

POLITECNICO DI TORINO

Collegio di Ingegneria Civile

Corso di Laurea Magistrale

in Ingegneria civile

Tesi di Laurea Magistrale

**ANALISI DI AFFIDABILITÀ DELLE OPERE
GEOTECNICHE**



Relatore

Prof. Dominijanni Andrea

Correlatore

Dott. GUARENA NICOLO'

Candidato

Chiekam Noutchih Olivier

Ottobre 2018

SOMMARIO

INDICE DELLE FIGURE	4
INDICE DELLE TABELLE	5
INTRODUZIONE	7
I. DEFINIZIONE DI INCERTEZZA	8
II. FONTE DI INCERTEZZA	8
III. CONCETTO DI PROBABILITÀ NELLA VALUTAZIONE DEL RISCHIO	9
III.1 DETERMINAZIONE DELLA PROBABILITÀ CHE UN EVENTO SI VERIFICHÌ IN UN DATO LUOGO IN UN DETERMINATO ANNO	10
III.1.1 ESEMPIO 1: IL FENOMENO DELL'INONDAZIONE	10
III.1.2 ESEMPIO 2: CADUTA DEI BLOCCHI DI UN PENDIO NATURALE	11
III.2 NOZIONE DI PROBABILITÀ	13
III.2.1 FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA PROBABILITÀ.....	13
III.2.2 CARATTERIZZAZIONE DELLA DENSITÀ CON IL METODO DEI MOMENTI.....	14
III.3 DISTRIBUZIONE DI DENSITÀ NORMALE	15
IV. ANALISI STATISTICA	16
IV.1 ANALISI GRAFICA DEL CAMPIONE	16
V. PROBABILITÀ DI ROTTURA.	18
VI. INDICE DI AFFIDABILITÀ	19
VI.1 DEFINIZIONE DELL'INDICE DI AFFIDABILITÀ.....	19
VI.2 GENERALIZZAZIONE DEL CALCOLO DELL'INDICE DI AFFIDABILITÀ.....	21
VII. METODI DI AFFIDABILITÀ DEL PRIMO ORDINE	23
VII.1 METODI FOSM O MVFOSM	23
VII.2 METODO FORM	25
VII.3 METODI AFOSM PER VARIABILI CASUALI NON NORMALI	30
VIII. METODO MONTE CARLO	33

VIII.1	GENERAZIONE DI NUMERI CASUALI	34
VIII.2	GENERAZIONE DI NUMERI CASUALI PER VARIABILI CASUALI CONTINUE.....	34
VIII.3	DISTRIBUZIONE UNIFORME	36
IX.	ANALISI AFFIDABILITÀ DELLE OPERE GEOTECNICHE	37
IX.1	DEFINIZIONE DI OPERE DI SOSTEGNO	37
IX.2	OPERE DI SOSTEGNO RIGIDE	38
IX.2.1	MURI A GRAVITÀ	38
IX.2.2	MURI CELLURARI O CRIB-WALLS	38
IX.2.3	MURI A GABBIONI.....	39
IX.2.4	MURI A MENSOLA.....	40
IX.2.5	MURI CONTRAFFORTATI.....	40
IX.3	PREDIMENSIONAMENTO DI UM MURO DI SOSTEGNO RIGIDO	41
IX.4	CALCOLO DI UNA OPERA SOSTEGNO RIGIDA	42
IX.4.1	METODO DETERMINISTICO	42
IX.5	METODO PROBABILISTICO	48
IX.5.1	SCELTA DEI VALORI ALEATORI	48
IX.6	ANALISI DELLA NOSTRA STRUTTURA.....	53
IX.6.1	METODO FOSM	53
IX.6.2	ANALISI DEI RISULTATI E CONSIDERAZIONI FINALI DEL METODO FOSM.....	58
IX.6.3	METODO FORM	58
IX.6.4	ANALIDI DEI RISULTATI E CONSIDERAZIONI FINALI DEL METODO FORM.....	66
IX.6.5	METODO MONTE CARLO	67
IX.6.6	ANALIDI DEI RISULTATI E CONSIDERAZIONI FINALI DEL METODO FORM.....	71
IX.6.7	CONSIDERAZIONI FINALI DELL'ANNALISI PROBALISTICA DELLA STRUTTURA.....	71
	CONCLUSIONI.....	73
	BIBLIOGRAFIA	75
	RINGRAZIAMENTI.....	89

INDICE DELLE FIGURE

FIGURA 1 FRANA NELLA VALLE ROCCIOSA DI TINÉE.....	11
FIGURA 2 EVOLUZIONE DELLA PROBABILITÀ DI UN EVENTO DANNOSO DURANTE L'ANNO N, SUBORDINATO AL NON VERIFICARSI DI QUESTO EVENTO FINO ALLA FINE DELL'ANNO N-1 (DURVILLE, 2004)	13
FIGURA 3 GRAFICO DI UNA DISTRIBUZIONE NORMALE.	15
FIGURA 4 ESEMPIO DI UN ISTOGRAMMA DI UNA VARIABILE CASUALE	16
FIGURA 5 FUNZIONE DI DENSITÀ DI PROBABILITÀ DI $Z = R-S$ E INDICE DI AFFIDABILITÀ B.....	20
FIGURA 6 INDICE DI AFFIDABILITÀ PER LE SUPERFICI DI STATO LINEARE E NON LINEARE.	29
FIGURA 7 METODO DI TRASFORMAZIONE INVERSA PER GENERARE VARIABILI CASUALI	35
FIGURA 8 MURI A GRAVITÀ.....	38
FIGURA 9 MURI CELLURARI O CRIB-WALLS	39
FIGURA 10 MURI A GABBIONI.....	39
FIGURA 11 MURI A MENSOLA.....	40
FIGURA 12 MURI CONTRAFFORTATI.....	40
FIGURA 13 PREDIMENSIONAMENTO DELL'OPERA.....	41
FIGURA 14 ESEMPIO MURO A MENSOLA	42
FIGURA 15 FORCE AGENTE SUL MURO.....	46

INDICE DELLE TABELLE

TABELLA. 1 CALCOLO PESO DEL MURO	45
TABELLA. 2 VALORI DEL COEFFICIENTE DI VARIAZIONE (COV) PER PARAMETRI GEOTECNICI E PROVE IN SITU.....	49
TABELLA. 3 PARAMETRI	55
TABELLA. 4 DATI IN INPUT METODO FOSM.....	55
TABELLA. 5 RISULTATI METODO FOSM MARGINE DI SICUREZZA.....	56
TABELLA. 6 DATI METODO FOSM FATTORE DI SICUREZZA.....	57
TABELLA. 7 RISULTATI METODO FOSM MARGINE DI SICUREZZA FATTORE DI SICUREZZA	58
TABELLA. 8 PARAMETRI	60
TABELLA. 9 DATI DI INPUT METODO FORM PER IL MARGINE DI SICUREZZA.....	60
TABELLA. 10 DATI DI OUTPUT METODO FORM MARGINE DI SICUREZZA	62
TABELLA. 11 TABELLA RIASSUNTIVA METODO FORM PER MARGINE DI SICUREZZA.....	65
TABELLA. 12 PARAMETRI	65
TABELLA. 13 DATI INPUT METODO FORM DEL FATTORE DI SICUREZZA	66
TABELLA. 15 PARAMETRI	68
TABELLA. 16 DATI INPUT METODO MONTE CARLO DEL MARGINE DI SICUREZZA.....	69
TABELLA. 17 METODO MONTE CARLO PER MARGINE DI SICUREZZA	70
TABELLA. 18 RISULTATI METODO MONTE CARLO PER MARGINE DI SICUREZZA	70
TABELLA. 19 PARAMETRI	70
TABELLA. 20 DATI DI INPUT METODO MONTE CARLO PER IL FATTORE DI SICUREZZA.....	71
TABELLA. 22 RISULTATI METODO MONTE CARLO PER FATTORE DI SICUREZZA	71

INTRODUZIONE

Ogni opera (ponti, edifici, strade ecc.) è in interazione con il suo ambiente geotecnico. L'ingegneria geotecnica è quindi una componente della gestione generale del progetto che è essenziale per lo studio e quindi per la realizzazione di qualsiasi progetto. L'ingegnere geotecnico deve essere associato ad altri ingegneri in tutte le fasi successive di studio e realizzazione di un progetto e quindi contribuire ad una gestione efficace dei rischi geologici con fine di rendere affidabili i tempi di esecuzione, il costo reale e la qualità delle opere geotecniche. Il sottosuolo è, per sua natura, il dominio privilegiato d'incertezze e rischi.

Uno degli scopi della geotecnica è la riduzione dei rischi associati ai terreni e alle opere civili, e Peck ha introdotto i principi del metodo osservazionale già negli anni '60 (Peck 1969, Terzaghi e Peck 1967), che sono stati ampiamente adottati negli Euro codici (Euro code 7, 2005). Dai 50 anni, i contributi del metodo osservazionale sono stati ampiamente riconosciuti e sviluppati, ma è solo recentemente che i modelli hanno portato uno strumento aggiuntivo a quest'approccio di riduzione del rischio.

Tuttavia, risulta oggi che i metodi e gli strumenti sviluppati dagli esperti geotecnici non sono in grado di fornire una risposta sufficientemente precisa che consenta di cogliere davvero il contesto dell'incertezza. Solo pochi metodi indiretti, come l'aggiunta di margini o coefficienti di sicurezza, vengono utilizzati oggi per integrare l'incertezza esistente sul risultato di un'analisi, ma purtroppo questo risulta ancora insufficiente. I metodi e gli strumenti sviluppati fino ad ora non sono in grado di consentire una quantificazione reale dell'incertezza e dei rischi legati al suolo e al sottosuolo e alle loro probabilità di accadimento, come potrebbe essere nel caso ad esempio del rischio nucleare, sismico o idraulico.

Nella prima parte di questa tesi ci concentreremo sulla nozione generale d'incertezza associato al suolo e al sottosuolo nelle opere geotecniche. Sarà prima di tutto necessario definire questa nozione in modo generale, poi descriveremo in modo schematico il processo della realizzazione di un'analisi di rischi. Dopo presenteremo gli strumenti pratici usati dagli esperti per prendere in considerazione le incertezze incontrate durante lo sviluppo di un progetto.

Dopo la definizione d'incertezza, è la nozione di probabilità e il suo utilizzo nel contesto della gestione delle incertezze legati al suolo e al sottosuolo nelle opere geotecniche che saranno oggetto della seconda parte.

Infine, la terza parte sarà dedicata all'uso dei metodi di probabilitisti nel caso delle opere de sostegno rigidi.

I. DEFINIZIONE DI INCERTEZZA

L'esistenza di una situazione di rischio può essere spiegata dall'esistenza di un contesto d'incertezza. Nella maggior parte dei casi, siamo consapevoli della presenza di pericolo: sappiamo ad esempio che una frana può collassare o che una galleria sotterranea può collassare. Purtroppo, non conosciamo mai, in modo esatto e deterministico, la fenomenologia degli eventi che possono essere generati da queste fonti di pericolo. Il nostro processo decisionale in condizioni d'incertezza diventa difficile perché non siamo in grado di prevedere i tempi, i luoghi e le conseguenze esatti degli eventi che temiamo. Senza queste previsioni, l'anticipazione dei fenomeni e il loro controllo diventa molto difficile. In una situazione d'incertezza, l'analisi del rischio ha un ruolo essenziale come supporto nel processo decisionale. La nozione d'incertezza e rischio appare quindi strettamente correlata.

II. FONTE DI INCERTEZZA

Un'opera geotecnica può essere considerata come contenente incertezze quando non abbiamo una conoscenza completa di alcuni aspetti che descrivono quest'opera e il suo comportamento, o il modello utilizzato o i valori dei suoi parametri. A causa della crescente complessità dei sistemi strutturali, i parametri sconosciuti coinvolti in essi tendono ad aumentare di numero e a essere sempre più correlati. Le seguenti sono le principali fonti d'incertezza che sorgono nell'analisi dell'affidabilità e condizionano la valutazione del comportamento di una struttura.

L'influenza di diversi fattori, come l'impossibilità di predire le condizioni di carico future, la non conoscenza delle proprietà dei materiali, i limiti dei vari metodi che possono essere applicati, l'uso di assunzioni semplicistiche per prevedere il comportamento strutturale delle azioni che agiscono fa sì che l'assoluta sicurezza di una struttura non possa mai essere garantita. Si verifica l'esistenza d'immense fonti d'incertezza nell'analisi dell'affidabilità che condizionano la valutazione del comportamento di una struttura. Le incertezze derivanti principalmente da errori di stima nei modelli teorici utilizzati nelle analisi, imperfezioni geometriche e variabilità di materiali, azioni e intervento umano, sono state discusse e analizzate da diversi autori, al fine di sistematizzare e comprendere i parametri che influenzano maggiormente la probabilità di rottura di una struttura.

In generale, le fonti d'incertezza nei problemi d'ingegneria geotecnica possono essere raggruppate come segue:

- *Fonti di incertezza di origine Fisico*

In cui l'uomo non ha influenza (es. sovraccarico, vento, terremoti, ecc.). Derivano dall'impossibilità di prevedere la variabilità e la simultaneità delle azioni che agiscono su

una struttura. Per cercare di controllare e stimare questo tipo d'incertezza, è necessario ottenere quante più informazioni possibili sulle variabili.

- *Fonti di incertezza causate dall'azione dell'uomo*

Sono una conseguenza degli errori durante le varie fasi della realizzazione di una determinata struttura (documentazione, progettazione, costruzione, ecc.) risultanti, ad esempio dalle omissioni, inesattezze, ecc.

- *Fonti di incertezza risultanti dai modelli adottati.*

Derivano dall'uso di modelli che descrivono in modo semplificato il comportamento dei materiali e delle strutture. La differenza tra i valori osservati nella struttura e quelli stimati dal modello può essere considerata come una misura di questa incertezza.

- *Fonti di incertezza di origine Statistica*

Ad esempio, un numero limitato di osservazioni influenza la stima dei parametri statistici come la media, la deviazione standard, etc....

Il numero ridotto di dati disponibili introduce incertezze nelle stime dei parametri che caratterizzano i modelli probabilistici, che possono essere minimizzati ottenendo un numero maggiore d'informazioni e utilizzando tecniche d'inferenza statistica.

III. CONCETTO DI PROBABILITÀ NELLA VALUTAZIONE DEL RISCHIO

Questa parte della tesi si basa sull'uso e il significato dello strumento probabilistico negli studi di rischio. Si pone come obiettivi:

- * Fare un quadro sugli approcci usati nel contesto della gestione dei rischi insistendo sulle ipotesi di base che rendono possibile l'uso delle probabilità;
- * Effettuare una valutazione concettuale del reale significato delle probabilità, in modo da evitare certe confusioni che potrebbero verificarsi nella pratica;
- * Presentare le virtù dello strumento probabilistico come soluzione per tenere conto di alcune categorie d'incertezze;
- * Valutare la possibilità di esprimere effettivamente le probabilità di occorrenza temporale e spaziale di un pericolo.

III.1 DETERMINAZIONE DELLA PROBABILITÀ CHE UN EVENTO SI VERIFICHÌ IN UN DATO LUOGO IN UN DETERMINATO ANNO

III.1.1 ESEMPIO 1: IL FENOMENO DELL'INONDAZIONE

Il rischio di alluvione è uno dei primi rischi naturali in Italia, sia per i danni provocati sia per il numero di comuni interessati. Come alcuni altri fenomeni climatici rari come precipitazioni estreme o valanghe, le inondazioni sono speciali in quanto possono riprodursi quasi identicamente più volte nello stesso luogo. Tali fenomeni sono generalmente caratterizzati dalla loro intensità e dal periodo di ritorno associato a questa intensità. Quest'ultimo corrisponde all'intervallo di tempo medio tra due eventi della stessa intensità nello stesso luogo. Va notato che il periodo di ritorno corrisponde a una media statistica: durante un periodo T , è del tutto possibile che non compaia nessuna alluvione QT o che compaia più di una di esse.

Per questi fenomeni climatici, si può fare l'ipotesi che i diversi eventi successivi di una serie di eventi della stessa intensità siano indipendenti l'uno dall'altro e che il fenomeno sia stazionario, o senza memoria, cioè che queste caratteristiche non dipendono dall'origine del tempo di osservazione, cioè il tempo medio tra due eventi è costante nel tempo. In questo caso, generalmente parliamo dei processi di **Poisson**. Usando questa ipotesi, è possibile collegare la nozione di periodo di ritorno a quella di probabilità p di un evento dannoso:

$$P = \frac{1}{T}$$

p è definita come la probabilità che l'evento si verifichi in un dato anno. Vale: 0 quando l'evento è impossibile e 1 quando è certo. In pratica, a causa dell'ipotesi di stazionarietà, si può valutare la probabilità che vi sia almeno un fenomeno con periodo di ritorno T durante il periodo t dalla seguente espressione:

$$P = 1 - e^{-t/T}$$

In un dato luogo, l'inondazione centenaria come un **high-water event** che si verifica con una probabilità dell'1% in un anno ha quindi per definizione 1 possibilità su 100 di verificarsi nell'anno. D'altra parte, la probabilità di avere un'alluvione di 100 anni è del 18% in venti anni, del 63% nel prossimo secolo e del 95% nei prossimi tre secoli. Quest'alluvione di 100 anni viene generalmente considerata come un "evento di riferimento" e, sulla base del feedback e dell'analisi dei dati storici, possono essere stimati

alcuni parametri che possono essere utilizzati per caratterizzarlo: altezza e durata d'immersione, velocità attuale, ecc.

Avere questi dati a disposizione può essere particolarmente importante per molti attori coinvolti nell'analisi del rischio e nella gestione del rischio. Quindi, conoscendo l'ordine di grandezza della probabilità di accadimento, in un luogo specifico, di un evento che ha determinate caratteristiche (una determinata altezza d'immersione, per esempio):

- I responsabili pubblici possono giudicare il livello accettabilità delle conseguenze per la popolazione o le infrastrutture e stabilire raccomandazioni in termini di pianificazione territoriale di fronte a questa situazione;
- Le compagnie di assicurazione possono impostare il loro contributo e i tassi di compensazione;
- Il pubblico può avere dati quantificati molto più significativo rispetto ai semplici livelli qualitativi di rischio (sebbene alcune nozioni, come il periodo di ritorno, siano spesso fraintese, il termine "in media" viene generalmente dimenticato)

III.1.2 ESEMPIO 2: CADUTA DEI BLOCCHI DI UN PENDIO NATURALE

Il fenomeno della caduta dei blocchi (figura 1) può essere descritto come la conclusione di un processo di una rottura che causa il distacco di un blocco dall'ammasso roccioso.



Figura 1 Frana nella valle rocciosa di Tinée

Generalmente, questo fenomeno può essere considerato ciclico: in un punto specifico del pendio naturale, un blocco si stacca, esponendo una nuova superficie. Questo sarà poi progressivamente degradato a causa di diversi fattori di come ad esempio erosione, interna o esterna, fino a quando una nuova rottura non viene iniziata, si sviluppa e il blocco viene rimosso, e così via. Tale processo può estendersi per diversi decenni, secoli o addirittura millenni, a seconda della natura e dalle caratteristiche dell'ammasso roccioso. Per quanto riguarda i fenomeni di alluvione prima descritti, l'inventario, su una durata

sufficientemente lunga, degli eventi che si verificano nello stesso sito consentirebbe di determinare l'intervallo di tempo medio tra due eventi, che corrisponde al periodo di ritorno di una caduta di blocco di un dato volume.

Ma, a differenza delle inondazioni, è difficile affermare per il fenomeno di caduta di blocchi che il processo è privo di memoria: il tempo medio di attesa tra due eventi in un dato punto non è più costante, ma diminuisce col passare del tempo dall'ultima caduta dei blocchi. Il processo qui è un processo di progressivo degrado che non può essere paragonato a un processo di **Poisson**. La nozione di "probabilità annuale" di rottura diventa dipendente dal livello di "degrado" del punto considerato.

La Figura 2, riferita a Durville (2004), presenta diversi tipi di evoluzione della probabilità p (n) che un evento dannoso (alluvione, caduta di blocchi, ecc.) si verifichi in un dato punto, durante l'anno n , sapendo che non ha avuto luogo prima del 1° gennaio dell'anno n :

- la curva 1 rappresenta un processo **Poissoniano**: il verificarsi di un evento (ad esempio un'inondazione) non dipende da cosa è successo negli anni precedenti, ovvero la probabilità che l'evento si verifichi durante l'anno n è lo stesso dell'anno $n-1$ o dell'anno $n + 1$;
- La curva 2 rappresenta un processo di degradazione graduale: più avanziamo nel tempo, più aumenta la probabilità che un blocco cada da un punto specifico di un pendio in particolare a causa del meccanismo di erosione.
- La curva 3 può essere interpretata in due modi: o come processo di "mortalità infantile" o come processo di "consolidamento" naturale o umano. Il primo è legato ai guasti che si verificano all'inizio della vita di un oggetto roccioso, ad esempio a causa di un disturbo derivante da una generazione di fratture durante uno scavo esplosivo. Il secondo è spiegato dal miglioramento della stabilità mediante miglioramenti naturali (sviluppo di una copertura vegetativa nel caso di frane, ecc.) o antropogenico (creazione di un muro di contenimento, ecc.)

