POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

Traiettorie per velivoli con Collision Avoidance



Relatore prof. Lorenzo Casalino	Candidato Calogero Maria Friscia
îrma del relatore	firma del candidato

Sommario

Questa tesi sperimenta un programma di Collision Avoidance basato sulla teoria del controllo ottimale, per ottenere traiettorie che evitino l'ostacolo davanti al nostro velivolo arrivando a destinazione con il minor tempo possibile.

Si è dapprima discusso di un sistema molto utilizzato di Collision Avoidance, come il Traffic Collision Avoidance Systems (TCAS), e della necessità di dotare di sistemi simili anche velivoli piccoli come i droni.

In seguito si è discusso della teoria che sta alla base del programma, la teoria del controllo ottimale, un metodo indiretto che massimizza o minimizza un indice di prestazione.

Poi si sono esplicitate le equazioni del moto del nostro problema e si sono analizzati i risultati ottenuti con il programma nei tre casi di ostacolo fisso, ostacolo in movimento assegnato e ostacolo manovrante.

Infine si sono confrontati i risultati ottenuti con il programma di Optimal Control Theory (OCT) con alcuni risultati ottenuti con procedimenti geometrici, per verificare la correttezza del programma.

Indice

S	ommario	0	III
Iı	ıtroduzi	one	VII
1	Collisio	on Avoidance	1
	1.1 Tr	affic Alert Collision Avoidance Systems	1
	1.2 Co	llision Avoidance nei droni	5
2	Ottimi	zzazione Indiretta	7
	2.1 Te	oria del Controllo Ottimale	7
	2.2 Pr	oblema differenziale ai limiti	11
3	Equazi	ioni del Moto	14
	3.1 Os	tacolo fisso	14
	3.2 Os	tacolo in movimento non manovrante	17
	3.3 Os	tacolo manovrante	19
4	Risulta	ıti	23
	4.1 Stu	ıdio con ostacolo fisso	23
	4.2 Stu	udio con ostacolo in movimento assegnato con velocità costante	27
	4.2.1	Influenza della velocità dell'ostacolo con delta fissato	28
	4.2.2	Influenza del delta dell'ostacolo con la direzione della velocità fissata	36
	4.2.3	Influenza della posizione dell'ostacolo	40
	4.2.4	Influenza della posizione finale della traiettoria del velivolo	42
	4.3 Stu	ıdio con due velivoli manovranti	47
	4.3.1	Influenza della velocità del secondo velivolo	48
	4.3.2	Traiettoria media sui 3 casi v2 <v1 ,="" v2="">v1</v1>	51
	4.3.3	Influenza dell'alfa	
	4.3.4	Grafici su alfa meno alfa medio	61
	4.3.5	Grafici su alfa medio	65
5	Confro	onto dati OCT con dati geometrici	69
		ni	
В	ibliograf	fia	73

Indice delle figure

Figura 3.1:Ostacolo fisso	14
Figura 3.2:Ostacolo in movimento non manovrante	17
Figura 3.3:Ostacolo manovrante	19
Figura 4.1:Traiettoria dietro l'ostacolo con ostacolo fisso	24
Figura 4.2:Traiettoria davanti l'ostacolo con ostacolo fisso	25
Figura 4.3:Tempo di aggiramento al variare della posizione sull'asse x dell'ostacolo fisso	26
Figura 4.4:Tempo di aggiramento al variare del raggio dell'ostacolo fisso	26
Figura 4.5:Tempo di aggiramento al variare della posizione y dell'ostacolo fisso	27
Figura 4.6:Tempo di aggiramento al variare della velocità dell'ostacolo in movimento asse	egnato 28
Figura 4.7:Traiettoria con ostacolo in movimento assegnato con vy0=0,15	29
Figura 4.8:Traiettoria con ostacolo in movimento assegnato con vy0=0,20	29
Figura 4.9:Tempo di aggiramento al variare della velocità e delta negativo con ostacolo in	movimento
assegnato	30
Figura 4.10:Tempo di aggiramento al variare della velocità e delta positivo con ostacolo ir	n movimento
assegnato	30
Figura 4.11:Tempi di aggiramento al variare della velocità con vari delta	31
Figura 4.12:Tempo di aggiramento al variare della velocità e delta pari a 0	32
Figura 4.13:Tempo di aggiramento al variare della velocità e delta pari a -0,1	32
Figura 4.14:Tempo di aggiramento al variare della velocità e delta pari a +0,1	33
Figura 4.15:Tempo di aggiramento al variare della velocità con vari delta	33
Figura 4.16:Tempo di aggiramento al variare della velocità con delta pari a 0	34
Figura 4.17:Tempo di aggiramento al variare della velocità con delta pari a +0,1	34
Figura 4.18:Tempo di aggiramento al variare della velocità con delta pari a -0,1	35
Figura 4.19:Tempo di aggiramento al variare della velocità con vari delta	35
Figura 4.20:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato	vy0=-0,136
Figura 4.21:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato	vy0=+0,136
Figura 4.22:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato	vy0=0 37
Figura 4.23:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato	vy0=+0,537
Figura 4.24:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato	vy0=-0,5 38
Figura 4.25:Tempi di aggiramento al variare di vari delta	38
Figura 4.26:Ingrandimento tempi di aggiramento al variare di vari delta	39
Figura 4.27:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato vy0=0; delta=-0,1	39
Figura 4.28:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato vy0=0,5; delta=-0,1	40
Figura 4.29:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato v	y=-0,1 con
traiettorie davanti e dietro l'ostacolo	
Figura 4.30:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato v	y=0 con
traiettorie davanti e dietro l'ostacolo	
Figura 4.31:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato v	
traiettorie davanti e dietro l'ostacolo	
Figura 4.32:Tempo di aggiramento al variare di delta con varie posizioni finali nell'asse y	
dell'ostacolo in movimento fissato	42

Figura 4.33:Tempo di aggiramento al variare di delta con posizione finali nell'asse y dell'ostacolo in	1
movimento fissato yf=0	
Figura 4.34:Tempo di aggiramento al variare di delta con posizione finali nell'asse y dell'ostacolo in	1
movimento fissato yf=0,1	
Figura 4.35:Tempo di aggiramento al variare di delta con posizione finali nell'asse y dell'ostacolo in	
movimento fissato yf=0,2	
Figura 4.36:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato yf=0; vy0=0; delta=0	
Figura 4.37:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato yf=0,2; vy0=0; delta=0	
Figura 4.38:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato yf=0; vy0=0; delta=-0,20	46
Figura 4.39:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato yf=0,2; vy0=0; delta=-0,2	46
Figura 4.40:Tempo di aggiramento al variare della velocità del secondo velivolo	
Figura 4.41:Tempo di aggiramento al variare di dy2 con due velivoli manovranti	48
Figura 4.42:Tempo di aggiramento al variare della velocità del secondo velivolo con dy2=-0,1	48
Figura 4.43:Tempo di aggiramento al variare della velocità del secondo velivolo con dy2=+0,1	49
Figura 4.44:Traiettoria con due velivoli manovranti con v2=1 ;dy2=-0,1 e passaggio dietro il velivol	o
Figura 4.45:Traiettoria con due velivoli manovranti con v2=1 ;dy2=-0,1 e passaggio davanti il veliv	
Figura 4.46:Traiettoria media con varie velocità del secondo velivolo	
Figura 4.47:Traiettoria media riscalata	52
Figura 4.48:Ingrandimento traiettoria media	53
Figura 4.49:Traiettoria media normalizzata	54
Figura 4.50:Traiettoria con due velivoli manovranti e v2=0,3 ; dy2=0	55
Figura 4.51:Traiettoria con due velivoli manovranti e v2=10 ; dy2=0	56
Figura 4.52:Angolo alfa in funzione del tempo con varie velocità del secondo velivolo	57
Figura 4.53:Angolo alfa in funzione del tempo per v2 <v1< td=""><td>58</td></v1<>	58
Figura 4.54:Angolo alfa in funzione del tempo per v2=v1	59
Figura 4.55:Angolo alfa in funzione del tempo per v2>v1	60
Figura 4.56:Alfa meno alfa medio in funzione del tempo con varie velocità	61
Figura 4.57:Alfa meno alfa medio in funzione del tempo con v1 <v2< td=""><td>62</td></v2<>	62
Figura 4.58:Alfa meno alfa medio in funzione del tempo con v1=v2	63
Figura 4.59:Alfa meno alfa medio in funzione del tempo con v1>v2	64
Figura 4.60:Alfa medio in funzione del tempo con varie velocità	65
Figura 4.61:Alfa medio in funzione del tempo con v2 <v1< td=""><td>66</td></v1<>	66
Figura 4.62:Alfa medio in funzione del tempo con v2=v1	67
Figura 4.63:Alfa medio in funzione del tempo con v2>v1	68
Figura 5.1:Traiettoria con ostacolo fisso per x0b=0; y0b=0	69

Introduzione

In questa tesi si è voluto sperimentare un programma di Collision Avoidance basato su un metodo indiretto, la teoria del controllo ottimale, che ci permette di ottimizzare un indice di prestazione, nel nostro caso si è voluto ottimizzare il tempo di percorrenza di una traiettoria nel caso di conflitto di un velivolo con un ostacolo, che può essere ostacolo fisso, ostacolo in movimento oppure due velivoli manovranti.

Nel primo capitolo della tesi si è discusso delle necessità di avere metodi nuovi di Collision Avoidance, applicabili soprattutto nel caso di piccoli velivoli come i droni o velivoli senza pilota (Unmanned aerial vehicle), dato che la loro diffusione e il loro uso nel mondo è sempre in aumento, sarà necessario avere sistemi efficaci per evitare le collisioni tra di essi, e dato che i sistemi tradizionali di Collision Avoidance come il Traffic Collision Avoidance Systems (TCAS), usati per velivoli di grosse dimensioni potrebbero essere troppo costosi per droni e piccoli velivoli senza pilota, risulta necessario avere sviluppare sistemi alternativi per garantire la sicurezza aerea, cioè le assenze di collisioni.

Nel secondo capitolo della tesi si è discusso delle basi teoriche del controllo ottimale, la tecnica di ottimizzazione indiretta usata per il programma di Collision Avoidance. Si è discusso della generica forma della teoria del controllo ottimale applicabile al sistema, delle variabili, delle condizioni a contorno e del procedimento per giungere alle equazioni algebriche per i controlli.

Nel terzo capitolo di sono discusse le equazioni del moto e le condizioni al contorno per il nostro problema, che si suddivide in tre situazioni diverse: nel primo si è considerato un ostacolo fisso nella traiettoria del velivolo, nel secondo caso si è considerato un ostacolo in moto assegnato e nel terzo caso si sono considerati due velivoli manovranti. Il problema generale consiste in un velivolo che si deve spostare tra due punti che incontra un ostacolo, considerando un'area di conflitto si vuole determinare la traiettoria ottimale che minimizza il tempo di percorrenza.

Nel quarto capitolo si sono analizzati i risultati ottenuti con il programma di calcolo per tutti e tre i casi. I risultati sono presentati come grafici che mostrano i tempi di percorrenza della traiettoria per evitare la collisione al variare delle varie condizioni iniziali come la posizione iniziale dell'ostacolo, la velocità del velivolo, l'influenza del passaggio davanti o dietro l'ostacolo, l'influenza della velocità dell'ostacolo, l'influenza della posizione finale del velivolo, l'influenza della velocità del secondo velivolo. I risultati hanno dimostrato che in ogni caso ci siano più soluzioni per aggirare un ostacolo ma solo una ci consente di farlo con il tempo minimo, l'obiettivo futuro sarà quello di adattare il programma di calcolo in un sistema di Collision Avoidance per garantire sicurezza ed efficienza operazionale ai vari droni o velivoli senza pilota in commercio.

Infine nel quinto capitolo si è fatto un confronto dei risultati ottenuti con in programma di calcolo con quelli ottenuti con dati geometrici.

1 Collision Avoidance

Questo capitolo discute del principale sistema di Collision Avoidance, il Traffic Alert Collision Avoidance Systems (TCAS), e della necessità di sviluppare simili sistemi anche per velivoli di piccole dimensioni, come i velivoli senza pilota (UAV) o i droni, piccoli velivoli a pilotaggio remoto.

1.1 Traffic Alert Collision Avoidance Systems

Normalmente aerei con più di 19 posti passeggeri o con un peso massimo a decollo maggiore di 15000 Kg devono essere equipaggiati con TCAS (Traffic Alert Collision Avoidance System) [1].

Il sistema TCAS ha evitato molti incidenti aerei e le compagnie di assicurazione ne hanno riconosciuto il valore abbassando il costo di assicurazione per gli aerei che lo equipaggiano.

Il sistema TCAS si basa su separazioni di altitudine, regole dell'aria, controllo del traffico aereo, sia procedurale che radar.

Il bisogno di progettare sistemi per evitare collisioni aeree si è presentato già nel 1956 a seguito di un incidente avvenuto negli USA sul Grand Canyon riguardo due aerei commerciali che si sono scontrati, tra il 1971 e il 1975 ci furono delle proposte di Collision Avoidance Systems, ma che ebbero delle limitazioni tra cui gli equipaggiamenti che erano necessari installare nei velivoli, allora venne adottato un sistema detto Beacon-based Collision Avoidance System, basato su un CAS che interrogava l'ATC già installato sul velivolo, ma si presentavano delle difficoltà con gli RF generati nelle aree ad alta densità aerea.

Nel 1981 il congresso americano emise una legge che spinse la Federal Aviation Administration (FAA) ha concentrare gli sforzi per produrre un sistema per prevenire le collisioni aeree, il TCAS.

Le caratteristiche del TCAS dovevano essere:

- doveva intervenire quando tutti gli altri sistemi fallivano
- non doveva essere distruttivo sugli altri sistemi di separazione
- doveva minimizzare l'affidamento con gli altri sistemi
- doveva funzionare ovunque
- doveva assicurare manovre complementari tra gli aerei in conflitto
- doveva avere un'alta probabilità di successo

il primo punto significa ci sono vari modi per evitare la collisone e il TCAS non deve entrare in contatto con gli altri, nel tempo ne possono essere sviluppati di diversi.

Il secondo punto significa che evitare una collisine deve avere una bassa possibilità di generare un'altra collisione.

Il terzo punto significa che dato che il TCAS è l'ultimo mezzo per evitare la collisone significa che gli altri mezzi hanno fallito, quindi si deve minimizzare l'affidamento con altri sistemi che hanno fallito.

Il quarto punto significa che il sistema non deve avere bisogno dei dati relativi alla terra ma solo di quelli relativi al velivolo, in quanto deve poter funzionare anche sull'oceano.

Il quinto punto significa che due velivoli in conflitto devono operare con manovre complementari, cioè devono comunicare tra di loro.

Il TCAS è l'ultima spiaggia per evitare il conflitto tra due velivoli, perché traccia i velivoli in prossimità del proprio, allora genera un traffic allert (TA) per gli arerei vicini al punto più vicino di approccio detto Closest Point of Approach (CPA), se la situazione continua a peggiorare a circa 30 secondi prima del CPA il TCAS produce un Resolution Advisory (RA) che si sviluppa sempre sul piano verticale, può essere attivo (scendi, sali) o passivo (non scendere, non salire), e allora il TCAS comunica con il TCAS dell'altro velivolo per fare una manovra complementare. Se tutto procede bene il RA produce una separazione verticale da 300 a 800 piedi, quando il pericolo è passato il TCAS rimuove l'RA. Le funzioni eseguite dal TCAS sono, sorveglianza, collision avoidance, avvertimento dell'equipaggio e coordinazione con gli altri TCAS.

Il TCAS possiede un radar che continuamente sorveglia l'area prossima del velivolo per trovare velivoli vicini, il range minimo di sorveglianza è di 14 miglia nautiche che deve assicurare il successo della manovra anche ad alte velocità, anche se i tipici TCAS hanno un range di 40 miglia nautiche e alcuni modelli arrivano a 100.

Si usano antenne poste sopra e sotto il velivolo per assicurare che possibili pericoli vengano individuati sia sopra che sotto.

