

# **Analisi della capacità deformativa resistente di edifici in c.a. soggetta a regimi di domanda sismica biassiali**



**Studente:**

Vincenzo Maria Podimane

S220168

**Relatore:**

Ing. Fabio Di Trapani

# **Sommario**

<i>Introduzione</i>	- 2 -
<i>1. Metodi per la valutazione della capacità resistente in regime biassiale</i>	- 4 -
2.1 <i>Metodo generale</i>	- 4 -
2.2 <i>Metodi approssimati</i>	- 6 -
<i>2. Valutazione della capacità deformativa in regime biassiale</i>	- 11 -
3.1 <i>Definizione della curvatura ultima di una sezione in c.a.</i>	- 12 -
<i>3. Modelli per il calcestruzzo</i>	- 45 -
4.1 <i>Modelli per il calcestruzzo non confinato</i>	- 46 -
4.2 <i>Modelli presenti in letteratura per la valutazione del confinamento</i>	- 50 -
<i>4. Modellazione del comportamento di elementi strutturali</i>	- 67 -
5.1 <i>Modelli a plasticità diffusa</i>	- 67 -
5.2 <i>Modelli a plasticità concentrata</i>	- 68 -
<i>5. Caso studio</i>	- 69 -
5.1 <i>Geometria della struttura</i>	- 69 -
6.2 <i>Progettazione della struttura secondo normativa</i>	- 70 -
<i>6. Modellazione in OpenSees</i>	- 82 -
6.1 <i>Introduzione al software</i>	- 82 -
6.2 <i>Modellazione della struttura e basi teoriche</i>	- 83 -
6.3 <i>Selezione degli accelerogrammi e scalatura</i>	- 94 -
<i>7. Valutazione della capacità deformativa e resistente</i>	- 124 -
<i>8. Analisi dei risultati</i>	- 138 -
<i>9. Conclusioni</i>	- 158 -

## ***Introduzione***

Lo studio di sezioni soggette a presso flessione deviata è di particolare interesse nel caso di strutture soggette a forze orizzontali, in quanto la presenza contemporanea di momenti flettenti secondo direzioni non principali di inerzia, riduce notevolmente la capacità deformativa delle sezioni ovvero riduce la capacità di curvatura ultima della sezione e quindi di duttilità.

In seguito ad un evento sismico la nascita di sollecitazioni di presso flessione deviata all'interno degli elementi strutturali, in particolar modo nei pilastri, induce una capacità di spostamento globale della struttura che può risultare anche sensibilmente inferiore alle attese. Quindi è necessario valutare l'incidenza della presso flessione deviata sulla curvatura ultima al fine di una corretta valutazione della capacità di spostamento delle strutture.

Molteplici studi sono stati condotti nei decenni al fine di valutare la capacità di resistenza di una sezione soggetta a presso flessione deviata, il metodo generale consiste nella determinazione del dominio tridimensionale formato dalle terne di punti  $(N_{Rd}, M_{Rd-x}, M_{Rd-y})$ , che delimitano il dominio resistente di una sezione in c.a., nello spazio degli assi  $(N_z, M_x, M_y)$ , in cui una determinata terna sollecitante risulta verificata se individua un punto all'interno del dominio o sulla superficie.

Le recenti norme forniscono una soluzione approssimata nei confronti della presso flessione deviata che è molto simile alla soluzione proposta da Bresler, sfociano spesso però in sovra-dimensionamenti all'interno della fase progettuale anche nel caso statico.

Inoltre, le norme sismiche attuali, forniscono principi di progettazione che permettono di tener conto non solo di un comportamento locale della struttura, andando a studiare le sezioni soggette a presso flessione deviata, ma anche a livello globale.

Un' esempio di tali principi è fornito dal criterio di gerarchia delle resistenze, in cui l'obiettivo è quello di andare a garantire un buon comportamento dissipativo della struttura, andando a sfavorire meccanismi di rottura di tipo fragile, come ad esempio può essere la rottura legata al taglio, e andando a favorire meccanismi di tipo duttile.

All'interno delle normative però, ancora ad oggi, non risultano sviluppati metodi la valutazione della capacità di una sezione in c.a. soggetta a presso flessione deviata da un punto di vista deformativo, questo tipo d'analisi risulta fondamentale visti gli attuali metodi di modellazione strutturale, in cui presenta una notevole importanza la valutazione della capacità di rotazione ultima della sezione e quindi la valutazione della curvatura ultima.

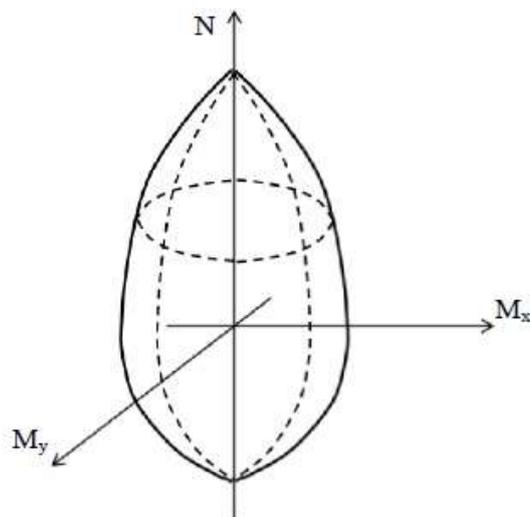
Lo scopo del presente lavoro di tesi è quindi lo studio della domanda sismica di una struttura, progettata con le vigenti norme sismiche, attraverso un software agli elementi finiti chiamato OpenSees sviluppato da alcuni atenei universitari americani tra cui l'università di Berkeley e la Stanford university.

In particolare il presente lavoro, dopo una breve introduzione sui metodi presenti in letteratura sulla valutazione della capacità deformativa e resistente di una sezione, si comincerà a introdurre quali sono i principali metodi, presenti ad oggi, di modellazione numerica delle strutture, con particolare attenzione sui metodi utilizzati nel presente lavoro. Si arriverà poi all'introduzione del caso studio analizzato, mostrando proprietà geometriche e strutturali della struttura in esame, si andrà quindi poi nel merito della modellazione non lineare andando a mostrare la valutazione della domanda sismica, in termini di curvatura della sezione, generata attraverso una serie di analisi di tipo Time History, andando confrontare tale domanda con la capacità deformativa della sezione, rappresentata dai domini di curvatura ultima ed elastica in funzione dello sforzo normale agente sulla stessa.

# 1. *Metodi per la valutazione della capacità resistente in regime biassiale*

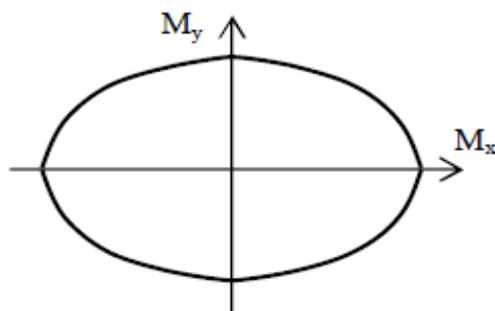
## 1.1 *Metodo generale*

Come già accennato prima, la valutazione della capacità resistente di una sezione soggetta a presso flessione deviata non è un problema di facile interpretazione. Il metodo generale si basa sulla costruzione di un dominio tridimensionale nelle variabili  $(N_{Rd}, M_{Rd-x}, M_{Rd-y})$ .



*Figura 1.1 Dominio di interazione nello spazio delle variabili  $N_z M_x M_y$*

Per un assegnato valore  $N_{Ed}$  la verifica può essere svolta facendo riferimento al dominio resistente che si ottiene andando a sezionare il dominio tridimensionale con il piano  $N=N_{Ed}$  ottenendo così una superficie sul piano, che nel caso di sezione in c.a. simmetrica armata simmetricamente presenta una forma, in via del tutto generale, di questo tipo:



*Figura 1.2 Particolare dominio nello spazio  $M_x M_y$  per un dato valore di sforzo normale*

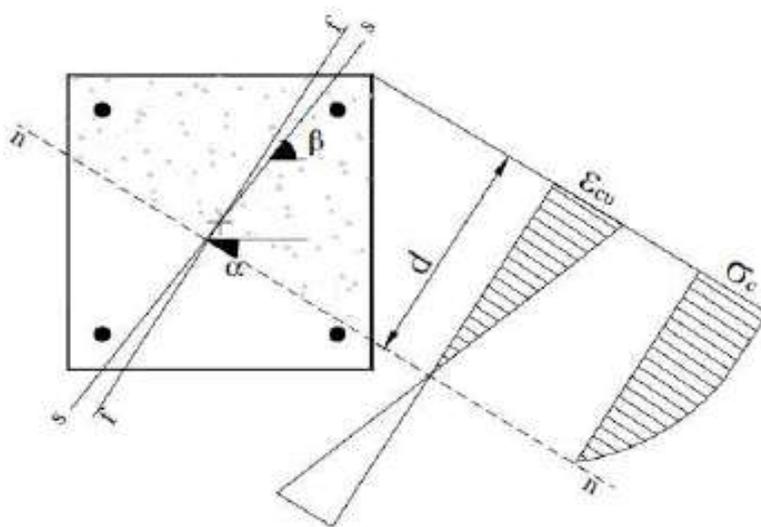
La costruzione del dominio nello spazio delle tre dimensioni ( $N_z$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ ) non è di facile risoluzione in quanto l'asse neutro non risulta essere più ortogonale con l'asse di sollecitazione.

Un generico dominio caratterizzato dall'inclinazione  $\alpha$  dell'asse neutro e, se la sezione è parzializzata, dall'altezza della zona compressa, introducendo le equazioni costitutive all'interno delle equazioni di equilibrio si possono ricavare le tensioni e quindi le caratteristiche di sollecitazione definiscono il dominio.

$$N_z = \int_A \sigma_z dA \quad [2.1.1]$$

$$M_x = \int_A \sigma_z y dA \quad [2.1.2]$$

$$M_y = - \int_A \sigma_z x dA \quad [2.1.3]$$



**Figura 1.3 Sezione sollecitata a pressoflessione deviata**

## 1.2 Metodi approssimati

Data la difficoltà delle procedure di calcolo per la progettazione e verifica delle sezioni in c.a., molti autori si sono proposti di mettere a punto metodi semplificati volti all'individuazione di espressioni analitiche che consentissero la determinazione del dominio tridimensionale o comunque sezioni piane dello stesso.

Uno dei primi metodi semplificati di cui si ha notizia in letteratura è il cosiddetto "Load Contour Method", (LC), sviluppato da Bresler, 1960, attraverso il quale fissato un determinato valore di sforzo normale la frontiera del dominio è molto simile a quella di un'ellisse, e quindi può venir approssimata secondo un'equazione di questo tipo :

$$\left(\frac{M_x}{M_{Rd-x}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_y}{M_{Rd-y}}\right)^\beta = 1 \quad [2.2.1]$$

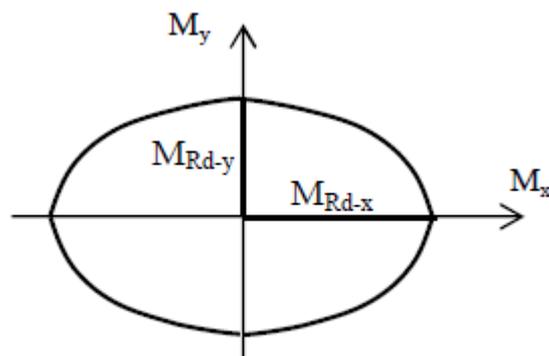


Figura 1.4 Approssimazione del dominio tridimensionale ad un'ellisse

Dove  $M_{Rd-x}$  e  $M_{Rd-y}$  rappresentano i semiassi dell'ellisse per un fissato valore di sforzo normale, e non sono altro i due valori resistenti in flessione normale retta,  $\alpha$  e  $\beta$  due esponenti che variano in funzione non solo dello sforzo normale assegnato ma anche in funzione delle caratteristiche geometriche e meccaniche della sezione. La corrispondenza tra il dominio di interazione e il dominio dell'ellisse approssimato dipende fortemente dal valore dei due esponenti,

in condizioni di sezioni quadrate o rettangolari l'autore suggerisce l'utilizzo di un unico valore per gli esponenti compreso tra 1.15 a 1.55.

In seguito è stata proposta una modifica al metodo proposto da Bresler, 1960, questa alternativa, introdotta da Hsu, 1988, consistente nell'adottare un unico valore dei coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  pari a 1.5 e, aggiungendo un nuovo termine all'espressione [2.2.1], in modo da tenere in conto, in maniera diretta, del rapporto tra lo sforzo normale ultimo e lo sforzo normale ultimo in condizioni di rottura bilanciata:

$$\left(\frac{N-N_b}{N_{Rd}-N_b}\right) + \left(\frac{M_x}{M_{bx}}\right)^{1.5} + \left(\frac{M_y}{M_{by}}\right)^{1.5} = 1 \quad [2.2.2]$$

In cui  $N_b$  rappresenta lo sforzo normale ultimo in condizioni di rottura bilanciata nel caso di presso flessione deviata,  $M_{bx}$  e  $M_{by}$  sono i momenti ultimi rispetto agli assi x e y condizioni di rottura bilanciata nel caso di presso flessione retta.

Un'ulteriore modifica al LC, introdotta da Ferguson et al., 1988 e Mc Gregor, 1992, consiste nell'utilizzare l'espressione [2.2.1] assumendo un unico valore per gli esponenti  $\alpha$  e  $\beta$  pari a 1.0 ed aggiungendo alcuni fattori moltiplicativi:

$$\left(\frac{M_x}{M_{Rd-x}}\right) + \left(\frac{M_y}{M_{Rd-y}}\right) \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) - 1 = 0 \quad \text{se} \quad \left(\frac{M_x}{M_{Rd-x}}\right) > \left(\frac{M_y}{M_{Rd-y}}\right) \quad [2.2.3]$$

$$\left(\frac{M_x}{M_{Rd-x}}\right) \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right) + \left(\frac{M_y}{M_{Rd-y}}\right) - 1 = 0 \quad \text{se} \quad \left(\frac{M_x}{M_{Rd-x}}\right) \leq \left(\frac{M_y}{M_{Rd-y}}\right) \quad [2.2.4]$$

Dove  $\beta$  rappresenta un coefficiente con valori compresi tra 0 e 1 in funzione delle proprietà geometriche e meccaniche della sezione in esame.

Sempre considerando il metodo introdotto da Bresler, 1960, un altro approccio è stato introdotto da Ghersi et al., 2004, il metodo fornisce semplici formulazioni per la determinazione del momento ultimo in flessione retta da utilizzare nella [2.2.1], assumendo come valori degli esponenti  $\alpha$  e  $\beta$  valori compresi tra 1.4 e 1.5, il metodo, anche se troppo conservativo per alcune sezioni, è di facile implementazione.

Un altro metodo, derivante sempre dal metodo introdotto Bresler, 1960, denominato “Reciprocal Load Method”, introdotto sempre da Bresler, 1960, consiste nell’interpolazione del dominio tridimensionale attraverso piani secanti definiti mediante tre punti appartenenti al dominio limite nel caso di presso flessione retta:

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{N_{x0}} + \frac{1}{N_{y0}} - \frac{1}{N_0} \quad [2.2.4]$$

In cui  $N_{x0}$  e  $N_{y0}$  rappresentano rispettivamente gli sforzi normali ultimi per un assegnata eccentricità,  $e_x$  ed  $e_y$  nel caso di presso flessione retta rispetto all’asse x e y.

La forma del dominio tridimensionale ricavata mediante l’utilizzo di tale espressione è stata validata mediante prove sperimentali condotte su pilastri rettangolari soggetti a presso flessione deviata, Rammamurthy,1996, tuttavia necessario menzionare che altre prove sperimentali, Silva et al, 2001, hanno mostrato che, nella maggior parte dei casi, tale espressione porta alla determinazione di superfici limite eccessivamente conservative, inoltre gli stessi autori hanno sottolineato la complessa applicazione del metodo.

Nel caso di applicazioni su pilastri realizzati con calcestruzzi ad alta resistenza, Wang e Hong, 2002, inoltre si è potuto osservare come l’espressione [2.2.4] conduca a risultati più approssimati rispetto a quelli ricavati con il metodo LC introdotto da Bresler.

In riferimento a pilastri rettangolari con armatura doppia, un altro tipo di soluzione è stata introdotta da Monti et al.,2006, partendo sempre dalla formula di Bresler, però stavolta posta in termini normalizzati e dove per l’esponente  $\alpha$  assume, per pilastri in c.a. di dimensioni b e h la forma chiusa:

$$\alpha = c \left(\frac{b}{h}\right)^\gamma + \mu_{sx}^{\eta_{sx}} + \mu_{sy}^{\eta_{sy}} + n_{sd}^\omega \quad [2.2.5]$$

Dove  $n_{sd}$  rappresenta il carico assiale normalizzato e  $\mu_{sx}$ ,  $\mu_{sy}$  le percentuali meccaniche di armatura della sezione in direzione parallela agli assi x, y.

Oltre ai metodi sopra menzionati, molti autori negli anni hanno proposto criteri alternativi per la determinazione del dominio di interazione nel caso di presso flessione deviata, sono stati proposti diversi metodi numerici, come ad esempio il metodo numerico proposto da Sus-

sekind, per la determinazione di punti del dominio di interazione nel caso di elementi prismatici in c.a. soggetti a sollecitazioni di presso flessione deviata.

Un altro esempio di metodo numerico per la determinazione del dominio è quello introdotto da Hulse e Mosley, 1986 e Spiegele Limbrunner, 1988, in cui vengono sviluppate tecniche numeriche per la determinazione della capacità flessionale di elementi in c.a. soggetti a sforzo normale e flessione biassiale.

E' stata fornita una espressione analitica basata sulla definizione della superficie limite attraverso due curve direttrici e due curve generatrici (Bonet, 2004).

Altri autori hanno, invece, proposto algoritmi di calcolo per tenere in conto il comportamento non lineare della sezione. Inizialmente è stato messo a punto un algoritmo per l'analisi di sezioni in c.a. capace di tenere in conto gli effetti sia dell'armatura dolce che di precompressione come per esempio quello introdotto da Kawakami et al., 1985, l'algoritmo proposto, tuttavia, sebbene efficace, risulta di difficile implementazione in un software di calcolo.

Altri algoritmi di calcolo sono stati realizzati col fine specifico di determinare i momenti ultimi di sezioni in c.a. di forma qualsiasi in presso flessione deviata, come l'algoritmo sviluppato da Landonio M. et al. 1986, Contaldo M. et al., 1987.

Successivamente, Bousias et al., 1996, hanno implementato un modello capace di valutare gli incrementi di deformazioni e tensioni di sezioni sottoposte ad azioni biassiali sino al raggiungimento delle deformazioni ultime.

Un ulteriore sviluppo si è avuto nella formulazioni di algoritmi di calcolo nel caso di sezioni in c.a di forma qualsiasi soggette a presso flessione deviata, con il modello proposto da Sfakianakis, 2002, il metodo proposto, basato su una modellazione a fibre della sezione e su procedure grafiche, non contempla l'utilizzo di procedure iterative e perciò non presenta problematiche relative alla convergenza ma, di contro, necessita di significativi tempi di elaborazione.

Infine, De Vivo e Rosati, 1998, hanno sviluppato due algoritmi tesi alla determinazione della capacità flettente ultima di sezioni in c.a. di forma qualsiasi soggette ad azioni biassiali attraverso l'adozione di metodi secanti per la soluzione del sistema di due equazioni non-lineari che governa il problema della presso flessione deviata.

E' disponibile, in letteratura una vasta panoramica delle diverse metodologie basate sia sulla definizione di equazioni in grado di approssimare il dominio di interazione sia sulla messa a punto di algoritmi di calcolo, proposte nel tempo dai diversi autori che si sono occupati del problema della analisi di sezioni soggette a presso flessione deviata.

L'attuale normativa vigente, Nuove Norme Tecniche per le Costruzioni, 2008, introduce un metodo, per la costruzione del dominio e quindi per la verifica di sezioni in c.a. presso inflesse, basato sul metodo introdotto da Bresler, andando però ad assumere uguali pari ad  $\alpha$  i due coefficienti  $\alpha$  e  $\beta$  introdotti da Bresler. Per la determinazione dell'esponente viene suggerito un calcolo in funzione della geometria della sezione e dello sforzo normale ridotto  $v$ , nel caso di una mancata specifica valutazione la normativa suggerisce di porre uguale a uno il valore dell'esponente  $\alpha$ , questo processo porta a sostituire la parte curva del dominio con una retta che porta però spesso sovradimensionamenti strutturali.

Anche l'EC2 utilizza l'approccio suggerito da Bresler presentando una formula formalmente identica a quella proposta dalle NTC2008 andando a sostituire il termine  $\alpha$  con 'a'.

Inoltre l'EC8 ai punti 5.4.3.2.1(2), 5.5.3.2.1(2), mostra un'altra possibilità per effettuare la verifica di sezioni in soggette a pressoflessione deviata:

“La flessione biassiale può essere tenuta in conto in un modo semplificato eseguendo la verifica separatamente in ogni direzione, con il momento resistente lungo un asse ridotto del 30%”.

D'altro canto anche la NTC2008 al punto 7.4.4.2.2.1 riprende quanto visto nella EC8:

“La verifica a presso-flessione deviata può essere condotta in maniera semplificata effettuando, in ciascuna direzione di applicazione del sisma, una verifica a presso-flessione retta nella quale le sollecitazioni vengono determinate come indicato nel § 7.4.4.2.1 e la resistenza, calcolata come indicato nel § 4.1.2.1.2, viene ridotta di 30%”

Nonostante i vari metodi sopradescritti risultino di facile applicazione esse portano a trascurare quelle che sono le reali capacità strutturali portando così il progettista ad errori che sfociano in sovradimensionamenti strutturali.

## ***2. Valutazione della capacità deformativa in regime biassiale***

Mentre negli ultimi decenni molteplici studi si sono concentrati sulla valutazione, attraverso metodi rigorosi o approssimati, della capacità resistente di sezioni in c.a. soggette a presso flessione deviata, ancora ad oggi, risultano limitati gli studi inerenti la riduzione della capacità deformativa di una sezione soggetta ad azioni biassiali, nonostante sia evidente ad oggi che l'azione biassiale di un evento sismico, porti alla nascita di sollecitazioni di presso flessione deviata in elementi strutturali, quali in particolar modo i pilastri, portando così ad una capacità deformativa dell'intera struttura, che può risultare anche inferiore rispetto alle prestazioni attese nel caso di sollecitazioni agenti secondo direzioni principali di inerzia. Lo studio della capacità sismica di una struttura può essere effettuato, ipotizzando un modello a plasticità concentrata, immaginando che tutta la non linearità sia concentrata solo nelle sezioni estreme degli elementi che formano la stessa, e che quindi in quelle zone avvenga la formazione delle cerniere plastiche, la caratterizzazione di tali cerniere non può prescindere dalla definizione del legame momento rotazione della sezione considerata, oppure ipotizzando un modello a plasticità diffusa, nel quale la plasticità non risulterà concentrata in determinate zone di tale elemento ma sarà diffusa lungo l'elemento stesso. Quindi risulta evidente come sia necessaria la valutazione dei valori di curvatura elastica e curvatura ultima della sezione, che, essendo correlati ai valori di rotazione, risultano di notevole importanza per la determinazione del legame momento rotazione, e quindi per valutazione della capacità sismica della struttura.

## 2.1 Definizione della curvatura ultima di una sezione in c.a.

Lo studio del comportamento deformativo della sezione può essere condotto in maniera analoga allo studio delle resistenze costruendo un “dominio di curvature”, ossia quella superficie che individua tutte le coppie di valori  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ , rappresentanti le componenti rispetto agli assi coordinati della curvatura ultima, alle quali corrisponde la crisi della sezione presa in esame.

Sudette componenti vengono ricavate a partire dal valore ultimo di curvatura attraverso l'angolo  $\alpha$  che rappresenta l'inclinazione dell'asse neutro rispetto all'orizzontale.

La posizione dell'asse neutro e la sua inclinazione, in un problema di pressoflessione deviata, possono essere determinati attraverso l'utilizzo di due equazioni, la prima richiama l'equilibrio tra lo sforzo normale sollecitante e lo sforzo normale interno, la seconda ponendo l'uguaglianza tra il piano della sollecitazione esterna  $\beta_{est} = tg^{-1} \frac{M_{sx}}{M_{sy}}$ , con  $M_{sx}$  e  $M_{sy}$  i momenti sollecitanti rispettivamente rispetto all'asse x e y, e l'inclinazione del piano di sollecitazione interno  $\beta_{int} = tg^{-1} \frac{M_{y,g}}{M_{x,g}}$ , dove  $M_{y,g}$  e  $M_{x,g}$  rappresentano rispettivamente il momento rispetto agli assi baricentrici y e x.

Una volta definite le sopracitate variabili, profondità 'd' e inclinazione dell'asse 'α' neutro, è possibile andare a determinare la curvatura ultima come mostrato di seguito:

$$\varphi_{ult} = \frac{\varepsilon_{cu}}{d} \quad [3.1.1]$$

$$\varphi_x = \varphi_{ult} \sin \alpha \quad ; \quad \varphi_y = \varphi_{ult} \cos \alpha \quad [3.1.2]$$

A questo punto è possibile andare a determinare il dominio di curvatura ultima andando a fissare un valore predefinito di sforzo normale, si riporta, come esempio, il dominio di una sezione quadrata armata simmetricamente in figura:

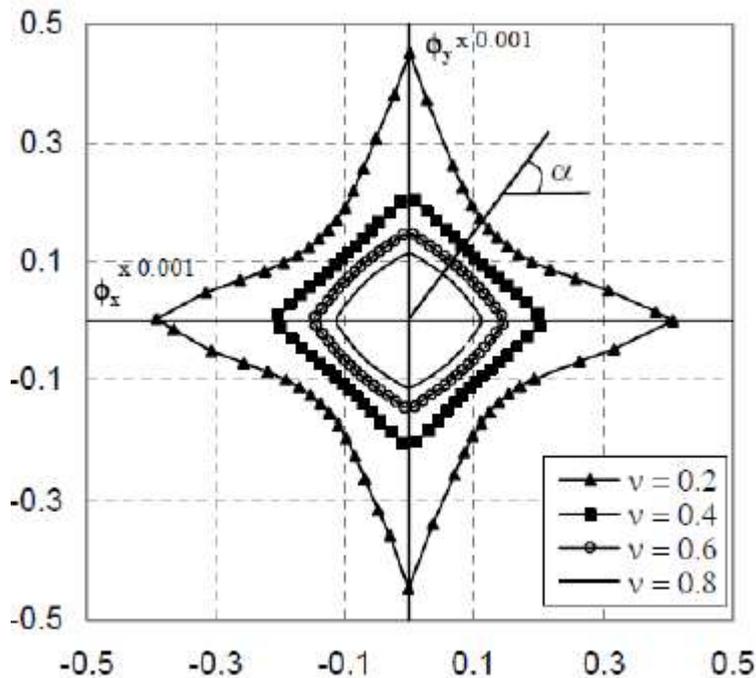


Figura 2.1 Dominio di curvatura ultima in funzione dello sforzo normalizzato  $v$

Si può notare come i vari domini siano costruiti in funzione dello sforzo normale ridotto  $v = \frac{N}{A_c f_c}$ , dove con  $A_c$  e  $f_c$  si indicano rispettivamente l'area e la resistenza a compressione del calcestruzzo. I domini sopra riportati mostrano al crescere dello sforzo normale la decrescita dei valori di curvatura ultima, questo risulta di facile intuizione se si pensa che all'aumentare dello sforzo normale deve aumentare anche la regione compressa all'interno della sezione per garantirne l'equilibrio.

L'andamento dei domini mostra anche come la concavità vari al variare del livello di sforzo normale a cui è soggetta la sezione, in particolare è facile notare come per valori di sforzo normale ridotto bassi, la concavità del dominio sia rivolta verso l'esterno. La rappresentazione grafica mostrata in figura 3.1 è legata all'inclinazione dell'angolo dell'asse neutro  $\alpha$ , e non è direttamente legata all'inclinazione dell'angolo dell'asse di sollecitazione esterna  $\beta$ , infatti questo tipo di rappresentazione pur mostrando i valori di curvatura ultima della sezione in esame, per un dato livello di sforzo normale, non consentono di risalire in modo diretto allo stato di sollecitazione a cui è soggetto la sezione, a meno che non si conosca la relazione che lega  $\alpha$  a  $\beta$ .

Infatti, nel caso di pressoflessione deviata, i due angoli non coincidono in quanto l'asse neutro non risulta essere più ortogonale all'asse di sollecitazione.



Comunemente la valutazione della curvatura ultima di una sezione trasversale rettangolare è effettuata calcolando la capacità di curvatura lungo gli assi principali ( $x$  e  $y$ ) utilizzando tali valori come riferimento per la definizione di un modello strutturale non lineare.

Se si vogliono invece valutare in maniera corretta le caratteristiche di deformazione di sezioni soggette ad azioni biassiali, è necessario costruire il dominio di curvatura ultima, (Figura 3.3) che consente di definire la curvatura disponibile al variare dell'angolo di sollecitazione.

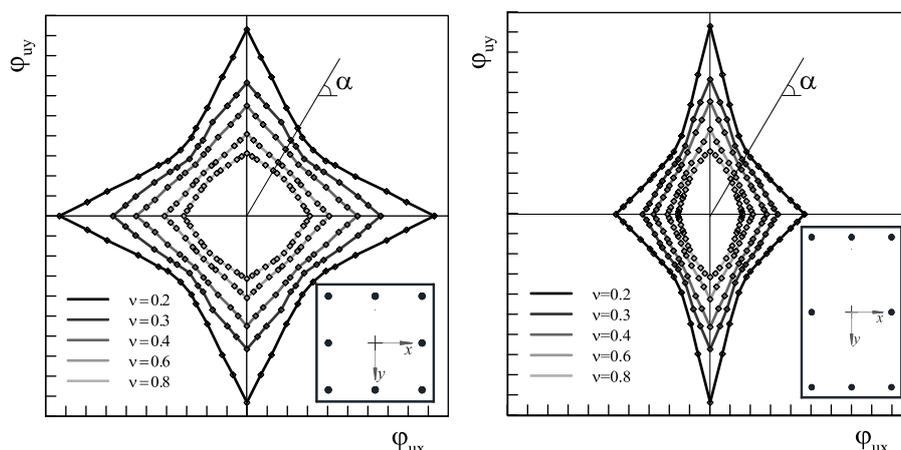


Figura 2.3 Tipico andamento di un dominio di curvatura ultima in sezioni in c.a. al variare dello sforzo normale  $\nu$

Per una sezione in c.a., caratterizzata da una legge costitutiva per il calcestruzzo confinato, con un fissato valore di curvatura ultima, e un assegnato valore di sforzo normale, la costruzione del dominio avviene facendo variare l'angolo di inclinazione  $\alpha$  e imponendo l'equilibrio, una volta calcolata a posizione dell'asse neutro, la curvatura ultima risulta di immediata determinazione andando ad applicare l'equazione [3.1.3].

In alternativa la curvatura ultima può essere ricavata direttamente tramite un diagramma momento curvatura generato numericamente. In entrambi i casi è possibile generare un diagramma in cui le coordinate consistono, rispettivamente per gli assi  $x$  e  $y$ :

$$\varphi_{ux} = \varphi_u \cos \alpha ; \varphi_{uy} = \varphi_u \sin \alpha \quad [3.1.4]$$

Ogni punto del diagramma di curvatures ultime identifica univocamente un particolare angolo di inclinazione dell'asse neutro. Il modulo del vettore che parte dall'origine degli assi e identifica un punto del dominio è identificabile come mostrato di seguito:

$$\varphi_u = [\varphi_{ux}^2 + \varphi_{uy}^2]^{0,5} \quad [3.1.5]$$

Se la sezione in c.a. risulta armata simmetricamente, la curvatura ultima ad angoli opposti, inoltre, presenta lo stesso valore.

Il dominio di curvatura ultima è fortemente dipendente dal valore di sforzo normale applicato, perciò, nel caso in cui si vada a studiare la capacità deformativa di una sezione, diventa fondamentale la valutazione del livello di sforzo normale applicato.

Nello studio, in particolare, gli autori utilizzano lo sforzo normale ridotto o adimensionalizzato espresso come:

$$v = \frac{N}{f_c b h} \quad [3.1.6]$$

per la valutazione dei livelli di sforzo normale agente sulla sezione in c.a..

Inoltre si può osservare che i valori di curvatura ultima disponibili per la sezione trasversale lungo gli assi principali  $x$  e  $y$ , subiscono una riduzione significativa quando si verificano le condizioni di pressoflessione deviata.

Si arriva ad introdurre adesso il dominio di curvatures elastiche, esso rappresenta il confine elastico di una sezione in c.a. soggetta a presso flessione, la costruzione di tale dominio avviene in maniera simile a quanto visto per la costruzione del dominio delle curvatures ultime.

La condizione limite elastica viene raggiunta quando il primo rinforzo, all'interno della sezione presa in considerazione, raggiunge lo snervamento e prima che il livello di deformazione nella fibra compressa di calcestruzzo  $\varepsilon_c^{core}$  superi il valore di deformazione ultima  $\varepsilon_{cu}^{core}$ , sotto queste ipotesi la curvatura di snervamento  $\varphi_e$ , per una generica inclinazione dell'asse neutro  $\alpha$ , può essere definita come:

$$\varphi_e = \frac{\varepsilon_{sy}}{d - x_{ce}} \quad [3.1.7]$$

Dove  $d$  rappresenta la distanza tra la barra d'armatura snervata e la massima fibra di calcestruzzo compressa  $\varepsilon_{cu}^{cover}$  all'interno della zona di calcestruzzo non confinato, mentre  $x_{ce}$  rappresenta la distanza tra l'asse neutro e la suddetta fibra.

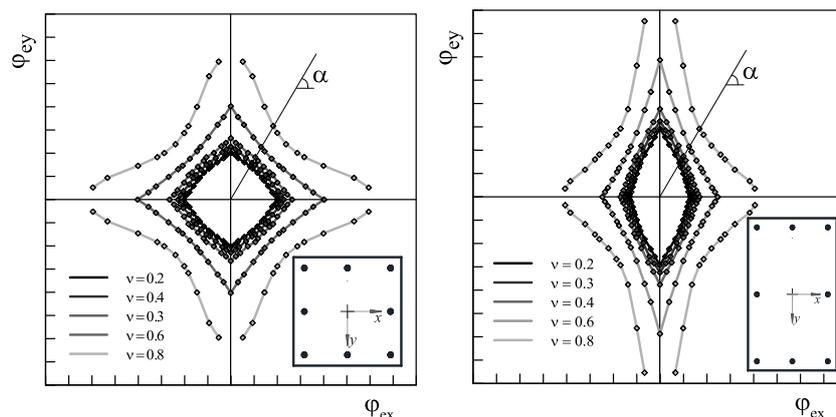
Il dominio di curvatura elastico viene perciò costruito, per ogni inclinazione  $\alpha$  dell'asse neutro, determinando la posizione dell'asse neutro  $x_{ce}$  corrispondente alla condizione di snervamento dell'armatura, utilizzando quindi la relazione [3.1.7] possibile determinare il valore di curvatura elastica corrispondente  $\varphi_e$ . I punti che definiscono il dominio hanno coordinate:

$$\varphi_{ex} = \varphi_e \cos \alpha ; \varphi_{ey} = \varphi_e \sin \alpha \quad [3.1.8]$$

Inversamente a quello che succede per il dominio di curvature ultime, il dominio di curvature elastiche cresce all'aumentare dello sforzo normale applicato alla sezione, inoltre si è osservato come anche la curvatura elastica sia soggetta a una diminuzione quando la sezione risulta soggetta a presso flessione.

Inoltre è importante sottolineare che, diversamente dai domini di curvatura ultima, la cui superficie limite può essere determinata per ogni valore di  $\alpha$  e per ogni livello di sforzo normale, il dominio di curvatura elastica può risultare non definita per alcuni valori di  $\alpha$  per elevati valori di sforzo normale.

In tali situazioni, infatti, si può verificare che il raggiungimento della condizione di rottura fragile della sezione preceda la condizione di snervamento.



**Figura 2.4** Tipico andamento di un dominio di curvatura elastica in sezioni in c.a. al variare dello sforzo normale  $\nu$

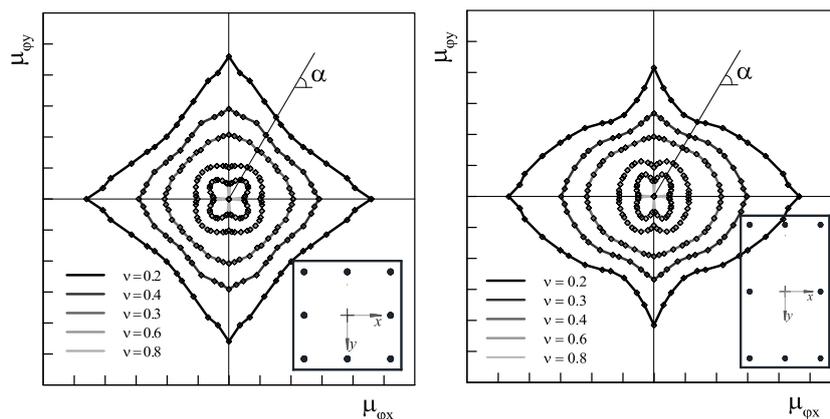
Una volta quindi definiti i valori di curvatura ultima ed elastica della sezione, e quindi gli eventuali domini, il dominio di duttilità risulta di immediata determinazione andando ad applicare la semplice definizione di duttilità:

$$\mu_{\varphi} = \frac{\varphi_u}{\varphi_e} \quad [3.1.9]$$

E quindi possibile ricavare i punti del dominio di duttilità, come per quanto fatto per i domini di curvatura ultima ed elastica, attraverso la relazione:

$$\mu_{\varphi x} = \mu_{\varphi} \cos \alpha = \frac{\varphi_u}{\varphi_e} \cos \alpha ; \mu_{\varphi y} = \mu_{\varphi} \sin \alpha = \frac{\varphi_u}{\varphi_e} \sin \alpha \quad [3.1.10]$$

Di seguito viene mostrato un tipico esempio di dominio di duttilità per sezione in c.a.:



**Figura 2.5** Domini di duttilità per sezione quadrata e per sezione rettangolare in c.a.

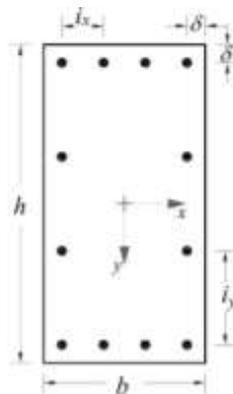
Si può osservare come i domini di duttilità subiscono una riduzione significativa in termini di estensione della superficie limite all'aumentare del livello di sforzo normale, mentre la duttilità disponibile lungo gli assi ortogonali rimane invariata o addirittura aumenta anche in presenza di elevati livelli di compressione normale.

Si noti inoltre, che quando la curvatura elastica non è definita per alcuni valori di  $\alpha$  a causa della rottura fragile, il dominio di duttilità in curvatura tende a zero. Il dominio di duttilità in curvatura è la rappresentazione globale della duttilità che è disponibile in ogni direzione, per un determinato livello di sforzo normale.

Assumendo, per semplicità, che l'interasse tra le armature risultino uguali lungo le due direzioni x e y. Facendo riferimento alla sezione generica riportata in Figura 3.6 è possibile definire l'interasse adimensionale come:

$$l_x = \frac{i_x}{b-2\delta} ; l_y = \frac{i_y}{b-2\delta} \quad [3.1.11]$$

che assumono lo stesso valore per l'assunzione fatta  $l = l_x = l_y$ .



*Figura 2.6 Sezione di riferimento a cui si riferisce lo studio parametrico*

I parametri geometrici considerati per l'analisi dagli autori sono,  $\xi=h/b$  (rapporto di forma),  $\rho=A_s/bh$  (rapporto geometrico di armatura longitudinale),  $\rho_{st}=A_{st}/bhs$  (rapporto volumetrico di armatura trasversale, s passo delle staffe),  $l = l_x = l_y$ , (distanza adimensionale dell'interasse tra le barre). Inoltre è anche esaminata l'influenza del parametro meccanico  $f_c$  (resistenza del calcestruzzo) e  $\epsilon_{cu}$  (deformazione ultima a compressione del calcestruzzo considerata secondo dell'efficacia del confinamento).

Inoltre nello studio gli autori mostrano inoltre l'influenza dei parametri meccanici come  $f_c$  (resistenza a compressione del calcestruzzo), e  $\epsilon_{cu}^{core}$  (valore della deformazione ultima del calcestruzzo a livello del calcestruzzo confinato, presa in considerazione).

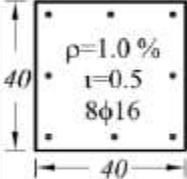
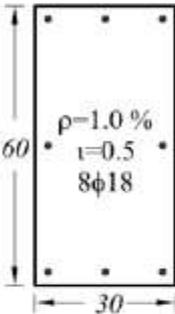
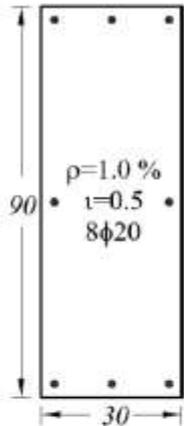
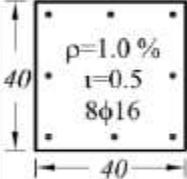
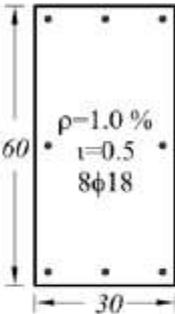
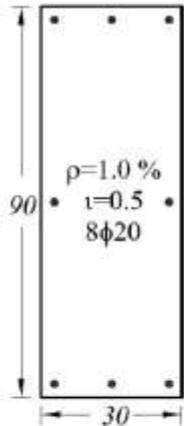
Sono state eseguite tre classi di analisi parametriche, che nello studio vengono denominate A1, A2, A3, inoltre nella prima analisi parametrica è stato studiato oltre che l'influenza dei parametri meccanici sopra menzionati anche l'influenza dei parametri "resistenza del calcestruzzo" e "efficacia del confinamento".

Nello studio sono stati presi tre classi di resistenza del calcestruzzo, 14, 25, 35 [MPa], e due livelli di confinamento, un livello detto "basso" rappresentato da una deformazione ultima a

livello del calcestruzzo confinato pari allo 0,5%, e un livello detto "medio alto" rappresentato, invece, da una deformazione ultima del 1%.

L'analisi è stata condotta per tre diverse sezioni aventi dimensioni (b×h) (in cm) 40×40, 30×60 e 30×90, a cui corrispondono i seguenti rapporti di forma  $\xi = 1.0$ ,  $\xi = 2.0$  e  $\xi = 3.0$ .

In questa analisi il rapporto geometrico dell'armatura è fissato a  $\rho = 1\%$ . Di seguito viene mostrata una tabella con un riassunto dei parametri coinvolti:

AI		$\xi$		
		1 $\xi = 1.0$	2 $\xi = 2.0$	3 $\xi = 3.0$
S	I			
				
$\epsilon_{cu}$	1.0%	$f_c$ 14	$f_c$ 14	$f_c$ 14
		(MPa) 25	(MPa) 25	(MPa) 25
		35	35	35
	0.5%	$f_c$ 14	$f_c$ 14	$f_c$ 14
		(MPa) 25	(MPa) 25	(MPa) 25
		35	35	35

**Tabella 2.1 Riassunto dei principali parametri coinvolti nell'analisi AI**

Nell'analisi A2, viene valutata l'influenza dell'interasse delle barre longitudinali, facendo variare il parametro adimensionale  $\lambda$  che assume i valori 1.0, 0.5, 0.33 e 0.25. La resistenza del calcestruzzo, l'efficacia del confinamento e il rapporto del rinforzo si assumono rispettivamente  $f_c = 25$  MPa,  $\epsilon_{cu} = 1\%$  and  $\rho = 1\%$ .

L'analisi è stata condotta per 3 diverse sezioni prima definite che sono caratterizzati da un rapporto di forma pari a  $\xi = 1.0$ ,  $\xi = 2.0$  e  $\xi = 3.0$ .

Nell'analisi A3 si vuole invece osservare l'influenza del rapporto geometrico di armatura. Il parametro  $\rho$  in questa analisi assume valori 1.0%, 2.5% e 4.0%. I parametri fissati, invece,

sono resistenza del calcestruzzo ( $f_c=25$  MPa), efficacia del confinamento ( $\epsilon_{cu}=1\%$ ) e interasse tra le barre adimensionalizzato ( $\tau=0.33$ ).

Anche questa analisi è condotta per tre diversi rapporti di forma  $\xi = 1.0$ ,  $\xi = 2.0$  e  $\xi = 3.0$ . I dettagli dei parametri coinvolti nelle analisi A2 and A3 sono riassunti nelle tabelle seguenti.

A2		$\tau$			
		1	2	3	4
$\xi$	S	$\tau=1.0$	$\tau=0.5$	$\tau=0.33$	$\tau=0.25$
	1	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 22$	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $8\phi 16$	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $12\phi 14$	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $16\phi 12$
	2	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 24$	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 18/\text{ang}$ $4\phi 16/\text{sid}$	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $12\phi 14$	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $16\phi 12$
3	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 30$	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 22/\text{ang}$ $4\phi 20/\text{sid}$	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 18/\text{ang}$ $8\phi 16/\text{sid}$	$f_c=25\text{MPa}$ $\epsilon_{cu}=1.0\%$ $\rho=1.0\%$ $4\phi 16/\text{ang}$ $12\phi 14/\text{sid}$	

Tabella 2.2 Riassunto dei principali parametri coinvolti nell'analisi A2

A3		$\rho$					
		1		2		3	
S		$\rho=1.0\%$		$\rho=2.5\%$		$\rho=4.0\%$	
$\xi$	1						
	2						
	3						

*Tabella 2.3 Riassunto dei principali parametri coinvolti nell'analisi A3*

Gli autori spiegano come la valutazione della curvatura ultima e della curvatura elastica della sezione stata effettuata attraverso la Section Design del programma SAP 2000.

Anche in questo caso la sezione è stata discretizzata in fibre e ad ogni fibra è stato una legge costitutiva del materiale.

Il programma consente di ottenere dei diagrammi momento-curvatura per qualsiasi inclinazione direzione dell'asse neutro e per un livello di sforzo normale stabilito.

L'analisi è stata effettuata per 12 diversi valori dell'inclinazione dell'asse neutro (0°, 5°, 10°, 20°, 30°, 35°, 45°, 55°, 60°, 70°, 80°, 85°, 90°). Nell'ipotesi di distribuzione simmetrica dell'armatura, rispetto agli assi principali della sezione, i valori di curvatura ultima, curvatura elastica e duttilità in curvatura hanno una distribuzione simmetrica negli altri quadranti.

Per ogni analisi, la curvatura ultima è stata calcolata quando la fibra di calcestruzzo compresso maggiormente sollecitata raggiunge il valore di deformazione ultima  $\epsilon_c = \epsilon_{cu}$ , invece la cur-

vatura elastica è determinata non appena la fibra di armatura tesa raggiunge il valore di deformazione a snervamento  $\varepsilon_s = \varepsilon_{sy}$ .

Le analisi riportate di seguito mostrano il ruolo chiave di alcuni parametri nella progettazione di sezioni in c.a. soggette ad un regime di pressoflessione deviata relativamente alla capacità di duttilità in curvatura.

Come detto in precedenza la duttilità in curvatura, in condizioni di pressoflessione deviata, può assumere valori molto diversi (spesso inferiori) rispetto alla curvatura disponibile lungo gli assi principali.

Considerando pertanto l'importanza della duttilità in curvatura, potrebbe essere definito un parametro che esprime la capacità assoluta che una sezione ha sotto un regime di pressoflessione deviata in modo tale da poter fare dei confronti sintetici tra diverse configurazioni di sezione.

La scelta più naturale, è quella di identificare sinteticamente la capacità di duttilità sotto azioni biassiali di una sezione, calcolando l'area del suo dominio di duttilità in curvatura ( $A_{\mu\varphi}$ ). Tuttavia il semplice calcolo dell'area del dominio di duttilità non consente di effettuare valutazioni in termini qualitativi del comportamento della sezione, ossia quello di valutare l'attitudine a mantenere la duttilità in curvatura al variare dell'inclinazione dell'asse neutro.

Quindi si potrebbe definire un secondo indicatore, valutando la distanza che c'è con un dominio duttilità di una sezione con comportamento duttile ideale.

La forma ideale di un dominio di duttilità può essere quella con una ellisse avente come semiassi la duttilità disponibili lungo gli assi principali  $\mu_{\varphi}^{(\alpha=0^\circ)}$  e  $\mu_{\varphi}^{(\alpha=90^\circ)}$ .

Nel caso di sezione quadrata l'ellisse degenera in una circonferenza avente come raggio un valore costante di duttilità.

Il fattore di duttilità può essere così calcolato semplicemente facendo il rapporto tra l'area del dominio di duttilità e l'area duttile ideale. Se il dominio di duttilità in curvatura viene discretizzato per  $n$  angoli, e inoltre se la sezione trasversale ha una distribuzione simmetrica di rinforzo rispetto agli assi  $x$  e  $y$ , allora è possibile calcolare la sua area  $A_{\mu\varphi}$  (Figura 3.7 a) partendo dall'area di un singolo quadrante del dominio considerando gli  $n$  angoli che vanno da  $0^\circ$  a  $90^\circ$  (Figura 3.8 b).

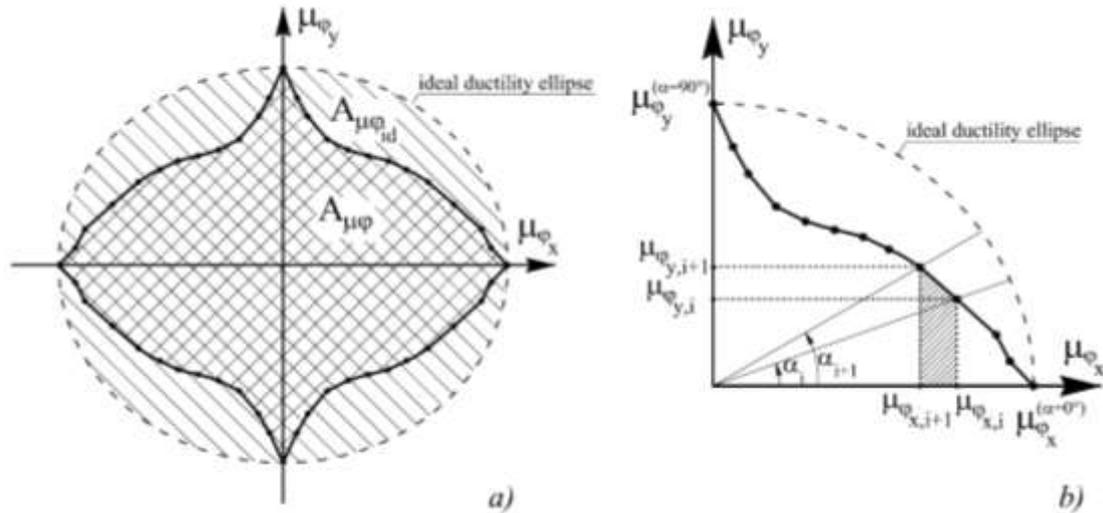


Figura 2.7 Definizione dl dominio di duttilità ideale e del fattore di duttilità

Se  $\alpha_i$  e  $\alpha_{i+1}$  sono i due angoli consecutivi e  $\mu_{\phi xi}$ ,  $\mu_{\phi xi+1}$ ,  $\mu_{\phi yi}$ ,  $\mu_{\phi yi+1}$  sono le componenti della corrispondente duttilità lungo gli assi associati, l'area del dominio duttile è valutabile come 4 volte l'area di un singolo quadrante:

$$\begin{aligned}
 A_{\mu\phi} &= 4 \sum_{i=1}^n \frac{(\mu_{\phi xi} - \mu_{\phi xi+1})(\mu_{\phi yi} - \mu_{\phi yi+1})}{2} = \\
 &= 2 \sum_{i=1}^n (\mu_{\phi xi} - \mu_{\phi xi+1})(\mu_{\phi yi} - \mu_{\phi yi+1})
 \end{aligned}
 \tag{3.1.12}$$

L'area ideale dell'ellisse  $A_{\mu\phi id}$  è invece calcolata attraverso i valori di duttilità lungo gli assi ortogonali:

$$A_{\mu\phi id} = \pi \mu_{\phi x}^{(\alpha=0^\circ)} \pi \mu_{\phi y}^{(\alpha=90^\circ)}
 \tag{3.1.13}$$

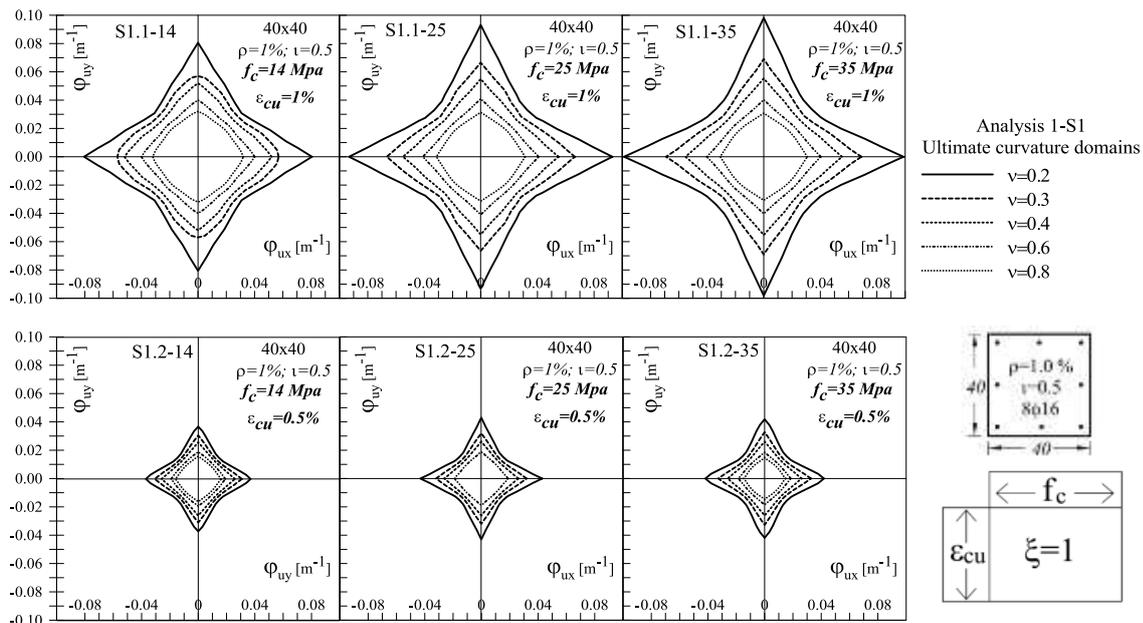
Il fattore di duttilità in curvature biassiale  $\mu_{\varphi BAF}$  è quindi valutabile come:

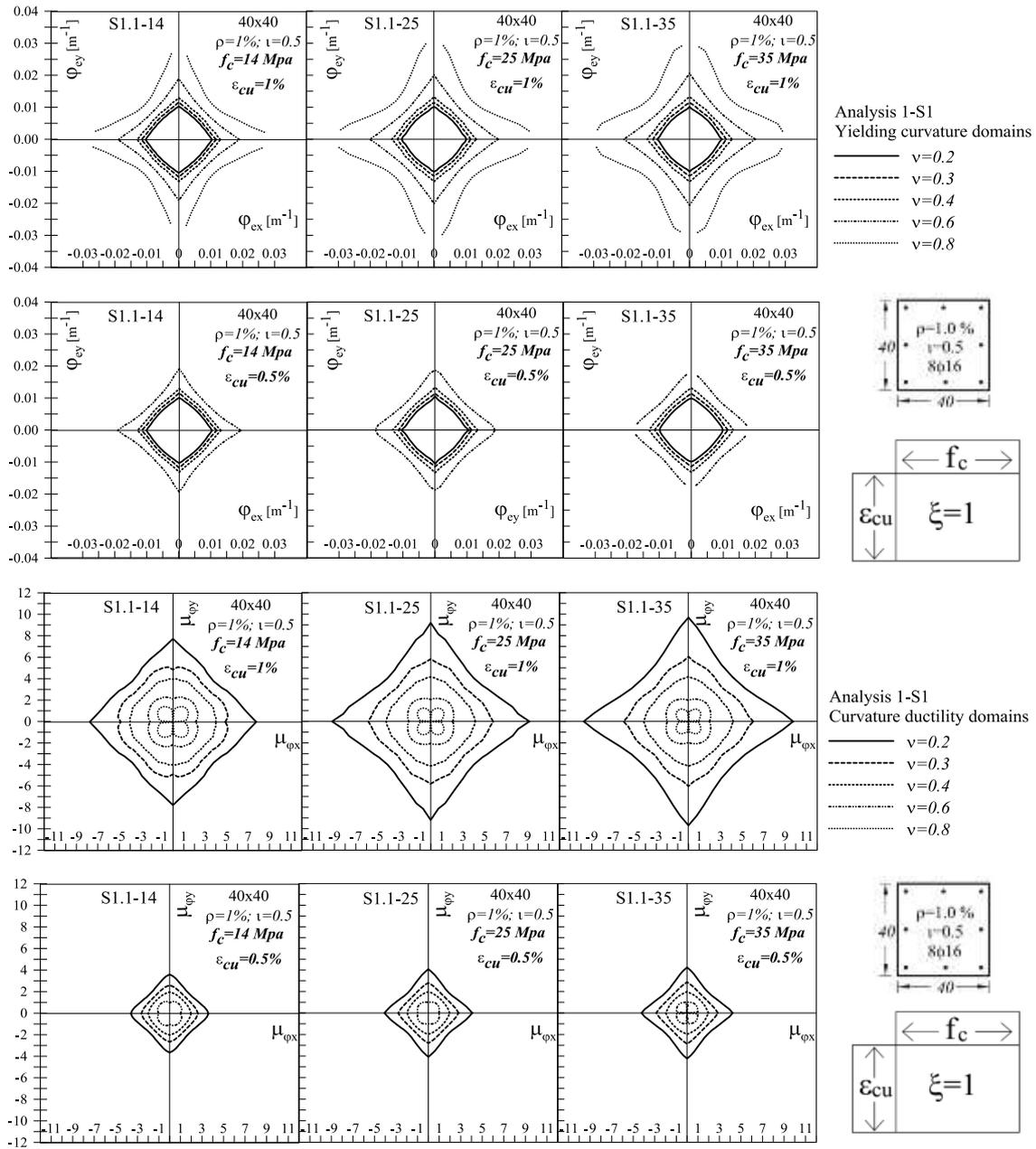
$$\mu_{\varphi BAF} = \frac{A_{\mu\varphi}}{A_{\mu\varphi id}} = \frac{2 \sum_{i=1}^n (\mu_{\varphi xi} - \mu_{\varphi xi+1}) (\mu_{\varphi yi} - \mu_{\varphi yi+1})}{\pi \mu_{\varphi x}^{(\alpha=0^\circ)} \pi \mu_{\varphi y}^{(\alpha=90^\circ)}} \quad [3.1.14]$$

Come accennato prima, l'analisi A1 è effettuata tenendo conto dell'influenza di 3 parametri sulla capacità di deformazione di una sezione soggetta a sforzo biassiale: resistenza del calcestruzzo ( $f_c$ ), efficacia del confinamento ( $\rho_t$ ) rapporto di forma ( $\xi$ ).

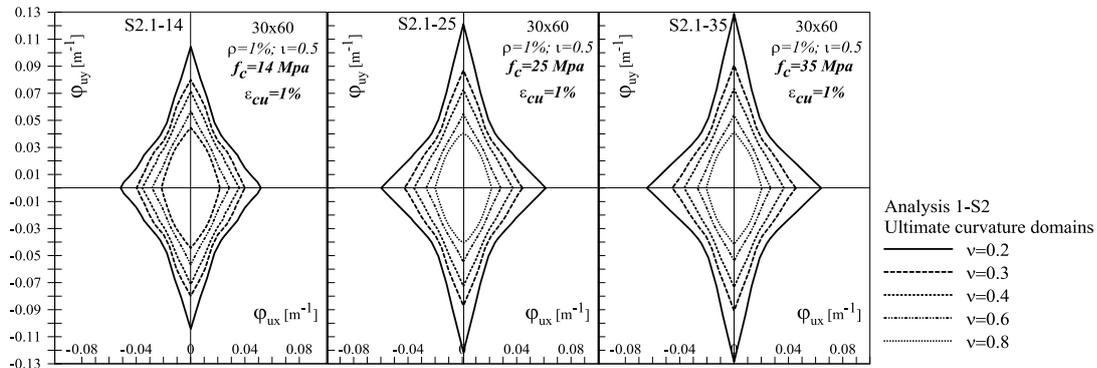
I valori di resistenza del calcestruzzo (14, 25 e 35 [MPa]) sono selezionati per essere rappresentativi rispettivamente di bassa, media e medio-alta resistenza de calcestruzzo. Mentre i valori valori di  $\rho_t$  (0,25% e 0,50%) a cui si associa un valore di deformazione ultima rispettivamente di (0.5% and 1.0%) sono rappresentativi di sezioni con efficacia di confinamento bassa e medio-alta, e infine i rapporti di forma (1.0, 2.0 e 3.0) sono rappresentatici di tre classi di sezioni, compatta, media e sezione allungata.

