

POLITECNICO DI TORINO

COLLEGIO DI INGEGNERIA CHIMICA E DEI MATERIALI

Corso di Laurea Magistrale in
Ingegneria Chimica e dei Processi Sostenibili

Tesi di Laurea Magistrale

Liofilizzazione atmosferica di prodotti alimentari in presenza di ultrasuoni



Relatore
prof. Davide Fissore

Candidato
Nicolle Maiorana

Ottobre 2017

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Essiccamento di alimenti	1
1.2	Liofilizzazione atmosferica	4
1.3	Accelerazione del processo di liofilizzazione atmosferica	6
1.3.1	Raggi infrarossi	7
1.3.2	Microonde	8
1.3.3	Radiofrequenza	9
1.3.4	Ultrasuoni	10
1.4	Modellazione del processo di liofilizzazione atmosferica	14
1.5	Scopo del lavoro	16
2	Metodologie sperimentali e di calcolo	17
2.1	Studio sperimentale per determinare la cinetica di processo	17
2.1.1	Prodotti	17
2.1.2	Apparecchiature	18
2.1.3	Condizioni operative	19
2.2	Modello a interfaccia diffusa	20
2.2.1	Introduzione	20
2.2.2	Flusso di vapore in mezzo poroso	22
2.2.3	Formulazione matematica	23
2.2.4	Implementazione numerica: Metodo dei volumi finiti	30
2.2.5	Determinazione dei coefficienti di scambio di energia e materia	40
2.2.6	Determinazione della diffusività effettiva	48
2.3	Studio del processo industriale	48
3	Risultati	51
3.1	Determinazione dei coefficienti di scambio di calore	51
3.2	Determinazione dei coefficienti di scambio di materia	58
3.3	Studio cinetico del processo	65
3.3.1	AFD in assenza di ultrasuoni	66
3.3.2	Costante di sublimazione di non equilibrio	72

3.3.3	AFD in presenza di ultrasuoni	73
3.3.4	Studio dell'effetto termico degli ultrasuoni	83
3.4	Studio del processo industriale	86
4	Conclusioni	91
	Lista dei Simboli	92
	Bibliografia	97

"Le persone più felici non sono necessariamente coloro che hanno il meglio di tutto,
ma coloro che traggono il meglio da ciò che hanno."

Kahlil Gibran

Ai miei amati nonni.

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Essiccamento di alimenti

Il nutrimento è uno dei bisogni primari degli esseri viventi. L'uomo primitivo, difatti dedicava la maggior parte della sua giornata alla ricerca di cibo, fondamentale per la propria sopravvivenza. Con il passare del tempo l'umanità ha compreso l'importanza dell'approvvigionamento alimentare e ha dunque focalizzato il proprio interesse sulla possibilità di estendere la disponibilità degli alimenti fuori stagione.

L'*essiccamento*, il quale è tra i più antichi metodi di conservazione, è basato sulla riduzione dell'attività dell'acqua degli alimenti, in modo da bloccare, o quantomeno ridurre, i processi degenerativi degli stessi. L'acqua è presente in un alimento in due forme distinte: acqua legata e acqua libera. La prima è quella frazione dell'acqua totale legata ai vari componenti dell'alimento: non è dunque disponibile come solvente e, di conseguenza, non influenza la stabilità del prodotto. La seconda non è impegnata in legami con altre molecole ed è trattenuta negli interstizi della sostanza grazie alla sola tensione superficiale. L'acqua libera è indispensabile ai microrganismi per la maggior parte dei loro processi metabolici e favorisce reazioni chimiche e enzimatiche indesiderate. Appare pertanto evidente che la stabilità di un alimento non dipenda dalla quantità di acqua totale presente, ma solo dal contenuto di acqua libera.

L'*attività dell'acqua*, $a_w = p_v/p_{sat}$ dove p_v è la tensione di vapore dell'acqua nell'alimento ad una determinata temperatura [Pa] e p_{sat} è la tensione di vapore dell'acqua pura alla stessa temperatura [Pa], è un parametro di fondamentale importanza poichè fornisce una stima quantitativa del contenuto di acqua libera. In un ampio numero di alimenti freschi l'attività dell'acqua è compresa tra 0.9 e 1, mentre i valori limite al di sotto dei quali gli alimenti non vengono danneggiati, o

quantomeno le reazioni degenerative vengono rallentate, sono i seguenti : 0.91 per molti batteri, 0.7 per i funghi e pertanto risulta necessario ridurre a_w al di sotto di 0.6. [1]

In molti paesi agricoli, grandi quantitativi di prodotti alimentari vengono essiccati per aumentare la durata delle scorte, ridurre i costi di imballaggio, ridurre il peso dei prodotti favorendone il trasporto e l'immagazzinamento. L'obiettivo dei ricercatori e dell'industria è quello di sviluppare nuove tecnologie efficienti tenendo in considerazione 3 aspetti primari :

- Economico : Riduzione dei costi;
- Ambientale : Riduzione dei consumi di energia;
- Qualità del prodotto : Conservazione delle caratteristiche organolettiche e nutrizionali dell'alimento fresco.

