

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Tesi di Laurea Magistrale



**Metodologie innovative per lo studio sperimentale di lame
d'acqua sfioranti**

Relatori:

Prof. Davide Poggi

Candidato:

Pietro Magni

Anno Accademico

2016/2017

INDICE

INDICE	II
1. Introduzione	1
2. Descrizione opere esistenti	3
3. Descrizione modello scala 1:40	8
3.1 Realizzazione della diga tratto di valle	8
3.2 Posizionamento dello sfioratore laterale	14
3.3 Vasca di carico e sistema di pompaggio	14
3.4 Strumentazione di misura	16
3.5 Sintesi dati geometrici modello	17
4. Leggi teoriche	18
4.1 Sfioratori superficiali	18
4.2 Modelli fisici	20
5. Prove sperimentali	22
5.1 Modello sfioratore 1970	22
5.2 Modello 1:40	25
5.2.1 Canale con fondo acclive	27
5.2.2 Canale con imbocco allargato e fondo acclive	29
5.2.3 Canale con imbocco allargato, fondo acclive e raccordo curvilineo	32
5.2.4 Confronto delle serie misurate	35
6. Metodologia innovativa laser sul modello fisico della diga di gurzia	37
6.1 Metodo tradizionale per il rilevamento dei profili	37

6.2	Strumentazione di misura	39
6.3	Posizionamento e calibrazione degli strumenti	41
6.4	Esecuzione delle prove	42
6.5	Elaborazione dati	44
6.6	Confronto tra metodo di rilievo tradizionale e tecnologia laser	50
7.	Colclusioni	51
	Bibliografia	53
	Codici matlab	56
	ALLEGATO A: relazione modello di Ponte preti	60
	ALLEGATO B: Principi di Modellistica Idraulica	69
A.1	La teoria della similitudine	72
A.2	Il teorema Π	73
A.2.1	Enunciato e dimostrazione	73
A.2.2	Vantaggi delle formulazioni adimensionali	74
A.2.3	Scelta delle variabili	75
A.2.4	Come determinare gli esponenti α, β, γ nei gruppi Π	76
A.2.5	Autosimilitudine	77
A.2.6	Autosimilitudine incompleta	78
A.2.7	Gruppi π significativi in idraulica	78
A.3	Similitudine e teorema Π	81
	Osservazioni	82

1. INTRODUZIONE

Nel seguente lavoro di tesi è stato realizzato ed analizzato un modello fisico della diga di Gurzia, situata lungo il torrente Chiusella (tra i comuni di Vistorio e Vidracco).

ENEL Green Power, gestore dell'invaso, ha commissionato al Dipartimento di Ingegneria del Territorio, dell'Ambiente e delle Infrastrutture (DIATI) del Politecnico di Torino, area Idraulica, l'esecuzione di un modello in scala 1:40 delle opere in progetto e dell'area a valle al fine di verificare sperimentalmente il funzionamento dello sfioratore superficiale e ricavarne i profili della lama d'acqua sfiorante.

Questo progetto nasce in conseguenza a una nuova stima della portata millenaria che, tramite studi di analisi idrologiche, è stata ricalcolata superiore rispetto al valore stimato al momento della realizzazione della diga (1922).

Nella prima fase si è costruito il modello fisico formato da: struttura ad arco della diga, sfioratore laterale ed il tratto vallivo (opportunamente sagomato con rilievo laser scanner) al fine di studiare il comportamento idraulico dello sfioratore e ricavare i valori della curva di deflusso. Misurata una prima curva di deflusso sono state effettuate diverse modifiche al canale che collega lo sfioratore alla vasca di carico per valutare gli effetti su portata e battente.

Non essendo disponibili dati reali riguardanti le portate, unico metro di confronto sono stati i valori della scala di deflusso del precedente modello realizzato nel 1970 in scala 1:30, il quale riproduceva solamente lo sfioratore e non il corpo diga.

Nella seconda fase del lavoro sono stati valutati i profili della lama d'acqua sfiorante attraverso una nuova metodologia sperimentale con laser e rielaborazione fotografica.

Grazie all'installazione di un fascio laser con direzione perpendicolare a quella dello sfioratore, l'ausilio di una macchina fotografica e favorevoli condizioni di luce, è stato possibile rielaborando le immagini mediante software e ricavare il profilo della lama sfiorante al variare della portata defluente.

La costruzione del modello e le prove sono state effettuate nel laboratorio "G. Bidone" del Dipartimento di Ingegneria dell'Ambiente, del Territorio e delle Infrastrutture (DIATI) del Politecnico di Torino.

2. DESCRIZIONE OPERE ESISTENTI

La diga di Gurzia é situata tra i comuni di Vistorio e Vidracco, entrambi in provincia di Torino a una distanza di circa 40 km dal capoluogo (figura 1).

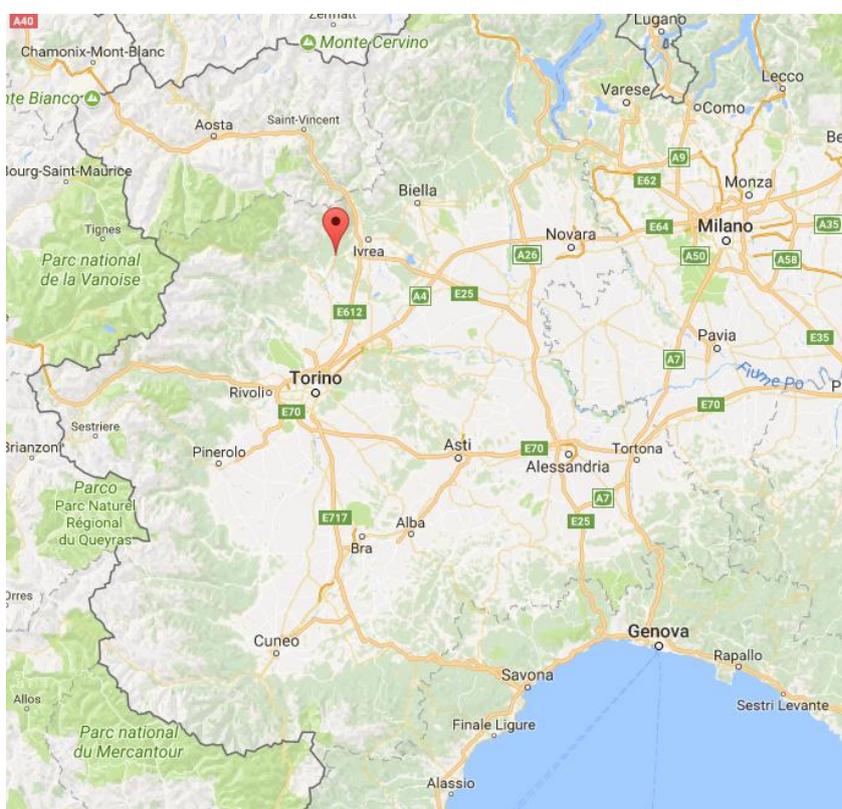


Figura 1: posizione geografica della diga di Gurzia

L'opera è stata realizzata sul torrente Chiusella, creando uno sbarramento dal quale si è originato un bacino lacustre artificiale dall'omonimo nome. In concessione a Enel produzione con uso idroelettrico, tramite una condotta di collegamento con portata pari

a $3,2 \text{ m}^3/\text{s}$ realizzata funge da alimentazione all'impianto idroelettrico di Ponte Preti ubicato a 132 m a valle dello sbarramento. In figura 2 si ha una vista aerea del lago di Gurzia e della diga.



Figura 2: lago di Gurzia

La diga fu costruita nel 1922, è caratterizzata da una struttura ad arco semplice in calcestruzzo armato, tipologia ottimale data la conformazione morfologica della valle. La val Chiusella è caratterizzata da gole rocciose strette; la diga ad arco risulta la più adatta in quanto sfruttando la propria forma la maggior parte del carico viene distribuito in direzione delle pareti laterali della valle.

Il coronamento è situato a quota 433,44 m s.l.m., la quota di massimo invaso è di 430,00 m s.l.m, con un battente relativo alla portata millenaria di 4,5 m.

La diga possiede due scarichi indipendenti di superficie, uno laterale in spalla orografica sinistra ed uno in centro diga, più uno scarico di fondo. In particolare sono così costituiti:

- Uno sfioratore laterale con profilo Creager a quota 427,5 m s.l.m. e una lunghezza pari a 44,8 m.
- Uno sfioratore centrale a quota 429,55 m s.l.m.
- Uno scarico di fondo circolare con asse a monte a quota 405,25 m s.l.m.

Complessivamente la diga nella sua attuale configurazione è in grado di esitare una portata pari a 996.0 m³/s, includendo il contributo dello scarico di fondo, e 955.00 m³/s con i soli scarichi di superficie.

Nella tabella 1 che segue è elencata la capacità massima di ogni organo di scarico della diga allo stato attuale:

Scarico di superficie laterale	923,00 m ³ /s
Scarico di superficie centrale	32,00 m ³ /s
Scarico di fondo	41,00 m ³ /s
Capacità totale di scarico superficiale	955,00 m³/s
Capacità totale di scarico	966,00 m³/s

Tabella 1: organi di scarico

Seguono nelle figure 3 e 4 una vista planimetrica e un prospetto della diga:

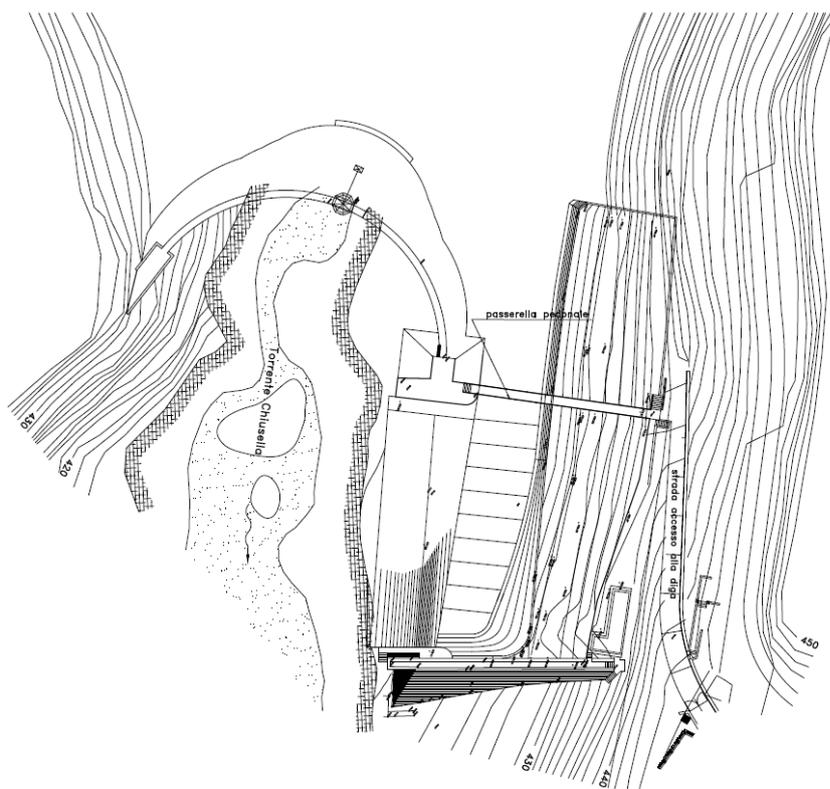


Figura 3: planimetria

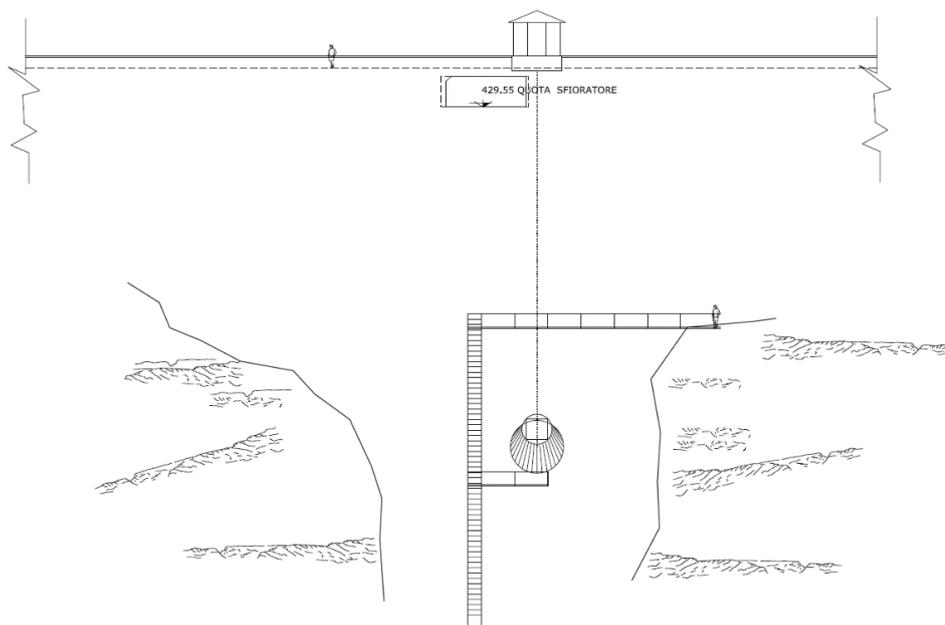


Figura 4: prospetto centrale della diga

In tabella 2 vengono riportati i dati tecnici riferiti alla diga:

Dati caratteristici della diga	
Tipo	Diga ad arco
Altezza di massima ritenuta	47,5 m
Quota coronamento	432,50 m s.l.m.
Sviluppo del coronamento	163,7 m
Larghezza del coronamento	2 m
Franco	2,5 m
Franco netto (ai sensi del D.M. 24-03-82)	1,97 m
Altezza della diga - secondo regolamento D.M. 24-03-82 - secondo L. 584/94	50,00 m 50,00 m
Volume della diga	8,000 m ³
Materiale di costruzione	calcestruzzo

Dati caratteristici dell'invaso	
Quota di massimo invaso	430,00m s.l.m.
Quota massima di regolazione	427,50 m s.l.m.
Quota minima di regolazione	412,85 m s.l.m.
Superficie dello specchio liquido: - alla quota di massimo invaso - alla quota massima di regolazione - alla quota minima di regolazione	0,14 km ² 0,10 km ² 0,005 km ²
Volume totale d'invaso (ai sensi del D.M. 24.3.82)	1,76*10 ⁶ m ³
Volume d'invaso (ai sensi della 584/1994)	1,259*10 ⁶ m ³
Volume utile di regolazione	1,059*10 ⁶ m ³
Volume di laminazione	0,501*10 ⁶ m ³
Superficie bacino imbrifero direttamente sotteso	140 km ²
Superficie bacino imbrifero allacciato	0 km ²

Tabella 2: dati tecnici della diga di Gurzia

3. DESCRIZIONE MODELLO SCALA 1:40

La realizzazione di un modello fisico è una procedura che viene sempre effettuata quando si intende apportare modifiche a opere di grande importanza e valore. A questo fine Enel Green Power, ente gestore dell'invaso, ha commissionato al Dipartimento di Ingegneria dell'Ambiente, del Territorio e delle Infrastrutture (DIATI) del Politecnico di Torino la realizzazione di un modello della diga di Gurzia.

La prima fase di questo lavoro ha visto la costruzione fisica del modello nella scala 1:40, la cui realizzazione è stata caratterizzata da varie fasi di seguito descritte nel dettaglio. La parte di costruzione è iniziata dal corpo diga e dal primo tratto vallivo in cui si è deciso di utilizzare una precisione di maggior dettaglio, al quale è seguita un altro tratto di valle con sezioni meno dettagliate.

L'intero modello è stato costruito nel laboratorio "G.Bidone" del Dipartimento di Idraulica del Politecnico di Torino.

3.1 Realizzazione della diga tratto di valle

Per la realizzazione del tratto immediatamente a valle alla diga e allo sfioratore laterale sono stati utilizzati dati rilevati da ENEL, per avere una maggiore accuratezza nella modellazione morfologica dell'area. Si è scelto un grado di dettaglio maggiore in quanto studi futuri sulla diga, che avverranno in seguito all'installazione del nuovo sfioratore centrale riguarderanno questa zona, come la scelta di una posizione radiale

ottimale per il collocamento della nuova soglia in modo da minimizzare le aree di impatto della lama stramazzone a seconda delle varie condizioni di carico.

La ricostruzione morfologia del tratto a valle della diga è avvenuta mediante un rilievo realizzato con laser scanner. Dalle misure fatte è stata individuata una nuvola di punti dalla quale tramite un'elaborazione effettuata dall'ing. Andrea Cagninei si è ottenuto un modello digitale del terreno che ha permesso la ricostruzione delle isoipse.



Figura 5: lamiera sagomate di valle

La prima parte costruttiva ha visto il posizionamento di 11 lamiera fedelmente sagomate con pistola al plasma, ognuna delle quali rappresenta una linea isoipsa. Il passo scelto tra una linea e l'altra è di 10 cm corrispondenti a 4 m nella realtà. La figura 5 rappresenta lo scheletro del primo tratto di valle.

Per la stabilizzazione sono stati inseriti tra una lamiera e l'altra blocchi di calcestruzzo cellulare, che rendessero la struttura più rigida. I vuoti sono stati quindi riempiti da schiuma e fil di ferro come è riportato in figura 6 al fine di creare un fondo stabile a adatto al rivestimento con calcestruzzo.



Figura 6: fase di riempimento fondo

Al successivo step è stato creato il fondo di calcestruzzo, realizzando un composto grasso dato il piano di posa articolato. La figura 7 successiva mostra una fase del momento di posa del calcestruzzo.



Figura 7: posa del cemento

Il lavoro di muratura e di posa del calcestruzzo è stato effettuato dall'ing. Riccardo Vesipa.

Terminata la realizzazione del tratto a valle della diga di cui si possedeva il DEM, si è passato a completare le sezioni successive. In questo caso il modello è stato costruito non seguendo le linee di quota, ma realizzando delle sezioni perpendicolari all'asse del torrente come mostrato in figura 8. Il passo scelto tra due lamiere nel modello è 20 cm corrispondente nella realtà a 8 m.



Figura 8: posizionamento sezioni di valle

I profili metallici sono state sagomati a plasma seguendo i disegni forniti da ENEL per mantenere i livelli altimetrici fedeli al rilievo topografico e calati perpendicolarmente con ausilio del carro ponte. Per una struttura più compatta lo spazio vuoto è stato riempito con blocchi di calcestruzzo forato e materiale di riempimento come si può osservare nelle figure successive. Il lavoro ha impiegato molto tempo e fatica.



Figura 9: blocchi forati e ciottoli



Figura 10: completamento della valle

Come ultimo passo a completamento della valle si è ricoperto con uno strato di calcestruzzo e rivestito il tutto con una membrana elastomerica di color grigio per la valle e bianco per la diga che rendesse il fondo impermeabile all'acqua impedendone la filtrazione nelle porosità del calcestruzzo. La figura 11 mostra il primo tratto di valla ricoperto da tale membrana.



Figura 11: rivestimento con membrana impermeabile

Terminata la costruzione del modello, si sono eseguite le ultime rifiniture a livello estetico e sono state rivestite tutte le parti di lamiera esposte all'acqua da una vernice antiruggine di colore rosso.

In figura 12 si può osservare il completamento della valle.



Figura 12: modello completato

3.2 Posizionamento dello sfioratore laterale

Lo sfioratore superficiale laterale della diga di Gurzia rappresenta l'organo di scarico principale. Caratterizzato da un profilo Creager, sull'opera esistente è in calcestruzzo mentre il materiale utilizzato sul modello è un materiale polimerico.

In tabella 3 sono riportate i valori caratteristici dello sfioratore in scala 1:1:

Quota di massimo invaso	430,00 m s.l.m.
Quota massima di regolazione	427,50 m s.l.m.
Quota portata millenaria	432,00 m s.l.m.
Lunghezza reale	44,8 m
Lunghezza modello	112 cm

Tabella 3 dati sfioratore

In figura 13 è stato fotografato lo sfioratore in funzione.



Figura 13 sfioratore laterale

3.3 Vasca di carico e sistema di pompaggio

L' invaso è stato ricostruito realizzando una vasca di carico posta a monte della diga. La vasca ha una struttura rettangolare, tre lati sono costituite da pannelli metallici

mentre il quarto, situato a contatto diga è stato realizzato sagomando una sezione che permettesse di collocarvi la parte posteriore del paramento ad arco e la parte di canale che collega la vasca allo sfioratore laterale. L'intera vasca essendo stata realizzata con lamiere saldate è stata successivamente sigillata con mastice al fine di ridurre le perdite. Per dissipare la turbolenza ed ottenere in superficie un livello il più possibile lineare sono state inserite delle griglie e reti metalliche nella parte in cui la condotta di pompaggio riforniva la vasca.

Durante le prove sperimentali per riempire la vasca e ottenere il valore di portata desiderata sono state utilizzate due pompe di potenza 20 KW e 40 KW ognuna delle quali dotata di misuratore di portata a ultrasuoni che tramite display forniva la lettura delle portate defluenti. La figura 14 riporta a sinistra il misuratore di portata e destra la saracinesca della condotta di alimentazione.



