

POLITECNICO DI TORINO

I Facoltà di Ingegneria
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale



Caratterizzazione Dinamica

di un Rotore *LPT*

in Presenza di Mistuning Intenzionale



Relatore

Prof. Christian Maria Firrone

Tutor aziendale

Ing. Marco Moletta

Candidato

Christian Fantino

5 Aprile 2018

Sommario

Il presente lavoro di tesi rientra all'interno di un progetto di collaborazione tra il *Politecnico di Torino* e l'azienda *Avio Aero*.

I moderni motori aeronautici Turbofan, sono caratterizzati dall'averne un architettura multi-stadio, che consiste nell'averne un insieme di più dischi palettati collegati tra loro. L'efficienza di questi tipi di motori nelle condizioni reali di funzionamento è legata alle proprietà dinamiche delle palette, che allo stato della tecnologia attuale vengono progettate con un peso ridotto e una snellezza aumentata. Per questi motivi i moderni motori turbo fan risultano maggiormente sensibili a fenomeni di *fatica ad alto numero di cicli*, che può causare il cedimento del componente.

Per questo motivo si rendono sempre più importanti analisi dinamiche e nuove soluzioni tecniche che mirano alla riduzione di fenomeni vibratorii che possono condurre al danneggiamento dei componenti nelle condizioni operative del motore.

La tesi si sviluppa in particolare sulle seguenti tematiche:

- Elaborazione dei dati sperimentali ottenuti dal test a Flutter sulla paletta G2020, valutazione delle deformazioni e degli spostamenti misurati dagli estensimetri in particolari condizioni operative critiche per il fenomeno aeroelastico del flutter. Rappresentazione dei risultati in condizioni Tuned e Mistuned e confronto dei dati ottenuti.
- *Interlockless blades with mistuning*:
Definizione dei parametri fondamentali del nuovo test dinamico (COLD FLOW) su banco prova, volto alla valutazione della dinamica della paletta. L'obiettivo di questo test è quello di andare a simulare le stesse condizioni valutate sperimentalmente nel caso di test a flutter, con l'obiettivo di portare in risonanza il disco palettato nelle stesse condizioni ottenute durante il precedente test a flutter e ottenere le medesime ampiezze di vibrazione (ricavate dagli estensimetri), con il fine di valutare il comportamento dinamico della struttura.

- *Interlocked blades with mistuning:*

Preparazione dei modelli, riduzione e analisi di risposta forzata non lineare, con diversi layout di contatto all'interlocking. Presentazione delle diverse configurazioni di contatto da studiare (l'obiettivo è quello di studiare quale configurazione meglio rappresenti la realtà) all'interlocking e simulazione di analisi.

- *Experimental tests on modeshape Veering:*

Produzione dei diagrammi Campbell che contengano le velocità del disco porta magneti e disco palettato al fine di andare a studiare la regione del veering (ipoteticamente con tutte le velocità consentite dal *test bench*) per la forma modale *di interesse*. Ciò che ci si aspetta dal test sperimentale è verificare la risposta del bladed disk in questo particolare caso di risposta forzata.

Sulla base dei risultati sperimentali che si otterranno sarà possibile verificare anche quali metodologie di contatto implementate nella zona di interlocking corrispondano in maniera più fedele al dato ottenuto.

Indice

Sommario	4
Elenco delle figure	8
Introduzione	
Il progetto GREAT 2020	13
Definizione del problema	14
Obiettivo della tesi	15
Panoramica della tesi	18
Simbologia utilizzata	
1 Il motore aeronautico	
1.1 Concetti generali	19
1.2 Architettura di un <i>Turbofan</i>	20
1.3 Il Ciclo Termodinamico	21
1.4 Turbina	22
1.5 La Paletta di Turbina	23
2 Dinamica dei Rotori	
2.1 Vibrazioni di un Disco Palettato	26
2.2 Forme Modali di un Disco Palettato	27
2.3 Famiglie Modali e Diagrammi FreND	31
2.4 Diagramma di Campbell	33
2.5 Analisi Modale in Simmetria Ciclica	35
2.6 Caratteristiche delle forzanti esterne, Engine order	39
3 Mistuning	
Stato dell'Arte	
3.1 I Primi Studi	46
3.2 Studi recenti	46
3.3 Reduced Order Modelling	48
4 Effetti del <i>Mistuning</i>	
4.1 <i>Mistuning</i> casuale	51
4.2 <i>Mistuning</i> intenzionale: pattern alternato	55
4.3 Pattern di <i>Mistuning</i> analizzati	57

5	Caratterizzazione del <i>Test Bench</i>	
5.1	Introduzione al lavoro di tesi	59
5.2	Test Bench	59
5.3	Caratterizzazione della forzante magnetica	60
5.4	Applicazione della forzante alla paletta	64
5.5	Obiettivi del Test	
6	Caratterizzazione dinamica della paletta <i>G 2020</i>	
6.1	Interlockless blade mistuning maturation	
6.1.1	Introduzione al Test	67
6.1.2	Caratterizzazione dei <i>Test Points</i>	68
6.1.3	Estensimetri e misura degli spostamenti	70
6.1.4	<i>Tuned</i> e <i>Mistuned</i> a confronto	71
6.1.5	Caratterizzazione degli <i>Airgap - FRF - Scale Factor</i>	73
6.1.6	Definizione degli <i>Airgap</i> per la nuova fase di Test	76
6.2	Experimental test <i>Edge Wise Veering</i>	
6.2.1	Introduzione al Test <i>EdgeWise Veering</i>	78
6.2.2	<i>Tight Interlocking</i>	79
6.2.3	Campbell - <i>Tight</i> - con velocità relative	80
6.2.4	<i>EW Veering</i> - Fase sperimentale e <i>Single Point</i>	82
7	Risposta Forzata non Lineare	
	Interlocked blade mistuning maturation	
7.1	Interlockless blade mistuning maturation	84
7.2	Metodi di riduzione	85
7.3	Analisi non lineare del sistema	88
8	Conclusioni	90
	Bibliografia	91
	Ringraziamenti	96

Elenco delle figure

Figura I. Obiettivi Vision ACARE 2020	13
Figura II. Configurazione di un motore aeronautico	15
Figura 1.1. Schema di un sistema propulsivo	19
Figura 1.2. <i>Turbofan cross – section</i>	20
Figura 1.3. Ciclo <i>Joule – Brayton</i>	21
Figura 1.4. Schema della sezione laterale di una Turbina di Bassa Pressione .	22
Figura 1.5. Rappresentazione del flusso di gas che accelera attraverso di condotti convergenti	22
Figura 1.6. Rappresentazione del contatto tra <i>shrouds</i> adiacenti	24
Figura 1.7. Schema semplificato della posizione di un <i>Underplatform - Dampers</i>	24
Figura 2.1. Settore di disco palettato in simmetria ciclica	28
Figura 2.2. Modo con 3 diametri nodali e 0 circonferenze nodali	28
Figura 2.3. Modo con 1 diametro nodale e 0 circonferenze nodali (i colori sono rappresentativi degli stress)	28
Figura 2.4. Modo con 0 diametri nodali e 1 circonferenza nodale	29
Figura 2.5. Onda stazionaria	30
Figura 2.6. Onda viaggiante	30
Figura 2.7. Modi ortogonali, disco palettato formato da 24 settori	30
Figura 2.8 Esempio di <i>famiglie modali</i> presentate su un Diagramma FreND. .	31
Figura 2.9 Esempio di <i>famiglie modali</i> presentate su un Diagramma FreND in base alla <i>Frequenza</i>	32
Figura 2.10. Esempio di un Diagramma FreND, classificazione in base alla <i>Forma Modale</i>	32
Figura 2.11 Modi di pala (in ordine) : Edgewise, Flapwise, Flessionale, Torsionale	33
Figura 2.12 Generico diagramma di Campbell	34
Figura 2.13 Rotational periodic structure	36
Figura 2.14 Settore singolo di un disco palettat	37
Figura 2.15 Disturbo aerodinamico creato dalle schiere di Statori sui Rotori in una turbomacchina	39
Figura 2.16 Forza agente su una paletta:	

A sinistra, andamento della forza nel dominio del tempo – A destra, spettro delle frequenze della forzante dopo l'applicazione della FFT	41
Figura 2.17 Esempio di rappresentazione di una forzante rotante, solidale con il <i>bladed disk</i>	41
Figura 2.18 Sistema di riferimento rotante	41
Figura 2.19 Forzante Forward	42
Figura 2.20 Forzante Backward	42
Figura 2.21 Engine Order : a) nel sistema fisso b) nel sistema rotante	42
Figura 2.22 rappresentazione del fenomeno dell'aliasing, EO 24 \rightarrow 8	44
Figura 3.1 Mistuning causale in un Bladed Disk	45
Figura 3.2 Localizzazione di una forma modale su un disco palettato	45
Figura 4.1 Generica forma modale, per un rotore <i>Tuned</i> (a) e <i>Mistuned</i> (b)	52
Figura 4.2 Forme modali di un sistema <i>Tuned</i>	52
Figura 4.3. Forme modali di un sistema <i>Mistuned</i> con <i>Interblade Coupling</i> : (a): $R = 0.05$ – (b): $R = 0.1$ – (c): $R = 0.5$	53
Figura 4.4. Piani complessi rappresentati il luogo delle radici degli autovalori al variare del <i>mistuning</i>	54
Figura 4.5. Luogo delle parti reali (frequenze) e immaginarie (smorzamento), e variazione della stabilità al variare del grado di <i>mistuning</i>	55
Figura 4.6. Variazione del luogo delle radici, all'aumentare del <i>mistuning</i> alternato	56
Figura 4.7. Variazione del luogo delle radici al variare del <i>mistuning</i> per un disco palettato reale	56
Figura 4.8. Paletta G2020 configurazione <i>Tuned</i>	57
Figura 4.9. Rappresentazione del <i>mistuning</i> alternato, realizzato attraverso la barretta al <i>Tip-Shroud</i>	58
Figura 5.2. Modello Ansys®, con magneti (in viola) e airfoil in rosso	60
Figura 5.3. Modello Ansys®, con magneti (in viola) e airfoil in rosso.	61
Figura 5.4. Andamento forza magnetica vs Posizione angolare, nelle tre componenti: Assiale, Radiale, Tangenziale	62
Figura 5.5. Estrapolazione della funzione matematica che rappresenta la forzante magnetica rispetto alla posizione angolare	63
Figura 5.6. Rappresentazione lineare di una serie di 23 forzanti magnetiche	

ripetute circolarmente sull'angolo giro, quindi da 0 a 2π	64
Figura 5.7. Componenti armoniche estratte dalla forzante mediante <i>FFT</i>	64
Figura 5.8. Caratterizzazione geometrica della forzante magnetica e punti di applicazione	65
Figura 6.1. Impianto Cold Flow – Polonia – in rosso LPT	67
Figura 6.2. <i>Strain Gauges</i> utilizzati per valutare l'ampiezza di vibrazione della paletta	68
Figura 6.3. Rappresentazione grafica dello spostamento per una forma modale <i>Flap</i> per la pala <i>Tuned</i>	68
Figura 6.4. Campbell del <i>Test Points</i> , per la pala <i>Tuned</i>	70
Figura 6.5. Flow Chart del processo di valutazione degli spostamenti reali al tip della pala	70
Figura 6.8. Rappresentazione del massimo, minimo e valore medio degli spostamenti 0-peak al tettuccio della paletta <i>G2020 Tuned (Airfoil 0, con barra)</i> , per la forma modale 1 <i>Flap</i>	71
Figura 6.9. (a sinistra) Rappresentazione grafica della forma modale <i>Flap</i> per la pala <i>Mistuned</i> , (a destra) schiera di palette per la configurazione <i>Mistuned</i>	72
Figura 6.10. Confronto Max Tip Displacement tra caso <i>Tuned (blu)</i> e <i>Mistuned (rosso)</i>	72
Figura 6.12. Spostamento Massimo al Tettuccio in funzione della distanza al traferro, con damping meccanico di 0,2% – 0,5% – 1%	75
Figura 6.13. Area di studio del <i>Damping meccanico</i>	76
Figura 6.14. Esempio <i>Airgap</i> range di studio dello smorzamento meccanico	76
Figura 6.15. Dati di <i>setup</i> della campagna sperimentale	77
Figura 6.17. Layout di contatto semplificato all' <i>Interlocking</i>	78
Figura 6.18. Diagramma di Campbell per la pala <i>Tuned (Airfoil 0, con barretta)</i> in condizione di <i>Tight Interlocking</i>	80
Figura 6.19. Diagramma Campbell con velocità relative per la <i>Tuned Interlocked, Tight</i>	81
Figura 6.20. Diagramma Campbell con velocità relative per tutti gli <i>EO</i> rappresentativi della zona di <i>Veering</i>	82

Figura 6.21. Diagramma Campbell con <i>Crossing</i> per <i>Single Point</i> e <i>Tight</i>	83
Figura 7.1. Sistema massa - molla - smorzatore, rappresentante il contatto tra le pale adiacenti	85
Figura 7.2. Confronto tra CB e analisi a modello completo	86
Figura 7.3. Rappresentazione grafica della tabella precedente	86
Figura 7.4. Modello completo della paletta (sinistra) e modello ridotto con CB (destra)	87
Figura 7.5. Modello completo disco (sinistra) e modello ridotto con CB (destra)	87
Figura 7.6. Frequenza di vibrazione al variare della rigidità di contatto	88
Figura 7.7 Ampiezza della risposta al variare del precarico all'Interlocking	88

Introduzione

Il progetto GREAT 2020

Questo lavoro di tesi si inserisce all'interno di un progetto molto più ampio, a cui prendono parte aziende di piccole, medie e grandi dimensioni del settore aeronautico, site nella regione Piemonte. Il progetto, *GREAT 2020* (*GR*een *EN*gine for *AI*r *TR*affic *2020*) nasce nell'anno 2009 ed ha lo scopo di raggiungere, entro il 2020, gli obiettivi fissati dalla Commissione Europea, con il gruppo di esperti ACARE (*Advisory Council for Aviation Research and Innovation in Europe*), riguardanti una radicale diminuzione dell'emissioni inquinanti ed un maggior efficientamento del servizio offerto all'utenza. Questo progetto si basa sulla collaborazione di aziende presenti sul territorio, centri di ricerca all'avanguardia e il Politecnico di Torino. L'azienda guida all'interno del programma è AVIO AERO, leader in ricerca e sviluppo in sistemi di propulsione aerospaziale. Il Politecnico di Torino si inserisce all'interno del GREAT 2020 come polo di ricerca, fornendo un campo di lavoro comune per ricercatori del Politecnico stesso e di AVIO AERO.

Gli obiettivi primari perseguiti sono la diminuzione delle emissioni di CO₂ , degli ossidi di azoto NO_x e del rumore percepito, rispetto alle tecnologie del 2000.

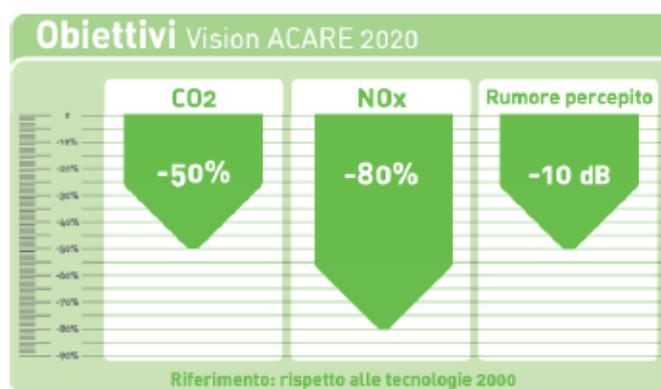


Figura I. Obiettivi Vision ACARE 2020

Il raggiungimento di tali obiettivi è auspicabile attraverso un intervento consistente su ogni componente del sistema propulsivo, in quanto risulta evidente la necessità di spingersi verso lo sviluppo di propulsori con un'efficienza sempre più elevata ed una massa che sia il più contenuta possibile. Tutto ciò si realizza solamente attraverso lo

sviluppo di nuove tecnologie e sistemi capaci di migliorare il limite operativo verso condizioni sempre più estreme.

Definizione del problema

Uno dei principali campi di studio e interesse della dinamica dei rotori è legato a fenomeni di instabilità aeroelastica, in particolare al fenomeno del *flutter*. Quest'ultimo è provocato dall'interazione tra le pale e la corrente fluida presentando la caratteristica di innescare delle oscillazioni, che possono aumentare la loro ampiezza di vibrazione fino a comportare fenomeni di fatica ad alto numero di cicli (HCF) della struttura.

Il flutter è un'oscillazione autoeccitata, che il componente non è in grado di smorzare, questo perché l'energia trasmessa dal fluido è superiore a quella che il componente è in grado di dissipare. Questo fenomeno interessa in modo rilevante strutture sottili e snelle come le pale con elevato *aspect ratio* quali le pale degli ultimi stadi di turbina di bassa pressione.

Possono poi presentarsi altri fenomeni che portano a condizioni di risonanza del disco palettato nell'intervallo operativo della turbina di bassa pressione. In questo caso sono possibili due soluzioni, la prima consiste nell'attraversare il campo di risonanza e allontanarsene il più possibile durante le condizioni operative del motore, la seconda consiste invece nel cercare di controllare l'ampiezza di vibrazione mantenendola sotto il valore limite ammissibile.

L'obiettivo finale all'interno del quale va ad inserirsi questa tesi, è quello di ridurre l'entità di questi fenomeni vibratorii, laddove essi sono più dannosi, ossia in risonanza, tramite l'utilizzo della tecnologia del *mistuning*. Con questo termine si identificano tipicamente le micro differenze casuali tra le varie pale del rotore, dovute ai processi di lavorazione e a fenomeni di usura. Se invece di una distribuzione aleatoria si applicasse il cosiddetto *mistuning intenzionale*, legato all'introduzione di un determinato pattern di mistuning (ossia a variazioni di massa o rigidità della paletta), che applicato in maniera opportuna, è in grado di aumentare la stabilità aeroelastica e ridurre significativamente fenomeni di risonanza limitando l'ampiezza delle vibrazioni. Ciò comporta una maggiore durata e affidabilità del componente e quindi dell'intero sistema.

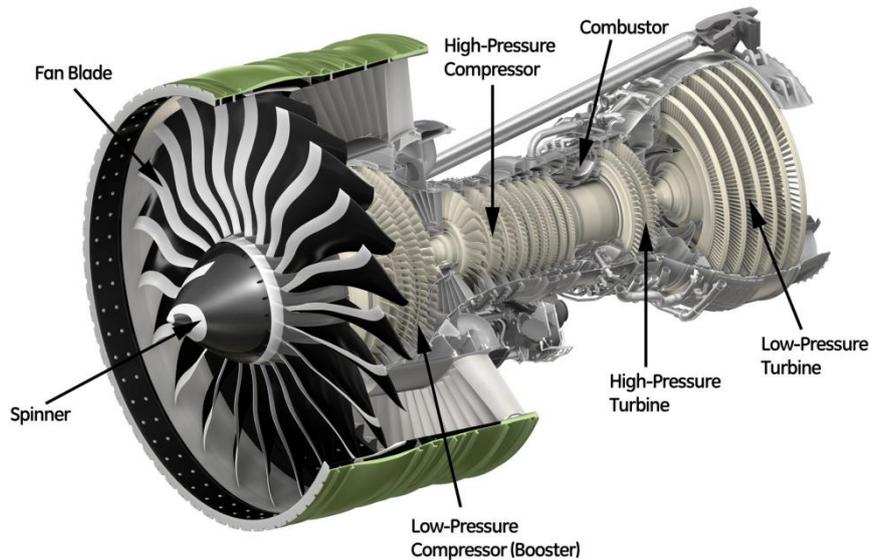


Figura II. Configurazione di un motore aeronautico

Obiettivo della Tesi

Il presente lavoro si propone quindi di analizzare il comportamento dinamico di un disco palettato con paletta G2020, nel caso di sistema *Tuned* e andare quindi a confrontarlo con un sistema *Mistuned*.

In particolare gli obiettivi conseguiti in questa tesi sono:

- Il primo obiettivo della tesi è quello di andare a studiare l'effetto sulla risposta forzata e sulla dinamica della pala G2020 in condizione *Tip Free*, del mistuning intenzionale .

Queste analisi verranno performato attraverso un *Tool* aziendale sviluppato per compiere *Analisi di Risposta Forzata Lineare*.

- Il secondo obiettivo è quello di andare ad analizzare la risposta del sistema nel caso di diverse configurazioni di contatto e diverso precarico all'*Interlocking*, valutando quindi la variazione dell'ampiezza di vibrazione.

Questa analisi verrà compiuta solo per la pala *Tuned*, sarebbe sicuramente interessante andare a compiere la stessa analisi per la configurazione *Mistuned* e andare quindi a confrontare i risultati.

Le analisi sulla pala *Tuned* sono state performato attraverso un *Tool* aziendale sviluppato per compiere *Analisi di Risposta Forzata Non-Lineare*.

- Il terzo e ultimo obiettivo proposto e analizzato in questa tesi è lo studio della zona del *Veering*, per la paletta del *GREAT2020*, sia nel caso *Tuned* sia nel caso *Mistuned*

I metodi utilizzati per il conseguimento degli obiettivi sono brevemente qui spiegati:

- La valutazione del *comportamento dinamico effettivo per la parte meccanica* può avvenire solo sperimentalmente ed è inoltre necessaria la separazione dalla parte fluidodinamica.

Per questo motivo è necessario

valutare le velocità di rotazione del disco palettato e del porta magneti, attraverso diagrammi di Campbell che tenessero conto delle velocità relative.

Valutare l'entità della forzante magnetica, in particolare compiere una *Fast Fourier Transform* sul segnale nello spazio.

Valutare le ampiezze di vibrazione degli *Strain Gauges*, rielaborando i dati ottenuti con il precedente *Test* in condizioni di *Flutter*, e da questi dati andare a stimare la distanza tra porta magneti e rotore al fine di ottenere le stesse ampiezze di vibrazione.

- La valutazione della risposta del sistema, nel caso di diverse configurazioni di contatto e diversi precarichi all'*Interlocking*, è stata eseguita con un *Tool* aziendale. Il software utilizzato è in grado di effettuare, preparando appositamente i modelli, delle *Analisi di Risposta Forzata Non Lineare*. In particolare questo *Tool* effettua dapprima una riduzione con il metodo di *Craig-Bampton*, dato l'elevato onere computazionale della risposta non lineare. Nella fase successiva è necessario effettuare dapprima un'analisi agli elementi finiti della forma modale di interesse, in modo da individuare i nodi con massimo spostamento

Eseguendo dapprima un'analisi agli elementi finiti della forma modale di interesse e dei punti di massimo spostamento che si vogliono andare ad indagare, Esegue poi un calcolo dell'ampiezza di risposta del sistema e della frequenza di risonanza al variare appunto del precarico e delle zone di contatto; a queste superfici viene applicato un modello di simulazione di contatto strisciante.

- Lo studio del fenomeno del *veering* sul banco di prova necessita l'individuazione delle velocità di rotazione e degli *Engine Order* ai quali esso si manifesta. Il *Veering* può essere definito come una comunicazione tra forme modali diverse, in particolare tale fenomeno si presenta nel caso di *Tip Interlocked*, ossia quando vi è un collegamento diretto al tettuccio della pala, che quindi possa consentire una 'comunicazione o accoppiamento' di diverse forme modali. In questa tesi si andrà in particolare a individuare i punti soggetti a tale fenomeno, utilizzando un diagramma di *Campbell* con il quale individuare le velocità di rotazione di interesse del disco palettato, e il numero di magneti necessario allo scopo di eccitare un certo *Engine Order*.

Panoramica della Tesi

Nel **capitolo 1** vengono presentati i principi di base di un motore aeronautico, i cicli termodinamici e i suoi componenti di maggiore interesse per questa tesi.

Nel **capitolo 2** vengono introdotti i principi base della dinamica delle vibrazioni per un disco palettato, le principali cause di vibrazione, i diagrammi utilizzati per lo studio di questi fenomeni, il metodo della simmetria ciclica e l'azione delle forzanti esterne.

Nel **capitolo 3** viene introdotto il fenomeno del mistuning, i suoi principi base e le varie fasi storiche di approccio a questo fenomeno.

Nel **capitolo 4** vengono presentati i modelli di mistuning maggiormente utilizzati, gli effetti tipici che essi presentano e i pattern utilizzati in questa tesi.

Nel **capitolo 5** viene introdotta la fase sperimentale, quindi il banco di prova, la caratterizzazione delle forzanti magnetiche e gli obiettivi della varie fasi di test.

Nel **capitolo 6** viene introdotto e spiegato la fase sperimentale della cold flow e sviluppata la caratterizzazione dinamica della paletta per la successiva fase di test su palette *tuned e mistuned*. Nella seconda parte di questo capitolo si introduce la fase sperimentale sul *Veering*.

Nel **capitolo 7** si introduce l'analisi non lineare del sistema *interlocked*, lo studio di diversi tipi di contatto e la finalità di questa fase di studio.

Capitolo 1

Il motore aeronautico

1.1. Concetti Generali

Il *Turbofan* è un motore aeronautico a reazione, che è in grado di generare spinta grazie a un flusso di aria che viene forzato ad accelerare passando attraverso il motore. La forza richiesta per accelerazione il velivolo è uguale in modulo e opposta in verso alla spinta generata dai gas-aria che vengono espulsi ad alta velocità e in grande quantità dal *Turbofan*.

La spinta risultante generata dal motore è uguale a:

$$F = \dot{m}_e v_e - \dot{m}_0 v_0 + (p_e - p_0) A_e \quad (1.1)$$

Dove \dot{m} è la portata massica, v è la velocità dell'aria, p è la pressione, A_e è l'area di uscita dei gas, il pedice 'e' si riferisce ai gas all'uscita (*exhaust gases*) e il pedice '0' all'aria in ingresso.

Dall'equazione precedente si può notare che la stessa spinta F può essere ottenuta sia con un'elevata velocità dei gas di uscita e una bassa portata massica, sia con un'elevata portata massica e una bassa velocità di uscita. Nella pratica la seconda opzione è preferibile, perché consente un'efficienza maggiore.

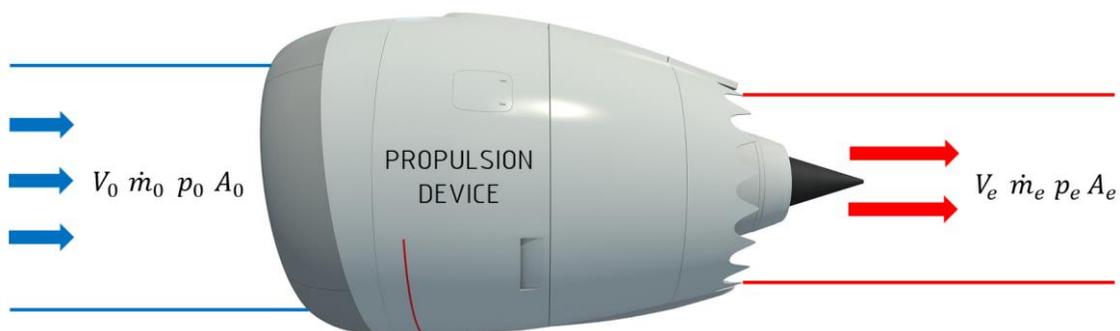


Figura 1.1. Schema di un sistema propulsivo

La maggior parte degli aerei civili utilizza motori con turbina a gas che appartengono alla categoria *Airbreathing jet engines*. La versione più moderna di questi sistemi è chiamata *Turbofan*, che è data dalla combinazione dei vecchi motori *turbo jet* e il moderno condotto del *fan*.

1.2. Architettura di un Turbofan

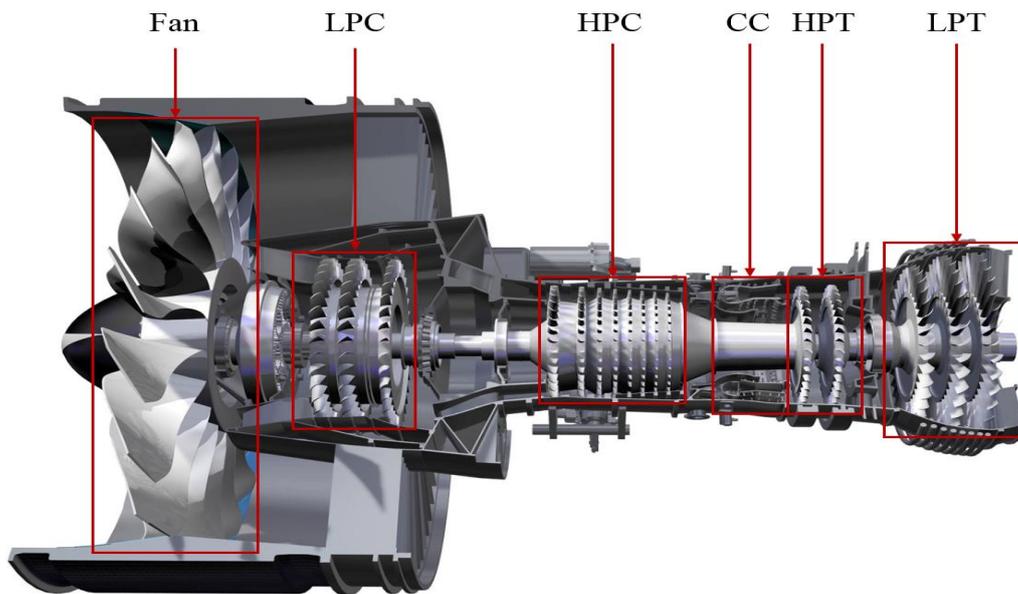


Figura 1.2. Turbofan cross – section

L'architettura di un motore turbo fan è piuttosto semplice:

- Air intake: tutti i turbomotori hanno un ingresso dove l'aria esterna viene convogliata all'interno del motore, in particolare all'interno del compressore.
- Fan e compressore (LPC-HPC): il compressore ha il ruolo di comprimere il fluido e può essere unico o suddiviso in due parti, un compressore di bassa pressione e uno di alta pressione; è tipicamente spinto dalla turbina di alta pressione (HPT). Il Fan contribuisce in larga parte alla spinta fornita dal motore utilizzando la potenza fornitagli dalla turbina di bassa pressione (LPT), il flusso di aria fredda viene spinto verso la parte posteriore del motore con bassa velocità ma elevata portata massica.
- Camera di combustione: in essa si ha la combustione del carburante che viene iniettato nell'aria ad alta temperatura che è stata compressa, bruciando il combustibile libera una notevole quantità di energia, la temperatura di combustione è vincolata del materiale (1100K – 1900K).
- Turbina di alta pressione (HPT): ha il compito di fornire potenza al compressore e agli accessori del veicolo, tipicamente è composta da al massimo 2 o 3 stadi ognuno costituito da un rotore seguito da uno statore.
- Turbina di bassa pressione (LPT): è tipicamente formata da 5-6 stadi in successione, essa ha il compito di espandere il più possibile, nell'ultima parte del motore, i gas combusti. Essa alimenta il Fan, quindi l'energia che essa è in

grado di estrarre dal fluido in espansione viene utilizzata per fornire la parte maggiore della spinta del motore. Questa turbina sarà l'oggetto di studio di questa tesi e in particolare un suo stadio.