La gestione del rischio sarà molto diversa a seconda del tipo di evoluzione. Nel caso di un'evoluzione di tipo 3, il problema principale è un problema a "breve termine" e i mezzi di prevenzione temporanei possono essere efficaci. Nel caso di un'evoluzione di tipo 2, d'altra parte, le misure da adottare devono essere diverse poiché possono essere implementate solo a medio o lungo termine. Ad esempio, si potrebbe in questo caso tollerare l'occupazione temporanea del sito. Infine, un'evoluzione di tipo 1 richiede un'azione costante che può essere pesante, poiché il fenomeno "non ha tempo di avviso". In questo caso, il monitoraggio permanente della struttura potrebbe essere una soluzione appropriata

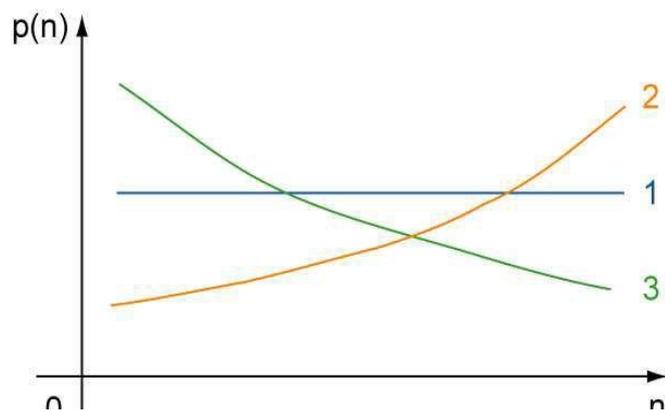


Figura 2 Evoluzione della probabilità di un evento dannoso durante l'anno n, subordinato al non verificarsi di questo evento fino alla fine dell'anno n-1 (Durville, 2004)

III.2 NOZIONE DI PROBABILITÀ

Prima di poter intraprendere una reale gestione del rischio, nella pratica è comunque necessario poter determinare il comportamento effettivo degli oggetti da studiare e disegnare tali curve. Nel caso dell'analisi del fenomeno di caduta di blocco, a causa della complessità dei meccanismi, la stima della probabilità che un evento si verifichi in un punto specifico e in un dato periodo di tempo, può essere fatto solo se è noto lo stato attuale dell'ammasso roccioso. Purtroppo, questo è molto difficile.

III.2.1 FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE DELLA PROBABILITÀ

Consideriamo una variabile casuale x , il comportamento probabilistico del fenomeno casuale può essere descritto da una funzione matematica nota come funzione di densità di probabilità $f(x)$. La funzione di densità di probabilità descrive la forma della curva di distribuzione della probabilità di occorrenza per ciascun valore della variabile casuale. Tra le forme più usuali, possiamo citare le distribuzioni normali o gaussiane, log-normali, gamma e beta, tra le altre.

Per la stima della probabilità di occorrenza di un valore della variabile casuale (x) inferiore o uguale ad un certo valore t , usiamo la funzione di distribuzione $F(t)$ definita da:

$$P[x \leq t] = F(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx \quad (1)$$

La stima della probabilità di occorrenza della variabile x in un certo intervallo $[a, b]$, è data da

$$P[a < x \leq b] = F(b) - F(a) = \int_a^b f(x)dx \quad (2)$$

III.2.2 CARATTERIZZAZIONE DELLA DENSITÀ CON IL METODO DEI MOMENTI

Per uno studio dettagliato della densità di probabilità senza la necessità di analisi grafica, vengono utilizzate misure statistiche che descrivono la posizione e la dispersione della distribuzione. La media μ o $E[x]$ della densità di probabilità della corrispondente variabile casuale continua x , è definita da:

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x)dx \quad (3)$$

μ è definito come momento del primo ordine di un sistema di massa $f(x)$, disposto su una linea retta e distante x dall'origine.

Per la stima della dispersione della densità di probabilità, viene definita la varianza, espressa da:

$$V[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x)dx \quad (4)$$

Si può vedere dall'equazione (4) che la definizione della varianza di una distribuzione di probabilità è analoga al momento d'inerzia definito dalla fisica. Una misura più concreta della variabilità della densità probabilistica è data dalla deviazione standard. La deviazione standard è definita come la radice quadrata positiva della varianza, essendo fisicamente analoga al raggio di rotazione. Matematicamente abbiamo:

$$\sigma[x] = \sqrt{V[x]} \quad (5)$$

III.3 DISTRIBUZIONE DI DENSITÀ NORMALE

Conosciuta anche come densità gaussiana, ha come caratteristica la simmetria della distribuzione, data dalla sezione in una campana (FIGURA 3). L'equazione che descrive il comportamento della densità normale è:

$$f(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (6)$$

Per x compreso nell'intervallo $(-\infty a + \infty)$

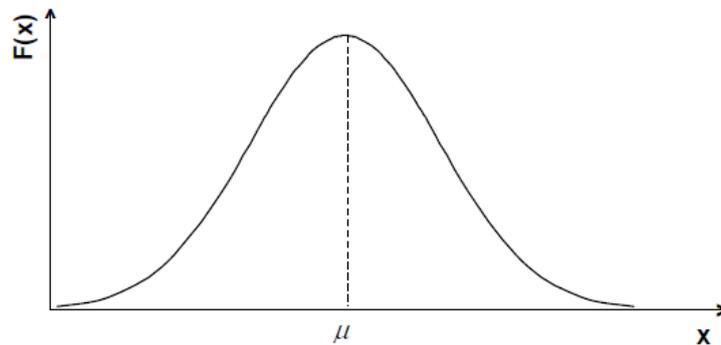


Figura 3 Grafico di una distribuzione normale.

Siccome l'equazione (6) non può essere integrata in forma chiusa in un intervallo qualsiasi, le probabilità relative alla distribuzione normale sono ottenute dall'integrazione numerica e i risultati sono riportati sotto forma di tabelle standardizzate per una densità normale con media $\mu = 0$ e deviazione standard $\sigma = 1$

Sostituendo nell'equazione (6) i valori di μ e σ utilizzato per la standardizzazione (Equazioni (3) e (5), rispettivamente), la probabilità che una variabile casuale (x) sia minore o uguale a Z è data da:

$$F(Z) = \int_{-\infty}^Z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}(t)^2} dt \quad (7)$$

Dove Z è una variabile casuale standardizzata definita da:

$$t = \frac{x-\mu}{\sigma[x]}$$

IV. ANALISI STATISTICA

Il trattamento statistico è correlato all'analisi di un insieme di osservazioni, chiamato campione o insieme di campioni, che mira a caratterizzare un fenomeno casuale di interesse e non a predire il comportamento del fenomeno stesso (analisi probabilistica). Il trattamento dell'insieme dei campioni può essere eseguito tramite analisi grafica o aritmetica. L'analisi grafica del campione include la classificazione della variabile casuale in base alla frequenza di valori assunti per realizzare un grafico, chiamato istogramma (FIGURA 4). L'analisi aritmetica del campione viene eseguita attraverso la determinazione di parametri statistici con lo scopo di caratterizzare la distribuzione.

IV.1 ANALISI GRAFICA DEL CAMPIONE

Dato un istogramma, il comportamento di una variabile casuale x in un campione può essere caratterizzato dalla sua funzione di frequenza $t(x)$. La funzione della frequenza è intesa come la funzione matematica che descrive la frequenza dei valori assunti dalla variabile aleatoria, cioè, è la funzione che meglio caratterizza la forma dell'istogramma della variabile casuale. La funzione di frequenza è analoga alla funzione di densità di probabilità $f(x)$ della popolazione corrispondente, sebbene queste funzioni siano concettualmente diverse. La popolazione della variabile casuale ha una funzione di densità di probabilità definita, ma se vengono eseguiti più campionamenti della stessa popolazione, è possibile trovare funzioni di frequenza diverse

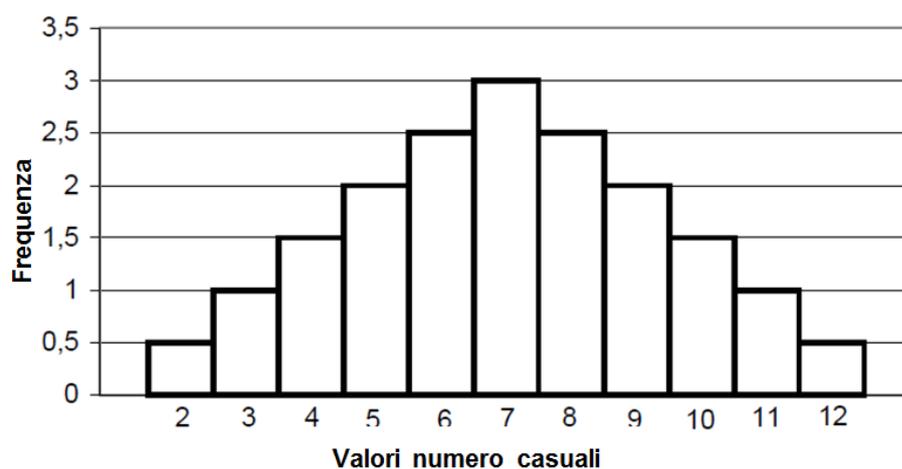


Figura 4 Esempio di un istogramma di una variabile casuale

Un complemento dell'analisi grafica è la definizione della funzione di frequenza cumulativa $T(x)$, analoga alla funzione di distribuzione della popolazione $F(x)$. In termini matematici, è scritto:

$$T(X) = \sum_{y \leq x} t(y) \quad (8)$$

Dove x e y sono variabili discrete. La funzione di frequenza cumulativa può essere interpretata come la somma delle frequenze relative di tutti i valori minori o uguali a x .

V. PROBABILITÀ DI ROTTURA.

La formulazione del problema di base dell'affidabilità strutturale riguarda la resistenza, R , e la sollecitazione S , descritta dalle rispettive funzioni di densità di probabilità f_R e f_S .

La funzione di stato limite può essere definita da:

$$Z = G(R, S) = R - S \quad (9)$$

In questo modo, la superficie che separa il dominio della sicurezza dal dominio della rottura della struttura sarà data da:

$$Z = G(R, S) = R - S = 0 \quad (10)$$

In generale, la rottura di una struttura si verifica se la resistenza strutturale R , è inferiore alla sollecitazione S . In questa prospettiva, la probabilità di rottura può essere determinata integrando la funzione di densità di probabilità nel dominio:

$$D = \{R, S : G(R, S) \leq 0\} \quad (11)$$

$$P_f = P\left(\frac{R}{S} \leq 1\right) = P(R - S \leq 0) = \iint_D f_{R,S}(r, s) dr ds \quad (12)$$

Poiché normalmente si assume che le variabili casuali legate alla resistenza siano statisticamente indipendenti da quelle relative alle azioni, la funzione di densità di probabilità congiunta in (12) può essere sostituita dal prodotto delle loro funzioni di densità di probabilità marginale:

$$P_f = \iint_D f_{R,S}(r, s) dr ds = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{S > R} f_R(r) \cdot f_S(s) dr ds \quad (13)$$

Considerando F_R come funzione distribuzione della resistenza, integrando $f_R(r)$ Otteniamo:

$$P_f = \int_{-\infty}^{+\infty} F_R(x) \cdot f_S(x) dx \quad (14)$$

Questo integrale è noto come integrale di convoluzione e rappresenta tutti i casi per i quali la resistenza non supera la sollecitazione. Per la maggior parte dei problemi, la risoluzione analitica dell'integrale dell'equazione (14) è difficile. Ciò nonostante, valori approssimati sono stimati mediante tecniche d'integrazione numerica o procedure e misure indirette (Dai,1992).

VI. INDICE DI AFFIDABILITÀ

La difficoltà nel risolvere l'integrale dell'equazione (14) ha stimolato lo sviluppo di metodologie che permette di valutare la sicurezza di una struttura in base alla sua probabilità di rottura. Questa difficoltà ha portato al recente sviluppo di diverse metodologie all'interno della teoria dell'affidabilità strutturale. Diversi metodi sono stati sviluppati per determinare gli indici di affidabilità che sono stati studiati e presentati da diversi autori, come Hasofer e Lind (1974), Rackwitz e Fiessler (1978), Chen (1983), Wu e Wirsching (1987), Ditlevsen e Madsen (2005).

I lavori e gli studi presentati negli anni sessanta da Freudenthal e al. (1966) sono stati i primi riferimenti sull'argomento. Cornell (1969) presenta il primo metodo di affidabilità strutturale chiamato metodo del primo ordine (FOSM). Con esso Cornell ha introdotto il concetto d'indice di affidabilità β che consente di ottenere la probabilità di rottura e quindi la sicurezza di una struttura. Tuttavia, è chiaro che questo metodo ha due limitazioni principali, l'indice di affidabilità non è costante per le formulazioni equivalenti della funzione di stato limite e non include informazioni sulle distribuzioni delle variabili casuali di base, che hanno portato all'emergere di nuovi metodi (Ditlevsen 1973, Venetian 1974). Hasofer e Lind (1974) propongono un metodo che risolve il problema della non invarianza. I metodi FORM e SORM nascono così.

VI.1 DEFINIZIONE DELL'INDICE DI AFFIDABILITÀ

Per alcuni casi speciali, l'equazione (14) può essere facilmente calcolata senza dover risolvere l'integrale. Si consideri nuovamente una formulazione del problema di base dell'affidabilità strutturale che coinvolge solo la resistenza R, e la richiesta S.

La funzione di stato limite è definita come segue: $Z = R - S = 0$.

La probabilità di rottura data da (Cornell, 1969) è data da:

$$\begin{aligned} P_f = P(Z < 0) &= \Phi\left(\frac{0 - (\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) \\ &= 1 - \Phi\left(\frac{(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

dove $\Phi(\cdot)$ è la funzione di distribuzione della distribuzione normale standardizzata. L'equazione (15) può essere scritta come segue:

$$\mu_R = \mu_S + \beta\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (16)$$

Dove $\beta = \Phi^{-1}(1 - P_f)$ rappresenta l'indice di affidabilità. Quindi P_f può essere scritto della forma seguente:

$$P_f = \Phi\left(-\frac{(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) = \Phi\left(-\frac{\mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta) \quad (17)$$

Più è elevato l'indice di affidabilità β , maggiore è la probabilità di rottura P_f . In altre parole, il rischio associato a questo caso sarà più elevato. Nella figura 5 È rappresentato il significato di β

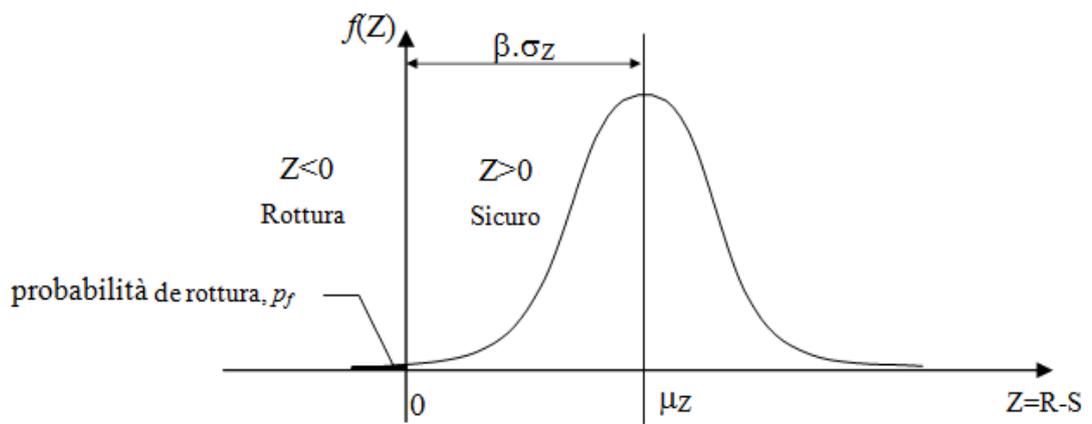


Figura 5 Funzione di densità di probabilità di $Z = R - S$ e indice di affidabilità β

Se R e S sono due variabili casuali statisticamente indipendenti con distribuzione log-normale

$Z = \ln(R/S) = \ln R - \ln S$ è una variabile casuale normale con probabilità di rottura data da:

$$P_f = 1 - \Phi\left[\frac{\ln\left(\frac{\mu_R}{\mu_S} \sqrt{\frac{1+V_S^2}{1+V_R^2}}\right)}{\sqrt{\ln((1+V_R^2)(1+V_S^2))}}\right] \quad (18)$$

Dove $V_R = \sigma_R/\mu_R$ è il coefficiente di variazione di R e $V_S = \sigma_S/\mu_S$ è il coefficiente di variazione di S . Se V_R e V_S non hanno valori molto elevati (≤ 0.30) l'equazione 18 si può semplificare e otteniamo quindi:

$$P_f = 1 - \Phi\left(\frac{\ln \mu_R - \ln \mu_S}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}}\right) \quad (19)$$

VI.2 GENERALIZZAZIONE DEL CALCOLO DELL'INDICE DI AFFIDABILITÀ

In generale la resistenza R è una funzione delle proprietà dei materiali e / o delle dimensioni degli elementi che costituiscono un sistema strutturale mentre la sollecitazione S è una funzione delle azioni. Quindi ci sono diverse variabili casuali che influenzano una struttura. In questo modo, la funzione di stato limite $G(\cdot)$ di solito dipende da diverse variabili casuali che definiscono e caratterizzano il comportamento e la sicurezza di una struttura $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$

$$Z = G(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0$$

Questa equazione è quindi la frontiera che divide il dominio in una regione di sicurezza $G(X) > 0$ e in una zona di rottura $G(X) < 0$

Se le variabili casuali di base sono indipendenti e normalmente distribuite e la funzione di stato limite è lineare, di tipo:

$$a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_nX_n = a_n + \sum_{i=1}^n a_iX_i \quad (20)$$

L'indice di affidabilità può essere ottenuto da:

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i\mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j c_{ij}}} \quad (21)$$

Dove μ è il vettore di medie e C è la matrice di covarianza di X . Tuttavia, in molti casi, alcune delle variabili casuali non hanno distribuzioni normali e la funzione di stato limite non è lineare. Pertanto, le proprietà della legge normale non sono valide, quindi diventa più difficile calcolare il valore medio e la deviazione standard, quindi le espressioni precedenti non possono essere utilizzate. Inoltre, la risposta strutturale potrebbe anche non essere normale.

La probabilità di rottura, P_f , sarà ottenuta attraverso la generalizzazione di (12) applicando un'integrazione multipla a tutte le variabili casuali di base:

$$P_f = \int \int_{G(X) \leq 0} fX(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (22)$$

Dove $fX(x_1, x_2, \dots, x_n)$ è la funzione di densità di probabilità congiunta delle variabili casuali di base (x_1, x_2, \dots, x_n) . In generale, $fX(x_1, x_2, \dots, x_n)$ è praticamente impossibile da ottenere e anche se questa informazione è disponibile, l'integrale multiplo dato in (22) è difficile da risolvere, e le variabili casuali di base non sono esplicite. Per questi motivi, per risolvere l'integrale dato dall'equazione (22), vengono solitamente utilizzate alcune semplificazioni i metodi numerici o anche entrambi. Questi metodi possono rientrare in due tipi di approcci:

- Uso di processi che permette di ottenere soluzioni approssimate che sono più semplici da calcolare. Questi metodi possono essere raggruppati in due tipi: metodi del primo ordine (FORM) e del secondo ordine (SORM). Questi sono basati rispettivamente su approcci lineari (FORM) e quadratici (SORM).
- Approssimazioni numeriche mediante simulazioni come il metodo Monte Carlo.

VII. METODI DI AFFIDABILITÀ DEL PRIMO ORDINE

Le difficoltà di calcolare l'integrale multiplo dell'equazione (22) hanno motivato lo sviluppo di metodi di affidabilità dei momenti del secondo ordine (FOSM). Grazie alla loro semplicità, questi metodi Cornell, ha usato una formulazione con solo due variabili per spiegare il suo approccio (Cornell, 1969). Invece di usare metodi numerici approssimativi per calcolare la probabilità di rottura di un problema di affidabilità strutturale nella sua forma più generale, si applicano metodi più semplici in cui la funzione integranda, $f_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ è semplificata.

Lo sviluppo dei metodi FORM è legato ai metodi del secondo momento (FOSM), che utilizzano solo le informazioni fornite dai primi due momenti: il valore medio (μ) e la deviazione standard (σ) per rappresentare le variabili casuali. Mentre nei metodi FOSM le informazioni sulla distribuzione di variabili casuali sono ignorate nei metodi FORM (anche detti AFOSM) questa informazione viene utilizzata.

VII.1 METODI FOSM O MVFOSM

I metodi FOSM sono anche indicati in letteratura come metodi del valore medio del primo ordine e secondo momento - MVFOSM (Cornell, 1969). Questi metodi si basano su un'approssimazione in serie di Taylor del primo ordine della funzione di stato limite, linearizzata sui valori medi delle variabili casuali, fino ai secondi momenti delle variabili casuali di base (medie e deviazioni standard).

La formulazione originale di questo metodo data da Cornell (1969) usa solo due variabili casuali, R e S, e un'equazione dello stato limite $Z = R - S$.

