POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale In Ingegneria Civile

Tesi di Laurea Magistrale

Model Updating attraverso misurazioni ambientali e comportamento dinamico della Torre Smeducci a San Severino Marche.

Relatore:
Prof. Donato Sabia

Co-relatore:
Ing. Antonino Quattrone

Candidato:
Guido Sforza

Luglio 2018

Indice

Introduzione 6

1. L'Italia un paese storico in muratura 8

1.1 Strutture snelle in muratura: torri e campanili 11

1.1.1 Architettura dei campanili italiani 11

1.2 Cenni dinamica delle strutture snelle 14

1.2.1 Determinazione del periodo fondamentale di vibrazione 14

1.2.2 Modelli di valutazione della sicurezza sismica di strutture snelle 17

2. Il caso studio: la Torre degli Smeducci 24

2.1 Identificazione della costruzione 24

2.2 Rischio sismico 25

2.4 Rilievo geometrico 27

2.5 Rilievo fotografico 37

2.6 Fenomeni di degrado 52

2.6.1 Danno esterno 52

2.6.2 Danno interno 54

2.7 Analisi Storico critica 56

2.7.1 Documentazione storica 57

2.8 Indagine sulle strutture e sui materiali 61

2.8.1 Indagini endoscopiche 62

2.8.2 Martinetti piatti 62

2.8.1 Indagini geotecniche 67

3. Caratteristiche e comportamento del sistema murario 69

3.1 Caratteristiche dei materiali componenti la muratura 69

3.1.1 Malte 69

3.1.2 Elementi Naturali 71

3.1.3 Elementi artificiali 72

3.2 Tipologie delle murature 72
3.2.1 Classificazione in relazione agli elementi costituenti 72
3.2.2 Classificazione in relazione agli elementi costituenti 76
3.3 Proprietà meccaniche della muratura 78
3.3.1 Resistenza a compressione 79
3.3.2 Resistenza a Taglio 81
3.4 Legami costitutivi 85
3.5 Costruzioni storiche in muratura 87
3.5.1 Livello di conoscenza e stima dei parametri meccanici 88
3.5.2 Stima dei parametri meccanici 89
4. La modellazione strutturale 93
4.1 Tecniche di modellazione delle murature 93
4.2 Modellazione con elementi brick 97
5. Il monitoraggio Strutturale 109
5.1 Applicazione al caso studio 110
5.2 Risultati identificazione 113
6. Model Updating 114
6.1 Influenza del terreno 114
6.2 Analisi di sensitività 119
6.3 Il metodo Douglas-Reid 121
6.4 Realizzazione di programma in ambiente MATLAB 126
6.5 Test tramite la realizzazione di modelli FEM di parametri noti 129
6.6 Manual tuning 131
6.7 Applicazione al caso oggetto di studio 132
7. Analisi Time-History 139
7.1 Confronto tra le accelerazioni 141
7.2 Confronto tra le PSD 142

7.3 Confronto tra gli Spettri di spostamento 148
8 Modello meccanico semplificato LV1 166
9. Analisi Statica Non Lineare 175
9.1 Profilo di carico 176
9.2 Proprietà dei materiali adottate 177
9.3 Curve di capacità 179
9.3.1 Direzione Y positiva 180
9.3.2 Direzione Y negativa 183
9.3.3 Direzione X Positiva 185
9.3.4 Direzione X negativa 187
9. Conclusioni 189
Bibliografia 190

Introduzione

Oggetto della presente tesi è lo studio del comportamento dinamico della Torre Smeducci nella città di San Severino Marche. La finalità è determinare il livello di sicurezza della torre così da poter programmare indagini più approfondite e interventi futuri volti alla conservazione del manufatto.

Nei primi capitoli si ripercorre la storia delle costruzioni snelle in muratura, la loro funzione nel passato e nel presente. A termine dello stesso sono riportate alcune pubblicazione che possono fornire una stima del periodo principale di torri e campanili, più accurata della relazione presente in normativa di validità generale.

Nel secondo capito l'attenzione viene riservata al caso oggetto di tesi. Prima viene illustrato l'inquadramento sismico della città di San Severino e la determinazione dello spettro di progetto della Torre. Successivamente si riporta l'analisi storico critica che acquista particolare importanza poiché la Torre Smeducci ha subito negli anni numerosi interventi di consolidamento. Infine si riportano i risultati di prove di indagine sui materiali realizzate durante la campagna sperimentale del 1992.

Nel terzo capito si offre una descrizione del materiale muratura, partendo dagli elementi di cui è costituito; si analizzano le diverse tipologie murarie e i principali legami costitutivi reperibili in letteratura. Si conclude con le principali proprietà meccaniche e la stima dei parametri per murature storiche.

Nel successivo capitolo vengono riportate le principali tecniche di modellazione per strutture in muratura. Viene altresì riportato il modello solido della Torre e i relativi parametri del Mesh quality.

Nel quinto capitolo viene trattato l'argomento del monitoraggio strutturale. Tecnica che sta acquisendo negli anni una maggiore importanza soprattutto per quei edifici storici in cui la caratterizzazione dei materiali risulta fondamentale. Si riportano le disposizioni dei quattordici accelerometri posizionati nella torre e i risultati dell'identificazione dinamica dei primi cinque modi di vibrare.

Nel sesto capitolo viene affrontato lo sviluppo di un programma in ambiente MATLAB che, riprendendo il metodo proposto da Douglas e Reid, mira ad effettuare il model updating della struttura basandosi sulle sole frequenze identificate. I risultati di tale procedura semplificata verranno validati nel successivo capitolo.

Il settimo capito è dedicato all'analisi di tipo Time History, vengono individuate due storie temporali la prima relativa ad un sisma di Mw=3.2 e la seconda uno con Mw=4.6. Individuata

la posizione dei sensori all'interno del modello, i risultati della TH sono stati confrontati con quelli registrati dai sensori. In particolare il confronto è avvenuto tramite analisi delle accelerazioni massime registrate, tramite Power Spectral Density (PSD) ed infine tramite Spostamenti Spettrali e Pseudo Accelerazioni Spettrali.

Confermata l'ottima corrispondenza tra i due modelli sono state realizzate due verifiche sismiche. La prima riportata nel capitolo otto si basa sui modelli semplificati riportati all'interno delle "*LL.GG. valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale*": individuata una distribuzione di forze orizzontali è stato determinato il valore dell'indice di sicurezza sismico.

L'ultimo capito riporta l'analisi Pushover: determinata una distribuzione di forze orizzontali questa è stata incrementata fino al raggiungimento del collasso della torre, ottenendo così il legame tra il taglio alla base e lo spostamento in testa. Tale curva è stata ridotta per considerare un sistema ad un grado di libertà e determinare la domanda di spostamento da confrontare con il massimo spostamento ottenuto tramite analisi.

1. L'Italia un paese storico in muratura

Pensando al nostro Belpaese, una tra le prime cose che ci vengono in mente è sicuramente la sua millenaria storia architettonica, artistica e culturale; tutto il territorio è costellato dai suoi numerosi monumenti che ornano e abbelliscono le nostre città e i nostri villaggi dandoci lustro e vanto in tutto il mondo.

Tuttavia tali opere generano negli studiosi dell'ingegneria una crescente preoccupazione che fortunatamente negli ultimi anni - anche grazie ad una accresciuta sensibilità dei cittadini - viene condivisa con le Istituzioni preposte alla protezione e alla conservazione delle stesse; l'auspicio è che ciò contribuisca anche alla loro valorizzazione. Valorizzazione dei beni e promozione del patrimonio architettonico garantite in molti casi da previsioni legislative e vincoli *"ope legis"* che il nostro Paese ha saputo cogliere fin dai primi anni duemila, emanando il Decreto Legislativo 22 gennaio 2004, n. 42 Codice dei beni culturali e del paesaggio - conosciuto come "Codice Urbani" -. Grazie al nuovo Codice dei beni culturali, per ciò che in questa sede interessa, e ad una nuova concezione della storia "*aperta allo studio della società nel suo complesso e attenta anche agli aspetti della cultura materiale*", essi oggi assumono un nuovo significato: quello di "beni architettonici" (monumenti) sia quando abbiano una valenza, artistica o storica (Decreto Legislativo 22 gennaio 2004, n. 42 art. 10 comma 1°) o quando siano semplicemente connaturati da ruralità (Decreto Legislativo 22 gennaio 2004, n. 42 art. 10 comma 1°). Le prescrizioni del Codice inoltre apprestano per questi immobili una rilevante tutela "*in base alla legge*" quando essi assumono le vesti di "beni paesaggistici" conferendo loro un "*notevole interesse pubblico*" (Decreto Legislativo 22 gennaio 2004, n. 42 art. 136 comma 1° lett. A e C).

Una cosciente preoccupazione non solo ingegneristica dunque; quest'ultima volta ad indagare e conoscere le modalità e le tecniche di realizzazione di tali edifici nonché di monitorare gli effetti sismici quando queste costruzioni sono messe a dura prova dalle sollecitazioni tettoniche. L'obbiettivo è quello di assicurare longevità a queste magnifiche opere di rilievo artistico, architettonico, storico e paesaggistico che restituiscono secolari valori identitari alla vita delle comunità locali.

Tutto il patrimonio architettonico italiano è costituito quasi prevalentemente da edifici in muratura, questo materiale, o meglio questo sistema, è ottenuto dall'unione di una serie di materiali di base, quali elementi lapidei e leganti, disposti in modo tale da opporre una certa

resistenza a quelle che sono le azioni verticali e orizzontali a cui una struttura può essere soggetta.

Le origini di tale sistema vanno da ricercarsi nei preistorici villaggi mesopotamici dell'VIII millennio a.C., in questi villaggi le prime costruzioni venivano realizzate utilizzando mattoni di fango essiccati al sole ai quali era aggiunta della paglia.

Tra i primi ad utilizzare la pietra squadrata, materiale sicuramente più resistente e durevole, furono gli Egizi realizzando edifici destinati al culto come le *mastabe* e le più famose *piramidi*.

Con l'avvento della civiltà romana, la quale si ispirò molto alle costruzioni greche ed etrusche, ci fu una grande diffusione delle costruzioni destinate ad uso abitativo. Famosissime sono le Opus romane e la loro classificazione in funzione della tecnica costruttiva utilizzata. Oggi gli schemi e le geometrie di quelle opere si possono rinvenire facilmente con ricerche accessibili a tutti "navigando" in internet o, diversamente, consultando la letteratura specialistica. È proprio grazie ai Romani ed ai loro studi, infatti, se ancora oggi possiamo annoverare tra i beni artistici della Nazione numerose opere civili realizzate in muratura.

Tali tecniche si mantennero pressoché immutate sino alla fine del XVIII secolo quando, con la rivoluzione industriale, non solo si cominciò ad utilizzare materiali non naturali, ma si diede inizio ad uno studio volto ad indagare il comportamento degli stessi nonché le loro proprietà meccaniche (resistenza a compressione e trazione), elastiche (moduli elastici e moduli di Poisson) e gli stati deformativi.

Le esigenze di flessibilità degli spazi abitativi, soprattutto legati agli edifici industriali e commerciali, indussero a sostituire la muratura portante con elementi più snelli e monodimensionali, inizialmente costruiti con pietre artificiali e successivamente, per rispondere alle esigenze di avere ampi spazi interni alle industrie, si passò a colonne metalliche dapprima in ghisa, poi in ferro battuto ed infine in acciaio.

Nei primi decenni del XIX secolo si ha la nascita di un nuovo materiale a cui venne dato il nome di portland, ricavato dalla miscelazione di acqua ed una particolare sabbia ottenendo così una malta idraulica che rappresenta, di fatto, il primo cemento della storia. Verso la metà di quel secolo sarà proprio l'ingegnere francese François Hennebique che, osservando i vasi di Monier - realizzati con una malta di cemento e rinforzati con una armatura in metallo - aggiunse alla miscela di cemento e aggregati, barre in acciaio per conferire maggiore resistenza alle sollecitazioni di trazione.

In Italia le prime applicazione del cemento armato si ebbero alla fine del XIX secolo a seguito del terremoto di Messina del 28 dicembre 1908 e del terremoto di Avezzano del 13 gennaio 1915, che misero in luce la debolezza delle classiche strutture in muratura. Si verificò così la diffusione di questo nuovo materiale anche ad opera della *Società Ing. Porcheddu* che fu tra le prime in Italia a realizzare importanti opere in cemento armato.

Per quanto detto nei precedenti paragrafi, si può ben capire come il patrimonio culturale italiano sia costituito quasi esclusivamente da opere realizzate in muratura. Sebbene l'Italia da sempre è una nazione con un elevato pericolo sismico, le tecnologie e le conoscenze del passato non permettevano uno studio adeguato di questo materiale, perché nonostante possa essere definito come uno tra i più antichi materiali da costruzione, la sua caratterizzazione meccanica risulta estremamente complessa. Ad oggi si sono fatti passi da gigante in questo settore e altri importanti passi in avanti si dovranno fare in futuro. (1)

1.1 Strutture snelle in muratura: torri e campanili

In questo lavoro, in particolare, si cercherà di analizzare il comportamento dinamico della Torre civica di San Severino Marche la cui storia, da un punto di vista ingegneristico, risulta molto complessa legata a fenomeni di danneggiamento derivanti dalla natura sismica del territorio nonché a fenomeni di cedimenti differenziati dovuti alle qualità scadenti del terreno di fondazione. Ora, prima di procedere con la descrizione del caso studio, si rende necessario fornire informazioni di carattere generale su quelle che sono le strutture snelle realizzare in muratura.

1.1.1 Architettura dei campanili italiani

Torri e Campanili sono strutture ben diffuse nel territorio italiano, il loro fascino risiede nel loro sviluppo verticale che può andare dalle poche decine di metri, fino ai 100m e più come nel caso del Campanile della Cattedrale di Cremona alto 112m costruito all'incirca tra il 1220 e il 1310 o la Torre degli Asinelli di Bologna alta 97m del XII secolo (1109).

Figura 1- A sinistra, Torrazzo-duome-tower-Cremona (fonte: httpescape-artists.comfiv-reasons-to-visit-cremona)

Figura 2 - A destra in primo piano Torre Garisenda e sullo sfondo la Torre degli Asinelli

Da un punto di vista storico le torri nacquero con scopi militari, come torrette di avvistamento o come prigioni; numerosi sono i borghi italiani che ancora oggi posso vantare la presenza di queste strutture.

Figura 3 - vista panoramica dalla cima della Torre Smeducci

La definizione di *campanili* nasce con l'avvento del cristianesimo quando alla realizzazione dei luoghi di culto si affianca quella di strutture alte destinate ad ospitare le campane utilizzate per richiamare i fedeli per le celebrazioni religiose ma anche per trasmettere messaggi come la semplice ora del giorno o avvisi di pericolo. Le prime realizzazioni raggiungevano modeste altezze ma, in seguito alla crescita dei centri urbani, i costruttori dell'epoca si spinsero a realizzare strutture sempre più alte che potessero essere ben visibili.

La realizzazione di tali strutture richiedeva tempi di costruzione elevati e spesso si alternavano periodi di attività a periodi di fermo, scanditi dalla necessità di recuperare nuovi fondi e materiali e tutto ciò portava ad avere all'interno della stessa struttura materiali di diversa origine; a questo vanno aggiunti gli interventi di rifacimento e di ristrutturazione che in generale hanno subito nel corso dei secoli. Quello che si ottiene, è sì una struttura dalla geometria regolare e di facile rilievo, ma è anche vero che le principali incertezze sono legate ai materiali sia nella loro definizione, sia nella loro caratterizzazione meccanica.

Per ciò che concerne la geometria e gli elementi architettonici che costituiscono i campanili si può affermare che, in generale, la pianta è di tipo quadrato, ma possono trovarsi piante poligonali (ottagonali, esagonali, pentagonali) nonché circolari. Gli elementi architettonici che caratterizzano tali strutture snelle sono:

- Dado di fondazione: rappresenta la parte della torre che interagisce con il terreno, ha il delicato compito di trasferire le sollecitazioni della sovrastruttura e evitare la formazione di cedimenti differenziali.

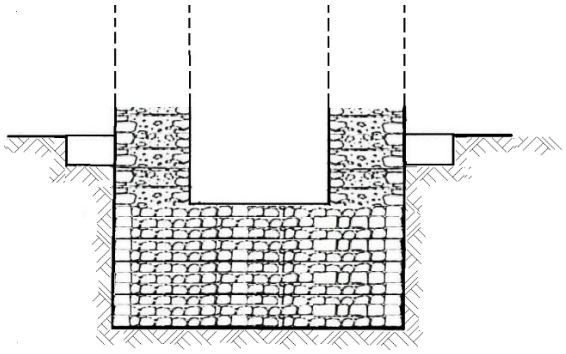


Figura 4- Schema del dado di fondazione della Torre Smeducci in San Severino marche

- Basamento: è la porzione della torre al di sopra del piano campagna, è facilmente riconoscibile per la tipologia muraria che in generale presenta spessori maggiori e qualità dei materiali superiore rispetto al fusto.

Figura 5 - A sinistra, San Martino vescovo a Nogaredo di Prato (UD); a destra, San Tommaso apostolo a Villaorba (UD) - Foto da "Le forme dei campanili in Friuli Venezia Giulia"

- Fusto o tronco: è la porzione principale della torre e ne determina l'altezza, la determinazione della corretta densità è parte fondamentale per la determinazione della massa della struttura e quindi delle sollecitazioni sismiche a cui è soggetta.
- Cella campanaria: è il luogo in cui vengono posizionate le campane, e che funge da cassa di risonanza. Le sollecitazioni generate dal movimento delle campane richiedono una struttura a telaio interno, in acciaio o legno, che in genere trasferisce queste sollecitazioni ai piedritti. E' l'unico elemento che, dal punto di vista della struttura, differenzia le torri dai campanili.
- Cuspide: rappresenta la sommità del campanile nonché la copertura, le forme più diffuse sono quelle di copertura a 4 falde, ma sono anche presenti coperture a 2 falde, coperture piane, coniche o curvilinee. Spesso ne rappresenta anche un elemento di

forte decorazione le cui forme e dimensioni rispecchiano il periodo storico di costruzione.

1.2 Cenni dinamica delle strutture snelle

La risposta dinamica delle strutture acquista sempre più importanza con l'aumentare della pericolosità di un dato territorio. Il periodo di vibrazione fondamentale ricopre un aspetto principale nella valutazione della domanda sismica. Caratteristiche come la distribuzione di masse e rigidezze costituiscono il principale parametro di influenza, e la loro valutazione può avvenire o sulla base di accurate analisi numeriche o con formulazioni empiriche, approccio consigliato soprattutto per quegli edifici che presentano tipologie ricorrenti.

Una prima semplificazione che si può adottare nella classificazione dei campanili, analizzati come un unico macro-elemento, può essere svolta considerando la posizione della struttura rispetto al corpo della chiesa. In particolare avremo:

- Campanili isolati
- Campanili addossati
- Campanili inglobati

Questa classificazione risulta estremamente importante incominciando a parlare di risposta dinamica della struttura in quanto le frequenze di vibrazione proprie del campanile si modificano, ovvero si modifica la rigidezza della struttura passando da strutture meno rigide nel caso di campanili isolati, e quindi frequenze proprie maggiori, a strutture più rigide come nel caso di campanili addossati o inglobati, e quindi frequenze proprie minori, che comportano un incremento nella domanda sismica.

Ulteriori parametri nell'influenza della risposta sismica sono, sicuramente, la tecnologia muraria adoperata come ad esempio: muratura piena e muratura a sacco, nonché le caratteristiche dei singoli elementi lapidei. Continuando, il terreno, ed in particolare la sua deformabilità, è un ulteriore elemento fondamentale da tenere in considerazione. La torre di Pisa e la torre Garisenda di Bologna, con i loro 4° di inclinazioni ed un'altezza intorno ai 50m, mostrano perfettamente quali sono i problemi legati ad una cattiva caratterizzazione geotecnica.

1.2.1 Determinazione del periodo fondamentale di vibrazione

La determinazione del periodo fondamentale di strutture quali torri e campanili ben si presta ad un calcolo di tipo empirico in quanto una minore complessità della geometria e della struttura, permettono l'applicazione di modelli lineari. Altro strumento fondamentale nello

studio dinamico è l'analisi modale che ricopre un ruolo fondamentale nella valutazione dell'amplificazione del moto lungo lo sviluppo verticale di tali strutture. Tali modelli ben si applicano ai casi in cui la struttura risulti regolare, ricordiamo che la normativa NTC 2008 definisce i seguenti criteri di regolarità:

- *"Per quanto riguarda gli edifici, una costruzione è regolare in pianta se tutte le seguenti condizioni sono rispettate:*
    - *a) la configurazione in pianta è compatta e approssimativamente simmetrica rispetto a due direzioni ortogonali, in relazione alla distribuzione di masse e rigidezze;*
    - *b) il rapporto tra i lati di un rettangolo in cui la costruzione risulta inscritta è inferiore a 4;*
    - *c) nessuna dimensione di eventuali rientri o sporgenze supera il 25 % della dimensione totale della costruzione nella corrispondente direzione;*
    - *d) gli orizzontamenti possono essere considerati infinitamente rigidi nel loro piano rispetto agli elementi verticali e sufficientemente resistenti."*

Proseguendo con:

- *"Sempre riferendosi agli edifici, una costruzione è regolare in altezza se tutte le seguenti condizioni sono rispettate:*
    - *e) tutti i sistemi resistenti verticali (quali telai e pareti) si estendono per tutta l'altezza della costruzione;*
    - *f) massa e rigidezza rimangono costanti o variano gradualmente, senza bruschi cambiamenti, dalla base alla sommità della costruzione (le variazioni di massa da un orizzontamento all'altro non superano il 25 %, la rigidezza non si riduce da un orizzontamento a quello sovrastante più del 30% e non aumenta più del 10%); …"*

Dal momento che le strutture in esame rispecchiano a pieno questi criteri, la normativa suggerisce l'utilizzo della seguente relazione empirica:

$$T_1 = C_1 \cdot H^{3/4}$$

Dove:

- C_1 è un coefficiente che nel caso di strutture in muratura assume il valore di 0.05;
- H è l'altezza della costruzione espressa in metri, misurata dal piano di fondazione.

Tale formulazione di carattere del tutto generale acquista importanza soprattutto in quelle fasi post emergenza in cui effettuare analisi più accurate richiede un tempo eccessivo,

tempo eccessivo che consiglierebbe di posporle in una fase successiva. Nel caso di strutture a torre in muratura, la geometria ricorrente ha permesso lo studio di espressioni semplificate in grado di determinare una stima attendibile del periodo fondamentale.

Negli ultimi anni un importante metodo di analisi, quale il monitoraggio strutturale di edifici civili (*Structural Health Monitoring*), sta acquisendo sempre più importanza, le sue prime applicazioni vanno ricercate nel campo dell'ingegneria aerospaziale e meccanica; a seguito dei risultati positivi ottenuti si pensò di applicare anche al campo dell'ingegneria civile tale analisi. La determinazione delle proprietà dinamiche delle strutture, come frequenze e forme proprie, rappresentano grandezze fondamentali per capire ed analizzare lo stato di fatto e di evoluzione di una struttura, sia in presenza di danneggiamenti, sia a seguito di interventi migliorativi per confermarne la corretta applicazione.

In Rainieri C. et al (2), possiamo ritrovare una prima correlazione empirica tra il periodo fondamentale e l'altezza della struttura in muratura. Gli autori utilizzando tecniche di identificazione dinamica output-only, a cui si rimanda nel seguito per una più precisa spiegazione, hanno analizzato 9 campanili storici del Molise determinandone le prime 6 frequenze e da qui hanno ricavato la seguente relazione, analoga a quella fornita dalla normativa:

$$T_1 = 0.013H^{1.10}$$

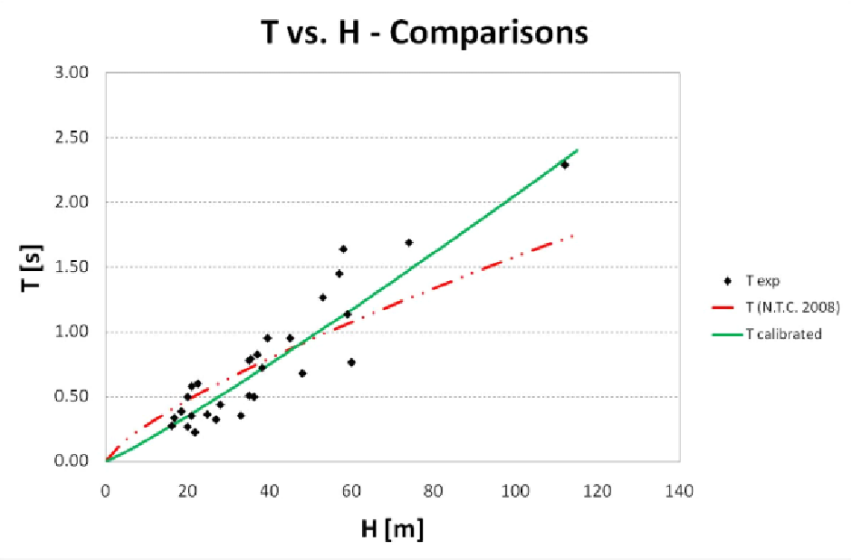


Figura 6 - "Confronto qualitativo tra le capacità predittive delle formulazioni considerate per la stima del periodo fondamentale delle torri in muratura italiane." (2)

Altri importanti studi sono stati condotti da Zanotti Fragonara et al a seguito del terremoto dell'Emilia del 2012, nell'articolo "*Dynamic investigation on the Mirandola bell tower in post-earthquake scenarios*" (3) nel quale la tecnica di identificazione dinamica viene

applicata al campanile di Mirandola, in provincia di Modena, fortemente danneggiato a seguito dell'evento sismico. Nella pubblicazione viene elaborata anche una formulazione empirica, sulla base dei dati reperibili in letteratura di 40 tra torri e campanili, per la determinazione delle frequenze dei primi 3 modi di vibrare in funzione dell'altezza della struttura. Di seguito si riportando i grafici nei quali per ogni struttura sono stati riportati altezza, frequenza per i primi 3 modi e da qui tramite una generica legge esponenziale si sono ottenuti i seguenti risultati:

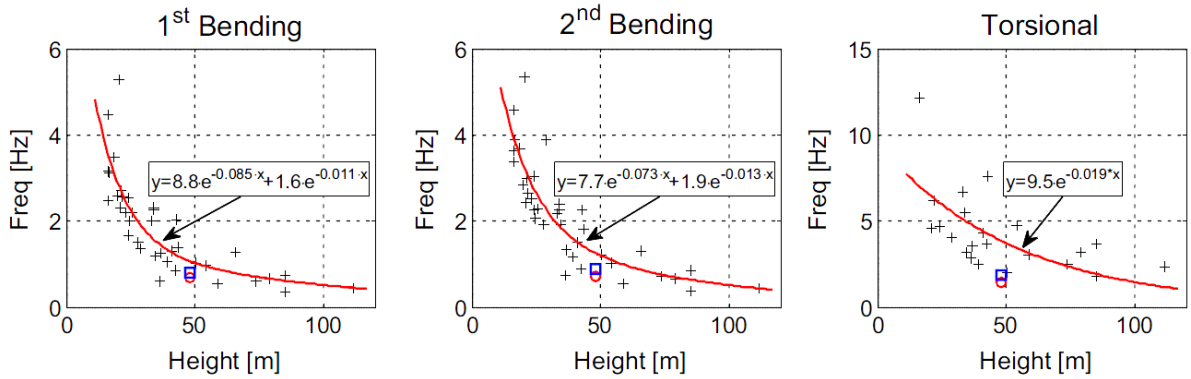


Figura 7 - Variazione della frequenza in funzione dell'altezza della struttura, (3)

Tali formulazioni empiriche varranno utilizzate come parametro di confronto delle frequenze ottenute tramite l'identificazione dinamica della Torre Smeducci di S. Severino Marche, oggetto di questo elaborato.

1.2.2 Modelli di valutazione della sicurezza sismica di strutture snelle

La risposta strutturale è influenzata, altresì, dai danni esistenti sulla struttura quali: fessurazioni, decadimento degli elementi strutturali per cause fisiche o chimiche, qualità delle tecniche costruttive, quest'ultime particolarmente importanti nelle strutture storiche nelle quali la realizzazione di un'opera veniva affidata alle maestranze locali. Generalmente per le strutture in muratura, possiamo raggruppare tutti i principali fenomeni di danneggiamento in due categorie:

- Meccanismi locali, riguardano una pozione limitata del fabbricato e sono dovuti al cattivo collegamento tra gli elementi strutturali, tali meccanismi prendono in considerazione la trasformazione di una parete delle strutture, o una sua porzione, in un sistema labile che può ribaltare attorno ad un perno;
- Meccanismi Globali, acquistano significato solo quando quelli locali sono impediti e di conseguenza si ha il comportamento scatolare della struttura e di conseguenza il danno sarà esteso su tutto il volume.

Concentrandoci sulle strutture in muratura snelle, nel libro "*Le chiese ed il terremoto, LINT, Trieste 1994*" (4) sono stati analizzati i principali fenomeni di danneggiamento dei campanili del Friuli (campione di oltre 300 chiese) danneggiati dal terremoto dl 1976, nel seguito si riportano i 6 meccanismi principali trovati:

- "Rotazione verso l'esterno della parete superiore (del tronco) della torre campanaria dovuta ad azioni di fuori piano, con formazione di una cerniera cilindrica ad asse orizzontale o di cerniera sferica in corrispondenza di un punto o di uno spigolo /mecc. 1.a, 1.b/;
- Traslazione della parete superiore (del tronco) della torre campanaria, seguita da rotazione della stessa /mecc. 2.a, 2.b/;
- Rotazione verso l'esterno di "ambiti di angolata" attorno ad un punto di cerniera formatosi sull'angolata della stessa, all'estremo inferiore della parte interessata dal meccanismo /mecc. 3/;
- Rotazione verso l'esterno di una o più angolate con asse di rotazione orizzontale parallelo al lato o alla diagonale /mecc. 4/;
- Rotazione della parte superiore (del tronco) della torre, risultante dalla combinazione di una rotazione intorno ad un asse verticale e di una rotazione intorno ad un asse orizzontale /mecc. 5/;
- Traslazione della parte superiore della torre /mecc. 6/.

Ad ogni meccanismo descritto è stato associato un preciso quadro fessurativo:

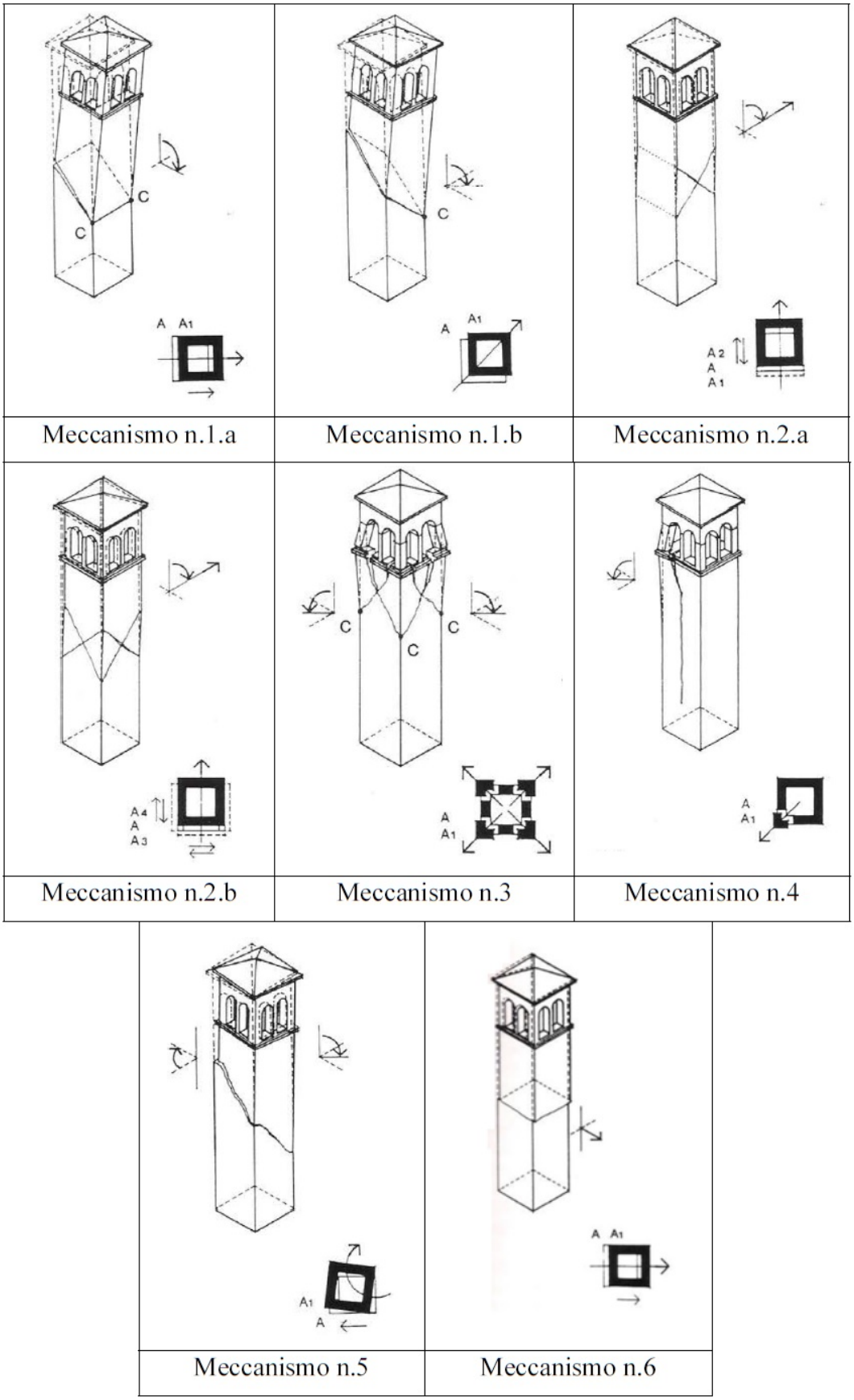


Figura 8- Situazioni principali di danno per campanili isolati- (4)

Le “Linee Guida per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale …” rappresentato una valida guida nella definizione delle conoscenze, del livello di sicurezza nei confronti del sisma nonché degli eventuali interventi per tutte quelle strutture costituenti il patrimonio culturale italiano. Concentrandoci solo sulle strutture a prevalente sviluppo verticale, le LL GG al paragrafo 5.4 “*Modelli di valutazione per tipologie*” identificano dei modelli di valutazione per diverse tipologie costruttive in cui è possibile riconoscere dei caratteri ricorrenti. Torri e campanili vengono trattati nel paragrafo 5.4.4 “Torri, campanili ed altre strutture a prevalente sviluppo verticale” nel quale viene riportato un modello meccanico semplificato (Livello di Valutazione della sicurezza sismica LV1) nel quale si fa riferimento al collasso per presso flessione considerando la torre come una mensola, sollecitata da un sistema di forze orizzontali oltre che dal proprio peso, che può andare in crisi in una generica sezione per schiacciamento nella zona compressa, a seguito della parzializzazione dovuta alla non resistenza a trazione. (5) Nell’allegato C vengono riportati 28 meccanismi di danno individuati a partire dalla definizione di altrettanti macro-elementi presenti in una chiesa; tali modelli sono alla base del metodo per la determinazione di un indice di vulnerabilità. In particolare, si riportano gli ultimi tre modi che sono relativi ai campanili, riportando quelli che sono definiti come *presidi antisismici* e *indicatori di vulnerabilità.*

Per gli aggetti come vele, guglie, pinnacoli o statue possono essere evidenti rotazioni permanenti o fenomeni di scorrimento, in tal caso i *presidi antisismici* sono rappresentati da:

- Presenza di perni di collegamento con la muratura o elementi di ritegno
- Elementi di limitata importanza e dimensione
- Muratura monolitica (a conci squadrati o comunque di buona qualità)

Gli indicatori di vulnerabilità da:

- Elementi di elevata snellezza
- Appoggio in falso sulle murature sottostanti in falso
- Posizione asimmetrica rispetto all’elemento sottostante (specie se l’aggetto ha notevole massa)

26 - AGGETTI (VELA, GUGLIE, PINNACOLI, STATUE)

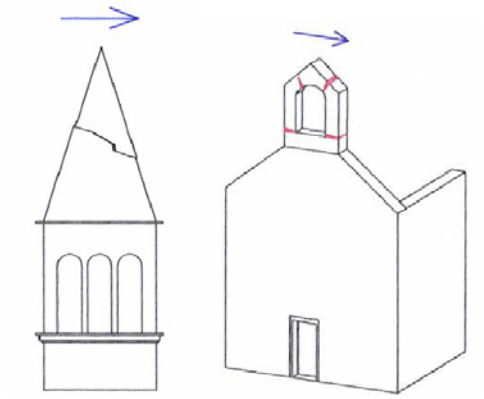


Figura 9- meccanismo legato agli aggetti- LL GG

Per la torre campanaria potremo avere lesioni vicino allo stacco dal corpo della chiesa, lesioni di taglio e scorrimento, lesioni verticali o arcuate con la successiva espulsione di uno o più angoli:

Presidi antisismici

- Muratura uniforme (unica fase costruttiva) e di buona qualità
- Presenza di catene ai diversi ordini
- Presenza di adeguata distanza dalle pareti della chiesa (se adiacente)
- Presenza buon collegamento con le pareti della chiesa (se inglobata)

Indicatori di vulnerabilità

- Presenza di aperture significative su più livelli
- Vincolo asimmetrico sulle murature alla base (torre inglobata)
- Appoggio irregolare a terra della torre (presenza di archi su alcuni lati, pareti a sbalzo)

27 - TORRE CAMPANARIA

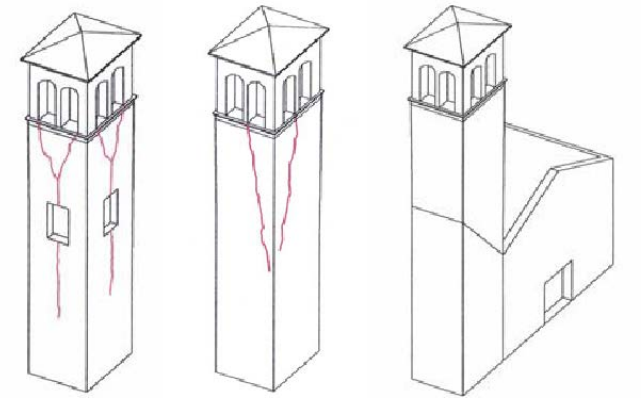


Figura 10- meccanismo legato alla Torre Campanaria- LL GG

Per la cella campanaria si potranno avere lesioni negli archi con conseguente rotazione o scorrimento dei piedritti:

Presidi antisismici

- Presenza di piedritti tozzi e/o archi di luce ridotta
- Presenza di catene o cerchiature

Indicatori di vulnerabilità

- Presenza di copertura pesante o di altre masse significative
- Presenza di copertura spingente

28 - CELLA CAMPANARIA

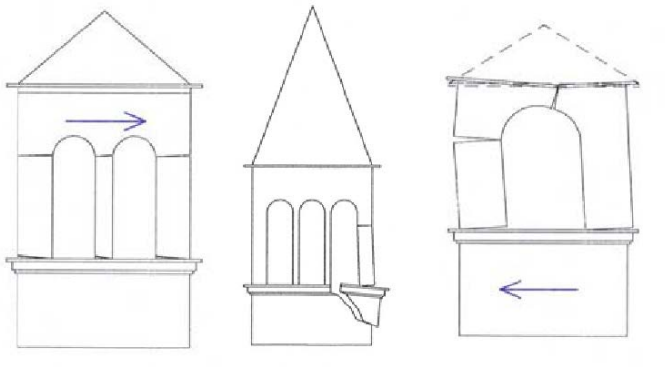


Figura 11 - meccanismo legato alla Cella Campanaria- LL GG

2. Il caso studio: la Torre degli Smeducci

2.1 Identificazione della costruzione

Oggetto della presente tesi è la Torre Smeducci edificata nella città di San Severino nelle Marche, le coordinate nel sistema WGS84, utili per il calcolo della sollecitazione sismica, sono 43° 13’ 32’’N e 13° 10’ 33’’S.

Nei documenti storici viene denominata << *turris Platee*>> (6) ovvero torre di piazza sottintendendo piazza castello, centro politico e militare della città. Come quasi tutte le torri medievali, anche la torre Smeducci nasce come punto di osservazione e di comunicazione, infatti dalla sua cima merlata è possibile vedere tutta la città e la valle circostante, vista favorita anche dalla sua posizione infatti è situata a sud della città sulla collina chiamata Monte Nero e una quota di 342 m s.l.m., contro i 236m s.l.m. della città a cui vanno aggiunti i 40 metri di altezza della torre stessa.

Figura 12 - città di San Severino Marche, in rosso piazza castello

La torre non ebbe solo funzioni difensive, infatti fin da subito venne usata anche come campanile per segnalare momenti di pericolo e per scandire il passare del tempo, si hanno informazioni sulle campane fin dal XIV secolo quando fu necessario sostituire la campana più grande.

Figura 13 – foto della Torre Smeducci

Ad oggi la torre risulta profondamente cambiata, non dal punto di vista architettonico, ma dal punto di vista strutturale. Infatti, il terreno di fondazione, dalle basse caratteristiche, ha causato uno strapiombo della torre in direzione Sud-Ovest in corrispondenza della vallata della collina. Non solo, data la sismicità dell'area per migliorarne il comportamento, sono stati realizzati numerosi interventi a partire dal 1905 che ne hanno alterato significativamente il comportamento.

Nel seguito si analizzeranno nel dettaglio tutti gli aspetti principali: analisi storico critica, rilievo, caratterizzazione meccanica, livello di conoscenza e azioni agenti. (6)

2.2 Rischio sismico

L'Italia è una delle nazioni con il più alto rischio sismico dell'area Mediterranea, ciò è dato dalla frequenza con cui i terremoti si sono manifestati, dai danni economici e dall'impatto sociale che hanno avuto. "*La sismicità della Penisola italiana è legata alla sua particolare posizione geografica, perché è situata nella zona di convergenza tra la zolla africana e quella euroasiatica ed è sottoposta a forti spinte compressive, che causano l'accavallamento dei blocchi di roccia."* (7) Il rischio sismico viene valutato considerando la pericolosità, la vulnerabilità e l'esposizione.

Con pericolosità sismica si intende la frequenza e la forza con cui i terremoti si manifestano, in termini statistici può essere definita come la probabilità che un dato evento, con

una certa accelerazione di picco (PGA), si manifesti in una data zona. Essendo una caratteristica legata al territorio non è modificabile.

La vulnerabilità sismica è legata alla struttura e rappresenta la capacità, della stessa, di subire danni a fronte di un evento sismico. In tale parametro la realizzazione di edifici con parametri antisismici è fondamentale per ridurne l'effetto, le norme attuali prevedono diversi livelli di danneggiamento in funzione di una maggiore intensità sismica.

L'esposizione, o beni esposti, indica l'effetto negativo del sisma su una determinata categoria quali: popolazioni, attività economiche, servizi pubblici, beni culturali, … Avere una stima di tale parametro risulta molto difficile, basti solo pensare al patrimonio culturale costituito dai centri storici e relativi monumenti di cui ancora oggi non si ha un censimento completo.

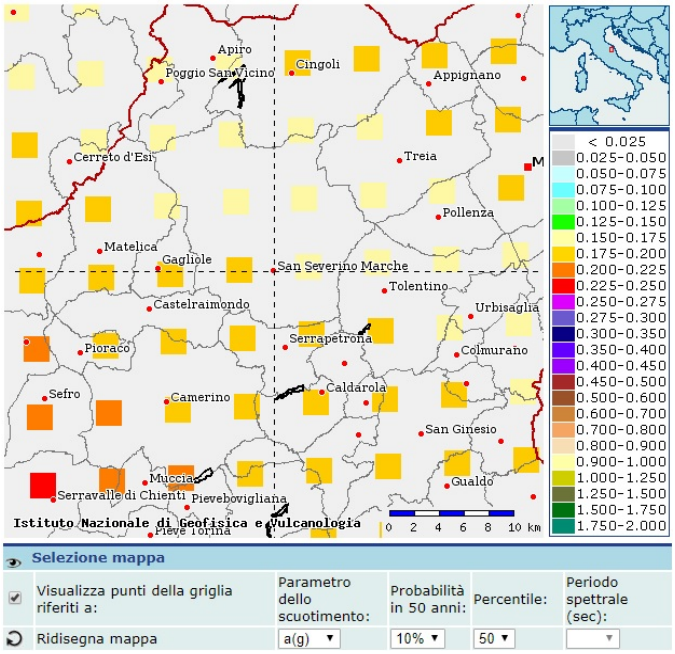
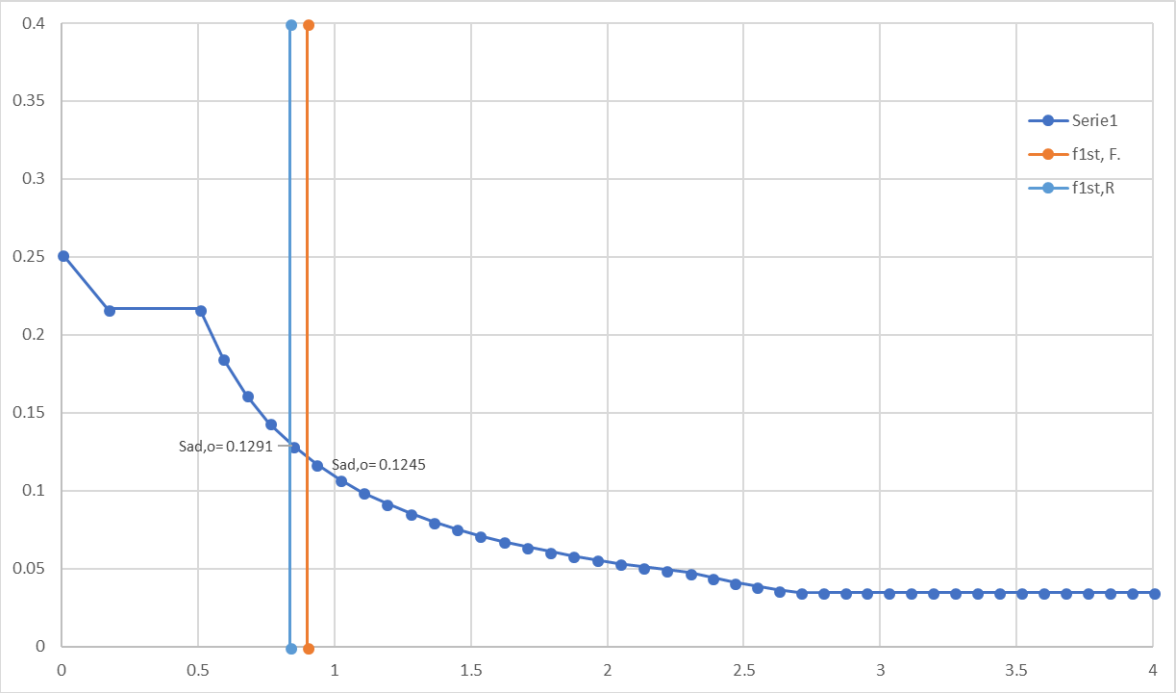


Figura 14 - Pericolosità sismica della città di San Severino Marche http://esse1-gis.mi.ingv.it/

T_R [anni]	a_g [g]	F_o [-]	T_C^* [s]
30	0.058	2.489	0.276
50	0.072	2.475	0.290
72	0.084	2.476	0.297
101	0.096	2.470	0.312
140	0.110	2.461	0.317
201	0.127	2.461	0.323
475	0.175	2.476	0.334
975	0.226	2.510	0.339
2475	0.309	2.543	0.350

Figura 15 - Valori dei parametri di riferimento per diversi periodi di ritorno



2.4 Rilievo geometrico

La torre presenta un'altezza totale di circa 44 m, di cui 40m al di sopra del piano campagna e 4 m al di sotto a formare le fondazioni ed un piano semiinterrato; complessivamente possono contarsi 7 piani, più un sottotetto. La sezione è scatolare cava, a pianta quadrata del tipo monoconnessa. Al livello del piano campagna la sezione ha lati di 7m, con lo sviluppo verticale si ha una diminuzione delle dimensioni fino ad arrivare ad un lato d 6,70 m in corrispondenza della fine del basamento, successivamente la pianta può considerarsi a sezione costante fino in cima. Gli elementi strutturali orizzontali sono caratterizzati da solette in cemento armato dello spessore compreso tra i 20 e 25 cm per i primi 5 piani, mentre nel 6 e 7 piano sono presenti volte a botte realizzate in muratura. Per quanto riguarda la sezione dei muri: alla base si è misurato uno spessore medio di 175cm a cui vanno aggiunti 25 m di camicia in cemento armato, mentre in corrispondenza della cella campanaria si è misurato uno spessore di 110 cm.

Nell'ambito della tesi dell'ing. Stefano Persico (9), con relatori Prof. Andrea Maria Lingua e correlatore arch. Filiberto Chiabrando; la torre di San Severino è stata oggetto di un minuzioso progetto di rilievo. Obbiettivo della tesi era quello di confrontare diverse tecniche di rilievo, tra cui la fotogrammetria terrestre e il rilievo con *Laser Scanner*, per determinare quale fosse il metodo che portasse ai risultati migliori. Terminata la fase relativa all'operazioni di

rilievo è avvenuta la fase di restituzione che ha permesso di ottenere delle ortofoto verticali e orizzontali della torre e del territorio circostante.

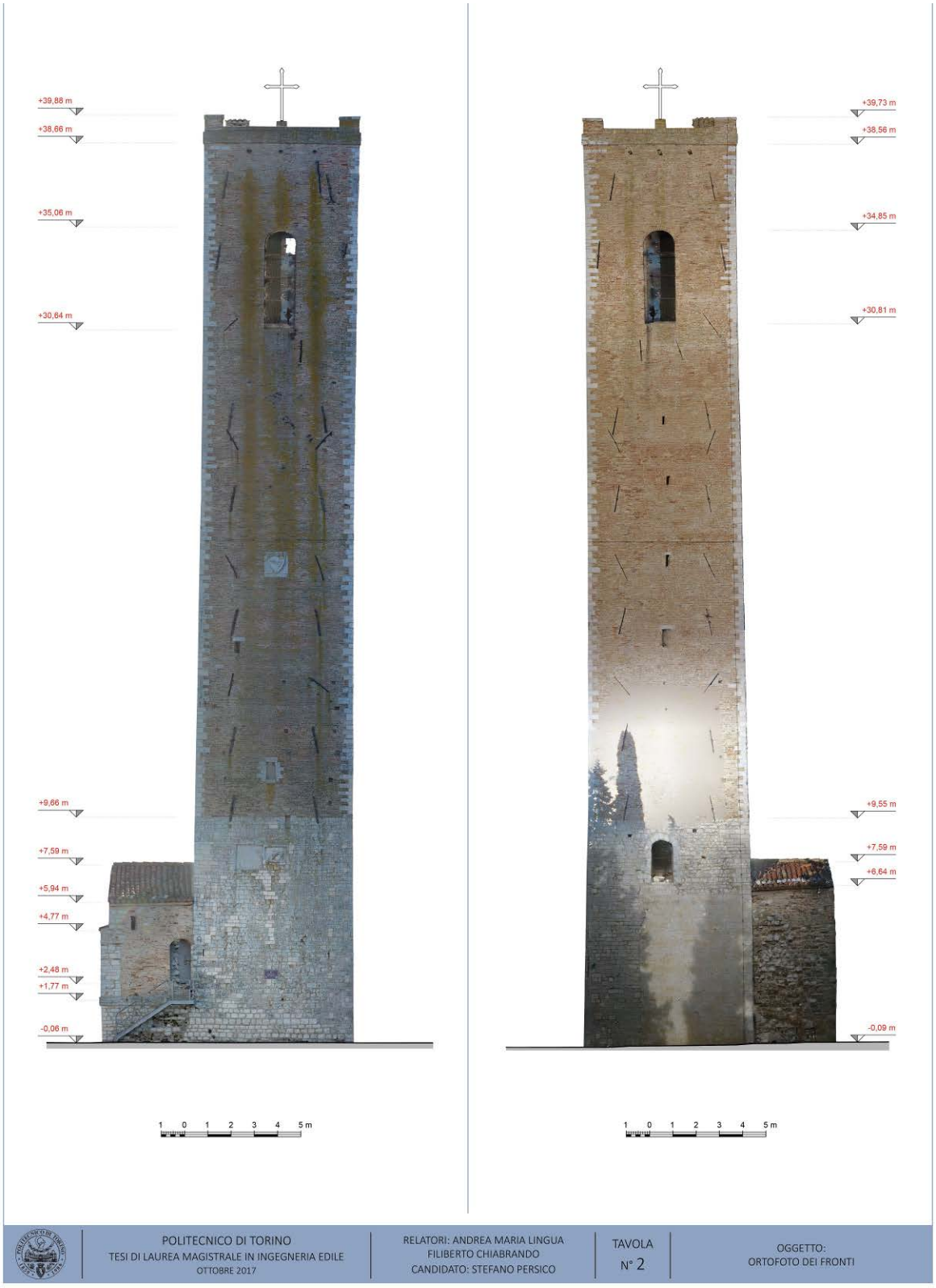


Figura 16 - Ortofoto Torre Smeducci, a sinistra prospetto Nord, a destra prospetto sud (9)

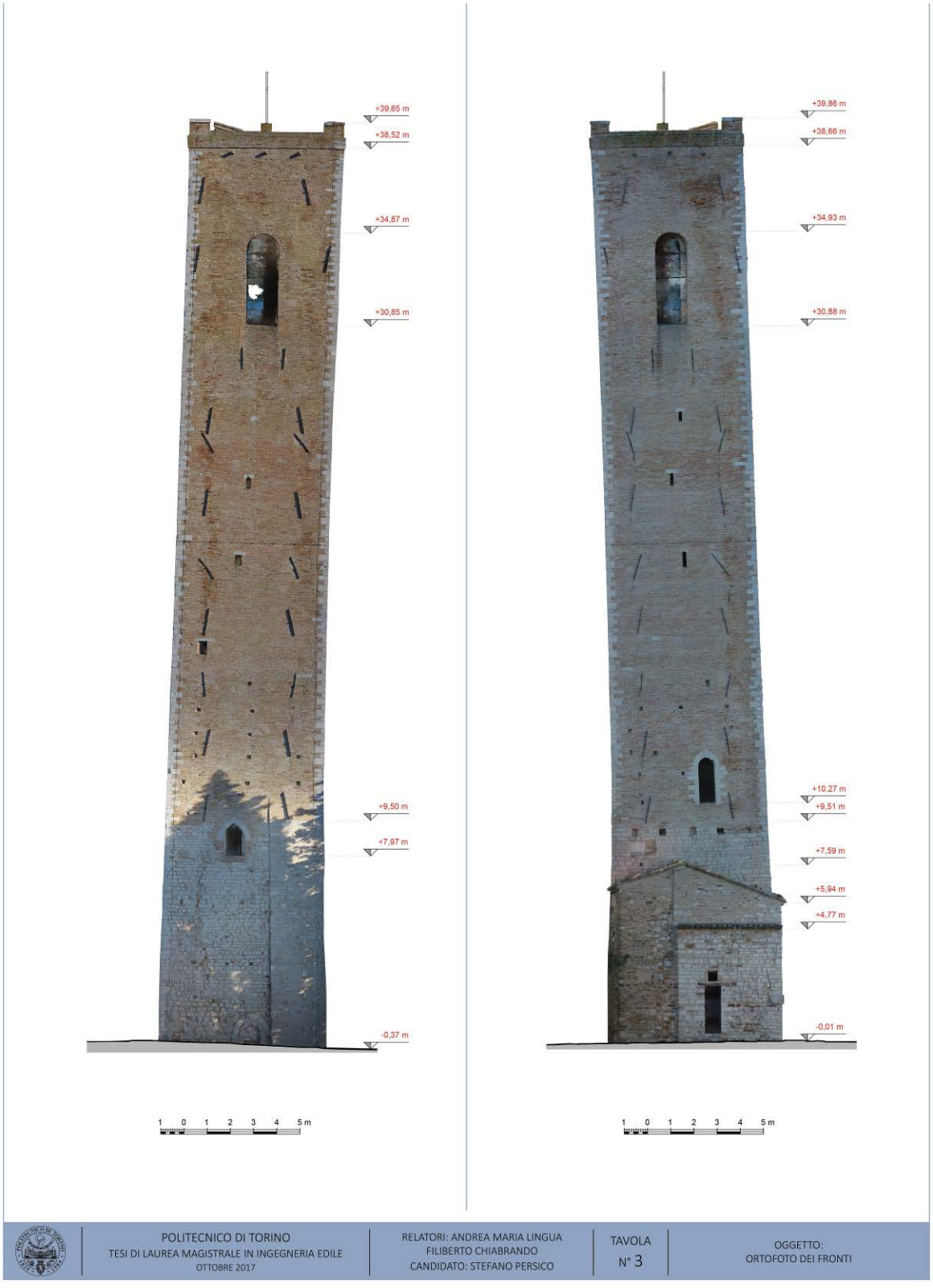


Figura 17 - Ortofoto Torre Smeducci, a sinistra prospetto Ovest, a destra prospetto Est (9)

Tale documentazione, gentilmente fornitami dallo stesso Ing. Stefano, è stata il punto di partenza per la realizzazione dell'ingombro esterno della torre a cui sono state aggiunte le misure interne da me recuperate durante il sopralluogo nel mese di settembre 2017; per ogni

piano sono state misurate la dimensiona in pianta, l'altezza di interpiano, lo spessore delle murature, la posizione e le dimensioni delle aperture.

Nell'operazione di restituzione 2D del materiale fornitomi, la fase successiva è stata quella della vettorializzazione delle ortofoto, in tale compito ci si è avvalsi del software AutoCAD 2018; conoscendo la corretta scala delle ortofoto si è riusciti a creare 4 modelli piani dei 4 prospetti.

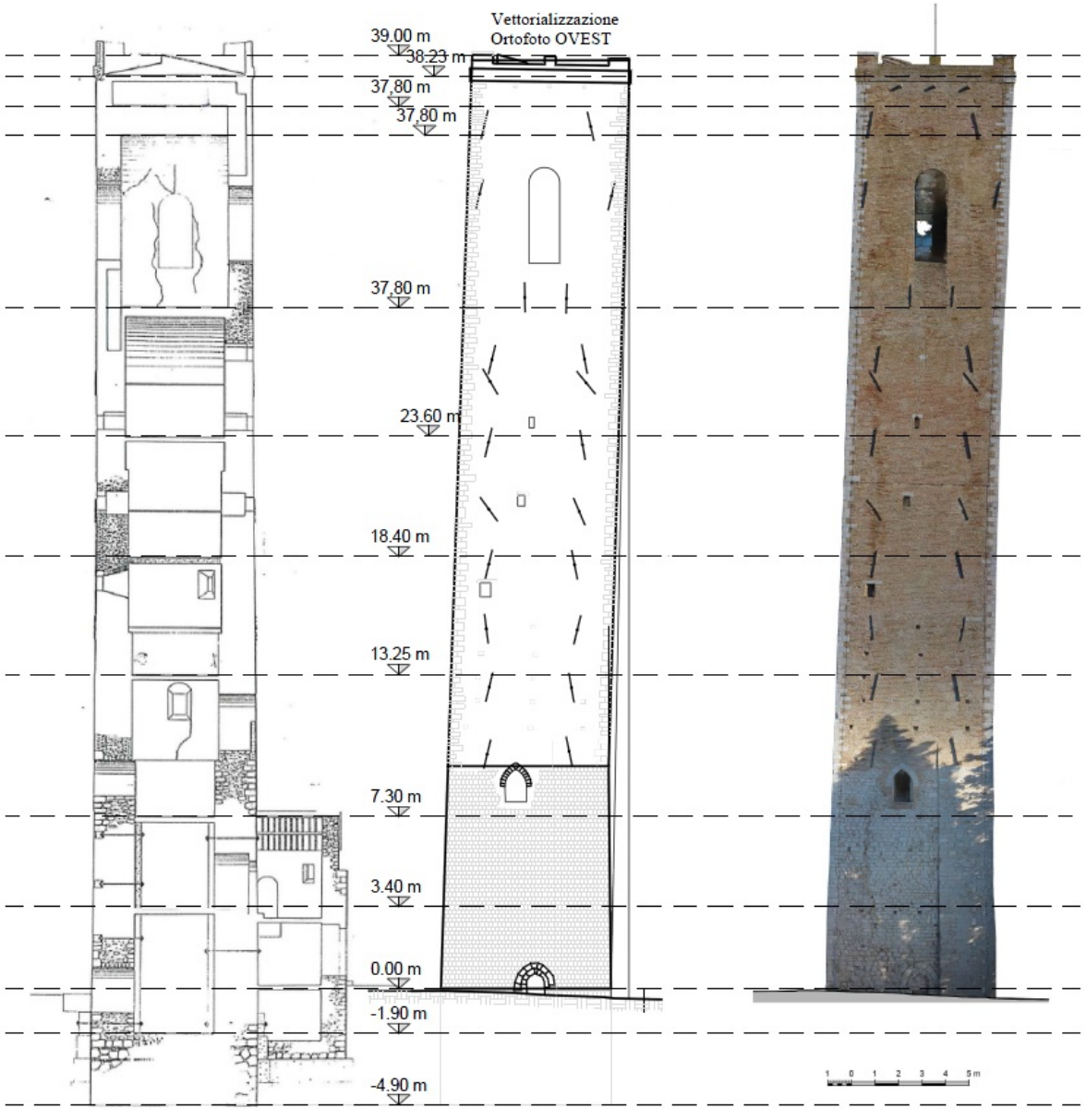


Figura 18 – Vettorializzazione della parete Ovest: a sinistra la sezione realizzata durante i lavori del 1992, al centro il prospetto ottenuto, a destra l'ortofoto di partenza

Come si può notare dal prospetto Ovest, la torre presenta un'importante inclinazione verso sud, ad oggi il fuori piombo misurato risulta di circa 76cm con un angolo di inclinazione di 1° 6' misurato nello spigolo sud-ovest. Dal confronto tra le dimensioni esterne e quelle

interne, data la regolarità dell'opera, è stato possibile calcolare lo spessore dei muri e ipotizzando uno spessore per i paramenti, ottenere il rilievo materico della struttura.

Gli spessori ipotizzati sono:

- 30 cm, spessore del paramento interno ed esterno in pietra squadrata situato nel basamento;
- 25 cm, spessore della camicia in cemento armato realizzata nel piano interrato e nel primo piano;
- 15 cm, spessore della camicia in cemento armato nel secondo piano;
- 15 cm spessori paramenti interni ed esterni in mattone, tale spessore corrisponde a una muratura realizzata a "*una testa*".

Sfruttando queste ipotesi è possibile che lo spessore del riempimento interno è stato calcolato per differenza.

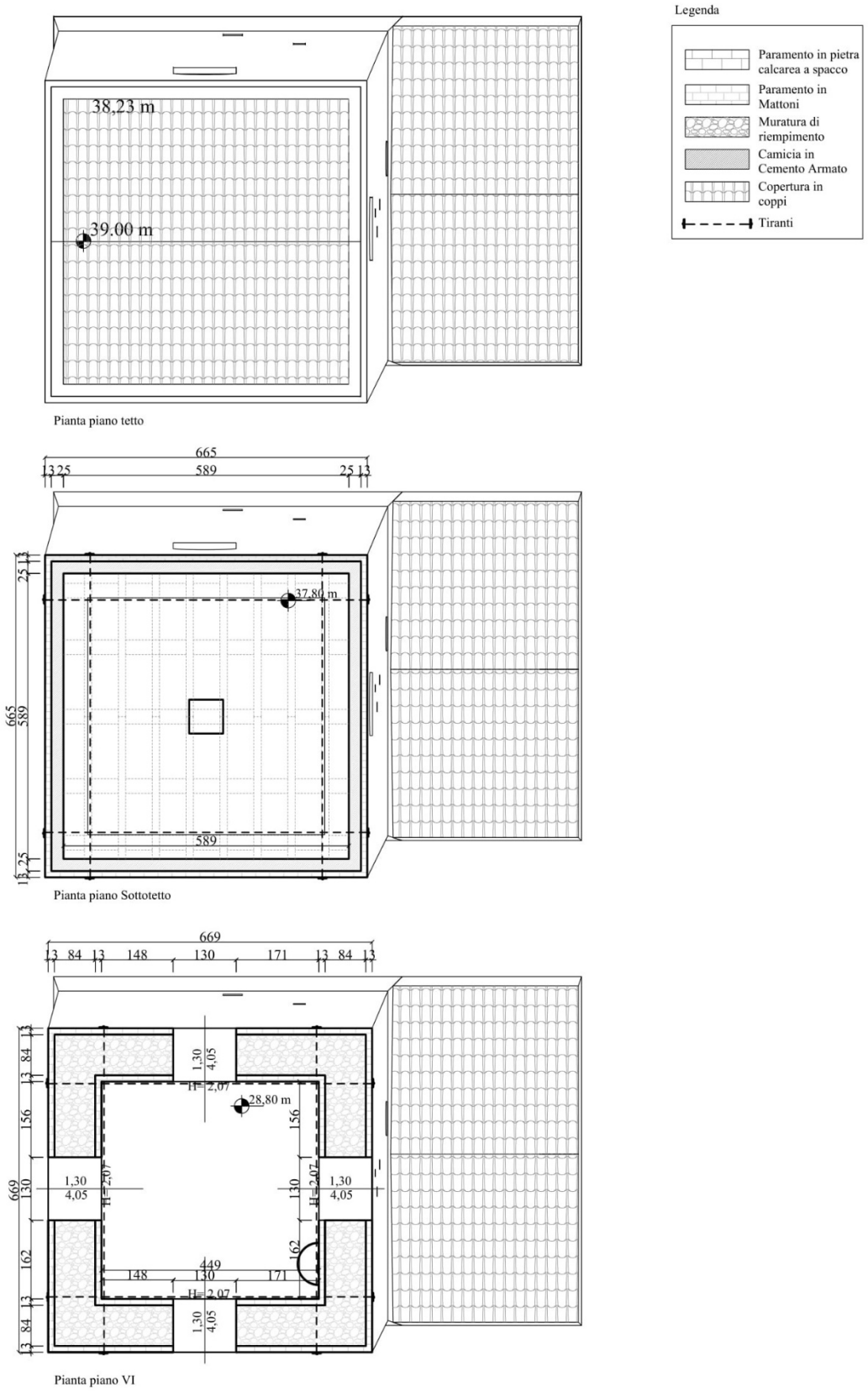


Figura 19 – Piante torre, dall'alto: pianta tetto, pianta sottotetto, pianta cella campanaria

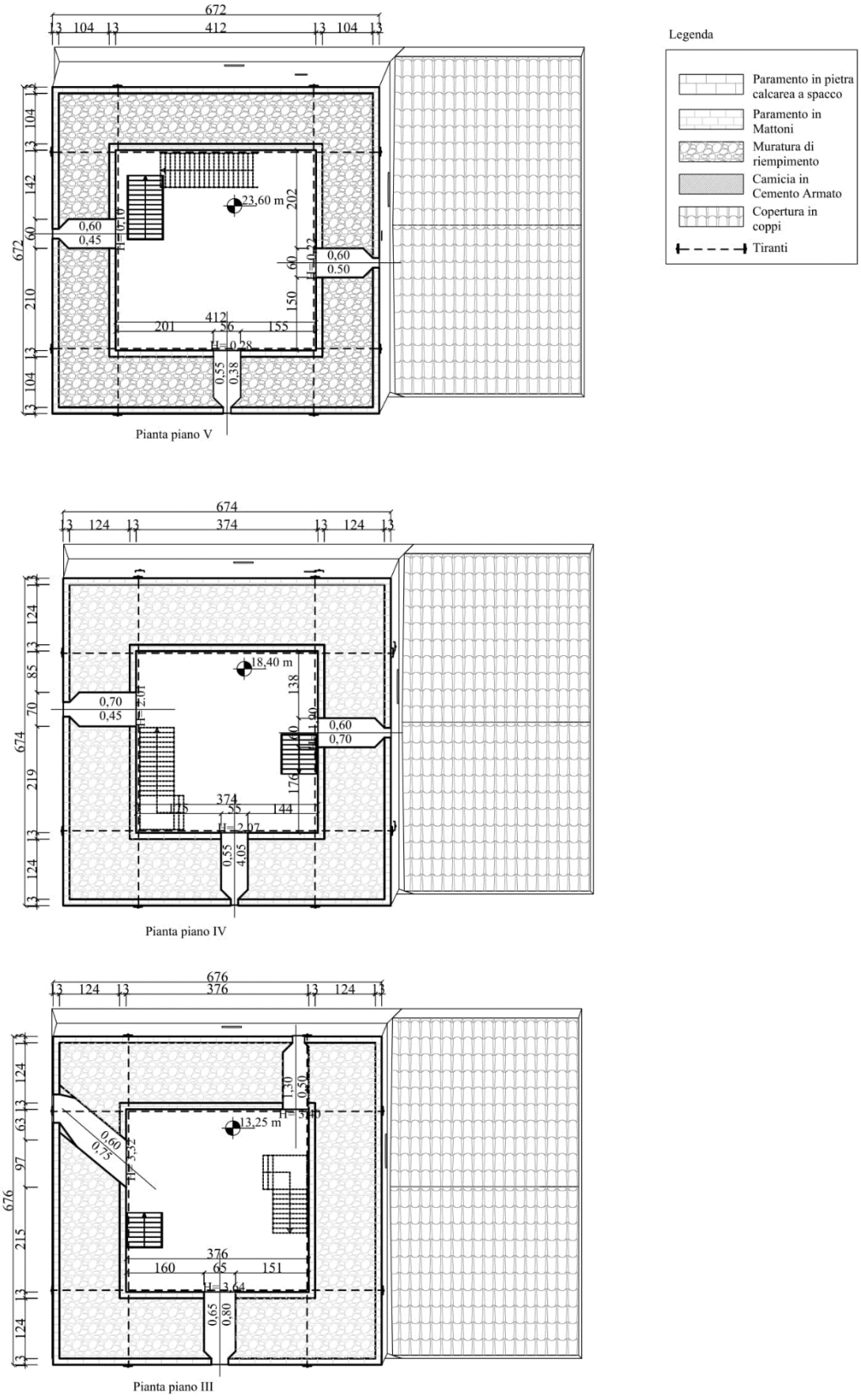


Figura 20 – Piante torre dall'alto: pianta piano V, pianta piano IV, pianta Piano III

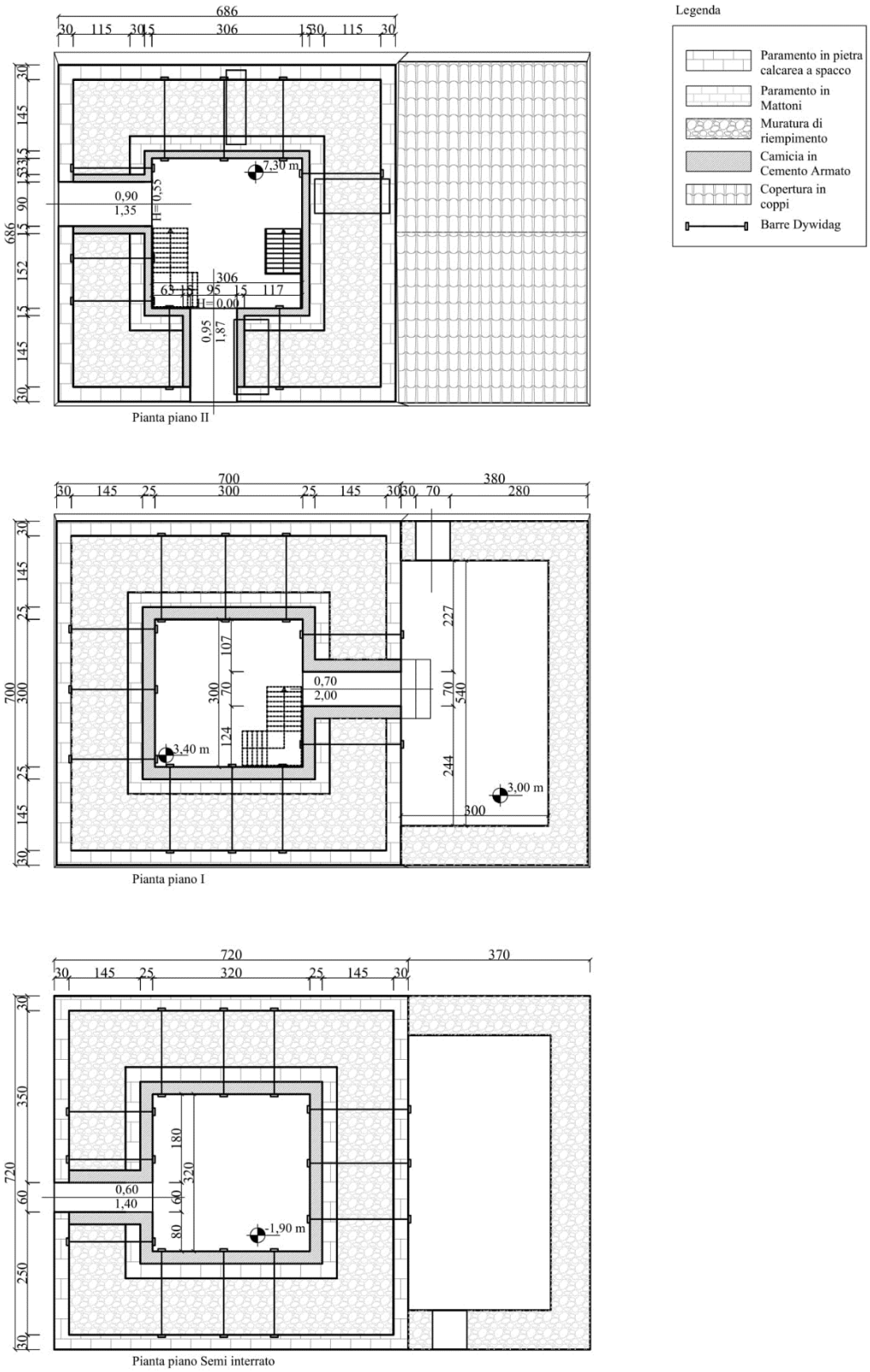


Figura 21 – Piante torre dall'alto: pianta piano II, pianta piano I, pianta Semi interrato

Successivamente, spostandoci in un ambiente tridimensionale, è stato possibile unire i prospetti realizzati, creando un modello spaziale della struttura costituito dal solo ingombro esterno e dalle aperture presenti. In queste operazioni particolare attenzione è stata rivolta all'inclinazione della torre, trascurare tale aspetto avrebbe portato a risultati non veritieri legati al diverso andamento delle pressioni in fondazione.

