

POLITECNICO DI TORINO

Collegio di Ingegneria Meccanica, Aerospaziale,
dell'Autoveicolo e della Produzione

**Corso di Laurea Magistrale
in Ingegneria Aerospaziale**

Tesi di Laurea Magistrale

**Modellazione surrogata multi-fedeltà
per piastre danneggiate in materiale composito**



Relatori
Marco Gherlone
Laura Mainini

Candidato
Pietro La Mantia

“It is a great profession. There is the fascination of watching a figment of the imagination emerge through the aid of science to a plan on paper. Then it moves to realization in stone or metal or energy... To the engineer falls the job of clothing the bare bones of science with life, comfort, and hope.”

Herbert Hoover,

da “The memories of Herbert Hoover: Years of Adventure 1874-1920”

Modellazione surrogata multi-fedeltà per piastre danneggiate in materiale composito

Relatori
Marco Gherlone
Laura Mainini

Candidato
Pietro La Mantia

Indice

<i>Indice</i>	3
<i>Acronimi e Abbreviazioni</i>	6
1 Introduzione	8
2 Metodi di riduzione del modello	12
2.1 Review dei metodi principali	13
2.1.1 Metodi di approssimazione basati su SVD.....	13
2.1.2 Metodi di approssimazione Krylov	14
2.1.3 Metodi di approssimazione ibridi.....	14
2.2 Proper Orthogonal Decomposition	14
2.2.1 SVD e POD	16
3 Machine learning per clustering e localizzazione	18
3.1 Review delle tecniche principali	18
3.1.1 Metodi di clustering gerarchico.....	19
3.1.2 Metodi di clustering di partizionamento	21
3.2 Varianti del clustering: metodi model-based	22
3.2.1 Self-organizing map	22

4	Metodi basati sulla caratterizzazione modale delle strutture per il rilevamento del danno	26
4.1	Effetto della delaminazione sui parametri dinamici.....	26
4.2	Review dei metodi principali	27
4.2.1	Metodi basati sugli spostamenti	28
4.2.2	Metodi basati sulla rotazione.....	28
4.2.3	Metodi basati sulla curvatura	28
4.2.4	Metodo basato sull'energia di deformazione modale.....	29
4.3	Gapped Smoothing Method	30
5	Overview sui pannelli	34
5.1	Campagna sperimentale.....	34
5.2	Caratterizzazione e verifica delle proprietà del materiale.....	36
6	Raccolta dei dati: simulazioni numeriche.....	40
6.1	Simulazioni numeriche.....	40
6.1.1	Campionamento.....	40
6.1.2	Realizzazione modelli FEM LF	41
6.1.3	Realizzazione modelli FEM HF	43
6.1.4	Analisi e risultati	44
6.2	Elaborazione dei dati.....	44
7	Determinazione del modello surrogato	47
7.1	Modello POD per la mappatura degli indici di danno	47
7.1.1	Determinazione basi e coefficienti POD	47
7.1.2	Scelta degli n_m modi dominanti.....	48
7.1.3	Modello $\alpha(p)$	49
7.2	Validazione POD.....	50
8	Correzione del modello surrogato	53
8.1	Correzione dei coefficienti modali POD	54
8.1.1	Clusterizzazione tramite SOM	54
8.2	Strategia 1: Modello correttivo quadratico	57
8.2.1	Valutazione della strategia	57

8.3	Strategia 2: Sostituzione del centroide.....	60
8.3.1	Valutazione della strategia	60
9	Sviluppi futuri	63
9.1	Prove di laboratorio: Analisi modale sperimentale	63
9.1.1	Set-up sperimentale	63
9.1.2	Esecuzione prove sperimentali e risultati	66
9.2	Elaborazione dei dati.....	67
10	Conclusioni	68
	<i>Elenco tabelle e figure.....</i>	<i>71</i>
	<i>Ringraziamenti</i>	<i>74</i>
	<i>Bibliografia</i>	<i>75</i>

Acronimi e Abbreviazioni

BMU	Best Matching Unit
DD	Damage Detection
DOE	Design of Experiment
DOF	Degree of Freedom
FCM	Fuzzy C-means
FE	Finite Element
FEA	Finite Element Analysis
FEM	Finite Element Method
FRF	Frequency Response Function
GSM	Gapped Smoothing Method
HC	Hierarchical Clustering
HF	High Fidelity
KM	K-means
LHS	Latin Hypercube Sampling
LF	Low Fidelity
LR	Learning Rate
ML	Machine Learning
MSEM	Modal Strain Energy Method
NCAMP	National Center for Advanced Materials Performance
NDT	Non Destructive Technique
PCH	Punch
PCL	Patran Command Language
PDE	Partial Differential Equation
POD	Proper Orthogonal Decomposition
POM	Proper Orthogonal Mode
POV	Proper Orthogonal Value
RMSE	Root Mean Square Error
ROM	Reduced Order Model
SHM	Structural Health Monitoring

SES	Session
SL	Supervised Learning
SLDV	Scanning Laser Doppler Vibrometer
SOM	Self-Organizing Map
SVD	Singular Value Decomposition
UCL	Unsupervised Competitive Learning

1 Introduzione

Il presente lavoro di tesi consiste nel proporre un modello surrogato che, assegnando delle variabili geometriche contenute in un vettore di parametri p , permetta la determinazione delle distribuzioni degli indici di danno di piastre delaminate in materiale composito. Gli indici sono ottenuti come somma dei quadrati delle differenze tra le curvatures modali della piastra danneggiata e della piastra integra. Questo modello permette di ridurre drasticamente i tempi di analisi associati a modelli a elementi finiti (finite element, FE) di più alto livello. Ciò risulta utile nel momento in cui il modello deve essere fatto girare molte volte per la ricerca e identificazione del danno (problema inverso) nell'ambito del monitoraggio delle condizioni strutturali (structural health management, SHM). Si propone contemporaneamente una strategia di calibrazione del modello che permetta di sfruttare il vantaggio di incorporare set di pochi ma preziosi dati provenienti da una fonte ad alta fedeltà (high fidelity, HF), mirando a perseguire l'obiettivo principale della tesi: l'utilizzo di dati provenienti di fonti di diversa fedeltà per la modellazione di piastre delaminate in composito. Ciò permette di aumentare la capacità di stima del modello proposto.

L'idea nasce da uno studio su piastre delaminate in materiale composito di dimensioni 102x458 mm. Delle stesse piastre sono stati realizzati alcuni provini aventi delaminazioni di diversa entità. I pannelli sono costituiti da 4 ply di tessuto in fibra di carbonio plain-weave pre-impregnati ed hanno la seguente sequenza di laminazione simmetrica: $[45^\circ/0^\circ/0^\circ/45^\circ]$. Ogni laminato può essere considerato come un pannello costituente dorso o ventre di un'ala. I pannelli sono stati danneggiati posizionando, in alcuni punti predeterminati tra lo strato 3 e lo strato 4, un sottile film di poliestere (Flashbreaker 2CBS) [1] inducendo, così, una delaminazione controllata.

Il primo step è stato condurre un'indagine finalizzata alla caratterizzazione e verifica del materiale costituente le piastre e, di conseguenza, delle proprietà fisiche e meccaniche associate allo stesso. Ciò è stato fatto eseguendo delle analisi statiche su provini integri, attraverso un modello basato su elementi piastra FE CQUAD4M [2] sviluppato in ambiente Matlab [3]; i risultati ottenuti sono stati confrontati con quelli relativi a prove sperimentali di trazione uniassiale effettuate sugli stessi provini.

In seguito ci si è dedicati alla raccolta dei dati: dataset a bassa fedeltà (low fidelity, LF), per la definizione del modello surrogato e set HF, di riferimento per la strategia di correzione. A tal proposito sono stati realizzati dei modelli FE attraverso il software commerciale MSC Patran [4], analizzati con MSC Nastran [5]. Le forme modali ottenute dall'analisi a elementi finiti (finite element analysis, FEA) sono state elaborate attraverso gapped smoothing method (GSM) per l'ottenimento degli indici di danneggiamento.

Con i dati a disposizione è stato determinato un modello di ordine ridotto (reduced order model, ROM) utilizzando una particolare implementazione della proper orthogonal decomposition (POD) [6], ovvero il metodo degli *snapshot* [7]. È stato, inoltre, definito un modello che permette di ricavare i coefficienti modali POD, in funzione delle grandezze geometriche contenute nel vettore dei parametri di danno p , attraverso una regressione quadratica. Moltiplicando coefficienti modali e rispettive basi POD si ottiene una distribuzione approssimata delle quantità di interesse, ovvero degli indici di danneggiamento. Il modello surrogato risulta particolarmente leggero e poco costoso a livello computazionale, seppur mantenendo le caratteristiche fondamentali del fenomeno e accuratezza tale da supportare il processo diagnostico legato alla presenza ed entità della delaminazione strutturale.

L'ultimo step tratta la correzione del modello surrogato, e in particolare dei coefficienti modali POD, attraverso i dati HF provenienti da modelli FE caratterizzati da una mesh più fitta. A questo proposito è stata utilizzata una self-organizing map (SOM) come strategia di localizzazione dei dati HF; questi vengono suddivisi in cluster. La SOM sfrutta il processo di apprendimento non supervisionato (unsupervised competitive learning, UCL) per produrre un modello in grado di fornire una rappresentazione della struttura dei dati a disposizione, preservando le similarità tra i dati stessi. I coefficienti modali simili risultano appartenere allo stesso cluster; ciò permette di ricavare una strategia al fine di calibrare il modello surrogato degli indici di danneggiamento sfruttando le preziose informazioni HF.

Proponiamo infine un percorso di sviluppi futuri, il quale fornisce spunti per una possibile strategia di calibrazione del modello surrogato attraverso dati provenienti da una terza fonte, la sperimentazione. A questo proposito è stato realizzato un set-up sperimentale presso il LAQ-AERMEC del dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale del Politecnico di Torino che permette di realizzare prove di analisi modale. Si è fatto uso di un vibrometro a scansione laser (scanning laser doppler vibrometer, SLDV) Polytec SVD-400 [8], eccitando le piastre con uno shaker TIRAvib S504 [9]. Le funzioni di risposta in frequenza (frequency resonance function, FRF) ottenute sono state post-processate attraverso il software LMS Test Lab Modal Analysis [10] per

la determinazione delle forme modali e, di conseguenza, dell'indice di danneggiamento tramite GSM. Vengono presentati dei risultati preliminari in riferimento a questa indagine.

Il presente lavoro di tesi è articolato come segue:

- Capitolo 2 – 4: viene riportata una trattazione teorica relativamente alle tecniche e metodi utilizzati durante la fase operativa;
- Capitolo 5 – 8: vengono descritte in maniera dettagliata le fasi operative dell'attività di tesi;
- Capitolo 9: viene riportato un possibile percorso di sviluppi futuri che potrebbe avere l'attività, perseguendo l'obiettivo principale di modellazione multi fedeltà;
- Capitolo 10: capitolo conclusivo in cui vengono riportati i risultati ottenuti e le opportune considerazioni a riguardo.

2 Metodi di riduzione del modello

In questo capitolo si vogliono passare in rassegna le principali tecniche di riduzione di modelli dinamici complessi con particolare enfasi su quella utilizzata, ovvero la proper orthogonal decomposition (POD). Per riduzione delle dimensioni di un modello dinamico si intende l'approssimazione di una funzione per mezzo di un'altra che presenti una dimensionalità inferiore; semplificare i complessi modelli originali di grandi dimensioni così da poter condurre delle simulazioni in breve tempo e con poche quantità di dati facendo in modo che, come stabilito in [11]:

- L'errore di approssimazione sia basso;
- Le proprietà del sistema originale siano preservate;
- La procedura di riduzione sia efficace a livello computazionale.

In Figura 1 viene riportata un'illustrazione grafica di ciò che si intende per riduzione di modello.

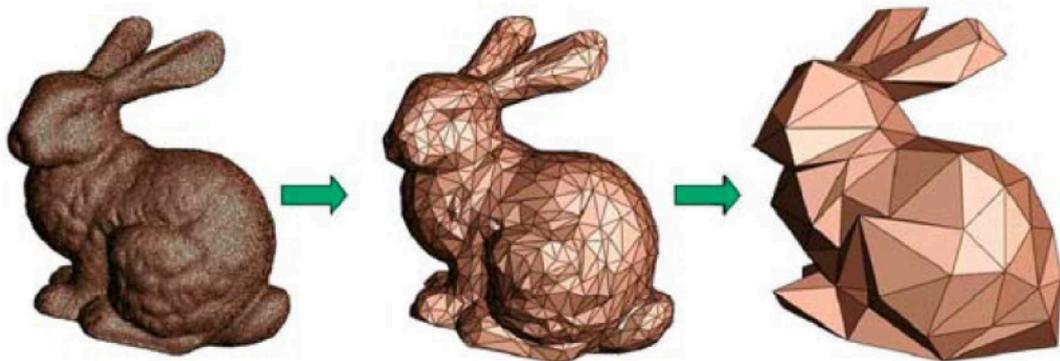


Figura 1: Esempio grafico di ROM [12]

In particolare il presente lavoro propone la sostituzione di un modello a elementi finiti (finite element, FE), i cui gradi di libertà (degree of freedom, DOF) sono dell'ordine di $10^4 \div 10^6$, con un modello computazionalmente meno oneroso e caratterizzato da un numero maneggevole di DOF.

Nel caso in esame ci si preoccupa di ottenere un modello maneggevole nell'ottica di dover farlo girare molte volte per la ricerca e identificazione della delaminazione (problema inverso). Per massimizzare l'accuratezza dell'approssimazione viene utilizzata la POD, capace di catturare l'evoluzione del sistema.

2.1 Review dei metodi principali

Le tecniche di riduzione possono essere classificate in base ai metodi di definizione delle basi. In [13] viene proposta una classificazione in 3 principali categorie: Metodi basati sulla decomposizione in valori singolari (singular value decomposition, SVD), Krylov e metodi che combinano i principali aspetti dei primi due. In Figura 2 viene riportata la classificazione:

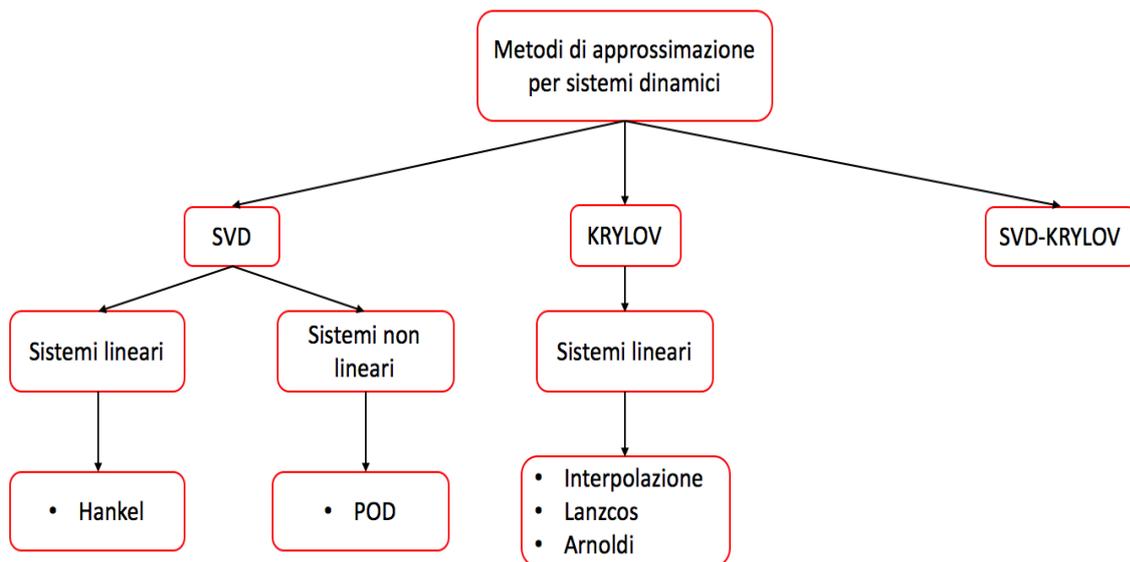


Figura 2: Overview sui principali metodi di riduzione [12]

2.1.1 Metodi di approssimazione basati su SVD

Sono metodi applicabili a sistemi complessi, lineari e non. Il sistema ridotto viene ottenuto approssimando le matrici che lo caratterizzano con altre di rango inferiore. Fondamentali sono i valori singolari delle matrici, ovvero le radici quadrate dei loro autovalori, poiché determinano la dimensionalità dell'operatore che andrà a descrivere il sistema ridotto. Ampiamente utilizzata in sistemi che coinvolgono equazioni differenziali alle derivate parziali (partial differential equation, PDE) è la POD.

Un'implementazione molto efficace e utilizzata è quella degli *snapshot*; essa consiste nel decomporre tramite SVD una matrice, denominata matrice degli *snapshot*, che colleziona in colonne gli stati del sistema da ridurre. Ciò permette di identificare i modi principali del sistema; questi sono ordinati secondo i corrispettivi valori singolari. Il sistema può essere proiettato in uno spazio ridotto prendendo in considerazione solo i modi dominanti, sufficienti a catturare la

varianza della matrice originale. Se i valori singolari decadono velocemente si possono ottenere approssimazioni di basso rango senza perdite in accuratezza.

2.1.2 *Metodi di approssimazione Krylov*

Questa seconda classe di metodi è iterativa e può essere applicata a sistemi di ordine molto elevato. Permettono la riduzione di modelli dinamici nell'intorno di determinate frequenze proprie. Le procedure più utilizzate sono la *Lanzcos* e la *Arnoldi*, approfondite in [11]. Il problema di questa serie di metodi è che non garantiscono un determinato limite di errore; inoltre, non è detto che il sistema rimanga stabile e passivo.

2.1.3 *Metodi di approssimazione ibridi*

Queste particolari tecniche mettono insieme le caratteristiche fondamentali dei due precedenti. L'approccio più utilizzato è l'*implicit restarted* [14] che si basa sulla soluzione di equazioni Lyapunov [15] accoppiata al *dual Arnoldi* proposto in [16] che costruisce una proiezione del sistema a partire da due differenti basi ortogonali attraverso due processi *Arnoldi* separati. Il set di basi utilizzato e i modelli vengono via via aggiornati tramite *implicit restarting*.

2.2 *Proper Orthogonal Decomposition*

È stata sviluppata da Pearson nel 1901 [17] nell'ambito delle analisi grafiche e riformulata nel XX secolo. Consiste nel ridurre il modello originale alto dimensionale cercando una soluzione in uno spazio a più bassa dimensione.

La prima fase della strategia consiste nel *training*; in seguito viene determinato il sottospazio che catturi la fisica predominante del sistema e le basi associate attraverso il metodo dei minimi quadrati. I calcoli online vengono effettuati attraverso un modello caratterizzato da matrici di basso rango calcolate una sola volta; per questa ragione si ha un vantaggio computazionale per niente indifferente.

Problemi nascono quando il metodo è applicato a sistemi non lineari poiché il modello di ordine ridotto (reduced order model, ROM) è costoso da valutare; le basi POD caratterizzano la dinamica del sistema in punti ben precisi quindi il modello ridotto potrebbe non riuscire a catturare in maniera opportuna la dinamica nell'intero spazio degli input.

Si riportati in Figura 3 [18] un esempio di approssimazione POD relativo alla distribuzione dell'indice di fallimento lungo una piastra quadrata delaminata, messa a confronto con i dati originali ricavati attraverso il metodo agli elementi finiti (finite element method, FEM).

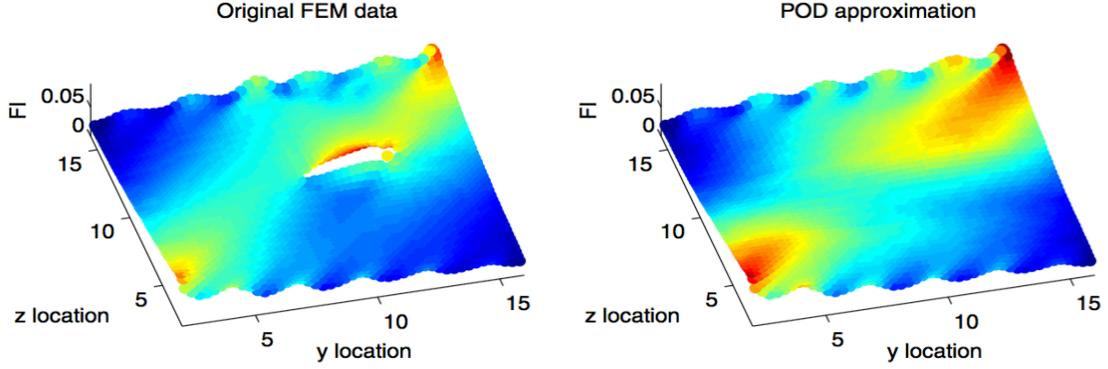


Figura 3: Esempio grafico di confronto FEM e POD [19]

L'obiettivo della POD è di ricavare un set di vettori di base ortonormali tali per cui un generico vettore \mathbf{X} (rappresentativo di una grandezza fisica) possa essere espresso come combinazione lineare delle basi secondo:

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \mathbf{U}_i = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{U}; \quad (1)$$

dove $\boldsymbol{\varepsilon}$ è il vettore dei coefficienti di combinazione lineare e $\mathbf{U} = [\mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2 \dots \mathbf{U}_N]$ è la matrice che raccoglie tutti i vettori di base, denominati anche proper orthogonal modes (POMs). A partire dalla (1) una rappresentazione ridotta del sistema è fornita da:

$$\mathbf{X} \approx \sum_{i=1}^r \varepsilon_i \mathbf{U}_i = \boldsymbol{\varepsilon}_r \mathbf{U}_r; \quad (2)$$

con $r < N$. Stavolta la matrice \mathbf{U}_r raccoglie i primi r POMs considerati come i più rappresentativi in termini energetici per la ricostruzione del sistema, garantendo l'approssimazione al modello originale secondo i minimi quadrati:

$$\text{minimize} \left\| \mathbf{X} - \sum_{i=1}^r \varepsilon_i \mathbf{U}_i \right\|_{L^2}; \quad (3)$$

Il cuore del problema risiede nella determinazione delle basi; a questo proposito viene introdotta la matrice di auto-correlazione $\mathbf{C} \in \mathfrak{R}^{N \times N}$:

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^N \mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^T; \quad (4)$$

C è simmetrica, definita positiva con autovalori reali positivi ordinati $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N \geq 0$ chiamati proper orthogonal values (POVs).

