

POLITECNICO DI TORINO

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile



Tesi di Laurea Magistrale

INTERVENTI DI RINFORZO INNOVATIVI PER CUPOLE IN MURATURA

Relatore:

Prof. Rosario Ceravolo

Candidata:

Federica Cerrini

Dicembre 2017

*“La logica vi porterà da A a B.
L’immaginazione vi porterà dappertutto.”*

(Albert Einstein)

Ringraziamenti

Il percorso di studio che mi ha condotto alla stesura di questa tesi di Laurea Magistrale è stato lungo e intenso, ma mi ha permesso di conoscere persone fantastiche che meritano di essere ringraziate.

Il primo ringraziamento va al mio relatore, prof. Rosario Ceravolo, che mi ha permesso di affrontare una tematica così interessante e originale come lo studio di nuovi sistemi di rinforzo. Devo inoltre esprimere la mia profonda gratitudine alla mia supervisor Giulia De Lucia per la disponibilità e il supporto mostratomi fin dall'inizio, e a Gaetano Miraglia per il prezioso aiuto durante questi ultimi mesi.

Grazie Valeria che mi insegnato cosa vuol dire Amicizia perché non importa dove siamo o quanto spesso ci sentiamo, ciò che conta è che sei sempre nei miei pensieri e nel mio cuore. Sei stata il mio punto di riferimento qua a Torino, continui ad esserlo e sono certa che lo sarai sempre.

Grazie Silvia e Ilenia siete delle coinquiline uniche e non potevo sperare in meglio, anche se definirvi coinquiline è riduttivo. Ci conosciamo da meno di un anno, ma con voi mi sento a casa. We are a little family! Ciò che più mi mancherà saranno le belle serate passate a casa insieme, semplicemente parlando del più e del meno fino a notte tarda. Grazie di avermi fatta entrare nella vostra vita e di avermi permesso di conoscere persone meravigliose come Angela e Fabio, i quali sento come amici veri e sinceri.

Grazie ai miei colleghi vecchi e nuovi Alessandro, Luca, Francesco, Filippo, Andrea, Sofia, Cesare, Valerio, Marcello e Caterina che hanno contribuito ad alleviare le penne dello studio e reso indimenticabili questi anni. Un ringranamento particolare va a Marcello che ha condiviso con me ogni singolo giorno in questi ultimi mesi di tesi tra alti e bassi. Grazie per aver ascoltato le mie continue lamentele ed avermi consigliato in questo duro percorso.

Grazie a tutta la mia famiglia nonni, zii e cugini per essermi stati vicini sia nei momenti di gioia ma soprattutto in quelli di dolore passati, siete stati la mia ancora di salvezza e per questo vi sarò eternamente grata. Voi mi avete insegnato che i traguardi si raggiungono

con lavoro e fatica, facendo affidamento sulle proprie forze e capacità, ma alla fine condividere il successo mi ripaga a pieno perché la verità è che tutti voi avete contribuito a raggiungerlo. Grazie per avermi trasmesso il senso dell'amore, siete la MIA famiglia e non vi cambierei con nessun'altra al mondo!

Infine, ma non certo per importanza, vorrei ringraziare i miei genitori. Grazie per aver sempre creduto in me più di quanto lo faccia io stessa, per avermi permesso di arrivare fin qui oggi. Grazie Mamma per essermi sempre stata accanto anche da lontano, per la comprensione che mi dimostri ogni volta che subisci i miei sfoghi, per cercare di risolvere ogni problema che mi si presenta. Sei un esempio da seguire e spero di diventare come te un giorno: una donna dolce, forte e determinata. Grazie Papà per avermi sempre spronato a fare meglio, per avermi insegnato a non accontentarmi e per essermi vicino anche con i nostri silenzi. Spero siate orgogliosi di me perché questo è il mio obiettivo principale. Grazie di tutto!!

Indice

Introduzione	1
Capitolo 1	3
1. Il materiale muratura	3
1.1. Introduzione agli edifici in muratura	3
1.2. Caratteristiche del materiale muratura	5
1.2.1. Modi di rottura e comportamento softening	6
1.3. Strategie di modellazione della muratura	10
Capitolo 2	13
2. Materiali compositi fibrorinforzati (FRP)	13
2.1. Generalità degli FRP	13
2.2. Le fibre dei compositi FRP	15
2.2.1. Le fibre corte	15
2.2.2. Le fibre lunghe	15
2.2.3. Tipologie e classificazione delle fibre	17
2.3. Le matrici dei compositi FRP	25
2.3.1. Generalità delle resine	25
2.3.2. Proprietà delle resine	27
2.4. I materiali compositi fibrorinforzati FRP	29
2.4.1. Applicazioni di FRP nell'ingegneria civile	29
Capitolo 3	36
3. Caso studio: la Basilica "Regina Montis Regalis"	36
3.1. Cenni storici sulla costruzione del Santuario	36
3.1.1. Francesco Gallo e la costruzione della cupola	43
3.2. Quadro fessurativo della struttura	47

3.3.	Rilievi, interventi e consolidamenti	54
3.3.1.	Nuovo sistema di cerchiaggio	54
3.3.2.	Indagini geometriche	56
3.3.3.	Caratterizzazione dei materiali	58
3.3.4.	Individuazione dei rinforzi.....	59
3.3.5.	Indagini geotecniche	60
3.4.	Monitoraggio strutturale del Santuario	60
Capitolo 4	63
4.	Dal modello geometrico al modello meccanico calibrato	63
4.1.	Modellazione geometrica.....	63
4.2.	Modellazione meccanica.....	65
Capitolo 5	71
5.	Risposta dinamica del modello calibrato.....	71
5.1.	Analisi modale	72
5.2.	Legge di danno.....	76
5.3.	Analisi incrementale in controllo di spostamento.....	77
5.3.1.	Procedura	77
5.3.2.	Risultati.....	80
5.4.	Analisi armonica	81
5.4.1.	Risposta della struttura.....	82
5.4.2.	Procedura	83
5.4.3.	Risultati.....	86
Capitolo 6	90
6.	Proposta di sistema di rinforzo in kevlar	90
6.1.	Sistema di rinforzo della cupola in materiale aramidico	92
6.2.	Modellazione FEM del sistema di rinforzo	97

Capitolo 7.....	99
7. Analisi del Santuario con sistema di rinforzo.....	99
7.1. Risultati analisi incrementale.....	99
7.2. Risultati analisi armonica.....	103
Capitolo 8.....	104
8. Conclusioni.....	104
Bibliografia	106
Allegato A: Listato modello in Ansys v.15	110
Allegato B: Listato Analisi Modale	138
Allegato C: Listato Funzione k	144
Allegato D: Listato Analisi Incrementale	145
Allegato E: Tabelle k modello senza rinforzo	151
Allegato F: Tabelle energia di deformazione del modello senza rinforzo.....	152
Allegato G: Listato Analisi Armonica	153
Allegato H: Listato Matlab e Ansys per la modellazione del sistema di rinforzo	154
Allegato I: Tabelle k e energia di deformazione per modelli 1, 2 e 3 con rinforzo	160

Indice delle figure

Figura 1.1: Muratura: a sinistra muratura in pietra; a destra muratura in mattoni.....	5
Figura 1.2: Prova di trazione monoassiale e definizione dell'energia di frattura Gf (da Paulo José Brandão Barbosa Lourenço, 1996)	7
Figura 1.3: Comportamento della muratura sotto azione di taglio e definizione dell'energia di frattura del modo II $GfII$, c denota la coesione (da Paulo José Brandão Barbosa Lourenço, 1996).....	7
Figura 1.4: Modo III di rottura.....	8
Figura 1.5: Modo IV di rottura	8
Figura 1.6: Modo V di rottura.....	9
Figura 1.7: Prova di compressione monoassiale e definizione dell'energia di frattura Gc (da Paulo José Brandão Barbosa Lourenço, 1996)	9
Figura 1.8: Scale di modellazione di strutture in muratura: (a) campione di muratura; (b) micro-modellazione dettagliata; (c) micro-modellazione semplificata; (d) macro-modellazione (da Paulo José Brandão Barbosa Lourenço, 1996).....	11
Figura 2.1: Fasi materiale FRP	16
Figura 2.2: Forme di impiego delle fibre.....	17
Figura 2.3: Struttura chimica del materiale aramidico.....	19
Figura 2.4: Diagramma sforzo-deformazione delle principali fibre	21
Figura 2.5: Deformazione a flessione delle fibre aramidiche	22
Figura 2.6: Resistenza a fatica delle fibre aramidiche	23
Figura 2.7: Resistenza alle alte temperature delle fibre aramidiche	24
Figura 2.8: Proprietà dei compositi.....	29

Figura 2.9: Sezione dei trefoli (da Yeung e Parker, 1987)	31
Figura 2.10: Taylor Bridge, rinforzo dell'impalcato in calcestruzzo con FRP (da Rizkalla et al., 2014)	32
Figura 2.11: Stork Bridge in Svizzera, con cavi in CFRP (da Liu et al., 2015)	33
Figura 2.12: Ponte pedonale nell'Università di Jiangsu (da Liu et al., 2015)	34
Figura 2.13: Fune Parafil	34
Figura 3.1: Visione interna della cupola ellittica	36
Figura 3.2: Progetto di Ercole Negri di Sanfort (DANNA e CHIECCHIO, 1891)	38
Figura 3.3: Prospetto frontale e pianta del Santuario di Ercole Negri di Sanfort (ROSSI, 1914)	39
Figura 3.4: Progetto di Ascanio Vitozzi (DANNA e CHIECCHIO, 1891)	40
Figura 3.5: Prospetto frontale e pianta del Santuario da “Theatrum Sabaudiae”	41
Figura 3.6: Visione assonometrica degli strati di argilla e marna sotto le fondazioni del Santuario	42
Figura 3.7: Ricostruzione grafica del prospetto frontale e della pianta del Ponte Reale	43
Figura 3.8: Francesco Gallo, progetto per l'estradosso della cupola, 1728	44
Figura 3.9: Posizione della cerchiatura progettata da Francesco Garro	45
Figura 3.10: Dettaglio della connessione tra i segmenti dei tiranti anulari	46
Figura 3.11: Visione esterna, lato ovest	47
Figura 3.12: Assonometria del Santuario (Ing. Garro)	48
Figura 3.13: Configurazione planimetrica del Santuario (Ing. Garro)	49
Figura 3.14: Distribuzione delle fessure e cedimenti totali lungo il perimetro; cedimento differenziale Massimo (da ovest verso nord-est) di circa 300 mm (Garro, 1962)	50

Figura 3.15: Evoluzione del cedimento delle fondazioni nel tempo (Garro, 1962)	51
Figura 3.16: Visione esterna della fessura sul lato ovest	52
Figura 3.17: Planimetria con le informazioni sui cunicoli di drenaggio delle fondazioni fatti da Vittozzi, Bordino e Garro.....	53
Figura 3.18: Configurazione planimetrica dei segmenti dei tiranti	55
Figura 3.19: Posizione dei moderni anelli di post-tensione rispetto a quello esistente	55
Figura 3.20: Telaio di acciaio che connette I segmenti dei tiranti	55
Figura 3.21: Rilievo laser scanner del Santuario	56
Figura 3.22: Evoluzione dello spessore mediante la tecnica del georadar	57
Figura 3.23: Evoluzione dello spessore mediante la tecnica del georadar	57
Figura 3.24: Visione esterna	58
Figura 3.25: Visione termografica della facciata esterna, che mostra le zone di delaminazione	58
Figura 3.26: Visione interna della volta affrescata	58
Figura 3.27: Visione termografica della volta affrescata, che mostra le zone di delaminazione	58
Figura 3.28: Posizionamento dei sistemi di cerchiaggio nella cupola.....	59
Figura 3.29: Profilo delle onde elastiche rilevate durante i test su uno dei due anelli di cerchiaggio originari (da Aoky, 2004).....	59
Figura 3.30: Sistema di monitoraggio statico	61
Figura 3.31: (a) posizione dei sensori in pianta; (b) posizione dei sensori in sezione N/S (da Ceravolo et al., 2017).....	62
Figura 4.1: Stratigrafia di Vicoforte.....	64

Figura 4.2: Modello geometrico del Santuario “Regina Montis Regalis”	64
Figura 4.3: Elemento Solid45	67
Figura 4.4: Elemento Shell63	68
Figura 4.5: Elemento Beam188	68
Figura 4.6: Elemento Link11	69
Figura 4.7: a) condizioni di vincolo elementari, dove gli spostamenti sono nulli; b) condizioni di vincolo locali che consistono in smorzatori viscosi; c) condizioni di vincolo che hanno come parametri una massa, una rigidezza e una viscosità.....	70
Figura 4.8: Modello FEM	70
Figura 5.1: Modo 9 sezione all'imposta cupola-tamburo.....	73
Figura 5.2: Modo 10 sezione all'imposta cupola-tamburo.....	74
Figura 5.3: Modo 11 sezione all'imposta cupola-tamburo.....	74
Figura 5.4: Modo 12 sezione all'imposta cupola-tamburo.....	75
Figura 5.5: Modo 13 sezione all'imposta cupola-tamburo.....	75
Figura 5.6: Grafico $k-\sigma$	76
Figura 5.7: Prospetto sistema cupola-tamburo.....	78
Figura 5.8: Spostamenti imposti ai nodi	78
Figura 5.9: Schema procedura iterativa	79
Figura 5.10: Energia elastica di deformazione per la cupola senza rinforzo	81
Figura 5.11: Forzante armonica applicata al supporto.....	82
Figura 5.12: Primo modo di ovalizzazione	84
Figura 5.13: Primo modo di ovalizzazione	84

Figura 5.14: Spostamento in direzione X	87
Figura 5.15: Spostamento in direzione Y	87
Figura 5.16: Spostamento in direzione Z.....	88
Figura 5.17: Grafico $U -pgd$	89
Figura 6.1: Strallatura della parete del Castello di Trezzo sull'Adda (da Jurina, 2014).....	90
Figura 6.2: Consolidamento della cupola di Santa Caterina, Lucca (da Jurina, 2015b).....	91
Figura 6.3: Modello 1	93
Figura 6.4: Modellazione sistema di cavi Modello 1.....	94
Figura 6.5: Modello 2	95
Figura 6.6: Modellazione sistema di cavi Modello 2.....	95
Figura 6.7: Modello 3	96
Figura 6.8: Modellazione sistema di cavi Modello 3.....	96
Figura 6.9: Elemento Beam188	98
Figura 6.10: Elemento Link180.....	98
Figura 7.1: Confronto energia di deformazione della cupola	100
Figura 7.2: Confronto energia di deformazione sistema di rinforzo.....	100
Figura 7.3: Confronto energia di deformazione della cupola e totale, Modello 1	102
Figura 7.4: Confronto energia di deformazione della cupola e totale, Modello 2	102

Indice delle Tabelle

Tabella 2.1: Parametri meccanici delle fibre a confronto	18
Tabella 2.2: Parametri meccanici del materiale aramidico	20
Tabella 2.3: Classificazione delle resine.....	25
Tabella 2.4: Proprietà delle resine	28
Tabella 2.5: Proprietà delle fibre (da Yeung e Parker, 1987)	30
Tabella 2.6: Proprietà dei trefoli (da Yeung e Parker, 1987).....	31
Tabella 2.7: Caratteristiche fisiche e meccaniche dei cavi in CFRP (da Mei et al., 2015)..	34
Tabella 2.8: Proprietà delle funi parafil (da Burgoyne, 1993).....	35
Tabella 4.1: Proprietà meccaniche del modello FEM pre-updating	65
Tabella 4.2: Disposizione degli strumenti durante le indagini svolte nel 2004 e nel 2008 .	66
Tabella 4.3: Profili della velocità vs profondità ottenuti dalle indagini del 2004 e 2008....	66
Tabella 4.4: Proprietà del terreno pre-updating	66
Tabella 4.5: Proprietà meccaniche del modello FEM post-updating.....	67
Tabella 5.1: Modi di vibrare e frequenze.....	73
Tabella 5.2: Valutazione pga per modello senza rinforzo	89
Tabella 6.1: Caratteristiche Modello 1.....	94
Tabella 6.2: Caratteristiche Modello 2.....	95
Tabella 6.3: Caratteristiche Modello 3.....	97
Tabella 6.4: Confronto peso modelli	97
Tabella 6.5: Proprietà meccaniche materiale cavi	97

Tabella 7.1: Valutazione pga per modello 1 e 2	103
--	-----

Introduzione

La presente tesi ha come oggetto di studio l'analisi e comparazione del comportamento di cupole in muratura soggette ad alte deformazioni di forma, pre- e post- intervento di rinforzo. Si propone un sistema di rinforzo per le cupole in muratura innovativo sia dal punto di vista della tecnica che del materiale. L'idea di base è quella di affiancare alla costruzione esistente una nuova struttura in cavi post-tesi, che rispetti le linee guida degli interventi in edifici di interesse storico: leggero, rispettoso, compatibile, reversibile, minimo intervento. La scelta di utilizzare un materiale ad alta prestazione come il kevlar rappresenta un altro fattore di innovazione. Le elevate resistenze fornite dal materiale ad alta prestazione permettono l'utilizzo di sezioni ridotte, garantendo al contempo basse variazioni di rigidità della struttura rinforzata, caratteristica fondamentale nella protezione sismica delle strutture e in particolare dei beni di interesse storico-artistico.

L'intervento di rinforzo proposto può essere applicato a qualsiasi struttura voltata, ma al fine di studiarne l'efficacia si considera la cupola ovale della Basilica "Regina Montis Regalis" come esempio dimostratore.

La Basilica è situata nel comune di Vicoforte, in provincia di Cuneo e ricopre un importante ruolo nel quadro dei Beni Culturali italiani, soprattutto grazie alla rilevanza architettonica e strutturale della sua cupola in muratura. La lunghezza degli assi maggiore e minore è rispettivamente di 37,15 m e 24,80 m, il che la rende la quinta cupola in muratura più grande del mondo e la prima ovale. La Basilica è stata soggetta, fin dai primi anni della sua costruzione, ad importanti problemi strutturali dovuti primariamente a tre fattori: cedimenti delle fondazioni dovute a disomogeneità nel terreno, variazioni stagionali di temperatura e spinte orizzontali dovute al peso proprio della cupola.

Alla luce dello stato attuale di danneggiamento del Santuario ci si pone l'obiettivo di investigare il comportamento del sistema cupola-lanternino, soprattutto in riferimento ai possibili modi di deformazione che si potrebbero sviluppare in caso di sisma.

Un modello agli elementi finiti (FEM), in congiunta all'utilizzo di leggi di danno, viene utilizzato per simulare il comportamento della struttura soggetta a spostamenti orizzontali imposti. Le leggi di danno utilizzate sono proporzionali alla resistenza a trazione del materiale quando le tensioni assumono segno positivo (trazione), mentre mantengono un valore unitario in presenza di tensioni di compressione.

Il primo passo è stato dunque quello di condurre un'analisi modale per identificare i due modi di ovalizzazione della cupola, che è la parte più vulnerabile del monumento. Successivamente il primo modo di ovalizzazione è stato analizzato in termini di spostamento, cioè si è studiata la deformazione che questo comporta a livello dell'imposta della cupola. Per mettere in luce la risposta della struttura a tale modo si è condotta un'analisi incrementale in termini di spostamento, modificando di step in step l'entità dello spostamento e il modulo elastico dei macro-elementi cupola e lanternino. In questo modo si è cercato di simulare il loro danneggiamento. Per il sistema cupola-lanternino considerato, a partire dagli spostamenti imposti, diverse curve Spostamento-Energia di deformazione sono state tracciate con riferimento alla cupola e al sistema di cavi. L'ampiezza e la forma delle curve così ottenute, pre- e post- intervento, sono state utilizzate per trarre conclusioni sull'efficacia e l'invasività del sistema di rinforzo. In seguito si è correlata l'energia di deformazione al pga che la struttura è in grado di sopportare, così da avere un parametro sismico di riferimento.

E' stato possibile, quindi, fare delle considerazioni preliminari sui modelli di rinforzo considerati che, seppur ad un livello iniziale, consentono delle valutazioni sull'efficacia di questa modalità di rinforzo antisismico per strutture voltate in murature.

Capitolo 1

1. Il materiale muratura

1.1. Introduzione agli edifici in muratura

La muratura è il metodo di costruzione più antico, ma ancora oggi largamente utilizzato nell'industria edilizia. La principale caratteristica del costruire in muratura sta nella sua semplicità: sovrapporre pietre o mattoni l'uno sopra l'altro, con o senza i giunti di malta, ha da sempre rappresentato una tecnica semplice ma allo stesso tempo adeguata sin dall'antichità. Oltre alla semplicità di esecuzione si aggiungono l'estetica, la durabilità, le buone prestazioni termiche ed acustiche, la protezione nei riguardi del fuoco ed un comportamento strutturale complesso ma senza dubbio valido. Inoltre presenta dei vantaggi rispetto al più recente e diffuso scheletro in cemento armato come l'economicità, la durabilità e la sostenibilità.

Il patrimonio culturale Italiano è costituito perlopiù da edifici in muratura, i quali vanno salvaguardati per le future generazioni anche se questo richiede una complicata procedura interdisciplinare. I recenti eventi sismici (Umbria-Marche 1997-1998, Abruzzo 2009, Emilia-Romagna 2012, Centro Italia 2016) hanno dimostrato l'elevata vulnerabilità del nostro patrimonio culturale e l'impellente necessità di intervenire e proteggere gli edifici ancora esistenti. Originariamente tali strutture erano concepite per resistere principalmente ai carichi verticali e dunque risultano particolarmente vulnerabili al terremoto a causa della limitata duttilità della muratura, agli alti e snelli muri perimetrali spesso scarsamente interconnessi, alle lunghe e larghe navate sorrette da colonne snelle (nel caso delle chiese) e alla scarsa qualità della muratura. Tutto ciò può portare l'edificio a danneggiarsi o ad attivare meccanismi di collasso locale o globale anche sotto l'azione di piccole spinte orizzontali.

Al fine di identificare il reale comportamento degli edifici storici non è possibile definire dei modelli standard o di riferimento, poiché ogni costruzione è unica e presenta

caratteristiche differenti in base all'epoca e al luogo di costruzione, alle tecniche di costruzione e alle modifiche subite nel tempo. Come accennato, la definizione di questi modelli richiede la collaborazione di diverse discipline, in quanto una corretta valutazione strutturale è basata sulla conoscenza approfondita di: evoluzione e storia dell'edificio, geometria, dettagli strutturali, stato fessurativo, materiali e tecnica di costruzione della muratura, proprietà dei materiali. Le caratteristiche meccaniche del materiale si ottengono attraverso test in situ o in laboratorio e con analisi di modelli. Nonostante le numerose incertezze relative alla conoscenza di queste costruzioni e le difficoltà nella modellazione, molti esperti (Betti e Vignoli, 2007; Milani e Valente, 2014) si sono adoperati nello studio di edifici storici vista l'importanza architettonica, culturale e artistica che ricoprono in tutto il mondo, e in particolare in Italia dove la quantità di costruzioni monumentali (come chiese, torri o castelli) è la più alta al mondo.

Particolare attenzione deve essere prestata alla scelta della legge costitutiva per la muratura, poiché la questione della scelta delle proprietà meccaniche da adottare è un argomento molto complicato. Essendo composta da blocchi di mattoni/pietre unite da letti di malta, gli elementi strutturali in muratura esibiscono un comportamento meccanico con proprietà non omogenee e anisotrope, in aggiunta alla fessurazione dovuta alla debolezza e fragilità dei letti di malta. In prima approssimazione, al fine di semplificare l'analisi e il progetto di strutture in muratura si può assumere un modello isotropo, elastico e lineare. Una buona strategia di analisi per queste strutture è quella di partire da analisi preliminari statiche e dinamiche in campo elastico lineare, così da ottenere informazioni preziose sul comportamento globale e sull'interazione tra i singoli elementi che costituiscono la struttura. Tuttavia in molti casi questa semplificazione porta a sottostimare la capacità strutturale di queste costruzioni, in quanto viene del tutto trascurata la duttilità della struttura. Non è dunque corretto fermarsi ad un'analisi lineare, ma per comprendere a fondo il comportamento di queste strutture sarebbe necessario modellare il comportamento non lineare della muratura sia in compressione che in trazione. Nella maggior parte delle analisi non lineari condotte su strutture in muratura, si assume che il materiale risponde a modelli di danneggiamento plastico isotropico concepiti principalmente per il calcestruzzo (Drucker-Prager model) o leggi plastiche multilineari. Questi modelli sono difficilmente applicabili alla analisi 3D di complessi sistemi strutturali a causa del grande numero di parametri coinvolti nella definizione e nel updating del modello meccanico e del grande

numero di gradi di libertà richiesti per la mesh della struttura, tutto ciò porta a problemi intrattabili nella pratica comune. A fronte di ciò, spesso si ritiene meno oneroso restare in campo elastico e si modella la muratura come un materiale elastico lineare con bassa o nulla resistenza a trazione. In questo modo, il comportamento ortotropico è completamente perso, ma possono essere utilizzati i valori di resistenza e rigidezza medi tra quelli degli assi del materiale, cosicché il comportamento globale della struttura è affetto marginalmente da questa imprecisione.

1.2. Caratteristiche del materiale muratura

La muratura è un materiale eterogeneo composto da blocchi e giunti disposti in diverse tessiture, la sua particolare conformazione ne determina tutte le proprietà meccaniche e fisiche. Le principali caratteristiche meccaniche sono:

- disomogeneità
- anisotropia
- asimmetria, rispetto al segno delle sollecitazioni (compressione o trazione)
- non linearità nel legame sforzi-deformazioni



Figura 1.1: Muratura: a sinistra muratura in pietra; a destra muratura in mattoni

La *disomogeneità* è dovuta alle diverse caratteristiche meccaniche che presentano gli elementi resistenti e la malta di cui è costituita. Inoltre, per determinare il comportamento meccanico globale non è sufficiente conoscere solamente le caratteristiche dei singoli componenti, poiché un ruolo fondamentale è giocato dall'interfaccia. Il comportamento della muratura può essere visto come il risultato dell'interazione meccanica fra gli elementi e la malta, attraverso la loro interfaccia.

L'*anisotropia* è dovuta alla direzionalità intrinseca della muratura, come conseguenza della forma, tipologia e dimensioni degli elementi resistenti, della tessitura e dell'orizzontalità delle giaciture.

L'*asimmetria di comportamento meccanico* è dovuta al fatto che tutti gli elementi che compongono la muratura (blocchi, malta e interfaccia) mostrano un comportamento diverso a trazione e a compressione. In questa proprietà l'interfaccia risulta essere di nuovo l'elemento fondamentale, perché in molti casi presenta una resistenza a trazione più bassa e più aleatoria dei singoli componenti. Convenzionalmente si assume che la resistenza a trazione della muratura è 1/25 di quella a compressione. Per questo motivo spesso si preferisce trascurare completamente la resistenza a trazione della muratura e modellarla come un materiale non resistente a trazione (NRT).

La *non linearità* che si manifesta nel legame sforzo-deformazione sia in trazione che in compressione è il prodotto delle precedenti caratteristiche ed è evidente anche a bassi livelli tensionali.

1.2.1. Modi di rottura e comportamento softening

Un aspetto ricorrente in tutti i materiali quasi fragili come la muratura è il comportamento softening, che si osserva nella curva sforzo-deformazione quando si supera il picco di tensione massima. Tale fenomeno si manifesta come una graduale diminuzione di resistenza meccanica all'aumentare della deformazione, ma dal punto di vista microscopico è dovuto alla progressiva crescita di fessure interne. In genere la causa di questo comportamento meccanico è riconosciuta nella natura eterogenea del materiale e nella conseguente presenza di differenti fasi e difetti nei materiali, come vuoti e imperfezioni. Il fenomeno di softening è ben evidente in tutte le tipologie di rottura: trazione, compressione e taglio. In quest'ultimo caso il processo di softening è osservato anche come degradazione della coesione nel modello attritivo di Coulomb.

La muratura presenta vari modi di rottura a seconda del tipo di sollecitazione che subisce e di come interagiscono gli elementi resistenti e la malta. In particolare si individuano cinque modi di rottura all'interfaccia:

- Modo I*: è la rottura per trazione che avviene a seguito dell'apertura dei giunti di malta. Se si esegue una prova di trazione monoassiale, come quelle condotte da Van der Pluijm nel 1992, è possibile calcolare l'energia di frattura G_f associata a questo modo di rottura. L'energia di frattura è definita come la quantità di energia necessaria per generare una fessura di area unitaria lungo l'interfaccia unità-malta. Tale valore è calcolabile svolgendo l'integrale del diagramma σ - δ relativo alla prova di trazione, o alternativamente per via grafica essa rappresenta l'area sottesa dalla curva (Fig. 1.2).

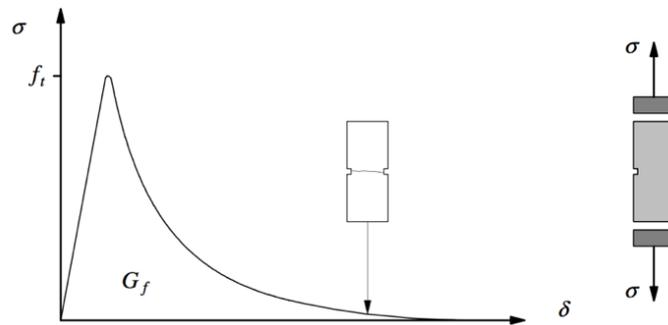


Figura 1.2: Prova di trazione monoassiale e definizione dell'energia di frattura G_f (da Paulo José Brandão Barbosa Lourenço, 1996)

- Modo II*: consiste nello scorrimento lungo i giunti principali di malta, quando il campione è soggetto all'azione simultanea di taglio e valori limitati di compressione normale. Tale modalità di collasso è una caratteristica principale del materiale. Anche in questo caso le prove pilota sono quelle condotte da Van der Pluijm nel 1993, grazie alle quali è possibile determinare l'energia di frattura relativa al modo II G_f^{II} come l'integrale del diagramma τ - δ relativo alla prova di taglio in assenza di carico di confinamento normale (Fig. 1.3).

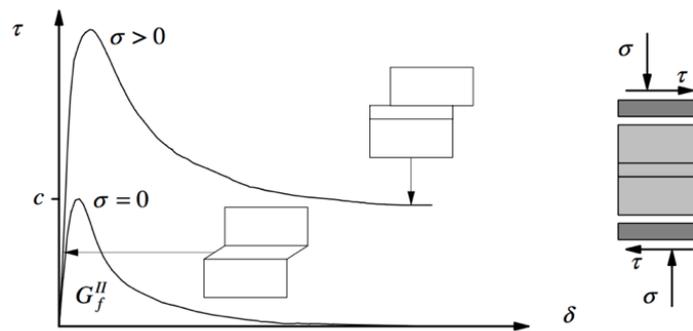


Figura 1.3: Comportamento della muratura sotto azione di taglio e definizione dell'energia di frattura del modo II G_f^{II} , c denota la coesione (da Paulo José Brandão Barbosa Lourenço, 1996)

- *Modo III*: si tratta della rottura dei blocchi soggetti ad una sollecitazione di trazione parallela ai giunti orizzontali di malta (Fig. 1.4). Applicando questo tipo di azione si possono verificare due differenti modalità di collasso: o le fessure corrono a zig zag fra i giunti di letto e di testa, o si ha una fessura verticale che attraversa anche le unità in prosecuzione dei giunti verticali. Nel primo caso la risposta del campione è governata dall'energia di frattura modo I dei giunti verticali e da quella modo II dei giunti orizzontali, mentre nel secondo caso dall'energia di frattura delle unità e dei giunti verticali.

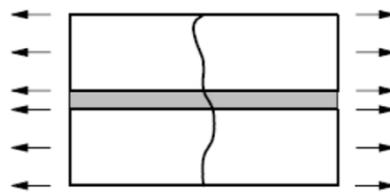


Figura 1.4: *Modo III di rottura*

- *Modo IV*: è la rottura dei blocchi per taglio (Fig. 1.5). A differenza del modo II la compressione normale sui giunti orizzontali è più elevata e riesce a generare sufficiente attrito da impedire lo scivolamento.

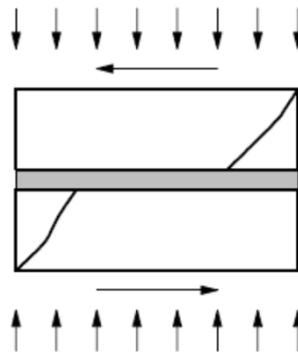


Figura 1.5: *Modo IV di rottura*

- *Modo V*: si ha quando i blocchi sono sottoposti ad una compressione normale elevata, oltre il limite di resistenza a compressione, e la rottura avviene con la comparsa di una serie di fessurazioni verticali (Fig. 1.6). Anche in questo caso mediante una prova di compressione è possibile mostrare il comportamento softening (non così netto come nel caso del collasso a trazione) e valutare l'energia di frattura a compressione G_c , che in questo caso è fortemente dipendente dalle condizioni al contorno e dalla dimensione dei provini (Fig. 1.7).

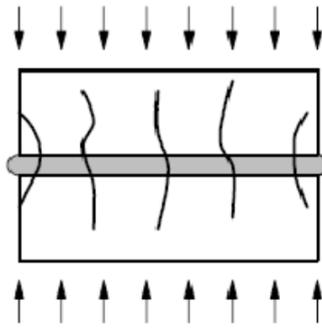


Figura 1.6: Modo V di rottura

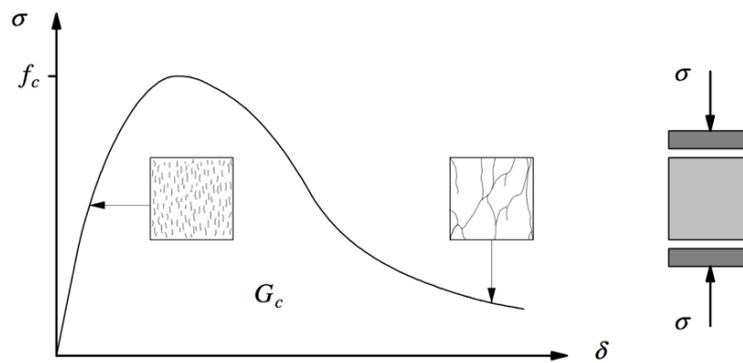


Figura 1.7: Prova di compressione monoassiale e definizione dell'energia di frattura G_c (da Paulo José Brandão Barbosa Lourenço, 1996)

Quando un provino viene caricato a compressione, le tensioni e le fessurazioni iniziali, insieme alla variazione di rigidezza e resistenza interne, causano una progressiva crescita delle fessure. Inizialmente le micro-fessure sono stabili, cioè si propagano solo all'aumentare del carico; poi intorno al picco delle tensioni si ha un'accelerazione nella formazione delle fessure che porta alla comparsa di macro-fessure instabili, le quali determinano una progressiva diminuzione del carico supportabile. Dato che le macro-fessure sono instabili, cioè si dovrebbe diminuire il carico per evitarne una crescita incontrollata, non è possibile condurre prove di carico in controllo di forza bensì in controllo di spostamento se si vuole osservare il comportamento softening del materiale.

In conclusione è possibile distinguere i modi di rottura in base agli elementi costituenti che coinvolgono: modo I e modo II riguardano solo la malta, il modo III interessa solo le unità ed infine i modi IV e V coinvolgono sia malta che unità. E' bene precisare che i primi due modi sono quelli maggiormente considerati, poiché è la risposta non lineare dei giunti a caratterizzare il comportamento della muratura.

Dai grafici sopra riportati (Fig. 1.2, 1.3, 1.7), si possono estrarre tre ulteriori proprietà del materiale: l'energia di frattura associata al modo I G_f , l'energia di frattura in compressione G_c e l'energia di frattura associata al modo II G_f^{II} ; rispettivamente definite come l'integrale (area sottesa) del diagramma σ - δ relativo alla prova di trazione, di compressione e del diagramma τ - δ relativo alla prova di taglio in assenza di carico di confinamento normale. Le energie di frattura sono dei veri e propri parametri meccanici caratterizzanti il materiale, queste infatti definiscono l'andamento del ramo softening e pertanto sono fondamentali nel descrivere l'evoluzione del comportamento post-picco delle strutture in muratura.

1.3. Strategie di modellazione della muratura

La muratura è un materiale eterogeneo costituito dalle "unità" (blocchi o mattoni) e dai giunti di malta. La difficoltà nel modellare questo materiale è dovuta alla grande varietà di combinazioni possibili in termini di geometria, natura e disposizione delle unità e di caratteristiche della malta. Nonostante le numerose tipologie di muratura si possono individuare delle caratteristiche comuni quali: alto peso specifico, bassa resistenza a trazione e a taglio e bassa duttilità con conseguente comportamento fragile.

In funzione del livello di accuratezza e semplicità dell'analisi si distinguono tre strategie di modellazione:

- micro-modellazione accurata
- micro-modellazione semplificata
- macro-modellazione

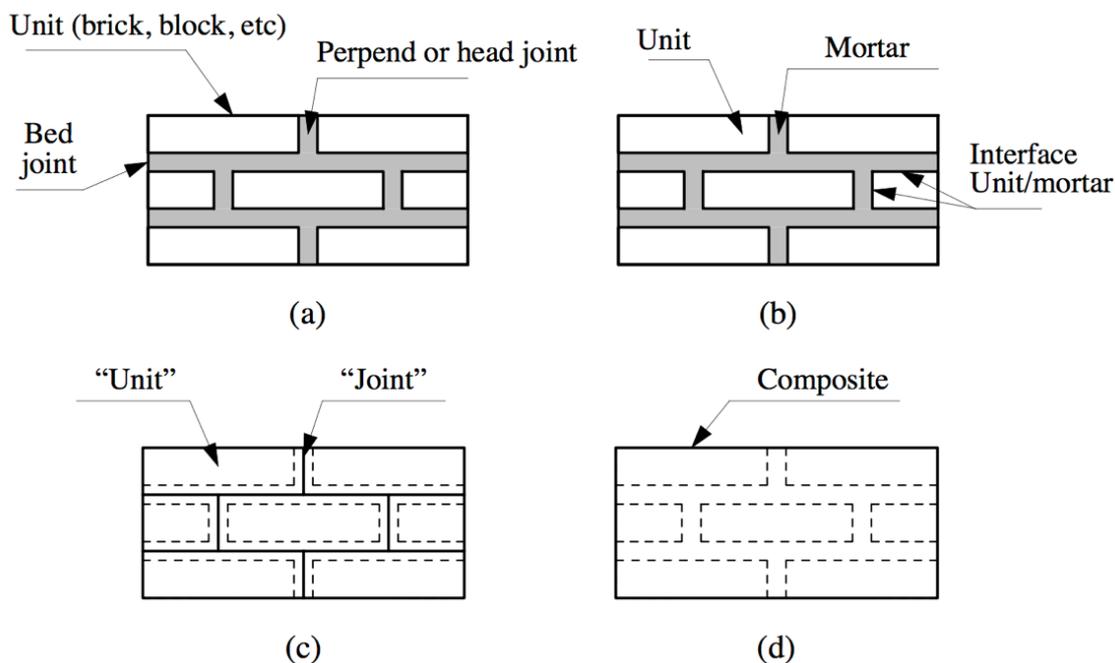


Figura 1.8: Scale di modellazione di strutture in muratura: (a) campione di muratura; (b) micro-modellazione dettagliata; (c) micro-modellazione semplificata; (d) macro-modellazione (da Paulo José Brandão Barbosa Lourenço, 1996)

Nella *micro-modellazione dettagliata* tutti gli elementi costituenti (blocchi, malta e interfaccia) partecipano nel definire il comportamento meccanico della muratura e quindi vengono modellati separatamente. In particolare le unità e i giunti di malta sono modellati come elementi continui, ognuno ha delle proprie proprietà meccaniche, mentre le superfici di interfaccia sono elementi di discontinuità e rappresentano le potenziali linee di scorrimento/frattura. Questo tipo di analisi è la più dettagliata in quanto prende in considerazione il modulo di Young, il coefficiente di Poisson ed eventuali caratteristiche inelastiche dei singoli componenti, ma d'altra parte richiede la conoscenza di ognuno degli elementi costituenti la muratura (unità e malta) così come dell'interfaccia. Inoltre permette di considerare tutti i possibili meccanismi di rottura della muratura: fessurazione dei giunti, scivolamento sui giunti di letto o di testa, fessurazione delle unità e crushing della muratura. In genere questo approccio è particolarmente adatto in piccoli modelli per analisi locali, per l'analisi di stati di tensione o deformazione fortemente eterogenei in piccoli elementi strutturali o nell'ambito della ricerca.

Nella *micro-modellazione semplificata*, nota anche come “modellazione ad interfacce”, le unità sono espanse e continuano ad essere modellate come elementi continui, mentre i giunti di malta e le interfacce sono concentrati in elementi discontinui posizionati al centro dello spessore del giunto. In questo modo si continua a concentrare nelle superfici di interfaccia le potenziali linee di scorrimento/frattura, ma le unità vengono congruentemente espanse per conservare la reale geometria della muratura. Così facendo la muratura è vista come un insieme di blocchi elastici uniti dai giunti. Questo modello è meno accurato del precedente poiché vengono trascurati gli effetti di contrazione trasversale alla Poisson all'interno della malta.

Con la *macro-modellazione*, o approccio omogeneo, non si distinguono più unità, giunti di malta e interfacce, il tutto viene inglobato in un continuo omogeneo equivalente. La muratura viene trattata come un continuo omogeneo anisotropo, il cui comportamento è ottenuto con procedure matematiche che coinvolgono la geometria e le proprietà dei materiali costituenti. I macro-modelli sono applicabili quando la struttura ha grandi dimensioni e le tensioni sono uniformemente distribuite all'interno della macro-lunghezza. Chiaramente, questo approccio è quello che meglio si adatta alla pratica ingegneristica grazie ai ridotti tempi di calcolo e alla quantità di memoria richiesta, è dunque il giusto compromesso tra accuratezza ed efficienza.

Riassumendo, i micro-modelli hanno come scopo principale quello di rappresentare il più realisticamente possibile la muratura, in base alla conoscenza delle proprietà di ogni costituente e dell'interfaccia. I dati sperimentali necessari devono essere ricavati attraverso test di laboratorio sui materiali costituenti e su piccoli provini. Tuttavia, nella maggior parte delle applicazioni pratiche, l'uso di una legge costitutiva per l'interazione unità-malta non è applicabile al fine di valutare la risposta strutturale globale. In questi casi, è possibile valutare il comportamento strutturale della muratura con la strategia della macro-modellazione, dove la muratura è modellata tramite un'appropriata legge costitutiva tra le tensioni e le deformazioni medie. Per adottare quest'ultimo metodo è necessario condurre prove su provini di muratura di dimensioni sufficienti sotto stati di tensione e deformazione omogenei.

Capitolo 2

2. Materiali compositi fibrorinforzati (FRP)

Si definiscono materiali compositi quei materiali risultanti dalla composizione di due o più componenti di diversa natura, con lo scopo di ottenere prestazioni più elevate rispetto a quelle che potrebbero raggiungere i singoli materiali costituenti.

Le prime applicazioni di materiali compositi fibrorinforzati non sono nel campo dell'edilizia, bensì in settori tecnologicamente più avanzati quali quello aeronautico, aerospaziale, meccanico, navale e della difesa: telai in fibra di carbonio, scafi in fibra di vetro, giubbotti antiproiettile in kevlar sono ampiamente in uso da decenni. Il settore edilizio ha ereditato tutto il sapere dall'impiego di questi materiali in altri ambiti e ha fatto uso di questi nuovi prodotti dopo anni dalla loro entrata in produzione. Tuttavia l'applicazione degli FRP all'edilizia non è stato immediato poiché tali materiali dovevano essere adattati ad applicazioni alquanto diverse da quelle per cui erano nati, a tale scopo la ricerca si è adoperata per valutare le proprietà meccaniche dei componenti. In particolare si è analizzato il contributo benefico che i materiali compositi FRP danno in termini di resistenza e duttilità al comportamento strutturale dei fabbricati su cui sono applicati.

2.1. Generalità degli FRP

I materiali fibrorinforzati a matrice polimerica (FRP) a fibre continue sono materiali compositi, eterogenei ed anisotropi, che mostrano un comportamento prevalentemente elastico lineare fino al collasso. Questi materiali, appartenenti alla famiglia dei “compositi strutturali”, sono costituiti da fibre di rinforzo inglobate in una matrice polimerica, in genere a base di resine epossidiche. La prima delle due fasi denominata “rinforzo” è quella

più rigida e forte, mentre la seconda chiamata “matrice” è meno rigida, più debole e continua.

Ognuna delle due fasi svolge un ruolo ben definito: le fibre sono gli elementi portanti sia in termini di resistenza che di rigidità, mentre la matrice protegge le fibre e allo stesso tempo permette il trasferimento degli sforzi sia tra le fibre che tra queste e l'elemento strutturale a cui il composto è stato applicato.

La resistenza a trazione per unità di peso del composito è nettamente superiore a quella di qualsiasi altro materiale, questo è uno dei principali motivi che spinge a utilizzarli. La sempre maggiore diffusione ha comportato una riduzione dei costi, rendendo così possibile il loro impiego anche nel ambito del settore edile.

Ad oggi si utilizzano differenti tipologie di fibre, ma la ricerca si è focalizzata primariamente sulle fibre metalliche annegate nel calcestruzzo. Nonostante le buone prestazioni strutturali, queste fibre presentano l'inconveniente di essere vulnerabili alla corrosione. L'ambiente alcalino garantito dal conglomerato cementizio non è sufficiente a proteggere le fibre dal degrado. La tendenza al ritiro del calcestruzzo, infatti, comporta la creazione di microfessure le quali creano delle vie di contatto con l'ambiente aggressivo esterno, avviando così il processo di corrosione. Inoltre il fenomeno della corrosione si autoalimenta in quanto, una volta avviata, le fibre aumentano di volume a causa dei prodotti derivanti della reazione chimica e generano così altre fessure. La soluzione a tale problematica si trova adottando fibre di acciaio inossidabile, ma la ricerca ha condotto allo sviluppo di fibre strutturali sintetiche, le quali risultano resistenti agli attacchi chimici. Le fibre utilizzate si differenziano per la natura ed i processi produttivi, con ampia possibilità di variazione delle caratteristiche stesse. In generale comunque presentano alcuni vantaggi rispetto alle fibre di acciaio, quali la durabilità, la leggerezza e la maggiore lavorabilità dell'impasto.

Una delle possibili classificazioni dei materiali compositi si basa proprio sulla geometria delle fibre, permettendo di individuare compositi a fibra corta e a fibra lunga. Un'ulteriore distinzione è quella tra i compositi a fibre orientate o a fibre non orientate.

2.2. Le fibre dei compositi FRP

2.2.1. Le fibre corte

Nei compositi a fibra corta il rinforzo è costituito da materiali fibrosi di dimensioni ridotte. Le fibre disperse nella matrice possono essere lineari o piegate, mentre la fase continua può essere organica o inorganica. Si crea così una tessitura multidirezionale distribuita che migliora il composito in termini di duttilità, resistenza a trazione, modulo elastico, durabilità, ritiro, resistenza agli urti, resistenza all'abrasione e resistenza al fuoco. A fronte di tutti questi vantaggi l'aggiunta di fibre comporta però una minore lavorabilità del composto, ma l'inconveniente può essere superato con l'aggiunta di un fluidificante.

Le fibre più utilizzate per i compositi, indipendentemente dalle dimensioni geometriche, sono le fibre di vetro, di polivinilalcol, di carbonio e aramidiche.

2.2.2. Le fibre lunghe

I materiali compositi a fibra lunga non sono altro che un'evoluzione delle applicazioni dei compositi a fibra corta. A differenza dei compositi a fibra corta, dove le fibre hanno la sola funzione di migliorare le caratteristiche della matrice, nei compositi a fibra lunga la fibra è il vero e proprio elemento di rinforzo strutturale mentre la matrice deve solo assicurare il trasferimento degli sforzi tra le fibre e dalle fibre al supporto, e contemporaneamente proteggere le fibre stesse.