Figura 14: misuratore di portata e saracinesca di regolazione

Nel disegno sottostante è stato schematizzato l'impianto nelle sue componenti essenziali. L'acqua veniva pompata nella vasca di carico tramite una condotta nella quale la portata era regolata dalla saracinesca vista in figura. Una volta raggiunto il livello di max regolazione stramazza dallo sfioratore laterale, e percorrendo il pezzo del valle defluiva in un imbocco metallico, costruito per convogliare la portata nel modello nel canale di ricircolo collocato sotto il piano di calpestio del laboratorio. Oltre alla possibilità di regolare la portata manualmente, essendo la pompa dotata di inverter è stato possibile modificare la velocità del motore regolando la frequenza (dai 35 ai 50 hertz).

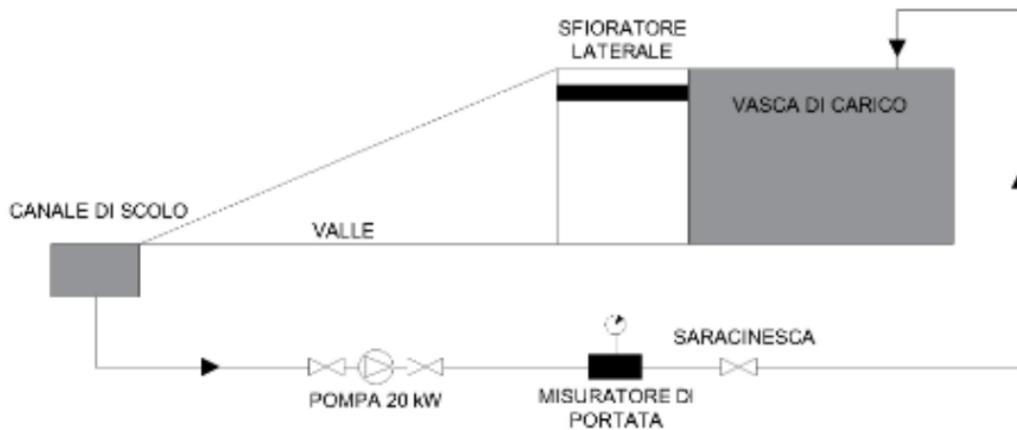


Figura 15: schema impianto

3.4 Strumentazione di misura

Per misurare correttamente il livello del battente sul coronamento durante le prove, sono stati posizionati due misuratori nonio (figura 16), un primo all'interno della vasca in una zona il più indisturbata possibile, un secondo esterno, all'interno di un piezometro realizzato in laboratorio con cilindro di plexiglass. La scelta di posizionare due strumenti è dovuta ai seguenti motivi: avere una duplice lettura dei battenti e sfruttare il fatto che la lettura dal secondo nonio fosse completamente indisturbata dalla turbolenza prodotta dalle condotte di alimentazione della vasca di carico.

Il nonio è uno strumento per misurare le altezze, fornisce valori con una precisione del decimo di millimetro se la superficie è indisturbata. Esso è costituito da un'asta graduata e da un corsoio mobile sul quale l'unità di misura (centimetro) è divisa in nove tacche. Al termine dell'asta è presente una punta metallica che deve essere posizionata a contatto con il pelo libero della vasca. La lettura avviene per quanto riguarda i cm e mm leggendo il valore sull'asta, mentre la seconda cifra decimale è

espressa dal numero di tacche che intercorrono tra lo zero del corsoio e la prima che coincide con una tacca sull'asta graduata.

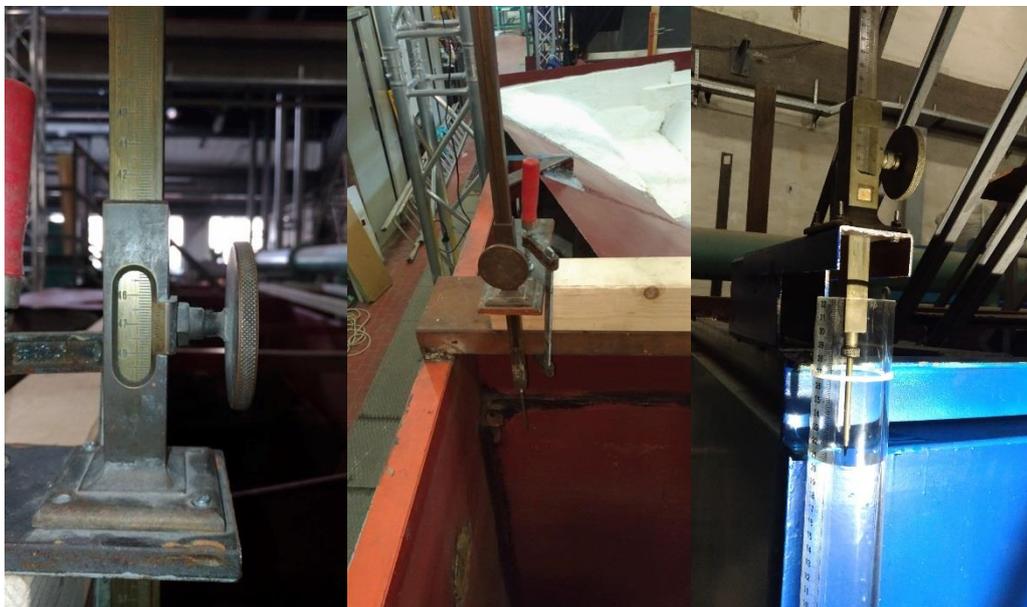


Figura 16: nonio

3.5 Sintesi dati geometrici modello

Si riportano in tabella 4 i dati rappresentativi, in termini di geometria e di portata del modello fisico in scala reale e in scala 1:40.

	SCALA REALE	SCALA MODELLO 1:40
Lunghezza soglia	44,8 m	1,12 m
Altezza diga	50 m	1.25 m
Portata Millenaria	923 m ³ /s	91,2 l/s
Battente con Portata Millenaria	4,5 m	0,1125 m

Tabella 4: valori di portata millenaria

4. LEGGI TEORICHE

4.1 Sfiatori superficiali

La diga di Gurzia è costituita da tre organi di scarico, due sfioratori superficiali, di cui un laterale, uno centrale e uno scarico di fondo i cui dati tecnici sono riportati in tabella 1. Nel modello allo stato attuale è stato realizzato solamente il laterale, essendo l'organo di maggior interesse e importanza.

Gli organi di scarico superficiali sono essenzialmente costituiti da una soglia sfiorante, dalla quale la corrente cade libera nell'aria o è derivata da un canale a pelo libero che si sviluppa nella stessa direzione.

Per il dimensionamento degli sfioratori si usano dei metodi semi-empirici.

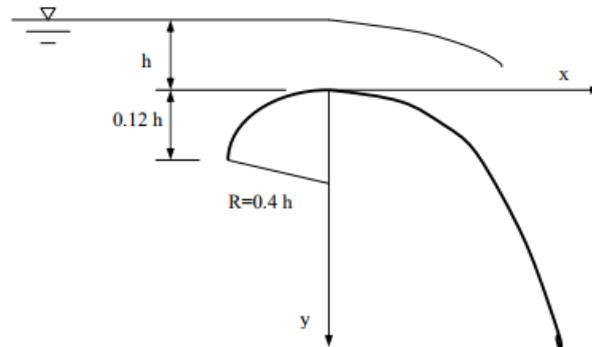
Il profilo dello sfioratore laterale è di tipo Creager. Gli stramazzi di tipo Creager sono progettati per un determinato battente (h). Per tale valore h la vena si appoggia leggermente sulla curva, lo scopo di tale forma è quello di evitare depressioni al di sotto della vena effluente.

L'equazione che descrive l'andamento del profilo Creager è la seguente:

$$\frac{y}{h} = 0,48 \left(\frac{x}{h} \right)^{1,8}$$

h : battente d'acqua

y : ordinata del profilo rispetto alla sommità



La legge di deflusso ha una formulazione del tipo:

$$Q = L \cdot c \cdot h^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{2 \cdot g}$$

dove:

- Q è la portata [m^3/s];
- L rappresenta la lunghezza del ciglio sfiorante [m];
- c è il coefficiente di efflusso;
- h è l'altezza d'acqua sul ciglio sfiorante [m];
- g è l'accelerazione di gravità [m/s^2].

I valori del coefficiente c variano secondo il tipo di sfioro. Una classificazione approssimata è la seguente:

- $c = 0,385$ per sfioratori a *larga soglia*
- $c = 0,4$ per sfioratori in *parete sottile*
- $c = 0,48 - 0,55$ per sfioratori del tipo *Creager-Scimeni*

la tipologia Creager è quella che ha un coefficiente più elevato rispetto alle due altre categorie, questo perché non ha vena contratta ma solo portante. Il valore massimo di c si ha solo per un determinato valore di h_p . Per valori di battente minori a quello di progetto il coefficiente sarà inferiore; in particolare si ha che per carichi piccoli h il coefficiente di portata che si ottiene è $c = \frac{2}{3\sqrt{3}}$, simile a quello di larga soglia.

In generale vale la seguente relazione per $h < h_p$:

$$c = \frac{2}{3\sqrt{3}} \left(1 + \frac{4\chi}{9 + 5\chi}\right)$$

dove $\chi = \frac{h}{h_p}$

Cautelativamente è opportuno dimensionare lo sfioratore con il valore della portata in arrivo di piena, ad eccezione di grandi volumi di laminazione.

4.2 Modelli fisici

La parola modello indica la riproduzione di un elemento reale che prende nome di prototipo (nel nostro caso di una diga). Spesso la realizzazione di un modello risulta essere necessaria, soprattutto quando i prototipi hanno dimensioni e costi elevati.

I modelli fisici si possono essenzialmente classificare in tre tipi:

- modelli fisici simili: caratterizzati da similitudine geometrica e meccanica
- modelli fisici distorta: caratterizzati da una affinità geometrica e meccanica
- modelli analogici: caratterizzati dal fatto che sono retti dalle stesse equazioni che reggono il fenomeno nell'originale

i due raggruppamenti più noti in idraulica sono Re e Fr . Il numero di Reynolds determina il passaggio da un moto in regime laminare a turbolento. Deve essere considerato in tutti quei fenomeni in cui le forze di tipo viscoso non possono essere trascurate a fronte di altre forze in gioco nel fenomeno idrodinamico. La dipendenza di Re si ha quando nel fenomeno che si intende studiare risultano significative sia le forze di inerzia, che le viscosi.

La formula del numero di Reynolds è la seguente:

$$Re = \frac{\rho v l}{\mu}$$

ρ : densità del fluido

μ : viscosità

V : velocità di riferimento

L : lunghezza di riferimento

Il numero di Froude rappresenta quel termine in cui far riferimento in tutti quei fenomeni in cui predominano le trasformazioni da energia potenziale a energia cinetica, si riferisce a problemi che trattano superfici libere.

$$Fr = \sqrt{\frac{V^2}{g L}}$$

V : velocità di riferimento

g : accelerazione di gravità

L : lunghezza di riferimento

I modelli possono essere a $Re = \text{cost}$ o $Fr = \text{cost}$. Nel seguito verrà indicato con λ il rapporto della generica grandezza del modello e la rispettiva nell'originale. Il modello realizzato in laboratorio è un modello a $Fr = \text{cost}$ ($\rho = \text{cost}$, $\mu = \text{cost}$).

Si hanno i seguenti legami:

- scala geometrica $\lambda_l = \frac{1}{40}$
- scala delle portate $\lambda_q = \left(\frac{1}{40}\right)^{\frac{5}{2}}$

Le seguenti scale verranno utilizzate per trasformare le grandezze dal sistema di riferimento del modello a quello reale e viceversa.

5. PROVE SPERIMENTALI

Realizzato il modello fisico in scala 1:40 si è proceduto al calcolo della scala di deflusso dello sfioratore per poter verificare che il modello costruito fosse fedele alla realtà. ENEL green power, gestore dell'impianto ha fornito al politecnico di Torino i valori della scala di deflusso ottenuti da un precedente modello realizzato all'interno del dipartimento di idraulica nel 1970.

5.1 Modello sfioratore 1970

Il modello fu costruito in scala 1:30 nel 1970. Realizzato parte in legno (lo sfioratore) e per la restante parte in cemento, il tutto comprendeva solamente lo sfioratore e il canale laterale alla diga che lo alimentava.

Il modello rispettava la similitudine di Froude, fu scelta la scala geometrica $\lambda = 1:30$ con i seguenti rapporti di riduzione $\lambda^{1/2} = 1:5,476$ per le velocità e i tempi e $\lambda^{5/2} = 1:4929,5$ per le portate.

Il carico massimo previsto in opera per il funzionamento dello sfioratore nella realtà è $H_0 = 4,50 \text{ m}$ per una portata di $900 \text{ m}^3/\text{s}$, carico che si traduceva in $H_m = 150 \text{ mm}$ per $Q=187 \text{ l/s}$ nel modello.

La misura delle portate furono effettuata per mezzo dei venturimetri tarati inseriti sulle condotte di alimentazione del modello mentre si utilizzò per la misura dei carichi sullo sfioratore un piezometro dotato di nonio a lettura decimale.

Si realizzarono due sfioratori, prima uno a gradoni e successivamente uno con profilo Creager.

Analizzando il primo e valutando il battente d'acqua al variare della portata (serie 1), con il carico massimo sullo sfioratore $H_m = 150 \text{ mm}$ ($H_0 = 4,5 \text{ m}$), la portata era pari a $Q_m = 148 \text{ l/s}$ che corrisponde nella realtà a $Q_0 = 729 \text{ m}^3/\text{s}$ lontano dal raggiungimento dei $Q_0 = 900 \text{ m}^3/\text{s}$, la causa di ciò era la formazione di un vortice ad asse verticale, ubicato immediatamente a valle della spalla in calcestruzzo che costituisce al tempo stesso l'appoggio della diga e l'inizio dello sfioratore. Si procedette alla realizzazione di un raccordo rettilineo fra la spalla e la diga in cemento, si ricostruirono i punti della curva di deflusso (serie 2), ottenendo un miglioramento ma ancora insufficiente per raggiungere il valore desiderato di portata smaltita.

In questa prospettiva l'Enel progettò un nuovo sfioratore in sostituzione a quello a gradoni, che è quello presente oggi in opera.

Vennero misurate nuovamente le curve di deflusso con il nuovo sfioratore modificando vari dettagli costruttivi del modello.

In primis si spianò il fondo del canale a quota 420,5 m s.l.m. e si calcolò la curva di deflusso (serie 3), successivamente si inserì il raccordo rettilineo come nel caso a gradoni (serie 4), ma il tutto non era ancora sufficiente al raggiungimento dei $900 \text{ m}^3/\text{s}$. Dalle fotografie si intuì un disturbo della vena defluente nella parte dello sfioratore in corrispondenza della zona terminale del canale adduttore; in conseguenza dell'urto della corrente di fondo del canale contro il muro terminale del medesimo, causando una deviazione della corrente stessa.

Si procedette alla costruzione del fondo gradatamente acclive nel senso del moto e con raccordo fra lo sfioratore e il fondo del canale in modo da favorire un cambiamento di direzione della velocità che, da parallela allo sfioratore, diventava ortogonale allo stesso. In termini di portata si raggiunse $Q_m = 189 \text{ l/s}$ corrispondenti a $Q_0 = 931 \text{ m}^3/\text{s}$ (serie 5).

Venne infine introdotto il raccordo rettilineo tra diga e spalla per verificare il cambiamento, anche se poi nella realtà non fu realizzato (serie 6).

Nel grafico sottostante sono riportate tutte le serie delle curve di deflusso del modello in scala 1:30 del 1970. La configurazione del canale relativo alla serie 5 rappresenta

quella assunta da progetto. Per maggior dettagli si rimanda all'allegato 'relazione modello di ponte preti'.

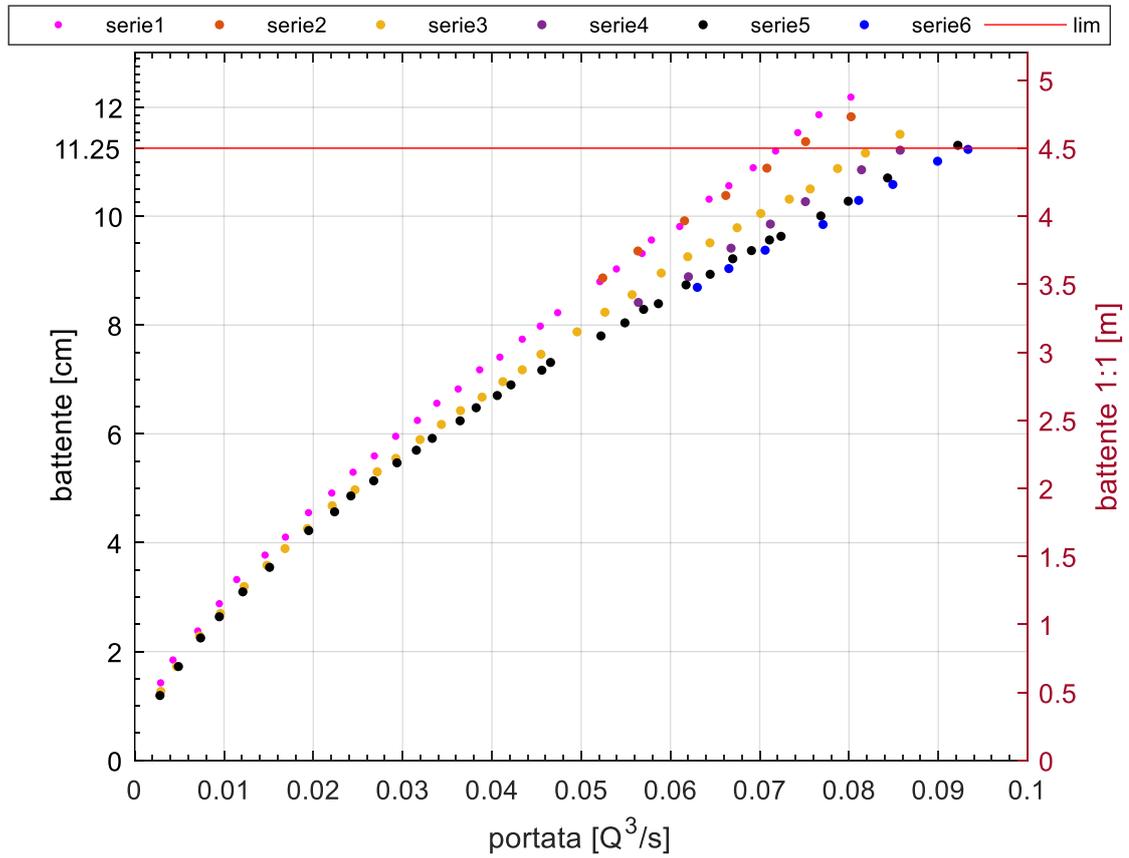


Figura 17: curva di deflusso modello 1970

5.2 Modello 1:40

Il modello è stato realizzato rispettando la similitudine di Froude, utilizzando un fattore di scala $\lambda = 0,025$ per le dimensioni geometriche e $\lambda = 0,025^{\frac{5}{2}}$ per le portate.

Per il calcolo della curva di deflusso, sono state effettuate diverse campagne di misura, nelle quali si sono apportate modifiche geometriche e inseriti alcuni particolari costruttivi per analizzare come questi influenzassero l'andamento della curva.

L'obiettivo era verificare che i valori del modello fossero simili ai dati forniti da ENEL.

Ogni campagna di misura è stata realizzata partendo dal valore di portata massima pari a 923 m³/s corrispondente nel modello a 0,90 l/s, e decrescendo con un passo di 5 l/s fino ad arrivare a zero. Questo è stato possibile grazie all'inverter presente all'interno della pompa che ha permesso di raggiungere bassi valori di portata.

Per ogni step è stato calcolato il valore del battente da entrambe le aste graduate installate nella vasca di carico. I valori misurati sono tutti relativi essendo le aste fissate a diversa altezza. Lo zero di riferimento per ogni serie di misura è stato fissato per quel valore in cui il livello della vasca di carico coincideva con la quota dello sfioratore laterale, momento in cui la portata defluente si annulla.

Durante le serie di misure si è notato la presenza di un vortice ad asse verticale, che si forma raggiunta una portata di circa 40 l/s immediatamente a valle del blocco di collegamento tra diga e sfioratore. Questo fenomeno è dovuto alla configurazione geometrica troncoconica della spalla su cui si scontra il flusso d'acqua proveniente dalla vasca di carico.

In figura 18 viene rappresentata la spalla con la particolare geometria. La forma è stata costruita riferendosi a tavole planimetriche e a dati di rilievo forniti da ENEL, mantenendo una accurata fedeltà alla configurazione reale.