I dettagli dei parametri considerati sono riportati in Tabella 3.4, mentre i risultati, in termini di curvatura ultima, curvatura elastica e duttilità sono riportati nelle figure seguenti.





**Figura 2.8** Domini di curvatura elastica, domini di curvatura ultima e di duttilità sezione 40x40



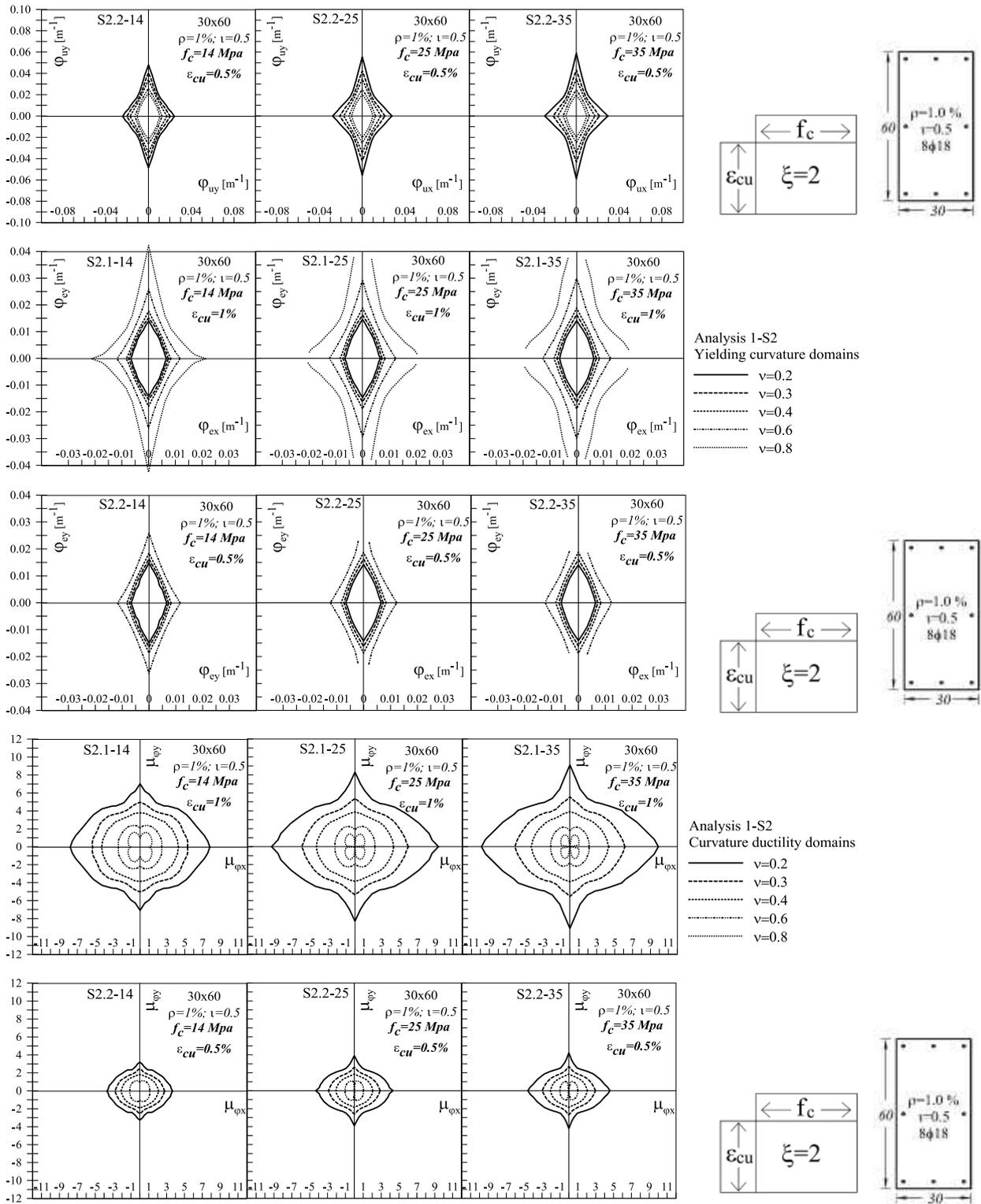
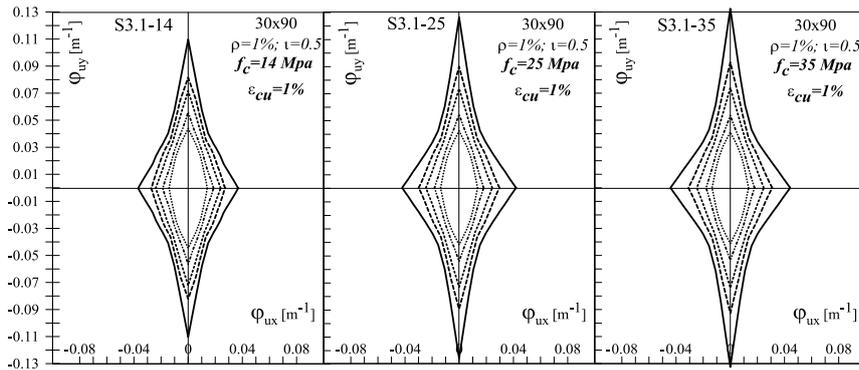
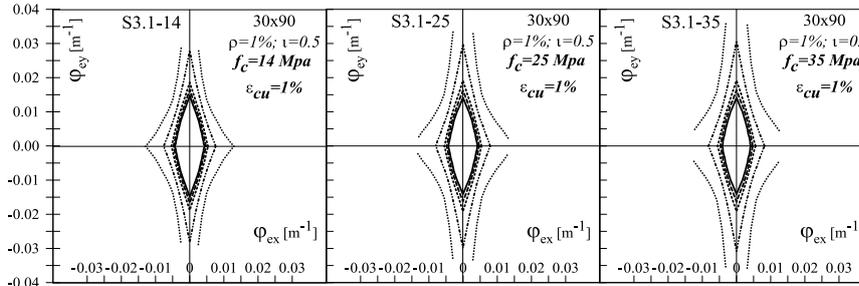
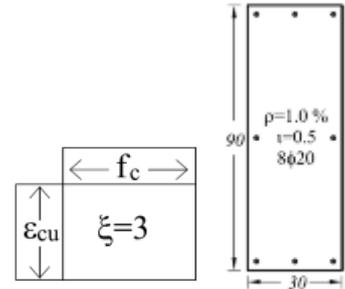
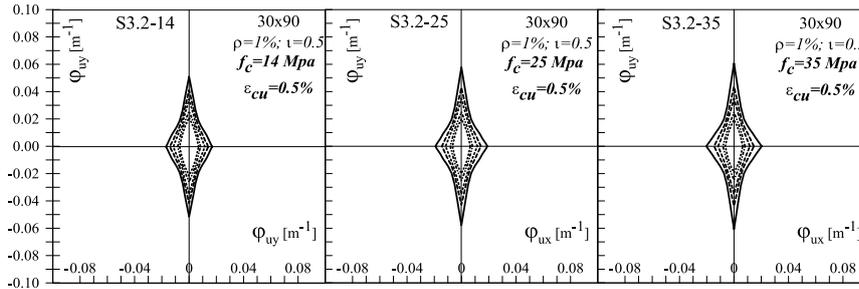


Figura 2.9 Domini di curvatura elastica, domini di curvatura ultima e di duttilità sezione 30x60



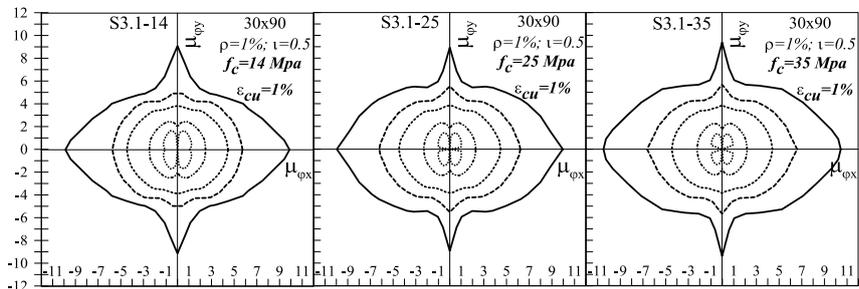
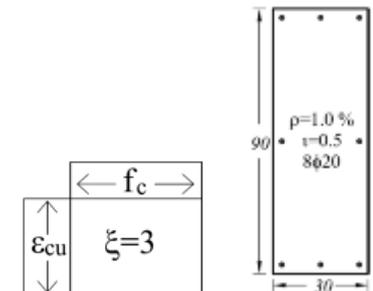
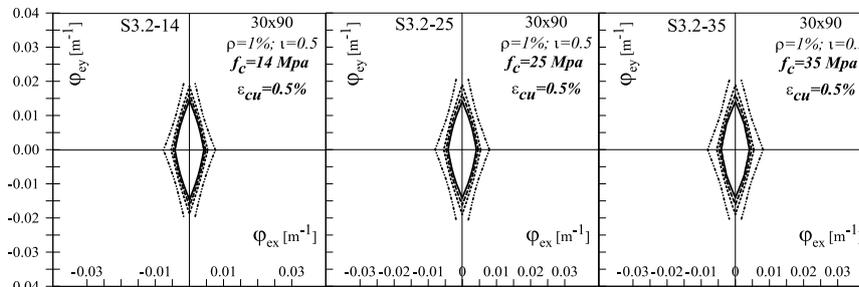
Analysis 1-S3  
Ultimate curvature domains

- v=0.2
- - - v=0.3
- ... v=0.4
- · - v=0.6
- - - v=0.8



Analysis 1-S3  
Yielding curvature domains

- v=0.2
- - - v=0.3
- ... v=0.4
- · - v=0.6
- - - v=0.8



Analysis 1-S3  
Curvature ductility domains

- v=0.2
- - - v=0.3
- ... v=0.4
- · - v=0.6
- - - v=0.8

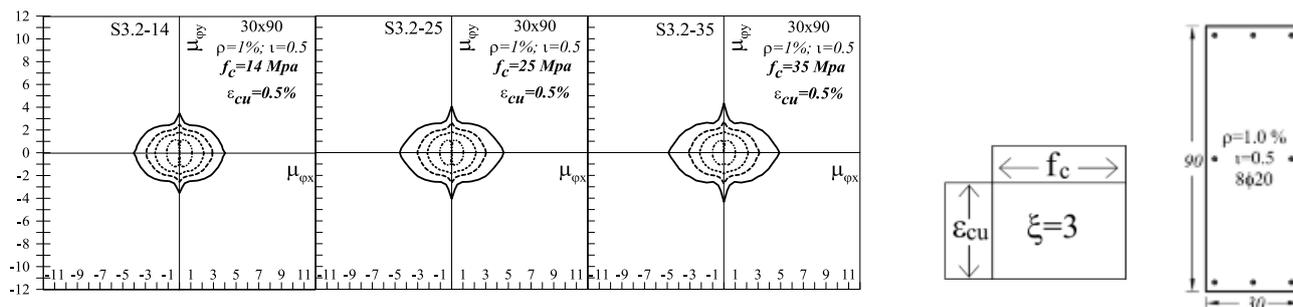


Figura 2.10 Domini di curvatura elastica, domini di curvatura ultima e di duttilità sezione 30x90

Dalle curve precedenti è possibile osservare il duplice ruolo che determina il livello dello sforzo normale sulla capacità deformativa di una sezione sottoposta a pressoflessione deviata. Infatti, per quanto riguarda il dominio di curvatura ultima, questo cresce al diminuire dello sforzo normale.

Una tendenza opposta invece si può notare osservando i domini di curvatura elastica, infatti l'estensione del dominio cresce all'aumentare dello sforzo normale.

Relativamente alla forma della sezione, si può asserire che i valori di curvatura elastica e ultima in corrispondenza degli assi, sono fortemente influenzati dalla sviluppo della dimensione della sezione. Infatti per sezioni allungate le curvature misurate sugli assi ortogonali risultano accentuate.

In termini di duttilità invece queste differenze non ci sono. Infatti i domini di duttilità mostrano quasi gli stessi valori lungo gli assi principali anche per valori elevati di rapporto forma  $\xi$ . Lo sforzo normale, assume un ruolo significativo, infatti, all'aumentare di esso, l'estensione del dominio di duttilità si riduce.

Quando il carico assiale adimensionale  $\nu$  è maggiore di 0.4 la duttilità in curvatura in regime biassiale è maggiore di quella disponibile lungo gli assi principali.

L'influenza dei parametri  $f_c$ ,  $\xi$  e  $\epsilon_{cu}$  sulla capacità deformativa soggetta a pressoflessione deviata può essere meglio valutata definendo la curvatura adimensionale e i domini di duttilità in curvatura (Fig. 3.11 e 3.12).

Questi grafici possono essere rappresentati su un solo quadrante, vista la simmetria lungo due direzioni delle sezioni indagati, con ascissa e ordinata pari alle componenti di curvatura ultima e duttilità ultima ( $\varphi_{ux}$ ,  $\varphi_{uy}$ ,  $\varphi_{\mu\xi}$ ,  $\varphi_{\mu\psi}$ ) normalizzate rispetto ai valori che assumono in corrispondenza degli assi  $\alpha=0^\circ$  and  $\alpha=90^\circ$ .

Questo tipo di rappresentazione permette di confrontare facilmente il comportamento delle sezioni aventi differenti caratteristiche geometriche e meccaniche.

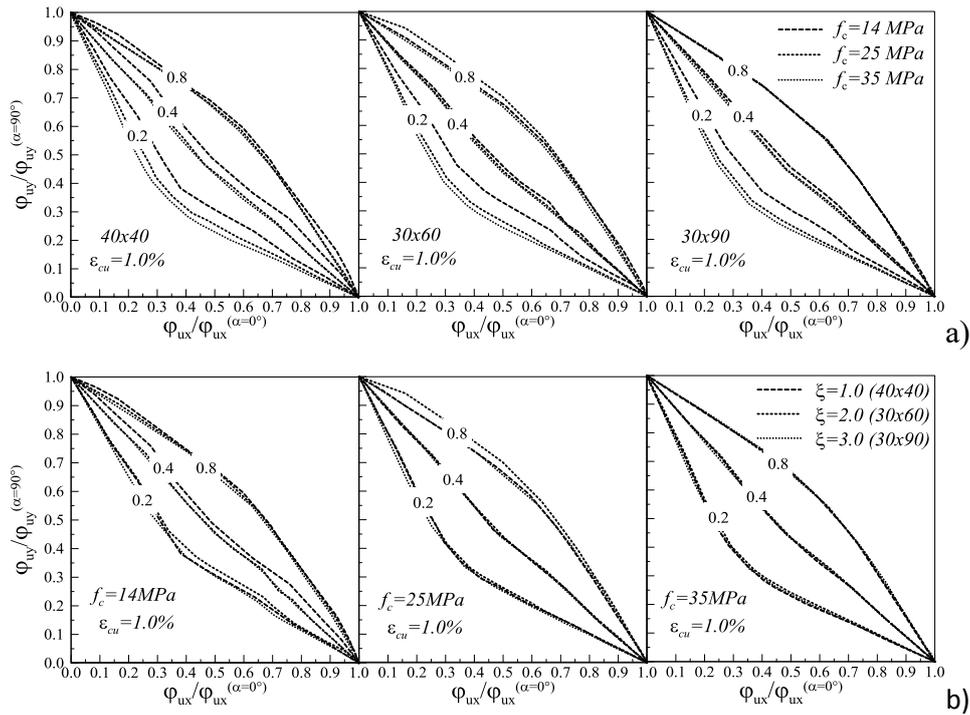


Figura 2.11 Dominio di curvatura ultima adimensionale a) influenza di  $f_c$  b) influenza di  $\xi$

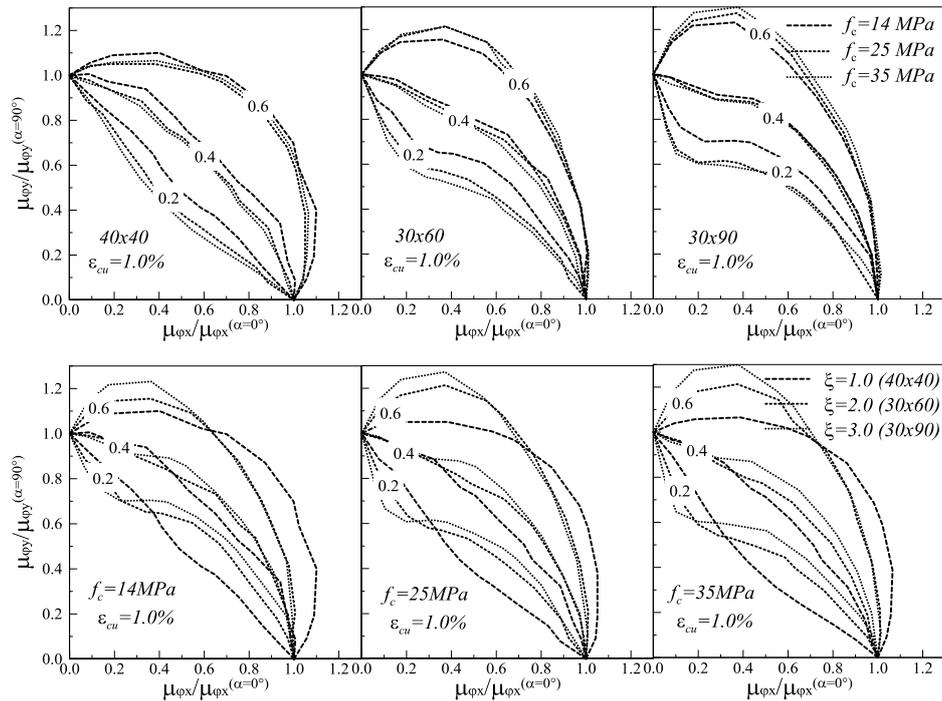


Figura 2.12 Dominio di duttilità adimensionale a) influenza di  $f_c$  b) influenza di  $\xi$

Infine i grafici con gli indicatori di duttilità  $A_{\mu\Phi}$  e  $\mu_{\Phi BAF}$  sono riportati in Fig.3.13. Queste figure mostrano l'area del dominio di duttilità e la variazione del fattore di duttilità in curvatura al variare dei parametri esaminati.

La retta orizzontale in corrispondenza di  $\mu_{\phi BAF} = 1$  definisce la condizione di duttilità ideale

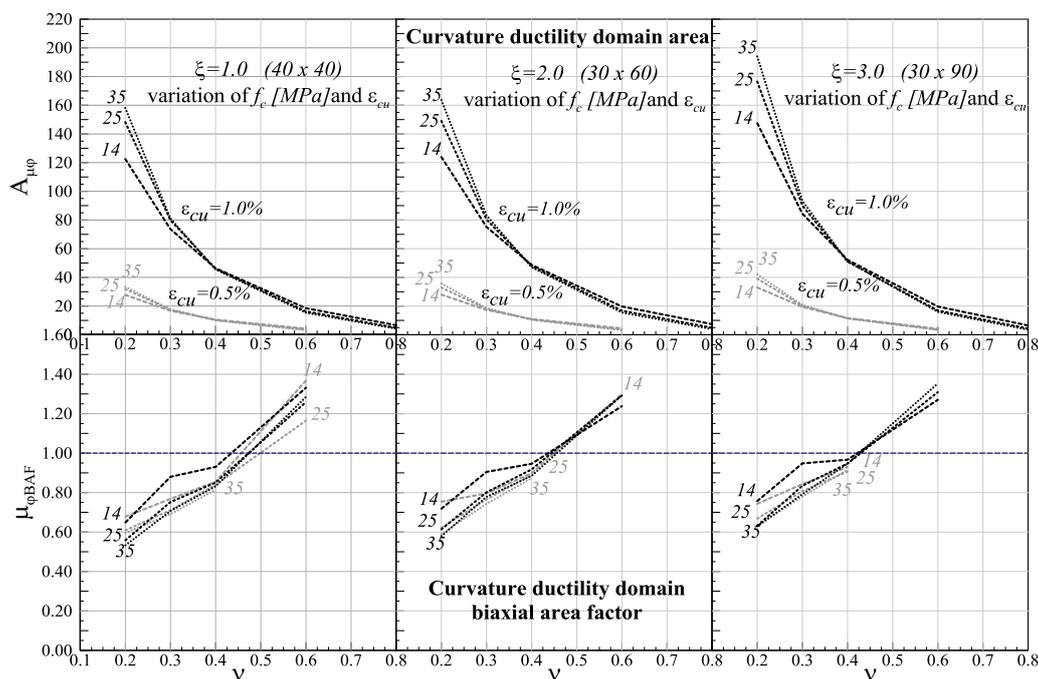


Figura 2.13 Indicatori di duttilità al variare dei parametri scelti

Relativamente ai grafici di Fig. 3.11, si nota che per uno stesso livello di carico adimensionalizzato, è limitata l'influenza della resistenza del calcestruzzo  $f_c$  sulla curvatura ultima.

Addirittura l'influenza della resistenza è comunque trascurabile per valori di sforzo normale adimensionalizzato superiore a  $v=0.4$ . Questa tendenza è confermata anche in termini di duttilità osservando i domini adimensionali (Fig.3.12) e dagli indicatori di duttilità che mostrano che la resistenza non risulta essere più rilevante dopo  $v=0.3$  (Fig. 3.13).

La resistenza non influisce, perché si confrontano le duttilità al medesimo valore di sforzo normale adimensionalizzato. Se tuttavia si considera che l'aumento di resistenza produce un incremento proporzionale dello sforzo normale dimensionale, agente sulla sezione, allora si può asserire che l'influenza di  $f_c$  è opposta rispetto all'incidenza che esercita lo sforzo normale.

Le analisi inoltre hanno dimostrato che i migliori valori di  $\mu_{\phi BAF}$  sono associati a sezioni aventi basse resistenze soprattutto quando  $v$  supera il valore 0.4.

L'analisi dell'influenza del parametro  $\xi=h/b$  mostra che il rapporto di forma ha un'influenza sulla capacità di curvatura ultima delle sezioni (Fig. 3.9). Inoltre i domini di curvatura ultima adimensionale mostrano (Fig. 3.11b) che la capacità di curvatura non è sensibile alla varia-

zione di  $\xi$ . L'osservazione degli indicatori di duttilità  $A_{\mu\varphi}$  and  $\mu_{\varphi BAF}$  rivela che fino a  $v=0.35$  sezioni aventi forma più allungata hanno un migliore comportamento in termini di area di duttilità sebbene la distribuzione locale della duttilità disponibile è più irregolare (Fig. 3.12b). Gli indicatori di duttilità non sono più sensibili alla variazione di  $\xi$  dopo aver superato  $v=0.35$ .

Considerando infine l'influenza di efficacia di confinamento va innanzitutto osservato (Fig. 3.8) che questo parametro non ha effetto nella forma dei domini. Tuttavia, in termini quantitativi ha una forte rilevanza essendo la curvatura finale proporzionale a  $\epsilon_{cu}$ . Inoltre si nota che osservando  $A_{\mu\varphi}$  gli indicatori associati  $\epsilon_{cu}=1\%$  sono 5 volte più grandi di quelli associati a  $\epsilon_{cu}=0.5\%$  per qualsiasi livello di forza assiale (Fig. 3.13).

Nell'analisi A2 viene valutata la differenza di comportamento deformativo di una sezione soggetta a pressoflessione deviata, al variare del dell'interasse delle barre per un fissato rapporto d'armatura.

L'analisi è stata effettuata per un unico valore di resistenza di calcestruzzo ( $f_c=25$  [Mpa]) per una deformazione ultima di ( $\epsilon_{cu}=1\%$ ) e per tre differenti rapporti di forma  $\xi$  (1.0, 2.0 e 3.0).

Per ogni sezione si è ipotizzata la stessa quantità di armatura sui lati della sezione, in modo da definire un unico valore di interasse adimensionale dell'armatura  $\nu=\nu_x=\nu_y$ . Sono stati considerati quattro livelli di interasse adimensionale (1.0, 0.50, 0.33 e 0.25) che corrisponde a sezioni aventi 2, 3, 4 e 5 barre rispettivamente per ogni lato. I risultati dell'analisi sono riportati in Fig.(3.14-16) in termini di domini di curvatura ultima e domini di duttilità in curvatura.

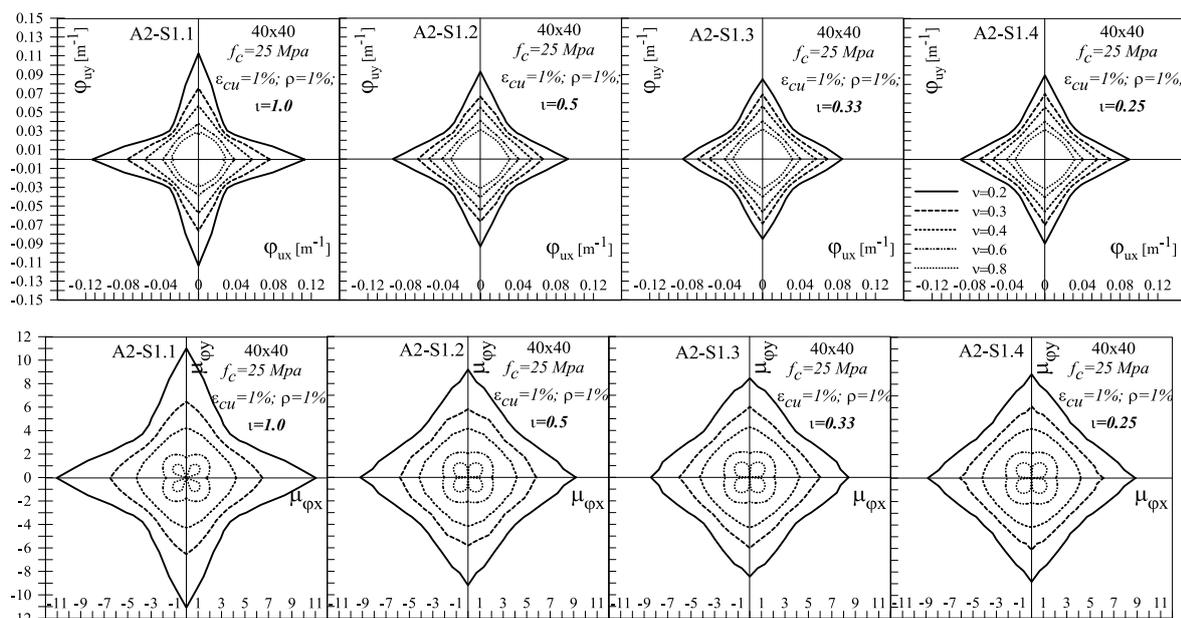


Figura 2.14 Dominio di curvatura ultima e di duttilità per la sezione 40x40 analisi A2

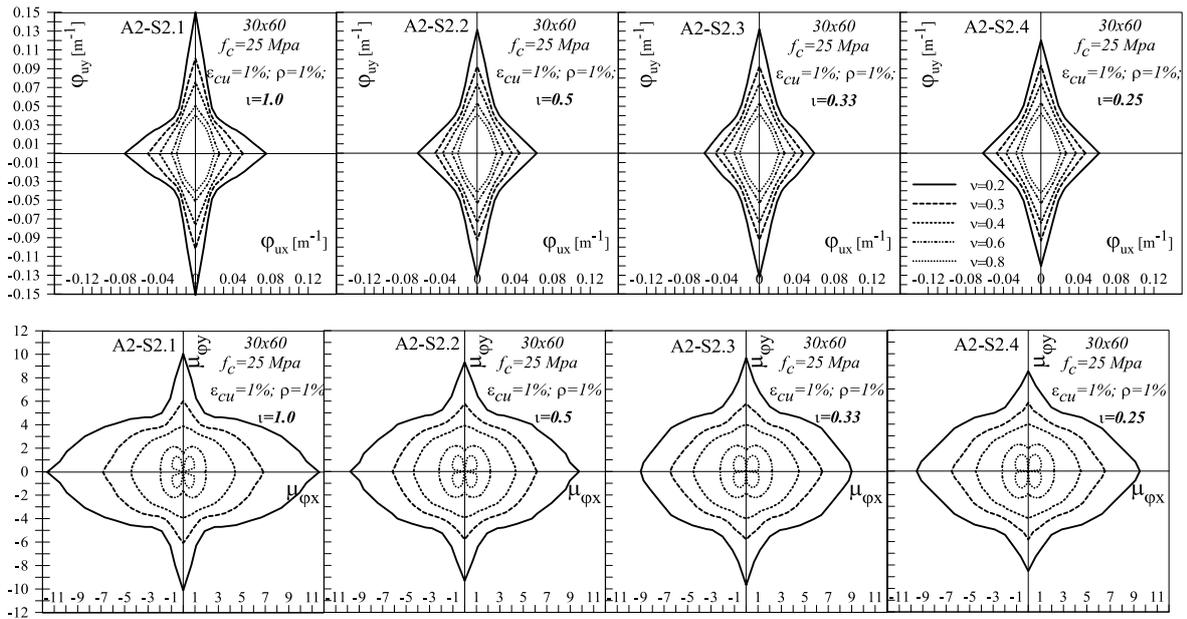


Figura 2.15 Dominio di curvatura ultima e di duttilità per la sezione 30x60 analisi A2

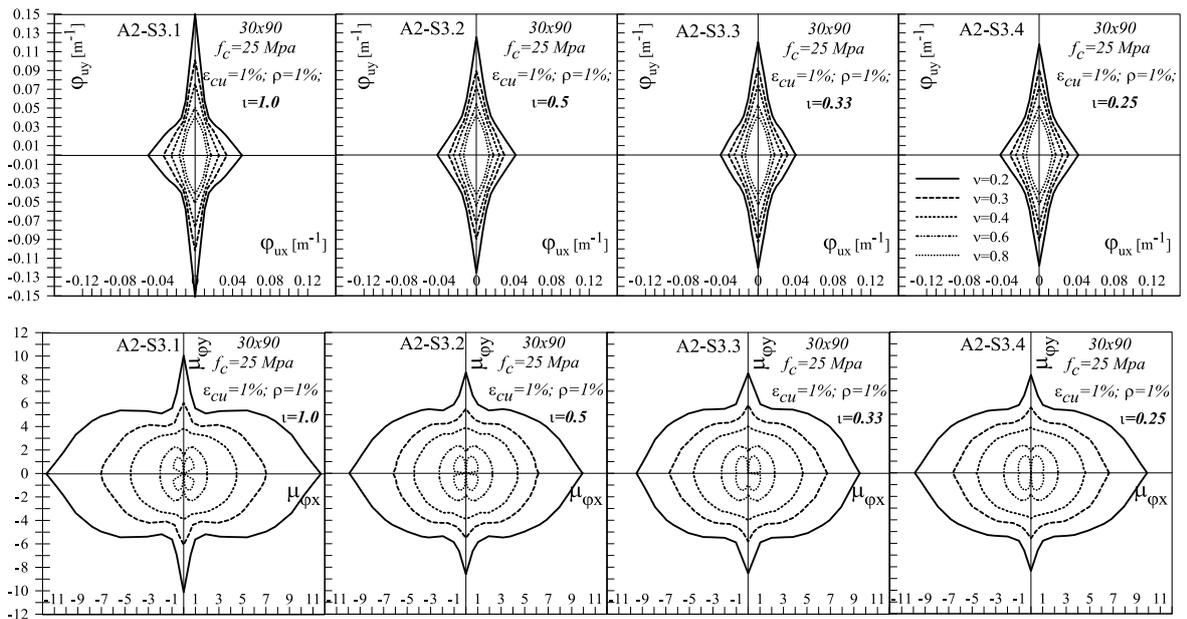


Figura 2.16 Dominio di curvatura ultima e di duttilità per la sezione 30x90 analisi A2

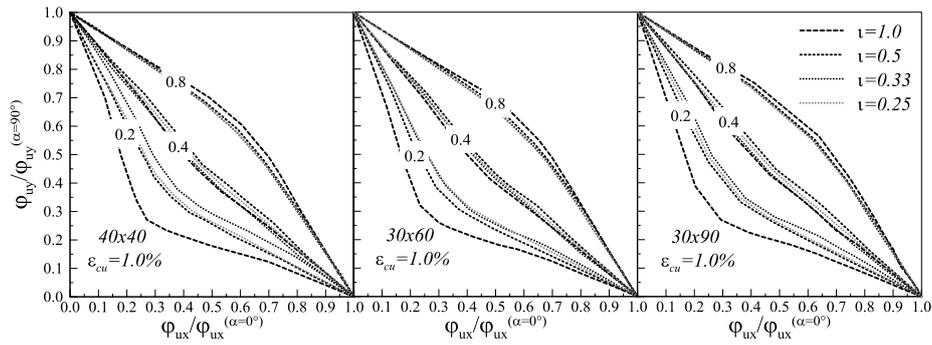


Figura 2.17 Curvatura ultima adimensionalizzata influenza dell'interasse adimensionale  $\nu$  analisi A2

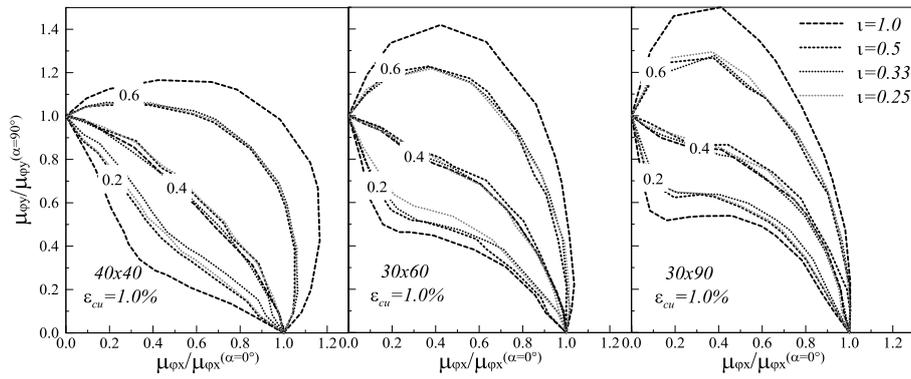


Figura 2.18 Domini di duttilità adimensionalizzata, influenza dell'interasse adimensionale  $\nu$  analisi A2

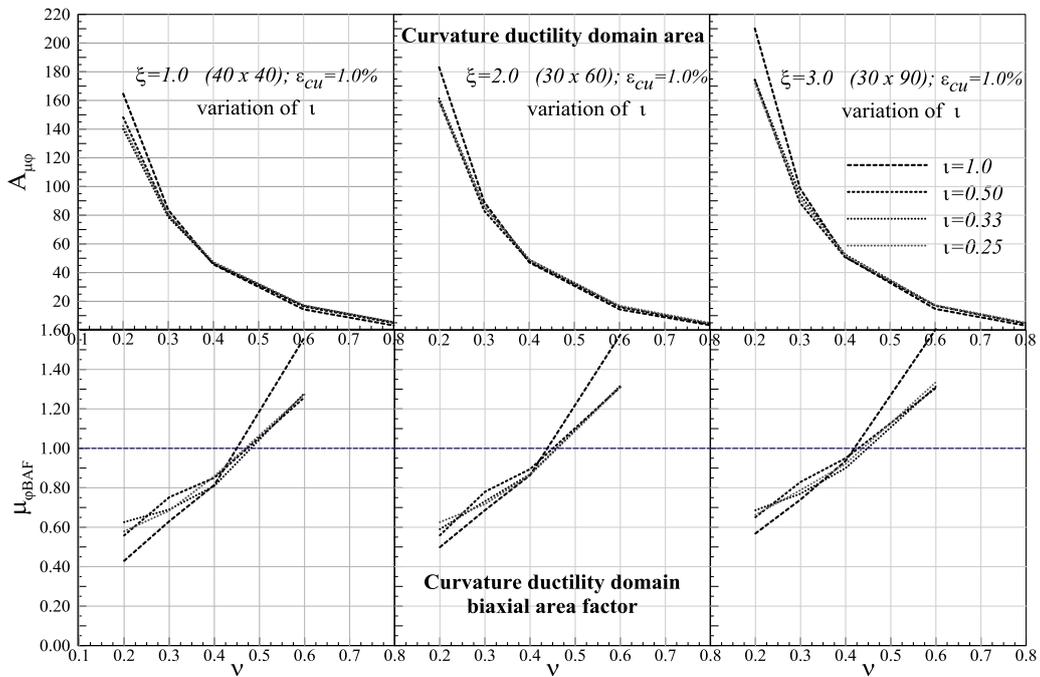
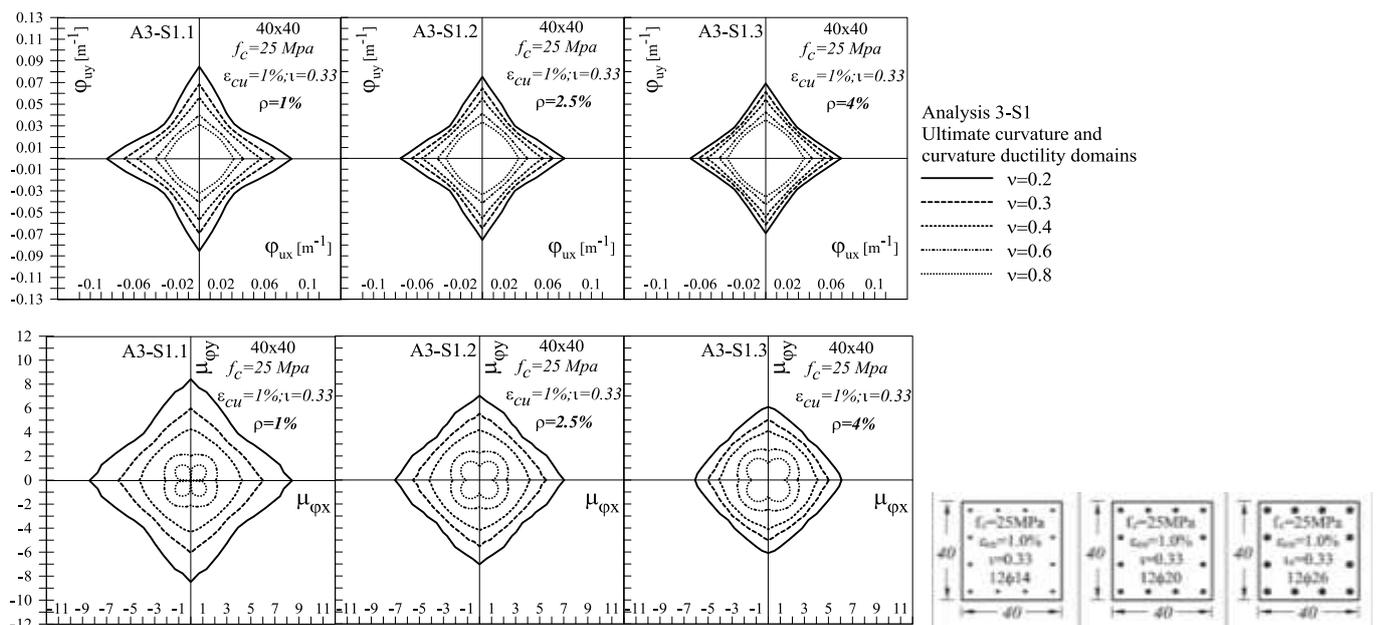


Figura 2.19 Indicatori di duttilità biassiale analisi A2

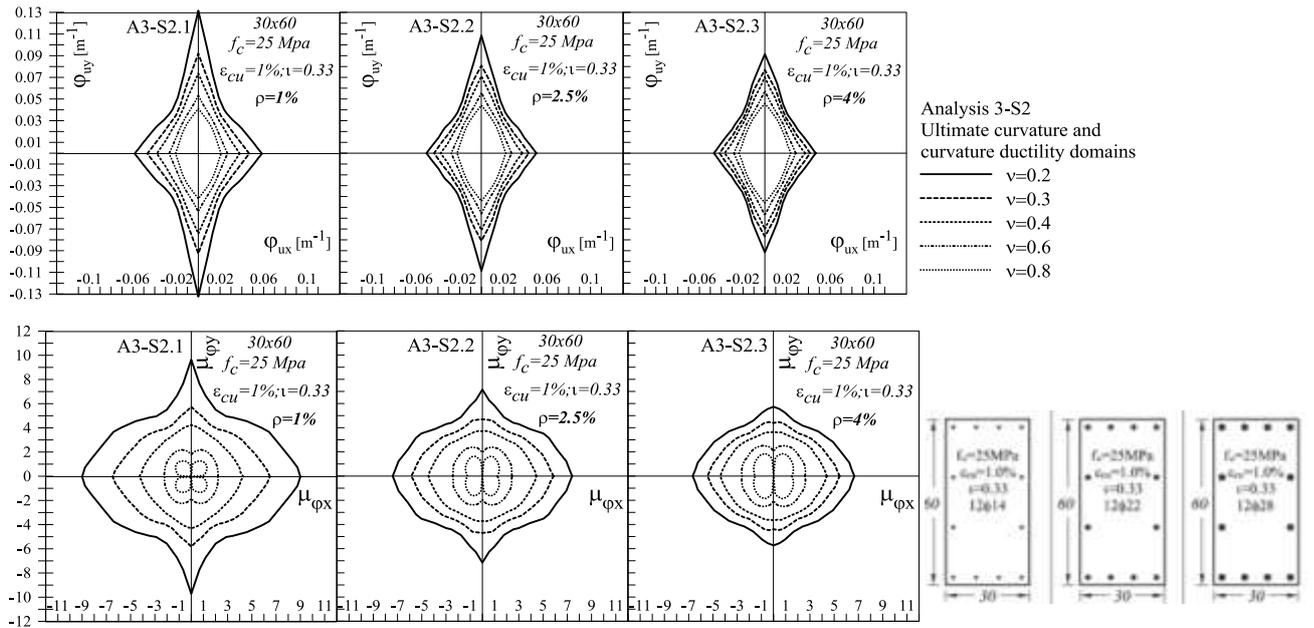
L'analisi mostra che la sensibilità di variabilità della curvatura ultima è limitata a livelli di forza assiale inferiori a  $\nu=0.3$  e a bassi valori di  $\iota$ . Per valori bassi di  $\nu$  la riduzione di  $\iota$  ha come effetto una diminuzione della curvatura ultima rispetto agli assi principali (Fig.3.17-19) e contemporaneamente un miglioramento del comportamento deformativo (Fig.3.20) per tutte le sezioni analizzate. L' indicatore

di duttilità  $A_{\mu\phi}$  non esibisce una forte dipendenza alla variazione di  $\iota$  mentre il parametro  $\mu_{\phi BAF}$  ha mostrato una doppia tendenza. Per livelli di sforzo assiale inferiori a  $\nu=0.4$  la duttilità biassiale migliora quando  $\iota$  diminuisce, al contrario per alti livelli di  $\nu$  il comportamento deformativo migliora all'aumentare di  $\iota$ .

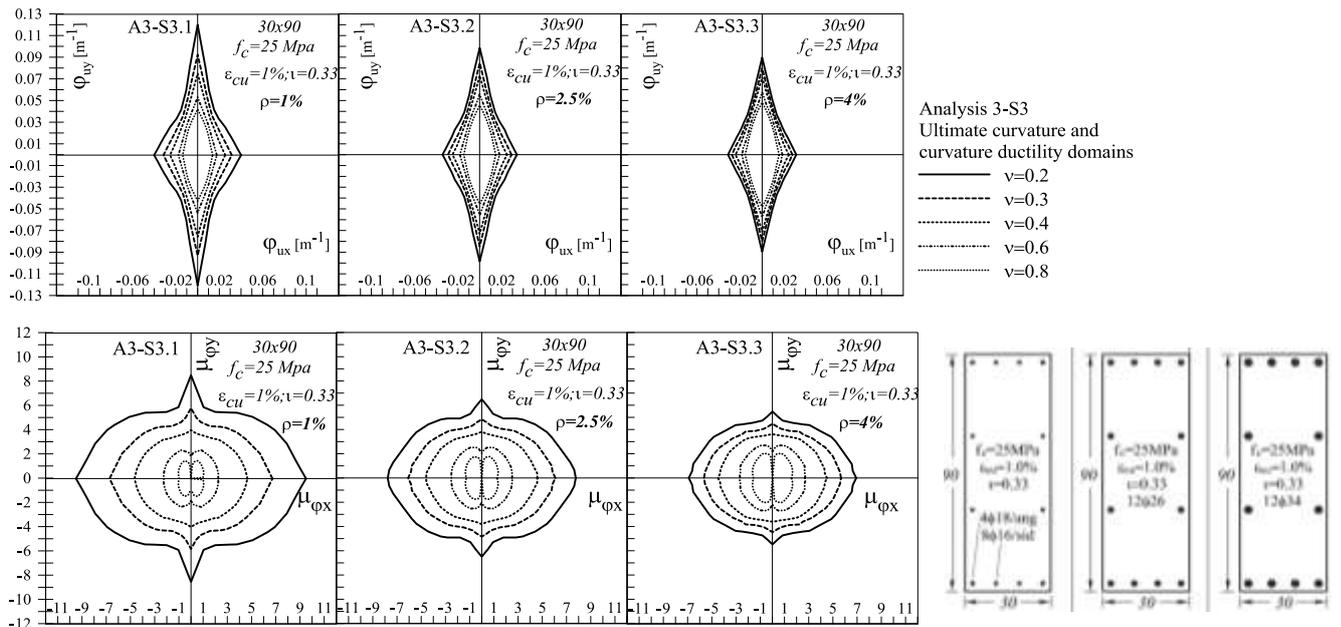
Nell'analisi A3 viene valutata l'influenza del rapporto geometrico di armatura longitudinale sulla capacità di deformativa di una sezione. Le sezioni analizzate hanno le stesse caratteristiche adottate per l'analisi A2 in termini di  $f_c$ ,  $\epsilon_{cu}$  e  $\xi$ . Sono stati considerati tre livelli di rapporto di armatura  $\rho$  (1.0%, 2.5% e 4.0%). I risultati dell'analisi sono riportati in Fig. (3.23-25).



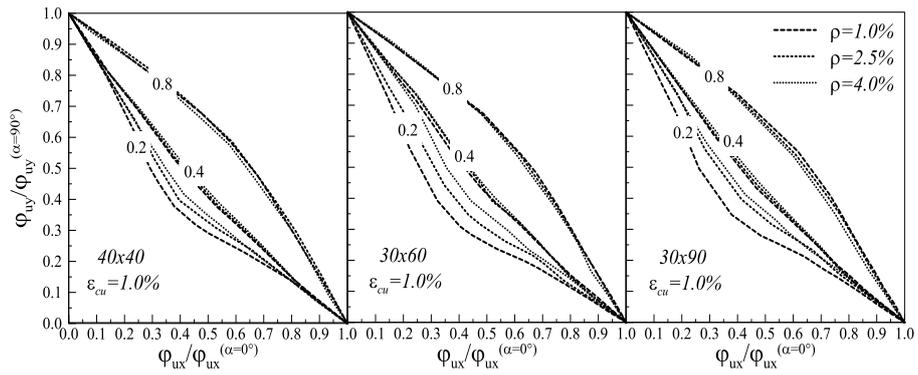
**Figura 2.20** Dominio di curvatura ultima e di duttilità per la sezione 40x40 analisi A3



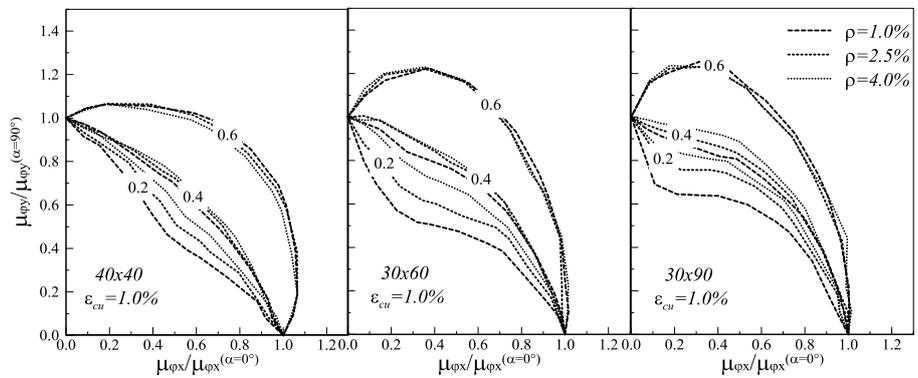
**Figura 2.21** Dominio di curvatura ultima e di duttilità per la sezione 30x60 analisi A3



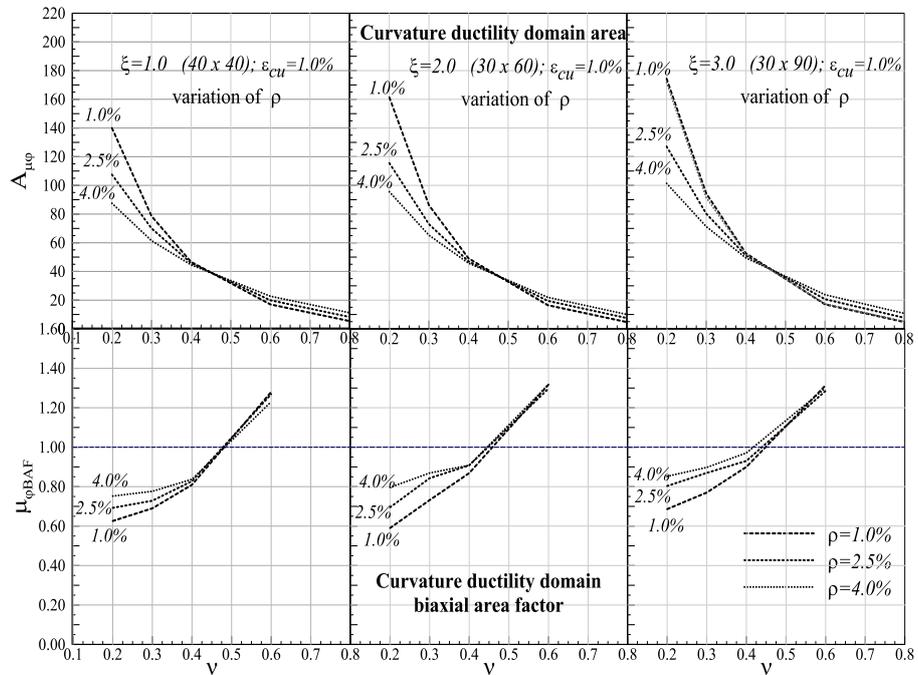
**Figura 2.22** Dominio di curvatura ultima e di duttilità per la sezione 30x90 analisi A3



**Figura 2.23 Domini curvatura ultima adimensionalizzata, influenza del rapporto geometrico d'armatura  $\rho$  analisi A3**



**Figura 2.24 Domini di duttilità adimensionalizzata, influenza del rapporto geometrico d'armatura  $\rho$  analisi A3**

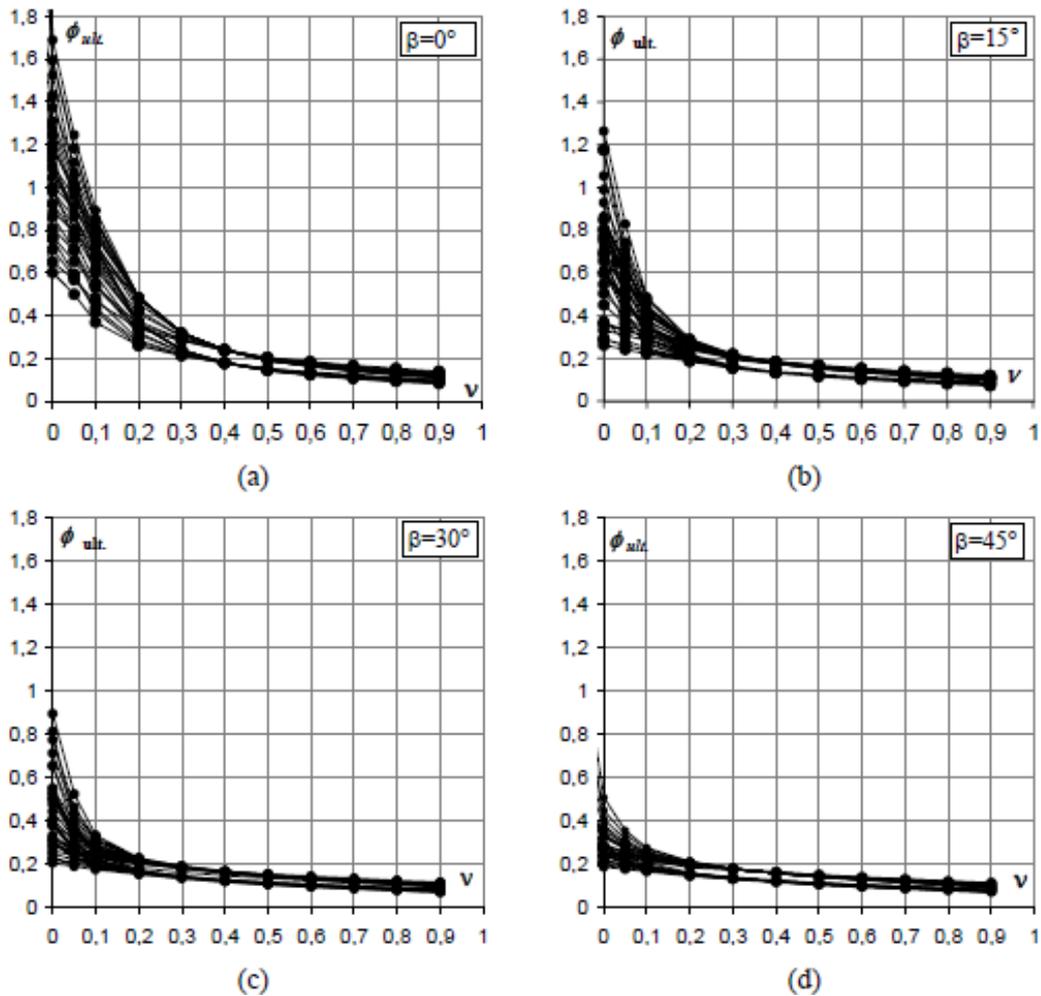


**Figura 2.25 Indicatori di duttilità biassiale, analisi A3**

L'analisi ha mostrato che la curvatura ultima delle sezioni è influenzata dal diametro dell'armatura per valori superiori a  $v=0.3$ . L'incremento di  $\rho$  ha l'effetto di ridurre complessivamente la curvatura ultima lungo gli assi principali  $x$  e  $y$  (Fig. 3.20-22), ma a questo si associa un migliore comportamento in regime di pressoflessione deviata.

Questa tendenza risulta più evidente se si osservano gli indicatori di duttilità (Fig.3.25). Per bassi valori di sforzo normale ( $v=0.4$ ) l'area dei domini di duttilità subisce una riduzione all'aumentare del rapporto di armatura e allo stesso tempo gli indicatori duttilità biassiale crescono significativamente raggiungendo valori di  $\mu_{\phi_{BAF}}=0.8$  per valori bassi di sforzo normale adimensionalizzato. Per valori di  $v$  superiore a 0,4 gli indicatori di duttilità non sono più sensibili alla variazione del rapporto di armatura.

Un altro studio di notevole interesse nella valutazione della deformativa di sezioni in c.a. è quello eseguito da Di Ludovico et al., 2008, in cui viene studiata la capacità deformativa di varie sezioni presso inflesse per vari livelli di sforzo normale mediante un programma di calcolo a fibre, e si utilizza una rappresentazione grafica non più in funzione dell'angolo dell'asse neutro ma in funzione dell'inclinazione dell'asse di sollecitazione  $\beta$ :



*Figura 2.26 Variazione delle curvature ultime in funzione del livello di sforzo normale e dell'inclinazione  $\beta$  dell'asse di sollecitazione*

Le curve sono caratterizzate da un primo ramo curvilineo, per valori di  $v$   $0 \leq v \leq 0.5$ , la pendenza risulta variabile in funzione sia delle caratteristiche geometriche e meccaniche che dell'angolo  $\beta$ , e da un secondo ramo quasi costante per valori di sforzo normale ridotto sopra lo 0.5. Inoltre si può affermare che nel passaggio dal regime uniassiale al regime biassiale si ha una diminuzione della variabilità della curvatura ultima con le proprietà geometrico meccaniche della sezione.

Gli autori mostrano come dall'analisi di tali curve emerge, inoltre, che noti i valori di curvatura ultima per inclinazione dell'asse di sollecitazione pari a  $\beta=0^\circ$  e  $\beta=45^\circ$ , ovvero per i valori di curvatura minima e massima, per un dato valore di sforzo normale, è possibile determinare il dominio delle curvature attraverso una curva interpolante, infatti gli stessi autori propon-

gono, in un altro studio, una serie di formulazioni semplificate per la determinazione della capacità deformativa di una sezione in c.a..

In un primo momento viene determinata la curvatura per  $\beta=0^\circ$ , in seguito viene determinata la curvatura per  $\beta=45^\circ$  e poi viene determinata la funzione che meglio approssima il dominio  $\varphi_{ult} - \beta$  per un valore di sforzo normale ridotto  $v$ .

Il metodo consiste nell'andare a determinare per diverse prefissate posizioni dell'asse neutro, il valore della curvatura ultima  $\varphi_{ult}$ , e dello sforzo normale ridotto  $v$ , in modo da ottenere, utilizzando interpolazione lineare a tratti, l'intero diagramma curvatura ultima-sforzo normale adimensionalizzato per  $\beta=0^\circ$ .

Le ipotesi introdotte dal metodo sono:

1. per ciascuna posizione dell'asse neutro si assume che le armature della sezione siano sempre snervate;
2. la valutazione della risultante del campo di tensioni di compressione del calcestruzzo avviene mediante l'adozione del metodo dello stress-block;
3. le barre di armatura sono tutte caratterizzate da uno stesso diametro.

A questo punto fissato il valore della posizione dell'asse neutro rispetto al lembo superiore della sezione  $x_c$ , è possibile andare a determinare il valore dello sforzo  $N$ :

$$N = \psi x_c b f_c + n_c A_f f_y - n_t A_f f_y \quad [3.1.15]$$

In cui si adotta per  $\psi$  un valore pari a 0.8,  $b$  rappresenta il alto della sezione quadrata,  $f_c$  e  $f_y$  rappresentano la tensione di compressione del calcestruzzo e di snervamento dell'acciaio  $n_c$  e  $n_t$  rappresentano il numero di ferri compressi e tesi all'interno della sezione in corrispondenza della posizione dell'asse neutro  $x_c$ , e  $A_f$  rappresenta l'area della singola barra di armatura.

Per assegnata profondità dell'asse neutro  $x_c$ , la curvatura ultima fornita dalla relazione  $\frac{\varepsilon_{cu}}{x_c}$ , in cui  $\varepsilon_{cu}$  indica la deformazione al lembo compresso della sezione di calcestruzzo.

Riportando i punti del dominio  $\varphi_{ult}-v$ , di sezioni quadrate simmetriche armate con 4 ferri, ottenute come risultato mediante un'analisi a fibre, e i punti ottenuti applicando il procedimento visto sopra, si nota l'ottimo accordo con i due metodi:

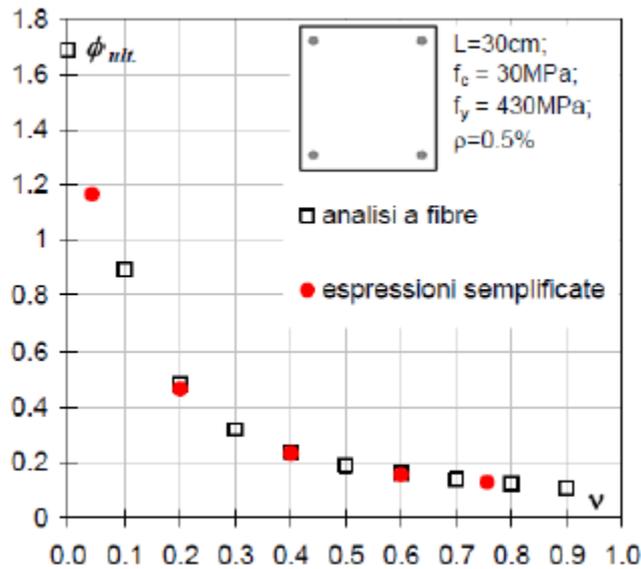
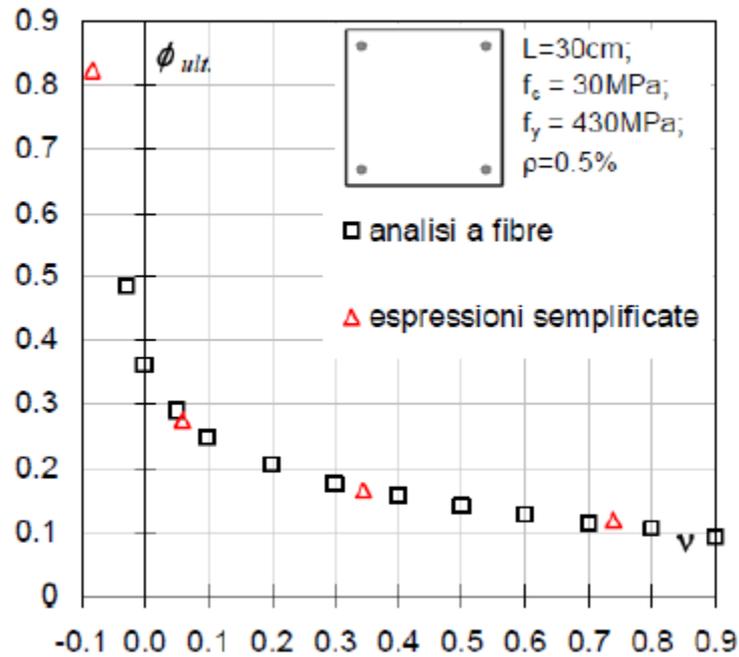


Figura 2.2 Confronto tra valori di curvatura ultima calcolati con il metodo semplificato e valori di curvatura ultima calcolati mediante un'analisi a fibre  $\beta=0^\circ$

Analogamente a quanto esposto nel caso  $\beta=0^\circ$ , anche nel caso  $\beta=45^\circ$  è possibile valutare, in via approssimata, la curvatura ultima di sezioni quadrate armate simmetricamente imponendo determinate posizioni dell'asse neutro ed adottando le stesse ipotesi semplificative elencate nel paragrafo precedente. Nel caso  $\beta=45^\circ$ , considerando la simmetria geometrica e meccanica della sezione, si ha che ciascuna diagonale della stessa è un asse principale, per cui l'asse neutro risulta essere ortogonale all'asse di sollecitazione. In questo caso l'equazione di equilibrio alla traslazione diventa:

$$N = \frac{(2\psi x_c)(\psi x_c)}{2} f_c + n_c A_f f_y - n_t A_f f_y \quad [3.1.16]$$

Allo stesso modo del caso precedente si riportano i punti del dominio  $\phi_{ult.}-v$  ottenuti, con riferimento ad una singola sezione, sia mediante un'analisi a fibre sia attraverso il procedimento sopra esposto; anche in questo caso gli scarti percentuali sono estremamente contenuti.



