

**POLITECNICO DI TORINO**

Collegio di Ingegneria Chimica e dei Materiali

**Corso di Laurea Magistrale  
in Ingegneria dei Materiali**

Tesi di Laurea Magistrale

**Modellazione numerica di prove dinamiche  
di meccanica della frattura in acciai  
martensitici**



**Relatori**

prof. Lorenzo Peroni  
prof. Martina Scapin

**Candidato**

Alberto Vayra

Novembre 2018



# Indice

1. INTRODUZIONE	1
2. MECCANICA DELLA FRATTURA	3
2.1 MECCANISMO DI FRATTURA	3
2.1.1 Frattura duttile	3
2.1.2 Frattura fragile	4
2.2 FATTORE DI INTENSIFICAZIONE DEGLI SFORZI	5
2.3 ENERGY RELEASE RATE	8
2.4 COMPORTAMENTO DINAMICO	11
2.4.1 Deformazione plastica in campo dinamico	11
2.5 MOTO DELLE DISLOCAZIONI	13
2.5.1 Moto delle dislocazioni attivato termicamente (zona I)	15
2.5.2 Moto delle dislocazioni indotto da fononi (zona II)	19
2.5.3 Moto relativistico (zona III)	20
2.5.4 Altri meccanismi	23
2.6 MAPPE DEI MECCANISMI DI DEFORMAZIONE	23
2.7 STRAIN RATE SENSITIVITY	24
2.8 FRATTURA DINAMICA	25
2.8.1 Velocità limite	25
2.8.2 Propagazione della cricca	27
2.9 TENACITA' A FRATTURA IN CAMPO DINAMICO	28
2.10 METODI DI MISURAZIONE DELLA TENACITA' IN CAMPO DINAMICO	31
3. BACKGROUND [1]	33
3.1 MATERIALE	35
3.2 SIMULAZIONE	37
3.2.1 Contatti	39
3.2.2 Materiale	40
3.2.3 Modello F.E.M.	41
3.2.4 Modello di danneggiamento	42
4. METODO DI STUDIO	47
4.1 DEFORMAZIONE DI INIZIO DANNEGGIAMENTO	47
4.2 DIMENSIONE DELLA CRICCA	49
4.3 ENERGIA DI FRATTURA	51
5. ANALISI DEI RISULTATI	53

5.1 EFFICACIA DEL MODELLO	56
5.2 RISULTATI OTTENIBILI	59
5.2.1 Propagazione stabile	61
6. CONCLUSIONI	63
7. BIBLIOGRAFIA	65

# 1. INTRODUZIONE

La meccanica della frattura in campo statico è un argomento ormai largamente studiato e approfondito in diversi libri di testo, questi descrivono il comportamento dei materiali tramite leggi costitutive del meccanismo di frattura. In questo modo è possibile definire costanti del materiale come ad esempio il fattore di intensificazione degli sforzi o l'energy release rate che permettono di valutare la tenacità di un materiale. Per quanto riguarda invece lo studio del comportamento dei materiali in campo dinamico, la caratterizzazione di questi non è sempre di facile svolgimento, infatti passando dal campo statico al campo dinamico le proprietà di un materiale variano in funzione dei parametri di prova come la velocità di deformazione o il tempo di applicazione dell'impulso.

Studiare il materiale in campo dinamico richiede spesso l'applicazione di telecamere ad alta velocità e strumenti di alta precisione in grado di ottenere risultati in un lasso di tempo dell'ordine di microsecondi, per questo si ricorre spesso a sistemi di simulazione agli elementi finiti. Grazie a questo tipo di analisi si ottengono dei pattern di tensioni e deformazioni che si sviluppano nel materiale quando è sottoposto a sollecitazioni. Attraverso questi modelli si ha una migliore comprensione di ciò che sta accadendo in un materiale durante un processo di frattura dinamico.

Il limite delle analisi F.E.M. risulta proprio nel modo in cui lavorano, in particolare le analisi agli elementi finiti basano il sistema di calcolo in primis sugli spostamenti dei nodi che rappresentano il modello, per poi definire sforzi e deformazioni che andranno a comporre il risultato finale. Per questo motivo quando si studia il comportamento a frattura di un materiale in campo dinamico su questi strumenti di calcolo non risulta possibile definire grandezze come la tenacità a frattura o l'energy release rate e dunque si deve scendere a compromessi e utilizzare variabili che possano approssimare questo tipo di informazioni.

Il lavoro di questa tesi è atto a ottenere un modello agli elementi finiti che possa descrivere il comportamento di acciai martensitici sottoposti a carichi impulsivi e quindi di conseguenza costretti a lavorare in campo dinamico. Seguendo direttamente i risultati delle prove sperimentali svolte da Lorenzo Peroni e Martina Scapin [1], si è andato a ricercare un modello di danneggiamento che potesse descrivere il comportamento di questo tipo di materiali durante una prova di meccanica della frattura dinamica e che permettesse di ottenere quindi un dato confrontabile e riconducibile in prima approssimazione alla tenacità del materiale.

Nel capitolo 2 si vuole investigare su come cambia il comportamento del materiale quando si passa dal campo statico a quello dinamico. Il capitolo inizia descrivendo la meccanica della frattura classica, arrivando a definire l'energy release rate e la tenacità a frattura, quindi si passa a descrivere il comportamento dinamico di un materiale e come varia la deformazione plastica aumentando la velocità di deformazione con cui questa avviene. Più in dettaglio poi verrà descritta la dipendenza del moto delle dislocazioni dalla velocità di deformazione. Infine verrà approfondita la meccanica della frattura in campo dinamico e si andrà a definire come la tenacità di un materiale varia ad alte velocità di deformazione.

Nel capitolo 3 verrà introdotto e descritto il lavoro di partenza su cui si basa questa tesi, riassumendo l'articolo di Lorenzo Peroni e Martina Scapin [1], quindi le prove effettuate alla Split Hopkinson Bar di meccanica della frattura dinamica e descrivendo come sono stati caratterizzati i materiali utilizzati in questo studio. Procedendo poi il capitolo passa a descrivere come è stata creata la simulazione agli elementi finiti e come si è scelto di definire un modello di danneggiamento che permettesse di ottenere dati riconducibili alla tenacità dei materiali.

Il capitolo 4 descrive come la simulazione della prova effettuata grazie al software Ls-Dyna condotta sulla Split Hopkinson Bar viene influenzata dalle variabili della prova come la dimensione del difetto e i parametri del modello di danneggiamento quali ad esempio l'energia di frattura e l'allungamento a rottura. In questo modo è possibile ottenere i valori delle variabili che andranno poi a completare il modello di danneggiamento.

Nel capitolo 5 si vanno ad analizzare i risultati ottenuti sui due materiali e a confrontarli con il lavoro sperimentale effettuato in precedenza dal Docente e descritto nell'articolo. Il capitolo continua riportando alcune prove effettuate per verificare la validità del modello proposto. Vengono infine riportati e discussi ulteriori dati ottenibili da questo tipo di simulazione.

Nelle conclusioni nel capitolo 6 si andrà ad analizzare la validità del modello proposto e verranno suggeriti ulteriori studi effettuabili per migliorarne i risultati.

## 2. MECCANICA DELLA FRATTURA

Per arrivare a descrivere il comportamento di un materiale quando è sottoposto a carichi impulsivi, e quindi descrivere come varia e come si può ottenere la tenacità a frattura in campo dinamico seguirà una breve introduzione sulla meccanica della frattura in campo quasi statico, descrivendo il processo di frattura, i meccanismi e la definizione di tenacità a frattura  $K_{Ic}$ . Dopo seguirà una analisi di come varia il comportamento del materiale in campo dinamico descrivendo quindi il processo di deformazione plastica per opera delle dislocazioni a elevate velocità di deformazione, definendo delle leggi costitutive che prendono in considerazione la variazione degli sforzi in funzione di diversi parametri, queste equazioni potranno poi essere usate per descrivere il comportamento del materiale in fase di simulazione, infine verrà descritto come varia il meccanismo di frattura quando si è in campo dinamico e come si può ottenere il fattore di intensificazione degli sforzi tramite analisi sperimentali.

### 2.1 MECCANISMO DI FRATTURA

La frattura è un fenomeno irreversibile ed è il culmine di un processo di degradazione meccanica che produce la formazione di nuove superfici.

Le varie classi di materiali si differenziano per il meccanismo di frattura associato, questo può essere descritto da due modelli generali di frattura che sono duttile e fragile, a volte il meccanismo può essere di tipo misto. La principale differenza sta nel fatto che i materiali duttili mostrano deformazione plastica con un elevato assorbimento di energia durante il processo di frattura, questo fa sì che la propagazione della cricca avvenga a basse velocità (propagazione stabile), mentre i materiali fragili non mostrano alcun comportamento plastico durante la frattura e questa avviene ad elevate velocità portando al collasso in modo improvviso, inaspettato e catastrofico.

Il tipo di comportamento non dipende solo dal materiale ma anche dal sistema in esame, infatti i materiali metallici possono presentare sia fratture duttile che fragile e questo dipende da diversi fattori quali presenza di dislocazioni, presenza di piani di slittamento e temperatura.

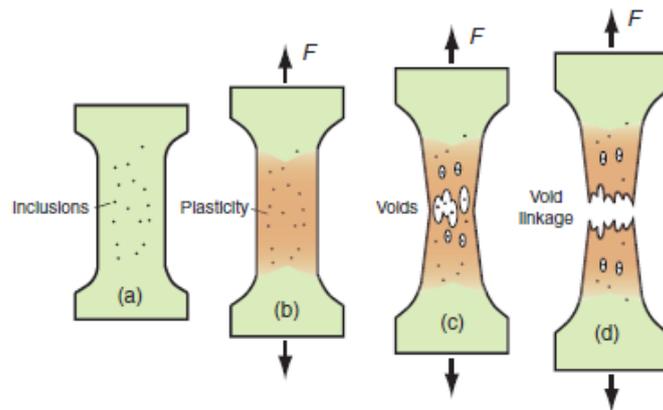
- La presenza di dislocazioni fa sì che il materiale metallico si rompa in modo duttile con rottura dei legami chimici che si rompono uno alla volta lungo la linea della dislocazione, questo fa sì che vi sia uno slittamento tra piani paralleli con associata una deformazione plastica, la presenza di una dislocazione riduce fortemente la  $\tau_{critica}$  necessaria allo slittamento dei piani.
- Un altro importante parametro è la presenza di piani di slittamento, piani ad alto impacchettamento atomico (presenti in quantità nei metalli CCC), se sono poco presenti (come nei metalli a struttura EC) la frattura avverrà in maniera fragile attraverso piani di clivaggio (piani preferenziali di slittamento)
- Un ulteriore parametro è la temperatura, i metalli CCC presentano una temperatura di transizione duttile-fragile, al di sotto della quale può avvenire frattura di tipo fragile anche in materiali duttili.

#### 2.1.1 Frattura duttile

Per comprendere il meccanismo di frattura duttile si può fare riferimento alla rottura di un provino a trazione di un materiale metallico, i metalli duttili si deformano plasticamente una

volta superata la resistenza allo snervamento, da questo punto in avanti il materiale incrudisce, procedendo con la prova di trazione il materiale inizia a danneggiarsi con la formazione di microvuoti, questi nucleano vicino alla presenza di inclusioni o difetti che sono zone di concentrazione delle tensioni, questo fa sì che questi difetti vengano separati dalla matrice portando alla creazione dei microvuoti. Con il procedere della prova di trazione i vuoti coalescono fino a unirsi e a formare le nuove superfici di frattura (**figura 2.1**).

La deformazione plastica durante il processo di frattura assorbe una grande quantità di energia, questo comportamento dovrà essere preso in considerazione durante la trattazione della tenacità a frattura

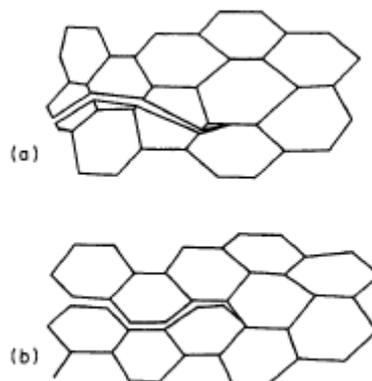


*Figura 2.1: prova di trazione formazione e crescita dei microvuoti [2]*

## 2.1.2 Frattura fragile

La frattura fragile avviene senza o con molta limitata deformazione plastica e con propagazione rapida della cricca, questa avviene istantaneamente una volta raggiunta la resistenza a rottura del materiale secondo piani preferenziali chiamati piani di clivaggio i quali richiedono minore energia per la separazione.

La frattura fragile nei materiali policristallini può avvenire attraverso due meccanismi, meccanismo transgranulare (a), cioè le cricche propagano attraverso la matrice e meccanismo intergranulare (b) rottura attraverso i bordi di grano che sono zone di difetto nei materiali (**figura 2.2**).



*Figura 2.2: frattura transgranulare (a) e intergranulare (b) [3]*

## 2.2 FATTORE DI INTENSIFICAZIONE DEGLI SFORZI

Come descritto sopra i materiali sono caratterizzati da diversi meccanismi di frattura, in entrambi i casi l'inizio del processo di frattura avviene in concomitanza di difetti, preesistenti o nucleati all'interno dei materiali. Questo perché i difetti nei materiali sono zone di intensificazione degli sforzi, dove localmente lo sforzo supera la tensione necessaria per la frattura.

Si deve quindi definire un fattore che prende in considerazione l'aumento degli sforzi in concomitanza di un difetto, per fare ciò prendiamo in esame un difetto di forma ellittica, applicando una forza questa viene trasmessa all'interno del materiale attraverso linee di tensione (**figura 2.3**), avvicinandosi al difetto lo stress locale aumenta essendo proporzionale alla densità delle linee di tensione, questo può essere espresso in funzione della dimensione del difetto  $c$  tramite l'equazione 2.1:

$$\sigma_{locale} = \sigma \left( 1 + Y \sqrt{\frac{\pi c}{2\pi r}} \right) \quad (2.1)$$

Dove  $Y$  è una costante che dipende dalla geometria del provino mentre  $r$  è la distanza dall'apice del difetto.

Essendo che avvicinandosi all'apice della cricca  $r \ll c$  la sigma locale può essere espressa tramite l'equazione 2.2 come:

$$\sigma_{locale} = Y \frac{\sigma \sqrt{\pi c}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (2.2)$$

La variazione delle tensioni sul piano può essere espressa come mostrato nell'equazione 2.3 mediante una funzione delle coordinate polari  $r$  e  $\theta$ :

$$\sigma_{locale}(r, \theta) = Y \frac{\sigma \sqrt{\pi c}}{\sqrt{2\pi c}} f(\theta) \quad (2.3)$$

Per qualunque valore di  $r$  l'intensità dello stress locale varia proporzionalmente a  $\sigma \sqrt{\pi c}$ , da qui possiamo risalire alla definizione del fattore di intensificazione degli sforzi riportato nell'equazione 2.4 che per il modo di propagazione I ed in caso di deformazione piana (ovvero quando lo spessore del provino non influisce più sulla tenacità, questo accade quando lo spessore del provino è uguale a  $2,5(K_{Ic}/\sigma_y)^2$ [4]) risulta:

$$K_I = Y \sigma \sqrt{\pi c} \quad (2.4)$$

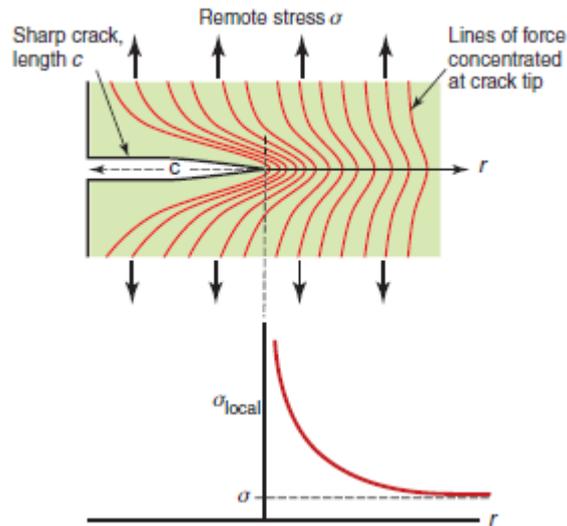


Figura 2.3: linee di tensione in un corpo caricato e variazione della sigma locale [2]

Esistono 3 modi di propagazione della cricca in base al tipo di carico applicato (**figura 2.4**), il modo I per carichi tensionali, il meccanismo principale con il quale si ha propagazione della cricca, il modo II per sforzi di taglio e il modo III per sforzi di lacerazione.

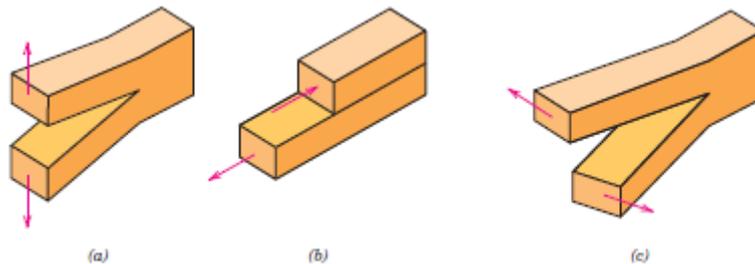


Figura 2.4: modi di propagazione, (a) tensione, (b) taglio, (c) lacerazione [5]

La cricca propaga una volta che il fattore di intensificazione degli sforzi raggiunge il valore critico  $K_{Ic}$ , questo valore indica la tenacità a frattura del materiale ed è espresso in  $\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ .

La tenacità a frattura di un materiale viene definita come la capacità di un materiale di resistere alla propagazione di una cricca o difetto preesistente nel materiale.

I vari materiali mostrano tenacità differenti in base al loro comportamento, come detto in precedenza i materiali duttili posseggono una tenacità a frattura più elevata perché è richiesta maggiore energia per far propagare la cricca e questo è dovuto alla presenza di deformazione plastica, mentre i materiali fragili presentano tenacità inferiori, infatti sono caratterizzati da assente o quasi nulla deformazione plastica e dunque minore energia è richiesta per la propagazione di una cricca, di seguito nella tabella 2.1 viene presentata ad esempio una lista di materiali e la rispettiva tenacità a frattura:

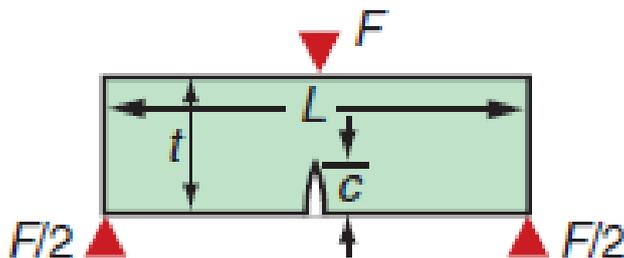
**Tabella 2.1:** Tenacità a frattura di diversi materiali [3]

Alloy	$\sigma_{ys}$ (MPa)	$K_{IC}$ (MPa m <sup>1/2</sup> )
<i>Aluminum Alloys</i>		
2020-T651	525-540	22-27
	530-540	19
2024-T351	370-385	31-44
	305-340	30-37
7075-T651	515-560	27-31
	510-530	25-28
<i>Ferrous Alloys</i>		
4330V (275°C temperature)	1400	86-94
4330V (425°C temperature)	1315	103-110
9-4-20 (550°C temperature)	1570	62
18 Ni(200) (480°C)	1280-1310	132-154
<i>Titanium Alloys</i>		
Ti6Al-4V	875	123
<i>Ceramics</i>		
Mortar	—	0.13-1.3
Concrete	—	2-2.3
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	—	3-5.3
SiC	—	3.4
SiN <sub>4</sub>	—	4.2-5.2
Soda lime silicate glass	—	0.7-0.8
Electrical porcelain ceramics	—	1.03-1.25
WC(2.5-3 μm)-3 w/o Co	—	10.6
WC(2.5-3 μm)-9 w/o Co	—	12.8
WC(2.5-3.3 μm)-15 w/o Co	—	16.5-18
Indiana limestone	—	0.99
ZrO <sub>2</sub> (Ca stabilized)	—	7.6
ZrO <sub>2</sub>	—	6.9
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> /SiC whiskers	—	8.7
SiC/SiC fibers	—	25
Borosilicate glass/SiC fibers	—	18.9
<i>Polymers</i>		
PMMA	—	0.8-1.75
PS	—	0.8-1.1
Polycarbonate	—	2.75-3.3

La definizione vista in precedenza si riferiva al sistema preso in esame ovvero un provino sottoposto a trazione, in base a come vengono applicate le forze esterne e alla posizione del difetto si può definire in modo differente l'equazione che descrive il fattore di intensificazione degli sforzi. Ad esempio, considerando una prova di flessione a 3 punti come si vede in **figura 2.5** (che poi sarà il sistema in esame in questa tesi), in campo statico il fattore di intensificazione degli sforzi può essere definito come si vede nell'equazione 2.5 [2] da:

$$K_I = 3 \frac{FL}{bt^2} \sqrt{\pi c} \quad (2.5)$$

Dove  $L$ ,  $b$  e  $t$  sono rispettivamente lunghezza, spessore e altezza del provino.



**Figura 2.5:** tenacità a frattura definita dalla prova di flessione a 3 punti [2]

## 2.3 ENERGY RELEASE RATE

Oltre alla tenacità a frattura un altro parametro importante utilizzato per descrivere il comportamento a frattura del materiale è l'energia richiesta per la propagazione di una cricca, per arrivare a questo parametro si può partire dalla trattazione di Griffith valutando l'evoluzione della cricca utilizzando un approccio energetico, per questo consideriamo inizialmente l'energia elastica di deformazione per unità di volume che è data dall'equazione 2.6:

$$U_V = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2}{E} \quad (2.6)$$

Con  $E$  modulo di Young del materiale.

Si consideri un provino di spessore unitario sottoposto a trazione con una cricca di dimensione  $c$  come mostrato in **figura 2.6**.

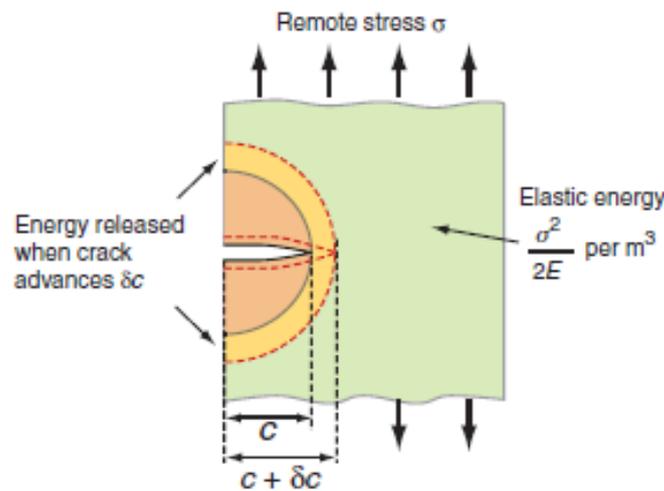


Figura 2.6: provino sottoposto a trazione [2].

L'energia contenuta all'interno dell'area semicircolare di raggio  $c$  evidenziata in **figura 2.6** sarà data dall'equazione 2.7:

$$U(c) = \frac{\sigma^2}{2E} \frac{1}{2} \pi c^2 \quad (2.7)$$

Durante il processo di frattura si ha la generazione di due nuove superfici che si formano mentre la cricca avanza, le due nuove superfici di avranno una lunghezza pari a  $c$  dimensione della cricca dunque l'energia richiesta per creare queste due nuove superfici sarà (equazione 2.8):

$$U_S = 2\gamma c \quad (2.8)$$

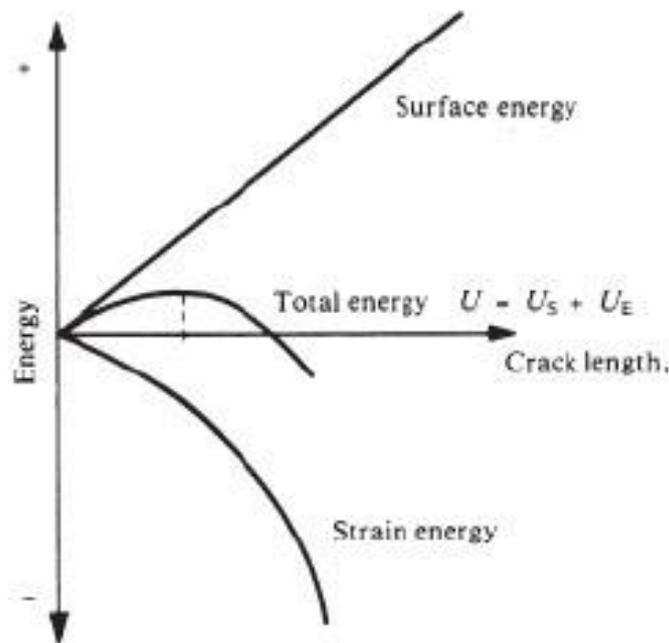
Dove  $\gamma$  risulta essere la tensione superficiale del materiale.

L'energia totale per la propagazione della cricca sarà dunque la somma dell'energia superficiale e dell'energia di volume come si può vedere nell'equazione 2.9 e 2.10:

$$U_{tot} = U_S - U_V \quad (2.9)$$

$$U_{tot} = 2\gamma c - \frac{\sigma^2 \pi c^2}{4E} \quad (2.10)$$

Plottando la variazione delle energie superficiali e di volume in funzione della dimensione del difetto si ottiene il grafico mostrato in **figura 2.7**, si può notare come l'energia totale abbia un massimo in concomitanza di un determinato valore di dimensione della cricca, questo è il valore critico di dimensione della cricca.



*Figura 2.7: grafico energie superficiale e elastica rispetto alla dimensione della cricca [6]*

Derivando l'equazione 2.10 Rispetto alla dimensione della cricca e uguagliando rispetto a zero (equazioni 2.11 e 2.12) si può risalire al raggio critico della cricca (equazione 2.13) ovvero la dimensione per il quale la cricca è stabile, aumentando le dimensioni diminuirà l'energia del sistema e quindi si proseguirà con il meccanismo di frattura.

$$\frac{dU}{dc} = \frac{d}{dc}(2\gamma c) - \frac{d}{dc}\left(\frac{\sigma^2 \pi c^2}{4E}\right) \quad (2.11)$$

$$2\gamma - \frac{\sigma^2 \pi c}{2E} = 0 \quad (2.12)$$

Il raggio critico risulta essere:

$$c_{critico} = \frac{4\gamma E}{\pi \sigma^2} \quad (2.13)$$

Si può anche ricavare la tensione critica per la propagazione di una cricca (equazione 2.14):

$$\sigma_{critica} = \sqrt{\frac{4\gamma E}{\pi c_{critico}}} \quad (2.14)$$

Questa equazione mostra come  $\sigma\sqrt{\pi c} = \text{costante}$  che dipende dalle proprietà del materiale.

Per ottenere questo parametro che contraddistingue il materiale si prende in considerazione il grafico della derivata dell'energia rispetto alla dimensione della cricca mostrato in **figura 2.8**

dal quale dalle condizioni critiche si può arrivare ad ottenere l'energy release rate  $G$  che da un'idea della tenacità a frattura del materiale, ed è proprietà intrinseca del materiale ovvero non dipende dalla dimensione del difetto.