Gli autovettori della matrice C sono i POMs necessari per la costruzione del modello di ordine ridotto. Essi vengono ricavati dalla risoluzione di problemi agli autovalori del tipo:

$$CU_i = \lambda_i U_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

In alcune applicazioni ingegneristiche (FEM), il numero di GDL è così elevato che il calcolo dei POMs per l'intera matrice C risulta computazionalmente costoso. Per questa ragione è stato proposto il metodo degli *snapshot* [7]. Gli *snapshot*, ovvero le risposte del sistema sotto determinate condizioni o istanti di tempo, sono raccolte all'interno di una matrice $S = [X_1 X_2 \dots X_{N_{\text{snap}}}] \in \mathfrak{R}^{N \times N_{\text{snap}}}$ con N_{snap} pari al numero degli *snapshot*. La matrice di auto-correlazione può essere sostituita da quella di covarianza $\bar{C} = SS^T$ di dimensionalità significativamente inferiore rispetto alla C ; il problema agli autovalori può essere riformulato in maniera più semplice come:

$$S^T S U_i = \lambda_i U_i, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (6)$$

2.2.1 SVD e POD

Uno dei metodi più utilizzati per la determinazione del set di basi ortonormali è l'SVD, ovvero una fattorizzazione matriciale basata sull'uso di autovalori e autovettori. Molti autori hanno dimostrato l'esistenza di un forte collegamento tra SVD e POD per matrici rettangolari [20] [21]. Data la matrice degli *snapshot* S , l'SVD restituisce i valori singolari della matrice coincidenti con le radici quadrate dei loro autovalori. La matrice degli *snapshot* viene scomposta in 3 matrici; si riporti in Figura 4 un esempio grafico di scomposizione SVD:

- L raccoglie i vettori singolari sinistri di S ;
- R raccoglie i vettori singolari destri di S ;
- Γ matrice diagonale che raccoglie i valori singolari di S

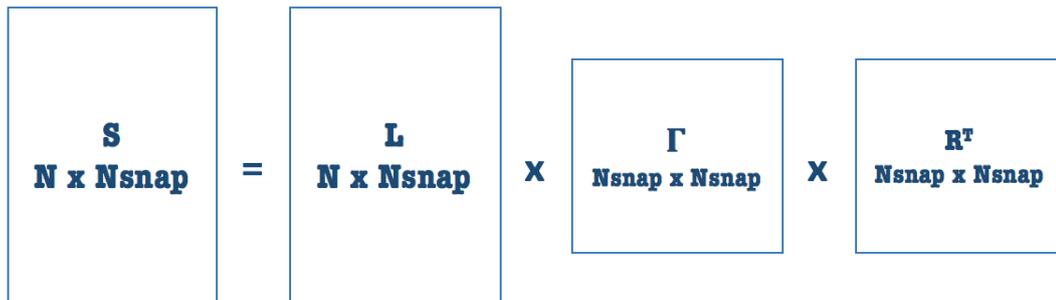


Figura 4: Esempio SVD della matrice degli *snapshot*

La scomposizione in valori singolari può essere calcolata risolvendo i seguenti due problemi agli autovalori:

$$\mathbf{S}\mathbf{S}^T = \mathbf{L}\mathbf{\Gamma}^2\mathbf{L}^T; \quad (7a)$$

$$\mathbf{S}^T\mathbf{S} = \mathbf{R}\mathbf{\Gamma}^2\mathbf{R}^T; \quad (7b)$$

Avendo definito i POMs come gli autovettori della matrice di covarianza $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{S}\mathbf{S}^T$, ne deriva che essi sono coincidenti con i vettori singolari sinistri di \mathbf{S} così come i POVs coincidono con il quadrato dei valori singolari di \mathbf{S} .

L' SVD della matrice \mathbf{S} fornisce importanti informazioni sulla energia orientata associata ad ogni colonna della matrice stessa [21]:

- (i) L'energia associata ad una sequenza di vettori \mathbf{X}_i di elementi X_{ij} costituenti la matrice degli *snapshot* \mathbf{S} ($N \times N_{snap}$) è definita attraverso la norma di Frobenius:

$$\|\mathbf{S}\|_F^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N_{snap}} X_{ij}^2; \quad (8)$$

- (ii) L'energia orientata di una sequenza di vettori \mathbf{X}_i in una certa direzione k è:

$$\|\mathbf{S}\|_F^2 = \sum_{i=1}^{N_{snap}} (\mathbf{e}_k^T \mathbf{X}_i)^2; \quad (9)$$

in cui \mathbf{e}_k rappresenta la somma delle proiezioni quadrate dei vettori lungo k .

Ciò è essenziale per determinare il numero ottimo di POMs da utilizzare dal punto di vista del contenuto energetico nel senso dei minimi quadrati.

3 *Machine learning per clustering e localizzazione*

Il raggruppamento di dati è fondamentale per molti scopi nel campo dell'ingegneria, scienza e tecnologia. Quando le caratteristiche dei gruppi di suddivisione sono definite a priori, assegnare un dato ad un gruppo si definisce "classificazione"; essa si basa su tecniche di apprendimento supervisionato (supervised learning, SL) [22] [23] [24]. In molte occasioni, però, le proprietà, così come la numerosità, dei gruppi non sono note a priori per cui bisognerà raggruppare i dati a seconda di determinate similarità; in questo caso si parla di *clustering*. Il *clustering* si basa, in genere, su tecniche di apprendimento non supervisionate (unsupervised competitive learning, UCL) [25].

Il clustering è un'applicazione supportata e realizzata attraverso tecniche di machine learning (ML) per imparare le strutture che caratterizzano i dati a disposizione secondo determinati criteri di similarità. Secondo Rokach [25] il clustering divide i dati in dei subset o cluster tali per cui, dati con attributi simili appartengono allo stesso subset. La struttura di clustering può, quindi, essere rappresentata da una serie di subset S_i :

$$S_1 \cap S_2 \cap S_3 \dots \cap S_i = \emptyset \quad (10)$$

Nella nostra indagine è stato utilizzato un particolare algoritmo denominato self organizing map (SOM) per la localizzazione dei coefficienti modali del modello ridotto in 16 cluster di una rete neurale.

3.1 *Review delle tecniche principali*

In letteratura sono presentati diversi approcci al clustering caratterizzati da diversi principi [26] [27]. Fraley e Raftery [28] hanno proposto una classificazione in 2 macro-categorie: tecniche gerarchiche o di partizionamento. Han et al. [29] suggeriscono tre categorie aggiuntive ovvero:

- 1) Metodi basati sulla densità;
- 2) Metodi basati sul modello;
- 3) Metodi basati sulla griglia.

Si riporti in Figura 5 la tassonomia degli approcci al clustering come proposto da Fraley e Raftery [28]:

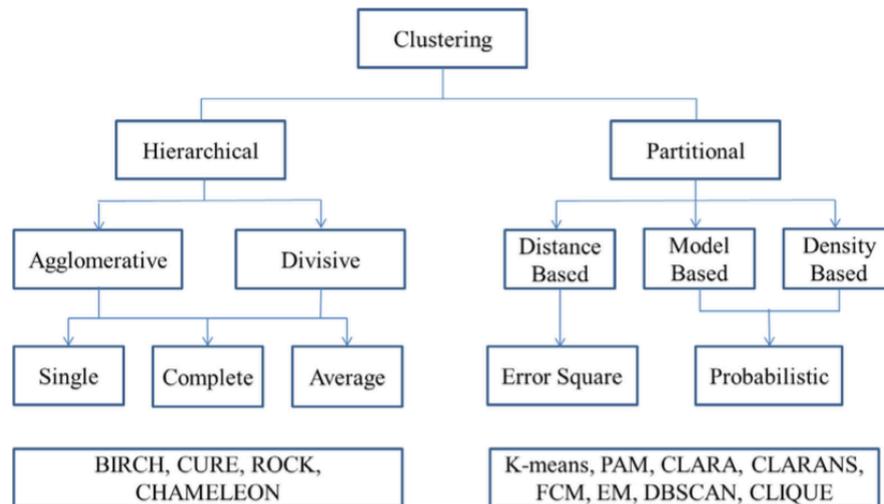


Figura 5: Tassonomia degli approcci al clustering [28]

3.1.1 Metodi di clustering gerarchico

In questi metodi i cluster vengono determinati attraverso un processo iterativo in cui i vari elementi sono suddivisi secondo un approccio top-down (clustering gerarchico divisivo) o bottom-up (clustering gerarchico agglomerativo), fino a quando tutti gli elementi sono stati assegnati ad un cluster. I metodi gerarchici portano alla formazione dei dendogrammi che mostrano le sequenze di unione o suddivisione; si riporti in Figura 6 un esempio rappresentativo dello sviluppo di un dendogramma secondo entrambi gli approcci:

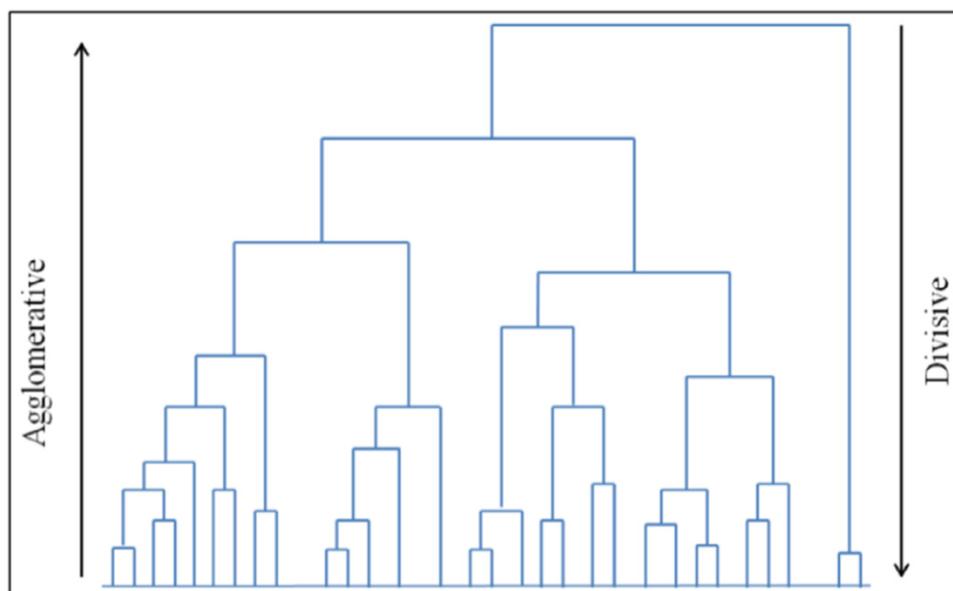


Figura 6: Esempio di Dendogramma derivante da clustering gerarchico [30]

Questi metodi possono essere ulteriormente suddivisi in base al legame che sussiste tra due cluster. In questo caso distinguiamo 3 categorie:

- Single-linkage clustering;
- Complete-linkage clustering;
- Average-linkage clustering;

Si riporti in Figura 7 e in Figura 8 un esempio grafico rappresentativo della definizione di distanza per le 3 categorie sopra citate. Siano dati due set di cluster: A, di elementi a, e B di elementi b. Nel single-linkage clustering la distanza tra due cluster è determinata come la minima tra qualsiasi elemento di entrambi i cluster:

$$\min\{d(a, b): a \in A, b \in B\} [31]; \quad (11)$$

nel complete-linkage clustering è il contrario:

$$\max\{d(a, b): a \in A, b \in B\} [31]. \quad (12)$$

L'ultima categoria è rappresentata dall' average-linkage clustering in cui la distanza tra due cluster è determinata dalla distanza media tra gli elementi di entrambi i cluster:

$$\frac{1}{|A||B|} \sum_{a \in A} \sum_{b \in B} d(a, b); [32] \quad (13)$$

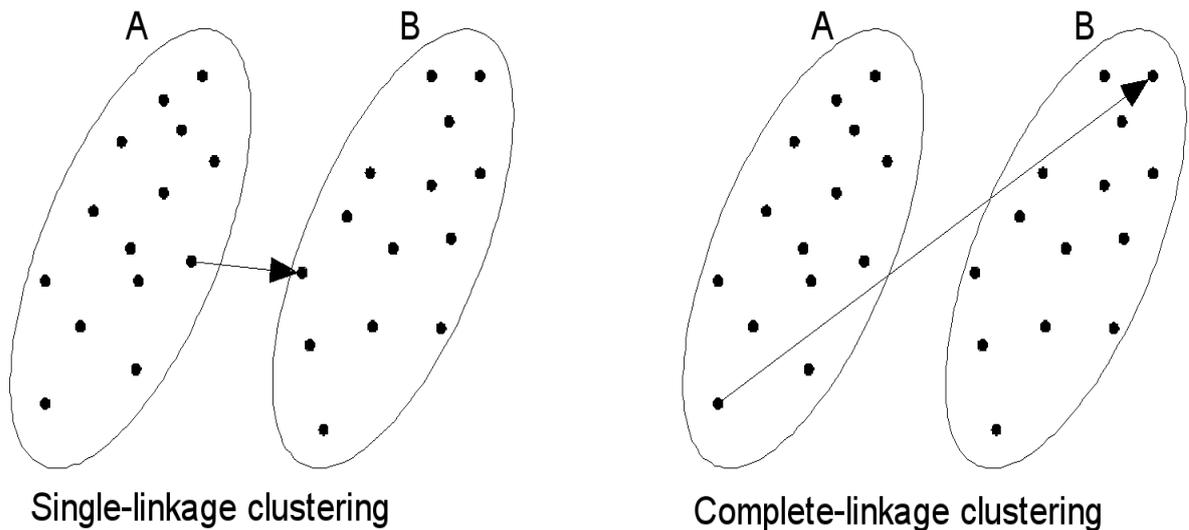


Figura 7: Esempio di distanza nel single e complete linkage [30]

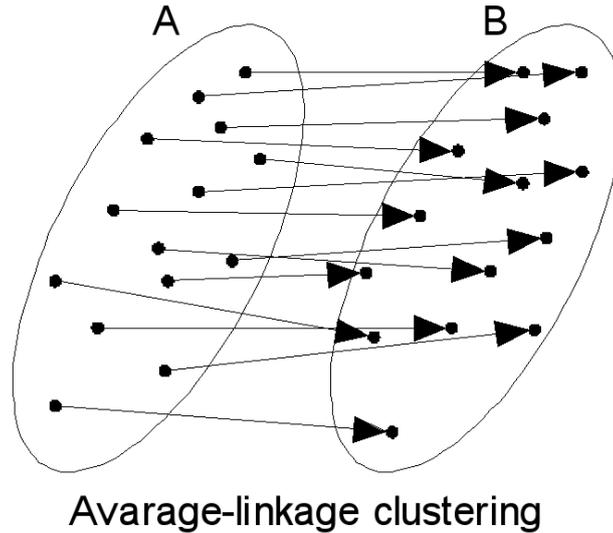


Figura 8: Esempio di distanza nell' average linkage clustering [30]

Gli inconvenienti legati agli algoritmi di clustering gerarchico (hierarchical clustering, HC) sono la mancanza di robustezza e l'elevata sensibilità a rumore e valori anomali. Quando un dato è assegnato al cluster lo stesso non viene più considerato per cui in questi algoritmi non è prevista la correzione successiva ad una possibile cattiva classificazione. Definito N il numero dei dati da classificare, la complessità computazionale legata agli algoritmi HC è $O(N^2)$; ciò ne limita l'applicazione a set di dati poco numerosi.

3.1.2 Metodi di clustering di partizionamento

Opposti a quelli di HC, questi metodi classificano i dati in cluster seguendo l'ottimizzazione di una certa funzione-criterio [33]; per esempio la distanza Euclidea trova la minima distanza tra il punto da assegnare e i cluster disponibili. Gli algoritmi più utilizzati sono il “*K-means*” (KM) e il “*Fuzzy c-means*”(FCM).

Il KM consiste nel definire il centroide del cluster e nell'assegnare il dato minimizzando la quantità J :

$$\text{minimize } J = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n \|x_i - o_j\|^2; \quad (14)$$

in cui n è il numero di dati da suddividere, k il numero di cluster e $\|x_i - o_j\|^2$ la distanza tra l' i -esimo dato da assegnare e il j -esimo cluster rappresentato dal proprio centroide.

Sebbene il KM sia uno degli algoritmi tra i più utilizzati, presenta degli inconvenienti: è molto sensibile al rumore e ai valori anomali e non esiste un metodo universale per la scelta del numero iniziale di cluster.

Al contrario del KM nel FCM [34] [35] ogni punto può essere assegnato a più cluster; la funzione criterio da minimizzare è la seguente:

$$\text{minimize } J_m = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k u_{ij}^m \|x_i - o_j\|^2; \quad (15)$$

dove $1 < m < \infty$ permette di controllare quanto “fuzzy” siano i confini tra i cluster, ovvero quanti dati possono appartenere a più cluster; u_{ij} rappresenta il grado di appartenenza del dato i -esimo al cluster j -esimo. Anche il FCM possiede gli stessi svantaggi del KM e, inoltre, lavora meno velocemente.

3.2 Varianti del clustering: metodi model-based

Questi particolari metodi ricercano la miglior compatibilità tra dati e particolari modelli matematici. Sono simili ai metodi convenzionali e i più utilizzati sono quelli basati sulle reti neurali. Tra le architetture introdotte ne spicca una particolarmente interessante presentata da Kohonen nel 1980 [36] [37] e denominata SOM.

3.2.1 Self-organizing map

Essendo una rete neurale, la strategia SOM nasce dall’idea di cercare di replicare il funzionamento complesso e non lineare del cervello umano, contenente miliardi di neuroni integrati in numerose reti neurali, in termini di immagazzinamento di informazioni relative ad esperienze passate così da renderle disponibili per scopi futuri. Le SOMs sfruttano il processo di UCL per produrre un modello in grado di fornire una rappresentazione della struttura dei dati a disposizione, preservando le similarità tra i dati stessi. I processi comuni nelle SOM sono:

- 1) Competitive Process: fase fondamentale nelle SOM è quella dell’allenamento che viene realizzato presentando alla mappa un input alla volta (sequential training) o l’intero dataset (batch training). Si considerino un vettore iniziale di input x e un vettore iniziale di pesi t_j :

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n] \quad (16)$$

$$t_j = [t_{j_1}, t_{j_2}, \dots, t_{j_n}] \quad (17)$$

L'allenamento consiste nell'assegnare ogni elemento ad un cluster minimizzando la somma delle distanze tra gli input x e i pesi t_j calcolata alla fine di ogni epoca (o iterazione); definendo con k il numero di cluster:

$$D = \sum_{j=1}^k (x - t_j)^2; \quad (18)$$

Si calcola il neurone vincitore (best matching unit, BMU) che rappresenta la classe di appartenenza dell'elemento:

$$c_j = \arg \min (\|x - t_j\|) \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (19)$$

Durante il competitive process vengono aggiornati i pesi del solo neurone vincitore attraverso un coefficiente ω chiamato tasso di apprendimento (learning rate, LR) che definisce la portata dell'aggiornamento:

$$\Delta t_j = \omega(x - t_j) \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (20)$$

La Figura 9 riporta graficamente il competitive process:

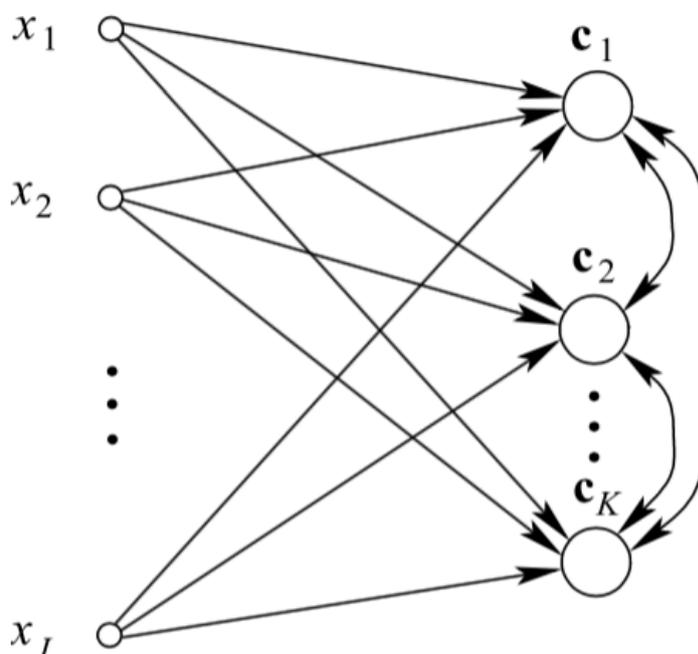


Figura 9: Architettura competitive learning [38]

- 2) Cooperative Process: La BMU determina una vicinanza topologica di neuroni eccitati che possono, quindi, cooperare. Le funzioni $f(t_j)$ utilizzate per definire la vicinanza di neuroni sono diverse: distribuzione gaussiana, a sombrero, conica o cilindrica [39].

3) Adattamento Sinaptico: Attraverso il processo di regolazione dei pesi i neuroni vicini modificano il proprio valore della funzione discriminante in base ai vettori di input:

$$t_j^{new} = t_j^{old} + f(t_j)\Delta t_j^{old} \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (21)$$

In Figura 10 si riportano le topologie SOM più comuni:

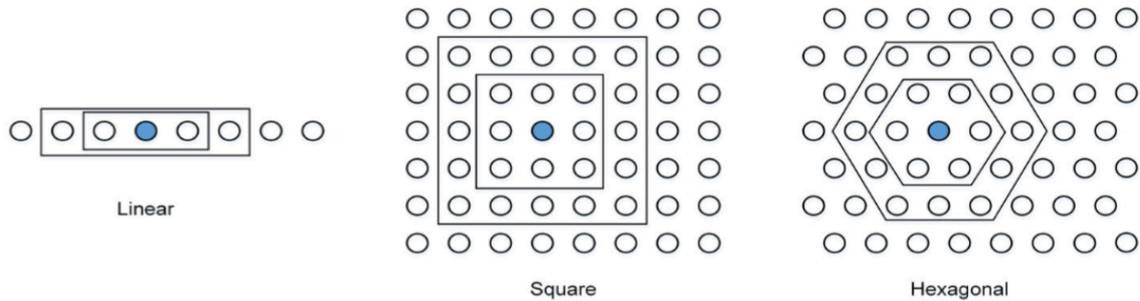


Figura 10: Topologie SOM 1D e 2D [40]

Si riporti in Figura 11 un esempio di SOM sample hits: un grafico che mostra la topologia dei cluster e il numero di input assegnati ad ognuno di essi. È stato ottenuto allenando una rete neurale attraverso una matrice contenente 100 vettori di input relativi agli indici di danneggiamento strutturale ricavati da simulazioni modali a elementi finiti (finite element, FE) effettuate su piastre in composito delaminate.

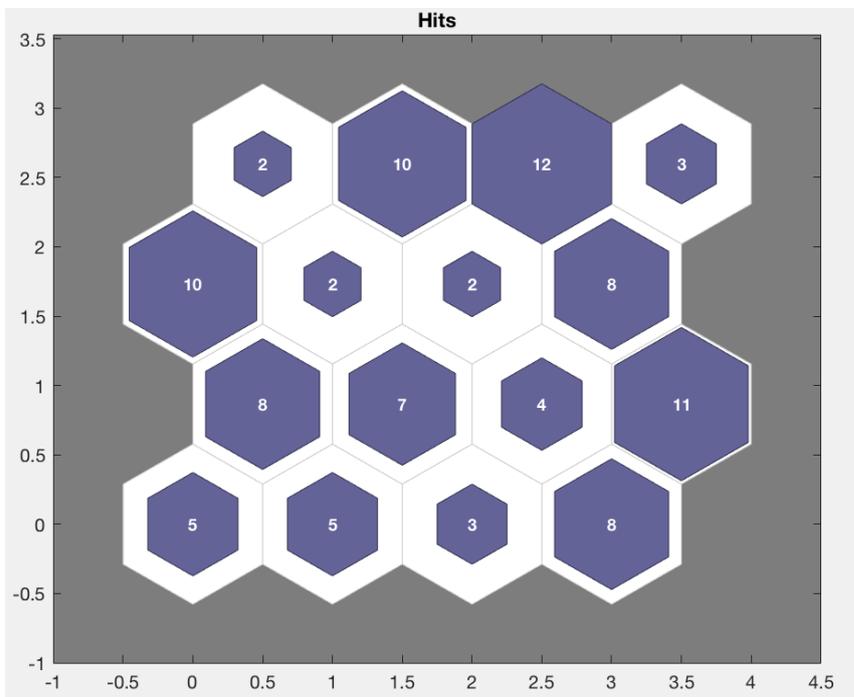


Figura 11: Esempio di un SOM Sample Hits

Le SOM hanno 4 proprietà fondamentali [41]:

- 1) La mappatura finale fornisce una buona approssimazione dello spazio di input;
- 2) La posizione dei neuroni nella griglia SOM è topologicamente legata alle caratteristiche dello spazio di input;
- 3) La densità dei neuroni nella griglia approssima la distribuzione statistica dello spazio di input;
- 4) La mappa estrae le caratteristiche che meglio descrivono la distribuzione statistica di fondo dello spazio di input.