Le antenne hanno una accuratezza di bearing di 3 gradi.

Ogni TCAS su ogni velivolo indipendentemente procede con propri calcoli, se il TCAS determina un pericolo produce un TA e lo annuncia all'equipaggio.

Se si decide che è necessario un Resolution Advisory (RA), si annuncia all'equipaggio e all'altro velivolo, allora è necessario avere pure sull'altro velivolo un TCAS per procedere con un RA complementare.

Così facendo si ottengono delle manovre complementari tra i due velivoli, ogni TCAS può lavorare anche in presenza di più pericoli.

Il TCAS tiene conto del tempo al Closet Point of Approach (CPA), a 45 secondi prima del CPA dà un avvertimento, se la situazione peggiora a 30 secondi dal

CPA si procede con il Resolution Advisory e di conseguenza si procede con la manovra di evasione.

Si può evitare la collisone cambiando la velocità e l'altitudine, nel piano orizzontale si deve avere una divisone tra 0,5 e 1 nautical mile, mentre nel piano verticale da 300 a 500 piedi.

Si nota che manovrare nel piano verticale richiede meno tempo che manovrare nel piano orizzontale.

La procedura consiste nel comunicare la manovra al pilota con il segnale RA, che può essere attiva o passiva, ci sono tre elementi di Human Machine Interface (HMI):

- Dispay della posizione del traffico e dei pericoli (Plan Position Display)
- Prompts aureo delle azioni richieste (Aural Prompts)
- Display delle manovre richieste (Dispay of Avoidance Manoeuvre)

Il Plan Position Dispay mostra al pilota la posizione degli altri velivoli, si usano diversi colori: bianco per velivoli senza interezze specifico e per velivoli il cui TCAS ha generato un Traffic Alert, rosso per velivoli il cui TCAS ha generato un Resolution Advisory, giallo per velivoli che potevano rappresentare un pericolo ma che adesso non lo rappresentano più.

Poi si usa un numero che indica l'altitudine e se il velivolo in questione sta aumentando l'altitudine o la sta diminuendo.

Questo serve per dare al pilota chiarezza della situazione e per acquisire informazioni sui possibili pericoli.

L'Aural Prompts serve come principale strumento per avvertire i piloti su un pericolo e le relative manovre per evitarlo, in questo modo il pilota prende visione dei pericoli e si prepara ad eseguire la manovra, se la situazione deteriora si procede con il Resolution Advisory, e il pilota può iniziare la manovra.

Il TCAS funziona nel piano verticale e la manovra si presenta come velocità verticale richiesta e relativo angolo di pitch, sugli indicatori del velivolo si usano segmenti rossi e verdi per indicare ai piloti le velocità e gli angoli richiesti (in verde) e quelli proibiti (in rosso), in risposta ad un RA, il pilota deve riconoscere il pericolo entro 5 secondi.

I sistemi di Collision Avoidance devono funzionare dovunque al mondo e devono soddisfare certi standard, questi standard sono pubblicati dalla International Civil Aviation Organisation (ICAO).

Ogni RA deve essere registrato sul Flight Data Recorder, anche il TCAS stesso può registrarlo anche se non è obbligatorio.

Ogni registrazione include:

- Tempo
- Altitudine
- Velocità verticale
- Raggio di intrusione

- Bearing
- Velocità verticale del velivolo di intrusione
- Resolution Advisory

Per quanto riguarda le considerazioni legali, il responsabile per la sicurezza del velivolo è il capitano, all'inizio dell'utilizzo del TCAS certi piloti non volevano seguire le istruzioni del TCAS senza conferme visive ma in certe occasioni può non esserci tempo per verificare la correttezza del TCAS, allora ICAO ha raccomandato che il pilota non è responsabile quando si manovra con il TCAS. In ogni caso il TCAS non può assicurare che non si saranno collisioni, ma è certo che il suo uso ha ridotto di molto gli incidenti aerei.

Uno studio ha calcolato gli effetti del TCAS sulla riduzione degli incidenti:

 $Risk\ with\ TCAS = Risk\ without\ TCAS * Ratio$

Dove:

- Ratio = 0 se TCAS è stato perfetto
- Ratio = 1 se TCAS è stato inutile

Se il nostro velivolo ha il TCAS si possono presentare diversi casi:

- Il velivolo minaccia ha il TCAS, ha obbedito all'RA, il nostro velivolo ha obbedito all'RA allora il Ratio sarà pari a 0.05
- Il velivolo minaccia non ha il TCAS, il nostro velivolo ha obbedito all'RA, allora il Ratio sarà pari a 0.12
- Il velivolo minaccia ha il TCAS ma non ha obbedito all'RA, il nostro velivolo ha obbedito all'RA, allora il Ratio sarà pari a 0.25
- Il nostro velivolo non ha obbedito all'RA, allora il Ratio sarà pari a 0.35

Si vede che se entrambi gli aerei hanno il TCAS e hanno obbedito al segnale RA si ottiene una riduzione del rischio della collisione di un fattore 20.

Se solo il nostro velivolo ha il TCAS e ha obbedito al segnale RA la riduzione del rischio di collisione è di un fattore 10.

Ma se entrambi gli aerei ignorano il segnale RA manovrando in direzione opposta a quella suggerita del segnale RA l'effetto del TCAS si annulla.

Ci sono stati casi in cui il TCAS ha fallito, se ne riporta un esempio: nel giorno 28 giugno 1999 il volo della British Airways BAO27 era opposto al volo coreano KE507 nello spazio aereo cinese e allo stesso livello di altitudine, entrambi i velivoli erano equipaggiati con il TCAS.

Il volo coreano aveva ricevuto un segnale RA di incrementare l'altitudine di 400 piedi ed aveva eseguito la manovra, mentre il volo inglese aveva ricevuto un segnale RA di diminuire l'altitudine, indicando il velivolo coreano come 400 metri sotto che incrementava l'altitudine.

L'errore è stato nel segnale RA del volo coreano, che avrebbe dovuto indicare di diminuire l'altitudine, non di aumentarla, e quindi si è verificata la collisione.

Pare che ci fu un errore nell'altitudine percepita dal TCAS del velivolo coreano, per prevenire simili casi furono aggiornati i regolamenti: si rendevano necessari test funzionali dell'altitudine e controlli incrociati e inoltre si raccomandava il solo utilizzo di comunicazioni digitali.

In conclusione il TCAS è installato in più di 20000 velivoli nel mondo ed ha ridotto significativamente le collisioni, una caratteristica significativa del TCAS è la capacità di aumentare la sicurezza solamente installandolo su di un solo velivolo, mentre altri sistemi aumentano la sicurezza solo se si installano su più velivoli.

Ma i sistemi di sicurezza devono essere rivisti ogni volta che nuove tecnologie permettono di migliorare le performance.

1.2 Collision Avoidance nei droni

Ormai i droni sono entrati in molti settori della società moderna e nel mercato commerciale, e trovano utilizzo in compiti sempre più diversi a partire dalla consegna pacchi, fino all'agricoltura e al settore militare [2]. I droni hanno dimostrato di saper essere vantaggiosi in situazioni molto difficili oppure impossibili con mezzi tradizionali, e di poter quindi aumentare l'efficienza produttiva con conseguente diminuzione dei costi. I droni commerciali hanno trovato spazio in tantissimi campi come ad esempio l'agricoltura di precisione, dove i droni vengono usati per misurare e osservare i raccolti e anche per intervenire con operazione come semina e raccolto. Inoltre possono essere usati per indagini sulla salute del suolo, sorveglianza delle coltivazioni, fertilizzare ed innaffiare i campi e raccogliere dati sulle colture. Così facendo si può ridurre o eliminare il costo del lavoro umano nell'agricoltura e meccanicizzare tutti i vari processi. I droni trovano impiego anche nelle aziende con compiti come: riprese video, fotografia, spedizioni e consegne dei pacchi, mappature, ispezioni, sorveglianza e copertura del segnale internet. Anche nell'ambito militare i droni sono molto usati, detti anche RPAS (Remotely Piloted Aerial Systems), ormai quasi tutte le forze armate li impiegano. Si usano in quelle situazioni troppo pericolose per l'uomo e assistono le truppe dal cielo inviando immagini sulle operazioni a terra. Per esempio le forze armate americane li utilizzano anche per spionaggio, per la sorveglianza, per la ricerca dei dispersi, ponte radio, consegna di viveri ed altro. Quindi in futuro i droni saranno sempre più utilizzati per le loro capacità adattative in vari campi e per il loro potenziale di ottimizzare i tempi e i costi del lavoro. L'incremento dei velivoli senza pilota renderà necessario lo sviluppo di sistemi per evitare le collisioni.

Il TCAS come abbiamo visto ha bisogno del transponder per poter funzionare che è un pezzo di elettronica che richiede antenne e le relative batterie per alimentarlo. I droni in genere non portano transponder e le batterie che usano sono limitate, è necessario pensare a nuovi metodi per equipaggiare i droni con sistemi per evitare le collisioni. I droni hanno bisogno di sistemi per evitare le collisioni più piccoli, dotati di sensori per rilevare gli oggetti di fronte al drone. I benefici per il drone di avere sistemi di Collisio Avoidance sono molti, prima di tutto avere meno incidenti è quello che vogliono tutti, quasi tutti i droni sono dotati di videocamere che trasmetto le immagini al controller ma è sempre possibile perdere la connessione, e quindi sarebbe impossibile terminare il volo in maniera sicura, senza un sistema per evitare le collisioni. Dato che i droni vengono usati nei luoghi pubblici, perderne il controllo può causare incidenti con danni alle persone, quindi avere droni sicuri, dotati di sistemi per evitare ostacoli è necessario se si è in presenza di persone. Inoltre oggi molti droni si pongono l'obiettivo di volare dentro luoghi chiusi, ma è più difficile che in luoghi aperti ed è sempre necessaria la presenza di un pilota per evitare incidenti, allora avere un sistema per evitare collisioni può dare autonomia al drone anche nei luoghi chiusi. Considerando anche che in genere i costi di assicurazione dei droni sono alti, rendere i droni più sicuri può abbassare questi costi e può anche avvicinare il grande pubblico a queste tecnologie, contribuendo sempre ad abbassare i costi di assicurazione. In conclusione in futuro i droni saranno sempre più utilizzati nella vita di tutti i giorni, sia per uso personale sia nelle attività commerciali. Senza dubbio dovranno essere sicuri al 100%, dovranno essere dotati allora di sistemi di Collision Avoidance.

2 Ottimizzazione Indiretta

In questo capitolo si discute di una tecnica di ottimizzazione indiretta da usare come base teorica per lo sviluppo di un programma di Collision Avoidance. La seguente trattazione è riferita ai testi [3], [4] e [5] citati nella bibliografia.

Per ottimizzazione si intende ottenere la legge di controllo che ci fornisce un indice di prestazione come minimo o massimo, ma dato che la soluzione analitica si può trovare solo per casi semplici è necessario ricercare soluzioni approssimate o con metodi numerici. Le tecniche di ottimizzazione indirette sono tra i metodi numerici più apprezzati perché consentono di trovare soluzioni con elevata precisione, tempi di calcolo limitati e un numero limitato di parametri, la teoria del controllo ottimale fa riferimento all'ottimizzazione indiretta.

2.1 Teoria del Controllo Ottimale

Consideriamo un generico sistema a cui si può applicare la teoria del controllo ottimale: si ha un vettore di variabili di stato x, si ha le equazioni differenziali che ne descrivono l'evoluzione tra gli istanti iniziale e finale che sono funzioni di x, si ha inoltre il vettore dei controlli u e la variabile indipendente tempo t.

La generica forma è:

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t)$$

Si suddivide la traiettoria in un numero di sotto-intervalli dove le variabili sono continue. Si tiene conto delle discontinuità delle variabili considerando un j-esimo intervallo che inizia al tempo $t_{(j-1)+}$ e termina in t_{j-} con valori delle variabili agli esterni di $x_{(j-1)+}$ e x_{j-} dove i segni indicano i valori assunti subito prima e subito dopo l'intervallo considerato. Le condizioni imposte sono di tipo non lineare

$$\chi(x_{(j-1)+}, x_{i-}, t_{(j-1)+}, t_{i-}) = 0$$
 $j = 1, ..., n$

Si ricerca i massimi e minimi relativi di un funzionale tipo

$$J = \varphi(x_{(j-1)+}, x_{j-}, t_{(j-1)+}, t_{j-}) + \sum_{j} \int_{t_{(j-1)+}}^{t_{j-}} \Phi(x(t), u(t), t) dt$$

$$= 1, \dots, n$$

Dove J è la somma della funzione φ che dipende dai valori assunti dalle variabili e dal tempo ai contorni e l'integrale su tutta la traiettoria Φ . Considerando le costanti μ che sono associate alle condizioni al contorno e le variabili λ che sono associate alle equazioni di stato si riscrive

$$J^* = \varphi + \mu^T \chi + \sum_{j} \int_{t_{(j-1)+}}^{t_{j-1}} (\Phi + \lambda^T (f - \dot{x})) dt \qquad j = 1, ..., n$$

Considerando il punto come derivata rispetto al tempo. Quindi J e J^* dipendono dalle variabili di stato x, dai controlli u e dal tempo. I valori estremali dei due funzionali coincidono se le condizioni al contorno ed equazioni di stato sono soddisfatte. Si integra per parti per eliminare la dipendenza dalle derivate rispetto al tempo.

$$J^* = \varphi + \mu^T \chi + \sum_{j} (\lambda_{(j-1)_+}^T x_{(j-1)_+} - \lambda_{j-}^T x_{j-})$$

$$+ \sum_{j} \int_{t_{(j-1)_+}}^{t_{j-}} (\Phi + \lambda^T f - \dot{\lambda}^T x) dt \qquad j = 1, ..., n$$

Per ottenere la variazione prima del funzionale si deve differenziare

$$\begin{split} \delta J^* &= \left(-H_{(j-1)_+} + \frac{\delta \varphi}{\delta t_{(j-1)_+}} + \mu^T \, \frac{\delta \chi}{\delta t_{(j-1)_+}} \right) \delta t_{(j-1)_+} \\ &+ \left(H_{j-} + \frac{\delta \varphi}{\delta t_{j-}} + \mu^T \, \frac{\delta \chi}{\delta t_{j-}} \right) \, \delta t_{j-} \\ &+ \left(\lambda^T_{(j-1)_+} + \frac{\delta \varphi}{\delta x_{(j-1)_+}} + \mu^T \, \frac{\delta \chi}{\delta x_{(j-1)_+}} \right) \, \delta x_{(j-1)_+} \\ &+ \left(-\lambda^T_{j-} + \frac{\delta \varphi}{\delta x_{j-}} + \mu^T \, \frac{\delta \chi}{\delta x_{j-}} \right) \, \delta x_{j-} \\ &+ \sum_{i} \int_{t_{(j-1)_+}}^{t_j} \left(\left(\frac{\delta H}{\delta x} + \dot{\lambda}^T \right) \delta x + \frac{\delta H}{\delta u} \, \delta u \right) \, dt \qquad j = 1, \dots, n \end{split}$$

Dove H è l'Hamiltoniano tale che:

$$H = \Phi + \lambda^T f$$

Il funzionale deve essere stazionario per la condizione di ottimo. Quindi si ottengono le equazioni differenziali di Eulero-Lagrange annullando i coefficienti δx e δu

$$\frac{d\lambda}{dT} = -(\frac{\delta H}{\delta x})^T$$

Mentre le equazioni algebriche per i controlli sono

$$(\frac{\delta H}{\delta u})^T = 0$$

In ogni caso il ricercare i massimi o i minimi di J non influenza le leggi di controllo. Mentre se si è in presenza di un vincolo esplicito e costante il valore ottimale del controllo in ogni punto della traiettoria è quello che rende massimo o minimo l'Hamiltoniano in quel punto.