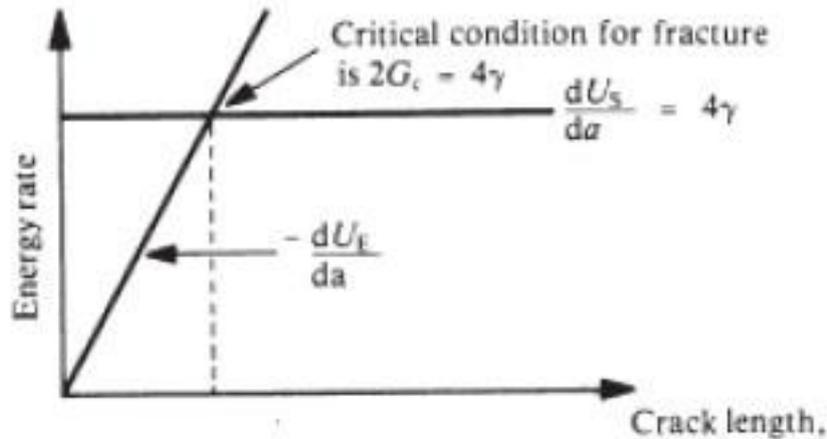


Figura 2.8: grafico derivata dell'energia rispetto alla dimensione della cricca vs dimensione della cricca [6]

Quindi nelle condizioni critiche di frattura la cricca inizia a crescere, in quel punto si ha che la derivata dell'energia di volume incontra la derivata dell'energia superficiale e si ha che  $4\gamma$  risulta essere uguale a  $2G_c$ , dall'equazione 2.14 Si può ricavare l'energy release rate (equazione 2.15):

$$G_c = \frac{\sigma^2 \pi c}{2E} = \frac{K_{Ic}^2}{2E} \quad (2.15)$$

Questa equazione sottovaluta l'energy release rate [ $\text{KJ/m}^2$ ], correggendo di un fattore 2 nell'equazione 2.16 si arriva al risultato:

$$K_{Ic} = \sqrt{E G_c} \quad (2.16)$$

Si deve considerare che l'equazione 2.16 risulta essere valida solo in caso di frattura fragile, se vi è plasticizzazione all'apice della cricca si deve considerare la maggiore energia richiesta per la frattura che viene spesa per la deformazione plastica per questo motivo l'uguaglianza  $G_c = 2\gamma$  non risulta essere più valida e dunque si ha (equazioni 2.17 e 2.18):

$$G_c \geq 2\gamma \quad (2.17)$$

$$G_c = 2\gamma + \gamma_p \quad (2.18)$$

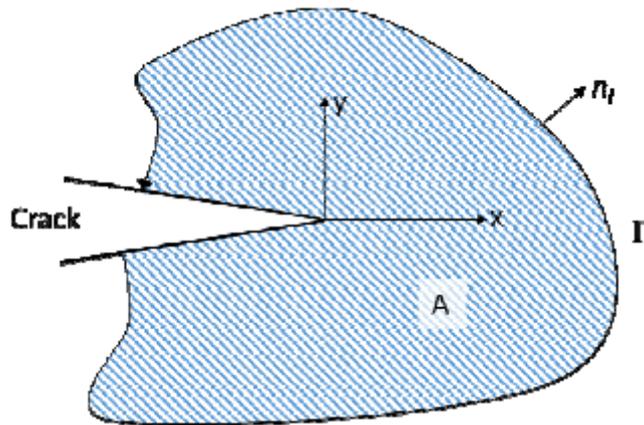
Dove  $\gamma_p$  è il termine correttivo dell'energia superficiale che tiene in considerazione l'energia richiesta per la deformazione plastica. Aumentando la duttilità del materiale si tende a sostituire quindi l'energy release rate con un altro parametro chiamato J-integral (equazione 2.19), in prima approssimazione, per un materiale perfettamente isotropo, questo parametro si può direttamente correlare all'energy release rate[Meyers]:

$$J \cong G \quad (2.19)$$

Una valutazione più appropriata del parametro viene fatta utilizzando la legge di conservazione dell'energia (equazione 2.20)[7], dove  $J$  si valuta come:

$$J = \int_{\Gamma} \left( W dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) \quad (2.20)$$

Dove  $W$  è la densità di energia elastica,  $T = \sigma n$  vettore trazione e  $\Gamma$  è la curva che collega il bordo inferiore a quello superiore della cricca come si può vedere in **figura 2.9**.



*Figura 2.9: Definizione della curva  $\Gamma$  per il calcolo del J-integral [7]*

## 2.4 COMPORTAMENTO DINAMICO

La trattazione svolta fino ad ora è stata fatta considerando che la propagazione della cricca avviene in maniera quasi statica, ad alte velocità di propagazione, in campo dinamico il comportamento del materiale varia in funzione della velocità con cui avviene la deformazione, allo stesso modo i meccanismi di frattura cambiano variando anche il valore della tenacità a frattura del materiale.

### 2.4.1 Deformazione plastica in campo dinamico

In campo dinamico il comportamento del materiale è spesso descritto da equazioni che correlano lo sforzo con la deformazione ( $\varepsilon$ ), la velocità di deformazione ( $\dot{\varepsilon}$ ) e la temperatura ( $T$ ) (equazione 2.21):

$$\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T) \quad (2.21)$$

In generale i materiali metallici mostrano un aumento dello sforzo di snervamento con l'aumentare della velocità di deformazione, questo comportamento è più incisivo alle basse temperature (**figura 2.10**).

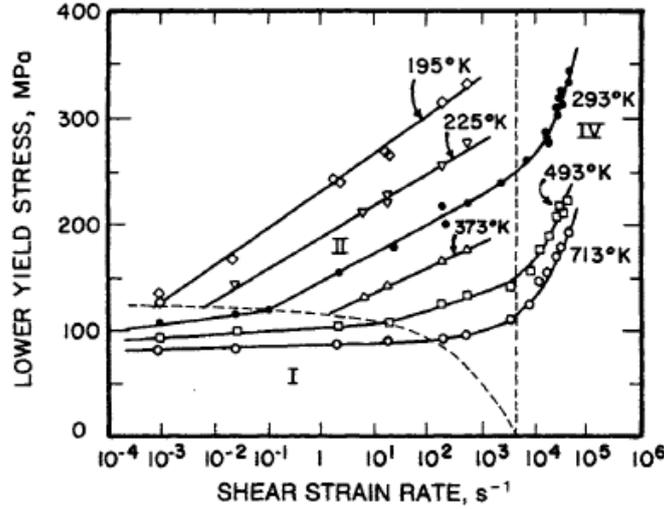


Figura 2.10: sforzo di snervamento rispetto alla velocità di deformazione per un acciaio dolce [3]

Diversi modelli possono essere usati per descrivere il comportamento del materiale in funzioni di questi parametri, quella qui proposta (equazione 2.22), sarà poi il modello costitutivo della simulazione, è l'equazione di Johnson-Cook la quale deriva direttamente dai modelli di incrudimento e di variazione dello stress in funzione della velocità di deformazione e della temperatura.

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) \left[1 - \left(\frac{T-T_r}{T_m-T_r}\right)^m\right] \quad (2.22)$$

In questa equazione ci sono 5 parametri che vanno determinati sperimentalmente ( $A, B, C, n, m$ ),  $T_r$  è la temperatura alla quale vengono determinati  $A$  e  $\dot{\varepsilon}_0$ , mentre  $T_m$  è la temperatura di fusione. I parametri sperimentali sono tabulati per molti materiali.

Una ulteriore modifica può essere fatta a questa equazione per integrare come varia lo stress dovuto ai fenomeni di ricristallizzazione e cambiamento di fase ad alta temperatura (equazione 2.23):

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n) \left(1 + c \ln \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}\right) \left[1 - \left(\frac{T-T_r}{T_m-T_r}\right)^m\right] \left[ \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{(\sigma_f)_{rec}}{(\sigma_f)_{def}}\right) u(T)} \right] \quad (2.23)$$

Dove  $u(T)$  è dato dall'equazione 2.24:

$$u(T) = \begin{cases} 0 & \text{per } T < T_c \\ 1 & \text{per } T > T_c \end{cases} \quad (2.24)$$

Dove  $T_c$  è la temperatura di ricristallizzazione,  $(\sigma_f)_{def}$  e  $(\sigma_f)_{rec}$  sono rispettivamente la variazione degli sforzi prima e dopo la ricristallizzazione. L'equazione modificata di Johnson Cook segue un comportamento mostrato in **figura 2.11**.

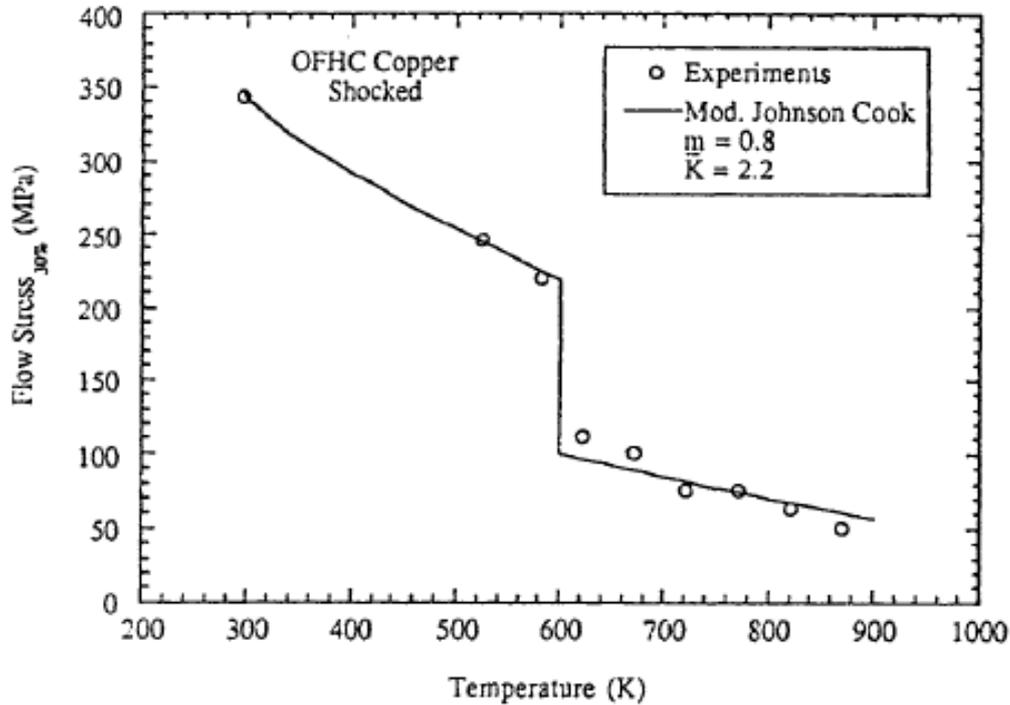


Figura 2.11: grafico variazione dello stress in funzione della temperatura [3]

## 2.5 MOTO DELLE DISLOCAZIONI

Come descritto in precedenza la presenza di dislocazioni agevola il comportamento duttile del materiale, durante la deformazione plastica questi difetti si mettono in moto e permettono lo slittamento tra i piani cristallini, dunque per descrivere come varia la risposta del materiale quando ci si trova in campo dinamico si deve prendere in considerazione come varia la risposta delle dislocazioni alle elevate velocità di deformazione. Le dislocazioni all'interno del materiale si muovono sotto l'applicazione di uno sforzo di taglio, la forza per unità di lunghezza (equazione 2.25) [N/m] necessaria per il moto di una dislocazione [3] sarà:

$$F = \tau b \quad (2.25)$$

Dove  $\tau$  è lo sforzo di taglio e  $b$  è il vettore di Burgers caratteristico della dislocazione.

Il movimento delle dislocazioni provoca una deformazione di taglio  $\gamma$  (equazione 2.26) che può essere correlata al numero delle dislocazioni per unità di area  $N$ :

$$\gamma = \frac{Nb}{l} = \frac{Nbl}{l^2} = \rho bl \quad (2.26)$$

Con  $\rho$  densità delle dislocazioni.

Facendo la derivata rispetto al tempo si ottiene la velocità di deformazione trasversale (equazioni 2.27 e 2.28):

$$\frac{d\gamma}{dt} = \rho b \frac{dl}{dt} \quad (2.27)$$

$$\dot{\gamma} = \rho bv \quad (2.28)$$

In questa equazione  $v$  indica la velocità del moto delle dislocazioni. Utilizzando un fattore correttivo di orientazione  $M$  si può passare dall'equazione 2.28 della velocità di deformazione trasversale alla velocità di deformazione longitudinale (equazione 2.29):

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{M} \rho b v \quad (2.29)$$

Il fattore correttivo  $M$  vale 3,1 per i metalli con struttura CFC mentre ha valore 2,75 per le strutture CCC [3].

La velocità delle dislocazioni che è direttamente proporzionale alla velocità di deformazione (equazione 2.30) dipende dagli sforzi applicati secondo la relazione:

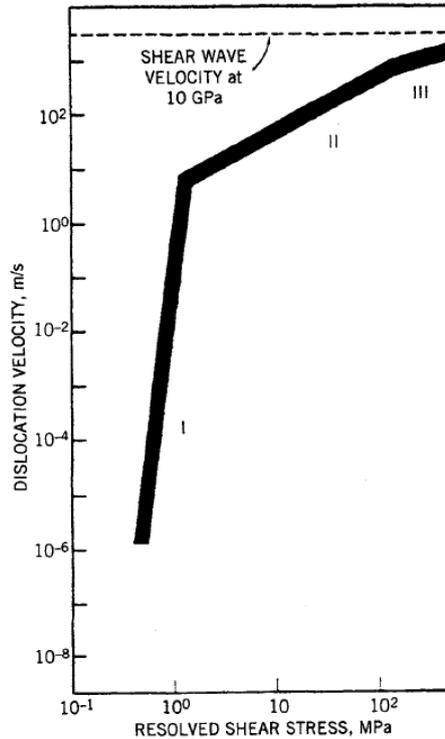
$$v \propto \sigma^m e^{-E/kT} \quad (2.30)$$

Il valore di  $m$  normalmente è compreso tra 15 e 25.

A temperatura costante si ha (equazione 2.31):

$$v = K \sigma^m \quad (2.31)$$

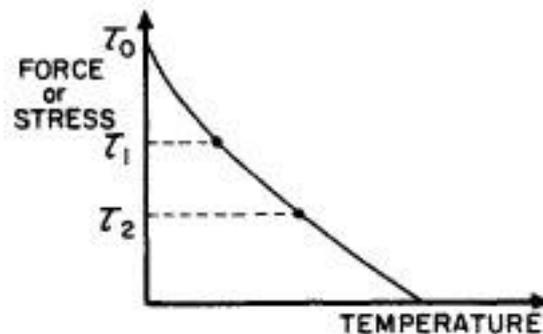
Plottando questa equazione in scala logaritmica si ottiene un grafico mostrato in **figura 2.12** che indica come varia la velocità delle dislocazioni in funzione dello sforzo applicato, il grafico permette di capire il comportamento delle dislocazioni passando dal campo statico a quello dinamico e quindi definisce come varia il comportamento del materiale sottoposto a deformazione plastica, in generale la pendenza della retta  $m$  diminuisce all'aumentare della velocità delle dislocazioni questo indica una minore influenza degli sforzi sulle dislocazioni, dal grafico si possono vedere 3 regioni differenti che sono contraddistinte da diversi valori di  $m$ , nella regione I si hanno valori di  $m > 1$ , nella regione II si ha  $m = 1$ , mentre nell'ultimo tratto i valori di  $m < 1$ , queste differenti regioni definiscono tre meccanismi di deformazione plastica che verranno descritti in seguito, la regione I è caratterizzata dal moto delle dislocazioni attivato termicamente, nella regione II il moto è indotto da fononi mentre nella regione III il moto delle dislocazioni è contraddistinto da effetti relativistici [3]. In figura si può anche notare come vi è una velocità limite per il moto delle dislocazioni e questa è la velocità di propagazione delle onde elastiche, questa viene stabilita perché le dislocazioni producono sforzi e deformazioni di taglio nel materiale, questi difetti non possono produrre onde con velocità superiore alle onde elastiche, pertanto anche le dislocazioni non possono muoversi a velocità superiori a questa, questa velocità limite verrà dimostrata in seguito.



*Figura 2.12: grafico che mostra l'andamento della velocità delle dislocazioni in funzione dello sforzo di taglio per il Nickel [3]*

### 2.5.1 Moto delle dislocazioni attivato termicamente (zona I)

Nella prima parte del grafico, quello caratterizzato da basse velocità delle dislocazioni e che meglio descrive il comportamento del modello in esame in questo lavoro di tesi, il moto di queste può essere assistito dall'energia termica. L'energia termica aumenta l'ampiezza di vibrazione atomica, ciò fa sì che le dislocazioni si muovano più agevolmente all'interno del reticolo, l'aumento di temperatura ha come effetto quello di ridurre l'altezza della barriera energetica richiesta per il moto e quindi di diminuire lo sforzo necessario richiesto (**figura 2.13**).



*Figura 2.13: sforzo richiesto per il moto di una dislocazione in funzione della temperatura [3]*

La minima forza richiesta per il moto di una dislocazione è data dall'attrito interno o reticolare del materiale, questa è la resistenza intrinseca della materia al moto della dislocazione la quale

trova difficoltà a propagare nel reticolo dal fatto che muovendosi genera dei campi di tensioni meccaniche che si propagano nel cristallo, tale campo di forze deforma i piani reticolari e pertanto la dislocazione per muoversi deve superare l'attrito interno che viene definito dalla tensione di Peierls-Nabarro (equazione 2.32):

$$\tau_{pn} = G e^{-2\pi W/b} \quad (2.32)$$

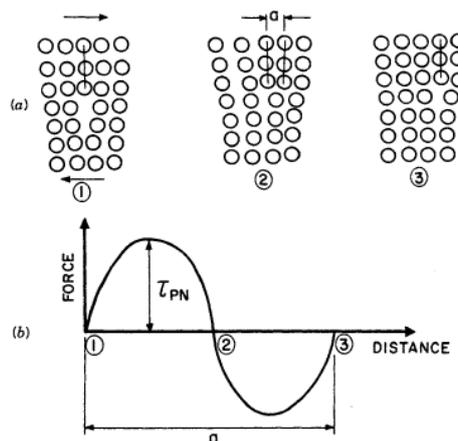
Dove  $G$  è il modulo di taglio,  $b$  è il vettore di Burgers e  $W$  mostrato nell'equazione 2.33 è l'ampiezza della dislocazione definita come:

$$W = \frac{a}{1-\nu} \quad (2.33)$$

Con  $a$  distanza reticolare e  $\nu$  modulo di Poisson.

Maggiore è l'ampiezza della dislocazione, che è definita come la distanza alla quale si ha un effetto marcato dei campi tensionali generati dalla dislocazione ovvero dove gli atomi sono traslati dalla loro posizione di equilibrio di un valore maggiore o uguale a  $b/4$  con  $b$  vettore di Burgers, minore sarà la forza necessaria per far muovere la dislocazione. L'ampiezza della dislocazione dipende direttamente dalla struttura reticolare, strutture altamente impacchettate come CFC o EC saranno contraddistinte da un'ampiezza delle dislocazioni maggiore mentre strutture scarsamente impacchettate come la CCC presenta ampiezze minori e quindi attrito interno maggiore.

Quindi la  $\tau_{pn}$  dipende dal reticolo e dalla forza di legame, pertanto è un valore caratteristico del materiale. Durante lo spostamento da una posizione di equilibrio ad un'altra una dislocazione dovrà dunque superare una barriera energetica, l'altezza di questa barriera è la forza caratteristica del materiale (**figura 2.14**).



**Figura 2.14:** forza di Peierls-Nabarro, (a) spostamento di una dislocazione tra due posizioni di equilibrio, (b) forza applicata in funzione della distanza percorsa [3]

Oltre all'attrito intrinseco del materiale le dislocazioni durante il loro moto incontrano diversi ostacoli, difetti reticolari come: atomi interstiziali, sostituzionali, vacanze, precipitati, foreste di dislocazioni (create in un processo di incrudimento) e bordi di grano, i quali si oppongono al moto delle dislocazioni, quindi lo sforzo richiesto per il moto delle dislocazioni sarà la somma di ognuno di questi contributi (equazione 2.34):

$$\tau_{TOT} = \tau_{pn} + \tau_{soluzione\ solida} + \tau_{precipitati} + \tau_{incrudimento} + \tau_{bordo\ grano} \quad (2.34)$$

I diversi difetti in base a come modificano l'altezza della barriera energetica richiesta si dividono in due classi (equazione 2.35), ostacoli a corto raggio, i quali sono caratterizzati da

una barriera energetica più piccola e stretta come la  $\tau_{pn}$  e ostacoli a lungo raggio, i quali presentano barriere più ampie e alte.

I due gruppi di ostacoli descritti in precedenza si differenziano anche da come varia il loro comportamento in funzione della temperatura, gli ostacoli a corto raggio vengono anche definiti ostacoli termicamente attivati perché possono essere superati con l'ausilio della energia termica mentre gli ostacoli a lungo raggio non sono dipendenti dalla temperatura. Si può quindi dividere la variazione dello stress richiesto per la deformazione plastica in due contributi:

$$\sigma = \sigma_G(\text{struttura}) + \sigma^*(T, \dot{\epsilon}, \text{struttura}) \quad (2.35)$$

Nell'equazione il termine  $\sigma_G$  indica il contributo atermico che dipende dalla struttura del materiale mentre il termine  $\sigma^*$  indica i fenomeni termicamente attivati e dipende dalla temperatura, dalla velocità di deformazione e dal materiale.

Per trovare come varia lo stress richiesto per il moto di una dislocazione in funzione della velocità di deformazione e della temperatura si parte considerando la frequenza ( $\nu$ ) (equazione 2.36) con la quale una dislocazione supera un ostacolo, derivata direttamente dalla definizione di probabilità di una fluttuazione termica data dalla meccanica statistica, che può essere definita come:

$$\nu_I = \nu_0 \exp\left(-\frac{\Delta G}{kT}\right) \quad (2.36)$$

Dove il  $\Delta G$  sta ad indicare la barriera energetica che deve essere superata dalla dislocazione per avanzare nel moto,  $k$  è la costante di Boltzmann,  $T$  è la temperatura e  $\nu_0$  è la frequenza vibrazionale della dislocazione.

Dalla frequenza si può ottenere il tempo (equazione 2.37), che viene diviso in due contributi:

$$\Delta t = t_r + t_w \quad (2.37)$$

Dove  $t_r$  indica il tempo di transito di una dislocazione per superare un ostacolo mentre  $t_w$  indica il tempo di attesa in posizione di equilibrio (equazione 2.38) ed è governato dalla probabilità che l'ostacolo venga superato:

$$t_w = \frac{1}{\nu_I} = \frac{1}{\nu_0} \exp\left(\frac{\Delta G}{kT}\right) \quad (2.38)$$

Essendo che il tempo di transito è molto minore del tempo di attesa si ottiene l'equazione 2.39:

$$\Delta t \cong t_w \quad (2.39)$$

Utilizzando l'equazione 2.29 che indica la velocità di deformazione in funzione della velocità della dislocazione si ottiene l'equazione 2.40:

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{M} \rho b v = \frac{1}{M} \rho b \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{\rho b v_0 \Delta l}{M} \exp\left(-\frac{\Delta G}{kT}\right) \quad (2.40)$$

Il termine pre-esponenziale può essere espresso come  $\dot{\epsilon}_0$  si ottiene così l'equazione 2.41:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 \exp\left(-\frac{\Delta G}{kT}\right) \quad (2.41)$$

Esprimendo il  $\Delta G$  si ottiene l'equazione 2.42:

$$\Delta G = kT \ln \frac{\dot{\epsilon}_0}{\dot{\epsilon}} \quad (2.42)$$

Da questa espressione si può notare come il  $\Delta G$  diminuisce aumentando la velocità di deformazione e aumenti all'aumentare della temperatura, diminuendo così lo sforzo necessario a superare la barriera energetica come si può vedere in **figura 2.15**, alla temperatura  $T_3$  si può

considerare di avere sufficiente energia termica per superare gli ostacoli a corto raggio grazie alle vibrazioni indotte termicamente.

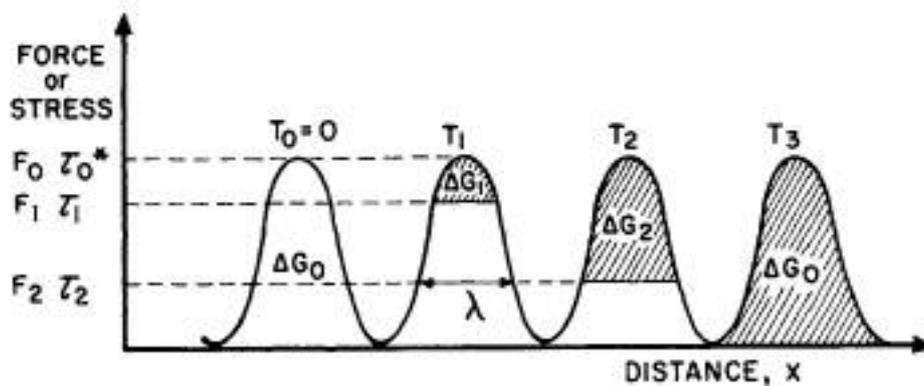


Figura 2.15: grafico che mostra come varia lo sforzo in funzione dell'energia termica [3]

Il  $\Delta G$  dipende dal tipo di difetto, infatti un ostacolo differente avrà una forma della barriera diversa (figura 2.16).

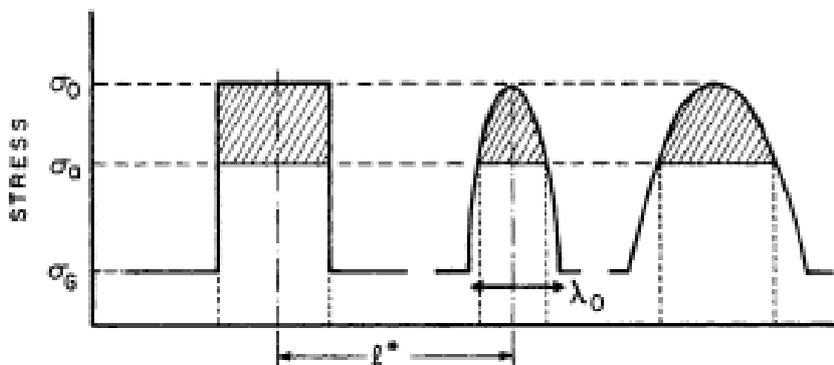


Figura 2.16: differenti forme della barriera energetica con diversi  $\Delta G$  [3]

Quindi la forma della barriera energetica dipende dal tipo di ostacolo mentre l'altezza dipende dagli sforzi applicati, queste dipendenze possono essere espresse tramite questa equazione 2.43:

$$\Delta G = \Delta G_0 \left[ 1 - \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^p \right]^q \quad (2.43)$$

Dove  $p$  e  $q$  dipendono dalla forma della barriera energetica.

La variazione dello stress necessario per la deformazione, con le varie componenti termiche e atermiche, in funzione della temperatura e della velocità di deformazione si può vedere nel grafico mostrato in figura 2.17.

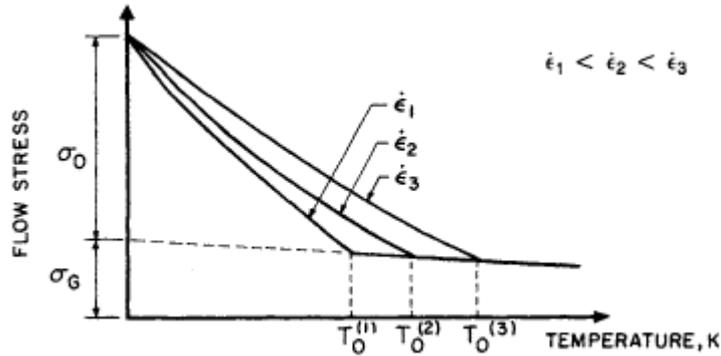


Figura 2.17: stress in funzione della temperatura e della velocità di deformazione [3]

A  $0^{\circ}K$  e oltre la  $T_0$  che corrisponde alla  $T_3$  della figura 2.15 si può vedere come lo stress sia indipendente dalla velocità di deformazione.

