POLITECNICO DI TORINO
Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

# Riduzione di resistenza d'attrito mediante tecnica riblets

**Relatore**
Prof. Gaetano Iuso

**Candidato**
Michela Ferrero
matricola: 224274

Luglio 2018

# Sommario

Le riblets sono microscanalature allineate nella direzione della corrente. In questa tesi si analizza l'utilizzo delle riblets come tecnica passiva di riduzione di resistenza. Ci si serve di un approccio computazionale tramite il software OpenFOAM 5.0 per studiare riblets V-shaped con $s_{rib} = 300\ \mu m$ e $h_{rib} = 210\ \mu m$. Il flusso sopra la superficie della placca riblets è completamente turbolento grazie alla tecnica della fringe region, che rende il dominio computazionale periodico in direzione $z$ e in direzione $x$. Per validare la simulazione, prima di tutto si è portato a termine uno studio su una placca piana turbolenta sfruttando la stessa tecnica. Si è utilizzato un risolutore instazionario per le equazioni di Navier-Stokes incompressibili con l'aggiunta di una forza di volume. Il caso in analisi è caratterizzato da $U_e = 10\ m/s$, $Re_x \simeq 7 \times 10^5$ e $Re_\tau \simeq 200$. Inizialmente, sono state ottenute informazioni utili dall'analisi statistica del campo di velocità. In seguito, è stato necessario verificare che il comportamento del flusso turbolento corrispondesse alla legge di parete e alla legge logaritmica. Poichè le riblets interagiscono con il sottostrato viscoso, anche lo sforzo d'attrito a parete e la velocità d'attrito sono grandezze di rilievo. Inoltre, sono state ricavate alcune visualizzazioni delle strutture turbolente. In particolare si possono osservare le strutture turbolente vicino a parete, come le low-speed streaks e le high-speed streaks nella direzione della corrente $x$. L'estimazione corretta di $u_{rms}$ e del profilo di velocità in unità di parete per la placca liscia ci permette di considerare valida la tecnica usata anche per lo studio di riblets V-shaped, U-shaped o riblets sinusoidali.

# Abstract

Riblets are small microgrooves aligned with the flow direction. The use of riblets as a passive method of drag reduction is investigated in this thesis. A computational approach with OpenFOAM 5.0 is used to study V-shaped riblets with $s_{rib} = 300\ \mu m$ and $h_{rib} = 210\ \mu m$. The flow over riblets plate surface is fully turbulent thanks to fringe region technique wich makes the computational domain periodic in spanwise direction and in streamwise direction. In order to validate the simulation, first of all a study of a turbulent flate plate with the same technique is accomplished. A transient solver for incompressible Navier-Stokes equations with a volume force has been used. The case study is characterized by $U_e = 10\ m/s$, $Re_x \simeq 7 \times 10^5$ and $Re_\tau \simeq 200$. Initially, useful informations have been obtained by statistic analysis of the velocity field. Then, in order to verify the turbulent flow behaviour the correspondence with law of the wall and logaritmic law should be confirmed. Riblets interact with the viscous sublayer, so wall shear stress and skin friction velocity are important quantities. In addition, some visualisations of the turbulent structures have been obtained. In particular, the near wall turbulent structures can be observed: low-speed streaks and high-speed streaks in streamwise direction. The correct estimation of $u_{rms}$ and flat plate velocity profile in wall unit allows us to consider this technique suitable also for the study of V-shaped riblets and U-shaped or sinusoidal riblets.

# Ringraziamenti

Vorrei ringraziare il mio relatore Prof. Iuso, la Dott.ssa Irene Gned e il Prof. Iovieno per avermi seguito durante tutto il corso della tesi, consigliandomi sempre con pazienza, guidandomi in argomenti complessi e insegnandomi tante cose nuove.

Ringrazio il centro di calcolo del Politecnico di Torino, HPC@POLITO, per aver fornito le risorse computazionali.

Infine, ma non per importanza, ringrazio di cuore la mia famiglia e tutte le persone che sono a me più care.

# Indice


**1 Analisi bibliografica** 1
- 1.1 Introduzione . . . 1
- 1.2 Primi studi sulle riblets . . . 2
- 1.3 Parametri che caratterizzano le riblets . . . 5
- 1.4 Curva di riduzione di resistenza . . . 7
- 1.5 Comportamento del flusso attorno alle riblets . . . 9
- 1.6 Riblets sinusoidali . . . 10
- 1.7 Fabbricazione e nuovi sviluppi . . . 11
- 1.8 Progetto di tesi . . . 12

**2 Simulazioni su OpenFOAM** 14
- 2.1 Introduzione a OpenFOAM . . . 14
- 2.2 Generazione della griglia di calcolo . . . 16
  - 2.2.1 Griglia placca liscia . . . 18
  - 2.2.2 Griglia placca riblets . . . 22
- 2.3 Tecnica della fringe region . . . 28
- 2.4 Il risolutore IcoFoam . . . 29
  - 2.4.1 IcoFoam body force . . . 32
- 2.5 Condizioni iniziali e condizioni al contorno . . . 38
- 2.6 Schemi numerici . . . 40
- 2.7 High Performance Computing . . . 43
  - 2.7.1 HPC@POLITO . . . 43
- 2.8 Setup simulazioni . . . 44
  - 2.8.1 CASO 1: placca liscia . . . 46
  - 2.8.2 CASO 2: placca riblets . . . 46

**3 Risultati** 47
- 3.1 Richiami teorici . . . 47
  - 3.1.1 Strato limite turbolento . . . 47
  - 3.1.2 Analisi statistica del campo di velocità . . . 52
- 3.2 Piani di campionamento . . . 53

3.3 Struttura dello strato limite turbolento sulla placca piana . . . . 55
3.4 Visualizzazioni placca liscia . . . . . 59
3.5 Placca Riblets . . . . . 62

**4 Conclusioni** 67
4.1 Sviluppi futuri . . . . . 68

**A Listati codici OpenFOAM** 69
A.1 blockMeshDict . . . . . 69
A.2 createBodyForce . . . . . 97
A.3 icoFoamBF . . . . . 100

**Bibliografia** 104

# Capitolo 1

# Analisi bibliografica

## 1.1 Introduzione

Il controllo del flusso, o meglio il controllo della turbolenza e dei flussi turbolenti, rappresenta un aspetto fondamentale della ricerca in ambito fluidodinamico. Molti degli obiettivi che riguardano il flow-control sono resi difficili dalla grande complessità e dalla natura multiscala della turbolenza. Se prendiamo come esempio la riduzione della resistenza d'attrito (viscous drag o skin friction), solo per lo studio di questo fenomeno è necessario avere il controllo sia delle strutture di piccola scala nel sottostrato viscoso vicino a parete che delle strutture di grande scala nella regione esterna completamente turbolenta. Il fattore che spinge maggiormente allo studio del controllo dei flussi è la possibilità di ridurre il consumo di carburante, che di conseguenza porta a minori emissioni di $CO_2$. Specialmente l'aviazione civile, ma anche i trasporti stradali e navali, insieme sono responsabili di circa il 30% delle emissioni globali di $CO_2$. Il consumo globale di carburante nell'ambito dell'aviazione è stato stimato pari a 155 milioni di tonnellate nel 2002, ed è destinato a salire ad almeno 400 milioni di tonnellate nel 2030, con conseguenti emissioni di $CO_2$ che arriveranno a 1250 milioni di tonnellate. Ridurre la resistenza dell'1% per un aereo di linea in fase di crociera equivale più o meno a una riduzione del consumo di carburante dello 0.75%, implicando una potenziale diminuzione sulle emissioni di $CO_2$ di 9 milioni di tonnellate. Nel caso dei moderni aerei di linea, la resistenza d'attrito è circa pari al 60% della resistenza totale. Di conseguenza, la resistenza d'attrito rappresenta l'area con il maggior potenziale per la riduzione della resistenza stessa, che potrà essere prontamente tradotto in una significativa diminuzione di carburante e $CO_2$ (Leschziner *et al.*, 2011). La resistenza d'attrito e la resistenza di pressione (pressure drag) sono le due forze di resistenza predominanti nei flussi interni ed esterni, e sono di particolare importanza quando

si vuole studiare l'efficienza aerodinamica e idrodinamica di un oggetto. La resistenza d'attrito è quasi interamente determinata dalla natura dello strato limite (laminare, transizionale o turbolento) e non ha un aumento significativo tra volo subsonico e supersonico. D'altra parte, la resistenza di pressione cresce notevolmente a velocità supersoniche a causa delle onde d'urto generate dalla struttura del velivolo e dal sistema propulsivo (Jahanmiri, 2011). In condizioni subsoniche domina la resistenza d'attrito. Qualsiasi riduzione di resistenza d'attrito in applicazioni aerodinamiche o idrodinamiche può portare a una significativa diminuzione dei costi con conseguente minimizzazione dei danni ambientali. Molti ricercatori hanno trovato nuovi approcci per ridurre l'effetto della resistenza d'attrito sui corpi in movimento, prendendo ispirazione dalla natura (campo chiamato biomimesi) e investigando sulle proprietà della resistenza viscosa. Esistono principalmente due categorie di tecniche che mirano alla riduzione della resistenza d'attrito. I metodi attivi prevedono la modificazione delle proprietà e del comportamento del flusso, mentre i metodi passivi interagiscono con le strutture turbolente della regione vicino a parete dello strato limite. I metodi attivi hanno dimostrato di poter ridurre la resistenza d'attrito soprattutto in applicazioni nell'industria navale e dei condotti. Tuttavia, questi metodi sono generalmente troppo costosi e difficili da mantenere nel tempo. Questo ha portato ad aumentare le ricerche sui metodi passivi di DR (drag reduction), per ottenere dei metodi altrettanto efficienti ma meno dispendiosi, in particolare l'utilizzo di riblets (West *et al.*, 2016).

## 1.2 Primi studi sulle riblets

Intorno agli anni '70, nel NASA Langley Research Center iniziò un programma di sviluppo di nuove tecnologie che aveva come scopo principale la riduzione della resistenza d'attrito al fine di limitare il consumo di carburante dei velivoli. Nel 1976, il Dr. R. L. Ash che lavorava per questo programma, ebbe l'idea che dei piccoli ostacoli allineati con la direzione del flusso potessero modificare le strutture vicino a parete dello strato limite turbolento e ridurre la resistenza d'attrito. Alle piccole protuberanze venne dato il nome di riblets e i primi risultati del Langley Research Center furono riportati da Walsh & Weinstein (1978). La ricerca sulle riblets si è poi sviluppata in tutto il mondo come riportano numerose conferenze europee. Nella regione dello strato limite turbolento più vicina a parete $0 < y^+ < 10$ (Pope, 2000*a*), proprio dove vanno a interagire le riblets, numerose visualizzazioni hanno confermato la presenza delle low-speed streaks che si estendono lungo la direzione della corrente $x$ (streamwise). Il diametro delle low-speed streaks è dell'ordine di 30-40 unità di parete, la spaziatura di circa 100 unità di parete, mentre in $x$ possono superare

anche 1000 unità. Il concetto base delle riblets allineate con la corrente è quindi quello di limitare la crescita delle low-speed streaks. Come rappresentato in figura 1.1, le riblets sono dimensionate in modo tale da essere dello stesso ordine di grandezza, o più piccole, delle low-speed streaks. In termini fisici,

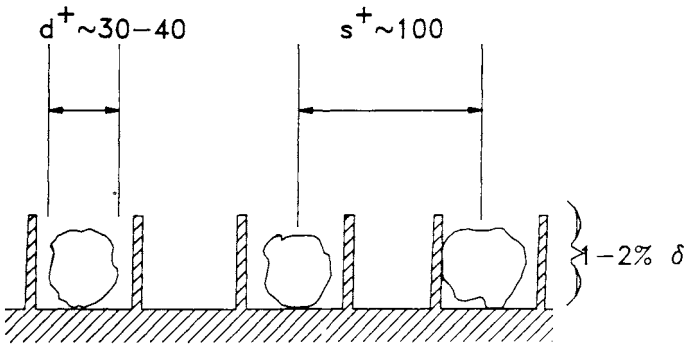


Figura 1.1. Controllo delle strutture vicino a parete con riblets in direzione $x$ (Bushnell & Hefner, 1990).

l'aria modificata dalle riblets è circa l'$1-2\%$ dello spessore dello strato limite a bassi numeri di Reynolds. Anche se interessano solo una piccola frazione dello strato limite, questa regione è particolarmente importante in termini di produzione di energia turbolenta e fluttuazioni turbolente (Bushnell & Hefner, 1990). Dalla figura 1.2 possiamo vedere come le misurazioni di Klebanoff (1953) indichino che più del 50% dell'energia turbolenta sia generata nel primo 5% dello strato limite. Inoltre Klebanoff (1953) trovò che i più alti livelli di fluttuazioni turbolente si trovano circa al 2.5% dello strato limite. Le streaks hanno un comportamento caratteristico, noto come bursting. Con l'aumentare della distanza verso valle, le streaks si spostano lentamente lontano dalla parete, ma a un certo punto (tipicamente intorno a $y^+ \approx 10$) si muovono molto più rapidamente, con un processo chiamato streak lifting o ejection. Dopo essersi sollevata, la streak produce una rapida oscillazione, seguita da un breakdown verso le scale più piccole del moto (Pope, 2000*a*). Questo movimento aumenta la quantità di moto trasferita e lo sforzo d'attrito, portando a valori più alti di resistenza. Liu *et al.* (1966) furono i primi a dimostrare che una superficie con riblets rettangolari in direzione longitudinale alterasse le strutture vicine a parete dello strato limite turbolento. Le frequenze di burst misurate per una superficie ribbed sono mostrate in figura 1.3. I dati per le riblets sono resi adimensionalizzati utilizzando la frequenza di burst di una placca piana. Nonostante Liu *et al.* (1966) fossero preoccupati per l'accuratezza dei loro risultati, i dati mostrano apparentemente una riduzione del $20-25\%$ della frequenza di

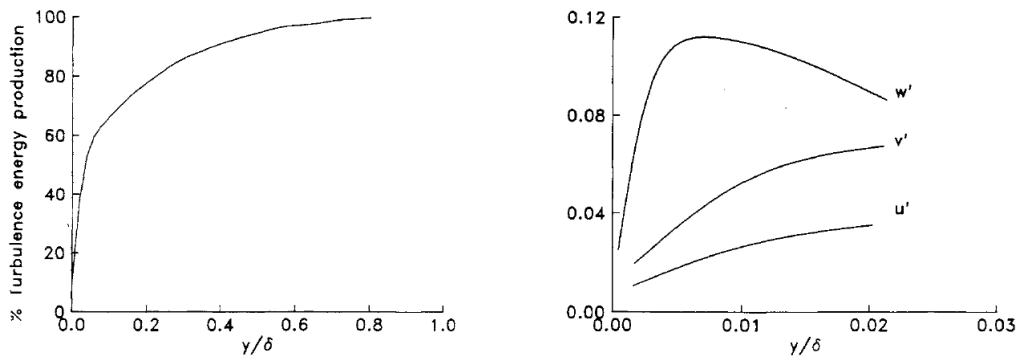


Figura 1.2. Misurazioni di Klebanoff (1953): (a) Produzione di energia turbolenta in uno strato limite turbolento. (b) Distribuzione delle intensità turbolente.

burst, che dipende dalla spaziatura delle riblets in unità di parete. La regione con $s^+ < 100$ è quella di maggiore interesse per limitare la crescita delle low-speed streaks, in quanto la loro spaziatura media è approssimativamente 100. Dopo i primi studi sulle riblets rettangolari, si giunse alla conclusione che l'area

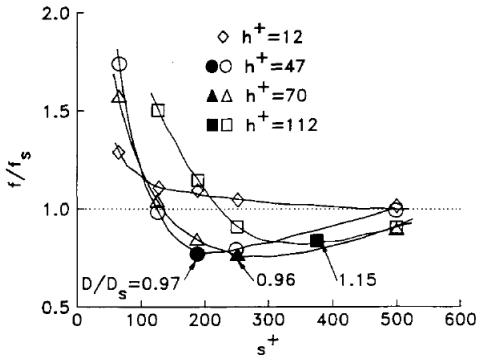


Figura 1.3. La frequenza di burst cambia con la spaziatura di riblets rettangolari (Liu *et al.*, 1966).

di interesse dovesse essere minimizzata, o creando delle riblets rettangolari più sottili, oppure cambiando totalmente la sezione trasversale al fine di ridurre la superficie bagnata. Una riblets triangolare avrebbe potuto ridurre la superficie bagnata e la regione di peak, dove la resistenza d'attrito è elevata. Walsh & Weinstein (1978) fabbricarono e testarono le V-shape o riblets triangolari e furono i primi a ottenere una diminuzione netta di resistenza del $2 - 6\%$ con questo tipo di sezione trasversale.

## 1.3 Parametri che caratterizzano le riblets

Per presentare i dati sulla resistenza ottenuti con diverse geometrie e condizioni del flusso, si utilizzano dei parametri adimensionali. Questi parametri sono misurati in unità di parete, dove una wall unit è adimensionalizzata utilizzando lo sforzo d'attrito a parete (wall shear stress). I parametri fondamentali delle riblets includono la spaziatura $s$ e l'altezza $h$. I valori adimensionali basati proprio su $s$ e $h$, furono introdotti da Walsh (1982) e definiti come:

$$s^+ = \frac{su_\tau}{\nu} \qquad h^+ = \frac{hu_\tau}{\nu}$$

dove $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ è la velocità d'attrito a parete (wall shear stress velocity). Gli altri parametri fisici includono lo sforzo d'attrito a parete $\tau_w$ (wall shear stress), la viscosità cinematica $\nu$ e la densità del fluido $\rho$. In figura 1.4 è rappresentata la sezione caratteristica di una placca riblets. Al fine di fornire un modello suf-

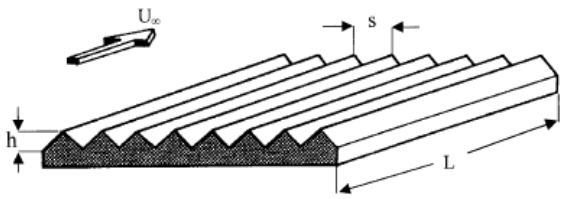


Figura 1.4. Sketch della geometria riblets (Viswanath, 2002).

ficientemente semplice per spiegare l'interazione tra lo strato limite turbolento e una superficie non planare, come una placca riblets, sono state sviluppate diverse teorie (Luchini *et al.*, 1991) (Bechert *et al.*, 1990). In una di queste teorie si assume che la struttura della superficie non planare sia completamente immersa nel sottostrato viscoso dello strato limite turbolento. Ovviamente questo approccio è valido solo per bassi valori si $s^+$, ma non troppo distanti dal massimo di riduzione di resistenza. Dentro il sottostrato viscoso le equazioni di Navier-Stokes sono notevolmente semplificate, infatti si mantengono solo i termini lineari. In questo modo è possibile determinare sulla superficie della riblets le distribuzioni di velocità per il flusso longitudinale e trasversale (vedi figura 1.5). Per il flusso trasversale si ottiene una regione ricircolante di flusso separato posizionato tra le creste delle riblets, anche in presenza delle semplificazioni fatte, mentre il profilo di velocità nella direzione longitudinale si

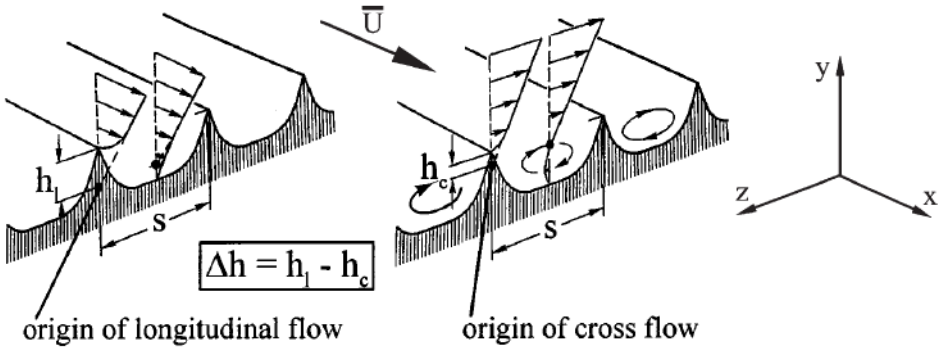


Figura 1.5. Flusso longitudinale e trasversale su una superficie ribbed (Bechert *et al.*, 2000).

presenta sempre attaccato. Inoltre, le coordinate d'origine del flusso longitudinale e trasversale non sono le stesse. L'origine del profilo di velocità del flusso longitudinale è collocata più profondamente nelle scanalature rispetto a quella del flusso trasversale. Quest'ultima si trova piuttosto vicino alla cresta della riblets. In uno strato limite turbolento il flusso del sottostrato viscoso cambia la sua direzione. Le componenti di velocità del flusso trasversale ($w'$) sono generate da vortici longitudinali o da altre tipiche manifestazioni turbolente vicino alla superficie. Questi eventi turbolenti, che comprendono le componenti delle velocità laterale, sono spostati più lontano dalla superficie, a causa della posizione sopraelevata dell'origine del flusso trasversale. Lo spostamento che ne consegue, provoca un assottigliamento del sottostrato viscoso e quindi minore sforzo d'attrito a parete e diminuzione della resistenza. Da ciò si può assumere che un aspetto fondamentale per avere una superficie che provochi una riduzione di resistenza sia proprio la differenza in altezza $\Delta h = h_l - h_c$ tra l'origine del flusso longitudinale e del flusso trasversale, chiamata altezza di protrusione. È utile inoltre relazionare il $\Delta h$ con la spaziatura tra le creste $s$, creando la quantità $\Delta h/s$ che dovrebbe essere la più grande possibile (Bechert *et al.*, 2000). Sono state testate molte variazioni nella geometria base delle riblets al fine di ottenere la maggiore riduzione di resistenza. Le geometrie più significative sono le V-shaped con diversi aspect ratios, le U-shaped, le riblets rettangolari e quelle che hanno una spaziatura liscia tra le scanalature. In figura 1.6 sono racchiusi una buona parte dei dati presenti in letteratura per riblets V-shaped con aspect ratios $h/s > 0.6$ e $h/s < 0.6$ (Bushnell & Hefner, 1990). Si può notare come il punto in cui si passa dall'avere una riduzione di resistenza ad avere zero-drag-reduction, aumenta al diminuire dell'aspect ratio $h/s$, mentre il massimo di riduzione di resistenza è circa lo stesso. Considerando le performance, le riblets ottimali sembrano avere $h/s = 0.3 - 0.5$ con un

ampio intervallo di $s^+$ che consente la drag reduction. Da un punto di vista applicativo, piccoli valori di $h/s$ permettono di avere un range più esteso in cui il velivolo può operare e ottenere ancora un vantaggio in termini di riduzione di resistenza.

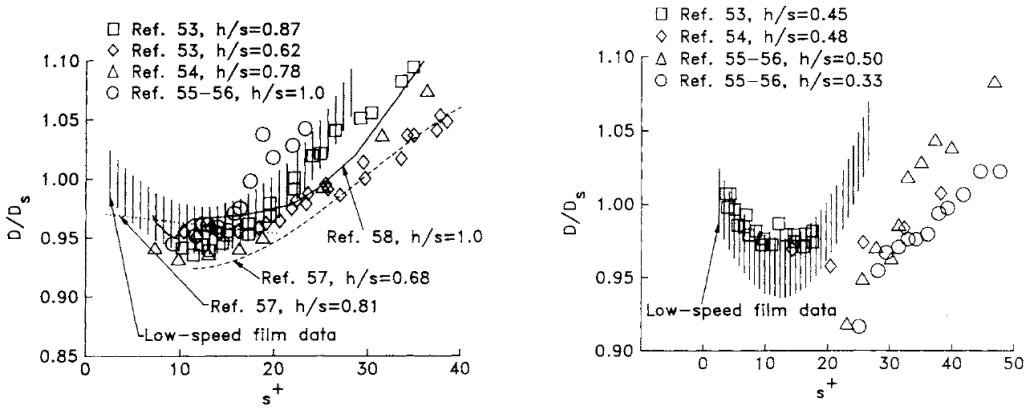


Figura 1.6. Riduzione di resistenza per riblets V-shape (Bushnell & Hefner, 1990): (a) $h/s > 0.6$ (b) $h/s < 0.6$.

## 1.4 Curva di riduzione di resistenza

Abbiamo visto che i parametri fondamentali per descrivere le riblets sono la spaziatura tra le creste $s$ e la profondità della gola $h$. La figura 1.7 mostra una tipica curva di riduzione di resistenza in funzione della spaziatura in termini di unità di parete $s^+$. Diversi regimi di resistenza possono essere definiti proprio in base a come essa dipende da $s^+$. Nel regime viscoso, formalmente per $s^+ \ll 1$, ma in pratica per $s^+ < 10 - 15$, se indichiamo con $\tau_0$ la resistenza d'attrito per una placca liscia, la riduzione di resistenza

$$DR = \frac{-\Delta\tau}{\tau_0}$$

è proporzionale a $s^+$. Il regime viscoso si interrompe (breakdown) vicino a $s^+ = s^+_{opt}$, lo spacing ottimale per cui la riduzione di resistenza è massima e, eventualmente, si può verificare un aumento di resistenza. In questo regime la performance migliore di una data riblets dipende da $s^+_{opt}$ e dalla pendenza della curva di resistenza $m_s$ (Garcìa-Mayoral & Jimènez, 2011). Entrambi i parametri dipendono dalla geometria, ma la forma qualitativa della curva di resistenza rimane sempre come in figura 1.7. Studiando i risultati sperimentali per diversi tipi di riblets, Garcìa-Mayoral & Jimènez (2011) cercarono di

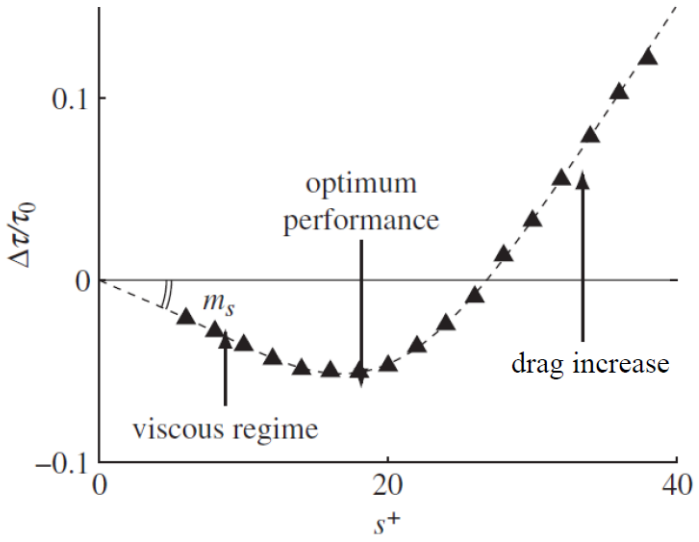


Figura 1.7. Tipica curva di riduzione di resistenza per riblets in funzione della spaziatura in unità di parete (Garcìa-Mayoral & Jimènez, 2011).

trovare un nuovo modo per esprimere la riduzione di resistenza convogliando in un unico parametro l'influenza della forma delle riblets e dello spacing. Il migliore risultato si ebbe con la radice quadrata della sezione trasversale della gola $Ag^+$:

$$l_g^+ = \sqrt{Ag^+}$$

Comparando le curve di resistenza ottenute sperimentalmente per un'ampia gamma di geometrie, Garcìa-Mayoral & Jimènez (2011) trovarono una buona coesione dei dati con $l_g^+$, almeno per $l_g^+ \leq 15$. Uno schema della sezione trasversale è rappresentato in figura 1.8.

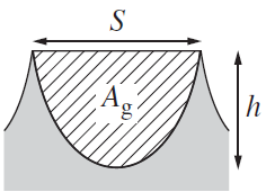


Figura 1.8. Area della sezione trasversale della gola tra due creste (Garcìa–Mayoral & Jimènez, 2011).

## 1.5 Comportamento del flusso attorno alle riblets

Le prime visualizzazioni del flusso attorno alle riblets furono pubblicate da Wallace (1982) e Hooshmand *et al.* (1983) nei loro studi al NASA Langley Research Center. Le visualizzazioni indicavano un piccolo cambiamento nella struttura dello strato limite: il fumo sembrava soffermarsi nelle valli tra le scanalature. Proprio in questa zona il flusso appariva lento, con basso coefficiente di attrito e con poche modifiche nella sua struttura esterna per $y^+ > 10 - 15$. Successivamente, altre visualizzazioni fatte su riblets rettangolari con scala maggiore ($s^+ = 50$ e $h^+ = 100$) per semplificare la procedura, evidenziarono oltre alle regioni di flusso a bassa velocità, anche la presenza di coppie di vortici nel canale. A questo punto si suppose che le riblets rettangolari potessero alterare le strutture medie di parete, a differenza delle piccole V-shaped (Bushnell & Hefner, 1990). In ogni caso, l'interazione tra le riblets e i vortici fornisce informazioni sui meccanismi di riduzione di resistenza. Lee & Lee (2001) a partire dai loro risultati sperimentali, ottennero delle visualizzazioni del flusso che interagisce con una superficie piana e con una con le riblets, utilizzando il fumo di olio atomizzato bruciato nell'aria a due differenti velocità. La figura 1.9 mostra i vortici generati alle due velocità $V = 3$ e $V = 5\ m/s$ per $h/s = 0.5$. Questi valori corrispondono in termini di unità di parete a $s^+ = 25.2$, $s^+ = 40.6$, $h^+ = 12.6$ e $h^+ = 20.3$ rispettivamente. La dimensione dei vortici per entrambi i casi si aggira intorno alle 35-40 unità di parete di diametro. Lee & Lee (2001) trovarono che il caso con $V = 3\ m/s$ ha riportato a una diminuzione di resistenza, mentre per $V = 5\ m/s$ si ha un aumento di resistenza. Nel primo caso infatti, il diametro del vortice è più grande di $s^+$ e questo gli permette di sollevarsi, causando meno resistenza. Al contrario per $V = 5\ m/s$, il diametro del vortice è dello stesso ordine di grandezza di $s^+$, per cui non riesce ad alzarsi come prima e provoca resistenza più alta. Con un valore di $s^+$ vicino a 15 unità di parete e con $h/s = 0.5$ si hanno circa tre riblets per vortice, per cui si suppone che i vortici siano sollevati e presumibilmente vincolati verso l'estremità della riblets. Sia $s^+$ che $h^+$ sono parametri necessari per determinare le relazioni tra la resistenza, la viscosità del fluido, la velocità di attrito a parete e le dimensioni delle riblets. Questi fattori adimensionali permettono di ridimensionare le riblets per la riduzione della resistenza e di confrontare i risultati sperimentali in qualsiasi condizione di flusso.