La matrice si presenta come un continuo isotropo, le cui particolarità verranno elencate in seguito, mentre le fibre, fatta eccezione per quelle di vetro, presentano proprietà differenti nelle diverse direzioni.

Secondo quanto riportato dal CNR – DT 200/2004 le proprietà caratterizzanti un composito a fibre lunghe sono:

- Geometria: forma, dimensioni e distribuzione delle dimensioni
- Disposizione: orientazione rispetto agli assi di simmetria del materiale
- Concentrazione: frazione in volume, distribuzione della concentrazione.

Nel materiale composito oltre alle due fasi finora descritte è presente una terza fase detta interfase, la quale non svolge un ruolo fondamentale nel definire le caratteristiche finali del prodotto, ma migliora l'adesione tra fibre e matrice. L'interfase avvolge le fibre in uno strato monoatomico rendendole compatibili con la matrice organica, questo è un aspetto fondamentale per la buona funzionalità del prodotto poiché la mancanza di adesione tra le due fasi costituisce una delle principali cause di cedimento strutturale.

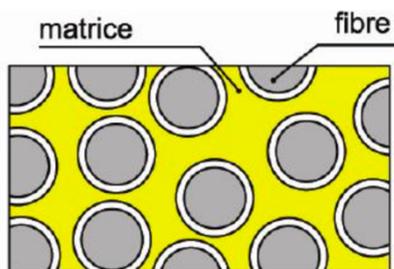


Figura 2.1: Fasi materiale FRP

Le fibre più utilizzate per la produzione di materiali compositi a fibra lunga sono le fibre di vetro, di carbonio e aramidiche. Ognuna di esse si distingue dalle altre, oltre che per le proprietà intrinseche alle fibre, per il processo produttivo seguito e per la possibilità di aggiunta di additivi modificatori. D'altra parte tutte le fibre presentano delle caratteristiche comuni quali elevati valori di resistenza ed un modulo elastico variabile in un campo molto ampio. La loro bassa densità candida le fibre, e i compositi che ne derivano, come ottima alternativa ai materiali tradizionali soprattutto nel consolidamento di edifici esistenti e di antica costruzione poiché comportano un aumento di carico sulla struttura decisamente inferiore e quasi trascurabile.

Le diverse tipologie di fibre e matrici componenti definiscono la denominazione dei materiali compositi fibrorinforzati:

- GFRP (Glass Fiber Reinforced Polymers): fibre di vetro in matrice polimerica
- AFRP (Aramid Fiber Reinforced Polymers): fibre di aramidiche in matrice polimerica
- CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymers): fibre di carbonio in matrice polimerica
- FRCM (Fiber Reinforced Cementitious Matrix): materiali fibrorinforzati in matrice cementizia, ovvero inorganica, generalmente con fibre di carbonio.

2.2.3. Tipologie e classificazione delle fibre

Le fibre impiegate nella produzione di FRP sono filamenti di materiale così sottili da poter essere considerati monodimensionali. Tale geometria garantisce un valore di resistenza e rigidità molto più alto rispetto a quello degli stessi materiali in configurazione tridimensionale, grazie alla minore densità di difetti tipica delle strutture monodimensionali.

Le forme disponibili in commercio sono differenti e si elencano di seguito:

- monofilament (filamento): è l'elemento di base avente diametro dell'ordine di 10 μm ;
- tow (cavo): viene prodotto dalla macchina di filatura ed è costituito da un fascio comprendente migliaia di filamenti senza torsione, destinato ad essere filato o ritorto;
- spun yarn (filo o filato): è un filo formato da filamenti tenuti insieme attraverso una torsione;
- rowing (filo assemblato): è un filo costituito da filati assemblati parallelamente e senza torsione.

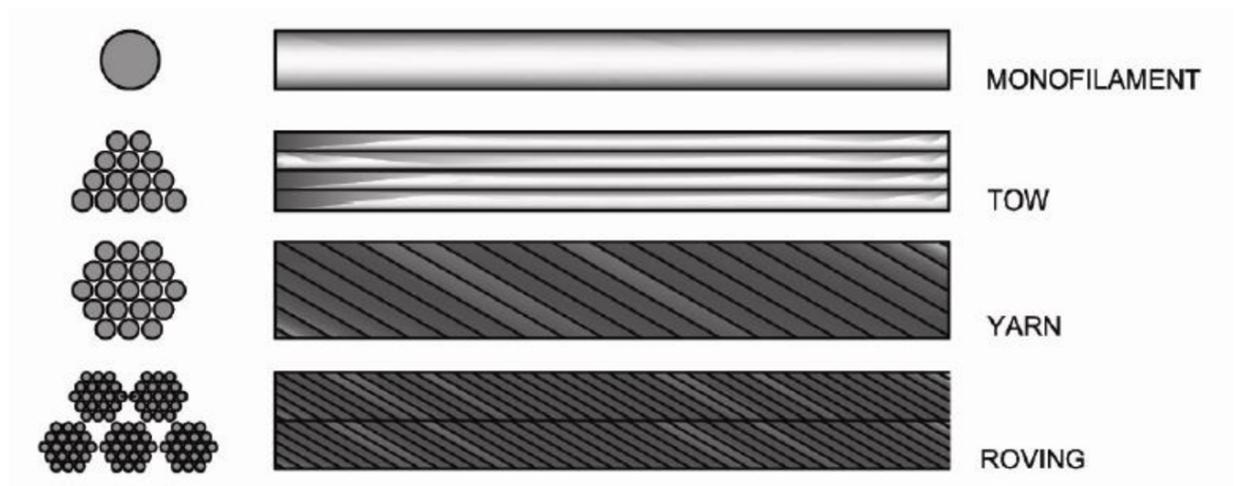


Figura 2.2: Forme di impiego delle fibre

Le principali proprietà che caratterizzano le fibre sono il modulo elastico a trazione, la resistenza a trazione, l'allungamento percentuale a rottura e la densità. Si riportano in Tabella 2.1 tali proprietà per tutte le fibre che verranno trattate di seguito.

Fibre	Modulo Elastico	Resistenza a Trazione	Deformazione ultima	Coeff. Poisson	Densità	Resistenza Specifica
	[GPa]	[MPa]	[%]	[-]	[kg/m ³]	[MPa/kg]
Carbonio	240-270	2400-5100	0,5-1,8	0,20	1,75- 1,90	1,62-2,78
Vetro	72-87	3300-4500	3,5-5,5	0,20	2,5	1,32-1,78
Aramidiche	70-160	3200-3600	1,5-3,6	0,35	1,44- 1,47	2,18-2,50

Tabella 2.1: Parametri meccanici delle fibre a confronto

- Fibre di Vetro

Le fibre di vetro sono ottenute a partire da particolari vetri attraverso un processo di fusione, trafilatura e rapido raffreddamento. Questa tipologia è ampiamente impiegata in campo navale e industriale, dove si sfrutta l'elevata resistenza a trazione che le contraddistingue. Le fibre di vetro presentano un modulo di elasticità normale inferiore rispetto a quello riscontrabile nelle fibre di carbonio o aramidiche, che limita lo sfruttamento della resistenza a trazione. Altre qualità sono la buona resistenza agli attacchi chimici e all'impatto e hanno un costo contenuto. Per contro hanno limitata resistenza all'abrasione e alla fatica ed una scarsa adesione alle matrici polimeriche.

- Fibre di Carbonio

Le fibre di carbonio sono utilizzate quando si vogliono ottenere compositi con elevate prestazioni poiché presentano di un alto modulo di elasticità normale e elevata resistenza. La rottura avviene per un elevato valore di trazione, ma con un comportamento fragile. La struttura cristallina esagonale della grafite si ripercuote a livello macroscopico nel comportamento anisotropo del materiale. Valori maggiori di resistenza si hanno nelle direzioni contenute nelle strutture planari, dove gli atomi di carbonio sono tenuti insieme da forti legami covalenti, mentre i diversi piani sono legati da forze trasversali di Van Der Waals molto più deboli. Variando il processo produttivo è possibile ottenere fibre di carbonio con differenti proprietà e con modulo elastico sempre più alto, anche se questo comporta un aumento del pregio e del costo delle fibre. E' bene sottolineare che una

maggior rigidezza non è sempre favorevole perché ad essa corrisponde una riduzione dell'allungamento ultimo a rottura e dunque una possibile rottura fragile della fibra.

- Fibre Aramidiche

Le fibre aramidiche sono fibre di natura organica, costituite da poliammidi aromatiche in forma estremamente orientata, da cui deriva il nome ARomatic polyAMIDes. Le poliammidi sono materiali polimerici risultanti dal processo di policondensazione di diammine e acido dicarbossilico e possono presentarsi sia con una struttura "lineare" oppure contenere gruppi aromatici (Fig. 2.3). La presenza degli anelli aromatici nella molecola di poliammide comportano un incremento delle caratteristiche meccaniche rispetto a quelle delle poliammidi lineari, soprattutto in termini di modulo di elasticità. Nel caso in cui il contenuto di anelli aromatici è superiore all'85% allora si parla di aramidi.

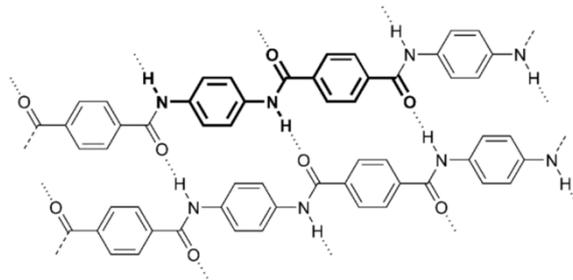


Figura 2.3: Struttura chimica del materiale aramidico

Le prime fibre aramidiche furono prodotte nel 1961 e commercializzate con il nome di Nomex, successivamente sono state brevettate e messe in vendita come Kevlar nel 1971 dalla Dupont. Attualmente ci sono diverse tipologie di Kevlar in commercio che si differenziano per la struttura chimica e per le prestazioni meccaniche. Le varianti più diffuse sono le seguenti:

- Kevlar-29 (ad alta tenacità): ha bassa densità e viene utilizzato per indumenti protettivi, guanti resistenti al taglio e tubi flessibili.
- Kevlar-49 (ad alto modulo di elasticità): viene utilizzato in tele da vela e in generale per materiali compositi.
- Kevlar-149 (ad altissimo modulo di elasticità): di recente fabbricazione, è utilizzato per la fabbricazione di materiali ad altissima prestazione per uso militare ed aeronautico.

La fibra di Kevlar si distingue dalle altre fibre sintetiche per l'elevata tenacità e per la resistenza alle operazioni di manipolazione. In commercio si trovano sotto forma di yarn, rowing e tessuti.

Nella seguente Tabella 2.2 si riportano i parametri meccanici delle fibre sopra descritte:

Caratteristica	Kevlar - 29	Kevlar - 49	Kevlar - 149
Densità [kg/m ³]	1440	1450	1470
Modulo Elastico [GPa]	70	140	160
Resistenza Specifica [MPa/kg]	2,50	2,48	2,18
Resistenza a Trazione [MPa]	3600	3600	3200
Deformazione a rottura [%]	3,6	1,9	1,5

Tabella 2.2: Parametri meccanici del materiale aramidico

Le fibre aramidiche esibiscono un modulo elastico contenuto e questo le rende adatte per applicazioni su strutture in muratura, dove un eccessivo valore del modulo potrebbe essere sfavorevole. D'altra parte però tale caratteristica non le rende appropriate nel consolidamento di strutture in cemento armato, mentre risulta conveniente l'impiego delle fibre di carbonio, che, a parità di costi, garantiscono un più alto modulo elastico e quindi maggiore capacità di sopportare i carichi a parità di deformazioni della struttura rinforzata.

La tecnica di rinforzo con l'ausilio di fibre aramidiche non è ancora largamente impiegata, quindi anche per tale motivo il presente lavoro merita attenzione per l'ipotetico impiego.

Si riportano di seguito le principali caratteristiche meccaniche delle fibre aramidiche.

- Resistenza a Trazione

Le fibre aramidiche presentano una resistenza meccanica a trazione paragonabile a quella delle comuni fibre di carbonio, ma con un modulo elastico inferiore, compreso tra quello delle fibre di vetro e quello delle fibre di carbonio (Fig. 2.4).

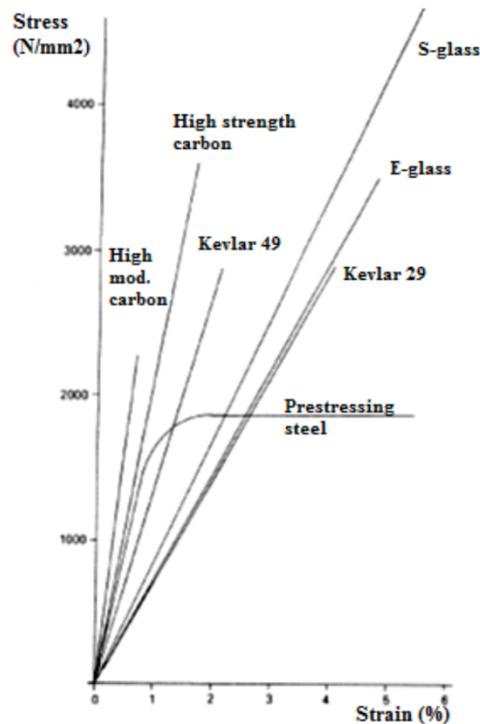


Figura 2.4: Diagramma sforzo-deformazione delle principali fibre

Le fibre in Kevlar presentano una ridotta resistenza alla compressione, circa 1/8 di quella a trazione, come conseguenza dell'anisotropia della struttura della fibra. I carichi di compressione causano prima lo snervamento localizzato, seguito poi da instabilità e formazione di piegature. In termini di resistenza meccanica specifica, cioè di resistenza meccanica a trazione rapportata al peso specifico del materiale, le fibre di kevlar hanno prestazioni migliori di quelle di carbonio poiché presentano una densità più bassa, pari a $1,4 \text{ g/cm}^3$ contro i $1,8 \text{ g/cm}^3$ del carbonio.

- Resistenza all'impatto

Le fibre aramidiche presentano un'elevata resistenza al taglio e agli impatti, per questo venne usata nei giubbotti antiproiettile come principale applicazione. La resistenza all'impatto è dovuta alla scarsa resistenza a compressione: il comportamento flessionale dell'aramide è caratterizzato da plasticità pressoché infinita nella zona compressa, questo permette lo spostamento dell'asse neutro verso l'alto impedendo così il raggiungimento del punto di rottura a trazione della zona tesa (ϵ_u), anche per deformazioni flessionali elevatissime (Fig. 2.5).

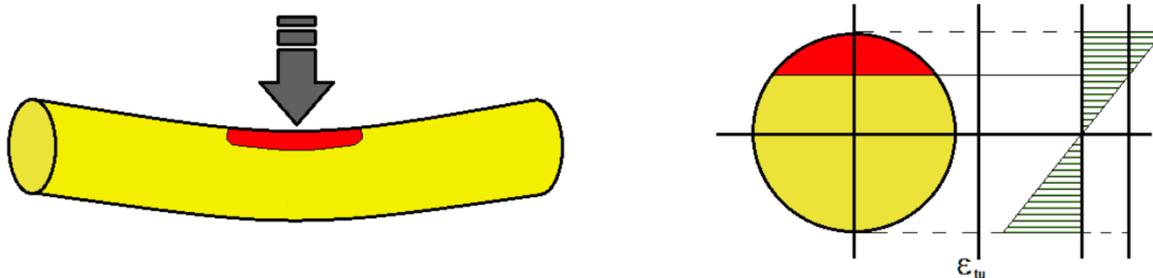


Figura 2.5: Deformazione a flessione delle fibre aramidiche

Oltre alla resistenza all'impatto essa è superiore alle altre fibre anche per quello che riguarda la limitazione della propagazione delle cricche e lo smorzamento delle vibrazioni.

- Resistenza per deformazione viscosa

Quando si applica un carico in modo permanente ad un materiale, in esso si manifestano deformazioni viscosi che a lungo termine conducono alla rottura per creep. Tale fenomeno è noto come sforzo di rottura. Nel caso delle fibre aramidiche il tempo necessario per portare a rottura il provino soggetto ad un carico permanente è superiore rispetto al nylon e al polietilene. In base ai risultati ottenuti da prove di rottura a breve termine e mettendoli in funzione di una scala logaritmica nel tempo, si è notato che i filamenti aramidici possono sopportare, per tempi molto lunghi (oltre 100 anni), un carico pari a metà della loro resistenza a rottura.

- Resistenza a fatica

Il grafico riportato in Figura 2.6, espresso su scala logaritmica, mette in luce le proprietà di resistenza a fatica del Kevlar, in funzione del livello di carico applicato e del numero di cicli necessari per portare a rottura il materiale, rispetto ad altri materiali usati come rinforzo.

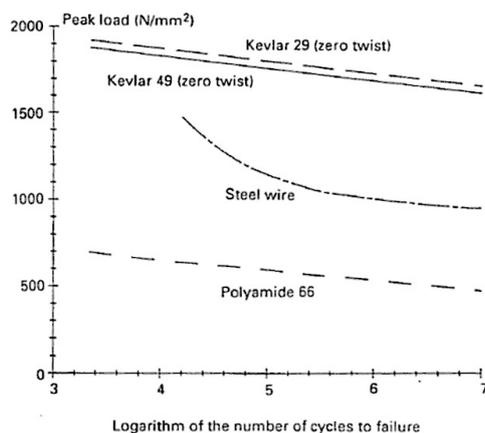


Figura 2.6: Resistenza a fatica delle fibre aramidiche

La resistenza a fatica del Kevlar è rappresentata da curve a bassa pendenza, questo è indice di un buon comportamento sotto l'azione di carichi ciclici. Inoltre, si può notare che la resistenza a fatica delle funi in Kevlar-29, non soggette a torsione, è superiore a quella dei comuni cavi in acciaio.

- Resistenza ambientale e agli attacchi chimici

Le fibre aramidiche mostrano un'ottima resistenza agli agenti chimici, a meno che non vi sia una prolungata esposizione a minerali acidi o fortemente alcalini. La degradazione idrolitica, ad un'umidità relativa del 100%, è stata stimata pari a meno dell'1% in un anno; inoltre, dopo un'immersione di tre anni in acqua marina, non è stata registrata alcuna riduzione della resistenza a trazione sia per i filati in Kevlar-29 che per quelli in Kevlar-49. Tuttavia il Kevlar non è del tutto immune agli agenti ambientali, infatti occorre prestare attenzione alla radiazione ultravioletta e all'umidità, in quanto possono portare ad un degrado della fibra e delle sue proprietà.

- Resistenza alle temperature critiche

La Figura 2.7 evidenzia come il Kevlar riduce in maniera poco significativa la sua resistenza a trazione per temperature di poco superiori a 180°, oltre questa temperatura però la perdita di resistenza è notevole. Le fibre aramidiche sono considerate autoestinguenti e ritardanti della combustione poiché, anche ad alte temperature, non fondono e non alimentano la combustione. D'altro lato, a basse temperature (-170°) il materiale né diventa fragile né perde le sue proprietà, ma si è visto che, a temperature

artiche, vi è un significativo incremento della resistenza a trazione del materiale, del modulo di elasticità e si è perfino riscontrata una buona resistenza agli shocks termici (- 196 °C ÷ +196 °C).

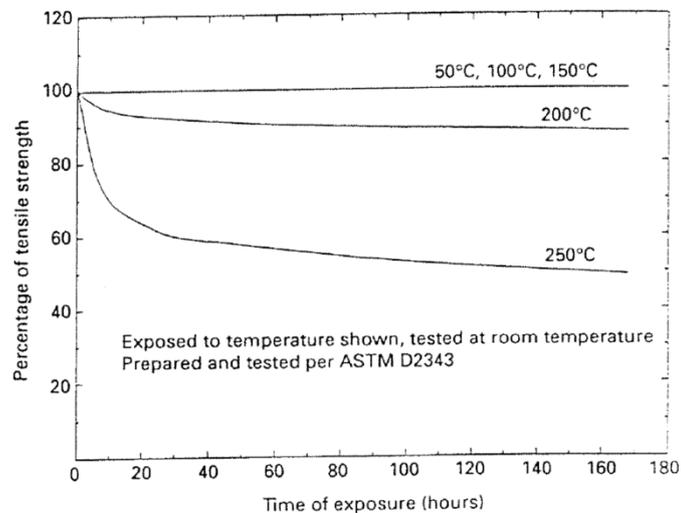


Figura 2.7: Resistenza alle alte temperature delle fibre aramidiche

Al fine di determinare il coefficiente di espansione termica il Kevlar è stato sottoposto ad uno sforzo costante e si è riscontrato che il materiale tende a contrarsi all'aumentare della temperatura, ma se si incrementa lo stato di sforzo il coefficiente di espansione termica lineare diminuisce, fino ad assumere valore negativo. La conduttività termica del materiale però risulta bassa e ciò giustifica perché durante le prove per la stima del coefficiente di espansione termica delle funi in Kevlar, si sono registrate ridotte variazioni di lunghezza.

2.3. Le matrici dei compositi FRP

Le matrici più utilizzate per la fabbricazione dei compositi fibrorinforzati sono quelle di natura organica, le resine. Per contro le matrici di natura inorganica, come quelle cementizie, metalliche o ceramiche, sono meno diffuse ma stanno assumendo un ruolo sempre più importante, in particolare quelle cementizie.

2.3.1. Generalità delle resine

Le resine sono un prodotto organico, ovvero un polimero che può essere sia naturale che di sintesi. La principale classificazione si basa sul differente comportamento al riscaldamento e permette di distinguere le resine termoplastiche da quelle termoindurenti. Le prime durante la fase di reticolazione subiscono processi irreversibili per cui non possono essere fuse senza avere degradazione chimica, mentre le seconde se fuse con una quantità di calore adeguata possono essere riutilizzate senza alcuna perdita di proprietà. Le due tipologie si differenziano anche per la composizione chimica, come mostrato in Tabella 2.3.

Classificazione delle resine	
Resine Termoindurenti	Resine Termoplastiche
Alchidiche	Acriliche
Ammidiche	Policarbonati
Epossidiche	Poliesteriche termoplastiche
Fenoliche	Polifluoruri di vinile
Poliesteriche insature	Polietilene
Poliuretaniche	Polipropilene
Siliconiche	Vinilesteriche

Tabella 2.3: Classificazione delle resine

- Resine Termoindurenti

Le matrici polimeriche a base di resine termoindurenti sono quelle di più ampio utilizzo per la produzione di FRP. Queste resine, a temperatura ambiente, hanno una consistenza liquida o pastosa dovuta alla parziale polimerizzazione. Al fine di ottenere un materiale solido vetroso si può attivare la polimerizzazione, ovvero la formazione del reticolo,

tramite la miscelazione con un opportuno reagente. Inoltre si può accelerare il processo agendo sulla temperatura. Queste resine presentano numerosi vantaggi: bassa viscosità allo stato fluido che facilita l'impregnazione delle fibre, ottime proprietà adesive, possibilità di avere formulazioni che reticolano a temperatura ambiente, buona resistenza agli agenti chimici e assenza di una temperatura di fusione. Vi è però lo svantaggio di un limitato campo di temperature di esercizio, limitato superiormente dalla temperatura di transizione vetrosa, dalla modesta tenacità a frattura che provoca un comportamento "fragile" e dalla sensibilità all'umidità in fase di applicazione sulla struttura. A quanto detto si aggiunge l'inconveniente che durante la polimerizzazione le resine termoindurenti subiscono un processo di trasformazione irreversibile, che le rende insolubili ed infusibili, e pertanto non possono essere riforgiate. Sotto l'azione del calore degradano sensibilmente.

All'interno della famiglia delle resine termoindurenti è bene evidenziare la presenza delle resine *epossidiche*, le quali ricoprono un ruolo fondamentale nel campo dell'edilizia. Il loro largo utilizzo nel settore edile è giustificato dal fatto che resistono bene all'umidità e agli agenti chimici e presentano ottime proprietà abrasive, tutto ciò le rendono particolarmente adeguate. Il range di temperature di esercizio non ha particolari limitazioni per quanto riguarda le basse temperature, mentre si deve prestare attenzione quando il composito entra in contatto con temperature superiori ai 60°. Tale temperatura rappresenta il limite superiore del range e se oltrepassato nascono delle criticità nell'impiego. Per applicazioni oltre i 60° è necessario scegliere resine particolari, tenendo sempre presente la riduzione delle caratteristiche meccaniche delle resine stesse. La spiegazione della netta prevalenza di impiego di queste resine epossidiche nel settore edile a scapito di altre resine non è tanto da ricercarsi nelle migliori caratteristiche meccaniche, bensì in caratteristiche che riguardano l'applicazione pratica del composito quali il basso ritiro, sia in fase di polimerizzazione che nel tempo, e la migliore interfaccia con le fibre, che garantisce migliori prestazioni del composito finale.

Altre resine termoindurenti sono le resine fenoliche, prodotte dalla reazione della formaldeide con il fenolo, le ammidiche, dalle proprietà più elevate, le resine poliesteri, caratterizzate da un rapido tempo di polimerizzazione, e le resine silconiche usate come vernici isolanti o agenti impregnanti.

- Resine Termoplastiche

Le resine termoplastiche hanno la peculiarità di subire un processo di polimerizzazione reversibile. In altre parole è possibile fonderle mediante l'apporto di calore e poi solidificare di nuovo attraverso il raffreddamento. Tale processo avviene senza alterazioni chimiche del materiale e senza sensibili decadimenti delle proprietà rispetto a quelle del materiale iniziale.

Le resine termoplastiche più note sono le acriliche, i policarbonati dalle buone proprietà meccaniche, i poliesteri, il polivinilacetato, il polifluoruro e i materiali poliolefinici come il polietilene e il polipropilene.

Le matrici termoplastiche permettono di superare gli svantaggi che affliggono le resine termoindurenti poiché presentano una temperatura di esercizio più alta, una maggiore tenacità rispetto alle resine termoindurenti e una maggiore resistenza agli agenti ambientali. Inoltre, se riscaldate fino ad alte temperature, possono essere modellate secondo la forma desiderata e successivamente solidificate per raffreddamento. D'altro canto l'elevata densità ostacola l'impregnazione delle fibre, rendendo necessario l'utilizzo di apparecchiature di lavorazione complesse.

2.3.2. Proprietà delle resine

La caratterizzazione delle resine in base alle proprietà non dipende dal tipo di resina o dalla destinazione d'uso del prodotto. Le proprietà, riassunte in Tabella 2.4, che qualificano le resine possono essere di diversa natura: chimica, fisica o commerciale

Proprietà delle resine	
Proprietà Chimico-Fisiche	% di elementi volatili
	viscosità
	densità
	peso specifico
	flash point
	pH
	acidità massima
	contenuto massimo di acqua
	tempo di gelo
	temperatura di transizione vetrosa (Tg)
	temperatura di fusione
	assorbimento dell'umidità
	famiglia del polimero
	metodologie di polimerizzazione
	metodologie di lavorazione e formatura
	tossicità
	apparenza - colore
	compatibilità con altri materiali
Proprietà Meccaniche	modulo elastico (trazione - compressione - torsione)
	tensione di snervamento (trazione - compressione - torsione)
	allungamento a rottura (trazione - compressione - torsione)
	resistenza all'impatto
	modulo elastico specifico
Caratteristiche Commerciali	costo al kg
	tempo e modalità di stoccaggio
	principali produttori
	nomi commerciali

Tabella 2.4: Proprietà delle resine

2.4. I materiali compositi fibrorinforzati FRP

Come già spiegato nei paragrafi precedenti, le fibre svolgono il ruolo di elementi portanti sia in termini di resistenza che di rigidità, mentre la funzione della matrice è quella di proteggere le fibre e trasferire gli sforzi. Generalmente le fibre presentano un elevato valore di resistenza e rigidità a scapito di una minore deformazione a rottura, mentre nella matrice si riscontra la situazione opposta. Il composito presenterà caratteristiche intermedie tra quelle dei due elementi costituenti.

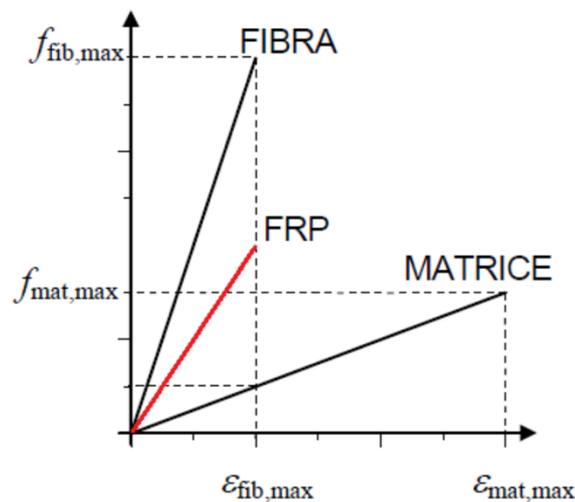


Figura 2.8: Proprietà dei compositi

Si può notare che il composito risultante presenta una rigidità intermedia tra quella delle sole fibre e della matrice, mentre la rottura avviene in corrispondenza della deformazione di rottura delle fibre stesse (Fig. 2.8). Tale fenomeno è dovuto al fatto che una volta superata la deformazione ultima delle fibre, è impossibile ammettere che avvenga ancora il trasferimento degli sforzi dalla matrice alle fibre.

2.4.1. Applicazioni di FRP nell'ingegneria civile

Si esaminano ora i materiali compositi fibrorinforzati in riferimento al loro impiego come elementi strutturali o per il rinforzo e consolidamento di edifici esistenti. Le fibre di rinforzo destinate al mercato dell'edilizia non vengono commercializzate come yarn e rowing, ma assemblate in strutture più facilmente utilizzabili nei cantieri edili, come

tessuti, nastri e cavi o all'interno di materiali compositi preformati in forma di lamine, profilati e barre.

I materiali compositi possono sostituire l'acciaio nel suo ruolo di materiale da costruzione, infatti sono già impiegati come stralli da ponte, barre di rinforzo per il cemento armato e tiranti per il calcestruzzo precompresso. Ad oggi l'uso che si fa di questi prodotti nel campo delle costruzioni è limitato, ma in via di sviluppo, soprattutto a causa degli elevati costi di produzione. Questi materiali però presentano dei vantaggi innegabili rispetto ai materiali da costruzione tradizionali come l'acciaio, quali l'elevato rapporto resistenza/peso e l'elevata resistenza agli attacchi chimici.

Uno dei primi studi che dimostrò l'efficacia di questi nuovi materiali compositi come elementi strutturali soggetti a trazione fu condotto negli ultimi anni '80 da Yeung e Parker. Si effettuarono dei test pilota su trefoli di materiale composito in fibre di vetro, Kevlar e carbonio. I trefoli in GFRP consistevano in 73 barre, mentre quelli in AFRP e CFRP erano formati da 61 barre, in entrambi i casi le barre avevano un diametro di 5 mm (Fig. 2.9). Data la limitata resistenza a flessione delle barre pultruse, in fase di produzione venne data una leggera torsione elicoidale di circa 2°-3° così da aumentare la capacità flessionale senza affliggere significativamente la resistenza e rigidità assiale. I trefoli erano infine ricoperti da una guaina plastica per proteggerli durante le fasi di maneggiamento ed installazione, ma anche per garantire il mantenimento della forma esagonale. La Tabella 2.5 sottostante riporta le caratteristiche delle fibre utilizzate.

Proprietà Fibre			
	Vetro	Kevlar	Carbonio
Tipo	E-glass	kevlar 49	XA-S High performance
Produttore	Fibreglass	Du Pont	Hysol Grafil
Resistenza a Trazione [MPa]	1700 - 2400	2760	3300 - 3600
Modulo a Trazione [GPa]	55 - 71	124	220 - 240
Allungamento a rottura [%]	3,1 - 3,4	2,5	1,4 - 1,5
Densità [kg/m ³]	2560	1450	1790

Tabella 2.5: Proprietà delle fibre (da Yeung e Parker, 1987)

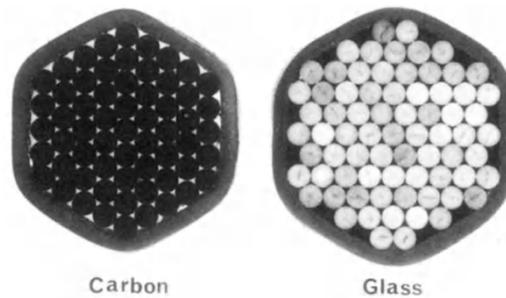


Figura 2.9: Sezione dei trefoli (da Yeung e Parker, 1987)

Le prime prove furono condotte sulle singole barre per valutarne la resistenza a rottura, il modulo assiale e le proprietà di creep; poi si passò all'analisi del trefolo nel suo insieme mediante prove di trazione quasi statiche e di fatica in trazione. Dalla prima tipologia di test si ottennero informazioni riguardanti il carico di rottura e il comportamento dell'elemento strutturale durante il processo di carico, tali informazioni sono riportate in Tabella 2.6.

Proprietà Trefolo				
	E-glass	Kevlar 49	XA-S Carbon	Acciaio
Dimensione	49mm 1x73	45mm 1x61	45mm 1x61	45mm 1x61
Massa/Lunghezza [kg/m]	2,95 (2,46)	1,65	1,89	9,40
Resistenza a rottura [kN]	1200 (1000)	1520	1400	2100
Resistenza Specifica [N/m^2]	41	94	75	23
Allungamento [%]	1,80	1,63	0,88	3,50
Modulo assiale [GPa]	44,3	77,3	132	197
Modulo specifico [GPa]	21,9	56,8	84,1	25,1

I valori tra parentesi sono le resistenze a rottura normalizzate alla dimensione di 1x61

Tabella 2.6: Proprietà dei trefoli (da Yeung e Parker, 1987)

Confrontando le proprietà ottenute per i trefoli in materiale composito con quelle dei tradizionali trefoli in acciaio, risultò evidente come i primi fossero più performanti soprattutto in termini di resistenza specifica e modulo specifico. In riferimento alle prestazioni a fatica, anche in questo caso i trefoli in Kevlar e carbonio diedero risultati più soddisfacenti di quelli in acciaio poiché mostrarono una vita 5-10 volte più lunga.

In conclusione questi studi hanno dimostrato il potenziale dei trefoli in materiale composito come elementi strutturali, in particolare i trefoli in Kevlar e carbonio si candidano come ottimi sostituti ai tradizionali trefoli in acciaio.

- Rinforzo e precompressione per strutture in cemento

I materiali fibrorinforzati si prestano bene ad essere usati come rinforzo in strutture in cemento armato, grazie alla loro ottima resistenza alla corrosione. Un esempio esplicativo è il Taylor Bridge, costruito nel 1997 a Minitoba (Canada). In questo ponte una porzione di impalcato pari a 16mx8m è stata completamente rinforzata con barre in CFRP con 10 mm di diametro come si può vedere dalla Figura 2.10, e in 14,2 m del muro di sostegno è stata disposta una doppia armatura formata da barre in GFRP di 15 mm di diametro (Rizkalla et al., 2014).



Figura 2.10: Taylor Bridge, rinforzo dell'impalcato in calcestruzzo con FRP (da Rizkalla et al., 2014)

L'alta resistenza a trazione dei prodotti monodimensionali in FRP ne promuove l'impiego come tiranti per il calcestruzzo precompresso. Nel 1986 fu costruito il primo viadotto con l'utilizzo di tiranti in materiale composito, il ponte Ulenbergstrasse in Dusseldorf (Germania). In quest'opera vennero utilizzati 59 tiranti in GFRP, ognuno composto da 19 barre di 7,5 mm di diametro. Nel 1993 il ponte Yamanaka Bashi in Giappone è il primo ponte di nuova costruzione interamente precompresso con cavi in AFRP (Rizkalla, et al., 2014).

- Cavi in CFRP

Le ottime caratteristiche meccaniche già elencate permettono di sfruttare questi materiali anche sotto forma di cavi. Ad oggi la principale modalità di impiego è nel settore delle infrastrutture, infatti sono ormai presenti diversi ponti con stralli in FRP. La prima ipotesi di impiego di tiranti in CFRP risale al 1980 per la realizzazione di un ponte strallato sullo

Stretto di Gibilterra, il quale non poteva essere realizzato totalmente in acciaio data l'imponente luce da coprire. Una delle prime applicazioni pratiche fu quella che riguardò lo Stork Bridge nel 1996 (Fig. 2.11). Al fine di sperimentare l'efficacia di questi nuovi materiali nel ponte furono installati 2 stralli in CFRP, ognuno dei quali era formato da 241 trefoli di 5 mm di diametro, ed erano dotati di un sistema di monitoraggio di tensioni e deformazioni permanente. Da questa applicazione sperimentale si ottennero risultati più che soddisfacenti, infatti i cavi in FRP non solo mostrarono un eccellente comportamento nei riguardi della corrosione e della fatica, ma risultavano cinque volte più leggeri dei cavi in acciaio ed anche più resistenti (Meier, 2014; Liu et al., 2015).

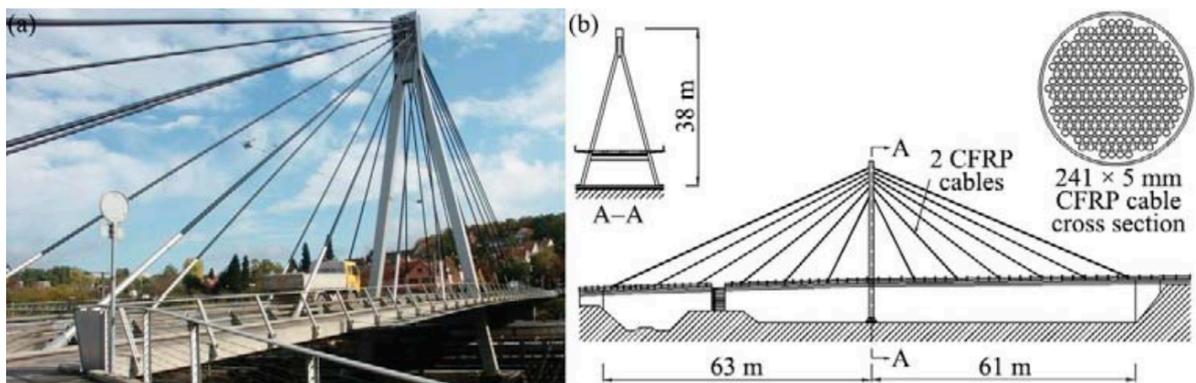


Figura 2.11: Stork Bridge in Svizzera, con cavi in CFRP (da Liu et al., 2015)

Da allora i cavi in CFRP furono adottati in dieci ponti, sia strallati che sospesi, in tutto il mondo.

Un esempio di applicazione è il primo ponte strallato costruito in Cina nel campus dell'Università di Jiangsu nel 2005 (Fig. 2.12). Si tratta di un ponte pedonale in cui gli stralli sono costituiti da tiranti in CFRP, mentre il resto del ponte è in cemento armato. Per questo progetto sono stati usati solo le funi leadline disponibili in commercio, le quali consistono in fibre di carbonio e resina epossidica (Mei et al., 2015). Le caratteristiche fisiche e meccaniche sono riportate in Tabella 2.7.

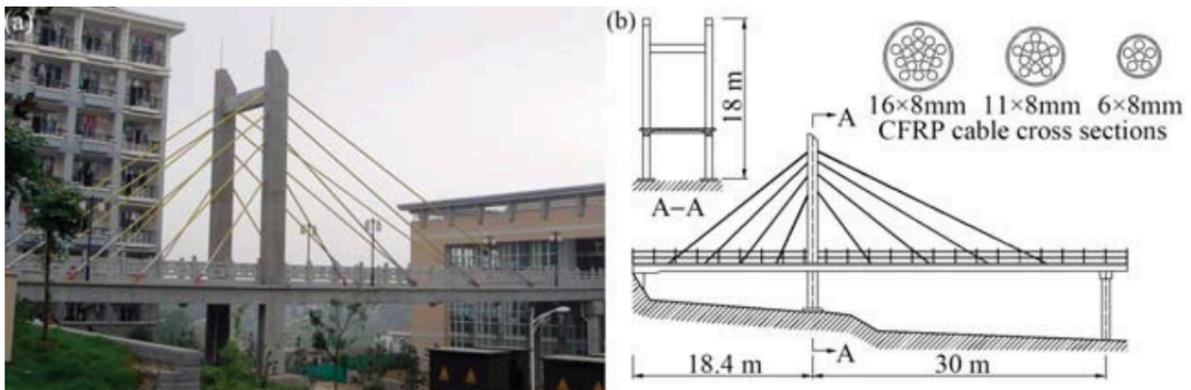


Figura 2.12: Ponte pedonale nell'Università di Jiangsu (da Liu et al., 2015)

Table 1 – Summary of physical and mechanical properties of 7.9 mm diameter leadline rod.								
Data source	Nominal diameter (mm)	Cross section (mm ²)	Specific gravity	Tensile strength (MPa)	Young's modulus (GPa)	Ultimate strain (%)	Thermal expansion (10 ⁻⁶ /°C)	Relaxation rate (%)
Manufacturer	7.9	46.1	1.6	2600 (2250)	147	1.60 (1.44)	0.68	2–3
Test	–	–	–	2653–2668	159.2–178.6	1.45–1.55	–	–

Tabella 2.7: Caratteristiche fisiche e meccaniche dei cavi in CFRP (da Mei et al., 2015)

Finora tutte le strutture esistenti che sfruttano cavi in CFRP sono ponti, tuttavia si sono condotti studi su prototipi per valutare la fattibilità di impiegare questi materiali per coperture o facciate. I risultati ottenuti evidenziano un grande potenziale di applicazione, anche se ci sono ancora problemi da risolvere come la difficoltà d'ancoraggio e il degrado del materiale esposto ad elevate temperature (Liu et al., 2015).

- Funi in Kevlar

Un'ulteriore alternativa ai tiranti in acciaio è fornita dalle funi parafil, le quali sono formate da una guaina polimerica contenente un cuore di filamenti paralleli di fibra aramidica (Fig. 2.13).



Figura 2.13: Fune Parafil

Inizialmente questa tipologia di fune non era stata pensata per essere pretesa, ma poi fu usata in diverse occasioni per precomprimere il calcestruzzo. Le funi parafil sono prodotte

dall'azienda Linear Composite Ltd a Yorkshire, in Inghilterra; ne esistono tre varianti a seconda del materiale dei filamenti centrali: poliestere (Tipo A), Kevlar 29 (Tipo F) e Kevlar 49 (Tipo G). Le proprietà principali sono riportate in Tabella 2.8.

Proprietà a trazione delle Funi Parafil			
Denominazione	Materiale	Resistenza [N/mm ²]	Rigidezza [kN/mm ²]
Parafil Tipo A	Poliestere	617	12,0
Parafil Tipo F	Kevlar 29	1926	77,7
Parafil Tipo G	Kevlar 49	1926	126,5

Tabella 2.8: Proprietà delle funi parafil (da Burgoyne, 1993)

Le funi parafil sono nate nel 1960 per ormeggiare le piattaforme nell'Oceano Atlantico del nord e inizialmente erano prodotte solo con il cuore di poliestere (Tipo A), ma a partire dagli anni '70, quando la prima fibra aramidica divenne disponibile, si iniziò a produrre corde con filamenti di Kevlar. Quest'ultima tipologia mostra una resistenza maggiore di quella del normale acciaio da pretensione di circa il 20%, mentre la rigidezza è in un rapporto di circa 2/3. Tali proprietà resero da subito la corda un'attraente alternativa ai convenzionali materiali per elementi strutturali. Prima di applicarle nel settore dell'ingegneria strutturale sono stati condotti test per valutare le proprietà delle fibre a lungo termine e le caratteristiche delle funi stesse. Per le applicazioni nel campo dell'ingegneria civile è conveniente utilizzare la fune di Tipo G, che ingloba il Kevlar 49, data la maggiore rigidezza.

Al fine di fornire confidenza pratica con questi nuovi materiali si è reso necessario il loro studio in termini di resistenza, tensione di rottura, influenza della dimensione, creep, rilassamento e perdita di pretensione. Solo in seguito a queste prove si sono utilizzate le funi per applicazioni strutturali quali elementi di supporto per tendoni di copertura, stralli da ponte o elementi per precomprimere strutture in calcestruzzo (Burgoyne, 1993).

Capitolo 3

3. Caso studio: la Basilica “Regina Montis Regalis”

3.1. Cenni storici sulla costruzione del Santuario

La Basilica “Regina Montis Regalis” situata a ridosso della cittadina di Vicoforte, rappresenta un caso unico in quanto a complessità ed importanza nel quadro dei Beni Culturali Italiani. Tale Santuario, con i suoi 37,15 m e 24,80 m di lunghezza degli assi interni, rappresenta il monumento con la cupola ovale in muratura più grande al mondo. Stilando una classifica delle cupole in muratura più grandi a livello mondiale, risulta essere la quinta della lista, dopo la cupola della Basilica di S. Pietro a Roma, quella del Pantheon a Roma, quella della chiesa di S. Maria del Fiore di Firenze e quella del Mausoleo di Gol Gumbaz a Bijapur in India.



Figura 3.1: Visione interna della cupola ellittica

La costruzione del Santuario di Vicoforte iniziò nel 1596 per volere del Duca Carlo Emanuele I, il quale, ispirato dalla necessità di costruire un mausoleo per la dinastia Savoia, decise di finanziare tale opera. Il tempio doveva essere eretto nel luogo in cui si trovava il pilone decorato da un affresco raffigurante la Madonna con Bambino, dal quale secondo la tradizione, avvenne l'effusione di sangue nel 1592. Quest'evento insieme alle grazie di guarigione ricevute dai devoti, contribuì a rendere celebre l'effigie della Madonna a tal punto che nel 1595 il diacono Cesare Trombetta decise di costruire un piccolo santuario come ringraziamento alla Nostra Signora Montis Regalis per aver liberato Vicoforte dalla pestilenza. Successivamente il Duca e sua moglie Caterina d'Austria Le dedicarono il Santuario.

Il concorso indetto per la realizzazione del progetto venne vinto da Ercole Negri di Sanfront. Il suo disegno ricalcando la tipologia delle chiese a pianta centrale, similmente a quella del Pantheon di Roma, consisteva in un ampio vano centrale di forma ovale circondato da una serie di cappelle radiali (Figura 3.2), le quali avrebbero dovuto ospitare le spoglie dei Savoia.