Allora possiamo avere due casi

• Il valore ottimale è quello dato dall'equazione:

$$(\frac{\delta H}{\delta u})^T = 0$$

E cioè il vincolo non ha influenza in quel punto

• Se il valore fornito dall'equazione non rientra nel dominio di ammissibilità allora il valore ottimale è agli estremi del domino

Se invece l'Hamiltoniano è lineare rispetto a uno dei controlli soggetti ai vincoli non si può determinare il controllo, si hanno due casi:

• Nell'equazione

$$H = \Phi + \lambda^T f$$

Compare il coefficiente del controllo, se non è nullo e se è positivo allora H è massimizzato per il valore massimo del controllo, mentre è minimizzato se è negativo.

• Se invece il coefficiente del controllo è nullo per un intervallo di tempo, allora si impone l'annullamento delle derivate successive del coefficiente rispetto al tempo, finché non si esplicita il controllo, allora si pone uguale a zero la derivata e si trova il controllo ottimale.

Mentre per le condizioni a contorno mancanti:

$$-\lambda_{j-}^{T} + \frac{\delta \varphi}{\delta x_{j-}} + \mu^{T} \left[\frac{\delta \chi}{\delta x_{j-}} \right] = 0 \qquad j = 1, ..., n$$

$$\lambda_{j+}^{T} + \frac{\delta \varphi}{\delta x_{j+}} + \mu^{T} \left[\frac{\delta \chi}{\delta x_{j+}} \right] = 0 \qquad j = 1, ..., n - 1$$

$$H_{j-} + \frac{\delta \varphi}{\delta t_{j-}} + \mu^{T} \frac{\delta \chi}{\delta t_{j-}} = 0 \qquad j = 1, ..., n$$

$$-H_{j+} + \frac{\delta \varphi}{\delta t_{j+}} + \mu^{T} \frac{\delta \chi}{\delta t_{j+}} = 0 \qquad j = 1, ..., n - 1$$

Dove per j_+ ; j_- si indica i valori assunti subito prima e subito dopo il punto j. Eliminando le costanti aggiunte si hanno le condizioni a contorno di ottimo:

$$\sigma(x_{(j-1)+}, x_{j-}, \lambda_{(j-1)+}, \lambda_{j-}, t_{(j-1)+}, t_{j-}) = 0$$

Che completano il sistema differenziale. Quindi se consideriamo una variabile di stato x, le sottoponiamo a particolari condizioni a contorno, le equazioni forniscono condizioni di ottimo per la variabile aggiunta λ_x :

- Sulla variabile aggiunta non ci sono condizioni se la variabile di stato è assegnata esplicitamente all'istante iniziale
- La variabile aggiunta è nulla all'istante iniziale se il valore iniziale della variabile di stato né nella funzione φ né nelle condizioni a contorno
- La variabile aggiunta è continua se la variabile di stato è continua e non assegnata ad un punto interno
- La variabile aggiunta ha una discontinuità libera se la variabile è continua ed assegnata ad un punto interno

Se invece H non dipende dal tempo ci saranno particolari condizioni a contorno:

- L'Hamiltoniano è nullo all'istante iniziale se il tempo non compare né nelle condizioni a contorno né nella funzione φ
- L'Hamiltoniano è continuo in j se il tempo intermedio t_j non compare nella funzione φ
- L'Hamiltoniano ha una discontinuità libera se il tempo t_j è assegnato esplicitamente
- In caso di vincolo f(x) = 0 tra t_a e t_b , è possibile utilizzare la stessa procedura modificando H, che diventa $H = \lambda_x + \nu \dot{f}$

Essendo f = 0 si ha che anche $\dot{f} = 0$ e ν puo' assumere qualunque valore, permettendo di soddisfare la condizione aggiuntiva $f(x(t_a)) = 0$

2.2 Problema differenziale ai limiti

La teoria del controllo ottimale dà un nuovo sistema di equazioni differenziali ai limiti (BVP) dove, in base alle condizioni a contorno, alcuni valori iniziali delle variabili non sono noti. Si vogliono trovare quelle che soddisfano le condizioni a contorno di ottimo, allora il problema di ottimo diventa un problema differenziale ai limiti (BVP) con alcune particolarità: l'intervallo di integrazione si divide in sotto-intervalli, dove le equazioni differenziali possono essere diverse, la durata dei sotto-intervalli non è nota, le condizioni a contorno non sono lineari o almeno possono non esserlo, ci possono essere discontinuità nei contorni interni delle variabili e il valore a seguito della discontinuità può non essere noto. Il BVP si riduce ad una successione di problemi ai valori iniziali che converge con il metodo di Newton. Si effettua una sostituzione di variabili t con ε definita nel sotto-intervallo j-esimo

$$\varepsilon = j - 1 + \frac{t - t_{j-1}}{t_j - t_{j-1}} = j - 1 + \frac{t - t_{j-1}}{\tau_j}$$

Dove τ_j è la durata del sotto-intervallo, così i contorni interni ed esterni sono fissati e pari ai valori interni consecutivi della nuova variabile ε . Ora si ha un problema differenziale nelle variabili:

$$y = (x, \lambda)$$

$$\frac{dy}{dt} = f^*(y,t)$$

Dato che ci sono pure parametri costanti si considera il vettore:

$$z = (y, c)$$

Che contiene pure il vettore dei parametri costanti. Allora si scrive il sistema di equazione differenziale:

$$\frac{dz}{d\varepsilon} = f(z, \varepsilon)$$

$$\frac{dy}{d\varepsilon} = \tau_j \frac{dy}{dt}$$

Per i parametri costanti:

$$\frac{dc}{d\varepsilon} = 0$$

Le condizioni a contorno:

$$\Psi(s) = 0$$

Dove s è un vettore con le variabili ad ogni contorno. Dato che i valori iniziali di alcune variabili sono incogniti si procede con un metodo iterativo, così l'errore sulle condizioni a contorno varia su una variazione di Δp :

$$\Delta \Psi = \left[\frac{\delta \Psi}{\delta p} \right] \Delta p$$

Si effettua una correzione per annullare l'errore:

$$\Delta p = p^{r+1} - p^r = -\left[\frac{\delta \Psi}{\delta p}\right]^{-1} \Psi^r$$

Fino a che non si ha la precisione desiderata sulle condizioni a contorno, il problema si semplifica se alcuni valori delle condizioni a contorno sono noti. La matrice che compare si calcola come prodotto di due matrici:

$$\left[\frac{\delta \Psi}{\delta p}\right] = \left[\frac{\delta \Psi}{\delta s}\right] \left[\frac{\delta s}{\delta p}\right]$$

Dove per la prima si derivano le condizioni a contorno rispetto alle grandezze iniziali, mentre nella seconda matrice vi sono le derivate dei valori delle variabili nei contorni rispetto ai valori iniziali.

$$\left[\frac{\delta z}{\delta p}\right] = [g(\varepsilon)]$$

Si integra il sistema di equazioni differenziali che si ottiene derivando il sistema principale

$$[\dot{g}] = \frac{d}{d\varepsilon} \left[\frac{\delta z}{\delta p} \right] = \left[\frac{\delta}{\delta p} \left(\frac{dz}{d\varepsilon} \right) \right] = \left[\frac{\delta f}{\delta p} \right]$$

Dove con il punto si indica la derivata rispetto alla nuova variabile ε .

Si esplicita lo Jacobiano:

$$[\dot{g}] = \left[\frac{\delta f}{\delta z}\right] \left[\frac{\delta z}{\delta p}\right] = \left[\frac{\delta f}{\delta z}\right] [g]$$

Si deriva la relazione per ottenere i valori iniziali per il sistema omogeneo:

$$[g(0)] = \left\lceil \frac{\delta z(0)}{\delta p} \right\rceil = [I]$$

Se si ha una discontinuità nel punto i, si aggiorna il vettore delle variabili z e la matrice g attraverso la relazione h che lega le variabili prima e dopo la discontinuità:

$$z_{i+} = h(z_{i-})$$

$$[g_{i+}] = \left[\frac{\delta h}{\delta z}\right][g_{i-}]$$

Per la linearizzazione introdotta per il calcolo della correzione Δp da apportare ai valori iniziali di tentativo introduce degli errori, allora per limitarli:

• La correzione apportata è minore di quella determinata

$$p^{r+1} = p^r + K_1 \Delta p$$

$$Con K_1 = 0.1 \div 1$$

- Ad ogni iterazione si confronta l'errore massimo sulle condizioni a contorno con quello ottenuto all'iterazione precedente, se è inferiore ad un multiplo di quello precedente si procede con una nuova iterazione
- Se l'errore è troppo grande rispetto alla iterazione precedente si integrano le equazioni del moto con i valori di tentativo, cioè la bisezione:

$$p^{r+1} = p^r + K_1 \Delta p / 2$$

e si ripete il confronto tra il nuovo errore e quello dell'iterazione precedente e se necessario si ripete la bisezione con un massimo di 5 bisezioni, poi si arresta il tentativo.

3 Equazioni del Moto

In questo capitolo si discutono le equazioni del moto del problema considerato, nei tra casi di ostacolo fisso, ostacolo in moto assegnato e due velivoli manovranti.

3.1 Ostacolo fisso

Il problema è il seguente:

- Un velivolo si deve spostare a velocità costante tra due punti, in genere presi nell'asse x
- Vi è un ostacolo fisso, o in movimento o un altro velivolo manovrante, in genere nell'asse y
- Consideriamo un'area di conflitto inferiore ad una certa distanza
- Il velivolo 1 manovra per evitare la collisione, cioè modifica la direzione della velocità
- Nel caso di due velivoli manovranti, il velivolo 2 può essere o non essere collaborativo
- La traiettoria si suddivide in 3 parti: la prima 0-a è a volo libero, la seconda a-b è la fase di conflitto e la terza b-f è di nuovo a volo libero
- L'obiettivo è ricercare la traiettoria a tempo minimo

La struttura del problema si può rappresentare con la figura esemplificativa 3.1

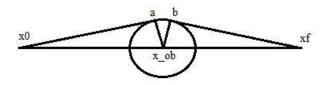


Figura 3.1:Ostacolo fisso

 $\dot{\bar{x}} = \bar{v}$

Condizioni a contorno

ntorno
$$\overline{x_0} = \overline{k_0} \\
\overline{x_f} = \overline{k_f} \\
t_0 = 0 \\
\overline{x_{a+}} = \overline{x_{a-}} \\
\overline{x_{b+}} = \overline{x_{b-}}$$

$$\Gamma = \sqrt{(\overline{x_a} - \overline{x_{ob}})(\overline{x_a} - \overline{x_{ob}})} = \sqrt{(\overline{x_a} - \overline{x_{ob}})^2}$$

Indice di prestazione da massimizzare

$$\varphi = -t_f$$

Nei tratti da 0-a e da b-f

$$H = \bar{\lambda} \bar{v}$$

Equazione di equilibrio

$$\dot{\bar{\lambda}} = 0$$

PMP : Hmax : \bar{v} parallelo $\bar{\lambda}$

Allora $\lambda = cost$; v = cost; in ogni tratto

Nel tratto a-b la distanza Gamma deve rimanere costante, il che implica:

$$\bar{v}\left(\bar{x}-\overline{x_{0b}}\right)=0$$

Definiamo i vettori normali e tangenziali:

$$H = \bar{\lambda} \, \bar{v} + \bar{v} \, \bar{\xi} \, (\bar{x} - \overline{x_{ob}})$$

Equazione di equilibrio:

$$\dot{\bar{\lambda}} = -\xi \, \bar{v}$$

PMP : Hmax : \bar{v} parallelo $\bar{\lambda} + \xi(\bar{x} - \overline{x_{ob}})$

E per soddisfare i vincoli

 \bar{v} parallelo \bar{t} allora $\bar{\lambda} + \xi$ $(\bar{x} - \overline{x_{ob}})$ parallelo \bar{t}

Condizioni a contorno di ottimizzazione

$$\begin{array}{c} H_{a+} = H_{a-} \\ H_{b+} = H_{b-} \\ H_{f} = 1 \\ \hline \lambda_{a+} - \overline{\lambda_{a-}} + \mu \left(x_{a} - x_{ob} \right) = 0 \end{array}$$

Note

1: |V| = cost allora $|V_{+}| = |V_{-}|$

2: Da H_3 si ha che $\lambda_3 V_3 = 1$

 $\lambda_3 = \frac{1}{V_3}$ essendo λ_3 parallelo V_3

Dalla continuità di H

$$\lambda_{a+} v_{a+} = \lambda_{a-} v_{a-} \\ \lambda_{b+} v_{b+} = \lambda_{b-} v_{b-}$$

3: In b, $\overline{\lambda_{b+}} = \overline{\lambda_{b-}}$ ed essendo V_{b+} parallelo λ_{b+} $V_{b+} = V_{b-}$ allora $\xi = 0$ in b

4 : In a
$$\overline{\lambda_{a+}} = \overline{\lambda_{a-}} + \xi (\overline{x_a - x_{ob}})$$

Essendo $\overline{v}_{|+}$ lungo \overline{t} e $(\overline{x_a - x_{ob}})$ lungo \overline{n}

$$\overline{\lambda_{a-}} \, \overline{v_{|+}} = \overline{\lambda_{a-}} \, \overline{v_{|-}}$$
 allora $\overline{v_{a+}} = \overline{v_{a-}}$ Allora $\xi = -\mu$ in a

Inoltre essendo v_{a+} perpendicolare a x_a-x_{ob} , deve anche esserlo v_{a-} , quindi il primo tratto di volo libero è su una traiettoria rettilinea tangente al cerchio di raggio Gamma che circonda l'ostacolo

5 : in aggiunta si ha:

$$\bar{\lambda} = \lambda_t \, \bar{t} + \lambda_n \, \bar{n}$$

$$\dot{\bar{\lambda}} = \dot{\lambda_t} \, \bar{t} + \lambda_t \, \dot{\bar{t}} + \dot{\lambda_n} \, \bar{n} + \lambda_n \, \dot{\bar{n}}$$

Allora:

$$\dot{\bar{\lambda}} = \left(\dot{\lambda_t} + \frac{v}{\Gamma} \, \lambda_n\right) \, \bar{t} + \left(\dot{\lambda_n} - \, \lambda_t \, \frac{v}{\Gamma}\right) \, \bar{n} = -\xi v \bar{t}$$

Si ha: $\bar{\lambda} + \xi(\bar{x} - \overline{x_{0h}})$ parallelo t

$$\lambda_n = -\xi \Gamma$$
 allora $\dot{\lambda_t} = 0$
 $\lambda_t = cost$

 $H = \lambda_0 \ v = cost$ (come richiesto da $\frac{\delta H}{\delta t} = 0$) μ deve essere tale che:

$$\lambda_{nb} = \lambda_{na} + \int \lambda'_n dt = \lambda_{na} + \frac{\lambda_{tv}}{\Gamma} (t_b - t_a) = 0$$

 $6:\lambda$ non è univocamente determinato in a-b , in realtà non ha significato dato che il controllo è fissato in $v(x-x_{ob})=0$

3.2 Ostacolo in movimento non manovrante

La figura esemplificativa 3.2 mostra la struttura del problema

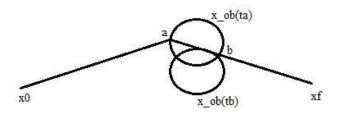


Figura 3.2:Ostacolo in movimento non manovrante

$$\dot{x} = \bar{v}$$

$$\overline{x_{ob}} = f(t)$$

$$\overline{v_{ob}} = \frac{df}{dt}$$

Condizioni a contorno

$$x_0 = k_0$$

$$t_0 = 0$$

$$x_f = k_f$$

$$x_{a+} = x_{a-}$$

$$x_{b+} = x_{b-}$$

$$\Gamma = \sqrt{(x_a - x_{ob}(t_a))^2}$$

Indice di prestazione

$$\varphi = -t_f$$

Per i tratti 0-a e b-f

$$H = \bar{\lambda}v$$

$$\dot{\bar{\lambda}}=0$$

Si ha Hmax nel caso in cui v è parallelo a λ

 $\lambda = cost$; v = cost in ogni tratto

Per il tratto a-b:

$$H = \bar{\lambda}\bar{v} + \xi(\bar{v} - \overline{v_{ob}}(t))(\bar{x} - \overline{x_{ob}}(t))$$
$$\bar{\lambda} = -\xi(v - v_{ob})$$

PMP v parallelo a $\bar{\lambda} + \xi(\bar{x} - \overline{x_{ob}})$

Condizioni a contorno per ottimizzazione

1)
$$H_{a+} = H_{a-} + \mu \left(\frac{x - x_{0b}}{\Gamma}\right) v_{0b}$$
 $H_{b+} = H_{b-}$; $H_f = 1$

2) $\lambda_{a+} = \lambda_{a-} + \mu \left(\frac{x_a - x_{0b}}{\Gamma}\right)$
 $\lambda_{a+} (v_{a+} - v_{0b}) = \lambda_{a-} (v_{-} - v_{0b})$
Da H_b si ha $\overline{v_{b+}} = \overline{v_{b-}}$
 $\overline{\lambda_{b-}} = \overline{\lambda_{b+}}$ parallelo $\overline{v_t}$
 $\overline{\lambda_{a-}} (\overline{v_{a-}} - \overline{v_{0b}}) = \overline{\lambda_{a-}} (\overline{v_{a+}} - \overline{v_{0b}})$
 $\overline{V_{l+}} = \overline{v_{l-}}$

$$\dot{\lambda_t} \neq 0$$

$$\dot{\lambda_n} = \lambda_t \frac{|\bar{v} - \overline{v_{ob}}|}{\Gamma} \text{ (non costante)}$$

$$(\bar{v} - \overline{v_{ob}} \text{ rimpiazza } \bar{v})$$

 $\frac{\lambda_{y0}}{\lambda_{x0}}$, t_a , t_b , t_f per soddisfare

$$\begin{cases} \sqrt{(x_a - x_{ob}(t_a))^2 = \Gamma} \\ (v_a - v_{ob}(t))(x_a - x_{ob}(t_a)) = 0 \end{cases}$$
$$\overline{x_f} = \overline{k_f}$$

H = H(t) durante l'arco vincolato

H non è vincolato durante a-b

$$|\lambda_{0-a}| \neq |\lambda_{b-f}|$$

 $\lambda_0 < \lambda_f$ (Si noti che se λ_0 fosse minore di λ_f , si avrebbe convenienza a ridurre la velocità prima di incontrare ostacolo, e viceversa)

Di nuovo lambda non è importante durante il tratto a-b.

