## POLITECNICO DI TORINO

# Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

## Tesi di Laurea Magistrale

### ESPLORAZIONE DELLE GEOMETRIE FUNICOLARI E ANTIFUNICOLARI ATTRAVERSO LA STATICA GRAFICA INTERATTIVA



Relatore

prof. Paolo Napoli

Correlatori

prof. Hugo Corres Peiretti prof. Vincenzo Ilario Carbone **Candidato**Piero Virgilio

## INDICE

ABSTRACT		vii
SCO	PO ED ORGANIZZAZIONE DELLA TESI	ix
1.	INTRODUZIONE	12
1.1	1 INQUADRAMENTO DEL TEMA	12
1.2		
1.3		
1.4		
2.	STATO DELL'ARTE	23
2.1	1 Introduzione	23
2.2		
2.3		
	2.3.1 Precursori	
	2.3.2 Origini	35
2.4		
3.	METODOLOGIA	39
3.1	1 Introduzione	39
3.2		
3.3	3 TECNICHE GRAFICHE	45
3.4	4 TECNICHE DI RICERCA COMPUTAZIONALE	49
3.5	5 Riepilogo	50
4.	BASI TEORICHE DELLA STATICA GRAFICA	51
4.1	1 RECIPROCITÀ TRA FORMA E POLIGONO DELLE FORZE	51
	4.1.1 Indeterminazione del problema	
	4.1.2 Vincolare l'indeterminazione	54
4.2	2 IMPLEMENTAZIONE	56
5.	ESEMPI DI APPLICAZIONI PROGETTUALI	59
5.1	1 Introduzione	59
5.2	2 APPLICAZIONI PROGETTUALI	60
	5.2.1 Numero dei carichi concentrati variabile	60
	5.2.1 Posizione dei carichi concentrati variabile	60
	5.2.2 Differenti possibilità di carico	61

	5.2	3 Magnitudine dei carichi concentrati variabile	_63
	5.2	4 Quota dei supporti variabile	63
	5.2	5 Configurazione dei tiranti variabile	_64
6.	A	EQUILIBRIUM	_65
	6.1	Introduzione	_65
	6.2	SOFTWARE UTILIZZATI	_66
	6.2		_66
	6.2	2 Grasshopper	_66
	6.3	INSERIMENTO DATI	_67
	6.3	1 Caratteristiche geometriche	_67
	6.3	2 Posizione dei carichi casuale	_70
	6.3	3 Carichi uniformemente distribuiti	_71
	6.3	4 Magnitudine dei carichi concentrati	_72
	6.3	5 Predimensionamento	_74
	6.4	ELABORAZIONE DATI	_77
	6.4	l Generazione della geometria iniziale	_77
	6.4	2 Applicazione dei carichi	_79
	6.5	COSTRUZIONE GEOMETRIA AXIAL-ONLY	_81
	6.5	1 Carichi esterni e carichi di peso proprio	_81
	6.5	2 Costruzione del poligono delle forze	_83
	6.5	3 Costruzione della prima geometria axial-only	_85
	6.5	4 Iterazioni e risultato finale	_86
	6.5	5 Visualizzazione	_87
	6.5	6 Accuratezza del risultato finale	_89
7.	C	ASO DI STUDIO	_90
	7.1	La scultura di Cristina Iglesias per la Foster foundation di Madrid	_90
	7.1	l Fase di conceptual design	_91
	7.1	2 Applicazione di Aequilibrium	_92
8.	C	ONCLUSIONI	_94
9.	В	BLIOGRAFIA	96
			-
RI	INGR/	ZIAMENTI	100

### INDICE DELLE FIGURE

FIGURA 1.1: USO DELLA STATICA GRAFICA PER UN PONTE SOSPESO	13
Figura 1.2: Passerella pedonale Ripshorst	16
Figura 1.3: Confronto tra funicolare e antifunicolare	
FIGURA 1.4: CONFRONTO SEMPLIFICATO DEL MOMENTO FLETTENTE TRA ARCO CIRCO	LARE E
ANTIFUNICOLARE	17
Figura 2.1: Ponte Salginatobel	24
FIGURA 2.2: GEOMETRIE SIMMETRICHE DI FUNICOLARE E ANTIFUNICOLARE PER CARICHI DIST	RIBUITI
E CONCENTRATI	26
FIGURA 2.3: ACTIO = REACTIO NEI COMBATTIMENTI	28
Figura 2.4: Esempi primordiali di strutture funicolari e antifunicolari	29
Figura 2.5: Pantheon di Roma	30
Figura 2.6: Linee di spinta per le tre diverse condizioni di carico	32
FIGURA 2.7: CONFRONTO GEOMETRICO TRA CATENARIA E PARABOLA	33
Figura 2.8: Confronto tra parabola e geometria antifunicolare dell'arco Saint	
	34
FIGURA 2.9: APPLICAZIONE DELLA STATICA GRAFICA SULL'EQUILIBRIO DI UNA GRU	
FIGURA 2.10: APPLICAZIONE DELLA STATICA GRAFICA SULLO STUDIO DI UN ARCO METALLICO	o <u></u> 36
FIGURA 2.11: RAPPRESENTAZIONE DEL DUALISMO TRA POLIGONO FUNICOLARE E POLIGONO	) DELLE
FORZE	37
FIGURA 3.1: STUDIO DI POLENI SULLA SICUREZZA DELLA CUPOLA DI SAN PIETRO	40
Figura 3.2: Modelli fisici di Gaudì	42
Figura 3.3: Modelli fisici di Isler	43
FIGURA 3.4: RELAZIONE RECIPROCA TRA POLIGONO DI FORMA E POLIGONO DI FORZE	45
FIGURA 3.5: ESEMPI DI APPLICAZIONE DELLA STATICA GRAFICA A EDIFICI	47
FIGURA 3.6: ESEMPI DI APPLICAZIONE DELLA STATICA GRAFICA A PONTIA GRAFICA A PONTI_	48
FIGURA 4.1: COSTRUZIONE GRAFICA PER DUE PUNTI CARICATI	51
FIGURA 4.2: ESEMPI DI GEOMETRIE PRIVE DI PRESSIONE	52
Figura 4.3: Infinite geometrie axial-only corrispondenti ad un'unica combinaz	IONE DI
CARICO	52
Figura 4.4: Infinite distribuzioni di carichi corrispondenti ad un'unica geometria	AXIAL-
ONLY	53
Figura 4.5: Limitazioni del diagramma delle forze limitando sforzi assiali e ri	
ORIZZONTALI	54
Figura 4.6: Ottenere uno sforzo assiale costante	55
FIGURA 4.7: LIMITAZIONE DEL POLIGONO DELLE FORZE PER VINCOLI GEOMETRICI	55
Figura 4.8: Schema concettuale dell'algoritmo di Aequilibrium	57

FIGURA 5.1: ELABORAZIONE DI UNA GEOMETRIA AXIAL-ONLY PER UN CARICO UNIFORM	1EMENTE
DISTRIBUITO SULL'IMPALCATO E PESO PROPRIO DELL'ARCO	59
FIGURA 5.2: NUMERO VARIABILE DI CARICHI CONCENTRATI	60
FIGURA 5.3: POSIZIONE VARIABILE DEI CARICHI CONCENTRATI	60
FIGURA 5.4: ESEMPIO DI UNA POSSIBILE COMBINAZIONE DEI CARICHI	61
FIGURA 5.5: VISUALIZZAZIONE IN RHINO	62
FIGURA 5.6: CARICHI CON MAGNITUDINE VARIABILE E POSIZIONE VARIABILE	63
FIGURA 5.7: QUOTA VARIABILE DEI SUPPORTI	63
Figura 5.8: Configurazione variabile dei tiranti	64
Figura 6.1: Esempio di un output di Aequilibrium	65
FIGURA 6.2: PANNELLO IN CUI INSERIRE LE CARATTERISTICHE GEOMETRICHE	67
FIGURA 6.3: CLUSTER "CARATTERISTICHE GEOMETRICHE"	69
FIGURA 6.4: PANNELLO IN CUI INSERIRE LA POSIZIONE DEI CARICHI CONCENTRATI	70
FIGURA 6.5: CLUSTER "POSIZIONE CARICHI"	71
Figura 6.6: Pannello in cui inserire i carichi uniformemente distribuiti	72
Figura 6.7: Pannello in cui inserire il valore dei carichi concentrati	73
FIGURA 6.8: INVERSIONE DELLA FUNICOLARE IN ANTIFUNICOLARE PER GLI STESSI CARICHI D	i Figura
6.7	73
Figura 6.9: Pannello in cui inserire le caratteristiche del materiale e della	SEZIONE
TRASVERSALE	74
FIGURA 6.10: CLUSTER "VERIFICA A PRESSOFLESSIONE"	75
Figura 6.11: Esempio di geometria funicolare per soli carichi applicati, ignorando	O IL PESO
DELLA STRUTTURA	76
Figura 6.12: Elaborazione "ARCO 00"	77
Figura 6.13: Cluster "ARCO 0"	78
Figura 6.14: Geometrie dell'ARCO 0 per le configurazioni a cavi verticali, equid	ISTANTI,
INCREMENTALI E DECREMENTALI.	78
FIGURA 6.15: CLUSTER "CARICHI AGENTI SULLA STRUTTURA"	
FIGURA 6.16: CALCOLO E POSIZIONAMENTO DELLE FORZE AGENTI SULL'ARCO 0	80
Figura 6.17: Calcolo dei pesi della struttura e dei carichi esterni	81
Figura 6.18: Cluster "PESI DELL'ARCO 0"	82
Figura 6.19: Forze dovute al peso proprio della struttura	82
FIGURA 6.20: FORZE DOVUTE AI CARICHI ESTERNI AGENTI SULLA STRUTTURA	82
FIGURA 6.21: COSTRUZIONE DEL POLIGONO DELLE FORZE	83
FIGURA 6.22:ESEMPI DI POSSIBILI POLIGONI DELLE FORZE	84
Figura 6.23: Costruzione della geometria "AXIAL-ONLY 0"	
Figura 6.24: Iterazioni per l'elaborazione della geometria axial-only definitiva	486
Figura 6.25: Output visualizzabili	87
	88

_89
_9(
_9
_92
_93
_

### **Abstract**

La statica grafica è stata la procedura più diffusa per definire la geometria strutturale dal 18° al 19° secolo. Il recente uso di calcolatori elettronici ha portato alla scomparsa della statica grafica, diminuendo la comprensione del comportamento strutturale e modificando l'approccio alla progettazione. Tuttavia, oggi l'integrazione dei principi della statica grafica con tali elaboratori ci consente di facilitare gli studi nel campo della progettazione, percependo come le forze interne cambino attraverso il poligono delle forze, dando così all'utente la possibilità di esplorare diverse soluzioni equilibrate. Ciò fornisce una maggiore versatilità nel trovare nuove efficienti configurazioni strutturali durante le prime fasi di progettazione, colmando il divario tra la modellazione architettonica e l'analisi strutturale.

Contrariamente alle tradizionali tecniche di ottimizzazione strutturale, che sono in genere condotte manipolando la geometria della struttura, l'approccio presentato in questa tesi stabilisce una soluzione al problema per mezzo dell'utilizzo della statica grafica, dove l'ottimizzazione strutturale è condotta basandosi su reciproche relazioni grafiche tra geometria della struttura e forze. L'approccio proposto presenta diverse caratteristiche interessanti rispetto agli approcci tradizionali, inoltre lavorando sul diagramma delle forze, viene garantito l'equilibrio della soluzione e non sono necessari ulteriori metodi per far rispettare questa condizione.

Questa tesi presenta innanzitutto una panoramica del concetto di funicolarità e introduce le basi della statica grafica. Successivamente, viene descritto lo sviluppo di uno strumento orientato alla progettazione denominato "Aequilibrium", che ha lo scopo di permettere l'esplorazione di una vasta gamma di soluzioni funicolari e antifunicolari per diversi vincoli e distribuzioni di carico. Tale software mostra come i momenti flettenti in una geometria bidimensionale possano essere eliminati, traducendosi in strutture prive di flessione che forniscono risposte innovative alle richieste combinate di versatilità e ottimizzazione dei materiali. Questo strumento viene implementato in un nuovo ambiente interattivo, in cui la modellazione geometrica e la valutazione strutturale sono mescolati per sfruttare il loro potenziale

combinato. In seguito verranno illustrati diversi problemi di progettazione per dimostrare l'ampia gamma di applicazioni. Infine verrà presentato un caso di studio, la Scultura di Cristina Iglesias per la Fondazione Norman Foster di Madrid, dove è stato utilizzato il concetto di funicolarità per definire la struttura di supporto della scultura.

In sintesi, questo lavoro amplia notevolmente la gamma di possibili geometrie strutturali che mostrano un comportamento privo di flessione e, di fatto, apre nuove possibilità per i progetti che combinano soluzioni ad alte prestazioni con la libertà architettonica.

## Organizzazione della tesi

Il lavoro di tesi è stato sviluppato presso la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos (Universidad Politécnica de Madrid) sotto la direzione del Politecnico di Torino e si inserisce nell'ambito dello studio del "conceptual design" delle strutture curve. Lo studio si è concentrato sullo sviluppo del software Aequilibrium, il quale permette di trovare le esatte geometrie "axialonly" delle strutture, per vincoli e carichi assegnati. Gran parte delle immagini presenti in questa tesi sono state generate da tale software.

La tesi è stata organizzata come descritto di seguito:

I. CAPITOLO 1: Introduzione

Vengono introdotte le motivazioni e lo scopo di questo lavoro.

II. CAPITOLO 2: Stato dell'arte

Presenta lo stato dell'arte, con un'introduzione riguardante l'importanza del conceptual design seguita da alcuni cenni storici sulla statica grafica, con esempi pratici del suo uso nel campo delle costruzioni durante diverse epoche. Viene quindi esposto il risultato di decenni di studi tramite la definizione del concetto di funicolarità e di curva delle pressioni.

#### III. CAPITOLO 3: Metodologia

Presenta una breve esposizione dei tre principali metodi di progettazione delle strutture axial-only, concentrandosi sulle procedure esistenti volte a trovare forme prive di flessione. Sono quindi analizzate metodologie più o meno contemporanee.

- IV. CAPITOLO 4: Basi teoriche della statica grafica
  - Espone più nel dettaglio la base teorica della statica grafica e l'implementazione del software Aequilibrium in Grasshopper.
- V. CAPITOLO 5: Esempi di applicazioni progettuali

Illustra diverse applicazioni di progettazione che mostrano come il software possa essere applicato a una vasta gamma di problemi di progettazione.

#### VI. CAPITOLO 6: Aequilibrium

Presentazione del software in modo approfondito in tutte le sue parti e funzioni.

#### VII. CAPITOLO 7: Caso di studio

Presenta un caso di studio, l'applicazione del software alla struttura di supporto della scultura di Cristina Iglesias per la Fondazione Foster di Madrid (Spagna).

#### VIII. CAPITOLO 8: Conclusioni

Definisce le conclusioni generali e i contributi specifici a questo lavoro individuando eventuali future ricerche.

## Capitolo 1

#### 1. Introduzione

#### 1.1 Inquadramento del tema

"È apparsa una nuova statica grafica, non nel senso dell'automazione e della presentazione visiva della statica grafica di Culmann, ma piuttosto nella forma di visualizzazioni grafiche e simulazioni animate di relazioni e processi meccanici: questo è un passo decisivo verso l'evoluzione di costruzioni e di sintesi di strutture portanti, un nuovo tipo di dottrina strutturale." [1]

L'uso della statica grafica nella progettazione di strutture implica l'integrazione di fondamentali aspetti tra progettazione, calcolo e costruzione, perché consente al progettista di essere consapevole della forma della struttura e del flusso delle forze in ogni momento, essendo queste in una relazione continua. La grafica statica è un metodo grafico, sviluppato nei primi anni del 1800, che permette di analizzare una struttura utilizzando il calcolo vettoriale basato sull'equilibrio, per analizzare strutture caricate assialmente come tralicci, cavi e archi. L'aspetto interessante sta nella possibilità di visualizzazione delle forze all'interno di una struttura e delle loro dipendenze. Questa integrazione è andata perduta dalla metà del diciannovesimo secolo con l'uso dei calcolatori elettronici. La perdita della possibilità di utilizzare la statica grafica come strumento di progettazione preliminare ha portato ad un uso non efficiente del materiale e all'obbligo di incorporare ulteriori metodi di contenimento delle strutture, con conseguenti costi più elevati per i progetti.

La progettazione strutturale coinvolge diverse fasi importanti, dal concettuale al preliminare e infine al dettaglio. Convenzionalmente molte variabili di progettazione importanti vengono determinate facendo affidamento sui dati di progettazione precedenti disponibili. Ad esempio, molti ponti a lunga portata sono stati progettati ereditando concetti di progettazione e forme strutturali simili da precedenti progetti di ponti. Tuttavia, questo metodo di progettazione diventa un

ostacolo più che un aiuto per sviluppare un concetto innovativo. Per migliorare l'efficienza delle future opere è necessario adottare un nuovo metodo di progettazione, che apre a idee originali già nelle prime fasi della progettazione.