Come già menzionato precedentemente, se R e S sono statisticamente indipendenti e normalmente distribuiti, allora anche la variabile Z segue una legge di distribuzione normale. La rottura avviene

se $R < S \Leftrightarrow Z < 0$, dove la probabilità di rottura è data da:

$$P_f = 1 - \Phi\left(\frac{\ln \mu_R - \ln \mu_S}{\sqrt{V_R^2 + V_S^2}}\right) \quad (23)$$

La probabilità di rottura dipende dal rapporto tra σ_Z e μ_Z . Questo rapporto è chiamato indice di sicurezza o indice di affidabilità ed è solitamente rappresentato da β ma in questo caso sarà rappresentato da β_C definito da Cornell (1969):

$$\beta_C = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (24)$$

Da questa formula abbiamo che la probabilità di rottura è data da:

$$P_f = \Phi(-\beta_c) = 1 - \Phi(\beta_c) \quad (25)$$

Se $G(X)$ non è lineare, come succede in molti casi, è necessario usare un'approssimazione per la media e la varianza di Z (Bucher e Macke, 2003). Inoltre, questa formulazione può essere generalizzata a più di due variabili casuali. Consideriamo un vettore X con n variabili casuali, l'equazione dello stato limite è data da:

$$Z = G(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (26)$$

Applicando lo sviluppo in serie Taylor all'equazione (26) abbiamo che

$$Z = G(X^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - X_i^*) \left. \frac{\partial G}{\partial X_i} \right|_{X_i=X_i^*} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - X_i^*)(X_j - X_j^*) \left. \frac{\partial^2 G}{\partial X_i \partial X_j} \right|_{X_i=X_i^*, X_j=X_j^*} + \dots$$

Dove le derivate parziali sono calcolate nel punto X^* . Questo punto deve essere tale che la differenza tra la probabilità tra il punto di rottura, basata sulla superficie utilizzata come approssimazione e la reale probabilità di rottura sia minima. Cornell suggerì di approssimare $G(X)$ con la sua espansione in serie di Taylor del primo ordine. Quindi, otteniamo un'approssimazione del primo ordine data da:

$$Z \cong G(X^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - X_i^*) \left. \frac{\partial G}{\partial X_i} \right|_{X_i=X_i^*} \quad (28)$$

Da questa equazione possiamo calcolare il valore medio e la varianza di Z , che sono dati da:

$$\mu = G(X_i^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial G}{\partial X_i} (\mu_{X_i} - X_i^*) \quad (29)$$

$$\sigma^2 \cong \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial G}{\partial X_i} \frac{\partial G}{\partial X_j} \cdot Cov(X_i, X_j) \quad (30)$$

dove le derivate parziali sono calcolate nel punto X^* , μ_{X_i} rappresenta il valore medio di X_i e $Cov(X_i, X_j)$ è la covarianza tra X_i , e X_j . Se le variabili non sono correlate, quindi la varianza è data da:

$$\beta_{FOSM} = \frac{G(X_1^*, \dots, X_n^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial G}{\partial X_i} (\mu_{X_i} - X_i^*)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial G}{\partial X_i} \frac{\partial G}{\partial X_j} \cdot Cov(X_i, X_j)}} \quad (31)$$

Cornell ha usato il valore medio, $X^* = \mu_{X_i}$ come punto di dimensionamento. In questo l'indice di affidabilità del valore medio del primo ordine e dei secondi momenti β_{MVFOSM} è dato da:

$$\beta_{FOSM} = \frac{G(\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_n})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial G}{\partial X_i} \frac{\partial G}{\partial X_j} \cdot Cov(X_i, X_j)}} \quad (32)$$

VII.2 METODO FORM

Il concetto relativo ai metodi FORM si basa su una descrizione del problema standard di affidabilità dello spazio normale (Rackwitz e Fiessler, 1978; Madsen et al., 2006). Quindi, ogni volta che le variabili casuali di base X di un problema strutturale sono correlate e / o con distribuzioni non normali, devono essere trasformate in variabili casuali non correlate con normali distribuzioni standardizzate X'_i con media zero e deviazioni standard unitaria (Rackwitz, 1981; e Liu, 1986).

In questo metodo, le variabili casuali vengono trasformate dall'espressione:

$$X'_i = \frac{X^i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (34)$$

Questa equazione viene utilizzata per trasformare $G(X) = 0$ nell'equazione dello stato limite ridotto $G(X') = 0$. L'indice di affidabilità è dato dalla distanza minima tra l'origine degli assi e la superficie dello stato limite nello spazio standard standardizzato:

$$\beta_{HL} = \sqrt{(X'^*)^T \cdot (X'^*)} \quad (35)$$

il punto situato a distanza minima dell'origine del sistema di coordinate ridotto e che si trova sulla superficie dello stato limite, viene chiamato il punto di dimensionamento ed è rappresentato dal vettore X'^* . Se è nel sistema di coordinate originale è rappresentato da X^* . Per determinare la posizione di X'^* È possibile ricorrere a diverse procedure di ottimizzazione. Ad esempio (Shinozuka, 1983). Considera l'equazione dello stato limite lineare con due variabili:

$$Z = R - S = 0 \quad (36)$$

Le variabili ridotte sono date da:

$$R' = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad \text{e} \quad S' = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S}$$

Pertanto, l'equazione dello stato limite nel sistema di coordinate ridotto sarà:

$$Z = G(.) = \sigma_R R' - \sigma_S S' + \mu_R - \mu_S = 0 \quad (37)$$

La distanza tra la superficie dello stato limite e l'origine del sistema di coordinate ridotto è una misura dell'affidabilità del sistema. Minore è la distanza all'origine, maggiore è la probabilità di rottura. I punti di intercettazione dell'equazione (37) con gli assi ($R' + S'$) sono dati, rispettivamente, da $[-(\mu_R - \mu_S)/\sigma_R, 0]$ e $[0, (\mu_R - \mu_S)/\sigma_S]$

Quindi, usando le proprietà sull'area dei triangoli, possiamo determinare la distanza dall'equazione (37) all'origine, che ci fornisce l'indice di affidabilità del sistema:

$$\beta_{HL} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (38)$$

Questa espressione è identica a quella dell'indice di affidabilità ottenuto con il metodo MVFOSM, nel caso in cui R e S siano considerati statisticamente indipendenti e normalmente distribuiti.

Ne consegue che se l'equazione dello stato limite è lineare e se le variabili casuali R e S sono statisticamente indipendenti e normalmente distribuite, l'indice di affidabilità è lo stesso in entrambi i metodi. Tuttavia, in altri casi questo non accade.

Nel caso in cui $G(X') = 0$ sia lineare, β_{HL} rappresenta la distanza tra l'origine del sistema di coordinate ridotto e il **punto di dimensionamento** sulla superficie limite e può essere ottenuto da (35). Questo può essere usato per calcolare un'approssimazione del primo ordine della probabilità di rottura mediante l'espressione $P_f = \Phi(-\beta_{HL})$. Il punto sulla superficie dello stato limite che si trova alla minima distanza dall'origine, X'^* rappresenta la peggiore combinazione di variabili casuali ed è quindi **chiamato il punto di dimensionamento o il punto di probabile rottura**.

Per gli stati al contorno non lineari il calcolo della distanza minima è un problema di ottimizzazione.

Applicando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, la distanza minima è data da (Shinozuka, 1983):

$$\beta_{HL} = - \frac{\sum_{i=1}^n x_i^{I*} \left(\frac{\partial G}{\partial x_i^I} \right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial x_i^I} \right)^{2*}}} \quad (39)$$

Dove:

$\left(\frac{\partial G}{\partial x_i'}\right)^*$ è la derivata parziale de G calcolata nel punto di dimensionamento $(x_1'^*, \dots, x_n'^*)$. L'asterisco dopo le derivate parziali indica che questi sono calcolati nel punto $(x_1'^*, \dots, x_n'^*)$. Il punto di dimensionamento nelle coordinate ridotte è dato da:

$$x_1'^* = -\alpha_i \beta_{HL} \quad (i= 1,2,3,\dots,n)$$

Dove:

$$\alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial G}{\partial x_i'}\right)^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial x_i'}\right)^{2*}}} \quad (40)$$

sono i coseni direttori degli assi coordinati X_i' . Usando l'equazione (34), il punto di dimensionamento può essere ottenuto nel sistema di coordinate originale:

$$x_1^* = \mu_{x_i} - \alpha_i \sigma_{x_i} \beta_{HL} \quad (41)$$

Rackwitz [1976, in Haldar (2000)] hanno presentato un algoritmo per calcolare β_{HL} e $X_1'^*$

1. Definire l'equazione dello stato limite
2. Scegli un valore iniziale per il punto di dimensionamento delle coordinate x_i^* , $i=1,2,\dots,n$. Normalmente, vengono scelte le medie delle variabili casuali. Quindi si ottiene le variabili ridotte $X_1'^* = (X_1^* - \mu_{x_i})/\sigma_{x_i}$
3. Calcolare $\left(\frac{\partial G}{\partial x_i'}\right)^*$ e $x_1'^*$ nel punto X'^*
4. Ottenere di nuovo il punto di dimensionamento delle coordinate x_i^* , $i=1,2,\dots,n$ in funzione di β_{HL}
5. Sostituire il nuovo X'^* nell'equazione di stato limite $G(X'^*) = 0$ e risolvere
6. Calcolare $x_1^* - \alpha_i \beta_{HL}$ utilizzando il valore β_{HL} ottenuto nel punto 5.
7. Ripetere i passaggi da 3 a 6 fino a quando converge β_{HL}

Quest'algoritmo utilizza un approccio lineare alla superficie dello stato limite in tutti i punti di ciascuna iterazione e determina la distanza dall'origine alla superficie. Questo processo continua fino a quando il valore di β_{HL} converge o si stabilizza. Nei casi in cui

l'equazione dello stato limite è lineare, l'algoritmo si applica solo una volta poiché non sono richieste iterazioni.

Veneziano (1979) afferma che, nonostante la semplicità e la generalità di β_{HL} , questo indice non è ancora del tutto soddisfacente perché non utilizza in modo esaustivo tutte le informazioni contenute nella regione di sicurezza, nel vettore della media e nella matrice di covarianza. Di conseguenza, β_{HL} non è coerente e potrebbe non rappresentare adeguatamente la geometria dell'area di sicurezza. Per superare queste difficoltà, Veneziano notò che se viene fornita una caratterizzazione completa o parziale di $F(X)$ e $G(X)$ la probabilità di rottura è limitata come segue:

$$p_f^L \leq p_f \leq p_f^U \quad (42)$$

dove p_f^L è il limite inferiore e p_f^U è il limite superiore della probabilità di rottura. Sulla base di quest'osservazione, Veneziano ha proposto un indice di affidabilità alternativo:

$$\gamma = (p_f^U)^{-1/2}$$

L'indice γ varia da 1 a ∞ come p_f^U varia da 0 a 1. Veneziano (1979) ha usato metodi basati sui limiti generalizzati di Tchebysheff per valutare γ in una varietà di regioni di sicurezza e per parecchie caratterizzazioni parziali di $F(X)$ in principio, per problemi di affidabilità univariati, successivamente casi multivariati e infine per casi che coinvolgono processi stocastici.

Ditlevsen (1979) ha dimostrato che per superfici di stato limite non lineari β_{HL} non verifica una proprietà che chiamava di *comparabilità*. L'idea si basa su questo esempio: consideriamo due superfici di stato limite, una lineare e una non lineare, le aree corrispondenti alla regione di rottura sono diverse per ciascun caso (Figura 6). Quindi l'affidabilità strutturale in ciascun caso sarà diversa. Tuttavia, per entrambe le superfici i valori di β_{HL} sono uguali, a suggerire uguale affidabilità in entrambi i casi. Per superare questa incoerenza Ditlevsen (1979) ha introdotto un indice di affidabilità generalizzato dato da:

$$\beta_G = \Phi^{-1} = \left(\int_{G(X') > 0} \dots \int \phi(x'_1) \dots \phi(x'_n) dx'_1 \dots dx'_n \right) \quad (43)$$

dove Φ e ϕ sono rispettivamente le funzioni di distribuzione e densità di probabilità di variabili casuali con distribuzione normale standard e $G(X') > 0$ è la regione di sicurezza nello spazio normalizzato delle variabili casuali. Questo indice di affidabilità è stato definito per essere utilizzato quando non ci sono ulteriori informazioni sulle variabili casuali di base di un problema strutturale oltre all'area della superficie limite e al primo e al secondo momento. Poiché l'indice di affidabilità include l'intera area di sicurezza, fornisce un risultato coerente per il valore di affidabilità. A causa della difficoltà del suo

calcolo, Ditlevsen (1979a) propose di approssimare la funzione dello stato limite non lineare attraverso l'iperpiano tangenziale in punti selezionati sulla superficie.

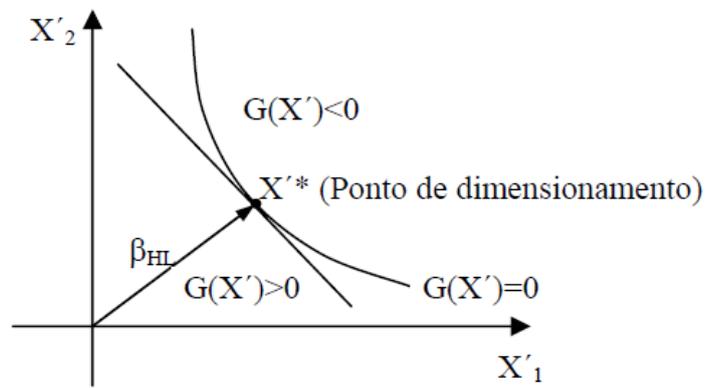


Figura 6 indice di affidabilità per le superfici di stato lineare e non lineare.

VII.3 METODI AFOSM PER VARIABILI CASUALI NON NORMALI

Se tutte le variabili casuali sono statisticamente indipendenti con distribuzione normale e la superficie limite è lineare, l'indice di affidabilità di Hasofer-Lind può essere utilizzato per calcolare la probabilità di rottura di una struttura. In qualsiasi altra situazione questo metodo non ci dà risultati esatti per la probabilità di rottura.

Nei metodi FORM la superficie di stato limite nello spazio normale normalizzato o ridotto viene sostituita da una tangente iperpiano nel punto più vicino all'origine. Questo punto, X^* , è il cosiddetto punto di dimensionamento, la distanza da quel punto all'origine è l'indice di affidabilità, β . In molti casi è possibile che la superficie dello stato limite abbia diversi punti la cui distanza dall'origine sia minima. In queste situazioni questa superficie viene approssimata attraverso un poliedro usando tecniche di affidabilità (Madsen et al., 2006). La grande sfida è trovare sulla superficie dello stato limite il punto più vicino all'origine. Questo è un problema di ottimizzazione. Per risolvere questo tipo di problemi Hasofer e Lind, 1974; Rackwitz e; Liu e Der Kiureghian, hanno fornito e sviluppato vari algoritmi di ottimizzazione, sia per i casi in cui la superficie di confine è lineare sia non lineare. Ad esempio, Liu e Der Kiureghian, 1986a, 1988, 1989, 1991, 1991a presentano e confrontano cinque algoritmi di ottimizzazione per cercare di risolvere il problema e quindi ottenere il punto di dimensionamento e il corrispondente indice di affidabilità. Der Kiureghian e Dakessian (1998) hanno proposto un metodo che determina successivamente i vari punti di dimensionamento di un problema di affidabilità. L'idea è innanzitutto quella di determinare le approssimazioni attraverso i metodi FORM o SORM in ciascuno dei punti di dimensionamento e quindi utilizzare un numero di sistemi di analisi di affidabilità. Melchers et. al. hanno esaminato i metodi FORM per i casi in cui le variabili casuali associate alla funzione di stato limite hanno funzioni di densità di probabilità troncate o discontinue. Esse menzionano anche le difficoltà nel trasformare le variabili casuali con funzioni di densità di probabilità troncate o discontinue nello spazio normale standardizzato e suggeriscono tecniche per evitare le difficoltà numeriche associate all'applicazione dei rispettivi algoritmi nei metodi FORM. Haldar e Mahadevan (2000, 2000a) presentano due algoritmi di ottimizzazione. Questo lavoro presenta uno degli algoritmi più utilizzati oggi per risolvere problemi di ottimizzazione nell'affidabilità strutturale. Inizialmente proposto da Hasofer e Lind (1974) per i metodi FOSM e successivamente sviluppato da Rackwitz e Fiessler (1978) per includere informazioni sulle distribuzioni. Alcuni autori lo chiamano il metodo HL-RF. Questo viene applicato attraverso un processo iterativo e si basa su una formula ricorsiva di tipo Newton-Raphson:

$$X'_{k+1} = \frac{1}{|\nabla G(X'_k)|} [\nabla G(X'_k)^T X'_k - G(X'_k)] \nabla G(X'_k)^T \quad (44)$$

dove $\nabla G(X'_k)^T$ è il vettore gradiente della funzione di stato limite all'iterazione k-esima e X'_k un vettore di componenti $\{x'_{1k}, x'_{2k}, \dots, x'_{nk}\}^T$, essendo il numero di variabili casuali.

Se alcune, delle variabili casuali di un'equazione di stato limite non hanno distribuzione normale, dobbiamo calcolare la deviazione standard, σ_{xi}^N e la media, μ_{xi}^N

μ_X , della distribuzione normale equivalente di tutte le variabili casuali con distribuzioni non normali.

Questo algoritmo linearizza la funzione dello stato limite in ogni iterazione e invece di risolvere esplicitamente l'equazione dello stato limite come funzione di β usa le derivate parziali per cercare il prossimo punto di iterazione. Può essere descritto come segue:

1. Definire l'equazione dello stato limite
2. Scegli un valore iniziale per il punto di dimensionamento di coordinate, $i = 1, \dots, n$. Quando non ci sono informazioni, vengono solitamente scelti i mezzi delle variabili casuali. Quindi calcola il valore della funzione di stato limite a questo punto, $G(X_i^*)$
3. Quindi calcola le medie e le deviazioni standard delle equivalenti distribuzioni normali di tutte le variabili casuali che non hanno distribuzione normale. Quindi, le coordinate del punto di dimensionamento nello spazio normale standard equivalente saranno date da:

$$X'_i = (X_i^* - \mu_{xi}^N) / \sigma_{xi}^N \quad (45)$$

4. Calcola le derivate parziali $\frac{\partial G}{\partial X_i}$ del punto X_i^*
5. Calcola le derivate parziali $\frac{\partial G}{\partial X'_i}$ nello spazio normale standard equivalente attraverso l'espressione:

$$\frac{\partial G}{\partial X'_i} = \frac{\partial G}{\partial X_i} \sigma_{xi}^N$$

Si noti che $\frac{\partial G}{\partial X'_i}$ sono i componenti del vettore gradiente della funzione di stato al contorno stato normalizzato equivalente. I componenti dei corrispondenti vettori unitari sono i cosiddetti coseni direzionali della funzione di stato limite e sono dati da:

$$\alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial G}{\partial X_i}\right)^* \sigma_{xi}^N}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial G}{\partial X_i} \sigma_{xi}^N\right)^{2*}}} \quad (46)$$

I coseni direttori ci danno valori di grande interesse perché rappresentano la sensibilità della funzione di stato limite standardizzata, $G(X') = 0$, al punto di dimensionamento (chiamato anche punto di rottura o punto di rottura più probabile), X_i^* , a modificato in X' .

6. Si ottengono le nuove coordinate del punto di dimensionamento nello spazio normale standardizzato equivalente X_i^* e si usa la formula dell'espressione ricorsiva (44).
7. Calcola la distanza da questo nuovo punto all'origine attraverso l'espressione:

$$\beta = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i'^*)^2} \quad (47)$$

8. Calcolare le coordinate del nuovo punto di dimensionamento nello spazio originale usando l'espressione:

$$x_i^* = \mu_{xi}^N + \sigma_{xi}^N x_i'^* \quad (48)$$

9. Calcola il valore della funzione stato limite, $G(\cdot)$, per questo nuovo punto di dimensionamento e verifica il criterio di convergenza di $G(\cdot)$ (Se $|G(X_k^*)| \leq \epsilon$, si ferma.). In generale, il valore di ϵ è una quantità molto piccola, ad esempio 0,001.

VIII. METODO MONTE CARLO

Le tecniche di simulazione più comunemente utilizzate si basano sul metodo Monte Carlo. Questo è considerato molto utile come strumento di verifica nello sviluppo di metodi più raffinati.

Nell'analisi di affidabilità strutturale, ciascuna delle variabili casuali del problema X_i viene simulata in base alle sue distribuzioni per ottenere valore di campionamento \hat{x}_i . Poi si verifica $G(\hat{X}) = 0$, se questo viene violata $G(\hat{X}) \leq 0$, si considera una rottura della struttura. Se l'esperimento viene ripetuto N volte, dove in ciascuno di essi viene utilizzato un diverso vettore casuale \hat{X} di valori \hat{x}_i

La probabilità di rottura è data dall'approssimazione

$$p_f \approx \frac{n(G(\hat{X}) \leq 0)}{N} \quad (49)$$

Dove $n(G(\hat{X}) \leq 0)$ rappresenta il numero di esperimenti per il quale $G(\hat{X}) \leq 0$.

La simulazione delle variabili casuali di base viene effettuata tramite un generatore di numeri casuali i cui valori hanno distribuzioni identiche alle rispettive variabili. Per questo, un algoritmo disponibile in tutti i sistemi informatici attuali viene utilizzato per generare una sequenza di numeri pseudo casuali con distribuzione uniforme nell'intervallo $]0, 1[$. Si chiama pseudo-casuale perché i valori non sono puramente aleatori, l'algoritmo utilizzato si basa su una formula matematica ricorsiva che parte da un certo numero definiti a priori.