Al contrario dei classici approcci al clustering, pesanti a livello computazionale poiché prevedono che ogni vettore sia confrontato con tutti gli altri in maniera iterativa, il che potrebbe risultare time consuming per grandi quantità di dati, gli algoritmi SOM permettono la caratterizzazione veloce anche di grandi reti neurali.

4 Metodi basati sulla caratterizzazione modale delle strutture per il rilevamento del danno

I metodi basati sulla caratterizzazione modale per il rilevamento del danno (damage detection, DD) sono tra i più utilizzati nell'ambito del monitoraggio delle condizioni strutturali (structural health management, SHM); questo perché alcune delle caratteristiche dinamiche quali frequenze naturali, forme modali e smorzamento modale sono fortemente legate allo stato fisico delle strutture. Ne deriva che un cambiamento di queste caratteristiche può essere utilizzato come indice di rilevamento e localizzazione del danno in strutture in materiale composito inserendosi all'interno dei test non distruttivi (non destructive testing, NDT).

In particolare durante la nostra indagine è stato utilizzato il gapped smoothing method (GSM) il quale permette di determinare le curvature modali di una struttura integra, definite come le derivate seconde rispetto alla variabile spaziale delle forme modali, utilizzando i soli dati relativi alla stessa struttura danneggiata. Questo metodo permette di evitare la pianificazione di prove sperimentali o numeriche atte alla determinazione del comportamento modale della struttura integra. Avendo a disposizione i valori delle curvature per struttura integra e danneggiata si definiscono gli indici di danneggiamento strutturale come somma dei quadrati delle differenze tra le due curvature.

4.1 Effetto della delaminazione sui parametri dinamici

La delaminazione è una delle tipiche tipologie di danno caratteristiche dei laminati in materiale composito. Generalmente induce due effetti dinamici principali nei laminati: diminuzione della rigidità che porta a frequenze modali più basse e aumento dello smorzamento. I metodi di rilevamento della delaminazione basano la loro esistenza proprio sui “modi di delaminazione”. L'effetto della delaminazione sulle frequenze naturali dipende dalla posizione ed estensione del danno.

Tracy e Pardoën [42] dimostrano che i primi modi di piastre e travi in composito sono poco sensibili alla presenza di piccole porzioni delaminate; incrementando la dimensione del danno ed esaminando l'effetto su più modi si nota come la presenza della delaminazione sia più visibile.

In Figura 12 viene riportato un esempio grafico che mostra forme modali, derivata prima ($\partial/\partial x$) e derivata seconda ($\partial^2/\partial x^2$) relative a pannelli curvi eccitati alla prima e alla seconda frequenza propria. L'esempio mostra che i modi a più alta frequenza e le derivate seconde sono più sensibili all'effetto della delaminazione.

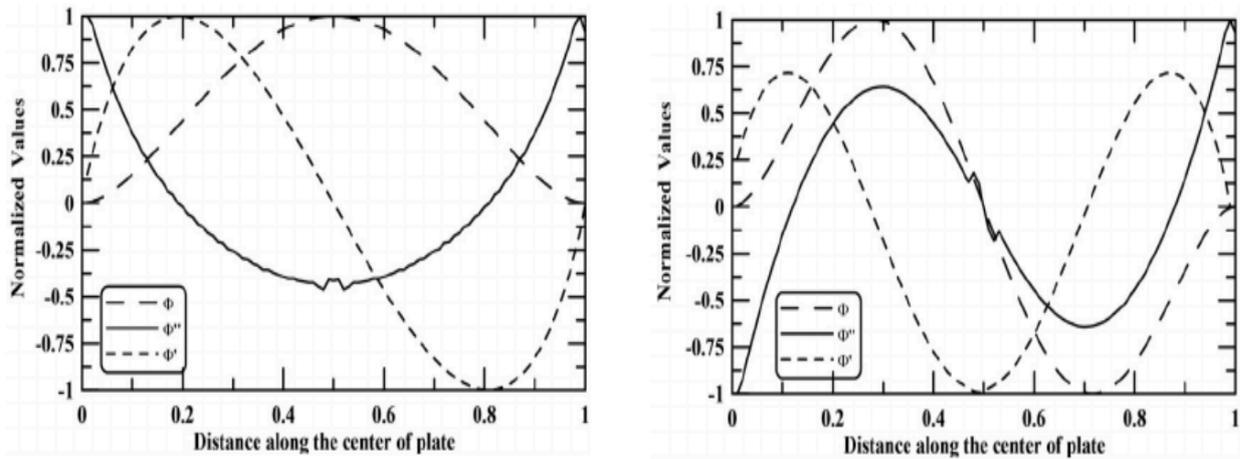


Figura 12: Esempio effetto della delaminazione su modi a diversa frequenza per pannelli curvi incastrati [43]

L'effetto dinamico di una delaminazione non è solamente influenzato dalla posizione ed estensione del danno, ma anche dalla sequenza di laminazione; sequenze più complesse portano ad effetti più evidenti. In [44] viene sottolineato come una delaminazione causi uno shift in frequenza; il suo massimo avviene nei modi caratterizzati da lunghezza d'onda pari approssimativamente alla dimensione dell'area delaminata. Il miglior indicatore dinamico di delaminazione è lo smorzamento, poiché risulta molto sensibile alla delaminazione, sebbene sia molto complesso da elaborare. Per piccole delaminazioni ciò che diminuisce è lo smorzamento viscoelastico, mentre per grandi delaminazioni viene interessato lo smorzamento d'attrito.

La delaminazione interessa anche le forme modali. Danni più grandi e più vicini alla superficie esposta causano forme modali più irregolari.

4.2 Review dei metodi principali

La maggior parte dei metodi di DD basati sulla caratterizzazione modale delle strutture si basano sui parametri come: frequenze naturali, forme modali e fattori di smorzamento. In particolare nell'ambito del DD di strutture in composito sono stati proposti modelli non lineari per la localizzazione di danni quali cricche e delaminazioni. Sfortunatamente, la transizione dalla ricerca all'applicazione pratica di queste particolari strategie è complessa perché l'informazione potrebbe deteriorarsi con il processamento dei dati.

4.2.1 Metodi basati sugli spostamenti

Si è dimostrato che le forme modali sono sensibili al danno e poco influenzate da condizioni ambientali come temperatura e frequenze naturali [45]; esse sono, quindi, capaci di fornire la posizione del danno [46]. Il metodo degli spostamenti modali si basa sul confronto tra la freccia modale della struttura danneggiata w^* e integra w considerando più modi propri (1, ..., M) e tutti i nodi di suddivisione della struttura:

$$\Delta W_j = \sum_{i=1}^M |w_{ij}^* - w_{ij}|; \quad (22)$$

In (19) il pedice i si riferisce al modo di eccitazione e il pedice j al nodo. Con l'applicazione del metodo si ottiene la distribuzione del parametro ΔW per tutti i nodi della struttura; valori $\neq 0$ sono indicatori di danno.

4.2.2 Metodi basati sulla rotazione

Un altro semplice metodo si basa sul confronto dei quadrati delle derivate prime, rispetto alla variabile spazio, delle forme modali tra struttura danneggiata e integra; utilizzando la stessa simbologia introdotta in 4.2.1 si ha:

$$\Delta W_j'^2 = \sum_{i=1}^M |w_{ij}'^{*2} - w_{ij}'^2|; \quad (23)$$

4.2.3 Metodi basati sulla curvatura

Questi ultimi sono i più utilizzati poiché le curvature mostrano una più spiccata sensibilità al danno [47], sebbene la determinazione delle stesse a partire dalle forme modali (derivate seconde rispetto alla variabile spaziale) può portare a rumore indesiderato. Utilizzando un vibrometro a scansione laser (scanning laser doppler vibrometer, SLVD) l'efficienza del metodo è elevata poiché non è previsto il contatto con la struttura da analizzare; ciò permette l'ottenimento di dati sperimentali più accurati. Utilizzando la stessa simbologia introdotta in 4.2.1:

$$\Delta W_j'' = \sum_{i=1}^M |w_{ij}''^{*} - w_{ij}''|; \quad (24)$$

È stato dimostrato che per modi a più alta frequenza si osserva contemporaneamente un picco più evidente in corrispondenza del danno e dei picchi più piccoli in zone della struttura non

danneggiate; ciò potrebbe portare a confusione per quelle applicazioni in cui la posizione del danno è sconosciuta. A questo proposito si riporta in Figura 13 un esempio grafico di applicazione del metodo su di una trave in fibra di vetro e resina epossidica la quale presenta un taglio delle fibre:

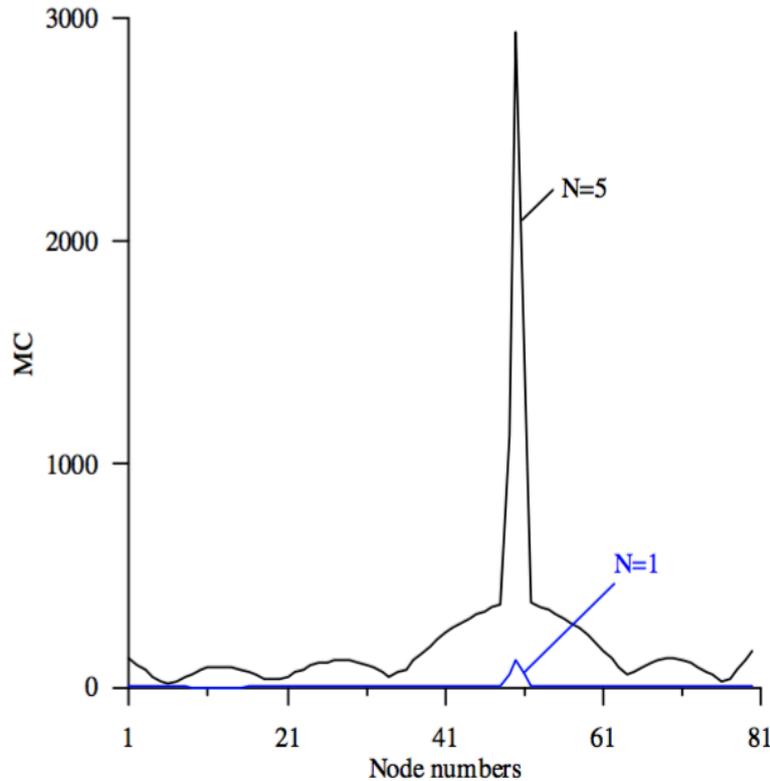


Figura 13: Esempio di applicazione di metodi basati sulla curvatura per DD [48]

4.2.4 Metodo basato sull'energia di deformazione modale

Il metodo basato sull'energia di deformazione modale (modal strain energy method, MSEM) è stato introdotto da Stubbs e Kim [49] come metodo per la localizzazione di danni su strutture unidimensionali; in seguito venne sviluppato da Cornwell per l'applicazione su piastre [50]. Il metodo consiste nel determinare l'energia di deformazione per le piastre integre K_{ij} e danneggiate K_{ij}^* in cui il pedice j indica il modo e i l'elemento della piastra. Si procede con la mappatura del rapporto f_j delle energie di deformazione:

$$f_j = \frac{K_{ij}^*}{K_{ij}}; \quad (25)$$

Ci si aspetta che f_j sia diverso da 1 in corrispondenza del danno. f_j è influenzato dalla frequenza di eccitazione; per questa ragione si fa riferimento al rapporto f_m di energia di deformazione cumulativo:

$$f_m = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M f_{jm}; \quad (26)$$

in cui il parametro M rappresenta i modi di eccitazione delle piastre.

4.3 Gapped Smoothing Method

Tutti i metodi descritti brevemente al paragrafo 4.2 necessitano di un set di dati sperimentali o di un modello matematico della struttura non danneggiata così da simulare la risposta dinamica del sistema. Per superare l'inconveniente legato ad una possibile non conoscenza del comportamento modale della struttura integra Ratcliffe [51] sviluppò un approccio denominato gapped smoothing method (GSM) per le travi; esso opera sfruttando i soli dati relativi alla struttura danneggiata. Il metodo permette di evitare eventuali false segnalazioni di errore: affinché la tecnica fornisca risultati attendibili è necessario avere dati ottenuti per mezzo di simulazioni numeriche o sperimentazioni su strutture quanto più simili possibile, che differiscono al massimo solo per l'area danneggiata. Se le condizioni di prova della struttura integra e di quella danneggiata sono differenti si potrebbero evidenziare delle differenze tra le curvature modali, probabilmente non dovute a danneggiamento. L'efficacia del metodo e la sua funzionalità legata all'utilizzo delle forme modali delle sole strutture danneggiate sono i motivi per i quali abbiamo scelto di utilizzare il GSM per la nostra indagine.

L'idea che sta alla base del GSM è quella per cui la caratterizzazione modale di una struttura integra ha una forma regolare, o meglio *smooth*. Essa può essere descritta matematicamente da funzioni polinomiali. Quando la struttura viene danneggiata, la curvatura mostra delle irregolarità in presenza del danno. Ne deriva che la differenza tra il valore reale della curvatura e il corrispettivo valore *smoothed* può identificare posizione ed entità del danno.

In Figura 14 viene riportato un esempio grafico di applicazione del GSM ad una trave. La figura rappresenta la distribuzione di curvatura ϕ'' lungo la trave suddivisa in nodi x_i . Il GSM permette di ricavare il valore di curvatura per la struttura integra C_i smussando la ϕ'' . Confrontando i valori di ϕ'' e C_i possono essere definiti gli indici di danneggiamento δ_i :

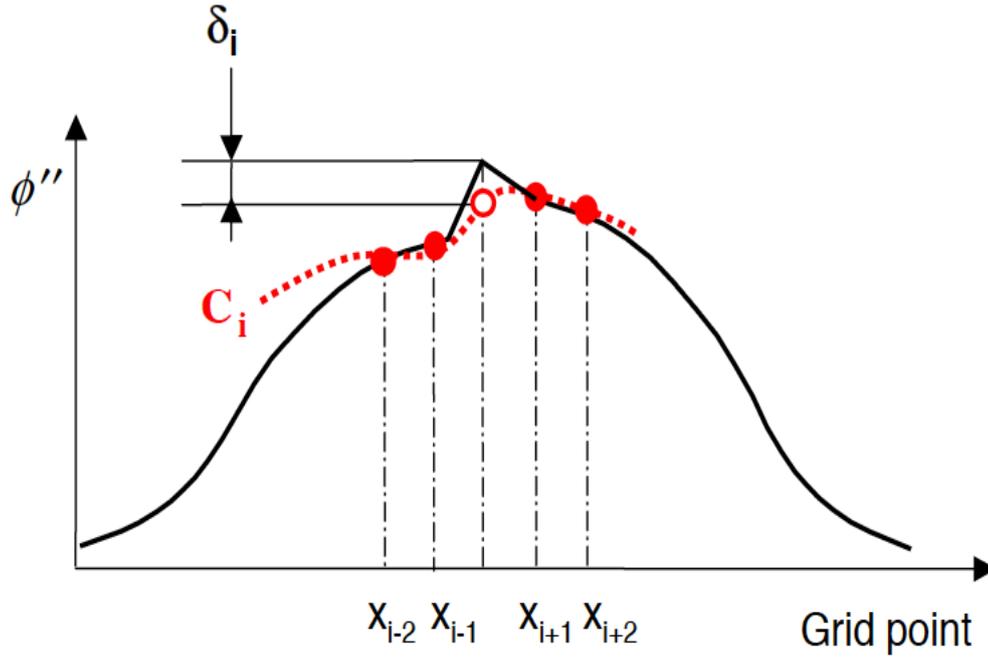


Figura 14: Esempio di applicazione GSM [52]

Il GSM può essere esteso al 2D [52] sfruttando i dati ottenuti da piastre per generare gli indici di irregolarità strutturale. Per applicare il metodo GSM alle strutture 2D il primo passo consiste nel valutare la risposta dinamica della struttura bidimensionale analizzata in una griglia di punti di misura equi-spaziati. In seguito è necessario derivare le curvatures dalle forme modali w nei punti di misura con il metodo delle differenze finite, sfruttando le w dei punti adiacenti. La Figura 15 mostra in nero i particolari punti le cui informazioni sulle forme modali sono necessarie per la determinazione delle curvatures nel punto in esame marcato di bianco di coordinate generiche $(x_i; y_j)$. Nel caso particolare di strutture bidimensionali le componenti di curvatura sono tre: C_{xx}^m longitudinale, C_{yy}^m trasversale e C_{xy}^m torsionale. L'apice "m" indica che la curvatura si riferisce alla struttura danneggiata.

$$C_{xx}^m(x_i, y_j) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x_i, y_j) \cong \frac{w(x_{i+1}, y_j) - 2w(x_i, y_j) + w(x_{i-1}, y_j))}{h_x^2}; \quad (27)$$

$$C_{yy}^m(x_i, y_j) = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}(x_i, y_j) \cong \frac{w(x_i, y_{j+1}) - 2w(x_i, y_j) + w(x_i, y_{j-1}))}{h_y^2}; \quad (28)$$

$$C_{xy}^m(x_i, y_j) = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}(x_i, y_j) \cong \frac{w(x_{i+1}, y_{j+1}) - w(x_{i-1}, y_{j+1}) - w(x_{i+1}, y_{j-1}) + w(x_{i-1}, y_{j-1}))}{h_x^2}; \quad (29)$$

con h_x e h_y si indicano le distanze tra i punti della griglia di misura lungo x e y (passo).

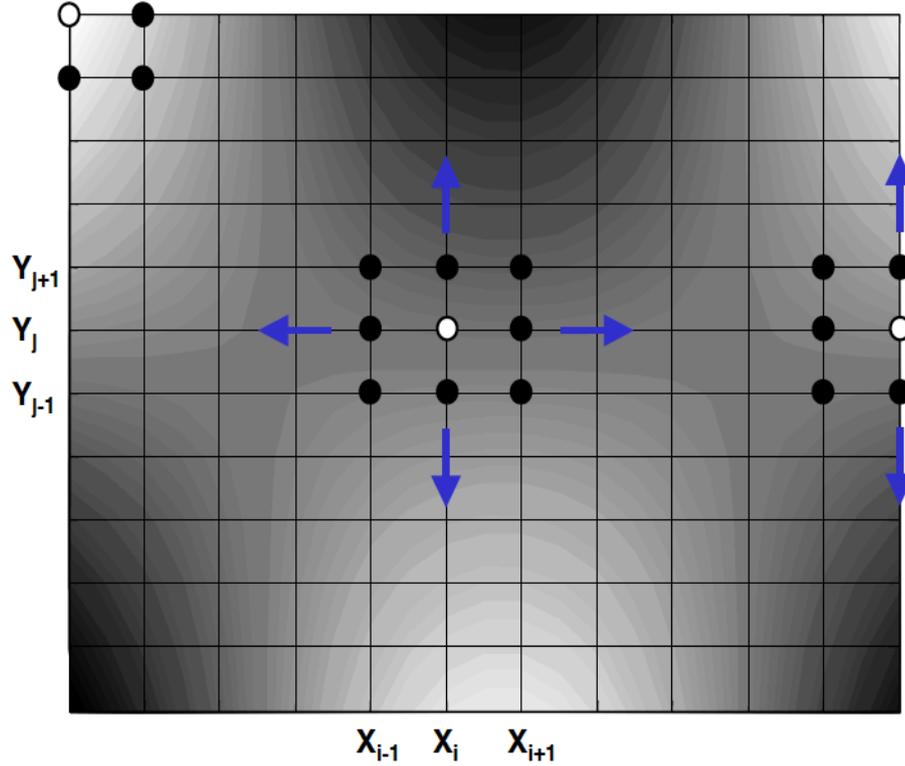


Figura 15: Esempio di griglia per l'utilizzo delle differenze finite [52]

La curvatura di una struttura bidimensionale integra può essere descritta dalla seguente funzione polinomiale:

$$C(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^2y + a_7xy^2; \quad (30)$$

Tutti i coefficienti a_i incogniti possono essere determinati imponendo l'uguaglianza seguente negli 8 punti di misura adiacenti al punto in esame, indicati di nero in Figura 15:

$$C(x_i, y_j) = C^m(x_i, y_j); \quad (31)$$

Se la struttura è danneggiata i picchi vengono smussati; si ottiene così un valore della curvatura simile a quello assunto dalla corrispettiva struttura non danneggiata. I valori delle curvature ottenuti possono essere utilizzati per mappare lungo la piastra gli indici di danneggiamento $\delta_{i,j}$, utilizzati come indicatori del danno:

$$\delta_{i,j} = \sigma_{xx} [C_{xx}^m(x_i, y_j) - C_{xx}(x_i, y_j)]^2 + \sigma_{yy} [C_{yy}^m(x_i, y_j) - C_{yy}(x_i, y_j)]^2 + \sigma_{xy} [C_{xy}^m(x_i, y_j) - C_{xy}(x_i, y_j)]^2; \quad (32)$$

con $0 \leq \sigma_{ij} \leq 1$ indice il cui valore condiziona il peso di una componente di curvatura piuttosto che un'altra. Durante l'indagine è stato deciso di assegnare ai tre σ valore unitario per dare uguale peso alla curvatura longitudinale, trasversale e torsionale.

5 Overview sui pannelli

In questo capitolo viene presentata una breve panoramica sulle piastre in composito che costituiscono la base applicativa del lavoro proposto. Viene riportata in particolare una descrizione di come sono state realizzate e della campagna sperimentale atta alla caratterizzazione del loro materiale. I pannelli sono stati preparati e gentilmente messi a disposizione nel contesto di una collaborazione di ricerca.

5.1 Campagna sperimentale

Ogni piastra è un laminato in fibra di carbonio plain-weave pre-impregnato di dimensioni 102x458 mm. Le lamine in totale sono 4 con sequenza di laminazione simmetrica: $[45^\circ/0^\circ/0^\circ/45^\circ]$. In Figura 16 vengono riportate geometria e sequenza di laminazione delle piastre. Ogni pannello può essere considerato come facente parte del dorso o ventre di una generica ala. La delaminazione è stata indotta posizionando tra la 3^a e la 4^a lamina uno strato di Flashbreaker2CBS (poliestere) in punti predeterminati. Si riportino di seguito le caratteristiche delle delaminazioni indotte.