Figura 18: spalla di monte

La presenza del vortice assume particolare importanza dal punto di vista idraulico, poiché disturba il regolare deflusso della vena dello sfioratore riducendone il valore della portata. Data la presenza del mulinello e di un valore di Q inferiore si sono studiate quali potessero essere le soluzioni migliori per avere a parità di battente idraulico h un valore di portata maggiore Q .

Le campagne di misura sono elencate nell'elenco che segue, e successivamente descritte singolarmente nei dettagli.

- canale con fondo acclive
- canale con imbocco allargato e fondo acclive
- canale con imbocco allargato, fondo acclive e raccordo curvilineo tra diga e spalla di monte dello sfioratore.

Nel seguito saranno distinte con l'indice **o** le grandezze relative all'originale e con l'indice **m** quelle relative al modello.

Per ogni tipologia è riportata la tabella dei valori sia in scala 1:40 sia in scala 1:1 e un grafico raffigurante la curva.

5.2.1 Canale con fondo acclive

La prima serie di misure effettuata ha previsto il canale costituito da un fondo acclive graduale, realizzato con cemento seguendo le linee di quota ottenute con rilievo laser scanner. Nella figura 19 si osserva come è stato modellato il canale adduttore.

L'obiettivo, per cui è stato inclinato il fondo, era ridurre un disturbo della vena defluente dello sfioratore nella parte terminale, dovuto all'urto della corrente con il muro terminale del canale. Questo comporta una perdita in termini di energia cinetica derivata dalla deviazione della corrente stessa, che prima di sfiorare è vincolata a cambiare direzione.



Figura 19: fondo acclive

Vengono riportati in tabella 5 valori della scala di deflusso eseguiti nella prima campagna di misura con fondo acclive.

scala 1:40		scala reale	
portata	battente	portata	battente
[m ³ /s]	[cm]	[m ³ /s]	[m]
0	0	0	0
0.005	2.04	50.6	0.816

0.01	3.05	101.2	1.22
0.015	3.89	151.8	1.556
0.02	4.67	202.4	1.868
0.025	5.4	253.0	2.16
0.03	6.08	303.6	2.432
0.035	6.71	354.2	2.684
0.04	7.38	404.8	2.952
0.045	7.94	455.4	3.176
0.05	8.55	506.0	3.42
0.055	9.12	556.6	3.648
0.06	9.69	607.2	3.876
0.065	10.26	657.8	4.104
0.07	10.83	708.4	4.332
0.075	11.32	758.9	4.528

Tabella 5: portata e battente canale con fondo acclive

In seguito in figura 20 la rappresentazione grafica delle misure:

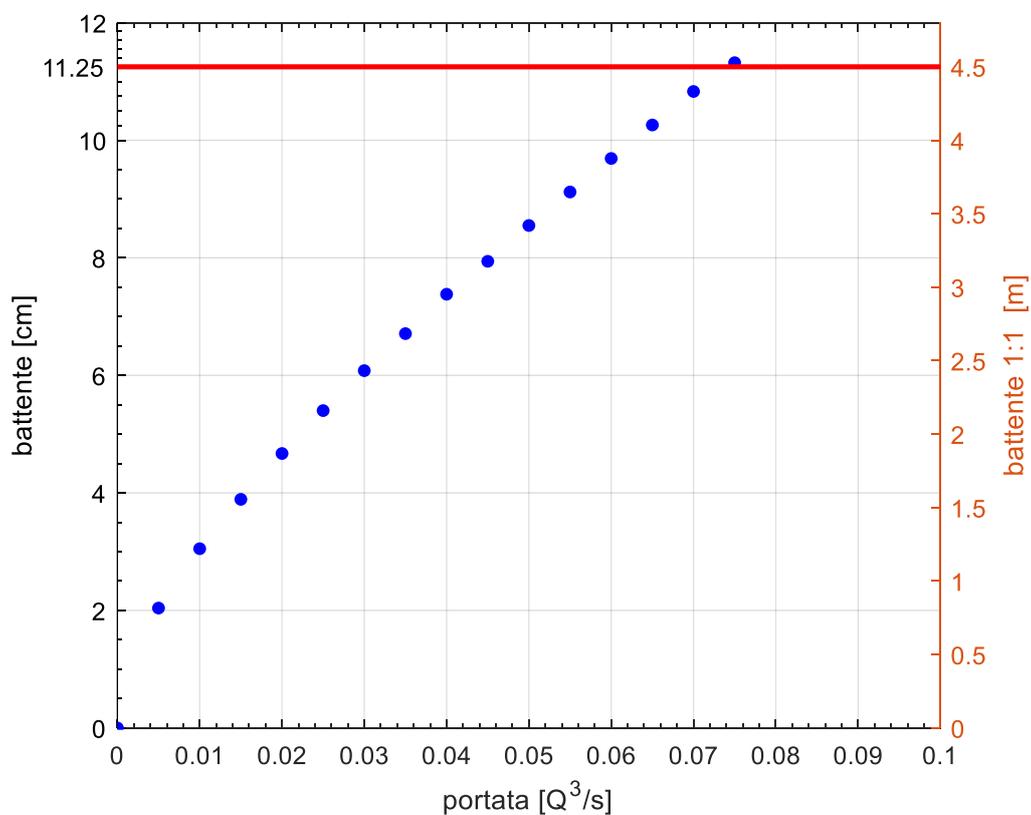


Figura 20: curva di deflusso canale a fondo acclive

Analizzando la tabella e osservando il grafico, il battente d'acqua relativo al carico massimo sullo sfioratore risulta pari a $H_m = 11,25 \text{ cm}$ ($H_o = 4,5 \text{ m}$), la portata risulta $Q_m = 75 \text{ l/s}$ che corrisponde nell'originale a $Q_0 = 759 \text{ m}^3/\text{s}$ lontano dal raggiungimento dei $Q_0 = 900 \text{ m}^3/\text{s}$.

Si è quindi deciso di realizzare una apertura che convogliasse meglio il flusso d'acqua dalla vasca di carico al canale adduttore dello sfioratore, al fine di aumentare la componente cinetica e la portata a parità di battente.

5.2.2 Canale con imbocco allargato e fondo acclive

Prima di procedere alla seconda campagna di misura si è effettuato un ampliamento dell'imbocco di collegamento tramite un taglio di una parte di lamiera metallica e sagomandola della forma geometrica del canale. Tale modifica ha permesso al flusso di avere una sezione di ingresso maggiore e meno ostacolata. La figura 21 mostra la sezione di ingresso con l'apertura effettuata.



Figura 21: nuova geometria di imbocco

Vengono riportati i valori della scala di deflusso eseguiti nella seconda campagna di misura con fondo acclive e imbocco allargato. In tabella 6, è riportato un solo valore

di misura, tuttavia per ogni serie sono state effettuati più rilevamenti per evitare errori accidentali ed avere un confronto.

scala 1:40		scala reale	
portata	battente	portata	battente
[m ³ /s]	[cm]	[m ³ /s]	[m]
0	0	0.0	0
0.005	1.98	50.6	0.792
0.01	2.99	101.2	1.196
0.015	3.89	151.8	1.556
0.02	4.62	202.4	1.848
0.025	5.23	253.0	2.092
0.03	5.94	303.6	2.376
0.035	6.53	354.2	2.612
0.04	7.13	404.8	2.852
0.045	7.71	455.4	3.084
0.05	8.36	506.0	3.344
0.055	8.9	556.6	3.56
0.06	9.39	607.2	3.756
0.065	9.83	657.8	3.932
0.07	10.46	708.4	4.184
0.075	10.94	758.9	4.376
0.08	11.48	809.5	4.592
0.085	11.91	860.1	4.764
0.09	12.39	910.7	4.956

Tabella 6: portata e battente canale con imbocco allargato

In figura 22 i valori di portata e battente del fondo ad imbocco allargato:

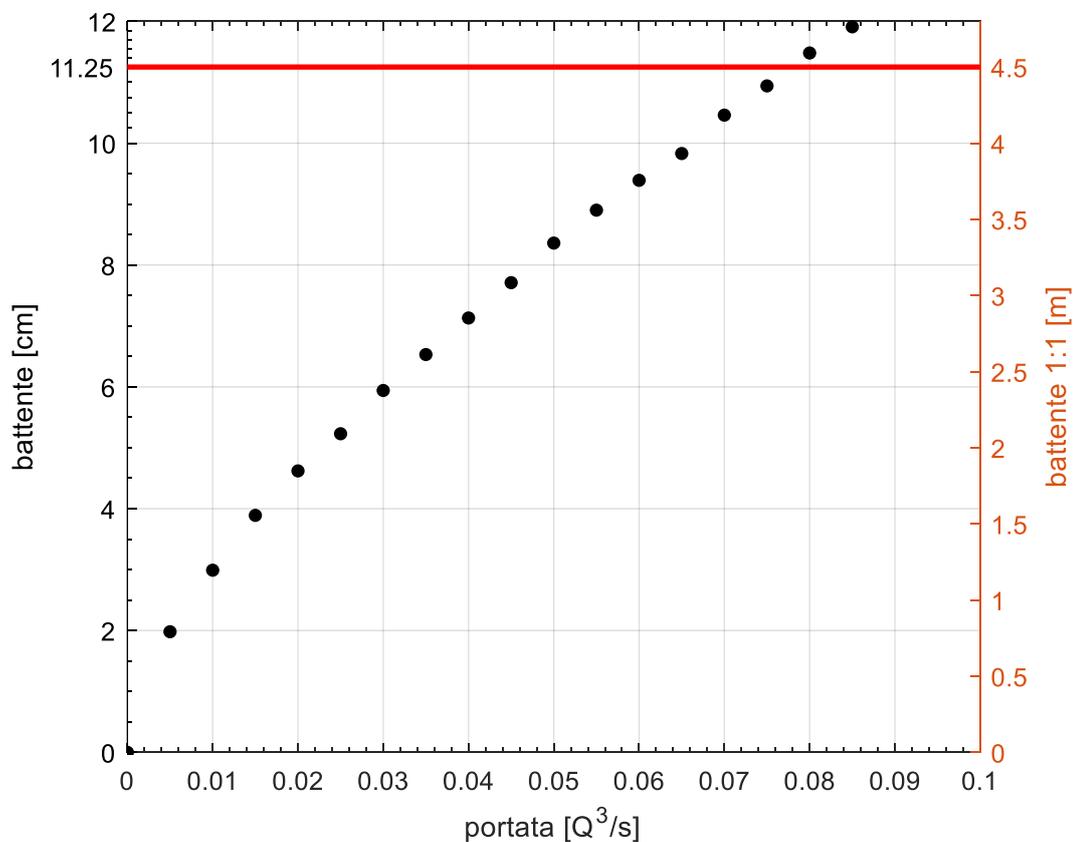


Figura 22: curva di deflusso canale con imbocco allargato

Analizzando i valori si ottiene un piccolo miglioramento a livello di portata, ma ancora inferiore alla $Q_0 = 900 \text{ m}^3/\text{s}$ ricercata. Questo é da imputarsi presumibilmente alla presenza del vortice che ne ostacola il deflusso, fenomeno che aumenta al crescere di Q .

Fino a $Q_m = 0,04 \text{ m}^3/\text{s}$ l'entità del mulinello risulta trascurabile, per il valore limite di $H_m = 11,25 \text{ cm}$ la portata risulta circa di a $Q_0 = 780 \text{ m}^3/\text{s}$.

In figura 23 ripresa da monte è riportata l'immagine del vortice. Il flusso ostacolato dalla spalla troncoconica, la quale implica una variazione del campo di moto.



Figura 23: effetto del vortice

5.2.3 Canale con imbocco allargato, fondo acclive e raccordo curvilineo

L'obiettivo di questa fase è stato ridurre la presenza del vortice, cercando di favorire il passaggio dell'acqua nel canale senza che incontrasse l'ostacolo posizionato nella spalla di monte dello sfioratore.

Si è proceduto a progettare un raccordo curvilineo che collegasse tale spalla con la diga. Per la realizzazione è stata utilizzata una lamiera in acciaio inox dello spessore di 1,5 mm, la quale è stata piegata per darle la stessa forma e lo stesso angolo del blocco su cui si appoggiava. Per un maggiore fissaggio e stabilità nella parte anteriore è stata saldata alla lamiera costituente il coronamento della diga mentre a monte è stata ancorata al blocco spalla con un morsetto, come mostra la figura 24.



Figura 24 raccordo curvilineo in inox

Una volta realizzata la spalla si è verificato che l'entità del vortice fosse diminuita. Dalla figura 25 si può osservare tale riduzione, il flusso viene convogliato verso lo sfioratore dal raccordo e il moto risulta essere più uniforme.



Figura 25 riduzione del vortice

Si riporta la tabella 7 relativa della misura con spalla curvilinea nelle due scale:

scala 1:40		scala reale	
portata	battente	portata	battente
[m ³ /s]	[cm]	[m ³ /s]	[m]
0	0	0.0	0
0.005	1.93	50.6	0.772
0.01	3	101.2	1.2
0.015	3.71	151.8	1.484
0.02	4.59	202.4	1.836

0.025	5.24	253.0	2.096
0.03	5.95	303.6	2.38
0.035	6.49	354.2	2.596
0.04	7.07	404.8	2.828
0.045	7.71	455.4	3.084
0.05	8.27	506.0	3.308
0.055	8.77	556.6	3.508
0.06	9.33	607.2	3.732
0.065	9.74	657.8	3.896
0.07	10.34	708.4	4.136
0.075	10.85	758.9	4.34
0.08	11.29	809.5	4.516
0.085	11.79	860.1	4.716
0.09	12.24	910.7	4.896

Tabella 7: portata e battente con raccordo curvilineo

Segue il grafico della curva di deflusso:

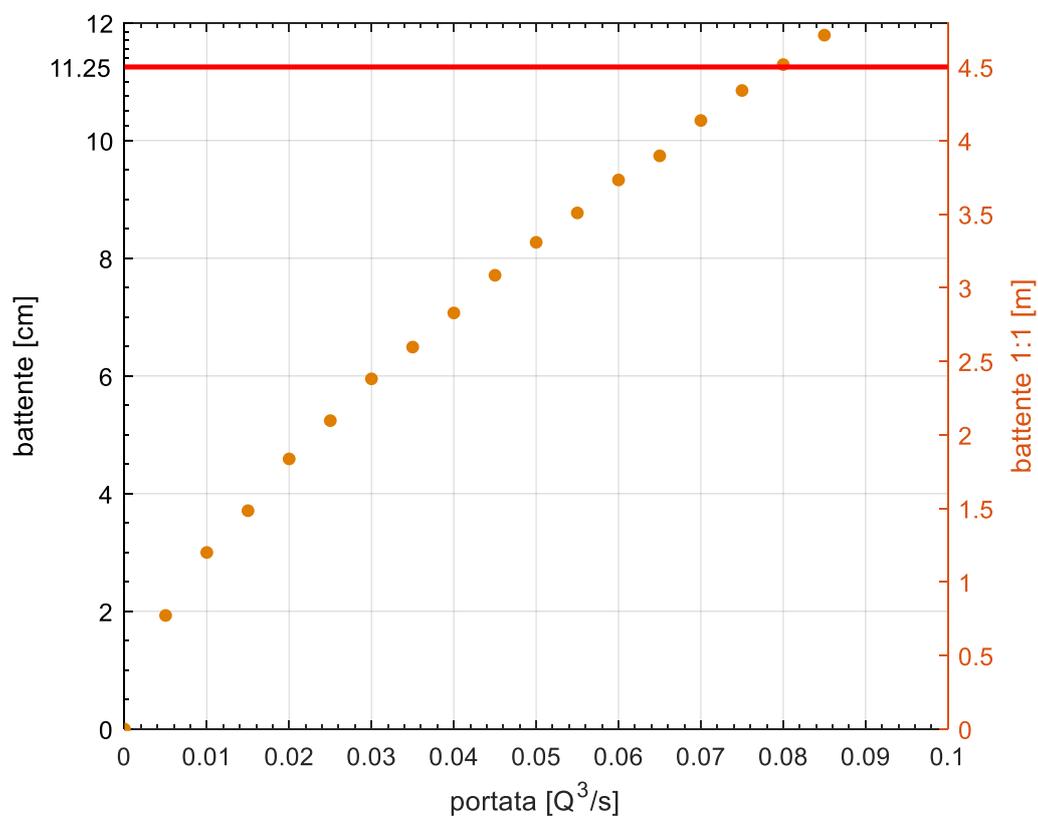


Figura 26 curva di deflusso con spalla curvilinea

Apportando la seguente modifica la portata millenaria risulta per il valore di battente max $H_m = 11,25 \text{ cm}$ pari a $Q_m = 0,08 \text{ m}^3/\text{s}$.

5.2.4 Confronto delle serie misurate

Terminate le serie misurate è stato effettuato un confronto delle tre curve di deflusso. Il valore massimo di portata per il battente limite risulta essere di $Q_m = 0,08 \text{ m}^3/\text{s}$. Dall'analisi grafica è evidente che il maggior guadagno in termini di portata si è ottenuta realizzando il fondo acclive; per quando riguarda il raccordo curvilineo si è ottenuto un abbassamento di battente pari a $\Delta h_o = 7,6 \text{ cm}$ a parità di portata tra i due canali con e senza spalla, valore quasi trascurabile.

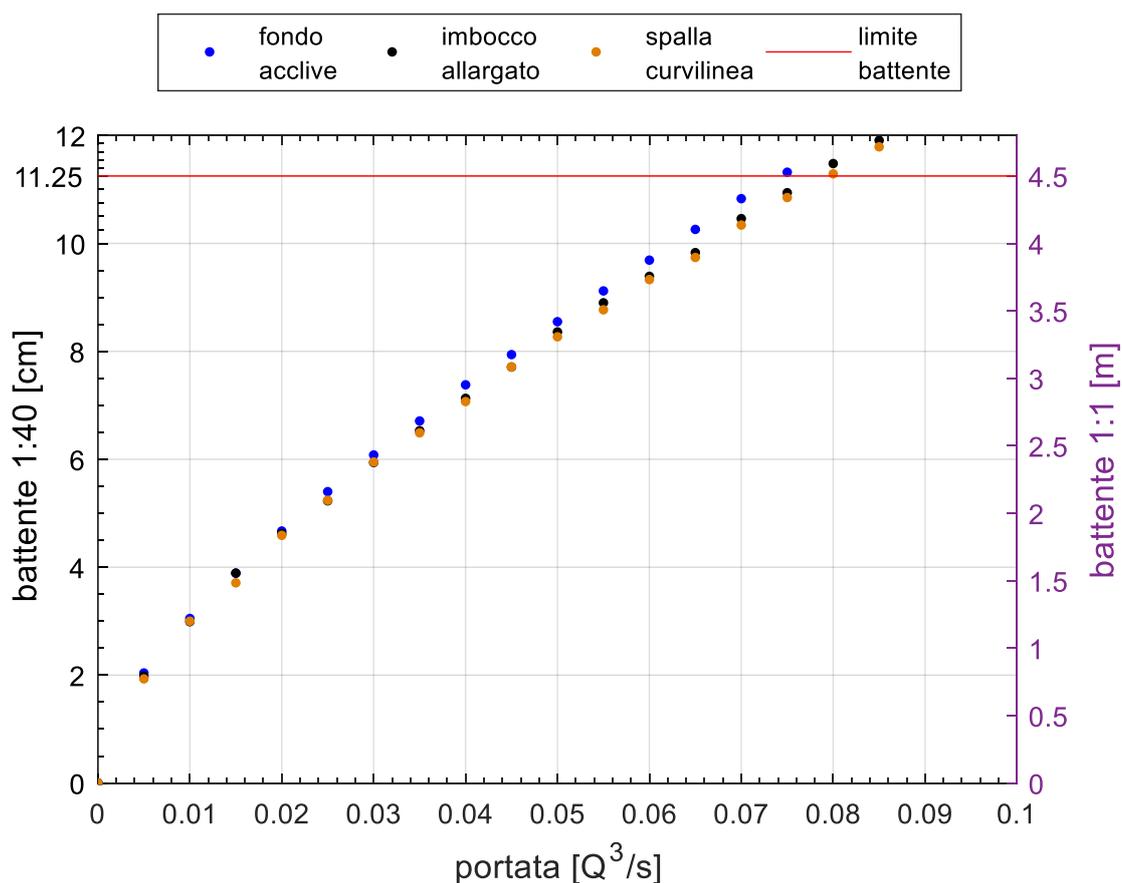


Figura 27 confronto delle curve di deflusso

In conclusione si è deciso di effettuare un confronto tra la curva di deflusso sperimentale relativa alla terza misura, essendo quella che ha dato i risultati migliori, e una curva teorica, utilizzando la formula relativa a uno sfioratore Creger, calcolata con un coefficiente pari a $c = 0,44$. Dal confronto grafico è evidente un andamento simile. La scelta del valore del coefficiente risulta, dato la tipologia di sfioratore, un valore ragionevole.

