

# POLITECNICO DI TORINO

**Corso di Laurea Magistrale in  
Ingegneria Aerospaziale ed Astronautica**

Tesi di Laurea Magistrale

**Robust Design di un Endoreattore a propellenti ibridi  
in presenza di Erosione della gola nell'ugello**



**Relatore**

prof. Lorenzo Casalino

**Candidato**

Gianluca Mazzella

Marzo 2018

*Alla mia famiglia.*

## Abstract

Questo elaborato di tesi verterà sull'ottimizzazione robusta di un endoreattore a propellenti ibridi in presenza di erosione della gola nell'ugello. Tale motore è progettato per sostituire gli stadi superiori del lanciatore europeo *Vega*. Il concetto di *Robust design* in questo ambito assume un'importanza fondamentale a causa della non ancora completa comprensione del complesso processo di combustione che coinvolge l'ossidante liquido, immagazzinato nei serbatoi, ed il grano di combustibile solido, collocato nella camera di combustione. Questa lieve imprevedibilità del meccanismo di combustione viene tenuta in considerazione mediante l'incertezza associata ai valori dei coefficienti del modello semi-empirico adottato per modellizzare il rateo di regressione del grano solido. Inoltre, per previsioni accurate delle prestazioni, è necessario includere l'erosione dell'ugello nel processo di progettazione, poiché l'allargamento continuo della gola nell'ugello durante la combustione influisce direttamente sulla curva della spinta del motore e sull'impulso specifico.

Il problema di ottimizzazione robusta avrà lo scopo di individuare la combinazione dei parametri di progetto, liberamente assegnabili dal progettista, che assicurano il raggiungimento delle prestazioni richieste minimizzando l'impatto che le incertezze hanno su queste ultime. Questa ottimizzazione sarà eseguita implementando un algoritmo evolutivo, in particolare quello della *particle swarm optimization*, in un codice di calcolo, sviluppato al *Politecnico di Torino*, basato su una *nested direct-indirect optimization procedure* dell'endoreattore ibrido in esame.

Dunque, saranno inquadrare le principali problematiche progettuali degli endoreattori a propellenti ibridi (capitolo 1), sarà perfezionato il modello matematico di riferimento per la missione di lancio (capitolo 2), eliminando l'ipotesi di area della sezione di gola nell'ugello costante durante il funzionamento del motore (capitolo 3), si discuterà sulla necessità di eseguire un *Robust design* dell'endoreattore ibrido e sulla scelta della *particle swarm optimization* come algoritmo di ottimizzazione (capitolo 4) e, infine, dopo aver esposto la procedura adottata per la ricerca dei parametri di progetto ottimali, saranno analizzati i risultati ottenuti per quanto riguarda l'ottimizzazione del design dell'endoreattore ibrido oggetto dell'elaborato (capitolo 5).

# Indice

<b>1 Generalità sugli endoreattori</b>	<b>1</b>
1.1 Concetti e definizioni di base	2
1.1.1 Equazione di Tsiolkovsky	2
1.1.2 Principali indici prestazionali	3
1.1.3 Modello di endoreattore ideale	6
1.2 Tipologie di endoreattori chimici	7
1.2.1 LREs (Endoreattori a propellenti liquidi o <i>Liquid Rocket Engines</i> )	11
1.2.2 SRMs (Endoreattori a propellenti solidi o <i>Solid Rocket Motors</i> )	13
1.2.3 HREs (Endoreattori a propellenti ibridi o <i>Hybrid Rocket Engines</i> )	17
1.3 Endoreattori a propellenti ibridi	19
1.3.1 Modello di riferimento, principali applicazioni e propellenti	20
1.3.2 Descrizione del processo di combustione e trasmissione del calore	22
1.3.3 Prestazioni e problematiche	26
1.3.4 Potenziali soluzioni per migliorare le prestazioni	34
<b>2 Metodologie di design</b>	<b>39</b>
2.1 <i>Design deterministico</i> e modello matematico	40
2.1.1 Geometria del grano	41
2.1.2 Modello balistico	42
2.1.3 Sistema di alimentazione, iniettori e ugello	43
2.1.4 Parametri di progetto, indici prestazionali ed ottimizzazione	44
2.1.5 Definizione della missione e calcolo della traiettoria	47
2.2 Incertezze e <i>Robust design</i>	51
2.2.1 Introduzione delle incertezze	51
2.2.2 Propagazione delle incertezze	52

2.2.3	Analisi di sensitività	53
2.2.4	Necessità del <i>Robust design</i>	53
2.2.5	Definizione dei parametri di progetto e ottimizzazione robusta	55
<b>3</b>	<b>Erosione della gola nell'ugello</b>	<b>57</b>
3.1	Caratteristiche dell'ugello della camera di spinta	58
3.2	Descrizione del fenomeno fisico	59
3.3	Formulazione di Bartz e modello matematico per l'erosione	60
<b>4</b>	<b><i>Robust design &amp; optimization</i></b>	<b>64</b>
4.1	Importanza del <i>Robust design</i>	64
4.2	Ottimizzazione in presenza di incertezza	65
4.3	<i>E-constraint approach</i> e definizione della funzione obiettivo	68
4.4	Generalità sugli algoritmi evolutivi	71
4.4.1	<i>Genetic algorithm</i>	75
4.4.2	<i>Differential evolution</i>	77
4.4.3	<i>Particle swarm optimization</i> ed applicazione al <i>Robust design</i>	78
<b>5</b>	<b>Analisi dei risultati</b>	<b>84</b>
5.1	Validazione del codice col modello per l'erosione della gola	84
5.2	Ricerca delle soluzioni di ottimo	93
5.2.1	Modalità di inizializzazione casuale	94
5.2.2	Modalità di inizializzazione con un solo individuo non casuale	100
5.2.3	Criterio di ricerca delle soluzioni di ottimo	103
5.3	Soluzioni di ottimo conseguite	108
5.3.1	Confronto dei parametri di progetto	114
5.3.2	Confronto delle prestazioni	119
5.4	Analisi di sensibilità	130
	<b>Conclusioni</b>	<b>134</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>142</b>

## Elenco delle figure

1.1: Volume di controllo per la determinazione della spinta	3
1.2: Confronto delle performance generali tipiche delle principali tipologie di endoreattore	9
1.3: Schematizzazione e principali componenti di un endoreattore a propellente solido	14
1.4: Profili di spinta ed esempi di grani progressivo, neutro, regressivo	16
1.5: Configurazioni di grani neutri: a) a sigaretta, b) a barra e tubo, c) a stella	16
1.6: <i>Concept design</i> di un booster ibrido potenzialmente impiegabile per il lancio dello Space Shuttle	21
1.7: Modello concettuale semplificato di endoreattore a propellenti ibridi	21
1.8: Combustione nello strato limite del flusso di massa dell'ossidante	23
1.9: Andamento del rateo di regressione in funzione del flusso di massa di propellente	25
1.10: Andamento del rapporto tra i calori specifici in funzione del rapporto di miscela	31
1.11: Andamento delle performance del caso A e del caso B in funzione del rapporto di miscela	32
1.12: Velocità efficace di scarico ed impulso specifico volumetrico dei casi A e B al variare del rapporto di miscela	32
1.13: Meccanismo di trascinamento dello strato liquido	36
1.14: Design del grano con differenti tipologie di <i>ports</i>	38
2.1: Porzione di geometria della sezione circolare del grano solido con <i>triangular ports</i>	41
2.2: Suddivisione del lanciatore <i>Vega</i>	48
2.3: Profilo di ascesa originale del lanciatore <i>Vega</i>	50
2.4: Porzione del lanciatore <i>Vega</i> sostituita con endoreattore ibrido	50
3.1: Processi fisico-chimici associati all'erosione dell'ugello	60
4.1: Flow-chart della procedura di ottimizzazione deterministica con singola funzione obiettivo	66
4.2: Schema grafico esplicativo dell'ottimizzazione in un <i>Robust design</i>	66
4.3: Esempio esplicativo di <i>fronte di Pareto</i>	70
4.4: Esempio di mappatura dall'insieme dei parametri di design a quello della funzione obiettivo	71
4.5: Rappresentazione schematica del metodo ad $\varepsilon$ -vincolata	71
4.6: Esempio di minimo locale e globale di una funzione da minimizzare con un solo parametro di progetto	77
4.7: Schema dell'algoritmo del <i>differential evolution</i>	78
4.8: Spostamento della particella nello spazio parametrico in un determinato sistema di riferimento	80

4.9: Pseudo-codice della procedura dell'algoritmo della PSO	81
5.1: Prestazioni nel tempo, a parità di carico utile (ottimo per erosione nulla), nel caso nominale, al variare del rateo di erosione	90
5.2: Rapporto di miscela e pressione in camera nel tempo, nel caso nominale, al variare del rateo di erosione iniziale	91
5.3: Portata di propellente, rateo di regressione, area di gola e rateo di erosione nel tempo, nel caso nominale, al variare del rateo di erosione iniziale	91
5.4: Andamento del coefficiente di spinta e dell'impulso specifico nel vuoto in funzione del rapporto di espansione dell'ugello	92
5.5: Valore della funzione obiettivo al variare del numero di valutazioni per tutte le tipologie di analisi eseguite	109
5.6: $m_{o_{BD}}$ ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello	116
5.7: $\varepsilon$ ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello	117
5.8: $R_G$ ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello	117
5.9: $w$ ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello	118
5.10: $L_B$ ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello	118
5.11: $m_{of}$ ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello	119
5.12: Grafico di $m_u$ al variare di $h_{min}$ raggiunta e di $\dot{s}_{rif}$ (punti di ottimo)	120
5.13: Flow-chart per il calcolo della resistenza idraulica e delle grandezze del motore all'istante iniziale	121
5.14: Flow-chart per il calcolo delle grandezze del motore ad ogni istante	122
5.15: Spinta in funzione del tempo nel caso di $a$ e di $n$ nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta	123
5.16: Rapporto di miscela in funzione del tempo nel caso di $a$ e di $n$ nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta	124
5.17: Rateo di regressione in funzione del tempo nel caso di $a$ e di $n$ nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta	124
5.18: Portata di propellente in funzione del tempo nel caso di $a$ e di $n$ nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta	125
5.19: Pressione in camera di combustione in funzione del tempo nel caso di $a$ e di $n$ nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta	125

5.20: Area di gola in funzione del tempo nel caso di $a$ e di $n$ nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta	126
5.21: Rateo di erosione in funzione del tempo nel caso di $a$ e di $n$ nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta	126

## Elenco delle tabelle

1.1: Classificazione degli endoreattori	9
1.2: Differenze fondamentali tra i principali endoreattori chimici	10
2.1: Incertezze sui coefficienti del modello adottato per il calcolo del rateo di regressione	54
5.1: Ranges delle variabili di design per l' <i>ottimizzazione robusta</i>	87
5.2: Miglior individuo e prestazioni dall' <i>ottimizzazione</i> per $\varepsilon = 700 \text{ km}$ e $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$ con inizializzazione casuale	87
5.3: Prestazioni corrispondenti all'individuo in tabella 5.2 con il modello senza l'erosione per $\varepsilon = 700 \text{ km}$	88
5.4: Prestazioni per $\varepsilon = 700 \text{ km}$ corrispondenti all'individuo in tabella 5.2 per $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ e per $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$	88
5.5: Quote potenzialmente raggiungibili al variare del rateo di erosione per ogni combinazione di $a$ e di $n$ a partire dai parametri di progetto del punto di ottimo nel caso con $\varepsilon = 700 \text{ km}$ e $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$	89
5.6: Parametri di progetto e prestazioni, ottenute dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 700 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale	96
5.7: Parametri di progetto e prestazioni, ottenute dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 660 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale	97
5.8: Parametri di progetto e prestazioni, ottenute dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 600 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale	98
5.9: Percentuali relative ai rispettivi intervalli di variazione dei parametri di progetto dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 700 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale	99
5.10: Percentuali relative ai rispettivi intervalli di variazione dei parametri di progetto dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 660 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale	99
5.11: Percentuali relative ai rispettivi intervalli di variazione dei parametri di progetto dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 600 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale	99
5.12: Parametri di progetto e prestazioni, ottenute dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 700 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione non totalmente casuale	102
5.13: Percentuali relative ai rispettivi intervalli di variazione dei parametri di progetto dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 700 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione non totalmente casuale	103
5.14: Parametri di progetto e carico utile, ottenuti dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 700 \text{ km}$ e $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ applicando il criterio di ricerca considerato	107

5.15: Ranges delle variabili di design per l' <i>ottimizzazione</i> e parametri di progetto e carico utile nel caso di <i>design deterministico ottimale</i> per una quota raggiunta di 700 km ed erosione assente	109
5.16: Parametri di progetto e prestazioni finali dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 700 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$	110
5.17: Parametri di progetto e prestazioni finali dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 690 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$	111
5.18: Parametri di progetto e prestazioni finali dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 660 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$	112
5.19: Parametri di progetto e prestazioni finali dalle ottimizzazioni per $\varepsilon = 600 \text{ km}$ e per ogni valore di $\dot{s}_{rif}$	113
5.20: Studio di sensibilità dal punto di ottimo per $\varepsilon = 700 \text{ km}$ e $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$	132
5.21: Studio di sensibilità dal punto di ottimo per $\varepsilon = 700 \text{ km}$ e $\dot{s}_{rif} = 0.4 \text{ mm/s}$	133

# 1 Generalità sugli endoreattori

Secondo Humble (1995) esistono cinque tipologie di motori a razzo in grado di generare una spinta sufficiente per sollevare un motore, il suo combustibile e il suo carico utile: il motore a gas freddo, l'endoreattore a propellente solido, quello a propellente liquido, quello a propellente ibrido e il razzo termico nucleare [1]. Sutton e Biblarz (2010) considerano anche i motori elettrici, come il sistema di propulsione al plasma, quello a propulsione ionica e quello a propulsione laser [2]. Il motore a gas freddo ha il vantaggio della semplicità, ma manca di prestazioni, essendo utilizzabile come sistema di controllo del posizionamento su un satellite. Gli endoreattori nucleari utilizzano l'energia di un reattore a fissione per riscaldare un gas che viene poi accelerato nell'ugello. Nonostante gli alti impulso specifico ( $I_{SP}$ ) e livello di spinta, i fattori avversi ambientali e politici e la complessità del sistema sono stati proibitivi nel tentativo di raggiungere le condizioni necessarie per il loro funzionamento. I motori elettrici hanno il vantaggio di un enorme  $I_{SP}$  (da due a sei volte maggiore di quello di un motore a razzo a propellenti liquidi), ma in alcuni casi, come in quello della propulsione ionica, non generano abbastanza spinta per il decollo (Choueiri nel 2004) [3], o, come nel caso di un motore a propulsione laser, è necessario un complicato sistema di lenti adattative per focalizzare il laser sul razzo (Resendes nel 2007) [4].

Gli endoreattori chimici (razzi a propellente solido, liquido e ibrido) sono le tipologie più comuni usate fin ora dall'umanità. I loro principi fondamentali cominciarono ad essere intuiti già a partire dal 2000 a.C. con la scoperta della polvere nera in Cina. L'endoreattore a propellente solido ha un'alta densità, poiché sia l'ossidante che il combustibile sono miscelati prima del volo, opera in maniera molto semplice ed è in generale più piccolo di altri razzi, ma è difficile da fabbricare, da controllare e può esplodere facilmente. Inoltre, tale motore ha un  $I_{SP}$  medio-basso ed i gas di scarico sono di solito tossici; in aggiunta possono essere facilmente introdotti additivi metallici nel grano che lo rendono ancora più tossico. L'endoreattore a propellente liquido ha un  $I_{SP}$  più alto di quello a propellente solido, ha una tossicità inferiore ed è più sicuro, poiché il combustibile e l'ossidante non sono miscelati prima di raggiungere la camera di combustione, ma hanno una densità inferiore, un sistema più complesso, dotato di iniettori e serbatoi pressurizzati, e non possono essere introdotti facilmente additivi metallici per migliorare le prestazioni. Il più grande vantaggio degli endoreattori a propellenti liquidi rispetto a quelli a propellenti solidi è la capacità di interruzione, cambiamento del livello di spinta e riaccensione che aumenta la sua sicurezza e consente il controllo della spinta generata dal motore del razzo (Humble nel 1995) [1].

Gli endoreattori a propellenti ibridi combinano i vantaggi e gli svantaggi di quelli a propellenti solidi e quelli a propellenti liquidi. La tipologia standard di questi endoreattori prevede la presenza di un combustibile solido e l'iniezione di un ossidante liquido, perciò la densità del combustibile è superiore a quella degli endoreattori a propellenti liquidi e possono essere introdotti facilmente additivi metallici, ma  $I_{SP}$  è più basso e caratteristico di un endoreattore a propellenti solidi, inoltre hanno la capacità di interrompere, cambiare il livello della spinta e riavviare, come un endoreattore a propellenti liquidi. Essendo costituito da un componente solido come propellente, richiede un sistema più semplice e leggero rispetto a quello degli endoreattori a propellenti liquidi, mantenendo la sua sicurezza, consentendo un sistema di fabbricazione e funzionamento più semplice, senza i rischi di esplosione tipici degli endoreattori a propellenti solidi (Bertoldi nel 2007) [5].

Queste caratteristiche hanno reso gli endoreattori a propellenti ibridi un'alternativa interessante a quelli a propellenti solidi e quelli a propellenti liquidi, ma alcuni svantaggi hanno limitato il loro utilizzo. Negli ultimi ottanta anni la ricerca di potenziali soluzioni di mitigazione degli effetti negativi legati a questi svantaggi ha guidato l'approfondimento di meccanismi, dai quali principalmente derivano questi svantaggi, come il processo di combustione tipico degli endoreattori a propellenti ibridi.

Detto ciò, in questo capitolo saranno inizialmente richiamati alcuni concetti fondamentali riguardanti gli endoreattori (o motori a razzo), poi verranno analizzati il funzionamento e le principali caratteristiche delle varie tipologie di endoreattori chimici appena introdotti; in particolare focalizzando l'attenzione sugli endoreattori a propellenti ibridi, sui quali sarà basato l'intero lavoro di tesi.

## 1.1 Concetti e definizioni di base

### 1.1.1 Equazione di Tsiolkovsky

L'equazione fondamentale della propulsione a razzo fu formulata dall'ingegnere e scienziato russo Konstantin Tsiolkovsky (1903). Tale espressione descrive il moto di corpi con massa variabile: rispettando la legge di conservazione della quantità di moto, un corpo può accelerare espellendo parte della sua massa in verso opposto a quello della direzione lungo cui si muove. La formulazione classica dell'equazione di Tsiolkovsky deriva dall'applicazione del secondo principio della dinamica:

$$F = M * a = M * \frac{dV}{dt} \quad \text{oppure} \quad F = \dot{m} * c$$

Dove  $F$ ,  $a$ ,  $M$ ,  $\dot{m}$  sono rispettivamente la spinta, l'accelerazione, a cui il corpo è soggetto, la massa e la variazione di massa nel tempo del corpo e  $c$  è la velocità efficace di scarico, il cui significato sarà esplicitato nella sotto-sezione successiva. Sapendo che la variazione di massa  $\dot{m} = -\frac{dM}{dt}$ , ovvero la portata di propellente di un endoreattore operativo non è trascurabile, si uguagliano le due espressioni del secondo principio della dinamica:

$$M * \frac{dV}{dt} = -\frac{dM}{dt} * c$$

Si integra questa relazione:

$$\Delta V_{ideale} = \int_{t_0}^{t_f} \frac{F}{M} dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{\dot{m} * c}{M} dt = \int_{t_0}^{t_f} \frac{-\frac{dM}{dt} * c}{M} dt$$

$$\Delta V_{ideale} = \int_{M_0}^{M_f} \frac{c}{M} dM$$

Assumendo che  $c$  sia costante nel tempo, si ottiene la *legge di Tsiolkovsky*, la quale fornisce una variazione di velocità a fronte di un certo utilizzo di massa:

$$\Delta V_{ideale} = c * \ln\left(\frac{M_i}{M_f}\right) \quad [1.1]$$

Dove  $M_f = M_i - m$  è la massa finale dell'endoreattore,  $M_i = m + m_s + m_u$  è la massa iniziale del veicolo in accelerazione,  $m_s$  è la massa dell'intera struttura, comprensiva del propulsore,  $m_u$  è la massa del carico utile e  $m$  è la massa del propellente espulso e quindi accelerato dall'endoreattore durante le operazioni.  $\Delta V_{ideale}$  indica l'incremento di velocità necessario per ottenere la manovra desiderata (ad esempio di ascesa o di trasferimento). Tale  $\Delta V$  è indicato come *ideale* perché l'equazione di Tsiolkovsky è ottenuta introducendo delle ipotesi considerevoli nel problema in questione:

1. Velocità efficace di scarico  $c$ , portata di propellente  $\dot{m}$  e spinta  $F$  dell'endoreattore costanti durante l'accensione;
2. Condizioni ambientali di vuoto, perciò la resistenza aerodinamica  $D$  è nulla;
3. Spinta  $F$  perfettamente allineata con la direzione del vettore velocità  $V$ ;
4. Effetto del campo gravitazionale trascurabile, perciò la spinta  $F$  è l'unica forza esterna agente sul veicolo.

## 1.1.2 Principali indici prestazionali

In questa sotto-sezione sono espone le principali grandezze di interesse per lo studio delle performance di un endoreattore, descritte in riferimento alla propulsione chimica:

- ◇ **Spinta  $F$** : misurata in [kN], si esprime nel seguente modo

$$F = \dot{m} * w_e + A_e(p_e - p_0)$$

Dove  $\dot{m}$  è la portata di propellente in uscita dall'endoreattore,  $w_e$  è la velocità di uscita dei gas di scarico,  $A_e$  e  $p_e$  sono rispettivamente l'area e la pressione statica della sezione di uscita dell'ugello della camera di spinta, e  $p_0$  è la pressione dell'ambiente di scarico (nel caso di condizione di vuoto  $p_0 = 0 \text{ Pa}$ ).

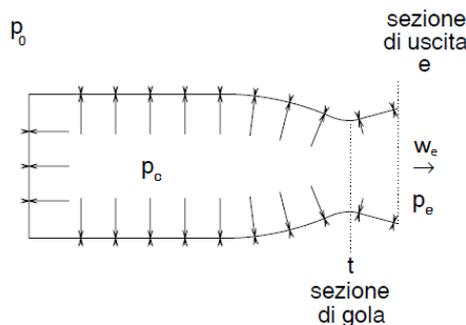


Figura 1.1: Volume di controllo per la determinazione della spinta [7].

- ◇ **Coefficiente di spinta  $C_F$** : parametro adimensionale che assume valori maggiori dell'unità e che tiene conto del miglioramento della spinta  $F$  ottenuta dall'endoreattore utilizzando un ugello di scarico rispetto al considerare una semplice camera di spinta forata nella parete posteriore. D'altronde, supponendo che il motore a razzo sia nello spazio profondo e che sia caratterizzato da una scatola con una pressione interna  $p_c$ , se si dotasse tale camera di un foro con area  $A_t$ , istantaneamente si otterrebbe una differenza di pressione con l'ambiente esterno tale da creare una spinta  $F_0 = p_c * A_t$ . In realtà, l'endoreattore non espelle il fluido attraverso un semplice foro nella camera di combustione, ma attraverso un ugello, che permette di migliorare la forza generata dalla differenza di pressione ottenuta. Detto ciò, il coefficiente di spinta rappresenta la capacità dell'ugello di amplificare la spinta e si esprime nel seguente modo

$$C_F = \frac{F}{p_c * A_t} \quad [1.2]$$

Dove  $p_c$  è la pressione nella camera di combustione e  $A_t$  è l'area della sezione di gola dell'ugello.

- ◇ **Velocità caratteristica  $c^*$  (characteristic speed)**: misurata in [m/s], si esprime nel seguente modo

$$c^* = \frac{p_c * A_t}{\dot{m}} \quad [1.3]$$

Allo scopo di far funzionare il sistema in modo stazionario bisogna fornire una portata  $\dot{m}$  di propellente per mantenere una certa pressione  $p_c$  in camera di combustione, in base all'ampiezza della sezione di gola  $A_t$ . Si nota che la velocità caratteristica è legata inversamente al consumo necessario per mantenere un certo livello di pressione all'interno della camera di combustione.

- ◇ **Velocità efficace di scarico  $c$  (effective exhaust velocity)**: misurata in [m/s], si esprime nel seguente modo

$$c = \frac{F}{\dot{m}} \quad [1.4]$$

Essa contiene sia l'informazione della capacità dell'endoreattore di amplificare la spinta mediante l'ugello che quella del consumo necessario per mantenere un certo livello di pressione all'interno della camera di combustione. D'altronde, si può facilmente dedurre che la velocità efficace di scarico può essere espressa mediante un legame tra il coefficiente di spinta e la velocità caratteristica:

$$c = C_F * c^*$$

- ◇ **Impulso totale  $I_t$** : misurato in [N\*s], si esprime nel seguente modo

$$I_t = \int_{t_0}^{t_B} F dt \quad [1.5]$$

Dove  $t_0$  e  $t_B$  sono rispettivamente l'istante di accensione e l'istante di spegnimento del motore a razzo in riferimento al tempo di durata della combustione. L'impulso totale descrive il contributo globale della spinta dell'endoreattore che varia nel tempo. Tale contributo dipende dal meccanismo di funzionamento del motore a razzo.

- ◇ **Impulso specifico  $I_s$  (specific impulse)**: misurato in [s], si esprime nel seguente modo

$$I_s = \frac{I_t}{g_0 * m}$$

Dove  $g_0$  è l'accelerazione di gravità e  $m$  è la massa dei propellenti presenti a bordo del veicolo. L'impulso specifico rappresenta un valore medio calcolato considerando la spinta costante o prendendo in esame un intervallo di tempo talmente piccolo da poter assumere come accettabile l'ipotesi di spinta costante. Detto ciò, sapendo che  $\dot{m} = \frac{dm}{dt}$ , si ottiene la seguente espressione

$$I_s = \frac{F * dt}{g_0 * \dot{m} * dt} = \frac{c}{g_0} \quad [1.6]$$

Sotto le ipotesi di spinta costante e pari al peso del veicolo all'istante iniziale, di assenza di perdite e di utilizzo di tutta la massa del motore a razzo per ottenere la spinta, da quest'ultima relazione si deduce che l'impulso specifico coincide col tempo di funzionamento  $\Delta t = t_B - t_0$  dell'endoreattore. Dunque, l'impulso specifico indica il tempo in cui il motore a razzo riesce ad autosostenersi.

- ◇ **Impulso specifico volumetrico  $I_\rho$  (density specific impulse)**: misurato in [kg/m<sup>3</sup>\*s], si esprime nel seguente modo

$$I_\rho = I_s * \rho \quad [1.7]$$

Dove  $\rho = \frac{\rho_o * \rho_f (1+MR)}{MR * \rho_f + \rho_o}$  è la densità media pesata (*bulk density*) del propellente all'interno dei serbatoi (non in camera di combustione), che tiene conto della densità dell'ossidante  $\rho_o$ , della densità del combustibile  $\rho_f$  e del rapporto di miscela  $MR$ . Il propellente è di solito considerato come una miscela di un ossidante e di un combustibile, i quali sono necessari per ottenere la reazione chimica che innesca il processo alla base della generazione di spinta dell'endoreattore. Detto ciò, per tener conto della portata in massa di entrambi si definisce il rapporto di miscela (*mixture ratio*)  $MR$ , che è un parametro

adimensionale indicante il rapporto tra la portata di ossidante  $\dot{m}_o$  e la portata di combustibile  $\dot{m}_f$  durante la combustione in camera:

$$MR = \frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f} \quad [1.8]$$

La velocità efficace di scarico indica la quantità di propellente necessaria per ottenere un certo livello di spinta, quindi tale parametro non dà alcuna informazione circa il volume contenente la massa di propellente in questione. Il propellente è contenuto all'interno di serbatoi, perciò è opportuno calcolare il volume di questi contenitori di propellente per raggiungere una certa spinta per unità di tempo. A tale scopo, l'informazione sui volumi dei serbatoi è ricavata dall'espressione dell'impulso specifico volumetrico, dalla quale si deduce che, a fissato impulso specifico, una determinata combinazione di propellenti, la quale permette di ottenere un impulso specifico volumetrico relativamente alto, porta ad una riduzione delle dimensioni dei serbatoi con conseguente riduzione del peso strutturale del veicolo.

### 1.1.3 Modello di endoreattore ideale

Il modello di endoreattore ideale si presta efficacemente allo studio preliminare di un motore a razzo chimico, in quanto comporta errori sui parametri prestazionali dall'1% al 6%. Tale modello sarà utilizzato in questo elaborato, tuttavia alcuni parametri prestazionali, calcolati seguendo il modello ideale, saranno moltiplicati per coefficienti, che introducono gli effetti reali, in modo da ridurre l'errore nel calcolo di tali indici prestazionali.

Le ipotesi fondamentali del modello di endoreattore ideale sono le seguenti:

- ◇ **Fluido omogeneo:** per realizzare questa condizione è necessaria un'ottima strategia di iniezione, in modo da ottenere un buon miscelamento dei propellenti. In caso di propellenti liquidi, tale situazione è più difficile da raggiungere perché l'ossidante e il combustibile non sono miscelati dall'inizio dell'operatività dell'endoreattore.
- ◇ **Gas perfetto:** si suppone che i gas ottenuti dal processo di combustione seguano la legge dei gas perfetti

$$p * V = m * R^* * T$$

Dove  $p$ ,  $V$ ,  $m$ ,  $R^* = R/\mathcal{M}$ ,  $T$  e  $\mathcal{M}$  sono rispettivamente la pressione, il volume, la massa, la costante dei gas perfetti misurata in [J/kg\*K], la temperatura e la massa molare media della miscela di gas considerata. Inoltre, si assume costante il rapporto tra i calori specifici (*heat capacity ratio*)  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ .

- ◇ **Equilibrio chimico in camera di combustione:** questa ipotesi si realizza se il tempo di permanenza dei reagenti in camera di combustione è sufficiente a far raggiungere l'equilibrio chimico.

- ◇ **Composizione chimica invariata durante l'espansione (*frozen equilibrium*):** in realtà, durante l'espansione nell'ugello della camera di spinta, la pressione e la temperatura diminuiscono e il gas tende a riassociarsi. Dunque, l'energia sprecata per dissociare le molecole viene favorevolmente riacquistata durante l'espansione (la riassociazione rilascia energia), quindi l'ipotesi di assumere la composizione chimica invariata durante l'espansione è conservativa perché tale riacquisizione di energia non è considerata nel modello di endoreattore ideale.
- ◇ **Trasformazione adiabatica:** in realtà si realizza uno scambio termico non trascurabile perché circa il 2% dell'energia chimica a disposizione viene dispersa. Questo 2% di energia persa ha, però, un effetto sulle prestazioni molto minore in termini percentuali, perciò l'ipotesi risulta molto ragionevole.
- ◇ **Assenza di onde d'urto e discontinuità durante l'espansione:** le perdite dovute a tali fenomeni fisici vengono trascurate.
- ◇ **Assenza degli effetti di strato limite:** le perdite dovute agli attriti con le superfici, che il fluido lambisce, e altri effetti di strato limite, che influiscono sugli scambi termici e sulle onde d'urto, vengono trascurati.
- ◇ **Flusso unidimensionale:** nella direzione dell'asse dell'ugello.
- ◇ **Velocità assiale in uscita:** la direzione della velocità  $w_e$  dipende molto dalla forma dell'ugello.
- ◇ **Flusso stazionario:** in ciascun punto la velocità rimane costante nel tempo.

## 1.2 Tipologie di endoreattori chimici

Gli endoreattori possono essere classificati, come anticipato nella precedente sezione, in base alla fonte di energia, mediante la quale il propellente viene accelerato ed espulso per ottenere spinta, ed in base alle modalità di accelerazione del propellente. La fonte di energia può essere:

- *Interna al propellente (energia chimica);*
- *Interna al veicolo, ma esterna al propellente (energia nucleare);*
- *Esterna al veicolo (energia solare).*

Mentre, i propellenti possono essere accelerati in modo:

- *Termo-fluido-dinamico (fino a circa 10 km/s):* la velocità di espulsione del fluido è ottenuta sfruttando energia chimica. In particolare, l'energia chimica viene trasformata in energia cinetica mediante l'espansione del fluido

nell'ugello fino alla sezione d'uscita. Tale fluido è ottenuto a valle del processo di combustione dei propellenti:

$$1 \quad \dot{m} * E_{chimica} = \dot{m} * C_p * T_c;$$

$$2 \quad \dot{m} * \frac{w_e^2}{2} \approx \dot{m} * \frac{c^2}{2}.$$

Dove  $E_{chimica}$ ,  $\dot{m}$ ,  $C_p$ ,  $T_c$ ,  $c$  e  $w_e$  sono rispettivamente l'energia chimica per unità di massa, la portata di propellente, il calore specifico a pressione costante, la temperatura di combustione, che dipende dall'energia contenuta nella miscela, la velocità efficace di scarico e la velocità d'uscita. La trasformazione di energia, rappresentata dall'equazione 1 di conservazione dell'energia, è posta in essere dal processo di combustione in camera, mentre l'equazione 2 esprime il passaggio da energia chimica ad energia cinetica nell'ugello. Detto ciò, da questo bilancio energetico completo si ottiene la seguente relazione:

$$c = \sqrt{2 * E_{chimica}}$$

Da questa espressione si deduce che l'energia chimica limita la velocità efficace di scarico, che quindi non può superare un certo valore. Dunque, la propulsione chimica non può raggiungere  $\Delta V$  notevolmente alti a causa del limitato potere calorifico dei propellenti. Tuttavia, nella propulsione chimica l'energia è contenuta nel propellente, perciò non c'è bisogno di portare in volo altre masse molto pesanti, come i generatori tipici della propulsione elettrica.

In generale, si definiscono *endoreattori termici*, quei motori a razzo contenenti un propellente, che, dopo esser stato riscaldato mediante reazioni chimiche (propulsione chimica), reazioni nucleari (propulsione termo-nucleare), energia solare (propulsione termo-solare), energia elettrica (propulsione elettrica), energia solare ed elettrica (propulsione solare-elettrica) o energia nucleare ed elettrica (propulsione nucleare-elettrica) viene fluido-dinamicamente accelerato attraverso l'ugello.

- *Elettrostatico o elettromagnetico* (fino a circa 100 km/s): nella propulsione elettrostatica vengono accelerati ioni mediante campi elettrici generati, mentre nella propulsione elettromagnetica viene accelerato un plasma mediante campi elettro-magnetici generati. Le velocità raggiunte sono notevolmente superiori rispetto al caso appena discusso perché le prestazioni non sono limitate dal potere calorifico dei propellenti. In aggiunta, nella propulsione elettrica si utilizza energia elettrica per accelerare il propellente, perciò stavolta la potenza della spinta è fornita da un generatore, che dal punto di vista teorico può permettere di raggiungere una velocità efficace di scarico più alta possibile, ma ciò richiederebbe dei generatori elettrici troppo pesanti. Dunque, il limite risiede nel peso dei generatori di potenza, quindi globalmente si ottiene una riduzione del consumo a costo di peggiori rapporti spinta/peso rispetto alla propulsione che sfrutta la chimica dei propellenti.

Nella seguente tabella, le varie tipologie di endoreattori sono schematizzate seguendo i criteri di classificazione fin ora seguiti:

PRINCIPIO		FONTE DI ENERGIA	
termici	chimici	a propellenti liquidi a propellenti solidi a propellenti ibridi	chimica
	nucleari	a decadimento isotopico a fissione a fusione	nucleare
	solari termici		solare
elettrostatici (a ioni)	elettrotermici		solare, nucleare,
	elettromagnetici (a plasma)		fascio di energia
vela solare			solare

Tabella 1.1: Classificazione degli endoreattori [7].

Dopo aver suddiviso gli endoreattori nelle principali tipologie, è opportuno distinguerle in riferimento alle loro prestazioni tipiche. Tale confronto è rappresentato in figura 1.2, in cui si osserva che l'obiettivo utopico sarebbe ottenere alte accelerazioni con bassi consumi. In verità, si riescono ad ottenere alte accelerazioni con consumi enormi o basse accelerazioni con consumi contenuti.

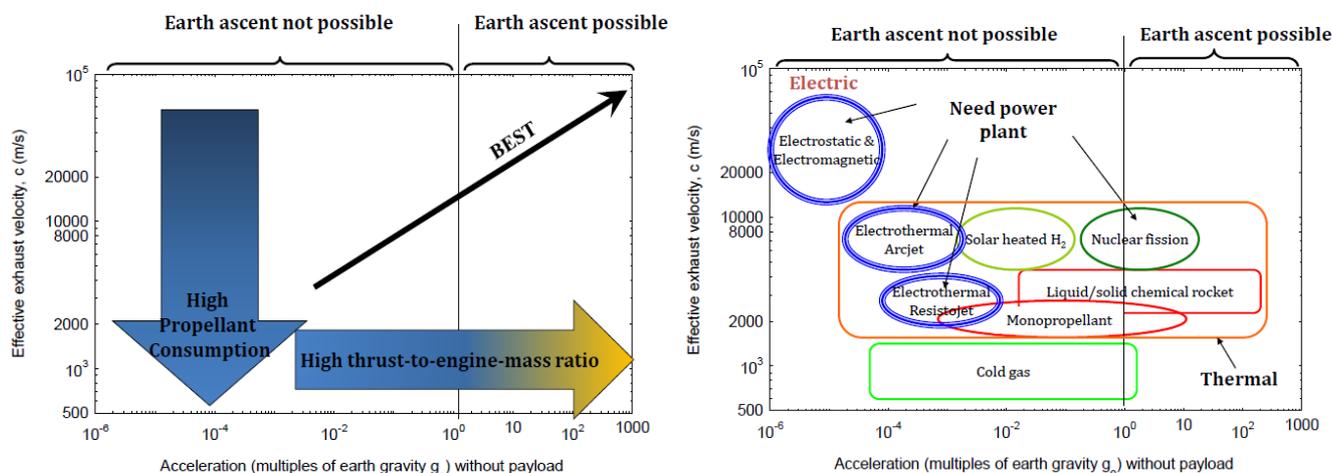


Figura 1.2: Confronto delle performance generali tipiche delle principali tipologie di endoreattore [6].

In questo elaborato sarà considerata la propulsione chimica, quindi il lavoro sarà rivolto verso i motori a razzo chimici ed in particolare agli endoreattori a propellenti ibridi, la cui possibilità di applicazione sta diventando sempre più concreta. Tale scelta è scaturita da un'idea concreta di applicazione di un endoreattore a propellenti ibridi, progettato opportunamente per sostituire gli stadi superiori di un lanciatore già prodotto. Detto ciò, seguendo il criterio di classificazione introdotto dall'inizio di questa sezione, gli endoreattori chimici si possono suddividere in base al processo mediante il quale la spinta viene ottenuta a partire dai propellenti contenuti nei serbatoi. In particolare, si distinguono:

- *Reazioni di decomposizione del propellente*: la spinta è ottenuta tramite tale decomposizione. Ad esempio nei monopropellenti, in presenza di un catalizzatore, l'idrazina ed i suoi composti decompongono durante una reazione chimica esotermica generando il gas caldo che permette di ottenere la spinta;
- *Reazioni di combustione*: la spinta è ottenuta mediante tale reazione. Come già anticipato durante la definizione dei principali indici prestazionali, in questo caso sono individuabili un combustibile (*fuel*) ed un ossidante (*oxidizer*) che, reagendo, sono in grado di produrre quantità di energia considerevoli. Se opportunamente convogliata, questa quantità di energia consente la generazione di spinte molto elevate.

Quest'ultima categoria può essere ulteriormente suddivisa in riferimento allo stato fisico di immagazzinamento dei propellenti e alle conseguenze progettuali che da ciò scaturiscono. Tali sotto-tipologie di endoreattori chimici saranno descritte nelle seguenti sotto-sezioni, in cui saranno evidenziati tutti quei principi di funzionamento fondamentali, che, anche se riferiti non direttamente ad essi, sono comunque riconducibili agli endoreattori a propellenti ibridi. In particolare, si focalizzerà l'attenzione sui principali vantaggi e svantaggi degli endoreattori chimici e sulle loro differenze, riportate sommariamente in tabella 1.2.

Factor	Solid	Hybrid	Liquid Bi-Propellant
Command Shutdown & Throttle Capability	No	<b>Yes</b>	<b>Yes</b>
Non-Toxic Combustion Exhaust	No	<b>Yes</b>	Can be
Ease of Transport, Storage, & Handling	No	<b>Yes</b>	<b>Yes</b>
Maintenance & Launch Processing Cost	Moderate	<b>Low</b>	Moderate to High
Manufacturing Cost	Moderate	<b>Low</b>	Moderate to High
Readily Scalable	<b>Yes</b>	<b>Yes</b>	No
$I_{sp}$	Good	Good	<b>Excellent</b>
Propellant Mass Fraction	Good	Fair	<b>Excellent</b>
Safe, Non-Explosive Propellants	No	<b>Yes</b>	Can be Minimized

Tabella 1.2: Differenze fondamentali tra i principali endoreattori chimici.

### 1.2.1 LREs (Endoreattori a propellenti liquidi o *Liquid Rocket Engines*)

Gli endoreattori a propellenti liquidi utilizzano un ossidante ed un combustibile entrambi immagazzinati in fase liquida all'interno di serbatoi. Esempi di combustibili usati sono: LH2 (idrogeno liquido criogenico),  $CH_4$  (metano criogenico) e RP-1 (*rocket propellant-1*, cherosene per motori a razzo); mentre gli ossidanti più comuni sono: LOx (ossigeno liquido criogenico), HP (perossido di idrogeno) e NTO (ossidi di azoto come  $NO_2$  e  $N_2O_4$ ).

Le prestazioni di questi endoreattori dipendono dal tipo di propellente utilizzato e, in generale, sono medio-alte relativamente alle prestazioni tipiche degli endoreattori chimici.

I vantaggi degli endoreattori a propellenti liquidi sono i seguenti:

- ◇ Possono essere regolati, quindi si può variare il livello della spinta;
- ◇ Possono essere riaccesi;
- ◇ Possono essere testati e quindi riutilizzati;
- ◇ Possono essere dotati di un refrigerante.

Gli svantaggi, invece, sono:

- ◇ Necessità di progettare dei serbatoi sufficientemente grandi da contenere i propellenti;
- ◇ Problemi di immagazzinamento, gestione e bilanciamento dei propellenti (in particolare quelli criogenici);
- ◇ Necessità di un sistema di alimentazione e di controllo.

Questi sistemi hanno, di solito, performance minori rispetto a quelle degli endoreattori a propellenti solidi, ma garantiscono un maggiore controllo, la capacità di essere spenti e riaccesi ed una maggiore durata. Inoltre, l'impiego dei LREs è associato ad una grande quantità di inconvenienti. Poiché il propellente costituisce gran parte della massa del veicolo, il centro di massa si sposta in modo significativo verso il retro del veicolo mentre viene consumato il propellente, quindi è possibile perdere il controllo del veicolo. In aggiunta, i propellenti liquidi sono soggetti a sciabordare all'interno dei serbatoi e i propellenti criogenici, come l'ossigeno liquido, raffreddano il vapore acqueo atmosferico in cristalli di ghiaccio molto duri, che possono danneggiare o bloccare i sigilli e le valvole causando perdite e altri inconvenienti. La risoluzione di questi problemi è sicuramente possibile, però al costo di aumentare la complessità del sistema e quindi le possibilità di malfunzionamento. Tutto ciò li rende meno pratici rispetto agli endoreattori a propellenti solidi. Dunque, nonostante i LREs risultino più complessi e meno affidabili di altri endoreattori chimici, come quelli a propellenti solidi, trovano comunque impiego in una vasta gamma di applicazioni, in cui sono richiesti i loro peculiari vantaggi, come il controllo della spinta negli ultimi stadi di un lanciatore in missioni interplanetarie.

I componenti principali di un endoreattore di questo tipo sono i serbatoi, il sistema di alimentazione, la camera di combustione principale e l'ugello di scarico.

L'elemento centrale di un LRE è il sistema di alimentazione, che ha lo scopo di fornire una portata  $\dot{m}$  di propellente ad una pressione di alimentazione  $p_A$  a degli iniettori, attraverso cui il propellente entra nella camera di spinta, costituita dalla camera di combustione

principale e dall'ugello di scarico (rappresentati concettualmente in figura 1.1). La pressione di alimentazione deve essere superiore alla pressione in camera di combustione di una quantità derivante dalle perdite dovute agli attriti nei condotti, al passaggio del fluido nel circuito refrigerante e al salto di pressione in corrispondenza degli iniettori. Queste perdite di pressione sono confrontabili con la pressione in camera. Dunque, le perdite di pressione devono essere compensate dal sistema di alimentazione, il quale deve permettere il raggiungimento della pressione di alimentazione, mediante due principali metodi:

- *Pressurized systems*: i serbatoi vengono pressurizzati, quindi devono essere opportunamente dimensionati per resistere strutturalmente a tali pressioni. Di conseguenza, per evitare serbatoi troppo pesanti si rinuncia ad elevate pressioni in camera di combustione. Questi sistemi sono semplici ed affidabili, ma vengono utilizzati solo in caso di volumi di propellente relativamente bassi. Tra i *pressurized systems* si distinguono i sistemi con regolazione della pressione (*regulated systems*), i *blow-down systems* e i *partially regulated systems*.

I sistemi con regolazione di pressione utilizzano un gas pressurizzante inerte (di solito elio), collocato in un serbatoio dedicato, chiamato *vessel*, il quale comunica col serbatoio del propellente mediante una valvola “apri e chiudi” ed una valvola di regolazione. Il regolatore è costruito per mantenere la pressione nel serbatoio del propellente costante durante l'espulsione di questo verso la camera di combustione. Dunque, sapendo che la massa del propellente e quella del gas pressurizzante non sono in contatto all'istante iniziale, il volume del *vessel*, la massa e la pressione iniziali del gas pressurizzante devono essere dimensionati in modo tale da poter espellere tutto il propellente presente nel serbatoio ad esso dedicato verso la camera di combustione seguendo una determinata trasformazione termodinamica (isotermica o adiabatica).

I *blow-down systems* prevedono la presenza del gas pressurizzante all'interno del serbatoio di propellente, quindi il serbatoio è unico. Allo scopo di garantire buone prestazioni, tale sistema di alimentazione deve essere progettato scegliendo opportunamente il gas pressurizzante e un parametro  $B = V_{g_f}/V_{g_i}$ , chiamato *blowdown ratio*, dove  $V_{g_f}$  e  $V_{g_i}$  sono rispettivamente il volume di gas pressurizzante finale e quello iniziale nel serbatoio del propellente. Se il *blowdown ratio* è relativamente grande, ciò comporta grandi variazioni di pressione, che causano un sensibile abbattimento delle prestazioni. Inoltre, conviene trovare il giusto compromesso tra non realizzare cadute di pressione troppo ripide e non costruire serbatoi troppo grandi, quindi troppo pesanti. Sapendo, stavolta, che la massa del propellente e quella del gas pressurizzante sono in contatto dall'istante iniziale e che la pressione non è mantenuta costante, il *blowdown ratio* e la massa del gas pressurizzante devono essere definiti in modo tale da poter espellere tutto il propellente presente nel serbatoio verso la camera di combustione seguendo una determinata trasformazione termodinamica, come nel caso di sistemi con regolazione di pressione. Dunque, essendo costituiti da un solo serbatoio, i *blow-down systems* non sono dotati di una valvola di regolazione, perciò il sistema risulta più semplice e leggero, ma meno affidabile perché non regolabile. Infine, si può pensare di realizzare un sistema di alimentazione che sia con regolazione di pressione nelle prime fasi

della missione, poi *blow-down* nelle fasi successive, in modo da garantire un iniziale margine di regolazione della pressione e ridurre gli svantaggi del *blow-down system*. Tale soluzione ottimale prende il nome di *partially regulated system*.

- *Turbopump systems*: la presenza di turbopompe aumenta notevolmente il peso del sistema. Il peso del gruppo turbopompe dipende dalla potenza necessaria e non dal volume del propellente, quindi tale sistema viene utilizzato quando i volumi di propellente sono alti perché in questo caso anche i *pressurized systems* risulterebbero notevolmente pesanti, ma meno prestanti.

Dunque, se i motori sono progettati per funzionare in un grande intervallo di tempo e sono necessarie spinte elevate ( $I_t$  relativamente alto), si utilizzano *turbopump systems*, altrimenti ( $I_t$  relativamente basso) si preferiscono i *pressurized systems*. I *turbopump systems* sono complicati da progettare, costosi e meno affidabili, ma garantiscono elevate prestazioni.

### 1.2.2 SRMs (Endoreattori a propellenti solidi o *Solid Rocket Motors*)

Gli endoreattori a propellenti solidi (schematizzati in figura 1.3) utilizzano un ossidante ed un combustibile entrambi in fase solida ed immagazzinati già miscelati in un grano di forma cilindrica, comprendente cavità interne, contenuto in una camera, la quale funge sia da camera di combustione che da serbatoio del propellente. I propellenti utilizzati possono essere classificati come omogenei (ossidante e combustibile sono chimicamente legati) ed eterogenei (ossidante e combustibile sono meccanicamente legati). Esempi di propellenti omogenei sono nitrocellulosa (NC) e nitroglicerina (NG), mentre i propellenti eterogenei più comuni sono perclorati e polimeri. Ai singoli ossidante e combustibile sono solitamente aggiunti additivi, modificatori e plasticizzanti per rendere la miscela più semplice da lavorare o per migliorarne le prestazioni. Detto ciò, i SRMs non hanno una vera e propria camera dedicata alla combustione, ma tale processo avviene all'interno delle cavità ricavate nel grano in direzione assiale, attraverso cui i gas combusti vengono diretti verso l'ugello, che permette al gas caldo di espandere ed essere espulso con una certa velocità verso l'esterno. Data l'assenza di un sistema di alimentazione, i SRMs sono più compatti e robusti di altre tipologie di endoreattore. Da ciò scaturiscono i vantaggi tipici di questi endoreattori:

- ◇ Elevato rapporto spinta/peso;
- ◇ Possono raggiungere livelli di spinta molto alti (da 2 a 4 milioni di N);
- ◇ Le performance sono medie e la densità è ottima perché il sistema è compatto;
- ◇ Relativa semplicità progettuale (assenza di serbatoi e sistema di alimentazione).

Gli svantaggi, invece, sono:

- ◇ Non possono essere regolati;
- ◇ Non possono essere riaccesi;
- ◇ Non possono essere testati e quindi riutilizzati;
- ◇ Rischio di deflagrazione e detonazione.

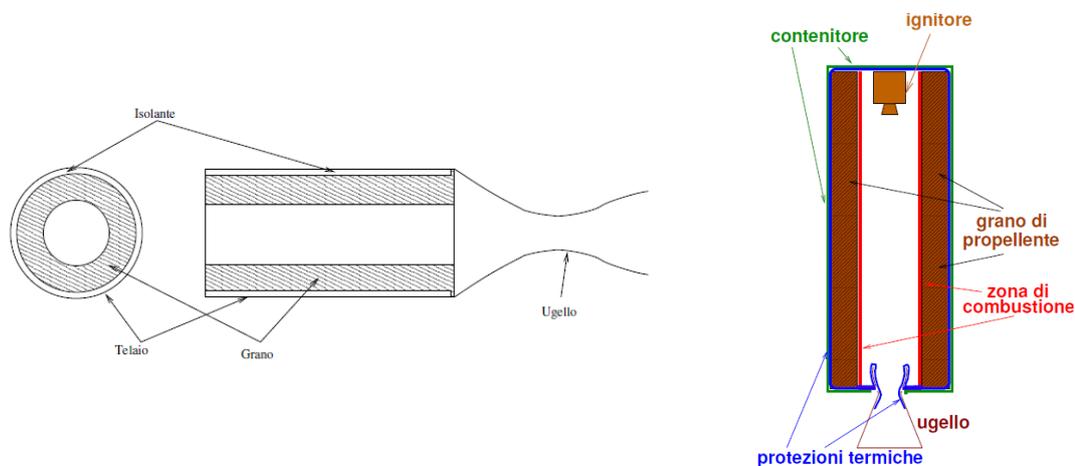


Figura 1.3: Schematizzazione e principali componenti di un endoreattore a propellente solido [8].

Si può intuire che il propellente solido presenta numerosi vantaggi rispetto al propellente liquido, ma non garantisce lo stesso controllo e la stessa durata. I razzi a propellente solido costano di meno, sprigionano una spinta maggiore e la possibilità di essere immagazzinati per lunghi periodi li rende più pratici in ambito militare. Una volta acceso, un propulsore semplice a propellente solido non può essere spento, poiché contiene tutti gli elementi necessari per la combustione all'interno della camera. Il prezzo da pagare per la semplicità costruttiva è un profilo di spinta dell'endoreattore non controllabile mediante una manetta, ma derivante da un attento e accurato design geometrico del grano, che brucia durante la combustione in modo prevedibile producendo gas di scarico. Le cause principali di malfunzionamento nei SRMs comprendono la frammentazione del grano, la rottura del legante e la formazione di sacche d'aria. Questi fenomeni possono produrre un aumento istantaneo della superficie di combustibile e un corrispondente aumento di gas di scarico e della pressione, che possono indurre il cedimento dell'involucro. Per motivi legati ai loro vantaggi e svantaggi, i SRMs trovano impiego quasi esclusivamente per i booster di ascesa in orbita di grandi lanciatori (come lo *Space Shuttle*).

Detto ciò, i componenti principali di un endoreattore di questo tipo sono soltanto la camera di combustione, contenente il grano, e l'ugello di scarico, le cui dimensioni sono calcolate in modo tale da mantenere una data pressione e produrre spinta dai gas di scarico.

L'elemento centrale di un SRM è il grano solido, in cui ossidante e combustibile sono inizialmente stabili e miscelati, perciò è necessario utilizzare un accenditore (*igniter*) pirotecnico o pirogeno per innescare il processo di combustione, dal quale scaturiscono i gas caldi, che espandono nell'ugello prima di essere espulsi. Dovendo la combustione essere svolta in maniera ottimale allo scopo di ottenere le prestazioni migliori possibili, uno studio accurato del meccanismo di combustione è fondamentale in tutti gli endoreattori chimici che sfruttano tale reazione. In particolare, negli endoreattori a propellenti liquidi tale studio non può prescindere dalla progettazione di un sistema di alimentazione e di iniettori ottimali allo scopo di favorire la completa riuscita del processo di combustione; mentre negli endoreattori a propellenti solidi il processo di combustione è strettamente legato alla geometria del grano, a quella delle cavità interne al grano, chiamate *ports*, e al meccanismo di regressione del grano durante la combustione. Dunque, il design ottimale del grano negli SRMs ha lo scopo di garantire la buona riuscita del processo di combustione, al fine di ottimizzare le prestazioni. Detto ciò, la disciplina che studia le caratteristiche di

combustione dei grani di propellente solido e l'influenza della geometria del grano sulla combustione prende il nome di *balistica interna*. La combustione, che avviene in fase gassosa, in quanto i propellenti pirolizzano e sublimano prima di reagire per effetto del calore proveniente dal fronte di fiamma o fornito dal sistema di accensione, si svolge in modo piuttosto regolare: la superficie della *port* recede, per effetto del consumo di propellenti, in direzione normale a sé stessa con una certa velocità di regressione del grano. Il meccanismo di regressione del grano è regolato facendo riferimento ad alcuni parametri fondamentali per la progettazione di un SRM, come il rateo di regressione  $r$  (*regression rate*), che dipende dalla composizione del grano, dalla pressione in camera di combustione  $p_c$ , dalla temperatura iniziale dei propellenti prima dell'accensione  $T_B$  e dalla velocità  $v_g$  dei gas combusti che lambiscono il grano stesso, e lo spostamento totale della superficie della *port* che brucia, chiamato *web thickness*  $w$ . Dopo aver fissato la composizione del grano, la temperatura  $T_B$  ad un valore di riferimento e con la velocità  $v_g$  quasi nulla, si può intuitivamente dedurre che:

$$\dot{r} = \dot{r}(p_c)$$

La forma di questa relazione è stata individuata empiricamente e, considerando le dipendenze appena esplicitate, può essere espressa nel seguente modo:

$$\dot{r} = ap_c^n \quad [1.9]$$

Dove  $a = a_0 * e^{\sigma_p(T_B - T_0)} * p_c^n$  e  $n$  sono costanti che dipendono dalla composizione del grano, dalla temperatura  $T_B$ , dalla temperatura di riferimento  $T_0$  e dalla sensitività termica  $\sigma_p$ . In particolare,  $\sigma_p$  e  $n$  descrivono rispettivamente la dipendenza del propellente dalla pressione e dalla temperatura. La velocità di regressione è influenzata anche da altri fattori, ad esempio comprimere il grano permette una migliore bruciatura oppure cambiare la conduzione di calore all'interno del grano fa variare il rateo di regressione. Tuttavia, avere un controllo totale su questi fenomeni è molto difficile, perciò è necessaria un'analisi accurata del comportamento del propellente, il quale dovrà generare una certa portata  $\dot{m}_B$  di gas caldo dal grano all'interno dell'endoreattore, evidentemente esprimibile nel seguente modo:

$$\dot{m}_B = \dot{r} * \rho_B * A_B$$

Dove  $\dot{r}$  è il rateo di regressione,  $\rho_B$  è la densità del grano e  $A_B$  è la superficie bruciata (*burning surface*) che arretra.

Negli endoreattori a propellenti solidi i requisiti sulle prestazioni riguardano principalmente l'impulso totale  $I_t$  e la spinta  $F$ . L'espressione della spinta in funzione del tempo è molto complicata perché richiederebbe uno studio dettagliato del grano che risulta molto complesso: esso, oltre a soddisfare i requisiti propulsivi, cioè fornire la portata in massa di gas nelle condizioni desiderate, deve sopportare carichi notevoli per via delle forti pressioni in camera di combustione. Tali carichi sono complessi (tridimensionali) e di carattere sia statico che dinamico. Inoltre il grano deve resistere anche a sforzi termici considerevoli. La spinta dipende, per definizione, dalla portata in massa  $\dot{m}_B$  dei gas combusti, quindi  $F$  è direttamente proporzionale alla superficie bruciata  $A_B$ . Da ciò si deduce che, a seconda di come  $A_B$  varia durante il tempo di combustione, il grano può essere:

- Neutro: la geometria è tale che  $dA_B/dt = 0$ . La combustione è detta neutra se le variazioni della spinta nel tempo si mantengono al di sotto del 15%;
- Progressivo: la geometria è tale che  $dA_B/dt > 0$ , perciò, nella fase in cui essa brucia, la spinta, la pressione in camera e la superficie di combustione aumentano;
- Regressivo: la geometria è tale che  $dA_B/dt < 0$ , perciò, nella fase in cui essa brucia, la spinta, la pressione in camera e la superficie di combustione diminuiscono.

Queste tre tipiche configurazioni del grano danno luogo ad andamenti della spinta, come quelli riportati in figura 1.4. Inoltre, in figura 1.5 sono rappresentati alcuni esempi di configurazioni di grani neutri. Le modalità, secondo cui viene fatto bruciare il grano, derivano da due geometrie principali: geometria a combustione frontale, in cui il centro di massa del grano, il quale, se è a sezione costante, risulta in questo caso neutro, si sposta durante la bruciatura; e geometria a combustione laterale, in cui la *port area*  $A_p$  aumenta durante la combustione. Da ciò si deduce che la geometria a combustione laterale risolve il problema dello spostamento del centro di massa del grano durante la bruciatura e garantisce una superficie  $A_B$  più grande, quindi una spinta più alta, rispetto a quella ottenibile con la geometria a combustione frontale, che, però, assicura un ottimo riempimento della camera di combustione e facilità costruttiva. Dopo la bruciatura, i gas caldi generati fluiscono attraverso la *port* verso l'ugello.