L'*essiccazione convettiva tradizionale* avviene ad opera di una corrente d'aria ad alta temperatura che fornisce l'energia necessaria all'acqua per evaporare e la trascina con se una volta evaporata. Si verifica il simultaneo trasferimento di materia e energia: trasferimento di energia da parte di un mezzo riscaldante (ad esempio per conduzione attraverso superfici ad alta temperatura o convezione tramite un gas caldo), trasferimento di materia dovuto alla migrazione del vapor d'acqua attraverso il materiale. Questo processo è relativamente semplice ed economico, ma a causa delle alte temperature vengono degradate vitamine, proteine e altri componenti termolabili responsabili della qualità nutrizionale del prodotto: queste sostanze si dissolvono in acqua, vengono trascinate sulla superficie del solido e qui sono sottoposte alle alte temperature che ne comportano il deterioramento. Si possono inoltre verificare modifiche strutturali del solido.[2] Tutto ciò comporta la perdita di proprietà sensoriali e funzionali dei prodotti.

La *liofilizzazione*, anche nota come crioessiccazione, può essere una buona alternativa all'essiccazione tradizionale di prodotti termolabili dell'industria alimentare, farmaceutica e biologica. Si tratta di un processo di separazione, in cui un liquido, in genere acqua, viene rimosso tramite sublimazione sottovuoto da un prodotto congelato. La sublimazione consiste nel passaggio del solvente dalla fase solida direttamente alla fase gassosa, vedi Fig. 1.1 [3].

Un processo di liofilizzazione è costituito da 3 fasi successive:

- Congelamento: il prodotto è raffreddato ad una temperatura in cui tutto il materiale è in stato congelato. Per un prodotto cristallino la transizione da

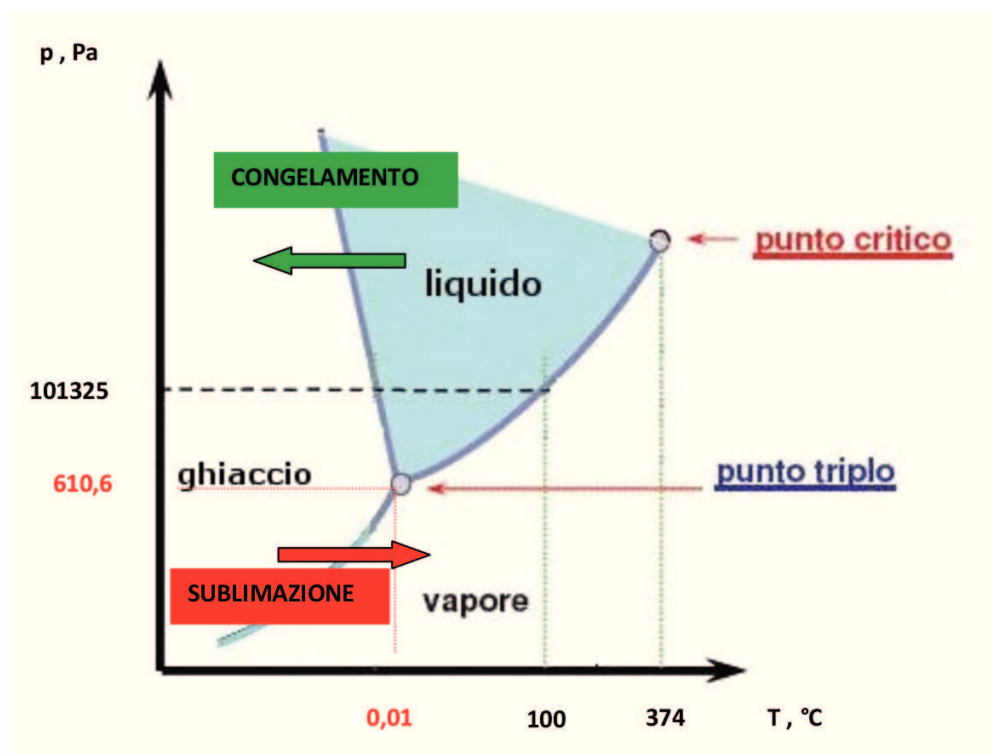


Figura 1.1: Diagramma di stato dell'acqua, con rappresentazione delle fasi di congelamento e sublimazione della liofilizzazione. Figura tratta da: www.chimichiamo.org [accesso : 21/08/2017], con modifiche.