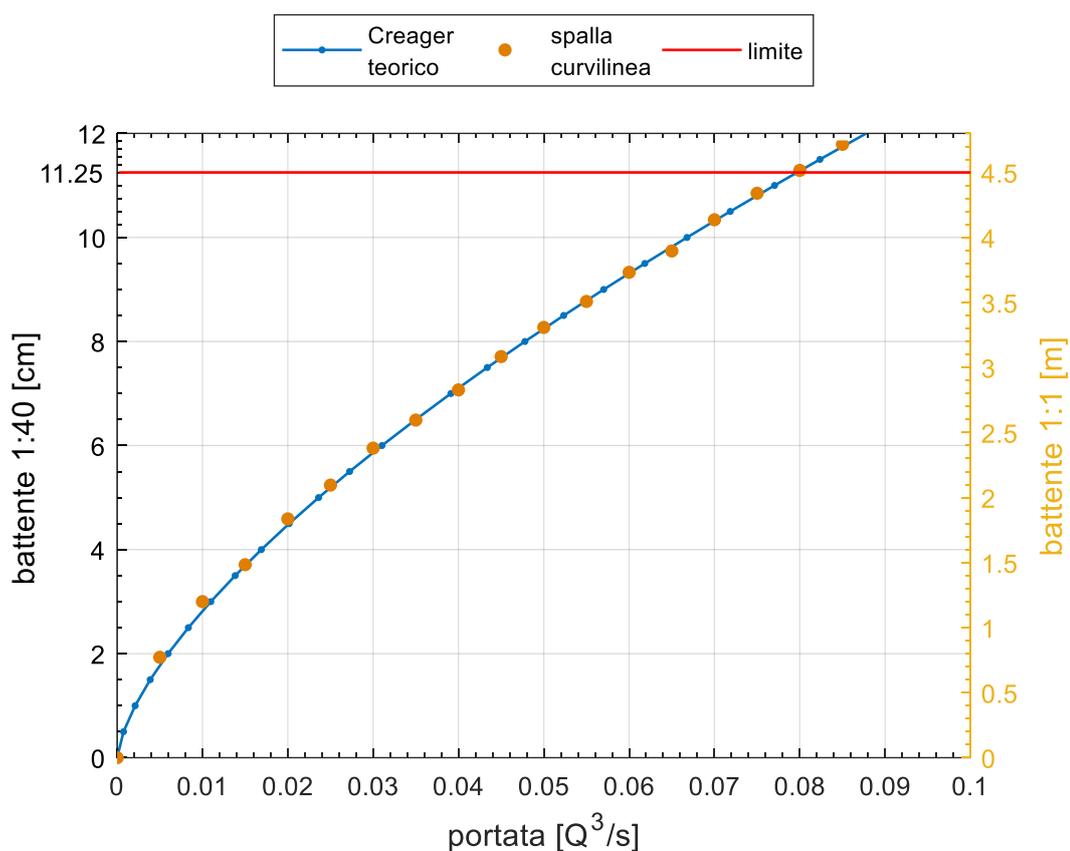


Figura 28: confronto Creager teorico e spalla curvilinea

6. METODOLOGIA INNOVATIVA LASER SUL MODELLO FISICO DELLA DIGA DI GURZIA

La seconda parte di questo elaborato ha visto la ricostruzione del profilo di lame d'acqua sfioranti tramite una tecnologia sperimentale. L'obiettivo di tale sperimentazione è consistito nel ricostruire il profilo relativo a diverse portate della vena defluente, in particolare a quella millenaria, farne un confronto e valutare, fissato un sistema di riferimento, le coordinate dei punti costituenti il profilo a stramazzo. Tale misure sono state eseguite con tecnologia laser e fotografica.

6.1 Metodo tradizionale per il rilevamento dei profili

Il rilevamento dei profili di lame sfioranti è sempre stato fatto tramite una verifica visiva. Un classico esempio è quello riportato in figura 29, in cui viene posizionata una scacchiera sullo sfondo che funge da sistema di riferimento. L'operatore scatta una foto e manualmente, tramite uso di marche e assi di riferimento si individuano le posizioni dei punti di interesse. Il processo richiede molto tempo, non è inoltre possibile individuare una sezione particolare. La griglia non può essere inserita su una sezione dello sfioratore in quanto ne condizionerebbe il flusso ma solo allocata posteriormente. Le misure risultavano molto qualitative e poco dettagliate.

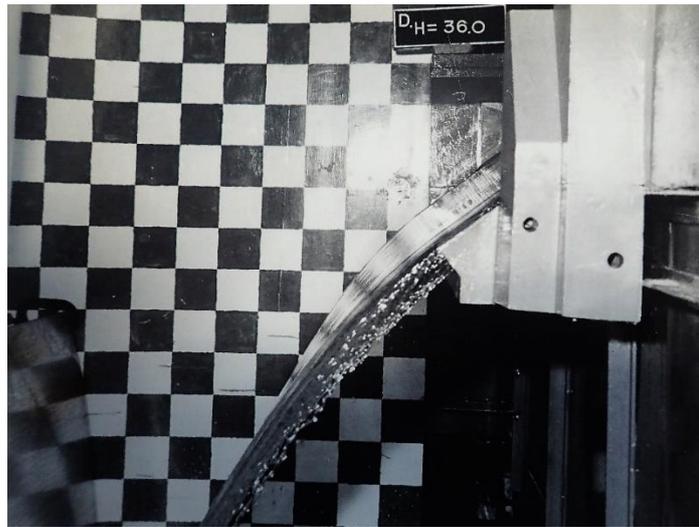


Figura 29: metodo tradizionale di rilievo

Altro metodo tradizionale, che si è testato per avere un confronto con la nuova metodologia, consiste nell'inserire un carrello al di sopra del quale è stato posizionato un'asta graduata regolabile tramite manovelle nello spazio.

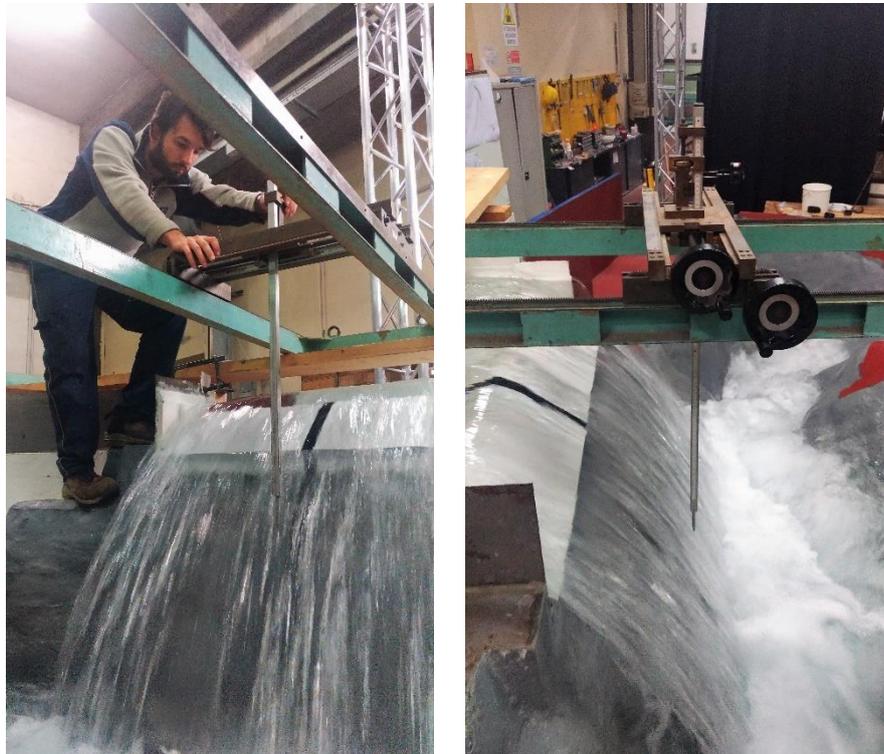


Figura 30: misura con carrello e asta graduata

Tale misurazione risulta difficile e molto imprecisa, individuare la posizione in cui la punta metallica posta all'estremità dell'asta si appoggia sulla superficie della vena è difficoltoso.

Per la ricostruzione dei profili si è quindi sviluppata una tecnologia innovativa che viene descritta di seguito.

6.2 Strumentazione di misura

Gli strumenti di cui si è fatto uso nella metodologia sperimentale sono stati una macchina fotografica e un apparecchio laser.



La macchina utilizzata è una reflex Canon EOS 400D DIGITAL, macchina di tipo professionale, reperibile in commercio. È possibile impostare diverse tipologie di scatto, selezionare la scala ISO (indice di sensibilità alla luce) variabile dal 100 al 1600, e il tempo di apertura tra 1/4000 sec e i 30 sec.

L'apparecchio laser utilizzato ha una potenza di 200 mW. Emette un fascio di color verde, con un angolo di apertura di 30°. Esso è stato fissato su una tavola di legno con un angolo di inclinazione pari a 75°, la quale è stata installata su una struttura porta strumenti di alluminio circondante il modello. Il laser è stato posizionato in modo che il fascio potesse illuminare perpendicolarmente lo sfioratore e coincidere con la griglia come mostrato in figura 30. Per un problema di rifrazione luminosa, essendo lo sfioratore di colore chiaro, sulla linea di incidenza del laser è stata tracciata una fascia

nera per assorbire maggiormente il fascio ed avere al momento delle misure una minor disturbo dovuto alla riflessione.

Oltre alla strumentazione costituita dalla macchina fotografica e dal laser, è stata realizzata una griglia, che servirà da sistema di riferimento e alla conversione da pixel a cm. Realizzata utilizzando un pannello di plastica sul quale è stato tracciato un grigliato, costituito dalle rette orizzontali e verticali, come si osserva in figura 31. La griglia è caratterizzata da 12 tratti orizzontali e verticali tracciate con pennarello di colore rosso. Ogni quadrato è costituito da lati di lunghezza 10 cm caratterizzato da sfondo bianco.

Per mantenere fissa la posizione della griglia perpendicolarmente alla lunghezza dello sfioratore nella sezione di misura e in asse con il fascio laser, è stato costruito un telaio di supporto in legno. La griglia è stata quindi sagomata seguendo il profilo dello sfioratore e della roccia sottostante e posizionata orizzontalmente con l'ausilio di una livella.

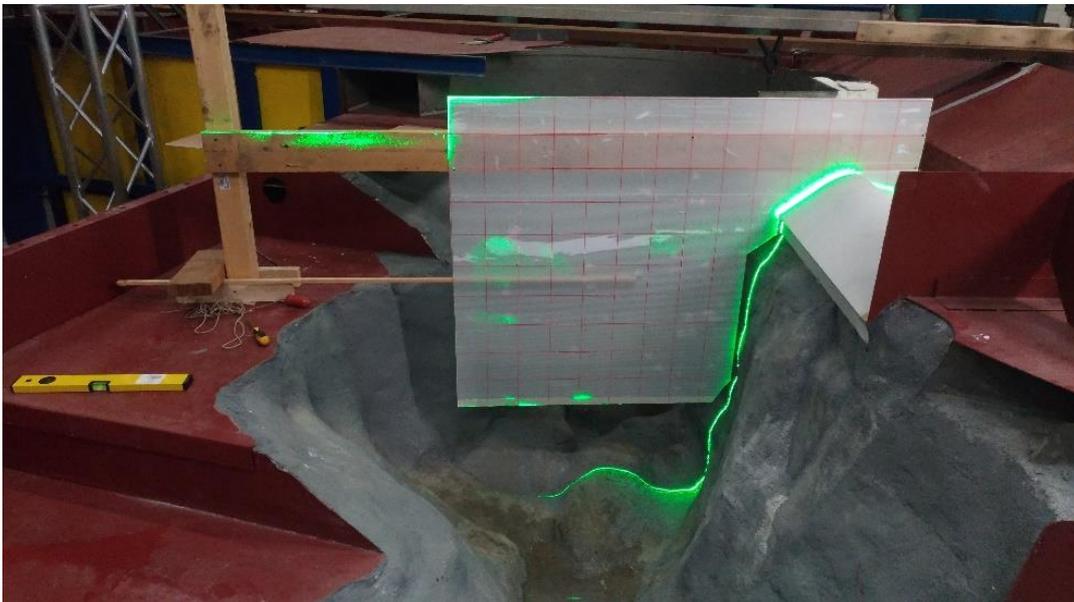


Figura 31: posizionamento della griglia

6.3 Posizionamento e calibrazione degli strumenti

Prima di eseguire le prove di misura, eseguendo una sperimentazione è stato necessario trovare la configurazione ottimale per poter scattare le immagini. Essendo nostro scopo determinare il profilo della lama d'acqua stramazzone, e quindi avendo la necessità di un'immagine che fosse nitida, le prove sono state eseguite al buio in modo che il fascio laser fosse molto più percettibile, come si può osservare nella figura 32 di confronto sottostante. La foto di sinistra effettuata al buio cattura meglio il profilo rispetto a quella di destra. Il fascio laser colpisce le particelle di acqua e le bolle sul piano della sezione che taglia generando la curva del profilo bianca ben visibile nella prima foto. A condizionare la vista del profilo è anche il punto da cui si scatta la foto, cioè l'angolazione rispetto al piano del fascio.

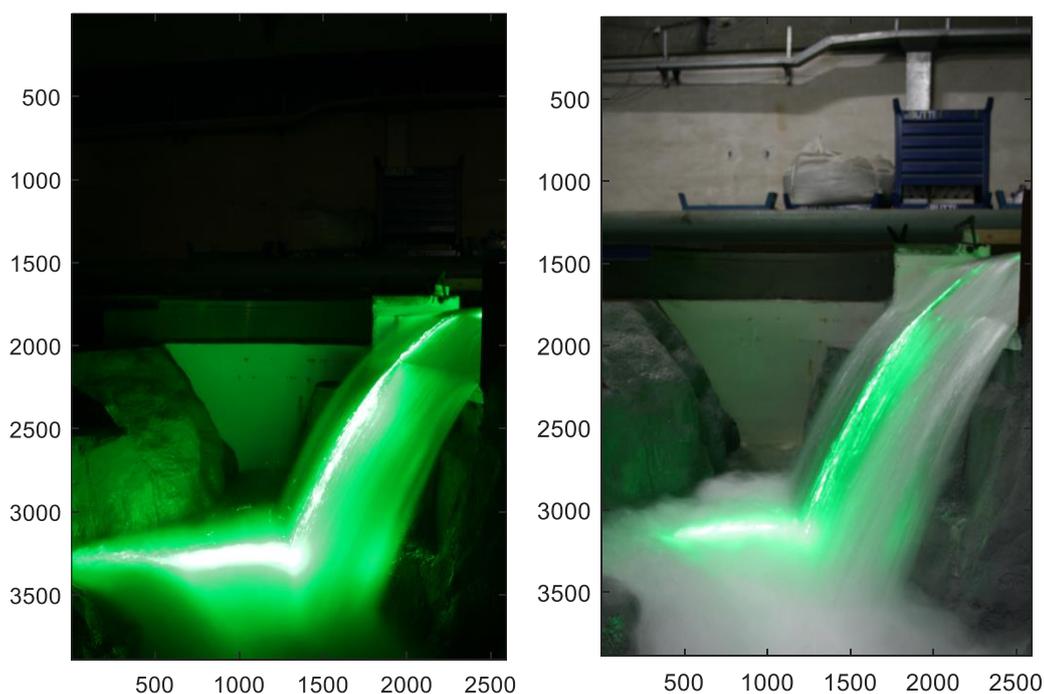


Figura 32: foto campione

Per tale ragione, altra scelta importante è stata posizionare la macchina fotografica in modo che dall'immagine si avesse un profilo continuo, partendo dalla sommità dello sfioratore al cuscinio d'acqua, e facendo in modo che la foto non venisse troppo distorta. A seguito di varie prove la direzione migliore si è dimostrata quella con scatto

il più possibile frontale al profilo. Si è deciso di posizionare la reflex sul lato orografico sinistro della valle, stesso versante in cui è allocato lo sfioratore, a una distanza dal piano di misura di 250 cm, appoggiata a un'altezza 3 cm superiore rispetto al livello zero dello sfioratore su un cavalletto realizzato in laboratorio.

Altro aspetto da tenere in considerazione è posizionare il laser in modo che il piano creato dal fascio di luce verde combaciasse con il piano della griglia e entrambi fossero perpendicolari al piano orizzontale e a quello verticale dello sfioratore.

Fissata la posizione da cui fotografare, l'orientazione e l'inclinazione del laser si è passato a testare le modalità di scatto della Canon EOS 400D. Un primo test è stato fotografare in modalità automatica tuttavia il risultato, dovuto all'ambiente buio, è stato di scarsa qualità, il flash si attivava e la foto perdeva di contrasto. Si è optato per una regolazione manuale data l'oscurità; tra le possibili tipologie si è in definitiva scelta la modalità Priorità otturatore tv. Mediante tale modalità è possibile impostare la velocità dell'otturatore (tempo di apertura) e regolare l'ISO mentre la fotocamera seleziona in automatico l'apertura del diaframma più adatta per una corretta esposizione. Prima di scegliere la combinazione ISO-velocità otturatore che restituiva l'immagine migliore sono state effettuate varie prove al buio. L'obiettivo era ottenere un'immagine in cui la curva del profilo fosse ben definita e nitida. Utilizzando valori di scala ISO alti la foto scattata risultava troppo luminosa, il profilo non ben definito, anche regolando il tempo di apertura. Si è dunque deciso di impostare un valore ISO basso pari a 100 e un tempo di apertura di 4 sec. Tutte quante le prove sono state eseguite nella modalità tv (ISO 100 – 4 sec).

6.4 Esecuzione delle prove

Una volta completato il posizionamento e la calibrazione, si è proceduto alle prove. Si è deciso di misurare il profilo della lama d'acqua sfiorante per i seguenti valori di portata: 90 l/s, 70 l/s, 50 l/s.

Il primo step è stato scattare alcune foto alla griglia per avere il sistema di riferimento su cui plottare i profili nella fase di elaborazione. Si è posizionata la griglia sulla sezione di misura, a quel punto dal mirino della macchina fotografica è stata regolata manualmente la messa a fuoco. Ottenute le immagini del piano di riferimento, la griglia è stata spostata ed è stato acceso il sistema di pompaggio. Il secondo step è stato condotto completamente al buio, lasciando solamente la luce del fascio laser.

In figura 33 è stata schematizzata la sezione di misura.

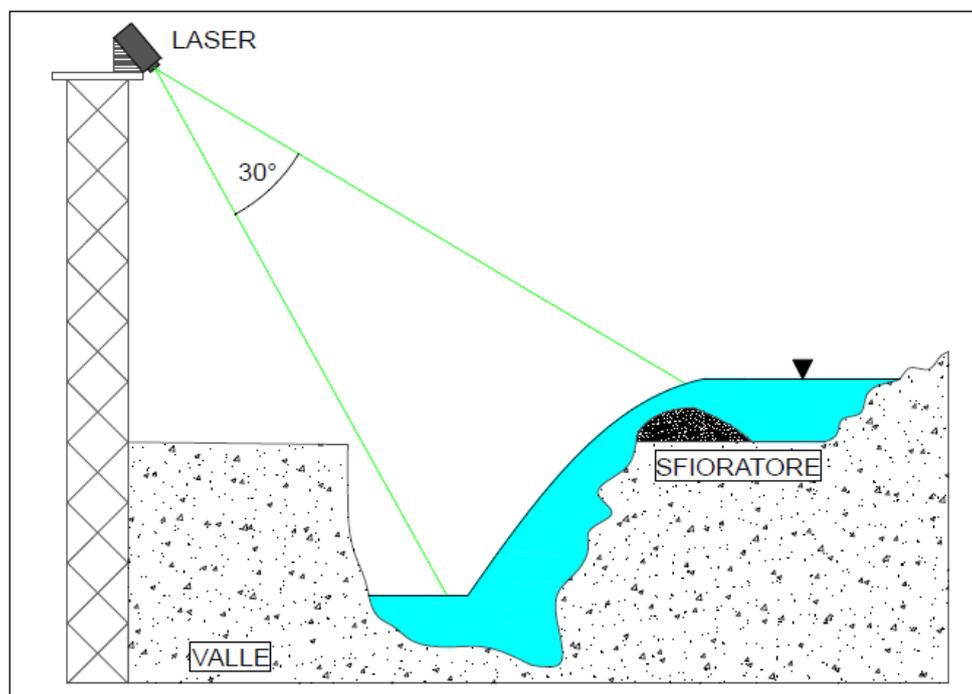


Figura 33: sezione di misura

A questo punto è stata fissata attraverso il misuratore della pompa la prima portata, pari a 90 l/s. Dopo aver aspettato qualche minuto per la stabilizzazione del flusso si è iniziato a fotografare la vena stramazante. Per ogni portata sono state scattate un numero di foto pari a 100; per assicurarsi che la macchina fotografica rimanesse immobile e non subisse spostamenti, lo scatto avveniva tramite pc, al quale la Canon EOS 500D era collegata via USB.

Lo stesso processo è stato effettuato per le portate pari a 70 l/s e 50 l/s.