3.3 Ostacolo manovrante

La figura esemplificativa 3.3 mostra la struttura del problema

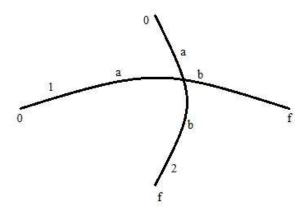


Figura 3.3:Ostacolo manovrante

Equazioni del moto

$$\dot{x_1}=v_1$$

$$\dot{x_2} = v_2$$

Condizioni a contorno (arrivo allo stesso tf)

$$x_{10} = k_{10}$$

$$x_{1f} = k_{1f}$$

$$x_{20} = k_{20}$$

$$x_{2f} = k_{2f}$$

$$t_0 = 0$$

$$t_0 = 0 \\ \sqrt{(x_{1a} - x_{2a})^2} = \Gamma$$

$$x_{1a+} = x_{1a-}$$
 $x_{2a+} = x_{2a-}$
 $x_{1b+} = x_{1b-}$
 $x_{2b+} = x_{2b-}$
 $\varphi = -t_f$

Tratti 0-a e b-f

$$H = \overline{\lambda_1} \overline{v_1} + \overline{\lambda_2} \overline{v_2}$$

 $\dot{\overline{\lambda}_1} = \dot{\overline{\lambda}_2} = 0$ $\lambda = cost$; v = cost in ogni tratto

PMP λ_1 parallelo v_1 ; λ_2 parallelo v_2

Tratto a-b

$$\begin{split} \frac{\Delta x}{dt} &= 0 \\ H &= \lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \xi(v_1 - v_2)(x_1 - x_2) \quad \text{allora} \ v_1 - v_2 \ parallelo \ t \\ \hline \dot{\overline{\lambda_1}} &= -\xi(v_1 - v_2) \\ \hline \dot{\overline{\lambda_2}} &= +\xi(v_1 - v_2) \\ \text{PMP:} \ v_1 \ paralelo \ \lambda_1 + \xi(x_1 - x_2) \\ v_2 \ parallelo \ \lambda_2 - \xi(x_1 - x_2) \\ (v_1 - v_2)r &= 0 \ \text{allora} \ \left(v_1 \ \frac{\lambda_1 + \xi(x_1 - x_2)}{|\lambda_1 + \xi(x_1 - x_2)|} - v_2 \frac{\lambda_2 - \xi(x_1 - x_2)}{|\lambda_2 - \xi(x_1 - x_2)|} \right) r = 0 \end{split}$$

Condizioni a contorno

$$H_{a+} = H_{a-}$$

$$H_{b+} = H_{b-}$$

$$H_3 = 1$$

$$\lambda_{1b+} = \lambda_{1b-}$$

$$\lambda_{2b+} = \lambda_{2b-}$$

$$\lambda_{1a+} = \lambda_{1a-} + \mu \frac{x_1 - x_2}{\Gamma}$$

$$\lambda_{2a+} = \lambda_{2a-} - \mu \frac{x_1 - x_2}{\Gamma}$$

$$\lambda_{t+} = \lambda_{t-}$$

Continuità di H_b

$$\overline{\lambda_{1+}}\overline{v_{1+}} + \overline{\lambda_{2+}}\overline{v_{2+}} = \overline{\lambda_{1-}}\overline{v_{1-}} + \overline{\lambda_{2-}}\overline{v_{2-}}$$
 In + $\bar{\lambda}$ parallelo \bar{v} ; $|v_+| = |v_-|$; $\overline{\lambda_+} = \overline{\lambda_-}$; $\overline{v_{1+}} = \overline{v_{1-}}$

Continuità di H_a

$$\begin{split} \overline{\lambda_{1+}}\overline{v_{1+}} + \overline{\lambda_{2+}}\overline{v_{2+}} &= \overline{\lambda_{1-}}\overline{v_{1-}} + \overline{\lambda_{2-}}\overline{v_{2-}} \\ \left(\overline{\lambda_{1-}} + \mu \frac{\overline{x_1 - x_2}}{\Gamma}\right)v_{1+} + \left(\overline{\lambda_{2-}} - \mu \frac{\overline{x_1 - x_2}}{\Gamma}\right)v_{2+} &= \overline{\lambda_{1-}}\overline{v_{1-}} + \overline{\lambda_{2-}}\overline{v_{2-}} \end{split}$$

Ma dato che:

$$(\overline{x_1} - x)(\overline{v_1 - v_2}) = 0$$

$$\overline{\lambda_{1-}}\overline{v_{1+}} + \overline{\lambda_{2-}}\overline{v_{2+}} = \overline{\lambda_{1-}}\overline{v_{1-}} + \overline{\lambda_{2-}}\overline{v_{2-}}$$

In a λ_- parallelo v_- ; anche $|v_+| = |v_-|$; $\overline{v_+} = \overline{v_-}$

Soluzione numerica: parametri

$$\overline{\lambda_{10}}$$
 ; $\overline{\lambda_{20}}$; t_a ; t_0 ; t_f ; μ

Condizioni a contorno

$$\overline{x_{1f}} = \overline{x_{2f}}$$

$$\sqrt{(x_{1a} - x_{2a})^2} = \Gamma$$

$$H_{a+} = H_{a-}$$

$$H_{b+} = H_{b-}$$

$$H_f$$

Controlli v parallelo λ in o-a e b-f

Nel tratto a-b, usando $d=\sqrt{(x_1-x_2)^2}$, risolvo $(v_1-v_2)(x_1-x_2)=0$, con ν come parametro

Computo λ_t e λ_n da $\bar{\lambda}$ e $(\overline{x_1} - x_2)$

Computo

$$v_t = v \frac{\lambda_t}{\Lambda}$$

$$v_n = v \left(\frac{v_n \pm \xi d}{\Lambda} \right) \text{ con } \Lambda = \sqrt{\lambda_t^2 + (\lambda_n \pm \xi d)^2}$$

Verifico

$$(v_1 - v_2)(x_1 - x_2) = 0$$

 ξ produce anche $\dot{\lambda_1}$ e $\dot{\lambda_2}$

Più grande è λ più piccolo è l'angolo $\bar{\lambda} - \bar{v}$ ma non univocamente determinato.

4 Risultati

In questo capitolo si discutono i risultati per i 3 casi: ostacolo fisso, ostacolo in moto assegnato e due velivoli manovranti, in tutti e tre i casi si verificano i passaggi davanti e dietro l'ostacolo, l'obiettivo è ricercare la traiettoria ottimale per attraversare raggiungere una posizione finale evitando l'ostacolo, facendo in modo che la distanza tra i due durante la manovra non scenda mai sotto un determinato delta.

4.1 Studio con ostacolo fisso

In questo caso si considera il velivolo che si sposta dal punto (-1,0) a (0,1) con velocità 1, l'ostacolo è posto nel punto (0,0) con raggio dell'area di influenza di 0,25. Con l'ostacolo fisso si avranno traiettorie con il velivolo tangente all'area di influenza dell'ostacolo che percorre un arco di cerchio. Qui in figura 4.1 si riporta un esempio di traiettoria in cui l'ostacolo è posizionato nel punto (0;0) ed ha velocità nulla.

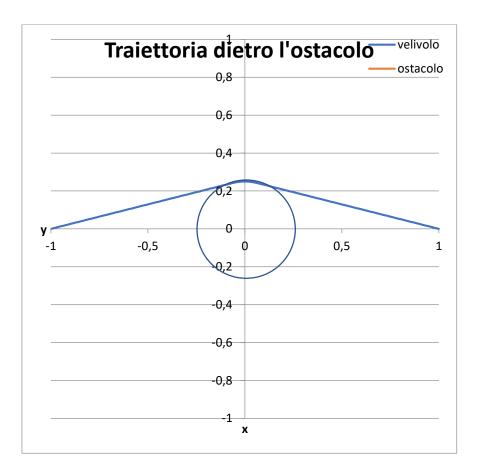


Figura 4.1:Traiettoria dietro l'ostacolo con ostacolo fisso

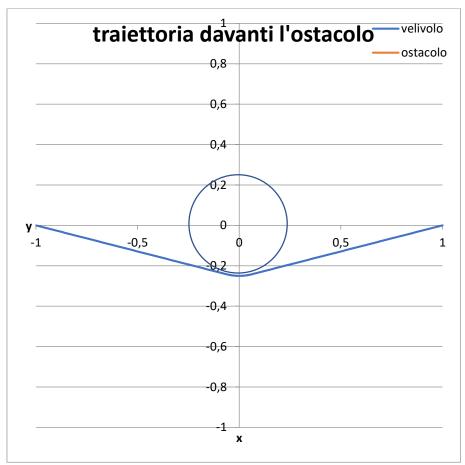


Figura 4.2:Traiettoria davanti l'ostacolo con ostacolo fisso

Si riportano in figura 4.1 e 4.2 i due casi con passaggio dietro e davanti l'ostacolo, in questo caso il tempo di percorrenza è identico perché l'ostacolo è posizionato al centro ed è fermo, perciò è indifferente che il velivolo lo aggiri passandoci dietro o davanti.

Qui si rappresentano casi del tempo di aggiramento al variare della posizione lungo l'asse x dell'ostacolo xob, della posizione lungo l'asse y dell'ostacolo yob e per ultimo il caso del tempo al variare dell'aria di influenza dell'ostacolo gamma con x0b e yob fissati in 0,0. Il tempo minimo di percorrenza è 2, perché è il tempo che impiega il velivolo per percorrere la data traiettoria se non ci fosse l'ostacolo, come si vede quando l'ostacolo è sufficientemente in alto, il velivolo può andare dritto e il tempo tende a 2.

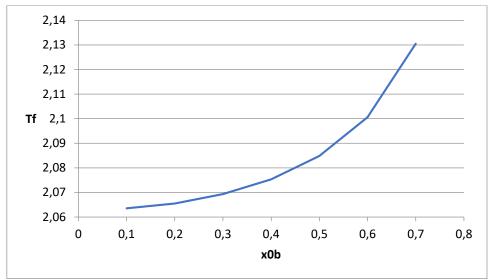


Figura 4.3:Tempo di aggiramento al variare della posizione sull'asse x dell'ostacolo fisso

In figura 4.3 dà il tempo per aggirare l'ostacolo al variare della coordinata x dell'ostacolo nel caso del passaggio dietro l'ostacolo, il tempo aumenta all'aumentare della coordinata, cioè quando l'ostacolo è più spostato a destra. Dato che l'ostacolo ha un valore dell'area di influenza di 0,25 esiste un valore limite di convergenza dei risultati, oltre il valore di xob=0,75 il risultato non è convergente. Dato che il raggio dell'ostacolo gamma è 0,25; la soluzione limite è per xob=0,75, oltre non c'è convergenza.

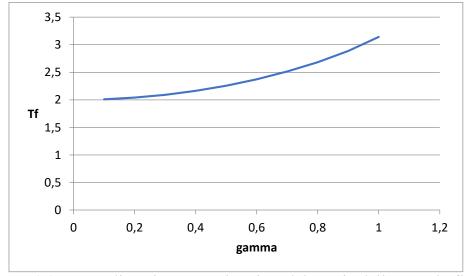


Figura 4.4:Tempo di aggiramento al variare del raggio dell'ostacolo fisso

In figura 4.4 si mostra il tempo all'aumentare di gamma cioè l'area di influenza dell'ostacolo, più aumenta gamma, più aumenta il tempo perché il velivolo dovrà manovrare di più per aggirarlo, portando con gamma a 0 l'ostacolo è come se non

ci fosse e il tempo tende a due, mentre se gamma è pari a 1 il velivolo copre tutta la traiettoria e il tempo è pari a pi greco.

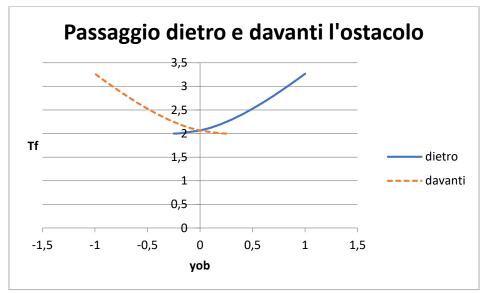


Figura 4.5:Tempo di aggiramento al variare della posizione y dell'ostacolo fisso

In figura 4.5 è il caso di passaggio dietro e davanti l'ostacolo al variare di Yob, cioè la coordinata Y dell'ostacolo, si vede che se Yob è zero, è indifferente che si passi dietro o davanti, per Yob che si sposta in alto conviene passare davanti, perché il tempo tende a due cioè il velivolo passa dritto senza bisogno di manovrare, per Yob che va in basso conviene passare dietro.

4.2 Studio con ostacolo in movimento assegnato con velocità costante

Nel caso di ostacolo in movimento, indico con delta la differenza di posizione quando i due velivoli si incrociano, se delta è uguale a 0 i velivoli 1 e 2 si incrociano all'origine, se delta è diverso da 0 quando il velivolo 1 è nell'origine, il velivolo 2 è sopra o sotto l'origine di una quantità delta, indico inoltre con gamma l'area di influenza dell'ostacolo. La velocità dell'ostacolo è costante e pari a 1. Se delta è minore di gamma allora si è in conflitto e sarà necessario modificare la traiettoria del velivolo. Anche in questo caso ci saranno due possibili soluzioni, passare dietro o davanti l'ostacolo, lo scopo è quello di poter individuare il punto di tempo di aggiramento minimo.

4.2.1 Influenza della velocità dell'ostacolo con delta fissato

In figura 4.6 si riportano alcuni casi al variare della velocità dell'ostacolo e con diversi delta, nel caso di delta uguale zero i passaggi dietro e davanti l'ostacolo sono simmetrici, quando l'ostacolo si muove verso l'alto conviene passare davanti, quando si muove vero il basso conviene passare dietro. Si nota inoltre come esista una velocità in cui il disturbo è minimo, cioè i valori di velocità tra -0,2 e -0,1 per il caso di passaggio dietro l'ostacolo e tra 0,1 e 0,2 per il caso di passaggio davanti l'ostacolo. Questi valori di velocità ci mostrano quali sono le condizioni ideali per aggirare l'ostacolo con il minimo tempo possibile, quando l'ostacolo si muove con valori di velocità molto diversi da questi il tempo di manovra aumenta notevolmente.