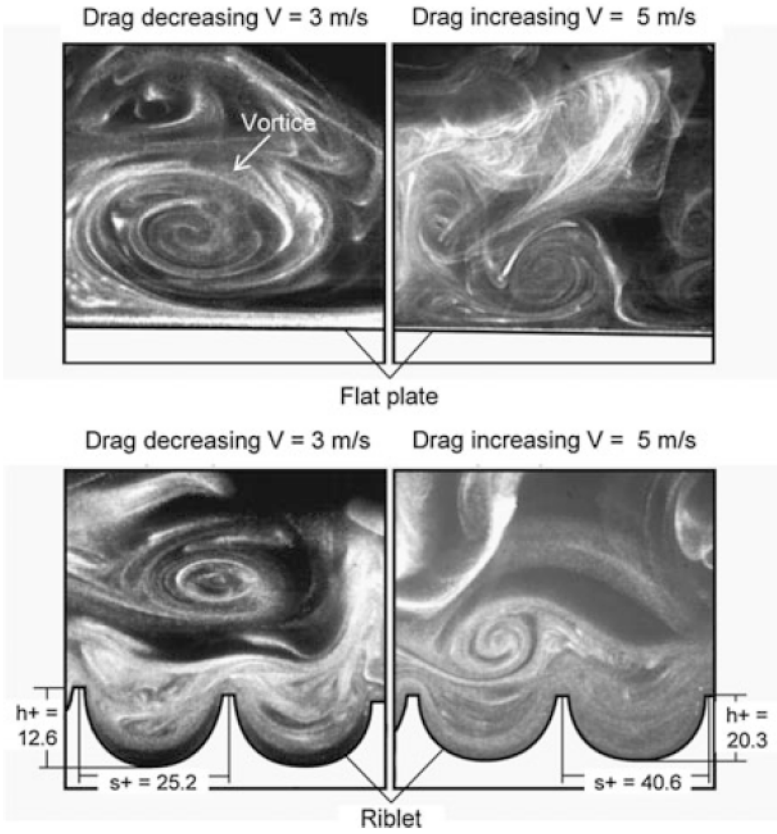


Figura 1.9. Visualizzazione del flusso che interagisce con una superficie piatta e una ribbed usando fumo di olio atomizzato bruciato nell'aria (Lee & Lee, 2001).

## 1.6 Riblets sinusoidali

Dopo i numerosi studi che si susseguirono per ottimizzare la forma delle riblets 2D (V-shaped, U-shaped etc.), divenne necessario trovare una superficie riblets che potesse produrre una più alta riduzione di resistenza, in modo che fosse maggiormente adatta alle applicazioni pratiche. Si iniziarono a investigare configurazioni di riblets tridimensionali in cui cambia la forma stessa della riblets lungo la direzione della corrente $x$ (Sasamori *et al.*, 2014). Le forme delle riblets 3D ricordano le pelle di squalo (shark skin), hanno andamento a zig-zag o sinusoidale (wavy riblets). Gruneberger *et al.* (2010) studiarono le riblets sinusoidali illustrate in figura 1.10. Invece di essere dritte, le riblets dell'esperimento sono spostate dalla loro origine in modo sinusoidale seguendo

l'andamento imposto da una funzione della coordinata $x$:

$$z = a \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

in cui $a$ denota l'ampiezza e $\lambda$ la lunghezza d'onda della deflessione sinusoidale. Il concetto alla base del funzionamento delle wavy riblets prevede di applicare

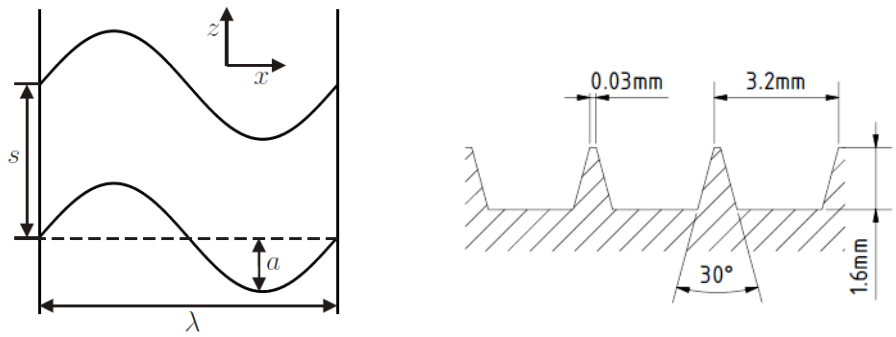


Figura 1.10. (a) Sketch dello spostamento sinusoidale. (b) Sezione trasversale usata per l'esperimento (Gruneberger *et al.*, 2010).

un'oscillazione spaziale forzando uno spostamento diretto in $z$ invece di imporre una velocità nella stessa direzione. A causa della deflessione sinusoidale delle riblets, il flusso segue un'oscillazione periodica, non nel tempo, ma nello spazio. Questa tecnica passiva non richiede alcuna energia esterna in input, ciò significa che la riduzione di resistenza equivale a un guadagno netto di potenza. I primi risultati usando un modello LES (Large Eddy Simulation) hanno mostrato un riduzione di resistenza del 14%, sollevando alcune perplessità sull'accuratezza delle tecniche utilizzate nello studio vicino a parete. I prossimi studi sulle riblets sinusoidali mirano a ottenere dei risultati più attendibili tramite DNS (Direct Numerical Simulations) e esperimenti su canale a olio (Gruneberger *et al.*, 2010).

## 1.7 Fabbricazione e nuovi sviluppi

Poichè le riblets danno una piccola riduzione di resistenza, dell'ordine del $6-8\%$, è naturale supporre che anche le misurazioni della resistenza richiedano un'estrema accuratezza. In aggiunta a questa problematica, la performance della riblet può essere abbastanza sensibile alla qualità della superficie lavorata. Una bassa qualità porta ad arrotondamenti nelle creste, aspect ratio che varia lungo la sezione e non planarità. Tutti questi parametri geometrici influenzano

la potenziale riduzione di resistenza attuata dalla superficie riblet e, modificandoli, si potrebbero riscontrare degli effetti non voluti. Anche la profondità delle scanalature merita di essere controllata con estrema precisione. Essendo dell'ordine dei micrometri, ci si aspetta che anche piccole contaminazioni delle scanalature possano degradare la riduzione di resistenza. Questa è una delle problematiche maggiori per le applicazioni pratiche delle riblets, per mezzi di trasporto in acqua e in aria (Bushnell & Hefner, 1990). Nonostante queste difficoltà, le riblets sono state progettate con una varità di polimeri e di metalli, usando diverse fabbricazioni e processi assemblativi. Le tecniche di fabbricazione includono l'uso di cunei metallici, acrilico lavorato, alluminio lavorato, polimeri estrusi o goffrati, litografia, fotolitografia, incisioni laser e più recentemente anche casting e 3D printing. In generale riblets rettangolari e U-shaped sono meno durature rispetto alle riblets triangolari, e le riblets continue sono di più facile fabbricazione rispetto a quelle segmentate o sinusoidali. Attualmente la 3M Corporation (Minneapolis, MN) produce gli unici fogli polimerici di riblets V-shaped disponibili in commercio (Bhushan, 2016). L'industria aeronautica per parecchi anni ha portato avanti le ricerche sulle superfici che potessero ridurre la resistenza e l'attrito. I benefici delle riblets sono ovvi: la presenza delle microscanalature nella direzione della corrente può ridurre il consumo di carburante di un aereo di linea all'incirca dell'1%, risparmiando in denaro e diminuendo le emissioni di $CO_2$. L'applicazione delle riblets su larghe superfici come le ali ha però sempre creato non poche difficoltà. Dal 2014, il progetto "FAMOS", in cui hanno collaborato le compagnie Airbus e Lufthansa Technik, si è attivato per studiare una soluzione automatizzata che permettesse di applicare il riblets coating su ampie zone, tra cui le ali, utilizzando un braccio robotico. Questa automazione avrebbe sicuramente avuto dei costi non eccessivi pur mantenendo la qualità. Il metodo FAMOS prevede che uno stampo in negativo sia pressato sulla vernice fresca distribuita sulla superficie di applicazione e che simultaneamente sia indurito tramite l'esposizione ai raggi UV. Una volta che lo stampo viene rimosso, sull'ala rimane il positivo del coating riblets. Oggi il progetto è giunto a una favorevole conclusione e il prossimo passo sarà l'industrializzazione della tecnologia che potrebbe diventare realtà già nel 2019 (https://www.lufthansa technik.com/famos, 2017).

## 1.8 Progetto di tesi

Il presente lavoro di tesi si colloca all'interno del Progetto Europeo Clean Sky 2, sotto il programma Horizon 2020. Seguendo le redini del precedente progetto Clean Sky, il focus rimane quello di voler creare dei trasporti che siano efficienti, ma che al contempo rispettino l'ambiente circostante. Soprattutto

per quanto riguarda l'aviazione, abbattere le emissioni di $CO_2$ diventa un problema sempre più reale. In questo contesto si inseriscono le riblets come tecnica di riduzione di resistenza passiva. Il Politecnico di Torino negli anni precedenti ha avviato uno studio sulle riblets, mettendo a punto nel laboratorio di Aeronautica Modesto Panetti una bilancia aerodinamica per la determinazione della resistenza d'attrito su placca piana. La tecnica di misura è stata validata e ritenuta idonea anche allo studio di placche riblets. Tuttavia, essendo assai complesso ottenere le specifiche tecniche desiderate per le placche riblets da studiare sperimentalmente nella galleria del vento del laboratorio, si è scelto di adottare un approccio computazionale. Lo studio verrà fatto tramite simulazioni numeriche con il software OpenFOAM 5.0, installato su un sistema operativo Linux con Ubuntu 17.10 e operativo sui cluster del centro di calcolo del Politecnico di Torino (HPC@POLITO). Il metodo sarà validato studiando prima una placca liscia e successivamente una con le microscanalature. In breve, nel Capitolo 2 si esporrà l'impostazione della simulazione su OpenFOAM, nel Capitolo 3 verrà presentata la validazione del metodo con la placca liscia e saranno elencati i risultati ottenuti per le riblets tramite post-processing e infine nel Capitolo 4 sono presenti le conclusioni e gli sviluppi futuri. In Appendice A saranno inclusi i listati dei codici utilizzati in OpenFOAM.

# Capitolo 2

# Simulazioni su OpenFOAM

## 2.1 Introduzione a OpenFOAM

OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation) è un pacchetto software CFD gratuito e open source che gode di una vasta gamma di utenti in molte aree dell'ingegneria e della scienza, sia in ambiti commerciali che accademici. All'interno di OpenFOAM ci sono una vasta gamma di funzioni che permettono di risolvere praticamente qualsiasi problema fisico, dai flussi complessi che coinvolgono reazioni chimiche ai modelli di turbolenza e trasferimento del calore solo per citarne alcuni. Più nel dettaglio, OpenFOAM è un framework che permette lo sviluppo di applicazioni eseguibili e che usa delle funzioni precompilate contenute tra una collezione di circa 100 librerie in linguaggio $C++$. Le applicazioni già presenti in OpenFOAM si dividono in due categorie: i *solvers*, che sono progettati per risolvere un particolare problema della meccanica dei fluidi (o dei continui), e le *utilities*, che servono a eseguire i compiti che coinvolgono la manipolazione dei dati. OpenFOAM riesce a gestire sia gli ambienti di post-processing che quelli di pre-processing. Le interfacce per il pre- e il post-processing sono esse stesse delle utilities, garantendo così una gestione coerente dei dati tra tutti gli ambienti. La struttura complessiva di OpenFOAM è mostrata in figura 2.1 (https://cfd.direct/openfoam/user guide, 2017). Tutto ciò che serve per gestire una simulazione in OpenFOAM è contenuto nella cartella definita *case*, a cui l'utente può assegnare il nome che ritiene più adatto, e si trova nella directory *run*. La struttura base di un case in OpenFOAM (fig. 2.2 (https://cfd.direct/openfoam/user guide, 2017)) è formata da:

- *constant* directory: contiente la descrizione completa della mesh del nostro case nella subdirectory *polyMesh* e i file che specificano le proprietà

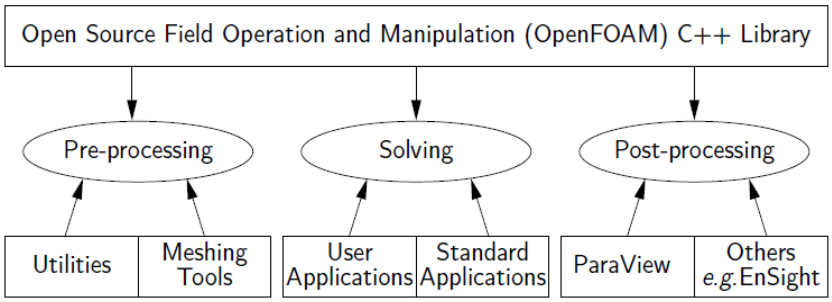


Figura 2.1. Struttura complessiva di OpenFOAM.

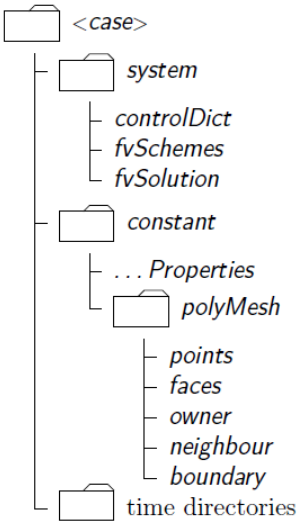


Figura 2.2. Struttura di un case in OpenFOAM.

fisiche o i modelli di turbolenza scelti per la simulazione (*transportProperties* e *turbulenceProperties*).

- *system* directory: in cui sono settati i parametri da cui dipende la procedura di risoluzione. Deve contenere almeno i tre file chiamati *controlDict*, *fvSchemes* e *fvSolutions*. Nella subdirectory controlDict sono impostati i parametri di esecuzione come start/end time, time step e write interval che stabilisce ogni quanti passi temporali della simulazione verrà salvato l'output dei dati. Nel file fvSchemes viene definito lo schema di discretizzazione usato e infine in fvSolution si impostano i risolutori

delle equazioni e altri algoritmi di controllo. Altre subdirectory tipicamente in uso da inserire in system sono *blockMeshDict*, per definire la geometria del dominio e i parametri di meshatura, *decomposeParDict*, che permette di suddividere il dominio di calcolo tra un numero ben definito di processori e lanciare in parallelo la simulazione, *snappyHexMeshDict* che ricostruisce la mesh attorno a un qualsiasi corpo a partire dalla superficie in formato *.stl*, e altri file utili ai fini del post-processing, come *sampleDict* e le *functionObjects*.

- *time* directory: contiene file individuali di dati per un campo particolare, come ad esempio la velocità e la pressione. I dati possono essere condizioni iniziali e al contorno che l'utente deve specificare per risolvere il problema in esame, oppure risultati scritti su file da OpenFOAM. È importante ricordare che tutti i campi devono essere inizializzati, anche quando la soluzione non lo richiede rigorosamente, come ad esempio per problemi stazionari. Il nome di ogni time directory corrisponde al tempo simulato al quale sono stati scritti i dati. Poichè generalmente facciamo partire la simulazione al tempo $t = 0$, le condizioni iniziali si trovano nella directory chiamata *0*, al cui interno ci sono le subdirectory *0/U* e *0/p* per velocità e pressione.

Data la vastità di problemi fisici che si possono affrontare con OpenFOAM, il software prevede l'utilizzo di diversi risolutori suddivisi tra le varie categorie della meccanica dei continui, come ad esempio flussi compressibili e incompressibili, combustione e stress analysis. Per lo studio fluidodinamico descritto in questa tesi verrà usato il solver *icoFoam* in una versione modificata mediante la tecnica della *fringe region* con l'aggiunta di una forza di volume.

## 2.2 Generazione della griglia di calcolo

OpenFOAM fornisce l'utility blockMesh per la generazione della griglia di calcolo. L'utility blockMesh crea mesh parametriche con la possibilità di inserire grading (rateo di espansione nella direzione desiderata) e spigoli curvi. La mesh è creata tramite un dizionario chiamato blockMeshDict collocato nella directory system del caso in esame. blockMesh legge questo dizionario, genera la mesh e ne salva i dati nella stessa directory nei file *points* and *faces*, *cells* e *boundary*. Il principio dietro il funzionamento di blockMesh sta nella decomposizione del dominio in un set di uno o più blocchi tridimensionali. I bordi dei blocchi possono essere linee dritte, archi o spline. In ogni direzione è possibile specificare il numero di celle che si desidera. Ogni blocco della geometria è definito da 8 vertici. I vertici devono essere scritti in una lista, in modo da

poter essere richiamati tramite il loro nome, facendo attenzione al fatto che OpenFOAM segue le convenzioni usate dal linguaggio $C++$, per cui il primo elemento sarà "0" e il secondo "1". Ogni blocco ha un sistema di coordinate locale ($x_1$, $x_2$, $x_3$) che deve essere destrogiro (https://cfd.direct/openfoam/user guide, 2017).
Le dimensioni fisiche delle placche studiate sono riportate in tabella 2.1 sia per il caso liscio che per quello con le riblets. La geometria della cresta riblets V-shaped oggetto di studio è schematizzata in figura 2.3. Le dimensioni scelte sono ottimizzate per avere $s^+ = 15$ e $h^+ = 0.7s^+$ in unità di parete. Ricordiamo che come convezione utilizzeremo per tutta la tesi la direzione $x$ streamwise, $y$ wall normale e $z$ spanwise.

| **PLACCA LISCIA** | | | |
|---|---|---|---|
| Lunghezza in $x$ | $L$ | 30 | $mm$ |
| Larghezza in $z$ | $S$ | 6 | $mm$ |
| **PLACCA RIBLETS** | | | |
| Lunghezza in $x$ | $L$ | 30 | $mm$ |
| Larghezza in $z$ | $S$ | 6 | $mm$ |
| Spacing creste in $z$ | $s_{rib}$ | 0.3 | $mm$ |
| Altezza creste in $y$ | $h_{rib}$ | 0.21 | $mm$ |
| Numero creste lungo $z$ | $N_{creste}$ | 20 | |

Tabella 2.1. Dimensioni fisiche delle placche studiate.

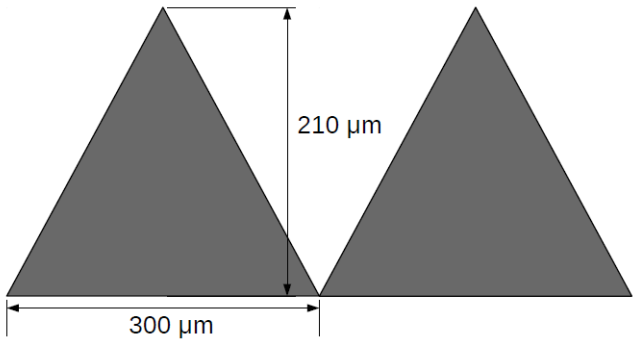


Figura 2.3. Riblets V-shaped in micrometri.

### 2.2.1 Griglia placca liscia

Una volta stabilite le dimensioni geometriche si passa alla definizione del dominio fluido che va costruito al di sopra della superficie della placca, seguendone esattamente i contorni. In figura 2.4 è schematizzata la geometria oggetto di studio. Tramite l'utility blockMesh in questo caso è sufficiente utilizzare dei

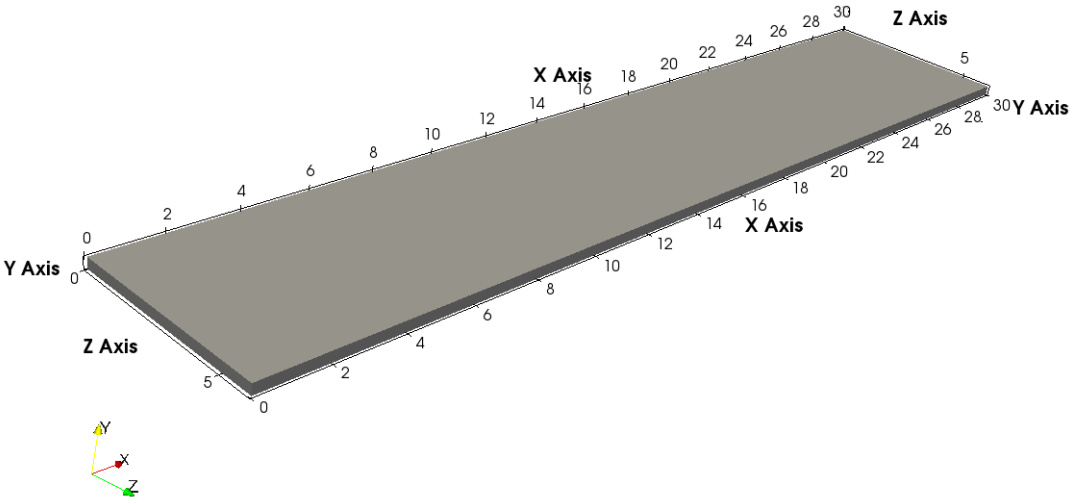


Figura 2.4. Forma in millimetri e orientazione assi per la placca liscia.

blocchi parallelepipedi con 8 vertici e sei facce sovrapposti. Sono stati creati 4 blocchi (numerati da 0 a 3), la cui disposizione è rappresentata in figura 2.5. Inoltre, dal momento che è necessario avere una griglia maggiormente rifinita nella zona vicino a parete, si inserisce un fattore di grading, gestito dalla relazione

$$ER = \frac{\delta_e}{\delta_s}$$

in cui $\delta_e$ e $\delta_s$ indicano rispettivamente la lunghezza dell'ultima cella e della prima, mentre $ER$ sta per expansion ratio. La risoluzione della griglia in $y$ deve essere tale almeno da vedere $\Delta y^+ \simeq 1$ o inferiore in termini di unità di parete, mentre nella parte più lasca può arrivare anche a $\Delta y^+ \simeq 10$. In $x$ e $z$ in base alle strutture turbolente che vogliamo descrivere, la risoluzione in unità di parete deve essere $\Delta x^+ \simeq 8 - 10$ e $\Delta z^+ \simeq 6 - 8$ rispettivamente. Le impostazioni scelte per il dominio fluido della placca liscia sono riportate in tabella 2.2. Una rappresentazione non in scala è mostrata in figura 2.6, mentre in figura 2.7 possiamo vedere un dettaglio della griglia usata per la simulazione con la placca liscia . D'ora in avanti con $Nx$, $Ny$ e $Nz$ si indicheranno rispettivamente il numero di celle in direzione $x$, $y$ e $z$. Per determinare la risoluzione spaziale

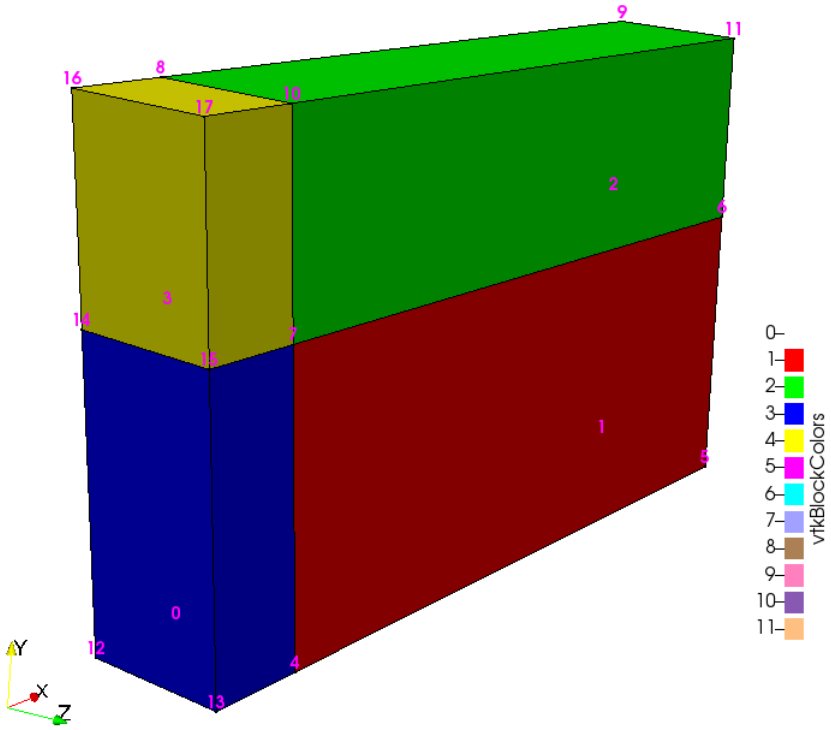


Figura 2.5. Blocchi parallelepipedi per il dominio fluido della placca liscia, non in scala.

della griglia si useranno le seguenti espressioni:

$$\Delta x = \frac{L}{Nx} \qquad \Delta y = \frac{H}{Ny} \qquad \Delta z = \frac{S}{Nz}$$

Essendo presente del grading in $y$ e $x$, il $\Delta$ che si ricava corrisponde alla dimensione dell'ultima cella del blocco in questione, ossia alla dimensione della prima cella moltiplicata per il fattore di stiramento. Le dimensioni totali del dominio fluido per la simulazione della placca liscia sono, rispettivamente lungo $x$, $y$ e $z$:

$$L_{tot} = 30mm \qquad H_{tot} = 20mm \qquad S_{tot} = 6mm$$

| PLACCA LISCIA - DOMINIO FLUIDO | | | |
|---|---|---|---|
| Lunghezza in $x$ blocco 0 | $Lx_0$ | 26.4 | $mm$ |
| Altezza in $y$ blocco 0 | $Ly_0$ | 12 | $mm$ |
| Larghezza in $z$ blocco 0 | $Lz_0$ | 6 | $mm$ |
| Lunghezza in $x$ blocco 1 | $Lx_1$ | 26.4 | $mm$ |
| Altezza in $y$ blocco 1 | $Ly_1$ | 8 | $mm$ |
| Larghezza in $z$ blocco 1 | $Lz_1$ | 6 | $mm$ |
| Lunghezza in $x$ blocco 2 | $Lx_2$ | 3.6 | $mm$ |
| Altezza in $y$ blocco 2 | $Ly_2$ | 12 | $mm$ |
| Larghezza in $z$ blocco 2 | $Lz_2$ | 6 | $mm$ |
| Lunghezza in $x$ blocco 3 | $Lx_3$ | 3.6 | $mm$ |
| Altezza in $y$ blocco 3 | $Ly_3$ | 8 | $mm$ |
| Larghezza in $z$ blocco 3 | $Lz_3$ | 6 | $mm$ |
| Celle in $x$ blocco 0 | $Nx_0$ | 250 | |
| Celle in $y$ blocco 0 | $Ny_0$ | 140 | |
| Celle in $z$ blocco 0 | $Nz_0$ | 70 | |
| Celle in $x$ blocco 1 | $Nx_1$ | 250 | |
| Celle in $y$ blocco 1 | $Ny_1$ | 34 | |
| Celle in $z$ blocco 1 | $Nz_1$ | 70 | |
| Celle in $x$ blocco 2 | $Nx_2$ | 40 | |
| Celle in $y$ blocco 2 | $Ny_2$ | 140 | |
| Celle in $z$ blocco 2 | $Nz_2$ | 70 | |
| Celle in $x$ blocco 3 | $Nx_3$ | 40 | |
| Celle in $y$ blocco 3 | $Ny_3$ | 34 | |
| Celle in $z$ blocco 3 | $Nz_3$ | 70 | |
| Celle totali | $N_{tot}$ | 3532200 | |
| Grading in $x$ blocco 0 | $ERx_0$ | 6 | |
| Grading in $y$ blocco 0 | $ERy_0$ | 25 | |
| Grading in $z$ blocco 0 | $ERz_0$ | 1 | |
| Grading in $x$ blocco 1 | $ERx_1$ | 6 | |
| Grading in $y$ blocco 1 | $ERy_1$ | 1 | |
| Grading in $z$ blocco 1 | $ERz_1$ | 1 | |
| Grading in $x$ blocco 2 | $ERx_2$ | 0.1 | |
| Grading in $y$ blocco 2 | $ERy_2$ | 25 | |
| Grading in $z$ blocco 2 | $ERz_2$ | 1 | |
| Grading in $x$ blocco 3 | $ERx_3$ | 0.1 | |
| Grading in $y$ blocco 3 | $ERy_3$ | 1 | |
| Grading in $z$ blocco 3 | $ERz_3$ | 1 | |

Tabella 2.2. Impostazioni dominio fluido per la placca liscia.

| | **BLOCCO 0** | | |
|---|---|---|---|
| | **x** | **y** | **z** |
| **Larghezza prima cella [m]** | 3,78E-05 | 1,14E-05 | 8,57E-05 |
| **Larghezza ultima cella [m]** | 2,27E-04 | 2,86E-04 | 8,57E-05 |
| | **BLOCCO 1** | | |
| | **x** | **y** | **z** |
| **Larghezza prima cella [m]** | 3,78E-05 | 2,35E-04 | 8,57E-05 |
| **Larghezza ultima cella [m]** | 2,27E-04 | 2,35E-04 | 8,57E-05 |
| | **BLOCCO 2** | | |
| | **x** | **y** | **z** |
| **Larghezza prima cella [m]** | 2,28E-04 | 1,14E-05 | 8,57E-05 |
| **Larghezza ultima cella [m]** | 2,28E-05 | 2,86E-04 | 8,57E-05 |
| | **BLOCCO 3** | | |
| | **x** | **y** | **z** |
| **Larghezza prima cella [m]** | 2,28E-04 | 2,35E-04 | 8,57E-05 |
| **Larghezza ultima cella [m]** | 2,28E-05 | 2,35E-04 | 8,57E-05 |

Tabella 2.3. Risoluzione spaziale della griglia per la placca liscia.