I motori *Turbofan* utilizzano due flussi separati: il primo è il *flusso caldo* che attraversa il cuore del motore dall'ingresso fino all'ugello di uscita; il secondo è il *flusso freddo* che bypassa il cuore del motore e viene spinto dal *Fan* direttamente all'ugello di uscita, dove i due flussi si mescolano.

Va sottolineato che entrambi i flussi concorrono a generare spinta, e il rapporto tra il flusso di bypass e il flusso caldo viene definito *bypass ratio*. Nel caso di aerei civili si utilizzano motori con elevato *bypass ratio*, ossia in cui il flusso freddo è molto superiore a quello caldo, in quanto sono molto conservativi nel consumo di carburante e quindi efficienti.

1.3. Il Ciclo Termodinamico

Il ciclo termodinamico secondo il quale una turbina a gas funziona, nella sua forma più semplice, è il ciclo *Joule – Brayton* (Fig. 1.3.).

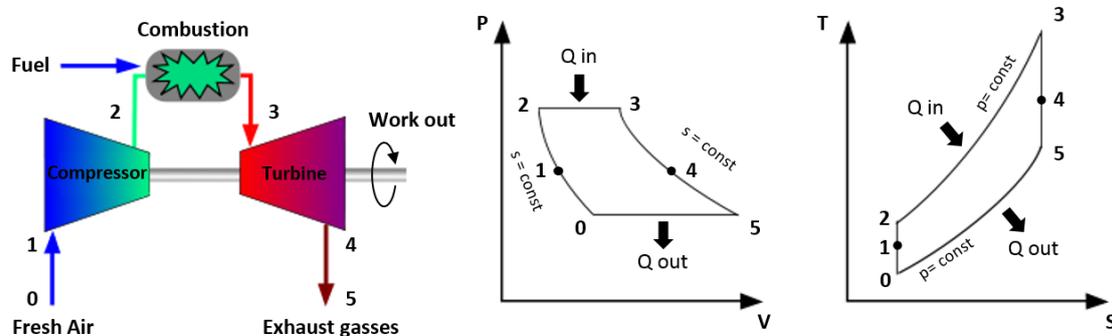


Figura 1.3. Ciclo *Joule – Brayton*

Il ciclo termodinamico inizia con l'ingresso dell'aria in 0, tra 0 e 1 il fluido viene rallentato (rallentando aumenta la sua pressione) e successivamente condotto al compressore dove inizia la compressione tra 1 e 2. Idealmente la fase di compressione viene considerata una trasformazione isoentropica e in essa la temperatura sale, come mostrato nel grafico. Dato che 1-2 è una trasformazione idealmente isoentropica una linea verticale la rappresenta sul diagramma T-s, anche se nella realtà questa trasformazione non è isoentropica. Tra 2-3 avviene la combustione, la temperatura finale dipende dal combustibile e dai rapporti stechiometrici della miscela aria-

combustibile. I gas derivanti dalla combustione si trovano quindi a elevata temperatura e nella trasformazione 3-4 vengono fatti passare nella turbina la quale estrae lavoro dal fluido, idealmente il lavoro estratto dalla turbina è uguale a quello che il compressore fa sul fluido. L'ultimo step della trasformazione si svolge all'interno dell'ugello, infatti i gas ancora ad alta pressione e temperatura devono essere espansi da 4 a 5. L'area sottesa dal ciclo è proporzionale al lavoro utile e spinta generata dal motore.

1.4. Turbina

La turbina è senz'altro uno dei componenti più critici del motore *Turbofan*, infatti nonostante le velocità di rotazione siano simili a quelle del compressore, la turbina è soggetta ai gas combusti ad alta temperatura. Come visto in precedenza questo componente viene suddiviso in *Turbina di Alta Pressione (HPT)* e *Turbina di Bassa Pressione (LPT)*.

I gas ad alta temperatura vengono accelerati attraverso gli ugelli convergenti degli stadi statorici che sono direzionati in modo tangenziale rispetto all'asse macchina, questo genera delle forze (spinte) tangenziali sugli stadi rotorici che estraggono quindi potenza dal fluido. Per l'*HPT* tipicamente si hanno 2 stadi, mentre per la *LPT* che è collegata al *Fan* è tipicamente multistadio (circa 5-6 stadi consecutivi).

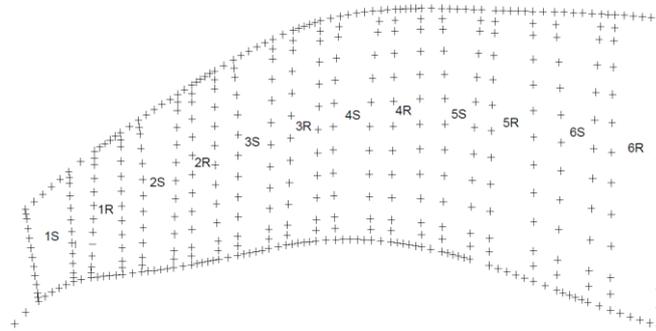


Figura 1.4. Schema della sezione laterale di una Turbina di Bassa Pressione

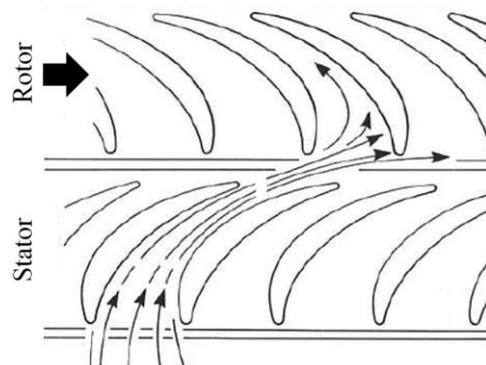


Figura 1.5. Rappresentazione del flusso di gas che accelera attraverso di condotti convergenti

1.5. La paletta di turbina

Nei *bladed disk* sia l'eccitazione meccanica che quella aerodinamica sono responsabili per la *Fatica ad Alto Numero di Cicli (HCF)*, che è considerata il principale problema di affidabilità, sicurezza e costo delle turbine a gas.

La tendenza del produttore di questi componenti potrebbe essere quello di andarle a sovradimensionare in modo da coprire largamente gli standard di sicurezza, tuttavia le necessità della nuova generazione di turbomotori richiede elevate efficienze che si possono raggiungere solo grazie a un peso molto limitato del componente e quindi una struttura molto snella.

A causa del vasto range operativo di questo componente, la paletta non è in grado di evitare tutte le zone di risonanza, la sua progettazione consentirà di evitare soltanto alcuni punti di risonanza.

Mentre per quelli che non possono essere evitati è necessario fornire delle soluzioni progettuali che vanno dall'utilizzo di *mistuning* all'utilizzo di smorzatori.

Il metodo più comunemente utilizzato per ridurre le vibrazioni sono smorzatori a *contatto secco (dry friction)*, essi vengono tipicamente posizionati alle interfacce.

Andiamo ora a presentare alcuni metodi utilizzati per attuare una dissipazione di energia (energia vibrazionale):

- *Blade Root Joint*: il metodo utilizzato per l'attacco della paletta al disco è di considerevole importanza data l'entità degli stress della zona alla base della paletta. Le palette sono connesse al disco attraverso due principali accoppiamenti:
firtree o *dovetail*, queste configurazioni consentono uno smorzamento sulle superfici di interfaccia tra la radice pala e lo *slot* del disco, durante la vibrazione dell'assieme.
- *Blade Shrouds*: come mostrato in Fig. 1.6. lo *shroud* è una specie di tettuccio presente all'estremità superiore di ogni paletta, l'idea alla base della progettazione dello *shroud* è quella di smorzare l'ampiezza delle vibrazioni di una paletta mediante un contatto a secco al tettuccio. Tipicamente lo *shroud* ha una geometria a 'S' che garantisce un contatto ottimale pala-pala per ottenere un'elevata efficienza di smorzamento.

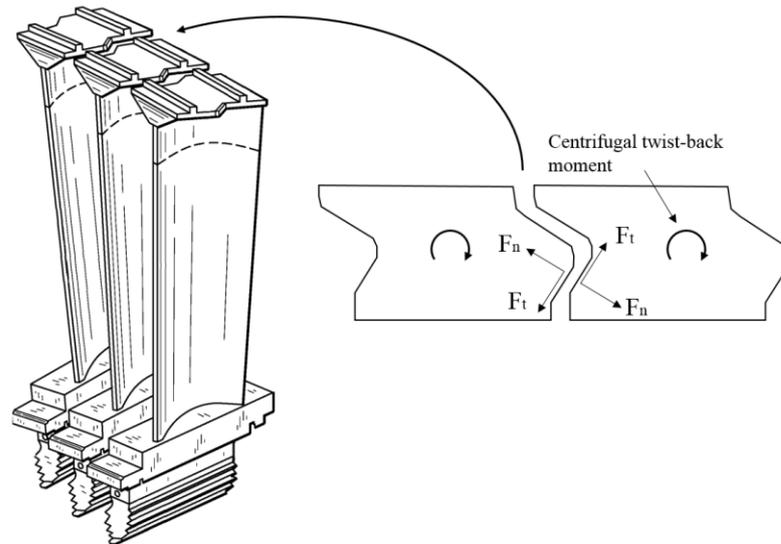


Figura 1.6. Rappresentazione del contatto tra *shrouds* adiacenti

Underplatform dampers: anch'esso è un sistema utilizzato per smorzare le vibrazioni attraverso un contatto a secco alla base della paletta. Tipicamente si tratta di un pezzo di metallo con un'apposita forma che è compresso sulla piattaforma della paletta durante la rotazione attraverso la forza centrifuga (Fig. 1.7)

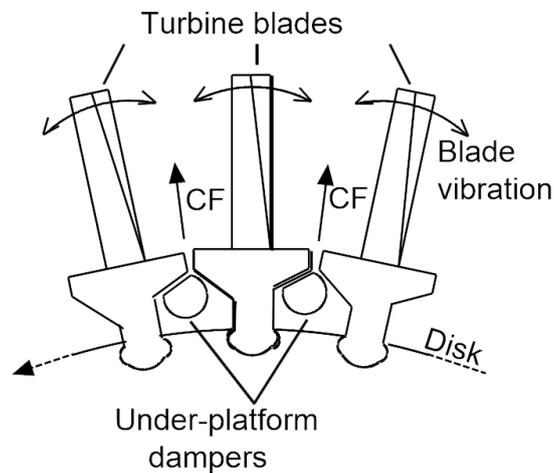


Figura 1.7. Schema semplificato della posizione di un *Underplatform - Dampers*

In particolare in questa tesi andremo ad affrontare due condizioni generali dello *shroud*, ossia la condizione di:

1. *Tip Interlocked*
2. *Tip Free o Interlockless*

La prima condizione consiste nell'aver un certo precarico al tettuccio quindi un contatto dissipativo, la seconda condizione consiste nel non avere forzamento al tettuccio e quindi alla condizione di tettuccio libero.

Capitolo 2

Dinamica dei Rotori

Il rotore di turbina di bassa pressione (LPT) è senza ombra di dubbio uno dei componenti fondamentali e maggiormente sollecitati di un motore aeronautico, il suo compito è quello di estrarre energia dai gas provenienti dal combustore e trasferirla, attraverso l'albero motore, al *Fan* posto a monte del compressore.

Durante tutto l'arco di vita utile del motore aeronautico, i rotorii sono soggetti a una continua interazione tra corrente fluida e struttura, questo comporta enormi problemi di vibrazione, in grado di generare carichi di elevata intensità.

È quindi importante conoscere approfonditamente il comportamento dinamico dei componenti e dei parametri che li governano, al fine di evitare fenomeni di instabilità e ampiezze delle oscillazioni di risonanza superiori a quelle critiche, in grado quindi di andare a ridurre la vita a fatica, o condurre alla rottura, del propulsore.

Le analisi dinamiche che verranno proposte per il componente studiato, hanno il fine ultimo di individuare le frequenze naturali del sistema e le forme modali per le quali si presentano risonanze e risposte indesiderate, verificando che tali frequenze siano al di fuori dell'intervallo di funzionamento del rotore durante la sua vita operativa.

2.1. Vibrazioni di un disco palettato

Le vibrazioni a cui sono soggetti i rotorii di all'interno di un propulsore aeronautico, sono prevalentemente legate al moto relativo tra rotore e statore e al flusso di gas che attraversa questi componenti. Gli elementi che più di tutti risentono dei fenomeni vibratorii sono le palette dei dischi rotorici a causa della loro snellezza e dei carichi termici, centrifughi e dinamici a cui sono sottoposte. Nei casi più gravi le palette possono essere soggette a fenomeni di *High Cycles Fatigue*, con conseguenti danneggiamenti e formazioni di cricche.

Risulta quindi essenziale in fase di progetto realizzare un propulsore che consenta di ridurre al minimo i fenomeni vibratorii. È inoltre essenziale testare a *fatica* tutti i componenti in modo da garantire l'affidabilità del sistema.

Esistono due principali campi di indagini dinamiche su dischi palettati:

- *Risposta forzata*
- *Flutter*

Nel caso di risposta forzata si considerano forzanti legate al movimento di rotazione relativo del rotore rispetto allo statore a monte o a valle, i quali in presenza di vani equidistanti, assumono un andamento armonico (l'azione si ripete in modo ciclico al passaggio di ogni settore, producendo delle forzanti periodiche). La frequenza principale della risposta forzata dipende dalla velocità di rotazione angolare della turbina e dal numero di palette degli stadi adiacenti. Le armoniche della forzante sono multiple della frequenza principale, e attraverso l'*Engine Order* dipendono dalla velocità di rotazione della girante. L'*Engine Order* è il rapporto tra la pulsazione della forzante e la velocità di rotazione del disco.

Nel caso di *Flutter*, l'instabilità è dovuta a un'oscillazione auto-eccitata in seguito a un disturbo del campo di moto, a causa del quale la risposta aeroelastica delle pale si amplifica causando un danneggiamento della struttura o un suo collasso. Esistono dei parametri la cui variazione continua permette di passare da zone in cui la risposta decade a zone in cui essa si amplifica. Quando ci si trova in corrispondenza dei valori critici di questo fenomeno, la risposta elastica mantiene tipicamente un'ampiezza costante nel tempo, indice del fatto che i moti elastici generano esattamente le forze aerodinamiche necessarie a sostenerli.

2.2. Forme Modali di un Disco Palettato

Andando a svolgere un'analisi dinamica del componente non è sufficiente la conoscenza delle frequenze di risonanza, ma è necessario affiancare questa informazione al tipo di forma modale ad essa associata. Nel caso in questione dove il disco palettato è caratterizzato dall'essere in *simmetria ciclica*, per forma modale si intende la deformata che la struttura assume in corrispondenza delle diverse frequenze naturali del sistema. Tali deformate possono essere descritte attraverso funzioni armoniche come $\cos(n\theta)$ lungo qualsiasi circonferenza inscritta all'interno del *bladed disk*. Gli spostamenti saranno quindi funzione del prodotto $n\theta$, dove θ è l'angolo al centro della circonferenza, mentre n corrisponde al numero di *Diametri Nodali*. Questi ultimi sono particolari linee passanti per il centro del disco, lungo queste linee lo spostamento del disco stesso è nullo, per un determinato modo di vibrare. Oltre ai

Diametri Nodali anche nel caso delle *Circonferenze Nodali* lo spostamento risulta nullo. Queste ultime sono particolari circonferenze concentriche lungo le quali si ha spostamento nullo per un determinato modo di vibrare.

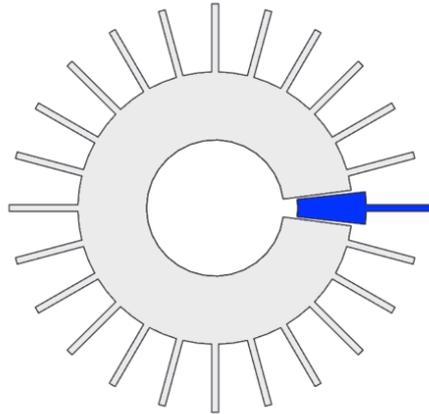


Figura 2.1. Settore di disco palettato in simmetria ciclica

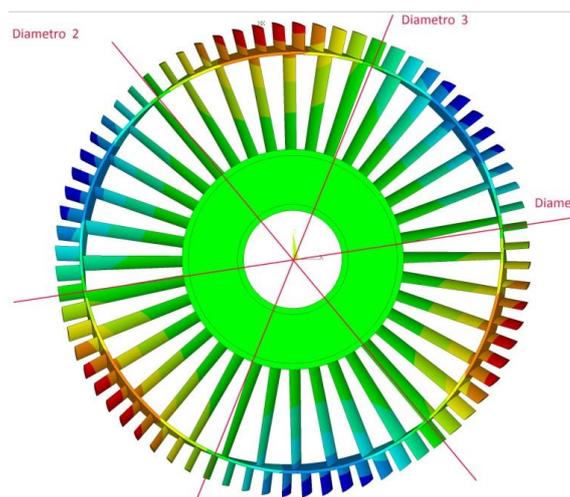


Figura 2.2. Modo con 3 diametri nodali e 0 circonferenze nodali

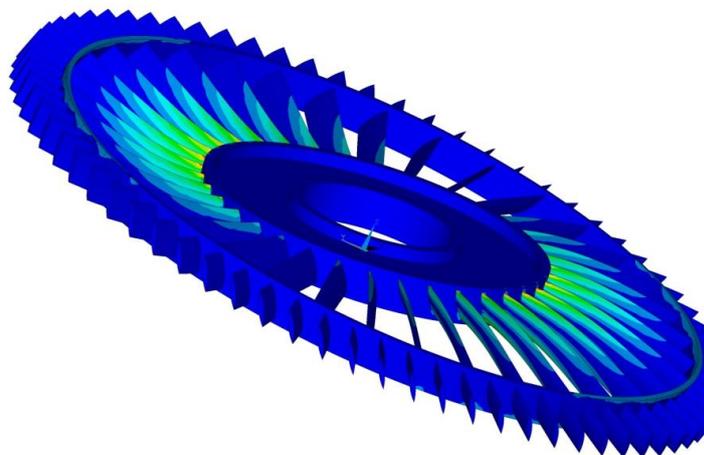


Figura 2.3. Modo con 1 diametro nodale e 0 circonferenze nodali (i colori sono rappresentativi degli stress)

Complessivamente i diametri nodali n di un rotore è funzione del numero di settori N del disco stesso, seguendo la seguente relazione:

$$\begin{cases} 0 \leq n \leq \frac{N}{2} & \text{se } n \text{ è pari} \\ 0 \leq n \leq \frac{N-1}{2} & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases} \quad (2.1)$$

In funzione al *Diametro Nodale* a cui appartengono, i modi di vibrare della struttura possono essere di due tipi:

- *Stazionari*: si presentano per dischi con numero di settori N pari per i diametri 0 ed $N/2$ e sono caratterizzati da una vibrazione rappresentabile da un'onda statica, a causa della quale tutti i settori vibrano con la stessa ampiezza e fase (in fase per $n=0$ e in contro fase per $n=N/2$). Essi sono descritti da un solo auto-vettore reale e vengono determinati univocamente.
- *Rotanti*: si verificano per tutti gli altri *Diametri Nodali*, sono caratterizzati da un fenomeno vibratorio rappresentabile con una coppia di onde viaggianti, rispettivamente in direzione concorde e discorde rispetto a quella di rotazione del disco, per le quali ogni settore si muove di un determinato sfasamento, altresì detto *IBPA = Inter Blade Phase Angle*, rispetto a quello che lo precede. Questi modi sono descritti attraverso una coppia di auto-vettori reali (stazionari), definiti ortogonali tra loro, dove per ortogonalità non si intende quella geometrica, ma modale, sarà quindi nullo il prodotto scalare tra i due auto vettori. Se il primo modo rotante ha fase tra i due auto vettori stazionari uguale a φ_1 , per il secondo la fase sarà $-\varphi_1$. ciò comporta che i due modi rotanti ruotino in senso opposto.

IBPA, Inter Blade Phase Angle:

$$IBPA = \varphi_n = \frac{2\pi}{N} n \quad (2.2)$$

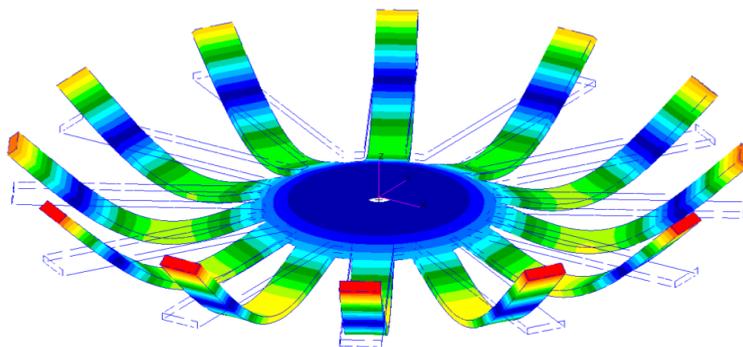


Figura 2.4. Modo con 0 diametri nodali e 1 circonferenza nodale

In figura 2.5 è presentata per diversi istanti temporali un'onda stazionaria, si può notare come i punti nodali siano fissi, mentre per diversi istanti temporali, quello che cambia è l'ampiezza dell'onda.

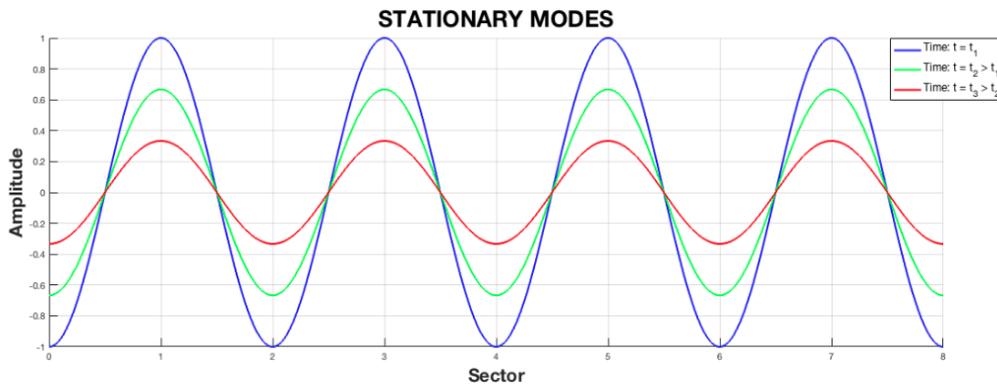


Figura 2.5. Onda stazionaria

In figura 2.6 è presenta per diversi istanti temporali un'onda viaggiante (*Travelling Wave*), quest'ultima a differenza della prima è un onda che si sposta sul disco, imponendo a tutti i punti del sistema un andamento sinusoidale con ampiezza massima, quindi si differenzia dal caso precedente per il fatto che tutti i punti vengono attraversati dall'onda di ampiezza massima mentre prima solo pochi punti seguivano la sinusoide di massimo spostamento.

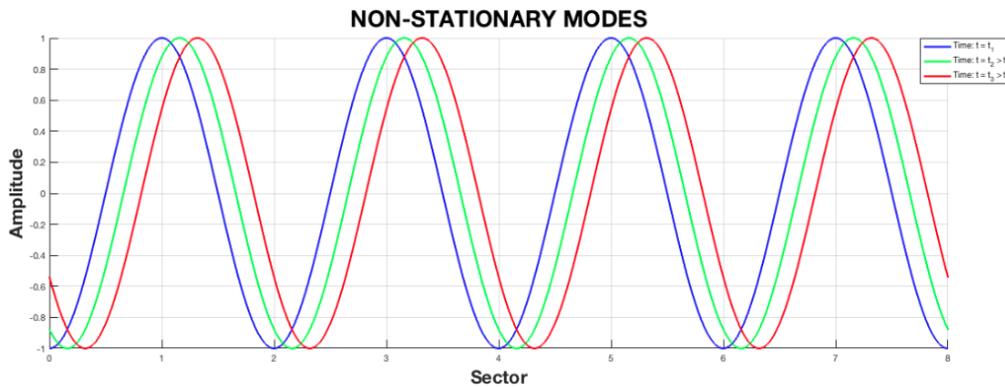


Figura 2.6. Onda viaggiante

La seguente immagine rappresenta i modi di vibrazione ortogonali per $ND = 2$, relativi ad un generico *bladed disk*, composto da 24 settori tra loro identici.

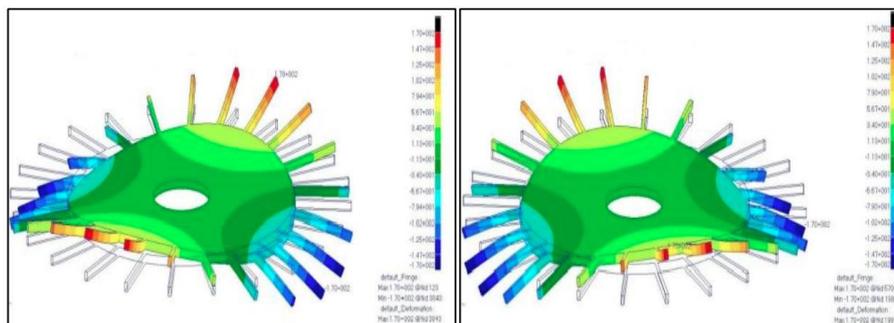


Figura 2.7. Modi ortogonali, disco palettato formato da 24 settori

2.3. Famiglie Modali e Diagramma FreND

I modi di vibrare di un disco palettato, per un certo *Diametro Nodale ND* o (n), sono pari al numero di gradi di libertà del sistema analizzato, nel caso di elementi finiti il numero non sarà infinito come nel caso dei sistemi continui, ma tende ad esso. Di pari passo si otterrà anche un numero di *frequenze naturali* del sistema pressoché infinito associate ai modi di vibrare. Nella pratica ingegneristica ci si concentra sui primi valori di frequenza per ogni *Diametro Nodale*, andando così a definire le *Famiglie Modali*. Si usa solitamente rappresentare le *famiglie modali* su di un diagramma sulla cui ascissa sono presenti *diametri nodali* e in ordinata le *frequenze naturali* dei modi di vibrare. Si va quindi a rappresentare un insieme intero di *frequenze naturali*, tante quanti sono i ND del sistema considerato. Nel caso in cui il numero di settori di disco palettato sia pari, solo il primo è l'ultimo modo sono singoli.

Tale grafico, che prende il nome di *diagramma FreND*, risulta simmetrico, tuttavia si è soliti rappresentare la sola parte relativa ai diametri nodali positivi.

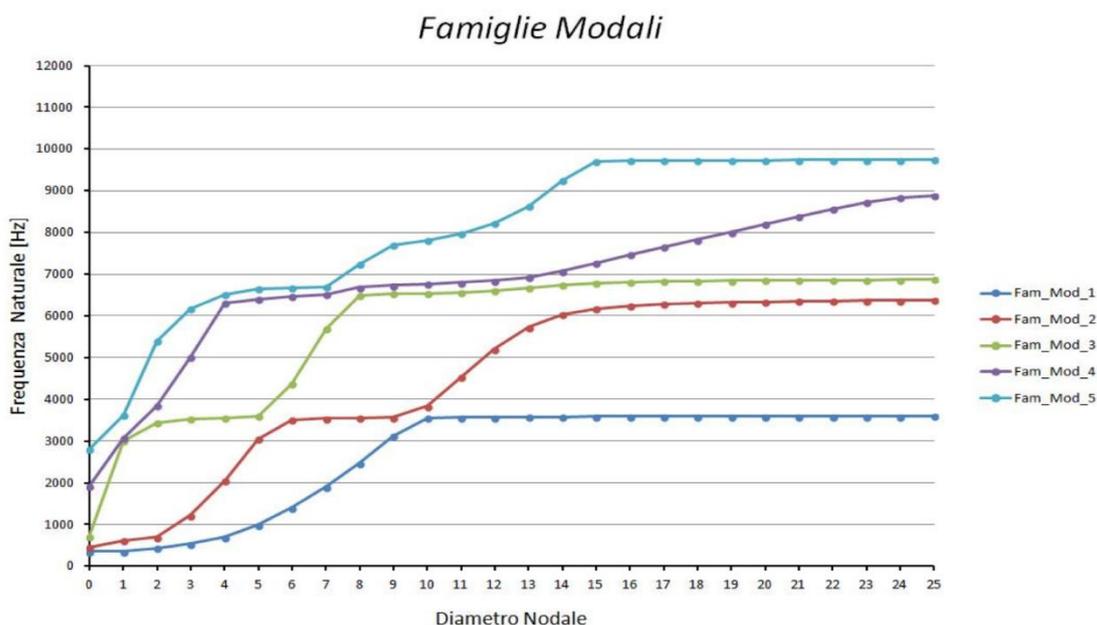


Figura 2.8 Esempio di *famiglie modali* presentate su un Diagramma FreND

Osservando il diagramma FreND della figura precedente, si può notare come le famiglie modali abbiano un andamento crescente per bassi ND, mentre l'andamento tende generalmente ad essere asintotico nel caso di elevati ND. I modi di vibrare per bassi ND prima e durante la parte pendente sono tipicamente *modi di disco*, cioè modi di vibrare dove le deformazioni maggiori avvengono al disco, mentre la deformazione delle pale si può ritenere trascurabile. Mentre cioè che avviene per elevati valori di ND

è esattamente l'opposto, essi prendono il nome di *modi di pala*; dove il disco risulta estremamente rigido, mentre le pale si deformano.