## 2.5.2 Moto delle dislocazioni indotto da fononi (zona II)

Nella regione II lo stress applicato è direttamente proporzionale alla velocità delle dislocazioni ( $m = 1$ ), in questa regione il moto delle dislocazioni è controllato dalle vibrazioni fononiche del reticolo e dalle vibrazioni elettroniche. Considerando questi tipi di vibrazioni il materiale può essere approssimato come un solido viscoso che segue la legge di Newton (equazione 2.44), dunque la forza richiesta per il moto di una dislocazione sarà:

$$f_v = Bv \quad (2.44)$$

Dove  $B$  è il coefficiente di smorzamento viscoso e  $v$  è la velocità delle dislocazioni.

Eguagliando le equazioni 2.25 e 2.44 sostituendo la velocità delle dislocazioni ottenuta dalla 2.29 si ottiene l'equazione 2.45:

$$\tau b = \frac{BM\dot{\epsilon}}{\rho b} \quad (2.45)$$

Lo sforzo richiesto per la deformazione (equazione 2.46) può essere ottenuto sostituendo  $\tau = 0,5\sigma$ :

$$\sigma = \frac{2BM}{\rho b^2} \dot{\epsilon} \quad (2.46)$$

I due meccanismi principali responsabili del moto in questa zona sono la viscosità fononica e la viscosità elettronica, la viscosità fononica può essere descritta considerando che le vibrazioni reticolari producono una variazione delle distanze interatomiche provocando degli stress di compressione all'interno del materiale, in modo simile può essere descritta la viscosità elettronica, ovvero gli elettroni liberi all'interno di un metallo vibrano provocando degli stress all'interno del reticolo, il rilassamento di questi stress può trasferire energia alle dislocazioni per permetterne il moto. Quale dei due meccanismi è predominante dipende dal materiale oltre che dalla temperatura, a temperature superiori a 100K sono più significativi i meccanismi di vibrazione fononica mentre a basse temperature sono predominanti quelli elettronici (figura 2.18).

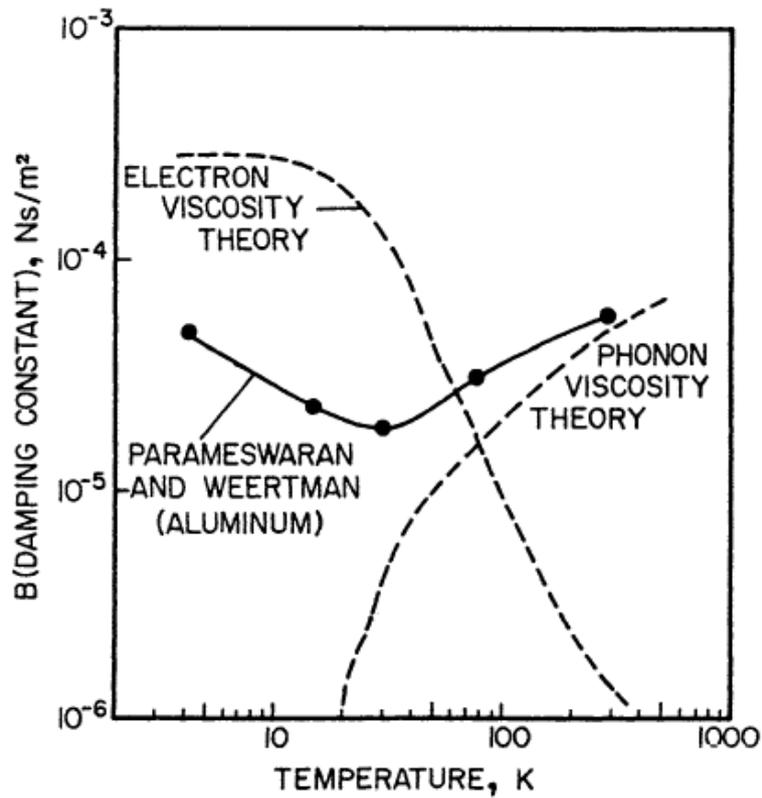


Figura 2.18: coefficiente di smorzamento in funzione della temperatura [3]

### 2.5.3 Moto relativistico (zona III)

Nella zona III la velocità delle dislocazioni tende asintoticamente alla velocità limite definita come la velocità delle onde elastiche di taglio ( $C_s$ ), questo limite può essere dimostrato considerando il campo di sforzi attorno a una dislocazione a vite (equazione 2.47) che ha una forma di questo tipo visto sul piano  $x_1, x_2$ :

$$\sigma = -\frac{Gb}{2\pi} \frac{x_2}{\left[ x_2^2 + \frac{(x_1 - vt)^2}{(1 - v^2/c_s^2)^{1/2}} \right]^{3/2}} \quad (2.47)$$

Con  $G$  modulo elastico di taglio,  $b$  vettore di Burgers e  $v$  velocità della dislocazione. Plottando questa equazione per tre velocità:  $0; 0,5C_s; 0,99C_s$  si ottiene la forma riportata in **figura 2.19**.

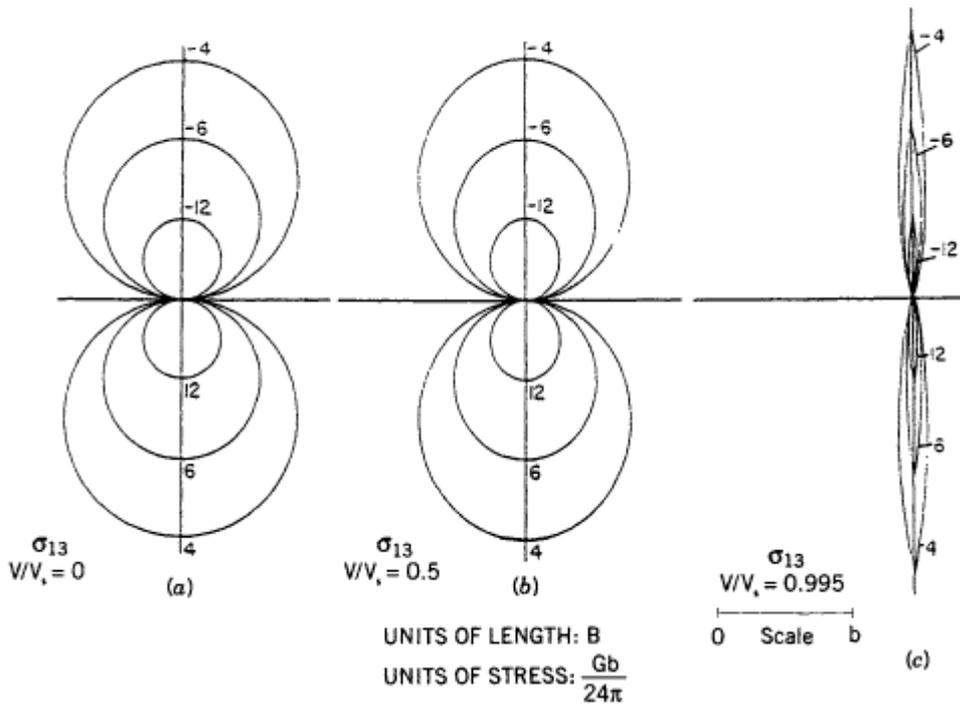


Figura 2.19: variazione del campo di stress attorno una dislocazione per diverse velocità [3]

Le linee rappresentate in **figura 2.19** sono linee a valore di stress costante, si può notare come aumentando la velocità e approssiandosi a  $v = C_s$  le linee si comprimono attorno all'asse e lo stress si riduce a zero una volta raggiunta la velocità dell'onda elastica. Questo dimostra come vi è una velocità limite superiore, allo stesso modo si può definire il campo di stress attorno a una dislocazione a spigolo la quale produce una deformazione longitudinale, questa deformazione ha come velocità limite la velocità longitudinale delle onde elastiche ( $C_l$ ), queste due velocità vanno a definire tre campi di velocità di propagazione possibili per una dislocazione:

- $v < C_s$  campo subsonico.
- $C_s < v < C_l$  campo transonico.
- $v > C_l$  campo supersonico.

Fino ad ora le dislocazioni supersoniche e transoniche sono solo state ipotizzate ma non dimostrate.

Gli effetti relativistici che caratterizzano la zona in esame possono essere visti considerando l'energia associata al moto della dislocazione somma del termine potenziale (equazione 2.48 e 2.50) e cinetico (equazione 2.49 e 2.51). L'energia potenziale della deformazione elastica per unità di volume associata a una dislocazione a vite risulta:

$$U_p = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon \quad (2.48)$$

Sostituendo l'equazione dello sforzo trovato in precedenza, dalla quale si può anche ricavare la deformazione utilizzando  $\varepsilon = \sigma/2G$  e passando a coordinate cilindriche ipotizzando la dislocazione a vite racchiusa in un cilindro di materiale si ottiene:

$$U_p = \frac{Gb^2}{4\pi} \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) \frac{1 + \left(1 - v^2/c_s^2\right)}{2\left(1 - v^2/c_s^2\right)^{1/2}} \quad (2.49)$$

L'energia cinetica viene ricavata integrando l'equazione dell'energia cinetica sul volume del cilindro:

$$U_k = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (2.50)$$

$$U_k = \left(\frac{v}{c_s}\right)^2 \frac{1}{2\left(1 - v^2/c_s^2\right)^{1/2}} \frac{Gb^2}{4\pi} \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) \quad (2.51)$$

I limiti di integrazione vengono presi come  $R$  distanza alla quale la dislocazione mostra ancora la minima deformazione, definita in precedenza, ed  $r_0$  limite inferiore dell'integrazione che risulta la grandezza del core della dislocazione,  $r_0$  è una grandezza caratteristica della dislocazione e generalmente è pari al vettore di Burgers. Il limite di integrazione inferiore viene preso diverso da zero perché all'interno del core non valgono le approssimazioni fatte sulle leggi dell'energia potenziale e cinetica che considerano un comportamento lineare del materiale, questo perché non vale la legge di Hooke nel punto dove parte la dislocazione perché gli atomi nel core sono molto spazati fra loro e le deformazioni sono elevate e quindi non può essere considerato un comportamento elastico omogeneo e isotropo all'interno della materia. Il valore del logaritmo in queste equazioni solitamente è molto piccolo e viene approssimato uguale a  $4\pi$  mentre il valore dell'energia all'interno del core (equazione 2.52) viene considerato circa un 10% dell'energia totale e può essere trascurato e risulta:

$$U_0 = \frac{Gb^2}{10} \quad (2.52)$$

Quindi l'energia totale della dislocazione (equazione 2.53) sarà la somma dell'energia cinetica più l'energia potenziale:

$$U_{tot} = U_p + U_k \cong \frac{Gb^2}{\left(1 - v^2/c_s^2\right)^{1/2}} \quad (2.53)$$

Da questa equazione si possono notare gli effetti relativistici ovvero come per velocità che tendono alla velocità dell'onda elastica di taglio l'energia tende ad infinito (equazione 2.54) (**figura 2.20**).

$$\lim_{v \rightarrow c_s} U_{tot} = \infty \quad (2.54)$$

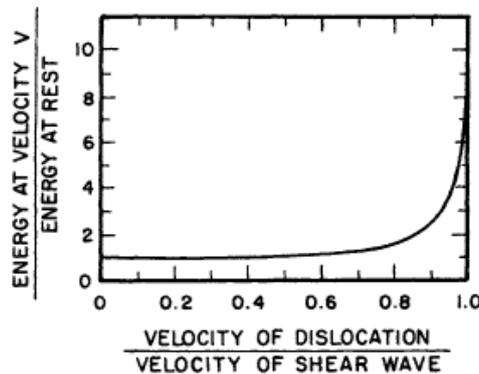


Figura 1.20: effetto relativistico della velocità sull'energia della dislocazione [3]

## 2.5.4 Altri meccanismi

Ad elevate velocità di deformazioni oltre al moto delle dislocazioni altri meccanismi possono essere responsabili della deformazione plastica, come:

- Trasformazioni di fase, molti materiali mostrano una trasformazione di fase martensitica ad elevate velocità di deformazione.
- Deformazione per twinning (**figura 2.21**): in questo processo una parte del reticolo atomico viene deformata in modo da formare un'immagine speculare del reticolo di partenza, questo meccanismo di deformazione è molto più probabile con l'aumentare della velocità di deformazione.

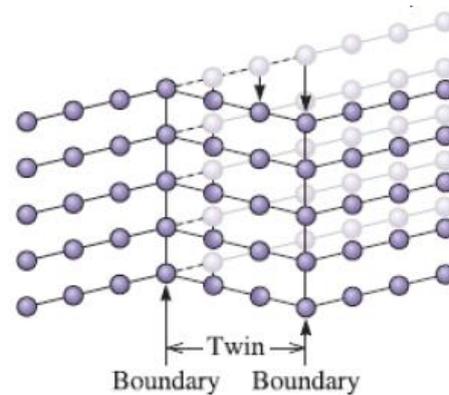


Figura 2.21: deformazione per twinning [2]

## 2.6 MAPPE DEI MECCANISMI DI DEFORMAZIONE

Tutti i meccanismi sopra descritti possono essere raffigurati attraverso delle mappe di deformazione le quali sono costruite sperimentalmente usando le equazioni riportate in precedenza per vari materiali, queste possono correlare diversi parametri come lo stress, la velocità di deformazione e la temperatura. Qui di seguito in **figura 2.22** viene riportata ad esempio la mappa dei meccanismi di deformazione del Titanio, qui si può vedere come aumentando la temperatura si va in contro al fenomeno del creep, mentre a basse temperature aumentando la velocità di deformazione si passa dal meccanismo I dove la deformazione è controllata principalmente dagli ostacoli presenti nel reticolo (Obstacle controlled Plasticity) al modo II dove il moto delle dislocazioni è controllato dalla vibrazione fononica ed elettronica (Drag controlled Plasticity).

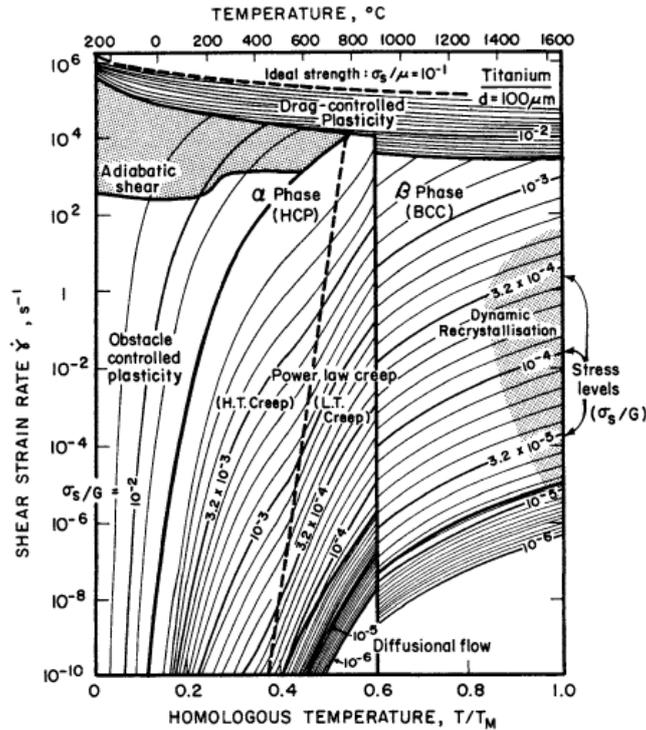


Figura 1.22: mappa dei meccanismi di deformazione del Titanio [3]

## 2.7 STRAIN RATE SENSITIVITY

Un altro importante parametro che determina il comportamento del materiale alle elevate velocità di deformazione è la sensibilità a queste, ovvero diversi materiali possono mostrare comportamenti differenti a velocità di deformazioni diverse. In **figura 2.23** viene mostrato come cambia l'andamento del grafico sforzo-deformazione per un materiale che mostra sensibilità alla velocità di deformazione (b) dove  $\dot{\gamma}_2 > \dot{\gamma}_1$ , ovvero una struttura che mostra sensibilità alla velocità di deformazione a  $\dot{\gamma}_2$  seguirà un percorso che passerà attraverso BC rispetto al percorso contrassegnato delle lettere B'C' (stessa pendenza del percorso seguito con la velocità di deformazione  $\dot{\gamma}_1$ ), questo mostra come un materiale che è maggiormente sensibile alla velocità di deformazione mostrerà sforzi a rottura più elevati rispetto a un materiale con sensibilità alla velocità di deformazione nulla (a) a parità di velocità di deformazione.

La sensibilità alla velocità di deformazione può essere definita dall'equazione 2.55 [3]:

$$\lambda_h = \frac{\Delta \tau_h}{\log \frac{\dot{\gamma}_2}{\dot{\gamma}_1}} \quad (2.55)$$

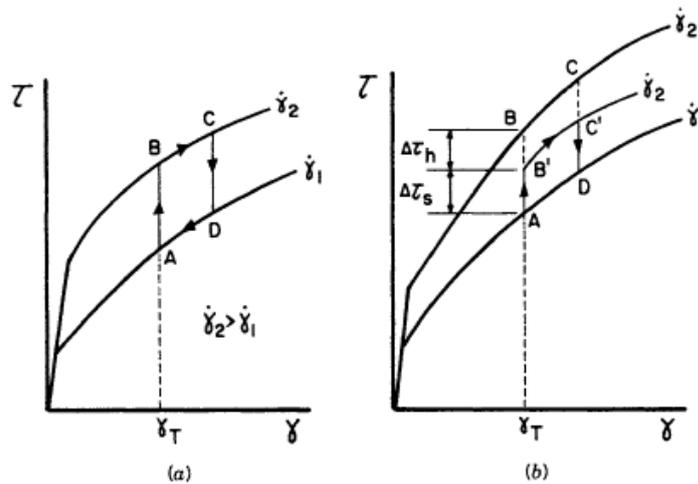


Figura 2.23: sensibilità alla velocità di deformazione (a) materiale che mostra comportamento identico a qualsiasi velocità di deformazione, (b) materiale sensibile alla velocità di deformazione [3]

## 2.8 FRATTURA DINAMICA

Come spiegato in precedenza il comportamento del materiale quando è sollecitato in campo dinamico varia dal campo statico, questo si riflette direttamente su come propagano le cricche durante la formazione delle nuove superfici, infatti in campo dinamico durante un processo di frattura si ha la generazione di onde di stress che propagano nel materiale, queste si riflettono sulla superficie opposta alla propagazione della cricca, le onde riflesse andranno ad interagire con la formazione della cricca variandone la velocità con cui propaga.

La principale differenza dalla frattura in campo statico è la velocità di propagazione della cricca, infatti le elevate velocità di propagazione possono portare a far biforcare la cricca per disperdere maggiore energia con come risultato la frammentazione del pezzo, si deve anche prendere in considerazione il fatto che un discorso analogo a quello eseguito in precedenza per le dislocazioni deve essere fatto considerando che vi è una velocità limite di propagazione delle cricche. Queste ipotesi sulle velocità si rifletteranno sulla definizione di tenacità a frattura che dipenderà appunto dalla velocità di propagazione della cricca.

### 2.8.1 Velocità limite

Come accennato in precedenza, allo stesso modo delle dislocazioni la propagazione di una cricca possiede un limite superiore alla velocità di propagazione, questo può essere dimostrato partendo dalle considerazioni svolte in precedenza usate per ricavare l'energy release rate. Se si considera una cricca propagare a velocità  $\dot{a}$  dalla dimensione critica  $a_c$  alla dimensione  $a$  si avrà un eccesso di energia generata come mostrato nel grafico in **figura 2.24**.

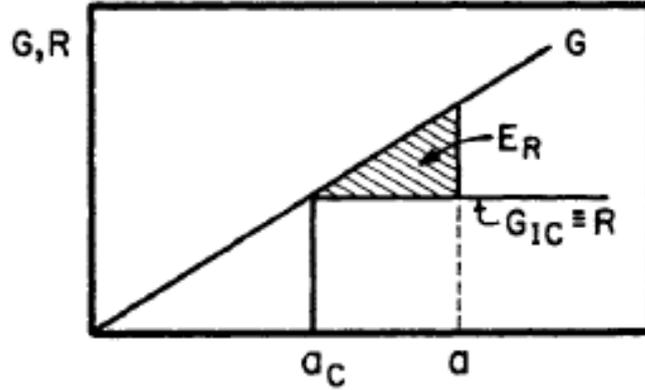


Figura 2.24: grafico energy release rate in funzione della dimensione della cricca [3]

Questo eccesso (equazione 2.56) di energia può essere espresso come:

$$E_R = \int_{a_c}^a (G - R) da \quad (2.56)$$

Dove  $R$  può essere considerato costante e pari al valore di  $\pi\sigma^2 a/E$  come visto in precedenza, si ottiene così il valore dell'energia dato dall'equazione 2.57:

$$E_R = \frac{1}{2} \frac{\pi\sigma^2}{E} (a - a_c)^2 \quad (2.57)$$

Questa può essere considerata pari all'energia cinetica (equazione 2.58) che può essere ricavata dalle velocità di deformazione  $\dot{u}$  e  $\dot{v}$  attorno alla cricca:

$$E_k = \frac{1}{2} \iint \rho (\dot{u}^2 + \dot{v}^2) dx dy \quad (2.58)$$

Le deformazioni (equazione 2.59) sono proporzionali alla dimensione della cricca e vengono espresse come:

$$u, v = C_{1,2} \frac{\sigma a}{E} \quad (2.59)$$

Derivando rispetto al tempo e sostituendo nell'equazione 2.58 si ottiene l'equazione 2.60:

$$E_k = \frac{1}{2} k (C_1^2 + C_2^2) \rho \dot{a}^2 \frac{\sigma^2}{E^2} a^2 \quad (2.60)$$

Con  $k$  costante di proporzionalità

Uguagliando  $E_r$  con  $E_k$  si ottiene la velocità di propagazione della cricca (equazione 2.61):

$$\dot{a} = \sqrt{\frac{2\pi}{k(C_1^2 + C_2^2)}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \left(1 - \frac{a_c}{a}\right) \quad (2.61)$$

Considerando che  $\sqrt{E/\rho}$  è uguale alla velocità longitudinale delle onde elastiche  $C_l$  e che la prima radice si può stimare uguale a 0,38 [3] rielaborando si ottiene l'equazione 2.62:

$$\dot{a} = 0,38 C_l \left(1 - \frac{a_c}{a}\right) \quad (2.62)$$

Plottando il rapporto tra la velocità di propagazione e la velocità delle onde elastiche e la dimensione della cricca normalizzata ( $a/a_c$ ) si può notare come la velocità abbia un comportamento asintotico tendente a 0,38 (figura 2.25).

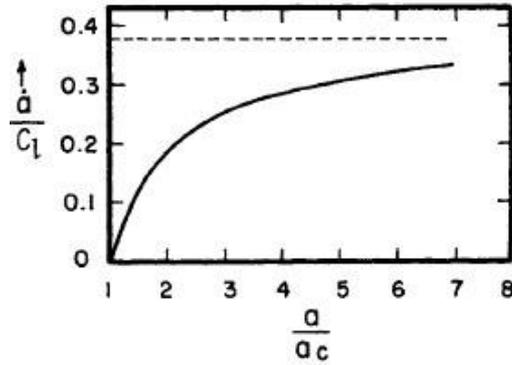


Figura 2.25: velocità di propagazione della cricca in funzione alla sua dimensione [Meyers p498]

Considerando che per un materiale con modulo di Poisson uguale a 0,3 la velocità dell'onda elastica di taglio vale circa  $0,38C_L$ , ciò da una prima idea dell'esistenza di una velocità limite per la propagazione della cricca che è circa la velocità di propagazione delle onde elastiche di taglio, per trovare quale sia la velocità limite basta considerare che il fattore di intensificazione degli sforzi tende a zero per una velocità di propagazione della cricca tendente alla velocità di propagazione delle onde di Rayleigh, onde elastiche di superficie, questa indica la velocità limite di propagazione della cricca dato che la forza trainante  $K_I$  che permette l'avanzamento della cricca tende a zero per questa velocità [3].

## 2.8.2 Propagazione della cricca

Come visto in precedenza durante la propagazione della cricca ad elevate velocità vi è un eccesso di energia, questo è sufficiente per generare la biforcazione della cricca con conseguente riduzione dell'energia e diminuzione della velocità di propagazione questo può essere visto nel grafico in **figura 2.26**, se vi è sufficiente energia questo processo può essere ripetuto fino alla frammentazione del materiale.

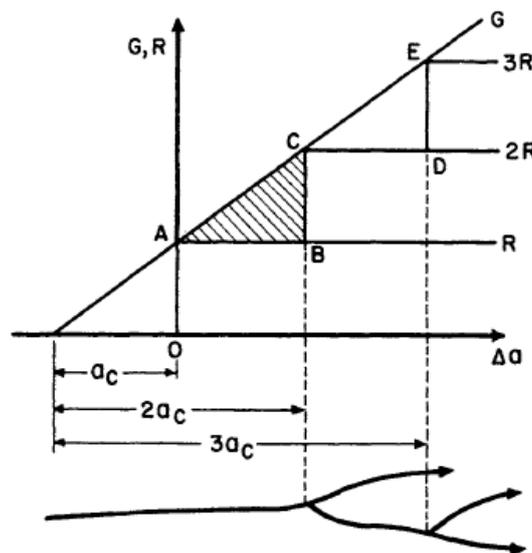
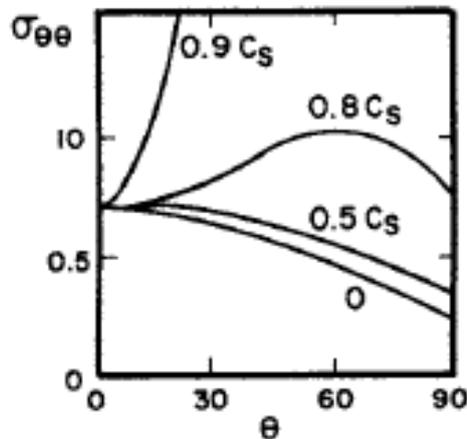


Figura 2.26: dimostrazione del processo di biforcazione della cricca [3]

Il processo di biforcazione può anche essere dimostrato seguendo l'andamento dello sforzo principale in funzione della velocità di propagazione della cricca, infatti è stato dimostrato che a basse velocità il massimo sforzo si ha per angoli di propagazione nulli, aumentando la velocità e superando velocità di propagazione di  $0,6C_s$  il massimo dello sforzo principale si sposta a valori di angoli positivi (**figura 2.27**)[3], questo è accompagnato da una netta diminuzione dell'energia con conseguente propagazione della cricca in quella direzione.



*Figura 2.27: sforzo principale durante la propagazione di una cricca in funzione della velocità e dell'angolo di propagazione [3]*

## 2.9 TENACITA' A FRATTURA IN CAMPO DINAMICO

Come definito in precedenza le proprietà del materiale cambiano passando dal campo statico al campo dinamico, allo stesso modo anche la tenacità a frattura varia.

Considerando la variazione degli sforzi all'interno di un materiale con l'aumentare della velocità di deformazione descritto in precedenza, si può arrivare a conclusione che l'energia richiesta per la deformazione plastica di un materiale è maggiore per velocità di deformazione più elevate, questa energia si può correlare all'energy release rate dello stesso, in questo modo possiamo definire che a più alte velocità di deformazione l'energy release rate sarà maggiore e dunque anche la tenacità a frattura.

Questo avviene per i materiali che mostrano un comportamento duttile dove la frattura accade quando si raggiunge la deformazione a rottura, invece per i materiali che hanno un comportamento fragile la frattura del materiale avviene quando si raggiunge lo sforzo necessario alla frattura senza dissipazione di energia per un eventuale deformazione plastica, in questo caso l'energy release rate sarà minore a più alte velocità di deformazione. Questo comportamento è schematicamente mostrato in **figura 2.28** dove si può vedere come un materiale fragile (b) mostra energie di deformazioni minori (area evidenziata) a più alte velocità di deformazione, se  $\sigma_c$  si trova in campo elastico le due energie di  $\dot{\epsilon}_1$  e  $\dot{\epsilon}_2$  saranno uguali, comportamento diverso invece si ha per un materiale duttile (a).