Inoltre, il nuovo schema del design deve essere dotato di strumenti appropriati per verificare se i concetti innovativi sono validi dal punto di vista del comportamento strutturale. Soprattutto nella progettazione di cavi ed archi, poiché la loro efficienza strutturale dipende dalle loro forme geometriche, essendo molto sensibili al percorso di carico. La generazione e il confronto di alternative progettuali per tali forme di strutture attive gioca un ruolo chiave nella progettazione concettuale. Il concetto di statica grafica, infatti, fornisce spunti solidi sia sull'analisi strutturale che sulla progettazione strutturale nelle prime fasi di progettazione, ed è stato spesso adottato nella progettazione di ponti sospesi [2] [3]. Steinmen ha spiegato il comportamento strutturale di un ponte sospeso sotto carico utilizzando la statica grafica (Figura 1.1).

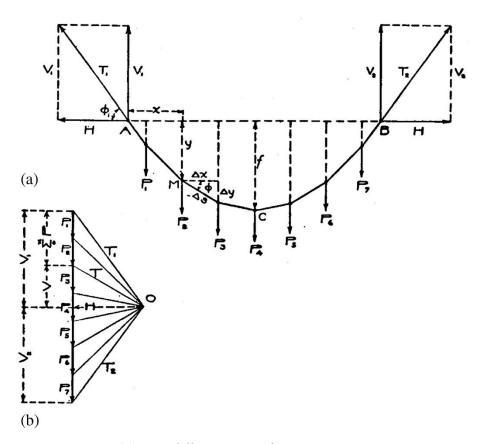


Figura 1.1: Uso della statica grafica per un ponte sospeso

Il punto fondamentale della statica grafica è che l'equilibrio è soddisfatto quando il poligono delle forze è chiuso. Questo concetto porta forti vantaggi su molti altri metodi di analisi strutturale, in particolare gli aspetti di visualizzazione delle forze e delle tensioni negli elementi. Il principale svantaggio della statica grafica sono però le molte attività manuali necessarie nel disegnare il poligono delle forze, e inoltre, ogni modifica a forze applicate o alla geometria della struttura porta al disegno di un nuovo poligono differente dal precedente. A causa di tale svantaggio, è stato quasi sepolto per lungo tempo sotto l'onda del metodo degli elementi finiti. Tuttavia con l'utilizzo del software sviluppato in questa tesi, chiamato Aequilibrium, è possibile risolvere tali svantaggi, in modo da gestire un insieme di poligoni le cui relazioni relative devono essere costantemente preservate.

Questo studio ha permesso di sviluppare uno strumento supportato da computer che aiuta a simulare differenti alternative di progettazione concettuale usando la statica grafica. È stata sviluppata una ricerca approfondita sulle informazioni che possono essere generate simultaneamente nel momento stesso in cui viene definito il problema di progettazione. Pertanto, il progetto concettuale può essere fatto in modo iterativo e interattivo sfruttando i vantaggi della statica grafica nella generazione e selezione di alternative di progettazione.

L'obiettivo principale di questa tesi è quindi quello di proporre un software per il supporto durate la progettazione preliminare, che supporti i compiti del conceptual design per le strutture funicolari ed antifunicolari. Più in particolare, lo strumento di progettazione gestirà le forme geometriche insieme al loro flusso di forze.

#### 1.2 Motivazioni

Una delle fasi più importanti durante la progettazione preliminare è determinare la proporzione di un sistema strutturale e le sue dimensioni.

"Una struttura può essere sostenibile, nel vero spirito della parola, se soddisfa il principio guida di ridurre l'uso delle risorse naturali. Di conseguenza, una parte essenziale della riduzione delle risorse può essere raggiunta attraverso una buona progettazione concettuale volta a ridurre al minimo l'uso del materiale." [4]

L'ottimizzazione della forma è stata utilizzata con successo in molti campi delle scienze e nell'ingegneria strutturale, come parte del processo di progettazione naturale, cerchiamo continuamente strutture efficienti e metodologie corrispondenti per trovare tali strutture. Per efficienti si intendono strutture che devono raggiungere lo scopo previsto, mantenendo generalmente il costo e l'uso delle risorse naturali al minimo. Ciò può essere realizzato, ad esempio, progettando una forma strutturale in cui i momenti di flessione siano minimi, garantendo un massimo sfruttamento del materiale.

Esistono diversi metodi che sono stati utilizzati per l'ottimizzazione strutturale e il loro utilizzo dipende dal progetto specifico o dall'applicazione considerata. Questi metodi includono tra le varie necessità lo studio del paesaggio dal punto di vista morfologico, l'ottimizzazione della forma e delle dimensioni. La miglior ottimizzazione si ha quando per qualsiasi distribuzione del carico è possibile trovare una forma in cui i momenti di flessione siano nulli. Un pregevole esempio di ponte arco antifunicolare con impalcato superiore curvo è il Ripshorst, in Germania (Figura 1.2). La struttura, progettata da Schlaich Bergermann und Partner, è interamente in acciaio e si estende per circa 78 metri al di sopra del Rhein-Herne-Channel. Come descritto da Hans Schober, la geometria antifunicolare dell'arco è stata individuata utilizzando un modello fisico a scala ridotta.





Figura 1.2: Passerella pedonale Ripshorst

Queste geometrie possono essere definite come "axial-only" o "bending-free", e questi termini vengono impiegati per identificare generalmente le strutture in cui i momenti di flessione sono nulli, indipendentemente se vi siano solo forze di compressione o trazione all'interno della struttura. Invece, la parola "funicolare" viene impiegata per identificare una geometria in cui, per una determinata distribuzione dei carichi, agiscano solo forze di tensione; al contrario, la parola "antifunicolare" definisce una forma in cui, per una determinata distribuzione dei carichi, agiscano solo forze di compressione (Figura 1.3).

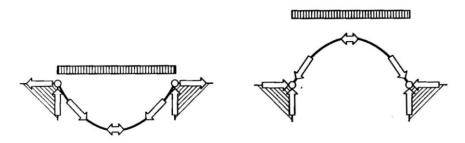


Figura 1.3: Confronto tra funicolare e antifunicolare

Tuttavia, tali strutture axial-only non vengono impiegate a causa della scarsa conoscenza tecnica del progettista riguardo l'equilibrio, o quando i criteri di progettazione non strutturali, come la funzione e l'estetica, proibiscono la selezione di forme puramente assiali.

Per valutare gli effetti dell'impiego di una geometria antifunicolare sull'efficienza dei materiali strutturali, viene mostrato un confronto semplificato tra un arco circolare e uno antifunicolare (Figura 1.4). I dati di partenza sono la geometria della curva iniziale (circolare sulla sinistra e antifunicolare a destra), una lunghezza della campata di 100 metri e un carico uniforme distribuito (64,5 kN/m). Per gli archi è stata adottata la sezione cava circolare in acciaio (spessore = 0,03 mm, f<sub>yk</sub> = 275 N/mm²). In questo progetto semplificato, il calcolo della sezione minima che soddisfa l'equilibrio della struttura, rivela che per la suddetta condizione di carico il diametro dell'arco circolare è circa cinque volte il diametro dell'arco antifunicolare.

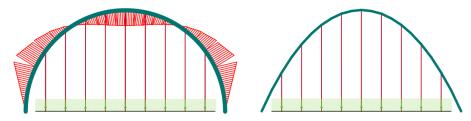


Figura 1.4: Confronto semplificato del momento flettente tra arco circolare e antifunicolare

Questo semplice esempio è utile per sottolineare l'importanza di scegliere una forma corretta in modo da aumentare l'efficienza del materiale strutturale. In altre parole, l'uso di una forma curva per la struttura non garantisce la sua efficienza, è necessario invece trovare una geometria axial-only per la condizione di carico.

#### 1.3 Necessità di nuovi strumenti

"Con un computer si arriva a una soluzione precisa molto rapidamente, un rendering accurato ti dà un'idea del progetto in una fase molto precoce. Tale approccio può essere un po' problematico, poiché porta a prendere decisioni troppo velocemente." [5]

Dalla metà del XX secolo l'analisi computerizzata, l'ottimizzazione e gli strumenti di ricerca della forma, hanno beneficiato degli sviluppi dell'informatica. Ora consentono ai progettisti di ottenere risultati senza precedenti: affrontano il comportamento reale con crescente accuratezza, consentendo la progettazione dettagliata di strutture complesse e producendo le forme ottimali di strutture sempre più originali. Tuttavia, la maggior parte di questi strumenti presenta gravi inconvenienti nel contesto del processo della progettazione strutturale contemporanea.

Questi inconvenienti possono essere sintetizzati come segue:

- Questi strumenti richiedono che siano fatte scelte importanti prima di uno studio preliminare, come la scelta del programma da utilizzare, la natura del modello e le ipotesi semplificative. Ciò potrebbe costringere il progettista a fare queste scelte troppo presto nel processo, il che sarebbe pregiudizievole perché: i software sono generalmente molto specifici; il modello potrebbe non avere il grado di accuratezza desiderato; le ipotesi iniziali di semplificazione potrebbero finire in contrasto con il comportamento strutturale finale. Inoltre, questi strumenti non forniscono alcun aiuto o molto limitato nel determinare queste scelte o modificarle successivamente nel processo.
- Questi software impongono una cronologia specifica di risoluzione, cioè input e output precisi. Il progettista strutturale è costretto a risolvere il problema nel modo imposto dallo strumento, a fare lunghe deviazioni per arrivare a una soluzione che avrebbe potuto essere trovata direttamente graficamente o è altrettanto facile da risolvere manualmente.

- Questi strumenti di solito hanno scopi così precisi e limitati che la struttura completa deve generalmente essere divisa in varie sottosezioni che sono esplorate isolatamente, indipendentemente dalle loro interazioni. Per ragioni di efficienza temporale, ciò richiederebbe all'utente di apportare il minor numero possibile di modifiche in ogni parte o comporterebbe correzioni locali non coordinate senza una valutazione globale di alcun tipo.
- La mancanza di interattività deriva dal processo di funzionamento input e output dei software.
- I progettisti potrebbero non dedicare la loro energia al posto giusto poiché potrebbero essere tentati di cercare un modello semplificato piuttosto che una struttura efficiente dal punto di vista strutturale. Questo non incoraggia contributi originali e potrebbe soffocare la creatività.

In conclusione, le attuali analisi computerizzate non consentono facilmente al progettista di avere pieno successo nel controllo del processo di progettazione della struttura.

Lo studio attuale mira a sfruttare la statica grafica per definire le geometrie preliminari. Ciò si ottiene utilizzando lo strumento Aequilibrium, che è in grado di generare geometrie funicolari e antifunicolari per qualsiasi distribuzione del carico e condizioni di vincolo. Questo strumento, a differenza degli strumenti attuali, funziona in un quadro interattivo e parametrico, che combina l'alterazione geometrica con le previsioni strutturali attraverso la reciprocità tra geometria e poligono delle forze.

L'utilizzo di tale strumento basato sulla statica grafica permetterebbe anche di rispondere a domande come:

- Quali cambiamenti geometrici genererebbero una specifica tensione in una particolare parte della struttura?
- Quale peso aggiuntivo consentirebbe alle sollecitazioni di reazione su un dato basamento di essere sufficientemente verticali per essere sostenute dal terreno?

Queste due domande non sono irrisolvibili, richiedono semplicemente l'uso di leggi sull'equilibrio statico in un modo diverso da quello proposto dai consueti strumenti di analisi.

#### 1.4 Importanza della ricerca

Le osservazioni antecedenti presentate nella sezione 1.3 non significano in alcun modo che l'analisi computerizzata contemporanea, l'ottimizzazione e gli strumenti di ricerca della forma siano inadatti o pericolosi per la progettazione strutturale. Piuttosto significa che svolgono un ruolo limitato e preciso nel processo di progettazione e che è meglio non usarli da soli.

I pochi strumenti esistenti che potrebbero essere utilizzati durante la progettazione sono ad esempio modelli fisici esplorativi e calcoli grafici manuali, ma sono generalmente evitati perché richiedono più tempo ed energia di quanto sia disponibile. Queste sono le motivazioni che sottolineano la necessità di nuovi strumenti specificamente concepiti per essere aiutati nella prima fase della progettazione concettuale.

"Non esiste un metodo che consenta al progettista di scoprire automaticamente la geometria strutturale più adeguata che si adatti ad un problema specifico. Il raggiungimento della soluzione finale è in gran parte una questione di abitudine, intuizione, immaginazione, buon senso e attitudine personale. Solo l'accumulo di esperienza può accorciare il lavoro necessario o prove ed errori coinvolti nella selezione di una tra le diverse alternative possibili." [6]

Le strategie sviluppate da ingegneri strutturisti riconosciuti, durante i secoli passati, hanno fatto miracoli in un contesto in cui i computer non erano necessariamente disponibili. Si presume quindi che queste comprovate strategie siano ancora attuali oggi e sarebbero ancora più efficaci se avessero il beneficio della velocità di un computer. Da un punto di vista generale, i progettisti strutturali che si occupano di progetti di qualità cercano di impiegare strumenti e metodi che massimizzano la loro creatività e intuizione.

È quindi intenzione di questa tesi dare uno strumento che sia in grado di chiarezza, velocità e interattività:

• Chiarezza per comprendere e controllare il progetto strutturale, per essere consapevoli di ogni scelta progettuale e del suo impatto;

- Velocità perché il processo deve essere eseguito in un flusso di lavoro continuo, fluido e relativamente veloce in modo da non inibire l'energia creativa del progettista;
- Interattivo perché i progettisti strutturali devono essere in grado di inserire dati non quantificabili, dalla propria esperienza o intuizione improvvisa, sul calcolo in qualsiasi momento.

## Capitolo 2

#### 2. STATO DELL'ARTE

#### 2.1 Introduzione

Quando si parla di progettazione concettuale, ci si riferisce alla prima fase indispensabile per una corretta progettazione strutturale, in quanto rappresenta il momento durante il quale vengono esaminate le diverse esigenze progettuali, vengono definiti i requisiti delle possibili soluzioni e viene sviluppato un ulteriore concetto strutturale da adottare per determinate strutture. L'intenzione è quindi quella di impostare il corso generale del processo di progettazione fin dall'inizio, al fine di evitare confusione in modo improduttivo. Questa definizione anticipata è importante perché se la forma della struttura è determinata indipendentemente dal comportamento strutturale, il comportamento risultante potrebbe essere inappropriato e potrebbe portare a un uso inefficiente del materiale.

Il requisito per questa tecnica è evidente quando i materiali hanno determinate limitazioni di tensione. Per esempio, le forme architettoniche efficienti nelle cattedrali gotiche, furono in parte dovute al comportamento di compressione della pietra. Quando i materiali hanno meno restrizioni riguardo le loro resistenze, il requisito per la definizione preliminare del comportamento strutturale è sfortunatamente meno ovvio, ma altrettanto rilevante.

A titolo di esempio, l'ingegnere svizzero Robert Maillart ne fece un uso esemplare [7]. A seconda del contesto, considerando le proprietà del suolo, la lunghezza e la larghezza richiesta, ha selezionato una tipologia appropriata per i ponti, ad esempio il ponte ad arco a tre cerniere Salginatobel in Figura 2.1. A seconda dei dati iniziali, ha scelto le ipotesi progettuali più appropriate e, successivamente, il metodo di progettazione più diretto che gli ha consentito di eseguire il minor numero possibile di calcoli. Questi metodi efficienti hanno portato a strutture efficienti.



Figura 2.1: Ponte Salginatobel

#### 2.2 Il concetto di funicolarità

Nel caso specifico, il conceptual design è il mezzo tramite il quale è possibile progettare strutture axial-only estremamente funzionali dal punto di vista strutturale, poiché sfruttano i principi della funicolarità nel piano e nello spazio. Prima di affrontare l'argomento vero e proprio della tesi è importante quindi introdurre il concetto di funicolarità.

Le funi e gli archi sono due tipologie strutturali impiegate dall'uomo fin dall'antichità, che attraggono ancora oggi l'attenzione dei costruttori moderni. Queste due strutture, pur sembrando apparentemente molto diverse, sono in realtà caratterizzate dall'avere proprietà fondamentali simili tra loro, a tal punto da poterle definire le une speculari delle altre. Una generica fune sottoposta ad un generico schema di carico esterno assume una configurazione deformata, chiamata propriamente "funicolare", che è funzione sia dell'intensità dei carichi esterni agenti e sia della loro posizione. Tale configurazione deformata garantisce l'equilibrio del sistema di forze assegnato e fa sì che tutti gli elementi strutturali componenti la fune siano esclusivamente tesi e che quindi lo stato tensionale interno alla fune sia di pura trazione.