Questo fenomeno è rappresentato nel seguente grafico.

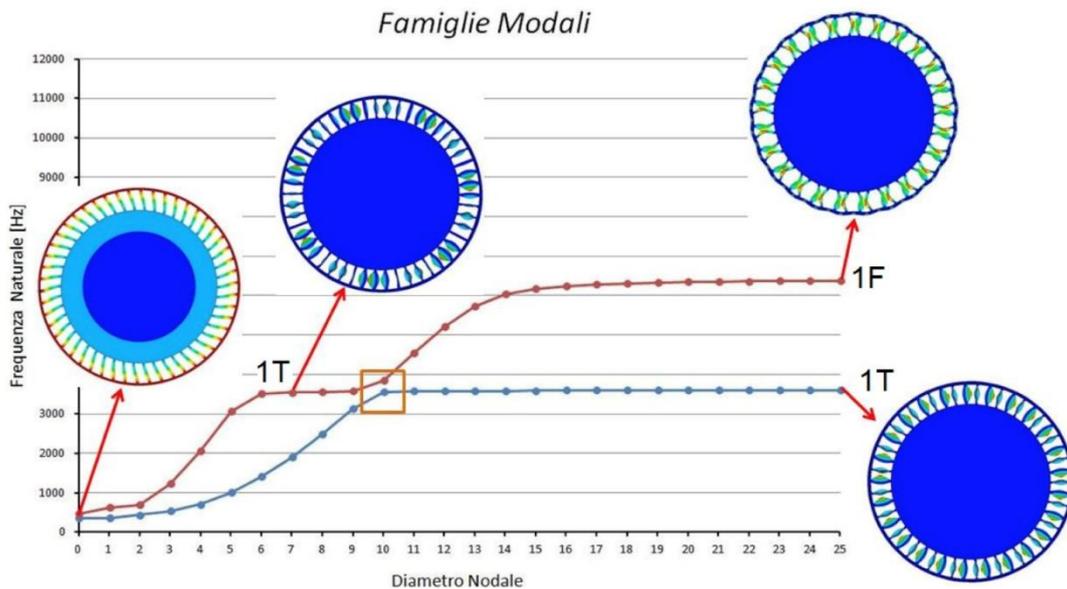


Figura 2.9 Esempio di *famiglie modali* presentate su un Diagramma FreND in base alla *Frequenza*

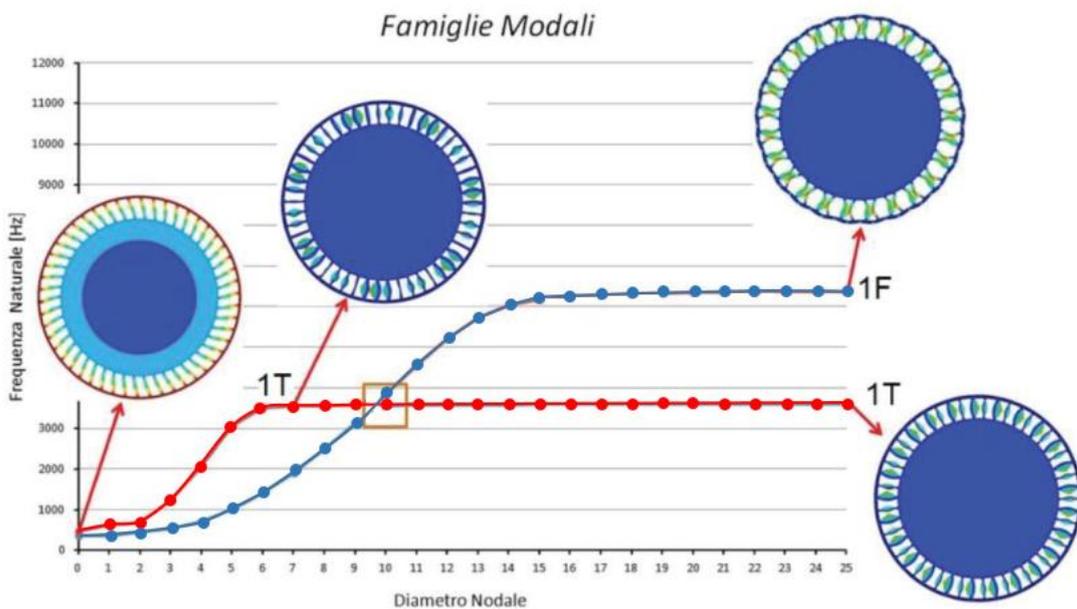


Figura 2.10. Esempio di un Diagramma FreND, classificazione in base alla *Forma Modale*

- Classificazione in base alla *frequenza* (Figura 2.9) : l'insieme dei primi valori di frequenza relativi ai vari diametri nodali definiscono la famiglia modale.
- Classificazione in base alla *forma modale* (Figura 2.10) : l'insieme delle frequenze relative ai modi con identica forma modale definiscono la famiglia modale.

Nel secondo tipo di diagramma la classificazione soprattutto nella zona di *veering* può essere di non immediata comprensione.

La zona di *veering* è il punto di avvicinamento delle due curve, nel quale le famiglie modali si scambiano i modi di vibrare.

A causa del mescolamento dei modi, è quindi importante capire quale sia il modo di vibrare in questione nella zona di *veering*.

I modi di pala che comunemente si riscontrano di possono distinguere in 4 principali categorie:

- Flessionali
- Torsionali
- Edgewise
- Flapwise

In alcuni casi si può avere un modo di vibrare che è dato dalla combinazione delle forme modali presentate in precedenza. Infatti, salendo con l'ordine della famiglia modale si ottengono vibrazioni sempre più complesse, descrivibili tipicamente come combinazione di modi flesso-torsionali.

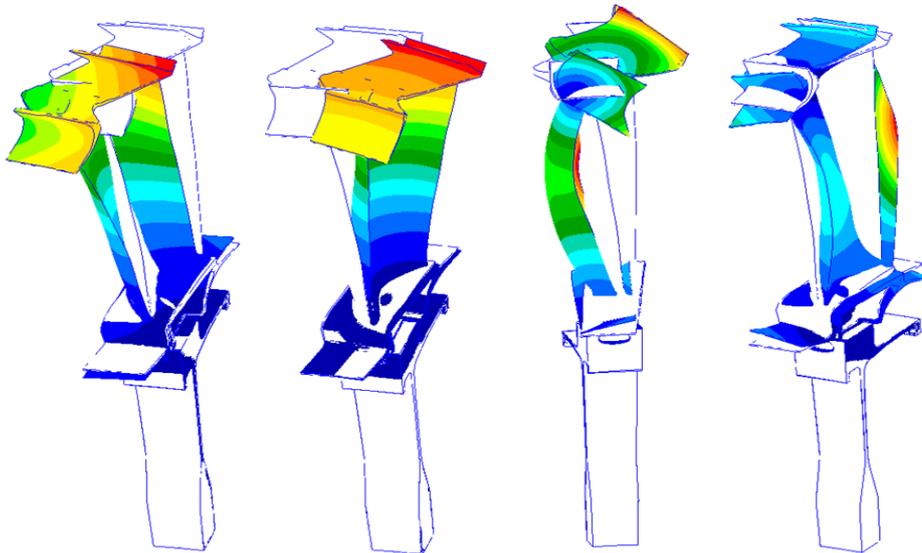


Figura 2.11 Modi di pala (in ordine) : Edgewise, Flapwise, Flessionale, Torsionale

2.4. Diagramma di Campbell

Le frequenze naturali di un sistema possono variare a causa di diversi parametri, che possono ad esempio essere nel caso di *bladed disk* legati all'irrigidimento dovuto alle forze centrifughe oppure a una variazione della rigidità dovuta ai carichi termici.

Il diagramma di Campbell è un grafico che riporta l'andamento delle frequenze naturali del disco e delle freq. delle forzanti per determinati *Engine Order*. in funzione della velocità di rotazione del disco.

I fenomeni di risonanza si verificano quando la forma e la frequenza del campo di pressione instabile, cioè della forzante, coincidono con la frequenza e la forma del modo strutturale del rotore, questi punti sono i punti di *crossing* e sono evidenziati nella figura seguente con i pallini rossi (incrocio tra la retta dell'EO e la forma modale).

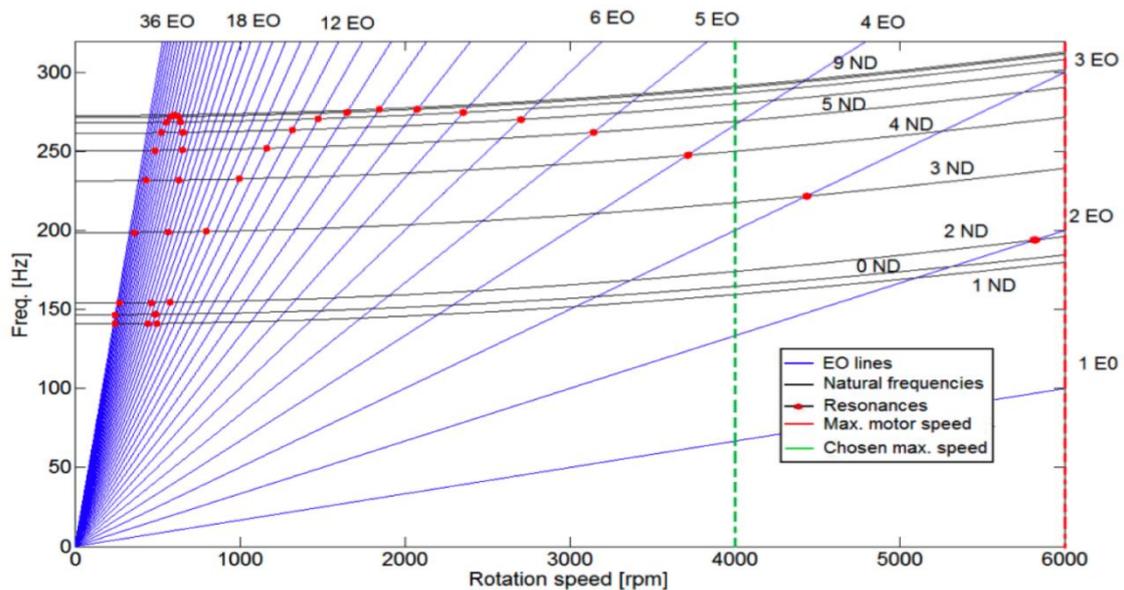


Figura 2.12 Generico diagramma di Campbell

A scopo esplicativo si prenda in considerazione la curva che descrive l'andamento delle frequenze naturali per il *diametro nodale* 3, tale curva si interseca con la maggior parte delle curve riferite a diversi EO, tuttavia la condizione di risonanza si verifica solo per determinati valori di EO. Nel caso precedente si otterrà il *crossing* per EO: 3, 15, 21, 33.

Nella parte finale di questo elaborato, in particolare nel capitolo dove si andrà a trattare lo studio del *veering* nel caso di *pala interloccata*, verrà presentata una diversa tipologia di diagramma Campbell in cui entreranno in gioco le velocità relative, a causa del particolare tipo di banco provo utilizzato, che permetterà di avere 2 gradi di libertà, ossia di modificare sia la velocità del disco palettato, sia la velocità del disco porta-magneti (che si sostituisce ad uno statore).

D'altra parte, il Flutter è definito come una vibrazione instabile e autoeccitata di un corpo in un flusso di aria ed è generato da un'interazione continua tra la struttura della pala e il fluido che la lambisce. Questo tipo di interazione aeroelastica non è legata a

nessuna forzante esterna, ma è generata dalla deformazione dell'airfoil sotto l'azione di forze fluidodinamiche, che vengono a loro volta modificate dalla variazione di forma della struttura stessa, per questo motivo si definisce 'autoeccitata'. Si crea in questo modo un processo di autoeccitazione che può portare a fenomeni di instabilità.

2.5. Analisi Modale in Simmetria Ciclica

Per l'analisi di quanto visto fino ad ora, è necessario utilizzare delle metodologie in grado di ridurre la complessità del problema relativo alla dinamica delle strutture come in questo caso per il *bladed disk*.

Allo stato attuale della tecnologia per risolvere sistemi complessi si utilizza discretizzare il problema mediante metodi agli elementi finiti (*FEM, Finite Element Method*). Questo comporta che l'approssimazione della struttura reale è tanto migliore quanto maggiore è il numero di elementi tramite cui il componente o sistema viene discretizzato. Tale metodo permette di studiare un sistema molto complesso come un sistema vibrante lineare a più gradi di libertà.

L'equazione della dinamica viene quindi espressa dalla seguente :

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (2.3)$$

Con [M], [C] e [K] matrici di massa, smorzamento e rigidità della struttura, esse sono costanti nel tempo, mentre $\{x\}$ è il vettore dei gradi di libertà, che varia nel tempo. Infine [F] rappresenta il vettore delle forzanti esterne che vengono applicate al sistema e sono varianti anch'esse nel dominio del tempo.

Al fine di risolvere il sistema di equazioni (analisi modale) e ottenere le frequenze di risonanza e le forme modali del sistema, si procede considerando nullo il vettore delle forzanti e risolvendo la seguente equazione:

$$([K] - \omega^2[M])\{\psi\} = \{0\} \quad (2.4)$$

L'equazione precedentemente scritta rappresenta l'auto-problema del sistema, dove ω è la frequenza naturale e $\{\psi\}$ è la forma modale.

Si otterrà quindi un numero di frequenze naturali e forme modali pari al numero di GDL del sistema. Questo comporta per un disco di turbina un elevato onere computazionale dovuto ad un elevato numero di equazioni da risolvere.

Al fine di ridurre drasticamente la complessità del sistema si possono utilizzare due metodi:

- *Simmetria Ciclica*
- *Metodi di Riduzione*

Simmetria Ciclica

I dischi palettati mostrano una chiara simmetria, è quindi possibile ridurre l'intera struttura in N settori fondamentali, l'angolo tra due settori adiacenti può essere definito come $\phi = 2\pi / N$. La geometria di un angolo θ è uguale a quella di un angolo $\theta + j\phi$, con j numero intero.

La proprietà più importante di una struttura simmetrica, è la possibilità di poter studiare un singolo settore, per ottenere la risposta dell'intero sistema. Sarà quindi possibile ottenere le frequenze naturali e le forme modali dell'intero sistema, andando però ad analizzare un solo settore, il che ovviamente comporta notevoli vantaggi dal punto di vista computazionale e modellistico.

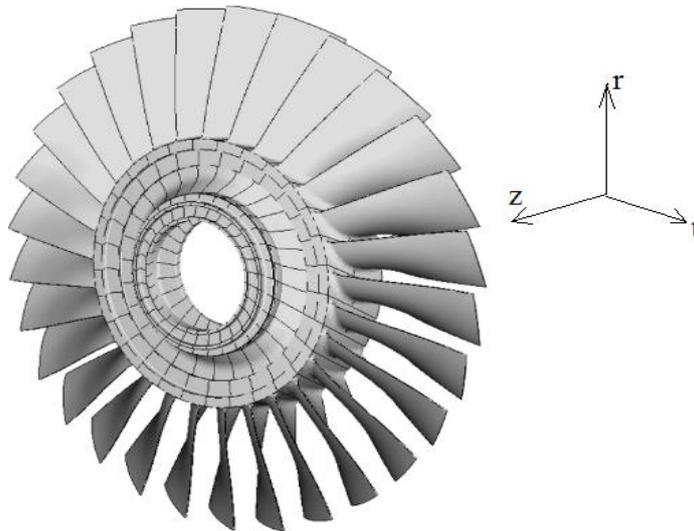


Figura 2.13 Rotational periodic structure

L'analisi dinamica della struttura completa, permette di identificare 3 tipi diversi di forme modali:

- *Tutti i settori vibrano con identica fase:* Punti omologhi in settori diversi si sposteranno in modo identico, ossia tutti i settori vibrano con la stessa fase, quindi nello stesso istante avranno spostamenti identici lungo il disco. Questa forma modale viene descritta attraverso un singolo autovettore o autovalore.
- *Ogni settore ha la stessa forma modale dei settori adiacenti:* in questo caso il settore vibra però in antifase, ossia quando lo spostamento di un settore è massimo, lo spostamento di un punto omologo di un settore adiacente è

minimo. Tale modo di vibrare può anche essere descritto da un singolo autovalore o autovettore.

- *Restanti forme modali*: i singoli settori si muovono in maniera sfasata rispetto a quelli vicini. Queste forme modali vengono descritte da coppie di auto valori identici e da una coppia di auto vettori tra loro ortogonali. L'ortogonalità degli auto vettori è modale e non geometrica, cioè descrivono identiche forme modali ma in quadratura tra loro.

Andiamo ora ad analizzare i vincoli di *simmetria ciclica* che devono essere applicati alla struttura:

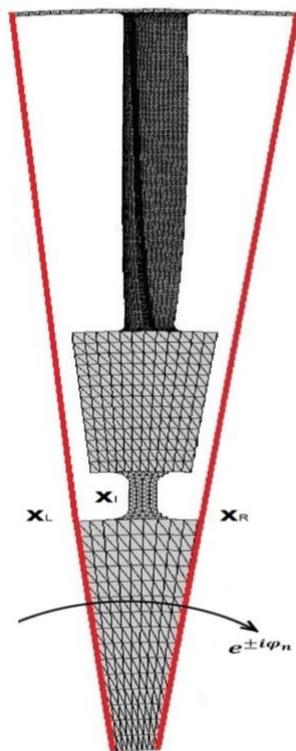


Figura 2.14 Settore singolo di un disco palettato

si possono individuare i gradi di libertà del vettore $\{x^S\}(t)$ come mostrato di seguito:

$$\{x^S\} = \begin{Bmatrix} x_L^S \\ x_I^S \\ x_R^S \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

Le facce di ogni settore sono in comunicazione con il settore adiacente attraverso n punti in comune che vengono definiti ‘esterni’, mentre vengono definiti N punti che sono ‘interni’ al settore. Tra i punti di collegamento si distinguono i punti di collegamento con il settore di destra, segnati con pedice R e quelli di sinistra contraddistinti dal pedice L. Il vettore precedentemente scritto può quindi essere diviso in punti esterni di sinistra $\{x_L^S\}$, punti esterni di destra $\{x_R^S\}$ e punti interni $\{x_I^S\}$.

Lo stesso ragionamento può valere per il vettore della forzante, che può essere quindi scomposto nei 3 gruppi:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_L \\ F_I \\ F_R \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

Prendendo in considerazione un singolo settore, nel caso in cui si andasse a considerare trascurabile lo smorzamento della struttura, l'equazione del moto da risolvere sarebbe quindi:

$$([K^S] - \omega^2[M^S])\{x^S\} = \{F\} \quad (2.7)$$

Nel vibrare ad una determinata forma modale il *bladed disk* presenta uno sfasamento tra i vari settori, tale condizione può essere imposta al singolo settore andando ad applicarla ai punti 'esterni'. Si può notare che i punti di destra di un settore corrispondono ai punti di sinistra del settore successivo, ed essendo il comportamento dei settori sfasato, si può esprimere lo sfasamento dei punti di destra del primo settore in funzione dello sfasamento dei punti di sinistra del secondo settore. Si procede quindi applicando lo sfasamento corrispondente al modo di vibrare preso in considerazione:

$$\{x_R^S\} = e^{i\varphi}\{x_L^S\} \quad (2.8)$$

Con $\varphi = 2\pi n / N$, in questa equazione n rappresenta il diametro nodale ed N il numero di settori. Il vettore dell'equazione 2.5 si può quindi esprimere come segue:

$$\{x^S\} = \begin{Bmatrix} x_L^S \\ x_I^S \\ e^{i\varphi} x_L^S \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

Con la scrittura della 2.9 si è appena andati a ridurre il numero di incognite da $2n+N$ a $n+N$. L'equazione 2.8 può essere riscritta come :

$$\{x_R^S\} = e^{i\varphi}\{x_L^S\} = \{x_L^S\} \left(\cos \frac{2\pi n}{N} + i \sin \frac{2\pi n}{N} \right) \quad (2.10)$$

Nel caso in cui $n=0, N/2$ ($\varphi = 0, \pi$) si ottiene una soluzione dell'equazione del moto che è reale, data l'assenza della parte complessa nel seno; per tutti gli altri valori si ha che il termine $i \sin(2 \pi n / N)$ è diverso da 0, si avranno quindi delle soluzioni

complesse di quest'equazione. Le forme modali e le frequenze naturali per $0 \leq \varphi \leq \pi$ e $\pi \leq \varphi \leq 2\pi$ sono uguali, ma presentano opposto verso di rotazione.

Il problema agli auto valori si riduce a :

$$([K^S(\varphi)] - \omega^2[M^S(\varphi)]) \begin{Bmatrix} x_L^S \\ x_I^S \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (2.11)$$

La scelta di un determinato φ impone quindi un certo sfasamento tra i vari settori. Per ogni suo valore si possono ricavare le varie forme modali che rappresentano quel particolare angolo di fase. I valori che IBPA può assumere dipendono dal numero di settori in cui può essere diviso il sistema.

Nel caso in cui il numero di settori sia pari, i valori saranno $N/2 + 1$:

$$\varphi = 0; \frac{2\pi}{N}; \frac{4\pi}{N}; \dots; \frac{2\pi}{N} \left(\frac{N}{2} - 1 \right); \pi \quad (2.12)$$

Nel caso in cui il numero di settori sia dispari, i valori saranno $(N+1)/2$:

$$\varphi = 0; \frac{2\pi}{N}; \frac{4\pi}{N}; \dots; \frac{2\pi}{N} (N - 1) \quad (2.13)$$

Si può notare che φ assume valori che sono corrispondenti a multipli j dell'angolo geometrico tra i settori.

2.6. Caratteristiche delle Forzanti Esterne, Engine Order

Nelle turbine le forzanti esterne sono costituite dal flusso della miscela di gas che fuoriesce dal combustore ad elevate temperature e velocità.

Nelle turbomacchine gli statori e i rotori si alternano lungo l'asse della macchina, mentre il flusso passa attraverso di essi, come mostrato schematicamente in Fig. 2.15.

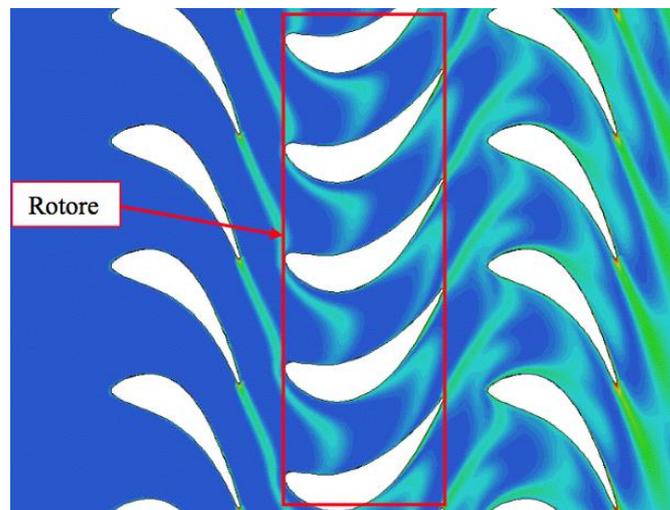


Figura 2.15 Disturbo aerodinamico creato dalle schiere di Statori sui Rotori in una turbomacchina

A causa della velocità di rotazione del rotore, il flusso stazionario che lascia lo statore entra in collisione con lo stadio rotorico producendo un pattern di eccitazione ciclica, allo stesso modo succede tra rotore e statore.

Qualora la frequenza della forzante aerodinamica andasse a coincidere con la frequenza naturale del sistema, si otterranno vibrazioni in risonanza molto pericolose per la struttura di interesse, con conseguente rischio di danneggiamento nel caso di fatica ad alto numero di cicli (HCF).

Le frequenze delle forzanti tali per cui si instaura una condizione di risonanza sono molteplici e sono multiple della velocità di rotazione del disco palettato. Per questo motivo viene definito un parametro che va a mettere in relazione tra loro la pulsazione della forzante (ω) e la velocità di rotazione del disco (Ω).

Questo parametro prende il nome di *Engine Order*:

$$EO = \frac{\omega}{\Omega} \quad (2.14)$$

Nel caso di una struttura rotante è possibile fare una classificazione del sistema delle forzanti che agiscono sulla struttura stessa. La classificazione dipende dal sistema di riferimento utilizzato per osservare tale fenomeno. Questo ci permette di distinguere un sistema di riferimento solidale al *bladed disk* e un sistema di riferimento fisso.

Per quanto riguarda il primo caso, le palette sarebbero eccitate da due forzanti rotanti distinte, una concorde al verso di rotazione e l'altra con verso opposto a quello del disco.

Con lo scopo di semplificare la comprensione del fenomeno viene presentato il caso di Fig. 2.15, dove un disco composto da 4 palette è eccitato da una forzante armonica, che assume la seguente espressione:

$$\begin{cases} f_{\theta^*}(t) = F_0 \cos(\omega t) = F_0 \cos(N_b \Omega t) \\ f_{\theta \neq \theta^*}(t) = 0 \end{cases} \quad (2.15)$$

in cui N_b è il numero di palette, Ω è la frequenza naturale del disco e ω è la frequenza della forzante.

Utilizzando la scomposizione in serie di Fourier, la forzante può essere scritta come segue:

$$f_{\theta}(t) = \frac{F_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \cos[n(\theta - \theta^*)] \cos(\omega t) \quad (2.16)$$

Nell'equazione precedente n rappresenta il generico indice armonico. Come conseguenza la forza non è di tipo inimpulsivo, ma è divisa in armoniche con ampiezza differenti, come mostrato nella seguente figura:

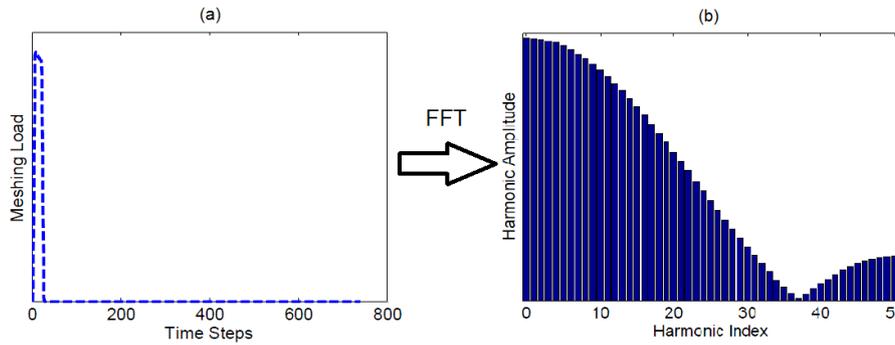


Figura 2.16 Forza agente su una paletta:
A sinistra, andamento della forza nel dominio del tempo – A destra, spettro delle frequenze della forzante dopo l'applicazione della FFT

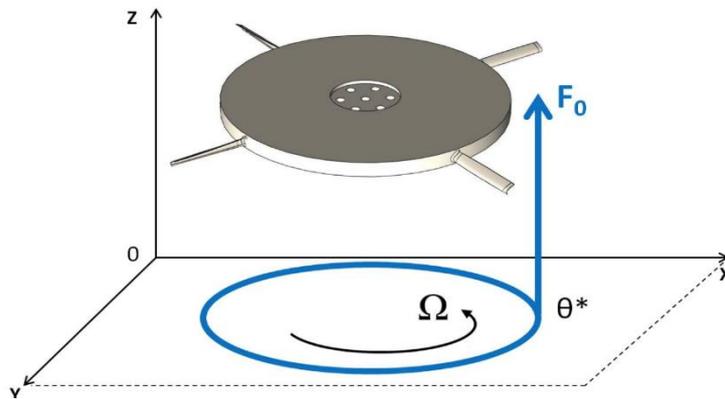


Figura 2.17 Esempio di rappresentazione di una forzante rotante, solidale con il *bladed disk*

Se si va a riscrivere l'equazione 2.16 in un sistema di riferimento rotante e si applica il cambio di variabile $\theta = \theta_R + \Omega t$, essa diventa:

$$f_{\theta,R}(t) = \frac{F_0}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \{ \cos[(\omega - n\Omega)t] \cos(n\theta_R) + \sin[(\omega - n\Omega)t] \sin(n\theta_R) + \cos[(\omega + n\Omega)t] \cos(n\theta_R) - \sin[(\omega + n\Omega)t] \sin(n\theta_R) \} \quad (2.17)$$

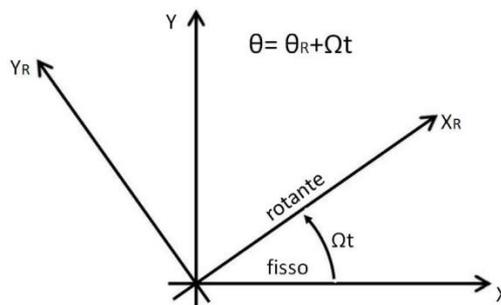


Figura 2.18 Sistema di riferimento rotante

Nella precedente equazione si possono identificare le due forzanti rotanti con frequenze $\omega_f = \omega - n\Omega$ (forzante *forward* Fig. 2.19) e $\omega_b = \omega + n\Omega$ (forzante *backward* Fig. 2.20).