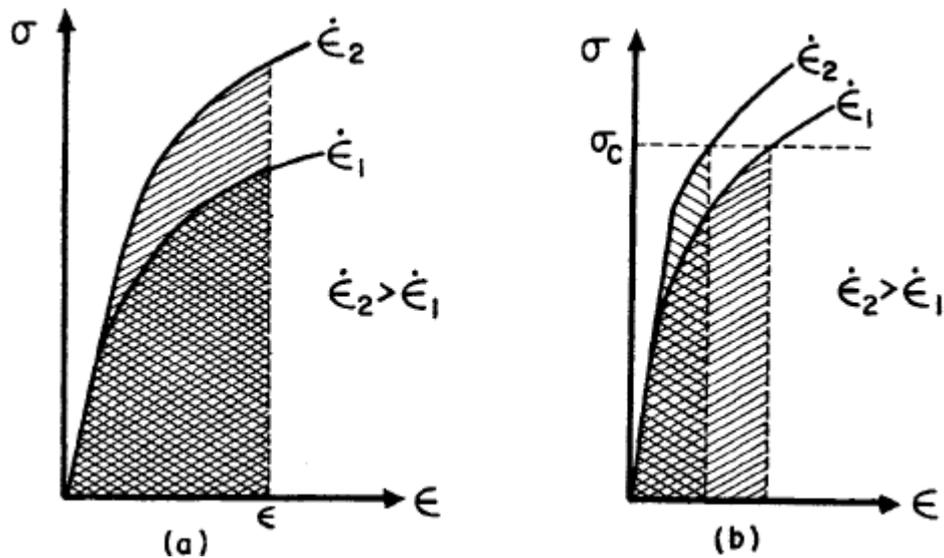


Figura 2.28: grafici sforzo-deformazione per un materiale duttile (a) e fragile (b) in funzione della velocità di deformazione [3]

Un ulteriore parametro va preso in considerazione è la temperatura che ha un effetto inverso rispetto alle velocità di deformazione quindi si avranno sforzi necessari per la deformazione maggiori a più basse temperature.

Nel grafico mostrato in **figura 2.29** si può notare come variano la tenacità e l'energy release rate in funzione dei due parametri esposti sopra, si può vedere come per un materiale a comportamento fragile il piano sia perpendicolare all'asse corrispondente a  $G_{Ic}$  e  $K_{Ic}$  questo sta ad indicare la bassa influenza della velocità di deformazione e della temperatura su questo tipo di materiale, invece per un materiale duttile il comportamento è differente. Nel grafico è anche mostrata una linea tratteggiata che indica la transizione duttile-fragile tipica dei materiali metallici con struttura cubica a corpo centrato. La temperatura di transizione è dipendente dalla velocità di deformazione e si ha che in campo dinamico questa transizione avviene a temperature maggiori ( $\sim 150^{\circ}C$ )[3].

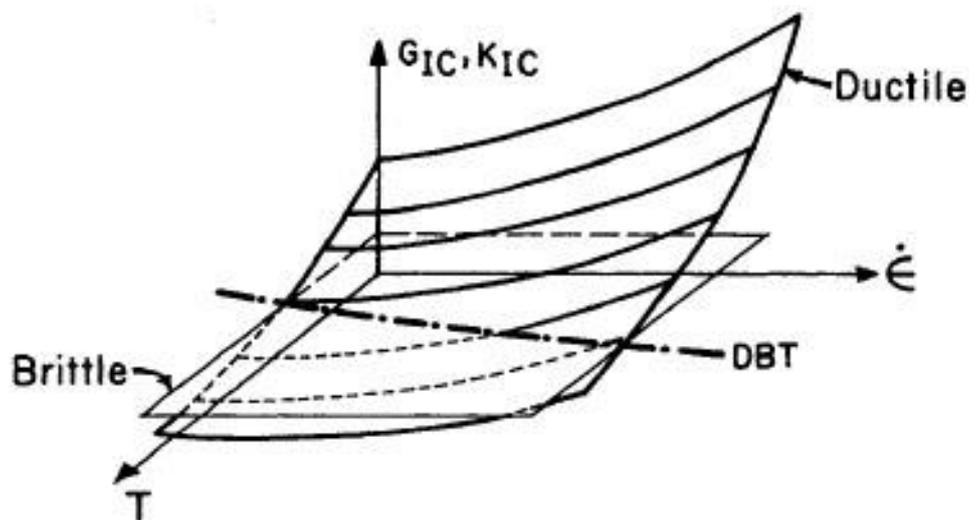


Figura 1.29: variazione della tenacità a frattura con la velocità di deformazione e la temperatura [3]

In conclusione si può affermare che la tenacità a frattura risulta essere più elevata per i materiali duttili ad elevate velocità di deformazione, mentre per i materiali a comportamento fragile la tenacità a frattura sarà inferiore ad alte velocità di deformazione.

A prova di questo si può notare dalla figura 2.30 il comportamento di un acciaio AISI 4340, dove la tenacità a frattura aumenta con l'aumentare della velocità di propagazione della cricca proporzionale alla velocità di deformazione [3].

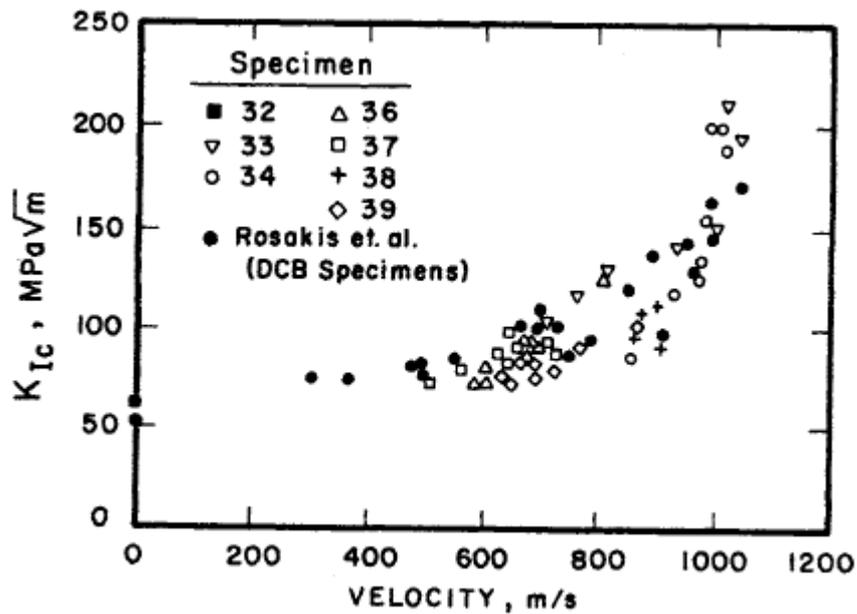


Figura 2.30: tenacità a frattura di un acciaio AISI 4340 in funzione della velocità di propagazione della cricca [3]

Un'ulteriore considerazione va fatta riguardo all'energia cinetica richiesta per la propagazione di una cricca, maggiore energia è necessaria per muovere un materiale che è stato deformato plasticamente, come accade durante la plasticizzazione all'apice della cricca, questa energia sarà maggiore tanto più elevata è la velocità di deformazione, questo termine aumenta ulteriormente l'energia richiesta per la frattura.

Un'ulteriore evidenza della differenza dalla tenacità a frattura in campo statico si nota considerando che la tenacità a frattura in campo dinamico è dipendente dal tempo di applicazione dell'impulso, infatti esiste un tempo di attivazione dei difetti, sotto il quale non vi è propagazione. Per tempi inferiori a 50 μs la tenacità aumenta con una diminuzione del tempo di applicazione del carico, mentre a tempi più elevati la tenacità a frattura risulta costante, una chiara evidenza di ciò può essere vista dal grafico in figura 2.31 dove viene plottata la variazione dello sforzo in funzione della dimensione della cricca la linea tratteggiata mostra l'andamento che segue l'equazione della tenacità a frattura in campo statico  $K_{Ic} = \sigma\sqrt{\pi a}$ , mentre la linea continua riporta l'andamento della tenacità a frattura seguente un criterio del tempo minimo di attivazione, come si può vedere in figura 2.31 con una dimensione della cricca maggiore di 2 mm lo stress richiesto per la propagazione della cricca risulta essere costante e di circa 20 MPa, al di sotto di questa dimensione lo stress richiesto per la rottura è strettamente correlato alla sua dimensione, questo è stato dimostrato effettuando degli studi su dei campioni di resina epossidica con difetti preesistenti, questi mostravano un comportamento a frattura totalmente differente da quello statico aspettato e invece seguivano un meccanismo

di frattura dipendente dal tempo di applicazione dell'impulso (linea continua), comportamenti simili sono stati ottenuti anche per un acciaio AISI 4340 e una lega di alluminio 6061-651 [3].

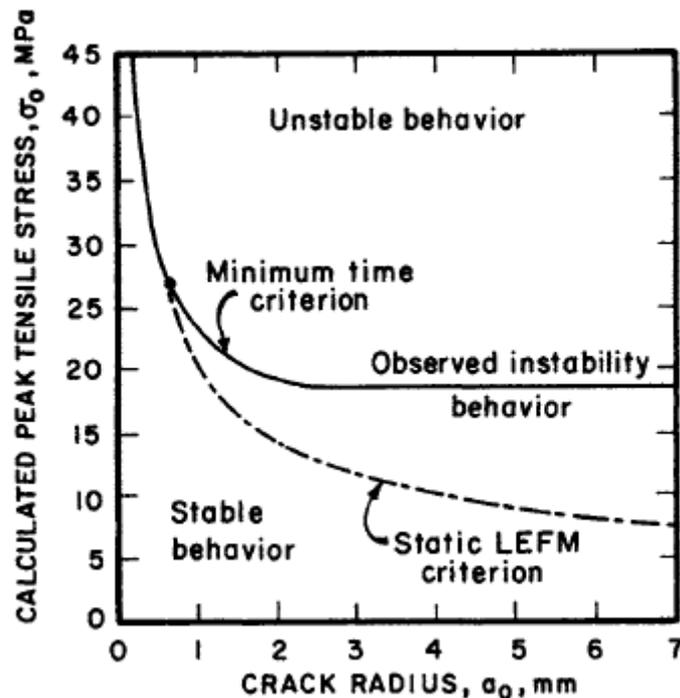


Figura 2.31: variazione della tenacità a frattura in funzione della dimensione del difetto [3]

## 2.10 METODI DI MISURAZIONE DELLA TENACITA' IN CAMPO DINAMICO

Determinare il campo di sforzi nell'intorno di un difetto non è facile da ottenere in condizioni dinamiche e non può essere direttamente correlato alle forze esterne applicate, per questo motivo la determinazione della tenacità a frattura in campo dinamico sfrutta metodi ottici. I due metodi possibili sono:

- Fotoelasticità dinamica
- Dinamica caustica

Il metodo della fotoelasticità dinamica è un metodo sperimentale che permette di ottenere il pattern di variazione degli stress durante un processo di frattura, e questo viene ottenuto tramite immagini di propagazione delle onde elastiche durante un processo di frattura. La variazione degli stress ottenuta tramite questa tecnica è simile a quella ottenuta utilizzando un metodo di simulazione numerica agli elementi finiti.

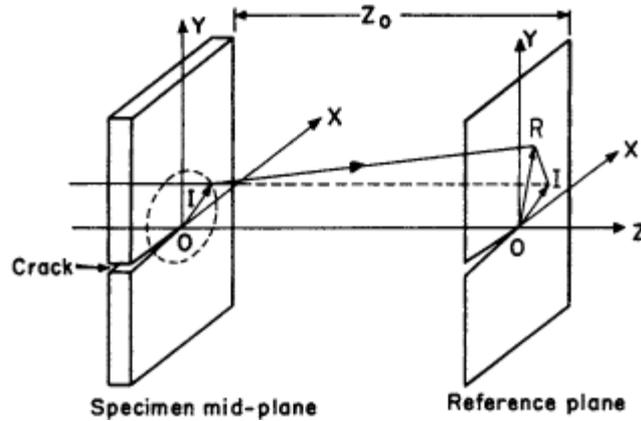
Il metodo della dinamica caustica invece sfrutta l'analisi del pattern di diffrazione per ottenere il fattore di intensificazione degli sforzi in campo dinamico, un fascio di luce viene fatto impattare su un provino trasparente, il fascio di luce viene deviato dal suo cammino originale per via della variazione nello spessore e dell'indice di rifrazione del materiale nella zona stressata. Il fattore di intensificazione degli sforzi può essere ricavato dal diametro del pattern di diffrazione ottenuto tramite l'equazione 2.63 [3]:

$$K_I = 0,56 \frac{F}{z_0 c d_{eff}} D^{5/2} \quad (2.63)$$

Dove  $F$  è un fattore correttivo per la velocità che può essere ricavato dall'equazione 2.64:

$$F = 1 - 0,01 \left( \frac{v}{c_r} \right) \quad \text{per } \frac{v}{c_r} < 0,4 \quad (2.64)$$

Mentre  $c$  è una costante ottica del materiale,  $z_0$  è la distanza del piano dell'immagine dal provino e  $d_{eff}$  è lo spessore effettivo del provino. Un'illustrazione schematica del processo di dinamica caustica è raffigurato in **figura 2.32** dove si può vedere la variazione del vettore  $OI$  nel vettore  $OR$  per i motivi descritti sopra.

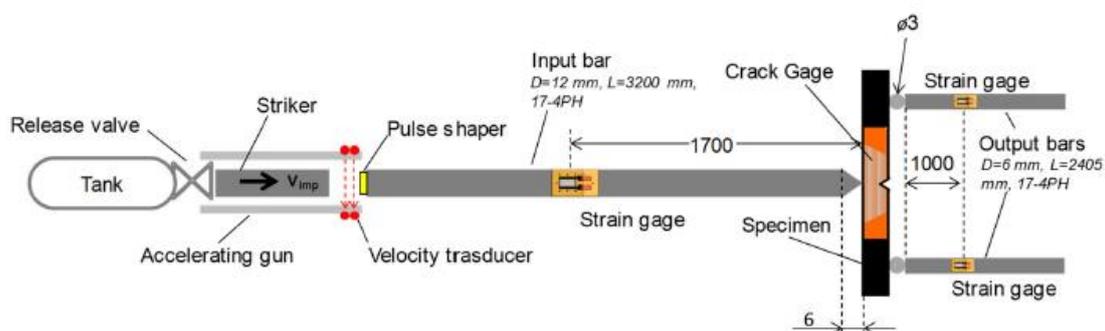


*Figura 2.32: rappresentazione del processo di dinamica caustica [3]*

### 3. BACKGROUND [1]

L'obiettivo di questa tesi è rivolto ad ottenere un modello agli elementi finiti che possa descrivere il comportamento a frattura per degli acciai martensitici, questa tesi segue direttamente il lavoro svolto da Lorenzo Peroni e Martina Scapin [1], dove è stata determinata una metodologia per la valutazione della tenacità a frattura ad elevate velocità di deformazione per materiali duttili. Nell'articolo viene mostrato come, con l'ausilio dell'apparato Split Hopkinson Bar modificato per ottenere una prova di flessione a 3 punti, vengono ottenuti i dati sperimentali che saranno poi la base per la simulazione agli elementi finiti.

La Split Hopkinson Bar è composta da un cannone ad aria compressa che svolge il compito di accelerare una barra di acciaio alto resistenziale fino alla velocità di impatto, questa colpirà il provino e trasferirà parte del suo moto a due barre di output fatte dello stesso materiale della barra di input. Le forze in gioco sono misurate tramite degli estensimetri a semiconduttori che misurano le onde elastiche che propagano nelle barre di input e output, l'apparato viene mostrato in **figura 3.1**.



*Figura 3.1: Split Hopkinson Bar modificato per simulare una prova di flessione a tre punti [1]*

La propagazione della cricca e la velocità ad essa associata invece è stata misurata tramite degli estensimetri posti in corrispondenza del provino e con l'ausilio di videocamere ad alta velocità dalle quali si sono ottenute le immagini della frattura riportate in **figura 3.2**, l'intervallo di tempo tra le varie immagini risulta essere di  $33,3 \mu s$ . Grazie alle immagini è stato possibile anche ottenere i dati riguardo al crack opening displacement (COD) ovvero lo spostamento dalle posizioni iniziali dei due lembi della cricca.

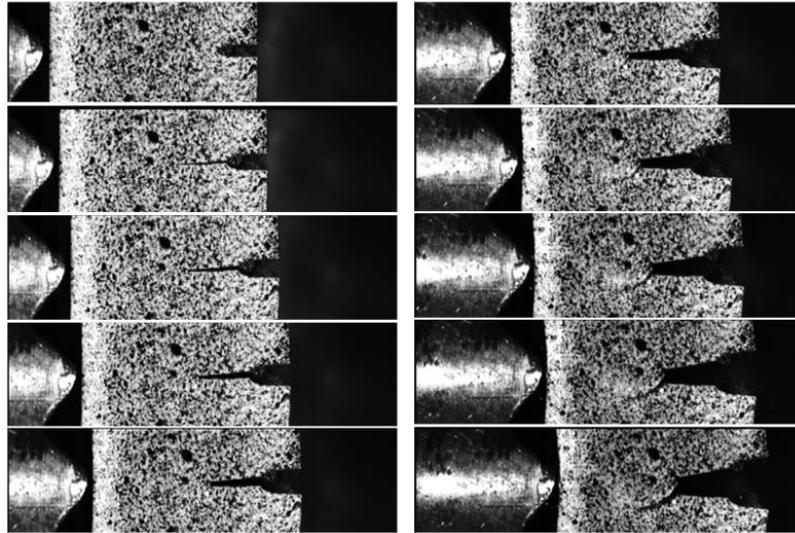


Figura 3.2: propagazione della cricca durante la prova a flessione [1]

I provini in acciaio martensitico sono stati pre criccati a fatica con cricche di dimensioni dagli 1 ai 2 mm, una volta montato nell'apparato per la prova le forze di input e di output sono state misurate e messe a confronto, come si può vedere in figura 3.3, questo dà un'idea dello stato di equilibrio del provino.

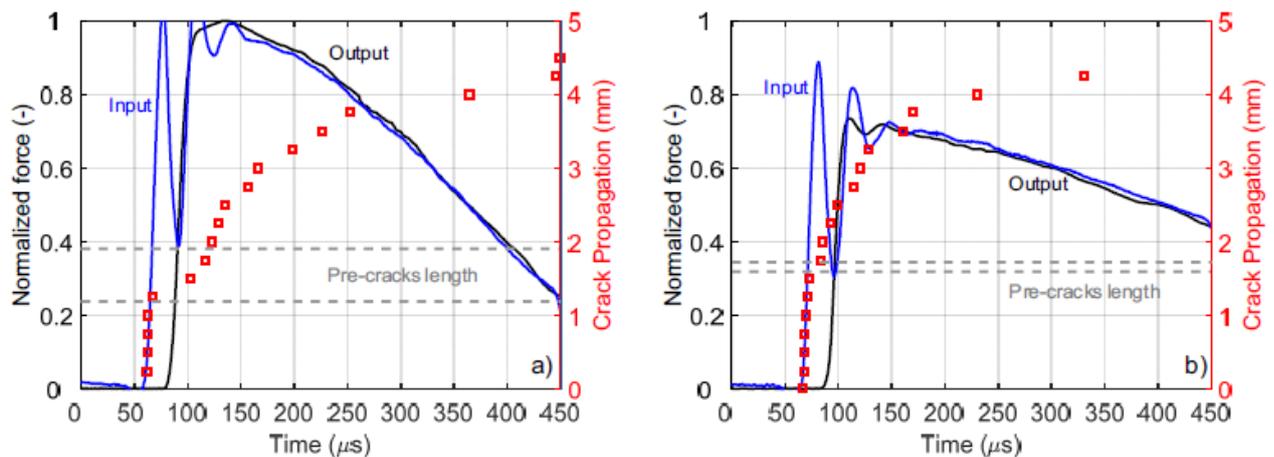


Figura 3.3: forze di input e di output dei due provini Grado I (a) e Grado II (b) [1]

Dai diagrammi si può vedere come all'inizio il provino non risulta essere in equilibrio e si può notare dal fatto che la forza di output inizia a crescere un istante dopo la forza misurata sulla barra di input. In questa situazione gran parte delle onde elastiche incidenti vengono riflesse, questo può essere dovuto all'inerzia del provino data dalle sue dimensioni. Dopo questo primo tratto il provino torna all'equilibrio e le forze iniziano ad essere trasmesse. Comparando le due curve si possono notare le differenze di tenacità a frattura dei due materiali. Nello stesso grafico viene indicata la dimensione della cricca in funzione del tempo, si può notare come nella prima parte di non equilibrio la velocità di propagazione della cricca è ampia fino a raggiungere il valore della pre-cricca formata a fatica, da questo punto si può notare un cambio di pendenza

per quanto riguarda l'avanzamento della cricca, questo dato può essere usato per stimare il tempo di inizio per la propagazione.

Oltre ai dati riguardanti le forze sono stati estrapolati dalle immagini ottenute delle videocamere la velocità delle barre di input e output e il COD mostrati in **figura 3.4 e 3.5**.

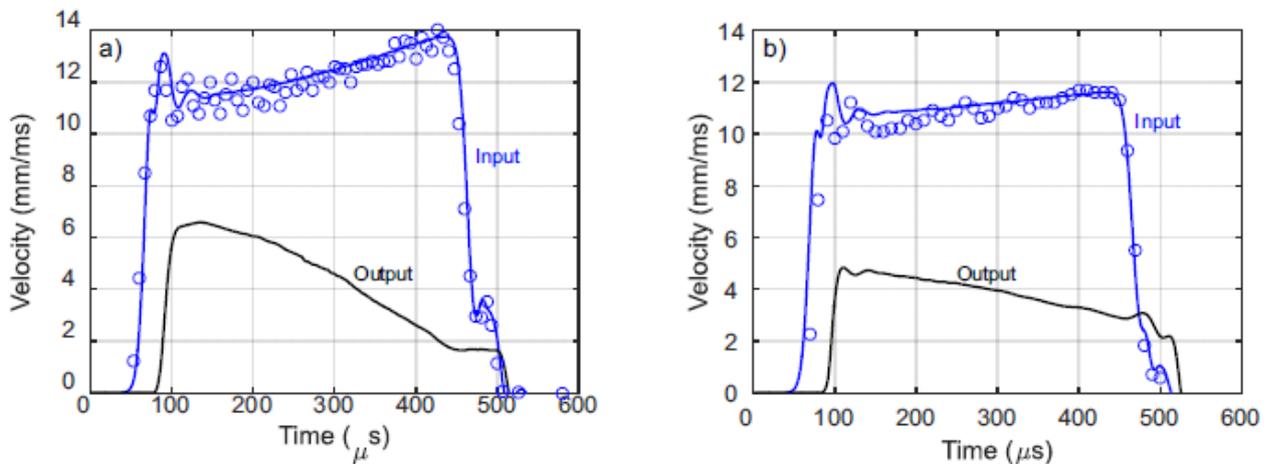


Figura 3.4: velocità di input e di output in funzione del tempo [1]

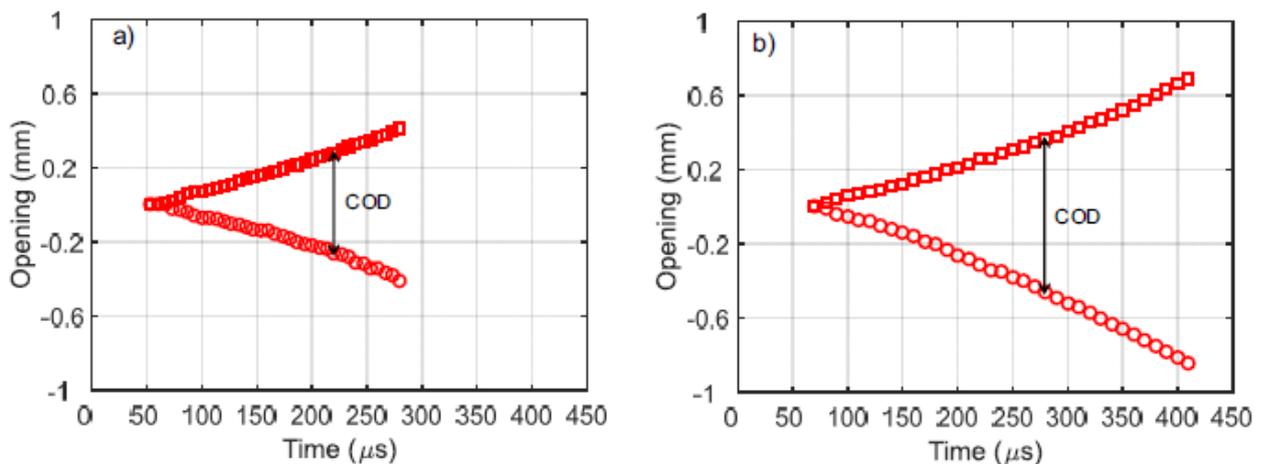


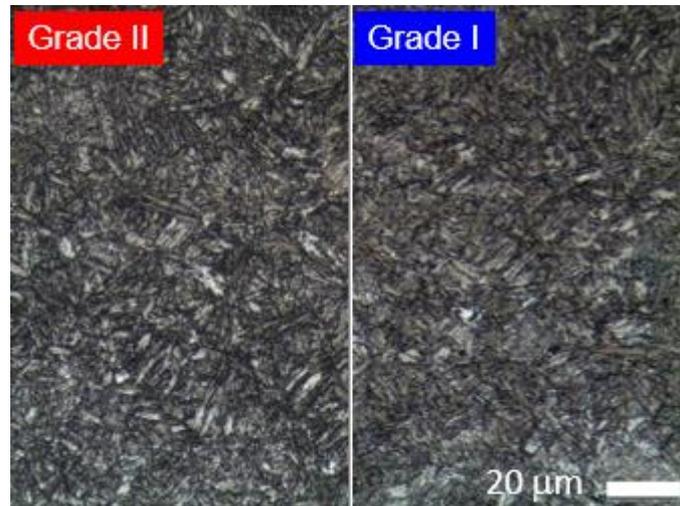
Figura 3.5: Spostamento dalle posizioni di equilibrio dei due lembi della cricca(COD) in funzione del tempo [1]

I dati estrapolati da questo studio saranno poi confrontati con quelli ottenuti dalla simulazione agli elementi finiti per ottenere un modello di frattura verosimile.

### 3.1 MATERIALE

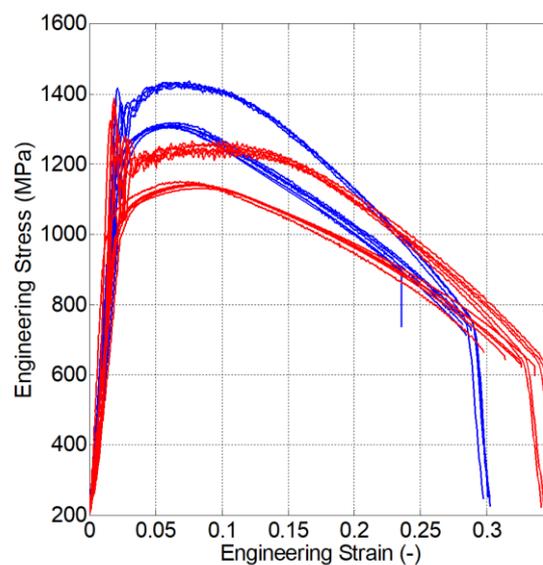
I materiali in esame in questa tesi sono degli acciai martensitici che vengono utilizzati dalla ditta Tenaris per tubi di alta qualità per l'estrazione del petrolio. Il punto più critico dove vengono portati a lavorare questi tubi è in concomitanza delle pistole perforanti, le quali perforano i pozzi di gas e petrolio per prepararli per l'estrazione. In questo punto i tubi sono caratterizzati da uno spessore più sottile, questo agevola la creazione di fori durante la fabbricazione che permetteranno l'estrazione del petrolio. Per questa applicazioni viene

utilizzato un acciaio temprato e basso legato caratterizzato da una matrice martensitica che garantisce elevate prestazioni meccaniche ovvero elevata tenacità, resistenza allo snervamento e resistenza agli urti, di fondamentale importanza durante le detonazioni delle cariche esplosive utilizzate in questo tipo di applicazioni.