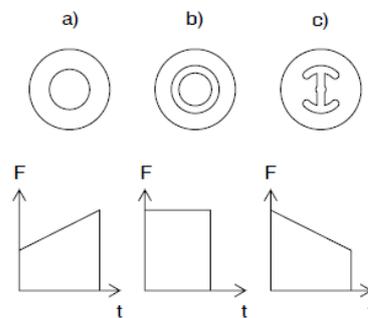


Figura 1.4: Profili di spinta ed esempi di grani progressivo, neutro e regressivo [7].

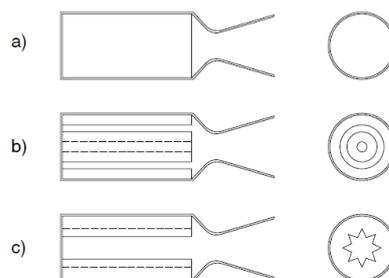


Figura 1.5: Configurazioni di grani neutri: a) a sigaretta, b) a barra e tubo, c) a stella [7].

Infine, essendo meno controllabili dei LREs, gli SRMs vengono dotati di un dispositivo di distruzione oppure di un dispositivo di terminazione della spinta. Diverse sono le possibili modalità di spegnimento di un endoreattore a propellenti solidi: l'utilizzo di un liquido, che inibisce la fiamma, la generazione di una variazione di pressione tale da destabilizzare la fiamma oppure un abbassamento della pressione in camera di combustione tale da arrestare le reazioni chimiche in atto.

### 1.2.3 HREs (Endoreattori a propellenti ibridi o *Hybrid Rocket Engines*)

Gli endoreattori a propellenti ibridi nascono con l'intento di unire i pregi dei LREs (come la controllabilità) con quelli dei SRMs (come la semplicità e l'affidabilità) provando ad eliminarne gli aspetti negativi. Gli HREs utilizzano un ossidante ed un combustibile in stati fisici della materia differenti. Solitamente, il combustibile è solido e l'ossidante è liquido. Una simile configurazione comporta i seguenti vantaggi (di cui solo gli ultimi tre vanno considerati rispetto ad un endoreattore a propellenti liquidi, mentre gli altri rispetto ad un endoreattore a propellenti solidi):

- ◇ Possono essere regolati, quindi si può variare il livello della spinta (controllando la portata di ossidante);
- ◇ Possono essere riaccesi, qualora richiesto durante la missione;
- ◇ Maggiore velocità efficace di scarico, quindi impulso specifico;
- ◇ Maggiore sicurezza (il fattore controllante la combustione è la portata di ossidante, quindi non semplicemente la superficie di combustione, perciò questa non risente di fratture, che si potrebbero sviluppare all'interno del grano);
- ◇ I gas combusti non sono tossici perché si utilizzano propellenti tali da non produrre tossicità;
- ◇ Maggiore sicurezza di fabbricazione, di manipolazione e di immagazzinamento (il grano solido è costituito solo dal combustibile, quindi, a differenza di quello dei SRMs, che è già miscelato, è inizialmente inerte) perché non ci sono possibilità di esplosione o detonazione;
- ◇ Maggiore affidabilità perché, a differenza dei LREs, negli HREs è richiesto un sistema di alimentazione per il solo ossidante, quindi ciò diminuisce la complessità dell'impianto ed i conseguenti rischi di malfunzionamento;
- ◇ Minor costo (conseguenza della minore complessità);
- ◇ Maggior compattezza, dovuta alla maggiore densità del combustibile, che a differenza di quello nei LREs, è immagazzinato allo stato solido.

A questi vantaggi si contrappongono i seguenti svantaggi (di cui i primi tre sono valutati rispetto ad endoreattori a propellenti solidi, gli ultimi due sia rispetto ai LREs che ai SRMs, mentre gli altri rispetto ad endoreattori a propellenti liquidi):

- ◇ Minor compattezza, a causa della minor densità dell'ossidante, che, a differenza di quello nei SRMs, è immagazzinato allo stato liquido;

- ◇ Maggior residuo di combustibile incombusto (*sliver*), che rimane nella camera di combustione (tale residuo è evidentemente penalizzante ai fini delle prestazioni dell'endoreattore);
- ◇ Rateo di regressione molto inferiore rispetto a quello dei SRMs;
- ◇ Quando si presenta la necessità di modulare la spinta, il rapporto ossidante/combustibile varia sensibilmente, a detrimento della velocità efficace di scarico;
- ◇ Minor efficienza del processo di combustione (una piccola quantità di propellente rimane incombusta);
- ◇ A differenza dei SRMs e dei LREs, il rapporto di miscela, definito nella sotto-sezione 1.1.2, e, di conseguenza, l'impulso specifico sono variabili (in regime stazionario ed in regolazione) durante le fasi operative del motore a causa di un meccanismo di combustione molto complesso;
- ◇ La fattibilità dell'applicazione su larga scala di tale sistema propulsivo non è ancora stata ampiamente dimostrata.

Questi vantaggi e svantaggi degli HREs determinano le loro tipiche performance, che, come accennato, in alcuni casi sono simili a quelle dei LREs e in altri casi a quelle dei SRMs perché l'obiettivo degli endoreattori a propellenti ibridi è quello di provare ad unire i loro pregi, ma da ciò scaturiscono inevitabilmente altri difetti, i cui effetti negativi sulle prestazioni, dopo un'analisi estremamente accurata, vanno mitigati per quanto possibile in fase di progettazione.

Gli HREs e i LREs sono accomunati dalla presenza di un sistema di alimentazione (analogo a quelli descritti nella sotto-sezione 1.2.1), reso necessario dall'utilizzo di un ossidante in fase liquida e dall'obiettivo di rendere il sistema propulsivo capace di spegnersi e riaccendersi. Mentre, gli HREs e i SRMs sono accomunati dalla presenza di un grano solido, però stavolta costituito soltanto da combustibile (quindi più sicuro), con cavità, all'interno delle quali si sviluppa il complesso meccanismo di combustione. Dunque, la maggior semplicità meccanica e costruttiva rispetto ai LREs (meno sistemi idraulici, meno valvole ed operazioni più semplici), le minori precauzioni in termini di sicurezza necessarie per il loro utilizzo e la possibilità di aggiungere nel grano solido degli additivi metallici, che permettono di aumentare l'impulso specifico, rispetto ai SRMs, rende gli HREs particolarmente competitivi sul piano economico in ambito spaziale.

La variazione del rapporto di miscela e di impulso specifico durante il funzionamento del motore rappresentano un problema intrinseco degli HREs, poiché con il procedere della combustione del grano, la quantità di gas prodotta cresce in funzione della sempre maggiore superficie interessata: ciò comporta una variazione del rapporto di miscela rispetto al valore iniziale anche nel caso di flusso di ossidante in condizioni stazionarie. Tale fenomeno prende il nome di *mixture ratio shifting* [9].

Un altro problema, che, però, va opportunamente mitigato per non ottenere delle prestazioni troppo più basse rispetto a quelle degli altri endoreattori chimici, è quello del basso rateo di regressione del grano. Tale problematica, che sarà ampiamente affrontata nelle seguenti sezioni, ha effetti negativi molto importanti, come basse densità di spinta e vettori con un rapporto lunghezza/diametro elevato.

Detto ciò, questa tipologia di endoreattore sarà trattata con maggior livello di dettaglio nelle seguenti sezioni dell'elaborato, poiché argomento centrale della tesi.

### 1.3 Endoreattori a propellenti ibridi

I motori a razzo a propellenti ibridi erano inizialmente usati per piccoli razzi costruiti su specifiche militari durante gli anni '60 e '80. Nonostante i vantaggi degli endoreattori a propellenti ibridi nei confronti di quelli a propellenti solidi e liquidi e l'esperienza acquisita nel corso di due decenni, un motore a razzo ibrido non è mai stato sviluppato per un lanciatore o un veicolo spaziale fino a questo secolo. Ciò si verifica perché gli HREs classici utilizzavano combustibili polimerici, che hanno una bassa velocità di combustione. Tale problematica conduceva verso una geometria complessa del grano di combustibile solido. A tal proposito, sono stati effettuati numerosi test con diverse configurazioni di geometria del grano, geometrie e posizioni degli iniettori, tipologie di iniezione ed aggiunta di metalli per aumentare il rateo di regressione, in modo da ottenere un motore a razzo con un complesso sistema di iniettori che raggiungesse una velocità anche cinque volte maggiore. All'inizio degli anni '90, diversi gruppi di ricerca statunitensi iniziarono a studiare i combustibili criogenici. Durante i test con idrocarburi solidi sono stati trovati tassi di regressione dieci volte più alti di quelli dei combustibili polimerici classici. Combinando questi combustibili con idrocarburi con alcune delle tecniche di iniezione e di drogaggio del metallo, sono stati raggiunti tassi circa venti volte superiori a quelli classici. Dopo molte serie di test ed analisi sperimentali, teorie matematiche che descrivono questo tipo di combinazione sono state sviluppate ed estese sia ai combustibili criogenici che a quelli non criogenici [10].

Lo studio degli endoreattori a propellenti ibridi cominciò negli anni '30, quando i LREs e i SRMs erano allo sviluppo iniziale. A metà degli anni '40, la Pacific Rocket Society compì il primo sforzo significativo nella ricerca su HREs: dopo aver utilizzato come ossidante LOx (ossigeno liquido) con diversi combustibili solidi, riuscì a far volare con successo nel 1951 un propulsore, dotato di un ugello in lega di alluminio, con LOx ed un combustibile a base di gomma, raggiungendo un'altitudine di circa 10 km. Da questo test scaturirono le seguenti affermazioni: “La pressione della camera di un motore a razzo a propellenti ibridi è proporzionale al flusso di ossidante e non alla superficie interna esposta alla fiamma. Non ci sono pericoli di esplosione causati da eventuali crepe o fessure nel grano come negli endoreattori a propellenti solidi comunemente usati per i booster” [11], [12].

Dalla fine degli anni '40 fino al 1956, George Moore e Kurt Berman effettuarono un'indagine analitica e sperimentale presso la General Eletrics Company, usando il polietilene come combustibile ed il perossido di idrogeno come ossidante [10], [13]. L'obiettivo dell'analisi era quello di aumentare le prestazioni dell' $H_2O_2$  come monopropellente, ma si notò che l'aggiunta di una piccola quantità di tale combustibile (15%) comportava un aumento dell'impulso specifico del 70%. Di conseguenza, gli autori hanno concluso che l'uniformità longitudinale era notevole, che le incrinature del grano non avevano influenzato la combustione, che la combustione era stabile perché la superficie del combustibile fungeva essa stessa da fiamma, che la strozzatura era facilmente realizzabile con una singola valvola e che un alto rapporto di miscela era desiderabile per rendere più facilmente uniforme la combustione nella camera; tuttavia si osservò che l'instabilità termica dell' $H_2O_2$  rappresentava un problema [12]. Detto ciò, anche in questo elaborato si farà riferimento a tale combinazione di propellenti, ovvero perossido di idrogeno (HP) come ossidante liquido e polietilene (PE) come combustibile solido.

Gli HREs continuarono ad essere testati, analizzati e riproposti allo scopo di eseguire esperimenti, che permettessero di avvicinarli sempre di più ad applicazioni in ambito spaziale, fino alla fine degli anni '90. Durante questo periodo, il problema principale dei razzi ibridi su larga scala era il basso tasso di regressione, dovuto alla natura diffusiva del processo di combustione [14]. Il tasso di regressione, che ha lo stesso significato fisico esplicitato nella sotto-sezione 1.2.2, ma evidentemente differenti dipendenze rispetto ai SRMs, è la velocità di combustione radiale del grano di combustibile solido. Se tale velocità assume un valore relativamente basso, si ottiene un livello di spinta molto contenuto: ciò renderebbe gli endoreattori a propellenti ibridi inutilizzabili per le applicazioni spaziali desiderate, ovvero quelle tipiche dei LREs e dei SRMs.

Dunque, dopo una ricerca durata ottanta anni, i motori a razzo a propellente ibrido continuano ad essere studiati. Questo lavoro ha portato allo sviluppo di teorie di combustione, di diversi combustibili solidi ed ossidanti, di tecniche di produzione e di strutture di prova. Attualmente, i primi progetti mostrano la necessità di sviluppare razzi di lancio sicuri con alto impulso specifico ed alto livello di spinta per raggiungere i requisiti di volo spaziale su orbita terrestre bassa e superiore. Su una scala più piccola, la fattibilità degli HREs è già stata dimostrata, come nel caso di SpaceShipOne e SpaceShipTwo.

Da questa breve digressione a scopo introduttivo, utile per collocare l'argomento centrale dell'elaborato nel contesto reale di sviluppo, si può intuitivamente dedurre che l'obiettivo ultimo dello studio degli endoreattori a propellenti ibridi mira al raggiungimento di un livello di qualità e di proprietà tali da renderli utilizzabili nella propulsione spaziale allo stesso livello degli endoreattori a propellenti solidi e di quelli a propellenti liquidi, o addirittura da superare quello dei motori a razzo solidi.

La scelta di rivolgere il lavoro di tesi verso gli HREs è scaturita dall'idea di applicare un endoreattore a propellenti ibridi, progettato seguendo un opportuno criterio di ottimizzazione, per sostituire gli stadi superiori del lanciatore europeo *Vega*. Detto ciò, dopo l'identificazione dei vantaggi e degli svantaggi degli endoreattori a propellenti ibridi (nella sotto-sezione 1.2.3) e la seguente analisi del loro sviluppo storico, è opportuno descrivere nel dettaglio il modello di riferimento, i propellenti, i principi di funzionamento e le problematiche fondamentali.

### **1.3.1 Modello di riferimento, principali applicazioni e propellenti**

Sulla base delle considerazioni brevemente esposte e discusse nella sotto-sezione 1.2.3, gli endoreattori a propellenti ibridi possono essere comunemente rappresentati mediante il modello di architettura mostrato in figura 1.6 [9], nonostante i propellenti indicati nella figura non siano quelli dell'endoreattore considerato in questo elaborato. Tale architettura di riferimento prevede la presenza di un ossidante liquido ed un combustibile solido ed è tipicamente utilizzata per un booster in accoppiamento con un sistema di alimentazione pressurizzato (*Pressurized systems*), analogo a quelli descritti nella sotto-sezione 1.2.1. Nella sua forma più semplice, un razzo ibrido è composto da un serbatoio in pressione contenente il propellente liquido, una camera di combustione contenente il propellente solido ed una valvola che li isola. In questa configurazione l'ossidante viene iniettato in una camera di pre-combustione a monte del grano di combustibile solido, che presenta una o più cavità assiali interne (*ports*), in cui avviene la combustione principale, similmente a quanto descritto nella sezione 1.2.2 a meno del modello considerato per rappresentare il rateo di

regressione, che evidentemente è differente nel caso degli HREs. Di solito, a valle del grano è presente una camera di miscelamento (*mixing chamber*) in grado di garantire una più completa reazione dei propellenti prima dell'espansione nell'ugello, il quale rappresenta l'ultimo componente dell'endoreattore in esame. Ai fini dell'accensione, viene introdotta una fonte di calore adeguata nella camera di pre-combustione, poi viene aperta una valvola. L'accensione di un HRE può essere ottenuta tramite fluidi ipergolici, opportuni combustibili solidi, che si accendono spontaneamente a pressione e temperatura ambiente quando investiti dal flusso dello specifico ossidante utilizzato, o sistemi di accensione elettrici. Tali fonti sono responsabili della produzione del calore necessario per attivare la gassificazione del combustibile solido dalla sommità del grano. Successivamente, l'attivazione del sistema di alimentazione dell'ossidante permette la propagazione del fronte di fiamma verso la base dell'endoreattore e l'accensione dell'intero grano, quindi il propellente liquido fluisce nella camera dove viene vaporizzato e reagisce col propellente solido. La combustione avviene in una zona dello strato limite nelle *ports* nei pressi della superficie del propellente solido.

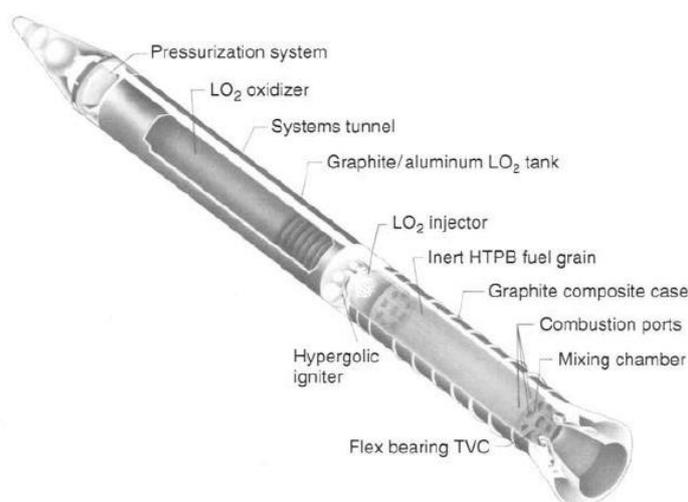


Figura 1.6: *Concept design* di un booster ibrido potenzialmente impiegabile per il lancio dello *Space Shuttle* [9].

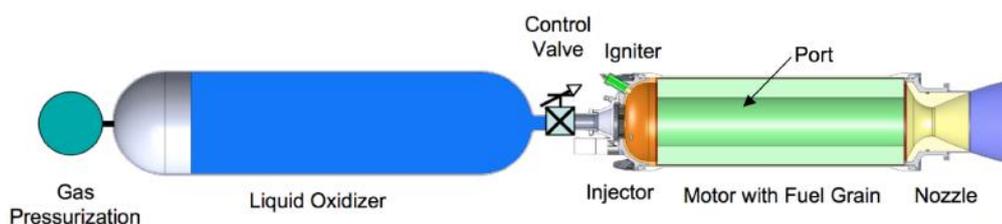


Figura 1.7: Modello concettuale semplificato di endoreattore a propellenti ibridi [15].

In riferimento alla sotto-sezione 1.2.3, le caratteristiche di un HRE lo rendono adatto a missioni che richiedono regolazione, spegnimento e riaccensione, propellenti immagazzinabili e non tossici, operazioni di produzione e azionamento senza rischio di esplosione. Esempi di applicazioni di questo tipo sono boosters utilizzabili nei primi e ultimi stadi di lanciatori e nei sistemi di manovra per satelliti. Queste tipologie di applicazioni si discostano rispetto a quelle militari, per cui inizialmente gli HREs venivano progettati, a causa dell'attuale necessità di realizzare boosters per il lancio di vettori spaziali.

I propellenti utilizzati nelle prime applicazioni degli endoreattori ibridi sono stati: ossidi di azoto (ossidante) e polimetilmetacrilato (combustibile) con aggiunta di magnesio per applicazioni a bassa energia ( $I_{s_{vuoto}} \sim 250$  s) e composti a base di cloro, fluoro e ossigeno liquido (ossidanti) e idruri di berillio, litio, alluminio legati da un polimero (combustibili) per applicazioni ad alta energia ( $I_{s_{vuoto}} \sim 350$  s). In realtà, nonostante le potenziali prestazioni ottenute mediante questi propellenti siano molto alte, nessun endoreattore con un accoppiamento di simili propellenti ha mai volato, a causa di problematiche progettuali. Come si può osservare dalla figura 1.6, una scelta più pratica di propellenti utilizzabili per endoreattori ibridi negli ultimi stadi di un lanciatore, seppur con prestazioni inferiori rispetto a quelle potenzialmente raggiungibili utilizzando i propellenti appena elencati, consiste nell'uso di HP (perossido di idrogeno) come ossidante, immagazzinabile per le tempistiche tipiche di queste missioni (qualche mese), e HTPB (oligomero del butadiene, cioè una gomma sintetica comunemente usata per la produzione di pneumatici) come combustibile. Per un HRE di maggiori dimensioni, utilizzabile come booster, l'ossidante maggiormente indicato è il LOx (ossigeno liquido criogenico) perché, oltre alle ragioni di tipo prestazionale ed economiche, la sua combustione con HTPB produce fumi non tossici [9].

### 1.3.2 Descrizione del processo di combustione e trasmissione del calore

Il processo di combustione nello strato limite (*boundary layer combustion*), anticipato nelle precedenti sezioni, è il meccanismo principale di generazione del gas caldo nei razzi ibridi. Tale processo è mostrato attraverso il semplice modello in figura 1.8, in cui lo spessore della fiamma e la posizione dello strato limite sono illustrati approssimativamente in scala. La zona di fiamma è relativamente profonda nello strato limite e la fiamma tende ad essere più o meno *fuel rich* a seconda della posizione considerata e delle temperature (relativamente basse) della fiamma misurate nello strato limite. Detto ciò, il meccanismo di combustione all'interno della camera, può essere descritto nel seguente modo:

- Il combustibile solido (*Fuel Grain*) viene vaporizzato per effetto del flusso di calore proveniente dalla zona della fiamma (*Flame zone*) interna allo strato limite del flusso di massa, che attraversa le *ports* del grano;
- Il combustibile, vaporizzato mediante scambio termico per convezione, viene convogliato attraverso i moti convettivi verso la zona della fiamma;
- L'ossidante liquido della corrente indisturbata (nella parte alta della figura 1.8) viene trasportato verso la zona della fiamma, dove incontra il combustibile vaporizzato, a causa dei fenomeni di turbolenza e di quelli diffusivi;
- La combustione effettiva avviene all'interno dello strato limite, in cui si raggiunge la condizione stechiometrica.

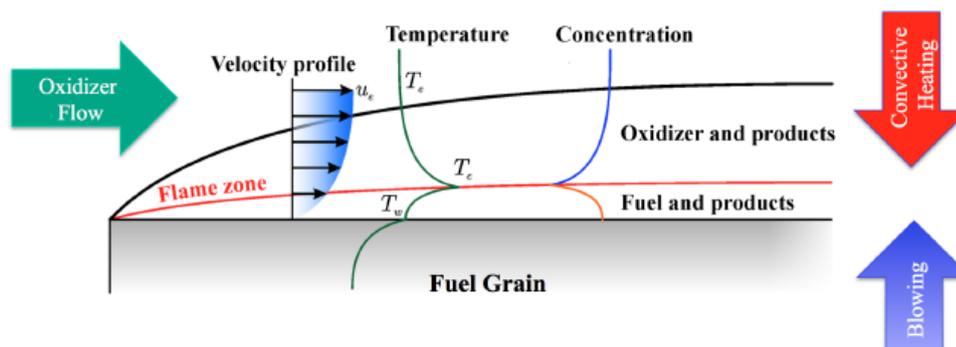


Figura 1.8: Combustione nello strato limite del flusso di massa dell'ossidante [15].

In realtà, al fine di ottenere la coerenza col modello descritto nella sotto-sezione 1.3.1, la modellizzazione appena considerata deve presupporre la presenza di un flusso di massa di ossidante e combustibile vaporizzato in combustione, proveniente dalla camera di pre-combustione a monte del grano solido.

Il processo di combustione è fondamentale negli ibridi perché le prestazioni di un motore di questo tipo dipendono (in termini di impulso specifico) dal grado di miscelazione del flusso raggiunto in camera di combustione. Da ciò deriva il motivo dell'introduzione della *mixing chamber*. Le alte prestazioni scaturirebbero da un'alta efficienza della combustione, che è direttamente legata all'accuratezza, con cui l'ossidante incombusto, che esce dalla *combustion port*, viene miscelato con combustibile incombusto proveniente dai *sub-layers* dello strato limite del flusso in camera. Talvolta, *combustion ports* multiple favoriscono l'elevata efficienza della combustione, derivante dall'ambiente di miscelazione turbolento, che si creerebbe allo scopo di sfruttare quella parte di ossidante e di combustibile a valle del grano solido non reagiti nella camera di combustione [9].

In riferimento a quanto discusso nella sotto-sezione 1.2.2, in un endoreattore a propellenti solidi, l'ossidante e il combustibile sono ben miscelati dall'inizio, perciò la combustione si verifica come risultato delle reazioni chimiche che procedono dalle superfici interne del propellente solido. In questo caso, la velocità della combustione del propellente solido è controllata dalla camera di combustione ed è legata all'espressione del rateo di regressione, che dipende dalla pressione in camera (equazione [1.9]). Detto ciò, il grano di un endoreattore a propellenti ibridi non contiene l'ossidante, perciò il processo di combustione e il rateo di regressione della superficie del grano solido sono differenti rispetto a quelli dei SRMs. Poiché il grano deve essere vaporizzato prima che la combustione vera e propria si verifichi, la regressione della superficie del grano è intrinsecamente legata all'accoppiamento tra l'aerodinamica del flusso, che lambisce la *combustion port*, e lo scambio di calore in corrispondenza della superficie del grano. D'altronde, la regione primaria della combustione sulla superficie del grano è limitata da una zona ristretta della fiamma, interna allo strato limite del flusso che lambisce la *combustion port* [9].

Da questa descrizione del meccanismo di combustione si possono dedurre i fattori che interessano lo sviluppo dello strato limite sul grano e quindi il rateo di regressione  $\dot{r}$ . Tali fattori includono: pressione  $p_c$ , temperatura del gas, composizione del grano, portata  $\dot{m}_o$  di ossidante, che attraversa la *combustion port*, e la lunghezza  $L_B$  della *combustion port* [9].

Le relazioni, riferite allo scambio termico tra fase gassosa e fase solida in camera di combustione, dipendono dalla tipologia dello strato limite (se laminare o turbolento). In generale, non si realizzano le condizioni aerodinamiche e termiche tali per cui lo strato limite possa essere assunto laminare, perciò le proprietà dello strato limite turbolento, creatosi durante la combustione, governano lo scambi termico convettivo nel grano. A causa di tale turbolenza, si generano zone di ricircolo adiacenti alla superficie del grano che favoriscono l'aumento del rateo di regressione (almeno localmente). Inoltre, il modello utilizzato, che sarà descritto nel dettaglio successivamente, considera il rateo di regressione  $\dot{r}$  insensibile alle variazioni di temperatura del grano. Tale assunzione è accettabile in quanto reazioni chimiche eterogenee (in cui le velocità di reazione sono dipendenti dalla temperatura) tra ossidante e combustibile sulla superficie del grano sono assenti e la variazione del contenuto di energia termica del grano, che ne risulterebbe, è piccola rispetto allo scambio di calore necessario per innescare la vaporizzazione della superficie del combustibile [9].

Per quanto riguarda i meccanismi di trasmissione del calore in corrispondenza della superficie del grano durante la combustione, in un HRE possono verificarsi prevalentemente scambi termici convettivi e radiativi. Di solito, lo scambio termico per convezione domina, perciò si parla di *trasmissione del calore per convezione in strato limite turbolento* del flusso generato. Detto ciò, considerando le assunzione sul problema discusse e le principali grandezze fisiche di interesse, dal bilancio energetico sulla superficie del grano si ricava analiticamente la seguente espressione del rateo di regressione:

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = 0.036 \frac{G^{0.8}}{\rho_f} \left(\frac{\mu}{x}\right)^{0.2} \beta^{0.23} \quad [1.10]$$

Dove  $G = \frac{\dot{m}}{A_p}$  è la portata di propellente per unità di superficie che attraversa le cavità del grano, misurata in riferimento all'area  $A_p$  della *combustion port*,  $x$  è la posizione assiale,  $\rho_f$  è la densità del combustibile in fase solida,  $\mu$  è la viscosità dinamica dei gas combusti e  $\beta$  è il *blowing coefficient*, ovvero la portata di combustibile gassificato adimensionale, valutata in corrispondenza della superficie del grano. Il *blowing coefficient* è indicativo della portata di combustibile prodotta in riferimento allo scambio di calore, necessario per effettuare il cambiamento di fase da solida a gassosa. Dall'espressione [1.10], che sarà richiamata nelle seguenti sotto-sezioni perché emblematica del modello matematico utilizzato nell'elaborato, si osserva che la dipendenza dalla pressione in camera di combustione  $p_c$  non è considerata. Ciò deriva dal gran numero di esperimenti che hanno dimostrato la ragionevole accettabilità di tale modello per la maggior parte dei propellenti applicati (l'influenza di  $p_c$  diventa rilevante soltanto per combustibili, ai quali sono aggiunti metalli) [9]. Si dimostra che, a differenza degli endoreattori a propellenti solidi, il rateo di regressione negli ibridi non dipende dalla pressione in camera di combustione, eccetto che per flussi di massa  $G$  del propellente molto bassi, in cui gli effetti dello scambio termico per irraggiamento diventano importanti, e per flussi di massa  $G$  del propellente molto alti, in cui gli effetti della cinetica chimica sono considerevoli [15]. L'indipendenza dalla pressione in camera di combustione rende  $p_c$  una variabile libera nel design del motore, quindi il progettista può ottimizzare  $p_c$  per una determinata missione indipendentemente dal rateo di regressione  $\dot{r}$ : ciò rappresenta un enorme vantaggio degli HREs.

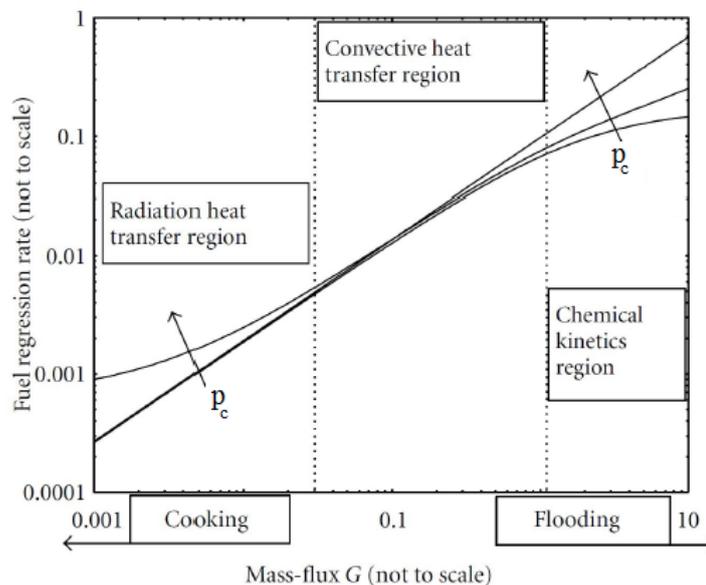


Figura 1.9: Andamento del rateo di regressione in funzione del flusso di massa di propellente.

Sulla base di quanto affermato, in un grafico (mostrato in figura 1.9) che rappresenta l'andamento del rateo di regressione in funzione del flusso di massa  $G$  del propellente sono qualitativamente individuabili tre differenti regioni riferite ai meccanismi di trasmissione del calore:

- Per valori di  $G$  contenuti, lo scambio termico per irraggiamento non può essere trascurato e il rateo di regressione è funzione della pressione parziale delle specie gassose emesse e delle dimensioni della camera di combustione. In questa regione si riscontra un limite inferiore per il flusso di massa  $G$  a causa di un fenomeno chiamato *cooking*. In tale regime di funzionamento, il combustibile solido rimane all'interno dello strato limite termico troppo a lungo, perciò si verifica la fusione degli strati inferiori alla superficie di combustibile del grano.
- Per valori di  $G$  intermedi, lo scambio termico dominante è quello per convezione e il rateo di regressione dipende dal flusso di massa  $G$ .
- Per valori di  $G$  elevati, gli scambi termici sono guidati dalla cinetica chimica e, di conseguenza, il rateo di regressione è funzione della pressione in camera di combustione. In questo regime di funzionamento si riscontra un limite superiore per il flusso di massa  $G$  a causa di un fenomeno chiamato *flooding*, che può determinare l'estinzione della zona di fiamma presente nello strato limite.

Dunque, da tali andamenti si deduce che per avere una convezione più forte, si può aumentare la quantità di ossidante mandato in camera nell'unità di tempo. Tuttavia, non conviene aumentare troppo la portata di ossidante in ingresso perché si comincerebbe ad avvertire l'effetto della pressione in camera di combustione, che, se non fosse ad un livello adeguato, porterebbe ad un fenomeno di allargamento del flusso (*flooding*), a causa del quale la fiamma si spegnerebbe. In realtà, anche riducendo lo scambio termico per

convezione, la pressione in camera sarebbe risentita perché tale scambio termico diventerebbe confrontabile con quello per irraggiamento, per cui la dipendenza tra il rateo di regressione e la pressione in camera non potrebbe essere trascurata [6].

In conclusione, sapendo che i valori di flusso di massa  $G$  tipici per combustibili senza aggiunta di metalli rientrano nel range intermedio, l'assunzione di trascurare lo scambio termico per irraggiamento è accettabile, perciò, in questo elaborato si adotterà un modello simile a quello dell'espressione [1.10], in cui si considererà soltanto lo scambio termico per convezione e, di conseguenza, l'indipendenza del rateo di regressione dalla pressione in camera di combustione.

### 1.3.3 Prestazioni e problematiche

Le prestazioni di un endoreattore a propellenti ibridi sono strettamente legate al suo funzionamento, descritto nella precedente sotto-sezione, e possono essere calcolate sulla base di accettabili ipotesi di partenza, che semplificano il problema e permettono di definire il modello matematico di riferimento. Considerando il modello, presentato nella precedente sotto-sezione, e, di conseguenza, l'equazione [1.10], dai valori degli esponenti riportati in questa espressione, si può intuire che il rateo di regressione è fortemente influenzato da  $G$  e debolmente da  $x$  e  $\beta$ . Inoltre, all'aumentare della lunghezza  $L_B$  del grano, anche il flusso di massa totale  $G$  cresce all'interno della *port* perché viene aggiunto del combustibile al flusso nella *port* lungo il percorso assiale. Da ciò si potrebbe dedurre un conseguente aumento del rateo di regressione imputabile all'incremento di  $G$  lungo l'asse del grano. Tuttavia, si è osservato sperimentalmente che il legame tra  $\dot{r}$  e  $L_B$  è fortemente dipendente dalle modalità di iniezione dell'ossidante nel motore e dal design della camera di pre-combustione, perciò non è possibile affermare a priori in maniera univoca quale sia il suo andamento. Dunque, data la debole dipendenza da  $x$ , ci si aspetta che  $\dot{r}$  cresca all'aumentare della lunghezza assiale a causa dell'incremento di  $G$ , ma si è osservato che  $\dot{r}$  può sia crescere che diminuire all'aumentare di  $x$ , che dipende dalla configurazione del motore. In generale, si può affermare che al crescere della posizione assiale  $x$  si verificano aumenti del flusso di massa, dello spessore dello strato limite, della temperatura media dei gas nella *combustion port* e della distanza tra la superficie del grano e la zona di fiamma, mentre la concentrazione di ossidante diminuisce per effetto della combustione in corso.

Detto ciò, l'espressione [1.10] può essere semplificata e resa più adatta ai fini di un design preliminare di endoreattori a propellenti ibridi nel seguente modo:

$$\dot{r} = a * G_o^n \quad [1.11]$$

Dove  $a$  e  $n$  sono parametri ricavati da test sperimentali eseguiti sui propellenti, quindi dipendono dalla combinazione di propellenti utilizzata. Tipicamente il rateo di regressione di un HRE è dell'ordine di pochi millimetri al secondo. L'equazione [1.11] raggruppa gli effetti di  $x$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  e  $\rho_f$  in un'unica costante  $a$  e sostituisce l'esponente del flusso di massa  $G$  con il valore  $n$ , poiché sono state individuate deviazioni sperimentali dal valore 0.8 ottenuto analiticamente. Inoltre, si preferisce far riferimento alla portata di ossidante  $G_o = \frac{\dot{m}_o}{A_p}$  per unità di superficie perché è possibile conoscerla in qualsiasi momento, a differenza di  $G$  che

è difficile da determinare [9]. Tale espressione semiempirica sarà caratteristica del modello di *regression rate* adottato in questo elaborato.

Detto ciò, esistono anche altre formulazioni di carattere semi-empirico, che esprimono il rateo di regressione, tenendo conto degli effetti, osservati sperimentalmente, imputabili alla variazione delle grandezze fisiche considerate durante la prova sperimentale in questione. Un'espressione alternativa alla [1.10], però di carattere semi-empirico, è la seguente:

$$\dot{r} = a * G_o^n * p_c^m * D_p^l$$

Dove  $D_p$  è il diametro idraulico della *combustion port* e i valori tipici degli esponenti sono  $0 < m < 0.25$  e  $0 < l < 0.7$ . Questa formulazione evidenzia alcune problematiche centrali del design di endoreattori a propellenti ibridi, come la scalabilità delle performance. La carenza di dati validi per motori di differenti dimensioni non permette ancora di comprendere pienamente gli effetti di scala. Per il futuro, la tendenza è quella di migliorare l'approccio alla CFD (*Computational Fluid Dynamics*), al fine di risolvere il sistema di equazioni rappresentativo del campo di moto del flusso generato in un ibrido e quindi anche il problema dell'effetto della scala [9].

Dopo aver definito il modello matematico generale, su cui questo elaborato si baserà, la definizione delle prestazioni passa anche attraverso la consapevolezza delle principali problematiche, che riguardano gli HREs:

- ◇ *Mixture ratio shifting*: variazione del rapporto di miscela durante il funzionamento;
- ◇ Inaccuratezza del modello adottato;
- ◇ Rateo di regressione relativamente basso;
- ◇ Rateo di erosione della gola nell'ugello talvolta non trascurabile.

Prima di introdurre queste problematiche, è necessario analizzare brevemente il comportamento dinamico di un HRE. A tale scopo si introduce l'equazione di conservazione della portata nella camera di combustione:

$$\frac{\partial(\rho_c V_c)}{\partial t} = \dot{m}_{IN} - \dot{m}_{OUT} = \dot{m}_o + \dot{m}_f - \frac{p_c * A_t}{c^*}$$

Dove  $\rho_c$ ,  $V_c$  sono rispettivamente la densità e il volume del gas in camera di combustione,  $\dot{m}_{IN} = \dot{m}_o + \dot{m}_f$  e  $\dot{m}_{OUT} = \frac{p_c * A_t}{c^*}$  sono rispettivamente la portata in massa in ingresso e quella in uscita dalla camera. Trascurando in prima approssimazione il fenomeno dell'erosione nella gola dell'ugello ed in riferimento all'equazione [1.3], si esprime la portata di propellente in regime stazionario come costituita dal contributo dell'ossidante e da quello del combustibile:

$$\dot{m} = \dot{m}_o + \dot{m}_f = \frac{p_c * A_t}{c^*}$$

Richiamando le equazioni [1.4] e [1.6], si esprime la spinta nel seguente modo:

$$F = \dot{m} * I_s * g_0 = (\dot{m}_o + \dot{m}_f) I_s * g_0$$

Da questa espressione si deduce che la regolazione di un endoreattore a propellenti ibridi può essere eseguita agendo sulla portata in massa di ossidante. Tale regolazione è effettuata mediante una valvola lungo la linea di alimentazione del motore (come si osserva nel modello in figura 1.7). Inoltre, la spinta  $F$  dipende linearmente dalla portata complessiva  $\dot{m}$  del propellente, ma non linearmente dalla portata di ossidante  $\dot{m}_o$ . Ciò può essere facilmente notato da semplici passaggi algebrici, infatti, considerando una sola *port area*  $A_p$ , l'equazione [1.11] può essere riscritta:

$$\dot{r} = a \left( \frac{\dot{m}_o}{A_p} \right)^n$$

Assumendo  $\dot{r}$  costante lungo la coordinata assiale e considerando una combustione laterale, si può ricavare la portata di combustibile, analogamente a come è stata espressa nella sotto-sezione 1.2.2 per gli endoreattori a propellenti solidi:

$$\dot{m}_f = \dot{r} * \rho_f * A_B = \dot{r} * \rho_f (P * L_B) \quad [1.12]$$

Dove  $A_B$  indica la superficie di combustibile che brucia,  $P$  è il perimetro nella sezione trasversale della superficie da bruciare e  $L_B$  è la lunghezza del grano. Combinando le ultime due espressioni si può esplicitare il legame tra la portata di combustibile e le altre grandezze:

$$\dot{m}_f = a * \rho_f * P * L_B * A_p^{-n} * \dot{m}_o^n$$

Dunque, il legame tra la portata di ossidante, che è controllata dalla valvola di regolazione, e quella di combustibile è intrinsecamente non lineare negli HREs, a differenza dei LREs, in cui queste due portate sono indipendenti. Ciò ha delle conseguenze anche sul rapporto di miscela  $MR$ , espresso dalla relazione [1.8]:

$$MR = \frac{\dot{m}_o}{a * \rho_f * P * L_B * A_p^{-n} * \dot{m}_o^n} = \frac{\dot{m}_o^{1-n}}{k_B}$$

Dove  $k_B$  racchiude le grandezze geometriche, quelle legate al combustibile ed al processo di combustione. Un esempio esplicativo molto semplice è il caso di grano con unica *port* circolare di raggio  $R$ . In questa situazione particolare si esprimono le grandezze geometriche nel seguente modo:

$$A_p = \pi R^2 \quad , \quad A_B = 2\pi R * L_B$$

quindi si ottiene l'espressione della portata di combustibile:

$$\dot{m}_f = 2\pi^{1-n} * a * \rho_f * L_B * R^{1-2n} * \dot{m}_o^n$$

Con questa forma geometrica si scopre che per  $n = 0.5$ ,  $\dot{m}_f \propto \dot{m}_o^{0.5}$  ed è indipendente dalle dimensioni delle cavità nel grano. In questo caso, riducendo a metà la portata di ossidante, si ottiene una riduzione della portata di combustibile di un fattore 0.707 e quindi della spinta, che dipende dalla portata totale di propellente e varia non linearmente con la portata di ossidante. Da ciò si deduce che se  $\dot{m}_o$  diminuisce,  $F$  diminuisce e  $MR$  diminuisce

spostandosi sempre di più verso il campo del *fuel rich* [9]. In aggiunta, per quanto riguarda il fenomeno del *mixture ratio shifting*, considerando l'endoreattore in funzionamento "spontaneo" ( $\dot{m}_o$  costante), quindi senza regolazione:

- Se  $n = 0.5$ ,  $MR$  rimane costante perché nel procedere della combustione l'apertura della *combustion port* aumenta ( $R$  aumenta), perciò il flusso di massa di ossidante  $G_o$  diminuisce, mentre la superficie bruciata  $A_B$  aumenta e i due effetti si compensano perfettamente ( $\dot{m}_f$  rimane costante).
- Se  $n > 0.5$ ,  $MR$  aumenta durante la combustione perché la generazione della portata di combustibile  $\dot{m}_f$  diminuisce a causa dell'effetto del flusso di massa di ossidante  $G_o$ , il quale diminuisce, che domina su quello della superficie bruciata  $A_B$ , la quale aumenta (essendo, di solito,  $0.6 < n < 0.8$ , questa è la principale tendenza).
- Se  $n < 0.5$ ,  $MR$  diminuisce durante la combustione perché la generazione della portata di combustibile  $\dot{m}_f$  aumenta a causa dell'effetto della superficie bruciata  $A_B$ , la quale aumenta, che domina su quello del flusso di massa di ossidante  $G_o$ , il quale diminuisce.

A differenza degli HREs, nei LREs e nei SRMs il rapporto di miscela è fissato, quindi in fase di progettazione è sicuramente più semplice definire le prestazioni dell'endoreattore perché, in riferimento ai parametri prestazionali introdotti nella sotto-sezione 1.1.2, dati i propellenti, ad ogni rapporto di miscela corrisponde una certa velocità caratteristica e un determinato rapporto tra i calori specifici. Detto ciò, il fenomeno del *mixture ratio shifting*, come anticipato nelle precedenti sezioni, ha un'importanza fondamentale nel funzionamento degli endoreattori ibridi perché, se il rapporto di miscela variasse in un range molto ampio durante la combustione, le prestazioni potrebbero mutare moltissimo nel corso del funzionamento dell'endoreattore. Per comprendere pienamente le possibili conseguenze di questa problematica è opportuno eseguire un calcolo esplicativo di prima approssimazione dei parametri prestazionali al variare del rapporto di miscela per una data configurazione di propellenti. A tale scopo, è necessario innanzitutto individuare le dipendenze fondamentali dei parametri prestazionali, descritti nella sotto-sezioni 1.1.2, seguendo il modello di endoreattore ideale. Dall'equazione [1.2], il coefficiente di spinta  $C_F$ , essendo dipendente dalla spinta  $F$ , può essere espresso in funzione del valore massimo della portata adimensionata  $\Gamma$ , del rapporto di espansione  $\varepsilon$  dell'ugello e del coefficiente di spinta nel vuoto  $C_{FV}$ :

$$C_F = \frac{\dot{m} * w_e + A_e(p_e - p_0)}{p_c * A_t} = C_{FV} - \varepsilon \left( \frac{p_0}{p_c} \right) \quad [1.13]$$

Dove

$$\dot{m} = \frac{p_c A_t}{\sqrt{R^* * T_c}} \Gamma = \frac{p_c A_e}{\sqrt{R^* * T_c}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}$$

$$w_e = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} R^* * T_c \left[ 1 - \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]}$$

$$C_{FV} = \Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \varepsilon \left( \frac{p_e}{p_c} \right) = f(\gamma, \varepsilon) \quad [1.14]$$

$$\Gamma = \sqrt{\gamma} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad , \quad \varepsilon = \frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[ \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left( \frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}}$$

$T_c$  è la temperatura in camera di combustione, il cui effetto sulle prestazioni degli HREs, non è considerato importante in riferimento al modello fin qui adottato. Da queste relazioni si deduce che le grandezze, da cui dipende il coefficiente di spinta sono:

$$C_F = f\left(\gamma, \varepsilon, \frac{p_0}{p_c}\right)$$

Dall'equazione [1.3], la velocità caratteristica  $c^*$ , essendo dipendente dalla portata  $\dot{m}$ , può essere anch'essa espressa in funzione del valore massimo della portata adimensionata  $\Gamma$ :

$$c^* = \frac{\sqrt{R^* * T_c}}{\Gamma} \quad [1.15]$$

Da questa relazione si deduce che le grandezze, da cui dipende la velocità caratteristica sono le seguenti:

$$c^* = f(\gamma, \mathcal{M}, T_c)$$

Dalle relazioni [1.4] e [1.6], si ottengono facilmente le grandezze che influenzano sia la velocità efficace di scarico che l'impulso specifico:

$$c = f\left(\gamma, \varepsilon, \frac{p_0}{p_c}, \mathcal{M}, T_c\right)$$

Le grandezze  $\gamma$ ,  $\mathcal{M}$  e  $T_c$  cambiano al variare del rapporto di miscela, che nei LREs e nei SRMs è fissato a seconda del propellente scelto. A questo punto, si calcolano le prestazioni di un HRE in due casi:

- A. HRE con propellenti HP-PE (tale configurazione sarà considerata nell'analisi eseguita in questo elaborato);
- B. HRE con propellenti LOx-Wax (in cui il combustibile Wax è cera o paraffina).

In questo esempio esplicativo, le performance di tali combinazioni di propellenti sono calcolate in funzione del rapporto di miscela, assumendo la pressione in camera di combustione  $p_c = 10 \text{ bar}$ , in riferimento ad una trattazione analitica eseguita per poter implementare un codice di termodinamica, sviluppato dalla NASA ([17] in bibliografia). In particolare, in questa trattazione vengono utilizzati polinomi di terzo grado nell'incognita  $MR$ , approssimanti l'andamento di  $\gamma$  e di  $c^*$  per ogni combinazione di propellenti [16]. L'andamento di  $\gamma$  è rappresentato per entrambe le combinazioni di propellenti in figura 1.10. Inoltre, si considerano fissate le caratteristiche dei propellenti: la densità del perossido di idrogeno ( $\rho_{HP} = 1388 \text{ kg/m}^3$ ), la densità del polietilene ( $\rho_{PE} = 940 \text{ kg/m}^3$ ), la densità dell'ossigeno liquido ( $\rho_{LOx} = 1140 \text{ kg/m}^3$ ) e la densità della cera ( $\rho_{Wax} = 940 \text{ kg/m}^3$ ). Detto ciò, avendo calcolato  $\gamma$  per ogni rapporto di miscela e assumendo un certo rapporto di espansione ( $\varepsilon = 17$ ), possono essere facilmente ottenuti il valore massimo della portata adimensionata  $\Gamma$  e successivamente il rapporto delle pressioni  $p_c/p_e$  per ogni *mixture ratio*. Da queste quantità, applicando la relazione [1.14], si ricava il coefficiente di spinta nel vuoto per ogni rapporto di miscela, quindi, conoscendo l'andamento di  $c^*$  in funzione del rapporto di miscela, si calcola la velocità efficace di scarico nel vuoto ( $c = C_{FV} * c^*$ ) per ogni rapporto di miscela. Di conseguenza, dalle relazioni [1.6] e [1.7] si ottengono rispettivamente l'impulso specifico e l'impulso specifico volumetrico nel vuoto per ogni rapporto di miscela. Tutti gli andamenti di questi parametri prestazionali in funzione del *mixture ratio* sono rappresentati nelle figure 1.11 e 1.12 sia per il caso A che per il caso B. Dalla figura 1.11 si osserva che una variazione del rapporto di miscela intorno al punto di massimo può comportare un cambiamento delle performance in termini di velocità caratteristica e di velocità efficace di scarico nel vuoto molto rilevante, soprattutto nel caso B. Tale crollo delle prestazioni è tanto più contenuto quanto maggiormente il rapporto di miscela varia in un intervallo ristretto intorno al punto di massimo. Dunque, la *mixture ratio shifting* può portare ad una notevole variazione delle performance durante il funzionamento di un endoreattore a propellenti ibridi. In conclusione, tale problema va considerato in fase di progettazione e può essere mitigato con opportuni *concept-design*, in modo che il rapporto di miscela vari in un range tra 6.2 e 7.6 nel caso A e tra 1.5 e 3 nel caso B, quindi gli altri valori riportati nelle seguenti figure possono essere ignorati.

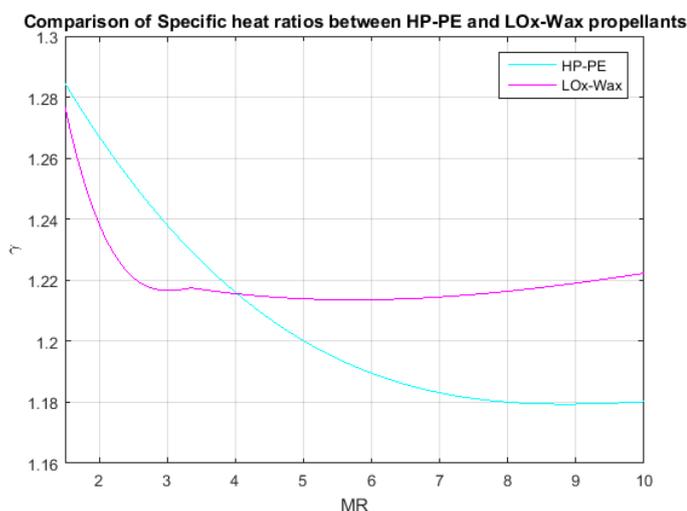


Figura 1.10: Andamento del rapporto tra i calori specifici in funzione del rapporto di miscela.

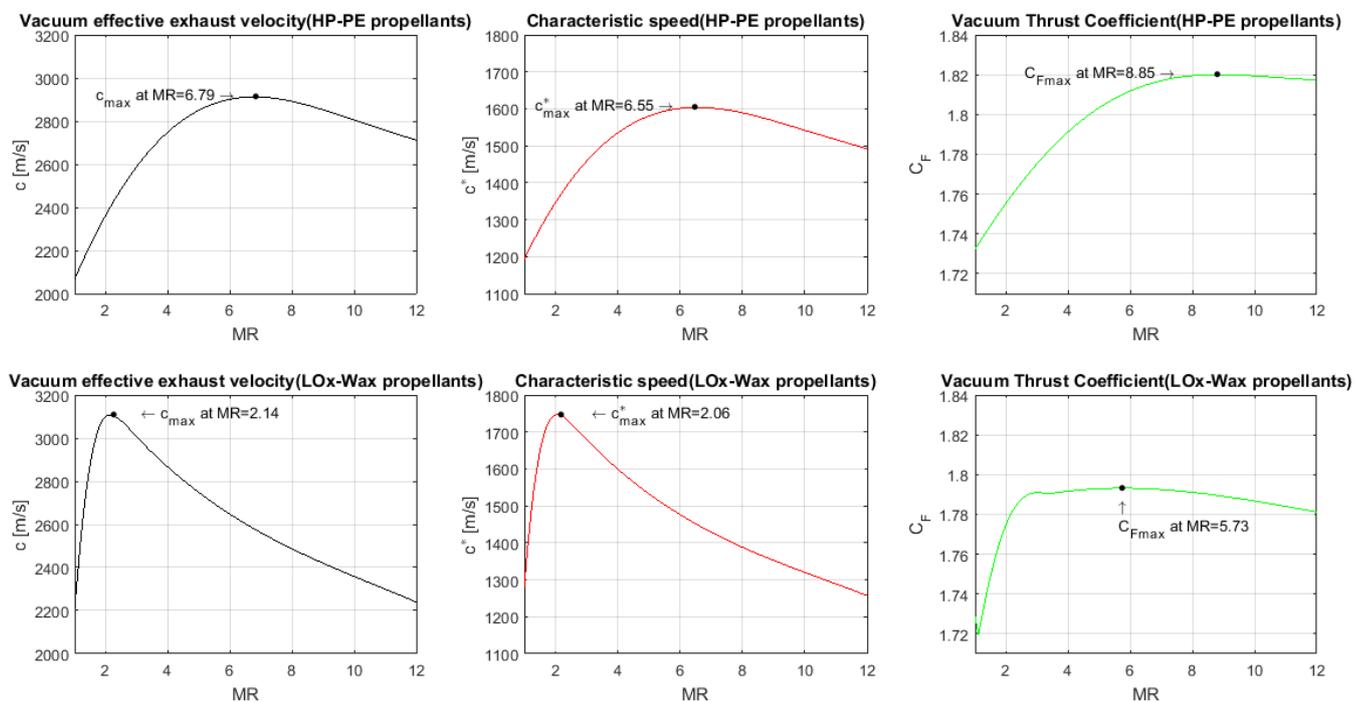


Figura 1.11: Andamento delle performance del caso A e del caso B in funzione del rapporto di miscela.

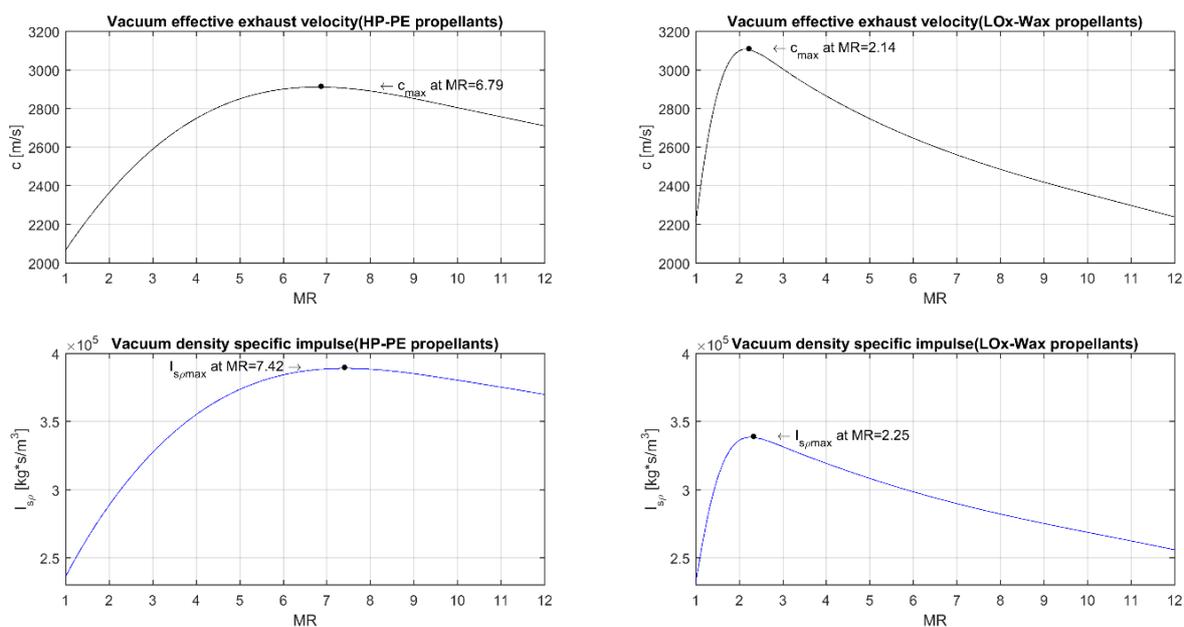


Figura 1.12: Velocità efficace di scarico ed impulso specifico volumetrico dei casi A e B al variare del rapporto di miscela.

Dalla figura 1.12, si può notare che negli HREs con le combinazioni di propellenti qui considerate, il punto di massimo della velocità efficace di scarico è prossimo a quello dell'impulso specifico volumetrico. Tale considerazione è importante in quanto, in alcuni endoreattori, come nei LREs con combinazione di propellenti LOx-LH<sub>2</sub>, il punto di massimo della velocità efficace di scarico è molto differente rispetto a quello dell'impulso specifico volumetrico, perciò per evitare di dover progettare dei serbatoi troppo grandi e quindi pesanti, si raggiunge un compromesso tra ottenere un impulso specifico volumetrico non troppo basso e raggiungere una velocità efficace di scarico più alta possibile. Dunque, si preferisce avere un valore di  $c$  lievemente più basso rispetto al massimo, quindi consumare maggiormente, per ottenere volumi dei serbatoi minori. Tale diversità tra i punti di massimo dei due andamenti in questione scaturisce dalla differente densità dei propellenti ( $\rho_{LOx} = 1140 \text{ kg/m}^3$  e  $\rho_{LH_2} = 70 \text{ kg/m}^3$ ). Quando la differenza di densità tra i propellenti è minima, come negli HREs dei casi A e B considerati, la necessità di trovare questo compromesso non è richiesta perché i punti di massimo sono quasi coincidenti. In generale, se la differenza di densità tra ossidante e combustibile è notevole, la variazione della densità media pesata  $\rho$  è alta, quindi l'andamento dell'impulso specifico volumetrico (espresso dalla relazione [1.7]) si discosta maggiormente rispetto a quello dell'impulso specifico, mentre, se tale differenza è minima,  $\rho$  rimane piuttosto costante al variare del rapporto di miscela, quindi gli andamenti dell'impulso specifico volumetrico e dell'impulso specifico risultano qualitativamente analoghi.

Un'altra problematica riguarda l'accuratezza del modello adottato per esprimere il rateo di regressione. La stragrande maggioranza dei valori della costante  $a$  dell'espressione [1.11], riportati in letteratura, fa riferimento a prove sperimentali eseguite. Detto ciò, ogni modifica del rapporto di miscela per un determinato test richiede la determinazione di un nuovo valore di  $a$ . Inoltre, il rapporto di miscela, come precedentemente discusso, varia durante il corso della combustione e quindi il valore riportato di  $a$  dipende anche da come viene determinato il valore medio del rapporto di miscela. Il coefficiente  $a$  può essere trattato come costante solo se si adotta un'accurata media spaziale e temporale del rapporto di miscela. In realtà, i coefficienti  $a$ , riportati in letteratura, non sono associati ai corrispondenti rapporti di miscela mediati, perciò tali valori non sono accettabili per molte possibili combinazioni di propellenti tipiche degli HREs [15]. Dunque, attualmente, un accurato design di un endoreattore a propellenti ibridi non può prescindere dall'eseguire un'ottimizzazione dei parametri di progetto, al fine di massimizzare le prestazioni richieste per una data missione, tenendo conto dell'incertezza dei coefficienti dell'espressione [1.11] che scaturisce da quanto fin qui discusso. Ciò rappresenta uno dei punti centrali di questo elaborato.