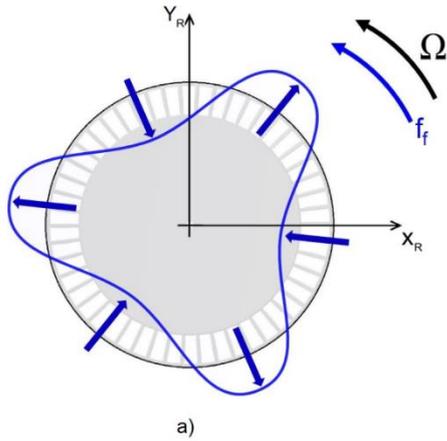


Figura 2.19 Forzante Forward

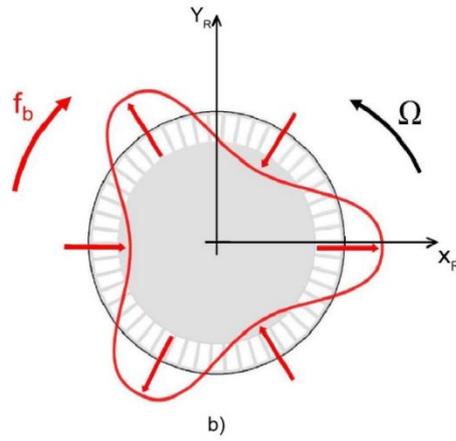


Figura 2.20 Forzante Backward

Ad esempio, nel caso vengano scelti i seguenti valori: $N_b=4$ e $n=1$, si ottiene:

$$\begin{cases} \omega_b = \omega + n\Omega = \Omega(N_b + n) = \Omega(4 + 1) = 5\Omega = EO_b\Omega \\ \omega_f = \omega - n\Omega = \Omega(N_b - n) = \Omega(4 - 1) = 3\Omega = EO_f\Omega \end{cases} \quad (2.18)$$

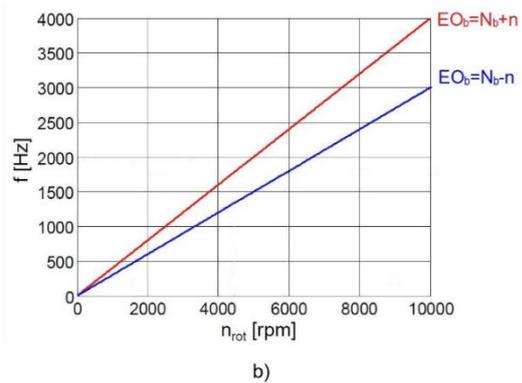
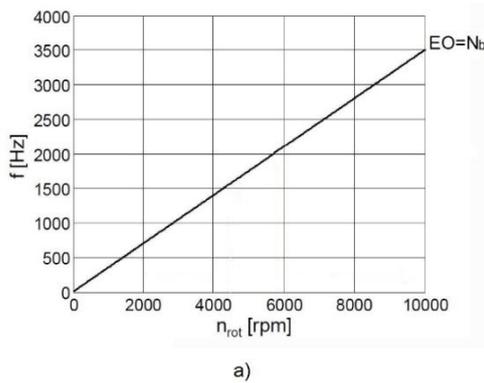


Figura 2.21 Engine Order : a) nel sistema fisso b) nel sistema rotante

Come da definizione i termini EO_b e EO_f , rappresentano esattamente gli Engine Order che vanno ad eccitare il *bladed disk* nel sistema di riferimento rotante. In tal modo si otterrà la relazione che identifica il valore di EO che in risonanza va a sollecitare un particolare modo di vibrare con diametro nodale n :

$$\begin{cases} EO = n \\ EO = N_b \pm n \end{cases} \quad (2.19)$$

Dove come precedentemente menzionato N_b è il numero di pale, e quindi di settori. La precedente relazione può essere riscritta nella forma generale:

$$EO = mN_b \pm n, \quad \forall m \in \mathbb{N} \quad (2.20)$$

Perciò una forzante che ha l' EO uguale a quello del diametro nodale, ha una componente della forza che è uguale al modo di vibrare, quindi nel caso in cui la frequenza sia uguale alla frequenza naturale, si ottiene una condizione di risonanza.

Tale forzante non avrà lo stesso effetto anche per gli altri modi con diametro nodale diverso, questo perché la forma della forzante risulta ortogonale a tutti gli altri modi, così come lo è il modo con diametro nodale pari all'*Engine Order* rispetto a tutti gli altri modi.

Due tipi di *Risposta Forzata* possono essere distinti in base alla frequenza dell'eccitante:

- *High engine order forced response (HEO)*
- *Low engine order forced response (LEO)*

Il primo tipo, anche definito come risposta forzata classica, è causato dalla forza generata dalla rotazione del *bladed disk* nel campo di pressione, la cui intensità varia periodicamente a seconda dell'angolo di rotazione. Queste variazioni di flusso sono causate principalmente dalla presenza a monte della turbina di uno statore, quindi la frequenza della forzante varia al variare della velocità di rotazione ω . La distribuzione spaziale della funzione della forzante può essere determinata una volta noti ω e il numero delle pale, la trasformata di Fourier della funzione della forzante rivelerà le armoniche che andranno ad eccitare i modi del sistema. Tipicamente queste armoniche vanno ad eccitare i modi ad alti diametri nodali. Il diagramma di Campbell aiuta a predire i punti di risonanza nel regime operativo della turbomacchina.

Per il secondo tipo di risposta forzata, meno studiato in letteratura, avviene ad alte velocità di rotazione ed ad alte temperature ed è generato dalla perdita di simmetria nel flusso sulla turbina. Tipicamente è un fenomeno più pericoloso sulla turbina di alta pressione (HPT), quindi non verrà trattato in dettaglio in questa tesi.

I due tipi di risposta appena presentati si riferisco a un *Tuned bladed disk*, in cui per definizione tutti i settori sono geometricamente identici tra di loro.

Tuttavia si hanno inevitabilmente delle differenze tra i vari settori, causate da diversi fattori, quali: tolleranze dovute alle lavorazioni, danneggiamenti o da fenomeni di usura; questi portano ad avere un disco definito *Mistuned*, in particolare si definisce questa variazione delle caratteristiche tra i settori come *Mistuning Casuale*.

Il *Mistuning Casuale* si distingue dal *Mistuning Intenzionale* per il fatto che il secondo è applicato deliberatamente al settore con l'obiettivo di andare a ridurre l'ampiezza della risposta forzata. Andando a variare la massa e quindi la rigidità della pala, ci si aspetta di ottenere una diversa risposta.

Il metodo del *Mistuning Intenzionale* verrà presentato nei seguenti capitoli in modo più approfondito.

Aliasing

Nel caso in cui si abbia una forzante con EO definito dalla seconda equazione della 2.19 , va a sollecitare anche il modo con diametro nodale n , grazie al fenomeno dell'*aliasing*. Le pale non essendo un continuo campionano la forma della forzante in un numero finito di punti. Per valori di EO definiti dalla 2.20 le pale vedono una forzante con *Engine Order* definito dalla prima della 2.19.

A titolo di esempio nella figura 2.21 viene mostrato un esempio della discretizzazione della forzante caratterizzata da $EO = 24$ per mezzo delle pale di una turbina.

Nella rappresentazione si vede chiaramente come le pale non vedano una forzante con EO pari a 24, infatti a causa del fenomeno dell'*aliasing* le pale vedono una forzante che ha *Engine Order* pari a 8.

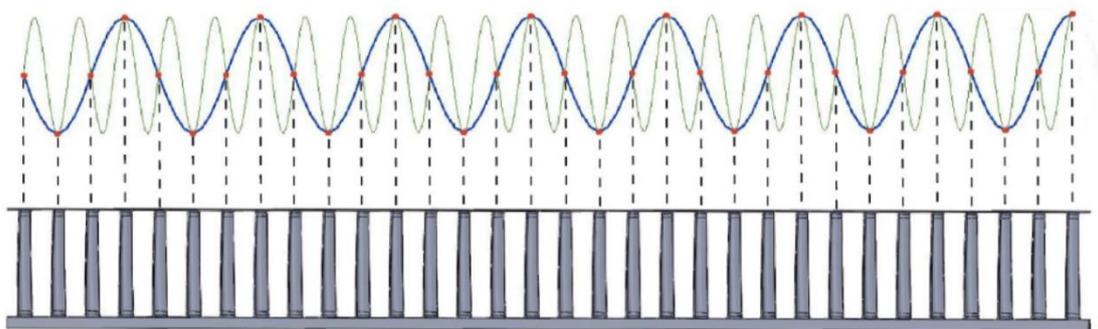


Figura 2.22 rappresentazione del fenomeno dell'*aliasing*, $EO\ 24 \rightarrow 8$

Capitolo 3

Mistuning

Teoricamente ci si aspetta che le pale di una turbina siano perfettamente uguali le une alle altre, in realtà vi sono alcuni fattori quali: tolleranze di fabbricazione, usura, danneggiamento, che fanno sì che si abbia sempre la presenza di una certa differenza tra un settore e gli altri appartenenti al *bladed disk*.

Queste differenze tra le palette prendono il nome di *Mistuning*.

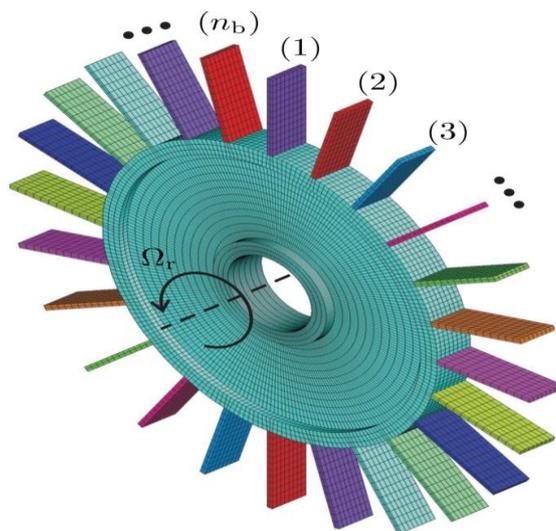


Figura 3.1 Mistuning causale in un Bladed Disk

Questo fenomeno come si può intuire, può avere un effetto molto marcato nella dinamica di un disco palettato. Si è valutato in passato che il Mistuning fosse in grado di generare un fenomeno noto come 'localizzazione'.

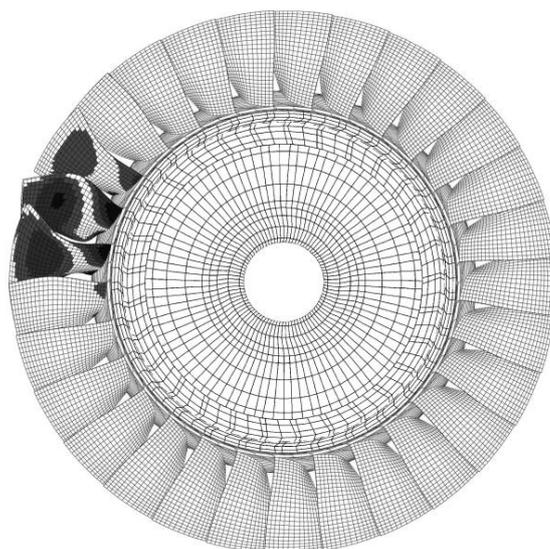


Figura 3.2 Localizzazione di una forma modale su un disco palettato.

Questo fenomeno causa una concentrazione dell'energia di vibrazione in alcuni della struttura con un conseguente aumento significativo dell'ampiezza di vibrazioni della risposta forzata rispetto ad un sistema *tuned*. Si è altresì dimostrato che l'ampiezza della risposta aumenta con l'aumentare del *mistuning* fino ad un certo livello, oltre il quale continuando ad aumentare il livello di *mistuning* si ottiene una diminuzione della risposta.

Questi interessanti risultati ci indicano quindi che con l'introduzione del *mistuning* intenzionale è possibile ridurre gli effetti negativi di quello casuale, e come vedremo nel corso della tesi anche l'ampiezza di risonanza del sistema.

Stato dell'arte

3.1. I primi Studi

Fin dai suoi primi studi negli anni 60 ad oggi il fenomeno del *mistuning* è stato l'argomento di ricerca di innumerevoli ricercatori e studiosi. Inizialmente ad approcciarsi a tale problema furono *Whitehead, Ewins ed Arnold* che con i loro studi nel 1960, cercarono di comprendere questo particolare fenomeno fisico e gli effetti che esso aveva su un disco palettato.

Negli anni successivi si crearono due diversi ambiti di studio del *mistuning*:

- comprensione dei suoi effetti sulla variazione della risposta forzata
- influenza del *mistuning* su fenomeni aeroelastici, come per esempio il *flutter*

L'obiettivo di queste analisi era quello di ottenere dati deterministici attraverso modelli semplificati di massa – molla - smorzatore. Dagli anni 90 in poi, con l'arrivo dei calcolatori e quindi della capacità di calcolo, si iniziarono a compiere studi di tipo statistico su questo fenomeno.

3.2. Studi recenti

Per quanto riguarda gli studi successivi ai primi anni 90, si sono continuate a sviluppare le due correnti di pensiero sviluppate in precedenza, una deterministica e l'altra di tipo statistico.

Sin dall'inizio l'approccio comune è stato quello deterministico, ipotizzando la comprensione del fenomeno al fine di poter risolvere molte problematiche inerenti alle

turbomacchine. Gli sforzi maggiori furono fatti al fine di comprendere i fattori che influenzano la risposta forzata in presenza di *mistuning*.

Studiosi come *Feiner, Griffin, Mignolet, Judge e Lim* si occuparono dell'identificazione del *mistuning* all'interno di un *bladed-disk*, con lo scopo di ottenere dei modelli ridotti che rappresentassero realisticamente tale fenomeno e i suoi effetti nel calcolo della risposta forzata. Altri scienziati, come nel caso di *Martel e Corral* si approcciarono a questo fenomeno andando a studiare il *mistuning Intenzionale* (ossia volontariamente creato, attraverso particolari pattern di *mistuning*) mediante l'AMM

(*Asymptotic Mistuning Model*). Ricercatori quali *Castanier e Pierre* applicando opportuni *pattern* di *mistuning intenzionale* giunsero alla conclusione che esso comportasse una generale diminuzione del fattore di amplificazione della risposta, rispetto ad un *pattern* di tipo *casuale*. La conferma di questi risultati si ebbe dagli studi sperimentali che *Pierre* condusse nel 2002.

Negli anni successivi, *Seinturier* (2002), *Kielb* (2004) e *Sladojevic* (2005) approfondirono le tematiche riguardanti i fenomeni di accoppiamento aerodinamico per dischi palettati in presenza di *mistuning*, giungendo alla conclusione che fosse assolutamente necessario tenere in considerazione tali fenomeni, in quanto non trascurabili al fine di valutare la variazione della risposta forzata. Successivamente vennero condotti ulteriori esperimenti e ricerche relative all'influenza che il *mistuning* esercita sulla struttura in termini di *aeroelasticità*.

A tale proposito, nel 2008 venne presentato uno studio nel quale, attraverso l'implementazione di un *pattern* di *mistuning* prodotto con il modello *AMM*, *Martel, Corral e Llorens*, eliminarono l'instabilità aeroelastica del *Flutter* per particolari modi di vibrare.

L'attendibilità dei risultati ottenuti con modelli teorici, andava però verificata sperimentalmente, a tale scopo si concentrarono *Strange e MacBain* nell'anno 1981, per le loro misurazioni utilizzarono estensimetri e misurazioni effettuate tramite l'interferometria olografica; ad essi fecero seguito negli anni tra il 1997 e 2000: *Pierre, Kruse e Ceccio* che riuscirono a dimostrare la sensibilità di un disco palettato ad un basso livello di *mistuning*.

Per quanto riguarda il secondo metodo, ossia l'approccio statistico, un particolare sforzo è stato fatto per individuare il miglior modello capace di rappresentare la risposta forzata. Alcuni dei lavori più importanti in ordine cronologico sono: *Sogliero,*

Srinivasan nel 1979, *Hoosac* e *Griffin* nel 1984, *Sinha* (1986) e infine *Ewins* e *Singh* nell'88. Dal 1990 in poi i lavoro più importanti che sono stati pubblicati sono quelli di *Mignolet* e *Lin* (1992), *Cha* e *Sinha* (1999) e nel 2003 di *Bath*.

Negli ultimi anni si è giunti a risultati anche molto contrastanti tra loro, tipicamente correlati a modelli anche molto complessi, i risultati si dimostrano in generale dipendenti dal tipo di *pattern* selezionato e dalle condizioni al contorno.

In ultima analisi, si può affermare che una degli studi più interessanti è senz'altro quello di *Sinha* (anno 2005); in essi viene stabilito un legame tra la distribuzione del *mistuning* e la risposta forzata di un *bladed disk*.

3.3. Reduced Order Modeling

Al fine di rendere più gestibile l'analisi di un *bladed disk* in presenza di *mistuning*, sono stati sviluppati modelli come l'*Asymptotic Mistuning Model*, che hanno la caratteristica di rendere più gestibile computazionalmente il modello.

In passato allo scopo di ridurre l'onere computazionale vennero quindi sviluppate tecniche di riduzione, per ottenere modelli di ordine ridotto in grado di fornire risultati comparabili con quelli ottenuti mediante modelli agli elementi finiti, quantomeno per il range di frequenze d'interesse.

I primi ROM derivanti da modelli ad elementi finiti, si basarono sull'unione dei modi di vibrare dei componenti della struttura; tale metodo, definito CMS (Component Mode Synthesis), considera ciascun componente come isolato. Ad esempio nel caso di un disco palettato, l'approccio CMS ci permette di considerare le pale e il disco come elementi separati della struttura e di calcolarne in modo separato i modi di vibrare.

La somma di tutti i modi dei componenti con le opportune relazioni alle interfacce di essi, ci permette quindi di calcolare il modo di vibrare dell'intera struttura.

A seconda delle condizioni al contorno si possono distinguere diversi tipi di CMS, quali metodi a interfacce fisse, metodi a interfacce libere o metodi ibridi.

Irretier nel 1983 utilizzò il metodo CMS a interfacce libere di *Craig* e *Chang*; prendendo in considerazione un disco palettato, andò a selezionare alcuni modi sia per le pale che per il disco, generando un ROM con un numero molto limitato di *gdl* (*gradi di libertà*), circa 100, andando a confrontare i risultati ottenuti dal suo modello con quelli di due modelli agli elementi finiti, contenenti un numero molto maggiore di *gdl*. Il risultato ottenuto dimostrava buona compatibilità tra metodo approssimato e elementi finiti.

Nel 1985 *Zheng* e *Wang* utilizzarono il metodo CMS a interfacce libere al fine di modellare un gruppo di pale accoppiate attraverso una copertura esterna, i risultati ottenuti mostravano una buona accuratezza, a fronte di una significativa riduzione dei tempi di calcolo rispetto ad un'analisi ad Elementi Finiti. Nonostante l'efficacia del metodo esso venne negli anni successivi abbandonato a causa della scoperta di metodi ancora più efficaci.

Ottarsson sviluppò nel 1994 un metodo riconducibile ad un CMS ibrido, appositamente sviluppato per l'analisi di dischi palettati, osservo che unendo i modi di vibrare del disco e delle pale si potesse ottenere il modo di vibrare del *bladed disk*. Questo metodo prevede in un primo momento di calcolare i modi del disco, senza considerare quelli sulle pale, in modo da valutare la componente che il disco induce sulle pale. Queste forme modali soddisfano i vincoli all'interfaccia disco – pala, ciò permette di eliminare i modi all'interfaccia, consentendo in questo modo lo sviluppo di un ROM di dimensioni molto limitate, ma già molto affidabile. Successivamente venne scoperto da *Pierre* e i suoi collaboratori che il metodo ROM di *Ottarsson* poteva essere applicato con ordine $10N$, e che questo rappresentasse un buon metodo di approssimazione per il comportamento di un *bladed disk* di N pale.

Partendo dall'assunzione che le pale siano rigide *Yang* e *Griffin* svilupparono un nuovo modello, infatti questa semplificazione ci permette di semplificare il tutto in quanto non è più necessario inserire i modi legati all'incastro. Questo permise di ottenere ROM direttamente da modelli agli elementi finiti, in grado di apprezzare anche gli effetti del *mistuning* ; tuttavia essi hanno il difetto che nel caso di modi accoppiati disco pala, sono poco precisi nella previsione della risposta del sistema.

Andremo ora a presentare un metodo che viene utilizzato proprio per analizzare al meglio i modi di interfaccia pala disco. Esso prende il nome di *Craig – Bampton* CMS e consiste nel calcolo dei modi dei componenti tenendo fisse le interfacce tra le parti della struttura, attraverso i modi di vincolo generati dalle deformazioni dei componenti stessi. Aspetto negativo di questo metodo è che necessita di tutti i DOF alle interfacce dei settori, rendendo quindi le dimensioni del modello maggiori rispetto a quello con le interfacce libere. *Castainer*, *Blath* e *Pierre* andarono a migliorare l'analisi modale del modello CMS di *Craig – Bampton*, andando a condensare i DOF appartenenti alle interfacce, producendo quindi dei ROMs estremamente compatti (dell'ordine di N , con N numero di settori / pale).

Ulteriori studi vennero compiuti sul modello CMS da *Moyroud*, approfondendo i problemi riguardanti la modellazione in caso di *mistuning* di dischi con coperture esterne e scoprirono che il metodo classico di *Craig – Bampton* risultava essere un ottimo approccio.

Yang e Griffin nel 2001 osservarono che, in presenza di *mistuning*, i modi di vibrare di un disco possono essere rappresentati da un *set* di modi appartenenti al disco *tuned*. Questo ci permette di scegliere alcuni modi di vibrare del disco palettato e andare successivamente a le componenti del *mistuning*, attraverso una trasformazione in coordinate modali. Questo dovrebbe quindi permettere di non implementare il *mistuning* nel modello, ma di poter ricavare il comportamento *mistuned* partendo dall'analisi modale di quello *tuned*. A partire da questa constatazione svilupparono la *subset of nominal nodes* (SNM), una tecnica molto più efficiente dei metodi presentati fino ad allora.

Il metodo SNM fu il primo a sfruttare la generazione diretta di un ROM contenente N DOF per un disco di N settori, ossia la minima dimensione possibile per la rappresentazione di un sistema in presenza di *mistuning*. Va inoltre sottolineato che i ROMs prodotti con questo metodo hanno un'elevata accuratezza se confrontati con modelli FE e sono decisamente meno onerosi dal punto di vista computazionale.

Feiner e Griffin svilupparono una forma semplice del modello SNM, nel caso di famiglie modali di pala isolate. Gli unici input necessari, sono un *set* di frequenze naturali del modello *tuned* e la variazione della frequenza di risonanza delle sole pale causata dalla presenza del *mistuning*. Grazie all'elevata semplicità definirono questo modello come *Fundamental Model of Mistuning* (FMM). Va però sottolineato il fatto che l'accuratezza di questo modello diminuisce nelle zone di *veering*, zone in cui i modi di pala e di disco sono molto vicini; oppure nelle zone dove vi è la presenza di diversi modi in un *range* limitato di frequenze.

Capitolo 4

Effetti del *Mistuning*

Con l'obiettivo di prevenire i fenomeni di fatica (HCF), i *bladed disk* delle turbomacchine devono possedere elevati standard per quanto riguarda la stabilità aeroelastica (a *flutter*) e l'ampiezza di risposta forzata.

Come precedentemente detto un disco-palettato, in presenza di *mistuning* perde la caratteristica ideale di simmetria ciclica dovuta alla variazione di masse e/o rigidità locali, di per se esso non presuppone però un effetto necessariamente negativo o positivo sulla risposta dinamica del sistema.

Va però sottolineato che una selezione ponderata del tipo di *mistuning* potrebbe permettere il miglioramento della stabilità aeroelastica del sistema *Tuned*.

L'obiettivo che si propone questa tesi è appunto quello di andare a valutare l'effetto che un determinato *pattern* di *mistuning intenzionale*, può comportare per un rotore, rispetto al caso *Tuned*. Andiamo quindi di seguito a presentare le due principali categorie di *mistuning* e i suoi effetti.

4.1 *Mistuning* casuale

La presenza di *mistuning casuale*, porta a una variazione della frequenza naturale e delle forme modali a cui è soggetto il sistema, questa caratteristica influenzerà sia la risposta libera, sia la risposta forzata dell'intero *bladed disk*.

Il *mistuning* probabilmente avrà un effetto positivo sulla vibrazione libera, ossia la disomogeneità circonferenziale avrà su di essa un effetto positivo, mentre la risposta forzata ne risentirà negativamente.

In particolare il fenomeno che si verifica è la presenza di due frequenze di risonanza per una stessa forma modale, esse sono vicini ma non uguali tra loro.

Questo comporta inoltre la perdita della *simmetria ciclica* del sistema e quindi la scomparsa dei modi generati da onde sinusoidali viaggianti in direzione circonferenziale, in favore di modi stazionari sul disco.

La forma modale, nel caso *mistuned*, non è quindi rappresentata da un diametro nodale puro, ma presenta dei contributi armonici aggiuntivi, che si manifestano nella decomposizione di Fourier attraverso coefficienti aggiuntivi.

Le forme modali perturbate vengono quindi identificate dal coefficiente massimo di Fourier che rappresenta la componente diametrale dominante, come mostrato in figura:

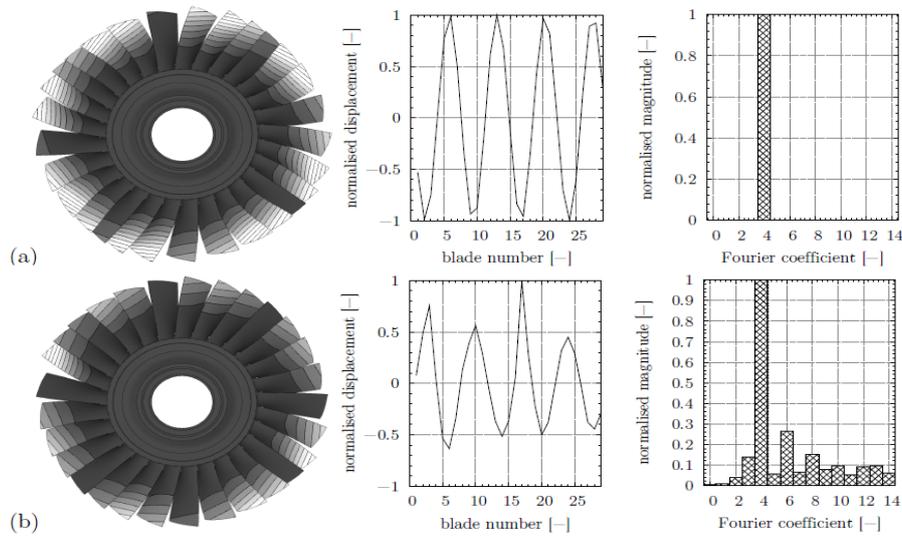


Figura 4.1 Generica forma modale, per un rotore *Tuned* (a) e *Mistuned* (b)

Si può chiaramente vedere in Fig. 4.1 caso (b) la localizzazione della vibrazione su poche pale, a causa del confinamento che prende il nome di *localizzazione modale* (vedi Cap. 3). Tale fenomeno è legato al grado di disordine dovuto al *mistuning* e all'accoppiamento tra le varie pale, che può essere di diversi tipi: strutturale e/o aerodinamico a cui viene dato il nome di *Interblade Coupling*. Definendo il grado di disordine con ϵ , e con R il valore dell'*interblade coupling*, la localizzazione dipende dal rapporto ϵ/R^2 e cresce con esso. Secondo le ricerche di *Pierre e Wei* tale fenomeno è più marcato nei dischi palettati che hanno un elevato numero di pale. Di seguito verranno presentati le forme modali di sistemi *tuned e mistuned con pattern casuale*. Dai successivi grafici risulterà chiaro che le forme modali *tuned* (Fig. 4.2) sono delle sinusoidi pure sull'intera struttura, indipendente dal valore di accoppiamento.

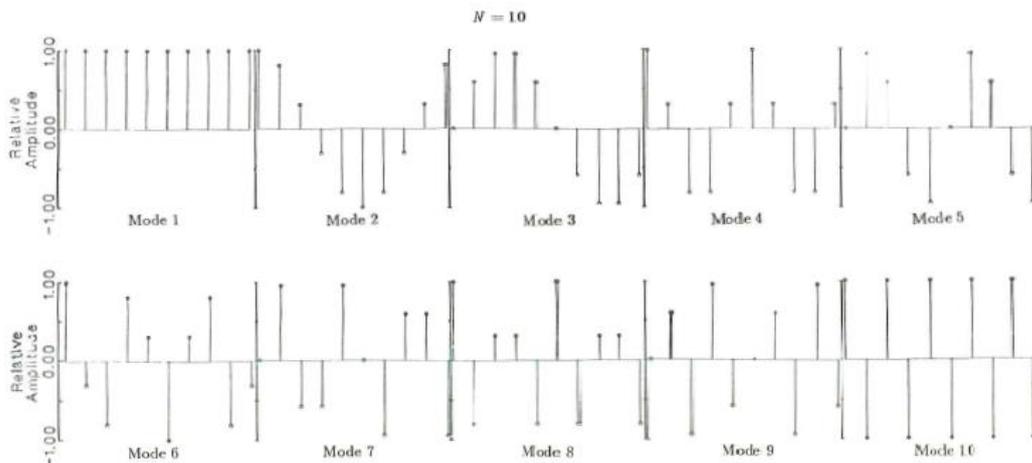


Figura 4.2 Forme modali di un sistema *Tuned*

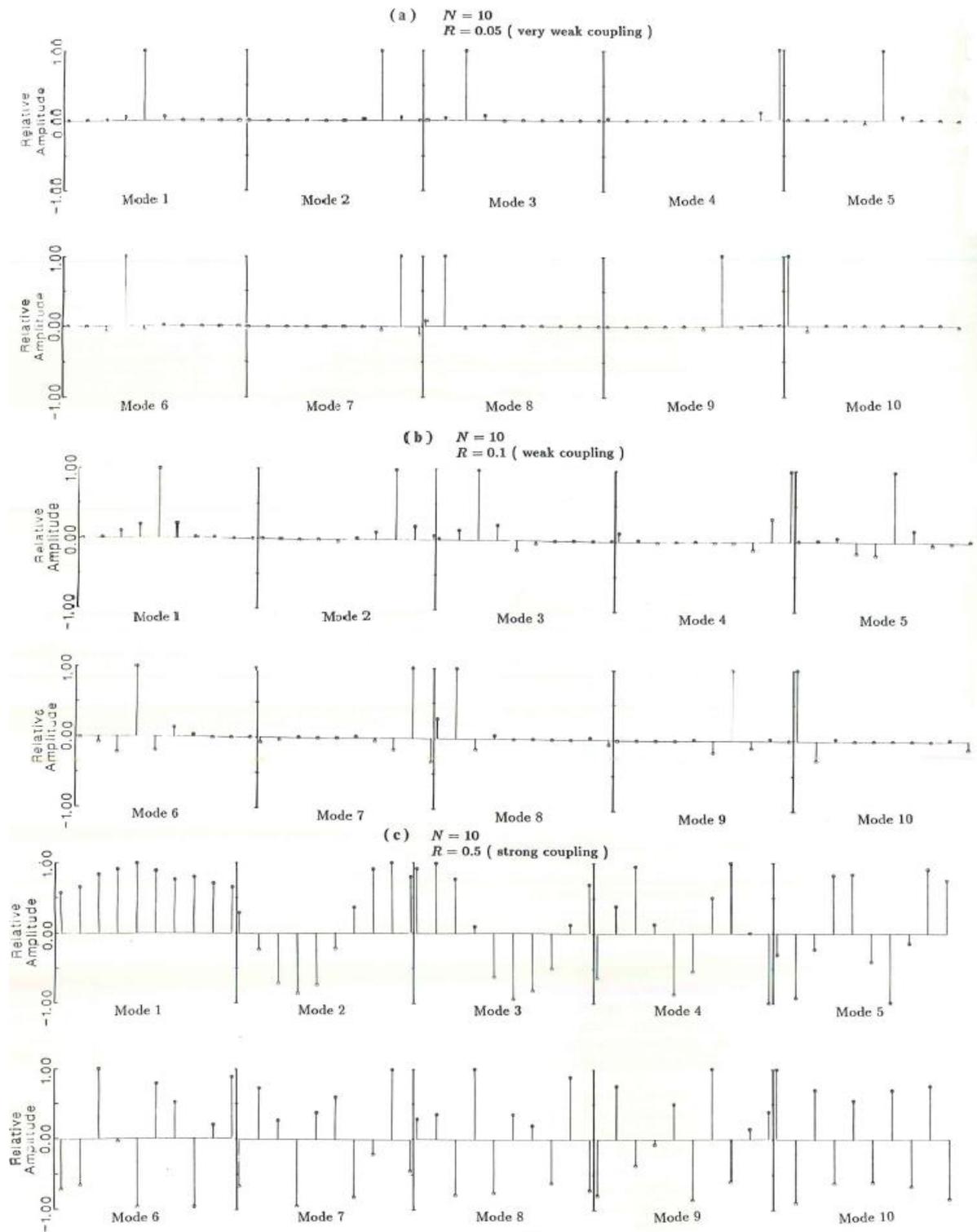


Figura 4.3. Forme modali di un sistema *Mistuned* con *Interblade Coupling*: (a): $R = 0.05$ – (b): $R = 0.1$ – (c): $R = 0.5$

Nel caso *mistuned*, (Figura 4.3), le forme modali dei sistemi poco accoppiati ($R = 0.05$ ed $R = 0.1$), diventano fortemente localizzate, mentre tutto ciò non avviene per forti valori di accoppiamento, ad esempio $R=0.5$ (Figura 4.3.).