*Figura 3.6: micrografia dei due acciai martensitici utilizzati nello studio condotto da L. Peroni e M. Scapin.*

I due materiali (**figura 3.6**) sono stati caratterizzati da L. Peroni e M. Scapin, sono stati studiati due tipi di acciai martensitici il Grado 1 che presenta resistenza allo snervamento di 1172 MPa ed il Grado 2 con resistenza allo snervamento di 965 MPa, sono state effettuate delle prove di tensione su entrambi i materiali per ottenere delle curve sforzo-deformazione a differente velocità di deformazione ( $10^3\text{s}^{-1}$  in blu e  $10^{-3}\text{s}^{-1}$  in rosso ) riportate in **figura 3.7** dalle quali viene ricavato il comportamento plastico che sarà alla base del modello della simulazione.



*Figura 3.7: curve sforzo deformazione per i due provini effettuate da L. Peroni e M. Scapin.*

Le proprietà dei due materiali vengono riportate in tabella 3.1 e 3.2.

**Tabella 3.1:** proprietà dell'acciaio martensitico

Modulo di Young [GPa]	Densità [Kg/m <sup>3</sup> ]	Modulo di Poisson	Temperatura di fusione [K]	Calore specifico [J/kgK]
196	7850	0,3	1873	552

In aggiunta alle proprietà del materiale vengono definiti i valori sperimentali utilizzabili per il modello Johnson Cook presentato in precedenza nell'equazione numero 2.22

**Tabella 3.2a:** modello Johnson Cook Grado 1

<i>A</i> [MPa]	<i>B</i> [MPa]	<i>C</i>	<i>n</i>	<i>m</i>	$\dot{\epsilon}_0$ [s <sup>-1</sup> ]	<i>T<sub>r</sub></i> [K]
903	581	0,0073	0,083	1,28	7e <sup>-4</sup>	298

**Tabella 3.2b:** modello Johnson Cook Grado 2

<i>A</i> [MPa]	<i>B</i> [MPa]	<i>C</i>	<i>n</i>	<i>m</i>	$\dot{\epsilon}_0$ [s <sup>-1</sup> ]	<i>T<sub>r</sub></i> [K]
903	509	0,011	0,19	1,297	7e <sup>-4</sup>	298

## 3.2 SIMULAZIONE

Il modello è stato creato sul software di simulazione agli elementi finiti (Finite Element Model F.E.M.) LS-Dyna, questo è in grado di simulare complessi problemi e viene spesso utilizzato in campo aereodinamico o automobilistico in fase di progettazione e fabbricazione (simulazioni di incidenti automobilistici, esplosioni, stampaggio in lamiera e altre applicazioni).

Le analisi effettuate dal software vengono svolte in campo transitorio dinamico e non lineare. Il campo della dinamica transitoria indica l'analisi di eventi ad alta velocità e di breve durata in cui le forze inerziali non sono trascurabili, mentre l'analisi non lineare permette di lavorare in caso di grandi deformazioni con possibile modifica delle condizioni al contorno (come il contatto tra le parti che cambia nel tempo), questo permette di simulare fuori dalle condizioni lineari elastiche dove non vale la legge di Hooke.

L'analisi in campo dinamico differisce dall'analisi in campo statico per il fatto che in dinamica vi è una dipendenza dal tempo e come accennato sopra vi è la presenza di forze di inerzia e di smorzamento del sistema che possono essere trascurati solo se la frequenza di eccitazione del carico applicato alla struttura è inferiore di circa un terzo della più piccola frequenza naturale del sistema, in questo caso si passa a un sistema quasi-statico.

I problemi di dinamica si risolvono attraverso l'analisi della risposta temporale della struttura soggetta a carichi variabili nel tempo, questa dipendenza dal tempo della forza e della risposta

del sistema fa sì che non vi sia un'unica soluzione al problema ma una successione di soluzioni in corrispondenza degli istanti di tempo di interesse.

Queste soluzioni all'analisi dinamica possono essere ottenute mediante due algoritmi di calcolo, implicito ed esplicito [8]. Nell'integrazione implicita si utilizza un metodo di calcolo passo-passo in cui viene definito un criterio di convergenza che varia il tempo di integrazione ( $\Delta t$ ) a seconda dei risultati al termine di ogni passaggio, nell'analisi implicita lo spostamento di ogni nodo al tempo  $t + \Delta t$  è funzione dei nodi accanto e della posizione di questi al tempo  $t$ .

Per l'analisi svolta in questa tesi viene utilizzato il modello di integrazione esplicito che è largamente impiegato per studiare i fenomeni non lineari come gli impatti e in simulazioni di metal forming. In questo tipo di calcolo il tempo di integrazione viene definito a inizio analisi e rimane costante durante la simulazione, ne deriva come conseguenza che i metodi espliciti consentono il calcolo ad ogni step molto più rapido ma richiedono un maggior numero di passaggi per arrivare al risultato, in questo tipo di integrazione lo spostamento di ogni nodo al tempo  $t + \Delta t$  è solo funzione della sua posizione e della posizione dei nodi accanto all'istante di tempo precedente (**figura 3.8**).

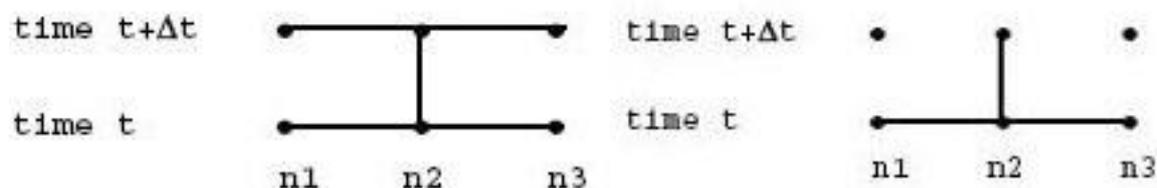


Figura 3.8: rappresentazione schematica della differenza tra analisi implicita e esplicita[8]

Andando più in dettaglio nell'analisi esplicita ogni nodo del modello F.E.M. è descritto da un'equazione del moto lineare [9], come esempio viene riportata l'equazione 3.1 del moto monodirezionale:

$$[M]\ddot{x} + [C]\dot{x} + [K]x = \{F(t)\} \quad (3.1)$$

Dove  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$  sono rispettivamente la matrice delle masse, dello smorzamento e la matrice della rigidità, queste comprendono tutte le proprietà fisiche essenziali di un sistema strutturale,  $x$ ,  $\dot{x}$  e  $\ddot{x}$  rappresentano rispettivamente gli spostamenti le velocità e le accelerazioni, infine  $F(t)$  è la forzante o sorgente esterna di eccitazione.

La soluzione di queste equazioni viene ottenuta su Ls-Dyna attraverso una modifica del metodo delle differenze centrali equazioni 3.2 e 3.3, questo è un metodo di calcolo matematico che permette di approssimare una funzione derivata con i valori della funzione primi vicini per questo motivo si assume velocità e accelerazione al tempo  $t$  uguali a:

$$\dot{x} = \frac{1}{2\Delta t}(x_{t+\Delta t} - x_{t-\Delta t}) \quad (3.2)$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{\Delta t^2}(x_{t+\Delta t} - 2x_t + x_{t-\Delta t}) \quad (3.3)$$

Sostituendo nell'equazione 3.1 si ottiene l'equazione 3.4:

$$\left([M] + \frac{1}{2}\Delta t[C]\right)x_{t+\Delta t} = \Delta t^2\{F(t)\} - (\Delta t^2[K] - 2[M])x_t - \left([M] - \frac{\Delta t}{2}[C]\right)x_{t-\Delta t} \quad (3.4)$$

Il metodo richiede un procedimento di partenza questo perché al tempo 0 è richiesto di conoscere lo spostamento che si ricava dall'equazione 3.5:

$$x_{0-\Delta t} = x_0 - \Delta t \dot{x}_0 + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{x}_0 \quad (3.5)$$

La modifica al metodo in Ls-Dyna consiste nel cambiare le equazioni 3.2 e 3.3 di partenza con le equazioni 3.6 e 3.7:

$$\dot{x}_{t+\frac{1}{2}\Delta t} = \frac{1}{\Delta t_{t+\frac{1}{2}\Delta t}} (x_{t+\Delta t} - x_t) \quad (3.6)$$

$$\ddot{x} = \frac{1}{\Delta t_t} \left( \dot{x}_{t+\frac{1}{2}\Delta t} - \dot{x}_{t-\frac{1}{2}\Delta t} \right) \quad (3.7)$$

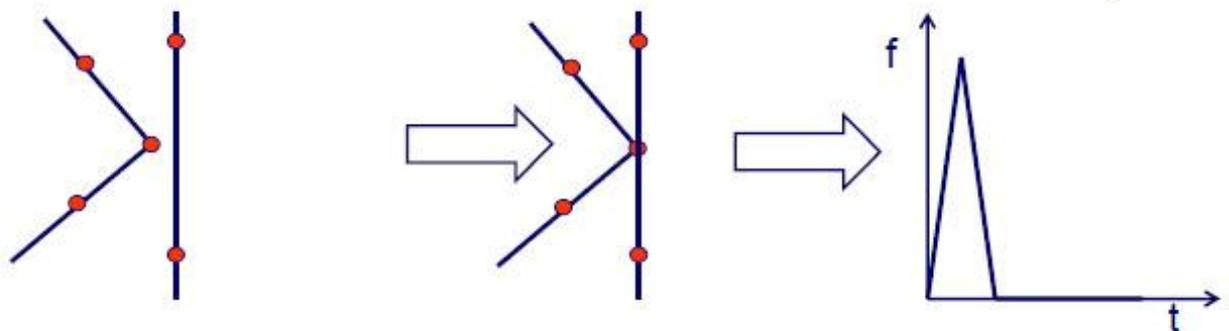
Tramite questa equazione il calcolo procede ottenendo la risposta globale del sistema agli intervalli di tempo impostati. Se questi sono troppo elevati aumentano la probabilità di errore nel calcolo, diminuendo il  $\Delta t$  invece si pregiudicano i tempi e i costi del calcolo.

La fase temporale per evitare errori dovrebbe essere inferiore al tempo impiegato da un segnale per muoversi tra due nodi alla velocità del suono nel materiale (equazione 3.8), questa quindi può essere calcolata in questo modo:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}} \quad (3.8)$$

### 3.2.1 Contatti

Un ulteriore approfondimento va fatto sul funzionamento dei contatti all'interno della simulazione F.E.M., in Ls-Dyna i contatti vengono definiti identificando le parti che andranno a collidere, le posizioni di queste vengono controllate per la potenziale penetrazione di un nodo attraverso un segmento, se viene rilevata una penetrazione verrà applicata una forza proporzionale alla profondità di questa per resistere ed eliminare così la penetrazione (**figura 3.9**).



*Figura 3.9: rappresentazione del funzionamento dei contatti in fase di simulazione [8]*

Diverse formulazioni di contatto possono essere utilizzate in Ls-Dyna (in **figura 3.10** sono presenti alcuni esempi), queste differiscono in base a come il contatto avviene tra le parti, quindi in base ai materiali delle parti a contatto e in base a come vengono a collidere queste un contatto sarà più opportuno di un altro.

Per la simulazione studiata in questa tesi si è scelto di utilizzare il contatto \*AUTOMATIC\_SURFACE TO SURFACE, i contatti di tipo automatico non sono orientati, il

che significa che possono rilevare la penetrazione da tutti i lati di un elemento, questo tipo permette di definire semplicemente le parti che andranno a contatto ed è particolarmente indicato in caso di grandi deformazioni dove può essere difficile determinare come e dove si verifica il contatto.

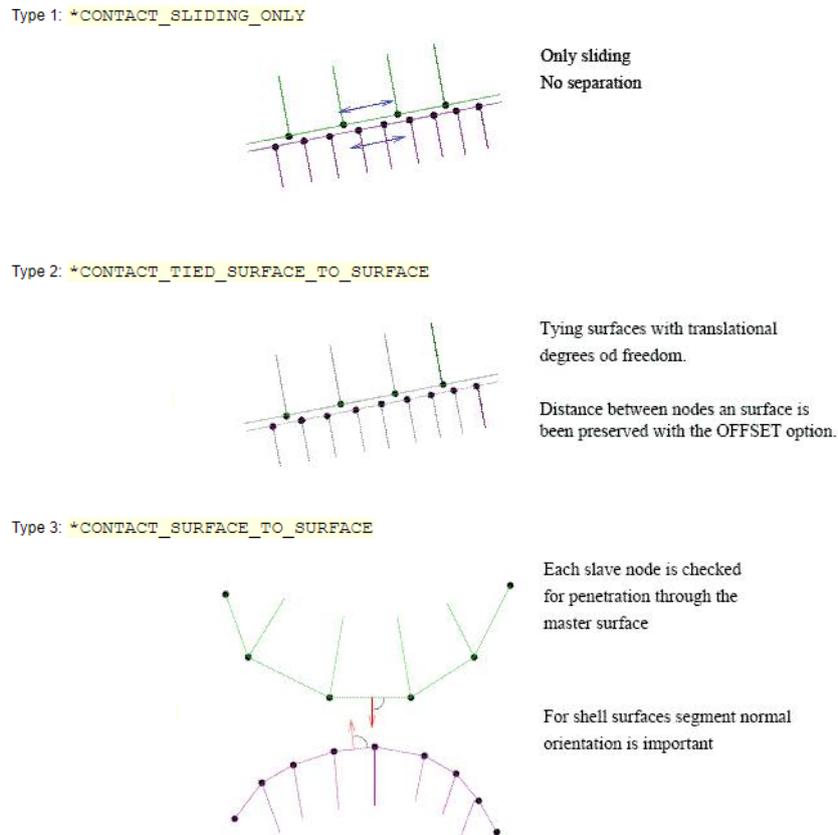


Figura 3.10: alcuni esempi di contatto presenti in Ls-Dyna [8]

La rigidezza del contatto (equazione 3.9) viene definita come [9]:

$$k = \frac{\alpha K A^2}{V} \quad (3.9)$$

Dove  $K$  è il modulo di bulk del materiale,  $A$  è l'area della superficie di contatto dell'elemento,  $V$  è il volume dell'elemento e  $\alpha$  è il fattore di scala definibile attraverso la card apposita in fase di simulazione.

### 3.2.2 Materiale

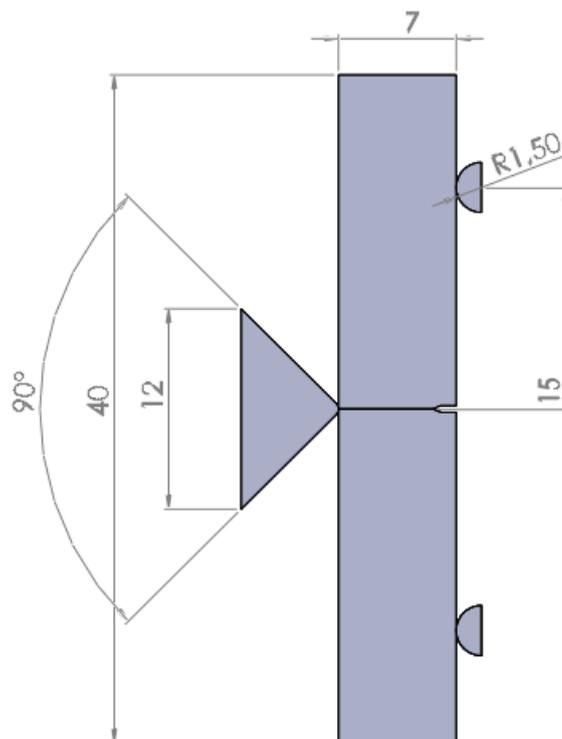
Un ulteriore approfondimento a livello di simulazione va fatta considerando come è implementato il materiale all'interno di questa. Come già definito in precedenza il modello di materiale utilizzato è il modello Johnson Cook dove il flusso plastico segue un comportamento definito dall'equazione 2.22, questo tipo di modello viene spesso utilizzato per descrivere il materiale in caso di velocità di deformazioni variabili e dove le temperature non sono costanti e possono aumentare per via della generazione di calore durante la deformazione plastica.

In questo tipo di materiale il cedimento è determinato da una equazione aggiuntiva che definisce la deformazione a frattura in funzione di diverse variabili definibili sperimentalmente, in questo

caso non si è scelto di utilizzarla ma di includere un ulteriore modello di frattura tramite una definizione aggiuntiva che permette di definire differenti parametri per descrivere come e quando il materiale raggiungerà la frattura, questa scelta è stata effettuata per ottenere dei dati riconducibili in prima approssimazione all'energia richiesta per un materiale per arrivare a cedimento, questo tipo di modello verrà poi approfondito nei paragrafi successivi.

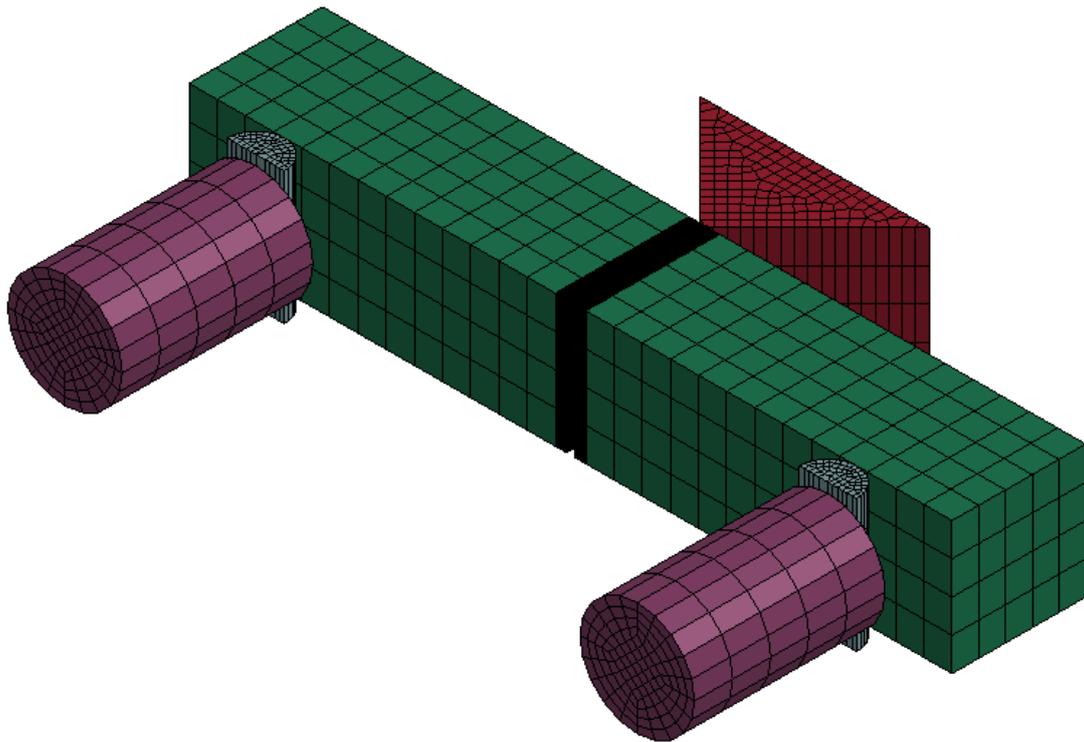
### 3.2.3 Modello F.E.M.

Il modello F.E.M. è stato creato utilizzando la geometria mostrata in **figura 3.11** (misure in millimetri) che rispecchia la geometria della prova alla Split Hopkinson Bar.

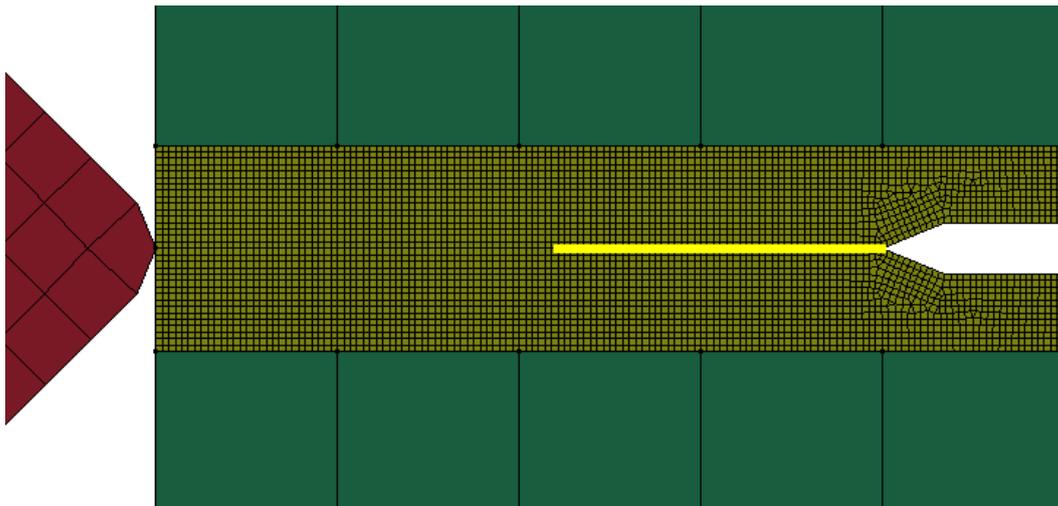


*Figura 3.11: geometria del modello*

La sagoma creata dapprima su un software CAD è stata poi importata in Ls-Prepost dove viene creato il modello agli elementi finiti. Il provino mostrato in **figura 3.12** è caratterizzato da due diverse dimensioni della mesh, la zona dell'intaglio presenta una mesh di 0,05 mm (**figura 3.13**) per migliorare la precisione del modello nella zona in prossimità della cricca, mentre la parte a contatto con gli appoggi, nella quale vi è minima deformazione plastica, ha dimensione della mesh di 1,4 mm per diminuire il tempo di calcolo. Lo spessore del provino invece è diviso in 4 parti nella zona lontana dalla cricca e in 8 parti uguali nell'area adiacente la cricca fino a raggiungere lo spessore complessivo di 7 mm, i dati ottenuti saranno moltiplicati per un fattore 2 dato che il modello reale presentava un provino di spessore 14 mm. Nella **figura 3.12** si nota anche che sono state modellate una parte delle barre di output dalle quali si otterranno ulteriori dati per confrontare il modello F.E.M. con il comportamento reale.



*Figura 3.12: vista isometrica del modello FEM*



*Figura 3.13: ingrandimento del modello FEM con evidenziata la pre cricca a fatica*

### **3.2.4 Modello di danneggiamento**

Una volta creato gli elementi che compongono il modello si deve selezionare un meccanismo di frattura, ovvero un limite che determinerà l'eliminazione dell'elemento, una volta superati i parametri di cedimento l'elemento soggetto sarà eliminato dalla simulazione e non contribuirà più al trasferimento delle forze nel modello.

In LS-Dyna sono presenti numerosi criteri di fallimento, alcuni direttamente associati alla definizione di materiali, altri possono essere aggiunti tramite una card apposita. Per questa simulazione si è scelto di utilizzare il modello DIEM (Damage Initiation and Evolution Model) che può essere aggiunto alla definizione di materiale tramite la card ADD\_EROSION. Nel DIEM sono presenti differenti criteri i quali possono essere anche accoppiati, questo è utile tenendo in considerazione che differenti meccanismi possono concorrere durante il processo di frattura [10-11]. Quello utilizzato si basa sulla degradazione del materiale dovuto alla nucleazione e crescita dei microvuoti, meccanismo tipico di frattura dei materiali duttili come è stato descritto in precedenza.

Questo modello sfrutta lo stato di stress del materiale per descriverne il comportamento, questo valore viene espresso dal parametro di triassialità (equazione 3.10) che viene spesso utilizzato nei modelli che prevedono la frattura duttile dei materiali metallici, questo perché in caso di tensione piana e comportamento isotropo il valore di triassialità è in grado di definire ogni stato di sollecitazione all'interno del materiale. La triassialità viene indicata come:

$$\eta = -\frac{p}{\sigma_{eq}} \quad (3.10)$$

Dove  $p$  indica la pressione applicata mentre  $\sigma_{eq}$  è lo sforzo equivalente (equazione 3.11) ottenuto dal criterio di Von Mises come:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad (3.11)$$

L'utilizzo di questo modello risulta molto utile nel lavoro in questione perché uno dei due parametri di input risulta essere l'energia di frattura  $G$  (J/mm<sup>2</sup>) (equazione 3.12), la quale potrà essere poi correlata alla tenacità del materiale. L'energia di frattura viene espressa come:

$$G = \int_0^{u_f^p} \sigma_y du^p \quad (3.12)$$

Dove  $\sigma_y$  è lo sforzo di snervamento mentre  $u_f^p$  indica invece la deformazione plastica a frattura.

Il secondo degli input del modello invece è la curva di triassialità del materiale in funzione della deformazione plastica.

Il modello DIEM definisce in due modi differenti il comportamento del materiale fino all'inizio del danneggiamento e durante l'evoluzione del danno, una volta che la variabile che esprime l'inizio del danneggiamento raggiunge il valore massimo si passa al modello di danneggiamento che descrive quando il materiale inizia macroscopicamente a danneggiare e questo influisce direttamente la capacità del materiale di trasferire i carichi.

La variabile che definisce l'inizio del danneggiamento è definita dall'equazione 3.13:

$$\omega_D = \frac{\varepsilon^p}{\varepsilon_0} \quad (3.13)$$

Dove  $\varepsilon^p$  è la deformazione plastica mentre  $\varepsilon_0$  è il valore che viene ottenuto dalla curva triassialità in funzione della deformazione plastica definita in precedenza. Quando  $\omega_D$  diventa uguale a 1 il comportamento del materiale si considera affetto dal danneggiamento e viene modificata la legge di evoluzione dello stress con l'equazione 3.14:

$$\sigma = (1 - D)\tilde{\sigma} \quad (3.14)$$

Dove  $\tilde{\sigma}$  indica lo sforzo prima dell'inizio del danneggiamento mentre  $D$  è la variabile che descrive l'evoluzione del danneggiamento (equazione 3.15, 3.16 e 3.17) e viene espressa come:

$$D = \frac{u^p}{u_f^p} \quad (3.15)$$

Con:

$$u_f^p = \frac{2G_f}{\sigma_{y0}} \quad (3.16)$$

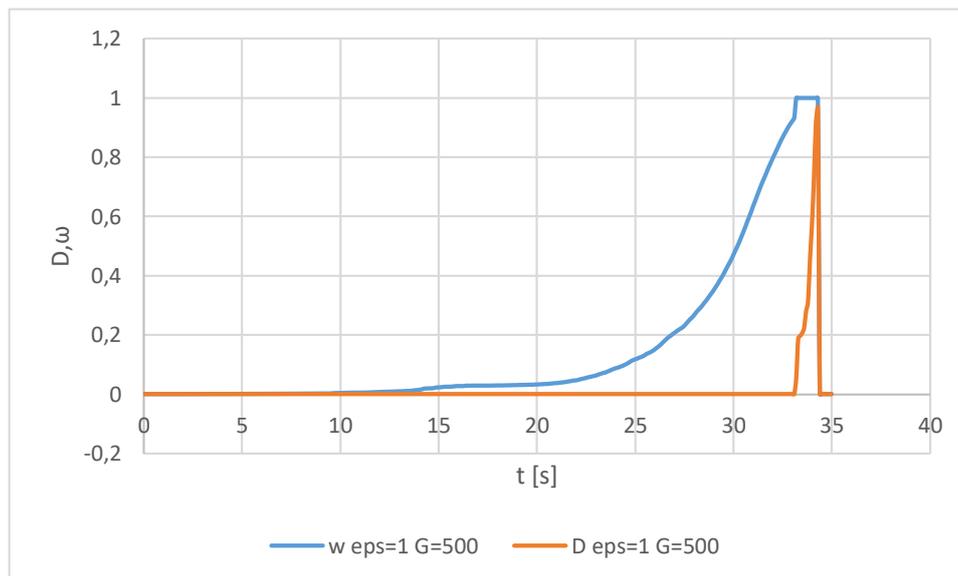
Mentre:

$$u^p = \begin{cases} 0 & \text{per } \omega_D < 1 \\ l\varepsilon^p & \text{per } \omega_D > 1 \end{cases} \quad (3.17)$$

Qui  $l$  indica la dimensione dell'elemento mentre  $\varepsilon^p$  è l'effettiva deformazione plastica di questo.