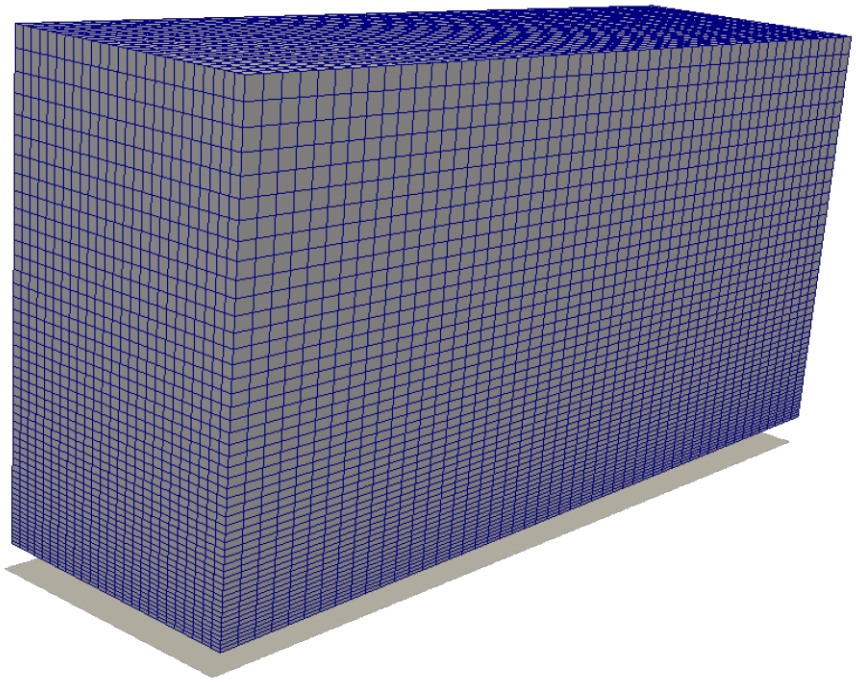

Figura 2.6. Estensione del dominio fluido sopra la placca liscia, disegno non in scala.

### 2.2.2 Griglia placca riblets

La placca con le riblets ha le stesse dimensioni geometriche della placca liscia, in modo da poter effettuare un confronto tra le due. In una larghezza di soli 6 $mm$ sono presenti 20 microcreste. In figura 2.8 è rappresentata la superficie da studiare, con dimensioni e orientamento degli assi. Per definire il dominio fluido, a differenza del caso precedente, non basta più un unico blocco. Nel dizionario blockMeshDict è possibile definire dei blocchi tridimensionali che abbiano sempre 8 vertici, ma che non siano propriamente dei parallelepipedi. Infatti, avendo la necessità di creare un dominio fluido che seguisse perfettamente la geometria delle creste riblets, si è scelto di definire dei blocchi trapezoidali. Ogni blocco trapezoidale ha 8 vertici e descrive mezza cresta della riblets. Il blocco affiancato al primo sarà il suo simmetrico rispetto all'asse $y$, e in questo modo si definisce l'altra metà della microscanalatura. Poichè il dominio fluido deve estendersi per un'altezza molto maggiore di $h_{rib}$, sopra il blocco trapezio si definiscono altre due serie di blocchi semplici parallelepipedi. In questo modo è possibile gestire più facilmente grading e numero di celle della griglia. Inoltre, non rendendo eccessivamente alto il blocco trapezio, si riesce

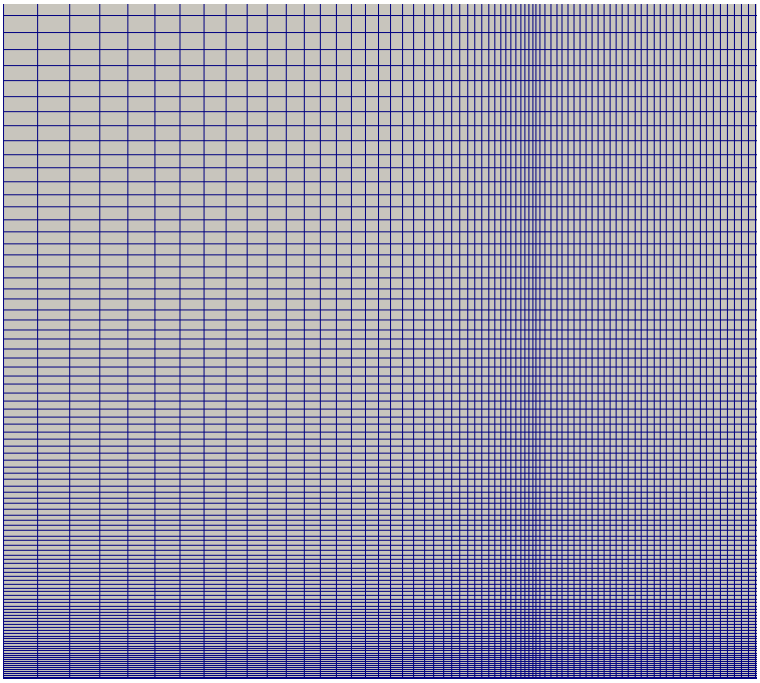

Figura 2.7. Dettaglio della mesh utilizzata per la simulazione con la placca liscia.

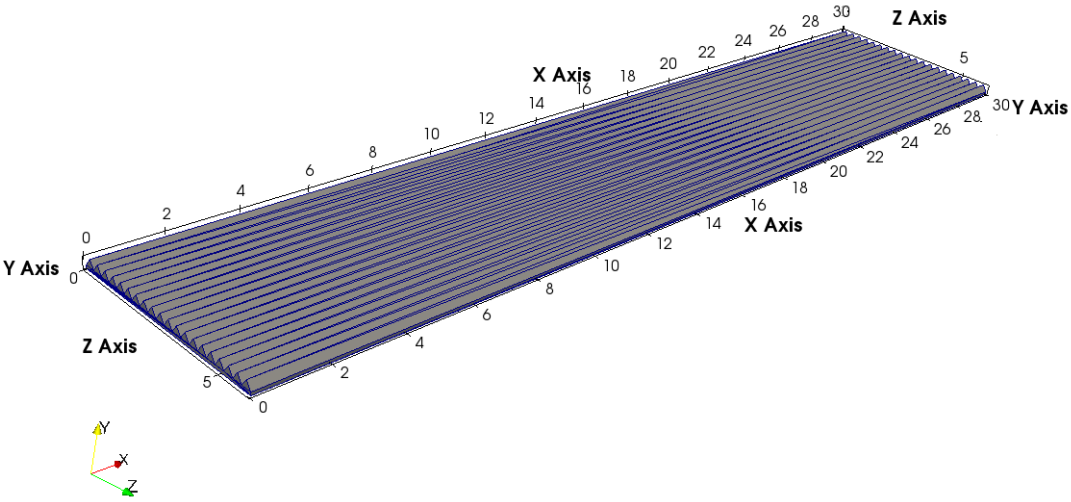


Figura 2.8. Forma in millimetri e orientazione assi per la placca riblets.

a ottenere una griglia non troppo distorta, cosa che giova notevolmente alla stabilità della simulazione. La griglia finale che si ottiene sfruttando l'utility

blockMesh è stutturata, con 5600000 celle. Nelle prime righe del codice per la generazione della griglia, si definiscono in modo parametrico le dimensioni geometriche, il numero di celle e ratei di espansione, in modo che possano essere agevolmente studiate differenti tipologie di riblets. La risoluzione della griglia in unità di parete deve passare da $\Delta y^+ \simeq 1$ o inferiore a $\Delta y^+ \simeq 10$, mentre nelle altre due direzioni $\Delta x^+ \simeq 8 - 10$ e $\Delta z^+ \simeq 6 - 8$. In figura 2.9 è rappresentata l'unità ripetitiva base che definisce il dominio fluido della simulazione sulla placca riblets. Ovviamente per simulare 20 creste, sono necessari 20 unità come quelle definite in precedenza. L'intero dominio fluido è sche-

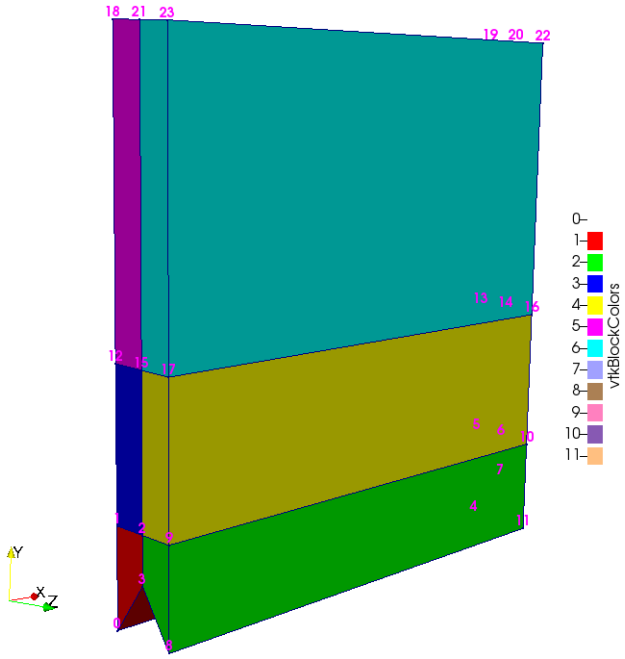


Figura 2.9. Unità base per il dominio fluido della placca riblets, non in scala.

matizzato in figura 2.10, in cui si vede come esso debba seguire perfettamente la geometria delle creste riblets. In tabella 2.4 sono riportate le principali impostazioni scelte per definire il dominio fluido della placca riblets, mentre in figura 2.11, sono mostrati dei dettagli della mesh per la zona di definizione delle creste nel dominio fluido. Tramite l'utility di OpenFOAM *checkMesh* la mesh è stata verificata risultando idonea (output in figura 2.12). Infine, in Appendice A è trascritto l'intero listato del codice di generazione della mesh. Le dimensioni totali del dominio fluido per la simulazione della placca riblets sono, rispettivamente lungo $x$, $y$ e $z$:

$$L_{tot} = 30mm \qquad H_{tot} = 30mm \qquad S_{tot} = 6mm$$

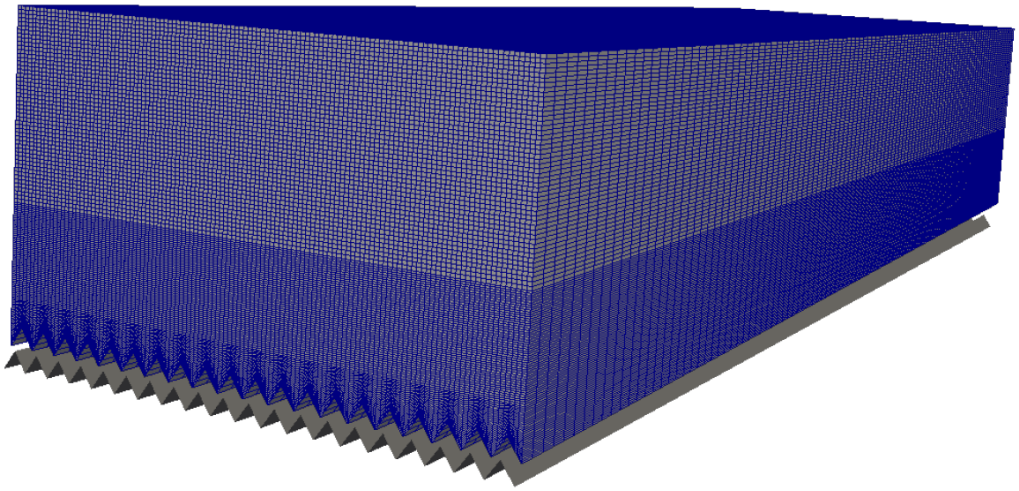

Figura 2.10. Dominio fluido per la placca riblets, non in scala.

I parametri geometrici delle riblets V-shape simulate invece risultano:

$$s_{rib} = 0.3mm \qquad h_{rib} = 0.21mm \qquad N_{creste} = 20$$

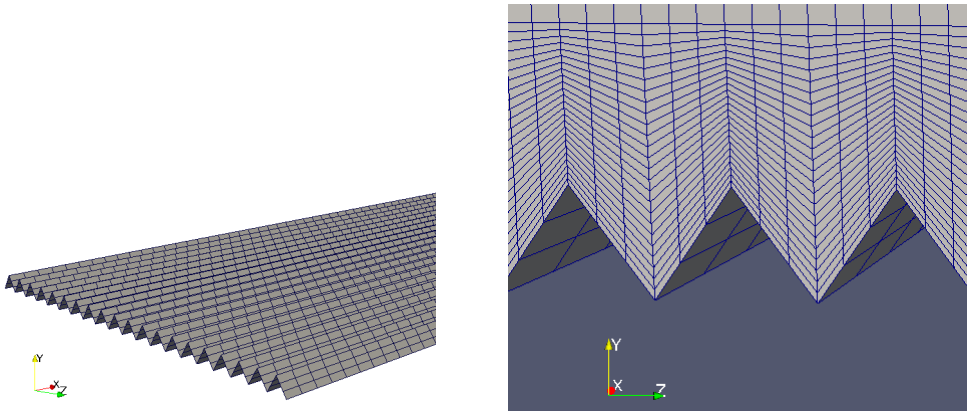


Figura 2.11. Dettaglio mesh per la placca riblets: (a) Parte inferiore del dominio fluido, che definisce la superficie solida. (b) Particolare della mesh nel blocco trapezio.

| PLACCA RIBLETS - DOMINIO FLUIDO | | | |
|---|---|---|---|
| Lunghezza in $x$ blocco trapezio | $Lx_t$ | 30 | $mm$ |
| Altezza in $y$ blocco trapezio | $Ly_t$ | 0.5 | $mm$ |
| Larghezza in $z$ blocco trapezio | $Lz_t$ | 0.15 | $mm$ |
| Lunghezza in $x$ blocco 1 | $Lx_1$ | 30 | $mm$ |
| Altezza in $y$ blocco 1 | $Ly_1$ | 10 | $mm$ |
| Larghezza in $z$ blocco 1 | $Lz_1$ | 0.15 | $mm$ |
| Lunghezza in $x$ blocco 2 | $Lx_2$ | 30 | $mm$ |
| Altezza in $y$ blocco 2 | $Ly_2$ | 20 | $mm$ |
| Larghezza in $z$ blocco 2 | $Lz_2$ | 0.15 | $mm$ |
| Celle in $x$ blocco trapezio | $Nx_t$ | 200 | |
| Celle in $y$ blocco trapezio | $Ny_t$ | 25 | |
| Celle in $z$ blocco trapezio | $Nz_t$ | 4 | |
| Celle in $x$ blocco 1 | $Nx_1$ | 200 | |
| Celle in $y$ blocco 1 | $Ny_1$ | 100 | |
| Celle in $z$ blocco 1 | $Nz_1$ | 4 | |
| Celle in $x$ blocco 2 | $Nx_2$ | 200 | |
| Celle in $y$ blocco 2 | $Ny_2$ | 50 | |
| Celle in $z$ blocco 2 | $Nz_2$ | 4 | |
| Celle totali | $N_{tot}$ | 5600000 | |
| Grading in $x$ blocco trapezio | $ERx_t$ | 1 | |
| Grading in $y$ blocco trapezio | $ERy_t$ | 1 | |
| Grading in $z$ blocco trapezio | $ERz_t$ | 1 | |
| Grading in $x$ blocco 1 | $ERx_1$ | 1 | |
| Grading in $y$ blocco 1 | $ERy_1$ | 14 | |
| Grading in $z$ blocco 1 | $ERz_1$ | 1 | |
| Grading in $x$ blocco 2 | $ERx_2$ | 1 | |
| Grading in $y$ blocco 2 | $ERy_2$ | 2 | |
| Grading in $z$ blocco 2 | $ERz_2$ | 1 | |

Tabella 2.4. Impostazioni dominio fluido per la placca riblets.

| | **BLOCCO TRAPEZIO** | | |
|---|---|---|---|
| | **x** | **y** | **z** |
| **Larghezza prima cella [m]** | 1,50E-04 | 2,00E-05 | 3,75E-05 |
| **Larghezza ultima cella [m]** | 1,50E-04 | 2,00E-05 | 3,75E-05 |
| | **BLOCCO 1** | | |
| | **x** | **y** | **z** |
| **Larghezza prima cella [m]** | 1,50E-04 | 2,02E-05 | 3,75E-05 |
| **Larghezza ultima cella [m]** | 1,50E-04 | 2,83E-04 | 3,75E-05 |
| | **BLOCCO 2** | | |
| | **x** | **y** | **z** |
| **Larghezza prima cella [m]** | 1,50E-04 | 2,77E-04 | 3,75E-05 |
| **Larghezza ultima cella [m]** | 1,50E-04 | 5,54E-04 | 3,75E-05 |

Tabella 2.5. Risoluzione spaziale della griglia per la placca riblets.

```
Checking geometry...
    Overall domain bounding box (0 0 0) (0.03 0.0305 0.006)
    Mesh has 3 geometric (non-empty/wedge) directions (1 1 1)
    Mesh has 3 solution (non-empty) directions (1 1 1)
    Boundary openness (9.43117e-15 8.01838e-17 1.2558e-13) OK.
    Max cell openness = 4.67334e-16 OK.
    Max aspect ratio = 20.2688 OK.
    Minimum face area = 4.74375e-10. Maximum face area = 8.31103e-08.  Face area magnitudes OK.
    Min volume = 7.11562e-14. Max volume = 3.11664e-12.  Total volume = 5.4711e-06.  Cell volumes OK.
    Mesh non-orthogonality Max: 53.9131 average: 10.0309
    Non-orthogonality check OK.
    Face pyramids OK.
    Max skewness = 3.43 OK.
    Coupled point location match (average 0) OK.

Mesh OK.

End
```

Figura 2.12. Output a schermo dell'utility checkMesh.

## 2.3 Tecnica della fringe region

In molti dei problemi studiati dalla fluidodinamica computazionale ci si trova di fronte a domini infiniti o semi infiniti, che per ovvie ragioni computazionali devono essere resi finiti. Per ricondurre il dominio computazionale a un dominio finito si utilizzano delle condizioni al contorno fittizie. Attraverso queste condizioni artificiali, le informazioni sono trasferite dalla soluzione nel dominio esterno alla soluzione nel dominio computazionale. Il tipo di informazioni e il modo in cui vengono comunicate contraddistinguono quelle che in letteratura rappresentano le diverse tipologie di condizioni al contorno. Le condizioni al contorno fittizie con l'aggiunta delle condizioni al contorno numeriche, devono portare a un problema continuo, ben posto, stabile e discreto. Per eliminare le difficoltà che spesso si incontrano nella loro definizione e facilitare l'uso dei metodi di Fourier, è stata impiegata la tecnica della fringe region, originariamente introdotta da Spalart (1988), nelle simulazioni numeriche dirette di strato limite transizionale e turbolento. Il dominio computazionale risulta diviso in una regione utile e in una fringe region (Nordstrom *et al.*, 1999). Il metodo della fringe region per simulazioni numeriche che interessano lo sviluppo dello strato limite da laminare a turbolento è efficiente e molto accurato. Per capire come funziona la tecnica della fringe region, consideriamo uno generico strato limite turbolento che si sviluppa sotto gradiente di pressione nullo. Per essere maggiormente vicini alla sua naturale evoluzione, scegliamo un dominio numerico che abbia in ingresso un flusso a profilo laminare, come ad esempio quello prodotto dalla soluzione di Blasius con un certo spessore $\delta_0$. Ovviamente includere nel dominio la transizione da laminare a turbolento e lasciare che il flusso raggiunga una turbolenza completamente sviluppata, potrebbe essere troppo costoso in termini computazionali e richiederebbe una lunghezza del dominio eccessiva. Per aggirare questo problema, si aggiunge una debole forza

di volume casuale (trip forcing) a una certa coordinata lungo la direzione della corrente $x$, in modo che il flusso si sottoponga a transizione e da quel punto in poi si abbia un regime turbolento. Si deve porre particolare attenzione proprio lungo $x$, poichè lo strato limite cresce andando verso valle e di conseguenza non esiste una naturale periodicità in quella direzione. Con lo scopo di creare artificialmente un dominio computazionale periodico, si introduce una fringe region. L'effetto della fringe region è quello di smorzare a zero le fluttuazioni e di ricondurre il campo di velocità alla soluzione laminare di Blasius in modo tale che ci siano minimi effetti a monte (Mishra & Skote, 2015). La forza di volume $\mathbf{F_i}$ è introdotta nell'equazione della quantità di moto:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{U} + \mathbf{F_i} \tag{2.1}$$

in cui $\mathbf{F_i}$ è pari a

$$\mathbf{F_i} = \lambda\left(x\right)\left(\tilde{u_i} - u_i\right) \tag{2.2}$$

L'ampiezza della forza è quantificata da $\lambda(x)$, mentre $\tilde{u_i}$ è la velocità del profilo laminare in ingresso. La funzione $\lambda(x)$ a sua volta è definita come

$$\lambda\left(x\right) = \lambda_{max} f\left(x\right) \tag{2.3}$$

in cui $\lambda_{max}$ è un coefficiente che stabilisce la massima ampiezza della fringe. A questo punto è necessario definire la funzione $f(x)$ in modo che si adatti al tipo di problema che stiamo studiando. Tale funzione dipende dalle coordinate spaziali che definiscono l'estensione della fringe region $x_{start}$ e $x_{end}$, e da un'altra funzione che stabilisce quando la fringe region è attiva e quando è pari a zero. In figura 2.13 è schematizzato il generico setup computazionale. È importante precisare che il metodo della fringe region insieme alle condizioni al contorno periodiche sul dominio computazionale non implicano alcuna periodicità nel dominio fisico. La fringe region è una tecnica interamente numerica che serve a rendere periodico un dominio che naturalmente non lo è. Di conseguenza, questo metodo è completamente estraneo al setup fisico di uno strato limite che si sviluppa spazialmente fino a diventare completamente turbolento (Schlatter *et al.*, 2014). Il fenomeno non fisico che si verifica nella fringe region non invalida la soluzione nella restante parte del dominio computazionale.

## 2.4 Il risolutore IcoFoam

IcoFoam è un application solver che gestisce le equazioni di Navier-Stokes per flussi laminari, incompressibili e instazionari usando l'algoritmo PISO (Pressure Implicit Splitting of Operators). L'algoritmo risolve l'equazione di continuità e l'equazione di bilancio della quantità di moto, con l'aggiunta delle

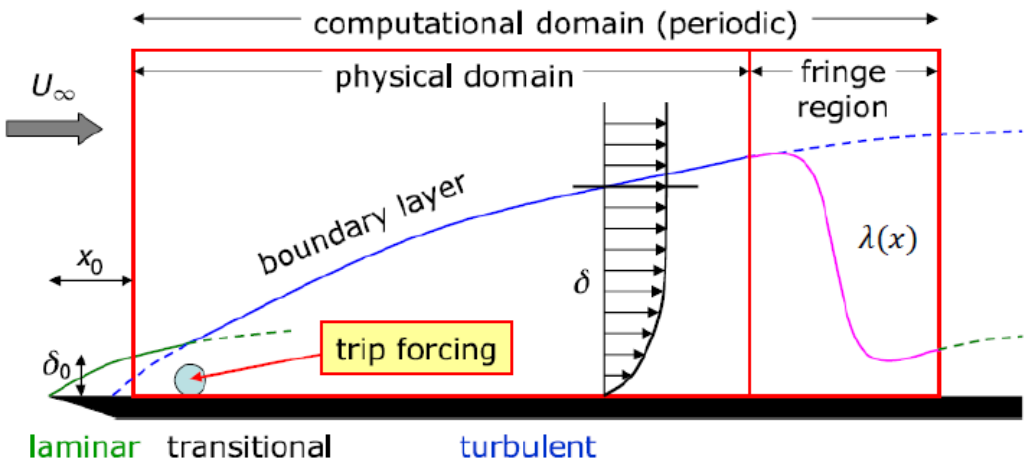


Figura 2.13. Schema del dominio computazionale con la fringe region e la posizione della forza di volume. Il flusso in ingresso è laminare con uno spessore di strato limite finito $\delta_0$. La fringe region è collocata a valle alla fine del dominio per imporre le condizioni al contorno periodiche nella direzione della corrente $x$ (Schlatter *et al.*, 2014).

condizioni iniziali e al contorno:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} u_x) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u_x \tag{2.5}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} u_y) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 u_y \tag{2.6}$$

$$\frac{\partial u_z}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} u_z) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 u_z \tag{2.7}$$

in cui $\mathbf{u}$ è il campo di velocità, $p$ il campo di pressione relativa e $\nu$ la viscosità cinematica. Si tratta di un problema non lineare, abbiamo 3 equazioni per 4 incognite ($u_x$, $u_y$, $u_z$ e $p$) più un'equazione di vincolo sulla velocità ($\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$). Per trovare $\mathbf{u}$ è necessario conoscere $p$ e viceversa. Le equazioni devono quindi essere risolte in modo sequenziale iterando finchè tutti i campi non sono corretti. L'algoritmo PISO per i flussi time-dependent ha il seguente sviluppo:

1. impostare le condizioni iniziali e al contorno;

2. risolvere l'equazione del bilancio di quantità di moto discretizzata e calcolare un campo di velocità intermedio;

3. calcolare i flussi di massa alle facce delle celle;
4. risolvere l'equazione per la pressione;
5. correggere i flussi di massa alle facce delle celle;
6. correggere le velocità sulla base del nuovo campo di pressione;
7. aggiornare le condizioni al contorno;
8. ripetere dal passo 3 per il numero di volte prestabilito;
9. incrementare il passo temporale e ripetere dal passo 1.

Sotto forma di diagramma di flusso, gli step dell'algoritmo PISO sono rappresentati in figura 2.14.

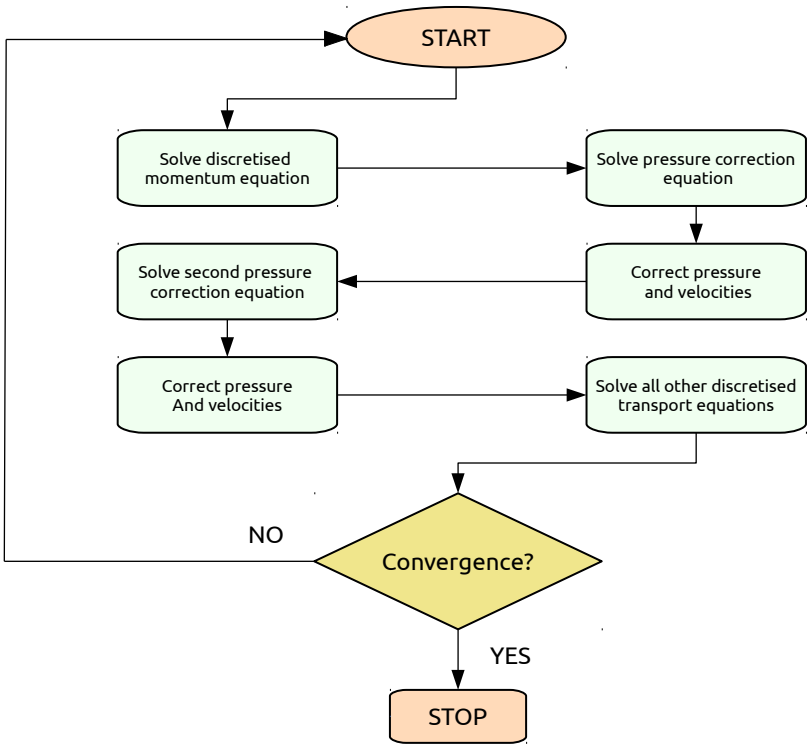


Figura 2.14. Diagramma di flusso dell'algoritmo PISO.