Il principale inconveniente degli endoreattori a propellenti ibridi è il relativamente basso rateo di regressione, che sarebbe causa di prestazioni notevolmente basse. Il processo di combustione determina negli HREs un relativamente lento meccanismo di scioglimento del combustibile, di evaporazione e di miscelamento. Tipicamente il rateo di regressione in un HRE è minore di 1/3 di quello medio di un SRM. D'altronde, nei SRMs la fiamma è molto più chiusa sulla superficie del grano. Dunque, per raggiungere alti livelli di spinta è inevitabile adottare un approccio adeguato a tale problematica in fase di progettazione [9].

Infine, la velocità di erosione (fin qui trascurata) dei materiali della gola nell'ugello degli HREs è più alta di quella dei SRMs. Questa velocità, come sarà discusso nel dettaglio successivamente, dipende fortemente dalla pressione in camera di combustione  $p_c$  e dal rapporto di miscela  $MR$ . L'erosione dei materiali carboniosi nella gola è dovuta alle reazioni

chimiche superficiali che coinvolgono la reazione del carbonio con le specie ossidanti presenti nel flusso dei gas combustibili. Ad esempio, nel caso di rapporti di miscela *oxidizer rich* e di pressioni inferiori a 28 bar, il rateo di erosione è molto basso. In generale, l'effetto dell'erosione in gola negli ugelli ablativi dipende anche dal diametro iniziale della gola. A causa di questo fenomeno si verifica una riduzione del rapporto di espansione dell'ugello. Talvolta, una riduzione dello 0.77% del rapporto di espansione può essere considerata accettabile per poter assumere assenza di effetti legati al fenomeno dell'erosione nella gola. Se il diametro iniziale della gola fosse ridotto, la riduzione del rapporto di espansione, dovuta all'erosione, diventerebbe più grande con conseguenti variazioni di prestazioni maggiori [9]. A tal proposito, saranno utilizzati algoritmi di ottimizzazione per considerare anche questo problema, ad esempio al fine di minimizzare il propellente.

### 1.3.4 Potenziali soluzioni per migliorare le prestazioni

Dopo aver descritto le problematiche riguardanti gli endoreattori a propellenti ibridi di interesse per l'elaborato, è opportuno fornire delle soluzioni per il loro miglioramento in termini di funzionamento e prestazioni.

Per quanto riguarda il *mixture ratio shifting*, analizzato nella precedente sotto-sezione, un possibile *concept-design* di endoreattore ibrido, che permette di ridurre gli effetti legati a questo fenomeno, prevede il *by-pass* di una porzione di ossidante in regolazione iniettato a valle della camera di combustione (nella *mixing chamber*) durante il funzionamento, al fine di mantenere il rapporto di miscela il più possibilmente costante. In generale, il motore può essere ottimizzato, allo scopo di minimizzare il peggioramento delle performance dovuto alla regolazione stessa, in termini di impulso specifico nel range di variazione del rapporto di miscela definito.

Detto ciò, oltre allo studio di nuovi approcci al design di un HRE per il miglioramento delle prestazioni, negli ultimi decenni la ricerca è stata rivolta soprattutto verso la riduzione degli effetti negativi causati dal rateo di regressione relativamente basso. Le soluzioni individuate per questa problematica possono essere raggruppate in tre categorie:

- ◇ Approcci per mitigare gli effetti negativi del basso rateo di regressione;
- ◇ Introduzione di elementi nel propellente o di nuove tipologie di propellenti, che permettano di innescare dei fenomeni tali da garantire ratei di regressione maggiori;
- ◇ Utilizzo di geometrie del grano e degli iniettori non convenzionali.

Negli HREs la velocità di regressione del grano è più bassa che nei SRMs, quindi per assicurare la necessaria quantità di combustibile alla reazione sono necessarie superfici di combustione più grandi, coerentemente con la relazione [1.12]. A tale scopo un tipico approccio è quello di adottare grani di combustibile solido multiforati, a differenza dei SRMs, in cui, di solito, è sufficiente un solo foro nel caso di combustione laterale. Per aumentare la superficie di combustione  $A_B$  si può agire aumentando la lunghezza  $L_B$  del grano oppure il perimetro  $P$  bruciato (o entrambi). La prima soluzione comporta un aumento della quantità di uno dei propellenti e di conseguenza un aumento del peso del grano e del costo della missione, perciò la seconda soluzione risulta più efficiente, però al prezzo di una maggior complessità nel design del grano, poiché lo studio dell'evoluzione delle superfici

e delle forme durante la combustione risulta estremamente complicato e spesso non facilmente prevedibile già nel caso di una singola *port*. Allo stesso modo, si può affermare che, considerando una superficie di combustione  $A_B$  e una *port area*  $A_P$  fissate, la lunghezza  $L_B$  del grano può essere ridotta incrementando il perimetro  $P$  bruciato e quindi riducendo il rapporto globale lunghezza/diametro dell'endoreattore.

Un altro approccio è quello di garantire, quando possibile, valori elevati di rapporto di miscela  $MR$ . Al crescere di  $MR$  il contributo della portata di combustibile  $\dot{m}_f$  rispetto a quello della portata di ossidante  $\dot{m}_o$  alla portata complessiva  $\dot{m}$  va diminuendo e, di conseguenza, anche l'impatto del basso rateo di regressione sulle prestazioni. Ciò dipende evidentemente dalla combinazione di propellenti scelta poiché, come discusso nella precedente sotto-sezione, le prestazioni, che da essa scaturiscono, variano in funzione del rapporto di miscela, quindi i vantaggi di questo approccio sono ottenibili solo nel caso in cui si adottano propellenti tali per cui valori elevati della velocità caratteristica  $c^*$  sono raggiunti per valori di  $MR$  elevati.

Negli ultimi decenni, sono stati eseguiti tentativi di incrementare il rateo di regressione coinvolgendo alcuni metodi per aumentare la velocità della trasmissione del calore in corrispondenza della superficie del grano. Ciò può essere fatto, ad esempio, aumentando i livelli di turbolenza nella *port* o aggiungendo rugosità sulla superficie del combustibile. Il problema è che, quando la velocità dello scambio di calore viene aumentata, la velocità radiale di evaporazione del combustibile verso il centro della *port* aumenta. Questo causa il cosiddetto *blocking effect*, che tende a ridurre il gradiente di temperatura sulla superficie del combustibile, portando ad una riduzione della quantità di aumento dello scambio di calore, che può essere effettivamente ottenuta. Un aumento del tasso di regressione dell'ordine del 25-30% circa può essere ottenuto utilizzando questo approccio, ma non il fattore 2 o 3 che sarebbe necessario nel caso di un design del grano a singola *port* [15]. Detto ciò, l'utilizzo di *combustion ports* multiple è inevitabile per promuovere un'alta efficienza del complesso meccanismo di combustione degli HREs, in modo da mitigare gli effetti negativi del basso *regression rate*. La scelta del numero di *combustion ports* richiesto definisce un problema di ottimizzazione del motore che deve tener conto del livello di spinta desiderato, di un accettabile rapporto di miscela durante la combustione, della lunghezza del motore, dei vincoli di diametro e del flusso di ossidante desiderato. Un problema del design del grano *multiports* riguarda la ridotta quantità di combustibile che può essere caricata in un determinato volume: ciò comporta un aumento del diametro del veicolo per una data massa totale di combustibile. Inoltre, il grano potrebbe dover essere prodotto in segmenti ed ognuno di essi dovrebbe essere supportato strutturalmente, aggiungendo peso e complessità. Detto ciò, far bruciare ogni *port* alla stessa velocità diventa molto difficile e, se un'apertura nel grano bruciasse un po' più velocemente di un'altra, l'ossidante tenderebbe a seguire il percorso di minor resistenza, portando ad un'ulteriore disparità nella variazione del flusso di ossidante da una *port* all'altra. Al termine della combustione, la *port*, che raggiunge il rivestimento, costringe il motore a spegnersi prematuramente determinando una frazione di combustibile incombusto eccessivamente grande. In aggiunta, piccole differenze di pressione tra una *port* e un'altra possono causare fratture nel grano e perdite di frammenti di combustibile attraverso l'ugello. Oltre al possibile danneggiamento dell'ugello, ciò comporta un aumento del rapporto di miscela complessivo che determina una riduzione dell'impulso specifico ed un aumento della velocità di erosione della gola nell'ugello. A causa dell'elevata erosione, il rapporto di espansione dell'ugello diminuisce eccessivamente, portando potenzialmente ad un'ulteriore perdita di impulso specifico [15].

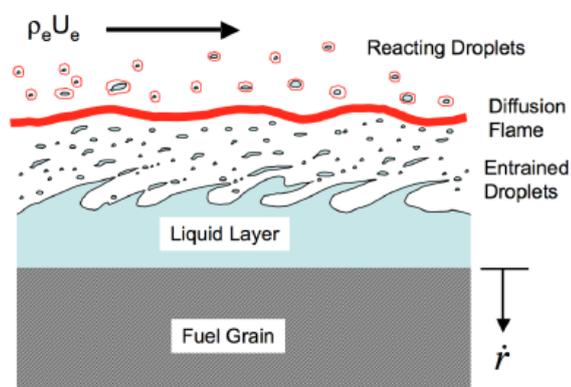


Figura 1.13: Meccanismo di trascinamento dello strato liquido [15].

Al fine di migliorare il rateo di regressione degli HREs, sono state introdotte delle soluzioni che coinvolgono il propellente in maniera diretta e sfruttano alcuni fenomeni fisici. Ad esempio, come si osserva in figura 1.13, il pentano, quando brucia, produce uno strato liquido molto sottile, a bassa viscosità e bassa tensione superficiale sulla superficie del combustibile. L'instabilità di questo strato, attivata dall'effetto di taglio del flusso di gas ossidante nella *port*, determina il sollevamento ed il trascinamento di goccioline nella corrente di gas, aumentando notevolmente la velocità di trasferimento di massa complessiva del combustibile. La moltitudine di goccioline trascinate offre un'enorme quantità di superficie per l'evaporazione e la combustione, senza la solita riduzione causata dal *blocking effect*. Questo meccanismo è analogo all'azione di un sistema di iniezione a spruzzo continuo distribuito lungo la *port* con la maggior parte della vaporizzazione del combustibile che si verifica intorno alle gocce della nube convettiva tra lo strato fuso e il fronte di fiamma. Poiché il trascinamento delle gocce non è limitato dallo scambio di calore diffusivo dalla zona di combustione al combustibile, questo meccanismo può portare a tassi di regressione molto più elevati di quelli che si possono ottenere con i combustibili polimerici convenzionali, basati unicamente sull'evaporazione. Detto ciò, tutti i propellenti che garantiscono questa fenomenologia durante la combustione, possono essere utilizzati per ottenere miglioramenti sul rateo di regressione. Tali propellenti devono avere in comune la capacità di produrre uno strato fuso a bassa viscosità e a bassa tensione superficiale, valutate alla temperatura caratteristica del fenomeno, come il pentano. In realtà, il pentano congelato non è un combustibile particolarmente promettente perché non è pratico dover immergere il motore del razzo in un bagno di azoto liquido prima del lancio. Ciò ha reso necessaria la ricerca di un combustibile solido a temperatura ambiente, che avrebbe dovuto produrre un liquido a bassa viscosità durante lo scioglimento e abbastanza forte da sopportare l'ambiente ad alta temperatura, alta pressione e vibrazione di una camera di combustione del motore a razzo. I risultati di tale ricerca hanno mostrato che per variare la temperatura di raggiungimento dello strato fuso e la temperatura di ebollizione degli alcani normali, è opportuno agire sul peso molecolare della particella, caratterizzante il composto: all'aumentare del numero di atomi di carbonio della molecola, i normali alcani diventano liquidi a temperatura ambiente, come il pentano (con cinque atomi di carbonio) e infine solidi, come il polietilene. All'aumentare del peso molecolare, la temperatura di raggiungimento dello strato fuso aumenta rapidamente per bassi pesi molecolari. In

generale, la viscosità di un liquido tende ad aumentare con il peso molecolare, ma la viscosità della maggior parte dei liquidi tende a diminuire rapidamente con la temperatura. Ad alto peso molecolare, dove la temperatura dello strato fuso aumenta lentamente per pesi molecolari crescenti, la viscosità aumenta a causa dell'effetto dominante della crescita del peso molecolare, ma ad un peso molecolare più basso, dove la temperatura dello strato fuso aumenta rapidamente, la tendenza della viscosità ad aumentare con il peso molecolare è fortemente compensata dalla tendenza a diminuire della viscosità con la temperatura. Dunque, l'obiettivo è quello di trovare un composto con il giusto peso molecolare. Ad alti pesi molecolari, la viscosità della fase liquida dell'alcano è troppo grande per fare in modo che le goccioline si formino facilmente. A bassi pesi molecolari, gli alcani sono gassosi, liquidi o molli, quindi troppo deboli per sopportare le condizioni tipiche della camera di combustione del razzo. Detto ciò, si individuano combustibili con un numero di atomi di carbonio da 25 a 50 per molecola, strutturalmente robusti, che producono una fase liquida a bassa viscosità quando si sciolgono [15]. Dunque, si prevede che questi combustibili, i quali includono anche le cere di paraffina (Wax) e le cere di polietilene (PE) considerate nell'esempio presentato nella precedente sotto-sezione, abbiano tassi di regressione elevati per flussi di ossidante tipici di una vasta gamma di applicazioni di razzi ibridi.

Un'altra soluzione per migliorare le caratteristiche del propellente, allo scopo di ottenere un rateo di regressione più alto, è l'aggiunta di particelle metalliche in un combustibile solido a base polimerica. Oltre ad un miglioramento del rateo di regressione, un effetto di questa addizione è l'aumento sia dell'impulso specifico che di quello volumetrico, nonostante le perdite per flusso multifase (tali perdite andrebbero considerate adottando un modello reale di endoreattore, infatti un'ipotesi del modello ideale di endoreattore è quella di fluido omogeneo). I metalli, principalmente interessati per questa soluzione, sono alluminio, boro e litio, in quanto la loro facilità di accensione, l'alta reattività e l'elevato potere calorifico sono caratteristiche chimiche estremamente favorevoli per tale impiego.

Inoltre, agendo sui propellenti, un miglioramento del rateo di regressione può essere ottenuto mediante la sostituzione del legante, solitamente inerte, utilizzato per i grani negli HREs, con un polimero o un plasticizzante ad alto contenuto energetico che permetta di incrementare la quantità di energia totale della combinazione combustibile/ossidante usata e, di conseguenza, il rateo di regressione. In realtà, l'utilizzo di polimeri energetici come leganti può compromettere la sicurezza degli endoreattori a propellenti ibridi che rappresenta uno dei vantaggi principali di questi motori.

L'ultima soluzione è l'utilizzo di geometrie non convenzionali del grano solido, come quelle rappresentate in figura 1.14. Tali geometrie mirano a modificare l'andamento del flusso all'interno dell'endoreattore generando flussi tridimensionali di ricircolo e distacco di strato limite al fine di favorire il processo di combustione. Inoltre, *circular multiports* non rappresentano una soluzione ottimale perché al termine della combustione troppi frammenti di combustibile rimangono incombusti. Dunque, la minimizzazione dei residui di combustibile, che non bruciano, è necessaria per motivi prestazionali. Per tale motivo, si utilizzano configurazioni con *triangular ports* o *quadrangular ports con una circular port centrale*. Detto ciò, l'ottimizzazione dei parametri di progetto per ogni tipologia di configurazione di grano può portare ad un design dell'endoreattore ibrido tale per cui si ottengono delle performance anche molto differenti tra loro. Da ciò si deduce che il progettista di un HRE deve sempre bilanciare attentamente i requisiti del sistema di lancio, come l'impulso totale e i vincoli, con le scelte relative al design del grano necessarie per

giungere ad una configurazione ottimale del motore. Infine, l'utilizzo di iniettori a vortice garantisce la riduzione sia dello spessore che della crescita dello strato limite. Questi accorgimenti agiscono sul flusso termico tra la zona della fiamma e la superficie del grano solido, responsabile della gassificazione del combustibile, allo scopo di ottenere un rateo di regressione più alto.

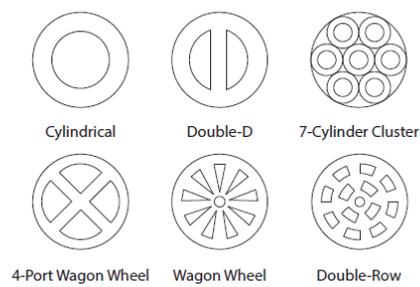


Figura 1.14: Design del grano con differenti tipologie di *ports*.

## 2 Metodologie di design

Nel precedente capitolo sono stati trattati gli endoreattori a propellenti ibridi, evidenziando la loro potenziale competitività con i motori a razzo chimici più diffusi e le applicazioni, in cui possono essere impiegati vantaggiosamente. In particolare, come anticipato, questo lavoro di tesi sarà basato sullo studio del lanciatore europeo *Vega*, dotato dei primi tre stadi con SRMs e del quarto ed ultimo stadio con LRE. Quest'ultimo stadio compie due accensioni: la prima per completare la fase di spinta durante l'ascesa in orbita e, successivamente, la seconda per l'inserimento in orbita. L'analisi di questo elaborato sarà finalizzata al design di un HRE pensato per sostituire il terzo ed il quarto stadio di tale lanciatore, quindi per permettere l'inserimento in orbita del carico utile mediante due accensioni. La combinazione di propellenti utilizzata, già analizzata dal punto di vista della problematica del *mixture ratio shifting* nella sotto-sezione 1.3.3, è costituita da perossido di idrogeno (HP), come ossidante, e polietilene (PE), come combustibile solido. In aggiunta, il sistema di alimentazione adottato è quello a gas inerte parzialmente regolato (*partially regulated system*), descritto nella sotto-sezione 1.2.1. Tale sistema è stato scelto per la maggior semplicità meccanica ed i costi inferiori rispetto ad un *turbopump system* [16].

Inoltre, si ricorda che nella sezione 1.3 sono state richiamate delle problematiche che influenzano in maniera diretta la scelta di un opportuno metodo di progettazione degli HREs, come quella relativa all'inaccuratezza del modello adottato per esprimere il rateo di regressione del grano solido, a causa delle incertezze sui coefficienti  $a$  ed  $n$  della relazione [1.11]. Detto ciò, avendo fissato questi obiettivi, al fine di scegliere correttamente la tecnica di design più adatta per il loro raggiungimento in questo elaborato, è opportuno introdurre le metodologie di design principalmente diffuse in ambito aerospaziale.

Le procedure di progettazione in ambito aerospaziale possono essere suddivise in due macro-raggruppamenti:

- *Design deterministico*: prevede l'utilizzo di modelli matematici, in cui le variabili di input assumono valori fissi, quindi non si considerano le incertezze ad esse associate. Tuttavia, nell'ambito delle strutture, il modo tradizionale di introdurre le incertezze è utilizzare valori conservativi delle quantità incerte o fattori di sicurezza nel quadro del *design deterministico*. Inoltre, è necessario ed importante applicare metodi di ottimizzazione del design nel processo di progettazione dei veicoli aerospaziali, al fine di migliorare il livello di progettazione e l'efficienza, perciò, in generale, si parla di *design deterministico ottimale*. In tale procedura di design, i parametri di input sono considerati valori deterministici per semplificare il processo di modellazione. Tuttavia, ciò potrebbe essere incoerente con la realtà oggettiva. Pertanto, gli studi sulle incertezze nel processo di progettazione di veicoli aerospaziali hanno un importante valore sia teorico che pratico per migliorare il livello generale di progettazione.

- *Design non deterministico* (o *uncertainty-based design*): prevede l'utilizzo di modelli matematici, che considerano le variazioni (casuali e non) delle variabili di input. In generale, questi modelli hanno una struttura molto più complessa di quelli del *design deterministico*, ma sono più affidabili, in quanto, tenendo conto delle incertezze sulle variabili, sono capaci di fornire risultati più aderenti alla realtà. Dunque, in un *design non deterministico*, le variabili (tutte quelle che definiscono il problema o solo alcune) non sono trattate come valori precisi, ma come affette da un certo grado di incertezza. Anche in questo caso, è necessario utilizzare opportunamente metodi di ottimizzazione del design nel processo di progettazione, perciò spesso i concetti di *design non deterministico* e della relativa ottimizzazione non possono essere trattati separatamente. Le due principali classi di *design non deterministico* sono il *robust design* e il *reliability-based design* (design basato sull'affidabilità) [18]. Con *robust design* si intende un processo che porta ad ottenere un design relativamente insensibile a piccoli cambiamenti delle quantità incerte, mentre con *reliability-based design* si fa riferimento ad un design che ha una probabilità di guasto inferiore ad una certa soglia accettabile, solitamente molto piccola. Da queste definizioni è evidente una differenza fondamentale tra le due filosofie di progetto, in quanto il *robust design* è focalizzato sulla distribuzione intorno al valore medio della grandezza incerta e cerca di mantenere, per quanto possibile, le stesse prestazioni, mentre il *reliability-based design* si riferisce agli estremi di tale distribuzione e tenta di evitare eventi catastrofici, anche nel caso in cui la variabile incerta assuma questi valori estremali.

Per quanto discusso fin qui, risulta evidente che l'utilizzo di tecniche che integrano la gestione delle incertezze nel processo di progettazione del veicolo, permetta di superare aspetti penalizzanti per le prestazioni, garantendo il raggiungimento di un livello piuttosto costante di robustezza/affidabilità del design senza incorrere nel rischio di realizzare un progetto non ottimale.

Detto ciò, in questo capitolo sarà definito il modello matematico (poi successivamente perfezionato), che permette di eseguire le simulazioni numeriche necessarie per poter applicare gli strumenti di design appena introdotti. In particolare, nelle seguenti sezioni saranno descritti i sotto-processi necessari per la definizione del *design deterministico* dell'endoreattore a propellenti ibridi oggetto di analisi; inoltre, saranno espone le motivazioni principali della necessità del *robust design*, che rappresenta la procedura di design dell'endoreattore a propellenti ibridi scelta in questo elaborato, e, a tal proposito, saranno richiamati i principali metodi di caratterizzazione delle incertezze.

## 2.1 *Design deterministico e modello matematico*

Allo scopo di facilitare la comprensione della procedura di design utilizzata nel lavoro di tesi, in questa sezione sono riportate le equazioni che costituiscono il modello matematico portante, sul quale si basa il funzionamento dell'endoreattore a propellenti ibridi in esame. In verità, tale modello matematico, che riguarda il *design deterministico* richiamato in questa sezione, non coincide esattamente con quello utilizzato in questo elaborato, poiché

saranno introdotte delle equazioni aggiuntive, indicative, come già anticipato, dell'erosione della gola nell'ugello, che rappresenta un elemento centrale della tesi.

Prima di avviare la procedura di design ed ottimizzazione dell'endoreattore ibrido, è sempre necessario effettuare le seguenti scelte preliminari:

- ◇ Geometria del grano;
- ◇ Combinazione dei propellenti;
- ◇ Sistema di alimentazione;
- ◇ Tipologia di iniettori;
- ◇ Tipologia di ugello.

### 2.1.1 Geometria del grano

Lo studio del design del grano solido negli HREs, come discusso nella sotto-sezione 1.3.4, è fondamentale per il raggiungimento di alte prestazioni. A tale scopo, è stata scelta una configurazione *multiports* del grano solido cilindrico con  $N = 8$  *triangular ports*, rappresentata in figura 2.1, per l'endoreattore ibrido in esame. In particolare, considerando un rateo di regressione  $\dot{r}$  uniforme lungo l'asse del grano, si adotta il seguente modello matematico per descrivere la geometria del grano [16]:

$$x = \frac{N}{\pi} \sin^{-1}[w/(R_G - w)] \quad [2.1]$$

$$h = \sqrt{(R_G - w)^2 - w^2} - w * \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N}\right) \quad [2.2]$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} + x \frac{\pi}{N} \quad [2.3]$$

$$(A_p)_i = 2N \left[ (R_G - w)^2 (1 - x) \frac{\pi}{2N} - h \frac{w}{2} \right] \quad [2.4]$$

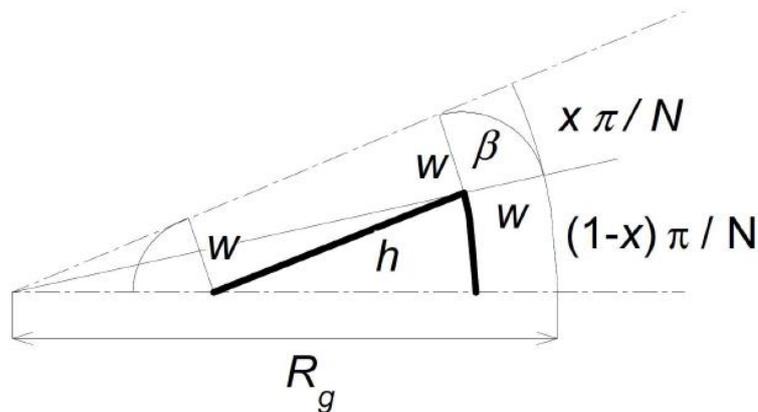


Figura 2.1: Porzione di geometria della sezione circolare del grano solido con *triangular ports*.

Dove  $x$ ,  $\beta$  e  $h$  stavolta sono quantità geometriche,  $N$  è il numero di *ports*,  $R_G$  è il raggio esterno del grano,  $w$  è il *web thickness* e  $(A_p)_i$  è la sezione di passaggio iniziale del grano solido (*port area* iniziale). Durante il funzionamento dell'endoreattore ibrido, a causa della combustione in atto, si definisce una distanza radiale  $r$  di combustione (*burning distance*). Tale distanza è evidentemente compresa nell'intervallo  $0 < r \leq w$ , perciò  $w$  è indicativo della distanza radiale massima raggiunta al termine della bruciatura. Conoscendo tale distanza, si possono esprimere il perimetro  $P$  di combustione (*burning perimeter*) e la *port area*  $A_p$  per ogni lunghezza  $r$  raggiunta:

$$P = 2N \left[ (R_G - w + r)(1 - x) \frac{\pi}{N} + \beta * r + h + \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} \right) r \right] \quad [2.5]$$

$$A_p = (A_p)_i + 2N \left\{ [(R_G - w + r)^2 - (R_G - w)^2](1 - x) \frac{\pi}{2N} \right\} + 2N \left\{ \frac{\beta * r^2}{2} + h * r + \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} \right) \frac{r^2}{2} \right\} \quad [2.6]$$

### 2.1.2 Modello balistico

La *balistica interna* studia le caratteristiche di combustione dei grani di propellente solido e l'influenza della geometria del grano sulla combustione, quindi, dopo aver definito la combinazione dei propellenti e la configurazione del grano, si può esprimere il modello balistico, considerando assenti i fenomeni di pirolisi delle estremità laterali del grano.

A tal proposito, per quanto riguarda il rateo di regressione  $\dot{r}$ , sono stati utilizzati i seguenti valori nominali dei coefficienti del modello [1.11] per il *design deterministico* [16]:

$$a = 7.0 * 10^{-6} m^{2n+1} s^{n-1} kg^{-n} \quad , \quad n = 0.80$$

Le perdite di pressione, dovute alla combustione in camera, sono considerate nella seguente relazione, che lega la pressione  $p_1$  appena a monte della camera di combustione con la pressione totale  $p_c$  in tale camera [16]:

$$p_1 = \left[ 1 + 0.2 \left( \frac{A_t}{A_p} \right)^2 \right] p_c \quad [2.7]$$

Dove  $A_t$  è l'area della sezione di gola dell'ugello.

L'ossidante liquido, che si trova alla pressione  $p_t$  nel serbatoio del sistema di alimentazione, sottoposto ad una tensione idraulica (o perdita di carico) a causa della resistenza idraulica  $Z$  dei condotti, deve giungere in camera di combustione alla pressione  $p_1$ , perciò la portata in massa  $\dot{m}_o$  di ossidante, assumendo  $Z$  costante durante il funzionamento del motore, è ottenuta nel seguente modo:

$$\dot{m}_o = \sqrt{(p_t - p_1)/Z} \quad [2.8]$$

Inoltre, si rielaborano l'espressione [1.12] della portata in massa  $\dot{m}_f$  di combustibile e quella conseguente del rapporto di miscela  $MR$  [16]:

$$\dot{m}_f = \dot{r} * \rho_f * L_B * P \quad [2.9]$$

$$MR = \frac{\dot{m}_o}{\dot{m}_f} \propto \frac{\dot{m}_o^{1-n} A_p^n}{A_B} \quad [2.10]$$

Infine, assumendo un'espansione isoentropica nell'ugello, si lega la pressione  $p_c$  in camera di combustione con la portata  $\dot{m}$  di propellente, che lo attraversa, in riferimento all'espressione [1.3]:

$$p_c = \frac{(\dot{m}_o + \dot{m}_f)c^*}{A_t} \quad [2.11]$$

Le prestazioni, discusse nella sotto-sezione 1.3.3, della combinazione di propellenti scelta, al variare del rapporto di miscela, sono rappresentate nelle figure 1.11 e 1.12. Si ricorda che tali prestazioni sono state calcolate assumendo la pressione  $p_c$  costante e pari a 10 bar poiché, per il range di  $p_c$  e di  $MR$  di interesse, l'errore commesso, applicando questa semplificazione, rimane contenuto, e che la velocità caratteristica  $c^*$  e il rapporto  $\gamma$  tra i calori specifici della combinazione di propellenti scelta sono approssimati mediante polinomi di terzo grado nell'incognita  $MR$  in riferimento ad una trattazione di termodinamica della NASA. Inoltre, assumendo l'ipotesi di endoreattore ideale, il modello cinetico, adottato per i gas di scarico, è il *frozen equilibrium* (sotto-sezione 1.1.3), quindi è conservativo. Tuttavia, essendo bassa l'efficienza della combustione negli HREs a causa della quasi inevitabile reazione incompleta tra ossidante e combustibile, adottare un modello cinetico conservativo non è ancora sufficiente per ottenere delle prestazioni molto prossime a quelle reali, perciò occorre anche moltiplicare la velocità caratteristica  $c^*$  per un'efficienza del 96% (non applicata per i grafici nelle figure 1.11 e 1.12), in modo da considerare gli effetti reali della combustione che degradano leggermente tale indice prestazionale.

### 2.1.3 Sistema di alimentazione, iniettori e ugello

Come precedentemente introdotto, il sistema di alimentazione scelto per l'endoreattore in esame è il *partially regulated system*. In particolare, tale sistema è progettato per funzionare inizialmente a pressione costante e successivamente in *blow-down*. Durante la prima fase, la pressione  $p_t$  del serbatoio in alluminio di ossidante liquido è mantenuta costante mediante una valvola opportuna, perciò si afferma che  $p_t = (p_t)_i$ , mentre durante la fase successiva, assumendo un'espansione isoentropica del gas pressurizzante inerte (in particolare elio, precedentemente collocato nel *vessel*) nel serbatoio dell'ossidante, si realizza il seguente legame tra le variabili in esame:

$$\frac{p_t}{(p_t)_i} = \left[ \frac{(V_g)_{BD}}{V_g} \right]^{\gamma_g} \quad [2.12]$$

Dove  $(V_g)_{BD} = (V_g)_i + \frac{(m_o)_{BD}}{\rho_o}$  è il volume di gas pressurizzante presente nel serbatoio di ossidante a partire dall'inizio della fase di *blow-down*,  $V_g = (V_g)_i + \frac{m_o}{\rho_o}$  è il volume di gas pressurizzante finale (quando la pressione del serbatoio è quella finale e pari a  $p_t$ ),  $(m_o)_{BD}$  è la porzione di massa di ossidante che viene espulsa durante il funzionamento fino all'inizio della fase di *blow-down*,  $m_o$  è la massa finale di ossidante espulsa dal serbatoio,  $\rho_o$  è la densità dell'ossidante,  $\gamma_g$  è il rapporto tra i calori specifici del gas pressurizzante e con il pedice  $i$  è indicato il valore all'istante iniziale della grandezza considerata.

Inoltre, si assume un *ullage volume* iniziale nel serbatoio di ossidante pari al 3% dell'intero volume di tale serbatoio per rendere più stabile la risposta alla regolazione. Per quanto riguarda il *vessel*, la pressione iniziale è fissata a 200 bar [16].

Gli iniettori utilizzati, che mettono in comunicazione il sistema di alimentazione con la camera di combustione, sono classici: *head-end injectors*.

L'ugello è convergente-divergente con un convergente a forma di cono troncato con apotema inclinato di  $45^\circ$  rispetto all'asse e con un divergente della stessa forma con apotema inclinato di  $20^\circ$  rispetto all'asse in comune. Infine, il materiale ablativo, di cui è costituito l'ugello, ha una densità  $\rho_{abl} = 1750 \text{ kg/m}^3$  ed uno spessore  $s_{abl} = 2.5 \text{ cm}$  fissato.

Da queste quantità, possono essere facilmente ricavate tutte le masse iniziali coinvolte.

#### 2.1.4 Parametri di progetto, indici prestazionali ed ottimizzazione

Al fine di ottenere le grandezze fisiche necessarie per la realizzazione dell'endoreattore ibrido, devono essere assegnati in fase di progetto dei parametri per il *design deterministic*. Detto ciò, si definiscono i seguenti parametri di progetto:

1.  $(m_o)_{BD}$ : massa di ossidante espulsa fino all'inizio della fase di *blow-down*;
2.  $\varepsilon$ : rapporto di espansione dell'ugello;
3.  $(p_t)_i$ : pressione all'istante iniziale nel serbatoio di ossidante;
4.  $(F)_i$ : spinta all'istante iniziale;
5.  $(MR)_i$ : rapporto di miscela all'istante iniziale.

Dopo aver scelto questi parametri, gli indici prestazionali, le grandezze riguardanti il funzionamento dell'endoreattore esposte nelle precedenti sotto-sezioni, le portate e le aree possono essere calcolati. In verità, non tutte queste variabili sono libere in questa analisi, ma alcune sono vincolate. Nonostante il rapporto  $p_t/p_c$  vari durante il funzionamento, la pressione in camera di combustione iniziale è impostata pari a  $(p_c)_i = 0.4(p_t)_i$ , in modo tale da realizzare un margine sufficientemente ampio per garantire che sia soddisfatta la disuguaglianza  $p_t/p_c > 1.5$  durante tutto il funzionamento. Tale disequazione va soddisfatta allo scopo di evitare accoppiamento tra il motore ibrido e il sistema di alimentazione adottato. Inoltre, si impongono  $(J)_i = 0.5$ , ovvero il rapporto tra l'area di gola dell'ugello e la *port area* iniziale, e  $(p_t)_i = 25 \text{ bar}$  perché quest'ultima senza restrizioni assumerebbe valori piuttosto bassi per performance ottimali, ma ciò potrebbe compromettere l'efficienza della combustione a causa del basso rateo di regressione. Di conseguenza, anche  $(p_c)_i$  risulta fissato.

Assumendo un'espansione unidimensionale isoentropica ed il rapporto tra i calori specifici  $\gamma$  dei gas prodotti costante, il coefficiente di spinta  $C_F$  è rielaborato, in riferimento all'espressione [1.13], con l'aggiunta di un'efficienza pari a 0.98 per correggere il coefficiente di spinta nel vuoto  $C_{FV}$ , allo scopo di ottenere un valore di tale indice prestazionale più vicino a quello reale:

$$C_F = 0.98 \left\{ \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right] + \varepsilon \frac{p_e}{p_c}} \right\} - \varepsilon \frac{p_0}{p_c} \quad [2.13]$$

Dove il secondo addendo di quest'espressione è sempre molto piccolo perché tiene conto della pressione atmosferica, che, poiché lo stadio ibrido entra in funzione quando il lanciatore ha già oltrepassato l'atmosfera bassa terrestre per lo studio in esame, si trova ad un livello molto basso.

Infine, richiamando le espressioni [1.2], [1.3], [1.4], [1.8], [1.11] e [1.12], si definiscono le altre relazioni, in cui sono coinvolte le grandezze all'istante iniziale di accensione dell'endoreattore, nel seguente modo [16]:

$$(\dot{m})_i = [1 + (MR)_i](\dot{m}_f)_i = \frac{[1 + (MR)_i]}{(MR)_i} (\dot{m}_o)_i = \frac{(F)_i}{(c^*)_i(C_F)_i} \quad [2.14]$$

$$A_t = \frac{(\dot{m})_i}{(p_c)_i(c^*)_i} \quad [2.15]$$

$$(J)_i = \frac{A_t}{(A_p)_i} \quad [2.16]$$

$$(A_B)_i = \frac{(A_p)_i^n (\dot{m}_f)_i}{a * \rho_f (\dot{m}_o)_i^n} \quad [2.17]$$

Conoscendo l'andamento della velocità caratteristica  $c^*$ , del rapporto  $\gamma$  tra i calori specifici e quindi del coefficiente di spinta  $C_F$ , che scaturisce anche dalla scelta del parametro 3, in funzione del rapporto di miscela  $MR$  (in riferimento a quanto richiamato nella sotto-sezione 2.1.2), la scelta dei parametri 4 e 5 permette di determinare la portata di ossidante  $(\dot{m}_o)_i$  e la portata di combustibile  $(\dot{m}_f)_i$  all'istante iniziale (relazione [2.14]). Avendo assunto  $(J)_i$ ,  $(p_t)_i$  e  $(p_c)_i$ , la resistenza idraulica  $Z$  è calcolata con l'equazione [2.8]. Dall'equazione [2.15] si ricava l'area della gola  $A_t$ , che successivamente non sarà considerata costante, e dall'equazione [2.16] si calcola la *port area*  $(A_p)_i$  all'istante iniziale. La conservazione della massa, espressa dalla relazione [2.17], permette di fornire la *burning surface*  $(A_B)_i$  all'istante iniziale. Infine, la scelta del parametro 1 è necessaria per il calcolo delle grandezze riferite al sistema di alimentazione, introdotte nella sotto-sezione 2.1.3.

Prima di definire la geometria del grano, occorre specificare che il calcolo di queste grandezze è garantito da un codice, sviluppato al *Politecnico di Torino*, in cui è

implementata una procedura numerica che permette di ottenere le condizioni di funzionamento dell'endoreattore ibrido ad ogni istante, seguendo il modello matematico fin qui esposto. Inoltre, come anticipato all'inizio di questo capitolo, è fondamentale l'applicazione di opportuni metodi di ottimizzazione del design nel processo di progettazione, al fine di migliorare il livello di design e l'efficienza, soprattutto nel caso degli HREs a causa della variabilità delle performance durante il funzionamento. In particolare, il *design deterministico ottimale* può essere ottenuto mediante una procedura di ottimizzazione diretta-indiretta (un'ottimizzazione diretta e un'ottimizzazione indiretta accoppiate) innestata in questo codice di calcolo. Tale accoppiamento scaturisce dallo stretto legame tra la propulsione e la missione da realizzare soprattutto nei HREs, i quali, come ampiamente discusso, presentano un profilo di spinta che varia. L'ottimizzazione del sistema propulsivo punta alla definizione delle variabili di design, che garantiscano la realizzazione dei requisiti di missione e massimizzino (o minimizzino) un determinato indice di performance, che nel caso del *design deterministico* è il *payload*. Inoltre, la spinta influenza la traiettoria e le corrispondenti perdite di velocità, quindi il  $\Delta V$ . Ciò risulta particolarmente vero per gli HREs, in cui le performance variano durante il funzionamento in modo difficilmente intuibile, a seconda della geometria del grano e del flusso di ossidante. Dunque, l'analisi dell'endoreattore ibrido in esame non può essere indipendente dall'ottimizzazione della traiettoria di ascesa del lanciatore perché soltanto l'accoppiamento dell'ottimizzazione dei parametri di design e della traiettoria può permettere di evidenziare i reali vantaggi ottenibili con gli HREs [19]. Detto ciò, questa procedura di ottimizzazione diretta-indiretta è stata sviluppata nello studio di ricerca sugli HREs al *Politecnico di Torino* al fine di ottenere simultaneamente l'ottimizzazione del design e l'ottimizzazione della traiettoria per la tipologia di analisi di lancio studiata in questo elaborato. In particolare, l'ottimizzazione del design dell'endoreattore ibrido è basata su un metodo diretto perché, dopo aver effettuato le scelte preliminari di progetto, discusse in precedenza, il design coinvolge un set di variabili limitato che non permette di ottenere delle relazioni esplicite a causa della variabilità delle performance del motore durante il funzionamento, perciò è evidente che le quantità, precedentemente espresse, per essere ottenute richiedono una procedura iterativa. Invece, dopo aver definito il design del motore, l'ottimizzazione della traiettoria è basata su una procedura indiretta perché tale problema necessita di controlli continui: per ogni set di variabili di design del motore, tale procedura individua la traiettoria che ottimizza l'indice di performance considerato. Da ciò deriva la definizione di *nested direct-indirect optimization procedure* [19].

Detto ciò, allo scopo di definire la geometria del grano occorre implementare una procedura iterativa per massimizzare il carico utile: in riferimento alla sotto-sezione 2.1.1, si assume un valore di tentativo per il raggio esterno  $R_G$  del grano e, conoscendo  $(A_p)_i$  e  $(A_B)_i$ , si calcolano il *web thickness*  $w$ , il perimetro di combustione  $(P)_i$  all'istante iniziale e quindi la lunghezza del grano  $L_B = (A_B)_i / (P)_i$ . Quindi, l'equazione [1.11] viene integrata nel tempo fino al punto di *burn-out*, in modo da ottenere il *web thickness*  $w$ . La procedura di ottimizzazione indiretta della traiettoria corregge il valore di tentativo di  $R_G$  per garantire il soddisfacimento della condizione  $y = w$  all'istante finale, quindi al punto di *burn-out*, e si ottiene la geometria del grano in modo tale da massimizzare il *payload*.

L'integrazione numerica viene eseguita anche per l'equazione [2.8], in modo da correggere il valore di  $(\dot{m}_o)_i$  attraverso la procedura indiretta di ottimizzazione della traiettoria, al fine di garantire la coerenza con il valore ottenuto al punto di *burn-out* dopo

l'integrazione dell'equazione. Ciò viene eseguito anche per l'equazione [2.9] per valutare la massa di combustibile. Dunque, l'integrazione numerica delle equazioni [1.11], [2.8] e [2.9] permette di ottenere la geometria del grano, la massa di ossidante espulsa e quella di combustibile rispettivamente. Infine, al punto di *burn-out* la massa  $m$  complessiva di propellente può essere valutata e si può ottenere una stima delle masse strutturali [19].

### 2.1.5 Definizione della missione e calcolo della traiettoria

Dato un set di parametri di ottimizzazione del design, le condizioni di funzionamento del motore durante la combustione possono essere determinate, come descritto nelle precedenti sotto-sezioni. Detto ciò, fissato il design dell'endoreattore, come anticipato, si procede con l'integrazione delle equazioni della traiettoria e con l'applicazione del metodo indiretto di ottimizzazione della traiettoria e dell'indice di performance della missione.

La missione di riferimento, considerata per il design e l'ottimizzazione robusta dell'endoreattore a propellenti ibridi in esame, è finalizzata all'inserimento del carico utile in un'orbita polare ad una quota di 700 km. Come anticipato, il lanciatore scelto è *Vega*, il cui terzo e quarto stadio sono sostituiti dallo stadio con l'endoreattore ibrido in esame, mentre i primi due stadi non vengono modificati e non saranno oggetto di analisi in questo elaborato. Pertanto, nell'ottimizzazione della traiettoria sono utilizzati i dati relativi ai primi due stadi con endoreattori a propellenti solidi del lanciatore *Vega* e quelli che saranno ottenuti dal design dello stadio con l'endoreattore a propellenti ibridi analizzato.

Inoltre, sono note le seguenti grandezze: la massa iniziale del lanciatore, le masse degli stadi distaccati, la posizione iniziale e la velocità in riferimento alla stazione di lancio di Kourou [16]. Essendo note la massa iniziale e le masse dei primi due stadi, la loro differenza è da ripartire tra il carico utile della missione e lo stadio ibrido da progettare; in particolare si suppone la seguente suddivisione della massa iniziale  $M_i = 14522.17 \text{ kg}$  e della massa finale dello stadio ibrido:

$$M_i = m + m_s + m_u + m_{\text{fairing}} \quad , \quad M_f = m_s + m_u$$

Dove la suddivisione è identica a quella della sotto-sezione 1.1.1, a meno della massa  $m_{\text{fairing}}$  del *fairing* dello stadio, rilasciata dopo la prima fase della missione (figura 2.3). Nella massa  $m_s$ , che è la massa a vuoto del motore, sono comprese la massa dell'involucro esterno del motore (*case*), quella della camera di combustione, quella dell'ugello, quella dei serbatoi, quella del gas pressurizzante e quella del propellente residuo (la massa del sistema di alimentazione rimanente è ragionevolmente trascurata).

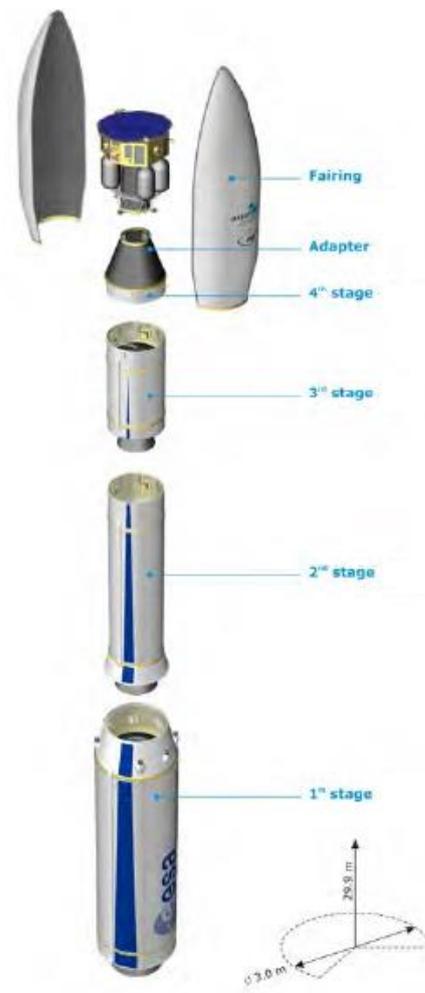


Figura 2.2: Suddivisione del lanciatore Vega [20].

Detto ciò, allo scopo di ottimizzare la traiettoria si considera il lanciatore come una massa puntiforme e si scrivono le equazioni di stato in forma vettoriale [16]:

$$\begin{cases} \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V} \\ \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{g} + \frac{\vec{F} - \vec{D}}{M} \\ \frac{dM}{dt} = -\frac{|\vec{F}|}{c^* C_F} \end{cases} \quad [2.18]$$

Dove  $\vec{g}$  è il campo gravitazionale terrestre, che per ipotesi segue una legge quadratica inversa, mentre per valutare la pressione e la temperatura al variare della quota viene utilizzata un'interpolazione dei dati dell'atmosfera standard.  $\vec{D}$  è la resistenza aerodinamica, che può essere stimata in prima approssimazione a partire dalla sezione trasversale del lanciatore e da un coefficiente di resistenza dipendente dal numero di Mach.  $M$  è la massa del motore. La spinta  $|\vec{F}|$  è calcolata a partire dai parametri di progetto determinati durante la fase di progetto balistico. Inoltre, per migliorare l'accuratezza dell'integrazione numerica,

tali equazioni di stato sono rielaborate in forma adimensionale ed implementate nel codice di calcolo.

Per quanto riguarda la traiettoria di ascesa, rappresentata in figura 2.3, essa può essere suddivisa nel seguente modo [20]:

1. Ascesa verticale;
2. Fase di spinta;
3. Ascesa a portanza nulla ed espulsione del primo stadio;
4. Fase di *coasting* fino all'accensione del secondo stadio;
5. Ascesa a portanza nulla seguita da una seconda accensione;
6. Fase di *coasting*;
7. Accensione dello stadio ibrido con fase a pressione costante;
8. Espulsione dello scudo termico del lanciatore;
9. Funzionamento in fase di *blow-down*;
10. Fase di *coasting*;
11. Riaccensione dell'endoreattore ibrido per l'inserimento nell'orbita finale.

In figura 2.3 è evidenziato il funzionamento del terzo e del quarto stadio, sostituiti da quello con HRE in corso di definizione. Le tempistiche relative alle fasi dalla 1 alla 6, in cui non interviene l'endoreattore ibrido, sono fissate, mentre quelle delle fasi dalla 7 alla 11 sono variabili libere gestite nell'ottimizzazione. In particolare, si suddivide la traiettoria dello stadio ibrido in cinque archi temporali incogniti (dalla fase 7 alla fase 11). In aggiunta, si impone che la traiettoria al termine della prima accensione sia orizzontale in modo da evitare di penetrare nell'atmosfera terrestre eccessivamente, allo scopo di non far aumentare il flusso termico oltre la soglia sostenibile dallo scudo termico del lanciatore. Infine, si assumono le seguenti ipotesi ragionevoli: la spinta è verticale durante la fase 1, parallela alla velocità durante le fasi 3 e 5, libera ed ottimizzata durante le fasi 2, 7, 9 e 11.

L'orbita finale è caratterizzata da una quota di 700 km, da un'eccentricità nulla (orbita circolare) e da un'inclinazione di  $90^\circ$  (orbita polare). Inoltre, la longitudine del nodo ascendente è lasciata libera.

La procedura indiretta di ottimizzazione della traiettoria è basata sulla *teoria del controllo ottimale*, che prevede l'utilizzo di variabili aggiuntive. Tale metodo non è approfondito durante il lavoro di tesi, che, invece, si concentra sulla procedura di ottimizzazione diretta dei parametri di design dell'endoreattore a propellenti ibridi. Tuttavia, si riportano nel seguito i punti fondamentali della procedura indiretta:

- Ad ogni equazione viene associata una variabile aggiuntiva;
- La *teoria del controllo ottimale* fornisce le equazioni di *Eulero-Lagrange* per le variabili aggiuntive, le equazioni algebriche per la determinazione delle variabili di controllo e le condizioni al contorno da soddisfare per una traiettoria ottimale che determinano i tempi di accensione del motore, quindi l'applicazione di tale teoria produce un *boundary value problem*;
- Il problema al contorno (*boundary value problem*) ottenuto viene risolto mediante una procedura basata sul *metodo di Newton*, che permette di determinare la durata incognita di ogni fase della missione ed il valore delle variabili aggiuntive all'istante iniziale.

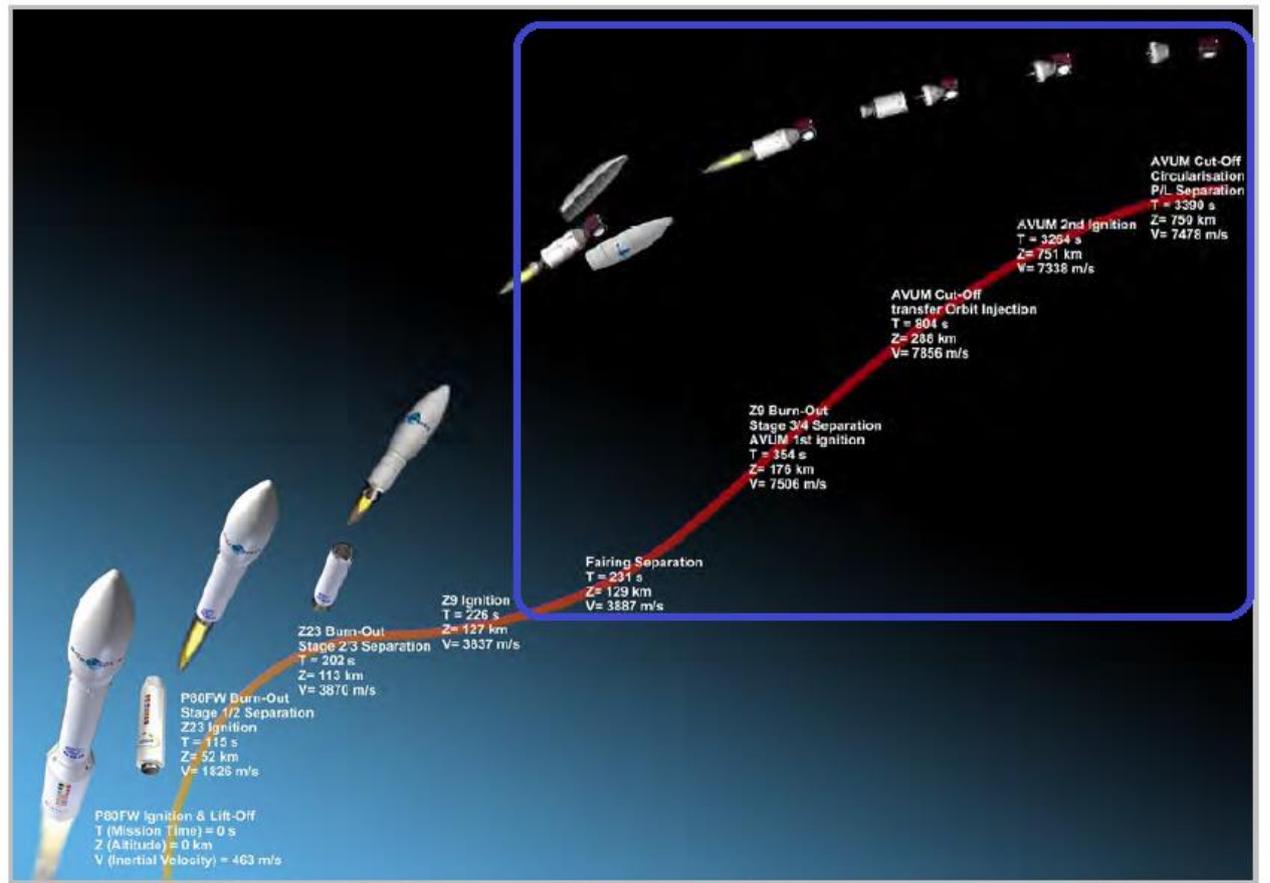


Figura 2.3: Profilo di ascesa originale del lanciatore *Vega* [20].



Figura 2.4: Porzione del lanciatore *Vega* sostituita con endoreattore ibrido [20].

## 2.2 Incertezze e *Robust design*

Dopo aver esposto nella sezione precedente parte del modello matematico utilizzato e le linee guida per il *design deterministico* dell'endoreattore a propellenti ibridi in corso di studio, è opportuno mettere in evidenza i suoi limiti soprattutto nella progettazione di un HRE. A tal proposito, in questa sezione sono introdotti i concetti di incertezza e di *Robust design*.

### 2.2.1 Introduzione delle incertezze

L'utilizzo di tecniche di design che considerano la presenza di incertezze nelle variabili coinvolte non può prescindere dalla caratterizzazione e dalla gestione di tali incertezze in maniera appropriata e dall'integrazione delle informazioni di queste variabilità all'interno del metodo di analisi e di ottimizzazione. La caratterizzazione e la gestione delle incertezze è richiesta sia a livello della singola disciplina, coinvolta nel processo di design, che a livello di sistema integrato. Da ciò risulta evidente che è opportuno considerare sia le incertezze numeriche che quelle sperimentali prodotte dalle singole discipline e le relazioni esistenti tra le variabilità sui parametri in input e su quelli in output del modello adottato [18].

In generale, al fine di rendere più efficiente la loro gestione, le incertezze possono essere distinte nel seguente modo [18]:

- *Inceteezze computazionali*: nell'ambito della simulazione e modellazione numerica esistono due differenti categorizzazioni delle incertezze. La prima distingue tra *inceteezze nei parametri*, ad esempio associate ai parametri di input, alle condizioni iniziali o alle costanti del problema, ed *inceteezze nella formulazione del modello*. La seconda classificazione individua tre tipologie di inceteezza: *variability*, cioè la variazione intrinseca associata all'ambiente esterno al problema considerato, *uncertainty*, ovvero un'inceteezza dovuta alla mancanza di conoscenza ed *error*, cioè un'inceteezza non dovuta ad una carenza cognitiva (un errore può essere sia compreso che non compreso dal progettista). In riferimento alla prima categorizzazione, le *inceteezze nei parametri* possono essere caratterizzate utilizzando tre differenti concetti matematici al crescere delle informazioni riguardanti la distribuzione della grandezza incerta, ovvero intervalli limitati, funzioni caratteristiche e funzioni di densità di probabilità. Gli intervalli limitati vengono utilizzati quando si conoscono soltanto il valore massimo e il valore minimo di una determinata grandezza. Le funzioni di densità di probabilità rappresentano il metodo più raffinato per caratterizzare le inceteezze perché, ai fini della progettazione, è fondamentale l'informazione circa la distribuzione dell'inceteezza intorno al valor medio della grandezza. Le funzioni caratteristiche permettono di esprimere il grado di appartenenza del parametro in esame che, oltre ad essere vero (valore 1) o falso (valore 0) può assumere anche tutti i valori intermedi, a differenza della logica classica. La scelta del modo di caratterizzazione viene fatta in base all'esperienza, ai dati sperimentali, a stime analitiche o a risultati pregressi. Le *inceteezze nella formulazione del modello* sono associate alla validità del modello, ovvero alla

capacità del modello matematico adottato di cogliere adeguatamente la realtà fisica del problema. Tali tipologie di incertezza non sono state fin ora trattate con la stessa meticolosità e sistematicità di quelle riguardanti i parametri perché molto difficili da caratterizzare.

- *Incetnze sperimentali*: nell'ambito della progettazione delle strutture aeronautiche tali incetnze sono tenute in considerazione introducendo un fattore di sicurezza, stabilito sulla base dell'esperienza acquisita, valori statistici delle proprietà dei materiali, determinati sulla base di test sperimentali accurati, ed effettuando test a rottura sperimentali, in modo da sottoporre la struttura ai carichi più gravosi, che si troverà a sopportare durante la sua vita operativa, per verificare la bontà del design. Una maggiormente raffinata trattazione di queste incetnze si affida ad approcci di tipo probabilistico, che fanno riferimento ad informazioni ottenute mediante opportune prove sperimentali.

## 2.2.2 Propagazione delle incetnze

La propagazione dell'incetenza viene eseguita mediante opportune tecniche accomunate dall'obiettivo di ottenere informazioni circa le grandezze fisiche in uscita di un determinato problema, a partire dalla caratterizzazione delle incetnze sui parametri in ingresso, mediante l'utilizzo di modelli numerici o dati sperimentali. Detto ciò, i principali approcci all'analisi della propagazione dell'incetenza sono i seguenti:

- *Metodo di campionamento*: si definisce l'incetenza sui parametri mediante funzioni di densità di probabilità. Ad esempio, se si volesse applicare questo metodo alla procedura di design, descritta nella precedente sezione, per introdurre le incetnze, il codice di calcolo, che esegue la simulazione del *design deterministico*, richiamato nella sotto-sezione 2.1.4, dovrebbe essere rieseguito più volte con punti di ingresso differenti, selezionati sulla base della loro funzione di densità di probabilità in modo da ottenere un insieme di parametri prestazionali in uscita. Sulla base di questo insieme verrebbero poi determinate le conseguenti caratteristiche statistiche. Una delle logiche di campionamento più utilizzate è il *metodo Monte Carlo*, in cui il campionamento segue strettamente le funzioni di densità di probabilità e necessita di un numero elevatissimo di punti.
- *Metodo differenziale*: anche questa tecnica è basata sulla caratterizzazione dell'incetenza associata ai parametri in ingresso del problema mediante funzioni di densità di probabilità, però stavolta la propagazione viene studiata mediante la soluzione di equazioni differenziali stocastiche. Le incetnze sono associate a condizioni iniziali, condizioni al bordo e proprietà di trasporto delle equazioni mediante espansioni in serie di funzioni. Detto ciò, avendo dimostrato capacità di convergenza notevoli, una delle possibili scelte è adottare espansioni in serie di polinomi ortogonali. Inoltre, il costo computazionale di questo approccio è notevolmente inferiore a quello necessario per generare l'insieme dei parametri di uscita conseguenti all'utilizzo di un *metodo di campionamento*.