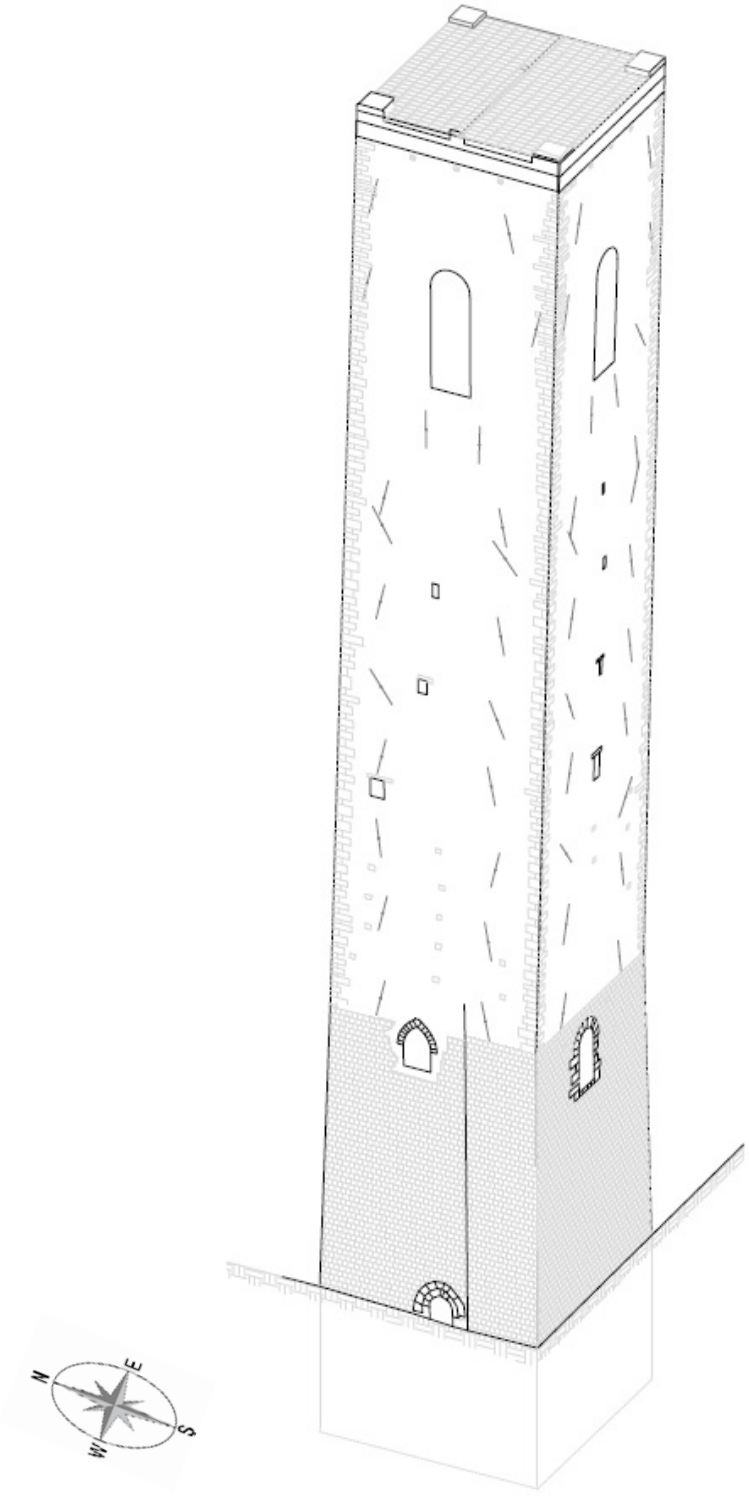


Figura 22 – Vista prospettica della torre, spigolo Sud-Ovest

Dal Rilievo materico si può notare come la tipologia di muratura usata nella realizzazione della torre è di tipo a sacco, questo prevede paramenti esterni ed interni e un riempimento interno generalmente realizzato in *muratura in pietrame disordinata.* Ad aumentare l'eterogeneità muraria, nel basamento è stata realizzata una camicia in cemento armato dello spessore ipotizzato di 25cm. Queste differenze costruttive hanno portato alla scelta di una modellazione FEM tramite elementi brick e tale scelta ha comportato, nelle fasi di modellazione CAD, la realizzazione di un modello solido, nel quale, per facilitare le successive operazioni di meshing della struttura, sono stati creati diversi layer ognuno dei quali rappresenta una diversa tipologia muraria.

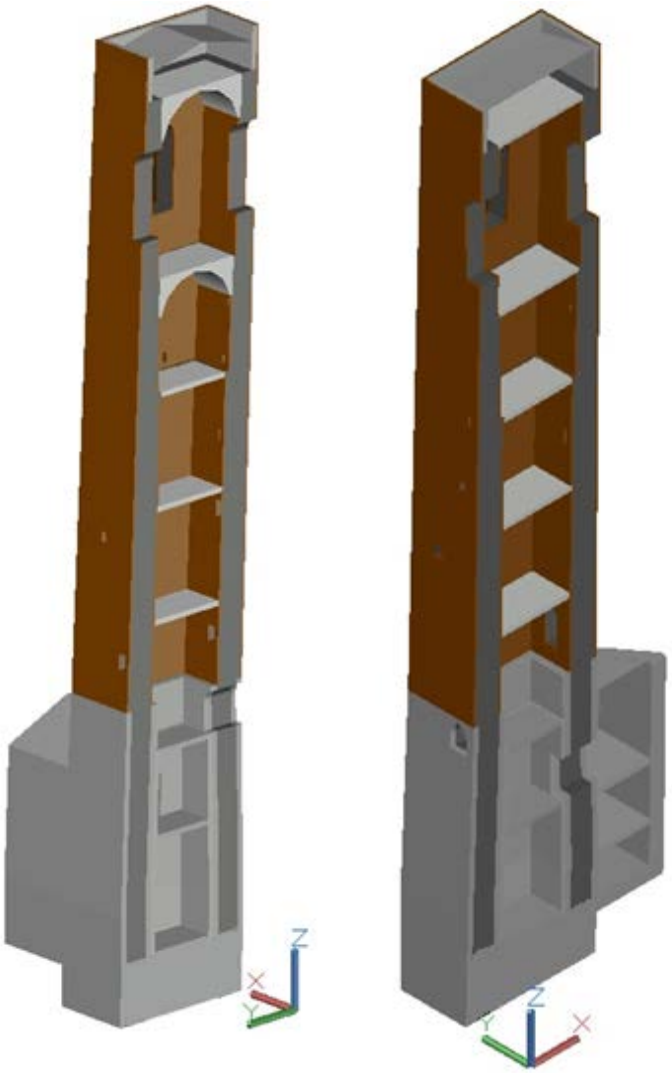


Figura 23 – Sezione della torre, a sinistra lato Nord-Sud, a destra lato Est-Ovest, i diversi colori sono utilizzati per rappresentare le diverse tipologie

Esportando il file con estensione "*.iges*" è stato possibile importarlo all'interno del preprocessore "*MidasFX+*" di poter modellare i singoli paramenti ed attribuire ad ognuno le proprie caratteristiche meccaniche.

2.5 Rilievo fotografico

Il rilievo fotografico da me effettuato unito a quello realizzato dal gruppo di tesisti del politecnico di Torino del Dipartimento di architettura, sarà utilizzato per effettuare una prima analisi sul degrado e sulle vulnerabilità presenti.

In questo paragrafo si riportano l'insieme delle fotografie scattate con i relativi coni fotografici per dare una chiara idea della struttura.

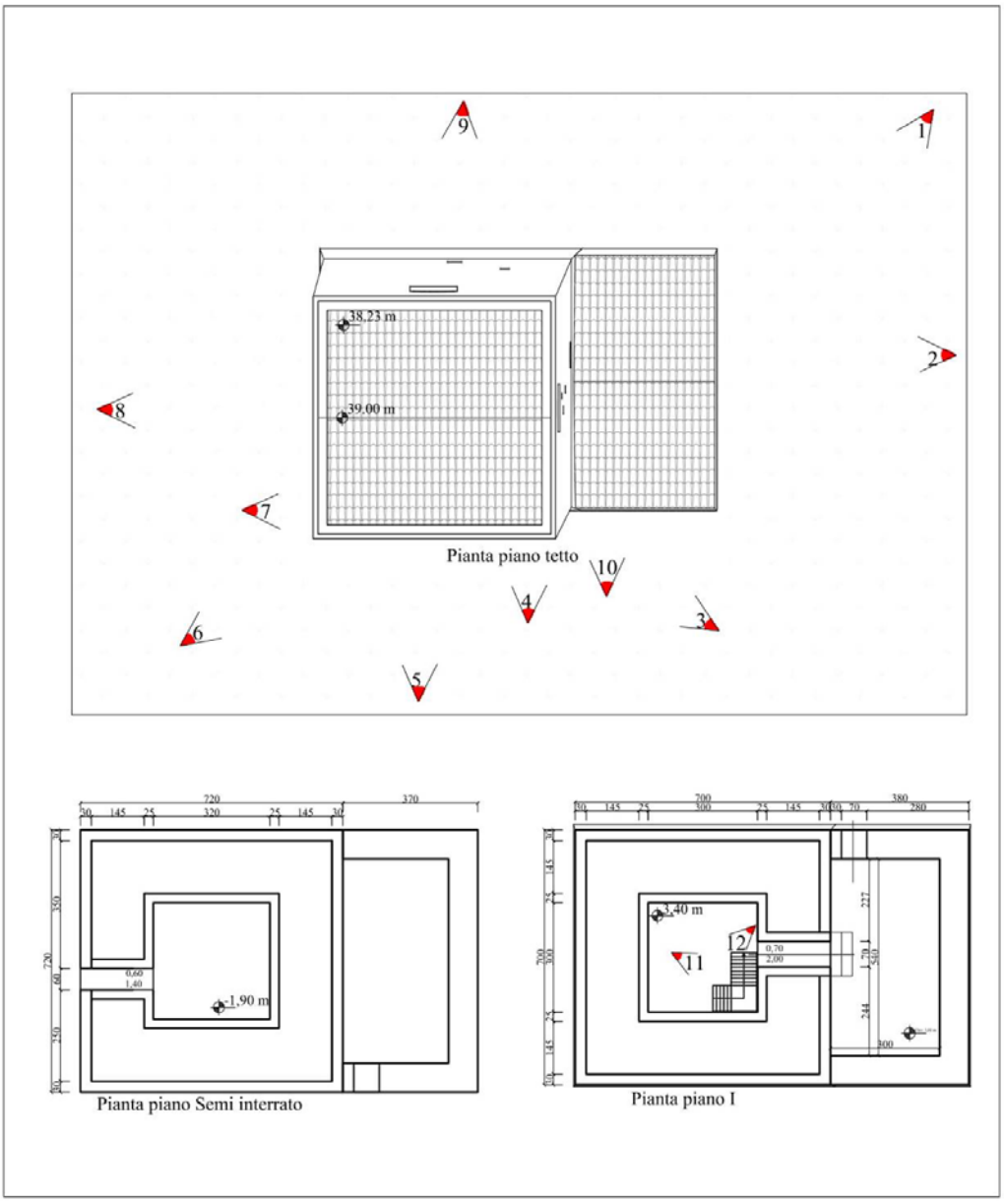


Figura 24 – pianta dei coni fotografici: riprese esterne, riprese piano semi interrato, riprese piano primo

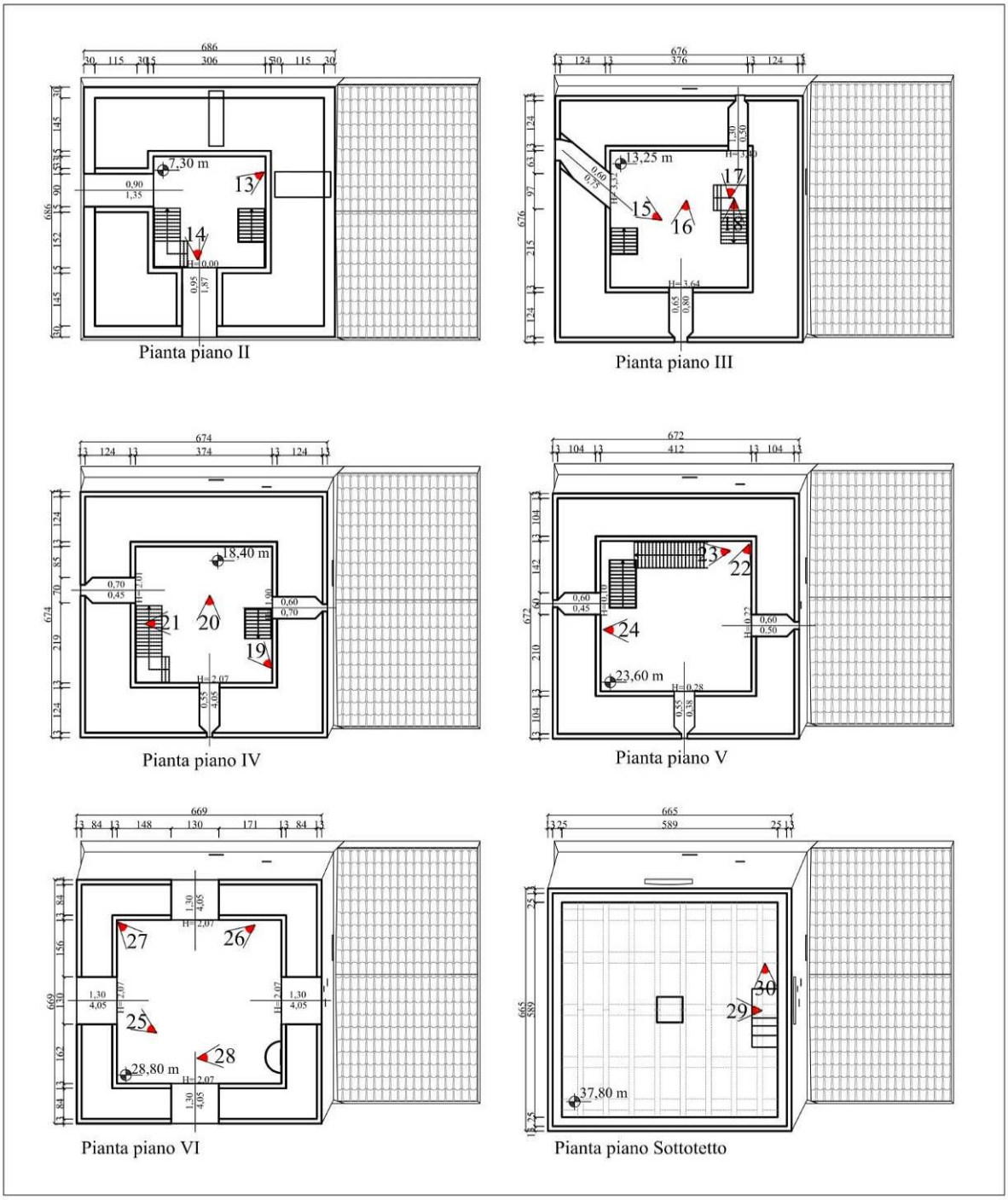


Figura 25 – Coni fotografici nelle piante in elevazione

Figura 26 - Foto 1

Figura 27 - Foto 2

Figura 28 - Foto 3

Figura 29 - Foto 4

Figura 30 - Foto 5

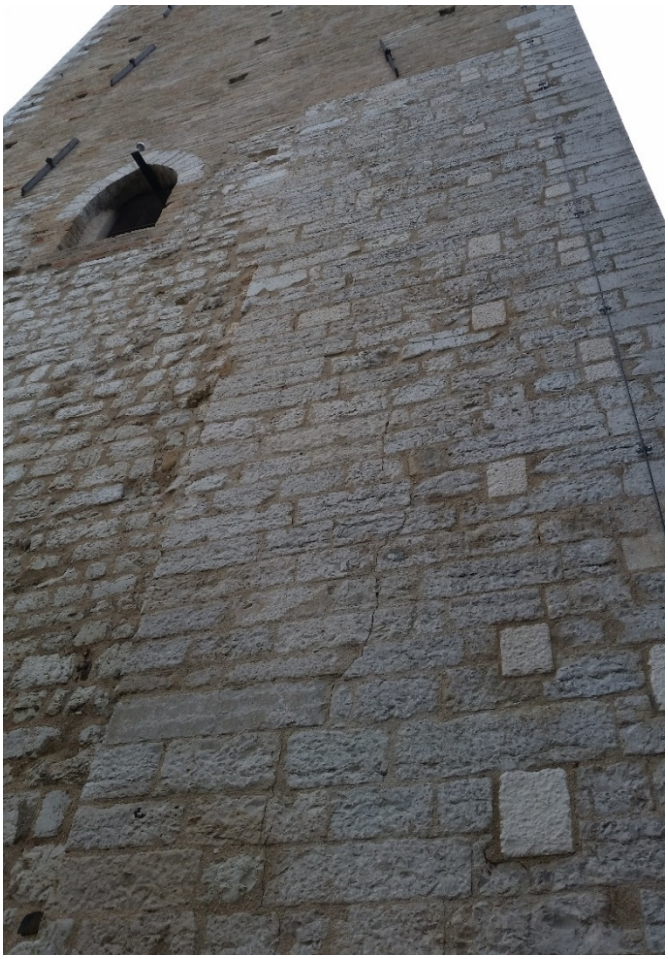


Figura 31 - Foto 6

Figura 32 - Foto 7

Figura 33 - Foto 8

Figura 34 - Foto 9

Figura 35 - Foto 10

Figura 36 - Foto 11

Figura 37 - Foto 12

Figura 38 - Foto 13

Figura 39 - Foto 14

Figura 40 - Foto 15

Figura 41 - Foto 16

Figura 42 - Foto 17

Figura 43 - Foto 18

Figura 44 - Foto 19

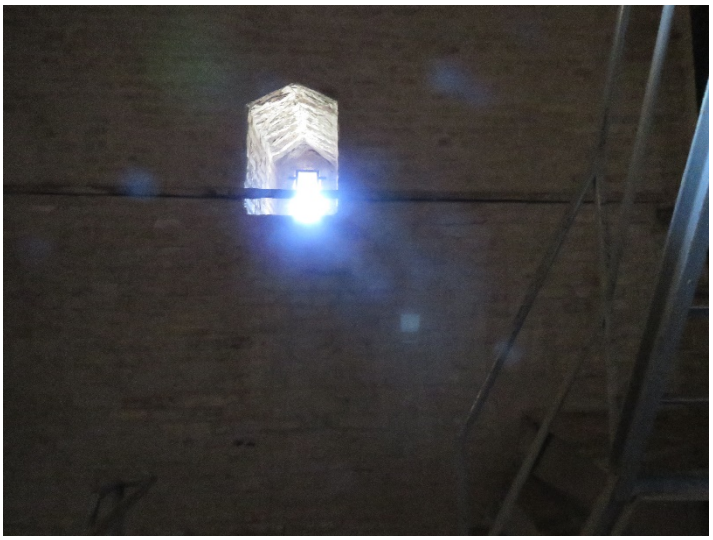


Figura 45 - Foto 20

Figura 46- Foto 21

Figura 47- Foto 22

Figura 48- Foto 23

Figura 49- Foto 24

Figura 50- Foto 25

Figura 51- Foto 26

Figura 52- Foto 27

Figura 53- Foto 28

Figura 54- Foto 29

Figura 55- Foto 30

2.6 Fenomeni di degrado

I problemi legati al sottosuolo, nonché la sismicità della zona hanno provocato nella torre un rilevante quadro fessurativo, di cui nel seguito se ne darà descrizione. Oltre a fenomeni fessurativi sono presenti altri tipi di ammaloramento della struttura rappresentati dall'attacco biologico.

2.6.1 Danno esterno

Dall'esterno è possibile notare alcuni quadri fessurativi presenti; prima fra tutte va segnalata la fessura formatasi nella parete sud all'interfaccia tra la torre e la piccola struttura presente (fig.58). Tale fessura è dovuta alla diversa rigidezza delle strutture a contatto.

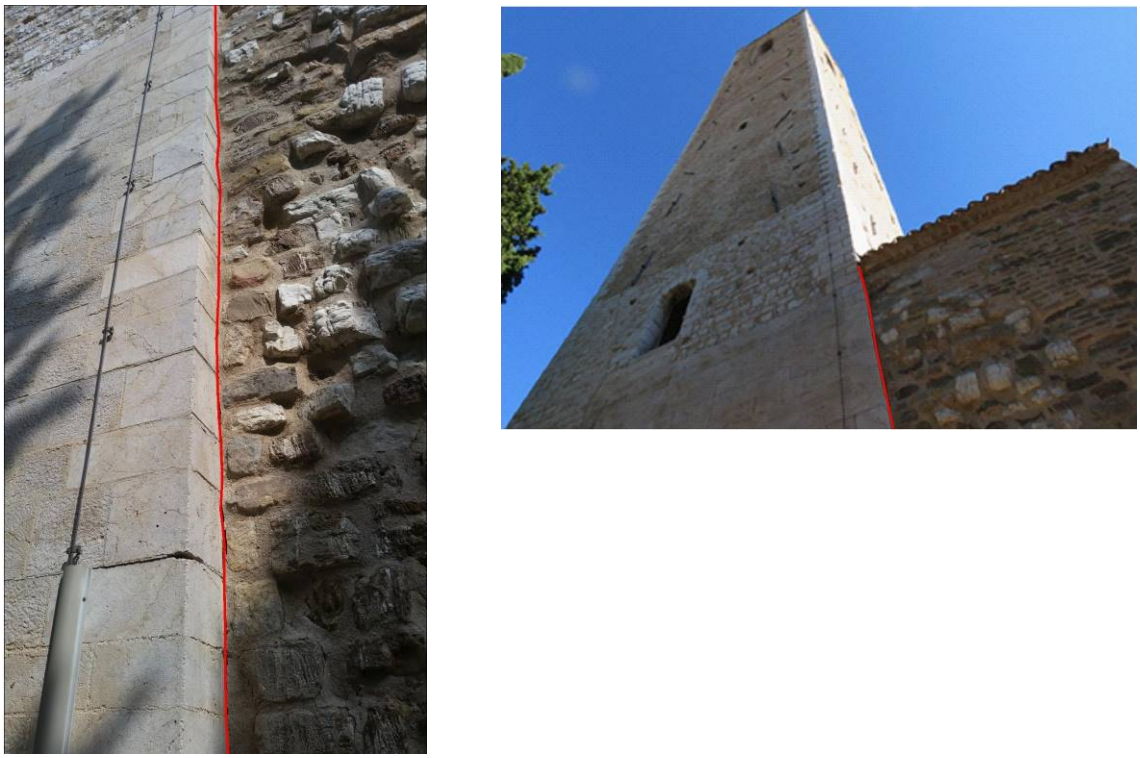


Figura 56 – fessura tra il basamento della torre e l'edificio adiacente

Nelle pareti esposte a Sud (fig. 59) è possibile notare un esteso quadro fessurativo la cui causa va da ricercarsi nei fenomeni di cedimento differenziale. Nella parete sud si osserva una rottura per scorrimento dei giunti orizzontali sintomo di muratura poco caricate con malta di scadente qualità.

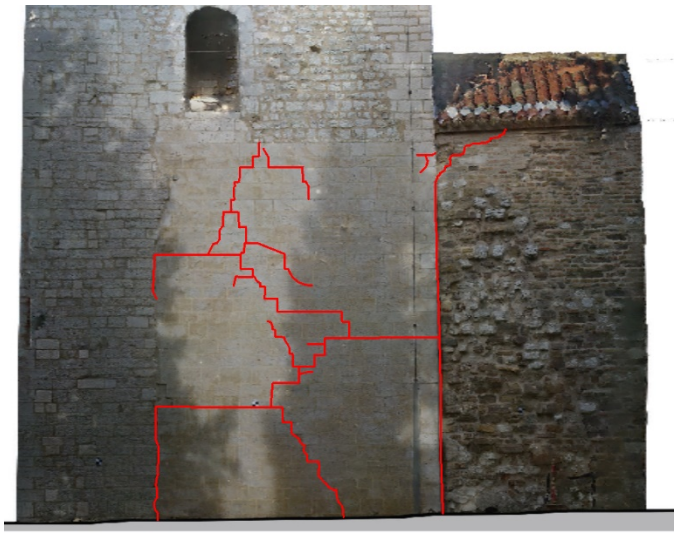


Figura 57 - quadro fessurativo parete sud,

Nello spigolo Ovest (fig.60) è possibile osservare profonde fessure verticali probabilmente causate dal cedimento dello spigolo.

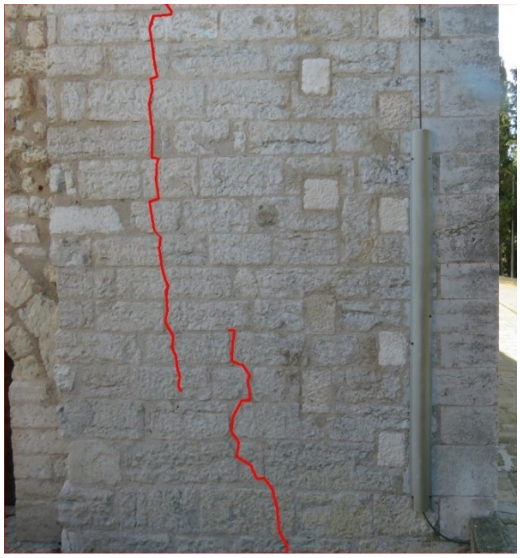


Figura 58 – fessure verticali presenti a ovest

Ad eccezione del basamento tutta la parete Nord è soggetta a fenomeni di attacco di microorganismi, zona evidenziata dal tipico colore verdastro (fig.61); come si può notare dall'immagine la parte superiore del fusto è quella maggiormente colpita.

Figura 59 – Degrado della parete Nord

2.6.2 Danno interno

Durante le operazioni di rilievo si sono osservati diversi fenomeni di danneggiamento all'interno della torre. Alcuni di questi vengono riportati anche nella relazione di calcolo del 1992, quindi non sono da attribuire ai recenti eventi sismici che hanno interessato la zona.

In particolare dalla sezione realizzata dal Prof. Rocchi si possono osservare delle fessurazioni al livello del secondo piano in prossimità dell'apertura, al di sopra della sezione critica, e delle fessure nell'intorno della cella campanaria.

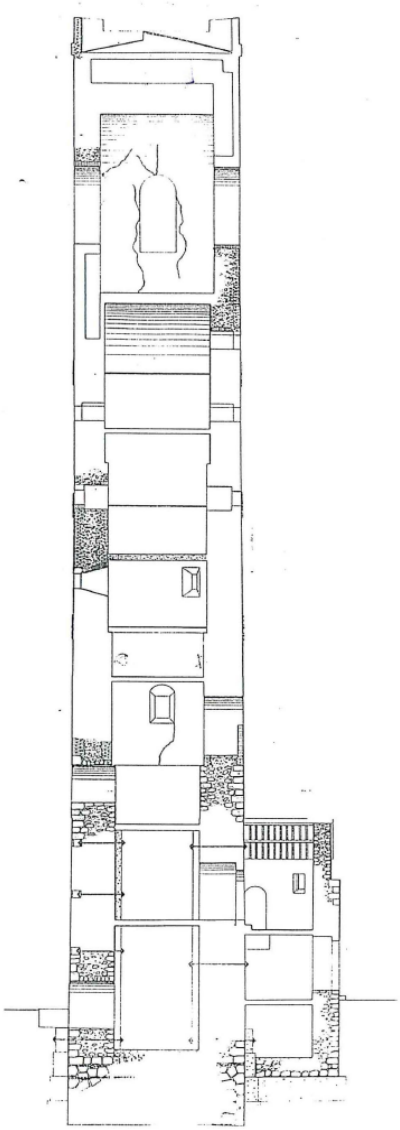


Figura 60 - Sezione recuperata nella relazione del prof. Rocchi

Figura 61 - Fessure presenti al di sopra dell'apertura nella cella campanaria

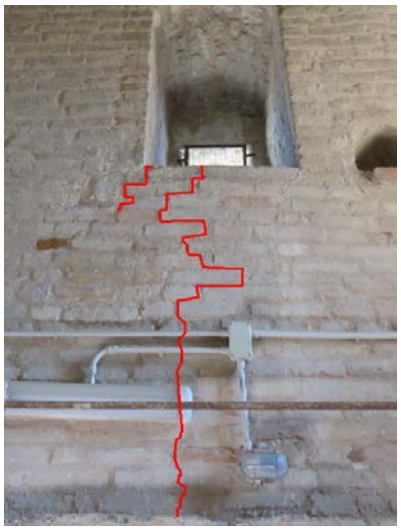


Figura 62 - Danneggiamento presente al terzo livello

In fine le ultime fessurazioni rilevate sono nelle parete Est alla sinistra della finestra.

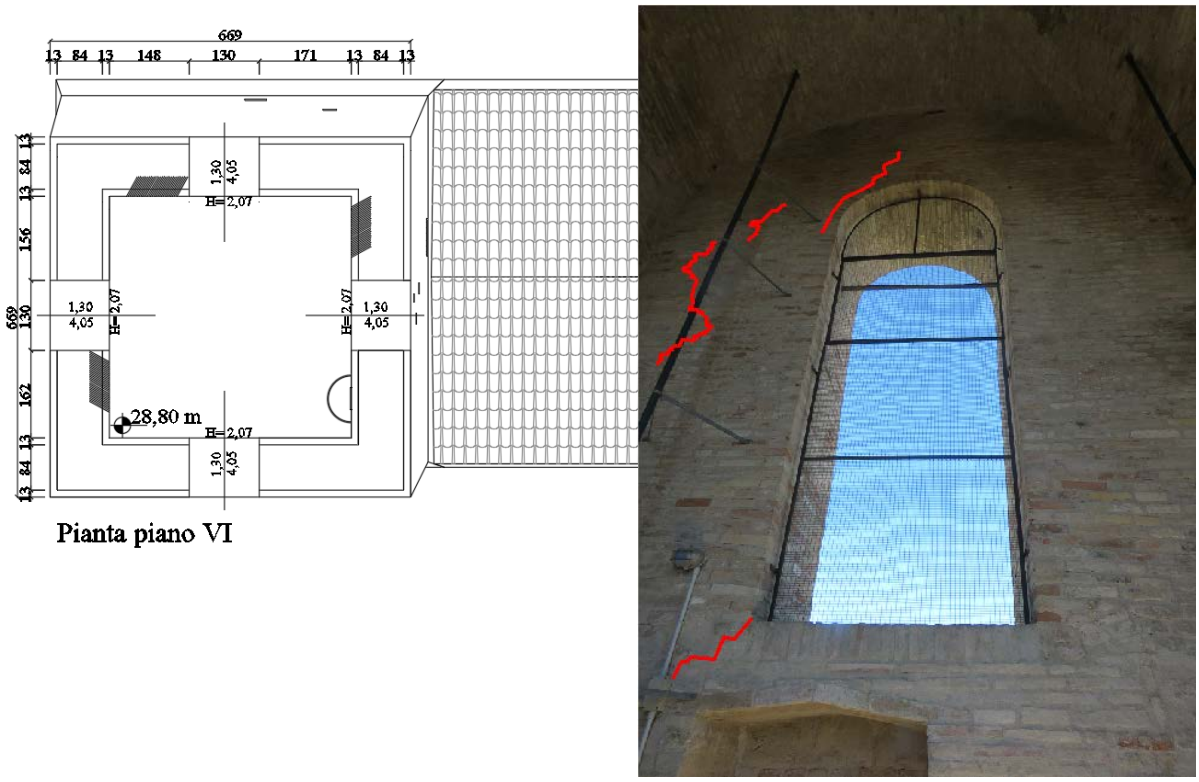


Figura 63 - Fessurazione al di sopra delle scale per l'accesso alla cella campanaria

2.7 Analisi Storico critica

L'analisi storico critica rappresenta l'elemento fondamentale nello studio di edifici esistenti. L'obbiettivo è quello di ripercorre, per quanto possibile, la storia degli edifici dalla loro nascita sino ai giorni nostri. (10)

Primo elemento da determinare è la data di costruzione, poiché in tal modo è possibile risalire alla normativa vigente all'epoca, o comunque alle usanze nel caso di strutture particolarmente storiche, e quindi capire i criteri che ne hanno guidato la realizzazione. Altro elemento fondamentale da determinare è l'evoluzione che ha subito nel tempo, elementi quali le modifiche strutturali ci permettono di capire come era stata pensata la struttura e come di fatto si presenta allo stato attuale. Continuando, eventuali danneggiamenti strutturali manifestati dalla struttura, in occasione di eventi sismici, possono dare un'idea del suo comportamento e possono aiutare il progettista nelle scelte degli interventi.

2.7.1 Documentazione storica

Per quanto riguarda la torre Smeducci, l'analisi storico critica ha riguardato:

- "*La Torre del Castello di San Severino e le sue funzioni di avvistamento e di segnalazione*" che ha fornito informazioni di carattere generale sulle origini
- La relazione tecnica redatta dal Prof. Arch. Paolo Rocchi professore ordinario di "Consolidamento degli edifici storici" presso la Facoltà di Architettura Sapienza – Università di Roma, redatta nel 1992 con committente la "*Soprintendenza per i Beni Ambientali Architettonici delle Marche"*.

Dalla consultazione di quest'ultimo documento è stato possibile avere una chiara evoluzione degli interventi avvenuti sull'edificio a partire dal 1905, quando nel tentativo di limitare il fenomeno di inclinazione della torre nella direzione Sud-Ovest è stato realizzato uno sperone in muratura.

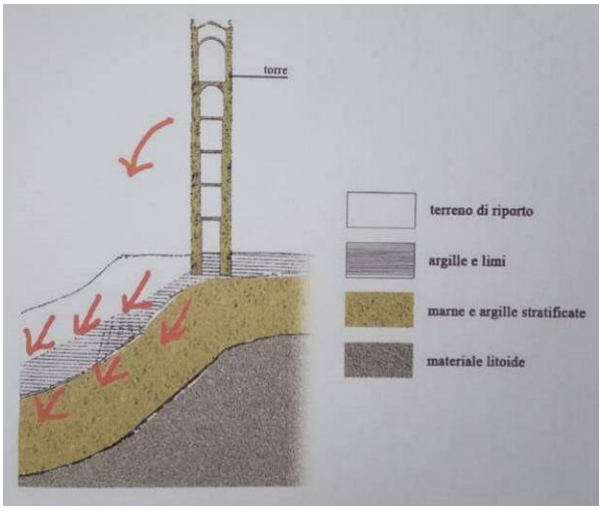


Figura 64 – Meccanismo di inclinazione della torre Smeducci – "Atlante del consolidamento degli edifici storici" prof. Paolo Rocchi

Per anni non si hanno più notizie di interventi fino al 1973 quando a seguito delle precarie condizioni della torre, furono decisi pesanti interventi strutturali:

- Rimozione dei solai esistenti, probabilmente volte in muratura, e sostituzioni con solette in cemento armato dello spessore di 20-25 cm;
- Rimozione della vecchia scala in legno e sostituzione con una scala in metallo;
- Realizzazione di pali radice in corrispondenza dello sperone.

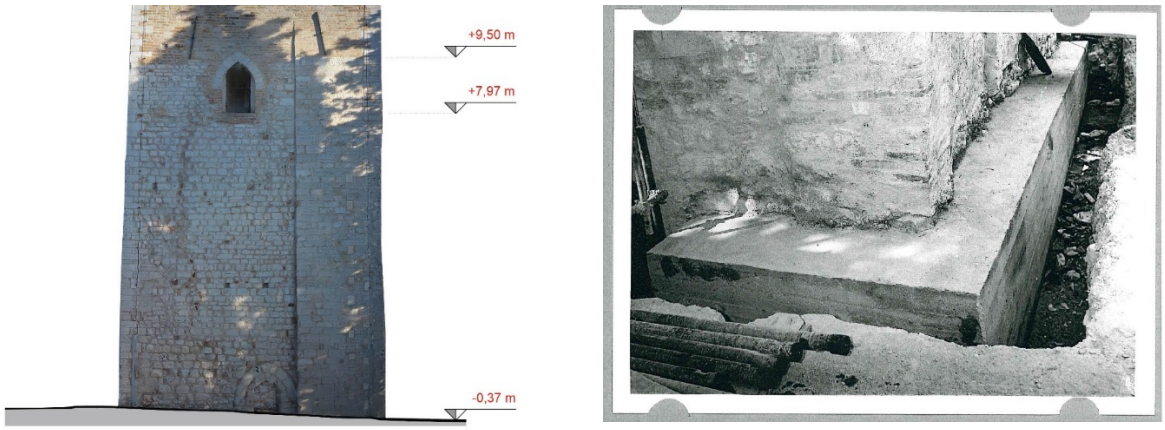


Figura 65 – a sinistra Sperone costruito nello spigolo sud-ovest nel 1905 (Ortofoto tesi Ing. Stefano Persico); a destra foto storica della trave di collegamento dei pali radice (foto concessa Arch. Paolo Rocchi)

Quest'ultimo intervento fu realizzato con estrema fretta ed urgenza, date le precarie condizioni della torre e soprattutto con indagini geognostiche non esaustive. Per tale motivo si decise di posizionare il piano di appoggio dei pali alla quota di -12m dal piano campagna. L'inefficacia di tale intervento si manifesto nel 1978 quando nella zona basamentale si formarono nuove lesioni nella muratura, infatti la palificata va a poggiare su uno strato di marna fratturata che va considerata non perfettamente stabile soprattutto in relazione al carattere sismico del territorio.

Ancora una volta nel tentativo di stabilizzare la torre si effettuarono una serie di ulteriori interventi che terminarono nel 1985, di seguito se ne riporta la successione:

- Consolidamento mediante iniezioni armate e perforazioni su tutta la porzione al di sopra del piano campagna;
- Realizzazione di una nuova fondazione costituita da pali disposti a raggiera in grado di assorbire tutto il peso della torre e lasciando alle fondazioni esistenti il compito di sopperire alle sole azioni dinamiche

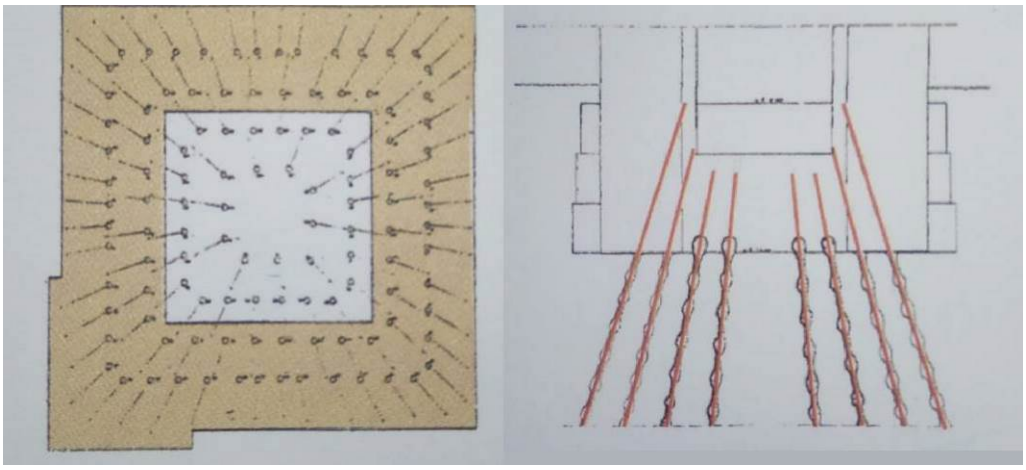


Figura 66 – A sinistra, schema della nuova fondazione costituita da pali disposti a raggiera; a destra sezione verticale (è possibile inoltre osservare la presenza di anelli in cemento armato usati per incamiciare le fondazioni.) (11)

- Ingabbiamento della muratura di fondazione con camicia in cemento armato e successive perforazioni armate per garantirne il collegamento
- Realizzazione di una platea di fondazione armata sulla quali sono stati incastrati i pali di fondazioni ad esclusione di quelli che attraversano la muratura
- Realizzazione di anelli in cemento armato per ingabbiare le fondazioni anche lungo il perimetro esterno
- Consolidamento del basamento tramite la realizzazione di una camicia in cemento armato interna, connessione alla muratura esistente tramite barre Dywidag leggermente pretese e collegate ai tiranti trasversali;

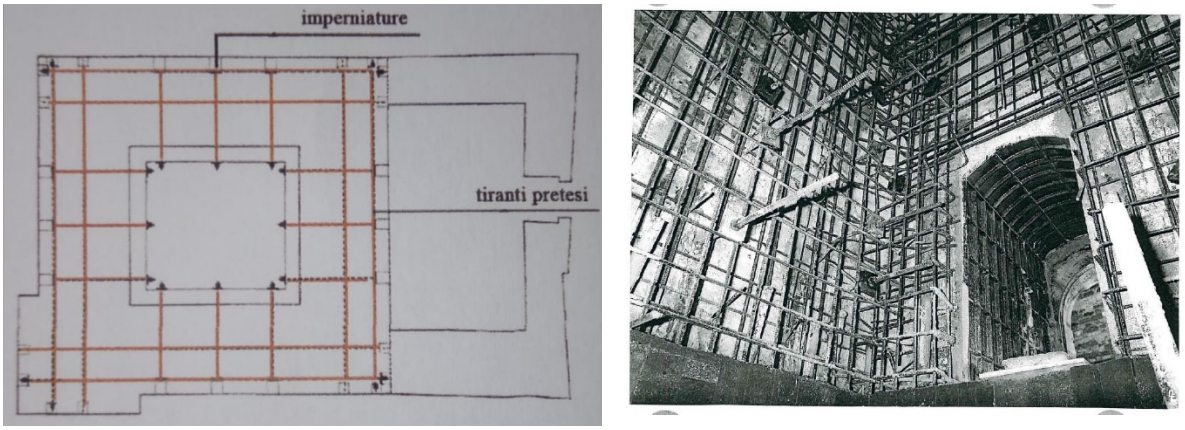


Figura 67 – Intervento di incamiciamento del basamento della torre, a sinistra la pianta con lo schema delle perforazioni Fi60mm di 7m (11); a destra foto storica dell'intervento.

L'intervento di realizzazione dei pali radice fu pensato in modo tale che i pali a valle (lato Sud) entrassero in funzione prima dei pali a monte, Ciò avvenne tra il 1983 e il 1985 quando ci

fu un’inversione nel movimento di inclinazione della torre, tuttavia negli anni successivi, la torre riprese ad inclinarsi nella direzione originale.

La spiegazione a questo movimento va ricercato, come suggerito dal prof. Rocchi, nelle condizioni geologiche della collina, che hanno comportato un’inclinazione della torre la quale a sua volta ha alterato la distribuzione dei carichi nelle fondazioni andando a caricare maggiormente i pali a valle, i quali con molta probabilità furono progettati con una distribuzione uniforme delle tensioni di contatto. (11)

Probabilmente in questi stessi anni fu deciso di aumentare il numero delle catene presenti sulla struttura, infatti confrontando una foto storica raffigurante lo spigolo sud della torre, con una foto reperita durante il recente sopralluogo, si può vedere come il numero delle catene sia passato da 15 a 43. Nell’ottica di mantenere l’aspetto estetico inalterato vennero utilizzati capochiave della stessa tipologia e forma di quelli utilizzati in passato.

Figura 68 – Foto storica reperita nel libro (6)

Figura 69 – foto scattata durante le operazioni di rilievo

In questa contesto nel 1992 si decide di effettuare delle accurate indagini che hanno riguardato: Indagini sulle strutture e sui materiali, monitoraggio della struttura, indagini geotecniche e una caratterizzazione dinamica della torre.

2.8 Indagine sulle strutture e sui materiali

Nel presenta paragrafo si riportano i risultate della campagna di analisi avviata dalla Soprintendenza per i Beni Ambientali e Architettonici delle Marche - Ancona ed affidata allo studio tecnico di architettura e ingegneria del Pro. Paolo Rocchi e conclusasi a settembre 1997.

2.8.1 Indagini endoscopiche

Per la determinazione dell'effettiva composizione delle pareti murario vennero realizzate n°3 prove endoscopiche. Sfortunatamente non è stato possibile reperire la precisa posizione dei punti di esecuzione ma sono una descrizione della tipologia muraria e dello spessore della parete.

Prova E1 DATA 28/10/92

Profondità del foro d'ispezione: 140 cm (Foro passante)

Tipologia Muratura: Muratura in pietrame misto con paramento in mattoni

Note: "*Il tessuto murario è organizzato secondo paramenti in mattoni ed un corpo centrale in pietrame calcareo a spigolo vivo di pezzatura medio piccola non aggregato dalla malta di allettamento. L'interno della muratura è caratterizzato, per tutto lo spessore, dalla presenza di profonde cavità e discontinuità tra gli elementi calcarei disposti caoticamente."* (12)

Prova E2 DATA 28/10/92

Profondità del foro d'ispezione: 140 cm

Tipologia Muratura: Muratura in pietrame misto con paramento in mattoni

Note: "*La zona indagata presenta la stessa organizzazione del tessuto murario della prova precedente. Si rinvengono, in questo caso, scheggioni di pietrame calcareo non allettati e disposti caoticamente. Durante la prova il foro è stato intasato da materiale decoeso."* (12)

Prova E3 DATA 28/10/92

Profondità del foro d'ispezione: 165 cm (Foro passante)

Tipologia Muratura: Muratura in pietrame misto con paramento in calcari

Note: "*Il tessuto murario è organizzato secondo paramenti in pietra calcarea ed elementi lapidei gessosi privi di sufficiente malta di allettamento. Si notano tracce di miscele consolidanti in prossimità del paramento interno."* (12)

2.8.2 Martinetti piatti

Al fine di determinare l'effettivo stato tensionale, a seguito dei fenomeni di dissesto e di ridistribuzione delle sollecitazioni, vennero eseguite prove di carico in situ mediante martinetti piatti singoli. Dato il rinforzo in cemento armato dei piani inferiori venne deciso di eseguire la

prova al di sopra della l'intonaco armato nel secondo livello ad una quota di circa + 11 m dal piano campagna.

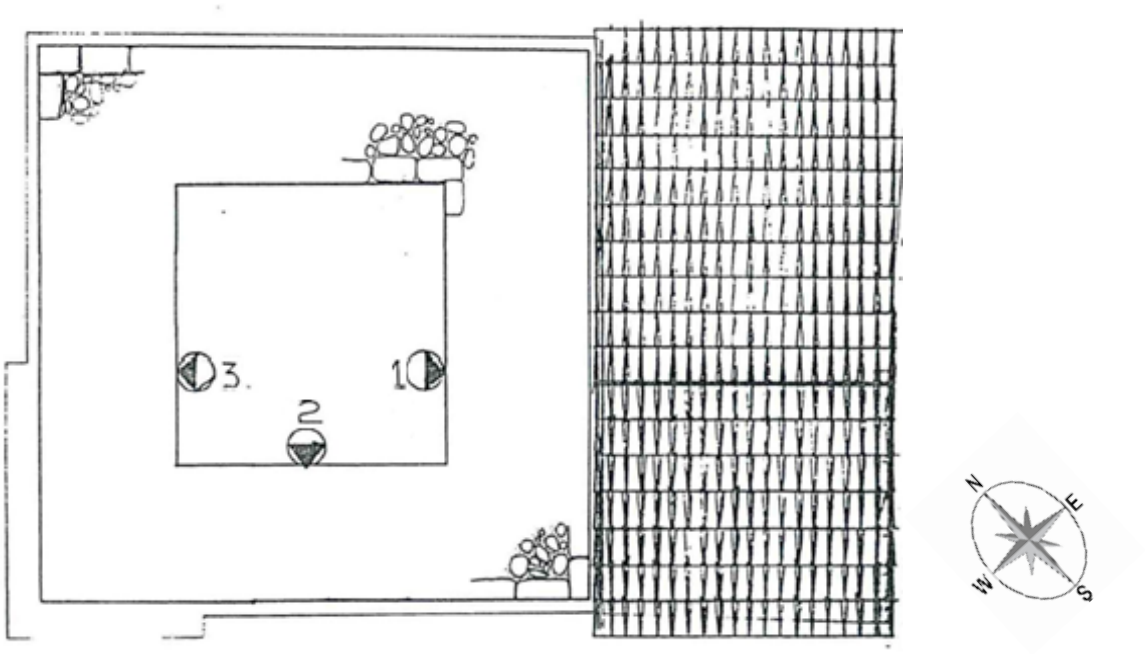


Figura 70 - Ubicazione dei punti di prova (13)

"*Il dissesto rinvenuto si traduce in uno strapiombamento della torre in direzione della vallata con un pannello murario interessato da una flessione fuori dal proprio piano ed indagato con la prova di carico n.2. Le due pareti adiacenti alla prima, e fra loro opposte, risultano impegnate in una flessione nel proprio piano realizzando condizioni di congruenza negli spostamenti relativamente alle zone di spigolo comuni. Su tali pareti opposte e simmetriche, lo stato tensionale è stato valutato tramite le prove di carico in situ n° 1 e 3."* (13)

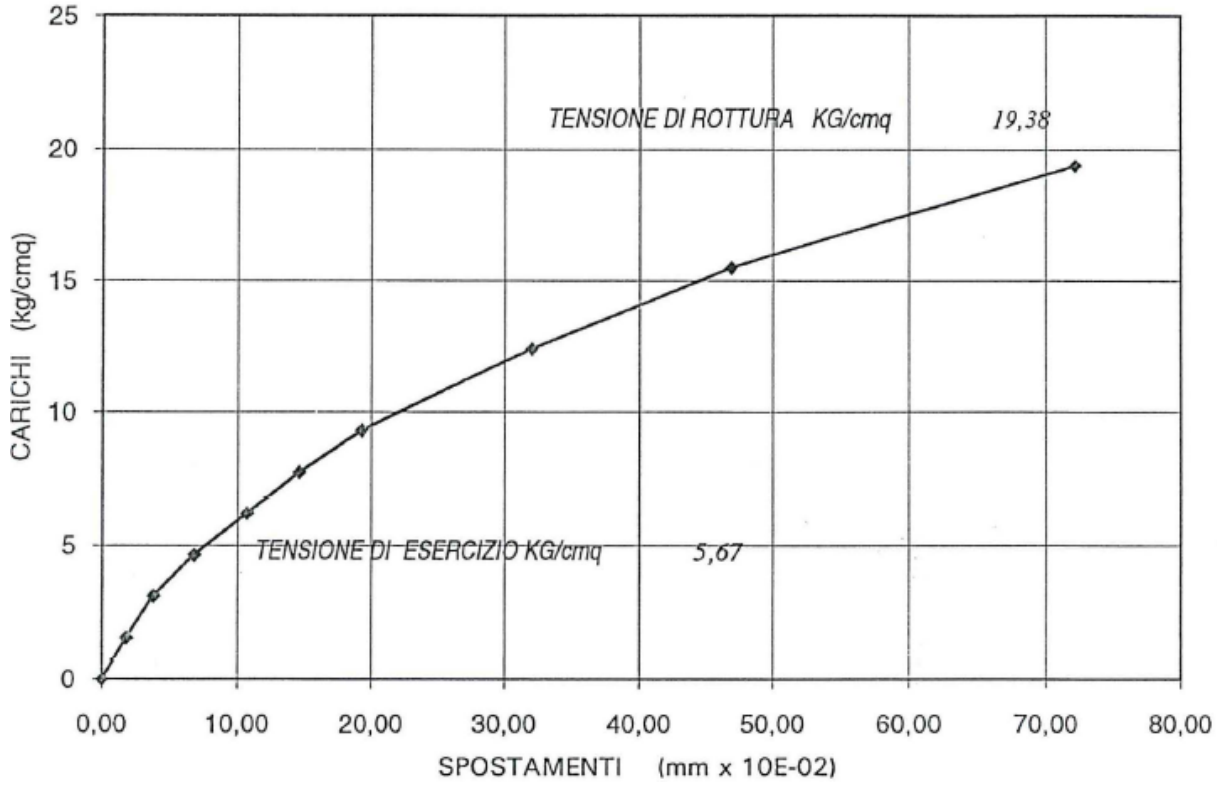
Per l'esecuzione delle prove fu utilizzata una sega tagliamuro con spessore della lama di circa 1 cm, un martinetto piatto collegato ad un circuito oleodinamico dello spessore di 1cm e due manometri di diversa sensibilità. Fu applicato in incremento del carico fino ad avere una stima del valore di rottura della muratura caratterizzata da deformazioni

Nel seguito si riportano le scansioni dei documenti originali.

PROVA N° 1 **data : 24/10/92**

p (Kg/cmq)	T (Kg/cmq)	P (ton.)	spostamenti (mm x 10E-02)			
			d1	d2	d3	m
valori iniziali			7,00	12,60	8,40	9,33
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,55	1,25	0,40	3,00	1,90	1,77
4	3,10	2,50	2,00	5,90	3,50	3,80
6	4,65	3,75	6,00	10,30	4,00	6,77
8	6,20	5,00	8,80	16,00	7,20	10,67
10	7,75	6,25	11,80	21,70	10,30	14,60
12	9,30	7,50	17,60	26,80	13,40	19,27
16	12,40	10,00	29,50	43,10	23,40	32,00
20	15,50	12,50	44,20	58,20	38,30	46,90
25	19,38	15,63	73,00	87,50	56,20	72,23

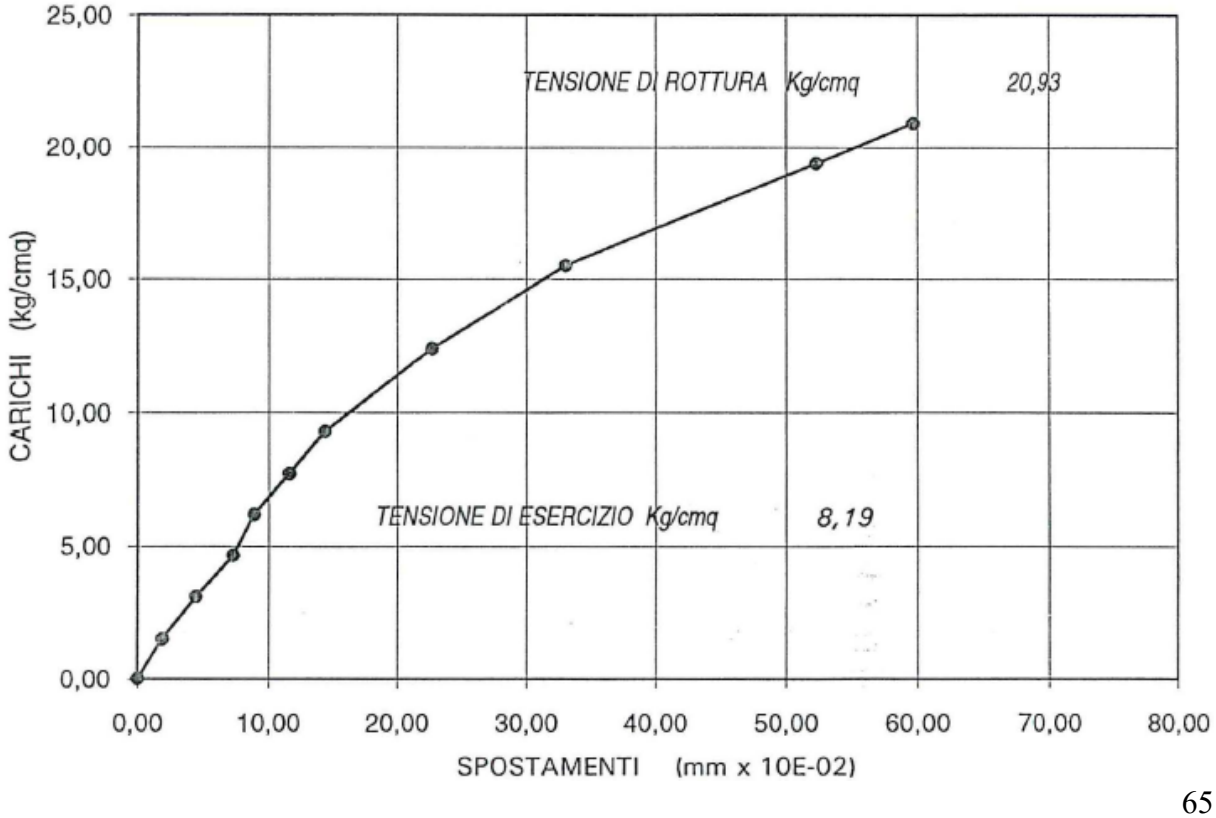
p = pressione del martinetto
P = carico sulla muratura
T = tensione nella muratura
m = media dei valori di lettura



PROVA N° 2 **data : 24/10/92**

p (Kg/cmq)	T (Kg/cmq)	P (ton.)	spostamenti (mm x 10E-02)			
			d1	d2	d3	m
valori iniziali			8,20	23,00	6,00	12,40
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,55	1,25	0,90	3,20	1,50	1,87
4	3,10	2,50	2,40	7,40	3,40	4,40
6	4,65	3,75	5,80	11,30	4,70	7,27
8	6,20	5,00	6,90	14,00	5,70	8,87
10	7,75	6,25	8,30	19,00	7,50	11,60
12	9,30	7,50	9,40	22,80	11,00	14,40
16	12,40	10,00	13,40	32,80	22,00	22,73
20	15,50	12,50	22,60	45,50	31,00	33,03
25	19,38	15,63	36,50	73,00	47,50	52,33
27	20,93	16,88	41,70	82,50	55,00	59,73

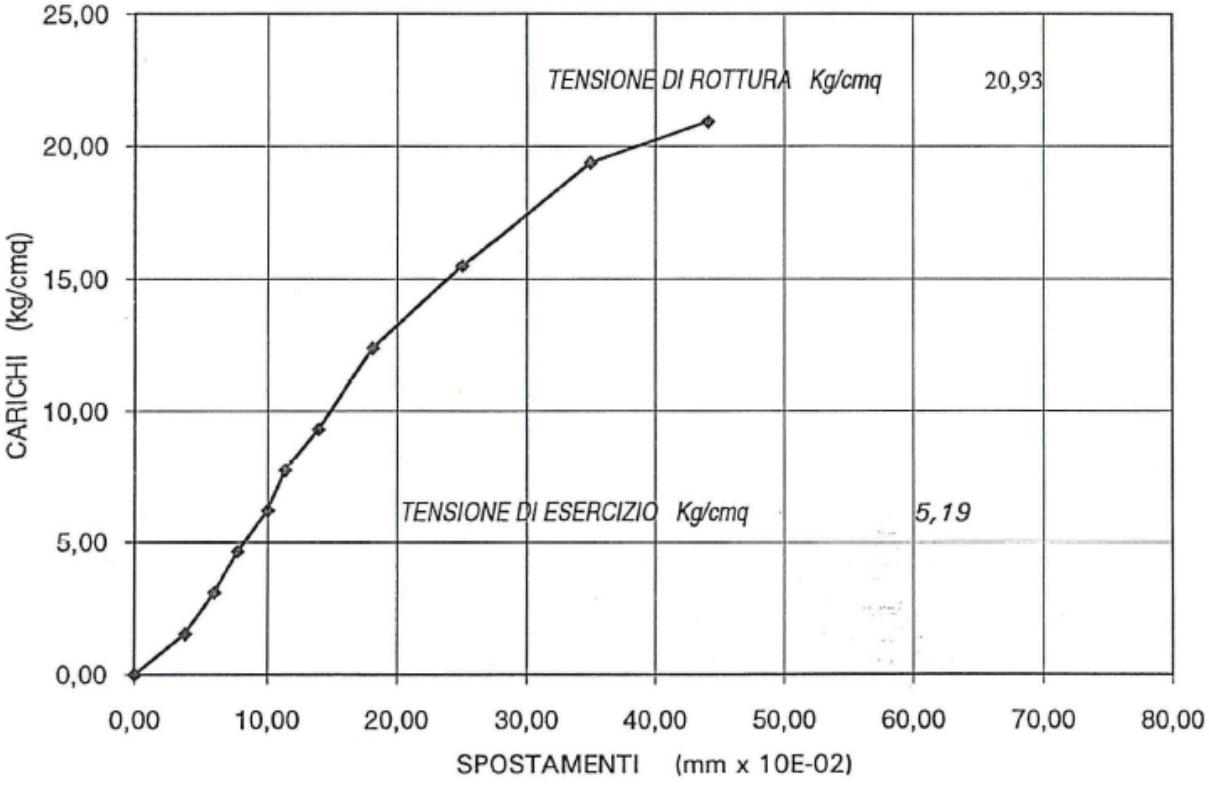
p = pressione del martinetto
P = carico sulla muratura
T = tensione nella muratura
m = media dei valori di lettura



PROVA N° 3 **data : 24/10/92**

p (Kg/cmq)	T (Kg/cmq)	P (ton.)	spostamenti (mm x 10E-02)			
			d1	d2	d3	m
valori iniziali			6,90	9,70	9,00	8,53
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	1,55	1,25	4,50	4,50	2,30	3,77
4	3,10	2,50	5,50	7,60	4,80	5,97
6	4,65	3,75	6,70	9,00	7,50	7,73
8	6,20	5,00	9,00	11,00	10,10	10,03
10	7,75	6,25	9,20	12,60	12,30	11,37
12	9,30	7,50	10,00	15,20	16,60	13,93
16	12,40	10,00	12,50	19,30	22,50	18,10
20	15,50	12,50	17,00	26,00	32,10	25,03
25	19,38	15,63	19,50	36,00	49,30	34,93
27	20,93	16,88	26,70	45,40	60,10	44,07

p = pressione del martinetto
P = carico sulla muratura
T = tensione nella muratura
m = media dei valori di lettura



Le pareti indagate dalle prove n° 1 e 2 mostrano tensioni di esercizio simili, mentre per la parete indagata dalla prova n°2 soggetta ad evidente fuoripiombo è stata registrata una tensione superiore che indica uno stato di sollecitazione di pressoflessione indotto dal fenomeno perdita di verticalità

2.8.3 Indagini geotecniche

La sintesi dei risultati della prova, nonché le conclusioni dono basati sui risultati di una indagine geognostica costituita da 4 sondaggi meccanici a rotazione, con prelievo e analisi dei campioni significativi.

"*Sintesi dei risultati preliminari dell'indagine*

La sezione geologica schematica allegata riporta sinteticamente i dati ricavati dalle indagini sinora eseguite; le misurazioni previste sui piezometri e sui tubi inclinometrici forniranno dati integrativi e la tendenza evolutiva dei fenomeni, sinora osservati in modo "istantaneo".

A commento generale sui terreni indagati, si può operare la seguente sintesi:

- *L'opera indagata poggia sul bordo sudoccidentale di un rilievo collinare dai fianchi decisamente acclivi, profondamente modificato dall'attività antropica nel corso di molti secoli; la struttura geologica è rappresentata da una serie di sedimenti marini di età terziaria, costituiti principalmente da marne argillose con intercalazioni sabbiose, disposte in sito a monoclinale con pendenza media di 45 gradi ed immersione verso W.*
- *L'evoluzione naturale del versante e l'azione antropica, quest'ultima non facilmente ricostruibile, hanno contribuito alla formazione di una copertura di materiali a caratteristiche fisico-meccaniche eterogenee, generalmente scadenti, che hanno sicuramente un ruolo attivo nei fenomeni di dissesto.*
- *Gli interventi sinora effettuati non sembrano aver sortito un effetto stabilizzante apprezzabile nelle interazioni tra strutture di fondazione e terreno.*
- *La successione stratigrafica locale, dall'alto verso il basso, è costituita da una coltre di materiali eterogenei di riporto (pietrame, frammenti di laterizi, terriccio) di spessore variabile tra 1 e 8 metri, con tendenza ad aumentare rapidamente dalla sommità del rilievo verso il versante SW.*

Al di sotto del riporto è presente uno strato di limo argilloso sabbioso di consistenza medio-elevata, contenente frammenti di marna argillificata in matrice fine.

Questa unità litostratigrafica rappresenta probabilmente il residuo della col tre eluviale naturale preesistente all' inizio dell'attività antropica ed è caratterizzata da una notevole plasticità e da una compressibilità medio-elevata, responsabile di gran parte delle deformazioni registrate nel piano di sedime.

La formazione di base sottostante è rappresentata dalla formazione marnosa con livelli argillosi, strutturata in strati e laminazioni molto inclinati; le superfici di discontinuità presentano spesso tracce di ossidazione spinta e striature lucide, sintomi di una azione dinamica subita di recente o ancora in atto.

[...] Dall'esame, relativo alle indagini di campagne e di laboratorio, è stata elaborata la sezione geologica schematica allegata, dalla quale risulta che lo spessore dei materiali eluviali e di riporto, particolarmente compressibili, tende ad aumentare da NE verso SW.

Ciò dà ragione del cedimento differenziale registrato in fondazione e che dà luogo all'inclinazione della torre. Dall'esame dei sintomi rilevabili attualmente sulla struttura e sulle opere accessorie non risulta siano in atto fenomeni di deformazione con componenti orizzontali apprezzabili.

Il monitoraggio dei movimenti futuri, eseguito sia attraverso letture inclinometriche che periodiche e sistematiche misurazioni del livello di falda, permetterà di valutare le tendenze dei fenomeni in atto." (14)

3. Caratteristiche e comportamento del sistema murario

"*...la muratura non può essere considerata un materiale ma va, piuttosto, assimilata a* una struttura. (1), questa è la prima riflessione che il professore Augenti espone nel proprio libro in modo da trasmettere subito al lettore, il problema di fondo che si ha nello studio della muratura. Utilizzare le stesse metodologia usate nello studio del comportamento dell'acciaio o del cemento armato, alla muratura può portare a un equivoco di base, ovvero che "La muratura non è un materiale".

Se per materiale si intende un elemento che presenta caratteristiche di omogeneità, allora si capisce come l'acciaio può essere immediatamente riconosciuto come tale. Perfino il calcestruzzo armato, che a sua volta è costituito da inerti, leganti e barre di acciaio, viene considerato con un materiale caratteristiche di pseudo-omogeneità, date dalle modalità di realizzazione ben standardizzate.

Sono proprio le modalità di assemblaggio che non permettono la definizione del *materiale muratura*, infatti benché i materiali costituenti la muratura sono ben noti e caratterizzati, la loro disposizione all'interno di un edificio storico, frutto della manualità delle maestranze dell'epoca e delle loro conoscenze, rappresenta la principale causa di aleatorietà del comportamento della muratura.

3.1 Caratteristiche dei materiali componenti la muratura

I materiali che costituiscono la muratura storica possono essere raggruppati in due categorie:

- Elementi con funzione di collegamento, definite malte
- Elementi portanti, quali gli elementi naturali o artificiali

3.1.1 Malte

Le malte sono delle miscele ottenute da tre diversi componenti: acqua, inerte e legante che formano un impasto plasmabile per un certo periodo di tempo.

È importante, per evitare reazioni chimiche dannose, che l'acqua utilizzata sia limpida e non aggressiva, non presenti solfati o cloruri in percentuale dannosa e non presenti sostanze organiche e né grassi.