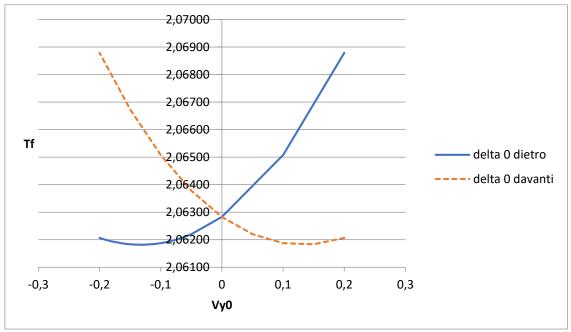


Figura 4.6:Tempo di aggiramento al variare della velocità dell'ostacolo in movimento assegnato

In figura 4.7 e 4.8 riportano le traiettorie nei casi di massima e minima interferenza e si vede come nel primo caso la traiettoria abbia un punto massimo nell'asse y di 0,24791, mentre nel secondo caso di 0,2615.

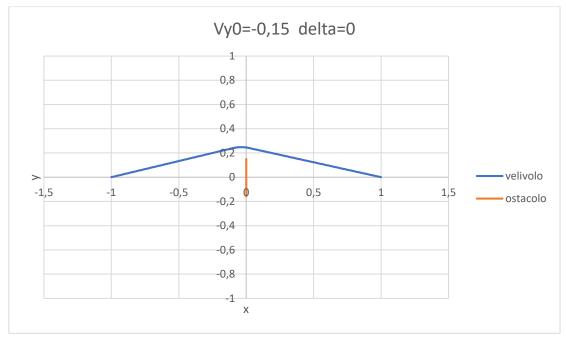


Figura 4.7:Traiettoria con ostacolo in movimento assegnato con vy0=0,15



Figura 4.8:Traiettoria con ostacolo in movimento assegnato con vy0=0,20

In figura 4.9 si riportano i casi di ostacolo spostato in alto o in basso nella posizione di partenza, variando la velocità. Nel caso di delta uguale ad un numero negativo, cioè l'ostacolo è posizionato in basso, conviene sempre passare dietro indipendentemente dalla velocità.

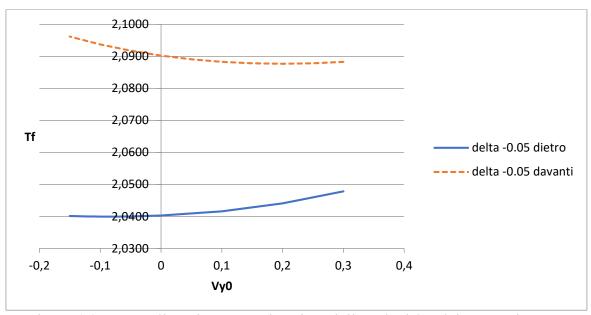


Figura 4.9:Tempo di aggiramento al variare della velocità e delta negativo con ostacolo in movimento assegnato

Nel caso di delta uguale ad un numero positivo, come in figura 4.10, cioè l'ostacolo è posizionato in alto, conviene sempre passare davanti

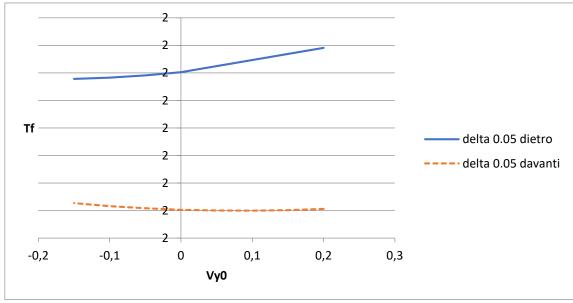
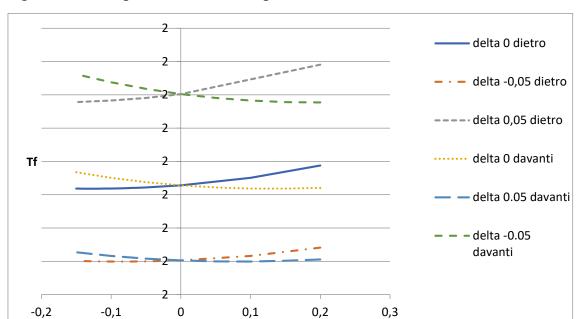


Figura 4.10:Tempo di aggiramento al variare della velocità e delta positivo con ostacolo in movimento assegnato



In figura 4.11 si riportano tutti i casi precedenti

Figura 4.11:Tempi di aggiramento al variare della velocità con vari delta

Vy0

Si nota che nel caso di delta 0, cioè ostacolo all'origine i risultati sono simmetrici, se la velocità dell'ostacolo è positiva, cioè se l'ostacolo si muove dall'alto verso il basso, conviene il passaggio davanti, mentre se è negativa, cioè l'ostacolo si muove dal basso verso l'alto, conviene il passaggio dietro.

Nei casi di delta pari a più o meno 0,05 la convenienza del passaggio dietro e davanti l'ostacolo è ancora più evidente, per delta pari a +0,05 conviene sempre passare davanti l'ostacolo indipendentemente dalla direzione della velocità dell'ostacolo, per questa velocità fissata dell'ostacolo, al contrario se delta è negativo (-0,05) conviene sempre il passaggio dietro.

In figura 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15 sono riportati dei grafici del tempo al variare della velocità dell'ostacolo con fissati vari valori di delta, si vede come si ottenga un risultato simmetrico per le traiettorie davanti e dietro l'ostacolo

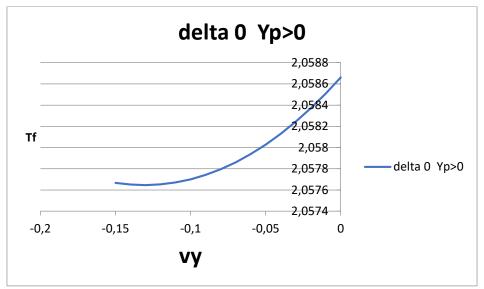


Figura 4.12:Tempo di aggiramento al variare della velocità e delta pari a 0

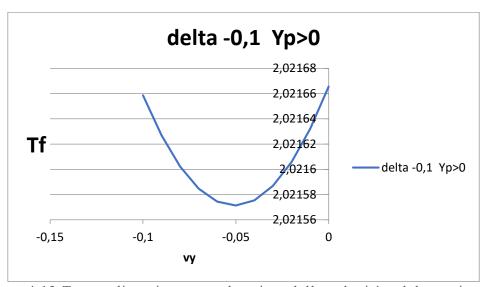


Figura 4.13:Tempo di aggiramento al variare della velocità e delta pari a -0,1

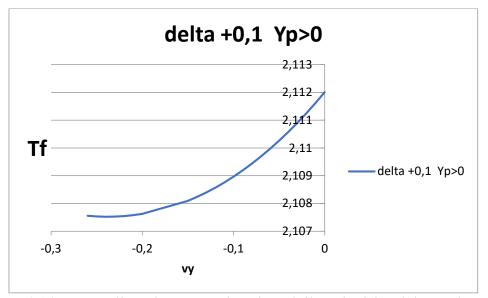


Figura 4.14:Tempo di aggiramento al variare della velocità e delta pari a +0,1

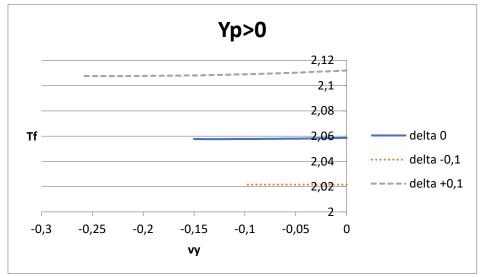


Figura 4.15:Tempo di aggiramento al variare della velocità con vari delta

Si vede che nel caso di Yp>0 cioè di passaggio dietro l'ostacolo si ha il tempo minore con delta negativi al variare della velocità dell'ostacolo, perché essendo l'ostacolo già spostato consente al velivolo di manovrare meno passando dietro.

In figura 4.16, 4.17, 4.18, 4.19 sono riportati i grafici considerano il passaggio davanti l'ostacolo con tre diversi valori fissati di delta

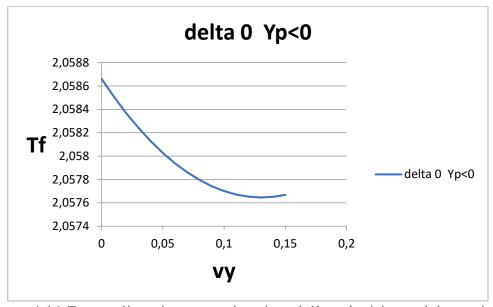


Figura 4.16:Tempo di aggiramento al variare della velocità con delta pari a 0

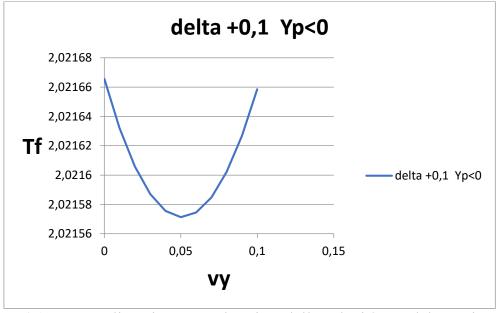


Figura 4.17:Tempo di aggiramento al variare della velocità con delta pari a +0,1

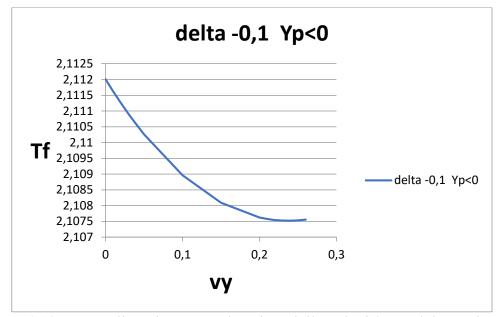


Figura 4.18:Tempo di aggiramento al variare della velocità con delta pari a -0,1

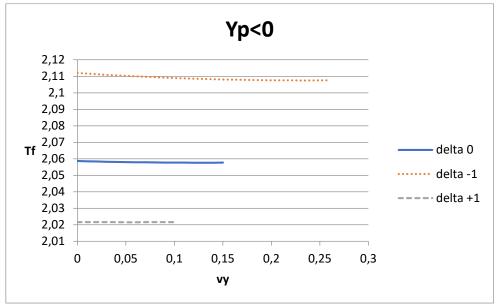


Figura 4.19:Tempo di aggiramento al variare della velocità con vari delta

Si vede che nel caso di passaggio davanti conviene avere sempre un delta positivo per aggirare l'ostacolo col minor tempo, al contrario del caso precedente.

4.2.2 Influenza del delta dell'ostacolo con la direzione della velocità fissata

In figura 4.20, 4.21, 4.22, 4.23, 4.24, 4.25 si riportano il tempo di aggiramento dell'ostacolo al variare di delta, per varie direzioni della velocità dell'ostacolo fissate, si vede come nel caso in cui il delta sia troppo spostato il tempo tende asintoticamente a 2 perché il velivolo non ha bisogno di manovrare.

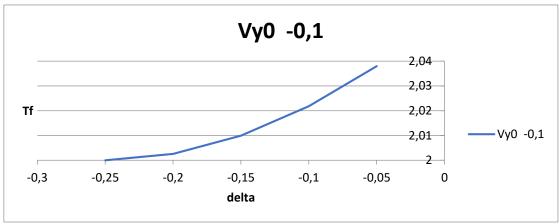


Figura 4.20:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato vy0=-0,1

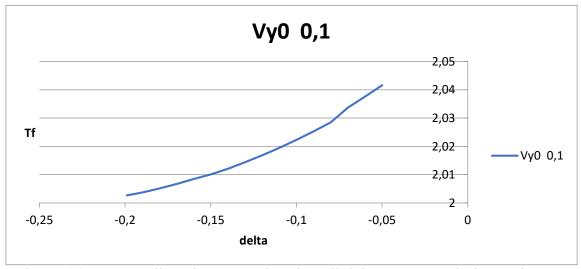


Figura 4.21:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato vy0=+0,1

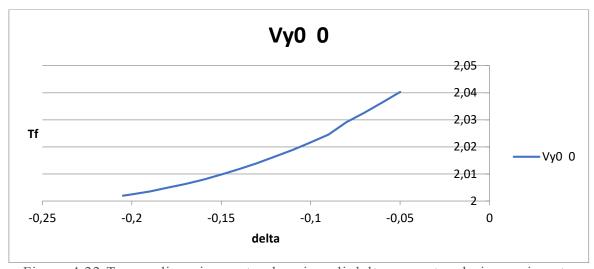


Figura 4.22:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato vy0=0

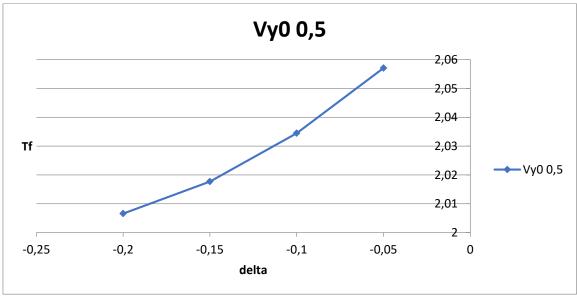


Figura 4.23:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato vy0=+0.5

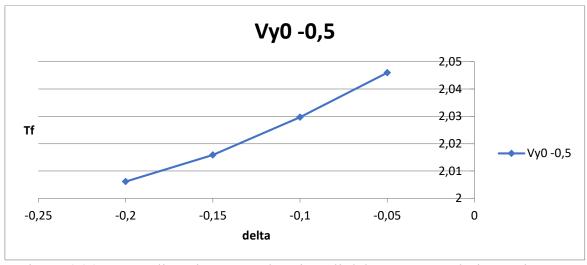


Figura 4.24:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato vy0=-0,5

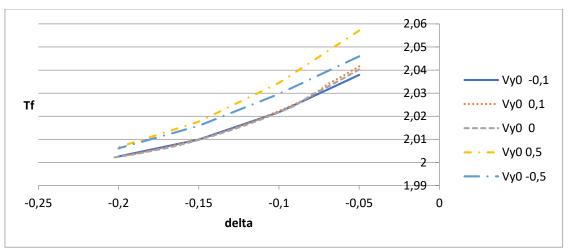


Figura 4.25:Tempi di aggiramento al variare di vari delta

Dai grafici si vede che se vy0 ha un valore basso vicino a zero, il tempo per aggirare l'ostacolo è minore al variare di delta perché l'ostacolo risulta fermo o quasi.

Si vede un sostanziale aumento del tempo di aggiramento per valori della velocità dell'ostacolo più elevate, indipendentemente dalla direzione della velocità, perché la zona di disturbo risulterà più ampia.

In figura 4.26 si riporta un ingrandimento del grafico precedente, si vede come il minore tempo di aggiramento dell'ostacolo si ha per la velocità nulla, mentre non appena si ha l'ostacolo in movimento anche con velocità basse il tempo aumenta.

In questo caso per velocità basse è più conveniente la direzione dell'ostacolo dall'alto verso il basso, mentre per velocità più alte risulta più conveniente la direzione di velocità dell'ostacolo dal basso verso l'alto.