liquido a solido dell'acqua avviene se la temperatura è portata al di sotto di un valore critico che prende il nome di *temperatura eutettica*, [4] mentre per un solido amorfo la transizione avviene solo al di sotto della *temperatura di transizione vetrosa* T_g , la quale è fortemente dipendente dal contenuto d'acqua, in particolare diminuisce all'aumentare dell'attività dell'acqua [5]. In genere è preferibile che la velocità di congelamento sia elevata, in modo da ottenere un notevole numero di cristalli di piccole dimensioni piuttosto che un modesto numero di cristalli di grandi dimensioni, che possano danneggiare la struttura del solido [6].

- Essiccamento primario: la pressione in camera viene abbassata fino a che la pressione parziale del vapore acqueo risulti inferiore al valore del punto triplo (vedi Fig. 1.1) e viene fornita energia al prodotto per rimuovere, tramite sublimazione, l'acqua libera congelata. Ciò è necessario perché il processo di sublimazione è endotermico e, dunque, richiede energia. Quando inizia la sublimazione si viene a formare nel materiale uno strato secco il cui spessore

aumenta nel tempo: il processo è dunque caratterizzato da un interfaccia di sublimazione mobile. Mentre il ghiaccio sublima, il vapore generato fluisce attraverso il materiale secco e in quest'ultimo si vengono a formare dei vuoti: si ottiene pertanto una struttura porosa la quale facilita la reidratazione.

La forza spingente del processo è la differenza di pressione parziale del vapor d'acqua tra l'interfaccia di sublimazione e la camera del liofilizzatore in cui è contenuto il prodotto. La pressione parziale del vapore in camera è controllata tramite un condensatore, che provvede alla rimozione in continuo dell'acqua allontanata dal prodotto per sublimazione. Al termine dell'essiccamento primario il prodotto può ancora contenere circa il 15-30% di acqua: si tratta dell'acqua legata che non viene rimossa tramite sublimazione durante la fase di essiccamento primario, ma viene desorbita durante la fase di essiccamento secondario.

- Essiccamento secondario: l'acqua legata, ancora adsorbita sulla superficie porosa e sui gruppi polari all'interno del materiale secco, viene desorbita in condizioni di bassa pressione e temperatura più elevata rispetto alla fase di essiccamento primario, in modo da consentire il raggiungimento del contenuto di umidità desiderato, garantendo una lunga conservazione del prodotto a temperatura ambiente. Le fasi di congelamento e essiccamento secondario sono più veloci rispetto alla fase di essiccamento primario [3, 4, 7].

La liofilizzazione è considerata come il miglior metodo di essiccamento dal punto di vista la qualità del prodotto finale grazie alle basse temperature a cui viene condotta.

1.2 Liofilizzazione atmosferica

Nonostante l'eccellente qualità dei prodotti, il processo di liofilizzazione sottovuoto (VFD) non è ampiamente utilizzato nell'industria alimentare a causa dei suoi elevati investimenti iniziali e dei costi operativi. Gli elevati costi di esercizio sono legati alla necessità di operare sottovuoto e ad una temperatura molto bassa. La liofilizzazione sottovuoto è particolarmente diffusa nell'industria farmaceutica, dove l'elevato valore dei prodotti giustifica il costo e la durata del processo, [8, 9] mentre nell'industria alimentare questo processo è utilizzato solo per la produzione di prodotti disidratati ad alto valore aggiunto, ovvero prodotti caratterizzati da valori nutrizionali particolarmente elevati. Si possono citare molti esempi di alimenti ad alto valore aggiunto: prodotti stagionali e deperibili, a causa della loro limitata

disponibilità; alimenti per neonati, in quanto è auspicabile alimentarli con prodotti di massima qualità e elevati valori nutrizionali; alimenti nutraceutici; erbe aromatiche e caffè; alimenti speciali, come razioni militari o pasti istantanei [10].

