché il peso complessivo del guscio si conservi costante e pari alla spinta aerostatica di sostentamento. Nonostante tale riduzione, il carico critico di buckling per i modelli con facce realizzate in allumina Al_2O_3 risulta comunque superiore al carico esterno applicato per cui la configurazione in esame, oltre a semplificare le fasi di produzione, trasporto e immagazzinamento del

guscio grazie alla suddivisione in tessere dello stesso, consente anch'essa il galleggiamento in aria a quota zero della struttura, in condizioni di vuoto al suo interno, senza che si manifestino forme di instabilità su di essa.

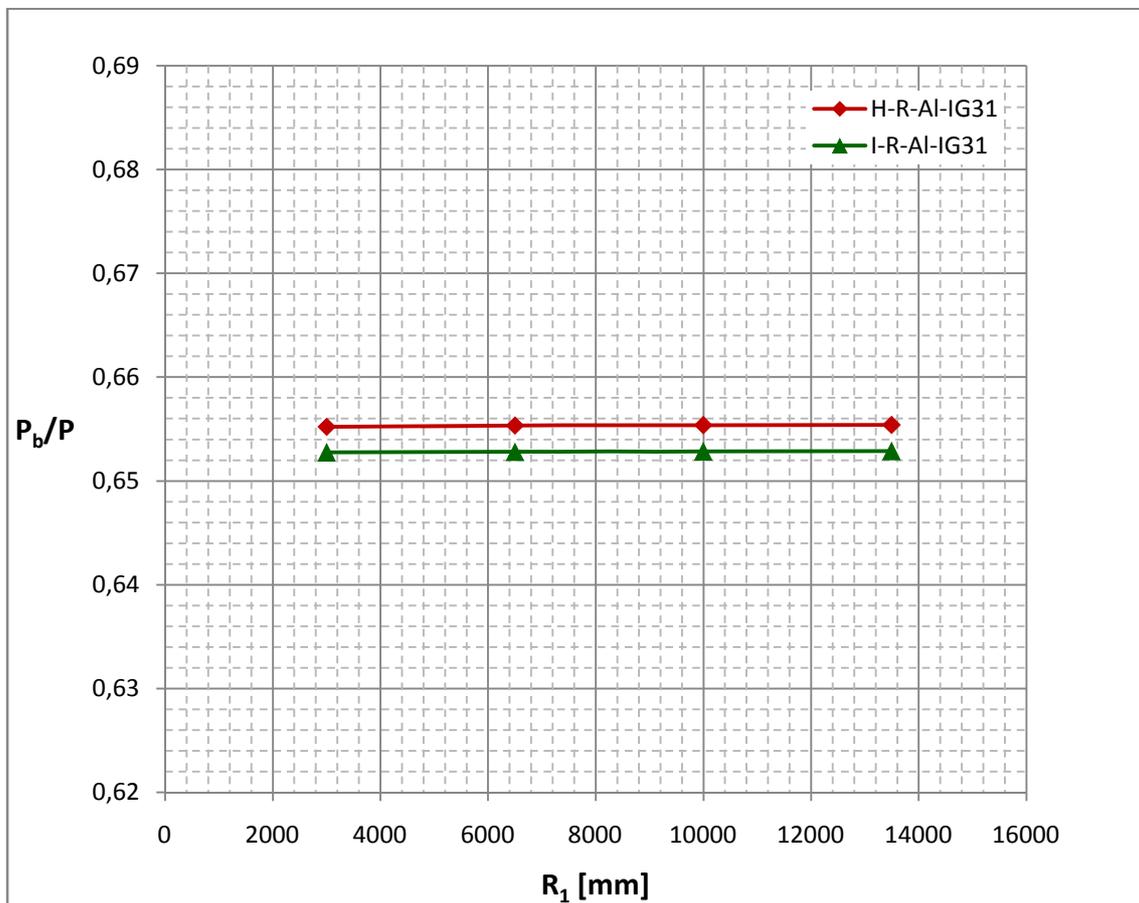


Figura 7.76: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in Al-7075 e IG31 nelle configurazioni H e I in funzione del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich

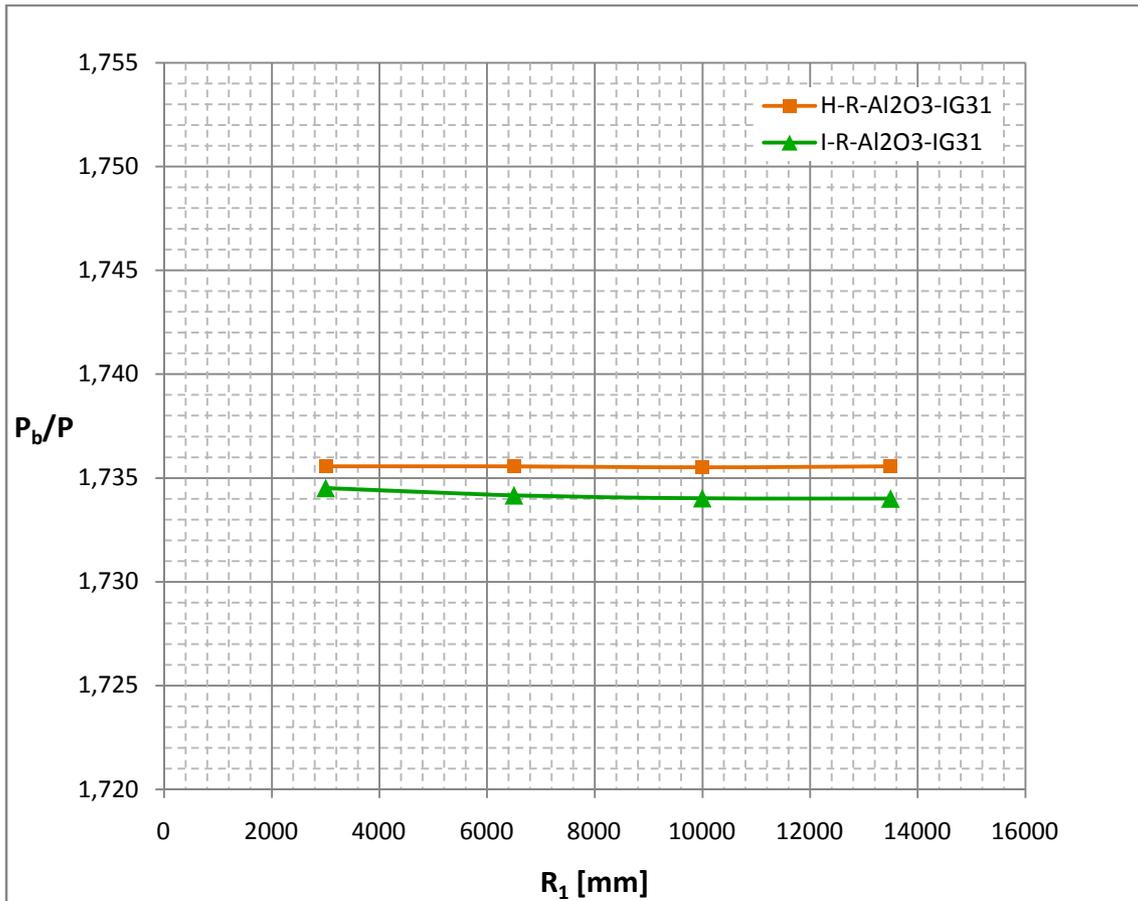


Figura 7.77: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in Al_2O_3 e IG31 nelle configurazioni H e I in funzione del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich

7.4.3 - Configurazione J

Considerando un guscio rigido in materiale sandwich costituito da tessere pentagonali ed esagonali del tipo studiato in sezione 7.4.2 si valuta ora l'introduzione, in aggiunta a quelli dislocati lungo i bordi delle tessere, di ulteriori irrigidimenti piani, descritti in sezione 5.2.3, che localizzati all'interno di ogni tessera uniscono tra loro le due facce del laminato sandwich. Ogni tessera risulta quindi costituita da una parete curva esterna di forma pentagonale o esagonale in lega di alluminio Al-7075 o in allumina Al_2O_3 , una parete curva interna di uguale forma e materiale, irrigidimenti sia lungo i bordi che all'interno della tessera anch'essi realizzati nello stesso materiale delle due pareti curve e uno strato in schiuma polimerica Rohacell IG-31 che va ad occupare gli spazi tra le due

pareti curve e gli irrigidimenti. Anche in questo caso, essendo comunque lo spessore dell'intero laminato sandwich contenuto rispetto alle dimensioni del guscio, le analisi FEM sono eseguite su modelli costituiti da sole superfici bidimensionali e in particolare dalle superfici curve triangolari che costituiscono la superficie sferica esterna di raggio R_1 (definita in sezione 5.2.1) alle quali vengono attribuite le proprietà di un laminato multistrato in maniera analoga a quanto fatto in sezione 7.4.1 e dalle superfici piane degli irrigidimenti lungo i bordi e all'interno delle tessere (descritti rispettivamente all'interno delle sezioni 5.2.2 e 5.2.3) alle quali vengono invece attribuite le proprietà di un laminato isotropo. Affinché il peso dell'intera struttura rimanga costante e pari alla spinta aerostatica di sostentamento, l'introduzione degli irrigidimenti all'interno delle tessere comporta inevitabilmente, rispetto ai modelli nella configurazione I studiata in sezione 7.4.2, a parità di distanza h tra le superfici medie delle due facce del sandwich, una diminuzione dello spessore delle facce e un contemporaneo aumento dello spessore del cuore essendo quest'ultimo realizzato in un materiale di densità inferiore rispetto a quello delle facce. Gli spessori s_f e s_c caratteristici delle facce e del cuore del laminato sandwich, oltre allo spessore s_i uniforme per tutti gli irrigidimenti, devono anche in questo caso essere valutati opportunamente, definito il parametro h , affinché risulti soddisfatta la sottostante equazione 7.29 che definisce la condizione di equilibrio tra il peso dell'intera struttura W e la forza aerostatica di sostentamento L sotto le ipotesi di guscio mantenuto a quota zero e di vuoto assoluto creato al suo interno:

$$L = V_1 \rho_{ae} = A_1 s_f \rho_{mf} + A_2 s_f \rho_{mf} + (V_1 - V_2) \rho_{mc} + A_{b_tot} s_i (\rho_{mf} - \rho_{mc}) + A_{p_e_tot} s_i (\rho_{mf} - \rho_{mc}) = W \quad (7.29)$$

dove compaiono i seguenti termini:

- ρ_{ae} : densità dell'aria all'esterno del guscio
- ρ_{mf} : densità del materiale di cui sono costituite le facce
- ρ_{mc} : densità del materiale di cui è costituito il cuore
- s_f : spessore delle facce
- s_c : spessore del cuore
- s_i : spessore degli irrigidimenti
- V_1 : volume della sfera di raggio R_1
- V_2 : volume della sfera di raggio R_2

- A_1 : superficie sferica esterna del guscio (vedi sezione 5.2.1)
- A_2 : superficie sferica interna del guscio (vedi sezione 5.2.4)
- A_{b_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere (vedi sezione 5.2.2)
- A_{pe_tot} : superficie complessiva degli irrigidimenti all'interno delle tessere (vedi sezione 5.2.3)
- R_1 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della faccia esterna
- R_2 : raggio della sfera delimitata dalla superficie media della faccia interna

La precedente equazione di equilibrio può essere rielaborata al fine di valutare gli spessori s_f e s_i da attribuire rispettivamente alle facce del sandwich e agli irrigidimenti. Le relazioni 7.30 e 7.31 che definiscono tali spessori possono essere infatti ottenute semplicemente invertendo l'equazione di equilibrio 7.29 dopo aver introdotto il coefficiente di proporzionalità γ che permette di esprimere lo spessore degli irrigidimenti in funzione di quello delle facce del laminato sandwich:

$$s_f = \frac{V_1 \rho_{ae} - (V_1 - V_2) \rho_{mc}}{A_1 \rho_{mf} + A_2 \rho_{mf} + \gamma A_{b_tot} (\rho_{mf} - \rho_{mc}) + \gamma A_{pe_tot} (\rho_{mf} - \rho_{mc})} \quad (7.30)$$

$$s_i = \gamma s_f \quad (7.31)$$

Essendo nota la distanza h tra le due superfici medie delle facce del sandwich, appare quindi immediato valutare, attraverso la sottostante relazione 7.32, lo spessore s_c caratteristico del cuore dello stesso laminato sandwich:

$$s_c = h - s_f \quad (7.32)$$

Come in sezione 7.4.2 anche in questo caso si prendono come campioni i due modelli H-h70-Al-IG31 e H-h80-Al₂O₃-IG31 che in sezione 7.4.1 sono risultati quelli caratterizzati da carico critico di buckling maggiore rispettivamente tra tutti i modelli con facce in lega di alluminio Al-7075 e tra tutti quelli con facce in allumina Al₂O₃. Dopo aver aggiunto a tali modelli sia gli irrigidimenti lungo i bordi delle tessere pentagonali ed esagonali che quelli all'interno delle stesse tessere, si sono eseguite diverse analisi agli elementi finiti al variare delle dimensioni del guscio ed in particolare del raggio R_1 caratteristico della faccia esterna della parete sferica sandwich.

Imponendo per tutti i modelli una proporzione tra la distanza h e il raggio R_1 di 7 a 1000 nel caso di facce realizzate in Al-7075 e di 8 a 1000 nel caso di facce in Al_2O_3 (proporzioni ottimali ottenute in sezione 7.4.1 per modelli privi di irrigidimenti) e valutando gli spessori di facce, cuore e irrigidimenti attraverso le precedenti relazioni 7.30, 7.31 e 7.32 assumendo per il parametro γ un valore pari a $1/2$, i modelli realizzati in materiali uguali risultano tutti in condizioni di similitudine geometrica tra loro. Di conseguenza le analisi agli elementi finiti, i risultati delle quali sono riportati nelle tabelle B.14 e B.15 (in appendice B) e nei grafici di figure 7.78 e 7.79 trascurando come già in sezione 7.4.2 le forme di buckling che il software rileva sugli irrigidimenti ma che non possono in realtà manifestarsi essendo gli stessi irrigidimenti per tutta la loro estensione supportati dalle due facce e dal cuore del laminato sandwich, forniscono tutte, a parità di materiali in cui il guscio è realizzato, lo stesso valore di carico critico di buckling nonostante le differenti dimensioni dei modelli. Per valutare l'efficacia o meno del maggior numero di irrigidimenti, all'interno dei due grafici sottostanti sono inoltre riportati i carichi critici di buckling determinati nelle precedenti sezioni 7.4.1 e 7.4.2 per modelli analoghi a quelli ora studiati, ma del tutto privi di irrigidimenti o con irrigidimenti solamente in corrispondenza dei bordi delle tessere pentagonali ed esagonali. Si osserva così come l'introduzione di ulteriori irrigidimenti, che aveva portato benefici in sezione 7.3 nel caso di guscio costituito da tessere chiuse in parete sottile isotropa vuote al loro interno (in assenza cioè dello strato centrale in schiuma polimerica), risulti ora inefficace determinando una diminuzione dei carichi critici di buckling seppur nel caso di facce realizzate in allumina Al_2O_3 questi risultino comunque ancora superiori al carico esterno applicato. Tale andamento dei carichi di buckling è sicuramente causato dalla diminuzione di resistenza dell'intera struttura determinata dalla riduzione dello spessore delle facce del sandwich (inevitabile affinché in seguito all'introduzione degli irrigidimenti il peso complessivo dell'intera struttura si conservi costante e il guscio conservi la capacità di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica) che prevale sul contributo positivo alla stessa resistenza legato all'introduzione in sé per sé degli elementi rigidi trasversali tra le due facce del sandwich.