Se si immaginasse di capovolgere la funicolare appena considerata rispetto ad un piano orizzontale, sarebbe possibile ottenere una differente struttura caratterizzata da uno stato tensionale interno di sola compressione, che prende il nome di "antifunicolare". Questa nuova configurazione, però, è instabile poiché un lieve cambiamento di entità o di posizione dei carichi agenti esternamente determinerebbe la nascita di uno stato flessionale e una variazione di configurazione tale che la forma conferita all'arco non sia più antifunicolare.

Di seguito in Figura 2.2 sono riportate alcune geometrie simmetriche di funicolare e antifunicolare in corrispondenza di carichi distribuiti e concentrati.

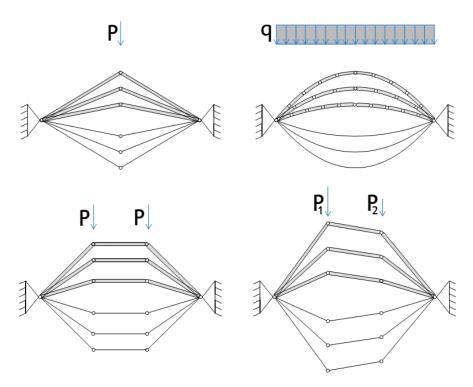


Figura 2.2: Geometrie simmetriche di funicolare e antifunicolare per carichi distribuiti e concentrati

La differenza sostanziale esistente tra una fune e un arco antifunicolare risiede nel constatare che, mentre la fune ha la capacità di adeguarsi immediatamente alla nuova funicolare, l'arco comporta una modifica del suo regime statico tale da perdere quella che era la precedente configurazione di antifunicolare per il carico inizialmente applicato. Quindi, il vantaggio statico della fune viene pagato con pericolose e poco funzionali deformazioni, mentre il vantaggio deformativo dell'arco viene pagato con incrementi di sforzi che possono compromettere la resistenza. Per semplicità le strutture interamente tese o compresse verranno denominate in questa tesi: strutture axial-only.

L'efficienza strutturale dell'arco è massima quando esso è puramente compresso, ossia quando la sua linea d'asse coincide con la sua curva delle pressioni (definita nella sezione 2.4), sotto una ben determinata condizione di carico. Per determinare la forma dell'arco per la quale esso risulti puramente compresso è possibile sfruttare l'analogia con la fune: l'arco deve assumere la configurazione capovolta che assumerebbe una fune in quelle stesse condizioni di carico.

L'arco risulta puramente compresso solamente per una condizione di carico, se e soltanto se sia fissata almeno una di queste tre condizioni:

- Freccia dell'arco;
- Spinta orizzontale alle imposte dell'arco;
- Lunghezza dell'arco.

Nel caso in cui l'arco non fosse esclusivamente compresso, è importante determinare l'entità delle sollecitazioni flessionali, perché l'eccentricità tra lo sforzo di compressione e l'asse dell'arco è alla base delle valutazioni di resistenza e di stabilità degli archi. Infatti grandi eccentricità dello sforzo normale, causate da carichi accidentali variabili, rendono necessario l'impegno di grandi sezioni o di materiali resistenti a trazione e di un sistema irrigidente.

#### 2.3 Cenni storici

#### 2.3.1 Precursori

"Prima del XV secolo l'uso delle strutture funicolari e antifunicolari si basava sull'accettazione empirica delle loro buone prestazioni strutturali senza una formulazione analitica esplicita del loro comportamento meccanico. A quel tempo, un contributo singolare è stato fornito da Villard de Honnecourt che ha anticipato il concetto Newtoniano di Actio = Reactio con un'analogia empirica dei combattenti che richiedono spinte reciproche per mantenere l'equilibrio (Figura 2.3)." [1]

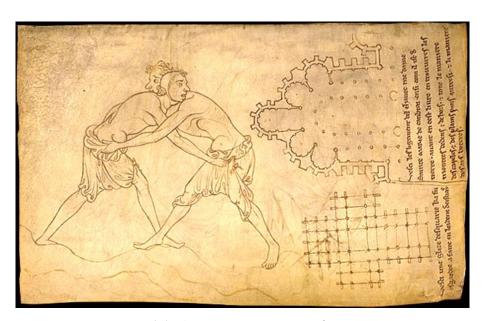


Figura 2.3: Actio = Reactio nei combattimenti

Fin dai tempi remoti, la funicolare (detta anche curva delle pressioni) è stata utilizzata per progettare e creare strutture non resistenti a trazione come gli archi in muratura o in pietra, in quanto fino alla fine del XVIII secolo questi erano gli unici materiali a disposizione per realizzare opere durevoli nel tempo.

In Figura 2.4 sono raffigurati degli esempi primordiali di strutture funicolari e antifunicolari, rispettivamente, di ponti sospesi [8] e cupole [9]. Le forme funicolari venivano spesso adottate per attraversare lunghe valli, mentre le geometrie antifunicolari erano generalmente impiegate come ripari dalle intemperie.





Figura 2.4: Esempi primordiali di strutture funicolari e antifunicolari

Le costruzioni romane (tipicamente ponti ad arco e cupole) erano basate su una forma circolare, che non è una curva funicolare per il suo peso proprio. Tuttavia, i costruttori romani hanno applicato tecniche diverse (ad esempio materiali di riempimento, anelli intermedi, cemento con densità graduata) per modificare la distribuzione del carico e indirettamente per ottenere una migliore stabilità strutturale.

Il Pantheon di Roma, l'edificio dedicato a tutti gli dei, in Figura 2.5 rappresenta il picco della rivoluzione architettonica e strutturale promossa dai romani.

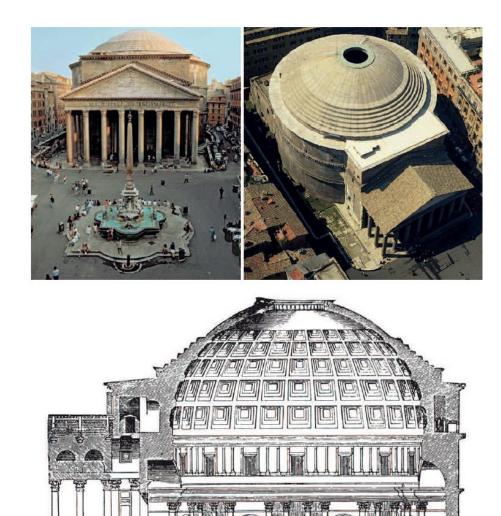


Figura 2.5: Pantheon di Roma

Questo edificio è stato per diverse ragioni una rivoluzione:

- l'uso del calcestruzzo (opus caementicium);
- la dimensione della cupola (con 43,3 metri è ancora la cupola in cemento armato non rinforzata più grande al mondo);
- l'impiego di cemento con diversa densità.

Lancaster ha sviluppato un'interessante analisi comparativa del Pantheon [10] che mirava a valutare l'influenza di diverse distribuzioni di carico sulle linee di spinta e i corrispondenti fattori di sicurezza di Rankine. Ciò è stato ottenuto studiando tre diverse condizioni di carico:

- 1. Modello 1: tiene conto della reale distribuzione dei carichi e dell'esistenza degli anelli intermedi. Questo porta ad un fattore di sicurezza Rankine di 4,23;
- Modello 2: considera una densità costante di 16 kN/m³ del calcestruzzo nella cupola e l'esistenza di anelli intermedi. Questo porta ad un fattore di sicurezza Rankine di 3,60;
- 3. Modello 3: tiene conto di una densità costante di 16 kN/m³ del calcestruzzo nella cupola e trascura l'esistenza di anelli intermedi. In questo caso il fattore di sicurezza Rankine diminuisce a 2,60.

Le tre linee di spinta per i diversi modelli, sono rappresentate nella Figura 2.6:

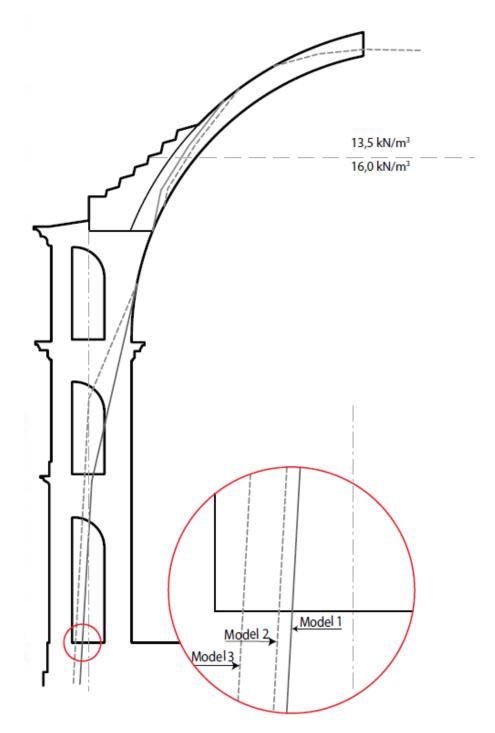


Figura 2.6: Linee di spinta per le tre diverse condizioni di carico

Questa analisi semplificata rivela l'importanza della distribuzione del carico sulla stabilità strutturale e la grande efficienza dell'utilizzo di anelli intermedi che,

similmente ai pinnacoli, verticalizzano la linea di spinta e contribuiscono ad aumentare la stabilità dell'edificio. Questi risultati sottolineano il fatto che il riempimento, usato comunemente dai romani nella loro costruzione, gioca un ruolo chiave per aumentare la stabilità dell'edificio.

Tale risultato è sicuramente sintomo di grande maestria dei costruttori romani, che grazie alla loro grande esperienza nella costruzione di archi e cupole erano ormai consapevoli della grande importanza di aggiungere più peso nella parte inferiore della struttura per ottenere un comportamento strutturale migliore. Questo potrebbe essere visto come uno dei primi esempi di precompressione, infatti la disposizione del peso esterno sopra gli elementi indirizzati a ricevere spinte orizzontali ha l'obiettivo di verticalizzare la linea di spinta.

A partire dal Quattrocento emergono i primi documenti delle indagini sulla meccanica strutturale dietro il comportamento di archi: catene un'approssimazione teorica ha cominciato a combinarsi con le prove sperimentali. I primi tentativi di definire il comportamento strutturale delle strutture curve hanno portato agli studi di Leon Battista Alberti (1404-1472), Andrea Palladio (1508-1580) e Leonardo da Vinci (1452-1519). I diversi studi portarono alla differenziazione tra una catenaria e una parabola, rispettivamente, la forma funzionale associata al peso lungo l'ascissa curvilinea (carico costante per unità di lunghezza) e la forma funzionale associata ad un carico uniforme orizzontale (Figura 2.7).

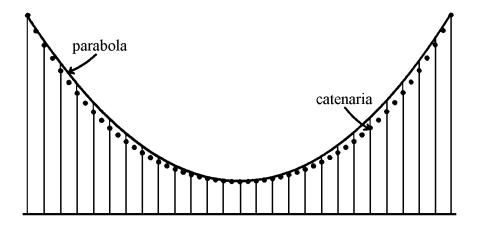


Figura 2.7: Confronto geometrico tra catenaria e parabola

Galileo Galilei (1564-1642) confondeva uno per l'altro nella sua scrittura [3], dove affermava che la geometria funicolare di una catena era una parabola. La differenza tra le due curve è stata dimostrata e pubblicata da Jungius dopo la sua morte.

Come esempio, possiamo considerare la struttura antifunicolare del grande arco di Saint Louis (Figura 2.8). Per dimostrare che non è una parabola possiamo procedere in questo modo [11]:

- 1. Si importa nel foglio da disegno l'immagine dell'arco.
- 2. Si individua l'asse di simmetria e il vertice superiore di questa curva.
- 3. Si sceglie un punto sulla curva e si costruisce una parabola con quel vertice, quell'asse e passante per un punto.
- 4. Si va poi a vedere se questa parabola si sovrappone alla data curva.

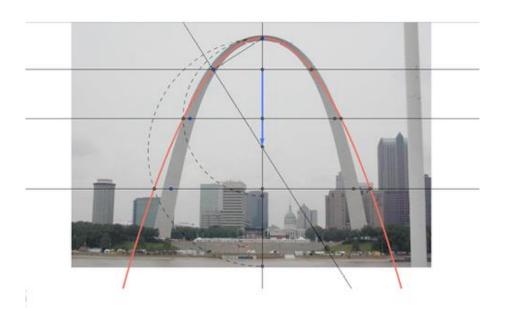


Figura 2.8: Confronto tra parabola e geometria antifunicolare dell'arco Saint Louis

L'idea fondamentale di utilizzare il principio d'inversione per trovare la geometria ideale di compressione per un arco rigido partendo dalla forma di una corda appesa è stato pubblicato da Robert Hooke (1635-1703) nel suo famoso testo [12]. Dopo Hooke, molti scienziati studiarono il problema (Bernoulli, Leibniz e Huygens) ma erano reticenti a condividere i loro risultati [13]. Differentemente,

David Gregory (1659-1708) ha pubblicato un saggio cruciale sul tema, in cui la geometria catenaria è stata descritta matematicamente e si afferma:

"Quando un arco o qualsiasi altra figura è in equilibrio, è perché nel suo spessore è inclusa una catenaria." [14]

Nonostante questa affermazione non sia letteralmente corretta (la parola "catenaria" dovrebbe essere sostituita con "curva delle pressioni", cioè la linea teorica rappresentante il percorso delle risultanti delle forze su una struttura esistente), rappresenta il concetto di base dietro la valutazione strutturale degli archi in muratura e appare nella maggior parte dei saggi sul tema fino al XIX secolo [15]. La straordinaria intuizione di Gregory, insieme alla teoria della plasticità sviluppata nel XX secolo, ha posto le basi per le procedure comuni adottate per la valutazione strutturale della muratura [15].

# 2.3.2 Origini

"Il concetto semplice di funicolare è stato definito scientificamente tra il XV e il XVII secolo e l'uso di forme prive di flessione è stato un approccio di progettazione adottato comunemente nel corso dei secoli. Consiste nel definire la forma complessiva della struttura come una forma priva di piegatura

corrispondente, generalmente, ai carichi permanenti, e quindi determinare il suo spessore in base alla variazione delle forme funicolari relative ai carichi variabili."

[1]

Il padre fondatore è considerato Karl Culmann (1821-1881), tedesco di nascita e svizzero di professione. Dopo aver lavorato come ingegnere presso le ferrovie bavaresi ed essersi occupato delle tecniche costruttive per i nuovi ponti metallici, fu chiamato quale docente al Politecnico di Zurigo dal 1872 al 1885 e si dedicò al suo voluminoso progetto di teorizzazione della statica grafica. Animato dalla convinzione che "il disegno fosse il linguaggio dell'ingegnere", ottenne risultati grafici per la soluzione di problemi legati alle travature reticolari, alla geometria delle masse e all'analisi delle strutture che ancor oggi sono patrimonio della

meccanica delle strutture. Riuscì a utilizzare la statica grafica per risolvere problemi reali legati alla professione dell'ingegnere, come l'equilibrio di una gru (Figura 2.9).

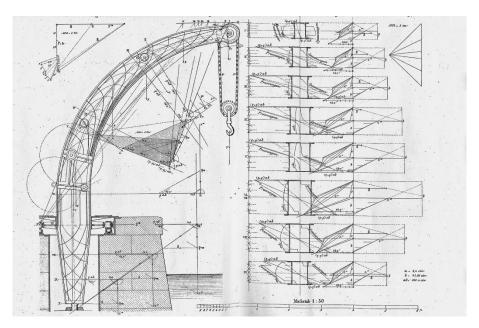


Figura 2.9: Applicazione della statica grafica sull'equilibrio di una gru

O ancora la statica grafica applicata allo studio delle azioni nelle aste di un arco metallico a due cerniere (Figura 2.10).

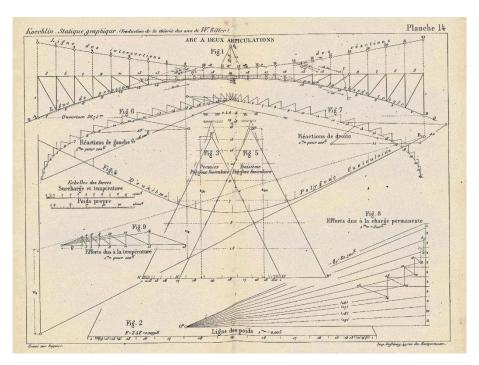


Figura 2.10: Applicazione della statica grafica sullo studio di un arco metallico

Altri esponenti appartenenti a quella che è stata definita la "preistoria della statica grafica" [16] sono Simon Stevino (1548-1620), Pierre Varignon (1654-1722) e Jean Victor Poncelet (1788-1867). Quest'ultimo, ingegnere francese, fu riconosciuto da Culmann come precursore della statica grafica per i suoi studi sulla geometria descrittiva e dei metodi grafici per il dimensionamento di volte e muri di sostegno. Come Poncelet anche Simon Stevino fu uno tra i primi a cimentarsi nello studio dei problemi dell'equilibrio di un corpo in quiete con applicazioni di figure funicolari, ma il concetto di dualismo alla base della statica grafica tra il poligono funicolare e il poligono delle forze fu introdotto da Pierre Varignon nel suo scritto Nouvelle Mécanique [17] (Figura 2.11).