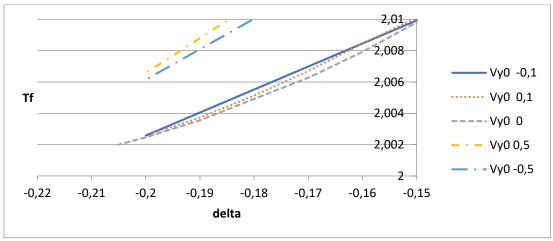


Figura 4.26:Ingrandimento tempi di aggiramento al variare di vari delta

Considerando la traiettoria per due casi precedenti, in figura 4.27 si vede come nel caso di velocità dell'ostacolo pari a zero (Vy0=0) il velivolo deve manovrare di meno per aggirarlo, infatti la massima coordinata nell'asse y che deve raggiungere è 0,1475;

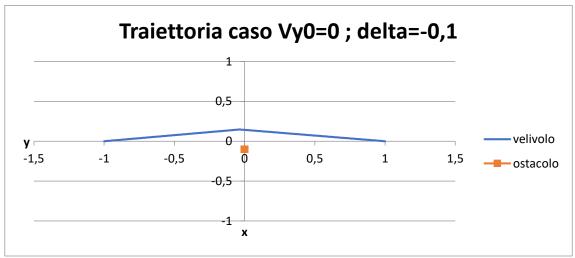


Figura 4.27:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato vy0=0; delta=-0,1

Mentre in figura 4.28 è riportato il caso di velocità dell'ostacolo di 0,5 il velivolo manovra di più per aggirare l'ostacolo, la massima coordinata y raggiunta è 0,18474

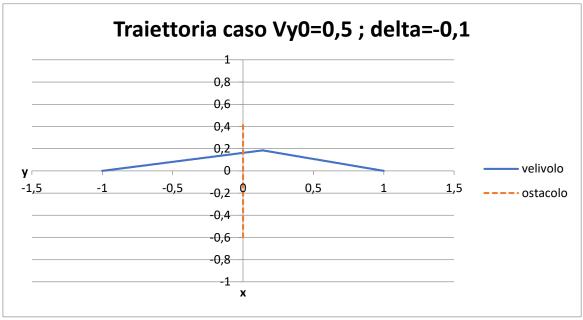


Figura 4.28:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato vy0=0,5; delta=-0,1

4.2.3 Influenza della posizione dell'ostacolo

Qui si hanno, in figura 4.29, 4.30 e 4.31 dei grafici del tempo al variare di delta, sia per traiettorie dietro che davanti l'ostacolo, si vede che per vy=0 si hanno risultati simmetrici, mentre per vy pari a più o meno un certo valore ci sarà una leggera discrepanza nel punto zero, perché l'ostacolo si muove, se verso il basso conviene passare in alto, se verso l'alto conviene passare in basso.

Mentre nel caso di delta=0 vi è un andamento simmetrico tra traiettoria dietro e davanti l'ostacolo.

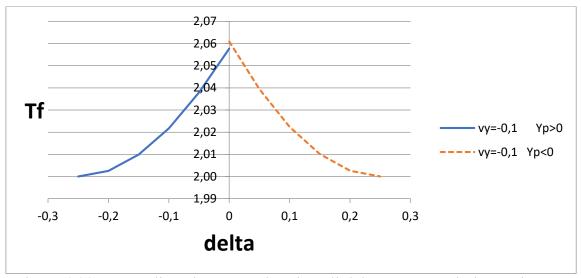


Figura 4.29:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato vy=-0,1 con traiettorie davanti e dietro l'ostacolo

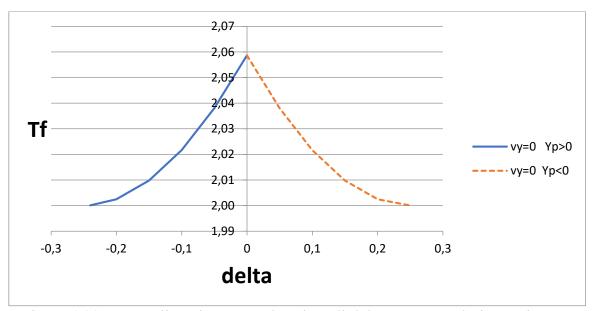


Figura 4.30:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato vy=0 con traiettorie davanti e dietro l'ostacolo

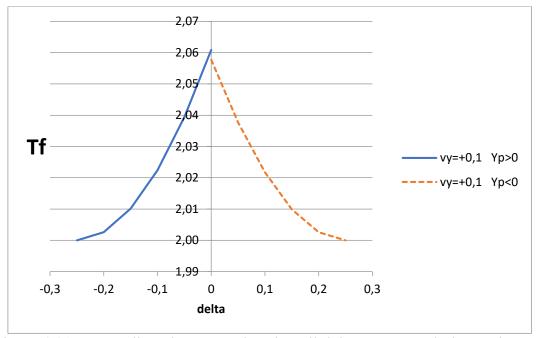


Figura 4.31:Tempo di aggiramento al variare di delta con ostacolo in movimento fissato vy=+0,1 con traiettorie davanti e dietro l'ostacolo

4.2.4 Influenza della posizione finale della traiettoria del velivolo

In figura 4.32, 4.33, 4.34 e 4.35 sono riportati dei grafici di tempo al variare di delta con fissati yf, cioè i punti di posizione finale del velivolo, in questo caso si considera il passaggio dietro e un delta variabile da 0 a -0,25. Si vede che al variare di yf, più diventa positivo, cioè più la posizione finale del velivolo viene spostata verso l'alto nell'asse y rispetto alla posizione iniziale, più conviene passare dietro e viceversa.

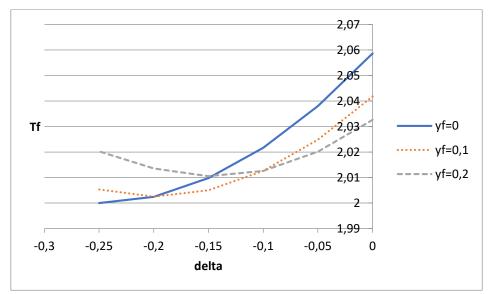


Figura 4.32:Tempo di aggiramento al variare di delta con varie posizioni finali nell'asse y dell'ostacolo in movimento fissato

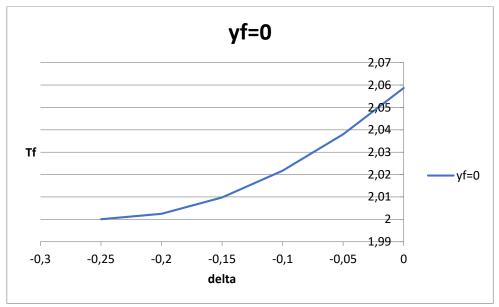


Figura 4.33:Tempo di aggiramento al variare di delta con posizione finali nell'asse y dell'ostacolo in movimento fissato yf=0

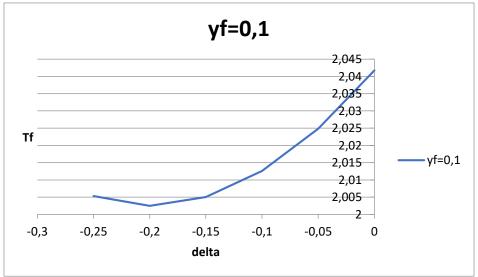


Figura 4.34:Tempo di aggiramento al variare di delta con posizione finali nell'asse y dell'ostacolo in movimento fissato yf=0,1

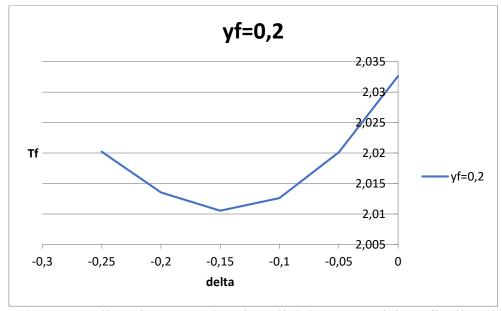


Figura 4.35:Tempo di aggiramento al variare di delta con posizione finali nell'asse y dell'ostacolo in movimento fissato yf=0,2

Spostando verso l'alto la posizione finale del velivolo si vede che per valori di delta vicini allo zero il tempo di aggiramento diminuisce, questo perché il velivolo deve manovrare di meno, mentre se l'ostacolo è più spostato cioè se delta ha valori più lontani da zero si vede che risulta più conveniente tornare al valore zero della posizione finale del velivolo.

A conferma dei risultati di sopra, le traiettorie in figura 4.36 e 4.37 mostrano come nel caso della posizione dell'ostacolo sia zero (delta=0) il tempo impiegato per aggirare l'ostacolo è maggiore perché il velivolo manovra di più e percorre più tragitto rispetto al caso in cui la posizione finale del velivolo nell'asse y sia spostata verso l'alto (yf=0,2).

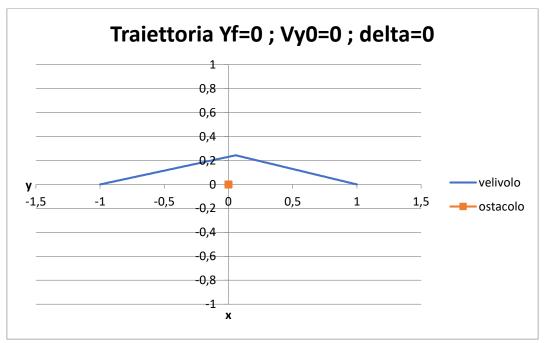


Figura 4.36:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato yf=0; vy0=0; delta=0

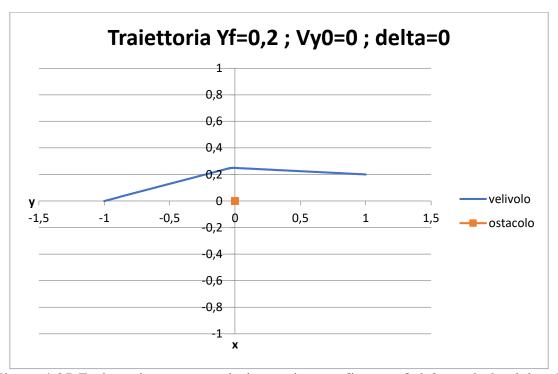


Figura 4.37:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato yf=0,2 ; vy0=0 ; delta=0

Invece, in figura 4.38 e 4.39, spostando la posizione dell'ostacolo in avanti (delta=0,20) risulta più conveniente la traiettoria per la posizione finale del velivolo in zero (yf=0) rispetto a quella spostata in alta (yf=0,2).

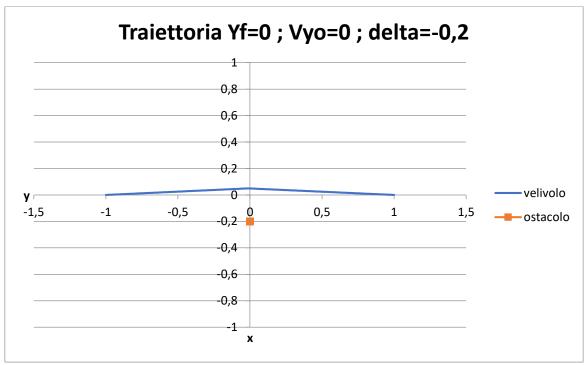


Figura 4.38:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato yf=0; vy0=0; delta=-0,20

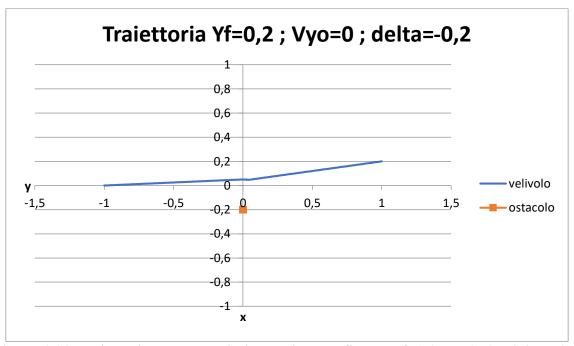


Figura 4.39:Traiettoria con ostacolo in movimento fissato yf=0,2; vy0=0; delta=-0,2

4.3 Studio con due velivoli manovranti

Nello studio delle traiettorie di due velivoli manovranti si considerano i parametri v2, cioè la velocità del secondo velivolo e dy2 cioè la posizione iniziale del secondo velivolo. Nel caso di dy2 pari a zero ci sono due curve sovrapposte e non vi è differenza tra passare davanti e dietro.

Si vede, in figura 4.40, che il tempo di aggiramento diminuisce all'aumentare della velocità del secondo velivolo, perché le traiettorie tendono ad allontanarsi da sole, perciò i velivoli manovrano di meno.

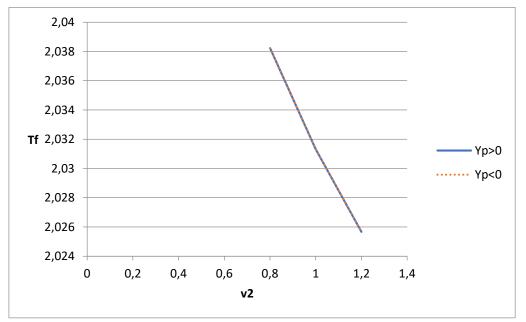


Figura 4.40:Tempo di aggiramento al variare della velocità del secondo velivolo

Nel caso di velocità del secondo velivolo fissata a zero e al variare della posizione del secondo velivolo, come in figura 4.41, si hanno risultati simmetrici tra il passaggio davanti e dietro, si vede che c'è convenienza a passare davanti se l'ostacolo è più in alto e dietro se più in basso.

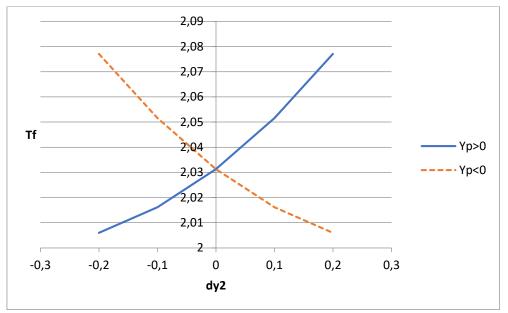


Figura 4.41:Tempo di aggiramento al variare di dy2 con due velivoli manovranti

4.3.1 Influenza della velocità del secondo velivolo

In figura 4.42 e 4.43, si considera la velocità del secondo velivolo variabile con diversi valori fissati della posizione iniziale del secondo velivolo, si evidenzia in ogni caso che più l'ostacolo è veloce e meno aggravio di tempo c'è.

Si vede inoltre che se la posizione iniziale del secondo velivolo è negativa, cioè in spostata in basso rispetto al punto (0,0), si ha convenienza a passare dietro e viceversa, perché i velivoli sfrutteranno quelle condizioni per manovrare meno.