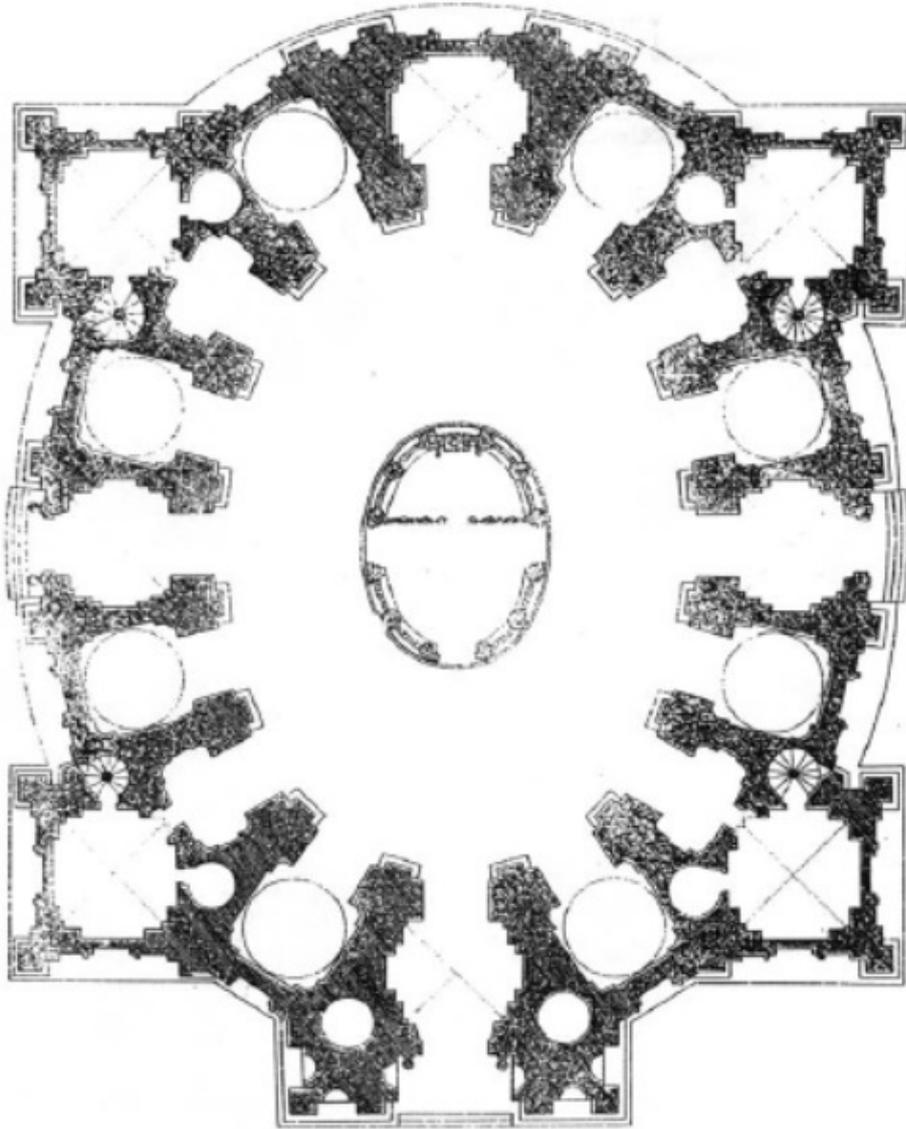


Figura 3.2: Progetto di Ercole Negri di Sanfort (DANNA e CHIECCHIO, 1891)

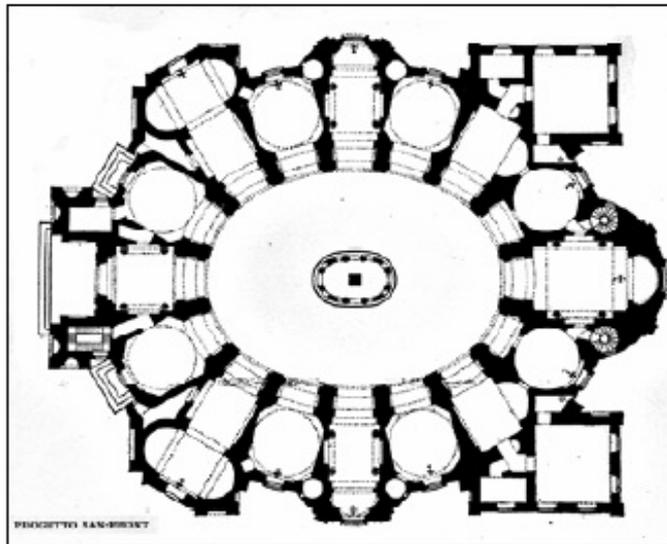
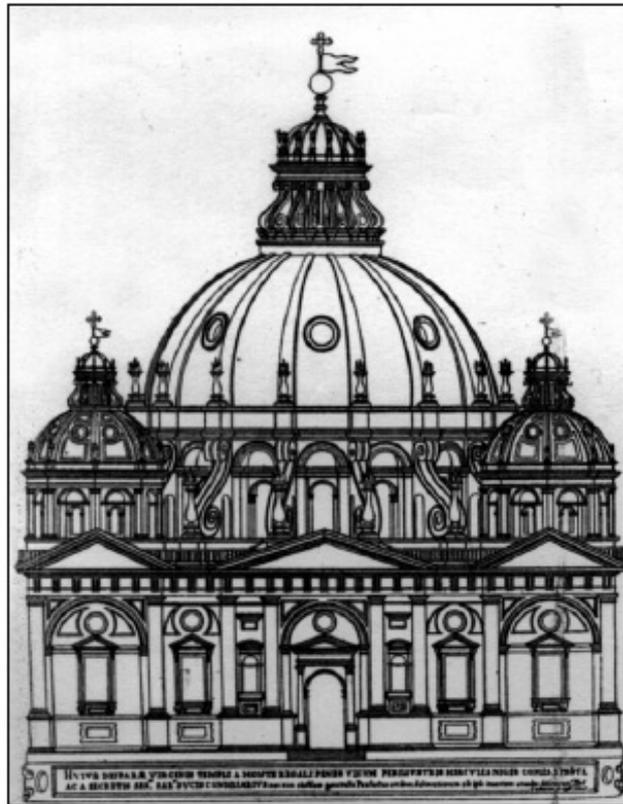


Figura 3.3: Prospetto frontale e pianta del Santuario di Ercole Negro di Sanfort (ROSSI, 1914)

Il progetto e la realizzazione furono però affidate ad Ascanio Vitozzi (Figure 3.4, 3.5) che modificò, anche se non di molto, l'impianto originario proposto dal Negro.

SANTUARIO DI MONDOVI

Architettura di Ascanio Vitozzi

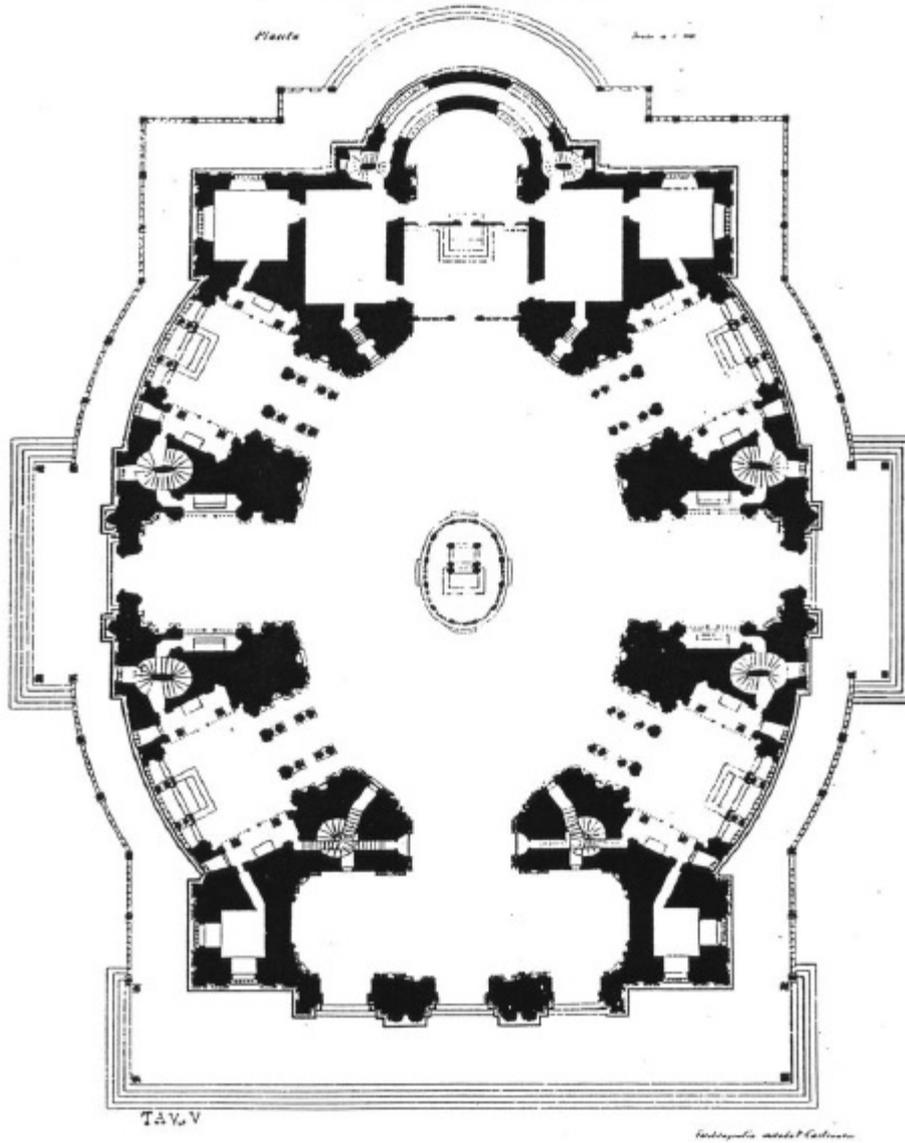


Figura 3.4: Progetto di Ascanio Vitozzi (DANNA e CHIECCHIO, 1891)

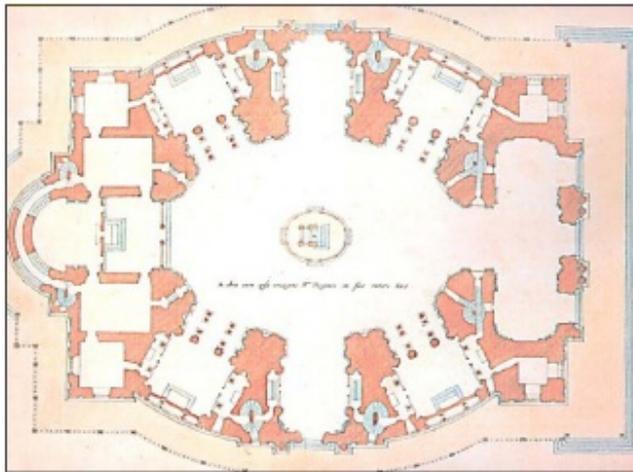


Figura 3.5: Prospetto frontale e pianta del Santuario da "Theatrum Sabaudiae"

Venne mantenuta infatti la forma ellissoidica della cupola, anche se lo stesso progettista si imbatté in numerose difficoltà nel trovare un adeguato sistema per la sua costruzione, tant'è che si pensa che lo stesso Vitozzi volesse esimersi dall'incarico di erigerla, visto che per l'epoca essa rappresentava un'opera assai ardua. Il progetto originale del Vitozzi prevedeva una grande cupola centrale contornata da quattro torri campanarie. Tra le motivazioni per l'adozione della forma ellittica, delle sue grandi dimensioni e dell'infelice scelta del terreno di fondazione rientra il tentativo di costruire un edificio in grado di accogliere al suo interno il pilone con l'effigie della Madonna col Bambino, per cui in grado di circondare la chiesa già presente sul luogo.

Già nelle primissime fasi della costruzione però la scelta del sito si rivelò gravemente infelice; ubicato alle pendici del colle su cui sorge l'abitato di Vicoforte, il Santuario venne infatti fondato su un terreno altamente disomogeneo (Figura 3.6), con un solido letto di marna che da Est si abbassa progressivamente, lasciando il posto ad uno strato di argilla che, in origine asciutto e resistente, si rammolli plasticizzandosi al confluire nello scavo delle acque piovane e cedendo sotto il peso crescente delle masse murarie.

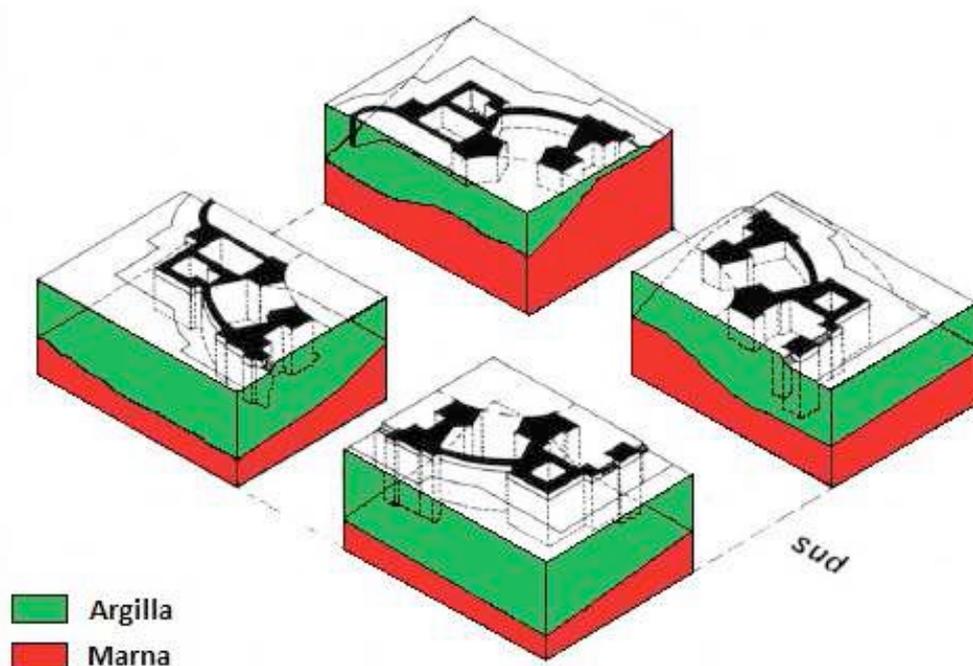


Figura 3.6: Visione assometrica degli strati di argilla e marna sotto le fondazioni del Santuario

Il Vitozzi si trovò quindi da subito in grave difficoltà; nel 1600 si registrarono cedimenti differenziali di alcune decine di centimetri, con lesioni dove le pareti perimetrali, meno pesanti, si congiungevano agli otto pilastri. Il problema costrinse l'architetto a sospendere la costruzione del monumento, che nel mentre aveva raggiunto circa i 10 m di altezza, per dedicarsi alla realizzazione di opere di drenaggio delle acque. Con la morte dell'architetto Vitozzi (1615) i lavori proseguirono a rilento sotto la direzione di vari capimastri per tutto il 1600.

3.1.1. Francesco Gallo e la costruzione della cupola

La costruzione verrà ripresa e terminata dall'architetto monregalese Francesco Gallo, che prende mano al cantiere a partire dal 1701. A tale data l'edificio aveva raggiunto l'altezza di 19 m. Il Gallo fu costretto a demolire parte del tamburo già costruito, in quanto probabilmente il Vitozzi aveva sottostimato le dimensioni dell'insieme cupola-tamburo. Il tamburo viene ultimato nel 1711. I Savoia nel 1715 visti i problemi insorti durante la costruzione e anche a causa della mancanza di fondi, decidono di abbandonare l'opera e costruire a Superga il mausoleo della famiglia reale. Nel 1722 iniziano i lavori per la costruzione del *Ponte Reale*, l'armatura in legno che sosterrà la cupola durante le fasi di posa in opera, poggiante su pilastri in muratura provvisori della dimensione di due metri per due.

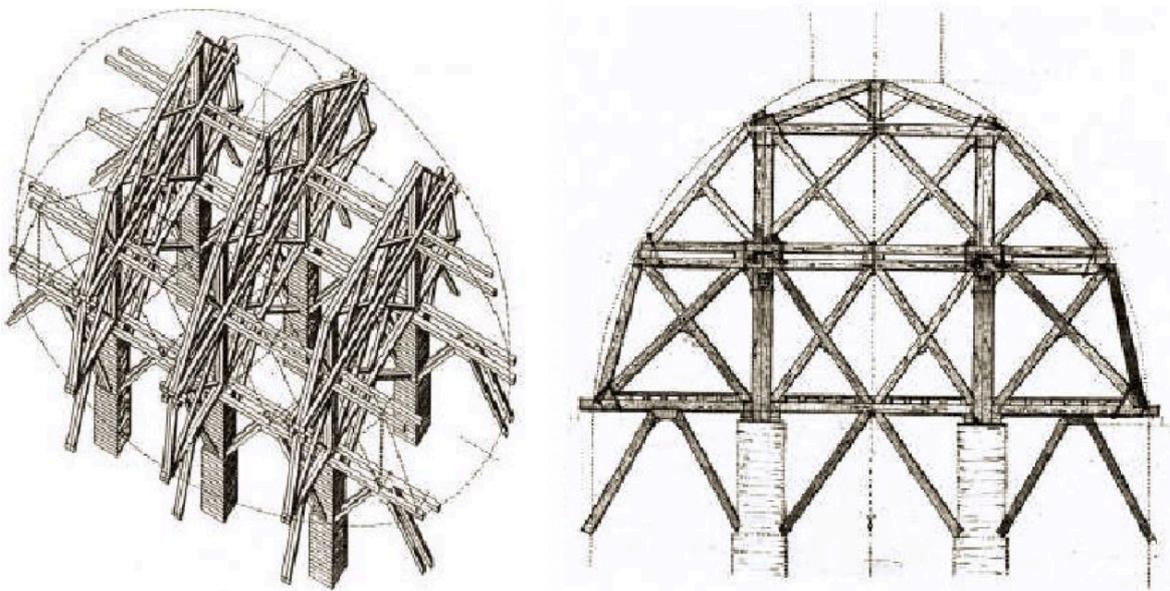


Figura 3.7: Ricostruzione grafica del prospetto frontale e della pianta del Ponte Reale

La cupola viene costruita in pochi mesi e disarmata nella primavera del 1732. Il progetto della cupola beneficia quasi certamente della collaborazione di Filippo Juvarra in quanto in archivio sono conservati disegni raffiguranti più versioni della cupola (con estradosso a gradoni) una delle quali attribuita all'architetto messinese.

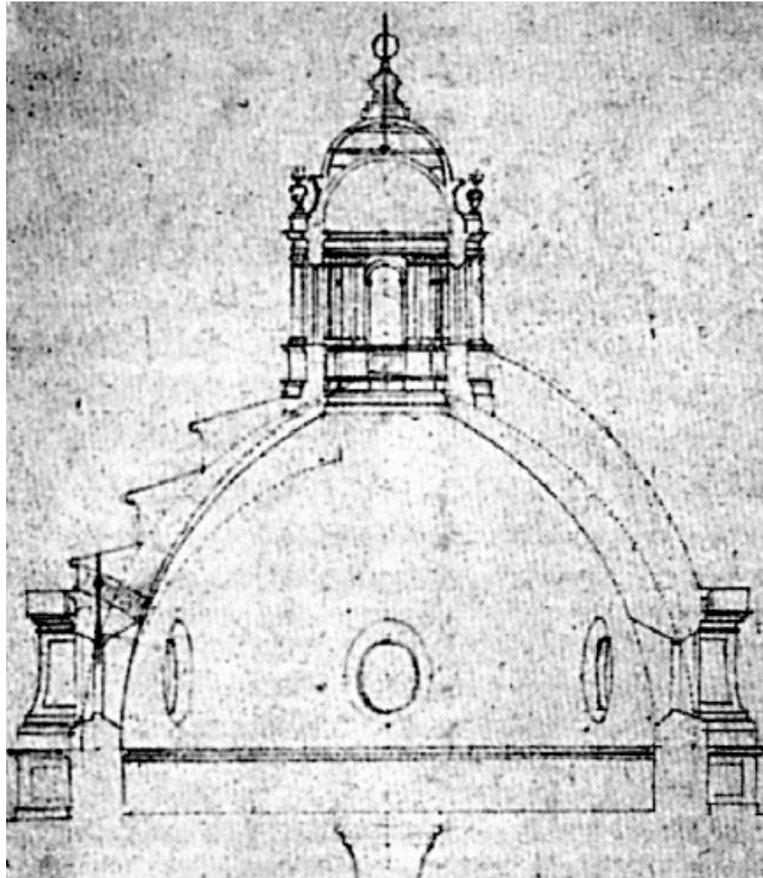


Figura 3.8: Francesco Gallo, progetto per l'estradosso della cupola, 1728

I contrafforti vengono costruiti contemporaneamente alla gran volta. Quelli posizionati lungo l'asse maggiore della cupola vengono realizzati cavi, sia per ricavare in alcuni di essi le scale, sia per evitare un dispendio di materiale eccessivo nelle zone in cui si prevedevano spinte orizzontali minori. Vengono realizzate delle nervature sull'estradosso della cupola per irrigidire la stessa e scaricare gli sforzi sui contrafforti.

Viene inoltre posta in opera la cerchiatura della cupola con 3 anelli metallici sul filo esterno della cupola: due, composti da due barre in ferro forgiato di sezione 40x70 mm poste di piatto e affiancate, vengono posizionati immediatamente sopra e sotto le finestre ovali e il terzo, di sezione 50x50 mm, posizionato al livello dell'imposta interna della cupola.

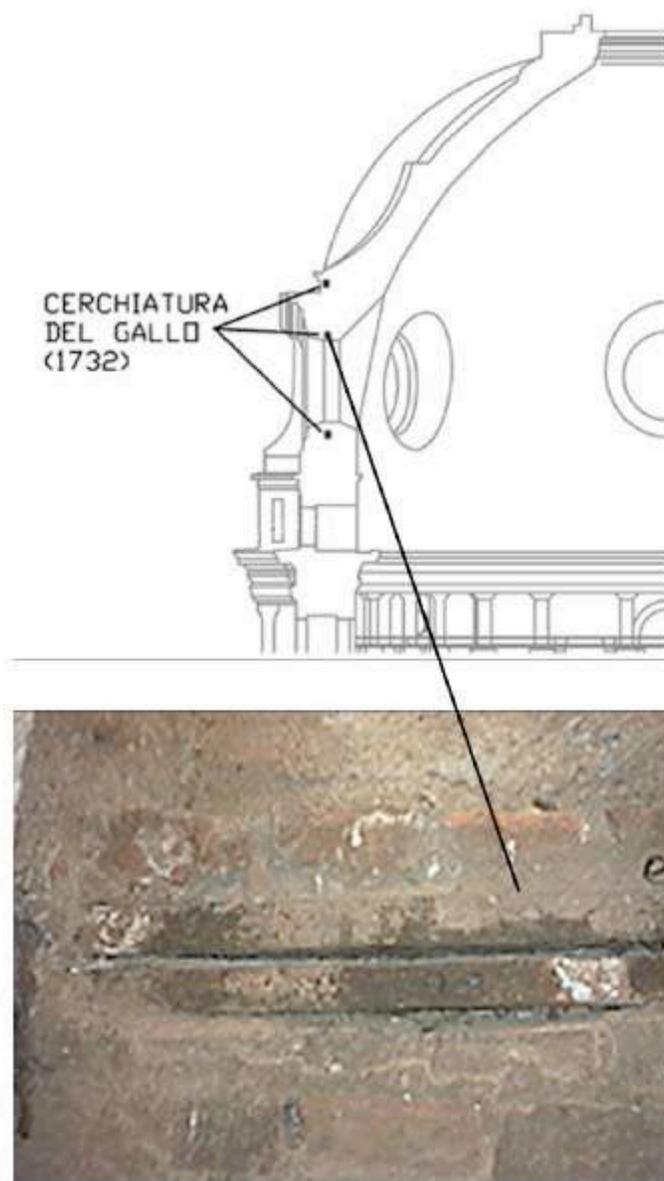


Figura 3.9: Posizione della cerchiatura progettata da Francesco Garro

Questi anelli sono composti da tratti rettilinei di lunghezza variabile di circa 3 m, giuntati con bolzoni fissati attraverso un perno in ferro e messi in tensione da due cunei anch'essi in ferro.

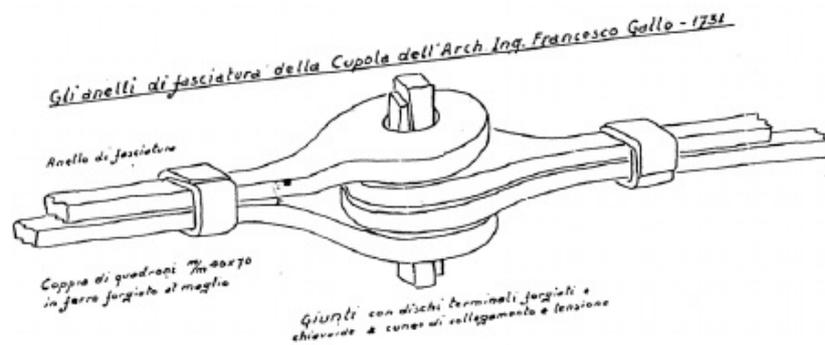


Figura 3.10: Dettaglio della connessione tra i segmenti dei tiranti anulari

Nel 1735 si costruisce il lanternino, mentre l'opera può considerarsi finita nel 1750 sebbene i lavori di completamento del santuario durino fino al 1917, anno in cui fu bandito il concorso per la progettazione dei nuovi campanili.



Figura 3.11: Visione esterna, lato ovest

3.2. Quadro fessurativo della struttura

Il santuario presenta numerose lesioni distribuite su gran parte della sua struttura. Particolarmente critiche sono le condizioni del sistema cupola-tamburo su cui sono concentrate le lesioni. Nel 1934 il Vescovo, preoccupato per i cronici problemi del monumento, incaricò l'ing. Garro di eseguire un'analisi ed uno studio approfondito sullo stato fessurativo del Santuario, in modo che potesse proporre eventuali lavori di consolidamento e restauro. L'analisi che l'ingegnere compì in circa trent'anni di lavoro (1934 – 1963) costituisce senza dubbio il primo approccio alla conservazione del monumento ed un prezioso testamento (geometria dell'edificio, fasi costruttive, sondaggi, monitoraggio delle lesioni) che si rivela tuttora di grande interesse e utilità, nonostante alcune inevitabili imprecisioni imputabili all'inadeguatezza dei mezzi tecnici a disposizione.

SANTUARIO-BASILICA di MONDOVI PRESSO VICOFORTE

STUDIO LAVORI DI CONSOLIDAMENTO E RESTAURO

Tav. n. 1 allegata a Relazione Ing. GARRO 24 gennaio 1961

Prospettiva esterna senza i Campanili
per porre in evidenza le strutture murarie del tamburo e cupola
in relazione alle progettate opere di consolidamento e restauro

Le principali fasi costruttive del Santuario

- Costruzione del Saero Pilone - 1540 (1530)?
- Diaz Trombette - Costruz. prima Cappella (1534)
- Vass. Caltucci - Nuova Chiesa a S. rolo (1582) (incompiuta)
- Arch. - Posa l'pietra e fondazioni (1588)
- Vicini - Opere per lever l'acqua alla fondazione (1600)
- Prog. - Rivestimento architettonico in pietra e
1581 basi delle Cappelle e Abside (1601-1614)
- 1620-1720 - Arconi, porta Cappella, Abside, Campanile (1643)
- Arch. - Costruzione del Tamburo (1720-25)
- Cupola (1725) - Cupolino (1722-25)
- Gallo - Infornata cupola (4 pitture) (1720-25)
- Prog. - Infornata tamburo e arconi (1725)
- 1728 - Balaschino e Altari centrali (1749-50)
- Lavori vari di completamento: 1820-1881-1890-1898

L'aspetto attuale del Santuario sarà rigorosamente identico all'aspetto con le opere di rinforzo progettate (G).

Nota. Le modalità costruttive stabilite per i progettati anelli di blindatura del Tamburo e della cupola, e per i lavori di restauro, non alterano minimamente l'aspetto architettonico della Basilica.

Le progettate fascie armate di blindatura esterna della cupola

N.B. a) - Da eseguirsi solo dopo completata tutta le progettate opere di rinforzo per il proseguimento del lavoro ed il definitivo consolidamento delle fondazioni occidentali.

Nota b) - I previsti anelli esterni di fasciatura armata sono progettati con disposizioni strutturali e non per fini di ornamento; si assicura per cui non vengono alterati minimamente i caratteri architettonici e neppure l'originario paramento in marmo, specialmente nelle parti che appartengono ai normati punti di vista.

Gli anelli di blindatura della cupola
disposti dall'Arch. Ing. F. Gallo

I. Sopra gli arconi dei finestroni ovali

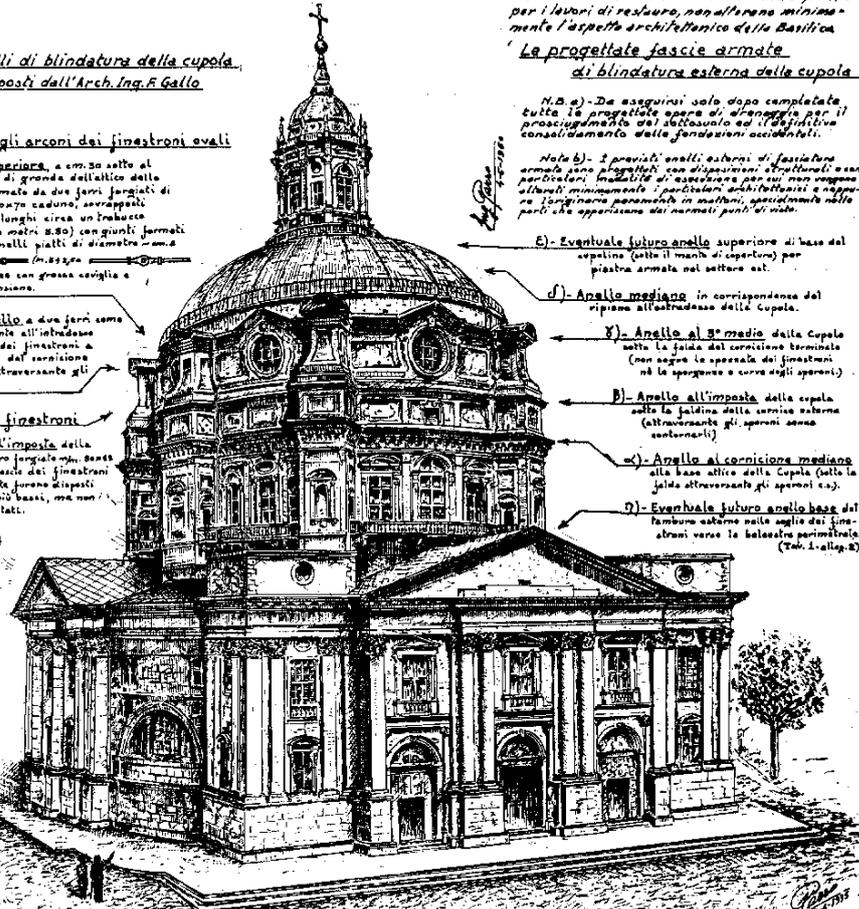
a) **Anello superiore**, a cm. 30 sotto al coronamento di grande dell'altico della cupola: formato da due ferri forgiati di millimetri 40x70 caduno, sovrapposti ad elementi lunghi circa un braccio (da metri 3 a metri 3,80) congiunti formati da grossi anelli piatti di diametro cm. 4 esterno - cm. 30 con grossa cavità e turchi per tensione.

b) **Altro anello** a due ferri come l'altro, tangente all'introduzione degli archi dei finestroni a livello base del cornicione superiore, attraversante gli speroni.

II. Sotto i finestroni

c) **Anello all'imposta della cupola** in ferro forgiato, ma, dentro nella linea rosacea dei finestroni (probabilmente furono disposti altri anelli più bassi, ma non furono eseguiti).

(Tav. I - alleg. 1)



- E) - Eventuale futuro anello superiore di base del sperone (sotto il manico di capotono) per piastra armata nel settore est.
- d) - Anello mediano in corrispondenza del ripiano all'estradasse della Cupola.
- Y) - Anello al 3° medio della Cupola sotto la falda del cornicione terminale (non segue la spessola dei finestroni né la spessola e curva degli speroni).
- B) - Anello all'imposta della cupola sotto la falda della cornice esterna (attraversante gli speroni senza contornarli).
-) - Anello al cornicione mediano alla base altico della Cupola (sotto la falda attraversante gli speroni s.s.).
- D) - Eventuale futuro anello base del tamburo esterno nella soglia dei finestroni verso la balaustra perimetrale. (Tav. I - alleg. 2)

1820 - Completam. facciata principale e costruzione dei due campanili laterali (Arch. Assig. Ing. Bonifazi)
1881 - Completam. cupola in rame e balaustra esterne (Ing. F. Gallo)
1884 - Completam. Campanile e sistema di spina (Ing. F. Gallo)
1890 - Completam. facciata perenne e spessola perenne (Ing. F. Gallo)
1894 - Completam. esterno abside e capotono (Ing. F. Gallo)
1904 - Demolizione cupole Campanili (Arch. Reymond)

Parte inferiore: Arch. Cap. Abbonio Vilozzi da Orvieto (1628) 1596 e 1615
Parte superiore: Arch. Ing. Francesco Gallo da Mondovì (1672) 1728 e 1750

Figura 3.12: Assonometria del Santuario (Ing. Garro)

SANTUARIO-BASILICA di MONDOVÌ
STUDIO LAVORI DI CONSOLIDAMENTO E RESTAURO

Tav. 17. 2 allegata a Relazione Ing. GARRO 24.02.1981

Pianta - Rapp. (1:200) 1:1:1:1

CRONOLOGIA TECNICA DEL SANTUARIO

Arch. A. Villoresi (+1616)
 Progetto generale (1501)
 Muri fino all'imposta archi (1501-1512)
 Raselli e rivestimenti interni ed esterni in pietra (1501-1512)

Lavori successivi fino al 1720
 Archi e cornicione 1621-1625
 Muri esterni fino al tetto 1625-1720

Campanile N.6

A livello del tetto fino al 1625
 Muro superiore 1707-1629
 Demolizione cupola 1854

Cappella S. Giuseppe

Volto e colonnata 1778
 Pavimento a Altari 1700-85
 Riparazioni e restauri 1947
 Cfr. 9

Assaggio di fondazione 1928

Cfr. 2

Facciata e fianco ponente

Base e lesene Arch. Villoresi
 Colonna, trabeazione, cornicione frontale e folla in pietra 1621-1625
 Ing. Garro 1890

Atico occidentale

Finitura architettonica interna Arch. Gallo 1764-66
 Drainaggio e pavimento in marmo 1888
 Cfr. 10

Condotti di risanamento

Arch. Villoresi (1601) Cfr. 10
 Ing. Bordini (1891) Cfr. 2
 Condotti di raccolta e scarico acque 1848 (Cfr. Tav. 16)

Cappella S. Bernardo

Colonnata a lesene 1625-1626
 Archi, volti e trabeazione 1617
 Volto 1626 e pavimento 1677
 Tomba del Duca (1630-1677-1772)
 Riparazioni pavimento 1881
 Riparazioni e restauri 1928
 Cfr. 6

Arch. Fr. Gallo (+1750)

Progetto tamburo e cupola 1721-728
 Base del tamburo 1721-728
 Completamento tamburo 1728-730
 Cupola 1731 - Cupolino 1732-33
 Baldacchino e Altari centrali 1721-50

Facciata principale e Campanili sud

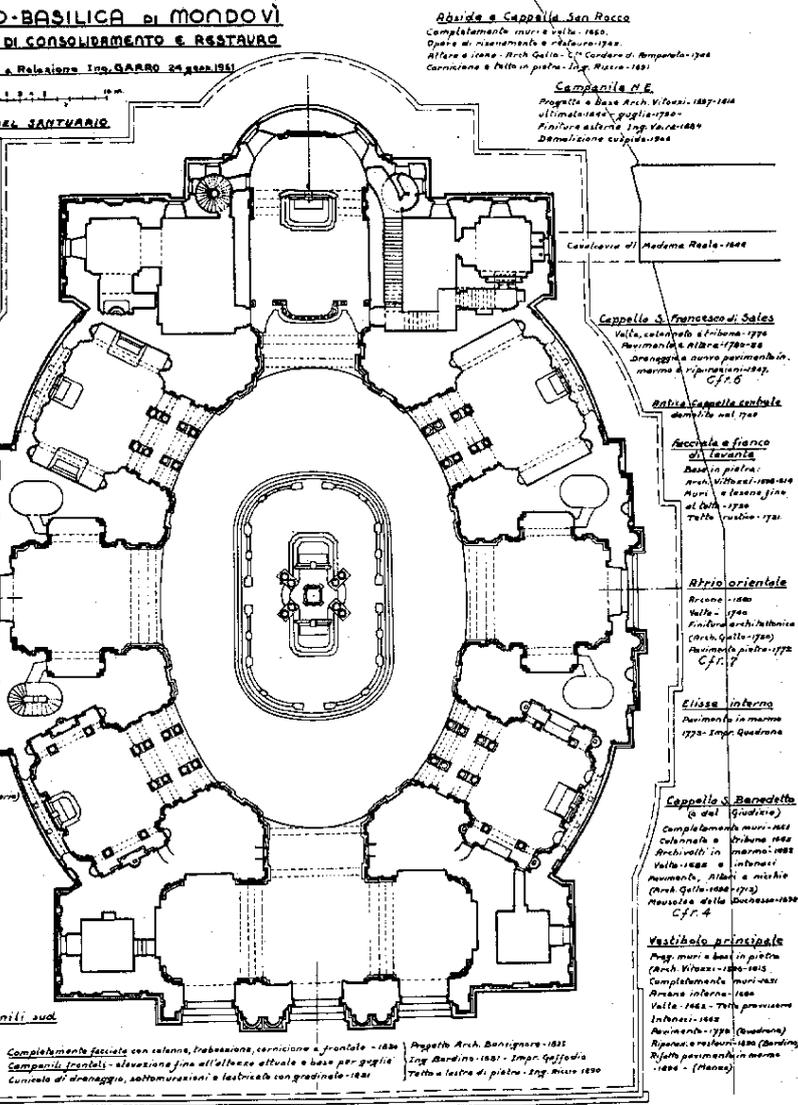
Progetto a base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Campanili frontali elevazione fino all'altezza attuale a base per guglia e lesene 1612-1720

Completamento Campanili sud

con cuspidi Ing. Garro 1890
 demolizione cupola 1854

Cupola in rame

1721-1728



Abside e Cappella San Rocco

Completamento muri e volte 1620
 Cupola di risanamento e restauri 1928
 Altare e lesene Arch. Gallo - Cfr. Cordara di Amporella 1708
 Cornicione e folla in pietra Ing. Misra 1851

Campanile N.6

Progetto a Base Arch. Villoresi 1507-1512
 ultimata 1629, guglia 1720
 Finitura esterna Ing. Misra 1851
 Demolizione cupola 1854

Campanile N.6

Progetto a Base Arch. Villoresi 1507-1512
 ultimata 1629, guglia 1720
 Finitura esterna Ing. Misra 1851
 Demolizione cupola 1854

Cappella S. Francesco di Sales

Volto, colonnata e tribuna 1778
 Pavimento in alabastrina 1780-88
 Drainaggio nuovo pavimento in marmo e riparazioni 1928
 Cfr. 5

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

Abside e fianco orientale

Base in pietra
 Arch. Villoresi 1501-1512
 Muri e lesene fino al tetto 1621-1625
 Folla trabeazione 1721

OPERE DI RISANAMENTO CONSOLIDAMENTO E RIPARAZIONE GIÀ ESEQUITE
 dopo la Relazione preliminare 18-5-1928 in attuazione graduale del programma generale

- 1) 1897 - Condotti di risanamento Ing. Bordini (1891) - riparazione generale di rilevamento e spurgo parziale della malma
- 2) 1898 - Assaggio fondazioni occidentali - scavo possibile per accertamento della base (fondazione 1897)
- 3) 1899 - Torrente d'acqua a valle della Pilassella - rettifica alveo con cassa cementizia per abbasso livello acque e copertura a volte (ml. 82)
- 4) 1896 - Cappella San Rocco - impianti di drenaggio, nuovo pavimento in marmo (mg. 88) e restauri
- 5) 1894 - Cappella S. Bernardo - impianti di drenaggio, nuovo pavimento in marmo (mg. 88) e restauri
- 6) 1894 - Cappella San Francesco - riparazioni varie e restauro generale
- 7) 1897 - Abside occidentale - vespigia per drenaggio, nuovo pavimento in marmo (mg. 82), riparazioni raselli e restauri
- 8) 1897 - Cappella San Giuseppe - riparazioni varie e restauro generale
- 9) 1897 - Cappella San Rocco - riparazioni varie e restauro generale
- 10) 1898 - Abside orientale - vespigia di drenaggio, nuovo pavimento in marmo (mg. 82) e restauri
- 11) 1898 - Cupola - riparazioni all'interno alla base della folla in rame e restauri interni
- 12) 1898 - Abside e Facciata principale - rifacimento del tetto in pietra con sottamento impermeabile (mg. 81)
- 13) 1898 - Facciata principale - rifacimento del tetto in pietra con sottamento impermeabile (mg. 81)
- 14) 1898 - Facciata principale - rifacimento del tetto in pietra con sottamento impermeabile (mg. 81)
- 15) 1898 - Facciata principale - rifacimento del tetto in pietra con sottamento impermeabile (mg. 81)
- 16) 1898 - Facciata principale - rifacimento del tetto in pietra con sottamento impermeabile (mg. 81)
- 17) 1898 - Facciata principale - rifacimento del tetto in pietra con sottamento impermeabile (mg. 81)
- 18) 1898 - Facciata principale - rifacimento del tetto in pietra con sottamento impermeabile (mg. 81)
- 19) 1898 - Facciata principale - rifacimento del tetto in pietra con sottamento impermeabile (mg. 81)
- 20) 1898 - Facciata principale - rifacimento del tetto in pietra con sottamento impermeabile (mg. 81)

Figura 3.13: Configurazione planimetrica del Santuario (Ing. Garro)

Secondo l'ing. Garro, si può ritenere che il cornicione ellittico subì un cedimento di circa 2 cm durante un quarto di secolo e di circa 14 cm dopo la costruzione del grande tamburo. In seguito al disarmo della cupola si verificarono inoltre cedimenti sul lato Ovest dell'ordine di qualche centimetro, con l'apertura di piccole lesioni nel tamburo e alla base della

calotta, che potrebbero tuttavia rappresentare, in gran parte, gli effetti dell'assestamento della grande volta.

Prendendo come punto di riferimento il pilone fondato direttamente sulla marna, che praticamente non ha subito cedimenti, Garro rilevò in vari punti ed a varie altezze le deformazioni verticali. Conoscendo inoltre i periodi in cui le diverse componenti furono costruite, fu in grado di tracciare una mappa dei cedimenti attraverso le differenti epoche (Figure 3.14 - 3.15), notando come i cedimenti maggiori li avesse il pilastro sul lato Nord della sezione di ponente. In corrispondenza di questo pilastro, al momento dell'elevazione della cupola, il cedimento massimo riscontrato fu di 550-600 mm.

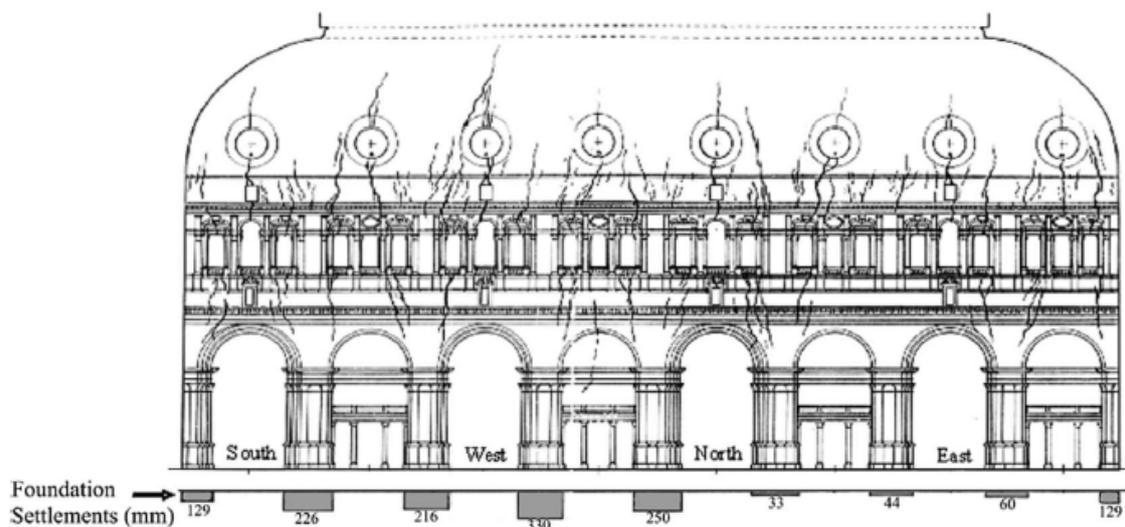


Figura 3.14: Distribuzione delle fessure e cedimenti totali lungo il perimetro; cedimento differenziale Massimo (da ovest verso nord-est) di circa 300 mm (Garro, 1962).

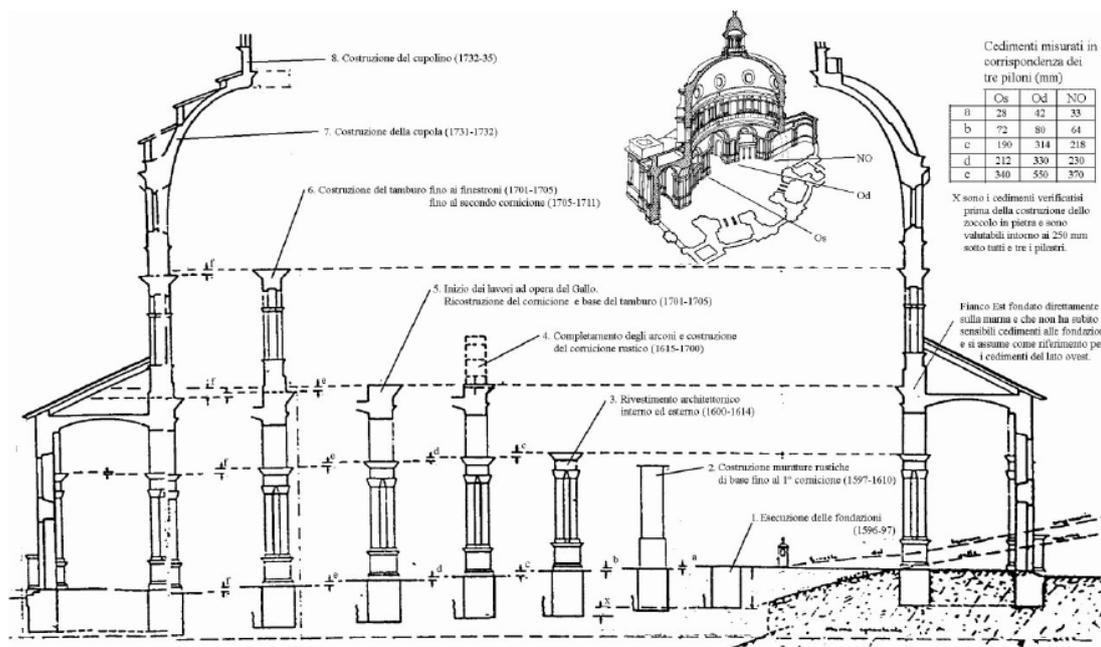


Figura 3.15: Evoluzione del cedimento delle fondazioni nel tempo (Garro, 1962)

Particolarmente importanti sono i cedimenti sviluppatisi tra pilastri adiacenti in quanto sono causa di ingenti sforzi taglianti negli archi di cui formano l'imposta. Questo problema è particolarmente evidente tra i pilastri Nord-Ovest e Nord-Est in cui la differenza di cedimento è pari a 204 mm. Osservando l'evoluzione dei cedimenti si nota come gli stessi siano stati più consistenti tra gli intervalli temporali 1596-1610 e 1614-1701. Nel periodo tra i due intervalli l'entità dei cedimenti è minore grazie alla messa in opera del sistema di drenaggio. Sistema che però dalla morte del Vitozzi smette di funzionare a causa della mancanza di manutenzione. Il sistema di drenaggio sarà ripristinato dal Gallo, infatti i cedimenti tra il 1701 e il 1750 risultano piuttosto contenuti.

Stabilire l'entità dei cedimenti sviluppatisi dopo la fine della costruzione rimane più difficile in quanto non sono facilmente rintracciabili sulla costruzione. E' in ogni caso noto che peggiorano notevolmente alla morte del Gallo (1750) probabilmente a causa di una nuova mancanza di manutenzione dei condotti di drenaggio. Nel 1830 l'ing. Virginio Bordino viene incaricato di realizzare un condotto di drenaggio che corre lungo tutto il perimetro del santuario. L'entrata in funzione di questo sistema migliora notevolmente le condizioni delle fondazioni. Tra il 1883 e il 1908, viene convogliato nel condotto di drenaggio lo scarico delle acque piovane del santuario. Questo peggiora nuovamente lo stato delle fondazioni ora soggette anche ad infiltrazioni d'acqua durante i periodi di

precipitazioni intense. Nel 1946 il Garro fa sistemare i condotti e ne amplia la rete, arrestando lo sviluppo dei cedimenti fondali.

Per concludere si può affermare che lo stato fessurativo del sistema cupola-tamburo, che più preoccupa e più ha preoccupato negli anni, è sostanzialmente dovuto a tre principali cause:

- cedimenti fondali;
- variazioni stagionali di temperatura;
- spinte orizzontali causate dal peso proprio della cupola.