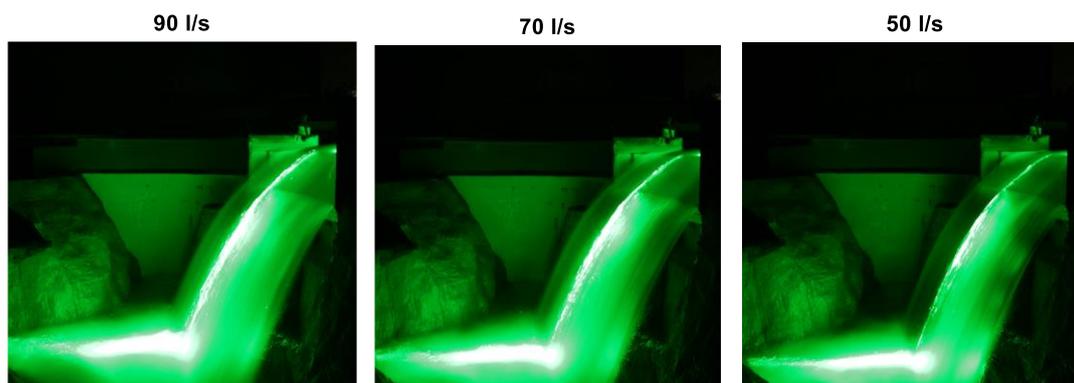


Figura 34: scatto fotografico dei profili

6.5 Elaborazione dati

Conclusa la campagna di misura si è passato ad elaborare le immagini ottenute tramite il software di calcolo MATLAB.

L'elaborazione si è suddivisa in tre macro parti, di seguito elencate e successivamente spiegate in dettaglio:

- Identificazione della griglia
- Identificazione dei pixel verdi del profilo
- Sovrapposizione e trasformazione da pixel a cm

Partendo dalle due immagini, quella del profilo e quella della griglia, si sono sovrapposte e poi trasformate dal sistema di coordinate pixel a quello metrico.

Tutte le foto sono state scattate con la massima risoluzione dello strumento pari a 3888x2592 pixel. Poiché si ha distorsione nell'immagine non è stato possibile fare una conversione lineare tra pixel e cm, ma si è ricorso a un'interpolazione.

Tutte le immagini sono caratterizzate da un codice RGB (acronimo di Red Green Blu) che si basa su tre colori fondamentali: il rosso, il verde e il blu. Tale codice ha un indice che può variare tra 0 e 255; ogni pixel della foto risulta quindi una combinazione della triade e ogni diversa combinazione associa un particolare colore.

Poiché sia i colori della griglia sia quelli del profilo sono nettamente distinguibile sulla foto è stato fissato un valore di soglia per scremare l'immagine e restituire soltanto le parti di interesse.

L'identificazione della griglia di color rosso è avvenuta tramite matlab impostando un valore di soglia in modo da ottenere un'immagine che rendesse visibile solo le linee orizzontali e verticali della griglia e i nodi come si può osservare nella figura 35.

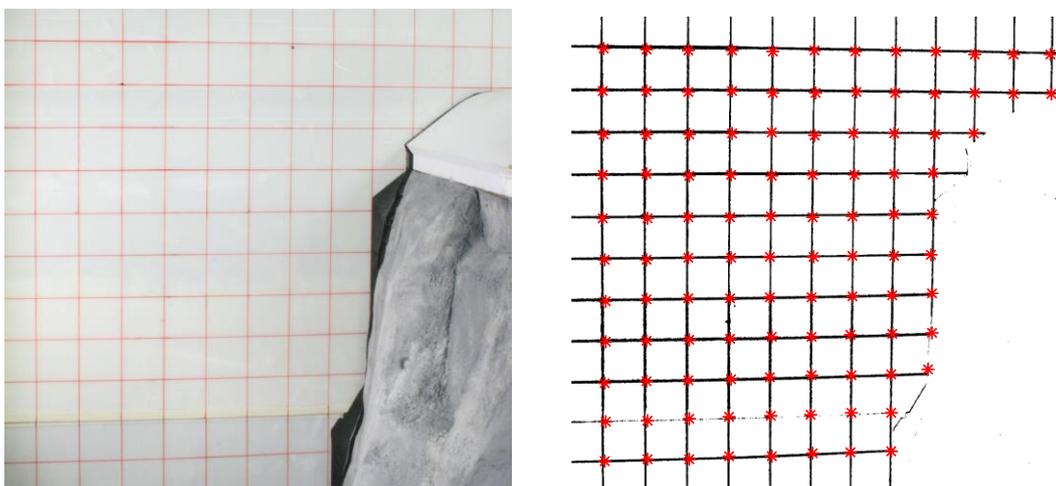


Figura 35: foto griglia ed elaborazione in matlab

Come per la griglia anche per identificare il profilo è stato impostato un valore di soglia relativo ai pixel di color verde. Osservando le foto scattate si osserva come il profilo tende a saturare, rispetto al resto dell'immagine la vena risulta quasi di colore bianco. Sempre tramite Matlab sono stati analizzati tutti i pixel di ogni riga e di ogni colonna partendo dal vertice sinistro superiore, lo zero di riferimento per il software. Quando veniva riconosciuto un pixel con indice di verde superiore alla soglia (esso rappresentava un punto del profilo), il valore delle coordinate di tale punto veniva salvato in due vettori, uno per le x e uno per le y. Per ogni foto scattata si è quindi ottenuto un profilo di punti nel piano (x y). Si è successivamente calcolato per ciascuna portata il valore del vettore medio in coordinate pixel come mostra la figura 36 in colore magenta.

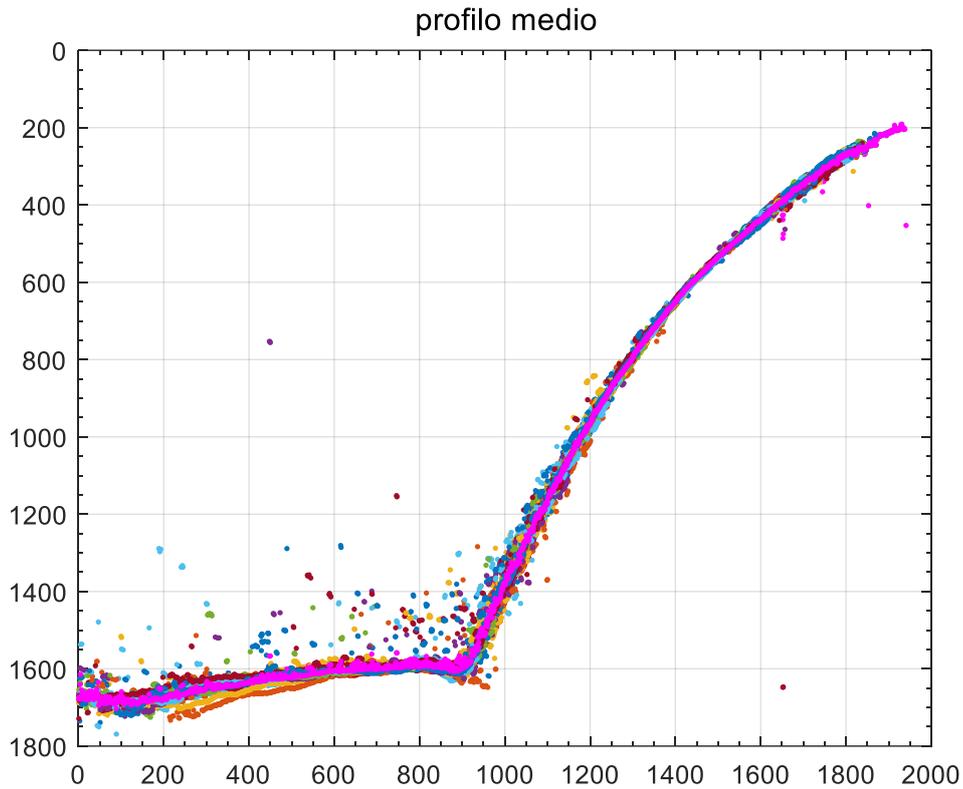


Figura 36: profilo medio

Dopo aver ottenuto i punti della griglia e del profilo sotto forma di vettori, il passo successivo è stato trasformare le coordinate dei punti da pixel a cm per averle in un sistema di riferimento metrico.

Questo è stato possibile in quanto entrambe le foto avevano la stessa dimensione. L'immagine della griglia nella fase di identificazione dei nodi era stata ritagliata per escludere le parti non interessate e lo stesso ritaglio, infatti, è stato fatto per le foto dei profili. Per trasformare le coordinate, prima di tutto è stato stabilito lo zero del sistema di riferimento metrico (il vertice sinistro superiore). Una volta fissato, di tutti i nodi della griglia erano note le coordinate x,y sia in cm sia in pixel. In pixel dalla rielaborazione tramite software e in cm dato che ogni nodo era posizionato al vertice di un quadrato 10×10 . Uniche incognite del problema ancora da determinare erano le coordinate metriche del profilo.

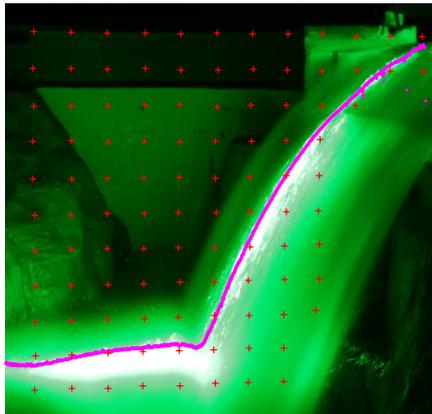


Figura 37: confronto grafico

A questo punto tramite la funzione di Matlab “griddata” è stato possibile ottenere i punti del profilo in cm. Griddata è una funzione di interpolazione 2D-3D, caratterizzata dalla seguente sintassi:

$$vq = \text{griddata}(x, y, v, xq, yq, 'method')$$

Valori di input:

(x,y) = coordinate in pixel dei nodi della griglia

(v) = coordinata x (o y) in cm dei nodi della griglia

(x_q,y_q) = coordinate in pixel dei nodi dei punti del profilo

(method) = ‘v4’ metodo con cui si intende interpolare

Valore di output:

v_q=(v)=coordinata x (o y) in cm dei punti del profilo

Riguardo al metodo di interpolazione sono stati testati sia il metodo ‘linear’, che il programma imposta di default, sia il metodo ‘v4’. Il primo utilizza per interpolare una triangolazione lineare, che però si è dimostrata poco efficace nei punti in cui i valori noti della griglia erano più radi. Si è preferito il metodo ‘v4’ che utilizza come interpolazione delle spline biarmoniche (C²).

L’interpolazione con spline è un particolare modo il quale a differenza dell’interpolazione polinomiale, caratterizzata dall’utilizzo di un unico polinomio per approssimare la funzione su l’intero intervallo in cui viene definita, si ottiene suddividendo l’intervallo in più sotto-intervalli per ciascuno dei quali si sceglie un

polinomio di grado d . Per garantire la continuità tra due polinomi successivi, in modo che si saldino ci deve essere continuità delle prime $d-1$ derivate.

Si sono determinati i profili nel sistema di riferimento metrico per le tre portate 90l/s, 70l/s, 50l/s.

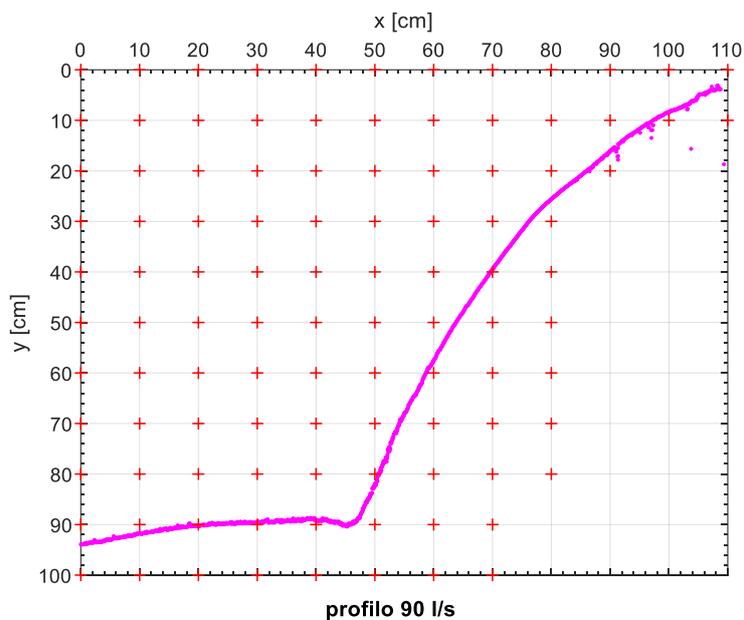


Figura 38: profilo medio con portata 90 l/s

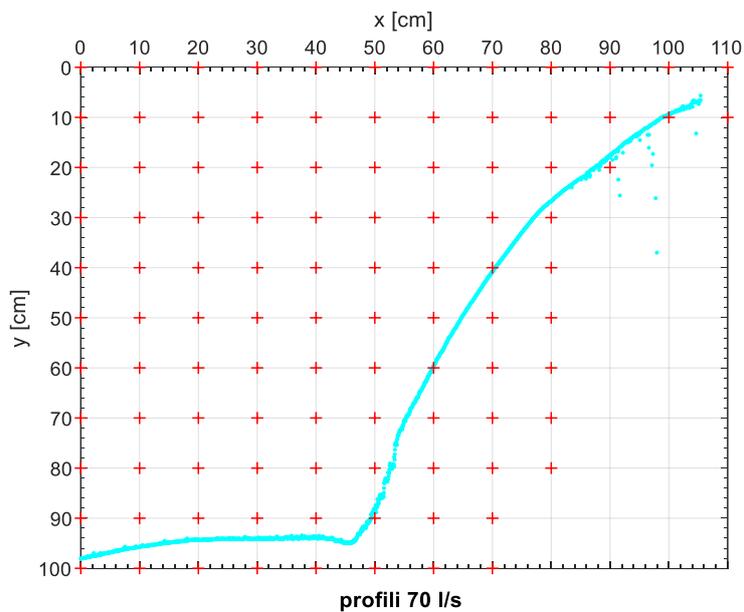


Figura 39: profilo medio con portata 70 l/s

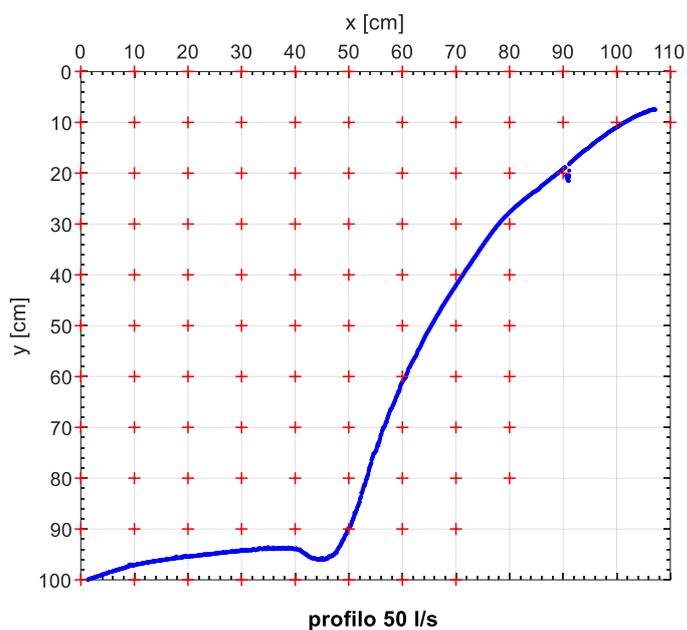


Figura 40: profilo medio con portata 50 l/s

Una volta calcolati i profili medi, sono stati sovrapposti in un unico grafico. Gli assi cartesiani rappresentano le coordinate (x,y) nel sistema di riferimento metrico.

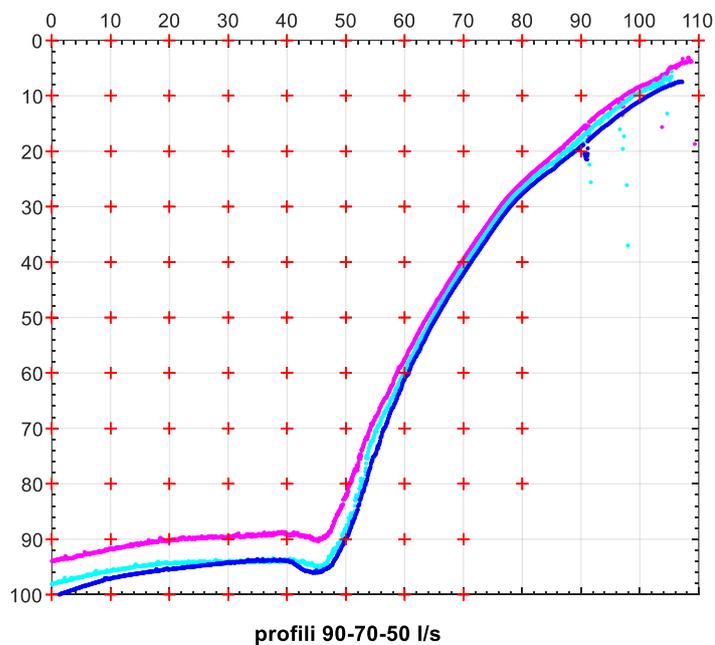


Figura 41: confronto profili medi

6.6 Confronto tra metodo di rilievo tradizionale e tecnologia laser

Il confronto tra il metodo tradizionale e la tecnologia laser ha permesso di verificare la validità di questa tecnologia sperimentale innovativa. Per effettuare tale modifica sono stati misurati manualmente cinque punti utilizzando l'asta graduata descritta nel paragrafo 6.1. Una volta ottenute le coordinate nel s.d.r. dell'asta è stata fatta una trasformazione della posizione dei punti nel s.d.r. utilizzato per le coordinate metriche dei profili. Si è quindi deciso di plottare la curva del profilo 90 l/s e i 5 punti, indicati dall'asterisco nero, al fine di verificare che vi fosse una certa sovrapposizione (figura 42). Il risultato ottenuto mostra tale corrispondenza, si può concludere che le misure siano corrette.

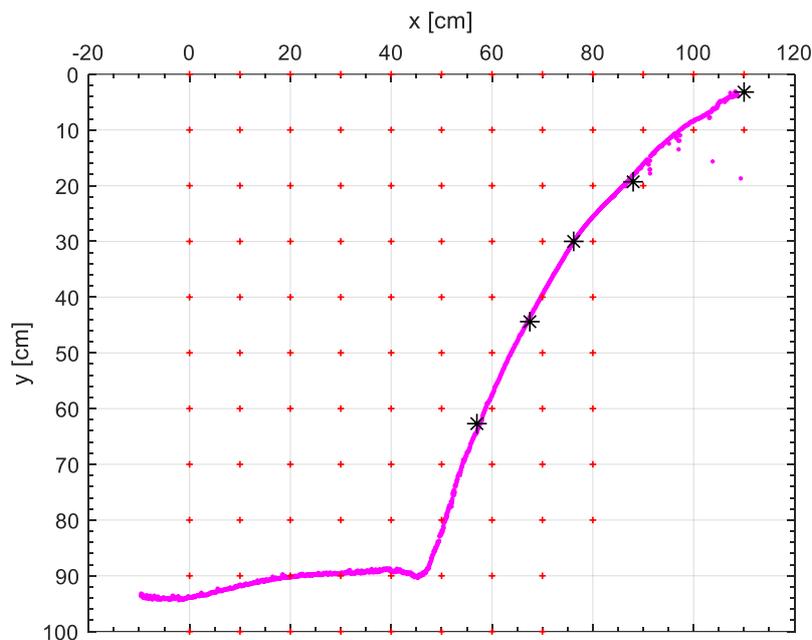


Figura 42: confronto tra metodo tradizionale e laser

7. COLCLUSIONI

Il seguente lavoro di tesi ha visto la realizzazione del modello della diga di Gurzia in scala 1:40 commissionato da ENEL Green Power, ponendosi due scopi:

- costruire la curva di deflusso del modello fisico
- misurare su tale modello la lama d'acqua sfiorante con tecnologia laser

La curva di deflusso relativa allo sfioratore laterale è stata calcolata con le tre modifiche che sono state apportate al modello nel canale di collegamento tra la vasca di carico e lo sfioratore laterale: fondo acclive, imbocco allargato e raccordo curvilineo.

I migliori risultati si sono ottenuti con quest'ultima configurazione che ha permesso di ricavare, a parità di battente, un valore di portata maggiore e più simile al valore di progetto. I risultati serviranno per il posizionamento del nuovo sfioratore centrale, progettato da Enel che dovrà essere installato sul coronamento della diga in seguito alla nuova stima della portata millenaria del bacino del torrente Chiusella.