- *Analisi degli intervalli*: i parametri sono rappresentati mediante due valori scalari indicanti l'estremo superiore e quello inferiore della distribuzione dei possibili valori per quella determinata grandezza. A partire dagli intervalli relativi ai parametri in ingresso del problema è possibile calcolare la distribuzione delle prestazioni del sistema mediante un'analisi combinatoria. Uno strumento per questa tipologia di analisi è *l'aritmetica degli intervalli*. In generale, questo approccio difficilmente porterebbe a risultati conservativi se applicato a problemi con molti gradi di libertà.

### 2.2.3 Analisi di sensitività

L'analisi di sensitività ha lo scopo di stabilire quale sia l'influenza relativa dei parametri in ingresso e quale di questi abbia maggiore impatto sugli indici di performance. Il costo computazionale di quest'operazione dipende evidentemente dal numero di parametri che si considerano affetti da incertezza. Detto ciò, nel seguito si riportano i principali approcci all'analisi di sensitività:

- *Selezione dei fattori*: si determinano i parametri con maggiore impatto sulla variabilità delle prestazioni del sistema utilizzando come ingressi per il modello combinazioni dei valori di questi ultimi agli estremi dei rispettivi intervalli di variabilità. La scelta di queste combinazioni è dettata da tecniche di design sperimentali. Inoltre, si tratta evidentemente di un calcolo deterministico.
- *Analisi della sensitività locale*: si calcolano le derivate parziali delle grandezze prestazionali in uscita del modello rispetto ai parametri in ingresso. Queste derivate, calcolate numericamente (ad esempio differenze finite) nell'intorno di un set nominale di parametri, esprimono l'intensità del legame tra la variabilità del parametro, rispetto al quale si differenzia, e la variabilità della prestazione considerata. Anche in questo caso si tratta di un calcolo deterministico, però stavolta il costo computazionale è molto basso, qualora queste derivate parziali fossero disponibili.
- *Analisi della sensitività globale*: si determina l'incertezza complessiva associata ai parametri in uscita del problema utilizzando un *metodo di campionamento* statistico e la si ripartisce tra i vari parametri in ingresso. Un vantaggio di tale approccio è l'indipendenza del costo computazionale dal numero di parametri del modello, tuttavia può risultare insostenibile per modelli, la cui esecuzione richiede tempi molto lunghi.

### 2.2.4 Necessità del *Robust design*

Dopo aver presentato le principali tecniche di gestione delle incertezze, è opportuno far riferimento ad una tipologia di design che, come anticipato nell'introduzione di questo capitolo, prevede l'applicazione di un processo, il cui risultato è un progetto relativamente insensibile a piccoli cambiamenti delle quantità incerte, ovvero al *Robust design*.

Per quanto possa sembrare un controsenso, non è sempre una buona norma posizionarsi in sede di progetto sulla configurazione globalmente ottima (*design deterministico ottimale*), mentre lo è verificarne innanzitutto la robustezza. Infatti, possono esserci parametri che non possono essere controllati e che determinano uno scostamento del reale funzionamento dell'oggetto del problema di ottimizzazione dalle condizioni di progetto, influenzando significativamente le sue performance. Se le performance della configurazione di ottimo risentono in maniera forte delle incertezze, come nel caso in esame, una scelta più conservativa può essere quella di posizionarsi su di una configurazione sub-ottimale, che però risenta meno delle incertezze. Una tale configurazione è detta robusta, ovvero capace di non perdere troppo in termini di prestazioni a causa delle incertezze al costo, però, di una penalizzazione.

Detto ciò, nel caso in esame, l'approccio robusto è reso necessario a causa della non perfetta conoscenza del complesso fenomeno di combustione generato negli endoreattori a propellenti ibridi, come ampiamente discusso dall'inizio dell'elaborato. In particolare, i coefficienti sperimentali utilizzati per il calcolo del rateo di regressione, il quale condiziona notevolmente il design e le performance di un HRE, mediante il modello espresso dalla relazione [1.11] sono affetti da incertezza.

Si ricorda che per il *design deterministico* (sotto-sezione 2.1.2) sono stati considerati fissati i coefficienti  $a$  ed  $n$ , mentre in un'ottica di *Robust design* questi valori sono da considerarsi caratteristici del caso nominale. Detto ciò, è necessario caratterizzare l'incertezza associata a questi due parametri in una delle modalità presentate nelle precedenti sotto-sezioni. In particolare, è stata effettuata un'analisi di sensitività per definire un intervallo di variazione dei coefficienti  $a$  ed  $n$  tale per cui si ottengono delle variazioni dell'indice di performance, valutato seguendo il *design deterministico ottimale*, rilevanti [16]. Tale indice di performance, che per il design in esame sarà definito nel dettaglio successivamente, rappresenta il valore da massimizzare o minimizzare a seconda della missione prefissata, ad esempio la massa finale del sistema, il carico utile (come nel caso del *design deterministico* considerato in precedenza) oppure una combinazione lineare del carico utile della quota. Detto ciò, per rappresentare i range di variabilità dei coefficienti del rateo di regressione si utilizza una matrice 3X3, riportata nella tabella 2.1, in cui i valori nominali sono collocati al centro.

	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
$i = 1$	$a = 6.9 * 10^{-6}, n = 0.79$	$a = 6.9 * 10^{-6}, n = 0.80$	$a = 6.9 * 10^{-6}, n = 0.81$
$i = 2$	$a = 7.0 * 10^{-6}, n = 0.79$	$a = 7.0 * 10^{-6}, n = 0.80$	$a = 7.0 * 10^{-6}, n = 0.81$
$i = 3$	$a = 7.1 * 10^{-6}, n = 0.79$	$a = 7.1 * 10^{-6}, n = 0.80$	$a = 7.1 * 10^{-6}, n = 0.81$

Tabella 2.1: Incertezze sui coefficienti del modello adottato per il calcolo del rateo di regressione.

La scelta di eseguire un *Robust design* per la progettazione dell'endoreattore ibrido in esame è inevitabile perché l'impatto dei parametri incerti sulle prestazioni del motore risulta notevole. D'altronde, si dimostra che la robustezza delle soluzioni deterministiche non è sicuramente adeguata per il raggiungimento degli obiettivi di missione [16]. Dunque, è fondamentale tener conto delle incertezze dall'inizio del design, al fine di migliorare la robustezza del progetto, ovvero minimizzare gli effetti che l'incertezza o la variazione dei parametri di design può avere sulle performance del sistema, senza eliminare le cause di tale

incertezza. A tal proposito, l'ottimizzazione del *Robust design* non mira ad eliminare le incertezze, ma a rendere le prestazioni legate al design insensibili a queste variabilità.

Infine, il *Robust design* sviluppato in questo elaborato farà riferimento a gran parte del modello matematico e della *nested direct-indirect optimization procedure*, descritti nella precedente sezione, le cui peculiarità, quindi, non saranno ridiscusse nel seguito.

## 2.2.5 Definizione dei parametri di progetto e ottimizzazione robusta

Analogamente a quanto esposto nella sotto-sezione 2.1.4 per il *design deterministico*, al fine di ottenere le grandezze fisiche necessarie per la realizzazione dell'endoreattore ibrido, devono essere assegnati in fase di progetto dei parametri costruttivi liberamente assegnabili dal progettista. Nel caso del *design deterministico*, la procedura di ottimizzazione indiretta della traiettoria, dato il design del sistema propulsivo, mirava a massimizzare il carico utile per valori assegnati dei coefficienti balistici  $a$  ed  $n$ . La procedura diretta di ottimizzazione per le variabili di design determinava i valori di tali parametri, ovvero quelli elencati nella sotto-sezione 2.1.4, che massimizzavano il *payload*.

Detto ciò, la stessa procedura di ottimizzazione, ovvero la *nested direct-indirect optimization procedure*, può essere ripetuta nel caso di *Robust design*. A tal proposito, è necessario rinunciare ad una certa percentuale del carico utile ottenuto dal *design deterministico*, per soddisfare il requisito di robustezza, ovvero rendere il design capace di raggiungere l'orbita finale desiderata anche in condizioni non nominali (riportate nella tabella 2.1). Tale penalizzazione del carico utile è causata dalla necessità del motore di avere più combustibile e più ossidante perché, variando i coefficienti  $a$  ed  $n$ , deve adattarsi sia a condizioni di più elevato che a quelle di più basso rateo di regressione. In aggiunta, dalla definizione di robustezza, appena esplicitata, si deduce che, oltre al carico utile, la procedura di ottimizzazione deve tener conto anche della quota raggiunta, perciò, come sarà discusso nel dettaglio, è fondamentale definire un indice di performance da massimizzare (o minimizzare) che consideri entrambe le grandezze. Dunque, l'ottimizzazione robusta ha lo scopo di massimizzare una funzione obiettivo diversa rispetto a quella nel caso di *design deterministico ottimale* ed è basata su un algoritmo evolutivo, implementato nel codice di calcolo, introdotto in precedenza, durante il lavoro di ricerca al *Politecnico di Torino*.

Allo scopo di raggiungere il requisito di robustezza è necessario aumentare il set di variabili di design rispetto al caso di *design deterministico*, precedentemente analizzato. Nella procedura di *design deterministico ottimale*, le masse di ossidante e di combustibile erano implicitamente determinate affinché assumessero, volendo massimizzare il carico utile, i minimi valori che avrebbero permesso di ottenere l'orbita finale desiderata per i valori di  $a$  e di  $n$  assegnati.

Considerando lo stesso modello matematico esplicitato nella sezione 2.1 e le stesse assunzioni esposte nella sotto-sezione 2.1.4, si definiscono i seguenti parametri di progetto:

1.  $(m_o)_{BD}$ : massa di ossidante espulsa fino all'inizio della fase di *blow-down*;
2.  $\varepsilon$ : rapporto di espansione dell'ugello;
3.  $R_G$ : raggio esterno del grano solido;
4.  $w$ : *web thickness*;
5.  $L_B$ : lunghezza del grano solido;
6.  $m_{of}$ : massa nominale totale di ossidante utilizzata durante il funzionamento.

Dopo aver scelto questi parametri, tutte le grandezze riguardanti il funzionamento dell'endoreattore possono essere calcolate mediante il modello matematico esposto in precedenza. Dunque, nel caso di *Robust design* dell'endoreattore ibrido in esame si guadagna un parametro di progetto in più rispetto a quelli del *design deterministico* perché stavolta, essendo considerate le incertezze sui coefficienti balistici, non si impone il vincolo per cui, al termine della combustione, se finisce il combustibile, termina anche l'ossidante, e viceversa. Inoltre, in questo caso, la missione e il calcolo della traiettoria sono analoghi a quelli riportati nella sotto-sezione 2.1.5.

In verità, tra i parametri di progetto manca la resistenza idraulica  $Z$ , anch'essa fondamentale per poter calcolare tutte le grandezze del design dell'endoreattore. Tale grandezza sarà convenientemente calcolata mediante un opportuno ciclo iterativo, compreso nel codice di calcolo introdotto nella sotto-sezione 2.1.4.

In conclusione, è possibile affermare che le prestazioni dell'endoreattore ibrido in corso di studio sono determinate da otto parametri, di cui sei sono scelti dal progettista, mentre gli altri due sono incerti e caratterizzati assegnando un intervallo di variabilità su tre livelli.

### 3 Erosione della gola nell'ugello

Nel precedente capitolo, gran parte del modello matematico di riferimento per l'analisi dell'endoreattore ibrido in corso di esame è stato definito. Allo scopo di completare tale definizione, è necessario introdurre un elemento centrale, che rappresenta un obiettivo di questo elaborato: l'eliminazione del vincolo sull'area di gola  $A_t$  dell'ugello a rimanere costante. Tale grandezza è stata considerata costante al variare del tempo nelle precedenti sezioni, ma per previsioni accurate delle prestazioni, è opportuno includere l'erosione dell'ugello nel processo di progettazione, poiché l'allargamento continuo della gola nell'ugello durante la combustione influisce direttamente sulla curva della spinta del motore e sull'impulso specifico.

Negli ultimi 70 anni, i motori a razzo ibridi sono stati oggetto di estese attività di ricerca e sviluppo. Come ampiamente discusso nel capitolo 1, per combinare le prestazioni dei tradizionali SRMs e LREs, gran parte di questa ricerca è stata focalizzata sulla comprensione e sul miglioramento della velocità di regressione dei combustibili solidi negli HREs. Durante lo stesso periodo di tempo, la ricerca sugli ugelli dei SRMs ha rivelato che l'erosione nella gola dell'ugello è principalmente il risultato di interazioni chimiche tra la parete dell'ugello e gli ossidanti nel gas caldo di scarico che lo attraversa [27, 29]. Il tema dell'erosione degli ugelli nei razzi ibridi viene identificato da Kuo e Chiaverini [30], ma non sono mai state condotte indagini sperimentali fino ad oggi. D'altronde, si ricorda che il fenomeno noto come *mixture ratio shifting* rappresenta una complicazione importante per i ricercatori, che si occupano dell'erosione negli HREs, a causa della conseguente difficoltà degli esperimenti per valutare l'erosione degli ugelli. Anche nel più semplice design dei grani a combustibile solido, i razzi ibridi sono inclini ad uno spostamento del *mixture ratio* e l'area della superficie di combustione cambia durante la combustione. La relazione non lineare tra il rapporto di miscela, la superficie di combustione e la velocità di regressione del combustibile solido rende complicati i tentativi di determinazione della composizione del gas all'ingresso dell'ugello e limita la capacità di comprendere il meccanismo dell'erosione nell'ugello attraverso l'analisi del punto finale o del tempo medio. Dunque, l'erosione degli ugelli nei razzi ibridi è attualmente in corso di studio dal punto di vista sperimentale, perciò in questo elaborato si è scelto di determinare la velocità di erosione nella gola dell'ugello mediante un modello dovuto a Bartz.

Detto ciò, in questo capitolo sarà perfezionato il modello matematico, introdotto nelle precedenti sezioni. In particolare, saranno accennate le tipologie dei materiali, con cui gli ugelli dei principali endoreattori chimici vengono costruiti, sarà brevemente descritto il fenomeno fisico dell'erosione nell'ugello e sarà esplicitato, attraverso la formulazione di Bartz, il metodo utilizzato per modellizzare tale fenomeno nello studio dell'endoreattore ibrido in esame.

### 3.1 Caratteristiche dell'ugello della camera di spinta

Gli ugelli convertono l'energia termica del gas in energia cinetica. Le prestazioni dell'ugello sono caratterizzate dalla spinta generata dal fluido ad alta pressione [28].

Le tecnologie degli ugelli e dei materiali ampiamente utilizzate durante la progettazione e lo sviluppo dei SRMs possono essere convenientemente estese ai motori ibridi. Ad esempio, il raffreddamento ablativo dell'ugello è adottato per motori a razzo solido così come per motori a razzo ibridi. Tuttavia, si dovrebbe considerare che le condizioni operative dei materiali di protezione termica nei motori ibridi differiscono da quelle nei SRMs. I gas di combustione prodotti hanno un effetto erosivo a causa della loro alta temperatura ed alta velocità ed anche di un'alta concentrazione di particelle contenenti ossigeno. Una caratteristica distintiva delle condizioni operative di un HRE è la maggior concentrazione di prodotti di combustione contenenti ossigeno rispetto ad un SRM. Ciò può influenzare significativamente il comportamento del materiale. Ad esempio, un ugello realizzato con grafite, tipicamente utilizzato nei SRMs, risulta molto debole se applicato ad un HRE e le prestazioni ad esso associate saranno ridotte dall'aumento del diametro della gola. Da ciò si deduce che la velocità di erosione della gola in un ibrido è generalmente maggiore di quella in un SRM ed, essendo coinvolti i gas prodotti dalla combustione e le specie ossidanti tra essi presenti, è funzione principalmente della pressione in camera di combustione e del rapporto di miscela, come sarà ampiamente discusso in seguito.

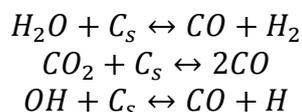
Detto ciò, la scelta del materiale dell'ugello è un passo fondamentale nel design dell'ugello, specialmente nella regione della gola, dove gli effetti erosivi sono più rilevanti [25]. Metalli refrattari, composti contenenti carbonio o grafite e plastica rinforzata, che resistono ad effetti erosivi, sono comunemente usati come materiale per la gola.

La protezione termica interna degli ugelli viene comunemente realizzata con due diversi tipi di materiali ablativi. I materiali, ampiamente utilizzati per la protezione del divergente, sono costituiti da un elemento di riempimento (solitamente una resina) e da un materiale di rinforzo (solitamente carbonio). Quando viene riscaldata, la resina subisce una serie di reazioni chimiche che rilasciano prodotti gassosi (fenomeno di pirolisi) lasciando dei depositi carboniosi. La pressione del gas nella zona di pirolisi obbliga il gas derivante dalla pirolisi a fluire attraverso lo strato limite creatosi. Lo strato stesso di carbonio formatosi può recedere a causa dell'azione chimica e meccanica dello strato limite. Altri materiali, come quelli compositi carbonio-carbonio, vengono utilizzati per proteggere il tratto convergente dell'ugello. Entrambe queste tipologie di materiali di protezione termica si sacrificano parzialmente o completamente per deviare l'energia che altrimenti riscalderebbe la struttura sottostante.

Infine, materiali degli ugelli più compatibili con i sistemi di propulsione ibridi dovranno essere identificati e sviluppati. In alternativa, potrebbero essere impiegate tecniche di raffreddamento, come il *film cooling* mediante il combustibile o l'ossidante a bordo, per ridurre la velocità di erosione della gola in modo da essere ben al di sotto di 5 mm/s. Questo sarà necessario quando le durate della combustione nel motore sono molto lunghe.

## 3.2 Descrizione del fenomeno fisico

Studi di ricerca intensiva sui fenomeni che regolano l'erosione dei materiali, con cui un ugello può essere costruito, hanno rivelato che le reazioni chimiche, sulla superficie interna dell'ugello, sono i principali responsabili dell'erosione del materiale superficiale [26, 29]. A temperature superficiali elevate, si verificano reazioni chimiche eterogenee tra il materiale degli ugelli e le specie ossidanti come la  $CO_2$ , normalmente presente in quantità significativa nel gas prodotto dalla combustione. Le reazioni eterogenee consumano le specie ossidanti sulla superficie dell'ugello e producono  $CO$ , ovvero monossido di carbonio: il risultato è l'erosione termo-chimica dell'ugello [26].



Tale erosione è più considerevole nella gola perché in quella regione si raggiunge la massima velocità di trasferimento del calore. Man mano che l'area della gola nell'ugello aumenta, la spinta diminuisce e quindi le prestazioni del motore si riducono soprattutto per lunghi tempi di combustione [6].

In verità, diversi sono i processi che possono influire sulla velocità di erosione degli ugelli in condizioni di alta pressione ed alta temperatura, tra cui: riscaldamento convettivo e radiativo della superficie dell'ugello, reazioni eterogenee sulla superficie esposta, reazioni in fase gassosa nello strato limite, diffusione in fase gassosa delle specie chimiche ossidanti dallo strato limite alla superficie dell'ugello. Ognuno di questi processi ha un effetto più o meno importante sul rateo di erosione dei materiali degli ugelli e richiede un'indagine.

La velocità complessiva di queste reazioni eterogenee dipende dalla loro cinetica e dalla velocità con cui le specie ossidanti possono diffondersi, attraverso lo strato limite, fino alla superficie dell'ugello. Questa considerazione qualitativa porta alla definizione di due diverse condizioni estreme. Se le velocità cinetiche sono molto più alte delle velocità di diffusione, il rateo di erosione è determinato principalmente dal meccanismo di diffusione delle specie ossidanti (*diffusion-limited*). L'altra situazione estrema è quella di alte velocità di diffusione e basse velocità cinetiche, nel qual caso la recessione è determinata prevalentemente dalla cinetica chimica (*kinetic-limited*) [31, 32].

Il processo generale di erosione degli ugelli è estremamente complesso a causa dell'interazione di numerosi fattori tra cui composizione del propellente, condizioni operative del motore, durata della combustione, geometria dell'ugello e proprietà del materiale, velocità di diffusione delle specie verso la superficie attraverso lo strato limite e chimica delle reazioni alla superficie e nella fase gassosa. In figura 3.1 si osserva una rappresentazione esplicativa del processo fisico-chimico dell'erosione dell'ugello durante il funzionamento del motore. Detto ciò, oltre ai processi aero-termo-chimici, l'erosione può essere causata anche da processi meccanici e strutturali, tuttavia l'erosione chimica è la ragione principale della recessione dell'ugello, prevalentemente in corrispondenza della gola [26]. Per tale motivo, in questo elaborato si considera ragionevolmente soltanto l'erosione nella gola dell'ugello, al fine di valutare il cambiamento delle prestazioni, che ne deriva, e le conseguenze legate all'introduzione di tale fenomenologia nel processo di progettazione dell'endoreattore ibrido in corso di studio.

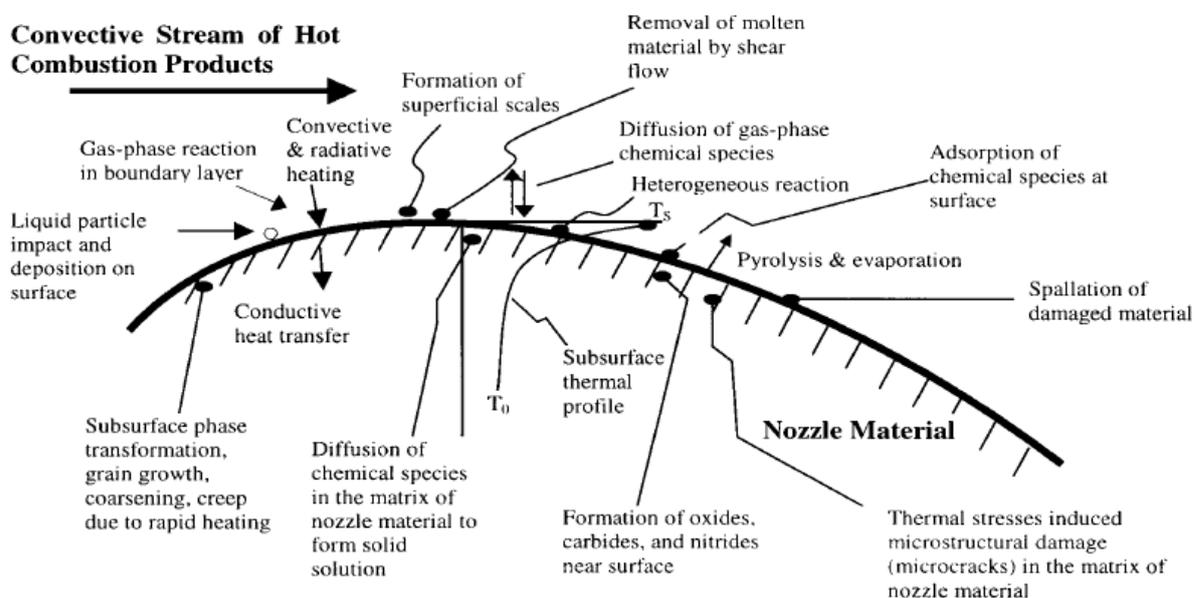


Figura 3.1: Processi fisico-chimici associati all'erosione dell'ugello [27].

### 3.3 Formulazione di Bartz e modello matematico per l'erosione

Il metodo classico per misurare la riduzione delle prestazioni consiste nel testare i motori in scala reale, ma ciò richiede molto tempo ed è molto costoso perché i test devono essere ripetuti per ogni tipologia di motore. Un metodo complementare consiste nello stabilire modelli di regressione in grado di prevedere con precisione il rateo di erosione della gola nell'ugello, ma questi modelli richiedono una conoscenza fondamentale dei principali meccanismi che guidano tale regressione. Dunque, per valutare il comportamento dell'erosione dei materiali di protezione degli ugelli, sono richieste una descrizione ed una modellazione corrette dell'interazione tra i gas derivanti dai propellenti ibridi ed il materiale protettivo.

Prima di entrare nel merito della scelta adottata per modellizzare il fenomeno dell'erosione in questo lavoro di tesi, è opportuno specificare che le correlazioni empiriche attualmente utilizzate per fornire i dati necessari per la progettazione del motore sono piuttosto inadeguate per fasi di design avanzate, quindi per gli HREs sarebbero necessari modelli numerici in grado di rappresentare con maggiore precisione le interazioni fisico-chimiche tra il flusso reagente ed il materiale protettivo, in modo da poter eseguire un'analisi parametrica che consenta di valutare l'impatto dei vari parametri, influenzanti la velocità di erosione degli ugelli, come il rapporto di miscela, la pressione in camera e l'efficienza di combustione [33].

La variabilità dell'area di gola nell'ugello durante il funzionamento del motore e tutte le grandezze fisiche che permettono di modellizzare questo fenomeno nel problema affrontato vanno introdotte opportunamente nella procedura di calcolo adottata in questo

elaborato, ovvero la *nested direct-indirect optimization procedure*, considerata nel capitolo precedente. A tal proposito, bisogna introdurre nella procedura numerica, eseguita dal codice di calcolo, l'equazione differenziale che coinvolge il rateo di erosione ed il raggio della gola, che varia nel tempo. Inoltre, per la modalità con cui è stata strutturata la procedura di calcolo, il rateo di erosione iniziale dovrebbe essere una quantità nota, perciò nonostante dipenda dalla tipologia del materiale con cui è costruito l'ugello, tale valore sarà impostato nella procedura di ottimizzazione del design robusto dell'endoreattore ibrido, considerando le velocità di erosione desiderate per le più avanzate tecnologie di materiali utilizzate per la realizzazione degli ugelli negli HREs (da 0.1 mm/s a 0.4 mm/s).

Per la predizione del fenomeno dell'erosione nella gola dell'ugello bisogna richiamare un modello che evidenzi la natura prevalentemente termo-chimica di tale fenomeno, come discusso nella precedente sezione. Dunque, la caratterizzazione dell'ambiente termo-chimico è un elemento fondamentale nella comprensione del comportamento del sistema di protezione termica del motore a razzo. In condizioni operative normali i gas prodotti possono essere considerati costituiti da  $H_2O$ ,  $CO_2$ ,  $CO$ ,  $O_2$ ,  $OH$  e  $O$ , che sono presenti in quantità maggiore. Per queste specie è opportuno analizzare le proprietà termodinamiche e di trasporto.

Il flusso di calore in corrispondenza della parete dell'ugello è il motivo per cui sono necessari i sistemi di protezione termica, infatti può raggiungere livelli di  $MW/m^2$ . Nella regione della gola, tale flusso raggiunge il valore più alto. Nello scenario più generale questo flusso di calore è costituito da una componente convettiva e da una radiativa. Anche se l'emissività del gas è elevata, il flusso di calore radiativo è relativamente piccolo rispetto a quello convettivo, almeno nell'ugello, quindi può essere trascurato. Poiché una valutazione del flusso di calore radiativo complessivo non è semplice ed il suo contributo è relativamente basso, la sua valutazione è generalmente eseguita in una fase avanzata nella progettazione degli ugelli. Quindi, in prima approssimazione, ci si può riferire soltanto al flusso di calore convettivo.

Per stimare il coefficiente di scambio termico convettivo  $h_g$ , che lega il flusso di calore con la conseguente differenza di temperatura ottenuta sulla parete dell'ugello, si può utilizzare la formulazione di Bartz, espressa nel seguente modo [34]:

$$h_g = \left[ \frac{0.026}{D_t^{0.2}} \left( \frac{D_t}{R_c} \right)^{0.1} \frac{\mu^{0.2} c_p}{Pr^{0.6}} \left( \frac{p_c}{c^*} \right)^{0.8} \right] \left( \frac{A_t}{A} \right)^{0.9} \left[ \left( \frac{\rho_{rif}}{\rho_e} \right)^{0.8} \left( \frac{\mu_{rif}}{\mu} \right)^{0.2} \right] \quad [3.1]$$

Dove  $D_t$  e  $A_t$  sono rispettivamente il diametro e l'area della gola,  $A$  è l'area della generica sezione dell'ugello,  $R_c$  è il raggio di curvatura dell'ugello,  $\mu$ ,  $c_p$  e  $Pr$  sono rispettivamente la viscosità dinamica, il calore specifico a pressione costante e il numero di Prandtl del fluido, che lambisce la superficie dell'ugello,  $c^*$  è la velocità caratteristica,  $p_c$  è la pressione in camera di combustione,  $\rho_e$  è la densità del fluido all'esterno dello strato limite e con il pedice *rif* si indicano dei valori di riferimento delle grandezze in questione. La formulazione proposta da Bartz permette di stimare empiricamente il coefficiente di scambio termico a partire da grandezze note o facilmente determinabili. Inoltre, dalla relazione [3.1] si nota che il coefficiente di scambio termico convettivo dipende fortemente dalla pressione in camera e dal diametro della sezione dell'ugello, perciò, essendo caratterizzata dal diametro più basso, la zona della gola è soggetta al massimo scambio termico. Questa equazione si adatta correttamente ai calcoli dello strato limite turbolento

sull'intero ugello, tuttavia alcune eccezioni possono presentarsi nella regione di ingresso, dove lo strato limite può essere più sottile. La valutazione di questo coefficiente di scambio termico rappresenta un aspetto importante per quanto riguarda l'ambiente termo-chimico del motore a razzo ibrido, indipendentemente dal sistema utilizzato per proteggere l'ugello.

Come anticipato nelle sezioni precedenti, l'ablazione termo-chimica è il risultato della reazione chimica tra le specie chimiche gassose, derivanti dai propellenti, e il materiale della parete dell'ugello. Per un materiale ablativo ben funzionante è importante che la reazione complessiva risulti endotermica, al fine di mitigare la maggior parte del calore convettivo dal gas. Esistono diversi modi per modellizzare i fenomeni di ablazione. Il più semplice di questi è quello in cui il rateo di erosione  $\dot{s}$  è considerato proporzionale al calore in ingresso verso la parete dell'ugello:

$$\dot{s} = \frac{q_w}{\rho_{abl} Q_{abl}} \quad [3.2]$$

Dove  $q_w = h_g(T_{aw} - T_{wg})$  è il flusso di calore verso la parete,  $T_{aw}$  e  $T_{wg}$  sono rispettivamente la temperatura adiabatica di parete e la temperatura della parete a contatto con il gas (considerata determinata a seconda del materiale scelto in fase di progettazione),  $Q_{abl}$  è il calore di ablazione per unità di massa e  $\rho_{abl}$  è la densità del materiale ablativo. In realtà, il calore di ablazione è funzione della composizione chimica del flusso generato, che è diversa a seconda del tipo di materiale protettivo scelto. Quindi, questo metodo si baserebbe su dati sperimentali specifici, che non possono essere disponibili o estrapolati nel caso in esame. Se il comportamento termo-chimico di un materiale è troppo sensibile alla composizione chimica del flusso generato, la natura dell'ambiente dell'endoreattore ibrido non renderebbe questa modellizzazione adatta alla stima dell'erosione.

Detto ciò, occorre modellizzare l'erosione diversamente rispetto alla relazione [3.2]. Sulla base di quanto esplicitato si possono, innanzitutto, individuare le variabili indipendenti in input del modello [35]:

- $p_c$ : pressione in camera di combustione;
- $MR$ : rapporto di miscela (è legato alla composizione chimica del flusso);
- Proprietà termodinamiche e di trasporto (tra cui  $\mu$  e  $c_p$ );
- $h_g$ : coefficiente di scambio termico convettivo;
- $T_{aw}$ : temperatura adiabatica di parete;
- $c_{abl}$ : calore specifico del materiale ablativo;
- $\rho_{abl}$ : densità del materiale ablativo.

In verità, le proprietà termodinamiche e di trasporto sono funzione sia della temperatura statica locale che della composizione chimica del flusso, che a loro volta dipendono dalla pressione in camera e dal rapporto di miscela. Il calore specifico del materiale ablativo ha un effetto non molto importante sull'erosione, perciò questa dipendenza può essere ragionevolmente trascurata, e la densità del materiale ablativo è stata fissata nella sotto-sezione 2.1.3. Dunque, il rateo di erosione della gola diventa funzione delle seguenti grandezze:

$$\dot{s} = f(p_c, MR, h_g, T_{aw})$$

Dove  $T_{aw}$  dipende dalla temperatura all'esterno dello strato limite e dalla temperatura totale, che coincide con la temperatura in camera di combustione, quindi da  $p_c$  e da  $MR$ . Ricordando la relazione [3.1], con cui si esprime  $h_g$ , si può affermare che, solitamente, il rapporto  $\frac{D_t}{R_c} \approx 1$ ,  $c^*$  è funzione di  $p_c$  e di  $MR$  (come ampiamente discusso nei precedenti capitoli), come anche  $Pr$  e le proprietà termodinamiche e di trasporto, perciò, in definitiva, il rateo di erosione della gola può essere espresso come funzione soltanto di tre variabili indipendenti:

$$\dot{s} = f(p_c, MR, D_t)$$

Ricordando che le condizioni di afflusso dell'ugello sono state ottenute da un codice di equilibrio chimico ad una pressione di 10 bar, avendo, inoltre, fissato la combinazione di propellenti per l'HRE in corso di studio (HP-PE) ed avendo, quindi, individuato il range entro cui il rapporto di miscela varia per tale combinazione (sotto-sezione 1.3.3) al fine di garantire valori accettabili degli indici prestazionali, si utilizza il seguente modello per la valutazione dell'erosione, tradizionalmente applicato anche ai SRMs [36]:

$$\dot{s} = \dot{s}_{rif} \left( \frac{p_c}{p_{c_{rif}}} \right)^{0.8} \left( \frac{R_{t_{rif}}}{R_t} \right)^{0.2} \quad [3.3]$$

Dove  $R_t$  è il raggio di gola e  $p_{c_{rif}}$ ,  $R_{t_{rif}}$  e  $\dot{s}_{rif}$  sono rispettivamente la pressione in camera di combustione iniziale ( $(p_c)_i = 10 \text{ bar}$ ), il raggio di gola di riferimento, prossimo a quello iniziale derivante dalla scelta progettuale di fissare inizialmente la relazione [2.16], ed il rateo di erosione iniziale impostato. In verità, essendo stavolta l'area di gola tempo variante, l'introduzione del fenomeno dell'erosione nella gola dell'ugello comporta una modifica dell'equazione [2.16], la quale diventa:

$$(J)_i = \frac{(A_t)_i}{(A_p)_i} \quad [3.4]$$

Dove  $(A_t)_i$  è l'area di gola dell'ugello all'istante iniziale. Inoltre, si può facilmente dedurre che il rateo di erosione  $\dot{s}$  varia durante il funzionamento a causa della variazione nel tempo della pressione  $p_c$  in camera di combustione e del raggio di gola  $R_t$ , che a sua volta recede per la presenza dell'erosione. Dunque, l'erosione dipende fortemente dalla pressione in camera e dalla velocità del gas nella gola, poiché influenzano il coefficiente di scambio termico ed il flusso di calore. Pertanto, avendo esplicitato le dipendenze del coefficiente di scambio termico, espresso mediante la relazione [3.1], si può affermare in definitiva che il rateo di erosione dipende principalmente dalla pressione in camera e dal raggio di gola dell'ugello secondo la relazione [3.3], utilizzata per introdurre il fenomeno dell'erosione nella gola dell'ugello nel modello matematico, definito nel precedente capitolo.

In conclusione, il modello per l'erosione sarà introdotto nella procedura di calcolo e, quindi, utilizzato nello studio dell'endoreattore ibrido in esame nelle modalità che saranno successivamente esposte. La necessità di tale modello è richiesta poiché la velocità di erosione della gola nei motori a razzo ibridi risulta essere superiore a quella ottenuta nei motori a razzo solido e, quindi, più influente dal punto di vista della progettazione e delle prestazioni.

## 4 *Robust design & optimization*

In seguito al perfezionamento del modello matematico con l'introduzione del fenomeno dell'erosione nella gola dell'ugello, esposto nel precedente capitolo, ed alle argomentazioni presentate nel capitolo 2 in merito alla scelta della tipologia di design più adatta alla progettazione dell'endoreattore ibrido per la missione di lancio in corso di studio, in questo capitolo saranno esplicitati i principi generali del *Robust design*, che sarà eseguito, e, dopo aver definito la funzione obiettivo da massimizzare per l'ottimizzazione dell'endoreattore, saranno presentate delle procedure di ottimizzazione basate su algoritmi evolutivi (*evolutionary optimization algorithm*), focalizzando l'attenzione su quello adottato per l'ottimizzazione del *Robust design* in esame, ovvero la *particle swarm optimization*. In particolare, tale procedura è stata implementata nel codice di calcolo, richiamato nel capitolo 2. Questo codice, sviluppato al *Politecnico di Torino*, è stato migliorato in modo da poter introdurre le incertezze su alcune variabili in input del problema, e di conseguenza, implementare un processo tale da condurre alla richiesta robustezza del design dell'endoreattore ibrido, e, allo stesso tempo, utilizzare più adeguate procedure di ottimizzazione del design. Detto ciò, i risultati ottenuti in questo lavoro di tesi (discussi nel capitolo successivo) faranno riferimento a tale codice di calcolo, che sarà opportunamente utilizzato.

### 4.1 *Importanza del Robust design*

Come anticipato nella sotto-sezione 2.2.4, la scelta di eseguire un *Robust design* dell'endoreattore ibrido in esame è giustificata dal rischio di poter non raggiungere i requisiti di missione (definiti nella sotto-sezione 2.1.5), qualora fosse applicata una procedura di *design deterministico*, a causa della non adeguata robustezza del design, che ne risulterebbe, intesa come insensibilità o debole sensibilità a piccole variazioni dei parametri di progetto. Tale requisito di robustezza è indispensabile a causa della notevole influenza del rateo di regressione, e quindi dei coefficienti  $a$  ed  $n$ , fortemente incerti, sulle prestazioni del motore, come ampiamente discusso nella sezione 1.3, e di conseguenza sul raggiungimento dei requisiti di missione.

Detto ciò, i risultati ottenuti applicando la procedura di *design deterministico ottimale* (descritta nella sezione 2.1), dimostrano che la quota da raggiungere è fortemente messa a rischio quando il rateo di regressione è maggiore rispetto a quello del caso nominale (con  $a = 7.0 * 10^{-6}$ ,  $n = 0.80$ ), poiché ciò determinerebbe una notevole quantità di ossidante residuo. Al contrario, quando il rateo di regressione è minore di quello del caso nominale, il residuo è di combustibile, perciò le performance risultano meno degradate rispetto al caso precedente. Da ciò risulta evidente che miglioramenti del comportamento *off-design* possono essere sicuramente ottenuti se il design del motore è ottimizzato per valori dei coefficienti dell'espressione del rateo di regressione del grano solido più alti di quelli nominali [16].

Un'analisi di sensitività (richiamata nella sotto-sezione 2.2.4) è stata effettuata calcolando la quota effettivamente raggiunta dal lanciatore per le coppie di valori di  $a$  e di

$n$  di *off-design* della tabella 2.1 con un motore dimensionato a partire dai parametri di design ottenuti mediante la procedura di ottimizzazione deterministica alle condizioni iniziali e alla quota finale (700 km), definite nella sotto-sezione 2.1.5, per i valori del caso nominale ( $a = 7.0 * 10^{-6}$  ed  $n = 0.80$ ). Tale analisi, eseguita per valutare in che misura il cambiamento delle proprietà balistiche affligge il *design deterministico ottimale*, ha messo in evidenza che un relativamente piccolo intervallo di variazione di tali proprietà comporta una notevole diminuzione della quota effettivamente raggiunta. In particolare, l'effetto della variazione di  $n$  determina un peggioramento dell'altezza effettivamente raggiunta più ampio rispetto a quello della variazione di  $a$ : ciò deriva dal fatto che  $n$  è un esponente. Inoltre, se il rateo di regressione risulta più alto di quello nominale, il combustibile brucia completamente prima che tutto l'ossidante venga esaurito. In questo modo, la quantità di ossidante non bruciata rimane a bordo causando un peggioramento delle prestazioni. Al contrario, se il rateo di regressione risulta più basso di quello nominale, l'ossidante brucia completamente prima che tutto il combustibile sia esaurito, ma residui di combustibile non hanno lo stesso effetto di residui di ossidante a bordo perché il rapporto di miscela associato alla combinazione di propellenti HP-PE è relativamente alto, quindi una stessa percentuale di residuo, la cui produzione è imputabile al cambiamento delle proprietà balistiche, corrisponde ad una massa residua di ossidante maggiore di quella di combustibile [16].

Detto ciò, anche eseguendo il *design deterministico ottimale* per ciascuna coppia di valori di  $a$  e di  $n$  della tabella 2.1, si ottengono rilevanti cambiamenti nei parametri di design per garantire lo stesso carico utile (*payload*). Dunque, queste variazioni del design ottimale sono un chiaro segnale che l'incertezza delle proprietà balistiche ha un effetto importante sulle performance di un certo design e giustificano la necessità di un approccio robusto per il design [16]. D'altronde, come discusso in precedenza, le proprietà balistiche condizionano notevolmente l'evoluzione della spinta e del rapporto di miscela durante il funzionamento del motore.

## 4.2 Ottimizzazione in presenza di incertezze

In generale, un problema di ottimizzazione consiste nella ricerca di valori delle variabili tali per cui si ottiene un valore massimo (o minimo) di una determinata funzione. Da questa definizione appaiono già alcuni elementi fondamentali di un processo di ottimizzazione. Innanzitutto, occorre definire chiaramente il problema di ottimizzazione, ovvero ciò che si vuole ottimizzare. Occorre, poi, definire delle variabili, ovvero un'opportuna parametrizzazione del problema, ed una funzione da ottimizzare, cioè la cosiddetta funzione obiettivo. Inoltre, è indispensabile servirsi di un procedimento attraverso il quale per un dato valore delle variabili (configurazione o campione) si calcola il relativo obiettivo. Tale procedimento può essere un esperimento o una simulazione. In un processo di ottimizzazione solitamente si procede in maniera iterativa generando una configurazione e valutandone il valore della funzione obiettivo. Un *algoritmo di ottimizzazione* può essere definito praticamente come un generatore di configurazioni da testare che con diverse logiche produce nuove configurazioni sulla base di quelle testate in precedenza, ovvero dalle informazioni raccolte.

Detto ciò, un generico problema di ottimizzazione prevede tre elementi fondamentali:

- Variabili decisionali (in input): grandezze di cui bisogna determinare il valore ottimo.
- Funzione obiettivo: indica la relazione funzionale tra le variabili in input e altre variabili, il cui valore deve essere massimizzato o minimizzato.
- Insieme ammissibile: insieme dei possibili valori che le variabili decisionali possono assumere. La presenza di vincoli restringe l'insieme ammissibile. Nel caso di ottimizzazione non vincolata tale insieme non possiede vincoli (non è il caso in esame).

Dunque, il problema consiste nello scegliere all'interno dell'insieme ammissibile l'alternativa migliore dal punto di vista della funzione.

In un *design deterministico*, la procedura di ottimizzazione può essere sintetizzata mediante i passaggi rappresentati in figura 4.1: dopo la definizione dei parametri di progetto e della funzione obiettivo, lo spazio di progettazione viene esplorato mediante analisi di sensibilità, che permettono di individuare le variabili che maggiormente influiscono sulle performance del motore. Tali analisi possono aiutare a ridurre convenientemente il numero di parametri di progetto. Inoltre, i migliori design ottenuti durante l'analisi di sensibilità possono essere utilizzati come punto di partenza per la procedura di ottimizzazione successiva che determinerà il design ottimale. Quanto appena descritto è alla base di una procedura di *design deterministico ottimale*.



Figura 4.1: Flow-chart della procedura di ottimizzazione deterministica con singola funzione obiettivo [38].

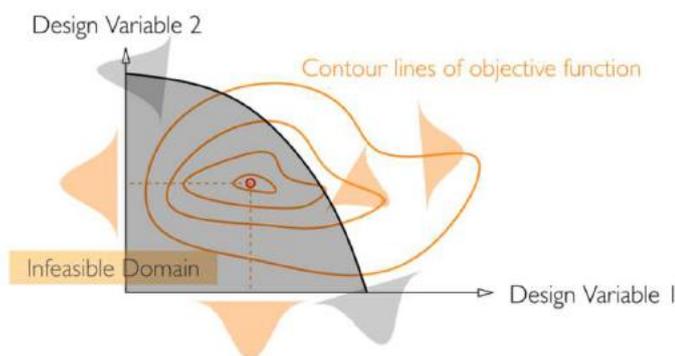


Figura 4.2: Schema grafico esplicativo dell'ottimizzazione in un *Robust design* [38].

Nell'ottica del *Robust design*, i metodi di ottimizzazione deterministica sono estesi considerando le incertezze di specifiche variabili di input. In generale, con l'aiuto di una valutazione statistica della funzione obiettivo e delle condizioni di vincolo, il progetto è guidato in una regione in cui i requisiti di robustezza sono soddisfatti e le prestazioni desiderate sono ottimali, al costo di qualche penalizzazione inevitabile rispetto al risultato ottenuto col *design deterministico ottimale*. Tale penalizzazione è causata dal raggiungimento del requisito di robustezza imposto. Detto ciò, esistono diverse tecniche, di cui ci si può servire allo scopo di risolvere un problema di ottimizzazione. Ognuna di esse ha le proprie caratteristiche, i propri punti di forza e le proprie debolezze. Inoltre, l'ottimizzazione molto spesso non è mai un processo *one-shot*, in cui si sceglie esclusivamente un dato algoritmo. A seconda del problema, è buona norma servirsi di più tecniche, anche se ciò può essere dispendioso in termini di numero di simulazioni necessarie per completare il processo di ottimizzazione. In aggiunta, i singoli algoritmi, che possono essere scelti ad ogni passo del processo, possono essere più adatti per una tipologia di problema piuttosto che per un'altra. L'impostazione di un processo di ottimizzazione non è quindi sempre immediata e richiede la conoscenza delle varie tecniche da parte del progettista e l'esperienza. Tali conoscenze possono essere frutto di un accurato studio di ricerca e i risultati, che saranno ottenuti in questo elaborato, mirano in questo senso a dare un contributo nell'ambito del problema affrontato.

Dunque, il concetto di *Robust design* non può prescindere da quello di processo di ottimizzazione che tenga conto delle incertezze. In particolare, con l'espressione *ottimizzazione robusta* si intendono tutti quei metodi che mirano a migliorare il design rendendolo debolmente sensibile a piccoli cambiamenti nei parametri di progetto mediante tecniche di ottimizzazione numerica iterativa. La formulazione classica di un problema di ottimizzazione robusta è la seguente [18]:

$$\min_{t \in \Omega} [w_1 \mu(t, \theta) + w_2 \sigma^2(t, \theta)]$$

Dove  $t$  è il vettore dei parametri di design nel relativo dominio  $\Omega$ ,  $\theta$  è il vettore dei parametri incerti,  $\mu$ ,  $\sigma^2$  sono rispettivamente il valor medio e la varianza della funzione obiettivo,  $w_1$  e  $w_2$  sono i pesi definiti dal progettista in modo da massimizzare (o minimizzare) la funzione obiettivo, la sua varianza intorno al valor medio oppure cercare una soluzione di compromesso opportuna. L'efficacia dell'*ottimizzazione robusta* è proporzionale all'accuratezza della caratterizzazione di  $\theta$  e all'aderenza della funzione obiettivo con le grandezze fisiche di interesse.

In ogni processo, che mira alla ricercata robustezza del design di un endoreattore ibrido, è prevista una fase di *parameter design*, in cui si individuano i fattori influenzanti le prestazioni e li si distinguono in due gruppi:

- *Fattori di controllo*: parametri facilmente controllabili dal progettista;
- *Fattori di rumore*: parametri difficilmente controllabili dal progettista, che sono i principali responsabili della deviazione dal valore nominale delle grandezze prestazionali in questione.

Il *parameter design* ha come obiettivo l'identificazione della combinazione dei *fattori di controllo* che rende il prodotto debolmente sensibile alle variazioni dei *fattori di rumore* senza eliminarle.

Dopo questa presentazione generale, entrando nel merito del problema di ottimizzazione robusta di HREs in esame, i *fattori di controllo* (le variabili in input) sono i parametri di progetto definiti nella sotto-sezione 2.2.5 e i *fattori di rumore* (le variabile affette da incertezza) sono i coefficienti  $a$  ed  $n$ :

$$f = \{(m_o)_{BD}, \varepsilon, R_G, w, L_B, m_{of}\}, \quad r = \{a, n\}$$

La definizione di queste variabili permette di ottenere le grandezze fisiche del modello matematico esplicitato nei capitoli 2 e 3.

Allo scopo di definire il *Robust design* ottimale in questo elaborato, come anticipato, sarà implementata in maniera iterativa la *particle swarm optimization*, basata su un algoritmo evolutivo, all'interno del codice di calcolo, in cui è innestata la procedura di ottimizzazione indiretta della traiettoria, similmente a quanto discusso nella sotto-sezione 2.1.4. Tale algoritmo di ottimizzazione è stato scelto per le prestazioni decisamente superiori mostrate per il design degli HREs rispetto ad altre tipologie di algoritmi in precedenti lavori di ricerca. Col procedere delle iterazioni, il punto di progetto si sposterà all'interno dello spazio di design secondo i criteri che saranno illustrati nelle successive sezioni.

Infine, occorre determinare la funzione obiettivo necessaria per definire chiaramente il problema di ottimizzazione, ovvero ciò che si vuole ottimizzare. Tale determinazione sarebbe piuttosto semplice, qualora il problema di ottimizzazione fosse ad obiettivo singolo, cioè con un'unica grandezza da ottimizzare. Purtroppo questo non è il caso del problema di ottimizzazione che si sta affrontando, poiché le prestazioni di interesse sono due: la quota raggiunta ed il carico utile del lanciatore. Inoltre, nel caso trattato la quota raggiunta è vincolata dalla missione. Pertanto, la definizione della funzione obiettivo da utilizzare è molto delicata e l'approccio adottato sarà trattato nella seguente sezione.

### 4.3 *E-constraint approach* e definizione della funzione obiettivo

Il *Robust design* ottimale richiede i più alti valori di *payload* possibili, garantendo il soddisfacimento delle performance in condizioni di *off-design* in termini di raggiungimento dell'orbita richiesta.

Come anticipato, le due grandezze di interesse per l'ottimizzazione dell'endoreattore a propellenti ibridi in esame sono le seguenti:

- ◇ *Carico utile*: indicato con  $m_u$ , è ottenuto mediante la sola combinazione dei parametri del motore. A differenza della quota raggiunta, questa grandezza obiettivo non è vincolata e viene ricercato il suo valore massimo.
- ◇ *Altezza raggiunta*: in riferimento alla tabella 2.1, per effetto dei *fattori di rumore*, ad ogni combinazione dei *fattori di controllo* corrispondono nove valori di quota raggiunta (una per ogni elemento della matrice 3X3). Poiché l'ottimizzazione è vincolata al raggiungimento di una quota di 700 km, si

definisce un *worst case scenario*, in cui su tale vincolo di quota è calcolata la violazione massima  $\Delta_{max}$ , ovvero la differenza tra la quota imposta  $h^*$  e la minima altezza raggiunta  $h_{min}$ :

$$\Delta_{max} = \max_{ij}(0, h^* - h_{ij})$$

Dove  $h_{ij}$  è la quota raggiunta per lo specifico caso tra i nove possibili dei parametri incerti della griglia 3X3 in tabella 2.1. A partire da questa definizione di violazione massima, viene poi calcolata la quota minima tra i nove valori di quota raggiunta a fissati parametri di design:

$$h_{min} = h^* - \Delta_{max}$$

L'informazione della quota raggiunta dal lanciatore va inserita all'interno dell'espressione della funzione obiettivo, utilizzata per l'ottimizzazione, mediante la grandezza  $h_{min}$  in maniera tale da considerare la quota peggiore raggiunta tra le nove, al fine di ottenere un ottimo robusto.

Un  $\varepsilon$ -constraint approach è utilizzato per individuare il *fronte di Pareto* delle soluzioni robuste. In particolare, considerando i due obiettivi appena introdotti, si definisce la seguente funzione  $J$ :

$$J(f, r) = m_u - k * \max(0, \varepsilon - h_{min}) \quad [4.1]$$

Dove  $k = 2$  è un valore, chiamato *penalty weight*, scelto sulla base dei risultati di ottimizzazione ottenuti da esperienze precedenti [16]. Tale valore va scelto sufficientemente alto da forzare l'altezza minima al valore di  $\varepsilon$ , impostato prima di eseguire l'analisi. Questo valore di  $\varepsilon$  imposto sarà, quindi, pressoché indicativo dell'altezza minima che sarà raggiunta dal lanciatore progettato con le soluzioni di design ottenute in seguito all'*ottimizzazione robusta*. Ad esempio, anche se  $\varepsilon$  fosse impostato a 690 km anziché 700 km, la convergenza del metodo, a cui si arriverebbe se il valore di  $k$  fosse sufficientemente alto, sarebbe ottenuta per  $h_{min} = 690 \text{ km}$ . In aggiunta, durante la procedura di massimizzazione della funzione obiettivo, quando  $h_{min} \geq \varepsilon$  il carico utile coincide con la funzione obiettivo, mentre quando  $h_{min} < \varepsilon$  si ottengono valori molto bassi della funzione obiettivo. Dunque, se il valore di  $k$  è sufficientemente grande, la convergenza del metodo è ottenuta per  $h_{min} = \varepsilon$ , ovvero per  $\Delta_{max} = 0 \text{ km}$ , quindi la funzione obiettivo  $J$  massimizzata tende al carico utile  $m_u$ .

Questo modo di procedere è differente rispetto a quello del *design deterministico ottimale*, analizzato in precedenza, perché in quel caso si ottengono i parametri di design, che, alla quota di 700 km, permettono di ottenere il carico utile più alto possibile. D'altronde, non tenendo conto delle incertezze associate al rateo di regressione del grano solido, non si considera la violazione sul vincolo di quota, la cui informazione è invece indispensabile nella procedura di un *Robust design* ottimale e va ricercata, poiché in questo caso uno degli obiettivi è annullarla, ma a costo di un'inevitabile penalizzazione sul carico utile, che quindi è minore rispetto al caso di *design deterministico ottimale*. In aggiunta, come discusso nella sezione 4.1, qualora si variassero i valori dei coefficienti  $a$  ed  $n$ , considerando i parametri di progetto ottenuti mediante la procedura di *design deterministico ottimale* per la quota di 700 km, l'altezza effettivamente raggiunta non sarebbe tale come

richiesto dai vincoli di missione. Nel *Robust design*, invece, a seconda di quanto ci si allontana dal vincolo di quota si ottiene un certo *payload* (più basso per quote più alte), però per ogni quota il design risulterà differente rispetto a quello deterministico perché quest'ultimo garantisce il raggiungimento della quota imposta solo nel caso nominale, mentre il robusto garantisce la quota imposta anche nel caso non nominale al costo di un *payload* minore. In definitiva, il *Robust design* migliora il *design deterministico* nei casi non nominali, mentre quello deterministico sarebbe ottimo, qualora non esistessero le incertezze sui coefficienti che definiscono il rateo di regressione.

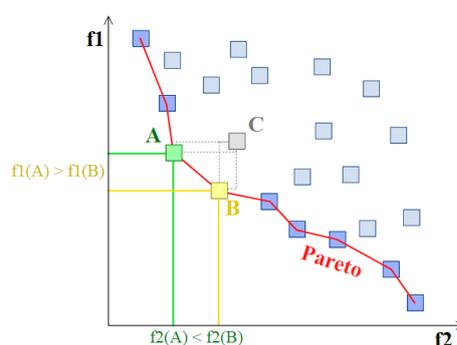


Figura 4.3: Esempio esplicativo di *fronte di Pareto*.

Dopo questo breve inciso, utile per chiarire ulteriormente le differenze tra le procedure di *design deterministico* e di *Robust design*, è opportuno discutere in merito ad osservazioni sulla funzione obiettivo, appena definita, e sul metodo ad  $\varepsilon$ -vincolata.

Con *fronte di Pareto* si intende un insieme di soluzioni ottime, ovvero costituito da tutti i punti *non dominati*, cioè da quei punti per i quali non esiste nessun altro punto che sia migliore contemporaneamente per tutti gli obiettivi considerati nella funzione da ottimizzare. Un punto può far parte del *fronte di Pareto* anche se non domina nessuno, poiché per definizione non deve essere dominato da altri punti. Ad esempio, si osserva in figura 4.3 un caso esplicativo con due obiettivi, in cui valori piccoli di  $f_1$  e di  $f_2$  rappresentano una soluzione migliore (i quadrati indicano possibili scelte): il punto C non si trova sul *fronte di Pareto* perché possiede due punti dominanti, ovvero A e B, i quali invece non sono dominati, perciò si trovano su tale fronte.

Nel caso in esame, andando a variare il valore di  $\varepsilon$  (quindi la quota minima raggiunta), l' *$\varepsilon$ -constraint approach* permette di esplorare il *fronte di Pareto* trovando la soluzione di ottimo che massimizza il carico utile per ogni scelta di  $\varepsilon$  effettuata, come mostrato in maniera schematica ed in via esemplificativa nella figura 4.5. Dal punto di vista fisico, la scelta di un valore di  $\varepsilon$  minore della quota obiettivo (700 km) costituisce un rilassamento sul vincolo, imposto su tale grandezza, che porta ad un carico utile più alto.

Infine, un caso esemplificativo del metodo ad  $\varepsilon$ -vincolata è quello rappresentato nelle figure 4.4 e 4.5, in cui si osserva che, considerando il vettore  $t$  dei parametri di design costituito soltanto da due elementi  $x_1$  e  $x_2$  (il discorso può essere esteso anche al caso di più elementi), ad ogni punto nel relativo insieme  $\Omega$  corrisponde un punto nel dominio  $\Lambda$  della funzione  $J$ , composta da due obiettivi nel caso in esame.

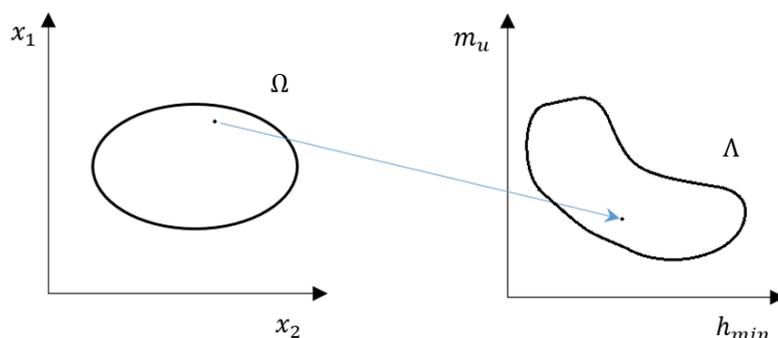


Figura 4.4: Esempio di mappatura dall'insieme dei parametri di design a quello della funzione obiettivo.

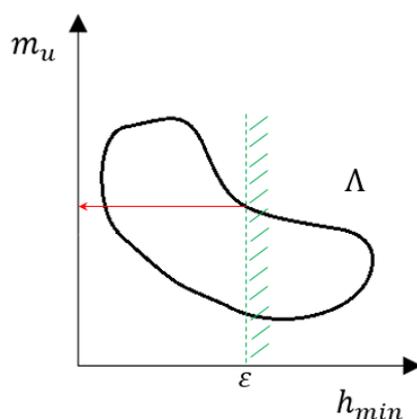


Figura 4.5: Rappresentazione schematica del metodo ad  $\epsilon$ -vincolata.