*Figura 2.3 Confronto tra valori di curvatura ultima calcolati con il metodo semplificato e valori di curvatura ultima calcolati mediante un'analisi a fibre  $\beta=45^\circ$*

A questo punto si passa col calcolare la curvatura ultima al variare di  $\beta$ . Poiché l'andamento di  $\phi_{ult}$  con  $\beta$  è pseudo-parabolico con concavità via via decrescente all'aumentare dello sforzo assiale si può assumere una formulazione semplificata basata su due diverse espressioni:

- per valori di  $\beta$  compresi nell'intervallo  $0^\circ \div 30^\circ$  si adotta, per l'appunto, un'espressione parabolica passante per i punti di curvatura ultima approssimata valutata per  $\beta = 0^\circ$  e  $\beta = 45^\circ$ ;
- per valori di  $\beta$  compresi nell'intervallo  $30^\circ \div 45^\circ$ , stante la bassa variabilità che le curvature mostrano in tale intervallo, si adotta un'espressione lineare costante pari al valore della curvatura ultima per  $\beta = 45^\circ$ .

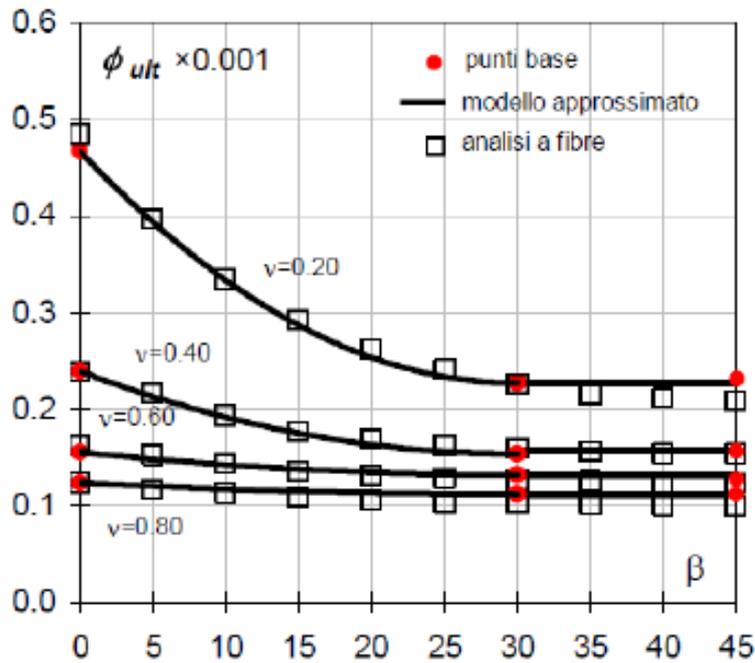


Figura 2.4 Confronto tra analisi a fibre e metodo semplificato

In particolare, la funzione parabolica definita dall'equazione:

$$\varphi_{ult} = a_{\beta} + b_{\beta} + c \quad [3.1.17]$$

è univocamente determinata dalle seguenti condizioni:

- per  $\beta = 0^\circ$  si assume il valore di curvatura ultima determinato così come discusso precedentemente;
- per  $\beta = 30^\circ$  si assume quale valore di curvature ultima quella corrispondente a  $\beta = 45^\circ$ , ricavato secondo la procedura descritta precedentemente;
- per  $\beta = 30^\circ$  si assume una tangente nulla.

In definitiva si può affermare che la comparazione numerica tra i due approcci, semplificato e a fibre, conduce ad un buon grado di approssimazione.

Tuttavia questo metodo risulta applicabile solo per sezioni in c.a di forma quadrata con armatura posizionata solo in prossimità degli spigoli, pertanto fortemente limitato negli utilizzi di carattere tecnico-scientifico.

Si può notare quindi, anche dagli studi sopracitati, come siano ancora limitati gli studi riguardanti a valutazione della capacità deformativa di una sezione soggetta a pressoflessione devia-

ta nonostante gli attuali metodi d'analisi dimostrano come, l'argomento, abbia acquisito una notevole importanza

### ***3. Modelli per il calcestruzzo***

Il comportamento di un elemento strutturale in regime di compressione e di pressoflessione dipende dalle caratteristiche della sezione. La geometria, il quantitativo di armatura, la disposizione delle staffe, le dimensioni del copri ferro, conferiscono alla sezione diverse proprietà che rispondono diversamente alle sollecitazioni che nascono durante il periodo di vita della struttura.

Il calcestruzzo risulta essere un materiale avente buona resistenza a compressione ma scarsa resistenza a trazione, infatti, durante la progettazione, il contributo della resistenza a trazione viene trascurato, affidando ad esso il solo compito di resistere agli sforzi di compressione. Gli sforzi di trazione invece vengono affidati alle armature metalliche, inserite opportunamente nella sezione sia in zona tesa che in zona compressa.

Unendo i due materiali si ottiene un comportamento combinato, in cui la sezione esibisce capacità resistenti e deformative demandando ai vari componenti il compito di rispondere ai carichi di esercizio.

Una sezione in calcestruzzo armato presenta un nucleo di calcestruzzo confinato dalle armature longitudinali e dalle staffe, avente caratteristiche meccaniche superiori rispetto alla porzione di calcestruzzo situata fuori dal nucleo delle armature, che non gode delle proprietà del confinamento dei ferri longitudinali.

Al fine di una corretta modellazione di una sezione bisogna dunque conoscere il comportamento dei singoli materiali che la compongono, in termini di resistenza, deformazione e rigidità, cioè i legami costitutivi.

### ***3.1 Modelli per il calcestruzzo non confinato***

L'andamento tipico del legame tensione deformazione del calcestruzzo è marcatamente non lineare.

Esaminando il comportamento a livello microscopico si possono distinguere tre fasi:

- Fase iniziale, fino ad un carico pari a circa il 40% di quello di rottura: l'incremento di carico non ha una sensibile influenza sulle microfessure che inevitabilmente esistono nel calcestruzzo. Il comportamento è prossimo a quello elastico lineare.
- Fase successiva, con carico compreso approssimativamente tra il 40% e l'85% di quello di rottura: le microfessure si propagano al crescere del carico, ma la propagazione si arresta giungendo ad un nuovo assetto stabile. La rigidità diminuisce man mano che le fessure si ampliano. Il comportamento è sempre più marcatamente non lineare;
- Fase finale, dall'85% del carico di rottura in su: la propagazione delle microfessure diventa instabile; esse possono estendersi nel tempo sotto carico costante, portando alla rottura (per questo motivo la resistenza misurata con prove di breve durata è maggiore della resistenza che si rileva per carichi di lunga durata).

Risulta di notevole importanza pertanto sintetizzare il comportamento effettivo del calcestruzzo attraverso dei modelli che consentano, mediante semplici operazioni, la previsione delle caratteristiche meccaniche dello stesso.

Uno dei primi modelli presi in considerazione è sicuramente quello di Whitney, il modello viene usato per gli stati limite ultimi, l'autore assume che la tensione agente a livello del calcestruzzo sia pari a :

$$\sigma_c = 0,85f_c \quad [4.1.1]$$

Applicato su una porzione, della sezione, di lunghezza:

$$a = \beta_1 c \quad [4.1.2]$$

Dove:

$$\beta_1 = 0,85 \quad \text{per classi di calcestruzzo } f_c \leq 30 \text{ [MPa]}$$

$$\beta_1 = 0,85 - (f_c - 30) \frac{0,05}{7} \quad \text{per classi di calcestruzzo } 30 \text{ [MPa]} < f_c \leq 58 \text{ [MPa]}$$

$$\beta_1 = 0,65 \quad \text{per classi di calcestruzzo } f_c > 58 \text{ [MPa]}$$

La deformazione ultima del calcestruzzo  $\varepsilon_{cu}$  viene assunta pari a 3‰.

Un altro modello di interesse in letteratura è il modello di Hognestad, 1951, si compone di un tratto ascendente parabolico fino al massimo valore di resistenza, e di un tratto discendente lineare fino al massimo valore di deformazione  $\varepsilon_{cu} = 3,8\%$ .

$$\sigma_c = f_c \left[ 2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad [4.1.3]$$

$$\sigma_c = f_c \left[ 1 - 0,15 \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_c} \right) \right] \quad \text{per } \varepsilon_c \leq \varepsilon \quad [4.1.4]$$

Nella quale si assume:

$$\varepsilon_c = 2\text{‰} \quad [4.1.5]$$

$$E_{sec} = \frac{2\sigma_0}{\varepsilon_0} = 2E_{sec} = 1000\sigma_0 \quad [4.1.6]$$

Un modello presente in letteratura quello proposto nello studio di Smith e Young. Il modello proposto esprime il legame di calcestruzzo non confinato attraverso un'unica legge:

$$\sigma_c = f_c \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} e^{-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}} \right) \quad \text{per } \varepsilon_c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \quad [4.1.7]$$

Si assume per tale modello:

- deformazione del calcestruzzo al picco di resistenza  $\varepsilon_c = 2\text{‰}$
- deformazione ultima del calcestruzzo è assunta pari a  $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰} : 4,0\text{‰}$ .

Altro modello presente in letteratura è il modello FIP, 1970, esso risulta essere molto simile al modello di Hognestad, infatti il tratto ascendente ripercorre la curva di Hognestad, le sole differenze consistono in:

- il tratto post picco è assunto orizzontale;
- la deformazione ultima del calcestruzzo è assunta pari a  $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$ .

Il risultato è il legame parabola – rettangolo adottata dalla normativa italiana per le verifiche allo stato limite ultimo.

$$\sigma_c = 1000f_c\varepsilon(1 - 250\varepsilon) \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad [4.1.8]$$

$$\sigma_c = f_c \quad \text{per } \varepsilon_c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cu} \quad [4.1.9]$$

Il modello proposto da Kent-Park, 1971, per il calcestruzzo compresso non confinato risulta avere la medesima espressione nel ramo ascendente del legame di Hognestad, mentre è differente l'espressione post picco:

$$\sigma_c = f_c \left[ 2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad [4.1.10]$$

$$\sigma_c = f_c \left[ 1 - Z \varepsilon_c \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - 1 \right) \right] \quad \text{per } \varepsilon_c \leq \varepsilon \quad [4.1.11]$$

A differenza dei modelli precedenti, Park introduce un coefficiente  $Z$  a livello del ramo post picco, che tiene conto della variabilità qualitativa del calcestruzzo. Il parametro  $Z$  viene definito come segue:

$$Z = \frac{0,5}{\varepsilon_{c,50} - \varepsilon_c} \quad [4.1.12]$$

La deformazione  $\varepsilon_{c50}$  è il valore corrispondente nella quale la tensione si risulta essere la metà rispetto al suo valore massimo e si assume pari a:

$$\varepsilon_{c50} = \frac{0,21+0,02f_c}{10f_c-70} \quad [4.1.13]$$

Il modello di Popovics del 1973 esprime il legame di calcestruzzo non confinato attraverso un'unica legge:

$$\sigma_c = f_c \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \frac{n}{(n+1) + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)^n} \quad [4.1.14]$$

la variabile n è definita nell'equazione seguente:

$$n = 0,4 \frac{f_c}{1000} + 1 \quad [4.1.15]$$

Inoltre si assume:

$$\varepsilon_c = 0,0005 \sqrt[4]{f_c} \quad [4.1.16]$$

Il legame costitutivo proposto da Bertero et al., 1977, per il calcestruzzo compresso non confinato è descritto dalle relazioni:

$$\sigma_c = f_c \frac{\left[ A \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right) - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right]}{1 + (A-2) \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)} \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad [4.1.17]$$

$$\sigma_c = f_c \left[ 1 - Z \varepsilon_c \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - 1 \right) \right] \quad \text{per } \varepsilon_c \leq \varepsilon \quad [4.1.18]$$

I coefficienti A e Z sono calcolati rispettivamente:

$$A = \frac{E_c \varepsilon_c}{f_c} \quad [4.1.19]$$

$$Z = \frac{0,5}{\frac{3+0,29f_c}{145f_c-1000} - \varepsilon_c} \quad [4.1.20]$$

Un altro modello proposto in letteratura è il legame costitutivo tensioni-deformazioni proposto da Saatcioglu e Razvi (1992) per il calcestruzzo compresso non confinato, descritto dalle relazioni:

$$\sigma_c = f_c \left[ 2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad [4.1.21]$$

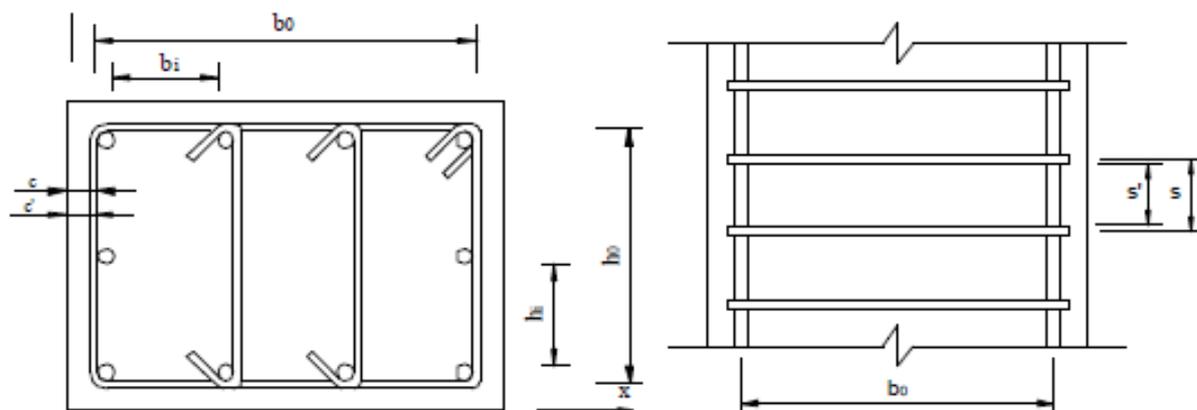
$$\sigma_c = f_c \left[ 1 - 0,15 \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_c} \right) \right] \quad \text{per } \varepsilon_c \leq \varepsilon \quad [4.1.22]$$

in cui:  $\varepsilon_{c85}$  è la deformazione del calcestruzzo, in corrispondenza dell'85% della resistenza massima, nella fase post-picco.

### ***3.2 Modelli presenti in letteratura per la valutazione del confinamento***

Lo studio del comportamento del calcestruzzo rappresenta ancora argomento oggetto di numerosi studi da molti scienziati. I primi, di cui si abbia testimonianza in letteratura si sono basati sullo studio del comportamento del calcestruzzo soggetto ad un'azione di confinamento idrostatica oppure da spirali d'acciaio, e hanno segnato l'inizio per i successivi studi, che hanno portato alla formulazione di modelli matematici che rappresentano in maniera più o meno esaustiva, il comportamento del calcestruzzo confinato. Di seguito vengono riportati alcuni tra i più importanti modelli presenti in letteratura.

Uno dei primi modelli che considera il confinamento del calcestruzzo dovuto all'armatura trasversale è quello di Kent-Park, 1971. Nel modello viene considerata una sezione rettangolare di calcestruzzo:



*Figura 3.1 Sezione di calcestruzzo presa in considerazione nel modello di Kent-Park*

In cui  $b_0$  e  $h_0$  rappresentano la base e l'altezza della porzione di calcestruzzo posta all'interno delle staffe. Nel modello vengono definiti anche i rapporti volumetrici come mostrato di seguito:

$$\rho_{st,x} = \frac{A_{st,x}}{h_0 s} ; \rho_{st,y} = \frac{A_{st,y}}{b_0 s} \quad [4.2.1]$$

Dove  $A_{st,x}$  e  $A_{st,y}$  rappresentano rispettivamente l'area delle armature trasversali nelle direzioni  $x$  e  $y$  e  $s$  indica il passo delle stesse armature trasversali. Il legame proposto dai sopracitati autori, è diviso in tre diversi tratti. La prima parte è caratterizzata da un tratto parabolico, il secondo da un segmento con andamento decrescente e il terzo da una retta caratterizzata da un valore di tensione costante pari al 20% della tensione massima.

Il primo tratto, quello caratterizzato dall'essere di andamento parabolico, in realtà non risente dell'effetto di confinamento indotto dalle staffe, infatti il tratto risulta essere identico per il calcestruzzo sia confinato non confinato, la relazione che ne descrive l'andamento è la seguente:

$$\sigma_{cc} = f_c \left[ 2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad [4.2.2]$$

Il secondo tratto, quello caratterizzato invece dal tratto discendente, è governato da una legge lineare, ottenibile graficamente dal valore della deformazione del calcestruzzo quando la tensione di confinamento raggiunge il 50% della tensione al picco di resistenza:

$$\sigma_{cc} = f_c \left[ 1 - 0,5 \frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_{c50} - \varepsilon_{50,h} - \varepsilon_c} \right] \quad \text{per } \varepsilon_c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{c20} \quad [4.2.3]$$

In cui  $\varepsilon_{c50}$  rappresenta il livello di deformazione alla quale si dimezza la tensione, ricavabile come segue:

$$\varepsilon_{c50} = \frac{3 + 0,29f_c}{145f_c - 1000} \quad [4.2.4]$$

Mentre:

$$\varepsilon_{50,h} = 0,75 \rho_{st} \sqrt{\frac{b}{s}} \quad [4.2.5]$$

L'espressione di  $\varepsilon_{50,h}$  è riferita a sezioni quadrate di riferimento con nucleo cerchiato avente lato pari a  $b$ . Nel caso di sezioni rettangolari gli autori suggeriscono di assumere per lato  $b$  della sezione quadrata equivalente un'espressione di questo tipo:

$$b = \sqrt{b_0 h_0} \quad [4.2.6]$$

Un altro modello di notevole importanza è sicuramente quello di Sheik-Uzumeri (1982), in questo modello si va a considerare anche un aumento di resistenza dovuto all'effetto del con-

finamento. In pratica si va a moltiplicare la resistenza a compressione cilindrica del calcestruzzo per un coefficiente  $k_s$ :

$$f_{cc} = f_c k_s \quad [4.2.7]$$

La determinazione del coefficiente  $k_s$ , per sezioni quadrate avviene mediante una formulazione di questo tipo:

$$k_s = 1 + \frac{b_0^2}{140P_{cc}} \left[ \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{5,5b_0^2} \right) \left( 1 - \frac{s}{2b_0^2} \right) \right] \sqrt{\rho_{st} f_{yk}} \quad [4.2.8]$$

Nel metodo viene definita una forza di confinamento  $P_{cc}$  applicata al nucleo di calcestruzzo armato  $A_{cc}$  pari a :

$$P_{cc} = f_c A_{cc} \quad [4.2.9]$$

In cui la deformazione  $\epsilon_{cc}$  viene assunta pari a 2,2‰, in presenza di confinamento, gli autori suggeriscono però, un aumento di tale valore in funzione dell'incremento di resistenza secondo una formula di questo tipo:

$$\epsilon_{cc} = 80 f_c k_s 10^{-6} \quad [4.2.10]$$

La deformazione corrispondente all'85% della tensione massima,  $\epsilon_{cc85}$ , invece viene definita come segue:

$$\varepsilon_{cc85} = 0,225\rho_{st}\sqrt{\frac{b_0}{s} + \varepsilon_{cc2}} \quad [4.2.11]$$

In cui:

$$\varepsilon_{cc2} = \varepsilon_{cc1} \left[ 1 + \frac{248}{bi} \left[ 1 - 5 \left( \frac{s}{b_0} \right)^2 \right] \frac{\rho_{st} f_{yk}}{\sqrt{f_c}} \right] \quad [4.2.12]$$

Il legame costitutivo del calcestruzzo confinato, a questo punto, viene quindi rappresentato tramite una curva in cui vengono individuati tre diversi tratti:

$$\sigma_{cc} = f_c \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc1}} \right) - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc2}} \right)^2 \right] \quad \text{per } \varepsilon_c \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{cc1} \quad [4.2.13]$$

$$\sigma_{cc} = k_s f_{cc} \quad \text{per } \varepsilon_{cc1} < \varepsilon \leq \varepsilon_{cc2} \quad [4.2.14]$$

$$\sigma_{cc} = f_c [1 - Z(\varepsilon - \varepsilon_{cc2})] \quad \text{per } \varepsilon > \varepsilon_{cc2} \quad [4.2.15]$$

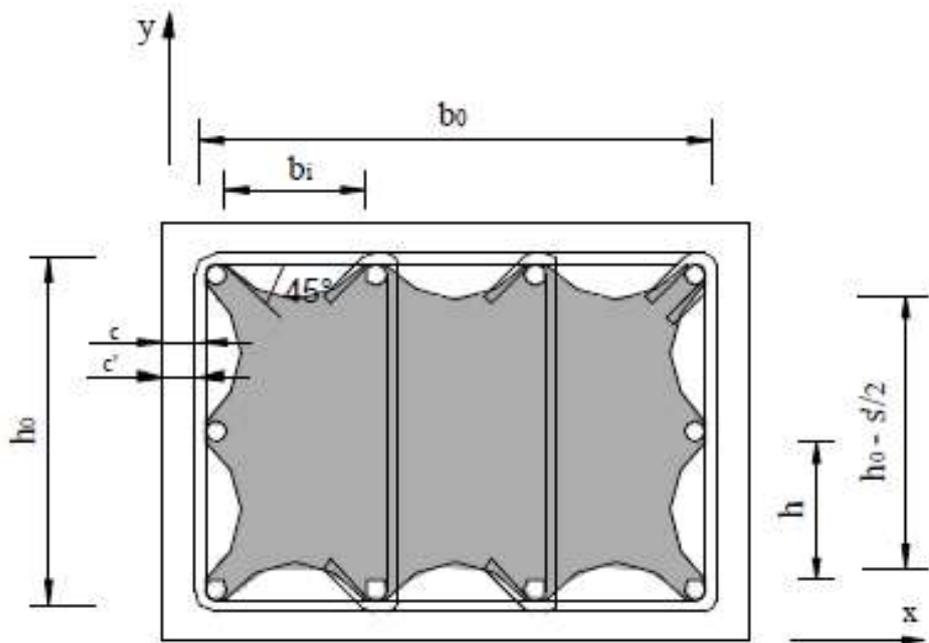
Dove il parametro Z, è una caratteristica del ramo della in cui sono presenti i valori residui, e può essere determinato in questo modo:

$$Z = \frac{0,5}{\frac{3}{4}\rho_{st}\sqrt{\frac{b_0}{s}}} \quad [4.2.16]$$

Un'estensione del modello di Kent-Park, in cui si procede ad una generalizzazione del modello, viene effettuata da Scott et al., 1982, in cui la modifica principale va ad interessare il cal-

colo delle pressioni di confinamento, in cui si va a tenere conto pure dell'area efficacemente confinata.

Il metodo viene generalizzato attraverso il calcolo di un coefficiente  $\alpha$ , che tiene conto dell'efficacia delle staffe non solo lungo la sezione trasversale, ma anche lungo l'asse longitudinale dell'elemento.



*Figura 3.2 Sezione trasversale di calcestruzzo efficacemente confinato*

Dove con  $b_i$  viene indicata la distanza tra due barre adiacenti bloccate da staffe, e l'altezza di ciascun segmento parabolico risulta pari a  $b_i/4$ .

Ricordando che l'altezza media di un segmento parabolico è  $2/3$  dell'altezza massima dell'area efficace:

$$A_{in(n)} = \sum_{i=1}^n \frac{2}{3} b_i \frac{b_i}{4} = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0h_0} \quad [4.2.17]$$

L'area di sezione trasversale effettivamente confinata risulta quindi:

$$A_{e(n)} = A_{cc} - A_{in(n)} = b_0 h_0 \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0 h_0} \right) \quad [4.2.18]$$

In cui  $A_{cc}$  rappresenta l'area del nucleo della sezione ed è pari a:

$$A_{cc} = b_0 h_0 \quad [4.2.19]$$

Nella sezione in cui si ha il minimo confinamento, cioè quella tra due staffe consecutive, l'area confinata vale:

$$A_{e(s)} = \left( b_0 - \frac{s'}{2} \right) \left( h_0 - \frac{s'}{2} \right) = A_{cc} \left( 1 - \frac{s'}{2b_0} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2h_0} \right) \quad [4.2.20]$$

Nel caso di sezione rettangolare, è possibile calcolare l'area effettivamente confinata tramite la relazione:

$$A_e = A_{cc} \left[ \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0 h_0} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2b_0} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2h_0} \right) \right] \quad [4.2.21]$$

Il metodo consente inoltre di andare a calcolare le tensioni di confinamento nella direzione x e y, utilizzando semplicemente relazioni di equilibrio alla traslazione, nel caso di sezione rettangolare:

$$f_{yk} A_{st,x} = f_{lx} s' h_0 \quad [4.2.22]$$

$$f_{yk}A_{st,y} = f_{ly}s'b_0 \quad [4.2.23]$$

Isolando i termini che riguardano le tensioni:

$$f_{lx} = \frac{A_{st,x}f_{yk}}{h_0s'} = \frac{(A_{st,x}b_0)f_{yk}}{b_0h_0s'} = \rho_{st,x}f_{yk} \quad [4.2.24]$$

$$f_{ly} = \frac{A_{st,y}f_{yk}}{b_0s'} = \frac{(A_{st,y}h_0)f_{yk}}{b_0h_0s'} = \rho_{st,y}f_{yk} \quad [4.2.25]$$

Andando a definire, a questo punto il rapporto meccanico di armatura  $\omega$ , nelle due direzioni:

$$\omega'_{st,x} = \rho'_{st,x} \frac{f_{yk}}{f_c} = \frac{A_{st,x}}{h_0s'} \frac{f_{yk}}{f_c} \quad [4.2.26]$$

$$\omega'_{st,y} = \rho'_{st,y} \frac{f_{yk}}{f_c} = \frac{A_{st,y}}{b_0s'} \frac{f_{yk}}{f_c} \quad [4.2.27]$$

Sostituendo nelle relazioni definite prima si può ricavare il valore della tensione di compressione trasversale in direzione x e y rispettivamente:

$$f_{lx} = \rho_{st,x}f_{yk} = \omega'_{st,x}f_c \quad [4.2.28]$$

$$f_{ly} = \rho_{st,y}f_{yk} = \omega'_{st,y}f_c \quad [4.2.29]$$

Si possono ricavare le effettive tensioni di confinamento tramite le espressioni:

$$f_{lex} = f_{lx}\alpha = \rho'_{st,x}f_{yk}\alpha \quad [4.2.30]$$

$$f_{ley} = f_{ly}\alpha = \rho'_{st,y}f_{yk}\alpha \quad [4.2.31]$$

Dove  $\alpha$  è un coefficiente che tiene conto dell'area di calcestruzzo effettivamente confinata, e viene definito per definizione tramite il rapporto:

$$\alpha = \frac{A_e}{A_{cc}} \quad [4.2.32]$$

Nel caso di sezione rettangolare confinata da staffe può essere calcolato tramite il rapporto:

$$\alpha = \left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{b_i^2}{6b_0h_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_0}\right) \left(1 - \frac{s'}{2h_0}\right) \quad [4.2.33]$$

Inoltre possiamo esprimere la resistenza del calcestruzzo confinato in funzione della resistenza del calcestruzzo non confinato tramite la seguente espressione:

$$f_{cc} = kf_c \quad [4.2.34]$$

In cui il coefficiente  $k$  è funzione del rapporto meccanico delle staffe:

$$k = 1 + \omega'_{st}\alpha \quad [4.2.35]$$

Gli autori suggeriscono inoltre di andare ad incrementare la massima deformazione a cui può essere soggetto il calcestruzzo, applicando un'equazione costitutiva del tipo parabola-rettangolo, pari al 2%, andando a moltiplicare quest'ultima per il coefficiente k:

$$\varepsilon_{cc} = k\varepsilon_c \quad [4.2.36]$$

A questo punto il modello di Kent-Park modificato da Scott e al. risulta diviso in tre parti:

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \left[ 2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right] \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad [4.2.37]$$

$$\sigma_{cc} = \max \left\{ \begin{array}{l} f_{cc} \left[ 1 - 0,5 \frac{\varepsilon - \varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc050} - \varepsilon_{cc}} \right] \\ 0,2f_c \end{array} \right. \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad [4.2.38]$$

Si può notare attraverso le formule come il modello sia definito in modo tale che la tensione si dimezzi in corrispondenza del livello di deformazione pari a  $\varepsilon_{cc}$ .

Nel caso in cui non ci sia la presenza di un effetto confinante tale deformazione viene definita come segue:

$$\varepsilon_{c50} = \frac{3 + 0,29f_c}{145f_c - 1000} \quad [4.2.39]$$

Nel caso in cui ci sia, invece, la presenza di un effetto confinante tale deformazione cresce:

$$\varepsilon_{cc50} = \varepsilon_{c50} + \varepsilon_{50,h} \quad [4.2.40]$$

Dove, nel caso di sezioni quadrate, con nucleo cerchiato, di lato  $b$ , il fattore  $\varepsilon_{50,h}$  presenta l'espressione:

$$\varepsilon_{50,h} = 0,75\rho_{st}\sqrt{\frac{b}{s}} \quad [4.2.41]$$

Un modello, di notevole importanza, è sicuramente quello di Mander et al, 1988, il modello, definito di seguito, sfrutta la definizione di area efficacemente confinata introdotta da Sheik e Uzumeri, 1980, andando a definire delle relazioni che sono valide per sezioni sia quadrate e rettangolari che circolari, diventando così uno dei modelli chiave nella definizione di confinamento.

Il modello descrive il comportamento del calcestruzzo confinato, soggetto ad un carico monotono, secondo un'unica relazione:

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \frac{r \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}}{r-1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}}\right)^r} \quad [4.2.42]$$

In cui:

$$f_{cc} = \left( 2,254 \sqrt{1 + \frac{7,94 f_{le}}{f_c}} - 2 \frac{f_{le}}{f_c} - 1,254 \right) \quad [4.2.43]$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon [1 + 5(k - 1)] \quad [4.2.44]$$

Il parametro  $r$  è determinato in funzione del modulo elastico tangente all'origine  $E_c$  del calcestruzzo e del modulo elastico secante  $E_{sec}$  corrispondente alla massima tensione:

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad [4.2.45]$$

Con:

$$E_c = 5000\sqrt{f_c} \quad [4.2.46]$$

$$E_{sec} = \frac{f_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad [4.2.47]$$

L'equazione [4.2.42] è valida solamente per sezioni di forma circolare, pertanto per determinare la resistenza a compressione del calcestruzzo confinato per colonne a sezioni rettangolari si utilizza un abaco che consente di calcolare il coefficiente  $k$ , che a sua volta consente il calcolo di  $f_{cc}$  [4.2.43] e di  $\varepsilon_{cc}$  [4.2.44]:

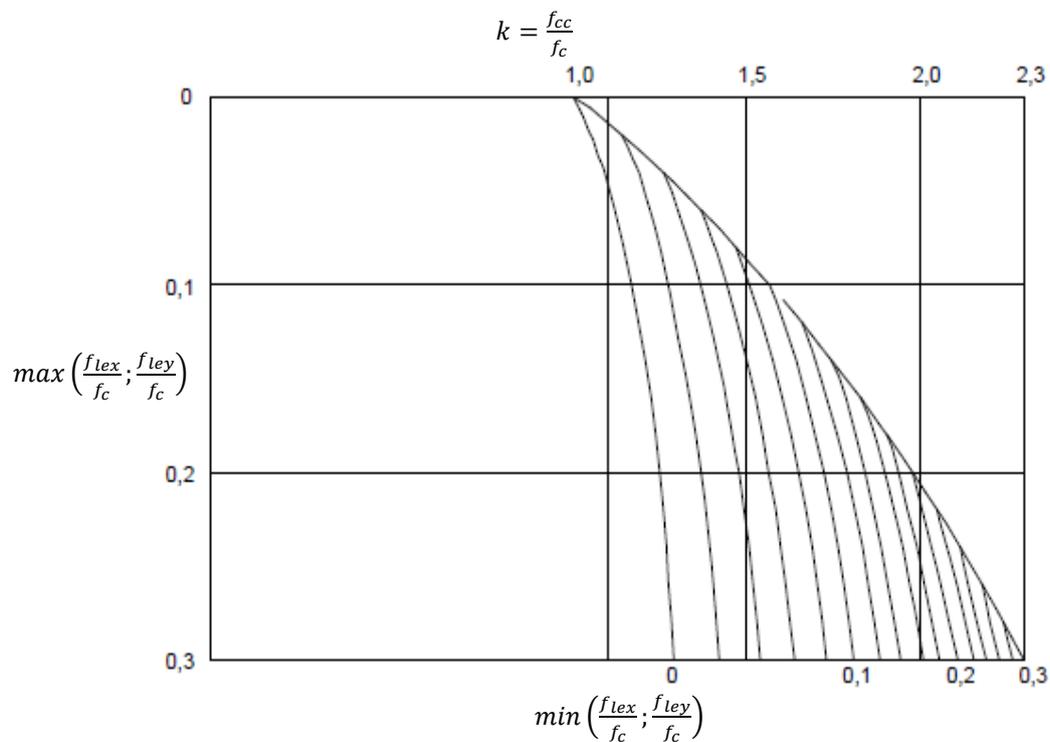


Figura 3.3 Abaco per la determinazione della resistenza del calcestruzzo confinato per sezioni rettangolari in funzione di  $f_{lex}$  e  $f_{ley}$

In cui:

$$f_{cc} = kf_c \quad [ 4.2.48]$$

Per l'utilizzo dell'abaco è indispensabile il calcolo delle pressioni di confinamento effettive secondo le due direzioni, e possono essere calcolate tramite le relazioni [4.2.29] e [4.2.30].

Per quanto riguarda la deformazione ultima Priestley, assume che in assenza di confinamento essa sia pari a 4‰.

L'incremento dovuto al confinamento viene invece determinato rifacendosi a un suggerimento di Mander, partendo dalla considerazione che la rottura del calcestruzzo confinato corrisponde alla crisi delle staffe di confinamento, cioè al raggiungimento della deformazione ultima  $\varepsilon_{su}$ .

Quindi secondo Mander la deformazione ultima a compressione di una sezione è definita come la tensione in corrispondenza della quale si verifica lo snervamento della prima staffa.

Uguagliando l'energia necessaria per portare a rottura la staffa a quella che corrisponde alla deformazione del calcestruzzo del nucleo, si ha:

$$\varepsilon_{ccu} = \varepsilon_{cu} + \frac{1,4\rho_{st}f_{yk}}{f_{cc}}\varepsilon_{su} = \varepsilon_{cu} + \frac{1,4\omega_{st}}{k}\varepsilon_{su} \quad [ 4.2.49]$$

Un altro modello che presenta una notevole importanza è sicuramente quello di Saatcioglu e Razvi, 1992. Questo modello si basa sulla considerazione che le staffe esercitano una maggiore pressione di confinamento agli spigoli, mentre, nelle zone mediane, esercitano una minore azione di confinamento.

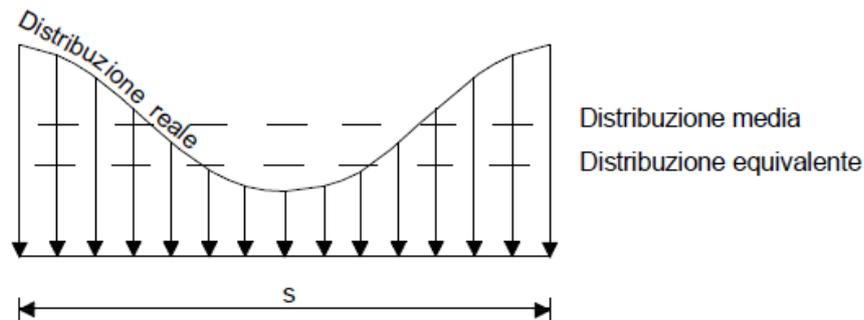
Agli spigoli la pressione di confinamento risente soprattutto della forza assiale sulla staffa che cresce con il livello di resistenza raggiunto e con le dimensioni della sezione.

L'azione di confinamento nelle zone mediane invece è strettamente legata alla rigidità flessionale della staffa e quindi alla dimensione della staffa e alla distanza tra i ferri longitudinali.

Secondo tali concetti per aumentare ulteriormente l'azione confinante si possono aggiungere barre longitudinali e cravatte trasversali, tanto più aumentano le barre longitudinali e le cravatte tanto più ci si avvicina a una distribuzione uniforme delle pressioni laterali nel piano.

Rimane comunque aperta la questione relativa all'andamento delle pressioni lungo l'altezza, in cui il parametro caratterizzante è il passo delle staffe.

Dall'osservazione di un gran numero di prove sperimentali, Saatcioglu e Razvi, 1992, arrivano alla conclusione che la pressione media non è rappresentativa del reale confinamento e porta di conseguenza a sovrastimarne gli effetti. Per ovviare a tali problemi definiscono una pressione uniforme equivalente:



*Figura 3.4 Andamento della distribuzione di tensioni laterale*

cioè quella pressione che ottiene gli stessi effetti della legge reale di distribuzione.

Il calcolo della pressione uniforme viene fatto attraverso l'introduzione del coefficiente di riduzione  $k_2$ , minore di 1, ottenuto con una regressione su un numero elevato di dati sperimentali ed espresso dalla seguente relazione:

$$k_2 = 0,26 \sqrt{\frac{b_0}{s} \frac{b_0}{b_i} \frac{1}{f_l}} \quad [ 4.2.50]$$

Dove:

$b_i$  è la distanza tra le barre longitudinali;

$s$  è il passo delle staffe;

$f_l$  pressione laterale media.

Nelle colonne a sezione rettangolare i livelli di confinamento relativi alle due direzioni ortogonali dei lati sono in genere diversi.

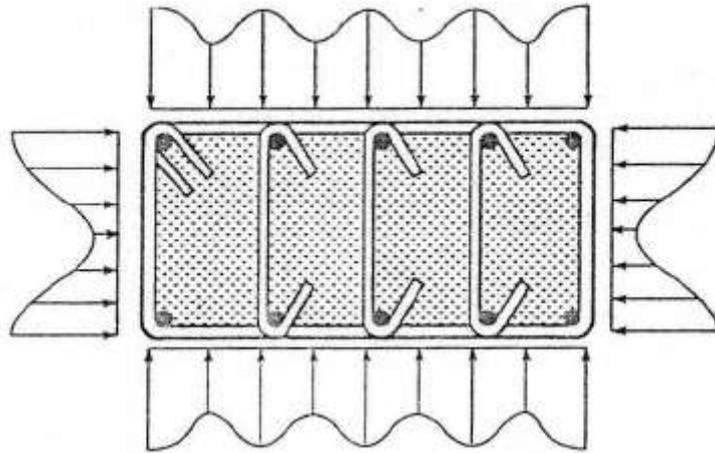


Figura 3.5 Distribuzione laterale presa in considerazione nel modello di Saatcioglu e Razvi, 1992,

Dato che sperimentalmente le pressioni di confinamento risultano approssimativamente proporzionali alle dimensioni del nucleo della sezione, è possibile calcolare la pressione laterale equivalente attraverso la media pesata, dove per peso si ha la somma delle dimensioni della sezione.

$$f_{le} = \frac{f_{lex}b_0 + f_{ley}h_0}{b_0 + h_0} \quad [3.2.51]$$

In cui  $f_{lex}$  e  $f_{ley}$  rappresentano rispettivamente le pressioni laterali equivalenti lungo le direzioni x e y mentre  $b_0$   $h_0$  rappresentano i lati del nucleo nelle due direzioni.

Le pressioni laterali equivalenti vengono calcolate attraverso le espressioni di seguito riportate:

$$f_{lex} = 2f_{lx}k_{2x} \quad [3.2.52]$$

$$f_{ley} = 2f_{ly}k_{2y} \quad [3.2.53]$$

In cui i coefficienti  $k_{2x}$  e  $k_{2y}$  possono essere calcolati in questo modo:

$$k_{2x} = 0,26 \sqrt{\frac{h_0}{s} \frac{h_0}{h_i} \frac{1}{f_{lx}}} \quad [3.2.54]$$

$$k_{2y} = 0,26 \sqrt{\frac{b_0 b_0}{s h_i f_{ly}}} \quad [3.2.55]$$

Dove:

$b_i$  e  $h_i$  sono le distanze tra le barre longitudinali rispettivamente in direzione x e y;

$b_0$  e  $h_0$  le dimensioni della staffa;

$s$  il passo.

La resistenza del calcestruzzo confinato vale:

$$f_{cc} = f_c \left[ 1 + \left( \frac{k_1 f_{le}}{f_c} \right) \right] \quad [3.1.56]$$

Con:

$$k_1 = 6,7(f_{le})^{-0,17} \quad [3.1.57]$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_c (1 + 5K) \quad [3.1.58]$$

$$K = \frac{k_1 f_{le}}{f_c} \quad [3.1.59]$$

Il legame costitutivo  $\sigma$ - $\varepsilon$  è espresso come mostrato in seguito:

$$\sigma_{cc} = f_{cc} \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right) - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^2 \right] \quad [3.1.60]$$

$$\sigma_{cc} = \max \left\{ \begin{array}{l} f_{cc} \left[ 1 - 0,15 \frac{\varepsilon - \varepsilon_{cc}}{\varepsilon_{cc85} - \varepsilon_{cc}} \right] \\ 0,2 f_{cc} \end{array} \right. \quad [3.1.61]$$

La deformazione corrispondente all'85% della resistenza a compressione confinata, è espressa secondo la seguente relazione:

$$\varepsilon_{cc85} = \varepsilon_{c85} + (260 \rho_{st} \varepsilon_{cc}) \quad [3.1.62]$$

In assenza di dati sperimentali  $\epsilon_{c85}$  può essere assunto pari a 3,06‰.

In questa parte dell'elaborato di tesi si è mostrato come esistano vari studi presenti in letteratura per la valutazione del confinamento da parte delle armature sia longitudinali che trasversali. Gli studi mostrano inoltre come, la presenza del confinamento, faccia variare in maniera più o meno significativa le proprietà meccaniche del calcestruzzo soggetto ad un'azione confinante.

Gli autori sopracitati mostrano inoltre una serie di parametri utili alla definizione di tali modelli che possono essere di facile determinazione o meno in funzione della complessità del modello esposto.

## ***4. Modellazione del comportamento di elementi strutturali***

### ***4.1 Modelli a plasticità diffusa***

Con l'avvento dei calcolatori hanno avuto un rapido e largo sviluppo soprattutto in campo accademico algoritmi di risoluzione basati su modelli numerici a plasticità diffusa. La loro peculiarità è quella di discretizzare l'elemento strutturale in una serie di sezioni a loro volta suddivise in una serie di fibre; ognuna di queste ha comportamento monoassiale e lo snervamento viene concentrato all'interno di una parte dell'elemento di lunghezza finita.

In letteratura si può trovare un gran numero di pubblicazioni basate sull'impiego di una discretizzazione a fibre per studiare il comportamento di sezioni, di forma più o meno comune, sottoposte a sollecitazioni di tipo flessionale, tuttavia sono poche quelle che propongono delle vere innovazioni sul modello da applicare.

Tra esse si segnalano gli studi di Aktan e Pecknold, 1974, su colonne pressoinflesse di forma circolare, e di Hsu, 1989, che indaga il comportamento di elementi con sezione a T, l'autore, nello studio in questione, propone l'utilizzo dell'algoritmo a tratti di Cranston-Chatterji modificato (Hsu e Mirza, 1973, Hsu, 1974) e le equazioni di equilibrio vengono poi risolte con il metodo di Newton-Raphson. I risultati ottenuti con la formulazione analitica vengono poi confrontati con una serie di dati sperimentali che confermano le scelte fatte in fase di modellazione. Inoltre, grazie agli ottimi risultati ottenuti con il modello, viene condotta una serie di simulazioni che permettono di valutare l'esponente della formulazione "Load Contour" di Bresler più indicato per quel tipo di sezione.

Un altro lavoro interessante è quello di Wang e Hsu, 1992, i quali in maniera analoga allo studio condotto da Aktan e Pecknold, 1974, trattano il caso di un elemento sottoposto a pressoflessione deviata studiato secondo una modellazione a fibre, considerando sia sezioni di forma generica (piene, cave, con fori) che in presenza di armatura generica (simmetrica e non). Nello studio si evidenzia come per consentire la convergenza del modello in maniera rapida e con una sufficiente precisione, sia conveniente l'utilizzo di un passo di integrazione variabile

In un altro studio Kim e Lee (2000) eseguono studi, seguendo un'impostazione simile agli autori precedenti, su pilastri a sezione quadrata e rettangolare, per valutarne principalmente il comportamento che gli stessi mostrano all'interno della zona di softening dell'equazione costitutiva.

Nel lavoro si evidenzia che il risultato dell'analisi agli elementi finiti nel ramo di softening è molto sensibile alla dimensione degli elementi scelti per la discretizzazione. La ragione sta nel fatto che, la crisi dell'elemento non avviene più in una regione delimitata dello stesso ma avviene in una regione di lunghezza pari all'elemento stesso. Di conseguenza l'energia dissipata dipende dalla dimensione dell'elemento finito. In particolare, al diminuire della dimensione dell'elemento finito si ha, all'inizio del ramo plastico, una caduta di tensione più accentuata.

#### ***4.2 Modelli a plasticità concentrata***

Un'altra tipologia di modelli di analisi prevede di concentrare le non-linearità in una zona di lunghezza ridotta (detta cerniera plastica) mentre il resto dell'elemento rimane in campo elastico. Risulta una delle prime tecniche di modellazione implementate all'interno di calcolatori per la valutazione del comportamento strutturale in campo non lineare. Questo tipo di modellazione risulta essere molto vantaggiosa in quanto gli elementi risultano rimanere in fase elastica, quindi computazionalmente meno onerosi, l'onere computazionale avviene in presenza della descrizione delle cerniere plastiche, dato tutta la non linearità risulta concentrata in soli alcuni punti discreti, affinché il modello sia in grado di descrivere in maniera accurata e completa il comportamento strutturale, è necessario impiegare, modelli che risultino più completi possibili.

Questo tipo di modellazione viene esposta per completezza anche se non si entra nel merito in quanto non vengono utilizzati nel proseguo del presente studio.

## 5. Caso studio

### 5.1 Geometria della struttura

Nel presente capitolo si entrerà più nello specifico dello studio nel seguente elaborato di tesi mostrando le proppredela struttura scelta come caso studio.

Come già anticipato in precedenza, scopo dell'elaborato, è lo studio di una struttura progettata con le vigenti norme sismiche, soggetta ad un'accelerazione sismica biassiale, attraverso un software agli elementi finiti chiamato OpenSees. La struttura a cui si fa riferimento è una struttura semplice composta da telai in cemento armato, che presenta due piani e due campate per piano, e conta la presenza di 6 pilastri e 7 travi, viene di seguito mostrato per chiarezza una pianta della struttura:

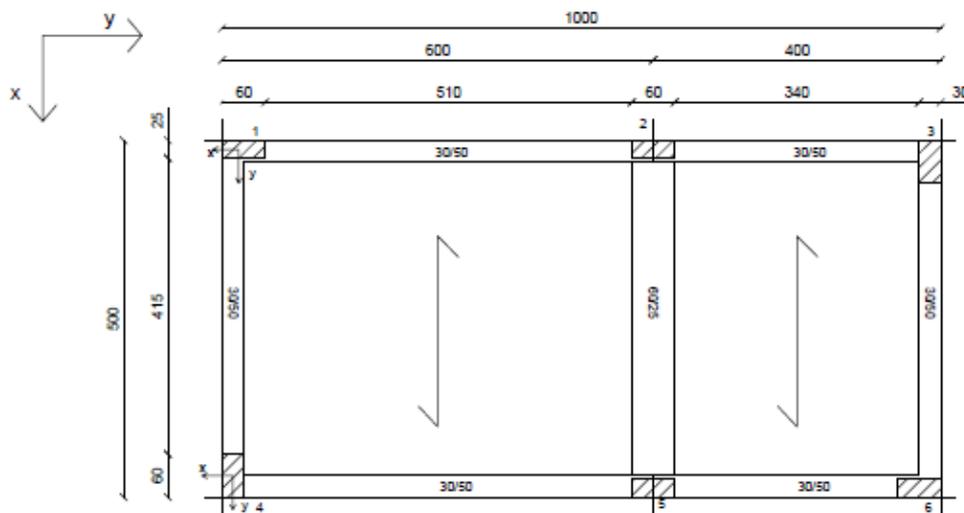


Figura 5.1 Pianta della struttura (quote in mm)

La struttura presenta un lato di dimensioni pari a 5 metri, mentre nella direzione ortogonale si può vedere come sia composta da due campate, una di lunghezza pari a 6 metri mentre l'altra risulta pari a 4 metri, inoltre la struttura è composta, in altezza, da due piani di altezza rispettivamente 3.4 [m], per il piano terra, e 3.1 per i rimanti due piani. La struttura a cui si fa riferimento è una struttura di classe d'uso 1 per civile abitazione, con una vita nominale conside-

rata pari a 50 anni, progettata utilizzando una classe di calcestruzzo C25/30 ,acciaio utilizzato di tipo B450C, sismico laminato a caldo. La struttura trova la sua collocazione nel comune di L'aquila, di coordinate 42°21'14.43"N13°23'31.17"E. L'aquila è un comune italiano di 69 349 abitanti, posto a 721 m s.l.m., capoluogo dell'omonima provincia e della regione Abruzzo, famosa per essere stata colpita da una serie di eventi sismici nel 2009 che hanno portato la morte di centinaia di persone con un danno economico stimato di oltre 10 miliardi di euro.

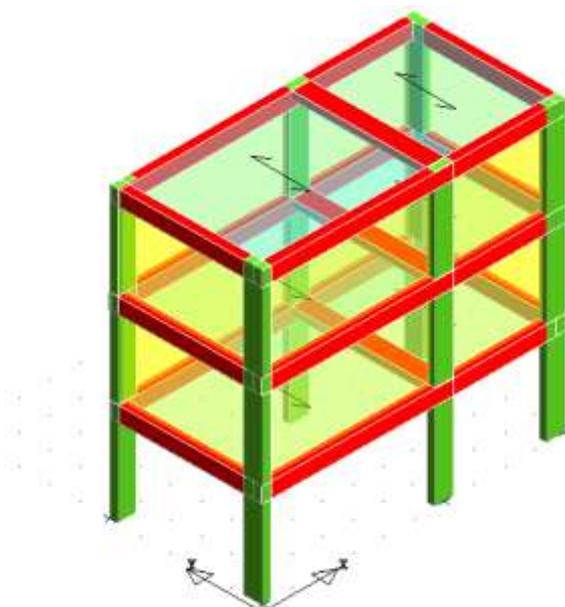
## ***5.2 Progettazione della struttura secondo normativa***

La struttura, in primo luogo, è stata progettata secondo le vigenti norme sismiche tramite l'utilizzo del software C.D.S. Win, un software progettato da STS (Software Tecnico Scientifico), nata in Sicilia che opera nel campo dello sviluppo software dedicati alle problematiche legate all'ingegneria civile.

Il software C.D.S. Win è un potente strumento di calcolo che permette di effettuare, con schematizzazione totalmente tridimensionale, l'analisi di una qualsiasi struttura mediante le più sofisticate tecniche f.e.m.

C.D.S Win infatti consente di modellare e calcolare strutture spaziali o piane con elementi monodimensionali e bidimensionali. L'input è costituito da un CAD strutturale appositamente studiato e dotato di sofisticate caratteristiche di puntamento diretto a video degli elementi strutturali che consentono una rapida immissione della struttura ed un agevole controllo grafico dei dati forniti.