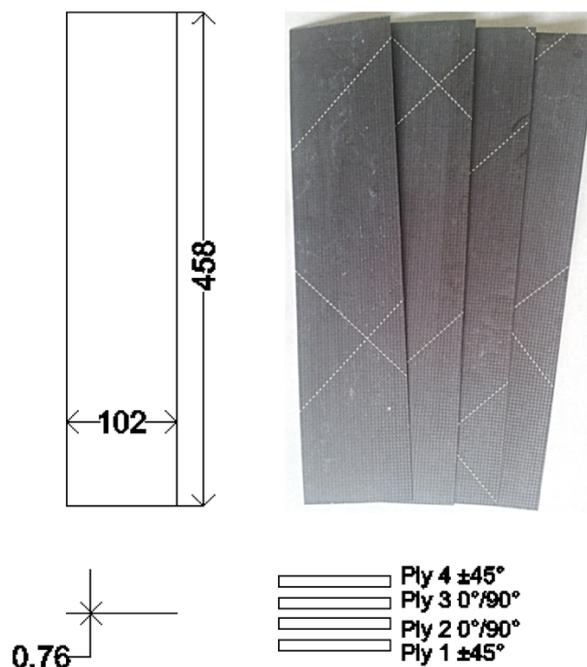


Figura 16: Dimensioni e sequenza di laminazione delle piastre

- **DELAMINAZIONE SIMMETRICA:** Il centroide della delaminazione giace lungo l'asse longitudinale della piastra. Sono stati prodotti pannelli per 4 estensioni diverse del danno e per 3 diverse altezze lungo l'asse longitudinale, per un totale di 36.

Tabella 1: Posizioni ed estensioni della delaminazione simmetrica

36 Coupons	Posizione lungo y [mm]		
Dimensione ($\Delta x, \Delta y$)	229	343	413
(13,13) [mm]	3 Coupons	3 Coupons	3 Coupons
(13,26) [mm]	3 Coupons	3 Coupons	3 Coupons
(26,26) [mm]	3 Coupons	3 Coupons	3 Coupons
(26,52) [mm]	3 Coupons	3 Coupons	3 Coupons

- **DELAMINAZIONE ASIMMETRICA:** In questo caso la delaminazione è piazzata lungo l'estremo destro del pannello; il danno non risulta essere più simmetrico rispetto all'asse longitudinale. Valgono le stesse caratteristiche riportate in Tabella 2.

In Figura 17 vengono quotati i centroidi delle delaminazioni sia nel caso simmetrico che asimmetrico:

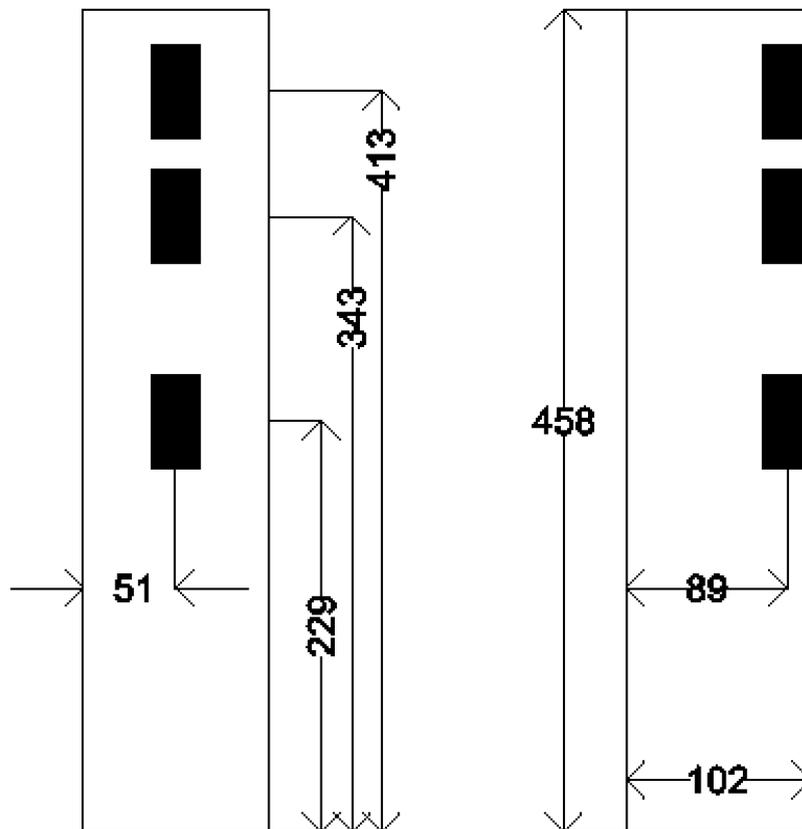


Figura 17: Layout dei Pannelli

5.2 Caratterizzazione e verifica delle proprietà del materiale

Affinché le simulazioni numeriche per la determinazione e correzione del modello surrogato fossero portate a termine a dovere, è stato necessario condurre un'indagine per la caratterizzazione e verifica delle proprietà meccaniche e fisiche del materiale di cui sono fatti i pannelli. Per questo motivo sono state organizzate delle prove sperimentali di trazione uniassiale su provini integri. I dati ottenuti sono stati confrontati con quelli relativi a simulazioni numeriche. Nelle Tabelle 2 e 3 viene indicato il materiale costituente i pannelli e riportate le caratteristiche fisiche e meccaniche da verificare ad esso associate. Queste sono riportate nella tabella "Summary of Published Material Properties" [53] pubblicata dal National Center for Advanced Materials Performance (NCAMP):

Tabella 2: Fibra e matrice del composito costituente le piastre

Resina	Fibra	Forma
Hexcel 8552	AS4 [54]	Plain weave

Tabella 3: Proprietà Hexcel8552/AS4

E₁	64121 MPa
E₁	64121 MPa
G₁₂	5722 MPa
v₁₂	0.031
ρ	1570 kg/m ³

Gli esperimenti sono stati realizzati presso il LAQ-AERMEC del Politecnico di Torino. Le prove di trazione uniassiale sono state eseguite bloccando gli estremi superiore ed inferiore del provino sulle traverse del banco prova pannelli PTA-BPP-511 [55] e misurando, dopo l'imposizione di un spostamento prestabilito della traversa mobile, la forza che la piastra oppone alla propria deformazione. In Figura 18 si riportano i dati sperimentali ottenuti, ordinati in un grafico che reca in ascisse la forza e in ordinate gli spostamenti assegnati; la forza registrata assume un comportamento pressoché lineare con una variazione di pendenza registrata nella parte finale dell'esperimento dovuta ad un lieve scorrimento del provino lungo le traverse del banco prova utilizzato, riportato in Figura 19.

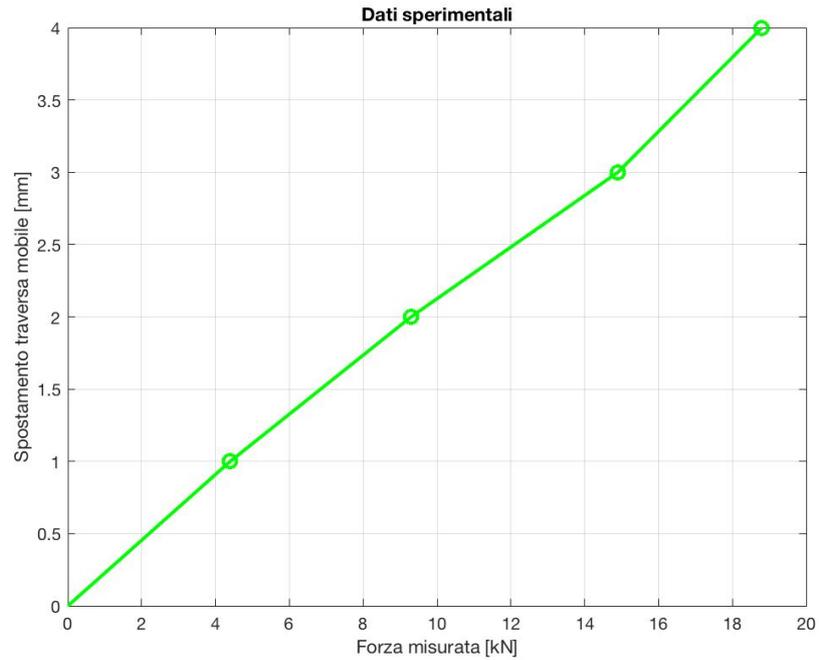


Figura 18: Risultati ottenuti dalla prova di trazione

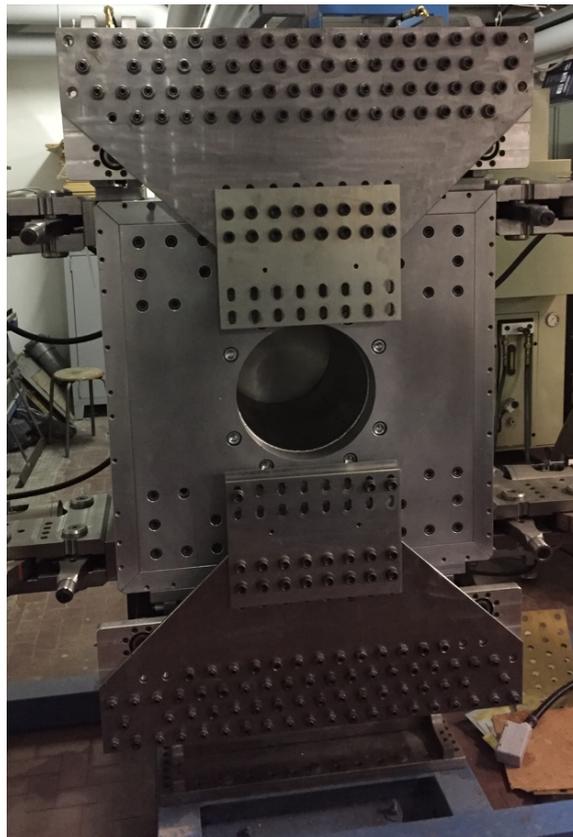


Figura 19: Banco prova pannelli

Le simulazioni numeriche sono state condotte attraverso un modello a elementi finiti (finite element, FE) sviluppato in ambiente Matlab e basato su elementi CQUAD4 membranali; l'applicazione di un carico a trazione, vista la simmetria di laminazione, determina la nascita di

sole deformazioni nel piano. Il modello calcola la deformata statica del pannello, quindi gli spostamenti dei nodi, come mostrato in Figura 20, simulando le condizioni di vincolo e carico della prova sperimentale.

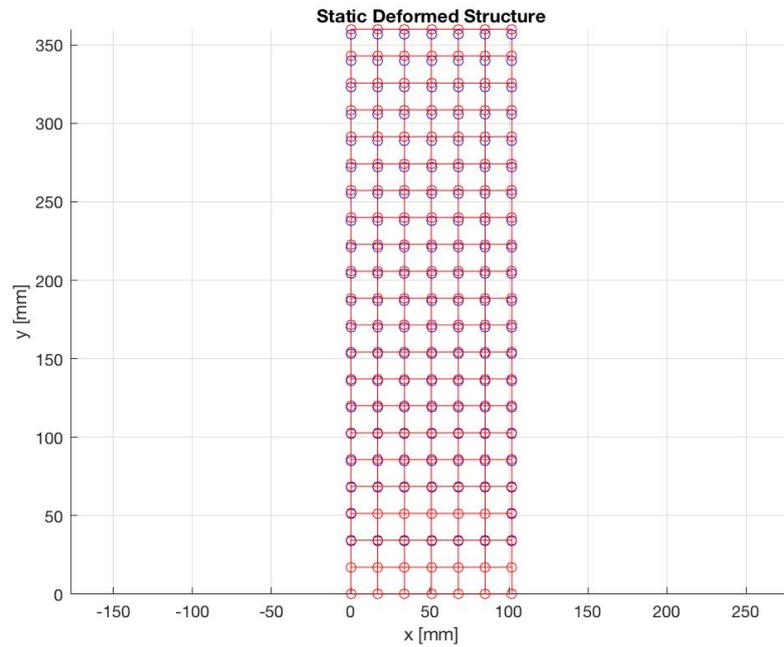


Figura 20: Esempio di calcolo di deformata statica

È stato confrontato lo spostamento dei nodi d'estremità ottenuto dalle simulazioni con quello della traversa mobile relativo alle prove sperimentali e i risultati sono riportati in Figura 21.

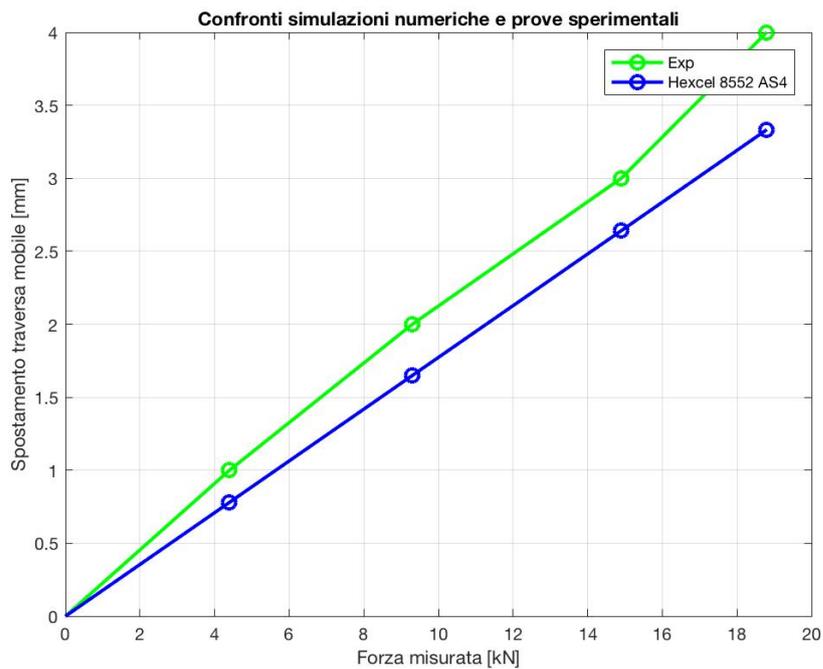


Figura 21: Confronto tra i dati ricavati da sperimentazione e simulazioni numeriche

Dal confronto dei dati, anche se i risultati sperimentali sono influenzati da rumore, risulta che il comportamento evidenziato dalle simulazioni numeriche si mostra prossimo a quello sperimentale. È stato, quindi, verificato che il materiale che meglio rispecchia il comportamento statico del pannello è quello costituito dalla matrice epossidica *Hexcel 8552* e dalle fibre di carbonio *AS4*.

6 *Raccolta dei dati: simulazioni numeriche*

In questo capitolo vengono descritti i passi fondamentali che hanno portato all'ottenimento dei dati numerici di natura modale utilizzati per la definizione e correzione del modello di ordine ridotto (reduced order model, ROM). Le simulazioni numeriche forniscono il valore degli spostamenti modali; questi vengono post-processati così da ottenere gli indici di danneggiamento da mappare.

6.1 *Simulazioni numeriche*

Le simulazioni di analisi modale sulle piastre delaminate sono state condotte per mezzo dei software a elementi finiti (finite element, FE) commerciali MSC Patran & Nastran. Sono state realizzate 1000 simulazioni a bassa fedeltà (low fidelity, LF), i cui modelli sono stati discretizzati con una mesh di 2 mm, e 100 ad alta fedeltà (high fidelity, HF), i cui modelli hanno una mesh più fitta (1 mm). La discretizzazione delle piastre con un numero maggiore di elementi comporta maggiore accuratezza nella raccolta delle forme modali. I diversi modelli FE da analizzare sono stati ottenuti variando i 4 parametri geometrici che descrivono posizione ed entità del danno:

- Coordinata x del centroide della delaminazione x_c ;
- Coordinata y del centroide della delaminazione y_c ;
- Estensione lungo x della delaminazione Δx ;
- Estensione lungo y della delaminazione Δy ;

Questi parametri sono contenuti nel vettore dei parametri di danno \mathbf{p} . Il vettore sarà l'unico input da presentare al modello surrogato ai fini della mappatura degli indici di danneggiamento.

$$\mathbf{p} = [x_c \ y_c \ \Delta x \ \Delta y]; \quad (33)$$

6.1.1 *Campionamento*

Abbiamo scelto di campionare lo spazio dei parametri di danno secondo un criterio quasi random e space filling così da ridurre al minimo il numero di analisi modali necessarie alla determinazione del modello e ottenere un campionamento che copra l'intero range di variazione

delle variabili. Nello specifico è stato utilizzato un campionamento latin hypercube (latin hypercube sampling, LHS) [56]. I valori assunti dalle variabili sono stati assegnati dividendo il loro range di variazione in intervalli. Ad ogni valore compreso tra 0 e 1 fornito dal LHS corrisponde un determinato intervallo e, di conseguenza, un valore del parametro geometrico. In tabella 4 sono riportati tutti gli intervalli di variazione dei parametri contenuti all'interno del vettore \mathbf{p}

Tabella 4: Possibili valori assunti dai parametri geometrici

Variabile	Intervallo di variazione
x_c	50 ÷ 90 mm
y_c	228 ÷ 412 mm
Δx	12 ÷ 24 mm
Δy	12 ÷ 52 mm

6.1.2 Realizzazione modelli FEM LF

Per l'esecuzione delle 1000 simulazioni LF è stato realizzato un modello FEM parametrico, sotto forma di file sessione (.ses) scritto in patran command language (PCL), contenente le istruzioni da seguire per la realizzazione e successiva analisi modale delle piastre. Sono stati settati tutti i parametri costanti quali: geometria, materiale, vincoli e mesh. In seguito è stato sviluppato un programma in ambiente Matlab che automaticamente sovrascrive il file sessione, inserendo i valori dei parametri relativi alla geometria della delaminazione, variabili da caso a caso. Lo script passa automaticamente il file sessione a MSC Patran che genera il modello successivamente analizzato con MSC Nastran.

La delaminazione è stata modellata utilizzando degli elementi piastra a 4 nodi e 8 gradi di libertà (degree of freedom, DOF) per nodo. Considerando che nei pannelli a disposizione la delaminazione è unica e posta tra il 3° e 4° strato, la zona delaminata risulta divisa in due sub-laminati. La piastra viene discretizzata con due tipi di elementi finiti:

- 1) Elementi finiti estesi all'intero spessore del laminato e utilizzati nelle regioni in cui la piastra risulta integra;
- 2) Elementi finiti il cui spessore rappresenta solo una porzione dello spessore totale e utilizzati nelle zone in cui la delaminazione divide tale spessore in due sub-laminati.

Si distinguono due sistemi di riferimento: il globale che ha origine nel piano medio della piastra e l'asse z perpendicolare ad esso, il sistema di riferimento locale di ciascun sub-laminato che, analogamente, ha origine nel piano medio del sub-laminato. In Figura 22 si riportino le terne descritte: a sinistra la globale (X_g, Y_g, Z_g) e a destra le due terne locali in corrispondenza della zona delaminata divisa in due sub-laminati (X_{11}, Y_{11}, Z_{11}) (X_{12}, Y_{12}, Z_{12}).

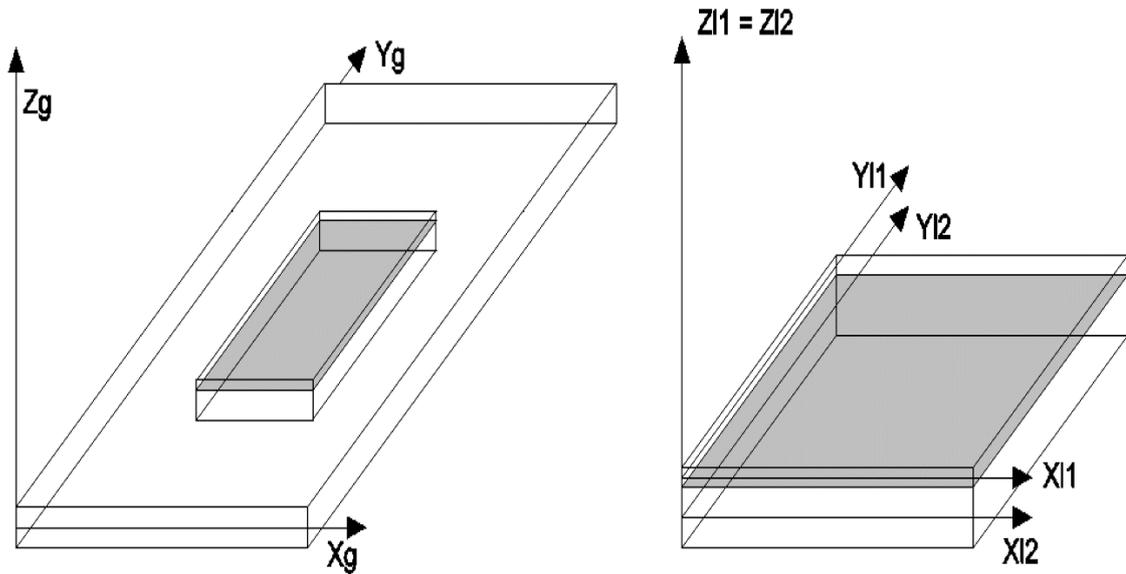


Figura 22: Delaminazione lungo lo spessore e sistemi di riferimento

Il modello FE descritto sopra non tiene conto della compenetrazione iniziale tra i sub-laminati il cui piano di riferimento è il piano medio della piastra (segnato in grigio in Figura 23); per superare tale limite devono essere assegnati gli opportuni offset alle proprietà come mostrato in Figura 23: offset verso l'alto per il sub-laminato 1 e verso il basso per il 2. I nuovi piani di riferimento dei due sub-laminati sono indicati in rosso.

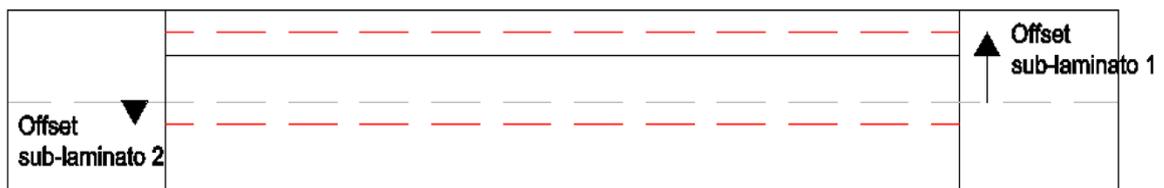


Figura 23: Offset da assegnare ai 2 sub-laminati

Le restanti caratteristiche del modello sono mesh e vincoli. È stata discretizzata la geometria con una mesh di 2 mm, mentre, per quanto riguarda le condizioni di vincolo sono stati incastrati i nodi ad una estremità della piastra per i primi 50 mm lungo Y_g . Nelle Figure 24 e 25 vengono presentati geometria e un dettaglio sulla delaminazione del modello FE.