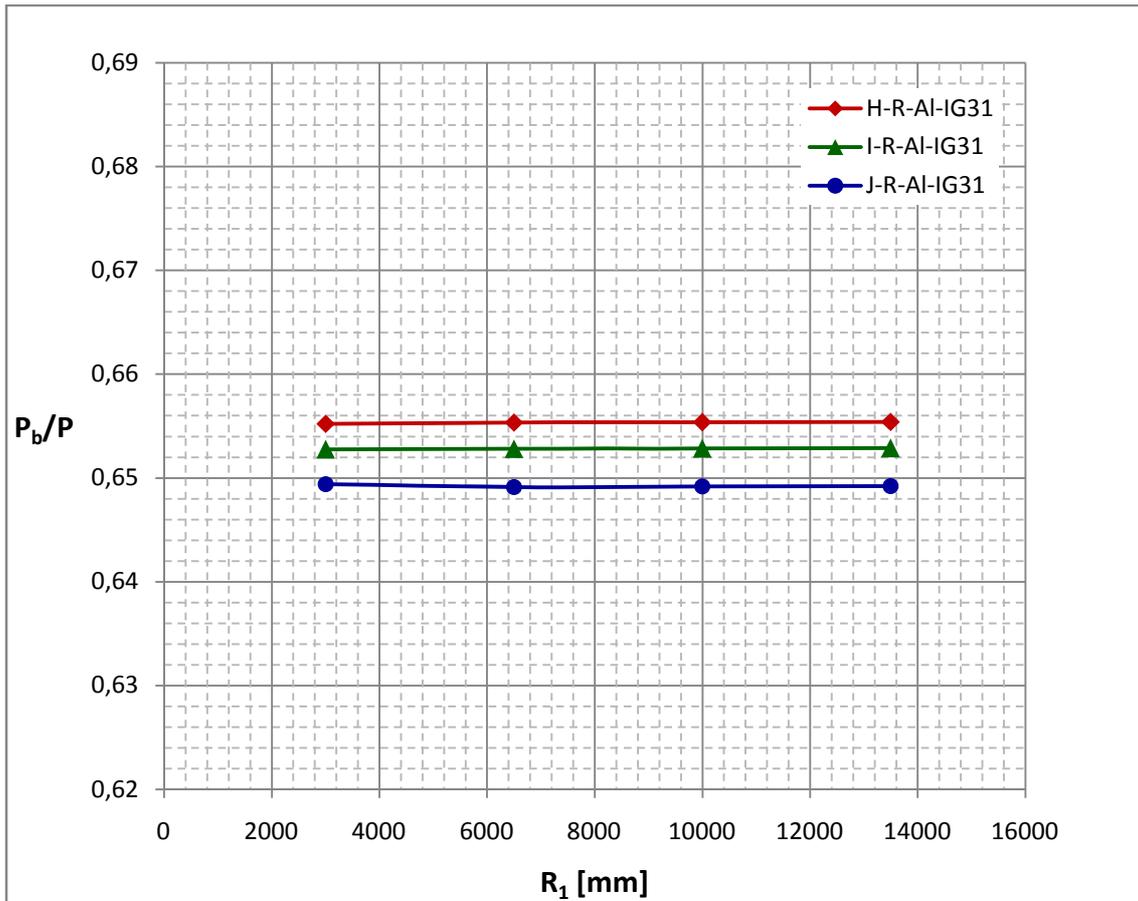


Figura 7.78: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in Al-7075 e IG31 nelle configurazioni H, I e J in funzione del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich

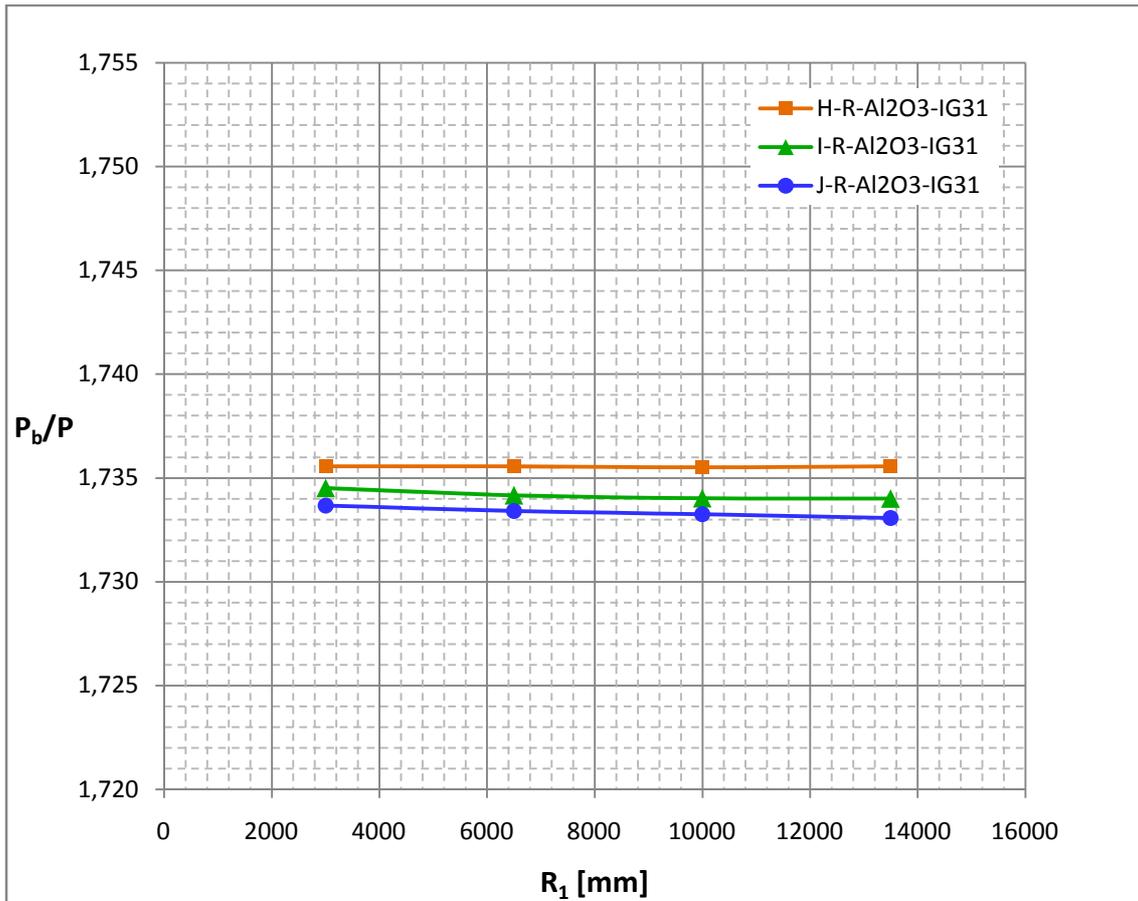


Figura 7.79: andamento del carico critico di buckling P_b , adimensionalizzato per modelli in Al_2O_3 e IG31 nelle configurazioni H, I e J in funzione del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich

Capitolo 8

Conclusioni

Lo sviluppo di un progetto quale il dirigibile a vuoto è sicuramente un'attività complessa e interdisciplinare che richiede l'interazione tra ambiti, scienze e tecnologie che insieme concorrono per la buona riuscita dello stesso. Il principale ostacolo per la fattibilità del progetto di dirigibile a vuoto appare però di natura esclusivamente strutturale e consiste nella realizzazione di un involucro rigido, all'interno del quale ricreare il vuoto, che si dimostri in grado di soddisfare i necessari requisiti di leggerezza e resistenza:

- il peso complessivo dell'intera struttura e del carico che essa sarà tenuta a sollevare non deve superare la spinta aerostatica di sostentamento;
- sulla superficie dell'involucro stesso, soggetto ad una differenza di pressione tra l'ambiente esterno e quello interno, non devono manifestarsi deformazioni plastiche permanenti o fenomeni di instabilità a compressione.

Nel presente elaborato si è quindi indagata, tramite ricerche in letteratura e valutazioni effettuate con il metodo degli elementi finiti, la possibilità di sviluppare un guscio rigido a geometria sferica che soddisfi tali requisiti. In particolare, date le ragguardevoli dimensioni prevedibili per il guscio e considerate le difficoltà nella produzione di una forma sferica cava, si è prevista una scomposizione del guscio stesso in tessere curve di forma pentagonale ed esagonale, mentre, per quanto riguarda il materiale a cui fare ricorso sono stati proposti una particolare lega alluminio-zinco di notevole impiego in campo aerospaziale ed un materiale ceramico quale l'allumina. Quindi, utilizzando

come criteri di dimensionamento le ipotesi di quota zero e di vuoto assoluto all'interno del guscio, si sono eseguite analisi agli elementi finiti volte alla determinazione del carico di buckling essendo quest'ultimo, per i casi in esame, il fenomeno maggiormente critico in quanto caratterizzato da un valore di carico inferiore a quello relativo invece al manifestarsi delle deformazioni plastiche o alla rottura fragile nel caso di materiale con comportamento esclusivamente elastico.