Con Culmann però la statica grafica diventò disciplina autonoma che ben presto si diffuse in Europa e venne insegnata nelle maggiori scuole di Ingegneria.

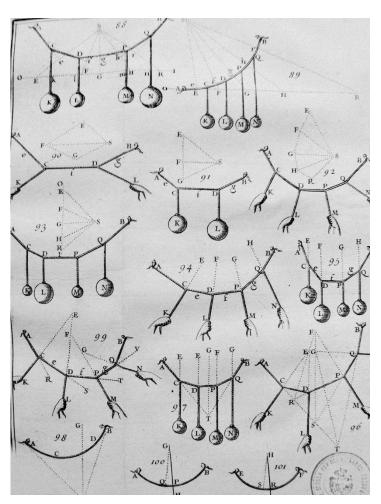


Figura 2.11: Rappresentazione del dualismo tra poligono funicolare e poligono delle forze

# 2.4 Curva delle pressioni

La curva delle pressioni prende anche il nome di poligono delle pressioni o luogo delle successive risultanti. In breve, si indica con c.d.p. La denominazione "luogo delle successive risultanti" deriva dal fatto che la curva delle pressioni può essere definita come luogo delle rette d'azione delle successive risultanti, intendendo per successive risultanti la successione di vettori che un ideale osservatore ricaverebbe se calcolasse la risultante di tutte le forze incontrate nel percorrere l'asse geometrico della struttura a partire da un suo estremo, man mano che al sistema di forze già "viste" si aggiunge una nuova forza. Ogni lato del poligono è associato ad un tratto di struttura compreso tra i punti di applicazione di due forze consecutive, che possono essere forze esterne o reazioni vincolari, e rappresenta la retta d'azione della risultante di tutte le forze che precedono il tratto di struttura cui è associato. Se sulla struttura sono presenti carichi distribuiti, il poligono delle pressioni può anche avere tratti curvi. In ogni caso, la curva delle pressioni va sempre ricercata applicando la definizione, ovvero, immaginando di percorrere la struttura a partire da un suo estremo e calcolando la risultante delle forze che si incontrano via via. In ultima analisi, dunque, il problema della costruzione della curva delle pressioni si risolve in un problema di ricerca della risultante di un sistema di forze. [18]

# Capitolo 3

## 3. METODOLOGIA

## 3.1 Introduzione

La ricerca di geometrie axial-only può seguire principalmente tre approcci. Il primo è basato sull'uso di modelli fisici appesi, in cui gli elementi senza rigidità di flessione sono liberi di trovare una forma equilibrata nello spazio. Il secondo approccio si basa sull'utilizzo di tecniche grafiche (come la statica grafica) per esplorare forme senza flessione. Infine, il terzo approccio è quello più recente e si basa sull'applicazione di tecniche di ricerca numerica.

Nelle seguenti sezioni vengono illustrati solo i principali concetti dei tre approcci, per eseguire una rassegna dettagliata delle metodologie principali per trovare forme axial-only e maggiori informazioni possono essere consultate nei documenti bibliografici.

## 3.2 Modelli fisici

L'idea di impiegare il principio di inversione per trovare una geometria di sola compressione fu proposta per la prima volta da Robert Hooke nel 1676. Come affermato da Huerta [19], è stata una delle più brillanti idee nella storia dell'analisi strutturale. Hooke suggerì a Christopher Wren, architetto della St. Paul's Cathedral di Londra, di progettare la forma della cupola usando un modello a catena caricato con i corrispondenti pesi nei rispettivi centri di gravità [13].

Negli anni '40 del secolo scorso, Poleni appoggiò un modello ridotto a sospensione fisica per valutare la stabilità della cupola di San Pietro a Roma (Figura 3.1). Diversamente da Hooke, Poleni ha utilizzato diversi pesi lungo la curva. In questa valutazione strutturale, Poleni ha impiegato le tecniche di suddivisione che permettono di analizzare una cupola tridimensionale dividendola a fette (archi semplici). Nel caso della Cupola di San Pietro era divisa in 50 segmenti. Come riportato da Huerta [20], dopo l'intuizione di Poleni, l'uso di modelli sospesi per le valutazioni di sicurezza non è stato usato frequentemente nei secoli successivi.

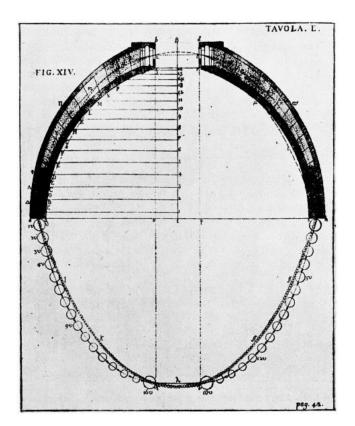


Figura 3.1: Studio di Poleni sulla sicurezza della cupola di San Pietro

I modelli fisici a sospensione non furono usati per due secoli fino al XX secolo, quando Gaudì e Isler impiegarono una complessa rete di catene e di teli, rispettivamente, per trovare la forma dei loro ben noti edifici. Come affermato da Isler: "Il modello ha una risposta a (quasi) tutto".

I metodi sperimentali di Gaudì erano basati su modelli in cui una serie di carichi era sospesa su una rete di fili. Diversamente, Isler impiegava "teli bagnati" che venivano congelati e poi invertiti per ottenere gusci antifunicolari [21]. La scelta di Gaudì di utilizzare fili, anziché superfici, rappresenta un'applicazione implicita della tecnica di suddivisione dei modelli a sospensione tridimensionale [19].

La Figura 3.2 mostra in alto le foto del modello impiegato da Gaudì per trovare la forma della Sagrada Familia a Barcellona, in basso l'inversione dell'immagine (la stessa immagine ruotata di 180°).





Figura 3.2: Modelli fisici di Gaudì

La figura 3.3 mostra le foto dei modelli impiegati da Isler per la progettazione delle conchiglie ultrasottili in Svizzera.



Figura 3.3: Modelli fisici di Isler

Entrambi i designer hanno rifiutato l'idea di utilizzare forme progettate secondo uno stile architettonico determinato e hanno utilizzato modelli appesi come metodo di progettazione per la ricerca di forme efficienti dal punto di vista dei materiali. Oltre a Gaudì e Isler, diversi ingegneri europei hanno lavorato con modelli fisici.

"Le strutture non possono essere progettate in modo arbitrario" [22]

È importante dimostrare che la forma di una catena sospesa è indipendente dalla scala, come l'equilibrio statico delle strutture in compressione [23], quindi i modelli ridotti a sospensione possono essere definiti indipendenti dalla scala. I modelli

sospesi forniscono un feedback immediato alla variazione dei carichi e alla posizione di supporto. Ciò consente un buon controllo della forma progettata in due e tre dimensioni.

I principali svantaggi dei metodi sperimentali sono rappresentati dalla difficoltà di prendere in considerazione lo spessore variabile e carichi diversi da quelli verticali. Inoltre, è piuttosto difficile ottenere valori di stress e sforzi in punti diversi della geometria di sospensione. Inoltre, i materiali utilizzati per costruire i modelli fisici sono diversi dai materiali da costruzione reali e le forme tridimensionali ottenute dipendono dalla deformazione del tessuto. Infine, la costruzione di modelli fisici può richiedere molto tempo.

# 3.3 Tecniche grafiche

Il metodo grafico più noto è la statica grafica, che mette in relazione la geometria strutturale e le forze interne attraverso due poligoni, definiti come poligoni funicolari e delle forze. Il concetto di dualismo tra il poligono funicolare e il poligono di forza fu introdotto da Varignon [17].

La relazione reciproca tra poligoni di forma e forza assicura che le strutture siano sempre in equilibrio (Figura 3.4). Inoltre, la chiarezza degli approcci grafici ha un alto valore didattico poiché le relazioni tra forma e forza possono essere chiaramente espresse.

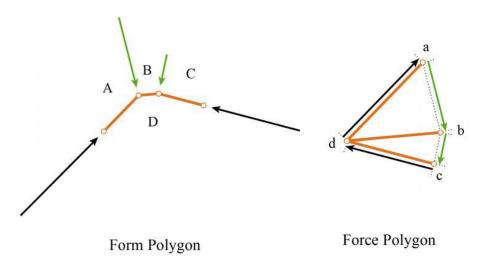


Figura 3.4: Relazione reciproca tra poligono di forma e poligono di forze

Durante il secolo compreso tra 1850 e 1950 la statica grafica è stata il metodo di progettazione più insegnato e impiegato. La Figura 3.5 e la Figura 3.6 mostrano diversi esempi di edifici e ponti, rispettivamente, in cui è stata impiegata la statica grafica. Le immagini sul lato sinistro descrivono l'analisi grafica, mentre le immagini sul lato destro illustrano le foto dell'edificio oggetto di studio.

La Figura 3.5 (prima riga) illustra un disegno originale di Luis Moya Blanco (1904-1990) che impiegò metodi grafici per la progettazione della chiesa di Sant'Agostino a Madrid. Moya ha sfruttato i metodi grafici per progettare in modo efficiente archi le cui spinte orizzontali sono equilibrate da una forma ellittica in pianta. La Figura 3.5 (seconda riga) mostra la costruzione grafica fatta da Rafael Guastavino per il progetto della cupola della chiesa di San Francesco di Sales a

Filadelfia nel 1909. La Figura 3.5 (terza riga) illustra lo studio grafico condotto da Rubió i Bellver nel 1912 per comprendere il comportamento strutturale della Cattedrale di Palma di Maiorca, la cui caratteristica principale è l'incredibile snellezza delle colonne.

La Figura 3.6 (prima riga) mostra la costruzione grafica adottata da Robert Maillart nel 1929 per il Ponte di Salginatobel, un ponte di cemento di 132 metri incernierato su tre punti. Esiste una corrispondenza perfetta tra la linea di spinta e l'asse del ponte, mentre quando le due linee non si adattano perfettamente, come nella metà della campata, si presentano i momenti flettenti e la sezione trasversale corrispondente è più grande. La Figura 3.6 (seconda e terza riga) mostra la costruzione grafica fornita da Théophile Seyrig per il Ponte Maria Pia situato a Oporto. Infine, la Figura 3.6 (quarta riga) illustra un esempio recente fornito da Conzett per la progettazione del ponte Traversina.

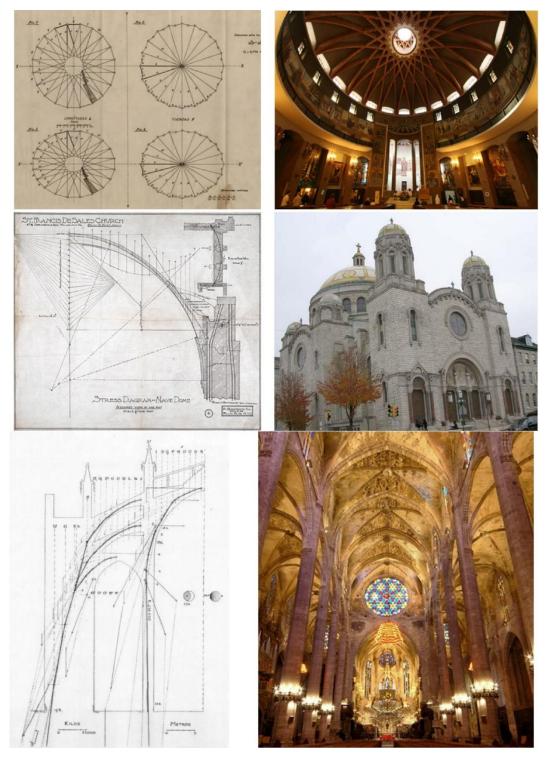


Figura 3.5: Esempi di applicazione della statica grafica a edifici

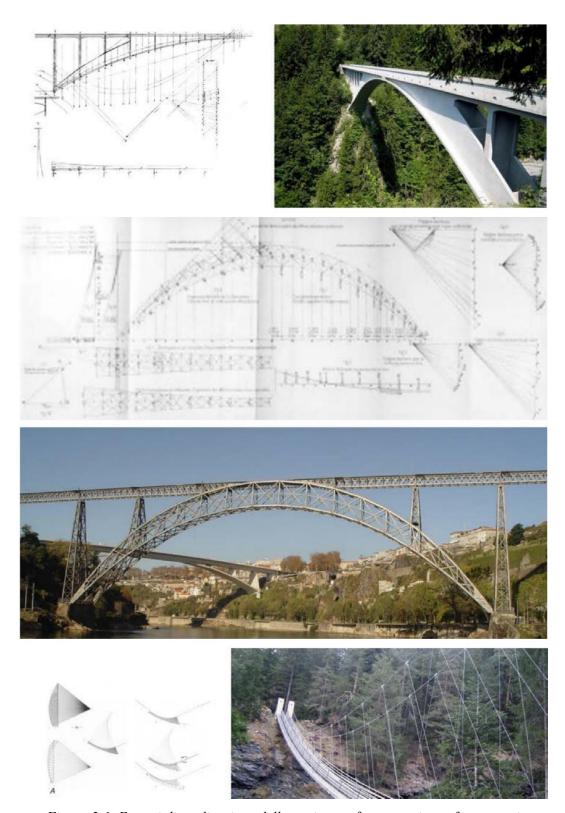


Figura 3.6: Esempi di applicazione della statica grafica a pontia grafica a ponti

# 3.4 Tecniche di ricerca computazionale

In sintesi, le metodologie numeriche possono essere divise in tre gruppi diversi a seconda dell'approccio computazionale adottato:

- Metodo di rilassamento dinamico basato sull'ottenimento di una soluzione equilibrata dopo un movimento strutturale smorzato. Il metodo del rilassamento dinamico inizia con una determinata geometria con la massa concentrata in alcuni punti. Questo sistema di masse concentrate ha un movimento dinamico smorzato che viene fermato quando viene raggiunto l'equilibrio [24, 25]. Non esiste alcuna rappresentazione fisica del metodo con la realtà; inoltre, la convergenza e la stabilità dell'operazione sono strettamente correlate alla discretizzazione della superficie [26].
- Metodo della matrice della rigidezza basato sull'uso di matrici di rigidezza. Usando questo metodo, le forze interne sono calcolate nella struttura continua, non viene impiegata alcuna rete discreta di elementi e le proprietà dei materiali devono essere implementate portando a procedure che richiedono tempo, senza garantire una convergenza stabile [26].
- Metodo di densità di forza in cui ogni singola configurazione equilibrata corrisponde a una densità di forza presunta (rapporto di forza a lunghezza).
  Il metodo è stato inizialmente sviluppato in risposta all'esigenza di modellizzazione computazionale del complesso olimpico di Monaco [26].

## 3.5 Riepilogo

Le sezioni precedenti hanno fornito una breve panoramica dei diversi approcci volti a trovare geometrie bidimensionali e tridimensionali in cui agiscono solo forze assiali. Queste metodologie sono in qualche modo concettualmente equivalenti, infatti è possibile esplorare tutte le diverse configurazioni possibili di geometrie prive di flessione per una distribuzione di carichi.

Questo capitolo, insieme a quello precedente, ha fornito una revisione critica del concetto di funicolarità, del suo sviluppo storico e delle principali metodologie per trovare forme funicolari. Sono stati di seguito riportati i principali punti affrontati nel secondo e nel terzo capitolo:

- Il concetto di funicolare è stato sviluppato in circa 250 anni (dal 1450 al 1700). Dopo il 1700 non sono stati prodotti progressi significativi.
- ii. I modelli sospesi sono stati usati prima per valutare le strutture e poi per progettarle. Questa metodologia è stata dimenticata per secoli prima della sua rinascita grazie a Gaudì e Isler.
- iii. I metodi grafici hanno vissuto la loro "età dell'oro" durante il XIX secolo, ma poi, ad eccezione di pochi designer contemporanei, sono stati abbandonati.
- iv. Recentemente, più approcci numerici sono comparsi parallelamente allo sviluppo dei computer.
- v. I metodi computazionali avanzati di ricerca della forma hanno praticamente sostituito i modelli sospesi e le tecniche grafiche, risparmiando tempo ma, d'altra parte, diminuendo la comprensione del comportamento strutturale e dell'attitudine progettuale.

Infine, è importante sottolineare che la selezione di una particolare metodologia a discapito di un'altra è strettamente correlata ai dati iniziali e agli strumenti in cui tale approccio è implementato.

# Capitolo 4

## 4. BASI TEORICHE DELLA STATICA GRAFICA

## 4.1 Reciprocità tra forma e poligono delle forze

La statica grafica si riferisce alla geometria strutturale e alle forze interne attraverso due poligoni definiti come "poligono di forma" e "poligono delle forze" (rispettivamente, a sinistra e a destra della Figura 4.1). Questo concetto di dualismo tra la forma e poligoni delle forze è stato introdotto da Varignon [17] ed esteso da Culmann nel 1864 [27].