Andando ad introdurre anche gli effetti aerodinamici, le frequenze naturali del sistema (parte reale) rappresentate dagli autovalori e gli smorzamenti aerodinamici (parte immaginaria), variano al variare del grado di *mistuning* (grado di disordine) e dell'*interblade coupling*. Al fine di analizzare il comportamento dinamico del sistema si va a risolvere il problema agli autovalori aeroelastico per il sistema *tuned*, con varie distribuzioni di *mistuning random*. Questa analisi permette di individuare (vedi Fig. 4.4) sul piano complesso le radici degli autovalori, in ascissa viene rappresentata la parte immaginaria e in ordinata la parte reale.

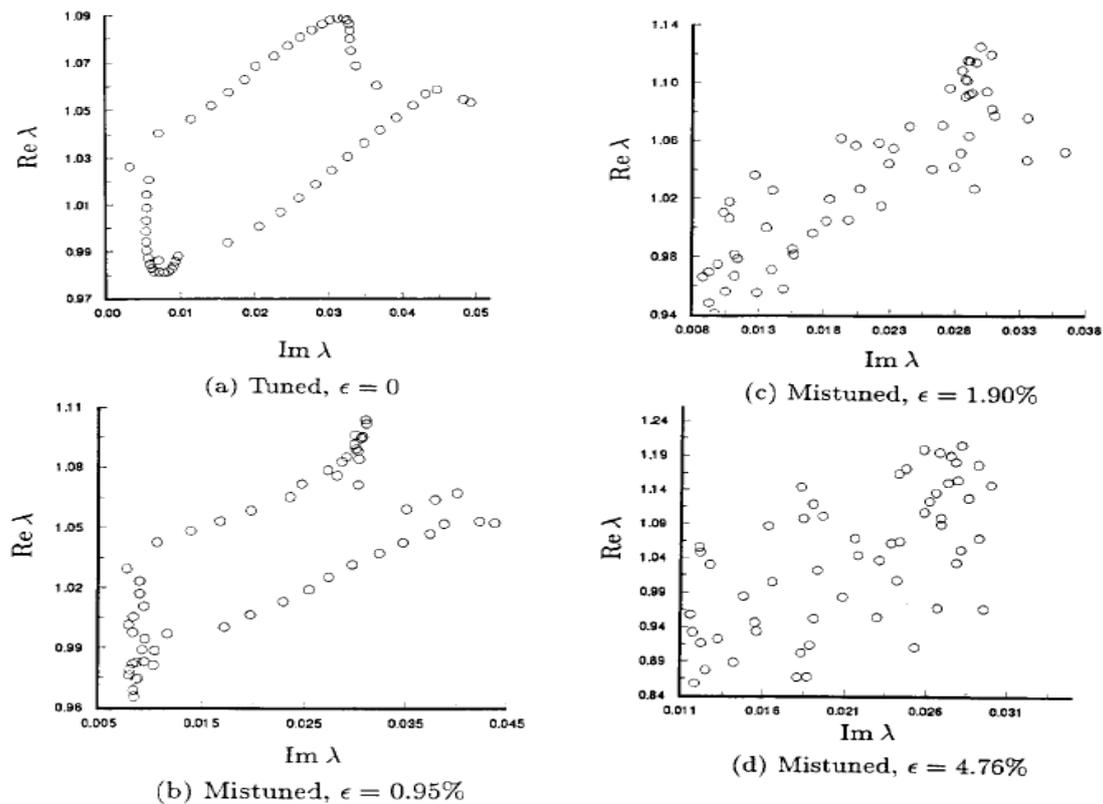


Figura 4.4. Piani complessi rappresentati il luogo delle radici degli autovalori al variare del *mistuning*

Nella precedente immagine, si possono chiaramente analizzare i comportamenti diversi delle due configurazioni proposte. In primis nel caso *Tuned* (a), si può osservare una certa regolarità dell'insieme delle radici, caratteristica appartenente ai modi con IBPA costante, inoltre tutti gli autovalori sono costituiti da una parte immaginaria positiva, anche se piccola, che rende il sistema stabile essendo lo *smorzamento aerodinamico*.

Invece nei casi *Mistuned* (b, c, d), la regolarità del luogo delle radici diminuisce all'aumentare di ϵ , fino a diventare irriconoscibile. Tale fenomeno viene denominato *loss of eigenstructure*.

Nel caso *mistuned* nonostante appaia casuale la disposizione degli autovalori è in realtà possibile riscontrare un certo *trend*. Le parti reali (frequenze naturali) tendono a divergere mentre le parti immaginarie (smorzamento aerodinamico) tende a convergere all'aumentare del *mistuning casuale*; questo fa sì che l'autovalore più stabile diventi meno stabile e viceversa. Il fenomeno di localizzazione dei modi aeroelastici nonostante sia un fenomeno in potenza pericoloso per il sistema, è però benefica per la stabilizzazione dinamica del rotore, in quanto va a concentrare gran parte dell'energia vibrazionale in poche limitate pale del sistema.

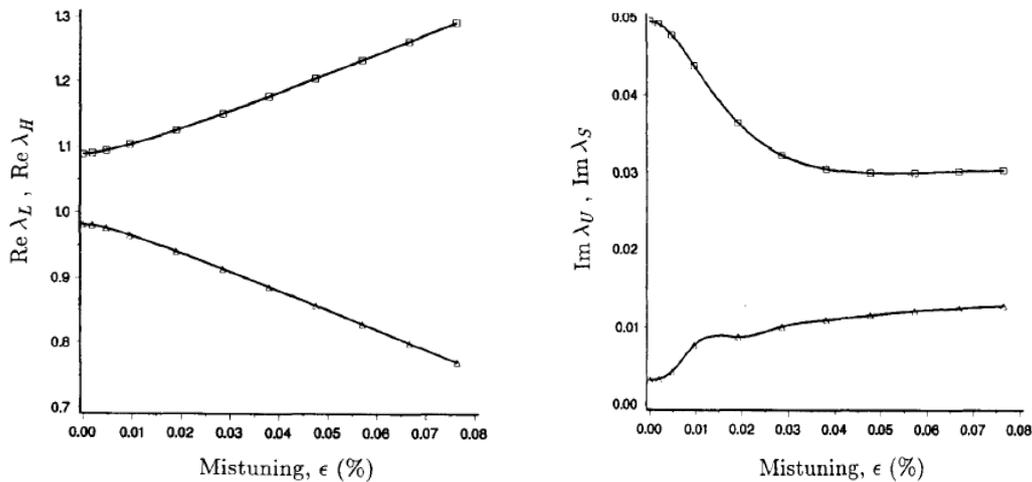


Figura 4.5. Luogo delle parti reali (frequenze) e immaginarie (smorzamento), e variazione della stabilità al variare del grado di *mistuning*

4.2 *Mistuning* intenzionale: pattern alternato

Una volta compreso il possibile utilizzo del *mistuning* come tecnica per la riduzione dell'ampiezza della risposta forzata, è necessario andare a determinare quale tipo di pattern andare ad utilizzare. L'obiettivo di questa tesi è infatti quello di andare a caratterizzare il comportamento dinamico di dischi palettati con diversi pattern di *mistuning intenzionale alternato*.

Il pattern di tipo *alternato* è molto utilizzato in questo tipo di applicazioni, questo perché è molto semplice da applicare al *bladed disk*, e consiste nell'avere l'alternanza di due pale con caratteristiche (massa, rigidità) diverse tra loro. Con una configurazione *alternata* tra il settore *tuned* e quello *mistuned* (secondo una sequenza $0,1,0,1\dots,1$), si va a generare una distribuzione di pale, di numero pari N , con due frequenze distinte per modo di vibrare.

Come già presentato in precedenza, all'aumentare del grado di *mistuning*, il luogo delle radici degli autovalori andrà a deformarsi con l'aumento del grado di disordine del sistema. Partendo dunque da una configurazione definita *tuned*, e andando ad

incrementare il grado di *mistuning*, si ottiene uno *shifting* in frequenza tra i due diversi settori, quindi le radici degli autovalori andranno ad occupare due regioni distinte (Fig. 4.6). Per i dischi palettati, a causa della complessità del sistema, le frequenze non hanno una definizione chiara e definita, perciò il luogo delle radici, come mostrato in figura 4.7, assume un andamento piuttosto irregolare.

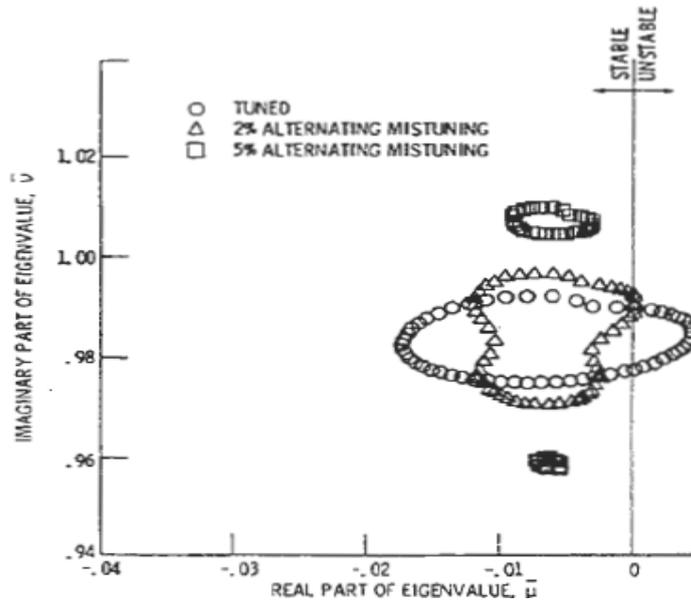


Figura 4.6. Variazione del luogo delle radici, all'aumentare del mistuning alternato

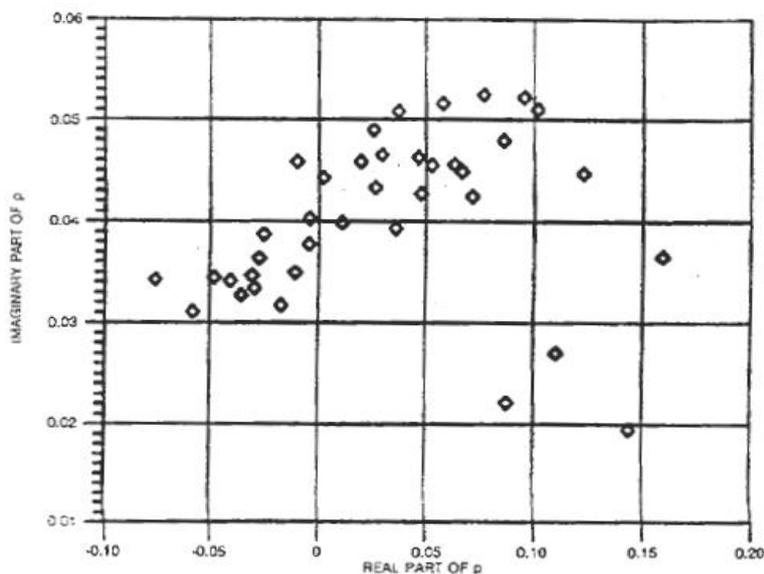


Figura 4.7. Variazione del luogo delle radici al variare del *mistuning* per un disco palettato reale

Al fine di comprendere cosa accada in termini di risposta libera, è necessario tener conto che a differenza del caso di *mistuning casuale* si avrà l'accoppiamento tra due modi di vibrare, che restano disaccoppiati da tutti quelli restanti. Tra questi due modi ne avremo tipicamente uno più stabile e uno meno stabile, cioè che consente il *mistuning* è quindi la stabilizzazione del modo meno stabile tra i due, e allo stesso

tempo la destabilizzazione dell'altro modo. Quindi si ottiene un trasferimento di energia dal modo meno stabile a quello più stabile. Nel caso in cui il grado di *mistuning* preso in considerazione sia molto maggiore dei termini aerodinamici, allora si ha che gli autovalori saranno molto vicini a quelli puramente *mistuned* e il sistema verrà stabilizzato attraverso il trasferimento dell'energia che raggiungerà approssimativamente lo stesso livello in entrambi. In questa maniera ogni modo è altamente localizzato, ossia corrisponde all'oscillazione di una singola pala e in minor misura delle pale adiacenti, con lo smorzamento garantito dalle forze aerodinamiche. Quindi nel caso di pattern alternato si ha la concomitanza di due modi, uno in cui si ha la vibrazione delle pale pari e nell'altro di quelle dispari. In entrambi i modi di vibrare le palette vicine sono pressoché stazionarie, e la presenza di forze aerodinamiche tende a smorzare il moto vibratorio.

4.3 Pattern di *Mistuning* analizzati

Andiamo anzitutto a rappresentare la palettatura che viene definita come sistema *Tuned*. Come si può vedere in figura 4.8 la palette *tuned* presenta al *tip shroud* una feature che permette di mistunare sulla frequenza di interesse la forma modale instabile a flutter.

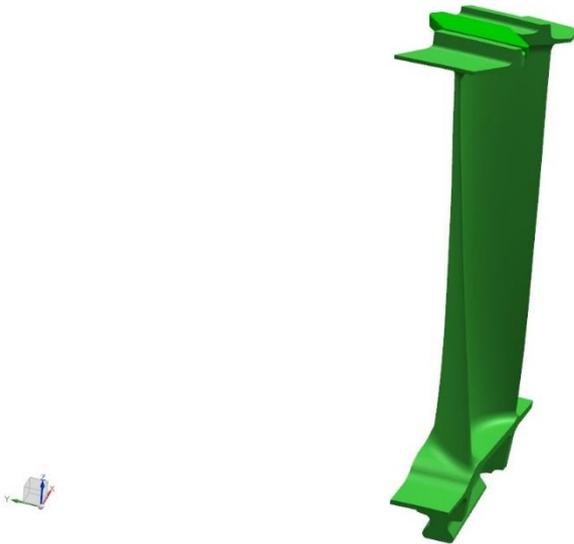


Figura 4.8. Palette G2020 configurazione *Tuned*

La presenza o meno di questa feature permette di originare il *mistuning intenzionale alternato* del sistema che ci proponiamo di studiare (Fig. 4.9.); In condizione di forzamento le palette vengono definite: *Tip - Interlocked*, mentre se non vi è contatto si definiscono *Tip - Free*.

Essendo in questo caso i settori tutti uguali tra loro si può effettuare un'analisi sul singolo settore, sfruttando appieno i vantaggi della *simmetria ciclica*.

In questo lavoro di tesi si sono presi in considerazione due principali pattern di *mistuning intenzionale alternato*:

1. Il primo pattern viene realizzato mantenendo uguale l'*airfoil* nelle due configurazioni e andando ad alternare palette con la feature (*tuned*), con palette senza (*mistuned*), come mostrato in Fig. 4.9.

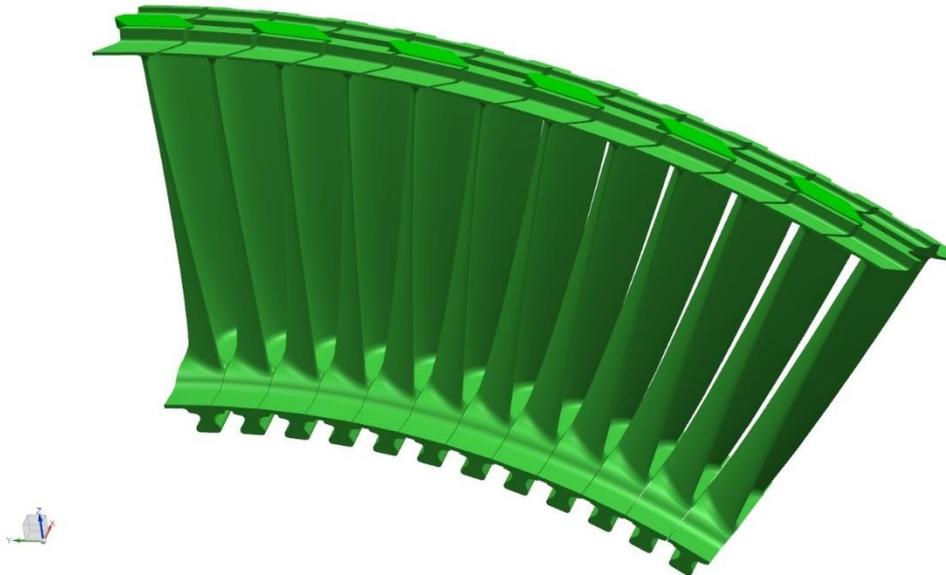


Figura 4.9. Rappresentazione del mistuning alternato, realizzato attraverso la barretta al *Tip-Shroud*

Il secondo pattern di *mistuning alternato* si realizza andando a modificare direttamente il profilo della palette, ossia agendo sull'*airfoil* (Fig. 4.10.). Riassumendo in questo secondo pattern di *mistuning* si ha una pala *Tuned (Airfoil – 0)* e una pala *Mistuned (Airfoil – 1)*.

Nei capitoli successivi andremo a presentare le analisi compiute sui pattern precedentemente presentati.

Ovviamente si possono ottenere altre configurazioni, a solo scopo di esempio: si potrebbe ottenere una configurazione con *Airfoils 0-1 e features alternate*.

Capitolo 5

Caratterizzazione del *Test Bench*

5.1. Introduzione al lavoro di tesi

Nei capitoli precedenti è stato presentato il fenomeno del *Mistuning Intenzionale* con i vantaggi e gli svantaggi che esso può portare. Adesso andremo invece ad approfondire come tale fenomeno verrà valutato ed approfondito in questo lavoro di tesi ed a individuare quali possono essere le metodologie analitiche e sperimentali per valutare gli effetti del *mistuning* sull'ampiezza di vibrazione indotta fenomeni aeroelastici (*flutter*) e dinamici (*risonanza*).

Al termine del capitolo precedente sono state introdotti i *pattern di Mistuning* da indagare sperimentalmente; andremo ora ad introdurre anzitutto il banco di prova che verrà utilizzato per le analisi sperimentali e le analisi analitiche effettuate al fine di definire i parametri di input per l'analisi sperimentale al *Test Bench*.

5.2. Test Bench

L'obiettivo principale di questa tesi è quello di andare ad fornire dei dati di input per eseguire dei test sperimentali al banco prova, su una turbina di bassa pressione, con pala G2020.

La finalità di questi test è principalmente quella di andare ad indagare delle caratteristiche del sistema studiato (ad esempio il *damping meccanico*) sia nel caso di sistema *Tuned* sia *Mistuned*, oppure quella di validare dei particolari modelli di contatto o ancora dei *tools* di simulazioni sviluppati all'interno del *Greatlab*.

Principali caratteristiche tecniche del banco di prova:

- *Il banco di prova è in vuoto*: ciò significa che durante le fasi di sperimentazione viene sottratta l'aria dalla zona circostante alle pale, questo permette di eliminare eventuali effetti dinamici o vibrazionali dovuti a fattori aerodinamici.

Questa sua importante caratteristica permetterà nella fase di sperimentazione di separare la dinamica della parte meccanico da quella aerodinamica, in particolare in condizioni di *flutter*.

- Test article : è appunto il disco rotante su cui viene posta la schiera di palette che deve essere testata.
- Porta magneti : è un rotore che si trova sullo stesso asse del *test article*, il suo compito è quello di portare dei magneti che avranno il compito di simulare le forzanti del sistema, infatti l'interazione tra il materiale metallico della pala e il campo magnetico andrà a generare una certa forzante agente sul *test article*.
Il porta magneti ha la possibilità di andare a variare il numero di magneti presenti su di esso, questo ci permetterà di andare a variare l'indice armonico della forzante e studiare diversi *Engine Order* del sistema.
- Velocità del test article e del porta magneti: Come già detto in precedenza in questo tipo di banco prova sia il *test article* che il *porta magneti* sono dei rotori, ossia vi è la possibilità di andare a regolare la velocità di entrambi (nel caso di una turbina multistadio al posto del *porta magneti* ovviamente si troverebbe uno statore). Questo ci permette durante l'analisi sperimentale di avere un grado di libertà in più su cui agire.
- Air gap variabile: vi è la possibilità di andare a variare la distanza tra il *test article* e il *porta magneti*, dando la possibilità di variare il modulo della forzante magnetica. Questo ci permette, conoscendo l'intensità degli spostamenti di una paletta soggetta a forzante aerodinamica di andare a valutare l'*air gap* necessario per ottenere gli stessi spostamenti con una forzante magnetica, nell'ottica di andare a studiare soltanto la componente dinamica del sistema e andare ad eliminare quella aerodinamica (essendo il banco in vuoto non si vuole applicare delle forzanti aerodinamiche).

5.3. Caratterizzazione della forzante magnetica

Prima di partire con l'analisi sperimentale e analitiche è necessario andare a valutare l'entità della forzante generata dai magneti. A tal fine si è utilizzato un modello sviluppato con il software Ansys®, come mostrato in Fig. 5.2.

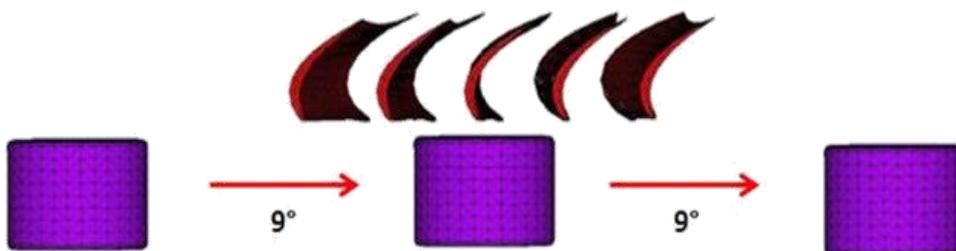


Figura 5.2. Modello Ansys®, con magneti (in viola) e airfoil in rosso

Attraverso una simulazione del campo magnetico sviluppato dai magneti si è andati a valutare la forza risultante sulle palette a diverse distanze al traferro in condizioni statiche, ossia con paletta e magnete non in moto relativo tra loro, quindi con un angolo che garantisce la massima forza tra i due oggetti. Si è quindi andati a valutare la curva di variazione della distanza al variare dell'*air gap* (Fig.5.3.).

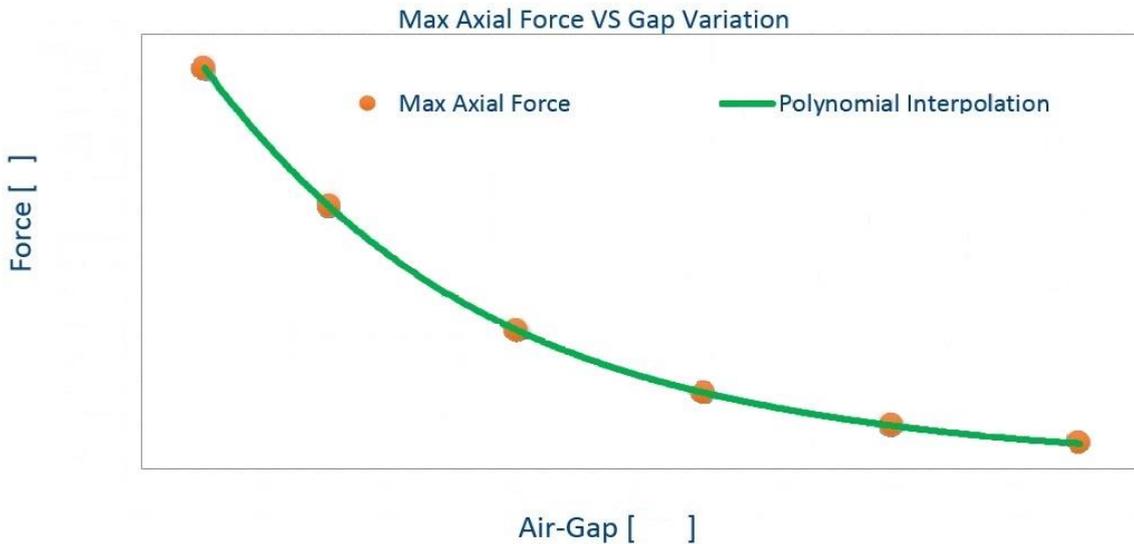


Figura 5.3. Modello Ansys®, con magneti (in viola) e airfoil in rosso

I punti rappresentati in rosso sono quelli su cui è stata fatta la simulazione in Ansys®. Mediante la loro interpolazione è possibile ottenere la funzione (in verde) che rappresenta l'andamento della forza magnetica al variare della distanza a traferro. Come si può notare può essere facilmente rappresentata con un'equazione esponenziale del tipo:

$$y = A * e^{kX} \tag{5.1}$$

Con k numero negativo, e A coefficiente positivo.

A valle di una valutazione statica della forza magnetica si è poi proceduto, per le diverse distanze statiche a valutare l'andamento della forza magnetica sulla paletta in base alla posizione angolare rispetto al magnete. Gli andamenti della forza ottenuti sono stati scomposti sulla direzione : Assiale,(Fig. 5.4.).



Figura 5.4. Andamento forza magnetica vs Posizione angolare, nelle tre componenti: Assiale, Radiale, Tangenziale

Il grafico sovrastante rappresenta il modulo della forzante ottenuto tramite software Ansys® facendo variare l'angolo tra un magnete e una paletta.

L'angolo studiato dipende dalla configurazione dei magneti presenti sul disco porta magnete.

Ovviamente andando a trasformare la curva di forza in una funzione matematica e andando a variare l'angolo, si può ottenere la forzante magnetica per qualsiasi armonica di interesse.

Dato che l'analisi del sistema avviene in simmetria ciclica è necessario, una volta estrapolata la funzione matematica (Fig. 5.5.) che rappresenta la forzante, andare a ripetere la forzante sull'angolo giro un numero di volte pari al numero di magneti (Fig. 5.6. rappresentazione lineare di una serie di forzanti disposte circolarmente sull'angolo giro).

Successivamente si va ad estrarre le componenti armoniche di interesse attraverso la *Trasformata di Fourier* o *FFT (Fast Fourier Transform)*, come rappresentato in Fig. 5.7.).

Nell'esempio illustrato nelle figure si è scelta una forzante con una certa componente armonica, in modo da andare ad eccitare l'*Engine Order* corrispondente del sistema rotante.