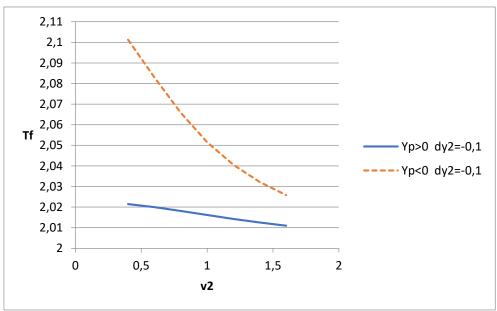


Figura 4.42:Tempo di aggiramento al variare della velocità del secondo velivolo con dy2=-0,1

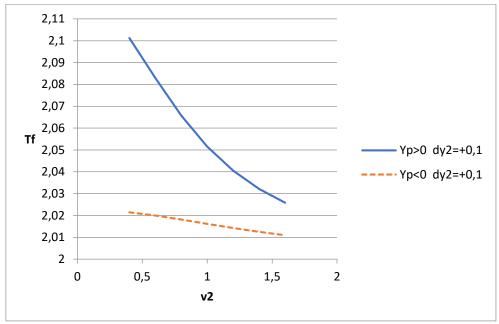


Figura 4.43:Tempo di aggiramento al variare della velocità del secondo velivolo con dy2=+0,1

Nel caso della posizione iniziale del velivolo 2 spostata in indietro (dy2=-0,1), verificando le traiettorie, come in figura 4.44 e 4.45, si vede come nel caso di passaggio dietro il velivolo 1 abbia una traiettoria molto più rettilinea rispetto al passaggio davanti, infatti la massima coordinata raggiunta sull'asse y in valore assoluto è 0,12676, mentre nel passaggio davanti è 0,22679

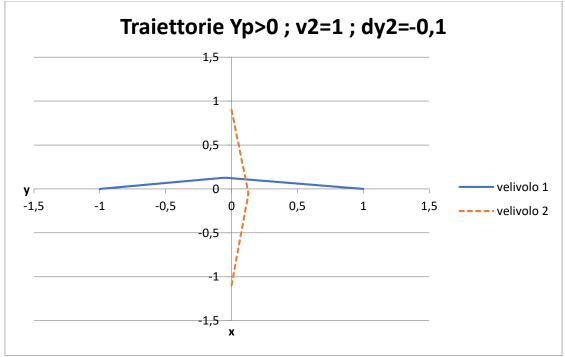


Figura 4.44:Traiettoria con due velivoli manovranti con v2=1 ;dy2=-0,1 e passaggio dietro il velivolo

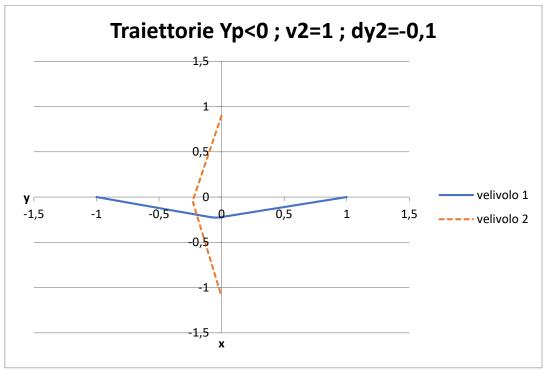


Figura 4.45:Traiettoria con due velivoli manovranti con v2=1 ;dy2=-0,1 e passaggio davanti il velivolo

4.3.2 Traiettoria media sui 3 casi v2<v1, v2=v1, v2>v1

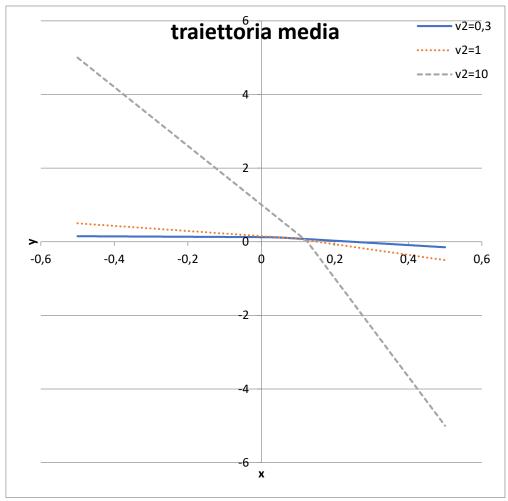


Figura 4.46:Traiettoria media con varie velocità del secondo velivolo

In figura 4.46 si riporta la traiettoria media dei due velivoli nei tre casi in cui la velocità del secondo velivolo sia minore, uguale o maggiore a quella del primo velivolo.

Si vede come la traiettoria media risulti più costante nel caso in cui la velocità del secondo velivolo sia molto maggiore rispetto a quella del primo, quindi i due velivoli nel complesso devono manovrare di meno per evitare la collisone rispetto al caso in cui il secondo velivolo abbia una bassa velocità, dove la traiettoria media varia di più.

In figura 4.47 gli assi hanno le stesse distanze di inizio e fine

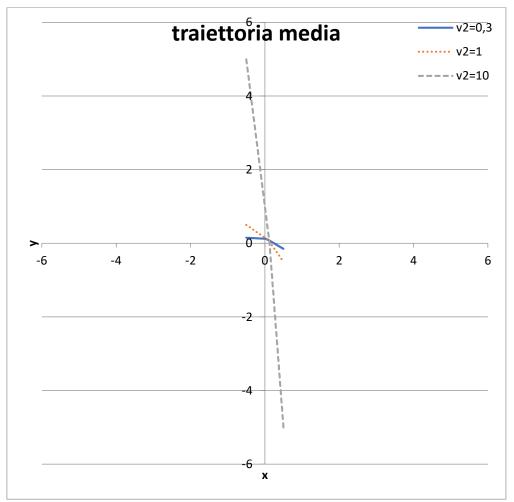


Figura 4.47:Traiettoria media riscalata

In figura 4.48 si è ingrandito nella parte centrale

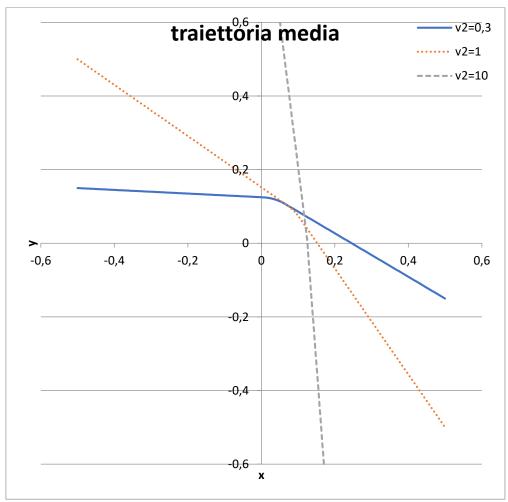


Figura 4.48:Ingrandimento traiettoria media

Qui si vede meglio come la traiettoria media nel caso in cui la velocità del secondo velivolo è molto maggiore di quella del primo risulta più costante, mentre quella in cui la velocità del secondo velivolo è più bassa di quella del primo abbia una variazione più brusca.

In figura 4.49 si è normalizzato il grafico per far partire tutti i grafici dal punto (5,5) e farli finire nel punto (-5,-5)

Anche qui si nota come nel caso che il velivolo 2 viaggi in bassa velocità la traiettoria media abbia in maggiore variazione pertanto è necessario manovrare di più, mentre nel caso che il velivolo 2 proceda velocità molto maggiore di quella del velivolo 1 la traiettoria media risulta quasi lineare.

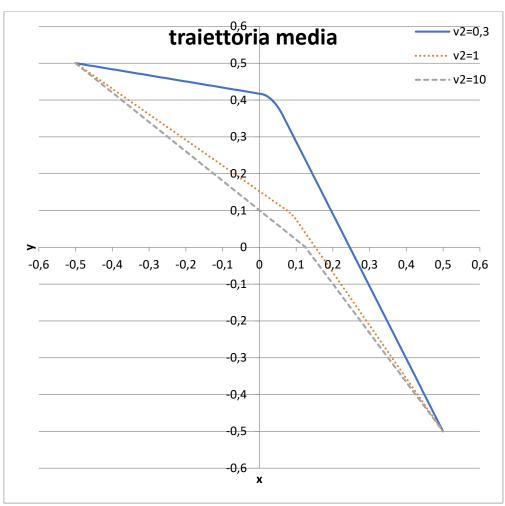


Figura 4.49:Traiettoria media normalizzata

In figura 4.50 e 4.51 si considerano le traiettorie nei casi di v2=0,3 e v2=10, si vede come nel primo caso le traiettorie dei velivoli abbiano una variazione netta di direzione, mentre nel secondo caso, con un velivolo molto più veloce dell'altro le traiettorie risultino più rettilinee e con una variazione di direzione meno accentuata

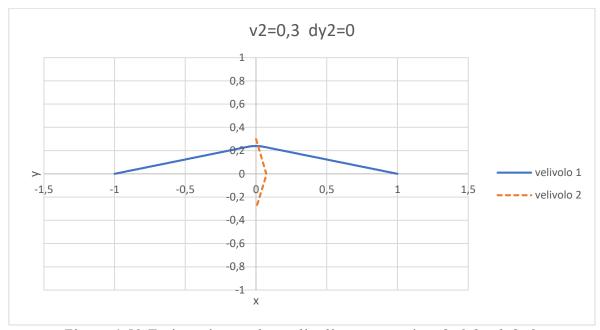


Figura 4.50:Traiettoria con due velivoli manovranti e v2=0,3 ; dy2=0

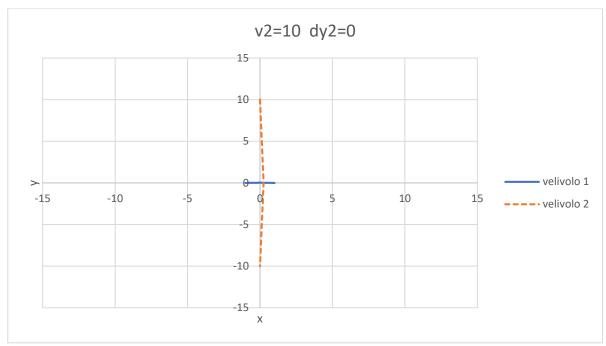


Figura 4.51:Traiettoria con due velivoli manovranti e v2=10 ; dy2=0

4.3.3 Influenza dell'alfa

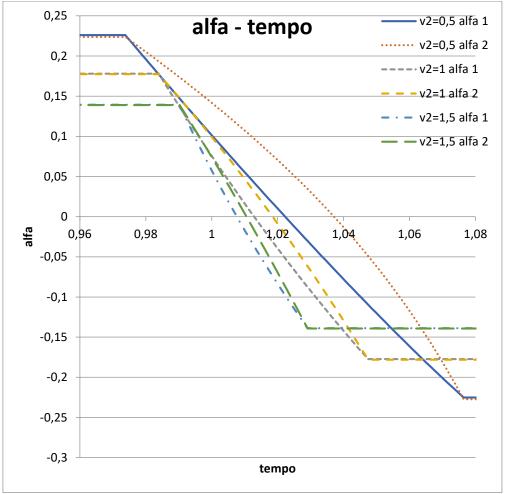


Figura 4.52: Angolo alfa in funzione del tempo con varie velocità del secondo velivolo

In figura 4.52 si vede che per v2<v1 l'intervallo di variazione degli alfa è maggiore e si riduce al crescere di v2 rispetto a v1. L'intervallo di tempo in cui i due velivoli cambiano il loro angolo alfa cioè la loro direzione è più ampio nel caso in cui i velivoli abbiano una velocità simile, mentre se uno dei due procede con una velocità molto maggiore rispetto all'altro l'intervallo in cui manovrano è più breve, come si vedeva anche nel grafico precedente.

Caso v2<v1

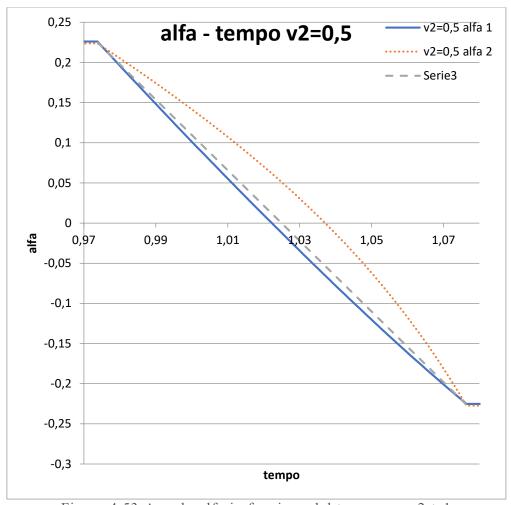


Figura 4.53:Angolo alfa in funzione del tempo per v2<v1

In figura 4.53 si riporta la variazione degli alfa rispetto al tempo dei due velivoli nel caso in cui la velocità del secondo velivolo sia minore rispetto a quella del primo.

Si vede che l'alfa del velivolo 2, cioè quello più lento, varia di più rispetto all'alfa del velivolo 1.

Si vede inoltre che l'alfa del primo velivolo varia in modo regolare, quasi come una retta, mentre l'alfa del secondo velivolo varia prima poco e poi precipita.

Quindi il velivolo più veloce manovra di meno e ha una traiettoria più rettilinea e tende a girare con velocità costante, mentre il velivolo più lento manovra più bruscamente poiché deve adeguarsi alla elevata velocità del secondo velivolo. Nel caso in cui v2>v1 invece è il contrario.

Caso v2=v1

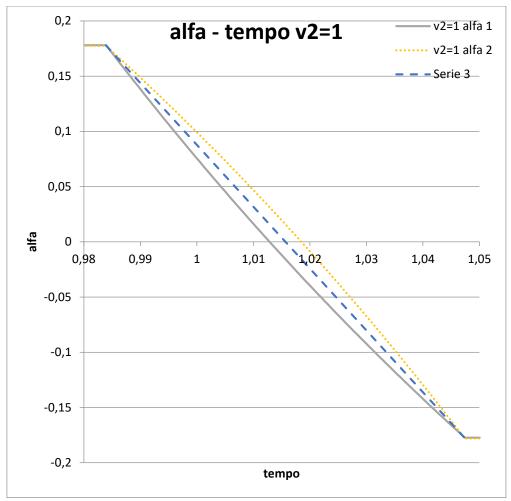


Figura 4.54: Angolo alfa in funzione del tempo per v2=v1

In figura 4.54 si riporta il caso in cui la velocità dei due velivolo è uguale, si vede l'andamento dell'alfa rispetto al tempo dei due velivoli è simmetrico, cioè manovrano allo stesso modo e simmetricamente.

Caso v2>v1

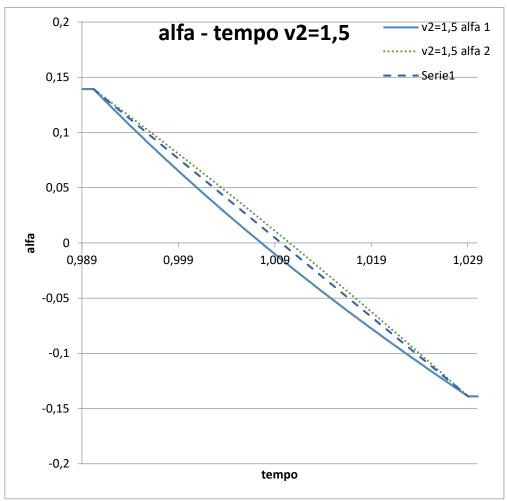


Figura 4.55: Angolo alfa in funzione del tempo per v2>v1

In figura 4.55 si riporta il caso in cui la velocità del secondo velivolo è maggiore rispetto a quella del primo, in questo caso si vede come l'alfa del primo velivolo, cioè quello più lento, vari di più rispetto all'alfa del secondo velivolo, come visto in precedenza il velivolo più lento si deve adeguare alla maggiore velocità di quello più veloce e manovra maggiormente.

4.3.4 Grafici su alfa meno alfa medio

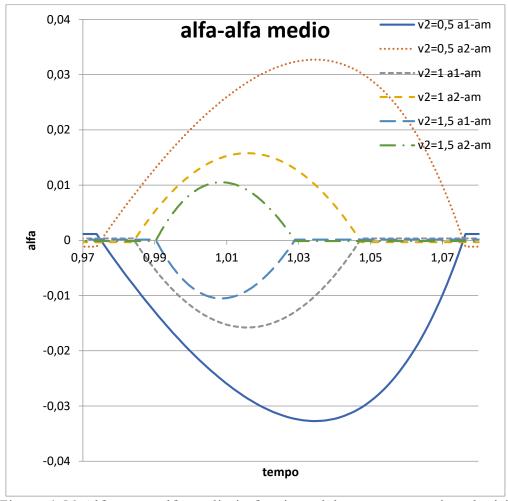


Figura 4.56: Alfa meno alfa medio in funzione del tempo con varie velocità

In figura 4.56 si riporta l'alfa meno l'alfa medio al variare del tempo, si vede che al crescere della velocità del secondo velivolo rispetto alla velocità del primo velivolo l'intervallo di variazione degli alfa diminuisce, a conferma dei risultati precedenti cioè se i due velivoli hanno una grande differenza di velocità il tempo di manovra sarà minore.

Caso v1<v2

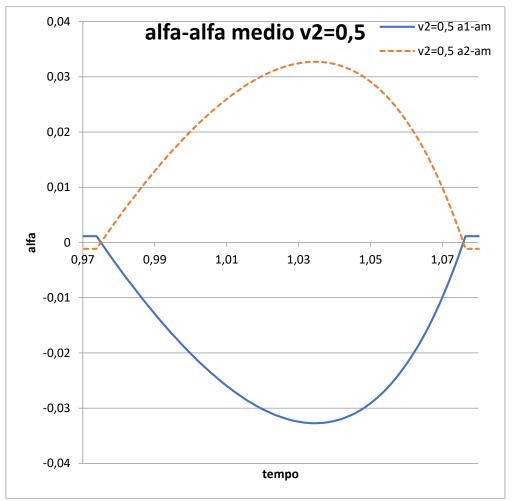


Figura 4.57: Alfa meno alfa medio in funzione del tempo con v1<v2

In figura 4.57 si riporta il caso in cui la velocità del secondo velivolo è minore di quella del primo.