Il numero di esperimenti da eseguire dipende dalla probabilità di rottura e dalla funzione che descrive lo stato limite. L'irregolarità di $G(\hat{X}) = 0$ così come una probabilità molto piccole fanno sì che quel numero tenda ad aumentare. Questi sono i principali inconvenienti del metodo Monte Carlo. Se il numero di simulazioni N tende all'infinito e il generatore di numeri pseudo-casuali verifica le proprietà di indipendenza e uniformità, il metodo Monte Carlo fornisce risultati esatti:

$$p_f = (G(\hat{X}) \leq 0) = \lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{n(G(\hat{X}) \leq 0)}{N} \quad (50)$$

Nell'applicare il metodo Monte Carlo a problemi di affidabilità strutturale possiamo distinguere almeno sei diverse fasi:

- 1- Definizione di tutte le variabili casuali di base del problema;
- 2- Definizione delle distribuzioni e parametri;

- 3- Simulazione di valori per queste variabili casuali in base alle loro distribuzioni:

$$X^{(i)} = (X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, \dots, X_n^{(i)}); i = 1, 2, \dots, \text{numero totale di elementi campione};$$

n = numero totale di variabili casuali di base;

- 4- Ottenere una risposta strutturale, $Y^{(i)}$, da ogni serie di simulazioni delle variabili casuali di base,
- 5- Valutazione delle risposte strutturali (dai N risultati della fase 4);
- 6- Determinare la precisione e l'efficienza della simulazione eseguita.

VIII.1 GENERAZIONE DI NUMERI CASUALI

La generazione di numeri casuali per una data distribuzione è il punto centrale della tecnica di simulazione Monte Carlo.

Un numero casuale è un numero scelto a caso da una data distribuzione in modo che la selezione di un numero elevato di questi numeri possa riprodurre la distribuzione sottostante. Normalmente, è necessario che questi numeri siano indipendenti in modo che non ci siano correlazioni tra valori successivi. Oggigiorno, qualsiasi computer può generare numeri pseudocasuali.

In un esperimento può essere necessario ottenere un valore campione per ciascuna variabile casuale di base attraverso un processo casuale. Una variabile casuale da generare può essere discreta o continua.

VIII.2 GENERAZIONE DI NUMERI CASUALI PER VARIABILI CASUALI CONTINUE

Come abbiamo detto prima, nella pratica qualsiasi computer ha la capacità di generare numeri "pseudocasuali" uniformemente distribuiti nell'intervallo $]0, 1[$. Questi numeri sono chiamati "pseudocasuali", la maggior parte dei generatori di numeri casuali utilizza un algoritmo che richiede di specificare di un valore iniziale che viene utilizzato come punto di partenza, che è chiamato "seme". Ogni volta che il seme viene modificato casualmente, tale modifica del seme in un computer può corrispondere all'assegnazione di un valore che muda nel tempo, anche la sequenza di numeri casuali cambia, ma per ogni seme quella sequenza è sempre la stessa.

In molti casi è necessario trasformare i numeri casuali distribuiti uniformemente, dell'intervallo $]0, 1[$ ottenuto da una tabella di numeri casuali o generato da un computer, per numeri casuali con determinate caratteristiche. La tecnica matematica più generale per farlo è il cosiddetto metodo di trasformazione inversa.

Considerando una variabile casuale di base X_i e come funzione di distribuzione $F_X(x_i)$ Come si può vedere nella figura 7, con questa tecnica viene generato un numero casuale uniformemente distribuito $u_i (0 \leq u_i \leq 1)$ e uguagliando questo valore a $F_X(x_i)$ Per ottenere x_i come segue:

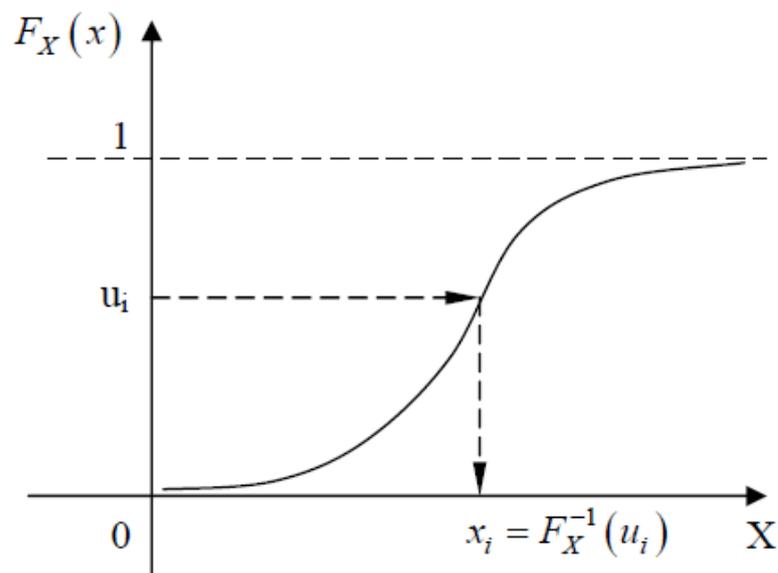


Figura 7 Metodo di trasformazione inversa per generare variabili casuali

Questo metodo può essere applicato quando esiste un'espressione analitica per la funzione inversa $F_X^{-1}(x_i)$ (come per le distribuzioni di Weibull, Gumbel, esponenziali, ecc.). Questi casi sono le tecniche più efficienti. In altri casi, dove non c'è la funzione inversa, vengono usate altre espressioni che ci danno valori approssimati delle distribuzioni, ad esempio nella distribuzione normale. Ecco alcuni esempi.

VIII.3 DISTRIBUZIONE UNIFORME

Consideriamo una variabile casuale X che segue una distribuzione uniforme, di parametri a e b , $X \sim U(a, b)$, La funzione densità di probabilità e la funzione di distribuzione sono date dalle espressioni:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, &]-\infty, a[\cup]b, +\infty[\end{cases} \quad (52)$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases} \quad (53)$$

In questo caso:

$$\mu = \frac{a+b}{2}, \quad \sigma^2 = \frac{(a-b)^2}{12} \quad \text{e} \quad \gamma_1 = 0$$

IX. ANALISI AFFIDABILITÀ DELLE OPERE GEOTECNICHE

È importante estendere lo studio dell'affidabilità delle opere geotecniche anche alle opere di sostegno rigidi. Le incertezze associate alla complessità del comportamento di queste opere dovute a fattori come l'interazione terreno-struttura e la dipendenza tra spostamenti osservati e carico mobilitato richiedono senza dubbio l'uso di analisi probabilistiche nei progetti.

Quindi, al fine di contribuire allo sviluppo dell'applicazione delle analisi di affidabilità delle opere geotecniche, questo lavoro presenta uno studio sull'argomento.

IX.1 DEFINIZIONE DI OPERE DI SOSTEGNO

Le opere di sostegno sono strutture che hanno lo scopo di fornire ad un volume di terra instabile le forze necessarie per assicurare le condizioni di equilibrio.

Le opere di sostegno vengono classicamente suddivise in due categorie:

- le opere di sostegno rigide la cui deformabilità è tanto piccola da non influenzare sensibilmente lo stato tensionale nel terreno; l'unico movimento che possono manifestare sotto l'azione dei carichi in gioco è un movimento rigido.
- le opere di sostegno flessibili caratterizzate invece da una deformabilità abbastanza grande da influenzare sensibilmente lo stato tensionale del terreno e la distribuzione delle pressioni sulla superficie di contatto.

Per le opere di sostegno rigide, la stabilità è legata al peso dell'opera stessa e/o a quello del terreno che grava sulla fondazione; nel caso delle seconde invece è assicurata dalla mobilitazione della resistenza passiva nella parte infissa ed eventualmente dalla presenza di altri vincoli quali ad esempio un sistema di ancoraggio.

Sono strutture rigide i muri di sostegno, le pareti in c. a. rigidamente vincolate ad altre strutture, le opere massicce in pietrame, come le gabbionate, ed ogni altra struttura poco deformabile che abbia il fine di sostenere la spinta di rinterri e fronti di scavo.

Sono strutture di sostegno flessibili le palancolate metalliche e le paratie di pali di piccolo diametro. Le paratie in c. a. anche se formate solo di pannelli a sezione rettangolare hanno una rigidezza molto elevata e per questo motivo, almeno per quanto riguarda le condizioni di collasso, vengono usualmente analizzate come strutture rigide.

IX.2 OPERE DI SOSTEGNO RIGIDE

IX.2.1 MURI A GRAVITÀ

Sono delle opere che fronteggiano la spinta del terreno solo on il loro peso. Essi sono realizzati con materiali incapaci di resistere a trazione come il calcestruzzo, i blocchi prefabbricati di cemento, i mattoni, la pietra ecc. e generalmente sono usati per costruire muri non troppo alti. Per migliorare la stabilità si può sfruttare il peso del terreno realizzando una serie di gradoni a monte in modo da riportare la risultante delle forze esterne all'interno della sezione.

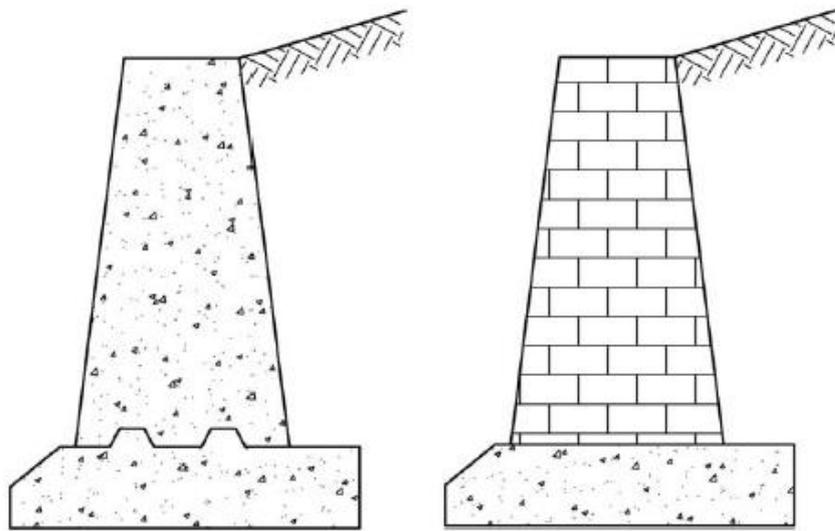


Figura 8 muri a gravità

IX.2.2 MURI CELLULARI O CRIB-WALLS

I muri cellulari sono un'alternativa ai muri a gravità; consistono in una serie di gabbie in legno, calcestruzzo prefabbricato o acciaio poste l'una sull'altra in modo da formare un reticolo spaziale che viene riempito di materiale drenante. Il funzionamento è come quello del muro a gravità, col vantaggio di una più veloce costruzione e, grazie alla loro flessibilità, di una resistenza a spostamenti relativamente grandi. Inoltre, gli interspazi tra una gabbia e l'altra possono essere piantonati con vegetazione adatta che consente a questa struttura di inserirsi bene nel passaggio circostante. Solitamente i muri cellulari son eretti con la faccia inclinata verso monte.

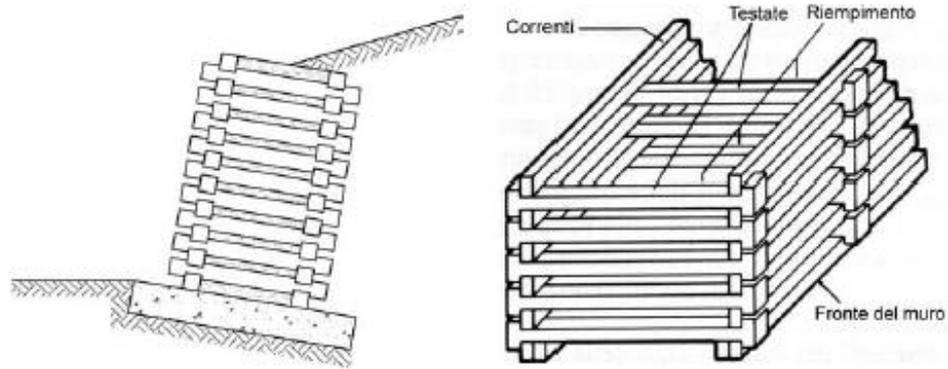


Figura 9 MURI CELLURARI O CRIB-WALLS

IX.2.3 MURI A GABBIONI

Un muro a gabbione è formato da gabbie metalliche costituite da una maglia quadrata o esagonale di acciaio, solitamente con un diametro dell'ordine di 5mm, riempite da grosse pietre. Durante la costruzione ogni gabbia, che ha sezione quadrata 1*1m ed è lunga 2 m, è assicurata a quella adiacente mediante del filo di acciaio. La faccia esterna di solito è rastremata sfalsando leggermente i gabbioni ad ogni strato successivo.

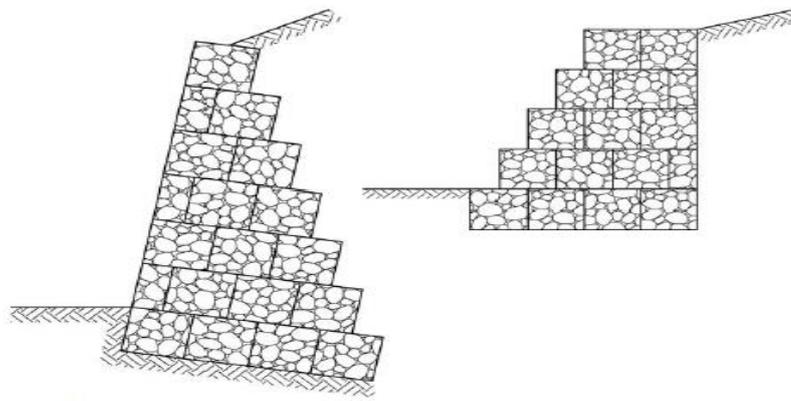


Figura 10 MURI A GABBIONI

IX.2.4 MURI A MENSOLA

I muri a mensola sono in calcestruzzo armato e sfruttano per la stabilità il peso del terreno che grava sopra la suola di fondazione. hanno in elevazione una mensola verticale e in fondazione una suola orizzontale in cui le tensioni di trazione sono assorbite dalle barre di armatura che permettono dunque di ridurre le dimensioni delle sezioni rispetto ai muri a gravità

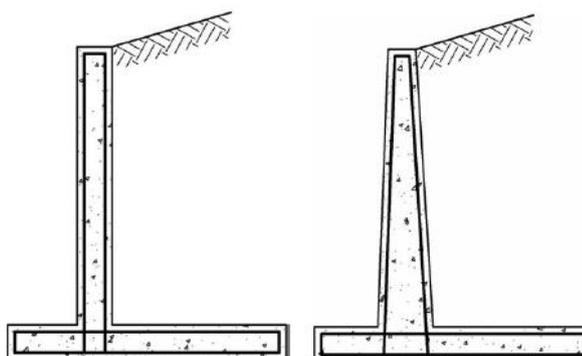


Figura 11 MURI A MENSOLA

IX.2.5 MURI CONTRAFFORTATI

I muri a contrafforti vengono usati come muri di sostegno a mensola quando la loro altezza (H) superi 7m. la mensola di elevazione funziona come una piastra sostenuta da due speroni a distanza pari a circa $0.67H$. quando i contrafforti sono posti a valle del muro, quindi a vista e non annegati nel terreno di monte, il muro viene detto a Speroni. Oggi si ricorre poco frequentemente a questo tipo di muri poiché per ridurre le deformazioni della mensola si preferisce realizzare tiranti

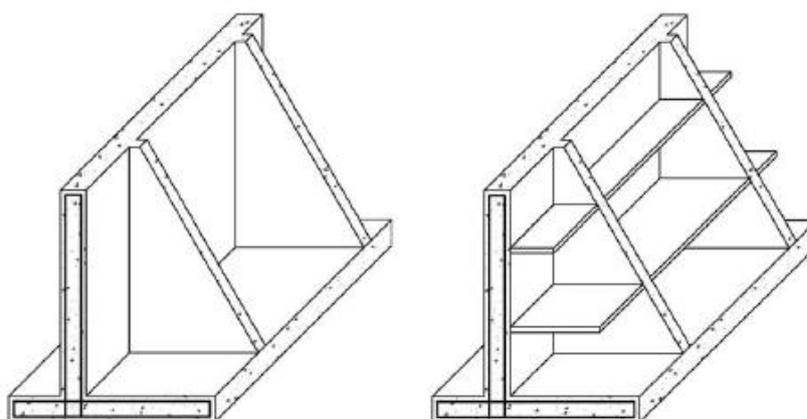


Figura 12 MURI CONTRAFFORTATI

IX.3 PREDIMENSIONAMENTO DI UN MURO DI SOSTEGNO RIGIDO

Per il predimensionamento di un muro a mensola, in c.a., facciamo riferimento alla figura 13.

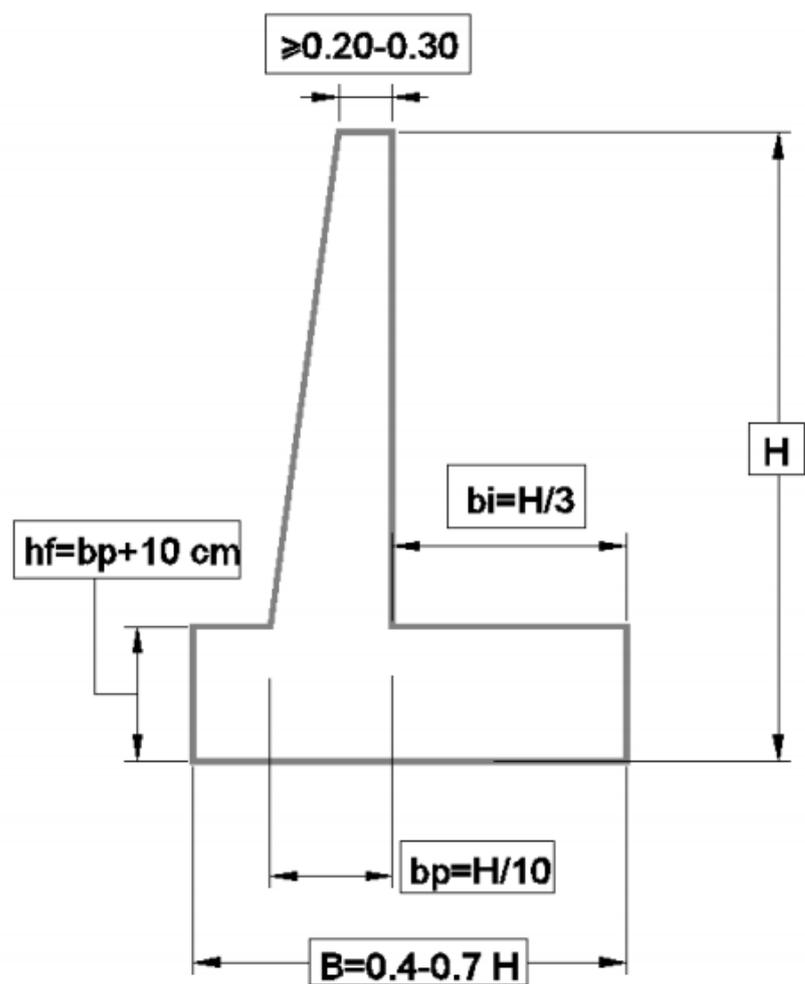


Figura 13 PREDIMENSIONAMENTO DELL'OPERA

- Spessore alla base: $b_p = \frac{H}{10}$
- Spessore fondazione: $h_f = b_p + 10$
- Larghezza fondazione: assumiamo: $B = 0.5H$
- Mensola interna: $b_i = \frac{H}{3}$
- Mensola esterna: $B - b_i - b_p$

IX.4 CALCOLO DI UNA OPERA SOSTEGNO RIGIDA

In questo paragrafo svolgeremo un esempio numerico della verifica di stabilità rispetto allo scorrimento sul piano di posa di un muro di sostegno rigido con il metodo deterministico e con il metodo probabilistico

IX.4.1 METODO DETERMINISTICO

Si consideri il muro di sostegno a mensola in c.a. riportato in Figura 14, che sostiene un terreno costituito da sabbia ghiaiosa incoerente di densità medio-alta con angolo di pendio $\beta = 20^\circ$

Il terreno antistante il muro e quello di fondazione hanno le stesse caratteristiche del terreno sostenuto. La superficie di intradosso della soletta di fondazione del muro è gettata in opera a contatto con il terreno. Il livello di falda è molto al di sotto della zona di influenza del muro

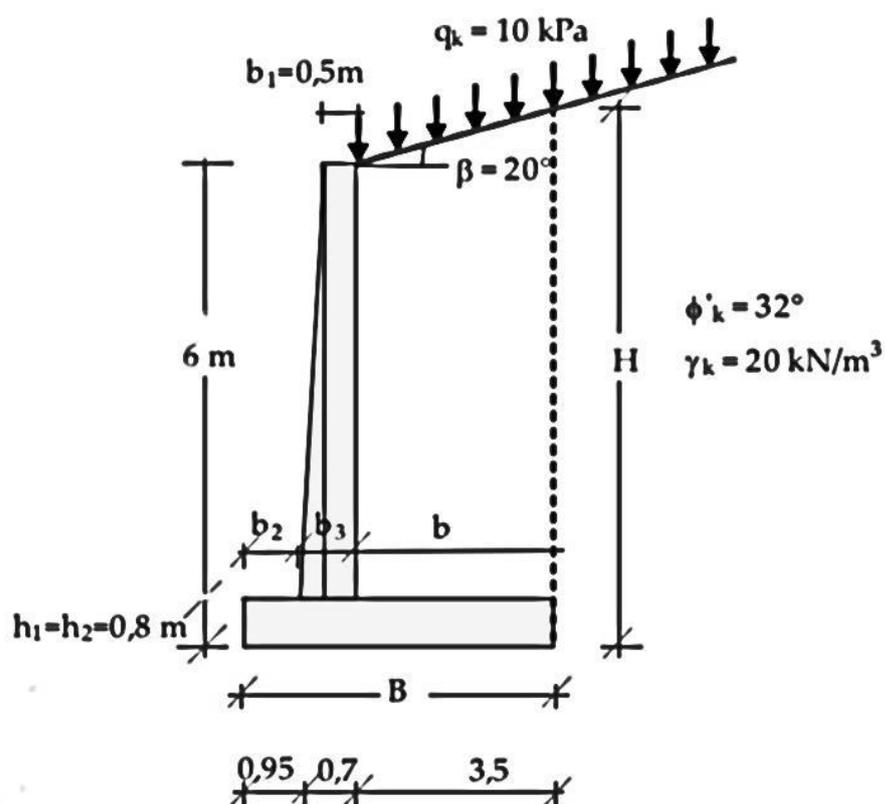


Figura 14 esempio muro a mensola

Dati:

Caratteristiche del muro

Altezza del paramento del muro (h) = 6 m

Profondità del piano di posa (h_1) = 0.8 m

Spessore della soletta di fondazione (h_2) = 0.8 m

Spessore del paramento alla sommità (b_1) = 0.5 m

Spessore del paramento alla base (b_3) = 0.7 m

Lunghezza della scarpa posteriore (b_2) = 0.95 m

Lunghezza della scarpa anteriore (b) = 3.5 m

Peso specifico del c.a. (γ_m) = 24 kN/m³

Caratteristiche del terrapieno

Terreno omogeneo, sabbia (c') = 0 kPa

Peso di volume (γ_k) = 20 kN/m³

Angolo di resistenza al taglio (φ'_k) = 32°

Angolo d'attrito terreno-parete = $\delta_k = \varphi = 32^\circ$

Profondità della falda (z_w) \gg H

Sovraccarico (q_k) = 10 kPa

Inclinazione del terrapieno rispetto all'orizzontale $\beta = 20^\circ$

Svolgimento:

La larghezza del muro è:

$$B = b_2 + b_3 + b = (0.95 + 0.7 + 3.5) \text{ m} = 5.15 \text{ m}$$

La profondità del piano di posa:

$$D = h_1 = h_2 = 0.8 \text{ m}$$

L'altezza della parete virtuale vale:

$$H = h_1 + h + b \cdot \text{tg}\beta = (0.8 + 6 + 3.5 \cdot \text{tg}20^\circ) \text{ m} = 8.07 \text{ m}$$

PESO DEL MURO, W

$$W^* = \gamma_m \cdot (A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6)$$

$$A_1 = (b_2 + b_3) \cdot h_2 = (0.95 + 0.7) \text{ m} \cdot 0.8 \text{ m} = 1.32 \text{ m}^2$$

$$A_2 = b \cdot h_2 = 3.5 \text{ m} \cdot 0.8 \text{ m} = 2.8 \text{ m}^2$$

$$= (b_3 - b_1) \cdot h/2 = (0.7 - 0.5) \text{ m} \cdot 6 \text{ m}/2 = 0.6 \text{ m}^2$$

$$A_4 = b_1 \cdot h = 0.5 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 3 \text{ m}^2$$

$$A_5 = b \cdot h = 3.5 \text{ m} \cdot 6 \text{ m} = 21 \text{ m}^2$$

$$A_6 = b \cdot (b \cdot \text{tg}\beta) / 2 = 3.5 \text{ m} \cdot 3.5 \text{ m} \cdot \text{tg}20^\circ / 2 = 2.23 \text{ m}^2$$

dove ciascun contributo agisce in direzione verticale e il relativo braccio rispetto

al piede O vale:

$$x_1 = (b_2 + b_3)/2 = (0.95 + 0.7)/2 \text{ m} = 0.825 \text{ m}$$

$$x_2 = x_5 = b_2 + b_3 + b/2 = (0.95 + 0.7 + 3.5/2) \text{ m} = 3.4 \text{ m}$$

$$x_3 = b_2 + 2/3(b_3 - b_1) = 0.95 + 2/3 \cdot (0.7 - 0.5) \text{ m} = 1.08 \text{ m}$$

$$x_4 = b_2 + (b_3 - b_1) + b_1/2 = (0.95 + 0.7 - 0.5 + 0.5/2) \text{ m} = 1.4 \text{ m}$$

$$x_6 = b_2 + b_3 + 2/3b = (0.95 + 0.7 + 2/3 \cdot 3.5) \text{ m} = 3.98 \text{ m}$$

il peso del muro **W** ed il relativo momento **M** rispetto al piede esterno (O) sono dati dalla somma dei singoli contributi:

Tabella. 1 calcolo peso del muro

Peso	Momenti
$W_1 = \gamma_m \cdot A_1 = 24 \cdot 1.3 = 31.68 \text{ kN/m}$	$M_1 = W_1 \cdot x_1 = 31.68 \text{ kN/m} \cdot 0.825 \text{ m} = 26.14 \text{ kN}$
$W_2 = \gamma_m \cdot A_2 = 24 \cdot 2.8 = 67,20 \text{ kN/m}$	$M_2 = W_2 \cdot x_2 = 67.2 \cdot 3.4 = 228,48 \text{ kN}$
$W_3 = \gamma_m \cdot A_3 = 24 \cdot 0.6 = 14,40 \text{ kN/m}$	$M_3 = W_3 \cdot x_3 = 14,40 \cdot 1,08 = 15,55 \text{ kN}$
$W_4 = \gamma_m \cdot A_4 = 24 \cdot 3 = 72 \text{ kN/m}$	$M_4 = W_4 \cdot x_4 = 72 \cdot 1,4 = 100,80 \text{ kN}$
$W_5 = \gamma_m \cdot A_5 = 24 \cdot 21 = 420 \text{ kN/m}$	$M_5 = W_5 \cdot x_5 = 420 \cdot 3,4 = 1428,00 \text{ kN}$
$W_6 = \gamma_m \cdot A_6 = 24 \cdot 2,23 = 44,6 \text{ kN}$	$M_6 = W_6 \cdot x_6 = 44,6 \cdot 3,98 = 177,51 \text{ kN}$
$W = \sum_{i=1}^6 W_i = 649,88 \text{ kN/m}$	$M_w = \sum_{i=1}^6 M_i = 1976,48 \text{ kN}$

Ed il relativo braccio rispetto ad O vale

$$X_w = M_w/W = 3,04 \text{ m}$$

la spinta attiva (esercitata dal terrapieno a monte), che agisce sulla parete virtuale (verticale e senza attrito), calcolata con il metodo di Rankine nel caso di terrapieno inclinato* ed inclinata quindi di β rispetto all'orizzontale; si distinguono, il contributo

dovuto al peso proprio del terreno:

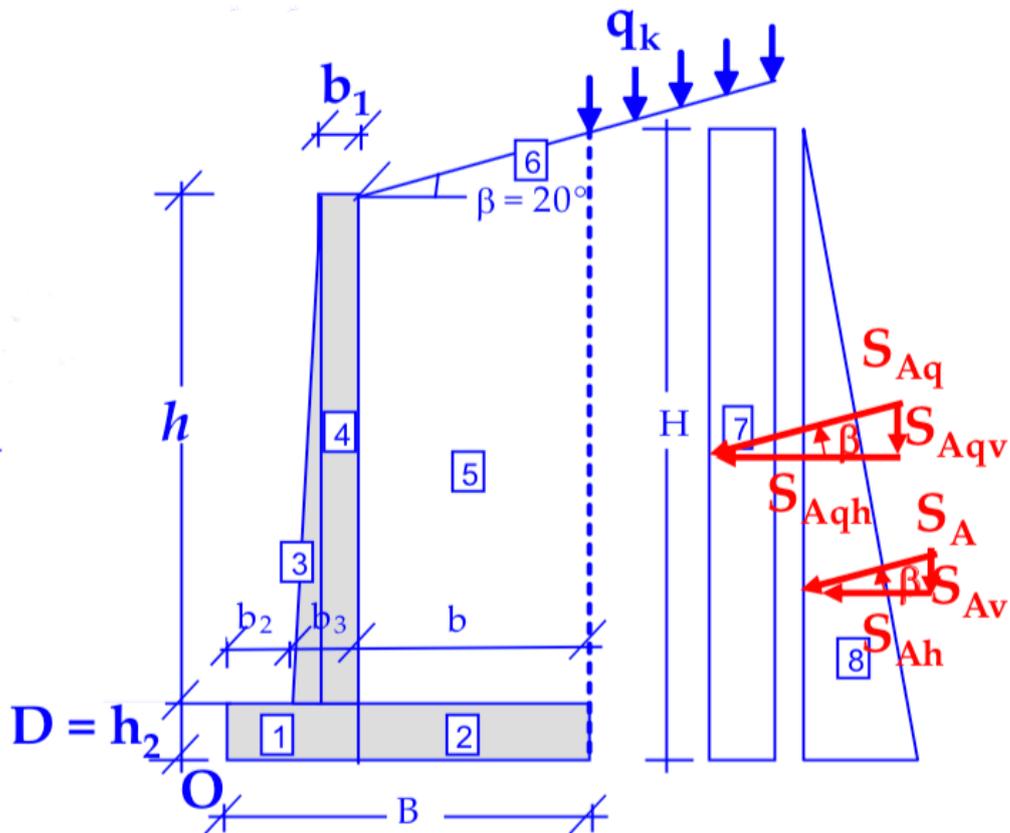


Figura 15 forze agente sul muro

$$S_{Ay} = A_8 = \frac{1}{2} H^2 \cdot K_{A,k} \cdot \gamma_k = 257,2023 \text{KN/m}$$

si applica nel punto:

$$X_{SAy} = B = 5,15 \text{m}$$

$$Z_{SAy} = \frac{H}{3} = 2,69 \text{m}$$

e il contributo dovuto al sovraccarico:

$$S_{Aq} = A_7 = \Delta \sigma'_{hA} \cdot H = K_{A,k} \cdot q_k \cdot H = 32,06319 \text{KN/m}$$

si applica nel punto:

$$X_{SAq} = B = 5,15 \text{m}$$

$$Z_{SAq} = \frac{H}{2} = 4,04 \text{m}$$

Il modulo della spinta può essere anche calcolato, a favore di sicurezza, utilizzando la formula di Rankine valida per p.c. inclinato: $K_a = \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos\beta^2 - \cos\varphi^2}}{\cos\beta + \sqrt{\cos\beta^2 - \cos\varphi^2}}$

- la reazione T (agente lungo la base del muro e in direzione tale da opporsi al suo spostamento):

$$T = R_V \operatorname{tg} \delta_k = (W + S_{A\gamma,V} + S_{Aq,V}) * \operatorname{tg} \delta_k$$

In questo esempio faremo riferimento solo alla verifica allo scorrimento

VERIFICA ALLO SCORRIMENTO DEL PIANO DI POSA

La forza resistente agenti nella direzione di slittamento del muro (orizzontale), è: H_{stab}

La forza che determina lo slittamento del muro (in direzione orizzontale), è: H_{ribal}

Il fattore di sicurezza è:

$$\begin{aligned} F_S &= \frac{H_{stab}}{H_{ribal}} = \frac{(W + S_{A\gamma,V} + S_{Aq,V}) * \operatorname{tg} \delta_k}{(S_{A\gamma,H} + S_{Aq,H})} \\ &= \frac{(649,88 + (257,2023 + 32,0619) * \operatorname{sen}(20)) * \operatorname{tg}(32)}{257,2023 * \operatorname{cos}(20) + 32,0619 * \operatorname{cos}(20)} \\ &= \frac{467,9027}{271,82} = 1,7213 = F_S \geq 1,5 \text{ ok} \end{aligned}$$

IX.5 METODO PROBABILISTICO

Gli approcci probabilistici sono sviluppati per la modellizzazione, l'analisi e per la valutazione delle fonti di incertezza e degli errori associati alla stima dei parametri del suolo e della struttura. L'obiettivo principale del metodo probabilistico è di determinare l'indice di affidabilità e la probabilità di rottura delle nostre strutture.

In questa parte svilupperemo un esempio numerico con i tre metodi probabilistici visti sopra, così facendo valuteremo l'indice di affidabilità della nostra struttura β , e noto l'indice di affidabilità β , calcoleremo il valore della probabilità di rottura della struttura.

IX.5.1 SCELTA DEI VALORI ALEATORI

Un elemento essenziale dell'ingegneria geotecnica è la capacità di stimare i valori delle variabili aleatorie partendo da dati sperimentali, o utilizzando correlazioni con risultati di prove in situ. Il primo passo è valutare le deviazioni standard dei parametri coinvolti nel calcolo.

A seconda della quantità di dati disponibili, è possibile utilizzare vari metodi per stimare la deviazione standard. Quattro metodi applicabili a varie situazioni sono descritti in questa parte.

a- CALCOLO A PARTIRE DAI DATI DISPONIBILI.

Quando abbiamo a disposizione dati sufficientemente considerevole, la deviazione standard è data da:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (54)$$

Dove:

x_i è il valore i -esimo del parametro x , \bar{x} è la media dei valori del parametro x , n è il numero di valori del parametro x

Oggi la maggior parte dei calcolatori scientifici, così come i fogli di calcolo, hanno delle funzioni per calcolare la deviazione standard usando l'equazione (54).

Nel campo dell'ingegneria geotecnica non è sempre possibile usare la formula data dall'equazione 54 perché in molti casi i valori di alcuni parametri sono stimati usando correlazioni o esperienza, e non ci sono veri "dati". Per poter fare un'analisi di affidabilità,

è necessario stimare i valori della deviazione standard, piuttosto che calcolarli. Tre metodi di stima dei valori di σ sono descritti in questo lavoro.

b- FARE RIFERIMENTO ALLA LETTERATURA TECNICA

Quando abbiamo a disposizione dati sperimentali o correlazioni per stimare le deviazioni standard, conviene utilizzare il coefficiente de variazione (COV)

$$COV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad (55)$$

In questo caso la deviazione standard può essere calcolata come:

$$\sigma = (COV)(\bar{x}) \quad (56)$$

I valori della (COV) sono riportati nella tabella 2, e gli autori di questa tabella sono Harr (1984), Kulhawy (1992), Lacasse e Nadim (1997). Il vantaggio di queste tabelle è che sono basati su un numero elevato di prove. Tuttavia, le condizioni di campionamento e di prove hanno una grande influenza sulla variabilità dei risultati, pertanto i valori forniti sono solo una guida approssimativa per la stima dei valori di COV.

Tabella. 2 valori del coefficiente di variazione (COV) per parametri geotecnici e prove in situ

Property or in situ test result	Coefficient of variation— COV (%)	Source
Unit weight (γ)	3%–7%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Buoyant unit weight (γ_b)	0%–10%	Duncan, Lacasse and Nadim (1997)
Effective stress friction angle (φ')	2%–13%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Undrained shear strength (S_u)	13%–40%	Duncan, Kulhawy (1992), Harr (1984), Lacasse and Nadim (1997)

Undrained shear strength (S_u)	Clay – UU Triaxial (10%–30%) Clay – UC Triaxial (20%–55%)	Phoon and Kulhawy (1999) Phoon and Kulhawy (1999)
Undrained strength ratio ($(S_u)/\sigma'$)	5%–15%	Duncan, Lacasse and Nadim (1997)
Compression index (C_c)	10%–37%	Duncan, Kulhawy (1992), Harr (1984)
Preconsolidation pressure (P_p)	10%–35%	Duncan, Harr (1984), Lacasse and Nadim (1997)
Coefficient of permeability of saturated clay (k)	68%–90%	Duncan, Harr (1984)
Coefficient of permeability of partly saturated clay (k)	130%–240%	Harr (1984), Benson et al. (1999)
Coefficient of consolidation (C_v)	33%–68%	Duncan
Standard Penetration Test blow count (N)	15%–45%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Electric Cone Penetration Test (q_c)	5%–15%	Kulhawy (1992)
Mechanical Cone Penetration Test (q_c)	15%–37%	Harr (1984), Kulhawy (1992)
Dilatometer Test tip resistance (q_{DMT})	5%–15%	Kulhawy (1992)
Vane shear test undrained strength (S_v)	10%–20%	Kulhawy (1992)
Plastic Limit	6%–30%	Phoon and Kulhawy (1999)

Liquid Limit	6%–30%	hoon and Kulhawy (1999)
<p>Source: Duncan, J.M., 2000, Factors of safety and reliability in geotechnical engineering, Journal of Geotechnical Engineering, Vol. 126, No. 4, p. 307–316. Used with Permission from ASCE.</p>		

c- THE “THREE-SIGMA RULE”

Dai e Wang (1992) suggerirono che il valore della deviazione standard può essere stimato usando la legge “three-sigma”. La «regola delle tre sigma» sfrutta il fatto che il 99,73% di tutti i valori di un parametro normalmente distribuito cadono in un intervallo ($\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma$). Si devono quindi stimare i valori massimo e minimo e dividere la differenza per sei (6). Quindi, un valore estremamente basso sarebbe tre volte la deviazione standard al di sotto della media, e un valore estremamente alto sarebbe tre volte la deviazione standard al di sopra della media. Hanno quindi suggerito di, stimare i valori massimo e minimo estremo e dividere la differenza per sei (6) come dalla formula (57)

$$\sigma = \frac{HCL-LCV}{6} \quad (57)$$

Dove:

HCV è il valore massimo e LCV il valore minimo.

“La regola del tre sigma” ha il vantaggio che può essere utilizzata per stimare i valori di deviazione standard per i parametri i cui valori sono stimati interamente sulla base del giudizio.

Tuttavia, l'accuratezza della regola del tre sigma dipende dalla precisione con cui è possibile stimare l'HCV e il LCV. Stimare questi valori estremi risulta essere più difficile di quanto potrebbe sembrare a prima vista. Poiché la gamma $\pm 3\sigma$ copre il 99,73% di tutti i valori, solo lo 0,27% di tutti i valori dovrebbe trovarsi al di fuori dell'intervallo $\pm 3\sigma$.

d- " THE N-SIGMA RULE"

Questa regola permette di tenere conto del fatto che le informazioni disponibili di solito comprendono molto meno del 99,73% di tutti i valori possibili. La regola N-sigma è espressa come:

$$\sigma = \frac{HCL-LCV}{N_{\sigma}} \quad (58)$$

Dove:

N_{σ} è un numero inferiore a 6, benché non esista un valore "uguale per tutti" di N_{σ} ; un valore di $N_{\sigma} = 4$ sembra appropriato per molte condizioni. Con $N_{\sigma} = 4$, la deviazione standard è uguale a:

$$\sigma = \frac{HCL-LCV}{4} \quad (59)$$

IX.6 ANALISI DELLA NOSTRA STRUTTURA

IX.6.1 METODO FOSM

Viene impiegato uno sviluppo in serie di Taylor della funzione di stato limite $g(x)$ in corrispondenza dei valori medi delle variabili aleatorie, troncato ai termini del primo ordine.