Un guscio sferico semplice a spessore uniforme, realizzato in materiale isotropo e dimensionato in modo da soddisfare il requisito di galleggiamento in aria non si è rivelato adatto allo scopo manifestando, come d'altronde prevedibile in base alla documentazione disponibile in letteratura, un valore di carico critico di buckling di gran lunga inferiore al carico distribuito al quale la superficie sferica, nelle ipotesi adottate, si considera sottoposta. Si sono quindi valutate diverse soluzioni strutturali al fine di individuare una configurazione che a parità di peso consenta all'involucro sferico di soddisfare i requisiti di resistenza. Innanzitutto si è ipotizzato di introdurre all'interno del guscio elementi di irrigidimento dislocati lungo la superficie sferica i quali, se con la loro presenza determinano un incremento di resistenza e rigidità, al contempo, affinché il peso complessivo della struttura si conservi costante, comportano una riduzione di spessore della parete sferica con le conseguenze negative che questo implica in termini di resistenza locale al buckling. L'introduzione degli irrigidimenti lungo la superficie sferica (configurazioni B, C e D) ha infatti portato al manifestarsi sulla stessa superficie di forme locali di instabilità con benefici nulli o trascurabili in termini di carico critico. Anche l'introduzione all'interno del guscio di una seconda parete sferica in corrispondenza delle estremità libere degli irrigidimenti è stata presa in considerazione (configurazioni E e F), ma tale soluzione strutturale si è rivelata del tutto inefficace portando a forme di buckling locali caratterizzate da carichi critici ancora inferiori a quelli ottenuti per le precedenti configurazioni in conseguenza dell'ulteriore riduzione di spessore che la seconda parete sferica, in aggiunta agli irrigidimenti, comporta per la parete sferica esterna affinché il peso complessivo del guscio si conservi costante e pari alla spinta aerostatica. La definizione tra le due pareti sferiche di un ambiente ad un livello di pressione intermedio tra i valori all'esterno e all'interno del guscio (configurazione G), sebbene presenti, rispetto alle configurazioni E e F, vantaggi in termini di suddivisione del carico e di resistenza al buckling, non si è

dimostrata efficace portando anch'essa alla determinazione di carichi di buckling inferiori al valore proprio del guscio sferico isotropo a spessore costante. Più interessante ai fini pratici è risultato invece il fare ricorso ad un laminato multistrato sandwich con cuore in schiuma polimerica per la realizzazione della parete sferica del guscio (configurazione H): tale soluzione sembra infatti permettere carichi critici di buckling superiori al carico distribuito al quale il guscio risulta soggetto nelle ipotesi di quota zero e di vuoto assoluto all'interno dello stesso. Per tale configurazione sandwich si è inoltre valutata l'introduzione all'interno del cuore di elementi rigidi tra le due facce (configurazioni I e J) che, pur rivelandosi dannosa in termini di resistenza al buckling, appare indispensabile al fine di consentire la scomposizione dell'involucro in tessere rendendo possibili le giunzioni tra le stesse.

Un involucro rigido di forma sferica realizzato in materiale sandwich con facce in allumina Al_2O_3 e cuore in schiuma polimerica Rohacell IG-31 appare dunque, tra quelle valutate, la soluzione più idonea al progetto di dirigibile a vuoto. Dopo aver verificato la realizzabilità pratica del guscio in un materiale fragile quale l'allumina o aver valutato i vantaggi di differenti materiali per facce e cuore della struttura sandwich, si suggeriscono i seguenti sviluppi al fine di valutare l'effettiva resistenza del guscio reale:

- schematizzare la struttura del guscio attraverso un modello solido tridimensionale in grado di riprodurre in maniera accurata il comportamento della parete sferica nella direzione dello spessore trasversale;
- procedere ad analisi non lineari che tengano conto di difetti e irregolarità che saranno inevitabilmente introdotti sulla superficie sferica del guscio reale nelle fasi di produzione e lavorazione o legati alla suddivisione dell'involucro in tessere ed ai metodi di collegamento tra le stesse;
- eseguire ulteriori analisi al fine di verificare eventuali cedimenti degli incollaggi tra facce e cuore della struttura sandwich oltre che possibili forme di instabilità locali a livello delle celle contenute all'interno del cuore in schiuma polimerica.

Lo studio proposto si è concentrato esclusivamente sugli aspetti di natura strutturale finalizzato nel valutare la possibilità di un guscio sferico di sostenersi in volo per effetto della sola spinta aerostatica: le analisi si sono eseguite scegliendo arbitrariamente le

condizioni di volo stazionario al livello del mare e di vuoto assoluto all'interno del guscio come criteri di dimensionamento. Per procedere alla progettazione di un involucro rigido adatto al sostentamento di un futuro dirigibile a vuoto sarà però necessario considerare variabili aggiuntive quali:

- quote e condizioni di volo;
- peso complessivo dell'intero dirigibile;
- carico utile previsto;
- effettivo livello di vuoto realizzabile tramite le tecniche e i sistemi attualmente a disposizione;
- carichi aggiuntivi sull'involucro determinati dal sistema propulsivo, dalla resistenza aerodinamica, da eventuali impatti,...

In particolare sarà fondamentale per la riuscita del progetto prestare attenzione alle diverse quote di volo valutando gli effetti che queste determinano sulla spinta aerostatica e sulla differenza di pressione tra gli ambienti esterno ed interno all'involucro: il dirigibile, in condizioni di peso massimo comprensivo del carico utile, dovrà essere progettato ed ottimizzato per una determinata quota di volo, ma anche per tutte le quote inferiori dovrà mostrarsi in grado di soddisfare i requisiti previsti in termini di resistenza tutelati attraverso opportuni fattori di sicurezza in base alle normative aeronautiche.

Appendice A

	<i>tipo elementi</i>	<i>regione vincolo spostamenti</i>	<i>lato elemento [mm]</i>	<i>elementi lungo bordi regione</i>	<i>numero elementi</i>	$\frac{P_b}{P_{b_{teorico}}}$
A-24TN-17/21	tria 3	nodi	369	17 - 21	20736	2,090108
A-24TN-21/27	tria 3	nodi	290	21 - 27	33424	1,612485
A-24TN-25/32	tria 3	nodi	240	25 - 32	51456	1,432268
A-24TN-32/42	tria 3	nodi	185	32 - 42	84716	1,458146
A-24TV-17/21	tria 3	vertici	369	17 - 21	20736	2,052249
A-24TV-21/27	tria 3	vertici	290	21 - 27	33424	1,598971
A-24TV-25/32	tria 3	vertici	245	25 - 32	48624	1,432323
A-24TV-32/42	tria 3	vertici	185	32 - 42	82272	1,302604

Tabella A.1: parametri e risultati delle analisi sulla superficie sferica suddivisa in regioni quadrangolari con mesh paver in elementi finiti triangolari

	<i>tipo elementi</i>	<i>regione vincolo spostamenti</i>	<i>lato elemento [mm]</i>	<i>elementi lungo bordo tessera</i>	<i>numero elementi</i>	$\frac{P_b}{P_{b_{teorico}}}$
A-180TN-11	tria 3	nodi	369	11	20340	2,245432
A-180TN-15	tria 3	nodi	275	15	36780	1,570139
A-180TN-20	tria 3	nodi	203	20	59640	1,455520
A-180TN-26	tria 3	nodi	156	26	87960	1,400427
A-180TV-11	tria 3	vertici	369	11	20340	2,170478
A-180TV-15	tria 3	vertici	275	15	34560	1,586880
A-180TV-20	tria 3	vertici	203	20	59640	1,376792
A-180TV-26	tria 3	vertici	156	26	87960	1,253419

Tabella A.2: parametri e risultati delle analisi sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari con mesh paver in elementi finiti triangolari

	<i>tipo elementi</i>	<i>regione vincolo spostamenti</i>	<i>lato elemento [mm]</i>	<i>elementi lungo bordo tessera</i>	<i>numero elementi</i>	$\frac{P_b}{P_{b_{teorico}}}$
A-180QN-11	quad 4	nodi	369	11	15060	1,140880
A-180QN-12	quad 4	nodi	339	12	18000	1,070850
A-180QN-14	quad 4	nodi	290	14	24780	1,015593
A-180QN-15	quad 4	nodi	271	15	28620	1,010231
A-180QN-16	quad 4	nodi	254	16	32640	1,014881
A-180QN-18	quad 4	nodi	226	18	41580	1,048145
A-180QN-20	quad 4	nodi	203	20	50400	1,106248
A-180QN-23	quad 4	nodi	177	23	67320	1,216709
A-180QN-26	quad 4	nodi	156	26	88140	1,363661
A-180QV-11	quad 4	vertici	369	11	15060	1,097330
A-180QV-12	quad 4	vertici	339	12	18000	1,043167
A-180QV-14	quad 4	vertici	290	14	24780	0,989167
A-180QV-15	quad 4	vertici	271	15	28620	0,987471
A-180QV-16	quad 4	vertici	254	16	32640	0,990863
A-180QV-17	quad 4	vertici	239	17	37020	0,996116
A-180QV-18	quad 4	vertici	226	18	41580	1,008754
A-180QV-19	quad 4	vertici	214	19	45360	1,012310
A-180QV-21	quad 4	vertici	193	21	58320	1,015811
A-180QV-23	quad 4	vertici	177	23	67320	1,015976
A-180QV-24	quad 4	vertici	169	24	76320	1,017124
A-180QV-26	quad 4	vertici	156	26	88140	1,016906