Al fine di ridurre i costi di investimento e i consumi energetici, pur mantenendo una qualità del prodotto elevata, è stato introdotto il processo di liofilizzazione atmosferica (AFD), il quale combina i vantaggi della liofilizzazione sottovuoto (alta qualità del prodotto) e dell'essiccamento convettivo tradizionale (bassi costi di processo) [9].

I vantaggi del processo di liofilizzazione atmosferica, rispetto alla liofilizzazione sottovuoto, sono i seguenti :

- Bassi costi di investimento iniziale poiché le attrezzature ausiliarie per ottenere e mantenere il vuoto (molto costose) non sono più necessarie [11].
- Il processo potrebbe essere progettato come un sistema continuo, con maggiore produttività e minori costi operativi [11].
- L'applicazione di una pompa di calore e di diverse modalità per l'aumento della temperatura di processo in AFD ridurrebbe il consumo di energia e il tempo di essiccamento [11].
- Gas inerti come azoto o elio possono essere utilizzati per ridurre al minimo il degrado del prodotto che potrebbe essere causato dall'ossidazione [11].
- Il coefficiente di trasferimento di calore in un letto fluido, qualora questa apparecchiatura sia utilizzata per condurre il processo di AFD, è di circa 20-40 volte superiore rispetto al VFD [12].
- In determinate condizioni la liofilizzazione atmosferica può essere più veloce della liofilizzazione sottovuoto [12].

D'altronde, la VFD offre ancora la migliore qualità del prodotto, anche se i prodotti ottenuti tramite AFD mostrano caratteristiche simili di cinetica di reidratazione e igroscopicità. E' stato misurato, in taluni casi, solo il 15% di deterioramento delle proprietà antiossidanti rispetto alla liofilizzazione sottovuoto [11].

Dal punto di vista storico, Harold Meryman è considerato inventore della liofilizzazione atmosferica. Ha dimostrato sperimentalmente che la diffusione del vapore acqueo dall'interfaccia di sublimazione attraverso lo strato secco è dovuta

al gradiente di pressione parziale del vapore, piuttosto che alla pressione assoluta nel sistema [13].

La liofilizzazione atmosferica è un processo di essiccamento convettivo, in cui il prodotto congelato è investito da un flusso d'aria secca o ultra-secca, la cui temperatura deve essere mantenuta al di sotto del punto di congelamento del materiale trattato (in genere le temperature coinvolte sono comprese tra $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $-15\text{ }^{\circ}\text{C}$) [14]. Poiché l'aria non è satura di vapore acqueo, si crea un gradiente di pressione tra la superficie del ghiaccio nel prodotto e l'aria, che forza il ghiaccio a sublimare e diffondere nell'aria. L'energia di sublimazione necessaria per il processo viene comunemente fornita dall'aria secca e produce lo sviluppo di un profilo di temperatura tra la superficie del ghiaccio e l'agente secco. Alle temperature di esercizio della AFD l'acqua congelata ha una bassa tensione di vapore, compresa tra 260 Pa e 611 Pa, la quale provoca una riduzione della velocità di asportazione del vapore, rispetto all'essiccamento convenzionale a temperature superiori a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Questo rappresenta l'inconveniente principale dell'AFD [12].

Negli ultimi 15 anni è stato fatto molto per quanto riguarda lo sviluppo del processo di liofilizzazione atmosferica: Il laboratorio Dewatering, in Norvegia, ha effettuato l'essiccamento di vari prodotti, quali fragole e patate, diversi tipi di pesce, mangimi per l'industria del pesce e batteri lattici. Negli Stati Uniti e in Svizzera sono state fatte ricerche nell'ambito della liofilizzazione atmosferica di diversi prodotti farmaceutici. La linea di produzione continua è un "fattore chiave" per lo sviluppo della produzione industriale di verdure liofilizzate. Il primo impianto industriale mondiale per la produzione di verdure ottenute tramite liofilizzazione atmosferica, Aroma Dry, è localizzato in Ungheria orientale. In collaborazione con le società norvegesi Dtech AS e Arctic Aroma, Aroma Dry sviluppa e produce ortaggi di alta qualità per il mercato mondiale. L'impianto è stato avviato nel luglio del 2005. Altri ricercatori si sono concentrati sugli aspetti energetici [11].