Osservando i rilievi del Garro si notano come le fessurazioni siano asimmetriche; ciò è dovuto ai cedimenti differenziali dei pilastri. La causa determinante del sistema fessurativo è però da imputare alle tensioni orizzontali sviluppatesi a causa del peso della cupola, e catalizzate dalle grandi otto aperture ovali che causano una concentrazione di tensioni. Si nota infatti come in prossimità degli ovali le fessure aumentino in termini di lunghezza, spessore e profondità.

La lesione di dimensioni maggiori è situata sul lato Ovest e possiede uno sviluppo di 13,10 m all'estradosso e 21,20 m all'intradosso con un'ampiezza massima pari a 48 mm (Figura 3.16).



Figura 3.16: Visione esterna della fessura sul lato ovest

Essa è sicuramente il risultato congiunto delle maggiori tensioni di trazione che si verificano sull'asse Ovest-Est e dei cedimenti differenziali di cui sono affetti i due pilastri sottostanti.

Per quanto riguarda il consolidamento della fabbrica, Garro indicò nella sua relazione del 1962 una serie di opere che potessero in qualche modo preservare la struttura negli anni. Gli interventi proposti si possono sostanzialmente riassumere in: ripristino dei cunicoli, da affiancare ad una costante manutenzione, realizzazione di una fascia continua di cerchiaggio del tamburo ed eventualmente della cupola a livello delle reni.

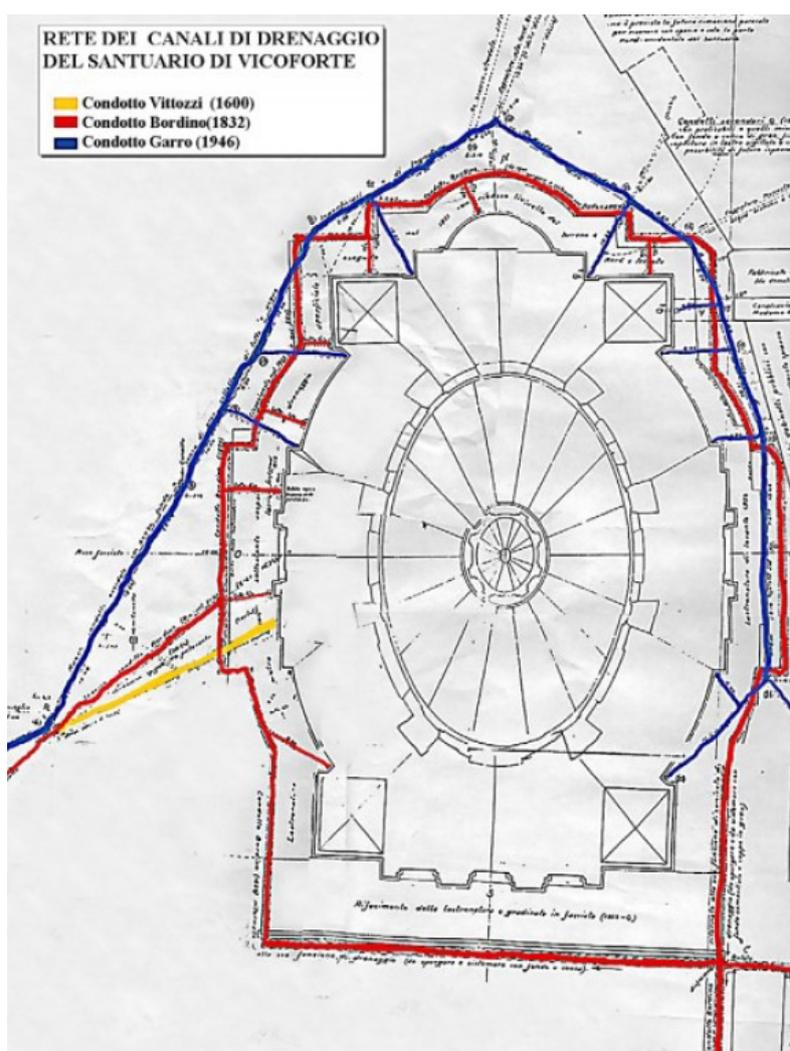


Figura 3.17: Planimetria con le informazioni sui cunicoli di drenaggio delle fondazioni fatti da Vittozzi, Bordino e Garro

3.3. Rilievi, interventi e consolidamenti

Si vuole far ora una panoramica sugli interventi che si sono realizzati negli anni a favore della stabilità del Santuario.

3.3.1. Nuovo sistema di cerchiaggio

Nel principio degli anni '80 del secolo scorso furono condotte una serie di campagne investigative con il fine di ottenere dati certi sulle condizioni attuali delle fondazioni, sugli aspetti geotecnici del sito, sulla geometria della cupola e del santuario e sulle proprietà meccaniche della muratura.

In seguito a queste indagini fu progettato un sistema di cerchiaggio che venne messo in opera tra il 1985 e il 1987. Tale sistema (Figura 3.18) consiste in 56 tiranti post-tesi in acciaio ad alta resistenza di tipo Dywidag ($f_y \approx 1080$ MPa, 32 mm di diametro) inseriti all'interno della muratura in cima al tamburo e ancorati in 14 punti lungo il perimetro del santuario. L'interfaccia tra due serie adiacenti di barre è costituita da un'intelaiatura in acciaio inserita nella muratura, necessaria per garantire la continuità. Le barre furono dotate di dispositivi di tensionamento azionabili mediante martinetti e di celle di carico per la lettura istantanea dei valori di carico, posti alle due estremità. Le barre furono ritensionate nel 1997.

A partire dagli anni 2000 con la stipulazione di un nuovo programma di ricerca tra il Politecnico di Torino e l'amministrazione del Santuario, con il contributo della Fondazione CRC, si procedette ad un aggiornamento del sistema di monitoraggio con il fine di guadagnare un livello di conoscenza maggiormente approfondito sul santuario, tramite il quale programmare eventuali futuri interventi di salvaguardia sul monumento. In quest'ottica è necessario inquadrare le campagne d'indagini svolte tra il 2002 e il 2009 descritte in seguito.

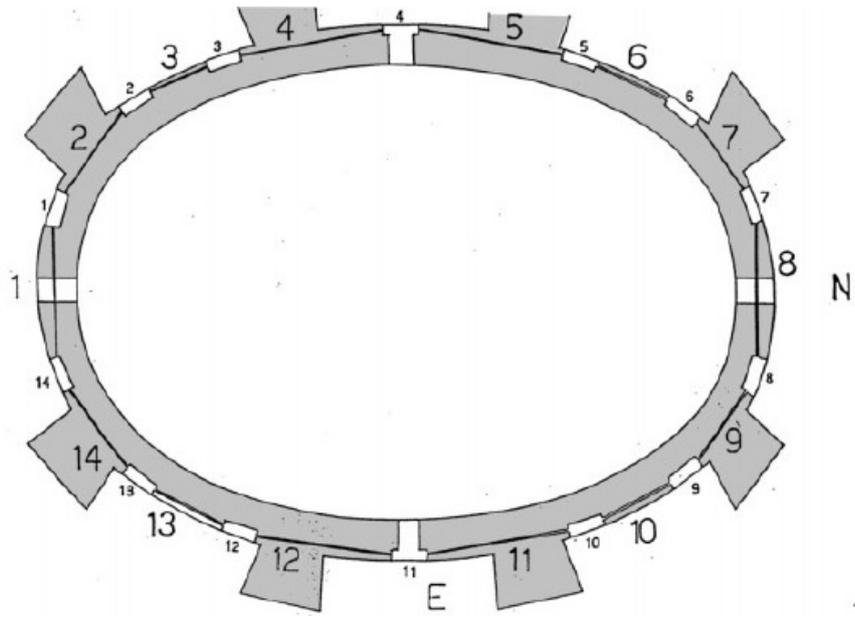


Figura 3.18: Configurazione planimetrica dei segmenti dei tiranti

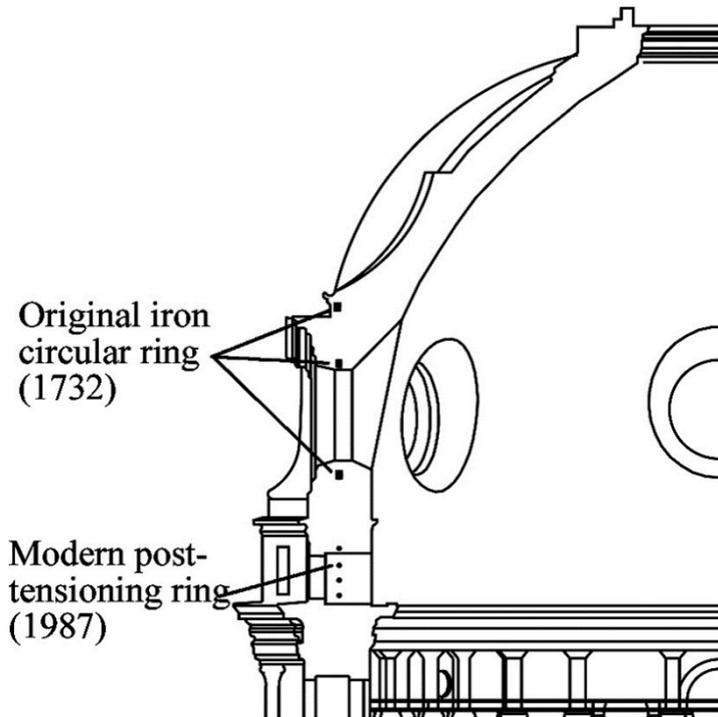


Figura 3.19: Posizione dei moderni anelli di post-tensione rispetto a quello esistente

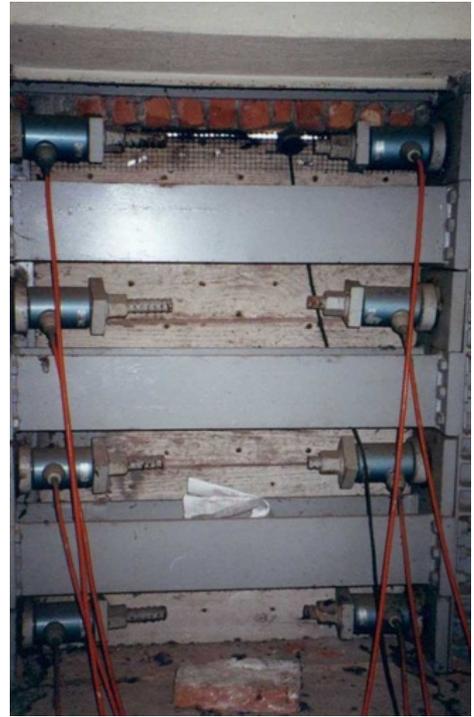


Figura 3.20: Telaio di acciaio che connette i segmenti dei tiranti

3.3.2. Indagini geometriche

In aggiunta ad una serie di rilievi effettuati nella prima metà del secolo scorso ed al rilievo fotogrammetrico dell'intradosso della cupola svolto nel 1976 è stato effettuato un nuovo rilievo dell'intero monumento dalla base alla cupola (Garnero, 2004) affiancato da un rilievo tramite l'utilizzo di un laser scanner dell'esterno del santuario (Aoky et al, 2004) al fine di ottenere una definizione precisa della geometria della struttura. (Figura 3.21)

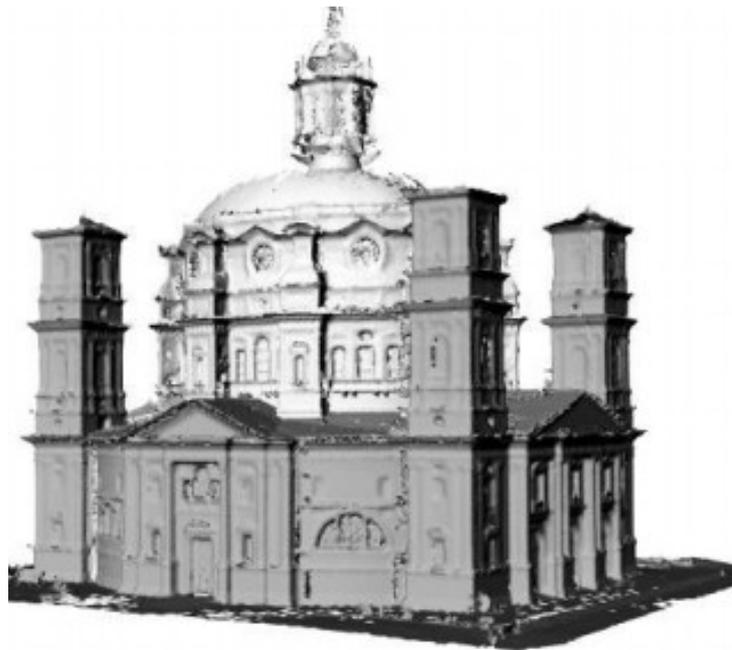


Figura 3.21: Rilievo laser scanner del Santuario

Per la stima dello spessore delle volte e della cupola principale sono state svolte delle prove con l'utilizzo di georadar. Lo spessore della cupola principale nelle direzioni misurate varia tra 110 e 133 cm e da 120 a 133 cm (Figure 3.22, 3.23). Lo spessore minimo delle volte sulle cappelle laterali è pari a circa 30 cm (Aoky et al.2004).



Figura 3.22: Evoluzione dello spessore mediante la tecnica del georadar

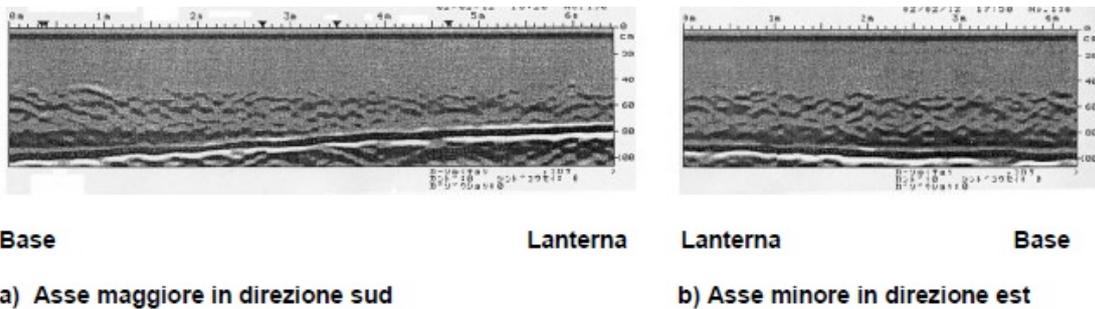


Figura 3.23: Evoluzione dello spessore mediante la tecnica del georadar

Al fine di individuare difetti quali delaminazione e infiltrazioni d'acqua vennero svolte delle termografie. Le figure seguenti mostrano la presenza di questi difetti riscontrati sulle facciate esterne e sugli affreschi della cupola. (Aoky et all.2004).



Figura 3.24: Visione esterna

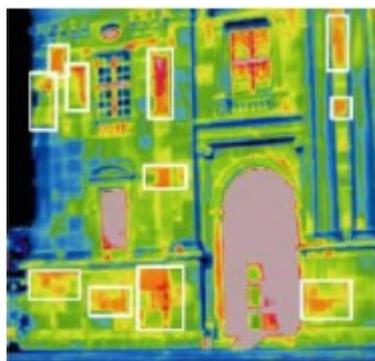


Figura 3.25: Visione termografica della facciata esterna, che mostra le zone di delaminazione

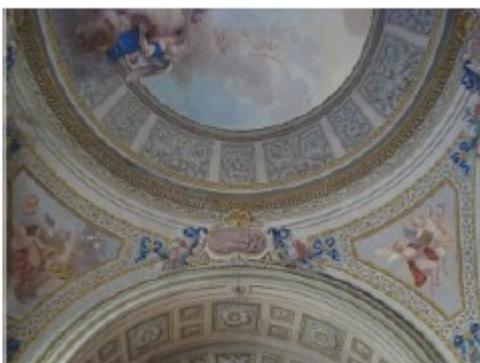


Figura 3.26: Visione interna della volta affrescata



Figura 3.27: Visione termografica della volta affrescata, che mostra le zone di delaminazione

3.3.3. Caratterizzazione dei materiali

Nel 1979 in seguito a test di compressione effettuati sulla muratura vennero ricavati i seguenti risultati:

- Modulo di Young: 1500 MPa
- Resistenza a compressione: 3 MPa

I test non distruttivi svolti nel 2004 per la valutazione della resistenza a compressione e del modulo di Young della muratura attraverso l'utilizzo di prove sclerometriche e del Windsor Pin System evidenziarono una buona corrispondenza dei risultati con quelli svolti nel 1979. In particolare fu riscontrata la relazione pressoché lineare tra la resistenza alla

penetrazione e la resistenza a compressione, e tra quest'ultima e il modulo di Young della muratura (Aoky et al.2004).

3.3.4. Individuazione dei rinforzi

Per rilevare la presenza di rinforzi all'interno della muratura della cupola si è fatto uso di georadar e di scanner a induzione elettromagnetica. Le rilevazioni non hanno rilevato altri rinforzi ad eccezione degli anelli di cerchiaggio originari (Aoky et al.2004).

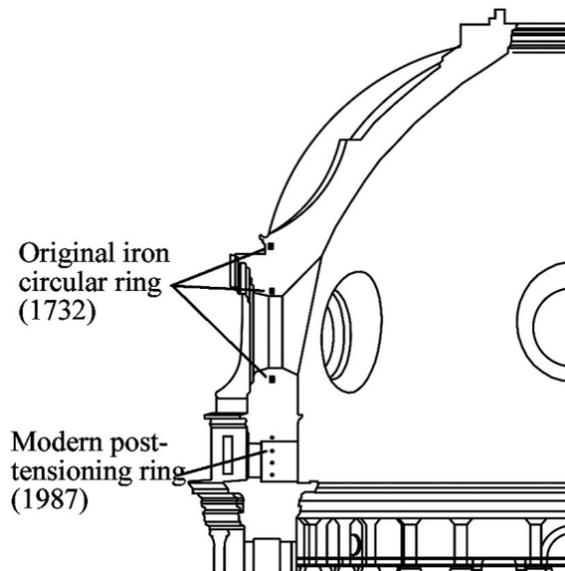


Figura 3.28: Posizionamento dei sistemi di cerchiaggio nella cupola

Furono inoltre effettuate delle prove soniche per verificare la continuità degli elementi di cerchiaggio originario; suddette prove indicarono come la continuità e dunque l'efficacia fossero ancora garantite.

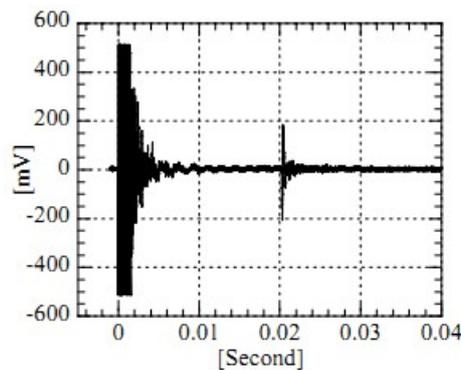


Figura 3.29: Profilo delle onde elastiche rilevate durante i test su uno dei due anelli di cerchiaggio originari (da Aoky, 2004)

3.3.5. Indagini geotecniche

Al fine di caratterizzare gli strati di fondazioni sono state svolte negli anni due investigazioni principali.

La prima, effettuata nel 1975, prevedeva una serie di sondaggi che confermarono l'eterogeneità del piano raggiunto dalle fondazioni, i cui cedimenti differenziali furono ancora una volta indicati come principali responsabili dei dissesti della struttura. Prove contestuali hanno altresì permesso di stabilire come l'argilla interessata dalle fondazioni avesse raggiunto il suo limite di consolidamento e che, dunque, sono da escludersi nuovi assestamenti in assenza di eventi esterni che modifichino lo stato attuale dei carichi.

Una seconda campagna di indagini fu eseguita nel 2004, anno in cui furono messi in funzione 3 piezometri per la misurazione del livello di falda. Furono inoltre compiute delle prove per la determinazione della velocità delle onde di taglio e di compressione che non fecero altro che confermare la presenza dello strato di marna che da Est diminuisce procedendo verso Ovest.

3.4. Monitoraggio strutturale del Santuario

Vista l'importanza artistica e culturale che il Santuario di Vicoforte ricopre, ma soprattutto viste le criticità che ne hanno accompagnato la storia fin dalla sua costruzione ad oggi, si è capito come la necessità di poter controllare il monumento fosse un'esigenza impellente, anche e soprattutto a favore della sua conservazione. L'evoluzione dei danni nel Santuario è monitorata in maniera continua dal 1985 quando fu installato il primo sistema di monitoraggio statico. Nel 2004 il sistema fu poi aggiornato con una strumentazione elettronica più avanzata.

La strumentazione può essere suddivisa in due diversi gruppi di strumenti; strumenti finalizzati alla misurazione di spostamenti, deformazioni e stati tensionali all'interno della struttura e strumenti finalizzati alla misurazione delle condizioni al contorno e ambientali.

Il primo gruppo include: 12 fessurimetri (LVDTs) applicati all'imposta della cupola, in corrispondenza delle fessure principali; 20 celle di pressione idraulica per valutare la

variazione dello stato tensionale all'interno dei contrafforti, negli otto pilastri principali e sulla cupola; 56 celle di carico posizionate nella parte terminale dei tiranti per controllare il loro stato tensionale e infine 2 estensimetri posizionati all'imposta della cupola per misurare variazioni nella convergenza degli assi principali della cupola.

Il secondo gruppo di strumenti include: 24 sensori di temperatura (17 posizionati all'interno della muratura e 8 esternamente), 1 igrometro, 3 piezometri per il monitoraggio del livello di falda ed infine un sensore idrometrico all'interno della vasca di raccolta delle acque del sistema di drenaggio.

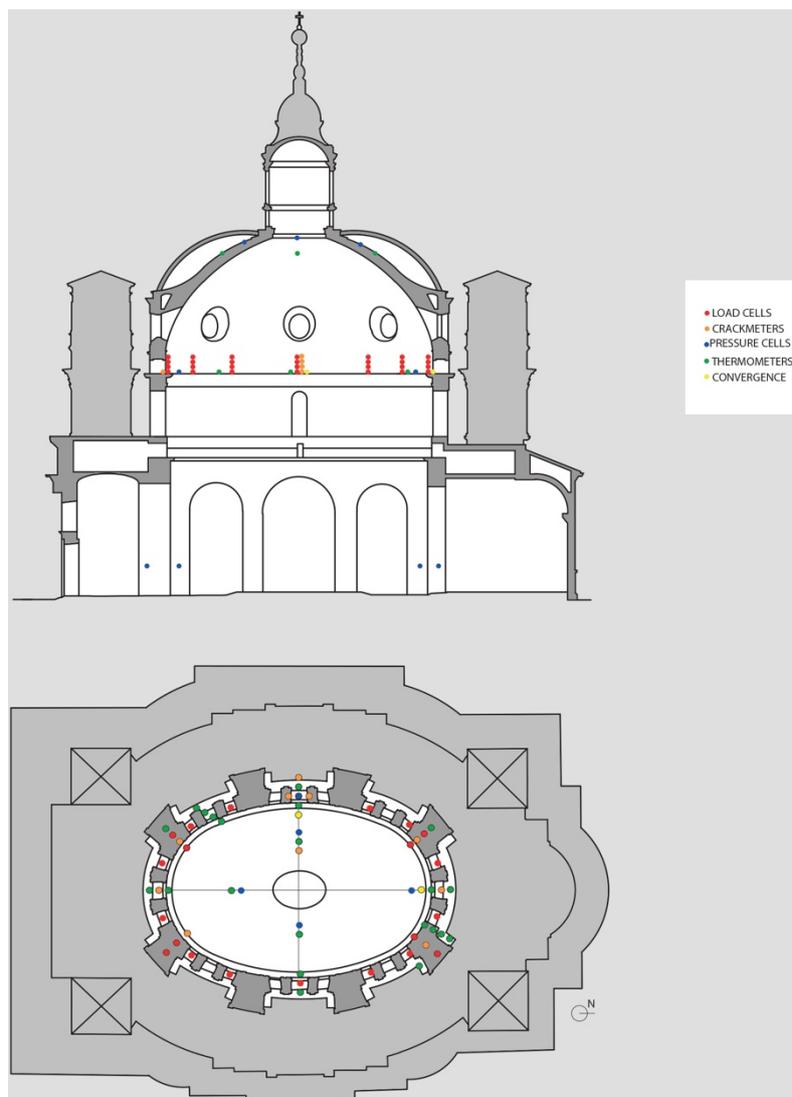


Figura 3.30: Sistema di monitoraggio statico

Lo scopo di ogni strumento del sistema di monitoraggio statico è la valutazione di fenomeni fisici, come per esempio l'evoluzione dell'apertura delle fessure nel tempo e la perdita di tensioni nelle barre. Tale obiettivo è raggiunto attraverso la raccolta di dati correlati a questo fenomeno. Tutti gli strumenti inoltre, sono collegati ad un'unità di acquisizione e raccolta dati automatizzata, la quale registra i dati ogni ora. (Ceravolo et al., 2017)

Nel 2015 fu installato anche un sistema di monitoraggio dinamico. (Ceravolo et al., 2015) Il sistema è costituito da 12 accelerometri monoassiali piezoelettrici: 3 sensori, orientati secondo le direzioni principali X, Y, Z, sono collocati alla base della cripta per registrare le accelerazioni del terreno in condizioni operative e gli altri 9 sono collocati nella zona del tamburo-cupola-lanternino. I sensori sono disposti ad altezze differenti, in particolare: due accelerometri monoassiali sono orientati lungo gli assi principali X e Y all'imposta della cupola (30 metri di altezza); due sensori sono orientati in direzione Y e uno in direzione X ad un'altezza di 45 metri; un accelerometro verticale è collocato alla base del lanternino (50 metri di altezza); gli ultimi tre accelerometri sono posizionati in sommità al lanternino, due in direzione Y e uno in direzione X. La configurazione risultante è riportata in Figura 3.31.

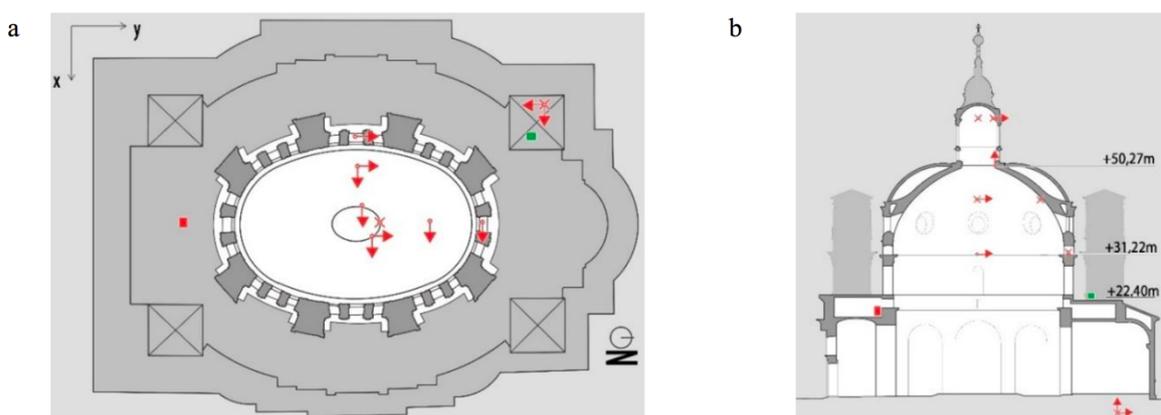


Figura 3.31: (a) posizione dei sensori in pianta; (b) posizione dei sensori in sezione N/S (da Ceravolo et al., 2017)

Le procedure di monitoraggio strutturale (SHM) consentono di verificare le condizioni di salute dell'edificio, di pianificare interventi e valutare l'effettivo livello di sicurezza strutturale. (Pecorelli et al., 2017; Ceravolo et al., 2017)

Capitolo 4

4. Dal modello geometrico al modello meccanico calibrato

4.1. Modellazione geometrica

La base di partenza per la realizzazione del modello FEM del santuario sono stati i rilievi effettuati dall'ing. Garnero nel 2004. La modellazione geometrica 3D è stata svolta utilizzando il software Rhinoceros 4.0 con l'ausilio del software AutoCAD 2010 per quanto riguarda la definizione della base da importare in ambiente Rhinoceros. L'intento iniziale era quello di realizzare un modello interamente costituito da elementi shell, poiché più maneggevoli e di dimensioni minori rispetto agli elementi di volume. A causa della natura massiccia dei pilastri centrali, si è però deciso di creare un modello misto, modellando tramite elementi solidi il basamento della struttura e con elementi shell la parte restante del Santuario. Tale modifica si è resa necessaria in quanto le approssimazioni e le imprecisioni di una modellazione interamente costituita da elementi shell sarebbero state eccessive sia in termini geometrici che strutturali. Per migliorare ulteriormente il comportamento del modello, si è pensato di modellare fondazioni e terreno; questo perché l'interazione tra la struttura e il terreno potrebbe rappresentare un fattore determinante per il comportamento meccanico della struttura. Al fine di realizzare un blocco unico, alle fondazioni è stato assegnato lo stesso materiale del basamento. Per quanto riguarda invece il terreno, è necessario osservare come il profilo sia costante lungo la direzione Nord-Sud e nettamente diversificato lungo il profilo Est-Ovest. Sondaggi sul terreno hanno verificato infatti, la presenza di due unità litologiche principali: uno strato di marna e uno strato di limo argilloso, poggiate a sua volta sul primo strato.

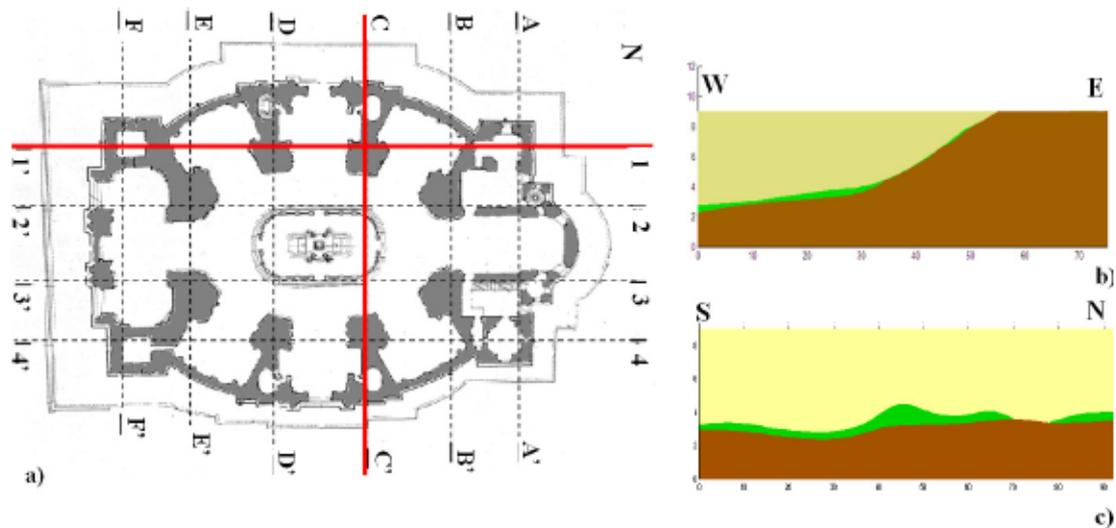


Figura 4.1: Stratigrafia di Vicoforte

Sempre con Rhinoceros è stato realizzato un solido semplificato rappresentante il terreno, seguendo un profilo lineare del tipo di Figura 4.1b lungo la direzione E-O e un profilo costante nella direzione perpendicolare a questa. (Casalegno et al., 2014)

In Figura 4.2 è riportato il modello realizzato in Rhinoceros, dove i colori diversi rappresentano le varie tipologie di materiale utilizzati nel modello:

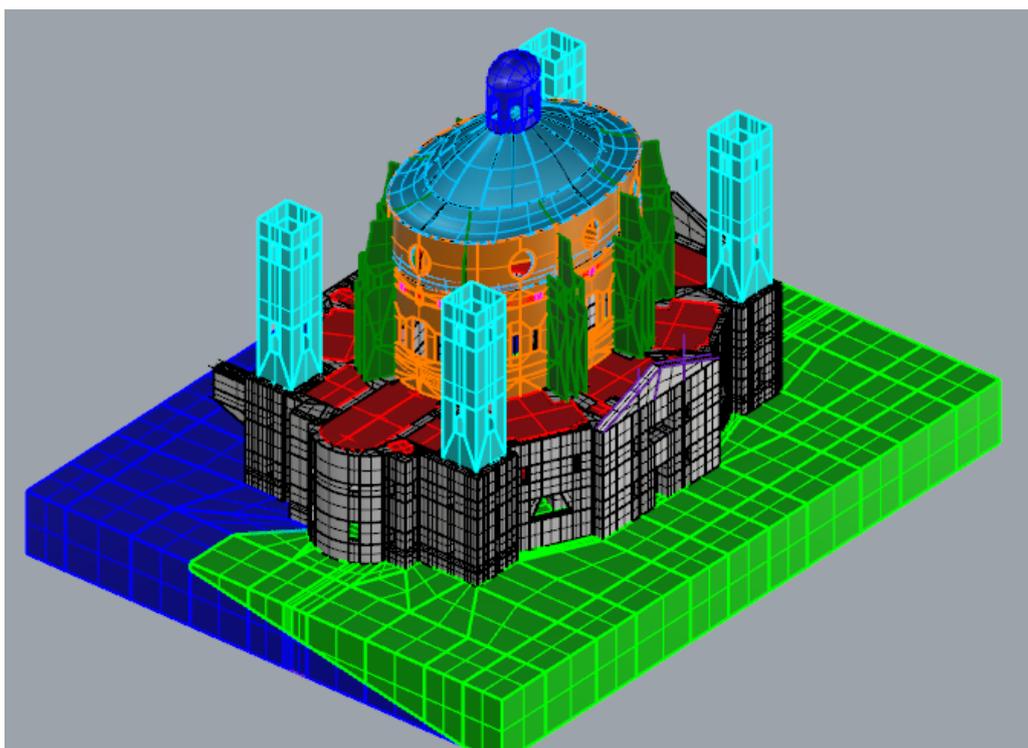


Figura 4.2: Modello geometrico del Santuario "Regina Montis Regalis"

4.2. Modellazione meccanica

La modellazione meccanica è stata effettuata tramite il software di calcolo agli elementi finiti ANSYS.v15. Il modello geometrico 3D è stato importato in formato Parasolid all'interno del programma di calcolo. Si è deciso di importare le diverse parti separate le une dalle altre, in modo da rendere più semplice la selezione degli elementi stessi e per poter cambiare o migliorare le caratteristiche degli stessi senza toccare il resto del modello.

Di seguito sono riportate le caratteristiche dei materiali attribuite alle diverse parti del modello in una prima fase:

Materiale	E [Gpa]	ν	densità [kg/m ³]	G [Gpa]
basamento	2,9	0,35	1800	1,07
tamburo	2,6	0,30	1700	1,00
campanili	2,0	0,35	1800	0,74
cupola	5,9	0,35	1800	2,19
contrafforti	2,7	0,30	1700	1,04
lanternino	1,8	0,35	1800	0,67
acciaio	210	0,30	7800	80,77

Tabella 4.1: Proprietà meccaniche del modello FEM pre-updating

Per quanto riguarda il comportamento a taglio della muratura è stato utilizzato come indice di riferimento il coefficiente di Poisson ν . Si è anche voluto mostrare il modulo elastico tangenziale equivalente G ricavandolo dal coefficiente di Poisson e dal valore di modulo di Young E tramite la relazione:

$$G = \frac{E}{2(\nu + 1)}$$

Per quanto riguarda le caratteristiche di marna e limo argilloso, si è fatto uso della campagna di prove geofisiche svolte nel 2004 e nel 2008 da SOING e PROGEO s.r.l. Sono state eseguite diverse prove sul terreno, ma per i nostri parametri si sono utilizzate le prove Cross-Hole. In particolare sono state condotte due prove (CHT1 e CHT2), dalle quali è stato possibile estrapolare i profili delle velocità delle onde di taglio V_s e di compressione V_p .

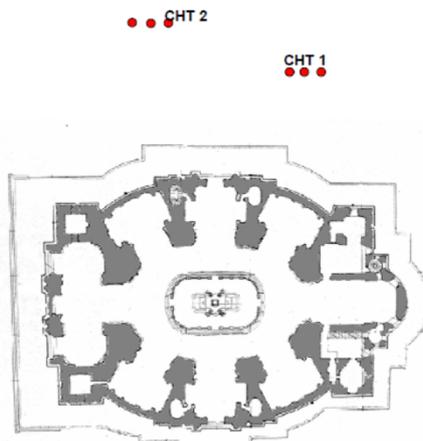


Tabella 4.2: Disposizione degli strumenti durante le indagini svolte nel 2004 e nel 2008

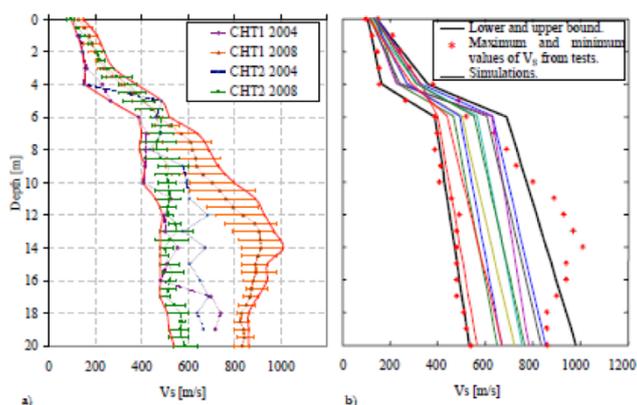


Tabella 4.3: Profili della velocità vs profondità ottenuti dalle indagini del 2004 e 2008

Una volta ottenute le velocità delle onde di taglio è stato possibile, conoscendo la densità dei materiali, passare al modulo di taglio G del terreno tramite la relazione nota:

$$G = \rho * Vs^2$$

Dove con ρ si intende la densità del materiale.

Per il terreno sono stati scelti quindi i seguenti valori:

Materiale	densità [kg/m ³]	Vs [m/s]	G [Gpa]	ν	E [Gpa]
marna	2100	750	1,54	0,35	4,17
limo argilloso	1900	300	0,20	0,35	0,55

Tabella 4.4: Proprietà del terreno pre-updating

In seguito al model updating, eseguito confrontando i modi di vibrare della struttura estratti dal modello FEM e quelli identificati (Chiorino et al., 2011), si è vista la necessità di variare alcuni parametri riguardanti le caratteristiche dei materiali:

Materiale	E [Gpa]	ν	densità [kg/m ³]	G [Gpa]
basamento	2,9	0,35	1800	1,07
tamburo	2,3	0,35	1700	0,85
campanili	4,5	0,35	1800	1,67
cupola	5,5	0,35	1800	2,04
contrafforti	5,5	0,30	1700	2,12
lanternino	5,6	0,35	1800	2,07
acciaio	210	0,3	7800	80,77

Tabella 4.5: Proprietà meccaniche del modello FEM post-updating

Per la creazione del modello sono state impiegate le seguenti tipologie di elementi:

SOLID45

Questo elemento è utilizzato per la modellazione 3D di strutture solide. E' definito da 8 nodi aventi 3 gradi di libertà ciascuno. In questo caso l'elemento è utilizzato al massimo delle sue capacità, ovvero è utilizzato in modo che le mesh solide siano tutte costituite da elementi brick e non da tetraedri; in questo modo il modello risulta essere più preciso. Tale elemento è stato utilizzato per la modellazione del basamento e del terreno.

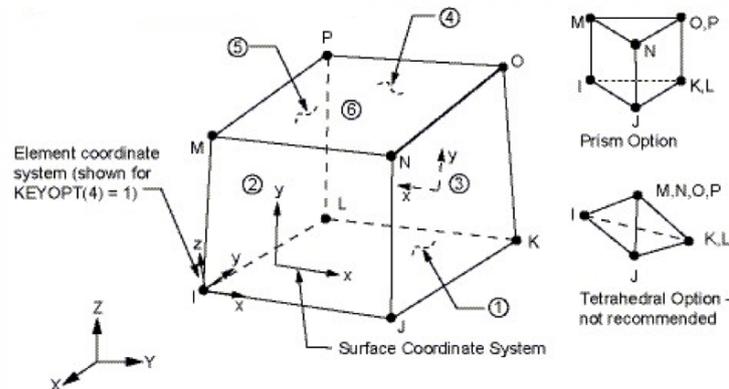


Figura 4.3: Elemento Solid45

SHELL63

È un elemento in grado di descrivere sia un comportamento flessionale che membranale. Sono consentiti carichi nel piano e normali al piano. L'elemento ha sei gradi di libertà per ogni nodo, traslazioni in X,Y,Z e rotazioni intorno agli assi X,Y e Z. Lo spessore dell'elemento viene specificato tramite l'utilizzo di Real Constant. L'elemento è stato utilizzato per la modellazione di campanili, tamburo, corona, cupola, lanternino e degli orizzontamenti presenti all'interno del basamento.

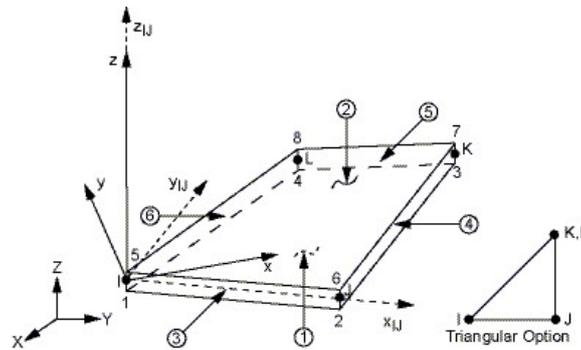


Figura 4.4: Elemento Shell63

BEAM188

L'elemento beam188 è stato utilizzato per la modellazione delle colonne delle cappelle al piano terreno e per la realizzazione del sistema di cerchiaggio. Presenta capacità flessionali ed è inclusa la deformabilità a taglio. È possibile inserire per questo elemento la pretensione, motivo per cui è stato utilizzato l'elemento per il cerchiaggio della cupola.

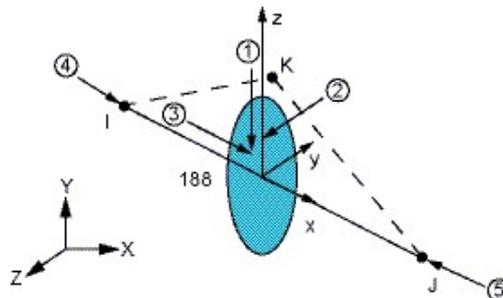


Figura 4.5: Elemento Beam188

LINK11

Questo elemento è stato utilizzato per simulare il collegamento tra il santuario e l'edificio adiacente i quali sono collegati da un passaggio realizzato con un arco in muratura. E' determinato a partire da due punti i, j . E' possibile inserire un valore di smorzamento C o una rigidezza K per simulare l'effetto di una molla.

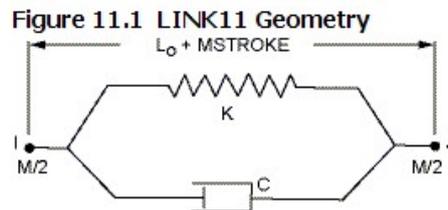


Figura 4.6: Element0 Link11

Il modello è quindi composto da 35108 elementi shell, 106295 elementi solidi, 1140 elementi beam e 8 elementi link per la modellazione delle molle.

Avendo importato la geometria a pezzi, la complessità nella creazione del modello sta nel collegamento tra le diverse mesh. In questo caso si è scelto di rendere continua la mesh, ove possibile, andando a far coincidere i nodi sfalsati con il comando NUMMRG; così facendo non si inseriscono equazioni aggiuntive e si lascia il modello invariato. Questo comando è stato utilizzato solo per le interfacce shell-shell della parte superiore della struttura e solid-solid per basamento e fondazioni; per le interfacce tra solid e shell, ovvero tra il basamento, il tamburo e gli orizzontamenti si è stati costretti ad utilizzare le constraint equations per via della troppa diversità tra le varie mesh. Per una questione di praticità constraint equations sono state utilizzate anche per collegare le fondazioni al terreno, data la rilevante complessità delle fondazioni rispetto al solido rappresentante il terreno.

Per quanto riguarda i vincoli da applicare al terreno; la letteratura suggerisce principalmente tre soluzioni:

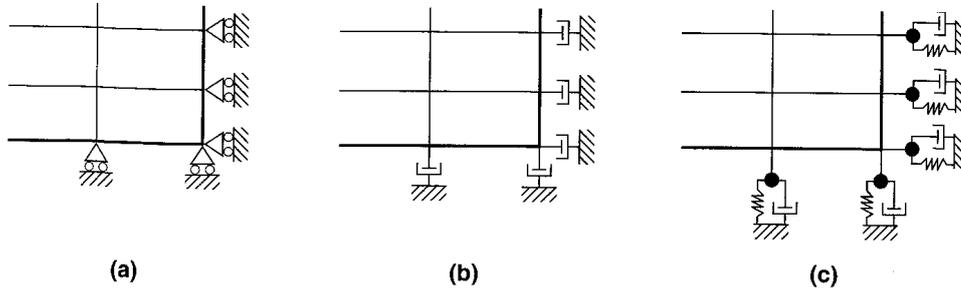


Figura 4.7: a) condizioni di vincolo elementari, dove gli spostamenti sono nulli; b) condizioni di vincolo locali che consistono in smorzatori viscosi; c) condizioni di vincolo che hanno come parametri una massa, una rigidità e una viscosità

Per una questione di semplicità e di incertezza riguardo i parametri di viscosità del terreno, è stato utilizzato il primo tipo di condizione di vincolo. Si è deciso quindi di inserire semplici appoggi per ogni nodo al contorno della mesh, in modo da bloccare i rispettivi spostamenti.

Si riporta di seguito il modello FEM ottenuto a partire dalle informazioni sopra citate:

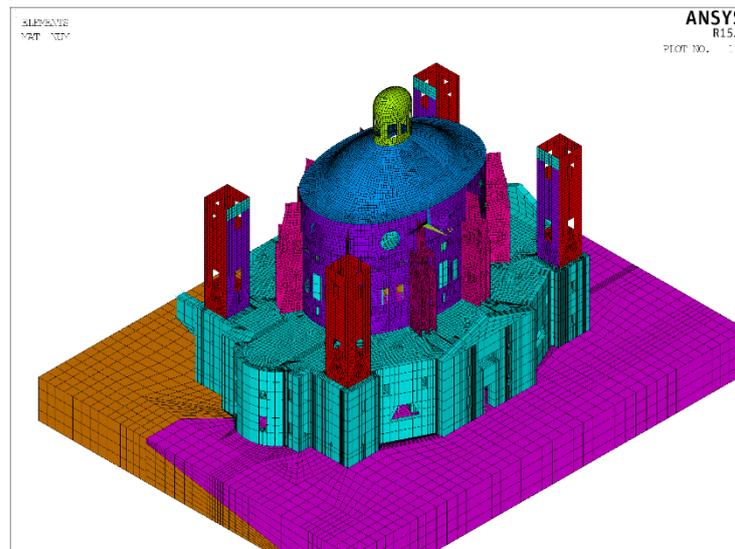


Figura 4.8: Modello FEM

Capitolo 5

5. Risposta dinamica del modello calibrato

Lo scopo principale del presente lavoro di tesi è quello di comparare il comportamento di cupole in muratura soggette ad alte deformazioni di forma, pre- e post- intervento di rinforzo. A tal proposito si fa riferimento alla Basilica “Regina Montis Regalis” come caso studio, poiché è ormai noto che una delle principali cause del preoccupante quadro fessurativo è il peso dell'imponente cupola che la sormonta.

Prima di proporre un intervento di rinforzo per far fronte a questa problematica è necessario comprendere a fondo il comportamento della cupola, soprattutto in relazione ai possibili modi di deformazione che si potrebbero sviluppare in caso di sisma.