### 2.4.1 IcoFoam body force

Le simulazioni svolte per il presente lavoro di tesi sono state state realizzate con il risolutore icoFoam modificato in modo da prevedere l'inserimento di una fringe region. Poichè ci interessa studiare un flusso che sia completamente turbolento, abbiamo bisogno di un disturbo iniziale che perturbi il campo di velocità. In sostanza, lo scopo principale è quello di riuscire a rendere turbolento il flusso in poco tempo e senza dover utilizzare un dominio computazionale eccessivamente grande. La fringe region infatti, rende il dominio periodico nella direzione della corrente e in $z$. Per prima cosa con consideriamo l'equazione di bilancio di quantità di moto, scritta in forma vettoriale e con la presenza di una forza di volume $\mathbf{f_i}$:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{U} + \mathbf{f_i}$$

La forza di volume è a sua volta definita come

$$\mathbf{f_i} = -\lambda\left(x\right)\left(\mathbf{U} - \mathbf{U_{obiettivo}}\right)$$

in cui $\mathbf{U}$ è il vettore velocità attuale, mentre $\mathbf{U_{obiettivo}}$ è il vettore velocità desiderato. In particolare, abbiamo che $\mathbf{U_{obiettivo}}$ è pari a

$$\mathbf{U_{obiettivo}} = \mathbf{U}(\mathbf{y}) + \mathbf{U_{perturbazione}}$$

che rappresentano una velocità media del profilo di strato limite e una velocità che contiene al suo interno una perturbazione. Per la funzione $\lambda\left(x\right)$ è stata utilizzata l'espressione

$$\lambda\left(x\right) = \frac{c}{2}\left(1 - \tanh\left(a\left(x - x_1\right)\right)\tanh\left(a\left(x - x_2\right)\right)\right) coeff$$

In questa espressione la quantità $c/2$ equivale all'ampiezza della forza, $x_1$ e $x_2$ sono le coordinate lungo l'asse $x$ in cui la fringe region inizia e finisce (considerando un dominio lungo 30 $mm$ in $x$), mentre $a$ e $coeff$ sono dei coefficienti numerici che gestiscono la forma della funzione. La fringe region risulta posizionata in ingresso, ossia nei primi millimetri di estensione del dominio. Sono stati imposti i seguenti valori:

$$x_1 = 1mm \qquad x_2 = 4mm \qquad c = 1 \qquad a = 6 \qquad coeff = 5000$$

In figura 2.15 è rappresentata la funzione $\lambda(x)$ che caratterizza la fringe region. A questo punto dobbiamo stabilire che valore dare al vettore velocità $\mathbf{U_{perturbazione}}$. Per avere una perturbazione nel tempo, si è scelto di utilizzare

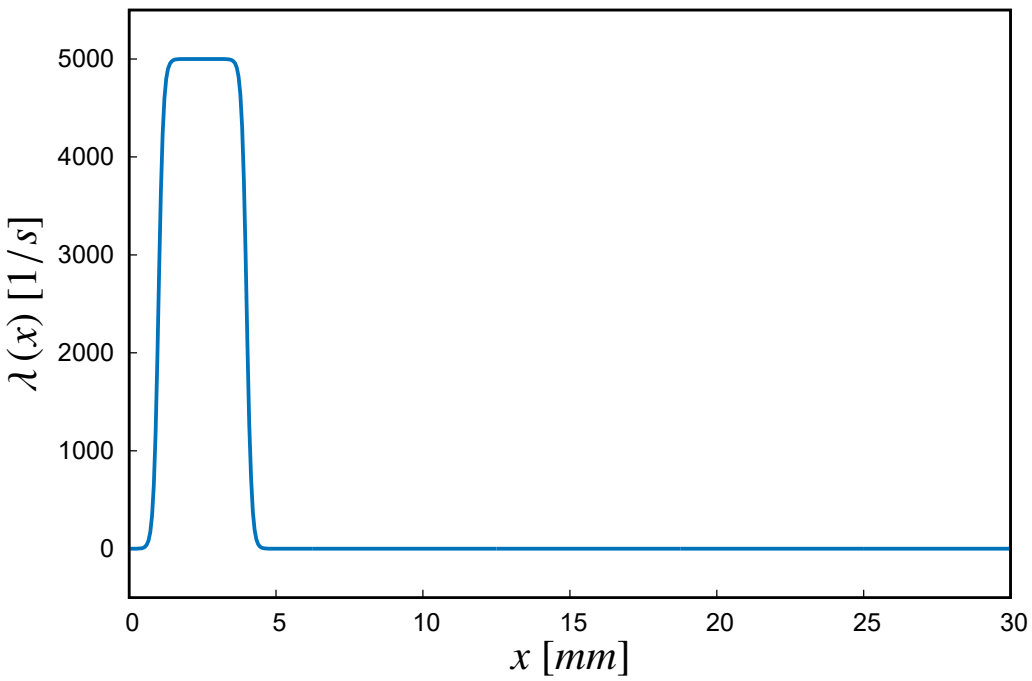


Figura 2.15. Fringe region.

tre vortici di Taylor-Green in $x$, $y$ e $z$. In figura 2.16 è rappresentata schematicamente la posizione dei vortici nei piani formati dalle direzioni $x$, $y$ e $z$. Il meccanismo dinamico fondamentale coinvolto nei flussi turbolenti 3D omogenei è l'incremento di vorticità, dovuto al vortex stretching, e la conseguente generazione di vortici di piccola scala. Questo processo controlla la dinamica dell'energia turbolenta e quindi la struttura globale e l'evoluzione del flusso. Un prototipo di questo processo è dato dal vortice di Taylor-Green (denotato come TG), che è forse il sistema più semplice in cui studiare la generazione delle piccole scale e la turbolenza risultante da esse (Brachet *et al.*, 1983). Il vettore velocità $\mathbf{U_{perturbazione}}$ introdotto ha componenti

$$\mathbf{U_{perturbazione}} = (u_{pert}, v_{pert}, w_{pert})$$

Esplicitamente, ogni componente di velocità è data dalla relazione

$$\mathbf{u_{pert}} = \left[a_1\mathbf{u^{TGx}} + b_1\mathbf{u^{TGy}} + c_1\mathbf{u^{TGz}}\right] \cdot F(y) \cdot \cos(\omega t) \tag{2.8}$$

Il coefficiente $a_1$ è circa pari al 10% di $U_0$, mentre $b_1$ e $c_1$ sono circa il 5% di $U_0$. La soluzione del vortice di Taylor-Green bidimensionale per Navier-Stokes

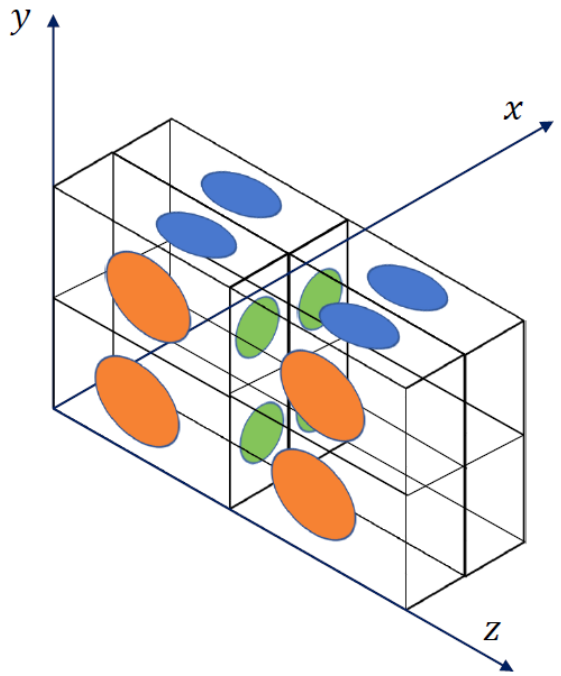


Figura 2.16. Vortici di Taylor-Green per le direzioni $x$, $y$ e $z$.

incomprimibile è definita dalle seguenti espressioni:

$$\mathbf{u^{TGx}} = \begin{cases} u = 0 \\ v = -\cos(k_z)\sin(k_y) \\ w = \sin(k_z)\cos(k_y) \end{cases} \qquad \text{asse } \omega \parallel x$$

$$\mathbf{u^{TGy}} = \begin{cases} u = \sin(k_x)\cos(k_z) \\ v = 0 \\ w = -\cos(k_x)\sin(k_z) \end{cases} \qquad \text{asse } \omega \parallel y$$

$$\mathbf{u^{TGz}} = \begin{cases} u = \sin(k_x)\cos(k_y) \\ v = -\cos(k_x)\sin(k_y) \\ w = 0 \end{cases} \qquad \text{asse } \omega \parallel z$$

La componente di velocità del vortice di Taylor-Green che ha vorticità parallela all'asse $x$ è la più rilevante. Con $k_x$, $k_y$ e $k_z$ si indicano i numeri d'onda, esplicitamente:

$$\begin{cases} k_x = \frac{2\pi}{L_z}, & \text{ampiezza } \alpha_1 \\ k_y = k_z = \frac{4\pi}{L_z}, & \text{ampiezza } \alpha_2 \text{ e } \alpha_3 \end{cases}$$

in cui $L_z$ è la lunghezza d'onda. È importante avere la periodicità in $z$. I numeri d'onda $k_y$ e $k_z$ sono sfasati rispetto a $k_x$ e con un'ampiezza minore

$$\alpha_2 \simeq \alpha_3 < \alpha_1$$

Ora analizziamo gli altri termini dell'equazione 2.8. La funzione $F(y)$ controlla la forma del profilo di strato limite in ingresso e attenua il disturbo. Si sceglie una legge di potenza del tipo

$$F(y) = 1 - e^{-10\left(\frac{y}{\delta}\right)^2} \tag{2.9}$$

In figura 2.17 è rappresentato l'andamento del profilo di strato limite con la legge di potenza scelta. La frequenza da mettere nel termine $\cos(\omega t)$ deve

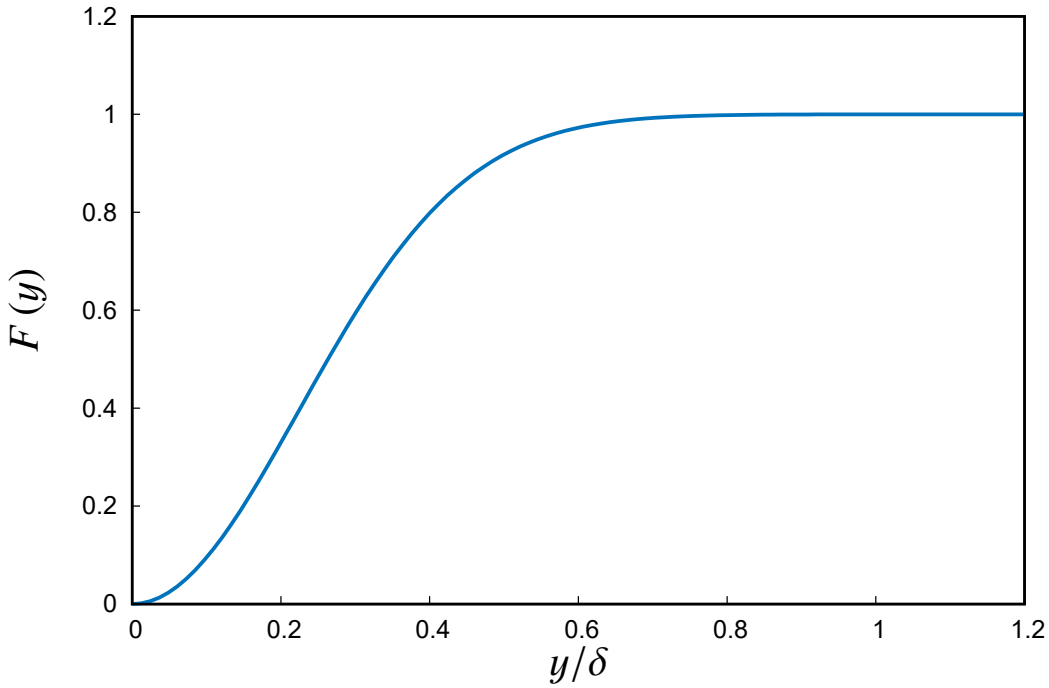


Figura 2.17. Profilo di strato limite con legge di potenza.

rientrare nell'intervallo di frequenze entro le quali si garantisce che il disturbo introdotto nello strato limite sia instabile. Questo è necessario in quanto vogliamo utilizzare questa instabilità come innesco alla transizione a strato limite turbolento in poco spazio. Consideriamo le curve di stabilità neutra per la lunghezza d'onda del disturbo in funzione del numero di Reynolds per uno

strato limite su una placca piana a incidenza nulla (profilo di Blasius), come riportate da Schlichting (1979) in figura 2.18. Entrando nel grafico con un certo $Re_{\delta*}$, si ottiene un intervallo di valori per $k\delta^*$, ossia il prodotto del numero d'onda per lo spessore di spostamento. Avendo ipotizzato un $Re_{\delta^*} \simeq 2000$, approssimativamente potremmo prendere come valore

$$k\delta^* = \frac{2\pi f}{U}\delta^* = \frac{\omega}{U}\delta^* \simeq 0.2$$

A posteriori noti i valori scelti per la simulazione $U_e = 10\ m/s$ e $\delta = 0.01\ m$,

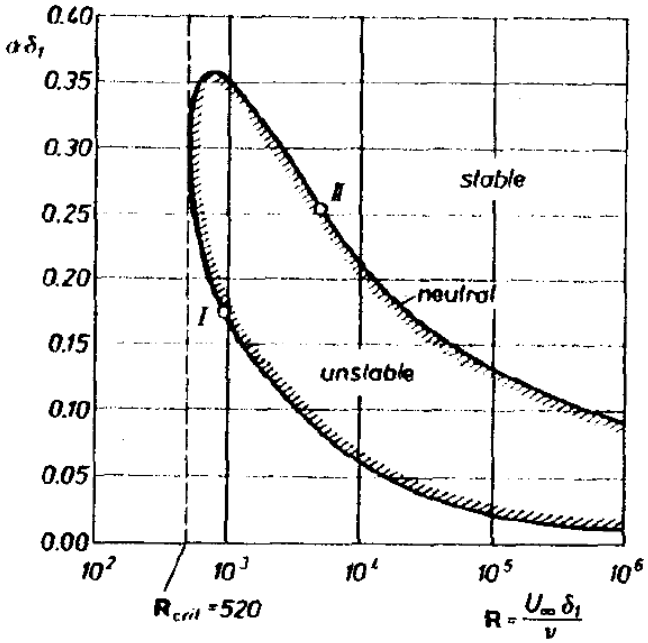


Figura 2.18. Curve di stabilità neutra per la lunghezza d'onda del disturbo in funzione del numero di Reynolds per uno strato limite su una placca piana a incidenza nulla (Schlichting, 1979).

si può verificare che la frequenza calcolata ricada nell'intervallo che garantisce l'instabilità ricercata.
Il risolutore icoFoam modificato, in sostanza è un eseguibile che necessita di avere dei parametri in ingresso. Nella directory controlDict, nella definizione dell'application solver da usare si deve specificare il nome attribuito al nuovo risolutore. Inoltre, nella directory constant, si trovano i due dizionari *bodyForceDict* e *inletBoundaryLayer* che servono proprio a specificare i parametri della fringe region e quelli dello strato limite in ingresso. L'estensione della fringe region è di 3 $mm$. In particolare, vediamo che viene imposta una velocità esterna

di 10 $m/s$. Lo spessore di strato limite per cui $U$ è pari al 99% della velocità della corrente esterna, viene definito pari a 0.01 $m$. La frequenza di 32 $Hz$ garantisce che il disturbo introdotto sia instabile tramite le approssimazioni spiegate in precedenza. In Appendice A sono riportati i codici utilizzati.

### bodyForceDict

```
FoamFile
{
    version     2.0;
    format      ascii;
    class       dictionary;
    location    "constant";
    object      bodyForceDict;
}
// * * * * * * * * * * * * * * *  //

x1forza  -0.003;
x2forza   0.;
coeff  5000;
d  0.0002;
finstab 32. ;

// ***************************** //
```

### inletBoundaryLayer

```
FoamFile
{
    version     2.0;
    format      ascii;
    class       dictionary;
    location    "constant";
    object      inletBoundaryLayer;
}
// * * * * * * * * * * * * * * * //

delta099 delta099 [0 1 0 0 0 0 0] 0.01;
alfa  alfa [0 0 0 0 0 0 0] 0.2;
Ue ( 10 0 0 );

// ***************************** //
```

## 2.5 Condizioni iniziali e condizioni al contorno

Una volta stabilita la mesh, la geometria del dominio e il risolutore, devono essere impostati i campi di pressione e velocità tramite la definizione delle condizioni iniziali e al contorno. Poichè facciamo partire al tempo zero la nostra simulazione, nella directory 0 troveremo i file di $p$ e $U$. È sufficiente definire solo questi due parametri poichè la simulazione è incompressibile. In tabella 2.6 sono riassunte le impostazioni scelte per le simulazioni. I valori di velocità sono espressi in $m/s$, mentre quelli di pressione in $m^2/s^2$. La pressione, così come lo sforzo d'attrito a parete $\tau_w$, in OpenFOAM sono sempre normalizzati con la densità in $Kg/m^3$. Il nome delle facce è da riferirsi alla geometria del dominio parallelepipedo, in cui con *wall* si intende la superficie solida rappresentata o dalla placca liscia o dalle riblets. Con i flussi incompressibili si può usare la condizione al contorno *zeroGradient*. Questo tipo di condizione estrapola i valori da dentro il dominio e non sono necessarie ulteriori informazioni. Nel nostro caso, si impone la periodicità del dominio sia in $x$ che in $z$ con la condizione al contorno *cyclic* applicata alla parete destra e sinistra, e all'ingresso e all'uscita. Le velocità sono periodiche, quindi a una $U$ periodica corrisponde una fluttuazione di $p$ periodica. Come spiegato nella sezione precedente, poichè

| **BOUNDARY** | **TYPE** | **U** | **p** |
|---|---|---|---|
| inlet | patch | cyclic | cyclic |
| outlet | patch | cyclic | cyclic |
| bottom | wall | fixedValue uniform (0 0 0) | zeroGradient |
| top | patch | zeroGradient | zeroGradient |
| leftWall | patch | cyclic | cyclic |
| rightWall | patch | cyclic | cyclic |
| **INTERNAL FIELD** | | | |
| | | uniform (0 0 0) | uniform 0 |

Tabella 2.6. Condizi iniziali e al contorno impostate in OpenFOAM per le simulazioni.

vogliamo avere dei disturbi per innescare una transizione veloce a strato limite turbolento, il campo di velocità inizialmente nullo è stato perturbato con tre vortici di Taylor-Green in $x$, $y$ e $z$. Considerando la placca piana, in figura 2.19 possiamo vedere il disturbo prodotto dai vortici di Taylor-Green epurato, mentre in figura 2.20 abbiamo la sovrapposizione con la legge di potenza per lo strato limite. Essendo l'immagine catturata al tempo $t = 0$, essa rappresenta la condizione iniziale per il campo di velocità.

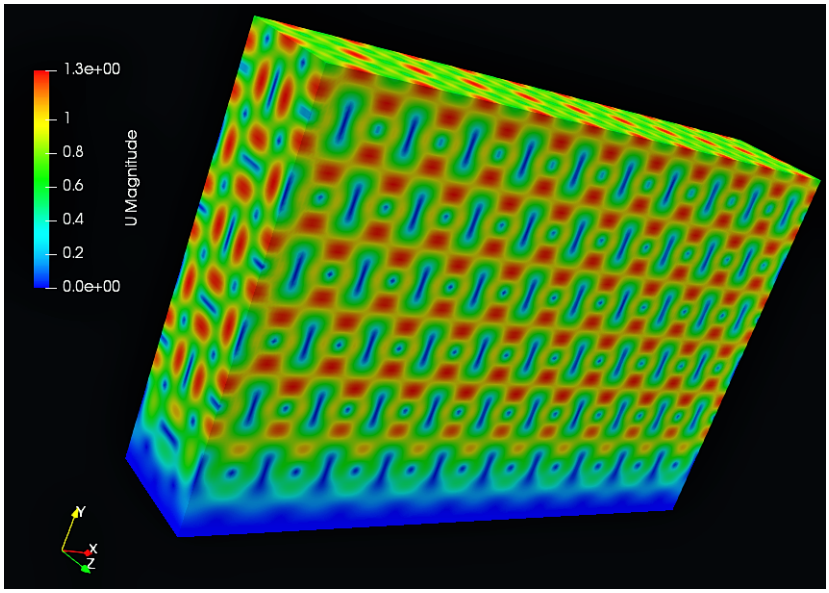


Figura 2.19. Condizione iniziale campo di velocità per la placca piana: Taylor-Green isolato.

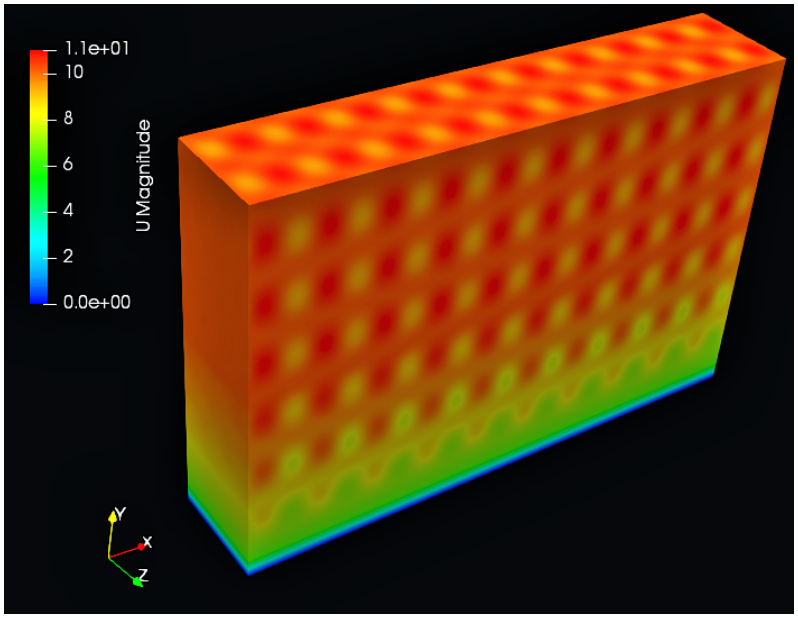


Figura 2.20. Condizione iniziale campo di velocità per la placca piana: Taylor-Green più profilo strato limite con legge di potenza.

## 2.6 Schemi numerici

Per capire meglio le funzionalità di OpenFOAM nei dizionari fvSchemes e fvSolution, è necessario fare un breve richiamo al metodo dei volumi finiti. Partiamo dall'equazione generale di trasporto di una quantità $\phi$ che viene appunto trasportata in un dato dominio, con delle condizioni al contorno e delle condizioni iniziali:

$$\underbrace{\int_{V_P} \frac{\partial \rho\phi}{\partial t}\, dV}_{derivata-temporale} + \underbrace{\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}\phi)\, dV}_{termine-convettivo} - \underbrace{\int_{V_P} \nabla \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi)\, dV}_{termine-diffusivo} = \underbrace{\int_{V_P} S_\phi(\phi)\, dV}_{termine-sorgente} \tag{2.10}$$

Il metodo ai volumi finiti prevede che il dominio sia suddiviso in un numero finito di volumi di controllo arbitrari o celle. La soluzione si ricerca all'interno di ogni volume di controllo. Ovviamente più volumi di controllo si usano, più la soluzione è accurata. Il volume di un generico elemento è noto e deve essere diverso da zero. Il volume di controllo si costruisce attorno a un punto $P$ al suo centro, da cui la notazione $V_P$. Il volume di controllo può avere qualsiasi forma (tetraedro, esaedro, prisma, piramide, dodecaedro etc.), l'unico requisito è che le facce siano planari e che l'elemento sia concavo. Le facce del volume di controllo sono chiamate $f$, notazione che indica anche il centro della faccia. Il vettore $\mathbf{S_f}$ è diretto al di fuori del volume di controllo, è posizionato perpendicolarmente al centro della faccia e ha modulo pari all'area della faccia. Tutte queste definizioni racchiudono un elevato numero di informazioni geometriche. Concettualmente, il metodo ai volumi finiti consiste proprio nella conservazione della quantità trasportata $\phi$ e nell'interpolazione delle informazioni tra i centri cella e i centri delle facce. Attraverso il teorema di Gauss o della divergenza, è possibile passare dagli integrali di volume agli integrali di superficie. L'equazione 2.10 diventa:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_p} (\rho\phi)\, dV + \underbrace{\oint_{\partial V_P} (\rho \mathbf{u}\phi) \cdot d\mathbf{S}}_{termine-convettivo} - \underbrace{\oint_{\partial V_P} (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi) \cdot d\mathbf{S}}_{termine-diffusivo} = \int_{V_P} S_\phi(\phi)\, dV \tag{2.11}$$

A questo punto il problema si riduce nell'interpolare in qualche modo i valori noti a centro cella con i centri delle facce. Integrando nello spazio, otteniamo le forme discrete per i termini dell'equazione precedente

$$\underbrace{\int_{V_P} \frac{\partial \rho\phi}{\partial t}\, dV}_{derivata-temporale} + \underbrace{\sum_f \mathbf{S_f} \cdot (\rho \mathbf{u}\phi)_f}_{flusso-convettivo} - \underbrace{\sum_f \mathbf{S_f} \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi)_f}_{flusso-diffusivo} = \underbrace{(S_C V_P + S_P V_P \phi_P)}_{termine-sorgente} \tag{2.12}$$

I valori alle facce che compaiono nei flussi convettivi e diffusivi devono essere calcolati interpolando dai valori al centro dei volumi di controllo a entrambi i lati della faccia $f$. Alcuni metodi di interpolazione ad esempio possono essere l'interpolazione lineare o differenze centrate e i metodi upwind. Ovviamente sono da scegliere in base alla stabilità e all'accuratezza richieste. Dopo la discretizzazione spaziale, rimane la discretizzazione temporale. A tal scopo, integriamo nel tempo l'equazione 2.12

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \right)_P + \sum_f \mathbf{S_f} \cdot (\rho \mathbf{u} \phi)_f - \sum_f \mathbf{S_f} \cdot (\rho \Gamma_\phi \nabla \phi)_f \right] dt =$$

$$= \int_t^{t+\Delta t} (S_C V_P + S_P V_P \phi_P) \, dt \tag{2.13}$$

Si possono utilizzare diversi metodi di discretizzazione temporale come Eulero esplicito, Eulero implicito, differenze backward etc. In ogni volume di controllo $V_P$ si utilizza l'equazione appena scritta e si compone un sistema di equazioni lineari algebriche discrete per la quantità trasportata $\phi$, che possono essere risolte iterativamente o con un metodo diretto.
OpenFOAM discretizza nello spazio e nel tempo le equazioni di governo in volumi di controllo arbitrari poliedrici su tutta la grandezza del dominio. In questo modo assembla un sistema di equazioni lineari algebriche discrete che risolve per trovare la soluzione della quantità trasporta. A tal scopo, è necessario fornire a OpenFOAM le seguenti informazioni:

- discretizzazione del dominio o la mesh, contenuta nella directory constant/polyMesh;
- condizioni iniziali e al contorno, nella directory 0;
- proprietà fisiche in constant;
- modelli di turbolenza, termini sorgente, forze di volume in constant o system;
- come discretizzare nello spazio ogni termine dell'equazione di governo, questa informazione si trova nel dizionario system/fvSchemes;
- come discretizzare nel tempo l'equazione di governo semi-discreta, nel dizionario system/fvSchemes;
- come risolvere il sistema lineare di equazioni algebriche discrete, nel dizionario system/fvSolution;

- impostare i parametri di runtime e le istruzioni generali su come eseguire la simulazione (come il time step e il massimo $CFL$), queste informazioni sono contenute nel dizionario system/controlDict.

Per quanto riguarda le simulazioni svolte in questa tesi nel dizionario fvSchemes si sono scelte le impostazioni qui riportate:

- ddtSchemes $\longrightarrow$ Crank-Nicolson $\psi = 0.9$, time-dependent, del secondo ordine, implicito. Con $\psi$ si intende il blending factor, ossia per $\psi = 0$ abbiamo uno schema di Eulero puro, stabile e al primo ordine, mentre con $\psi = 1$ si ha Crank-Nicolson puro, accurato al secondo ordine ma con rischio di oscillazioni.

- gradSchemes $\longrightarrow$ Gauss linear. Per il termine gradiente della quantità trasportata si sceglie uno schema almeno del secondo ordine.

- divSchemes $\longrightarrow$ Gauss linear. Rappresenta il termine convettivo.

- laplacianSchemes $\longrightarrow$ Gauss linear corrected. È il termine laplaciano o diffusivo. Metodo al secondo ordine valido per mesh con grading e non-ortogonali.

- interpolationSchemes $\longrightarrow$ linear. Si riferisce al modo usato per interpolare i valori dai centri cella ai centri delle facce.

- snGrandSchemes $\longrightarrow$ corrected. Di solito si utilizza lo stesso metodo del termine diffusivo. Si riferisce alla discretizzazione dei gradienti normali alla superficie valutati alle facce.

Il $CFL$ è una condizione necessaria per garantire la stabilità dello schema numerico che si adotta. In una dimensione è definito da

$$CFL = \frac{u\Delta t}{\Delta x}$$

e fornisce una misura di quante informazioni ($u$) attraversano una cella della griglia computazionale ($\Delta x$) in un dato time-step ($\Delta t$). Se invece ci riferiamo a un caso in N-dimensioni, la condizione sul $CFL$ diventa

$$CFL = \Delta t \sum_{i=1}^{n} \frac{u_i}{\Delta x_i} \leq CFL_{max}$$

Essendo interessati a una soluzione non stazionaria, è opportuno che il $CFL$ rimanga dell'ordine di 1. Nel dizionario controlDict è possibile controllare il

passo temporale e limitare il numero di Courant. Per le simulazioni svolte è stato impostato rispettivamente per la placca liscia e la placca riblets:

$$\Delta t = 1e-7s \qquad maxCo = 1.0 \qquad adjustTimeStep$$

$$\Delta t = 1e-7s \qquad maxCo = 0.5 \qquad adjustTimeStep$$

## 2.7 High Performance Computing

Per studiare l'evoluzione del flusso su una superficie riblets, in questa tesi si andranno ad effettuare simulazioni numeriche tramite il software OpenFOAM. Poichè non verrà utilizzato nessun modello di turbolenza per risolvere le equazioni di Navier-Stokes, le simulazioni svolte possono rientrare nella categoria delle DNS, anche se per la discretizzazione viene sfruttato un modello ai volumi finiti. La DNS consiste nel risolvere le equazioni di Navier-Stokes determinando tutte le scale del moto, tramite l'aggiunta di condizioni iniziali e al contorno appropriate per il flusso considerato. La metodologia della DNS era infattibile fino agli anni '70, in seguito i computer iniziarono ad avere una potenza sufficiente per questo tipo di calcolo. Concettualmente, quello delle DNS è l'approccio più semplice e, quando può essere applicato, non ha rivali in quanto al livello di accuratezza e descrizione del flusso ottenuta. Tuttavia, bisogna ricordare che il costo computazionale è estremamente alto e i requisiti necessari ai calcolatori crescono rapidamente con il numero di Reynolds (circa con $Re^3$). Per questi motivi l'applicabilità di una simulazione numerica diretta è limitata a flussi con numero di Reynolds basso o moderato. In particolare il costo computazionale è largamente determinato dalla risoluzione desiderata. Ad esempio, la spaziatura $\Delta x$ deve essere tanto piccola da riuscire a risolvere le scale dissipative. Inoltre, il passo temporale $\Delta t$ usato per far avanzare la simulazione nel tempo è fortemente limitato da considerazioni di natura numerica. Nonostante l'alto costo computazionale, la DNS rimane un ottimo strumento per studiare dettagliatamente i flussi a parete e la turbolenza omogenea soggetta a varie deformazioni (Pope, 2000*b*).