Si considera che quando  $D$  raggiunge il valore di 0,99 lo stress risulta uguale a 0 ed il punto di integrazione raggiunge il fallimento, quando tutti i punti di integrazione dell'elemento si considerano falliti questo verrà eliminato dalla simulazione.

Questi due parametri possono essere seguiti durante la simulazione e si ottiene un grafico come quello riportato in **figura 3.14** dove sono stati monitorati in funzione del tempo per un elemento durante una simulazione di una prova di trazione (come parametri input del modello sono stati inseriti  $\varepsilon_0 = 1$  e  $G = 500$ ), dalla figura si può notare come quando il valore di  $\omega_D$  diventa uguale a 1 il parametro  $D$  inizia a crescere fino a raggiungere il valore di 0,99, in questo punto l'elemento viene eliminato.



*Figura 3.14: grafico  $\omega_D$  ed  $D$  in funzione del tempo.*

Una volta definito il modello di danneggiamento del materiale si è passato alla calibrazione di questo, per farlo sono state effettuate delle simulazioni di prove di trazione su un provino dalle dimensioni riportate in **figura 3.15** (dimensioni in millimetri).

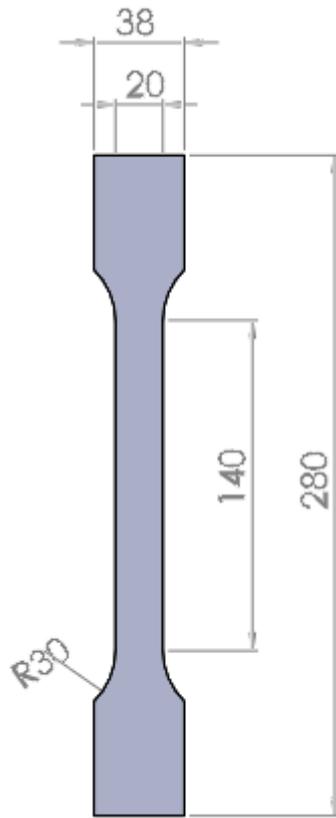


Figura 3.15: provino a trazione (mm) per calibrazione del modello DIEM.

Dalle diverse prove di simulazione sono state estrapolate delle curve sforzo-deformazione (figura 3.16) variando i parametri  $G$  ed  $\epsilon_0$  vedendo come influenzavano la curva e come rispondeva il materiale.

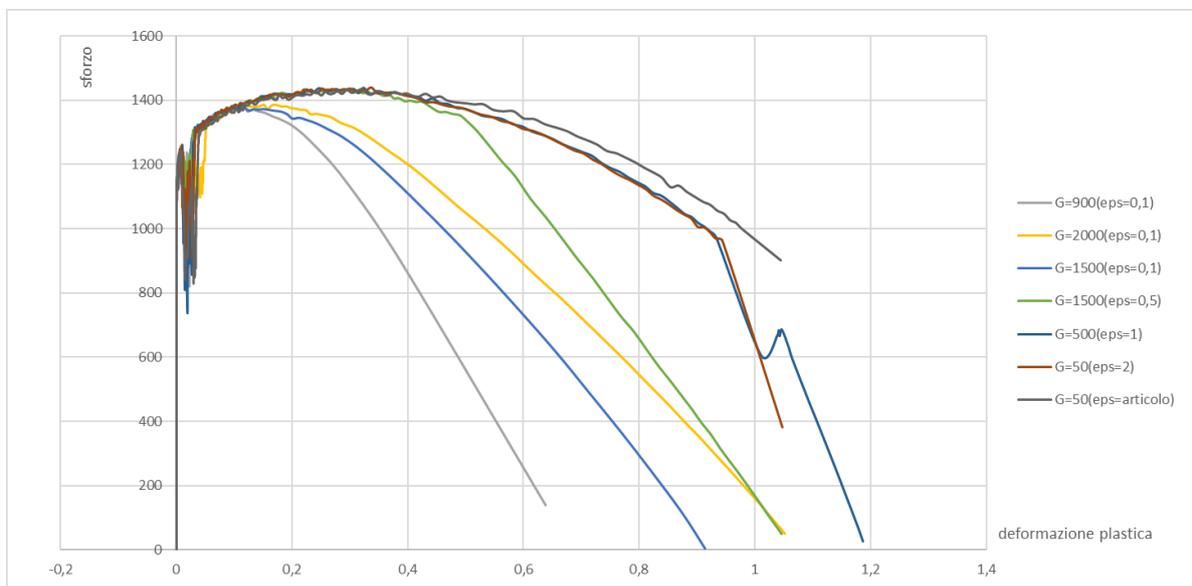


Figura 3.16: Grafico sforzo-deformazione al variare di  $G$  ed  $\epsilon_0$ .

Si può notare come al variare di  $\varepsilon_0$  varia la deformazione plastica alla quale inizia il danneggiamento, in questo punto lo sforzo inizia a decrescere rapidamente, mentre  $G$  va ad influire sulla velocità del danneggiamento e quindi sulla pendenza della curva nell'ultimo tratto. Risulta evidente come il parametro  $G$  controlla come viene rilasciata l'energia dal materiale durante il suo danneggiamento, più grande è questo parametro maggiore sarà l'energia necessaria per arrivare a rottura dopo che ha avuto inizio il danneggiamento.

## 4. METODO DI STUDIO

Una volta definito il modello di danneggiamento descritto nel capitolo 3 si è passati a studiarne il comportamento applicandolo alla simulazione.

Il modello FEM doveva essere in grado di rilevare gli stessi dati ottenuti durante la fase sperimentale alla Hopkinson Bar, per questo motivo l'unico parametro impostato uguale alla prova è la velocità con cui la punta impatta sul provino mostrata in **figura 3.4**, una volta definito l'input si è passato a ricercare come le variabili del modello di danneggiamento influenzassero i parametri di controllo.

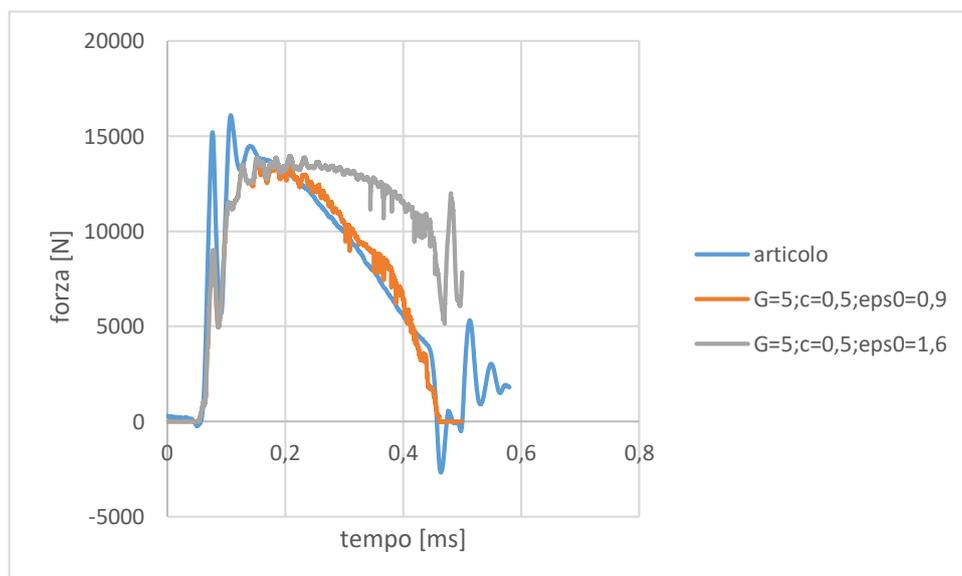
I parametri che verranno valutati sono la forza rilevata al contatto tra la punta e il provino, la forza di output ricavata dal contatto tra il provino e gli appoggi, la velocità di movimento degli appoggi e il COD.

Durante le prove per calibrare il modello si è studiato direttamente il comportamento che avevano le singole variabili sulla forza scambiata tra la punta e il provino, gli altri dati verranno poi confrontati una volta ottenuto un modello di danneggiamento che permetta di ottenere un ottimo riscontro con la forza di impatto.

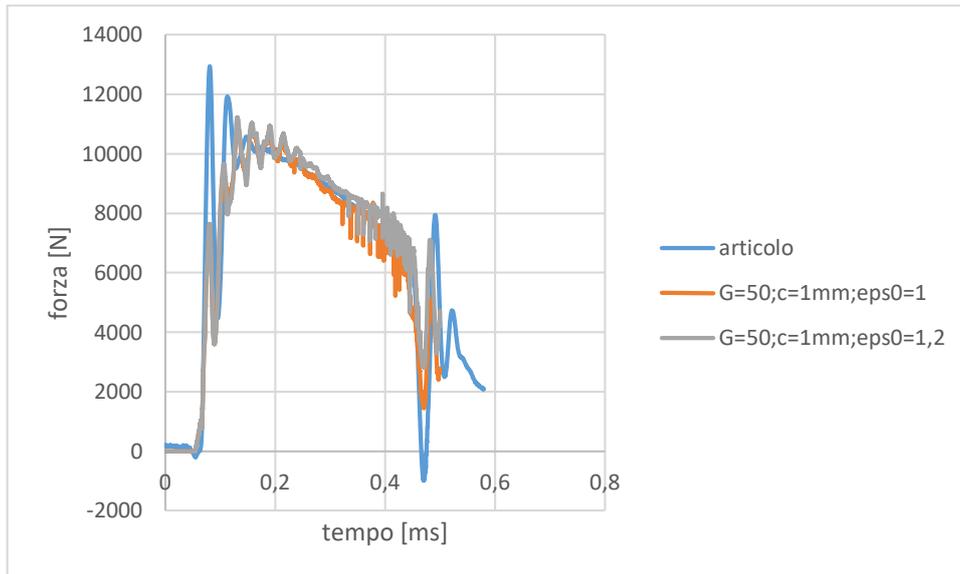
### 4.1 DEFORMAZIONE DI INIZIO DANNEGGIAMENTO

Come già descritto in precedenza uno dei parametri importanti per simulare la prova è la deformazione alla quale inizia il danneggiamento ( $\epsilon_0$ ), questa influisce direttamente sulla forza rilevata al contatto tra la punta e il provino.

Per vedere l'influenza di questo parametro sulla simulazione sono quindi state effettuate delle prove al variare dei valori di  $\epsilon_0$  sia per il materiale Grado 1 che per il materiale Grado 2, come si può vedere dai grafici riportati in **figura 4.1** e **4.2** questo parametro influenza molto la pendenza con la quale la forza decade dopo l'impatto della punta sul provino.



*Figura 4.1: grafico della variazione della forza di contatto tra punta e provino in funzione del tempo del materiale Grado 1*

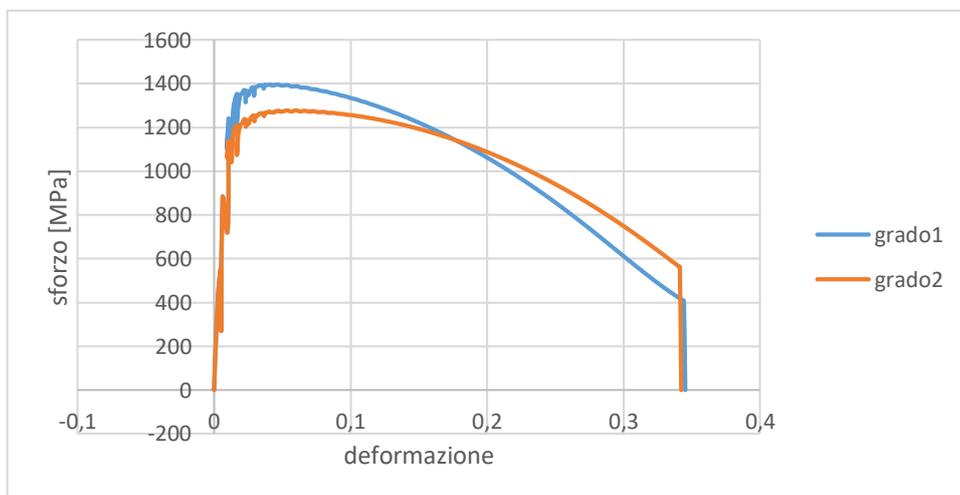


*Figura 4.2: grafico forza in funzione del tempo per il materiale Grado 2*

In **figura 4.1 e 4.2** vengono rappresentati gli andamenti della forza di contatto tra la punta impattante e il provino sottoposto a flessione ottenuta dalla simulazione al variare dei valori di deformazione al danneggiamento, le prove sono state effettuate tenendo costante il valore dell'energia di frattura  $G$  che risulta essere di 5 per il Grado 1 e di 50 per il Grado 2, e utilizzando una dimensione della cricca di 0,5 millimetri per il Grado 1 e di 1 millimetro per il Grado 2, i valori di  $\epsilon_0$  impostati sono 0,9 e 1,6 per il Grado 1 e 1 e 1,2 per il Grado 2.

Dai risultati dei grafici risulta chiaro come questo parametro abbia la stessa influenza del valore dell'energia di frattura e quindi andava determinato in un altro tipo di simulazione. Per questo motivo per ottenere la deformazione al danneggiamento sono state ricostruite le curve sforzo deformazione (figura 3.7 curva blu) che erano servite per ottenere il modello Johnson Cook dei materiali descritte nel capitolo 3.

Ricreando le stesse prove di trazione ma senza simulare il danneggiamento del materiale e confrontando le curve sforzo-deformazione (**figura 4.3**) è stato possibile ottenere i tempi corrispondenti all'inizio del danneggiamento.



*Figura 4.3: sforzo-deformazione ottenuti con la simulazione della prova di trazione*

Dalle curve ottenute si può notare come i materiali rispondano perfettamente in fase di simulazione ai modelli ottenuti nella fase sperimentale, infatti i picchi delle curve e le pendenze ottenute risultano molto simili.

Una volta ottenuto il tempo di danneggiamento grazie alla simulazione è stato possibile ricavare il valore della deformazione plastica effettiva (**figura 4.4**) la quale verrà utilizzata nella simulazione della prova a flessione.

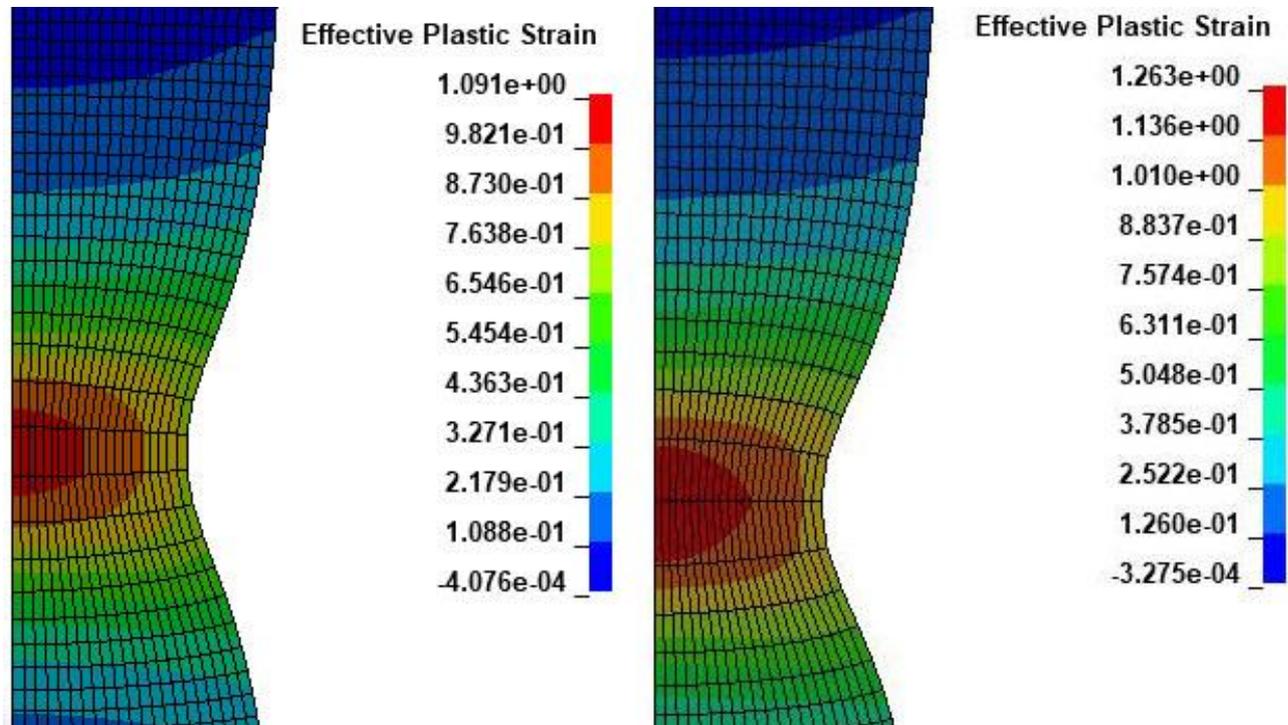


Figura 4.4: deformazione plastica effettiva dei provini a trazione

Sono quindi stati impostati nella simulazione i valori di  $\epsilon_0$  riportati in tabella 4.1

**Tabella 4.1:** valori di deformazione al danneggiamento per i differenti materiali

	$\epsilon_0$
Grado 1	1
Grado 2	1,2

## 4.2 DIMENSIONE DELLA CRICCA

Un altro parametro che influisce sulla risposta del modello è la dimensione della cricca, da questa dipende il massimo della forza rilevata al contatto tra punta e provino **figura 4.5 e 4.6**

Durante i test alla Hopkinson Bar i provini erano stati precriccati a fatica con cricche che variavano da 1 a 2 millimetri in base al provino, quindi si è investigato su come cambiassero le forze in gioco con questi due valori di cricca mantenendo costanti  $G$  ed  $\epsilon_0$  (rispettivamente 100 e 1 per il Grado1 e 500 e 1 per il Grado 2).

Si può notare come la forza sia inversamente proporzionale alla dimensione della cricca, raddoppiando la dimensione della cricca si avrà un dimezzamento della forza di contatto, questo comportamento si verifica sia nel materiale Grado 1 che nel Grado 2.

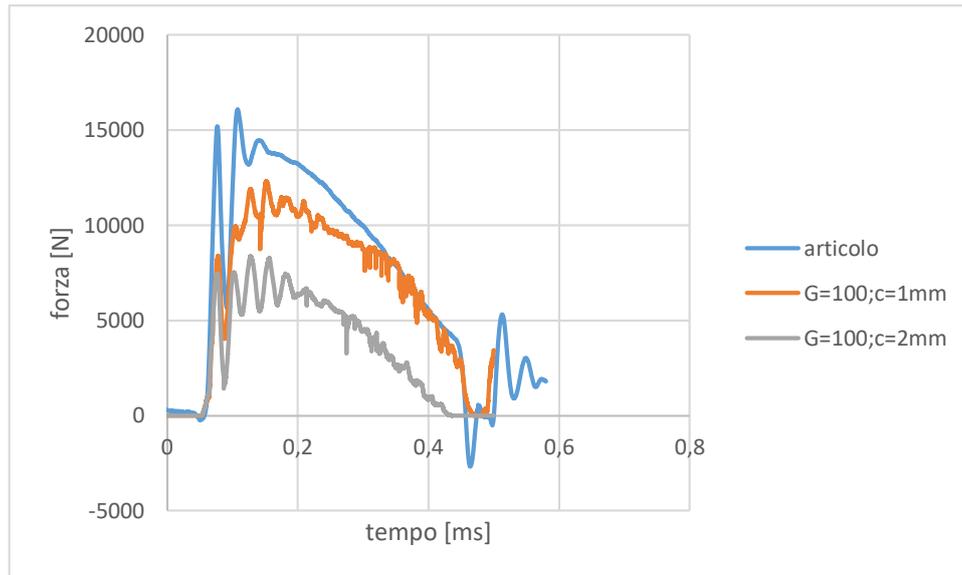


Figura 4.5: forza di contatto tra punta e provino in funzione del tempo e della dimensione della cricca per il materiale Grado 1

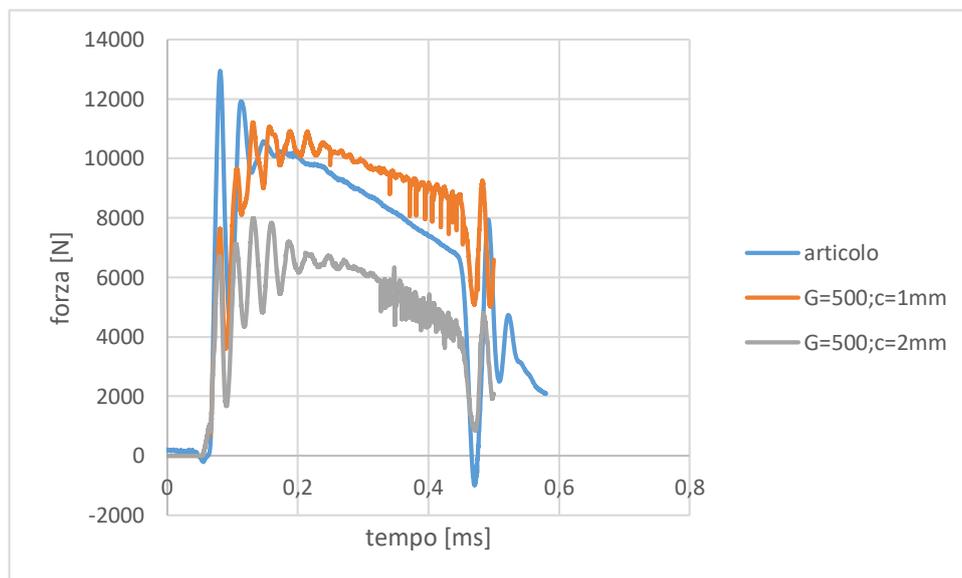


Figura 4.6: forza in funzione del tempo e della dimensione della cricca per il materiale Grado 2

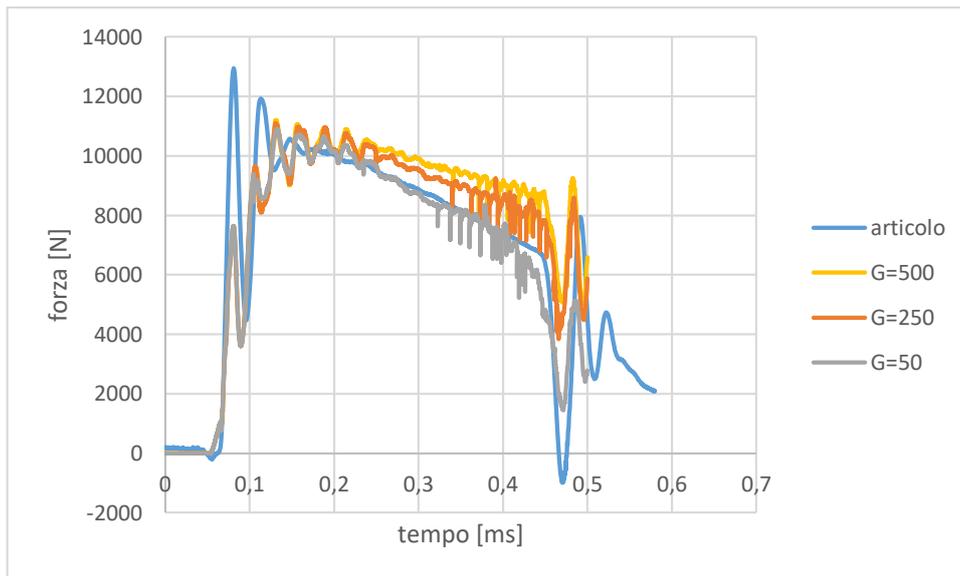
La dimensione esatta della cricca ricavata da misure effettuate sui provini dopo la prova alla Slit Hopkinson Bar è quindi stata inserita nella simulazione. Viene qui riportato in tabella 4.2 le misurazioni effettuate per la dimensione della cricca e le dimensioni utilizzate in fase di simulazione. La differenza presente tra la cricca del Grado 2 in fase di simulazione a quella reale può essere attribuibile a come è stata modellata questa, nella simulazione risulta una linea retta ideale dove non vi è interazione tra le due facce affiancate mentre nella realtà può essere presente dell'impedimento geometrico dovuto alla propagazione non lineare della cricca nel provino, questo porta a sovrastimare la dimensione del difetto.

**Tabella 4.2:** dimensioni della cricca per i differenti materiali

	misurata	simulazione
Grado 1	2mm	2mm
Grado 2	2,2mm	2,5mm

### 4.3 ENERGIA DI FRATTURA

L'energia associata alla frattura risulta l'ultimo parametro da studiare per ottenere una simulazione che corrispondesse il più possibile al modello reale, come descritto nel capitolo 3 il valore di  $G$  determina direttamente l'energia richiesta per arrivare all'eliminazione dell'elemento dal modello FEM, questo durante la simulazione della prova a flessione ha lo stesso impatto della deformazione plastica a frattura  $\epsilon_0$ , va quindi a modificare la pendenza della curva forza di contatto tra la punta e il provino in funzione del tempo. Diverse prove sono state effettuate durante la modellizzazione della simulazione per ottenere il valore ideale per questo parametro, in **figura 4.7** viene riportato un esempio di come il parametro influenza la risposta della forza di impatto del materiale Grado 2 variando il valore di  $G$  mantenendo costanti gli altri parametri, sono riportate tre prove rispettivamente con energia di frattura a 500, 250 e 50 J/mm<sup>2</sup>.



*Figura 4.7:* grafico forza in funzione del tempo al variare dell'energia di frattura

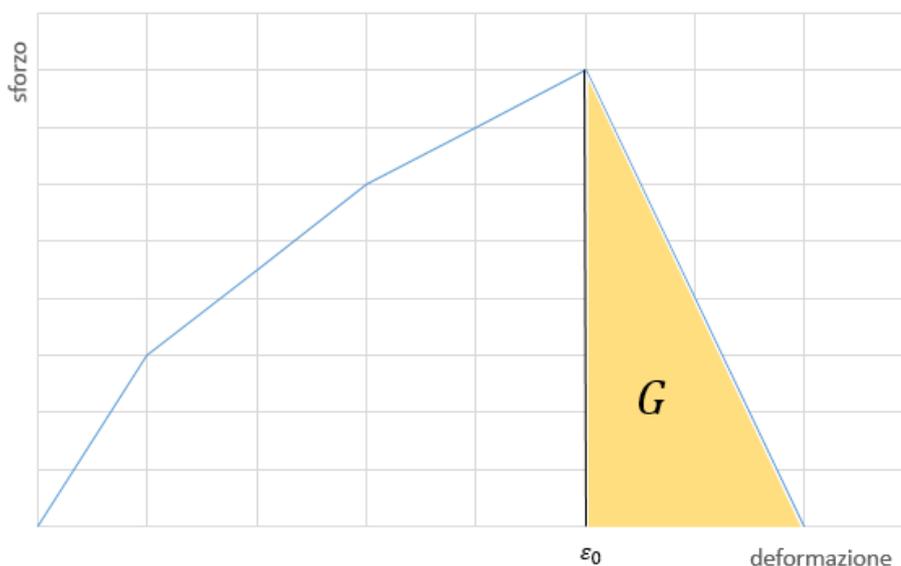
Come accennato in precedenza questo parametro potrà essere correlato alla tenacità di un materiale, non come valore ma come parametro di paragone.  $G$  infatti indica l'energia necessaria per completare il danneggiamento del materiale una volta raggiunto la deformazione richiesta perché questo inizi, questo valore non ha un significato fisico ma può essere usato per paragonare due materiali per investigare quale sia quello con la tenacità a frattura superiore.