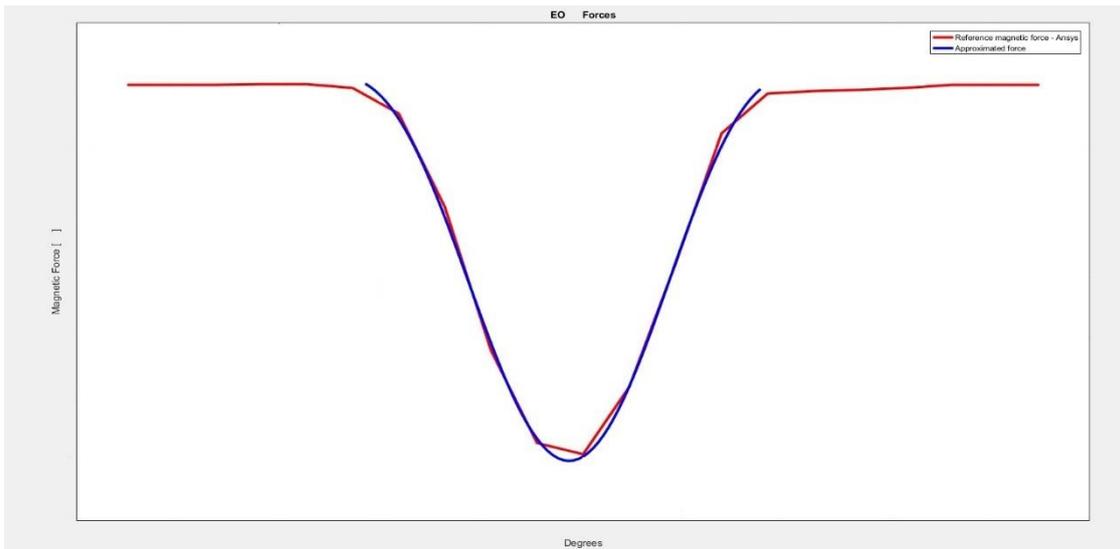


Figura 5.5. Estrapolazione della funzione matematica che rappresenta la forzante magnetica rispetto alla posizione angolare

Nella figura precedente in rosso è rappresentata la curva della componente assiale della forzante, mentre in blu è stata rappresentata l'approssimazione polinomiale della curva, che è necessaria per andare ad estrapolare una funzione matematica utilizzabile per qualsiasi numero di magneti e quindi per simulare qualsiasi indice di armonica. Ripetendo nello spazio tra 0 e 2π la funzione per un numero di volte pari al numero di magneti, si ottiene la rappresentazione successiva:

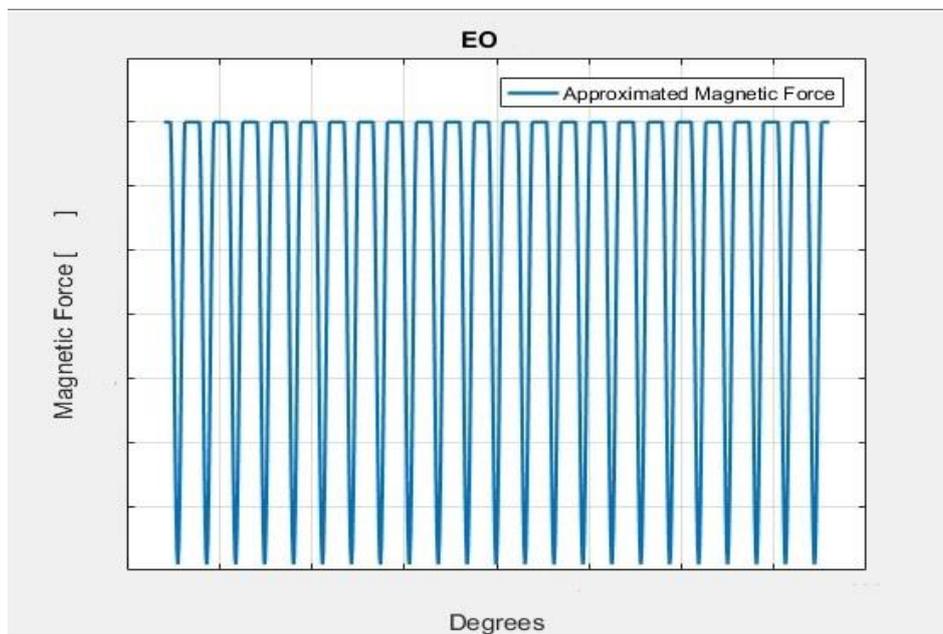


Figura 5.6. Rappresentazione lineare di una serie di forzanti magnetiche ripetute circolarmente sull'angolo giro, quindi da 0 a 2π .

Dalla 5.6. si può effettuare la *Trasformata di Fourier*, attraverso la quale si vanno ad estrarre le varie componenti armoniche della forzante, come mostrato in Fig. 5.7.

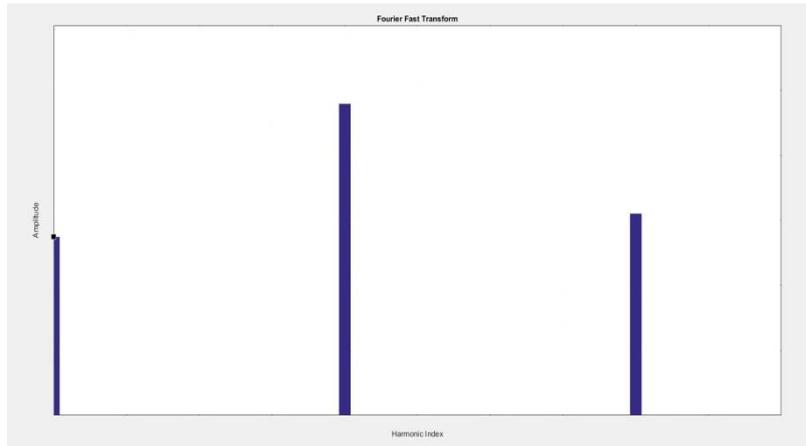


Figura 5.7. Componenti armoniche estratte dalla forzante mediante *FFT*

Una volta valutate le componenti armoniche della forzante si va a prendere la principale che verrà applicata alla pala.

Le analisi svolte sono state effettuate in simmetria ciclica, questo significa che la forzante deve avere una componente armonica reale e una immaginaria, ad esempio si potrebbe avere una forzante di questo tipo, ottenuta tramite la *FFT*:

$$F(H) = f_0 \cdot [\cos(\varphi) + i \cdot \sin(\varphi)] \quad (5.2)$$

$$\varphi = \frac{2\pi \cdot EO}{N} = IBPA \quad (5.3)$$

Esempio: $F(H) = 6 + 0.72i$

Andremo ora a valutare come una volta ricavata analiticamente la forzante essa venga applicata alla pala.

5.4. Applicazione della forzante alla paletta

Una volta caratterizzata la forzante magnetica è necessario comprendere come procedere con l'applicazione di essa al modello numerico della paletta. I dati relativi alle dimensioni dei magneti e alla zona di applicazione della forza sono stati ricavati dallo schema del banco di prova, in particolare si vanno a mostrare i dettagli del punto di applicazione in Fig. 5.8.

La forzante come da schema è stata applicata al *Trailing edge* della paletta, data la necessità di semplificare il modello di applicazione della forzante si sono scelti 6 nodi su cui si è andati a suddividere la forzante. Tale semplificazione non è del tutto realistica in quanto il campo magnetico agisce in maniera continua nella spazio e non ovviamente solo su alcuni punti del componente; esso agisce inoltre sulle zone del componente che non si trovano sul *Trailing edge*, è inoltre una forzante leggermente

diversa da quella aerodinamica (campo di pressioni) in quanto non agisce su delle superfici ma agisce sul volume metallico. Queste semplificazioni sono accettabili per il tipo di analisi preliminare che dovrà essere compiuta.

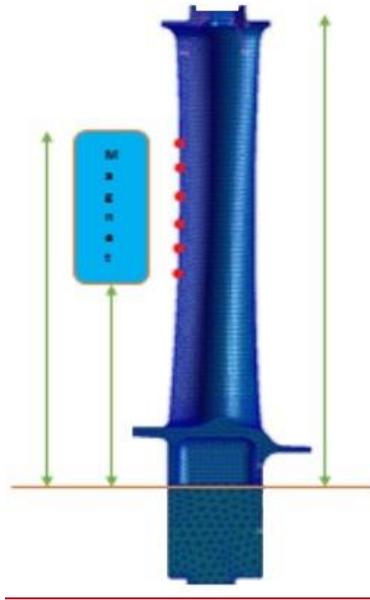


Figura 5.8. Caratterizzazione geometrica della forzante magnetica e punti di applicazione

5.5. Obiettivi del Test

Gli obiettivi prefissati per la campagna sperimentale al banco di prova, riguardanti l'indagine degli effetti del *Mistuning* sono di seguito elencati:

1. *Interlockless blade with Mistuning:*

L'obiettivo di questa prima parte è quello di andare ad elaborare i dati della *Test Matrix* ottenuti dalla *Cold Flow* al fine di ottenere i valori di input per la nuova fase sperimentale mirata a valutare gli effetti del *mistuning*.

La finalità principale di questa attività sono quelle di riprodurre i valori sperimentali ottenuti nella cold flow per verificare l'impatto del *mistuning* sulla caratterizzazione dinamica del bladed disk:

La caratterizzazione dinamica verrà eseguita sia per la paletta *Tuned* (*airfoil 0 – con feature*), sia per la paletta *Mistuned* (*airfoil 00 – feature alternata*).

2. *Experimental Test on Veering:*

Il test sul *veering* sulla forma modale di interesse viene svolto solo per la paletta *Tuned* (*airfoil 0, con feature*), questo perché per analizzare il fenomeno

del *veering* è necessario che la paletta sia *tip interlocked* ossia bloccata al tettuccio, il che non è ovviamente realizzabile nelle altre condizioni

Si procederà quindi andando a produrre dei diagrammi Campbell analitici (con analitici si intende mediante analisi modale su Patran - Nastran) per la condizione *tight* all' *interlocking* del *tip shroud*, ossia la condizione in cui si ha il massimo del contatto.

La particolarità dei Campbell che verranno prodotti è la possibilità di sfruttare le velocità relative tra *porta magneti* e *test article*, questo permetterà di simulare il crossing tra forme modali ed EO a diverse velocità di rotazione relative, permettendo una maggiore libertà di indagine durante la fase sperimentale.

Capitolo 6

Caratterizzazione dinamica della paletta *G 2020*

6.1. Interlockless blade mistuning maturation

6.1.1. Introduzione al Test

L'obiettivo di questa prima parte è quello di andare ad elaborare i dati della *Test Matrix* ottenuti dalla *Cold Flow* al fine di ottenere i valori di input per la nuova fase sperimentale mirata a valutare gli effetti del *mistuning* sul *bladed disk*.

La *Cold Flow* è un impianto utilizzato per testare in scala 1:1 o ridotta intere turbine di bassa pressione, in questo impianto vengono riprodotte condizioni aerodinamiche della turbina analoghe a quelle che si verificano nelle varie fasi di volo, ma con temperature più basse, da cui il nome *Cold Flow* (Fig. 6.1)



Figura 6.1. Impianto Cold Flow

In particolare la *test matrix* di spunto contiene i dati sperimentali ottenuti tramite la fase sperimentale effettuata in tale impianto sulla paletta denominata *Great 2020*, in questa fase sperimentale il disco di turbina è stato sottoposto a diverse condizioni (*Test Points*), di portata massica e velocità di rotazione, ritenute critiche per la condizione di *instabilità a flutter*.

La finalità della *Test Matrix* è la valutazione dell'ampiezza di risposta della paletta *G2020* in condizioni di instabilità a *flutter*.

Va inoltre ricordato che l'esperimento nella *Cold Flow* è stato svolto nella condizione *Tip Free*, ossia senza vincolo di contatto al *Tip Shroud* della paletta.

Al fine di andare a valutare l'ampiezza della risposta nei vari punti analizzati sono stati applicati alle palette degli *estensimetri* o *strain gauges*, come rappresentato in Fig. 6.2.

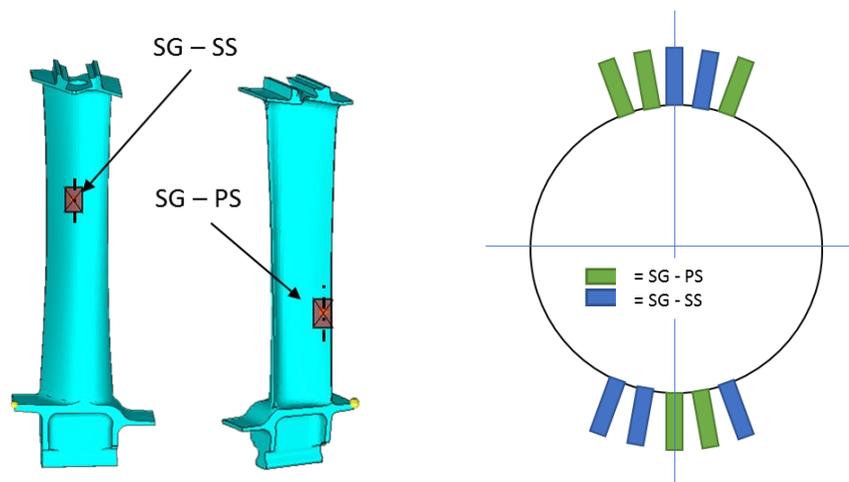


Figura 6.2. *Strain Gauges* utilizzati per valutare l'ampiezza di vibrazione della paletta

Grazie a questi sensori si è potuti andare a valutare il comportamento della palettatura nei vari punti di funzionamento di interesse per il fenomeno del *flutter*.

Il funzionamento degli *strain gauges* e l'utilizzo delle misurazioni da essi ottenuto è chiarificato nel capitolo 6.1.3.

6.1.2. Caratterizzazione dei *Test Points*

Durante la fase sperimentale della *Cold Flow* è stata analizzata in particolare la forma modale flessionale, (vedi Fig. 6.3.), essa si presenta unicamente quando il tettuccio della paletta è in configurazione *Tip Free*. Infatti qualora lo *shroud* fosse vincolato, tale movimento/forma modale non sarebbe permessa.

La sperimentazione per la forma modale flessionale è stata compiuta tenendo conto della *forma modale* che maggiormente andava a creare instabilità a *Flutter*.

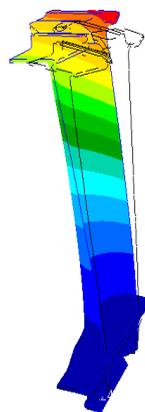


Figura 6.3. Rappresentazione grafica dello spostamento per una forma modale *Flap* per la pala *Tuned*.

Durante il test alla *Cold Flow* si è proceduto andando ad analizzare dei *test points*, caratterizzati da ben precise portate e velocità di rotazione (*Test Article Speed*).

Nel lavoro di tesi ho quindi effettuato un'analisi modale della paletta in simmetria ciclica, mediante il software Patran®, per le velocità prese in considerazione nel test della *Cold Flow*; ottenute le frequenze naturali per la forma modale ricercata si è potuti andare a valutare le velocità di rotazione del *disco porta magneti* al fine di eccitare in risonanza il disco palettato, alle stesse velocità di rotazione di interesse per il caso del *Flutter* (vedi equazione 6.1).

$$f = \frac{EO}{60} * \underbrace{(rpm_{TA} - rpm_{MC})}_{\text{Relative speed}} \quad (6.1)$$

Con f frequenza di risonanza, EO *Engine Order*, rpm_{TA} velocità di rotazione del *Test Article*, rpm_{MC} velocità di rotazione del *porta magneti*.

Analizzando l'equazione precedentemente presentata, si può vedere che essendo rpm_{TA} determinato dalla *Cold Flow*, EO determinato e f la frequenza di risonanza ottenuta analiticamente attraverso l'analisi modale, si può ricavare l'unico parametro incognito: rpm_{MC} la velocità di rotazione del *disco porta magneti* (come presentato nella tabella successiva a solo titolo di esempio).

mode	EO	Flutter analysis Test point	Test Article speed []	Frequency []	Magnets carrier speed []
FW		T1 - T2 - T3 - T4			
		T5			
		T6			
		T7			
		T8-T9-T10-T11-T12-T13-T14			

E' quindi possibile andare a produrre un diagramma di Campbell per i *Test Points* in questione (Fig. 6.4.)



Figura 6.4. Campbell del *Test Points*, per la pala *Tuned*

6.1.3. Estensimetri e misura degli spostamenti

Durante il test sperimentale della *Cold Flow*, la valutazione dell'ampiezza di vibrazione della paletta, come spiegato in precedenza, è stata effettuata mediante *estensimetri*, adatti alla valutazione delle deformazioni ossia degli *strain* (sempre per la forma modale di interesse).

Si è poi andati a calcolare analiticamente mediante software agli elementi finiti gli *strain* negli stessi punti di applicazione degli *estensimetri reali* (Fig.6.7.).

Il rapporto tra *strain sperimentali* e *strain analitici*, ha quindi permesso il calcolo di un *fattore di scala*, utilizzato per passare da spostamenti analitici calcolati sempre mediante software agli elementi finiti e spostamenti reali, che sono la vera incognita del problema.

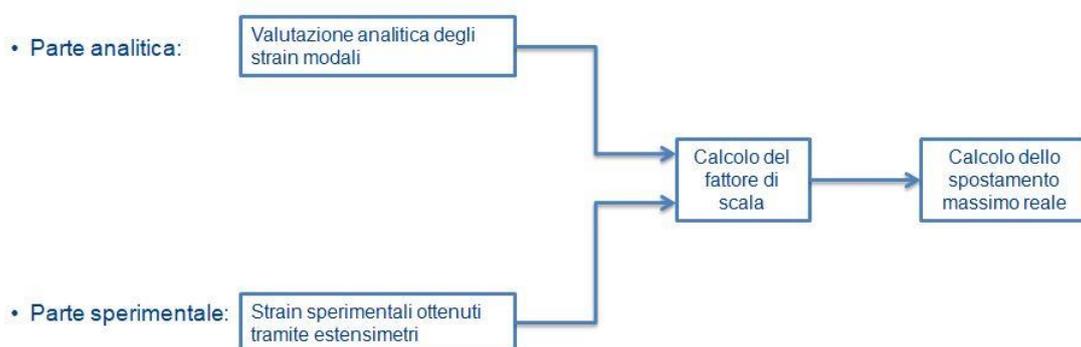


Figura 6.5. Flow Chart del processo di valutazione degli spostamenti reali al tip della pala

Tramite la correlazione tra modello a elementi finiti e i dati sperimentali ottenuti tramite gli S/G è stato quindi possibile determinare anche lo spostamento massimo della paletta.

L'operazione precedente è stata effettuata per diversi *strain gauges* presenti sulle pale, quindi per ogni *test point* (T1, T2, ...) si sono ottenuti diversi valori di spostamento massimo della paletta, questo comporta la necessità di andare ad individuare un valore massimo, uno minimo, e una media dello spostamento massimo su tutti gli *strain gauges*.

Il calcolo effettuato per la valutazione del massimo spostamento della pala è in un certo qual modo approssimativo, in quanto legato all'incertezza di misura degli *strain gauges* e alla possibilità che durante la misura sperimentale dell'*instabilità a flutter* ci siano state delle cause non legate a tale fenomeno che abbiamo causato ampiezze di vibrazione anomale. Andando a rappresentare graficamente i massimi e i minimi calcolati, assieme al valore medio, si può però andare a stabilire con una certa accuratezza il range entro il quale si trova l'effettivo spostamento massimo al della pala.

La rappresentazione grafica delle ampiezze di vibrazione è rappresentata nel seguente diagramma, per i vari *test points*:

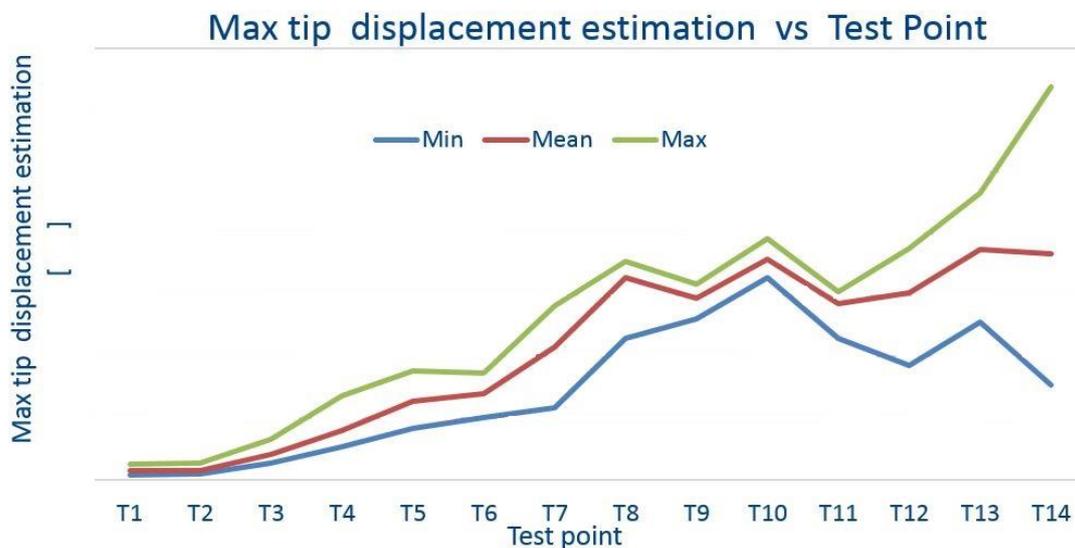


Figura 6.8. Rappresentazione del massimo, minimo e valore medio degli spostamenti della paletta G2020 Tuned (*Airfoil 0, con feature*), per la forma modale *flessionale*

6.1.4. Tuned e Mistuned a confronto

Gli stessi ragionamenti sono stati effettuati per la sperimentale *Mistuned*, in cui come spiegato nel capitolo 4 paragrafo 3 (4.3.) sono presenti due palette con *Airfoil 0, con feautre alternata alternata (una si una no)*.

In particolare le valutazioni che finora sono state fatte per la pala *Tuned* (*Airfoil 0*, con *feature*), sono state riproposte allo stesso modo per la pale *Mistuned* (*Airfoil 0*, senza *feature*) Fig.6.9., si è quindi proceduto come segue:

1. Calcolo delle frequenze naturali della pala *Mistuned* e conseguente valutazione delle velocità di rotazione del *disco porta magneti*.
2. Analisi degli strain ottenuti sperimentalmente e incrocio con quelli ottenuti analiticamente per la singola pala *Mistuned*.
3. Calcolo degli spostamenti della pala *Mistuned* in modo analogo a quelli ottenuti per la pala *Tuned*



Figura 6.9. (a sinistra) Rappresentazione grafica della forma modale *flessionale* per la pala *Mistuned*, (a destra) schiera di palette per la configurazione *Mistuned*.

Andiamo ora a confrontare i risultati ottenuti nel caso del disco *Tuned* con quelli del disco *Mistuned* :

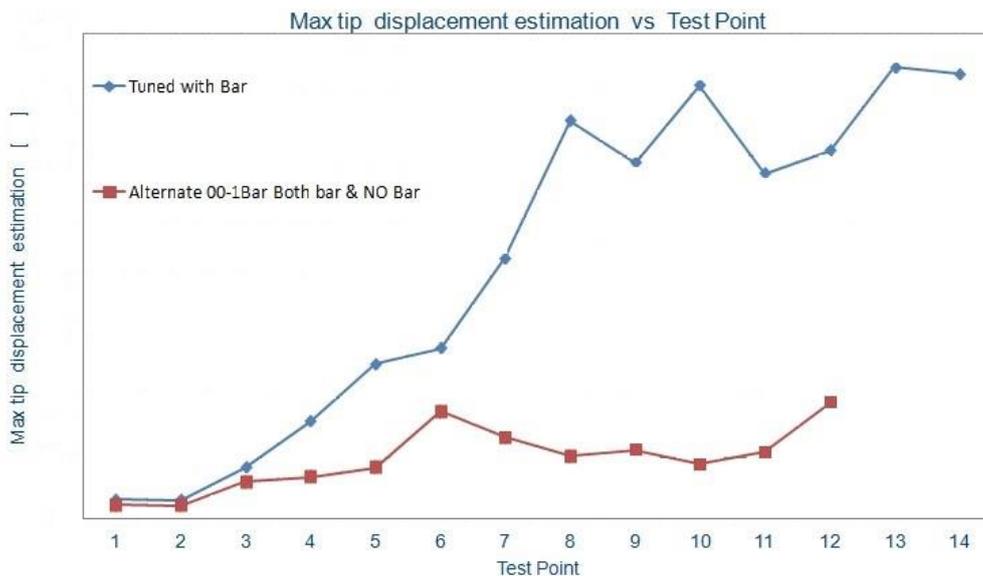


Figura 6.10. Confronto Max Tip Displacement tra caso *Tuned* (*blu*) e *Mistuned* (*rosso*)

Analizzando il diagramma 6.10. si può osservare la differenza tra l'ampiezza di vibrazione del caso *Mistuned* che è di molto inferiore a quella del caso *Tuned*, man

mano che ci si avvicina alle velocità dove si ha la maggiore instabilità aeroelastica a *flutter*.

Se per i primi 3 *Test points*, l'ampiezza è quasi uguale (si è lontani dalla condizione di instabilità), inizia ad osservarsi una significativa discrepanza dal punto 4 al 6, dove lo spostamento della configurazione *Mistuned* è significativamente inferiore a quello della configurazione *Tuned*.

La notevole riduzione dell'ampiezza di risposta comporta sicuramente notevoli vantaggi dal punto di vista dell'affidabilità e della durata del componente, quindi un miglioramento per quanto concerne la *fatica ad alto numero di cicli (HCF)*.

Infatti dato l'ampio range di funzionamento della turbomacchina, non tutte le risonanze o instabilità aeroelastiche possono essere evitate.

Dai dati presentati nel grafico precedente si può quindi concludere che il *pattern* di *Mistuning* utilizzato è in grado di andare a diminuire notevolmente l'ampiezza di vibrazione indotta dall'instabilità aeroelastica causata dal *Flutter*.

6.1.5. Caratterizzazione degli *Airgap* – *FRF* – *Scale Factor*

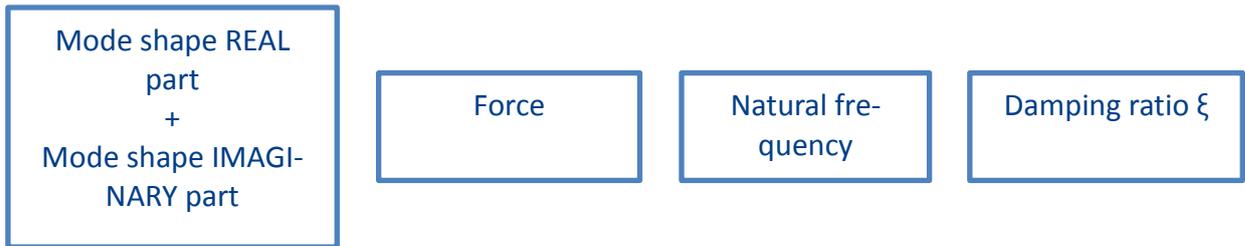
L'obiettivo della fase di sperimentazione che si terrà a valle di questa tesi (come spiegato nel capitolo 5), è quello di andare a simulare le stesse ampiezze di vibrazione causate del *Flutter* nella *Test Matrix* (causato da forzanti aerodinamiche) mediante delle forzanti magnetiche che vanno ad eccitare il disco. Questo al fine di eliminare gli effetti aerodinamici dalla palettatura in particolare il *damping aerodinamico*, permettendoci così di valutare il comportamento dinamico della struttura.

FRF

Al fine di determinare la distanza a cui posizionare il disco *porta magneti* dal *test article*, ossia *Airgap*, si utilizza la *Frequency Response Function*. Essa è la rappresentazione matematica della relazione tra gli *input* (massa, rigidità, smorzamento, forzante) e gli *output* (spostamento) del sistema.

Dato che in questo problema sono noti gli *input*, ossia massa, rigidità, smorzamento () e la forza al variare dell'*Airgap*, è possibile ottenere lo spostamento della paletta al variare della distanza al traferro tra disco *porta magneti* e *Test Article*, cioè al variare della forzante.

Con *approccio modale* gli *Input* della *FRF* sono:



- *Approccio modale – FRF:*

$$\{X_0\} = \sum_{r=1}^n \frac{\{\psi_r\}^T \{F_0\} \{\psi_r\}}{k_r - \Omega^2 m_r + i\Omega c_r} \quad (6.3.)$$

$$\alpha_{jk}(\Omega) = \frac{X_{j0}}{F_{k0}} \Big|_{F_{i0}=0, \forall i \neq k} \quad (6.4.)$$

$$\alpha_{jk}(\Omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\phi_{jr} \phi_{kr}}{\omega_r^2 - \Omega^2 + i2\zeta_r \Omega \omega_r} \quad (6.5.)$$

Dove le forme modali reali e immaginarie sono state ottenute analiticamente, mediante software Patran ®, così come la frequenza naturale del sistema; la forzante è nota ed è stata caratterizzata nel capitolo 5 ed infine lo smorzamento meccanico è stimato essere compreso tra lo x1 e x2

Questi valori di *input* mediante le formule presentate in precedenza ci permettono di andare a ad ottenere uno *Scale Factor (SF)* (Fig. 6.11.) definito come:

$$SF_{max} = \frac{X_0(\omega = \omega_n)}{X_{mode,max tip displ.}} \quad (6.6.)$$

Ossia è il rapporto tra il massimo spostamento reale e il massimo spostamento modale della paletta, (il secondo si ricava dalla semplice analisi modale).

Quindi andando a moltiplicare lo *Scale Factor* per il massimo spostamento modale, si ottiene lo spostamento reale della paletta.

$$X_{real,tip displ.} = X_{mode,Max Tip Displ.} * SF_{max} = \frac{X_0(\omega=\omega_n)}{X_{mode,max tip displ.}} * X_{mode,Max Tip Displ.} \quad (6.7.)$$

Quest'operazione è stata ripetuta per diversi *Airgap*, ossia per diverse intensità della forzante magnetica.

Inoltre per $\omega = \omega_n$ (ossia la frequenza del sistema uguale a quella naturale), la formula 6.4. si semplifica diventando:

$$\alpha = \frac{\Phi\Phi}{i 2 \xi \omega_n^2} \quad (6.8.)$$

Secondo questa relazione della recettanza, essa è inversamente proporzionale al *damping meccanico*; dato che nella *FRF* si è preso come riferimento uno smorzamento meccanico pari a x_1 se si vuole ottenere l'ampiezza della risposta per uno smorzamento pari a x_2 è sufficiente dimezzare lo *Scale Factor*, invece se si vuole ottenere la risposta per uno smorzamento x_3 è necessario moltiplicare lo *scale factor* per 2,5.