L'idea di base è di condurre preliminarmente un'analisi modale in regime elastico, individuare i modi di ovalizzazione del sistema tamburo-cupola e infine estrapolare gli spostamenti in corrispondenza del contatto tra i due componenti. In seconda fase tali spostamenti sono applicati agli stessi nodi di lettura sotto forma di spostamenti imposti aumentandone progressivamente l'entità in modo proporzionale, così da mantenere la forma di deformazione originale ma con ampiezza maggiore. Al fine di valutare la degradazione della cupola al crescere degli spostamenti imposti si introduce una legge di danno, così da tenere in considerazione la riduzione delle caratteristiche meccaniche del materiale all'aumentare dello stato fessurativo.

5.1. Analisi modale

L'analisi modale valuta il comportamento dinamico della struttura in assenza di eccitazione esterna, in altre parole studia il comportamento della struttura in condizione di oscillazione libera.

Dal punto di vista teorico il punto di partenza è l'equazione del moto, che per un sistema non smorzato risulta essere la seguente:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (1)$$

dove $[M]$ e $[K]$ sono rispettivamente la matrice delle masse e delle rigidità del sistema. Ipotizzando che la soluzione sia nella forma $\{u\} = \{\phi\}e^{j\omega_k t}$ e sostituendola nell'equazione del moto si ottiene un problema agli autovalori.

$$([K] - \omega_k^2[M])\{\phi\} = \{0\} \quad (2)$$

Il problema ammette la soluzione banale $\{\phi\} = \{0\}$ che corrisponde alla condizione di quiete, mentre si possono ottenere altre soluzioni se è verificata la seguente condizione:

$$\det([K] - \omega_k^2[M]) = 0 \quad (3)$$

L'equazione (3) ammette un numero di soluzioni pari ai gradi di libertà del sistema analizzato, tali soluzioni sono gli autovalori e rappresentano le pulsazioni ω_k^2 di ciascun modo di vibrare. Sostituendo poi ciascuna pulsazione nell'equazione (2) si determinano i corrispondenti autovettori, ossia le forme modali del sistema.

Applicando tale procedura, tramite il codice ad elementi finiti ANSYS, al modello FEM della Basilica di Vicoforte è possibile estrarre i modi di vibrare della struttura e le corrispondenti frequenze. Sono stati determinati i primi 50 modi di vibrare, ma si riportano in Tabella 5.1 solo i più significativi. Si è visto, infatti, che i modi con frequenza superiore a 4 Hz sono modi locali che coinvolgono gli orizzontamenti e dunque poco significativi per il tipo di studio che si vuole condurre.

In Allegato B si trova lo script contenente i comandi necessari per condurre questa analisi con il programma ANSYS.

MODO	FREQUENZA [Hz]	DESCRIZIONE
1	1,2833	moto dei campanili
2	1,3736	moto dei campanili
3	1,3891	moto dei campanili
4	1,4147	moto dei campanili
5	1,4366	moto dei campanili
6	1,4683	moto dei campanili
7	1,5057	moto dei campanili
8	1,5242	moto dei campanili
9	1,9249	moto flessionale lungo Y con campanili in controfase
10	2,1087	modo flessionale lungo X con campanili in controfase
11	2,8404	primo modo torsionale
12	3,4558	primo modo di ovalizzazione tamburo-cupola
13	3,7041	secondo modo di ovalizzazione tamburo-cupola
14	3,8886	modo a serpentina

Tabella 5.1: Modi di vibrare e frequenze

Al fine di evidenziare come la cupola si deforma a causa dei modi di vibrare si sono normalizzate le forme modali di interesse all'unità, successivamente si sono estrapolati gli spostamenti nei nodi di contatto cupola-tamburo ed infine si sono rappresentati in pianta. (Fig. 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5)

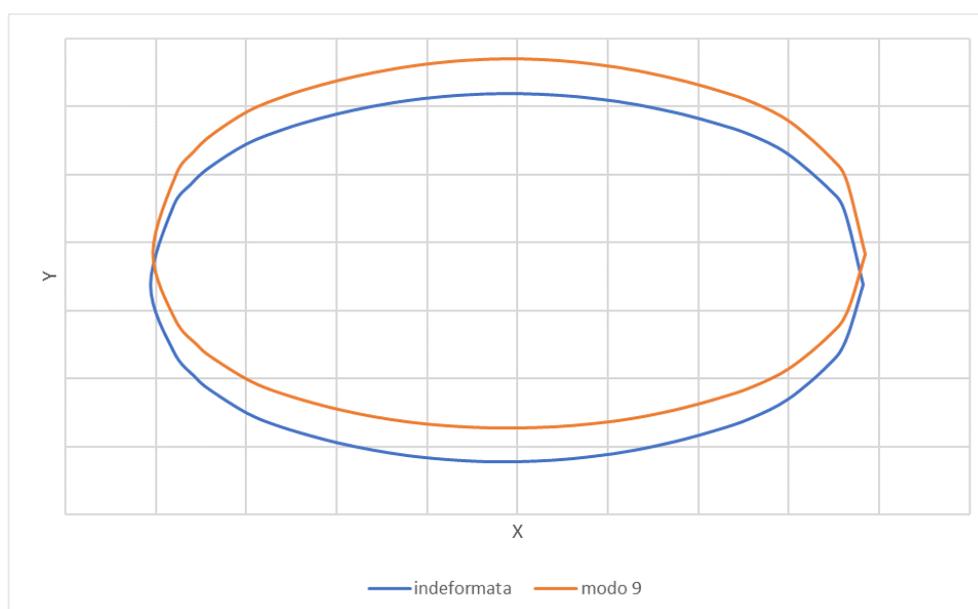


Figura 5.1: Modo 9 sezione all'imposta cupola-tamburo

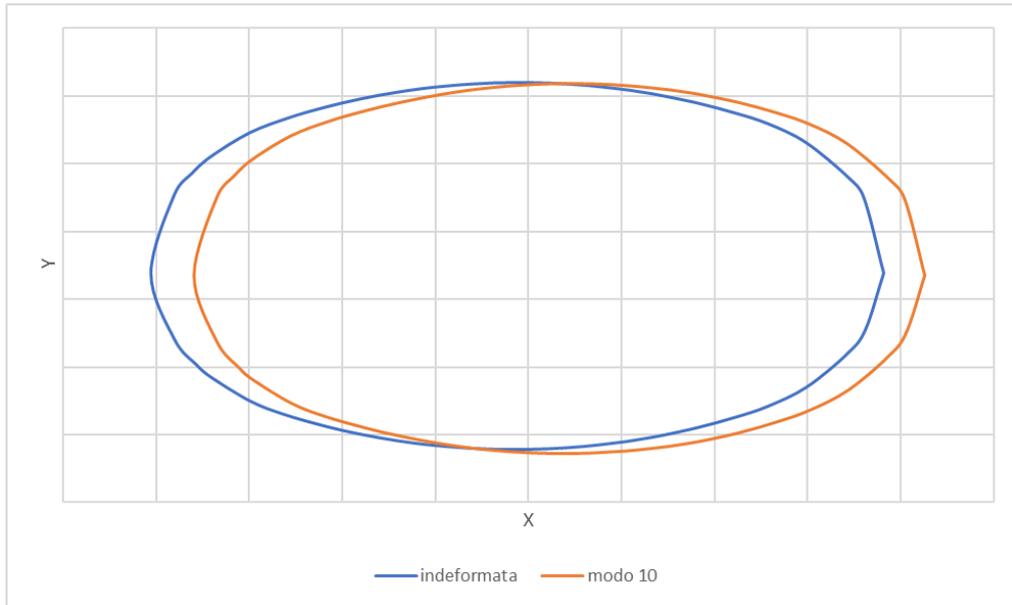


Figura 5.2: Modo 10 sezione all'imposta cupola-tamburo

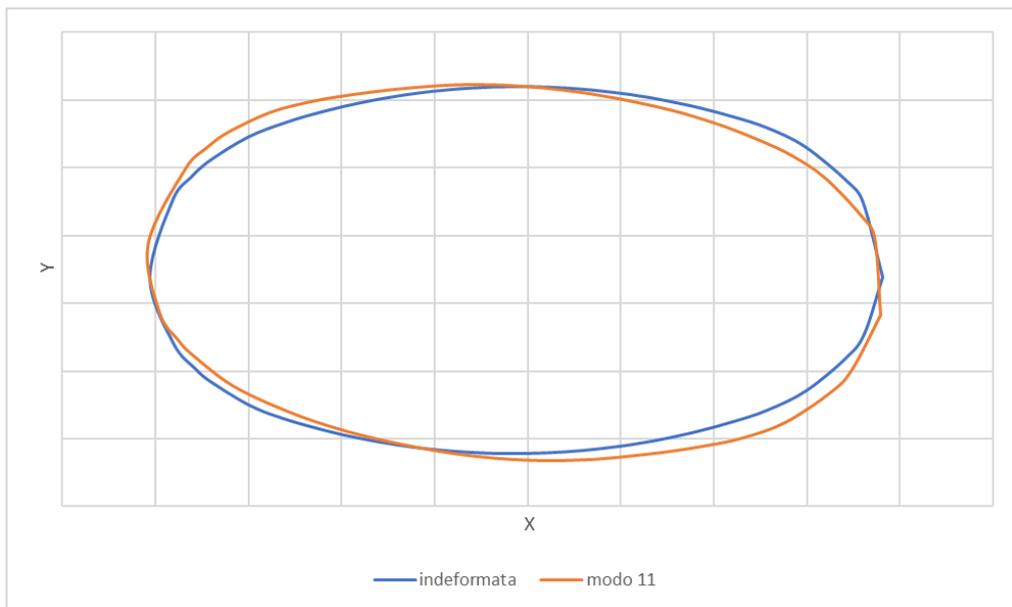


Figura 5.3: Modo 11 sezione all'imposta cupola-tamburo

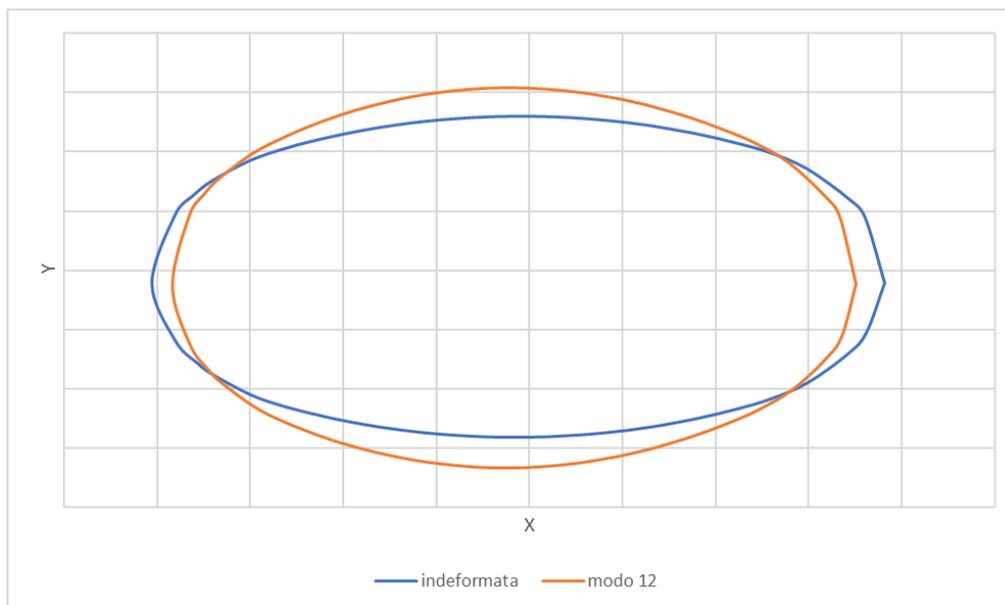


Figura 5.4: Modo 12 sezione all'imposta cupola-tamburo

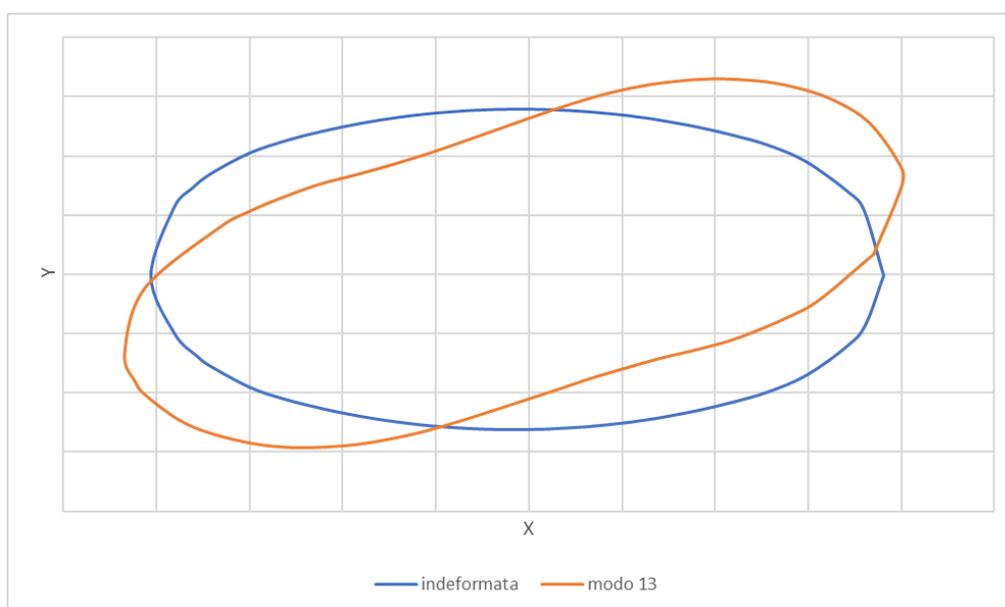


Figura 5.5: Modo 13 sezione all'imposta cupola-tamburo

Data la piccola entità degli spostamenti si è assunto un fattore di scala per enfatizzarli al solo fine illustrativo, per i modi 9 10 11 12 si è scelto un fattore pari a 10000 mentre il modo 13 pari a 30000.

5.2. Legge di danno

Il deterioramento del materiale a causa della generazione e della successiva propagazione di fessure è tenuto in conto attraverso l'elaborazione di una legge di danno. Tale legge agisce riducendo il modulo elastico in funzione delle tensioni agenti e viene applicata soltanto alla cupola e al lanternino, non solo perché si vuole concentrare l'attenzione sulla risposta della parte sommitale della costruzione ma anche perché la parte sottostante è più massiccia e si può ipotizzare che non subisca danni rilevanti.

La legge di danno è espressa mediante la seguente relazione:

$$E_n = k \cdot E_{n-1} \quad (4)$$

dove E_n è il modulo elastico all'n-esimo load step, mentre E_{n-1} è quello al load step precedente. Il ruolo fondamentale è svolto dal parametro k , il quale determina l'entità dell'abbattimento del modulo di Young.

Sono state condotte prove di compressione sulla muratura del sistema tamburo-cupola (Aoky et al., 2004) dalle quali si è ottenuto un valore di resistenza a compressione media pari a 10 MPa. Ai fini analitici si è scelto di considerare il materiale infinitamente resistente a compressione, mentre a trazione si è considerata una resistenza pari 0,4 MPa, cioè 1/25 di quella a compressione. Questa ipotesi si ripercuote nella stima del parametro k , il quale segue l'andamento mostrato in Figura 5.6.

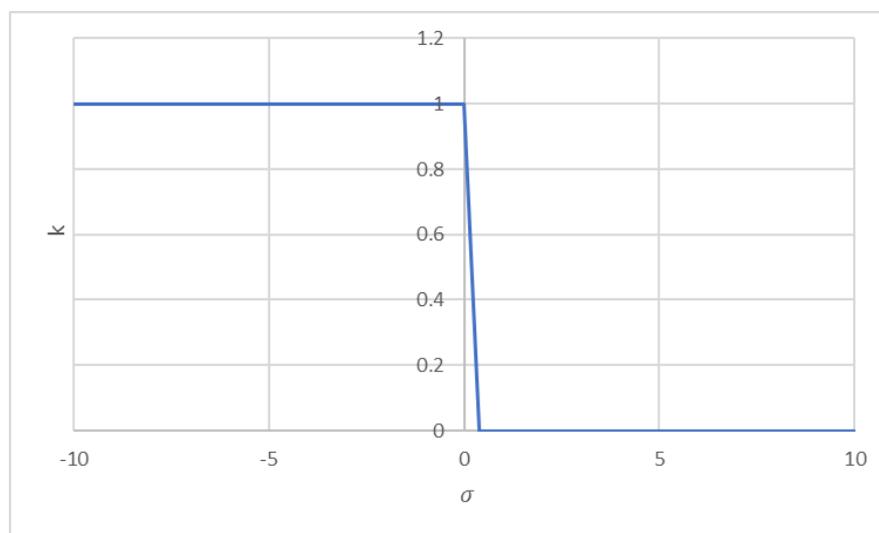


Figura 5.6: Grafico k - σ

Il parametro k è rappresentato in funzione della tensione σ ed assume valore unitario per valori negativi delle tensioni, ciò significa che gli stati di compressione non contribuiscono alla riduzione del modulo elastico e questo è coerente con l'ipotesi di materiale infinitamente resistente a compressione. Le tensioni positive di trazione, invece, comportano una riduzione di k fino ad assumere valore nullo in corrispondenza della resistenza a trazione e per valori superiori.

Operativamente tale parametro viene valutato avvalendosi del programma Matlab (script in Allegato C), nel quale come input sono richieste le tensioni σ_x , σ_y , σ_z nelle tre direzioni valutate in tutti i nodi del componente cupola o lanternino e restituisce in output il rispettivo valore di k_x , k_y , k_z . Per ottenere un unico valore di k da applicare al materiale attribuito all'intero componente si considera la media dei valori nelle tre direzioni.

5.3. Analisi incrementale in controllo di spostamento

5.3.1. Procedura

Sulla base dei risultati forniti dall'analisi modale e in particolare analizzando la deformazione che subisce la cupola a livello dell'imposta, è evidente che i modi più pericolosi per la stabilità della cupola sono i due modi di ovalizzazione, modo 12 e modo 13. Infatti i modi flessionali provocano solo una traslazione rigida in direzione X o Y e quello torsionale una rotazione attorno all'asse Z, ma non viene riscontrata in nessun caso un cambiamento della forma a differenza di quando accede nei modi di ovalizzazione tamburo-cupola.

Al fine di mettere in luce la risposta della cupola a questi modi si è condotta un'analisi incrementale in controllo di spostamento, analizzando in particolare il modo 12. Il primo passo consiste nell'estrarre gli spostamenti in direzione X e Y, generati dalla forma modale in esame, in corrispondenza di 46 nodi a livello dell'imposta cupola-tamburo e disposti in modo simmetrico rispetto ai due assi principali (Fig. 5.7, 5.8). Tali spostamenti sono stati normalizzati all'unità, dividendoli per il valore massimo tra quelli ottenuti, ed in seguito sono riassegnati agli stessi nodi di lettura. L'applicazione degli spostamenti imposti ai 46

nodi avviene per load step, cioè in modo incrementale. In ognuno di essi lo spostamento è amplificato tramite un moltiplicatore, il quale parte da un valore di 0,01 m nel primo load step e poi cresce con un passo di 0,01 m. In tal modo si riesce a quantificare lo spostamento, cosa che non era possibile con la forma modale. In Figura 5.8 sono riportati in colore azzurro gli spostamenti imposti ai nodi nelle direzioni X e Y.

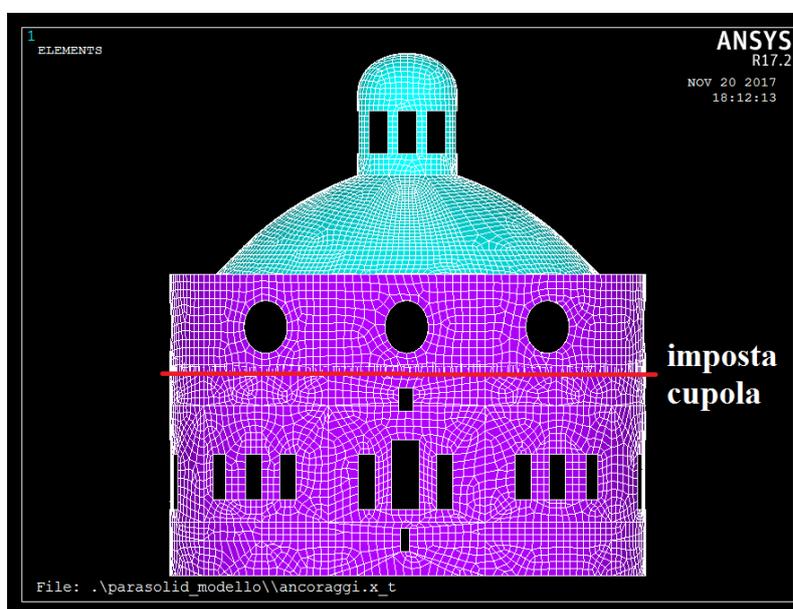


Figura 5.7: Prospetto sistema cupola-tamburo

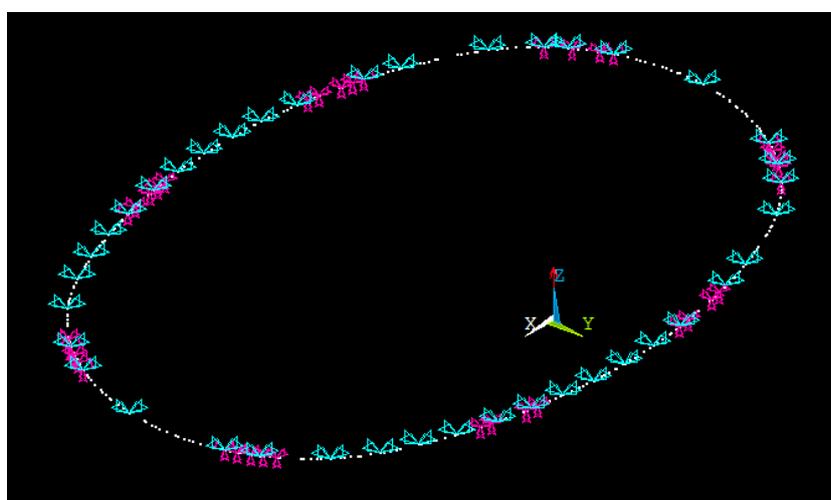


Figura 5.8: Spostamenti imposti ai nodi

A questo punto, una volta creati i load step di analisi, è necessario intraprendere una procedura iterativa modificando di volta in volta il modulo elastico della cupola e del lanternino. Nella condizione iniziale i valori di E sono quelli derivanti dal model updating, si risolve il primo load step e si valutano le tensioni in cupola e lanternino. Come spiegato nel paragrafo precedente, con questi output si determina il valore di k e si valutano i nuovi moduli elastici con cui risolvere il load step successivo. Si procede così fin quando non si incontrano problemi di convergenza e l'analisi si interrompe. Il procedimento iterativo è schematizzato in Figura 5.9.

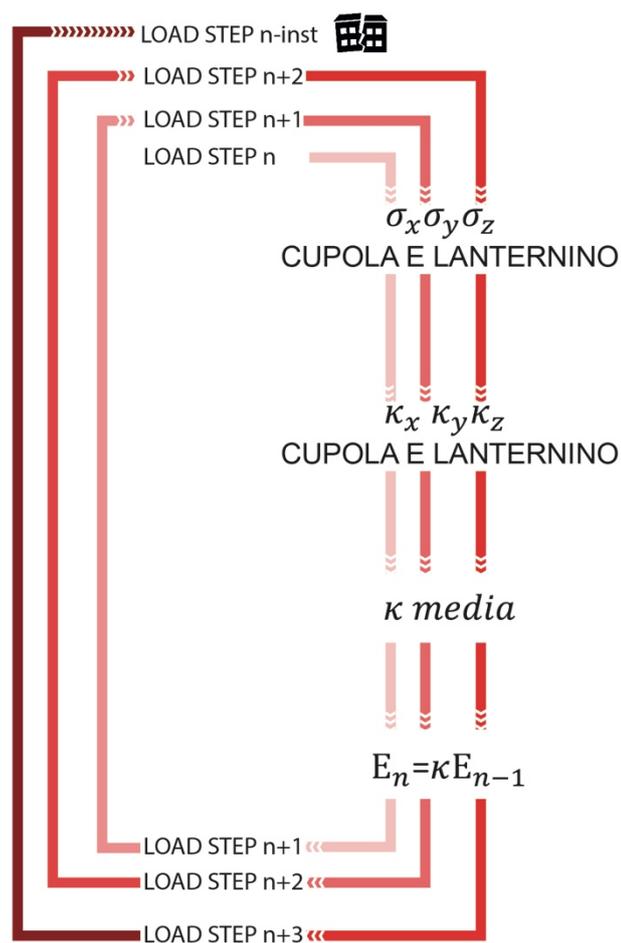


Figura 5.9: Schema procedura iterativa

In ogni load step si attivano la non linearità geometrica e il calcolo degli effetti della pretensione, tra le opzioni di analisi permesse dal codice: la prima scelta permette di tenere in conto il fenomeno di ingobbamento che interessa gli elementi shell con cui è modellata

gran parte della struttura, compresa cupola e lanternino; mentre la seconda scelta è resa necessaria dalla presenza delle barre di cerchiaggio nel tamburo.

In ANSYS i problemi non lineari sono risolti tramite la procedura iterativa di Newton-Raphson. (Guida ANSYSv.17.2)

Si riportano in Allegato D il listato che permette di effettuare l'analisi incrementale e in Allegato E le tabelle utilizzate per la stima dei moduli elastici utilizzati in ogni load step.

5.3.2. Risultati

I risultati delle analisi incrementali sono stati analizzati in termini di energia di deformazione. L'energia elastica di deformazione ϕ , detta anche energia potenziale elastica, è la quantità di energia immagazzinata in un corpo di volume V a causa della deformazione o spostamento subito. Normalmente si assume che l'energia è nulla in corrispondenza della condizione iniziale indeformata, e poi comincia a crescere man mano che il corpo si deforma. Partendo dalla definizione di energia elastica per unità di volume definita in ogni punto del solido, integrando su tutto il volume e tenendo conto del legame lineare tra tensioni e deformazioni, si ottiene che l'energia elastica di deformazione.

$$U = \frac{1}{2} V \sigma \varepsilon = \frac{1}{2} V E \varepsilon^2 \quad (5)$$

Per un materiale elastico lineare, quindi, l'energia elastica di deformazione risulta dipendente dalla rigidità tramite il modulo E in modo lineare, e dalla deformazione in maniera quadratica.

In ogni step di analisi si è valutata l'energia di deformazione della cupola, come somma delle energie associate ai vari elementi che formano la mesh della struttura. Si riportano tali valori in un grafico in funzione del moltiplicatore dello spostamento, che definisce il load step di analisi, ottenendo così l'andamento riportato in Figura 5.10.

In Allegato F si riportano le tabelle contenenti i valori di energia potenziale elastica per ogni load step.

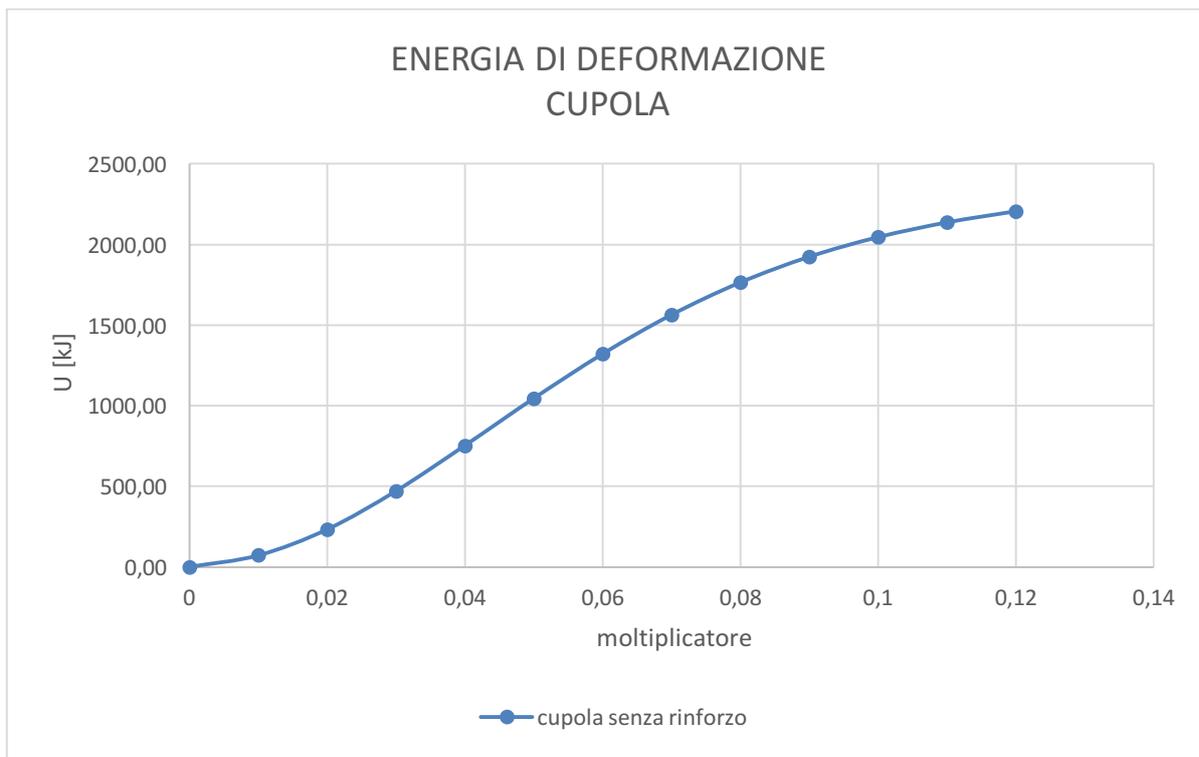


Figura 5.10: Energia elastica di deformazione per la cupola senza rinforzo

La curva denota un evidente andamento softening dovuto alla progressiva diminuzione del modulo di Young. Infatti procedendo nell'analisi si evidenzia che a parità di incremento di spostamento, di 0,01 m, si immagazzina meno energia perché il materiale è più deformabile. Si può notare che l'energia di deformazione ultima, corrispondente alla condizione di collasso, è pari a 2204 kJ.

5.4. Analisi armonica

Al fine di determinare un parametro sismico che permetta di valutare in maniera immediata e intuitiva la resistenza della struttura all'eccitazione sismica, si è condotta un'analisi armonica. Tale analisi permette di correlare l'energia di deformazione elastica al pga (peak ground acceleration).

5.4.1. Risposta della struttura

La sollecitazione armonica permette di studiare in maniera semplificata il comportamento della struttura soggetta ad azione sismica. In generale i terremoti sono segnali aperiodici, ma ne esistono alcuni, come quello di El Centro, che mostrano un andamento monocromatico. I terremoti monocromatici hanno una sola componente, quindi la legge temporale di spostamento è del tipo:

$$u_g(t) = u_{g0} \sin(\omega t) \quad (6)$$

dove u_{g0} è lo spostamento di picco al suolo (pgd) e ω è la pulsazione dell'eccitazione. Se si applica questo spostamento al supporto, anziché direttamente alla massa, come mostrato in Figura 5.11, e si risolve l'equazione del moto nel sistema di riferimento relativo u si ottiene che la risposta della struttura è data dalla somma di due contributi armonici. Il primo è la risposta transitoria, la quale sparisce dopo un certo lasso di tempo a causa dello smorzamento. Il secondo è la risposta di stato permanente. Se il sistema non fosse smorzato si potrebbe concludere che dopo qualche secondo la struttura vibra con la stessa frequenza della forzante applicata e che in condizioni di risonanza, cioè quando la pulsazione dell'armonica è pari a quella naturale della struttura, nascono spostamenti infiniti. La presenza dello smorzamento fa sì che in caso di risonanza gli spostamenti siano grandi, ma non infiniti. Altro effetto indotto dallo smorzamento è il ritardo di fase, cioè se si applica una sollecitazione armonica la struttura risponde mostrando uno spostamento con andamento armonico ma fuori fase rispetto alla forzante.

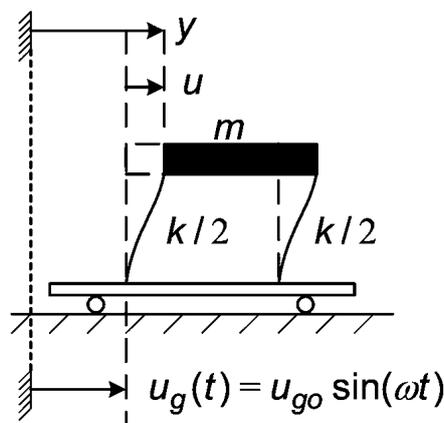


Figura 5.11: Forzante armonica applicata al supporto

In conclusione conducendo un'analisi armonica si valuta la risposta della struttura in condizioni permanenti.

Dal punto di vista pratico la risposta del sistema in termini di spostamento si può calcolare sia nel dominio del tempo che nel dominio della frequenza. Nel primo caso lo spostamento è dato dalla convoluzione tra la funzione di risposta all'impulso $h(t)$ e l'eccitazione $A(t)$.

$$u(t) = h(t) * A(t) = \int_0^t A(\tau) h(t - \tau) d\tau \quad (7)$$

Dove la funzione di risposta all'impulso $h(t)$ è data da:

$$h(t) = \frac{1}{\omega_d} e^{-\zeta\omega_n t} \text{sen}(\omega_n t) \quad (8)$$

Essendo ω_d e ω_n rispettivamente la pulsazione smorzata e naturale del sistema.

La risoluzione nel dominio della frequenza risulta più agevole ai fini operativi, poiché la convoluzione nel dominio del tempo diventa un prodotto nel dominio della frequenza. Alla luce di ciò la risposta del sistema risulta essere la seguente:

$$U(f) = H(f) \cdot A(f) \quad (9)$$

Dove la funzione di risposta in frequenza $H(f)$ è la trasformata di Fourier della funzione di risposta all'impulso $h(t)$, mentre $A(f)$ è la trasformata dell'eccitazione $A(t)$. La risposta del sistema $U(f)$ sarà un valore complesso espresso in termini di ampiezza e fase o di parte reale e immaginaria.

5.4.2. Procedura

In ANSYS l'analisi armonica è condotta nel dominio della frequenza e permette di valutare la risposta a regime della struttura soggetta all'eccitazione. Attraverso questa analisi si vuole stimare il massimo pga che la struttura è in grado di sopportare quando si va ad eccitare il primo modo di ovalizzazione del sistema tamburo-cupola.

L'analisi armonica è condotta attribuendo alla cupola e al lanternino i moduli elastici corrispondenti all'ultimo load step convergente poiché si vuole studiare il comportamento della struttura in condizioni prossime al collasso. In tal modo è possibile relazionare l'energia di deformazione ultima, ottenuta dall'analisi incrementale, con quella

conseguente all'applicazione di una eccitazione armonica con stessa frequenza del modo di ovalizzazione considerato. La variazione dei moduli elastici di cupola e lanternino comporta un abbassamento delle frequenze dei modi di vibrare poiché la struttura risulterà complessivamente meno rigida, perciò prima di passare all'analisi armonica è necessario eseguire di nuovo l'analisi modale per valutare la nuova frequenza del primo modo di ovalizzazione.

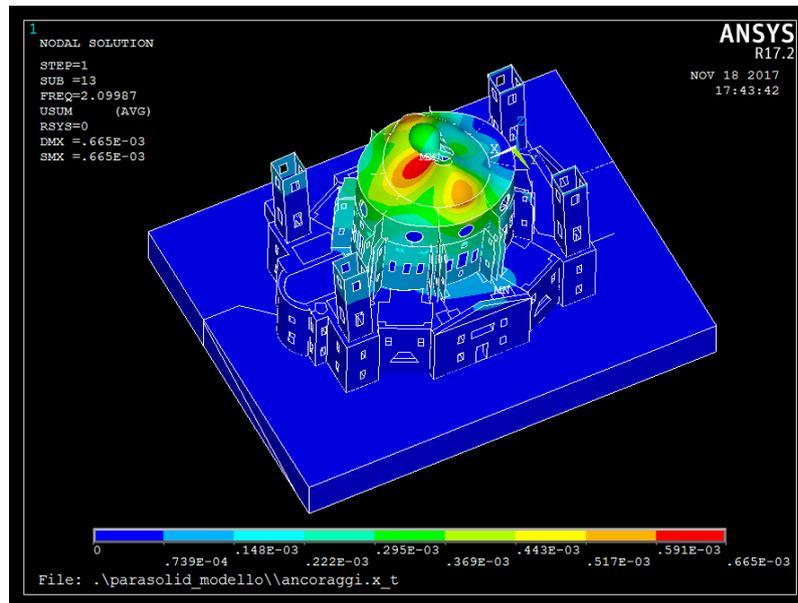


Figura 5.12: Primo modo di ovalizzazione

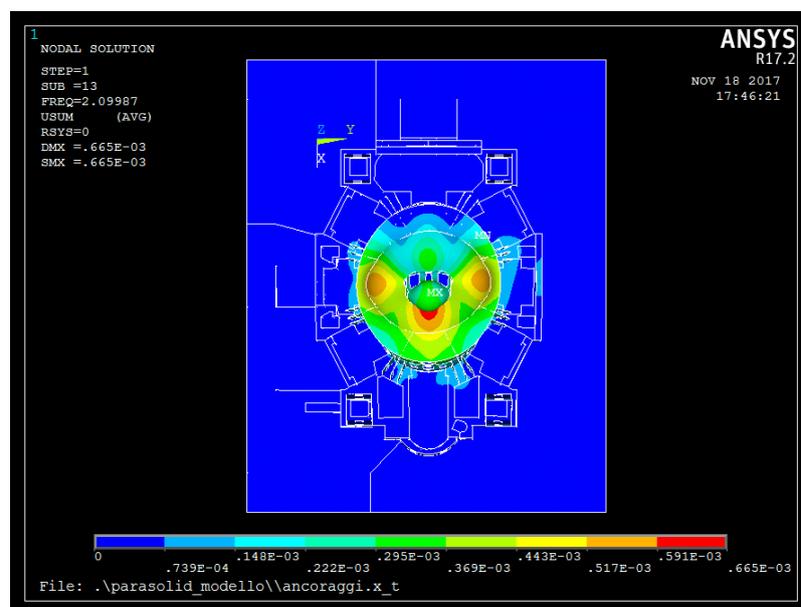


Figura 5.13: Primo modo di ovalizzazione

Le Figure 5.12 e 5.13 raffigurano il primo modo di ovalizzazione in vista assonometrica e dall'alto, risulta evidente che i maggiori spostamenti si hanno nella cupola poiché questa è la parte più deformabile della struttura. Inoltre, è evidente che la forma modale coincide esattamente con quella imposta nell'analisi incrementale, anche se ora è associata al 13-esimo modo di vibrare con frequenza pari a 2,09987 Hz.

A questo punto è possibile procedere con l'analisi armonica vera e propria. La forzante sinusoidale è applicata come spostamento in direzione X a tutti i nodi del componente fondazioni, il quale costituisce la base del modello FEM. L'utilizzo di più punti di applicazione simultanei permette di distribuire in maniera più omogenea l'energia nella struttura e quindi di ottenere una risposta più uniforme. I parametri richiesti per la definizione dell'eccitazione sono la parte reale ed immaginaria; applicando una sola forzante armonica si può considerare l'angolo di fase nullo, cosicché la parte immaginaria è zero mentre quella reale coincide con l'ampiezza. Avendo introdotto l'armonica sotto forma di spostamento l'ampiezza non è altro che il pgd (peak ground displacement) ed è assunto pari a 0,1 m.

Poiché tutti i carichi introdotti nel modello sono considerati armonici durante questa analisi, è necessario eliminare il carico gravitazionale prima di procedere con la risoluzione.

Come accennato nel paragrafo precedente, è necessario tenere in considerazione lo smorzamento poiché si intende studiare la risposta dinamica in condizioni di risonanza. L'introduzione dello smorzamento complica il problema, perciò ai fini pratici si considera lo smorzamento viscoso ossia proporzionale alla velocità in maniera lineare. La metodologia con la quale è stato valutato lo smorzamento, in accordo con quanto richiesto dal codice di calcolo, è quella dello smorzamento proporzionale, o classico o alla Rayleigh. La matrice di smorzamento è assunta linearmente dipendente dalla matrice delle masse e delle rigidezze tramite due coefficienti α e β .

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (10)$$

Sotto questa assunzione il passaggio alle coordinate modali porta ad una matrice di smorzamento diagonale e gli autovettori saranno gli stessi del sistema non smorzato, cioè i

modi propri di vibrare della struttura restano gli stessi. Inoltre partendo dalla generica equazione del moto ed effettuando il disaccoppiamento si ottiene la seguente relazione:

$$\zeta_k = \frac{\alpha}{2} \frac{1}{\omega_k} + \frac{\beta}{2} \omega_k \quad (11)$$

dove ζ_k e ω_k sono rispettivamente il rapporto di smorzamento e la pulsazione del k-esimo modo di vibrare. Quindi i coefficienti α e β possono essere calcolati semplicemente scrivendo la relazione (11) per due modi di vibrare; in aggiunta se si assume lo stesso valore di rapporto di smorzamento ζ per i due modi, allora i due coefficienti sono dati da:

$$\alpha = \zeta \frac{2 \omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad \beta = \zeta \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (12)$$

In genere i modi scelti per calcolare questi coefficienti sono i primi, quelli più significativi per la struttura. In questo caso si è scelto di valutare α e β assumendo un rapporto di smorzamento ζ pari al 5% per i due modi di ovalizzazione della cupola e si sono ottenuti i seguenti valori:

$$\alpha = 1,1231$$

$$\beta = 0,0022$$

Il metodo di risoluzione scelto per risolvere l'analisi armonica tramite il programma ANSYS è il metodo full, il quale considera le matrici piene per calcolare la risposta, senza effettuare alcuna riduzione della matrice di massa. (Giuda ANSYSv.17.2).

Si riporta in Allegato G lo script ANSYS per effettuare l'analisi.

5.4.3. Risultati

La risposta della struttura all'eccitazione armonica in termini di spostamento nelle tre direzioni X, Y, Z è un valore complesso, espresso tramite modulo e fase. Il codice di calcolo ANSYS permette di graficare lo spostamento di un punto della struttura nell'intero range di frequenza in cui si è effettuata l'analisi, sia come ampiezza che come fase.

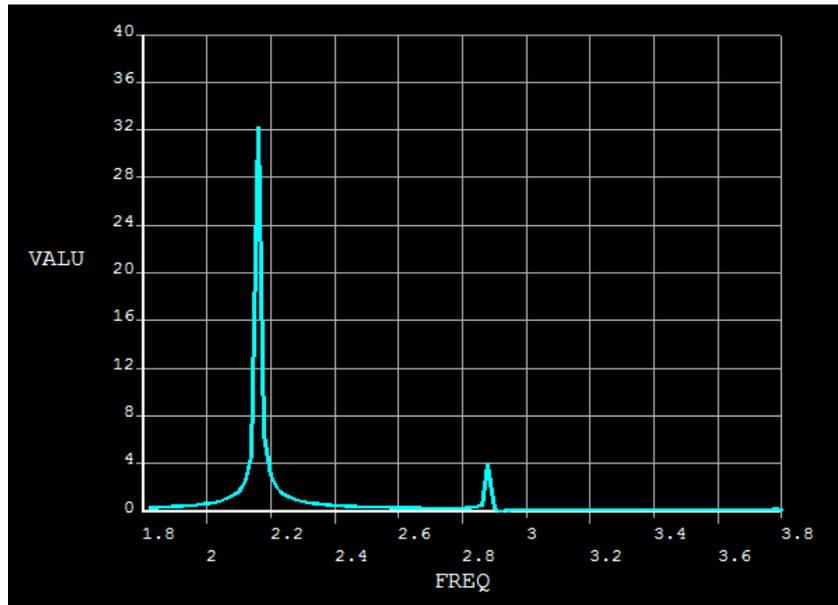


Figura 5.14: Spostamento in direzione X

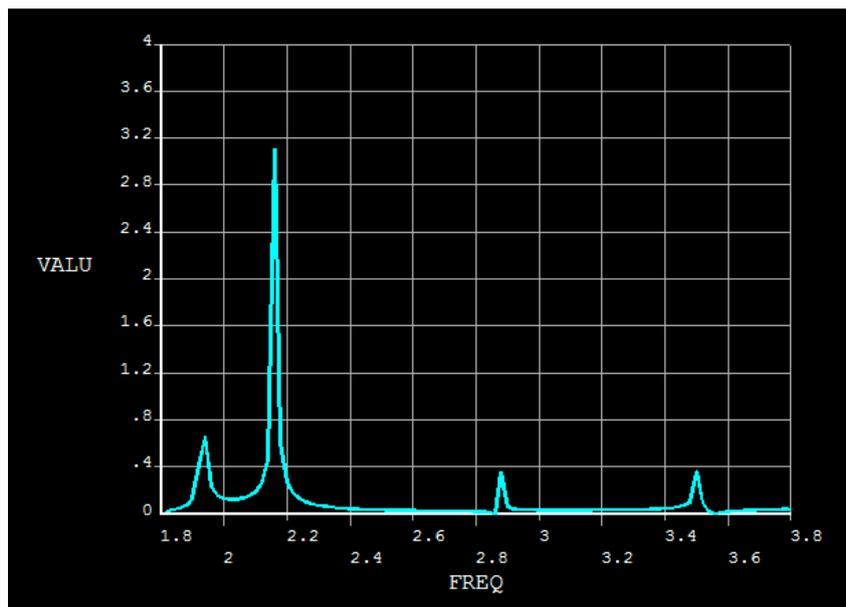


Figura 5.15: Spostamento in direzione Y

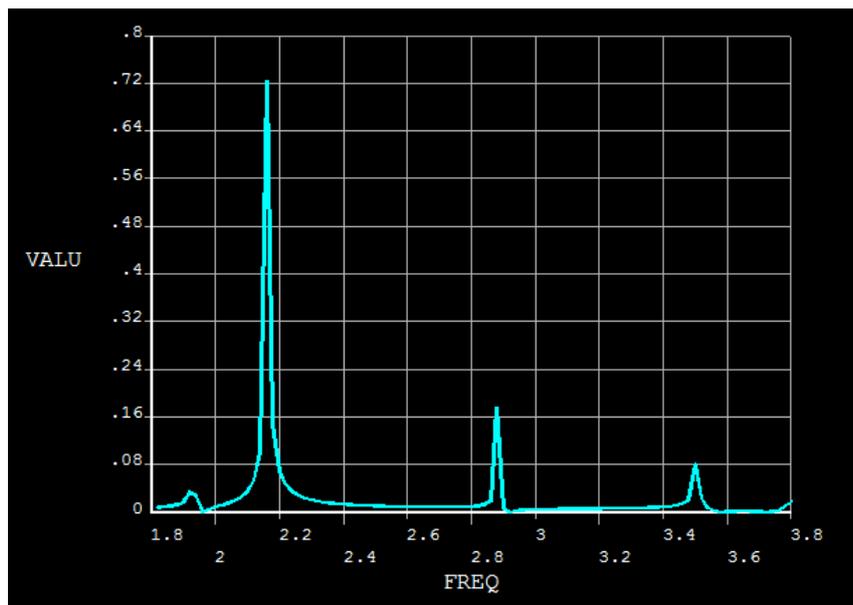


Figura 5.16: Spostamento in direzione Z

Le Figure 5.14, 5.15, 5.16 sono il risultato dell'analisi armonica in assenza di smorzamento condotta sul modello originario, con i valori iniziali dei moduli elastici. Lo spostamento nelle tre direzioni è stato valutato nel punto sull'asse minore della cupola a livello dell'imposta. Da queste immagini si può notare come i picchi di spostamento si hanno proprio in corrispondenza delle frequenze dei modi di vibrare della struttura, questo perché quando l'armonica ha la stessa pulsazione del modo di vibrare si verifica il fenomeno della risonanza. L'introduzione dello smorzamento avrà il solo effetto di ridurre l'entità dello spostamento, ma non ne modifica l'andamento.