Di conseguenza, la media μ_g e la deviazione standard σ_g della funzione di stato limite possono essere determinate come segue:

$$\mu_g \approx g(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)$$
$$\sigma_g \approx \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \right)_{\bar{x}_i}^2 \sigma_{x_i}^2}$$

Si assume che l'indice di affidabilità, $\beta = \mu_g / \sigma_g$, sia distribuito normalmente

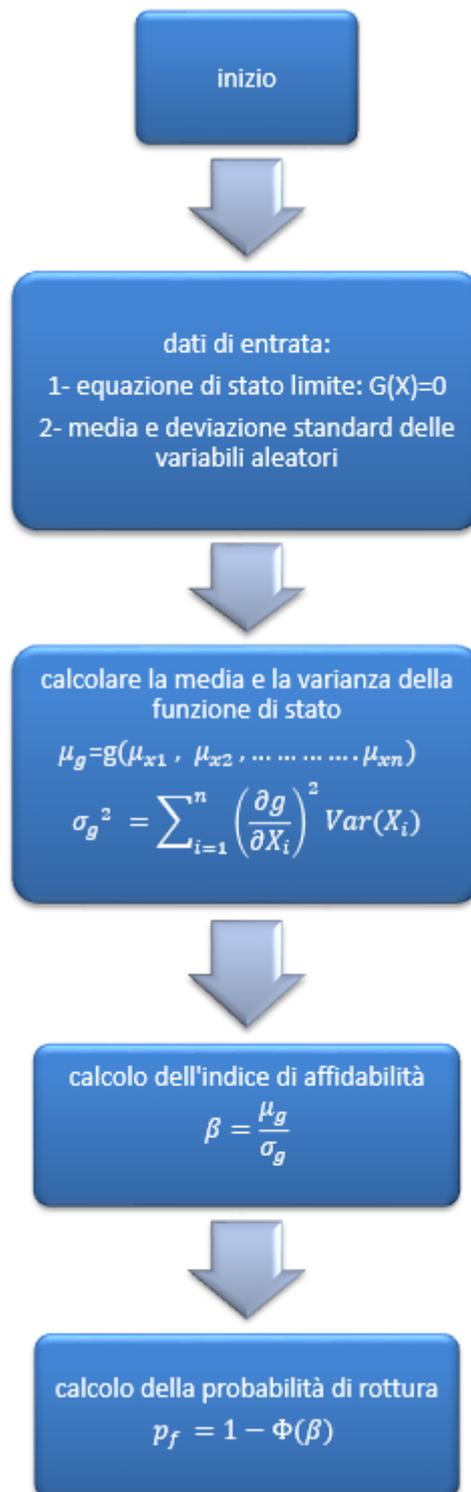
a- VANTAGGI DEL METODO FOSM

- Metodo analitico facile da comprendere e da implementare in un foglio di calcolo
- Non è necessario conoscere la distribuzione dei dati

b- SVANTAGGI DEL METODO FOSM

- Si richiede un'assunzione al riguardo della distribuzione di probabilità del margine di sicurezza o del fattore di sicurezza.
- Differenti equazioni meccanicamente equivalenti non danno lo stesso indice di affidabilità. In altre parole, gli indici di affidabilità dipendono dal modo in cui viene formulata l'equazione dello stato limite. Questo è stato comunemente chiamato il problema dell'invarianza

Per la risoluzione di un problema col metodo FOSM abbiamo elaborato il seguente diagramma di flusso



VERIFICA DELLO SCORRIMENTO SUL PIANO DI POSA DEL SOSTEGNO RIGIDO

In questa parte ci concentreremo sulla verifica allo scorrimento, applicheremo il metodo FOSM al margine di sicurezza e al fattore di sicurezza in modo da poter confrontare i risultati ottenuto e vedere in che modo cambiano i risultati in funzione dell'equazione di stato scelta.

a- L'APPLICAZIONE DEL METODO FOSM AL MARGINE DI SICUREZZA

Il primo passo è di definire l'equazione di stato, per il nostro caso l'equazione di stato è data da:

$$M = R - S = (A \cdot X_1 \cdot X_2 + B \cdot X_3 \cdot X_2 + W) \cdot \tan \delta - C \cdot X_1 \cdot X_2 - D \cdot X_2 \cdot X_3$$

quindi

$$G(X_1, X_2, X_3) = (A \cdot X_1 \cdot X_2 + B \cdot X_3 \cdot X_2 + W) \cdot \tan \delta - C \cdot X_1 \cdot X_2 - D \cdot X_2 \cdot X_3$$

Con

Tabella. 3 parametri

parametri	
W = peso del muro	649,866
A = $0.5 \cdot H^2 \cdot \sin \beta$	11,148
B = $H \cdot \sin \beta$	2,761
C = $0.5 \cdot H^2 \cdot \cos \beta$	30,6290
D = $H \cdot \cos \beta$	7,587
<i>tan</i> δ	0,6248

Nella tabella 4 sono riportati i nostri dati di input

dati in input			
Valore aleatori	distribuzione di probabilità	media μ	deviazione standard σ
X₁ [kN/m ³]	normale	20	2
X₂ [-]	normale	0,488	0,0762
X₃ [Kpa]	normale	10	2,5

Tabella. 4 dati in input metodo FOSM

Avendo la funzione di stato limite, la deviazione standard e la media dei valori, il prossimo passo è il calcolo delle derivate della nostra funzione.

$$X'_1 = \frac{\partial G}{\partial X_1} = (A * X_2) * \tan \delta - C * X_2 = -11.57$$

$$X'_2 = \frac{\partial G}{\partial X_2} = (A * X_1 + B * X_3 + W) * \tan \delta - C * X_1 - D * X_3 = -532$$

$$X'_3 = \frac{\partial G}{\partial X_3} = (B * X_2) * \tan \delta - D * X_2 = -2.8662$$

Calcoliamo adesso la media e la deviazione standard della funzione limite

$$\mu_G = g(\mu_{x1}, \mu_{x2}, \mu_{x3}) = 145.99$$

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 Var(X_i) = 47.2318$$

Calcolo dell'indice di affidabilità

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = \frac{145.99}{47.2318} = 3.0910585$$

calcolo della probabilità di rottura

$$p_f = 1 - \Phi(\beta) = 0.099722\%$$

Nella tabella 5 sono riportati i risultati

dati in output			
calcolo delle derivate		risultati	
		μ_G	145,99
X'_1 [kN/m ³]	-11,571	σ_G	47,231
X'_2 [-]	-532	β	3,091
X'_3 [Kpa]	-2,86	Pf	0,09972

Tabella. 5 risultati metodo FOSM margine di sicurezza

Dall'applicazione del metodo FOSM al margine di sicurezza abbiamo ricavato l'indice di affidabilità della nostra struttura pari a $\beta = 3,09105$ e la probabilità di rottura vale $Pf = 0,0997$

b- **L'APPLICAZIONE DEL METODO FOSM AL FATTORE DI SICUREZZA**

Assumendo che la funzione di stato limite sia della forma $G(x) = FS - 1$, in questo caso la nostra funzione è data da:

$$G(X_1, X_2, X_3) = \frac{[(A * X_1 * X_2 + B * X_2 * X_3 + W) * \tan\delta]}{[C * X_1 * X_2 + D * X_2 * X_3]} - 1$$

Avendo la funzione di stato limite, la deviazione standard e la media dei valori il prossimo passo è il calcolo delle derivate della nostra funzione.

$$\frac{\partial G}{\partial X_1} = -0.053665$$

$$\frac{\partial G}{\partial X_2} = -2.45668$$

$$\frac{\partial G}{\partial X_3} = -0.01329$$

Calcoliamo adesso la media e la deviazione standard della funzione limite

$$\mu_{FS} = g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \mu_{x_3}) = 0.43367$$

$$\sigma_G^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 Var(X_i) = 0.219055$$

Calcolo dell'indice di affidabilità

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = \frac{0.43367}{0.219055} = 1.979745$$

calcolo della probabilità di rottura

$$p_f = 1 - \Phi(\beta) = 2.38666\%$$

Nella tabella 6 sono riportati i risultati

dati in output			
calcolo delle derivate		risultati	
		μ_G	0,43367
X'_1 [kN/m ³]	-0,0536	σ_G	0,2190
X'_2 [-]	-2,4668	β	1,979
X'_3 [Kpa]	-0,0132	Pf	2,3866

Tabella. 6 dati metodo FOSM fattore di sicurezza

IX.6.2 ANALISI DEI RISULTATI E CONSIDERAZIONI FINALI DEL METODO FOSM

Come è possibile osservare, risolvendo il problema con il metodo FOSM, l'indice di affidabilità per il margine di sicurezza è differente da quello ottenuto per il fattore di sicurezza, questo è dovuto al fatto che il metodo FOSM è un metodo approssimato e i risultati di questo metodo dipendono della funzione di stato scelta, differenti equazioni meccanicamente equivalenti non danno lo stesso indice di affidabilità. In altre parole, gli indici di affidabilità dipendono dal modo in cui viene formulata l'equazione dello stato limite. Questo è stato comunemente chiamato il problema dell'invarianza

Confronto FS e M del metodo FOSM		
	FS	M
β	1,9797	3,0910
P_f	0,02386	0,000997

Tabella. 7 risultati metodo FOSM margine di sicurezza fattore di sicurezza

IX.6.3 METODO FORM

Il metodo si basa su un'interpretazione geometrica dell'indice di affidabilità, che rappresenta la distanza, in uno spazio adimensionale, tra il valore atteso della funzione di stato limite e il punto più vicino appartenente al criterio di rottura, $g(x) = 0$.

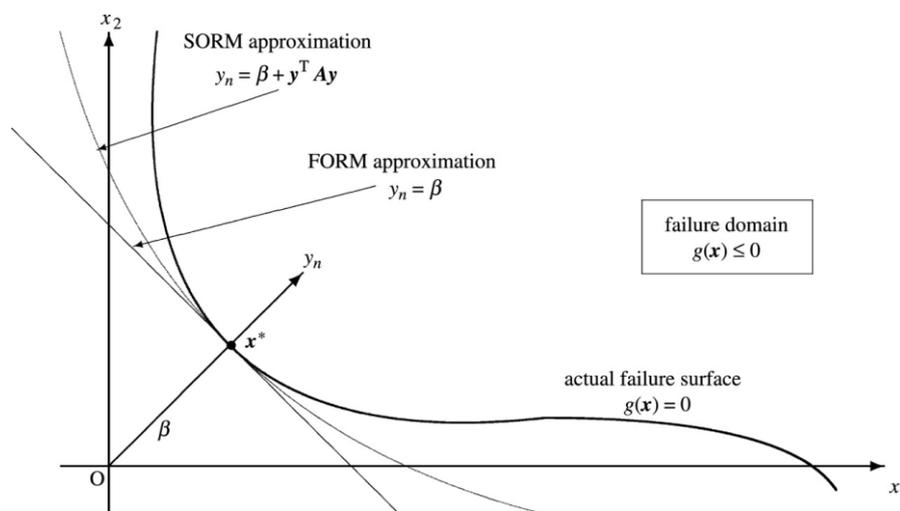


Figura 16 interpretazione geometrica dell'indice di affidabilità metodo FORM

Viene nuovamente impiegato uno sviluppo in serie di Taylor della funzione di stato limite troncato ai termini del primo ordine, ma esso viene valutato in corrispondenza di un punto appartenente al criterio di rottura.

Il calcolo dell'indice di affidabilità, β , consiste in un problema di ottimizzazione, nel quale si ricerca il valore minimo di β implementando una procedura iterativa.

a- VANTAGGI DEL METODO FORM

- I risultati del metodo FORM non sono influenzati dalla formulazione della funzione di stato limite.
- Elevata accuratezza dei risultati.
- Bassi oneri computazionali se confrontato con i metodi numerici.

b- SVANTAGGI DEL METODO FORM

- Laborioso da implementare in quanto il problema di ottimizzazione viene risolto per via iterativa.

VERIFICA DELLO SCORRIMENTO SUL PIANO DI POSA DEL SOSTEGNO RIGIDO

In questa parte applicheremo il metodo FORM al margine di sicurezza e al fattore di sicurezza in modo tale da poter confrontare i risultati ottenuti al variare dell'equazione di stato scelto.

L'APPLICAZIONE DEL METODO FORM AL MARGINE DI SICUREZZA

Il primo passo è di definire l'equazione di stato, e per il nostro caso l'equazione di stato è data da:

$$M = R - S = (A \cdot X_1 \cdot X_2 + B \cdot X_3 \cdot X_2 + W) \cdot \tan \delta - C \cdot X_1 \cdot X_2 - D \cdot X_2 \cdot X_3$$

quindi

$$G(X_1, X_2, X_3) = (A \cdot X_1 \cdot X_2 + B \cdot X_3 \cdot X_2 + W) \cdot \tan \delta - C \cdot X_1 \cdot X_2 - D \cdot X_2 \cdot X_3$$

Con

parametri	
W = peso del muro	649,866
A = $0.5 \cdot H^2 \cdot \sin\beta$	11,148
B = $H \cdot \sin\beta$	2,761
C = $0.5 \cdot H^2 \cdot \cos\beta$	30,6290
D = $H \cdot \cos\beta$	7,587
tanδ	0,6248

Tabella. 8 parametri

Nella tabella 9 sono riportati i nostri dati di input

dati in input			
Valore aleatori	distribuzione di probabilità	media μ	deviazione standard σ
X₁ [kN/m ³]	normale	20	2
X₂ [-]	normale	0,488	0,0762
X₃ [Kpa]	normale	10	2,5

Tabella. 9 dati di input metodo FORM per il margine di sicurezza

Avendo la funzione di stato limite e i dati di input (media e deviazione standard) dobbiamo definire il nostro punto di dimensionamento o punto di partenza X_1^* , X_2^* , X_3^* , in questo caso assunto uguale alla media e pertanto:

$$X_1^* = 20$$

$$X_2^* = 0.4889$$

$$X_3^* = 10$$

Dopo di che calcoliamo il nuovo punto Y^* come:

$$Y^* = \frac{x_i^* - \mu_i^*}{\sigma_i^*}$$

Il prossimo passo è il calcolo delle derivate della nostra funzione.

$$\frac{\partial M}{\partial Y_1} \quad , \quad \frac{\partial M}{\partial Y_2} \quad , \quad \frac{\partial M}{\partial Y_3}$$

In seguito, calcoliamo i coseni direttori α_i dato da:

$$\alpha_i = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial Y_i} \sigma_{X_n}\right)_{Y_i^*}}{\sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial Y_i} \sigma_{X_n}\right)_{Y_i^*}^2}}$$

Dopo di che si esprimono le variabili aleatorie x_i^* in funzione di β : $x_i^* = \mu_{X_i} - \alpha_i \sigma_{X_i} \beta$ quindi si sostituiscono queste ultime espressioni all'interno della funzione di stato limite e si risolve l'equazione in funzione di β

Si ricava l'equazione di stato limite M come un'equazione del secondo grado nella variabile β

$$M = \left[A \left(\mu_{X_1} - \alpha_1 \sigma_1 \beta \right) \left(\mu_{X_2} - \alpha_2 \sigma_2 \beta \right) + B \left(\mu_{X_3} - \alpha_3 \sigma_3 \beta \right) \left(\mu_{X_2} - \alpha_2 \sigma_2 \beta \right) + W \right] \tan \delta - C \left(\mu_{X_1} - \alpha_1 \sigma_1 \beta \right) \left(\mu_{X_2} - \alpha_2 \sigma_2 \beta \right) - D \left(\mu_{X_3} - \alpha_3 \sigma_3 \beta \right) \left(\mu_{X_2} - \alpha_2 \sigma_2 \beta \right) = 0$$

$$M = a\beta^2 + b\beta + c = 0$$

Con

$$a = \left[\alpha_1 \alpha_2 \sigma_1 \sigma_2 (A \cdot \tan \delta - C) + \alpha_3 \alpha_2 \sigma_3 \sigma_2 (B \cdot \tan \delta - D) \right]$$

$$b = \left[\alpha_2 \sigma_2 \mu_{X_1} (C - A \cdot \tan \delta) + \mu_{X_2} \alpha_1 \sigma_1 (C - A \cdot \tan \delta) + \mu_{X_2} \alpha_3 \sigma_3 (D - B \cdot \tan \delta) + \mu_{X_3} \alpha_2 \sigma_2 (D - B \cdot \tan \delta) \right]$$

$$c = \left[\mu_{X_1} \mu_{X_2} (A \cdot \tan \delta - C) + \mu_{X_3} \mu_{X_2} (B \cdot \tan \delta - D) + W \tan \delta \right]$$

Risolvendo $M = a\beta^2 + b\beta + c = 0$ otteniamo una soluzione negativa e una positiva, dalle quali solo la soluzione positiva ha significato fisico.

Nelle tabelle seguenti sono riportati i risultati delle diverse iterazioni, dove al termine sono calcolate nuovi valori delle variabili aleatorie adimensionali come segue:

$$Y_i^* = -\alpha_i \beta$$

Tabella. 10 dati di output metodo FORM margine di sicurezza

dati output							
Svolgimento							
definire il punto di dimensionamento		nuovo punto		calcolo delle derivate		calcolo di alfa	
X_1^* [kN/m ³]	20	y*	0,00	A	-23,142	α	-0,495
X_2^* [-]	0,488		0,00		-41		-0,868
X_3^* [Kpa]	10		0,00		-0,2184		-0,00462

a	b	c
-1,5576	-46,7181	145,99

β_1	β_2	verifica	verifica
-32,8454	2,8531	0,00	0,00

Risultati			
calcolo dell'indice di affidabilità		probabilista di rottura	
β	2.854	Pf	0.2162%

Seconda iterazione

definire il punto di dimensionamento		nuovo punto		calcolo delle derivate		calcolo di alfa	
X_1^* [kN/m ³]	22,829	Y*	1,41		-32,08	α	-0,574
X_2^* [-]	0,677		2,48		-46		-0,818
X_3^* [Kpa]	10,033		0,01		-0,302		-0,00542

a	b	c
-1,7019	-46,51808	145,995

β_1	β_2	verifica	verifica
-30,17499	2,84281	0,00	0,00

Risultati			
calcolo dell'indice di affidabilità		probabilista di rottura	
β	2,843	Pf	0,2236%

terza iterazione

definire il punto di dimensionamento		nuovo punto		calcolo delle derivate		calcolo di alfa	
X_1^* [kN/m ³]	23,269	γ^*	1,63	A	-31,53	α	-0,561
X_2^* [-]	0,6663		2,33		-46		-0,829
X_3^* [Kpa]	10,038		0,02		-0,2971		-0,0054

a	b	c
-1,681	-46,58	145,99

β_1	β_2	verifica	verifica
-30,5484	2,8458	0,00	0,00

Risultati			
calcolo dell'indice di affidabilità		probabilista di rottura	
β	2,843	Pf	0,2238%

quarta iterazione

definire il punto di dimensionamento		nuovo punto		calcolo delle derivate		calcolo di alfa	
X_1^* [kN/m ³]	23,193	γ^*	1,60	A	-31,627	α	-0,563
X_2^* [-]	0,668		2,35		-46		-0,825
X_3^* [Kpa]	10,0376		0,02		-0,298		-0,0053

a	b	c
-1,684	-46,571	145,996

β_1	β_2	verifica	verifica
-30,4829	2,842	0,00	0,00

Risultati			
calcolo dell'indice di affidabilità		probabilista di rottura	
β	2,8425528	Pf	0,22376%

quinta iterazione

definire il punto di dimensionamento		nuovo punto		calcolo delle derivate		calcolo di alfa	
X_1^* [kN/m ³]	23,206	Y*	1,60	A	-31,611	α	-0,5634
X_2^* [-]	0,6679		2,35		-46		-0,826
X_3^* [Kpa]	10,037		0,02		-0,2984		-0,0053

a	b	c
-1,68	-46,573	145,99

β_1	β_2	verifica	verifica
-30,494	2,8425	0,00	0,00

Risultati			
calcolo dell'indice di affidabilità		probabilista di rottura	
β	2,843	Pf	0,2238%

sesta iterazione

definire il punto di dimensionamento		nuovo punto		calcolo delle derivate		calcolo di alfa	
X_1^* [kN/m ³]	23,203	Y*	1,60	A	-31,614	α	-0,563
X_2^* [-]	0,668		2,35		-46		-0,826
X_3^* [Kpa]	10,037		0,02		-0,2984		-0,0053

a	b	c
-1,6844	-46,573	145,996

β_1	β_2	verifica	verifica
-30,491	2,8425	0,00	0,00

Risultati			
calcolo dell'indice di affidabilità		probabilista di rottura	
β	2,843	Pf	0,2238%

Nella tabella 11 sono riassunti i risultati della verifica allo scorrimento ottenuto col metodo FORM

tabella riassuntiva						
variabili aleatori	numero di interazione					
	1	2	3	4	5	6
x_1^* [kN/m ³]	20	22,82	23,26	23,19	23,20	23,20
x_2^* [-]	0,489	0,67	0,666	0,668	0,667	0,668
x_3^* [Kpa]	10	10,033	10,038	10,037	10,037	10,037
β	2,854	2,8428	2,84256	2,8425	2,842545	2,842545
pf	0,00216	0,00223	0,002237	0,002237	0,002237	0,002237

Tabella. 11 tabella riassuntiva metodo FORM per margine di sicurezza

b- L'APPLICAZIONE DEL METODO FORM AL FATTORE DI SICUREZZA

Il primo passo è di definire l'equazione di stato, e per il nostro caso l'equazione di stato è data da:

$$G(x_1, x_2, x_3) = \frac{[(A * x_1 * x_2 + B * x_2 * x_3 + W) * \tan\delta]}{[C * x_1 * x_2 + D * x_2 * x_3]} - 1$$

quindi

con

parametri	
W = peso del muro	649,866
A = 0.5*H ² senβ	11,148
B = H senβ	2,761
C = 0.5*H ² cosβ	30,6290
D = H cosβ	7,587
<i>tanδ</i>	0,6248

Tabella. 12 parametri

Nella tabella 13 sono riportati i nostri dati di input

dati in input			
Valore aleatori	distribuzione di probabilità	media μ	deviazione standard σ
X_1 [kN/m ³]	normale	20	2
X_2 [-]	normale	0,488	0,0762
X_3 [Kpa]	normale	10	2,5

Tabella. 13 dati input metodo FORM del fattore di sicurezza

In particolare, si osserva che l'imposizione della condizione $G(Y^*)=0$ per la ricerca dell'indice di affidabilità β conduce alla stessa equazione algebrica di 2° grado rappresentato al paragrafo precedente, e pertanto, una volta calcolate le derivate $\frac{\partial G}{\partial Y_1}$, $\frac{\partial G}{\partial Y_2}$, $\frac{\partial G}{\partial Y_3}$ rispetto all'ultima formulazione della funzione di stato limite, l'implementazione del metodo FORM segue la procedura già illustrata, portano a risultati del tutto confrontabili con quelli relativi al margine di sicurezza

IX.6.4 ANALISI DEI RISULTATI E CONSIDERAZIONI FINALI DEL METODO FORM

La valutazione dell'indice di affidabilità rispetto alla verifica dello scorrimento tramite il metodo FORM, considerando sia l'equazione dello stato limite con il margine di sicurezza che l'equazione di stato limite con il fattore di sicurezza conduce allo stesso risultato. Questo risultato dimostra che nel metodo FORM la scelta dell'equazione di stato limite non influenza il valore dell'indice di affidabilità e in ultima analisi, della probabilità di rottura.

IX.6.5 METODO MONTE CARLO

Per la j -esima variabile aleatoria presa in esame, viene generata una sequenza di numeri casuali P_j^i compresi tra 0 e 1, e una corrispondente sequenza di valori X_j^i della variabile aleatoria tali per cui $P_j^i = \Phi(X_j^i)$.