L'input della struttura può essere eseguito secondo due principali criteri, una modalità di input chiamata "input per impalcati", che prevede l'inserimento di punti di riferimento in pianta (fili fissi) che permettono di definire gli allineamenti verticali principali della struttura, oppure secondo un'altra modalità chiamata "input spaziale", che si rivolge principalmente a strutture che presentano un certo gradi di complessità. Di seguito viene mostrata una vista 3d del modello geometrico nel software:



*Figura 5.2 Vista 3D della struttura esportata dal software di calcolo C.D.S. Win*

In primo luogo, per definire la geometria all'interno del software, è stato necessario definire i fili fissi della struttura e le quote dei vari solai, in seguito si è provveduto a definire i materiali di cui è composta la struttura e solo successivamente alla definizione geometrica dell'intera struttura, quindi, si è andati ad effettuare l'analisi dei carichi di solai e tamponature, necessari per il calcolo delle armature da parte del software. Di seguito viene mostrato un esempio di interfaccia per la definizione dei materiali all'interno del software di calcolo:

CLASSE MATERIALI	
Classe C/c	C25/30
Classe Acciaio	B450C
-----	
Mod. El. kg/cmq	314758
Coeff. Poisson	0,2
Peso Sp. kg/mc	2500

*Figura 5.3 Definizione materiali all'interno del software di calcolo C.D.S. Win*

In fase di predimensionamento si sono determinati gli spessori delle singole componenti che costituiscono i solai seguendo le prescrizioni della normativa, si è optato quindi per un solaio misto in latero cemento di spessore pari a 23 cm composto da pignatte di altezza pari a 18 cm e da una soletta di spessore pari a 5 cm. Viene mostrato di seguito l'inserimento dei dati, ricavati dall'analisi dei carichi, all'interno del software di calcolo:



*Figura 5.4 Interfaccia per l'inserimento dei carichi di solaio all'interno del software di calcolo C.D.S.*



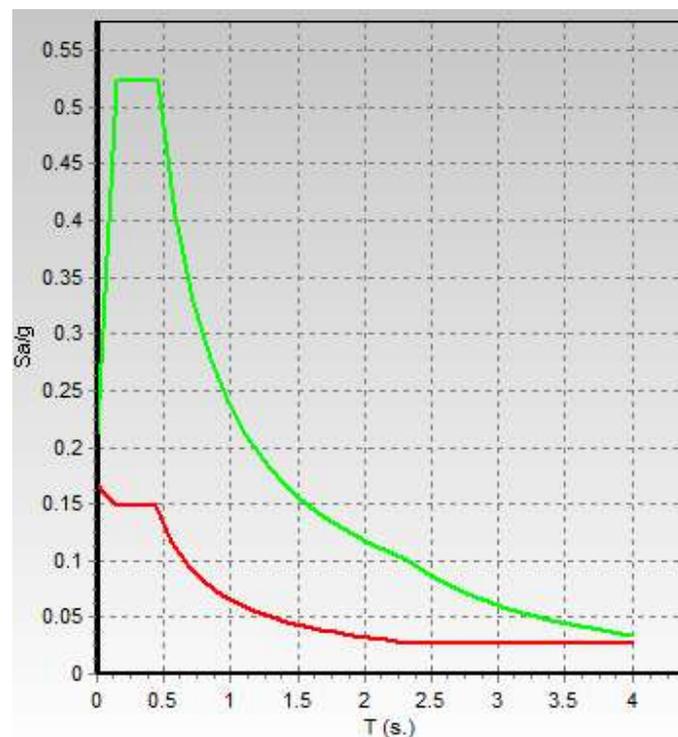
*Figura 5.5 Interfaccia per l'inserimento dei carichi di tamponatura all'interno del software di calcolo C.D.S.*

Il software permette inoltre la collocazione della struttura all'interno di una particolare posizione geografica tramite l'inserimento di specifiche coordinate, ciò è servito per il calcolo automatico, dei parametri di stato limite sismici del sito scelto. Secondo la normativa : “Le azioni sismiche di progetto, in base alle quali valutare il rispetto dei diversi stati limite considerati, si definiscono a partire dalla “pericolosità sismica di base” del sito di costruzione. Essa costituisce l'elemento di conoscenza primario per la determinazione delle azioni sismiche. La pericolosità sismica è definita in termini di accelerazione orizzontale massima attesa  $a_g$  . Ai fini della normativa le forme spettrali sono definite, per ciascuna delle probabilità di superamento nel periodo di riferimento  $P_{Vr}$  , a partire dai valori dei seguenti parametri su sito di riferimento rigido orizzontale:  $a_g$  accelerazione orizzontale massima al sito;  $F_0$  valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale;  $T_C^*$  periodo di inizio

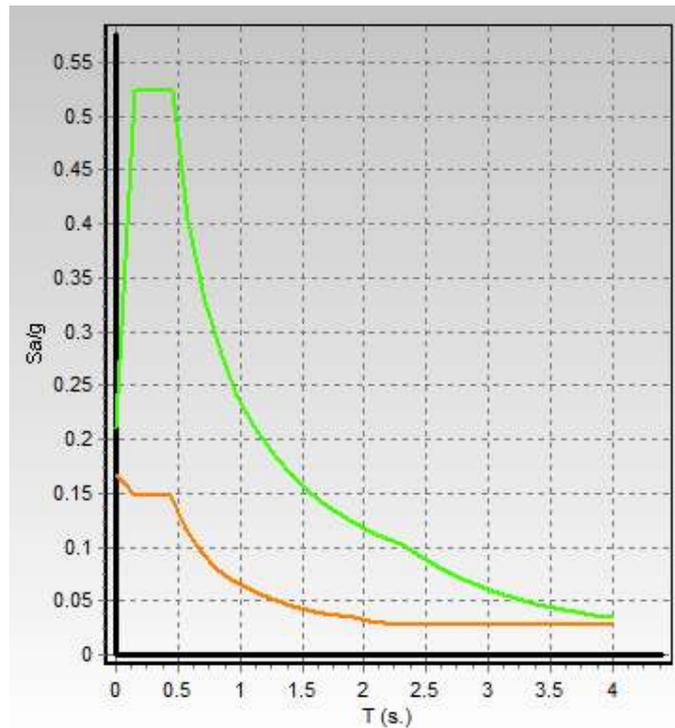
del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale”. Di seguito vengono riportati i parametri di stato limite sismici e gli spettri elastici e di progetto nelle due direzioni:

STATI LIMITE SISMICI	
Attivo	SI
Pvr	0,81
Tr	30
-----	
Ag/g	0,055
Fo	2,507865
T'c	0,2678654
Fv	0,7951597
-----	
TB	0,1278217
TC	0,3834652
TD	1,820644
Ss	1,2

*Figura 5.6 Parametri stati limite sismici ricavati dal software C.D.S. Win*

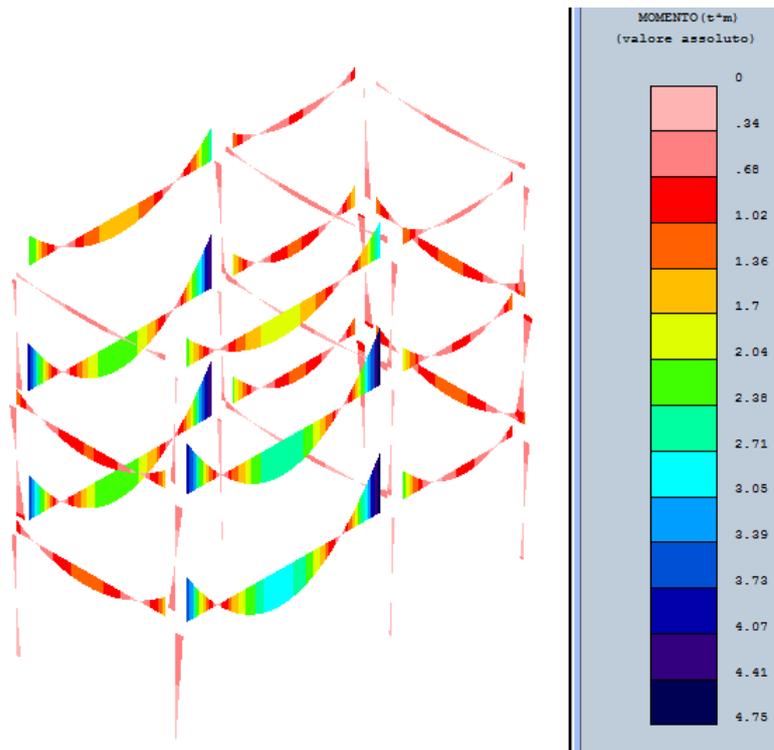


*Figura 5.7 Spettro elastico (in verde) e spettro di progetto (in rosso) in direzione x ricavati dal software di calcolo C.D.S.*

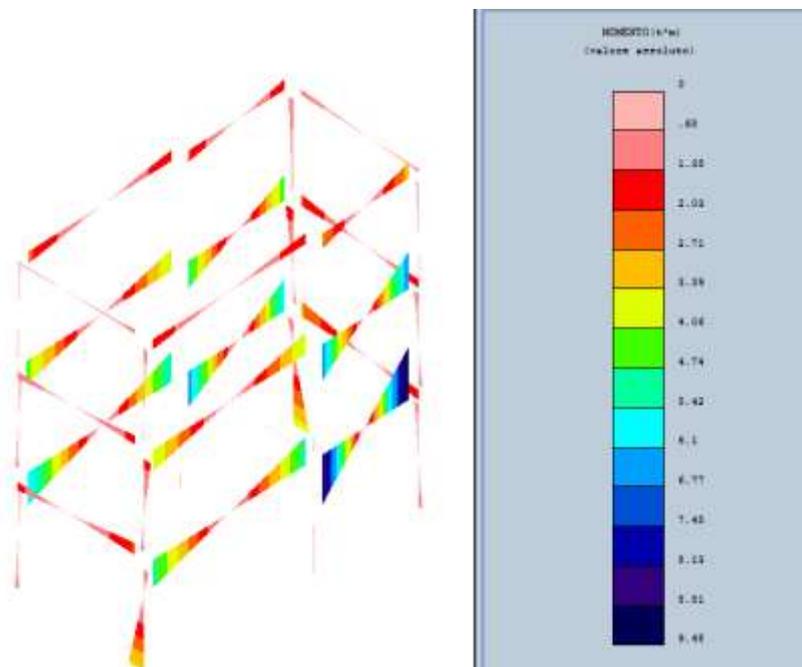


**Figura 5.8 Spettro elastico (in verde) e spettro di progetto (in arancione) in direzione y ricavati dal software di calcolo C.D.S.**

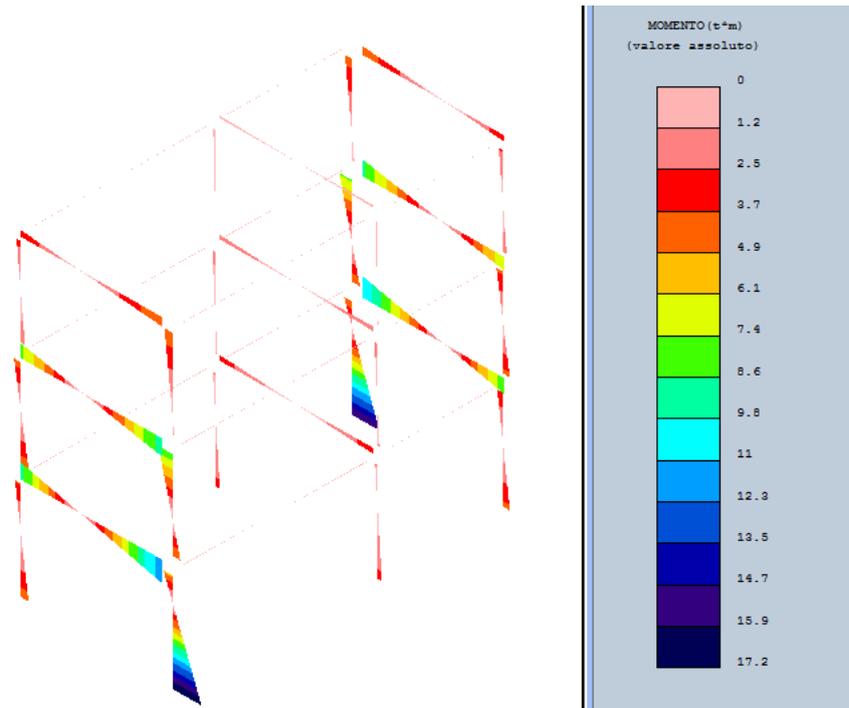
Una volta definiti tutti parametri necessari, si è avviata la procedura di calcolo da parte del software. Di seguito vengono mostrati alcuni output di caratteristiche di sollecitazione forniti dal programma di calcolo:



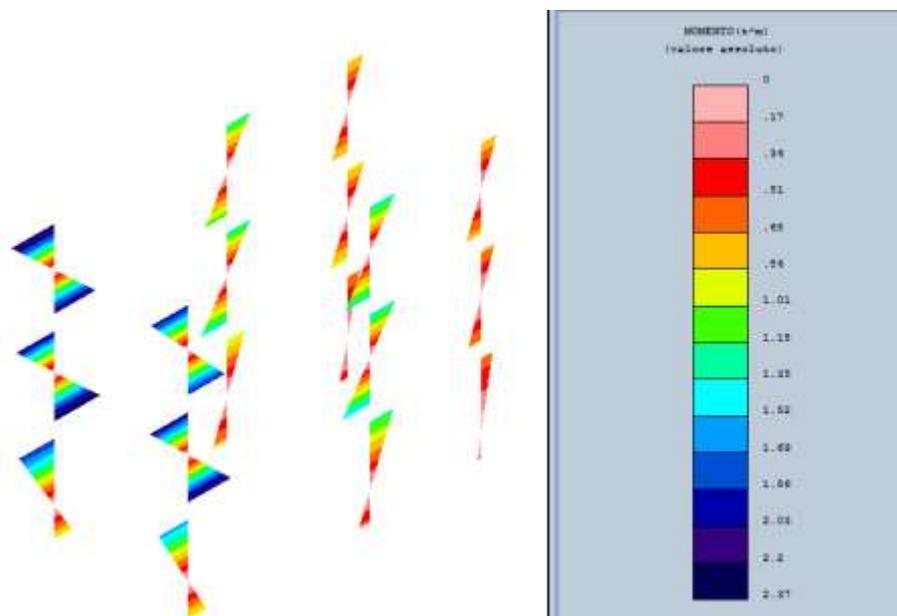
**Figura 5.9** Diagramma di momento flettente in direzione x per la combinazione di carico SLU ricavato dal software di calcolo



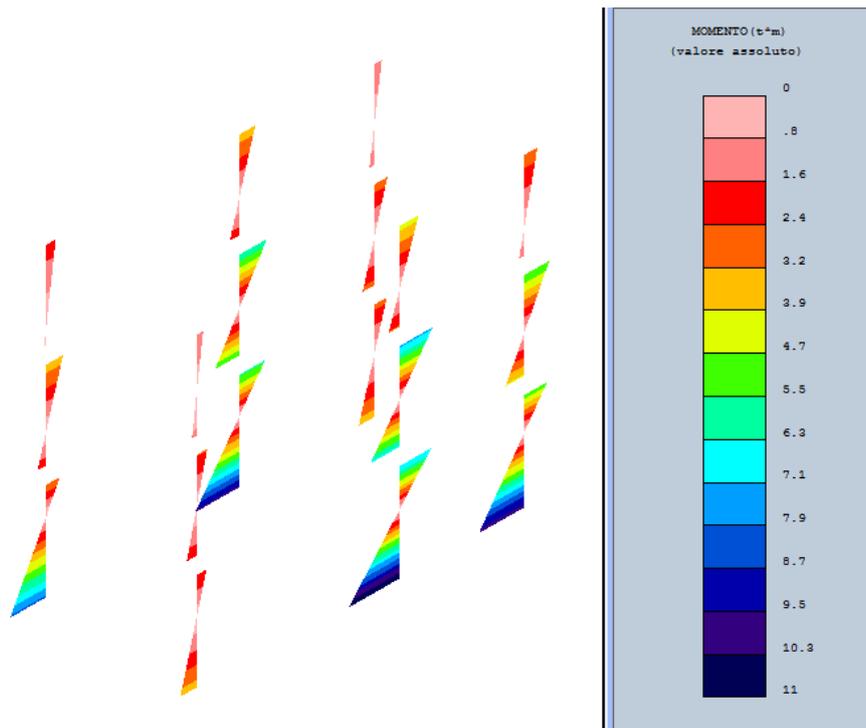
**Figura 5.10** Diagramma di momento flettente in direzione x per la combinazione di carico Sismica (sisma in direzione x)



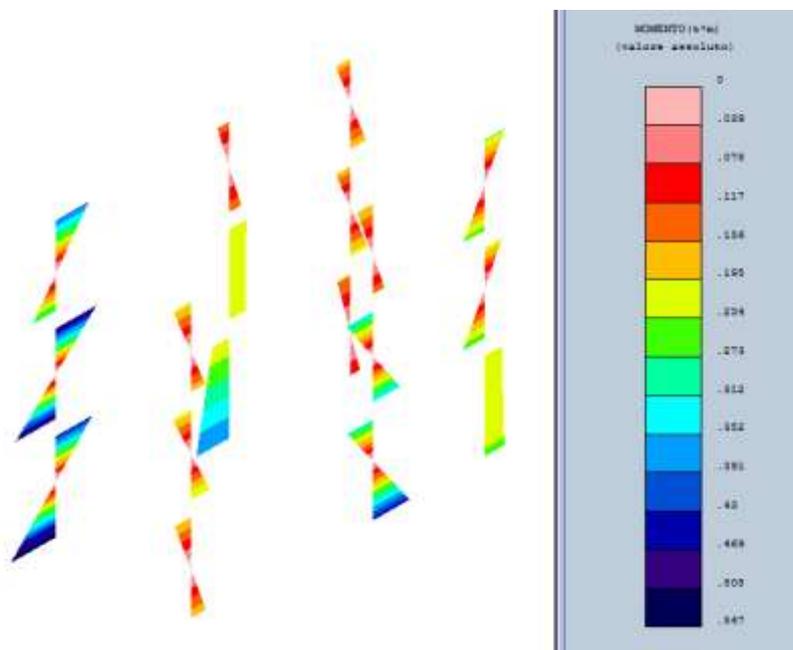
**Figura 5.11** Diagramma di momento flettente in direzione  $x$  per la combinazione di carico Sismica (sisma in direzione  $y$ )



**Figura 5.12** Diagramma di momento flettente in direzione  $y$  per la combinazione di carico SLU

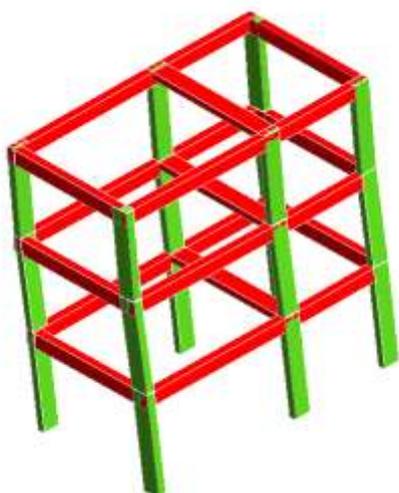


**Figura 5.13** Diagramma di momento flettente in direzione *y* per la combinazione di carico Sismica (sisma in direzione *x*)

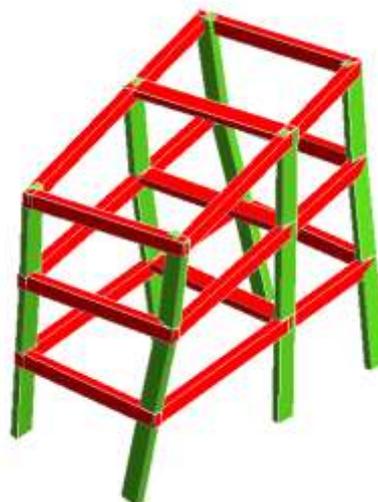


**Figura 5.14** Diagramma di momento flettente in direzione *x* per la combinazione di carico Sismica (sisma in direzione *y*)

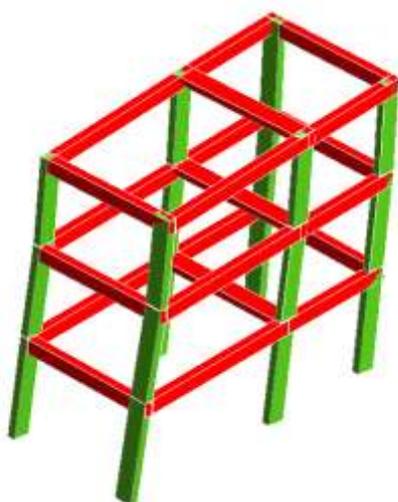
Il programma fornisce inoltre ,come output, le deformate modali e le pulsazioni per ogni modo di vibrare:



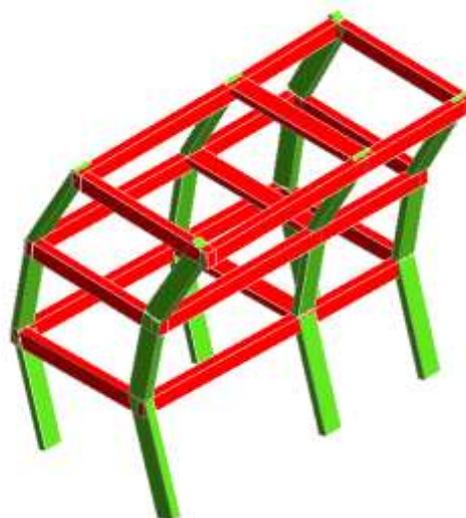
*Figura 5.15 Prima deformata modale ricavata programma*



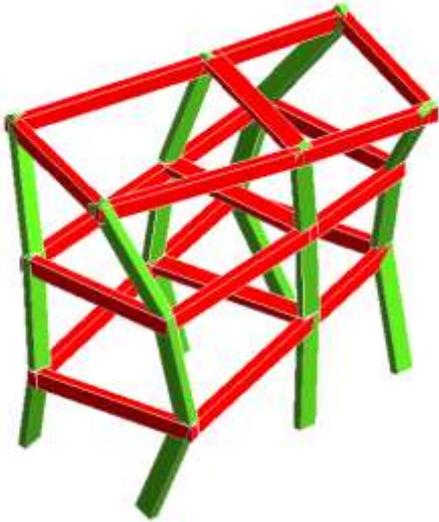
*Figura 5.16 Seconda deformata modale ricavata programma*



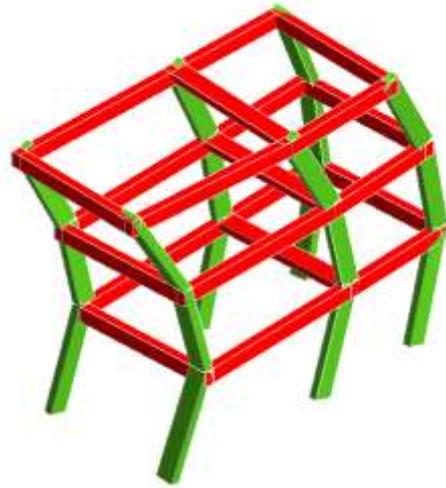
*Figura 5.17 Terza deformata modale ricavata programma*



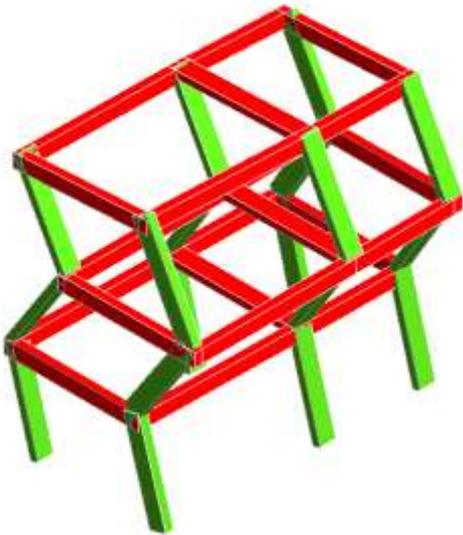
*Figura 5.18 Quarta deformata modale ricavata programma*



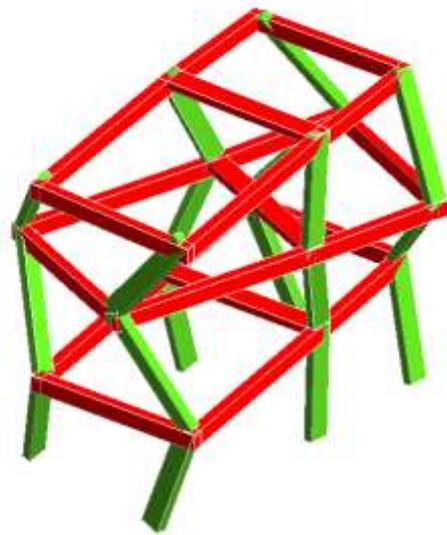
*Figura 5.19 Quinta deformata modale ricavata programma*



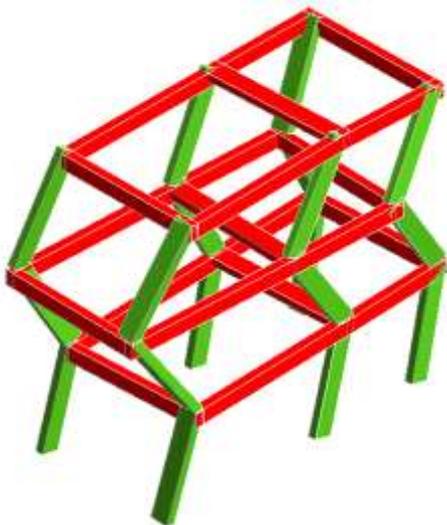
*Figura 5.20 Sesta deformata modale ricavata programma*



*Figura 5.21 Settima deformata modale ricavata programma*

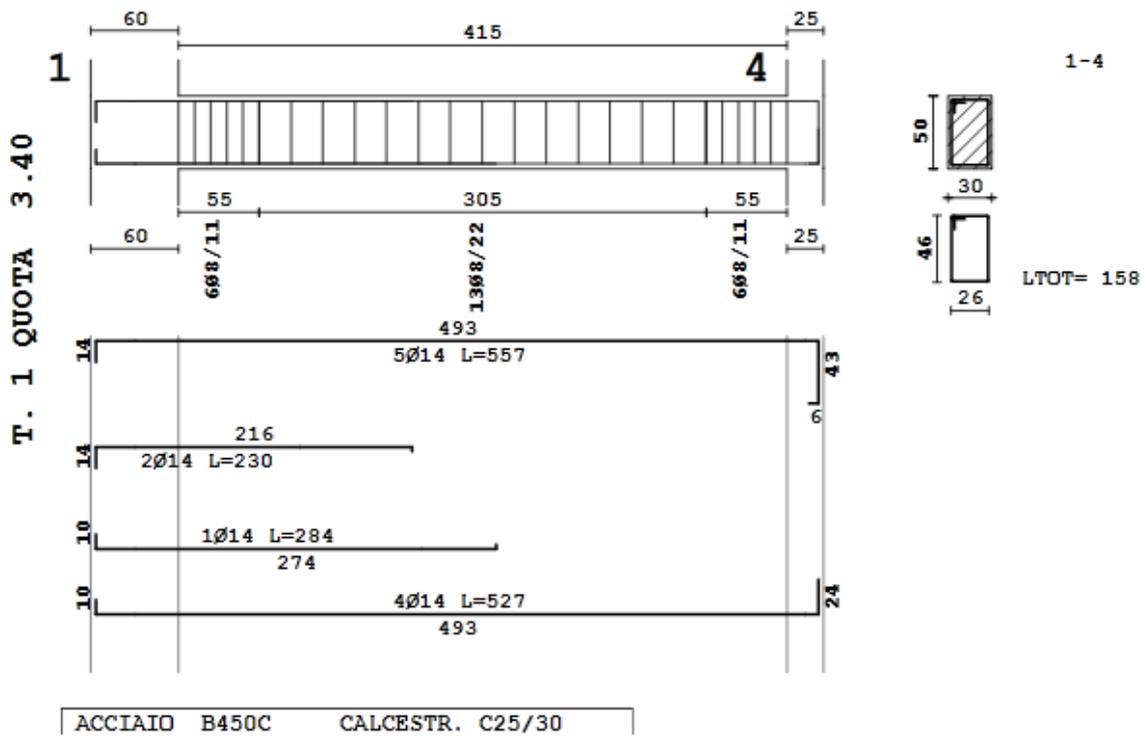


*Figura 5.22 Ottava deformata modale ricavata programma*



*Figura 5.23 Nona deformata modale ricavata programma*





*Figura 5.25 Disposizione armature longitudinali e trasversali ricavate dal software C.D.S Win*

Vengono riportate in seguito, come allegati, la disposizione delle armature longitudinali e trasversali all'interno della struttura fornita dal software di calcolo.

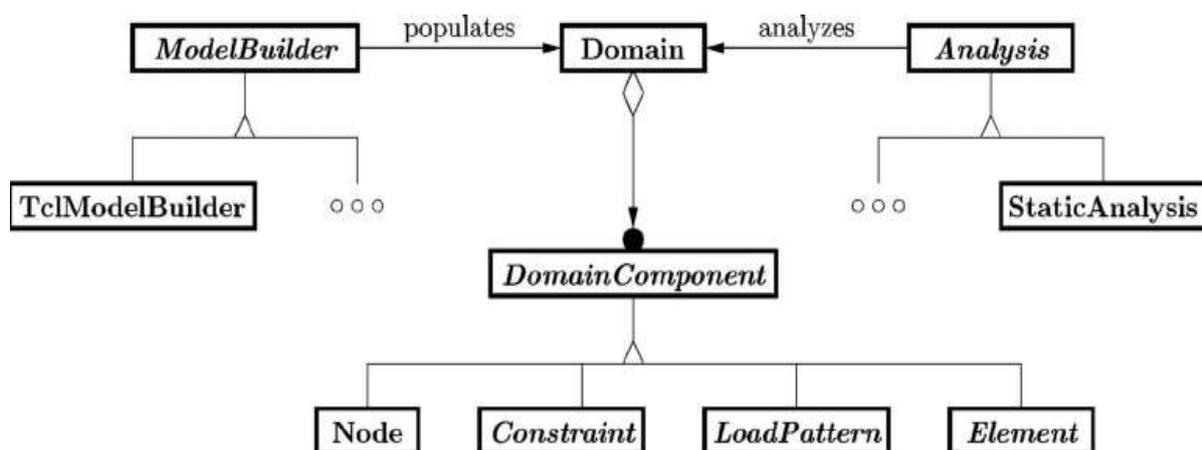
## ***6. Modellazione del caso studio in OpenSees***

### ***6.1 Introduzione al software***

OpenSees è un software utilizzato per la simulazione del comportamento strutturale non lineare e geotecnico di elementi sottoposti ad azione sismica. Il software è stato sviluppato originariamente per essere impiegato come strumento computazionale per ricerche di “performance-based earthquake engineering” presso il Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER) e dal 2004 viene utilizzato anche dal Network for Dati sperimentali e calibrazione del modello a fibre.

Fino ad oggi un elevato numero di ricercatori hanno arricchito questo programma con componenti che consentono di eseguire sofisticate simulazioni della risposta di strutture. Le componenti aggiuntive riguardano principalmente la costruzione del modello, la formulazione analitica di ciascun elemento, modelli di materiale, procedure di analisi, solutori numerici, strumenti per la gestione dei dati. OpenSees utilizza il linguaggio C++ ed ha una struttura modulare che consente agli utilizzatori e sviluppatori appartenenti a diversi settori (strutturale, geotecnico) di inserire e modificare singolarmente specifici moduli. In tal modo qualsiasi modifica riguarda solo il modulo in esame e non la struttura del programma.

I principali oggetti e la gerarchia adottata da OpenSees è riportata in figura 7.1. L’oggetto *Domain*, creato dall’oggetto *ModelBuilder*, fornisce lo stato dell’elemento finito e varia al variare dell’oggetto *Analysis*. La figura 7.1 mostra inoltre gli oggetti che costituiscono il *Domain*. Esso è costituito da oggetti quali il tipo di elemento finito, i nodi, le condizioni al contorno, i carichi, le condizioni di vincolo interne ed esterne.

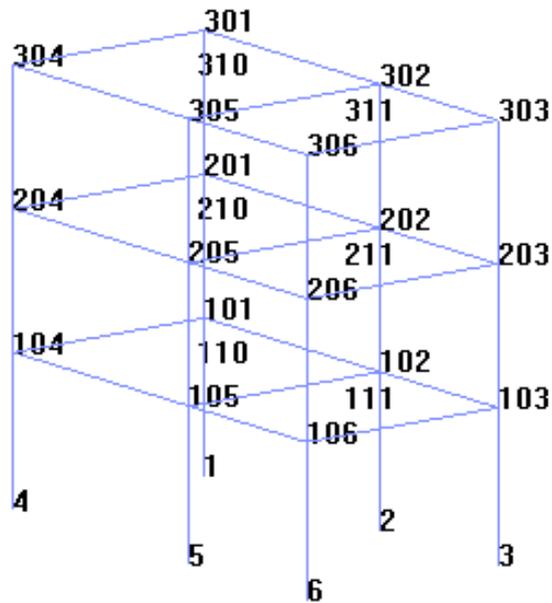


*Figura 6.1 Principali oggetti di Opensees*

Sul sito <http://opensees.berkeley.edu/> è molto semplice reperire informazioni circa la sintassi corretta per costruire gli oggetti, anche attraverso esempi di modelli preconfezionati, o discussioni all'interno della community del forum di OpenSees.

## **6.2 Modellazione della struttura e basi teoriche**

Come già anticipato, OpenSees utilizza una serie di funzioni implementate che, richiamandole permettono la definizione del modello. Come la maggior parte dei programmi che si basano su f.e.m. anche OpenSees non poteva prescindere da una prima parte in cui vanno a definirsi i nodi della struttura, e in una seconda in cui si definiscono gli elementi strutturali di collegamento tra i vari nodi, si può vedere in figura 7.2 la struttura geometrica con numerazione dei nodi in OpenSees:



*Figura 6.2 Modello geometrico della struttura oggetto di studio nel software Opensees*

Opensees inoltre offre una serie di equazioni costitutive implementabili, queste variano il loro grado di complessità in funzione del numero di parametri di cui necessitano, nel modello in oggetto sono stati utilizzati principalmente, Concrete02—Linear tension softening, per quanto riguarda il calcestruzzo e Steel02, per quanto riguarda il materiale acciaio.

Il primo modello necessita di sette parametri per la sua definizione, presenta il classico comportamento del calcestruzzo e tiene in conto anche di un eventuale resistenza a trazione, nella modellazione, di seguito vengono mostrati un tipico comportamento isteretico di questo modello, e una tipica equazione costitutiva con i parametri necessari alla sua definizione:

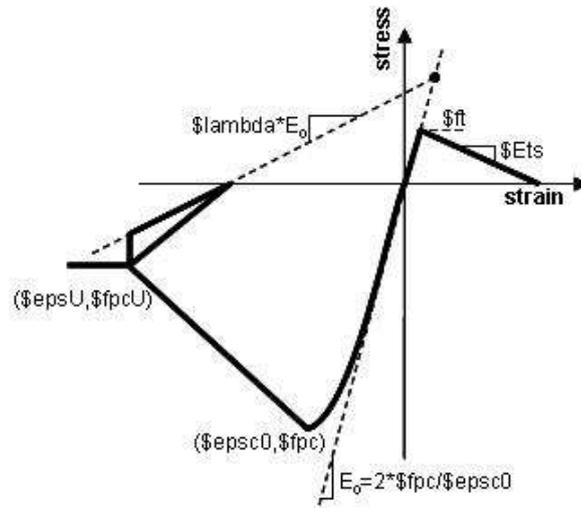


Figura 6.3 Equazione costitutiva per il materiale Concrete 02 definito in OpenSees

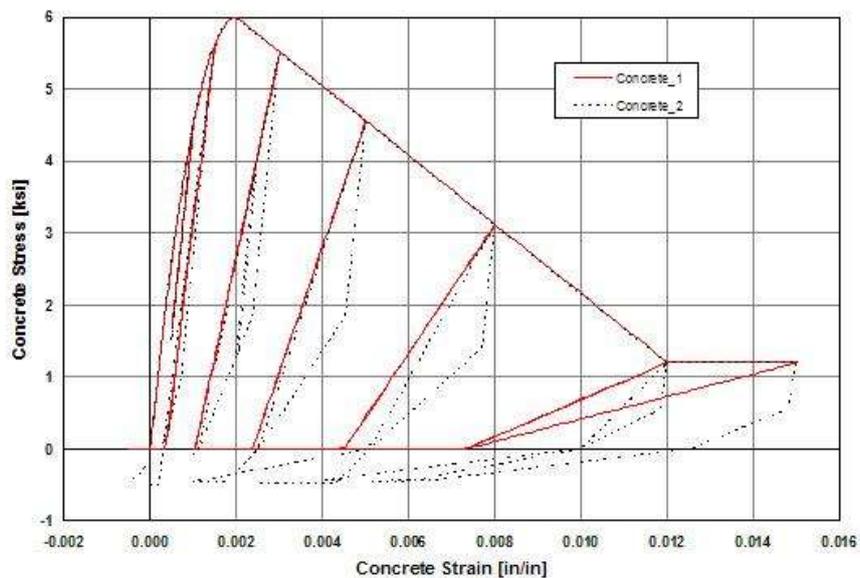


Figura 6.4 Confronto tra due comportamenti isteretici di due materiali definibili in OpenSees

Per quanto riguarda il modello per l'acciaio, Steel02, esso deriva dal modello di Giuffrè, Menegotto e Pinto, esso non necessita di molti parametri per la sua definizione, rispetto agli altri modelli implementabili in OpenSees, il modello in oggetto presenta un ciclo isteretico, rispetto agli altri, infatti si può notare, in figura 7.6, come il ginocchio, che definisce lo snervamento, scompare e venga sostituito con un raccordo di ampiezza modificabile in base ai parametri inseriti:

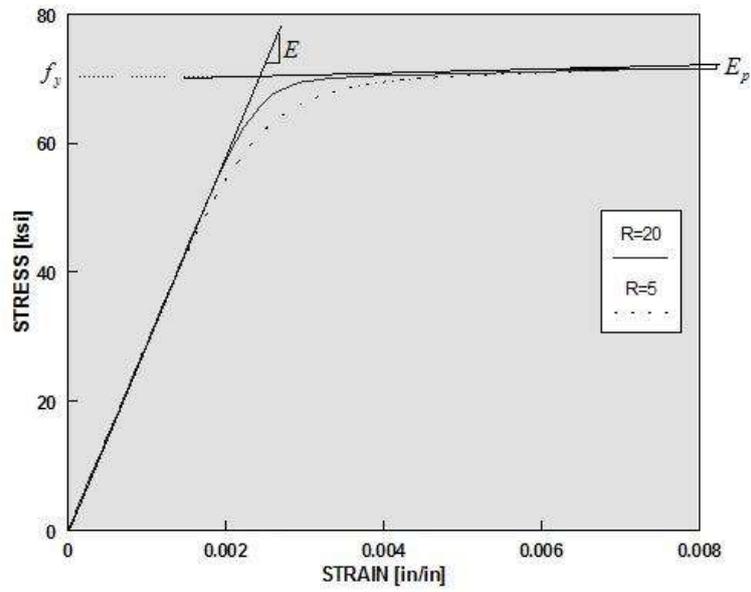


Figura 6.5 Equazione costitutiva per l'acciaio implementata nel software

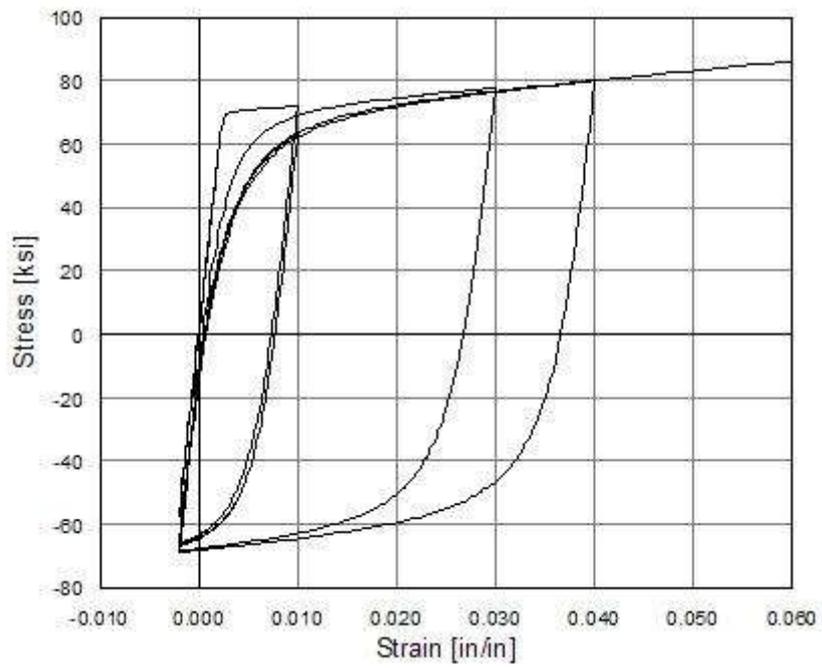
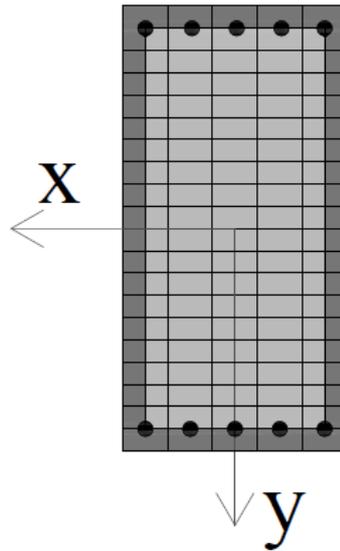


Figura 6.6 Ciclo isteretico per l'acciaio Steel02

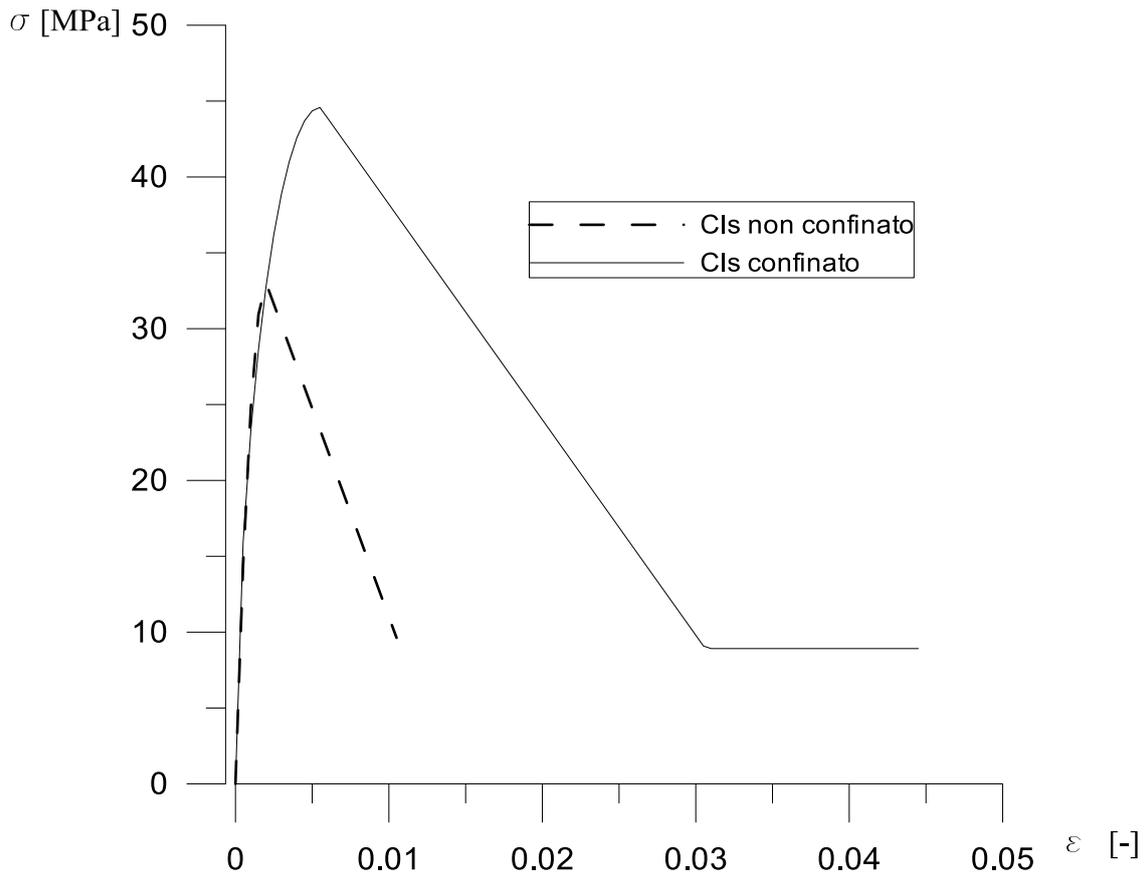
Particolare aspetto, in OpenSees, riguarda la modellazione delle sezioni sia di travi che di pilastri. Le sezioni in questione sono state modellate, all'interno del software, secondo una modellazione a fibre, in questo tipo di modellazione vengono definite più zone ben distinte all'interno della sezione stessa, una zona all'interno delle barre longitudinali, che rappresenta la zona in cui si sente dell'effetto del confinamento, una zona esterna alle armature che rappresenta una zona non confinata e in fine le zone in cui sono presenti le armature stesse.



*Figura 6.7 Esempio di discretizzazione a fibre della sezione in OpenSees*

E' stato quindi necessario implementare, all'interno della sezione stessa differenti equazioni costitutive, in particolare per la zona di calcestruzzo confinato è stato preso in considerazione, tra i vari modelli descritti prima, il modello di Saatcioglu e Razvi ,1992. Si presenta quindi la necessità di andare a definire un'equazione del calcestruzzo confinato per ogni trave e pilastro in funzione della disposizione delle barre di armatura longitudinali e trasversali, in realtà si è deciso di andare ad implementare un'equazione costitutiva rappresentativa media delle varie categorie di travi in funzione delle loro dimensioni geometriche e della disposizione e numero di armature.

Da un'analisi preliminare sono emerse tre categorie di travi, e due categorie per quanto riguarda i pilastri. Vengono mostrati di seguito le equazioni costitutive che rappresentano il comportamento del calcestruzzo confinato e non confinato implementate in OpenSees:



*Figura 6.8 Equazione costitutiva per il calcestruzzo confinato e non confinato per il pilastro che collega i nodi*

$f_c$ [Mpa]	$f'_{cc}$ [Mpa]
33	44.86
$\epsilon_{c0}$ [-]	$\epsilon_{cc}$ [-]
0.002	0.0056

*Tabella 6.1 Resistenza a compressione corrispondente deformazione per il calcestruzzo confinato e non confinato implementato nel pilastro che collega i nodi*

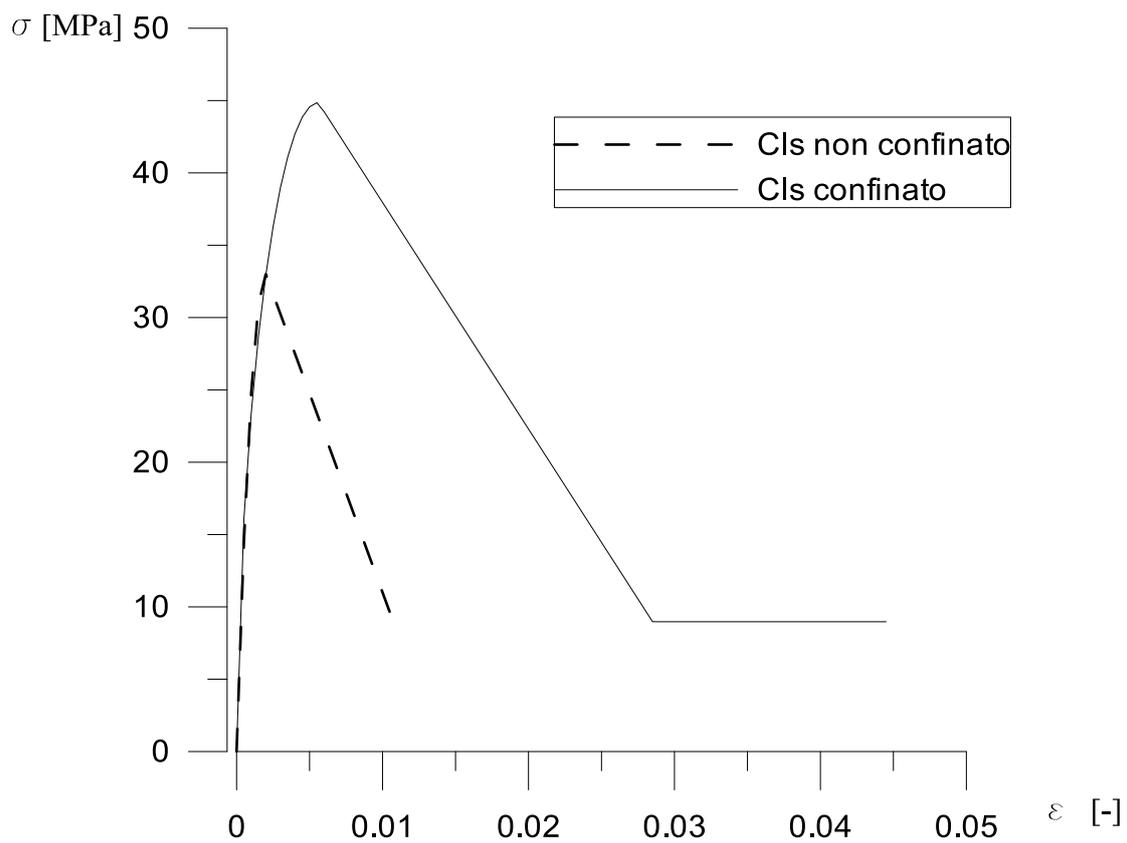
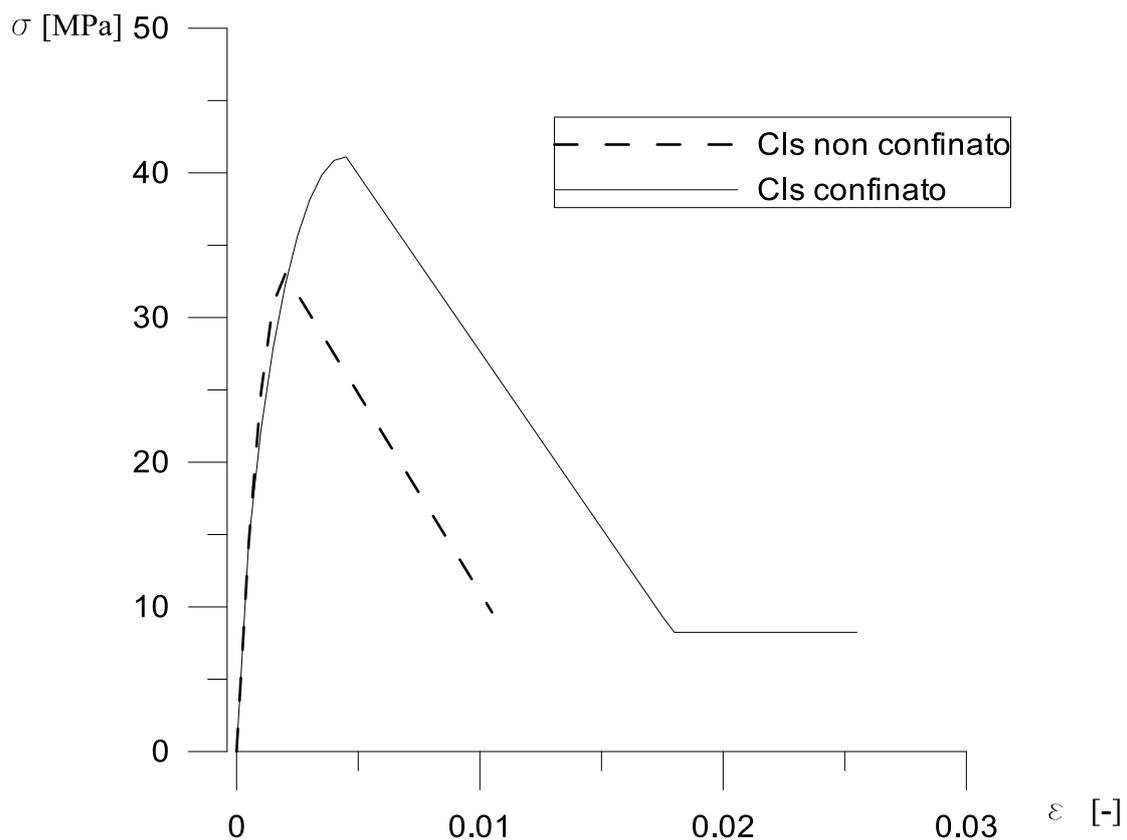


Figura 6.9 Equazione costitutiva per il calcestruzzo confinato e non confinato per il pilastro che collega i nodi

$f_c$ [Mpa]	$f'_{cc}$ [Mpa]
33	44.58
$\epsilon_{c0}$ [-]	$\epsilon_{cc}$ [-]
0.002	0.0055

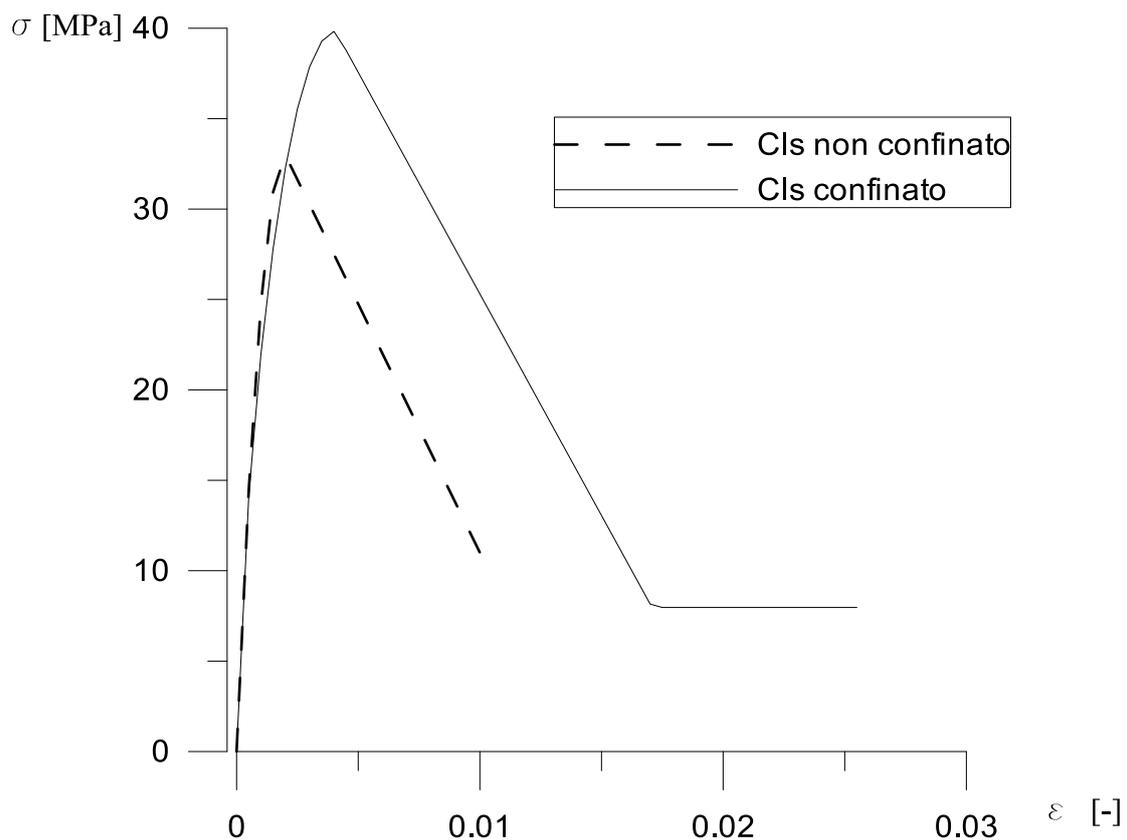
Tabella 6.2 Resistenza a compressione corrispondente deformazione per il calcestruzzo confinato e non confinato implementato nel pilastro che collega i nodi



*Figura 6.10 Equazione costitutiva per il calcestruzzo confinato e non confinato per la trave media a quota 3.4 [m] e 6.5[m]*

$f_c$ [Mpa]	$f'_{cc}$ [Mpa]
33	41.17
$\epsilon_{c0}$ [-]	$\epsilon_{cc}$ [-]
0.002	0.0045

*Tabella 6.3 Resistenza a compressione corrispondente deformazione per il calcestruzzo confinato e non confinato implementato per la trave media a quota 3.4 [m] e 6.5 [m]*



*Figura 6.11 Equazione costitutiva per il calcestruzzo confinato e non confinato per la trave che collega i nodi \*02-\*05 ai vari piani*

<b><math>f_c</math> [Mpa]</b>	<b><math>f'_{cc}</math> [Mpa]</b>
33	39.83
<b><math>\epsilon_{c0}</math> [-]</b>	<b><math>\epsilon_{cc}</math> [-]</b>
0.002	0.0041

*Figura 6.12 Resistenza a compressione corrispondente deformazione per il calcestruzzo confinato e non confinato implementato per la trave che collega i nodi \*02-\*05 ai vari piani*

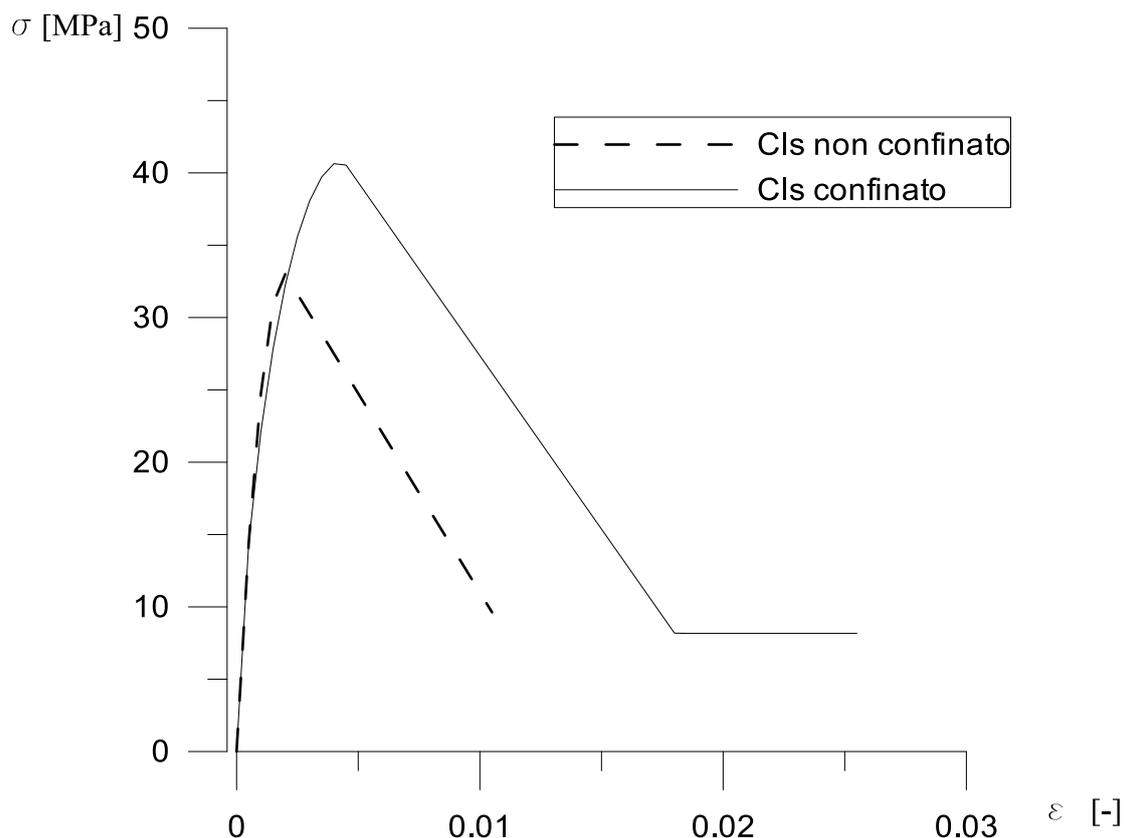


Figura 6.13 Equazione costitutiva per il calcestruzzo confinato e non confinato per la trave media a quota 9.6

$f_c$ [Mpa]	$f'_{cc}$ [Mpa]
33	40.84
$\epsilon_{c0}$ [-]	$\epsilon_{cc}$ [-]
0.002	0.0044

Tabella 6.4 Resistenza a compressione corrispondente deformazione per il calcestruzzo confinato e non confinato implementato per la trave media a quota 9.6 [m]

Per quanto riguarda invece la modellazione degli elementi OpenSees offre, due grandi categorie di formulazione, una prima in cui si considera la non linearità diffusa lungo tutto l'elemento, infatti tali modelli vengono definiti a "plasticità diffusa", e un'altra formulazione in cui la plasticità si considera concentrata in zone estreme dell'elemento considerato, detti anche a "plasticità concentrata".

OpenSees, come già detto prima, è in grado di lavorare con entrambe queste categorie di modelli e propone, per i modelli a plasticità diffusa, diversi tipi di elementi finiti da impiegare che sfruttano le seguenti formulazioni:

1. Formulazione in rigidezza ( displacement-based element)
2. Formulazione in flessibilità (force-based element)

mentre per quelli a plasticità concentrata propongono la formulazione:

1. Beam with Hinges ( basata sul modello *force-based element*);

La formulazione in rigidezza rappresenta la metodologia più comunemente utilizzata, in cui il campo delle deformazioni sull'elemento viene ottenuto dagli spostamenti dei nodi di estremità attraverso opportune funzioni interpolanti. In questo tipo di elemento finito, che in letteratura viene chiamato displacement-based element, la compatibilità delle deformazioni è dunque assicurata, mentre l'equilibrio delle forze lungo di esso è soddisfatto soltanto quando viene discretizzato in un numero adeguato di elementi finiti. La limitazione fondamentale di un tale approccio è legata alla scarsa precisione nel descrivere comportamenti altamente non-lineari, senza dover raffittire eccessivamente la mesh, a causa dell'inadeguatezza nella rappresentazione dell'andamento delle curvature lungo l'elemento.

Nella formulazione in flessibilità, invece, le funzioni di forma vengono impiegate per descrivere l'andamento delle sollecitazioni sull'elemento strutturale in base alle forze nodali, il che equivale a dire che l'equilibrio è sempre soddisfatto. Per quanto riguarda invece le funzioni di forma che descrivono il campo di spostamenti, queste si modificano durante l'analisi al diffondersi delle deformazioni inelastiche nell'elemento; in altre parole, la congruenza è soddisfatta per via integrale. Tale tipo di modello, pur con un onere computazionale maggiore, è in grado di assicurare anche per elementi con comportamento fortemente non-lineare una soluzione accurata.

Questo tipo di modello, in realtà rappresenta una tipologia ibrida tra quelli a plasticità concentrata e quelli a plasticità diffusa in quanto in esso vengono raggruppati in un unico modello i punti di forza di entrambe le formulazioni. Questo tipo di modellazione è molto vantaggiosa in quanto si lavora principalmente con elementi elastici, quindi più facilmente gestibili e computazionalmente meno onerosi ma, poiché tutte le inelasticità sono concentrate in alcuni punti discreti, affinché il modello sia in grado di descrivere in maniera precisa e completa il comportamento strutturale, è necessario impiegare, per la descrizione del comportamento delle cerniere, un modello il più completo possibile.

Nel caso studio specifico sono state utilizzate entrambe le prime due formulazioni sopra citate, una formulazione di tipo force-based element per quanto riguarda le travi della struttura, mentre una formulazione di tipo displacement-based element per quanto riguarda invece le tra-

vi, questo tipo di soluzione è ottimale per lo scopo del seguente lavoro in quanto permette di avere una soluzione precisa negli elementi di interesse come le travi ma un'onere computazionale più basso rispetto al caso in cui tutti gli elementi fossero stati implementati secondo una formulazione di tipo force-based element.

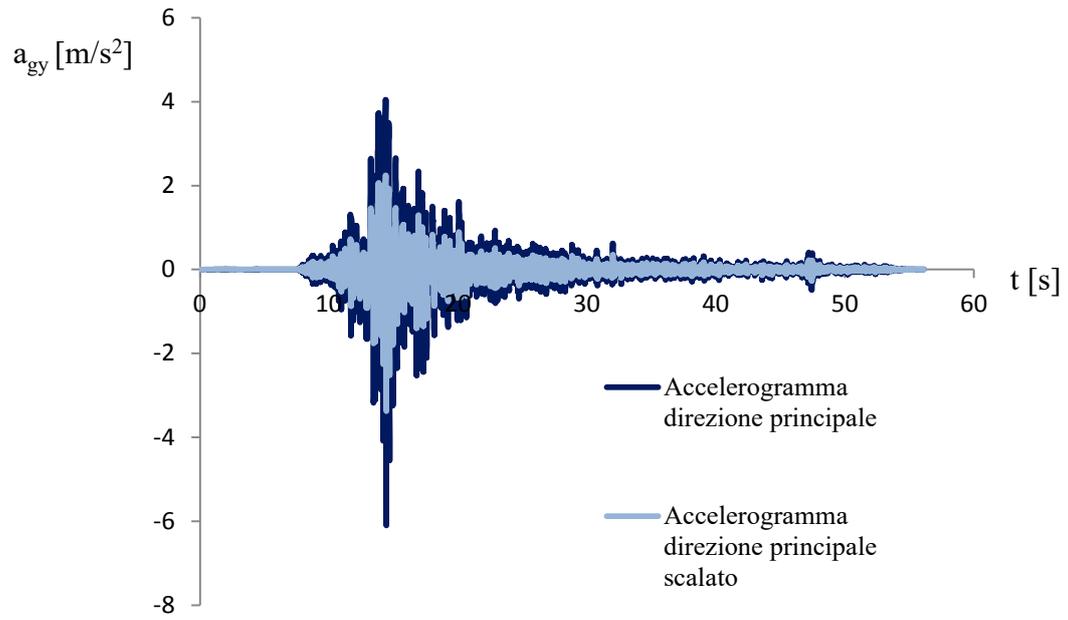
### ***6.3 Selezione degli accelerogrammi e scalatura***

Per l'esecuzione dell'analisi non lineare della struttura, attraverso il software OpenSees, sono stati selezionati 22 accelerogrammi reali, ogni sisma presenta le componenti in direzione x, y, e la componente verticale lungo l'asse z, il gruppo di accelerogrammi, inoltre, è stato selezionato in modo tale da essere spettro compatibili. La scelta nell'introdurre nell'analisi anche la componente verticale è attribuita al fatto che essa può essere sia componente favorevole che sfavorevole, durante la durata del sisma, all'interno dei pilastri, quindi è stata presa in considerazione. Per ogni accelerogramma è stata scelta una direzione principale di base, necessaria per l'operazione di scalatura degli accelerogrammi.

Per ogni accelerogramma si è determinato, quindi, lo spettro di risposta elastico tramite l'utilizzo del software Seismosignal.

L'operazione di scalatura consiste sostanzialmente nell'andare a dividere i valori dello spettro di risposta elastico dell'accelerogramma per un fattore, in modo tale che il valore di accelerazione corrispondente ad un periodo  $T$ , all'interno dello spettro, che corrisponde al periodo del modo di vibrare della struttura con una massa modale partecipante più alta, coincidesse, con il valore dell'accelerazione dello stesso periodo all'interno dello spettro elastico della struttura fornito come output dal software C.D.S. Win, il risultato del software è un periodo  $T$  pari a 0.29 [s], corrispondente a un valore dello spettro di risposta elastico della struttura pari a 5.13 [ $m/s^2$ ], si è poi quindi, per ogni spettro di risposta elastico dell'accelerogramma, ricavato il valore dell'accelerazione corrispondente a  $T$  0,3 [s] e si è poi diviso tale valore per 5.13 in modo tale da ricavare il fattore di scala.