Si ripete l'analisi introducendo lo smorzamento proporzionale, i moduli elastici ridotti e restringendo il range di variazione della frequenza nell'intorno di quella del modo di ovalizzazione scelto così da ridurre i tempi computazionali e allo stesso tempo avere una risposta più accurata. In seguito si valuta l'energia di deformazione della cupola quando la struttura è soggetta ad una forzante armonica con frequenza pari a quella del modo di ovalizzazione, dal punto di vista operativo questo equivale a selezionare il substep di analisi in corrispondenza della frequenza del modo e calcolare l'energia potenziale elastica. L'energia così determinata è associata al valore di pgd definito in precedenza, pari a 0,1 m. Poiché la relazione tra la radice dell'energia potenziale elastica e il pgd è lineare (Fig. 5.17), è possibile ricavare il valore di pgd associato all'energia di deformazione ultima ottenuta tramite l'analisi incrementale. Infatti noto il punto di coordinate

$(0,1;\sqrt{U_{armonica}})$ è possibile descrivere l'andamento tramite la retta passante per tale punto e l'origine degli assi. In seguito si entra nel grafico con il valore di $\sqrt{U_{ultima}}$ e si ottiene il corrispondente valore di pgd .

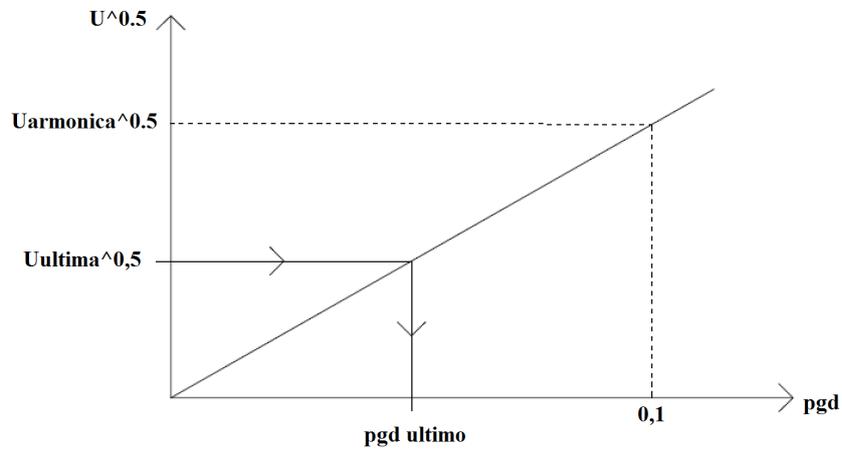


Figura 5.17: Grafico \sqrt{U} - pgd

Stimato così il pgd massimo al quale la struttura è in grado di resistere, è possibile passare da questo al corrispondente valore di pga tramite la relazione:

$$pga = pgd \cdot \omega_n^2 \quad (13)$$

essendo ω_n la pulsazione del modo di ovalizzazione.

MODELLO SENZA RINFORZO	
Uultima [kJ]	2204
$\sqrt{Uultima}$	47
Uarmonica [kJ]	45919
$\sqrt{Uarmonica}$	214
pgd [m]	0,02191
f [Hz]	2,09987
ω [1/s]	13,19
pga [m/s ²]	3,81014
pga [g]	0,38839

Tabella 5.2: Valutazione pga per modello senza rinforzo

Si può concludere che la struttura resiste ad un pga massimo di 0,388 g.

Capitolo 6

6. Proposta di sistema di rinforzo in kevlar

L'uso di cavi in acciaio esterni post-tesi è un metodo comune nel rinforzo di strutture in muratura perché combina efficienza, semplicità e reversibilità. E' già stato applicato in molte strutture storiche.

Un'interessante modalità d'impiego è quella progettata da Jurina per il consolidamento di una parete muraria del Castello di Trezzo sull'Adda mediante stralli in acciaio inox (Jurina, 2014). Gli stralli post-tesi sono applicati esternamente al muro al fine di bloccarne le oscillazioni. Si sono messi in opera dodici tiranti per lato, disposti a V rovescia e ancorati alla muratura in sommità e al terreno alla base (Fig. 6.1). Il collegamento alla muratura prevede l'inserimento di una barra filettata all'interno delle buche pontaiarie esistenti, così da non danneggiare ulteriormente la muratura. All'estremità le barre presentano delle piastre ellittiche, le quali dopo essere state serrate comprimono la muratura tra esse compresa. Al centro delle piastre è saldata una costolatura che permette l'aggancio degli stralli. L'ancoraggio al terreno è realizzato mediante micropali verticali in acciaio.



Figura 6.1: Strallatura della parete del Castello di Trezzo sull'Adda (da Jurina, 2014)

Una delle applicazioni più rappresentative è il Metodo dell'Arco Rinforzato (RAM) sviluppato da Jurina (Jurina, 2015a). Tale metodo usa cavi in acciaio post-tesi che distribuiscono immediatamente forze radiali sull'intera superficie dell'arco, ed eventualmente della cupola. Questo è un sistema di confinamento attivo molto versatile perché i cavi possono essere applicati sia all'intradosso che all'estradosso della superficie e la configurazione è scelta attraverso considerazioni geometriche dato che la forma del sistema di rinforzo influenza ampiamente la sua prestazione. I trefoli possono essere ritesati o sostituiti per operazioni di manutenzione. In base alle considerazioni appena presentate, l'applicazione più interessante è il caso della Chiesa di Santa Caterina a Lucca dove la cupola ellittica necessitava di un intervento di rinforzo strutturale e sismico (Jurina, 2015b). Il progetto non si limita al solo rinforzo della cupola, ma coinvolge diverse parti della struttura quali il solaio di sottotetto, la copertura, le murature perimetrali e la torre campanaria. In ognuno di questi interventi strutturali, il criterio guida è quello di coniugare le esigenze della sicurezza con quelle della conservazione. A tal fine sono state utilizzate modalità di intervento poco invasive così da non modificare la struttura originaria, ma si aggiungono nuovi elementi che collaborino con quelli già esistenti. In particolare il consolidamento della cupola ellittica consiste in un particolare sistema di cerchiaggio: sono presenti tre anelli di cerchiatura lungo i paralleli e cavi radiali estradosso in corrispondenza delle costole di nervatura, ossia lungo i meridiani (Fig. 6.2). Quest'ultimi sono affiancati alla superficie della cupola e ancorati in corrispondenza della muratura di imposta e del solaio di sottotetto, prima di essere pretesi mediante tenditori.

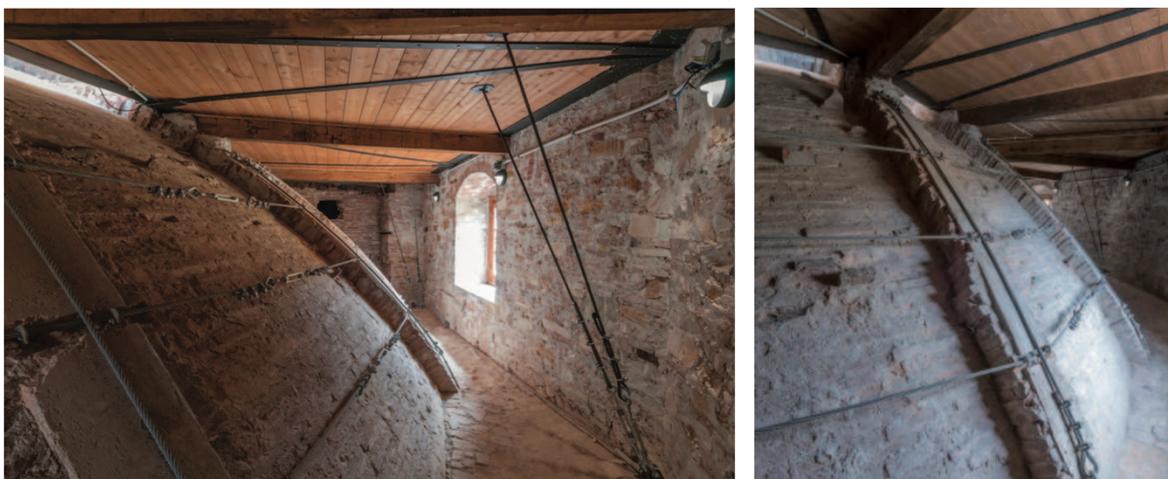


Figura 6.2: Consolidamento della cupola di Santa Caterina, Lucca (da Jurina, 2015b)

L'innovazione è data dall'introduzione dei trefoli lungo i meridiani, i quali producono un effetto di confinamento della cupola, limitando gli spostamenti orizzontali in caso di sisma. D'altra parte l'effetto degli anelli di cerchiaggio, già ben noto da tempo, è quello di ridurre gli sforzi di trazione e favorire così il comportamento a sola compressione della muratura.

6.1. Sistema di rinforzo della cupola in materiale aramidico

A fronte di una tecnologia per il rinforzo di cupole che utilizza cavi in acciaio e che risulta efficace, come quella progettata da Jurina per la chiesa di Santa Caterina a Lucca, questa tesi valuta in fase preliminare l'efficacia di un sistema di cavi in AFRP per il rinforzo della cupola di Vicoforte.

In questo studio si propone l'impiego di cavi in materiale ad alta resistenza al posto del tradizionale acciaio. (De Lucia et al., 2017) È stato provato che i cavi in acciaio hanno alcuni svantaggi in relazione all'eccessivo prezzo dell'acciaio, ai fenomeni di invecchiamento, al creep e al rilassamento. Come alternativa, i materiali fibrorinforzati (FRP) offrono eccellenti proprietà fisiche e meccaniche. Oltre al basso peso, che è fondamentale in interventi poco invasivi, presentano una buona resistenza alla corrosione e possono essere applicati alle murature storiche in maniera reversibile. In particolare la scelta finale è ricaduta sui cavi in AFRP, i quali risultano più adatti per interventi su strutture in muratura poiché presentano un modulo elastico contenuto e la densità delle fibre è minore rispetto ai compositi con fibra di carbonio, i quali sono invece preferibili per il rinforzo di strutture in cemento armato.

Data la rilevante influenza della configurazione geometrica sull'efficienza del sistema di cavi, sono state studiate tre possibili configurazioni al fine di stabilire quale risulta più performante come presidio antisismico. Le tre opzioni proposte si sono confrontate a parità di peso totale della rete di cavi e di post-tensione somministrata. Poiché le diverse geometrie comportano un differente volume di materiale impiegato, se si vuole mantenere costante il peso totale dell'intervento è necessario variare il raggio dei cavi utilizzati. Per quando riguarda il tiro da fornire ai cavi, si vuole lavorare con un sistema a bassa tensione evitando così di trasmettere sforzi eccessivi che possano danneggiare la muratura. Alla luce di questa considerazione e del fatto che la resistenza a trazione delle funi in Kevlar è

di poco inferiore a 2000 MPa, come riportata in Tabella 2.8, si è assunto un valore di post-tensione pari a 200 MPa, cioè il 10% della resistenza ultima dei cavi.

Il numero e la posizione dei cavi lungo i meridiani sono dettati dalla presenza delle costole di nervatura all'estradosso della cupola. Infatti tutte e tre le configurazioni proposte prevedono otto cavi meridiani che corrono lungo i costoloni e si ancorano in corrispondenza dei contrafforti.

- Modello 1

La prima soluzione proposta prevede l'utilizzo di otto cavi lungo i meridiani e cinque lungo i paralleli, tutti post-tesi con una tensione di 200 MPa. Gli anelli di cerchiaggio sono disposti in modo tale da ricoprire uniformemente l'area da rinforzare: un anello sommitale in corrispondenza dell'attacco tra cupola e lanternino, due sulla superficie della cupola e i restanti due limitano la zona della corona (Fig. 6.3, 6.4). I cavi presentano tutti lo stesso raggio pari a 0,01 m, ottenendo così un peso totale della rete di circa 215 kg. Le caratteristiche del modello sono sintetizzate in Tabella 6.1.

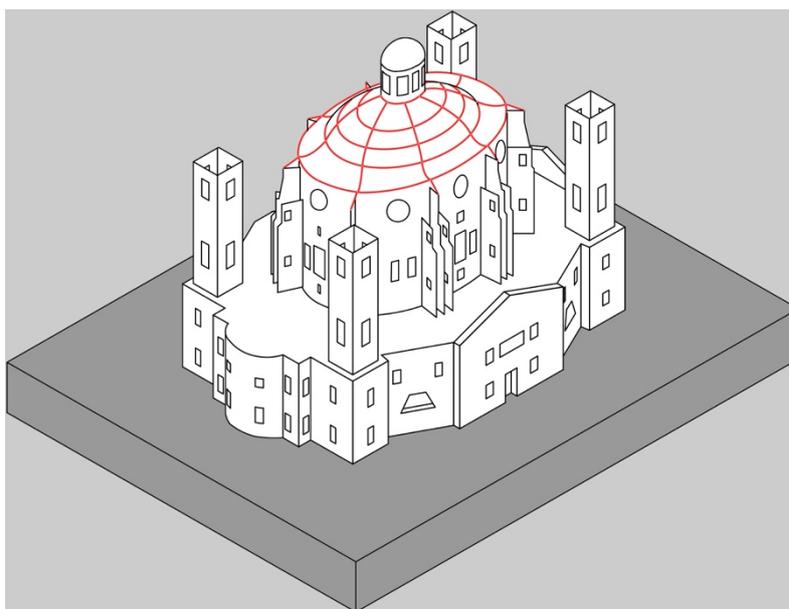


Figura 6.3: Modello 1

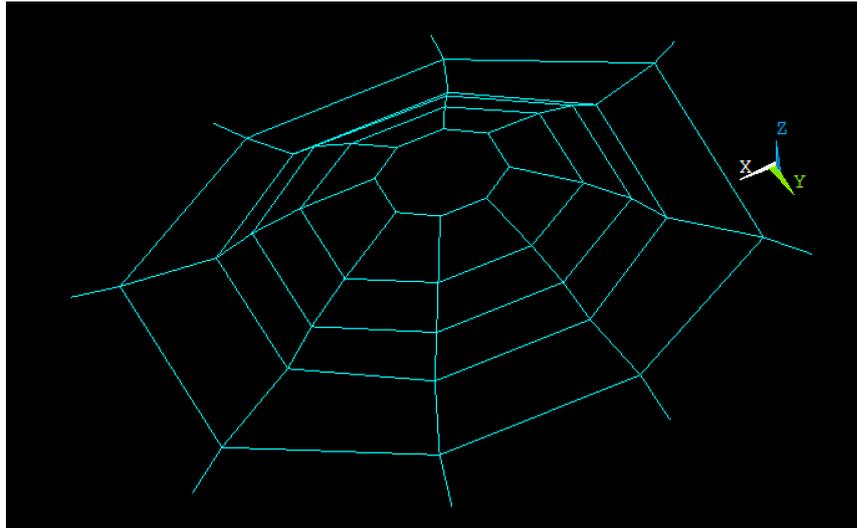


Figura 6.4: Modellazione sistema di cavi Modello 1

Modello 1	
n° meridiani	8
n° paralleli	5
R [m]	0,01
Post-tensione [MPa]	200
Peso [kg]	215

Tabella 6.1: Caratteristiche Modello 1

- Modello 2

Nel Modello 2 si sono aggiunti ulteriori sei anelli di cerchiaggio della cupola, oltre a quelli già previsti nella precedente configurazione, raggiungendo così un totale di undici paralleli. Il numero di meridiani è rimasto invariato, pari ad otto (Fig. 6.5, 6.6). Tutti i cavi adottati hanno raggio di 0,008 m e sopportano una post-tensione di 200 MPa. Il peso totale della rete risulta di 230 kg, pari al 7,1% in più del caso precedente. In Tabella 6.2 si riassumono le caratteristiche appena descritte.

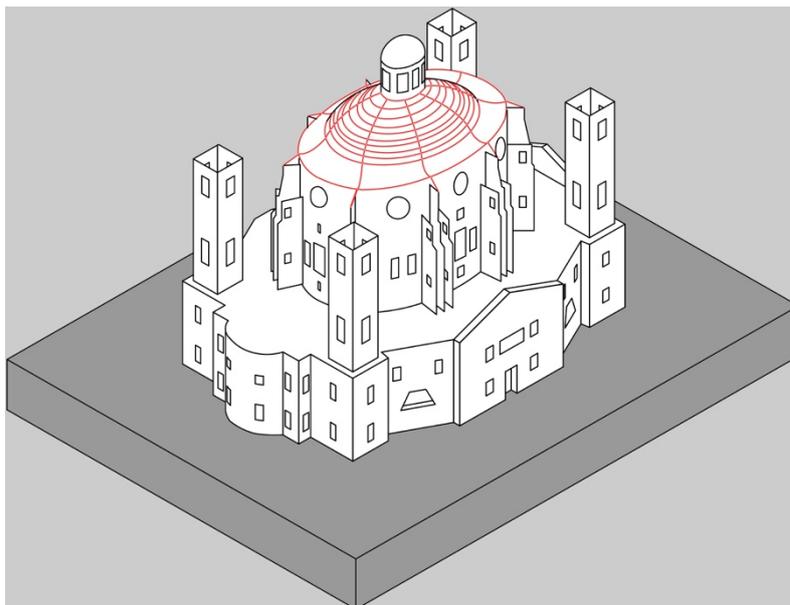


Figura 6.5: Modello 2

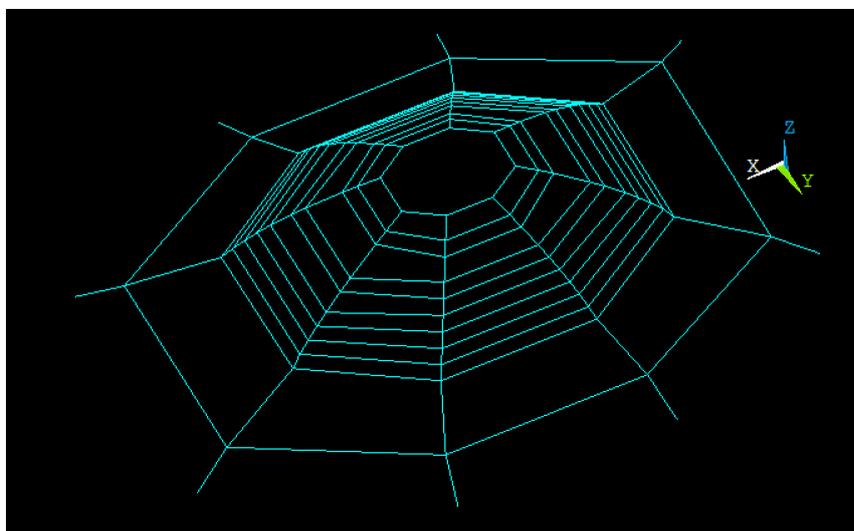


Figura 6.6: Modellazione sistema di cavi Modello 2

Modello 2	
n° meridiani	8
n° paralleli	11
R [m]	0,008
Post-tensione [Mpa]	200
Peso [kg]	230

Tabella 6.2: Caratteristiche Modello 2

- Modello 3

Il Modello 3 consiste in otto cavi lungo i meridiani e cinque lungo i paralleli, risultando uguale al Modello 1 dal punto di vista geometrico. I cavi, però, non presentano lo stesso raggio: 0,014 m per i meridiani e 0,008 m per i paralleli. A tale configurazione corrisponde un peso di 231 kg, cioè il 7,5% in più di quello del Modello 1. La tensione applicata ai cavi è sempre di 200 MPa. La sottostante Tabella 6.3 racchiude le caratteristiche del modello.

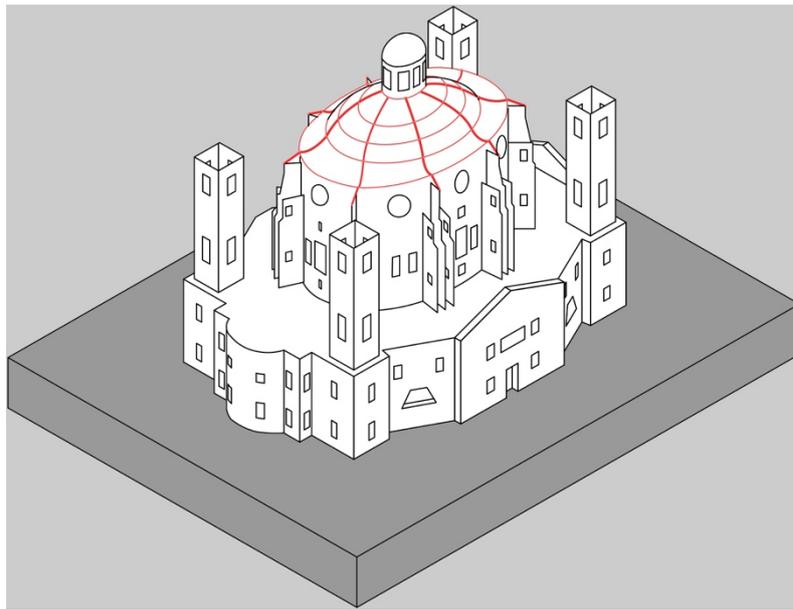


Figura 6.7: Modello 3

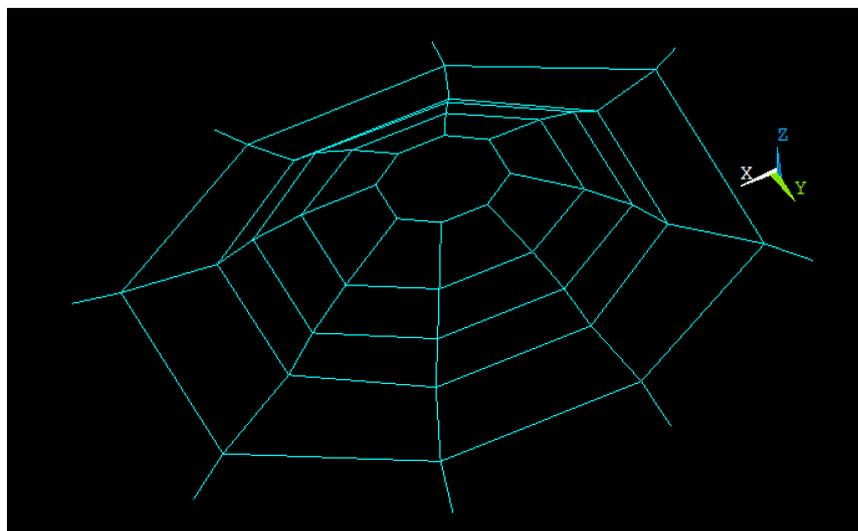


Figura 6.8: Modellazione sistema di cavi Modello 3

Modello 1	
n° meridiani	8
n° paralleli	5
R meridiani [m]	0,014
R paralleli [m]	0,008
Post-tensione [Mpa]	200
Peso [kg]	231

Tabella 6.3: Caratteristiche Modello 3

Confrontando i tre sistemi antisismici in termini di peso, si può notare che la differenza è appena del 7% circa con riferimento al Modello 1 (Tabella 6.4).

Confronto Peso			
	Modello 1	Modello 2	Modello 3
Peso [kg]	215	230	231
Differenza [%]	-	7,1	7,5

Tabella 6.4: Confronto peso modelli

6.2. Modellazione FEM del sistema di rinforzo

La modellazione della rete di cavi a rinforzo della cupola avviene mediante l'ausilio di due software: Matlab per la modellazione geometrica ed ANSYS per la modellazione meccanica. Nota la configurazione dei cavi e dunque le coordinate dei punti di intersezione tra paralleli e meridiani, tramite uno script Matlab è possibile creare del file txt contenenti le coordinate X, Y, Z degli elementi, che saranno poi creati in ambiente ANSYS, e la forza di pretensione da applicare ad ognuno di essi. Successivamente si caricano tali file nel codice ANSYS e si sfruttano per la creazione degli elementi con cui modellare i cavi.

Le caratteristiche meccaniche attribuite al materiale rappresentano dei valori medi per un fibrorinforzato, e sono riportate in Tabella 6.1.

Materiale Cavi	
E [Gpa]	150
ν	0,25
γ [kg/m^3]	1500

Tabella 6.5: Proprietà meccaniche materiale cavi

I cavi sono stati discretizzati sfruttando due tipologie di elementi: Beam188 e Link180.

BEAM188

L'elemento beam188, descritto già in precedenza poiché presente nel modello originario, è stato impiegato per creare degli elementi fittizi a cui applicare la pretensione poiché consente l'applicazione di forze alle due facce opposte.

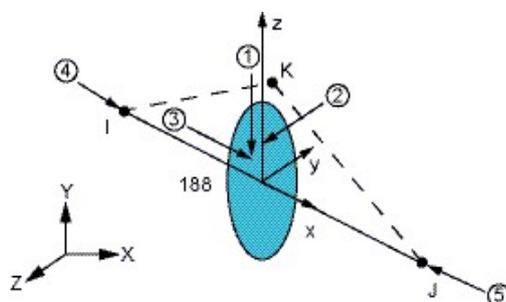


Figura 6.9: Elemento Beam188

LINK180

L'elemento Link180 è un elemento uniassiale che lavora in trazione o in compressione con tre gradi di libertà ad ogni nodo: traslazione nelle tre direzioni X, Y, Z. Attivando l'opzione di sola trazione permette di descrivere il comportamento reale del cavo. La dimensione del cavo è attribuita all'elemento attraverso la definizione di una sezione.

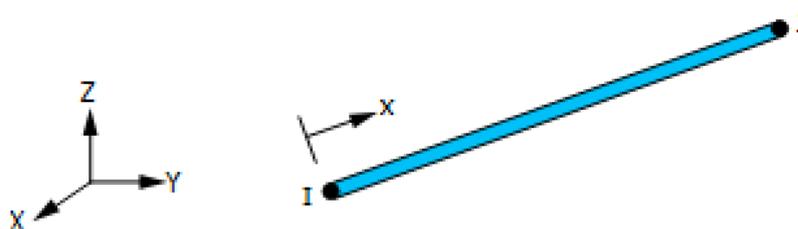


Figura 6.10: Elemento Link180

Combinando questi due elementi è possibile modellare in maniera realistica il sistema di rinforzo: l'elemento Link180 descrive il comportamento del cavo che reagisce solo a sforzi di trazione, mentre l'elemento Beam188 permette di inserire la pretensione dei cavi.

In Allegato H si possono consultare i listati Matlab ed ANSYS necessari per la modellazione della rete di cavi.

Capitolo 7

7. Analisi del Santuario con sistema di rinforzo

Nel presente capitolo si ripetono le analisi già descritte nel capitolo 5 per i tre sistemi di rinforzo, al fine di stabilire quale risulta più performante come intervento di consolidamento della cupola.

Inizialmente si sono condotte analisi incrementali riducendo progressivamente il modulo elastico non solo del materiale di cupola e lanternino, ma anche di tamburo e contrafforti. Questo ha permesso di evidenziare che il collasso avviene a causa dei fenomeni di instabilità che si verificano nella cupola e non nel tamburo, come si poteva pensare, perché l'analisi incrementale che coinvolge solo cupola e lanternino va incontro a problemi di convergenza per un load step inferiore.

Inoltre, come già accennato, si è assunto un valore basso di post-tensione pari a 200 MPa, in quanto si è dimostrato che la prestazione della rete di rinforzo risulta poco sensibile al tensionamento applicato. Tale affermazione si basa sui risultati ottenuti da analisi incrementali condotte su modelli dove il tiro era circa il 70% della resistenza ultima, cioè una post-tensione di 1000 MPa.

7.1. Risultati analisi incrementale

Le analisi incrementali condotte sui tre modelli FEM con le differenti configurazioni di rinforzo e la successiva stima dell'energia elastica di deformazione, hanno portato ai risultati mostrati in Figura 7.1 e 7.2.

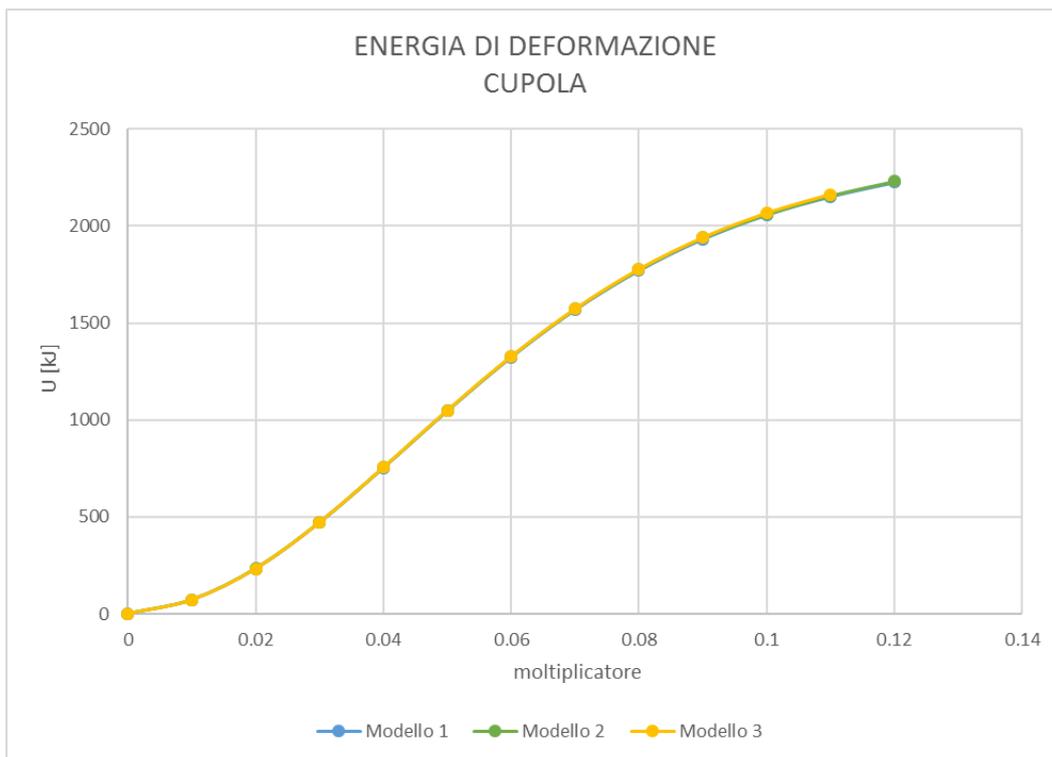


Figura 7.1: Confronto energia di deformazione della cupola

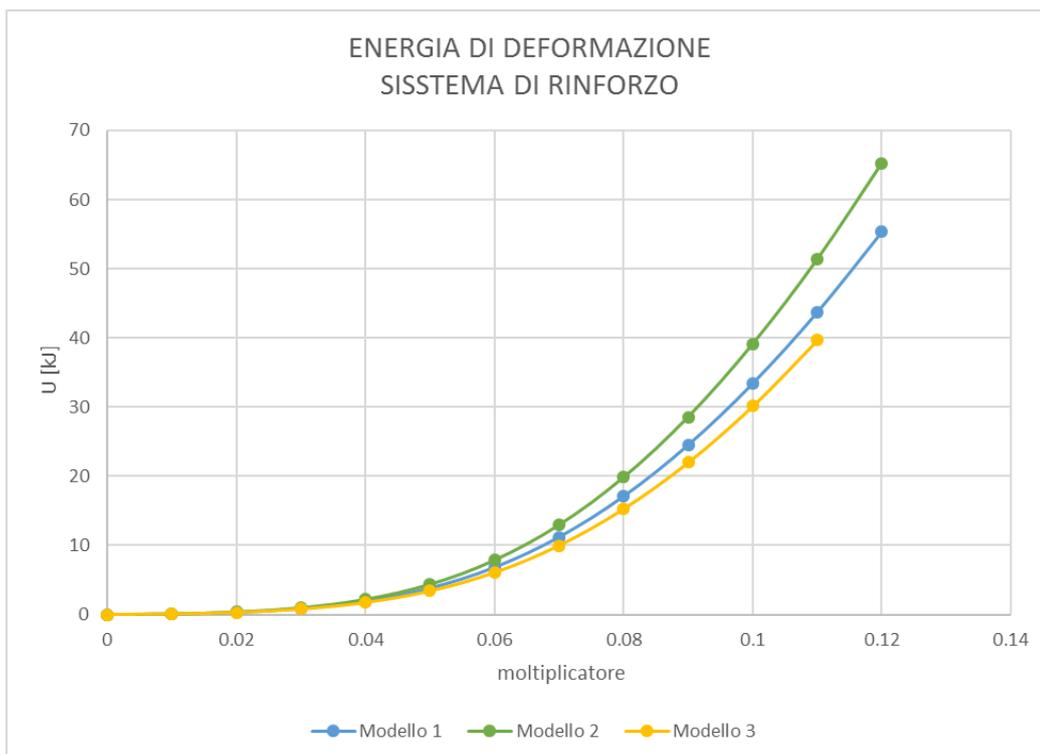


Figura 7.2: Confronto energia di deformazione sistema di rinforzo

In prima analisi è evidente che il Modello 3 conduce la struttura ad instabilità per un valore del moltiplicatore degli spostamenti minore rispetto agli altri due, ciò implica che tale schema di rinforzo risulta meno duttile. In base alla precedente considerazione si può scartare il Modello 3 e procedere alla valutazione delle restanti due opzioni.

Le curve riguardanti l'energia di deformazione della cupola mostrano tutte lo stesso andamento softening, riscontrato già nell'analisi eseguita sul modello senza il sistema di rinforzo. Questo però non vuol dire che la rete di cavi non ha alcun effetto, perché il valore dell'energia di deformazione ultima è maggiore rispetto al caso non rinforzato. E' evidente dunque che la presenza dei cavi e della loro pretensione ha l'effetto di confinare la muratura riducendone la fessurazione.

L'energia di deformazione della rete di cavi mostra un andamento esponenziale. L'energia associata al modello 2 è maggiore rispetto a quella del modello 1e, poiché il confronto è fatto a parità di spostamento imposto, ciò equivale a dire che il modello 2 risulta più rigido.

L'efficacia del sistema di cavi è ben evidente dai grafici in Figura 7.3 e 7.4, nei quali è rappresentato l'andamento dell'energia di deformazione totale, cupola e cavi, e quella della sola cupola, entrambe normalizzate rispetto al proprio valore massimo. In entrambi i modelli si nota che per un valore del moltiplicatore, e dunque dello spostamento massimo imposto, pari a 0,06 m l'energia di deformazione della cupola è la componente prevalente, mentre per valori maggiori il ruolo fondamentale è giocato dalla rete di cavi. In altre parole, per spostamenti maggiori di 0,06 m il sistema di cavi inizia a lavorare veramente immagazzinando gran parte dell'energia totale e riducendo così il danneggiamento della cupola.

Le osservazioni fin qui fatte conducono alla scelta del modello 2, come il più performante dei tre.

Si riportano in Allegato I le tabelle riguardanti la stima del parametro k e dell'energia di deformazione per i tre modelli analizzati.

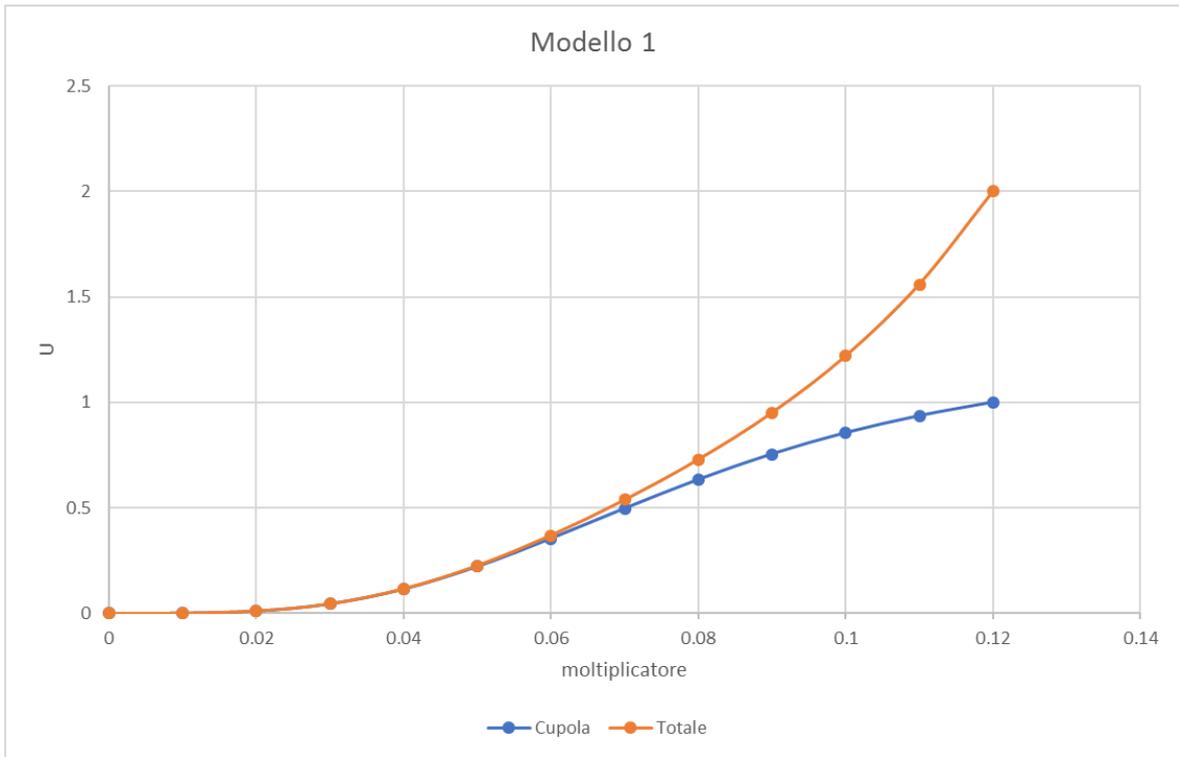


Figura 7.3: Confronto energia di deformazione della cupola e totale, Modello 1

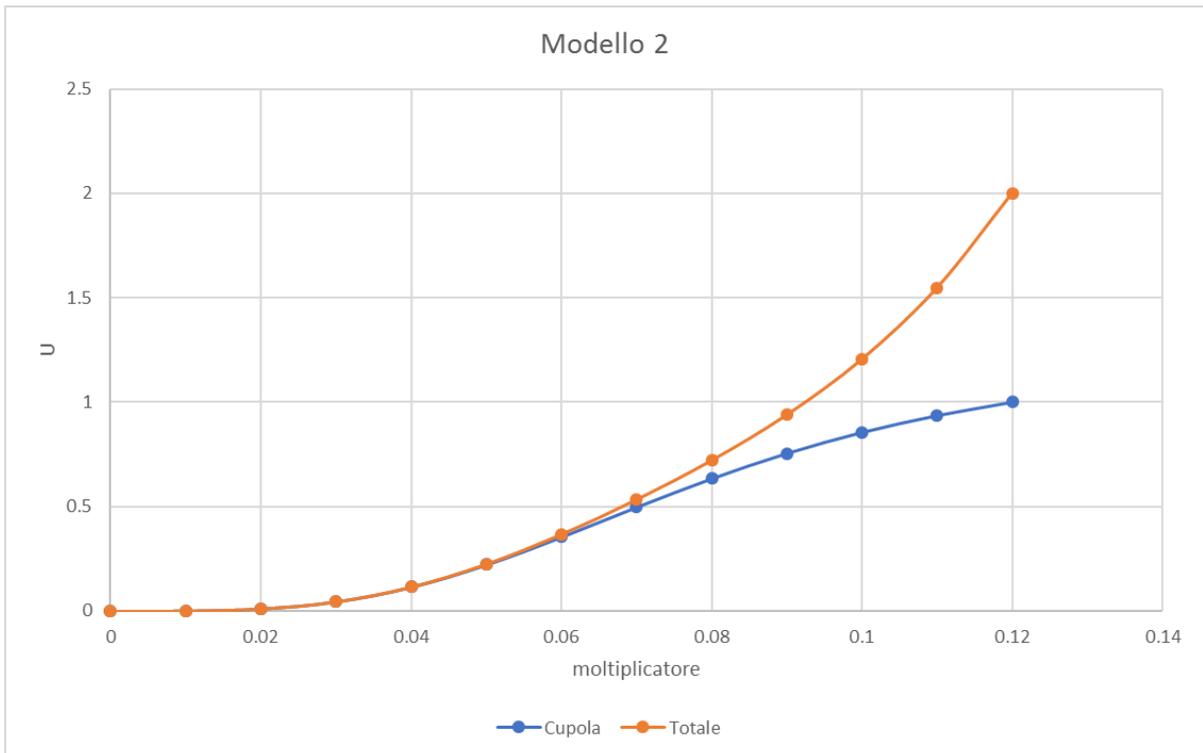


Figura 7.4: Confronto energia di deformazione della cupola e totale, Modello 2

7.2. Risultati analisi armonica

Infine si sono eseguite due analisi armoniche, una per il modello con il primo schema di rinforzo e una per il secondo. I risultati ottenuti hanno confermato quanto già evinto al termine dell'analisi incrementale. Infatti la struttura rinforzata secondo il primo schema risulta in grado di resistere ad un pga massimo di 0,399 g, mentre al secondo compete un pga di 0,404 g.

	Modello 1	Modello 2
U_{ultima} [kJ]	2281	2298
$\sqrt{U_{ultima}}$	48	48
$U_{armonica}$ [kJ]	46315	45724
$\sqrt{U_{armonica}}$	215	214
pgd [m]	0,02219	0,02242
f [Hz]	2,11610	2,11780
ω [1/s]	13,29	13,30
pga [m/s^2]	3,91880	3,96525
pga [g]	0,39947	0,40421
%	2,9	4,1

Tabella 7.1: Valutazione pga per modello 1 e 2

In conclusione si può affermare che la soluzione più efficace e performante per il consolidamento della cupola ovale di Vicoforte e quella fornita dal modello 2 costituito da otto cavi meridiani di raggio pari a 0,014 m e cavi paralleli di 0,008 m di raggio. Tale sistema di rinforzo permette alla struttura di sopportare un sisma con pga più elevato del 4% rispetto a quello che sopporterebbe la struttura senza presidio antisismico.

Capitolo 8

8. Conclusioni

L'obiettivo di questa tesi è quello di valutare in maniera preliminare la fattibilità dell'intervento di consolidamento proposto per la cupola del Santuario di Vicoforte, ma in applicabile a qualsiasi altra cupola in muratura apportando qualche modifica geometrica.

Tale intervento prevede l'utilizzo di cavi in materiale composito con fibre di kevlar, dati i vantaggi che questo presenta nei confronti dei tradizionali trefoli in acciaio: alto rapporto resistenza/peso e resistenza alla corrosione sono i principali. Inoltre le elevate prestazioni di questo materiale permettono di impiegare cavi con sezione ridotta, rendendo l'intervento meno invasivo. Il peso aggiunto a seguito dell'installazione della rete di cavi è irrisorio se confrontato con quello della struttura e allo stesso tempo comporta una variazione minima della rigidità.

Inizialmente si sono ipotizzati tre possibili schemi di intervento, ognuno dei quali prevede l'impiego di cavi post-tesi disposti secondo i meridiani e i paralleli della cupola, ma in numero differente. In seguito delle analisi condotte si è dimostrato che il sistema più efficace risulta quello costituito da otto cavi meridiani e undici anelli di cerchiaggio, tutti con raggio pari a 0,008 m (Modello 2).

E' evidente che lo studio di questa innovativa tecnica per il rinforzo di cupole in muratura è ancora in uno stadio preliminare e dovrà essere esaminata sotto numerosi aspetti. Le problematiche che dovranno essere affrontate nelle fasi successive sono:

- Lo studio del sistema di ancoraggio dei cavi, poiché i materiali compositi hanno elevata resistenza assiale, in direzione delle fibre, ma bassa resistenza al taglio per cui i dispositivi di ancoraggio per i cavi in acciaio non possono essere utilizzati nel caso di cavi in FRP.
- Le modalità di ancoraggio dei cavi alla superficie della cupola perché se da un lato non è possibile posizionare i cavi all'intradosso a causa della presenza di affreschi,

dall'altro sarebbe preferibile non creare dei fori nella muratura data la concentrazione degli sforzi che si verrebbe a creare e che potrebbe lesionare il materiale.

- La valutazione di altre geometrie di intervento ad esempio aumentando il numero di cavi lungo i meridiani, utilizzando cavi di differente diametro per gli anelli di cerchiaggio o prevedendo un sistema di confinamento anche nel tamburo.

Bibliografia

ANSYS ®, 2016.

Aoki T., Komiyama T., Tanigawa Y., Hatanaka S., Yuasa N., Hamasaki H., Chiorino M. A., Roccati R., “*Non-destructive testing of the Sanctuary of Vicoforte*”, 13th International Brick and Block Masonry Conference Amsterdam, 2004.

Aoki T., Komiyama T., Tanigawa Y., Hatanaka S., Yuasa N., Hamasaki H., Oohashi I., Miyabe K., “*Research on Deterioration and Structural Restoration for the Sanctuary of Vicoforte at Mondovì – Preliminary Report on Non-Destructive Tests and Structural Analysis*”, 2003.

Betti M., Vignoli A., “*Assessment of seismic resistance of a basilica-type church under earthquake loading: Modelling and analysis*”, Advances in Engineering Software, 39, p. 258–283, 2008.

Burgoyne C. J., “*Prafil ropes for prestressing applicatios*”, Elsevier Science Publishers, p. 333-351, 1993.

Busso M., “*Rinforzo di strutture in muratura con FRP a fibre aramidiche, Il caso studio: il corpo M dell’ospedale SS. Annunziata di Savigliano*”, Tesi di Laurea, Politecnico di Torino, 2016.

Casalegno C., Ceravolo R., Chiorino M.A., Pecorelli M.L., Zanotti Fragonara L., “*Soil-structure modeling and updating of the “Regina Montis Regalis” basilica at Vicoforte, Italy*”, 9th International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions, 9th International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions (SAHC), pp 12, Mexico City 14-17 October 2014.

Ceravolo R., Chiorino M. A., Novello G., Abbiati G., Zanotti Fragonara L., “*Reconciling geometry and dynamics: models for oval domes*”.

Ceravolo R., De Lucia G., Pecorelli M. L., “*Issues on the modal characterization of large monumental structures with complex dynamic interactions*”, PROCEEDIA ENGINEERING Elsevier, 6, p. 3344-3349, 2017.

Ceravolo R., De Lucia G., Pecorelli M., Zanotti Fragonara L., “*Monitoring of historical buildings: Project of a dynamic monitoring system for the world's largest elliptical dome*”, Environmental, Energy and Structural Monitoring Systems (EESMS), 2015 IEEE Workshop on IEEE 2015 IEEE Workshop on Environmental, Energy and Structural Monitoring Systems (EESMS), Trento, 6, p. 113-118, 2015.

Ceravolo R., De Marchi A., Pinotti E., Surace C., Zanotti Fragonara L., “*Measurement of weak non-linear response of Kevlar® fibre damaged by UV exposure*”, COMPOSITE STRUCTURES Elsevier, 12, 2017.

Ceravolo R., De Marinis A., Pecorelli M. L., Zanotti Fragonara L., “*Monitoring of masonry historical constructions: 10 years of static monitoring of the world's largest oval dome*”, STRUCTURAL CONTROL & HEALTH MONITORING John Wiley & Sons, 11, p. 1988, 2017.

Chiorino M. A., Ceravolo R., Spadafora A., Zanotti Fragonara L., Abbiati G., “*Dynamic characterization of complex masonry structure: the Sanctuary of Vicoforte*”, International Journal Of Architectural Heritage, 5, p. 296-314, 2011

Chiorino M. A., Spadafora A., Calderini C., Lagomarsino S., “*Modelling strategies for the world's largest elliptical dome at Vicoforte*”, International Journal Of Architectural Heritage, 2, p. 274-303, 2008.

Chiorino M.A., Ceravolo R., Lai C.G., Casalegno C. “*Survey, seismic input and structural modeling of the “Regina Montis Regalis” Basilica and large elliptical dome at Vicoforte, northern Italy*”, 8th International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions, October 15-17, Wroclaw Poland, 2012.

De Lucia G., Ceravolo R., Novello G., “*High-strength cable systems for the seismic protection of historical domes: a multidisciplinary approach*”, Fabbrica della Conoscenza La scuola di Pitagora WORLD HERITAGE and DISASTER, Knowledge, Culture and Representation Le Vie dei Mercanti _ XV International Forum, 11, p. 348-358, 2017.

De Marinis A., “*Large Dome Monitoring: Static Monitoring Analysis of the Basilica Regina Montis Regalis Oval Dome*”, Tesi di Laurea, Politecnico di Torino, 2015.