I poligoni della forma e delle forze sono reciproci [28]: ogni elemento nel poligono di forma ha un elemento parallelo corrispondente nel poligono delle forze (vedere i colori corrispondenti nella Figura 4.1).

La lunghezza dell'elemento nel poligono delle forze è, in una scala scelta, uguale alla grandezza della forza assiale nell'elemento del diagramma di forma. Inoltre, l'equilibrio tra le forze assiali nella struttura e i carichi esterni è assicurato dal fatto che il poligono delle forze corrispondente sia chiuso. Riferendosi alla Figura 4.1, l'equilibrio tra  $F_1$  e le forze degli elementi A e B è garantito dal poligono chiuso abd nel poligono delle forze.

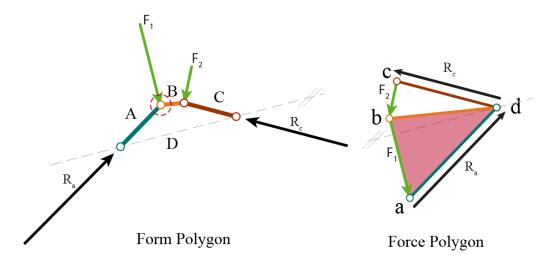


Figura 4.1: Costruzione grafica per due punti caricati

Esempio di geometrie prive di flessione per tre serie di carichi determinati generati dal software Aequilibrium sono mostrati in Figura 4.2.

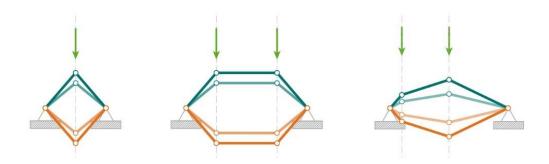


Figura 4.2: Esempi di geometrie prive di pressione

## 4.1.1 Indeterminazione del problema

Dopo aver definito i carichi e la posizione di supporto, si può trovare un numero infinito di forme funicolari. Ad ogni geometria funicolare corrispondono diverse reazioni ai supporti e forze assiali all'interno della struttura. Cambiando le reazioni orizzontali o la relativa lunghezza della curva, è possibile esplorare la famiglia di tutte le geometrie funicolari corrispondenti ad un'unica distribuzione di carico. Il concetto identico è valido per strutture antifunicolari che presentano solo forze di compressione. La Figura 4.3 illustra diverse geometrie funicolari e antifunicolari in equilibrio con la stessa distribuzione di carico. Nella statica grafica, l'esplorazione delle soluzioni infinite può essere ottenuta spostando la posizione del polo. Allontanandosi dalla linea dei carichi, si ottiene una forma più bassa, con forze assiali e reazioni orizzontali più elevate.

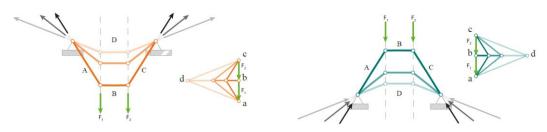


Figura 4.3: Infinite geometrie axial-only corrispondenti ad un'unica combinazione di carico

Allo stesso modo come descritto in precedenza, data una forma (e la relativa posizione di supporto), esistono infinite distribuzioni di carichi proporzionali in equilibrio (senza flessione) con questa geometria. A carichi proporzionali, corrispondono forze assiali e reazioni ai supporti proporzionali. La Figura 4.4 mostra due forme e tre serie di carichi di punti proporzionali che rendono questa geometria axial-only. Questo esempio evidenzia che ciò che conta veramente è la distribuzione del carico e non la grandezza di carico.

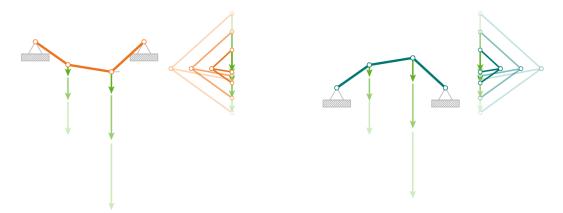


Figura 4.4: Infinite distribuzioni di carichi corrispondenti ad un'unica geometria axialonly

## 4.1.2 Vincolare l'indeterminazione

Possono essere applicati diversi vincoli sulle costruzioni grafiche per risolvere l'indeterminazione descritta in precedenza. La Figura 4.5 illustra due costruzioni specifiche per limitare rispettivamente le forze assiali all'interno della struttura e le reazioni orizzontali. Infatti, la possibilità di limitare il polo all'interno di un'area determinata dà la possibilità di controllare le forze e di mantenere le loro grandezze entro un limite definito.

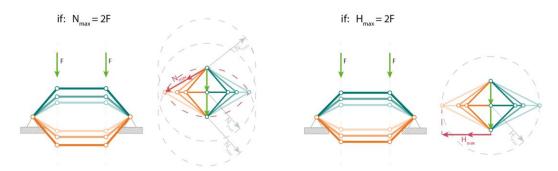


Figura 4.5: Limitazioni del diagramma delle forze limitando sforzi assiali e reazioni orizzontali

Sulla sinistra della Figura 4.5 sono mostrate tre circonferenze che limitano le forze assiali ad essere inferiori al doppio della forza F. La costruzione più leggera corrisponde alla configurazione di limite, dove le forze assiali risultano massime. Sulla destra, una costruzione simile mostra la circonferenza che limita la reazione orizzontale ad essere inferiore al doppio della forza F. Ancora una volta, la configurazione più leggera corrisponde alla massima reazione orizzontale consentita.

La Figura 4.6 mostra la forma della struttura per ottenere uno sforzo assiale costante. Ciò è raggiunto obbligando tutti gli elementi del poligono delle forze ad avere la stessa lunghezza. La costruzione inizia con la definizione della forza assiale da raggiungere nella struttura. Il polo "d" rappresenta il centro di una circonferenza con raggio pari alla forza assiale di destinazione. Tutti i segmenti (paralleli agli elementi del diagramma di forma) che collegano il polo alla circonferenza hanno la stessa lunghezza. Le forze da introdurre sono definite collegando i punti di intersezione tra forze assiali e circonferenza.

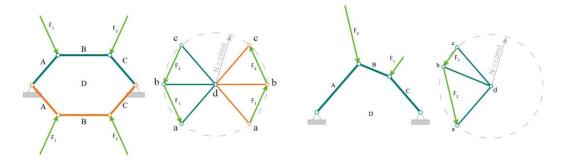


Figura 4.6: Ottenere uno sforzo assiale costante

La Figura 4.7 mira a spiegare come può essere limitato il diagramma di forza per tenere conto dei vincoli geometrici.

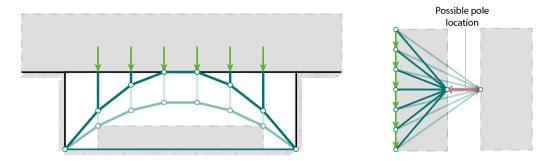


Figura 4.7: Limitazione del poligono delle forze per vincoli geometrici

Il lato sinistro mostra due forme antifunicolari corrispondenti a una distribuzione del carico. Queste due forme rappresentano il minimo e il massimo per questo problema specifico; infatti la forma antifunicolare deve essere inclusa nell'area bianca. Basandosi sulla reciprocità tra forma e poligono delle forze, possiamo ricavare due posizioni di limite del polo. La forma finale, rispettando i vincoli geometrici, può essere definita spostando il polo tra queste due posizioni di limite.

In sintesi, l'applicazione di vincoli meccanici o geometrici riduce la gamma di soluzioni perché limita lo spazio di progettazione. Una panoramica approfondita dei metodi per applicare vincoli sul diagramma e per dedurre i corrispondenti spazi di soluzione può essere trovata in [29, 30].

# 4.2 Implementazione

Gli esempi mostrati prima indicano come la statica grafica possa essere ampiamente applicata a diversi problemi di progettazione riguardando la posizione dei supporti, la grandezza di carico e la posizione.

Tuttavia, come accennato in precedenza, l'uso di statica grafica per scopi di progettazione è stato limitato fino a poco tempo fa, in parte perché una variazione della geometria o dei carichi modifica il modello e la costruzione grafica, che dovendo essere aggiornata richiede tempo per il completamento manuale. Oggi sono stati sviluppati nuovi strumenti computazionali basati sulla geometria, che implementano la statica grafica. Gli esempi più interessanti di questo tipo di strumenti sono rappresentati da Active Statics [31], Equilibrium [32], RhinoVAULT [32] e EXOEQUILIBRIUM [1, 33, 34, 35].

Il risultato della tesi è un software in cui è possibile osservare come le forze interne cambiano attraverso il poligono delle forze, dando all'utente la possibilità di esplorare diverse soluzioni equilibrate. La generazione di geometrie axial-only tramite statica grafica è stata implementata su Grasshopper, un editor grafico di algoritmi integrato in Rhinoceros. Tale implementazione fornisce l'output grafico richiesto e un'esperienza interattiva all'utente.

Il nuovo software è denominato Aequilibrium e i dati di input sono:

- Geometria di partenza di una parabola definita da:
  - o proiezione orizzontale della distanza tra i supporti [m];
  - o freccia [m];
  - o numero di forze applicate;
  - o quota dei supporti rispetto all'asse orizzontale [m] (vale la pena ricordare che la definizione di una forma a priori è necessaria solo se l'utente desidera prendere in considerazione il peso proprio nel processo di ricerca della forma).
- Carico permanente:
  - o peso [kN/m<sup>2</sup>]; ii) larghezza [m].
- Carico uniformemente distribuito:
  - o distribuzione simmetrica o casuale;

- o peso  $[kN/m^2]$ ;
- o larghezza dell'impalcato [m].
- Posizione dei punti d'applicazione:
  - o posizione simmetrica o casuale [m].
- Magnitudine delle forze puntuali:
  - o valore di ogni forza puntuale [kN].
- Configurazione dei tiranti:
  - o verticali o equidistanti nell'arco o convergenti o divergenti.
- Materiale e sezione trasversale:
  - o  $f_{ck}$  o  $f_{yk}$  [MPa];
  - $\circ$   $\gamma_c$   $\circ$   $\gamma_s$ ;
  - o diametro esterno e interno [m].

## L'output generato dal software sarà:

- Geometria axial-only (cioè la forma priva di momento flettente) che, a discrezione dell'utente, può essere la funicolare o l'antifunicolare.
- Poligono delle forze (ossia le forze assiali all'interno della struttura)

L'algoritmo di base di AEQUILIBRIUM è descritto in Figura 4.8.

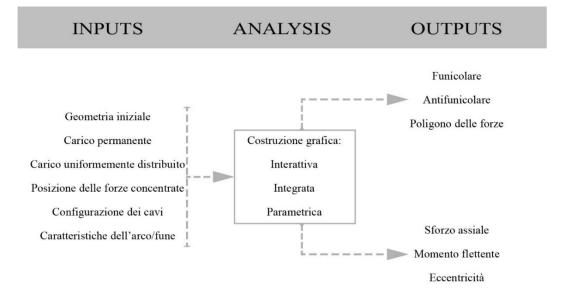


Figura 4.8: Schema concettuale dell'algoritmo di Aequilibrium

Una versione estesa del software comprende l'uso di Karamba, che è un plugin di Grasshopper, utilizzato per ottenere sollecitazioni assiali, momenti flettenti e, di conseguenza, eccentricità per qualsiasi tipo di carico. Il software è open-source e può essere scaricato contattando l'autore.

# Capitolo 5

## 5. ESEMPI DI APPLICAZIONI PROGETTUALI

## 5.1 Introduzione

Il principale vantaggio della statica grafica consiste nell'essere un metodo versatile per progettare una geometria senza momenti flettenti e può essere applicato a un gran numero di problemi. In questa sezione sono descritti diversi esempi d'applicazione per mostrare le funzionalità dello strumento.

La Figura 5.1 illustra le fasi per definire geometricamente la forma antifunicolare corrispondente al peso proprio dell'impalcato e dell'arco. Dopo aver impostato le posizioni dei supporti, la geometria e i carichi iniziali, il software fornisce una soluzione immediata al problema generando il poligono delle forze e la corrispondente forma axial-only. Avendo definito il numero di tiranti, la definizione della geometria antifunicolare viene fatta elaborando le forze trasmesse dall'impalcato all'arco (frecce verdi) e il peso proprio dell'arco (frecce blu). Alcune iterazioni vengono eseguite per aggiornare il peso proprio della struttura.

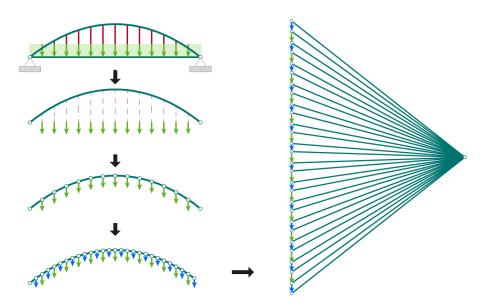


Figura 5.1: Elaborazione di una geometria axial-only per un carico uniformemente distribuito sull'impalcato e peso proprio dell'arco

# 5.2 Applicazioni progettuali

## 5.2.1 Numero dei carichi concentrati variabile

Il numero di carichi concentrati è un altro input del software. Aumentando il numero di carichi, ci sono più forze applicate alla struttura ad una distanza minore tra di loro. La Figura 5.2 mostra 3 esempi con rispettivamente 3, 7 e 13 carichi (tiranti dell'impalcato). Per ciascuna di queste combinazioni viene generato un poligono delle forze (si noti che la risultante del carico è costante).

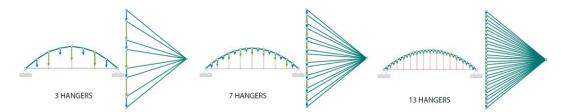


Figura 5.2: Numero variabile di carichi concentrati

La definizione dell'ampiezza di carico e dei relativi punti di applicazione è a discrezione dell'utente.

## 5.2.1 Posizione dei carichi concentrati variabile

La posizione dei carichi concentrati, può essere simmetrica o casuale:

- Nella modalità SIMMETRICA, la distanza tra i punti d'applicazione ha un intervallo costante e le loro posizioni sono definite in modo totalmente automatico.
- In modalità CASUALE, l'utente è in grado di scegliere la posizione di ciascuna forza applicata.

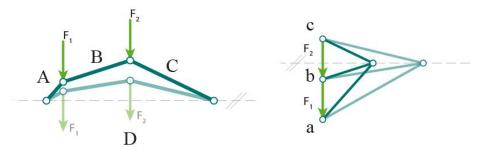


Figura 5.3: Posizione variabile dei carichi concentrati

# 5.2.2 Differenti possibilità di carico

Riguardo ai carichi applicati alla struttura, l'utente può scegliere tre diverse tipologie:

- Carico uniformemente distribuito: il carico viene distribuito lungo tutta la lunghezza dell'impalcato.
- Carico distribuito EXTRA: un carico aggiuntivo distribuito può essere posizionato in qualsiasi segmento del ponte. Questa opzione può essere utile se il ponte ha una sezione trasversale variabile.
- Carichi concentrati: le forze concentrate possono essere applicate in qualsiasi posizione della struttura.

Come mostrato in Figura 5.4 l'utente può combinare a piacere le tre possibilità di carico, il software Aequilibrium elabora i carichi esterni e il peso proprio, generando il poligono delle forze e la sua relativa geometria antifunicolare.

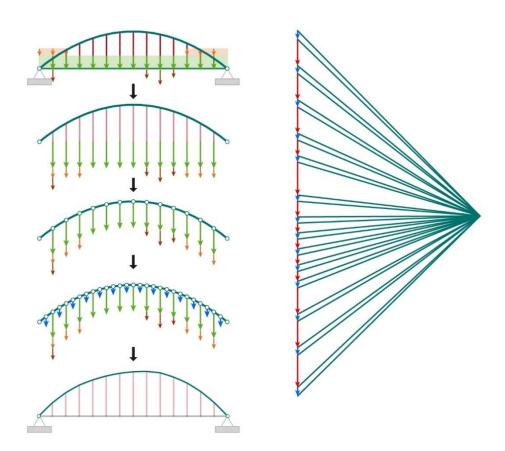
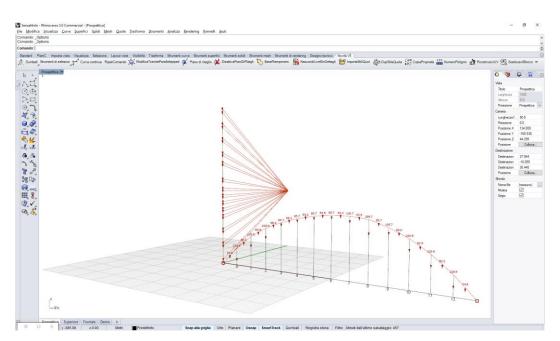


Figura 5.4: Esempio di una possibile combinazione dei carichi



In Figura 5.5 è mostrata la visualizzazione dell'esempio nella schermata di Rhino.