I valori ottenuti per i differenti materiali sono riportati in tabella 4.3

**Tabella 4.3:** energia di frattura per i differenti materiali

Grado 1	200 J/mm <sup>2</sup>
Grado 2	750 J/mm <sup>2</sup>

Per comprendere meglio l'effetto di questo parametro sulla frattura del materiale si può considerare una curva sforzo deformazione come quella mostrata nella **figura 4.8** il materiale una volta raggiunto il valore di deformazione  $\epsilon_0$  inizia a danneggiarsi e dissiperà una certa quantità di energia per completare il danneggiamento e fratturarsi, questa nella simulazione viene indicata dal parametro  $G$ .

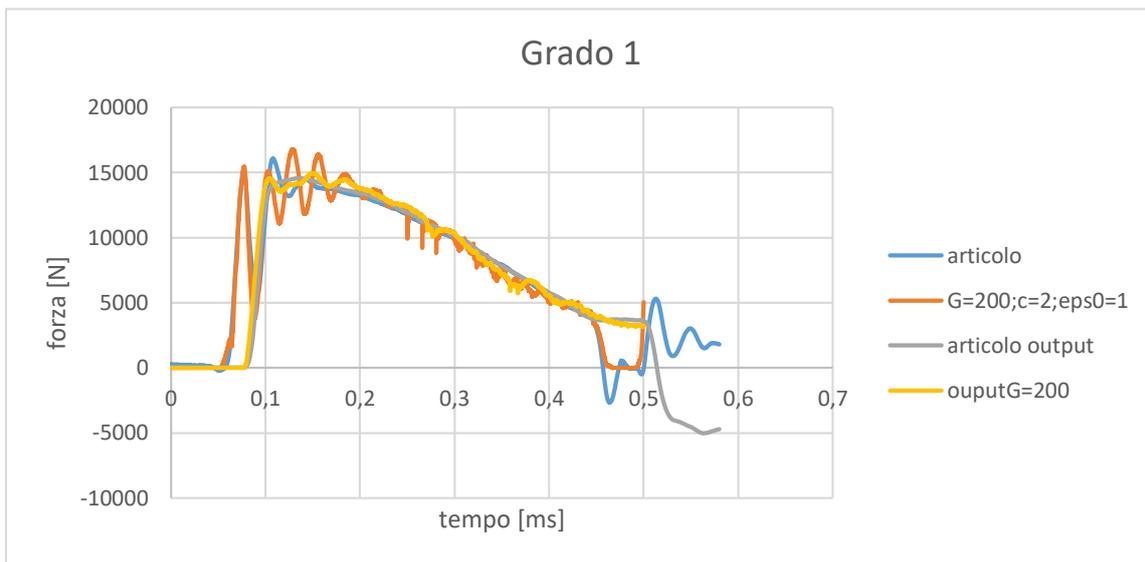


*Figura 4.8:* esempio di come incidono la deformazione al danneggiamento e l'energia di frattura su una curva sforzo-deformazione

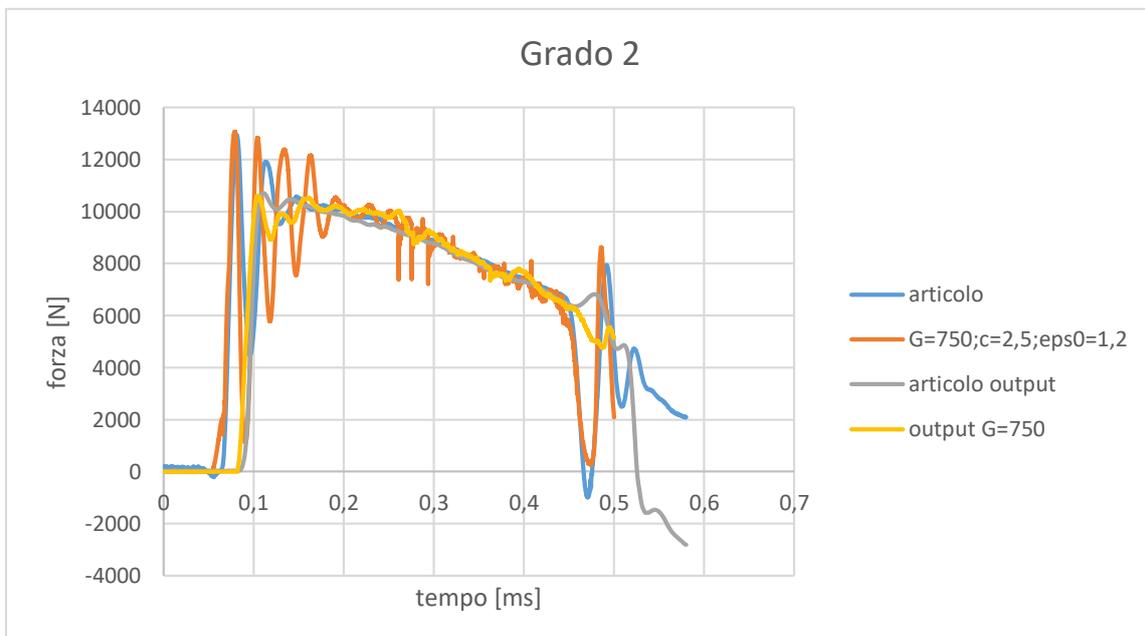
## 5. ANALISI DEI RISULTATI

Una volta ottenuti tutti i parametri del modello si è passato a confrontare le curve estrapolate dalla simulazione con le curve ottenute durante la fase sperimentale da Lorenzo Peroni e Martina Scapin descritta nell'articolo [1].

Prima si sono confrontate le curve ottenute dalla forza di contatto tra punta e provino e tra provino e appoggi (forza di input e di output), come si può notare dai grafici riportati in **figura 5.1** e **5.2** una volta ottenuto il giusto valore di  $G$  che corrisponde a  $200 \text{ J/mm}^2$  per il Grado 1 e di  $750 \text{ J/mm}^2$  per il Grado 2 la curva ottenuta grazie alla simulazione segue perfettamente l'andamento della curva ottenuta in fase sperimentale.

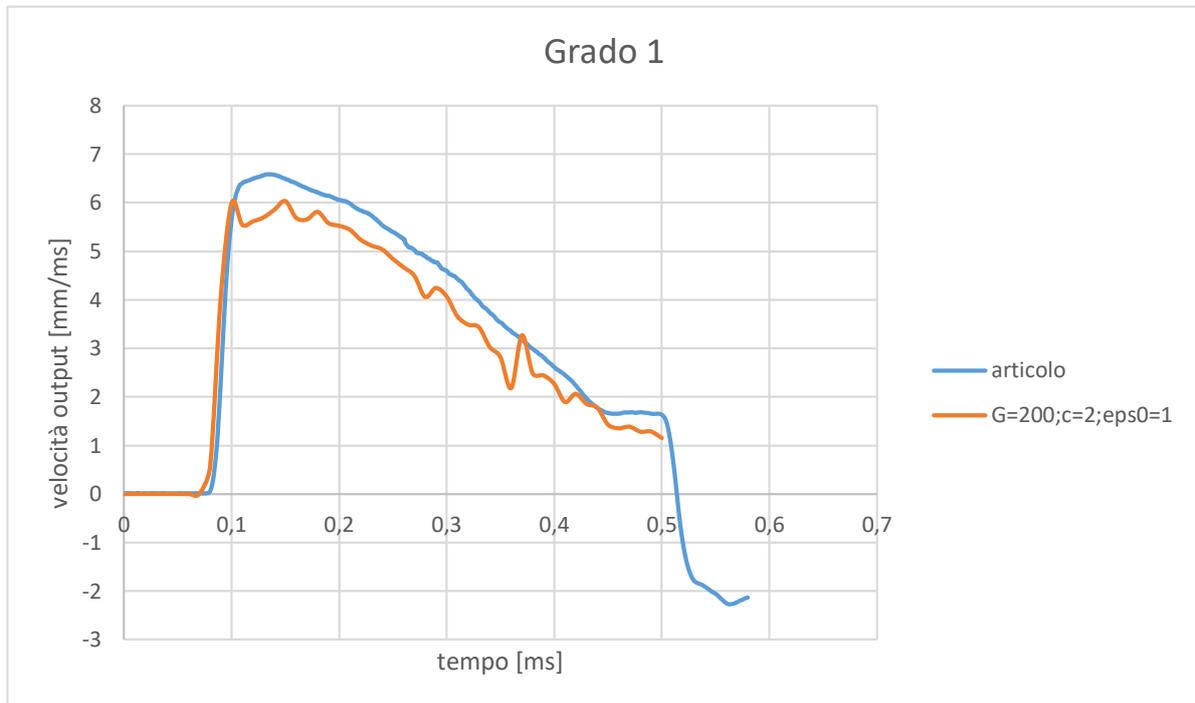


*Figura 5.1: paragone tra la forza di contatto ottenuta durante la simulazione e quella ottenuta in fase sperimentale per il materiale Grado 1*

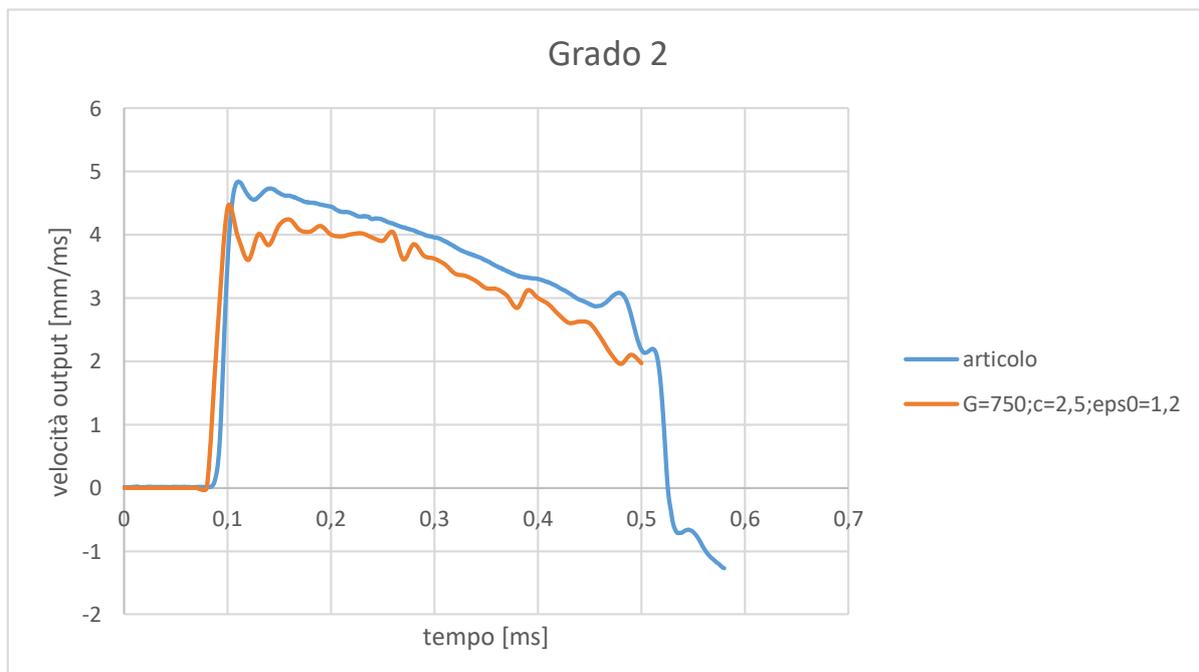


*Figura 5.2: paragone tra la forza di contatto ottenuta durante la simulazione e quella ottenuta in fase sperimentale per il materiale Grado 2*

Successivamente si è passati a confrontare le velocità delle barre di output riportate nei grafici in **figura 5.3 e 5.4** come si può notare dall'immagine vi è una leggera discrepanza tra la curva sperimentale e quella ottenuta dalla simulazione questo può essere dovuto al fatto che in fase di simulazione si è scelto di non modellare completamente le barre di output per risparmiare elementi e ridurre così i tempi di calcolo e questo genera un leggero errore.



*Figura 5.3: confronto tra le velocità di output per il Grado 1*



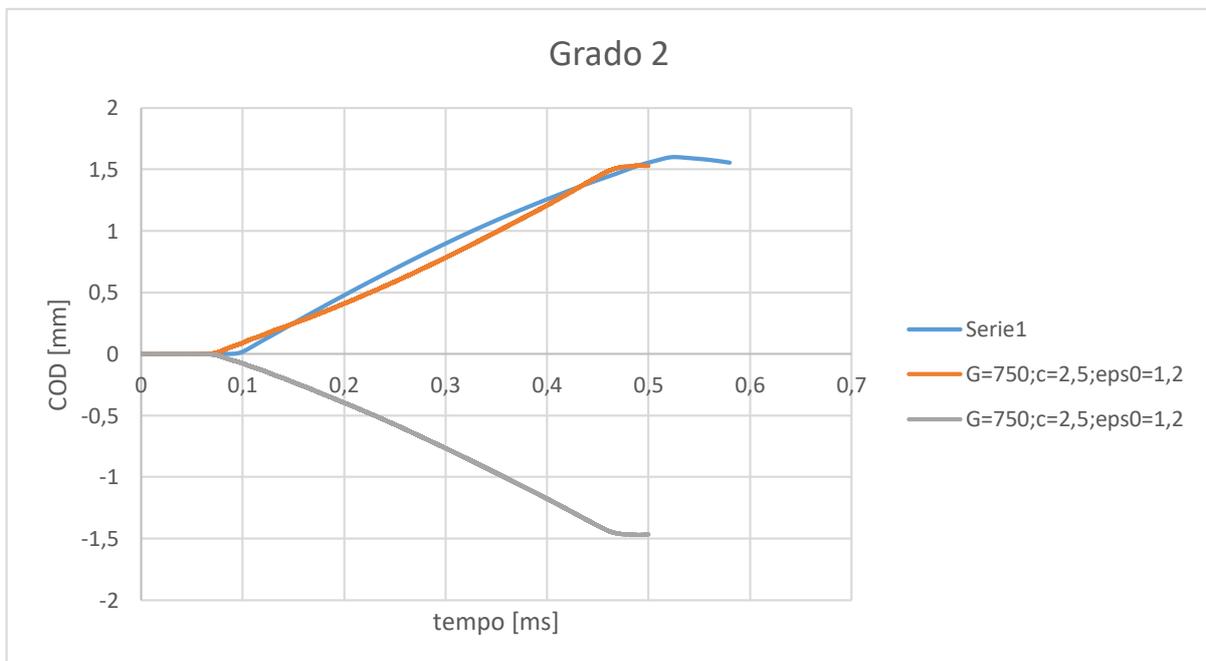
*Figura 5.4: confronto tra le velocità di output per il Grado 2*

Le curve di velocità della punta impattante non sono state confrontate perché come definito in precedenza sono state caricate nella simulazione come parametro di input.

Infine si è passati a confrontare il COD mostrato in **figura 5.5 e 5.6** questo risulta identico come dimensione di apertura ma la velocità con il quale i due lembi della cricca si allontanano risulta differente, anche questa variazione può essere attribuita al modo in cui si sono scelte di modellare le barre di output.



*Figura 5.5: confronto tra il COD ottenuto durante la simulazione e durante la fase sperimentale del Grado 1*

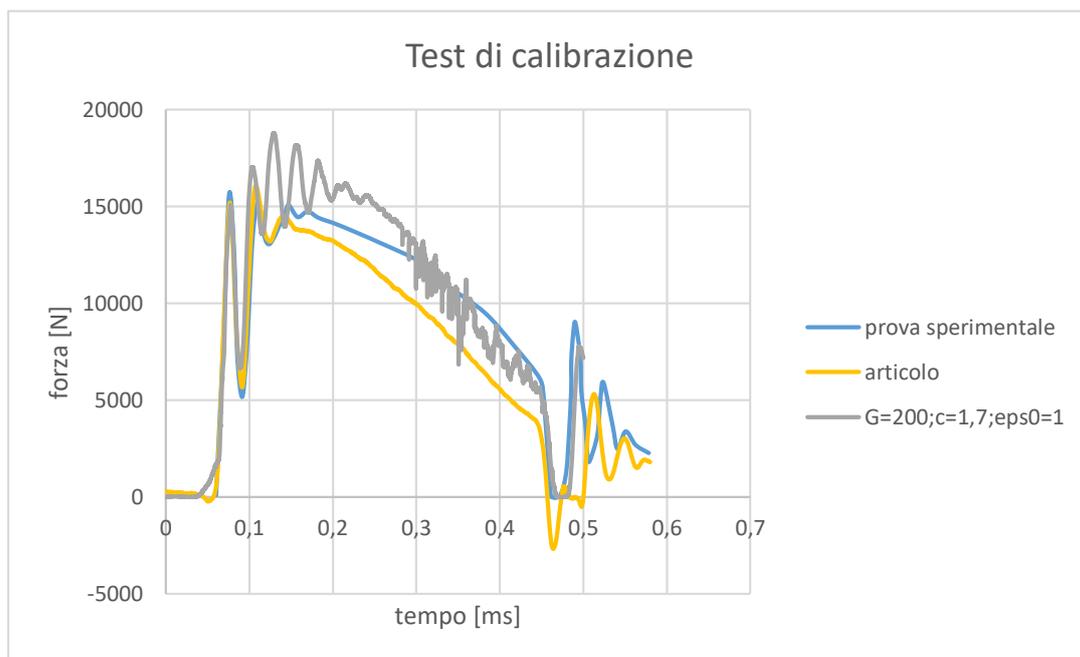


*Figura 5.6: confronto tra il COD ottenuto durante la simulazione e durante la fase sperimentale del Grado 2*

## 5.1 EFFICACIA DEL MODELLO

Dopo aver ottenuto i risultati simili alle prove mostrate nell'articolo si è passato a valutare l'efficacia e la funzionalità del modello applicato al caso considerato, si è preso come riferimento quindi un altro test effettuato sempre su un provino di Grado 1, essendo che tra le varie prove l'unica differenza era la velocità di input e la dimensione della cricca che passa da 2 mm a 1,7 mm, variando questi due parametri si dovevano ottenere gli stessi risultati avuti durante i test sperimentali senza dover variare i valori di  $G$  ed  $\varepsilon_0$  che definiscono il modello di frattura.

Qui di seguito in **figura 5.7**, **5.8** e **5.9** vengono riportati i risultati ottenuti.



**Figura 5.7:** grafico forza in funzione del tempo per il test di valutazione dell'efficacia del modello

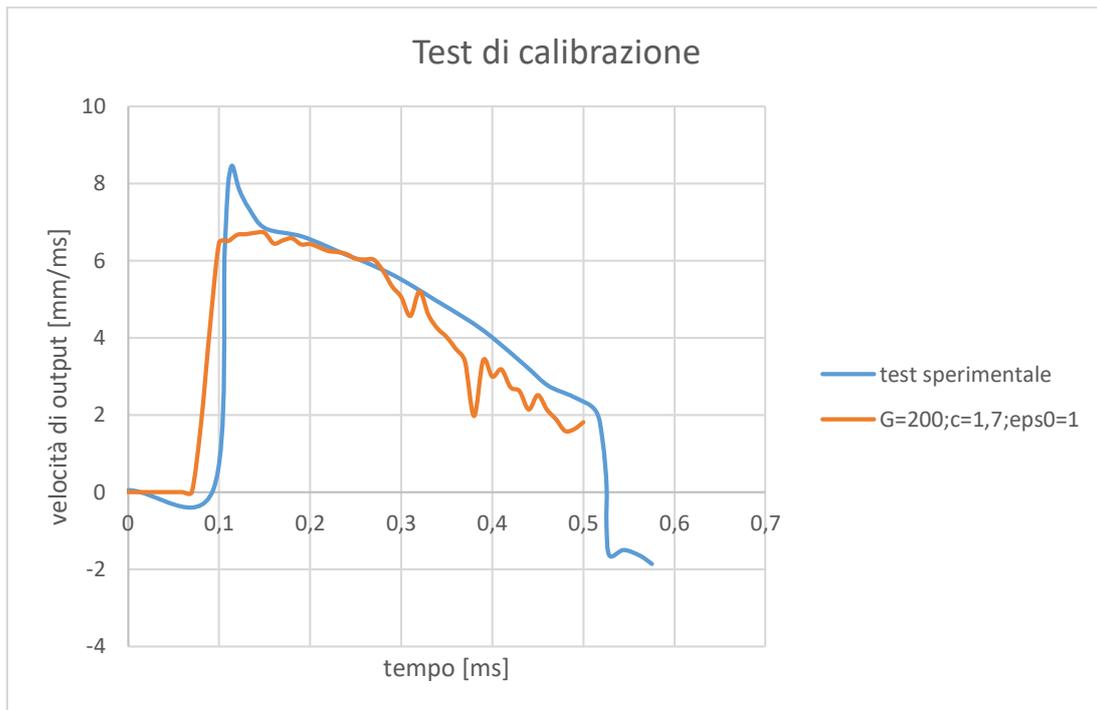


Figura 5.8: velocità delle barre di output in funzione del tempo per il test di valutazione dell'efficacia del modello

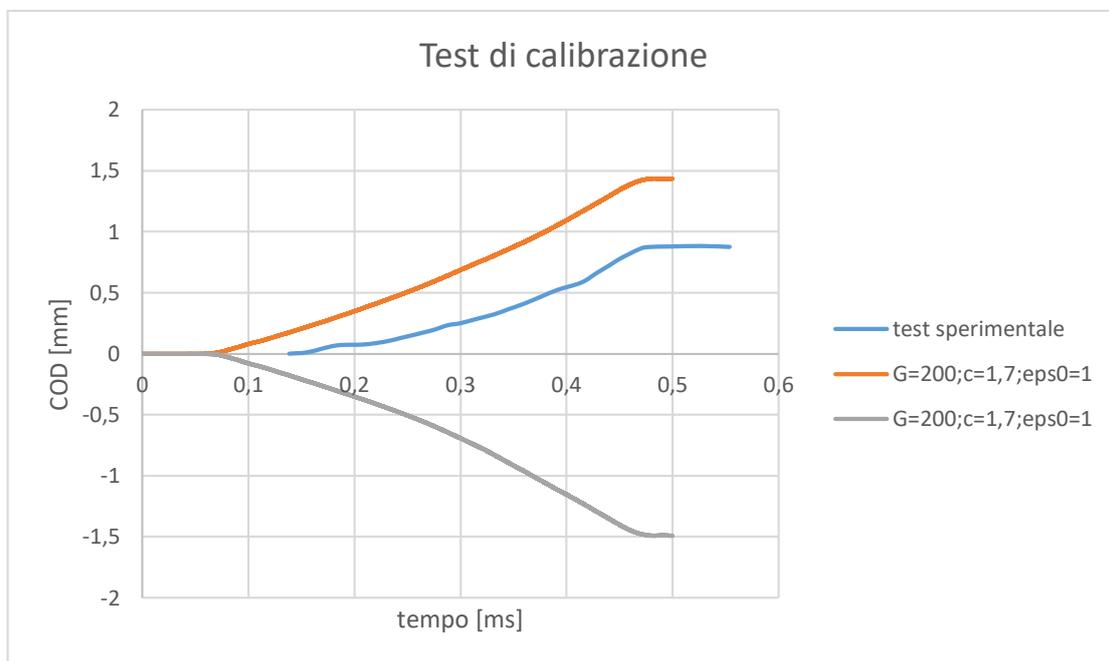


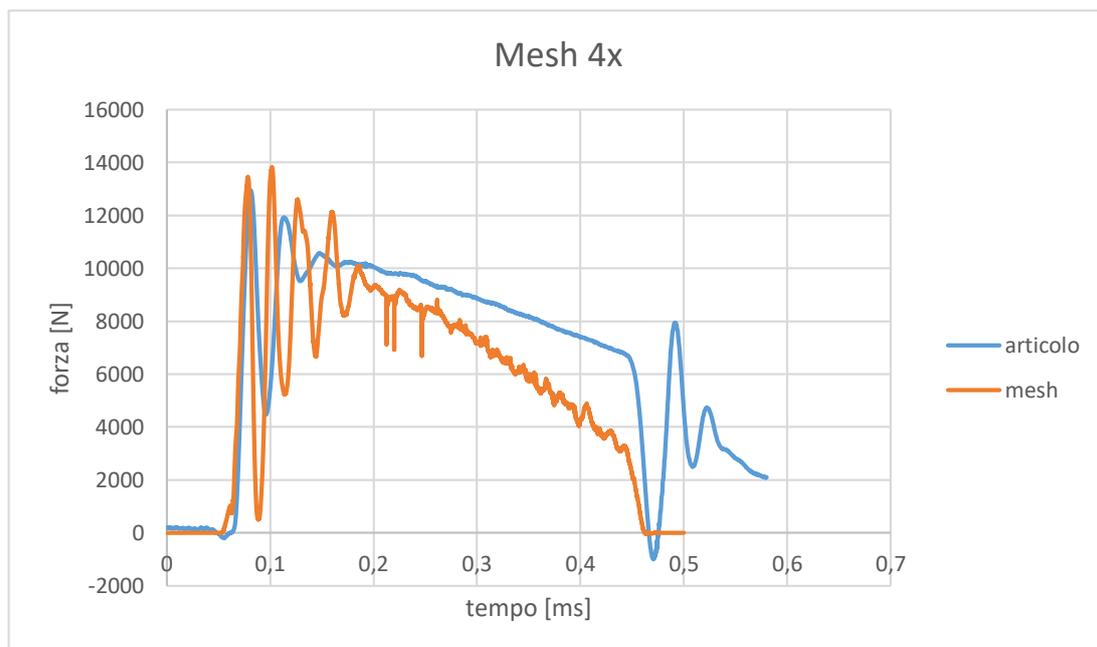
Figura 5.9: COD in funzione del tempo per il test di valutazione dell'efficacia del modello

Come si può vedere dai grafici riportati il modello non segue perfettamente il comportamento della prova, infatti considerando che la grossa variazione tra le due prove è dovuta alla sola dimensione della cricca, questo perché la velocità di impatto tra le due prove risulta molto simile, la simulazione segue le dedizioni descritte in precedenza, ovvero con una diminuzione della dimensione della cricca si ha un aumento del picco massimo della forza di contatto tra punta e provino. Nel grafico in **figura 5.7** si può notare le curve sperimentali delle due prove (in giallo è riportata la curva della prova riportata nell'articolo di Lorenzo Peroni e Martina Scapin ovvero la curva confrontata durante le altre prove del Grado 1) rispetto alla curva

ottenuta grazie alla simulazione F.E.M. (curva grigia), questa per confermare la validità del modello dovrebbe seguire il comportamento della curva azzurra, invece il comportamento è leggermente differente, questa differenza si può anche notare confrontando la velocità di output e il COD rispettivamente in **figura 5.8 e 5.9**. Questa variazione nei dati va ad indicare come la soluzione non sia univoca ma richiede ulteriori approfondimenti per migliorare il modello, comunque l'errore ottenuto non risulta eccessivo e quindi il modello risulta allo stesso modo valido.

Un ulteriore test è stato fatto per verificare la dipendenza del modello di frattura dalla dimensione della mesh, si è quindi effettuata un'ulteriore simulazione sul provino del materiale Grado 2 infittendo il numero di elementi della mesh nella parte del provino dove è presente la cricca, si è passati da una mesh quadrata di lato 0,05mm a una con lato 0,025mm.