Per v2<v1 si ha un andamento non simmetrico, spostato a destra, che indica come ci sia una preferenza del fatto che sia più conveniente passare davanti al secondo velivolo rispetto al passargli dietro.

Caso v2=v1

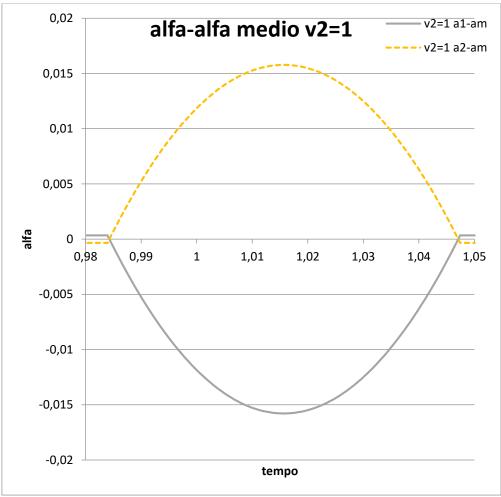


Figura 4.58:Alfa meno alfa medio in funzione del tempo con v1=v2

In figura 4.58 si riporta il caso in cui la velocità del secondo velivolo è uguale a quella del primo.

Per v2=v2 si ha un andamento simmetrico, che indica come sia indifferente che il primo velivolo passi davanti o dietro al secondo.

Caso v2>v1

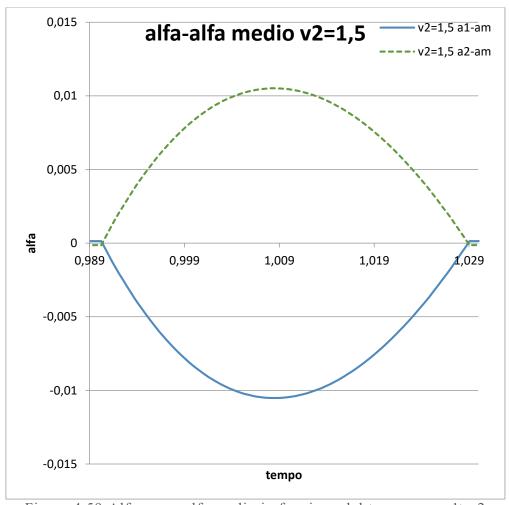


Figura 4.59:Alfa meno alfa medio in funzione del tempo con v1>v2

In figura 4.59 si riporta il caso in cui la velocità del secondo velivolo è maggiore di quella del primo.

Per v2>v1 si ha un andamento non simmetrico, spostato a sinistra, che indica come ci sia una preferenza del fatto che sia meno conveniente passare davanti al secondo velivolo rispetto al passargli dietro.

4.3.5 Grafici su alfa medio

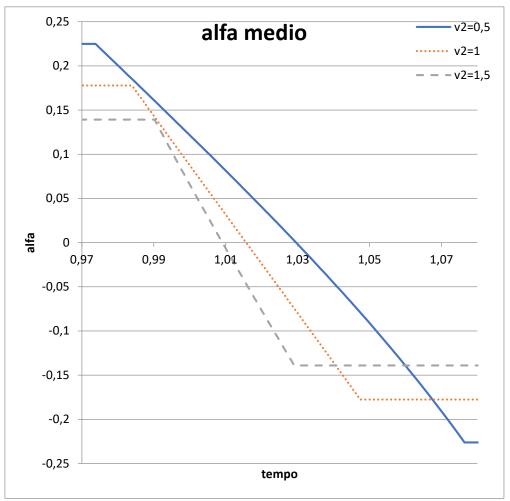


Figura 4.60: Alfa medio in funzione del tempo con varie velocità

La figura 4.60 mostra l'alfa medio al variare del tempo, si vede come l'intervallo di variazione dell'alfa medio diminuisce al crescere della velocità del secondo velivolo rispetto alla velocità del primo velivolo, come si è visto in precedenza più i due velivolo hanno velocità diverse meno devono manovrare per evitare la collisione, infatti le traiettorie risulta più rettilinee.

Caso v2<v1

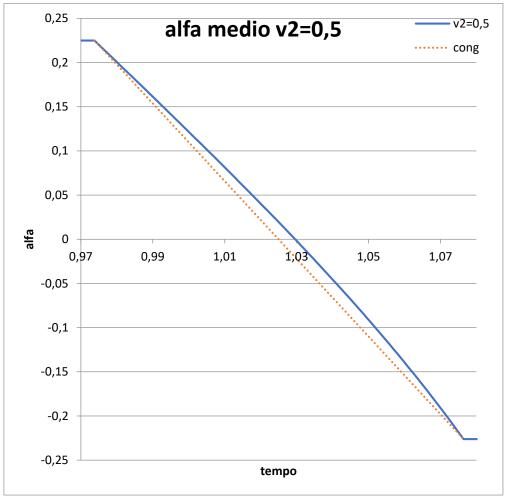


Figura 4.61:Alfa medio in funzione del tempo con v2<v1

In figura 4.61 si riporta il caso in cui la velocità del secondo velivolo è minore di quella del primo, si vede che rispetto agli altri casi l'intervallo di variazione è più ampio, cioè il velivolo manovra di più, inoltre la curva è spostata a destra rispetto alla congiungente dei due valori massimo e minimo, cioè c'è una convenienza al passaggio dietro rispetto al passaggio davanti.

Caso v2=v1

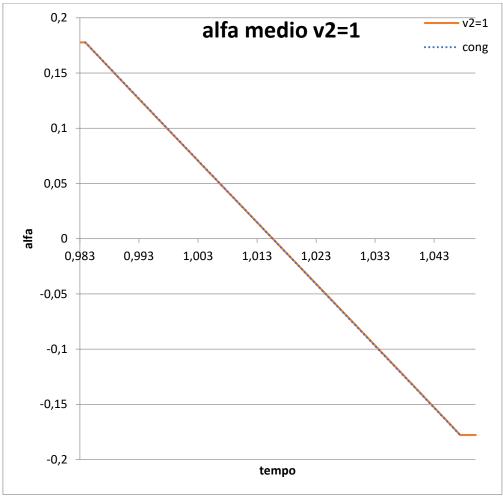


Figura 4.62: Alfa medio in funzione del tempo con v2=v1

In figura 4.62 si riporta il caso in cui la velocità del secondo velivolo è uguale a quella del primo, si vede che l'ampiezza dell'intervallo di variazione si è ridotta, cioè i due velivoli manovrano di meno rispetto al caso in cui il secondo velivolo ha una velocità minore rispetto al primo e inoltre la curva si sovrappone alla congiungente cioè è indifferente che il primo velivolo aggiri il secondo passando dietro a davanti.

Caso v2>v1

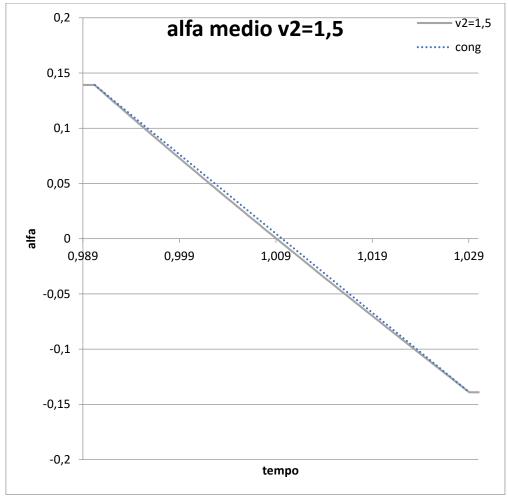


Figura 4.63:Alfa medio in funzione del tempo con v2>v1

Infine in figura 4.63 si riporta il caso in cui la velocità del secondo velivolo è maggiore rispetto alla velocità del primo velivolo, l'ampiezza dell'intervallo di variazione degli alfa si è ulteriormente ridotto, e inoltre la curva risulta spostata verso sinistra rispetto alla congiungente dei valori massimo e minimo degli alfa, al contrario del caso in cui la velocità del secondo velivolo è minore rispetto a quella del primo, questa volta è più conveniente per il primo velivolo aggirare il secondo passando davanti.

5 Confronto dati OCT con dati geometrici

In questo capitolo si confrontano i dati ottenuti con metodo OCT (Optimal Control Theory) con i dati ottenuti schematizzando il problema come un problema geometrico, dove si conoscono la lunghezza percorsa dal velivolo e la velocità del velivolo, e si vuole ricavare il tempo impiegato. Per il caso ad ostacolo fisso si schematizza la traiettoria come le ipotenuse di due triangoli, e conoscendo gli altri due lati si calcola la lunghezza della traiettoria con il teorema di Pitagora, sapendo che la velocità del velivolo è fissata ad 1, si può trovare il tempo come rapporto tra lunghezza e velocità.

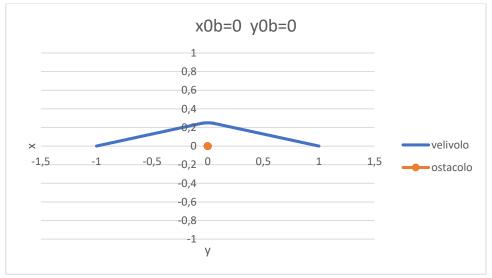


Figura 5.1:Traiettoria con ostacolo fisso per x0b=0; y0b=0

Dalla figura 5.1 si possono distinguere due triangoli, il lato orizzontale è pari ad 1, il lato verticale è pari alla più alta coordinata raggiunta dal velivolo nell'asse y, l'ipotenusa che è la traiettoria percorsa dal velivolo allora si può calcolare con il teorema di Pitagora.

Si sono fatti 3 casi al variare di y0b=0; 0,2;-0,2 con x0b=0

	OCT	Risultato Geometrico
Y0b=0	2,062831800	2,062550812
Y0b=0,2	2,199904487	2,193171219
Y0b=-0,2	2,002508927	2,002498439

Per il caso con l'ostacolo in movimento si considera la velocità e la posizione dell'ostacolo con la formula

$$l = \sqrt{1^2 + \left[\Gamma - \left(\Delta \pm \nu * \frac{\Delta t}{2}\right)\right]^2}$$

Con più se si considera traiettoria dietro l'ostacolo, e meno con traiettoria davanti l'ostacolo

Così si può trovare geometricamente la lunghezza della traiettoria percorsa dal velivolo, e quindi conoscendo la velocità si ricava il tempo e lo si può confrontare con quello fornito dal programma

Per le traiettorie dietro l'ostacolo

	OCT	Risultato Geometrico
Vy0=0,1 Δ=0,1	2,11580679994831	2,119254
Vy0=0,1 Δ=0,3	2,27387783233241	2,282542
Vy0=0,1 Δ=0,4	2,37391285783926	2,385372

Per le traiettorie davanti l'ostacolo

	OCT	Risultato Geometrico
Vy0=0,1 Δ=0,1	2,02178793912781	2,022374
Vy0=0,1 Δ=0,3	2,00241628740185	2,002498
Vy0=0,1 Δ=0,4	2,02323159988897	2,022374

Due velivoli manovranti

	OCT	Risultato Geometrico
V2=1 Δ=0	2,0313	2,06155
V2=1 Δ=0,1	2,05156859	2,11896201
V2=1 Δ=0	2,07710254	2,19317122

In questo caso l'approssimazione geometrica risulta meno precisa rispetto ai due casi precedenti.

Conclusioni

In questa tesi si è voluto sperimentare un programma di Collision Avoidance basato sulla teoria del controllo ottimale, usando come indice di prestazione da ottimizzare il tempo di percorrenza della traiettoria ottimale. Si è considerato il problema comprensivo di un velivolo che si deve spostare tra due punti nell'asse x e di un ostacolo, che può essere fisso, in movimento assegnato oppure un secondo velivolo manovrante nell'asse y. Considerando un'area detta di conflitto che si estende per un certo diametro, al di sotto del quale avvenga la collisione, si vuole ricercare la traiettoria ottimale, cioè quella che impiega il tempo minimo, affinché il velivolo 1 possa raggiungere la posizione finale evitando la collisione con l'ostacolo. Si sono studiati tre casi: con ostacolo fisso, con ostacolo in movimento assegnato e con due velivoli manovranti.

Con l'ostacolo fisso è risultato che all'aumentare dell'area di influenza dell'ostacolo il tempo di percorrenza aumentava dato che il velivolo doveva considerare una traiettoria più ampia per aggirarlo, inoltre in base alla posizione iniziale dell'ostacolo risulta più conveniente passare davanti o dietro l'ostacolo e viceversa.

Nel caso dell'ostacolo in movimento assegnato risulta più conveniente passare davanti o dietro l'ostacolo in base alla direzione di velocità dell'ostacolo, inoltre è risultato che in caso di velocità molto bassa, indipendentemente dalla direzione il disturbo è minimo proprio come in caso dell'ostacolo fisso. Anche in questo caso la posizione iniziale dell'ostacolo risulta rilevante nel ricercare la traiettoria ottimale e influisce sul fatto che sia più conveniente passare davanti o dietro l'ostacolo. In questo caso si vede come il tempo di aggiramento dell'ostacolo aumenti sempre più all'aumentare del valore della velocità di quest'ultimo, perché l'area di influenza dell'ostacolo è più ampia. Anche la posizione finale dell'ostacolo influisce sulla traiettoria ottimale, più è spostata verso l'alto o verso il basso, più risulta conveniente passare dietro o davanti l'ostacolo e viceversa.

Infine si è studiato il caso con due velivoli manovranti, anche in questo caso la posizione del secondo velivolo rispetto al primo, quando il primo velivolo passa nel punto nella posizione media della traiettoria influisce sulla scelta della

traiettoria ottimale ma anche la velocità del secondo velivolo risulta determinante, si è visto casi in cui all'aumentare della velocità del secondo velivolo il tempo di aggiramento diminuisce perché i due velivoli sono collaborativi e tendono ad allontanarsi da soli, al contrario del caso con l'ostacolo in movimento fissato dove l'ostacolo non collabora con il velivolo. Infatti dallo studio delle traiettorie risulta che se il secondo velivolo è ad alta velocità le due traiettorie sono molto più rettilinee rispetto al caso in cui il secondo velivolo ha velocità più bassa. Anche dallo studio degli alfa nel tempo, cioè la variazione di direzione dei velivoli, risulta come i velivoli debbano manovrare di meno se si è nel caso in cui uno dei due velivoli abbia una velocità molto maggiore rispetto all'altro, viceversa manovrano di più se si è nel caso di velocità basse. Risulta inoltre che a manovrare di più per evitare la collisione è il velivolo più lento, mentre la variazione dell'alfa del velivolo più veloce è più regolare, quasi come una retta, quella del velivolo più lento invece è molto meno costante perché deve adeguarsi alla maggiore velocità del secondo velivolo.

Il metodo indiretto, applicato al programma di Collision Avoidance, si è dimostrato un metodo semplice, veloce perché i tempi di convergenza sono molto brevi e anche robusto, anche se in alcuni casi, specialmente nel caso di due velivoli manovranti, vi erano delle difficoltà nella convergenza dovute ai valori iniziali posti male.

Bibliografia

- [1] Ed Williams, Airborne Collision Avoidance System
- [2] Business Insider Italia, La guida definitiva ai droni. Tutte le applicazioni in campo agricolo, aziendale e militare. E quelle future
- [3] Bryson, A. E., e Ho, Y.-C., Revised printing, Applied Optimal Control, Hemisphere Publishing Co., Washington, DC, 1975.
- [4] Kirk, D. E., Optimal Control Theory: an Introduction, Prentice-Hall, Englewood Cliffs New Jersey
- [5] Casalino, L., Colasurdo, G., and Pastrone, D., "Optimal Low-Thrust Escape Trajectories Using Gravity Assist," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 22, No. 5, 1999, pp. 637–642. doi: 10.2514/2.4451.