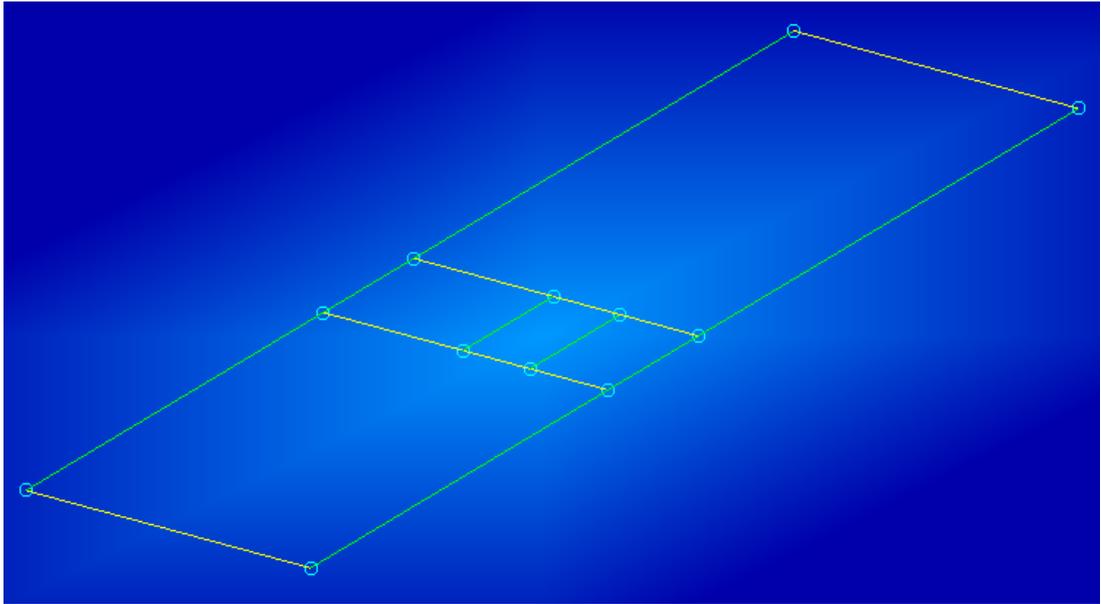


Figura 24: Esempio di geometria modello FEM (Patran)

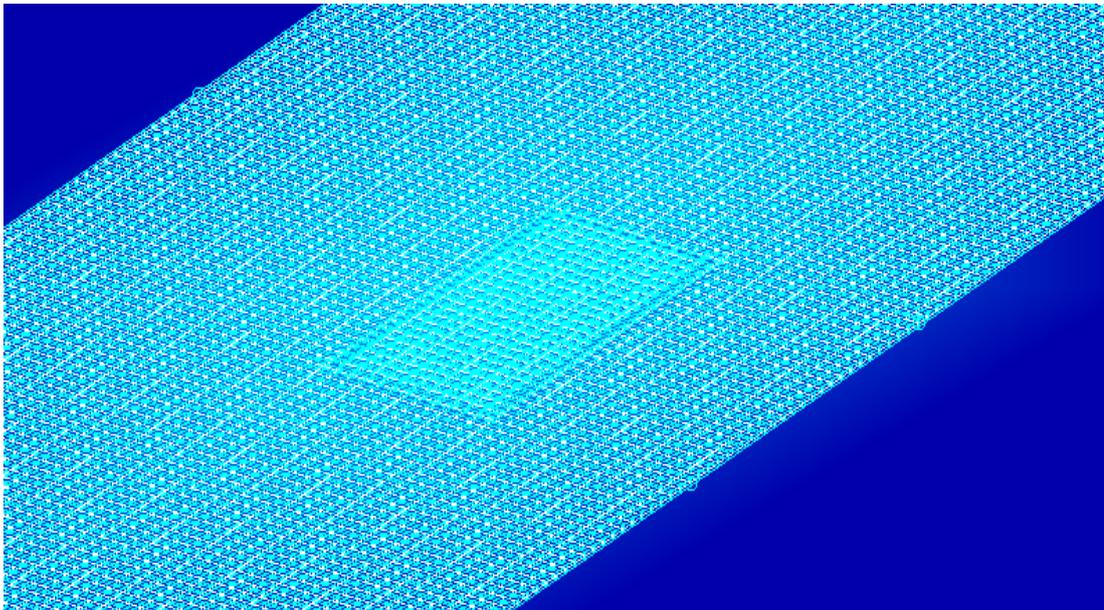


Figura 25: Particolare delaminazione (Patran)

6.1.3 Realizzazione modelli FEM HF

Per la determinazione del dataset correttivo è stato sviluppato un modello ad accuratezza più elevata rispetto a quella del modello descritto al paragrafo 6.1.2. La migliore accuratezza è stata ottenuta dimezzando la dimensione della discretizzazione settando una mesh di 1 mm. Nel contesto di questo lavoro di tesi definiamo il modello così ottenuto modello HF. Sono state eseguite 100 simulazioni adottando, ancora una volta, un campionamento di tipo LHS. Una volta

determinate le variabili geometriche che identificano posizione ed estensione della delaminazione, gli altri parametri sono rimasti invariati rispetto al modello LF.

6.1.4 Analisi e risultati

All'interno del file sessione sono contenute anche le istruzioni per l'analisi attraverso il software MSC Nastran. La solution sequence per la determinazione delle forme modali è la SOL 103. Oltre le forme modali della griglia FE, nei risultati vengono riportati anche i primi 30 autovalori o frequenze naturali. I risultati sono stati salvati in un file punch (.pch) per un'elaborazione successiva più agevole. In Figura 26 si riportano i risultati relativi alla XII forma modale di una piastra che presenta una delaminazione di 25x25 mm.

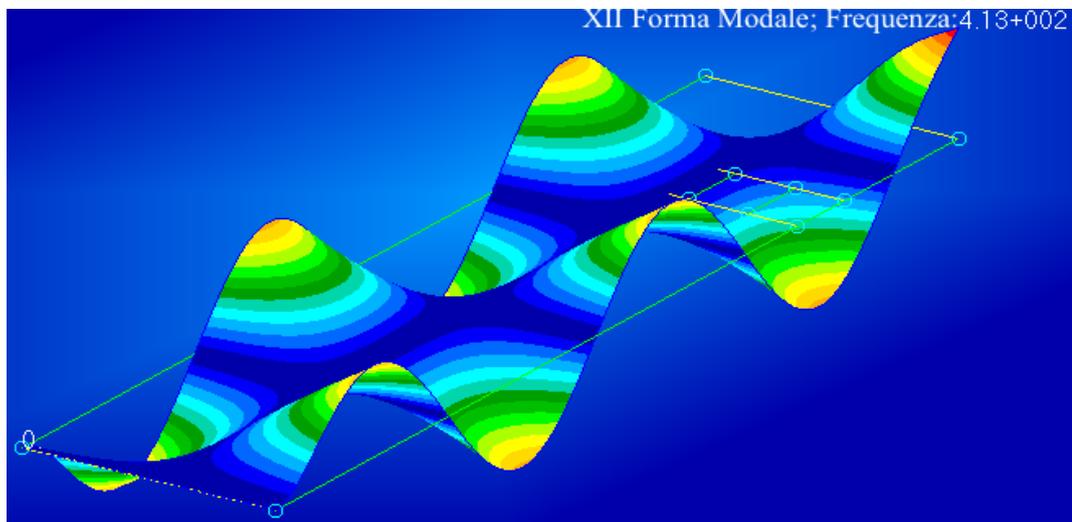


Figura 26: Esempio risultato simulazione di analisi modale

6.2 Elaborazione dei dati

I risultati ottenuti con i modelli LF e HF descritti precedentemente sono gli spostamenti modali calcolati nella griglia FE. Una volta terminata la raccolta dei dati, gli stessi devono essere elaborati così da ottenere le quantità di interesse, ovvero gli indici di danneggiamento. A questo proposito viene implementato in Matlab il calcolo delle curvature con il metodo delle differenze finite a partire dalle forme modali (27) (28) (29) e il gapped smoothing method (GSM) descritto al paragrafo 4.3. Il GSM permette il calcolo delle curvature *smoothed* ottenendo un risultato simile a quello che si avrebbe misurando la risposta della struttura integra, imponendo l'uguaglianza (31). Si definisce l'indice di danneggiamento come somma dei quadrati delle differenze tra le curvature della piastra danneggiata e le curvature *smoothed* (32); l'indice è calcolato per ogni

punto (i,j) della griglia FE, ottenendo così una mappatura sulla superficie in esame. L'effetto della delaminazione è più evidente, come affermato nel paragrafo 4.2 del presente lavoro, in modi a più alta frequenza; per questo motivo nel calcolo degli indici di danneggiamento sono stati considerati i modi dal 1° al 30°:

$$FI_{i,j} = \sum_{k=1}^{30} (\delta_{i,j})_k \quad (34)$$

Si riporti nelle Figure 27 e 28 un esempio di applicazione del GSM per la determinazione della distribuzione degli indici di danneggiamento di una piastra di dimensioni 102x408 mm (rispettivamente a e b) che presenta una delaminazione centrale di 25x25 mm posta lungo il bordo destro:

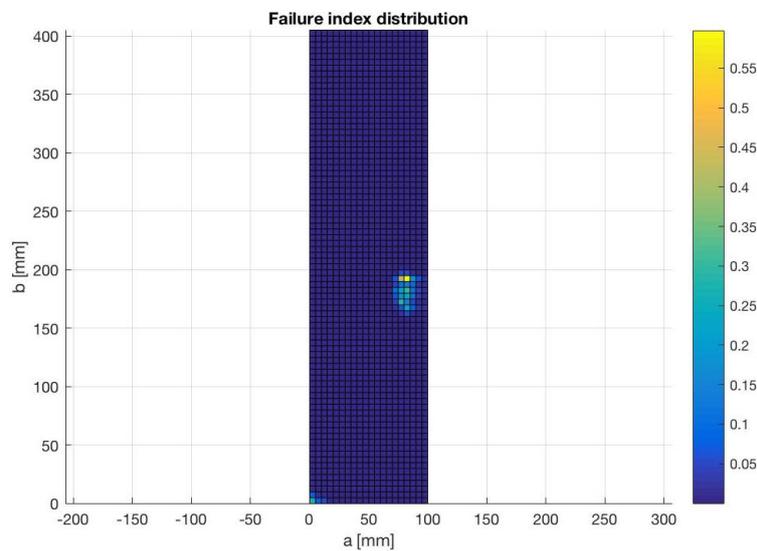


Figura 27: Esempio visualizzazione 2D dell'indice di danneggiamento

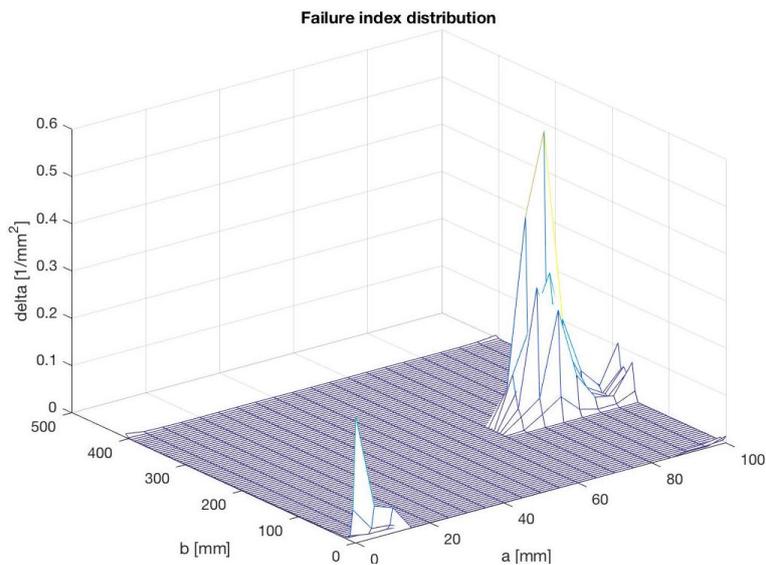


Figura 28: Esempio di visualizzazione 3D dell'indice di danneggiamento

Come si nota nelle Figure 27 e 28 il metodo è in grado di identificare in maniera soddisfacente e precisa la posizione e l'estensione del danno. In basso a sinistra sono visibili dei picchi più bassi dovuti al vincolo di incastro.

7 *Determinazione del modello surrogato*

Nel presente capitolo viene riportata la procedura utilizzata per la determinazione di un modello di ordine ridotto (reduced order model, ROM) della distribuzione dell'indice di danneggiamento su piastre delaminate in composito attraverso proper orthogonal decomposition (POD). Il modello deve essere computazionalmente leggero ed efficace nell'ottica di farlo girare molte volte per assistere e supportare il processo diagnostico e decisionale legato all'esistenza ed entità del danno. Allo stesso tempo deve essere rappresentativo del fenomeno così da conservare le proprietà del sistema originale mantenendo basso l'errore di approssimazione. Abbiamo scelto di utilizzare la POD per la sua efficacia nel comprimere grandi quantità di informazioni portando a rappresentazioni basso dimensionali accurate. Vengono fatte considerazioni riguardanti il numero di basi ortonormali conservate per la ricostruzione delle quantità di interesse e sull'errore che si commette trascurando le rimanenti.

7.1 *Modello POD per la mappatura degli indici di danno*

Avendo a disposizione i dati relativi alle 1000 simulazioni a bassa fedeltà (low fidelity, LF) sotto forma di vettori $\{FI_i\}_{i=1}^{N_{snap}}$, chiamati anche *snapshot*, possono essere determinate la basi POD nella maniera standard.

7.1.1 *Determinazione basi e coefficienti POD*

La prima fase per la definizione del modello surrogato riguarda la determinazione delle basi POD. Il metodo che abbiamo scelto di utilizzare è quello degli *snapshot*. Questo è stato sviluppato da Sirovich nel 1987 [7] per ridurre il notevole sforzo computazionale, come descritto al paragrafo 2.2, legato alla ricerca degli autovalori della matrice di correlazione C e dovuto all'elevata quantità di informazioni. Di seguito sono riportati gli step fondamentali riguardanti l'applicazione del metodo degli snapshot:

- 1) Assemblaggio matrice degli *snapshot*, avente un numero di colonne pari al numero degli *snapshot* N_{snap} . Per migliorare il condizionamento numerico ed evitare che il primo valore

singolare dominasse sugli altri, è stato calcolato l'indice di danneggiamento medio FI_m sul set di *snapshot* e si è sottratto ad ogni valore del set.

- 2) Scomposizione in valori singolari (singular value decomposition, SVD) della matrice degli *snapshot*. Vengono ottenute 3 matrici: vettori singolari destri, sinistri e valori singolari.
- 3) Salvataggio dei vettori singolari sinistri dominanti come vettori di base POD $\{\varphi_i\}_{i=1}^{N_{snap}}$, ordinati secondo il modulo del corrispettivo valore singolare. I corrispondenti autovalori POD $\{\lambda_i\}_{i=1}^{N_{snap}}$ si ottengono elevando al quadrato i valori singolari.

Il modello surrogato per gli indici di danneggiamento, funzione del vettore dei parametri di danno \mathbf{p} , viene definito utilizzando le basi POD:

$$\widetilde{FI}(\mathbf{p}) = FI_m + \sum_{i=1}^{n_m} \alpha_i(\mathbf{p})\varphi_i; \quad (35)$$

$n_m \leq N_{snap}$ è il numero dei proper orthogonal modes (POMs) dominanti conservati per la ricostruzione e $\alpha(\mathbf{p})$ è il vettore dei coefficienti modali POD per l'i-esimo vettore di base φ_i

7.1.2 Scelta degli n_m modi dominanti

Il peso di un dato modo POD viene spesso stimato attraverso il modulo normalizzato del suo autovalore λ . L'energia relativa catturata dall'i-esimo vettore di base viene determinata come il rapporto λ_i/λ_m , con $\lambda_m = \sum_{i=1}^{n_m} \lambda_i$ indicando con n_m il numero di modi conservati per la ricostruzione delle quantità di interesse. Può essere introdotta l'energia cumulativa Λ recuperata dagli n_m modi definita come:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^{n_m} \frac{\lambda_i}{\lambda_m}; \quad (36)$$

Questa viene plottata in Figura 29 in funzione dei modi POD. Per una buona approssimazione della distribuzione degli indici di danneggiamento si è scelto di utilizzare un numero di POM corrispondenti al recupero del 95% dell'energia cumulativa. I modi conservati sono quindi i primi 150 evidenziati da un pin rosso in Figura 29.

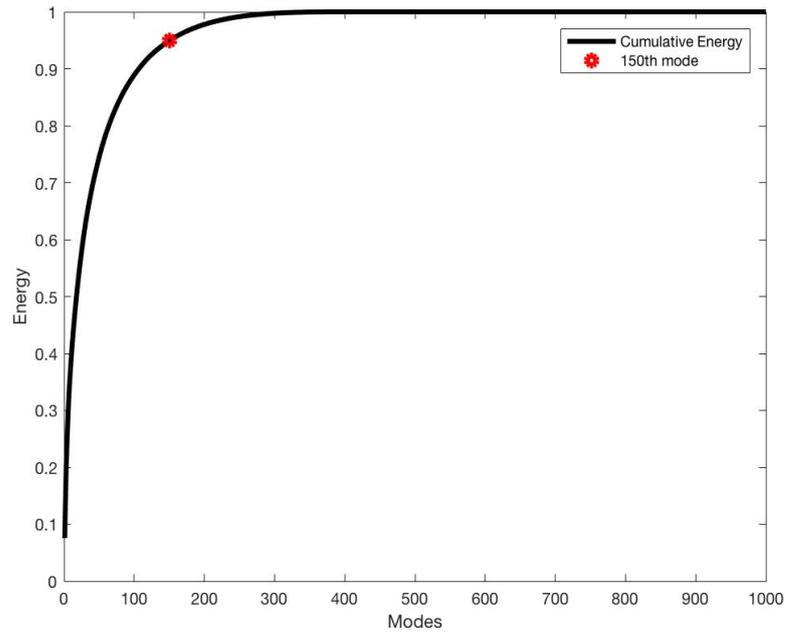


Figura 29: Plot energia cumulativa

7.1.3 Modello $\alpha(p)$

Affinché il modello POD mappi la distribuzione degli indici di danneggiamento lungo la piastra è necessario ricavare una relazione tra i coefficienti modali POD e il vettore dei parametri di danno \mathbf{p} . A questo proposito sono stati utilizzati i dati relativi alle 1000 simulazioni LF per la determinazione dei coefficienti di regressione quadratica β_i che legano gli α_i alle 4 variabili del vettore dei parametri di danno $\mathbf{p} = [\mathbf{x}_c \ \mathbf{y}_c \ \Delta \mathbf{x} \ \Delta \mathbf{y}]$.

$$\begin{aligned} \alpha_i(\mathbf{p}) = & \beta_{0i} + \beta_{1i} \mathbf{x}_c + \beta_{2i} \mathbf{y}_c + \beta_{3i} \Delta \mathbf{x} + \beta_{4i} \Delta \mathbf{y} + \beta_{5i} \mathbf{x}_c \cdot \mathbf{y}_c + \beta_{6i} \mathbf{x}_c \cdot \Delta \mathbf{x} \\ & + \beta_{7i} \mathbf{x}_c \cdot \Delta \mathbf{y} + \beta_{8i} \mathbf{y}_c \cdot \Delta \mathbf{x} + \beta_{9i} \mathbf{y}_c \cdot \Delta \mathbf{y} + \beta_{10i} \Delta \mathbf{x} \cdot \Delta \mathbf{y} + \beta_{11i} \mathbf{x}_c^2 \quad (37) \\ & + \beta_{12i} \mathbf{y}_c^2 + \beta_{13i} \Delta \mathbf{x}^2 + \beta_{14i} \Delta \mathbf{y}^2; \end{aligned}$$

In Figura 30 si riportino gli step operativi che vengono eseguiti online per la determinazione della mappa degli indici di danneggiamento:

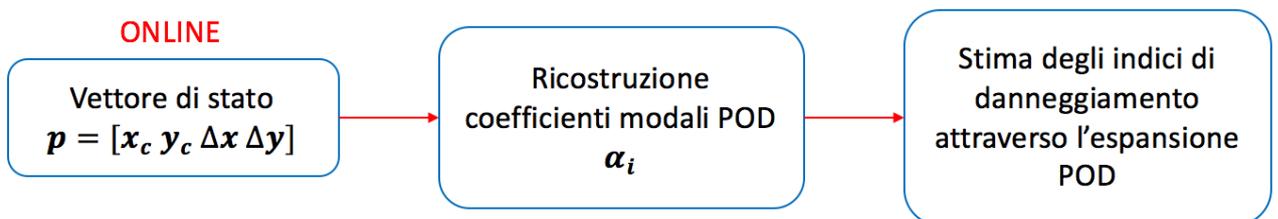


Figura 30: Step per la ricostruzione degli indici di danneggiamento

In Figura 31 viene riportato un esempio grafico a dimostrazione della validità del modello $\alpha(p)$ proposto. A questo proposito sono stati calcolati i coefficienti POD relativi ai primi 150 modi corrispondenti alla condizione di danno contraddistinta da $p_1 = [86, 320, 12, 16]$ (appartenente al set usato per calcolare gli *snapshot*). Questi sono stati ottenuti sia risolvendo il sistema lineare riportato in (35) sia utilizzando il modello $\alpha(p)$ proposto in (37). In figura vengono riportate le due distribuzioni rispettivamente in blu e arancione.

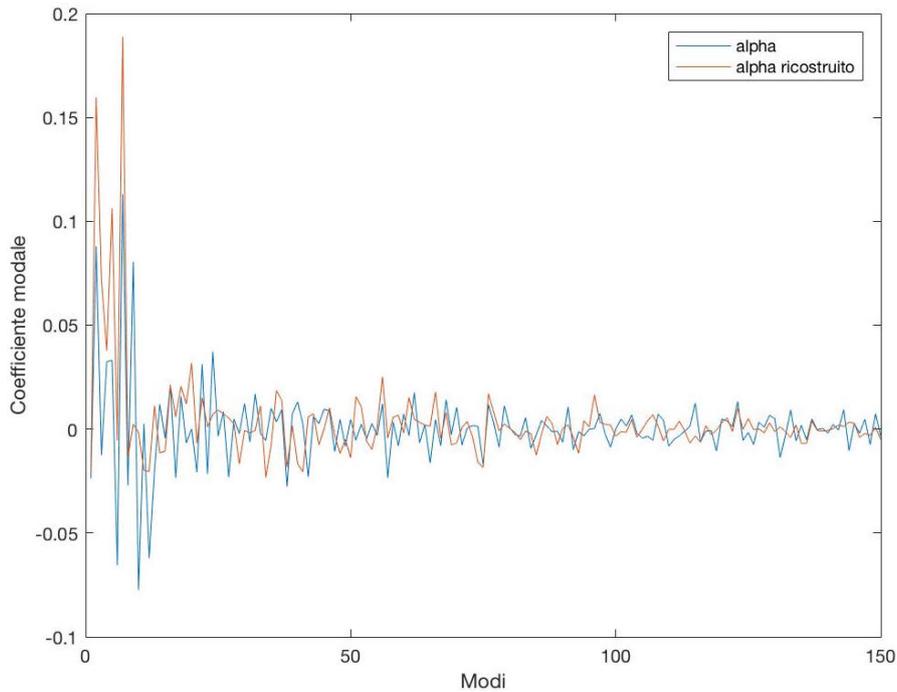


Figura 31: Esempio di ricostruzione dei coefficienti modali POD

7.2 Validazione POD

Per testare l'efficacia del modello di ordine ridotto presentato, sono state realizzate altre 200 simulazioni a elementi finiti (finite element, FE) tramite lo stesso modello LF di 6.1.2. I dati relativi ai coefficienti di danneggiamento sono stati confrontati con quelli ricostruiti attraverso il modello surrogato. A questo proposito viene calcolato lo scarto quadratico medio (root mean square error, RMSE):

$$e = \frac{\|\widehat{FI} - FI\|_2}{\sqrt{E}(FI_{max} - FI_{min})} \cdot 100\%; \quad (38)$$

in cui FI raccoglie gli indici di danneggiamento calcolati attraverso i dati FEM originali e \widehat{FI} contiene gli indici ricostruiti attraverso il modello surrogato, mentre FI_{max} e FI_{min} sono corrispettivamente il valore massimo e minimo per ogni snapshot tra gli E elementi.