La nuova tecnologia sperimentale laser ha permesso di misurare i valori della lama d'acqua corrispondente alle portate 90 l/s, 70l/s, 50 l/s, in particolare di ricostruire i profili medi nella zona centrale dello sfioratore. Dall'analisi sono stati calcolati i valori della distanza della lama d'acqua dallo sfioratore in coordinate metriche. Come ci si poteva aspettare all'aumentare della portata lo spessore della vena fluida e del battente risultano maggiori.

Dal confronto con il metodo tradizionale si è potuto verificare una buona corrispondenza tra i due profili. Si nota come in questo metodo sperimentale le misure risultino più precise e dettagliate, e necessitano di un minor tempo di acquisizione.

Concludendo si può affermare che la tecnologia laser con l'ausilio di una macchina fotografica risulta essere una tecnica all'avanguardia e performante per misurare lame d'acqua sfioranti.

In futuro, passi successivi al seguente lavoro saranno inserire il nuovo sfioratore centrale sul modello, costruire una nuova curva di deflusso data dall'azione combinata dello sfioratore centrale con quello esistente ed effettuare delle misure laser su altre sezioni in modo da poter studiare l'interazione delle due lame.

BIBLIOGRAFIA

- Nota tecnica-integrazione al progetto definitivo 'interventi di adeguamento scarichi alla portata di piena di 1400 m³/s'.
- Relazione idraulica -Allegato 4 'interventi di adeguamento scarichi alla portata di piena di 1400 m³/s'.
- Tavole di Progetto dell'impianto idroelettrico di Ponte Preti.
- Relazione-ENEL_TORINO, spt-servizio opere idrauliche e civili, Impianto di Ponte Preti, 'Modello idraulico completo dello sfioratore della diga di Gurzia'. (Torino, Maggio 1970).
- Relazione sul modello in scala 1:15 del nuovo sfioratore della diga di Melezet.
- A.Rubatta, E. Marchi, 'Meccanica dei fluidi. Principi e applicazioni', UTET, 1981.
- F. Arredi, 'Costruzioni Idrauliche', UTET, 1981.

INDICE DELLE FIGURE

FIGURA 1: POSIZIONE GEOGRAFICA DELLA DIGA DI GURZIA	3
FIGURA 2: LAGO DI GURZIA.....	4
FIGURA 3: PLANIMETRIA	5
FIGURA 4: PROSPETTO CENTRALE DELLA DIGA	6
FIGURA 5: LAMIERE SAGOMATE DI VALLE	9
FIGURA 6: FASE DI RIEMPIMENTO FONDO.....	10
FIGURA 7: POSA DEL CEMENTO.....	10
FIGURA 8: POSIZIONAMENTO SEZIONI DI VALLE.....	11
FIGURA 9: BLOCCHI FORATI E CIOTTOLI	12
FIGURA 10: COMPLETAMENTO DELLA VALLE	12
FIGURA 11: RIVESTIMENTO CON MEMBRANA IMPERMEABILE	13
FIGURA 12: MODELLO COMPLETATO.....	13
FIGURA 13 SFIORATORE LATERALE.....	14
FIGURA 14: MISURATORE DI PORTATA E SARACINESCA DI REGOLAZIONE.....	15
FIGURA 15: SCHEMA IMPIANTO.....	16
FIGURA 16: NONIO.....	17
FIGURA 17: CURVA DI DEFLUSSO MODELLO 1970	24
FIGURA 18: SPALLA DI MONTE.....	26
FIGURA 19: FONDO ACCLIVE.....	27
FIGURA 20: CURVA DI DEFLUSSO CANALE A FONDO ACCLIVE	28
FIGURA 21: NUOVA GEOMETRIA DI IMBOCCO	29
FIGURA 22: CURVA DI DEFLUSSO CANALE CON IMBOCCO ALLARGATO.....	31
FIGURA 23: EFFETTO DEL VORTICE	32
FIGURA 24 RACCORDO CURVILINEO IN INOX	33
FIGURA 25 RIDUZIONE DEL VORTICE	33
FIGURA 26 CURVA DI DEFLUSSO CON SPALLA CURVILINEA	34
FIGURA 27 CONFRONTO DELLE CURVE DI DEFLUSSO	35
FIGURA 28: CONFRONTO CREAGER TEORICO E SPALLA CURVILINEA.....	36
FIGURA 29: METODO TRADIZIONALE DI RILIEVO	38
FIGURA 30: MISURA CON CARRELLO E ASTA GRADUATA.....	38
FIGURA 31: POSIZIONAMENTO DELLA GRIGLIA	40
FIGURA 32: FOTO CAMPIONE.....	41
FIGURA 33: SEZIONE DI MISURA.....	43

FIGURA 34: SCATTO FOTOGRAFICO DEI PROFILI	44
FIGURA 35: FOTO GRIGLIA ED ELABORAZIONE IN MATLAB	45
FIGURA 36: PROFILO MEDIO.....	46
FIGURA 37: CONFRONTO GRAFICO	47
FIGURA 38: PROFILO MEDIO CON PORTATA 90 L/S.....	48
FIGURA 39: PROFILO MEDIO CON PORTATA 70 L/S.....	48
FIGURA 40: PROFILO MEDIO CON PORTATA 50 L/S.....	49
FIGURA 41: CONFRONTO PROFILI MEDI.....	49
FIGURA 42: CONFRONTO TRA METODO TRADIZIONALE E LASER.....	50

INDICE DELLE TABELLE

TABELLA 1: ORGANI DI SCARICO	5
TABELLA 2: DATI TECNICI DELLA DIGA DI GURZIA	7
TABELLA 3 DATI SFIORATORE	14
TABELLA 4: VALORI DI PORTATA MILLENARIA.....	17
TABELLA 5: PORTATA E BATTENTE CANALE CON FONDO ACCLIVE.....	28
TABELLA 6: PORTATA E BATTENTE CANALE CON IMBOCCO ALLARGATO.....	30
TABELLA 7: PORTATA E BATTENTE CON RACCORDO CURVILINEO.....	34

CODICI MATLAB

Script 1: identificazione profilo della lama d'acqua sfiorante

```
% riconoscimento profilo per Q=90 l/s
clc;
clear all
%importo in Matlab tutte le foto scattate con la Canon

d=dir('DSC_*.jpg');           % importo tutte le foto che iniziano
con DSC_
F=zeros(numel(d),2592);       % inizializzo F

% ciclo for per estrarre per ogni foto i pixel verdi che hanno un
valore di
% verde superiore al limite di soglia pari a 250 e inserire le
coordinate
% pixel nei vettori XOT e YOT

Y0T=[];X0T=[];

for ifoto=1:numel(d)

    A=imread((d(ifoto).name)); %importo foto profilo

    figure(1)
    image(A);
    C=imrotate(A,90);
    imshow(C);
    H=C(1604:3520,415:2420,:);
    imshow(H);

    Soglia=250;
    B=H(:, :, 2);
    B=sign(B-Soglia);

    [X,Y]=find(B>0);
    [Y0,PY,hh] = unique(Y,'stable');X0=[];

    for g=2:length(PY);
        X0=[X0;min(X(PY(g-1):PY(g)-1))];
    end
    X0=[X0;min(X(PY(g):length(Y)))];

    ax = gca;
    ax.YDir = 'reverse';           %per invertire asse delle y

    figure(4)
    hold on
```

```

    plot(Y0,X0, '.')
    grid on
    Y0T=[Y0T;Y0];X0T=[X0T;X0];

end

[Y_R,DD]=sort(Y0T);X_R=X0T(DD);

% calcolo il profilo medio della serie di foto

[Y1,P1,hh] = unique(Y_R, 'stable');X1=[];

for g=2:length(P1);
    X1=[X1;mean(X_R(P1(g-1):P1(g)-1))];
end

X1=[X1;mean(X_R(P1(g):length(Y_R)))];

hold on
plot(Y1,X1, '.m')
title('profilo medio')

%salvo i vettori contenenti le coordinate x e y del profilo medio in
%formato.mat per poterlo utilizzare nel codice della griglia

save X90.mat X1;
save Y90.mat Y1;

%operazione ripetuta per le foto con Q=70 l/s e Q=50 l/s

```

Script 2: identificazione pixel griglia e trasformazione da pixel a cm

```

clear all;
%close all;

% carico foto della griglia
figure
G=imread('griglia.jpg');
G1=imrotate(G,90);

% ritaglio l immagine in modo da avere solamente la griglia
S=size(G1);
H=G1(1604:3520,415:2420,:);
S1=size(H);
figure
imshow(H)
%identifico le linee e i nodi rossi nella foto analizzando tutta la
foto e
%impostando un valore di soglia

```

```

for k=1:S1(2)
    for j=1:S1(1)
        if (H(j,k,1)-H(j,k,2)>10) && (H(j,k,1)-H(j,k,3)>10)
            B(j,k,1)=0;
            B(j,k,2)=0;
            B(j,k,3)=0;
            pronum(j,k)=1 ;
        else
            B(j,k,1)=255;
            B(j,k,2)=255;
            B(j,k,3)=255;
            pronum(j,k)=0;
        end
    end
end
%figure della sola griglia
figure
imshow(B)

% determino coordinate pixel dei nodi con la funzione ginput
[x y]=ginput
% copio coordinate pixel su file excel chiamato nodi14 e carico il
file

nodi=xlsread('nodi14');
%verifico che i nodi coincidano con la griglia
figure
hold on
plot(nodi(:,1),nodi(:,2),'*r')
%carico coordinate metriche dei nodi da file excel
coordi=xlsread('coordi14');
%carico vettore del profilo scritto nel primo script
load('Y1.mat');
load('X1.mat');

%interpolo utilizzando la funzione griddata per identificare le
coordinate
%metriche dei punti del profilo
ycm=griddata(nodi(:,1),nodi(:,2),coordi(:,1),X1,Y1,'v4');
xcm=griddata(nodi(:,1),nodi(:,2),coordi(:,2),X1,Y1,'v4');

%plotto profilo in [cm]
figure
plot(xcm,ycm,'m.')
hold on
title('profilo 90 l/s')
plot(coordi(:,1),coordi(:,2),'+r','linewidth',0.5)
grid on
xlabel('x [cm]');
ylabel('y [cm]');

%vettore dei punti ricavati con metodo manuale
x_asta=[110 88 76.2 67.5 57];
y_asta=[3.2 19.3 30 44.4 62.7];

```

```
%comparo profilo con tecnologia laser e punti presi con metodo  
tradizionale  
hold on  
plot(x_asta,y_asta,'*k')
```

ALLEGATO A: RELAZIONE MODELLO DI PONTE PRETI

Modello idraulico completo dello sfioratore della diga di Gurzia

Premesse

Sulla base delle conclusioni tratte dalle precedenti esperienze fatte sul modello parziale dello sfioratore della diga di Gurzia- conclusioni illustrate nella relazione del maggio 1969 – e dagli accordi verbali intercorsi con gli ing. Pianta, Testi e Terzieni, si è proceduto alla realizzazione del modello idraulico totale del predetto sfioratore secondo il disegno D-1002 fornito dall'Enel.

Installazione sperimentale

Premesso che il modello, come il precedente, rispetta la similitudine di Froude , si è scelta la scala geometrica $\lambda = 1:30$ cui seguono i rapporti di riduzione $\lambda^{1/2} = 1:5,476$ per le velocità e i tempi e $\lambda^{5/2} = 1:4929,5$ per le portate.

Si intende anche che nel seguito saranno distinte con l'indice **o** le grandezze relative all'originale e con l'indice **M** quelle relative al modello.

Il carico massimo previsto in opera per il funzionamento dello sfioratore è $H_0 = 4,50 m$ carico che si traduce sul modello in $H_m = 150 mm$. Assunto come coefficiente di deflusso sullo sfioratore , sulla scorta delle esperienze preliminari, il valore di $\mu = 0,42$, si è constatato che tale carico avrebbe comportato la necessità di alimentare il modello con una portata aggirantesi, per il suo valore massimo, cui 200 l/s.

Onde a garantire condizioni il più possibile simile alla realtà – dove il lago artificiale alimenta lo sfioratore con acqua praticamente indisturbata – si sono presentati nella

realizzazione dello stesso alcuni problemi particolari, il più importante dei quali è consistito nella necessità di dissipare adeguatamente l'energia cinetica della corrente in arrivo dai cassoni a livello costante del laboratorio.

A tale scopo è stata costruita una prima vasca di calma dalla quale la portata tracimava, passando attraverso una serie di reti, nella vasca contenente il modello vero o proprio, come si vede nei disegni n° 102.01 e 102.02.

Il modello è stato realizzato parte in legno (lo sfioratore) e per la restante parte in cemento.

La misura delle portate è stata effettuata per mezzo dei venturimetri tarati inseriti sulle condotte di alimentazione del modello mentre si è effettuata la misura dei carichi sullo sfioratore con piezometro dotato di nonio a lettura decimale. Le fotografie dal n°1 al n°5 mostrando l'installazione sperimentale.

Le esperienze

Il primo modello realizzato rispecchiava fedelmente l'attuale situazione dell'opera costituita da uno sfioratore a gradoni.

Le fotografie dal n° 6 al n° 28 documentano l'aspetto che assume il deflusso per le diverse situazioni di carico.

Quando il carico raggiunge il valore di $H_m = 137,5 \text{ mm}$ ($H_0 = 4,12 \text{ m}$), la superficie libera lambisce la passerella e quindi essa è stata apportata, onde impedire che la medesima desse origine alla formazione di un rigurgito che avrebbe falsato le misure del carico in quanto avrebbe interessato la presa piezometrica.

Si deve osservare che tale asportazione è altresì molto probabile nella realtà anche in relazione alla presenza di corpi galleggianti trasportati dalla corrente.

Il fenomeno che appare via via più evidente al crescere del carico è la formazione di un vortice ad asse verticale che si manifesta, al di sopra di un' altezza di circa $H_m = 55 \text{ mm}$, ($H_0 = 1,65 \text{ m}$), ubicato immediatamente a valle della spalla in calcestruzzo che costituisce al tempo stesso l'appoggio della diga e l'inizio dello sfioratore.

La presenza di questo vortice assume una particolare importanza, dal punto di vista idraulico, poiché disturba il regolare deflusso della vena dello sfioratore in una zona via via più ampia, ed in particolare per altezze oltre $H_m = 110 \text{ mm}$, ($H_0 = 3,3 \text{ m}$), si

risente in una riduzione del coefficiente di deflusso come si può riscontrare sul disegno allegato n° 102.03 e sulla tabella 1.

Sul medesimo disegno n° 102.03 sono riportati i punti sperimentali rilevati nella prova e la curva che ad essi consegue e che rappresenta la scala di deflusso dello sfioratore.

Con il carico massimo sullo sfioratore $H_m = 150 \text{ mm}$ ($H_o = 4,5 \text{ m}$), la portata è $Q_m = 148 \text{ l/s}$ che corrisponde nell'opera a $Q_0 = 729 \text{ m}^3/\text{s}$.

Poiché è obiettivo delle prove individuare le modiche da apportare allo sfioratore onde a raggiungere la portata di circa $Q_0 = 900 \text{ m}^3/\text{s}$, si è proceduto nel senso di misurare l'influenza della riduzione del vortice, prima menzionato, ottenuta come un raccordo rettilineo fra la spalla e la diga come si vede nel disegno n° 102.04 e nelle fotografie dal n° 29 al n° 36, che documentano le prove.

Le medesime prove sono state condotte in tutta il campo di possibili altezze sullo sfioratore poiché, come già osservato, l'influenza più sensibile del vortice si manifesta per un carico superiore ad $H_m = 110 \text{ mm}$, ($H_o = 3,3 \text{ m}$).

La tabella 2 raggruppa i valori rilevati mentre sul disegno n° 102.03 sono riportati i medesimi valori.

Si constata che la riduzione del vortice migliora le caratteristiche del deflusso con un conseguente aumento di portata progressivamente crescente al crescere del carico fino al valore di $\Delta Q = 4 \text{ l/s}$ pari in opera a $\Delta Q_0 = 20 \text{ m}^3/\text{s}$.

Tale soluzione, pur migliorando l'aspetto del deflusso specie per quanto riguarda la eventuale erosione nella zona interessata dal vortice, non permette di raggiungere il valore desiderato di portata smaltita.

In questa prospettiva l'Enel ha progettato un nuovo sfioratore le cui caratteristiche si trovano nel disegno in data 12.1.1970.

Abbiamo realizzato il modello, come si vede nel disegno n° 102.04 e 102.05, avendo avuto cura di spianare il fondo del canale adduttore per tutta la sua lunghezza alla quota di 420,50 m.s.m. .

I risultati delle prove sono riportati nella tabella n° 3 e rappresentati graficamente nel disegno 102.03.

La massima portata con il carico fondamentale $H_m = 150 \text{ mm}$, ($H_0 = 4,5 \text{ m}$) è $Q_m = 170 \text{ l/s}$ cioè $Q_0 = 838 \text{ m}^3/\text{s}$; le fotografie dal n° 37 al n° 55 documentano l'aspetto del deflusso per i diversi carichi.

Analogamente a quanto fatto in precedenza, anche per questo modello abbiamo realizzato un raccordo tra la diga e la spalla di appoggio per ridurre il vortice. I risultati sono riportati nella tabella 4, nel disegno 102.03 e nelle fotografie dal n° 56 al n° 65. La portata massima defluita è $Q_m = 180 \text{ l/s}$ pari a $Q_0 = 887 \text{ m}^3/\text{s}$ con un incremento di $\Delta Q_0 = 49 \text{ m}^3/\text{s}$.

La scelta del profilo deve, alla luce di questi risultati, ritenersi soddisfacente per quanto si riferisce al nuovo valore di portata che può essere smaltito.

Si deve tuttavia osservare, e le fotografie lo mostrano chiaramente, un certo disturbo della vena defluente nella parte dello sfioratore in corrispondenza della zona terminale del canale adduttore; ciò deve imputarsi all'urto della corrente di fondo del canale contro il muro terminale del medesimo, coi conseguenti deviazioni della corrente stessa.

Questo fenomeno compare nello studio del presente modello ove il fondo del canale è stato realizzato orizzontale; sulla base di queste considerazioni, si è ritenuto opportuno procedere alla costruzione del fondo gradatamente acclive nel senso del moto e con raccordo fra lo sfioratore ed il fondo del canale: un altro raccordo curvilineo è stato fatto sulla sinistra orografica del canale in modo da favorire un cambiamento di direzione della velocità che, da parallela allo sfioratore, diviene ortogonale allo stesso.

Questa modifica è illustrata nel disegno 102.06 e 102.07, nelle fotografie dal n°66 al n° 71 e le prove relative al modello così modificato hanno dato luogo ai dati riportati nella tabella n° 5, nel disegno 102.03 e nelle fotografie dal n° 72 al n° 98.

La portata massima per $H_m = 150 \text{ mm}$ è risultata $Q_m = 189 \text{ l/s}$ cioè $Q_0 = 931 \text{ m}^3/\text{s}$ con un incremento $\Delta Q_0 = 93 \text{ m}^3/\text{s}$ rispetto alla prova con canale a fondo orizzontale e senza raccordo diga-spalla.

Un'ulteriore prova è stata fatta sistemando un raccordo piano fra la diga e la spalla di appoggio, come già nei modelli precedenti; i risultati ottenuti con questa ultima

soluzione sono sintetizzati nella tabella n° 6 e nel disegno 102.03 . La portata massima in opera è $Q_0 = 944 \text{ m}^3/\text{s}$ con un incremento quindi di soli $\Delta Q_0 = 13 \text{ m}^3/\text{s}$.

Le fotografie dal n° 99 al n° 119 documentano le prove eseguite.

Conclusioni

Lo scopo delle prove, cioè sostanzialmente la definizione geometrica dello sfioratore e del canale adduttore in grado di permettere il regolare deflusso della portata di circa $Q_0 = 900 \text{ m}^3/\text{s}$ con il carico $H_0 = 4,5 \text{ m}$ può dirsi raggiunto qualora si adotti la soluzione rappresentata nel disegno n° 102.05 .

Si sottolinea inoltre la necessità di realizzare in opera le stesse caratteristiche geometriche sia dello sfioratore che del canale adduttore i cui raccordi allo sfioratore si sono dimostrati indispensabili per il raggiungimento della portata anzidetta.

Si è inoltre provveduto a documentare con film a colori (passo 16 mm) il funzionamento dello sfioratore nella versione con soglia a gradoni e nella versione definitiva.

Il film relativo è allegato alla presente relazione.