L'inerte, costituito da sabbia o pozzolana, viene utilizzato: per impedire un ritiro eccessivo e per aumentarne il volume; non deve contenere materie organiche, terrose o argillose.

I leganti, reagendo con l'acqua, permettono l'unione stabile, per aderenza, tra gli elementi resistenti, nella normativa italiana vengono citati: il cemento, la calce aerea e la calce idraulica. A questi elementi fondamentali possono essere aggiunti degli additivi:

- Plastificanti, che ne migliorano la plasticità e la lavorabilità;
- Espandenti, eliminano il fenomeno di ritiro;
- Acceleranti, riducono il tempo di presa;
- Ritardanti, allungano il tempo di presa;
- Antigelo, abbassano la temperatura di congelamento;
- Alleggerenti, che migliorano le prestazioni termiche;
- Incrementatori, aumentano la resistenza a compressione;
- Impermeabilizzanti, conferiscono proprietà idrofughe (15)

Le attuali norme tecniche prevedono una duplice classificazione sia in funzione delle prestazioni raggiunte e sia in funzione della composizione volumetrica dei componenti, in entrambi i casi vengono definite sei classi identificate dalla lettera M seguita da un numero rappresentate la resistenza a compressione media f_m. Per l'impiego nelle murature portanti non è consentito l'utilizzo di malte con $f_m < 2.5 N/mm^2$ e in zona sismica è consentito il solo utilizzo di malte cementizie in grado di raggiungere le resistenze più elevate.

Classe	M 2,5	M 5	M 10	M 15	M 20	M d
Resistenza a compressione N/mm^2	2,5	5	10	15	20	d
d è una resistenza a compressione maggiore di 25 N/mm^2 dichiarata dal produttore						

Figura 71 – Classi di malte a prestazione garantita – NTC2008 Tab. 11.10.III

Classe	Tipo di malta	Composizione				
		Cemento	Calce aerea	Calce idraulica	Sabbia	Pozzolana
M 2,5	Idraulica	--	--	1	3	--
M 2,5	Pozzolanica	--	1	--	--	3
M 2,5	Bastarda	1	--	2	9	--
M 5	Bastarda	1	--	1	5	--
M 8	Cementizia	2	--	1	8	--
M 12	Cementizia	1	--	--	3	--

Figura 72 –Classi di malte a composizione prescritta – NTC2008 Tab. 11.10.IV

In questa seconda classificazione, di natura sicuramente più pratica, si lega la resistenza a compressione media alle proporzioni dei componenti, quindi seguendo le indicazioni in tabella e seguendo la procedura di impasto posa in opera si è sicuri di raggiungere una determinata classe.

3.1.2 Elementi Naturali

"Per elementi naturali son oda intendersi quelle che vengono chiamate nella pratica corrente pietre, ..., più propriamente dette rocce, di varia origine…" (16)

Ad oggi le pietre naturali vengono usate principalmente con fini estetici e di rifinitura, tuttavia nel costruito storico essa rappresentava l'elemento principale e sicuramente il più diffuso data la sua facile reperibilità.

La definizione riportate nelle norme tecniche del 2008 definisce gli elementi naturali:

- "Non friabili o sfaldabili
- Resistenti al gelo
- Privi, in misura sensibile di sostanze solubili o residui organici
- Materiale integro e senza zone alterate o rimovibili.

L'impiego di elementi provenienti da murature esistenti è subordinato al soddisfacimento dei requisiti sopra elencati ed al ripristino della freschezza delle superfici a mezzo di pulitura e lavaggio.

Con riferimento agli elementi naturali la normativa italiana individua la seguente classificazione:

- *"Muratura in pietra non squadrata, Composta con pietrame di cava grossolanamente lavorato, posto in opera in strati pressoché regolari.*
- *Muratura listata, costituita come la muratura in pietra non squadrata, ma intercalata da asce in conglomerato semplice o armato oppure da ricorsi orizzontali costituiti da almeno due filari in laterizio pieno, posti ad interasse non superiore a m 1.6 ed estesi a tutta la lunghezza ed a tutto lo spessore del muro.*
- *Muratura in pietra squadrata, composta con pietre di geometria pressoché parallelepipeda poste in opera in strati regolari."*

Figura 73 – classificazione di murature con elementi naturali. Immagine tratta da Sbacchis A.

3.1.3 Elementi artificiali

Sono elementi di forma parallelepipeda ottenuti attraverso l'impiego dei seguenti materiali:

- Laterizi, normali o alleggeriti, in pasta (come mattoni ottenuti dalla cottura di argille o blocchi cellulari;
- Calcestruzzi, normali o alleggeriti (come blocchi alveolari, ottenuti mediante getti in forme).

In generale tali elementi possono presentare fori, cavità o essere pieni; definita $\varphi = 100 \cdot {}^{F}/_{A}$, la percentuale di foratura con:

- F, l'area complessiva dei fori passanti e profondi non passanti;
- A, l'area lorda della faccia dell'elemento di muratura delimitata dal suo perimetro,

La normativa italiana riporta la seguente classificazione:

Elementi	**Percentuale di foratura φ**	**Area f della sezione normale del foro**
Pieni	$\varphi \leq 15\%$	$f \leq 9\ cm^2$
Semipieni	$15\% < \varphi \leq 45\%$	$f \leq 12\ cm^2$
Forati	$45\% < \varphi \leq 55\%$	$f \leq 15\ cm^2$

Figura 74 – Classificazione elementi in laterizio, "Tabella 4.5.Ia NTC 2008"

Oltre alla percentuale dei fori, anche la loro disposizione risulta essere di fondamentale importanza per il comportamento statico della muratura, infatti la disposizione con fori orizzontali comporta una diminuzione della resistenza ai carichi verticali.

3.2 Tipologie delle murature

Oltre alla classificazione proposta nella normativa italiana, in letteratura è possibile trovare diversi criteri di classificazione, in particolare nel seguito si fa riferimento alla classificazione, proposta dal prof. Ilario Vincenzo CARBONE et al. nel libro "Le costruzioni in muratura", prendendo in considerazione solo due aspetti:

- Classificazione in relazione agli elementi costituenti;
- Classificazione in relazione all'apparecchiatura muraria.

3.2.1 Classificazione in relazione agli elementi costituenti

Muratura in laterizio: realizzate con elementi in laterizio quali mattoni o blocchi, disposti su corsi continui di altezza costante opportunamente sfalsati, tenuti insieme da giunti di malta.

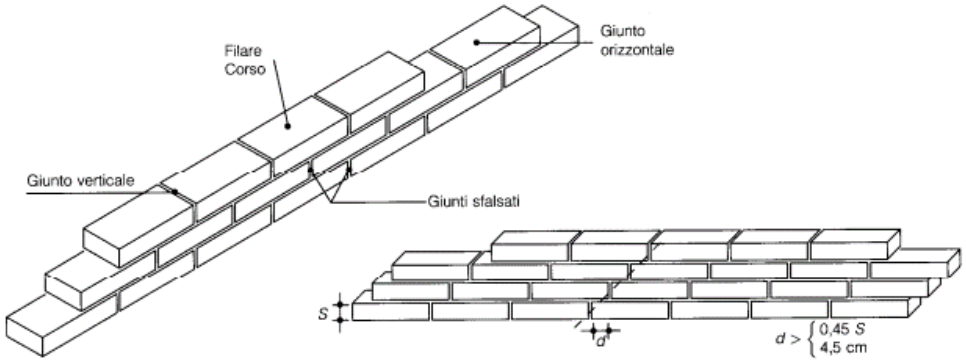


Figura 75 – Criterio generale per lo sfalsamento d dei giunti verticali. (16)

Murature ordinarie in pietra: realizzate con elementi in pietra irregolari, come conci o scapoli, disposti il più possibile per piano in modo tale da ridurre al minimo gli spazi vuoti.

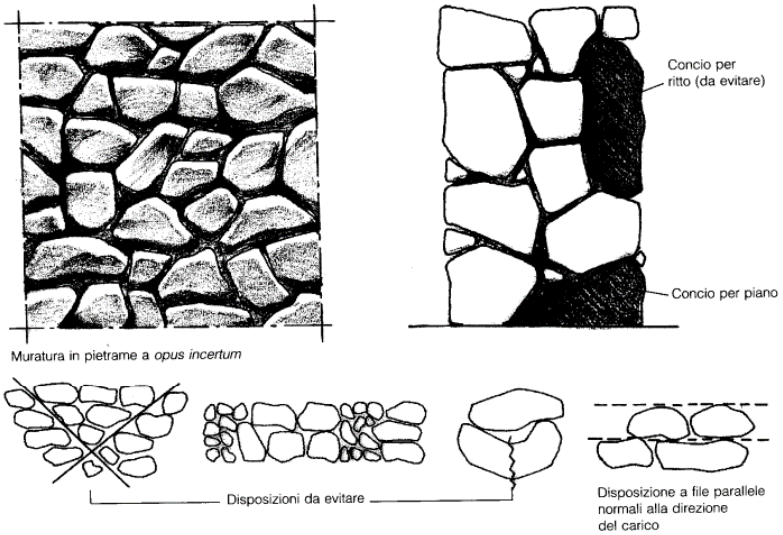


Figura 76 –Diverse tipologie di murature ordinarie in pietra. (16)

Murature in pietra squadrata: realizzate con conci di pietra lavorati a forma parallelepipeda, accoppiati interponendo un sottile strato di malta ed eventualmente collegati con zanche metalliche di diverse forme.

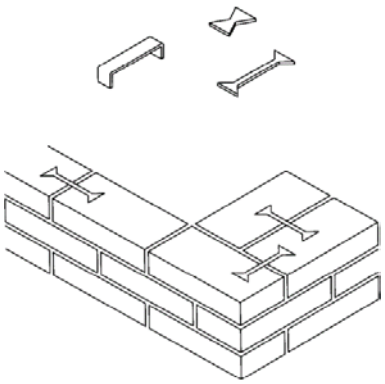


Figura 77 – Solidarizzatine di murature mediante l'impiego di zanche metalliche. (16)

Muratura in tufo: realizzate con blocchi di tufo perfettamente essiccati.

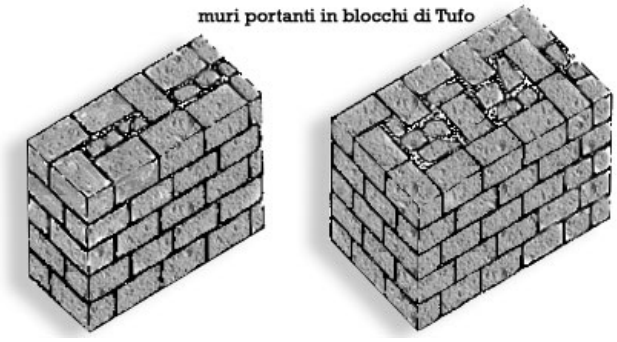


Figura 78 - Muratura in tufo. (17)

Murature miste di pietrame e mattoni: in queste tipologie il mattone in laterizio può essere impiegato o come elemento di riempimento o livellamento locale oppure per la realizzazione di ricorsi orizzontali estesi su tutto lo spessore. In questo secondo caso, al fine di garantire un comportamento migliore della muratura, l'interasse tra due ricorsi deve essere compreso tra gli 80 e i 160 cm.

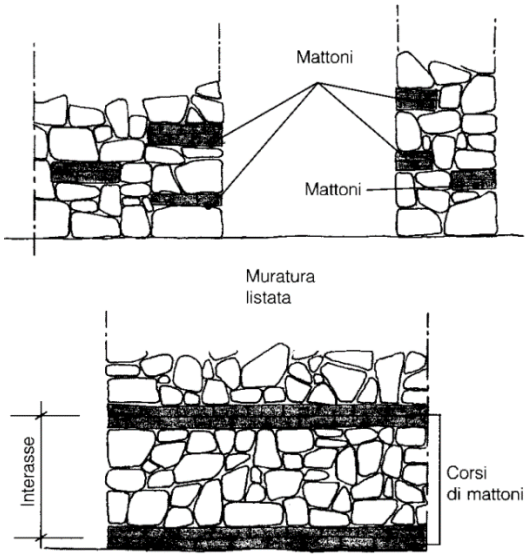


Figura 79 - in alto esempio di laterizio utilizzato come riempimento, in basso realizzazione di ricorsi. (16)

Murature di pietrame e cordoli di calcestruzzo: i cordoli vengono utilizzati per la realizzazione di ricorsi orizzontali estesi a tutto lo spessore del muro con interassi variabili da 60 a 160 cm, la muratura sottostante deve presentare un'ottima organizzazione ed è consigliato bonificare la sommità al fine di evitare brusche variazioni di rigidezza.

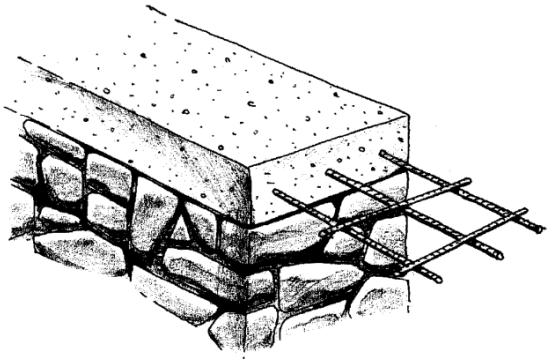


Figura 80 - Muratura in pietrame con cordolo in calcestruzzo. (16)

Murature armate: alla muratura classica viene aggiunto un elemento di rinforzo rappresentato da barre, reti metalliche o materiale fibroso. Questi elementi formano l'armatura della muratura e in base alla disposizione avremo:

- Armatura verticale ed orizzontale diffusa

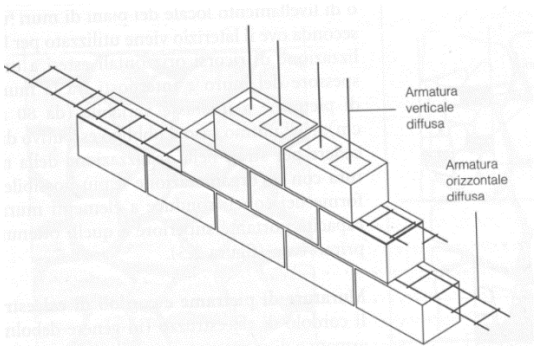


Figura 81 - Armatura diffusa verticale ed orizzontale. Il loro interasse viene mantenuto costante e un getto di calcestruzzo solidarizza tra di loro gli elementi. (16)

- Armatura verticale ed orizzontale diffusa

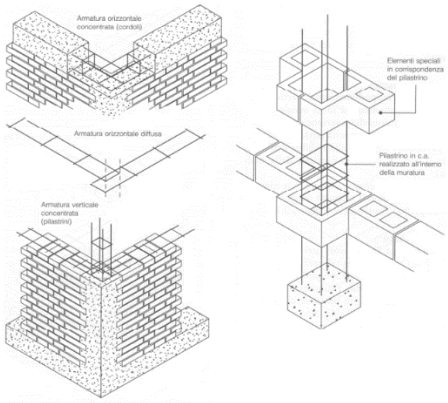


Figura 82 - Tipologie di armatura concentrata. (16)

3.2.2 Classificazione in relazione agli elementi costituenti

Disposizione in foglio o di costa: lo spessore coincide con quello dell'elemento utilizzato, il lato maggiore, detto lista o costa, è parallelo alla direzione della muratura.

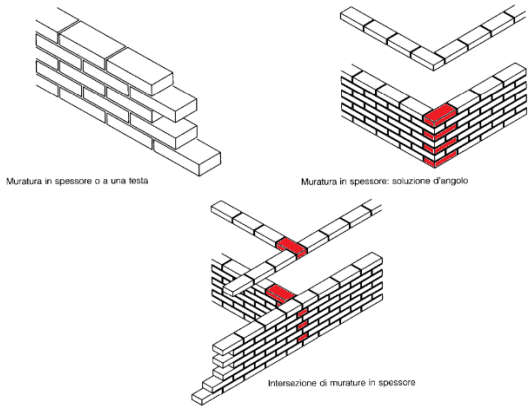


Figura 83 - In alto a sinistra, muratura ad una testa, in alto a destra soluzione ad angolo, in basso intersezione. (16)

Disposizione in chiave o di punta: lo spessore è dato da due *teste* e coincide con la massima dimensione dell'elemento costruttivo, i due corsi hanno lo stesso pattern ma vengono sfalsati per evitare giunti allineati.

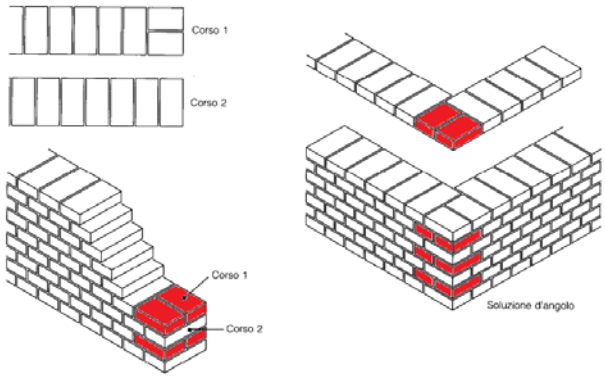


Figura 84 - Disposizione in chiave o di punta. (16)

Disposizione a blocco: murature a due *teste* o più, con corsi a pattern diverso, il blocco che si ripete all'interno della muratura è costituito dal singolo elemento disposto una volta nella direzione parallela e una volta in quella ortogonale.

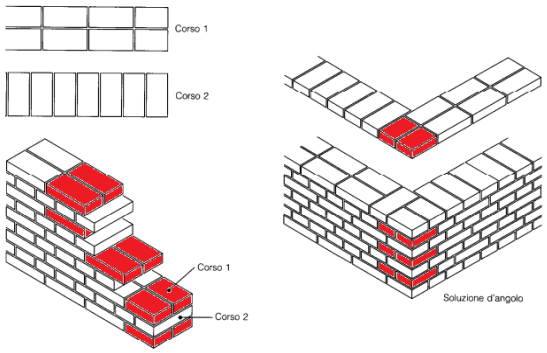


Figura 85 - Disposizione a blocco. (16)

Disposizione gotica: muratura a due o più *teste*, l'unità ripetente è caratterizzata dall'unione di 3 elementi su più corsi con andamento sfalsato.

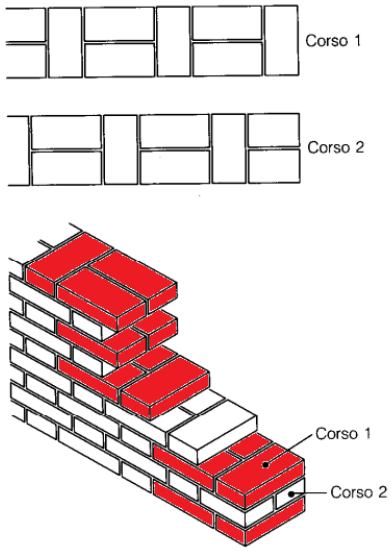


Figura 86 - Disposizione gotica, in rosso l'elemento base che si ripete. (16)

Disposizione fiamminga: muratura a due corsi a due o più teste, il primo corso è costituito solo da diatoni, mentre il secondo riprende la disposizione gotica.

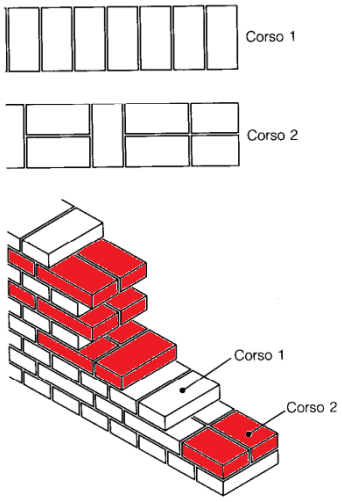


Figura 87 - Disposizione fiamminga. (16)

3.3 Proprietà meccaniche della muratura

Avere una classificazione specifica delle proprietà meccaniche della muratura risulta di difficile attuazione poiché essa richiede la conoscenza delle tensioni di rottura e delle proprietà elastiche dei materiali. Parametri, che come già detto, sono fortemente influenzati dai materiali componenti la muratura e dalla loro disposizione. La variabilità viene aumentata nelle murature storiche in cui non avendo alcun tipo di controllo è possibile avere all'interno dello stesso edificio, ma anche all'interno della stessa parete muraria, caratteristiche ben diverse da punto a punto.

Oltre alla variabilità intrinseche della muratura, anche i criteri di rottura utilizzati durante le campagne sperimentali del passato, possono fornire ulteriore elemento di aleatorietà.

Citando le norme tecniche per le costruzioni 2008: *"Le proprietà fondamentali in base alle quali si classifica una muratura sono la resistenza caratteristica a compressione fk, la resistenza caratteristica a taglio in assenza di azione assiale fvk0, il modulo di elasticità normale secante E, il modulo di elasticità tangenziale secante G."*, si individuano gli argomenti dei successivi paragrafi nei quali ogni aspetto verrà analizzato separatamente.

3.3.1 Resistenza a compressione.

Per comprendere al meglio i meccanismi che si sviluppano all'interno di un muro, o prisma, in muratura sottoposta a compressione semplice, risulta utile partire dagli esiti di una prova a compressione semplice effettuata su di un muretto in mattoni e malta di regolare tessitura, facente parte di una campagna di prove sperimentali condotte presso il politecnico di Torino.

Figura 88 - Andamento delle fessure verticali (16)

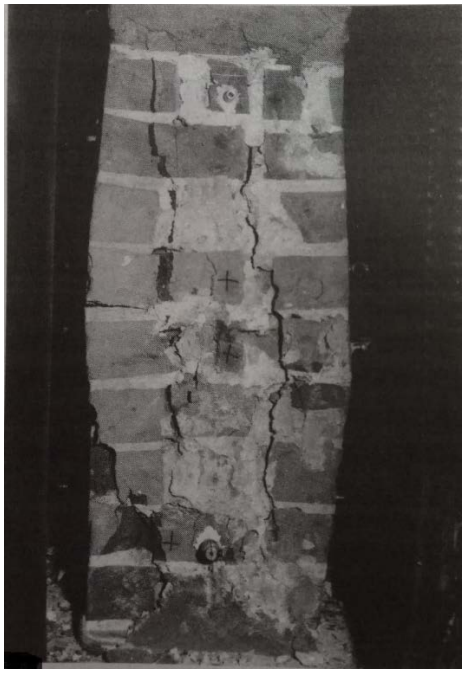


Figura 89 - Formazione dei pilastrini di muratura (16)

Nella figura di sinistra è possibile osservare la formazione di fessure verticale, diffuse maggiormente al centro del provino, che evidenziano come i mattoni si rompano per trazione. La causa va da ricercarsi nella differenza tra la deformabilità della malta e quella del mattone, in particolare la malta nei giunti orizzontali risulta confinata dai mattoni e soggetta ad uno stato di compressione triassiale, la reazione esercitata sui mattoni è quindi di trazione biassiale e causa della rottura per trazione dei blocchi. Tali fessure si formeranno in entrambi i piani

verticali isolando dei pilastrini di muratura che per instabilità porteranno al collasso della muratura. (16)

Tuttavia, i risultati fin qui ottenuti, non possono generalizzarsi a tutti i tipi di muratura, infatti il comportamento della parete si modifica notevolmente appena si modifica uno dei parametri che la caratterizzano. Secondo Arnold H.W. i fattori che maggiormente influenzano il comportamento a compressione possono raggrupparsi in 3 gruppi (18):

Elemento resistente:	Malta:	Muratura:
- Resistenza	- Resistenza	- Aderenza tra mattone e malta;
- Tipologia	- Deformabilità	- Direzione di carico
- Geometria	- Spessore dei giunti	- Concentrazione delle tensioni
- Capacità di assorbimento		

La normativa italiana al paragrafo 11.10.3.1.1 stabilisce la procedura per la determinazione della resistenza a compressione caratteristica, in particolare risulta particolarmente dettagliato nella definizione delle operazioni per il confezionamento del muretto, le condizioni per la maturazione e infine le modalità di applicazione del carico.

La resistenza caratteristica è ottenuta dalla seguente espressione:

$$f_k = f_m - k \cdot s$$

Dove:

fm= resistenza media

s= stima dello scarto

k= coefficiente funzione del numero di provini

n	6	8	10	12	20
k	2.33	2.19	2.1	2.05	1.93

Oltre a questo metodo la normativa prevede anche la stima di f_k, con un metodo tabellare partendo dai valori noti di resistenza a compressione dei componenti della muratura. L'unica limitazione all'utilizzo di tale tabella, di seguito riportata, è relativa allo spessore della malta utilizzato, riportando un range di accettazione compreso tra i 5mm e i 15mm.

Resistenza caratteristica a compressione f_{bk} dell'elemento N/mm^2	Tipo di malta			
	M15	M10	M5	M2,5
2,0	1,2	1,2	1,2	1,2
3,0	2,2	2,2	2,2	2,0
5,0	3,5	3,4	3,3	3,0
7,5	5,0	4,5	4,1	3,5
10,0	6,2	5,3	4,7	4,1
15,0	8,2	6,7	6,0	5,1
20,0	9,7	8,0	7,0	6,1
30,0	12,0	10,0	8,6	7,2
40,0	14,3	12,0	10,4	--

Figura 90 - Valore di f_k per murature in elementi artificiali pieni e semipieni [N/mm^2], Rif. Tab. 11.10.V NTC2008

Nel caso di murature realizzate in elementi naturali la resistenza a compressione caratteristica, valutata a partire da quella media, sarà data da:

$$f_{bk} = 0.75 \cdot f_{bm}$$

E in maniera analoga a quella artificiale la sua stima sarà data dalla seguente tabella:

Resistenza caratteristica a compressione f_{bk} dell'elemento	Tipo di malta			
	M15	M10	M5	M2,5
2,0	1,0	1,0	1,0	1,0
3,0	2,2	2,2	2,2	2,0
5,0	3,5	3,4	3,3	3,0
7,5	5,0	4,5	4,1	3,5
10,0	6,2	5,3	4,7	4,1
15,0	8,2	6,7	6,0	5,1
20,0	9,7	8,0	7,0	6,1
30,0	12,0	10,0	8,6	7,2
≥ 40,0	14,3	12,0	10,4	--

Figura 91 - Valore di f_{bk} per murature in elementi naturali di pietra squadrata [N/mm^2], Rif. Tab. 11.10.VI NTC2008

3.3.2 Resistenza a Taglio

Il comportamento a taglio della muratura può, in prima battuta, essere analizzato considerando una parete di controvento sottoposta all'azione del sisma, ciò si traduce nel considerare la parete come un elemento tozzo sottoposto a forze nel piano applicate in sommità e alla base derivanti dai vincoli presenti (solai, cordoli, fondazioni).

Tale semplificazione tuttavia esclude dall'analisi alcuni aspetti caratteristici della muratura che non possono essere trascurati:

- L'azione verticale derivante dal peso proprio della parete o dal carico trasmesso dal solaio e dagli elementi sovrastanti non è trascurabile;
- Poiché la muratura è un materiale non reagente a trazione, l'effetto dell'azione orizzontale produce una rotazione del sistema alla quale si oppongono: la componente verticale del carico e i vincoli sopra richiamati;

- Nelle pareti molto alte, il momento generato dalle forze orizzontali prevale sull' effetto del taglio.

Ulteriore complicazione del comportamento a taglio di una parte in muratura è dovuta ai modi di rottura che variano in funzione delle condizioni al contorno; Tassios P. T. analizzando una parete con rapporti H/l_{min} pari a 2 ha individuato i seguenti 3 modi:

1) Rottura per scorrimento dei giunti orizzontali, in questo caso il taglio, unito alla bassa aderenza tra il mattone e la malta e alla ridotta sollecitazione di compressione, può portare allo scorrimento su di un solo livello o su più livelli.
- Individuando il raggiungimento della resistenza a scorrimento del giunto come criterio di rottura, la formulazione analitica proposta negli anni ha preso ispirazione a quella proposta da Coulomb per i terreni:

$$f_{vk} = f_{vk0} + 0.4 \cdot \sigma_n$$

La formulazione qui riporta è quella proposta nelle NTC 2008 dove f_{vk0} rappresenta la resistenza a taglio in assenza di sforzi normali e σ_n la tensione normale media.

$$V_t = L' \cdot s \cdot f_{vd} = L' \cdot s \cdot \frac{f_{vk0} + 0.4 \cdot \sigma_n}{\gamma_M}$$

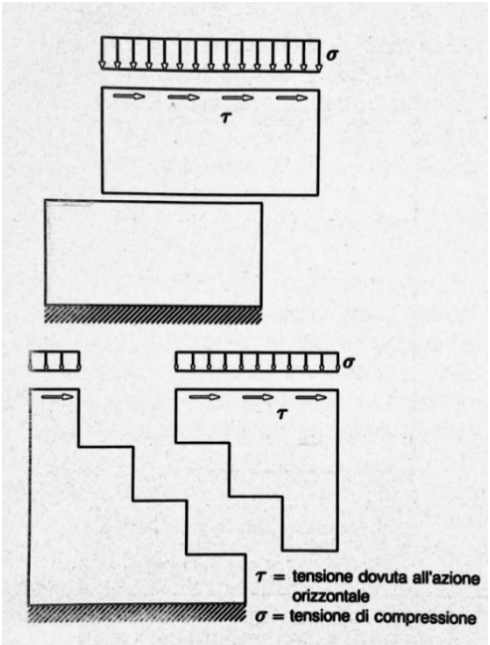


Figura 92 - Rottura per scorrimento nei giunti. (16)

2) Rottura per taglio-trazione, mantenendo livelli di compressione bassi e aumentando le caratteristiche della malta si raggiunge il secondo modo di rottura nel quale il criterio di riferimento è rappresentato dalle tensioni principali di trazione.

- La formulazione analitica proposta è quella di Turnsek e Cacovic, la quale considera la teoria dell'elasticità applicata ad un pannello resistente; tramite il cerchio di Mohr osservarono che in assenza di tensioni verticale la tensione principale di trazione coincide con la tensione tangenziale per un angolo di 45°. Un aumento del carico verticale comporta un aumento della resistenza alle forze orizzontali e angoli di formazione della fessura superiore ai 45°.

$$V_t = L \cdot s \cdot \frac{f_{td}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5 \cdot \tau_{0d}}} = L \cdot s \cdot \frac{1.5 \cdot \tau_{0d}}{b} \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1.5 \cdot \tau_{0d}}}$$

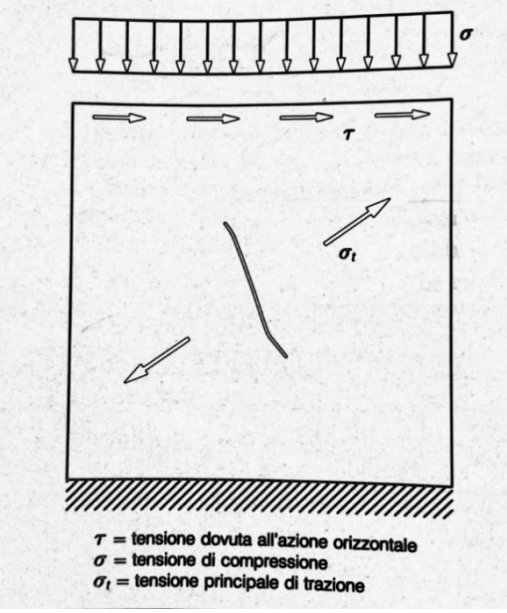


Figura 93 - Rottura per taglio-trazione. (16)

3) Rottura per compressione in uno degli angoli inferiori del pannello murario, in questo caso è la resistenza allo schiacciamento il criterio di rottura adottato. Al variare della forza verticale applicata potremo avere o il distacco della parete o lo schiacciamento, situazione che si verifica per bassi valori di compressione e resistenza della muratura media o bassa. Per carichi verticali più importanti il distacco interessa una zona minore della base mentre lo schiacciamento una porzione maggiore.

$$V_{MAX} = \frac{P \cdot L}{2 \cdot h_0} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_0}{0.85 \cdot f_{cd}}\right)$$

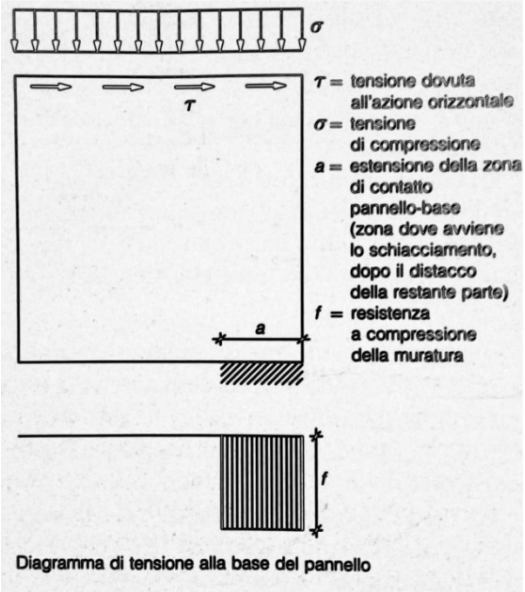


Figura 94 - Rottura in prossimità di uno spigolo, caso di tensione di compressione ridotta. (16)

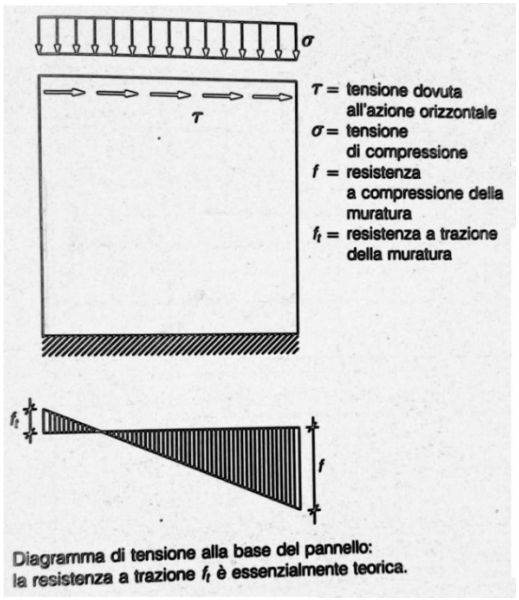


Figura 95 - Rottura in prossimità di uno spigolo, caso di tensione di compressione elevata. (16)

Come per la resistenza a compressione anche per quella al taglio vengono individuati i modi di calcolo da prove sperimentali e di stima in forma tabellare.

La resistenza caratteristica sperimentale a taglio si determina su n campioni ($n \geq 6$), seguendo sia, per la confezione che per la prova, le modalità indicate nella norma UNI EN 1052-3:2007 e, per quanto applicabile, UNI EN 1052-4:2001. La resistenza caratteristica *fvk0* sarà dedotta dalla resistenza media f_{vm}, ottenuta dai risultati delle prove, mediante la relazione:

$$f_{vk0} = 0.7 \cdot f_{vm}$$

Tipo di elemento resistente	**Resistenza caratteristica a compressione f_{bk} dell'elemento**	**Classe di malta**	**f_{vk0} (N/mm^2)**
Laterizio pieno e semipieno	$f_{bk} > 15$	M10 ≤ M ≤ M20	0,30
	$7,5 < f_{bk} \leq 15$	M5 ≤ M < M10	0,20
	$f_{bk} \leq 7,5$	M2,5 ≤ M < M5	0,10
Calcestruzzo; Silicato di calcio; Cemento autoclavato; Pietra naturale squadrata.	$f_{bk} > 15$	M10 ≤ M ≤ M20	0,20
	$7,5 < f_{bk} \leq 15$	M5 ≤ M < M10	0,15
	$f_{bk} \leq 7,5$	M2,5 ≤ M < M5	0,10

Figura 96 - Resistenza caratteristica a taglio in assenza di tensioni normali f_{vk0} [N/mm^2] (19)

3.4 Legami costitutivi

Il materiale muratura esibisce un diverso comportamento in funzione della tipologia di prova a cui viene sottoposto, tuttavia quello più rappresentativo e interessante risulta essere il comportamento a *compressione monoassiale*. Come detto la muratura può essere considerata un sistema costituito dai due componenti: laterizio e malta, il cui comportamento risulta intermedio tra i due materiali presi singolarmente.

Il laterizio presenta un andamento lineare mentre la malta già per bassi valori di carico un andamento non lineare, è proprio a questo componente che vengo associate le principali deformazioni della muratura prima del raggiungimento della rottura. Entrambi i componenti presentano una resistenza a compressione maggiore della resistenza a trazione.

La muratura avrà un andamento intermedio, con una buona resistenza a compressione e una resistenza a trazione praticamente trascurabile, caratterizzata da una importante non linearità che non permette di limitarsi alle analisi lineari. Infatti *"la parzializzazione della sezione, ..., si verifica già per livelli di carico molto bassi rispetto a quelli massimi sopportabili, i dati sperimentali mostrano una resistenza a trazione compresa tra il 2% e il 7% di quella a compressio*ne" (1)

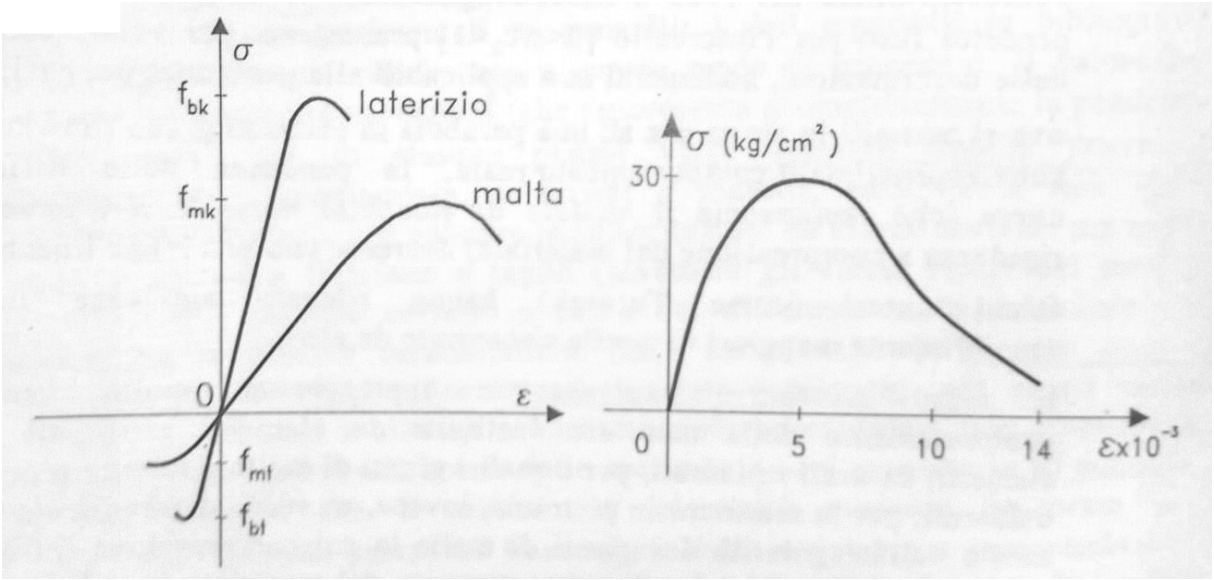


Figura 97 - a sinistra comportamento schematizzato di una prova a compressione su laterizio e malta, a destra comportamento schematizzato di una prova a compressione su muratura. (1)

Il modello più semplice utilizzabile per considerare le non linearità meccaniche è quello che considerare un legame costitutivo σ-ε bilineare, con andamento elastico perfettamente plastico, la semplificazione del secondo tratto, in cui il materiale viene considerato privo di rigidezza, è giustificata dal fatto che l'aumento di tensione è trascurabile rispetto alla deformazione.

Nel seguito si riportano i principali *legami costitutivi* reperibili in letteratura, e raccolto dal Prof. Augenti N. ottenuti da prove di compressione monoassiale su murature realizzate con pietre artificiali, così come puntualizzato precedentemente si ricorda che tali risultati sono fortemente influenzati dal tipo di prova adottata e dalla realizzazione del provino.

Indicando con: f_k la massima tensione normale, ε_k la relativa deformazione e con ε_u la deformazione ultima si ha:

a) Turnsek-Cacovic:

$$\frac{\sigma}{f_k} = 6.4\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_k}\right) - 5.4\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_k}\right)^{1.17}$$

b) Arya-Hegemier

$$\frac{\sigma}{f_k} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_k} \qquad per\ 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_k$$

$$\frac{\sigma}{f_k} = 1 - \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_k}{\varepsilon_u - \varepsilon_k}\right) \qquad per\ \varepsilon_k \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u$$

c) Sawko, sulla base delle prove condotte da Powell-Hodgkinson:

$$\frac{\sigma}{f_k} = 2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_k}\right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_k}\right)^2$$

d) Relazione proposta dall'ANDIL:

$$\frac{\sigma}{f_k} = 3.4142\left[1 - \left(1 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_k}\right)^{-0.5}\right]$$

e) Relazione presente nell' EC6

$$\frac{\sigma}{f_k} = 2\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_k}\right) - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_k}\right)^2 \qquad per\ 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_k$$

$$\frac{\sigma}{f_k} = 1 \qquad per\ \varepsilon_k \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u$$

Rappresentando le precedenti equazioni in un solo grafico si ottiene:

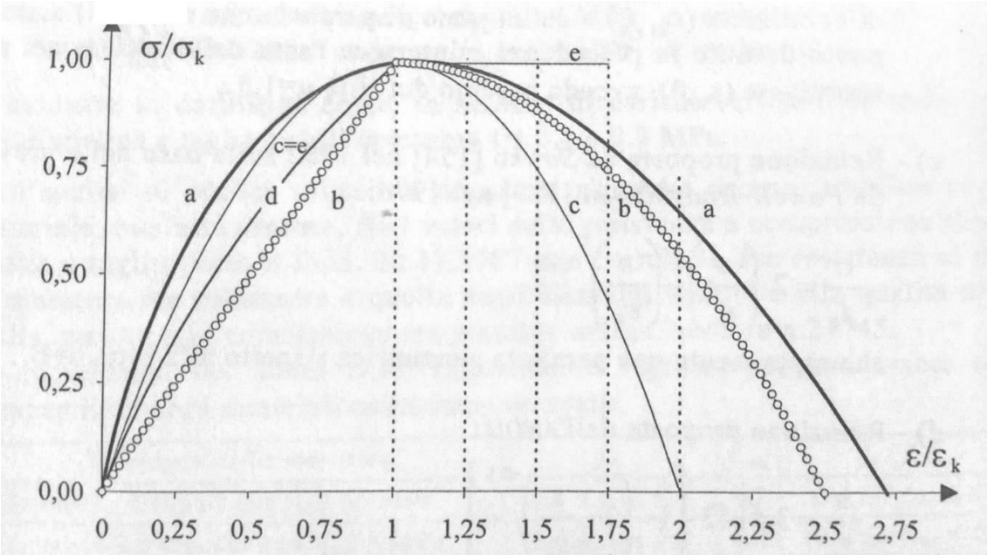


Figura 98 - leggi costitutive riportate precedentemente citate. (1)

A commento di questo grafico si può dire che: come consigliato dalle norme i valori di ε_k e di ε_u sono pari a 0.0020 e 0.0035, ma in presenza di un materiale fragile si può adottare $\varepsilon_k = \varepsilon_u$ ed inoltre queste leggi costitutive ben rappresentano il comportamento di muratura con elementi artificiali o elementi naturali squadrati. Per le murature storiche realizzate con giunti molto spessi e pietre non lavorate le leggi costitutive che ne descrivono il comportamento possono essere sensibilmente differenti.

3.5 Costruzioni storiche in muratura

Come anticipato nel precedente paragrafo la trattazione delle murature storiche risulta molto più complessa, per questo la normativa italiana prevede una serie di passaggi volti ad acquisire una maggiore conoscenza del fabbricato.

I primi aspetti che devono essere valutati riguardano:

- La geometria strutturale, attraverso le operazioni di rilievo, di individuazione dei carichi e della tipologia delle fondazioni;
- I dettagli costruttivi, attraverso *verifiche* in-situ, classificate come *limitate* o *estese ed esaustive*, necessarie per la determinazione della tipologia della muratura, della qualità dei collegamenti, verticali e orizzontali, e per la determinazione degli elementi strutturali efficienti come architrave o catene;

All'interno della *"circolare per l'applicazione delle Nuove norme tecniche per le costruzioni"* vengono individuare 3 categorie di *indagine* sui materiali:

- Indagini in-situ limitate: attraverso rilievi di tipo visivo, una volta rimosso l'intonaco, generalmente su una porzione di 1x1m^2, è possibile determinare la dimensione dei

blocchi, l'ammorsamento tra le pareti, la compattezza della malta, la qualità delle connessioni trasversali nello spessore della parete.

- Indagini in situ estese: partendo da indagini in-situ effettuate in maniera *"estesa e sistematica"* su tutte le tipologie murarie presenti, possono essere previste prove non distruttive come: martinetti piatti, soniche, sclerometriche, penetrometriche etc.;
- Indagini in-situ esaustive: necessarie per la determinazione della resistenza del materiale prevedono la realizzazione di prove di compressione diagonale sui pannelli o prove combinate di compressione e tagli su pannelli murari in-situ o su campioni non disturbati prelevati dalle strutture dell'edificio.

3.5.1 Livello di conoscenza e stima dei parametri meccanici

Il maggior investimento nella fase conoscitiva del manufatto viene ricompensato dalla normativa attraverso l'attribuzione di un livello di conoscenza LC da 1 a 3 a cui si associa un fattore di confidenza FC che riduce le resistenze.

L'applicazione del FC è funzione dei modelli utilizzati per la valutazione della sicurezza sismica, in particolare abbiamo due categorie:

- modelli che considerano la deformabilità e la resistenza dei materiali e degli elementi strutturali, in questo caso avremo una riduzione delle resistenze secondo quanto riportato nella circolare al punto C8A.1.A.4;
- modelli che considerano l'equilibro degli elementi della costruzione, ipotizzando la muratura come un materiale rigido e non resistente a trazione, in questo caso si ridurrà l'accelerazione corrispondente ai diversi valori limite.

Livello di Conoscenza	Geometria	Dettagli costruttivi	Proprietà dei materiali	Metodi di analisi	FC
LC1	Rilievo muratura, volte, solai, scale. Individuazione carichi gravanti su ogni elemento di parete Individuazione tipologia fondazioni. Rilievo eventuale quadro fessurativo e deformativo.	verifiche in situ limitate	Indagini in situ limitate Resistenza: valore minimo di Tabella C8A.2.1 Modulo elastico: valore medio intervallo di Tabella C8A.2.1	Tutti	1.35
LC2		verifiche in situ estese ed esaustive	Indagini in situ estese Resistenza: valore medio intervallo di Tabella C8A.2.1 Modulo elastico: media delle prove o valore medio intervallo di Tabella C8A.2.1		1.20
LC3			Indagini in situ esaustive -caso a) (disponibili 3 o più valori sperimentali di resistenza) Resistenza: media dei risultati delle prove Modulo elastico: media delle prove o valore medio intervallo di Tabella C8A.2.1 -caso b) (disponibili 2 valori sperimentali di resistenza) Resistenza: se valore medio sperimentale compreso in intervallo di Tabella C8A.2.1, valore medio dell'intervallo di Tabella C8A.2.1; se valore medio sperimentale maggiore di estremo superiore intervallo, quest'ultimo; se valore medio sperimentale inferiore al minimo dell'intervallo, valore medio sperimentale. Modulo elastico: come LC3 – caso a). -caso c) (disponibile 1 valore sperimentale di resistenza) Resistenza: se valore sperimentale compreso in intervallo di Tabella C8A.2.1, oppure superiore, valore medio dell'intervallo; se valore sperimentale inferiore al minimo dell'intervallo, valore sperimentale. Modulo elastico: come LC3 – caso a).		1.00

Figura 99 - Livelli di conoscenza in funzione dell'informazione disponibile e conseguenti valori dei fattori di confidenza per edifici in muratura. (20)

3.5.2 Stima dei parametri meccanici

Individuato il fattore di confidenza è possibile determinare i parametri meccanici della muratura, da adottare nelle analisi successive, in funzione della tipologia muraria individuata. Per le murature storiche i valori riportati si riferiscono ad una qualità scadente delle malte utilizzate, giunti non sottili, assenza di ricorsi o listature, paramenti scollegati e non prendo in considerazioni eventuali interventi di miglioramento realizzati negli anni.

Tipologia di muratura	f_m (N/cm^2)	τ_0 (N/cm^2)	E (N/mm^2)	G (N/mm^2)	w (kN/m^3)
	Min-max	min-max	min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	100 180	2,0 3,2	690 1050	230 350	19
Muratura a conci sbozzati, con paramento di limitato spessore e nucleo interno	200 300	3,5 5,1	1020 1440	340 480	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	260 380	5,6 7,4	1500 1980	500 660	21
Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	140 240	2,8 4,2	900 1260	300 420	16
Muratura a blocchi lapidei squadrati	600 800	9,0 12,0	2400 3200	780 940	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	240 400	6,0 9,2	1200 1800	400 600	18
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es.: doppio UNI foratura ≤ 40%)	500 800	24 32	3500 5600	875 1400	15
Muratura in blocchi laterizi semipieni (perc. foratura < 45%)	400 600	30,0 40,0	3600 5400	1080 1620	12
Muratura in blocchi laterizi semipieni, con giunti verticali a secco (perc. foratura < 45%)	300 400	10,0 13,0	2700 3600	810 1080	11
Muratura in blocchi di calcestruzzo o argilla espansa (perc. foratura tra 45% e 65%)	150 200	9,5 12,5	1200 1600	300 400	12
Muratura in blocchi di calcestruzzo semipieni (foratura < 45%)	300 440	18,0 24,0	2400 3520	600 880	14

Figura 100 - Valore di riferimento dei parametri meccanici con f_m = resistenza media a compressione, τ_0= resistenza media a taglio della muratura. (20)

Qualora la muratura presenti caratteristiche diverse da quelle di riferimento sopra riportare, la stessa normativa prevede dei coefficienti da utilizzare per aumentare o ridurre le proprietà meccaniche ed elastiche.

Tipologia di muratura	Malta buona	Giunti sottili (<10 mm)	Ricorsi o listature	Connessione trasversale	Nucleo scadente e/o ampio	Iniezione di miscele leganti	Intonaco armato *
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	1,5	-	1,3	1,5	0,9	2	2,5
Muratura a conci sbozzati, con paramen-to di limitato spessore e	1,4	1,2	1,2	1,5	0,8	1,7	2
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	1,3	-	1,1	1,3	0,8	1,5	1,5
Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	1,5	1,5	-	1,5	0,9	1,7	2
Muratura a blocchi lapidei squadrati	1,2	1,2	-	1,2	0,7	1,2	1,2
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	1,5	1,5	-	1,3	0,7	1,5	1,5

Figura 101 - Coefficienti correttivi dei parametri meccanici. (16)

Le modalità con cui applicare i coefficienti correttivi vengono descritte schematicamente nella seguente tabella dove il simbolo di spunta indica su quali parametri ha effetto una determinata condizione.

Parametro meccanico	Malta buona	Giunti sottili <10mm	Ricorsi o listature	Connessione trasversale	Nucleo scadente e/o ampio	Iniezione di miscele leganti	Intonaco armato
f_m	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
τ_0	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
E	✓	✓	-	-	✓	✓	✓
G	✓	✓	-	-	✓	✓	✓

Figura 102 - Tabella che sintetizza le modalità di applicazione dei coefficienti dei parametri per le murature storiche

Nel caso oggetto di studio le tipologie individuate sono le seguenti:

- Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari), costituiscono il riempimento dei paramenti sia nel basamento che nella parte del fusto;
- Muratura a blocchi lapidei squadrati, tipologia individuata nel paramento interno ed esterno del basamento;
- Muratura in mattoni pieni e malta di calce, tipologia individuata nel paramento interno ed esterno del fusto.

Volendo modellare singolarmente i materiali che compongono lo spessore murario, le tipologie individuate si riferiscono al nucleo interno e ai due paramenti di estremità.

Descrizione della tipologia muraria	Parametri meccanici			
	E_{medio}	$f_{m,min}$	$\tau_{0,min}$	W
	(N/mm2)	(N/cm2)	(N/mm2)	(KN/m3)
Muratura in pietrame	870	100	2	19
Muratura a blocchi lapidei squadrati	2800	600	9	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	1500	240	6	18

Avendo una LC=1, si sono adottati per i moduli elastici i valori medi, mentre per i valori delle resistenze i valori minimi, i quali dovranno essere ridotti ulteriormente del *Fattore di Confidenza*. Gli interventi migliorativi individuati nell'analisi storico critica hanno portato alla definizione dei seguenti coefficienti correttivi:

	Coefficenti correttivi			
	Malta Buona	Nucleo ampio	Iniezioni di miscela	Connessione trasversale
Muratura in pietrame	1.5	0.9	2	1.5
Muratura a blocchi lapidei squadrati	1.2	-	1.7	1.2
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	1.5	-	1.5	-

La colonna dedicata alla connessione trasversale si riferisce all'intervento realizzato alla base dove sono state posizionate delle barre Dywidag per connettere la camicia in cemento armato con il paramento esterno. Applicando i coefficienti correttivi ai parametri meccanici della muratura, secondo quanto previsto dalla normativa si ottengono in definitiva:

Descrizione della tipologia muraria	Parametri meccanici			
	E_{medio}	$f_{m,min}$	$\tau 0_{,min}$	W
	(N/mm2)	(N/cm2)	(N/cm2)	(KN/m3)
Muratura in pietrame	2349	405	8.1	19
Muratura a blocchi lapidei squadrati	6854	1470	22	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	3375	540	13.5	18

Figura 103 - parametri meccanici adottati per il nucleo interno e per i paramenti esterni.

4. La modellazione strutturale

Le operazioni di modellazione sono un passaggio fondamentale nell'analisi strutturale poiché consento di trasformare un sistema reale, difficilmente analizzabile nella sua intera complessità, in un sistema analitico più semplice analizzabile con tecniche matematiche. Gli strumenti software a disposizione dell'ingegnere, oggigiorno, permetto una modellazione sempre più complessa unita alla possibilità di effettuare analisi di qualunque tipo, dalle analisi statiche lineari a quelle dinamiche non lineare, con una efficienza che cresce di anno in anno.

Tra gli scopi delle software house si ha quello di fornire al progettista strumenti sempre più automatizzati che consento un notevole risparmio di tempo, tuttavia non avere padronanza su tali funzioni può portare alla perdita di controllo sul modello matematico e di conseguenza sui risultati.

Nel seguito si individueranno le principali tecniche di modellazione utilizzabili per le murature e verrà riportata la costruzione del modello della torre Smeducci realizzato tramite elementi "*brick*".

4.1 Tecniche di modellazione delle murature

Come ampiamente riportato nei paragrafi precedenti, la muratura è un materiale estremamente disomogeneo, per questo una adeguata modellazione richiederà delle semplificazioni funzione dell'obbiettivo dell'analisi numerica, in grado di unire la semplicità d'uso e di interpretazione dei risultati, al livello di dettaglio più elevato possibile.

Per comprendere quali possono essere gli obbiettivi principali dell'analisi di un edificio in muratura, è necessario descrivere i meccanismi di collasso per azioni orizzontali definiti: di primo modo e di secondo.

Si hanno meccanismi di *primo modo* quando le pareti murarie non esibiscono un comportamento d'insieme ciò è dovuto all'inadeguato ammorsamento tra le pareti ortogonali, o tra parete e solaio o all'assenza di catene per assorbire le spinte e di conseguenza vengono meno quei vincoli che impediscono l'instaurarsi di fenomeni di ribaltamento fuori piano sotto azioni sismiche.

Quando tali meccanismi vengono impediti, sotto l'effetto di forze orizzontali la struttura esibirà un comportamento *scatolare* nel quale le pareti parallele all'azione del sisma, dotate di maggiore rigidezza, risultano maggiormente sollecitate. In questo caso i fenomeni di danneggiamento riguardano i maschi murari e l'attivazione dei meccanismi resistenti visti nel paragrafo precedente.

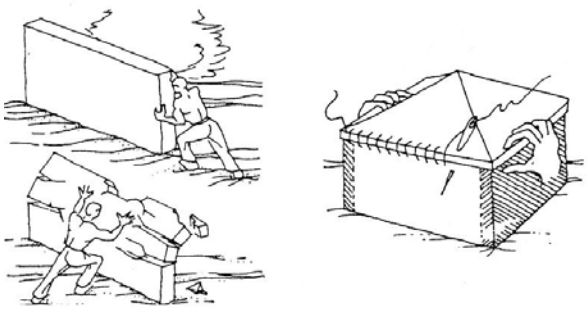


Figura 104 - a sinistra il comportamento schematizzato delle singole pareti, a destra comportamento scatolare della struttura. (21)

L'analisi dei meccanismi di secondo modo richiede la modellazione tridimensionale della struttura, in ottemperanza al paragrafo 7.2.6 delle NTC2008, che consente di valutare correttamente l'effettiva distribuzione spaziale di masse, rigidezza e resistenza. Tale modellazione può essere raggiunta attraverso due approcci:

- Modellazione semplificata a macroelementi, che si basa sulla definizione di un telaio equivalente;
- Modellazione con mesh continua e opportunamente discretizzata, con elementi piani bidimensionali e più raramente con elementi brick.

Nel primo caso all'interno di una parete in muratura si individuano 3 diversi elementi resistenti: i *maschi murari*, elementi resistenti verticali, le *fasce di piano* elementi orizzontali e i *nodi* che li collegano. Partendo da questa schematizzazione è possibile ottenere un telaio nel quale i nodi vengono rappresentati con elementi infinitamente rigidi e indeformabili, lasciando la resistenza dell'edificio ai maschi e alle fasce modellati come elementi monodimensionali.

Figura 105 - Modellazione a telaio equivalente di una parete, (22)

Nelle strutture esistenti, soprattutto quelle storiche, difficilmente si è difronte a prospetti così regolari e definire lunghezze e larghezze degli elementi resistenti non risulta immediato. Nel caso di aperture sfalsate sul piano orizzontale, Dolce individua la seguente altezza (23):

l'altezza del maschio è individuata congiungendo i punti superiori, e inferiori, delle aperture e considerandone i punti medi, l'angolo tra la congiungente e l'orizzontale non può superare i 30°.

$$H_{eff} = h' + \frac{1}{3} D \frac{(\bar{H} - h')}{h'}$$; con $\bar{H}$ = altezza interpiano

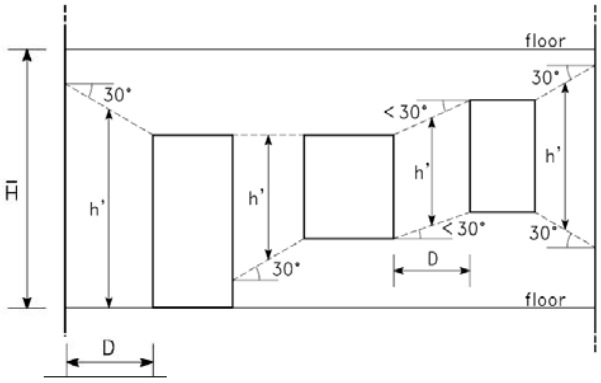


Figura 106 - Individuazione delle dimensioni dei maschi murari secondo Dolce. (23)

Caso ancora più complesso è quello in cui le aperture non siano allineate sul piano verticale. In questo caso la modellazione prevede che un singolo pannello di maschio possa essere diviso in due elementi e questo potrebbe portare alla condizione inverosimile per la quale un elemento sia verificato e l'altro no.

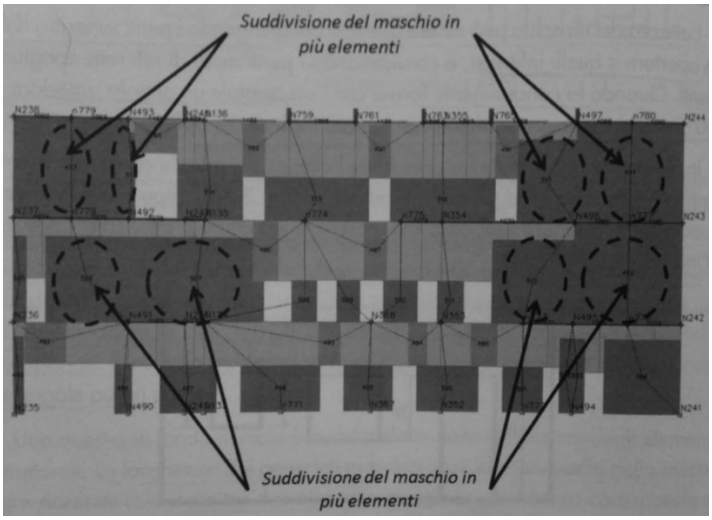


Figura 107 - Esempio di irregolarità verticale delle aperture e modellazione dei maschi con elementi monodimensionali affiancati. (22)

Oltre agli elementi verticali, anche le fasce necessitano di un'opportuna analisi, infatti "*È una considerazione ovvia che se ne possa tener conto nel modello solo se esse sono effettivamente in grado di fornire un contributo in termini di rigidezza e resistenza*" (22) sia assiale che flessionale. Qualora venga meno la rigidezza flessionale, presenza di cordoli con

fasce di modesta altezza, quest'ultime possono essere schematizzate con delle bielle. Nel caso peggiore in cui anche la rigidezza assiale è trascurabile, i maschi si comportano come delle mensole indipendenti.

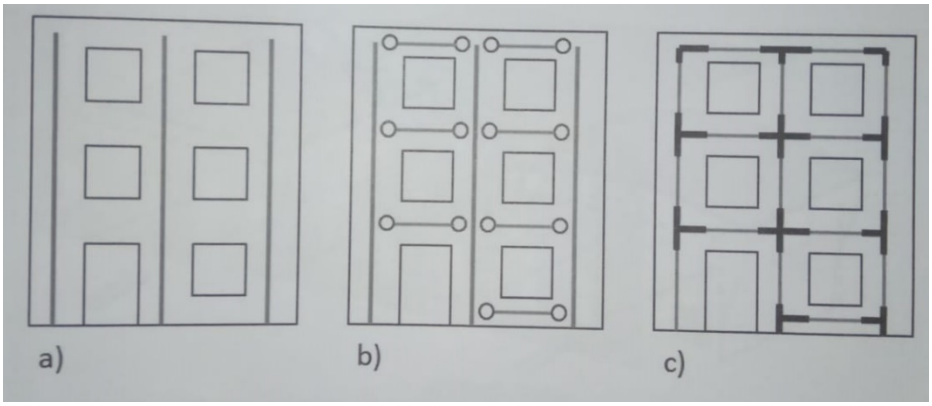


Figura 108 - Modellazione in funzione del contributo delle fasce di piano. (22)

Diversamente da quanto visto precedentemente, nella modellazione tramite mesh continua numerosi problemi di schematizzazione della struttura vengono aggirati; oggi giorno software sempre più potenti e adeguate librerie agli elementi finiti consento di realizzare modelli estremamente precisi che rappresentano la struttura in tutti i sui particolari, tuttavia anche tale metodo presenta degli inconvenienti.

Considerando le analisi da svolgere sul modello potremmo avere:

- Problemi di convergenza nel caso di analisi non lineari, una interruzione prematura delle operazioni di incremento delle sollecitazioni per motivi numerici porta a sottostimare l'effettiva capacità della struttura;
- Sovrastima delle sollecitazioni a trazione nella muratura nel caso di analisi lineari, trascurando i fenomeni di ridistribuzione delle sollecitazioni dovuti al raggiungimento della resistenza a trazione.

Una ulteriore complicazione riguarda la determinazione delle sollecitazioni, infatti se nel modello a macroelementi i risultati portano direttamente al calcolo delle caratteristiche di sollecitazione, negli elementi finiti piani o solidi, le caratteristiche potranno determinarsi solo a seguito dell'integrazione delle sollecitazioni nel volume considerato.

Infine, un aspetto fondamentale è la scelta del legame costitutivo e delle proprietà meccaniche dei materiali componenti la muratura, possiamo distinguere 3 approcci:

- Micromodellazione di dettaglio, in questo caso mattoni, malta, e interfaccia vengono modellati separatamente;

- Micromodellazione semplificata, si considerano gli elementi resistenti espansi in modo da condensare i giunti nella sola superficie di interfaccia;
- Modellazione al continuo, la muratura viene considerata come un unico materiale omogeneo di caratteristiche intermedie tra quelle dei singoli componenti.

Nella presente tesi si analizza il comportamento scatolare della Torre Smeducci, dal momento che gli interventi di miglioramento avvenuti negli anni impediscono l'istaurarsi di fenomeni di ribaltamento fuori piano, per questo motivo anche in ottemperanza a quanto riportato nel paragrafo 7.2.6 nelle NTC2008 si procederà ad una modellazione tridimensionale della struttura per garantire l'effettiva rappresentazione di masse e rigidezze nello spazio e alle successive analisi di verifica.

4.2 Modellazione con elementi brick

Il modello geometrico descritto nel paragrafo 2.4 realizzato tramite elementi di volume è stato importato, con estensione *.iges*, nel programma MidasFX+, programma utilizzato per la realizzazione della mesh, successivamente una volta importato su Midas Gen sono stati definiti i vincoli e le proprietà meccaniche dei materiali.

Il programma mette a disposizione dell'utente diversi algoritmi di automeshing, tutti hanno in comune la procedura con la quale viene generata una mesh 3D è la seguente:

- Selezione del volume e definizione del tipo di elemento;
- Generazione di una mesh 1D l'ungo i bordi del volume;
- Creazione di una mesh 2D nelle facce esterne
- Creazione della mesh 3D all'interno.

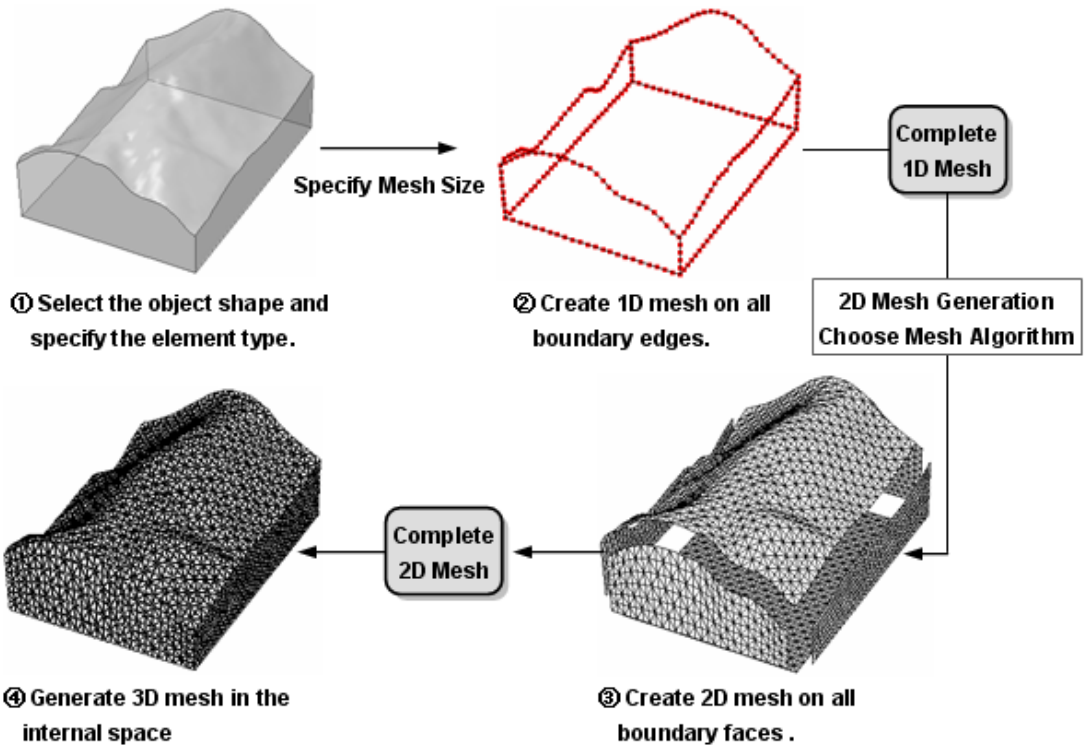


Figura 109 - Processo generale per la creazione di mesh 3D (24)

Gli algoritmi utilizzato sono:

- Map-Mesh-Solid: si basa su un generatore *Grid* il quale realizza elementi prismatici a 8 nodi;
- Auto-Mesh-Solid: algoritmo molto potente che permette anche di realizzare mesh su geometrie molto irregolari tramite l'utilizzo di elementi a 4 nodi tetraedrici.

Principalmente si è utilizzato l'algoritmo Map-Mesh-Solid, il quale, una volta diviso la geometria della torre in volumi elementari (privi di aperture, a base rettangolare o al limite a L) ha permesso di ottenere un elevato livello di regolarità della mesh, infatti avendo individuato l'elemento di riferimento in un cubo di lato 0.30 m, è stato possibile modellare i paramenti, esterni ed interni, con un solo strato di elementi finiti e permettendo una maglia regolare al loro interno.