1.3 Accelerazione del processo di liofilizzazione atmosferica

Le principali tecnologie suggerite come possibile soluzione per aumentare la velocità di sublimazione in AFD sono :

- Raggi infrarossi;
- Microonde;

- Radiofrequenza;
- Ultrasuoni ad alta intensità;

1.3.1 Raggi infrarossi

I raggi infrarossi (IR) sono onde elettromagnetiche con lunghezza d'onda compresa tra 700 nm e 1 mm, con frequenza superiore a quella delle microonde e inferiore a quella della radiazione visibile. Il termine infrarosso significa inferiore al rosso, ovvero indica che la frequenza si trova al di sotto di quella del colore rosso della radiazione visibile, vedi Fig. 1.2.

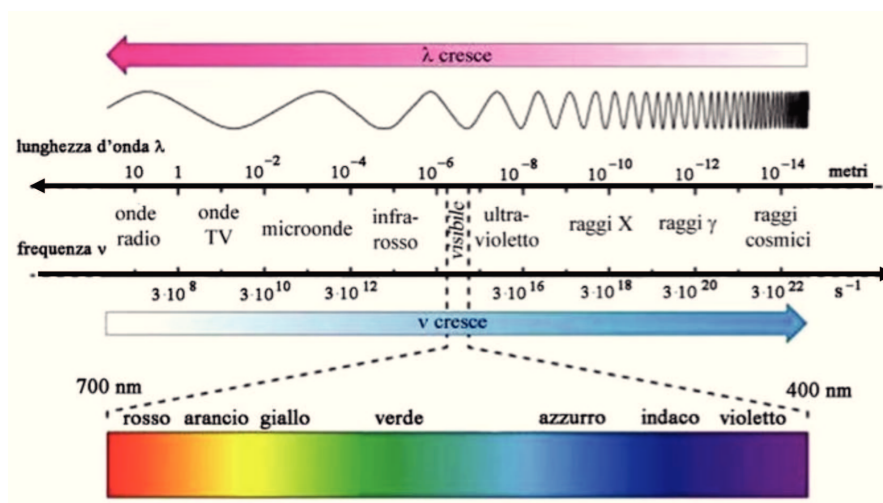


Figura 1.2: Spettro elettromagnetico con rappresentazione delle radiazioni, a partire dai raggi cosmici fino alle onde radio. Figura tratta da: www.ibseedintorni.com [accesso : 25/08/2017], con modifiche.

In base alla lunghezza d'onda i raggi infrarossi vengono suddivisi in:

- Vicini ($0,7 \mu m$ - $1,4 \mu m$);
- Lunghi ($1,4 \mu m$ - $3 \mu m$);
- Medi ($3 \mu m$ - $8 \mu m$);
- Corti ($8 \mu m$ - $15 \mu m$);

- Lontani (15 μm - 1000 μm);

Gli IR sono emessi da corpi "caldi", ovvero corpi con temperatura superiore allo zero assoluto. Se assorbiti da una molecola, hanno un'energia tale da incrementarne i moti vibrazionali e ciò comporta un aumento di temperatura.

La radiazione infrarossa è in grado di penetrare nei prodotti da essiccare e trasferire direttamente l'energia termica ad una certa profondità, che dipende generalmente dall'assorbanza dei prodotti stessi. Nella maggior parte dei processi di essiccamento, l'umidità è il principale elemento di assorbimento delle radiazioni a raggi infrarossi. Ad esempio, molti prodotti nell'industria alimentare, farmaceutica e biomedica contengono oltre l'80% d'acqua [15]. Studi sperimentali hanno dimostrato che il coefficiente di assorbimento del ghiaccio varia in modo significativo al variare della lunghezza d'onda della radiazione incidente [16].

Yagi et al. hanno applicato gli infrarossi al processo di essiccamento di vari prodotti agricoli e hanno mostrato risultati migliori rispetto all'essiccamento classico [17]. L'essiccamento di patate ha raggiunto elevate velocità di disidratazione utilizzando riscaldatori ad infrarossi ad alto potere emissivo [18]. E' stata anche testata la combinazione di radiazioni infrarosse con la liofilizzazione e si è registrato un aumento dell'efficienza di essiccamento e un miglioramento della qualità del prodotto [19, 20, 21, 22]. Poiché la liofilizzazione viene effettuata a bassa temperatura, per evitare la degradazione dei campioni è necessario tenere sotto controllo l'aumento di temperatura legato all'utilizzo delle radiazioni infrarosse [23].