## 4.4 Generalità sugli algoritmi evolutivi

Gli algoritmi evolutivi (*evolutionary algorithms*, conosciuti con l'acronimo EAs) hanno fondamento nella teoria dell'evoluzione della specie, con riferimento alla sua definizione esplicitata dal naturalista e geologo britannico Charles Darwin. Gli stessi principi, su cui si basa tale definizione, sono a fondamento degli EAs, come i principi di sopravvivenza degli individui più adatti e di selezione naturale dell'ambiente circostante. Questi due concetti sono traslati nel contesto degli algoritmi di ottimizzazione, in cui la funzione obiettivo può essere vista come una sorta di forza che spinge in avanti la "qualità" e la parte "casuale" della teoria darwiniana. Tale forza viene tradotta nelle operazioni di ricombinazione e mutazione, le quali generano i cambiamenti tra due generazioni successive, creando le necessarie novità.

Le prime teorizzazioni della possibilità di applicare processi biologici all'informatica, ed in particolare all'intelligenza artificiale, risalgono agli anni '60, ma soltanto nel 1975 John Henry Holland, storicamente considerato l'inventore degli algoritmi genetici, ne confermò l'applicabilità, dimostrando la convergenza degli EAs verso soluzioni ottimali [24].

Per meglio comprendere le modalità di procedere di un tipico algoritmo evolutivo, occorre esplicitare alcune definizioni che sono riadattate dalla biologia e saranno nel seguito utilizzate con significato prettamente computazionale:

- *Individuo o fenotipo*: vettore dei parametri di progetto che rappresenta una possibile soluzione del problema di ottimizzazione.
- *Cromosoma o genotipo*: *individuo* opportunamente codificato all'interno dell'EA. Lo spazio del *fenotipo* può essere molto diverso da quello del *genotipo* e la ricerca evolutiva avviene nello spazio del *genotipo*. Una soluzione (un buon *fenotipo*) è ottenuta dalla decodifica del miglior *genotipo* dopo la risoluzione. Inoltre, ad ogni *genotipo* deve corrispondere uno ed un solo *fenotipo*, e viceversa.
- *Popolazione*: insieme di *individui*, ovvero delle possibili soluzioni associate al problema di ottimizzazione da risolvere, prodotti iterativamente ad ogni *generazione*. Il ruolo della *popolazione* è quello di assumere la rappresentanza di possibili soluzioni, quindi si tratta di un multiset di *genotipi* ed essa è l'elemento attraverso il quale si attua l'evoluzione, infatti gli *individui* sono elementi statici, mentre è la *popolazione* che cambia e si adatta.
- *Generazione*: considerando l'evoluzione temporale della *popolazione*, indica la *popolazione* in un dato istante di tempo.
- *Gene*: porzione di *cromosoma*, quindi costituita da alcuni parametri di progetto indicativi di un *individuo*.
- *Funzione fitness*: nome assunto dalla funzione obiettivo da massimizzare nel linguaggio degli EAs.
- *Operatore di variazione*: crea nuovi *individui* a partire dai vecchi durante il processo iterativo per ottenere nuovi candidati alla risoluzione del problema. Un tale operatore guida il processo di ricerca per mescolare informazioni legate a più *individui*.
- *Mutazione*: *operatore di variazione* che lavora con un *individuo* alla volta. Questo è applicato ad un *genotipo* e genera una sua variazione. L'output di questo operatore dipende solo dal caso, quindi la modifica della soluzione è casuale.
- *Crossover o ricombinazione*: *operatore di variazione* che lavora con due o più *individui* simultaneamente. Questo operatore genera nuove soluzioni mescolando informazioni provenienti da precedenti soluzioni. La scelta di quali parti debbano essere ricombinate ed il modo con cui farlo dipendono da estrazioni casuali. Come per la *mutazione*, il ruolo di tale operatore varia da algoritmo ad algoritmo.

Esistono differenti varianti degli algoritmi evolutivi, ma l'idea di fondo comune è la seguente: data una popolazione di individui, esiste una "pressione ambientale" che provoca la cosiddetta selezione naturale e ciò provoca un aumento dell'idoneità della popolazione all'ambiente nelle generazioni successive. Data una funzione obiettivo da massimizzare, si può creare in modo casuale una serie di soluzioni candidate (tra i possibili *fattori di controllo*), cioè elementi appartenenti al dominio della funzione, ed applicare la funzione obiettivo come indicatore per la scelta dei candidati migliori. Dunque, le soluzioni candidate al problema di ottimizzazione svolgono il ruolo di individui in una popolazione e la funzione obiettivo determina in che modo l'individuo è adatto all'ambiente. Sulla base di questo semplice meccanismo si può indirizzare la scelta dei candidati, che daranno vita alla prossima generazione mediante meccanismi di ricombinazione e/o mutazione tra i candidati stessi. Di solito, la prima generazione è costituita da una prima popolazione di soluzioni candidate generate casualmente. In questa prima generazione si può introdurre una soluzione di partenza, opportunamente scelta da precedenti applicazioni dello stesso procedimento ad analoghi problemi, in modo da indirizzare meglio il processo verso il raggiungimento delle soluzioni ottime (per le analisi eseguite in questo elaborato sarà adottata questa tecnica per i motivi che saranno in seguito discussi). Successivamente, la funzione obiettivo viene valutata per le soluzioni candidate e per quelle successive. Questo processo può essere ripetuto fino a quando non si arriva ad un candidato in una data generazione con qualità sufficiente (valore della funzione obiettivo accettabile), o finché un criterio di arresto precedentemente impostato viene raggiunto. Inoltre, l'applicazione combinata di variazione e selezione conduce in generale a migliorare i valori della funzione obiettivo attraverso popolazioni susseguenti. Tale processo può essere visto come un'evoluzione che porta a valori sempre più ottimali durante il suo corso. Detto ciò, risulta evidente che durante la selezione, individui, a cui corrispondono buoni valori della funzione obiettivo, hanno una maggiore probabilità di essere selezionati rispetto agli altri, ma, di solito, anche gli individui deboli hanno la possibilità di "sopravvivere". Nella ricombinazione la scelta di quali parti debbano essere ricombinate è casuale. Allo stesso modo per la mutazione: i pezzi che saranno mutati in una soluzione candidata, e quindi i nuovi pezzi che li sostituiscono, sono scelti in maniera aleatoria [24].

Dopo questa breve panoramica sul modo di operare di un generico EA, si sintetizzano schematicamente i passaggi fondamentali del tipico processo eseguito da questi algoritmi, tenendo conto che vanno sempre definiti a priori le condizioni di inizializzazione e i criteri di arresto dell'algoritmo:

- ◇ *Definizione della popolazione iniziale:* tramite una generazione casuale o qualche forma di campionamento dell'insieme ammissibile dei parametri di progetto, viene costruita la popolazione iniziale, costituita da  $N_i$  individui, codificati come *cromosomi* di  $N_p$  parametri di progetto ciascuno. La *popolazione* di partenza preferibile per effettuare una ricerca con un EA deve essere più eterogenea possibile per cercare di coprire al meglio l'intero dominio delle soluzioni possibili. Questa caratteristica è decisiva al fine di evitare ottimi locali e garantire il raggiungimento dell'ottimo globale.
- ◇ *Valutazione della popolazione iniziale:* per ogni *cromosoma* della *popolazione* iniziale viene calcolata la funzione obiettivo del problema di ottimizzazione.

Tale funzione sta alla base della selezione e traccia la direzione dei miglioramenti. Inoltre, la funzione obiettivo assegna tecnicamente una misura di qualità al *genotipo*. Nel caso in esame, questa funzione va massimizzata in riferimento al concetto di *fronte di Pareto*, considerato nella precedente sezione.

- ◇ *Selezione*: sulla base dei risultati ottenuti per la funzione obiettivo, vengono selezionati i *cromosomi* migliori, ovvero quelli corrispondenti a prestazioni più alte. Il ruolo della *selezione* è quello di distinguere gli *individui* basandosi sulla loro qualità per permettere ai migliori *individui* di diventare “genitori” delle nuove generazioni. Un *individuo* diventa “genitore” se viene selezionato per passare alla fase di variazione, che è tipicamente una fase probabilistica: tanto più un *individuo* dà una buona soluzione, tanto più alta è la sua probabilità di “riprodursi”. Tuttavia, i candidati peggiori non vengono esclusi, ma si presume vengano eliminati nel lungo periodo con il ripetersi dei cicli iterativi dell’algoritmo che rappresentano la creazione di generazioni successive, in modo da avvicinarsi sempre di più all’intorno della soluzione ottimale. Da ciò si deduce che anche chi non presenta le qualità richieste in riferimento alla funzione obiettivo ha una probabilità definita, diversa da zero, di diventare “genitore”, ma la probabilità assegnata a chi possiede i requisiti ottimali è sicuramente maggiore: questo ha lo scopo di evitare una ricerca troppo restrittiva che possa indurre a rimanere nell’intorno di un ottimo locale.
- ◇ *Crossover*: i *cromosomi* di alcune soluzioni vengono mescolati in modo casuale per generare soluzioni ibride, come precedentemente descritto.
- ◇ *Mutazione*: in modo casuale, alcuni *geni* o singoli parametri delle soluzioni ibride ottenute al passo precedente vengono modificati puntualmente. Questo passaggio è necessario al superamento di condizioni di massimo locale che potrebbero far bloccare il processo di convergenza verso un intorno dell’ottimo globale.
- ◇ *Creazione della nuova popolazione*: i *cromosomi* ibridi mutati e quelli non mutati vanno a costituire la nuova *popolazione* iniziale insieme ai migliori individui della *popolazione* precedente. Questa tecnica, chiamata *elitarismo*, permette di evitare la perdita di soluzioni ottime trovate durante l’esecuzione dell’algoritmo. Stavolta, le soluzioni meno adatte vengono scartate senza assegnazione di probabilità in base al valore corrispondente della funzione obiettivo.

L’inizializzazione, come accennato in precedenza, avviene solo al primo ciclo degli EAs. La *popolazione* iniziale viene generata casualmente, tenendo conto dei criteri specifici che incorpora il problema di ottimizzazione da risolvere, in modo da subordinare gli individui alle condizioni imposte. Per alcuni EAs si preferisce impostare una *popolazione* iniziale costituita da *individui*, a cui corrispondono già buoni valori della funzione obiettivo, forzandone la creazione, ma è molto più diffusa un’inizializzazione del tutto casuale, lasciando interamente all’algoritmo il compito di avvicinarsi alla soluzione. Questa è

evidentemente l'unica via percorribile qualora non si abbia alcuna informazione riguardante i dati da computare. Come accennato in precedenza, in questo elaborato l'inizializzazione avverrà con un solo *individuo* imposto e tutti gli altri generati casualmente nell'algoritmo utilizzato per ragioni che saranno in seguito esposte.

Dopo l'inizializzazione, la ripetizione dei passi, appena presentati, dalla valutazione della *popolazione* iniziale alla creazione della nuova *popolazione*, permette l'evoluzione della soluzione verso le condizioni di ottimo.

Infine, le condizioni di arresto dipendono dalla quantità di informazioni conosciute sui dati. Ad esempio, se viene raggiunto un certo livello del valore della funzione obiettivo ritenuto accettabile, e quindi un valore che è sufficiente per ritenere il corrispondente *individuo* come una soluzione buona, il processo si arresta. Nella pratica degli EAs, però, spesso non si ha certezza di ottenere un ottimo globale, perciò, se l'obiettivo è quello di raggiungerlo, l'algoritmo potrebbe non arrivare ad un arresto. Invece, nell'eventualità in cui non si abbiano informazioni sui dati, i criteri di arresto più comuni possono essere: raggiungimento del tempo massimo di elaborazione della CPU, raggiungimento di un limite dato di valutazioni della funzione obiettivo, la diversità della *popolazione* scende al di sotto di una determinata soglia oppure miglioramenti della funzione obiettivo che rimangono al di sotto di un limite fissato per un certo periodo di tempo.

La versatilità di questi metodi permette loro di essere quasi sempre una possibile fonte di soluzione essendo utilizzabili in tutti i contesti in cui si presenta un problema di ottimizzazione, a prescindere dalle caratteristiche specifiche del problema. Il vantaggio principale dell'utilizzo di algoritmi di questo tipo è, dunque, la teoricamente assicurata convergenza all'ottimo globale. Tuttavia, non è possibile a priori determinare il costo computazionale e quindi i tempi di calcolo necessari per ottenere tale convergenza: ciò rappresenta il principale svantaggio.

Detto ciò, tecniche simili differiscono nei dettagli di implementazione e della natura del particolare problema di applicazione. Gli EAs più diffusi nella progettazione di endoreattori sono i seguenti:

- *Genetic algorithm*;
- *Differential evolution*;
- *Particle swarm optimization*.

Dopo questa esposizione generale dei processi, su cui si basano gli algoritmi evolutivi, nelle seguenti sotto-sezioni saranno descritti gli EAs più diffusi, appena citati, e l'attenzione sarà focalizzata soprattutto sull'algoritmo corrispondente alla *particle swarm optimization* che sarà quello utilizzato nel processo di ottimizzazione del *Robust design* dell'endoreattore ibrido in corso di studio.

#### 4.4.1 *Genetic algorithm*

Un *genetic algorithm* (GA) è uno strumento di ricerca ed ottimizzazione utilizzato in diversi domini per la sua ampia applicabilità e facilità d'uso. I GAs funzionano su una popolazione di potenziali soluzioni ed applicano il principio di sopravvivenza del soggetto per produrre approssimazioni sempre migliori di una soluzione. Ad ogni iterazione, viene creata una nuova serie di approssimazioni selezionando gli individui in base al loro livello

di idoneità nel dominio del problema e mescolandoli insieme usando operatori di mutazione dalla genetica naturale. Questo processo porta all'evoluzione di popolazioni di individui che sono più adatti al loro "ambiente" rispetto agli individui da cui sono stati creati, proprio come nell'adattamento naturale [37].

Gli individui sono codificati opportunamente come cromosomi, in modo che i genotipi siano mappati in maniera univoca in riferimento al dominio delle variabili decisionali. La rappresentazione in codice binario è la più utilizzata nei GAs, tuttavia è possibile anche utilizzarne altre. Nessuna informazione sul problema che si sta cercando di risolvere può essere dedotta dal cromosoma, che è totalmente generale. È solo con la decodifica di questo cromosoma nei suoi valori fenotipici che qualsiasi significato può essere applicato alla rappresentazione. Il processo di ricerca opera su questa codifica delle variabili decisionali, piuttosto che sulle variabili decisionali stesse. Una volta decodificata la rappresentazione cromosomica nel dominio della variabile decisionale, è possibile calcolare la prestazione dei singoli membri di una popolazione. Questo viene fatto, come già evidenziato, attraverso una funzione obiettivo che caratterizza le prestazioni di un individuo nel dominio del problema. Nel mondo naturale, questa sarebbe la capacità di un individuo di sopravvivere nel suo ambiente attuale. Pertanto, la funzione obiettivo stabilisce la base per la selezione di individui che verranno accoppiati durante la riproduzione [37].

Durante la fase di riproduzione, a ciascun individuo viene assegnato un valore probabilistico derivante dalla misura di performance data dalla funzione obiettivo. Gli individui con valore alto, rispetto all'intera popolazione, hanno un'alta probabilità di essere selezionati per l'accoppiamento, mentre gli individui con valore basso hanno una probabilità relativamente bassa di essere selezionati. Una volta che questo valore probabilistico è stato assegnato agli individui, questi possono essere scelti dalla popolazione e ricombinati per produrre la prossima generazione. Gli operatori genetici manipolano direttamente i geni dei cromosomi usando il presupposto che i codici genetici di alcuni individui, in media, producano individui più flessibili [37].

Il passo successivo è utilizzare un operatore di ricombinazione per scambiare informazioni genetiche tra coppie di individui. Questa operazione di *crossover* può essere eseguita su tutte le stringhe della popolazione con una certa probabilità quando le coppie vengono scelte per la riproduzione. Un ulteriore operatore genetico, la mutazione, viene quindi applicato ai nuovi cromosomi, sempre con una certa probabilità impostata. La mutazione, come anticipato in precedenza, causa la modifica della rappresentazione genetica individuale secondo alcune regole probabilistiche. Tale operatore garantisce che la probabilità di cercare un particolare sottospazio del dominio del problema non sia mai l'insieme nullo. Ciò permette di inibire una convergenza prematura ad un ottimo locale, piuttosto che all'ottimo globale [37].

Infine, dopo la ricombinazione e la mutazione, le stringhe associate agli individui vengono quindi, se necessario, decodificate, la funzione obiettivo valutata, un valore probabilistico assegnato a ciascun individuo ed individui selezionati per l'accoppiamento secondo la loro idoneità, e così il processo continua attraverso le generazioni successive. In questo modo, le prestazioni medie degli individui in una popolazione dovrebbero aumentare, dal momento che gli individui buoni vengono preservati e mescolati l'uno con l'altro e pochi individui vengono eliminati. Il GA viene terminato quando vengono soddisfatti alcuni criteri, ad esempio il raggiungimento di un certo numero di generazioni o di un numero fissato di valutazioni di funzione, di una deviazione media nella popolazione o quando si incontra un particolare punto nello spazio di ricerca [37].

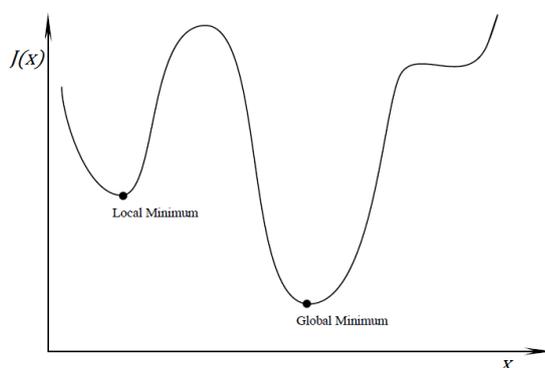


Figura 4.6: Esempio di minimo locale e globale di una funzione da minimizzare con un solo parametro di progetto.

Per quanto fin qui esposto, si può notare che un GA è abbastanza diverso da altri metodi tradizionali di ricerca ed ottimizzazione. Le quattro differenze più significative sono le seguenti:

- Si esplora una popolazione di punti in parallelo, non un singolo punto alla volta.
- Non sono richieste informazioni ausiliarie oltre la funzione obiettivo ed i corrispondenti valori probabilistici che influenzano la direzione di scelta.
- Sono usate regole non deterministiche.
- Di solito, si lavora su una codifica del set di parametri piuttosto che sul parametro stesso.

Infine, è importante notare che un GA fornisce una serie di potenziali soluzioni ad un determinato problema e che la scelta della soluzione finale è lasciata all'utente. Nei casi in cui un particolare problema non ha una soluzione individuale, ma una famiglia di soluzioni *Pareto-ottimali*, un GA è potenzialmente utile per identificare simultaneamente queste soluzioni alternative [21].

#### 4.4.2 *Differential evolution*

Il *differential evolution* (DE) è un metodo basato su un algoritmo che nasce dall'idea originale di utilizzare un vettore di differenze per perturbare il vettore popolazione, al fine di facilitare il più possibile l'utilizzo del procedimento. Appartenendo agli EAs, il DE parte da una popolazione di individui scelti casualmente e rientranti nei criteri suggeriti dall'impostazione del problema; poi evolve la popolazione di soluzioni candidate mediante operatori di variazione quali mutazione e ricombinazione creando, iterazione dopo iterazione, nuove generazioni e tenendo sempre in considerazione il principale scopo, ovvero creare nuove popolazioni costituite da individui che migliorino il risultato della funzione obiettivo da massimizzare nel problema di ottimizzazione considerato [24].

Il *differential evolution* è un metodo che utilizza una popolazione di  $N_i$  individui di dimensione  $N_p$  per  $N_G$  generazioni. Il vettore popolazione iniziale è scelto casualmente all'interno dello spazio parametrico con una distribuzione di probabilità uniforme o gaussiana.

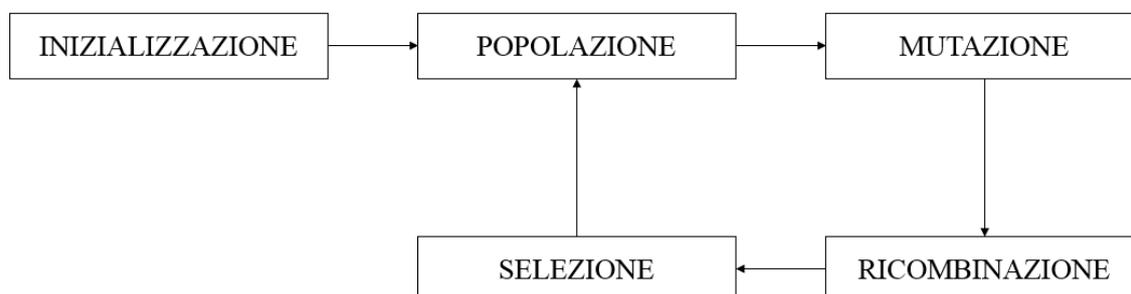


Figura 4.7: Schema dell'algoritmo del *differential evolution*.

Il DE produce, a partire dalla popolazione iniziale, nuovi  $N_i$  vettori parametrici (o vettori mutanti) sommando la differenza pesata tra due vettori individui ad un terzo vettore della popolazione. In particolare, ad ogni vettore individuo della popolazione (o *vettore target*) diverso rispetto a quelli con cui è calcolato il vettore mutante è associato un vettore mutante generato. Il peso, che moltiplica questa differenza, è scelto nell'intervallo tra 0 e 2 e controlla il contributo della differenza e della variazione della mutazione di conseguenza. Tale operazione è la cosiddetta *mutazione del differential evolution*. Per aumentare la diversità nei parametri dei vettori che si ottengono attraverso la mutazione, i parametri mutati del singolo vettore sono poi mescolati con quelli del vettore predeterminato appartenente alla popolazione, ovvero il *vettore target*, per generare il cosiddetto *vettore trial*: questa seconda operazione è la *ricombinazione del differential evolution*. A questo punto, si passa alla verifica per la fase della *selezione del differential evolution*: vengono confrontati i valori della funzione obiettivo rispettivamente corrispondenti al *vettore target* e al *vettore trial*. Se il primo ha un valore migliore viene mantenuto all'interno della popolazione anche per la generazione successiva, viceversa il *vettore trial* andrà a prendere il posto del *vettore target*. Queste fasi vengono ripetute in ogni ciclo per ogni componente della popolazione.

#### 4.4.3 Particle swarm optimization ed applicazione al Robust design

La *particle swarm optimization* (PSO), che sarà utilizzata per eseguire il *Robust design* dell'endoreattore ibrido in esame, è basata su un algoritmo introdotto da James Kennedy e Russel Eberhart nel 1995. Il principio che sta a fondamento di questo algoritmo di ottimizzazione si ispira al comportamento di sciame, o in generale di animali, nel loro habitat naturale, quindi le sue origini sono nella natura stessa.

Il concetto di base dell'algoritmo è quello di creare uno sciame di particelle in movimento nello spazio intorno a loro (spazio parametrico, ovvero il dominio dei parametri di design) alla ricerca del loro obiettivo o del luogo che meglio si adatta alle loro esigenze, indicate attraverso la funzione obiettivo. Metaforicamente, si può affermare che uno stormo di uccelli vola all'interno del proprio ambiente, cercando il posto migliore per riposare. Tale posto migliore può essere una combinazione di caratteristiche come uno spazio sufficiente per tutto lo stormo, la facilità di accesso al cibo, all'acqua o qualsiasi altra risorsa importante. Tutti gli uccelli non sanno dove si trovi questo posto, ma sanno fino a che punto tale posto si può trovare (in ogni iterazione). La strategia efficace è evidentemente seguire

l'uccello che è più vicino a questo posto. Riadattando questo concetto all'ambito computazione, si possono distinguere le idee principali, su cui le proprietà di ottimizzazione della PSO sono fondate:

- ◇ Una singola particella (il singolo uccello nello spazio di ricerca), che rappresenta una possibile soluzione del problema (quindi ha il ruolo di individuo, secondo la definizione riportata all'inizio di questa sezione), può determinare quanto buona sia la propria posizione attuale. La misura della qualità della propria posizione viene data mettendola in relazione con quanto esplorato dalla particella in questione e anche con quanto conosciuto dalle altre particelle mediante la condivisione delle informazioni.
- ◇ Ogni particella ha memoria dei propri stati, delle posizioni precedenti ed anche di quelli delle particelle vicine.
- ◇ Nella velocità che fa muovere ogni particella all'interno della regione di esplorazione, si considera un fattore casuale che le muove verso spazi non esplorati.

Questa struttura, combinata con una buona distribuzione iniziale dello "sciame", consente una vasta esplorazione dello spazio parametrico e dà una probabilità molto alta di trovare le migliori soluzioni in modo efficiente [23].

Il concetto di fondo della PSO consiste nella generazione di un insieme di particelle nello spazio definito (insieme dei possibili valori che i *fattori di controllo* possono assumere), in cui risolvere il problema, e nell'esplorazione di tale spazio, durante cui le posizioni e le velocità di queste particelle vengono aggiornate iterativamente seguendo l'algoritmo specifico su cui si basa la PSO.

Anche se applicazioni della PSO hanno dimostrato l'efficienza del suo algoritmo con buoni risultati, la sua struttura non garantisce che la soluzione migliore venga trovata poiché si basa sull'esplorazione dello spazio. In verità, questa è una caratteristica intrinseca degli EAs, che in una certa misura sono basati sul caso, sebbene essi offrano un avvicinamento all'ottimo globale senza fermarsi ad un ottimo locale con buona certezza.

A differenza degli algoritmi del DE e di un GA, quello della PSO non comprende operatori di variazione come mutazione e ricombinazione, poiché, come già specificato, le potenziali soluzioni, chiamate particelle, attraversano lo spazio del problema seguendo le particelle attuali ottimali. In aggiunta, la PSO considera numeri reali come particelle. Detto ciò, tale metodo nasce cercando di imitare un comportamento molto complesso, ma da esso trae le più semplici indicazioni possibili, infatti, essendoci pochi parametri da regolare, è costituito da un algoritmo più semplice da implementare rispetto a quelli del DE e ai GAs.

Per quanto riguarda il suo funzionamento, il sistema è inizializzato con una popolazione di soluzioni casuali (gruppo di particelle collocate casualmente nello spazio di ricerca) e l'ottimo viene ricercato aggiornando le generazioni. Ad ogni iterazione, ogni particella viene aggiornata seguendo due valori "migliori". Il primo corrisponde alla migliore soluzione che la particella considerata ha raggiunto finora. Questo valore è chiamato  $P_{best}$ . Inoltre, il valore della funzione obiettivo corrispondente a questa soluzione viene anche memorizzato. L'altro valore "migliore", tracciato dall'ottimizzatore di particelle dello "sciame", è il miglior valore, ottenuto finora da qualsiasi particella nella popolazione.

Questo valore migliore è il migliore globale ed è chiamato  $G_{best}$ . Quando una particella entra a far parte della popolazione con altre particelle topologicamente vicine, il miglior valore tra quelle particelle vicine è un migliore locale ed è chiamato  $L_{best}$ . Dopo aver trovato i due valori migliori, la particella aggiorna la sua velocità e le posizioni mediante le seguenti equazioni, da intendersi nel linguaggio informatico [21]:

$$v(t+1) = v(t) + c_1 * RAND_1(P_{best}(t) - p(t)) + c_2 * RAND_2(G_{best}(t) - p(t)) \quad [4.2]$$

$$p(t+1) = p(t) + v(t+1) \quad [4.3]$$

Dove  $v$  e  $p$  sono rispettivamente la velocità e la posizione corrente della particella (soluzione).  $RAND_1$  e  $RAND_2$  sono numeri casuali compresi tra 0 e 1.  $c_1$  e  $c_2$  sono fattori costanti impostati a 2 in seguito a precedenti esperienze di applicazione del metodo (possono essere scelti nell'intervallo tra 0 e 4).  $t$  è lo step temporale del ciclo iterativo, quindi è indicativo del numero della generazione considerata. Col procedere delle iterazioni, è evidente che  $G_{best}$  e  $L_{best}$  variano ed in particolare:

$$G_{best}(t+1) = \begin{cases} G_{best}(t) & \text{se } J(L_{best}(t+1)) \leq J(G_{best}(t)) \\ L_{best}(t+1) & \text{se } J(L_{best}(t+1)) > J(G_{best}(t)) \end{cases}$$

Dove  $J$  è la funzione obiettivo da massimizzare considerata per la valutazione della soluzione migliore.

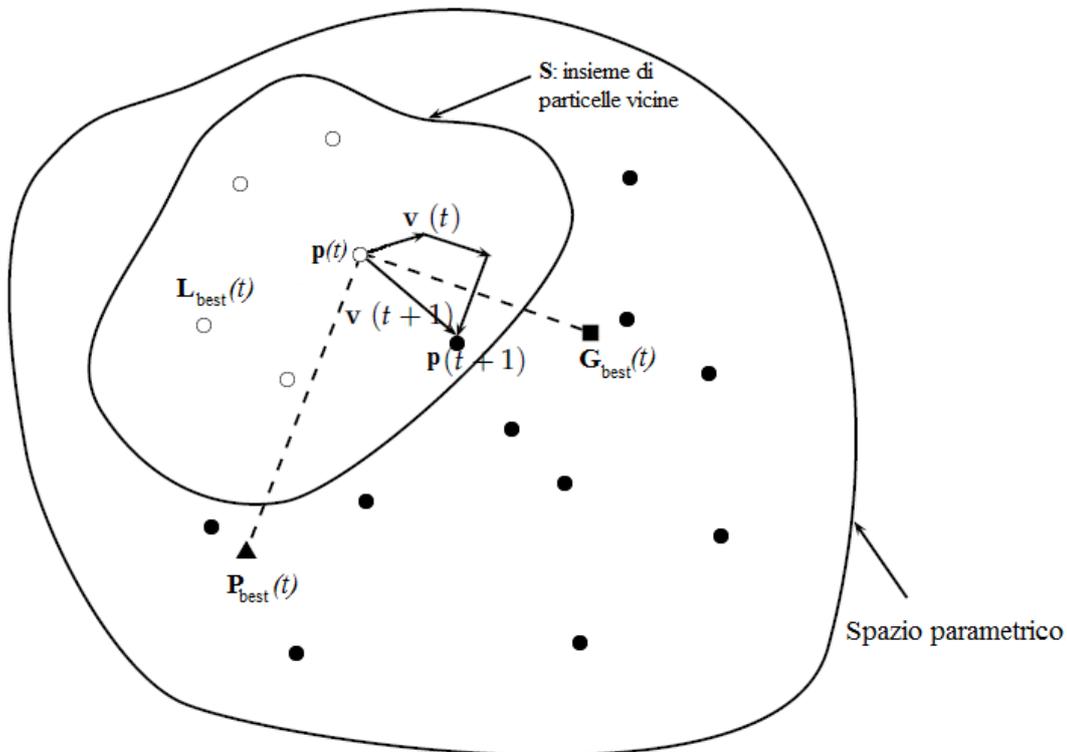


Figura 4.8: Spostamento della particella nello spazio parametrico in un determinato sistema di riferimento.

Dall'equazione [4.3] si ottengono le posizioni di ogni particella nella nuova generazione, calcolate mediante la somma tra la posizione attuale della singola particella e la velocità. Tale velocità è a sua volta calcolata mediante l'equazione [4.2], quindi è ricavata dalla somma dell'ultima velocità registrata della singola particella con una quantità che tiene conto della distanza tra la miglior posizione trovata autonomamente dalla particella e la sua posizione attuale e con un'altra quantità che tiene conto della distanza tra la posizione attuale della particella e la migliore posizione trovata tra tutte quelle esplorate dai componenti dello "sciame". Per la corretta implementazione dell'algoritmo è basilare aggiornare prima le velocità delle particelle e successivamente le loro posizioni. Inoltre, le velocità delle particelle vengono bloccate ad un valore di velocità massima, impostata dall'utente, su ogni dimensione del vettore della soluzione associata alla singola particella.

Da questa procedura risulta evidente che gli operatori di mutazione e di ricombinazione, presenti nel DE e nei GAs, non sono necessari perché le particelle si aggiornano con la velocità interna. Inoltre, come anticipato, uno dei punti di forza della PSO è la capacità degli individui di condividere informazioni e la conseguente influenza di quanto esplorato dagli altri componenti della popolazione sul comportamento di ognuno di essi. Da ciò si può dedurre che è il miglior punto trovato, in generale, dal gruppo ad influenzare gli spostamenti degli individui, oltre che la miglior posizione trovata singolarmente da ognuno di essi, poiché sarà con altissima probabilità il più vicino alla soluzione del problema, ovvero l'ottimo globale. Detto ciò, rispetto ad un GA ed al DE, il meccanismo di condivisione delle informazioni nella PSO è significativamente diverso. In un GA e nel DE, i singoli condividono le informazioni tra loro, quindi l'intera popolazione si muove come un gruppo verso un'area ottimale. Nella PSO, solo  $G_{best}$  (o  $L_{best}$ ) fornisce le informazioni agli altri. È, dunque, un meccanismo di condivisione delle informazioni a senso unico: l'evoluzione cerca solo la soluzione migliore. Rispetto ad un GA, nella maggior parte dei casi tutte le particelle tendono a convergere rapidamente verso la soluzione migliore [21].

```

For each particle
  Initialize particle
End

Do
  For each particle
    Calculate fitness value
    If the fitness value is better than its  $P_{best}$  set current value as the new  $P_{best}$ 
  End
End
Choose the particle with the best fitness value of all as the  $G_{best}$ 
For each particle
  Calculate particle velocity
  Update particle position
End
While maximum iterations or minimum error criteria is not attained

```

Figura 4.9: Pseudo-codice della procedura dell'algoritmo della PSO.

Come si osserva nello pseudo-codice in linguaggio informatico della procedura seguita dall'algoritmo della PSO in figura 4.9, le equazioni [4.2] e [4.3], essendo ricorsive, sono auto-aggiornanti e permettono un miglioramento progressivo delle posizioni di tutte le particelle. Proprio a causa della ricorsività, un altro aspetto importante riguarda l'inizializzazione delle particelle della prima iterazione, dato che da esse dipende inevitabilmente ogni generazione successiva ed hanno un grande impatto sulla buona riuscita della ricerca, come sarà osservato nell'analisi dei risultati. Di solito, le posizioni iniziali vengono estratte casualmente, in modo che coprano al meglio lo spazio parametrico, e le velocità sono inizializzate anch'esse casualmente, però con la cura di settarle ad un valore basso per evitare grandi spostamenti iniziali [21].

Essendo la ricerca un processo di ripetizione, i criteri di arresto indicano il raggiungimento di un numero massimo di iterazioni o il soddisfacimento di una condizione di errore minima.

Detto ciò, da precedenti lavori di ricerca è emerso un comportamento differente dei tre algoritmi di ottimizzazione, appena descritti, a seconda delle caratteristiche del problema, in termini di velocità di convergenza, efficienza e precisione. Per un particolare tipo di funzione la PSO può essere più veloce del DE e di un GA, ma meno efficiente e precisa o viceversa. Un algoritmo ideale dovrebbe essere eccellente in tutte queste tre caratteristiche, però nell'impossibilità di ottenere ciò per un problema specifico si desidera utilizzare un ottimizzatore che abbia una caratteristica eccellente e le altre due in media buone. Per tale motivo, in riferimento a precedenti lavori che hanno permesso di migliorare l'esperienza sull'applicazione della PSO in questo ambito (missione di lancio con l'ultimo stadio dotato di un endoreattore a propellenti ibridi), la scelta dell'ottimizzatore da implementare è ricaduta su di essa anche nel caso di introduzione del problema dell'erosione della gola nell'ugello.

Dopo aver descritto nel dettaglio la procedura della PSO, che sarà utilizzata per eseguire l'ottimizzazione robusta del design, si può affermare che i processi alla base della costruzione delle potenziali soluzioni di progetto preliminare dell'endoreattore ibrido in esame sono contraddistinti da un notevole grado di casualità con i vantaggi e gli svantaggi appena discussi. L'idea di fondo dell'algoritmo, su cui si basa la PSO, è quella di sfruttare il movimento opportunamente direzionato (in particolar modo nelle fasi avanzate del processo, quando un gran numero di popolazioni è stato generato) delle potenziali soluzioni di progetto nello spazio parametrico. Tale spazio parametrico è indicativo dell'insieme contenente tutti i possibili valori dei sei *fattori di controllo*, definiti nella sotto-sezione 2.2.5, compresi negli intervalli, che saranno imposti nel prossimo capitolo. Questi intervalli, considerando le caratteristiche dell'endoreattore in esame, descritte nel capitolo 2, e delle problematiche degli HREs, discusse nel capitolo 1, sono necessari per permettere il movimento delle particelle tra valori ammissibili dei parametri di progetto, al fine di rendere almeno plausibile la progettazione di un HRE con le soluzioni di design che risulteranno al termine del processo. Dunque, le particelle potranno muoversi all'interno di questo spazio fino a raggiungere una combinazione di parametri di progetto che potenzialmente, data la natura degli EAs, porti ad ottenere il valore massimo della funzione obiettivo, espressa mediante la relazione [4.1], rappresentativa anche della funzione fitness dell'algoritmo utilizzato.

Detto ciò, occorre tener presente che il processo complessivo dell'ottimizzazione del *Robust design* mediante la PSO ha un costo computazionale rilevante, poiché l'algoritmo di ottimizzazione viene implementato nella *nested direct-indirect optimization procedure*,

introdotta nella sotto-sezione 2.1.4, in cui viene calcolata la traiettoria ottimale basandosi sulla *teoria del controllo ottimale*, accennata nella sotto-sezione 2.1.5; quindi per ogni soluzione (combinazione dei sei parametri di progetto), compresa nella popolazione generata ad ogni iterazione della PSO, va eseguita un'integrazione della traiettoria per ogni coppia dei coefficienti  $a$  ed  $n$  della tabella 2.1 (in totale nove per ogni individuo), poiché, essendo il design robusto, non si considerano soltanto i valori nominali delle proprietà balistiche (come nel *design deterministico ottimale*) in quanto parametri affetti da incertezza. In verità, nel caso di applicazione della PSO, il costo computazionale, definito rilevante, deriva soprattutto dall'intera procedura di ottimizzazione, che è molto complessa, piuttosto che dal processo su cui si basa l'ottimizzazione diretta, poiché la PSO garantisce un buon compromesso tra la probabilità di successo (individuazione dell'ottimo) e la velocità di convergenza rispetto ad altre tipologie di algoritmi.

In conclusione, prima di procedere con l'analisi dei risultati, è opportuno precisare che, per quanto appena affermato, con l'espressione "numero di integrazioni di traiettoria" (pari a nove) si indicano, in maniera sintetica, tutti i calcoli necessari all'ottenimento dei valori di  $m_u$  e di  $h_{min}$  dell'espressione [4.1] corrispondenti ad una certa soluzione di progetto. Nel seguito, tale dizione sarà utilizzata in maniera impropria per indicare l'esecuzione di tutte le nove integrazioni di traiettoria, in cui i parametri di progetto sono mantenuti fissati e sono fatti variare i *fattori di rumore*  $a$  ed  $n$ . La scelta di utilizzare quest'espressione in modo improprio è dovuta a ragioni di semplicità espositiva ed alla consapevolezza che tutte le versioni del codice numerico implementate per questo elaborato modellano nella stessa maniera l'incertezza associata alle proprietà balistiche. Pertanto, tale assunzione costituisce semplicemente un fattore di scala nei diagrammi che rappresentano l'andamento della funzione obiettivo col procedere delle integrazioni di traiettoria eseguite.

## 5 Analisi dei risultati

Dopo aver inquadrato le principali problematiche progettuali degli endoreattori a propellenti ibridi (capitolo 1), perfezionato il modello matematico di riferimento per la missione di lancio in questione (capitolo 2), eliminando l'ipotesi di area costante  $A_t$  della sezione di gola nell'ugello durante il funzionamento del motore (capitolo 3), discusso circa la necessità di eseguire un *Robust design* dell'endoreattore ibrido e la scelta della *particle swarm optimization* come algoritmo di ottimizzazione (capitolo 4), in questo capitolo saranno presentati ed analizzati i risultati ottenuti per quanto riguarda l'ottimizzazione del design dell'endoreattore ibrido oggetto dell'elaborato. A tale scopo, come anticipato, sarà utilizzato il codice di calcolo sviluppato al *Politecnico di Torino* per l'ottimizzazione evolutiva dell'endoreattore ibrido e basato sulla *nested direct-indirect optimization procedure*, accennata in precedenza, per il *Robust design*.

Innanzitutto, dopo aver introdotto il fenomeno dell'erosione della gola nell'ugello nel modello matematico implementato nel codice di calcolo, sarà eseguita una breve analisi di validazione di tale codice; poi sarà esposto il criterio adottato per la ricerca delle migliori soluzioni di ottimo robusto in seguito ad uno sviluppo della conoscenza pratica personale della PSO, ottenuto, dopo l'esecuzione delle prime analisi, dall'esperienza accumulata mediante l'osservazione dei primi risultati conseguiti. Successivamente, saranno riportati i risultati di ottimo ottenuti mediante l'applicazione dei metodi presentati in precedenza, focalizzando l'attenzione sugli effetti della presenza del rateo di erosione in corrispondenza della gola nell'ugello sia dal punto di vista del design che da quello delle *time histories* delle prestazioni, quindi saranno analizzati i valori dei parametri di progetto e le conseguenti prestazioni in funzione del tempo al variare del rateo di erosione di riferimento e della quota raggiunta riferiti a questi punti di ottimo robusto identificati e si discuterà sulle caratteristiche di convergenza dell'ottimizzatore utilizzato. Infine, sarà eseguita un'analisi di sensibilità sui parametri di progetto ottenuti, al fine di valutare quali tra questi siano più determinanti rispetto ad altri per la definizione delle performance ottimali dell'endoreattore ibrido impiegato nella missione di lancio in esame.

### 5.1 Validazione del codice col modello per l'erosione della gola

In questo capitolo saranno presentati i risultati delle analisi sugli effetti del fenomeno dell'erosione della gola nell'ugello, ai fini del *Robust design* ottimale dell'endoreattore a propellenti ibridi in esame. A tale scopo è necessario introdurre la variabilità dell'area di gola nell'ugello durante il funzionamento del motore e tutte le grandezze fisiche, esplicitate nel capitolo 3, che permettono di modellizzare questo fenomeno nel problema affrontato. Detto ciò, è opportuno provare la correttezza di questa aggiunta al codice di calcolo, attraverso l'esecuzione di prime analisi e le conseguenti osservazioni.

Prima di entrare nel merito di questa validazione, l'equazione differenziale che coinvolge il rateo di erosione e il raggio della gola, che varia nel tempo, è stata introdotta in sostituzione di quella per il calcolo delle perdite per resistenza aerodinamica, anch'esse tempo varianti, essendo queste ultime poco importanti alle quote operative così elevate, in

cui il terzo stadio del lanciatore è impiegato nella missione considerata. Questa sostituzione è stata effettuata ragionevolmente per evitare l'aggiunta di una variabile in più e quindi la necessità di ridimensionare il problema. Inoltre, in seguito a tale operazione, il raggio di gola, calcolato, quindi, ad ogni istante della missione, è stato opportunamente introdotto nelle subroutines, richiamate continuamente dal codice durante l'esecuzione, per il calcolo della *time history* delle prestazioni e delle portate. Da ciò si deduce che, per la modalità con cui è stata strutturata la procedura di calcolo, il rateo di erosione iniziale dovrebbe essere una quantità nota, non essendo stato inserito nella procedura come un'ulteriore incertezza, a differenza di quanto fatto per i coefficienti  $a$  ed  $n$ . Tale rateo dipende dalle proprietà esposte nel capitolo 3. Quindi, la procedura per ottenere il *Robust design* ottimale dell'endoreattore ibrido è stata eseguita per ognuno dei quattro valori di rateo di erosione iniziale ritenuti più aderenti alla realtà o desiderati in riferimento a precedenti stime, ottenute sui principali materiali ablativi utilizzati per gli ugelli. In particolare, per ogni analisi va impostato il valore di  $\dot{s}_{rif}$  dell'espressione [3.3] qui richiamata:

$$\dot{s} = \dot{s}_{rif} \left( \frac{p_c}{p_{c_{rif}}} \right)^{0.8} \left( \frac{R_{t_{rif}}}{R_t} \right)^{0.2}$$

Dove  $p_{c_{rif}}$ ,  $R_{t_{rif}}$  e  $\dot{s}_{rif}$  sono rispettivamente la pressione in camera di combustione iniziale ( $(p_c)_i = 10 \text{ bar}$ ), il raggio di gola di riferimento, prossimo a quello iniziale derivante dalla scelta progettuale di fissare inizialmente la relazione [2.16], quindi dalla geometria del grano (in particolare da  $R_G$  e da  $w$ , che sono parametri di progetto), e il rateo di erosione iniziale impostato. Il rateo di erosione  $\dot{s}$  varia durante il funzionamento secondo il modello adottato in questo elaborato poiché la pressione  $p_c$  in camera di combustione ed il raggio di gola  $R_t$ , che a sua volta recede a causa della presenza dell'erosione, variano nel tempo.

Prima di avviare la procedura, oltre al rateo di erosione di riferimento, bisogna anche impostare il valore di  $\varepsilon$  indicativo della quota minima che sarà raggiunta dal lanciatore progettato con le soluzioni di design ottenute in seguito all'*ottimizzazione robusta* (quindi dopo l'esecuzione dell'analisi) in riferimento a quanto discusso sull' *$\varepsilon$ -constraint approach* nella sezione 4.3. Si ricorda che la funzione obiettivo da massimizzare nella procedura di *ottimizzazione robusta* del codice deve integrare il vincolo sulla quota minima da raggiungere con l'informazione circa il carico utile del lanciatore:

$$J(f, r) = m_u - k * \max(0, \varepsilon - h_{min})$$

Dove  $k = 2$  ed  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  rappresenta il caso più rigidamente vincolato per quanto riguarda la quota. In altri termini, la funzione fitness, calcolata per ogni individuo della popolazione generata dall'algoritmo della *particle swarm optimization*, è definita come una combinazione lineare del carico utile e di un indice che quantifica l'effettivo raggiungimento dell'orbita *target* in condizioni di incertezza sulle proprietà balistiche. Per ogni individuo l'altezza raggiunta è valutata per le nove combinazioni dei coefficienti  $a$  ed  $n$ . Si ricorda che, nella procedura di *design deterministico ottimale*, le masse di ossidante e di combustibile erano implicitamente ottenute in modo da assumere valori minimi, che permettessero al lanciatore di raggiungere l'orbita finale per i valori di  $a$  e di  $n$  assegnati, quindi, al fine di massimizzare il carico utile. Nel caso in esame, è necessario rinunciare ad

un certa percentuale di *payload* per soddisfare il requisito di robustezza rispetto a quello ottenuto eseguendo il *design deterministico ottimale*, che sarà riportato nelle seguenti sezioni solo a scopo di confronto.

Detto ciò, per ogni tipologia di analisi di ottimizzazione il valore di  $\varepsilon$  e quello di  $\hat{s}_{rif}$  sono fissati.

Infine, occorre scegliere i valori dei parametri da imporre per il processo di ottimizzazione e le modalità di esecuzione della procedura basata sulla PSO:

- ◇ *Numero di generazioni per iterazione:*  $N_g = 20$  generazioni di popolazione ad ogni iterazione. Il programma si ferma dopo ogni  $N_g$  interazioni, poi l'utente può decidere se continuare o terminare la procedura, a seconda del valore della funzione obiettivo raggiunto dal miglior individuo trovato.
- ◇ *Numero di particelle per generazione:*  $N_i = 20$  individui per ogni popolazione generata. Tale scelta ha permesso di raggiungere un buon compromesso tra la probabilità di successo, ovvero l'individuazione dell'ottimo, e la velocità di convergenza del metodo.
- ◇ *Dimensione del singolo individuo o numero di variabili:*  $N_p = 6$  parametri di progetto o *fattori di controllo*, definiti nella sotto-sezione 2.2.5. Questo set di variabili di design determina completamente la configurazione del sistema propulsivo ed il carico utile.
- ◇ *Intervalli di ammissibilità dell'individuo:* gli elementi del vettore dei parametri di progetto, che rappresentano una possibile soluzione del problema di ottimizzazione, possono assumere soltanto valori compresi in questi intervalli, al fine di definire i confini dello spazio parametrico, entro cui le particelle della PSO possono muoversi opportunamente direzionate, e quindi evitare il raggiungimento di soluzioni irrealizzabili dal punto di vista progettuale. A tal proposito tali valori, a cui si farà riferimento durante tutta l'analisi dei risultati, sono riportati nella tabella 5.1.
- ◇ *Modalità di inizializzazione della PSO:* come accennato nella sotto-sezione 4.4.3, l'utente può scegliere una semplice inizializzazione casuale per avviare il processo della PSO, un'inizializzazione con popolazione completa (la popolazione della prima generazione viene letta in input da un opportuno file) oppure un'inizializzazione basata su un preciso individuo, a cui corrisponde già un buon valore della funzione fitness, magari ottenuto da iterazioni precedenti, ed altri  $N_i - 1 = 19$  individui casuali. Le motivazioni sulla scelta della modalità per l'inizializzazione delle analisi, che hanno portato al conseguimento dei risultati ottenuti, saranno esposte nel seguito.
- ◇ *Criterio per terminare l'analisi:* non sarà considerato un numero massimo di interazioni per ogni analisi, ma il processo sarà ragionevolmente fermato quando la variazione della funzione obiettivo, dopo circa 1000 integrazioni della traiettoria, diventa inferiore dello 0.01%.

Variabili	$m_{oBD}$ [kg]	$\varepsilon$	$R_G$ [m]	$w$ [m]	$L_B$ [m]	$m_{of}$ [kg]
<i>Lower boundary</i>	3775.8	13.0	0.45	0.045	3.2	9439.4
<i>Upper boundary</i>	4356.7	20.0	0.53	0.056	3.8	9729.9

Tabella 5.1: Ranges delle variabili di design per l'ottimizzazione robusta.

Dopo aver introdotto il fenomeno dell'erosione della gola nell'ugello ed inquadrato il problema di ottimizzazione, la validazione è stata articolata in due fasi:

1. Fissando il valore di  $\varepsilon$  (ad esempio  $\varepsilon = 700 \text{ km}$ ), quello di  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  (caso senza erosione nell'ugello) e considerando un individuo ottenuto in seguito ad una precedente analisi completa con questi stessi parametri fissati, si effettua il confronto del valore della funzione obiettivo  $J$ , quindi di  $h_{min}$  e di  $m_u$  corrispondenti a tale individuo, calcolati mediante il codice col modello matematico perfezionato dall'eliminazione del vincolo sull'area di gola costante al variare del tempo, con il valore della funzione obiettivo  $J$ , quindi di  $h_{min}$  e di  $m_u$  corrispondenti allo stesso individuo, però implementando una versione precedente dello stesso codice (stessi propellenti, geometria del grano e dell'ugello, sistema di alimentazione ed altri vincoli) senza considerare l'erosione nella gola dell'ugello, quindi comprendente l'equazione differenziale per il calcolo delle perdite per resistenza aerodinamica, invece assente nella nuova versione.
2. Fissando il valore di  $\varepsilon$  (ad esempio  $\varepsilon = 700 \text{ km}$ ) e considerando lo stesso individuo del caso 1, si effettua il confronto delle performance ottenute imponendo  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ , con quelle ottenute imponendo invece  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  (a parità di parametri di progetto,  $m_u$  rimane evidentemente uguale). Questi primi risultati ottenuti, se opportunamente giustificati, possono permettere di effettuare una previsione su quelli che saranno i risultati ultimi conseguiti ai fini del lavoro di tesi.

L'individuo, utilizzato per questa validazione, è stato ottenuto eseguendo un'analisi con  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  ed  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  fino ad un numero di integrazioni della traiettoria di circa 5000. I corrispondenti valori dei parametri di progetto, le masse e le prestazioni sono riportati nella tabella 5.2. La modalità di inizializzazione scelta per eseguire questa prima analisi è stata quella casuale.

Parametri di progetto					
$m_{oBD}$ [kg]	$\varepsilon$	$R_G$ [m]	$w$ [m]	$L_B$ [m]	$m_{of}$ [kg]
4143.3	16.05	0.504	0.0491	3.49	9604.3
Masse e prestazioni					
$m_f$ [kg]	$m_{res}$ [kg]	$m_{ug}$ [kg]	$h_{min}$ [km]	$m_u$ [kg]	$J(f, r)$
1393.0	110.31	366.97	700.00	1757.60912505	1757.60912505

Tabella 5.2: Miglior individuo e prestazioni dall'ottimizzazione per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  con inizializzazione casuale.

Lo stesso individuo della tabella 5.2 è stato utilizzato per eseguire il calcolo delle prestazioni, riportate in tabella 5.3, mediante una precedente versione dello stesso codice, basata però su un modello matematico senza l'erosione dell'ugello. Per effettuare il confronto della fase 1 si osservano le tabelle 5.2 e 5.3, da cui si notano dei risultati quasi identici con un piccolissimo scostamento percentuale causato dall'integrazione numerica e dalla sostituzione di un'equazione differenziale, come già esposto. Questa prima validazione ha permesso di valutare la correttezza delle modifiche sintattiche apportate al codice (indipendentemente dall'affidabilità dei risultati che scaturiranno introducendo un rateo di erosione non nullo) ed ha confermato la ragionevole eliminazione dell'equazione differenziale per il calcolo delle perdite per resistenza aerodinamica tempo varianti.

<b>Masse e prestazioni</b>					
$m_f$ [kg]	$m_{res}$ [kg]	$m_{ug}$ [kg]	$h_{min}$ [km]	$m_u$ [kg]	$J(f, r)$
1393.0	110.31	366.97	700.00	1757.60912883	1757.60912883

Tabella 5.3: Prestazioni corrispondenti all'individuo in tabella 5.2 con il modello senza l'erosione per  $\varepsilon = 700$  km.

Nella fase 2 si considera lo stesso individuo della tabella 5.2, però si valutano le prestazioni per differenti valori del rateo di erosione. L'obiettivo di questa validazione è quello di verificare, a parità di carico utile, una coerenza sulle prestazioni ottenute e quindi di ricavare da queste le prime osservazioni utili. Nella tabella 5.4 si nota che, a parità di parametri di progetto, oltre al carico utile, anche le altre masse evidentemente rimangono uguali: questa è un'ulteriore prova della correttezza sintattica delle modifiche apportate al codice. Inoltre, è importante evidenziare la diminuzione della quota minima  $h_{min}$  raggiunta tra le nove combinazioni delle proprietà balistiche, riportate nella tabella 2.1, e di conseguenza della funzione obiettivo  $J$  all'aumentare del rateo di erosione  $\dot{s}_{rif}$ . La diminuzione di questa quota minima è indicativa del sempre maggior discostamento dal punto di ottimo robusto, essendo l'individuo considerato un punto di ottimo robusto solo nel caso con erosione nulla. In verità, questa quota raggiunta, che è quella minima, scaturisce comunque dall'integrazione della traiettoria, a fissati parametri di progetto, eseguita per una sola delle nove combinazioni dei coefficienti  $a$  ed  $n$ , quindi per ottenere una visione completa delle performance in termini di quota raggiungibile al variare del rateo di erosione si possono confrontare quelle ottenute per ogni combinazione dei parametri balistici, come rappresentato nella tabella 5.5. Tale valutazione può permettere di comprendere se, a fissati parametri di progetto e proprietà balistiche, effettivamente la quota diminuisce al variare del rateo di erosione in ognuno dei nove casi. Nonostante il *trend* confermi questa situazione, in verità, si osserva che ciò non si verifica per tutti i casi.

<b>Masse e prestazioni per <math>\dot{s}_{rif} = 0.1</math> mm/s</b>					
$m_f$ [kg]	$m_{res}$ [kg]	$m_{ug}$ [kg]	$h_{min}$ [km]	$m_u$ [kg]	$J(f, r)$
1393.0	110.31	366.97	693.68	1757.61	1744.97
<b>Masse e prestazioni per <math>\dot{s}_{rif} = 0.2</math> mm/s</b>					
$m_f$ [kg]	$m_{res}$ [kg]	$m_{ug}$ [kg]	$h_{min}$ [km]	$m_u$ [kg]	$J(f, r)$
1393.0	110.31	366.97	688.15	1757.61	1733.91

Tabella 5.4: Prestazioni per  $\varepsilon = 700$  km corrispondenti all'individuo in tabella 5.2 per  $\dot{s}_{rif} = 0.1$  mm/s e per  $\dot{s}_{rif} = 0.2$  mm/s.

Quote raggiungibili [km] per $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$			
	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
$i = 1$	700.00	810.67	922.21
$i = 2$	732.90	843.85	908.36
$i = 3$	765.41	876.67	700.00
Quote raggiungibili [km] per $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$			
	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
$i = 1$	693.68	804.63	916.46
$i = 2$	726.56	837.81	950.03
$i = 3$	759.07	870.62	738.26
Quote raggiungibili [km] per $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$			
	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
$i = 1$	688.15	799.35	911.43
$i = 2$	721.02	832.51	944.99
$i = 3$	753.51	865.32	772.47

Tabella 5.5: Quote potenzialmente raggiungibili al variare del rateo di erosione per ogni combinazione di  $a$  e di  $n$  a partire dai parametri di progetto del punto di ottimo nel caso con  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$ .

In particolare, in riferimento ai progetti non ottimali, la quota raggiungibile cresce per la combinazione  $a = 7.1 * 10^{-6}$ ,  $n = 0.81$ , mentre per tutte le altre combinazioni diminuisce all'aumentare del rateo di erosione. Inoltre, lo scostamento percentuale della quota raggiungibile con la combinazione  $a = 7.1 * 10^{-6}$ ,  $n = 0.81$  cresce maggiormente rispetto a quanto cresce in valore assoluto con le altre combinazioni all'aumentare del rateo di erosione impostato. In seguito a questa osservazione, non appare più scontato ciò che magari intuitivamente si poteva dedurre, ovvero che un design robusto ottimale di un endoreattore a propellenti ibridi, considerando anche l'erosione della gola nell'ugello, porti ad una riduzione delle prestazioni in termini di *payload*. Inoltre, eseguire un *Robust design* ottimale di un HRE senza considerare il fenomeno dell'erosione nella gola dell'ugello non permette di porsi in una situazione conservativa perché il vincolo sulla quota minima non sarebbe rispettato (in questo caso  $\varepsilon = 700 \text{ km}$ ) e l'altezza minima raggiunta tenderebbe a diminuire all'aumentare del rateo di erosione iniziale.

Detto ciò, si può eseguire una prima indagine sulle ragioni che sono alla base della diminuzione della quota raggiungibile all'aumentare del rateo di erosione, ad esempio nel caso nominale ( $a = 7.0 * 10^{-6}$ ,  $n = 0.80$ ). A tal proposito, sono tracciati gli andamenti delle prestazioni e di alcuni parametri (nelle figure 5.1, 5.2 e 5.3) ad esse legati, al variare del tempo, considerando soltanto gli intervalli di tempo corrispondenti alle prime tre fasi della missione (dalla fase 7 alle fase 9, descritte nella sotto-sezione 2.1.5), in cui il motore dà il contributo più importante. Il calcolo delle *time histories* delle prestazioni e delle portate viene eseguito mediante una procedura iterativa, che sarà successivamente schematizzata.

Prima di effettuare tale indagine, è opportuno premettere che, come discusso nel capitolo 3 e alla luce di quanto appena affermato, le tecnologie degli ugelli e dei materiali ampiamente utilizzate durante la progettazione e lo sviluppo dei SRMs possono essere estese con successo agli HREs. Tuttavia, si dovrebbe considerare che le condizioni operative dei materiali per la protezione termica nei motori ibridi differiscono da quelle nei SRMs. Una caratteristica distintiva media delle condizioni operative degli HREs è la maggiore

concentrazione di prodotti di combustione contenenti ossigeno rispetto ai SRMs, che può influenzare significativamente il comportamento del materiale. Per questo motivo, la velocità di erosione della gola in un ibrido è di solito significativamente maggiore di quella di un sistema a propellente solido ed è strettamente legata alla pressione della camera ed al rapporto di miscela. Chiaramente, vi è un forte effetto della scelta dell'ossidante sulla composizione chimica del gas di scarico che si riflette in una variazione significativa del livello del rateo di erosione della gola.