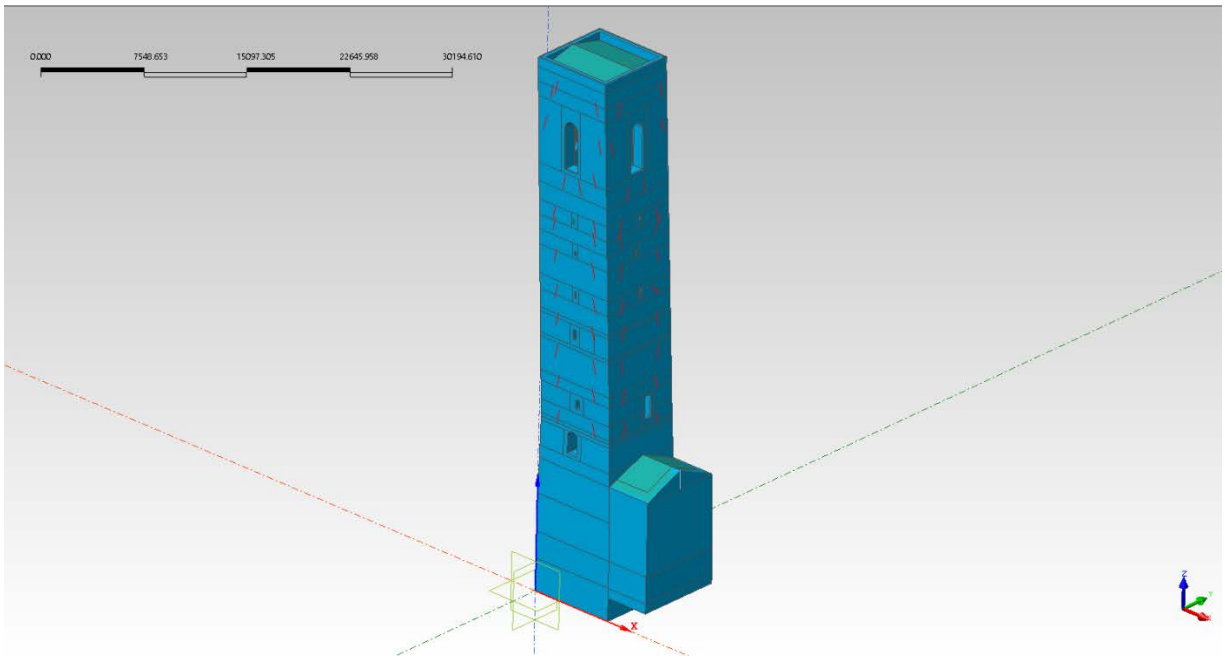


Figura 110 - modello geometrico importato all'interno del programma MidasFX+, è possibile notare la divisione dei volumi adottata

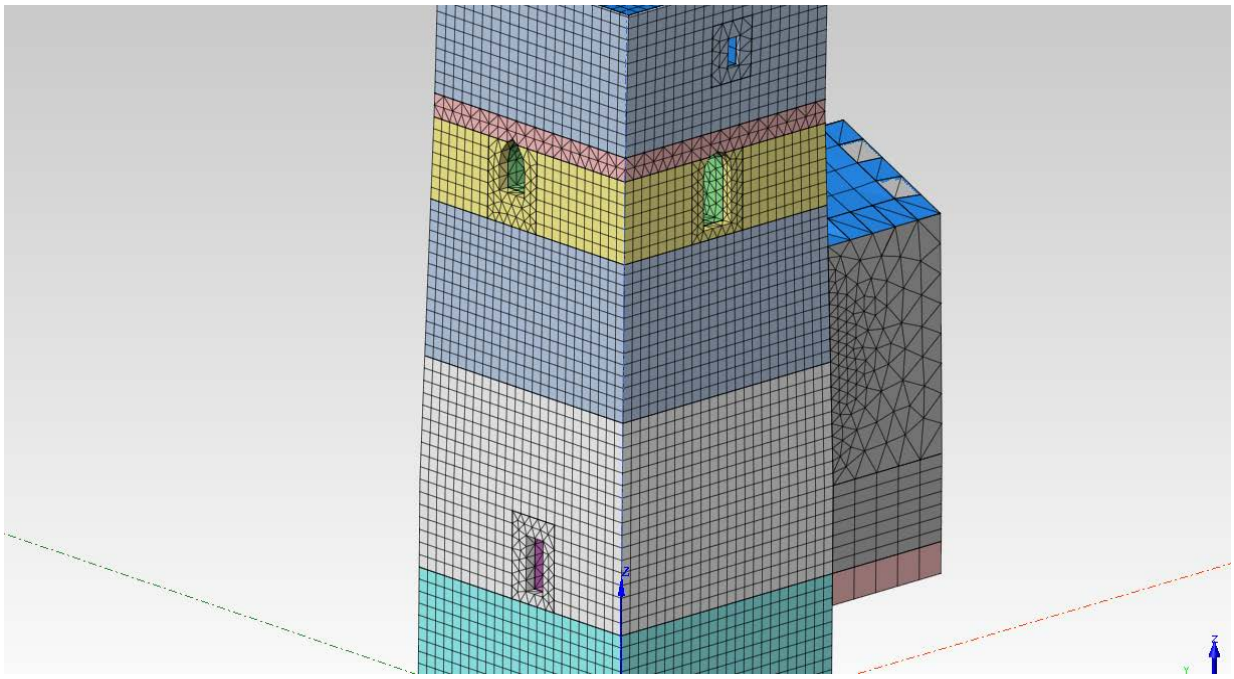


Figura 111 - Sezione della mesh della torre al livello del secondo piano

Si può osservare che nell'intorno delle aperture è stata realizzata una mesh più fitta costituita da elementi tetraedrici, garantendo il rispetto della geometria e la possibilità di cogliere meglio le tensioni nel loro intorno.

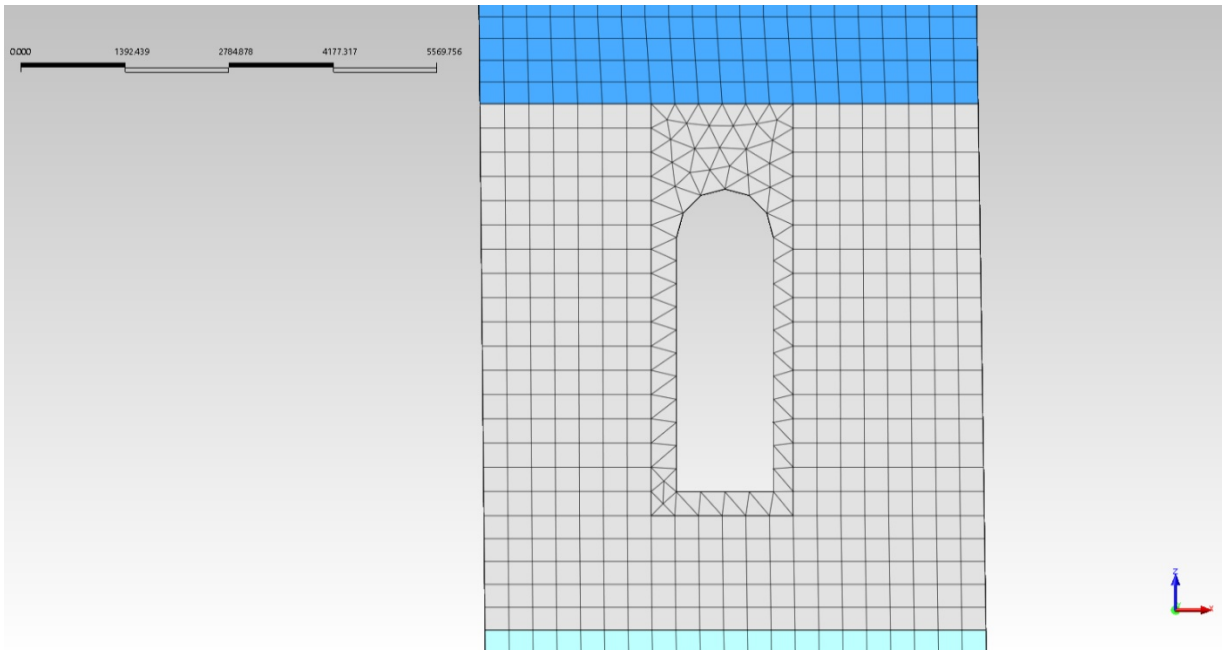


Figura 112 - vista frontale delle aperture della cella campanaria

Particolare attenzione è stata data alle volte presenti al sesto e settimo livello, le quali una volta modellate geometricamente e meshate hanno richiesto un *merge* manuale dei nodi con le pareti circostanti al fine di garantire continuità nella risposta strutturale.

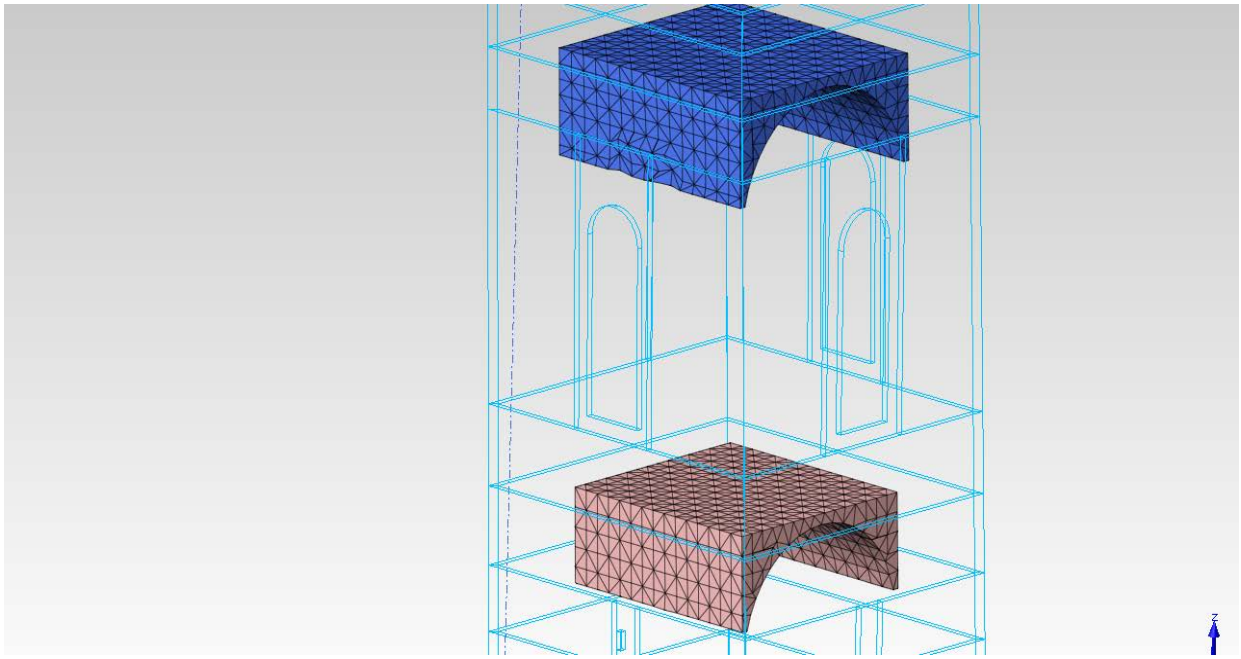


Figura 113 - Particolare della mesh delle volte

Per le coperture si è deciso di utilizzare degli elementi piani, a 4 nodi, che tenessero conto delle proprietà deformative della copertura.

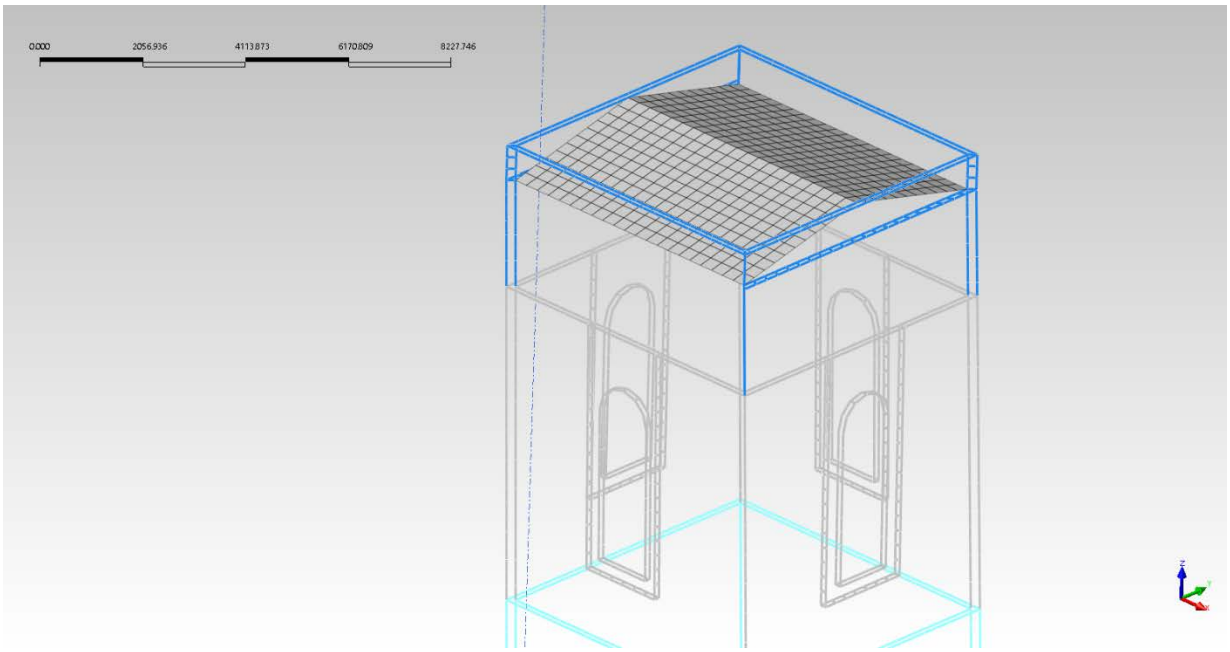


Figura 114 - Particolare della mesh piana usata per la copertura della torre

I controlli sulla qualità della mesh sono stati svolti tramite due comandi presente nel software: Check Mesh e Mesh Quality.

Il Mesh check permette di individuare eventuali discontinuità tra i *group-mesh* a contatto, in particolare le discontinuità di linea vengono rappresentate con linee rosse mentre quelle di superficie attraverso una superficie grigliata arancione.

Il Mesh quality fornisce i risultati della qualità della mesh attraverso:

- Aspect Ratio: rappresenta il rapporto tra i lati dell'elemento, più il valore è vicino all'unità maggiore è la regolarità degli elementi, in generale avere elementi con un rapporto tra i lati elevato porta a risultati errati.

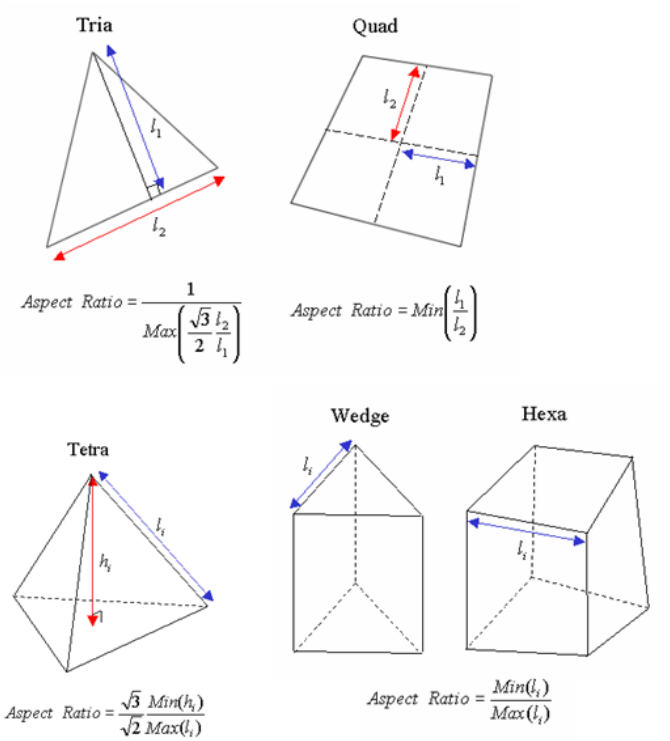


Figura 115 - Formulazione matematica dell'Aspect Ratio. Rif (24)

- Skew Angle, oltre al rapporto tra i lati sono importati anche gli angoli dell'elemento, il valore ottimale è 90°, nel caso di elementi 2D la formulazione analitica è data dall'immagine sottostante, per elementi 3D il calcolo è effettuato su ogni faccia e viene assegnato il valore minimo

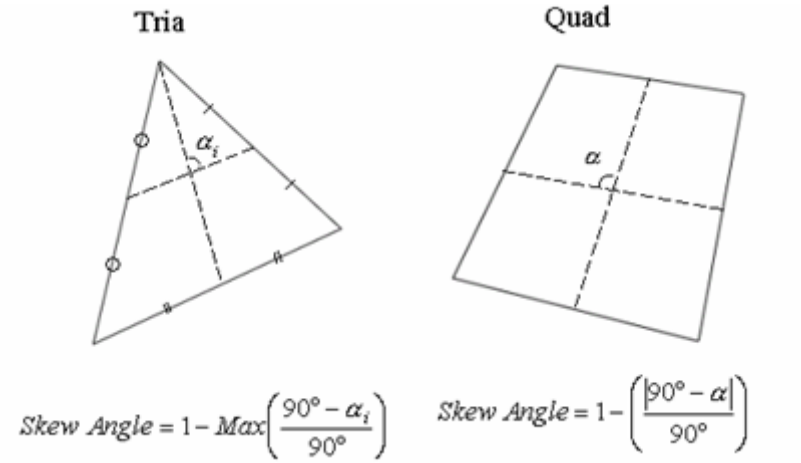


Figura 116 - Formulazione dello Skew Angle. Rif (24)

- Taper, rappresenta la deviazione degli elementi quadrangolari dalla forma rettangolare, la quale assume valore 1, per elementi 3D il calcolo è effettuato su ogni faccia e viene assegnato il valore minimo;

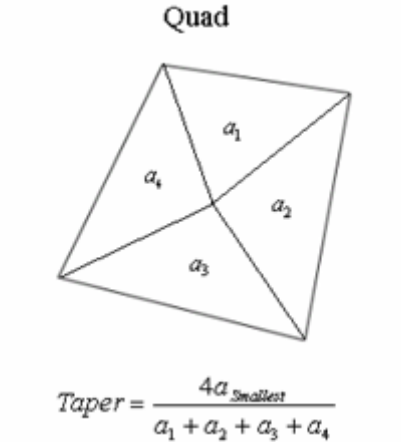


Figura 117 - Formulazione del Taper. Rif (24)

- Warpage, rappresenta la deviazione del piano che contiene i nodi con il *best-filt plane* (24) ovvero è un indicatore della planarità delle facce dell'elemento, per elementi 3D il calcolo è effettuato su ogni faccia e viene assegnato il valore massimo;

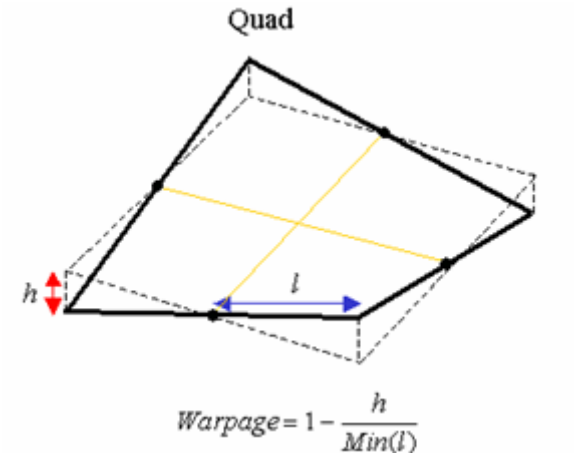


Figura 118 - Formulazione del Warpage Rif (24)

- Jacobian Ratio, *"Il calcolo Jacobiano viene eseguito nei punti di integrazione di elementi comunemente noti come Gauss Point. Ad ogni punto di integrazione, viene calcolato il determinante di Jacobian e il rapporto di Jacobian viene rilevato dal rapporto tra il valore determinante massimo e minimo. Il Determinante Jacobian degli elementi 2D viene calcolato dopo essere stato proiettato su un piano e il determinante degli elementi 3D viene rilevato mediante il calcolo diretto. Se l'elemento quadrilatero non è convesso, si otterrà il rapporto Jacobiano negativo, e gli elementi con il rapporto Jacobiano negativo non possono essere risolti con il risultato corretto"* (24);
- Twist, calcola la torsione degli elementi analizzando due facce opposte;

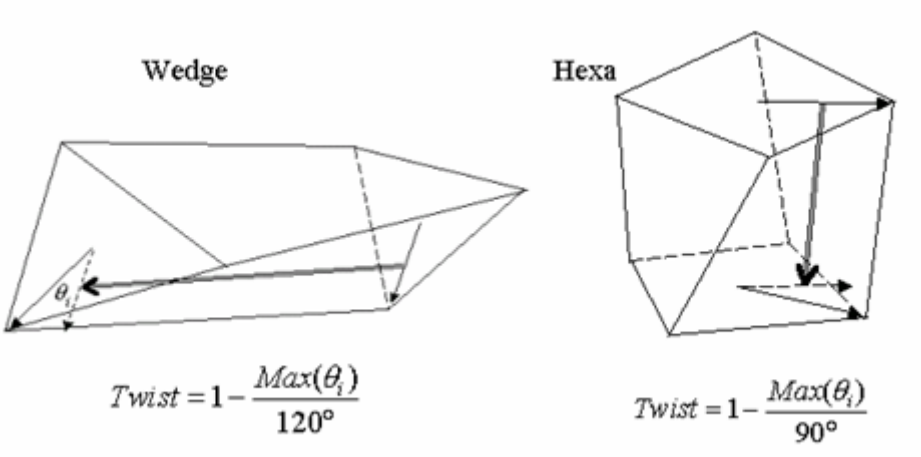


Figura 119 - Formulazione del Twist Rif (24)

- Collapse, nella generazione automatica della mesh, o durante le operazioni di unione dei nodi, può capitare che si vengano a generare elementi tetraedrici planari che prendono il nome di *collapsed tetra* (24) che non possono essere risolti.

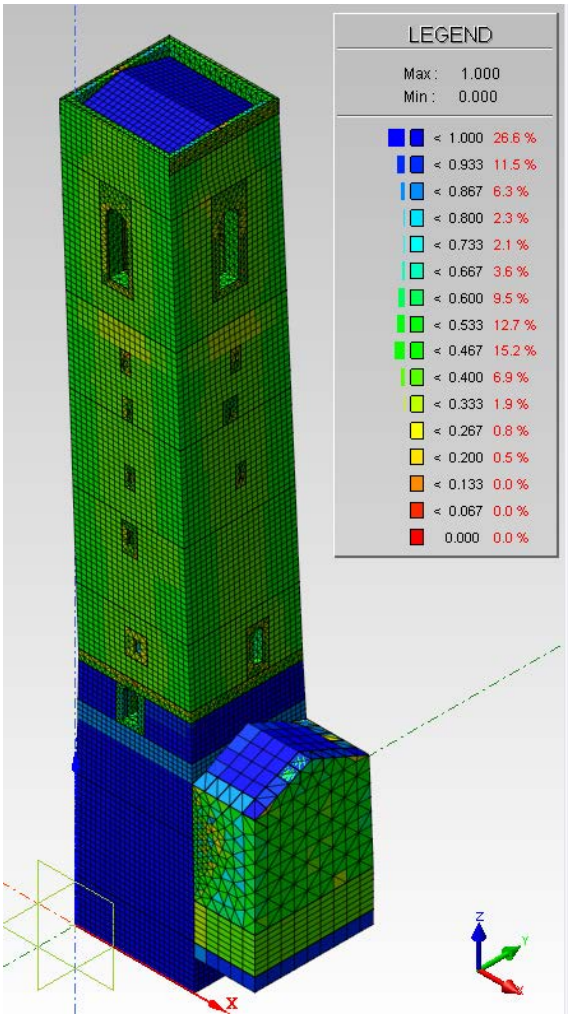


Figura 120 - Mesh Quality Aspect Ratio

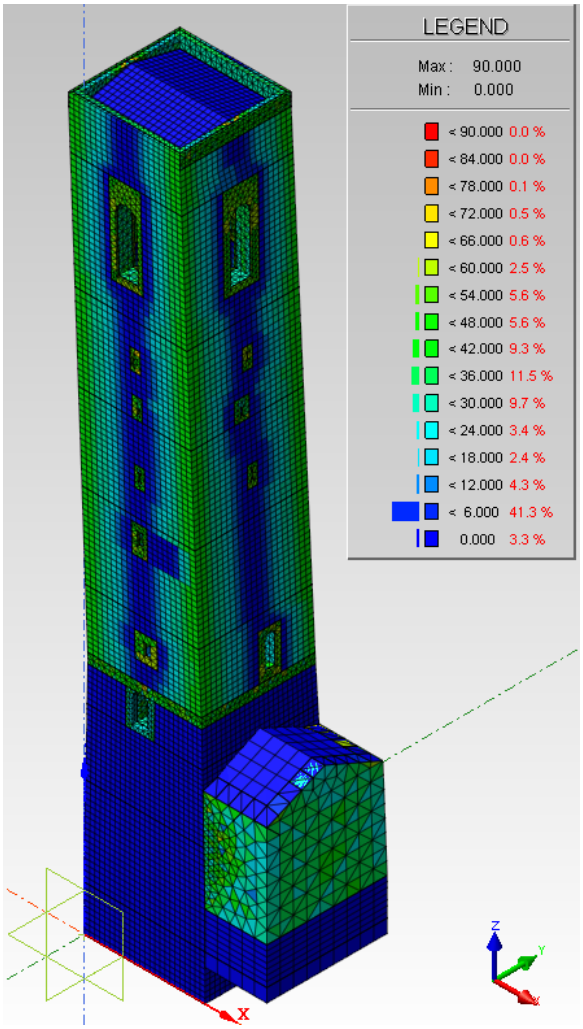


Figura 121 - Mesh Quality Skew Angle

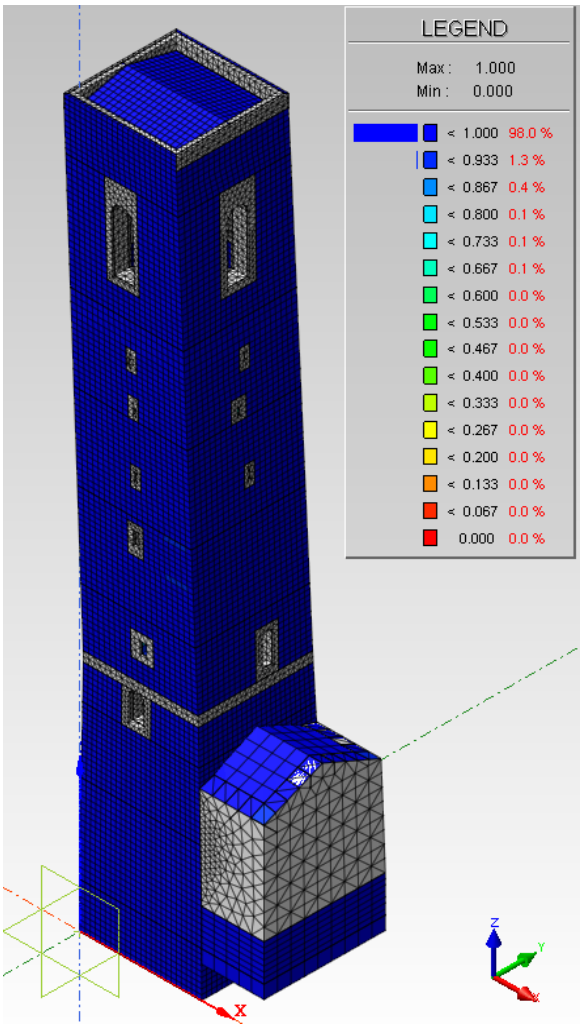


Figura 122 - Mesh Quality Taper

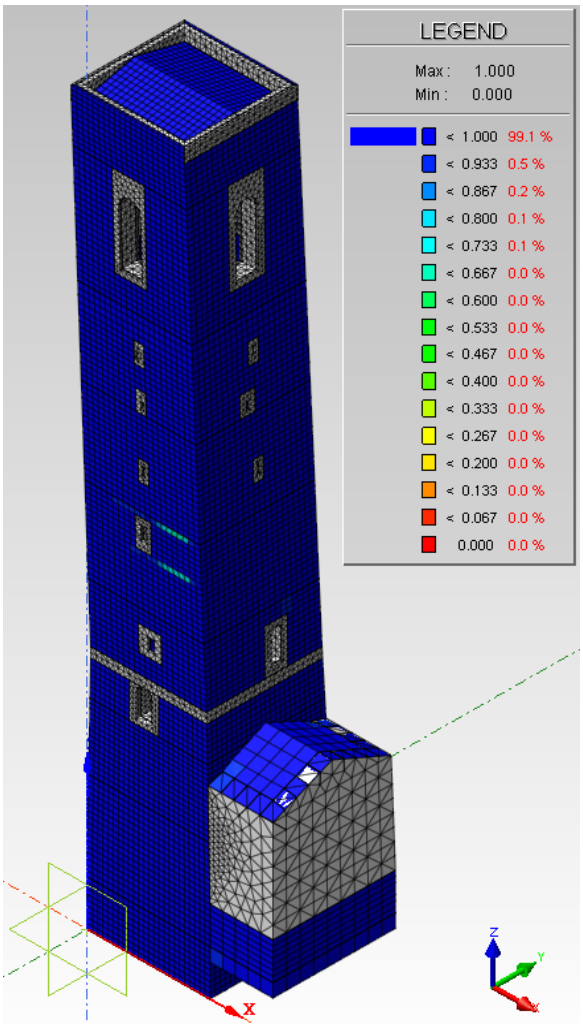


Figura 123- Mesh Quality Warpage

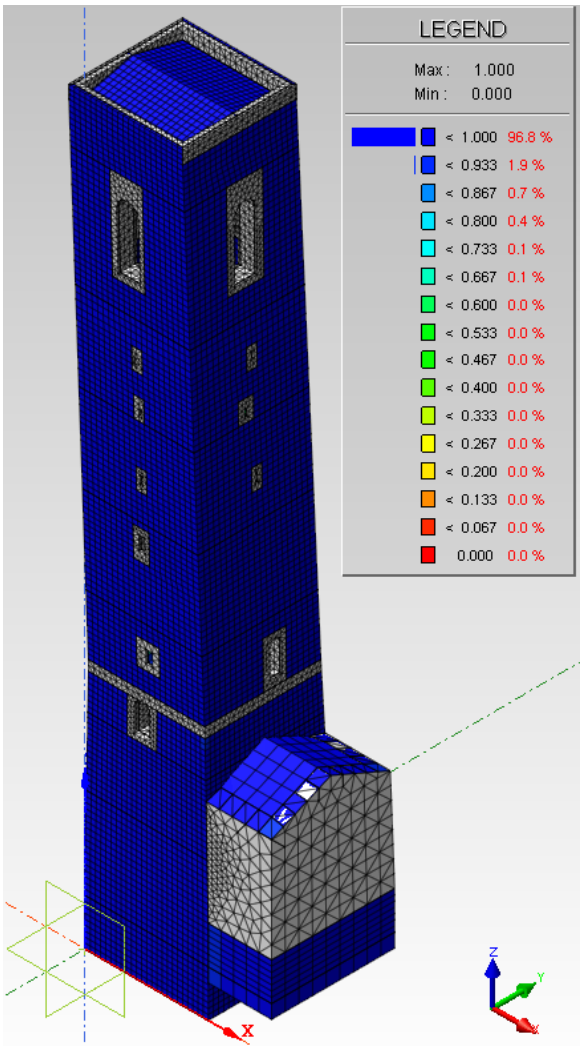


Figura 124- Figura 119 - Mesh Quality Jacobian Ratio

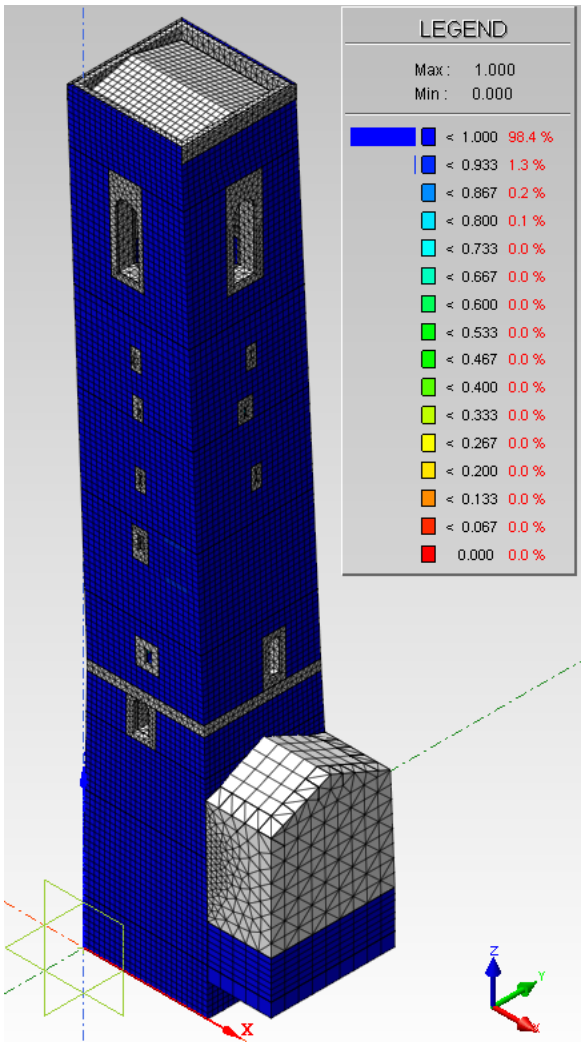


Figura 125 – Mesh Quality Twist

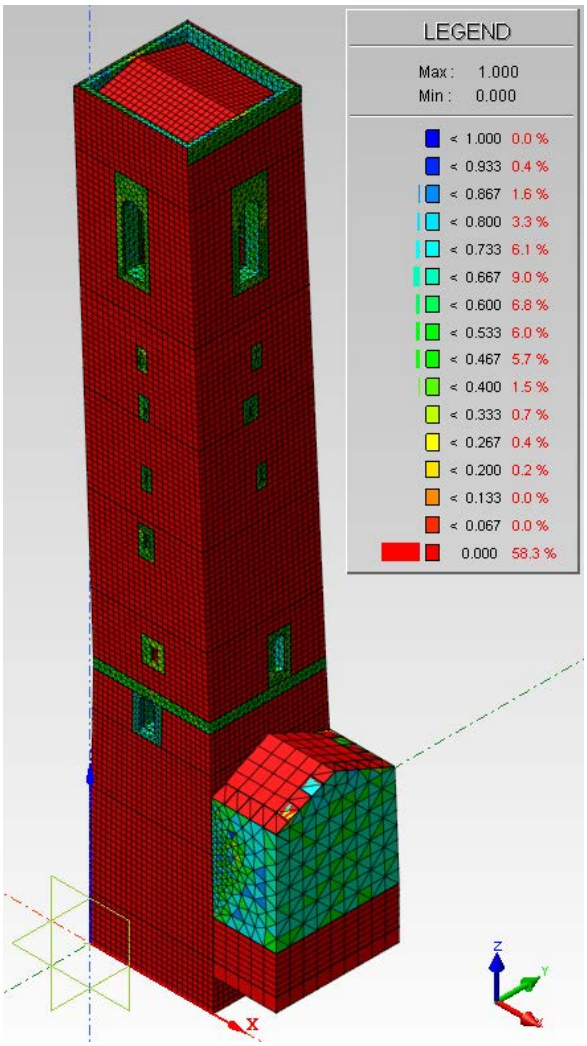


Figura 126 – Mesh Quality Collapse

Viene precisato che nella figura 123 il Collapse si riferisce solo ad elementi tetraedrici, per questa ragioni gli elementi esaedrici (58.3%) vengono riportati con un valore pari a 0.000.

L'ultimo punto nella realizzazione della mesh è stato quello della definizione dei vincoli, in particolare per simulare l'interazione del terreno sono state definite 685 molle verticali di cui: 625 posizionate al di sotto della torre e 60 al di sotto dell'aggiunto. Per bloccare la struttura nel piano di fondazioni sono stati aggiunti nel perimetro: dei vincoli di incastro nella direzione Dx, Dy e di rotazione intorno all'asse Rz.

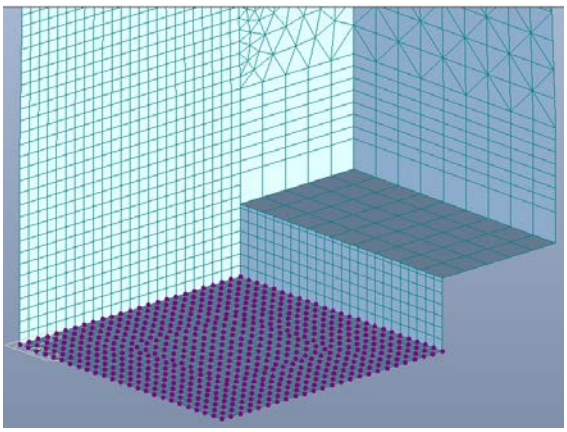


Figura 127 - Distribuzione delle molle verticali al di sotto della torre.

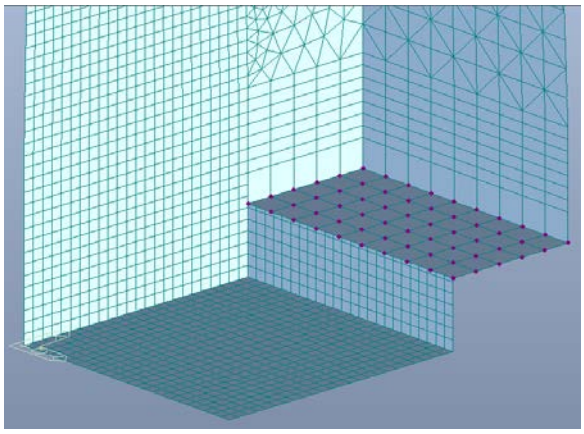


Figura 128 - Distribuzione delle molle verticali al di sotto dell'aggiunto.

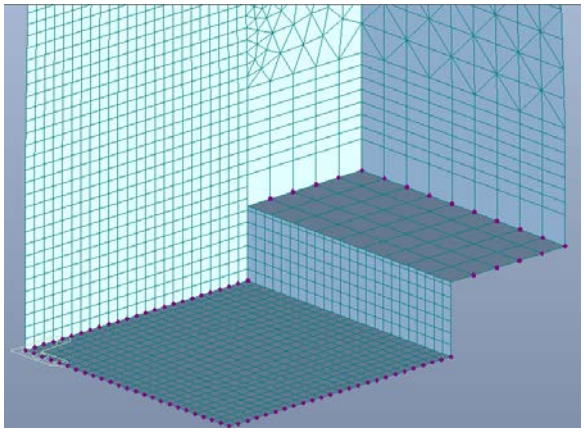


Figura 129 - Disposizione dei vincoli di incastro in Dx, Dy, Rz.

In conclusione è stata ottenuta una mesh formata da 94389 elementi e 73703 nodi, l'elevata quantità di elementi generati è giustificata dal fatto di voler modellare i diversi strati della struttura mantenendo una elevata qualità della mesh. Risultato raggiunto osservando le percentuali di elementi che non superano il Mesh Quality.

5. Il monitoraggio Strutturale

L'elevata attività sismica del territorio italiano ha prodotto nel tempo un'evoluzione del comportamento dinamico delle strutture associato ad un progressivo danno la cui identificazione è fondamentale per la definizione di interventi volti alla riparazione o al consolidamento del bene.

In questo contesto il monitoraggio assume l'importante ruolo di strumento per il progettista nell'identificazione delle proprietà dinamiche (frequenze e forme proprie), che attraverso tecniche di model updating permettono di determinare le caratteristiche elastiche dei materiali, le masse e il grado di vincolo della struttura. Nei beni protetti del patrimonio culturale dove non risultano applicabili prove sperimentali di tipo distruttivo, tale tecnica rappresenta un'ottima alternativa che, pur salvaguardando l'integrità della struttura, permette di migliorane la conoscenza.

Come riportato dalle Linee guida per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme tecniche per le costruzioni di cui al decreto del Ministero delle Infrastrutture e dei trasporti del 14 gennaio 2008 al paragrafo 4.1.9:

"*Il controllo periodico della costruzione rappresenta il principale strumento per una consapevole conservazione, in quanto consente di programmare la manutenzione ed attuare in tempo, quando realmente necessari, gli interventi di riparazione, in caso di danno strutturale, e di consolidamento, finalizzato alla prevenzione.*

[…] *Per impostare un programma di monitoraggio è necessario eseguire preventivamente una accurata analisi del funzionamento strutturale, e quindi una interpretazione dei dissesti in atto, in modo da definire i parametri più significativi che, misurati in continuo o con scadenze temporali adeguate, consentono di certificarne il buon comportamento ovvero di valutare eventuali evoluzioni pericolose per la stabilità di insieme o di singole parti dell'edificio.*

Il monitoraggio visivo, inteso come controllo periodico dell'insorgenza di stati fessurativi, fenomeni di degrado, trasformazioni nella struttura e nell'ambiente circostante, rappresenta il punto di partenza di tale attività.

Informazioni aggiuntive possono essere acquisite attraverso il monitoraggio strumentale di alcuni parametri ritenuti significativi (movimento delle lesioni, spostamenti assoluti o relativi di punti della costruzione, rotazione di pareti o altri elementi).

[…] *Il progetto di monitoraggio richiede una preliminare interpretazione del meccanismo di dissesto, che può spesso essere eseguita grazie alla meccanica dell'equilibrio delle murature*

considerate come corpo rigido; ciò permette di individuare una serie di punti notevoli da controllare.

[…] *Se si considera più in particolare la sicurezza sismica, essendo il terremoto un evento raro ed imprevedibile, è evidente che il monitoraggio non rappresenta uno strumento di allarme o di individuazione del comportamento sismico. Un suo uso può risultare significativo nell'emergenza post-terremoto, su strutture fortemente danneggiate di cui si volesse verificare l'evoluzione del meccanismo attivato dal sisma e la risposta ad eventuali scosse di replica"*

A seguito dei recenti eventi sismici che hanno caratterizzato il centro Italia nel 2016, il Politecnico di Torino, in collaborazione con l'Università di Nagoya City ha avviato un'attività di monitoraggio della Torre degli Smeducci volta a determinare l'evoluzione della struttura, anche in relazione al complicato quadro geologico.

5.1 Applicazione al caso studio

Il sistema di monitoraggio è costituito da 17 accelerometri monoassiali capacitivi, con frequenza di campionamento a 100 Hz, disposti lungo lo sviluppo della torre e collegati al "Box Case" di acquisizione ed alimentazione tramite un sistema di cavi schermati di diametro 8mm.

La posizione degli accelerometri è stata valutata, in una precedente fase di studio, in modo da poter valutare correttamente i parametri modali della Torre Smeducci.

Per comprendere l'effettiva interazione tra il terreno e la struttura, profondamente modificata a seguito dei numerosi interventi realizzati, sono stati posizionati nel piano interrato:

- Una terna triassiale in corrispondenza dello spigolo Nord
- Due accelerometri monoassiali in direzione verticale rispettivamente negli spigoli Est e Sud.

Sempre in corrispondenza dello spigolo Nord sono posizionati accelerometri in direzione x e y rispettivamente nei piani del III (4X,4Y), del V (5X,5Y) e del VII (7X,7Y) livello.

Gli ultimi due accelerometri presenti nella torre sono orientati rispettivamente in direzione –6X, sul V piano e +8X al VII piano.

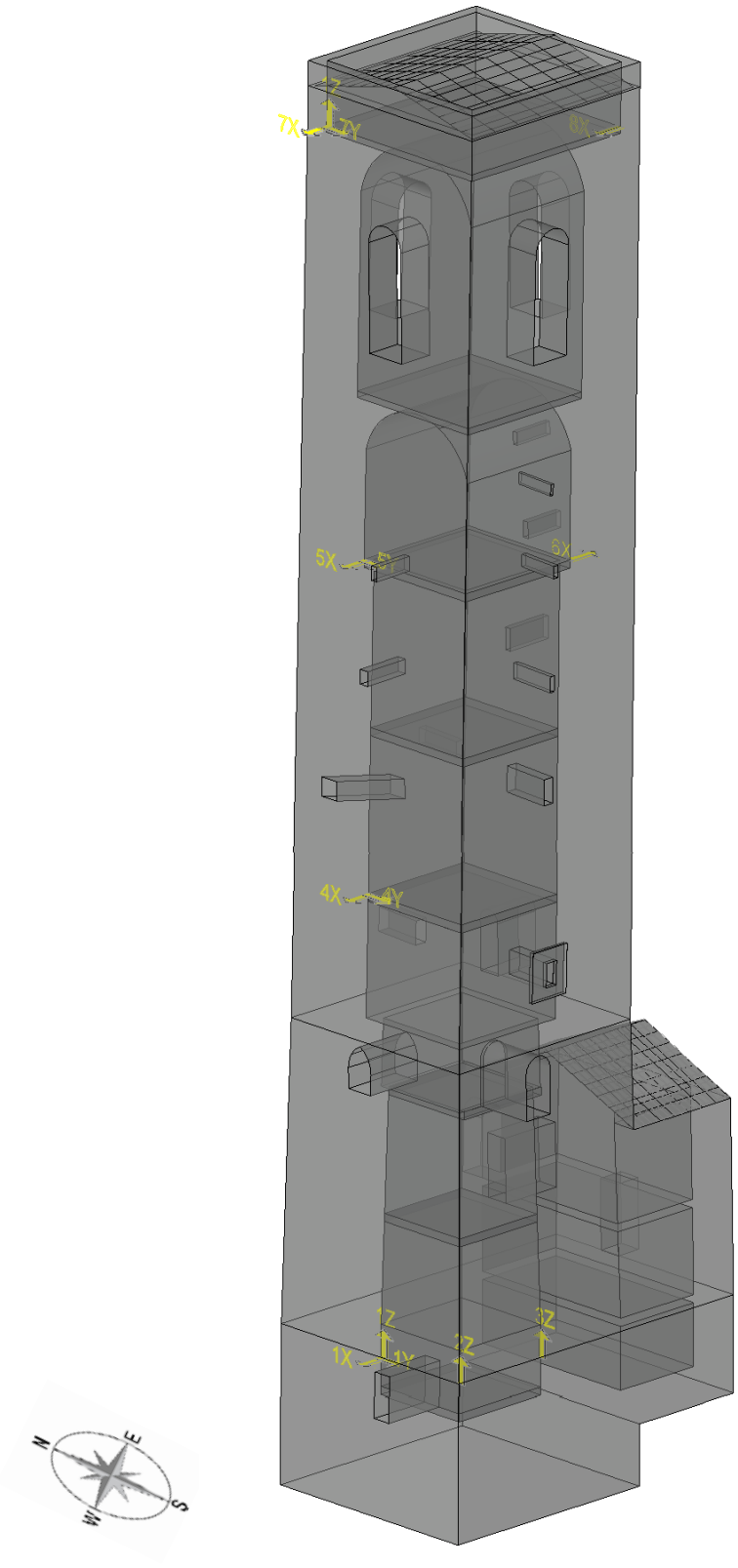


Figura 130 - Posizione degli accelerometri

Infine, il sistema di monitoraggio si conclude con una terna triassiale posizionata nel terreno, a sufficiente distanza per evitare di registrare un segnale alterato dalla risposta dinamica della torre, per acquisire le componenti sismiche.

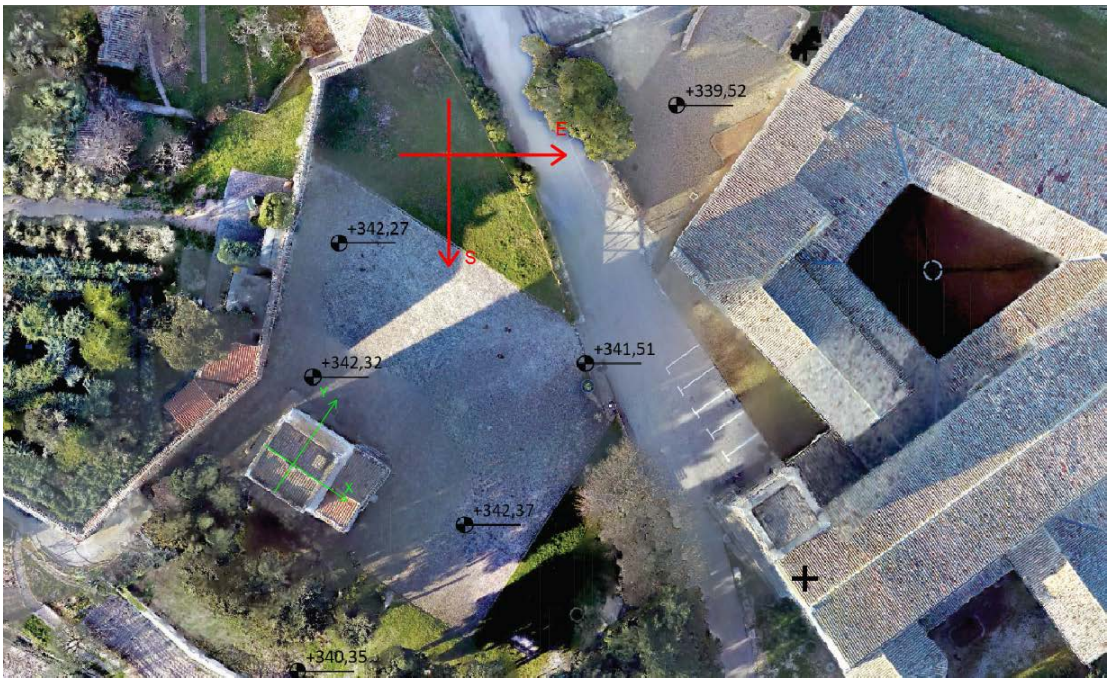


Figura 131 - In verde il sistema di riferimento utilizzato nel modello FEM, in rosso è riportata la posizione e l'orientamento della terna nel free-field

Il sistema è completato da:

- n°1 alimentatore UPS per garantire la continuità dell'acquisizione del segnale;
- n°1 sistema di acquisizione "Compact Rio" della National Instruments con frequenza di campionamento a 100 Hz;
- n°1 Hard Disk da 2 TB sufficiente ad immagazzinare l'enorme quantità di dati;
- Connessione alla rete internet per la trasmissione in remoto dei dati.

Al fine di determinare la corrispondenza tra le forme modali identificate e quelle ottenute dal modello analitico sono stati identificati i nodi della mesh relativi agli accelerometri:

	Nodo	x	y	z
1x	**8225**	200	519	395
1y				
1z				
2z	**8245**	200	200	395
3z	**7104**	520	200	331
4x	**34722**	156.26	526.38	1815
4y				
5x	**51561**	126.2	509.76	2850
5y				
6x	**52042**	538.82	97.14	2850
7x	**70032**	26.01	549.62	4190
7y				
7z				
8x	**70334**	606.06	-30.38	4190

Figura 132 - Corrispondenza tra la posizione degli accelerometri nella torre e i nodi all'interno del modello.

5.2 Risultati identificazione

Nel presente paragrafo si riportano i risultati dell'identificazione dinamica che ha permesso di determinare le frequenze proprie dei primi 6 modi di vibrare:

- F1y, primo modo flessionale nella direzione y;
- F2x, primo modo flessionale nella direzione x;
- F3t, primo modo torsionale;
- F4y, secondo modo flessionale nella direzione y;
- F5x, secondo modo flessionale nella direzione x;
- F6z, primo modo verticale.

Modo	Frequenza [Hz]	Periodo [s]
F1y	1.25	0.8
F2x	1.36	0.74
F3t	4.37	0.23
F4y	4.52	0.22
F5x	4.91	0.20
F6z	9.50	0.11

Tra i parametri identificati troviamo anche le forme modali che verranno utilizzate per il confronto con quelle ottenute dall'analisi modale.

	F1	F2	T3	F4	F5
4X	0.0272	0.0748	0.1063	0.1084	0.1982
4Y	-0.0591	0.0525	-0.0015	-0.2521	0.1128
5X	0.1590	0.4365	0.3420	0.0896	0.5927
5Y	-0.4272	0.2078	0.4605	-0.7396	0.2432
6X	0.1019	0.4683	-0.1272	-0.1029	0.2601
7X	0.2672	1.0000	0.7097	0.0008	-1.0000
7Y	-1.0000	0.4296	0.8975	1.0000	-0.5791
8X	0.3607	0.9851	-1.0000	-0.2506	-0.8772

Figura 133 - Spostamenti modali per le prime 5 frequenze identificate

6. Model Updating

Nel presente capitolo si tratterà il problema dell'aggiornamento dei parametri meccanici del modello agli elementi finiti al fine di migliorare la corrispondenza tra il modello reale e il suo gemello digitale. Tale procedura va sotto il nome anglosassone di Model updating e le fasi possono essere sintetizzate nel seguente diagramma di flusso:

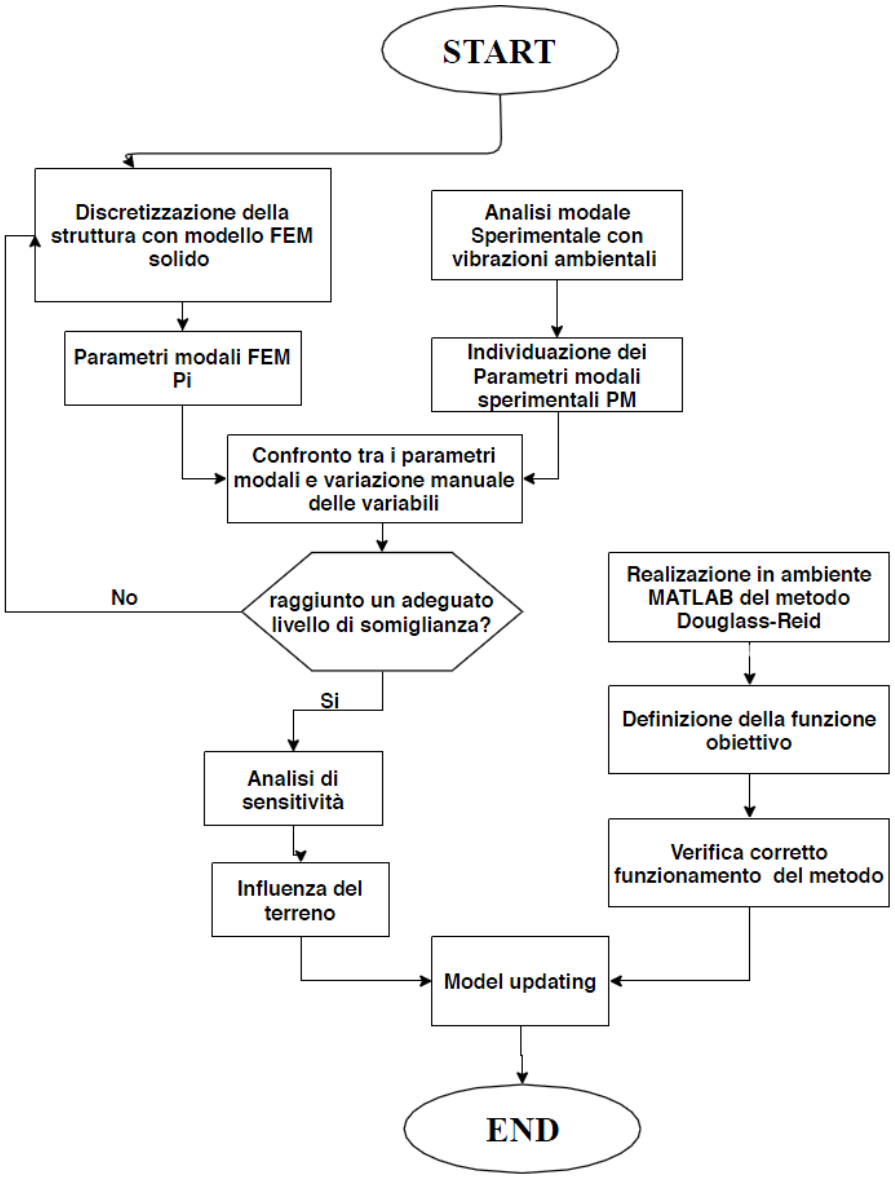


Figura 134- Diagramma di flusso seguito nella procedura del model updating seguendo lo schema di (25)

6.1 Influenza del terreno

Nell'ambito del processo di Model Updating capire l'interazione terreno-struttura risulta un elemento fondamentale per arrivare alla corretta determinazione delle variabili, per questo la sua influenza è stata studiata anticipatamente.

Il metodo adottato consiste nel mantenere tutti i parametri bloccati ai valori calcolati utilizzando i parametri calcolati nel paragrafo 3.5.2 ottenuti tramite manual tuning e variare la rigidezza verticale totale K_w alla base della torre in un range molto ampio, da K_w low=10 GN/m, a valori di K_w= 800 GN/m condizione di incastro alla base.

Si riporta la variazione delle prime 5 frequenze proprie della struttura in funzione della variazione della rigidezza verticale totale alla base della torre.

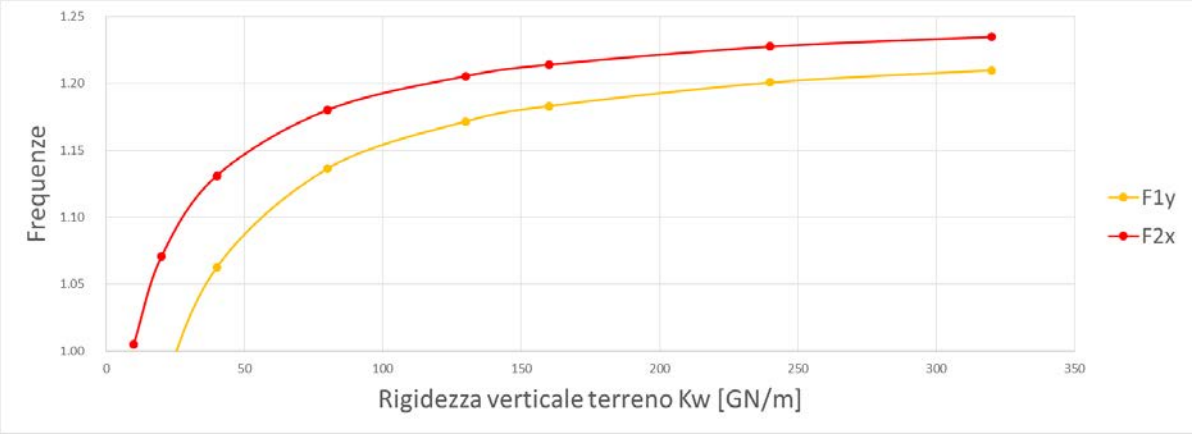


Figura 135 - Variazione delle frequenze dei primi due modi in funzione della rigidezza totale alla base, i punti rappresentano i valori sperimentali e le curve una loro interpolazione

Come è noto i primi modi flessionali sono particolarmente influenzati dalla rigidezza alla base, tuttavia nel range 300-400 GN/m non si registrano più variazioni apprezzabile e il grado di vincolo alla base è assimilabile ad un incastro.

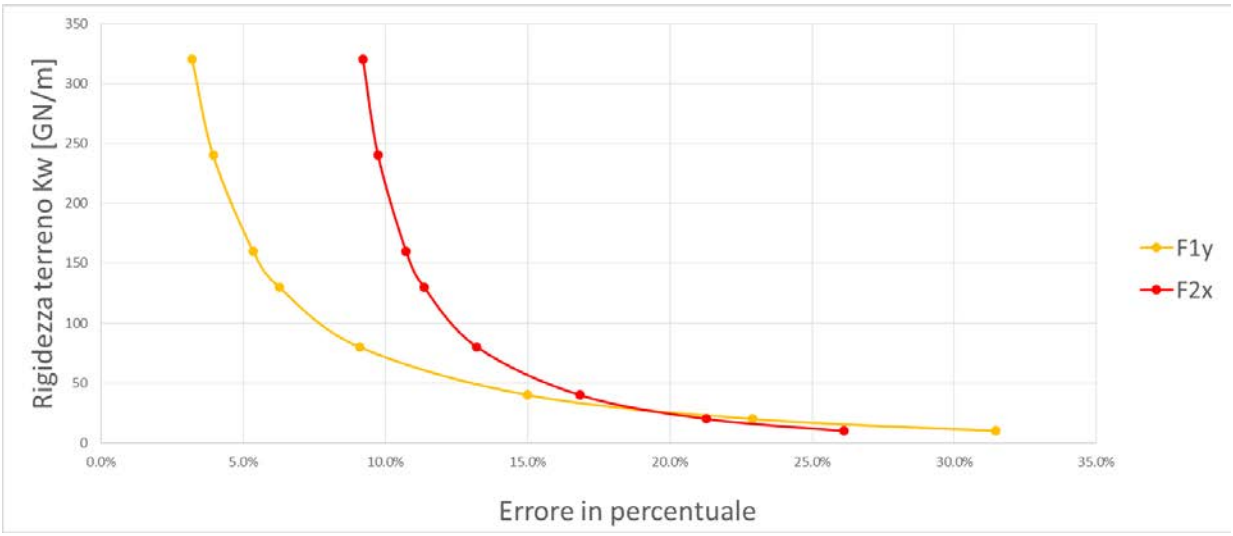


Figura 136- Errore in percentuale sulle frequenze dei primi due modi.

Analizzando l'errore in percentuale rispetto alle frequenze sperimentali si osserva che per entrambi i modi principali non si raggiunge mai un punto di minimo. La causa è da ricercarsi negli interventi realizzati precedentemente che hanno stravolto l'organismo strutturale e di

conseguenza una stima dei moduli elastici tramite l'utilizzo dei valori riportati in circolare perde di significato. Per questo si è deciso di effettuare un model updating inserendo i parametri di rigidezza della muratura in modo da valutare effettivamente l'entità degli interventi realizzati.

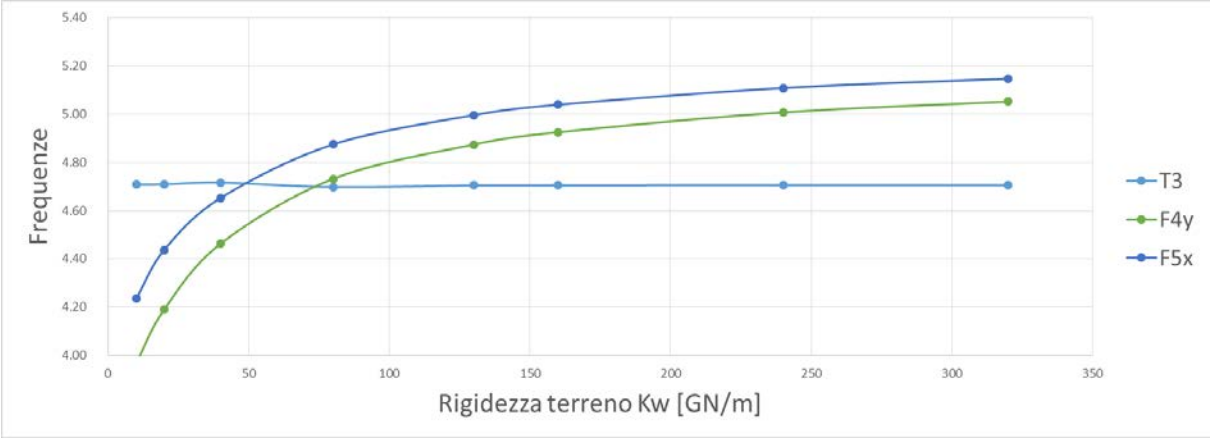


Figura 137 - Variazione delle frequenze dei modi superiori in funzione della rigidezza totale alla base, i punti rappresentano i valori sperimentali e le curve una loro interpolazione.

Analizzando i modi superiori si può notare che il moto torsionale T3 non risulta influenzato dalla variazione di rigidezza del terreno, questo perché la K_w è stata rappresentata con molle verticali, che schematizzare un comportamento alla Winkler del terreno e non hanno influenza sulla torsione della struttura.

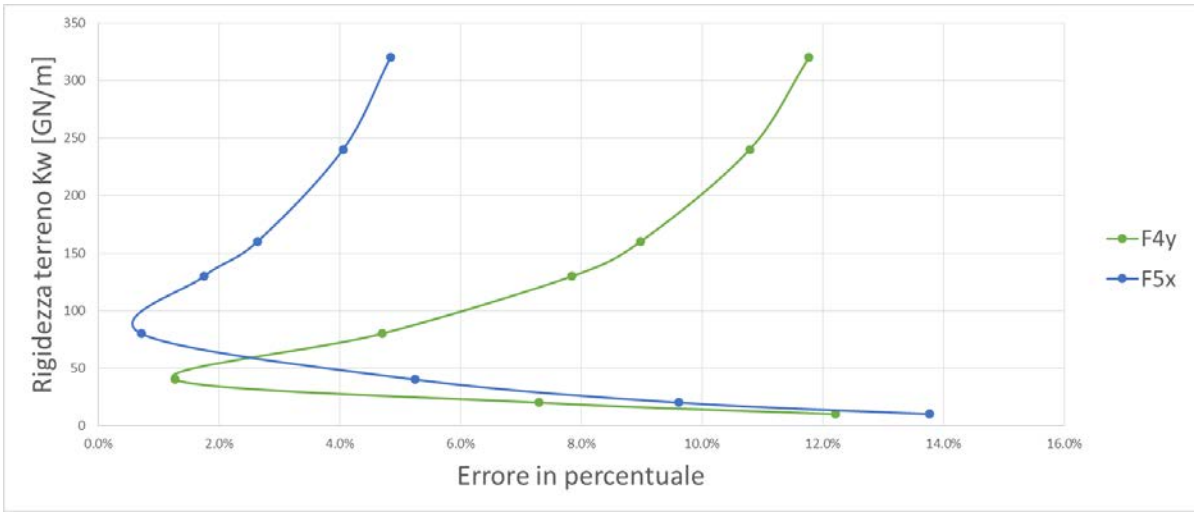


Figura 138 - Errore in percentuale sulle frequenze dei modi superiori.

Mentre per il modo torsionale l'errore rimane fisso all'8.7%, l'errore rispetto le frequenze sperimentali per i modi flessionali superiori registra un minimo nei valori di 40 GN/m per il F4y e di 90 GN/m per il F5X.

A tali conclusioni vanno aggiunte le considerazioni effettuate sull'analisi dei segnali volta alla stima della forma modale verticale considerando il rapporto tra le accelerazioni registrate in testa alla torre e quelle registrate nelle fondazioni.

Il primo passaggio è stato quello di individuare una storia temporale in cui sia stata registrata una modesta amplificazione del segnale che permette una più chiara lettura della risposta strutturale. Nel seguito si riporta la storia temporale registrata dagli accelerometri, in ascissa sono riportati il numero dei campionamenti, in ordinata il segnale acquisito.

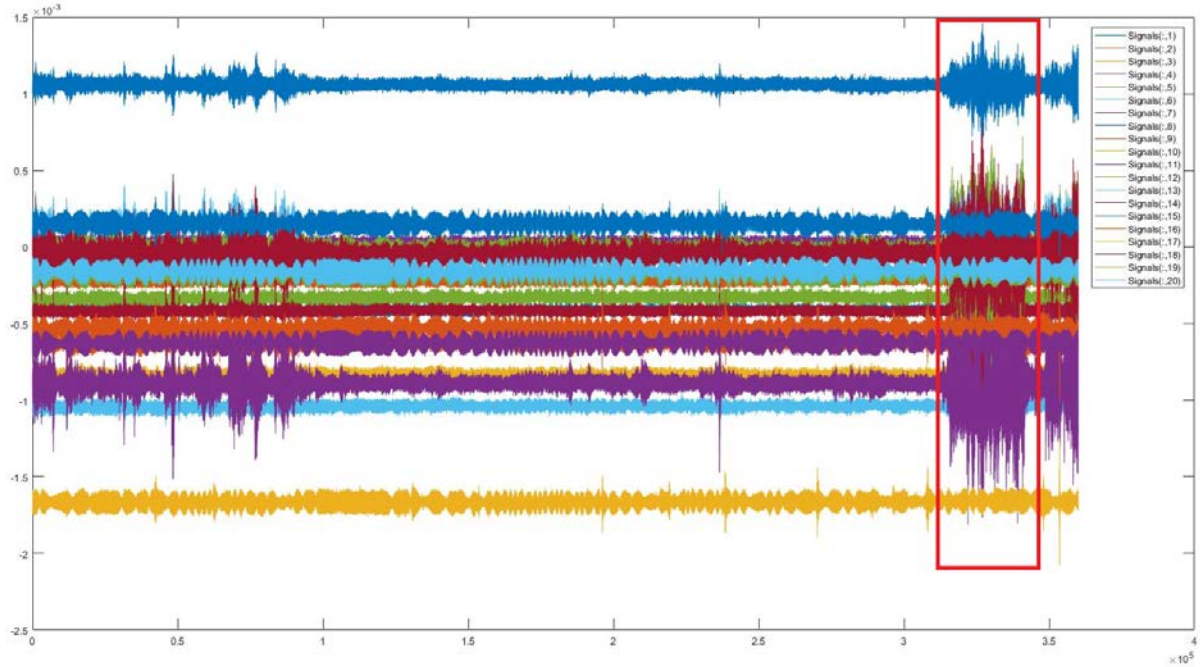


Figura 139 – Segnali acquisiti nel giorno 12/11/2017 dalle 10:23 alle 11:23, in rosso sono evidenziati i segnali sottoposti ad analisi.

Nelle operazioni di monitoraggio strutturale, e successiva analisi, è stato individuato un modo verticale con una frequenza nell'intorno dei 9.50 Hz, per questo motivi si è ricavata la densità di potenza spettrale PSD filtrando il segnale nel range delle f_z=9.50-9.55 Hz e riportando i valori relativi ai solo accelerometri orientati secondo la verticale.

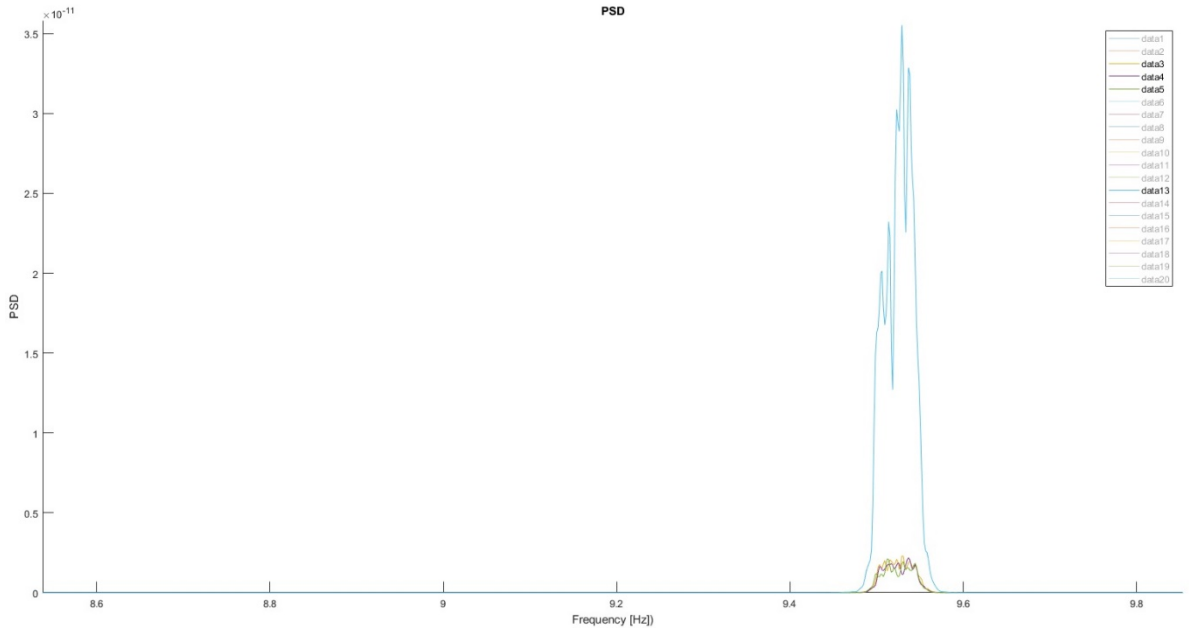


Figura 140 - PSD dei segnali acquisiti filtrati tra 9.50 e 9.55 Hz

Il rapporto tra lo spostamento modale relativo ai diversi piani può essere confrontato con il rapporto tra il valore delle accelerazioni registrate, quindi calcolando il valore efficace dei 4 segnali, 1Z 2Z 3Z e 7Z, ovvero determinando il segnale costante di pari potenzia media e analizzando i rapporti si ottiene:

$$\frac{rms_(7z)}{rms_(3z)} = 11.86 \; ; \; \frac{rms_(7z)}{rms_(3z)} = 13.58; \; \frac{rms_(7z)}{rms_(3z)} = 12.53$$

Dalla media dei 3 valori si ottiene 12.65, che rappresenta anche il rapporto tra lo spostamento modale in testa e quello alla base. In altre parole, nel primo modo di vibrare verticale quando alla base si ha un spostamento verticale $S_1=1$ unitario, in sommità si ha uno spostamento S=12.65 volte superiore.