Vengono mostrati di seguito gli accelerogrammi in direzione y, direzione principale scelta, gli accelerogrammi scalati, e gli spettri di risposta dei 22 sismi, e della struttura ricavato con il C.D.S. Win:



*Figura 6.14 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma1*

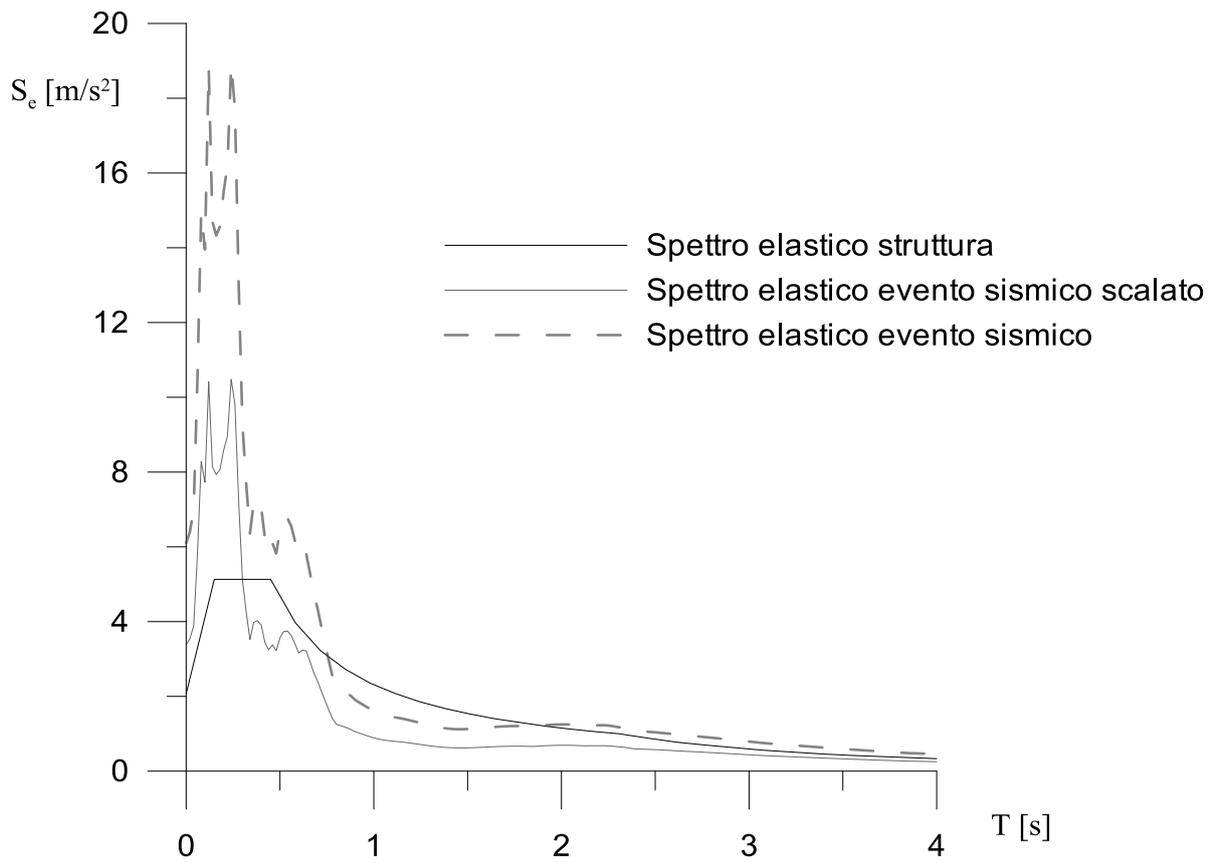


Figura 6.15 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 1

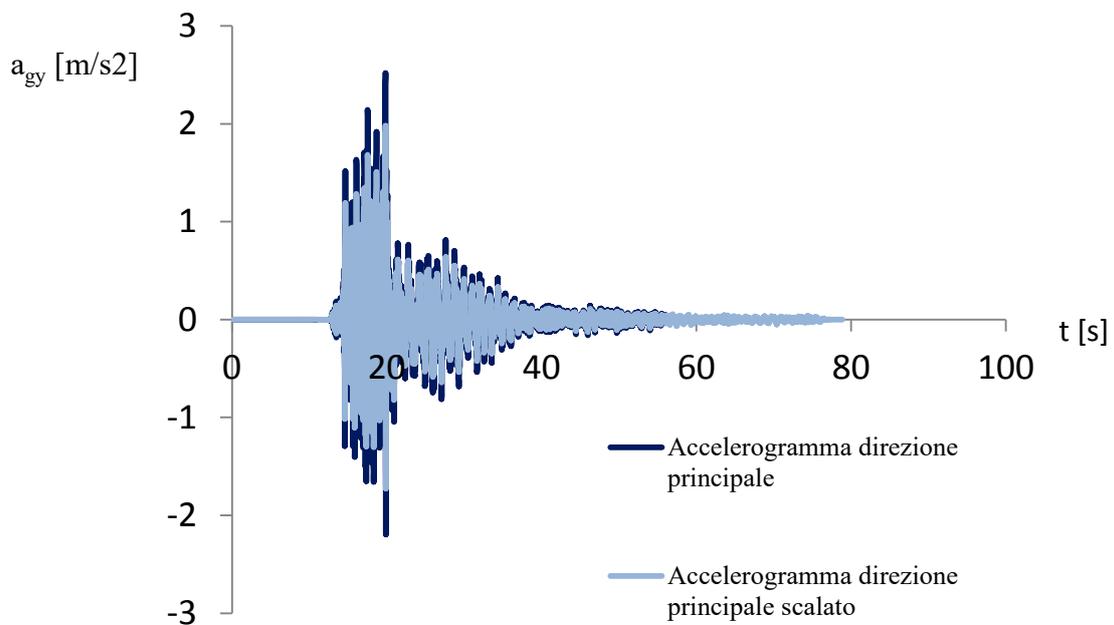


Figura 6.16 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma2

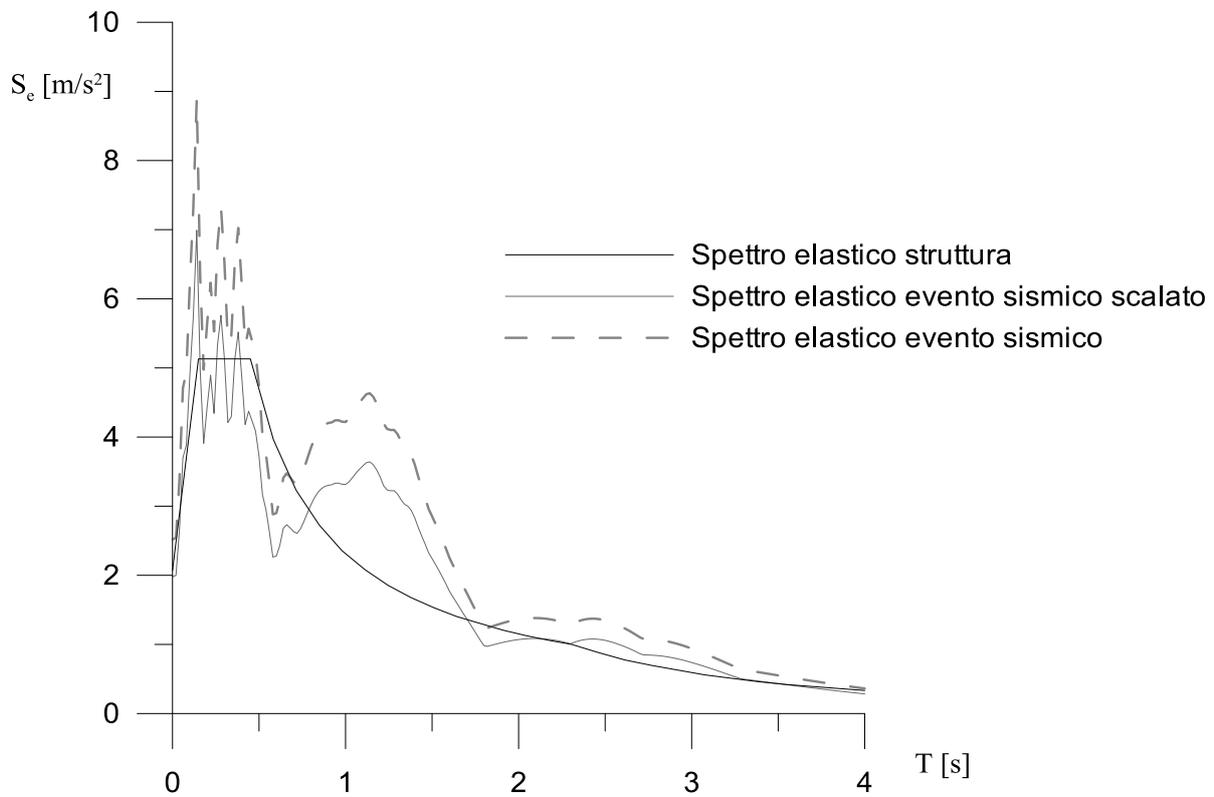


Figura 6.17 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 2

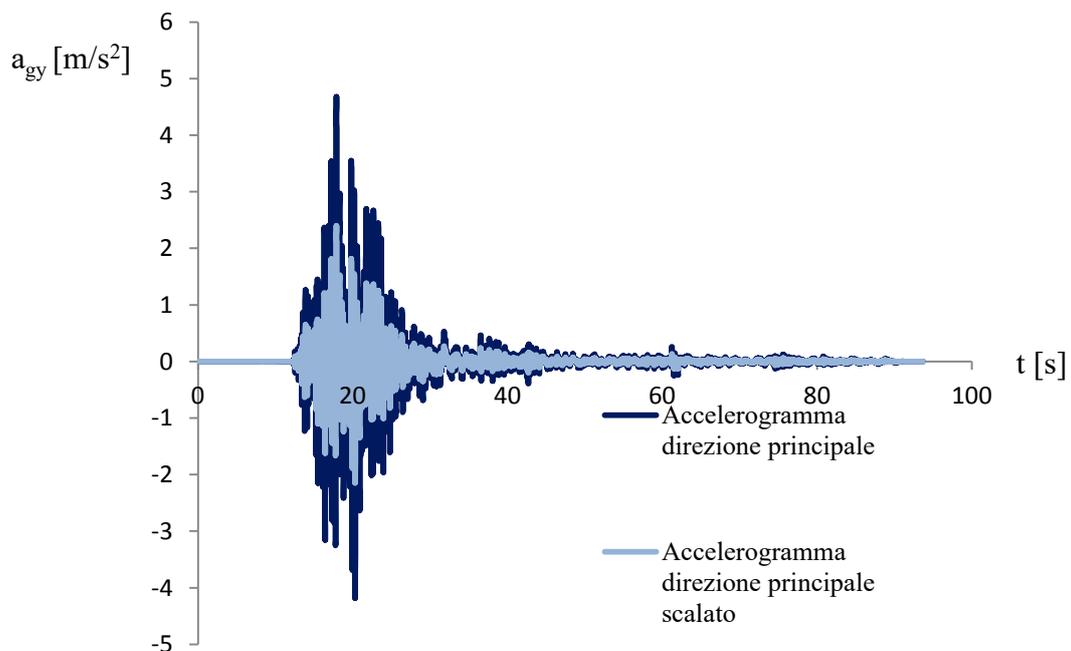


Figura 6.18 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma3

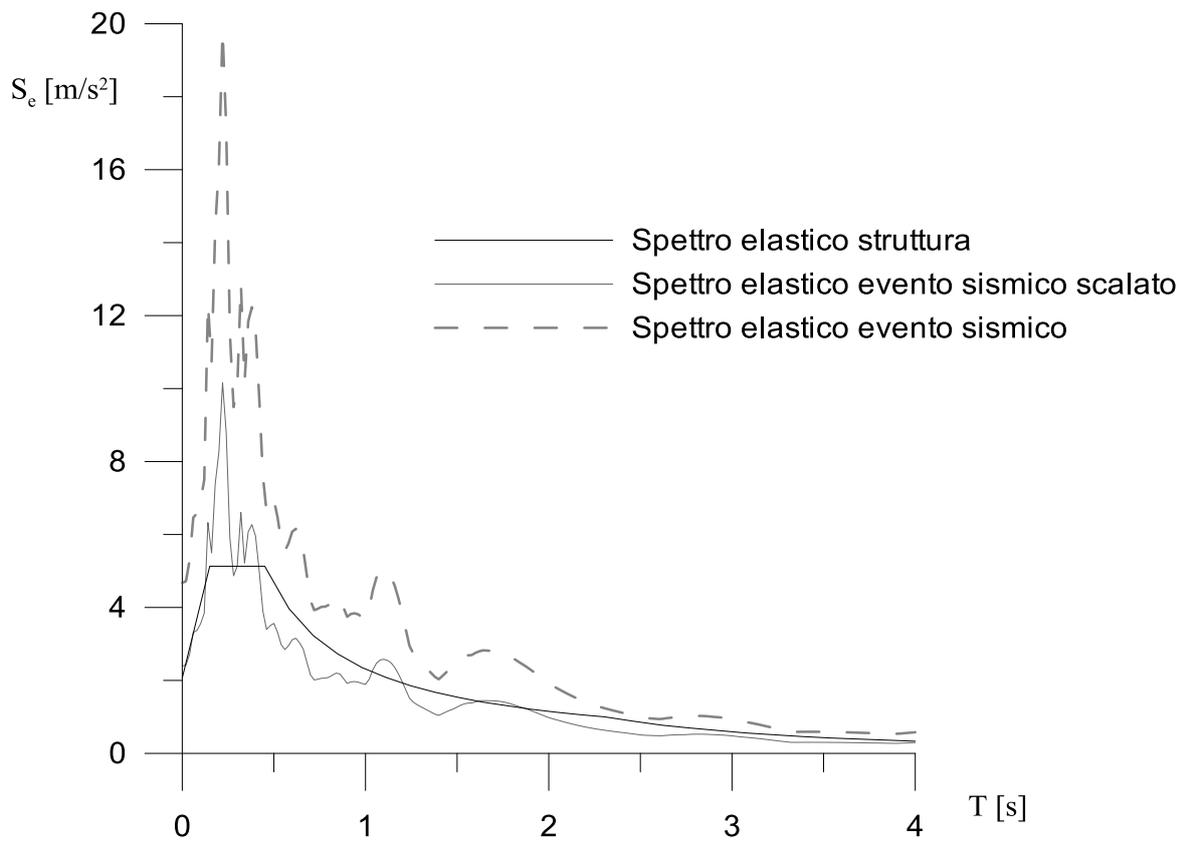


Figura 6.19 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 3

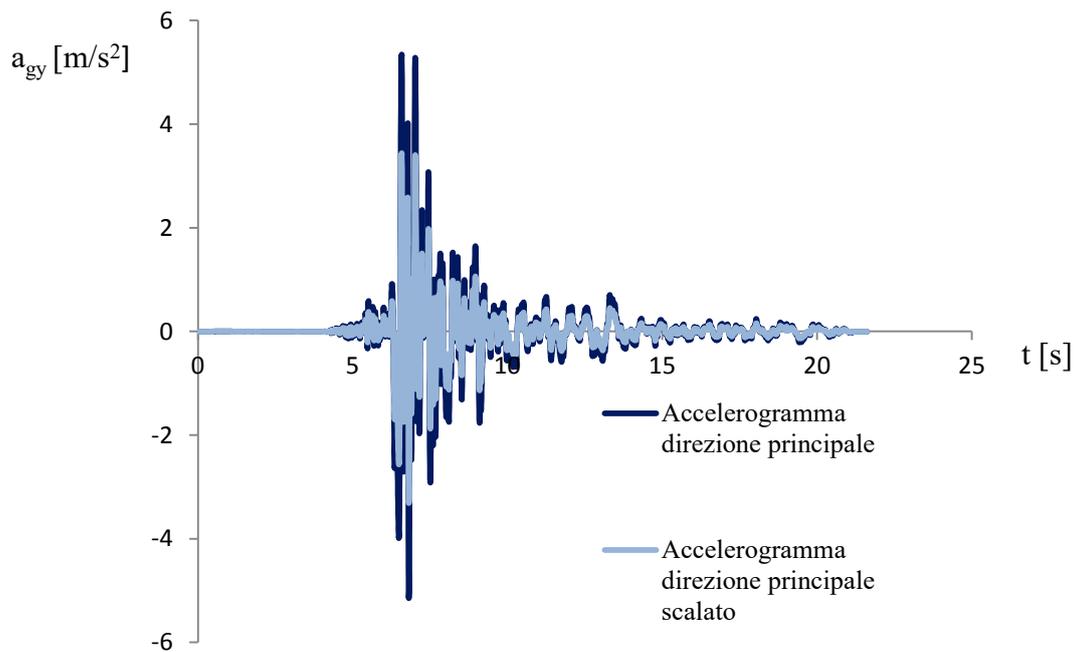


Figura 6.20 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma4

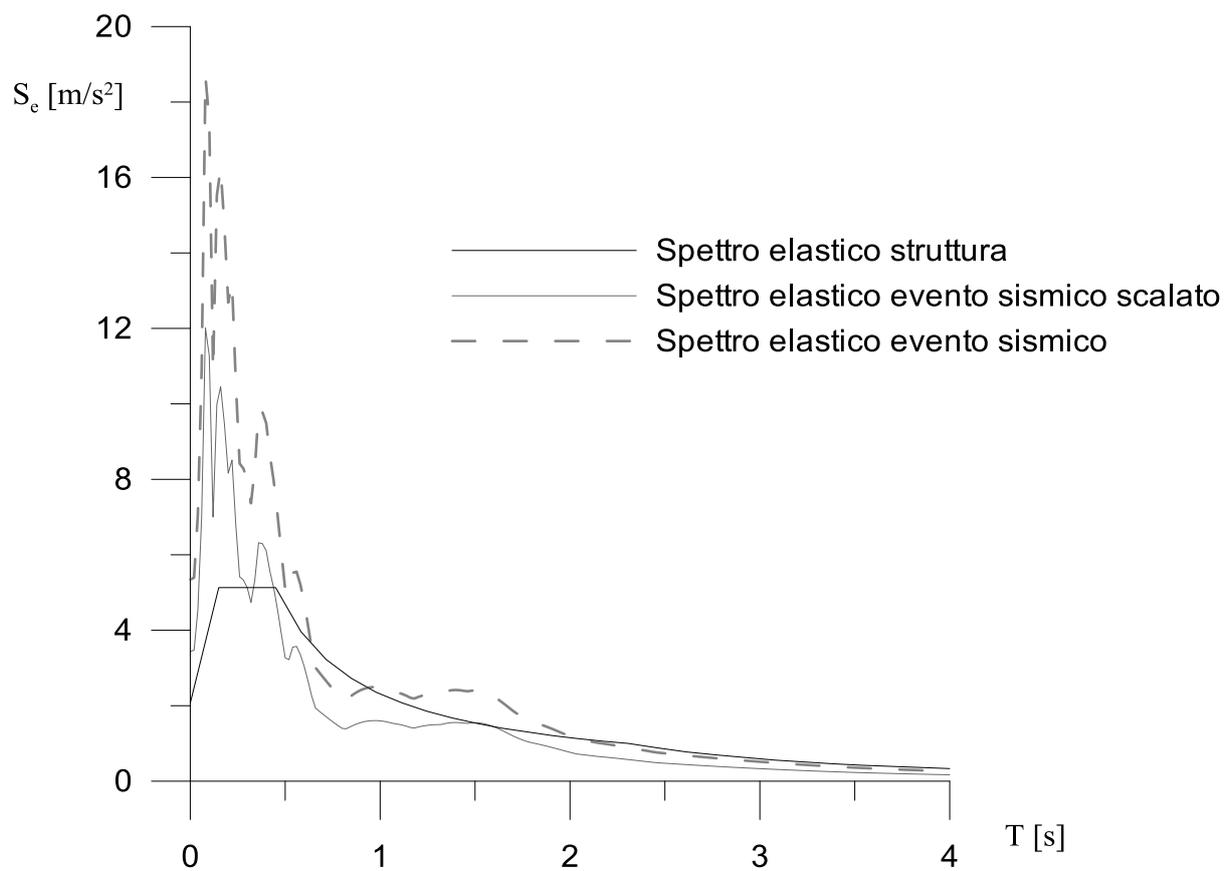


Figura 6.21 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 4

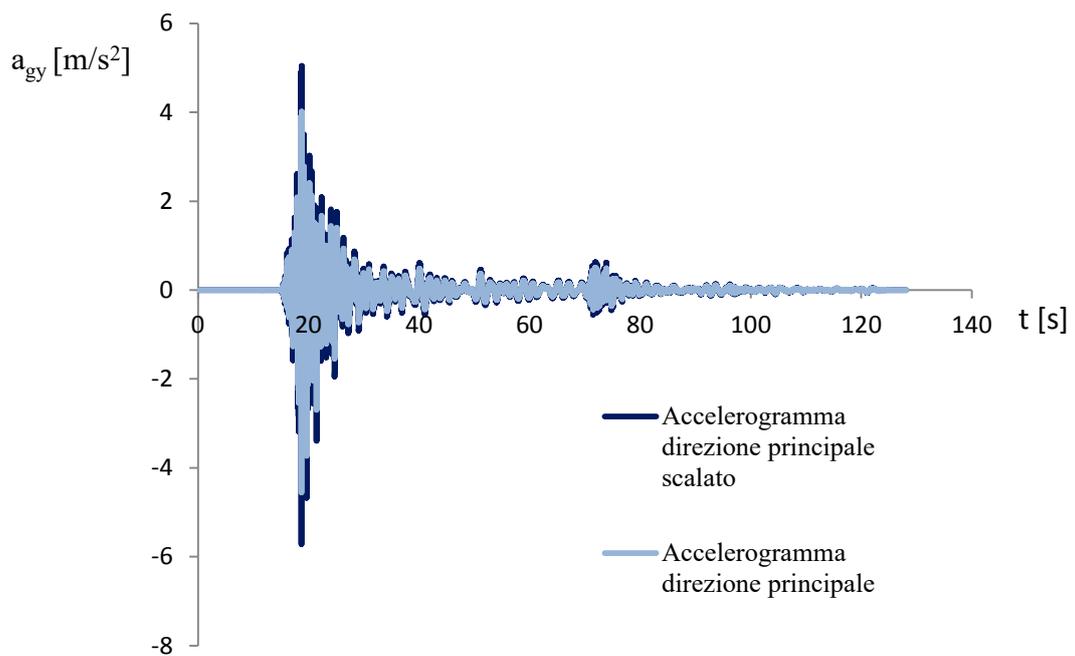


Figura 6.22 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma5

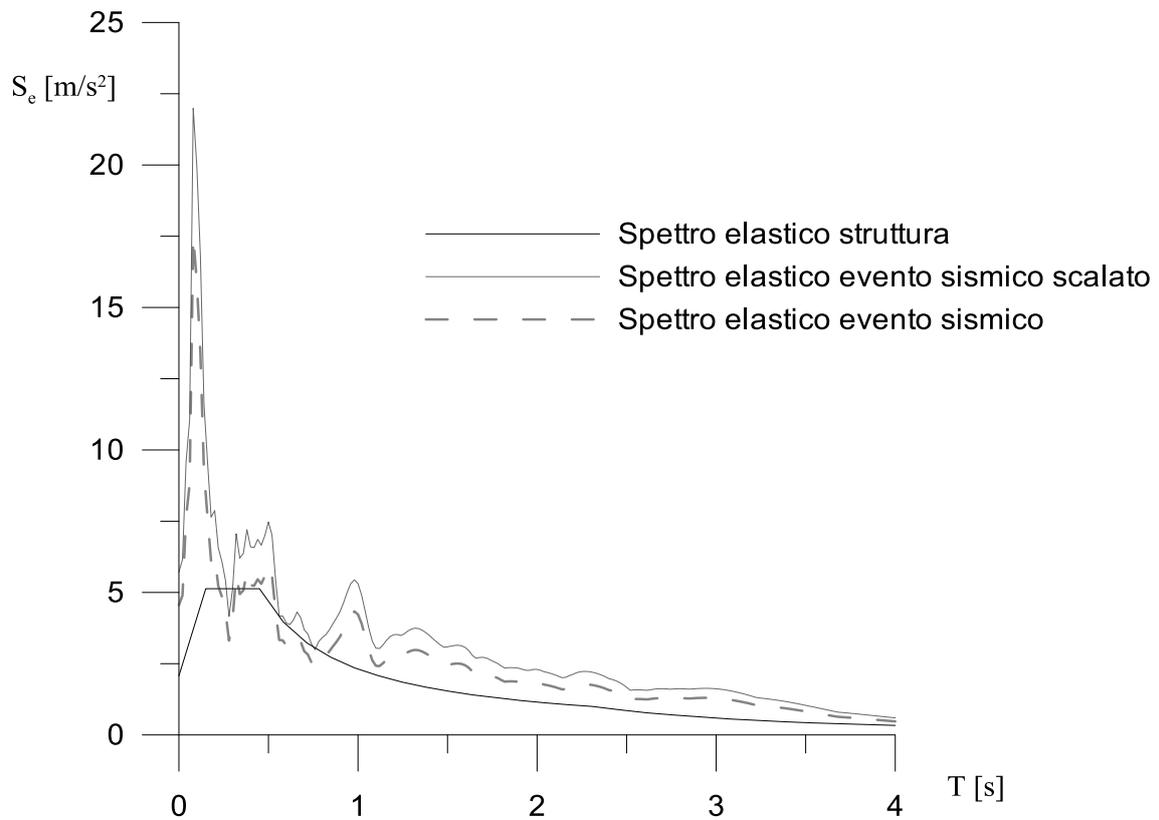


Figura 6.23 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 5

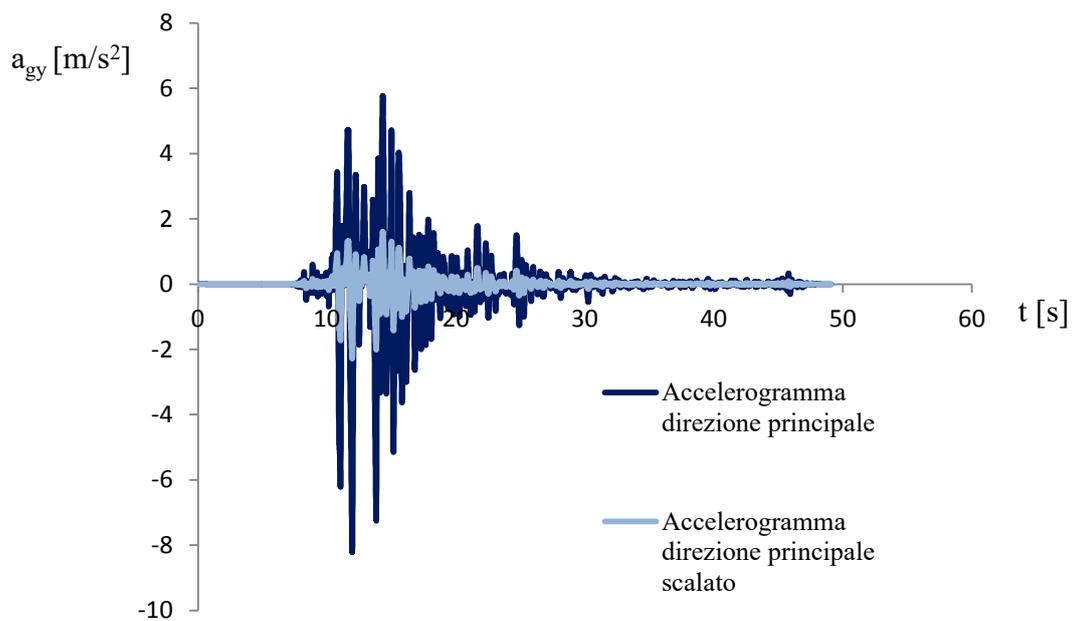


Figura 6.24 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 6

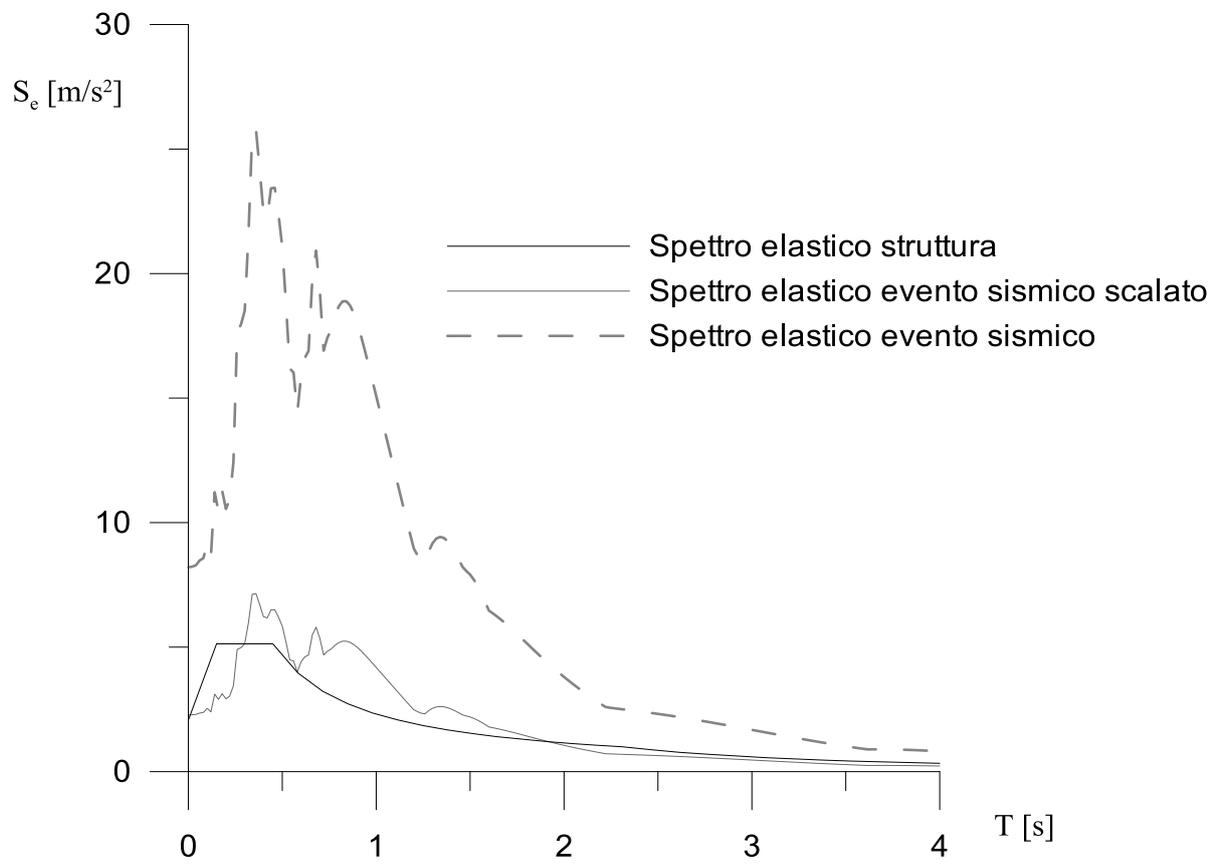
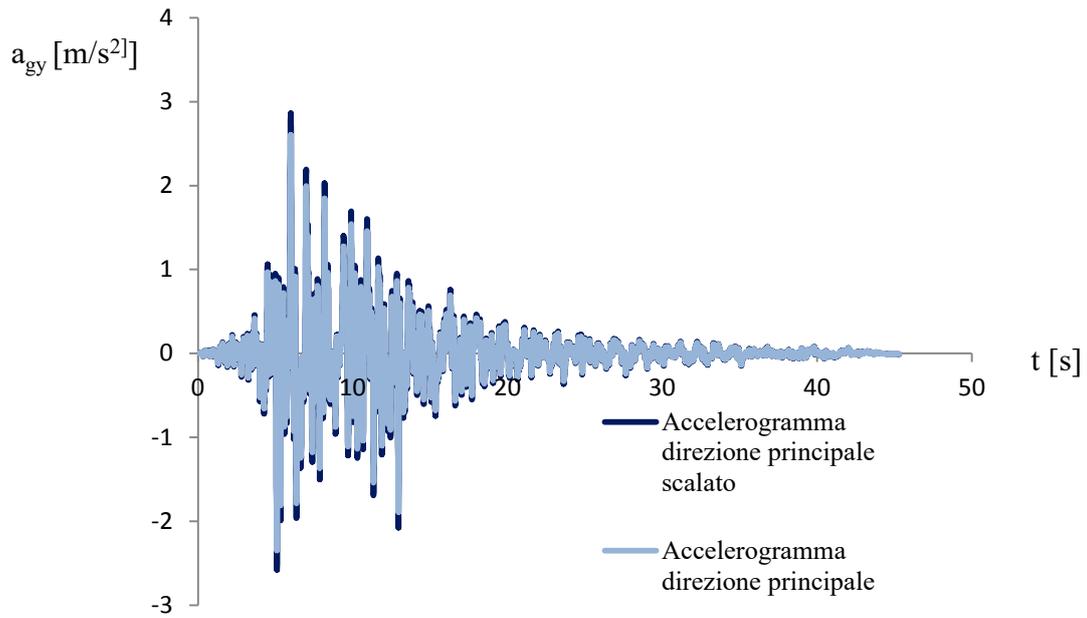
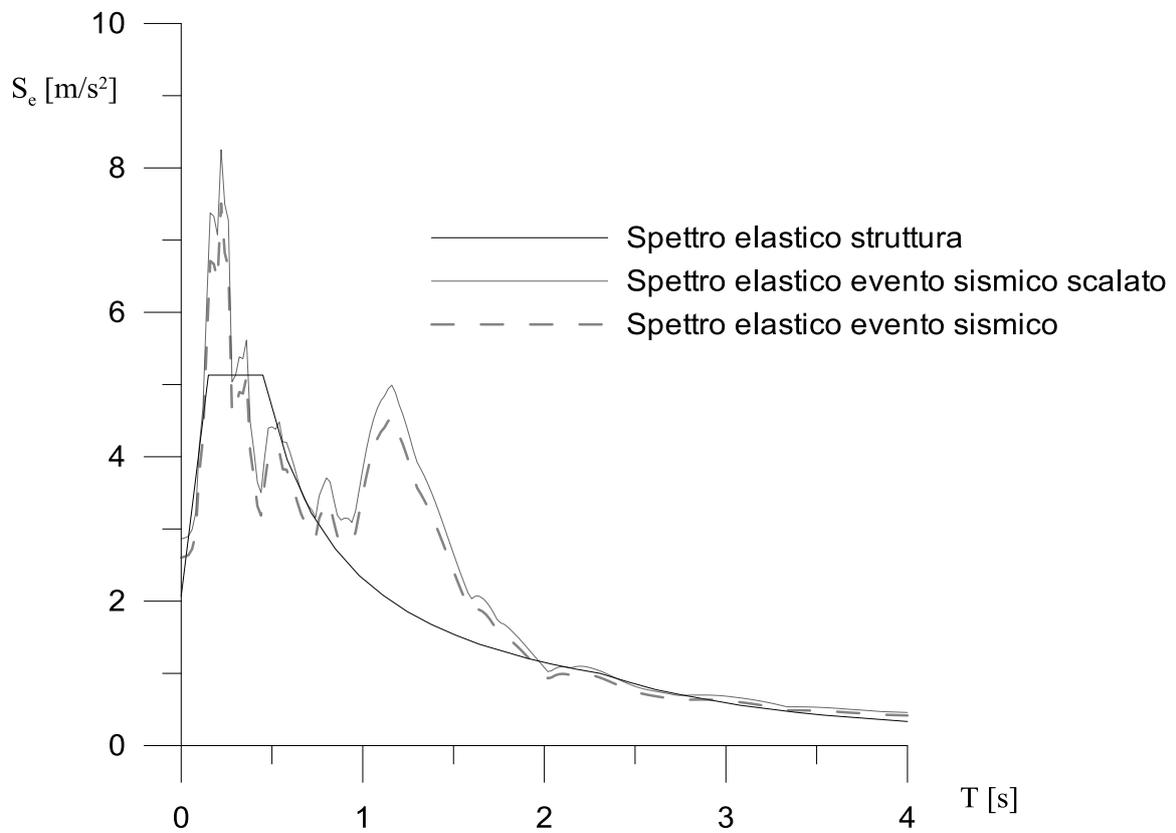


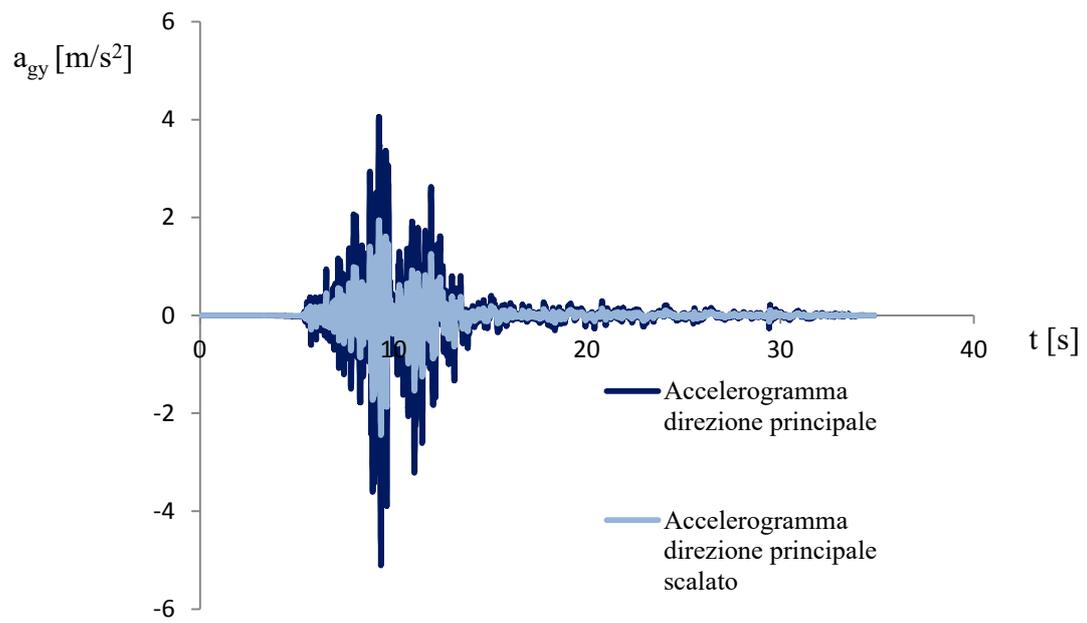
Figura 6.25 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 6



**Figura 6.26** Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 7



**Figura 6.27** Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 7



*Figura 6.28 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 8*

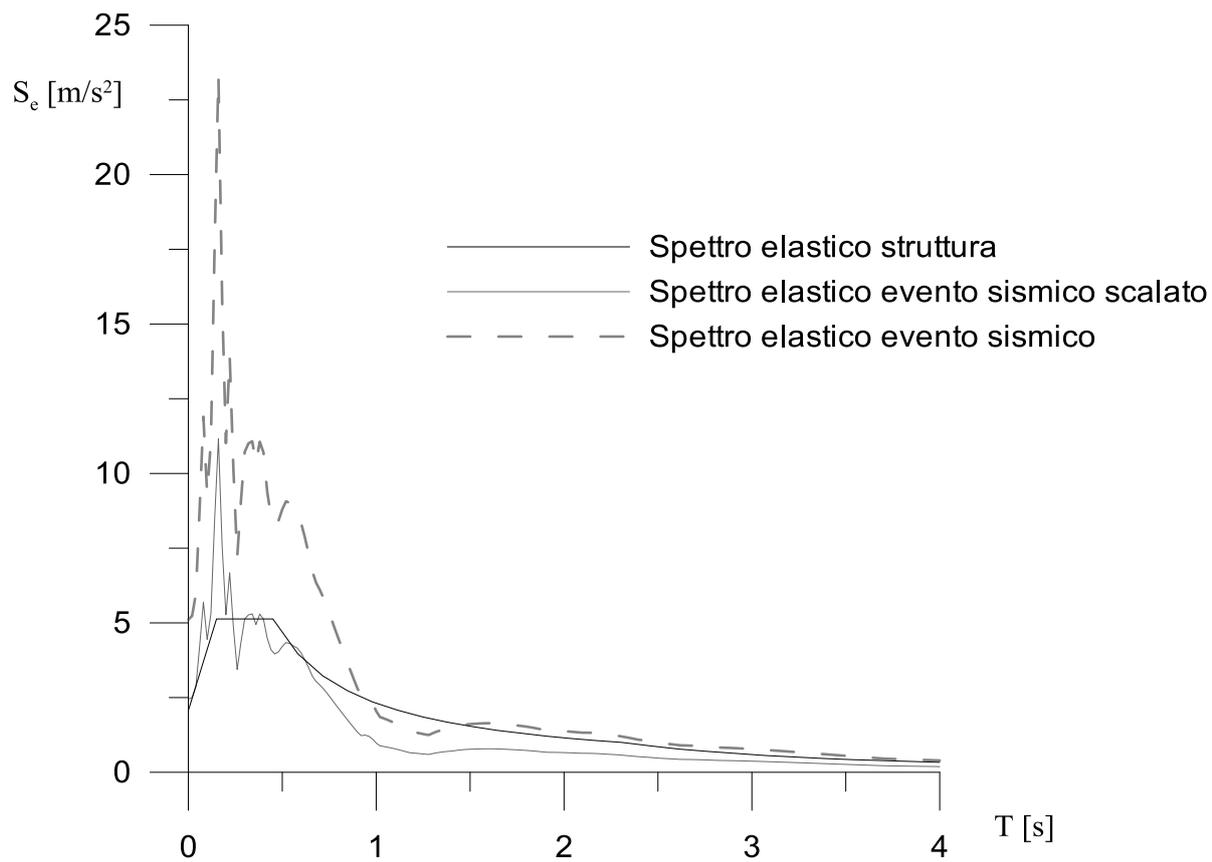


Figura 6.29 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 8

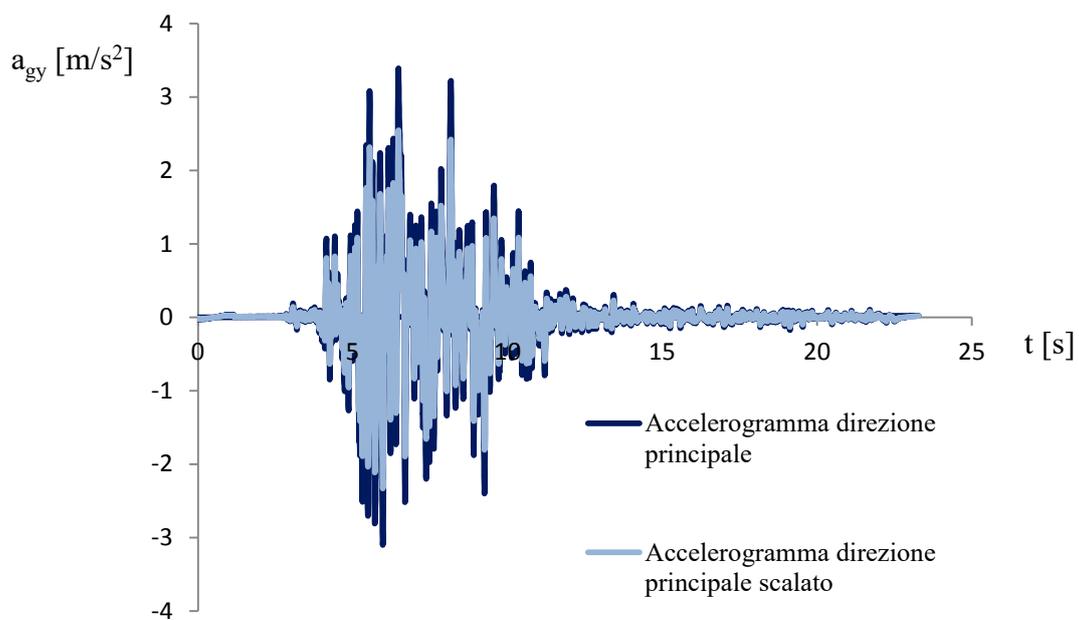


Figura 6.30 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 9

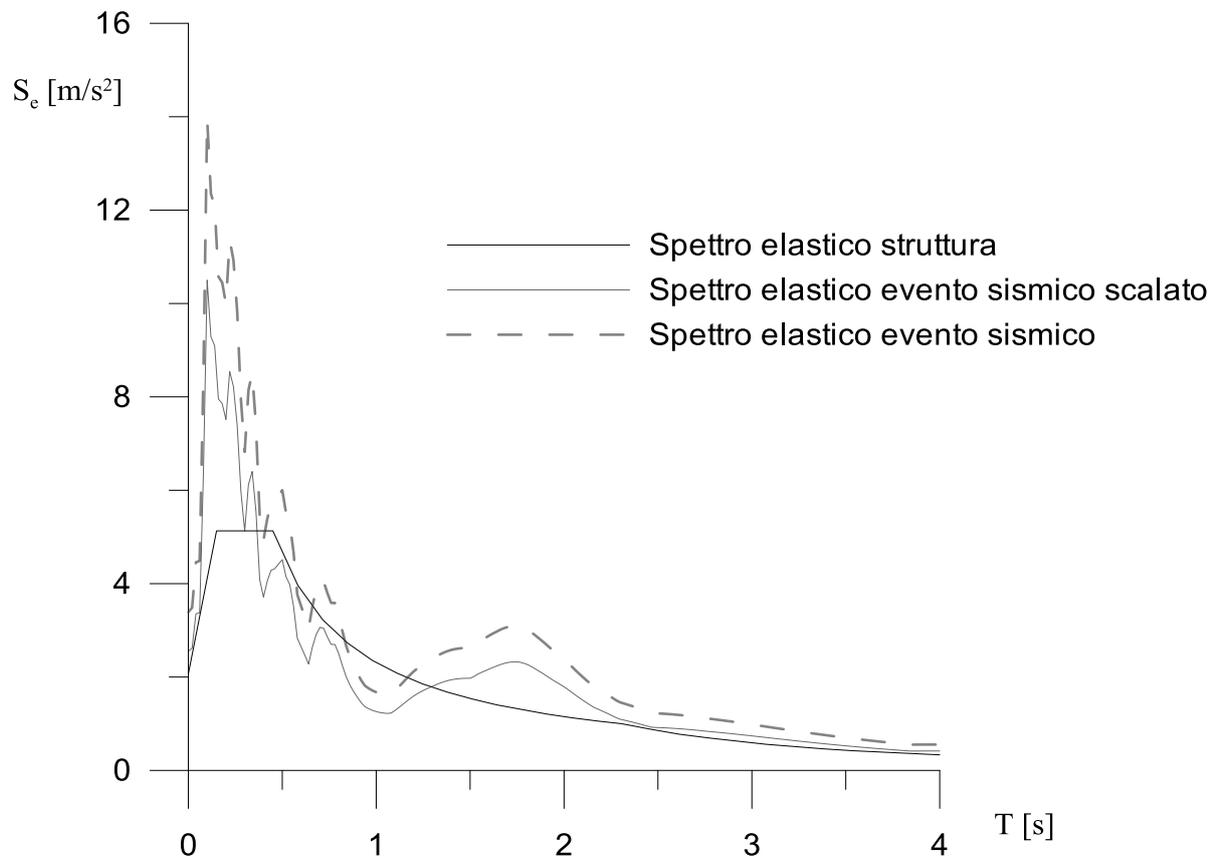
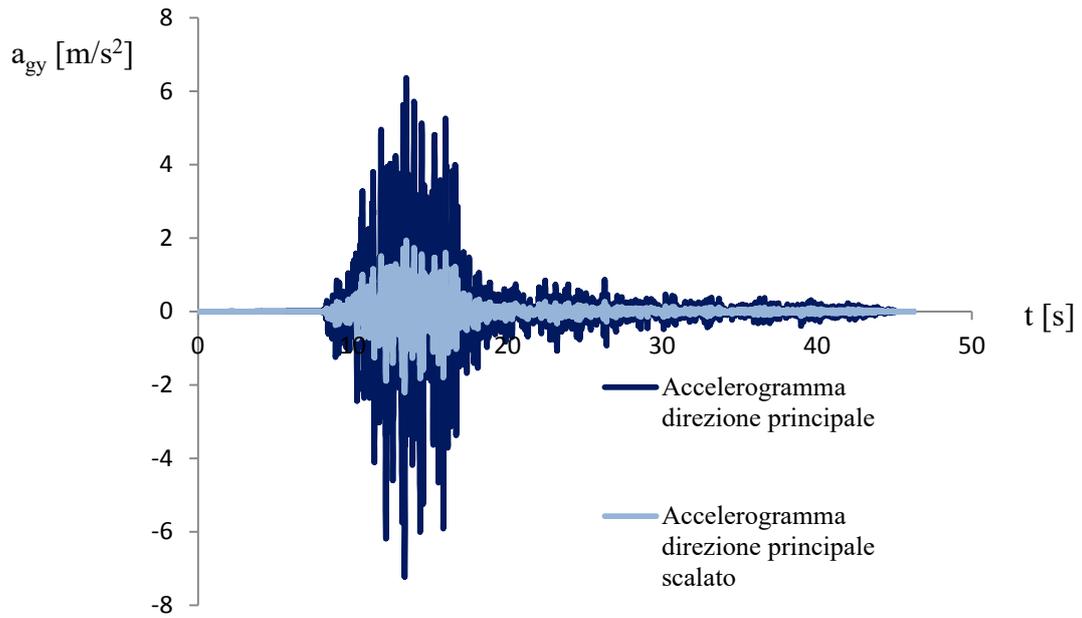
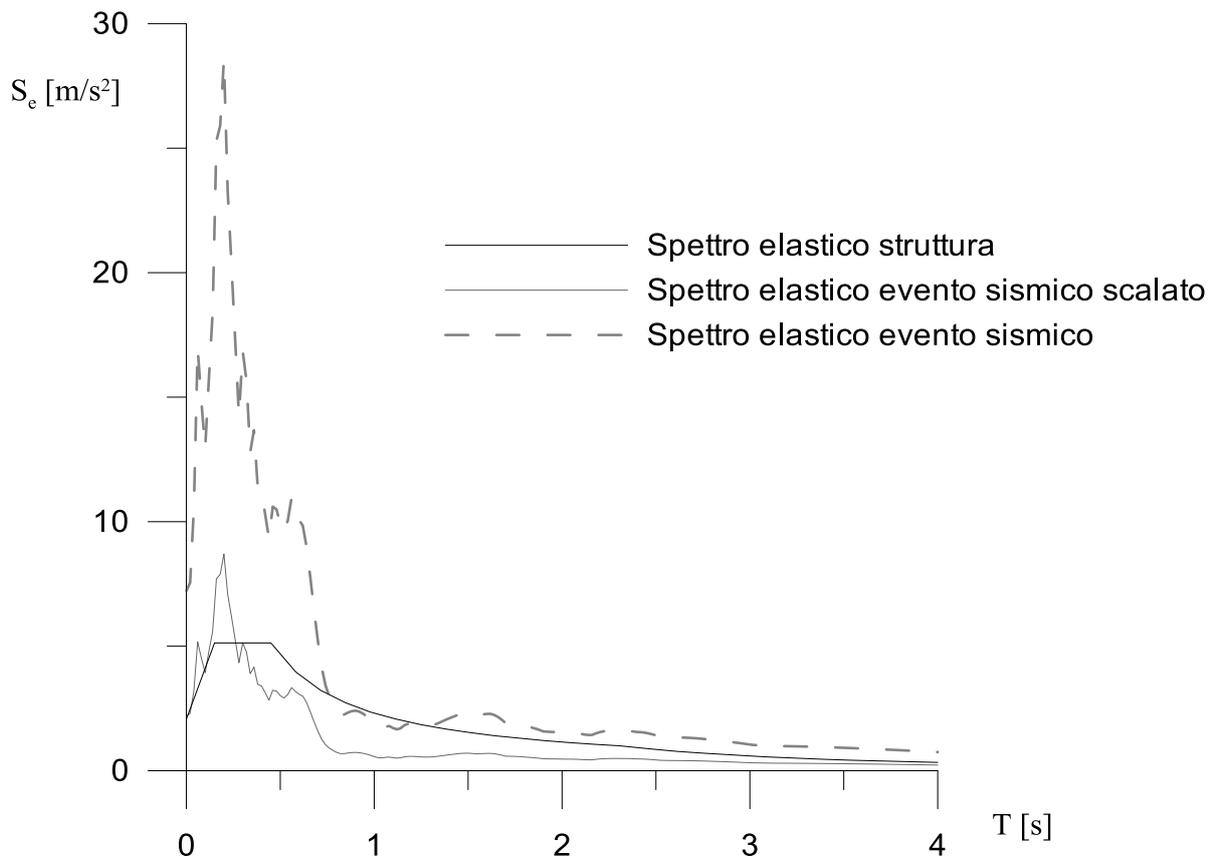


Figura 6.31 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 9



*Figura 6.32 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 10*



*Figura 6.33 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 10*

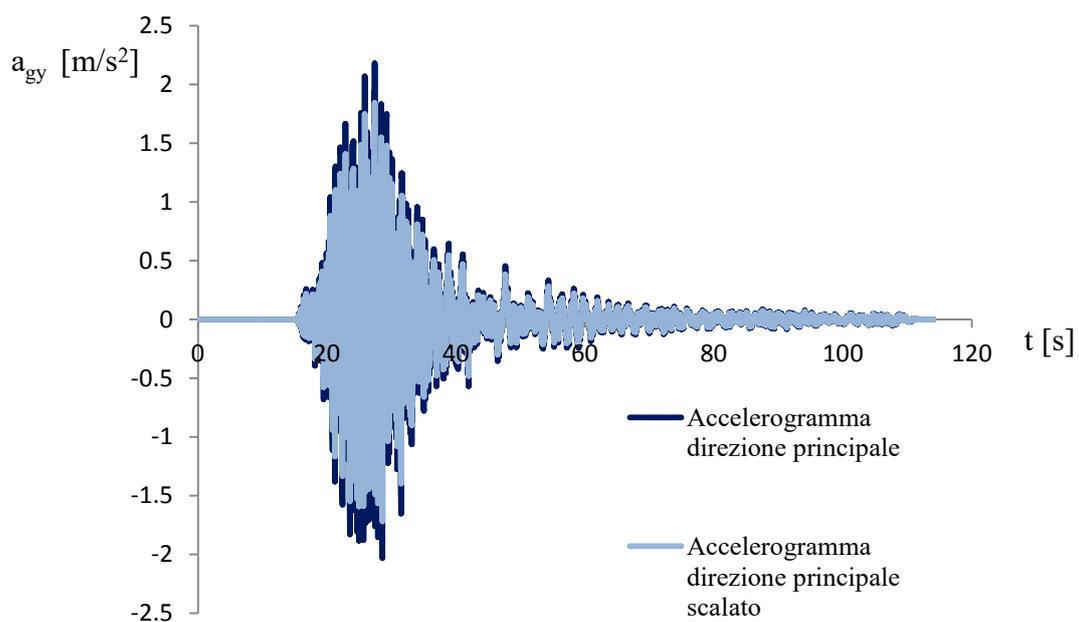


Figura 6.34 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 11

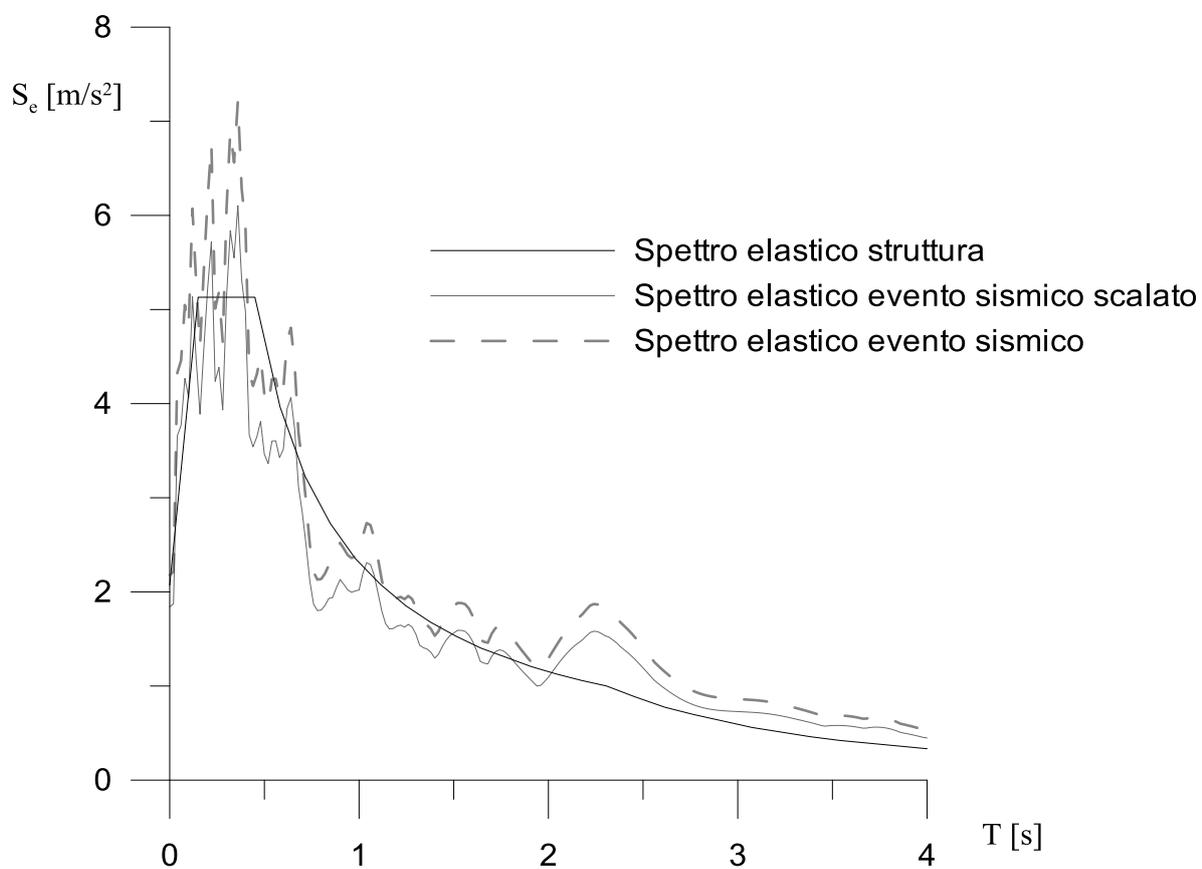
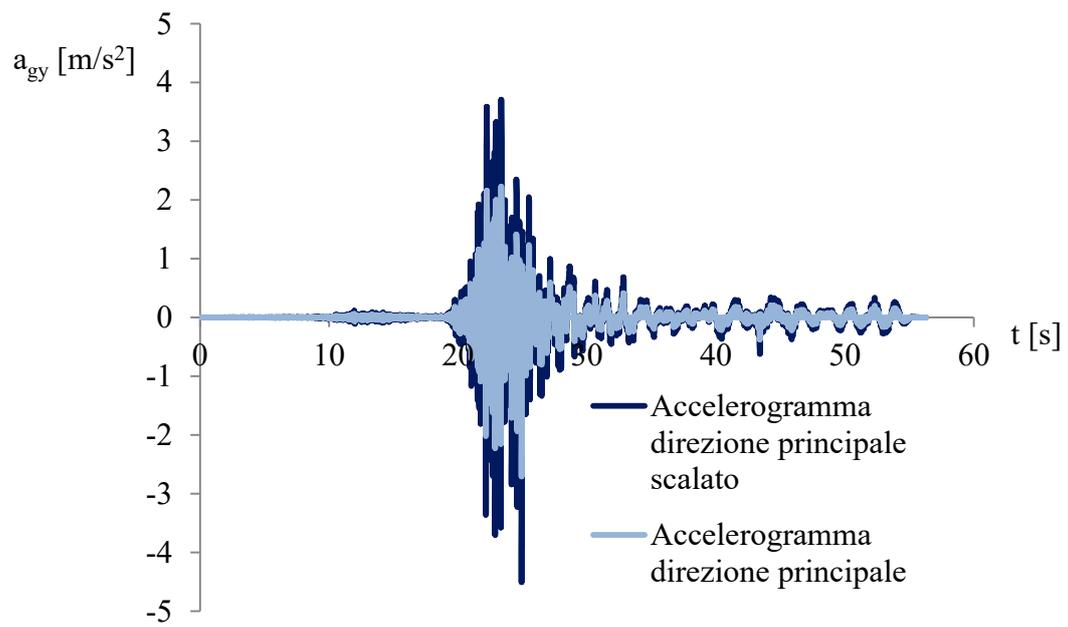