Gli sperimentatori

Il direttore dell'istituto

(Dott. ing. M. Schiara)

(Prof. Ing. G. Pezzoli)

(Dott. Ing. U. Ferrero)

tabella 1

livello	portata	c.deflusso
[mm]	[m³/s]	[-]
19	5.95	0.344
24.6	8.8	0.345
31.7	14.5	0.389
38.4	19.45	0.391
44.3	23.45	0.381
50.3	29.95	0.402
54.7	34.65	0.41
60.7	39.95	0.404
65.5	45.3	0.409
70.6	50.2	0.405
74.6	55.1	0.409
79.4	60	0.406
83.3	65	0.409
87.5	69.45	0.406
91	74.35	0.41
95.7	79.3	0.405
98.8	83.95	0.409
103.2	89.1	0.407
106.4	93.25	0.407
109.7	97.25	0.405
117.3	106.95	0.403
120.4	110.75	0.401
124.2	116.65	0.403
127.5	118.8	0.396
130.8	125.3	0.4
137.5	132.05	0.392
140.8	136.6	0.391
145.2	142.2	0.389
149.3	147.35	0.387
153.8	152.45	0.382
158.2	157.3	0.378
162.5	164.65	0.38

tabella 2

livello	portata	c.deflusso
[mm]	[m³/s]	[-]
118.2	107.6	0.401

124.8	115.7	0.397
132.2	126.4	0.398
138.4	135.9	0.399
145.1	145.35	0.398
151.6	154.25	0.396
157.7	164.7	0.398

tabella 3

livello	portata	c.deflusso
[mm]	[m³/s]	[-]
16.9	6	0.411
23	9.65	0.416
30.5	14.9	0.421
36	19.7	0.34
42.6	25.15	0.43
47.8	30.4	0.437
51.9	34.55	0.439
56.8	39.7	0.441
62.4	45.4	0.438
66.3	50.65	0.446
70.7	55.75	0.446
74	60.05	0.448
78.6	65.6	0.448
82.3	70.5	0.449
85.7	74.9	0.449
89	79.85	0.452
92.8	84.65	0.45
95.7	89.1	0.452
99.5	93.4	0.447
105	101.7	0.449
109.8	108.1	0.447
114.1	114.35	0.446
119.4	121.05	0.445
123.4	127.15	0.444
126.8	132.25	0.443
130.5	138.5	0.442
134	143.95	0.441
137.5	150.5	0.444
140	155.3	0.444

145	161.6	0.44
148.8	168	0.44
153.4	175.95	0.44

tabella 4

livello	portata	c.deflusso
[mm]	[m³/s]	[-]
112.2	115.8	0.455
118.5	127.3	0.459
125.5	137.1	0.456
131.4	146.15	0.461
136.9	154.2	0.458
144.7	167.1	0.456
149.5	176	0.458

tabella 5

livello	portata	c.deflusso
[mm]	[m³/s]	[-]
15.9	5.8	0.43
23	10.05	0.433
30	15.15	0.438
35.2	19.45	0.443
41.3	24.85	0.445
47.3	31	0.453
56.3	40	0.458
60.9	45.95	0.46
64.8	49.7	0.464
68.5	54.95	0.465
72.9	60.3	0.461
76	64.75	0.471
78.9	68.4	0.468
83.2	74.8	0.473
86.4	78.5	0.47

89.4	83.35	0.474
92	86.5	0.472
95.6	93.6	0.476
97.5	95.6	0.478
104	107.2	0.481
107.2	112.7	0.483
110.5	117	0.479
111.9	120.4	0.484
116.5	126.75	0.479
119.1	132.3	0.484
122.9	137.5	0.48
124.9	141.8	0.483
127.5	145.95	0.482
128.4	148.6	0.486
133.4	157.75	0.487
137	164.05	0.486
142.7	173.1	0.483
150.7	189.25	0.486

tabella 6

livello	portata	c.deflusso
[mm]	[m³/s]	[-]
115.9	129.35	0.49
120.5	136.6	0.491
125	144.95	0.493
131.3	158.25	0.492
137.2	166.45	0.492
141.1	174.3	0.494
146.8	184.6	0.493
149.7	191.6	0.497

ALLEGATO B: PRINCIPI DI MODELLISTICA IDRAULICA

Modellistica fisica e modellistica matematica

Il termine “modello” deriva dal latino “modulus”, misura, modulo architettonico. Si hanno raffigurazioni di modelli architettonici sin dal V secolo d.C., riproduzioni in scala di una costruzione aventi il duplice scopo di mostrare al committente l’opera in progetto, e di servire da riferimento per le maestranze. Nel diciannovesimo secolo il termine assunse il significato odierno, indicando una rappresentazione di un sistema fisico (prototipo) che può essere utilizzato per predire il comportamento del sistema in relazione ad alcune sue caratteristiche.

Sebbene nel modello antico fosse sufficiente una corrispondenza estetica tra modello e realtà, e quindi venisse ricercata solamente una corretta rappresentazione in scala, nel modello “fisico”, meccanico ed idraulico, è essenziale un rapporto di similitudine. In altre parole, i due fenomeni, reale e modello, devono essere governati dalle stesse leggi e devono essere noti e definiti i rapporti tra i valori delle stesse grandezze. Questi rapporti sono le scale del modello.

La teoria della similitudine, sviluppata a partire dal 1920, conferisce ai modelli un valore quantitativo oltre che qualitativo. Benchè un modello qualitativo sia utile per riprodurre un fenomeno e per analizzare la sua evoluzione al variare di alcune condizioni, la conoscenza dei rapporti di scala tra le varie grandezze (spazio, tempo, portata, velocità...) consente confronti tra valori reali e valori ottenuti sul modello. Il modello diventa quindi un mezzo di calcolo, oltre che di sperimentazione, specialmente là dove le condizioni rendono molto difficile ottenere dei risultati affidabili per via analitica e numerica. In generale un modello fisico ha dimensioni geometriche differenti (tipicamente minori, ma non sempre) e utilizza fluidi diversi rispetto al prototipo reale; in generale esso opera in condizioni cinematiche e dinamiche differenti seppur in qualche modo quantitativamente riconducibili a quelle del prototipo affinché le osservazioni fatte sul modello siano utili per predire il comportamento del sistema reale di interesse.

In idraulica i modelli fisici hanno trovato vasta applicazione nella ricerca sui moti ondososi e su alcuni aspetti dell’idraulica fluviale. In particolare essi si sono rivelati molto utili nello studio di fenomeni localizzati, in presenza di turbolenze e condizioni orografiche particolari. A conferma di quanto appena asserito, l’attuale legislazione

prevede che talune opere idrauliche, quali gli organi di ritenuta e di scarico di una diga, vengano verificate mediante la realizzazione di un modello fisico.

Di seguito si elencano i principali vantaggi connessi all'utilizzo di modelli fisici:

- f-a. estrema chiarezza e verosimiglianza in virtù della teoria della similitudine e dell'analisi dimensionale;
- f-b. capacità di rappresentare la realtà nel continuo;
- f-c. capacità di riprodurre geometrie complesse;

- f-d. capacità di rappresentare la tridimensionalità del moto e i fenomeni turbolenti.

Per contro, la rappresentazione di un fenomeno idraulico tramite un modello fisico presenta le seguenti difficoltà:

- f-1. necessità, nei modelli quantitativi, di essere inquadrati in precise teorie scientifiche, quali l'analisi dimensionale e la teoria della similitudine, che inevitabilmente limitano il campo di applicazione di questo tipo di modellistica: come dettagliato nel seguito (par...) alcune grandezze devono necessariamente avere dei rapporti di scala unitari.
- f-2. necessità di disporre di una teoria fisica o di formule sperimentali atte a schematizzare il fenomeno e a permetterne una riproduzione in scala.
- f-3. esistenza di limiti imposti dalle dimensioni. Tale problema si presenta quando si vogliono realizzare dei modelli rappresentanti estensioni geografiche notevoli, in alcuni casi viene superato utilizzando modelli a scala distorta.
- f-4. necessità di un laboratorio attrezzato.
- f-5. esigua flessibilità di esercizio e rigidità delle condizioni al contorno (geometrie, scabrezze, ecc.).
- f-6. se paragonato con i valori immediati forniti dai modelli numerici, il sistema di controllo e misura è complesso e talvolta dispendioso in termini di tempo.

La modellazione fisica può venire affiancata e completata mediante la modellazione matematica. Secondo la definizione data da Datei e Ghetti "un modello matematico idraulico è costituito da un complesso di equazioni differenziali che reggono il fenomeno unitamente al metodo utilizzato per la loro discretizzazione e successiva integrazione numerica mediante elaboratore". Per uno stesso fenomeno, si possono evidentemente avere più modelli matematici, diversi tra loro in funzione dei principi fondamentali utilizzati, ricavati dalla Fisica, dalla Analisi Matematica e da Calcolo Numerico.

In campo idraulico, la modellistica matematica si è sviluppata sostanzialmente attorno a processi di moto vario nei canali a pelo libero e consente di studiare, con risultati sempre più affidabili, alvei fluviali e torrentizi di geometria e caratteristiche variabili. In relazione ai modelli fisici, i modelli matematici presentano infatti alcuni innegabili vantaggi:

- m-a. Affidabilità dei risultati. Se le leggi fisiche di partenza sono correttamente espresse in termini di calcolo numerico, i risultati che si ottengono sono tanto più vicini al reale quanto minori sono le approssimazioni e quanto più è accurata la descrizione delle condizioni iniziali (geometria, scabrezza, etc.).

-
- m -b. Grande flessibilità di esercizio che permette di simulare situazioni reali anche molto differenti semplicemente analizzando le risposte del sistema idraulico al variare dei parametri.
 - m -c. Immediata disponibilità dei risultati: non è necessario effettuare misurazioni talvolta complicate.
 - m -d. Possibilità di correzione e miglioramento del modello tramite aggiornamento del software e applicazione di termini correttivi.

Per contro, l'utilizzo di un modello matematico comporta i seguenti limiti e svantaggi:

- m -1. L' approssimazione da cui non può prescindere la fase di integrazione numerica dei sistemi di equazioni differenziali alla base del modello matematico.
- m -2. La difficoltà di definizione delle condizioni al contorno e le conseguenti inevitabili approssimazioni.
- m -3. L'esistenza di soluzioni differenti in funzione dell'algoritmo di calcolo adottato (il passaggio dalle equazioni differenziali alla loro soluzione numerica non è univoco).
- m -4. Problemi di convergenza e stabilità talvolta difficili da valutare per via teorica (condizioni al contorno mal poste, discretizzazioni non opportune, modelli numerici errati, etc.).
- m -5. Impossibilità di ricavare nuove leggi sperimentali.

In generale la scelta del tipo di modello è funzione del problema in esame: vi sono campi di applicazione per i quali i modelli matematici sono preferibili, altri per i quali è indispensabile il ricorso a modelli fisici. Con riferimento alle esperienze pregresse si possono trarre le seguenti conclusioni:

- A. la modellistica numerica è preferibile nel caso di problemi in grande scala e fenomeni retti da equazioni differenziali con un basso grado di approssimazione; nondimeno la modellistica numerica è più efficace per i problemi che presentano un elevato grado di complessità (correnti tridimensionali, fenomeni turbolenti, fenomeni localizzati con repentine variazioni delle grandezze in gioco).
- B. La modellistica matematica, più versatile, si presta all'analisi comparata di differenti ipotesi; la modellistica fisica è indispensabile per scoprire le relazioni empiriche tra le varie grandezze (trasporto solido, attrito al fondo, ...).

L'attuale tendenza in campo modellistico concerne quindi l'impiego congiunto dei due mezzi di indagine, ognuno su piani diversi e con differenti finalità. La modellazione matematica, consentendo l'esame comparato di diverse soluzioni, viene preferibilmente adottata nella fase di progetto di massima o preliminare; la modellazione fisica viene quindi utilizzata in fase di progetto definitivo ai fini dello studio dettagliato nonché ottimizzazione delle opere.

Nel seguito si approfondiscono le nozioni teoriche che consentono di progettare un modello fisico di un fenomeno reale che rispetti i requisiti di verosimiglianza e affidabilità sopra descritti.

A.1 La teoria della similitudine

La realizzazione di modelli fisici quantitativi si fonda sulla teoria della similitudine sviluppata, come si è detto nel precedente paragrafo, a partire dal 1920 .

Sulla base dell'usuale accezione di similitudine, due figure geometriche sono simili se, a parità di forma, le distanze fra punti omologhi nelle due figure hanno rapporto costante. In generale il concetto di similitudine *geometrica* fra due sistemi può essere espresso dalla condizione:

$$\begin{aligned} & \text{Errore. Non si} && \text{(A. 1)} \\ & \text{possono creare oggetti} \\ & \text{dalla modifica di codici} \\ & \text{di campo.} \end{aligned}$$

dove L' e L'' sono due qualsiasi lunghezze omologhe nei due sistemi; il rapporto fra le lunghezze (indipendente dalla coppia di lunghezze scelto) è detto *scala delle lunghezze*. Si può dimostrare che, in due sistemi geometricamente simili, il rapporto fra qualunque coppia di grandezze geometriche omogenee (aree, volumi, angoli corrispondenti) è anch'esso costante, sia pur con scale che dipendono dalla grandezza (in particolare risulta $\lambda_{\text{angoli}}=1$, ovvero gli angoli sono identici in due sistemi geometricamente simili). Il concetto di similitudine geometrica può essere esteso ad ogni classe di grandezze.

Due sistemi geometricamente simili sono anche in similitudine *cinematica* se i valori di velocità di ogni coppia di punti omologhi sono in rapporto costante:

$$\frac{V_x''}{V_x'} = \frac{V_y''}{V_y'} = \frac{V_z''}{V_z'} = \text{cost} = \lambda_V \quad \text{(A. 2)}$$

E' possibile dimostrare in tal caso la costanza dei rapporti fra le accelerazioni in punti omologhi dei due sistemi.

Due sistemi geometricamente e cinematicamente simili sono in similitudine *dinamica* se le forze totali in punti omologhi sono in rapporto costante:

$$\frac{F_x''}{F_x'} = \frac{F_y''}{F_y'} = \frac{F_z''}{F_z'} = \text{cost} = \lambda_F \quad \text{(A. 3)}$$

In presenza di accelerazioni non nulle, il rapporto costante delle masse (densità) di punti omologhi è condizione necessaria affinché le forze di inerzia siano in similitudine e l'uguaglianza ((A. 3) precedente risulti così soddisfatta.

In effetti, la similitudine cinematica può anche essere definita indipendentemente da quella geometrica. Si considerino traiettorie passanti per punti omologhi: due sistemi sono cinematicamente simili se dette traiettorie sono formate da punti omologhi e i tempi necessari per coprire le distanze fra punti omologhi sono in rapporto costante (*scala dei tempi*). Si mostra facilmente che in tal caso risultano costanti i rapporti fra le componenti di velocità in punti omologhi, ma il rapporto (ovvero la scala) è in generale differente per le tre componenti. Lo stesso vale per le componenti di

accelerazione. Nel caso i due sistemi siano anche geometricamente simili le scale delle tre componenti di velocità (o accelerazione) risultano fra loro uguali, e si ottiene nuovamente l'uguaglianza ((A. 2).

Analogamente, la similitudine dinamica non richiede necessariamente le similitudini cinematica e geometrica: è sufficiente che siano costanti i rapporti fra uguali componenti di forza in punti omologhi, pur essendo diverse le scale delle tre componenti. Qualora i sistemi siano anche geometricamente e cinematicamente simili si ricade nel caso espresso dall'uguaglianza ((A. 3).

In generale, quanto si parla di similitudine di due sistemi, ci si riferisce alla similitudine di ogni grandezza meccanica (eventualmente termodinamica, chimica, ...). E' chiaro però che si possono considerare accezioni parziali che richiedono la similitudine di un numero ridotto di grandezze, ovvero che limitano spazialmente la similitudine ad alcuni punti soltanto del sistema.

A.2 Il teorema II

A.2.1 Enunciato e dimostrazione

Si consideri la relazione:

$$g_0 = f(g_1, g_2, g_3, \dots, g_n) \quad (A. 4)$$

fra le grandezze $(g_1, g_2, g_3, \dots, g_n)$ che caratterizzano un dato fenomeno (variabili indipendenti, o variabili di controllo) e una grandezza di interesse g_0 relativa al fenomeno medesimo (variabile dipendente, o variabile di stato). La relazione fisica tra le grandezze considerate non dipende evidentemente dai riferimenti o dai sistemi di misura adottati, sebbene la forma specifica della ((A. 4) possa in generale variare in relazione ad essi.

Si suppone di scegliere tra le $(g_1, g_2, g_3, \dots, g_n)$ tre¹ grandezze fra loro dimensionalmente indipendenti, ovverosia atte a rappresentare una terna di grandezze base per un sistema di unità di misura. Posto che tali grandezze siano (g_1, g_2, g_3) si può sempre scrivere:

$$[g_i] = [g_1]^{\alpha_i} [g_2]^{\beta_i} [g_3]^{\gamma_i} \quad i=0, \dots, n \quad (A. 5)$$

ovvero esprimere le dimensioni di ogni grandezza come prodotto di potenze delle tre grandezze base del sistema di unità scelto. Si definiscono poi le grandezze:

$$\Pi_i = \frac{g_i}{g_1^{\alpha_i} g_2^{\beta_i} g_3^{\gamma_i}} \quad (A. 6)$$

¹ Tre grandezze sono sufficienti per un sistema definito da sole grandezze meccaniche.

Per loro stessa definizione, le Π_i sono grandezze adimensionali (ovvero a dimensione nulla) e rappresentano la misura delle g_i rispetto alla terna di riferimento (g_1, g_2, g_3). Poiché, come già osservato, la dipendenza fra le grandezze considerate non dipende dal sistema di misura, se non per la forma della relazione funzionale che le lega, la formula ((A. 4) può essere scritta in funzione delle grandezze Π_i risultando:

$$\Pi_0 = f_I(1,1,1, \Pi_4, \Pi_5, \dots, \Pi_n) \quad (\text{A. 7})$$

Poiché la misura delle (g_1, g_2, g_3) rispetto a se stesse è pari all'unità, in definitiva risulta:

$$\Pi_0 = f_{II}(\Pi_4, \Pi_5, \dots, \Pi_n) \quad (\text{A. 8})$$

La ((A. 8) mostra che, con una scelta opportuna del sistema di misura, è possibile ridurre il numero delle variabili indipendenti di 3 unità. Questo risultato è noto sotto il nome di Teorema II, ovvero Teorema di Riabucinski-Buckingham. La ((A. 8) può essere espressa in termini della variabile dimensionale g_0 :

$$g_0 = g_1^{\alpha_0} g_2^{\beta_0} g_3^{\gamma_0} f_{II}(\Pi_4, \Pi_5, \dots, \Pi_n) \quad (\text{A. 9})$$

A.2.2 Vantaggi delle formulazioni adimensionali

La formulazione di un problema in forma adimensionale richiede di abbandonare le usuali grandezze base scelte come unità di misura per passare ad un sistema di riferimento intrinseco al problema medesimo. La complicazione formale è ampiamente giustificata dai vantaggi elencati nel seguito.

- a. La riduzione del numero di variabili indipendenti che definiscono il sistema comporta una minore quantità di dati sperimentali necessari e, di conseguenza, una più agevole ricerca delle formule analitiche interpolanti.
- b. Entrambe la ((A. 4) e la ((A. 8) definiscono correttamente la relazione fra i parametri di controllo del sistema. I valori delle variabili (dimensionali) che compaiono nella funzione $f()$ della ((A. 4) dipendono dal sistema di unità di misura utilizzato, cosicché anche i valori della $f()$ variano con il sistema di misura; viceversa, nella $f_I()$ della ((A. 8) compaiono solo variabili adimensionali, i cui valori sono indipendenti dal sistema di misura: la relazione ((A. 8) risulta pertanto invariante al sistema di misura medesimo. L'adimensionalità delle variabili è condizione necessaria affinché una relazione abbia carattere "universale" (evidentemente non è condizione sufficiente: una formula sbagliata rimane tale anche se in forma adimensionale).
- c. I gruppi Π possono essere variati tramite ognuna delle variabili che lo compongono risolvendo così uno dei problemi segnalati nel paragrafo A.1. In altre parole, infatti, risulta sperimentalmente più semplice variare le singole grandezze adimensionali rispetto a quelle dimensionali.
- d. La formulazione adimensionale permette facilmente di confrontare sistemi "simili" ma di dimensione diversa.

A.2.3 Scelta delle variabili

Ai fini della corretta applicazione del teorema Π non è necessario conoscere la struttura del legame funzionale $f()$ fra la variabile dipendente di interesse e le variabili indipendenti che la definiscono. Nondimeno, è essenziale determinare a priori, sulla base dell'intuito, delle conoscenze di base sul fenomeno in esame e delle equazioni generali che lo governano, il numero e la natura delle variabili indipendenti. L'omissione di una variabile nel legame funzionale conduce ad una legge scorretta o perlomeno, di carattere non generale. Al fine di non omettere alcuna grandezza, è piuttosto preferibile inserire variabili che presumibilmente non influiscono sulla variabile dipendente, salvo eliminarle in un secondo tempo una volta riconosciuta sperimentalmente la loro estraneità al fenomeno.