Tabella A.3: parametri e risultati delle analisi sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari con mesh isometrica in elementi finiti quadrangolari (parte I)

	<i>tipo elementi</i>	<i>regione vincolo spostamenti</i>	<i>lato elemento [mm]</i>	<i>elementi lungo bordo tessera</i>	<i>numero elementi</i>	$\frac{P_b}{P_{b_{teorico}}}$
A-180QP-11	quad 4	3 punti	369	11	15060	1,097166
A-180QP-14	quad 4	3 punti	290	14	24780	0,989167
A-180QP-16	quad 4	3 punti	254	16	32640	0,990863
A-180QP-17	quad 4	3 punti	239	17	37020	0,996116
A-180QP-18	quad 4	3 punti	226	18	41580	1,008754
A-180QP-21	quad 4	3 punti	193	21	58320	1,015811
A-180QP-26	quad 4	3 punti	156	26	88140	1,016960

Tabella A.4: parametri e risultati delle analisi sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari con mesh isometrica in elementi finiti quadrangolari (parte II)

	<i>tipo elementi</i>	<i>regione vincolo spostamenti</i>	<i>regione vincolo rotazione</i>	<i>lato elemento [mm]</i>	<i>elementi lungo bordo tessera</i>	<i>numero elementi</i>	$\frac{P_b}{P_{b_{teorico}}}$
A-180QVN-11	quad 4	vertici	nodi	369	11	15060	1,097385
A-180QVN-14	quad 4	vertici	nodi	290	14	24780	0,989222
A-180QVN-16	quad 4	vertici	nodi	254	16	32640	0,990918
A-180QVN-17	quad 4	vertici	nodi	239	17	37020	0,996170
A-180QVN-18	quad 4	vertici	nodi	226	18	41580	1,008808
A-180QVN-21	quad 4	vertici	nodi	193	21	58320	1,015811
A-180QVN-26	quad 4	vertici	nodi	156	26	88140	1,016960

Tabella A.5: parametri e risultati delle analisi sulla superficie sferica suddivisa in regioni triangolari con mesh isometrica in elementi finiti quadrangolari (parte III)

Appendice B

	<i>materiale</i>	R_1 [m]	s_p [mm]	P_b/p
A-R3000-Al	Al-7075	3,000	0,4359	0,018435
A-R6500-Al	Al-7075	6,500	0,9445	0,018438
A-R10000-Al	Al-7075	10,000	1,4531	0,018438
A-R13500-Al	Al-7075	13,500	1,9617	0,018439
A-R3000-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	3,000	0,3149	0,047441
A-R6500-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	6,500	0,6823	0,047444
A-R10000-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	10,000	1,0497	0,047444
A-R13500-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	13,500	1,4171	0,047445

Tabella B.1: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione A al variare del raggio R_1 della parete sferica esterna

	<i>materiale</i>	R_1 [m]	h [m]	γ	s_p [mm]	s_i [mm]	P_b/P
B-h05-γ1/4	Al-7075	10,000	0,005	0,25	1,4526	0,3632	0,018436
B-h10-γ1/4	Al-7075	10,000	0,010	0,25	1,4521	0,3630	0,018427
B-h20-γ1/4	Al-7075	10,000	0,020	0,25	1,4510	0,3628	0,018399
B-h40-γ1/4	Al-7075	10,000	0,040	0,25	1,4489	0,3622	0,018343
B-h80-γ1/4	Al-7075	10,000	0,080	0,25	1,4448	0,3612	0,008127
B-h05-γ1/2	Al-7075	10,000	0,005	0,50	1,4521	0,7260	0,018425
B-h10-γ1/2	Al-7075	10,000	0,010	0,50	1,4510	0,7255	0,018398
B-h20-γ1/2	Al-7075	10,000	0,020	0,50	1,4489	0,7245	0,018343
B-h40-γ1/2	Al-7075	10,000	0,040	0,50	1,4448	0,7224	0,018234
B-h80-γ1/2	Al-7075	10,000	0,080	0,50	1,4365	0,7182	0,018014
B-h05-γ1	Al-7075	10,000	0,005	1,00	1,4510	1,4510	0,018397
B-h10-γ1	Al-7075	10,000	0,010	1,00	1,4489	1,4489	0,018342
B-h20-γ1	Al-7075	10,000	0,020	1,00	1,4447	1,4447	0,018231
B-h40-γ1	Al-7075	10,000	0,040	1,00	1,4365	1,4365	0,018014
B-h80-γ1	Al-7075	10,000	0,080	1,00	1,4202	1,4202	0,017585
B-h05-γ2	Al-7075	10,000	0,005	2,00	1,4489	2,8979	0,018342
B-h10-γ2	Al-7075	10,000	0,010	2,00	1,4447	2,8895	0,018231
B-h20-γ2	Al-7075	10,000	0,020	2,00	1,4364	2,8729	0,018011
B-h40-γ2	Al-7075	10,000	0,040	2,00	1,4201	2,8403	0,017583
B-h80-γ2	Al-7075	10,000	0,080	2,00	1,3887	2,7775	0,016771

Tabella B.2: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione B al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ

	<i>materiale</i>	<i>t [m]</i>	<i>d_{fe}[m]</i>	<i>d_{fp}[m]</i>	<i>s_p[mm]</i>	<i>s_i[mm]</i>	<i>P_b/P</i>
C-h05-γ1/2-t10	Al-7075	0,010	6,9662	5,5316	1,2753	0,6377	0,014007
C-h10-γ1/2-t10	Al-7075	0,010	6,9627	5,5288	1,2746	0,6373	0,013991
C-h20-γ1/2-t10	Al-7075	0,010	6,9557	5,5233	1,2733	0,6367	0,013961
C-h40-γ1/2-t10	Al-7075	0,010	6,9417	5,5121	1,2707	0,6353	0,013901
C-h80-γ1/2-t10	Al-7075	0,010	6,9137	5,4899	1,2655	0,6327	0,013782
C-h05-γ1/2-t20	Al-7075	0,020	6,9462	5,5116	1,2693	0,6346	0,013868
C-h10-γ1/2-t20	Al-7075	0,020	6,9427	5,5088	1,2686	0,6343	0,013853
C-h20-γ1/2-t20	Al-7075	0,020	6,9357	5,5033	1,2673	0,6336	0,013823
C-h40-γ1/2-t20	Al-7075	0,020	6,9217	5,4921	1,2647	0,6324	0,013764
C-h80-γ1/2-t20	Al-7075	0,020	6,8937	5,4699	1,2596	0,6298	0,013647
C-h05-γ1/2-t40	Al-7075	0,040	6,9062	5,4716	1,2574	0,6287	0,013596
C-h10-γ1/2-t40	Al-7075	0,040	6,9027	5,4688	1,2567	0,6284	0,013581
C-h20-γ1/2-t40	Al-7075	0,040	6,8957	5,4633	1,2555	0,6277	0,013554
C-h40-γ1/2-t40	Al-7075	0,040	6,8817	5,4521	1,2530	0,6265	0,013498
C-h80-γ1/2-t40	Al-7075	0,040	6,8537	5,4299	1,2480	0,6240	0,013384

Tabella B.3: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione C al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro t