Garro M., *“Santuario Basilica di Mondovi presso Vicoforte, Cuneo – Opere di consolidamento e restauro – Relazione tecnica”*, Cuneo, Tavole, 1962.

Grasso G., *“Calibrazione di modelli termo-meccanici per strutture monumentali con dati di monitoraggio statico”*, Tesi di Laurea, Politecnico di Torino, 2015.

Greco F., *“Relazione sullo stato di fatto del monitoraggio statico del Santuario di Vicoforte – Rassegna sulla strumentazione per il rilievo e l’acquisizione dei dati”*, Torino, 2012.

Jurina L., *“FRCM – Strenghtening of masonry vaults: the “Duomo di Colorno” and “Braidense Library” cases in Italy”*, Key Engineering Materials, 624, p. 494-501, 2015a.

Jurina L., *“L’uso degli “stralli” nel consolidamento di murature storiche isolate”*, Ingenio, 2014.

Jurina L., *“Lucca, Santa Caterina: consolidamento dell’antico stenditoio”*, In ANANKE, 75, p. 127-132, 2015b.

Liu Y., Zwingmann B., Schlaich M., *“Carbon Fiber Reinforced Polymer for Cable Structures—A Review”*, Polymers, 7, p. 2078–2099, 2015.

Lourenço P. J. B. B., *“Computational strategies for masonry structures”*, Delft University Press, p. 1-26, 1996.

Mei K., Li Y., Lu Z., *“Application study on the first cable-stayed bridge with CFRP cables in China”*, Journal of traffic and transportation engineering (English edition), 2 (4), p. 242-248, 2015.

Meier U., *“Overview, trend and perspective of FRP in civil engineering”*, International Workshop on Application of FRP Composites in Civil Engineering, 2012.

Milani G., Valente M., *“Comparative pushover and limit analyses on seven masonry churches damaged by the 2012 Emilia-Romagna (Italy) seismic events: Possibilities of non-linear finite elements compared with pre-assigned failure mechanisms”*, Engineering Failure Analysis, 47, p. 129-161, 2015.

Pecorelli M L; Ceravolo R; De Lucia G; Epicoco R, “*A vibration-based health monitoring program for a large and seismically vulnerable masonry dome*”, JOURNAL OF PHYSICS. CONFERENCE SERIES IOP, 11, 2017.

Ponzalino S., “*Modellazione geometrica e meccanica del Santuario “Regina Montis Regalis” di Vicoforte*”, Tesi di Laurea, Politecnico di Torino, 2012.

Rizkalla S., Dawood M., Shahawy M., “*FRP for Transportation and Civil Engineering Infrastructure: Reality and Vision*”, 2014.

Yeung Y. C. T., Parker B. E., “*Composite Tension Members for Structural Applications*”, in Marshall I. H. “*Composite structures 4 Volume 1 Analysis and Design Studies*”, H. Elsevier, p. 309-319, 1987.

Allegato A: Listato modello in Ansys v.15

```
FINISH
/CLEAR

! -----
! GEOMETRIA DEL MODELLO
! -----
CMSEL,NONE
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~SATIN,'BASAMENTO','sat','\parasolid_modello\',SOLIDS,0
/NOPR
/GO
/PREP7
/VUP,1,Z
nummrg,kp,0.01,0.01
GPLOT
CM,BASAMENTO,VOLU

CMSEL,NONE
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~SATIN,'prova_fondazioni','sat','\parasolid_modello\',SOLIDS,0
/NOPR
/GO
/PREP7
/VUP,1,Z
nummrg,kp,0.01,0.01
GPLOT
CM,FONDAZIONI,VOLU

CMSEL,NONE
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~SATIN,'prova_marna','sat','\parasolid_modello\',SOLIDS,0
/NOPR
/GO
/PREP7
/VUP,1,Z
nummrg,kp,0.01,0.01
GPLOT
! CMSEL,U,BASAMENTO
! CMSEL,U,FONDAZIONI
CM,MARNA,VOLU

CMSEL,NONE
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~SATIN,'prova_limo','sat','\parasolid_modello\',SOLIDS,0
/NOPR
/GO
/PREP7
/VUP,1,Z
nummrg,kp,0.01,0.01
GPLOT
CM,LIMO,VOLU

CMSEL,S,MARNA
CMSEL,A,LIMO
CM,TERRENO1,VOLU
```

!-----
!PROPRIETA' MATERIALI
!-----

/PREP7

!BASAMENTO

MP,EX,1,2e009 !ELASTICITA' NORMALE N/m^2 (2'300'000'000) 2.3 GPa
MP,DENS,1,1800 !DENSITA' 1800 kg/m^3
MP,NUXY,1,0.35

!TAMBURO

MP,EX,2,2.3e009 !ELASTICITA' NORMALE N/m^2 (2'300'000'000) 2.3 GPa
MP,DENS,2,1700 !DENSITA' 1800 kg/m^3
MP,NUXY,2,0.35

!CAMPANILI

MP,EX,3,4.5e009 !ELASTICITA' NORMALE N/m^2 (2'300'000'000) 2.3 GPa
MP,DENS,3,1800 !DENSITA' 1800 kg/m^3
MP,NUXY,3,0.35

!CUPOLA

MP,EX,4,5.5e009 !ELASTICITA' NORMALE N/m^2 (2'300'000'000) 2.3 GPa
MP,DENS,4,1700 !DENSITA' 1800 kg/m^3
MP,NUXY,4,0.35

!CONTRAFFORTI

MP,EX,5,5.5e009 !ELASTICITA' NORMALE N/m^2 (2'300'000'000) 2.3 GPa
MP,DENS,5,1700 !DENSITA' 1800 kg/m^3
MP,NUXY,5,0.3

!ACCIAIO

MP,EX,6,21e10 !ELASTICITA' NORMALE N/m^2 (210'000'000'000) 210 GPa
MP,DENS,6,7800 !DENSITA' 7800 kg/m^3
MP,NUXY,6,0.35 !POISSON

!MARNA

MP,EX,7,5e9 !ELASTICITA' NORMALE N/m^2 (2'300'000'000) 2.3 GPa
MP,DENS,7,2100 !DENSITA' 2020 kg/m^3
MP,NUXY,7,0.35

!LIMO ARGILLOSO

MP,EX,8,0.75e9 !ELASTICITA' NORMALE N/m^2 (2'300'000'000) 2.3 GPa
MP,DENS,8,1900 !DENSITA' 1900 kg/m^3
MP,NUXY,8,0.35

!LANTERNINO

MP,EX,9,5.6e9 !ELASTICITA' NORMALE N/m^2 (2'300'000'000) 2.3 GPa
MP,DENS,9,1800 !DENSITA' 1800 kg/m^3
MP,NUXY,9,0.35

!-----
!ELEMENT TYPE
!-----

ET,1,SHELL63

ET,2,SOLID45

ET,3,BEAM188

ET,4,LINK11

!SEZIONE ANCORAGGIO BARRE CERCHIAGGIO CON TAMBURO

SECTYPE,1,BEAM,I

SECDATA,0.25,0.25,0.25,0.01,0.01,0.01

!SEZIONE BARRE DEL SISTEMA DI CERCHIAGGIO
SECTYPE,2,BEAM,CSOLID
SECDATA,0.016,,,

!SEZIONE COLONNE BASAMENTO
SECTYPE,3,BEAM,CSOLID
SECDATA,0.25,,,

!-----
!REAL CONSTANT
!-----

R,1,1.4
R,2,1
R,3,1.6
R,4,2.2
R,5,2
R,6,1.8
R,7,1.2
R,8,0.3
R,9,2
R,10,0.5
R,11,1e12

!-----
!MESH VOLUMI
!-----

CMSEL,S,MARNA
VATT,7,,2
! MSHKEY,2
MSHAPE,0,3D
! SMRTSIZE,6
! ESIZE,0,5
ESIZE,3
VMESH,ALL

CMSEL,S,LIMO
VATT,8,,2
! MSHKEY,2
MSHAPE,0,3D
! SMRTSIZE,6
! ESIZE,0,5
ESIZE,3
VMESH,ALL

CMSEL,S,BASAMENTO
VATT,1,,2
MSHAPE,0,3D
! SMRTSIZE,6
ESIZE,3
VMESH,ALL

!!INTERFACCE TERRENO
CMSEL,S,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
ESLV,S
NSLE,S
NUMMRG,NODE,0.001,0.001

CMSEL,S,FONDAZIONI

```
CMSEL,A,BASAMENTO
ESLV,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,-0.05,0.05
NUMMRG,NODE,0.01
```

```
CMSEL,NONE
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~PARAIN,'campanili','x_t','.\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CM,CAMPANILI,AREA
```

```
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~PARAIN,'tamburo','x_t','.\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
```

```
/VUP,1,Z          !ORIENTAMENTO UVW
GPLOT             !GLOBALPLOT
```

```
!MESH CAMPANILI!
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
ASEL,INVE
ASEL,U,LOC,X,9.71,58.80
ASEL,U,LOC,Y,12.41,38
CM,CAMPANILI,AREA
CMSEL,S,CAMPANILI
R,9,2
AATT,3,9,1
ESIZE,0.7
AMESH,ALL
```

```
!CONTATTO CAMPANILI-BASE!
/PBC,CE,1
```

```
CMSEL,S,CAMPANILI
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,16.95,17.05
CMSEL,S,BASAMENTO
! CMSEL,S,p4
! CMSEL,A,p6
! CMSEL,A,p10
! CMSEL,A,p12
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL
```

```
!MESH TAMBURO!
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
```

```
ASEL,INVE
ASEL,R,LOC,Z,17.05,40
CM,TAMBURO,AREA
CMSEL,S,TAMBURO
R,4,2.2
AATT,2,4,1
ESIZE,0.7
AMESH,ALL
```

```
!MESH ARCHIELL!
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~PARAIN,'archiell','x_t','.\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
```

```
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
ASEL,INVE
CM,ARCHIELL,AREA
CMSEL,S,ARCHIELL
AATT,1,4,1
ESIZE,0.7
AMESH,ALL
```

```
!CONTATTO BASE-ARCHIELL!
CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,25,26
NSEL,R,LOC,Y,13,14
! CMSEL,S,p1
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL
```

```
CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,43,44
NSEL,R,LOC,Y,13,14
! CMSEL,S,p1
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL
```

```
CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,30,31
NSEL,R,LOC,Y,12,13
! CMSEL,S,p1
```

CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,38,39
NSEL,R,LOC,Y,12,13
! CMSEL,S,p1
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,49,50
NSEL,R,LOC,Y,16,17
! CMSEL,S,p4
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,18,19
NSEL,R,LOC,Y,16,17
! CMSEL,S,p12
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,15,16
NSEL,R,LOC,Y,21,22
! CMSEL,S,p12
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,15,16
NSEL,R,LOC,Y,29,30
! CMSEL,S,p10
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05

ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,50,55
NSEL,R,LOC,Y,29,30
! CMSEL,S,p6
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,50,55
NSEL,R,LOC,Y,21,22
! CMSEL,S,p4
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,18,19
NSEL,R,LOC,Y,34,35
! CMSEL,S,p10
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,25,26
NSEL,R,LOC,Y,37,38
! CMSEL,S,p8
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,30,31
NSEL,R,LOC,Y,38,39
! CMSEL,S,p8
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

```
CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,38,39
NSEL,R,LOC,Y,38,39
! CMSEL,S,p8
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL
```

```
CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,43,44
NSEL,R,LOC,Y,37,38
! CMSEL,S,p8
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL
```

```
CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,11,17.05
NSEL,R,LOC,X,49.5,50
NSEL,R,LOC,Y,34,35
! CMSEL,S,p6
CMSEL,S,BASAMENTO
VSEL,R,LOC,Z,11,17.05
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL
```

```
!CONTATTO ARCHIELL-TAMBURO!
CMSEL,S,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,16.95,17.05
NUMMRG,NODE,0.08,0.08
```

```
!CONTATTO BASE-TAMBURO!
CMSEL,S,TAMBURO
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,16.95,17.05
CMSEL,S,BASAMENTO
! CMSEL,S,p1
! CMSEL,A,p4
! CMSEL,A,p6
! CMSEL,A,p8
! CMSEL,A,p10
! CMSEL,A,p12
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL
!MESH ORIZZONTAMENTI!
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~PARAIN,'orizzontamenti','x_t','\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
```

```

/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
ASEL,INVE
CM,ORIZZONTAMENTI,AREA
CMSEL,S,ORIZZONTAMENTI
R,8,0.3
AATT,1,8,1
ESIZE,0.7
AMESH,ALL

!CONTATTO ORIZZONTAMENTI-BASE!
CMSEL,S,ORIZZONTAMENTI
ESLA,S
NSLE,S
CMSEL,S,BASAMENTO
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL

!CONTATTO ARCHIELL-ORIZZONTAMENTI!
CMSEL,S,ARCHIELL
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,U,LOC,Z,17
NSEL,U,LOC,Z,0.00,11.96
CM,BASE,NODE
NSEL,R,LOC,Z,12,13.5
CM,SCARTO,NODE
CMSEL,S,BASE
CMSEL,U,SCARTO
CMSEL,S,ORIZZONTAMENTI
ESLA,S
CEINTF,0.01,ALL

~PARAIN,'orizzontamenti2','x_t','\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
ASEL,INVE
CM,ORIZZONTAMENTI2,AREA
CMSEL,S,ORIZZONTAMENTI2
R,8,0.3
AATT,1,8,1
ESIZE,0.7
AMESH,ALL

```

```
!CONTATTO ORIZZONTAMENTI
CMSEL,S,ORIZZONTAMENTI2
ESLA,S
NSLE,S
NUMMRG,NODE,0.05,0.05
```

```
!CONTATTO ORIZZONTAMENTI-BASE!
CMSEL,S,ORIZZONTAMENTI2
ESLA,S
NSLE,S
CMSEL,S,BASAMENTO
ESLV,S
CEINTF,0.1,ALL
```

```
!MESH CORONA!
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~PARAIN,'corona','x_t','\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
ASEL,INVE
CM,CORONA,AREA
CMSEL,S,CORONA
R,8,0.6
AATT,4,8,1
ESIZE,0.5
AMESH,ALL
```

```
!CONTATTO TAMBURO-CORONA!
CMSEL,S,TAMBURO
CMSEL,A,CORONA
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,42,42.3
nummrg,NODE,0.3,0.3
```

```
!MESH CUPOLA!
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~PARAIN,'cupola1','x_t','\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
```

```
CMSEL,A,CORONA
ASEL,INVE
CM,CUPOLA1,AREA
CMSEL,S,CUPOLA1
R,5,2
AATT,4,5,1
ESIZE,0.5
AMESH,ALL
```

```
!CONTATTO TAMBURO-CUPOLA1!
CMSEL,S,TAMBURO
CMSEL,A,CUPOLA1
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,33.5,34
NUMMRG,NODE,0.08,0.08
```

```
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~PARAIN,'cupola2','x_t','\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
CMSEL,A,CORONA
CMSEL,A,CUPOLA1
ASEL,INVE
CM,CUPOLA2,AREA
CMSEL,S,CUPOLA2
R,6,1.8
AATT,4,6,1
ESIZE,0.5
AMESH,ALL
```

```
!CONTATTO CUPOLA2-CUPOLA1!
CMSEL,S,CUPOLA2
CMSEL,A,CUPOLA1
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,40.5,41
NUMMRG,NODE,0.01,0.01
```

```
!CARICA IL FILE PARASOLID.x_t
~PARAIN,'cupola3','x_t','\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
```

```

CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
CMSEL,A,CORONA
CMSEL,A,CUPOLA1
CMSEL,A,CUPOLA2
ASEL,INVE
CM,CUPOLA3,AREA
CMSEL,S,CUPOLA3
R,7,1.2
AATT,4,7,1
ESIZE,0.5
AMESH,ALL

!CONTATTO CUPOLA2-CUPOLA3-CORONA!
CMSEL,S,CUPOLA2
CMSEL,A,CUPOLA3
CMSEL,A,CORONA
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,44,44.5
NUMMRG,NODE,0.08,0.08

!CONTATTO elementi CUPOLA3!
CMSEL,S,CUPOLA3
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,44.5,50.5
NUMMRG,NODE,0.08,0.08

!MESH LANTERNINO!
~PARAIN,'lanternino','x_t','.\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
CMSEL,A,CORONA
CMSEL,A,CUPOLA1
CMSEL,A,CUPOLA2
CMSEL,A,CUPOLA3
ASEL,INVE
CM,LANTERNINO,AREA
CMSEL,S,LANTERNINO
R,10,0.5
AATT,9,10,1
ESIZE,0.5
AMESH,ALL

!CONTATTO CUPOLA-LANTERNINO!
CMSEL,S,CUPOLA3
CMSEL,A,LANTERNINO
ESLA,S
NSLE,S

```

```
NSEL,R,LOC,Z,50.4,51
NUMMRG,NODE,0.1,0.1
```

```
!-----
!MESH CONTRAFFORTI
!-----
```

```
~PARAIN,'contrafforti_centrali','x_t','.\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
CMSEL,A,CORONA
CMSEL,A,CUPOLA1
CMSEL,A,CUPOLA2
CMSEL,A,CUPOLA3
CMSEL,A,LANTERNINO
ASEL,INVE
CM,CONTRCENTR,AREA
```

```
~PARAIN,'contrafforte_dx','x_t','.\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
CMSEL,A,CORONA
CMSEL,A,CUPOLA1
CMSEL,A,CUPOLA2
CMSEL,A,CUPOLA3
CMSEL,A,LANTERNINO
CMSEL,A,CONTRCENTR
ASEL,INVE
CM,CONTRDX,AREA
```

```
~PARAIN,'contrafforte_sx','x_t','.\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
```

```

CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
CMSEL,A,CORONA
CMSEL,A,CUPOLA1
CMSEL,A,CUPOLA2
CMSEL,A,CUPOLA3
CMSEL,A,LANTERNINO
CMSEL,A,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
ASEL,INVE
CM,CONTRSX,AREA

~PARAIN,'contcupola','x_t','\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
CMSEL,A,CORONA
CMSEL,A,CUPOLA1
CMSEL,A,CUPOLA2
CMSEL,A,CUPOLA3
CMSEL,A,LANTERNINO
CMSEL,A,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
ASEL,INVE
CM,CONTCUPOLA,AREA

CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTCUPOLA
R,1,1.4
AATT,5,1,1
ESIZE,0.6
AMESH,ALL

CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTCUPOLA
ESLA,S
NSLE,S
NUMMRG,NODE,0.01,0.01

CMSEL,S,CONTRDX
R,2,1
AATT,5,2,1
ESIZE,0.6
AMESH,ALL

CMSEL,A,CONTRSX
R,3,1.6
AATT,5,3,1
ESIZE,0.6
AMESH,ALL

```

CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
ASEL,R,LOC,X,10,22
ASEL,R,LOC,Y,10,24
CM,CONTRS1,AREA

CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
ASEL,R,LOC,X,10,22
ASEL,R,LOC,Y,25,40
CM,CONTRS2,AREA

CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
ASEL,R,LOC,X,23,30
ASEL,R,LOC,Y,30,50
CM,CONTRW1,AREA

CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
ASEL,R,LOC,X,35,46
ASEL,R,LOC,Y,30,50
CM,CONTRW2,AREA

CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
ASEL,R,LOC,X,45,60
ASEL,R,LOC,Y,25,40
CM,CONTRN1,AREA

CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
ASEL,R,LOC,X,45,60
ASEL,R,LOC,Y,10,22
CM,CONTRN2,AREA

CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
ASEL,R,LOC,X,35,46
ASEL,R,LOC,Y,0,20
CM,CONTRE1,AREA

CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
ASEL,R,LOC,X,23,30
ASEL,R,LOC,Y,0,20
CM,CONTRE2,AREA

!-----
!COLLEGAMENTO CONTRAFFORTI
!-----

!---CONTRAFFORTE SUD1---

```
CMSEL,S,CONTRS1
NSLA,S
```

```
XP=14.14 !coordinate master point
YP=15.97
HBASE=18
HTOP=34
I=1
```

```
*DIM,ALT,ARRAY,17
*DO,J,HBASE,HTOP,1
ALT(I)=J
I=I+1
*ENDDO
```

```
*DIM,MASTER,ARRAY,17
NNODI=17
*DO,I,1,NNODI,1
      SELTOL,0.2
      MASTER(I)= NODE (XP,YP,ALT(I))
*ENDDO
```

```
*DO,K,1,NNODI,1
      CMSEL,S,CONTRS1
      NSLA,S
      NSEL,R,LOC,Z,ALT(K)-0.25,ALT(K)+0.25
      CERIG,MASTER(K),ALL
*ENDDO
```

```
!--CONTRAFFORTE SUD2---
```

```
CMSEL,S,CONTRS2
NSLA,S
```

```
XP=13.93 !coordinate master point
YP=34.50
I=1
```

```
*DIM,MASTER2,ARRAY,17
NNODI=17
*DO,I,1,NNODI,1
      SELTOL,0.2
      MASTER2(I)= NODE (XP,YP,ALT(I))
*ENDDO
```

```
*DO,K,1,NNODI,1
      CMSEL,S,CONTRS2
      NSLA,S
      NSEL,R,LOC,Z,ALT(K)-0.25,ALT(K)+0.25
      CERIG,MASTER2(K),ALL
*ENDDO
```

```
!--CONTRAFFORTE OVEST1---
```

```
CMSEL,S,CONTRW1
NSLA,S
```

```
XP=27.41 !coordinate master point
YP=41.21
I=1
```

```
*DIM,MASTER3,ARRAY,17
```

```

NNODI=17
*DO,I,1,NNODI,1
    SELTOL,0.2
    MASTER3(I)= NODE (XP,YP,ALT(I))
*ENDDO

*DO,K,1,NNODI,1
    CMSEL,S,CONTRW1
    NSLA,S
    NSEL,R,LOC,Z,ALT(K)-0.25,ALT(K)+0.25
    CERIG,MASTER3(K),ALL
*ENDDO

!---CONTRAFFORTE OVEST2---

CMSEL,S,CONTRW2
NSLA,S

XP=41.63 !coordinate master point
YP=41.22
I=1

*DIM,MASTER4,ARRAY,17
NNODI=17
*DO,I,1,NNODI,1
    SELTOL,0.2
    MASTER4(I)= NODE (XP,YP,ALT(I))
*ENDDO

*DO,K,1,NNODI,1
    CMSEL,S,CONTRW2
    NSLA,S
    NSEL,R,LOC,Z,ALT(K)-0.25,ALT(K)+0.25
    CERIG,MASTER4(K),ALL
*ENDDO

!---CONTRAFFORTE NORD1---

CMSEL,S,CONTRN1
NSLA,S

XP=55.36 !coordinate master point
YP=33.91
I=1

*DIM,MASTER5,ARRAY,17
NNODI=17
*DO,I,1,NNODI,1
    SELTOL,0.2
    MASTER5(I)= NODE (XP,YP,ALT(I))
*ENDDO

*DO,K,1,NNODI,1
    CMSEL,S,CONTRN1
    NSLA,S
    NSEL,R,LOC,Z,ALT(K)-0.25,ALT(K)+0.25
    CERIG,MASTER5(K),ALL
*ENDDO

!---CONTRAFFORTE NORD2---

CMSEL,S,CONTRN2

```

```

NSLA,S

XP=55.29 !coordinate master point
YP=17.01
I=1

*DIM,MASTER6,ARRAY,17
NNODI=17
*DO,I,1,NNODI,1
      SELTOL,0.2
      MASTER6(I)= NODE (XP,YP,ALT(I))
*ENDDO

*DO,K,1,NNODI,1
      CMSEL,S,CONTRN2
      NSLA,S
      NSEL,R,LOC,Z,ALT(K)-0.25,ALT(K)+0.25
      CERIG,MASTER6(K),ALL
*ENDDO

!---CONTRAFFORTE EST1---

CMSEL,S,CONTRE1
NSLA,S

XP=41.54 !coordinate master point
YP=9.71
I=1

*DIM,MASTER7,ARRAY,17
NNODI=17
*DO,I,1,NNODI,1
      SELTOL,0.2
      MASTER7(I)= NODE (XP,YP,ALT(I))
*ENDDO

*DO,K,1,NNODI,1
      CMSEL,S,CONTRE1
      NSLA,S
      NSEL,R,LOC,Z,ALT(K)-0.25,ALT(K)+0.25
      CERIG,MASTER7(K),ALL
*ENDDO

!---CONTRAFFORTE EST2---

CMSEL,S,CONTRE2
NSLA,S

XP=27.28 !coordinate master point
YP=9.63
I=1

*DIM,MASTER8,ARRAY,17
NNODI=17
*DO,I,1,NNODI,1
      SELTOL,0.2
      MASTER8(I)= NODE (XP,YP,ALT(I))
*ENDDO

*DO,K,1,NNODI,1
      CMSEL,S,CONTRE2
      NSLA,S

```

```

      NSEL,R,LOC,Z,ALT(K)-0.25,ALT(K)+0.25
      CERIG,MASTER8(K),ALL
*ENDDO

!-----
!COLLEGAMENTI BASE-CONTRAFFORTI
!-----
CMSEL,S,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,16.95,17.05
VSEL,S,LOC,Z,14,17
ESLV,S
CEINTF,0.01,ALL

!-----
!COLLEGAMENTI TAMBURO-CONTRAFFORTI
!-----
CMSEL,S,CONTRCENTR
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,X,16,55
NSEL,R,LOC,Y,7,40
CMSEL,S,TAMBURO
ESLA,S
CEINTF,0.01,ALL

CMSEL,S,CONTRDX
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,X,16,55
NSEL,R,LOC,Y,7,40
CMSEL,S,TAMBURO
ESLA,S
CEINTF,0.01,ALL

CMSEL,S,CONTRSX
ESLA,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,X,16,55
NSEL,R,LOC,Y,7,40
CMSEL,S,TAMBURO
ESLA,S
CEINTF,0.1,ALL

CMSEL,S,CONTCUPOLA
ESLA,S
NSLE,S
CMSEL,S,CORONA
CMSEL,A,CUPOLA1
CMSEL,A,CUPOLA2
ESLA,S
CEINTF,0.01,ALL

!MESH CERCHIAGGIO!
~PARAIN,'barre','x_t',!\parasolid_modello\,ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO

```

```

CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
LSLA,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
CMSEL,A,CORONA
CMSEL,A,CUPOLA1
CMSEL,A,CUPOLA2
CMSEL,A,CUPOLA3
CMSEL,A,LANTERNINO
CMSEL,A,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
LSLA,A
LSEL,INVE
LSEL,R,LOC,Z,31,32.5
CM,BARRE,LINE

~PARAIN,'ancoraggi','x_t','\parasolid_modello',ALL,0,0
/NOPR
/GO
/PREP7
CMSEL,S,BASAMENTO
CMSEL,A,FONDAZIONI
CMSEL,A,TERRENO1
! CMSEL,A,TERRENO2
ASLV,S
LSLA,S
CMSEL,A,CAMPANILI
CMSEL,A,TAMBURO
CMSEL,A,ARCHIELL
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
CMSEL,A,CORONA
CMSEL,A,CUPOLA1
CMSEL,A,CUPOLA2
CMSEL,A,CUPOLA3
CMSEL,A,LANTERNINO
CMSEL,A,CONTRCENTR
CMSEL,A,CONTRDX
CMSEL,A,CONTRSX
LSLA,A
CMSEL,A,BARRE
LSEL,INVE
LSEL,R,LOC,Z,31,32.5
CM,ANCORAGGI,LINE

CMSEL,S,BARRE
LATT,6,,3,,,2
ESIZE,,1
LMESH,ALL

CMSEL,S,ANCORAGGI
LATT,6,,3,,,1
ESIZE,0.1
LMESH,ALL

```

!TENSIONAMENTO TIRANTI presforReal=42kN AREA=(PIGRECO*0.016^2)=0.000804 mq
! presfor si calcola sommando a presfor applicata la forza nelle barre calcolata dal FEM

```
ALLSEL,ALL
CMSEL,S,BARRE
LSEL,R,,ALL
ESLL,R
numbar = 56
*DIM,presfor,ARRAY,numbar,1
*CREATE,ansuitmp
*VREAD,presfor,'presfor','txt',' ',IJK,NUMCAV,1,1,,
(E16.0)
*END
/INPUT,ansuitmp
*DIM,elemdelta,ARRAY,numbar,1
*CREATE,ansuitmp
*VREAD,elemdelta,'elemdelta','txt',' ',IJK,NUMCAV,1,1,,
(E16.0)
*END
/INPUT,ansuitmp
*DO,ii,1,numbar
    SFBEAM,elemdelta(ii),4,PRES,presfor(ii)
    SFBEAM,elemdelta(ii),5,PRES,presfor(ii)
*ENDDO
ALLSEL,ALL
```

!COLLEGAMENTO ANCORAGGI-TAMBURO!

```
CMSEL,S,ANCORAGGI
ESLL,S
NSLE,S
SELTOL,0.01
NSEL,U,LOC,Z,32.41
NSEL,U,LOC,Z,32.11
NSEL,U,LOC,Z,31.81
NSEL,U,LOC,Z,31.51
SELTOL
CMSEL,S,TAMBURO
ESLA,S
CEINTF,,ALL
```

!COLLEGAMENTO ANCORAGGI-BARRE!

```
CMSEL,S,ANCORAGGI
ESLL,S
NSLE,S
CMSEL,S,BARRE
ESLL,S
NSLE,A
```

SELTOL,0.01

```
CM,TOT,NODE
NSEL,R,LOC,X,19.31,20.17
NSEL,R,LOC,Y,34.75,35.35
CM,N1,NODE
```

```
CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,15.10,15.41
NSEL,R,LOC,Y,28.39,29.43
CM,N2,NODE
```

```
CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,24.59,25.58
NSEL,R,LOC,Y,37.32,37.65
```

CM,N3,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,33.96,35.11
NSEL,R,LOC,Y,38.87,39
CM,N4,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,43.34,44.38
NSEL,R,LOC,Y,37.35,37.68
CM,N5,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,48.63,49.52
NSEL,R,LOC,Y,34.85,35.49
CM,N6,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,53.42,53.73
NSEL,R,LOC,Y,28.38,29.45
CM,N7,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,53.39,53.72
NSEL,R,LOC,Y,21.52,22.57
CM,N8,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,48.57,49.48
NSEL,R,LOC,Y,15.52,16.14
CM,N9,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,43.27,44.29
NSEL,R,LOC,Y,13.26,13.60
CM,N10,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,33.97,35.09
NSEL,R,LOC,Y,11.88,12
CM,N11,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,24.46,25.52
NSEL,R,LOC,Y,13.17,13.50
CM,N12,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,19.25,20.16
NSEL,R,LOC,Y,15.41,16.05
CM,N13,NODE

CMSEL,S,TOT
NSEL,R,LOC,X,15.04,15.36
NSEL,R,LOC,Y,21.50,22.57
CM,N14,NODE

CMSEL,S,TOT
CMSEL,U,N1
CMSEL,U,N2
CMSEL,U,N3
CMSEL,U,N4

```
CMSEL,U,N5
CMSEL,U,N6
CMSEL,U,N7
CMSEL,U,N8
CMSEL,U,N9
CMSEL,U,N10
CMSEL,U,N11
CMSEL,U,N12
CMSEL,U,N13
CMSEL,U,N14
CM,TOT1,NODE
```

```
CMSEL,S,TOT1
NSEL,R,LOC,Z,32.41
CPINTF,ALL,0.5
```

```
CMSEL,S,TOT1
NSEL,R,LOC,Z,32.11
CPINTF,ALL,0.5
```

```
CMSEL,S,TOT1
NSEL,R,LOC,Z,31.81
CPINTF,ALL,0.5
```

```
CMSEL,S,TOT1
NSEL,R,LOC,Z,31.51
CPINTF,ALL,0.5
```

```
!MESH COLONNE!
FINISH
```

```
CMSEL,NONE
/AUX15
IOPTN,IGES,SMOOTH
IOPTN,MERGE,YES
IOPTN,SOLID,NO
IOPTN,SMALL,NO
IOPTN,GTOLER,DEFA
IGESIN,'prova_colonne','igs','parasolid_modello'
```

```
/NOPR
/GO
/PREP7
! CM,COLONNE,LINE
! CMSEL,S,BASAMENTO
! CMSEL,A,FONDAZIONI
! CMSEL,A,TERRENO1
!! CMSEL,A,TERRENO2
! ASLV,S
! LSLA,S
! CMSEL,A,CAMPANILI
! CMSEL,A,TAMBURO
! CMSEL,A,ARCHIELL
! CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI
! CMSEL,A,ORIZZONTAMENTI2
! CMSEL,A,CORONA
! CMSEL,A,CUPOLA1
! CMSEL,A,CUPOLA2
! CMSEL,A,CUPOLA3
! CMSEL,A,LANTERNINO
! CMSEL,A,CONTRCENTR
! CMSEL,A,CONTRDX
```

```
! CMSEL,A,CONTRSX
! LSLA,A
! CMSEL,A,BARRE
! CMSEL,A,ANCORAGGI
! LSEL,INVE
LSEL,R,LOC,Z,0,8
LSEL,R,LOC,X,14,55
LSEL,R,LOC,Y,8,42
CM,COLONNE,LINE
```

```
CMSEL,S,COLONNE
LATT,1,,3,,,3
ESIZE,,5
LMESH,ALL
```

```
!CONTATTO COLONNE-ORIZZONTAMENTI!
CMSEL,S,COLONNE
ESLL,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,7.80,8
CMSEL,S,ORIZZONTAMENTI2
ESLA,S
CEINTF,0.1,ALL
```

```
!COLLEGAMENTO CORPO DI FABBRICA ADIACENTE!
LSEL,S,LOC,Y,-2.61,-3.6
CM,LINK,LINE
LATT,1,11,4,,,2
ESIZE,,1
LMESH,ALL
```

```
NSEL,S,LOC,Y,-3.60
NSEL,R,LOC,Z,5,60
D,ALL,ALL
CMSEL,S,LINK
ESLL,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Y,-2.60
VSEL,ALL
ESLV,S
CEINTF,,ALL
```

```
!!INCASTRO COLONNE!
CMSEL,S,COLONNE
ESLL,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Z,-0.05,0.05
D,ALL,ALL
```

```
!VINCOLI TERRENO!
NSEL,S,LOC,Z,-10.05,-9.95
D,ALL,UZ,0
```

```
CMSEL,S,TERRENO1
ESLV,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,Y,-17,-16
D,ALL,UY,0
```

```
CMSEL,S,TERRENO1
ESLV,S
NSLE,S
```

```

NSEL,R,LOC,Y,65,66
D,ALL,UY,0

CMSEL,S,TERRENO1
ESLV,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,X,-18,-17
D,ALL,UX,0

CMSEL,S,TERRENO1
ESLV,S
NSLE,S
NSEL,R,LOC,X,85,86
D,ALL,UX,0

ESEL,ALL
NSEL,ALL

ALLSEL,ALL
APLOT

FINISH

!! INIZIO MODIFICA VOLUME TERRENO !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

/PREP7

dimElem=3 ! in [m]

allsel,all
CMSEL,S,MARNA
CMSEL,A,LIMO
VCLEAR,ALL
allsel,all

CMSEL,S,MARNA

VSEL,R,LOC,X,-18,24
VSEL,R,LOC,Y,-16,66
VSEL,R,LOC,Z,-20,0

CM,LIMO2,VOLUME

VATT,8,1,2,0

ASLV,R
LSLA,R

LESIZE,ALL,dimElem, , , 1, , , 1,

MSHKEY,0
MSHAPE,1,3d ! dice di prendere elementi tetraedici
VMESH,ALL

allsel,all

CMSEL,S,LIMO

VATT,8,1,2,0

ASLV,R
LSLA,R

```

LESIZE,ALL,dimElem, , , 1, , , 1,

MSHKEY,0
VMESH,ALL

allsel,all

CMSEL,S,LIMO
CMSEL,A,LIMO2

CM,LIMO_NEW,VOLUME

CMDELE,LIMO
CMDELE,LIMO2

allsel,all

CMSEL,S,MARNA

VSEL,R,LOC,X,24,86
VSEL,R,LOC,Y,-16,66
VSEL,R,LOC,Z,-20,0

VATT,7,1,2,0

ASLV,R
LSLA,R

LESIZE,ALL,dimElem, , , 1, , , 1,

MSHKEY,0
VMESH,ALL

CM,MARNA2,VOLUME

allsel,all

CMDELE,MARNA

CMSEL,S,FONDAZIONI

VATT,1,1,2,0

ASLV,R
LSLA,R

LESIZE,ALL,dimElem, , , 1, , , 1,

VSEL,R,LOC,X,-18,33

MSHKEY,0
VMESH,ALL

allsel,all

CMSEL,S,FONDAZIONI

VSEL,R,LOC,X,33,86

MSHKEY,0
VMESH,ALL

```

allsel,all

!BLOCK,-18,86,-16,66,-13,-10,

!VSEL,R,LOC,Z,-20,-10

!CM,MARNA3,VOLUME

!VATT,7,1,2,0

!ASLV,R
!LSLA,R

!LESIZE,ALL,dimElem, , , 1, , , 1,

!MSHKEY,0
!VMESH,ALL

!allsel,all

!CMSEL,S,MARNA2
!CMSEL,A,MARNA3

!CM,MARNA_NEW,VOLUME

!allsel,all

!CMDELE,MARNA2
!CMDELE,MARNA3

!allsel,all

FINISH

/SOLU

allsel,all
NSEL,S,LOC,X,-19,-17
D,ALL, , , , ,ALL, , , , ,

allsel,all
NSEL,S,LOC,X,85,87
D,ALL, , , , ,ALL, , , , ,

allsel,all
NSEL,S,LOC,Y,-17,-15
D,ALL, , , , ,ALL, , , , ,

allsel,all
NSEL,S,LOC,Y,65,67
D,ALL, , , , ,ALL, , , , ,

allsel,all
NSEL,S,LOC,Z,-11,-9
D,ALL, , , , ,ALL, , , , ,

allsel,all

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!CORREZIONE CAMPANILI
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

```

```
/PREP7

allsel,all

CMSEL,S,ARCHIELL
CMSEL,A,TAMBURO

ASEL,R,LOC,X,-20,11

ACLEAR,ALL

AATT,3,9,1

ESIZE,0.7
AMESH,ALL

allsel,all

CMSEL,S,ARCHIELL
CMSEL,A,TAMBURO

ASEL,R,LOC,X,55,100

ACLEAR,ALL

AATT,3,9,1

ESIZE,0.7
AMESH,ALL

allsel,all

SAVE,VICOFORTE_FEM,DB

FINISH
```

Allegato B: Listato Analisi Modale

! Analisi statica con effetti di prestress

```
/SOLU  
ANTYPE,0  
PSTRES,1  
SOLVE  
FINISH
```

! Analisi modale con effetti di prestress

```
/SOLU  
ANTYPE,2  
MODOPT,LANB,50  
EQSLV,SPAR  
MXPAND,50, , ,0  
LUMPM,0  
PSTRES,1  
MODOPT,LANB,50,0,0, ,OFF  
SOLVE  
FINISH
```

! Definizione della Matrice Modale

```
!Numero di modi calcolati da Ansys  
NUMMOD_FEM=50
```

!Crea parametri scalari contenenti la posizione x,y,z dei nodi di contatto tamburo-cupola1

```
POS1=NODE(54.08117974,24.92404782,33.97793235)  
POS2=NODE(53.09962981,20.76502948,33.9779215)  
POS3=NODE(52.11868163,18.9700985,33.9779215)  
POS4=NODE(49.95385101,16.52799264,33.9779215)  
POS5=NODE(47.85672132,15.09518807,33.9779215)  
POS6=NODE(46.04810866,14.26586945,33.9779215)  
POS7=NODE(44.14764703,13.54980173,33.9779215)  
POS8=NODE(42.20417406,12.96037814,33.9779215)  
POS9=NODE(40.8887862,12.63907234,33.97797582)  
POS10=NODE(39.9159836,12.44033573,33.97793235)  
POS11=NODE(37.95371176,12.137298,33.97793235)  
POS12=NODE(35.97600593,11.96116668,33.9779323)  
POS13=NODE(34.013284,11.91250742,33.97793235)  
POS14=NODE(32.11794107,11.98420447,33.97793235)  
POS15=NODE(29.85482739,12.22379604,33.9779215)  
POS16=NODE(27.89351484,12.56992641,33.97796133)  
POS17=NODE(26.03866086,13.01977116,33.9779215)  
POS18=NODE(24.12242054,13.61552265,33.97793235)  
POS19=NODE(21.84439475,14.50866151,33.97793235)  
POS20=NODE(20.03858984,15.48490361,33.9779215)  
POS21=NODE(17.94363534,17.24219737,33.9779215)  
POS22=NODE(17.18075689,18.13397476,33.97793235)  
POS23=NODE(15.96710682,20.06187077,33.9779215)  
POS24=NODE(14.71499048,24.9169941,33.97793235)  
POS25=NODE(15.98381714,30.73567367,33.9779215)  
POS26=NODE(16.90940943,32.26515519,33.97793235)  
POS27=NODE(17.93090856,33.50871393,33.9779215)  
POS28=NODE(19.9865369,35.24500975,33.97793235)  
POS29=NODE(22.08551301,36.35704804,33.97792963)  
POS30=NODE(24.00087546,37.12327135,33.9779215)  
POS31=NODE(25.96306328,37.76008401,33.9779215)
```

```

POS32=NODE(27.96334392,38.26465192,33.97793235)
POS33=NODE(29.87683407,38.61733066,33.97793235)
POS34=NODE(32.06387663,38.87038665,33.9779215)
POS35=NODE(34.13535954,38.96585222,33.9779215)
POS36=NODE(36.20858682,38.92241412,33.9779215)
POS37=NODE(38.12169463,38.75838578,33.97793235)
POS38=NODE(40.04612803,38.47136201,33.97793235)
POS39=NODE(41.00061908,38.28258218,33.97793235)
POS40=NODE(41.93984738,38.0660506,33.97793235)
POS41=NODE(44.10179369,37.44778603,33.9779215)
POS42=NODE(46.06420142,36.73437342,33.97793235)
POS43=NODE(47.85702361,35.93472123,33.97793235)
POS44=NODE(49.89756173,34.54981329,33.9779215)
POS45=NODE(52.18132537,31.96464832,33.97793235)
POS46=NODE(53.02512556,30.43117525,33.9779215)

```

!Gradi di libertà del problema = $2 \times n^{\circ}$ nodi perchè i gdl sono lo spostamento in direzione X e Y (numero di righe della matrice delle forme modali)
gdl=92

!Entro nel postprocessore altrimenti non funziona il comando SET
/POST1

!Definisce una matrice "MODE_MATRIX1" di 18 righe e NUMMOD_FEM colonne (modi)

```

*DIM,MODE_MATRIX1,ARRAY,18,NUMMOD_FEM
*DO,ii,1,NUMMOD_FEM

```

```

!Legge il load step 1 e il substep ii (ossia il modo ii)
SET,1,ii

```

!Crea una variabile UXPOS1 contenente la forma modale ii lungo X valutata nella posizione POS1 e fa lo stesso per gli altri punti

```

*GET,UXPOS1,NODE,POS1,U,X
*GET,UXPOS2,NODE,POS2,U,X
*GET,UXPOS3,NODE,POS3,U,X
*GET,UXPOS4,NODE,POS4,U,X
*GET,UXPOS5,NODE,POS5,U,X
*GET,UXPOS6,NODE,POS6,U,X
*GET,UXPOS7,NODE,POS7,U,X
*GET,UXPOS8,NODE,POS8,U,X
*GET,UXPOS9,NODE,POS9,U,X
*GET,UXPOS10,NODE,POS10,U,X
*GET,UXPOS11,NODE,POS11,U,X
*GET,UXPOS12,NODE,POS12,U,X
*GET,UXPOS13,NODE,POS13,U,X
*GET,UXPOS14,NODE,POS14,U,X
*GET,UXPOS15,NODE,POS15,U,X
*GET,UXPOS16,NODE,POS16,U,X
*GET,UXPOS17,NODE,POS17,U,X
*GET,UXPOS18,NODE,POS18,U,X

```

!Scrive le autodeformate in x e y. Attenzione: max 18 elementi (sarebbero i canali) per vettore colonna. I parametri sono posti incolonnati nella ii-colonna.

!Si avranno tanti valori quanti sono i gdl definiti.

```

MODE_MATRIX1(1,ii)=UXPOS1,UXPOS2,UXPOS3,UXPOS4,UXPOS5,UXPOS6,UXPOS7,UXPOS8,UXPOS
9,UXPOS10,UXPOS11,UXPOS12,UXPOS13,UXPOS14,UXPOS15,UXPOS16,UXPOS17,UXPOS18
*ENDDO

```

!Definisce una matrice "MODE_MATRIX2" di 18 righe e NUMMOD_FEM colonne (modi)

```

*DIM,MODE_MATRIX2,ARRAY,18,NUMMOD_FEM
*DO,ii,1,NUMMOD_FEM

```

```

!Legge il load step 1 e il substep ii (ossia il modo ii)
SET,1,ii

```

!Crea una variabile UXPOS1 contenente la forma modale ii lungo X valutata nella posizione POS1 e fa lo stesso per gli altri punti

```
*GET,UXPOS19,NODE,POS19,U,X
*GET,UXPOS20,NODE,POS20,U,X
*GET,UXPOS21,NODE,POS21,U,X
*GET,UXPOS22,NODE,POS22,U,X
*GET,UXPOS23,NODE,POS23,U,X
*GET,UXPOS24,NODE,POS24,U,X
*GET,UXPOS25,NODE,POS25,U,X
*GET,UXPOS26,NODE,POS26,U,X
*GET,UXPOS27,NODE,POS27,U,X
*GET,UXPOS28,NODE,POS28,U,X
*GET,UXPOS29,NODE,POS29,U,X
*GET,UXPOS30,NODE,POS30,U,X
*GET,UXPOS31,NODE,POS31,U,X
*GET,UXPOS32,NODE,POS32,U,X
*GET,UXPOS33,NODE,POS33,U,X
*GET,UXPOS34,NODE,POS34,U,X
*GET,UXPOS35,NODE,POS35,U,X
*GET,UXPOS36,NODE,POS36,U,X
```

!Scrivo le autodeformate in x e y. Attenzione: max 18 elementi (sarebbero i canali) per vettore colonna. I parametri sono posti incolonnati nella ii-colonna.

!Si avranno tanti valori quanti sono i gdl definiti.

```
MODE_MATRIX2(1,ii)=UXPOS19,UXPOS20,UXPOS21,UXPOS22,UXPOS23,UXPOS24,UXPOS25,UXPOS26,UXPOS27,UXPOS28,UXPOS29,UXPOS30,UXPOS31,UXPOS32,UXPOS33,UXPOS34,UXPOS35,UXPOS36
*ENDDO
```

!Definisce una matrice "MODE_MATRIX3" di 10 righe e NUMMOD_FEM colonne (modi)

```
*DIM,MODE_MATRIX3,ARRAY,10,NUMMOD_FEM
*DO,ii,1,NUMMOD_FEM
```

!Legge il load step 1 e il substep ii (ossia il modo ii)

```
SET,1,ii
```

!Crea una variabile UXPOS1 contenente la forma modale ii lungo X valutata nella posizione POS1 e fa lo stesso per gli altri punti

```
*GET,UXPOS37,NODE,POS37,U,X
*GET,UXPOS38,NODE,POS38,U,X
*GET,UXPOS39,NODE,POS39,U,X
*GET,UXPOS40,NODE,POS40,U,X
*GET,UXPOS41,NODE,POS41,U,X
*GET,UXPOS42,NODE,POS42,U,X
*GET,UXPOS43,NODE,POS43,U,X
*GET,UXPOS44,NODE,POS44,U,X
*GET,UXPOS45,NODE,POS45,U,X
*GET,UXPOS46,NODE,POS46,U,X
```

!Scrivo le autodeformate in x e y. Attenzione: max 18 elementi (sarebbero i canali) per vettore colonna. I parametri sono posti incolonnati nella ii-colonna.