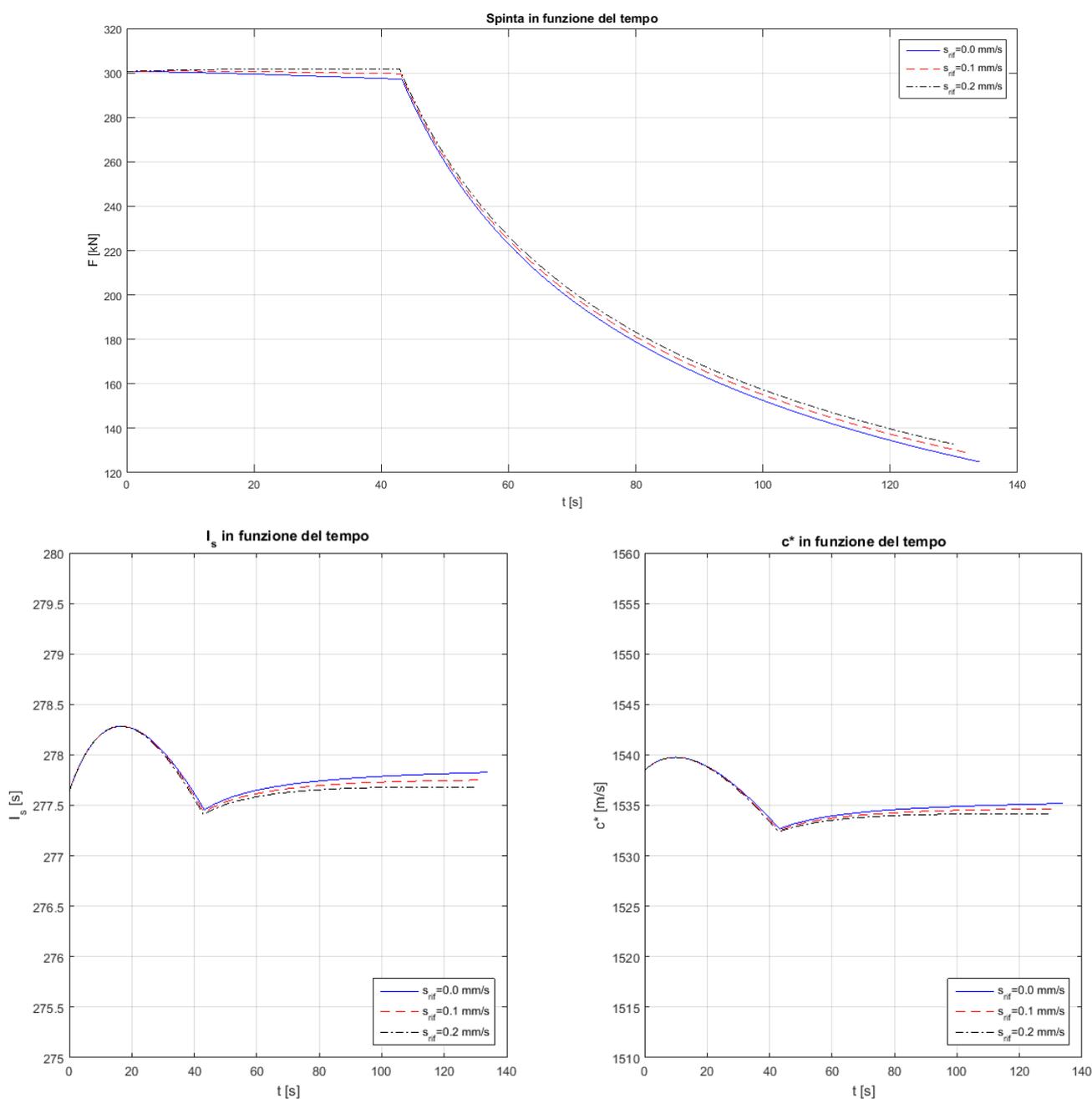


Figura 5.1: Prestazioni nel tempo, a parità di carico utile (ottimo per erosione nulla), nel caso nominale, al variare del rateo di erosione.

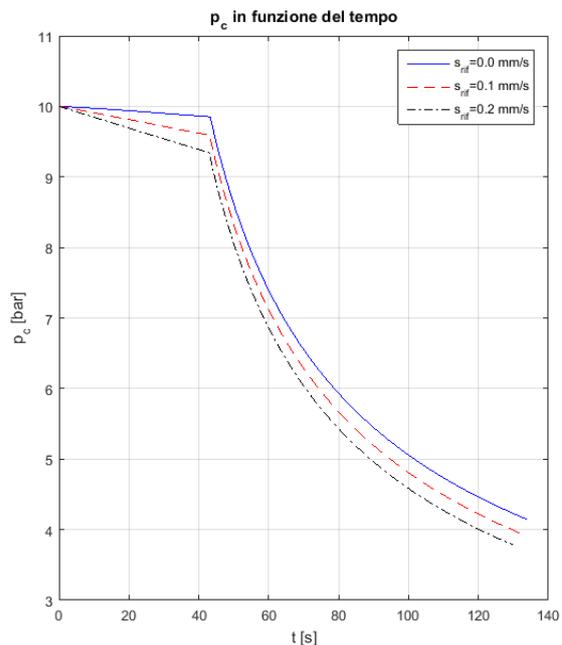
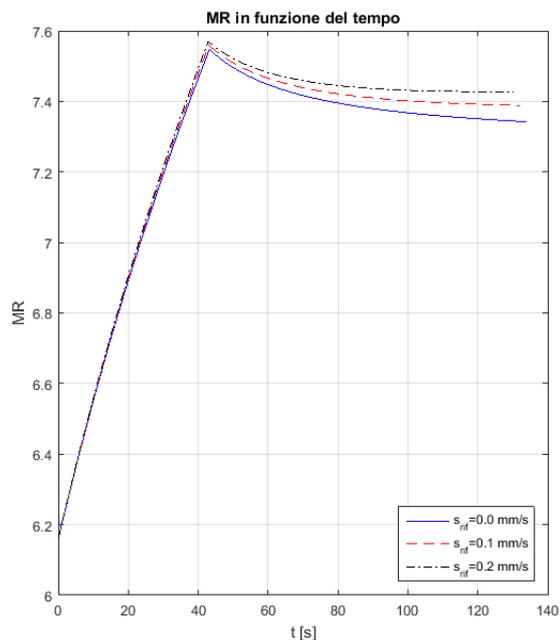


Figura 5.2: Rapporto di miscela e pressione in camera nel tempo, nel caso nominale, al variare del rateo di erosione iniziale.

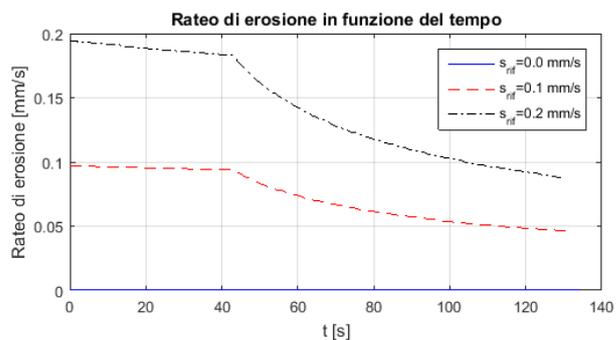
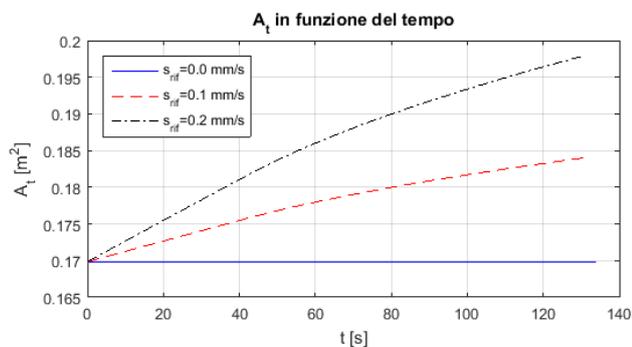
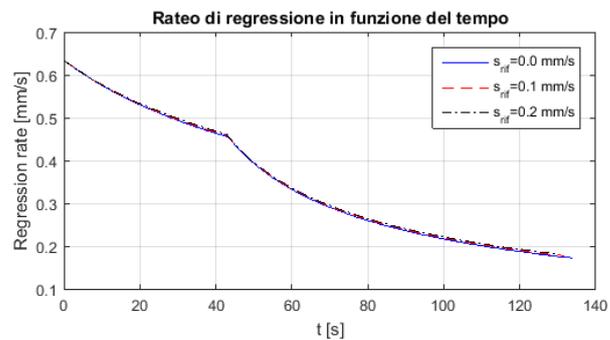
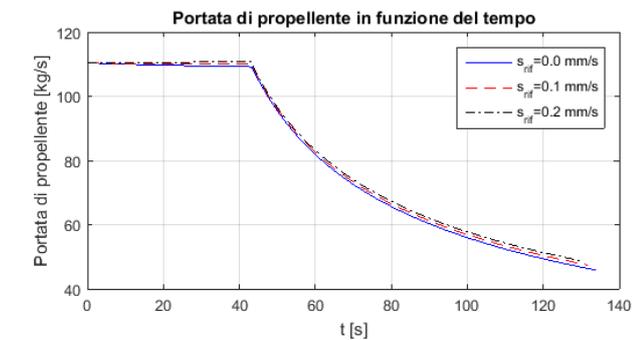


Figura 5.3: Portata di propellente, rateo di regressione, area di gola e rateo di erosione nel tempo, nel caso nominale, al variare del rateo di erosione iniziale.

Ricordando che le condizioni di afflusso dell'ugello sono state ottenute mediante un codice di termodinamica, sviluppato dalla NASA, in equilibrio chimico ad una pressione di 10 bar, similmente alle condizioni considerate in una prima analisi sui propellenti HP-PE eseguita nella sotto-sezione 1.3.3, in figura 5.1 si osserva che la spinta  $F$  cresce leggermente, però per una durata minore delle fasi della missione (incognite del problema riguardante la determinazione della traiettoria), mentre l'impulso specifico  $I_s$  e la velocità caratteristica  $c^*$  diminuiscono leggermente all'aumentare del rateo di erosione. In realtà, l'impulso specifico e la velocità caratteristica non variano considerevolmente nel tempo, essendo il rapporto di miscela  $MR$  tempo variante nell'intervallo tra 6.2 e 7.6 (figura 5.2), ovvero in un intorno del punto di massimo di queste prestazioni. D'altronde, nelle figure 1.11 e 1.12 rappresentanti le curve delle prestazioni in funzione del rapporto di miscela si ricorda che il valore del massimo non varia molto nell'intorno del punto di massimo. Dunque, queste variazioni delle prestazioni sono alla base del lieve calo della quota nel caso di  $a$  e di  $n$  nominali.

Le cause che sono a fondamento di tali variazioni possono essere facilmente dedotte dall'osservazione delle *time histories* nelle figure 5.2 e 5.3: un aumento dell'area di gola  $A_t$  dell'ugello, imputabile al fenomeno dell'erosione nell'ugello, determina una diminuzione della pressione  $p_c$  in camera di combustione, che a sua volta comporta un aumento della portata di ossidante  $\dot{m}_o$  e quindi del rapporto di miscela  $MR$  a parità di tempo. A causa dell'aumento di  $A_t$ , oltre alla diminuzione di  $p_c$ , la portata di propellente  $\dot{m}$  aumenta lievemente, perciò la velocità caratteristica  $c^*$  e, non variando considerevolmente la spinta, l'impulso specifico tendono a diminuire. Inoltre, l'aumento del raggio di gola determina anche una diminuzione nel tempo del rapporto di espansione  $\varepsilon$  dell'ugello, perciò ci si aspetta che la spinta diminuisca, come mostrato in figura 5.4. In tale grafico è mostrato l'andamento del coefficiente di spinta nel vuoto  $C_{Fv}$  in funzione di  $\varepsilon$  (considerando le alte quote in cui si trova ad operare il terzo stadio del lanciatore della missione in esame, gli effetti dell'atmosfera possono essere ragionevolmente trascurati). In verità, l'incremento della spinta non è considerevole, soprattutto se  $\varepsilon$  non varia notevolmente, e la spinta aumenta sempre di meno all'aumentare del rapporto di espansione dell'ugello.

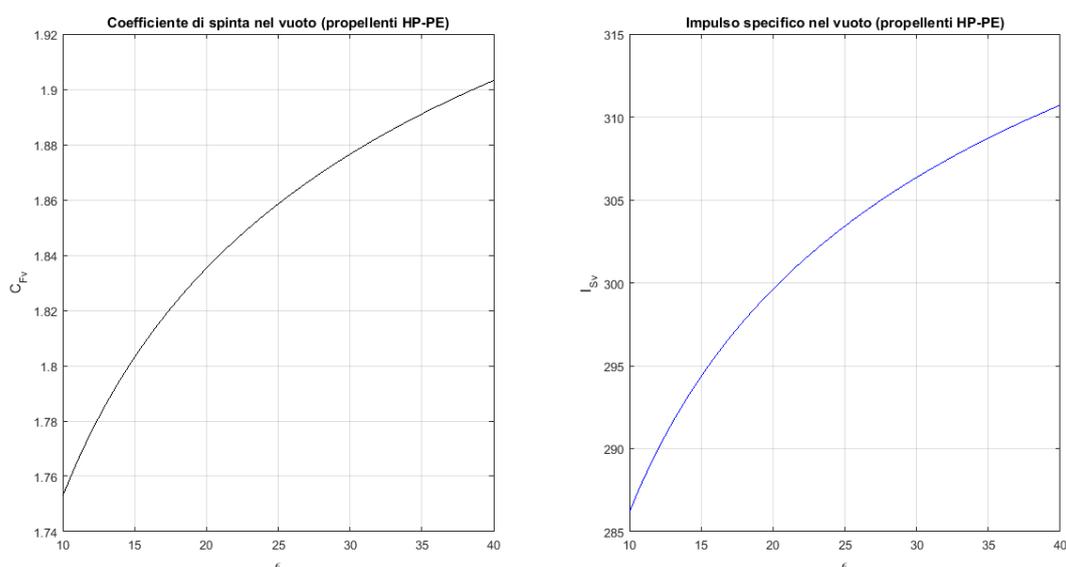


Figura 5.4: Andamento del coefficiente di spinta e dell'impulso specifico nel vuoto in funzione del rapporto di espansione dell'ugello.

Infine, in figura 5.3 si osserva che l'andamento del rateo di regressione  $\dot{r}$  al variare del tempo rimane uguale per diversi ratei di erosione della gola: tale comportamento conferma l'utilizzo di un modello (relazione [1.1]) in un range di portate di ossidante  $G_o$  per unità di superficie tale per cui  $\dot{r}$  risulta indipendente dalla pressione in camera di combustione.

Dunque, dall'analisi di questi primi risultati, ottenuti prima di eseguire l'*ottimizzazione robusta* vera e propria dell'endoreattore ibrido in presenza di erosione nella gola dell'ugello per diverse quote minime imposte, è ulteriormente confermata, in riferimento a quanto già discusso nella prima parte di questo elaborato, la complessità della progettazione degli HREs, che è causata dalla relazione esistente tra livello di spinta e rapporto di miscela, da problematiche come il *mixture ratio shifting* e, in generale, dal complesso processo di combustione, su cui si basa il loro funzionamento. In aggiunta, queste prime rappresentazioni grafiche sono anche frutto della procedura innestata, su cui si basa il codice di calcolo implementato.

Detto ciò, solo strumenti, come la *nested direct-indirect optimization procedure* multidisciplinare del codice sviluppato al *Politecnico di Torino*, che accoppiano l'ottimizzazione dei parametri di progetto con quella della traiettoria, possono pienamente evidenziare i benefici potenzialmente ottenibili con gli HREs. D'altronde, anticipando quanto risulterà ancora più immediato nel seguito, l'analisi dell'ottimizzazione fornisce conclusioni spesso poco intuitive di fondamentale importanza dal punto di vista della progettazione ingegneristica. Evidentemente, questi risultati possono non essere rilevati qualora vengano introdotte semplificazioni che non tengono conto della reale natura del problema [19].

In conclusione, per previsioni accurate delle prestazioni, è necessario includere l'erosione dell'ugello nel processo di progettazione poiché l'allargamento continuo della gola durante la combustione influisce direttamente sulla curva della spinta del motore e sull'impulso specifico.

## 5.2 Ricerca delle soluzioni di ottimo

Dopo la validazione del codice di calcolo utilizzato per l'*ottimizzazione robusta* dell'endoreattore ibrido in esame e l'osservazione dei primi risultati ottenuti, si procede con la ricerca delle soluzioni di ottimo per diverse tipologie di analisi. La procedura applicata per la ricerca di punti di ottimo, che siano più possibilmente prossimi a quello di ottimo globale, nello spazio parametrico definito in tabella 5.1, è la *particle swarm optimization*. Essendo un EA, la PSO non garantisce l'effettivo raggiungimento del punto di ottimo globale, poiché i processi alla base della costruzione delle potenziali soluzioni di progetto preliminare dell'endoreattore ibrido sono contraddistinti da un certo grado di casualità, che evidentemente può ostacolare il raggiungimento dell'ottimo globale, in riferimento a quanto esplicitato nella sotto-sezione 4.4.3 sui vantaggi e gli svantaggi di tale metodo.

L'idea di fondo dell'algorithm, su cui si basa la PSO, è quella di sfruttare il movimento opportunamente direzionato delle potenziali soluzioni di progetto nello spazio parametrico. Tale insieme contiene tutti i valori ammissibili dei sei *fattori di controllo*, compresi negli intervalli della tabella 5.1. Questi intervalli sono necessari per limitare il movimento delle particelle tra valori dei parametri di progetto che si sono dimostrati essere tipici per la progettazione ottimale degli HREs, sulla base di risultati precedenti ottenuti dall'esecuzione di procedure di ottimizzazione analoghe. L'introduzione di queste limitazioni permette di

indirizzare l'ottimizzazione verso punti di ottimo accettabili da un punto di vista progettuale ed è opportuna a causa della presenza di una componente casuale nella ricerca delle soluzioni. Dunque, le particelle possono muoversi all'interno di questo spazio fino a raggiungere una combinazione di parametri di progetto che potenzialmente porti ad ottenere il valore massimo della funzione fitness dell'algoritmo, che evidentemente fa riferimento alla relazione [4.1], ovvero alla funzione obiettivo da massimizzare.

### 5.2.1 Modalità di inizializzazione casuale

Allo scopo di accumulare esperienza sul modo di procedere della PSO e quindi sulla valutazione della coerenza dei primi risultati ottenuti, si è, innanzitutto, proceduto adottando una semplice modalità casuale di inizializzazione del metodo e gli altri criteri di esecuzione esposti nella precedente sezione. Tale procedimento è stato applicato per diverse tipologie di analisi, i cui risultati sono riportati nelle tabelle 5.6, 5.7 e 5.8. In particolare, impostando le analisi per tre differenti quote minime raggiunte e per cinque diversi valori di rateo iniziale di erosione, si possono fare le seguenti considerazioni:

- $\varepsilon = 700 \text{ km}$ : nella tabella 5.6 si osserva che il carico utile, ottenuto mediante la procedura di design robusto ottimale dell'endoreattore ibrido in corso di studio, eseguita in presenza di erosione nella gola dell'ugello, a fissata quota minima raggiunta, cresce lievemente (qualche kg) all'aumentare del rateo di erosione iniziale impostato prima di eseguire l'analisi. Questo risultato è accettabile per quanto dedotto dai primi risultati esposti nella precedente sezione ed è frutto della *nested direct-indirect optimization procedure* multidisciplinare del codice di calcolo utilizzato, indispensabile per ottenere delle conclusioni non molto intuitive ai fini del complesso procedimento di progettazione di un HRE ottimale. In verità, il raggiungimento di questo risultato rappresenta l'unica coerenza individuabile dall'osservazione dei valori in tabella 5.6: i parametri di progetto non variano in maniera monotona o quasi monotona al variare della procedura di design robusto ottimale impostata (a parità di quota minima raggiunta e al variare del rateo di erosione iniziale della gola). Al fine di rendere più chiara l'individuazione della variazione del singolo parametro di progetto in riferimento al rispettivo range ammissibile, nella tabella 5.9 sono riportate le percentuali relative alla posizione di ogni parametro di progetto nel rispettivo intervallo di variabilità per ogni *Robust design* ottimale ottenuto.
- $\varepsilon = 660 \text{ km}$ : dalla tabella 5.7 emergono delle considerazioni analoghe a quelle del caso con  $\varepsilon = 700 \text{ km}$ . In questo caso, essendo il valore di  $\varepsilon$  minore della quota obiettivo (700 km), quindi meno restrittivo, si ottiene un rilassamento sul vincolo, imposto su tale grandezza, che porta ad un carico utile più alto. Tale carico utile cresce lievemente per i design ottimali ottenuti con valori più alti del rateo iniziale di erosione. Inoltre, allo stesso modo, nella tabella 5.10 sono riportate le percentuali relative di ogni parametro di progetto nel rispettivo intervallo di variabilità per ogni *Robust design* ottimale ottenuto.

- $\varepsilon = 600 \text{ km}$ : anche in questo caso le considerazioni sono analoghe alle precedenti. Il rilassamento sul vincolo, imposto sulla quota, determina un carico utile più alto del caso con  $\varepsilon = 660 \text{ km}$ . Inoltre, nelle tabelle 5.8 e 5.11 sono riportati, allo stesso modo, i risultati con le corrispondenti percentuali.

L'andamento altalenante dei parametri di progetto ottimali al variare del rateo di erosione iniziale non permette evidentemente di individuare un *trend* dei valori assunti da questi al variare dell'analisi di ottimizzazione eseguita e, di conseguenza, neanche di comprendere se i punti di ottimo trovati sono effettivamente i migliori dal punto di vista del valore della funzione obiettivo. Per tale motivo, si potrebbe pensare che la mancata coerenza di questi risultati sia causata dalla componente casuale del metodo di ottimizzazione utilizzato, che avrebbe indotto le particelle a muoversi in una zona dello spazio parametrico con molti punti di massimo locale, perdendo in questo modo le informazioni sulle posizioni di vecchie particelle, a cui corrispondevano valori peggiori della funzione obiettivo, ma che si sarebbero potute trovare prossime al punto di ottimo globale. Questa idea, però, può essere in parte smentita dalla coerenza tra i valori della funzione obiettivo, ottenuti dalla miglior soluzione individuata per ogni analisi di ottimizzazione eseguita: da ciò si può dedurre intuitivamente che i punti di ottimo individuati siano prossimi a quello di ottimo globale, perciò l'irregolarità nel comportamento delle variabili di design potrebbe essere legata alla necessità di tempi di calcolo esageratamente elevati per giungere all'esatta convergenza nel punto di ottimo globale, che comunque porterebbe a miglioramenti marginali sul carico utile. D'altronde, come anticipato, la PSO garantisce buone probabilità di successo; tuttavia, data la natura dell'ottimizzatore, la certezza di queste affermazioni non può essere dimostrata per vie diverse da quella pratica mediante l'accumulo di esperienza sull'utilizzo della PSO integrata con l'ottimizzazione indiretta della traiettoria nello studio degli HREs.

A tale discorso si ricollega quanto esposto nella sotto-sezione 4.4.3 sul modo di procedere della PSO: uno dei punti di forza dell'algoritmo di ottimizzazione, su cui si basa la PSO, è la capacità degli individui di condividere informazioni e la conseguente influenza di quanto esplorato dagli altri componenti della popolazione sul comportamento di ognuno di essi. Da ciò si può dedurre che è il miglior punto trovato, in generale, dal gruppo ad influenzare gli spostamenti degli individui, oltre che la miglior posizione trovata singolarmente da ognuno di essi, poiché sarà con altissima probabilità il più vicino alla soluzione del problema, ovvero l'ottimo globale. Tuttavia, ciò non garantisce evidentemente il raggiungimento di tale punto di ottimo globale.

Proprio a causa della ricorsività, l'inizializzazione delle particelle della prima iterazione assume un ruolo molto importante: da esse dipende inevitabilmente ogni generazione successiva ed hanno un grande impatto sulla buona riuscita della ricerca. Si ricorda che, i risultati ottenuti in questa sotto-sezione sono stati ottenuti a partire da posizioni iniziali estratte casualmente. Tale modalità di inizializzazione permette alle particelle di coprire al meglio lo spazio parametrico.

Detto ciò, alla luce di quanto appena esposto, al fine di comprendere se le ragioni dell'andamento altalenante dei parametri di progetto derivino effettivamente dalla componente casuale della PSO, si può procedere con l'esecuzione di altre analisi di ottimizzazione con modalità di inizializzazione differenti rispetto a quella casuale, in modo da partire da una soluzione di progetto probabilmente migliore di quella, a sua volta, migliore tra le 20 generate casualmente alla prima iterazione e magari condurre le particelle in una zona di movimento dello spazio parametrico probabilmente differente rispetto a

quella indotta da un'inizializzazione casuale. Evidentemente, la nuova zona sarà migliore o peggiore di quella esplorata dalle particelle nella precedente analisi a seconda del valore assunto dalla funzione obiettivo corrispondente al miglior individuo trovato fino al termine delle iterazioni, seguendo il criterio di arresto esposto nella precedente sezione.

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 700 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
	4143.3	16.05	0.504	0.0491	3.49	9604.3
0.0	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1393.0	110.31	366.97	700.00	1757.61	1757.61
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
	4194.9	15.00	0.503	0.0497	3.44	9643.8
0.1	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1378.2	111.18	338.54	700.00	1761.68	1761.67
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
	4288.3	15.54	0.501	0.0505	3.42	9635.6
0.2	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1377.4	114.28	340.01	699.97	1763.33	1763.26
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
	4154.0	16.41	0.500	0.0502	3.49	9590.5
0.3	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1401.5	115.56	359.36	700.80	1766.53	1766.53
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
	3931.4	16.27	0.503	0.0494	3.52	9585.7
0.4	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1406.2	112.63	366.95	700.00	1769.57	1769.57

Tabella 5.6: Parametri di progetto e prestazioni, ottenute dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale.

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 660 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.0	4356.7	15.89	0.501	0.0500	3.42	9610.3
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1370.9	112.05	352.02	660.00	1782.23	1782.23
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.1	4311.3	15.69	0.501	0.0502	3.42	9611.6
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1373.5	112.92	345.75	660.00	1786.15	1786.15
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.2	4037.7	16.32	0.502	0.0492	3.52	9563.3
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1403.1	111.95	368.77	659.97	1789.82	1789.76
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.3	4125.5	15.03	0.501	0.0499	3.48	9599.2
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1395.1	113.76	334.33	660.00	1793.95	1793.95
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.4	3964.3	15.78	0.503	0.0495	3.42	9615.7
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1367.1	109.63	356.22	660.00	1795.36	1795.36

Tabella 5.7: Parametri di progetto e prestazioni, ottenute dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 660 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale.

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 600 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.0	4266.6	15.17	0.502	0.0494	3.41	9597.8
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1360.5	109.15	342.64	600.01	1822.64	1822.64
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.1	4280.8	16.03	0.501	0.0499	3.40	9580.7
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1361.4	111.13	354.28	600.25	1824.89	1824.89
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.2	4247.8	16.10	0.500	0.0501	3.38	9588.5
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1354.1	111.36	353.25	600.26	1827.56	1827.56
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.3	4100.6	16.60	0.500	0.0497	3.47	9542.2
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1384.5	112.52	366.87	600.00	1831.53	1831.53
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.4	4221.1	16.23	0.499	0.0505	3.40	9575.4
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1363.8	113.91	349.88	600.00	1833.19	1833.19

Tabella 5.8: Parametri di progetto e prestazioni, ottenute dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 600 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale.

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 700 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Percentuali dei parametri di progetto nell'intervallo di variabilità					
	$m_{oBD}$	$\varepsilon$	$R_G$	$w$	$L_B$	$m_{of}$
0.0	63.25 %	43.57 %	67.50 %	37.27 %	48.33 %	56.50 %
0.1	72.25 %	28.57 %	66.25 %	42.73 %	40.00 %	70.50 %
0.2	88.25 %	36.29 %	63.75 %	50.00 %	36.67 %	67.50 %
0.3	65.00 %	48.71 %	62.50 %	47.27 %	48.33 %	52.00 %
0.4	26.75 %	46.71 %	66.25 %	40.00 %	53.33 %	50.50 %

Tabella 5.9: Percentuali relative ai rispettivi intervalli di variazione dei parametri di progetto dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale.

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 660 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Percentuali dei parametri di progetto nell'intervallo di variabilità					
	$m_{oBD}$	$\varepsilon$	$R_G$	$w$	$L_B$	$m_{of}$
0.0	100 %	41.29 %	63.75 %	45.45 %	36.67 %	59.00 %
0.1	92.25 %	38.43 %	63.75 %	47.27 %	36.67 %	59.50 %
0.2	45.00 %	47.43 %	65.00 %	38.18 %	53.33 %	42.50 %
0.3	60.25 %	29.00 %	63.75 %	44.54 %	46.67 %	55.00 %
0.4	32.50 %	39.71 %	66.25 %	40.91 %	36.67 %	60.50 %

Tabella 5.10: Percentuali relative ai rispettivi intervalli di variazione dei parametri di progetto dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 660 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale.

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 600 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Percentuali dei parametri di progetto nell'intervallo di variabilità					
	$m_{oBD}$	$\varepsilon$	$R_G$	$w$	$L_B$	$m_{of}$
0.0	84.50 %	31.00 %	65.00 %	40.00 %	35.00 %	54.50 %
0.1	87.00 %	43.29 %	63.75 %	44.54 %	33.33 %	48.50 %
0.2	81.25 %	44.29 %	62.50 %	46.36 %	30.00 %	51.50 %
0.3	56.00 %	51.43 %	62.50 %	42.73 %	45.00 %	35.50 %
0.4	76.75 %	46.14 %	61.25 %	50.00 %	33.33 %	47.00 %

Tabella 5.11: Percentuali relative ai rispettivi intervalli di variazione dei parametri di progetto dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 600 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione casuale.

### 5.2.2 Modalità di inizializzazione con un solo individuo non casuale

In riferimento a quanto concluso nella precedente sotto-sezione, si procede con la ricerca delle soluzioni di ottimo dell'endoreattore ibrido, collocato al terzo stadio del lanciatore in esame, per diverse tipologie di analisi, eseguite con una modalità di inizializzazione non totalmente casuale, come quella precedentemente considerata. In particolare, allo scopo di conferire alle particelle l'informazione dall'inizio della procedura di ottimizzazione di una zona dello spazio parametrico, dove probabilmente sono presenti buone soluzioni, e, allo stesso tempo, di permettere comunque alle particelle di poter coprire l'intero spazio parametrico, in questa sotto-sezione si considera una modalità di inizializzazione basata su un preciso individuo, a cui corrisponde già un buon valore della funzione fitness, ottenuto da iterazioni precedenti, ed altri  $N_i - 1 = 19$  individui casuali. Dunque, la scelta, alternativa rispetto alla precedente analisi, non è ricaduta su un'inizializzazione con popolazione completa per evitare un eccessivo indirizzamento del movimento delle particelle e, di conseguenza, l'impedimento alle particelle di poter spaziare in maniera piuttosto completa nel dominio dei parametri di progetto durante il corso del processo di ottimizzazione.

Alla luce delle osservazioni sui risultati della precedente sotto-sezione, le analisi di ottimizzazione con questa nuova modalità di inizializzazione sono state eseguite per una sola quota minima imposta ( $\varepsilon = 700 \text{ km}$ ) e per cinque valori di rateo di erosione iniziale già considerati. Come osservato, non essendoci monotonia nell'andamento dei parametri di progetto ottimali al variare del rateo di erosione impostato per tutte le quote minime raggiunte considerate, qualora questo modo di procedere risulterà più adeguato del precedente, le analisi di ottimizzazione per diverse quote raggiunte, eseguite con questa nuova modalità di inizializzazione, saranno rimandate al seguito.

Detto ciò, l'individuo migliore, riportato in tabella 5.6, ottenuto dall'ottimizzazione eseguita per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$ , è stato utilizzato nell'inizializzazione di tutte le altre quattro analisi di ottimizzazione per ciascun valore di  $\dot{s}_{rif}$ , essendo stato prima verificato il buon valore di partenza della funzione obiettivo corrispondente a tale individuo per ogni rateo di erosione iniziale. Evidentemente, l'analisi per  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  rimane quella con inizializzazione casuale riportata nella tabella 5.6, quindi la differente modalità di inizializzazione è testata per tutti gli  $\dot{s}_{rif} \neq 0.0 \text{ mm/s}$ .

Dall'osservazione delle tabelle 5.12 e 5.13, si nota che questa modalità di inizializzazione ha portato a dei risultati migliori rispetto a quelli visibili nelle tabelle 5.6 e 5.9, riferiti alla modalità di inizializzazione casuale. Tale miglioramento riguarda sia i valori di funzione obiettivo raggiunti dalle migliori soluzioni ottenute in seguito all'esecuzione delle varie tipologie di ottimizzazione che le percentuali relative di ogni parametro di progetto nel rispettivo intervallo di variabilità per ogni *Robust design* ottimale ottenuto. In particolare, si notano un lieve aumento del carico utile, a parità di quota minima raggiunta, in ogni caso:

- 0.5 kg per  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ ;
- 1.8 kg per  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ ;
- 1.0 kg per  $\dot{s}_{rif} = 0.3 \text{ mm/s}$ ;
- 0.8 kg per  $\dot{s}_{rif} = 0.4 \text{ mm/s}$ ;

ed un minore o uguale scostamento massimo dei parametri di progetto ottimali, considerati nei rispettivi intervalli di variabilità, al variare del rateo di erosione iniziale:

- $m_{oBD}$ : lo scostamento massimo passa da 61.50 % a 23.25 % nel rispettivo intervallo;
- $\varepsilon$ : lo scostamento massimo passa da 20.14 % a 13.43 % nel rispettivo intervallo;
- $R_G$ : lo scostamento massimo rimane del 5 % nel rispettivo intervallo;
- $w$ : lo scostamento massimo passa da 12.73 % a 11.82 % nel rispettivo intervallo;
- $L_B$ : lo scostamento massimo rimane del 16.66 % nel rispettivo intervallo, però quello medio sarebbe minore perché solo due valori si discostano molto dagli altri;
- $m_{of}$ : lo scostamento massimo passa da 20.00 % a 16.00 % nel rispettivo intervallo.

Tuttavia, un andamento monotono o quasi monotono tra i parametri di progetto non è ancora individuabile, seppur meglio deducibile rispetto ai casi precedenti, essendo stavolta ogni scostamento massimo diminuito.

Bisogna, inoltre, aggiungere che i tempi di calcolo delle procedure di ottimizzazione sono risultati analoghi o talvolta minori rispetto a quelli che sono stati necessari per le analisi nella precedente sotto-sezione.

Dunque, dall'esperienza, fin qui acquisita, del modo di procedere dell'algoritmo mediante l'osservazione dei risultati conseguiti, utilizzando la PSO, si può dedurre che scegliere opportunamente un buon individuo di partenza può permettere di raggiungere dei risultati migliori. Tuttavia, tale individuo di partenza è risultato sempre migliore dal punto di vista del valore della funzione obiettivo al diminuire del rateo iniziale di erosione impostato. Da ciò si può dedurre che la soluzione di partenza è tanto migliore per una certa tipologia di analisi quanto questa tipologia meno si discosta da quella per cui tale soluzione è risultata ottimale. In verità, questa non rappresenta una regola a causa della più volte evidenziata componente casuale del metodo. Detto ciò, qualora si verificasse che un determinato individuo rappresenta un buon punto di partenza per l'analisi di ottimizzazione da eseguire, questo può essere utilizzato allo scopo di ottenere dei risultati più prossimi al punto di ottimo globale, come avvenuto nel caso studiato.

A questo punto, avendo appurato che l'andamento altalenante dei parametri di progetto ottimali nei rispettivi intervalli di variabilità per ogni tipologia di analisi non dipende molto dalla modalità di inizializzazione scelta, poiché comunque le particelle hanno la possibilità di spaziare nel dominio delle possibili soluzioni e di raggiungere un buon punto di ottimo durante la procedura, è stato adottato un criterio per il conseguimento dei risultati finali che agisce direttamente sugli intervalli di variabilità dei parametri di progetto, in modo da indirizzare meglio la procedura di ottimizzazione. Tale criterio di ricerca è frutto di un'idea avanzata dall'esperienza acquisita sul metodo di ottimizzazione nel corso del lavoro di tesi.

Infine, alla luce dei risultati commentati e delle conseguenti deduzioni avanzate in questa sotto-sezione, per il conseguimento dei risultati finali si è anche deciso di porre come individuo di partenza, anziché quello migliore per l'ottimizzazione con  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$ , talvolta quello migliore dall'analisi eseguita, a parità di  $\varepsilon$ , con  $\dot{s}_{rif}$  appena inferiore (ad esempio per l'ottimizzazione con  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  si utilizza come individuo di partenza quello migliore dall'ottimizzazione con  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ , quindi, allo stesso modo, per quella con  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.3 \text{ mm/s}$  si usa come individuo di partenza quello migliore dall'ottimizzazione con  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  e così via). Evidentemente, ciò assume un senso soltanto quando il valore

della funzione obiettivo, corrispondente a tale individuo, nell'analisi da eseguire risulta buono, altrimenti diventa più opportuno procedere con l'individuo di partenza qui considerato, la cui bontà è già stata verificata per tutte le tipologie di analisi considerate.

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 700 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.0	4143.3	16.05	0.504	0.0491	3.49	9604.3
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1393.0	110.31	366.97	700.00	1757.61	1757.61
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.1	4094.7	15.60	0.504	0.0492	3.49	9613.8
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1392.6	110.75	355.80	700.00	1762.14	1762.14
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.2	4025.7	15.69	0.503	0.0493	3.55	9583.5
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1418.4	113.20	355.93	700.01	1765.02	1765.02
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.3	4160.0	15.50	0.501	0.0502	3.45	9623.2
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1388.0	114.11	342.03	700.00	1767.54	1767.53
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.4	4078.7	16.44	0.500	0.0504	3.52	9577.6
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1413.0	117.08	358.01	702.21	1770.39	1770.39

Tabella 5.12: Parametri di progetto e prestazioni, ottenute dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione non totalmente casuale.

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 700 \text{ km}$						
$\dot{s}_{ref} \text{ [mm/s]}$	Percentuali dei parametri di progetto nell'intervallo di variabilità					
	$m_{oBD}$	$\varepsilon$	$R_G$	$w$	$L_B$	$m_{of}$
0.0	63.25 %	43.57 %	67.50 %	37.27 %	48.33 %	56.50 %
0.1	55.00 %	37.14 %	67.50 %	38.18 %	48.33 %	60.00 %
0.2	43.00 %	38.43 %	66.25 %	39.09 %	58.33 %	49.50 %
0.3	66.25 %	35.71 %	63.75 %	47.27 %	41.67 %	63.50 %
0.4	52.25 %	49.14 %	62.50 %	49.09 %	53.33 %	47.50 %

Tabella 5.13: Percentuali relative ai rispettivi intervalli di variazione dei parametri di progetto dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ , con inizializzazione non totalmente casuale.

### 5.2.3 Criterio di ricerca delle soluzioni di ottimo

Dopo aver studiato le diverse modalità di inizializzazione della PSO e le loro conseguenze sui risultati ottenuti, occorre applicare un criterio di ricerca delle soluzioni di ottimo, allo scopo di individuare una coerenza, non ancora pienamente ottenuta nonostante i miglioramenti esposti nella precedente sotto-sezione, nell'andamento dei parametri di progetto ottimali al variare del rateo di erosione, evitando di far procedere all'infinito il numero di iterazioni dell'ottimizzatore.

L'idea su cui si fonda tale criterio, il quale risulterà efficace, è quella di indirizzare il movimento delle particelle agendo sullo spazio parametrico, definito in tabella 5.1, a partire dai primi buoni risultati riportati nella tabella 5.12. Anche stavolta il giudizio sulla bontà del procedimento applicato scaturirà dai valori della funzione obiettivo ottenuti in seguito all'esecuzione delle diverse analisi: tale indirizzamento delle particelle risulterà efficace se i valori della funzione obiettivo, ottenuti al termine delle analisi, saranno maggiori o uguali di quelli risultati dalle rispettive procedure eseguite nella sotto-sezione precedente (tabella 5.12). Detto ciò, si procede prima effettuando le analisi di ottimizzazione con questo criterio di ricerca per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$ , poi si eseguiranno le procedure anche per diversi valori di quota minima imposta.

Considerando i risultati riportati nelle tabella 5.12 e 5.13 per  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  e per  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ , si notano piccoli scostamenti percentuali tra i parametri di progetto ottimali; in particolare  $m_{oBD}$  e  $\varepsilon$  diminuiscono (passano rispettivamente dal 63.25 % al 55.00 % e dal 39.23 % al 32.31 % del loro range),  $R_G$  e  $L_B$  restano uguali,  $w$  cresce leggermente e  $m_{of}$  aumenta (passano rispettivamente dal 37.27 % al 38.18 % e dal 56.50 % al 60.00 % del loro range). Inoltre, si osserva che le variabili che si discostano maggiormente all'interno del loro intervallo sono  $m_{oBD}$ ,  $\varepsilon$  e  $m_{of}$ . Data la natura del problema, ovvero l'ottimizzazione robusta del design di un HRE, si può affermare in prima battuta che tra queste tre variabili, quelle che hanno intuitivamente un'influenza sulle prestazioni più importante sono  $m_{of}$  e  $\varepsilon$  in ordine di importanza. Ciò risulterà ancora più evidente dall'analisi di sensibilità, che sarà in seguito effettuata.

Detto ciò, lo scopo di questa sotto-sezione è quello di applicare un criterio di ricerca, che a tal proposito sarà esposto, all'analisi di ottimizzazione per  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ . Sulla

base di alcuni risultati considerati come buoni (quelli in tabella 5.12 per valori bassi di  $\dot{s}_{rif}$ ), essendo l'obiettivo quello di ottenere una soluzione di progetto che sia rappresentativa di un punto di ottimo più possibilmente vicino a quello di ottimo globale nello spazio parametrico considerato, si può pensare di restringere gli intervalli di variazione dei parametri di progetto che maggiormente si spostano all'interno del loro range, in modo da diminuire le dimensioni dello spazio parametrico e, quindi, aumentare la probabilità di successo del metodo, qualora l'entità del restringimento sia corretta. Tale entità del restringimento è strettamente legata ad un'indagine eseguita per individuare il *trend* di variazione dei parametri di progetto ottimali al variare del rateo di erosione. A tal proposito, ricordando che dai risultati ottenuti con  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  e con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  era stata individuata una tendenza nel comportamento dei parametri di progetto, al fine di valutare l'effettiva veridicità di questo *trend*, quindi non come conseguenza della componente casuale dell'algoritmo, si può pensare di eseguire diverse analisi di ottimizzazione per  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  imponendo un *lower boundary* o/e un *upper boundary* differenti per le variabili  $\varepsilon$  e  $m_{of}$ , le quali variano maggiormente rispetto alle altre (a meno di  $m_{oBD}$  che, però, è stata considerata meno importante). In particolare, ricordando che  $\varepsilon$  tenderebbe a diminuire e  $m_{of}$  a crescere all'aumentare del rateo di erosione, si eseguono le seguenti quattro analisi di ottimizzazione per  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ :

1. Si impone come *lower boundary* di  $\varepsilon$  il valore  $\varepsilon = 15.60$ , ottenuto dall'ottimizzazione con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), anziché  $\varepsilon = 13.0$  (della tabella 5.1), in modo da rendere possibile la variazione di tale parametro durante l'ottimizzazione soltanto nell'intervallo compreso tra 15.60 e 20.0 (tabella 5.1), e come *upper boundary* di  $m_{of}$  il valore  $m_{of} = 9613.8 \text{ kg}$ , ottenuto dall'ottimizzazione con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), anziché  $m_{of} = 9729.9 \text{ kg}$  (della tabella 5.1), in modo da rendere possibile la variazione di tale parametro durante l'ottimizzazione soltanto nell'intervallo compreso tra 9439.4 kg (tabella 5.1) e 9613.8 kg. In questo modo, il nuovo design con  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ , che scaturisce dalla procedura di ottimizzazione eseguita dopo questo restringimento degli intervalli di  $\varepsilon$  e di  $m_{of}$ , ha inevitabilmente un  $\varepsilon$  maggiore e un  $m_{of}$  minore rispetto a quelli del design ottimale con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12). I risultati ottenuti da tale analisi sono riportati in rosso nella tabella 5.14. A questo punto, se il design ottimale con  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), precedentemente ottenuto, mostra un carico utile maggiore rispetto a quello nuovo, il restringimento degli intervalli ha portato all'individuazione di una soluzione di ottimo peggiore, quindi la nuova soluzione va scartata. Al contrario, se la nuova soluzione di ottimo è migliore dal punto di vista della funzione obiettivo, il restringimento degli intervalli ha garantito una probabilità di successo del metodo migliore. Qualora si verificasse quest'ultima situazione, sarebbe confermato l'andamento altalenante dei parametri di progetto al variare del rateo di erosione perché mentre  $\varepsilon$  diminuisce da  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  a  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ , poi aumenterebbe e mentre  $m_{of}$  aumenta da  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  a  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ , poi diminuirebbe. In questo caso andrebbe eseguita una nuova analisi di ottimizzazione analoga per

$\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  andando a restringere gli intervalli di variazione degli stessi parametri in riferimento però alle soluzioni ottenute per  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ .

2. Si impone come *lower boundary* di  $\varepsilon$  il valore  $\varepsilon = 15.60$ , ottenuto dall'ottimizzazione con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), anziché  $\varepsilon = 13.0$  (della tabella 5.1), in modo da rendere possibile la variazione di tale parametro durante l'ottimizzazione soltanto nell'intervallo compreso tra 15.60 e 20.0 (tabella 5.1), e come *lower boundary* di  $m_{of}$  il valore  $m_{of} = 9613.8 \text{ kg}$ , ottenuto dall'ottimizzazione con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), anziché  $m_{of} = 9439.4 \text{ kg}$  (della tabella 5.1), in modo da rendere possibile la variazione di tale parametro durante l'ottimizzazione soltanto nell'intervallo compreso tra 9613.8 kg e 9729.9 kg (tabella 5.1). In questo modo, il nuovo design con  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ , che scaturisce dalla procedura di ottimizzazione eseguita dopo questo restringimento degli intervalli di  $\varepsilon$  e di  $m_{of}$ , ha inevitabilmente un  $\varepsilon$  e un  $m_{of}$  maggiori rispetto a quelli del design ottimale con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12). I risultati ottenuti da tale analisi sono riportati in verde nella tabella 5.14. A questo punto, se il design ottimale con  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), precedentemente ottenuto, mostra un carico utile maggiore rispetto a quello nuovo, il restringimento degli intervalli ha portato all'individuazione di una soluzione di ottimo peggiore, quindi la nuova soluzione va scartata. Al contrario, se la nuova soluzione di ottimo è migliore dal punto di vista della funzione obiettivo, il restringimento degli intervalli ha garantito una probabilità di successo del metodo migliore. Qualora si verificasse quest'ultima situazione, sarebbe confermato l'andamento altalenante soltanto di  $\varepsilon$  al variare del rateo di erosione perché mentre  $\varepsilon$  diminuisce da  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  a  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ , poi aumenterebbe, invece  $m_{of}$  aumenterebbe da  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  a  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ .
3. Si impone come *upper boundary* di  $\varepsilon$  il valore  $\varepsilon = 15.60$ , ottenuto dall'ottimizzazione con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), anziché  $\varepsilon = 20.0$  (della tabella 5.1), in modo da rendere possibile la variazione di tale parametro durante l'ottimizzazione soltanto nell'intervallo compreso tra 13.0 (tabella 5.1) e 15.60, e come *upper boundary* di  $m_{of}$  il valore  $m_{of} = 9613.8 \text{ kg}$ , ottenuto dall'ottimizzazione con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), anziché  $m_{of} = 9729.9 \text{ kg}$  (della tabella 5.1), in modo da rendere possibile la variazione di tale parametro durante l'ottimizzazione soltanto nell'intervallo compreso tra 9439.4 kg (tabella 5.1) e 9613.8 kg. In questo modo, il nuovo design con  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ , che scaturisce dalla procedura di ottimizzazione eseguita dopo questo restringimento degli intervalli di  $\varepsilon$  e di  $m_{of}$ , ha inevitabilmente un  $\varepsilon$  e un  $m_{of}$  minori rispetto a quelli del design ottimale con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12). I risultati ottenuti da tale analisi sono riportati in blu nella tabella 5.14. A questo punto, se il design ottimale con  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12),

precedentemente ottenuto, mostra un carico utile maggiore rispetto a quello nuovo, il restringimento degli intervalli ha portato all'individuazione di una soluzione di ottimo peggiore, quindi la nuova soluzione va scartata. Al contrario, se la nuova soluzione di ottimo è migliore dal punto di vista della funzione obiettivo, il restringimento degli intervalli ha garantito una probabilità di successo del metodo migliore. Qualora si verificasse quest'ultima situazione, sarebbe confermato l'andamento altalenante di  $m_{of}$  al variare del rateo di erosione perché  $\varepsilon$  diminuirebbe da  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  a  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ , mentre  $m_{of}$  aumenta da  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  a  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ , poi diminuirebbe.

4. Si impone come *upper boundary* di  $\varepsilon$  il valore  $\varepsilon = 15.60$ , ottenuto dall'ottimizzazione con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), anziché  $\varepsilon = 20.0$  (della tabella 5.1), in modo da rendere possibile la variazione di tale parametro durante l'ottimizzazione soltanto nell'intervallo compreso tra 13.0 (tabella 5.1) e 15.60, e come *lower boundary* di  $m_{of}$  il valore  $m_{of} = 9613.8 \text{ kg}$ , ottenuto dall'ottimizzazione con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), anziché  $m_{of} = 9439.4 \text{ kg}$  (della tabella 5.1), in modo da rendere possibile la variazione di tale parametro durante l'ottimizzazione soltanto nell'intervallo compreso tra 9613.8 kg e 9729.9 kg (tabella 5.1). In questo modo, il nuovo design con  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ , che scaturisce dalla procedura di ottimizzazione eseguita dopo questo restringimento degli intervalli di  $\varepsilon$  e di  $m_{of}$ , ha inevitabilmente un  $\varepsilon$  minore e un  $m_{of}$  maggiore rispetto a quelli del design ottimale con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12). I risultati ottenuti da tale analisi sono riportati in nero nella tabella 5.14. A questo punto, se il design ottimale con  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  (tabella 5.12), precedentemente ottenuto, mostra un carico utile maggiore rispetto a quello nuovo, il restringimento degli intervalli ha portato all'individuazione di una soluzione di ottimo peggiore, quindi la nuova soluzione va scartata. Al contrario, se la nuova soluzione di ottimo è migliore dal punto di vista della funzione obiettivo, il restringimento degli intervalli ha garantito una probabilità di successo del metodo migliore. Qualora si verificasse quest'ultima situazione, si otterrebbe un andamento regolare di questi parametri di progetto al variare del rateo di erosione perché  $\varepsilon$  diminuirebbe da  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  a  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  e  $m_{of}$  aumenterebbe da  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  a  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ .

I risultati di queste quattro analisi sono riportati in tabella 5.14. Dall'osservazione dei valori di carico utile riportati, si nota che i casi 1 e 2 presentano risultati peggiori, perciò vanno scartati, il caso 3 mostra un risultato quasi uguale, mentre il caso 4 presenta un *payload* di quasi 1 kg superiore rispetto a quello ottenuto dall'analisi di ottimizzazione per  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  mostrata nella sotto-sezione precedente. In aggiunta, il miglior risultato, ottenuto in seguito al restringimento degli intervalli di variabilità di  $m_{of}$  e  $\varepsilon$  previsto dal caso 4, permette di stabilire un *trend* abbastanza regolare sia di  $m_{of}$  che di  $\varepsilon$  e anche di altri

parametri di progetto come  $m_{oBD}$  al variare del rateo di erosione, come si osserva in tabella 5.14.

In conclusione, il criterio adottato per la ricerca delle soluzioni di ottimo non soltanto ha permesso di giungere ad una soluzione di design ottimale migliore rispetto a quella precedentemente trovata per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ , ma soprattutto di rilevare una regolarità negli andamenti dei parametri di progetto ottimali al variare del rateo iniziale di erosione impostato, che precedentemente era mancante. Evidentemente, come già ribadito, tale criterio che, quindi, permette di giungere alla definizione di un *trend* dei parametri di progetto ottimali, che altrimenti sarebbe difficile da ottenere a causa della componente casuale tipica degli EA, come quello della PSO, deve andare di pari passo con il miglioramento o il non-peggioramento della probabilità di successo del metodo di ottimizzazione, poiché applicare questo criterio per ottenere dei risultati in termini di prestazioni peggiori non avrebbe senso. Per tale motivo, bisogna scegliere opportunamente il restringimento degli intervalli di variabilità dei parametri di progetto per ogni tipologia di analisi da svolgere. A tal proposito, questo criterio sarà analogamente applicato per il conseguimento dei risultati definitivi, che saranno sempre confrontati con quelli ottenuti fin qui.

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 700 \text{ km}$							
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto e carico utile						
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$	$m_u \text{ [kg]}$
<b>0.0</b>	4143.3	16.05	0.504	0.0491	3.49	9604.3	1757.61
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto e carico utile						
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$	$m_u \text{ [kg]}$
<b>0.1</b>	4094.7	15.60	0.504	0.0492	3.49	9613.8	1762.14
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto e carico utile						
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$	$m_u \text{ [kg]}$
<b>0.2</b>	3963.1	15.08	0.505	0.0489	3.47	9634.7	1765.84
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto e carico utile						
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$	$m_u \text{ [kg]}$
<b>0.2</b>	3958.8	16.84	0.503	0.0489	3.56	9564.1	1761.55
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto e carico utile						
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$	$m_u \text{ [kg]}$
<b>0.2</b>	4093.6	15.84	0.503	0.0496	3.41	9638.0	1763.76
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto e carico utile						
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$	$m_u \text{ [kg]}$
<b>0.2</b>	4029.4	15.60	0.503	0.0493	3.55	9586.4	1765.23

Tabella 5.14: Parametri di progetto e carico utile, ottenuti dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e di  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  applicando il criterio di ricerca considerato.

### 5.3 Soluzioni di ottimo conseguite

Nelle sezioni precedenti sono state effettuate un'indagine circa l'effetto sui risultati ottenuti delle differenti modalità di inizializzazione dell'ottimizzatore e l'individuazione di un criterio di ricerca delle soluzioni di ottimo, che, come emerso dall'analisi dei risultati nella precedente sezione, oltre al raggiungimento di soluzioni migliori dal punto di vista del valore della funzione obiettivo, ha permesso anche di rilevare una regolarità negli andamenti dei parametri di progetto al variare del rateo di erosione iniziale impostato. Si anticipa che, tale tendenza sarà confermata nell'osservazione dei risultati finali. A questo punto, è opportuno proseguire con l'analisi dei risultati, applicando questo criterio di ricerca in maniera analoga al procedimento esposto per il caso particolare della precedente sezione, per altre tipologie di analisi di ottimizzazione dell'endoreattore ibrido in corso di studio.

Nelle tabelle 5.16, 5.17, 5.18 e 5.19 sono presentati i risultati finali conseguiti, i quali hanno messo ulteriormente in evidenza che la modalità di inizializzazione con un individuo non casuale e soprattutto il criterio di ricerca adottato permettono di migliorare la probabilità di successo del metodo e di ottenere una coerenza nei risultati, utile al fine di comprendere il comportamento molto complesso del funzionamento degli HREs, soprattutto da un punto di vista progettuale. Inoltre, nella figura 5.5 sono mostrate le caratteristiche di convergenza dell'ottimizzatore utilizzato: in riferimento ai parametri della PSO, impostati per tutte le analisi nella sezione 5.1, la convergenza del metodo è stata in media raggiunta dopo circa 4000 valutazioni della funzione obiettivo, ovvero dopo circa 10 iterazioni (1 *iterazione* → 20 *generazioni* → 400 *individui* → 400 *valutazioni*) per ogni analisi per un totale di circa 4000 integrazioni della traiettoria di ascesa in orbita per pervenire al risultato di ottimo robusto indicato, che è in grado di garantire almeno il raggiungimento della quota obiettivo impostata per tutti i nove casi delle combinazioni dei *fattori di rumore*. I grafici in figura 5.5 mostrano il valore della funzione obiettivo  $J(f, r)$  al variare del numero di valutazioni effettuate per ogni analisi eseguita. Dall'osservazione di questi andamenti si può facilmente notare la rapidità di convergenza della PSO. In aggiunta, se il miglior valore della funzione obiettivo raggiunto dopo le prime 20 valutazioni è inferiore a 1650, ciò è indicativo dell'aver impostato una modalità di inizializzazione casuale, che è stata utilizzata per le prime analisi, eseguite come riferimento per le successive, oppure nei rari casi in cui ha dato dei risultati leggermente migliori, a parità di tipologia di analisi, rispetto a quelli relativi alla modalità di inizializzazione non totalmente casuale, applicando sempre il criterio di ricerca precedentemente esposto.

Allo scopo di permettere una più agevole e puntuale visualizzazione dei risultati ottenuti con gli opportuni termini di confronto, in tabella 5.15 sono riportati i limiti degli intervalli di ammissibilità delle variabili (già riportati in tabella 5.1) e i parametri di progetto ottimali ottenuti mediante una procedura di *design deterministico ottimale* per il caso con quota minima raggiunta di 700 km ed erosione della gola nell'ugello assente, seguendo quanto esposto nel capitolo 2. Dal confronto del carico utile ottenuto attraverso il *design deterministico ottimale* (in tabella 5.15) con quello ricavato mediante il *Robust design* ottimale applicando la PSO, si nota che l'introduzione del requisito di robustezza e l'utilizzo di questa procedura di ottimizzazione hanno portato ad una riduzione del carico utile di circa l'8.5 %, corrispondenti a circa 170 kg.

Detto ciò, nelle seguenti sotto-sezioni saranno esposte le osservazioni in merito ai risultati ottenuti, sia in termini di parametri di progetto che di prestazioni, al variare della

quota minima raggiunta  $\varepsilon$  e al variare del rateo iniziale di erosione  $\dot{s}_{rif}$  nella gola dell'ugello impostati per ogni analisi di ottimizzazione eseguita.

Variabili	$m_{oBD}$ [kg]	$\varepsilon$	$R_G$ [m]	$w$ [m]	$L_B$ [m]	$m_{of}$ [kg]
<i>Lower boundary</i>	3775.8	13.0	0.45	0.045	3.2	9439.4
<i>Upper boundary</i>	4356.7	20.0	0.53	0.056	3.8	9729.9
<i>Design deterministico ottimale</i>	4243.4	14.70	0.506	0.0450	3.54	9653.7
	$m_u = 1927.80$ kg					

Tabella 5.15: Ranges delle variabili di design per l'ottimizzazione e parametri di progetto e carico utile nel caso di design deterministico ottimale per una quota raggiunta di 700 km ed erosione assente.