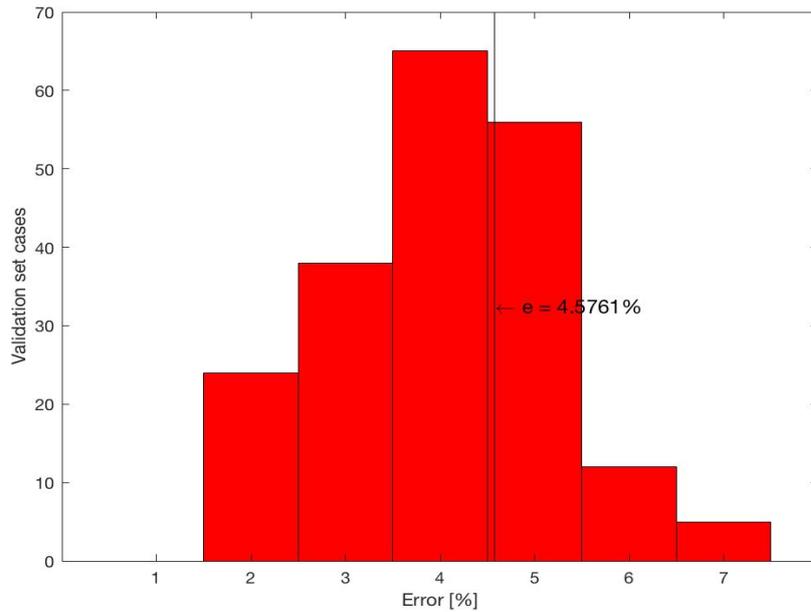


Figura 32: Errore medio sul set di validazione del modello POD

In Figura 32 viene mostrato un istogramma che riporta l'errore percentuale e numero di casi associati per l'intero set di validazione; la POD si rivela una buona approssimazione portando ad un errore medio del 4.58% e massimo del 7% per un numero limitato di casi.

Viene riportato in Figura 33, un esempio grafico di confronto tra la mappatura degli indici di danneggiamento ottenuta tramite elaborazione dei dati FE e la stessa ricavata attraverso la ricostruzione con le basi e coefficienti POD per una piastra di dimensioni 102x458 mm con una delaminazione laterale di 25x25 mm.

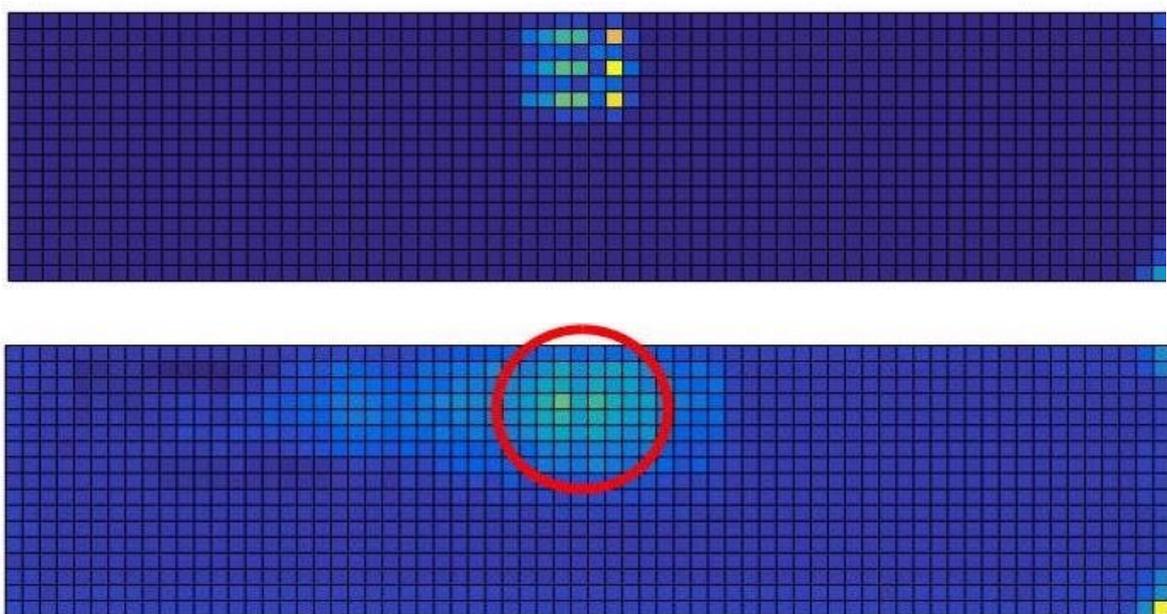


Figura 33: Esempio di confronto FEM e POD sulla mappatura degli indici di danneggiamento

Come si nota in Figura 33 il modello surrogato fornisce una mappa approssimata degli indici di danneggiamento in prossimità della delaminazione. Infatti nell'area della piastra in cui è presente la delaminazione, evidenziata dalla circonferenza rossa i colori più tendenti al giallo indicano un indice di danno maggiore.

Il maggior vantaggio legato all'utilizzo del modello di ordine ridotto rispetto ad un modello FE, con un numero estremamente più elevato di gradi di libertà (degree of freedom, DOF), è il notevole guadagno in termini di tempo e costo computazionale. A questo proposito si riporta una tabella comparativa dei tempi necessari all'analisi a elementi finiti (finite element analysis, FEA) e all'applicazione del gapped smoothing method (GSM) rispetto ai tempi computazionali associati all'utilizzo del modello surrogato proposto. Dai dati registrati e riportati in Tabella 5 si registra un risparmio in termini di tempi computazionali del 99.62%.

Tabella 5: Tabella comparazione tempi

Processore		Intel Core i5 2.7 GHz	
Tempi FEM + GSM	Analisi FEM	108 s	TOTALE 132 s
	Ricostruzione GSM	24 s	
Tempi modello ridotto		TOTALE 0.5 s	

8 *Correzione del modello surrogato*

Uno degli obiettivi della tesi è quello di proporre una strategia di correzione che permetta di ridurre l'errore associato alla ricostruzione degli indici di danneggiamento delle piastre. In particolare per la correzione si fa riferimento al set di dati ottenuto eseguendo le simulazioni a elementi finiti (finite element, FE) ad alta fedeltà (high fidelity, HF) descritte al paragrafo 6.1.3; il contenuto informativo prezioso delle poche ma costose e accurate simulazioni HF viene sfruttato al fine di raffinare il modello proposto al Capitolo 7 in termini di accuratezza, mantenendo la sua leggerezza a livello computazionale. Si è scelto di agire sullo spazio dei coefficienti modali dell'approssimazione proper orthogonal decomposition (POD) $\alpha(p)$, localizzandoli in cluster tramite una self organizing map (SOM) ed estrapolando un modello correttivo per ogni cluster. Questa idea di localizzazione prende spunto da diversi lavori che riguardano problemi simili quali [19] [57] [58] [59] [60]. In Figura 34 vengono riportati gli step operativi effettuati online per la determinazione della mappa degli indici di danneggiamento:

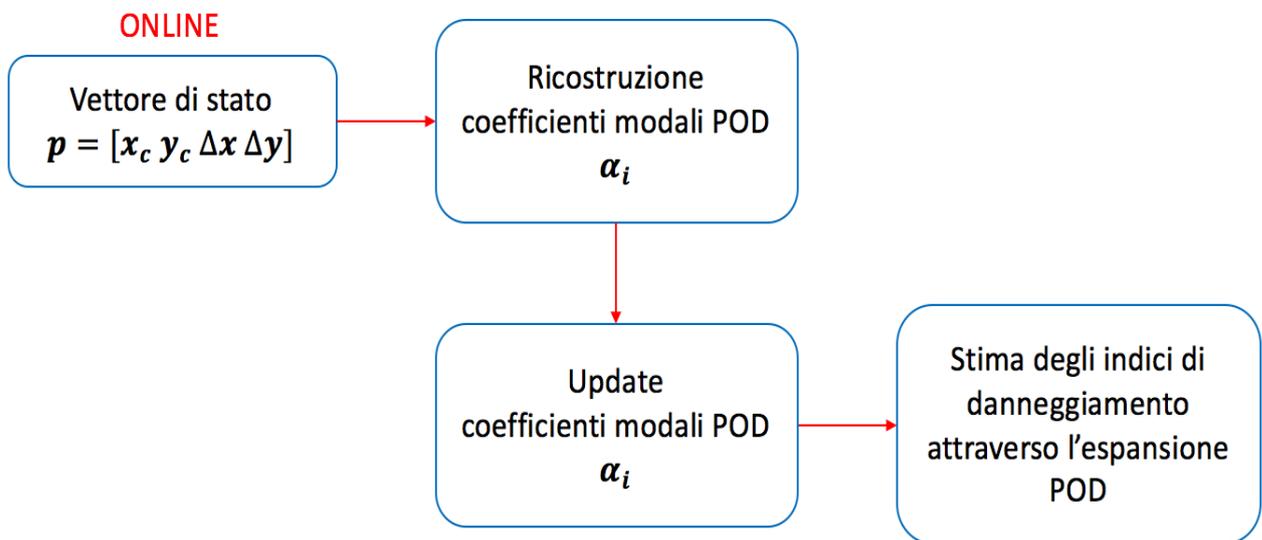


Figura 34: Step per la determinazione degli indici di danneggiamento (con correzione)

8.1 Correzione dei coefficienti modali POD

In questo capitolo vengono proposte due strategie di update dei coefficienti modali POD. Come affermato al paragrafo 7.1.2 i modi conservati per la ricostruzione degli indici di danneggiamento tramite modello POD sono 150. Considerando il peso preponderante dei primi modi sugli ultimi, si è scelto di agire solo sui primi 20 coefficienti, che recuperano il 53% dell'energia cumulativa, lasciando i restanti invariati. Entrambe le strategie proposte prevedono la localizzazione degli $\alpha(p)$ in cluster attraverso una rete neurale. La SOM è un'applicazione che viene utilizzata al fine di imparare le strutture che caratterizzano i dati a disposizione secondo determinati criteri di similarità; $\alpha(p)$ simili vengono raggruppati nel medesimo cluster. Ciò può essere sfruttato, ricavando per ogni cluster un modello correttivo; $\alpha(p)$ simili vengono corretti nel medesimo modo.

8.1.1 Clusterizzazione tramite SOM

Per allenare la SOM bisogna determinare la matrice di allenamento. Nel caso in esame nella matrice vengono inseriti i primi 20 coefficienti modali POD $\alpha(p)$ corrispondenti agli *snapshot* HF e una colonna relativa allo scarto quadratico medio (root mean square error, RMSE) normalizzato. Ne consegue che per ogni *snapshot* vengono raccolti i coefficienti modali e l'errore in un vettore τ_i di $n_{pod} = 21$ elementi. La matrice di allenamento T di dimensioni $N_{snap} \times n_{pod}$, con $N_{snap} = 100$ avendo effettuato 100 simulazioni HF, viene definita come:

$$T = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{N_{snap}}]^T ; \quad (39)$$

Durante la fase di allenamento la SOM calcola un set di vettori peso t_j , ognuno delle dimensioni n_{pod} . Questi vettori peso, chiamati anche neuroni, sono determinati attraverso un processo di apprendimento iterativo non supervisionato (unsupervised competitive learning, UCL) che raggruppa i vettori training τ_i simili. Ogni cluster è caratterizzato da un neurone rappresentativo, considerato il centroide del cluster.

Durante l'allenamento della SOM un dato τ_i viene associato al cluster più vicino minimizzando una funzione distanza; definendo con k il numero di cluster:

$$c_j = \arg \min \{ \|\tau_i - w_j\| \} \quad j = 1, \dots, k; \quad (40)$$

Per assicurare una maggiore copertura lungo le direzioni più importanti, ovvero le direzioni corrispondenti ai 20 coefficienti modali POD, viene definita una matrice diagonale che modifica la distanza definita in (40):

$$\Lambda = \text{diag}(I_1, \dots, I_{21}); \quad (41)$$

$$I_i = \begin{cases} \frac{0.98}{20} & i = 1, 2, \dots, 20 \\ 0.02 & i = 21 \end{cases} \quad (42)$$

In questo modo viene dato un peso pari al 98% alle prime 20 colonne della matrice di allenamento relative ai coefficienti POD, piuttosto che all'ultima, relativa agli errori a cui viene assegnato il restante 2%.

$$\|\tau_i - w_j\|_{\Lambda} = \sqrt{(\tau_i - w_j)^T \Lambda (\tau_i - w_j)}; \quad (43)$$

La distanza definita in (43) guida la SOM nel raggruppare il set di dati contenuto in T in k cluster.

Ho scelto di assegnare alla mappa una dimensione di compromesso 4x4. Una rete più grande avrebbe un elevato numero di cluster contenenti pochi vettori; per questi cluster non potrebbe essere ricavato un modello correttivo univoco per mancanza di dati. Una rete più piccola, al contrario, conterrebbe dei cluster ricchi di vettori portando a modelli correttivi poco accurati che potrebbero rendere vano lo sforzo computazionale speso nel realizzare le simulazioni HF. Nella Figure 35 viene riportata la topologia e numerosità dei 16 cluster risultanti:

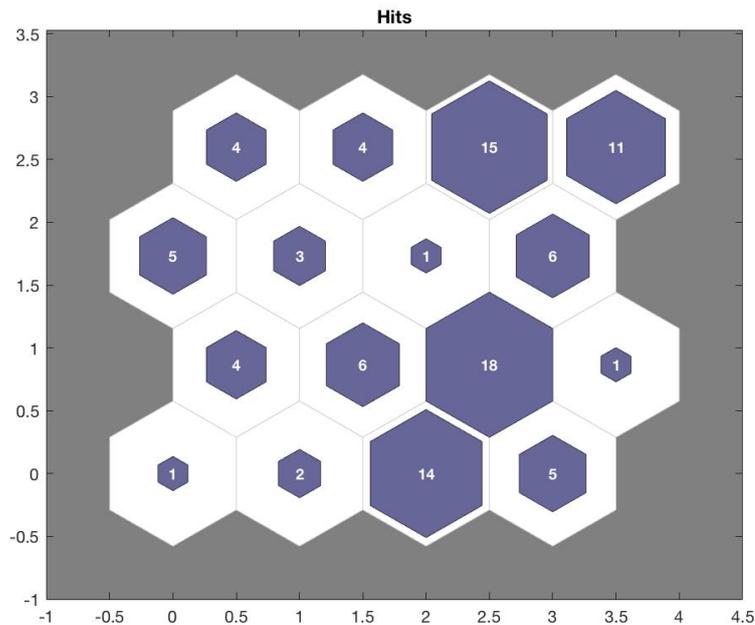


Figura 35: Sample hits SOM

La Figura 36 mostra i neuroni (esagoni blu) e le relative distanze tra i cluster. I colori, dal nero al giallo, mostrano quanto più o meno vicini siano i vettori peso dei vari cluster

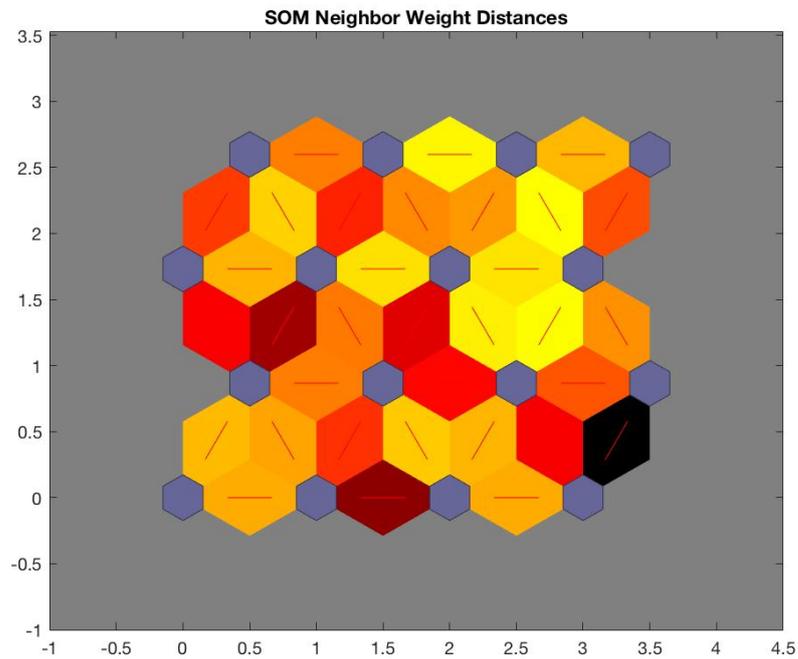


Figura 36: Distanze e connessioni rete SOM

La Figura 37 mostra la sequenza di numerazione dei cluster: in ordine da sinistra verso destra e dal basso verso l'alto:

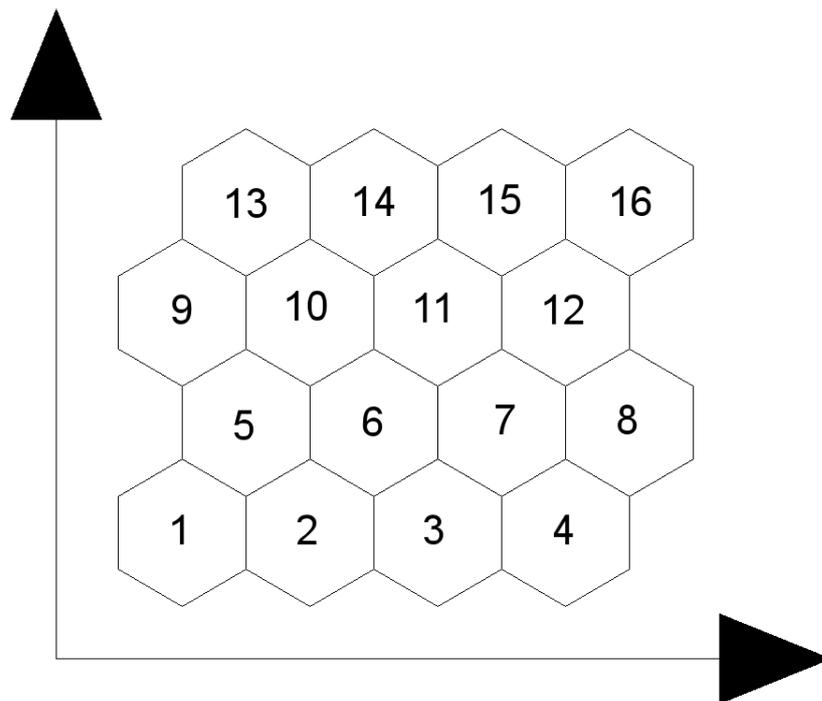


Figura 37: Sequenza di numerazione dei cluster della rete

8.2 Strategia 1: Modello correttivo quadratico

La prima strategia proposta consiste nel ricavare un modello correttivo di regressione quadratica per ogni cluster determinando come coefficienti POD di riferimento gli $\alpha^{HF}(p)$ che moltiplicati ai vettori di base del modello POD, $\{\varphi_i\}_{i=1}^{150}$, restituiscono gli indici di danneggiamento FI^{HF} , ovvero il dataset HF; i valori di riferimento non sono altro che i coefficienti ottenuti risolvendo il sistema lineare riportato in (35).

Una volta determinato il dataset di riferimento per ogni cluster, possono essere calcolati i coefficienti θ_i del modello quadratico di correzione. Viene definito un modello per ogni cluster e per tutti e 20 i coefficienti $\alpha(p)$ come segue:

$$\alpha^{corr}(p) = \theta_0 + \theta_1 \cdot \alpha(p) + \theta_2 \cdot \alpha(p)^2 \quad (44)$$

Come si nota in Figura 35, per i cluster 1, 2, 8 e 11, che contengono solamente uno o due vettori, non può essere determinato univocamente un modello di correzione quadratico per insufficienza di dati; ai coefficienti appartenenti a questi cluster vengono sostituiti i centroidi rappresentativi del cluster di appartenenza.

8.2.1 Valutazione della strategia

Al fine di verificare la validità della strategia proposta al paragrafo 8.2 sono state eseguite altre 50 simulazioni adottando, ancora una volta, un campionamento latin hypercube (latin hypercube sampling, LHS). A questo proposito è stato determinato e confrontato lo scarto quadratico medio (root mean square error, RMSE) prima e dopo l'update dei coefficienti $\alpha(p)$ per i 50 casi analizzati.

La Figura 38 riporta il RMSE percentuale e numero di casi associati per l'intero set di valutazione; come mostrato in figura l'errore medio relativo alla mappatura degli indici di danneggiamento, calcolato sul set prima dell'applicazione della strategia proposta al paragrafo 8.2 è del 4,7% circa.

Si riporti in Figura 39 un grafico rappresentativo dell'evoluzione del RMSE percentuale pre correzione (spezzata blu) e post correzione (spezzata arancione) con un'indicazione relativa al RMSE percentuale medio.

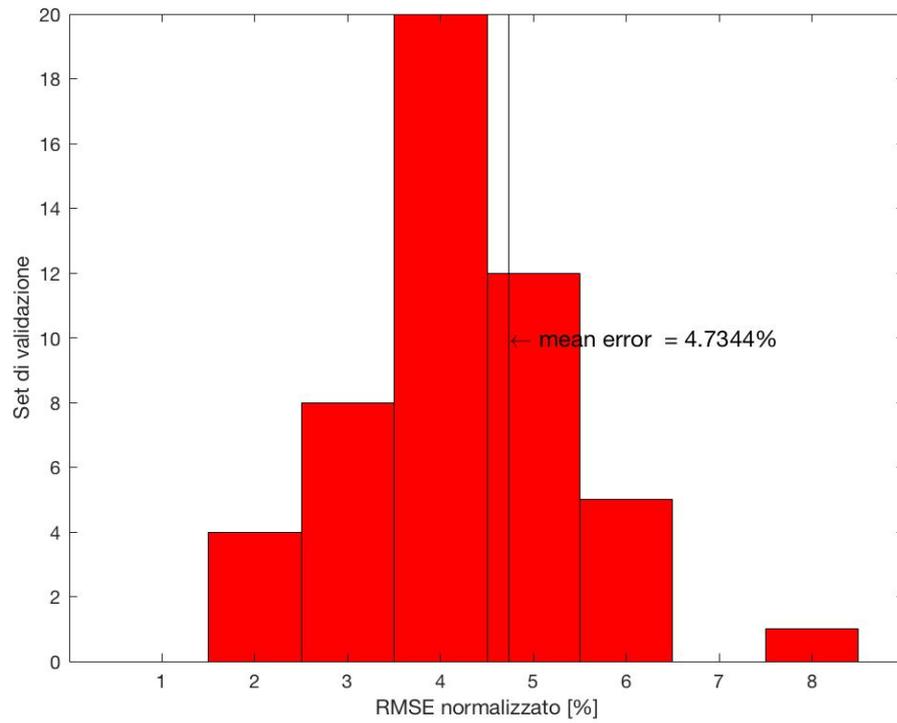


Figura 38: Distribuzione dell'errore medio sul set di valutazione pre-correzione

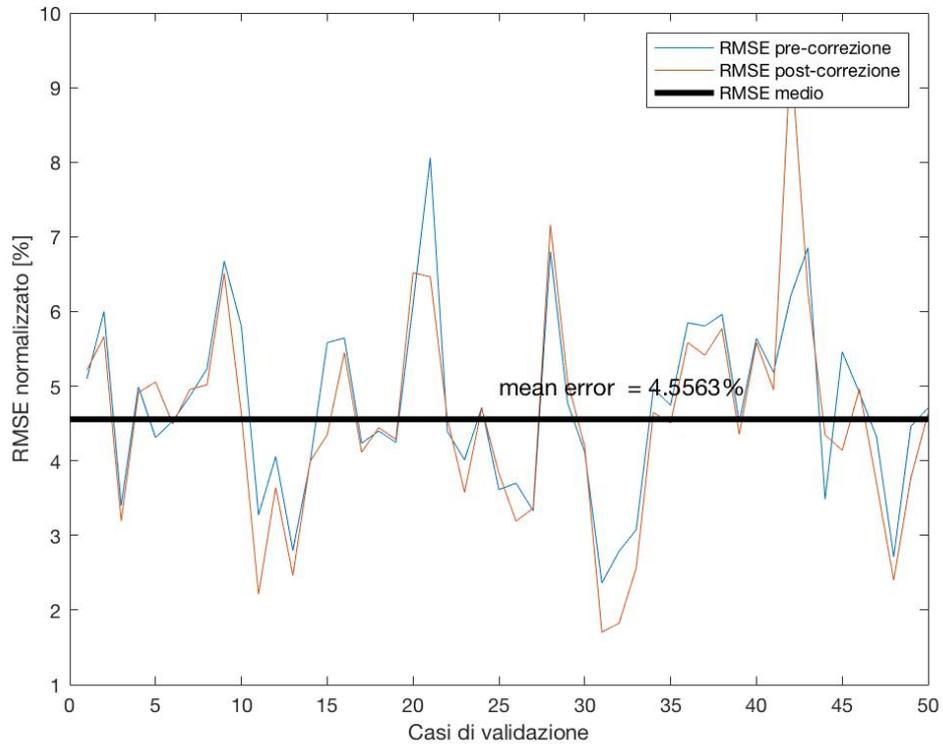


Figura 39: Confronto RMSE pre e post applicazione strategia 1

Analizzando la Figura 39 si nota come, con l'applicazione del modello quadratico, l'RMSE percentuale medio si abbassi. Ciò potrebbe essere indice di una correzione consistente. Si nota però che le correzioni apportate risultano sì efficaci per la maggior parte dei casi analizzati, ma si presentano dei particolari punti in cui l'RMSE, piuttosto che diminuire, aumenta.