!Si avranno tanti valori quanti sono i gdl definiti.

```
MODE_MATRIX3(1,ii)=UXPOS37,UXPOS38,UXPOS39,UXPOS40,UXPOS41,UXPOS42,UXPOS43,UXPOS44,UXPOS45,UXPOS46
*ENDDO
```

!Definisce una matrice "MODE_MATRIX4" di 18 righe e NUMMOD_FEM colonne (modi)

```
*DIM,MODE_MATRIX4,ARRAY,18,NUMMOD_FEM
*DO,ii,1,NUMMOD_FEM
```

!Legge il load step 1 e il substep ii (ossia il modo ii)

```
SET,1,ii
```

!Crea una variabile UXPOS1 contenente la forma modale ii lungo X valutata nella posizione POS1 e fa lo

stesso per gli altri punti

```
*GET,UYPOS1,NODE,POS1,U,Y
*GET,UYPOS2,NODE,POS2,U,Y
*GET,UYPOS3,NODE,POS3,U,Y
*GET,UYPOS4,NODE,POS4,U,Y
*GET,UYPOS5,NODE,POS5,U,Y
*GET,UYPOS6,NODE,POS6,U,Y
*GET,UYPOS7,NODE,POS7,U,Y
*GET,UYPOS8,NODE,POS8,U,Y
*GET,UYPOS9,NODE,POS9,U,Y
*GET,UYPOS10,NODE,POS10,U,Y
*GET,UYPOS11,NODE,POS11,U,Y
*GET,UYPOS12,NODE,POS12,U,Y
*GET,UYPOS13,NODE,POS13,U,Y
*GET,UYPOS14,NODE,POS14,U,Y
*GET,UYPOS15,NODE,POS15,U,Y
*GET,UYPOS16,NODE,POS16,U,Y
*GET,UYPOS17,NODE,POS17,U,Y
*GET,UYPOS18,NODE,POS18,U,Y
```

!Scrive le autodeformate in x e y. Attenzione: max 18 elementi (sarebbero i canali) per vettore colonna. I parametri sono posti incolonnati nella ii-colonna.

!Si avranno tanti valori quanti sono i gdl definiti.

```
MODE_MATRIX4(1,ii)=UYPOS1,UYPOS2,UYPOS3,UYPOS4,UYPOS5,UYPOS6,UYPOS7,UYPOS8,UYPOS
9,UYPOS10,UYPOS11,UYPOS12,UYPOS13,UYPOS14,UYPOS15,UYPOS16,UYPOS17,UYPOS18
*ENDDO
```

!Definisce una matrice "MODE_MATRIX5" di 18 righe e NUMMOD_FEM colonne (modi)

```
*DIM,MODE_MATRIX5,ARRAY,18,NUMMOD_FEM
```

```
*DO,ii,1,NUMMOD_FEM
```

!Legge il load step 1 e il substep ii (ossia il modo ii)

```
SET,1,ii
```

!Crea una variabile UXPOS1 contenente la forma modale ii lungo X valutata nella posizione POS1 e fa lo stesso per gli altri punti

```
*GET,UYPOS19,NODE,POS19,U,Y
*GET,UYPOS20,NODE,POS20,U,Y
*GET,UYPOS21,NODE,POS21,U,Y
*GET,UYPOS22,NODE,POS22,U,Y
*GET,UYPOS23,NODE,POS23,U,Y
*GET,UYPOS24,NODE,POS24,U,Y
*GET,UYPOS25,NODE,POS25,U,Y
*GET,UYPOS26,NODE,POS26,U,Y
*GET,UYPOS27,NODE,POS27,U,Y
*GET,UYPOS28,NODE,POS28,U,Y
*GET,UYPOS29,NODE,POS29,U,Y
*GET,UYPOS30,NODE,POS30,U,Y
*GET,UYPOS31,NODE,POS31,U,Y
*GET,UYPOS32,NODE,POS32,U,Y
*GET,UYPOS33,NODE,POS33,U,Y
*GET,UYPOS34,NODE,POS34,U,Y
*GET,UYPOS35,NODE,POS35,U,Y
*GET,UYPOS36,NODE,POS36,U,Y
```

!Scrive le autodeformate in x e y. Attenzione: max 18 elementi (sarebbero i canali) per vettore colonna. I parametri sono posti incolonnati nella ii-colonna.

!Si avranno tanti valori quanti sono i gdl definiti.

```
MODE_MATRIX5(1,ii)=UYPOS19,UYPOS20,UYPOS21,UYPOS22,UYPOS23,UYPOS24,UYPOS25,UYPOS2
6,UYPOS27,UYPOS28,UYPOS29,UYPOS30,UYPOS31,UYPOS32,UYPOS33,UYPOS34,UYPOS35,UYPOS
36
*ENDDO
```

```

!Definisce una matrice "MODE_MATRIX6" di 10 righe e NUMMOD_FEM colonne (modi)
*DIM,MODE_MATRIX6,ARRAY,10,NUMMOD_FEM
*DO,ii,1,NUMMOD_FEM
!Legge il load step 1 e il substep ii (ossia il modo ii)
SET,1,ii
!Crea una variabile UXPOS1 contenente la forma modale ii lungo X valutata nella posizione POS1 e fa lo
stesso per gli altri punti
*GET,UYPOS37,NODE,POS37,U,Y
*GET,UYPOS38,NODE,POS38,U,Y
*GET,UYPOS39,NODE,POS39,U,Y
*GET,UYPOS40,NODE,POS40,U,Y
*GET,UYPOS41,NODE,POS41,U,Y
*GET,UYPOS42,NODE,POS42,U,Y
*GET,UYPOS43,NODE,POS43,U,Y
*GET,UYPOS44,NODE,POS44,U,Y
*GET,UYPOS45,NODE,POS45,U,Y
*GET,UYPOS46,NODE,POS46,U,Y

!Scrive le autodeformate in x e y. Attenzione: max 18 elementi (sarebbero i canali) per vettore colonna. I
parametri sono posti incolonnati nella ii-colonna.
!Si avranno tanti valori quanti sono i gdl definiti.
MODE_MATRIX6(1,ii)=UYPOS37,UYPOS38,UYPOS39,UYPOS40,UYPOS41,UYPOS42,UYPOS43,UYPOS4
4,UYPOS45,UYPOS46
*ENDDO

```

! Estrazione Matrice Modale

```

!Aprire il file dove scrivere le forme modali
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,'ModeShapeFEM1','txt',' '
*DO,CC,1,NUMMOD_FEM
*VWRITE,MODE_MATRIX1(1,CC)
%g
*ENDDO
*CFCLOS
*END
/INPUT,ansuitmp
!Scrive le forme modali nel file di output
/OUTPUT,TERM

```

```

!Aprire il file dove scrivere le forme modali
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,'ModeShapeFEM2','txt',' '
*DO,CC,1,NUMMOD_FEM
*VWRITE,MODE_MATRIX2(1,CC)
%g
*ENDDO
*CFCLOS
*END
/INPUT,ansuitmp
!Scrive le forme modali nel file di output
/OUTPUT,TERM

```

```

!Aprire il file dove scrivere le forme modali
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,'ModeShapeFEM3','txt',' '
*DO,CC,1,NUMMOD_FEM
*VWRITE,MODE_MATRIX3(1,CC)
%g
*ENDDO
*CFCLOS

```

```

*END
/INPUT,ansuitmp
!Scrive le forme modali nel file di output
/OUTPUT,TERM

!Apri il file dove scrivere le forme modali
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,'ModeShapeFEM4','txt',' '
*DO,CC,1,NUMMOD_FEM
*VWRITE,MODE_MATRIX4(1,CC)
%g
*ENDDO
*CFCLOS
*END
/INPUT,ansuitmp
!Scrive le forme modali nel file di output
/OUTPUT,TERM

!Apri il file dove scrivere le forme modali
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,'ModeShapeFEM5','txt',' '
*DO,CC,1,NUMMOD_FEM
*VWRITE,MODE_MATRIX5(1,CC)
%g
*ENDDO
*CFCLOS
*END
/INPUT,ansuitmp
!Scrive le forme modali nel file di output
/OUTPUT,TERM

!Apri il file dove scrivere le forme modali
*CREATE,ansuitmp
*CFOPEN,'ModeShapeFEM6','txt',' '
*DO,CC,1,NUMMOD_FEM
*VWRITE,MODE_MATRIX6(1,CC)
%g
*ENDDO
*CFCLOS
*END
/INPUT,ansuitmp
!Scrive le forme modali nel file di output
/OUTPUT,TERM

```

Allegato C: Listato Funzione k

```
close all
clear
clc

Sig = sort(load('SX.txt')); % Pa
delSig = 0.001e6; % Pa
Sigt = 0.4e6; % Pa
Km = 1 - Sig/Sigt;
Km(find(Km<=0)) = 0;
Km(find(Km>=1)) = 1;

KmMean = mean(Km)

figure;
plot(Sig,Km)
grid on;
```

Allegato D: Listato Analisi Incrementale

! Creazione Vettore Nodi

!Crea parametri scalari contenenti la posizione x,y,z dei nodi di contatto tamburo-cupola1

POS1=NODE(54.08117974,24.92404782,33.97793235)
POS2=NODE(53.09962981,20.76502948,33.9779215)
POS3=NODE(52.11868163,18.9700985,33.9779215)
POS4=NODE(49.95385101,16.52799264,33.9779215)
POS5=NODE(47.85672132,15.09518807,33.9779215)
POS6=NODE(46.04810866,14.26586945,33.9779215)
POS7=NODE(44.14764703,13.54980173,33.9779215)
POS8=NODE(42.20417406,12.96037814,33.9779215)
POS9=NODE(40.8887862,12.63907234,33.97797582)
POS10=NODE(39.9159836,12.44033573,33.97793235)
POS11=NODE(37.95371176,12.137298,33.97793235)
POS12=NODE(35.97600593,11.96116668,33.9779323)
POS13=NODE(34.013284,11.91250742,33.97793235)
POS14=NODE(32.11794107,11.98420447,33.97793235)
POS15=NODE(29.85482739,12.22379604,33.9779215)
POS16=NODE(27.89351484,12.56992641,33.97796133)
POS17=NODE(26.03866086,13.01977116,33.9779215)
POS18=NODE(24.12242054,13.61552265,33.97793235)
POS19=NODE(21.84439475,14.50866151,33.97793235)
POS20=NODE(20.03858984,15.48490361,33.9779215)
POS21=NODE(17.94363534,17.24219737,33.9779215)
POS22=NODE(17.18075689,18.13397476,33.97793235)
POS23=NODE(15.96710682,20.06187077,33.9779215)
POS24=NODE(14.71499048,24.9169941,33.97793235)
POS25=NODE(15.98381714,30.73567367,33.9779215)
POS26=NODE(16.90940943,32.26515519,33.97793235)
POS27=NODE(17.93090856,33.50871393,33.9779215)
POS28=NODE(19.9865369,35.24500975,33.97793235)
POS29=NODE(22.08551301,36.35704804,33.97792963)
POS30=NODE(24.00087546,37.12327135,33.9779215)
POS31=NODE(25.96306328,37.76008401,33.9779215)
POS32=NODE(27.96334392,38.26465192,33.97793235)
POS33=NODE(29.87683407,38.61733066,33.97793235)
POS34=NODE(32.06387663,38.87038665,33.9779215)
POS35=NODE(34.13535954,38.96585222,33.9779215)
POS36=NODE(36.20858682,38.92241412,33.9779215)
POS37=NODE(38.12169463,38.75838578,33.97793235)
POS38=NODE(40.04612803,38.47136201,33.97793235)
POS39=NODE(41.00061908,38.28258218,33.97793235)
POS40=NODE(41.93984738,38.0660506,33.97793235)
POS41=NODE(44.10179369,37.44778603,33.9779215)
POS42=NODE(46.06420142,36.73437342,33.97793235)
POS43=NODE(47.85702361,35.93472123,33.97793235)
POS44=NODE(49.89756173,34.54981329,33.9779215)
POS45=NODE(52.18132537,31.96464832,33.97793235)
POS46=NODE(53.02512556,30.43117525,33.9779215)

!Vettore contenete i nodi di contatto tamburo-cupola1

*DIM,VettoreNodi,ARRAY,92,1
*SET,VettoreNodi(1,1),POS1
*SET,VettoreNodi(2,1),POS2
*SET,VettoreNodi(3,1),POS3
*SET,VettoreNodi(4,1),POS4
*SET,VettoreNodi(5,1),POS5

*SET,VettoreNodi(6,1),POS6
*SET,VettoreNodi(7,1),POS7
*SET,VettoreNodi(8,1),POS8
*SET,VettoreNodi(9,1),POS9
*SET,VettoreNodi(10,1),POS10
*SET,VettoreNodi(11,1),POS11
*SET,VettoreNodi(12,1),POS12
*SET,VettoreNodi(13,1),POS13
*SET,VettoreNodi(14,1),POS14
*SET,VettoreNodi(15,1),POS15
*SET,VettoreNodi(16,1),POS16
*SET,VettoreNodi(17,1),POS17
*SET,VettoreNodi(18,1),POS18
*SET,VettoreNodi(19,1),POS19
*SET,VettoreNodi(20,1),POS20
*SET,VettoreNodi(21,1),POS21
*SET,VettoreNodi(22,1),POS22
*SET,VettoreNodi(23,1),POS23
*SET,VettoreNodi(24,1),POS24
*SET,VettoreNodi(25,1),POS25
*SET,VettoreNodi(26,1),POS26
*SET,VettoreNodi(27,1),POS27
*SET,VettoreNodi(28,1),POS28
*SET,VettoreNodi(29,1),POS29
*SET,VettoreNodi(30,1),POS30
*SET,VettoreNodi(31,1),POS31
*SET,VettoreNodi(32,1),POS32
*SET,VettoreNodi(33,1),POS33
*SET,VettoreNodi(34,1),POS34
*SET,VettoreNodi(35,1),POS35
*SET,VettoreNodi(36,1),POS36
*SET,VettoreNodi(37,1),POS37
*SET,VettoreNodi(38,1),POS38
*SET,VettoreNodi(39,1),POS39
*SET,VettoreNodi(40,1),POS40
*SET,VettoreNodi(41,1),POS41
*SET,VettoreNodi(42,1),POS42
*SET,VettoreNodi(43,1),POS43
*SET,VettoreNodi(44,1),POS44
*SET,VettoreNodi(45,1),POS45
*SET,VettoreNodi(46,1),POS46
*SET,VettoreNodi(47,1),POS1
*SET,VettoreNodi(48,1),POS2
*SET,VettoreNodi(49,1),POS3
*SET,VettoreNodi(50,1),POS4
*SET,VettoreNodi(51,1),POS5
*SET,VettoreNodi(52,1),POS6
*SET,VettoreNodi(53,1),POS7
*SET,VettoreNodi(54,1),POS8
*SET,VettoreNodi(55,1),POS9
*SET,VettoreNodi(56,1),POS10
*SET,VettoreNodi(57,1),POS11
*SET,VettoreNodi(58,1),POS12
*SET,VettoreNodi(59,1),POS13
*SET,VettoreNodi(60,1),POS14
*SET,VettoreNodi(61,1),POS15
*SET,VettoreNodi(62,1),POS16
*SET,VettoreNodi(63,1),POS17
*SET,VettoreNodi(64,1),POS18
*SET,VettoreNodi(65,1),POS19
*SET,VettoreNodi(66,1),POS20
*SET,VettoreNodi(67,1),POS21

*SET,VettoreNodi(68,1),POS22
 *SET,VettoreNodi(69,1),POS23
 *SET,VettoreNodi(70,1),POS24
 *SET,VettoreNodi(71,1),POS25
 *SET,VettoreNodi(72,1),POS26
 *SET,VettoreNodi(73,1),POS27
 *SET,VettoreNodi(74,1),POS28
 *SET,VettoreNodi(75,1),POS29
 *SET,VettoreNodi(76,1),POS30
 *SET,VettoreNodi(77,1),POS31
 *SET,VettoreNodi(78,1),POS32
 *SET,VettoreNodi(79,1),POS33
 *SET,VettoreNodi(80,1),POS34
 *SET,VettoreNodi(81,1),POS35
 *SET,VettoreNodi(82,1),POS36
 *SET,VettoreNodi(83,1),POS37
 *SET,VettoreNodi(84,1),POS38
 *SET,VettoreNodi(85,1),POS39
 *SET,VettoreNodi(86,1),POS40
 *SET,VettoreNodi(87,1),POS41
 *SET,VettoreNodi(88,1),POS42
 *SET,VettoreNodi(89,1),POS43
 *SET,VettoreNodi(90,1),POS44
 *SET,VettoreNodi(91,1),POS45
 *SET,VettoreNodi(92,1),POS46

! Imposizione Forma Modale

!Vettore contenete i nodi di contatto tamburo-cupola1

*DIM,VettoreNodi,ARRAY,92,1
 *SET,VettoreNodi(1,1),POS1
 *SET,VettoreNodi(2,1),POS2
 *SET,VettoreNodi(3,1),POS3
 *SET,VettoreNodi(4,1),POS4
 *SET,VettoreNodi(5,1),POS5
 *SET,VettoreNodi(6,1),POS6
 *SET,VettoreNodi(7,1),POS7
 *SET,VettoreNodi(8,1),POS8
 *SET,VettoreNodi(9,1),POS9
 *SET,VettoreNodi(10,1),POS10
 *SET,VettoreNodi(11,1),POS11
 *SET,VettoreNodi(12,1),POS12
 *SET,VettoreNodi(13,1),POS13
 *SET,VettoreNodi(14,1),POS14
 *SET,VettoreNodi(15,1),POS15
 *SET,VettoreNodi(16,1),POS16
 *SET,VettoreNodi(17,1),POS17
 *SET,VettoreNodi(18,1),POS18
 *SET,VettoreNodi(19,1),POS19
 *SET,VettoreNodi(20,1),POS20
 *SET,VettoreNodi(21,1),POS21
 *SET,VettoreNodi(22,1),POS22
 *SET,VettoreNodi(23,1),POS23
 *SET,VettoreNodi(24,1),POS24
 *SET,VettoreNodi(25,1),POS25
 *SET,VettoreNodi(26,1),POS26
 *SET,VettoreNodi(27,1),POS27
 *SET,VettoreNodi(28,1),POS28
 *SET,VettoreNodi(29,1),POS29
 *SET,VettoreNodi(30,1),POS30
 *SET,VettoreNodi(31,1),POS31
 *SET,VettoreNodi(32,1),POS32

*SET,VettoreNodi(33,1),POS33
*SET,VettoreNodi(34,1),POS34
*SET,VettoreNodi(35,1),POS35
*SET,VettoreNodi(36,1),POS36
*SET,VettoreNodi(37,1),POS37
*SET,VettoreNodi(38,1),POS38
*SET,VettoreNodi(39,1),POS39
*SET,VettoreNodi(40,1),POS40
*SET,VettoreNodi(41,1),POS41
*SET,VettoreNodi(42,1),POS42
*SET,VettoreNodi(43,1),POS43
*SET,VettoreNodi(44,1),POS44
*SET,VettoreNodi(45,1),POS45
*SET,VettoreNodi(46,1),POS46
*SET,VettoreNodi(47,1),POS1
*SET,VettoreNodi(48,1),POS2
*SET,VettoreNodi(49,1),POS3
*SET,VettoreNodi(50,1),POS4
*SET,VettoreNodi(51,1),POS5
*SET,VettoreNodi(52,1),POS6
*SET,VettoreNodi(53,1),POS7
*SET,VettoreNodi(54,1),POS8
*SET,VettoreNodi(55,1),POS9
*SET,VettoreNodi(56,1),POS10
*SET,VettoreNodi(57,1),POS11
*SET,VettoreNodi(58,1),POS12
*SET,VettoreNodi(59,1),POS13
*SET,VettoreNodi(60,1),POS14
*SET,VettoreNodi(61,1),POS15
*SET,VettoreNodi(62,1),POS16
*SET,VettoreNodi(63,1),POS17
*SET,VettoreNodi(64,1),POS18
*SET,VettoreNodi(65,1),POS19
*SET,VettoreNodi(66,1),POS20
*SET,VettoreNodi(67,1),POS21
*SET,VettoreNodi(68,1),POS22
*SET,VettoreNodi(69,1),POS23
*SET,VettoreNodi(70,1),POS24
*SET,VettoreNodi(71,1),POS25
*SET,VettoreNodi(72,1),POS26
*SET,VettoreNodi(73,1),POS27
*SET,VettoreNodi(74,1),POS28
*SET,VettoreNodi(75,1),POS29
*SET,VettoreNodi(76,1),POS30
*SET,VettoreNodi(77,1),POS31
*SET,VettoreNodi(78,1),POS32
*SET,VettoreNodi(79,1),POS33
*SET,VettoreNodi(80,1),POS34
*SET,VettoreNodi(81,1),POS35
*SET,VettoreNodi(82,1),POS36
*SET,VettoreNodi(83,1),POS37
*SET,VettoreNodi(84,1),POS38
*SET,VettoreNodi(85,1),POS39
*SET,VettoreNodi(86,1),POS40
*SET,VettoreNodi(87,1),POS41
*SET,VettoreNodi(88,1),POS42
*SET,VettoreNodi(89,1),POS43
*SET,VettoreNodi(90,1),POS44
*SET,VettoreNodi(91,1),POS45
*SET,VettoreNodi(92,1),POS46

!MODO 12

*DIM,FORMA_MODAL_12,ARRAY,92,1
*SET,FORMA_MODAL_12(1,1),(-0.606207)
*SET,FORMA_MODAL_12(2,1),(-0.506183)
*SET,FORMA_MODAL_12(3,1),(-0.435106)
*SET,FORMA_MODAL_12(4,1),(-0.316917)
*SET,FORMA_MODAL_12(5,1),(-0.235551)
*SET,FORMA_MODAL_12(6,1),(-0.186483)
*SET,FORMA_MODAL_12(7,1),(-0.148219)
*SET,FORMA_MODAL_12(8,1),(-0.124768)
*SET,FORMA_MODAL_12(9,1),(-0.108639)
*SET,FORMA_MODAL_12(10,1),(-0.105468)
*SET,FORMA_MODAL_12(11,1),(-0.099382)
*SET,FORMA_MODAL_12(12,1),(-0.100093)
*SET,FORMA_MODAL_12(13,1),(-0.105367)
*SET,FORMA_MODAL_12(14,1),(-0.107415)
*SET,FORMA_MODAL_12(15,1),(-0.112202)
*SET,FORMA_MODAL_12(16,1),(-0.102599)
*SET,FORMA_MODAL_12(17,1),(-0.085289)
*SET,FORMA_MODAL_12(18,1),(-0.063688)
*SET,FORMA_MODAL_12(19,1),(-0.006658)
*SET,FORMA_MODAL_12(20,1),(0.058005)
*SET,FORMA_MODAL_12(21,1),(0.162896)
*SET,FORMA_MODAL_12(22,1),(0.212539)
*SET,FORMA_MODAL_12(23,1),(0.307667)
*SET,FORMA_MODAL_12(24,1),(0.429345)
*SET,FORMA_MODAL_12(25,1),(0.297746)
*SET,FORMA_MODAL_12(26,1),(0.227779)
*SET,FORMA_MODAL_12(27,1),(0.162465)
*SET,FORMA_MODAL_12(28,1),(0.055407)
*SET,FORMA_MODAL_12(29,1),(-0.020291)
*SET,FORMA_MODAL_12(30,1),(-0.066379)
*SET,FORMA_MODAL_12(31,1),(-0.098882)
*SET,FORMA_MODAL_12(32,1),(-0.122970)
*SET,FORMA_MODAL_12(33,1),(-0.133309)
*SET,FORMA_MODAL_12(34,1),(-0.135793)
*SET,FORMA_MODAL_12(35,1),(-0.128252)
*SET,FORMA_MODAL_12(36,1),(-0.125361)
*SET,FORMA_MODAL_12(37,1),(-0.124881)
*SET,FORMA_MODAL_12(38,1),(-0.129600)
*SET,FORMA_MODAL_12(39,1),(-0.135370)
*SET,FORMA_MODAL_12(40,1),(-0.143575)
*SET,FORMA_MODAL_12(41,1),(-0.176591)
*SET,FORMA_MODAL_12(42,1),(-0.217948)
*SET,FORMA_MODAL_12(43,1),(-0.265069)
*SET,FORMA_MODAL_12(44,1),(-0.348293)
*SET,FORMA_MODAL_12(45,1),(-0.470962)
*SET,FORMA_MODAL_12(46,1),(-0.528730)
*SET,FORMA_MODAL_12(47,1),(-0.032065)
*SET,FORMA_MODAL_12(48,1),(-0.065767)
*SET,FORMA_MODAL_12(49,1),(-0.106783)
*SET,FORMA_MODAL_12(50,1),(-0.217122)
*SET,FORMA_MODAL_12(51,1),(-0.345564)
*SET,FORMA_MODAL_12(52,1),(-0.468992)
*SET,FORMA_MODAL_12(53,1),(-0.598516)
*SET,FORMA_MODAL_12(54,1),(-0.718678)
*SET,FORMA_MODAL_12(55,1),(-0.787784)
*SET,FORMA_MODAL_12(56,1),(-0.837990)
*SET,FORMA_MODAL_12(57,1),(-0.920178)
*SET,FORMA_MODAL_12(58,1),(-0.975381)
*SET,FORMA_MODAL_12(59,1),(-1.000000)
*SET,FORMA_MODAL_12(60,1),(-0.988012)

```

*SET,FORMA_MODAL_12(61,1),(-0.937150)
*SET,FORMA_MODAL_12(62,1),(-0.863477)
*SET,FORMA_MODAL_12(63,1),(-0.775862)
*SET,FORMA_MODAL_12(64,1),(-0.660867)
*SET,FORMA_MODAL_12(65,1),(-0.501743)
*SET,FORMA_MODAL_12(66,1),(-0.374695)
*SET,FORMA_MODAL_12(67,1),(-0.235732)
*SET,FORMA_MODAL_12(68,1),(-0.190044)
*SET,FORMA_MODAL_12(69,1),(-0.124714)
*SET,FORMA_MODAL_12(70,1),(-0.072834)
*SET,FORMA_MODAL_12(71,1),(-0.008654)
*SET,FORMA_MODAL_12(72,1),(0.037942)
*SET,FORMA_MODAL_12(73,1),(0.096218)
*SET,FORMA_MODAL_12(74,1),(0.232246)
*SET,FORMA_MODAL_12(75,1),(0.391529)
*SET,FORMA_MODAL_12(76,1),(0.543254)
*SET,FORMA_MODAL_12(77,1),(0.678315)
*SET,FORMA_MODAL_12(78,1),(0.784925)
*SET,FORMA_MODAL_12(79,1),(0.866809)
*SET,FORMA_MODAL_12(80,1),(0.920693)
*SET,FORMA_MODAL_12(81,1),(0.938038)
*SET,FORMA_MODAL_12(82,1),(0.909174)
*SET,FORMA_MODAL_12(83,1),(0.854561)
*SET,FORMA_MODAL_12(84,1),(0.774957)
*SET,FORMA_MODAL_12(85,1),(0.725631)
*SET,FORMA_MODAL_12(86,1),(0.673234)
*SET,FORMA_MODAL_12(87,1),(0.541743)
*SET,FORMA_MODAL_12(88,1),(0.406787)
*SET,FORMA_MODAL_12(89,1),(0.280768)
*SET,FORMA_MODAL_12(90,1),(0.153741)
*SET,FORMA_MODAL_12(91,1),(0.036279)
*SET,FORMA_MODAL_12(92,1),(0.003424)

```

! Creazione Load Step di analisi

! Aprire modello con VETTORE NODI e FORMA MODALE

! Applicazione dello spostamento in 20 Load Step e risoluzione con analisi statica lineare

```

*DO,k,1,20
*DO,ii,1,46
/PREP7
D,VettoreNodi(ii),UX,FORMA_MODAL_12(ii)*0.01*k
D,VettoreNodi(46+ii),UY,FORMA_MODAL_12(46+ii)*0.01*k
FINISH
/SOLU
ANTYPE,0
NLGEOM,ON
PSTRES,ON
LSWRITE,k
FINISH
*ENDDO
*ENDDO

```

! Risolvo un load step alla volta

Allegato E: Tabelle k modello senza rinforzo

Modello senza rinforzo							
Load Step	Componente	Numero Materiale	kx	ky	kz	k	E [Pa]
1	Cupola	4					5,50E+09
	Lanternino	9					5,60E+09
2	Cupola	4	0,9178	0,8154	0,8765	0,8699	4,7845E+09
	Lanternino	9	0,9161	0,9233	0,8949	0,9114	5,1040E+09
3	Cupola	4	0,8808	0,6633	0,7803	0,7748	3,7070E+09
	Lanternino	9	0,8493	0,8773	0,8166	0,8477	4,3269E+09
4	Cupola	4	0,8674	0,602	0,7391	0,7362	2,7290E+09
	Lanternino	9	0,8126	0,8512	0,7751	0,8130	3,5176E+09
5	Cupola	4	0,8647	0,5817	0,717	0,7211	1,9679E+09
	Lanternino	9	0,7904	0,8332	0,7522	0,7919	2,7857E+09
6	Cupola	4	0,8667	0,5861	0,7106	0,7211	1,4192E+09
	Lanternino	9	0,7777	0,8224	0,7392	0,7798	2,1722E+09
7	Cupola	4	0,8711	0,6027	0,7178	0,7305	1,0367E+09
	Lanternino	9	0,7724	0,8178	0,7338	0,7747	1,6827E+09
8	Cupola	4	0,8763	0,6217	0,734	0,7440	7,7133E+08
	Lanternino	9	0,773	0,8181	0,7344	0,7752	1,3044E+09
9	Cupola	4	0,8819	0,6413	0,7559	0,7597	5,8598E+08
	Lanternino	9	0,7777	0,8218	0,7319	0,7771	1,0137E+09
10	Cupola	4	0,8875	0,6609	0,7787	0,7757	4,5455E+08
	Lanternino	9	0,7852	0,828	0,7467	0,7866	7,9740E+08
11	Cupola	4	0,8929	0,6804	0,8003	0,7912	3,5964E+08
	Lanternino	9	0,794	0,8351	0,7555	0,7949	6,3383E+08
12	Cupola	4	0,8983	0,6998	0,8207	0,8063	2,8996E+08
	Lanternino	9	0,8034	0,8426	0,7655	0,8038	5,0949E+08
13	Cupola	4	0,9034	0,7189	0,8397	0,8207	2,3796E+08
	Lanternino	9	0,8133	0,8503	0,7758	0,8131	4,1428E+08

Allegato F: Tabella energia di deformazione del modello senza rinforzo

Modello senza rinforzo			
Load Step	molt	U [J]	U [KJ]
0	0	0	0
1	0,01	71379	71,38
2	0,02	232314	232,31
3	0,03	470316	470,32
4	0,04	752444	752,44
5	0,05	1044811	1044,81
6	0,06	1320537	1320,54
7	0,07	1562808	1562,81
8	0,08	1763493	1763,49
9	0,09	1922360	1922,36
10	0,1	2043965	2043,96
11	0,11	2135227	2135,23
12	0,12	2204289	2204,29

Allegato G: Listato Analisi Armonica

! Analisi Armonica

! Aprire il file del modello con valori E dell'ultimo load step convergente

! Effettuare analisi statica e modale con effetti del prestress

```
ANTYPE,3
HROPT,FULL
HROUT,OFF
LUMPM,0
EQSLV,,0,
PSTRES,0
ACEL,0,0,0
CMSEL,S,FONDAZIONI
CMSEL,S,FONDAZIONI
CMPLT
VPLOT
NSLV,R
NPLOT
D,P51X,,0.1,0,,UX,,,,,
ALLSEL,ALL
EPLT
HARFRQ,1.7,2.3, ! cambiare: intorno della frequenza del modo di ovalizzazione
NSUBST,30, ! cambiare: passo di soluzione di 0,02 Hz
KBC,1
ALPHAD,1.123147399,
BETAD,0.002223210316,
DMPSTR,0,
SOLVE
SAVE
FINISH
```

Allegato H: Listato Matlab e Ansys per la modellazione del sistema di rinforzo

Matlab

```
%% tutte le misure in unità internazionale
close all;
clear;
clc;

addpath \Mac\Home\Desktop\NUOVO TESI\ULTIMO AGGIORNAMENTO MODELLO\SISTEMA-TIRANTI-
VICO ;

%% carico punti sul modello
mod{1} = load('1CUP3.txt');
mod{2} = load('2CUP3.txt');
mod{3} = load('3CUP3.txt');
mod{4} = load('4CUP3.txt');
mod{5} = load('5COR.txt');
mod{6} = load('6CONTR.txt');

%% immagazzino in un unica matrice 3D (i fogli sono le z crescenti)
for ii = 1:length(mod)
    MOD(:, :, ii) = mod{ii};
end

%% calcolo punti su asola (numnod_asola = numnod_modello + 1e6 , z_asola = z_modello + 0.15)
deltaasola = 1e6;
hasola = 0.15;
for ii = 1:length(mod)
    modtemp = mod{ii};
    modtemp(:, 1) = modtemp(:, 1) + deltaasola;
    modtemp(:, end) = modtemp(:, end) + hasola;

    % immagazzino in un unica matrice 3D (i fogli sono le z crescenti)
    ASO(:, :, ii) = modtemp;
end

%% chiudo i paralleli aggiungendo il primo (prima riga delle matrici) dopo l'ultimo
MODc = [MOD ; MOD(1, :, :)];
ASOc = [ASO ; ASO(1, :, :)];

%% plotto i risultati
figure;
% paralleli
for zz = 1:size(MODc, 3)-1
    for ii = 1:size(MODc, 1)-1
        plot3([MODc(ii, 2, zz) , MODc(ii+1, 2, zz)], [MODc(ii, 3, zz) , MODc(ii+1, 3, zz)], [MODc(ii, 4, zz) ,
        MODc(ii+1, 4, zz)], 'b');
        hold on;
    end
end
hold on;
% meridiani
for ii = 1:size(MODc, 1)-1
    for zz = 1:size(MODc, 3)-1
        plot3([MODc(ii, 2, zz) , MODc(ii, 2, zz+1)], [MODc(ii, 3, zz) , MODc(ii, 3, zz+1)], [MODc(ii, 4, zz) ,
```



```
TEMPNAME = sprintf('%s%s', 'ELEMiZ.txt');
fid = fopen(TEMPNAME, 'w');
fprintf(fid, '%f \n', ELEMi(:,3));
fclose(fid);
```

```
% stampo coordinate X,Y,Z punto j
TEMPNAME = sprintf('%s%s', 'ELEMjX.txt');
fid = fopen(TEMPNAME, 'w');
fprintf(fid, '%f \n', ELEMj(:,1));
fclose(fid);
TEMPNAME = sprintf('%s%s', 'ELEMjY.txt');
fid = fopen(TEMPNAME, 'w');
fprintf(fid, '%f \n', ELEMj(:,2));
fclose(fid);
TEMPNAME = sprintf('%s%s', 'ELEMjZ.txt');
fid = fopen(TEMPNAME, 'w');
fprintf(fid, '%f \n', ELEMj(:,3));
fclose(fid);
```

```
% stampo forza pretensione
TEMPNAME = sprintf('%s%s', 'AFORCE.txt');
fid = fopen(TEMPNAME, 'w');
fprintf(fid, '%f \n', AFORCE);
fclose(fid);
```

! Ansys

```
/PREP7
ALLSEL,ALL
```

```
! INIZIO valori medi per un fibrorinforzato da modificare per il singolo caso studio
Ee10r = 150e9 ! N/m2
nu10r = 0.25 ! -
ro4r = 1500 ! kg/m3
R4r = 0.01 ! m
! FINE valori medi per un fibrorinforzato da modificare per il singolo caso studio
```

```
! non modificare INIZIO
Ee10f = Ee10r/1e4
nu10f = nu10r
R4f = R4r
! non modificare FINE
```

```
NUMCAV = 80 ! numero totale di pezzi di cavo
```

```
! carico forza per la pretensione
*DIM,AFORCE,ARRAY,NUMCAV,1
*CREATE,ansuitmp
*VREAD,AFORCE,'AFORCE','txt',' ',IJK,NUMCAV,1,1, ,
(E16.0)
*END
/INPUT,ansuitmp
```

```
! carico coordinate X,Y,Z elemento i
*DIM,ELEMiX,ARRAY,NUMCAV,1
*CREATE,ansuitmp
*VREAD,ELEMiX,'ELEMiX','txt',' ',IJK,NUMCAV,1,1, ,
(E16.0)
*END
/INPUT,ansuitmp
```

```
*DIM,ELEMiY,ARRAY,NUMCAV,1
```



```

MAT, MATlast ! definisco mesh per materiale 10
SECNUM, SEClast ! definisco mesh per sezione 4
ESYS, 0

! definisco elementi fittizi e applico carico di pretensione
*DO,ii,1,NUMCAV

      POSi=NODE(ELEMiX(ii),ELEMiY(ii),ELEMiZ(ii))
      POSj=NODE(ELEMjX(ii),ELEMjY(ii),ELEMjZ(ii))

      ENUMii = ENUM0 + ii
      E,POSi,POSj

      SFBEAM,ENUMii,4,PRES,AFORCE(ii)
      SFBEAM,ENUMii,5,PRES,AFORCE(ii)

*ENDDO

! creo il componente fittizio
CM,CAVifittiz,ELEMENT

ALLSEL,ALL

!* FINE COSTRUZIONE ELEMENTI FITTIZI

!* PARTO CON COSTRUZIONE ELEMENTI REALI

! ordino gli elementi
NUMCMP,ELEM
! calcolo in numero massimo di elementi (ENUM0)
*GET,ENUM0,ELEM,,COUNT

ETnum = 5 ! ultimo elemento definito nel modello di vicoforte è 4
ET,ETnum,LINK180

SEClast = SEClast+1
MATlast = MATlast+1

! creo materiale reale per cavi
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,MATlast,,Ee10r
MPDATA,PRXY,MATlast,,nu10r

! cre sezione per cavi
SECTYPE,SEClast,LINK, ,
SECDATA,3.14*R4r*R4r,
SECCONTROL,ro4r*3.14*R4r*R4r,1

! deseleziono il modello
CMSEL,NONE
ESEL,NONE

TYPE, ETnum
MAT, MATlast
SECNUM, SEClast
ESYS, 0
REAL, ,

! definisco elementi reali
*DO,ii,1,NUMCAV

```

```
POSi=NODE(ELEMiX(ii),ELEMiY(ii),ELEMiZ(ii))  
POSj=NODE(ELEMjX(ii),ELEMjY(ii),ELEMjZ(ii))
```

```
ENUMii = ENUM0 + ii  
E,POSi,POSj
```

```
*ENDDO
```

```
! creo il componente reale su cui leggere le forze  
CM,CAVI,ELEMENT
```

```
ALLSEL,ALL
```

Allegato I: Tabelle k e energia di deformazione per modelli 1, 2 e 3 con rinforzo

Modello 1							
Load Step	Componente	Numero Materiale	kx	ky	kz	k	E [Pa]
1	Cupola	4					5,50E+09
	Lanternino	9					5,60E+09
2	Cupola	4	0,9179	0,8155	0,8767	0,8700	4,7852E+09
	Lanternino	9	0,9162	0,9234	0,8950	0,9115	5,1046E+09
3	Cupola	4	0,8820	0,6658	0,7816	0,7765	3,7155E+09
	Lanternino	9	0,8502	0,8778	0,8164	0,8481	4,3294E+09
4	Cupola	4	0,8683	0,6037	0,7404	0,7375	2,7401E+09
	Lanternino	9	0,8135	0,8517	0,7746	0,8133	3,5209E+09
5	Cupola	4	0,8654	0,5831	0,7183	0,7223	1,9791E+09
	Lanternino	9	0,7915	0,8341	0,7515	0,7924	2,7899E+09
6	Cupola	4	0,8673	0,5870	0,7119	0,7221	1,4290E+09
	Lanternino	9	0,7790	0,8235	0,7388	0,7804	2,1773E+09
7	Cupola	4	0,8716	0,6034	0,7185	0,7312	1,0449E+09
	Lanternino	9	0,7738	0,8189	0,7336	0,7754	1,6884E+09
8	Cupola	4	0,8767	0,6224	0,7346	0,7446	7,7796E+08
	Lanternino	9	0,7744	0,8190	0,7340	0,7758	1,3098E+09
9	Cupola	4	0,8824	0,6420	0,7564	0,7603	5,9146E+08
	Lanternino	9	0,7792	0,8224	0,7384	0,7800	1,0217E+09
10	Cupola	4	0,8879	0,6617	0,7790	0,7762	4,5909E+08
	Lanternino	9	0,7865	0,8281	0,7456	0,7867	8,0378E+08
11	Cupola	4	0,8932	0,6814	0,8004	0,7917	3,6345E+08
	Lanternino	9	0,7953	0,8350	0,7543	0,7949	6,3890E+08
12	Cupola	4	0,8984	0,7009	0,8205	0,8066	2,9316E+08
	Lanternino	9	0,8049	0,8424	0,7642	0,8038	5,1357E+08
13	Cupola	4	0,9034	0,7200	0,8393	0,8209	2,4065E+08
	Lanternino	9	0,8150	0,8501	0,7746	0,8132	4,1765E+08

Modello 2							
Load Step	Componente	Numero Materiale	kx	ky	kz	k	E [Pa]
1	Cupola	4					5,50E+09
	Lanternino	9					5,60E+09
2	Cupola	4	0,9192	0,8233	0,8774	0,8733	4,8032E+09
	Lanternino	9	0,9172	0,9241	0,8962	0,9125	5,1100E+09
3	Cupola	4	0,8822	0,6673	0,7813	0,7769	3,7317E+09
	Lanternino	9	0,8505	0,8777	0,8169	0,8484	4,3352E+09
4	Cupola	4	0,8636	0,6046	0,7403	0,7362	2,7472E+09
	Lanternino	9	0,8137	0,8516	0,7746	0,8133	3,5258E+09
5	Cupola	4	0,8658	0,5839	0,7185	0,7227	1,9855E+09
	Lanternino	9	0,7915	0,8339	0,7515	0,7923	2,7935E+09
6	Cupola	4	0,8677	0,5875	0,7120	0,7224	1,4343E+09
	Lanternino	9	0,7790	0,8234	0,7385	0,7803	2,1797E+09
7	Cupola	4	0,8719	0,6035	0,7183	0,7312	1,0488E+09
	Lanternino	9	0,7738	0,8189	0,7331	0,7753	1,6899E+09
8	Cupola	4	0,8770	0,6225	0,7339	0,7445	7,8081E+08
	Lanternino	9	0,7744	0,8190	0,7335	0,7756	1,3107E+09
9	Cupola	4	0,8826	0,6422	0,7555	0,7601	5,9349E+08
	Lanternino	9	0,7792	0,8225	0,7380	0,7799	1,0222E+09
10	Cupola	4	0,8810	0,6622	0,7780	0,7737	4,5920E+08
	Lanternino	9	0,7866	0,8281	0,7452	0,7866	8,0413E+08
11	Cupola	4	0,8935	0,6828	0,7998	0,7920	3,6370E+08
	Lanternino	9	0,7955	0,8351	0,7540	0,7949	6,3917E+08
12	Cupola	4	0,8986	0,7025	0,8197	0,8069	2,9349E+08
	Lanternino	9	0,8051	0,8426	0,7641	0,8039	5,1385E+08
13	Cupola	4	0,9035	0,7220	0,8382	0,8212	2,4102E+08
	Lanternino	9	0,8152	0,8503	0,7748	0,8134	4,1799E+08

Modello 3							
Load Step	Componente	Numero Materiale	kx	ky	kz	k	E [Pa]
1	Cupola	4					5,50E+09
	Lanternino	9					5,60E+09
2	Cupola	4	0,9190	0,8198	0,8797	0,8728	4,8006E+09
	Lanternino	9	0,9171	0,9244	0,8953	0,9123	5,1087E+09
3	Cupola	4	0,8817	0,6661	0,7828	0,7769	3,7294E+09
	Lanternino	9	0,8502	0,8779	0,8165	0,8482	4,3332E+09
4	Cupola	4	0,8680	0,6036	0,7414	0,7377	2,7511E+09
	Lanternino	9	0,8132	0,8511	0,7748	0,8130	3,5230E+09
5	Cupola	4	0,8650	0,5828	0,7193	0,7224	1,9873E+09
	Lanternino	9	0,7910	0,8334	0,7520	0,7921	2,7907E+09
6	Cupola	4	0,8669	0,5868	0,7130	0,7222	1,4353E+09
	Lanternino	9	0,7784	0,8227	0,7391	0,7801	2,1769E+09
7	Cupola	4	0,8711	0,6033	0,7198	0,7314	1,0498E+09
	Lanternino	9	0,7733	0,8183	0,7338	0,7751	1,6874E+09
8	Cupola	4	0,8762	0,6225	0,7364	0,7450	7,8211E+08
	Lanternino	9	0,7740	0,8187	0,7343	0,7757	1,3089E+09
9	Cupola	4	0,8818	0,6421	0,7582	0,7607	5,9495E+08
	Lanternino	9	0,7787	0,8224	0,7388	0,7800	1,0209E+09
10	Cupola	4	0,8873	0,6617	0,7810	0,7767	4,6208E+08
	Lanternino	9	0,7860	0,8281	0,7460	0,7867	8,0313E+08
11	Cupola	4	0,8926	0,6814	0,8025	0,7922	3,6604E+08
	Lanternino	9	0,7947	0,8350	0,7546	0,7948	6,3830E+08
12	Cupola	4	0,8978	0,7009	0,8226	0,8071	2,9543E+08
	Lanternino	9	0,8043	0,8425	0,7644	0,8037	5,1302E+08

Modello 1						
		Cupola		Cavi		Totale
Load Step	molt	U [J]	U [KJ]	U [J]	U [KJ]	U [kJ]
0	0	0	0	0	0	0
1	0,01	71838	71,84	80	0,08	72
2	0,02	232886	232,89	317	0,32	233
3	0,03	471218	471,22	856	0,86	472
4	0,04	753998	754,00	1920	1,92	756
5	0,05	1047443	1047,44	3806	3,81	1051
6	0,06	1324612	1324,61	6819	6,82	1331
7	0,07	1568741	1568,74	11204	11,20	1580
8	0,08	1771580	1771,58	17097	17,10	1789
9	0,09	1933164	1933,16	24524	24,52	1958
10	0,1	2057840	2057,84	33435	33,43	2091
11	0,11	2152552	2152,55	43742	43,74	2196
12	0,12	2225222	2225,22	55352	55,35	2281

Modello 2						
		Cupola		Cavi		Totale
Load Step	molt	U [J]	U [KJ]	U [J]	U [KJ]	U [KJ]
0	0	0	0	0	0	0
1	0,01	72427	72,43	90	0,09	73
2	0,02	233875	233,88	356	0,36	234
3	0,03	472846	472,85	967	0,97	474
4	0,04	756058	756,06	2187	2,19	758
5	0,05	1050443	1050,44	4357	4,36	1055
6	0,06	1328734	1328,73	7846	7,85	1337
7	0,07	1573885	1573,89	12949	12,95	1587
8	0,08	1777711	1777,71	19845	19,85	1798
9	0,09	1940125	1940,13	28582	28,58	1969
10	0,1	2062190	2062,19	39152	39,15	2101
11	0,11	2158236	2158,24	51411	51,41	2210
12	0,12	2232476	2232,48	65301	65,30	2298

Modello 3						
		Cupola		Cavi		Totale
Load Step	molt	U [J]	U [KJ]	U [J]	U [KJ]	U [KJ]
0	0	0	0	0	0	0
1	0,01	71865	71,86	90	0,09	72
2	0,02	233027	233,03	306	0,31	233
3	0,03	471672	471,67	791	0,79	472
4	0,04	755172	755,17	1736	1,74	757
5	0,05	1049211	1049,21	3403	3,40	1053
6	0,06	1327409	1327,41	6075	6,07	1333
7	0,07	1572756	1572,76	9982	9,98	1583
8	0,08	1777228	1777,23	15273	15,27	1793
9	0,09	1940507	1940,51	21995	22,00	1963
10	0,1	2066947	2066,95	30136	30,14	2097
11	0,11	2163390	2163,39	39651	39,65	2203