Prendendo come riferimento l'articolo pubblicato da *Sabia, Lancellotta et al* "Dynamic identification and seismic behaviour of Ghirlandina Tower in Modena (Italy)" (26) l'insieme terreno struttura può essere schematizzato come un sistema costituito da due molle in serie:

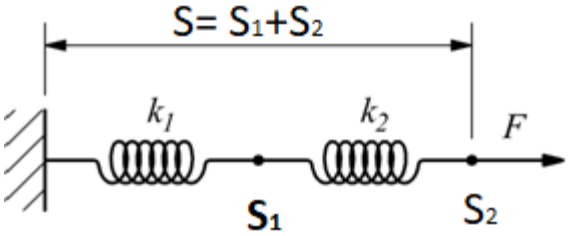


Figura 141 - Schematizzazione fondazione struttura, k_1 rappresenta la rigidezza totale della fondazione, k_2 la rigidezza assiale della torre

Per poter stimare le due rigidezze k_1 e k_2 abbiamo bisogno di un sistema di due equazioni, la prima delle quali deriva dallo studio degli spostamenti modali verticali:

$$\frac{S}{S_1} = \frac{\frac{K_1 + K_2}{K_1 \cdot K_2}}{\frac{1}{K_1}} = \frac{K_1 + K_2}{K_2} = 12.65$$

$$K_1 = 11.65 \cdot K_2$$

La seconda equazione è data dalla stima della rigidezza assiale equivalente, infatti avendo identificato il modo verticale ad una frequenza di 9,50 Hz, e sapendo che:

- $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{M}}$,
- M= massa totale della torre pari a circa $3000 \cdot 10^3$ Kg
- L= 44 m
- A= area media della sezione della torre circa 33 m^2

Si può ricavare una rigidezza assiale equivalente:

$$K_{eq} = (2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot M = 10.68\ GN/m$$

Poiché per un sistema di due molle in serie si ha:

$$K_{eq} = \frac{K_1 \cdot K_2}{K_1 + K_2}$$

$$K_{eq} = \frac{11.65}{12.65} \cdot K_2 = 10.68\ GN/m$$

In definitiva si ottengono i valori stimati della rigidezza assiale della muratura K_2 e il valore della rigidezza delle fondazioni K_1.

- $K_2 = 10.68 \cdot \frac{12.65}{11.65} = 11.60 \frac{GN}{m}$
- $K_1 = 11.65 \cdot K_2 = 135\ GN/m$

6.2 Analisi di sensitività

Con analisi di sensitività si intende un tipo di studio volta alla determinazione delle variabili che maggiormente influenzano la risposta del modello; alcuni autori la definiscono anche come "*analisi di incertezza*" (Saltelli et al., 2004), definizione ben rende il motivo del suo utilizzo, soprattutto quando si studiano edifici appartenenti al patrimonio storico dove la variabilità delle proprietà meccaniche dei materiali legate: all'eterogeneità della muratura, al livello di danneggiamento presente, oppure all'interazione tra gli elementi, possono essere estremamente significative.

Nel presente lavoro si è fatto riferimento ad un'analisi di sensitività di tipo locale in grado di fornire l'influenza di un parametro, nell'intorno del punto considerato, variando un parametro alla volta e determinando il coefficiente di sensitività SA.

Tale coefficiente può esser spiegato facilmente immaginando una funzione del tipo:

$$y = f(x)$$

dove y e x sono i vettori contenenti rispettivamente l'output e l'input del modello, al fine di valutare la sensibilità del i-esimo input, rispetto al j-esimo output si fa riferimento alla derivata parziale ∂yi/∂xi normalizzata rispetto ai valori iniziali. (25)

Come esposto da Maia e Silva 1997 il coefficiente Si,j rappresenta la variazione in percentuale del parametro modale R_i^{num}, a seguito di una variazione in percentuale, nel presente lavoro si è adottato un δ=5%, della variabile X_j:

$$S_{i,j} = 100 \cdot \frac{X_j}{R_i^{num}} \cdot \frac{\Delta R_i^{num}}{\Delta X_j}$$

L'individuazione delle variabili richiede grande esperienza e senso critico, fondamentali sono state le indicazioni del relatore e del correlatore che hanno portato alla definizione di 12 variabili:

- E_{ca}, E_p, E_r: rispettivamente i moduli elastici del cemento armato, della pietra utilizzata nel paramento esterno e del riempimento della muratura a sacco utilizzati nel basamento;
- E_m, $E_{r'}$: i moduli elastici del paramento e del riempimento nel fusto della torre;
- ρ_p, ρ_r ρ_m $\rho_{r'}$: le densità dei materiali individuati al punto precedente;
- ν: il modulo di Poisson preso in considerazione per la determinazione della rigidezza a taglio della muratura $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$

i risultati ottenuti considerando i primi 5 modi di vibrare sono riportati nella tabella seguente:

	F1y	F2x	T3	F4y	F5x	F6z
S (i,Eca)	3%	2%	2%	2%	2%	4%
S (i,Ep)	9%	9%	5%	4%	3%	4%
S (i,ρp)	0%	0%	0%	-1%	-1%	0%
S (i,Er)	7%	6%	4%	3%	3%	4%
S (i,ρr)	0%	0%	-1%	-3%	-2%	-1%
S (i,Em)	6%	7%	11%	10%	10%	10%
S (i,ρm)	-10%	-10%	-11%	-9%	-9%	-10%
S (i,Er')	15%	17%	25%	22%	22%	25%
S (i,ρr')	-33%	-33%	-35%	-32%	-33%	-34%
S (i,Kw)	4%	2%	0%	5%	3%	2%
S (i,ν)	2%	2%	-10%	0%	1%	3%

Figura 142- tabella raffigurante i parametri SA ottenuti con una variazione del 5% della variabile e considerando i primi 5 modi di vibrare

Analizzando i risultati ottenuti si può affermare che:

- Come ben noto, i materiali che si trovano nel basamento hanno una influenza maggiore sui primi modi, mentre i materiali del fusto influenzano maggiormente il modo torsionale e i modi flessionali superiori;
- La muratura in pietra disordinata costituente il riempimento della muratura in mattoni presente nel fusto ha la maggiore influenza, questo perché rappresenta il principale materiale costituente la Torre Smeducci;
- Il modulo elastico del cemento armato, il coefficiente di Poisson, le densità della muratura nel basamento non verranno considerati nel model updating poiché hanno coefficienti di sensitività inferiori al 5%.

6.3 Il metodo Douglas-Reid

Tra i metodi di model updating destinati alla determinazione dei parametri meccanici di una struttura, il metodo di Douglas-Reid, risalente al 1982, risulta un metodo semplificato e di facile realizzazione. Tale metodo non richiede l'interfaccia tra programmi di elaborazione dei dati, quali ad esempio MATLAB, e programmi agli elementi finiti in modo da evitare il problema di "chiusura" di alcuni software.

Poiché risulta un metodo semplificato la ricerca dei parametri che minimizzano l'errore tra le frequenze analitiche e quelle sperimentali non investigherà tutte le possibili combinazioni dei parametri, come ad esempio avviene con l'utilizzo di metodi basati su algoritmi genetici,

ma l'analisi sarà limitata ad un intorno del valore dei parametri di riferimento, in questo caso si è adottata una variabilità del 30% sul valore delle rigidezze (muratura, terreno).

Nel seguito si riporta una rielaborazione dell'articolo originale di B. Douglas., W.Reid "Dynamic test and system identification of bridges". (27)

Nel corso delle operazioni di identificazione dinamica si possono ricavare parametri di risposta strutturale significativi quali ad esempio i modi di vibrare sperimentali o le frequenze naturali di vibrazione, nel seguito indicati con PM_i (seguendo quella che è la trattazione originale) dove $1 \leq i \leq M$, dove M è il numero totale di osservazioni sperimentali.

Questi parametri, relativi al modello *reale,* verranno confrontati con i relativi parametri P_i ottenuti dall'analisi del modello agli elementi finiti rappresentate la struttura in esame, funzione di N variabili strutturali significative indicate con X_K, tale che:

$$P_i = P_i(X_1, X_2, X_3, \dots, X_K, \dots, X_N)$$

Il comportamento reale della struttura, e quindi la determinazione dei reali parametri X, può essere ricercato variando gli stessi al fine di ricercare una coincidenza tra P_i e PM_i, è ovvio che tale modo di procedere richiederebbe una serie infinita di analisi e di fatto l'impossibilità di raggiungere la soluzione senza ricorrere a procedure di analisi in batch. Questo problema può essere aggirato realizzando un modello "*quasistrutturale*" (27) che riesce a rappresentare adeguatamente il comportamento del modello FEM in un intorno del punto di coordinate$(X_1, X_2, X_3, \dots, X_K, \dots, X_N)$, con un'interpolazione quadratica del parametro strutturale.

$$PQ^i = C^i + \sum_{K=1}^{N} \left(X_K A_K^i + X_K^2 B_K^i\right)$$

Dove:

- i, rappresenta l'i-esimo parametro strutturale identificato e varia tra 1 e M
- K, rappresenta la K-esima variabile significativa all'interno del modello
- PQ^i, è il parametro strutturale relativo al modello *quasistrutturale*
- C^i, A_K^i, B_K^i sono 2N+1 costanti da determinare

L'approssimazione con una parabola è tanto più efficace tanto più il range della variabile X_k è ridotto, per tale motivo è fondamentale una prima operazione di taratura per individuare con una certa precisione i valori reali di X_K. Ulteriore punto fondamentale è quello della definizione del range di variazione sulla singola variabile, in altre parole occorre definire l'incertezza che si ha:

$$X_K^l \leq X_K \leq X_K^u$$

L'approssimazione del parametro *quasistrutturale* attraverso una legge quadratica è giustificata dall'evidenza che mostra come la variazione della frequenza, ottenuta modificando un solo parametro, assume un andamento curvo di seguito riportato:

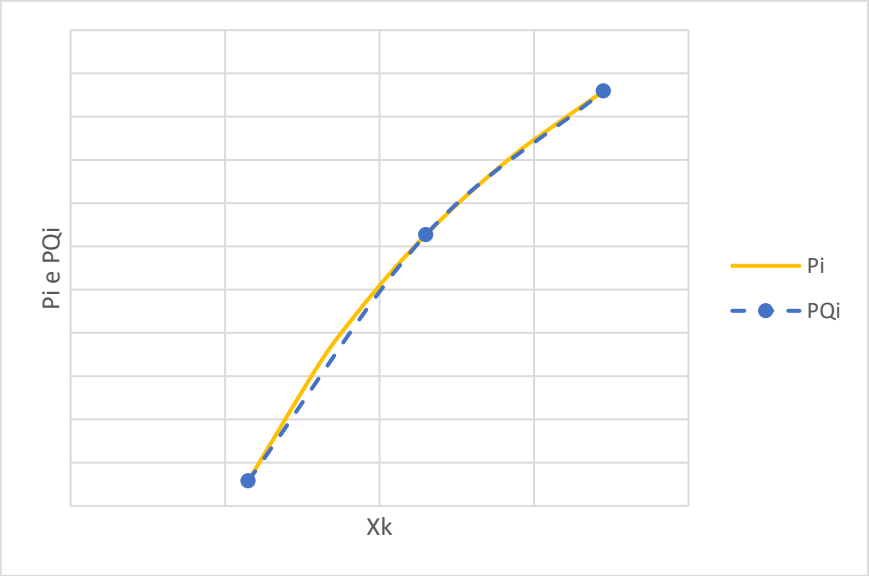


Figura 143 - Rielaborazione del grafico realizzato da Douglas-Reid in cui in linea continua gialla è possibile vedere il reale comportamento della struttura al variare di Xk, in linea blu tratteggiata la sua approssimazione parabolica

Il passo successivo è quello di determinare le 2N+1 costanti C^i, A_K^i, B_K^i, il sistema di equazioni viene generato considerando le frequenze ottenute dell'analisi FEM del modello base, in cui le variabili X_K assumono i valori nominali, e dei 2N modelli ottenuti ponendo la X_K uguale una volta al valore minimo e una volta al valore massimo e ripetendo tale procedimento per tutte le variabili. A questo punto è possibile eguagliare i parametri modali ottenuti dal modello *quasistrutturale* e quelli ottenuti dalle analisi FEM si ottiene:

$$\begin{bmatrix} PQ^i(X_1^b, X_2^b, \dots, X_N^b) = P_i(X_1^b, X_2^b, \dots, X_N^b) \\ PQ^i(X_1^{\boldsymbol{u}}, X_2^b, \dots, X_N^b) = P_i(X_1^{\boldsymbol{u}}, X_2^b, \dots, X_N^b) \\ PQ^i(X_1^{\boldsymbol{l}}, X_2^b, \dots, X_N^b) = P_i(X_1^{\boldsymbol{l}}, X_2^b, \dots, X_N^b) \\ \vdots \\ PQ^i(X_1^b, X_2^b, \dots, X_N^{\boldsymbol{u}}) = P_i(X_1^b, X_2^b, \dots, X_N^{\boldsymbol{u}}) \\ PQ^i(X_1^b, X_2^b, \dots, X_N^{\boldsymbol{l}}) = P_i(X_1^b, X_2^b, \dots, X_N^{\boldsymbol{l}}) \end{bmatrix}$$

$$\{PQ^i\} = [C] \times \{K_i\}$$

Dove:

- $\{K_i\}$ è il vettore contenete i coefficienti incogniti C^i, A_K^i, B_K^i
- $[C]$ è la matrice contenette le combinazioni delle variabili

$$C = \begin{bmatrix} 1 & X_1^b & X_1^{b\,2} & & X_N^b & X_N^{b\,2} \\ 1 & X_1^u & X_1^{u\,2} & \cdots & X_N^b & X_1^{b\,2} \\ 1 & X_1^l & X_1^{l\,2} & & X_N^b & X_1^{b\,2} \\ & \vdots & & \ddots & \vdots & \\ 1 & X_1^b & X_1^{b\,2} & & X_N^u & X_1^{u\,2} \\ 1 & X_1^b & X_1^{b\,2} & \cdots & X_N^l & X_1^{l\,2} \end{bmatrix} \; ; \; \{K_i\} = \begin{Bmatrix} C_{i,1} \\ A_{i,1} \\ B_{i,1} \\ \vdots \\ A_{i,N} \\ B_{i,N} \end{Bmatrix}$$

Poiché è possibile utilizzare come PM: i moduli elastici E [MPa], le rigidezze del terreno o di parti di struttura K[kN/m], il coefficiente di Poisson ν [-] o parametri sintetici di confronto tra le forme modali come il MAC [%], è ovvio che bisogna destare particolare attenzione ai pesi che queste grandezze assumono in funzione dell'ordine di grandezza, Per questo si è deciso di normalizzare ogni variabile rispetto il proprio valore nominale.

Il sistema lineare sopra rappresentato è facilmente invertibile, inoltre la matrice [C] risulta costante per tutte le M osservazioni sperimentali. Quindi è possibile definire una matrice delle costanti [K] contenente tutti i vettori $\{K_i\}$, tale che:

$$\{K_i\} = [\mathrm{C}]/\{PQ_i\}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} \{K_1\} \\ \{K_2\} \\ \vdots \\ \{K_M\} \end{bmatrix}$$

Da cui:

$$\{PQ\} = [K] \times \{x\}$$

Che in forma matriciale diventa:

$$[K] = \begin{bmatrix} C_{1,1} & A_{1,1} & B_{1,1} & & A_{1,N} & B_{1,N} \\ C_{2,1} & A_{2,1} & B_{2,1} & \cdots & A_{2,N} & B_{2,N} \\ & \vdots & & \ddots & \vdots & \\ C_{M,1} & A_{M,1} & B_{M,1} & \cdots & A_{M,N} & B_{M,N} \end{bmatrix}; \{x\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ X_1 \\ X_1{}^2 \\ \vdots \\ X_N \\ X_N{}^2 \end{Bmatrix}$$

A questo punto il sistema di equazione che rappresenta il modello quasistrutturale è definito, il passaggio successivo è quello di individuare una funzione obiettivo da minimizzare attraverso algoritmi di ottimizzazione. In questo elaborato la funzione obiettivo utilizzata è la seguente:

$$\{W\} = \left(\frac{1}{PM}\right)$$

$$f(x) = \sum \{W\} \, |PM - PQ|$$

Con [W] una matrice diagonale che normalizza lo scarto poiché i PM possono raggiungere ordini di grandezza di differenza. (25)

Dovendo ottimizzare una funzione non lineare con vincoli non lineari si è deciso di utilizzare l'algoritmo proposto nel software MATLAB richiamato dalla funzione: *fmincon*.

$$\min f(x)\ tale\ che: \begin{cases} c(x) \leq 0 \\ ceq(x) = 0 \\ A \cdot x \ \leq b \\ Aeq \cdot x = beq \\ lb \ \leq x \ \leq ub \end{cases}$$

Dove:

- b, beq, sono vettori;
- A, Aeq, sono matrici,
- c(x), ceq(x), sono funzione che restituiscono un vettore;
- f(x), è una funzione che restituisce uno scalare.
- f(x), c(x), ceq(x), possono essere non lineari.
- x, lb, ub, possono essere dei vettori o delle matrici

La forma più semplice del comando é:

```
x = fmincon(objective,x0,A,b,Aeq,beq,lb,ub,nonlcon)
```

Dove:

- 'objective', è una stringa che contiene il nome della funzione da minimizzare;
- x0, è un punto iniziale (stima della soluzione) che deve essere fornito dall'utente
- 'nonlcon' è una stringa che contiene la funzione che restituisce le funzioni c(x) e ceq(x).

Nell'algoritmo implementato si sono definiti i limiti superiori ed inferiori per ogni variabile e i soli vincoli non lineari di eguaglianza per indicare la presenza della variabile e del suo valore al quadrato all'interno del vettore x, ottenendo la seguente forma (28):

```
x=fmincon(' objective',{x0},[],[],[],[],lb,ub,'nonlcon')
```

Il vettore {x} soluzione del problema avrà la seguente struttura:

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ X_1 \\ {X_1}^2 \\ \vdots \\ X_N \\ {X_N}^2 \end{Bmatrix}$$

6.4 Realizzazione di programma in ambiente MATLAB

In questo paragrafo si riporta lo script utilizzato in MATLAB:

```
clear all;
close all;

load val_ini.txt;  % Importa i valori delle variabili normalizzate [varb1;
                   % varb2;...;varbn]

var=importdata('Variabili.txt'); % Importa le variabili [1,1…,low%,up%,
                                 % low%, up%, …]

PQ=importdata('f.txt'); % Importa matrice delle frequenze fem i-esime,
                        % [j,i]: j-esima variabile, i-esimo modo.

PM=importdata('fexp.txt');   % Importa il vettore delle frequenze
                             % sperimentali {f1,f2,...,fm}

[v,m]=size(PQ);     % estrapolazione numero variabili (v-1)/2 e numero modi
                    % considerati m
n=(v-1)/2;

C=ones(2*n+1); % generazione della matrice dei coefficienti unitaria
for i= 2:2*n  % ciclo "for" per creazione della matrice contenente la
              % combinazione delle variabili: base, low e up
    if floor(i/2)*2==i  % funzione "if" per scrittura dei termini sulla
                        % diagonale
        C(:,i)=var(i/2);
        C(:,i+1)=var(i/2).^2;
    end
end
for i= 2:(2*n+1) % funzione "if" per scrittura dei termini fuori diagonale
    if floor(i/2)*2==i
        C(i,i)= var(n-1+i);
        C(i,i+1)= var(n-1+i)^2;
        C(i+1,i)= var(n+i);
        C(i+1,i+1)= var(n+i)^2;
```

```
    end
end

K=zeros(m,2*n+1); % matrice dei coefficienti Cì,Ai,Bi
for i= 1:m
    PQi=PQ(:,i);
    K(i,:)=C\PQi; % calcolo della matrice delle costati, (i,:) coefficienti
                  %(Ci; Ai1; Bi1;... ;Aik; Bik)
end

W= (1./PM);    % matrice diagonale per normalizzare le frequenze

objective = @(x)(sum(abs((PM-(K*x)).*W)));      % funzione obiettivo da
                                                % minimizzare

x0=ones(2*n+1,1);  % Generazione del vettore contenente le variabili
for i= 1:2*n
    if floor(i/2)*2==i
        x0(i)=var(i/2);
        x0(i+1)=var(i/2).^2;
    end
end

disp(x0);

disp(['initial Objective:' num2str(objective(x0))]);
disp(K*x0)          % calcolo delle PQi

lb=ones(2*n+1,1);   % definizione dei limiti inferiori delle variabili
ub=ones(2*n+1,1);   % definizione dei limiti superiori delle variabili

for i= 2:2*n
   if floor(i/2)*2==i
        ub(i,1)=var(n+(i),1);
        ub(i+1,1)=var(n+(i),1).^2;
        lb(i,1)=var(n-1+(i),1);
        lb(i+1,1)=var(n-1+(i),1).^2;
  end
end
```

```
nonlincon=@nlcon;            % Vengono richiamati i vincoli non
                             % lineari definiti nella funzione "nlcon"

x= fmincon(objective,x0,[],[],[],[],lb,ub,nonlincon);    % Applicazione
                                        % dell'algoritmo di ottimizzazione

disp(['final Objective:' num2str(objective(x))]);

PQopt=K*x;                   % Calcolo dei parametri PQ ottimizzati

erropt= (PQopt-PM)./PM       % Errore in percentuale tra i PQopt e i PM
                             % sperimentali

val_opt=x(2:2:end).*val_ini  % Visualizzazione delle variabili ottimizzate
```

Si riporta anche la funzione contenente i vincoli:

```
function [c,ceq]=nlcon(x)    % Funzione contenente i vincoli non lineari di
                             % diseguaglianza e di uguaglianza
c = [];
for i= 2:(2*n) % Sostituire a n il numero delle variabili
        if floor(i/2)*2==i
           ceq(i/2,1)= x(i+1)-x(i).^2;
        end
end
```

6.5 Test tramite la realizzazione di modelli FEM di parametri noti

Al fine di testare il corretto funzionamento del programma e le potenzialità del metodo proposto da Douglas e Reid si è deciso di realizzare una serie di test numerici con lo scopo di determinare la precisione con cui un noto set di variabili X_k fosse determinato dal model updating.

È stato definito un *modello base* funzione delle 5 variabili individuate nell'analisi di sensitività a cui è stato assegnato un valore di riferimento e con cui sono state calcolate le frequenze proprie relative ai primi 6 modi di vibrare:

Variabili	E_0
Ep [Gpa]	4.0
Er [Gpa]	2.3
Em [Gpa]	3.4
Er' [Gpa]	2.3
Kw[GN/m]	80.0

Frequenze	
F1y	1.0801
F2x	1.141
F3T	4.8242
F4y	4.6919
F5x	4.9409
F6z	8.553

Dove:

- E_p, E_r: elastici del paramento esterno e del riempimento della muratura a sacco presenti nel basamento;
- E_m, $E_{r'}$: i moduli elastici del paramento e del riempimento nel fusto della torre;
- K_W: Rigidezza dell'insieme terreno-fondazioni

Successivamente le variabili sono state fatte variare uniformemente dal -30% al +30%, con step di variazione del 10%, rispetto il valore base ottenendo 6 gruppi di seguito riportati chiamati *Modelli test*:

X_k	$X_{1,-30\%}$	$X_{2,-20\%}$	$X_{3,-10\%}$	$X_{4,10\%}$	$X_{5,20\%}$	$X_{6,30\%}$
Ep [Gpa]	2.8	3.2	3.6	4.4	4.8	5.2
Er [Gpa]	1.6	1.8	2.1	2.5	2.8	3.0
Em [Gpa]	2.4	2.7	3.1	3.7	4.1	4.4
Er' [Gpa]	1.6	1.8	2.1	2.5	2.8	3.0
Kw[GN/m]	56.0	64.0	72.0	88.0	96.0	104.0

Per ognuno di questi gruppi è stata avviata l'analisi modale tramite Midas GEN ottenendo le relative frequenze.

PM	$X_{1,-30\%}$	$X_{2,-20\%}$	$X_{3,-10\%}$	$X_{4,10\%}$	$X_{5,20\%}$	$X_{6,30\%}$
F1y [Hz]	0.9341	0.9814	1.0386	1.1196	1.1682	1.2042
F2x [Hz]	0.9889	1.0381	1.0984	1.1815	1.2319	1.2684
F3T [Hz]	4.1118	4.3366	4.6277	5.0118	5.2584	5.4285
F4y [Hz]	4.0155	4.2302	4.5038	4.8711	5.1036	5.2661
F5x [Hz]	4.2514	4.4703	4.7509	5.1217	5.3581	5.5214
F6z [Hz]	7.3162	7.7092	8.2130	8.8763	9.2978	9.5891

I PM per ogni gruppo rappresentano le frequenze sperimentali da confrontare con le frequenze analitiche, determinate tramite il metodo D-R $\{PQ\} = [K] \times \{X^*\}$. I valori delle X^*, e dell'errore percentuale rispetto ai valori base Err X^* per ogni gruppo, sono riportati nella tabella seguente.

	$X_{1,-30\%}$	$X_{2,-20\%}$	$X_{3,-10\%}$	$X_{4,10\%}$	$X_{5,20\%}$	$X_{6,30\%}$
Ep* [Gpa]	2.85	2.97	3.53	4.41	4.88	5.20
Er* [Gpa]	1.68	2.04	2.17	2.49	2.80	2.99
Em* [Gpa]	2.38	2.56	3.06	3.68	3.87	4.42
Er'* [Gpa]	1.61	1.83	2.11	2.50	2.86	2.99
Kw* [GN/m]	56.35	64.46	72.34	87.71	95.01	103.88
Err Ep	1.8%	-7.7%	-2.0%	0.3%	1.6%	0.0%
Err Er	4.2%	9.6%	4.6%	-1.7%	1.5%	0.0%
Err Em	0.0%	-6.3%	-0.1%	-1.7%	-5.4%	0.0%
Er' [Gpa]	0.0%	-0.7%	2.0%	-1.1%	3.4%	0.0%
Kw[GN/m]	0.6%	0.7%	0.5%	-0.3%	-1.0%	-0.1%
Err medio	1%	4%	2%	1%	2%	0%

Come è possibile leggere, a eccezione del caso con X_0(1-20%), l'errore massimo che si registra tra le variabili ottimizzate e quelle usate per l'analisi FEM è del 5.4% e l'errore medio è al di sotto del 2%; solo in un caso l'errore massimo è stato di circa del 10% con tuttavia un errore medio del 4%.

Tali risultati sono sicuramente interessanti poiché anche avendo un'incertezza sul *"vero"* valore del 30%, il metodo riportato riesce ad identificare con estrema precisione il set di

variabili utilizzate. Va fatto notare tuttavia, che la condizione che permette di raggiungere tale precisione è la perfetta analogia tra i *modelli test* e il *modello base*, ciò corrisponderebbe ad una perfetta modellazione della struttura, che nella realtà difficilmente è raggiungibile.

6.6 Manual tuning

Determinata la rigidezza del terreno si è proceduto ad una variazione ragionata del valore delle variabili al fine di avvicinarsi a quelle che sono le frequenze sperimentali della struttura.

I parametri guida in questa operazione sono stati:

- $Df_i = 100 \cdot \frac{(f_{exp} - f_{fem})}{f_{exp}}$; rappresentante la differenza in percentuale tra la i-esima frequenza sperimentale e la relativa frequenza fem;
- $Df_{max} = MAX|Df_i|$; massima differenza in percentuale;
- $Df_m = MEDIA|Df_i|$; differenza in percentuale media.

Si è scelto di non modificare, in questa fase, le densità della muratura sia in mattoni che in pietrame disordinato relative al fusto e la rigidezza alla base, rimandando alla fase del model updating la loro modifica.

I risultati ottenuti sono riportati nella tabella seguente:

	Step 1	Step 2	Step 3	Step 4	Step 5	Step 6
Ep [Gpa]	6.85	8	8	8	12	12
Er [Gpa]	2.35	2.35	3.5	4.25	4.25	4.25
Em [Gpa]	3.37	3.37	3.37	3	3	3
Er' [Gpa]	2.35	2.35	2.35	2.35	2.35	2
Rom [t/m3]	18	18	18	18	18	18
Ror' [t/m3]	19	19	19	19	19	19
Kw [GN/m]	130	130	130	130	130	130
F1y [Hz]	1.17	1.19	1.22	1.23	1.28	1.24
F2x [Hz]	1.21	1.23	1.26	1.26	1.31	1.27
T3 [Hz]	4.71	4.75	4.82	4.80	4.89	4.66
F4y [Hz]	4.87	4.90	4.96	4.94	5.01	4.82
F5x [Hz]	5.00	5.02	5.08	5.06	5.12	4.93
F5x [Hz]	9.11	9.18	9.31	9.30	9.44	9.01
Df1	-7%	-5%	-2%	-1%	2%	-1%
Df2	-13%	-11%	-8%	-8%	-4%	-7%
Df3	7%	8%	9%	9%	11%	6%
Df4	7%	8%	9%	9%	10%	6%
Df5	2%	2%	3%	3%	4%	0%
Df6	-3%	-3%	-1%	-1%	0%	-4%
Dfmax	12.8%	11.0%	9.3%	9.0%	10.6%	7.5%
Dfm	6.5%	6.1%	5.5%	5.1%	5.2%	4.3%

Figura 144- Tabella riportante le combinazioni delle variabili adottate, le prime 6 frequenze naturali della struttura, le differenze in percentuali tra le frequenze sperimentali e quelle ottenute dal modello, la massima differenza in percentuale e quella media.

Come si può vedere nel primo modello si ha una differenza massima del 12.8%, relativa al secondo modo di vibrare, a seguito di successivi tentativi si è arrivati allo Step 6 in cui l'errore massimo è stato ridotto al 7.5% per il F2x, e l'errore medio è sceso da 6.5% del primo tentativo a 4.3% dell'ultimo.

6.7 Applicazione al caso oggetto di studio

L'ultimo step del manual tuning rappresenta il punto di partenza per l'applicazione del metodo proposto da Douglas & Reid al fine di ridurre in percentuale l'errore sulle frequenze ed avere una migliore corrispondenza tra modello reale e modello analitico.

Il primo punto è la definizione del range delle variabili: sui moduli elastici e sulla rigidezza alla base si è deciso di adottare una variazione del ± 30%, mentre, per le densità si è adottato un valore del ± 15%. Questo per tenere in considerazione la minore incertezza sul valore assegnato in fase di modellazione.

Il quadro fessurativo esposto nel paragrafo 2.6.1 ha suggerito di dividere la porzione della muratura nel bassamente un due ulteriori gruppi, uno rappresentate la muratura integra, l'altro rappresentate quella fessurata.

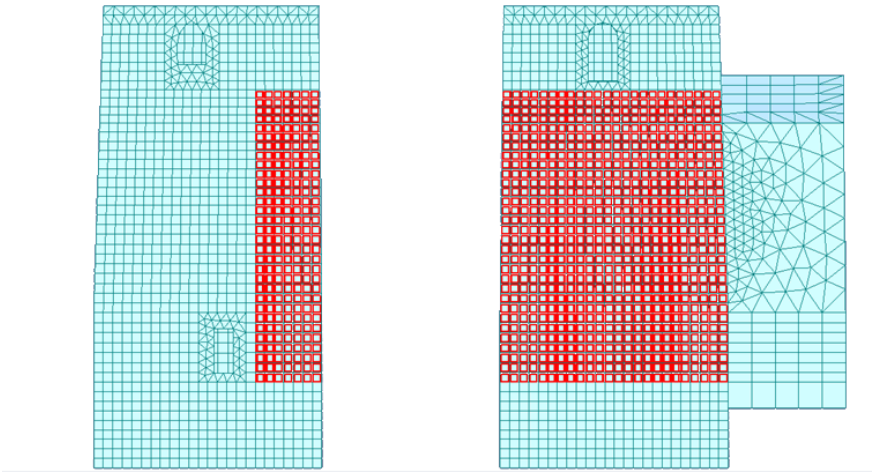


Figura 145 - Vista laterale e frontale del basamento della torre con la porzione fessurata evidenziata

Valori iniziali X_{K0}		ΔX_{K0}
Ep [GPa]	12.00	30%
Er [GPa]	4.25	30%
Ep Fess[GPa]	12.00	30%
Er Fess[GPa]	4.25	30%
Em [GPa]	3.00	30%
Er' [GPa]	2.00	30%
ρ_m [kN/m3]	18.00	15%
$\rho_{r'}$ [kN/m3]	19.00	15%
K_W [GN/m]	130.00	30%

Figura 146 - Valori iniziali dei parametri: Ep= Modulo elastico paramento in pietra, Er= Modulo elastico riempimento, Ep Fess= modulo elastico del paramento in pietra fessurato, Er Fess= Modulo elastico del riempimento fessurato, Em= Modulo elastico paramento in mattoni, Er'= Modulo elastico riempimento nel fusto, ρ_m= densità muratura in mattoni, $\rho_{r'}$= densità muratura nel fusto, K_W= Rigidezza totale alla base.

Modificando una variabile alla volta e ponendola uguale ai valori estremi del range, si sono determinate le relative frequenze:

Modi			F1y	F2x	F3T	F4y	F5x	F6z
Frequenza con Xk0			1.2395	1.2654	4.6599	4.8219	4.9335	9.0058
Ep,min	8.4	GPa	1.2172	1.2396	4.6101	4.7860	4.8966	8.9260
Ep,MAX	15.6	GPa	1.2570	1.2858	4.6976	4.8514	4.9647	9.0685
Er,min	2.975	GPa	1.2254	1.2493	4.6271	4.7945	4.9048	8.9381
Er,MAX	5.525	GPa	1.2513	1.2791	4.6866	4.8449	4.9580	9.0606
Ep fess,min	8.4	GPa	1.2262	1.2573	4.6449	4.7997	4.9145	8.9783
Ep fess,MAX	15.6	GPa	1.2500	1.2722	4.6714	4.8398	4.9501	9.0280
Er fess,min	2.975	GPa	1.2318	1.2611	4.6511	4.8061	4.9210	8.9873
Er fess,MAX	5.525	GPa	1.2461	1.2693	4.6670	4.8351	4.9448	9.0217
Em,min	2.1	GPa	1.2124	1.2364	4.4959	4.6837	4.7920	8.7394
Em,MAX	3.9	GPa	1.2638	1.2915	4.8116	4.9506	5.0650	9.2536
Er,min	1.4	GPa	1.1580	1.1785	4.2063	4.4581	4.5613	8.1363
Er,MAX	2.6	GPa	1.3013	1.3319	5.0376	5.1348	5.2506	9.7174
Rom,min	15.3	kN/m^3	1.2572	1.2835	4.7352	4.8812	4.9943	9.1293
Rom,max	20.7	kN/m^3	1.2225	1.2479	4.5879	4.7648	4.8749	8.8871
$\rho_{r'}$,min	16.15	kN/m^3	1.3109	1.3383	4.9428	5.0909	5.2105	9.5339
$\rho_{r'}$,max	21.85	kN/m^3	1.1786	1.2032	4.4203	4.5912	4.6961	8.5562
K_W,min	91	GN/m	1.2105	1.2440	4.6516	4.7023	4.8294	8.9315
K_W,MAX	169	GN/m	1.2563	1.2782	4.6611	4.8999	4.9997	9.0460

Conoscendo i valori iniziali dei parametri, la matrice contenente le frequenze sopra riportata e le frequenze sperimentali è possibile avviare il programma di model updating che ha fornito i seguenti risultati:

Variabili Ottimizzate	
Ep [GPa]	14.35
Er [GPa]	5
Ep Fess[GPa]	11.07
Er Fess[GPa]	3.9
Em [GPa]	2.35
Er' [GPa]	1.9
ρ_m [kN/m3]	18.7
$\rho_{r'}$ [kN/m3]	17.75
K_W [GN/m]	133

Parametri finali		
Freq	Err %	MAC
1.2479	-0.17%	72%
1.2765	-6.14%	87%
4.6012	5.29%	95%
4.7965	6.12%	79%
4.9105	0.01%	77%
8.9321	-5.08%	
Dfmax	6.14%	
Dfm	3.80%	

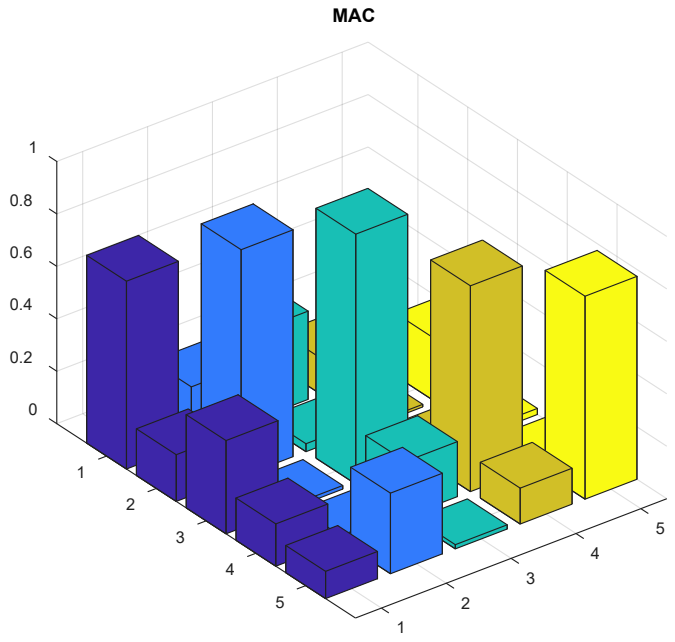


Figura 147 - Bargraph 3D della matrice dei MAC

I risultati ottenuti mostrano un miglioramento delle frequenze rispetto i valori sperimentali, tuttavia alcune considerazioni devono essere fatte:

- Il metodo proposto da D-R risulta un metodo semplificato il cui principale difetto è legato ai coefficenti riportati nella matrice [K] i quali rimangono costanti e non seguono l'evoluzione del processo di model updating;
- La soluzione che viene individuata fornisce un punto di minimo locale della funzione obiettivo che difficilmente coinciderà con il minimo globale;
- Gli interventi realizzati negli anni, uniti alla scarsa documentazione reperibile hanno portato ad una modifica sostanziale del comportamento della struttura e a una difficolta nell'individuare un adeguato punto di partenza.

Nel seguito si riportano le deformate modali della Torre Smeducci con i parametri meccanici ottimizzati:

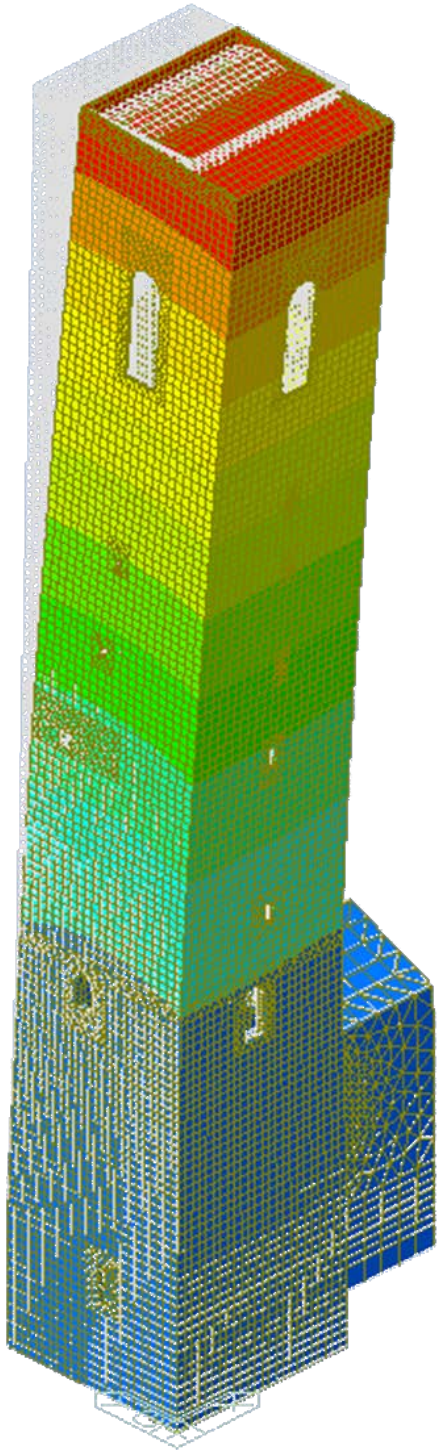


Figura 148 - Primo modo di flessionale nella direzione y, F1y=1.247Hz

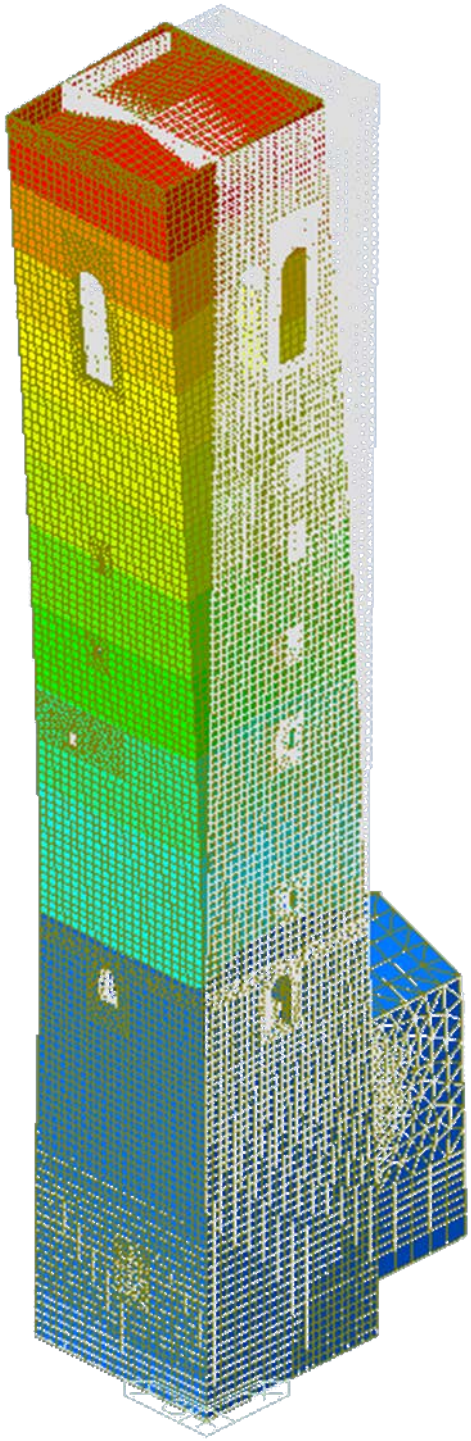


Figura 149 - Primo modo flessionale nella direzione x, F2x= 1.276 Hz

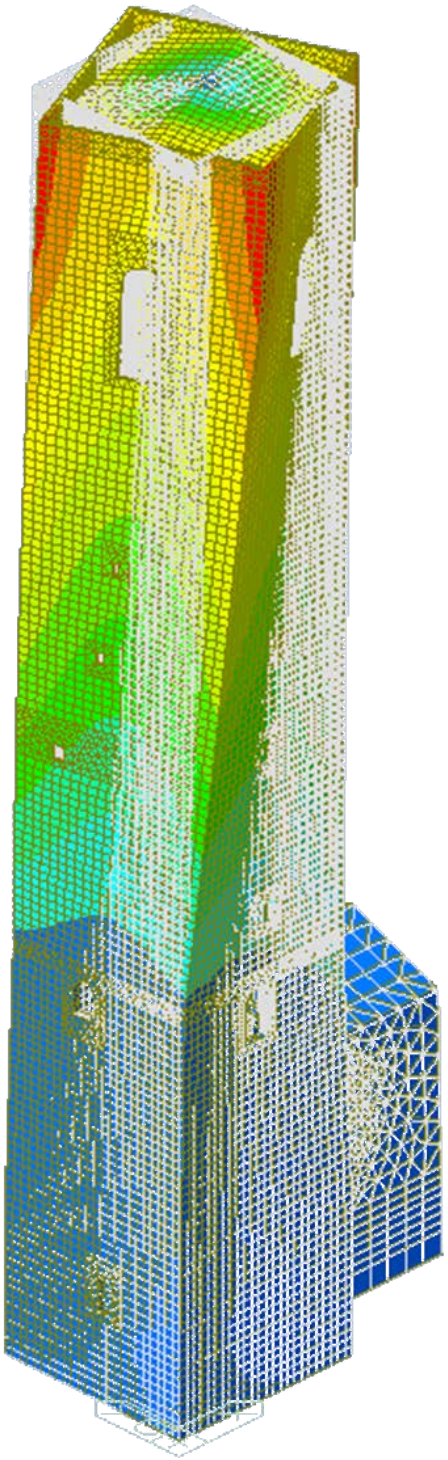


Figura 150 - Primo modo flessionale nella direzione x, F3T= 4.601 Hz

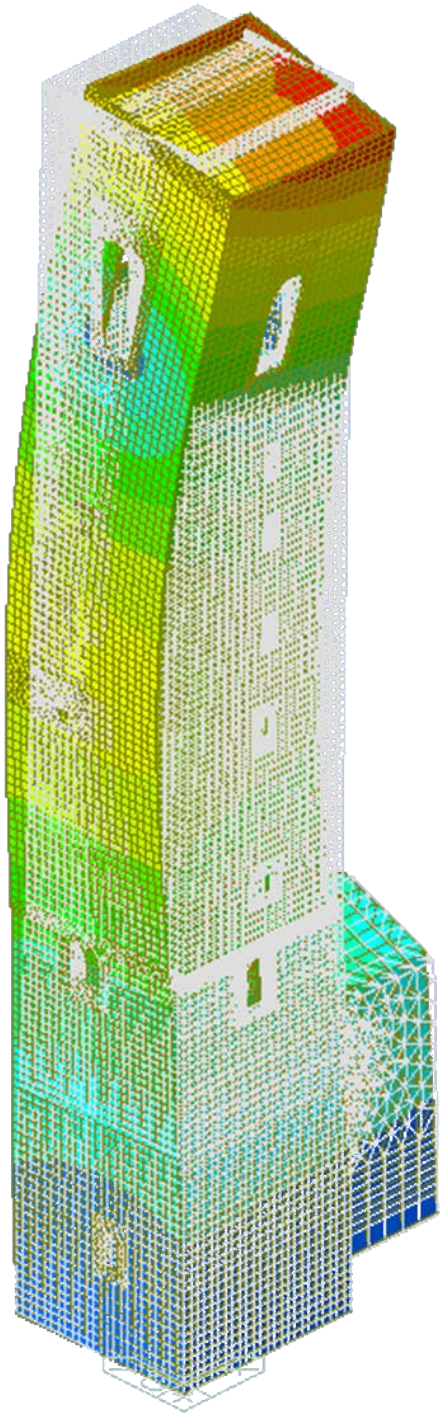


Figura 151 - Secondo modo flessionale nella direzione y, F4y= 4.796 Hz

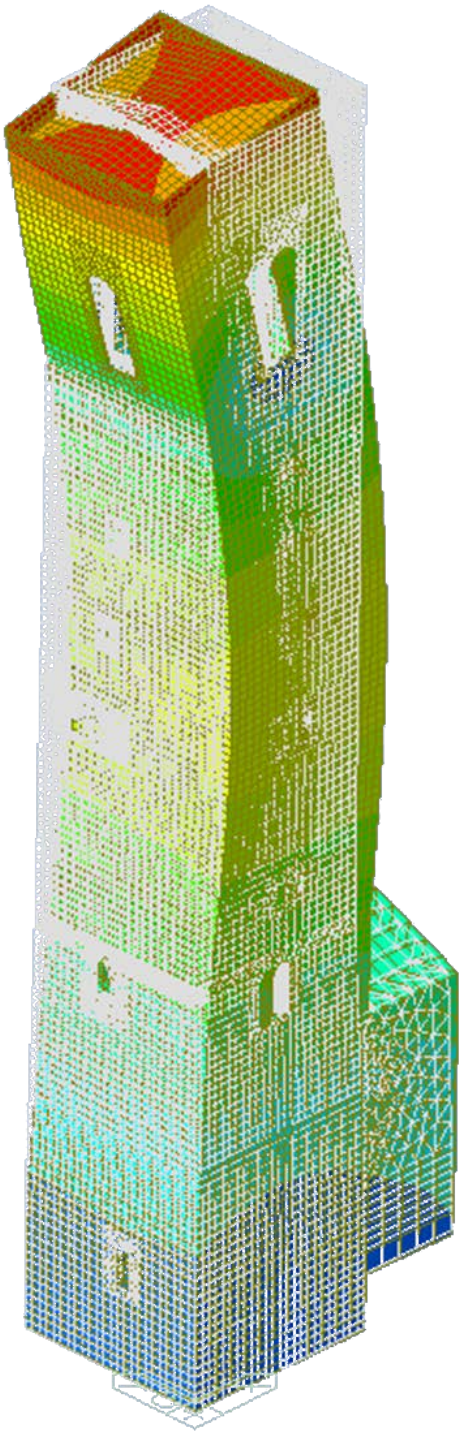


Figura 152- Secondo modo flessionale nella direzione x, F4x= 4.910 Hz

Figura 153 - Primo modo verticale F6z= 8.932 Hz

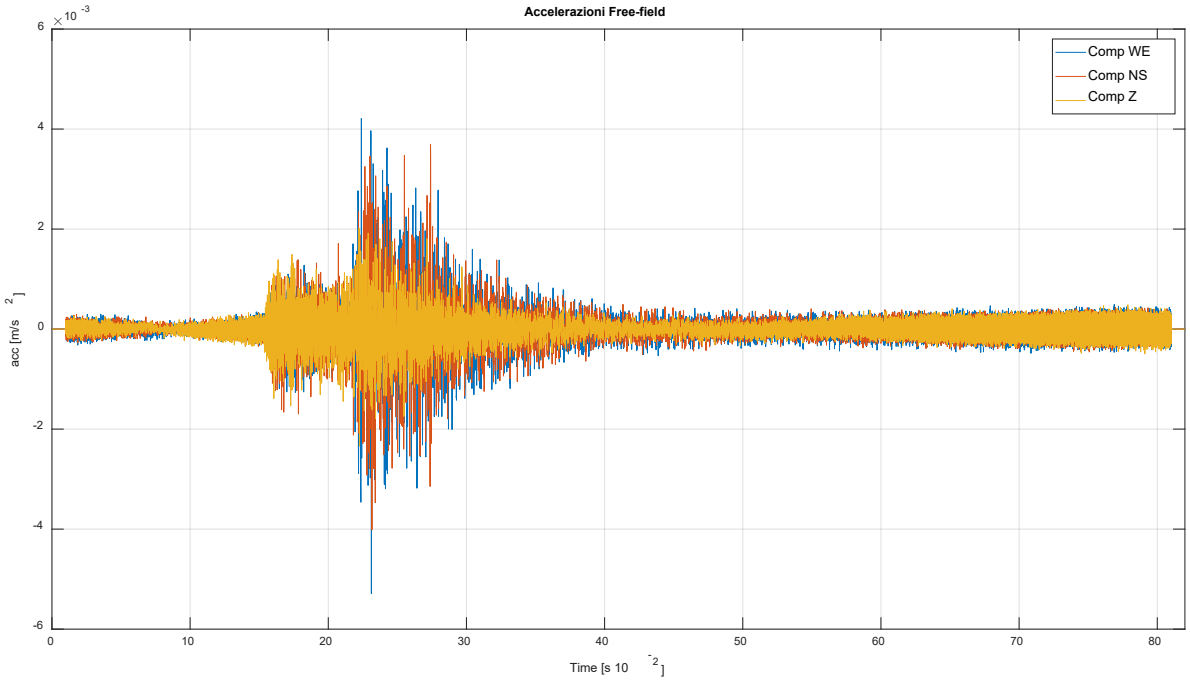
7. Analisi Time-History

Ottenuto il modello che meglio approssima la risposta in frequenza della struttura è stata avviata un'analisi dinamica lineare con integrazione al passo, al fine di validare il modello FEM realizzato con un'analisi più completa.

Tale analisi rappresenta lo strumento più complesso e completo oggi disponibile che, attraverso l'integrazione al passo dell'equazione del moto, è in grado di fornire la risposta della struttura ad ogni istante assegnato un evento sismico alla base.

Partendo dal modello solido della torre e applicando alla base il segnale acquisito dagli strumenti nel free-field, si è proceduto al confronto tra i segnali acquisiti in fase di monitoraggio e la risposta del modello.

Sono state considerate due storie temporali, la prima è relativa alla giornata del 19/10/2017 alle ore 07:34 quando è stato registrato un sisma di Mw 3.2 a 8 Km SE Castelsantangelo sul Nara. L'intensità minore dei segnali ha permesso di osservare la risposta strutturale la variazione della risposta strutturale quando eccitata da accelerazioni diverse.



La seconda è relativa al 10/04/2018 delle ore 5:11 che ha registrato la scossa di Mw= 4.6 avvenuta a 2 km SW da Muccia (MC), (lat, lon) 43.07, 13.04, a una profondità di 8 Km.

Direzione	

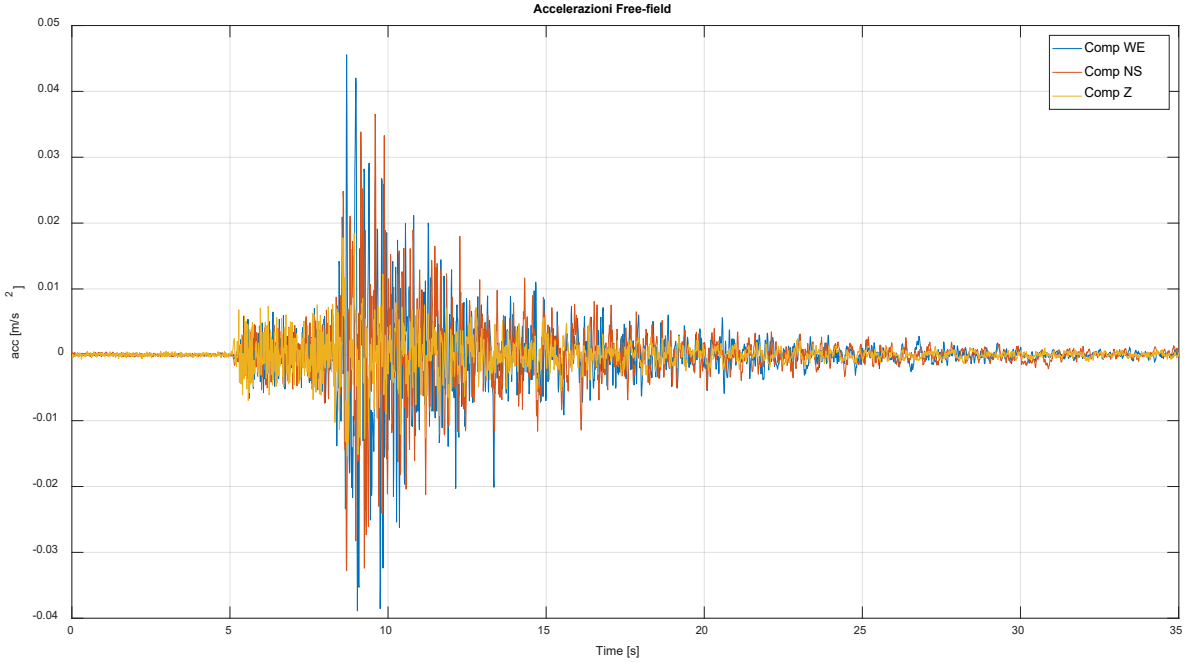
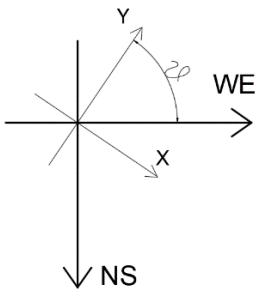


Figura 154 - Storia temporale registrata dagli accelerometri nel terreno.

Ottenute le storie temporali è stato necessario orientarle secondo il sistema di riferimento adottato in Midas GEN attraverso l'applicazione della matrice delle rotazioni [R]. I due sistemi di riferimento sono disorientati di un angolo $\vartheta = 55.94°$, per cui il vettore contenente i segnali orientati secondo le direzioni y e x si ottiene da:



$$\begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} sin(\vartheta) & cos(\vartheta) & 0 \\ cos(\vartheta) & -sin(\vartheta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{WE} \\ S_{NS} \\ S_z \end{Bmatrix}$$

Le registrazioni ruotate sono state importate in midas come imput alla base della struttura. I passaggi che hanno portato alla definizione della Time History Analysis sono i seguenti:

- Time History Load Cases: in questa schermata si è impostata un'analisi di tipo lineare, con integrazione diretta che non considerasse le non linearità geometriche; Coerentemente con l'imput è stato definito *End Time* di 80 s e una *Time Increment* di 0.01 s. perquanto riguarda lo smorzamento è stato assegnato un valore pari a 1% ricavato dalla procedua di identificazione dinamica;
- Time Forcing Functions: vengono definite le 3 funzioni forzanti S_y, S_x, S_z, alle quali sono stati aggiunti 100 punti a valore nulla all'inizio e alla fine per evitare impulsi alla struttura non voluti;
- Ground Acceleration: le tre componenti vengono combinate tra di loro, con un fattore di scala unitario e una tempo di arrivo pari a 0;
- Time history Result function: sono state definite 14 funzione di risposta coincidenti con i 14 punti della mesh rappresentativi della posizione degli accellerometri come riportato nel paragrafo 5.1.

A questo punto è stata avviata l'analisi la quale ha richiesto un tempo di esecuzione di circa 14500 s. Volendo validare il modello con i dati sperimentali, in questa fase l'attenzione è stata riservata non tanto alle sollecitazione ottenute dalla struttura ma all'analisi dei segnali analitici e il successvo confronto con i dati sperimentali. Nel seguito i primi verrano indicati con "Segnali FEM", mentre i secondi con "Segnali EXP".

In particolare gli strumenti utilizzati sono stati:

- Analisi diretta tra le accellerazioni, con confronto tra i valori massi registrati;
- Confronto tra le "Power Spectral Density": PSD;
- Confronto tra gli Spettri di spostamento;
- Confronto tra gli Spettri di pseudo accellerazione.

7.1 Confronto tra le accelerazioni

Il primo confronto è stato fatto tra i valori massimi delle accelerazioni. Una volta importati i risultati su MATLAB, è stato applicato un filtro alle frequenze limitandole ai valori compresi tra [0; 15] Hz che rappresenta il range nel quali si sono registrati i modi più

significativi. Successivamente una volta considerati i valori massi delle accelerazioni è stato calcolato l'errore massimo in percentuale:

Err F1x	-10.78%
Err F1y	21.44%
Err F1z	-18.04%
Err F2z	-2.68%
Err F3z	0.87%
Err F4x	-105.91%
Err F4y	-6.97%
Err F5x	-22.19%
Err F5y	22.53%
Err F6x	-10.55%
Err F7x	-0.87%
Err F7y	41.56%
Err F7z	-4.08%
Err F8x	-31.52%

Figura 155 - Errore in percentuale sull'accelerazione massima per il sisma del 19/10/2017

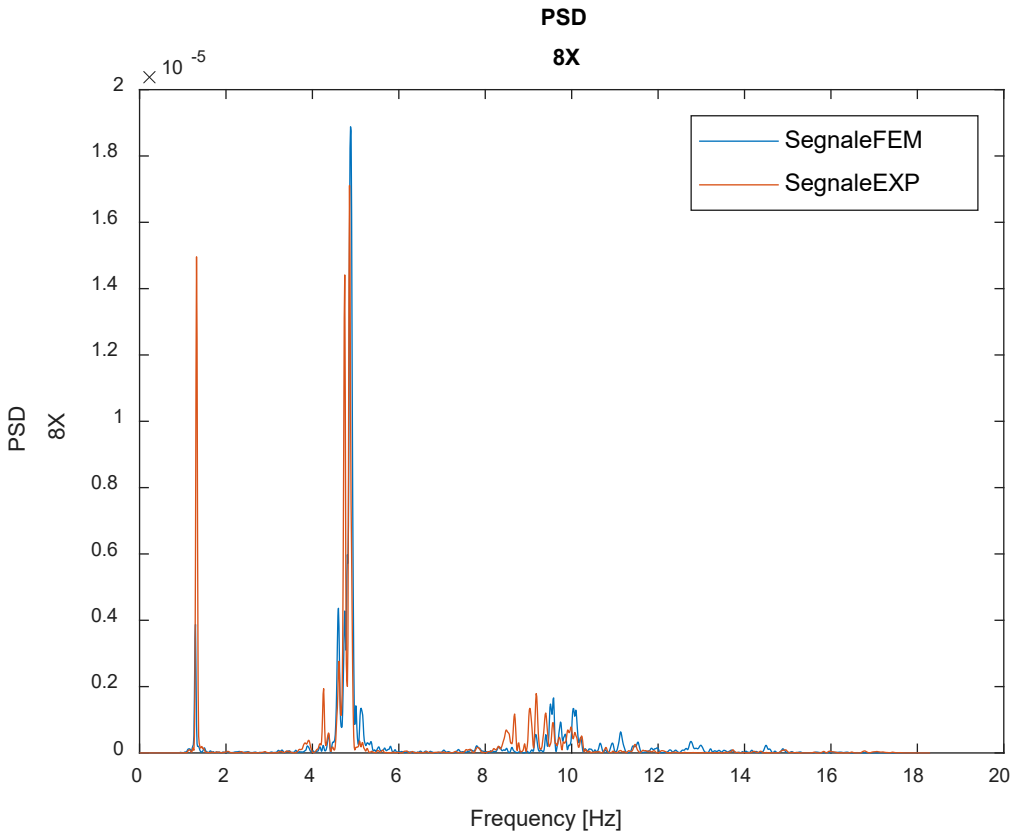
Err F1x	-69.27%
Err F1y	33.03%
Err F1z	1.84%
Err F2z	-5.67%
Err F3z	N.F.
Err F4x	-29.82%
Err F4y	N.F.
Err F5x	13.61%
Err F5y	-33.70%
Err F6x	5.28%
Err F7x	20.10%
Err F7y	-28.61%
Err F7z	-1.07%
Err F8x	-3.68%

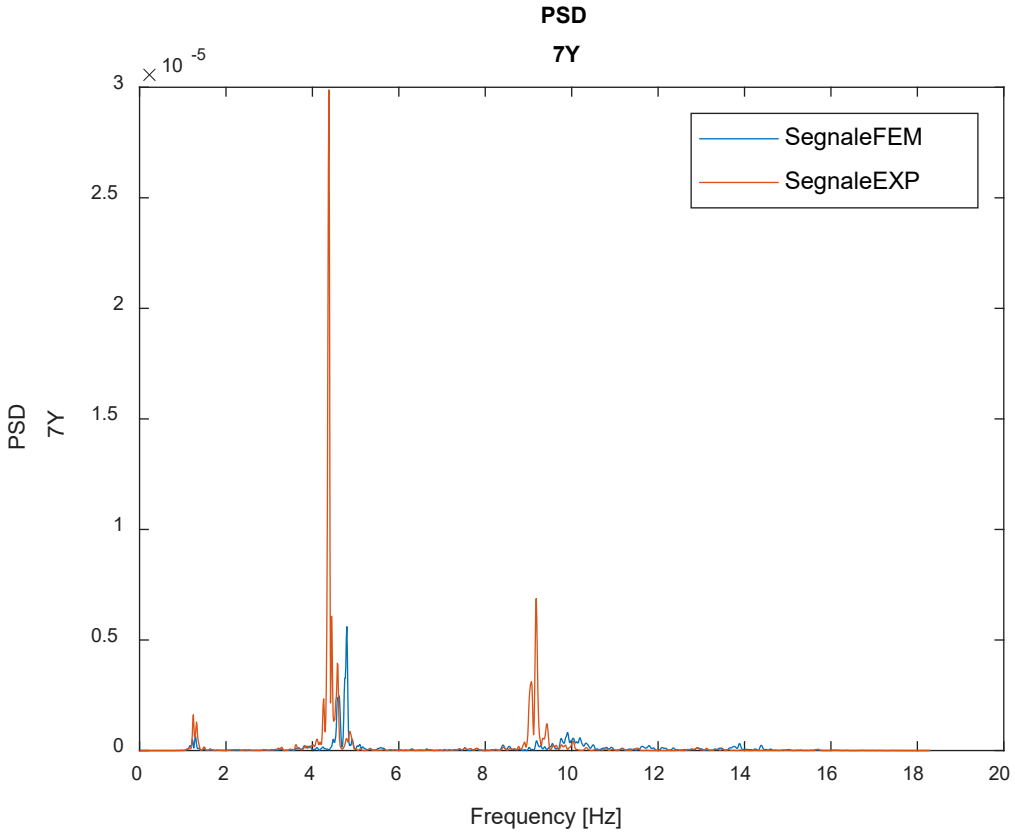
Figura 156 - Errore in percentuale sull'accelerazione massima per il sisma del 10/04/2018

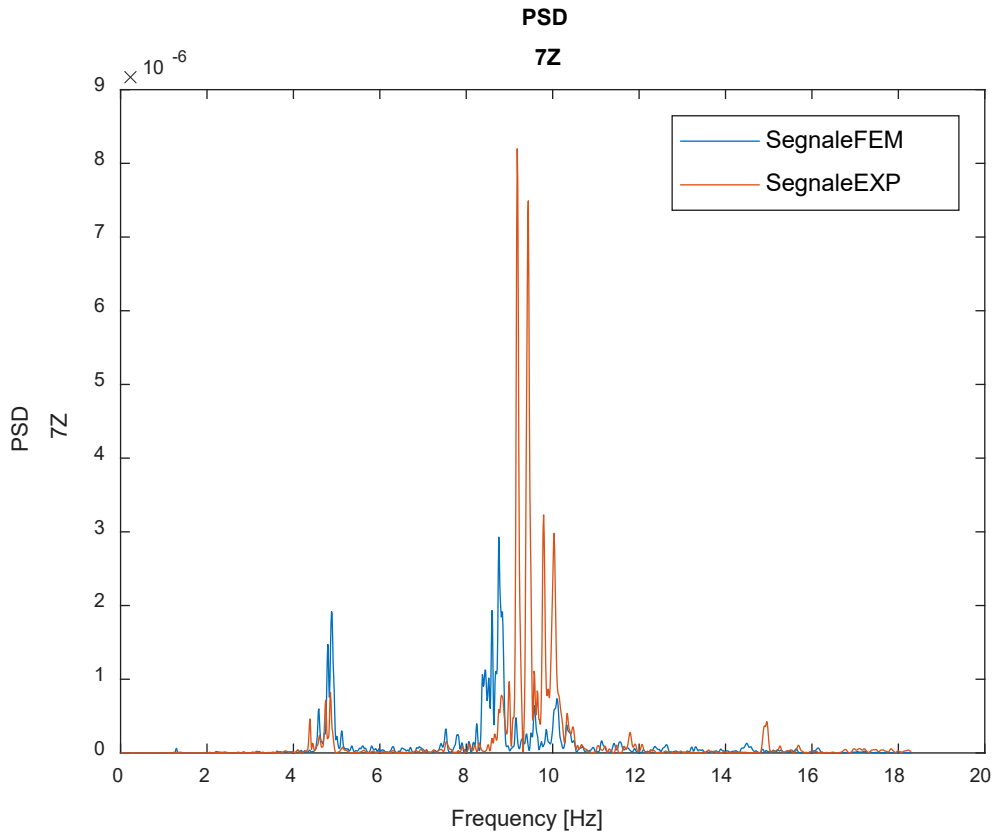
Va segnalato che gli errori calcolati nei sensori F3z e F4y relativi all'evento del 2018 sono dovuti a mal funzionamento dei segnali. In generale si può osservare come in entrambi i casi nella direzione verticale gli errori sono i mini registrati questo indica che lo studio effettuato sull'interazione tra il terreno e la struttura ha portato ad un'ottima approssimazione della rigidezza del terreno. Nelle direzioni x e y si sono registrati errori maggiori in termini di accelerazione assoluta. L'errore medio nel primo caso è pari al 21% mentre considerando un evento maggiore l'errore scende al 16%, questo perché l'influenza del rumare dei segnali è minore quando si hanno eventi con magnitudo elevata.

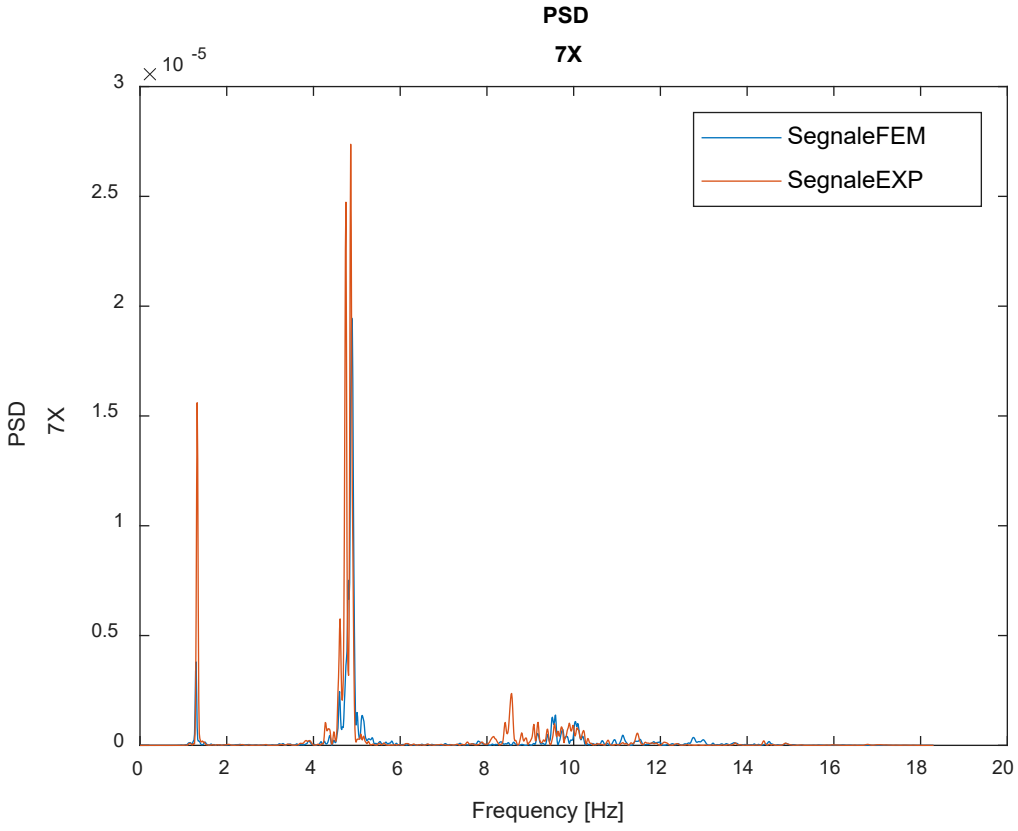
7.2 Confronto tra le PSD

La densità di potenza spettrale rappresenta la distribuzione della potenza di un segnale in funzione della frequenza. In accordo alla trasformata di Fourier un segnale nel dominio del tempo può essere scomposto in un numero discreto di segnali ognuno con una propria frequenza. La PSD rappresenta la distribuzione dell'energia di una segnale nell'unità di tempo.