### 2.7.1 HPC@POLITO

Grazie ai passi da gigante compiuti in ambito informatico, oggi gli strumenti di cui ci si può avvalere per le simulazioni fluidodinamiche sono molto più prestazionali. Si utilizzano spesso le architetture High Performance Computing, in breve HPC o calcolo ad elevate prestazioni. Con questo termine ci si riferisce alle tecnologie utilizzate da computer cluster per creare dei sistemi di elaborazione in grado di fornire delle prestazioni molto elevate, ricorrendo

tipicamente al calcolo in parallelo. In informatica, con il termine cluster si definisce un insieme di computer connessi tra loro tramite una rete telematica. Lo scopo di un cluster è quello di distribuire una elaborazione molto complessa tra i vari computer. In sostanza, un problema che richiede molte elaborazioni per essere risolto viene scomposto in sottoproblemi separati, i quali vengono risolti in parallelo. Questo ovviamente aumenta la potenza di calcolo del sistema e/o garantisce alta disponibilità di servizio a prezzo di un maggiore costo e complessità di gestione. Il centro di calcolo del Politecnico di Torino (HPC@POLITO) è dotato di due cluster: CASPER e HACTAR. Per le simulazioni svolte in questa tesi sono stati usati entrambi i cluster, le sui specifiche tecniche sono riportate in tabella 2.7 e 2.8 (http://www.hpc.polito.it, 2018).

| **CARATTERISTICHE HACTAR** | |
|---|---|
| Architecture | Linux Infiniband-QDR MIMD Distributed Shared-Memory Cluster |
| Node Interconnect | Infiniband QDR 40 Gb/s |
| Service Network | Gigabit Ethernet 1 Gb/s |
| CPU Model | 2x Intel Xeon E5-2680 v3 2.50 GHz (turbo 3.3 GHz) 12 cores |
| GPU Model | 2x nVidia Tesla K40 - 12 GB - 2880 cuda cores |
| Sustained performance (Rmax) | 20.18 TFLOPS (last update: june 2018) |
| Peak performance (Rpeak) | 25.61 TFLOPS (last update: june 2018) |
| Computing Cores | 696 |
| Number of Nodes | 29 |
| Total RAM Memory | 3.7 TB DDR4 REGISTERED ECC |
| OS | Centos 7.4 - OpenHPC 1.3.4 |
| Scheduler | SLURM 17.11 |

Tabella 2.7. Caratteristiche tecniche del cluster Hactar (http://www.hpc.polito.it, 2018).

## 2.8 Setup simulazioni

A causa della presenza della fringe region, è difficile stabilire con esattezza quale sia l'origine esatta per della lunghezza di riferimento per calcolare il $Re_x$ della placca. Infatti, il nostro dominio effettivo, è minore dei 3 $cm$ stabiliti in partenza.

| CARATTERISTICHE CASPER | |
|---|---|
| Architecture | Linux Infiniband-DDR MIMD Distributed Shared-Memory Cluster |
| Node Interconnect | Infiniband DDR 20 Gb/s |
| Service Network | Gigabit Ethernet 1 Gb/s |
| CPU Model | 2x AMD Opteron 6276/6376 (Bulldozer) 2.3 GHz (turbo 3.0 GHz) 16 cores |
| Sustained performance | 4.360 TFLOPS (last update: 2014) |
| Peak performance | 5.658 TFLOPS (last update: 2014) |
| Green500 Index | 422.31 MFLOPS/W |
| Power Consumption | 3.6 kW |
| Computing Cores | 512 |
| Number of Nodes | 16 |
| Total RAM Memory | 2 TB DDR3 REGISTERED ECC |
| OS | Centos 7.4 - OpenHPC 1.3.4 |
| Scheduler | SLURM 17.11 |

Tabella 2.8. Caratteristiche tecniche del cluster Casper (http://www.hpc.polito.it, 2018).

### 2.8.1 CASO 1: placca liscia

La simulazione per la placca liscia è stata svolta con una griglia strutturata con grading di 3532200 celle. La velocità esterna imposta è pari a 10 $m/s$. La lunghezza di riferimento in $x$ è di 3 $cm$ e la viscosità cinematica di $1.5 \times 10^{-5}$ $m^2/s$. Abbiamo un $Re_x \simeq 7 \times 10^5$. La fringe region compre i primi 3 millimetri del dominio, con una frequenza di instabilità di 32 $Hz$. La risoluzione spaziale della griglia permette di arrivare molto vicino a parete, a $y^+ \simeq 0.5$. Il dominio simulato complessivamente si estende in $y^+$ per 500 unità di parete, in $x^+$ per 750-800 unità di parete, mentre in $z^+$ abbiamo 200 unità di parete. Il $Re_\tau$ raggiunto è circa 200, con una velocità d'attrito di 0.44 $m/s$. La simulazione è stata lanciata sul cluster Hactar richiedendo 144 processori. Il tempo simulato è partito da $t_{in} = 0$ $s$ fino a $t_{fin} = 0.09$ $s$.

### 2.8.2 CASO 2: placca riblets

La simulazione per la placca con la superficie riblets è stata svolta con una griglia strutturata con grading di 5600000 celle. La velocità esterna imposta è pari a 10 $m/s$. La lunghezza di riferimento in $x$ è di 3 $cm$ e la viscosità cinematica di $1.5 \times 10^{-5}$ $m^2/s$. Abbiamo un $Re_x \simeq 7 \times 10^5$. La fringe region compre i primi 3 millimetri del dominio. La risoluzione spaziale della griglia permette di arrivare molto vicino a parete, a $y^+ \simeq 0.5$. Le dimensioni del dominio in unità di parete rispecchiano quelle della placca liscia, solo con un'estensione maggiore in $y^+$. Il $Re_\tau$ raggiunto è circa 200, con una velocità d'attrito di 0.44 $m/s$. La simulazione è stata lanciata sul cluster Hactar richiedendo 144 processori. Il tempo simulato è partito da $t_{in} = 0$ $s$ fino a $t_{fin} = 0.03$ $s$.

# Capitolo 3

# Risultati

## 3.1 Richiami teorici

### 3.1.1 Strato limite turbolento

Molti flussi turbolenti sono circondati, almeno in parte, da una o più superfici solide. Possibili esempi includono i flussi interni e i flussi esterni. Il caso più semplice è rappresentato dal flusso intorno a una placca piana. In questi tipi di flussi il vettore della velocità media è parallelo (o quasi) alla parete. Problemi fondamentali che interessano lo studio di questi flussi sono le forme del profilo di velocità medio e la friction law, che descrive lo sforzo d'attrito esercitato dal fluido sulla parete.
Per la placca piana, la parete solida è costituita proprio dalla superficie della placca che si trova alla coordinata $y = 0$. Il flusso medio è predominante in direzione $x$. Lo strato limite si sviluppa continuamente nella direzione del flusso, con spessore $\delta(x)$ che cresce con la coordinata $x$. La velocità esterna, fuori dallo strato limite, si indica con $U_0(x)$. Le proprietà statistiche dipendono sia da $x$ che da $y$, mentre sono indipendenti dalla coordinata $z$. Quando la velocità della corrente esterna è costante, siamo in caso di gradiente di pressione nullo. Lo spessore dello strato limite $\delta(x)$ è definito generalmente come quel valore di $y$ per cui $U(x, y)$ è pari al 99% della velocità della corrente $U_0(x)$. Una misura più affidabile è data dalla definizione dello spessore di spostamento $\delta^*(x)$

$$\delta^*(x) = \int_0^\infty \left(1 - \frac{U}{U_0}\right) dy$$

e dello spessore di quantità di moto

$$\theta(x) = \int_0^\infty \frac{U}{U_0}\left(1 - \frac{U}{U_0}\right) dy$$

Sulla base di questi spessori, della coordinata $x$ e della lunghezza della placca $L$ si definiscono diversi numeri di Reynolds:

$$Re_x = \frac{U_0 x}{\nu} \qquad Re_L = \frac{U_0 L}{\nu} \qquad Re_\delta = \frac{U_0 \delta}{\nu} \qquad Re_{\delta^*} = \frac{U_0 \delta^*}{\nu} \qquad Re_\theta = \frac{U_0 \theta}{\nu}$$

In uno strato limite a gradiente di pressione nullo, il flusso è laminare dal bordo d'attacco ($x = 0$) fino al punto in cui $Re_x$ raggiunge il valore critico ($Re_{crit} \simeq 10^6$) e innesca la transizione. Il valore di $Re_{crit}$ varia a seconda della natura e del livello di disturbo nella corrente. La transizione avviene a quella distanza dal bordo d'attacco (circa 30%) dopo la quale lo strato limite è completamente turbolento.
Lo sforzo d'attrito totale esercitato dal fluido sulla parete è dato da:

$$\tau(y) = \rho\nu \left(\frac{dU}{dy}\right)_{y=0} - \rho \langle uv \rangle \tag{3.1}$$

in cui $\rho\nu\frac{dU}{dy}$ sono gli sforzi viscosi e $-\rho \langle uv \rangle$ è il tensore degli sforzi di Reynolds. A parete, la condizione al contorno impone $U(x,t) = 0$ per cui gli sforzi di Reynolds sono nulli. Di conseguenza, lo sforzo d'attrito a parete è interamente dovuto al contributo degli sforzi viscosi

$$\tau_w = \rho\nu \left(\frac{dU}{dy}\right)_{y=0} \tag{3.2}$$

Lo sforzo d'attrito a parete normalizzato con una velocità di riferimento è chiamato coefficiente di sforzo d'attrito, in formula

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho U_0^2} \tag{3.3}$$

Inoltre, vicino a parete, poichè la viscosità è un parametro molto influente, il profilo di velocità dipende dal numero di Reynolds. Dai parametri di maggiore importanza, ossia lo sforzo d'attrito a parete $\tau_w$, la densità $\rho$ e la viscosità $\nu$, si definiscono le scale viscose, che rappresentano le scale di lunghezza e velocità appropriate per la regione vicino a parete. Avremo quindi la velocità d'attrito $u_\tau$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \tag{3.4}$$

e la lunghezza viscosa $\delta_\nu$

$$\delta_\nu = \nu\sqrt{\frac{\rho}{\tau_w}} = \frac{\nu}{u_\tau} \tag{3.5}$$

Il numero di Reynolds basato sulla scala viscosa $u_\tau \delta_\nu / \nu$ è pari all'unità, mentre il Reynolds d'attrito è definito come:

$$Re_\tau = \frac{u_\tau \delta}{\nu} = \frac{\delta}{\delta_\nu} \tag{3.6}$$

La distanza dalla parete misurata in lunghezze viscose o unità di parete, è data da $y^+$

$$y^+ = \frac{y}{\delta_\nu} = \frac{u_\tau y}{\nu} \tag{3.7}$$

Si può notare che $y^+$ è simile a un numero di Reynolds locale, quindi la sua grandezza può essere utilizzata per determinare l'importanza relativa dei processi viscosi e turbolenti. Differenti regioni, o strati, si possono definire nel flusso vicino a parete sulla base di $y^+$. In base allo schema in figura 3.1 abbiamo:

- Inner layer $\longrightarrow$ $y/\delta < 0.1$, $U$ è determinata da $u_\tau$ e $y^+$, mentre è indipendente da $U_0$ e $\delta$;
- Viscous wall region $\longrightarrow$ $y^+ < 50$, il contributo viscoso allo sforzo d'attrito è significante;
- Viscous sublayer $\longrightarrow$ $y^+ < 5$, il tensore degli sforzi di Reynolds è trascurabile se comparato con gli sforzi viscosi;
- Outer layer $\longrightarrow$ $y^+ > 50$, gli effetti diretti della viscosità su $U$ sono trascurabili;
- Overlap region $\longrightarrow$ $y^+ > 50$ e $y/\delta < 0.1$, regione di sovrapposizione tra l'inner e l'outer layer (a grandi numeri di Reynolds);
- Log-law region $\longrightarrow$ $y^+ > 30$ e $y/\delta < 0.3$, permane la legge logaritmica;
- Buffer layer $\longrightarrow$ $5 < y^+ < 30$, regione tra il sottostrato viscoso e la regione in cui vige la legge logaritmica.

Nel 1925 Prandtl postulò che ad alti numeri di Reynolds vicino a parete ci fosse uno strato chiamato inner layer, nel quale il profilo medio di velocità fosse determinato dalle scale viscose, indipendentemente da $\delta$ e $U_0$. Utilizzando le variabili di parete $y^+ = y/\delta_\nu$ e $u^+(y^+)$ definita come

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau}$$

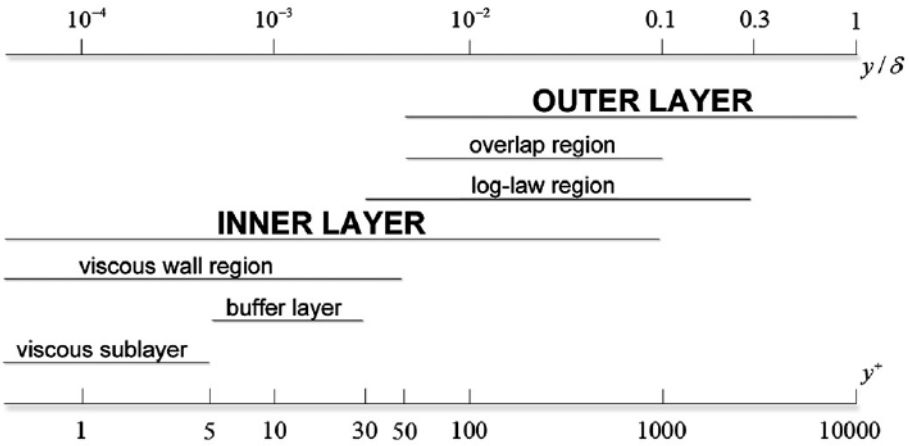


Figura 3.1. Suddivisione delle regioni vicino a parete in termini di $y^+ = y/\delta_\nu$ e $y/\delta$ (Pope, 2000*a*).

si ottiene l'equazione che prende il nome di *law of the wall*:

$$u^+ = f_w(y^+) \tag{3.8}$$

Il risultato fondamentale di questa equazione sta nel fatto he $u^+$ dipende unicamente da $y^+$ per $y/\delta \ll 1$. Per numeri di Reynolds non troppo vicini alla transizione, c'è un'ampia gamma di verifiche sperimentali sul fatto che la funzione $f_w$ sia universale, non solo per lo strato limite su una parete solida (placca piana), ma anche per il flusso in un canale o nei condotti. La forma della funzione $f_w(y^+)$ può essere determinata per valori grandi o piccoli di $y^+$. Nello strato più vicino a parete, il viscous sublayer, si hanno valori molto bassi di $y^+$, per cui facendo uno sviluppo in serie di Taylor si ottiene

$$f_w(y^+) = y^+ + O({y^+}^2)$$

Considerando solo il termine lineare e trascurando il successivo termine non nullo che risulta di ordine ${y^+}^4$, la forma della funzione $f_w(y^+)$ diventa

$$u^+ = y^+ \tag{3.9}$$

Le deviazioni da questa relazione lineare sono trascurabili nel sottostrato viscoso ($y^+ < 5$), ma sono significative per $y^+ > 12$. Per valori maggiori di $y^+$, la viscosità fa sentire sempre meno il suo effetto. La funzione di parete assume un valore costante pari a $1/k$ e prende la forma della *logaritmic law of the wall*, o più semplicemente *log law*, attribuita a von Kàrmàn (1930)

$$u^+ = \frac{1}{k} \ln y^+ + B \tag{3.10}$$

in cui $B$ è una costante generica e $k$ è la costante di von Kàrmaàn. In letteratura ci sono diverse variazioni nei valori attribuiti alle costanti della legge logaritmica, ma generalmente sono entro il 5% di

$$k = 0.41 \qquad B = 5.2$$

In figura 3.2 è schematizzata la legge di parete con la suddivisione tra le varie regioni. Per $y^+ > 30$ i dati sperimentali seguono bene l'andamento della

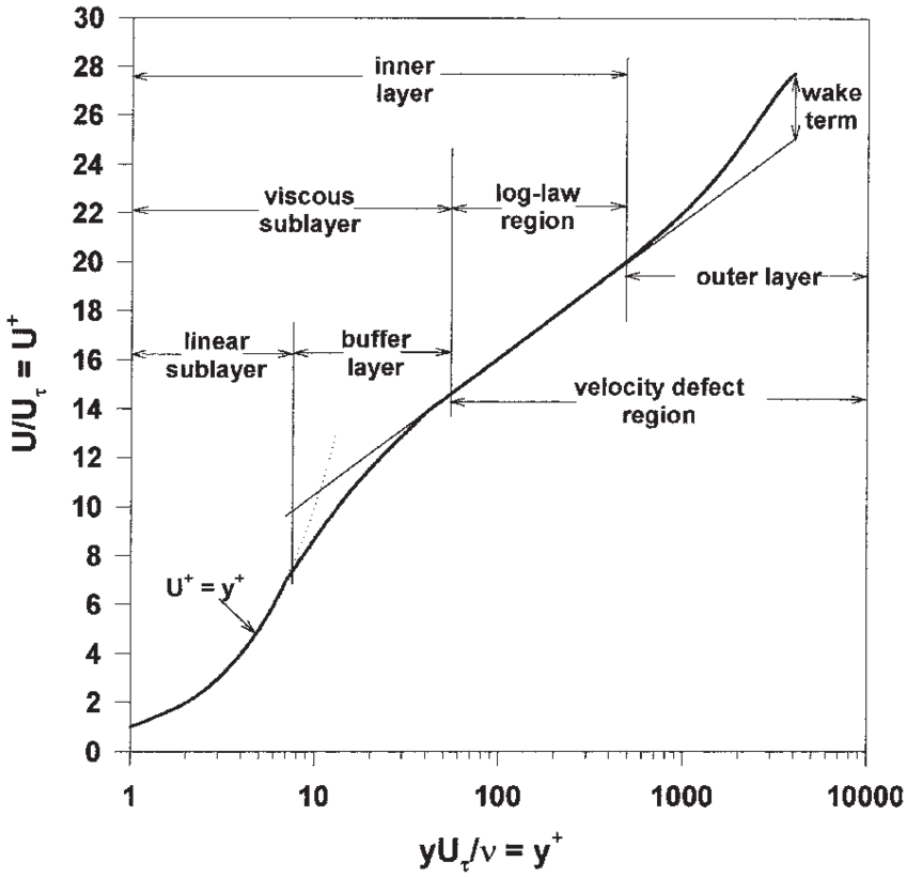


Figura 3.2. Profilo medio di velocità in unità di parete.

log law. Tra la regione logaritmica e quella lineare descritta in precedenza c'è una lieve dispersione di punti, dovuta alla presenza del buffer layer, che rappresenta la transizione tra la parte del flusso dominata dalle forze viscose e quella in cui sono rilevanti solo gli sforzi turbolenti. Nell'outer layer ($y^+ > 50$) la velocità media devia rispetto alla legge logaritmica. Dopo aver analizzato un'abbondante campione di dati sullo strato limite, Coles (1956) mostrò che il

profilo medio di velocità (su tutto lo strato limite) è ben rappresentato dalla somma di due funzioni. La prima funzione è la law of the wall $f_w(y^+) = y^+$, che dipende da $y/\delta\nu$, mentre la seconda, chiamata *law of the wake*, dipende da $y/\delta$. L'espressione complessiva risulta quindi

$$\frac{U}{u_\tau} = f_w\left(\frac{y}{\delta_\nu}\right) + \frac{\Pi}{k} w\left(\frac{y}{\delta}\right) \tag{3.11}$$

La wake function $w(y/\delta)$, o funzione di scia, è universale. Sulla base di dati sperimentali è stata tabulata da Coles, ma una più comoda approssimazione è

$$w\left(\frac{y}{\delta}\right) = 2\sin^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{y}{\delta}\right)$$

La quantità non dimensionale $\Pi$ è chiamata wake strength parameter e il suo valore è dipendente dalle condizioni del flusso. Un'altra espressione della legge di parete è da attribuire a van Driest (1956). Egli la rielabora in termini di mixing length, definita come

$$l_m^+ = \frac{l_m}{\delta_\nu}$$

La funzione $f_w(y^+)$ risulta

$$u^+ = f_w(y^+) = \int_0^{y^+} \frac{2}{1 + \left[1 + 4l_m^+ \left(y'\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} dy' \tag{3.12}$$

Nella regione in cui vale la legge logaritmica, il valore della mixing length è $l_m = ky$ o equivalentemente $l_m^+ = ky^+$. Vicino a parete, l'espressione della mixing length deve essere ridotta o smorzata. Secondo van Driest, si utilizza

$$l_m^+ = ky^+\left[1 - exp\left(-y^+/A^+\right)\right]$$

dove $A^+$ è una costante pari a 26. Il termine tra le parentesi quadre è riconosciuto come van Driest damping function.

### 3.1.2 Analisi statistica del campo di velocità

La più semplice grandezza statistica che si può ricavare è la velocità media $\bar{U}$

$$\bar{U} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} U_i$$

La simulazione deve proseguire per un tempo $T$ sufficientemente alto, in modo tale da avere una convergenza statistica sia del valore medio della velocità,

che del valore della deviazione standard $u_{rms}$, ovvero fino a quando non si raggiunge la stazionarietà statistica e queste grandezze non variano più nel tempo. Tramite l'analisi statistica possiamo studiare le fluttuazioni turbolente. La generica fluttuazione della componente di velocità $u$ è definita da

$$u_i' = u_i - \bar{u}$$

dove con $\bar{u}$ si intende il valor medio. La deviazione standard $u_{rms}$ si calcola come la radice quadrata della media delle fluttuazioni turbolente al quadrato

$$u_{rms} = \sqrt{\bar{u_i}'^2} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum u_i'^2}$$

Nella precedente formula, $\bar{u_i}'^2$ è la varianza. La deviazione standard fornisce un'idea del valore dell'energia turbolenta. Elevando alla terza e alla quarta potenza la media delle fluttuazioni turbolente e normalizzando con $u_{rms}$, otteniamo i momenti di ordine terzo e quarto. Rispettivamente prendono il nome di skewness e curtosi (kurtosis o flatness):

$$S_u = \frac{\bar{u}'^3}{\left(\sqrt{\bar{u}'^2}\right)^3} \qquad F_u = \frac{\bar{u}'^4}{\left(\sqrt{\bar{u}'^2}\right)^4}$$

La skewness, o momento di ordine terzo (dispari), ha la particolarià di mantenere il segno delle fluttuazioni. Infatti serve per indicare se la dispersione dei dati avviene in maniera simmetrica o meno rispetto al valore medio. La curtosi costituisce una misura dello spessore delle code di una funzione di densità di probabilità, ovvero il grado di appiattimento di una distribuzione. Per una turbolenza omogenea e isotropa la skewness oscilla intorno al valore nullo, mentre la curtosi risulta circa 3. Per misure di strato limite a parete ci aspettiamo una situazione non simmetrica, con $S_u < 0$ e $F_u > 3$.

## 3.2 Piani di campionamento

Per calcolare le statistiche turbolente sulla placca piana, il dominio è stato suddiviso in circa 12 piani di campionamento. Considerando che la lunghezza stabilita in $x$ è di 3 $cm$, ogni piano risulta distanziato dal successivo di circa 0.24 $cm$. Questa suddivisione sarà utilizzata anche per la simulazione con la placca riblets. I piani sono stati scelti a partire da una certa distanza dal bordo d'attacco, in modo da non coincidere con la zona della fringe region posta anteriormente al dominio. Tramite i risultati delle simulazioni, in ognuno dei piani di campionamento riusciamo ad avere le componenti di fluttuazione lungo le direzioni $x$, $y$ e $z$. In particolare otteniamo il valor medio della velocità e

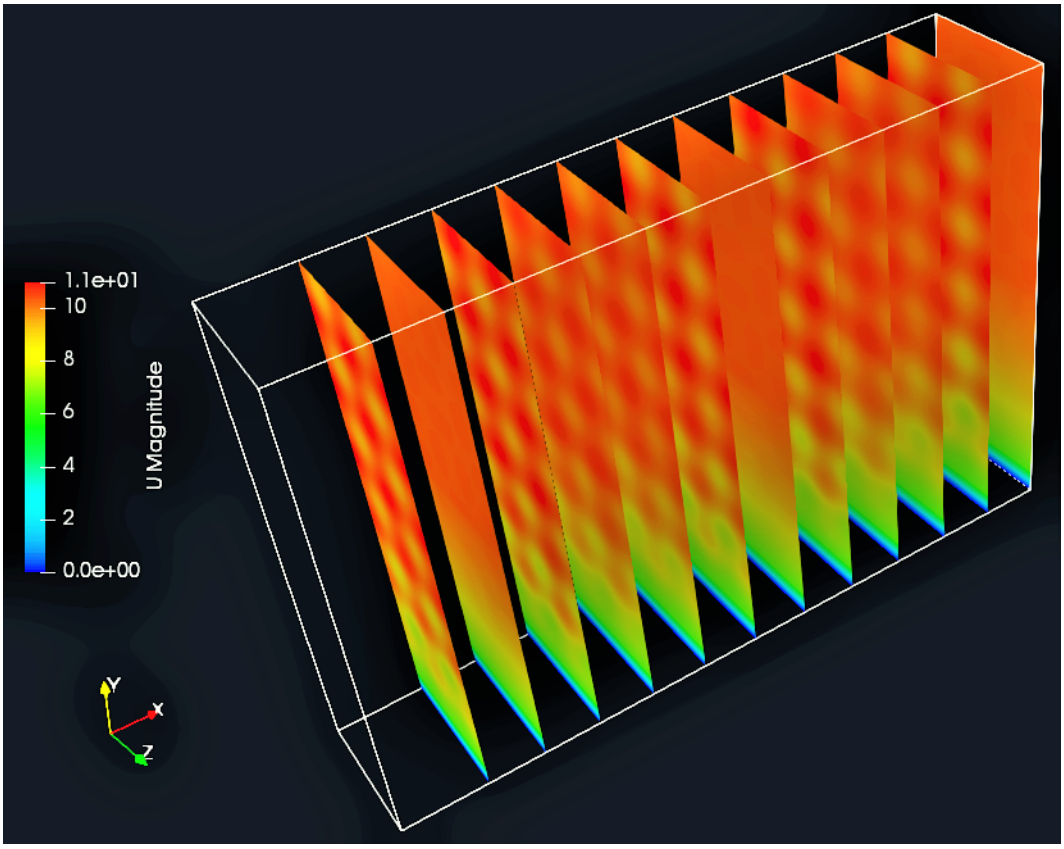


Figura 3.3. Piani di campionamento in 12 stazioni lungo l'asse $x$.

la varianza per $u'$, $v'$ e $w'$. In figura 3.3 sono rappresentati in vista prospettica i piani di campionamento, presi in varie stazioni lungo l'asse $x$ e per tutta la larghezza e l'altezza del dominio in $z$ e $y$. Inoltre, essendo stati selezionati all'istante iniziale, è possibile vedere anche la condizione iniziale imposta dai vortici di Taylor-Green. Per possibili disturbi ai bordi del dominio, il primo e l'ultimo piano potrebbero non avere dei valori attendibili, per cui è preferibile scartali nella realizzazione delle statistiche turbolente. In figura 3.4 sono rappresentati nuovamente i piani di campionamento facendo riferimento alla velocità longitudinale $u$ e alla velocità trasversale $w$.

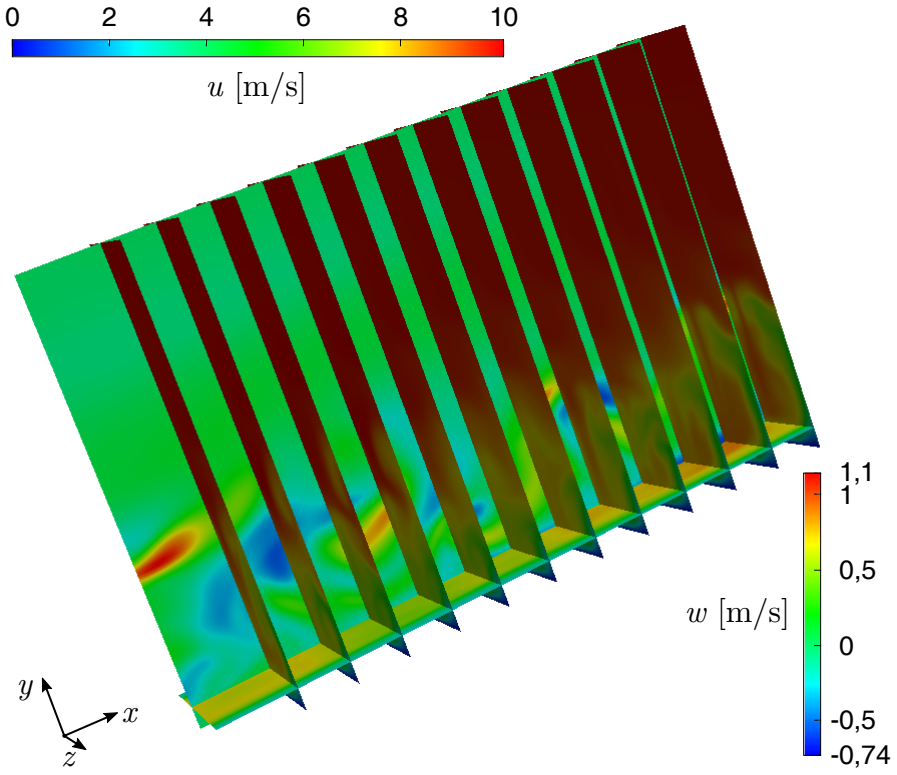


Figura 3.4. Piani di campionamento in 12 stazioni lungo l'asse $x$ con le velocità $u$ e $w$.