Figura 5.5: Visualizzazione in Rhino

Questi possibili modi di introduzione del carico consentono agli utenti di adattare il software a diversi casi di studio, infatti può essere utilizzato per definire la forma funicolare di un cavo o l'antifunicolare di un ponte ad arco con diverse distribuzioni e punti d'applicazione dei carichi. Un altro carico importante da considerare è il peso proprio dell'arco. Questo carico viene calcolato automaticamente e applicato alla struttura, e dipende dalla scelta del materiale e della sezione trasversale definita in una fase di predimensionamento. Inoltre, il peso proprio può non essere preso in considerazione (ad esempio per i cavi), ponendo il peso specifico nullo nel pannello di predimensionamento.

# 5.2.3 Magnitudine dei carichi concentrati variabile

Nella Figura 5.6 è riportato un esempio di un cavo privo di massa su cui vengono applicate due forze con diverse grandezze in una posizione casuale.

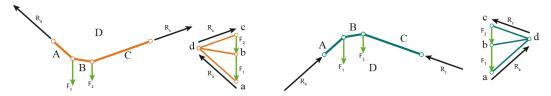


Figura 5.6: Carichi con magnitudine variabile e posizione variabile

# 5.2.4 Quota dei supporti variabile

Il software consente anche di posizionare i supporti su due quote differenti, come si può vedere nella Figura 5.7.

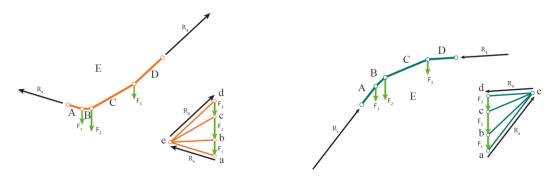


Figura 5.7: Quota variabile dei supporti

# 5.2.5 Configurazione dei tiranti variabile

Un'analisi interessante può riguardare lo studio della diversa disposizione dei tiranti nella struttura e il loro effetto sul poligono delle forze. Lo strumento consente di scegliere 4 diverse configurazioni di tiranti:

- i) Verticali;
- ii) Equidistanti nell'arco;
- iii) Incrementali;
- iv) Decrementali.

La Figura 5.8 mostra un confronto in termini di poligoni delle forze per le 4 suddette configurazioni. È evidenziata la risultante R, che è la stessa per tutti i casi, ma la distribuzione della forza interna varia a seconda della configurazione. Ad esempio, i tiranti incrementali e decrementali corrispondono alla variazione massima delle forze assiali nell'arco. L'arco con tiranti incrementali ha le forze assiali massime al centro dell'impalcato e rivela come la distribuzione assiale dipenda fortemente dalla disposizione dei tiranti.

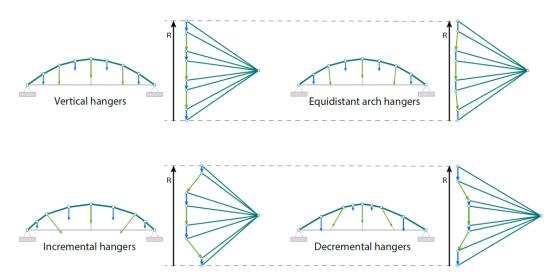


Figura 5.8: Configurazione variabile dei tiranti

# Capitolo 6

# 6. AEQUILIBRIUM

#### 6.1 Introduzione

La procedura per la definizione di geometrie axial-only tramite statica grafica è stata implementata su Grasshopper, un editor grafico di algoritmi integrato in Rhinoceros. Grasshopper lavora in un ambiente parametrico e interattivo, che consente all'utente di modificare i parametri coinvolti nel progetto e di valutare rapidamente diverse soluzioni strutturali. Inoltre, Grasshopper consente di concatenare il progetto parametrico con l'analisi strutturale in modo dinamico ed interattivo utilizzando il plug-in Karamba o altre estensioni simili. Come accennato in precedenza, Grasshopper opera in Rhinoceros, un software di modellazione 3D a base di NURBS, che fornisce l'output grafico richiesto e un'esperienza interattiva all'utente.

Nella Figura 6.1 è riportato un output grafico elaborato da Aequilibrium di un ponte con sette tiranti verticali.

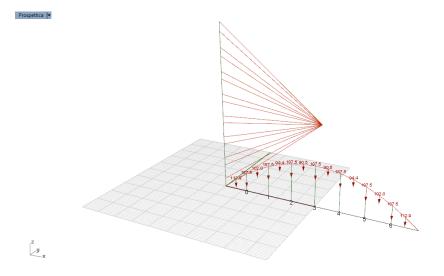


Figura 6.1: Esempio di un output di Aequilibrium

## 6.2 Software utilizzati

#### 6.2.1 Rhino

Rhinoceros (in genere abbreviato Rhino o Rhino3D) è un software di grafica 3D computerizzata CAD sviluppato da Robert McNeel & Associates, una società americana di proprietà privata fondata nel 1980. Rhinoceros è basata sul modello matematico NURBS, che si concentra sulla produzione di una rappresentazione matematicamente precisa di curve e superfici a forma libera nella grafica computerizzata (al contrario delle applicazioni basate su mesh poligonali).

Rhinoceros viene utilizzato nei processi di progettazione assistita da computer (CAD), produzione assistita da computer (CAM), prototipazione rapida e stampa 3D in settori quali architettura, design industriale, design del prodotto così come per la progettazione multimediale e grafica.

## 6.2.2 Grasshopper

"Popolare tra gli studenti e professionisti, lo strumento di modellazione Rhino di McNeel Associate è endemico nel mondo del design architettonico. Il nuovo ambiente Grasshopper offre un modo intuitivo per esplorare i progetti senza dover imparare a scrivere in codice." [36]

Grasshopper è un linguaggio e ambiente di programmazione visiva sviluppato da David Rutten presso Robert McNeel & Associates, che viene eseguito all'interno dell'applicazione Rhinoceros 3D (CAD). I programmi vengono creati trascinando i "cluster" (componenti con differenti funzioni) su una tela virtuale. Gli output di questi cluster sono quindi collegati agli ingressi dei componenti successivi.

Grasshopper è usato principalmente per costruire algoritmi generativi. Molti cluster di Grasshopper creano geometrie tridimensionali. I programmi possono contenere anche altri tipi di algoritmi tra cui quelli numerici, testuali, audio-visivi e ulteriori funzioni. Gli usi avanzati di Grasshopper includono tra le altre funzionalità la modellazione parametrica per l'ingegneria strutturale [37] e la modellazione parametrica per l'architettura e la fabbricazione [38].

Grasshopper è diventato parte del set di strumenti standard di Rhino in Rhino 6.0 e versioni successive.

#### 6.3 Inserimento dati

Come descritto precedentemente la finestra del software Rhinoceros ha lo scopo di visualizzare in maniera interattiva e immediata l'output elaborato dal software Aequilibrium, sviluppato in Grasshopper. Nelle seguenti sezioni di questo capitolo verranno esposti i vari dati di input da inserire.

## 6.3.1 Caratteristiche geometriche

In questo pannello (Figura 6.2) vanno inserite le caratteristiche geometriche della struttura e scelto se elaborare una funicolare o un'antifunicolare.

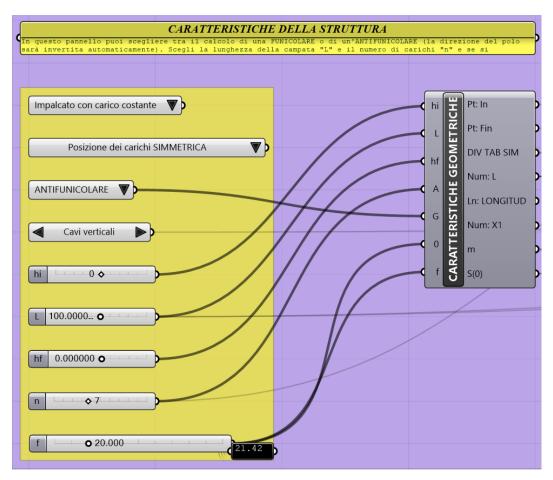


Figura 6.2: Pannello in cui inserire le caratteristiche geometriche

#### I dati iniziali da inserire sono:

- "Impalcato con carico COSTANTE/Impalcato con carico EXTRA": stabilire uno schema di carico con distribuzione costante o variabile, ciò consentirà l'aggiunta di un sovraccarico permanente su parte della lunghezza dell'impalcato;
- "Posizione dei carichi SIMMETRICA/Posizione dei carichi CASUALE": stabilire se si desidera utilizzare una posizione dei carichi simmetrica o casuale;
- "FUNICOLARE/ANTIFUNICOLARE": scelta tra il calcolo della funicolare o dell'antifunicolare (la direzione del polo sarà invertita automaticamente);
- "Cavi verticali/Cavi equidistanti/Cavi incrementali/Cavi decrementali": scelta della configurazione dei cavi tra quattro differenti possibilità;
- "h<sub>i</sub>": quota del primo supporto;
- "L": scelta della lunghezza della campata;
- "h<sub>f</sub>": quota del secondo supporto;
- "n": numero di carichi puntuali o tiranti da applicare alla struttura;
- "f": freccia iniziale (necessaria per l'elaborazione della struttura axialonly, che avrà una freccia differente da quella iniziale e indicata nel riquadro nero).

All'interno del cluster "CARATTERISTICHE GEOMETRICHE" (Figura 6.3) in base ai dati inseriti viene fatta una prima elaborazione sulla geometria della struttura.

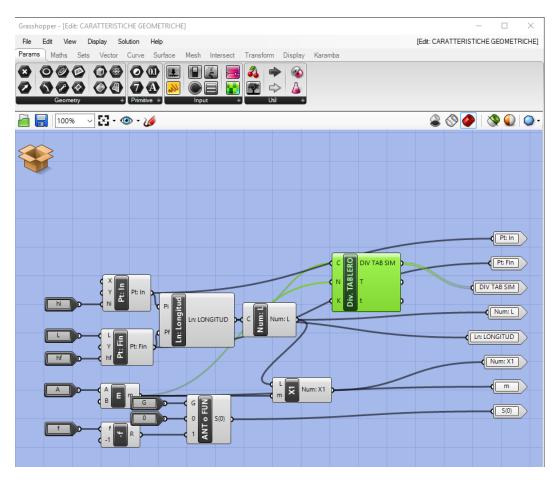


Figura 6.3: Cluster "CARATTERISTICHE GEOMETRICHE"

## 6.3.2 Posizione dei carichi casuale

Nel caso sia scelta l'opzione "Posizione dei carichi casuale": è necessario in questo pannello (Figura 6.4) scegliere la posizione dell'ascissa di ciascun carico concentrato. Particolare attenzione va fatta al fatto che ogni successivo valore di ascissa deve essere sempre maggiore di quello precedente (X0 < X1 < X2 < X3 < X4 < X5 < X6 < X7).

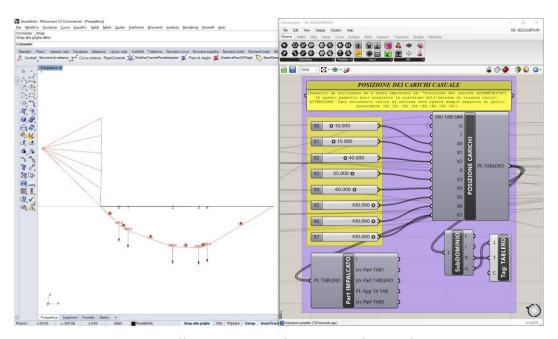


Figura 6.4: Pannello in cui inserire la posizione dei carichi concentrati

Nell'esempio riportato in Figura 6.4 è rappresentata una geometria funicolare con applicati 5 carichi, rispettivamente posizionati ad un'ascissa di 10, 15, 40, 55 e 60 metri.

L'elaborazione per la posizione dei carichi viene eseguita all'interno del cluster "POSIZIONE CARICHI" Figura 6.5, in questa versione del software possono essere disposti in maniera casuale fino ad 8 carichi concentrati, ma il limite massimo può essere incrementato in base all'occorrenza.

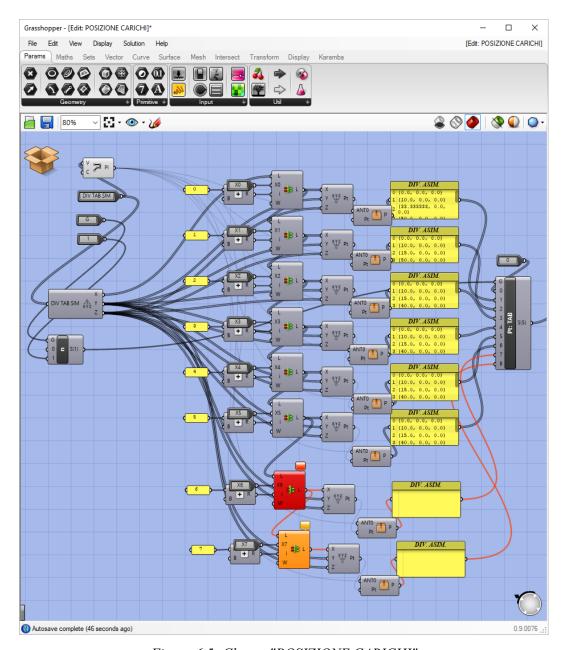


Figura 6.5: Cluster "POSIZIONE CARICHI"

### 6.3.3 Carichi uniformemente distribuiti

Questo pannello gestisce tutti i carichi uniformemente distribuiti a cui è soggetto l'impalcato. I carichi e le larghezze dell'impalcato devono essere inseriti secondo le seguenti unità di misura: G e Q in [kN/m²]; B in [m]. Se la rappresentazione degli elementi in Rhino non è ideale, dallo stesso pannello è possibile impostare un valore di scala più appropriato.

- I pedici "1" si riferiscono a un carico distribuito su tutta la lunghezza dell'impalcato.
- I pedici "2" si riferiscono a un carico distribuito solo in certe parti dell'impalcato. Le diverse zone devono essere contrassegnate nel pannello "Pos: EXTRA G2" tra i valori "0 ed n" e possono essere scelti indifferentemente (con "n" = "numero di carichi"). Per utilizzare il carico EXTRA, è necessario attivare lo schema "Impalcato con carico EXTRA".

Nell'esempio in Figura 6.6 nell'intero impalcato agisce un carico uniformemente distribuito di 3kN/m<sup>2</sup> su una larghezza di 4m, mentre nella metà di sinistra agisce anche un carico uniformemente distribuito EXTRA per un complessivo di 8kN/m<sup>2</sup> (3+5) su una larghezza di 6m (4+2).

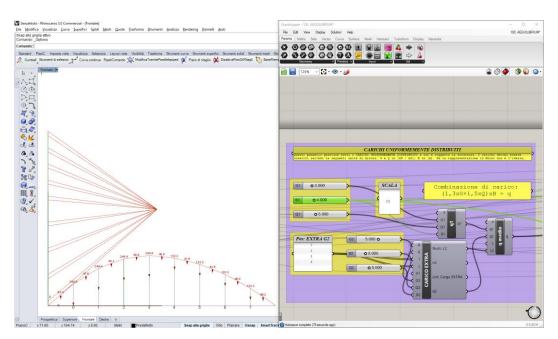


Figura 6.6: Pannello in cui inserire i carichi uniformemente distribuiti

#### 6.3.4 Magnitudine dei carichi concentrati

Questo pannello (Figura 6.7) gestisce la magnitudine di tutti i carichi concentrati a cui è soggetta la struttura. I carichi devono essere inseriti in base all'unità di misura kN.

Ogni lettera corrisponde a un valore di carico da stabilire. Quel particolare carico può essere posizionato in qualsiasi parte della struttura. Le diverse posizioni

devono essere inserite nel pannello "Pos: ..." tra i valori "0 ed n", possono essere scelte indifferentemente (con "n" = "numero di carichi").

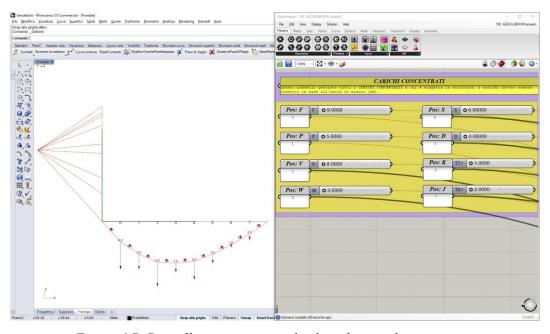


Figura 6.7: Pannello in cui inserire il valore dei carichi concentrati

Nell'esempio in Figura 6.7 agiscono 8 carichi concentrati rispettivamente da sinistra a destra di 9, 5, 8, 3, 6, 3, 1 e 2 kN. Impostando il comando "ANTIFUNICOLARE" otteniamo in maniera immediata la corrispettiva antifunicolare per tali carichi concentrati, riportata in Figura 6.8.