Valutazione dello spostamento massimo al variare dell'Airgap

Attraverso le considerazioni appena illustrate è stato possibile ricavare il seguente diagramma:

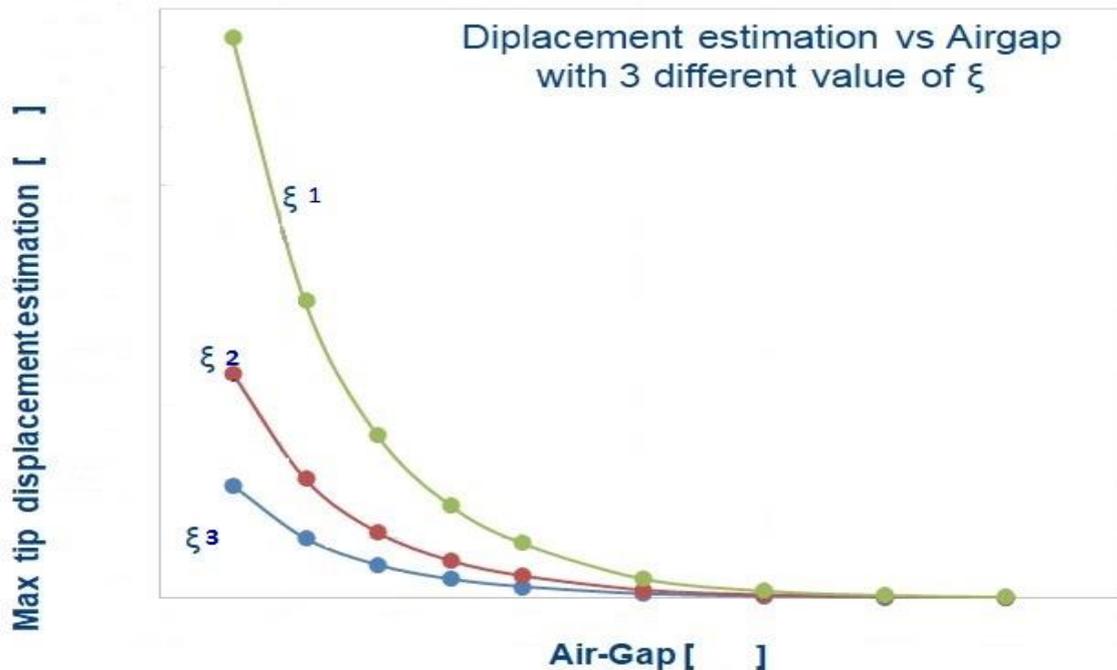


Figura 6.12. Spostamento Massimo in funzione della distanza al traferro, con damping meccanico di x_1 x_2 x_3

Nel grafico soprastante, è rappresentato lo spostamento per la paletta G2020, al variare del modulo delle forzante magnetica e quindi in funzione dell'*Airgap*. Si nota che con la diminuzione della distanza al traferro l'ampiezza di vibrazione aumenta esponenzialmente avendo la forza magnetica una dipendenza esponenziale con la distanza al traferro.

Una volta ricavata la caratteristica degli spostamenti della paletta in base alla forzante (per la forma modale *flessionale*), si può andare a ricavare la forzante necessaria ad ottenere un certo spostamento.

L'obiettivo di questo lavoro è quello di ottenere con la forzante magnetica lo stesso spostamento prodotto da un certo *Test Point*, in condizioni di *Flutter*

6.1.6. Definizione degli *Airgap* per la nuova fase di *Test*

Andiamo quindi a rappresentare gli spostamenti di interesse (definiti dalla fase sperimentale della *Cold Flow*), sul grafico precedentemente costruito (Fig.6.12.).

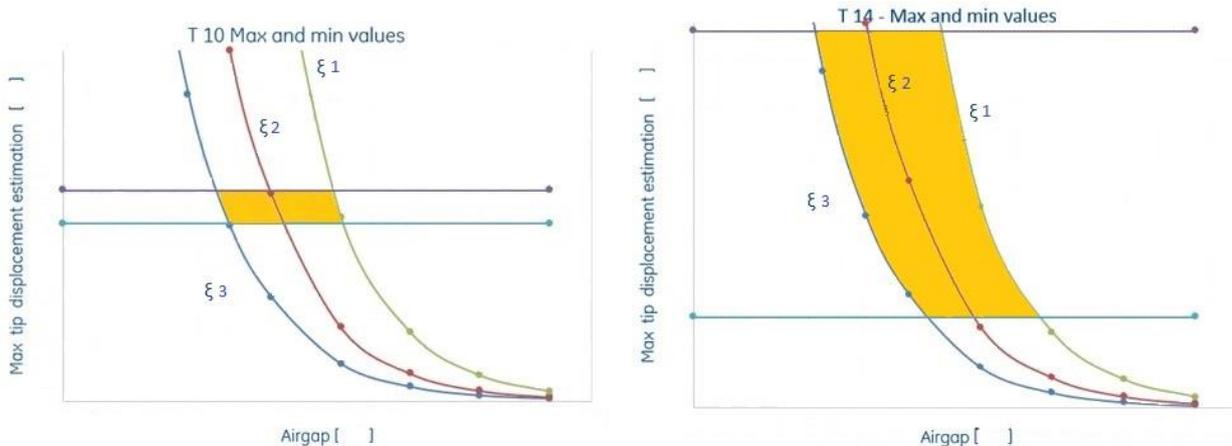


Figura 6.13. Area di studio del *Damping meccanico*

Come abbiamo visto nel capitolo 6.1.3. per ogni test i diversi estensimetri hanno valutato misurazioni tra loro leggermente diverse (a seconda delle loro posizioni sulle palette), si è quindi proceduto andando a rappresentare i valori di massimo e minimo spostamento per ogni *Test Point*, sui diagrammi 6.12.

Questo ci permette di ottenere i grafici 6.13. con la mappatura (in giallo) dell'area racchiusa tra un *damping meccanico* x_1 e x_2 e tra lo spostamento massimo e minimo misurato sperimentalmente a *Flutter*.

Questo tipo di grafico permette di individuare il range di *Airgap* all'interno del quale si va a ricercare la risonanza di un certo *Test Point*.

T 10 - Air Gap range : 1 - 2

Figura 6.14. Esempio *Airgap* range di studio dello smorzamento meccanico

Ossia imposte per un certo *Test Point*, le velocità del *porta magneti* e del *test article*, calcolate nel capitolo 6.1.2., si va a variare la distanza al traferro nell'intervallo stabilito dal grafico 6.13.

Andando a modificare l'*Airgap* si otterranno diverse ampiezza di vibrazione della paletta a seconda della distanza al traferro, questo ci permette di ottenere una curva che sarà funzione di un certo *damping meccanico*.

Il procedimento presentato nel paragrafo 6.1.5. è stato sviluppato per entrambe le configurazioni *Tuned* e *Mistuned* della pala *G2020*.

Si potrà quindi a valle della nuova fase sperimentale, i cui termini di input sono stati definiti in questo capitolo, andare a valutare il comportamento dinamico della pala *Tuned* e confrontarlo con quello della pala *Mistuned*.

Al fine di semplificare e velocizzare la campagna di analisi sperimentale, si sono riassunti i dati ottenuti dai grafici precedenti in un unico diagramma in cui sono rappresentate le velocità di rotazione e le distanze al traferro di interesse.

		T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14
	Test article []														
Test step	Magnets Carr. []														
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															

Figura 6.15. Dati di *setup* della campagna sperimentale

6.2. Experimental test *Veering*

6.2.1. Introduzione al Test – *Veering*

La paletta oggetto della seconda fase di test è una paletta *Great 2020, Tuned (Airfoil 0, con feature), Interlocked* (ossia con forzamento al *Tip Shroud*, e contatto tra i tettucci delle varie palette appartenenti alla schiera).

L'obiettivo ultimo che si propone questa fase sperimentale è quello di andare a valutare in modo indiretto la tipologia di contatto presente sulla superficie di *Interlocking* (Fig. 6.16.), attraverso lo studio del fenomeno del *Veering* per la forma modale di interesse (Fig. 2.11.) .

In particolare i possibili tipi di contatto che si verificano nella realtà sono molto diversi tra loro, a seconda del *forzamento* (precarico tra i tettucci di due palette) o della forma modale analizzata.

Dal punto di vista dello studio di queste interazioni è interessante andare a stabilire la tipologia di contatto che meglio approssima quello che è il comportamento reale della paletta. Di seguito sono schematizzate alcune tipologie con cui può essere schematizzato in modo semplificato il contatto sulle superfici dell'*Interlocking* :

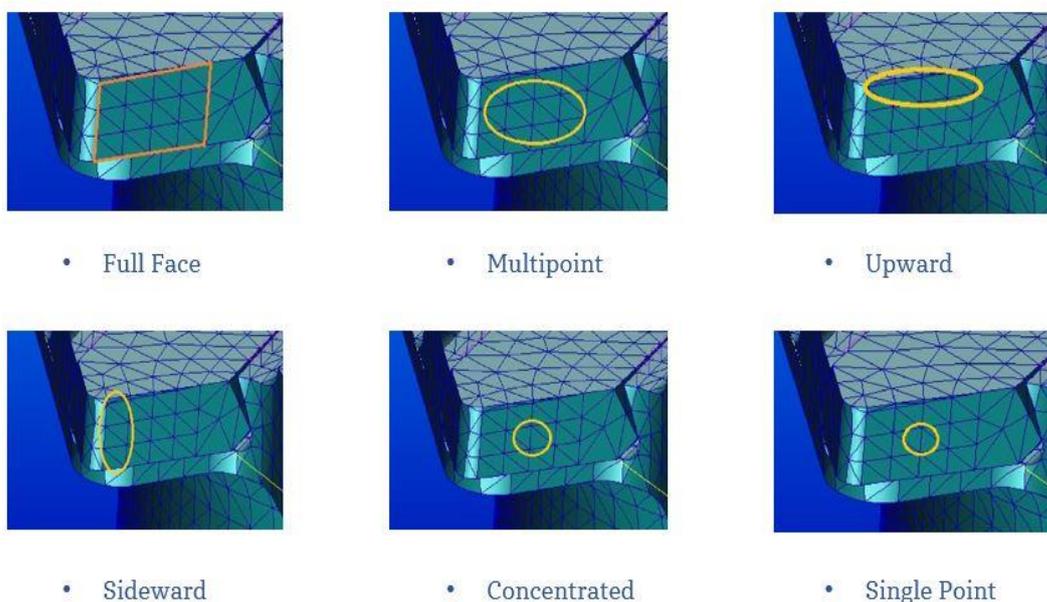


Figura 6.17. Layout di contatto semplificato all'*Interlocking*

Le stesse tipologie semplificate di contatto possono essere utilizzate nel capitolo 6.3., dove si procede con l'analisi dinamica non lineare, dove si tiene conto del contatto dissipativo su queste superfici.

Tip Free

In questo caso non vi è un vincolo sulla superficie dell'*Interlocking*, ossia tutti i gradi di libertà sui nodi dell'area dell'*Interlocking* sono liberi. Non viene quindi imposto alcun *vincolo* sulle superfici di contatto. Questo modello può essere utilizzato per simulare la condizione in cui non vi sia forzamento tra le barrette del tettuccio della paletta, quindi esso sia sostanzialmente libero di vibrare.

In condizioni di *Tip Free* si può osservare la forma modale della *flessionale*, non osservabile diversamente.

Tight

Questa condizione può essere considerata quella antitetica alla condizione *Tip Free*, poiché si va a fissare il tettuccio per intero.

Questo modello di contatto ha la particolarità di mostrare il fenomeno del *Veering* tra diverse forme modali: ad esempio tra EW ed 1F o tra 1F e 1T ecc.

Nel caso del contatto *Tight* tipicamente si riscontrano frequenze di vibrazione più elevate a quelle degli altri casi, in quanto il sistema dati i vincoli ai nodi di interfaccia diventa più rigido.

Reduced area

Il contatto di tipo *reduced area* si basa sull'ipotesi che il contatto avvenga sulle superfici del tettuccio tra zone ridotte, sull'area dell'*Interlocking*. queste zone di contatto sono associate in simmetria ciclica mediante *vincoli appositi per legarne il comportamento.*

Il significato fisico di questa soluzione è valido quando si considera l'area di contatto tra le due superfici molto piccola.

La scelta del punto su cui viene imposto il vincolo è arbitraria in questo caso, bisogna però rispettare i vincoli di simmetria ciclica, ossia assicurarsi che i nodi selezionati siano tra loro equivalenti (nella stessa posizione in simmetria ciclica).

6.2.2. *Tight Interlocking*

In questa tipologia di test, essendoci un forzamento tra le barrette all'interlocking, si può inizialmente supporre che il tipo di contatto sia 'saldo', ossia come se le due superfici all'*Interlocking* fossero saldate tra loro. Questa condizione viene definita *Tight*, che è l'opposto della condizione *Tip Free* (utilizzata nel capitolo precedente) dove non si ha forzamento tra le superfici di contatto (contatto libero).

Dal punto di vista analitico (Patran®) si può simulare la condizione *Tight* andando a bloccare tutti i gradi di libertà dell'interfacce di contatto (caso *Full Face* Fig.6.17.).

Andando a effettuare un'analisi modale della palette in simmetria ciclica per diverse velocità di rotazione del rotore, ipotizzando la condizione *Tight*, si può ottenere il seguente diagramma di Campbell:

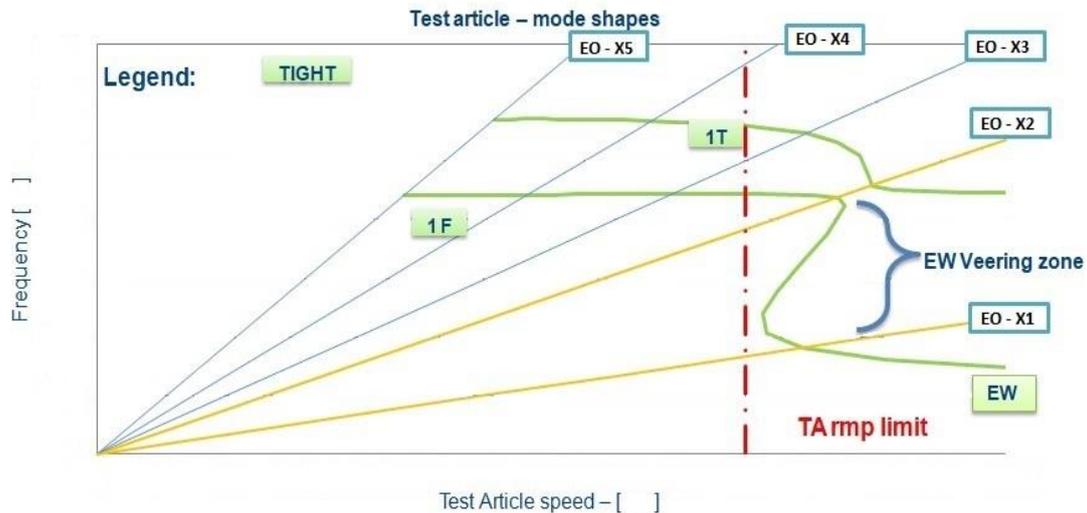


Figura 6.18. Diagramma di Campbell per la pala *Tuned* (*Airfoil 0, con feature*) in condizione di *Tight Interlocking*

Andando ad analizzare il diagramma precedente, si può notare come il *Veering*, che è il fenomeno di interesse di questo tipo di analisi si trova ad una velocità del *Test Article* che è superiore alla velocità limite del banco prova.

Quindi per raggiungere la zona del *Veering* in condizioni *Tight* è necessario utilizzare le velocità relative tra *Test Article* e *disco porta magneti*.

Il diagramma presentato in Fig. 6.18. è utile alla definizione degli *Engine Order* di interesse per lo studio del *Veering*, essi sono contenuti tra le due linee di *EO* rappresentate in giallo.

Al fine di procedere con la fase di test è quindi necessario andare a produrre dei diagrammi Campbell dove vengono rappresentate sia la velocità del *Test Article*, sia la velocità del *Magnets carrier*.

6.2.3. Campbell – *Tight* - con velocità relative

Con la finalità di andare a rappresentare le velocità necessarie per compiere il test sperimentale sul *Veering*, si rende necessario andare a produrre un diagramma Campbell che contenga le velocità relative del *disco porta magneti* e del *test article*.

Andremo ora a presentare come può essere ottenuto questa tipologia di diagrammi (Fig. 6.19.)

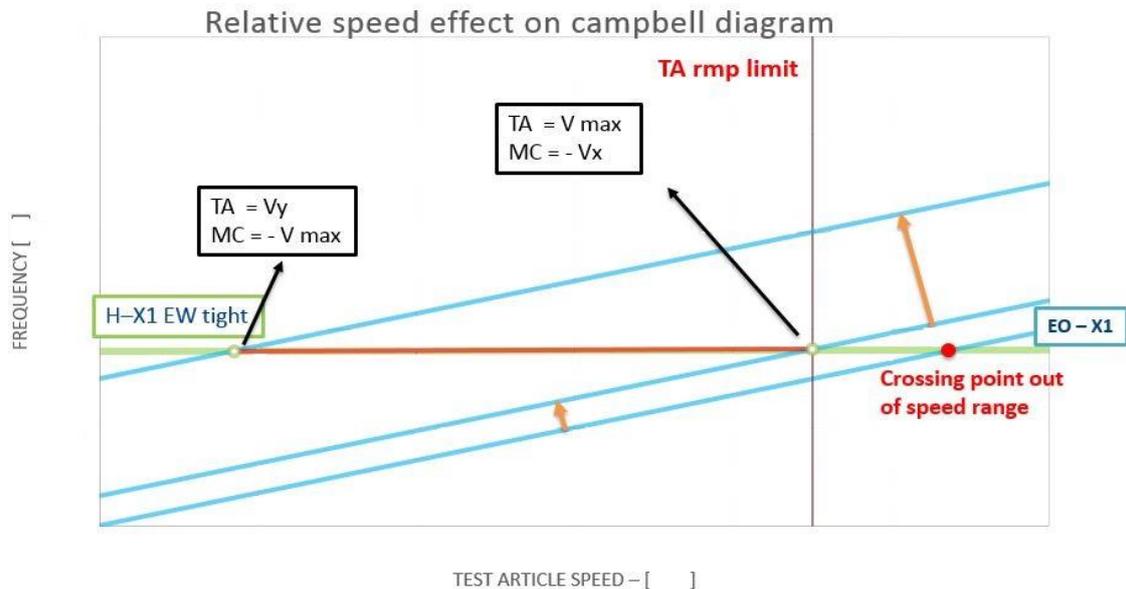


Figura 6.19. Diagramma Campbell con velocità relative per la *Tuned Interlocked, Tight*

Come si può vedere da questo diagramma, si è partiti dal punto di *Crossing* tra l'*Engine Order* e la forma modale di interesse, osservando che il crossing si trova a una velocità che non può essere raggiunto dal disco del *Test Article*

Si è quindi traslato verso l'alto *Engine Order*, fino a che il punto di *Crossing* si trovasse all'interno del range di velocità consentito per il *Test Article*.

La traslazione dell'*Engine Order* applicando la formula 6.9., implica la necessità di bilanciare il termine a destra dell'equazione con la velocità del disco *porta magneti*:

$$f = \frac{EO}{60} * \underbrace{(rpm_{TA} - rpm_{MC})}_{\text{Relative speed}} \quad (6.9.)$$

Come si può vedere dall'esempio fatto a titolo esplicativo sul grafico, a fronte di una velocità di rotazione del *Test Article* di x è necessaria una velocità del disco *porta magneti* pari a y.

La traslazione dell'*EO*, seguendo la relazione matematica precedentemente presentata può ovviamente continuare, fino al limite opposto, imposto nuovamente dalla velocità limite del banco prova, questa volta legata al disco *porta magneti*.

Una volta individuati i due estremi A e B, si è andati a scrivere l'equazione della retta passante per due punti, cosicché si possano ricavare tutte le combinazioni possibili di

velocità che creano la risonanza per la forma modale di interesse in condizioni *Tight*, all'interno del range del banco prova.

L'operazione appena descritta è stata ripetuta per tutti gli *Engine Order* di interesse ricavati dal grafico 6.18. (*Engine Order* compresi tra i due *EO* estremali in colore giallo).

Si è così ottenuto il grafico Fig. 6.20.

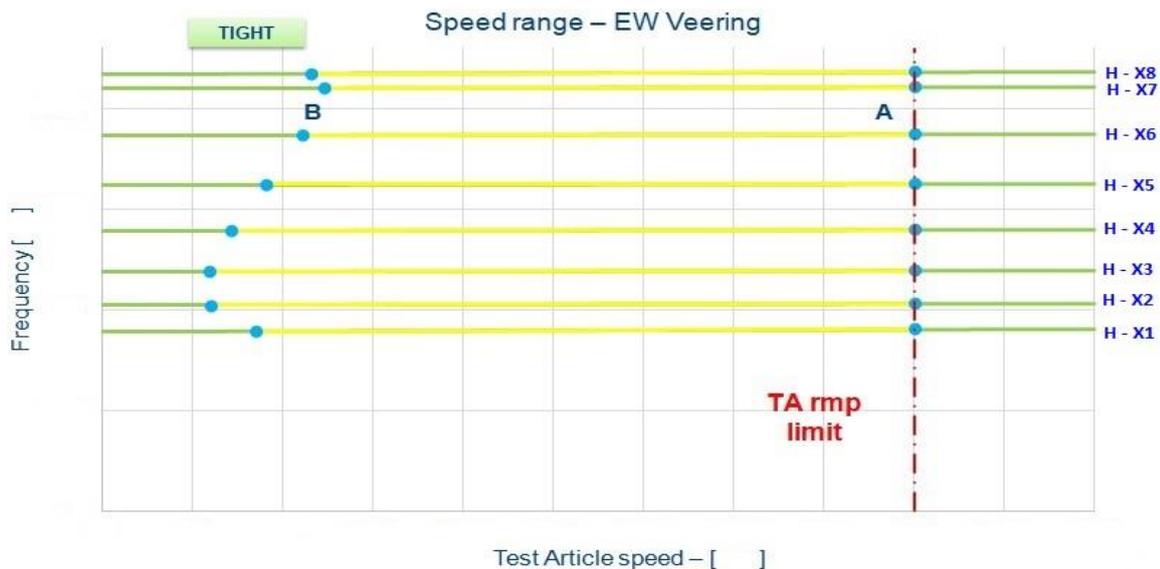


Figura 6.20. Diagramma Campbell con velocità relative per tutti gli *EO* rappresentativi della zona di *Veering*

Osservando il grafico sovrastante si può notare come le linee gialle rappresentino la zona su cui si può andare a studiare il *Veering*, utilizzando le tabelle prodotte su Excel per il calcolo delle velocità del *Test Article* e del *porta magneti*.

Il limite destro (A) di queste rette è imposto dalla velocità massima del disco del *Test Article*, mentre il limite sinistro (B) è imposto dal limite di velocità del disco *porta magneti*. Si nota infatti nella zona destra 'la esse' tipica del fenomeno del *Veering*.

6.2.4. *Veering* - Fase sperimentale e *Reduced area*

Il procedimento spiegato e sviluppato nei paragrafi precedenti ha la sola finalità di andare a valutare se il *Veering* nei punti di risonanza proposti si verifici oppure no. Questa attività mira a verificare l'accuratezza della condizione di contatto proposta nell'area di contatto tra le superfici all'*Interlocking*

Successivamente anche l'altro metodo di contatto sarà confrontato con il dato sperimentale per lo stesso motivo *reduced area* (vedi paragrafo 6.2.1).

Andiamo ora a rappresentare su un diagramma di Campbell i punti di *Crossing* della forma modale di interesse sia nel caso di contatto all' *Interlocking* di tipo *reduced area* che di tipo *Tight* (Fig. 6.21.).

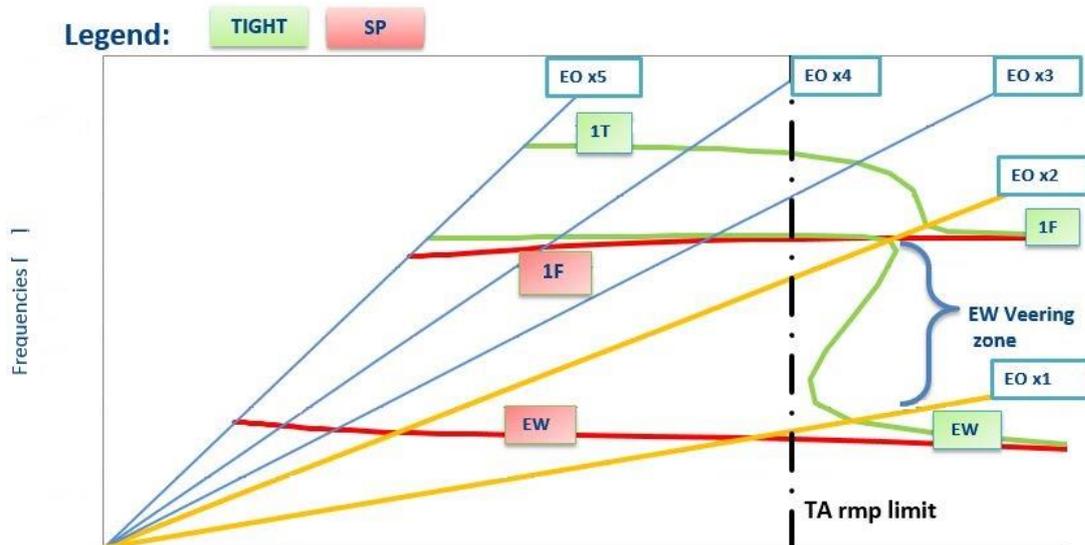


Figura 6.21. Diagramma Campbell con *Crossing* per *reduced area* e *Tight*

Osservando il diagramma di Campbell soprastante si può notare come già visto in precedenza la zona di *Veering* del modo in condizioni *Tight*, mentre la condizione di contatto *reduced area* non presenta una zona di *Veering*.

Da questo si può dedurre che durante la fase sperimentale, una volta analizzati per i vari *Engine Order* i punti che dovrebbero dare risonanza nel caso di condizione *Tight*, nel caso in cui non si abbiano vibrazioni rilevanti, si possono passare ad analizzare per gli stessi EO i *Crossing* che si ottengono analiticamente imponendo il vincolo di *reduced area*.

Questo test servirà a verificare il modello corretto per rappresentare una paletta con tettuccio *Interlocked* e quello del *reduced area* (o per lo meno approssima meglio il contatto reale per la forma modale *di interesse*).

Per quanto riguarda le velocità di risonanza nel caso del *reduced area*, come si può osservare dal grafico precedente si trovano tutte nella zona limite entro la quale non è necessario fare ricorso a velocità relative e quindi alla messa in rotazione del *disco porta magneti*.

La fase sperimentale si concluderà quindi facendo girare il *Test article* alle velocità che analiticamente mostrano risonanza della forma modale *di interesse*.

Capitolo 7

Risposta Forzata non Lineare

7.1. Introduzione alla teoria dei contatti

Quando si ha a che fare con uno studio della *Risposta Forzata Lineare*, non si vanno a tenere conto di tutta una serie di contatti che nella realtà esistono e hanno perciò una notevole influenza sul comportamento dinamico di un disco palettato di turbina.

Si rende perciò necessario un nuovo approccio di calcolo in grado di valutare la *Risposta Forzata non Lineare del Sistema*.

I contatti esistenti all'interno del rotore di una turbina sono molteplici, e si possono riassumere nei seguenti gruppi:

- Contatto *pala – disco*, si verifica all'attacco alla base della paletta, in corrispondenza del *dovetail o fir tree*
- Contatto al *tip shroud* tra pale adiacenti, dove si crea il vincolo di *Interlocking*
- Contatto tra pala ed eventuali smorzatori, che solitamente vengono posti in vicinanza della aree di contatto sopra menzionate.

Nella presente tesi l'unico tipo di contatto che si è andati a considerare è quello al *tip shroud*.

Andremo ora a presentare brevemente la dinamica del contatto e i suoi concetti fondamentali, così da definire i concetti basilari delle analisi svolte e comprendere meglio i risultati.

Come già visto in precedenza andando a imporre un forzamento al *tip shroud* si crea un vincolo di contatto all'*Interlocking* tra pale adiacenti. Come il contatto avvenga nell'area interfaccia tra le due pale dipende principalmente della forma modale che si va a studiare e dall'entità del forzamento che si va ad imporre; i fattori di maggiore interesse sono perciò la forza di contatto la rigidità e l'attrito che si genera.

Il comportamento reale può essere quindi rappresentato da un sistema: massa – molla – smorzatore (Fig. 7.1), in cui le rigidità di contatto vengono valutate sia in direzione normale sia ortogonale ad esso, si verifica inoltre un ciclo di isteresi, legato alla dissipazione di energia per effetto dell'attrito.

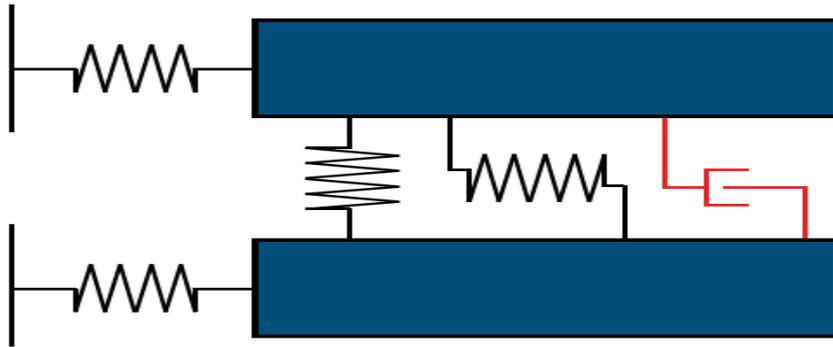


Figura 7.1. Sistema massa – molla – smorzatore, rappresentante il contatto tra pale adiacenti.

Al fine di valutare correttamente il comportamento dinamico del sistema bisogna dunque tenere da conto del suo comportamento non lineare.

Per un'analisi corretta del sistema completo sarebbero necessarie ingenti risorse computazionali e tempi di calcolo particolarmente lunghi, si utilizzano quindi dei metodi di riduzione, che sono in grado di simulare in modo sufficientemente preciso il comportamento dinamico del componente, tenendo conto delle fonti di non linearità, grazie alla riduzione del modello ad un numero molto ridotto di *gradi di libertà*.

7.2. Metodi di riduzione

Tipicamente un sistema completo di un disco palettato ha un numero di DOF dell'ordine delle centinaia di migliaia o addirittura milioni, questo richiede dei parametri proibitivi in termini di potenza di calcolo e di tempo di computazione.

I metodi che vengono quindi utilizzati per semplificare il modello sono quindi in primis la *simmetria ciclica* (già presentata nei capitoli precedenti), oppure i metodi di sintesi e riduzione del modello.