Si determina il valore della funzione di stato limite in corrispondenza dei valori assunti dalle variabili aleatorie alla generica estrazione i -esima, e quindi si calcola il numero di volte in cui risulta $g(x) \leq 0$

Se N è il numero totale di estrazioni, allora la probabilità di rottura può essere ottenuta come segue:

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i$$
$$m_i = \begin{cases} 1 & \text{se } g(x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i) \leq 0 \\ 0 & \text{se } g(x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i) > 0 \end{cases}$$

a- VANTAGGI DEL METODO MONTE CARLO

- Semplicità concettuale.
- Come per tutti i metodi di tipo numerico, i risultati non dipendono dalla formulazione della funzione di stato limite.
- Elevata accuratezza dei risultati, a patto sia adottato un numero di iterazioni sufficientemente alto

b- SVANTAGGI DEL METODO MONTE CARLO

- Quando le probabilità di rottura sono molto basse, crescono anche gli oneri computazionali per via dell'alto numero di iterazioni richiesto.
- Non è possibile cogliere l'influenza sul risultato della varianza di ciascuna variabile aleatoria coinvolta

L'APPLICAZIONE DEL METODO MONTE CARLO AL MARGINE DI SICUREZZA

Il primo passo è di definire l'equazione di stato, e per il nostro caso l'equazione di stato è data da:

$$G(X_1, X_2, X_3) = (A \cdot X_1 \cdot X_2 + B \cdot X_3 \cdot X_2 + W) \cdot \tan \delta - C \cdot X_1 \cdot X_2 - D \cdot X_2 \cdot X_3$$

quindi

con

parametri	
W = peso del muro	649,866
A = $0.5 \cdot H^2 \cdot \sin\beta$	11,148
B = $H \cdot \sin\beta$	2,761
C = $0.5 \cdot H^2 \cdot \cos\beta$	30,6290
D = $H \cdot \cos\beta$	7,587
<i>tan</i> δ	0,6248

Tabella. 14 parametri

Nella tabella 16 sono riportati i nostri dati di input

dati in input			
Valore aleatori	Distribuzione di probabilità	media μ	Deviazione standard σ
X₁ [kN/m ³]	Normale	20	2
X₂ [-]	Normale	0,4889	0,0762
X₃ [Kpa]	Normale	10	2,5

Tabella 15 dati input metodo monte Carlo del margine di sicurezza

Avendo l'equazione di stato limite e i dati di input(media e deviazione standard), abbiamo in un primo tempo generato una serie di numeri casuale(200.000 estrazioni) corrispondente alla probabilità cumulata (pi) con il programma Excel, dopo di che abbiamo calcolato i valori normalizzati xi' di tutte le variabili casuali con la seguente formula $X_i' = \text{INV.NORM.S}(pi)$, poi abbiamo calcolati i valori $X_i = \sigma_i \cdot X_i' + \mu_i$. E infine abbiamo calcolato la funzione di stato limite.

Nella tabella 17 sono riportati 30 valori dei 200.000 valori estratti da Excel

Estrazione	Casuale 1 [-]	Casuale 2 [-]	Casuale 3 [-]	x_1' [-]	x_2' [-]	x_3' [-]	x_1 [kN/m ³]	x_2 [-]	x_3 [kN/m ³]	$g(x)$ [kN/m]	$g(x) < 0$
1	0,759	0,883	0,708	0,704	1,19	0,548	21,408	0,58	11,370	73,667	
2	0,896	0,448	0,489	1,257	-0,13	-0,027	22,514	0,47	9,933	122,97	0
3	0,863	0,811	0,880	1,095	0,88	1,177	22,190	0,55	12,942	71,917	0
4	0,941	0,398	0,868	1,560	-0,25	1,118	23,120	0,46	12,795	114,16	0
5	0,670	0,879	0,266	0,441	1,168	-0,626	20,882	0,578	8,435	91,884	0
6	0,425	0,651	0,305	-0,190	0,388	-0,509	19,621	0,519	8,726	138,776	0
7	0,881	0,438	0,856	1,182	-0,15	1,063	22,365	0,477	12,657	118,190	0
8	0,894	0,173	0,941	1,251	-0,94	1,565	22,501	0,417	13,912	149,984	0
9	0,849	0,660	0,139	1,033	0,412	-1,084	22,066	0,520	7,291	12,093	0
10	0,936	0,974	0,775	1,518	1,951	0,757	23,037	0,638	11,891	14,000	0
11	0,838	0,315	0,192	0,985	-0,48	-0,872	21,971	0,452	7,821	150,237	0
12	0,834	0,993	0,763	0,970	2,462	0,717	21,940	0,677	11,792	8,019	0
13	0,192	0,877	0,284	-0,869	1,159	-0,571	18,261	0,577	8,573	127,583	0
14	0,270	0,165	0,391	-0,614	-0,976	-0,278	18,772	0,415	9,306	199,301	0
15	0,501	0,693	0,830	0,002	0,505	0,953	20,005	0,528	12,381	118,088	0
16	0,789	0,509	0,851	0,804	0,023	1,042	21,608	0,491	12,604	118,916	0
17	0,972	0,300	0,546	1,916	-0,525	0,116	23,833	0,449	10,291	125,816	0
18	0,420	0,601	0,813	-0,203	0,257	0,890	19,594	0,509	12,226	133,844	0
19	0,469	0,550	0,221	-0,079	0,127	-0,768	19,842	0,499	8,081	148,335	0
20	0,110	0,309	0,666	-1,229	-0,500	0,429	17,542	0,451	11,073	189,642	0
21	0,178	0,330	0,025	-0,923	-0,439	-1,963	18,154	0,456	5,092	196,808	0
22	0,123	0,727	0,867	-1,161	0,604	1,115	17,679	0,535	12,786	142,151	0
23	0,990	0,218	0,702	2,337	-0,778	0,529	24,674	0,430	11,323	126,673	0
24	0,710	0,071	0,787	0,554	-1,467	0,797	21,109	0,377	11,992	191,164	0
25	0,834	0,989	0,628	0,972	2,307	0,326	21,944	0,665	10,815	18,720	0
26	0,062	0,463	0,597	-1,540	-0,093	0,245	16,921	0,482	10,614	183,150	0
27	0,017	0,794	0,410	-2,116	0,821	-0,229	15,768	0,552	9,428	169,804	0
28	0,562	0,766	0,126	0,155	0,726	-1,145	20,310	0,544	7,136	121,714	0
29	0,049	0,466	0,777	-1,654	-	0,761	16,692	0,483	11,903	181,807	0

					0,084						
30	0,792	0,218	0,281	0,812	-0,779	-0,578	21,624	0,430	8,554	164,703	0

Tabella. 16 metodo monte Carlo per margine di sicurezza

risultati		
$n_{failure}$	$n_{estrazioni}$	$p_{failure}$
427	200000	0,2135%

Tabella.17 risultati metodo monte Carlo per margine di sicurezza

Con:

$n_{failure}$ è il numero di iterazioni per cui non viene soddisfatta la condizione espressa dalla funzione di stato limite ovvero quando $g(x) < 0$

$p_{failure}$ è dato dal rapporto tra $n_{failure} / n_{estrazioni}$

L'APPLICAZIONE DEL METODO MONTE CARLO AL FATTORE DI SICUREZZA

Il primo passo è di definire l'equazione di stato, e per il nostro caso l'equazione di stato è data da:

$$G(X_1, X_2, X_3) = \frac{[(A * X_1 * X_2 + B * X_2 * X_3 + W) * \tan\delta]}{[C * X_1 * X_2 + D * X_2 * X_3]} - 1$$

con

parametri	
W = peso del muro	649,866
A = $0.5 * H^2 \sin\beta$	11,148
B = $H \sin\beta$	2,761
C = $0.5 * H^2 \cos\beta$	30,6290
D = $H \cos\beta$	7,587
$\tan\delta$	0,6248

Tabella. 158 parametri

Nella tabella 20 sono riportati i nostri dati di input

dati in input			
Valore aleatori	distribuzione di probabilità	media μ	deviazione standard σ
X_1 [kN/m ³]	normale	20	2
X_2 [-]	normale	0,488	0,0762
X_3 [Kpa]	normale	10	2,5

Tabella. 169 dati di input metodo monte Carlo per il fattore di sicurezza

L'implementazione del metodo Monte Carlo segue quindi la stessa procedura illustrata al paragrafo precedente, conducendo ai medesimi risultati ottenuti con riferimento al margine di sicurezza

risultati		
$n_{failure}$	$n_{estrazioni}$	$p_{failure}$
427	200000	0,2135%

Tabella. 20 risultati metodo monte Carlo per fattore di sicurezza

IX.6.6 ANALIDI DEI RISULTATI E CONSIDERAZIONI FINALI DEL METODO FORM

Il metodo Monte Carlo sia per il margine di sicurezza sia per il fattore di sicurezza fornisce gli stessi risultati come era da attendersi, infatti il metodo Monte Carlo, essendo un metodo numerico, i risultati non dipendono dalla funzione di stato limite scelta. Infatti, differenti equazioni meccanicamente equivalenti danno lo stesso indice di sicurezza. In altre parole, gli indici di affidabilità non dipendono dal modo in cui viene formulata l'equazione dello stato limite.

IX.6.7 CONSIDERAZIONI FINALI DELL'ANALISI PROBALISTICA DELLA STRUTTURA.

La verifica rispetto alla rottura per slittamento dell'opera di sostegno in esame è stata approcciata con 3 metodi probabilisti differenti (FOSM, FORM, MONTE CARLO). I valori dell'indice di affidabilità ottenuti col metodo FOSM per il margine di sicurezza e il fattore

di sicurezza risultano molto differenti, in quanto i risultati sono funzione dell'equazione di stato limite scelta. I valori dell'indice di affidabilità ottenuti col metodo FORM e Monte Carlo per il margine di sicurezza e il fattore di sicurezza sono invece confrontabile. Alla luce di questo, si raccomanda l'utilizzare di due o più metodi probabilistici per svolgere una analisi di affidabilità in modo da poter fare un confronto dei risultati ottenuti.

CONCLUSIONI

Questa tesi ha avuto come scopo l'analisi di affidabilità delle opere geotecniche. Siamo stati particolarmente interessati alle opere geotecniche rigide e durante lo svolgimento ci siamo accorti che l'ingegnere geotecnico deve affrontare quotidianamente diverse fonti di incertezze durante la progettazione e la realizzazione delle opere geotecniche.

Nella prima parte della tesi ci siamo concentrati sulla nozione di incertezza nel contesto dell'analisi di affidabilità. E in quello capitolo abbiamo identificato quattro principali fonti d'incertezza nei problemi d'ingegneria geotecnica che sono:

- *Fonti di incertezza di origine Fisico*

In cui l'uomo non ha influenza (es. sovraccarico, vento, terremoti, ecc.). Derivano dall'impossibilità di prevedere la variabilità e la simultaneità delle azioni che agiscono su una struttura. Per cercare di controllare e stimare questo tipo d'incertezza, è necessario ottenere quante più informazioni possibili sulle variabili.

- *Fonti di incertezza causate dall'azione dell'uomo*

Sono una conseguenza degli errori durante le varie fasi della realizzazione di una determinata struttura (documentazione, progettazione, costruzione, ecc.) risultanti, ad esempio dalle omissioni, inesattezze, ecc.

- *Fonti di incertezza risultanti dai modelli adottati.*

Derivano dall'uso di modelli che descrivono in modo semplificato il comportamento dei materiali e delle strutture. La differenza tra i valori osservati nella struttura e quelli stimati dal modello può essere considerata come una misura di questa incertezza.

- *Fonti di incertezza di origine Statistica*

Ad esempio, un numero limitato di osservazioni influenza la stima dei parametri statistici come la media, la deviazione standard, etc....

Il numero ridotto di dati disponibili introduce incertezze nelle stime dei parametri che caratterizzano i modelli probabilistici, che possono essere minimizzati ottenendo un numero maggiore d'informazioni e utilizzando tecniche d'inferenza statistica.

Per affrontare le incertezze legate ai modelli geotecnici, abbiamo fatto riferimento agli strumenti probabilistici che permettono di stimare la media e la varianza delle variabili aleatorie, le quali sono utili per la determinazione dell'equazione di stato limite.

Nella seconda parte abbiamo studiato diversi metodi e modelli matematici che ci permettono di fare un'analisi di affidabilità, e abbiamo quindi visto il metodo FOSM, il metodo FORM e il metodo Montecarlo. Nei metodi FOSM e FORM l'equazione dello stato limite viene approssimata da un'espansione in serie di Taylor limitata al primo ordine. Nel metodo FORM le variabili aleatorie devono avere una distribuzione normale.

Nella terza parte è stata effettuata l'analisi di affidabilità di un'opera geotecnica rigida, e le principali conclusioni sono le seguenti.

I risultati dell'indice di affidabilità e la probabilità di rottura ottenuto col metodo FOSM per il margine di sicurezza e per il fattore di sicurezza sono differenti questo è dovuto alla scelta dell'equazione di stato limite.

Confronto FS e M del metodo FOSM		
	FS	M
β	1,97974513	3,091058502
Pf	0,02386609	0,000997222

Analizzando la struttura col metodo FORM il valore dell'indice di affidabilità ottenuto a convergenza dopo 6 iterazioni è molto vicino a quello ottenuto col metodo Monte Carlo.

Il principale vantaggio di svolgere un'analisi di affidabilità è la possibilità di ricavare l'indice di affidabilità e la probabilità di rottura delle strutture, partendo da una formulazione del problema che tiene conto del carattere aleatorio di alcune variabili. Nel metodo deterministico invece, non si tiene sempre conto del carattere aleatorio delle stesse variabili.

In generale, l'analisi dell'affidabilità è un potente strumento non solo nell'ingegneria civile, ma anche nell'ingegneria geotecnica, perché prende in considerazione le incertezze contenute all'interno dei diversi variabili della struttura.

Poiché i risultati variano a seconda del metodo usato, dovrebbero essere utilizzati due o più approcci di analisi di affidabilità per poter fare un confronto.

BIBLIOGRAFIA

- Altus E., E. Totry and S. Givli. 2005. Optimized functional perturbation method and morphology based effective properties of randomly heterogeneous beams. ELSEVIER - International Journal of Solids and Structures, n.º42: 2345-2359
- Ang, A. H. S. and W. H. Tang. 1975. Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Volume 1 - Basic principles, John Wiley & Sons, New York
- Anjum, M. F.; T. Imran and A.-S. Khaled. 1997. Response surface methodology: a neural network approach. European Journal of Operational Research, Vol. 101, pp. 65–73
- Au, S. K. and J. L. Beck. 1999. A new adaptive importance sampling scheme for reliability calculations. Structural Safety, Vol. 21, pp. 135-158
- Au, S. K., C. Papadimitrou and J. L. Beck. 1999a. Reliability of uncertain dynamical systems with multiple design points. Structural Safety, Vol. 21, pp. 113-133
- Augusti, G.; A. Baratta e F. Casciati. 1984. Probabilistic Methods in Structural Engineering, Chapman and Hall, New York
- Bauer, J. and W. Pula. 2000. Reliability with respect to settlement limit states of shallow foundations on linearly deformable subsoil. Computers and Geotechnics, Vol. 26, No. 3-4, pp. 281-308
- Benaroya, H. and M. Rehak. 1987. Finite element methods in probabilistic structural analysis: a selective review. Appl. Mech. Rev., Vol. 41, No. 5, pp. 201–213
- Benjamin, J. R. and C. A. Cornell. 1970. Probability, Statistics and Decision for Civil Engineers, McGraw- Hill Book Company, New York
- Billings, S. A. and G. L. Zheng. 1995. Radial basis function network configuration using genetic algorithms. Neural Networks, Vol. 8, No. 6, pp. 877-890
- Biondini, F.; F. Bontempi e P. G. Malerba. 2004. Fuzzy reliability analysis of concrete structures. Computers & Structures, Vol. 82, pp. 1033-1052
- Bishop, C. M. 1994. Neural Networks and their applications, Review of Scientific Instruments, Vol. 65, No.6, pp. 1803-1832
- Bishop, C. M. 1995. Neural Networks for Pattern Recognition, Oxford University Press
- Bjerager, P. 1988. Probability integration by directional simulation. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 8, pp. 1285-1302

- Bjerager, P. and S. Krenk. 1989. Parametric sensitivity in first order reliability theory. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 115, No. 7, pp. 1577-1582
- Bucher, C. and U. Bourgund. 1990. A Fast and Efficient Response Surface Approach for Structural Reliability Problems. *Structural Safety*, Vol. 7, No. 1, pp. 57-66
- Bucher, C. and M. Macke. 2003. *Stochastic Computational Mechanics. AMAS Lecture Notes, AMASart. cls, Warsaw*, pp. 1-58
- Cardaliaguet, P. and G. Euvrand. 1992. Approximation of a function and its derivatives with a neural network. *Neural Networks*, Vol. 5, pp. 207-220
- CEB, Comité Euro-International du Béton. 1988. General principles on reliability for structures. *Bulletin d'Information n.º 191*
- Chang, C. C. and H. T. Y. Yang. 1991. Random vibration of flexible uncertain beam element. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 117, No. 10, pp. 2329-2349
- Chang, T.-P. 1993. Dynamic finite element analysis of a beam on random foundation. *Computers and Structures*, Vol. 48, No. 4, pp. 583-589
- Chang, T.-P. and H. C. Chang. 1994. Stochastic dynamic finite element analysis of a nonuniform beam. *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 31, No. 5, pp. 587-597
- Chang, T.-P. and H.-C. Chang. 1997. Perturbation method for probabilistic dynamic finite element analysis of a rectangular plate. *Mech. Struct. Mach.*, Vol. 25, No. 4, pp. 397-415
- Chaudhuri, A. and S. Chakraborty. 2006. Reliability of linear structures with parameter uncertainty under non-stationary earthquake. *Structural Safety*, Vol. 28, pp. 231-246
- Chen, X. and N. C. Lind. 1983. Fast probability integration by three parameters normal tail approximation.
- Chen, X. and N. C. Lind. 1983. Fast probability integration by three parameters normal tail approximation. *Structural Safety*, Vol. 1, pp. 269-276
- Chen, S. H.; S. A. Billings, C. F. N. Cowan and P. W. Grant. 1990. Practical identification of narmax models using radial basis functions. *International Journal Control*, Vol. 52, No. 6, pp. 1327-1350

- Chen, S. H.; Z. S. Liu and Z. F. Zhang. 1992. Random vibration analysis of large structures with random parameters. *Computers and Structures*, Vol. 51, No. 3, pp. 309-313
- Chen, S. H.; S. A. Billings and P. W. Grant. 1992a. Recursive hybrid algorithm for nonlinear system identification using radial basis function network. *International Journal of Control*, Vol. 55, No. 5, pp. 1051-1070
- Chen, T. and H. Chen. 1995. Approximation capability to functions of several variables, nonlinear functional and operators by radial basis function neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 32, No. 6, pp. 904-910
- Cheng, A. H. D. and C. Y. Yang editors. 1993. *Computational Stochastic Mechanics*. Elsevier Applied science, Prentice Hall, Engelwood Cliffs, NJ
- Cornell, A. C. 1969. A Probability-Based Structural Code. *Journal Amer. Concrete Inst.*, Vol. 66, n.º 12, pp. 974-985
- Dai, S.-H. and Ming-O Wang. 1992. *Reliability Analysis in Engineering Applications*. Van Nostrand Reinhold, New York
- Duncan J.M., 1999, Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. *ASCE Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*.
- Duncan, J.M., 2000, Factors of safety and reliability in geotechnical engineering, *Journal of Geotechnical Engineering*, Downloaded by Vol. 126, No. 4, p. 307-316. Used with Permission from ASCE.
- Duncan, J. M. (2000). Factors of Safety and Reliability in Geotechnical Engineering. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, vol. 126 (04), 307-316.
- Das, P. K. and Y. Zheng. 2000. Cumulative formation of response surface and its use in reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 15, No. 4, pp. 309-315
- Davids, Gordon B. e Thomas R. Hoffmann. 1983. *FORTRAN77: A Structured, Disciplined Style*. 2ª Edição. McGraw-Hill, Singapore
- Delgado, J. M. 2002. Avaliação de segurança de estruturas reticuladas com comportamento não linear material e geométrico. Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto

- Dendrou, B. A. and E. N: Houstis. 1978. An Inference-Finite Element Model for Field Applications. Applied Mathematical Modelling, Vol. 1, IPC Science and Technology Publications, Guildford, England
- Deng, J.; Z. Q. Yue; L. G. Tham and H. H. Zhu. 2003. Pillar design by combining finite methods, neural networks and reliability: a case study of the Feng Huangshan copper mine, China. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, Vol. 40, pp. 585-599
- Deng, J.; D. S. Gu; X. B. Li and Z. Q. Yue. 2005. Structural reliability analysis for implicit performance function using artificial neural network. Structural Safety, ASCE, Vol. 25, No. 1, pp. 25-48
- Deng, J. 2006. Structural reliability analysis for implicit performance function using radial basis function network. International Journal of Solids and Structures, Vol. 43, pp. 3255-3291
- Deodatis, G. 1989. Stochastic FEM sensitivity analysis of nonlinear dynamic problems. Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 4, n.º 3, pp. 135-141
- Der Kiureghian, A. 1989. Measures of structural safety under imperfect states of knowledge. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 115, No. 5, pp. 1119-1140
- Der Kiureghian, A. 1996. Structural reliability methods for seismic safety assessment: a review. Engineering Structures, Vol. 18, n.º 6, pp. 412-424
- Der Kiureghian, A. and P.-L. Liu. 1986. Structural Reliability Under Incomplete Probability Information. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 112, pp. 85–104
- Der Kiureghian, A., H.-Z. Lin e S.-J. Hwang. 1987. Second-order reliability approximations. Journal of Engineering Mechanics; Vol. 113, n.º8, pp. 1208-1225
- Der Kiureghian, A. e J. B. Ke. 1988. The stochastic finite element method in structural reliability. Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 3, n.º 2, pp. 83-91
- Der Kiureghian, A. and M. D. Stefano. 1991. Efficient algorithm for second order reliability analysis. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 117, No. 12, pp. 2904-2923
- Der Kiureghian, A.; C. C. Li and Y. Zhang. 1991. Recent developments in stochastic finite elements. in R. Rackwitz and P. Thoft-Christensen editors, Proceedings of 4th IFIP WG 7.5 conference, Munich, Germany, pp. 19-38