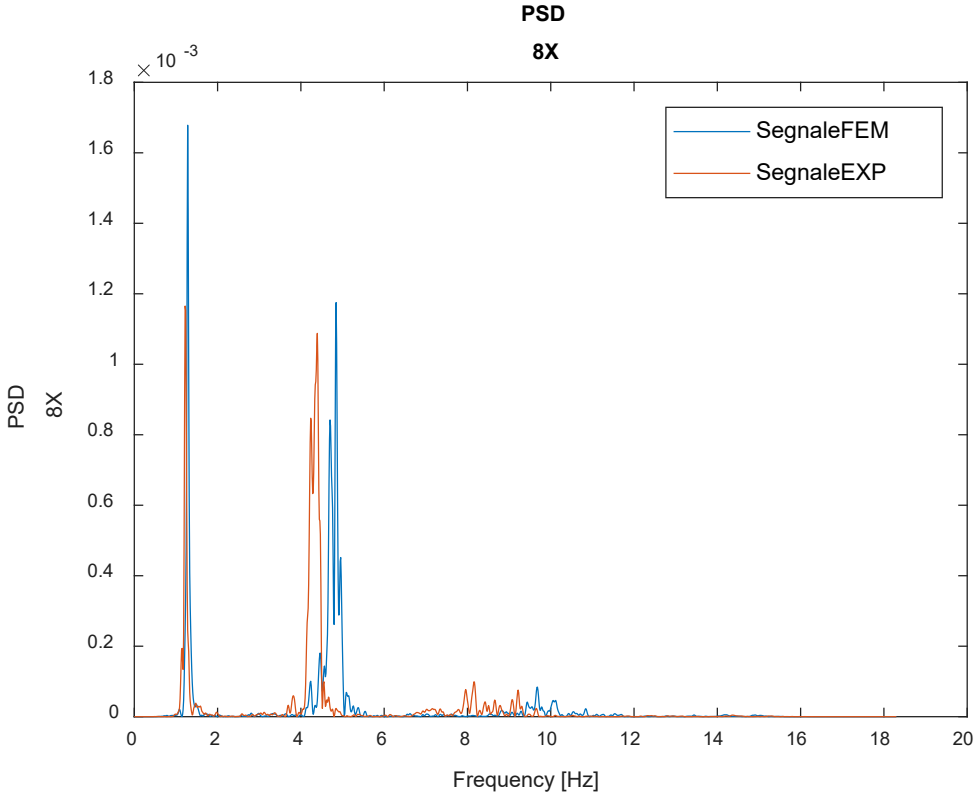

PSD
8X
× 10 -5
SegnaleFEM
SegnaleEXP
PSD 8X
Frequency [Hz]

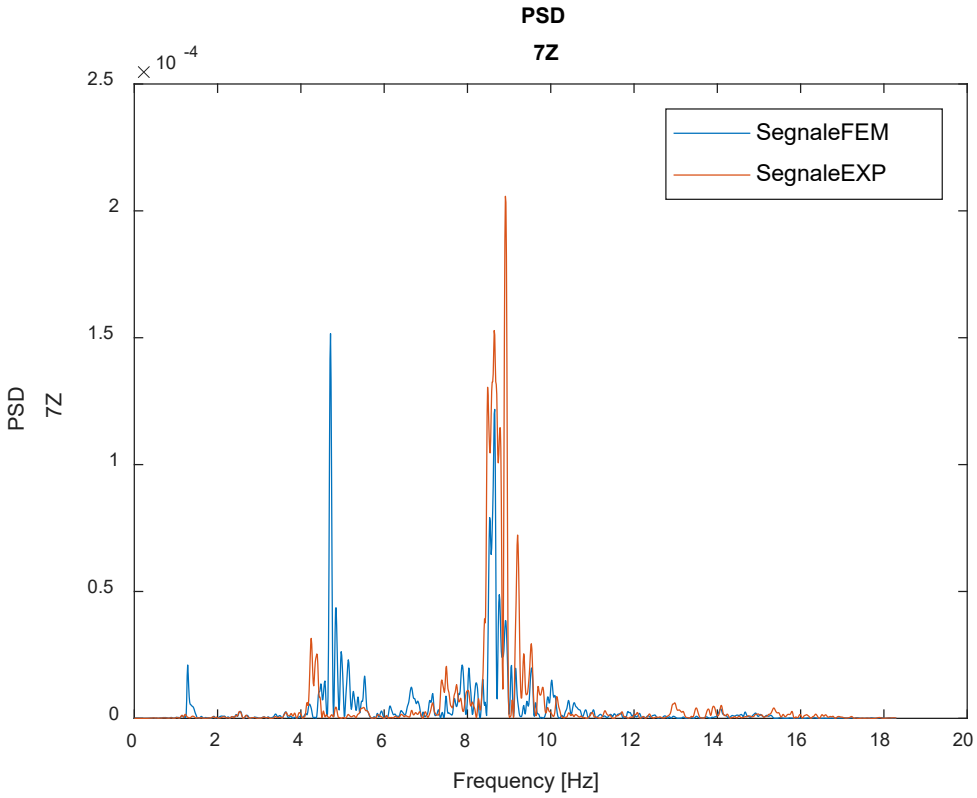

PSD
7Y
× 10 -5
SegnaleFEM
SegnaleEXP
PSD 7Y
Frequency [Hz]

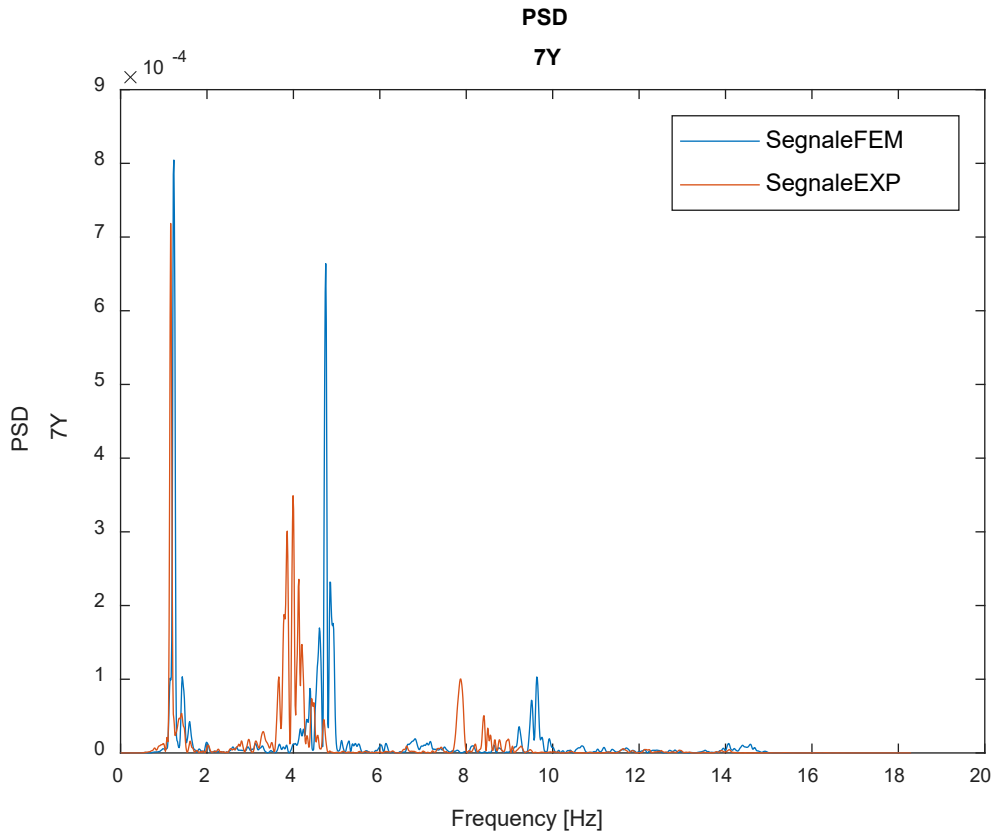

PSD
7Z
× 10 -6
SegnaleFEM
SegnaleEXP
PSD 7Z
Frequency [Hz]

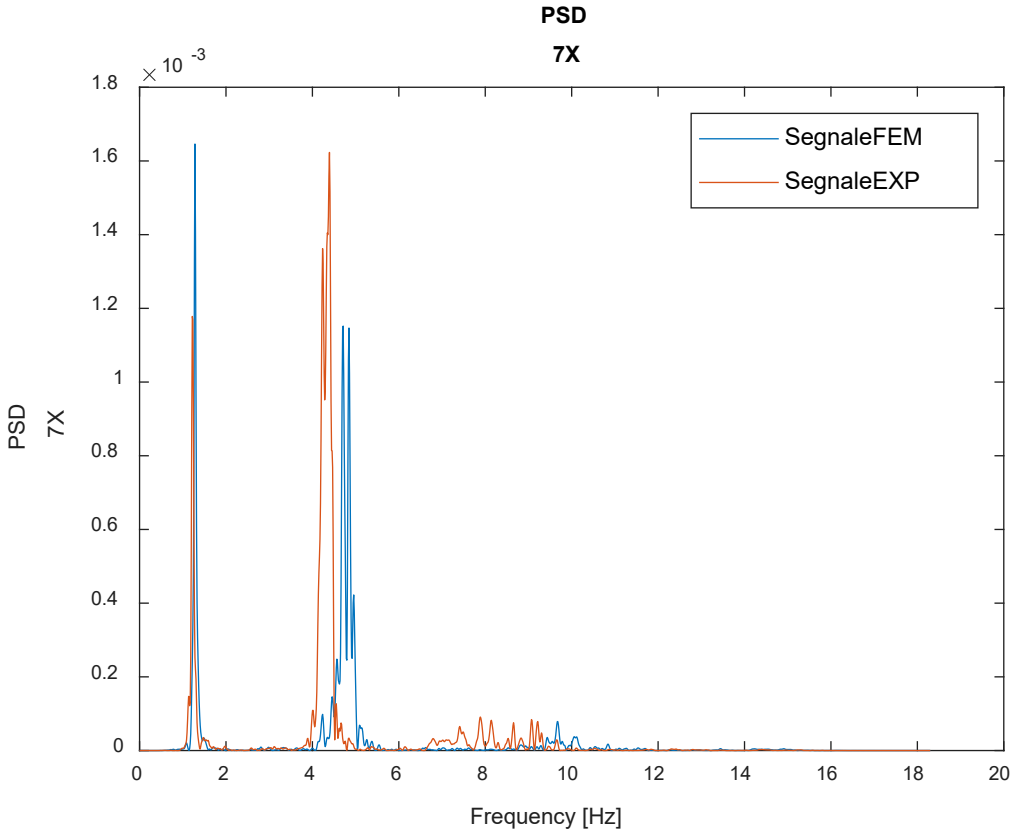

PSD
7X
× 10 -5
SegnaleFEM
SegnaleEXP
PSD 7X
Frequency [Hz]

I grafici sopra riportati si riferiscono al sisma del 2017, come si può osservare in termini di frequenza il modello FEM approssima con una elevata precisione il comportamento reale, ma si discosta in termini di Potenza Spettrale.



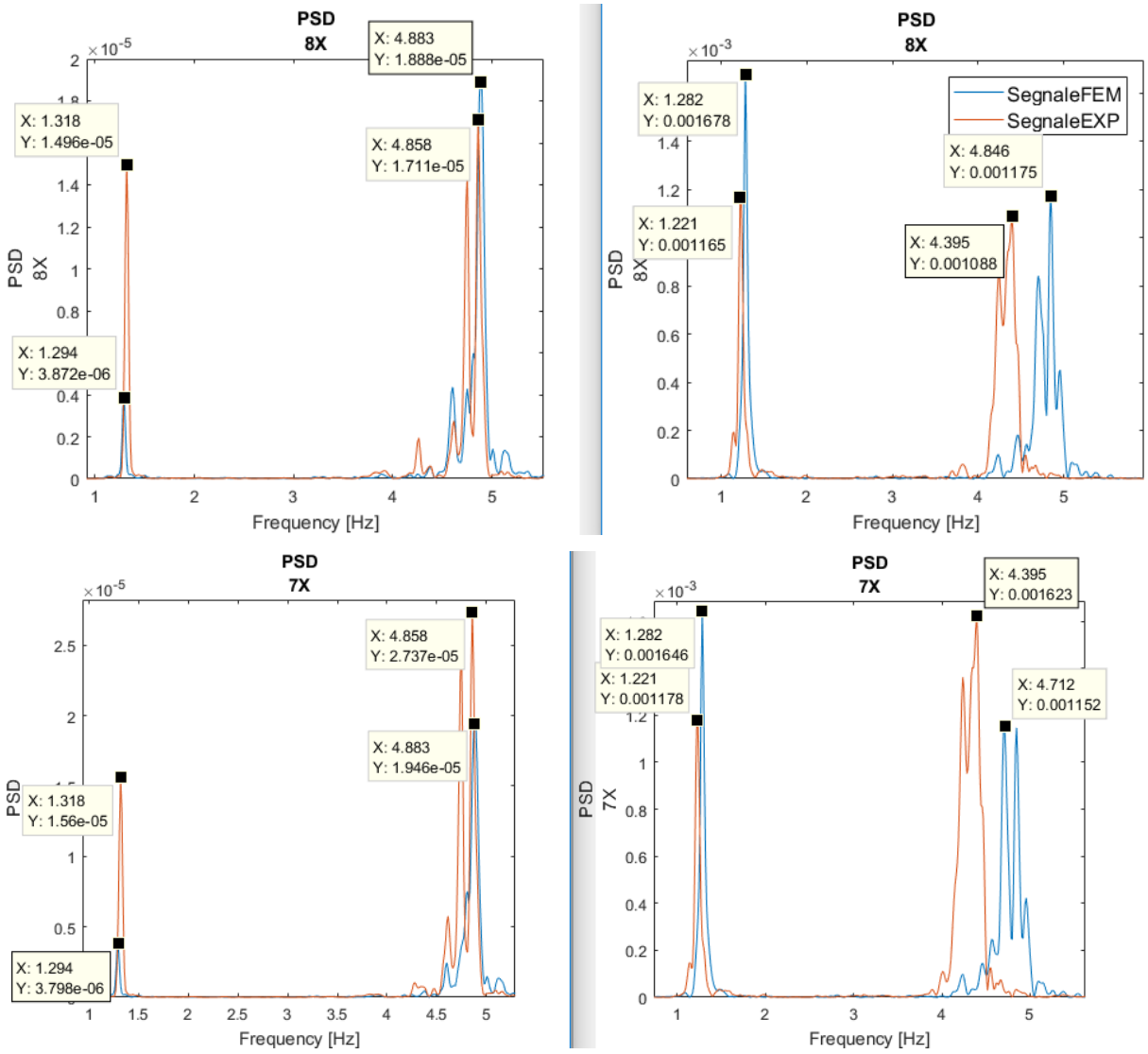


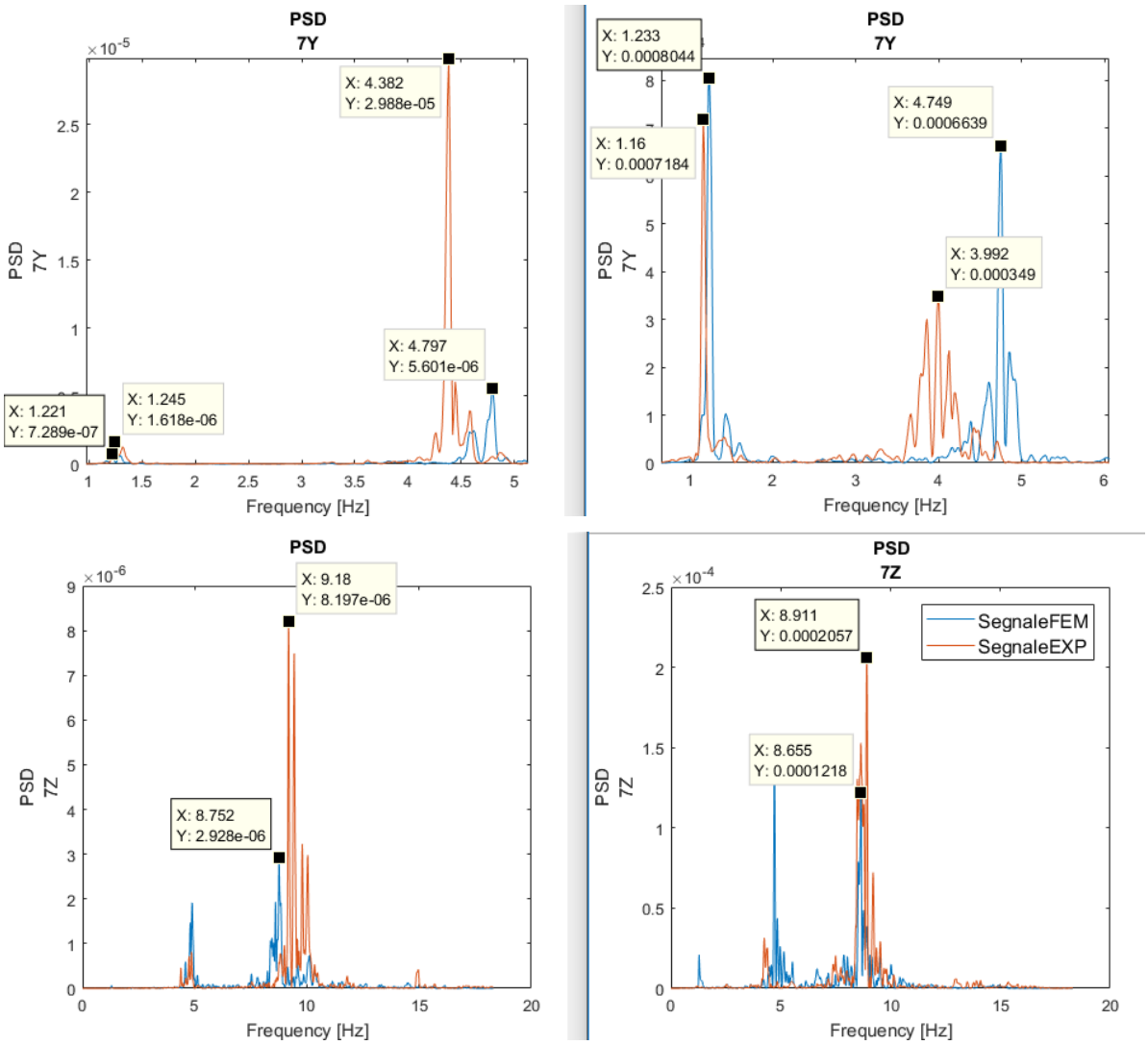

PSD
7Y
× 10 -4
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
PSD
7Y
SegnaleFEM
SegnaleEXP
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
Frequency [Hz]


PSD
7X
× 10 -3
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
PSD
7X
SegnaleFEM
SegnaleEXP
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
Frequency [Hz]

Come per le accelerazioni, il confronto tra le PSD tra i due segnali porta a risultati migliori, non solo le frequenze analitiche relative ai modi principali coincidono con le frequenze EXP, ma anche il contenuto in potenza è paragonabile.

L'ultima osservazione va riservata ai valori delle frequenze sperimentali ottenuti nei due distinti eventi sismici. Si è notato che le frequenze ottenute dall'analisi di un evento sismico ridotto sono superiori alle frequenze ottenute dall'analisi di un evento sismico maggiore. La probabile causa è da ricercarsi nei fenomeni non lineari legati all'interazione tra il terreno e la struttura e al comportamento non lineare dei materiali che danneggiandosi porterebbero ad una minore rigidezza. Il modello lineare utilizzato non permette di cogliere tali aspetti.





7.3 Confronto tra gli Spettri di spostamento

Gli ultimi confronto sono stati effettuati tra gli spettri di spostamento e gli spettri di pseudo accelerazione. Il procedimento adottato nella determinazione dello spettro di spostamento si pasa sul metodo linearizzazione dell'equazione del moto secondo Newmark.

L'equazione del moto di un sistema smorzato soggetto a forze dinamiche è la seguente:

$$M\,\ddot{x}(t) + C\,x(t) + \dot{K}\,x(t) = f^{ext}(t)$$

$f^{ext}(t)$ Rappresenta il vettore delle forze esterne, poiché gli eventi sismici sono stati campionati con una frequenza F_c=100Hz si avrà a disposizione un segnale discreto e quindi l'equazione del moto può essere risolta per ogni istante $t = t_{i+1} = (i+1)dt$, con $dt = 1/F_c$ ottenendo per l'accelerazione:

$$\ddot{x}(t_{i+1}) = -M^{-1}[C\dot{x}(t_{i+1}) + Kx(t_{i+1}) - f^{\text{ext}}(t_{i+1})].$$

Il metodo prevede una l'approssimazione del vettore degli spostamenti delle velocità e dell'accelerazione tramite sviluppi di Taylor:

$$\begin{aligned} x(t_{i+1}) &= x_{i+1} = x_i + h\dot{x}_i + \frac{h^2}{2!}\ddot{x}_i + \frac{h^3}{3!}\dddot{x}_i + \frac{h^4}{4!}\ddddot{x}_i + \cdots \\ \dot{x}(t_{i+1}) &= \dot{x}_{i+1} = \dot{x}_i + h\ddot{x}_i + \frac{h^2}{2!}\dddot{x}_i + \frac{h^3}{3!}\ddddot{x}_i + \cdots \\ \ddot{x}(t_{i+1}) &= \ddot{x}_{i+1} = \ddot{x}_i + h\dddot{x}_i + \frac{h^2}{2!}\ddddot{x}_i + \cdots \end{aligned}$$

Ed infine ricavando gli spostamenti e le velocità troncando l'approssimazione al 3° ordine si ottiene il *metodo dell'accelerazione lineare*:

$$x_{i+1} \approx x_i + h\dot{x}_i + \frac{h^2}{6}(\ddot{x}_{i+1} + 2\ddot{x}_i),$$

$$\dot{x}_{i+1} \approx \dot{x}_i + \frac{h}{2}(\ddot{x}_{i+1} + \ddot{x}_i).$$

Il metodo di Newmark prevede di approssimare $x_{i+1} e\, \dot{x_{i+1}}$ in funzione di due coefficenti β, γ i quali posti uguale a $\beta = \frac{1}{6}, \gamma = \frac{1}{2}$ restituiscono esattamente le equazioni sopra riportate. Considerando due istanti temporali successivi l'equazione del moto associata sarà:

$$M\delta\ddot{x}_i + C\delta\dot{x}_i + K\delta x_i + \delta R_i = f_{i+1}^{\text{ext}} - f_i^{\text{ext}} = \delta f_i^{\text{ext}},$$

Introducendo gli sviluppi in serie e raggruppando i vari termini comuni si ottiene:

$$\left[\frac{6}{h^2}M + \frac{3}{h}C + K\right]\delta x_i - \left[3M + \frac{h}{2}C\right]\ddot{x}_i - \left[\frac{6}{h}M + 3C\right]\dot{x}_i = \delta f_i^{\text{ext}}$$

Introducendo i parametri:

- $K = \left[\frac{6}{h^2}M + \frac{3}{h}C + k\right]$
- $a = \left[\frac{6}{h}M + 3C\right]$
- $b = \left[3\,M + \frac{h}{2}C\right]$

È possibile ricavare gli incrementi du, dv, dac, e di conseguenza i valori all'instante successivo:

$$du = \frac{df}{K}$$

$$dv = 3 \cdot \frac{du}{dt} - 3v_i - dt \cdot \frac{ac_i}{2}$$

$$dac = 6\left(du - \frac{dt \cdot v_i}{dt^2}\right) - 3 \cdot ac_i$$

e quindi:

$$u_{i+1} = u_i + du$$

$$v_{i+1} = v_i + dv$$

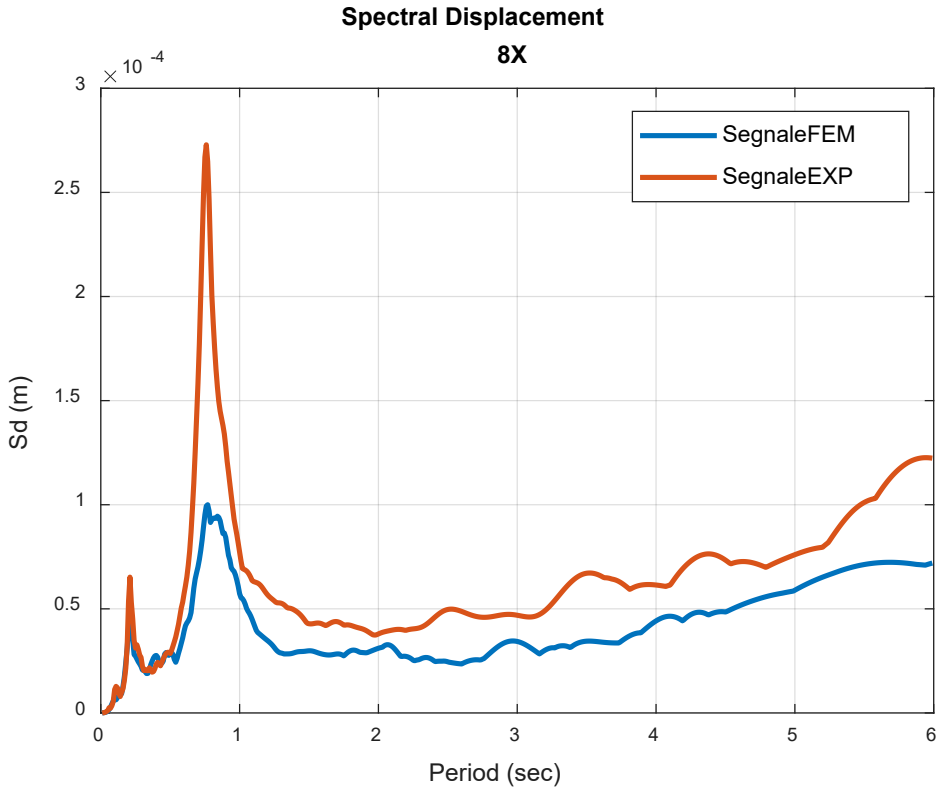
$$ac_{i+1} = ac_i + dac$$

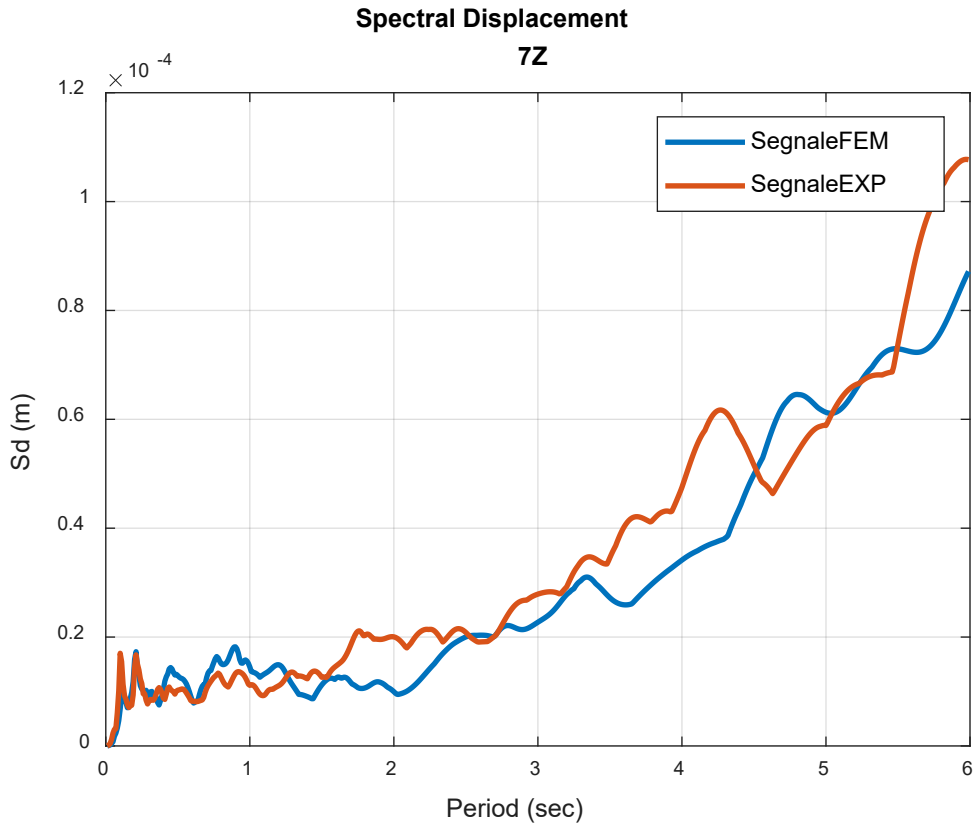
Considerando lo spostamento massimo in valore assoluto calcolato per ogni periodo Tj è possibile definire lo spostamento spettrale e la pseudo accelerazione spettrale:

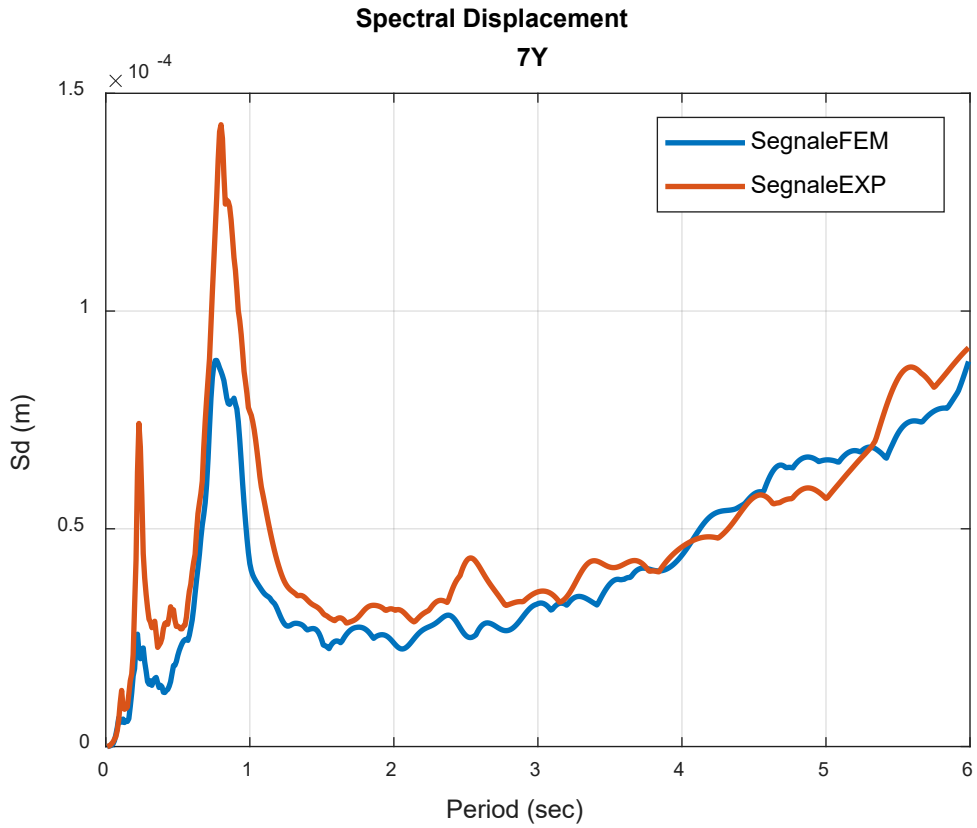
$$S_d(T_j) = \max(ass(u_i))$$

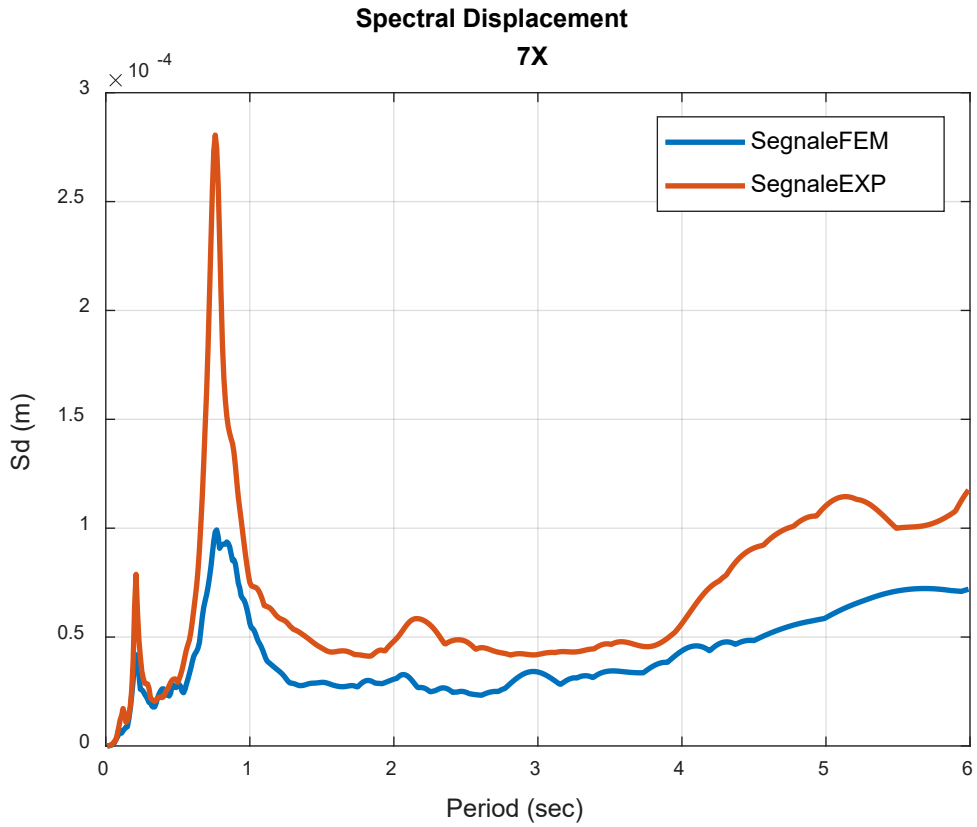
$$Spa(T_j) = S_d(T_j) \cdot \frac{\omega^2}{g}$$

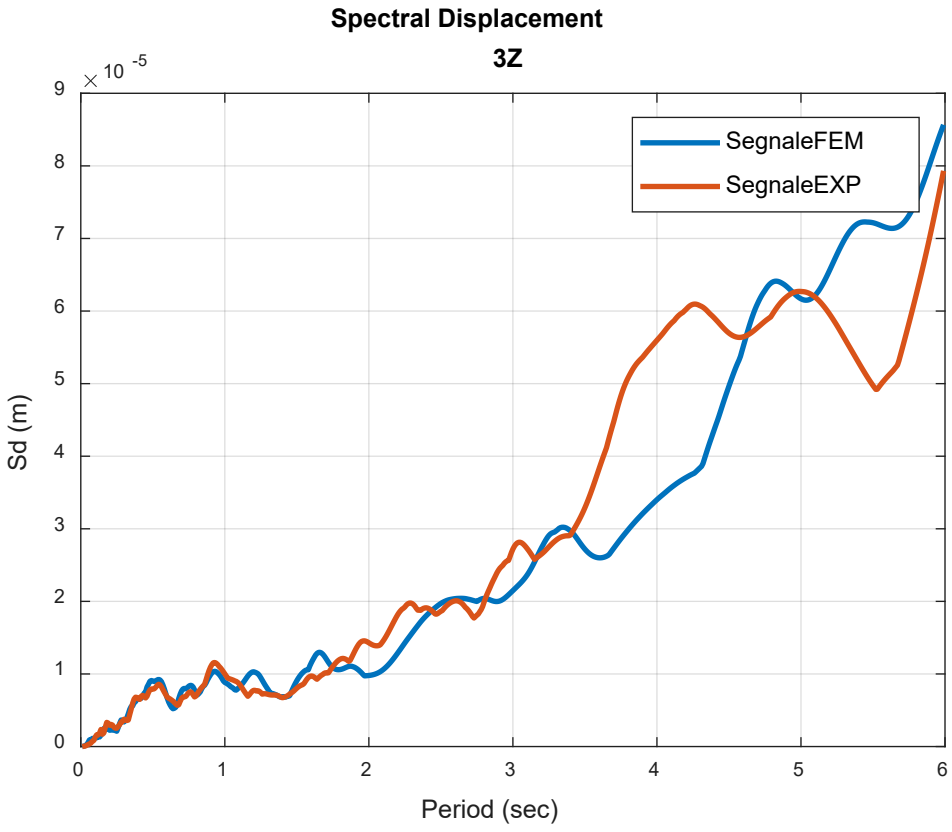
Nel seguito si riportano gli andamenti degli spettri calcolati con le espressioni sopra mostrate, per l'evento relativo al 19/10/2017.

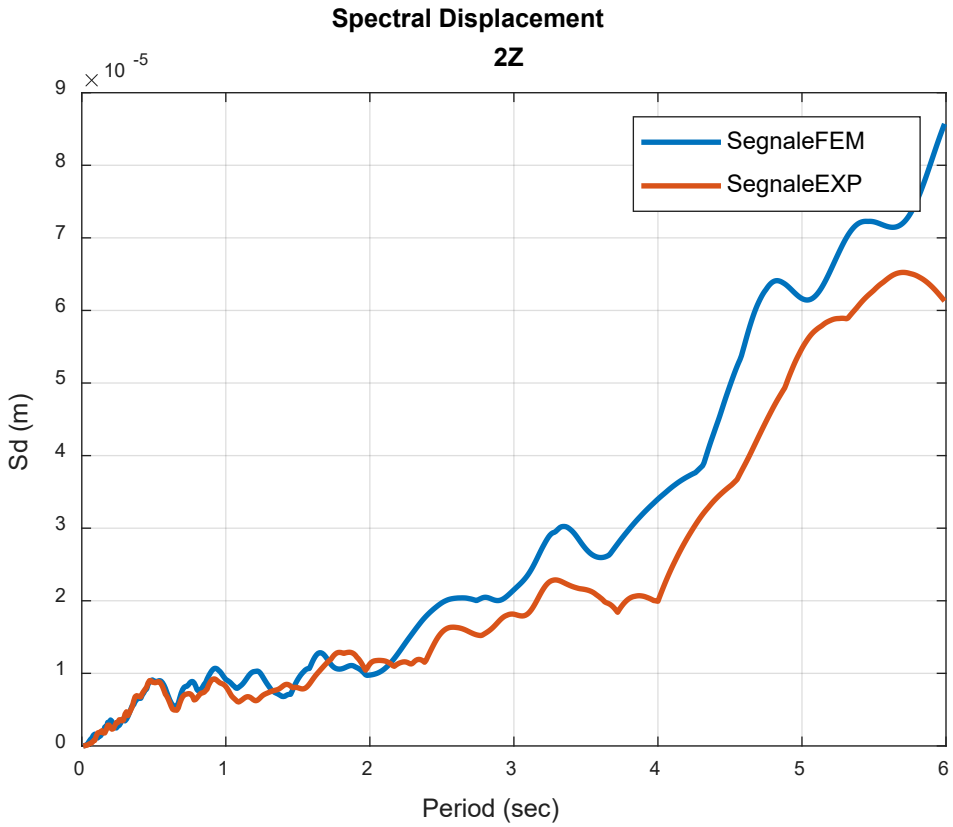


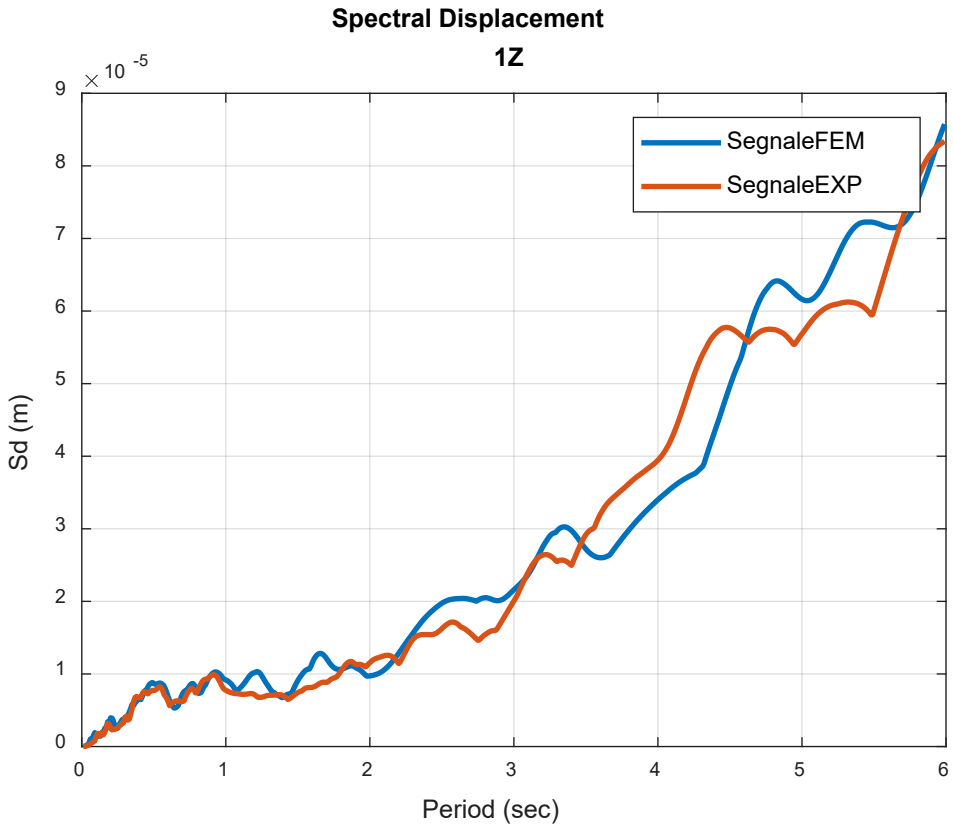

Spectral Displacement
7Z
× 10 -4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Sd (m)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

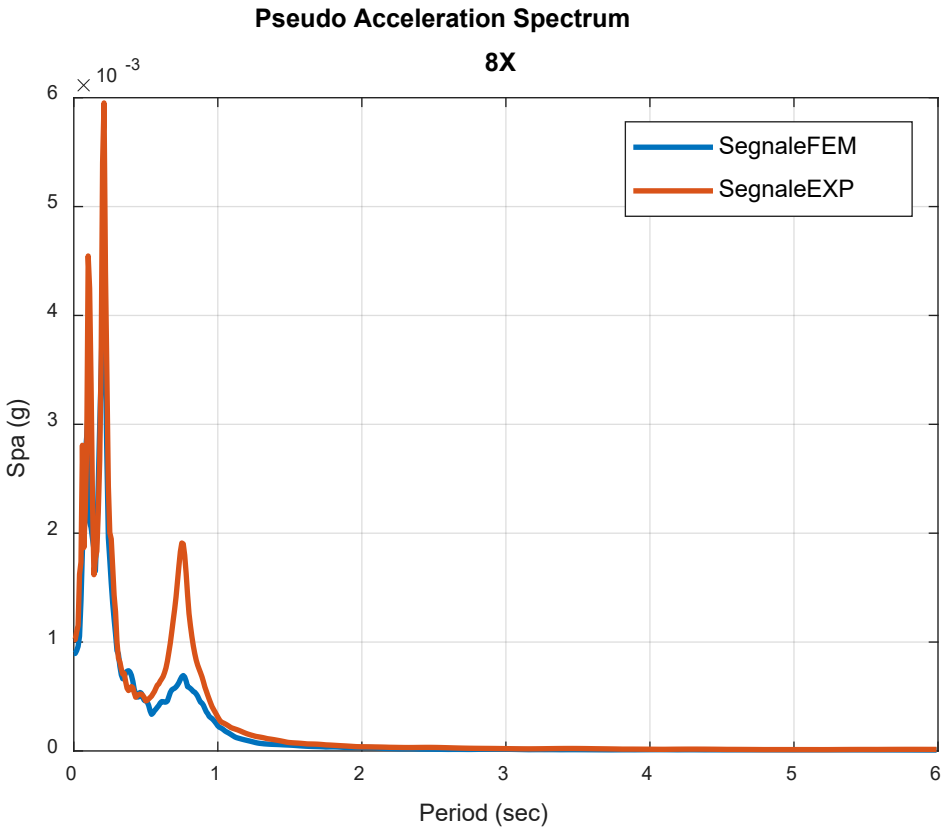

Spectral Displacement
7Y
× 10 -4
1.5
1
0.5
0
Sd (m)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

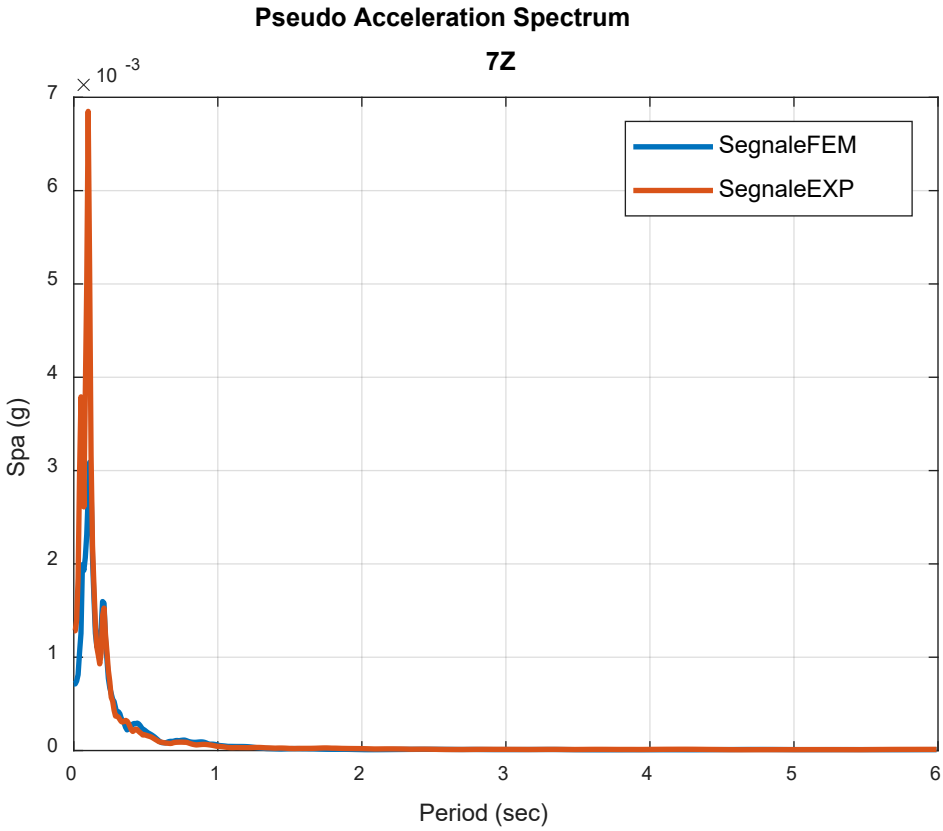

Spectral Displacement
7X
× 10 -4
3
2.5
2
1.5
1
0.5
0
Sd (m)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

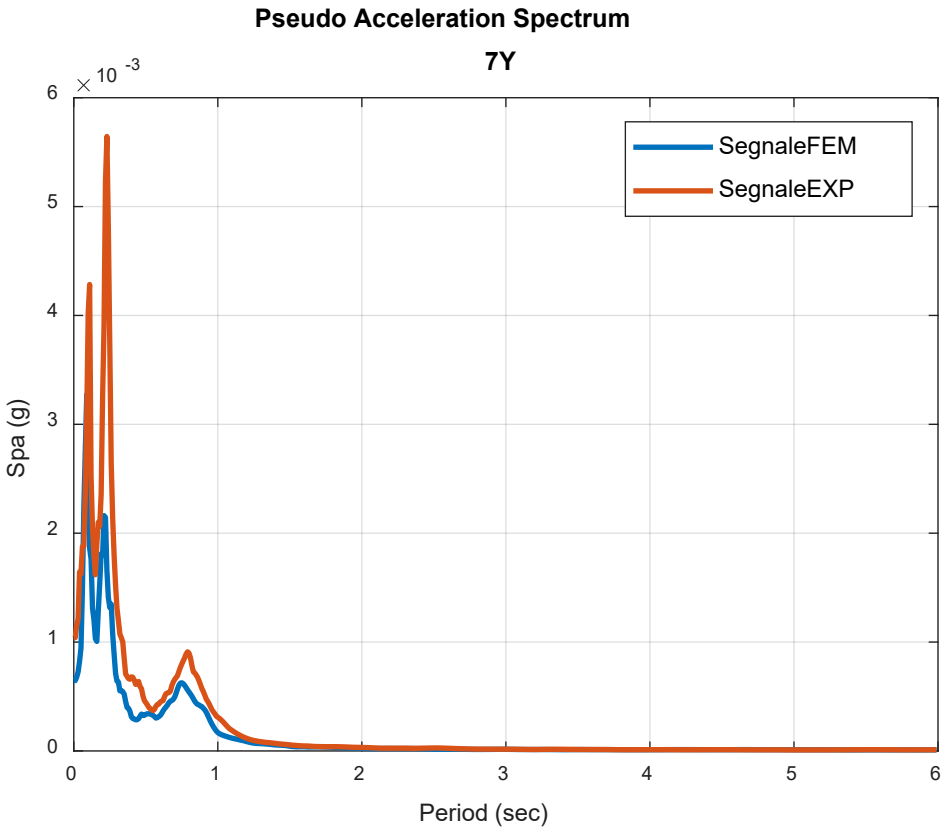

Spectral Displacement
3Z
× 10 -5
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
Sd (m)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

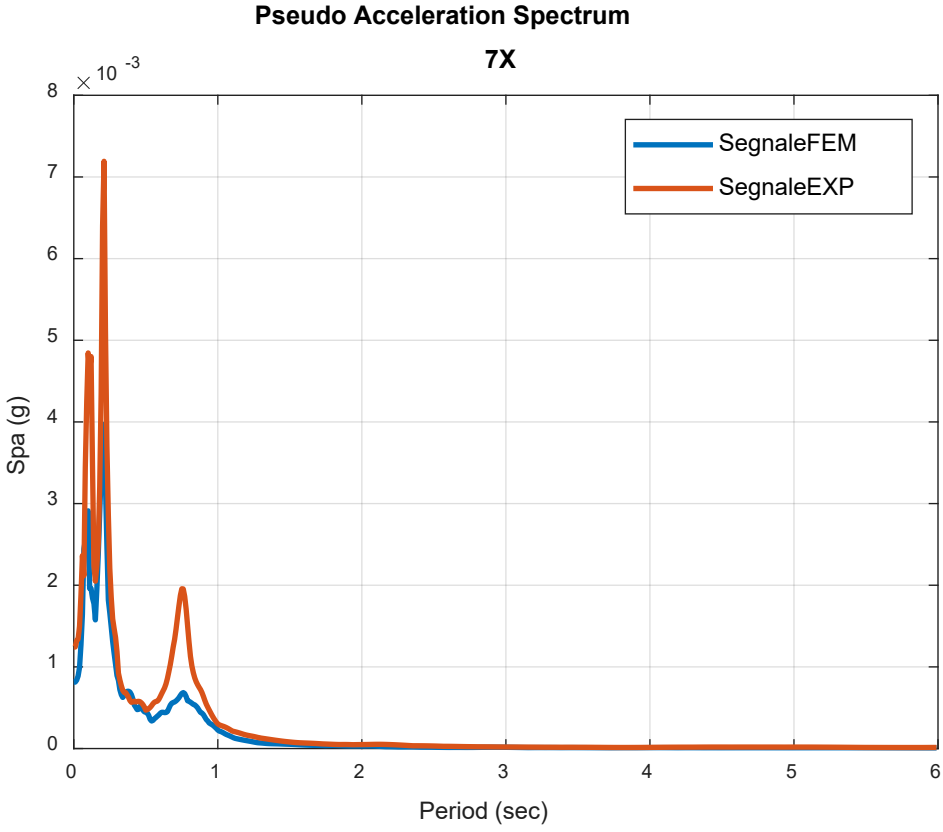

Spectral Displacement
2Z
× 10 -5
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
Sd (m)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

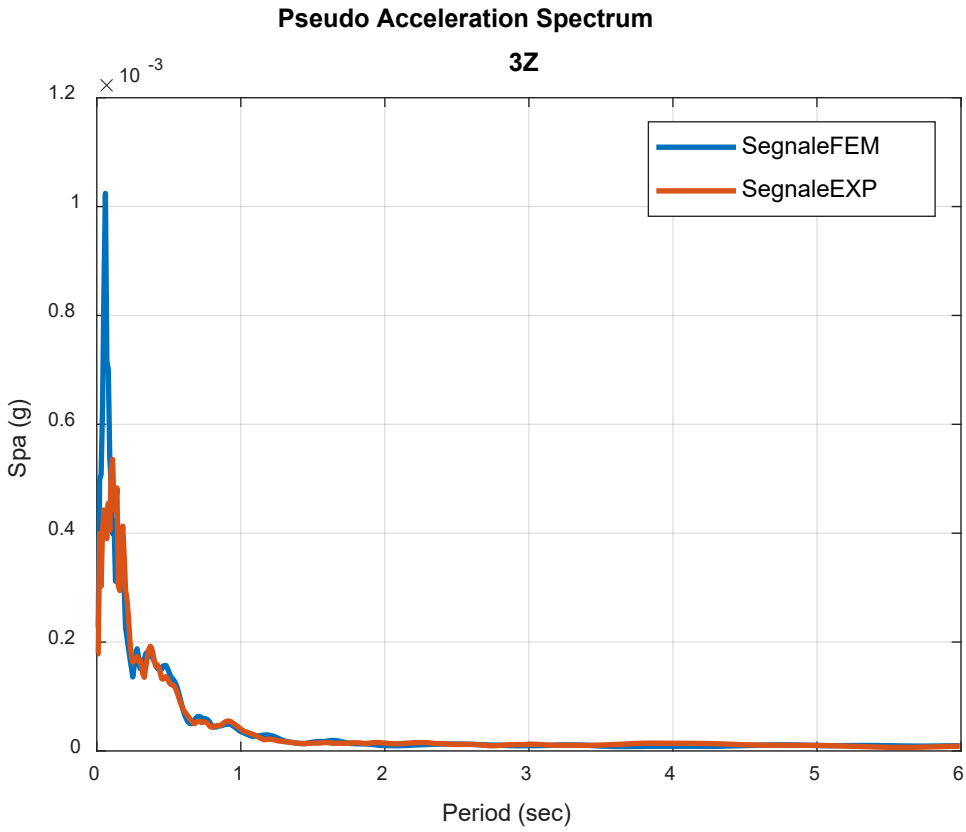

Spectral Displacement
1Z
× 10 -5
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
Sd (m)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

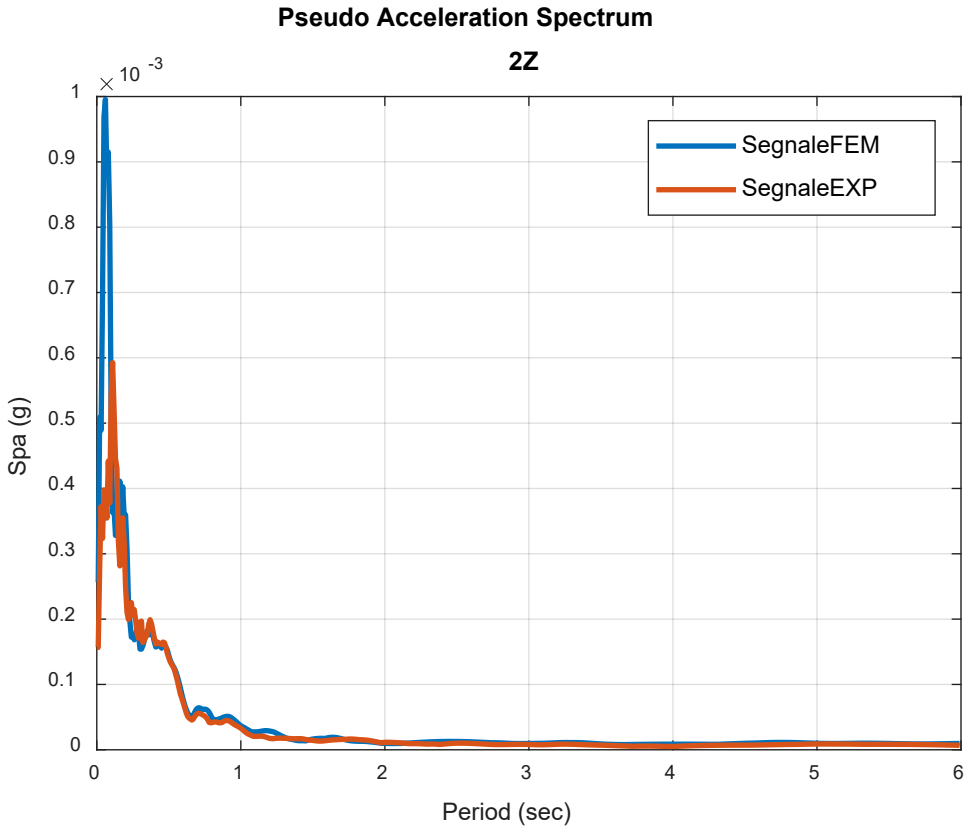

Pseudo Acceleration Spectrum
8X
× 10 -3
6
5
4
3
2
1
0
Spa (g)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

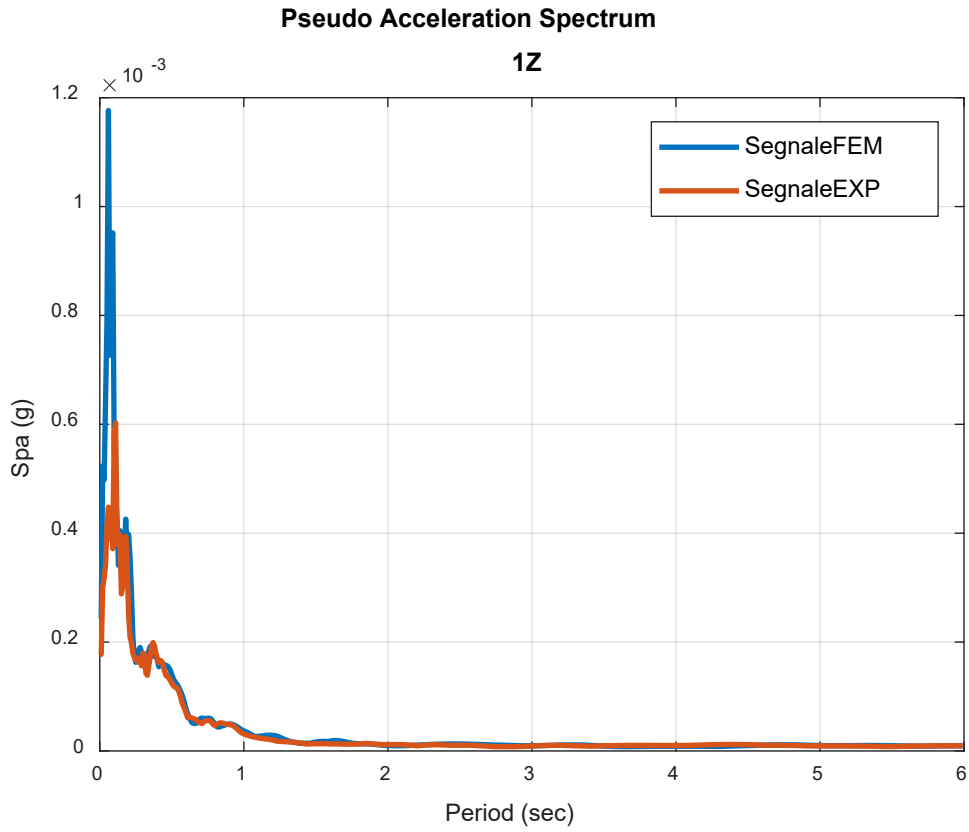

Pseudo Acceleration Spectrum
7Z
× 10 -3
7
6
5
4
3
2
1
0
Spa (g)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP


Pseudo Acceleration Spectrum
7Y
× 10 -3
SegnaleFEM
SegnaleEXP
Spa (g)
Period (sec)
0
1
2
3
4
5
6

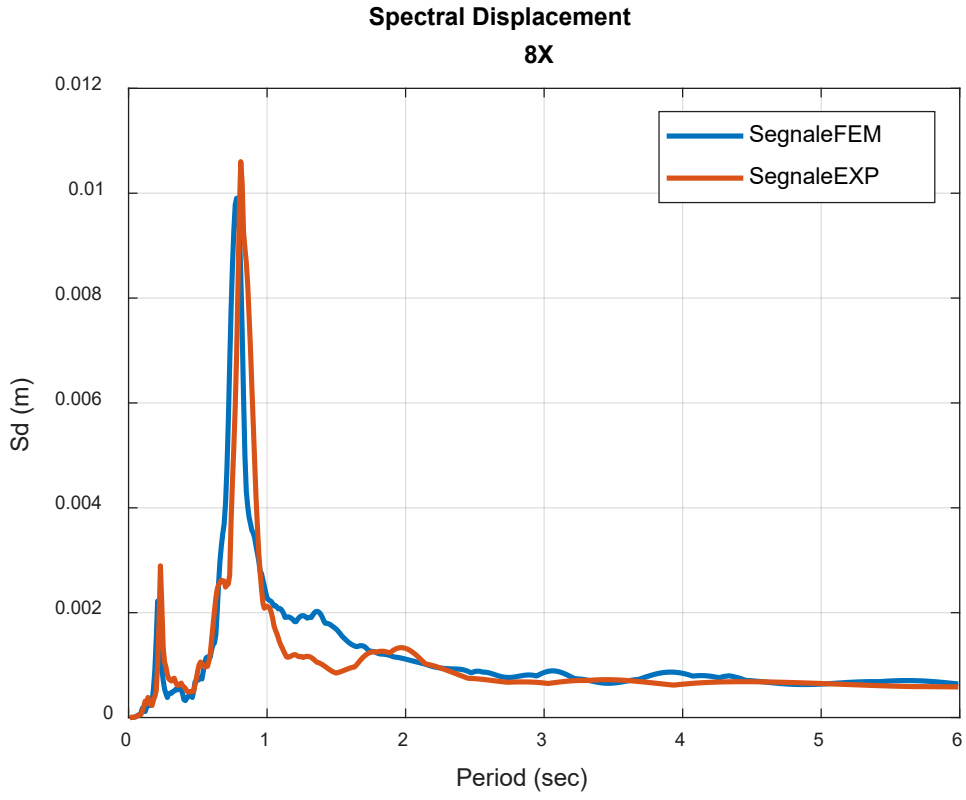

Pseudo Acceleration Spectrum
7X
× 10 -3
SegnaleFEM
SegnaleEXP
Spa (g)
Period (sec)
0
1
2
3
4
5
6
7
8

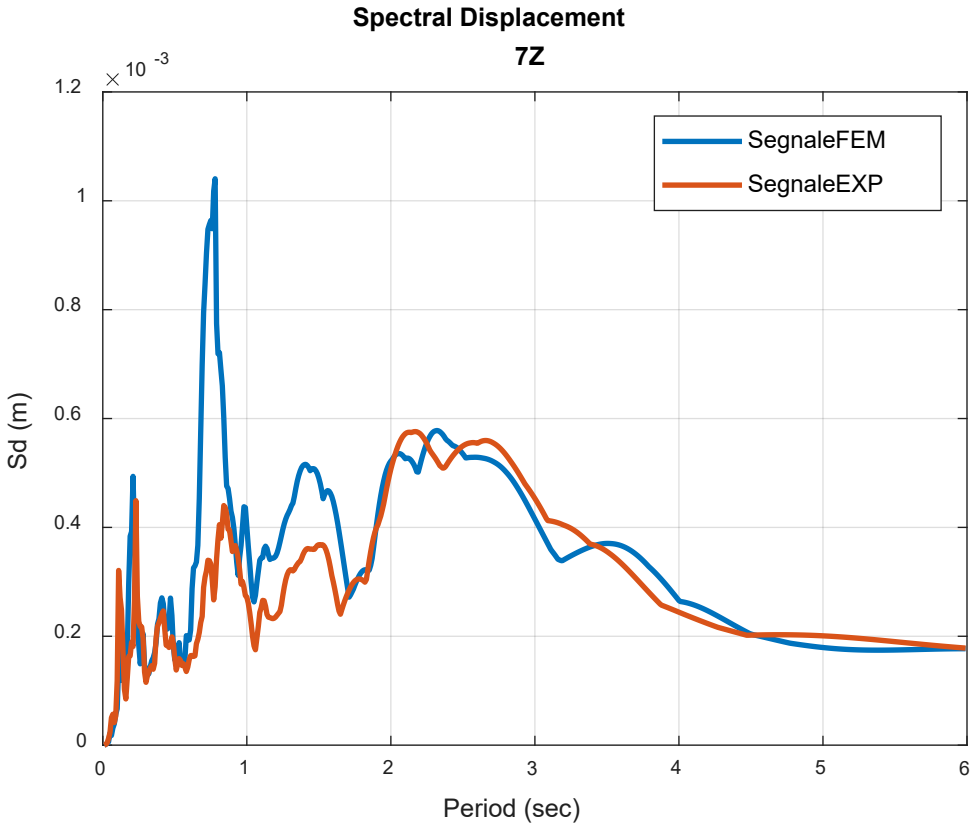

Pseudo Acceleration Spectrum
3Z
× 10 -3
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Spa (g)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

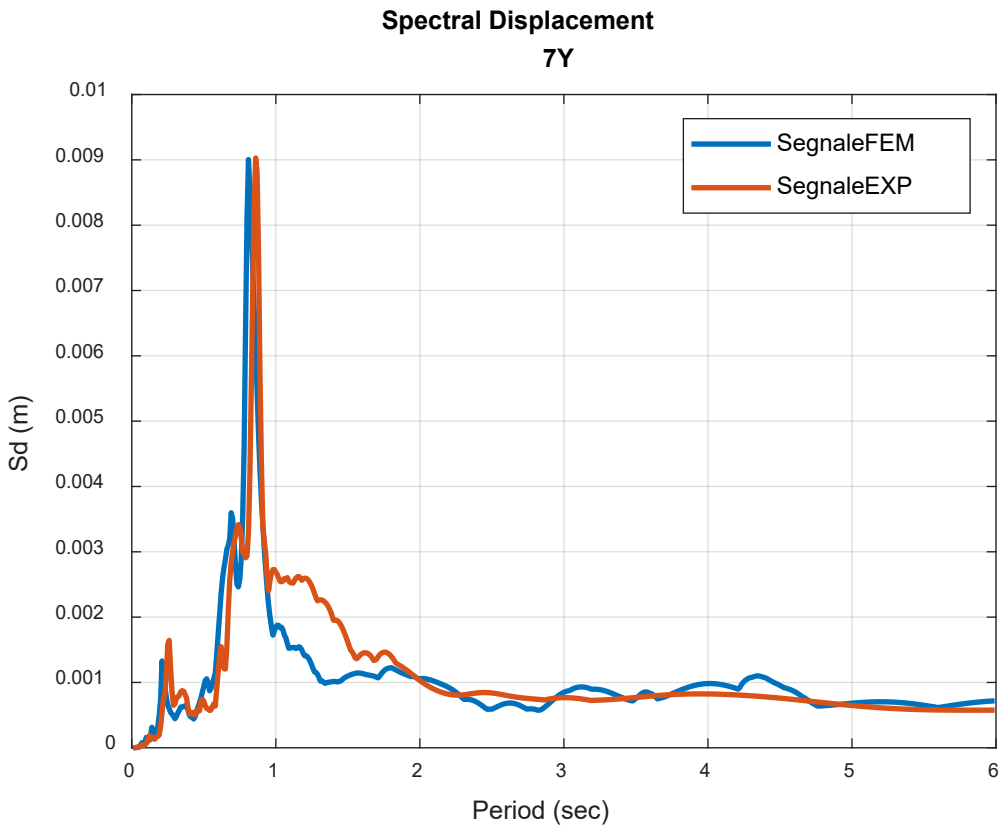

Pseudo Acceleration Spectrum
2Z
× 10 -3
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
Spa (g)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