## 3.3 Struttura dello strato limite turbolento sulla placca piana

La simulazione svolta sulla placca liscia prevede una velocità esterna in ingresso $U_e \simeq 10\ m/s$ ad incidenza nulla. Lo strato limite che si sviluppa è turbolento, grazie al Reynolds elevato, alla presenza della fringe region che rende il dominio periodico e all'aggiunta dei disturbi interni al vettore velocità. Il profilo di velocità deve tendere asintoticamente alla velocità esterna, che nel nostro caso corrisponde a $U_e = 10\ m/s$, e avere uno spessore di strato limite circa pari a $\delta = 0.01\ m$. In figura 3.5 è rappresentato il profilo di velocità medio in funzione di $y$ valutato nei vari piani di campionamento. I residui di fluttuazione che si vedono sono dovuti alla perturbazione iniziale imposta tramite i vortici di Taylor-Green. Per poter diagrammare i profili

$$u^+ = f_w(y^+) \qquad u_{rms}/u_\tau = f_w(y^+)$$

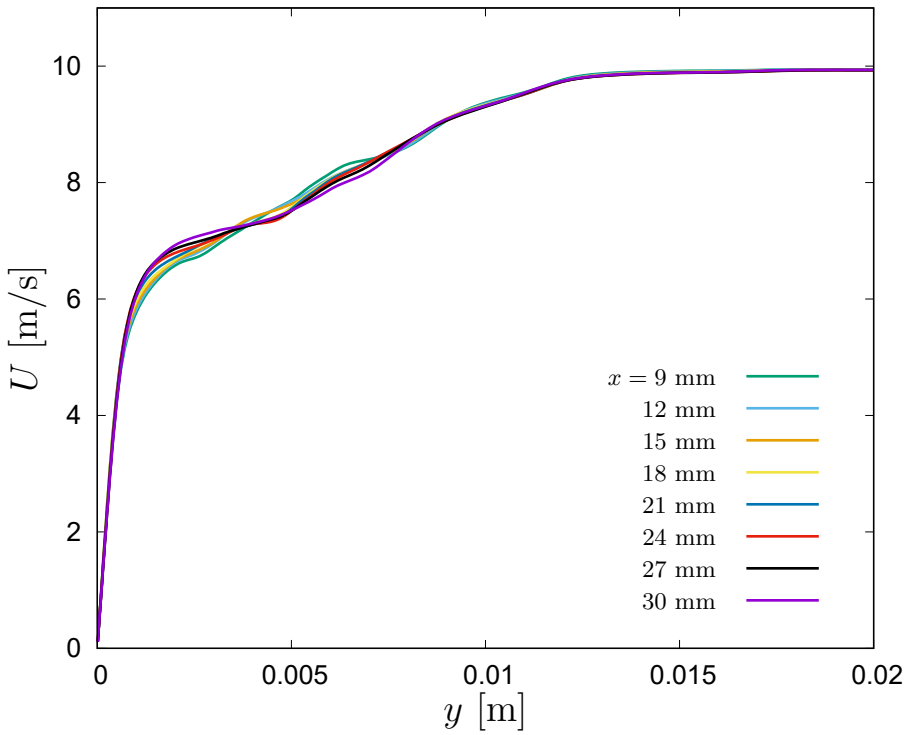


Figura 3.5. Profilo medio di velocità in funzione di $y$ alle varie stazioni di campionamento.

è necessario calcolare il valore della velocità di attrito $u_\tau$. Essa è pari alla radice quadrata del rapporto tra lo sforzo d'attrito a parete $\tau_w$ e la densità $\rho$, per noi costante trattandosi di una simulazione su un flusso incompressibile. Per ricavare $\tau_w$, basta sfruttare i punti di griglia più vicini a parete, in cui abbiamo i valori di $y$ e della velocità. Riusciamo infatti a ottenere valori per $y^+ < 1$. A questo punto si possono rappresentare i profili di velocità in termini adimensionali, ricordando che

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} \qquad y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}$$

In figura 3.6 abbiamo il profilo turbolento in termini adimensionali, ma questa volta la coordinata $y$ è in scala logaritmica. In questo modo riusciamo a distinguere bene la zona lineare del sottostrato viscoso ($y^+ \simeq 5$), del buffer layer ($5 < y^+ < 30$), la zona logaritmica ($y^+ > 30$) e infine l'outer layer per alti valori di $y^+$. Grazie alla buona aderenza dei dati della simulazione rispetto all'andamento previsto dalla teoria, possiamo dedurre che lo strato limite turbolento sia stato catturato in modo corretto tramite la procedura di calcolo

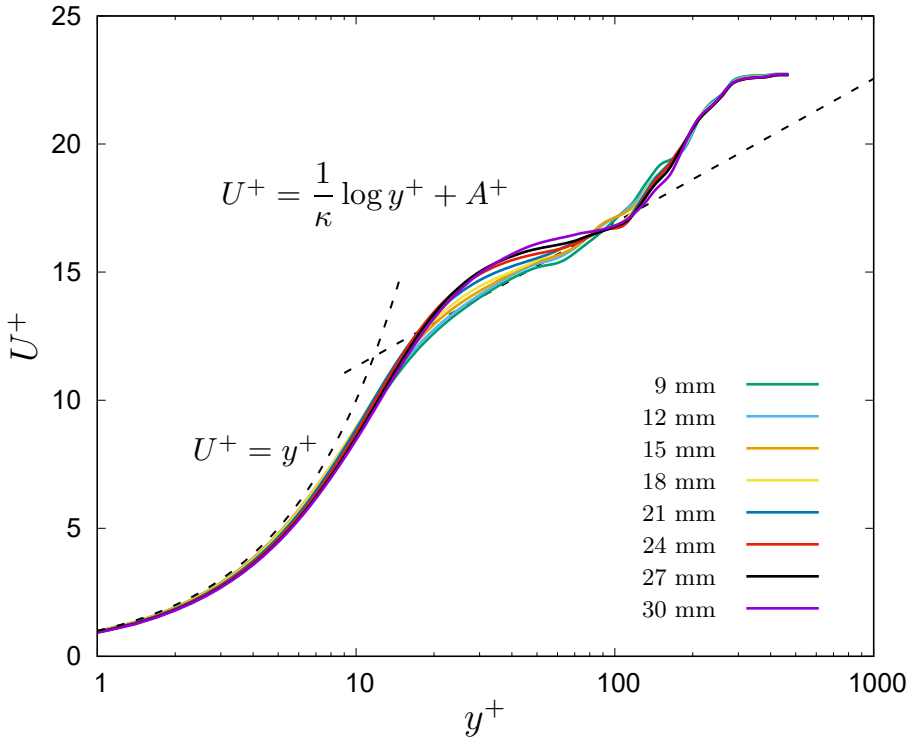


Figura 3.6. Profilo turbolento in termini adimensionali in scala logaritmica.

utilizzata. Dalla figura vediamo la sovrapposizione dei profili turbolenti per le varie stazioni nell'asse $x$. La leggera estensione del profilo sopra la zona dell'andamento logaritmico può essere dovuto al tempo simulato non ancora sufficiente o al valore della velocità d'attrito inferiore a quanto previsto. Quello che maggiormente ci interessa studiare è il comportamento delle fluttuazioni turbolente nello strato limite al variare della distanza da parete, ossia salendo lungo la coordinata $y$. La grandezza che definisce l'indice dell'intensità delle fluttuazioni turbolente è $u_{rms}$, o deviazione standard. OpenFOAM ci fornisce le cartelle con gli istanti temporali che abbiamo scelto di salvare per la simulazione. Da questi file, tramite l'esecuzione di un codice FORTRAN, si estrapolano le statistiche relative al piano di campionamento. In figura 3.7 è rappresentato l'andamento della deviazione standard sulla velocità d'attrito in funzione della coordinata $y$ adimensionalizzata. Dal grafico si può notare che il picco di fluttuazioni turbolente si trova nella regione di buffer-layer per poi diminuire in prossimità della zona logaritmica. In figura 3.8, $u_{rms}$ è adimensionalizzato in funzione della velocità d'attrito $u_\tau$, mentre nell'asse delle ordinate

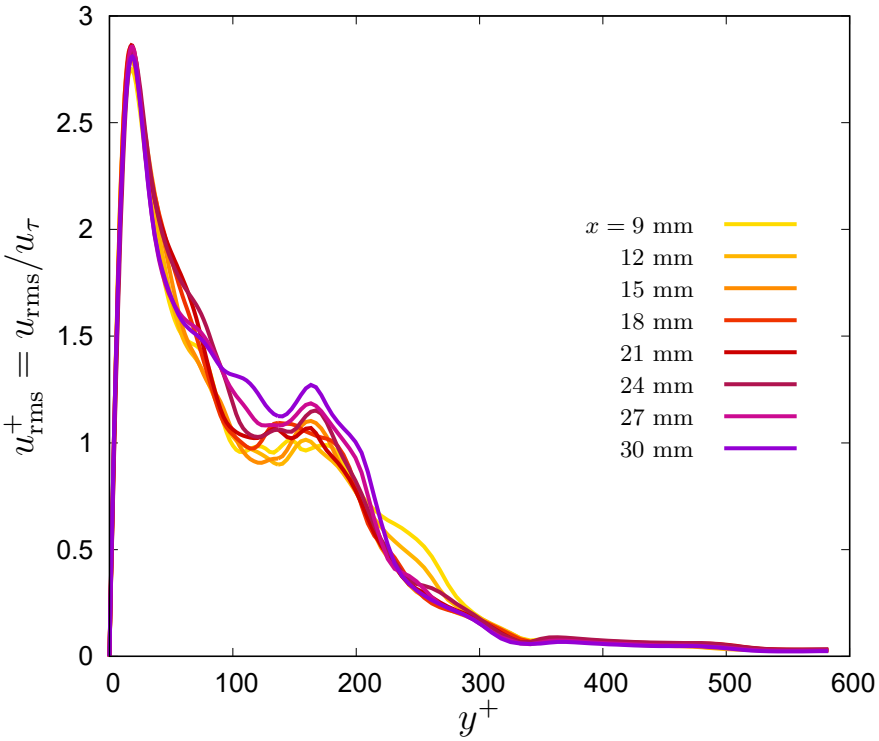


Figura 3.7. Andamento $u_{rms}/u_\tau$ in funzione di $y^+$.

utilizziamo una scala logaritmica. La deviazione standard può essere visualizzata sui piani di campionamento, come mostra la figura 3.9. La deviazione standard inoltre, viene calcolata anche per le altre fluttuazioni turbolente di velocità, non solo per $u'$. Nella figura 3.10, abbiamo rappresentato l'andamento di $v'_{rms}$ e $w'_{rms}$ normalizzato con la velocità d'attrito in funzione di $y^+$. Esse risultano più rumorose rispetto alla fluttuazione della componente $u'$, ma qui non è fondamentale che risulti così marcato il valore del massimo.

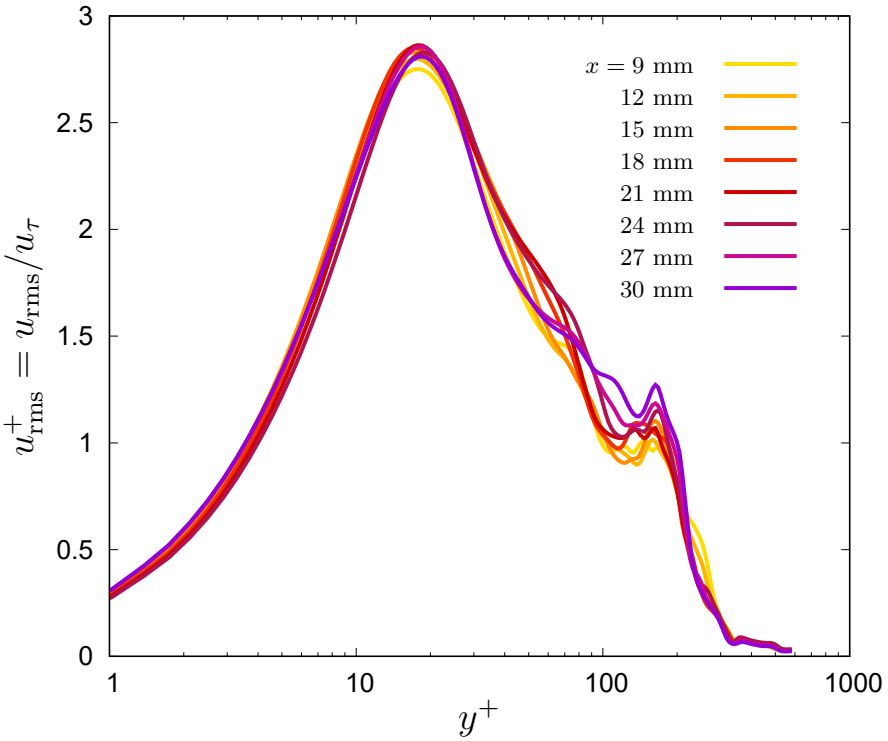


Figura 3.8. Andamento $u_{rms}/u_\tau$ in funzione di $y^+$ in scala logaritmica.

## 3.4 Visualizzazioni placca liscia

In aggiunta all'estrapolazione delle statistiche di primo livello, per la placca liscia possiamo ottenere anche delle visualizzazioni della fluttuazione di velocità $u'$ in un piano $xz$ parallelo alla parete per $y^+ \simeq 15$. Nelle figure 3.11 e 3.12 sono rappresentati due istanti temporali successivi, il primo a circa 20 millesimi di secondo, mentre il secondo a 25 millesimi di secondo. Il flusso che si sviluppa è turbolento, infatti ritroviamo le low-speed streaks sulla superficie della placca. Sono le strisce che nella visualizzazione presentano un colore bluastro, che equivale a zone di velocità più bassa, come da scala. Le zone rosse, hanno valori di velocità più alta, e rappresentano invece le high-speed streaks. Il dominio lungo $x$ va da 5 a 30 millimetri. Questo perchè non viene considerata la zona iniziale della fringe region. Anche le ultime celle per evitare degli effetti non voluti non sono state considerate. Poichè il dominio in direzione $z$ è di soli 6 millimetri, non riusciamo a vedere più di due streaks. Alcune in via di formazione risultano infatti tagliate dai bordi del dominio. Anche a causa della velocità d'attrito non tanto elevata elevata, non riusciamo a

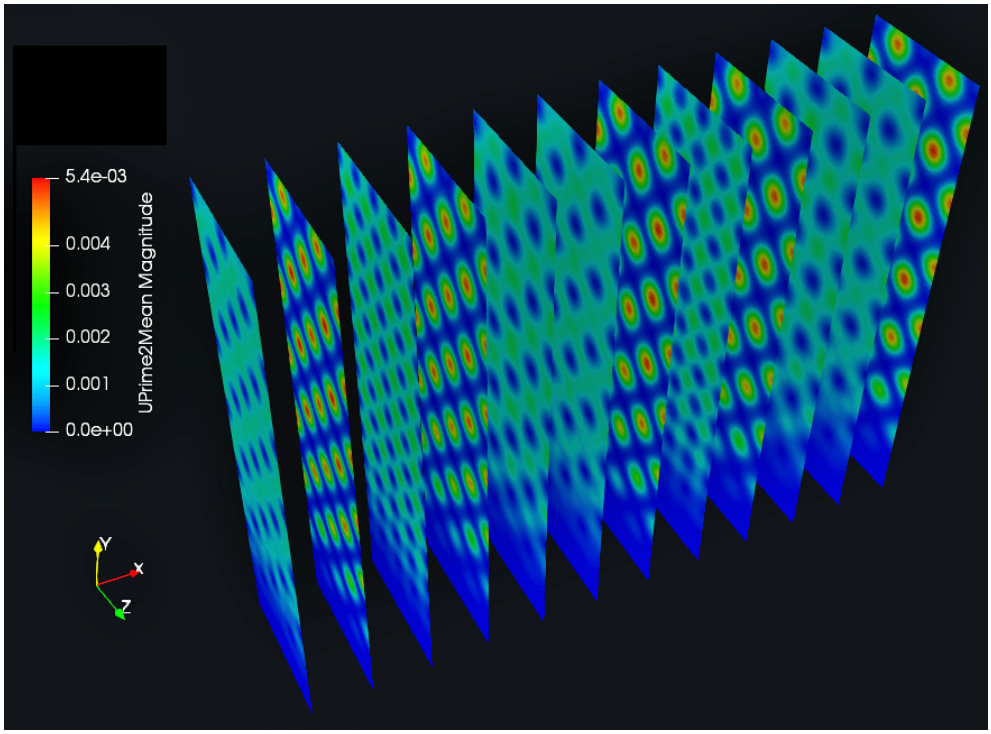


Figura 3.9. Visualizzazione $u_{rms}$ sui piani di campionamento.

vedere molte low-speed streaks. Il flusso di velocità va da sinistra a destra. La scala di velocità laterale è in $m/s$. Nelle figure 3.13, 3.14 e 3.15, abbiamo le tre componenti $u'$, $v'$ e $w'$ in un piano $xz$, ossia parallelo alla superficie della placca, per un'altezza in $y$ di circa 1 $mm$. L'istante temporale è più avanzato rispetto alla visualizzazione precedente. Siamo infatti a un tempo simulato di circa $t = 0.09$ $s$. Le precedenti visualizzazioni si riferivano al piano $xz$. Le streaks possono anche essere identificate nel piano $yz$. Come in figura 3.16, possiamo vedere l'inizio della formazione delle streaks frontalmente ($t \simeq 0.01$ $s$). Anche se non ancora completo, si vede come il flusso inizia ad assumere la tipica forma di un vortice, che poi si estende longitudinalmente in direzione $x$.

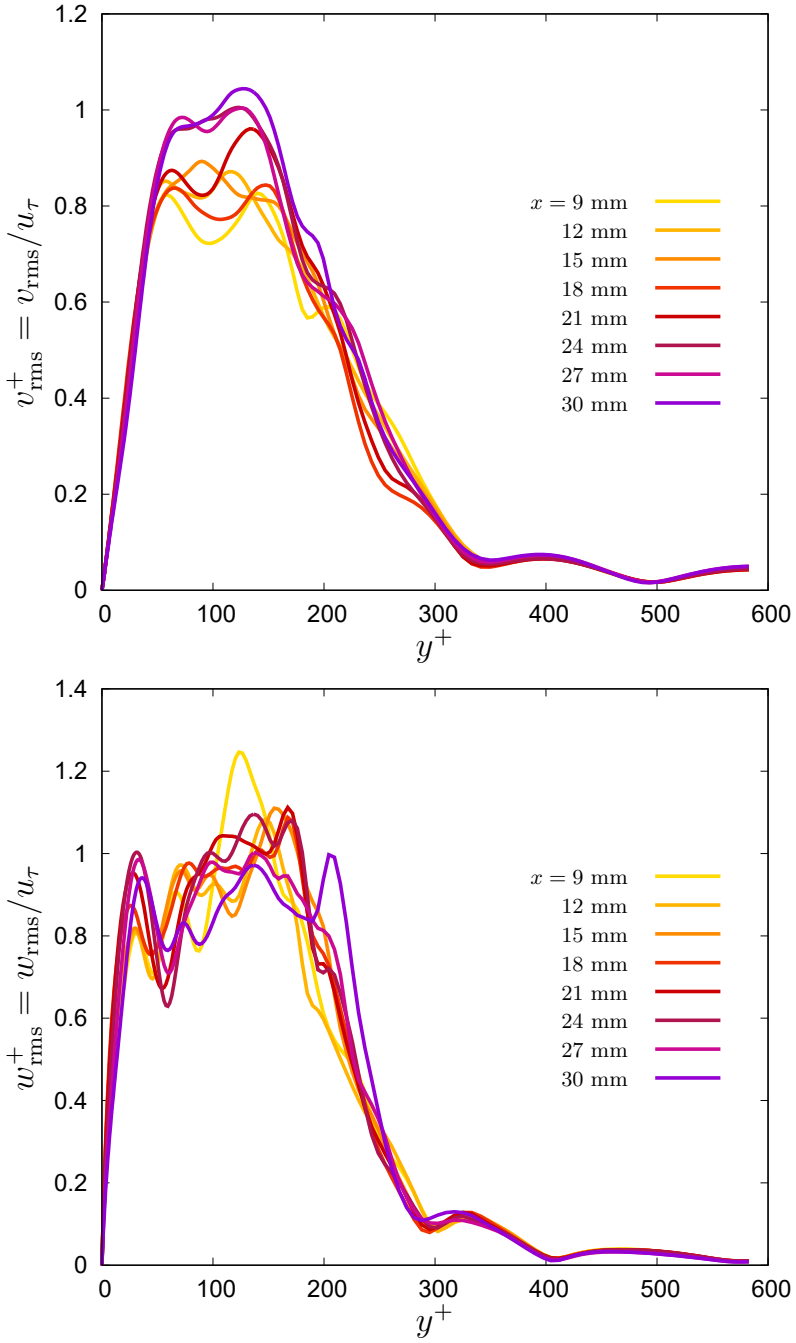


Figura 3.10. Fluttuazioni delle componenti di velocità $v$ e $w$: (a) $v_{rms}$ normalizzata con $u_\tau$ in funzione di $y^+$. (b) $w_{rms}$ normalizzata con $u_\tau$ in funzione di $y^+$.

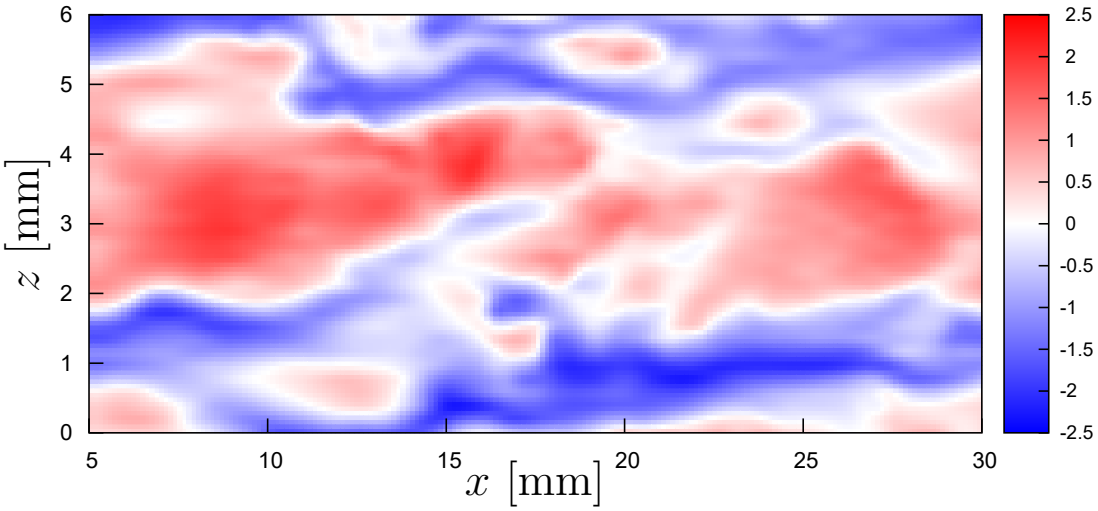


Figura 3.11. Placca liscia: visualizzazione della fluttuazione di velocità $u'$ nel piano $xz$ per $y^+ \simeq 15$. Il flusso va da sinistra a destra. Istante temporale a circa 20 millesimi di secondo.

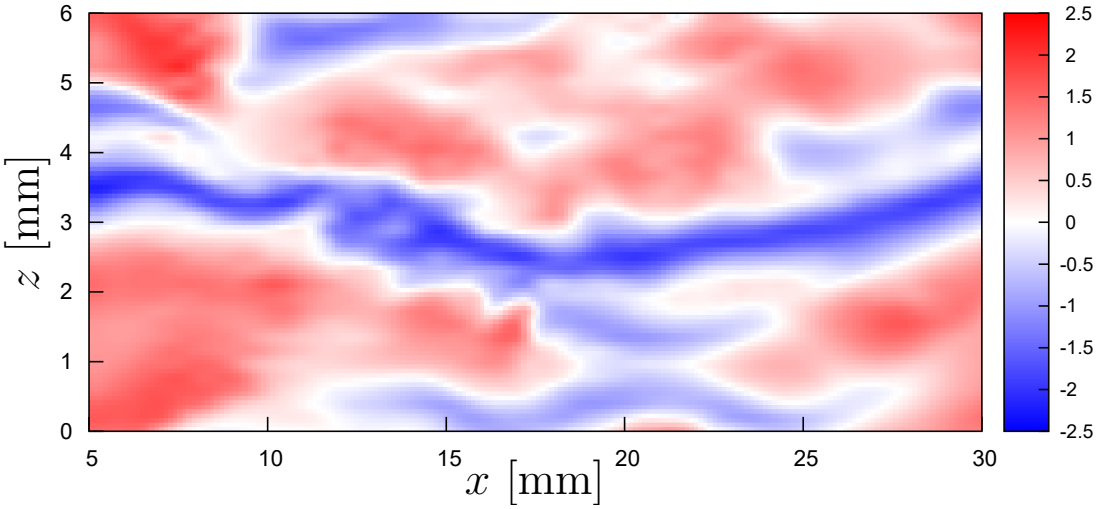


Figura 3.12. Placca liscia: visualizzazione della fluttuazione di velocità $u'$ nel piano $xz$ per $y^+ \simeq 15$. Il flusso va da sinistra a destra. Istante temporale a circa 25 millesimi di secondo.

## 3.5 Placca Riblets

Dopo aver ottenuto dei risultati attendibili con la simulazione della placca liscia, per la placca con le riblets si è applicata la stessa metodologia. Essendo tuttavia un caso complesso e con la necessità di ingenti risorse computazionali,

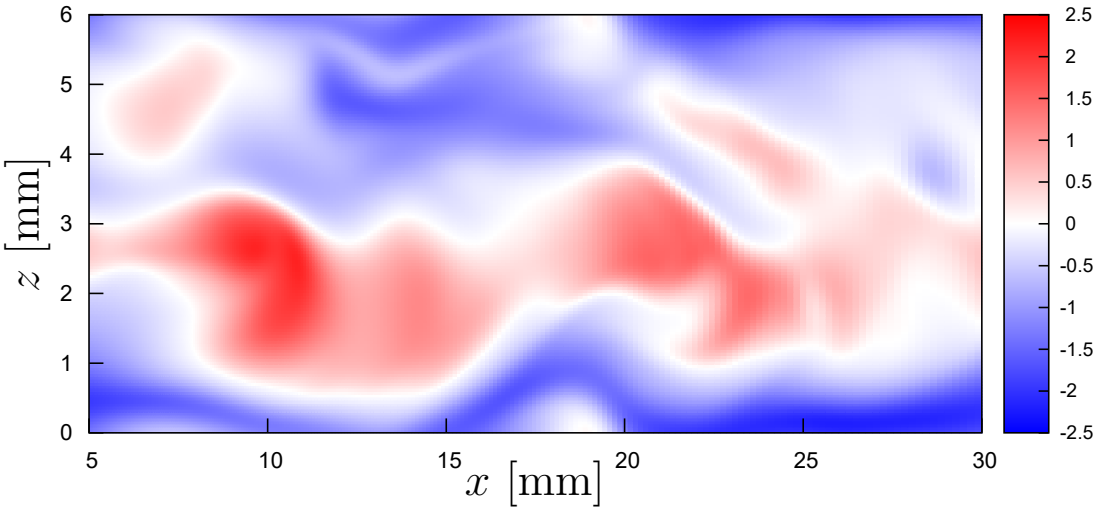


Figura 3.13. Placca liscia: visualizzazione della fluttuazione di velocità $u'$ nel piano $xz$ per $y \simeq 1\ mm$. Il flusso va da sinistra a destra. Istante temporale a circa 90 millesimi di secondo.