Questi metodi consistono nella semplificazione dei numerosi gradi di libertà dei componenti in un numero molto ristretto di GDL:

- GDL di interfaccia: sono i GDL condivisi con le strutture adiacenti
- GDL interni: sono i GDL che non sono condivisi con le strutture adiacenti
- GDL accessori: sono GDL a cui vengono applicate le forze esterne oppure utilizzati per valutare la risposta del sistema.

In particolare andremo ora ad analizzare il metodo di riduzione di *Craig – Bampton*.

Craig Bampton Reduced Order Models

Utilizzando il metodo CB è possibile ottenere un modello ridotto che ha un numero di GDL inferiore all'1% (circa 0.1%) del modello iniziale e avere ancora un'accuratezza molto elevata nel caso di *risposta forzata non lineare*.

Nella tabella seguente andiamo a presentare un confronto tra le frequenze di risonanza calcolate tramite modello completo in Patran® e modello ridotto con il tool aziendale, chiamato Policontact.

Modes	Free Interlocking (Modal Analysis) []	Policontact frequencies (Craig Bampton reduction method)	Diff. %
1			0,00%
2			0,01%
3			0,02%
4			0,04%
5			0,05%

Figura 7.2. Confronto tra CB e analisi a modello completo

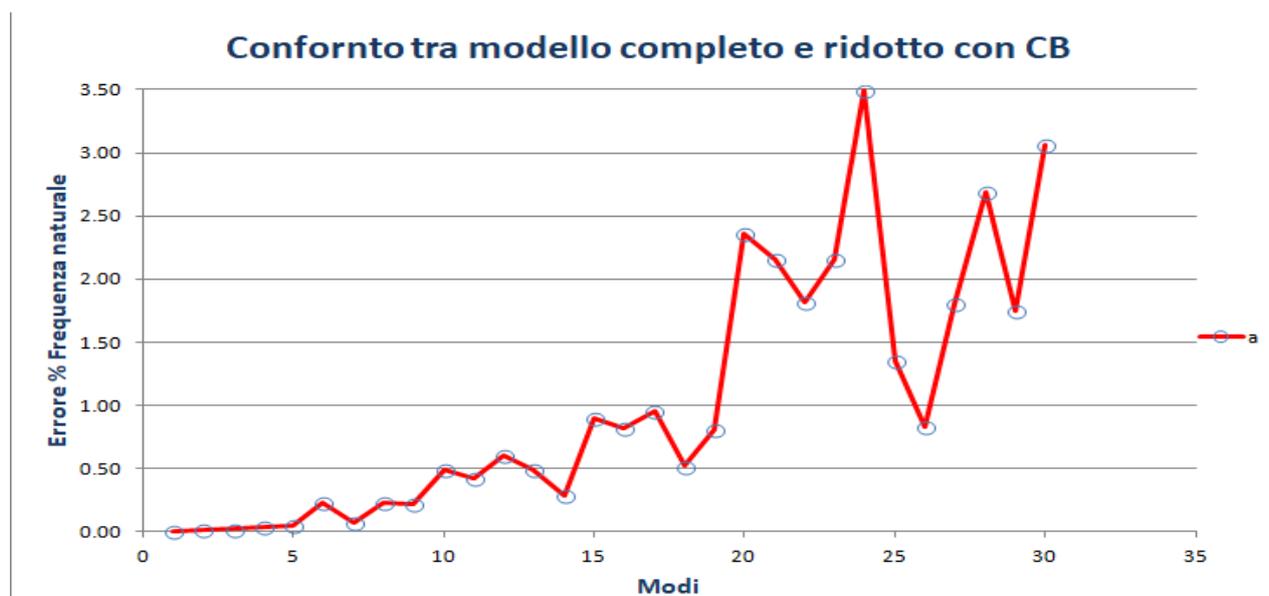


Figura 7.3. Rappresentazione grafica della tabella precedente

Come si può valutare dalla tabella precedente (le frequenze sono state cancellate essendo dati sensibili) le differenze percentuali tra analisi a modello completo e analisi a modello ridotto con CB hanno differenze del tutto trascurabili.

Andiamo ora a presentare alcuni step della riduzione del modello di Craig-Bampton.

Come visto in precedenza, i gradi di libertà utili all'analisi del sistema sono in numero molto minore ai DOF totali, in particolare vengono tenuti:

1. DOF interni al sistema, che rappresentano la forma del componente e che siano rappresentativi per le forme modali di interesse, tipicamente essi si trovano sull'*airfoil* della paletta, che è la parte di maggiore interesse per lo studio dell'ampiezza di vibrazione e la valutazione delle forme modali.

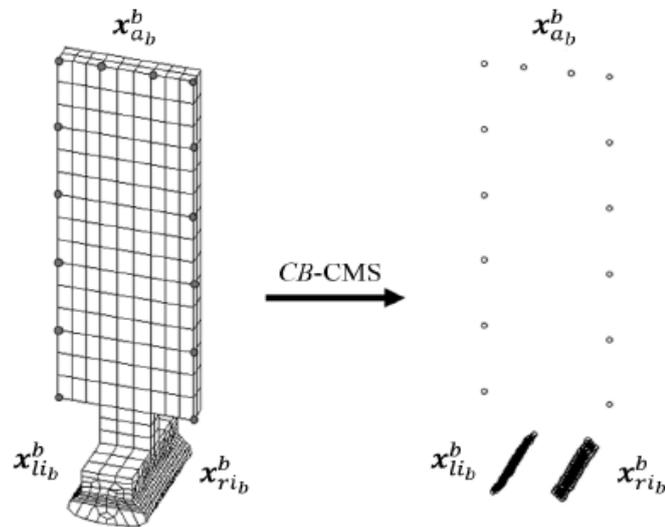


Figura 7.4. Modello completo paletta (sinistra) e modello ridotto con CB (destra)

2. DOF di interfaccia, sono i GDL che collegano il componente alle strutture circostanti, o nel caso di CB con simmetria ciclica sono i vincoli fisici del sistema, vengono quindi utilizzati per applicare la teoria della *traveling wave*.

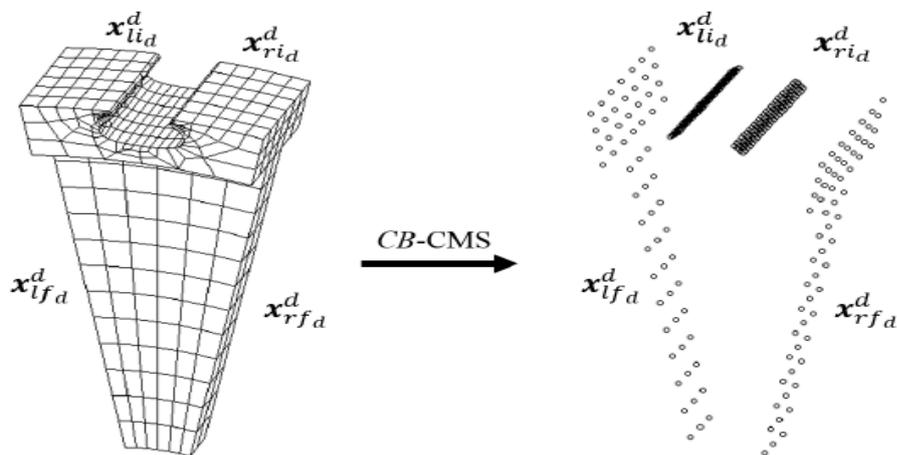


Figura 7.5. Modello completo disco (sinistra) e modello ridotto con CB (destra)

3. DOF accessori, nel nostro caso sono i GDL ossia i nodi all'interfaccia di contatto del *tip shroud* e sui cui verrà simulata la non linearità, ossia la dissipazione di energia tramite un modello massa molla smorzatore, che andrà a valutare gli spostamenti relativi di questi nodi, e una volta calcolati andrà a stimare l'energia dissipata e lo smorzamento generato dal contatto.

Una volta che la riduzione è stata impostata ed effettuata nel modo corretto, si può procedere con l'analisi dinamica non lineare del sistema.

7.3. Analisi non lineare del sistema

Ottenuto il modello ridotto di CB si può procedere con l'analisi del sistema.

Una volta che è stata imposta la forzante si procede con la caratterizzazione della rigidità del contatto dissipativo al tettuccio della paletta, andando a variarla fino a raggiungere una condizione di stabilità (Fig. 7.6.).

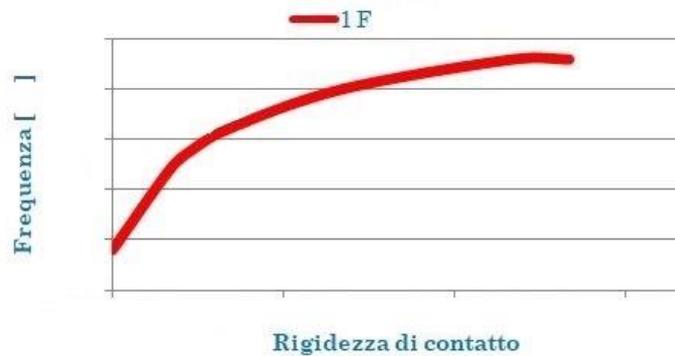


Figura 7.6. Frequenza di vibrazione al variare della rigidità di contatto

Nel grafico soprastante si può osservare che si ha una stabilizzazione della frequenza di risonanza, fino a raggiungere un plateau.

si può quindi procedere con l'analisi della risposta forzata non lineare al variare del precarico di contatto (Fig. 7.7.).

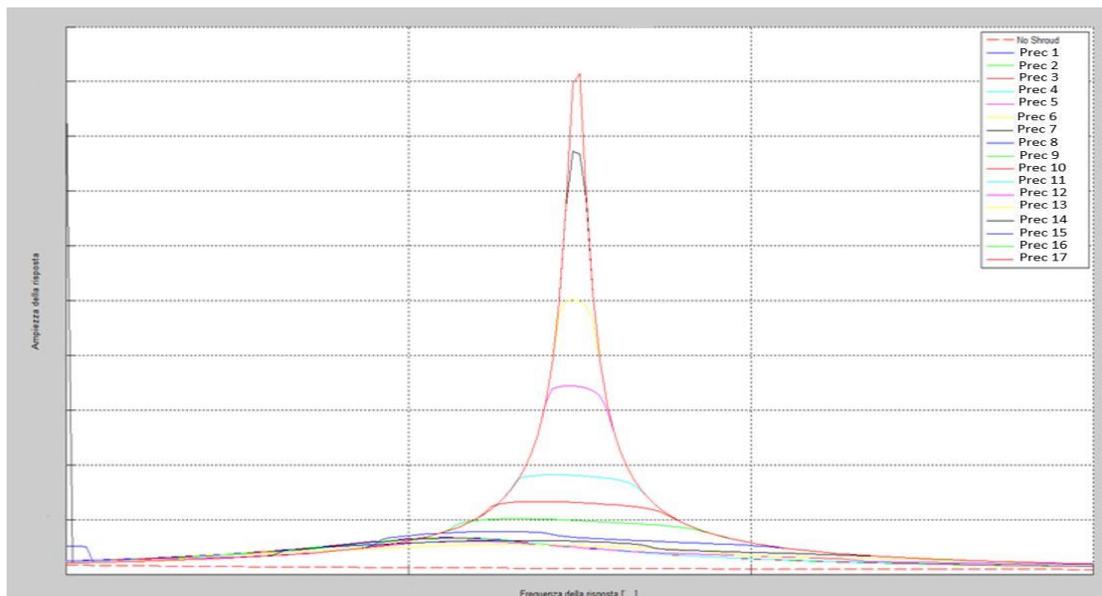


Figura 7.7. Ampiezza della risposta al variare del precarico all'Interlocking

Si osserva dal grafico precedente che per bassi precarichi si ha un'ampiezza di vibrazione limitata, il che significa che vi è un elevato scorrimento tra le superfici delle due palette e quindi elevata dissipazione di energia vibrazionale.

Man mano che si va ad aumentare il precarico e quindi aumenta il forzamento al tettuccio della palette, l'ampiezza di vibrazione aumenta essendo il contatto più rigido e diminuendo l'energia dissipata per sfregamento.

Continuando ad aumentare il precarico si nota che vi è una soglia di precarico oltre la quale aumentando ulteriormente il forzamento non si ha un corrispondente aumento dell'ampiezza di risonanza, questo significa che si è raggiunti la condizione *Stick*, ossia la palette si comporta come se i tip shroud delle palette fossero saldati e quindi infinitamente rigidi.

Queste analisi possono essere compiute sia per il sistema *Tuned (Airfoil 0, con feature)*, sia per il sistema *Mistuned (Airfoil 0-1, con features)*.

Alcuni dei risultati che si possono ottenere con questo tipo di analisi sono ad esempio: l'ampiezza di vibrazione (in un determinato punto della palette facente parte dei DOF, il *Q-factor*, la frequenza di risonanza o ancora energia dissipata, questi parametri possono essere rappresentati al variare del precarico.

La finalità principale dell'analisi dinamica non lineare è quella di andare a simulare il comportamento della palette in diverse condizioni di contatto all'*Interlocking (Fig. 6.17.)*, in particolare si potrà andare a confrontare i risultati ottenuti analiticamente con quelli sperimentali e andare a stabilire quale modello di contatto nel caso ve ne fosse 1 sia più rappresentativo dei risultati sperimentali (in particolare delle ampiezze di vibrazione che verranno misurate nelle successive fasi sperimentali), ossia quale layout di contatto è in grado di simulare meglio il comportamento reale della palette / struttura.

La fase di analisi sopra riportata non ha prodotto risultati significativi in questo lavoro di tesi (data la fase di sviluppo e aggiornamento del software), ma sarà sicuramente futuro oggetto di studio. In particolare questa tipologia di software in grado di compiere un'analisi dinamica non lineare sarà utile al confronto non solo dei layouts di contatto ma anche delle diverse risposte del caso *Tuned* dal *Mistuned*.

Capitolo 8

Conclusioni

La tesi qui presentata si inserisce all'interno di un percorso di ricerca, molto più ampio e duraturo, che mira meglio comprendere le dinamiche del mistuning intenzionale.

L'obiettivo che ci si propone è quello di andare a ridurre fenomeni di instabilità aeroelastica, come il *Flutter*, attraverso pattern di mistuning appropriati.

Tale utilizzo del mistuning potrebbe rivelarsi notevolmente vantaggioso al fine di progettare palette di turbina più affidabili e con una maggiore vita a fatica.

Durante questo lavoro di tesi si è andati quindi a compiere delle analisi analitiche che unite a risultati sperimentali derivanti da test precedenti hanno permesso di caratterizzare dal punto di vista dinamico la successiva fase sperimentale al banco di prova. Nella successiva fase di test fase di test si andranno a rilevare tutta una serie di parametri utili sia a caratterizzare gli effetti del mistuning in condizioni di flutter, sia ad indagare in modo più approfondito quale tipo di contatto analitico sia più adatto a modellizzare il comportamento reale della paletta.

I risultati prodotti saranno quindi utilizzati per una successiva fase di sperimentazione sulla paletta Great 2020.

Bibliografia

Le fonti consultate sono molto variegata, tra le più utilizzate sicuramente vanno menzionate le tesi di laurea magistrale e di dottorato dei tesisti del *Greatlab*. Ma anche il materiale aziendale fornitomi durante il lavoro di tesi e i documenti di *training* sui software e sulle metodologie utilizzate. Per la parte finale di stesura del documento di tesi si sono utilizzati documenti specifici e volumi inerenti alla materia trattata.

- [1] G. Chiochia, *Principi di aeroelasticità*, Libreria editrice universitaria Levrotto & Bella, Torino 2002.
- [2] A.R. Collar, *The expanding domain of aeroelasticity*, Journal of the Royal Aeronautical Society, 1946, pp. 613-636.
- [3] Y.C. Fung, *An Introduction to the Theory of Aeroelasticity*, Courier Corporation, 2002.
- [4] A.V. Srinivasan, *Flutter and Resonant Vibration Characteristics of Engine Blades*, IGTI Scholar Paper, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1997, Vol. 119, pp. 741-775.
- [5] P. Turroni, *Studio della dinamica di settori palettati statorici nelle turbomacchine per impiego aeronautico*, Tesi di laurea, Politecnico di Torino, 2015.
- [6] J. Borrajo, *Rotationally Periodic Structure Review*, Report interno Dipartimento di Meccanica, Politecnico di Torino, 2003.
- [7] M.P. Castanier, Y.C. Tan, C. Pierre, *Characteristic Constraint Modes for Component Mode Synthesis*, AIAA Journal, Vol. 39, N_ 6, pp. 1182-1187, 2001.
- [8] D.L. Thomas, *Dynamic of rotationally periodic structures*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 37, 1979.
- [9] M. Furfaro, *Stabilizzazione di Rotori in presenza di Fenomeni Aeroelastici Critici per mezzo del Mistuning Intenzionale*, Tesi di laurea, Politecnico di Torino, 2015.
- [10] G. Battiato, *Progetto di un Simulacro di Turbina per uso Aeronautico per Test Dinamici con Tecnica di Misura Blade Tip Timing*, Tesi di laurea, Politecnico di Torino, 2013.
- [11] J. Hou, B.Wicks, *Root Flexibility and Untwist Effects on Vibration Characteristics of a Gas Turbine Blade*, Air Vehicles Division Platforms Sciences Laboratory DSTO-RR- 0250, 2002.
- [12] P.W. Anderson, *Absence of Diffusion in Certain Random Lattices*, Physical Review, Vol. 109, N_ 5, 1958, pp. 1492-1505.
- [13] C.H. Hodges, *Conponement of Vibration by Structural Irregularity*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 82, N_ 3, 1982, pp. 411-424.
- [14] D.S. Whitehead, *Effect of Mistuning on the Vibration of Turbomachine Blades Induced by Wakes*, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 8, N_ 1, 1966, pp. 15-21.
- [15] J.C. MacBain, P.W. Whaley, *Maximum Resonant Response of Mistuned Bladed Disks*, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 106, N_ 2, 1984, pp. 218-223.
- [16] G. Óttarsson, C. Pierre, *On the Effects of Interblade Coupling on the Statistics of*

- Maximum Forced Response Amplitudes in Mistuned Bladed Disks*, Proceedings of the 36th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Vol. 5, AIAA, Washington D.C., 1995, pp. 3070–3078.
- [17] M.P. Castanier, C. Pierre, *Modeling and Analysis of Mistuned Bladed Disk Vibration: Status and Emerging Direction*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 22, N_8, pp. 384-396, 2006.
- [18] M.P. Mignolet, J-P. Delor, A. Rivas-Guerra, *Identification of Mistuning Characteristics of Bladed Disks From Free Response Data - Part I, Part II*, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 123, pp. 395-411, 1999.
- [19] D.M. Feiner, J.H. Griffin, *Mistuning Identification of Bladed Disks Using a Fundamental Mistuning Model – Part I, Part II*, Proceedings of the ASME TURBO EXPO 2003, 2003-gt-38952, 2003-GT-38953, 2003.
- [20] D.M. Feiner, J.H. Griffin, *Identification of Damping Variations in Mistuned Bladed Disks*, 10th National Turbine Engine High Cycle Fatigue Conference, 2005.
- [21] J. Judge, C. Pierre, S.L. Ceccio, *Mistuning Identificazion in Bladed Disks*, Proceedings of the International Conference on Structural Dynamics Modelling, Madeira, Portugal, 2002.
- [22] S.H. Lim, C. Pierre, M.P. Castanier, *Mistuning Identification and Reduce*Order Model Updating for Bladed Disks on a Component Mode Mistuning Technique*, 9th National Turbine Engine High Cycle Fatigue Conference, 2004.
- [23] C. Martel, R. Corral, *Asymptotic Description of Maximum Mistuning Amplification of Bladed Disk Forced Response*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 131 / 022506, 2009.
- [24] M.P. Castanier, C. Pierre, *Consideration on the Benefits of Intentional Blade Mistuning for the Forced Response of Turbomachinery Rotors*, Proceedings of the ASME Aerospace Division, AD-Vol. 55, pp. 419-425, 1997.
- [25] C. Pierre, J. Judge, S.L. Ceccio, M.P. Castanier, *Experimental Investigation of the Effects of Random and Intentional Mistuning on the Vibration of Bladed Disks*, in 7th National Turbine Engine High Cycle Fatigue Conference, Palm Beach, Florida, USA, 2002.
- [26] E. Seinturier, C. Dupont, M. Berthllier, M. Dumas, *A New Aeroelastic Model for Mistuned Bladed Disk*, AIAA-2002-1533, 2002.
- [27] R.E. Kielb, D.M. Feiner, T. Miyakozawa, J.H. Griffin, *Flutter of Mistuned Bladed Disk and Blisks with Aerodynamic and FMM Structural Coupling*, Proceedings of the ASME TURBO EXPO 2004, 2004-gt-54315, 2004.
- [28] L. Saldojevic, E.P. Petrov, A.I. Sayma, M. Imregun, J.S. Green, *Investigation of the Influence of Aerodynamic Coupling on Response Levels of Mistuned Bladed Disk with Weak Structural Coupling*, Proceedings of the ASME TURBO EXPO 2005, 2005- GT-69050, 2005.
- [29] C. Martel, R. Corral, J.M. Llorens, *Stability Increase of Aerodynamically Unstable Rotors Using Intentional Mistuning*, Journal of Turbomachinery, Vol. 130 / 011006, 2008.
- [30] W.A. Strange, J.C. MacBain, *An Investigation of Dual Mode Phenomena in a Mistuned Bladed Disk*, ASME Journal of Vibration, Acoustic, Stress and Reliability in Design, Vol. 105, pp. 402-407, 1983.
- [31] M.J. Kruse, C. Pierre, *An Esperimental Investigation of Vibration Localization in Bladed Disks - Part I, Part II*, Preceeding of the ASME TURBO EXPO 1997, 1997-GT- 502, 1997.
- [32] C. Pierre, S.L. Ceccio, J. Judge, *Experimental Investigation of Mistuned Bladed Disk Vibration*, 5th National Turbine Engine High Cycle Fatigue Conference, Chandler, Arizona, USA, 2000.

- [33] G. Sogliero, A.V. Srinivasan, *Fatigue Life Estimates of Mistuned Blades Via a Stochastic Approach*, AIAA Journal, Vol. 18, N_3, pp. 318-323, 1980.
- [34] J.H. Griffin, T.M. Hoosac, *Model Development and Statistical Investigation of Turbine Blade Mistuning*, ASME Journal of Vibration, Acoustic, Stress and Reliability in Design, Vol. 106, pp. 204-210, 1984.
- [35] A. Sinha, *Calculating the Statistics of Forced Response of a Mistuned Bladed Disk Assembly*, AIAA Journal, Vol. 24, N_11, pp. 1797-1801, 1986.
- [36] M.P. Singh, D.J. Ewins, *A Probabilistic Analysis of the Mistuned Bladed Turbine Disc*, IMechE Conference on Vibration in Rotating Machinery, Edinburgh, pp. 143-150, 1988.
- [37] M.P. Mignolet, C.C. Lin, *The Combined Closed Form-Perturbation Approach to the Analysis of Mistuned Bladed Disks*, Proceedings of the ASME TURBO EXPO 1992, 92-GT-125, 1992.
- [38] D. Cha, A. Sinha, *Statistics of Response of a Mistuned Bladed Disk Assembly Subjected to White Noise and Narrow Band Excitation*, ASME Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 121, pp. 710-717, 1999.
- [39] A. Sinha, *Computation of the Statistics of Forced Response of a Mistuned Bladed Disk Assembly via Polynomial Chaos*, Proceedings of the ASME TURBO EXPO 2003, 2003-GT-38961, 2003.
- [40] M.T. Bah, P.B. Nair, A. Bhaskar, A.J. Keane, *Statistical Analysis of the Forced Response of Mistuned Bladed Disks Using Stochastic Reduced Basis Methods*, AIAA-2002-1534, 2002.
- [41] A. Sinha, *Statistics of the Peak Maximum Amplitude of the Forced Response of a Mistuned Bladed Disk*, Proceedings of the ASME TURBO EXPO 2005, 2005- GT-69070, 2005.
- [42] W.C. Hurty, *Dynamic Analysis of Structural Systems using Component Modes*, AIAA Journal, 3(4), pp. 678-685, 1965.
- [43] H. Irretier, *Spectral Analysis of Mistuned Bladed Disk Assemblies by Component Mode Synthesis*, Vibration of Bladed Disk Assemblies, D.J. Ewins e A.V. Srinivasan, American society of mechanical Engineers, New York, 1983, pp. 115-125.
- [44] G.S. Óttarsson, *Dynamic Modeling and Vibration Analysis of Mistuned Bladed Disk*, Ph. D. Dissertation, University of Michigan, Ann Arbor, 1994.
- [45] M.T. Yang, J.H. Griffin, *A Reduced Order Approach for the Vibration of Mistuned Bladed Disk Assemblies*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 119, N_1, 1997, pp. 161-167.
- [46] R.R. Craig, M.C.C. Bampton, *Coupling of Substructures for Dynamic Analyses*, AIAA Journal, Vol. 6, N_7, pp.1313-1319, 1968.
- [47] R. Blath, M.P. Castanier, C. Pierre, *Component-Mode-Based Reduced Order Modeling Techniques for Mistuned Bladed Disk – Part I: Theoretical Modes*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 123, N_1, 2001, pp. 89-99.
- [48] R. Blath, M.P. Castanier, C. Pierre, *Component-Mode-Based Reduced Order Modeling Techniques for Mistuned Bladed Disk – Part II: Application*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 123, N_1, 2001, pp. 100-108.
- [49] M.T. Yang, J.H. Griffin, *A Reduced-Order Model of Mistuning Using a Subset of Nominal System Modes*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 123, N_4, pp. 893-900, 2001.
- [50] S.T. Wei, C. Pierre, *Localization Phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry Part I: Free Vibrations*, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 110, N_4, pp. 429-438, 1988.

- [51] C. Pierre, D.V. Murthy, *Aeroelastic Modal Characteristics of Mistuned Blade Assemblies: Mode Localization and Loss of Eigenstructure*, AIAA Journal, Vol. 30, N_10, pp. 2483-2496, 1992.
- [52] M.S. Campobasso, M.B. Giles, *Flutter and Forced Response of Mistuned Turbomachinery*, Oxford University Computing Laboratory, Numerical Analysis Group Report N_00/20, Oct. 2000.
- [53] J.K. Collins, *Failure of Materials in Mechanical Design: analysis, prediction, prevention*, Wiley&Sons, Second Edition, 1993.
- [54] F.R. Larson, J. Miler, *Time-Temperature Relationships for Rupture and Creep Stress*, ASME Transactions, 1952.
- [55] S.S. Manson, A.M. Hanferd, *A Linear Time-Temperature Relation for Extrapolation of Creep and Stress Rupture Data*, NACA Technical Note 2890, 1953.
- [56] J.A. Van Echo, *Short-Time Creep of Structural Sheet Metals*, Short-Time High-Temperature Testing, American Society for Metals, 1958.
- [57] R.G. Sturm, C. Dumont, F.M. Howell *A Method of Analyzing Creep Data*, ASME Transactions, 1936.
- [58] E.L. Robinson, *Effect of Temperature Variation on the Long-Time Rupture Strength of Steels*, ASME Transactions, 1952.
- [59] N.M. Evans, *Shrouded aerofoils*, Google Patents, US Patent 5,211,540, 1993.

Letteratura relativa al Politecnico di Torino:

1. **Muzio Gola:** *Machine Design, chapters: Fatigue, Discs and thick walled tubes*. Appunti per il corso di Costruzione di Motori per Aeromobili, Politecnico di Torino, a.a. 2015-2016.
2. **Christian Maria Firrone:** *Dynamic behaviour of cyclically symmetric solids for aeronautical applications*. Industrial Academy Program on Manufacturing and Technologies, Politecnico di Torino.
3. **Christian Maria Firrone and Stefano Zucca:** *Modelling Friction Contacts in Structural Dynamics and its Application to Turbines Bladed Disks*, Politecnico di Torino, Dipartimento di Meccanica, Italia
4. **Giancarlo Genta:** *Vibration Dynamics and Control*. Springer, Torino, 2009..

Siti internet maggiormente consultati:

1. Avio Aero: www.avioaero.com
2. General Electric Aviation: www.geaviation.com
3. Forum, Patran: forums.mscsoftware.com
4. Altair HyperWorks (Hypermesh): www.altairhyperworks.com
5. Mathworks, Matlab: it.mathworks.com

Ringraziamenti

Desidero ringraziare l'Ing. Marco Moletta, l'Ing. Paolo Calza per avermi aiutato e seguito durante questo periodo di collaborazione con Avio Aero, consentendomi di arricchire le mie conoscenze a tematiche e applicazioni a me inedite. Desidero inoltre ringraziare il Prof. Christian Maria Firrone per la disponibilità e cortesia mostratemi durante la stesura della tesi.

Ringrazio quindi brevemente i colleghi di tesi del *GreatLab*, Amedeo, Andrea B., Luca e Andrea F. che hanno condiviso con me questi mesi di lavoro.

Gli amici di università che in questi anni hanno avuto la pazienza di sopportarmi e consigliarmi, con cui ho condiviso tante difficoltà ma anche tanti bei momenti, quindi ringrazio Francesco, Alessandro, Giove, Matteo, Carlo, Davide, Vincenzo, Federico, Riccardo e Marco.

Un ringraziamento doveroso va ai miei amici di Centallo e agli amici di una vita, con cui ho passato tanti momenti di festa e divertimento, che non si sono mai tirati indietro nel trasmettermi la loro spensieratezza e allegria.

Ci tengo ancora a ringraziare i colleghi e gli amici, vecchi e non, della pizzeria, con cui ho condiviso tante serate di lavoro in questi anni di studio.

Non di meno ringrazio i compagni di avventure d'Erasmus in terra Tedesca.

Infine, un grazie di cuore va ai miei genitori, in particolare a mia madre, che con sacrificio ed amore mi ha sempre sostenuto giorno dopo giorno, permettendomi di raggiungere questo importante traguardo, ringrazio anche mia sorella Magda, la mia splendida nipotina Aurora e tutti i famigliari per il loro sostegno e affetto.