	<i>materiale</i>	R_1 [m]	h [m]	γ	s_p [mm]	s_i [mm]	P_b/P
D-h05- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,005	0,25	1,4516	0,3629	0,008484
D-h10- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,010	0,25	1,4500	0,3625	0,012592
D-h20- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,020	0,25	1,4470	0,3617	0,009009
D-h40- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,040	0,25	1,4408	0,3602	0,013740
D-h80- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,080	0,25	1,4288	0,3572	0,008971
D-h05- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,005	0,50	1,4500	0,7250	0,016483
D-h10- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,010	0,50	1,4470	0,7235	0,018953
D-h20- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,020	0,50	1,4408	0,7204	0,018817
D-h40- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,040	0,50	1,4288	0,7144	0,018519
D-h80- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,080	0,50	1,4053	0,7026	0,017928
D-h05- γ 1	Al-7075	10,000	0,005	1,00	1,4470	1,4470	0,018530
D-h10- γ 1	Al-7075	10,000	0,010	1,00	1,4408	1,4408	0,018809
D-h20- γ 1	Al-7075	10,000	0,020	1,00	1,4287	1,4287	0,018512
D-h40- γ 1	Al-7075	10,000	0,040	1,00	1,4052	1,4052	0,017928
D-h80- γ 1	Al-7075	10,000	0,080	1,00	1,3605	1,3605	0,017309
D-h05- γ 2	Al-7075	10,000	0,005	2,00	1,4408	2,8817	0,018655
D-h10- γ 2	Al-7075	10,000	0,010	2,00	1,4287	2,8574	0,018510
D-h20- γ 2	Al-7075	10,000	0,020	2,00	1,4051	2,8103	0,018016
D-h40- γ 2	Al-7075	10,000	0,040	2,00	1,3603	2,7206	0,016830
D-h80- γ 2	Al-7075	10,000	0,080	2,00	1,2789	2,5578	0,014910

Tabella B.4: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione D al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ

	<i>materiale</i>	R_1 [m]	h [m]	ν	s_p [mm]	s_i [mm]	P_b/P
D-R3000-Al	Al-7075	3,000	0,0030	0,50	0,4341	0,2170	0,018950
D-R6500-Al	Al-7075	6,500	0,0065	0,50	0,9405	0,4703	0,018948
D-R10000-Al	Al-7075	10,000	0,0100	0,50	1,4470	0,7235	0,018953
D-R13500-Al	Al-7075	13,500	0,0135	0,50	1,9534	0,9767	0,018952
D-R3000-Al₂O₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	3,000	0,0030	0,50	0,3136	0,1568	0,050205
D-R6500-Al₂O₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	6,500	0,0065	0,50	0,6794	0,3397	0,050196
D-R10000-Al₂O₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	10,000	0,0100	0,50	1,0452	0,5226	0,050221
D-R13500-Al₂O₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	13,500	0,0135	0,50	1,4111	0,7055	0,050228

Tabella B.5: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione D al variare del raggio R_1 della parete sferica esterna

	<i>materiale</i>	R_1 [m]	h [m]	γ	s_p [mm]	s_i [mm]	P_b/P
E-h05- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,005	0,25	0,7268	0,1817	0,004618
E-h10- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,010	0,25	0,7270	0,1818	0,004620
E-h20- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,020	0,25	0,7275	0,1819	0,004625
E-h40- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,040	0,25	0,7284	0,1821	0,004635
E-h80- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,080	0,25	0,7303	0,1826	0,004658
E-h05- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,005	0,50	0,7267	0,3633	0,004617
E-h10- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,010	0,50	0,7268	0,3634	0,004618
E-h20- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,020	0,50	0,7270	0,3635	0,004619
E-h40- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,040	0,50	0,7274	0,3637	0,004623
E-h80- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,080	0,50	0,7282	0,3641	0,004632
E-h05- γ 1	Al-7075	10,000	0,005	1,00	0,7264	0,7264	0,004613
E-h10- γ 1	Al-7075	10,000	0,010	1,00	0,7262	0,7262	0,004610
E-h20- γ 1	Al-7075	10,000	0,020	1,00	0,7259	0,7259	0,004606
E-h40- γ 1	Al-7075	10,000	0,040	1,00	0,7253	0,7253	0,004598
E-h80- γ 1	Al-7075	10,000	0,080	1,00	0,7239	0,7239	0,004581
E-h05- γ 2	Al-7075	10,000	0,005	2,00	0,7259	1,4518	0,004607
E-h10- γ 2	Al-7075	10,000	0,010	2,00	0,7252	1,4504	0,004599
E-h20- γ 2	Al-7075	10,000	0,020	2,00	0,7238	1,4476	0,004581
E-h40- γ 2	Al-7075	10,000	0,040	2,00	0,7211	1,4421	0,004548
E-h80- γ 2	Al-7075	10,000	0,080	2,00	0,7157	1,4314	0,004483

Tabella B.6: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione E al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ

	<i>materiale</i>	R_1 [m]	h [m]	γ	s_p [mm]	s_i [mm]	P_b/P
F-h05- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,005	0,25	0,7265	0,1816	0,004862
F-h10- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,010	0,25	0,7265	0,1816	0,004855
F-h20- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,020	0,25	0,7265	0,1816	0,004847
F-h40- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,040	0,25	0,7264	0,1816	0,004832
F-h80- γ 1/4	Al-7075	10,000	0,080	0,25	0,7262	0,1815	0,004812
F-h05- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,005	0,50	0,7262	0,3631	0,004888
F-h10- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,010	0,50	0,7257	0,3629	0,004878
F-h20- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,020	0,50	0,7249	0,3625	0,004857
F-h40- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,040	0,50	0,7233	0,3616	0,004815
F-h80- γ 1/2	Al-7075	10,000	0,080	0,50	0,7200	0,3600	0,004747
F-h05- γ 1	Al-7075	10,000	0,005	1,00	0,7254	0,7254	0,004888
F-h10- γ 1	Al-7075	10,000	0,010	1,00	0,7242	0,7242	0,004876
F-h20- γ 1	Al-7075	10,000	0,020	1,00	0,7218	0,7218	0,004844
F-h40- γ 1	Al-7075	10,000	0,040	1,00	0,7172	0,7172	0,004770
F-h80- γ 1	Al-7075	10,000	0,080	1,00	0,7081	0,7081	0,004627
F-h05- γ 2	Al-7075	10,000	0,005	2,00	0,7238	1,4477	0,004868
F-h10- γ 2	Al-7075	10,000	0,010	2,00	0,7211	1,4423	0,004838
F-h20- γ 2	Al-7075	10,000	0,020	2,00	0,7158	1,4315	0,004771
F-h40- γ 2	Al-7075	10,000	0,040	2,00	0,7053	1,4106	0,004627
F-h80- γ 2	Al-7075	10,000	0,080	2,00	0,6853	1,3707	0,004359

Tabella B.7: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione F al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ

	<i>materiale</i>	R_1 [m]	h [m]	ν	s_p [mm]	s_i [mm]	P_b/P
F-R3000-Al	Al-7075	3,000	0,0030	0,50	0,2177	0,1089	0,004879
F-R6500-Al	Al-7075	6,500	0,0065	0,50	0,4717	0,2359	0,004879
F-R10000-Al	Al-7075	10,000	0,0100	0,50	0,7257	0,3629	0,004878
F-R13500-Al	Al-7075	13,500	0,0135	0,50	0,9798	0,4899	0,004880
F-R3000-Al₂O₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	3,000	0,0030	0,50	0,1573	0,0786	0,013011
F-R6500-Al₂O₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	6,500	0,0065	0,50	0,3408	0,1704	0,013010
F-R10000-Al₂O₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	10,000	0,0100	0,50	0,5243	0,2621	0,013009
F-R13500-Al₂O₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	13,500	0,0135	0,50	0,7077	0,3539	0,013007

Tabella B.8: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione F al variare del raggio R_1 della parete sferica esterna