Al fine di determinare quali condizioni portano ad una correzione idonea, è stato condotto uno studio a posteriori. Si è esplorato lo spazio delle correzioni per individuare una possibile correlazione tra l'efficacia delle correzioni e l'entità del danno (informazione contenuta nel vettore dei parametri di danno \mathbf{p}). Sono stati analizzati gli update dei coefficienti POD conseguenti all'applicazione della strategia proposta al paragrafo 8.2 sui 50 casi di validazione. In Figura 40 viene riportata la differenza tra RMSE pre e post correzione separando le correzioni efficaci segnate in verde (abbassamento del RMSE maggiore dello 0.1%) da quelle inefficienti segnate in rosso (aumento del RMSE).

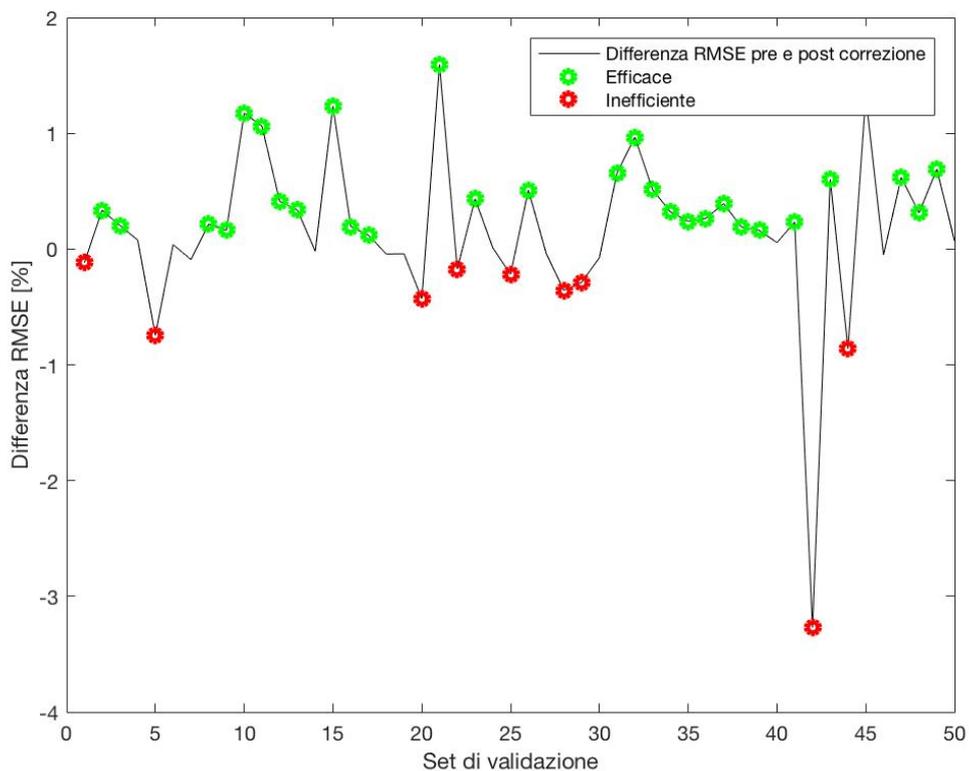


Figura 40: Differenza RMSE pre e post applicazione strategia 1

Per quanto riguarda la prima strategia di correzione proposta, come si nota in Figura 40, i casi ritenuti efficaci sono in netta maggioranza rispetto ai 9 inefficienti. Indagando sui cluster di appartenenza dei casi citati precedentemente non è stata rilevata una stretta relazione tra dimensione o estensione del danno ed efficacia della correzione; infatti sono stati registrati sia correzioni idonee che inefficienti per delaminazioni più o meno estese o più o meno vicine

all'estremo libero della piastra. Al contrario è stata individuata una relazione tra efficacia della strategia e appartenenza a determinati cluster; infatti sono stati rilevati cluster con ripetuti casi di correzioni efficaci come il 6, 15 e 16 e cluster con numerosi casi di correzioni negative come il 4 e il 10.

Si può concludere che, per quanto riguarda la strategia proposta, l'efficacia della correzione è legata all'appartenenza del vettore dei primi 20 coefficienti modali POD ad un determinato cluster. Per quei cluster il cui modello correttivo di regressione quadratica risulta efficiente si registra l'abbassamento del RMSE percentuale segno che l'informazione costosa associata alle simulazioni HF è stata incorporata con successo nel modello surrogato perseguendo l'obiettivo prefissato.

8.3 Strategia 2: Sostituzione del centroide

Ogni cluster è caratterizzato da un neurone rappresentativo, chiamato centroide. In particolare, nel caso in esame, il centroide è un vettore riga di 21 componenti, 20 relative agli $\alpha(p)$ e 1 al RMSE normalizzato. La seconda strategia consiste nel sostituire i 20 coefficienti $\alpha(p)$ con il centroide del cluster di appartenenza. Nel caso di cluster che contengono un solo vettore, il centroide coincide con il vettore stesso.

8.3.1 Valutazione della strategia

Anche per la seconda strategia proposta al paragrafo 8.3 sono state utilizzate le 50 simulazioni di cui al paragrafo 8.2.1 al fine di verificare la validità della stessa. A questo proposito è stato determinato e confrontato l'RMSE prima e dopo l'update dei coefficienti $\alpha(p)$ per i 50 casi analizzati.

Si riporta in Figura 41 un grafico rappresentativo dell'evoluzione del RMSE percentuale pre correzione (spezzata blu) e post correzione (spezzata arancione) con un'indicazione relativa al RMSE percentuale medio.

In Figura 42 viene riportata la differenza tra RMSE pre e post correzione separando le correzioni efficaci segnate in verde (abbassamento del RMSE maggiore dello 0.1%) da quelle inefficienti segnate in rosso (aumento del RMSE).

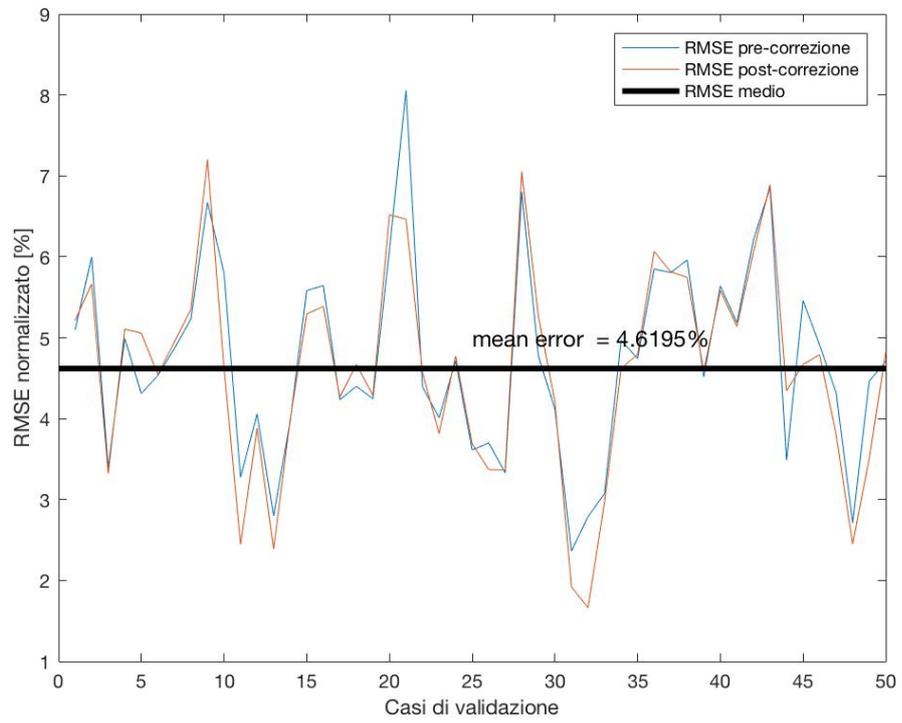


Figura 41: Confronto RMSE pre e post applicazione strategia 2

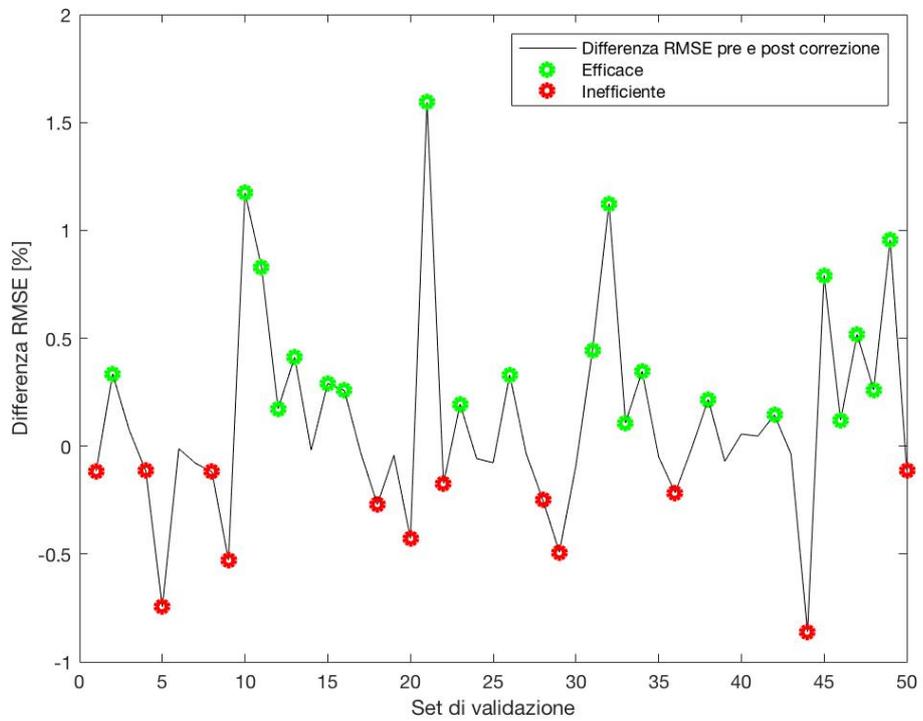


Figura 42: Differenza RMSE pre e post applicazione strategia 2

Analizzando la Figura 41 si nota, come nel caso precedente relativo alla prima strategia proposta, che la sostituzione dei centroidi porta ad un abbassamento del RMSE medio. Anche in questo caso però è evidente che le correzioni apportate risultano sì efficaci per la maggior parte dei casi analizzati, ma si presentano dei particolari punti in cui l'RMSE, piuttosto che diminuire, aumenta.

Anche in questo caso è stato condotto lo stesso studio di cui al paragrafo 8.2.1 esplorando lo spazio delle correzioni. Analizzando i dati a disposizione non è stata rilevata né una relazione tra efficacia del metodo ed estensione o posizione del danno né una relazione con l'appartenenza del vettore dei primi 20 coefficienti POD ad un cluster piuttosto che ad un altro. Non avendo ricavato una correlazione che permetta di legare il vettore dei parametri di danno all'efficacia della strategia non si può essere certi della corretta integrazione dei costosi dati HF in termini di maggiore accuratezza del modello surrogato.

9 *Sviluppi futuri*

In questo capitolo vengono presentati possibili sviluppi futuri dell'attività. Nell'ambito dell'integrazione di dati forniti da modelli caratterizzati da diversi livelli di fedeltà (multifidelity) potrebbe essere presa in considerazione una terza fonte: la sperimentazione. A questo proposito sono state realizzate delle prime prove sperimentali di analisi modale sui provini descritti nel Capitolo 5, ognuno caratterizzato da un determinato valore del vettore dei parametri di danno \mathbf{p} . Viene proposto un possibile set-up sperimentale con l'obiettivo di ricavare un dataset che permetta di calibrare a posteriori il modello surrogato.

9.1 *Prove di laboratorio: Analisi modale sperimentale*

9.1.1 *Set-up sperimentale*

Si illustra di seguito la strumentazione utilizzata. Viene riportato uno schema a blocchi che ne mostra i collegamenti in Figura 43:

- Polytec PSV-400 scanning head: misura le velocità, durante l'eccitazione, dei punti della griglia di misura (Figura 44);
- Shaker TIRAvib S504: permette l'eccitazione delle piastre (Figura 45);
- Controller: genera il segnale da mandare allo shaker;
- Amplificatore: permette di amplificare il segnale;

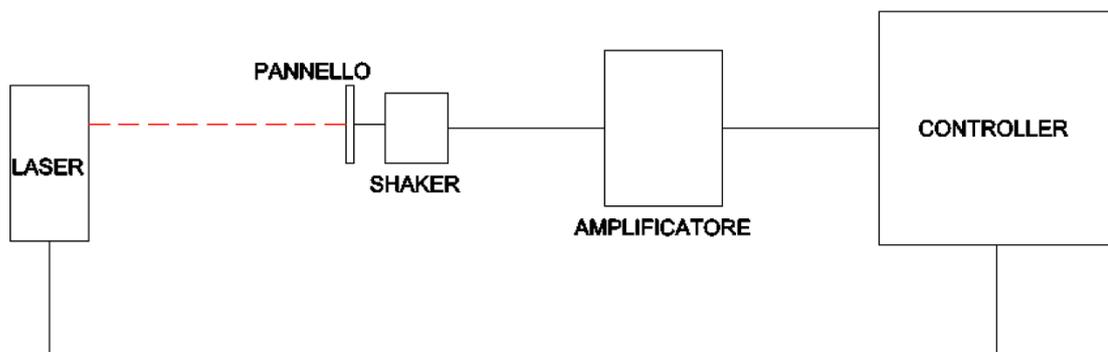


Figura 43: Schema a blocchi set-up sperimentale



Figura 44: Scanning head

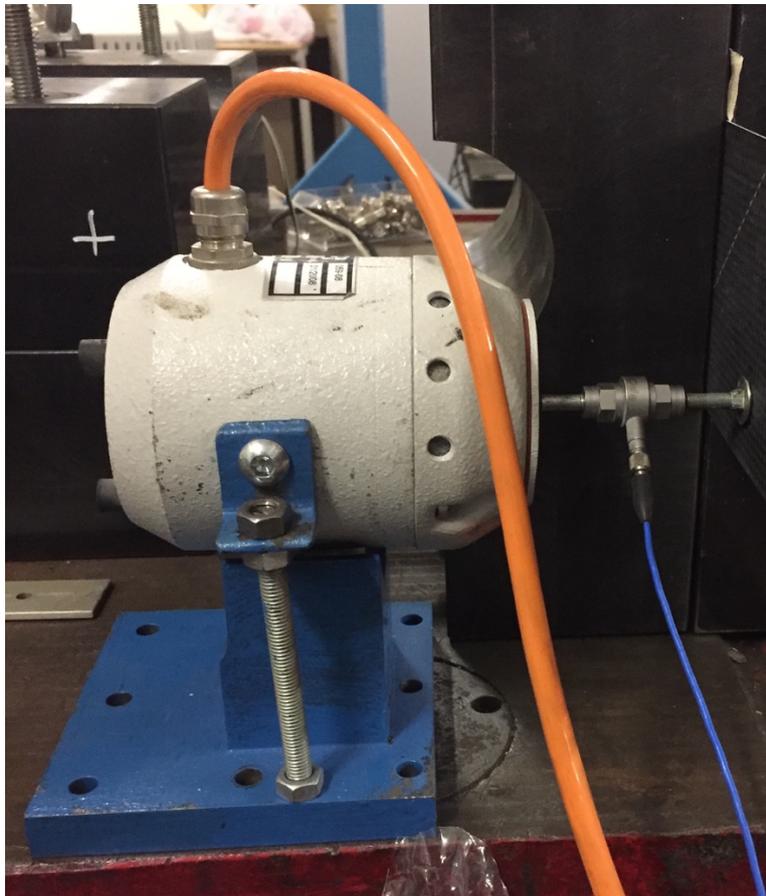


Figura 45: Shaker



Figura 46: Set-up sperimentale

Le condizioni di vincolo sono state replicate incastrando la piastra tra due blocchi incernierati; lo shaker è stato incollato nella parte libera dei provini, lontano dalla delaminazione.

Attraverso il software fornito insieme al vibrometro a scansione laser sviluppato da Polytec [8] è stato realizzato l'allineamento 2D della testa laser rispetto alle piastre e, in seguito, è stata disegnata una griglia di misura ad hoc all'interno delle piastre. La griglia di misura viene riportata in Figura 47. Dalla griglia sono state escluse quelle porzioni del provino la cui misura delle forme modali risulterebbe falsata, ovvero le porzioni prossime all'incastro e al collegamento con l'eccitatore. La presenza dello shaker potrebbe essere avvertita come un disturbo, oscurando il vero e proprio danno.

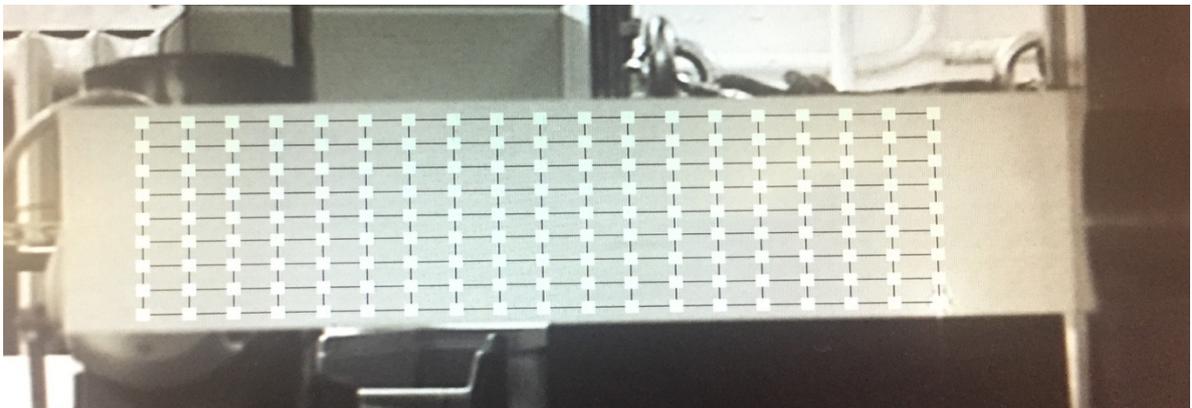


Figura 47: Griglia di misura

Il software Polytec permette il settaggio delle caratteristiche del segnale di eccitazione:

Tabella 6: Caratteristiche del segnale d'eccitazione

Tipo di segnale	White Noise
Ampiezza	3,9 V
Ampiezza di banda	Fino a 1.6 kHz

9.1.2 Esecuzione prove sperimentali e risultati

Una volta effettuato il set-up sono state eseguite le prove lasciando acquisire al laser le misure di velocità per ogni punto della griglia. Per tutti i punti il laser registra 20 misure diverse e ne determina la media per il calcolo delle funzioni di risposta in frequenza (frequency response function, FRF). In Figura 48 viene riportato il movimento a serpentina effettuato dalla testa a scansione laser mentre la Figura 49 mostra le FRF ottenute da una piastra di dimensioni 102x458 mm con delaminazione laterale di 25x25 mm

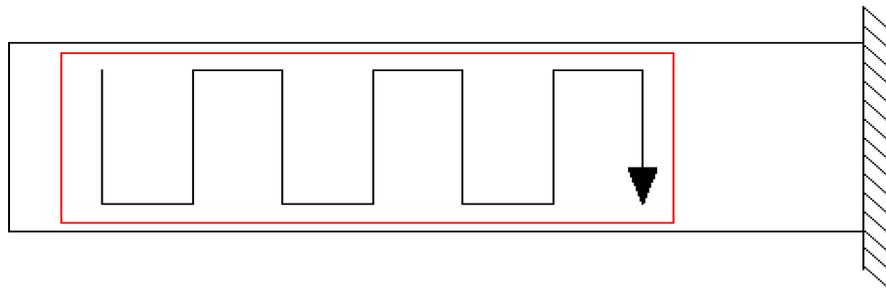


Figura 48: Movimento del laser lungo la griglia di misura

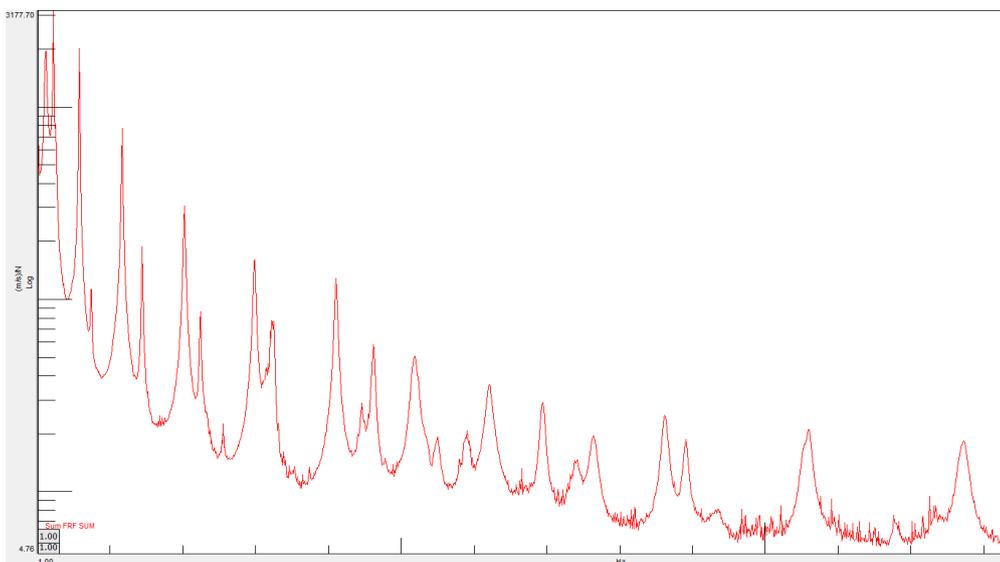


Figura 49: Esempio di FRF delle piastre analizzate

9.2 Elaborazione dei dati

Le FRF ottenute dalle prove sperimentali devono essere elaborate così da ottenere le quantità di interesse, ovvero gli indici di danneggiamento. Dalle FRF possono essere derivate le forme modali attraverso il software LMS Test Lab Modal Analysis, selezionando i modi stabili corrispondenti ai picchi visualizzati nelle FRF. Dalle forme modali si calcolano gli indici di danneggiamento attraverso il gapped smoothing method (GSM). In Figura 50 si riportino le forme modali relative al VI modo di una piastra di dimensioni 102x458 mm con delaminazione laterale di 25x25 mm

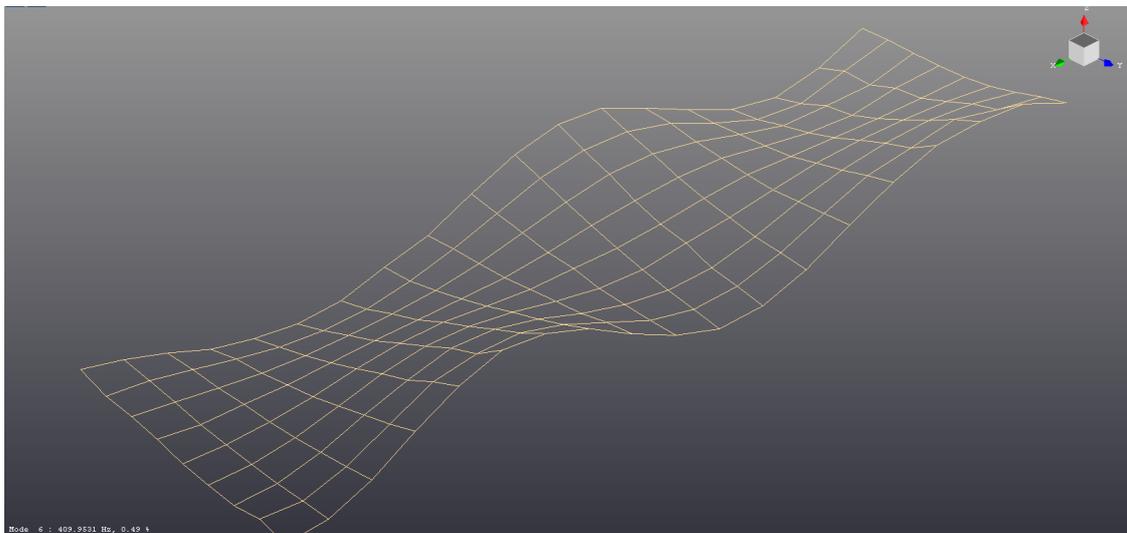


Figura 50: Esempio forma modale (LMS Test Lab)

10 Conclusioni

Il presente lavoro di tesi consiste nel determinare un modello surrogato per la mappatura degli indici di danneggiamento su piastre delaminate in materiale composito, assegnando delle variabili geometriche relative alla delaminazione contenute in un vettore dei parametri di danno p . Gli indici di danno vengono definiti come somma dei quadrati delle differenze tra le curvature modali della piastra danneggiata e le curvature *smoothed* della piastra integra ottenute attraverso l'utilizzo del gapped smoothing method (GSM). La tesi propone anche due strategie di correzione basate sull'utilizzo di dati provenienti da fonti a più alta fedeltà (high fidelity, HF), quali simulazioni a elementi finiti (finite element, FE) a mesh molto fitta, perseguendo così l'obiettivo principale: l'integrazione di dati provenienti da fonti a diversa fedeltà per la modellazione di piastre delaminate in materiale composito.