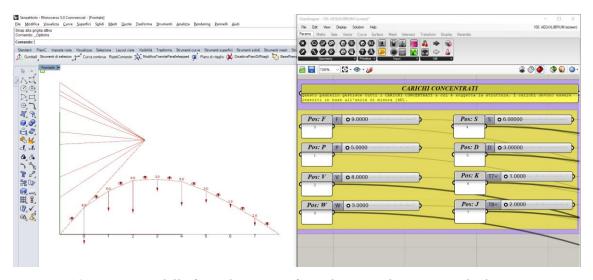


Figura 6.8: Inversione della funicolare in antifunicolare per gli stessi carichi di Figura 6.7

#### 6.3.5 Predimensionamento

In questo pannello (Figura 6.9) vanno inseririte le caratteristiche della sezione trasversale e di resistenza della struttura, impostando il peso specifico e il coefficiente di sicurezza del calcestruzzo o dell'acciaio. I dati vanno inseriti in kN/m<sup>3</sup> e metri. La sezione scelta per la l'elaborazione della struttura è una corona circolare, definita da un diametro esterno (d<sub>est</sub>) e uno interno (d<sub>int</sub>).

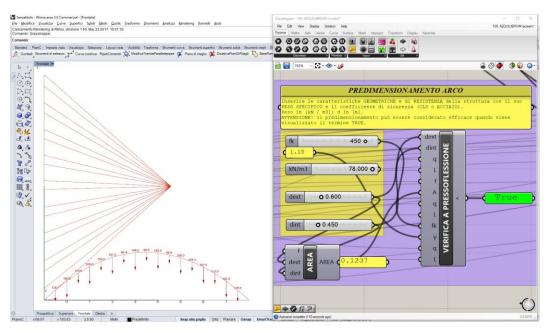


Figura 6.9: Pannello in cui inserire le caratteristiche del materiale e della sezione trasversale

Basandosi sui carichi precedentemente inseriti e sulla sezione della struttura, il predimensionamento è valutato positivamente se viene visualizzato il termine "TRUE" nel riquadro verde. Tale valutazione viene fatta all'interno del cluster "VERIFICA A PRESSOFLESSIONE" (Figura 6.10) tramite una verifica a pressoflessione della sezione appena creata, approssimando le tensioni agenti sulla struttura che dovranno essere minori della resistenza di progetto del materiale.

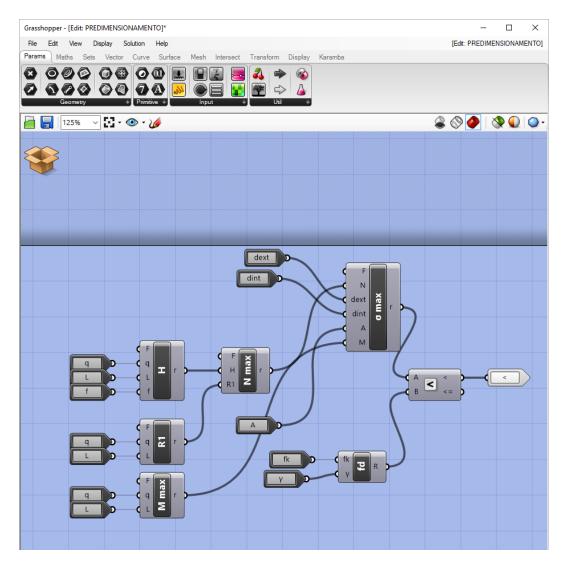


Figura 6.10: Cluster "VERIFICA A PRESSOFLESSIONE"

Per ottenere la funicolare/antifunicolare ignorando il peso dell'arco/fune basta portare al valore minimo il peso specifico nel pannello "PREDIMENSIONAMENTO", in questo modo il software non terrà conto del peso della struttura, ma genererà la geometria axial-only tramite il solo uso dei carichi applicati come mostrato in Figura 6.11.

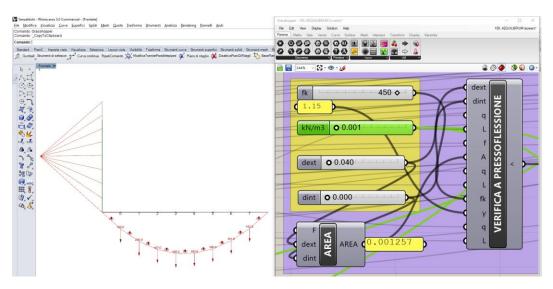


Figura 6.11: Esempio di geometria funicolare per soli carichi applicati, ignorando il peso della struttura

#### 6.4 Elaborazione dati

Durante la definizione delle caratteristiche geometriche e di carico, il software elabora e fornisce una soluzione immediata al problema, generando il poligono delle forze e la corrispettiva geometria axial-only. Nelle seguenti sezioni di questo capitolo verranno esposte le varie elaborazioni del software.

#### 6.4.1 Generazione della geometria iniziale

Questo pannello (Figura 6.12) elabora i dati della geometria iniziale, generando un "ARCO 00" in base ai dati relativi alla lunghezza della campata, ai supporti, alla freccia e al numero di punti d'applicazione dei carichi.

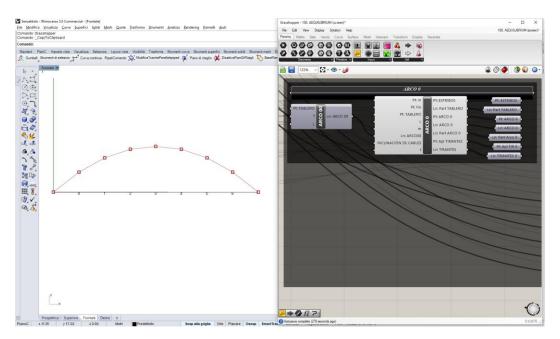


Figura 6.12: Elaborazione "ARCO 00"

Questo "ARCO 00" è ulteriormente modificato nel caso in cui la configurazione dei tiranti sia differente dall'impostazione "Cavi VERTICALI", tale elaborazione è eseguita all'interno del cluster "ARCO 0" (Figura 6.13), che genera la geometria iniziale da cui parte il processo per il conseguimento della geometria axial-only.

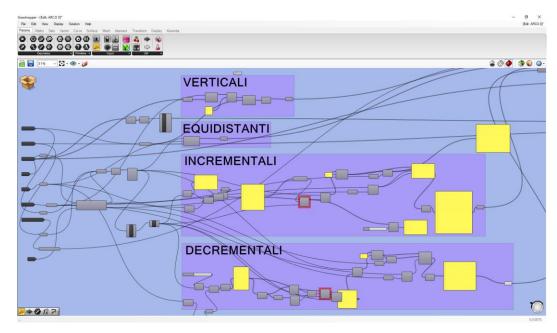


Figura 6.13: Cluster "ARCO 0"

Nella Figura 6.14 sono rappresentate quattro possibili tipologie di geometrie di partenza in base alla differente configurazione dei tiranti scelta.

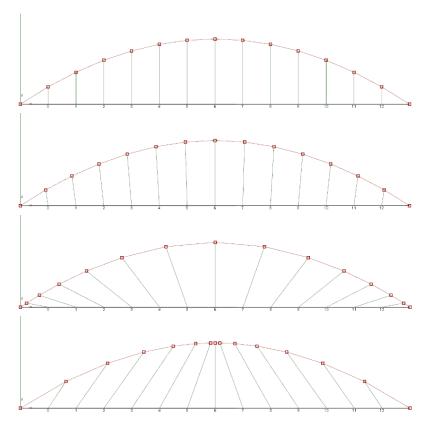


Figura 6.14: Geometrie dell'ARCO 0 per le configurazioni a cavi verticali, equidistanti, incrementali e decrementali.

# 6.4.2 Applicazione dei carichi

L'intero insieme dei carichi distribuiti e concentrati viene elaborato dal cluster "CARICHI AGENTI SULLA STRUTTURA" (Figura 6.15).

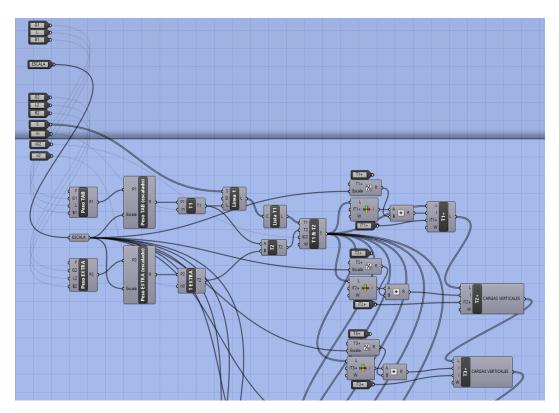


Figura 6.15: Cluster "CARICHI AGENTI SULLA STRUTTURA"

Tale cluster calcola il valore e la posizione delle forze da applicare all'ARCO 0, come è possibile vedere in Figura 6.16 (la geometria rappresentata in questa figura è l'ARCO 0 e non l'antifunicolare).

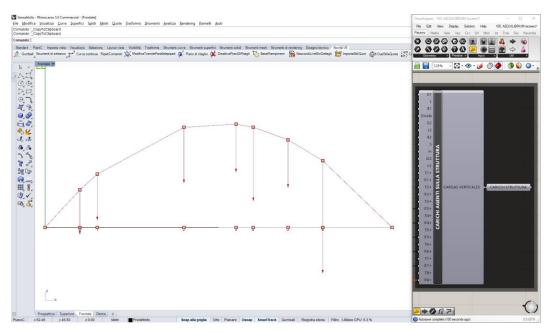


Figura 6.16: Calcolo e posizionamento delle forze agenti sull'ARCO 0

# 6.5 Costruzione geometria axial-only

# 6.5.1 Carichi esterni e carichi di peso proprio

In questo pannello (Figura 6.17), avendo i carichi, la geometria dell'ARCO 0 e i dati di predimensionamento, il software elabora tutte le forze applicate alla struttura, prendendo in considerazione non solo i carichi esterni applicati alla struttura calcolati precedentemente, ma considerando anche le forze dovute al peso proprio, calcolate dalla geometria dell'ARCO 0 e dai dati di predimensionamento.

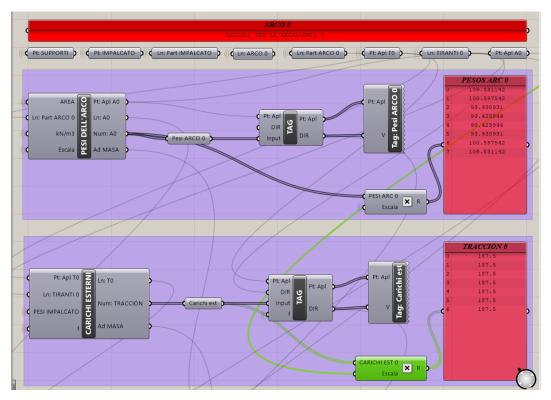


Figura 6.17: Calcolo dei pesi della struttura e dei carichi esterni

Il calcolo del peso dei segmenti dell'ARCO 0 viene fatta all'interno del cluster "PESI DELL'ARCO 0" secondo l'algoritmo presentato in Figura 6.18.

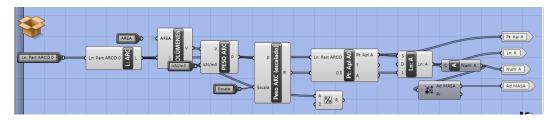


Figura 6.18: Cluster "PESI DELL'ARCO 0"

In Figura 6.19 sono evidenziati in verde i moduli e i punti d'applicazione delle forze dovute al peso proprio di ogni segmento di ARCO 0.

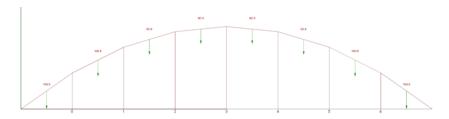


Figura 6.19: Forze dovute al peso proprio della struttura

In Figura 6.20 sono evidenziati in verde i moduli e i punti d'applicazione delle forze dovute ai carichi esterni.

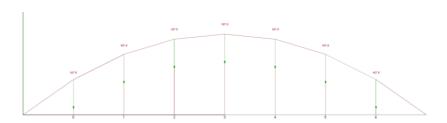


Figura 6.20: Forze dovute ai carichi esterni agenti sulla struttura

# 6.5.2 Costruzione del poligono delle forze

Trovato l'insieme delle forze esterne e dei pesi agenti sulla struttura il software li elabora e genera il poligono delle forze secondo l'algoritmo in Figura 6.21, in funzione della freccia scelta nel pannello delle caratteristiche della struttura.

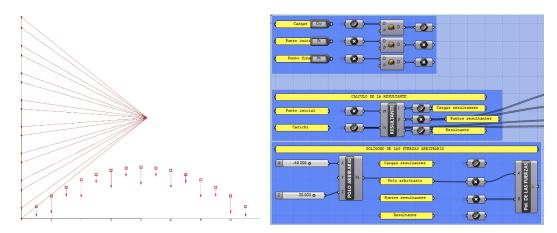


Figura 6.21: Costruzione del poligono delle forze

In Figura 6.22 sono riportati altri esempi di poligoni che è possibile costruire al variare della configurazione dei cavi e per carichi con magnitudine e posizione casuale.

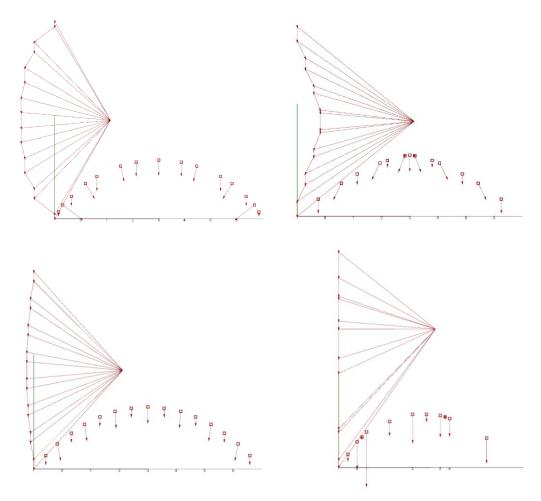


Figura 6.22:Esempi di possibili poligoni delle forze

# 6.5.3 Costruzione della prima geometria axial-only

Grazie al poligono delle forze è ora possibile costruire una prima geometria axial-only (Figura 6.23), denominata "AXIAL-ONLY 0".

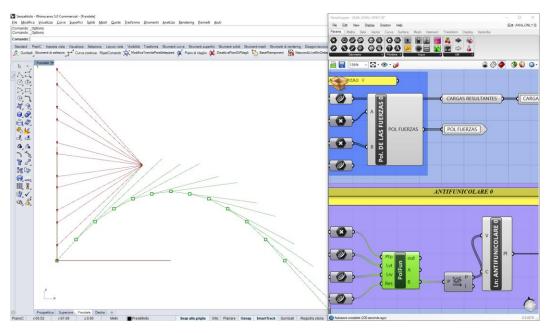


Figura 6.23: Costruzione della geometria "AXIAL-ONLY 0"

#### 6.5.4 Iterazioni e risultato finale

Partendo questa volta dalla geometria "AXIAL-ONLY 0" viene ripetuto l'intero processo esposto in questo capitolo, infatti essendo la geometria differente rispetto all'ARCO 0 sarà variata anche la forma e di conseguenza il peso dei segmenti di arco e il poligono delle forze. Si ottiene quindi una nuova geometria denominata "AXIAL-ONLY 1". Il processo si conclude alla terza iterazione (Figura 6.24), essendo stato verificato che la differenza tra la geometria "AXIAL-ONLY 2" e "AXIAL-ONLY 1" è inferiore al millimetro.

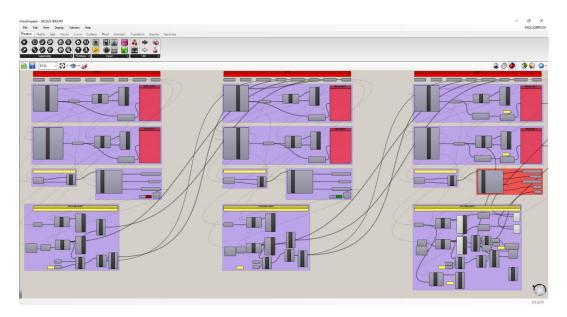


Figura 6.24: Iterazioni per l'elaborazione della geometria axial-only definitiva

Il risultato finale è una geometria priva di momento flettente basata sugli input delle caratteristiche geometriche, carichi e predimensionamento inseriti nel capitolo "6.3 Inserimento dati".

### 6.5.5 Visualizzazione

In base al caso di studio, facendo clic con il tasto destro del mouse sui cluster di Figura 6.25, è possibile cambiare colore e decidere quali output visualizzare in Rhino, attivando o disattivando le "preview".

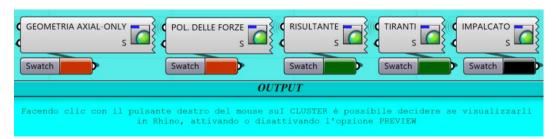


Figura 6.25: Output visualizzabili

Esposti di seguito in Figura 6.26 alcuni esempi di risultati visualizzati in Rhino.