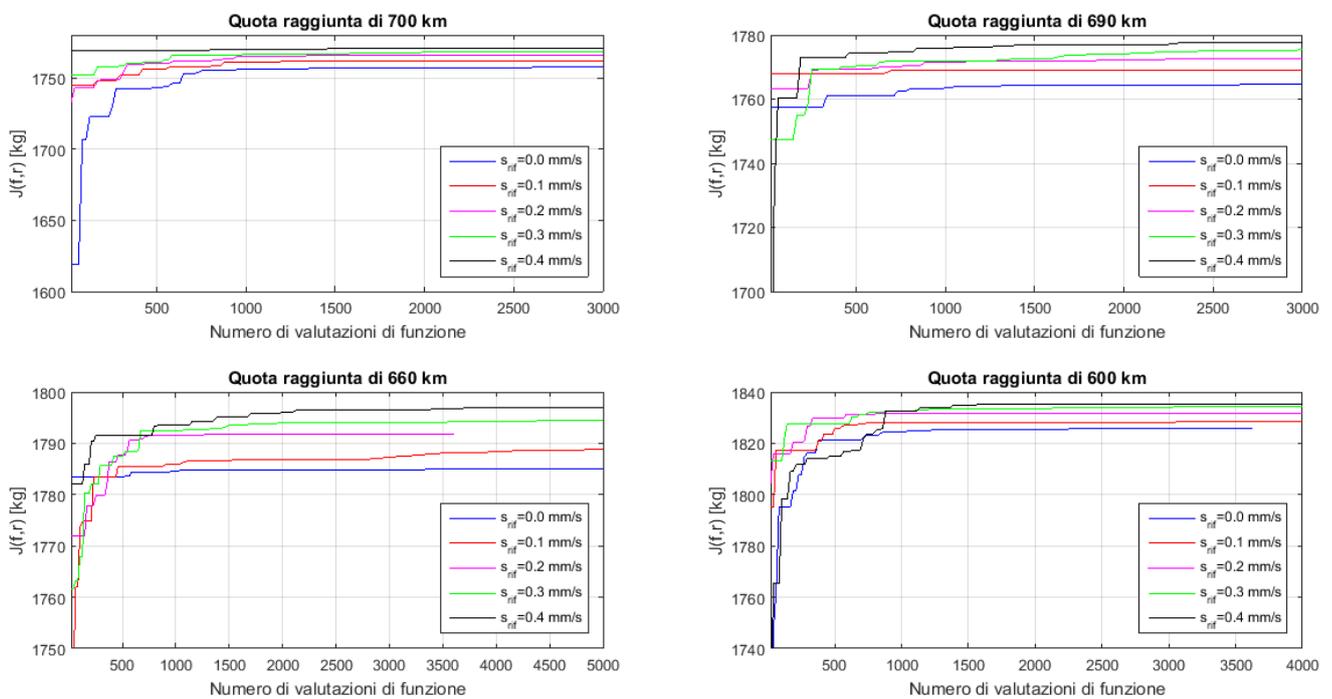


Figura 5.5: Valore della funzione obiettivo al variare del numero di valutazioni per tutte le tipologie di analisi eseguite.

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 700 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.0	4143.3	16.05	0.504	0.0491	3.49	9604.3
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1393.0	110.31	366.97	700.00	1757.61	1757.61
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.1	4094.7	15.60	0.504	0.0492	3.49	9613.8
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1392.6	110.75	355.80	700.00	1762.14	1762.14
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.2	3963.1	15.08	0.505	0.0489	3.47	9634.7
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1383.0	108.69	349.12	700.02	1765.84	1765.84
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.3	3884.2	14.90	0.505	0.0489	3.44	9651.4
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1372.0	107.42	346.70	700.00	1768.28	1768.28
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.4	3876.4	14.64	0.505	0.0491	3.43	9656.4
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1372.8	108.33	338.43	700.01	1770.86	1770.86

Tabella 5.16: Parametri di progetto e prestazioni finali dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ .

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 690 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.0	4141.9	15.95	0.504	0.0492	3.49	9600.1
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1393.0	110.49	364.31	690.22	1764.51	1764.51
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.1	3881.4	15.22	0.507	0.0482	3.52	9607.3
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1397.8	107.08	360.72	690.03	1769.14	1769.14
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.2	3850.8	14.87	0.506	0.0484	3.52	9614.8
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1397.8	107.69	351.04	690.00	1772.79	1772.79
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.3	3849.8	14.85	0.506	0.0487	3.48	9630.3
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1385.3	107.80	347.23	690.01	1775.37	1775.37
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.4	3808.3	14.20	0.506	0.0487	3.48	9640.6
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1388.6	108.17	332.74	690.00	1778.05	1778.05

Tabella 5.17: Parametri di progetto e prestazioni finali dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 690 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ .

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 660 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.0	4090.5	15.05	0.504	0.0487	3.58	9568.2
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1420.3	111.21	348.30	660.01	1785.01	1785.01
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.1	3828.0	14.09	0.507	0.0478	3.61	9582.4
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1424.8	107.76	338.89	660.01	1788.80	1788.80
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.2	3825.6	13.79	0.507	0.0481	3.59	9592.6
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1422.2	108.76	328.59	660.00	1791.86	1791.86
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.3	3825.6	14.29	0.506	0.0484	3.52	9609.2
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1397.5	107.84	337.07	660.00	1794.73	1794.73
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.4	3816.3	14.48	0.505	0.0487	3.45	9631.8
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1374.8	107.17	338.34	660.00	1797.07	1797.07

Tabella 5.18: Parametri di progetto e prestazioni finali dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 660 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ .

Quota minima raggiunta $\varepsilon = 600 \text{ km}$						
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.0	3927.4	14.51	0.507	0.0479	3.55	9563.6
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1399.3	106.26	346.39	600.56	1825.78	1825.78
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.1	3828.0	13.75	0.507	0.0477	3.59	9564.1
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1414.1	106.63	331.41	600.01	1828.47	1828.47
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.2	3825.6	13.75	0.507	0.0480	3.52	9588.3
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1392.8	106.20	328.28	600.00	1831.78	1831.78
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.3	3800.0	13.72	0.506	0.0482	3.48	9606.9
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1377.8	105.81	325.63	600.08	1834.27	1834.27
$\dot{s}_{rif} \text{ [mm/s]}$	Parametri di progetto					
	$m_{oBD} \text{ [kg]}$	$\varepsilon$	$R_G \text{ [m]}$	$w \text{ [m]}$	$L_B \text{ [m]}$	$m_{of} \text{ [kg]}$
0.4	3783.2	13.44	0.506	0.0484	3.45	9623.9
	Masse e prestazioni					
	$m_f \text{ [kg]}$	$m_{res} \text{ [kg]}$	$m_{ug} \text{ [kg]}$	$h_{min} \text{ [km]}$	$m_u \text{ [kg]}$	$J(f, r)$
	1369.3	105.64	318.06	600.03	1835.45	1835.45

Tabella 5.19: Parametri di progetto e prestazioni finali dalle ottimizzazioni per  $\varepsilon = 600 \text{ km}$  e per ogni valore di  $\dot{s}_{rif}$ .

### 5.3.1 Confronto dei parametri di progetto

Le tabelle 5.17, 5.18 e 5.19 riportano in maniera sintetica i valori dei parametri di progetto e delle altre grandezze di interesse per i vari punti di ottimo ricercati al variare della quota minima raggiunta e del rateo iniziale di erosione della gola, impostati per le diverse tipologie di analisi eseguite.

Un  $\varepsilon$ -constraint approach, analizzato nella sezione 4.3, ha permesso di esplorare il fronte di Pareto delle soluzioni di ottimo fissando il valore della quota e massimizzando il carico utile del lanciatore. Per l'analisi delle prestazioni dell'endoreattore, oltre ai diversi valori di rateo di erosione iniziale  $\dot{s}_{rif}$ , sono stati utilizzati quattro differenti valori di  $\varepsilon \leq 700 \text{ km}$  in modo da esplorare in maniera adeguata la zona del fronte di interesse.

Allo scopo di rendere meglio noti gli scostamenti dei parametri di progetto dei punti di ottimo all'interno dei rispettivi intervalli di ammissibilità al variare della tipologia di analisi, nelle figure 5.6, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10 e 5.11 sono tracciati gli andamenti dei valori ottenuti di tali variabili al variare del rateo iniziale di erosione per le diverse quote minime considerate. Il valore minimo e quello massimo dell'asse delle ordinate sono rappresentativi rispettivamente dei valori limite inferiore e superiore entro cui il parametro di progetto considerato può variare (in riferimento alla tabella 5.15).

Dall'osservazione dei risultati ottenuti si nota che la modalità di inizializzazione con un individuo non casuale ed il criterio di ricerca, adottati per aumentare la probabilità di successo nell'individuazione dei punti di ottimo mediante la PSO nello spazio parametrico definito, hanno permesso di raggiungere un andamento regolare dei parametri di progetto al variare della tipologia di analisi di ottimizzazione, escludendo rari casi, ed una convergenza del metodo verso soluzioni di design robusto dell'endoreattore ibrido a cui corrispondono valori di carico utile leggermente più alti rispetto a quelli trovati ed esaminati nelle prime sezioni di questo capitolo.

Detto ciò, in figura 5.6 si nota che la distribuzione dei punti di ottimo individuati è abbastanza regolare e suggerisce che all'aumentare del rateo di erosione e al diminuire della quota minima raggiunta la scelta di valori di  $m_{oBD}$  spostati verso la zona inferiore del suo intervallo ammissibile porta ad un miglioramento delle prestazioni per l'endoreattore in termini di carico utile.

In figura 5.7 è rappresentato un andamento regolare del rapporto di espansione  $\varepsilon$  iniziale dell'ugello tranne nel caso con  $\varepsilon = 660 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.3 \text{ mm/s}$  e in quello con  $\varepsilon = 660 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.4 \text{ mm/s}$ : in questi casi il criterio di ricerca non ha funzionato ed è stato necessario lasciare libero il parametro  $\varepsilon$  anche di poter spaziare per valori superiori rispetto a quello ottimale del caso con  $\varepsilon = 660 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$  per evitare penalizzazioni in termini di *payload* di circa 4 kg rispetto a quello migliore ottenuto. Per quanto riguarda la distribuzione dei punti di ottimo trovati si nota la tendenza di  $\varepsilon$  a diminuire all'aumentare del rateo di erosione e al diminuire della quota minima raggiunta. Tale comportamento di questo parametro di progetto risulta alquanto poco intuitivo, poiché all'aumentare del rateo di erosione l'area di gola dell'ugello aumenta più velocemente, quindi il rapporto di espansione dell'ugello diminuisce più velocemente durante il funzionamento del motore. Da ciò si potrebbe intuire che per garantire un rapporto di espansione medio durante il funzionamento del motore che sia simile a quello del design ottimale eseguito con un rateo di erosione iniziale più basso, si dovrebbe far partire il funzionamento del motore con un rapporto di espansione dell'ugello più elevato e quindi con un  $\varepsilon$  ottimale più alto. In verità,

in tale discorso bisogna anche tener conto delle conseguenze dell'allargamento dell'area di gola su altre grandezze di interesse, che indurrebbero il progettista a delle scelte di design tali per cui, al fine di massimizzare il *payload*, diventa necessaria tra le masse in gioco una diminuzione di quella dell'ugello, la quale comporterebbe una diminuzione del rapporto di espansione iniziale. Dunque, questo risultato rappresenta un'ulteriore conferma delle conclusioni poco intuitive che vanno accettate per comprendere da un punto di vista progettuale il complesso funzionamento degli HREs, come spesso ribadito. Tale discorso sarà ulteriormente ripreso in seguito all'osservazione delle prestazioni.

In figura 5.8 si nota che il raggio esterno  $R_G$  del grano ottimale spazia molto poco tra i valori del suo intervallo di ammissibilità, nonostante su tale variabile non sia stato applicato alcun criterio di ricerca, che, come discusso nella sezione precedente, ha interessato soltanto i parametri  $m_{of}$  ed  $\varepsilon$ . Il valore ottimale di  $R_G$  rimane stabile tra 0.504 m e 0.507 m al variare della tipologia di analisi eseguita.

Dall'osservazione della figura 5.9 emerge un discorso analogo a quello relativo alla variabile  $R_G$ , però il range di scostamento del parametro  $w$  è leggermente più ampio rispetto a quello di  $R_G$  nei rispettivi intervalli di ammissibilità. Il valore ottimale di  $w$  rimane stabile tra 0.0476 m e 0.0493 m al variare della tipologia di analisi eseguita e si può distinguere un andamento tendenzialmente decrescente, a parità di  $\dot{s}_{rif}$ , al diminuire della quota minima raggiunta.

In figura 5.10 si osserva che i punti di ottimo non sono caratterizzati da una notevole escursione del parametro  $L_B$  all'interno del suo range, infatti in alcuni casi, a parità di quota minima raggiunta, tale parametro ottimale rimane quasi costante al variare di  $\dot{s}_{rif}$  impostato. Gli scostamenti maggiori si notano nel caso con  $\varepsilon = 660 \text{ km}$ .

Infine, in figura 5.11 si nota che la distribuzione dei punti di ottimo individuati è regolare e suggerisce che all'aumentare del rateo di erosione e della quota minima raggiunta la scelta di valori di  $m_{of}$  spostati verso la zona medio-superiore del suo intervallo ammissibile porta ad un miglioramento delle prestazioni per l'endoreattore in termini di carico utile. Da un punto di vista progettuale, per raggiungere quote più alte e nel caso di ratei di erosione più alti bisogna aumentare la massa di ossidante di partenza per garantire al design robusto di essere ottimale. Ciò si ricollega a quanto osservato nelle figure 5.2 e 5.3 in sezione 5.1. Tale discorso sarà meglio ripreso per le considerazioni circa le *time histories* delle prestazioni dei design ottimali dell'endoreattore ibrido trovati.

Le ragioni per cui, soltanto in rari casi, alcuni parametri di progetto sono risultati non avere delle tendenze ben definite al variare della tipologia di analisi possono derivare da *outlier*, ovvero da valori anomali rispetto ad altri individuati, come quelli del rapporto di espansione dell'ugello per  $\varepsilon = 660 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.3 \text{ mm/s}$  e per  $\varepsilon = 660 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.4 \text{ mm/s}$ . In realtà, tali valori anomali sono comunque molto ravvicinati ad altri maggiormente coerenti dal punto di vista dell'andamento, quindi ciò non desta problemi rilevanti.

In conclusione, le motivazioni che sono alla base della differente tendenza a discostarsi all'interno dei rispettivi intervalli ammissibili dei parametri di progetto nei design ottimali trovati possono essere ricercate nei diversi livelli di importanza, che queste variabili libere hanno nella determinazione delle prestazioni dell'endoreattore ibrido da massimizzare: in riferimento ad un determinato *Robust design* ottimale ottenuto, la variazione di un certo parametro di progetto può causare un cambiamento più o meno notevole sul carico utile del lanciatore. A parità di scostamento percentuale nel rispettivo intervallo ammissibile, i

diversi parametri di progetto influenzano le prestazioni del design ottimale di partenza in maniera differente, come sarà osservato nell'analisi di sensibilità.

Questo differente comportamento dei parametri di progetto nei rispettivi range di variabilità può scaturire soprattutto se l'ottimizzazione del design è eseguita mediante algoritmi costituiti da una componente casuale, come quello della PSO, che si basa sull'esplorazione di uno spazio parametrico; infatti, in questo caso, se per diversi punti di ottimo una determinata variabile si sposta notevolmente nel suo intervallo e magari anche in maniera irregolare, ciò può essere sintomo della debole influenza di tale variabile sui vari design ottimali individuati. In tal caso ad una grande variazione di questa variabile, che sarebbe definita debole, a parità degli altri parametri di progetto del design ottimale, corrisponderebbe una poco rilevante variazione del carico utile.

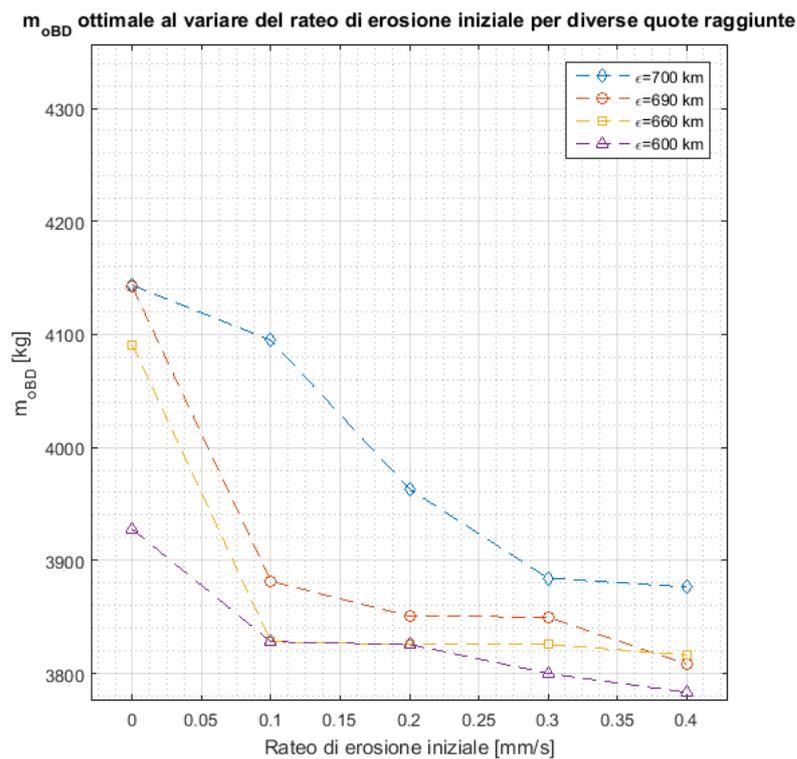
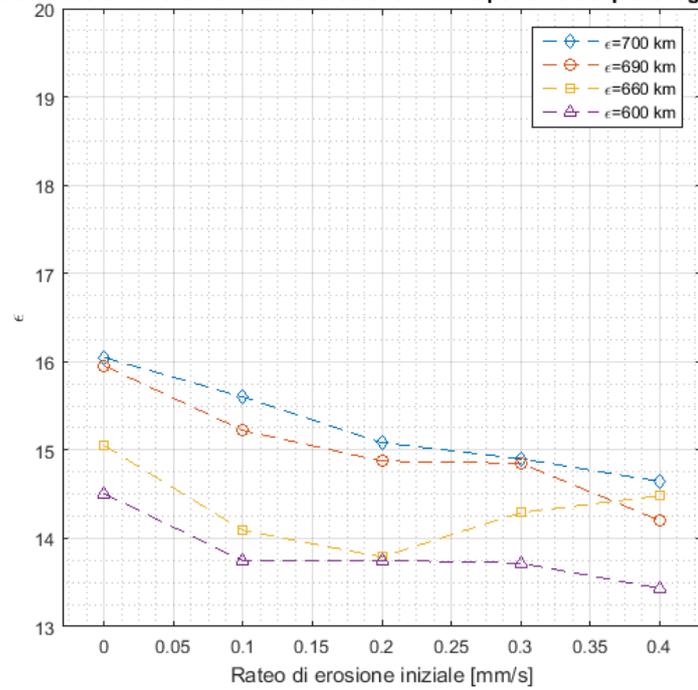
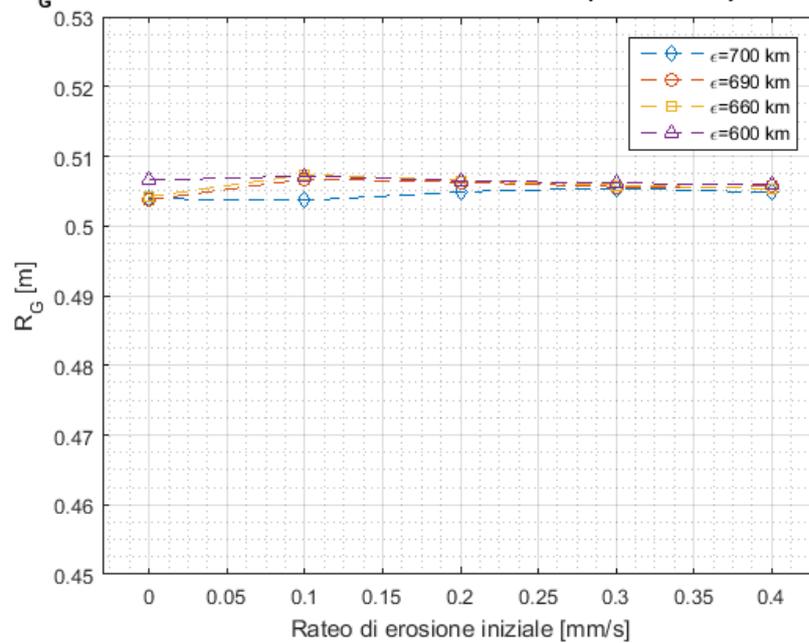


Figura 5.6:  $m_{oBD}$  ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello.

$\epsilon$  ottimale al variare del rateo di erosione iniziale per diverse quote raggiunteFigura 5.7:  $\epsilon$  ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello. $R_G$  ottimale al variare del rateo di erosione iniziale per diverse quote raggiunteFigura 5.8:  $R_G$  ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello.

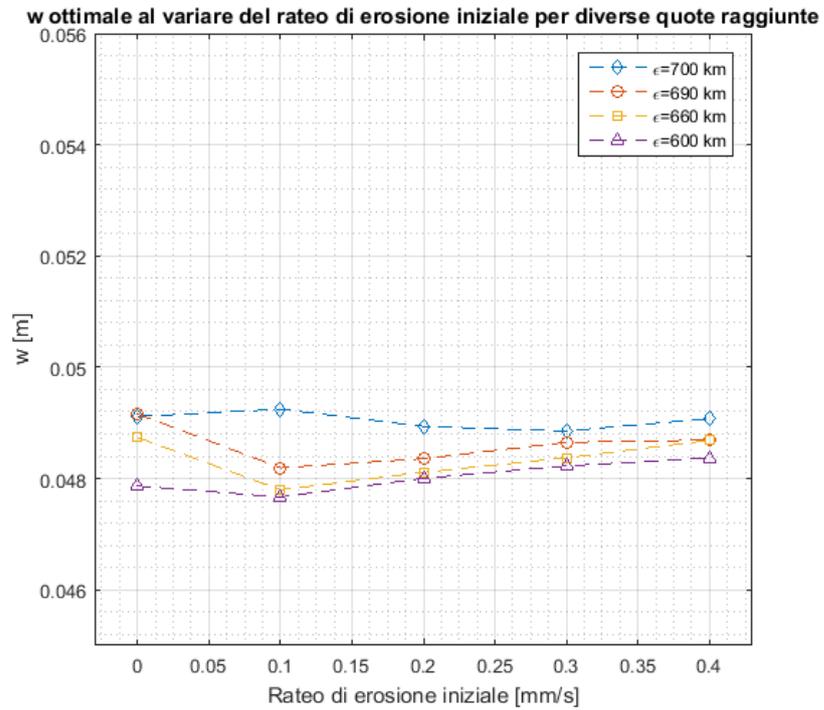


Figura 5.9:  $w$  ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello.

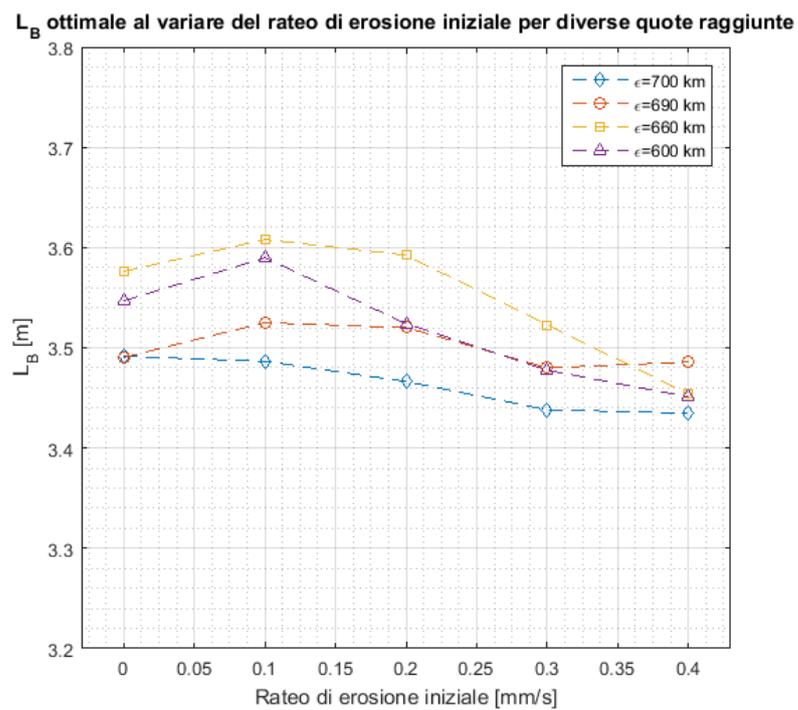


Figura 5.10:  $L_B$  ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello.

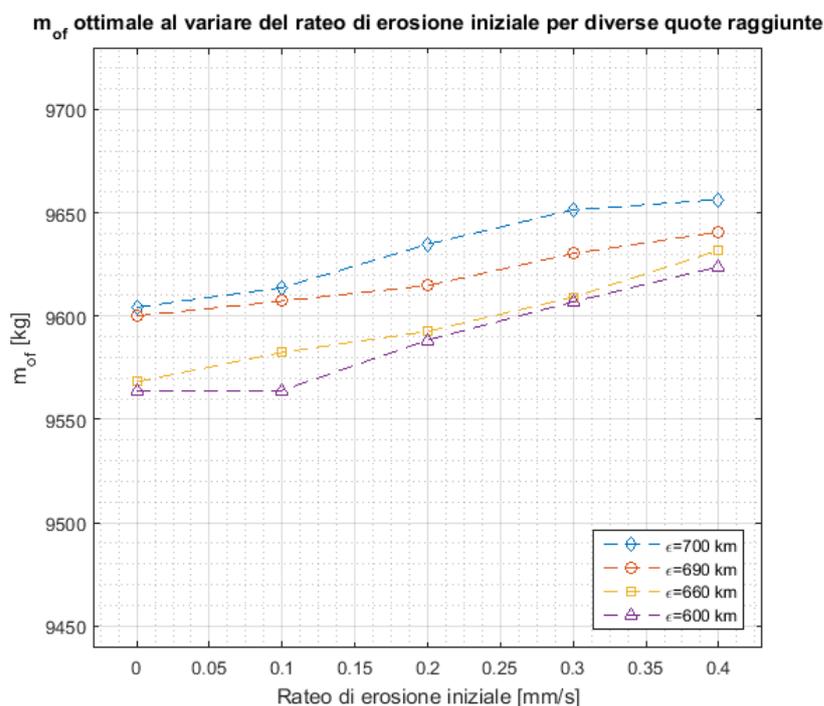


Figura 5.11:  $m_{of}$  ottimali a fissati quota minima raggiunta e rateo iniziale di erosione della gola nell'ugello.

### 5.3.2 Confronto delle prestazioni

Allo scopo di eseguire un confronto diretto tra le prestazioni in termini di carico utile ottenute, si riportano i punti di ottimo robusto al variare della quota minima raggiunta e del rateo di erosione iniziale su un diagramma, in figura 5.12, recante sull'asse delle ascisse la quota raggiunta dal lanciatore e sull'asse delle ordinate il carico utile di quest'ultimo. Come anticipato, l'esecuzione della procedura di design robusto ottimale dell'endoreattore ibrido in presenza di erosione della gola nell'ugello comporta un lieve beneficio sul *payload*, a parità di quota minima raggiunta, all'aumentare del rateo di erosione iniziale impostato (da circa 1.5 kg a 4.5 kg). In figura 5.12 si osservano rette quasi parallele, quindi con derivata  $dm_u/dh_{min}$  quasi costante: ad un aumento di 3 km dell'altezza minima raggiunta corrispondono circa 2 kg di carico utile persi.

Detto ciò, il cambiamento nelle performance dell'endoreattore ibrido ottimale e le motivazioni che sono alla base dello spostamento dei parametri di progetto nel rispettivo range ammissibile, al variare della tipologia di analisi di ottimizzazione, possono essere indagati attraverso l'osservazione degli andamenti delle prestazioni e di alcune grandezze, ad esse legate, al variare del tempo, considerando soltanto gli intervalli corrispondenti alle prime tre fasi della missione (dalla fase 7 alle fase 9, descritte nella sotto-sezione 2.1.5), in cui il motore dà il contributo più importante.

Prima di effettuare le considerazioni in merito a questi andamenti, occorre richiamare schematicamente la procedura iterativa utilizzata per il calcolo delle varie *time histories*. Il codice di calcolo utilizzato è costituito da una serie di subroutines continuamente richiamate durante l'integrazione della traiettoria, allo scopo di calcolare ad ogni istante della missione la spinta, le portate, la pressione in camera di combustione, il rateo di regressione del grano solido e altre grandezze tempo varianti del problema affrontato. Come anticipato nella sotto-

sezione 2.2.5, tra i parametri di progetto manca la resistenza idraulica  $Z$ , anch'essa fondamentale per il calcolo di tutte le grandezze del design dell'endoreattore, definite nel modello matematico del capitolo 2. La resistenza idraulica viene convenientemente calcolata seguendo il ciclo iterativo richiamato schematicamente in figura 5.13, in cui è rappresentata mediante un diagramma di flusso la procedura iterativa applicata per il calcolo delle grandezze all'istante iniziale, a partire dai parametri di input specificati e dalle assunzioni sul problema presentate nel capitolo 2. D'altronde, si assume che la resistenza idraulica rimane costante nel tempo, quindi è sufficiente calcolarla soltanto all'istante iniziale. Al termine di questo ciclo iterativo, conoscendo tutti i *fattori di controllo*, derivanti dall'esplorazione dello spazio parametrico della PSO, e avendo ottenuto la resistenza idraulica, si ottengono di conseguenza le altre grandezze all'istante iniziale riportate nello schema. I valori di  $Z$  dei punti di ottimo sono risultati oscillanti plausibilmente tra 145 e 160. Inoltre, si nota che l'area di gola  $(A_t)_i$  iniziale è calcolata in base al valore della *port area*  $(A_p)_i$  iniziale, che dipende da due parametri di progetto, ed all'assunzione su  $(J)_i$ .

Allo stesso modo, in figura 5.14 è rappresentato il diagramma di flusso per il calcolo delle grandezze di riferimento per il problema ad ogni istante, quindi a differenza della procedura precedente, questa è richiamata continuamente durante l'integrazione della traiettoria. Questo ciclo iterativo si basa sul soddisfacimento della conservazione della portata di ossidante:  $\dot{m}_o$  che passa attraverso il sistema di alimentazione (calcolata mediante la relazione [2.8]) deve essere uguale a quella passante per l'ugello (calcolata mediante la relazione [1.3]). Inoltre, si nota che in questa iterazione è stata introdotta la variabilità dell'area di gola  $A_t$  dell'ugello, poiché in questo caso la relazione [2.16], che esprime il rapporto  $J$ , non dipende soltanto dalla *port area*  $A_p$ , calcolata ad un certo istante della bruciatura del grano, ma anche dall'area di gola  $A_t$  dell'ugello, che non rimane uguale ad  $(A_t)_i$ , come nella precedente versione del codice considerata nella sezione 5.1 ai fini della validazione.

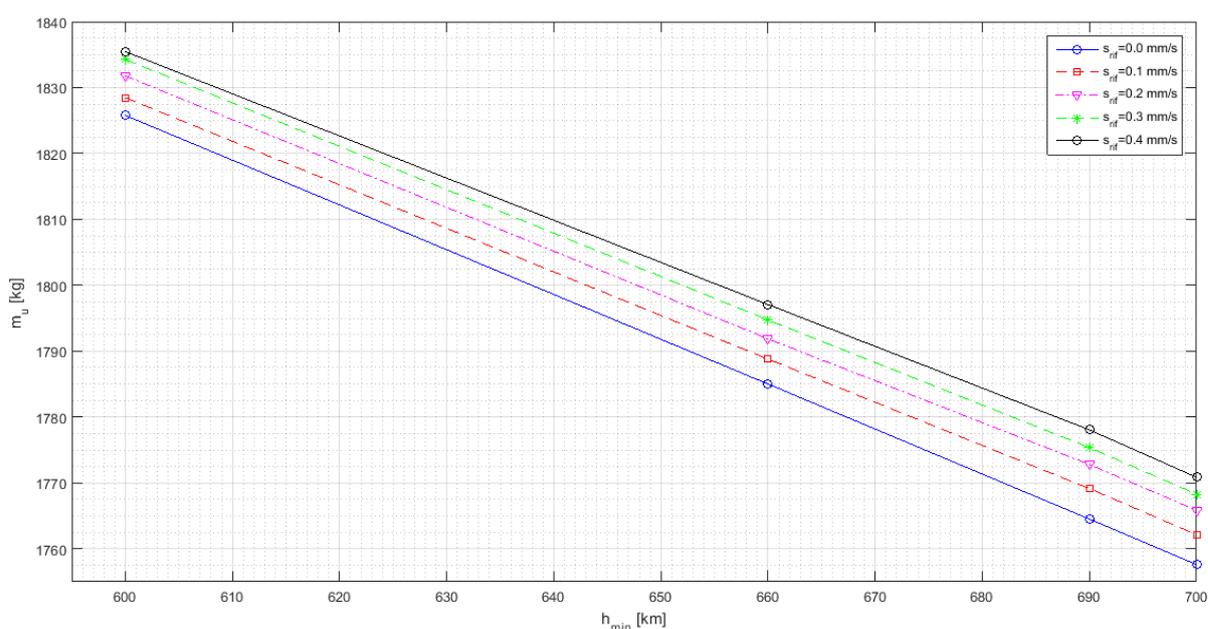


Figura 5.12: Grafico di  $m_u$  al variare di  $h_{min}$  raggiunta e di  $s_{rif}$  (punti di ottimo).

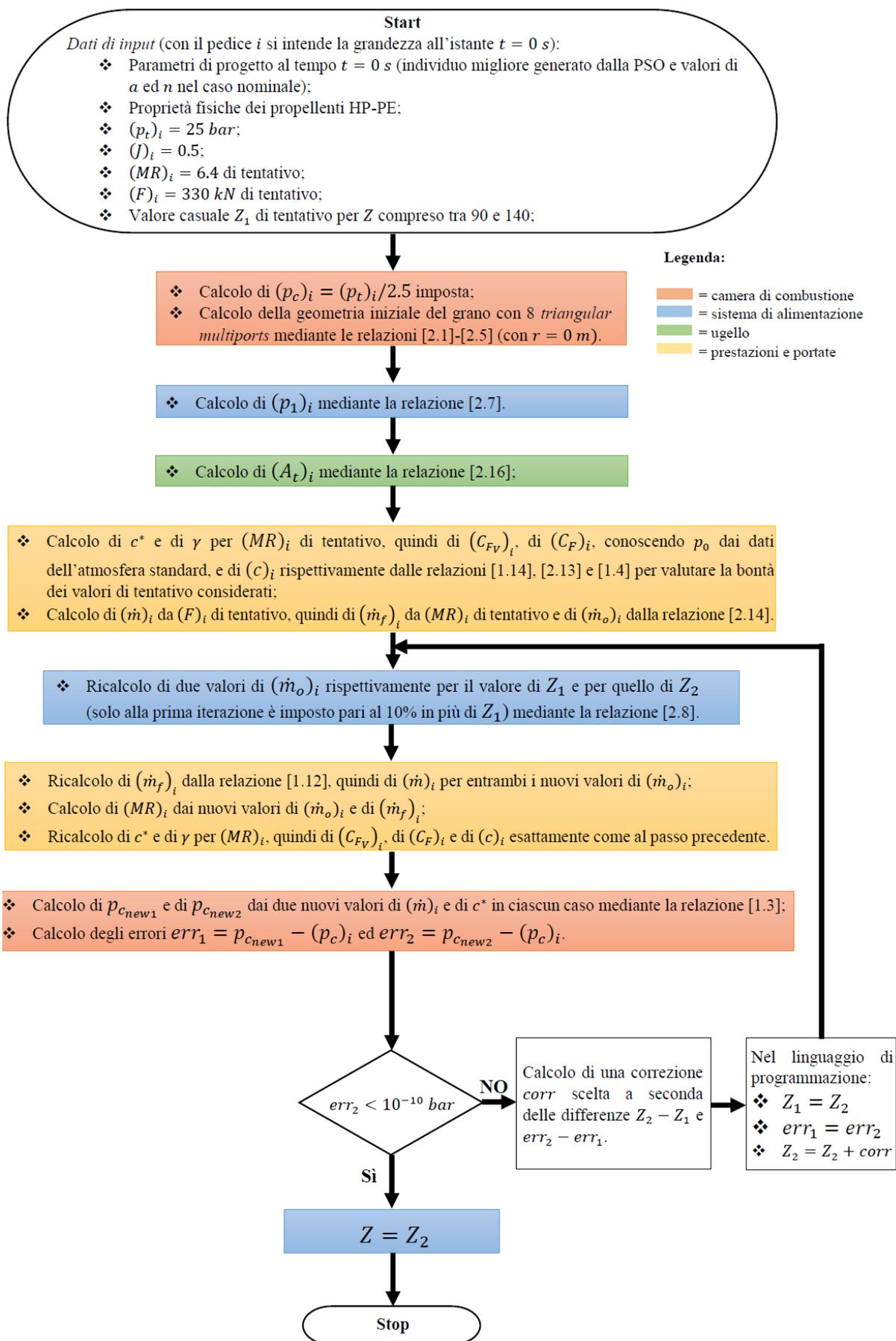


Figura 5.13: *Flow-chart* per il calcolo della resistenza idraulica e delle grandezze del motore all'istante iniziale.

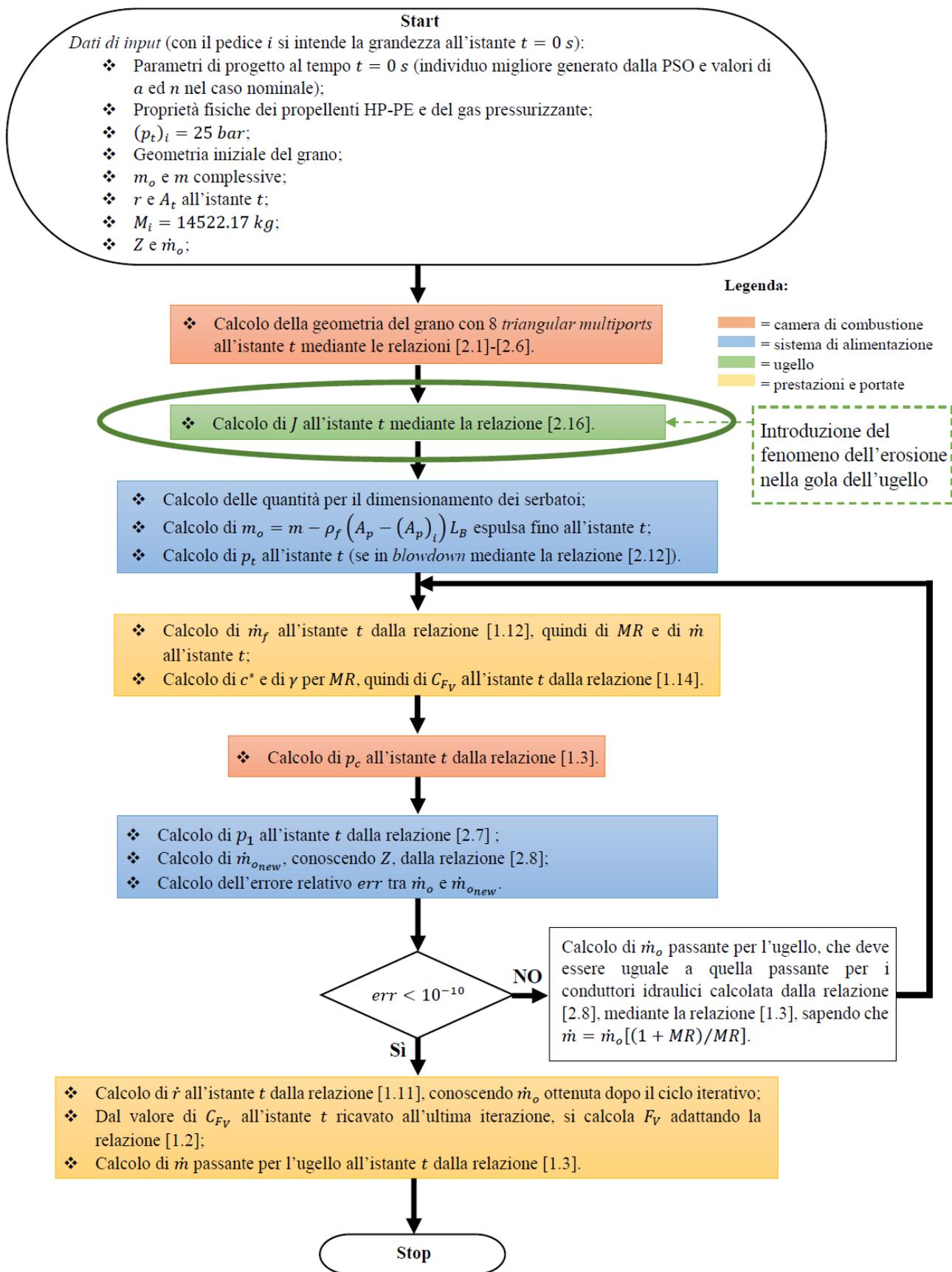


Figura 5.14: Flow-chart per il calcolo delle grandezze del motore ad ogni istante.

Detto ciò, nelle figure 5.15, 5.16, 5.18 e 5.19 sono rappresentati gli andamenti delle grandezze di riferimento per le prestazioni del caso dei valori di  $a$  e di  $n$  nominali, relative ai punti di ottimo riportati nelle tabelle 5.16, 5.17, 5.18 e 5.19, al variare della tipologia di ottimizzazione eseguita. Al fine di far emergere importanti considerazioni sui punti di ottimo trovati è opportuno osservare i grafici nelle figure 5.15-5.21 alla luce di quanto affermato nella precedente sotto-sezione sui parametri di progetto ottimali conseguiti.

Ricordando che le condizioni di afflusso dell'ugello sono state ottenute mediante un codice di termodinamica, sviluppato dalla NASA, in equilibrio chimico ad una pressione di 10 bar, similmente alle condizioni considerate in una prima analisi sui propellenti HP-PE eseguita nella sotto-sezione 1.3.3, nelle figure 5.15 e 5.18 si osserva che la spinta  $F$  e la portata di propellente  $\dot{m}$  tendenzialmente crescono in maniera lieve dal caso senza erosione al caso in presenza di erosione della gola nell'ugello. Inoltre, ricordando la figura 5.1 l'impulso specifico e la velocità caratteristica non variano considerevolmente nel tempo, essendo il rapporto di miscela  $MR$  tempo variante nell'intervallo tra 6.2 e 7.6 (come si osserva dagli andamenti in figura 5.16), ovvero in un intorno del punto di massimo di queste prestazioni. D'altronde, nelle figure 1.11 e 1.12, rappresentanti le curve delle prestazioni in funzione del rapporto di miscela, si ricorda che il valore del massimo non varia molto nell'intorno del punto di massimo.

La figura 5.17 mostra quanto già notato in figura 5.3: l'erosione della gola nell'ugello non influisce sul rateo di regressione del grano solido, ma riduce il rapporto di espansione degli ugelli e la pressione della camera in funzione del tempo (come si osserva nelle figure 5.19 e 5.20). D'altronde, l'andamento del rateo di regressione  $\dot{r}$  al variare del tempo rimane quasi uguale per diversi ratei di erosione della gola poiché è stato utilizzato un modello (relazione [1.1]) in un range di portate di ossidante  $G_o$  per unità di superficie tale per cui  $\dot{r}$  risulta indipendente dalla pressione in camera di combustione.

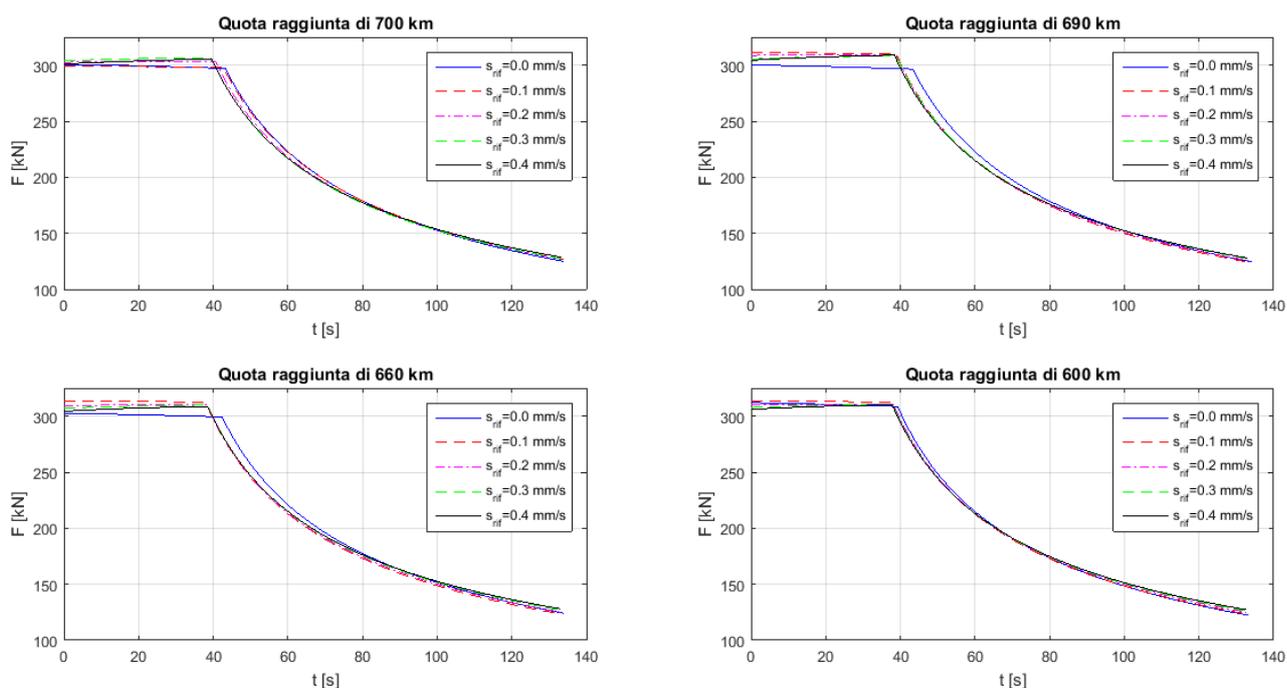


Figura 5.15: Spinta in funzione del tempo nel caso di  $a$  e di  $n$  nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta.

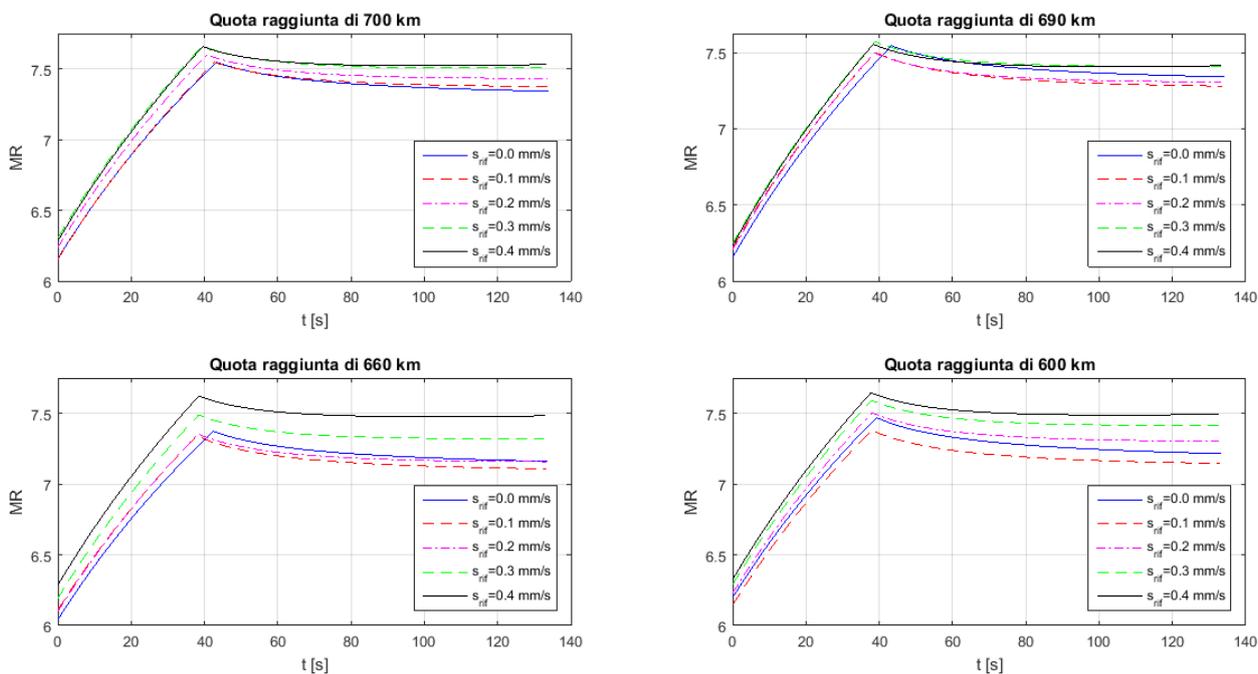


Figura 5.16: Rapporto di miscela in funzione del tempo nel caso di  $a$  e  $n$  nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta.

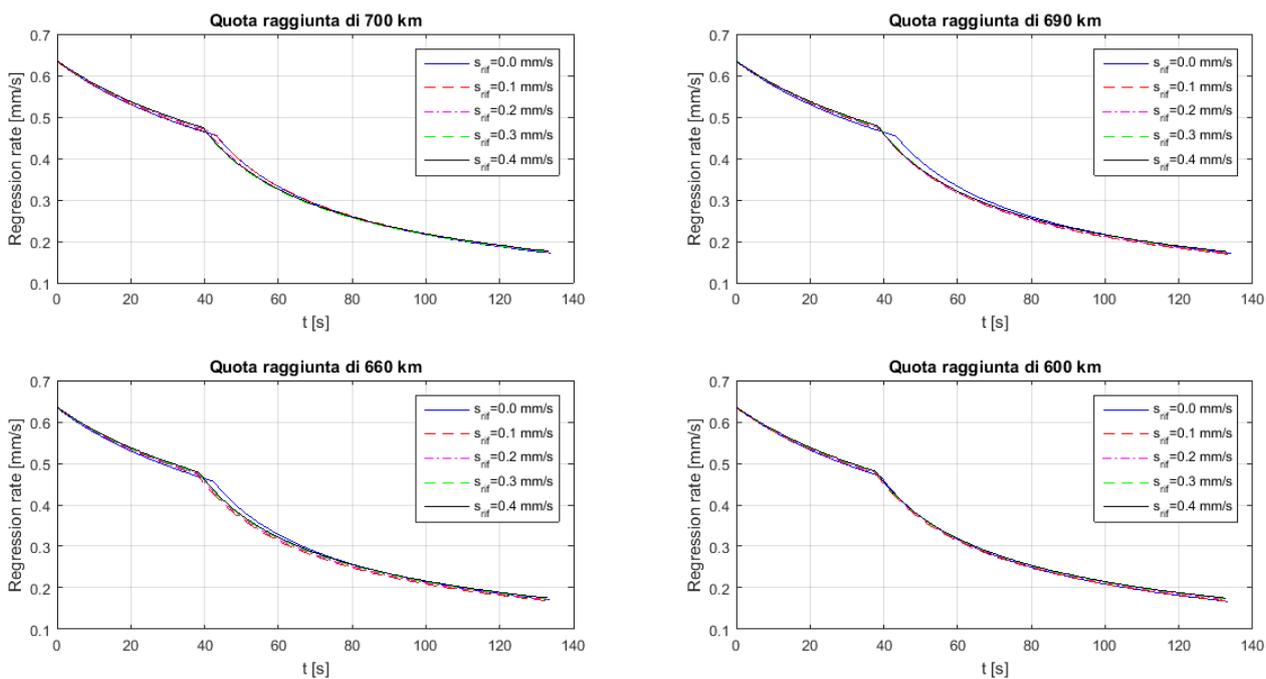


Figura 5.17: Rateo di regressione in funzione del tempo nel caso di  $a$  e  $n$  nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta.

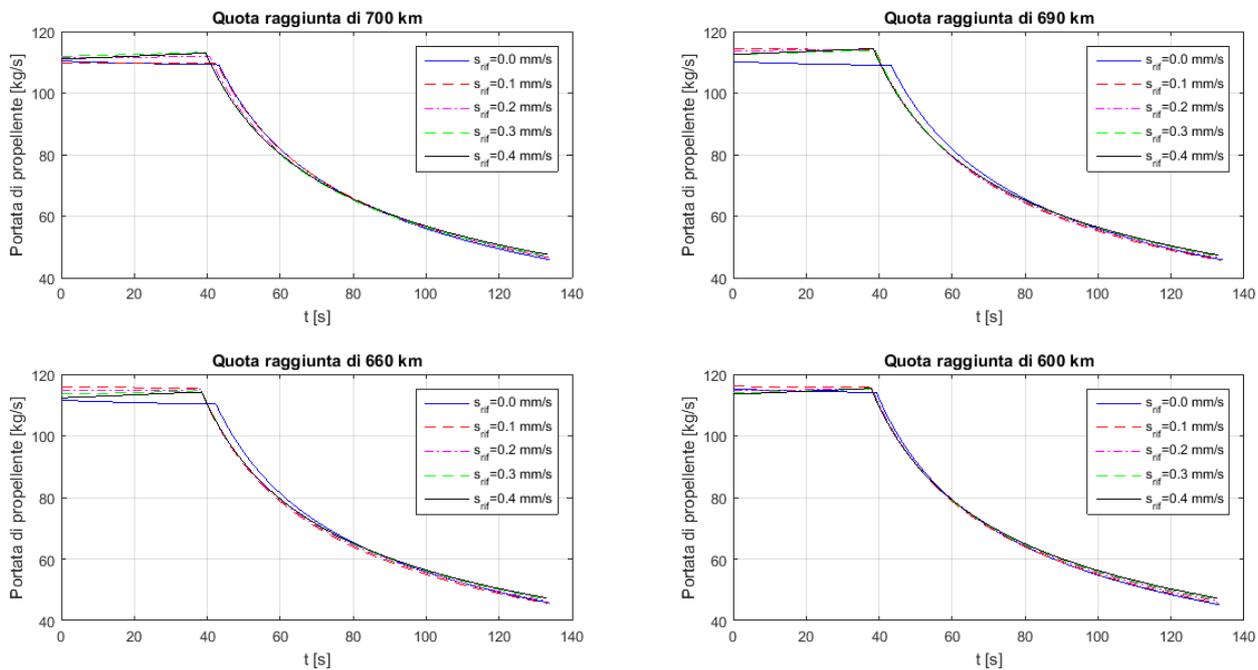


Figura 5.18: Portata di propellente in funzione del tempo nel caso di  $a$  e di  $n$  nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta.

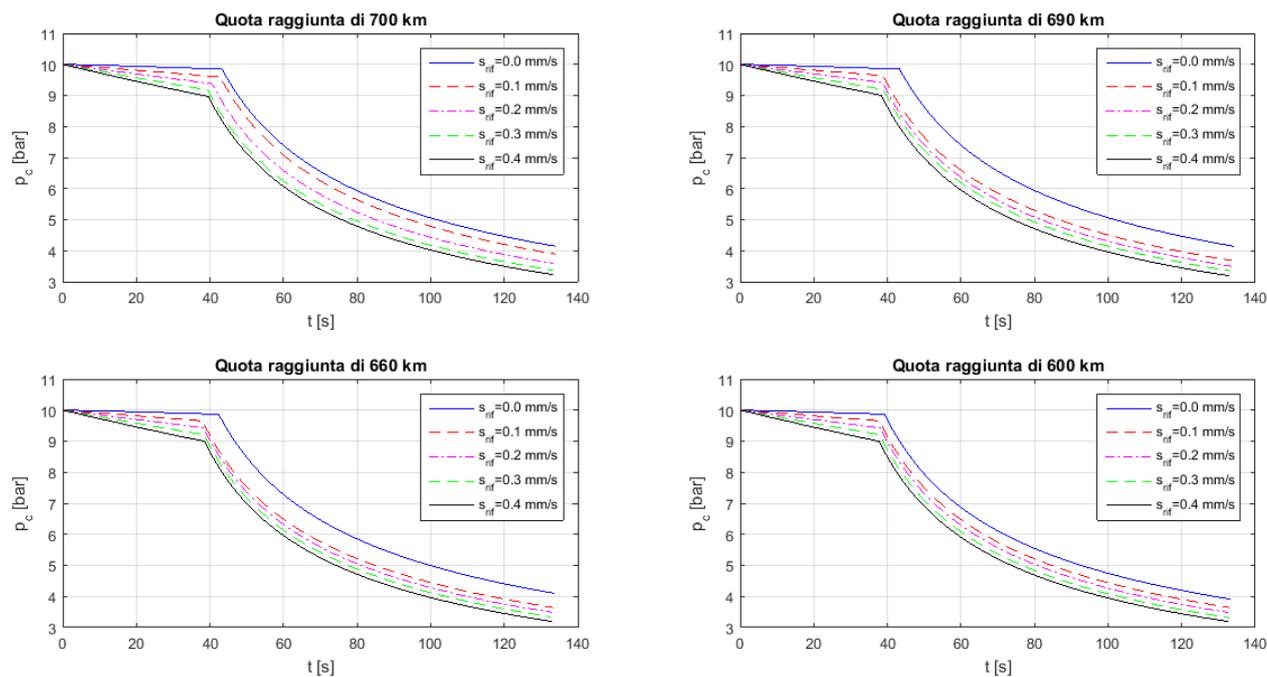


Figura 5.19: Pressione in camera di combustione in funzione del tempo nel caso di  $a$  e di  $n$  nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta.

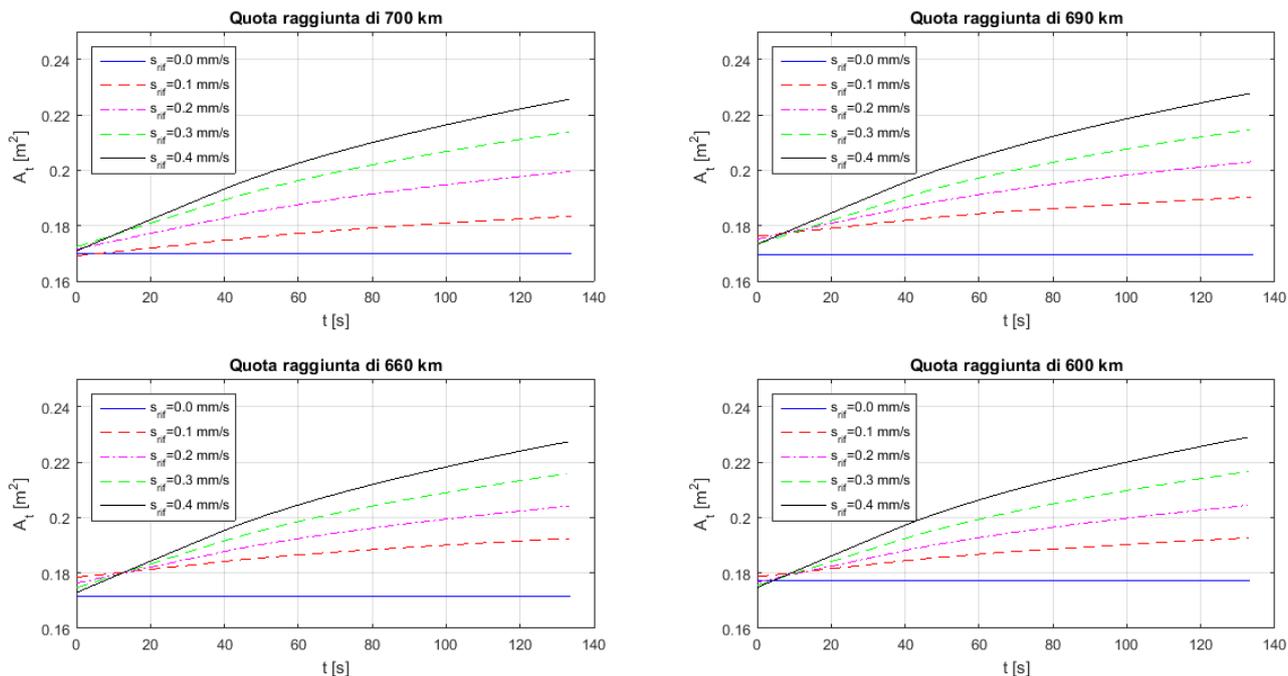


Figura 5.20: Area di gola in funzione del tempo nel caso di  $a$  e  $n$  nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta.