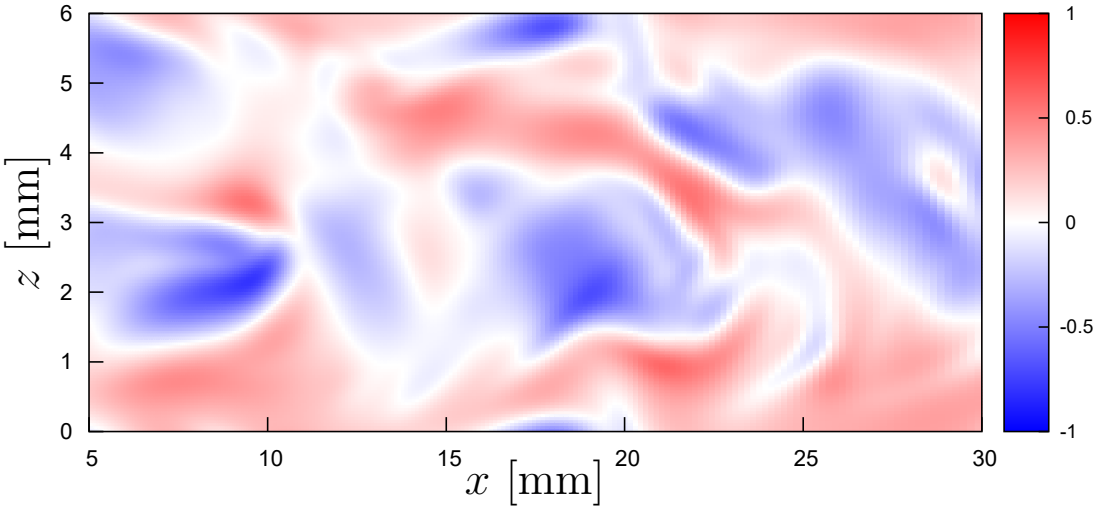


Figura 3.14. Placca liscia: visualizzazione della fluttuazione di velocità $v'$ nel piano $xz$ per $y \simeq 1\ mm$. Il flusso va da sinistra a destra. Istante temporale a circa 90 millesimi di secondo.

i risultati che presentiamo per la placca riblets sono da considerarsi preliminari. Infatti ottimizzazioni sulla geometria della riblets stessa e sull'entità del disturbo nella fringe region, sicuramente potranno giovare ai risultati futuri. La simulazione è andata avanti per un tempo minore rispetto a quella della

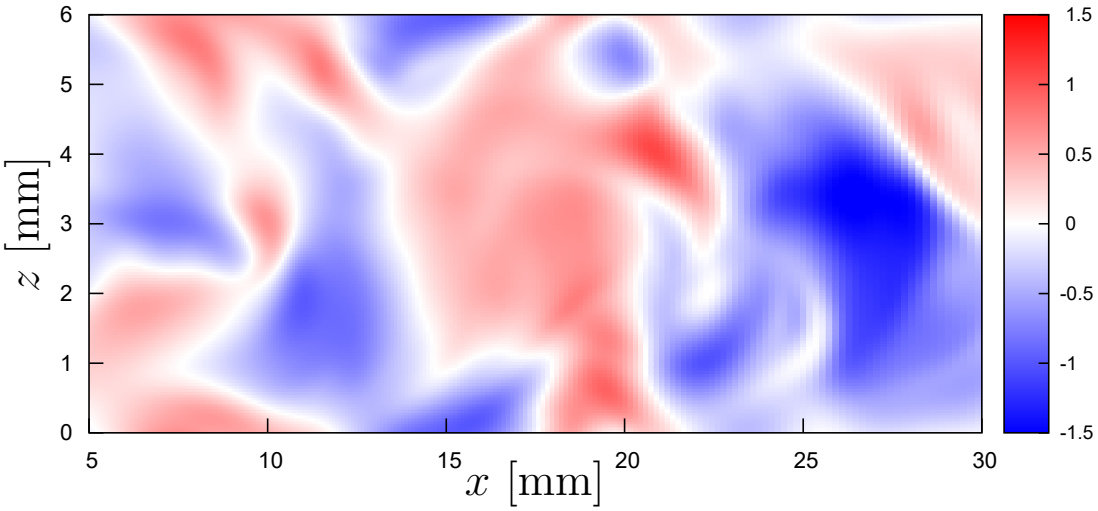


Figura 3.15. Placca liscia: visualizzazione della fluttuazione di velocità $w'$ nel piano $xz$ per $y \simeq 1\ mm$. Il flusso va da sinistra a destra. Istante temporale a circa 90 millesimi di secondo.

placca liscia, per cui non si è raggiunto ancora il pieno sviluppo del flusso turbolento. Nelle successive figure, mostriamo comunque le statistiche preliminari e alcune visualizzazioni. Come nel caso precedente, i piani di campionamento sono stati presi in una dozzina di stazioni lungo l'asse $x$ e per tutta la lunghezza in $y$ e $z$. In figura 3.17, possiamo vedere nel piano $yz$ come si presenta la distribuzione del campo di velocità. Nella zona delle valli la velocità è minore, mentre salendo lungo $y$ aumenta. La visualizzazione si riferisce ancora a uno stato iniziale ($t = 0.001\ s$) in cui non si sono sviluppate a pieno le strutture turbolente. Trattandosi solo di due creste, abbiamo in $z$ una larghezza di 0.6 $mm$ e in $y$ siamo poco oltre 0.3 $mm$, se si considera che l'altezza della riblets triangolare è di soli 0.21 $mm$.

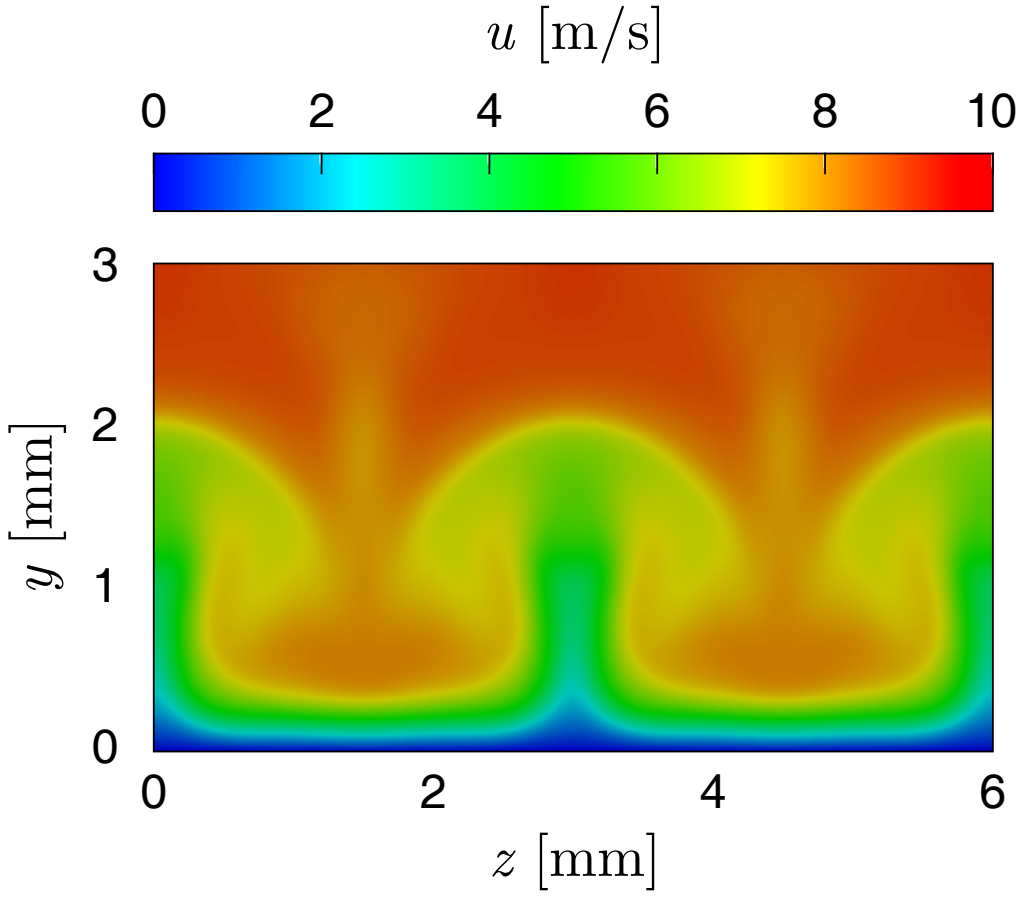


Figura 3.16. Placca liscia: inizio formazione delle streaks nel piano $yz$.

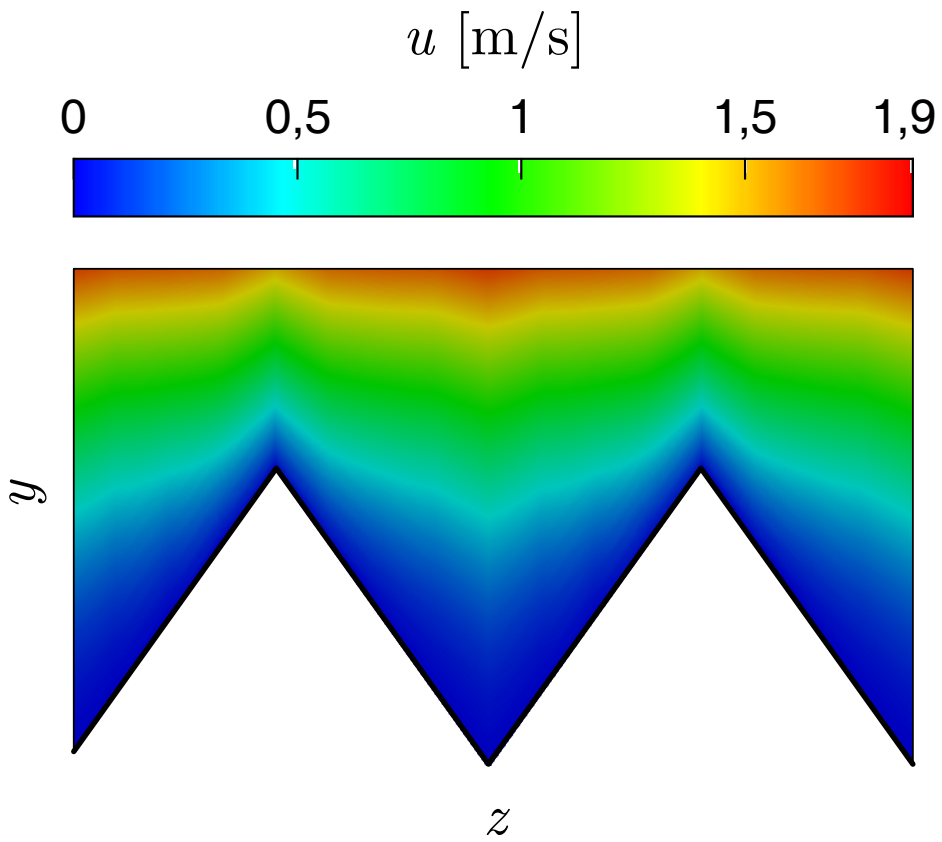


Figura 3.17. Placca riblets: campo di velocità per due creste nel piano $yz$.

# Capitolo 4

# Conclusioni

Il presente progetto di tesi vuole fornire una metodologia che permetta di studiare il flusso turbolento attorno a una superficie riblets. Dovendo creare le basi per tale analisi, non si pretende che i risultati siano esenti da errori. Infatti nell'ambito delle simulazioni numeriche, ma anche in quello sperimentale o nell'intera professione ingegneristica, è necessario provare e migliorare ogni volta la procedura. Alla luce dei risultati ottenuti, possiamo dire di avere una buona base di partenza. Per la placca liscia infatti i profili di velocità hanno un andamento coerente con la letteratura e le strutture turbolente visualizzate hanno una corretta formazione. Nel piano $xz$ sono ben riconoscibili le bande di alta e bassa velocità delle low e high speed streaks, mentre nel piano $yz$ vediamo frontalmente la generazione dei vortici agli istanti iniziali. Per quanto riguarda l'intensità delle fluttuazioni turbolente nella componente $u$, abbiamo che il picco si attesta giustamente intorno a 15-20 $y^+$. Per la placca riblets, il tempo simulato è stato inferiore. Era fondamentale infatti accertarsi prima di ottenere dei risultati validi con la placca liscia e successivamente applicare la stessa metodologia alla placca riblets.
Dal punto di vista computazionale, a simulazione compiuta ci si è ritrovati ad avere una velocità d'attrito inferiore a quanto previsto. Nel profilo di velocità adimensionale infatti, la zona logaritmica ha una leggero rialzamento rispetto all'andamento voluto, dovuto principalmente al valore sottostimato di $u_\tau$. Per ottenere risultati migliori inoltre, il dominio in $x$ e $z$ sarebbe dovuto essere più grande (almeno doppio in $z$), permettendo la migliore formazione delle strutture turbolente vicino a parete, che nelle nostre visualizzazioni risultano leggermente tagliate. Trattandosi di una simulazione con elevato numero di celle e con la necessità di ingenti risorse computazionali, il tempo simulato arriva fino a 0.09 $s$. Non è da escludere che potendo proseguire oltre, i risultati possano essere nettamente migliori. Il passo temporale è molto piccolo per entrambe le simulazioni per evitare che ci possano essere problemi di instabilità

della soluzione. Inoltre, per avere un maggiore sviluppo della turbolenza, la tecnica della fringe region dovrebbe essere integrata con delle perturbazioni più consistenti. Le forme dei disturbi devono essere in grado di sviluppare prima le caratteristiche del flusso turbolento. Infine, si potrebbe impostare una simulazione in cui la superficie riblets occupa il fondo di un canale. In questo modo si avrebbero dati di confronto per un flusso turbolento di parete in condizioni analoghe per validare la procedura.

## 4.1 Sviluppi futuri

Alla luce di quanto analizzato nella precedente sezione, numerosi possono essere gli spunti per sviluppi e miglioramenti futuri. Prima di tutto è necessario proseguire la simulazione per un intervallo temporale maggiore e migliorare la risoluzione della griglia. Trattandosi di una simulazione con un metodo ai volumi finiti e non alle differenze finite, i valori delle grandezze ricavate sono ottenute integrando nella superficie della cella come valore mediato. Proprio per questo motivo è necessario almeno avere un'elevata risoluzione di griglia. Il dominio simulato deve essere più grande, per riuscire a cogliere interamente le strutture turbolente. Una volta raggiunta l'ottimizzazione del codice per il caso di riblets V-shaped, è possibile studiare e confrontare diverse geometrie. Anche la stessa sezione triangolare, al variare dei parametri $h$, $s$ e $h^+$ e $s^+$, può essere significativa per studiare il meccanismo di riduzione di resistenza. Modificando la mesh, si possono simulare anche riblets U-shaped o sinusoidali. Un'altra opzione potrebbe essere anche l'utilizzo di una superficie CAD e dell'utility snappyHexMeshDict, al posto della griglia strutturata generata con blockMeshDict. Un interessante sviluppo, attinente con quanto riporta la letteratura in ambito riblets, è lo studio del comportamento del flusso al variare dell'incidenza della velocità della corrente esterna. Noi infatti abbiamo simulato una situazione semplice, in cui il flusso arriva perfettamente parallelo alla superficie. Da quanto riportato in letteratura, è noto che esista un angolo ottimale che massimizza la riduzione di resistenza. Questo tipo di studio potrebbe essere interessante soprattutto dal punto di vista applicativo, poichè in una condizione di volo in cui le riblets sono applicate sulla superficie alare, è normale trovarsi nella situazione di essere soggetti a diverse incidenze. Un'altra considerazione può farsi usufruendo delle potenzialità del software di calcolo OpenFOAM. Esso nasce per sfruttare al meglio i metodi ai volumi finiti e i modelli di turbolenza, quali RANS e LES. La simulazione con le riblets potrebbe essere impostata utilizzando uno dei tanti modelli di turbolenza già nativi del software e confrontata con i risultati in letteratura.

# Appendice A

# Listati codici OpenFOAM

## A.1 blockMeshDict

```
/*--------------------------------*- C++ -*----------------------------------*\
| =========                 |                                                 |
| \\      /  F ield         | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox           |
|  \\    /   O peration     | Version:  5                                     |
|   \\  /    A nd           | Web:      www.OpenFOAM.org                      |
|    \\/     M anipulation  |                                                 |
\*---------------------------------------------------------------------------*/
FoamFile
{
    version     2.0;
    format      ascii;
    class       dictionary;
    object      blockMeshDict;
}
// * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * //

convertToMeters 0.001; //[mm]

//DOMINIO FLUIDO
```

```
20 //20 CRESTE IN Z (SPANWISE) --> simuliamo 6 mm
21 //RIBLETS V-SHAPE (h=0.21 mm, s=0.3 mm)
22
23 //PARAMETRI RIBLETS
24 lunghezza  0.3;
25 hrib       0.21;
26
27 //PARAMETRI BOX PRIMA FILA
28 height  10;  //ALTEZZA PRIMA FILA BOX IN Y (NORMAL)
29
30 //PARAMETRI BOX SECONDA FILA
31 d  20;  //ALTEZZA SECONDA FILA BOX IN Y (NORMAL)
32
33 //PARAMETRI BLOCCO TRAPEZIO
34 L  20;   //LUNGHEZZA PLACCA IN X (STREAMWISE)
35 H  0.5;  //ALTEZZA BLOCCO TRAPEZOIDALE
36          //(BASE MAGGIORE DEL TRAPEZIO)
37 lrib  #calc "$lunghezza/2";   //LUNGHEZZA DI META'
38                               //RIBLETS IN Z
39
40 //NUMERO CELLE BLOCCO TRAPEZIO
41 N1   25; //Y
42 N2   4; //Z
43 N3  200; //X
44
45 //NUMERO CELLE PRIMA FILA BOX
46 NB1 100; //Y
47 NB2   4; //Z
48 NB3 200; //X
49
50 //NUMERO CELLE SECONDA FILA BOX
51 NC1  50; //Y
52 NC2   4; //Z
53 NC3 200; //X
54
55 //CELLE TOTALI 5600000
56
57 //RATEI DI ESPANSIONE BLOCCO TRAPEZIO
58 SG1   1;  //Y
59 SG2   1;  //Z
60 SG3   1;  //X
61
62 //RATEI DI ESPANSIONE PRIMA FILA BOX
```

```
SGB1   14;   //Y
SGB2    1;   //Z
SGB3    1;   //X

//RATEI DI ESPANSIONE PRIMA FILA BOX
SGC1    2;   //Y
SGC2    1;   //Z
SGC3    1;   //X

vertices
(
//VERTICI TRAPEZI
    (0 0 0)                    //0
    (0 $H 0)                //1
    (0 $H $lrib)               //2
    (0 $hrib $lrib)               //3
    ($L 0 0)                //4
    ($L $H 0)                //5
    ($L $H $lrib)               //6
    ($L $hrib $lrib)           //7
    (0 0 #calc "$lrib*2")     //8
    (0 $H #calc "$lrib*2")     //9
    ($L $H #calc "$lrib*2")     //10
    ($L 0 #calc "$lrib*2")     //11
    (0 $hrib #calc "$lrib*3")    //12
    (0 $H #calc "$lrib*3")     //13
    ($L $H #calc "$lrib*3")     //14
    ($L $hrib #calc "$lrib*3")    //15
    (0 0 #calc "$lrib*4")     //16
    (0 $H #calc "$lrib*4")     //17
    ($L $H #calc "$lrib*4")     //18
    ($L 0 #calc "$lrib*4")     //19
    (0 $hrib #calc "$lrib*5")    //20
    (0 $H #calc "$lrib*5")     //21
    ($L $H #calc "$lrib*5")     //22
    ($L $hrib #calc "$lrib*5")    //23
    (0 0 #calc "$lrib*6")     //24
    (0 $H #calc "$lrib*6")     //25
    ($L $H #calc "$lrib*6")     //26
    ($L 0 #calc "$lrib*6")     //27
    (0 $hrib #calc "$lrib*7")    //28
    (0 $H #calc "$lrib*7")     //29
    ($L $H #calc "$lrib*7")     //30
```

```
    ($L $hrib #calc "$lrib*7")    //31
    (0 0 #calc "$lrib*8")     //32
    (0 $H #calc "$lrib*8")     //33
    ($L $H #calc "$lrib*8")     //34
    ($L 0 #calc "$lrib*8")     //35
    (0 $hrib #calc "$lrib*9")    //36
    (0 $H #calc "$lrib*9")     //37
    ($L $H #calc "$lrib*9")     //38
    ($L $hrib #calc "$lrib*9")    //39
    (0 0 #calc "$lrib*10")     //40
    (0 $H #calc "$lrib*10")     //41
    ($L $H #calc "$lrib*10")    //42
    ($L 0 #calc "$lrib*10")     //43
    (0 $hrib #calc "$lrib*11")    //44
    (0 $H #calc "$lrib*11")     //45
    ($L $H #calc "$lrib*11")    //46
    ($L $hrib #calc "$lrib*11")    //47
    (0 0 #calc "$lrib*12")     //48
    (0 $H #calc "$lrib*12")     //49
    ($L $H #calc "$lrib*12")    //50
    ($L 0 #calc "$lrib*12")     //51
    (0 $hrib #calc "$lrib*13")    //52
    (0 $H #calc "$lrib*13")     //53
    ($L $H #calc "$lrib*13")    //54
    ($L $hrib #calc "$lrib*13")    //55
    (0 0 #calc "$lrib*14")     //56
    (0 $H #calc "$lrib*14")     //57
    ($L $H #calc "$lrib*14")    //58
    ($L 0 #calc "$lrib*14")     //59
    (0 $hrib #calc "$lrib*15")    //60
    (0 $H #calc "$lrib*15")     //61
    ($L $H #calc "$lrib*15")    //62
    ($L $hrib #calc "$lrib*15")    //63
    (0 0 #calc "$lrib*16")     //64
    (0 $H #calc "$lrib*16")     //65
    ($L $H #calc "$lrib*16")    //66
    ($L 0 #calc "$lrib*16")     //67
    (0 $hrib #calc "$lrib*17")    //68
    (0 $H #calc "$lrib*17")     //69
    ($L $H #calc "$lrib*17")       //70
    ($L $hrib #calc "$lrib*17")    //71
    (0 0 #calc "$lrib*18")     //72
    (0 $H #calc "$lrib*18")     //73
```

```
    ($L $H #calc "$lrib*18")    //74
    ($L 0 #calc "$lrib*18")     //75
    (0 $hrib #calc "$lrib*19")    //76
    (0 $H #calc "$lrib*19")     //77
    ($L $H #calc "$lrib*19")    //78
    ($L $hrib #calc "$lrib*19")    //79
    (0 0 #calc "$lrib*20")     //80
    (0 $H #calc "$lrib*20")     //81
    ($L $H #calc "$lrib*20")    //82
    ($L 0 #calc "$lrib*20")     //83
    (0 $hrib #calc "$lrib*21")    //84
    (0 $H #calc "$lrib*21")     //85
    ($L $H #calc "$lrib*21")    //86
    ($L $hrib #calc "$lrib*21")    //87
    (0 0 #calc "$lrib*22")     //88
    (0 $H #calc "$lrib*22")     //89
    ($L $H #calc "$lrib*22")    //90
    ($L 0 #calc "$lrib*22")     //91
    (0 $hrib #calc "$lrib*23")    //92
    (0 $H #calc "$lrib*23")     //93
    ($L $H #calc "$lrib*23")    //94
    ($L $hrib #calc "$lrib*23")    //95
    (0 0 #calc "$lrib*24")     //96
    (0 $H #calc "$lrib*24")     //97
    ($L $H #calc "$lrib*24")    //98
    ($L 0 #calc "$lrib*24")     //99
    (0 $hrib #calc "$lrib*25")    //100
    (0 $H #calc "$lrib*25")     //101
    ($L $H #calc "$lrib*25")    //102
    ($L $hrib #calc "$lrib*25")    //103
    (0 0 #calc "$lrib*26")     //104
    (0 $H #calc "$lrib*26")     //105
    ($L $H #calc "$lrib*26")    //106
    ($L 0 #calc "$lrib*26")     //107
    (0 $hrib #calc "$lrib*27")    //108
    (0 $H #calc "$lrib*27")     //109
    ($L $H #calc "$lrib*27")    //110
    ($L $hrib #calc "$lrib*27")    //111
    (0 0 #calc "$lrib*28")     //112
    (0 $H #calc "$lrib*28")     //113
    ($L $H #calc "$lrib*28")    //114
    ($L 0 #calc "$lrib*28")     //115
    (0 $hrib #calc "$lrib*29")    //116
```

```
    (0 $H #calc "$lrib*29")     //117
    ($L $H #calc "$lrib*29")    //118
    ($L $hrib #calc "$lrib*29")    //119
    (0 0 #calc "$lrib*30")     //120
    (0 $H #calc "$lrib*30")     //121
    ($L $H #calc "$lrib*30")    //122
    ($L 0 #calc "$lrib*30")     //123
    (0 $hrib #calc "$lrib*31")    //124
    (0 $H #calc "$lrib*31")     //125
    ($L $H #calc "$lrib*31")    //126
    ($L $hrib #calc "$lrib*31")    //127
    (0 0 #calc "$lrib*32")     //128
    (0 $H #calc "$lrib*32")     //129
    ($L $H #calc "$lrib*32")    //130
    ($L 0 #calc "$lrib*32")     //131
    (0 $hrib #calc "$lrib*33")    //132
    (0 $H #calc "$lrib*33")     //133
    ($L $H #calc "$lrib*33")    //134
    ($L $hrib #calc "$lrib*33")    //135
    (0 0 #calc "$lrib*34")     //136
    (0 $H #calc "$lrib*34")     //137
    ($L $H #calc "$lrib*34")    //138
    ($L 0 #calc "$lrib*34")     //139
    (0 $hrib #calc "$lrib*35")    //140
    (0 $H #calc "$lrib*35")     //141
    ($L $H #calc "$lrib*35")    //142
    ($L $hrib #calc "$lrib*35")    //143
    (0 0 #calc "$lrib*36")     //144
    (0 $H #calc "$lrib*36")     //145
    ($L $H #calc "$lrib*36")    //146
    ($L 0 #calc "$lrib*36")     //147
    (0 $hrib #calc "$lrib*37")    //148
    (0 $H #calc "$lrib*37")     //149
    ($L $H #calc "$lrib*37")    //150
    ($L $hrib #calc "$lrib*37")    //151
    (0 0 #calc "$lrib*38")     //152
    (0 $H #calc "$lrib*38")     //153
    ($L $H #calc "$lrib*38")    //154
    ($L 0 #calc "$lrib*38")     //155
    (0 $hrib #calc "$lrib*39")    //156
    (0 $H #calc "$lrib*39")     //157
    ($L $H #calc "$lrib*39")    //158
    ($L $hrib #calc "$lrib*39")    //159
```

```
    (0 0 #calc "$lrib*40")     //160
    (0 $H #calc "$lrib*40")     //161
    ($L $H #calc "$lrib*40")    //162
    ($L 0 #calc "$lrib*40")     //163

//VERTICI BOX PRIMA FILA
    (0 #calc "$H+$height" 0)         //164
    ($L #calc "$H+$height" 0)                  //165
    ($L #calc "$H+$height" $lrib)          //166
    (0 #calc "$H+$height" $lrib)          //167
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*2")  //168
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*2")  //169
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*3")  //170
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*3")  //171
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*4")  //172
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*4")  //173
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*5")  //174
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*5")  //175
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*6")  //176
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*6")  //177
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*7")  //178
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*7")  //179
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*8")  //180
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*8")  //181
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*9")  //182
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*9")  //183
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*10") //184
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*10")  //185
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*11") //186
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*11")  //187
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*12") //188
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*12")  //189
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*13") //190
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*13")  //191
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*14") //192
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*14")  //193
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*15") //194
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*15")  //195
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*16") //196
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*16")  //197
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*17") //198
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*17")  //199
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*18") //200
```

```
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*18")  //201
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*19") //202
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*19")  //203
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*20") //204
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*20")  //205
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*21") //206
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*21")  //207
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*22") //208
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*22")  //209
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*23") //210
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*23")  //211
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*24") //212
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*24")  //213
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*25") //214
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*25")  //215
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*26") //216
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*26")  //217
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*27") //218
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*27")  //219
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*28") //220
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*28")  //221
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*29") //222
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*29")  //223
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*30") //224
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*30")  //225
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*31") //226
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*31")  //227
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*32") //228
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*32")  //229
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*33") //230
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*33")  //231
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*34") //232
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*34")  //233
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*35") //234
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*35")  //235
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*36") //236
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*36")  //237
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*37") //238
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*37")  //239
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*38") //240
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*38")  //241
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*39") //242
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*39")  //243
```

```
    ($L #calc "$H+$height" #calc "$lrib*40") //244
    (0 #calc "$H+$height" #calc "$lrib*40")  //245

//VERTICI BOX SECONDA FILA
    (0 #calc "$H+$height+$d" 0)            //246
    ($L #calc "$H+$height+$d" 0)                 //247
    ($L #calc "$H+$height+$d" $lrib)          //248
    (0 #calc "$H+$height+$d" $lrib)              //249
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*2")  //250
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*2")  //251
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*3")  //252
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*3")  //253
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*4")  //254
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*4")  //255
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*5")  //256
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*5")  //257
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*6")  //258
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*6")  //259
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*7")  //260
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*7")  //261
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*8")  //262
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*8")  //263
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*9")  //264
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*9")  //265
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*10")  //266
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*10")  //267
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*11")  //268
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*11")  //269
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*12")  //270
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*12")  //271
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*13")  //272
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*13")  //273
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*14")  //274
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*14")  //275
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*15")  //276
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*15")  //277
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*16")  //278
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*16")  //279
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*17")  //280
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*17")  //281
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*18")  //282
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*18")  //283
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*19")  //284
```

```
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*19")  //285
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*20")  //286
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*20")  //287
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*21")  //288
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*21")  //289
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*22")  //290
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*22")  //291
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*23")  //292
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*23")  //293
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*24")  //294
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*24")  //295
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*25")  //296
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*25")  //297
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*26")  //298
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*26")  //299
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*27")  //300
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*27")  //301
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*28")  //302
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*28")  //303
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*29")  //304
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*29")  //305
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*30")  //306
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*30")  //307
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*31")  //308
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*31")  //309
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*32")  //310
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*32")  //311
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*33")  //312
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*33")  //313
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*34")  //314
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*34")  //315
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*35")  //316
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*35")  //317
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*36")  //318
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*36")  //319
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*37")  //320
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*37")  //321
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*38")  //322
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*38")  //323
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*39")  //324
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*39")  //325
    ($L #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*40")  //326
    (0 #calc "$H+$height+$d" #calc "$lrib*40")  //327
```

```
);

blocks
(
//BLOCCHI TRAPEZI
    hex (0 1 2 3 4 5 6 7) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)                //blocco 1
    hex (3 2 9 8 7 6 10 11) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)               //blocco 2
    hex (8 9 13 12 11 10 14 15) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)           //blocco 3
    hex (12 13 17 16 15 14 18 19) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 4
    hex (16 17 21 20 19 18 22 23) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 5
    hex (20 21 25 24 23 22 26 27) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 6
    hex (24 25 29 28 27 26 30 31) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 7
    hex (28 29 33 32 31 30 34 35) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 8
    hex (32 33 37 36 35 34 38 39) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 9
    hex (36 37 41 40 39 38 42 43) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 10
    hex (40 41 45 44 43 42 46 47) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 11
    hex (44 45 49 48 47 46 50 51) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 12
    hex (48 49 53 52 51 50 54 55) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 13
    hex (52 53 57 56 55 54 58 59) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 14
    hex (56 57 61 60 59 58 62 63) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 15
    hex (60 61 65 64 63 62 66 67) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 16
    hex (64 65 69 68 67 66 70 71) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 17
    hex (68 69 73 72 71 70 74 75) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 18
    hex (72 73 77 76 75 74 78 79) ($N1 $N2 $N3) simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)         //blocco 19
```

```
    hex (76 77 81 80 79 78 82 83) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)          //blocco 20
    hex (80 81 85 84 83 82 86 87) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)          //blocco 21
    hex (84 85 89 88 87 86 90 91) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)          //blocco 22
    hex (88 89 93 92 91 90 94 95) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)          //blocco 23
    hex (92 93 97 96 95 94 98 99) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)          //blocco 24
    hex (96 97 101 100 99 98 102 103) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)      //blocco 25
    hex (100 101 105 104 103 102 106 107) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 26
    hex (104 105 109 108 107 106 110 111) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 27
    hex (108 109 113 112 111 110 114 115) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 28
    hex (112 113 117 116 115 114 118 119) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 29
    hex (116 117 121 120 119 118 122 123) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 30
    hex (120 121 125 124 123 122 126 127) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 31
    hex (124 125 129 128 127 126 130 131) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 32
    hex (128 129 133 132 131 130 134 135) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 33
    hex (132 133 137 136 135 134 138 139) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 34
    hex (136 137 141 140 139 138 142 143) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 35
    hex (140 141 145 144 143 142 146 147) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 36
    hex (144 145 149 148 147 146 150 151) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 37
    hex (148 149 153 152 151 150 154 155) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 38
    hex (152 153 157 156 155 154 158 159) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 39
    hex (156 157 161 160 159 158 162 163) ($N1 $N2 $N3)
  simpleGrading ($SG1 $SG2 $SG3)  //blocco 40