Figura 6.35 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 11



*Figura 6.36 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 12*

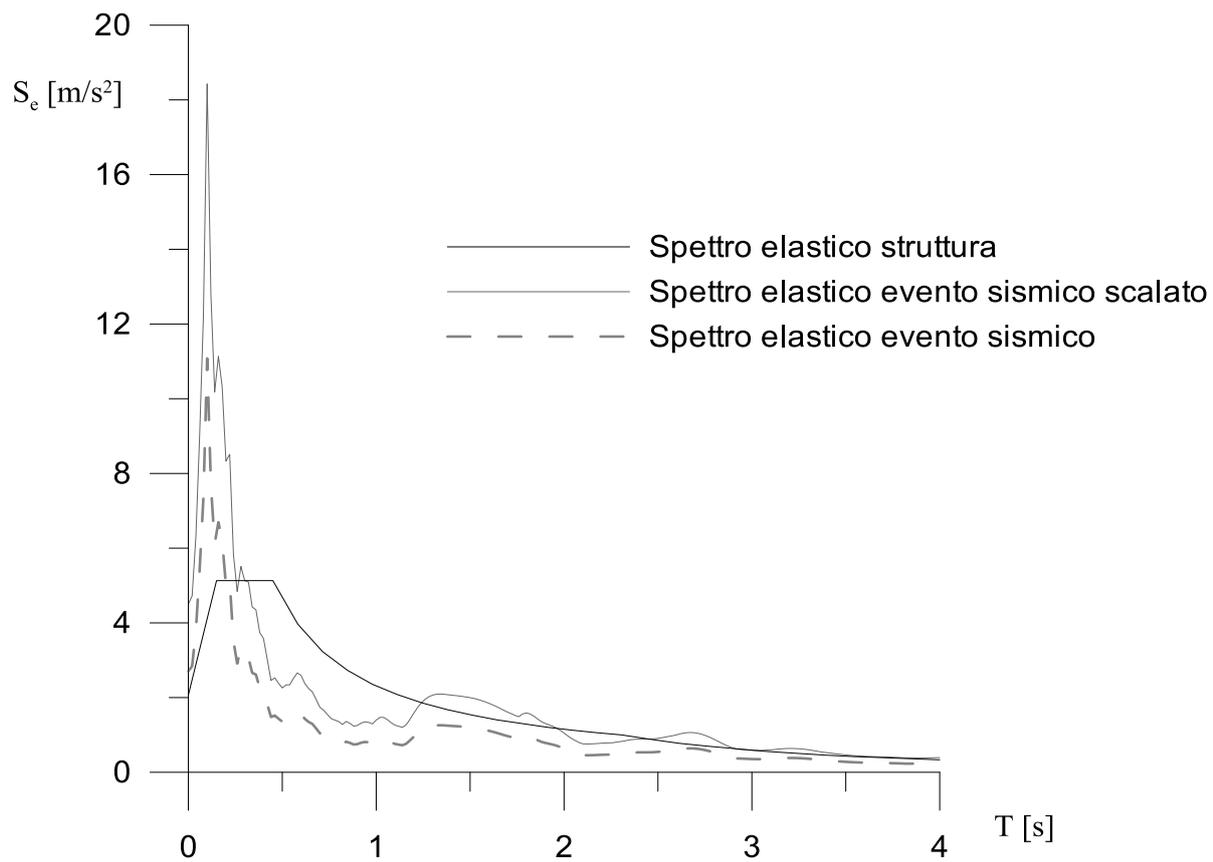


Figura 6.37 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 12

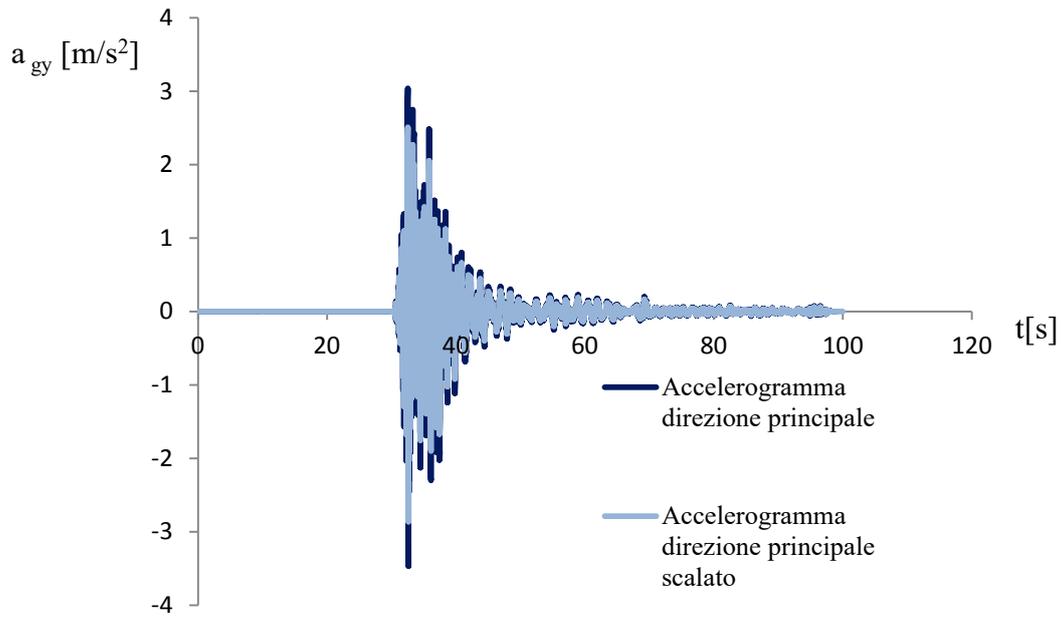


Figura 6.38 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 13

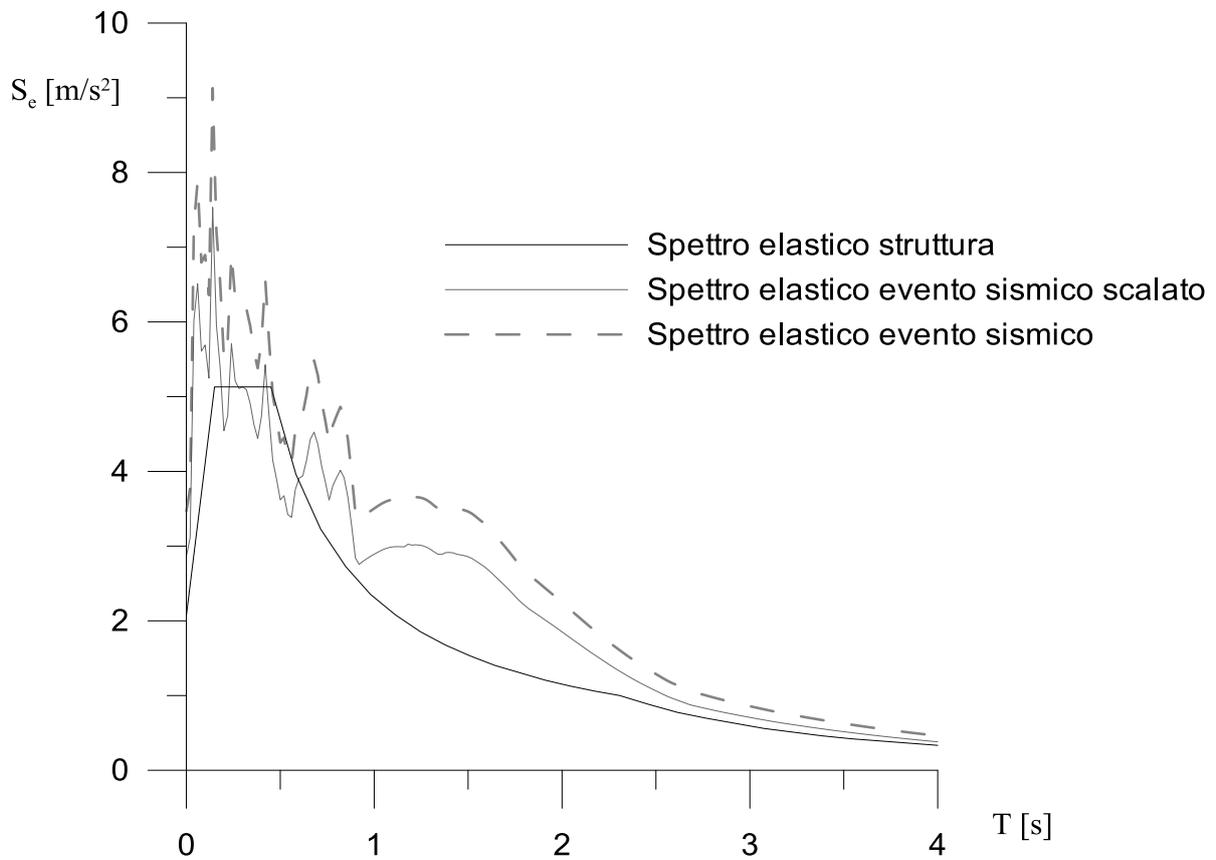


Figura 6.39 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 13

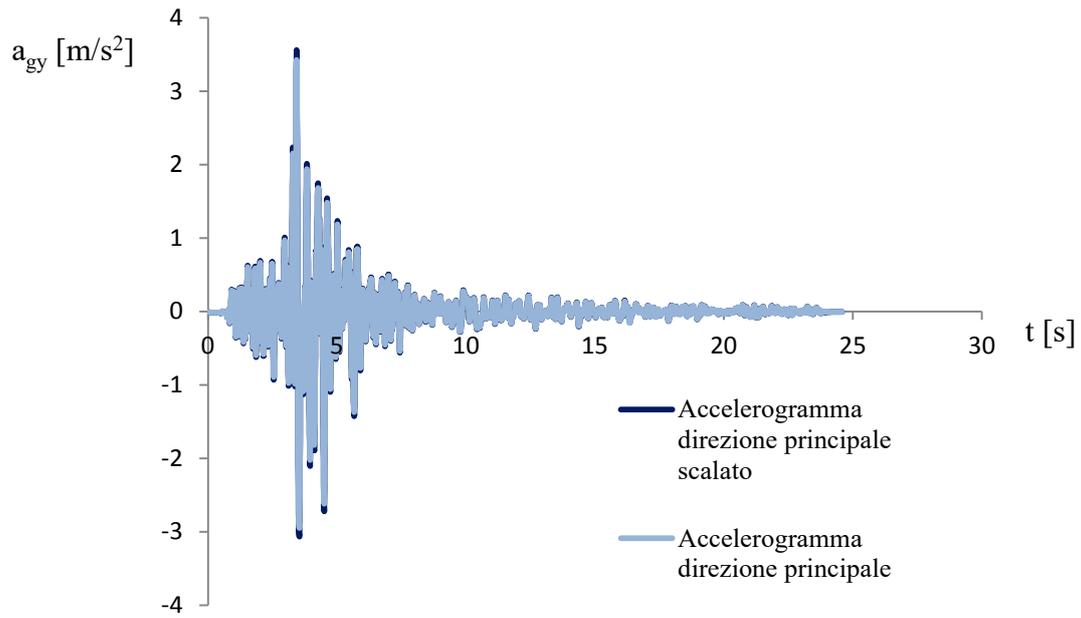


Figura 6.40 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 14

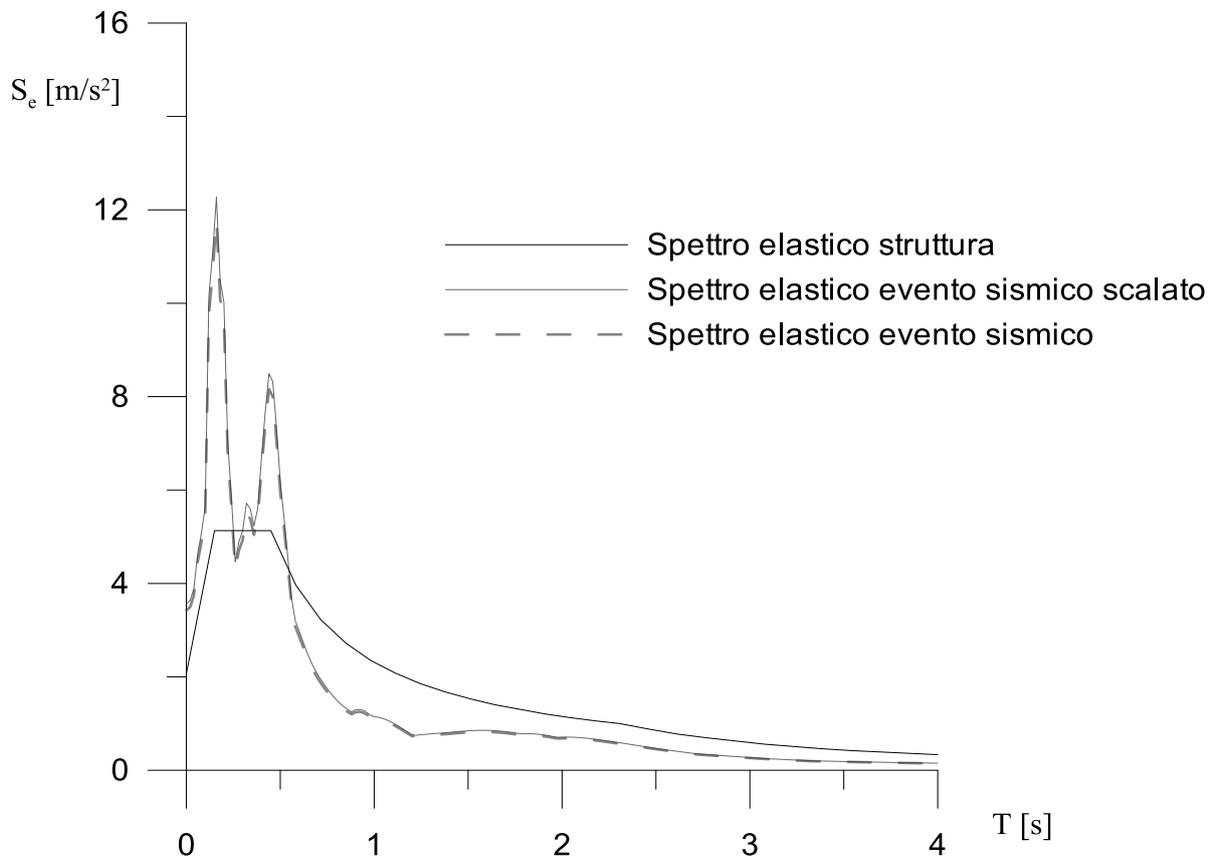
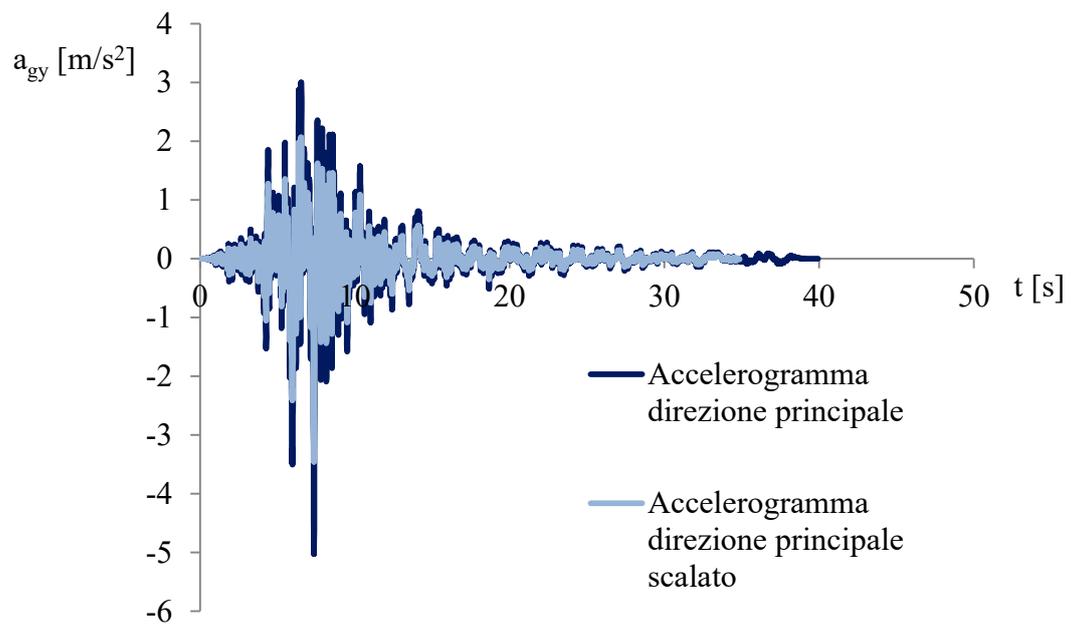


Figura 6.41 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 14



*Figura 6.42 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma15*

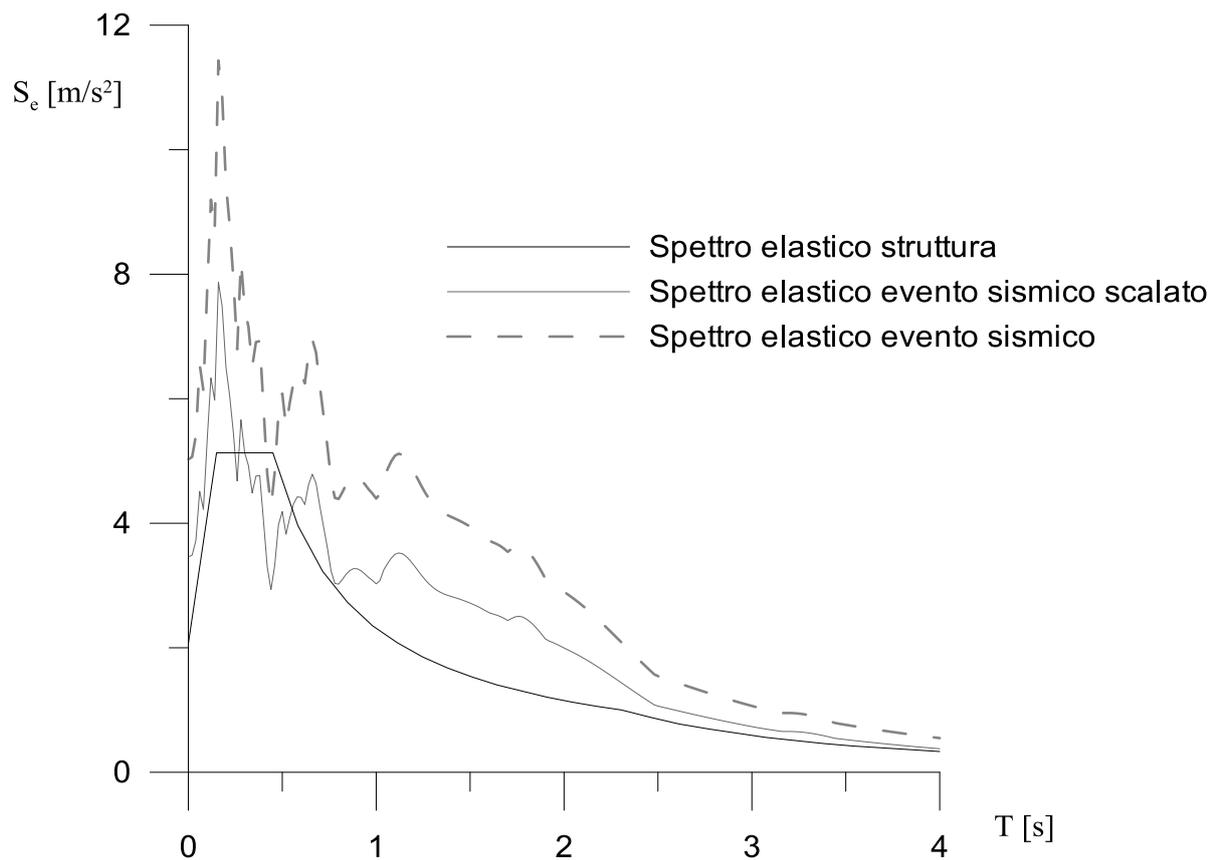


Figura 6.43 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 15

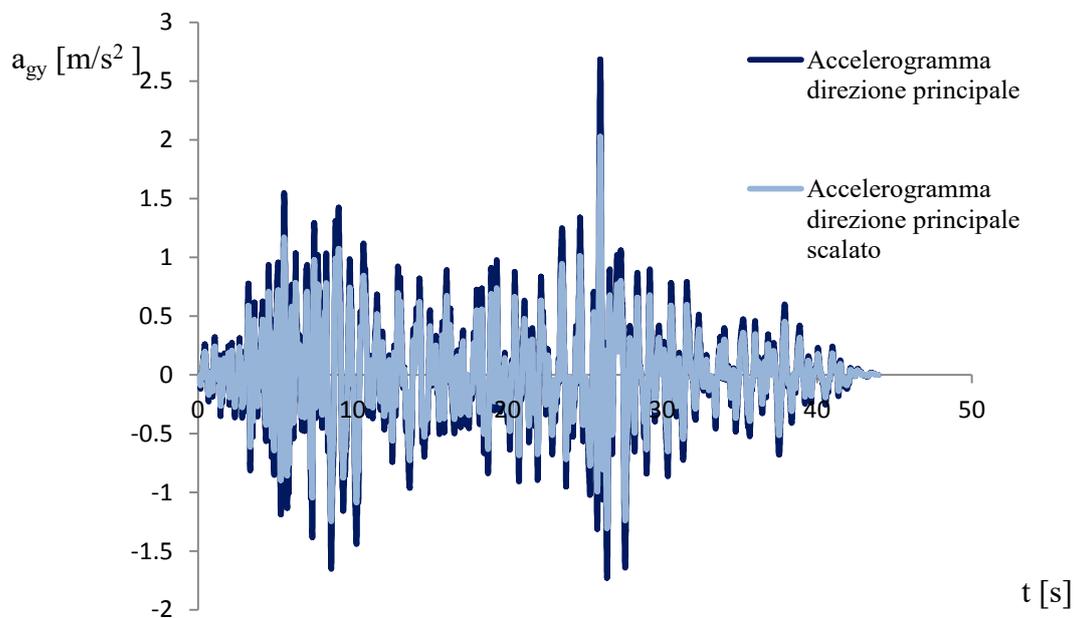


Figura 6.44 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma16

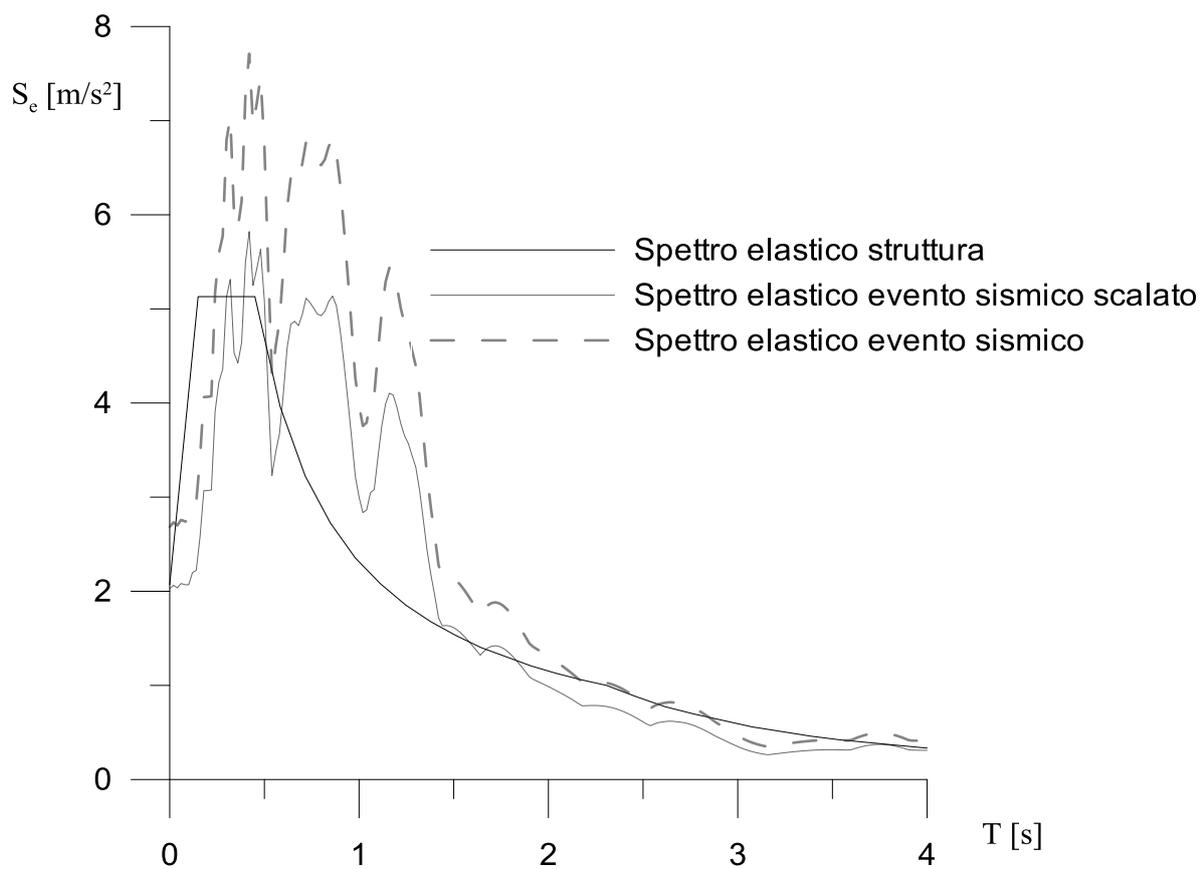


Figura 6.45 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 16

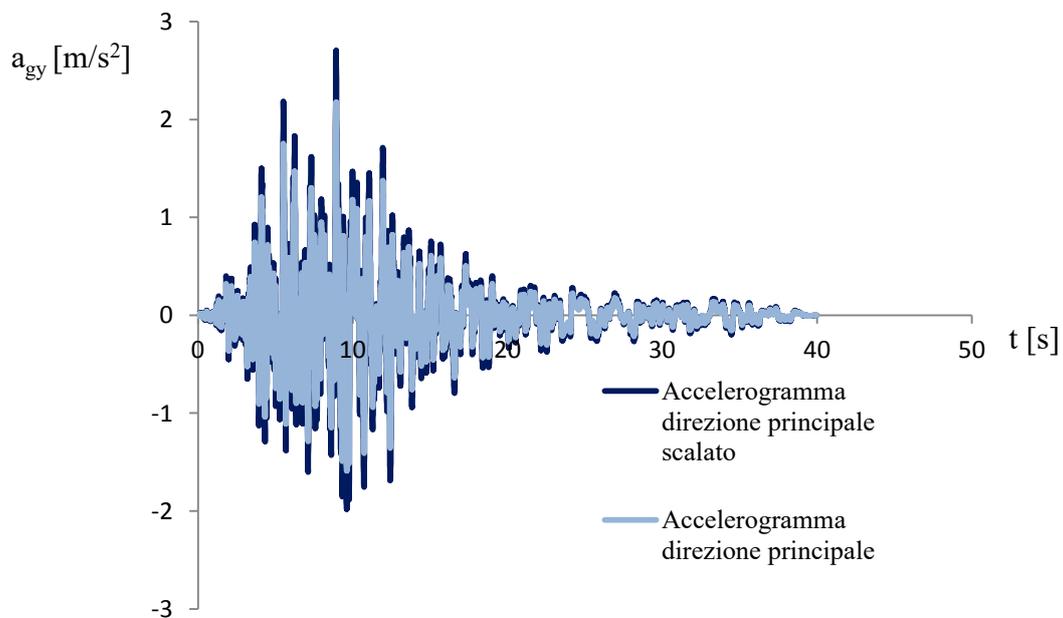


Figura 6.46 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 17

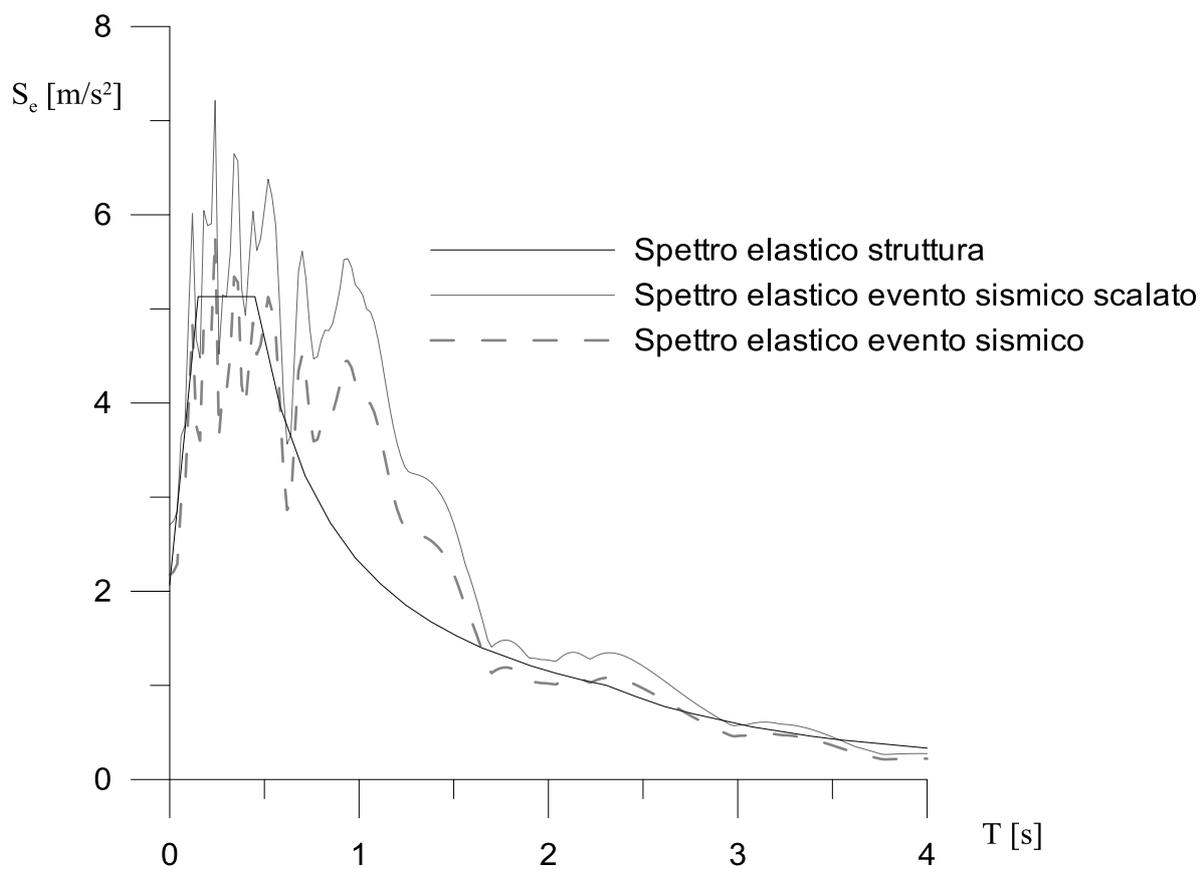


Figura 6.47 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 17

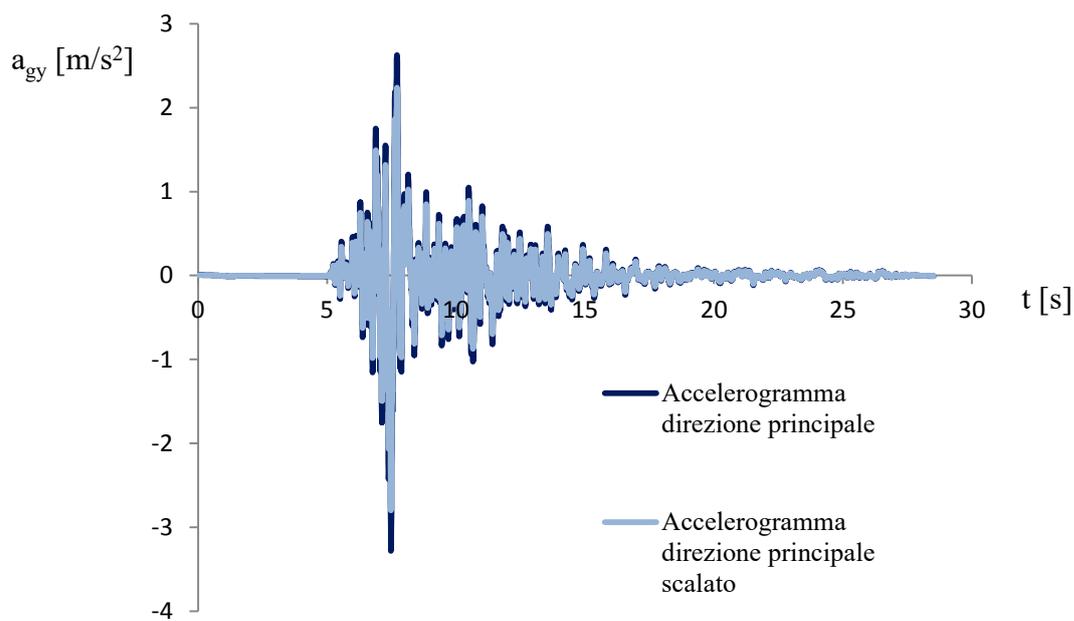


Figura 6.48 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 18

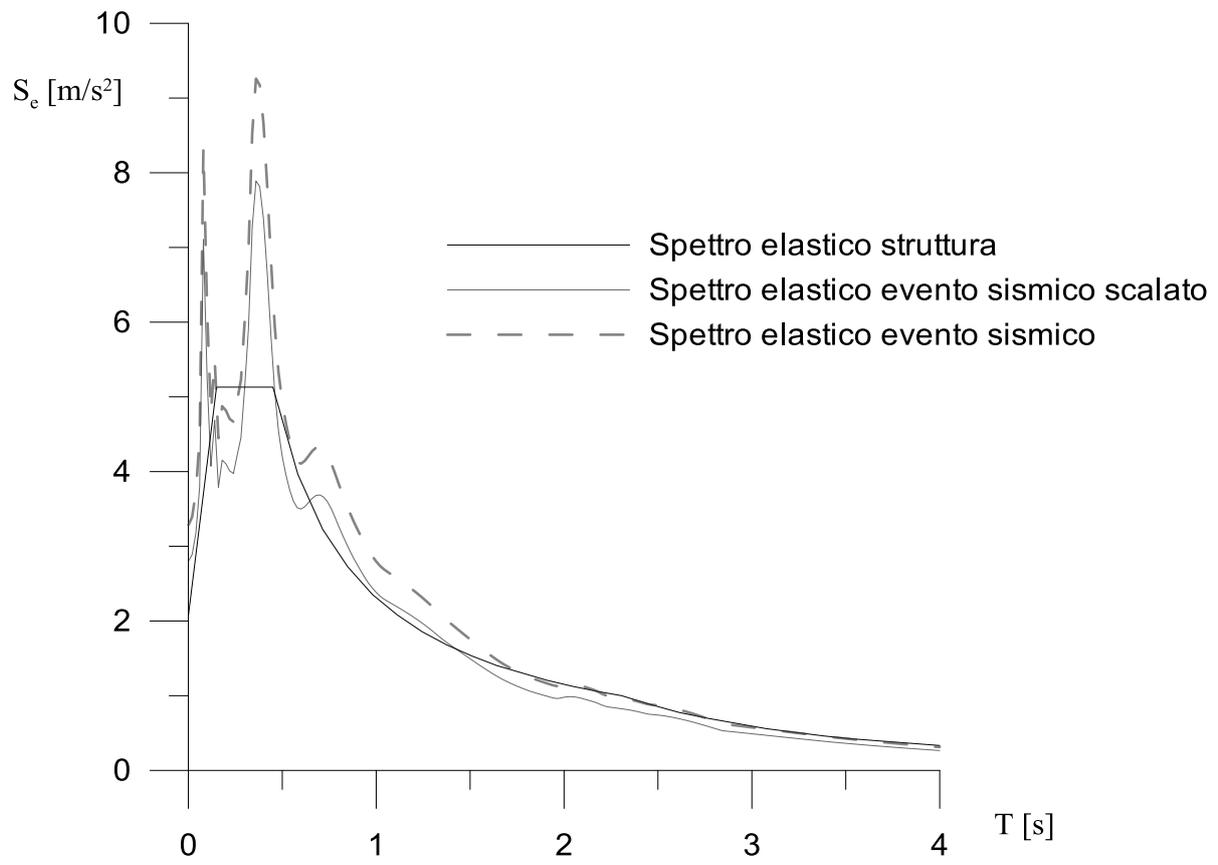
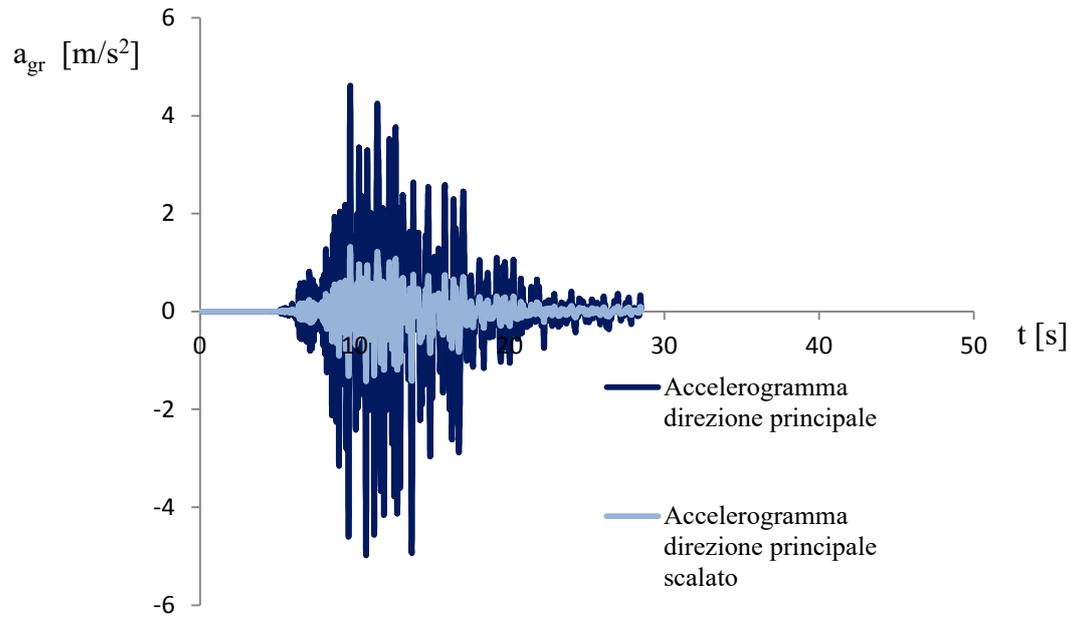


Figura 6.49 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 18



*Figura 6.50 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 19*

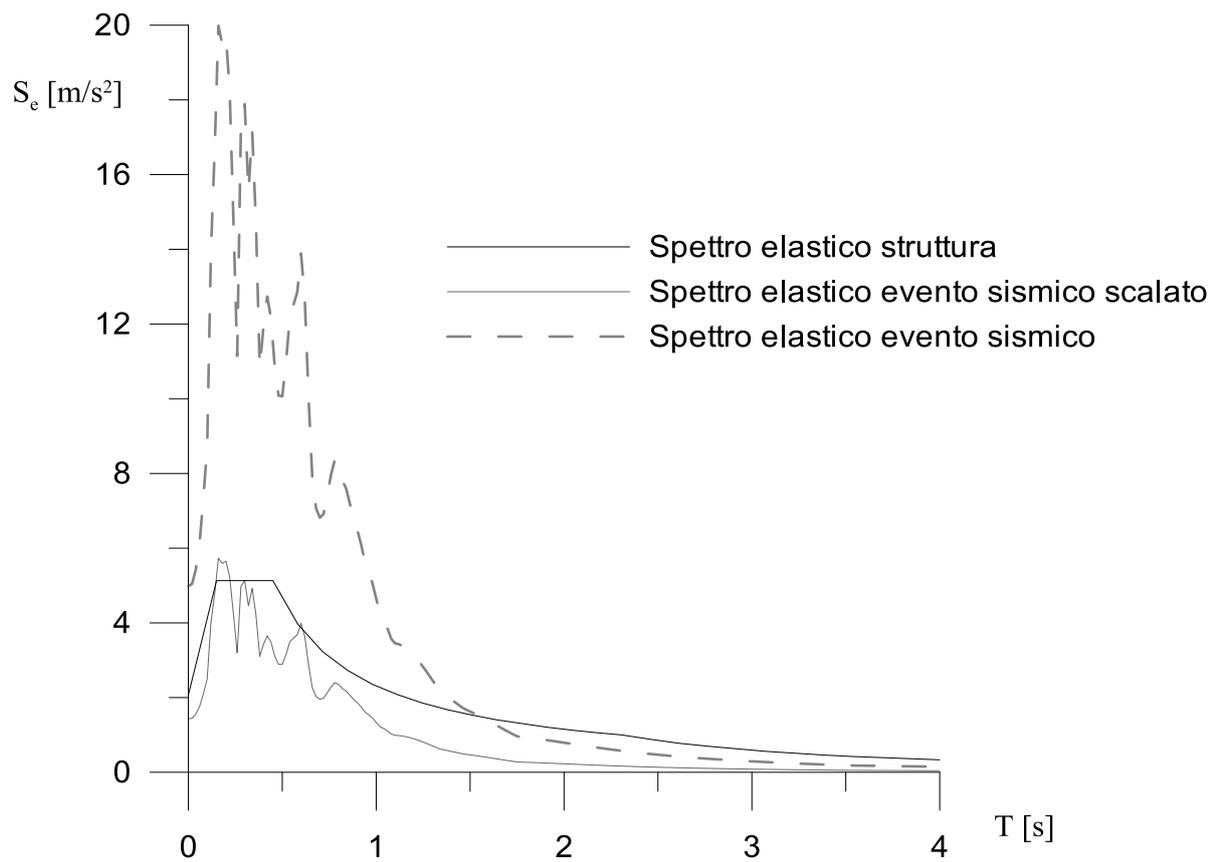


Figura 6.51 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 19

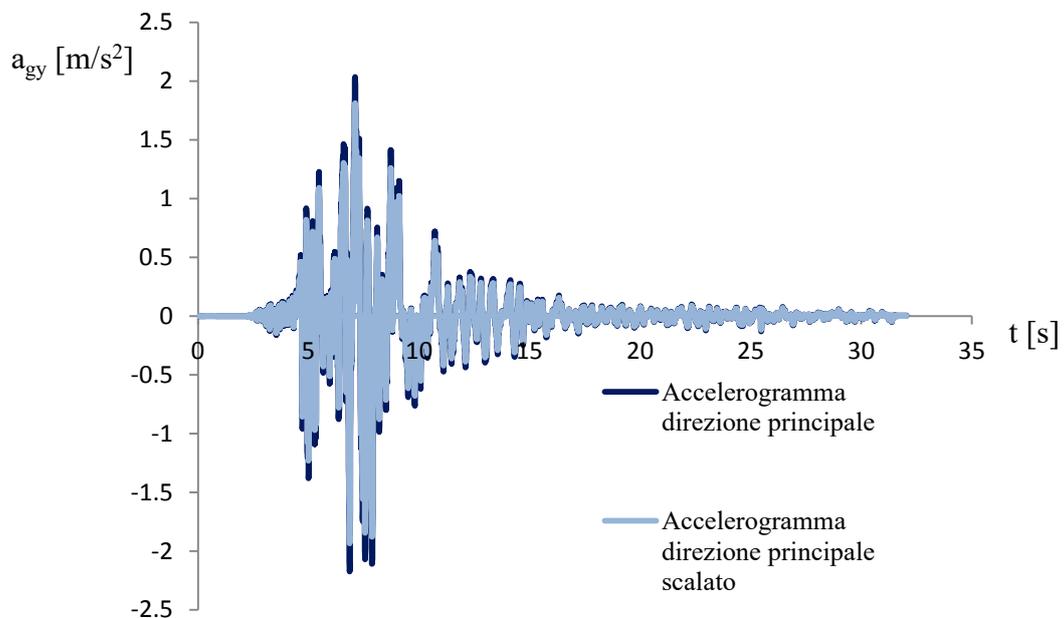


Figura 6.52 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 20

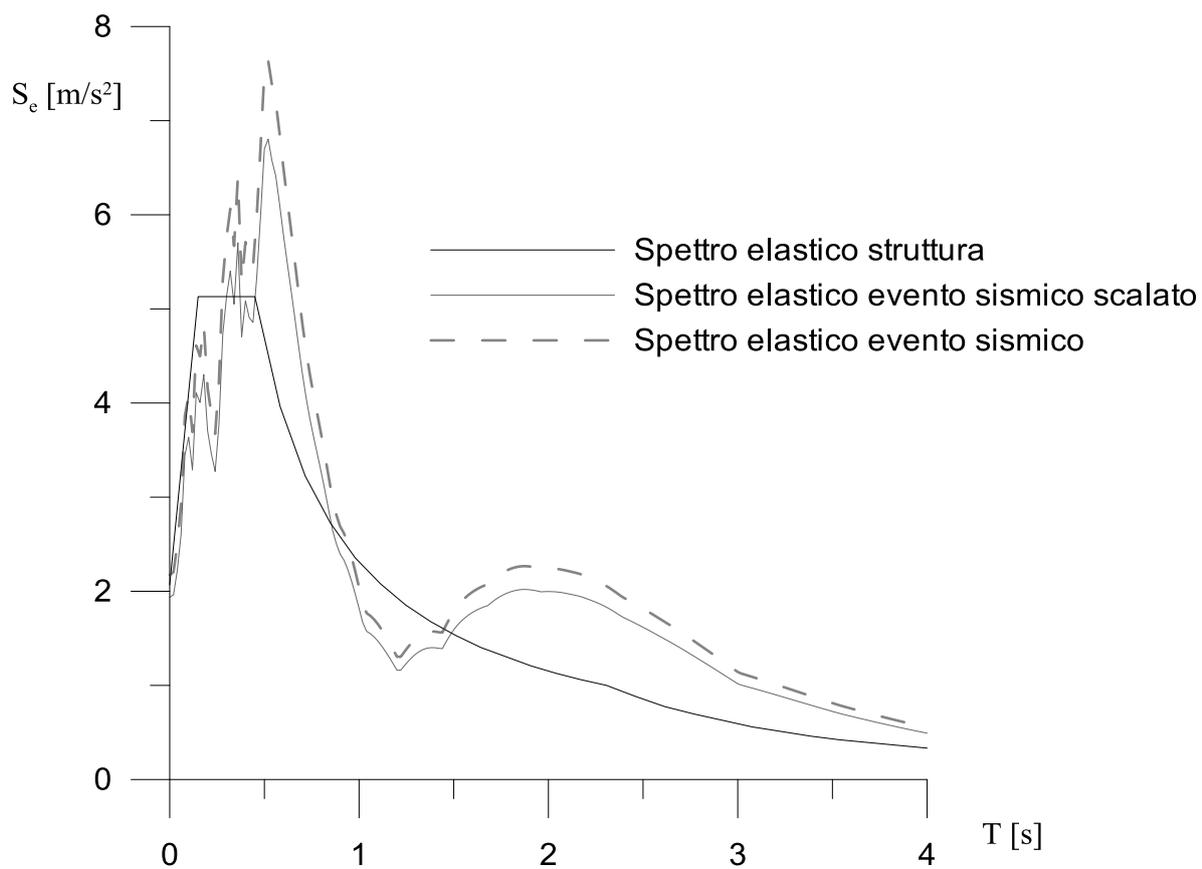


Figura 6.53 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 20

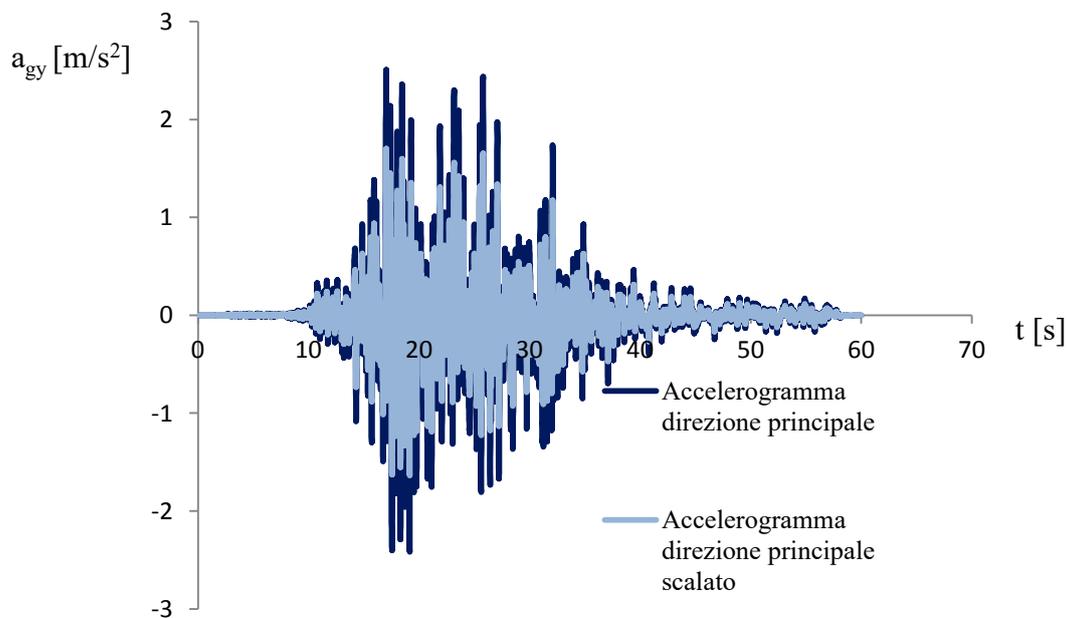


Figura 6.54 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma 21

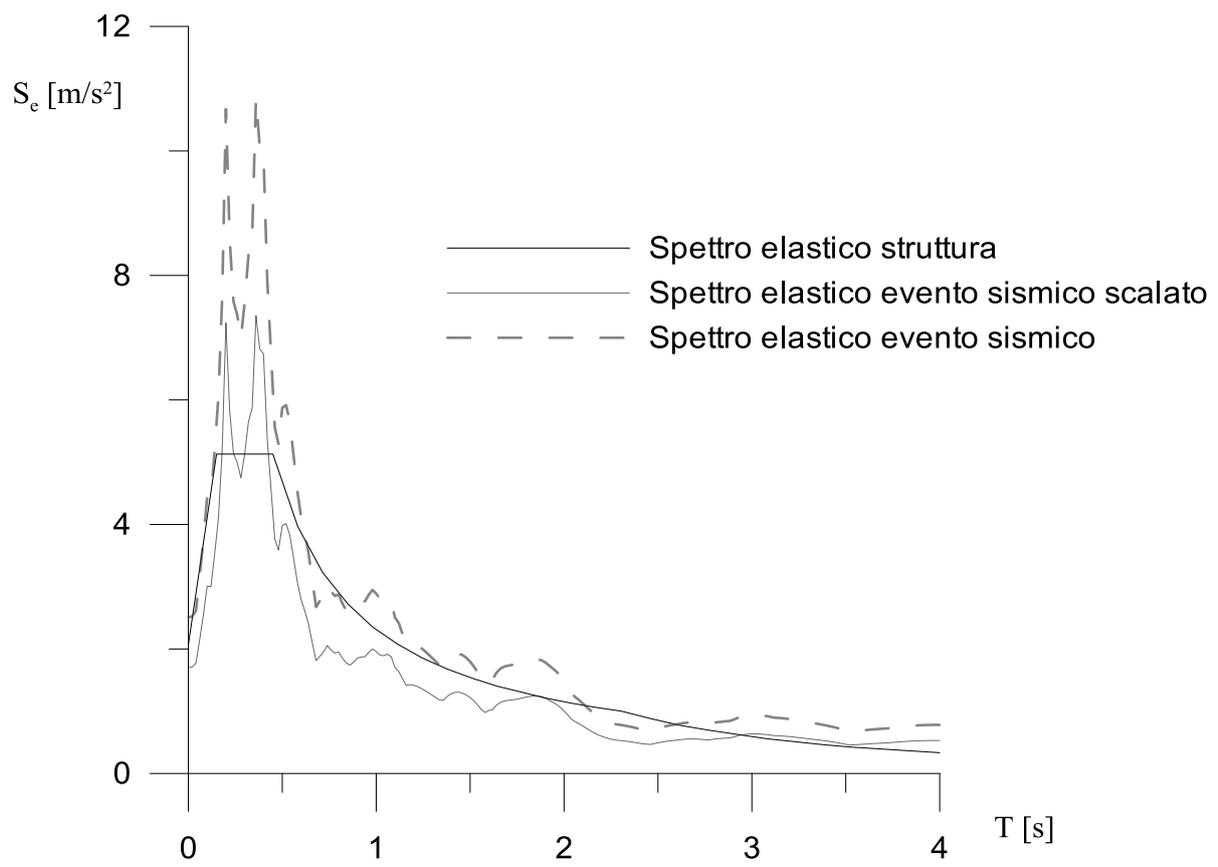


Figura 6.55 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 21

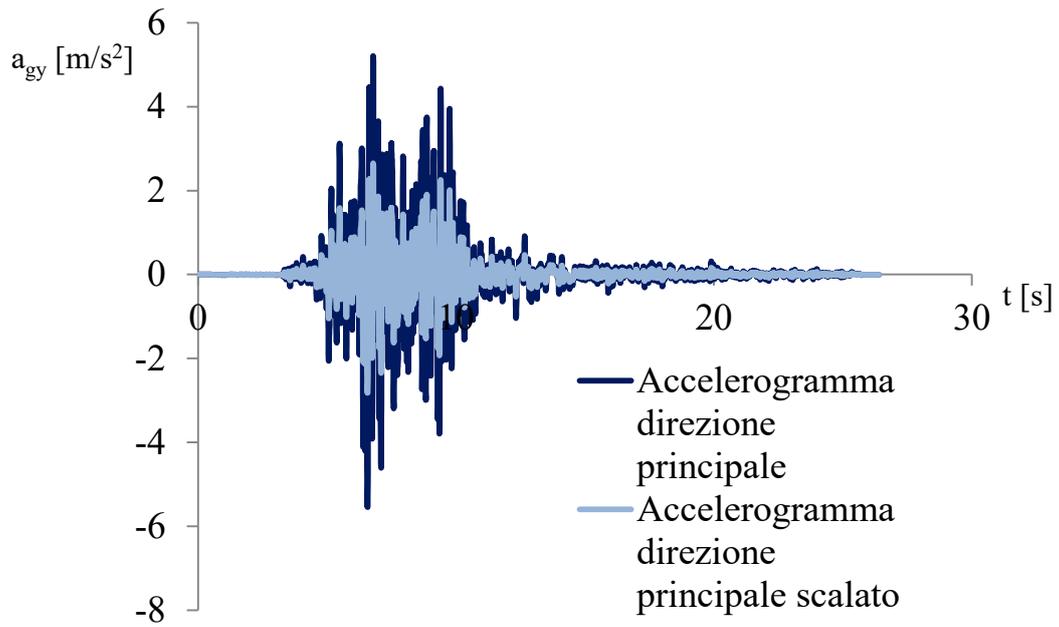


Figura 6.56 Accelerogramma della componente principale e accelerogramma scalato Sisma22

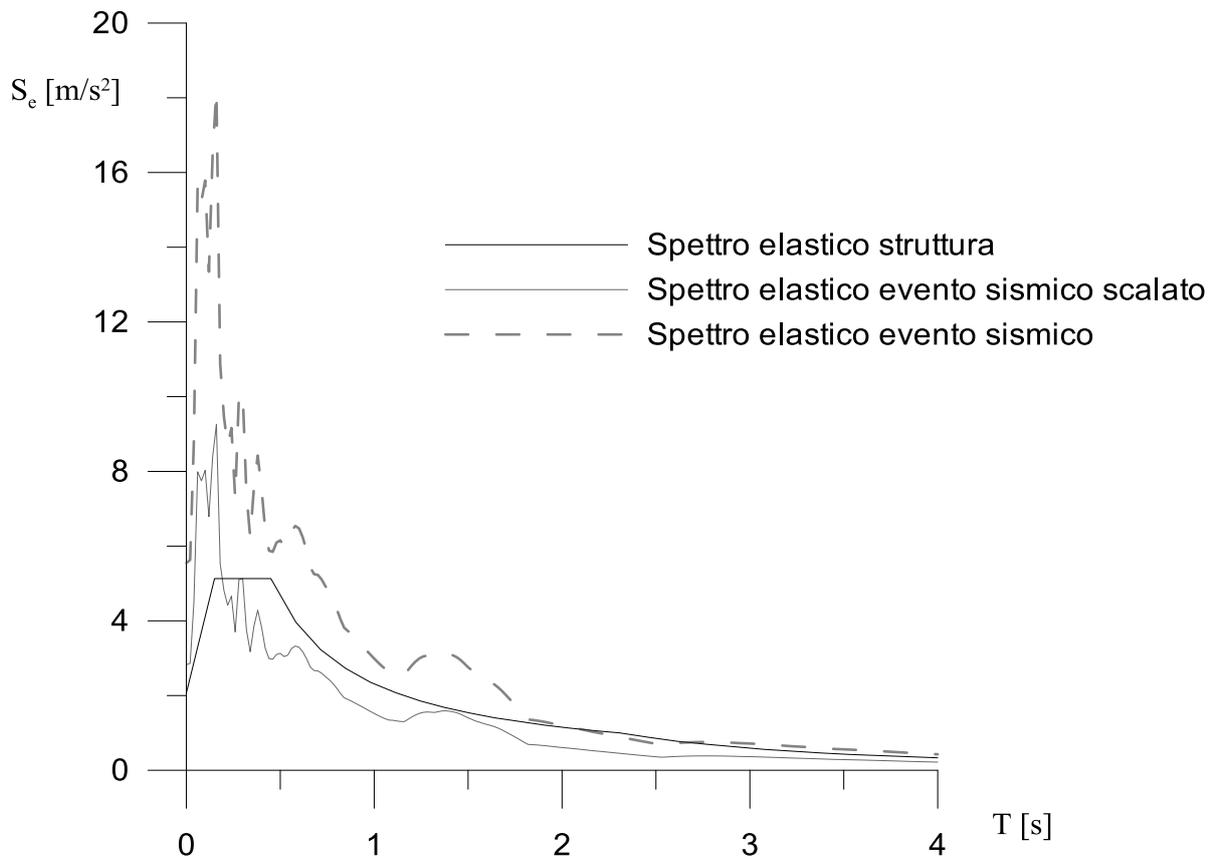


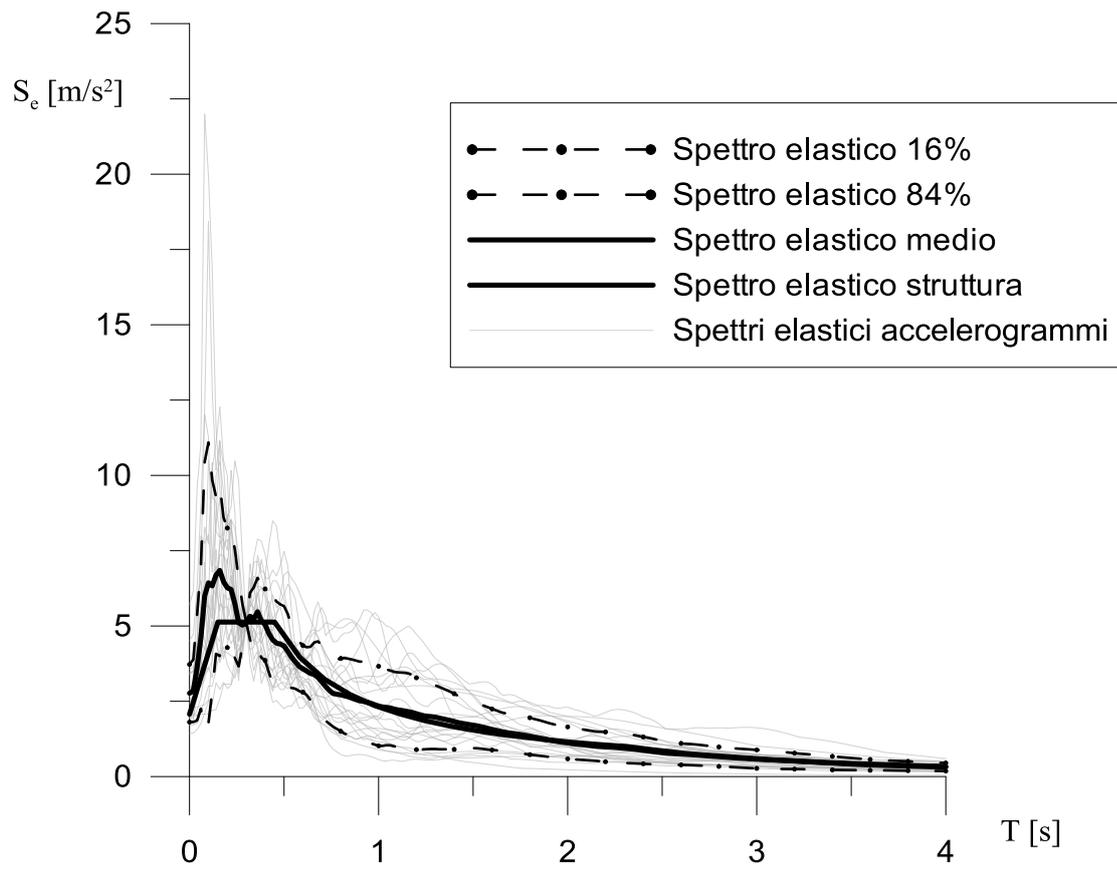
Figura 6.57 Spettri di risposta della struttura e dell'accelerogramma Sisma 22

Di seguito invece sono mostrati i vari fattori di scala,  $\alpha$ , in funzione del sisma:

<b>Accelerogramma</b>	<b><math>\alpha</math> [-]</b>
1	0.55363527
2	0.78566644
3	0.51269711
4	0.64352532
5	1.25585303
6	0.27732959
7	1.09911624
8	0.47861179
9	0.75208383
10	0.3046091
11	0.84555988
12	1.66314497
13	0.82526382
14	1.04025062
15	0.6885027
16	0.75505168
17	1.2441593
18	0.85200121
19	0.2868154
20	0.89085511
21	0.67803647
22	0.50862068

*Tabella 6.5 Fattori di scala dei singoli accelerogrammi*

Si riporta anche di seguito l'insieme degli spettri di risposta elastici di tutti e 22 i sismi per determinare così lo spettro di risposta elastico medio e i due spettri limite uno corrispondente all'84% dei valori e l'altro al 16%:



**Figura 6.58** Spettro di risposta elastico della struttura, degli accelerogrammi, spettro di risposta medio e spettri di risposta corrispondenti al 16% e all'84% della distribuzione

## 7. Valutazione della capacità deformativa e resistente

Nel presente capitolo, invece, si mostra come sono stati ricavati, tramite l'utilizzo della sezione "section designer" del software di calcolo strutturale SAP2000, i diagrammi di curvatura ultima, elastica e di duttilità. In particolare sono state prese due sezioni tipo all'interno della struttura caso studio e di queste calcolati i suddetti diagrammi. Le sezioni prese in considerazione presentano dimensioni 600x250 mm, per la sezione di tipo 1 e 300x600, per la sezione di tipo 2, in primo luogo sono state modellate le equazioni costitutive rappresentanti il calcestruzzo e l'acciaio, per quanto riguarda il calcestruzzo sono state modellate due differenti equazioni costitutive, ciò è dovuto alla scelta di considerare, all'interno della sezione, solo la componente di calcestruzzo confinato, il comportamento della componente confinata, allo stesso modo per quanto fatto nella modellazione delle equazioni costitutive in OpenSees, è stato preso in considerazione il modello descritto da , Saatcioglu e Razvi, 1992, vengono mostrate di seguito le due leggi costitutive implementate per il calcestruzzo:

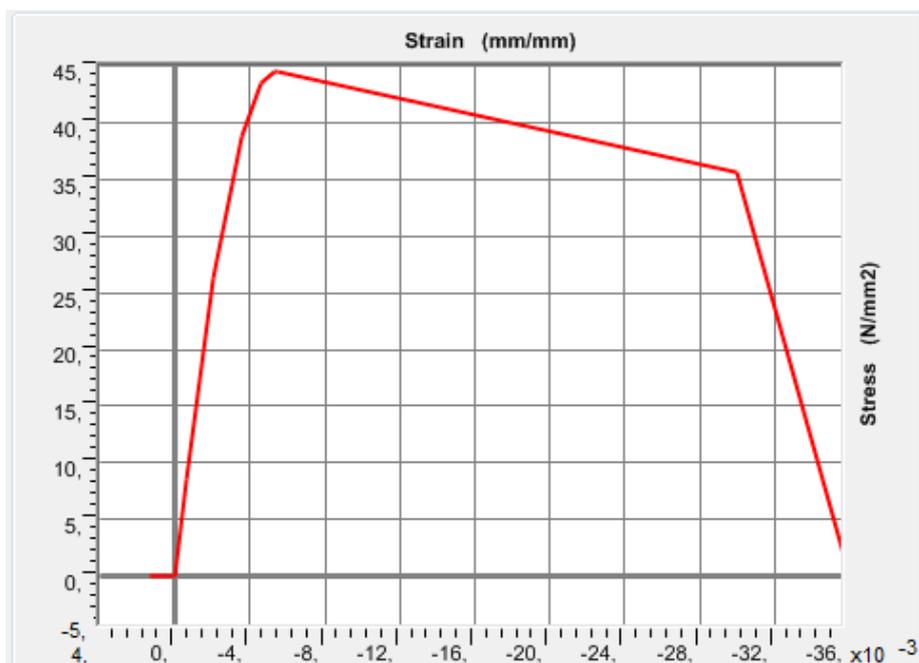


Figura 7.1 Equazione costitutiva calcestruzzo sezione tipo 1

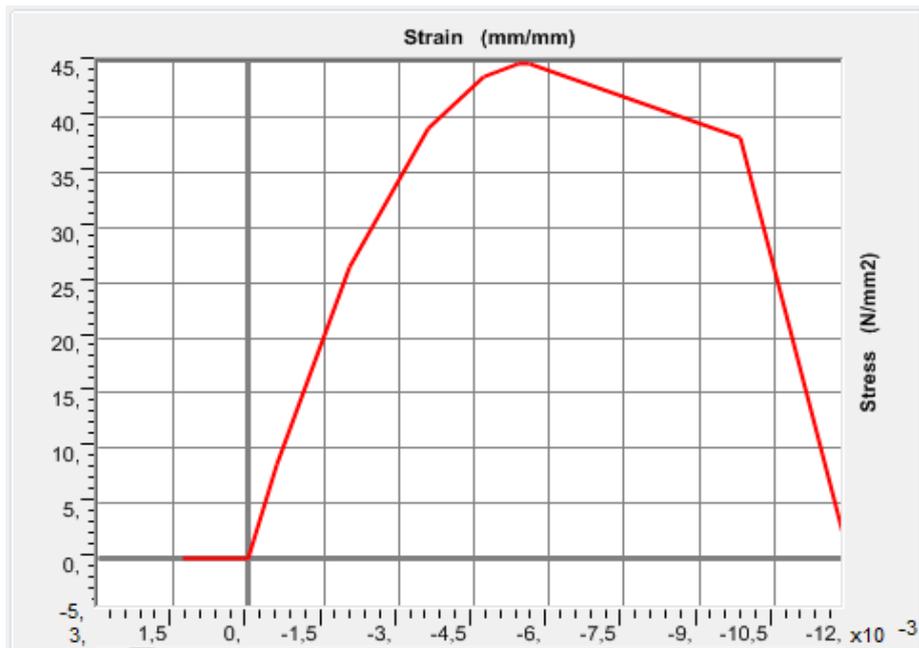


Figura 7.2 Equazione costitutiva calcestruzzo sezione tipo 2

Per quanto riguarda l'acciaio è stata implementata, invece, un' unica equazione costitutiva per tutte le barre d'armatura presenti all'interno delle due sezioni, la legge costitutiva in questione è rappresentata da una legge di tipo elastica-perfettamente plastica, inserita all'interno del software utilizzato come segue:

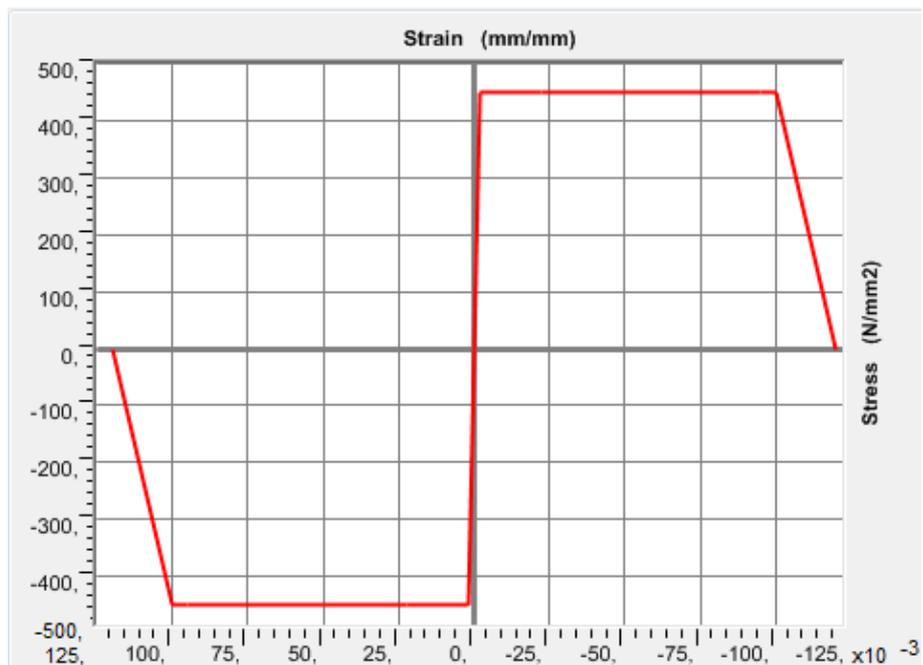


Figura 7.3 Legge elastica-perfettamente plastica utilizzata per l'acciaio all'interno del software

Dopo aver definito la geometria e le equazioni costitutive da utilizzare si è andato a definire il numero di fibre con cui le due sezioni sono state discretizzate, per quanto riguarda la sezione tipo 1 si discretizzato la sezione con un totale di 218 fibre, mentre per quanto riguarda la sezione di tipo 2 si è utilizzato un totale di 216 fibre.