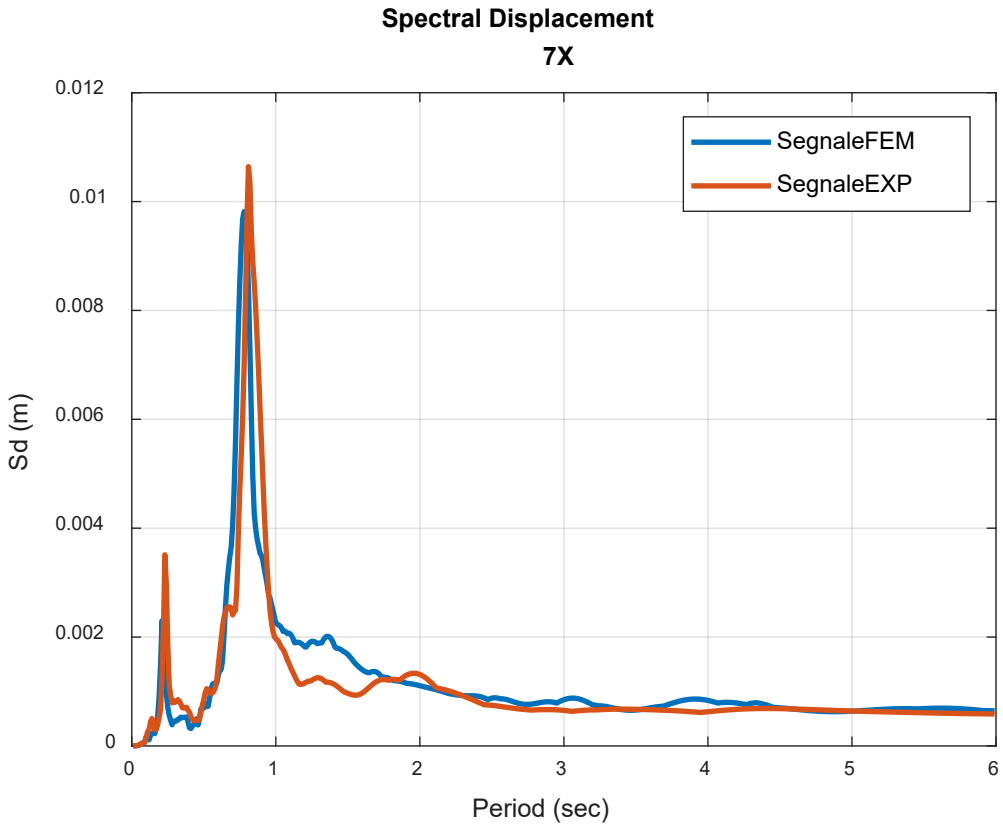


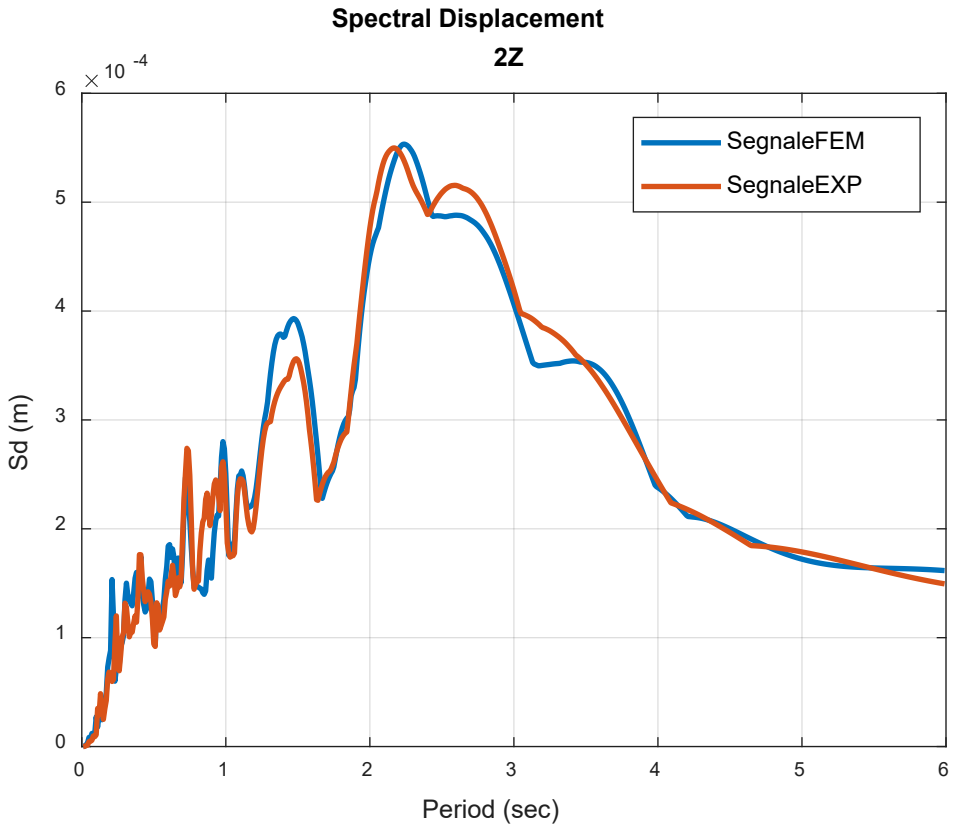
Mentre per l'evento di maggiore magnitudo registrato nel 2018 si sono ottenuti i seguenti spettri:

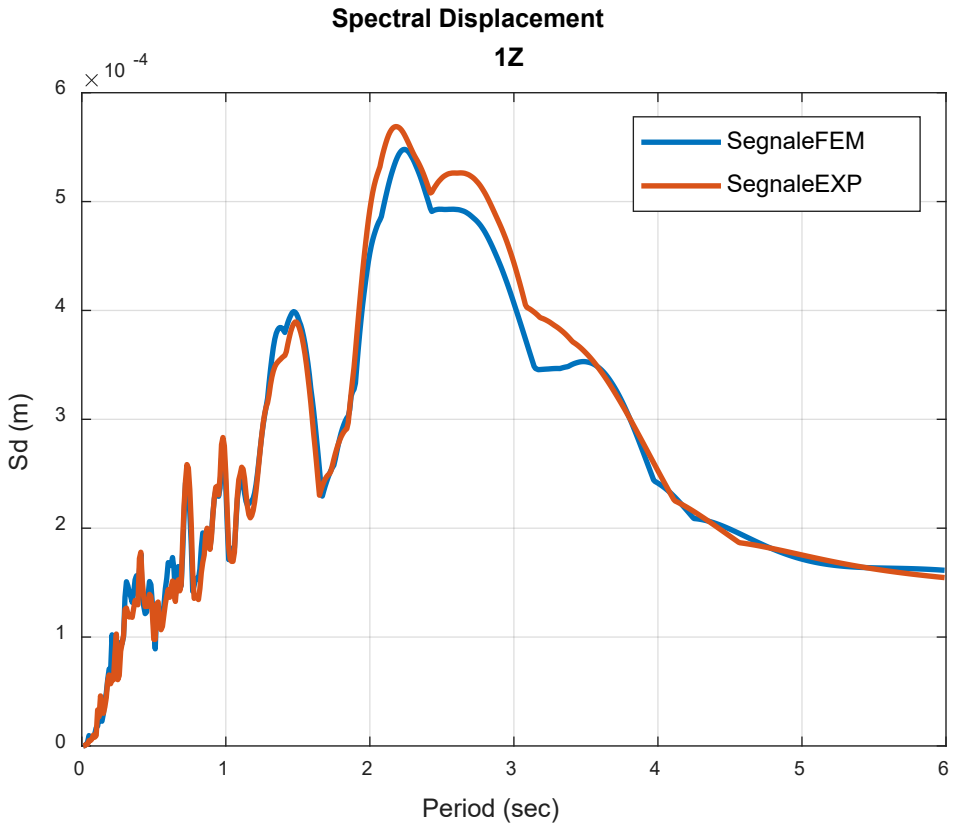


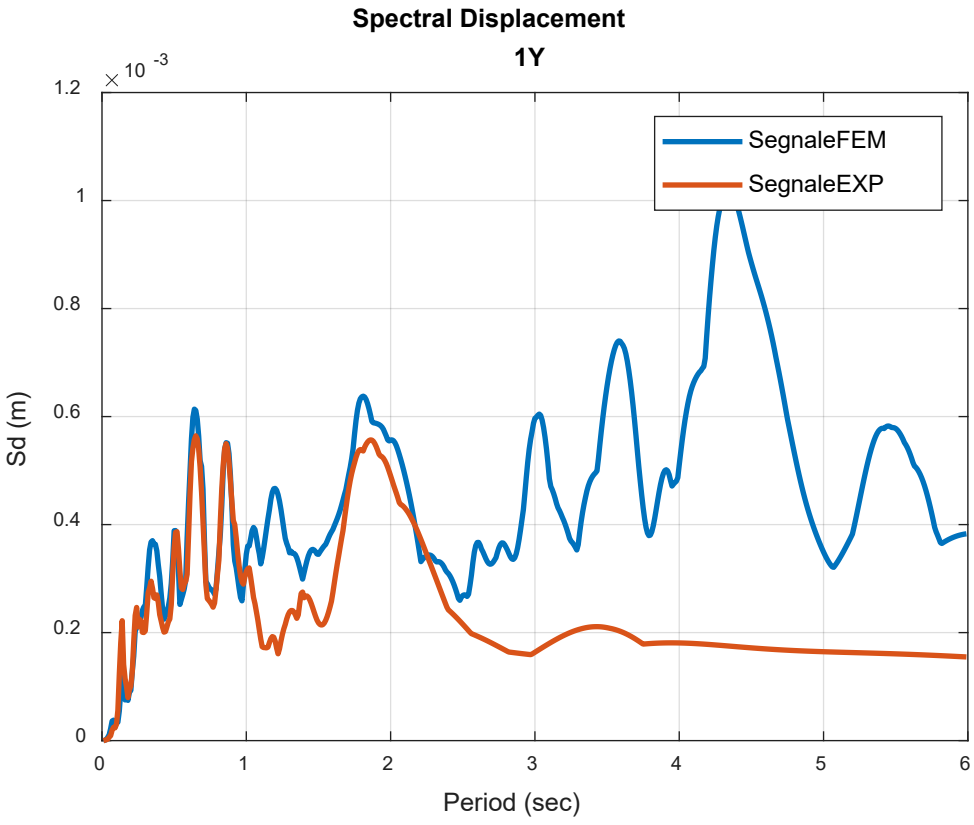

Spectral Displacement
7Z
× 10 -3
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Sd (m)
SegnaleFEM
SegnaleEXP
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)

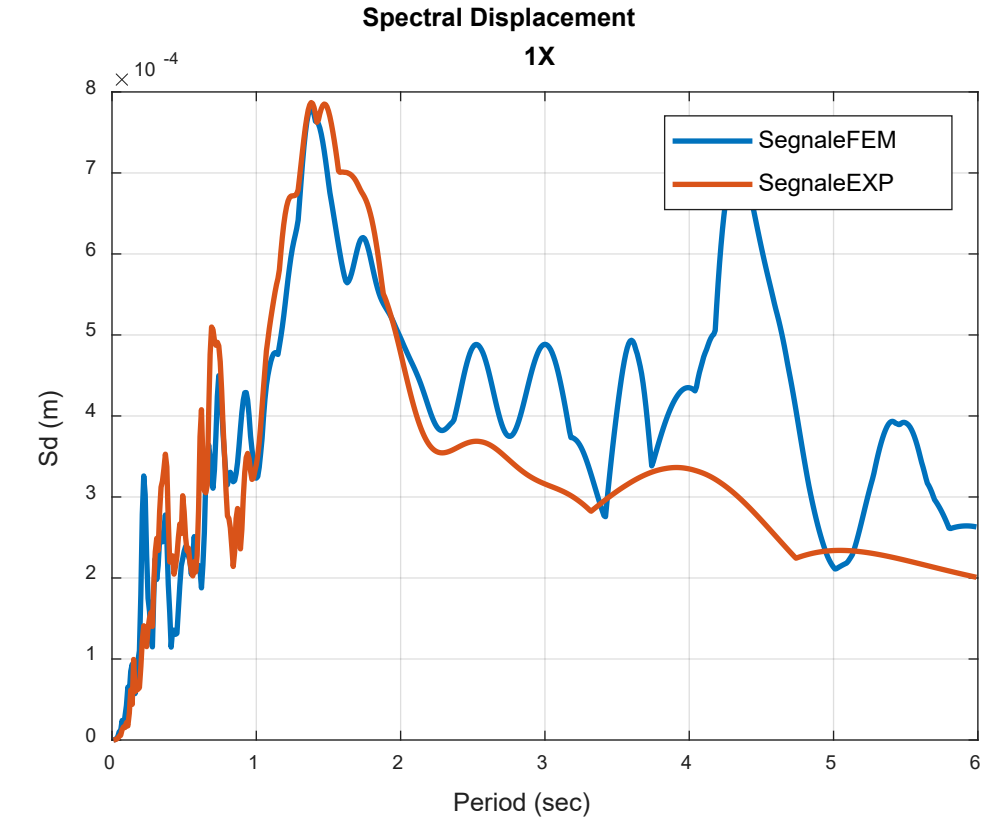

Spectral Displacement
7Y
0.01
0.009
0.008
0.007
0.006
0.005
0.004
0.003
0.002
0.001
0
Sd (m)
SegnaleFEM
SegnaleEXP
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)

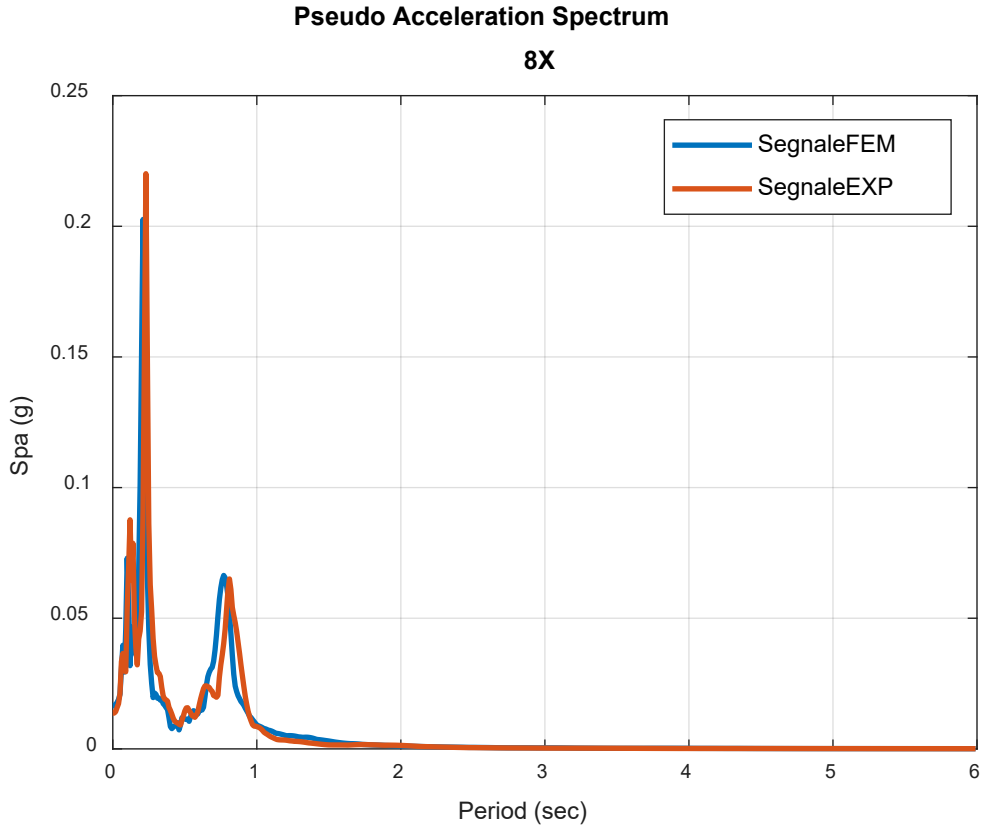

Spectral Displacement
7X
SegnaleFEM
SegnaleEXP
Sd (m)
Period (sec)
0.012
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
0
1
2
3
4
5
6

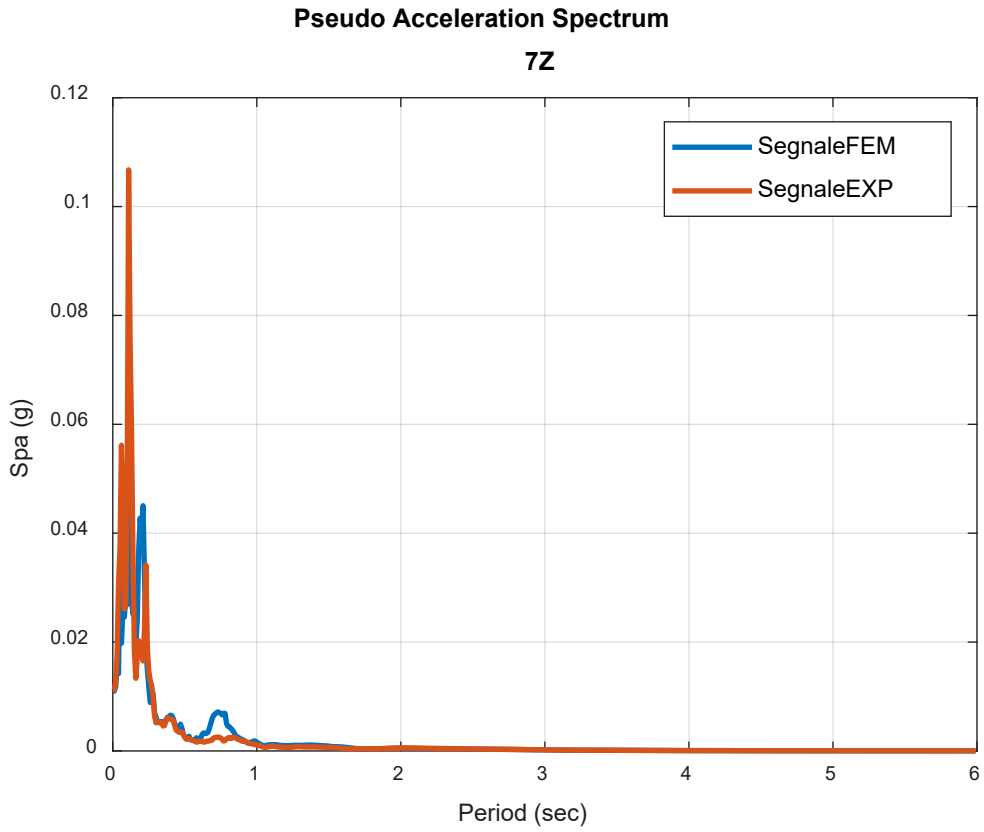

Spectral Displacement
2Z
× 10 -4
SegnaleFEM
SegnaleEXP
Sd (m)
Period (sec)
6
5
4
3
2
1
0
0
1
2
3
4
5
6

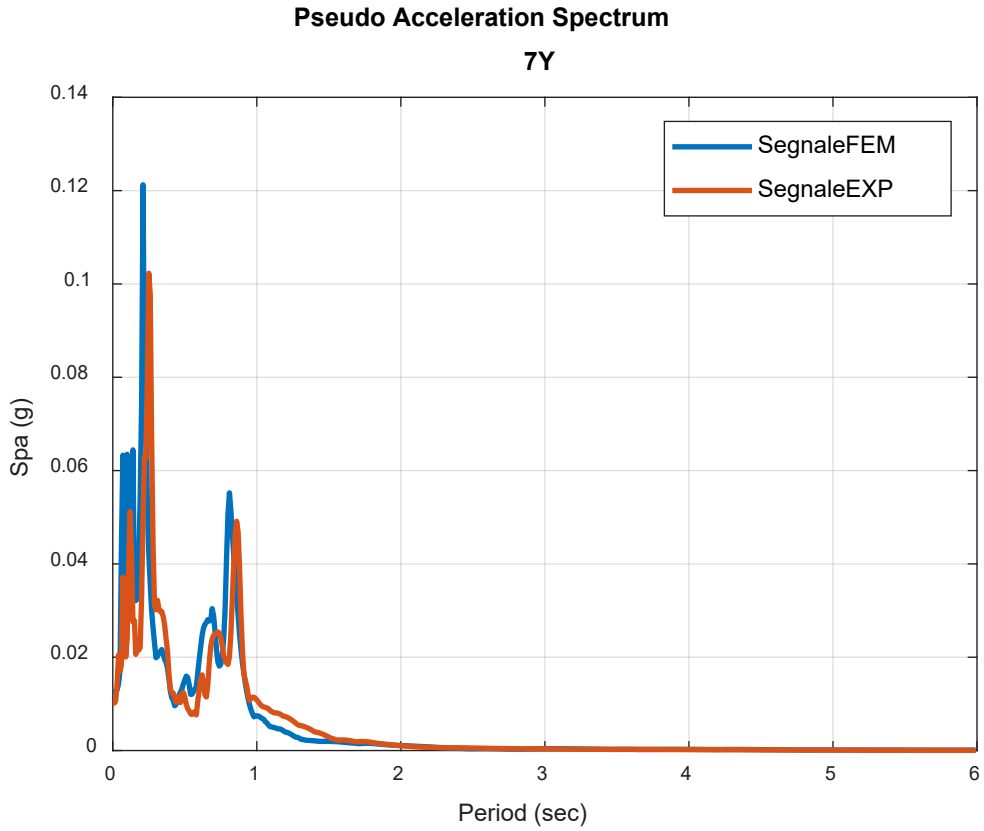

Spectral Displacement
1Z
× 10 -4
6
5
4
3
2
1
0
Sd (m)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

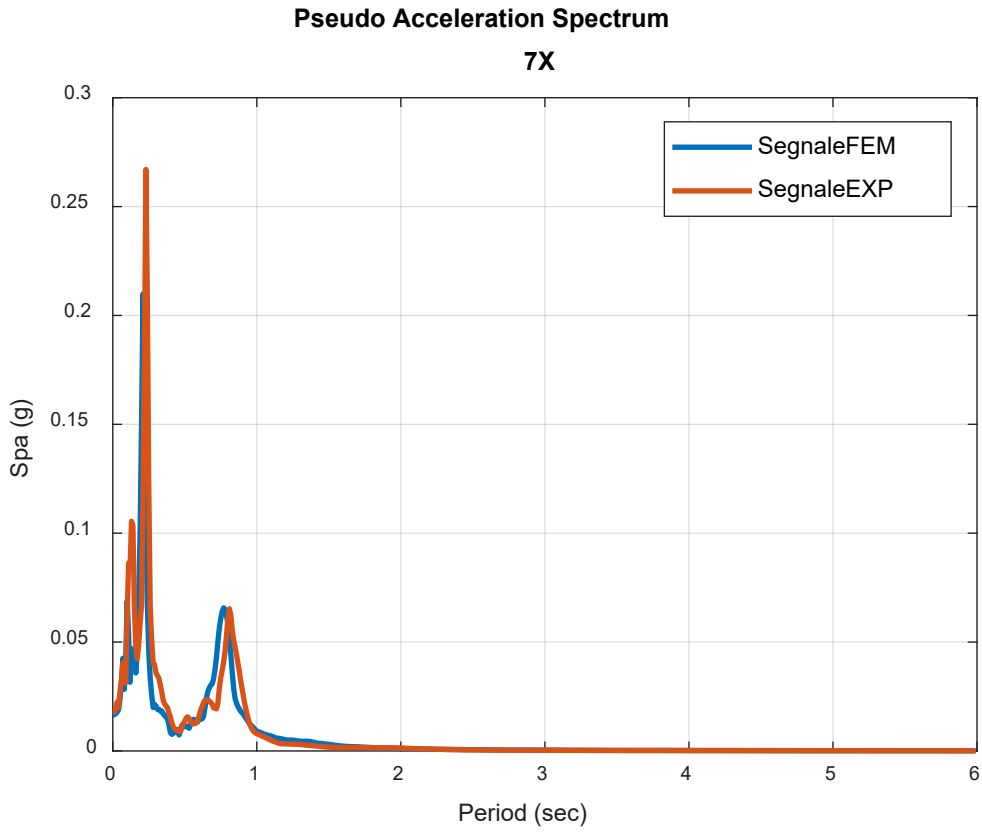

Spectral Displacement
1Y
× 10 -3
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Sd (m)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

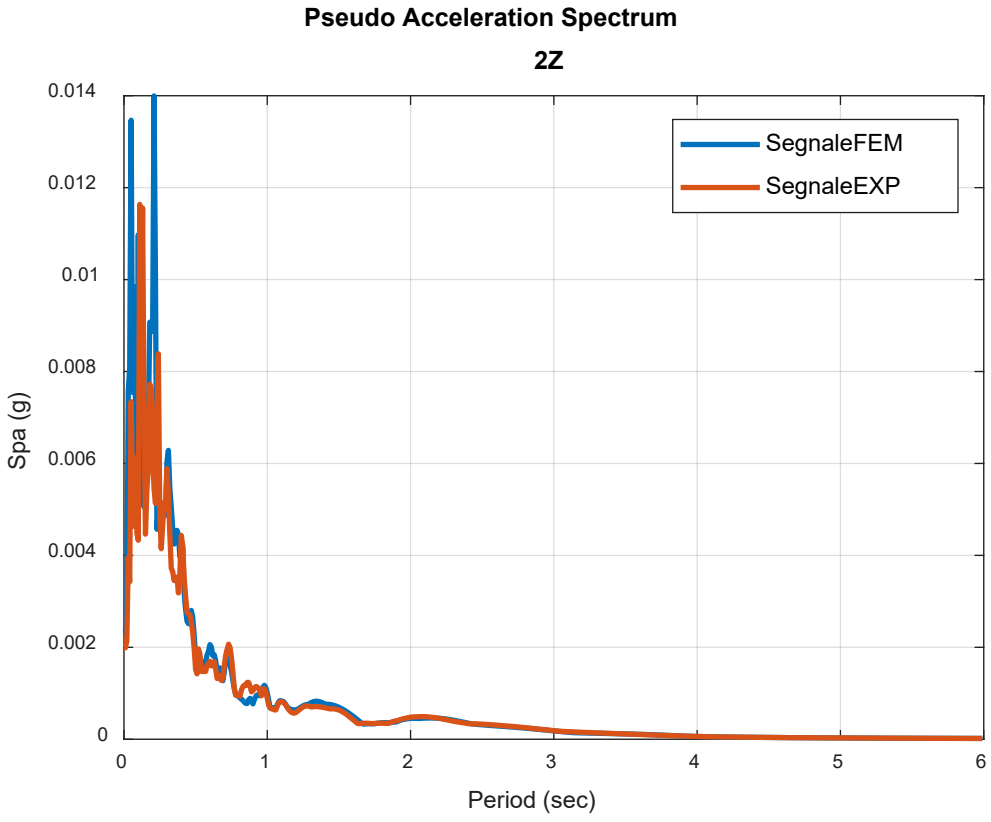

Spectral Displacement
1X
× 10 -4
8
7
6
5
4
3
2
1
0
Sd (m)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

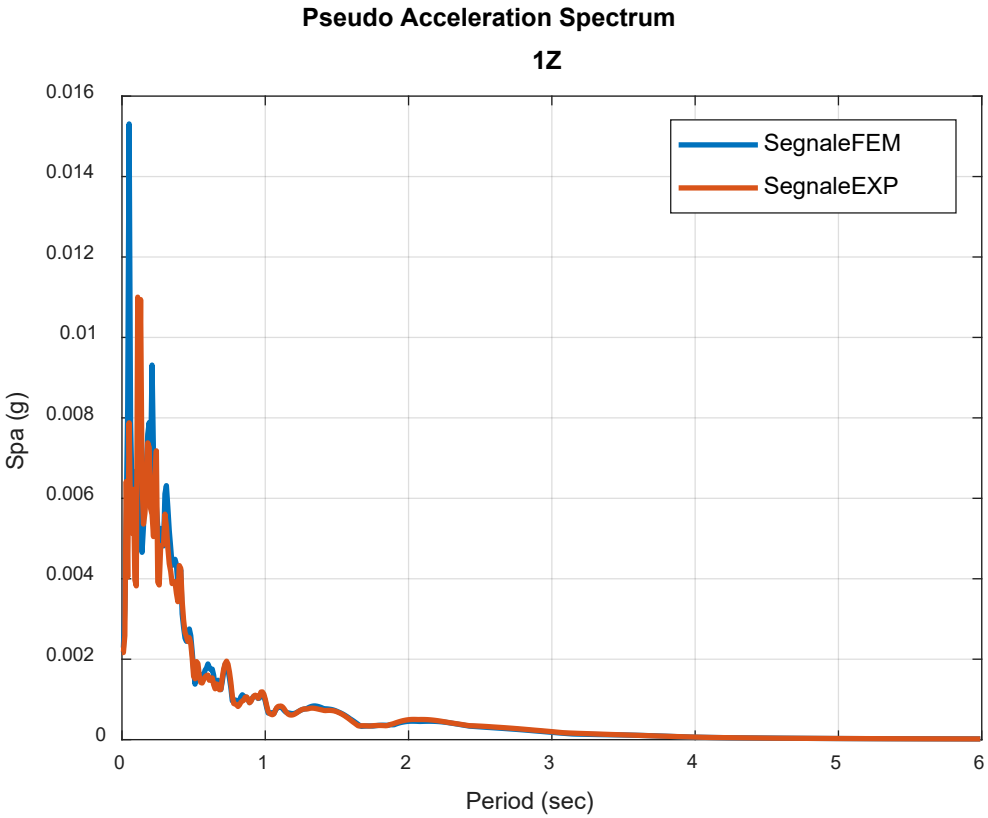

Pseudo Acceleration Spectrum
8X
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
Spa (g)
0
1
2
3
4
5
6
Period (sec)
SegnaleFEM
SegnaleEXP

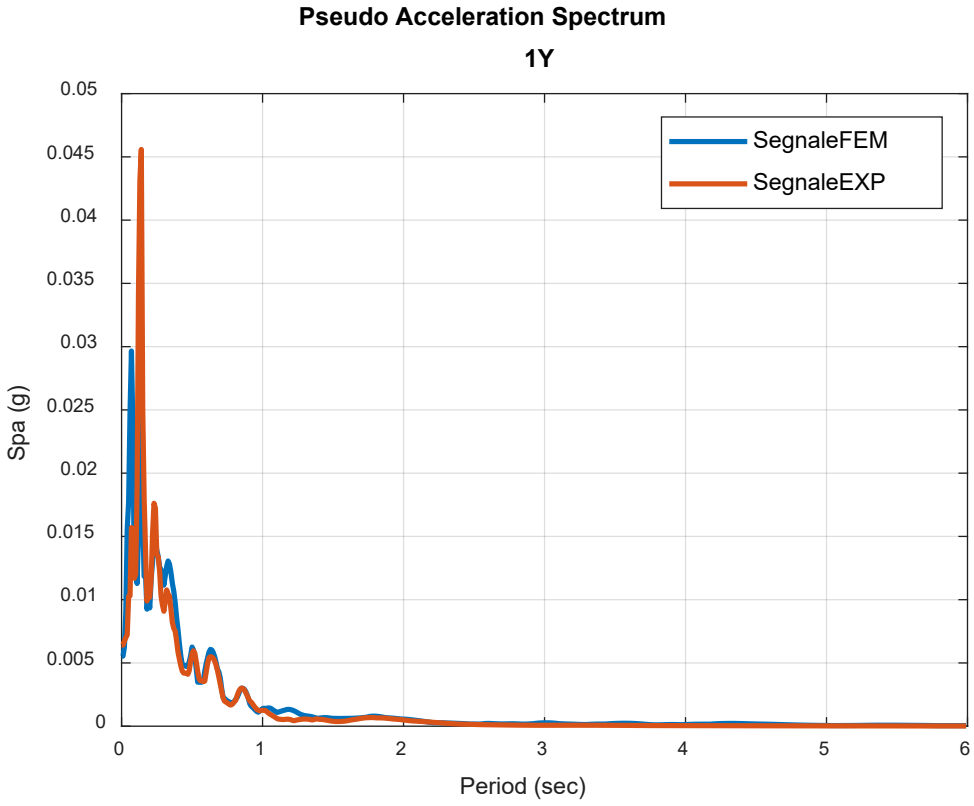

Pseudo Acceleration Spectrum
7Z
SegnaleFEM
SegnaleEXP
Spa (g)
Period (sec)
0.12
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0
0
1
2
3
4
5
6

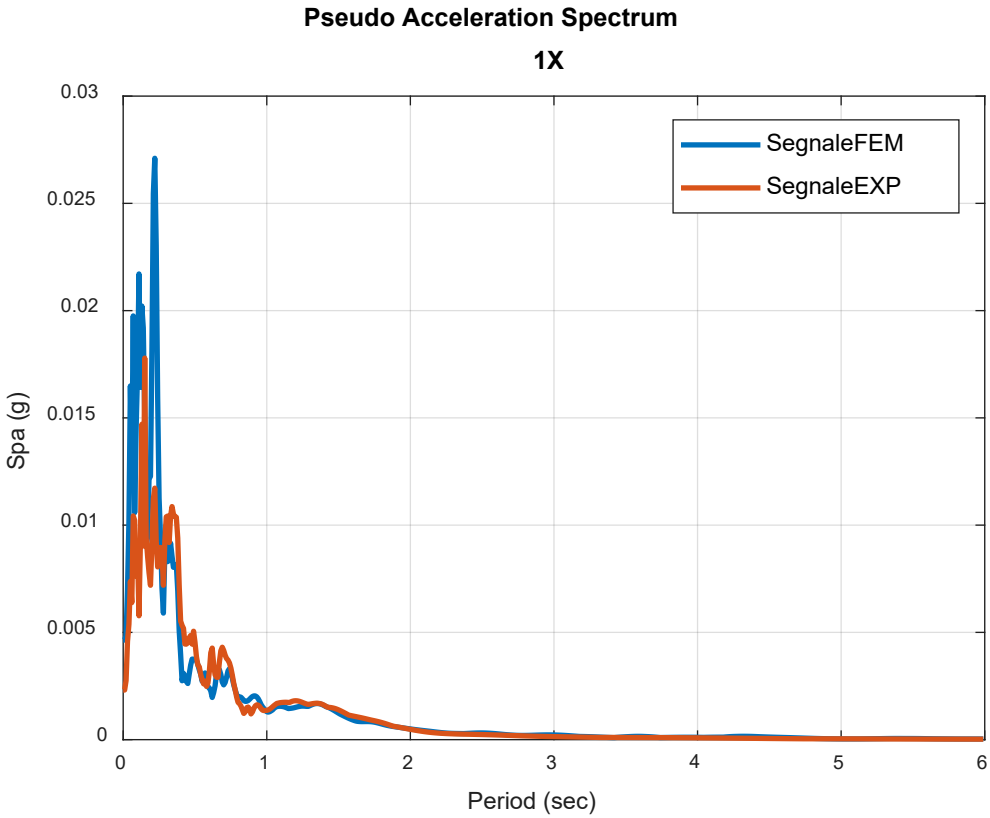

Pseudo Acceleration Spectrum
7Y
SegnaleFEM
SegnaleEXP
Spa (g)
Period (sec)
0.14
0.12
0.1
0.08
0.06
0.04
0.02
0
0
1
2
3
4
5
6


Pseudo Acceleration Spectrum
7X
SegnaleFEM
SegnaleEXP
Spa (g)
Period (sec)
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
1
2
3
4
5
6


Pseudo Acceleration Spectrum
2Z
SegnaleFEM
SegnaleEXP
Spa (g)
Period (sec)
0.014
0.012
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
0
1
2
3
4
5
6


Pseudo Acceleration Spectrum
1Z
SegnaleFEM
SegnaleEXP
Spa (g)
Period (sec)
0.016
0.014
0.012
0.01
0.008
0.006
0.004
0.002
0
0
1
2
3
4
5
6


Pseudo Acceleration Spectrum
1Y
SegnaleFEM
SegnaleEXP
Spa (g)
Period (sec)
0.05
0.045
0.04
0.035
0.03
0.025
0.02
0.015
0.01
0.005
0
0
1
2
3
4
5
6



Sebbene gli errori registrati in termini di accelerazione risultino mediamente del 20%, il confronto in termini di spostamenti e di accelerazione spettrale restituisce ottimi risultati per periodi dell'ordine del 0.8- 0.7s rappresentati i due modi principale della torre.

8 Modello meccanico semplificato LV1

8.2 Spettro di progetto e spettro elastico

"*Lo spettro di risposta elastico $S_e(T)$ o di progetto $S_d(T)$ è un diagramma che fornisce, per diversi periodi T di oscillazione, il valore massimo della pseudo-accelerazione dell'oscillatore elementare soggetto all'azione del sisma, per un fissato valore del rapporto di smorzamento, che è una caratteristica fisica della struttura o del terreno. In sostanza lo spettro ci dice su quali frequenze di vibrazione la sollecitazione sulle strutture risulta massima e sono possibili fenomeni di risonanza, che potrebbero determinarne il collasso.*" (8)

Per la determinazione dello *stato limite* da considerare e per la determinazione della vita nominale si sono adottati i seguenti parametri:

- V_N=50 anni, sebbene la vita nominale di un bene tutelato dovrebbe essere la più lunga possibile, ciò potrebbe portare ad una verifica sismica eccessivamente gravosa e di conseguenza ad interventi che stravolgerebbero il manufatto originario, cosa già successa negli anni passati. La scelta di un tempo minore di riferimento, anche inferiore ai 50 anni, riduce l'invasività dell'intervento pianificando una nuova verifica al termine della vita nominale. In questo modo si ha un continuo controllo nel tempo.
- Cu=1,
- SLV, lo stato limite di salvaguardia della vita non solo garantisce l'incolumità di eventuali occupanti ma permette anche la *conservazione stessa del manufatto*;

Per lo spettro elastico si è adotta uno smorzamento ξ=5% a cui corrisponde η=1.

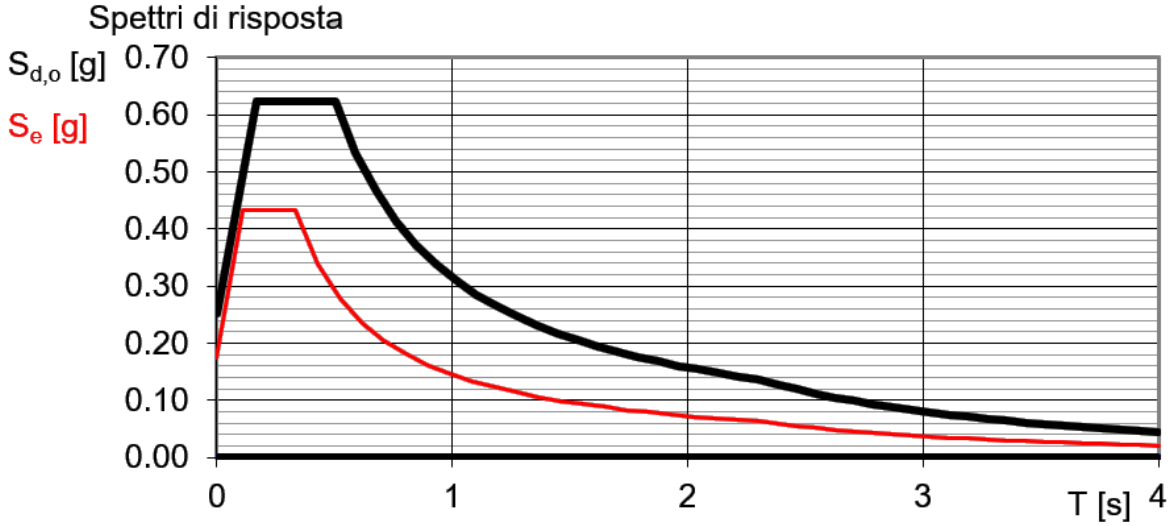


Figura 157 - in nero lo spettro di risposta elastico componente orizzontale, in rosso lo spettro di risposta elastico di riferimento

Per lo spettro di progetto si è adottato un fattore di struttura q= $q_0 \cdot K_R$ =2.80 come riportato nelle linee Guida per strutture con una forte irregolarità nell'altezza.

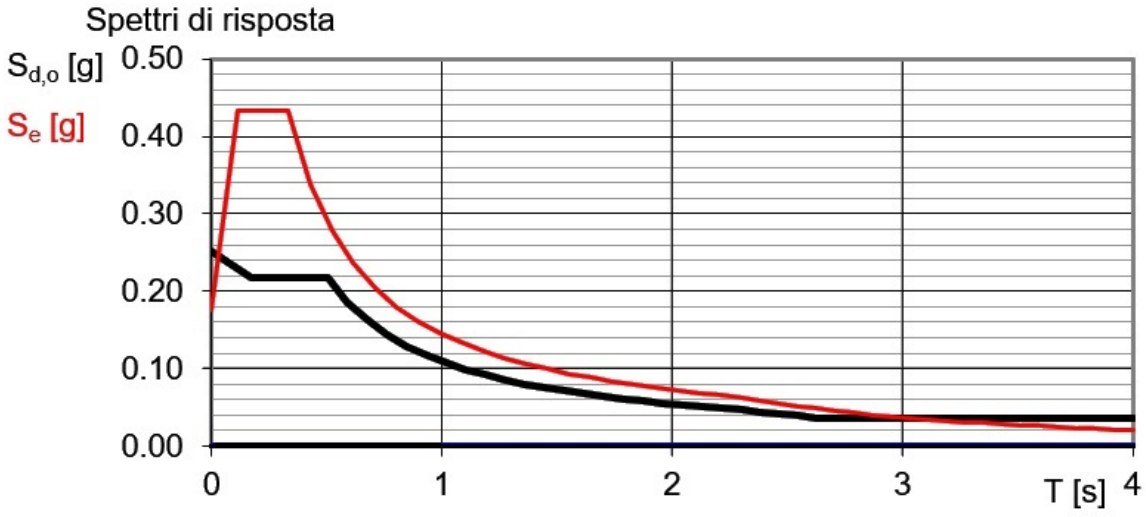


Figura 158 - In nero lo spettro di risposta di progetto componente orizzontale, in rosso lo spettro di risposta elastico di riferimento

Stimando i periodi dei primi modi di vibrare con le relazioni esposte nel paragrafo 1.2 si ottengono i valori riportati nella successiva tabella,

Fragonara et al.				
f1st	1.1121		T1st	0.8992
f2nd	1.3825		T2nd	0.7233
f3th	4.1177		T3th	0.2429

Rainieri C. et al.				
F1st	1.197454		T1st	0.835105

Le accelerazioni spettrali di progetto relative al primo modo vengono stimante nei seguenti due valori:

- $Sa_{d,o}$= 0.125 [g], per Zanotti Fragonara et al.
- $Sa_{d,o}$= 0.129 [g], per Rainieri et al.

Per le strutture come torri e campanili le LL.GG. riportano un metodo per la determinazione della sicurezza sismica. In particolare viene definito un indice $I_{S,SLV}$ ottenuto dal rapporto tra il T_{SLV} ovvero il tempo di ritorno che porta al raggiungimento dello stato limite e il TR,SLV periodo di ritorno di riferimento. Analogamente a tale indice è possibile definire un rapporto che tenga conto delle accelerazioni al suolo indicato con $f_{a,SLV} = a_{SLV}/a_{g,SLV}$.

L'idea alla base è di calcolare il valore de taglio alla basa F_h che per ogni direzione porti all'uguaglianza tra il momento ultimo resistente e il momento agente. Poiché la torre presenta un'inclinazione non trascurabile, nel momento agente nella direzione +y e –y è stato preso in considerazione anche il momento dovuto all'eccentricità della forza peso.

Come riportato nell'equazione (5.2.7) delle LL. GG., è possibile determinare Mu considerando la muratura non reagente a trazione e adottando un'opportuna ridistribuzione delle tensioni di compressione del tipo stress-block, nell'ipotesi in cui lo sforzo normale agente sia inferiore a 0.85 fd a s:

$$M_{u,i} = (\sigma_{0i} A_i/2)(b_i - \sigma_0 A_i/0.85\, a_i f_d)$$

- A, area della sezione scatolare depurata dalle aperture
- σ_{0i}, tensione media nella sezione di analisi pari a W/Ai
- a_i, lato perpendicolare alla direzione del sisma
- b_i, lato parallelo alla direzione del sisma
- s, spessore della parete muraria.

Sezioni	l [m]	s [m]	P [KN]	A [m^2]	Mu,Rd [kNm]
0	7.05	7.05	27753	49.00	88871
0-1	7.05	7.05	27753	49.00	88871
1-2	7.05	2	24780	40.40	80208
2-3	7.05	2	23212	40.40	75555
3-4	7.05	2	20446	40.40	67212
4-5	6.90	1.85	17435	37.37	48351
5-6	6.85	1.5	16021	32.10	44835
6-7	6.80	1.5	13624	31.80	39011
7-8	6.80	1.5	10405	31.80	31113
8-9	6.70	1.3	7160	28.08	21936
9-10	6.70	1.1	4114	24.64	13105
10-11	6.65	0.5	372	12.30	1231

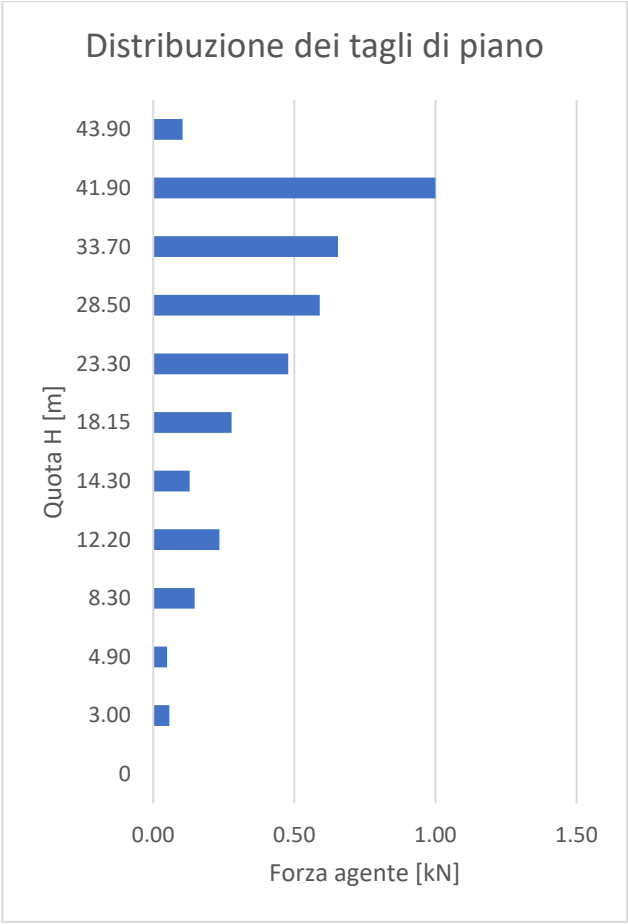
Il profilo di carico adottato è quello proposto dalla normativa funzione di F_h che considera una distribuzione triangolare proporzionale al prodotto tra le masse e l'altezza:

$$F_i = \frac{z_i \cdot W_i}{\sum_{j=1}^{n}(z_j \cdot w_j)} \cdot F_h$$

Con: z_i la quota dell'i-esimo piano rispetto alle fondazioni, n il numero totale di piani e W il peso dei relativi piani.

Poiché l'incognita è proprio il valore di F_h, nel seguito si riportano i valori delle Fi normalizzato al valore massimo, in modo da riportare il solo andamento.

Sezioni	h [m]	H [m]	Wi [KN]	zj*Wj	Fi [KN]
0	0	0	0	0	0.00
0-1	3.00	3.00	2973	8918	0.06
1-2	1.90	4.90	1568	7685	0.05
2-3	3.40	8.30	2765	22951	0.15
3-4	3.90	12.20	3011	36737	0.23
4-5	2.10	14.30	1414	20225	0.13
5-6	3.85	18.15	2397	43498	0.28
6-7	5.15	23.30	3219	75005	0.48
7-8	5.20	28.50	3245	92490	0.59
8-9	5.20	33.70	3046	102655	0.65
9-10	8.20	41.90	3742	156784	1.00
10-11	2.00	43.90	372	16322	0.10
				$\sum Fi$	3.72



Determinata la distribuzione dei tagli agenti si è proceduto al calcolo dei momenti $M_{s,Fi}$ dovuti alle forze orizzontali e del $M_{s,e}$ momento dovuto all'eccentricità della forza peso dei singoli piani ottenendo:

$$M_{s,tot}= M_{s,Fi} +M_{s,e}$$

Infine è stato imposta la ricerca obiettivo in Excel in modo da terminare il valore di F_h che porti a: $M_{s,tot}$-M_u=0.

Come ipotizzato, la sezione critica è relativa all'interfaccia tra il basamento e il fusto alla quale è stata attribuita una resistenza di 20 kgf/cm^2, valore determinato dalla prova a compressione dei martinetti e confermato dalla stima dei parametri tramite i valori riportati nella circolare alle NTC2008. Infatti considerando una sezione omogenizzata ottenuta unendo i paramenti al nucleo interno, un coefficiente di sicurezza sui materiali $\gamma_M = 2$, Fc=1.35 e i coefficienti correttivi per nucleo ampio e intonaco armato $\gamma_{int.} = 1.2$ si ottiene:

$f_{m,min}$	14.7	N/mm2
$f_{m,min}$	5.4	N/mm2
fd,base	4.6	N/mm2
fd,fusto	2.0	N/mm2

- Direzione –y, le forze orizzontali sono applicate nella direzione di inclinazione della torre per cui generano un momento concorde con i carichi verticali.

  Il taglio alla base calcolato è pari a 2441 KN

DIREZIONE -Y											
Sezioni			Momento da forze orizzontali				Inclinazione della torre				
Sezioni	h [m]	H [m]	Wi [KN]	zj*Wj	Fi [KN]	Msd	Wi	ecc,torre	Msd,e	Ms,tot	Ms,tot-Mu
0	0	0	0	0	0	70769	0	0	6408	77177	11693
0-1	3.00	3.00	2973	8918	37	70769	2973	0	6408	77177	11693
1-2	1.90	4.90	1568	7685	32	63446	1568	0	6408	69854	10354
2-3	3.40	8.30	2765	22951	96	58879	2765	0	6408	65288	10267
3-4	3.90	12.20	3011	36737	154	50816	3011	0	6408	57225	9987
4-5	2.10	14.30	1414	20225	85	41943	1414	0	6408	48351	0
5-6	3.85	18.15	2397	43498	182	37487	2397	0.10	6408	43895	940
6-7	5.15	23.30	3219	75005	314	29645	3219	0.24	4741	34385	4626
7-8	5.20	28.50	3245	92490	387	20091	3245	0.38	2897	22988	8125
8-9	5.20	33.70	3046	102655	430	12078	3046	0.52	1490	13568	8369
9-10	8.20	41.90	3742	156784	656	6077	3742	0.75	567	6644	6461
10-11	2.00	43.90	372	16322	68	137	372	0.80	10	147	1085

- Direzione +y, le forze orizzontali sono applicate contro la direzione di inclinazione della torre per cui generano un momento opposto ai carichi verticali.

  Il taglio alla base calcolato è pari a 3187 KN

DIREZIONE +Y											
Sezioni		Momento da forze orizzontali					Inclinazione della torre				
Sezioni	h [m]	H [m]	Wi [KN]	zj*Wj	Fi [KN]	Msd	Wi	ecc,torre	Msd,e	Ms,tot	Ms,tot-Mu
0	0	0	0	0	0	92394	0	0	6408	85986	2885
0-1	3.00	3.00	2973	8918	49	92394	2973	0	6408	85986	2885
1-2	1.90	4.90	1568	7685	42	82834	1568	0	6408	76425	3783
2-3	3.40	8.30	2765	22951	125	76871	2765	0	6408	70463	5092
3-4	3.90	12.20	3011	36737	201	66345	3011	0	6408	59936	7275
4-5	2.10	14.30	1414	20225	111	54759	1414	0	6408	48351	0
5-6	3.85	18.15	2397	43498	238	48942	2397	0.10	6408	42534	2301
6-7	5.15	23.30	3219	75005	410	38703	3219	0.24	4741	33962	5049
7-8	5.20	28.50	3245	92490	505	26231	3245	0.38	2897	23334	7779
8-9	5.20	33.70	3046	102655	561	15769	3046	0.52	1490	14279	7658
9-10	8.20	41.90	3742	156784	857	7934	3742	0.75	567	7367	5738
10-11	2.00	43.90	372	16322	89	178	372	0.80	10	168	1063

- Direzione +x e –x in queste direzione è stata trascurata l'inclinazione della torre poiché non significativa.

  Il taglio alla base calcolato è pari a 2814KN

DIREZIONE X							
Sezioni		Momento da forze orizzontali					
Sezioni	h [m]	H [m]	Wi [KN]	zj*Wj	Fi [KN]	Msd	Ms,tot-Mu
0	0	0	0	0	0	81582	7289
0-1	3.00	3.00	2973	8918	43	81582	7289
1-2	1.90	4.90	1568	7685	37	73140	7068
2-3	3.40	8.30	2765	22951	111	67875	7679
3-4	3.90	12.20	3011	36737	177	58581	8631
4-5	2.10	14.30	1414	20225	98	48351	0
5-6	3.85	18.15	2397	43498	210	43215	1620
6-7	5.15	23.30	3219	75005	362	34174	4837
7-8	5.20	28.50	3245	92490	446	23161	7952
8-9	5.20	33.70	3046	102655	495	13923	8013
9-10	8.20	41.90	3742	156784	756	7005	6099
10-11	2.00	43.90	372	16322	79	157	1074

Dal valore del taglio alla base è possibile risalire al valore dell'accelerazione spettrale relativa:

$$S_a(T) = 0.85 * F_h * g/W$$

Com'è noto il valore dell'accelerazione spettrale, una volta definite le coordinate geografiche del punto in esame, i coefficienti relativi alla categoria del sottosuolo e quelli relativi alla categoria topografica, è funzione di T_R tramite le seguenti espressioni:

$$0 \le T \le T_B \qquad S_e(T) = a_g S \eta F_0 \left[\frac{T}{T_B} + \frac{1}{\eta F_0}\left(1 - \frac{T}{T_B}\right)\right]$$

$$T_B \le T \le T_C \qquad S_e(T) = a_g S \eta F_0$$

$$T_C \le T \le T_D \qquad S_e(T) = a_g S \eta F_0 \left(\frac{T_C}{T}\right)$$

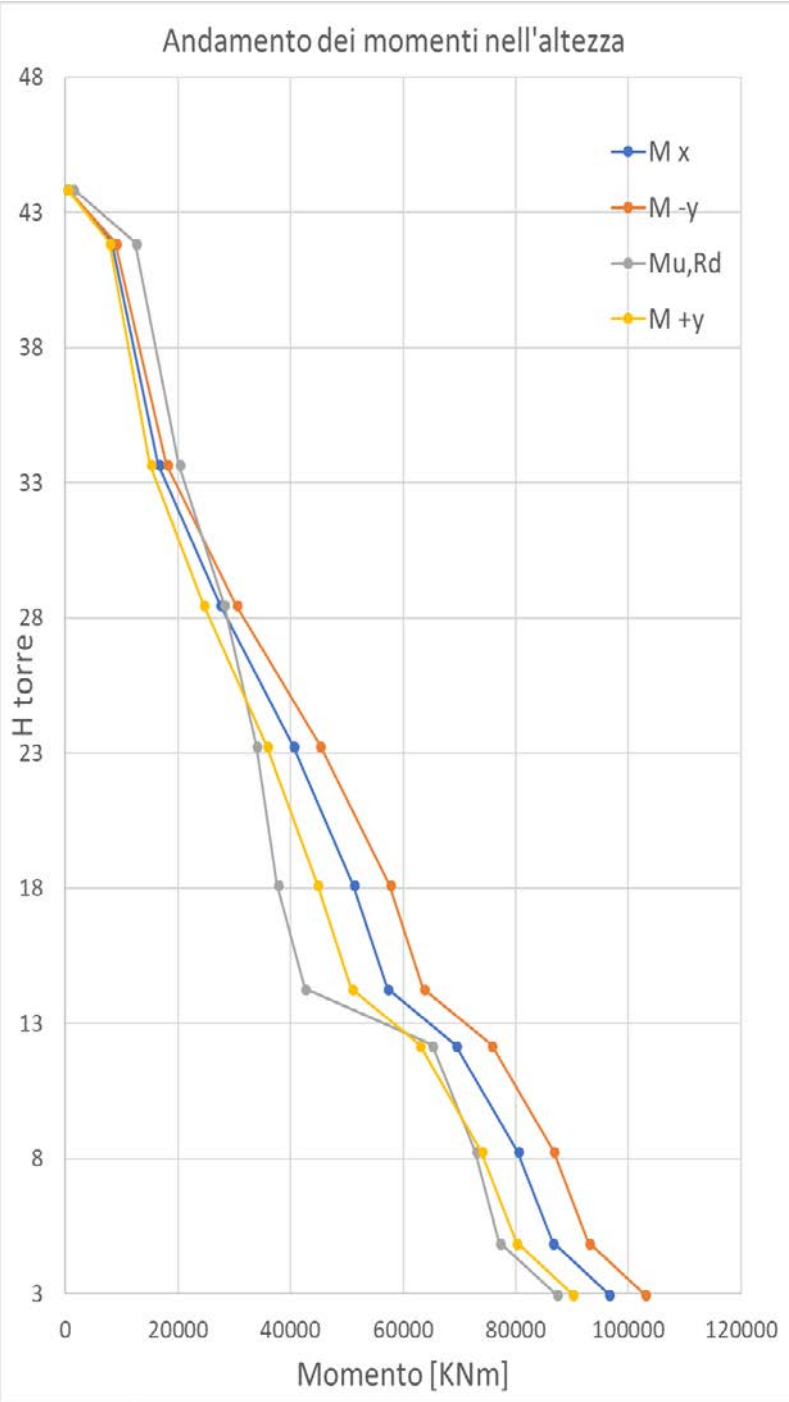
$$T_D \le T \qquad S_e(T) = a_g S \eta F_0 \left(\frac{T_C T_D}{T^2}\right)$$

In cui i parametri di a_g, F_0, T_C^* per un generico tempo di ritorno non contemplato dalla pericolosità sismica del reticolo di riferimento, possono essere determinati tramite:

$$\log(p) = \log(p_1) + log\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \cdot \log\left(\frac{T_R}{T_{R1}}\right) \cdot \left[\log\left(\frac{T_{R2}}{T_{R1}}\right)\right]^{-1}$$

con p generico parametro oggetto di stima.

Prendendo in considerazione il valore di $S_a(0.8) = 0.140g$ per la verifica allo SLV si ottengono le seguenti distribuzioni dei momenti:



Si può osservare come in alcuni punti la verifica a presso flessione non venga soddisfatta, in particolare nella sezione di transizione tra il basamento e il fusto si raggiunge la massima distanza tra i valori resistenti e quelli agenti.

Per ogni direzione si può procedere al calcolo del TR che porta all'uguaglianza tra il momento agente e il momento resistente e quindi alla determinazione dell'indice di sicurezza.

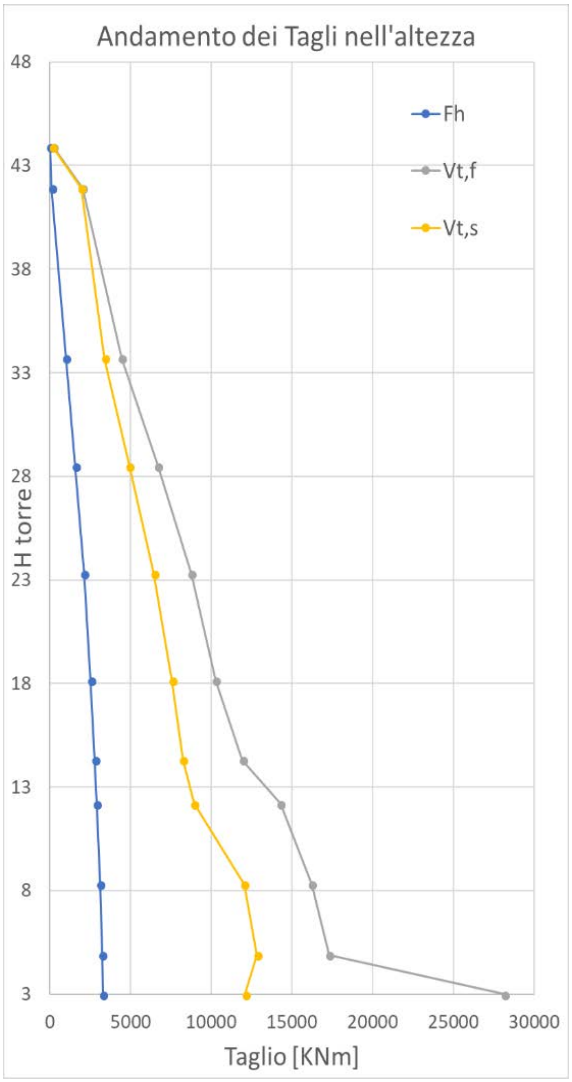
Direzione considerata	$S_{a,SLV}$ [g]	T_R [anni	$a_{g,SLV}$ [g]	$I_{S,SLV}$	$f_{a,SLV}$
-Y	0.104	245	0.135	0.51	0.77
+Y	0.135	431	0.168	0.91	0.96
X	0.119	331	0.152	0.70	0.87

Entrambi gli indici risultano inferiori all'unità il che sta ad indicare che effettivamente la struttura si trova in una condizione particolare per la quale è consigliato continuare l'attività di monitoraggio ed approfondire la conoscenza delle proprietà dei materiali.

Per quanto riguarda la verifica a taglio si sono considerati i due meccanismi principali ovvero: verifica a taglio per scorrimento, Vt,s, verifica a taglio per fessurazione diagonale Vt,f. In entrambi i casi la verifica risulta ampiamente soddisfatta.

Questi valori di resistenza sono stati confrontati con la sommatoria delle forze orizzontali agenti al di sopra della sezioni in esame.

Sezioni	L [m]	s [m]	P [KN]	x [m]	A	Ac	Vt,s [kN]	L*t=2Bs	λ	Vt,f [kN]	Fh [kN]
0	7.05	7.05	27753	0.65	49.00	4.55	12102	49.7	1.00	28157	3326
0-1	7.05	7.05	27753	0.65	49.00	4.55	12102	49.7	1.00	28156	3275
1-2	7.05	2	24780	1.88	40.40	13.28	12833	28.2	1.00	17300	3231
2-3	7.05	2	23212	1.76	40.40	12.43	12020	28.2	1.00	16205	3101
3-4	7.05	2	20446	0.48	40.40	3.35	8916	28.2	1.00	14275	2891
4-5	6.90	1.85	17435	1.35	37.37	9.34	8235	25.5	1.00	11914	2776
5-6	6.85	1.5	16021	1.25	32.10	8.58	7567	20.6	1.00	10259	2528
6-7	6.80	1.5	13624	1.07	31.80	7.30	6435	20.4	1.00	8742	2100
7-8	6.80	1.5	10405	0.82	31.80	5.57	4915	20.4	1.00	6677	1573
8-9	6.70	1.3	7160	0.57	28.08	3.84	3382	17.4	1.00	4444	987
9-10	6.70	1.1	4114	0.33	24.64	2.20	1943	14.7	1.22	2012	93
10-11	6.65	0.5	372	0.03	12.30	0.20	176	6.7	1.00	202	0



Dal confronto tra i tagli agenti e quelli resistenti si nota che la verifica è ampiamente soddisfatta e per questa struttura la condizione critica si ha per il raggiungimento della resistenza a pressoflessione.

9. Analisi Statica Non Lineare

Comunemente detta analisi *Pushover*, l'analisi statica non lineare è uno dei 4 metodi consentiti dalla normativa. Dal punto di vista teorico non fornisce risultati affidabili come l'analisi dinamica non lineare ma ha il grande vantaggio di non richiedere lo stesso onere computazionale.

Inoltre tale metodo risulta più affidabile delle analisi lineari poiché prendendo in considerazione il legame costitutivo della muratura permette l'individuazione dei punti di fessurazione e la loro evoluzione nel tempo di carico.

Una volta definito un profilo di carico adeguato alla struttura e alle finalità della prova, questo viene incrementato fino al raggiungimento di uno spostamento target o fino al collasso della struttura. Il risultato è la "*curva di capacità*" del sistema reale MDOF dalla quale si possono trarre informazioni sullo spostamento ultimo della struttura oppure sul fattore di struttura $q = F_e/F_y$. La normativo al paragrafo 7.3.4.1 definisce i seguenti scopi dell'analisi:

- "*Valutare i rapporti di sovraresistenza* α_u/α_1 *…;*
- *Verificare l'effettiva distribuzione della domanda inelastica degli edifici progettati con il fattore di struttura q;*
- *Come metodo di progetto per gli edifici di nuova costruzione sostitutivo dei metodi di analisi lineari;*
- *Come metodo per la valutazione della capacità di edifici esistenti."* (29)

Passaggio fondamentale è la definizione di un corretto profilo di carico da applicare, le stesse norme riportano due distribuzioni una principale e una secondaria.

"*Gruppo 1 – Distribuzioni principali:*

- *Distribuzione proporzionale alle forze statiche di cui al § 7.3.3.2, applicabile solo se il modo di vibrare fondamentale nella direzione considerata a ha una partecipazione di massa non inferiore al 75% ed a condizione di utilizzare come seconda distribuzione la 2 a);*
- *Distribuzione corrispondente ad una distribuzione di accelerazioni proporzionale alla forma del modo di vibrare, applicabile solo se il modo di vibrare fondamentale nella direzione considerata ha una partecipazione di massa non inferiore al 75%;*
- *Distribuzione corrispondente alla distribuzione dei tagli di piano calcolati in un'analisi dinamica lineare, applicabile solo se il periodo fondamentale della struttura è superiore a TC.*

Gruppo 2 – Distribuzioni secondarie

a) distribuzione uniforme di forze, da intendersi come derivata da una distribuzione uniforme di accelerazioni lungo l'altezza della costruzione;

b) distribuzione adattiva, che cambia al crescere dello spostamento del punto di controllo in funzione della plasticizzazione della struttura." (29)

Individuata la distribuzione di carico occorre definire il nodo di controllo, il quale deve essere un punto rappresentativo del comportamento dell'intera struttura. Per questo viene indicato, generalmente, il centro di massa dell'ultimo livello della costruzione, esclusi eventuali torrini ascensori.

Nel caso in esame il nodo di controllo è stato definito considerando il baricentro dell'ultimo livello con nodo n° 72500.

9.1 Profilo di carico

I profili di carico devono rappresentare la distribuzione delle forze di inerzia generata da un sisma. Tutti i profili possono essere raggruppati in due categorie: forze invarianti e forze adattive. Le prime considerano una distribuzione di forze costante negli incrementi di carico, con tale distribuzione non viene preso in conto l'effetto di riduzione delle rigidezza dovuto alla fessurazione della struttura. Le seconde utilizzano profili che variano nel tempo e che prendono in considerazione i fenomeni di plasticizzazione della struttura.

Nel caso di strutture a sviluppo verticale nel quali il comportamento globale è fondamentalmente dominato dal primo modo di vibrare, adottare profili di carico costanti porta ad ottenere risultati verosimili. Per questo il profilo di carico adottato è dato da:

$$F_i = W_i \cdot \varphi_{ij}$$

Dove:

- W_i, rappresenta il peso associato all'i-esimo nodo;
- φ_{ij}, è la i-esima componete del j-esimo modo di vibrare.

Tale profilo di carico è stato ricavato manualmente estrapolando da MIDAS prima il vettore $\{W_i\}$ e successivamente $\{\varphi_{ij}\}$, in questa fase si è notato che il programma effettua una normalizzazione della deformata modale rispetto le masse. I profili di carico vengono riportati nei due successivi grafici nei quali in ordinata viene riportato il numero progressivo dei nodi.

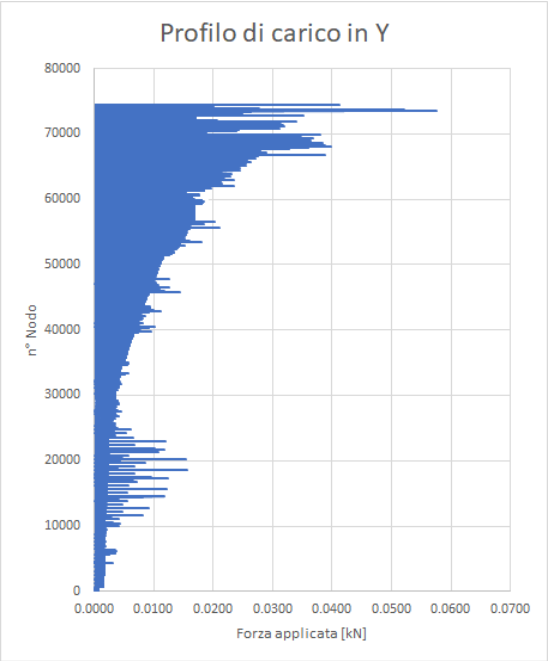


Figura 159 - Profilo di carico in direzione y proporzionale al primo modo di vibrare con Fh=372 kN

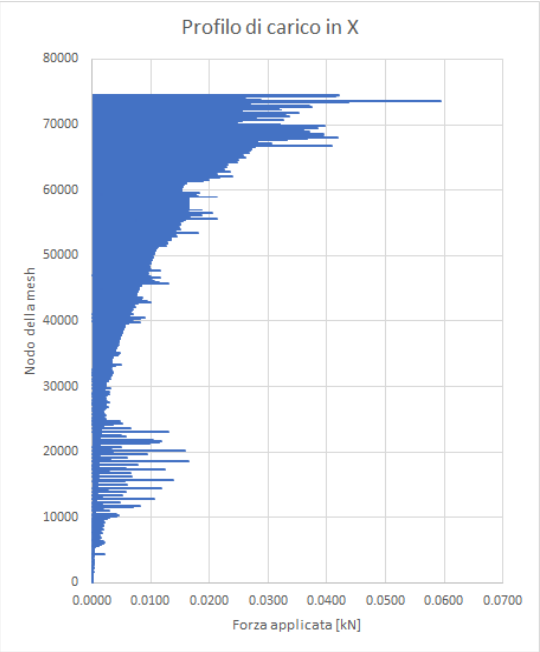
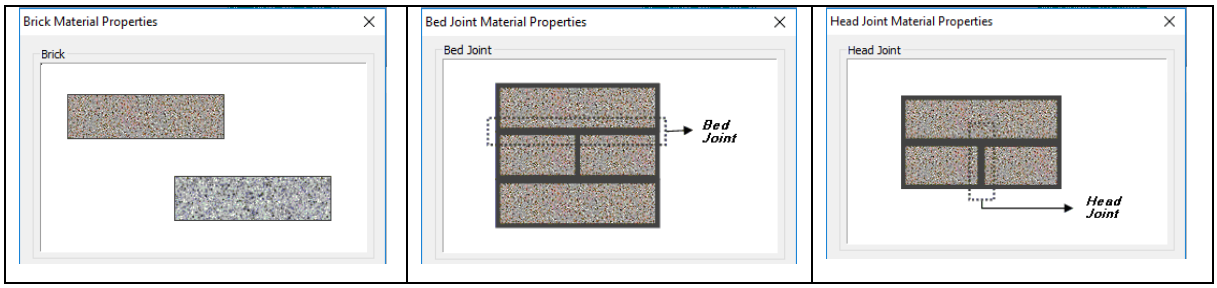


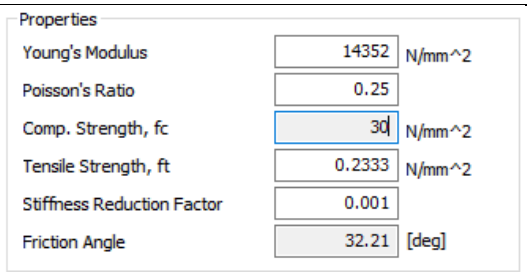
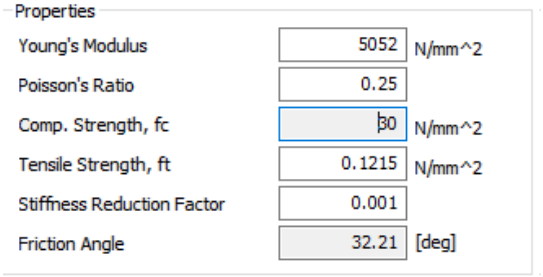
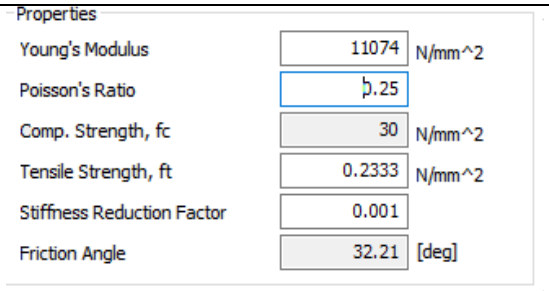
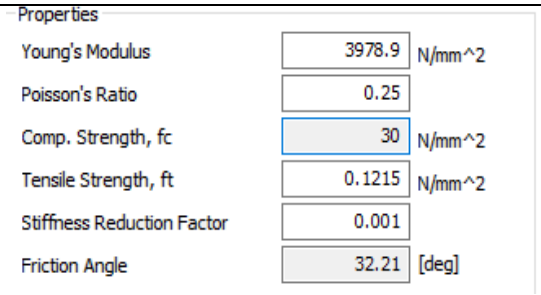
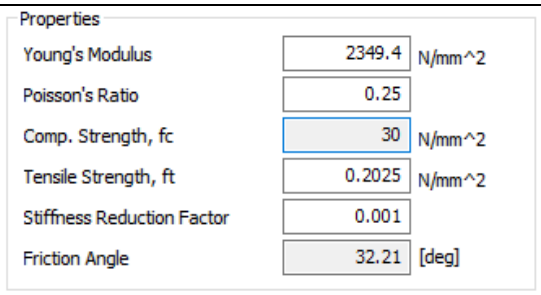
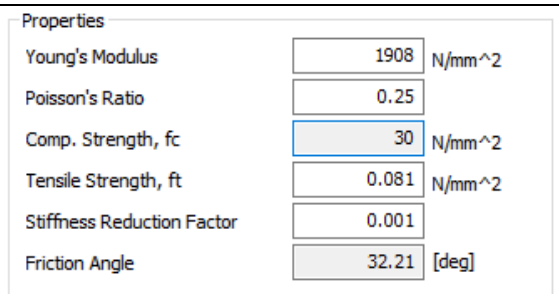
Figura 160 - Profilo di carico in direzione x proporzionale al secondo modo di vibrare con Fh=344 kN

9.2 Proprietà dei materiali adottate

Per quanto riguarda il legame costitutivo adottato il programma, per una modellazione solida, non permette di definire materiali a comportamento inelastico con ramo softening, ma solo materiali a comportamento elastico plastico, infinitamente reagenti a compressione. In particolare viene utilizzato il modello "*STRUMAS"* il quali si basa su una micromodellazione della muratura:



La strategia adottata è stata quella di definire per tutti i componenti le stesse proprietà in modo da diminuire il livello di dettaglio e renderlo più coerente alle informazioni disponibili. Sono stati definiti sei distinti *plastic material* rappresentati rispettivamente:

Paramento in pietra squadrata	
Riempimento Basamento	
Paramento in pietra squadrata fessurato	
Riempimento basamento fessurato	
Paramento in mattoni	
Riempimento fusto	

9.3 Curve di capacità

I profili di carico determinati nel paragrafo 8.1 sono stati applicati alla struttura come carichi statici. Il metodo di iterazione adottato è quello di Newton-Raphson in cui sono stati individuati 10 step di carico che con incrementi di 1 partendo da 0 arrivano ad un moltiplicatore x10 della distribuzione delle forze.