```

```
453 //PRIMA FILA BOX
454     hex (1 164 167 2 5 165 166 6) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)
    //box 1
455     hex (2 167 169 9 6 166 168 10) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)
    //box 2
456     hex (9 169 171 13 10 168 170 14) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 3
457     hex (13 171 173 17 14 170 172 18) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 4
458     hex (17 173 175 21 18 172 174 22) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 5
459     hex (21 175 177 25 22 174 176 26) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 6
460     hex (25 177 179 29 26 176 178 30) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 7
461     hex (29 179 181 33 30 178 180 34) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 8
462     hex (33 181 183 37 34 180 182 38) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 9
463     hex (37 183 185 41 38 182 184 42) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 10
464     hex (41 185 187 45 42 184 186 46) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 11
465     hex (45 187 189 49 46 186 188 50) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 12
466     hex (49 189 191 53 50 188 190 54) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 13
467     hex (53 191 193 57 54 190 192 58) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                    //
    box 14
```

```
468     hex (57 193 195 61 58 192 194 62) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                //
    box 15
469     hex (61 195 197 65 62 194 196 66) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                //
    box 16
470     hex (65 197 199 69 66 196 198 70) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                //
    box 17
471     hex (69 199 201 73 70 198 200 74) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                //
    box 18
472     hex (73 201 203 77 74 200 202 78) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                //
    box 19
473     hex (77 203 205 81 78 202 204 82) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                //
    box 20
474     hex (81 205 207 85 82 204 206 86) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                //
    box 21
475     hex (85 207 209 89 86 206 208 90) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                //
    box 22
476     hex (89 209 211 93 90 208 210 94) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                //
    box 23
477     hex (93 211 213 97 94 210 212 98) ($NB1 $NB2 $NB3)
    simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)                //
    box 24
478     hex (97 213 215 101 98 212 214 102) ($NB1 $NB2 $NB3)
     simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)               //box
     25
479     hex (101 215 217 105 102 214 216 106) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 26
480     hex (105 217 219 109 106 216 218 110) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 27
481     hex (109 219 221 113 110 218 220 114) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 28
```

```
482     hex (113 221 223 117 114 220 222 118) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 29
483     hex (117 223 225 121 118 222 224 122) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 30
484     hex (121 225 227 125 122 224 226 126) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 31
485     hex (125 227 229 129 126 226 228 130) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 32
486     hex (129 229 231 133 130 228 230 134) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 33
487     hex (133 231 233 137 134 230 232 138) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 34
488     hex (137 233 235 141 138 232 234 142) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 35
489     hex (141 235 237 145 142 234 236 146) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 36
490     hex (145 237 239 149 146 236 238 150) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 37
491     hex (149 239 241 153 150 238 240 154) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 38
492     hex (153 241 243 157 154 240 242 158) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 39
493     hex (157 243 245 161 158 242 244 162) ($NB1 $NB2
    $NB3) simpleGrading ($SGB1 $SGB2 $SGB3)             //
    box 40
494
495 //SECONDA FILA BOX
496     hex (164 246 249 167 165 247 248 166) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 1
```

```
497     hex (167 249 251 169 166 248 250 168) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 2
498     hex (169 251 253 171 168 250 252 170) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 3
499     hex (171 253 255 173 170 252 254 172) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 4
500     hex (173 255 257 175 172 254 256 174) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 5
501     hex (175 257 259 177 174 256 258 176) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 6
502     hex (177 259 261 179 176 258 260 178) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 7
503     hex (179 261 263 181 178 260 262 180) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 8
504     hex (181 263 265 183 180 262 264 182) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 9
505     hex (183 265 267 185 182 264 266 184) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 10
506     hex (185 267 269 187 184 266 268 186) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 11
507     hex (187 269 271 189 186 268 270 188) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 12
508     hex (189 271 273 191 188 270 272 190) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 13
509     hex (191 273 275 193 190 272 274 192) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 14
510     hex (193 275 277 195 192 274 276 194) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 15
```

```
511     hex (195 277 279 197 194 276 278 196) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 16
512     hex (197 279 281 199 196 278 280 198) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 17
513     hex (199 281 283 201 198 280 282 200) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 18
514     hex (201 283 285 203 200 282 284 202) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 19
515     hex (203 285 287 205 202 284 286 204) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 20
516     hex (205 287 289 207 204 286 288 206) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 21
517     hex (207 289 291 209 206 288 290 208) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 22
518     hex (209 291 293 211 208 290 292 210) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 23
519     hex (211 293 295 213 210 292 294 212) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 24
520     hex (213 295 297 215 212 294 296 214) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 25
521     hex (215 297 299 217 214 296 298 216) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 26
522     hex (217 299 301 219 216 298 300 218) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 27
523     hex (219 301 303 221 218 300 302 220) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 28
524     hex (221 303 305 223 220 302 304 222) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 29
```

```
525     hex (223 305 307 225 222 304 306 224) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 30
526     hex (225 307 309 227 224 306 308 226) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 31
527     hex (227 309 311 229 226 308 310 228) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 32
528     hex (229 311 313 231 228 310 312 230) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 33
529     hex (231 313 315 233 230 312 314 232) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 34
530     hex (233 315 317 235 232 314 316 234) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 35
531     hex (235 317 319 237 234 316 318 236) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 36
532     hex (237 319 321 239 236 318 320 238) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 37
533     hex (239 321 323 241 238 320 322 240) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 38
534     hex (241 323 325 243 240 322 324 242) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 39
535     hex (243 325 327 245 242 324 326 244) ($NC1 $NC2
    $NC3) simpleGrading ($SGC1 $SGC2 $SGC3)
    //box 40
536 );
537
538 edges
539 (
540
541 );
542
543 boundary
544 (
545     inlet
```

```
546     {
547         type patch;
548         faces
549         (
550             //BLOCCHI TRAPEZI
551             (0 1 2 3)
552             (3 2 9 8)
553             (8 9 13 12)
554             (12 13 17 16)
555             (16 17 21 20)
556             (20 21 25 24)
557             (24 25 29 28)
558             (28 29 33 32)
559             (32 33 37 36)
560             (36 37 41 40)
561             (40 41 45 44)
562             (44 45 49 48)
563             (48 49 53 52)
564             (52 53 57 56)
565             (56 57 61 60)
566             (60 61 65 64)
567             (64 65 69 68)
568             (68 69 73 72)
569             (72 73 77 76)
570             (76 77 81 80)
571             (80 81 85 84)
572             (84 85 89 88)
573             (88 89 93 92)
574             (92 93 97 96)
575             (96 97 101 100)
576             (100 101 105 104)
577             (104 105 109 108)
578             (108 109 113 112)
579             (112 113 117 116)
580             (116 117 121 120)
581             (120 121 125 124)
582             (124 125 129 128)
583             (128 129 133 132)
584             (132 133 137 136)
585             (136 137 141 140)
586             (140 141 145 144)
587             (144 145 149 148)
588             (148 149 153 152)
```

```
            (152 153 157 156)
            (156 157 161 160)

            //PRIMA FILA DI BOX
            (1 164 167 2)
            (2 167 169 9)
            (9 169 171 13)
            (13 171 173 17)
            (17 173 175 21)
            (21 175 177 25)
            (25 177 179 29)
            (29 179 181 33)
            (33 181 183 37)
            (37 183 185 41)
            (41 185 187 45)
            (45 187 189 49)
            (49 189 191 53)
            (53 191 193 57)
            (57 193 195 61)
            (61 195 197 65)
            (65 197 199 69)
            (69 199 201 73)
            (73 201 203 77)
            (77 203 205 81)
            (81 205 207 85)
            (85 207 209 89)
            (89 209 211 93)
            (93 211 213 97)
            (97 213 215 101)
            (101 215 217 105)
            (105 217 219 109)
            (109 219 221 113)
            (113 221 223 117)
            (117 223 225 121)
            (121 225 227 125)
            (125 227 229 129)
            (129 229 231 133)
            (133 231 233 137)
            (137 233 235 141)
            (141 235 237 145)
            (145 237 239 149)
            (149 239 241 153)
            (153 241 243 157)
```

```
632             (157 243 245 161)
633
634             //SECONDA FILA DI BOX
635             (164 246 249 167)
636             (167 249 251 169)
637             (169 251 253 171)
638             (171 253 255 173)
639             (173 255 257 175)
640             (175 257 259 177)
641             (177 259 261 179)
642             (179 261 263 181)
643             (181 263 265 183)
644             (183 265 267 185)
645             (185 267 269 187)
646             (187 269 271 189)
647             (189 271 273 191)
648             (191 273 275 193)
649             (193 275 277 195)
650             (195 277 279 197)
651             (197 279 281 199)
652             (199 281 283 201)
653             (201 283 285 203)
654             (203 285 287 205)
655             (205 287 289 207)
656             (207 289 291 209)
657             (209 291 293 211)
658             (211 293 295 213)
659             (213 295 297 215)
660             (215 297 299 217)
661             (217 299 301 219)
662             (219 301 303 221)
663             (221 303 305 223)
664             (223 305 307 225)
665             (225 307 309 227)
666             (227 309 311 229)
667             (229 311 313 231)
668             (231 313 315 233)
669             (233 315 317 235)
670             (235 317 319 237)
671             (237 319 321 239)
672             (239 321 323 241)
673             (241 323 325 243)
674             (243 325 327 245)
```

```
675         );
676     }
677     outlet
678     {
679         type patch;
680         faces
681         (
682             //BLOCCHI TRAPEZI
683             (4 5 6 7)
684             (7 6 10 11)
685             (11 10 14 15)
686             (15 14 18 19)
687             (19 18 22 23)
688             (23 22 26 27)
689             (27 26 30 31)
690             (31 30 34 35)
691             (35 34 38 39)
692             (39 38 42 43)
693             (43 42 46 47)
694             (47 46 50 51)
695             (51 50 54 55)
696             (55 54 58 59)
697             (59 58 62 63)
698             (63 62 66 67)
699             (67 66 70 71)
700             (71 70 74 75)
701             (75 74 78 79)
702             (79 78 82 83)
703             (83 82 86 87)
704             (87 86 90 91)
705             (91 90 94 95)
706             (95 94 98 99)
707             (99 98 102 103)
708             (103 102 106 107)
709             (107 106 110 111)
710             (111 110 114 115)
711             (115 114 118 119)
712             (119 118 122 123)
713             (123 122 126 127)
714             (127 126 130 131)
715             (131 130 134 135)
716             (135 134 138 139)
717             (139 138 142 143)
```

```
(143 142 146 147)
(147 146 150 151)
(151 150 154 155)
(155 154 158 159)
(159 158 162 163)

//PRIMA FILA BOX
(5 165 166 6)
(6 166 168 10)
(10 168 170 14)
(14 170 172 18)
(18 172 174 22)
(22 174 176 26)
(26 176 178 30)
(30 178 180 34)
(34 180 182 38)
(38 182 184 42)
(42 184 186 46)
(46 186 188 50)
(50 188 190 54)
(54 190 192 58)
(58 192 194 62)
(62 194 196 66)
(66 196 198 70)
(70 198 200 74)
(74 200 202 78)
(78 202 204 82)
(82 204 206 86)
(86 206 208 90)
(90 208 210 94)
(94 210 212 98)
(98 212 214 102)
(102 214 216 106)
(106 216 218 110)
(110 218 220 114)
(114 220 222 118)
(118 222 224 122)
(122 224 226 126)
(126 226 228 130)
(130 228 230 134)
(134 230 232 138)
(138 232 234 142)
(142 234 236 146)
```

```
            (146 236 238 150)
            (150 238 240 154)
            (154 240 242 158)
            (158 242 244 162)

            //SECONDA FILA BOX
            (165 247 248 166)
            (166 248 250 168)
            (168 250 252 170)
            (170 252 254 172)
            (172 254 256 174)
            (174 256 258 176)
            (176 258 260 178)
            (178 260 262 180)
            (180 262 264 182)
            (182 264 266 184)
            (184 266 268 186)
            (186 268 270 188)
            (188 270 272 190)
            (190 272 274 192)
            (192 274 276 194)
            (194 276 278 196)
            (196 278 280 198)
            (198 280 282 200)
            (200 282 284 202)
            (202 284 286 204)
            (204 286 288 206)
            (206 288 290 208)
            (208 290 292 210)
            (210 292 294 212)
            (212 294 296 214)
            (214 296 298 216)
            (216 298 300 218)
            (218 300 302 220)
            (220 302 304 222)
            (222 304 306 224)
            (224 306 308 226)
            (226 308 310 228)
            (228 310 312 230)
            (230 312 314 232)
            (232 314 316 234)
            (234 316 318 236)
            (236 318 320 238)
```

```
            (238 320 322 240)
            (240 322 324 242)
            (242 324 326 244)
        );
    }
    bottom
    {
        type wall;
        faces
        (
           //BLOCCHI TRAPEZI
           (0 4 7 3)
           (3 7 11 8)
           (8 11 15 12)
           (12 15 19 16)
           (16 19 23 20)
           (20 23 27 24)
           (24 27 31 28)
           (28 31 35 32)
           (32 35 39 36)
           (36 39 43 40)
           (40 43 47 44)
           (44 47 51 48)
           (48 51 55 52)
           (52 55 59 56)
           (56 59 63 60)
           (60 63 67 64)
           (64 67 71 68)
           (68 71 75 72)
           (72 75 79 76)
           (76 79 83 80)
           (80 83 87 84)
           (84 87 91 88)
           (88 91 95 92)
           (92 95 99 96)
           (96 99 103 100)
           (100 103 107 104)
           (104 107 111 108)
           (108 111 115 112)
           (112 115 119 116)
           (116 119 123 120)
           (120 123 127 124)
           (124 127 131 128)
```

```
            (128 131 135 132)
            (132 135 139 136)
            (136 139 143 140)
            (140 143 147 144)
            (144 147 151 148)
            (148 151 155 152)
            (152 155 159 156)
            (156 159 163 160)
        );
    }
    top
    {
        type patch;
        faces
        (
       //PRIMA FILA BOX SONO TUTTE FACCE INTERNE
       //     (164 165 166 167)
       //     (167 166 168 169)
       //     (169 168 170 171)
       //     (171 170 172 173)
       //     (173 172 174 175)
       //     (175 174 176 177)
       //     (177 176 178 179)
       //     (179 178 180 181)
       //     (181 180 182 183)
       //     (183 182 184 185)
       //     (185 184 186 187)
       //     (187 186 188 189)
       //     (189 188 190 191)
       //     (191 190 192 193)
       //     (193 192 194 195)
       //     (195 194 196 197)
       //     (197 196 198 199)
       //     (199 198 200 201)
       //     (201 200 202 203)
       //     (203 202 204 205)
       //     (205 204 206 207)
       //     (207 206 208 209)
       //     (209 208 210 211)
       //     (211 210 212 213)
       //     (213 212 214 215)
       //     (215 214 216 217)
       //     (217 216 218 219)
```

```
        //     (219 218 220 221)
        //     (221 220 222 223)
        //     (223 222 224 225)
        //     (225 224 226 227)
        //     (227 226 228 229)
        //     (229 228 230 231)
        //     (231 230 232 233)
        //     (233 232 234 235)
        //     (235 234 236 237)
        //     (237 236 238 239)
        //     (239 238 240 241)
        //     (241 240 242 243)
        //     (243 242 244 245)

            //SECONDA FILA BOX
            (246 247 248 249)
            (249 248 250 251)
            (251 250 252 253)
            (253 252 254 255)
            (255 254 256 257)
            (257 256 258 259)
            (259 258 260 261)
            (261 260 262 263)
            (263 262 264 265)
            (265 264 266 267)
            (267 266 268 269)
            (269 268 270 271)
            (271 270 272 273)
            (273 272 274 275)
            (275 274 276 277)
            (277 276 278 279)
            (279 278 280 281)
            (281 280 282 283)
            (283 282 284 285)
            (285 284 286 287)
            (287 286 288 289)
            (289 288 290 291)
            (291 290 292 293)
            (293 292 294 295)
            (295 294 296 297)
            (297 296 298 299)
            (299 298 300 301)
            (301 300 302 303)
```

```
            (303 302 304 305)
            (305 304 306 307)
            (307 306 308 309)
            (309 308 310 311)
            (311 310 312 313)
            (313 312 314 315)
            (315 314 316 317)
            (317 316 318 319)
            (319 318 320 321)
            (321 320 322 323)
            (323 322 324 325)
            (325 324 326 327)
        );
    }
    leftWall
    {
        type patch;
        faces
        (
            //BLOCCO TRAPEZIO
            (0 4 5 1)
            //PRIMA FILA BOX
            (1 5 165 164)
            //SECONDA FILA BOX
            (164 165 247 246)
        );
    }
    rightWall
    {
        type patch;
        faces
        (
            //BLOCCO TRAPEZIO
            (160 163 162 161)
            //PRIMA FILA BOX
            (161 162 244 245)
            //SECONDA FILA BOX
            (245 244 326 327)
        );
    }

);

```

```
mergePatchPairs
(
);

// ****************************************
   ****************************** //
```

## A.2 createBodyForce

```
// * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * *
   * * * * * * * * * * * * //
Application
   Header file for the introduction of a Body Force (BF).
   This force f of volume will be added to the Navier-
   Stokes
   equations to achieve a wanted velocity field.
   This to account for the downstream boundary-layer
   growth
   correctly by the implementation of a fringe region
   technique.
Description
   Add then this BF term to the momentum equation
   of the solver and include there this file.

\*-------------------------------------
   -------------------------------------*/

Info<< "Reading transportProperties\n" << endl;

IOdictionary transportProperties
(
    IOobject
    (
        "transportProperties",
        runTime.constant(),
        mesh,
        IOobject::MUST_READ_IF_MODIFIED,
        IOobject::NO_WRITE
    )
);

```

```
dimensionedScalar nu
(
    "nu",
    dimViscosity,
    transportProperties.lookup("nu")
);

Info<< "Reading field p\n" << endl;
volScalarField p
(
    IOobject
    (
        "p",
        runTime.timeName(),
        mesh,
        IOobject::MUST_READ,
        IOobject::AUTO_WRITE
    ),
    mesh
);

Info<< "Reading field U\n" << endl;
volVectorField U
(
    IOobject
    (
        "U",
        runTime.timeName(),
        mesh,
        IOobject::MUST_READ,
        IOobject::AUTO_WRITE
    ),
    mesh
);

//#########  ADD SOURCE TERM ##############
Info<< "Reading U imposed\n" << endl;

volVectorField U_IMPOSTA
(
    IOobject
    (
        "U_IMPOSTA",
```

```
        runTime.timeName(),
         mesh,
         IOobject::MUST_READ_IF_MODIFIED,
         IOobject::NO_WRITE
    ),
    mesh
);

Info<< "Creating body force\n" << endl;
// Allocate the body force vector field and initialize it
    to zero
volVectorField bodyForce
(
IOobject
(
"bodyForce",
runTime.timeName(),
mesh,
IOobject::NO_READ,
IOobject::AUTO_WRITE
),
mesh,
dimensionedVector("zero",dimForce/dimVolume/dimDensity,
   Zero)
);

// Read a dictionary to configure the body force

IOdictionary bodyForceDict
(
IOobject
(
"bodyForceDict",
runTime.time().constant(),
runTime,
IOobject::MUST_READ_IF_MODIFIED,
IOobject::NO_WRITE
)
);

// Define the length of the final zone region
// where the body force is applied from dictionary values

```

```
const scalar x1forza (readScalar(bodyForceDict.lookup("x1forza")));
const scalar x2forza (readScalar(bodyForceDict.lookup("x2forza")));
const scalar coeff (readScalar(bodyForceDict.lookup("coeff")));
const scalar d (readScalar(bodyForceDict.lookup("d")));
const scalar finstab (readScalar(bodyForceDict.lookup("finstab")));

#include "createPhi.H"

label pRefCell = 0;
scalar pRefValue = 0.0;
setRefCell(p, mesh.solutionDict().subDict("PISO"), pRefCell, pRefValue);
mesh.setFluxRequired(p.name());

// ************************************************************************** //
```

## A.3 icoFoamBF

```
/*-----------------------------------------------------------------------*\
Application
    icoFoamBF

Description
    Transient solver for incompressible flow (NS equations without turbulent models) of Newtonian fluids with the addition of a localized momentum source term as a volume Body Force (BF).

\*-----------------------------------------------------------------------*/

#include "fvCFD.H"
#include "pisoControl.H"
#include "mathematicalConstants.H"

```

```
// * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * //

int main(int argc, char *argv[])
{
    #include "setRootCase.H"
    #include "createTime.H"
    #include "createMesh.H"
    #include "createControl.H"
    #include "createTimeControls.H"

    #include "createBodyForce.H"
    #include "initContinuityErrs.H"

    // * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * * //
const scalar twopi = Foam::constant::mathematical::pi*2.;
    Info<< "\nStarting time loop\n" << endl;

   while (runTime.run())
    {

forAll(mesh.C().internalField(),cellI)
{

scalar X =mesh.C()[cellI].x();

//lambda function
 scalar lambda = 0.5 * ( 1.0 -  Foam::tanh( (X - x1forza)/d ) *  Foam::tanh((X - x2forza)/d )      ) * coeff ;

//body force

bodyForce[cellI] = {-lambda*( U[cellI].component(vector::X)  - U_IMPOSTA.internalField()[cellI][0] *  Foam::cos( finstab * twopi * runTime.value() ) )  ,-lambda*(U[cellI].component(vector::Y) - U_IMPOSTA.internalField()[cellI][1]  *  Foam::cos( finstab * twopi * runTime.value() ) ),-lambda*( U[cellI].component(vector::Z) - U_IMPOSTA.internalField()[cellI][2]  *  Foam::cos( finstab * twopi * runTime.value() ) ) };

```

```
46 }
47     #include "readTimeControls.H"
48     #include "CourantNo.H"
49  #include "setDeltaT.H"
50  runTime++;
51    Info<< "Time = " << runTime.timeName() << nl << endl;
52         // Momentum predictor
53
54         fvVectorMatrix UEqn
55         (
56             fvm::ddt(U)
57           + fvm::div(phi, U)
58           - fvm::laplacian(nu, U)
59         );
60
61         if (piso.momentumPredictor())
62         {
63             solve(UEqn == -fvc::grad(p) + bodyForce);
64         }
65
66         // --- PISO loop
67         while (piso.correct())
68         {
69             volScalarField rAU(1.0/UEqn.A());
70             volVectorField HbyA(constrainHbyA(rAU*UEqn.H
    (), U, p));
71             surfaceScalarField phiHbyA
72             (
73                 "phiHbyA",
74                 fvc::flux(HbyA)
75               + fvc::interpolate(rAU)*fvc::ddtCorr(U, phi
    )
76             );
77
78             adjustPhi(phiHbyA, U, p);
79
80             // Update the pressure BCs to ensure flux
    consistency
81             constrainPressure(p, U, phiHbyA, rAU);
82
83             // Non-orthogonal pressure corrector loop
84             while (piso.correctNonOrthogonal())
85             {
```

```
                // Pressure corrector

                fvScalarMatrix pEqn
                (
                    fvm::laplacian(rAU, p) == fvc::div(phiHbyA)
                );

                pEqn.setReference(pRefCell, pRefValue);

                pEqn.solve(mesh.solver(p.select(piso.finalInnerIter())));

                if (piso.finalNonOrthogonalIter())
                {
                    phi = phiHbyA - pEqn.flux();
                }
            }

            #include "continuityErrs.H"

            U = HbyA - rAU*fvc::grad(p);
            U.correctBoundaryConditions();
        }
        runTime.write();

        Info<< "ExecutionTime = " << runTime.elapsedCpuTime() << " s"
            << "  ClockTime = " << runTime.elapsedClockTime() << " s"
            << nl << endl;
    }

    Info<< "End\n" << endl;

    return 0;
}
// ************************************ ************************************ //
```

# Bibliografia


Bechert, D. W., Bartenwerfer, M. & Hoppe, G. 1990 Turbulent drag reduction by nonplanar surface - a survey on the research at tu/dlr berlin. *Springer* pp. 525–543.

Bechert, D. W., Bruse, M. & Hage, W. 2000 Experiments with three-dimensional riblets as an idealized model of shark skin. *Springer-Verlag* **28**, 403–412.

Bhushan, Bharat 2016 *Biomimetics Bioinspired Hierarchical-Structured Surfaces for Green Science and Technology Second Edition*, chap. 10. Springer.

Brachet, Marc E., Meiron, Daniel I., Orszag, Steven A., Nickel, B. G., Morf, Rudolf H. & Frisch, Uriel 1983 Small-scale structure of the taylor-green vortex. *J. Fluid Mech.* **130**, 411–452.

Bushnell, D. & Hefner, J. 1990 *Viscous drag Reduction in Boundary Layers*, chap. LXXVII. American Institute of Aeronautics and Astronautics.

Garcìa-Mayoral, Ricardo & Jimènez, Javier 2011 Drag reduction by riblets. *Phil. Trans. R. Soc.* **369**, 1412–1427.

Gruneberger, R., Kramer, F., Thiele, F., Wassen, E., Hage, W. & Meyer, R. 2010 Wavy riblets for turbulent drag reduction. *AIAA 2010-4583* .

https://cfd.direct/openfoam/user guide 2017 The openfoam fondation openfoam v5 user guide .

Hooshmand, D., Youngs, R. & Wallace, J. M. 1983 An experimental study of changes in the structure of a turbulent boundary layer due to surface geometry changes. *AIAA Paper* pp. 83–0230.

http://www.hpc.polito.it 2018 Hpc@polito .

Jahanmiri, Mohsen 2011 Aircraft drag reduction: An overview. *Resarch report* **02**.

Klebanoff, P. S. 1953 Characteristics of turbulence in a boundary layer with zero pressure gradient. *NACA* **TN-1247**.

Lee, S. J. & Lee, S. H. 2001 Flow field analysis of a turbulent boundary layer over a riblet surface. *Exp. Fluids* **30**, 153–166.

Leschziner, Michael A., Choi, Haecheon & Choi, Kwing-So 2011 Flow-control approaches to drag reduction in aerodynamics: progress and prospects. *Phil. Trans. R. Soc.* **369**, 1349–1351.

Liu, C. K., Kline, S. J. & Johnston, J. P. 1966 An experimentale study of turbulent boundary layers on rough walls. *Thermosciences Div., Mechanical Engineering Dept., Stanford Univ., Stanford, CA, Rept.* **MD-15**.

Luchini, P., Manzo, F. & Pozzi, A. 1991 Resistance of a grooved surface parallel flow and cross-flow. *J Fluid Mech* **228**, 87–109.

Mishra, Maneesh & Skote, Martin 2015 Drag reduction in turbulent boundary layers with half wave wall oscillations. *Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering* pp. 1–7.

Nordstrom, Jan, Nordin, Niklas & Henningson, Dan 1999 The fringe region technique and the fourier method used in the direct numerical simulation of spatially evolving viscous flows. *Society for Industrial and Applied Mathematics* **20**, 1365–1393.

Pope, Stephen B. 2000*a* *Turbulent flows*, chap. 7. Cambridge University Press.

Pope, Stephen B. 2000*b* *Turbulent flows*, chap. 9. Cambridge University Press.

Sasamori, M., Mamori, H. & Iwamoto, K. 2014 Experimental study on drag-reduction effect due to sinusoid riblets in turbulent channel flow. *Exp. Fluids* **55**, 1828.

Schlatter, P., Li, Q., Orlu, R., Hussain, F. & Henningson, D.S. 2014 On the near-wall vortical structures at moderate reynolds numbers. *European Journal of Mechanics B/Fluids* **48**, 75–93.

Schlichting, Dr. Hermann 1979 *Boundary-Layer Theory*, chap. XVI. McGRAW-HILL BOOK COMPANY.

Spalart, P. R. 1988 Direct numerical study of leading edge contamination. *Fluid Dynamics of Three-Dimensional Turbulent Shear Flows and Transition, AGARD-CP-438* pp. 5.1–5.13.

https://www.lufthansa technik.com/famos 2017 A shark learns to fly .

Viswanath, P. R. 2002 Aircraft viscous drag reduction using riblets. *Progress in Aerospace Sciences* **38**, 571–600.

Wallace, J. M. 1982 Experimental studies of structural changes of the turbulent boundary layer due to surface geometry changes. *Paper presented at the Drag Reduction Symposium, National Academy of Sciences, Washington, DC* pp. 13–17.

Walsh, M. J. 1982 Turbulent boundary layer-drag reduction using riblets. *Paper AIAA-1982-0169* .

Walsh, M. J. & Weinstein, L. M. 1978 Drag and heat transfer on surface with small longitudinal fins. *AIAA Paper* **78**, 1161.

West, Nathan, Sammut, Karl & Tang, Youhong 2016 Material selection and manufacturing of riblets for drag reduction: An update review. *J. Materials: Design and Applications* **0**, 1–13.