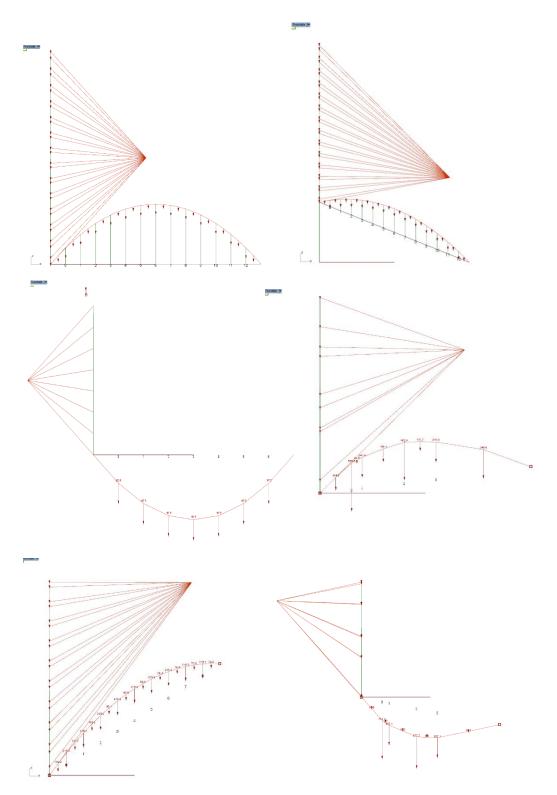


Figura 6.26: Esempi di possibili risultati

## 6.5.6 Accuratezza del risultato finale

Una particolare versione di Aequilibrium è implementata con Karamba, uno strumento di che fornisce un'analisi strutturale accurata. Karamba è completamente integrato nell'ambiente di progettazione parametrico di Grasshopper. Ciò semplifica la combinazione di modelli geometrici parametrizzati, calcoli a elementi finiti e algoritmi di ottimizzazione. Con tale strumento, tramite una particolare scrittura in codice accennata in Figura 6.27, è stata valutata l'accuratezza della struttura axial-only generata da Aequilibrium.

Vengono così calcolate le tensioni dei singoli elementi della struttura come gli sforzi di compressione "N" e i momenti flettenti "M" nell'arco. Tramite questi due valori è stato possibile calcolare l'eccentricità lungo l'intera lunghezza delle strutture generate dal software, con il risultato di un'eccentricità media del millimetro.

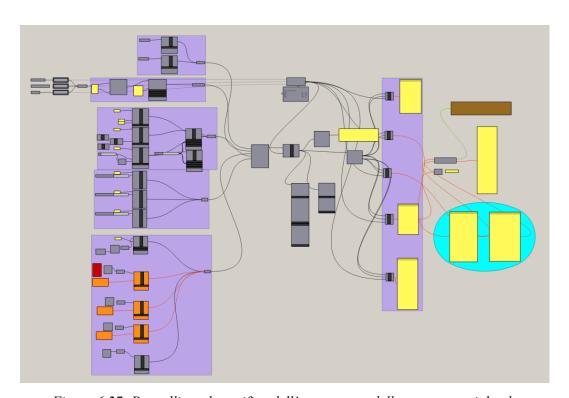


Figura 6.27: Pannelli per la verifica dell'accuratezza della struttura axial only

# Capitolo 7

# 7. CASO DI STUDIO

# 7.1 La scultura di Cristina Iglesias per la Foster foundation di Madrid

La Fondazione Norman Foster ha recentemente aperto le sue porte nel palazzo del duca di Plasencia a Madrid. Il cortile del palazzo presenta una scultura creata dallo scultore spagnolo Cristina Iglesias. La scultura è chiamata "Pavilion of Inspiration" (Figura 7.1) e fornisce l'ombra per il cortile. La scultura è costituita da 22 pannelli in fibra di carbonio, che sono alloggiati da un insieme di 5 strutture di supporto ancorate alle pareti in muratura degli edifici adiacenti.

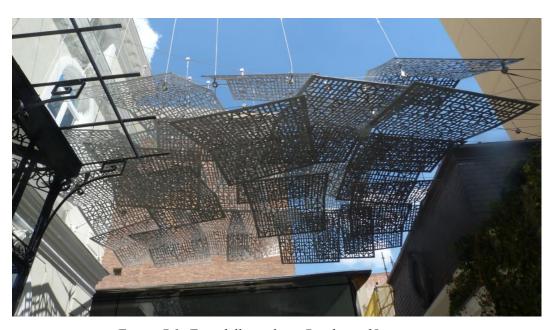


Figura 7.1: Foto della scultura Pavilion of Inspiration

Ogni struttura è costituita da un cavo superiore (che supporta i pannelli e la pressione del vento di discesa) e un cavo di fondo (che funziona solo quando la pressione del vento aumenta). Entrambi i cavi sono collegati da corde verticali. Ogni giunzione della struttura di supporto è collegata ai pannelli da elementi rigidi.

Infine, vengono aggiunti i cavi orizzontali incrociati per ottenere una maggiore rigidità nella direzione orizzontale.

Aequilibrium è stato applicato a questo caso di studio al fine di valutarne la capacità di risolvere un problema in maniera flessibile, rapida e intuitiva.

#### 7.1.1 Fase di conceptual design

Come già chiarito nei precedenti capitoli lo strumento Aequilibrium risulta molto utile durante il conceptual design, cioè nella fase preliminare del progetto, l'istante in cui l'idea del progettista inizia a prendere forma e delinearsi.

Partendo dallo schema concettuale riportato in Figura 7.2, Aequilibrium ha consentito di creare, manipolare e all'occorrenza modificare rapidamente il progetto. Il suo ambiente di modellazione ha infatti reso, come previsto, l'esplorazione delle possibili soluzioni flessibile, rapida ed intuitiva.

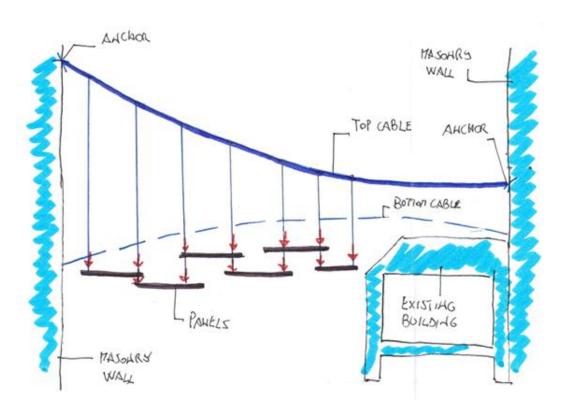


Figura 7.2: Schema concettuale della scultura

# 7.1.2 Applicazione di Aequilibrium

Aequilibrium ha dimostrato la sua capacità di risolvere un problema con le differenti posizioni, magnitudini dei carichi e supporti variabili. Il risultato è corrispondente alla realtà ed è mostrato in Figura 7.3.

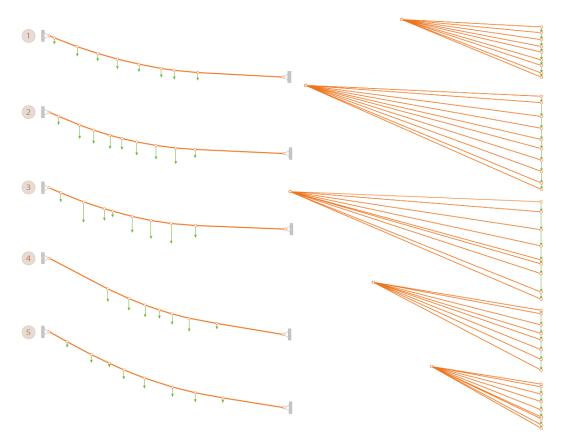


Figura 7.3: Definizione geometrica dei cavi di supporto della scultura

La Figura 7.4 mostra una foto della struttura di supporto della scultura dopo il suo montaggio.



Figura 7.4: Foto della struttura di supporto della scultura

# Capitolo 8

#### 8. CONCLUSIONI

La geometria è una considerazione fondamentale nella progettazione strutturale e la scelta di una forma appropriata nella fase di progettazione concettuale è essenziale per aumentare l'efficienza dei materiali di una struttura.

Dal 18° al 19° secolo, la definizione geometrica delle strutture axial-only è stata ottenuta principalmente utilizzando la statica grafica. Tuttavia, nel corso del secolo scorso, avanzati metodi computazionali hanno sostituito praticamente le tecniche grafiche, risparmiando tempo, ma diminuendo la comprensione del comportamento strutturale. Nonostante ciò, oggi l'impiego di nuovi strumenti orientati alla progettazione fornisce un terreno fertile per il rilancio di questa metodologia abbandonata. Questa rivitalizzazione è possibile grazie al supporto di moderni strumenti orientati alla progettazione che invitano i tecnici a riflettere più sul significato strutturale, cosa che non accade più con strumenti convenzionali come programmi agli elementi finiti.

Questo documento ha liberato l'importanza della statica grafica e, in particolare, della sua applicazione per definire geometricamente strutture axial-only. Dopo aver esposto il concetto fondamentale della funicolarità e le basi della statica grafica, questo documento ha introdotto un nuovo strumento di progettazione strutturale denominato Aequilibrium. Questo strumento viene implementato in un nuovo ambiente interattivo in cui la modellazione geometrica e la valutazione strutturale sono mescolati per sfruttare il loro potenziale combinato. Infatti, questo approccio basato sull'uso combinato di statica grafica e di nuovi strumenti computazionali, consente di superare l'interoperabilità limitata tra analisi strutturale e libertà geometrica, per la progettazione di strutture più versatili e efficienti. Inoltre, la chiarezza degli approcci grafici ha un alto valore didattico poiché le relazioni tra forma e forze possono essere chiaramente espresse.

I principali vantaggi di questo strumento orientato alla progettazione sono:

- Flessibilità geometrica intesa come possibilità di generare, esplorare e valutare rapidamente diverse alternative.
- Risposte strutturali immediate alla variazione della forma, dei carichi e delle condizioni di contorno.
- Analisi numerica integrata in cui non è necessario trasferire informazioni dal modello geometrico al software di analisi strutturale.
- Output grafico e esperienza utente interattiva.
- Ambiente parametrico per gestire meglio le approssimazioni dei dati tipiche nella prima fase di un progetto.

L'applicazione a diversi problemi di progettazione ha evidenziato la versatilità del metodo e la sua idoneità per essere utilizzata durante la fase di progettazione concettuale, fornendo una ricerca della geometria controllata dall'utente, al fine di facilitare l'esplorazione delle forme axial-only.

Infine, lo strumento è un software open source scaricabile gratuitamente; infatti può essere richiesto contattando l'autore ed è sua intenzione supportarne lo sviluppo futuro.

### 9. BIBLIOGRAFIA

- [1] L. Todisco, Funicularity and Equilibrium for High-Performance Conceptual Design. Technical University of Madrid, Spain, 2016.
- [2] W. J. M. Rankine y E. F. Bamber, A mechanical text-book: Introduction to the study of mechanics and engineering, Charles Griffin and Company, London, 1873.
- [3] D. B. Steinman, A practical treatise on suspension bridges—Their design, construction and erection, Wiley, New York, 1922.
- [4] H. Corres Peiretti, Sound engineering through conceptual design according to the fib Model Code 2010. Struct Concr 2013;14:89–98. doi:10.1002/suco.201200042...
- [5] E. Krasny, The Force Is in the Mind, 2008.
- [6] E. Torroja, in Addis, 1994.
- [7] D. Zastavni, "The structural design of Maillart's Chiasso Shed (1924): A graphic procedure". Structural Engineering International, volume 18, number 3, pages 247-252., 2008.
- [8] H. J. Schek, The force density method for form finding and computation of general networks. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 3, 115–134., 1974.
- [9] C. F. Casado, La arquitectura del ingeniero. Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos, Madrid, 2006.
- [10] L. C. Lancaster, Concrete Vaulted Construction in Imperial Rome. Cambridge University Press,, New York, 2005.
- [11] https://conicheearchitettura.weebly.com/scheda-matematica.html.
- [12] R. A. Hooke, Description of helioscopes and some other instruments. Printed by T.R. for John Martyn, London, 1676.

- [13] J. Heyman, Structural analysis: a historical approach. Cambridge, New York, 1998.
- [14] D. Gregory, Catenaria. Philos Trans R Soc, 1697.
- [15] L. Todisco y J. León, Criterios de análisis y comprobación de estructuras de fábrica. In: León Javier GJM, editor. Los puentes piedra (o ladrillo) antaño y hogaño, Madrid, 2017.
- [16] T. D., Pour une histoire du calcul graphique, «Revue d'histoire des mathématiques», 2000..
- [17] P. Varignon, Nouvelle mécanique ou statique, Paris, 1725.
- [18] http://elenaferretti.people.ing.unibo.it/e-learning/pressioni.html.
- [19] H. Fernandéz, S. Structural design in the work of gaudí. Architectural Science Review 49, 2006.
- [20] S. Huerta-Fernandéz, Structural design in the work of gaudí, 2006.
- [21] O. P. Larsen y A. Tyas, Conceptual structural design: bridging the gap between architects and engineers. Thomas Telford, London, 2003.
- [22] F. Otto y B. Rasch, Towards an architecture of the minimal. Edition of Axel Menges, 1995.
- [23] S. Adriaenssens, P. Block, D. Veenendaal y C. Williams, Shell structures for architecture: form finding and optimization, London, 2014.
- [24] M. R. Barnes, Dynamic relaxation analysis of tension networks. In Proceedings of the International Conference Tension Roof Structures, London, 1974.
- [25] A. S. Day, An introduction to dynamic relaxation, 1965.
- [26] W. J. Lewis, Tension structures: form and behaviour, London, 2003.
- [27] K. Culmann, Die graphische Statik. Zurich: Verlag von Meyer and Zeller, 1864.
- [28] Maxwell, On reciprocal figures and diagrams of forces, 1864.
- [29] C. Fivet y D. Zastavni, A fully geometric approach for interactive constraint-based structural equilibrium design, 2015.

- [30] C. Fivet y D. Zastavni, Constraint-based graphic statics: New paradigms of computer-aided structural equilibrium design, 2013.
- [31] R. Clune, J. J. Connor, J. A. Ochsendorf y D. Kelliher, An object-oriented architecture for extensible structural design software, 2012.
- [32] G. B. B. R. Group, http://block.arch.ethz.ch/., 2014.
- [33] L. Todisco, H. Corres-Peiretti y C. Mueller, Funicularity through External Posttensioning: Design Philosophy and Computational Tool, 2016.
- [34] L. Todisco, C. Fivet y C. M. H. Corres-Peiretti, Design and exploration of externally post-tensioned structures using graphic statics, 2015.
- [35] L. Todisco y H. Corres-Peiretti, New opportunities for the conceptual design of material-efficient antifunicular structures. Hormigón Y Acero, 2017.
- [36] M. Day, Rhino Grasshopper, 2009.
- [37] O. Georgiou, Performance Based Interactive Analysis, Berlin, 2011.
- [38] A. Tedeschi, Parametric Architecture with Grasshopper: Primer, 2011.

# Ringraziamenti

Inizio col ringraziare sentitamente il professor Paolo Napoli, relatore di questa tesi, per la disponibilità e per aver creduto in questa lavoro. Inoltre desidero ringraziarlo per avermi dato la possibilità di presentare questa tesi su un argomento così interessante.

Ringrazio il professore Vincenzo Ilario Carbone, correlatore della tesi, che con i suoi preziosi consigli mi ha agevolato nell'organizzazione della tesi.

Un ulteriore ringraziamento va fatto al professor Hugo Corres Peiretti, professore dell'Universidad Politecnica de Madrid, per la grande conoscenza che mi ha donato e per l'aiuto nello sviluppo dell'argomento. Ho apprezzato la sua modestia e l'opportunità di condurre una ricerca su un tema così affascinante.

Vorrei dedicare anche un particolare ringraziamento all'ing. Leonardo Todisco, per avermi trasmesso parte della sua esperienza e passione sul tema trattato. Grazie ai suoi studi ha fornito dei sostegni concreti all'argomento esposto in questa tesi.

Desidero esprimere riconoscenza anche al Politecnico di Torino e a tutti i professori conosciuti durante il corso di laurea magistrale in Ingegneria Civile che sono riusciti a trasmettermi parte della loro conoscenza e della loro esperienza.

Il ringraziamento più grande va però ai miei genitori e a mia sorella, che hanno sempre creduto in me. Li ringrazio per avermi sempre supportato, permettendomi di raggiungere questo importante traguardo.

Non posso scordare ovviamente gli amici di una vita: ognuno ha preso la propria strada, inseguendo il proprio obiettivo, nonostante ciò so che potremo contare sempre l'uno sull'altro.

Infine ringrazio tutti i parenti e gli amici che ho avuto vicino in questi anni, chi più e chi meno hanno tutti contribuito a rendermi la persona che sono oggi.