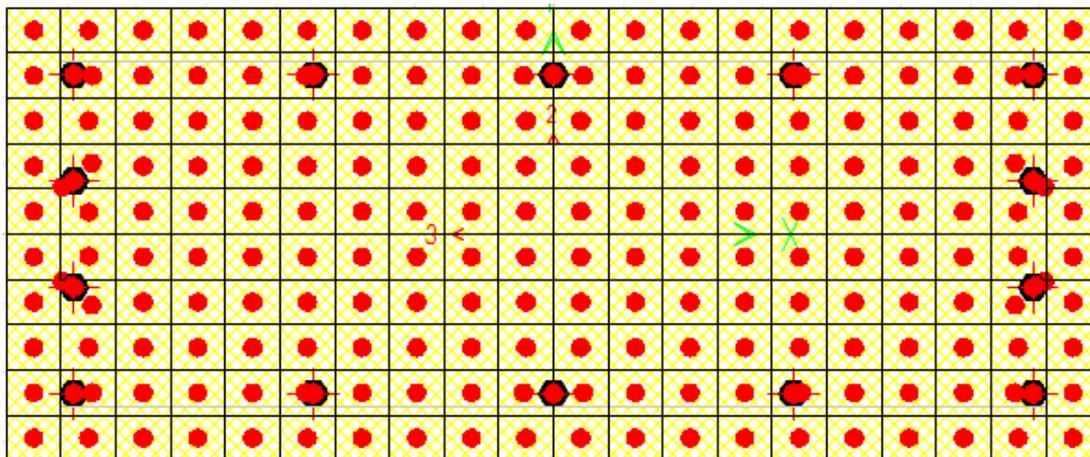


Figura 7.4 Discretizzazione a fibre sezione tipo 1

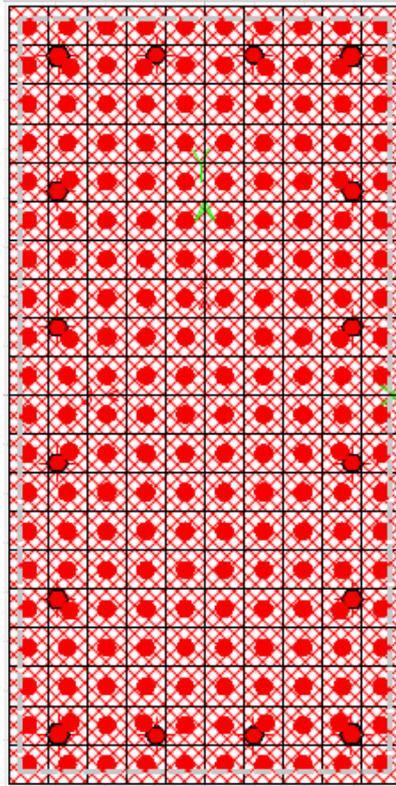


Figura 7.5 Discretizzazione a fibre sezione tipo 2

Il “section designer” in particolare permette la determinazione del diagramma momento curvatura per una dato valore di sforzo normale e di inclinazione dell’asse neutro, sono stati considerati quindi 8 intervalli di sforzo normale ridotto  $v$ , da 0 a 0.7, definito come:

$$v = \frac{N}{b d f_{cd}} \quad [8.1.1]$$

Dove:

- $N$  sforzo normale applicato alla sezione;
- $b$  larghezza della sezione;
- $d$  altezza utile della sezione
- $f_c$  resistenza a compressione del calcestruzzo.

I valori di inclinazione dell'asse neutro sono stati discretizzati ad intervalli di 5 gradi, da 0° a 360°, ricavando così dal software i valori di curvatura elastica e ultima per ogni valore considerato, si mostrano di i diagrammi di curvatura ultima ed elastica per le sezioni tipo considerate:

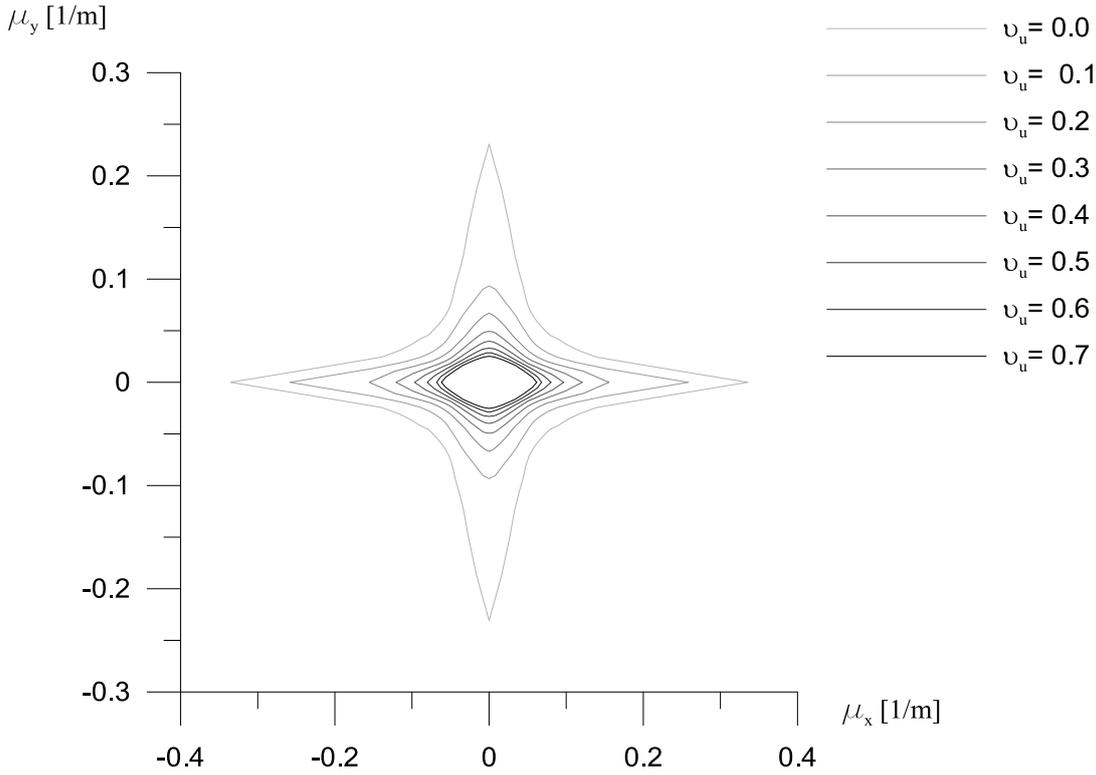


Figura 7.6 Diagramma di curvatura ultima per diversi valori dello sforzo normale ridotto per la sezione di tipo I

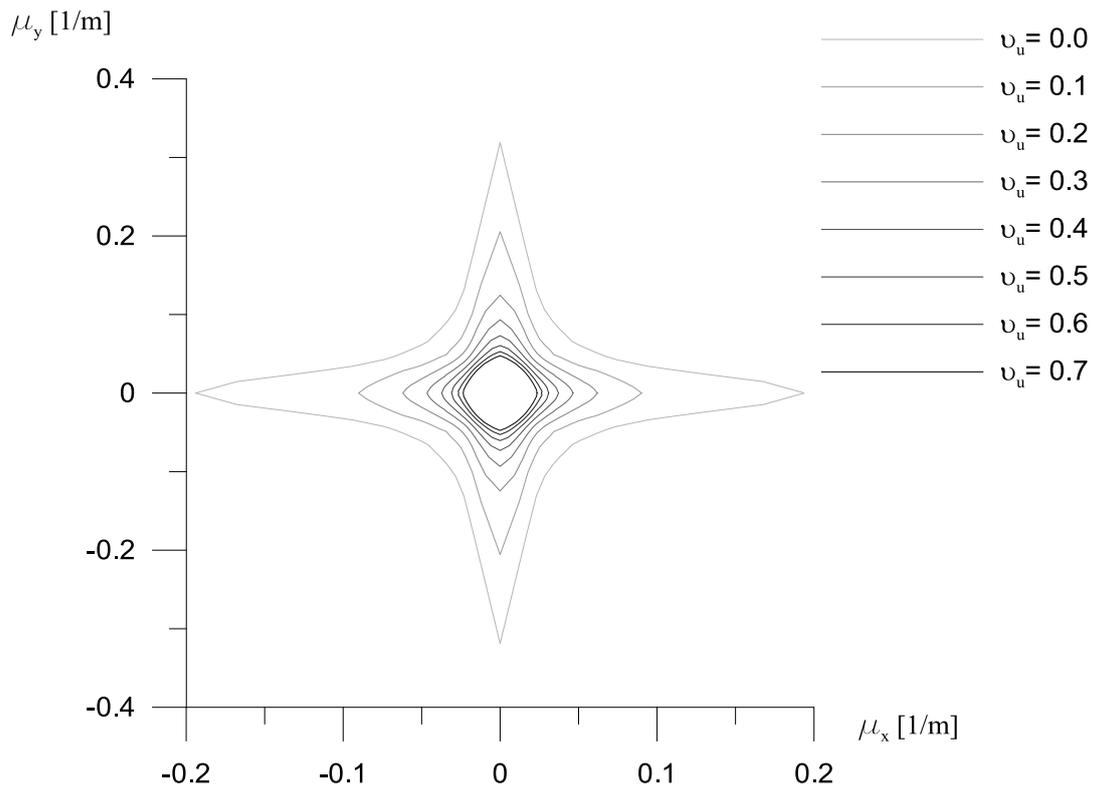


Figura 7.7 Diagramma curvatura ultima per diversi valori dello sforzo normale ridotto per la sezione di tipo 2

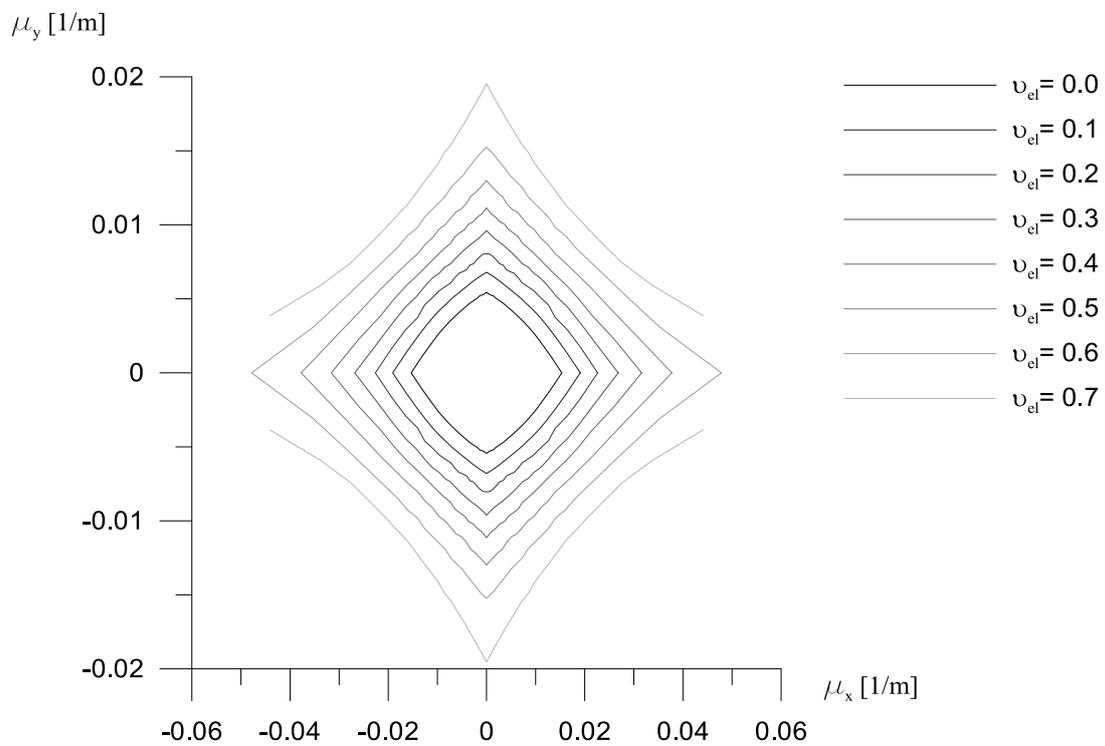


Figura 7.8 Diagramma curvatura elastica per diversi valori dello sforzo normale ridotto per la sezione di tipo 1

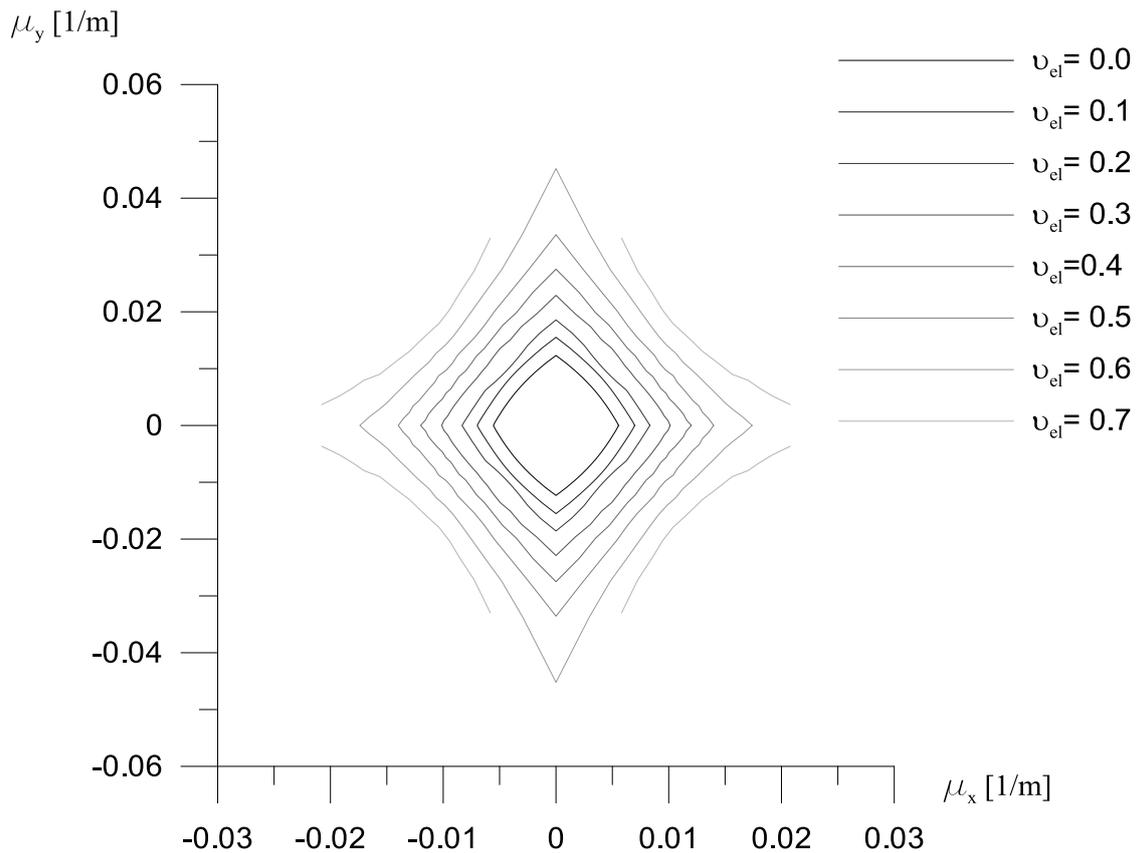


Figura 7.9 Dominio di curvatura elastica per diversi valori dello sforzo normale ridotto per la sezione di tipo 2

Si può facilmente notare come all'interno dei domini elastici, per valori alti di sforzo normale ridotto, non siano definiti alcuni valori del dominio elastico, questo è dovuto al fatto che per alti valori di sforzo normale di compressione l'elemento caricato non presenta più un valore di sforzo normale di snervamento ma solo un valore che porta alla capacità deformativa ultima della sezione. Per quanto riguarda i diagrammi di duttilità sono stati ricavati, come visto nei precedenti paragrafi, dal rapporto tra i valori di curvatura ultima ed elastica riportati di seguito:

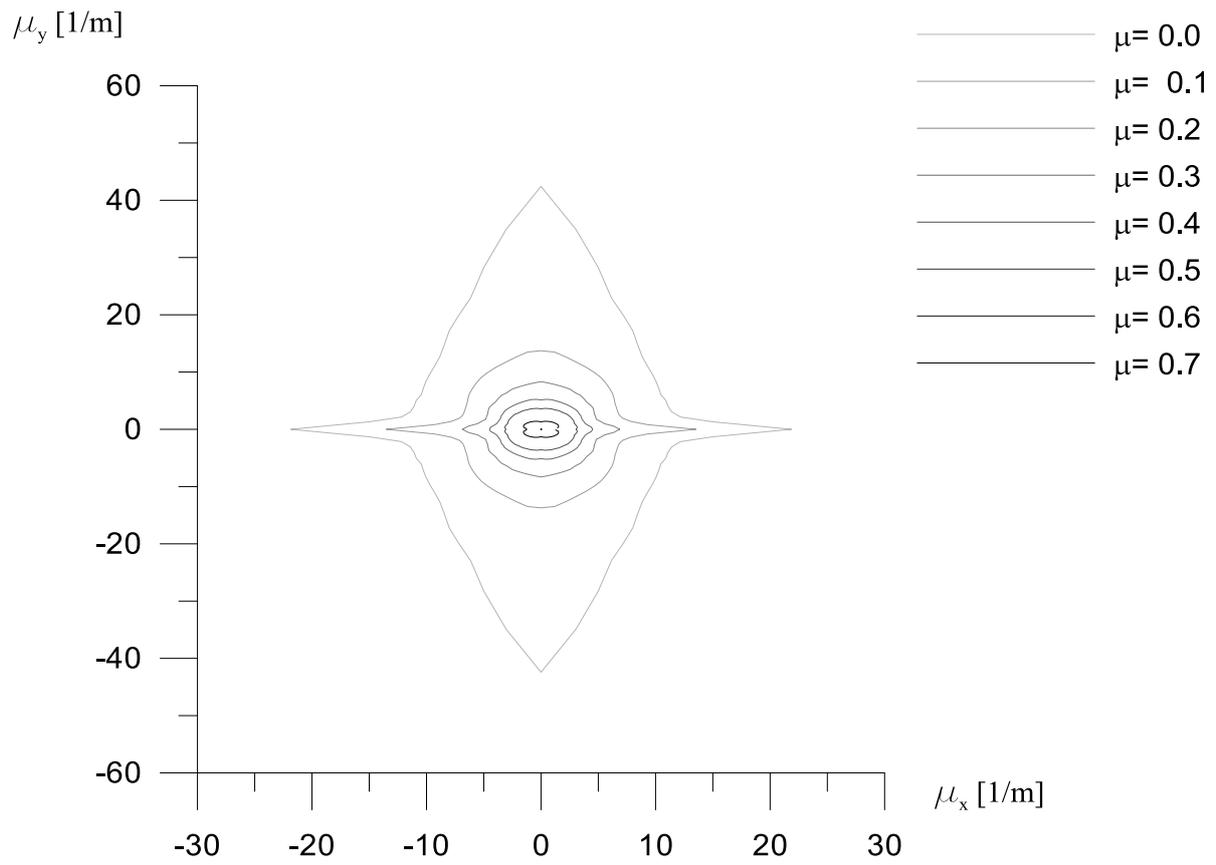


Figura 7.10 Diagramma di duttilità per diversi valori dello sforzo normale ridotto per la sezione tipo 1

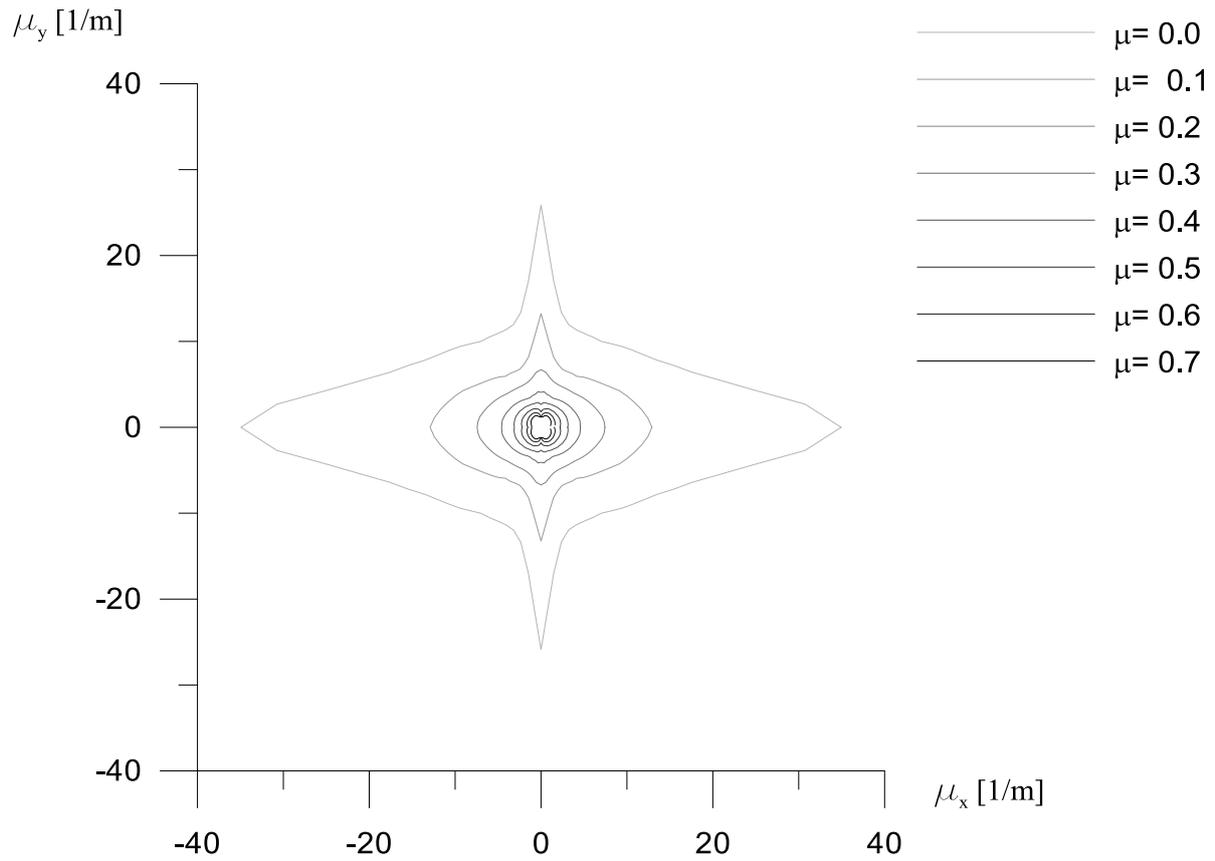
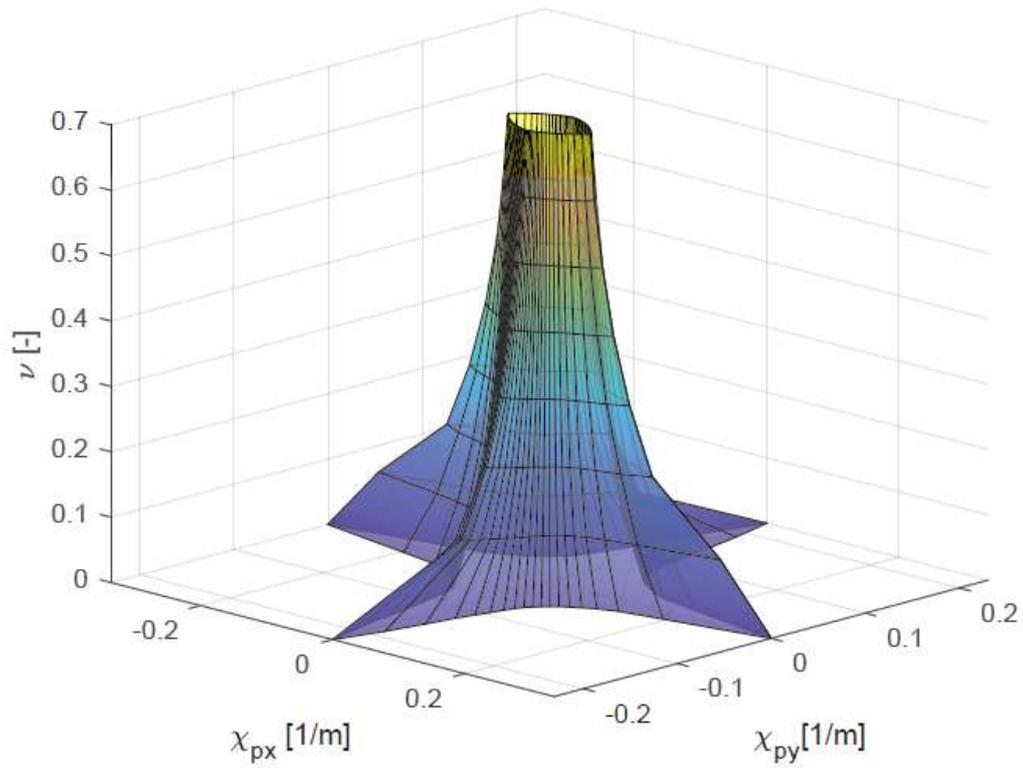


Figura 7.11 Diagramma di duttilità per diversi valori dello sforzo normale ridotto per la sezione tipo 2

A partire dai diagrammi bidimensionali è stato possibile tramite l'ausilio del software MATLAB la costruzione dei domini tridimensionali di curvatura ultima elastica e il dominio di duttilità. Vengono mostrati a seguire i domini tridimensionali rispettivamente per la sezione di tipo 1 e per la sezione di tipo 2:



*Figura 7.12 Dominio di curvatura ultima tridimensionale per la sezione tipo 1*

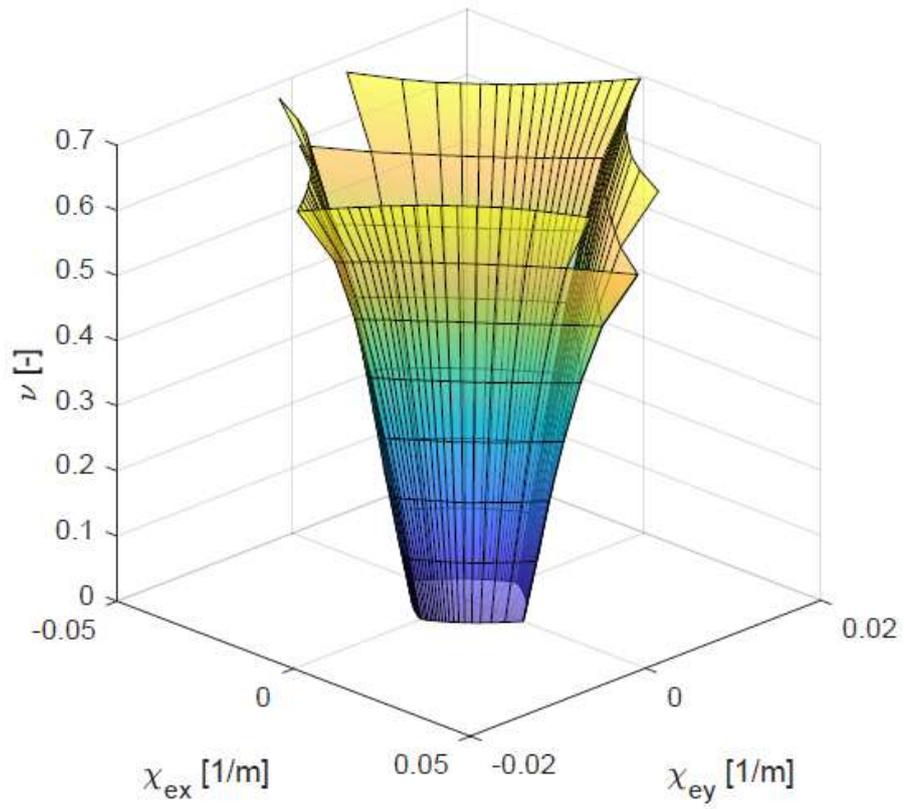


Figura 7.13 Dominio di curvatura elastica tridimensionale per la sezione di tipo 1

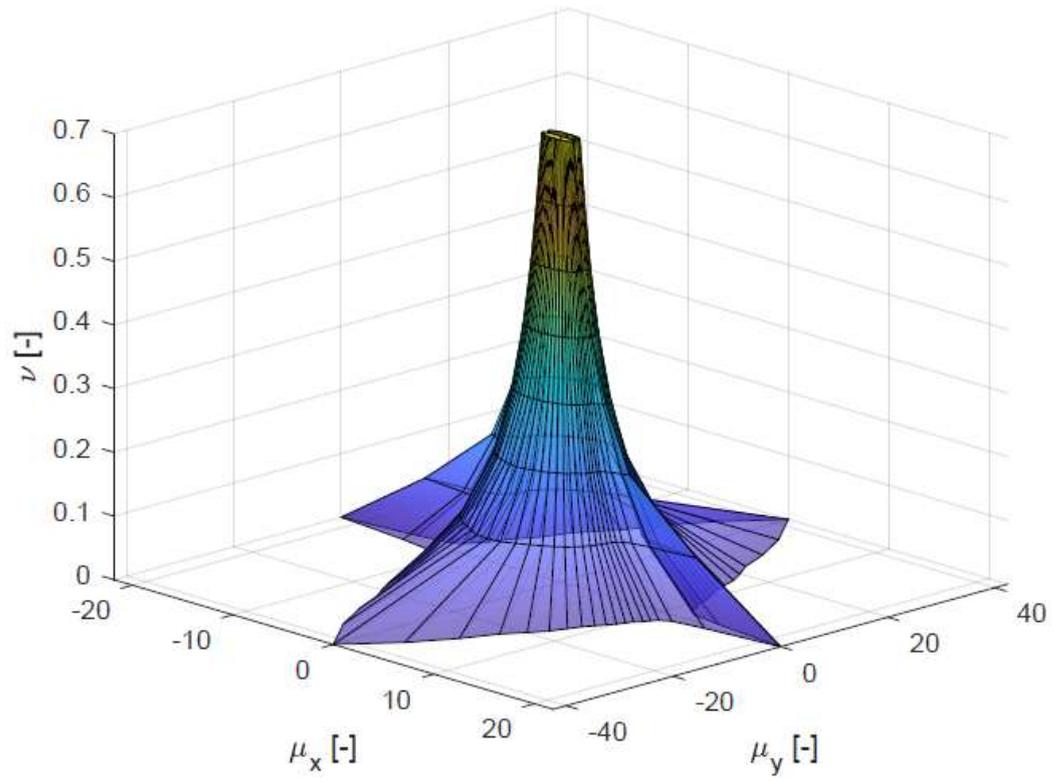


Figura 7.14 Dominio di duttilità tridimensionale per la sezione di tipo 1

Allo stesso modo per la sezione di tipo 2:

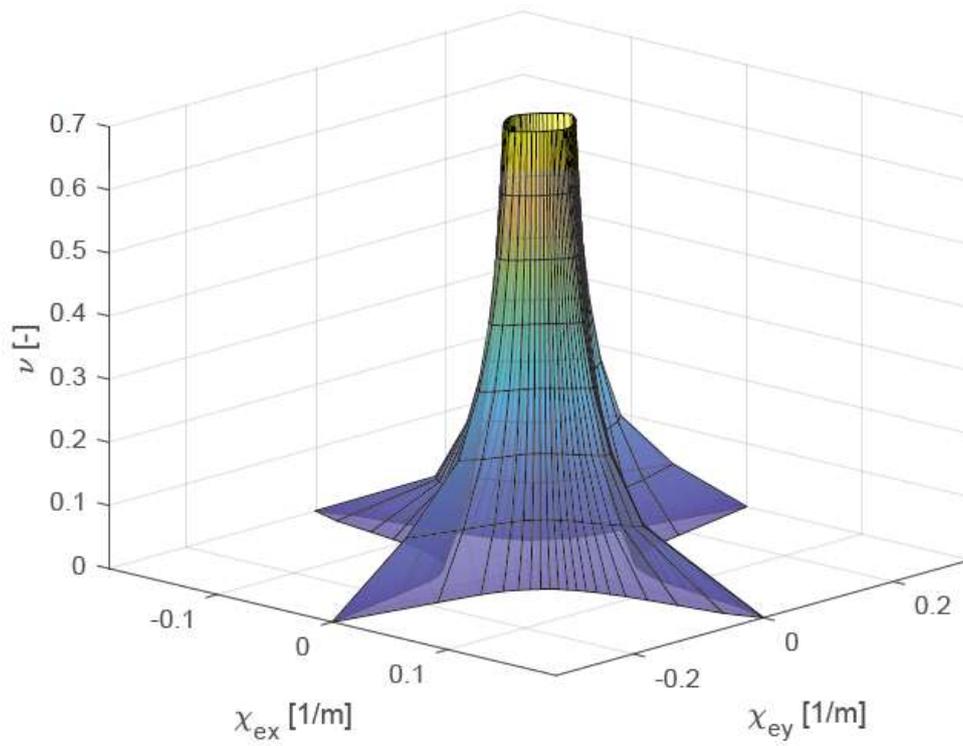


Figura 7.15 Dominio di curvatura ultima tridimensionale per la sezione tipo 2

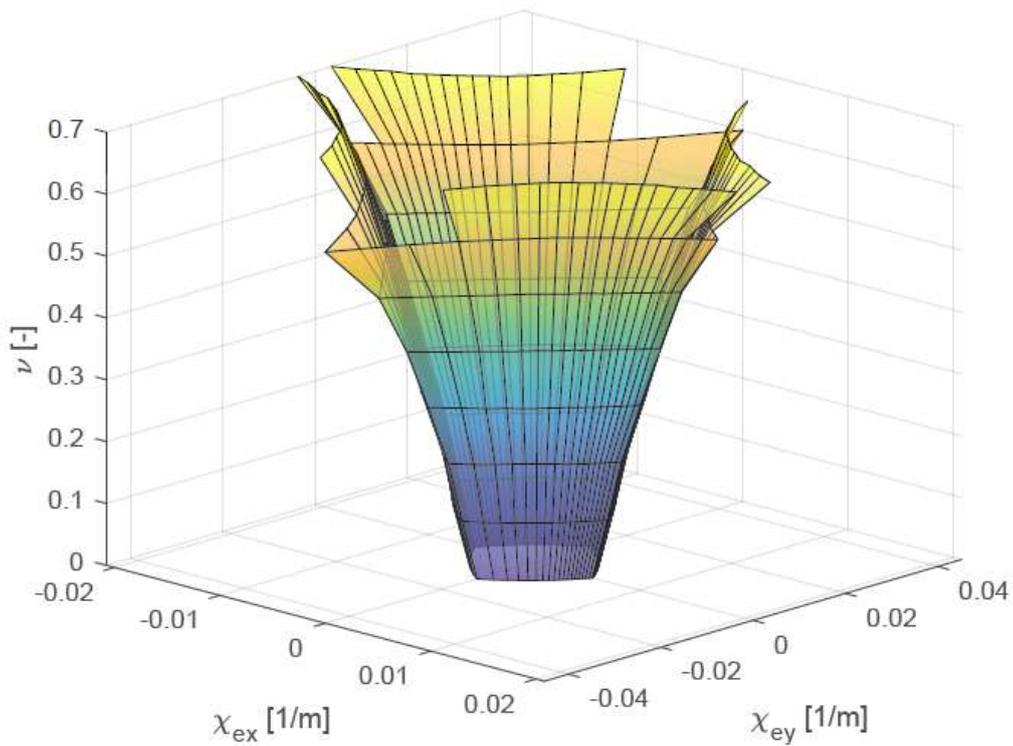
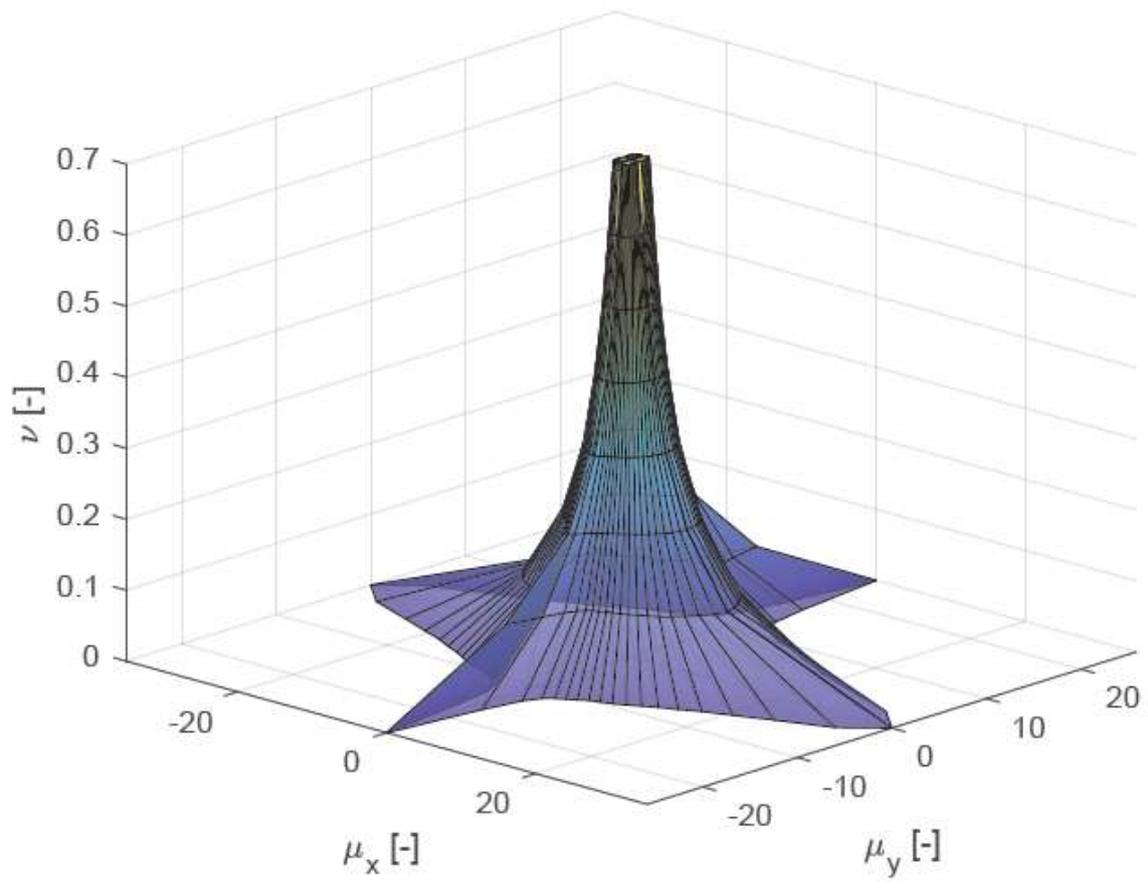


Figura 7.16 Dominio di curvatura elastica tridimensionale per la sezione tipo 2



*Figura 7.17 Dominio di duttilità tridimensionale sezione di tipo 2*

## 8. Analisi dei risultati

### 8.1 Analisi dei risultati in termini di curvatura

Nel presente capitolo vengono presentati i risultati delle analisi di tipo Time History da parte del software sopra menzionato, e verranno, inoltre, descritti i principali metodi utilizzati nell'elaborazione di tali dati. In particolare nel seguente paragrafo si mostrerà principalmente l'elaborazione dei dati in termini di curvatura e quindi in termini deformativi.

Come già anticipato, nell'ambito del seguente elaborato di tesi sono state prese in considerazione due tipologie di sezione, appartenenti a due diversi pilastri della struttura caso studio, per tali elementi sono stati monitorati, durante le analisi, le deformazioni e le forze per ogni istante di tempo, tale che il risultato si mostra graficamente, in termini di curvature, come delle traiettorie in cui ogni punto rappresenta il livello di deformazione durante un particolare istante di tempo. Viene mostrato di seguito un esempio grafico di tali traiettorie:

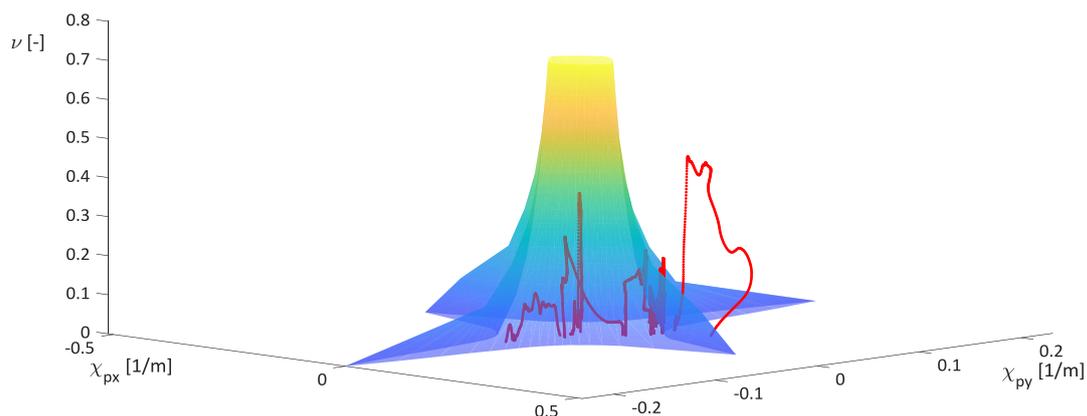


Figura 8.1 Dominio di curvature ultime con traiettorie sezione tipo I

Il ragionamento seguito, durante l'elaborazione dei dati, consiste nel dividere i domini di curvatura ultima, di curvatura elastica, e il dominio di duttilità in intervalli di sforzo normale adimensionalizzato prefissato, e di considerare il massimo valore di deformazione registrato durante l'analisi. Si è optato di dividere il dominio in intervalli di 0.05 dello sforzo normale ridotto, in modo tale da usufruire di un cospicuo numero di dati, necessari nella successiva analisi statistica di tali dati. La raccolta dati è avvenuta tramite il software MATLAB, il ragionamento seguito nel ricavare il massimo valore di curvatura è abbastanza semplice, si sono considerati i due vettori in cui sono state memorizzate le domande di curvatura in direzione x e in direzione y, e di questi si è ricavata la componente biassiale tramite composizione quadratica delle singole componenti, e ricavato il massimo di tali elementi tramite una delle funzioni già implementate nel software utilizzato.

Ben meno semplice, è stato ricavare le componenti biassiali del dominio di curvatura ultima ed elastica, corrispondenti a quel dato valore di domanda di curvatura biassiale, in primo luogo si è andati a considerare le componenti in direzione x e in direzione y della domanda di curvatura massima, in precedenza memorizzata, e di queste, tramite l'inverso della tangente del rapporto di quest'ultime, si è potuto ricavare l'angolo, rispetto all'asse delle curvature in direzione x, del vettore definito tra l'origine e il punto rappresentante la domanda di curvatura massima per quel dato intervallo di sforzo normale, tale che in quella congiungente erano inclusi la domanda di curvatura e i relativi punti dei domini di curvatura ultima ed elastica, viene mostrato, come esempio l'angolo considerato all'interno del dominio:

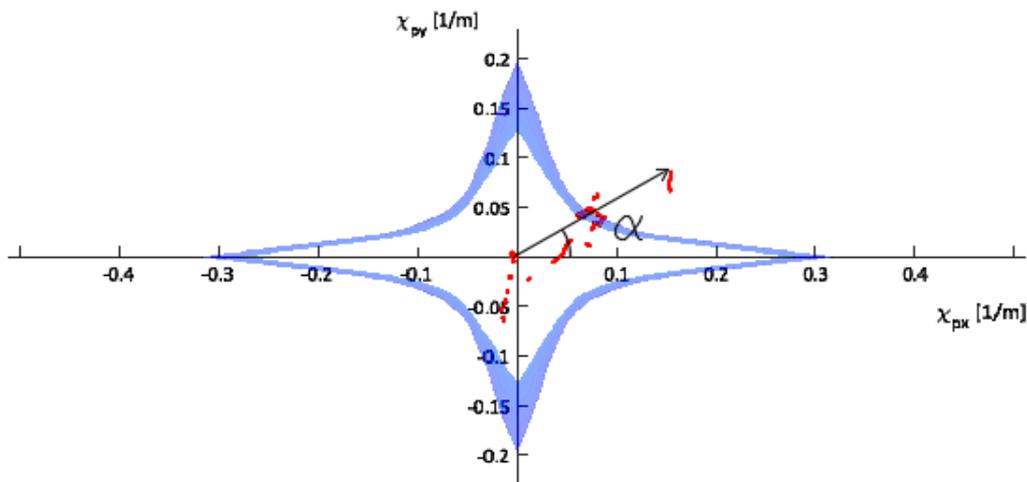


Figura 8.2 Angolo alfa definito come rapporto tra le componenti della domanda di curvatura

A questo punto considerando solamente l'angolo, come prima definito, lo stesso valore può rappresentare quattro punti diversi dei domini di curvatura, bisognava, a questo punto inserire all'interno del software un'ulteriore condizione, tale condizione è rappresentata dal fatto che tramite le componenti della domanda di curvatura massima in precedenza definite esiste solo una coppia di punti  $\varphi_{xu}$  e  $\varphi_{yu}$  appartenenti al dominio di curvatura ultima (o appartenenti al dominio di curvatura ultima), che presentano segno uguale a quello con cui si presentava la domanda di curvatura. Stesso identico ragionamento è stato implementato nella ricerca della domanda di duttilità massima, delle relative componenti e dei corrispettivi valori del dominio di duttilità.

Si sono ricavati quindi, a questo punto, i valori di domanda di curvatura biassiale e le relative componenti, gli associati valori di curvatura nel dominio di curvatura ultima ed elastica, le domande di duttilità biassiale e le relative componenti del dominio, ed infine si sono considerate, inoltre, le componenti di curvatura e duttilità corrispondenti ad una condizione di pressoflessione retta nelle due diverse direzioni x e y.