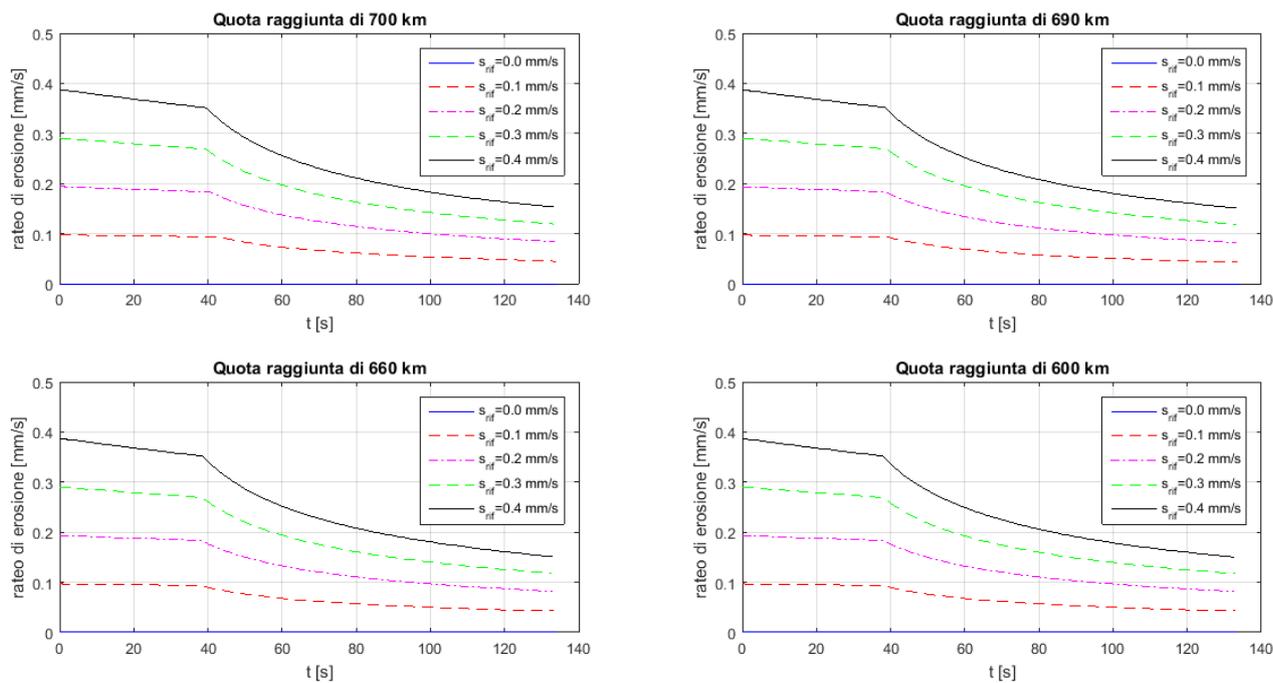


Figura 5.21: Rateo di erosione in funzione del tempo nel caso di  $a$  e  $n$  nominali dei punti di ottimo robusto al variare del rateo di erosione iniziale e della quota minima raggiunta.

Dopo aver visualizzato queste rappresentazioni, occorre evidentemente affermare che le motivazioni alla base dei differenti andamenti della spinta, della portata di propellente e del rapporto di miscela sono da ricercarsi nei parametri di progetto, scaturiti dalle differenti tipologie di analisi eseguite, che maggiormente si spostano nei rispettivi intervalli ammissibili come il rapporto di espansione  $\varepsilon$  e la massa di ossidante  $m_{of}$ . Per indagare circa le ragioni alla base del discostamento di tali parametri di progetto, che si riflettono sulle *time histories* delle prestazioni, al variare della tipologia di analisi, si può richiamare quanto dedotto nella sezione 5.1 in merito alle rappresentazioni nelle figure 5.1, 5.2 e 5.3. Nella sezione 5.1 sono state effettuate delle considerazioni in merito al calo delle prestazioni in termini di impulso specifico e di velocità caratteristica di un design ottimale dell'endoreattore ibrido eseguito senza considerare il fenomeno dell'erosione nell'ugello, introducendo due valori di rateo di erosione della gola differenti. Tale calo aveva portato ad una diminuzione della quota raggiungibile nel caso dei valori nominali di  $a$  e di  $n$ . L'individuazione di tale calo, già in parte motivato nella sezione 5.1, insieme all'osservazione del cambiamento delle prestazioni e dei parametri di progetto, passando da un design ottimale dell'endoreattore ibrido senza considerare l'erosione ad uno eseguito, a parità di quota minima raggiunta, in presenza di erosione nella gola dell'ugello, possono permettere di risalire alle motivazioni che sono alla base delle scelte progettuali differenti da apportare al design di un ibrido a causa del fenomeno dell'erosione.

A tal proposito si afferma che, a fissato design dell'endoreattore ibrido, ottimizzato senza considerare l'erosione della gola nell'ugello, tale fenomeno comporta un aumento dell'area di gola  $A_t$ , e di conseguenza, a parità di portata di propellente, una diminuzione della pressione  $p_c$  in camera di combustione, che a sua volta comporta un aumento della portata di ossidante  $\dot{m}_o$ , che fluisce dal serbatoio, e quindi del rapporto di miscela  $MR$  a parità di tempo. Inoltre, a causa dell'aumento di  $A_t$ , oltre alla diminuzione di  $p_c$ , la portata di propellente  $\dot{m}$  aumenta lievemente, perciò la velocità caratteristica e l'impulso specifico tendono a diminuire. Questi cambiamenti, oltre ad essere facilmente deducibili per quanto discusso sugli HREs nel capitolo 1, sono stati notati osservando le figure 5.2 e 5.3. Detto ciò, un design di un endoreattore ibrido che considera il fenomeno dell'erosione della gola nell'ugello, allo scopo di raggiungere delle prestazioni maggiori o uguali, a parità di quota minima raggiunta, di quelle relative ad un design ottimale dello stesso che, però, non considera tale erosione, deve sopperire all'aumento di portata di ossidante durante il funzionamento, garantendo una massa di ossidante di partenza più alta rispetto a quella del design ottimale eseguito senza considerare l'erosione. D'altronde, sapendo che la portata di ossidante  $\dot{m}_o$  aumenta durante il funzionamento del motore a causa dell'erosione, a parità di tempo, è necessaria una massa di ossidante più alta. In altre parole, si potrebbe pensare che per garantire la stessa massa di ossidante media durante il funzionamento dell'endoreattore di quella del design ottimale eseguito senza considerare l'erosione, sapendo che la portata di ossidante aumenta a causa dell'erosione, è necessario aumentare la massa di ossidante in un design ottimale che considera l'erosione. Dunque, ciò giustificerebbe la tendenza della massa di ossidante  $m_{of}$  ottimale a crescere all'aumentare di  $\dot{s}_{rif}$  impostato per l'analisi di ottimizzazione (come rappresentato in figura 5.11). Detto ciò, nonostante l'incremento dei valori di  $m_{of}$  in questione, non si è riscontrato un notevole aumento della massa del serbatoio: ad un aumento di circa 42 kg di massa di ossidante corrisponde circa 1 kg di massa di serbatoio in più. Tale discussione non può, però, concludersi in questo modo, poiché chiaramente un aumento della massa di ossidante

determinerebbe una maggior quantità di propellente da impiegare per la missione e di conseguenza un peggioramento sul carico utile, a parità di massa totale del lanciatore, ma la procedura di design robusto ottimale di un endoreattore ibrido in presenza di erosione ha messo in evidenza, seppur lievi, benefici in termini di *payload* (come si osserva in figura 5.12). Alla luce di ciò, bisogna comprendere l'influenza degli altri parametri di progetto sulle masse in questione.

Come già affermato nella sotto-sezione precedente, all'aumentare del rateo di erosione, l'area di gola dell'ugello aumenta più velocemente, quindi il rapporto di espansione dell'ugello diminuisce più velocemente durante il funzionamento del motore. Inoltre, ad una diminuzione del rapporto di espansione  $\varepsilon$  dell'ugello corrisponde una diminuzione della spinta, come mostrato in figura 5.4. Da ciò si potrebbe intuire che per garantire un rapporto di espansione medio durante il funzionamento del motore che sia simile a quello del design ottimale eseguito senza considerare l'erosione, si dovrebbe far partire il funzionamento del motore con un rapporto di espansione dell'ugello più elevato e quindi con un  $\varepsilon$  ottimale più alto, ma i punti di ottimo in figura 5.7 mostrano esattamente il contrario: all'aumentare del rateo di erosione iniziale i punti di ottimo si spostano tendenzialmente verso rapporti di espansione dell'ugello più bassi. In verità, l'incremento della spinta non è considerevole ed aumenta sempre di meno (quasi asintoticamente) all'aumentare del rapporto di espansione dell'ugello, quindi la crescita di  $\varepsilon$  ad un certo punto non porta più a grandi vantaggi in termini di prestazioni. Inoltre, un aumento di  $\varepsilon$  da un punto di vista progettuale comporterebbe una massa dell'ugello più alta, a svantaggio del carico utile. Detto ciò, anche il rateo di erosione  $\dot{s}$  varia nel tempo seguendo il modello adottato:

$$\dot{s} = \dot{s}_{rif} \left( \frac{p_c}{p_{c_{rif}}} \right)^{0.8} \left( \frac{R_{t_{rif}}}{R_t} \right)^{0.2}$$

Dall'osservazione di questa legge si nota che l'effetto dell'erosione della gola nell'ugello dipende anche dal raggio iniziale  $R_{t_{rif}}$  della gola. A parità di rateo di erosione iniziale  $\dot{s}_{rif}$ , se il raggio iniziale della gola è ridotto, la diminuzione del rapporto di espansione, imputabile all'erosione nella gola, diventa più grande con conseguenti perdite in termini di impulso specifico maggiori. Dunque, da queste considerazioni emerge la tendenza dei punti di ottimo, ottenuti per design dell'endoreattore ibrido in presenza di erosione nella gola, a spostarsi verso rapporti di espansione iniziali più bassi (in figura 5.20 si nota una tendenza dell'area di gola iniziale ad aumentare per più alti ratei di erosione iniziali), da cui scaturisce anche una diminuzione di massa dell'ugello, che permette almeno di controbilanciare il necessario aumento di massa di ossidante. D'altronde, in tabella 5.16 è mostrato che, ad esempio, passando dal design ottimale per  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  a quello per  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ , la massa di ossidante  $m_{of}$  aumenta di circa 9 kg, mentre la massa dell'ugello  $m_{ug}$  diminuisce di circa 11 kg. Questo *trend* appare confermarsi anche nella maggior parte degli altri casi. Tuttavia, questo guadagno di massa non è ancora sufficiente per giustificare il beneficio sul carico utile anche di 4.5 kg in alcuni casi.

Dall'osservazione delle tabelle 5.16-5.19 si nota la tendenza dei punti di ottimo conseguiti a spostarsi verso masse totali di combustibile  $m_{f_{tot}} = m_f + m_{res}$  minori all'aumentare del rateo di erosione iniziale impostato per l'analisi di ottimizzazione, soprattutto nei casi in cui si riscontra un notevole beneficio sul carico utile risultante. Per

indagare su questo cambiamento di massa di combustibile bisogna considerare i parametri di progetto coinvolti:  $R_G$ ,  $w$  e  $L_B$ . Nella sotto-sezione precedente, si è notato che i parametri  $R_G$ ,  $w$  e  $L_B$  non cambiano molto al variare della tipologia di analisi di ottimizzazione, tuttavia piccole variazioni di  $R_G$  comportano notevoli cambiamenti nella massa di combustibile. Ciò può essere notato dalle seguenti relazioni:

$$(A_p)_f = (A_p)_i + 2N \left\{ [(R_G)^2 - (R_G - w)^2] (1 - x) \frac{\pi}{2N} \right\} + 2N \left\{ \frac{\beta * w^2}{2} + h * w + \left( \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{N} \right) \frac{w^2}{2} \right\}$$

$$(A_f)_i = \pi * R_G^2 - (A_p)_i$$

$$(A_f)_f = \pi * R_G^2 - (A_p)_f$$

$$m_{res} = (A_f)_f * L_B * \rho_f$$

$$m_f = m_{f_{tot}} - m_{res} = (A_f)_i * L_B * \rho_f - m_{res}$$

Dove  $(A_f)_i$  e  $(A_f)_f$  sono rispettivamente le aree di base iniziale e finale del grano, escluse le aree corrispondenti alle cavità,  $(A_p)_i$  e  $(A_p)_f$  sono rispettivamente la *port area* iniziale e quella al termine della combustione e  $m_{res}$  è la massa del residuo di combustibile a bruciatura terminata. Si ricorda che  $(A_p)_i$  è stabilita a  $R_G$  e  $w$  fissati, quindi da questa si può calcolare l'area di gola iniziale dell'ugello  $(A_t)_i$ , poiché si assume  $(J)_i = 0.5$ , e  $(A_p)_f$  dipende da  $(A_p)_i$ ,  $R_G$  e  $w$ . In generale, al crescere dei parametri di progetto  $R_G$ ,  $w$  e  $L_B$  si ottengono aumenti della massa di combustibile. Ovviamente, a parità di scostamento percentuale di questi parametri di progetto corrispondono variazioni di massa di combustibile differenti, se singolarmente mutati. Detto ciò, dalle tabelle 5.16-5.19 si osserva che, quando uno di questi tre parametri di progetto aumenta gli altri diminuiscono, oppure quando ne aumentano due, l'altro diminuisce maggiormente. Tali variazioni, oltre ad essere molto contenute, come mostrato nelle figure 5.8, 5.9 e 5.10, non giustificano, quindi, un aumento di massa totale di combustibile anche di decine di kg variando la procedura di ottimizzazione impostata soltanto con un  $\Delta \dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ . Detto ciò, appare immediato che questa diminuzione di massa totale di combustibile sia dovuta allo spostamento dei punti di progetto ottimali verso rapporti di espansione dell'ugello iniziali più bassi all'aumentare di  $\dot{s}_{rif}$  e alla scelta progettuale di imporre costante il rapporto  $(J)_i$  all'istante iniziale. In particolare, considerare certi valori di  $R_G$  e  $w$ , che fissano  $(A_p)_i$ , in modo da ottenere un'area di gola dell'ugello iniziale più grande, può comportare un aumento di  $(A_p)_f$ , quindi una diminuzione di  $(A_f)_i$ , di  $(A_f)_f$ , di  $m_{res}$  e di  $m_{f_{tot}}$ . Dunque, le lievi oscillazioni nei valori di  $R_G$ ,  $w$  e  $L_B$ , oltre alle motivazioni legate al metodo di ottimizzazione adottato, ampiamente discusse, sono dovute alla necessità di non annullare tale diminuzione di massa

totale di combustibile, che scaturisce da questa considerazione e, allo stesso tempo, di aumentare la superficie di combustione  $A_B$ , allo scopo di evitare elevati aumenti di rapporto di miscela  $MR$ , causati dall'aumento della portata di ossidante; sapendo, inoltre, che il rateo di regressione  $\dot{r}$  è calcolato seguendo un modello che ragionevolmente non lo considera dipendente dalla pressione in camera di combustione, perciò l'erosione nella gola dell'ugello non ha influenze su di esso.

Dunque, le motivazioni alla base del beneficio in termini di carico utile, ottenuto eseguendo il *Robust design* ottimale dell'endoreattore ibrido includendo l'erosione della gola nell'ugello, sono da ricercarsi in queste considerazioni appena discusse, seppur poco intuitive dal punto di vista progettuale, come spesso ribadito. Ciò rende necessario l'utilizzo di algoritmi di ottimizzazione per tenere in conto di questo problema.

In conclusione, come anticipato, per previsioni accurate delle prestazioni, è necessario includere l'erosione dell'ugello nel processo di progettazione di un endoreattore ibrido, data la loro complessità di progettazione e la necessità di analizzare dei risultati, che spesso portano a conclusioni poco intuitive.

## 5.4 Analisi di sensibilità

Allo scopo di completare il lavoro di tesi sull'endoreattore ibrido fin qui analizzato, può essere interessante eseguire un'analisi di sensibilità su alcuni dei punti di ottimo conseguiti. Tale analisi si pone l'obiettivo di individuare la presenza di variabili più importanti rispetto ad altre, che maggiormente influenzano la determinazione delle prestazioni in termini di quota minima raggiunta e di carico utile. Si ricorda che nella sotto-sezione 5.2.3, quando sono state definite le variabili di progetto protagoniste del criterio di ricerca, adottato per i punti di ottimo, non è stata considerata la variabile  $m_{OBD}$ , nonostante questa fosse risultata molto oscillante nel suo intervallo ammissibile dalle prime analisi di ottimizzazione eseguite. Tuttavia, dopo aver applicato tale criterio di ricerca, i punti di ottimo si sono dimostrati coerenti nell'andamento di  $m_{OBD}$  al variare della tipologia di analisi eseguita. Inoltre, dalle argomentazioni esposte nella precedente sotto-sezione in merito alle ragioni dei risultati ottenuti, non è emersa nessuna considerazione circa tale parametro di progetto. A questo punto diventa opportuno comprendere se, come l'intuito suggerisce, tale variabile abbia un'influenza minore rispetto alle altre sulla determinazione delle prestazioni ottimali dell'endoreattore ibrido.

Detto ciò, quest'analisi di sensibilità è svolta per i due individui migliori trovati rispettivamente eseguendo la procedura di ottimizzazione con  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  e quella con  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.4 \text{ mm/s}$  (i valori di questi punti di ottimo sono riportati nella tabella 5.16). Il modo di procedere è quello di valutare il cambiamento delle prestazioni a fronte di una variazione del 10 % nel rispettivo intervallo ammissibile di ciascun parametro di progetto preso singolarmente nell'individuo considerato.

I risultati, riportati nelle tabelle 5.20 e 5.21, fanno emergere le seguenti considerazioni sui parametri di progetto:

- $m_{oBD}$ : come anticipato e correttamente dedotto, tale parametro di progetto è quello che influisce di meno sulle prestazioni dell'endoreattore ibrido. A parità delle altre variabili, un aumento di tale parametro del 10 % nel suo intervallo ammissibile determina un lieve calo nella quota minima raggiunta rispetto al vincolo imposto (700 km) ed una piccolissima diminuzione di carico utile (circa 2 kg in entrambi i casi studiati).
- $\varepsilon$ : il rapporto di espansione dell'ugello variato solo del 10 % nel suo intervallo di ammissibilità non mostra delle variazioni sulle prestazioni così ampie come altri parametri. Anche in questo caso si notano risultati molto simili nelle due situazioni esaminate.
- $R_G$ : la stessa percentuale di variazione sul raggio esterno del grano comporta un discostamento dalle prestazioni ottimali maggiore rispetto a quello relativo ai due precedenti parametri di progetto. Nella tabella 5.20 si nota una diminuzione del carico utile di circa 50 kg ed un notevole calo di quota minima raggiunta, mentre nella tabella 5.21 è stato applicato uno scostamento percentuale del 5 % nel suo intervallo ammissibile poiché quello del 10 % non ha portato l'analisi a convergenza, rendendo quindi il design dell'endoreattore impossibile in quei termini. Anche con uno scostamento del 5 % si nota una diminuzione del carico utile di circa 18 kg ed un abbassamento della quota raggiunta. Detto ciò, la notevole importanza di questo parametro di progetto, ai fini della determinazione del design robusto ottimale di un HRE, può essere la motivazione che è alla base del lievissimo scostamento di tale variabile tra i vari punti di ottimo trovati (come mostrato in figura 5.8).
- $w$ : anche l'importanza di questo parametro si è manifestata attraverso la non-convergenza dell'analisi, conseguente ad un suo aumento del 10 % nell'intervallo ammissibile. Procedendo con una riduzione del 10 % sono scaturiti risultati molto simili nei due casi studiati. Tale variazione ha portato ad un considerevole aumento del carico utile (circa 20 kg) e ad un notevole calo di quota minima raggiunta.
- $L_B$ : l'aumento della lunghezza del grano del 10 % nel suo intervallo ammissibile ha comportato dei risultati meno penalizzanti rispetto a quelli causati da  $R_G$  e da  $w$ : il calo del carico utile è comunque maggiore rispetto a quello causato dalla variazione di  $\varepsilon$ , ma la quota minima è maggiore e, per entrambe le variabili, oltre il vincolo imposto. Da ciò si deduce che gli effetti sulle prestazioni di  $L_B$  e di  $\varepsilon$  sono ovviamente differenti, ma hanno un livello di importanza simile in questo contesto.
- $m_{of}$ : come  $R_G$  e  $w$  anche la massa di ossidante mostra una notevole influenza sulle prestazioni. In tabella 5.20 è considerata una diminuzione del 10 % di tale variabile nel suo intervallo ammissibile, non essendo l'analisi giunta a convergenza con un suo aumento del 10 %. Una diminuzione della massa di ossidante ha comportato evidentemente un carico utile maggiore di quasi 30 kg

ed ovviamente una quota minima raggiunta inferiore. Al contrario, nella tabella 5.21 si nota che con un aumento del 10 % di questo parametro di progetto rispetto al valore ottimale si raggiungerebbe una quota minima esattamente pari al vincolo imposto, ma con un carico utile decisamente inferiore (di circa 30 kg).

Dunque, questo studio di sensibilità dei parametri di progetto conferma la correttezza del coerente andamento, discusso nella precedente sezione, dei punti di ottimo trovati al variare della tipologia di analisi impostata ed il minor livello di importanza di  $m_{oBD}$  rispetto alle altre variabili. Inoltre, si evidenzia ulteriormente quel forte intreccio, pronosticato nella precedente sotto-sezione, tra le variabili considerate (in particolare  $m_{of}$  e  $\varepsilon$  da una parte e  $R_G$ ,  $w$  e  $L_B$  dall'altra), che determina un lieve beneficio in termini di carico utile, qualora si introducesse la fenomenologia dell'erosione della gola nell'ugello nel problema di *Robust design* ottimale di un HRE. La variabile  $m_{of}$  è dominante in tale processo perché lo è anche il fenomeno dell'aumento della portata di ossidante causato dal rateo di erosione della gola durante il funzionamento, perciò va necessariamente aumentata per il design in presenza di tale fenomeno, al fine di non ottenere una quota minima raggiunta inferiore.

Parametri di progetto, carico utile e quota minima raggiunta							
$m_{oBD}$ [kg]	$\varepsilon$	$R_G$ [m]	$w$ [m]	$L_B$ [m]	$m_{of}$ [kg]	$m_u$ [kg]	$h_{min}$ [km]
4143.3	16.05	0.504	0.0491	3.49	9604.3	1757.61	700.00
+10 %							
4201.4	16.05	0.504	0.0491	3.49	9604.3	1755.03	696.07
+10 %							
4143.3	16.55	0.504	0.0491	3.49	9604.3	1746.04	715.06
+10 %							
4143.3	16.05	0.512	0.0491	3.49	9604.3	1708.47	664.72
-10 %							
4143.3	16.05	0.504	0.0480	3.49	9604.3	1776.52	534.85
+10 %							
4143.3	16.05	0.504	0.0491	3.55	9604.3	1729.00	734.97
-10 %							
4143.3	16.05	0.504	0.0491	3.49	9575.2	1787.54	646.26

Tabella 5.20: Studio di sensibilità dal punto di ottimo per  $\varepsilon = 700 \text{ km}$  e  $s_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$ .

Parametri di progetto, carico utile e quota minima raggiunta							
$m_{oBD}$ [kg]	$\varepsilon$	$R_G$ [m]	$w$ [m]	$L_B$ [m]	$m_{of}$ [kg]	$m_u$ [kg]	$h_{min}$ [km]
3876.4	14.64	0.505	0.0491	3.43	9656.4	1770.86	700.01
+10 %							
3934.5	14.64	0.505	0.0491	3.43	9656.4	1768.28	695.71
+10 %							
3876.4	15.24	0.505	0.0491	3.43	9656.4	1756.85	720.38
+5 %							
3876.4	14.64	0.508	0.0491	3.43	9656.4	1752.06	686.16
-10 %							
3876.4	14.64	0.505	0.0480	3.43	9656.4	1790.16	528.60
+10 %							
3876.4	14.64	0.505	0.0491	3.49	9656.4	1742.21	736.51
+10 %							
3876.4	14.64	0.505	0.0491	3.43	9685.42	1740.92	700.01

Tabella 5.21: Studio di sensibilità dal punto di ottimo per  $\varepsilon = 700$  km e  $\dot{s}_{rif} = 0.4$  mm/s.

## Conclusioni

Lo scopo di questo lavoro di tesi è stato quello di testare l'applicabilità della procedura di *Robust Design*, eseguita attraverso la *particle swarm optimization*, al problema di ottimizzazione di un endoreattore a propellenti ibridi con una combinazione di propellenti HP-PE (perossido di idrogeno-polietilene) ed in presenza di erosione della gola nell'ugello. In particolare, tale endoreattore è stato progettato con l'intento di sostituire gli stadi superiori del lanciatore europeo *Vega* e la procedura di calcolo è stata impostata in modo tale da implementare un metodo di ottimizzazione diretta dei parametri di progetto del motore mediante l'algoritmo evolutivo, oggetto dell'elaborato, accoppiato con un metodo di ottimizzazione indiretta della traiettoria. Inoltre, la necessità di considerare la presenza dell'erosione nell'ugello è scaturita dalla superiore velocità di erosione della gola nei motori a razzo ibridi rispetto a quella tipica dei motori a razzo solidi. Quindi, per previsioni accurate delle prestazioni, è fondamentale includere l'erosione dell'ugello nel processo di progettazione, poiché l'allargamento continuo della gola durante la combustione influisce direttamente sulla curva della spinta del motore e sull'impulso specifico.

Il concetto di *Robust design* in questo ambito ha assunto un'importanza fondamentale a causa della non ancora completa comprensione del complesso processo di combustione che coinvolge l'ossidante liquido, immagazzinato nei serbatoi, ed il grano di combustibile solido, collocato nella camera di combustione. Questa lieve imprevedibilità del meccanismo di combustione è stata tenuta in considerazione mediante l'incertezza associata ai valori dei coefficienti del modello semi-empirico adottato per modellizzare il rateo di regressione del grano solido.

Il problema di ottimizzazione robusta ha avuto lo scopo di individuare la combinazione dei parametri di progetto, liberamente assegnabili dal progettista, che assicurassero il raggiungimento delle prestazioni richieste minimizzando l'impatto che le incertezze hanno su queste ultime.

Durante il corso di questo lavoro di tesi, un metodo, derivante dalla formulazione di Bartz, è stato implementato per predire il rateo di erosione negli endoreattori a propellenti ibridi. Per sviluppare questo metodo, sono stati considerati diversi fenomeni fisici e chimici: composizione chimica dei gas di scarico, proprietà termodinamiche e di trasporto, trasferimento di calore convettivo, diffusività in fase gassosa attraverso lo strato limite, reazione eterogenea in corrispondenza della superficie dell'ugello, protetta termicamente da materiali ablativi, e bilanci energetici. Quindi, avendo fissato la combinazione di propellenti scelta per il motore ibrido in esame, il range entro cui il rapporto di miscela varia per tale combinazione, al fine di garantire valori accettabili dei parametri prestazionali, e le condizioni di afflusso dell'ugello mediante un codice di equilibrio chimico ad una pressione di 10 bar, sono state individuate le principali grandezze fisiche che influenzano il rateo di erosione della gola nell'ugello. In seguito, dopo aver ragionevolmente assunto la densità del materiale ablativo costante ed espresso il coefficiente di scambio termico convettivo mediante la formulazione di Bartz, sono state definite le grandezze fisiche di riferimento per il modello matematico rappresentante l'erosione: la pressione in camera di combustione e il raggio di gola dell'ugello.

Detto ciò, allo scopo di raggiungere l'obiettivo prefissato ed appena richiamato, il lavoro di tesi è stato articolato in tre passaggi fondamentali:

- Introduzione dell'erosione della gola e validazione del nuovo codice di calcolo;
- Ricerca delle soluzioni di ottimo;
- Analisi e discussione dei risultati conseguiti (sia in termini di parametri di progetto che in termini di variazione delle prestazioni nel tempo).

### Introduzione dell'erosione della gola e validazione del nuovo codice di calcolo

L'introduzione del fenomeno dell'erosione della gola nel modello matematico, implementato nel codice di calcolo, è stato il primo step del lavoro. Successivamente, una breve validazione del codice è stata eseguita per provare la correttezza delle modifiche apportate, attraverso l'esecuzione delle prime analisi ed il confronto tra i risultati ottenuti nel caso di erosione nulla e quelli ricavanti mediante una precedente versione del codice senza l'erosione. Conoscendo la struttura del codice eseguito, tali analisi sono state avviate dopo aver impostato in input il rateo di erosione iniziale di riferimento (scegliendo un valore tipico desiderato, ottimisticamente, per le più avanzate tecnologie di materiali utilizzati per la realizzazione degli ugelli negli HREs: tra 0.1 mm/s e 0.4 mm/s) ed un valore  $\varepsilon$  indicativo della quota minima raggiunta dal lanciatore, progettato con le soluzioni di design risultanti dalla procedura di *ottimizzazione robusta* (quindi dopo l'esecuzione delle iterazioni previste dall'analisi). Quest'ultimo valore scelto è quello rappresentativo della quota minima raggiunta, poiché la funzione obiettivo da massimizzare, nella procedura di ottimizzazione, è definita come una combinazione lineare del carico utile e di un indice, che quantifica l'effettivo raggiungimento dell'orbita *target*, dovendo integrare l'informazione del carico utile con il vincolo sulla quota minima da raggiungere a causa delle condizioni di incertezza sulle proprietà balistiche, rappresentate dai coefficienti  $a$  ed  $n$  del modello semi-empirico per esprimere il rateo di regressione del grano di combustibile solido. Per tale motivo, tenendo conto delle incertezze associate al rateo di regressione, è stata considerata la violazione sul vincolo di quota, la cui informazione è indispensabile nella procedura di un *Robust design* ottimale e va ricercata, poiché uno degli obiettivi è annullarla, ma a costo di un'inevitabile penalizzazione sul carico utile rispetto al caso di *design deterministico ottimale*. Nel *Robust design* a seconda di quanto ci si allontana dal vincolo di quota si ottiene un certo *payload* (più basso per quote più alte), però per ogni quota il design risulta differente rispetto a quello deterministico perché quest'ultimo garantisce il raggiungimento della quota imposta solo nel caso nominale ( $a$  ed  $n$  del caso nominale), mentre il robusto garantisce la quota imposta anche nel caso non nominale al costo di un *payload* minore. Quindi, il *Robust design* migliora il *design deterministico* nei casi non nominali, mentre quello deterministico sarebbe ottimo, qualora non esistessero le incertezze sui coefficienti che definiscono il rateo di regressione. Detto ciò, un  $\varepsilon$ -*constraint approach* è stato utilizzato per individuare il *fronte di Pareto* delle soluzioni robuste ed un *penalty weight* sufficientemente alto è stato scelto per forzare, durante la procedura di ottimizzazione, l'altezza minima raggiunta al valore di  $\varepsilon$  impostato.

## Ricerca delle soluzioni di ottimo

Dopo aver eseguito la validazione del codice, il secondo step del lavoro di tesi è consistito nella ricerca delle soluzioni di ottimo, ovvero delle combinazioni dei sei parametri di progetto tali da massimizzare la funzione obiettivo per ogni valore del rateo di erosione iniziale e di  $\epsilon$  impostati. A tal proposito, è stato necessario sviluppare una conoscenza adeguata circa la *particle swarm optimization*, applicata a questa tipologia di problema, sulla base dell'esperienza acquisita dopo numerose iterazioni della procedura di calcolo. L'idea di fondo dell'algoritmo, su cui si basa la PSO, è quella di sfruttare il movimento opportunamente direzionato delle potenziali soluzioni di progetto (dette particelle) nello spazio parametrico. Tale insieme contiene tutti i valori ammissibili dei sei parametri di progetto, ovvero la massa di ossidante espulsa fino all'inizio della fase di *blow-down*, il rapporto di espansione dell'ugello, il raggio esterno del grano, il *web thickness*, la lunghezza del grano e la massa totale di ossidante. Questi intervalli sono stati necessari per limitare il movimento delle particelle tra valori dei parametri di progetto che si sono dimostrati essere tipici per la progettazione ottimale degli HREs, sulla base di risultati precedenti ottenuti dall'esecuzione di procedure di ottimizzazione analoghe. L'introduzione di queste limitazioni ha permesso di indirizzare l'ottimizzazione verso punti di ottimo accettabili da un punto di vista progettuale ed, essendo quello della PSO un algoritmo evolutivo, è stata opportuna a causa della presenza di una componente casuale nella ricerca delle soluzioni. Dunque, le particelle hanno potuto muoversi all'interno di questo spazio fino a raggiungere una combinazione di parametri di progetto che potenzialmente abbia portato ad ottenere il valore massimo della funzione fitness dell'algoritmo, ovvero della funzione obiettivo da massimizzare.

La conoscenza acquisita sul modo di procedere della PSO ha portato all'utilizzo di due espedienti per il raggiungimento dell'obiettivo posto in questo step:

- *Modalità di inizializzazione della PSO non totalmente casuale;*
- *Criterio di ricerca delle soluzioni.*

Allo scopo di accumulare esperienza sul modo di procedere della PSO e quindi sulla valutazione della coerenza dei primi risultati ottenuti, è stata adottata una semplice modalità casuale di inizializzazione del metodo. Tuttavia, tali risultati hanno fatto emergere un andamento altalenante dei parametri di progetto ottimali al variare del rateo di erosione iniziale: ciò non ha permesso evidentemente di individuare un *trend* dei valori assunti da questi al variare dell'analisi di ottimizzazione eseguita e, di conseguenza, neanche di comprendere se i punti di ottimo trovati fossero effettivamente i migliori dal punto di vista del valore della funzione obiettivo. Per tale motivo, si è pensato che la mancata coerenza di questi risultati fosse causata dalla componente casuale del metodo di ottimizzazione utilizzato, che avrebbe indotto le particelle a muoversi in una zona dello spazio parametrico con molti punti di massimo locale, perdendo in questo modo le informazioni sulle posizioni di vecchie particelle, a cui corrispondevano valori peggiori della funzione obiettivo, ma che si sarebbero potute trovare prossime al punto di ottimo globale. Questa idea, però, è stata in parte smentita dalla coerenza tra i valori della funzione obiettivo, ottenuti dalla miglior soluzione individuata per ogni analisi di ottimizzazione eseguita: da ciò si poteva dedurre intuitivamente che i punti di ottimo individuati fossero prossimi a quello di ottimo globale, perciò l'irregolarità nel comportamento delle variabili di design sarebbe stata legata alla

necessità di tempi di calcolo esageratamente elevati per giungere all'esatta convergenza nel punto di ottimo globale, che comunque avrebbero portato a miglioramenti marginali sul carico utile. D'altronde, la PSO garantisce buone probabilità di successo; tuttavia, essendo basata su un algoritmo evolutivo, la certezza di queste affermazioni non può essere dimostrata per vie diverse da quella pratica mediante l'accumulo di esperienza sull'utilizzo della PSO integrata con l'ottimizzazione indiretta della traiettoria nello studio degli HREs. Uno dei punti di forza dell'algoritmo di ottimizzazione, su cui si basa la PSO, è la capacità degli individui di condividere informazioni e la conseguente influenza di quanto esplorato dagli altri componenti della popolazione sul comportamento di ognuno di essi. Da ciò si poteva dedurre che è il miglior punto trovato, in generale, dal gruppo ad influenzare gli spostamenti degli individui, oltre che la miglior posizione trovata singolarmente da ognuno di essi, poiché con altissima probabilità è il più vicino alla soluzione del problema, ovvero l'ottimo globale. Tuttavia, ciò non garantisce evidentemente il raggiungimento di tale punto di ottimo globale. Proprio a causa della ricorsività, l'inizializzazione delle particelle della prima iterazione assume un ruolo molto importante: da esse dipende inevitabilmente ogni generazione successiva ed hanno un grande impatto sulla buona riuscita della ricerca.

La modalità di inizializzazione totalmente casuale permette alle particelle di coprire al meglio lo spazio parametrico. Tuttavia, al fine di comprendere se le ragioni dell'andamento altalenante dei parametri di progetto derivassero effettivamente dalla componente casuale della PSO, è stato deciso di procedere con l'esecuzione di altre analisi di ottimizzazione con modalità di inizializzazione differenti, in modo da conferire alle particelle l'informazione dall'inizio della procedura di ottimizzazione di una zona dello spazio parametrico, dove probabilmente sono presenti buone soluzioni, e, allo stesso tempo, di permettere comunque alle particelle di poter coprire l'intero spazio parametrico. Evidentemente, la buona riuscita di questa nuova modalità di impostazione dell'analisi è stata valutata a seconda del valore assunto dalla funzione obiettivo corrispondente alla miglior particella trovata fino al termine delle iterazioni.

Detto ciò, tale modalità di inizializzazione con un solo individuo non casuale ha permesso di evitare un eccessivo indirizzamento del movimento delle particelle e, di conseguenza, l'impedimento alle particelle di poter spaziare in maniera piuttosto completa nel dominio dei parametri di progetto durante il corso del processo di ottimizzazione. Al contrario, un'inizializzazione con più di un individuo non casuale avrebbe potuto determinare un eccessivo indirizzamento del movimento delle particelle e, di conseguenza, impedire alle particelle di poter spaziare in maniera piuttosto completa nel dominio dei parametri di progetto durante il corso del processo di ottimizzazione.

Al termine di numerose analisi eseguite per ciascun valore di rateo di erosione e di  $\varepsilon$ , la modalità di inizializzazione non totalmente casuale ha garantito, a parità di tempo computazionale, il raggiungimento di punti di ottimo associati a valori più alti della funzione obiettivo. Tuttavia, nonostante i miglioramenti ottenuti, anche da questo punto di vista, l'andamento altalenante dei parametri di progetto è stato nuovamente individuato.

A questo punto, avendo appurato che l'andamento altalenante dei parametri di progetto ottimali nei rispettivi intervalli di variabilità per ogni tipologia di analisi non dipendeva molto dalla modalità di inizializzazione scelta, poiché comunque le particelle hanno la possibilità di spaziare nel dominio delle possibili soluzioni e di raggiungere un buon punto di ottimo durante la procedura, è stato adottato un criterio per il conseguimento dei risultati finali che agisce direttamente sugli intervalli di variabilità dei parametri di progetto, in modo da indirizzare meglio la procedura di ottimizzazione ed evitare di far procedere all'infinito

il numero di iterazioni dell'ottimizzatore. Tale criterio di ricerca è stato frutto di un'idea avanzata dall'esperienza acquisita sul metodo di ottimizzazione nel corso del lavoro di tesi. L'idea, su cui si fonda tale criterio, è stata quella di indirizzare il movimento delle particelle agendo sullo spazio parametrico a partire dai buoni risultati ottenuti dalle prime analisi. Anche stavolta il giudizio sulla bontà del procedimento applicato è scaturito dai valori della funzione obiettivo ottenuti in seguito all'esecuzione delle diverse analisi: tale indirizzamento delle particelle sarebbe risultato efficace se i valori della funzione obiettivo, ottenuti al termine delle analisi, fossero stati maggiori o uguali di quelli risultati dalle rispettive procedure eseguite senza applicare tale criterio.

Sulla base dei risultati conseguiti con modalità di inizializzazione non totalmente casuale, sono stati notati parametri di progetto che si discostavano maggiormente e presentavano un andamento altalenante, al variare del rateo di erosione iniziale, più evidente rispetto ad altri nel rispettivo intervallo di variabilità. In particolare, ciò è stato rilevato per la massa totale di ossidante e il rapporto di espansione dell'ugello. Essendo stato l'obiettivo quello di ottenere una soluzione di progetto che fosse rappresentativa di un punto di ottimo più possibilmente vicino a quello di ottimo globale nello spazio parametrico considerato, si è pensato di restringere gli intervalli di variazione dei parametri di progetto che maggiormente si spostavano all'interno del loro range, in modo da diminuire le dimensioni dello spazio parametrico e, quindi, aumentare la probabilità di successo del metodo, qualora l'entità del restringimento fosse stata corretta.

Ricordando che tale entità del restringimento è strettamente legata ad un'indagine eseguita per individuare il *trend* di variazione dei parametri di progetto ottimali al variare del rateo di erosione, per piccoli valori del rateo di erosione iniziale è stato possibile individuare una tendenza nel comportamento dei due parametri di progetto sopra indicati. Al fine di valutare l'effettiva veridicità di questo *trend*, quindi non come conseguenza della componente casuale dell'algoritmo, al variare del rateo di erosione iniziale, sono state eseguite diverse analisi di ottimizzazione per valori più alti di rateo di erosione imponendo un *lower boundary* o/e un *upper boundary* differenti per le due variabili indicate. Ad esempio, avendo individuato, dalle analisi eseguite, un rapporto di espansione dell'ugello decrescente all'aumentare del rateo di erosione  $\dot{s}_{rif}$  per i valori  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ , per la successiva analisi, eseguita per  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ , è stato impostato un *upper boundary* pari al valore del rapporto di espansione ottenuto al termine dell'analisi con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$ . A questo punto, se il design ottimale con  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ , precedentemente ottenuto, avesse mostrato un carico utile maggiore rispetto a quello nuovo, il restringimento degli intervalli avrebbe portato all'individuazione di una soluzione di ottimo peggiore, quindi la nuova soluzione sarebbe stata scartata. Al contrario, se la nuova soluzione di ottimo fosse stata migliore dal punto di vista della funzione obiettivo, il restringimento degli intervalli avrebbe garantito una probabilità di successo del metodo migliore. Analogamente, tale procedimento è stato eseguito impostando il valore del rapporto di espansione ottenuto con l'analisi con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  come *lower boundary* prima di avviare l'analisi con  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ . Qualora l'andamento altalenante fosse stato confermato, in questo caso sarebbe stata eseguita una nuova analisi di ottimizzazione con  $\dot{s}_{rif} = 0.1 \text{ mm/s}$  andando a restringere gli intervalli di variazione di tale parametro in riferimento, però, alle soluzioni ottenute per  $\dot{s}_{rif} = 0.0 \text{ mm/s}$  e  $\dot{s}_{rif} = 0.2 \text{ mm/s}$ .

Questo criterio è stato applicato anche per le procedure eseguite con valori più alti del rateo di erosione (fino a  $0.4 \text{ mm/s}$ ) e considerando anche la massa totale di ossidante.

Ovviamente, il restringimento dei rispettivi intervalli di variabilità dei due parametri di progetto non è avvenuto considerandoli singolarmente, ma in maniera combinata per ogni iterazione e considerando tutti i casi possibili, quindi variando *lower boundary* ed *upper boundary* in riferimento all'analisi eseguita con rateo di erosione appena più basso o appena più alto.

Infine, il criterio adottato per la ricerca delle soluzioni di ottimo non soltanto ha permesso di giungere a soluzioni di design ottimale migliori rispetto a quelle precedentemente trovate, ma soprattutto di rilevare una regolarità negli andamenti dei parametri di progetto ottimali al variare del rateo iniziale di erosione impostato, che precedentemente era mancante. Detto ciò, è importante evidenziare che tale criterio deve andare di pari passo con il miglioramento o il non-peggioramento della probabilità di successo del metodo di ottimizzazione, cioè la tendenza del metodo a raggiungere il punto di ottimo globale, poiché applicare questo criterio per ottenere dei risultati in termini di prestazioni peggiori non avrebbe senso. Per tale motivo, è stato necessario scegliere opportunamente il restringimento degli intervalli di variabilità dei parametri di progetto per ogni tipologia di analisi da svolgere (per ogni  $\varepsilon$  e  $\dot{s}_{rif}$  impostati prima di avviare la procedura di ottimizzazione).

Dunque, è stato proposto un criterio di ricerca dei punti di ottimo allo scopo di ottenere una coerenza nell'andamento dei parametri di progetto ottimali al variare del rateo di erosione impostato, in modo da garantire migliori probabilità di successo nella ricerca dell'ottimo ed evitare tempi di calcolo troppo lunghi. Il risultato di questo approccio è stato quello sia di ottenere la ricercata coerenza nello scostamento dei punti di ottimo nel rispettivo intervallo di ammissibilità, al variare della tipologia di analisi impostata, che quello di ottenere, a parità di tempo computazionale, miglioramenti delle prestazioni in termini di carico utile, anche se non enormi, ma comunque tali da non confutare la correttezza nell'utilizzo di tale criterio, alla luce dei primi risultati ottenuti senza applicarlo.

### Analisi e discussione dei risultati conseguiti

Il terzo step del lavoro è consistito nell'osservazione e nelle conseguenti deduzioni riferite ai risultati ottenuti, sia in termini di parametri di progetto che in termini di *time histories* delle prestazioni. In particolare, i punti di ottimo, a parità di quota minima raggiunta, al variare del rateo di erosione, si sono spostati, all'aumentare della velocità di erosione, verso una massa di ossidante espulsa fino all'inizio della fase di *blow-down* più bassa, un rapporto di espansione dell'ugello più basso, un raggio esterno del grano, un *web thickness*, una lunghezza del grano che non variano notevolmente e una massa totale di ossidante più alta. Inoltre, dai risultati ottenuti è emerso che non introdurre il fenomeno dell'erosione in questo processo di progettazione dell'endoreattore ibrido non permette di porsi in una situazione conservativa perché la quota minima raggiunta dal lanciatore, ottimizzato senza considerare l'erosione, in generale, diminuisce introducendo l'erosione. In aggiunta, includere tale fenomeno in questo problema di ottimizzazione ha permesso di ottenere un beneficio in termini di carico utile.

Focalizzando l'attenzione sui parametri di progetto ottimali, per i quali è stato applicato il criterio di ricerca, precedentemente esposto, la massa di ossidante aumenta e il rapporto di espansione diminuisce all'aumentare del rateo di erosione. Ricordando che, a fissato design dell'endoreattore ibrido, ottimizzato senza considerare l'erosione della gola, tale

fenomeno comporta un aumento dell'area di gola, e di conseguenza, a parità di portata di propellente, una diminuzione della pressione in camera di combustione, che a sua volta determina un aumento della portata di ossidante, che fluisce dal serbatoio, e quindi del rapporto di miscela a parità di tempo. Inoltre, a causa dell'aumento dell'area di gola, oltre alla diminuzione della pressione in camera, la portata totale di propellente aumenta lievemente, perciò la velocità caratteristica e l'impulso specifico tendono a diminuire. Detto ciò, un design di un endoreattore ibrido che considera il fenomeno dell'erosione della gola nell'ugello, allo scopo di raggiungere delle prestazioni maggiori o uguali, a parità di quota minima raggiunta, di quelle relative ad un design ottimale dello stesso che, però, non considera tale erosione, deve sopperire all'aumento di portata di ossidante durante il funzionamento, garantendo una massa di ossidante di partenza più alta rispetto a quella del design ottimale eseguito senza considerare l'erosione. D'altronde, sapendo che la portata di ossidante aumenta durante il funzionamento del motore a causa dell'erosione, a parità di tempo, è necessaria una massa di ossidante più alta. In altre parole, si potrebbe pensare che per garantire la stessa massa di ossidante media durante il funzionamento dell'endoreattore di quella del design ottimale eseguito senza considerare l'erosione, sapendo che la portata di ossidante aumenta a causa dell'erosione, è necessario aumentare la massa di ossidante in un design ottimale che considera l'erosione. Dunque, ciò giustificherebbe la tendenza della massa di ossidante ottimale a crescere all'aumentare del rateo di erosione impostato per l'analisi di ottimizzazione. Tale discussione non poteva, però, concludersi in questo modo, poiché chiaramente un aumento della massa di ossidante avrebbe determinato una maggior quantità di propellente da impiegare per la missione e di conseguenza un peggioramento sul carico utile, a parità di massa totale del lanciatore, ma la procedura di design robusto ottimale di un endoreattore ibrido in presenza di erosione ha messo in evidenza, seppur lievi, benefici in termini di *payload*. Alla luce di ciò, è stato necessario comprendere l'influenza degli altri parametri di progetto sulle masse in questione.

All'aumentare del rateo di erosione, l'area di gola dell'ugello aumenta più velocemente, quindi il rapporto di espansione dell'ugello diminuisce più velocemente durante il funzionamento del motore. Ad una diminuzione del rapporto di espansione dell'ugello corrisponde una diminuzione della spinta. Da ciò si avrebbe potuto intuire che per garantire un rapporto di espansione medio durante il funzionamento del motore che sia simile a quello del design ottimale eseguito senza considerare l'erosione, si sarebbe dovuto far partire il funzionamento del motore con un rapporto di espansione dell'ugello più elevato, ma i punti di ottimo rilevati hanno mostrato esattamente il contrario: all'aumentare del rateo di erosione iniziale, i punti di ottimo si spostano tendenzialmente verso rapporti di espansione dell'ugello più bassi. In verità, l'incremento della spinta non è considerevole ed aumenta sempre di meno (quasi asintoticamente) all'aumentare del rapporto di espansione, quindi la crescita di tale rapporto ad un certo punto non comporta più grandi vantaggi in termini di prestazioni. In aggiunta, un aumento del rapporto di espansione da un punto di vista progettuale avrebbe comportato una massa dell'ugello più alta, a svantaggio del carico utile. Inoltre, a parità di rateo di erosione iniziale, se il raggio iniziale della gola è ridotto, la diminuzione del rapporto di espansione, imputabile all'erosione nella gola, diventa più grande con conseguenti perdite in termini di impulso specifico maggiori. Dunque, da queste considerazioni è emersa la tendenza dei punti di ottimo a spostarsi verso rapporti di espansione iniziali più bassi. Da ciò è scaturita anche una diminuzione di massa dell'ugello, che ha permesso almeno di controbilanciare il necessario aumento di massa di ossidante. In

conclusione, il beneficio sul carico utile dei design robusti ottimali, ottimizzati in presenza di erosione della gola nell'ugello, è derivato da questo bilancio delle masse individuato.

Infine, a posteriori, un'analisi di sensibilità dei parametri di progetto è stata eseguita per valutare il livello di importanza dei parametri di design considerati, ai fini della progettazione dell'endoreattore ibrido studiato. Tale analisi ha permesso di confermare quanto poteva essere dedotto dai precedenti risultati conseguiti.

Dunque, solo strumenti, come la procedura multidisciplinare del codice, sviluppato al *Politecnico di Torino*, che accoppiano l'ottimizzazione dei parametri di progetto con quella della traiettoria, possono pienamente evidenziare i benefici potenzialmente ottenibili con gli HREs. Infatti, l'analisi dell'ottimizzazione fornisce conclusioni, come quelle dedotte in questo elaborato, spesso poco intuitive di fondamentale importanza dal punto di vista della progettazione ingegneristica. Evidentemente, questi risultati possono non essere rilevati qualora venissero introdotte semplificazioni che non tengono conto della reale natura del problema.

## Conclusioni

In conclusione, dall'osservazione dei risultati ottenuti e dalle conseguenti considerazioni, l'obiettivo prefissato è stato raggiunto dal codice di calcolo sviluppato. In verità, l'affidabilità di tale codice era già stata ottenuta in precedenti lavori di ottimizzazione sul medesimo problema con la stessa combinazione di propellenti, ma senza introdurre il problema dell'erosione nella gola dell'ugello. Quindi, l'applicabilità di tale codice è stata estesa anche alla procedura di ottimizzazione robusta di un endoreattore a propellenti ibridi per questa missione di lancio, considerando il fenomeno dell'erosione nella gola ai fini progettuali.

Sono auspicabili per il futuro ulteriori approfondimenti sugli effetti del fenomeno dell'erosione della gola nell'ugello ai fini progettuali dell'endoreattore ibrido studiato, mediante l'apporto di miglioramenti sia a livello di macro-struttura dei codici numerici che a livello delle singole subroutines di calcolo, utilizzate in questo lavoro di tesi, ed anche al modello adottato per l'erosione. Ad esempio, si potrebbe introdurre il rateo iniziale di erosione della gola nella procedura di calcolo non come parametro in input, fissato all'inizio dell'analisi, ma come ulteriore incertezza, analogamente a quanto fatto per i coefficienti dell'espressione del rateo di regressione del grano di combustibile solido.

## Bibliografia

- [1] Humble, R. W., Henry, G. N. and Larson, W. J., 1995. *Space Propulsion Analysis and Design*. McGraw-Hill Professional, 1<sup>st</sup> edition. ISBN 978-0-07031-320-0.
- [2] Sutton, G. P. and Biblarz, O., 2010. *Rocket Propulsion Elements*. Wiley, 8<sup>th</sup> edition. ISBN 978-0-470-08024-5.
- [3] Choueiri, E. Y., 2004. *A critical history of electric propulsion: The first 50 years (1906-1956)*. Journal of Propulsion and Power, Vol. 20, No. 2, pp. 193-203.
- [4] Resendes, D. P., Mota, S., Mendonça, J. T., Sanders, B., Encarnação, J. and del Amo, J. G., 2007. *Laser propulsion for ground launch*. Journal of Propulsion and Power, Vol. 23, No. 1, pp. 73-80.
- [5] Bertoldi, A. E. M., 2007, *Avaliação Experimental da Queima de Parafina e Óxido Nitroso em Motores Híbridos*. Master's thesis, Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Tecnologia de Universidade de Brasília – ENM/FT/UnB.
- [6] Pastrone, D. e Casalino, L., 2015. Appunti personali e dispense del corso di *Motori per aeromobili*, tenuto al Politecnico di Torino.
- [7] Lentini D., 2001. Dispense del corso di *Endoreattori*, tenuto all'Università degli Studi di Roma "La sapienza".
- [8] Di Giacinto M. Dispense del corso di *Endoreattori*, tenuto all'Università degli Studi di Roma "La sapienza".
- [9] Boardman T. A., Holzman A. and Sutton G. P. *Rocket Propulsion Elements*. 6<sup>th</sup> edition.
- [10] Altman, D., 1991. *Hybrid rocket development history*. In Proceeding of the 27<sup>th</sup> SAE, ASME and ASEE, Joint Propulsion Conference. Sacramento, CA, p. 20 AIAA Paper 1991-2515.
- [11] Ewing, E. G., 1947. Journal of the Pacific Rocket Society, Vol. 2.
- [12] Chiaverini, M. J. and Kuo, K. K., 2007. *Fundamentals of Hybrid Rocket Combustion and Propulsion*. AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 218, 1<sup>st</sup> edition. ISBN 978-1-56347-703-4.
- [13] Moore, G. E. and Berman, K., 1956. *Solid-liquid rocket propellant system*. Jet Propulsion, Vol. 26, No. 11, pp. 965-968.

- [14] Karabeyoglu, M. A., Ziliac, G., Cantwell, B., DeZilwa, S. and Castellucci, P., 2003. *Scale-up tests of high regression rate liquefying hybrid rocket fuels*. In Proceedings of the 41<sup>st</sup> Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, NV. AIAA Paper 2003-1162.
- [15] Cantwell, B. J. *Aircraft and Rocket Propulsion*. Chapter 11.
- [16] Pastrone, D. e Casalino, L., 2016. *Optimal Robust Design of Hybrid Rocket Engines*.
- [17] Mc Bride, B. J., Reno, M. A., Gordon, S., 1994. *CET93 and CETPC: an interim updated version of the NASA Lewis computer program for calculating complex chemical equilibria With applications*. NASA TM-4557.
- [18] Zang, T. A., Hensch, M. J., Hilburger, M. W., Kenny, S. P., Luckring, J. M., Maghami, P., Padula, S. L. and Stroud, W. J., 2002. *Needs and Opportunities for Uncertainty-based Multidisciplinary Design Methods for Aerospace Vehicles*.
- [19] Pastrone, D. e Casalino, L., 2013. *Integrated Design-Trajectory Optimization for Hybrid Rocket Motors*.
- [20] Arianespace, 2014. *Vega User's Manual*. Issue 4 – Revision 0.
- [21] Sentinella, M. R., 2008. *Development Of New Procedures And Hybrid Algorithms For Space Trajectories Optimisation*. Tesi di Dottorato al Politecnico di Torino.
- [22] Kennedy J., Eberhart R. C., 2001. *Swarm Intelligence*. Morgan Kaufmann.
- [23] Pereira G., 2001. *Particle Swarm Optimization*. INESC-ID and Instituto Superior Técnico.
- [24] Storn R., Price K., 1997. *Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces*. Journal of Global Optimization, 11, 341-359.
- [25] Pauli A. J., 1968. *Experimental evaluation of several advanced ablative materials as nozzle sections of a storable-propellant rocket engine*. NASA Technical Memorandum X-1559.
- [26] Klager K., 1977. *The interaction of the efflux of solid propellants with nozzle materials*. Propellants Explosives 2(3):55-63.
- [27] Acharya R., Kuo K. K., 2007. *Effect of Pressure and Propellant Composition on Graphite Rocket Nozzle Erosion Rate*. Journal of Propulsion and Power Vol. 23, No. 6, 2007, pp. 1242-1254.
- [28] Nasai P., Cantwell B., Evans B., 2008. *Nozzle Erosion in Long Burn Duration Rockets*. Department of Aeronautics & Astronautics, Stanford University.

- [29] McDonald A., Hedman P., 1965. *Erosion of Graphite in Solid-Propellant Combustion Gases and Effects on Heat Transfer*. AIAA Journal, Vol. 3, No. 7, 1965, pp. 1250-1257.
- [30] Kuo K., Chiaverini M., 2006. *Challenges of Hybrid Rocket Propulsion in the 21<sup>st</sup> Century*. *Fundamentals of Hybrid Rocket Propulsion*. Vol. 218, Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, Reston, VA, 2006, pp. 593-638.
- [31] Kuo K., Keswani S. T., 1985. *A Comprehensive Theoretical Model for Carbon-Carbon Composite Nozzle Recession*. *Combustion Science and Technology*, Vol. 42, No. 3-4, 1985, pp. 145-164.
- [32] Kuo K., Keswani S. T., 1986. *Validation of an Aerothermochemical Model for Graphite Nozzle Recession and Heat Transfer Processes*. *Combustion Science and Technology*, Vol. 47, No. 3-4, 1986, pp. 177-192.
- [33] Galfetti L., Nasuti F., Pastrone D., Russo Sorge A. M. *An experimental and numerical coordinated approach for the improvement of hybrid rocket performance*. 5<sup>th</sup> European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS).
- [34] Bartz D. R., 1965. *Turbulent Boundary-Layer Heat Transfer from Rapidly Accelerating Flow of Rocket Combustion Gases and of Heated Air*. *Advances in Heat Transfer*, Vol. 2. Academic Press 1965.
- [35] Bianchi D., Nasuti F., 2013. *Numerical Analysis of Nozzle Material Thermochemical Erosion in Hybrid Rocket Engines*. *Journal of Propulsion and Power*. Vol. 29, No. 3.
- [36] Evans B., Kuo K., Boyd E., Cortopassi A. C., 2009. *Comparison of Nozzle Throat Erosion Behaviour in a Solid-Propellant Rocket Motor and a Simulator*. AIAA 2009-5421.
- [37] Mitchell M., 1996. *An introduction to Genetic Algorithms*. MIT Press, 1996.
- [38] [www.dynardo.de](http://www.dynardo.de). *Robust Design Optimization*.