L'idea della presente attività di tesi nasce da uno studio sui provini da laboratorio descritti al Capitolo 5 di dimensioni 102x458 mm. Essi sono costituiti da 4 ply di tessuto in fibra di carbonio plain-weave pre-impregnati dalla seguente sequenza di laminazione $[45^\circ/0^\circ/0^\circ/45^\circ]$. Sugli stesi è stata indotta una delaminazione controllata attraverso l'applicazione di un sottile strato di poliestere tra il 3° e il 4° strato. Su questi provini sono state effettuate delle prove sperimentali di trazione uniassiale atte alla caratterizzazione fisica e meccanica del materiale che li costituisce (fibre + matrice). I risultati sperimentali sono stati confrontati con quelli numerici ottenuti da simulazioni eseguite attraverso un modello FE sviluppato in ambiente Matlab e basato su elementi piastra CQUAD4M. Il confronto tra dati sperimentali e numerici ha portato alla verifica della coppia fibra/matrice che costituisce gli strati: Hexcel 8552/AS4.

Una volta verificato il composito sono state realizzate le 1000 simulazioni numeriche a bassa fedeltà (low fidelity, LF) finalizzate alla raccolta dei dati per la determinazione del modello di ordine ridotto degli indici di danneggiamento. A tal proposito è stato realizzato un modello parametrico FE attraverso il software commerciale MSC Patran. Il modello è stato analizzato con MSC Nastran per l'ottenimento delle prime 30 forme modali. Le forme modali sono state rielaborate tramite GSM così da ottenere le quantità di interesse: una mappa degli indici di danneggiamento legati ad estensione e posizione della delaminazione. Per la determinazione del modello surrogato è stata utilizzata la proper orthogonal decomposition (POD); la POD è caratterizzata dall'ottima capacità nel comprimere informazioni alto-dimensionali portando ad

un'efficiente e accurata rappresentazione basso-dimensionale. Attraverso la scomposizione in valori singolari (singular value decomposition, SVD) della matrice degli *snapshot*, contenente i dati delle simulazioni LF, sono state ricavate basi e coefficienti POD (variabili da caso a caso) che, moltiplicati, forniscono un'approssimazione della distribuzione degli indici di danno lungo il pannello. È stata, inoltre, determinata una relazione quadratica che legghi il vettore \mathbf{p} ai coefficienti modali POD; in questo modo il modello, una volta assegnato il solo vettore dei parametri di danno, è in grado di fornire la distribuzione degli indici di danneggiamento. Al paragrafo 7.2 è stata testata l'efficacia della POD attraverso un set di dati di validazione. Confrontando i risultati FEM con quelli forniti dal modello surrogato si registrano errori massimi dell' 8%.

Affinché venisse perseguito l'obiettivo principale del lavoro di tesi, ovvero l'integrazione di dati provenienti da fonti a diversa fedeltà, sono state realizzate altre 100 simulazioni FEM con una mesh più fitta. Queste costituiscono il set di dati HF attraverso il quale è stato calibrato il modello surrogato, in particolare i coefficienti POD. Sono state proposte due strategie di calibrazione entrambe basate sulla suddivisione degli $\alpha(p)$ in 16 cluster. La prima strategia consiste nel determinare una relazione correttiva quadratica per ogni cluster considerando come riferimento i coefficienti POD legati alle simulazioni HF calcolati risolvendo il sistema lineare riportato in (35). La seconda strategia si basa sulla sostituzione del vettore dei primi 20 coefficienti con il centroide del cluster al quale appartiene. Al capitolo 8 è stata testata l'efficacia di entrambe considerando un set di valutazione di 50 casi. Con la correzione apportata da entrambi i metodi si registra un abbassamento dello scarto quadratico medio (root mean square error, RMSE), seppur minimo, rispetto alla determinazione degli indici di danneggiamento attraverso il solo modello POD. Andando ad analizzare il comportamento dell'errore caso per caso, si nota come certe correzioni siano andate a buon fine mentre altre sono da reputare inefficienti poiché l'RMSE piuttosto che diminuire, aumenta. Per la prima strategia è stata rilevata una relazione tra efficacia della strategia e cluster di appartenenza concludendo che l'efficacia della correzione sia legata all'appartenenza del vettore dei primi 20 coefficienti modali POD ad un determinato cluster piuttosto che ad un altro.

Sono stati, infine, proposti degli sviluppi futuri che forniscono spunti per una possibile strategia di calibrazione del modello surrogato attraverso dati provenienti da una terza fonte, ovvero la sperimentazione e per la ricerca di una metodologia che sfrutti l'ensemble di simulazioni numeriche e dati sperimentali. A questo proposito è stato realizzato un primo set-up sperimentale presso il LAQ-AERMEC del dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale del Politecnico di Torino che permettesse di realizzare prove di analisi modale sulle piastre

descritte al Capitolo 5. Sono state ottenute le funzioni di risposta in frequenza (frequency response function, FRF) in particolari punti di misura delle piastre; queste sono state rielaborate per determinare le quantità di interesse, ovvero gli indici di danneggiamento. Tutto ciò è stato portato a termine con successo. Una campagna sperimentale condotta secondo il set-up realizzato permette una raccolta efficiente di dati da utilizzare come riferimento per l'aggiornamento dei coefficienti POD, perseguendo quindi l'obiettivo di integrare dati provenienti da fonti a diverso grado di fedeltà.

Elenco tabelle e figure

Tabella 1: Posizioni ed estensioni della delaminazione simmetrica	35
Tabella 2: Fibra e matrice del composito costituente le piastre	36
Tabella 3: Proprietà Hexcel8552/AS4	36
Tabella 4: Possibili valori assunti dai parametri geometrici	41
Tabella 5: Tabella comparazione tempi	52
Tabella 6: Caratteristiche del segnale d'eccitazione	66
Figura 1: Esempio grafico di ROM [12]	12
Figura 2: Overview sui principali metodi di riduzione [12]	13
Figura 3: Esempio grafico di confronto FEM e POD [19]	15
Figura 4: Esempio SVD della matrice degli snapshots	16
Figura 5: Tassonomia degli approcci al clustering [28]	19
Figura 6: Esempio di Dendogramma derivante da clustering gerarchico [30]	19
Figura 7: Esempio di distanza nel single e complete linkage [30]	20
Figura 8: Esempio di distanza nell' average linkage clustering [30]	21
Figura 9: Architettura competitive learning [38]	23
Figura 10: Topologie SOM 1D e 2D [40]	24
Figura 11: Esempio di un SOM Sample Hits	24
Figura 12: Esempio effetto della delaminazione su modi a diversa frequenza per pannelli curvi incastrati [43]	27
Figura 13: Esempio di applicazione di metodi basati sulla curvatura per DD [48]	29
Figura 14: Esempio di applicazione GSM [52]	31
Figura 15: Esempio di griglia per l'utilizzo delle differenze finite [52]	32

Figura 16: Dimensioni e sequenza di laminazione delle piastre.....	34
Figura 17: Layout dei Pannelli.....	35
Figura 18: Risultati ottenuti dalla prova di trazione	37
Figura 19: Banco prova pannelli.....	37
Figura 20: Esempio di calcolo di deformata statica.....	38
Figura 21: Confronto tra i dati ricavati da sperimentazione e simulazioni numeriche.....	38
Figura 22: Delaminazione lungo lo spessore e sistemi di riferimento.....	42
Figura 23: Offset da assegnare ai 2 sub-laminati.....	42
Figura 24: Esempio di geometria modello FEM (Patran).....	43
Figura 25: Particolare delaminazione (Patran)	43
Figura 26: Esempio risultato simulazione di analisi modale	44
Figura 27: Esempio visualizzazione 2D dell'indice di danneggiamento	45
Figura 28: Esempio di visualizzazione 3D dell'indice di danneggiamento	45
Figura 29: Plot energia cumulativa	49
Figura 30: Step per la ricostruzione degli indici di danneggiamento	49
Figura 31: Esempio di ricostruzione dei coefficienti modali POD.....	50
Figura 32: Errore medio sul set di validazione del modello POD	51
Figura 33: Esempio di confronto FEM e POD sulla mappatura degli indici di danneggiamento	51
Figura 34: Step per la determinazione degli indici di danneggiamento (con correzione)	53
Figura 35: Sample hits SOM	55
Figura 36: Distanze e connessioni rete SOM.....	56
Figura 37: Sequenza di numerazione dei cluster della rete.....	56
Figura 38: Distribuzione dell'errore medio sul set di valutazione pre-correzione	58
Figura 39: Confronto RMSE pre e post applicazione strategia 1	58
Figura 40: Differenza RMSE pre e post applicazione strategia 1	59
Figura 41: Confronto RMSE pre e post applicazione strategia 2	61
Figura 42: Differenza RMSE pre e post applicazione strategia 2.....	61

Figura 43: Schema a blocchi set-up sperimentale.....	63
Figura 44: Scanning head.....	64
Figura 45: Shaker.....	64
Figura 46: Set-up sperimentale	65
Figura 47: Griglia di misura.....	65
Figura 48: Movimento del laser lungo la griglia di misura	66
Figura 49: Esempio di FRF delle piastre analizzate	66
Figura 50: Esempio forma modale (LMS Test Lab).....	67

Ringraziamenti

Parte di questo lavoro di tesi è stato reso possibile dal programma Visiting Professor del Politecnico di Torino e dal Programma Dynamic Data Driven Application System del US Air Force Office of Scientific Research (Grant FA9550-16-1-0108) che hanno supportato l'attività di ricerca della Dr. Laura Mainini.

Desidero ringraziare il Prof. Marco Gherlone e la Dr. Laura Mainini per avermi dato la possibilità di svolgere questa attività di tesi e soprattutto per aver gentilmente trovato, tra i numerosi impegni, il tempo e la pazienza per seguirmi e indirizzarmi lungo la giusta via.

Ringrazio la mia ragazza Eleonora per avermi sopportato anche nei momenti in cui ero insopportabile e per avermi rassicurato durante periodi particolarmente gravosi.

Il mio grazie più sentito va a tutta la mia famiglia che a distanza mi ha sempre supportato, economicamente e sentimentalmente, nella realizzazione di tutti i miei obiettivi.

Bibliografia

- [1] AIRTECH. [Online]. Available: <https://www.airtechintl.com/en/Flashbreaker-2CBS>.
- [2] R. MacNeal, «A Simple Quadrilateral Shell Element,» *Computer & Structures*, vol. 8, pp. 175-183, 1976.
- [3] «Sito di Riferimento Matlab,» [Online]. Available: <https://it.mathworks.com/>.
- [4] «Sito di riferimento MSC PATRAN,» [Online]. Available: <http://www.mssoftware.com/it/product/patran>.
- [5] «Sito di riferimento MSC NASTRAN,» [Online]. Available: <http://www.mssoftware.com/it/product/msc-nastran>.
- [6] D. d. I. E. e. I. d. MIT. [Online]. Available: <http://web.mit.edu>.
- [7] L. Sirovich, «Turbolence and the dynamics of coherent structures,» *Quarterly of Applied Mathematics*, vol. 45, pp. 561-571, 1987.
- [8] «Sito di riferimento Polytec PSV-400,» [Online]. Available: <https://www.polytec.com/int/vibrometry/products>.
- [9] «Sito di riferimento shaker TIRA vib per analisi modale,» [Online]. Available: <https://www.tira-gmbh.de/en/vibration-test-systems>.
- [10] «Sito di riferimento LMS Test Lab,» [Online]. Available: <https://www.plm.automation.siemens.com/it/products/lms/testing/test-lab/>.
- [11] M. Dossi, Artist, *Combined Model Order Reduction and Domain Decomposition Strategies for the Solution of Non-Linear and Multi-Physics Structural Problems*. [Art]. Politecnico di Milano, 2015.
- [12] W. Schilders, H. van der Vorst e J. Rommes, «Model order reduction: theory, research aspects and applications,» *Mathematics in Industry*, vol. 13, 2008.
- [13] A. C. Antoulas e D. C. Sorensen, «Approximation of large-scale dynamical systems: An overview,» *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, vol. 11, pp. 1093-1121, 2001.
- [14] D. Sorensen, «Implicit application of polynomial filters in a k-step Arnoldi method,» *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 13, pp. 357-385, 1992.
- [15] T. Penzl, «Numerical Solution of Generalized Lyapunov Equations,» *Advances in Computational Mathematics*, vol. 8, pp. 33-48, 1998.

- [16] I. M. Jaimoukha e E. M. Kasenally, «Implicit restarted Krylov subspace methods for stable partial realizations,» *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, vol. 18, pp. 633-652.
- [17] K. Pearson, «On lines planes of closes fit to system of points in space,» *London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 2, pp. 559-572, 1901.
- [18] D. Allaire, D. Kordonowy, M. Lecerf, L. Mainini e K. Willcox, «Multifidelity DDDAS Methods with Application to a Self-Aware Aerospace Vehicle,» *Procedia Computer Science*, vol. 29, pp. 1182-1192, 2014.
- [19] L. Mainini e K. Willcox, «Surrogate Modeling Approach to Support Real-Time Structural Assessment and Decision Making,» *AIAA Journal*, vol. 53, pp. 1612-1626, 2015.
- [20] G. Kerschen e J. Golinval, «Physical interpretation of the proper orthogonal modes using the singular value decomposition,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 249, pp. 849-865, 2002.
- [21] G. Kerschen, J. Golinval, A. F. Vakakis e L. A. Bergman, «The method of proper orthogonal decomposition for dynamical characterization and order reduction of mechanical systems: an overview,» *Nonlinear Dynamics*, vol. 41, pp. 147-169, 2005.
- [22] Y. Zhang, Y. Yin, D. Guo, X. Yu e L. Xiao, «Cross-validation based weights and structure determination of Chebyshev-polynomial neural networks for pattern classification,» *Pattern Recognition*, vol. 47, pp. 3414-3428, 2014.
- [23] H. Nakayama e N. Kagaku, «Pattern Classification by Linear Goal Programming and its Extensions,» *Journal of Global Optimization*, vol. 12, pp. 111-126, 1998.
- [24] G. P. Zhang, «Neural networks for classification: a survey,» *IEEE Trans. Syst. Man Cybern. Part C Appl. Rev.*, vol. 30, pp. 451-462, 2002.
- [25] L. Rokach, «Clustering methods,» *Data Mining and Knowledge Discovery Handbook*, pp. 331-352, 2005.
- [26] A. K. Jain, «Data clustering: 50 years beyond K-means,» *Pattern Recognition Letters*, vol. 31, pp. 651-666, 2010.
- [27] V. E. Castro e J. Yang, «A fast and robust general purpose clustering algorithm,» in *International Conference of Artificial Intelligence*, 2000.
- [28] C. Fraley e A. E. Raftery, «How many clusters? Which clustering method? Answers via model-based cluster analysis,» in *Department of Statistic University of Washington Technical Report No. 329*, 1998.
- [29] J. Han, M. Kamber e J. Pei, «Data Mining: Concepts and Techniques,» Kaufmann Publishers, 2011.

- [30] A. Saxena, M. Prasad, A. Gupta, N. Bharill, O. P. Patel, A. Tiwari, E. M. Joo, W. P. Ding e C. T. Lin, «A review of clustering techniques and developments,» *Neurocomputing*, vol. 267, pp. 664-681, 2017.
- [31] B. King, «Step-wise clustering procedures,» *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 69, pp. 86-101, 1967.
- [32] J. H. Ward, «Hierarchical grouping to optimize an objective function,» *J. Am. Stat. Assoc.*, vol. 58, pp. 236-244, 1963.
- [33] D. Lam e D. C. Wunsch, «Clustering,» in *Academic Press Library in Signal Processing*, vol. 1, 2014, pp. 1115-1149.
- [34] J. Dunn, «A Fuzzy Relative of the ISODATA Process and Its Use in Detecting Compact Well-Separated Clusters,» *Journal of Cybernetics* , vol. 3, pp. 32-57, 1973.
- [35] J. C. Bezdek, «Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms,» New York, Plenum Press, 1981.
- [36] T. Kohonen, «Self-organized formation of topologically correct feature maps,» *Biol. Cybern.*, vol. 43, pp. 59-69, 1982.
- [37] T. Kohonen, «Self-Organizing Maps,» Springer, 1997.
- [38] D. K.L., «Clustering: A neural network approach,» *Neural Networks*, vol. 23, pp. 89-107, 2010.
- [39] V. J. A. S. Lobo, «Application of Self-Organizing Maps to the Maritime Environment,» in *Proc. IF&GIS 2009*, ST. Petersburg, 2009.
- [40] D. Miljkovic, «Brief Review of Self-Organizing Maps,» in *2017 40th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO)*, 2017.
- [41] J. A. Bullinaria, «Introduction to Neural Networks - Course Material and Useful Links,» [Online]. Available: <http://www.cs.bham.ac.uk>.
- [42] J. Tracy e G. Pardoen, «Effect of delamination on the natural frequencies of composite laminates,» *Journal of Composite Materials*, vol. 23, pp. 1200-1215, 1989.
- [43] K. Chawlaa e S. Ray-Chaudhuri, «Effect of Cut-Out and Delamination on Modal Properties of Singly-and Doubly-Curved Composite Plates,» *Procedia Engineering*, vol. 199, pp. 1982-1987, 2017.
- [44] A. Paolozzi e I. Peroni, «Detection of Debonding Damage in a Composite Plate through Natural Frequency Variations,» *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, vol. 9, pp. 369-389, 1990.

- [45] W. Fan e P. Qiao, «Vibration-based damage identification methods: A Review and comparative study,» *Struct Health Monit*, vol. 10, pp. 83-111, 2011.
- [46] S. Gopalakrishnan, M. Ruzzene e S. Hanagud, «Computational Techniques for Structural Health Monitoring,» Londra, Springer-Verlag, 2011.
- [47] A. K. Pandey, M. Biswas e M. M. Sammam, «Damage detection from changes in curvature mode shapes,» *J Sound Vib*, vol. 145, pp. 321-332, 1991.
- [48] E. Manoach, J. Warminski, L. Kloda e A. Teter, «Vibration Based Methods For Damage Detection In Structures,» in *MATEC Web of Conferences*, 2016.
- [49] N. Stubbs e J. T. Kim, «Damage localization in structures without baseline modal parameters,» *AIAA Journal*, vol. 34, pp. 1644-1649, 1996.
- [50] P. Cornwell, W. Doebling e C. R. Farrar, «Application of the strain energy damage detection method to plate-like structures,» *J Sound Vib*, vol. 224, pp. 359-374, 1999.
- [51] C. P. Ratcliffe, «Damage detection using a modified Laplacian operator on mode shape data,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 204, pp. 505-517, 1997.
- [52] M. Yoon, D. Heider, J. Gillespie Jr., C. Ratcliffe e R. Crane, «Local damage detection using a global fitting method on mode shape data,» in *IMAC XIX: A Conference on Structural Dynamics*, Kissimme, 2001.
- [53] U. W. State, «Summary of Published Material Properties,» [Online]. Available: <http://www.niar.wichita.edu/>.
- [54] K. (. S. U. Marlett, «Data Sheet Hexcel 8552 AS4,» [Online]. Available: <http://www.niar.wichita.edu/Hexcel8552AS4>.
- [55] «Sito di riferimento banche prova AIP Studio,» [Online]. Available: <http://www.aip-studio.com/banche-multi-assiali-chiavi-in-mano.html>.
- [56] M. D. Mckey, W. J. Conover e R. J. Beckman, «A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis from a computer code,» *Technometrics*, vol. 21, pp. 239-245, 1979.
- [57] J. Rhim e S. Lee, «A neural network approach for damage detection and identification of structures,» *Comput Mech*, vol. 16, pp. 437-443, 1995.
- [58] C. Farrar, S. Doebling e D. Nix, «Vibration-based structural damage identification,» *Philos Trans Roy Soc Lond A*, vol. 359, pp. 131-149, 2001.

- [59] L. Yam, Y. Yan e J. Jiang, «Vibration-based damage detection for composite structures using wavelet transform and neural network identification,» *Compos Struct*, vol. 60, pp. 403-412, 2003.
- [60] L. Mainini e K. E. Willcox, «Real-time structural assessment from sparse measurements affected by uncertainty,» *Computers and Structures*, vol. 182, pp. 296-312, 2017.