Una corretta selezione delle variabili, dipendenti ed indipendenti, non può prescindere dalle seguenti indicazioni:

1. Le variabili indipendenti (variabili di controllo) tipicamente includono tutte le caratteristiche geometriche del sistema, comprese le dimensioni del dominio (condizioni al contorno), le scabrezze superficiali, le caratteristiche fisiche dei materiali (solidi e fluidi), le condizioni cinematiche imposte ai contorni (le condizioni cinematiche interne sono invece variabili dipendenti del problema), le forze esterne di volume e di superficie.
2. Nel caso interessino i valori distribuiti nello spazio e nel tempo della variabile dipendente (si cerchi cioè una funzione spazio-temporale anziché un semplice valore puntuale ed istantaneo) tra le variabili di controllo devono essere anche inserite le coordinate spazio-temporali (x,y,z,t) ; esse intervengono nel processo di adimensionalizzazione così come una qualsiasi variabile indipendente:

$$g_0 = f(g_1, g_2, g_3, \dots, g_n / x, y, z, t) \quad (A. 10)$$

3. Le variabili di controllo devono essere fra loro effettivamente indipendenti. Per esempio, se si inserisce il diametro di un tubo circolare fra le variabili, l'area trasversale deve essere omessa, in quanto univocamente definita dal diametro. Similmente, nel gruppo diametro, velocità media e portata, due qualunque delle variabili possono essere scelte come indipendenti, la terza essendo legata alle altre (un grado di libertà è annullato da un'equazione). Più in generale, quando all'interno del fenomeno in esame esista un legame fra alcune delle (g_1, g_2, \dots, g_n) , una delle variabili coinvolte in tale legame deve essere omessa. Se poi esiste un legame del tipo $g_x = \phi(g_i, g_j, g_k)$ e si sa che le variabili (g_i, g_j, g_k) entrano nel problema solo tramite la g_x , esse possono venir sostituite da quest'ultima solamente.
4. Quand'anche un parametro sia tenuto costante nella sperimentazione (eventualmente con valore uguale a quello assunto nella realtà a cui si fa riferimento), esso deve essere inserito nella lista delle variabili di controllo. Non è infatti importante che un parametro dimensionale mantenga valore costante, bensì che lo siano tutti i raggruppamenti adimensionali in cui esso

compare. In particolare, a priori si devono inserire, anche se immutate, le proprietà dei fluidi e l'accelerazione gravitazionale.

5. Quale grandezza base per il sistema intrinseco di unità di misura può essere scelta una qualsiasi delle variabili di controllo (eventualmente anche una coordinata spaziale e/o il tempo). In questa sede si fa sempre riferimento ad una terna di grandezze base, nell'ipotesi implicita che il sistema sia completamente definito da grandezze meccaniche. Sistemi più complessi possono richiedere un numero maggiore di grandezze base (ad esempio dove siano presenti effetti termici deve essere introdotta la temperatura, o una grandezza equivalente), mentre in alcuni casi due grandezze sono sufficienti (ad esempio in problemi statici con carichi permanenti non coinvolgono la variabile tempo).
6. Ai fini della definizione della terna base è in genere preferibile scegliere quelle grandezze di sicura influenza sulla variabile dipendente. Scelte diverse per la terna base portano a diversi gruppi Π e quindi a diverse strutture del legame funzionale (A.7''); non cambia invece il numero delle variabili adimensionali, né la correttezza dell'approccio. E' inoltre possibile combinare i gruppi adimensionali, pur di non variarne il numero e di mantenerne l'indipendenza. In una formulazione del tipo:

$$\Pi_0 = f_I(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) \quad (A. 8)$$

sono corrette, ad esempio, le trasformazioni:

$$\Pi_0 = f_{II}(1/\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) \quad (A. 8)$$

$$\Pi_0 = f_{III}(\Pi_1 \cdot \Pi_2, \Pi_2, \Pi_3)$$

mentre *non* è corretta la seguente ipotesi:

$$\Pi_0 = f_{III}(\Pi_1 \cdot \Pi_2, \Pi_1, \Pi_2) \quad (A. 8)$$

A.2.4 Come determinare gli esponenti α, β, γ nei gruppi Π

Una volta scelta la terna di grandezze base, gli esponenti α, β, γ nella (A.6) si determinano sostituendo alle (g_1, g_2, g_3) e alla g_i le rispettive dimensioni rispetto all'usuale sistema di misura (M, L, T); poiché la dimensione di un gruppo Π è per definizione nulla, deve essere verificata la (A.5):

$$[g_i] = [g_1]^{\alpha_i} [g_2]^{\beta_i} [g_3]^{\gamma_i} \quad i=0, \dots, n \quad (A. 5)$$

Nella (A. 5) devono essere eguagliati gli esponenti di ciascuna delle tre grandezze base (M, L, T), determinando così un sistema di tre equazioni nelle tre incognite $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$. Qualora il sistema risulti impossibile, si deve dedurre che le (g_1, g_2, g_3) non sono dimensionalmente indipendenti e quindi si deve scegliere una differente terna.

La Tabella A. 1 elenca la dimensione rispetto alla terna base (M, L, T) delle più comuni grandezze presenti nei problemi idraulici.

Proprietà dei materiali	Densità	$[\rho]=ML^{-3}$
	Peso specifico	$[\gamma]=ML^{-2}T^{-2}$
	Viscosità	$[\mu]=ML^{-1}T^{-1}$
	Comprimibilità (modulo elastico)	$[\varepsilon]=ML^{-1}T^{-2}$
	Tensione superficiale	$[s]=MT^{-2}$
Grandezze geometriche	Lunghezza	$[l]=L$
	Area	$[A]=L^2$
	Volume	$[W]=L^3$
	Scabrezza	$[r]=L$
	Angolo	$[\theta]= -$
Grandezze cinematiche	Velocità	$[V]=LT^{-1}$
	Accelerazione	$[a]=LT^{-2}$
	Velocità angolare	$[\omega]=T^{-1}$
Grandezze dinamiche	Forza, spinta	$[F]=MLT^{-2}$
	Pressione	$[p]=ML^{-1}T^{-2}$
	Perdite di carico	$[\Delta h]=L$
	Energia, lavoro	$[E]=ML^2T^{-2}$
	Potenza	$[W]=ML^2T^{-3}$

Tabella A. 1 - Dimensioni di alcune grandezze rispetto alla terna base (M,L,T)

A.2.5 Autosimilitudine

In alcuni fenomeni può accadere che la dipendenza di una variabile di stato da un parametro di controllo svanisca quando quest'ultimo assume valori "molto grandi" ovvero "molto piccoli"; il concetto di "grande" e "piccolo" deve ovviamente essere visto in senso relativo ai valori delle altre variabili, ovvero in termini adimensionali. Passando ad una notazione più precisa, data una relazione fra grandezze adimensionali:

$$\Pi_0 = f(\Pi_1, \dots, \Pi_k, \dots, \Pi_n) \quad (A. 7)$$

se il limite:

$$\lim_{\Pi_k \rightarrow 0 (\Pi_k \rightarrow \infty)} f(\Pi_1, \dots, \Pi_k, \dots, \Pi_n) \quad (A. 11)$$

esiste finito e diverso da zero, si dice che il fenomeno diviene autosimile rispetto a Π_k ; ciò significa che, per valori di Π_k al di sotto (al di sopra) di una certa soglia, il valore

della funzione $f()$, e quindi di Π_0 , in pratica non dipende più da Π_k . Limitatamente al campo di validità definito dalla soglia, quest'ultimo gruppo Π può quindi essere eliminato dalle variabili di controllo. Poiché le variabili sono tutte adimensionali, il valore numerico della soglia non dipende dal sistema di unità di misura, ma solo dal fenomeno in esame. Quale esempio si pensi alla dipendenza delle resistenze nei tubi dal numero di Reynolds (abaco di Moody): per Re sufficientemente elevato (la soglia, in questo caso, risulta funzione della scabrezza relativa) il coefficiente di perdita λ (adimensionale) non dipende più dal numero di Reynolds.

Se il valore del limite nella (A. 11) risulta nullo non si può considerare trascurabile la dipendenza di Π_0 da Π_k : le variazioni di Π_0 divengono bensì piccole al diminuire (crescere) di Π_k , ma contemporaneamente diviene piccolo anche Π_0 , così che le variazioni relative non tendono a svanire.

A.2.6 Autosimilitudine incompleta

Nel caso particolare in cui sia:

$$\lim_{\Pi_k \rightarrow 0} f(\Pi_1, \dots, \Pi_k, \dots, \Pi_n) = 0 \quad (\text{A. 11})$$

non è corretto, come si è detto, concludere che svanisce la dipendenza del fenomeno da Π_k quando quest'ultimo diviene molto piccolo; in molti casi è però possibile determinare un esponente a tale che il limite:

$$\lim_{\Pi_k \rightarrow 0} \frac{f(\Pi_1, \dots, \Pi_k, \dots, \Pi_n)}{(\Pi_k)^a} \quad (\text{A. 12})$$

esiste finito e diverso da zero, ovvero $f()$ risulta infinitesimo di ordine a rispetto a Π_k . Per valori sufficientemente piccoli di quest'ultimo si può allora scrivere:

$$\text{Errore. Non si possono creare oggetti dalla modifica di codici di campo.} \quad (\text{A. 13})$$

avendo così esplicitato la dipendenza di Π_0 da Π_k , mentre rimane incognita la dipendenza da tutti i rimanenti parametri. Si parla in questo caso di *autosimilitudine incompleta*: il fenomeno non diviene indipendente da un parametro adimensionale, ma la dipendenza da quest'ultimo può essere esplicitata in forma monomia.

E' semplice estendere i concetti ora esposti per $\Pi_0 \rightarrow 0$ ovvero per $\Pi_k \rightarrow \infty$.

A.2.7 Gruppi π significativi in idraulica

In un problema di tipo idraulico, una generica variabile di stato G risulta tipicamente funzione delle grandezze meccaniche indicate nella relazione ((A. 14)

$$G = f(\rho, \mu, \varepsilon, s, g, L, \theta, r, V, a, p/x, y, z, t) \quad (\text{A. 14})$$

nella quale:

- $\rho, \mu, \varepsilon, s$ indicano, rispettivamente. densità, viscosità dinamica, comprimibilità e tensione superficiale del fluido o dei fluidi che interessano il problema in esame. Densità e comprimibilità possono comparire anche in relazione a solidi.
- g è l'accelerazione di gravità. Essa deve essere inserita, anche se in generale è un parametro di valore fissato, ogniqualvolta siano presenti superfici di separazione fra fluidi (in particolare superfici a contatto con l'aria), o comunque sistemi di fluidi e/o solidi con densità diverse, e quindi azioni di galleggiamento.
- L rappresenta tutte le lunghezze (o aree, volumi) che caratterizzano le dimensioni del dominio in cui si verifica il fenomeno in esame, ovvero le sue condizioni al contorno geometriche.
- θ indica tutti gli angoli, o più in generale i coefficienti che caratterizzano la forma del dominio in cui si verifica il fenomeno in esame.
- r rappresenta le scabrezze superficiali.
- V, a indicano tutti i valori di velocità e accelerazione di controllo per il sistema (ovvero imposti su di esso). In generale si tratta delle distribuzioni spaziotemporali della velocità all'ingresso del sistema (condizioni al contorno cinematiche) ed eventualmente in corrispondenza dei contorni fisici. Spesso le distribuzioni di velocità dei fluidi possono essere (almeno in prima approssimazione) definite da un unico valore medio caratteristico. In luogo di un valore di insieme di velocità è sempre possibile assumere quale variabile indipendente la portata.
- p rappresenta i valori di pressione imposti al contorno, ovvero le forze distribuite o concentrate che agiscono sul sistema (la forza peso è già contenuta in ρ e g).
- x, y, z, t sono, ove necessarie, le coordinate spaziali e temporali.

Come già discusso, qualsiasi terna di grandezze fra loro dimensionalmente indipendenti può essere scelta quale base per la adimensionalizzazione della (A. 14). Una tipica scelta nel caso di fenomeni fluidodinamici turbolenti è una terna del tipo (ρ, L, V), laddove per fenomeni di tipo laminare si preferisce in genere la terna (μ, L, V). Si ricorda che fra tutti i possibili valori di densità (viscosità), lunghezza, velocità presenti nella lista delle variabili indipendenti, è opportuno scegliere quelli presumibilmente più importanti per il fenomeno e aventi un effetto significativo sulla variabile G in esame.

La Tabella A. 2 elenca alcuni gruppi adimensionali correlati alle variabili della (A. 14) sulla base della terna (ρ, L, V).

$\frac{\rho V D}{\mu}$	<i>Re (n° di Reynolds)</i>	$\frac{\text{forze d'inertia}}{\text{forze vis cose}}$
------------------------	----------------------------	--

$\frac{V}{\sqrt{gL}}$	<i>Fr (n° di Froude)</i>	$\frac{\text{forze d'inerzia}}{\text{forza peso}}$
$\frac{\rho V^2}{\varepsilon}$	<i>Ca (n° di Cauchy)</i>	$\frac{\text{forze d'inerzia}}{\text{forze di comprimibilità}}$
$\frac{V}{C}$	<i>Ma (n° di Mach)</i>	
$\frac{\rho V^2 L}{s}$	<i>We (n° di Weber)</i>	$\frac{\text{forze d'inerzia}}{\text{forze di tensione superficiale}}$
$\frac{L/V}{t}$	<i>St (n° si Strouhal)</i>	$\frac{\text{inerzia locale}}{\text{inerzia globale (convettiva)}}$
$\frac{p}{\rho V^2}$	<i>Eu (n° di Eulero)</i>	$\frac{\text{forze d'inerzia}}{\text{forze di pressione}}$

Tabella A. 2 – Pricipali gruppi adimensionali utilizzati in idraulica

Nel seguito si dettagliano significato e campo di applicazione dei gruppi adimensionali introdotti.

N. di Reynolds (Re). Di importanza generale in tutti i problemi fluidodinamici, il numero di Reynolds determina la transizione fra moto laminare e turbolento. La dipendenza dal numero di Reynolds si verifica quando nel fenomeno risultano significative sia le forze di inerzia (più o meno turbolente, ma comunque legate alla densità ρ) che le forze viscosse (legate alla viscosità μ). Numeri di Reynolds “molto piccoli” ovvero “molto grandi” (le soglie dipendono dal fenomeno) indicano che le forze viscosse prevalgono su quelle inerziali, o viceversa, che la densità o la viscosità sono trascurabili per il fenomeno in esame.

N. di Froude (Fr). Il numero di Froude interessa i problemi di moto a superficie libera. Poichè il termine \sqrt{gh} esprime la celerità delle perturbazioni in una corrente di profondità h , il numero di Froude rappresenta il rapporto fra la velocità di una corrente e la celerità delle piccole perturbazioni. Come noto, $Fr = 1$ è la soglia che distingue la natura lenta o veloce di una corrente a superficie libera.

N. di Cauchy (Ca), N. di Mach (Ma). I numeri di Cauchy e di Mach sono legati dalla relazione fra comprimibilità e celerità delle perturbazioni elastiche (suono): $c = \sqrt{\varepsilon/\rho}$, risultando pertanto $Ca = Ma^2$. Per $Ma < 0.3$ gli effetti di comprimibilità possono in generale essere trascurati, almeno in prima approssimazione, cosicché il comportamento di un gas è assimilabile a quello di un liquido.

N. di Weber (We). Il numero di Weber è di interesse in presenza di interfacce fra fluidi diversi ovvero laddove la tensione superficiale può assumere un ruolo significativo. E' possibile dimostrare che la radice quadrata di We è pari al rapporto fra la velocità del campo di moto e la celerità di onde capillari. In problemi pratici il numero di Weber è generalmente elevato in quanto le azioni dovute alla tensione superficiale sono trascurabili rispetto alle altre forze, conseguentemente il parametro s rappresentante le forze di tensione superficiale può essere considerato influente. Per modelli a scala ridotta è però necessario verificare che il numero di Weber non sia troppo basso.

N. di Strouhal (St). Il numero di Strouhal può essere espresso in termini di una scala temporale, ovvero di una frequenza f caratteristica del fenomeno ($St = fL / V$). Esso rappresenta il rapporto fra le forze inerziali (accelerazioni locali e lagrangiane) dovute alla non stazionarietà del campo di moto e quelle dovute alla variazione di velocità fra i punti del campo (accelerazioni convettive e euleriane). Da un altro punto di vista, ma con il medesimo significato, rappresenta il rapporto fra i tempi caratteristici di transito nel campo di moto e i tempi caratteristici delle variazioni (oscillazioni) non stazionarie.

N. di Eulero (Eu). Il numero di Eulero esprime il rapporto fra le forze di pressione (spesso dipendenti da un differenziale Δp) e le forze inerziali.

A.3 Similitudine e teorema Π

Siano dati due sistemi fra loro meccanicamente confrontabili e quindi determinati dallo stesso numero e tipo di parametri di controllo. Scelta un'opportuna terna intrinseca si costruiscono i gruppi adimensionali dei parametri di controllo. Il legame fra similitudine e il teorema Π è espresso dalla seguente affermazione: *condizione sufficiente affinché i due sistemi siano in similitudine è che siano uguali i valori dei gruppi Π associati ai parametri di controllo.*

L'affermazione è immediatamente verificata. Siano G una generica variabile di stato per i due sistemi, (g_1, g_2, \dots, g_n) le variabili di controllo, $(\Pi_4, \Pi_5, \dots, \Pi_n)$ i corrispondenti gruppi adimensionali rispetto alla terna base (g_1, g_2, g_3) .

Indicati con (') e ('') i due sistemi, risulta:

$$\Pi_{G'} = \frac{G'}{g_1^\alpha g_2^\beta g_3^\gamma} = f(\Pi_{4'}, \Pi_{5'}, \dots, \Pi_{n'}) \quad (\text{A. 6})$$

$$\Pi_{G''} = \frac{G''}{g_1^\alpha g_2^\beta g_3^\gamma} = f(\Pi_{4''}, \Pi_{5''}, \dots, \Pi_{n''}) \quad (\text{A. 6})$$

La funzione $f()$ è la medesima perché le leggi fisiche che governano i due sistemi sono evidentemente le stesse; affinché i due sistemi siano in similitudine è sufficiente sia soddisfatta la condizione:

$$\Pi_{i'} = \Pi_{i''} \quad i=4, \dots, n \quad (\text{A. 15})$$

Da cui

$$\Pi_{G'} = \Pi_{G''} \quad (\text{A. 16})$$

e

$$\frac{G''}{G'} = \frac{g_1''^\alpha g_2''^\beta g_3''^\gamma}{g_1'^\alpha g_2'^\beta g_3'^\gamma} = \left(\frac{g_1''}{g_1'} \right)^\alpha \left(\frac{g_2''}{g_2'} \right)^\beta \left(\frac{g_3''}{g_3'} \right)^\gamma = \lambda_1^\alpha \lambda_2^\beta \lambda_3^\gamma = \lambda_G \quad (\text{A. 17})$$

Le equazioni precedenti (A. 17) possono essere scritte per una qualunque variabile di stato dei due sistemi governata dalle variabili di controllo (g_1, \dots, g_n) . Per la similitudine dei sistemi è pertanto sufficiente che siano uguali le $(n-3)$ variabili adimensionali; la scala di una grandezza G è univocamente determinata dalle scale delle grandezze base tramite i coefficienti (α, β, γ) che ne legano le dimensioni. Poiché tali coefficienti sono i medesimi per gruppi di grandezze omogenee, anche le scale di grandezze fra loro omogenee sono le stesse, ciò garantisce la similitudine del sistema rispetto a tali grandezze.

Osservazioni

Conclusa la breve trattazione teorica, è possibile elencare le seguenti osservazioni:

- a) In generale la condizione non è necessaria (si veda a tal proposito il paragrafo A.6).
- b) Sia il secondo dei due sistemi il modello del primo (prototipo reale). La condizione sufficiente di similitudine (A. 15) garantisce che, tramite il teorema Π , tre variabili dimensionali possono essere arbitrariamente scelte nel modello; qualora si voglia soddisfare la condizione sufficiente i valori di tutte le altre variabili di controllo del modello sono determinate dalla condizione dell'eguaglianza dei gruppi adimensionali associati. Si noti che le grandezze arbitrariamente scelte non devono necessariamente coincidere con le grandezze della terna base. In sostanza si hanno 3 gradi di libertà nel modellare un fenomeno.
- c) Qualora si utilizzi la condizione sufficiente (A. 15) offerta dal teorema Π , scelte le tre grandezze libere, e quindi determinato il valore delle corrispondenti scale, le scale di tutte le rimanenti grandezze (di stato e di controllo) sono univocamente determinate per semplice composizione dimensionale.
- d) La condizione sufficiente (A. 15) è immediatamente applicabile a similitudini parziali (limitatamente ad alcune grandezze, o ad alcuni punti). Siano $(g_1, g_2, g_3, \dots, g_n)$ le variabili di controllo di un sistema da cui dipendono in generale le variabili di stato che descrivono il sistema medesimo, è possibile che alcune particolari variabili di stato non dipendano da tutte le $(g_1, g_2, g_3, \dots, g_n)$, ma solamente da un loro sottogruppo (g_k, \dots, g_m) : per la similitudine di tali variabili

di stato è allora sufficiente che coincidano i gruppi Π relativi alle (g_k, \dots, g_m) e non necessariamente di tutte le variabili che controllano l'intero sistema.