- Der Kiureghian, A. and T. Dakessian. 1998. Multiple design points in first and second order reliability. *Structural Safety*, Vol. 20, No. 1, pp. 37-49
- Ditlevsen, O. 1973. Structural reliability and the invariance problem. Res. Rep. No. 22, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, Ontario, Canada
- Ditlevsen, O. 1979a. Generalized Second Moment Reliability Index. *Journal of Structural Mechanics*, Vol. 7, n.º 4, pp. 435-451
- Ditlevsen, O. 1979b. Narrow Reliability Bounds for Structural Systems. *Journal of Structural Mechanics*, Vol. 7, n.º 4, pp. 453-472
- Ditlevsen, O. 1981a. Uncertainty modeling with applications to multidimensional civil engineering systems. McGraw-Hill, New York
- Ditlevsen, O. 1981b. Principle of Normal Tail Approximation. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 107, EM6, pp. 1191-1208
- Ditlevsen, O. 1982. Principle of Normal Tail Approximation - Errata. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 108, EM3, pp. 579-581
- Ditlevsen, O. 1985. Comments on "First-order second-moment approximation in reliability of structural systems: critical review and alternative approach", by Krzysztof Dolinski. *Structural Safety*, Vol. 3, pp. 59-61
- Ditlevsen, O. and P. Bjerager. 1986. *Methods of Structural Systems Reliability*. ELSEVIER - *Structural Safety*, Vol. 3, pp. 195-229
- Ditlevsen, O.; R. E. Melchers and H. Gluwer. 1990. General multi-dimensional probability integration by directional simulation. *Computers & Structures*, Vol. 36, No. 2, pp. 355-368
- Ditlevsen, O. 1995. Discretization of random fields in beam theory. in *Proceedings of 7th International Conference of Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*
- Ditlevsen, O. 1996. Dimension reduction and discretization in stochastic problems by regression method. In F. Casciati and B. Roberts editors, *Mathematical Models for Structural Reliability Analysis*, CRC Mathematical Modelling Series, Vol. 2, pp. 51-138
- Ditlevsen, O. and H. O. Madsen. 2005. *Structural Reliability Methods*. Monograph, Coastal, Maritime and Structural Engineering, Department of Mechanical

Engineering, Technical University of Denmark, disponível em <http://www.mek.dtu.dk/staff/od/books.htm>

- Dolinski, K. 1983. First-order second-moment approximation in reliability of structural systems: critical review and alternative approach. *Structural Safety*, Vol. 1, pp. 211-231
- Durville P., CHABANET P. & J. P. QUOD, 2004. Visual census of the reef fishes in the natural reserve of the Glorieuses Islands (Western Indian Ocean). *Western Indian Ocean J. Mar. Sci.* 2: 95-104
- DURVILLE J.-L., 2004, Quelques remarques sur l'emploi des probabilités dans le domaine des risques naturels - cas des mouvements de terrain. *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 249, mars-avril 2004, réf 4509, pp 3-17
- Field, R. V. 2002. Numerical methods to estimate the coefficients of the polynomial chaos expansion. in *Proceedings of the 15th ASCE Engineering Mechanics Conference*, Columbia University, New York, pp. 1-7
- Eurocode 7. Calcul géotechnique. XP ENV 1997-1.
- Fiessler, B., H. J. Neumann and R. Rackwitz. 1979. Quadratic limit states in structural reliability. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 115, No. 12, pp. 2763-2781
- Finch, S. R. 2003. *Mathematical Constants*. England: Cambridge University Press, Cambridge
- Flood, I. and N. Kartam. 1994. Neural networks in civil engineering. I: Principles and Understanding. *Journal of Computing in Civil Engineering*, ASCE, Vol. 8, No. 2, pp. 131-148
- Flood, I. and N. Kartam. 1994a. Neural networks in civil engineering. II: Systems and application. *Journal of Comp. in Civil Engineering*, ASCE, Vol. 8, No. 2, pp. 149-162
- Foschi, R. O.; H. Li and J. Zhang. 2002. Reliability and performance-based design: a computational approach and applications. *Structural Safety*, Vol. 24, pp. 205-218
- Francesco Intagliata, Giovanni Trigili, Muri di sostegno progettazione e calcolo, pp 14-20.
- Frangopol, D. M.; Y.-H. Lee and K. William. 1996. Nonlinear finite element reliability analysis of concrete. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 122, No. 12, pp. 1174-1182

- Frangopol, D. M. and K. Imai. 2000. Geometrically nonlinear finite element reliability analysis of structural systems. II: applications. *Computers & Structures*, Vol. 77, No. 6, pp. 693-709
- Freudenthal, A. M. 1945. The safety of structures. *Transactions of ASCE*, pages 125-159
- Freudenthal, A. M. 1956. Safety and the probability of structural failure. *Transactions of ASCE*, Vol. 121, pp. 1137-1197
- Freudenthal, A. M., J. M. Garrelts e M. Shinozuka. 1966. The analysis of structural safety. *ASCE, Journal of Structural Division*, Vol. 92, ST2
- Grigoriu, M. 1983. Methods for approximate reliability analysis. *Structural Safety*, Vol. 1, pp. 155-165
- Grigoriu, M. 1984. Crossings of non-Gaussian translation processes. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 110, No. 4, pp. 610-620
- Grigoriu, M. 1995. Applied non-Gaussian processes. Examples, theory, simulation, linear random vibration and MATLAB solutions. Englewood Cliffs: Prentice-Hall
- Grossenber, S. 1982. *Studies of the Mind and Brain*. Holland: Reidel Press, Drodrecht
- Guan, X. L. and R. E. Melchers. 1997. Multitangent-plane surface method for reliability calculation. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 123, No. 10, pp. 996-1002
- Guan, X. L. and R. E. Melchers. 2000. A parametric study on the response surface method. In 8th ASCE Speciality Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability. ASCE, New York
- Guan, X. L. and R. E. Melchers. 2001. Effect of response surface parameter variation on structural reliability estimation. *Structural Safety*, Vol. 23, No. 4, pp. 429-444
- Hasofer, A. M. and N. C. Lind. 1974. Exact and invariant second-moment code format. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 100, EM1, pp. 111 -121
- Haldar, A. e S. Mahadevan. 2000. *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*. John Wiley & Sons, New York
- Haldar, A. e S. Mahadevan. 2000a. *Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis*. John Wiley & Sons, New York

- Handa, K. e K. Anderson. 1981. Application of finite element methods in the statistical analysis of structures. Third International Conference on Structural Safety and Reliability, Norway, pp. 409-417
- Harbitz, A. 1983. Efficient and accurate probability of failure calculation by use of the importance sampling technique. in: Proceedings of the 4th International Conference on App. of Statistics and Prob. in Soils and Structural Engineering, ICASP-4, Pitagora Editrice Bologna, pp. 825–836
- Harr, M.E. (1977). "Mechanics of particulate media: a probabilistic approach." McGraw-Hill, New York, 543 pages.
- Harr, M.E. (1984). "Reliability-based design in civil engineering." 1984 Henry M. Shaw Lecture, Dept. of Civil Engineering, North Carolina, State University, Raleigh, NC.
- Harr, M.E. (1987). Reliability-based design in civil engineering. McGraw-Hill Book Company, New York.
- Hasofer, A.M., and Lind, N.C. (1974). "Exact and invariant second-moment code format." Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, 100(1), 111-121.
- Hornik, K.; M. Stinchcombe and H. White. 1990. Universal approximation of an unknown mapping and its derivatives using multi-layer feed-forward networks. Neural Networks, Vol. 3, pp. 551-560
- Huh, J. and A. Haldar. 2002. Seismic reliability of nonlinear frames with PR connections using systematic RSM. Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 17, pp. 177-190
- Hurst, Rex L. and Robert E. Knop. 1972. Algorithm 425: Generation of Random Correlated Normal Variables [G5]. ACM Vol. 15, n.95, pp. 355-357
- Hurtado, J. E. and A. H. Barbat. 1998. Monte Carlo techniques in computational stochastic mechanics. Archives of Computational Methods in Engineering, Vol. 5, No. 1, pp. 3-30
- Hurtado, J. E. and D. A. Alvarez. 2001. Neural network-based reliability analysis: a comparative study. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 191, No. 1-2, pp. 113-132
- Hurtado, J. E. 2002. Analysis of one-dimensional stochastic finite elements using neural networks. Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 17, pp. 35-44
- J. Michael Duncan and Matthew D. Sleep. Risk and Reliability in Geotechnical Engineering

- Johann Facciorusso. SPINTA DELLE TERRE, pp. 45-80
- Kulhawy, F.H. (1992). On evaluation of static soil properties. In stability and performance of slopes and embankments II (GSP31). Edited by Seed, R.B. and Boulanger, R.W., American Society of Civil Engineers, New York, pp. 95-115.
- Kulhawy, F.H., and Trautmann, C.H. (1996). "Estimation of in situ test uncertainty." In Uncertainty in the geologic environment. Edited by C.D. Shackelford, P.P. Nelson, and M.I. Roth. American Society of Civil Engineers, New York, pp. 269-286.
- Lacasse, S., and Nadim, F. (1996). "Uncertainties in characterizing soil properties." Publ. No. 201, Norwegian Geotechnical Institute, Oslo, Norway, pp. 49-75.
- Lawrence, M. A. 1987. Basis random variables in finite element analysis. International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 24, pp. 1849-1863
- Lawrence, M. A. 1989. An introduction to reliability methods. in Computational Mechanics of Probabilistic and Reliability Analysis, eds. W. K. Liu and T. Belytschko. Computational Mechanics of Probabilistic and Reliability Analysis, Elmepress International, Lausanne, Switzerland, pp. 9-46
- Lee, S. and M. K. Rhee. 1991. A gaussian potential function network with hierarchically self-organizing learning. Neural Networks, Vol. 4, pp. 207-224
- T. Schweckendiek, W.M.G. Courage. Reliability of Sheet Pile Walls and the Influence of Corrosion
- Li, C.-C. and A. Der Kiureghian. 1993. Optimal discretization of random fields. Journal of Engineering Mechanics. Vol. 119, No. 6, pp. 1136-1154
- Li, X. 1996. Simultaneous approximations of multivariate functions and derivatives by neural networks with one hidden layer. Neurocomputing, Vol. 12, pp. 327-343
- Liu, P.-L. and A. Der Kiureghian. 1986. Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances. Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 1, pp. 105-112
- Madsen, H. O.; S. Krenk e N. C. Lind. 2006. Methods of Structural Safety. 2ª edição. Dover Publications, Mineola, New York
- Maes, M. A.; Ph. Geyskens and K. Breitung. 1993a. MAIS: Monte Carlo Asymptotic Importance Sampling for reliability analysis. University of Calgary

- Maes, M. A.; K. Breitung and D. J. Dupois. 1993b. Asymptotic Importance Sampling. *Structural Safety*, Vol. 12, n.º3, pp. 167-186
- Melchers, R. E. 1989. Improved importance sampling methods for structural reliability calculations. in A. H.-S. Ang, M. Shinozuka and G. I. Schueller editors, *Proceedings of the 5th International Conference on Structural Safety and Reliability (ICOSSAR'89)*, ASCE, New York, pp. 1185-1192
- Melchers, R. E. 1990. Radial importance sampling for structural reliability. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE; Vol. 116, No. 1, pp. 189–203
- Melchers, R. E. 1990a. Search-based importance sampling. *ELSEVIER - Structural Safety*, Vol. 9, No. 2, pp.117–128
- Melchers, R. E. 1999. *Structural Reliability Analysis and Prediction*. 2ª edição. John Wiley & Sons, Chichester
- Melchers, R. E. 2001. Assessment of existing structures-approaches and research needs. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 127, n.º4, pp. 406-411
- Melchers, R. E., M. Ahammed and C. Middleton. 2003. FORM for discontinuous and truncated probability density functions. *Structural Safety*, Vol. 25, pp. 305-313
- Melchers & Stewart (eds), *ICASP8*, 2000 Balkema, Rotterdam, PP, 79-85.
- Melchers, R. E. (1993). Human error in structural reliability. In *reliability theory and its application to structures and soil mechanics*, Edited by Nijhoff, M., NATO Advanced Study Institute, Bomholm, Demark, pp. 453-464.
- Nadim F., WHITMAN R. (1983)., “Seismically induced movement of retaining walls”, *A.S.C.E. Journal*, Vol. 109 (II), No. 7, 915-931.
- Neves, L. A. C., P. J. S. Cruz e A. A. R. Henriques. 2002. SFEM reliability of steel frames. *Eurosteel - Coimbra*: 1531-1540
- Nie, J. and B. R. Ellingwood. Directional methods for structural reliability analysis. *Structural Safety*, Vol. 22, pp. 233-249
- Nieuwenhof, B. Van den and J.-P. Coyette. 2002. A perturbation stochastic finite element method for the time-harmonic analysis of structures with random mechanical properties. in *Proceedings of Fifth World Congress on Computational Mechanics*, Eds.: H. A. Mang, F. G. Rammerstorfer, J. Eberhardsteiner, Vienna, Austria, pp. 1-10

- Pandya, A. S. and R. B. Macy. 1995. Pattern Recognition with Neural Networks in C++. CRC Press and IEEE Press, Florida Atlantic University, Florida
- Papadimitriou, C., J. L. Beck and L. S. Katafygiotis. 1995. Asymptotic expansions for reliabilities and moments of uncertain dynamic systems. Tech. Rep. EERL 95-05, California Institute of Technology, Pasadena, California
- Papadimitriou, C., J. L. Beck and L. S. Katafygiotis. 1997. Asymptotic expansions for reliability and moments of uncertain systems. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 123, No. 12, pp. 1219-1229 Computers & Structures, Vol. 9, pp. 489-494
- Rackwitz, R. 1998. Computational techniques in stationary and non-stationary load combination. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 25, n.º1, pp. 1-20
- Rackwitz, R. 2000. Reliability analysis past, present and future. in Proceedings of 8th ASCE Speciality Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability.
- Rackwitz, R. 2001. Reliability analysis-a review and some perspectives. Structural Safety, Vol. 23, pp. 365- 395
- Rackwitz, R. and B. Fiessler. 1978. Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences. Computers & Structures, Vol. 9, pp. 489-494
- Rubinstein, R. Y. 1981. Simulation and the Monte Carlo Method. John Wiley & Sons, New York
- Rumelhart, D. E. and J. L. McClelland. 1986. Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition. Vol. 1: Foundations, MIT Press, Cambridge, MA
- Rumelhart, D. E.; G. E. Hinton and R. J. Williams. 1986a. Learning internal representations by error propagation. in D. E. Rumelhart, J. L. McClelland and the PDP research group, Editors, Parallel Distributed Processing, Vol 1: Foundations, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, pp. 318–362
- Rumelhart, D. E.; G. E. Hinton and R. J. Williams. 1986b. Learning representations by back-propagating errors. Nature, Vol. 323, pp. 533–536
- Schueller, G. I. 2001. Computational stochastic mechanics - recent advances. Comput. Struct., Vol. 79, n.º 22-25, pp. 2225-2234
- Schueremans, L. and D. Van Gemert. 2003. System reliability methods using advanced sampling techniques. in T. Bedford and P. Van Gelder editors. Safety and

Reliability, Proceedings of the Esrel 2003 Conference, Maastricht, The Netherlands, pp. 1425-1432

- Schueremans, L. and D. Van Gemert. 2005. Benefit of splines and neural networks in simulation based structural reliability analysis. *Structural Safety*, Vol. 27, pp. 246–261
- Segal, I. E. 1938. Fiducial distribution of several parameters with applications to a normal system. *Proc. Cambridge Philosophical Society*, Vol. 34, pp. 41-47
- Shao, S. and Y. Murotso. 1997. Structural reliability analysis using neural networks. *Japanese Society in Mechanical Engineering (JSME) International Journal, Series A*, Vol. 40, No. 3, pp. 242-246
- Terzaghi, K. and Peck, R. (1967) *Soil Mechanics in Engineering Practice*. 2nd Edition, John Wiley, New York.
- Terzaghi, K. (1943). *Theoretical soil mechanics*. John Wiley & Sons, New York, 510 pages.
- Terzaghi, K., and Peck, RP. (1948). *Soil mechanics in engineering practice*. First Edition, John Wiley & Sons, New York.
- Terzaghi, K., and Peck, RP. (1967). *Soil mechanics III engineering practice*. Second Edition, John Wiley & Sons, New York.
- Terzaghi, K., Peck, RP., and Mesri, G. (1996). *Soil mechanics in engineering practice*. Third Edition, John Wiley & Sons, New York.
- Shinozuka, M. 1983. Basic analysis of structural safety. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, Vol. 109, n.º3, pp. 721-740
- Vanmarcke, E. H., M. Shinozuka, S. Nakagiri, G. I. Schueller e M. Grigoriu. 1986. Random fields and stochastic finite elements. *Structural Safety*, Vol. 3, n.º 3, pp. 143-166
- Vanmarcke, E. H. 1988. *Random Fields: Analysis and Synthesis*, The MIT Press, London, England
- Veiga, José M. G. C.; A. A. R. Henriques e J. M. Delgado. 2006. An efficient evaluation of structural safety applying perturbation techniques. III European Conference on Computational Mechanics, Lisboa, Springer, 126
- Veneziano, D. 1974. Contributions to second moment reliability theory. Res. Rep. R74-33, Department of Civil Engineering, MIT, Massachusetts

- Wu, Y.-T. and P. H. Wirsching. 1987. New algorithm for structural reliability estimation. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 113, No. 9, pp. 1319-1336
- Wall, F. J. and G. Deodatis. 1994. Variability response functions of stochastic plane stress/strain problems. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 120, No. 9, pp. 1963-1982
- Wen, Y. K. 1990. *Structural load modeling and combination for performance and safety evaluation*. Elsevier, Amsterdam
- Wei, D. and S. Rahman. 2007. Structural reliability analysis by univariate decomposition and numerical integration. *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 22, pp. 27-38
- Yao, James T. P. 1985. *Safety and Reliability of Existing Structures*. Pitman Publishing Limited, London
- Yao, T. H.-J. and Y.-K. Wen. 1996. Response Surface Method for Time-Variant Reliability Analysis. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 122, pp. 193-201
- Yu, X., K. K. Choi e K.-H. Chang. 1997. A mixed design approach for probabilistic structural durability. *Structural Optimization*, Vol. 14, pp. 81-90
- Zeldin, B. A. and P. D. Spanos. 1998. On random field discretization in stochastic finite elements. *Journal of Applied Mechanics, ASME*, Vol. 65, No. 2, pp. 320–327
- Zhang, J. e B. Ellingwood. 1996. SFEM for reliability of structures with material nonlinearities. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 122, n.º6: 701-704
- Zhao, Y. G., T. Ono and H. Idota. 1999. Response uncertainty and time-variant reliability analysis for hysteretic mdof structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 28, pp. 1187- 1213
- Zhao, G. 1996. *Reliability theory and its applications for engineering structures*. Dalian: Dalian University of Technology Press
- Zheng, Y. and P. K. Das. 2000. Improved response surface method and its application to stiffened plate reliability analysis, *Engrg. Struct.*, Vol. 22, No. 5, pp. 544–551
- Zhu, W. Q.; Y. J. Ren and W. Q. Wu. 1992. Stochastic FEM based on local averages of random vector fields. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 118, No. 3, pp. 496-511

RINGRAZIAMENTI

A conclusione di questo lavoro di tesi, è doveroso porre i miei più sentiti ringraziamenti alle persone che ho avuto modo di conoscere in questo importante periodo della mia vita e che mi hanno aiutato a crescere sia dal punto di vista professionale che umano. È difficile in poche righe ricordare tutte le persone che, a vario titolo, hanno contribuito a rendere migliore questo periodo.

Un ringraziamento sentito per la guida competente e solerte va al Prof. Andrea Dominijanni e al dott. GUARENA NICOLO'. La mia stima per voi è dovuta, oltre che alla vostra profonda esperienza e conoscenza nel campo della Geotecnica, alla grande umanità con la quale avete saputo incoraggiarmi in tutti i momenti di difficoltà. L'entusiasmo e l'impegno che ho mantenuto durante il mio lavoro di tesi trovano giustificazione nella sapiente direzione profusa dal mio relatore e correlatore.

Non possono mancare da questo elenco di ringraziamenti tutte quelle persone con cui ho iniziato e trascorso i miei studi, con le quali ho condiviso momenti indimenticabili, instaurando una sincera amicizia e una profonda collaborazione. Non cito uno ad uno il resto degli amici, perché vi assicuro che sono talmente tanti che ci vorrebbe un'altra tesi, ma sappiate che siete tutti qui. Se ho raggiunto questo traguardo lo devo anche alla vostra continua presenza, per avermi fatto capire che potevo farcela, incoraggiandomi a "non mollare mai".

Non so se trovo le parole giuste per ringraziare i miei genitori e la mia famiglia, però vorrei che questo mio traguardo raggiunto, per quanto possibile, fosse un premio anche per loro e per i sacrifici che hanno fatto. Un infinito grazie per esserci sempre, per sostenermi, per avermi insegnato ciò che è "giusto" e ciò che non lo è. Senza di voi certamente non sarei la persona che sono. Grazie per i vostri consigli, per le vostre critiche che mi hanno fatto crescere. Grazie per il vostro amore.