	<i>materiale</i>	R_1 [m]	h [m]	γ	s_p [mm]	s_i [mm]	P_b/P
G-h05-γ1/4	Al-7075	10,000	0,005	0,25	0,7260	0,1815	0,009499
G-h10-γ1/4	Al-7075	10,000	0,010	0,25	0,7254	0,1814	0,009495
G-h20-γ1/4	Al-7075	10,000	0,020	0,25	0,7243	0,1811	0,009499
G-h40-γ1/4	Al-7075	10,000	0,040	0,25	0,7220	0,1805	0,009478
G-h80-γ1/4	Al-7075	10,000	0,080	0,25	0,7175	0,1794	0,009366
G-h05-γ1/2	Al-7075	10,000	0,005	0,50	0,7256	0,3628	0,009534
G-h10-γ1/2	Al-7075	10,000	0,010	0,50	0,7247	0,3623	0,009551
G-h20-γ1/2	Al-7075	10,000	0,020	0,50	0,7228	0,3614	0,009550
G-h40-γ1/2	Al-7075	10,000	0,040	0,50	0,7190	0,3595	0,009454
G-h80-γ1/2	Al-7075	10,000	0,080	0,50	0,7115	0,3557	0,009239
G-h05-γ1	Al-7075	10,000	0,005	1,00	0,7248	0,7248	0,009542
G-h10-γ1	Al-7075	10,000	0,010	1,00	0,7231	0,7231	0,009562
G-h20-γ1	Al-7075	10,000	0,020	1,00	0,7197	0,7197	0,009540
G-h40-γ1	Al-7075	10,000	0,040	1,00	0,7129	0,7129	0,009369
G-h80-γ1	Al-7075	10,000	0,080	1,00	0,6997	0,6997	0,009004
G-h05-γ2	Al-7075	10,000	0,005	2,00	0,7233	1,4466	0,009546
G-h10-γ2	Al-7075	10,000	0,010	2,00	0,7201	1,4401	0,009537
G-h20-γ2	Al-7075	10,000	0,020	2,00	0,7136	1,4273	0,009413
G-h40-γ2	Al-7075	10,000	0,040	2,00	0,7011	1,4022	0,009090
G-h80-γ2	Al-7075	10,000	0,080	2,00	0,6772	1,3544	0,008480

Tabella B.9: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione G al variare dell'altezza h degli irrigidimenti e del parametro γ

	<i>materiale facce</i>	<i>materiale cuore</i>	R_1 [m]	h [m]	s_f [mm]	s_c [mm]	P_b/P
H-h20-Al-IG31	Al-7075	IG-31	10,000	0,020	0,6141	19,3859	0,308091
H-h40-Al-IG31	Al-7075	IG-31	10,000	0,040	0,5017	39,4983	0,524027
H-h60-Al-IG31	Al-7075	IG-31	10,000	0,060	0,3893	59,6107	0,639868
H-h70-Al-IG31	Al-7075	IG-31	10,000	0,070	0,3331	69,6669	0,655361
H-h80-Al-IG31	Al-7075	IG-31	10,000	0,080	0,2769	79,7231	0,643394
H-h90-Al-IG31	Al-7075	IG-31	10,000	0,090	0,2207	89,7793	0,598771
H-h100-Al-IG31	Al-7075	IG-31	10,000	0,100	0,1645	99,8355	0,520811
H-h20-Al-IG51	Al-7075	IG-51	10,000	0,020	0,5430	19,4570	0,296830
H-h30-Al-IG51	Al-7075	IG-51	10,000	0,030	0,4512	29,5488	0,379417
H-h40-Al-IG51	Al-7075	IG-51	10,000	0,040	0,3594	39,6406	0,415411
H-h50-Al-IG51	Al-7075	IG-51	10,000	0,050	0,2676	49,7324	0,401657
H-h60-Al-IG51	Al-7075	IG-51	10,000	0,060	0,1758	59,8242	0,335022
H-h20-Al ₂ O ₃ -IG31	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	10,000	0,020	0,4436	19,5564	0,512156
H-h40-Al ₂ O ₃ -IG31	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	10,000	0,040	0,3624	39,6376	0,982053
H-h60-Al ₂ O ₃ -IG31	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	10,000	0,060	0,2812	59,7188	1,436673
H-h70-Al ₂ O ₃ -IG31	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	10,000	0,070	0,2406	69,7594	1,649005
H-h80-Al ₂ O ₃ -IG31	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	10,000	0,080	0,2000	79,8000	1,735523
H-h90-Al ₂ O ₃ -IG31	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	10,000	0,090	0,1594	89,8406	1,699481
H-h100-Al ₂ O ₃ -IG31	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	10,000	0,100	0,1188	99,8812	1,532799
H-h20-Al ₂ O ₃ -IG51	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-51	10,000	0,020	0,3922	19,6078	0,694063
H-h30-Al ₂ O ₃ -IG51	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-51	10,000	0,030	0,3259	29,6741	0,997653
H-h40-Al ₂ O ₃ -IG51	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-51	10,000	0,040	0,2596	39,7404	1,178937
H-h50-Al ₂ O ₃ -IG51	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-51	10,000	0,050	0,1933	49,8067	1,202726
H-h60-Al ₂ O ₃ -IG51	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-51	10,000	0,060	0,1270	59,8730	1,039858

Tabella B.10: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione H al variare della distanza h tra le facce del sandwich

	<i>materiale facce</i>	<i>materiale cuore</i>	R_1 [m]	h [m]	s_f [mm]	s_c [mm]	P_b/P
H-R3000-Al	Al-7075	IG-31	3,000	0,0210	0,0999	20,9001	0,655210
H-R6500-Al	Al-7075	IG-31	6,500	0,0455	0,2165	45,2835	0,655339
H-R10000-Al	Al-7075	IG-31	10,000	0,0700	0,3331	69,6669	0,655361
H-R13500-Al	Al-7075	IG-31	13,500	0,0945	0,4497	94,0503	0,655397
H-R3000-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	3,000	0,0240	0,0600	23,9400	1,735562
H-R6500-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	6,500	0,0520	0,1300	51,8700	1,735562
H-R10000-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	10,000	0,0800	0,2000	79,8000	1,735523
H-R13500-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	13,500	0,1080	0,2700	107,7300	1,735562

Tabella B.11: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione H al variare del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich

	<i>materiale facce</i>	<i>materiale cuore</i>	R_1 [m]	h [m]
I-R3000-Al	Al-7075	IG-31	3,000	0,0210
I-R6500-Al	Al-7075	IG-31	6,500	0,0455
I-R10000-Al	Al-7075	IG-31	10,000	0,0700
I-R13500-Al	Al-7075	IG-31	13,500	0,0945
I-R3000-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	3,000	0,0240
I-R6500-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	6,500	0,0520
I-R10000-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	10,000	0,0800
I-R13500-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	13,500	0,1080

Tabella B.12: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione I al variare del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich (parte I)

	γ	s_f [mm]	s_i [mm]	s_c [mm]	P_b/P
I-R3000-Al	0,50	0,0994	0,0497	20,9006	0,652741
I-R6500-Al	0,50	0,2154	0,1077	45,2846	0,652828
I-R10000-Al	0,50	0,3314	0,1657	69,6686	0,652837
I-R13500-Al	0,50	0,4474	0,2237	94,0526	0,652867
I-R3000-Al ₂ O ₃	0,50	0,0597	0,0298	23,9403	1,734521
I-R6500-Al ₂ O ₃	0,50	0,1293	0,0646	51,8707	1,734159
I-R10000-Al ₂ O ₃	0,50	0,1989	0,0994	79,8011	1,734025
I-R13500-Al ₂ O ₃	0,50	0,2685	0,1342	107,7315	1,734007

Tabella B.13: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione I al variare del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich (parte II)

	<i>materiale facce</i>	<i>materiale cuore</i>	R_1 [m]	h [m]
J-R3000-Al	Al-7075	IG-31	3,000	0,0210
J-R6500-Al	Al-7075	IG-31	6,500	0,0455
J-R10000-Al	Al-7075	IG-31	10,000	0,0700
J-R13500-Al	Al-7075	IG-31	13,500	0,0945
J-R3000-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	3,000	0,0240
J-R6500-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	6,500	0,0520
J-R10000-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	10,000	0,0800
J-R13500-Al ₂ O ₃	Al ₂ O ₃ (99,5%)	IG-31	13,500	0,1080

Tabella B.14: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione J al variare del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich (parte I)

	γ	s_f [mm]	s_i [mm]	s_c [mm]	P_b/P
J-R3000-Al	0,50	0,0985	0,0492	20,9015	0,649415
J-R6500-Al	0,50	0,2133	0,1067	45,2867	0,649111
J-R10000-Al	0,50	0,3282	0,1641	69,6718	0,649173
J-R13500-Al	0,50	0,4431	0,2216	94,0569	0,649227
J-R3000-Al ₂ O ₃	0,50	0,0590	0,0295	23,9410	1,733665
J-R6500-Al ₂ O ₃	0,50	0,1278	0,0639	51,8722	1,733406
J-R10000-Al ₂ O ₃	0,50	0,1967	0,0983	79,8033	1,733254
J-R13500-Al ₂ O ₃	0,50	0,2655	0,1328	107,7345	1,733076