Passo successivo, nell'analisi dei risultati, è stata l'elaborazione statistica dei dati, si è andati quindi a porsi la domanda di quale distribuzione statistica approssimasse in maniera ottimale i dati a disposizione. E' stato necessario quindi effettuare dei test statistici sul campione raccolto, ciò è stato possibile grazie ad una delle funzioni già implementate nel pacchetto MATLAB, optando infine per una distribuzione di tipo Gamma. La distribuzione Gamma è una di-

istribuzione continua definita come somma di variabili aleatorie indipendenti e con distribuzione esponenziale, la sua funzione di densità di probabilità si presenta come segue:

$$f(x) = \frac{1}{\theta^k \Gamma(k)} x^{k-1} e^{-\frac{x}{\theta}} = \frac{\beta}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} \quad [8.1.1]$$

In cui le due diverse espressioni sono funzione della parametrizzazione della funzione a seconda che sia di tipo  $(k, \theta)$ , oppure  $(\alpha, \beta)$ , inoltre l'espressione  $\Gamma(k)$  rappresenta il gamma di Eulero:

$$\Gamma(k) = \int_0^{\infty} t^{k-1} e^{-t} dt \quad [8.1.2]$$

Particolare caso della funzione Gamma, è rappresentato dalla funzione esponenziale come mostrato di seguito:

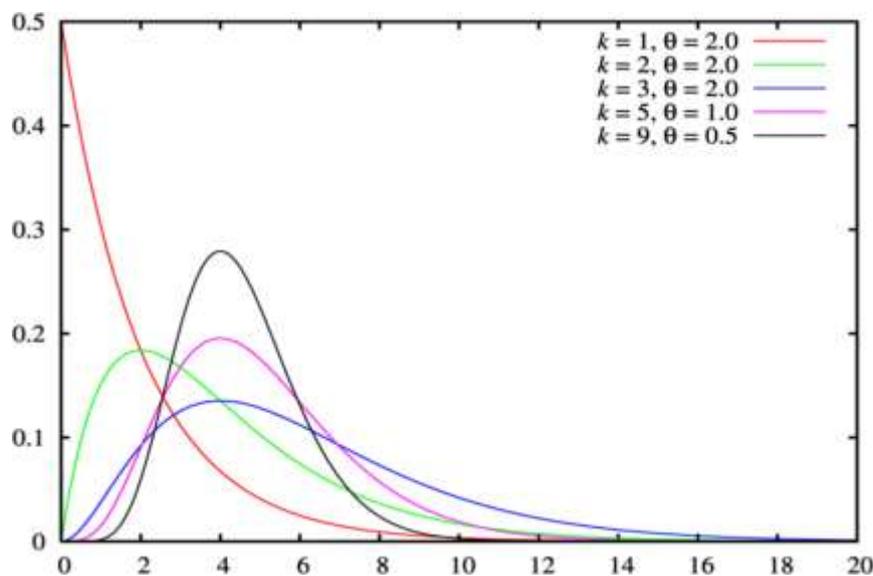


Figura 8.3 Distribuzione Gamma in funzione dei valori dei parametri

Si sono andati a definire in un primo momento i parametri oggetti di studio, i quali sono rappresentati dal rapporto tra domanda di curvatura biassiale e capacità di curvatura biassiale,  $\varphi_{xyd}/\varphi_{xyc}$ , rapporto tra componente in direzione x della domanda di curvatura biassiale e capacità di curvatura nel caso di sezione soggetta a pressoflessione retta,  $\varphi_{xd}/\varphi_{xc}$ , rapporto tra

componente in direzione y della domanda di curvatura biassiale e capacità di curvatura nel caso di sezione soggetta a pressoflessione retta,  $\varphi_{yd}/\varphi_{yc}$ , e in fine le corrispettive componenti in duttilità,  $\mu_{xyd}/\mu_{xyc}$ ,  $\mu_{xd}/\mu_{xc}$ , e  $\mu_{yd}/\mu_{yc}$ . A seguito della definizione dei parametri, oggetto di studio, è stata necessaria la definizione di media e deviazione standard, utili alla costruzione delle distribuzioni statistiche:

Sezione tipo 1		
Parametro	media $\mu$ [-]	dev.standard $\sigma$ [-]
$\varphi_{xyd}/\varphi_{xyc}$	1.708	1.277
$\varphi_{xd}/\varphi_{xc}$	0.601	0.689
$\varphi_{yd}/\varphi_{yc}$	0.989	0.856

Tabella 8.1 Media e deviazione standard in funzione del parametro studiato sezione tipo 1

Sezione tipo 2		
Parametro	media $\mu$ [-]	dev.standard $\sigma$ [-]
$\varphi_{xyd}/\varphi_{xyc}$	2.109	1.898
$\varphi_{xd}/\varphi_{xc}$	1.326	1.5011
$\varphi_{yd}/\varphi_{yc}$	0.716	0.834

Tabella 8.2 Media e deviazione standard in funzione del parametro studiato sezione tipo 2

Tramite i valori riportati in tabella 8.1 e in tabella 8.2 è stato possibile costruire le seguenti distribuzioni:

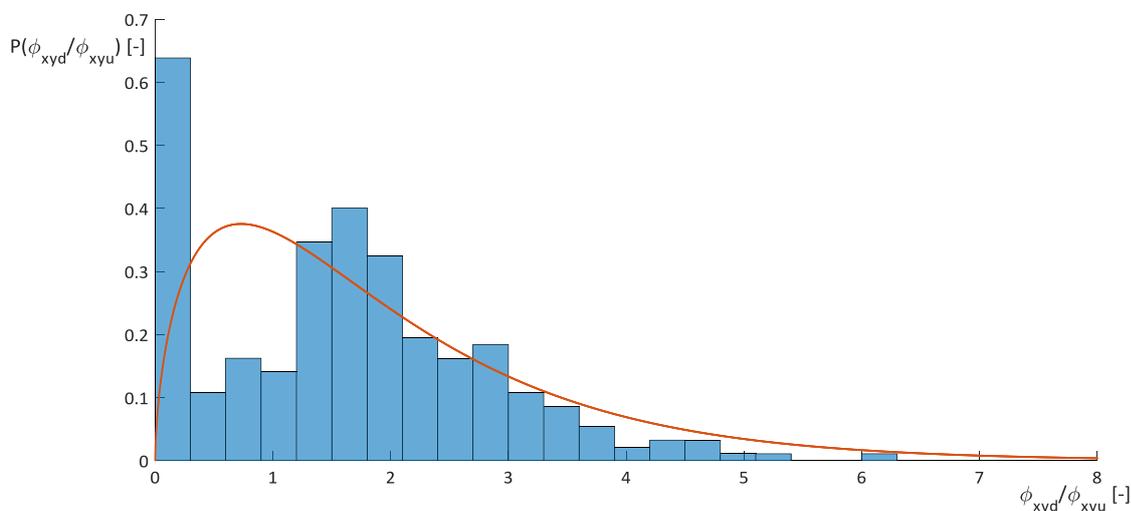


Figura 8.4 Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $\varphi_{xyd}/\varphi_{xyc}$  sezione tipo 1

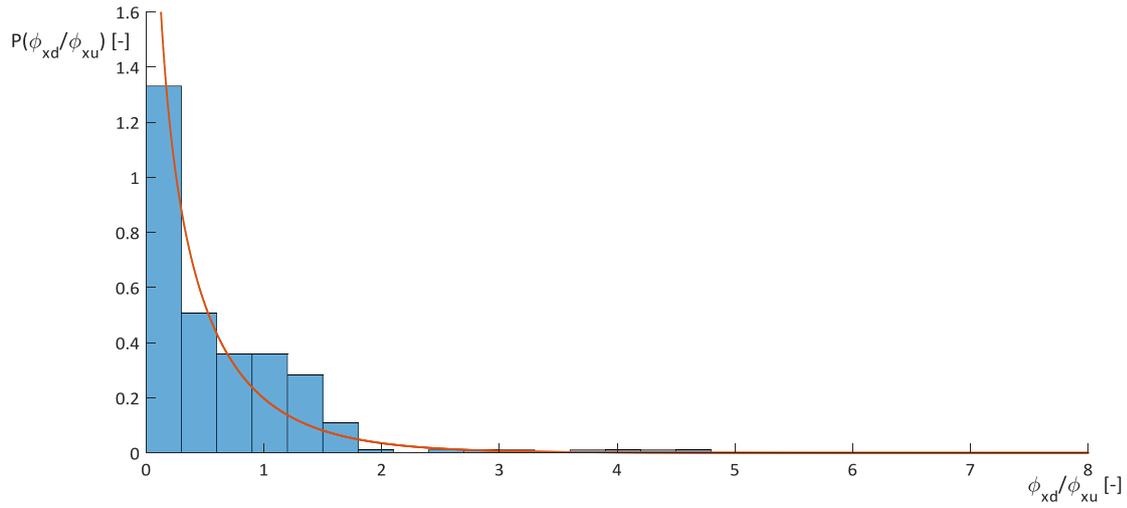


Figura 8.5 Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $\phi_{xd}/\phi_{xc}$  sezione tipo 1

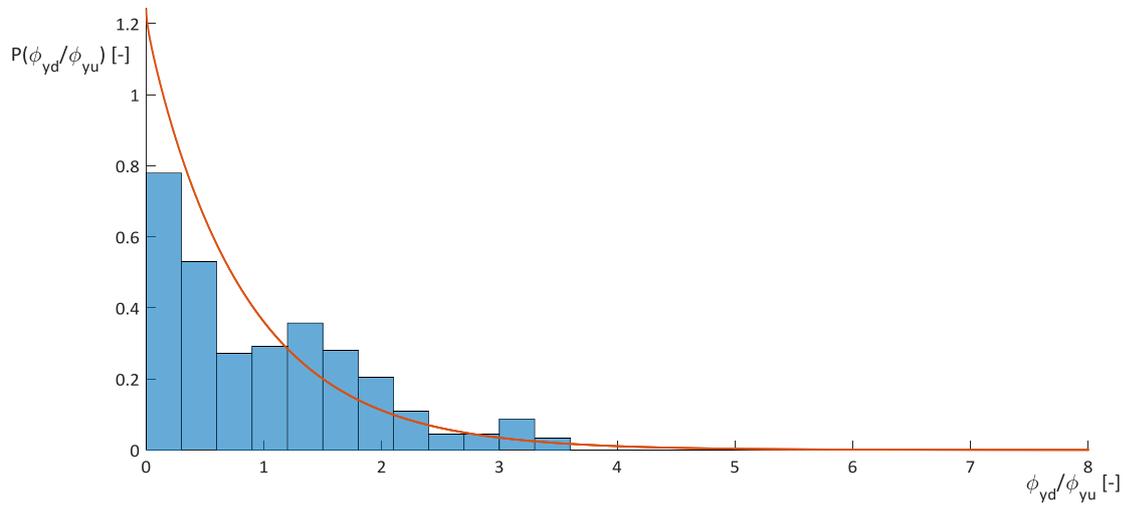


Figura 8.6 Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $\phi_{yd}/\phi_{yc}$  sezione tipo 1

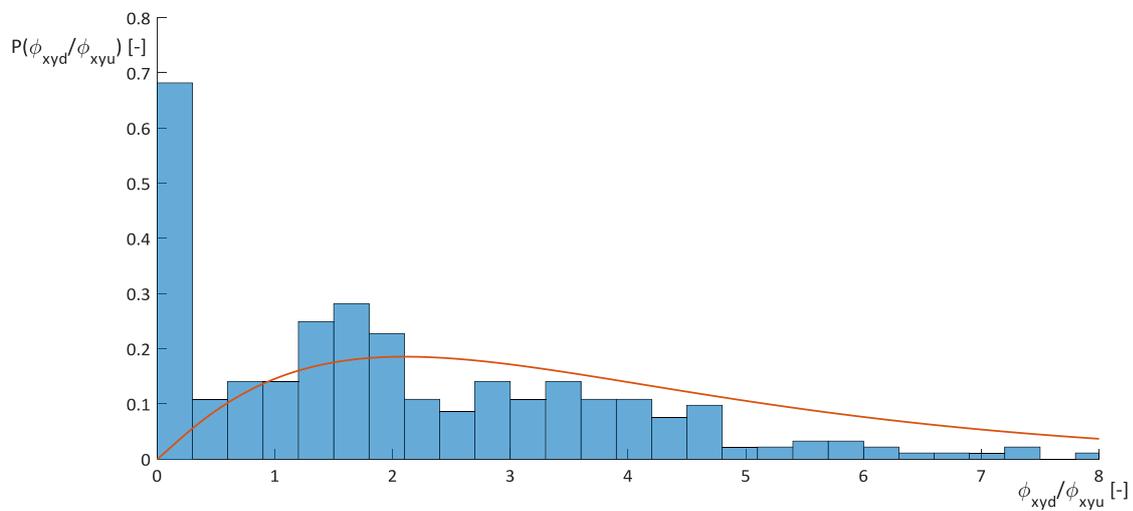


Figura 8.7 Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $\phi_{xyd}/\phi_{xyc}$  sezione tipo 2

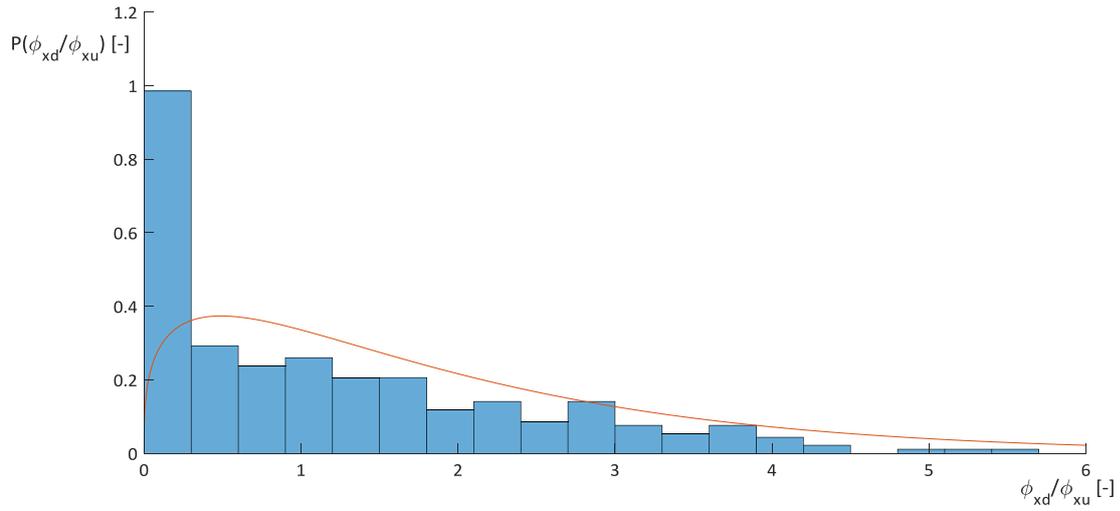


Figura 8.8 Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $\phi_{xd}/\phi_{xc}$  sezione tipo 2

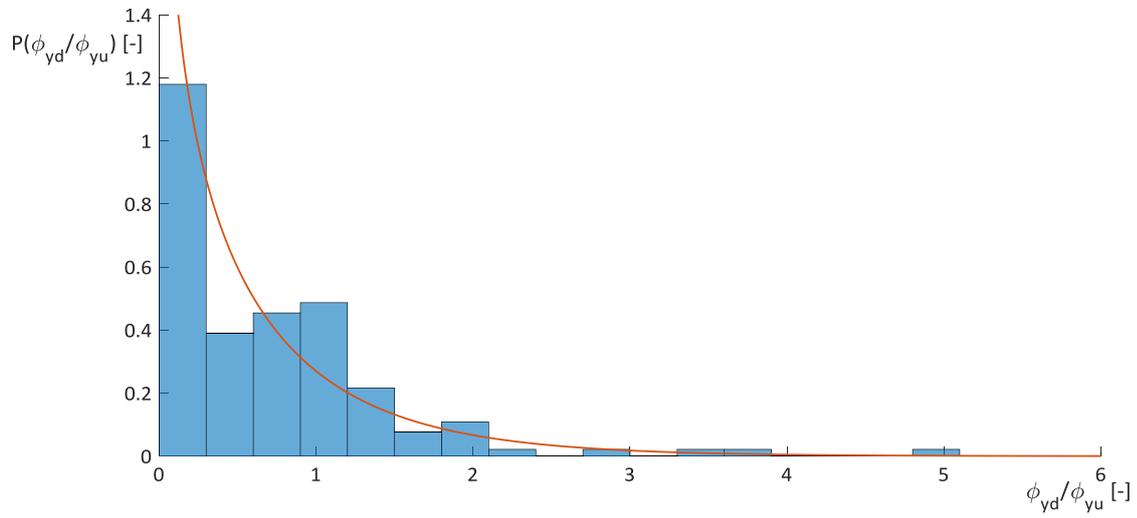
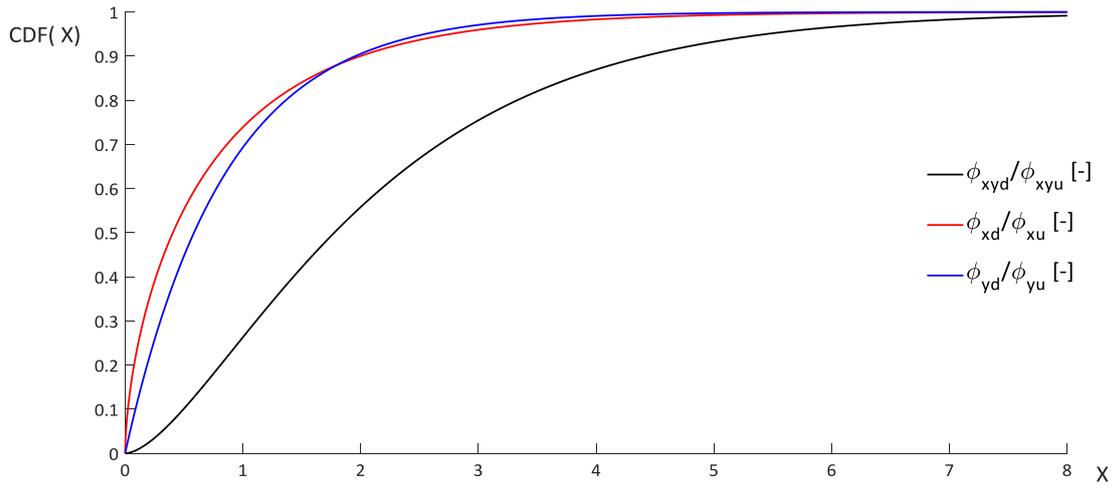
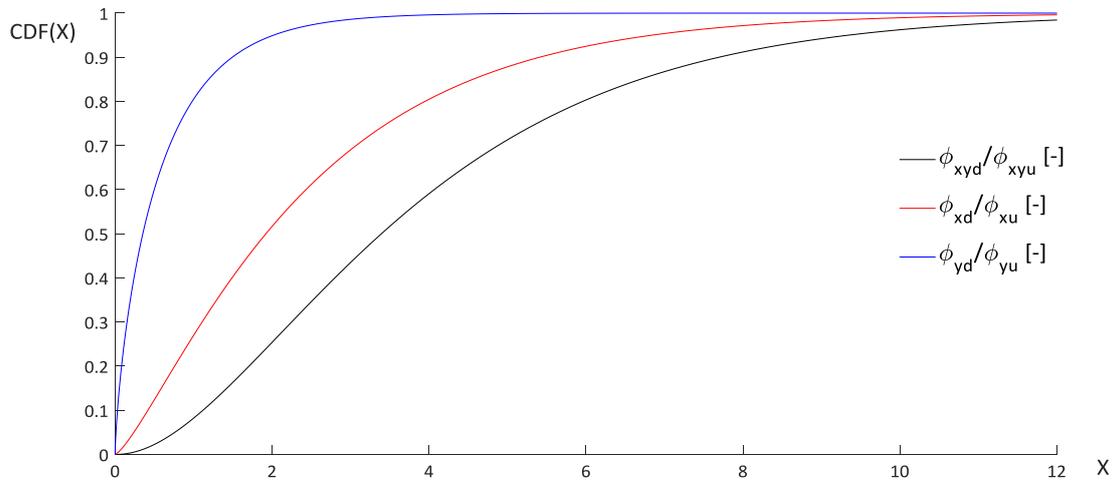


Figura 8.9 Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $\phi_{yd}/\phi_{yc}$  sezione tipo 2

**Consequente alla costruzione delle distribuzioni è stata la costruzione delle funzioni CDF, utili nel calcolo delle probabilità di superamento:**

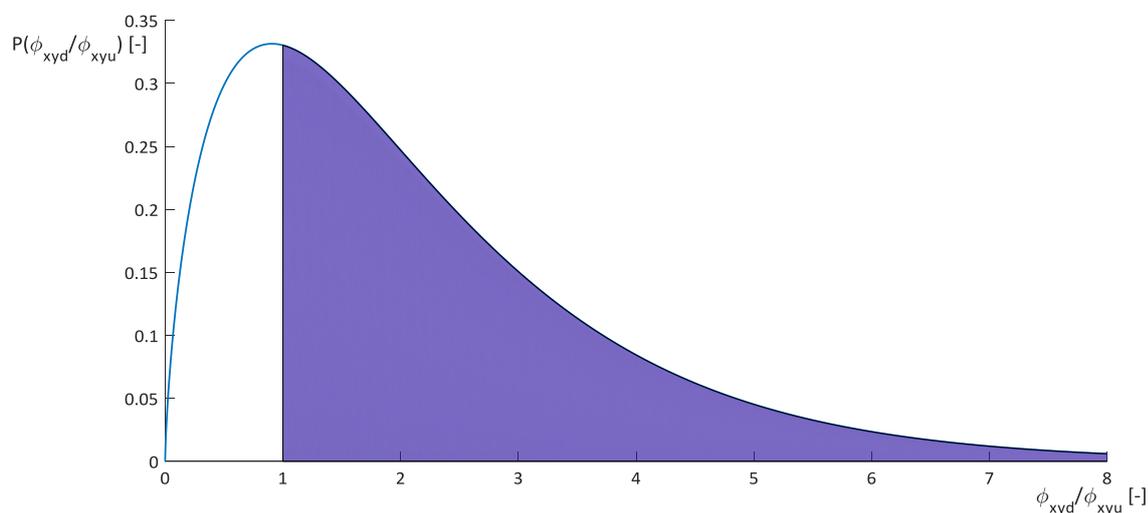


**Figura 8.10 Cumulative density function sezione tipo 1**



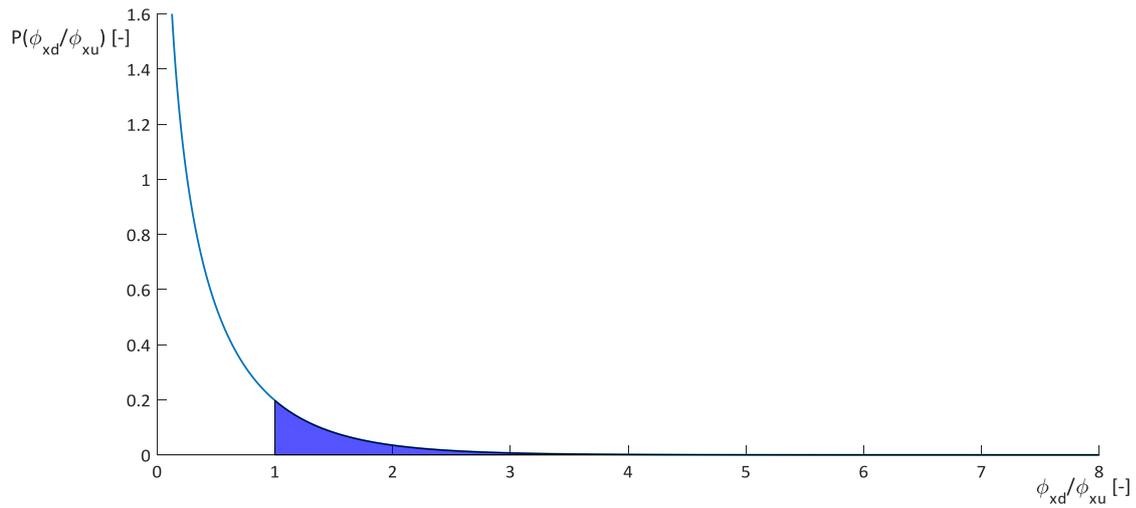
**Figura 8.11 Cumulative density function sezione tipo 2**

Tramite le distribuzioni appena mostrate, è stato possibile il calcolo della probabilità, in particolare, come mostrato di seguito, si è optato di calcolare che la probabilità, dei rapporti definiti in precedenza, non eccedesse il valore unitario, o in termini più espliciti, la probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità del parametro considerato. Tramite la funzione di densità gamma il calcolo della probabilità è stato reso possibile tramite calcolo dell'area sottesa dal grafico nell'intervallo di valori considerato, nel caso specifico si calcolata l'area nell'intervallo  $[1 + \infty]$ . Verranno mostrate adesso le aree in oggetto di calcolo, all'interno delle distribuzioni per i casi sopra esposti:



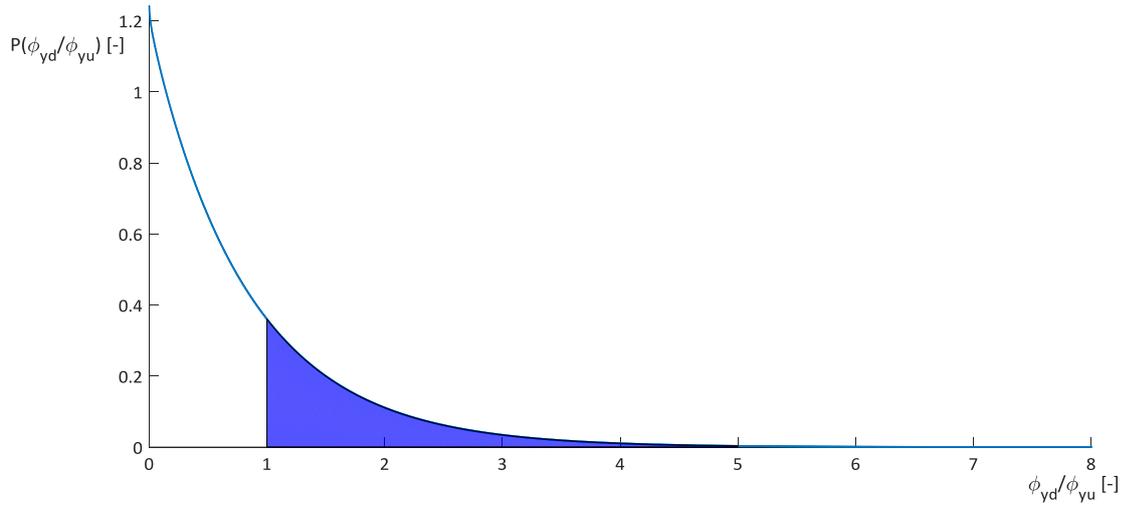
**Figura 8.12** *Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità dl rapporto*

*$\phi_{xyd}/\phi_{xyc}$  sezione tipo 1*



*Figura 8.13 Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità dle rapporto*

**$\varphi_{xd}/\varphi_{xc}$  sezione tipo 1**



*Figura 8.14 Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità del rapporto*

**$\varphi_{yd}/\varphi_{yc}$  sezione tipo 1**

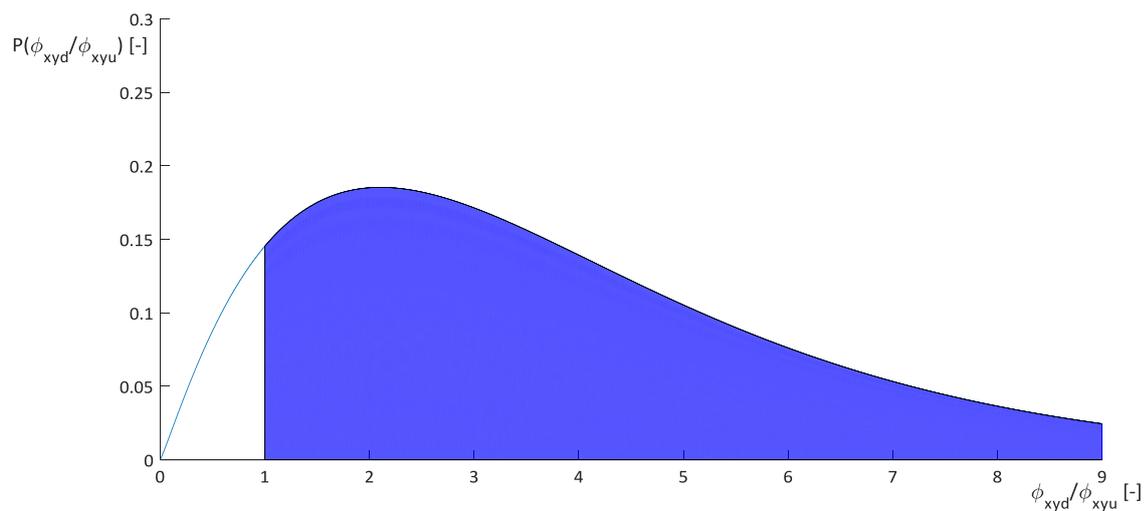


Figura 8.15 Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità dl rapporto

$\phi_{xyd}/\phi_{xyc}$  sezione tipo 2

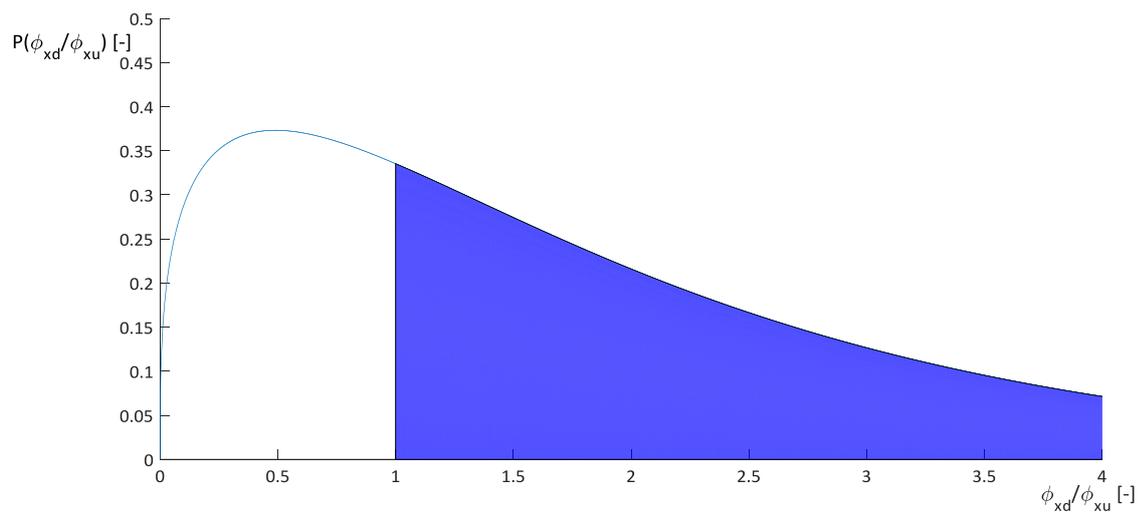


Figura 8.16 Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità dl rapporto

$\phi_{xd}/\phi_{xc}$  sezione tipo 2

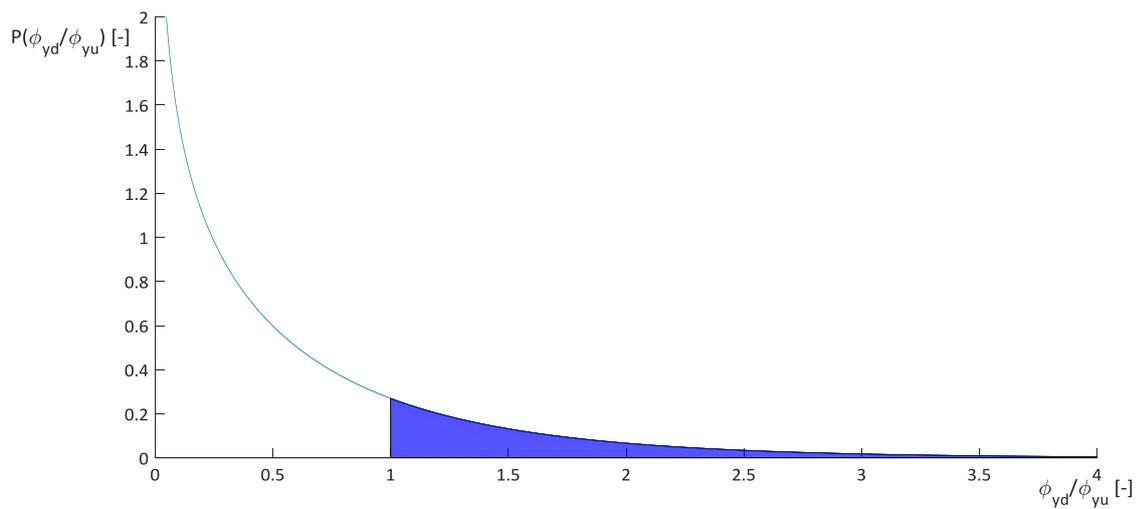


Figura 8.17 Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità del rapporto

$\phi_{yd}/\phi_{yc}$  sezione tipo 2

Si riportano in fine i valori di probabilità di superamento :

Sezione tipo 1	
Parametro	Probabilità [%]
$\varphi_{xyd}/\varphi_{xyc}$	73%
$\varphi_{xd}/\varphi_{xc}$	11.45%
$\varphi_{yd}/\varphi_{yc}$	30%

Figura 8.18 Tabella delle probabilità di non superamento sezione tipo 1

<b>Sezione tipo 2</b>	
<b>Parametro</b>	<b>Probabilità [%]</b>
$\varphi_{xyd}/\varphi_{xye}$	90%
$\varphi_{xd}/\varphi_{xe}$	65%
$\varphi_{yd}/\varphi_{ye}$	19%

*Tabella 8.3 Tabella delle probabilità di non superamento sezione tipo 1*

## 8.2 Analisi dei risultati in termini di resistenze

Allo stesso modo per quanto fatto in termini di curvatures, in questo paragrafo vengono esposti i risultati in termini di resistenze:

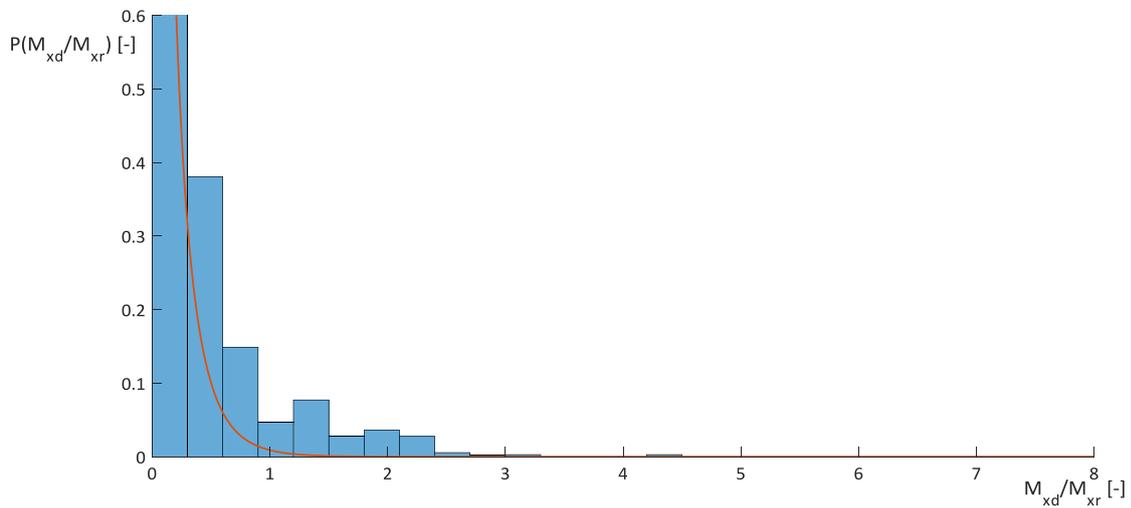


Figura 8.19 Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $M_{xyd}/M_{xyr}$  sezione tipo I

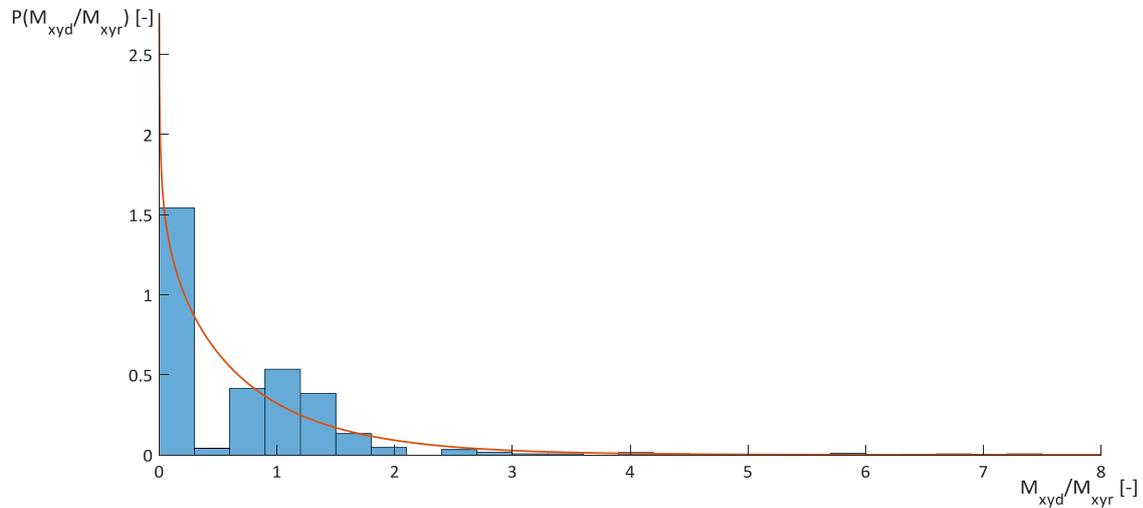
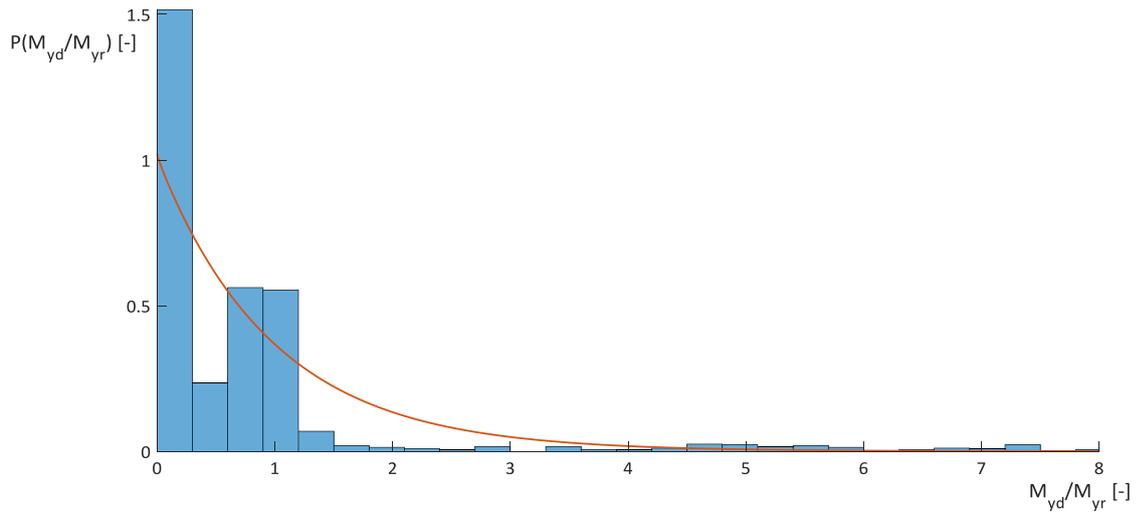
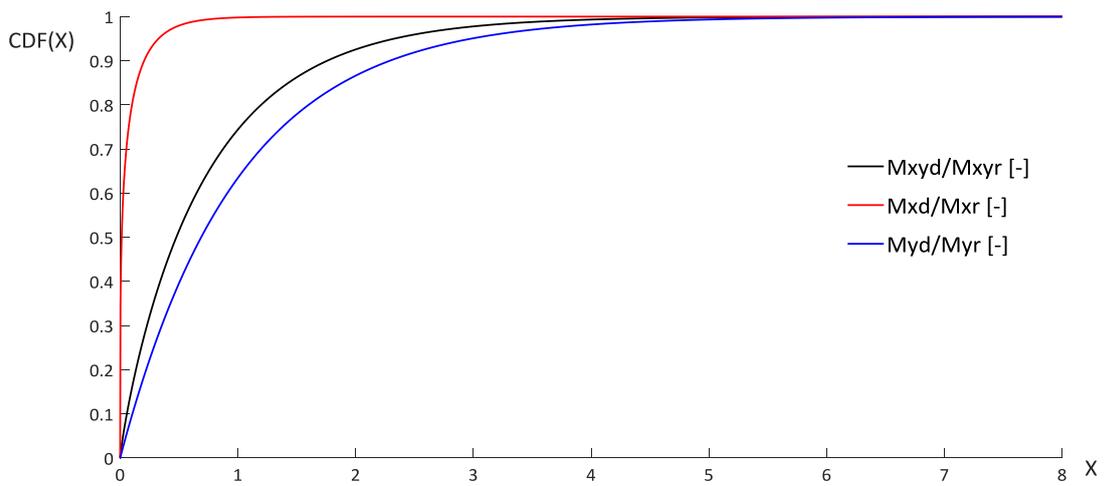


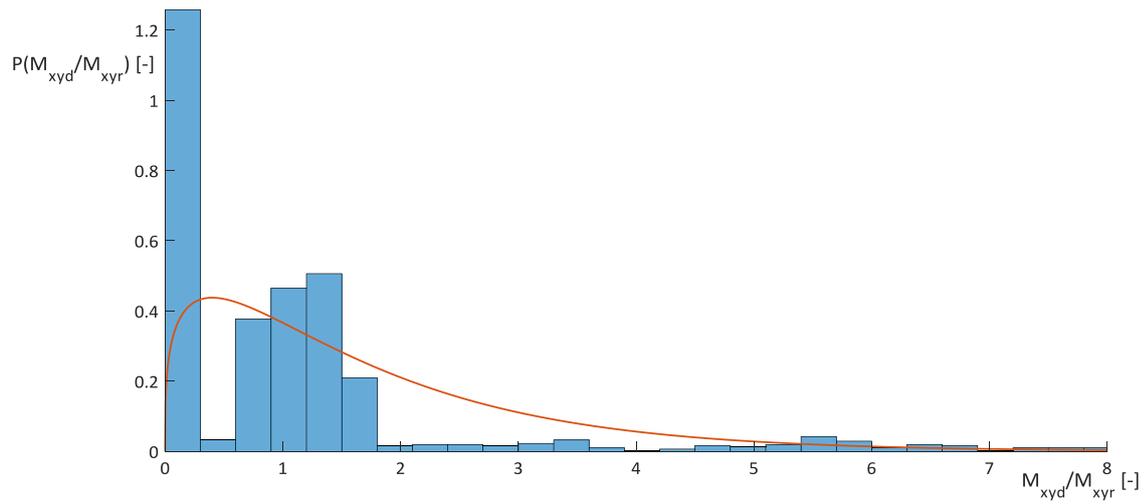
Figura 8.20 Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $M_{xd}/M_{xr}$  sezione tipo I



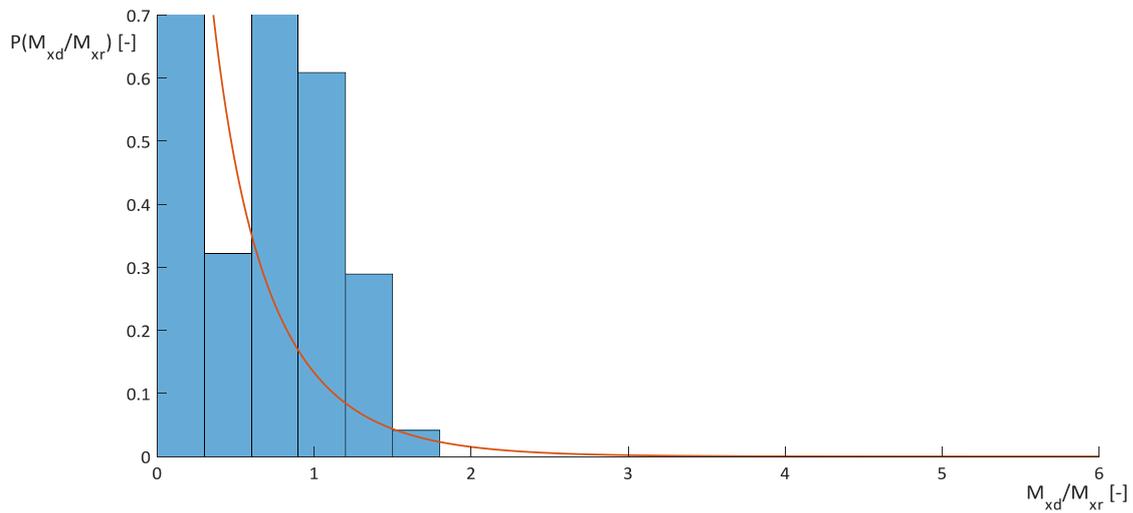
**Figura 8.21** Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $M_{yd}/M_{yr}$  sezione tipo 1



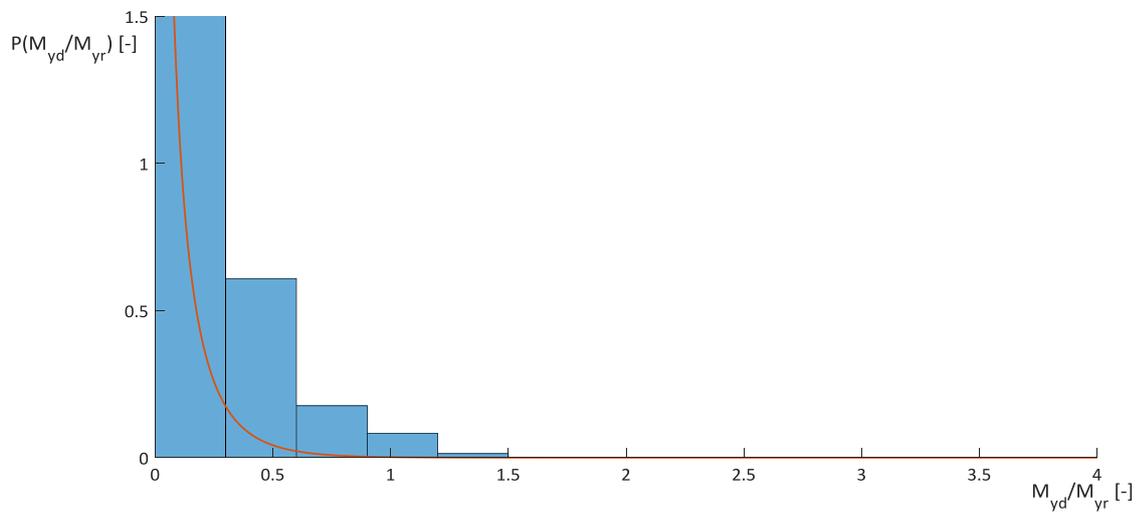
**Figura 8.22** Cumulative density function sezione tipo 1



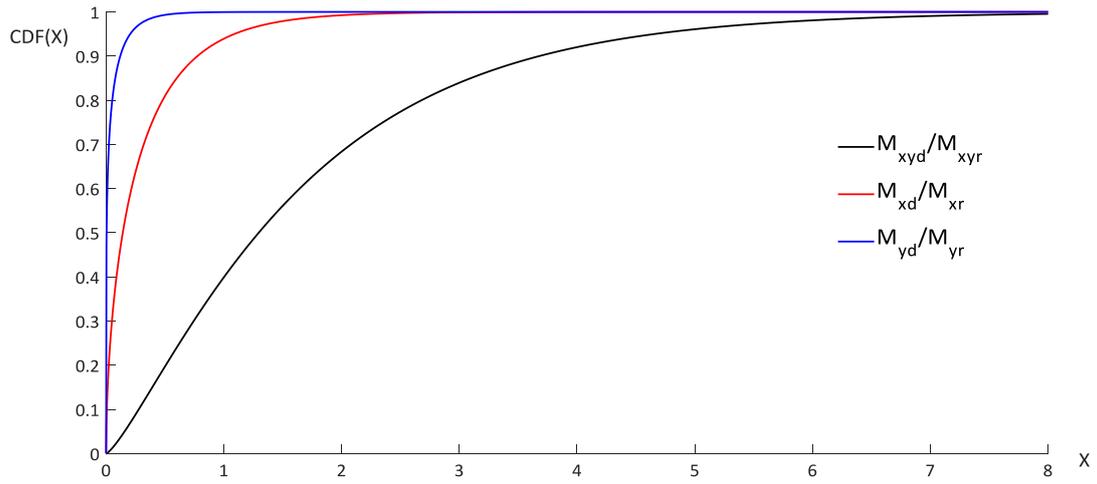
**Figura 8.23** Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $M_{xyd}/M_{xyr}$  sezione tipo 2



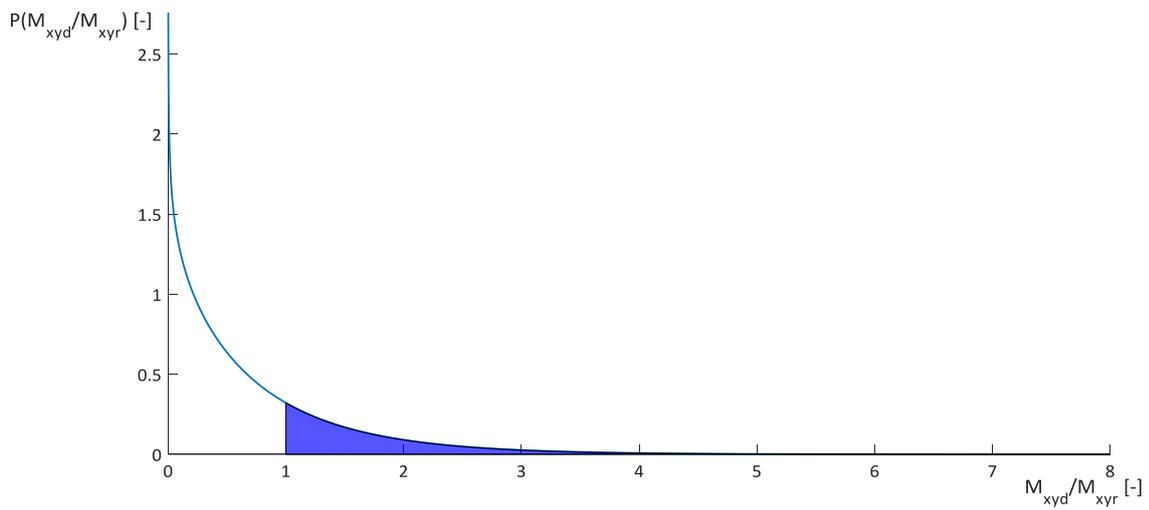
**Figura 8.24** Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $M_{xd}/M_{xr}$  sezione tipo 1



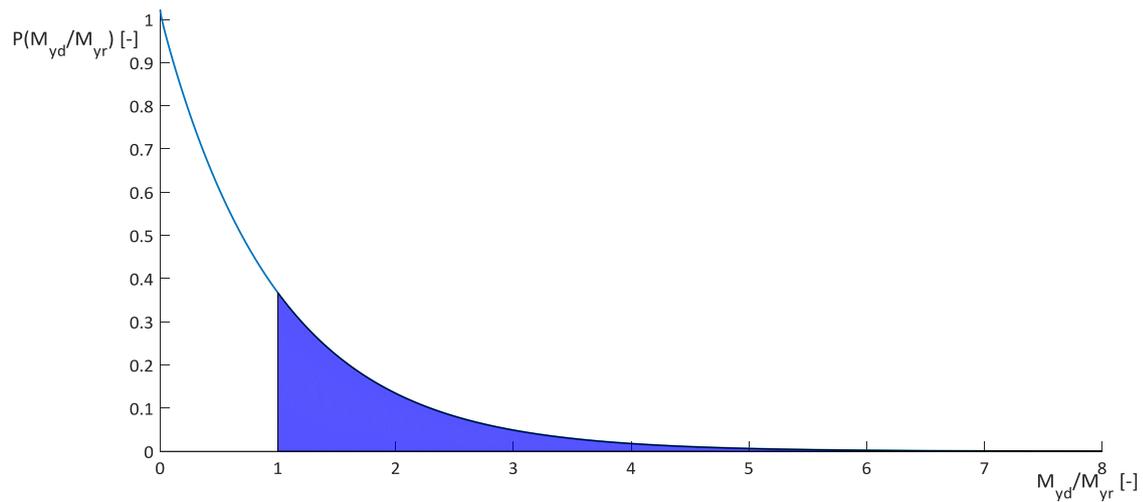
**Figura 8.25** Distribuzione Gamma con istogramma del rapporto  $M_{yd}/M_{yr}$  sezione tipo 1



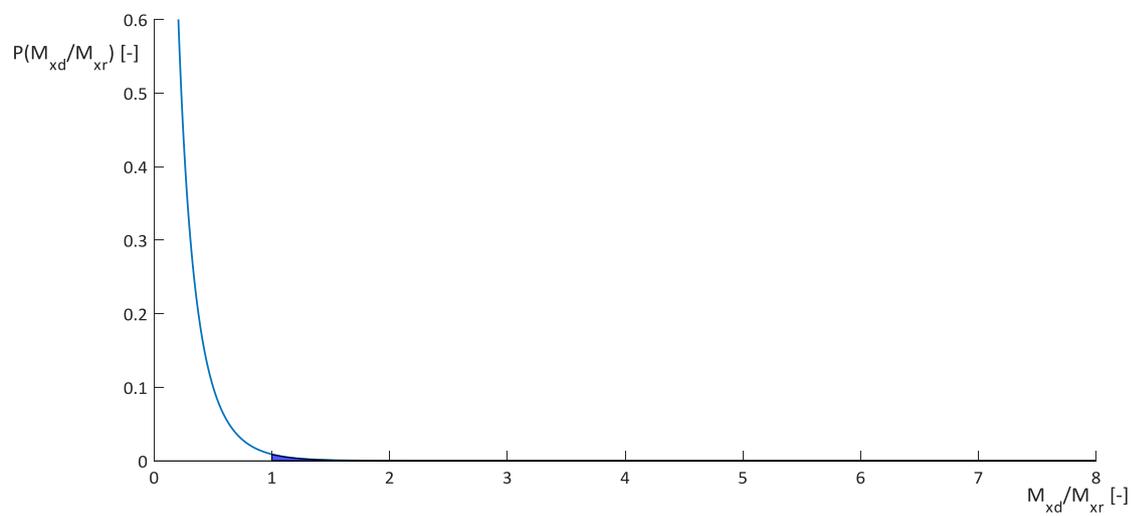
Si arriva in fine al calcolo della probabilità per l'analisi in termini di resistenze:



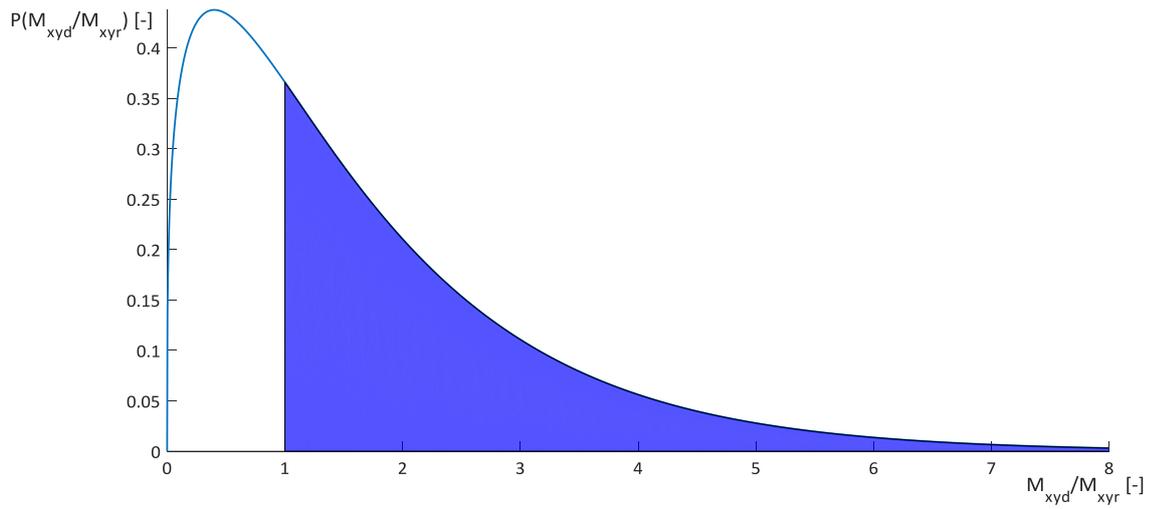
**Figura 8.26** Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità di rapporto  $M_{xyd}/M_{xyr}$  sezione tipo 1



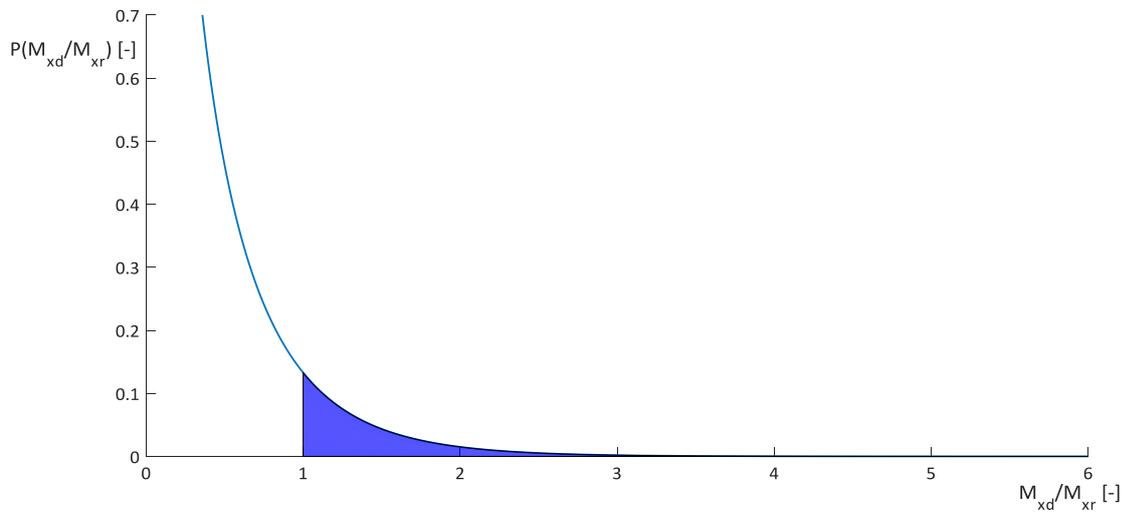
**Figura 8.27** Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità di rapporto  $M_{yd}/M_{yr}$  sezione tipo 1



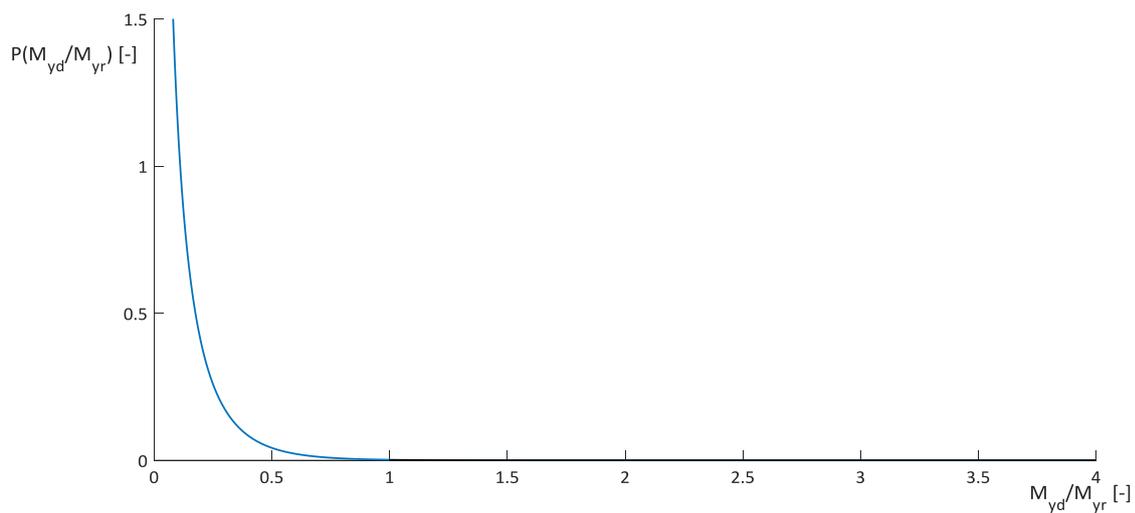
**Figura 8.28** Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità di rapporto  $M_{xd}/M_{xr}$  sezione tipo 1



**Figura 8.29** Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità dl rapporto  $M_{xyd}/M_{xyr}$  sezione tipo 2



**Figura 8.30** Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità dl rapporto  $M_{yd}/M_{yr}$  sezione tipo 2



**Figura 8.31** Probabilità di non superamento della domanda rispetto alla capacità di rapporto  $M_{xd}/M_{xr}$  sezione tipo 2

<b>Sezione tipo 1</b>	
<b>Parametro</b>	<b>Probabilità [%]</b>
$M_{xyd}/M_{xyr}$	60%
$M_{xd}/M_{xr}$	6%
$M_{yd}/M_{yr}$	0.34%

**Tabella 8.4** Tabella delle probabilità di non superamento sezione tipo 1

<b>Sezione tipo 2</b>	
<b>Parametro</b>	<b>Probabilità [%]</b>
$M_{xyd}/M_{xyr}$	26%
$M_{xd}/M_{xr}$	0.20%
$M_{yd}/M_{yr}$	36%

**Tabella 8.5** Tabella delle probabilità di non superamento sezione tipo 2

## ***9. Conclusioni***

Nel presente elaborato di tesi si sono mostrati dapprima una serie di metodi più o meno approssimati per la valutazione della capacità deformativa e resistente di un sezione in c.a., con particolare riferimento ai metodi proposti dalle attuali norme, i quali propongono una soluzione approssimata per la valutare la capacità resistente di una sezione in c.a. in regime di pressoflessione deviata. Si è entrati poi nel merito dell'elaborato di tesi, in cui tramite l'utilizzo del già accennato software Opensees, si è andata a valutare quella che è la domanda sismica generata da una struttura progettata secondo le attuali norme tecniche, per far ciò sono state effettuate delle analisi del tipo time history con degli accelerogrammi reali, i quali sono stati scalati rispetto ad un periodo di riferimento della struttura. Sono state prese in considerazione due sezioni tipo, andando a costruire i domini di curvatura ultima, elastica, di duttilità e i domini di interazione, a questo si è andati a confrontare la domanda sismica a cui è stata soggetta la struttura con le capacità deformative limite a cui essa può essere soggetta. Si è andato a studiare tale domanda secondo una distribuzione statistica, in modo da osservare quale fosse la probabilità di eccedenza della stessa, notando come l'insieme delle forze agenti sulla struttura in oggetto facesse in modo che la domanda superasse facilmente la capacità della struttura. Quindi si è visto come gli attuali metodi di progettazione, proposti dalle attuali norme tecniche, che non tengono in considerazione metodi per la progettazione di una sezione in c.a. in regime di pressoflessione deviata da un punto di vista deformativo, non risultano essere esauritivi un punto di vista progettuale.

## ***Bibliografia***

Bresler, B., Design Criteria for reinforced columns under axial load and biaxial bending, *Journal of the American Concrete Institute, Farmington Hills, Mi, November 1960*

D.M. 14.01.08, Approvazione delle nuove norme tecniche per le costruzioni

EC2 UNI EN 1992-1-1:2005, Progettazione delle strutture di calcestruzzo. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici

Gherzi A., Muratore M., Verifica e progetto allo stato limite ultimo di pilastri in c.a. a sezione rettangolare: un metodo semplificato, *Ingegneria Sismica, Anno XXI, N. 3, settembre-dicembre 2004*

Toniolo G., Biondini F., Formulazione analitica della verifica di resistenza a pressoflessione deviata di sezioni in c.a., *Atti 15° Congresso CTE, Bari, Novembre 2004\*\*\*\*\**

Monti G., Alessandri S., Formule per la verifica ed il progetto di pilastri rettangolari in c.a. soggetti a pressoflessione deviata, *Atti 24° Convegno Nazionale, giornate AICAP, Salerno, Ottobre 2007*

EC8 UNI EN 1998-1-2005. Progettazione delle strutture per la resistenza sismica. Parte 1: Regole generali, azioni sismiche e regole per gli edifici

Braga F, Gigliotti R, Laterza M., Analytical stress–strain relationship for concrete confined by steel stirrups and/or FRP jackets, *Journal Structural Engineering ASCE* 2006;132(9):1402–19.

Campione G, Fosssetti M, Papia M., Simplified analytical model for compressed high-strength columns confined by transverse steel and longitudinal bars, *FIB international conference, Naples, Italy; 2006.*

Di Ludovico M., Lignola G.P., Prota A., Cosenza E., Analisi non lineare di sezioni in c.a. soggette a pressoflessione deviata, *Atti del XII Convegno Ingegneria Sismica in Italia, ANI-DIS 2007, Pisa, 10-14 giugno, 2007.*

Di Ludovico M., Verderame G.M., Iovinella I., Cosenza E., Domini di curvatura di sezioni in c.a. in pressoflessione deviata. parte I: analisi a fibre, *Atti del Convegno Reluis, Valutazione e riduzione della vulnerabilità sismica di edifici esistenti in c.a. Roma, 29-30 maggio 2008.*

Di Ludovico M., Verderame G.M., Iovinella I., Cosenza E., Domini di curvatura di sezioni in c.a. in pressoflessione deviata. parte II: valutazione semplificata, *Atti del Convegno Reluis, Valutazione e riduzione della vulnerabilità sismica di edifici esistenti in c.a. Roma, 29-30 maggio 2008*

Mander, J. B., Priestley, M. J. N., and Park, R., Theoretical Stress- Strain Model for Confined Concrete, *Journal of the Structural Division*, ASCE, V. 114, No. ST8, Aug. 1988, pp. 1804-1825.

Razvi S, Saticiogli M. Confinement model for high-strength concrete. *Journal Structural Engineering*, ASCE 1999;125(3):281–8.

Sargin, M. (1971). Stress-stain relationships for concrete and the analysis of structural concrete sections. *Study No. 4, Solid Mechanics Division*, University of Waterloo, 167 pp.

McKenna, F. and Fenves, G. (2001). "The OpenSees Command Language Manual: version 1.2," *Pacific Earthquake Engineering Center, Univ. of Calif., Berkeley* (<http://opensees.berkeley.edu>).

Neuenhofer, Ansgar, FC Filippou. Geometrically Nonlinear Flexibility-Based Frame Finite Element. *ASCE Journal of Structural Engineering*, Vol. 124, No. 6, June, 1998. ISSN 0733-9445/98/0006-0704-0711. Paper 16537. pp. 704-711.

Taucer, Fabio F, E Spacone, FC Filippou. A Fiber Beam-Column Element for Seismic Response Analysis of Reinforced Concrete Structures. Report No. UCB/EERC-91/17. Earthquake Engineering Research Center, *College of Engineering, University of California, Berkeley*. December 1991.

Giuseppe Campione, Liborio Cavaleri, Fabio Di Trapani, Giuseppe Macaluso, Gaia Scaduto. Biaxial deformation and ductility domains for engineered rectangular RC cross-sections: A parametric study highlighting the positive roles of axial load, geometry and materials. *Engineering Structures*, Volume 107, 15 January 2016, Pages 116-134

*Tesi di Dottorato di Ing.* Giuseppe Macaluso. Risposta teorico - sperimentale di colonne presso-inflesse in c.a. in assenza e in presenza di rinforzi. *Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, Aerospaziale e dei Materiali Università degli Studi di Palermo*