Per effetto dei carichi verticali il nodo di controllo subisce degli spostami che vanno a modificare l'effettivo punto di inizio della curva di capacità, questo spostamento è stato tenuto in considerazione durante il passaggio al sistema SDOF.

In letteratura è possibile trovare differenti metodi per la valutazione della domanda sismica, in questo elaborato si è deciso di far riferimento alle NTC2008, le quali riportano il metodo N2.

Il passaggio al sistema SDOF avviene dividendo il valore della forza e dello spostamento per il coefficiente di partecipazione modale Γ:

$$\Gamma_j = \frac{\varphi_j^T \cdot [M] \cdot 1}{\varphi_j^T \cdot [M] \cdot \varphi_j}$$

$$F^* = \frac{F}{\Gamma}$$

$$d^* = \frac{d}{\Gamma}$$

La curva così ottenuta viene ridotta ad una bilineare elastica-plastica. La normativa italiana impone che il tratto elastico venga individuato considerando una retta passante per il punto della curva di ordinata $0.6 \cdot F_{bu}$. Il valore della F^*_y di plasticizzazione viene calcolato attraverso considerazioni energetiche imponendo l'uguaglianza tra le aree sottese delle due curve.

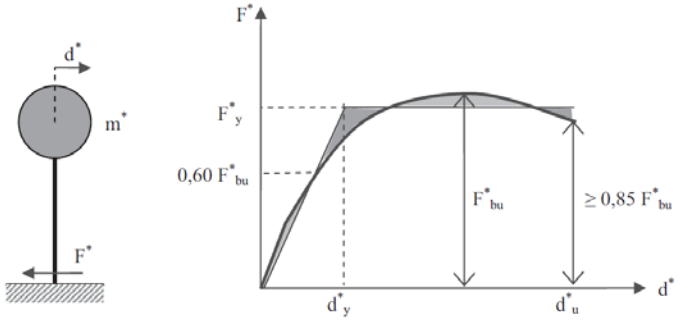


Figura 161 - Sistema e diagramma equivalente

Il periodo elastico di tale sistema è:

$$T^* = 2\pi\sqrt{\frac{m^*}{k^*}}$$

Dove $m^* = \sum_{i=1}^{N}(m_i\varphi_i)$ è la massa sismica equivalente e $k^* = \frac{F_y^*}{d_y^*}$ la rigidezza del tratto elastico della bilineare. La domanda di spostamento è data da:

$$d_{max}^* = \begin{cases} d_{e,max}^* & per \quad T^* \geq T_c \; o \; q^* \leq 1 \\ \frac{d_{e,max}^*}{q^*} \cdot \left[1 + (q^* - 1) \cdot \frac{T_c}{T^*}\right] & per \quad T^* < T_c \end{cases}$$

Determinata la domanda massima si verifica che questa sia minore dello spostamento ultimo del sistema SDOF. Infine lo spostamento obbiettivo del sistema reale è calcolato amplificando lo spostamento d^*_{max} del coefficiente di partecipazione modale. Applicata l'azione sismica per le due direzioni e per entrambi i versi, gli effetti da considerare sono i più sfavorevoli dalle due analisi.

Esposta la teoria nel seguito si riportano i risultati ottenuti per le 4 direzioni considerate.

9.3.1 Direzione Y positiva

Distribuzione di forze applicate contro l'inclinazione della torre, fattore di partecipazione modale in direzione Y $\Gamma_y = 1.77$, F_u=3186kN, spostamento ultimo d_u=0.111m, q= 1.62.

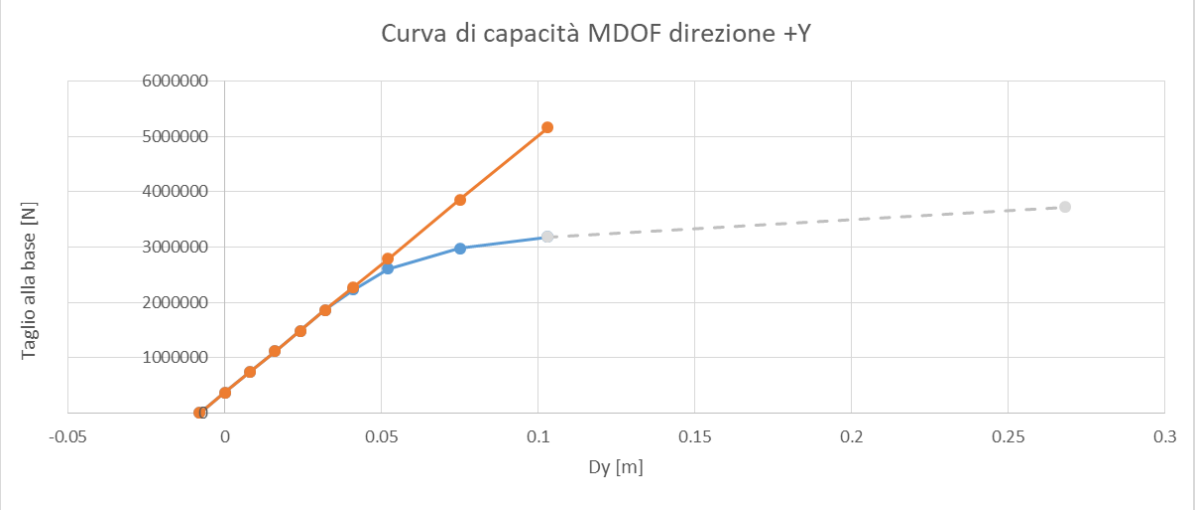


Figura 162 - In arancione comportamento elastico, in blu comportamento non lineare, in grigio tratto della curva di capacità che non verifica la presso flessione nella sezione critica

Il Load Factor, ovvero il moltiplicatore del taglio alla base che porta al raggiungimento del collasso è pari a 8.57. La distribuzione delle tensioni di compressione nella sezione critica per LF pari a 8 e 9 vengono riportate nel seguito:

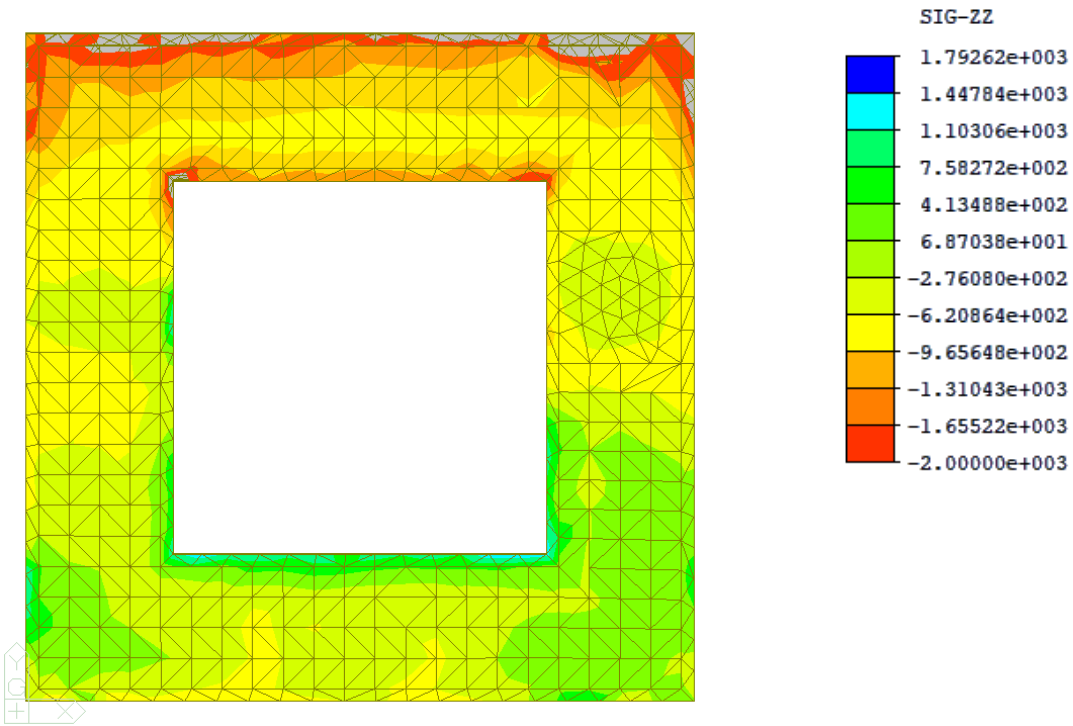


Figura 163 - Andamento delle tensioni superiori ai 2000 kN/m^2, LF=8

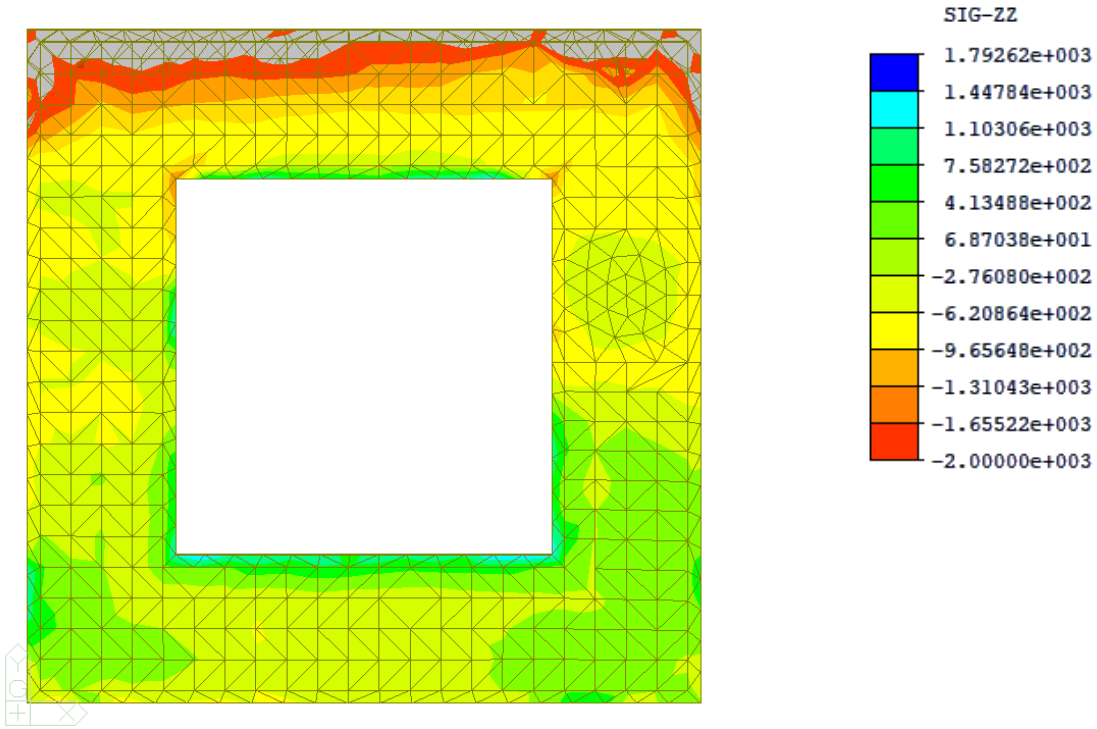


Figura 164- Andamento delle tensioni superiori ai 2000 kN/m^2, LF=9

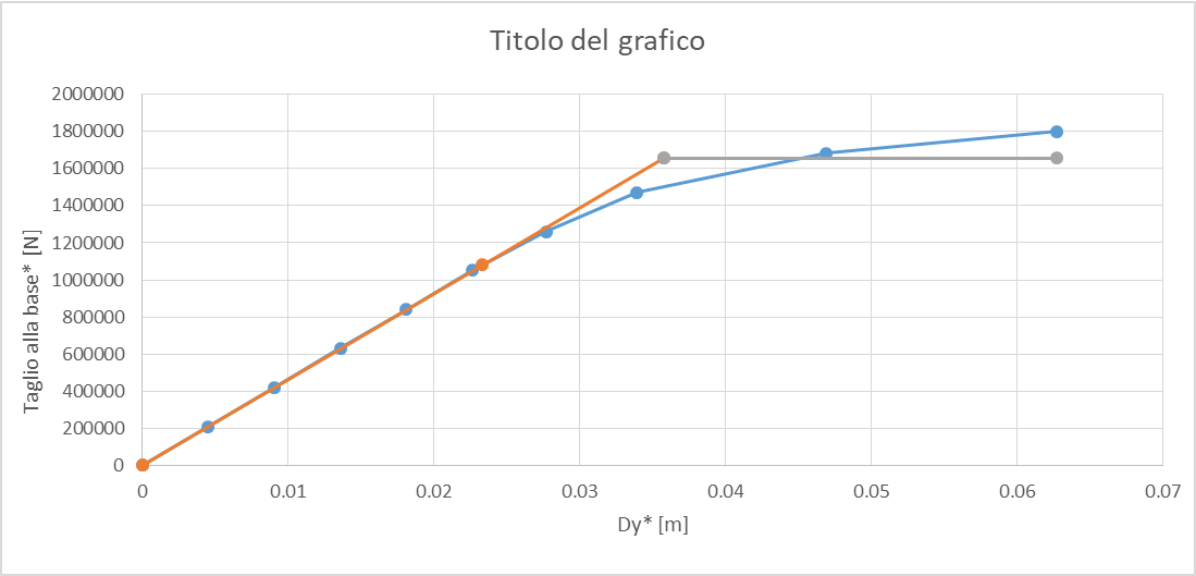


Figura 165 - Curva di capacità del sistema ridotto

M*	1228000	N/g	Massa modale
m*	693785	N/g	Massa efficacie
k*	46342293	N/m	Rigidezza del sistema elastico
T*	0.7688	s	
Se(T*)	0.41728	g	Spettro elastico
q*	0.27		
T/2 Pi	0.12		
d_e*(max)	0.06128	m	
Tc	0.504	s	
d*max	0.06128	m	

In definitiva d_{max}= 0.108≤0.111=du. Rapporto du/d_{max} =1.03. Direzione verificata

9.3.2 Direzione Y negativa

Distribuzione delle forze concorde con l'inclinazione della torre, F_u=2441kN; d_u=0.077m, q= 1.47.

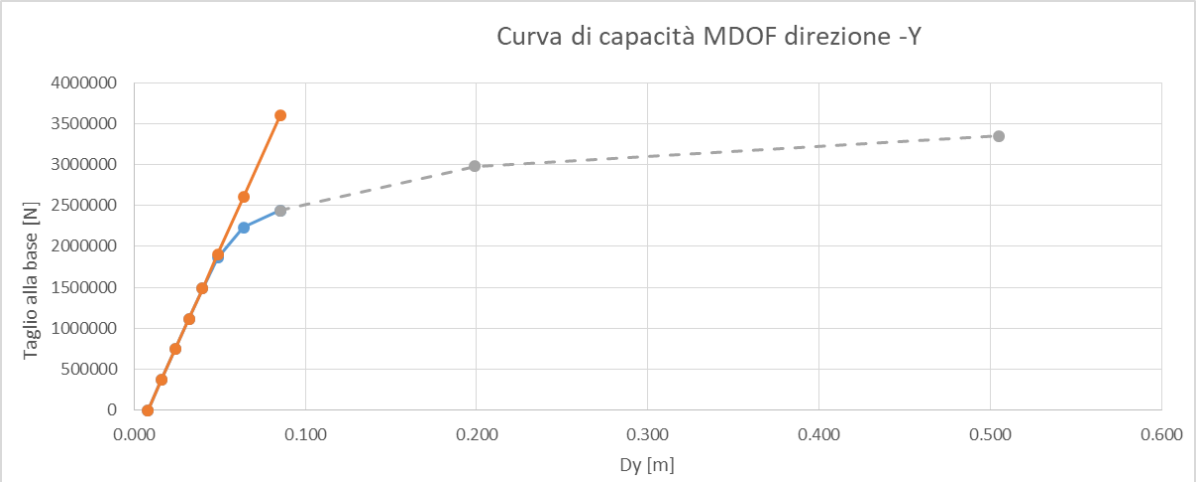


Figura 166 - In arancione comportamento elastico, in blu comportamento non lineare, in grigio tratto della curva di capacità che non verifica la presso flessione nella sezione critica

Il Load Factor, ovvero il moltiplicatore del taglio alla base che porta al raggiungimento del collasso è pari a 6.56. La distribuzione delle tensioni di compressione, superiori alla resistenza f_{cd}=2000 kN/m^2, nella sezione critica per LF=6 e LF=7 vengono riportate nel seguito:

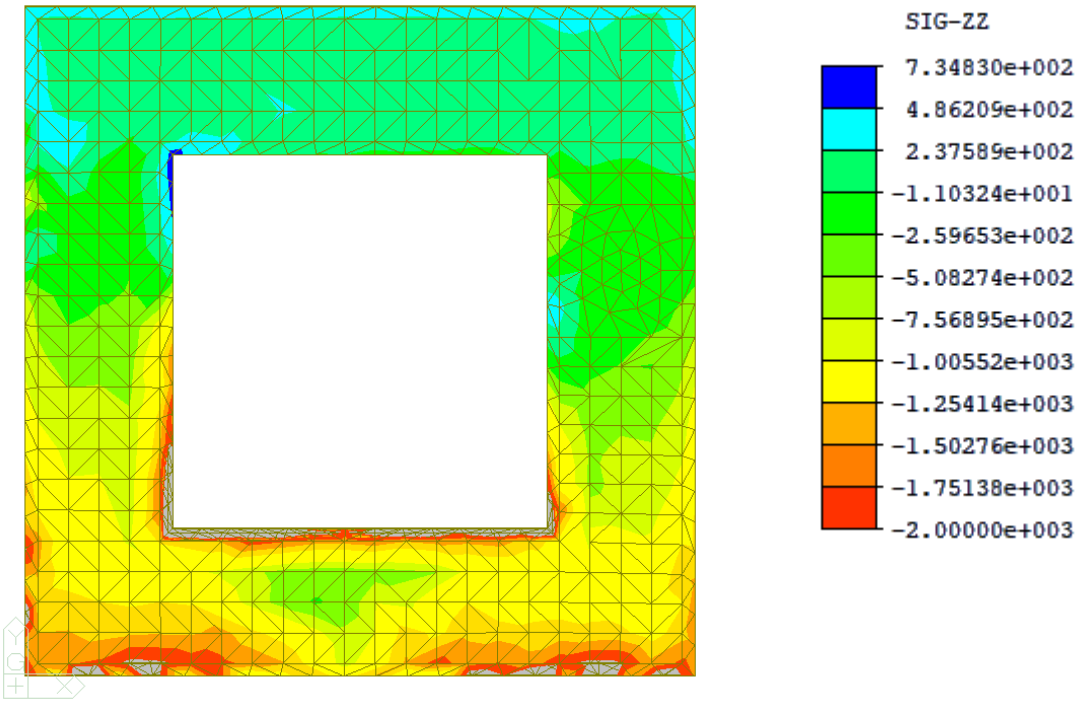


Figura 167- Andamento delle tensioni superiori ai 2000 kN/m^2, LF=6

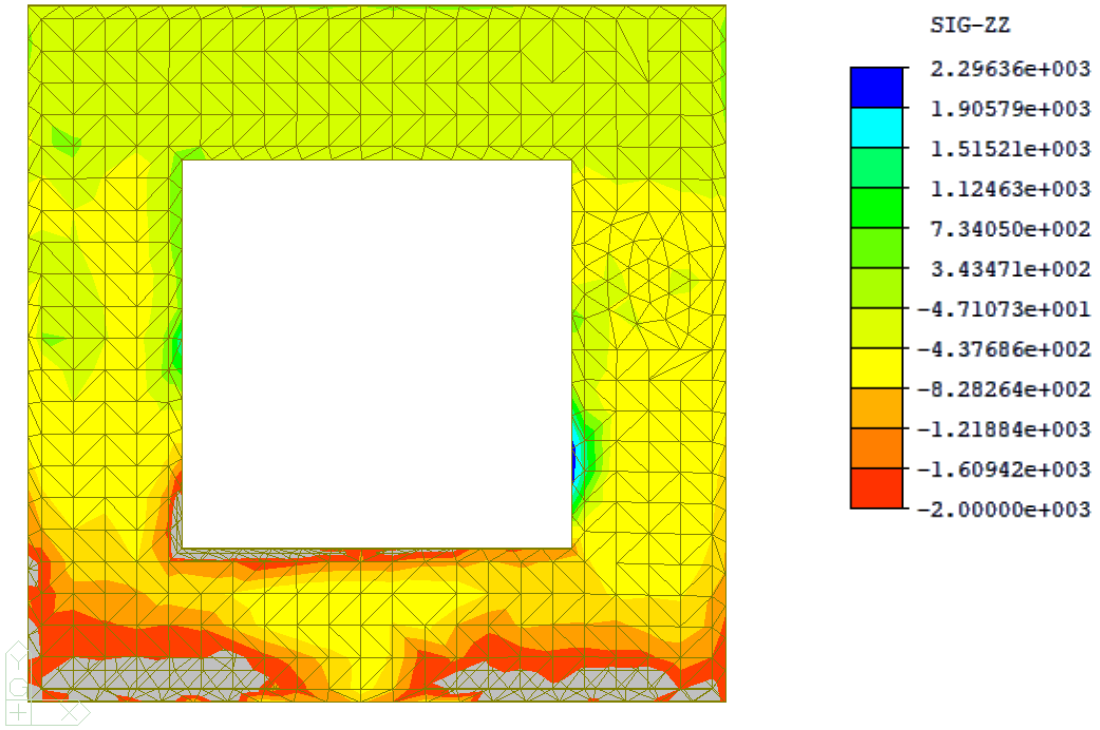
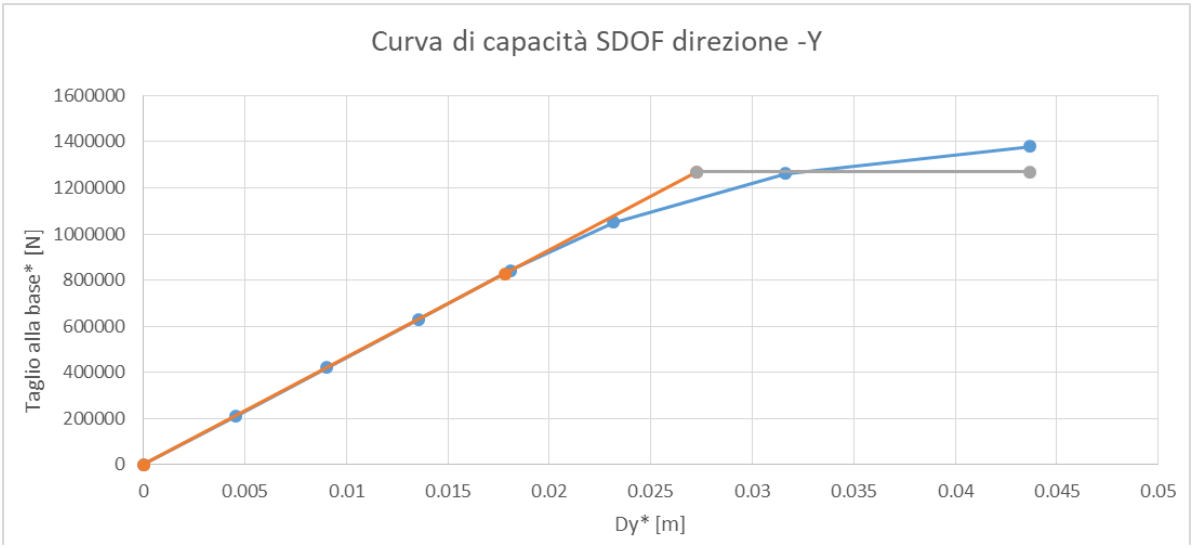


Figura 168- Andamento delle tensioni superiori ai 2000 kN/m², LF=7



M*	1228000	N/g	Massa modale
m*	693785.3	N/g	Massa efficacie
k*	46500398	N/m	Rigidezza del sistema elastico
T*	0.7675	s	
Se(T*)	0.414	g	Spettro elastico
q*	0.35		
omega	0.12		
d_e*(max)	0.06060	m	
Tc	0.504	s	
d*max	0.060	m	

In definitiva d_{max}= 0.107≥0.085=du. Rapporto du/d_{max} =0.80. Direzione NON verificata.

9.3.3 Direzione X Positiva

Valore del taglio ultimo alla base, F_u=2814kN; d_u=0.102m. coefficiente $\Gamma_x = 1.70$, q= 1.56.

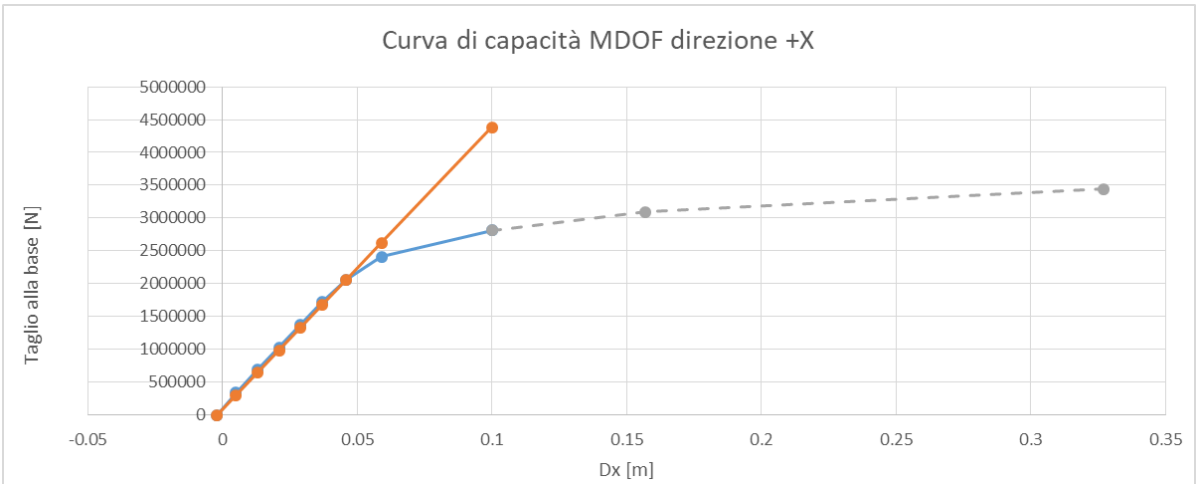


Figura 169 - In arancione comportamento elastico, in blu comportamento non lineare, in grigio tratto della curva di capacità che non verifica la presso flessione nella sezione critica

Il Load Factor, ovvero il moltiplicatore del taglio alla base che porta al raggiungimento del collasso è pari a 8.20. La distribuzione delle tensioni di compressione, superiori alla resistenza f_{cd}=2000 kN/m^2, nella sezione critica per LF=8 e LF=9 è riportate nel seguito:

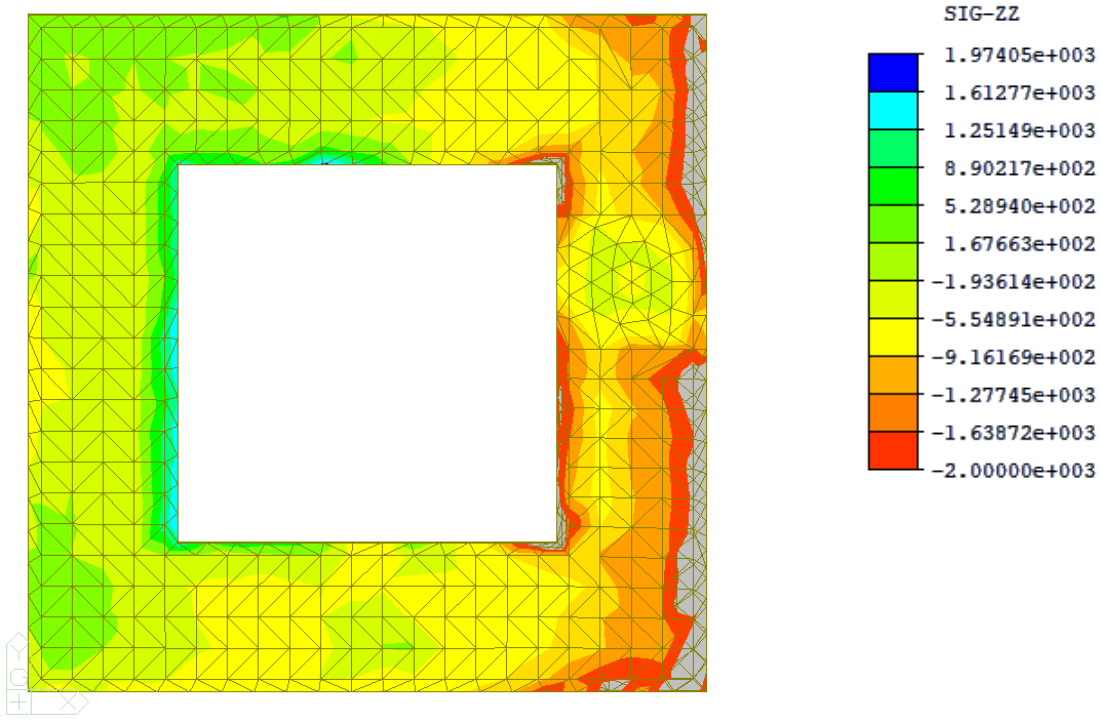


Figura 170- Andamento delle tensioni superiori ai 2000 kN/m^2, LF=8

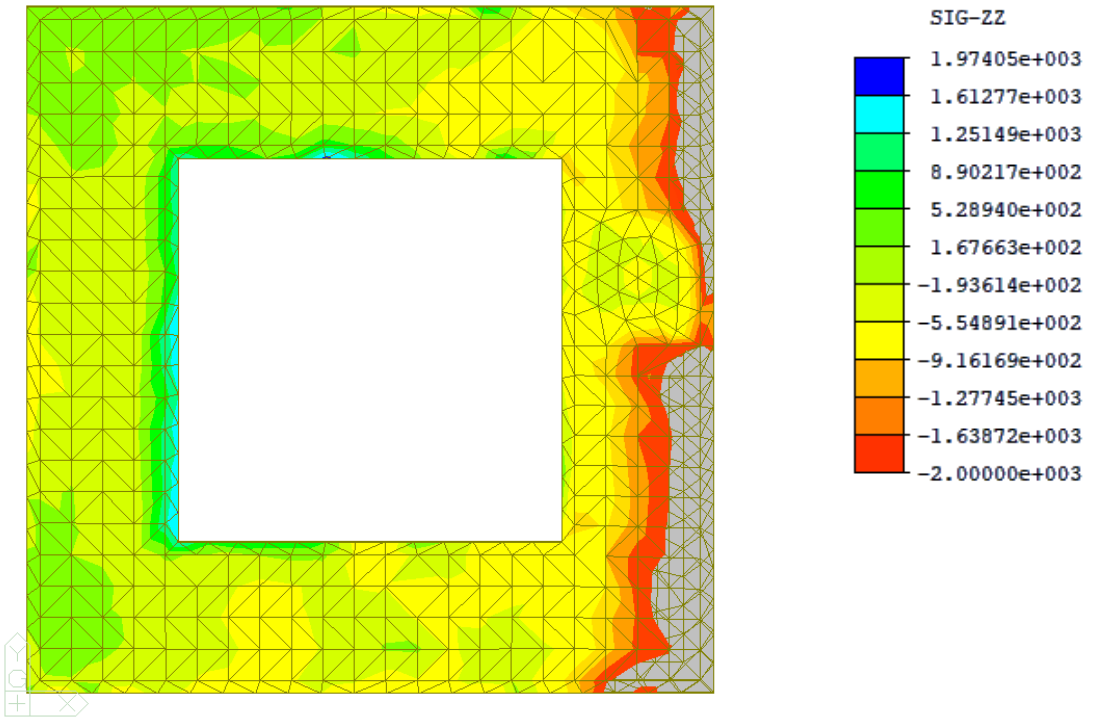
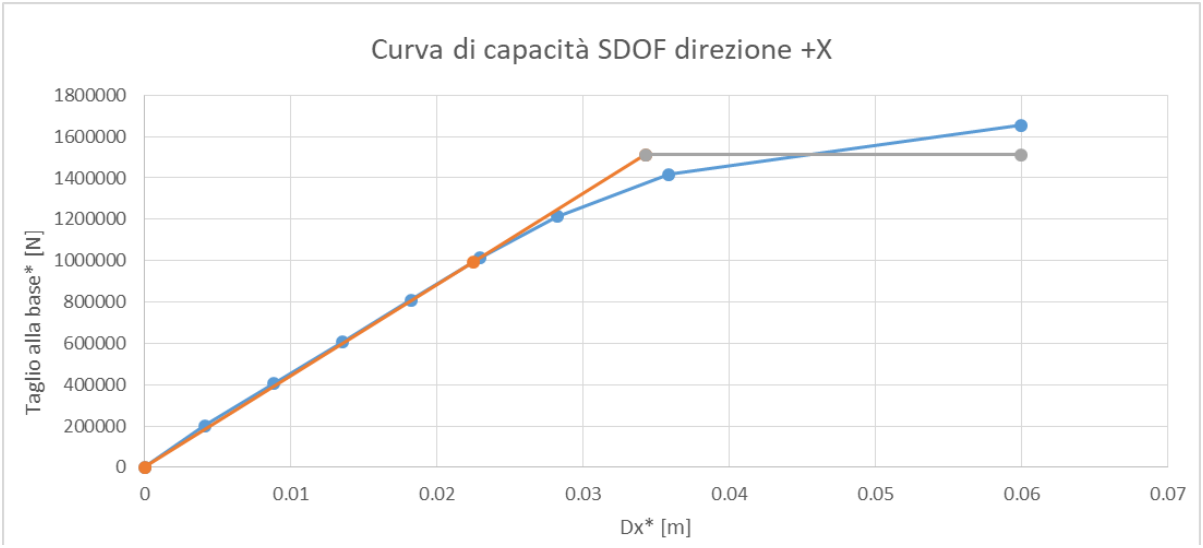


Figura 171 - Andamento delle tensioni superiori ai 2000 kN/m², LF=9



M*	1200000	N/g	Massa modale
m*	705882	N/g	Massa efficacie
k*	43000331	N/m	Rigidezza del sistema elastico
T*	0.8050	s	
Se(T*)	0.3942	g	Spettro elastico
q*	0.28		
T/2Pi	0.13		
de*(max)	0.06348	m	
Tc	0.504	s	
d*max	0.063	m	

In definitiva d_{max}= 0.108≥0.102=du. Rapporto du/d_{max} =0.94. Direzione NON verificata

9.3.4 Direzione X negativa

Distribuzione delle forze concorde con l'inclinazione della torre, F_u=2814 kN; d_u=0.143m, q= 2.19.

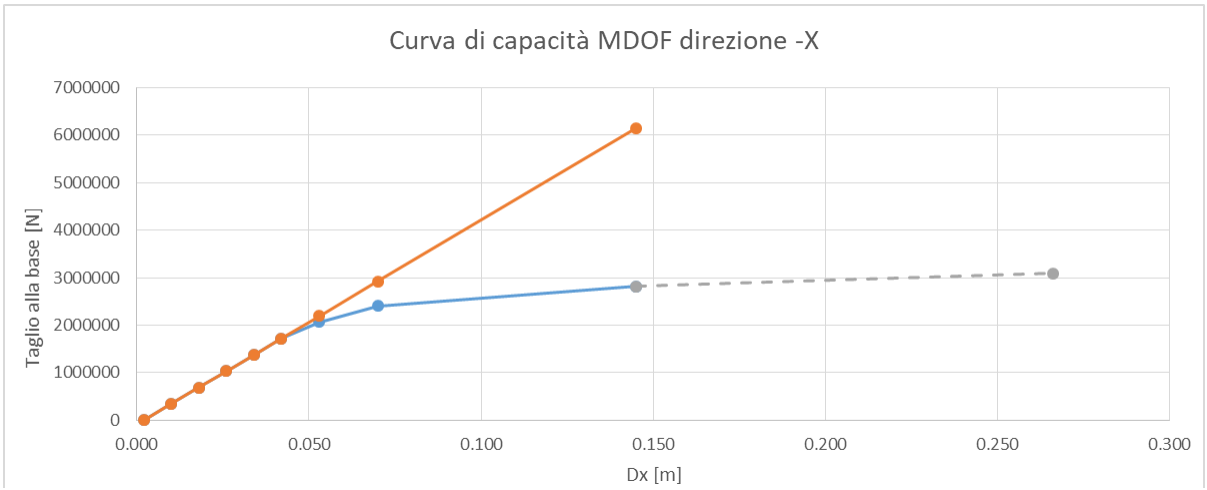


Figura 172 - In arancione comportamento elastico, in blu comportamento non lineare, in grigio tratto della curva di capacità che non verifica la presso flessione nella sezione critica

Poiché nella direzione X non c'è influenza da parte dell'inclinazione della torre si ha un moltiplicatore di collasso pari a 8.20. La distribuzione delle tensioni di compressione, superiori alla resistenza f_{cd}=2000 kN/m^2, nella sezione critica per LF=8 e LF=9 è riportata nel seguito:

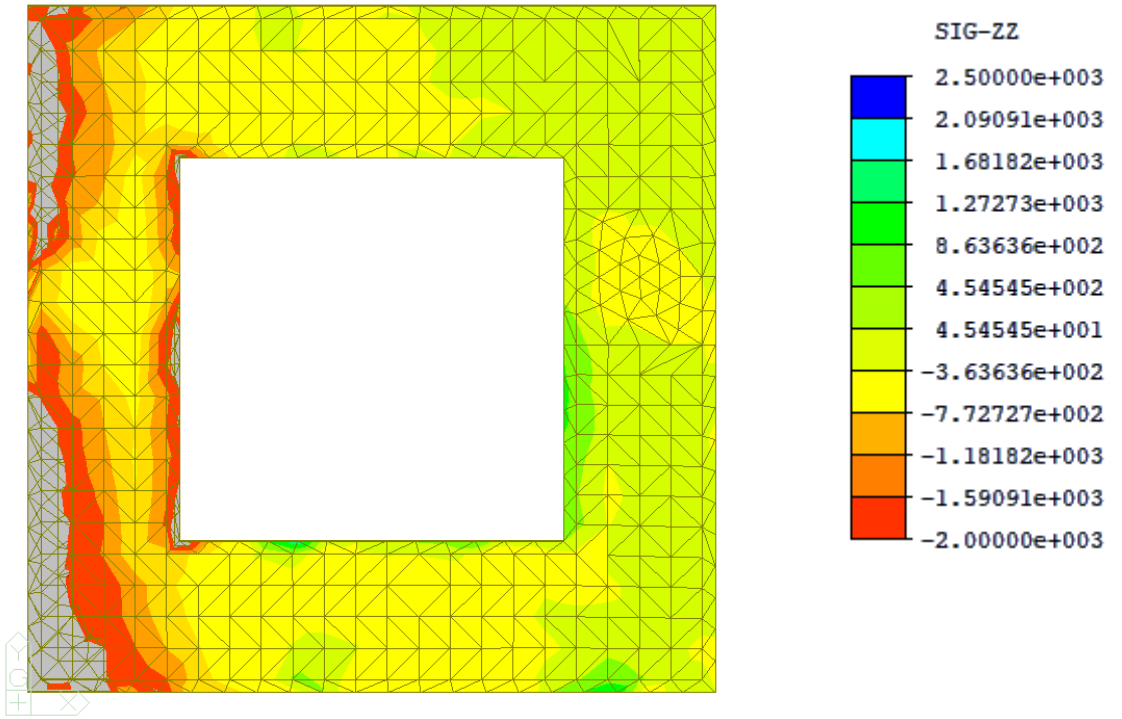


Figura 173- Andamento delle tensioni superiori ai 2000 kN/m^2, LF=8

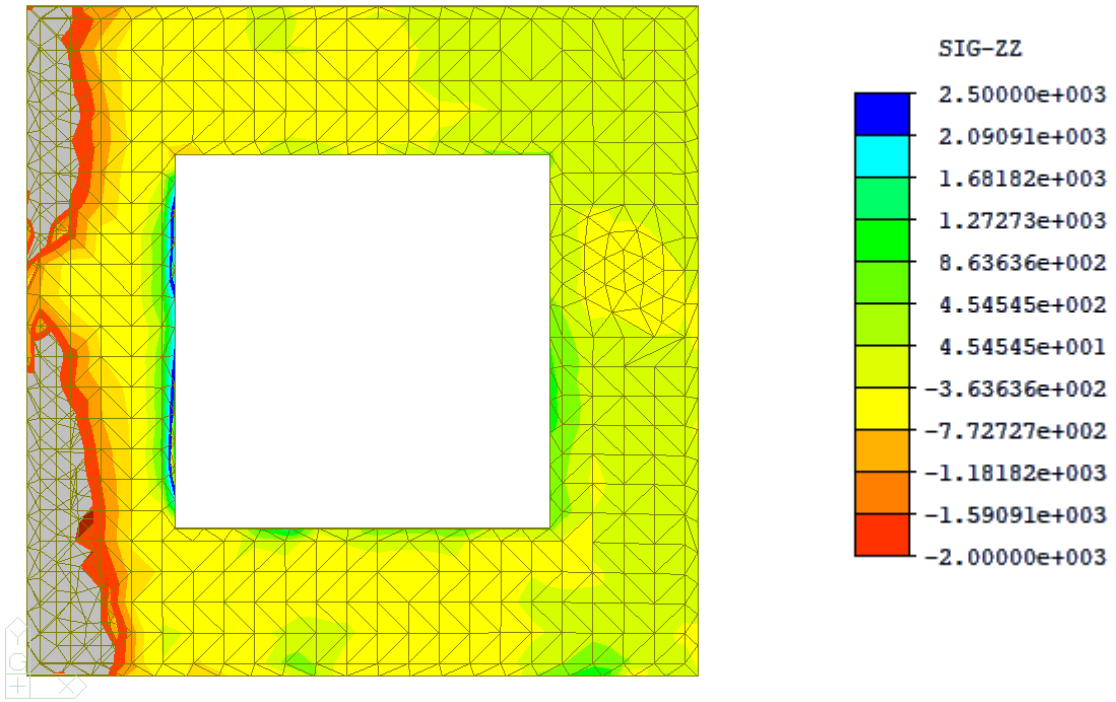
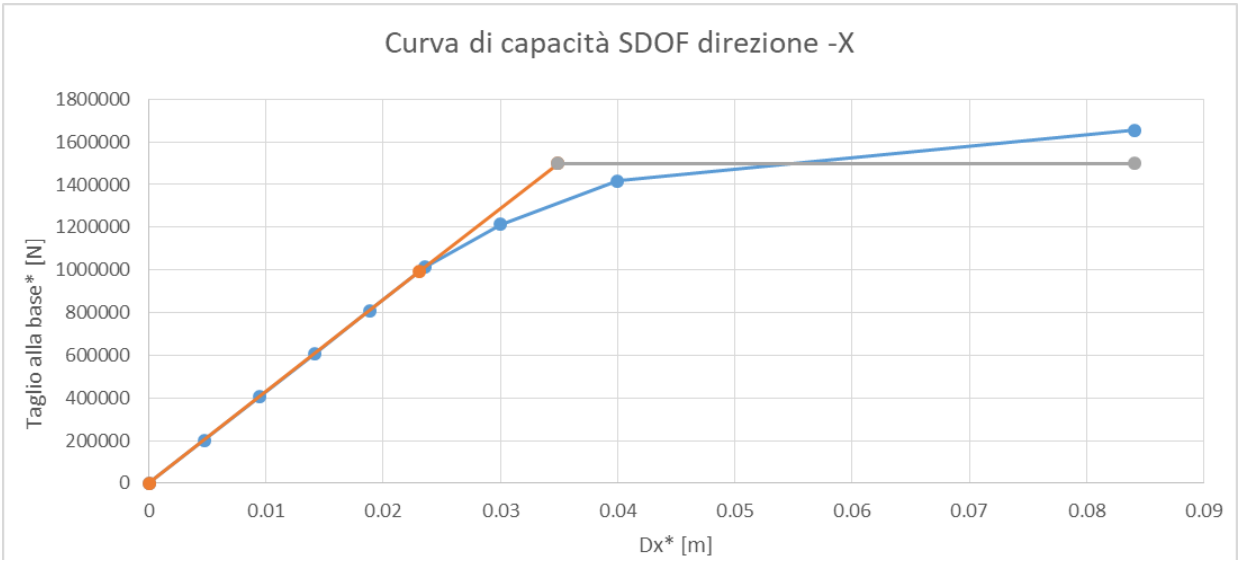


Figura 174- Andamento delle tensioni superiori ai 2000 kN/m², LF=9



M*	1228000	N/g	Massa modale
m*	693785.3	N/g	Massa efficacie
k*	46500398	N/m	Rigidezza del sistema elastico
T*	0.7675	s	
Se(T*)	0.414	g	Spettro elastico
q*	0.35		
omega	0.12		
d_e*(max)	0.06060	m	
Tc	0.504	s	
d*max	0.060	m	

In definitiva d_{max}= 0.107≥0.143=du. Rapporto du/d_{max} =1.34. Direzione verificata

9. Conclusioni

Nel presente lavoro è stato analizzato il comportamento dinamico della Torre Smeducci attraverso le tecniche di monitoraggio strumentale.

Tramite l'identificazione dinamica sono state individuate le frequenze sperimentali e basandosi sul metodo proposto da D.R. è stato sviluppato un programma per il model updating. Le ipotesi alla basa di tale metodo non permettono un aggiornamento delle proprietà dei materiali efficaci, come con l'utilizzo di tecniche moderne. Tuttavia i risultati ottenuti sono stati validati attraverso un'analisi time history la quale ha mostrato come sia in termini di frequenze, che di spostamenti spettrali ed accelerazione spettrale si sia raggiunta un'ottima corrispondenza tra il modello reale e il suo gemello analitico.

Come proposto dalla LL.GG. per la valutazione e la riduzione del rischi sismico del patrimoni culturale, è stata svolta un'analisi semplificata LV1 volta alla determinazione degli indici di sicurezza sismici. In questa fase si è confermato un sensibile diverso comportamento della struttura nelle due direzioni, in particolare nella direzione di inclinazione della torre (-y) si è determinato un indice pari al 50%, mentre nella direzione x un valore pari al 70%.

Volendo studiare il comportamento non lineare della struttura è stata svolta una analisi pushover per la determinazione delle curve di capacità. Anche in questo caso l'inclinazione ha portato a risultati più sfavorevoli, infatti la curva di capacita nella direzione –y ha portato ad un rapporto tra lo spostamento ultimo della struttura e lo spostamento richiesto pari all 80%, mentre nella direzione +x si ha un rapporto pari al 94%.

In Conclusione la Torre Smeducci è una struttura particolarmente sensibile, soprattutto a causa dei fenomeni di cedimento differenziale che hanno portato all'inclinazione della struttura.

La sezione di interfaccia tra il basamento e il fusto risulta una zona critica che necessità di indagini più approfondite e un auspicabile intervento di miglioramento della muratura.

Il monitoraggio strutturale è sicuramente uno strumento fondamentale e nel futuro possono essere sviluppate procedure automatizzate con le quali, in caso di improvvisa variazione della risposta dinamica della struttura, possano inviare un segnale di pericolo e quindi avviare delle indagini volte a determinare l'effettiva stabilità della struttura.

Bibliografia

1. **Augenti N.** *Il calcolo sismico degli edifici in muratura.* s.l. : UTET, 2008.

2. *Il periodo elastico dlle torri in muratura: correlazioni empiriche per la previsione.* **Rainieri C., Fabbrocino G.**

3. *Dynamic investigation on the Mirandola bell tower in post-earthquake scenarios.* **Zanotti Fragonara L., Ceravolo R.**

4. **Doglioni F.** *Le chiese ed il terremoto.* s.l. : LINT, 1994.

5. **Decreto del Ministero delle Infrastrutture e dei trasporti.** Linee guida per la valutazione e la riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimnto alle norme tecniche per le costruzione. 2008.

6. **Paciaroni R.** La torre del castello di sanseverino e le sue funzioni di avvistamento e di segnalazione.

7. http://www.protezionecivile-imbersago.com/rischio-sismico.html. [Online]

8.http://www.protezionecivile.gov.it/jcms/it/glossario.wp?contentId=GLO23916. [Online]

9. Persico S., relatore prof. Lingua A. *Rapid mapping multipiattaforma per rilievi 3D post emergenza. Le analisi della Torre degli Smeducci a San Severino Marche.*

10. Università degli studi di Trieste. Lavori di ristrutturazione e riqualificazione funzionale degli edifici "f1" ed "f2" presso il comprensorio ex opp di S.Giovanni in trieste as uso della facoltà e del dipartimento di psicologia.

11. Rocchi P. *Atlante del consolidamento degli edifici storici.* 2008.

12. —. *Relazione Tecnica, Allegato A, Indagini Endoscopiche.* 1992.

13. —. *Relazione Tecnica, Allegato B, Martinetti piatti.* 1992.

14. —. *Relazione Tecnica, Allegato G, Indagini geotecniche.* 1992.

15. [Online] http://www.taed.unifi.it/temec/files/Lezione%2016-10-2006%20malte.pdf.

16. Carbone V. L., Fiore A., Pistone G. *Le costruzioni in muratura.* s.l. : Hoepli.

17. [Online] https://www.faidanoi.it/bioedilizia/tecnichei-muri-perimetrali/.

18. Hendry A. W. *Structural masonry.*

19. *Norme Tecniche Per Le Costruzioni 2008.*

20. *Circolare esplicativa delle Norme Tecniche Costruzioni 2008.*

21. Touliatos P. G. *Seismic behaviour of traditionally-built constructiotins.* 1996.

22. Colombi S. *Vulnerabilità sismica di edifici esistenti in cemento armato e muratura.* s.l. : EPC.

23. Dolce M. *Schematizzazione e modellazione per azioni nel piano delle pareti.* 1989.

24. Midas FX+. *Midas FX+ On-line Manual.*

25. *Global Sensitivity_Based Model Updating for Heritage Structures.* **Boscato G., Russo S., Ceravolo R., Zanotti Fragonara L.**

26. Lancellotta R., Sabia D. Identification technique for soil-Structure analysis of the Ghirlandina tower.

27. Douglas B., Reid W. Dynamic test and system identification of bridges.

28. [Online] https://it.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html.

29. Il ministro delle infrastrutture. Norme Tecniche per le Costruzioni 2008.

Indice delle figure

Figura 1- A sinistra, Torrazzo-duome-tower-Cremona (fonte: httpescape-artists.comfiv-reasons-to-visit-cremona) 11

Figura 2 - a destra in primo piano Torre Garisenda e sullo sfondo la Torre degli Asinelli 11

Figura 3 - vista panoramica dalla cima della Torre Smeducci 12

Figura 4- Schema del dado di fondazione della Torre Smeducci in San Severino marche 13

Figura 5 - a sinistra, San Martino vescovo a Nogaredo di Prato (UD); a destra, San Tommaso apostolo a Villaorba (UD) - Foto da "Le forme dei campanili in Friuli Venezia Giulia" 13

Figura 6 - "Confronto qualitativo tra le capacità predittive delle formulazioni considerate per la stima del periodo fondamentale delle torri in muratura italiane." (2) 16

Figura 7 - variazione della frequenza in funzione dell'altezza della struttura, (3) 17

Figura 8- Situazioni principali di danno per campanili isolati- (4) 19

Figura 9- meccanismo legato agli aggetti- LL GG 21

Figura 10- meccanismo legato alla Torre Campanaria- LL GG 21

Figura 11 - meccanismo legato alla Cella Campanaria- LL GG 22

Figura 12 - città di San Severino Marche, in rosso piazza castello 24

Figura 13 – foto della Torre Smeducci 25

Figura 14 - Pericolosità sismica della città di San Severino Marche http://esse1-gis.mi.ingv.it/ 26

Figura 15 - Valori dei parametri di riferimento per diversi periodi di ritorno 26

Figura 16 - in nero lo spettro di risposta elastico componente orizzontale, in rosso lo spettro di risposta elastico di riferimento 166

Figura 17 - In nero lo spettro di risposta di progetto componente orizzontale, in rosso lo spettro di risposta elastico di riferimento 167

Figura 18 - Ortofoto Torre Smeducci, a sinistra prospetto Nord, a destra prospetto sud (9) ... 28
Figura 19 - Ortofoto Torre Smeducci, a sinistra prospetto Ovest, a destra prospetto Est (9) .. 29
Figura 20 – Vettorializzazione della parete Ovest: a sinistra la sezione realizzata durante i lavori del 1992, al centro il prospetto ottenuto, a destra l'ortofoto di partenza..... 30
Figura 21 – Piante torre, dall'alto: pianta tetto, pianta sottotetto, pianta cella campanaria 32
Figura 22 – Piante torre dall'alto: pianta piano V, pianta piano IV, pianta Piano III 33
Figura 23 – Piante torre dall'alto: pianta piano II, pianta piano I, pianta Semi interrato..... 34
Figura 24 – Vista prospettica della torre, spigolo Sud-Ovest 35
Figura 25 – Sezione della torre, a sinistra lato Nord-Sud, a destra lato Est-Ovest, i diversi colori sono utilizzati per rappresentare le diverse tipologie 36
Figura 26 – pianta dei coni fotografici: riprese esterne, riprese piano semi interrato, riprese piano primo 37
Figura 27 – Coni fotografici nelle piante in elevazione 38
Figura 28 - Foto 1 39
Figura 29 - Foto 2 39
Figura 30 - Foto 3 40
Figura 31 - Foto 4 40
Figura 32 - Foto 5 40
Figura 33 - Foto 6 41
Figura 34 - Foto 7 41
Figura 35 - Foto 8 42
Figura 36 - Foto 9 42
Figura 37 - Foto 10 43
Figura 38 - Foto 11 43
Figura 39 - Foto 12 43
Figura 40 - Foto 13 44
Figura 41 - Foto 14 44
Figura 42 - Foto 15 45
Figura 43 - Foto 16 45
Figura 44 - Foto 17 46
Figura 45 - Foto 18 46
Figura 46 - Foto 19 47
Figura 47 - Foto 20 47

Figura 48- Foto 21 47
Figura 49- Foto 22 48
Figura 50- Foto 23 48
Figura 51- Foto 24 49
Figura 52- Foto 25 49
Figura 53- Foto 26 50
Figura 54- Foto 27 50
Figura 55- Foto 28 51
Figura 56- Foto 29 51
Figura 57- Foto 30 51
Figura 58 – fessura tra il basamento della torre e l'edificio adiacente 52
Figura 59 - quadro fessurativo parete sud, ... 53
Figura 60 – fessure verticali presenti a ovest 53
Figura 61 – Si nota nella parte alta la presenza di muschi e licheni dal caratteristico colore verde 54
Figura 62 - Sezione recuperata nella relazione del prof. Rocchi 55
Figura 63 - Fessure presenti al di sopra dell'apertura nella cella campanaria 55
Figura 64 - Danneggiamento presente al terzo livello 55
Figura 65 - Fessurazione al di sopra delle scale per l'accesso alla cella campanaria 56
Figura 66 – Meccanismo di inclinazione della torre Smeducci – "Atlante del consolidamento degli edifici storici" prof. Paolo Rocchi 57
Figura 67 – a sinistra Sperone costruito nello spigolo sud-ovest nel 1905 (Ortofoto tesi Ing. Stefano Persico); a destra foto storica della trave di collegamento dei pali radice (foto concessa Arch. Paolo Rocchi) 58
Figura 68 – A sinistra, schema della nuova fondazione costituita da pali disposti a raggiera; a destra sezione verticale (è possibile inoltre osservare la presenza di anelli in cemento armato usati per incamiciare le fondazioni.) (11) 59
Figura 69 – Intervento di incamiciamento del basamento della torre, a sinistra la pianta con lo schema delle perforazioni Fi60mm di 7m (11); a destra foto storica dell'intervento. 59
Figura 70 – Foto storica reperita nel libro (6) 61
Figura 71 – foto scattata durante le operazioni di rilievo 61
Figura 72 - Ubicazione dei punti di prova (13) 63
Figura 73 – Classi di malte a prestazione garantita – NTC2008 Tab. 11.10.III 70

Figura 74 –Classi di malte a composizione prescritta – NTC2008 Tab. 11.10.IV 70
Figura 75 – classificazione di murature con elementi naturali. Immagine tratta da Sbacchis A. 71
Figura 76 – Classificazione elementi in laterizio, “Tabella 4.5.Ia NTC 2008” 72
Figura 77 – Criterio generale per lo sfalsamento d dei giunti verticali. (16) 73
Figura 78 –Diverse tipologie di murature ordinarie in pietra. (16) 73
Figura 79 – Solidarizzatine di murature mediante l’impiego di zanche metalliche. (16) 74
Figura 80 - Muratura in tufo. (17) 74
Figura 81 - in alto esempio di laterizio utilizzato come riempimento, in basso realizzazione di ricorsi. (16) 75
Figura 82 - Muratura in pietrame con cordolo in calcestruzzo. (16) 75
Figura 83 - Armatura diffusa verticale ed orizzontale. Il loro interasse viene mantenuto costante e un getto di calcestruzzo solidarizza tra di loro gli elementi. (16) 76
Figura 84 - Tipologie di armatura concentrata. (16) 76
Figura 85 - In alto a sinistra, muratura ad una testa, in alto a destra soluzione ad angolo, in basso intersezione. (16) 76
Figura 86 - Disposizione in chiave o di punta. (16) 77
Figura 87 - Disposizione a blocco. (16) 77
Figura 88 - Disposizione gotica, in rosso l’elemento base che si ripete. (16) 78
Figura 89 - Disposizione fiamminga. (16) 78
Figura 90 - Andamento delle fessure verticali (16) 79
Figura 91 - Formazione dei pilastrini di muratura (16) 79
Figura 92 - Valore di f_k per murature in elementi artificiali pieni e semipieni [N/mm^2], Rif. Tab. 11.10.V NTC2008 81
Figura 93 - Valore di f_{bk} per murature in elementi naturali di pietra squadrata [N/mm^2], Rif. Tab. 11.10.VI NTC2008 81
Figura 94 - Rottura per scorrimento nei giunti. (16) 82
Figura 95 - Rottura per taglio-trazione. (16) 83
Figura 96 - Rottura in prossimità di uno spigolo, caso di tensione di compressione ridotta. (16) 84
Figura 97 - Rottura in prossimità di uno spigolo, caso di tensione di compressione elevata. (16) 84

Figura 98 - Resistenza caratteristica a taglio in assenza di tensioni normali f_{vk0} [N/mm^2] (19) 84
Figura 99 - a sinistra comportamento schematizzato di una prova a compressione su laterizio e malta, a destra comportamento schematizzato di una prova a compressione su muratura. (1) 85
Figura 100 - leggi costitutive riportate precedentemente citate. (1) 87
Figura 101 - Livelli di conoscenza in funzione dell'informazione disponibile e conseguenti valori dei fattori di confidenza per edifici in muratura. (20) 89
Figura 102 - Valore di riferimento dei parametri meccanici con f_m = resistenza media a compressione, τ_0= resistenza media a taglio della muratura. (20) 90
Figura 103 - Coefficienti correttivi dei parametri meccanici. (16) 90
Figura 104 - Tabella che sintetizza le modalità di applicazione dei coefficienti dei parametri per le murature storiche 91
Figura 105 - parametri meccanici adottati per il nucleo interno e per i paramenti esterni..... 92
Figura 106 - a sinistra il comportamento schematizzato delle singole pareti, a destra comportamento scatolare della struttura. (21) 94
Figura 107 - Modellazione a telaio equivalente di una parete, (22) 94
Figura 108 - Individuazione delle dimensioni dei maschi murari secondo Dolce. (23)..... 95
Figura 109 - Esempio di irregolarità verticale delle aperture e modellazione dei maschi con elementi monodimensionali affiancati. (22) 95
Figura 110 - Modellazione in funzione del contributo delle fasce di piano. (22) 96
Figura 111 - Processo generale per la creazione di mesh 3D (24) 98
Figura 112 - modello geometrico importato all'interno del programma MidasFX+, è possibile notare la divisione dei volumi adottata 99
Figura 113 - Sezione della mesh della torre al livello del secondo piano 99
Figura 114 - vista frontale delle aperture della cella campanaria 100
Figura 115 - Particolare della mesh delle volte 100
Figura 116 - Particolare della mesh piana usata per la copertura della torre 101
Figura 117 - Formulazione matematica dell'Aspect Ratio. Rif (24) 102
Figura 118 - Formulazione dello Skew Angle. Rif (24) 102
Figura 119 - Formulazione del Taper.. Rif (24) 103
Figura 120 - Formulazione del Warpage Rif (24) 103
Figura 121 - Formulazione del Twist Rif (24) 104
Figura 122 - Mesh Quality Aspect Ratio 104

igura 123 - Mesh Quality Skew Angle 104
Figura 124 - Mesh Quality Taper 105
Figura 125- Mesh Quality Warpage 105
Figura 126- Figura 119 - Mesh Quality Jacobian Ratio 106
Figura 127 – Mesh Quality Twist 106
Figura 128 – Mesh Quality Collapse 107
Figura 129 - Distribuzione delle molle verticali al di sotto della torre. 108
Figura 130 - Distribuzione delle molle verticali al di sotto dell'aggiunto. 108
Figura 131 - Disposizione dei vincoli di incastro in Dx, Dy, Rz. 108
Figura 132 - Posizione degli accelerometri 111
Figura 133 - In verde il sistema di riferimento utilizzato nel modello FEM, in rosso è riportata la posizione e l'orientamento della terna nel free-field 112
Figura 134 - Corrispondenza tra la posizione degli accelerometri nella torre e i nodi all'interno del modello. 112
Figura 135 - Spostamenti modali per le prime 5 frequenze identificate 113
Figura 136- Diagramma di flusso seguito nella procedura del model updating seguendo lo schema di (25) 114
Figura 137 - Variazione delle frequenze dei primi due modi in funzione della rigidezza totale alla base, i punti rappresentano i valori sperimentali e le curve una loro interpolazione 115
Figura 138- Errore in percentuale sulle frequenze dei primi due modi. 115
Figura 139 - Variazione delle frequenze dei modi superiori in funzione della rigidezza totale alla base, i punti rappresentano i valori sperimentali e le curve una loro interpolazione. 116
Figura 140 - Errore in percentuale sulle frequenze dei modi superiori. 116
Figura 141 – Segnali acquisiti nel giorno 12/11/2017 dalle 10:23 alle 11:23, in rosso sono evidenziati i segnali sottoposti ad analisi. 117
Figura 142 - PSD dei segnali acquisiti filtrati tra 9.50 e 9.55 Hz 118
Figura 143 - Schematizzazione fondazione struttura, k_1 rappresenta la rigidezza totale della fondazione, k_2 la rigidezza assiale della torre 118
Figura 144- tabella raffigurante i parametri SA ottenuti con una variazione del 5% della variabile e considerando i primi 5 modi di vibrare 121
Figura 145 - Rielaborazione del grafico realizzato da Douglas-Reid in cui in linea continua gialla è possibile vedere il reale comportamento della struttura al variare di Xk, in linea blu tratteggiata la sua approssimazione parabolica 123

Figura 146- Tabella riportante le combinazioni delle variabili adottate, le prime 6 frequenze naturali della struttura, le differenze in percentuali tra le frequenze sperimentali e quelle ottenute dal modello, la massima differenza in percentuale e quella media. 131
Figura 147 - Vista laterale e frontale del basamento della torre con la porzione fessurata evidenziata..... 132
Figura 148 - Valori iniziali dei parametri: Ep= Modulo elastico paramento in pietra, Er= Modulo elastico riempimento, Ep Fess= modulo elastico del paramento in pietra fessurato, Er Fess= Modulo elastico del riempimento fessurato, Em= Modulo elastico paramento in mattoni, Er'= Modulo elastico riempimento nel fusto, ρ_m= densità muratura in mattoni, $\rho_{r'}$= densità muratura nel fusto, K_W= Rigidezza totale alla base. 133
Figura 149 - Primo modo di flessionale nella direzione y, F1y=1.247Hz 136
Figura 150 - Primo modo flessionale nella direzione x, F2x= 1.276 Hz 136
Figura 151 - Primo modo flessionale nella direzione x, F3T= 4.601 Hz..... 137
Figura 152 - Secondo modo flessionale nella direzione y, F4y= 4.796 Hz 137
Figura 153- Secondo modo flessionale nella direzione x, F4x= 4.910 Hz 138
Figura 154 - Primo modo verticale F6z= 8.932 Hz..... 138
Figura 155 - Storia temporale registrata dagli accelerometri nel terreno...... 140
Figura 156 - Errore in percentuale sull'accelerazione massima per il sisma del 19/10/2017. 142
Figura 157 - Errore in percentuale sull'accelerazione massima per il sisma del 10/04/2018. 142
Figura 158 - Profilo di carico in direzione y proporzionale al primo modo di vibrare con Fh=372 kN..... 177
Figura 159 - Profilo di carico in direzione x proporzionale al secondo modo di vibrare con Fh=344 kN..... 177
Figura 160 - Sistema e diagramma equivalente 179
Figura 161 - In arancione comportamento elastico, in blu comportamento non lineare, in grigio tratto della curva di capacità che non verifica la presso flessione nella sezione critica..... 180
Figura 162 - Andamento delle tensioni di compressione inferiori ai 2000 kN/m^2, LF=8..... 181
Figura 163- Andamento delle tensioni di compressione inferiori ai 2000 kN/m^2, LF=9..... 181
Figura 164 - Curva di capacità del sistema ridotto..... 182
Figura 165 - In arancione comportamento elastico, in blu comportamento non lineare, in grigio tratto della curva di capacità che non verifica la presso flessione nella sezione critica..... 183
Figura 166- Andamento delle tensioni di compressione inferiori ai 2000 kN/m^2, LF=6..... 183
Figura 167- Andamento delle tensioni di compressione inferiori ai 2000 kN/m^2, LF=7..... 184

Figura 168 - In arancione comportamento elastico, in blu comportamento non lineare, in grigio tratto della curva di capacità che non verifica la presso flessione nella sezione critica..... 185
Figura 169- Andamento delle tensioni di compressione inferiori ai 2000 kN/m^2, LF=8..... 185
Figura 170 - Andamento delle tensioni di compressione inferiori ai 2000 kN/m^2 LF=9..... 186
Figura 171 - In arancione comportamento elastico, in blu comportamento non lineare, in grigio tratto della curva di capacità che non verifica la presso flessione nella sezione critica..... 187
Figura 172- Andamento delle tensioni di compressione inferiori ai 2000 kN/m^2 LF=8..... 187
Figura 173- Andamento delle tensioni di compressione inferiori ai 2000 kN/m^2 LF=9..... 188

RINGRAZIAMENTI

Finalmente la parta dei ringraziamenti. Dopo tanto scrivere, argomentare, riportare grafici e tabelle c'è la parte più importante, ovvero quella di ringraziare tutte le persone che hanno reso possibile questo mio percorso di studi e la sua conclusione.

Primo fra tutti il professore Donato Sabia, che fin dall'inizio si è dimostrato sempre disponibile e pronto a chiarire ogni mio dubbio. Lo ringrazio per avermi fatto scoprire il mondo della dinamica sperimentale, argomento che mi ha conquistato e che spero di poter approfondire nel futuro. Lo ringrazio per la pazienza nel sopportare i miei errori e nel rispondere alle mie numerose domande.

L'ing. Antonino Quattrone, ormai in confidenza Nino; difficilmente dimenticherò le sere passata a ragionare sui miei mille problemi e dubbi, in compagnia dalle numerose zanzare che affliggono questo laboratorio e della curiosità che ci ha spinto a trovare sempre qualche domanda in più a cui rispondere. Lo ringrazio per l'enorme tempo che mi ha dedicato nonostante i sui numerosi impegni.

Ringrazio la mia fidanzata, Francesca, che ho portato all'esaurimento in questi ultimi mesi. Voglio ringraziarla per aver appoggiato fin da subito la mia decisione di venire a studiare a Torino, per avermi dato la forza di continuare nonostante le numerose difficoltà che ho dovuto affrontare e, insieme a lei, superare. Voglio ringraziarla perché, molto probabilmente, senza di lei quel giorno alla stazione di Roma avrei perso il mio treno.

Voglio ringraziare mia sorella Ludovica che, nonostante abbia ampiamente dimostrato di essere di un altro livello, continua a vedermi con il suo fratellone incredibile. A lei dico di continuare per la sua strada, fiera di essere la persona che è.

Infine, ringrazio i miei genitori, perché semplicemente sono fantastici, ammirano qualsiasi mio risultato, anche il voto più basso per loro si trasforma nel più grande successo. Non mi hanno mai fatto pesare la vita universitaria e mai messo pressione per esami, voti o per tutte quelle piccole e grandi sfide che ho vissuto.