Tabella B.15: parametri e risultati delle analisi per modelli nella configurazione J al variare del raggio R_1 della faccia esterna del sandwich (parte II)

Riferimenti

- [1] Apostolo G., Bignozzi G., Catalanotto B., Falessi C., Storia dell'aviazione, Fratelli Fabbri Editori, Milano, 1973
- [2] Marion F., Wonderful balloon ascents; or the conquest of the skies, Cassel Petter & Galpin, 1870
- [3] La storia [online], Associazione Dirigibili Archimede, <http://dirigibili-archimede.it/lastoria.php> (accesso 10-08-2018)
- [4] Bonora N., Nuove prospettive per l'aeronave, Centro Militare di Studi Strategici, Rubbettino Editore, Roma, 2005
- [5] Proux T., Episode 1: L'histoire des dirigeables, pionniers de l'aéronautique [online], Portail Aviation, 2015, <http://www.portail-aviation.com/blog/2015/07/06/dossier-dirigeable-episode-1-lhistoire-des-dirigeables-pionniers-delaeronautique/> (accesso 10-08-2018)
- [6] 1852 aviation - the Henri Giffard steam-powered airship [online], Travel for Aircraft, <https://travelforaircraft.wordpress.com/2016/11/04/1852-aviation-the-henri-giffard-steam-powered-airship/>, 2016 (accesso 13-08-2018)
- [7] Zeppelins LZ-126, ZR-3 Los Angeles and LZ-127 Graf Zeppelin [online], air-and-space.com, <https://www.air-and-space.com/LZ-126%20LZ-127.htm> (accesso 13-08-2018)
- [8] Il dirigibile [online], aerostati.it, <http://www.aerostati.it/tecnica4.htm> (accesso 10-08-2018)
- [9] Hindenburg [online], Encyclopædia Britannica, <https://www.britannica.com/topic/Hindenburg>, 2018 (accesso 28-08-2018)
- [10] La mongolfiera [online], aerostati.it, <http://www.aerostati.it/tecnica2.htm> (accesso 10-08-2018)

- [11] Come funziona la mongolfiera [online], slowfly.it, <http://www.slowfly.it/what.htm> (accesso 13-08-2018)
- [12] Il pallone a gas [online], aerostati.it, <http://www.aerostati.it/tecnica3.htm> (accesso 10-08-2018)
- [13] Balloon [online], Britannica Kids Students, <https://kids.britannica.com/students/article/balloon/273077> (accesso 13-08-2018)
- [14] Il pallone Rozier [online], aerostati.it, <http://www.aerostati.it/tecnica5.htm> (accesso 10-08-2018)
- [15] Il dirigibile [online], Associazione Dirigibili Archimede, <http://dirigibili-archimede.it/ildirigibile.php> (accesso 10-08-2018)
- [16] Dirigibile [online], Fauser.edu, <http://dida.fauser.edu/aero/terza/clasaero/aeromob/dirigib/frame.htm> (accesso 13-08-2018)
- [17] Tecnica [online], aerostati.it, <http://www.aerostati.it/tecnica.htm> (accesso 10-08-2018)
- [18] Fowler D., Detailed technical drawings of the Hindenburg D-LZ129; a set of technical drawings of the passenger airship Hindenburg, 2009
- [19] Konstantinov L., The basics of gas and heat airship theory, Montgolfier, Aeroplast, Kyiv, Ukraine, 2003
- [20] La sustentazione statica [online], Aerei Militari, <https://digilander.libero.it/aeronauticaitaliana/mongolfiere.htm> (accesso 17-08-2018)
- [21] Akhmeteli A. M., Gavrilin A. V., Layered shell vacuum balloons, Patent application, 2005
- [22] Akhmeteli A. M., Gavrilin A. V., U. S. Patent No 2007/0001053 A1, 2007
- [23] Axelsson A., U. S. Patent No 3,288,398, 1966
- [24] Armstrong L. M., U.S. Patent No 1,390,745, 1921
- [25] Lopes J. C. O., Material selection for aeronautical structural application, *Ciência & Tecnologia dos Materiais*, Vol. 20, No. 3/4, 2008

- [26] Mathauser E. E., Compressive stress-strain properties of 7075-T6 aluminum-alloy sheet at elevated temperatures, NACA TN 3854, 1956
- [27] Aluminum 7075-T6; 7075-T651 [online], ASM Aerospace Specification Metals Inc., <http://asm.matweb.com/search/SpecificMaterial.asp?bassnum=ma7075t6> (accesso 20-08-2018)
- [28] Auerkari P., Mechanical and physical properties of engineering alumina ceramics, Technical Research Centre of Finland, 1996
- [29] Aluminum Oxide, Al₂O₃ Ceramic Properties [online], Accuratus, <https://accuratus.com/alumox.html> (accesso 20-08-2018)
- [30] Patnaik S. N., Hopkins D. A., Strength of materials: a unified theory, Elsevier, 2004
- [31] Pan B. B., Cui W. C., An overview of buckling and ultimate strength of spherical pressure hull under external pressure, Marine Structures, 2010
- [32] Pan B. B., Cui W. C., Shen Y. S., Liu T., Further study on the ultimate strength analysis of spherical pressure hulls, Marine Structures, 2010
- [33] Yu C. L., Chen Z. T., Chen C., Chen Y. T., Influence of initial imperfections on ultimate strength of spherical shells, International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, 2017
- [34] Uddin Md. W., Buckling of general spherical shells under external pressure, International Journal of Mechanical Sciences, 1987
- [35] Zoelly R., Über ein knickungs problem an der kugelschale, Thesis, Zürich, 1915
- [36] Van der Neut A., De elastische stabiliteit van den dunwandigen bol, H. J. Paris, Amsterdam, 1932
- [37] Timoshenko S. P., Gere J. M., Theory of elastic stability, 2nd Ed., McGraw-Hill International Book Company, 1961
- [38] Knightly G. H., Sather D., Existence and stability of axisymmetric buckled states of spherical shells, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 1977
- [39] Zhang J., Zhang M., Cui W., Tang W., Wang F., Pan B. B., Elastic-plastic buckling of deep sea spherical pressure hulls, Marine Structures, 2017

- [40] Niezgodziński T., Świniarski J., Numerical calculations of stability of spherical shells, *Mechanics and Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 2, 2010
- [41] Wunderlich W., Albertin U., Buckling behaviour of imperfect spherical shells, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2002
- [42] Von Kármán T., Tsien H. S., The buckling of spherical shells by external pressure, *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol. 7, No. 2, 1939
- [43] Pan B. B., Cui W. C., Structural optimization for a spherical pressure hull of a deep manned submersible based on an appropriate design standard, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2012
- [44] Samuelson L. Å., Eggwertz S. F., *Shell stability handbook*, Elsevier Applied Sciences, London, New York, 1992
- [45] Sabir A. B., Large deflection and buckling of a spherical shell with inward point load and uniform external pressure, *Journal of Mechanical Engineering Science*, 1964
- [46] Evkin A., Kolesnikov M., Prikazchikov D. A., Buckling of a spherical shell under external pressure and inward concentrated load: asymptotic solution, *Mathematics and Mechanics of Solids*, 2016
- [47] Eggwertz S. F., Samuelson L. Å., Buckling strenght of spherical shells, *Journal of Constructionals Steel Research*, 1990
- [48] Pranesh S. B., Kumar D., Subramanian V. A., Sathianarayanan D., Ramadass G. A., Non-linear buckling analysis of imperfect thin spherical pressure hull for manned submersible, *Journal of Ocean Engineering and Science*, 2017
- [49] Klöppel K., Jungbluth O., Beitrag zum durchschlagproblem dünnwandiger kugelschalen (versuche und bemessungsformeln), *Der Stahlbau* 22, 1953
- [50] Seaman L., The nature of buckling in thin spherical shells, Watertown Arsenal Laboratories, Monograph Series No. 46, 1962
- [51] Weisstein E. W., Spherical Polyhedron [online], <http://mathworld.wolfram.com/SphericalPolyhedron.html> (accesso 24-08-2018)
- [52] Wenninger M. J., *Spherical models*, Cambridge University Press, 1979

- [53] Weisstein E. W., Truncated Icosahedron [online], <http://mathworld.wolfram.com/TruncatedIcosahedron.html> (accesso 24-08-2018)
- [54] Wenninger M. J., Polyhedron models, Cambridge University Press, 1971
- [55] Evonik industries, Product information; Rohacell IG/IG-F, 2009