Incrementando il numero di elementi di 4 volte si è ottenuto il grafico riportato in **figura 5.10**.



**Figura 5.10:** variazione del grafico della forza di contatto tra punta e provino in funzione del tempo per il materiale Grado 2 infittendo la mesh

Come si può notare dal grafico in **figura 5.10** vi è una chiara dipendenza del modello dalla dimensione della mesh, si può vedere infatti una variazione della pendenza del tratto lineare da 0,2 a 0,4 ms tratto controllato direttamente dall'energia di frattura  $G$ . Questo sta ad indicare che  $G$  che indica la dissipazione dell'energia nell'elemento per raggiungere la frattura dipende dalla dimensione di questo, questo è dovuto al fatto che riducendo la dimensione dell'elemento aumenta la concentrazione delle tensioni su di esso e questo porta a raggiungere più facilmente i valori critici, infatti per ottenere la stessa pendenza della curva ottenuta con la mesh di dimensione maggiore occorrerebbe aumentare il valore dell'energia richiesta per la frattura.

## 5.2 RISULTATI OTTENIBILI

Altri risultati ottenibili in fase di simulazione possono essere i valori delle tensioni di Von Mises che si creano all'apice della cricca (**figure 5.11 e 5.12**), le deformazioni plastiche effettive (**figure 5.13 e 5.14**) e la velocità di deformazione caratteristica dell'avanzamento del difetto (**figure 5.15 e 5.16**), ai fini di questa tesi non sono riportati le variazioni di questi dati ma solo una serie di frame (a 0,09; 0,21; 0,32 e 0,44 millisecondi) ottenuti dalla simulazione.

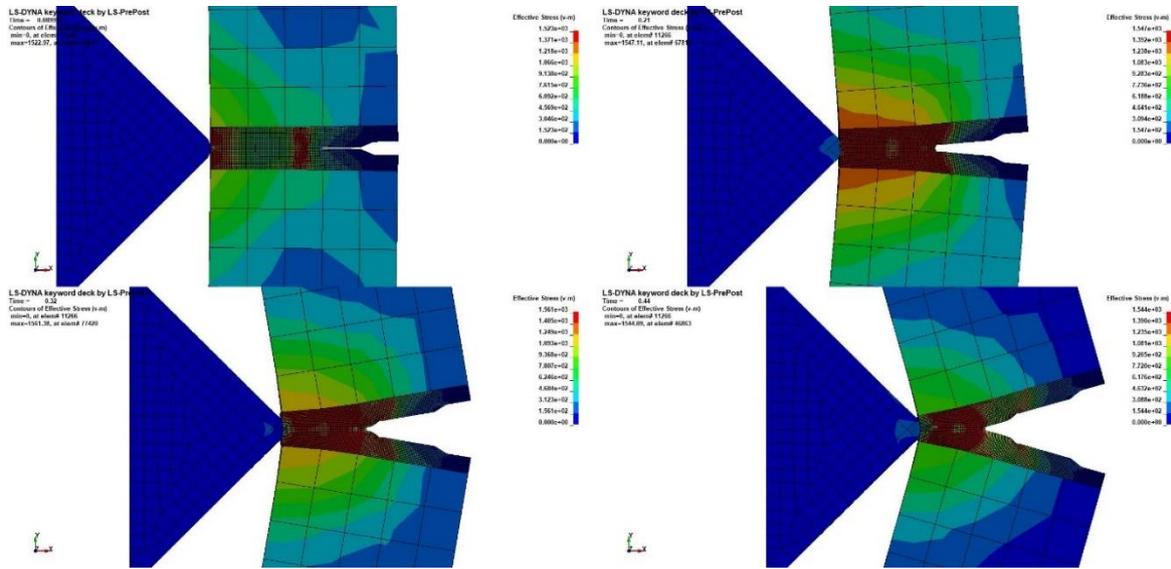


Figura 5.11: variazione delle tensioni di Von Mises per il Grado 1

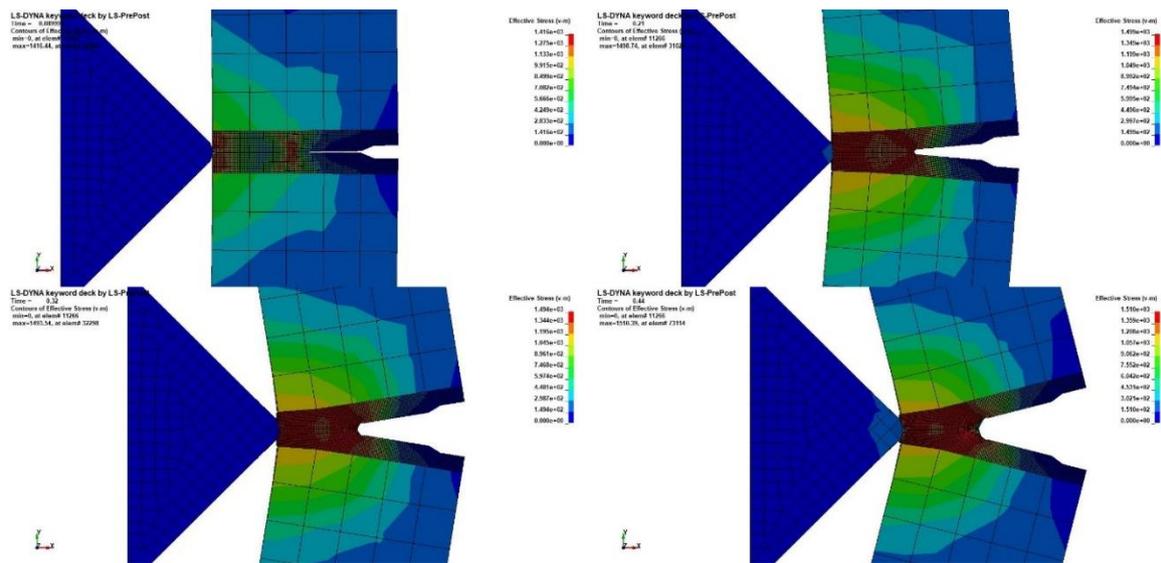


Figura 5.12: variazione delle tensioni di Von Mises per il Grado 2

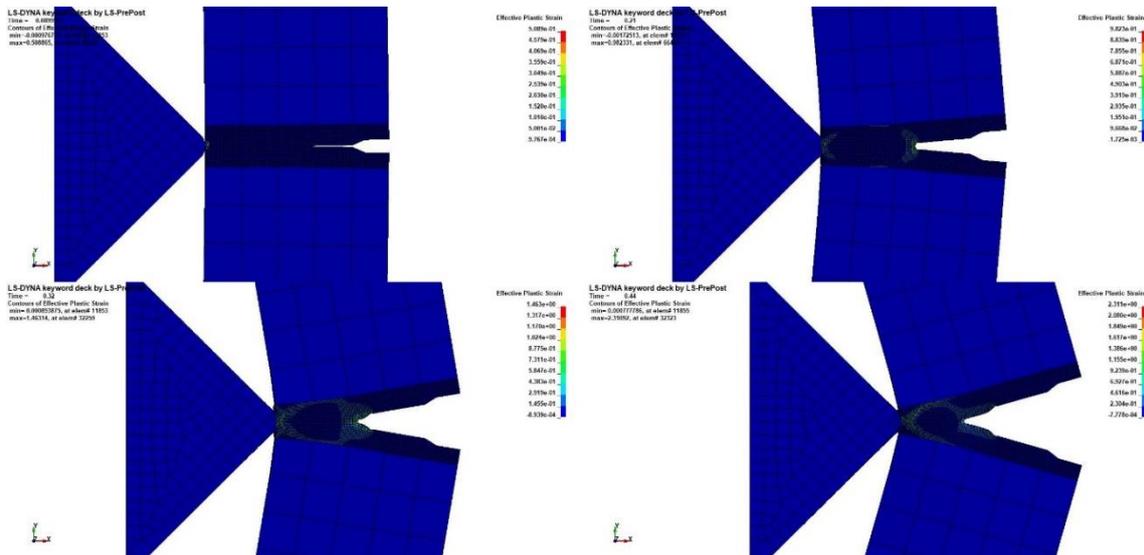


Figura 5.13: variazione della deformazione plastica effettiva per il Grado 1

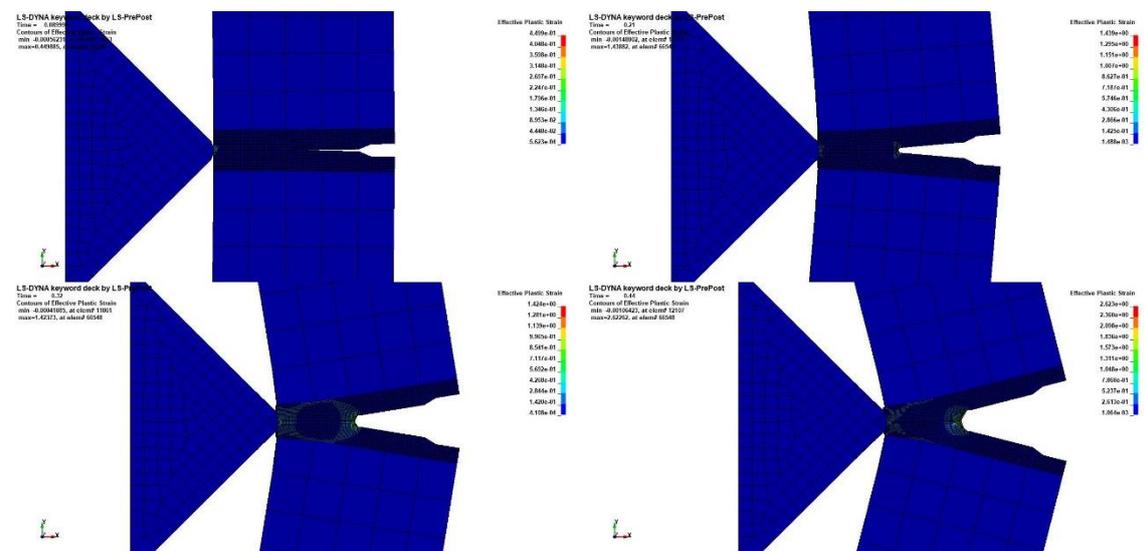


Figura 5.14: variazione della deformazione plastica effettiva per il Grado 2

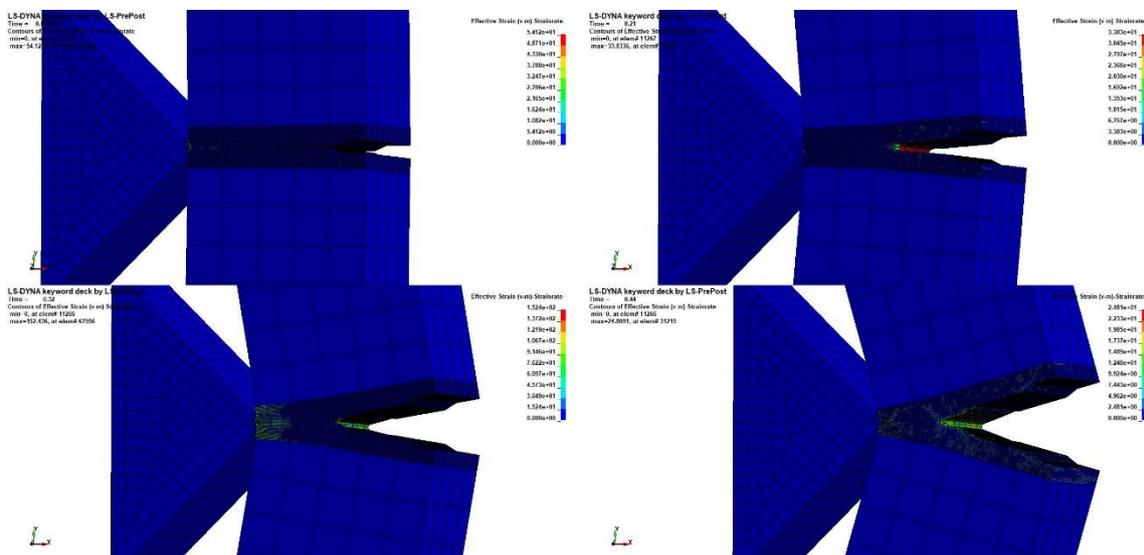


Figura 5.15: variazione della velocità di deformazione sugli elementi del Grado 1

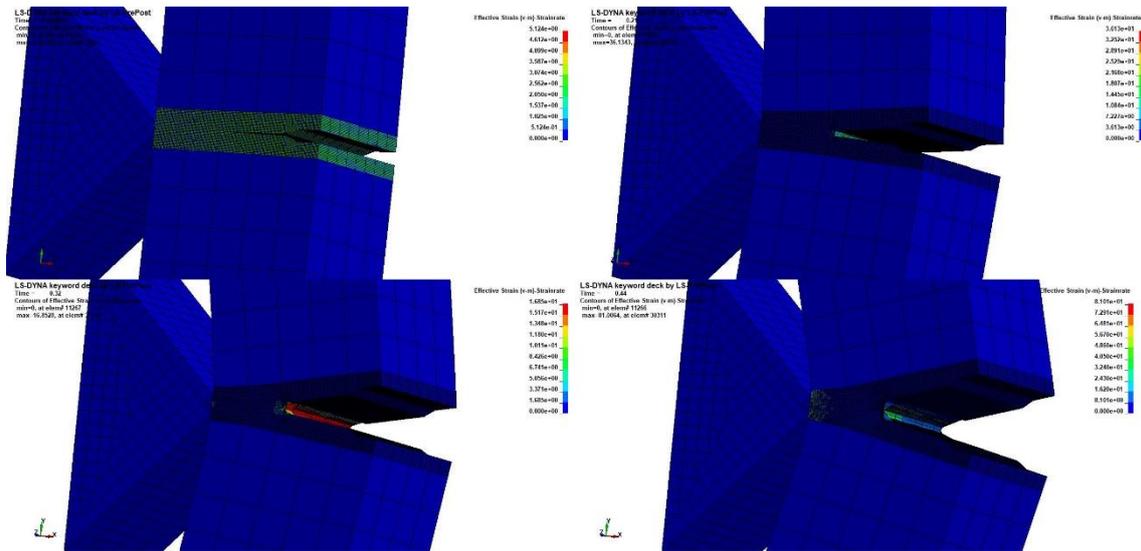


Figura 5.16: variazione della velocità di deformazione sugli elementi del Grado 2

## 5.2.1 Propagazione stabile

Un ulteriore dato che si può derivare dalla simulazione è la propagazione della cricca, ovvero diversamente dal campo statico dove durante le prove l'avanzamento della cricca avviene in maniera istantanea e distruttiva, nella prova si è in campo dinamico e la cricca propaga in modo stabile infatti interrompendo il carico la propagazione del difetto si ferma, questo accade perché durante l'avanzamento della cricca la resistenza del materiale alla propagazione del difetto aumenta per via dell'incrudimento nella zona di deformazione plastica all'apice della cricca (maggiore ad alte velocità di deformazione). Per questo motivo per continuare a danneggiare il materiale è necessario mantenerlo sotto sforzo. Si può quindi definire un rapporto tra lo sforzo imposto e l'avanzamento della cricca (equazione 5.1):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial a} \quad (5.1)$$

se questo rapporto risulta essere maggiore di 0 si avrà propagazione stabile, invece se al contrario di ciò che accade nella simulazione e come avviene spesso in campo statico se questo rapporto è inferiore a 0 la propagazione della cricca sarà instabile e istantanea [12].

Si può quindi seguire la propagazione della cricca durante la prova, da questo si può notare come il Grado 2 sia molto più tenace rispetto al Grado 1 infatti controllando negli stessi istanti di tempo (0,35 millisecondi) riportati in **figura 5.17** e **5.18** i due materiali si può notare come nel Grado 1 (**figura 5.17**) la propagazione risulta più marcata anche presentando una dimensione della cricca inferiore di 500 micron rispetto al Grado 2.

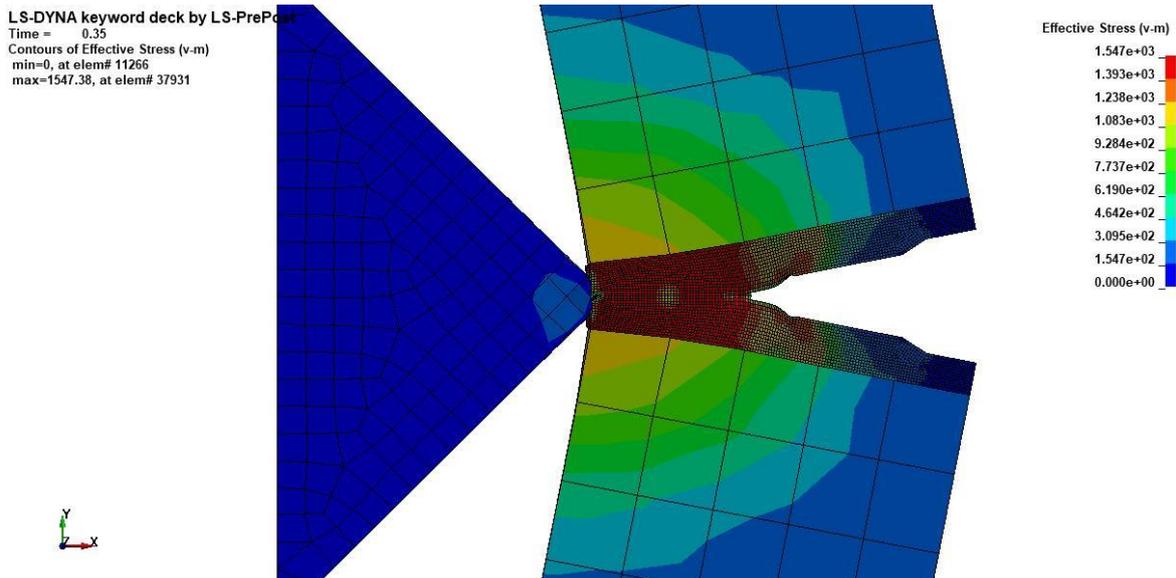


Figura 5.17: propagazione della cricca per il Grado 1

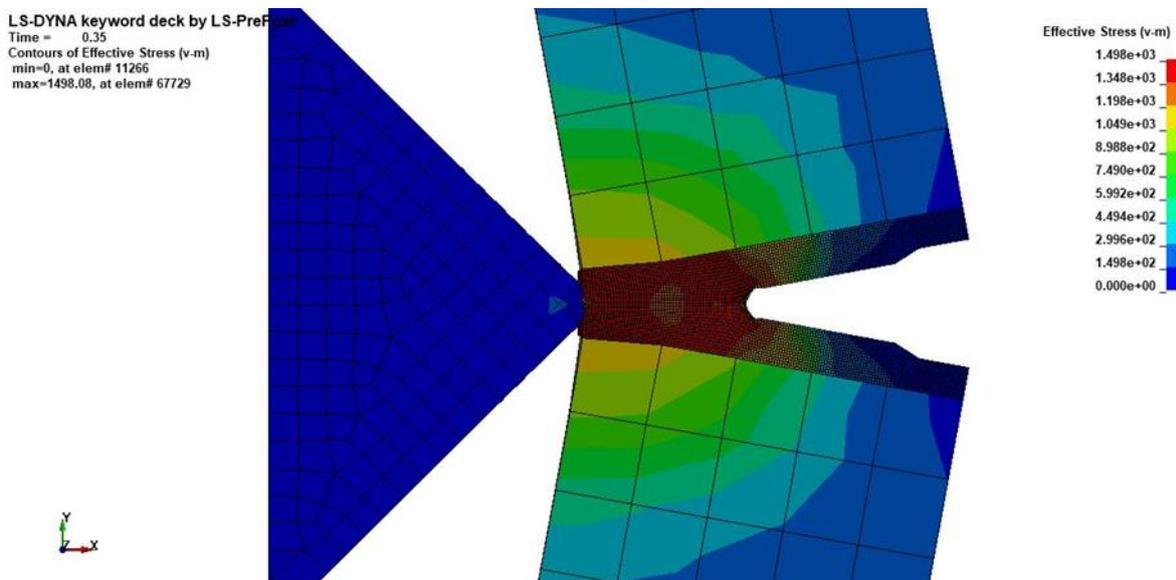


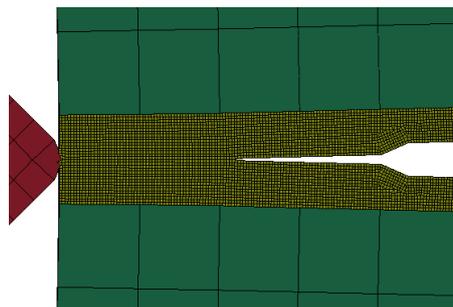
Figura 5.18: propagazione della cricca per il Grado 2

Dai grafici ottenuti si può anche notare come l'inizio della propagazione della cricca dopo che la forza di contatto tra punta e provino raggiunge il picco determina la transizione dalla dipendenza del sistema dal comportamento globale del materiale alla risposta locale del sistema dove i parametri che diventano più importanti sono quelli del modello di danneggiamento che caratterizzano il singolo elemento.

## 6. CONCLUSIONI

Dai risultati ottenuti e mostrati nel capitolo 5 si possono arrivare a diverse conclusioni che verranno elencate qui di seguito.

- Le due prove effettuate per simulare i test sperimentali descritti nell'articolo di Lorenzo Peroni e Martina Scapin [1] riescono ad approssimare i risultati ottenuti in fase sperimentale, questo si può notare dai grafici riportati in **figura 5.1** e **5.2**, questo rende possibile ottenere i valori di energia a frattura  $G$  per ogni materiale che risultano essere di  $200 \text{ J/mm}^2$  per il Grado 1 e di  $750 \text{ J/mm}^2$  per il materiale Grado 2. Questi due valori possono essere confrontati per avere un'idea della differenza di tenacità tra i due materiali, risulta così che il Grado 2 ha una tenacità maggiore del 275% rispetto al Grado 1, questa differenza di tenacità è anche evidente andando a valutare la propagazione della cricca negli stessi istanti di tempo delle due simulazioni, così facendo si può notare come il Grado 1 presenta una cricca molto più sviluppata rispetto al Grado 2.
- Il valore di  $G$  non ha un significato fisico al di fuori della simulazione se non per confrontare due tipi di materiali sottoposti alla stessa prova, infatti dipende dal tipo di prova e dalla dimensione della mesh, per questo motivo non può essere riconducibile alla tenacità a frattura o all'energy release rate anche avente la stessa unità di misura. Il dato ottenuto può essere utile invece nel caso si voglia simulare avvenimenti reali come crash test e prove sperimentali, come unica accortezza si deve considerare di utilizzare la dimensione della mesh correlata al parametro ottenuto. Questo parametro risulta molto utile nelle simulazioni dato che queste sono basate in primis sugli spostamenti e successivamente sulle tensioni e deformazioni dei vari elementi e non vi è presente un valore direttamente riconducibile alla tenacità a frattura, per questo motivo si deve scendere a compromessi usando dei parametri di input che possano simulare le energie in gioco durante il processo di formazione di due nuove superfici. Quindi l'idea alla base risulta passare dalle prove sperimentali per tarare i parametri da inserire poi nel modello reale mantenendo la stessa dimensione della mesh.
- Per ottenere un'intensità della forza di contatto tra punta e provino concorde con i dati sperimentali per il materiale Grado 2 si è dovuto incrementare la dimensione della cricca di 300 micron questo può essere dovuto a diversi fattori uno dei quali può essere riconducibile a come è stata modellato il difetto nella simulazione. Questa infatti è stata simulata perfettamente dritta (come si può notare dalla **figura 6.1**) e gli elementi affiancati a questa non interagiscono tra di loro diversamente dalla realtà dove la cricca presenta diversi cambi di direzione in base a come propaga e possono esserci degli impedimenti geometrici dovuti alle superfici a contatto.



*Figura 6.1: apertura della cricca durante la simulazione*

Fatte queste conclusioni si può considerare che il modello del fenomeno studiato e esposto in questa tesi, utilizzato per descrivere il comportamento di un materiale sottoposto a carichi impulsivi può essere utile per simulare delle prove in condizioni dinamiche. Risulta comunque un modello che approssima il comportamento reale, infatti durante il test per verificarne la validità descritto nel capitolo 5 si ha un leggero discostamento dai risultati reali. La soluzione non risulta quindi univoca e richiederebbe ulteriori approfondimenti per far convergere i risultati alle simulazioni reali.

I limiti dovuti alla simulazione possono essere riconducibili a diversi fattori come la simulazione della cricca descritta sopra, altre limitazioni sono dovute all'idealità del modello infatti in tutti i grafici raffigurati in questa tesi sono presenti forti vibrazioni sul contatto rispetto ai modelli reali che potrebbero essere attenuate inserendo nella simulazione un parametro che prende in considerazione l'attrito tra punta e provino evitando quindi il distacco continuo tra le parti che accade per la bassa interazione tra le superfici.

Ulteriori analisi sul modello potrebbero essere effettuate per valutare l'influenza della variazione dell'allungamento a inizio danneggiamento  $\varepsilon_0$  in funzione della triassialità dato che nella simulazione è stato inserito costante mentre il modello DIEM permette di inserire una curva funzione di questo parametro, oltre a questo anche l'influenza della velocità di deformazione non è stata considerata.

Esaminando questi parametri ulteriori studi dovranno essere svolti per migliorare e comprendere al meglio il modello di danneggiamento.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] L. Peroni, M. Scapin, M.E. Cristea, D. Gallina, Evaluatio of dynamic fracture toughness in ductile steel by means of a split Hopkinson pressure bar 3PB technique, *Procedia Engineering* 197:148-157(2017).
- [2] M. Ashby, H. Shercliff, D. Cebon, Materials Engineering, Science, Processing and Design, *Elsevier* (2007).
- [3] M. A. Meyers, Dynamic behavior of materials, *John Wiley & Sons, Inc.* (1994).
- [4] W. F. Smith, J. Hashemi, Scienza e tecnologia dei materiali, *McGraw-Hill* (2012).
- [5] W. D. Callister, Jr., Material Science and Engineering An Introduction, *John Wiley & Sons, Inc.* (2007).
- [6] J. C. Anderson, K. D. Leaver, R. D. Rawlings, P. S. Leever, Materials Science for Engineers, *CRC Press* (2003)
- [7] P. Lindstrom, A Jonsson, A. Jernberg, E. Ostby, Non-linear fracture mechanics in LS-DYNA and LS-PrePost, *DYNAmore GmbH* (2015).
- [8] LS-DYNA support website <https://www.dynasupport.com/>
- [9] J. O. Hallquist, LS-DYNA Theory manual, *Livermore Software Technology Corporation* (2006).
- [10] F. Andrade, M. Feucht, A. Haufe, On the Prediction of Material Failure in LS-DYNA: A Comparison Between GISSMO and DIEM, *DYNAmore GmbH*.
- [11] LS-DYNA Keyword user's manual, volume I & II, *Livermore Software Technology Corporation* (2016).
- [12] J. Rosler, H. Harders, M. Baker, Mechanical Behaviour of Engineering Materials, *Springer* (2007)



# RINGRAZIAMENTI

Un caloroso ringraziamento va fatto alla mia famiglia che mi ha sostenuto e accompagnato durante questo percorso di studi, un ringraziamento speciale va anche ai miei compagni di corso che mi hanno accompagnato durante questi anni, alla mia ragazza Rossella che mi ha supportato e mi è stata accanto durante questo periodo e ai miei amici che sono stati pazienti durante tutte le sessioni d'esame.

Un ulteriore ringraziamento va a Lorenzo Peroni e Martina Scapin che mi hanno permesso di approfondire la conoscenza delle simulazioni agli elementi finiti permettendomi di sviluppare questo lavoro di tesi.

Grazie di cuore a tutti.