1.3.2 Microonde

Le microonde sono onde elettromagnetiche caratterizzate da frequenze comprese tra 300 MHz e 300 GHz, vedi Fig. 1.2: esse possono penetrare nel materiale e riscaldarlo senza la necessità di gradienti termici, migliorando così l'efficienza di essiccamento [24]. Gli alimenti sono difatti in grado di convertire l'energia delle microonde in calore: il campo elettromagnetico generato dalle microonde agisce sulle molecole d'acqua (dipoli) dell'alimento, le quali si orientano nella direzione del campo, vedi Fig. 1.3. Ciò avviene un cospicuo numero di volte al secondo, a causa dell'elevata frequenza del suddetto campo (ad ogni inversione del campo le molecole d'acqua sono costrette a riallinearsi), generando attrito molecolare e il conseguente riscaldamento volumetrico della massa.

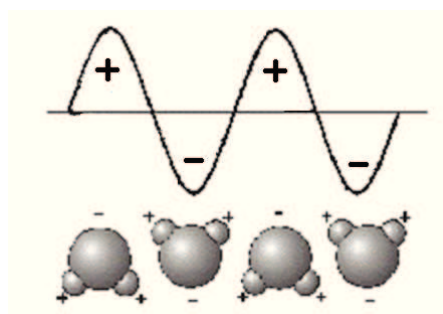


Figura 1.3: Molteplici cambi di orientazione delle molecole d'acqua, dovuti al campo elettromagnetico oscillante. Figura tratta da: www.rosazzurro.name [accesso: 22/08/2017], con modifiche.

La ricerca di Duan et al. sulla combinazione delle microonde alla liofilizzazione sottovuoto del cavolo ha dimostrato che si ha una riduzione di circa metà del tempo di essiccamento, senza significative differenze nella qualità del prodotto [25]. Atare' et al. hanno mostrato che l'applicazione delle microonde alle mele o alle fragole durante l'essiccamento non ha alcun effetto sul colore [26].

Negli ultimi decenni la tecnica è stata sviluppata solo in laboratorio e non è stata applicata nell'industria: uno dei problemi chiave è che la distribuzione intrinsecamente non uniforme del campo di microonde porta ad una distribuzione di temperatura irregolare nel materiale da essiccare. Di conseguenza possono verificarsi surriscaldamenti localizzati e, quindi, il deterioramento della qualità [27].

1.3.3 Radiofrequenza

Le onde radio (RW) sono onde elettromagnetiche con frequenze inferiori a 300 GHz, vedi Fig. 1.2. La radiofrequenza è stata proposta per migliorare i metodi convenzionali di essiccamento per la conservazione dei prodotti agricoli. Contrariamente ai metodi di riscaldamento convenzionali, in cui il calore viene trasferito da un mezzo riscaldante a un prodotto, nel riscaldamento con RW si verifica una generazione di calore volumica all'interno del prodotto a causa dell'interazione tra onde radio e molecole del prodotto [28].

Il riscaldamento con RW offre diversi vantaggi rispetto al riscaldamento convettivo, quali tempi di riscaldamento più brevi, riscaldamento uniforme in tutto il materiale, essiccamento a temperature più basse, perché l'energia RW riscalda molto più l'acqua contenuta nel prodotto rispetto al materiale di base, un controllo di processo più rapido e meno problemi ambientali [29].

Il riscaldamento con RW ha anche alcune limitazioni: Non è utile per i prodotti di forma irregolare, perché potrebbe non riscaldare uniformemente le forme complesse; generalmente non è efficace con solventi organici e l'essiccamento con RW da solo può essere molto costoso in termini di attrezzature e costi operativi [30]. L'essiccamento combinato alle onde radio è stato oggetto di numerose indagini: Jumah et al. hanno presentato un'analisi teorica basata sul trasferimento simultaneo di calore e massa per l'essiccamento di cereali, assistito da radiofrequenza. Sono stati testati due schemi di riscaldamento a radiofrequenza, continui e intermittenti e i risultati numerici mostrano che la distribuzione dell'umidità all'interno del mais ha avuto un effetto significativo sulla cinetica di essiccamento con RW [30].

Ptasznik et al. hanno sviluppato un modello semi-empirico per l'essiccamento RW-assistito di materiali igroscopici con elevata resistenza interna al trasferimento di massa. I risultati della simulazione indicano che la generazione interna di calore influenza fortemente sia la temperatura del prodotto che la cinetica di essiccamento [31].

1.3.4 Ultrasuoni

L'ultrasuono di potenza è considerato una tecnologia innovativa e promettente per accelerare i fenomeni di trasferimento di calore e di massa nel processo di essiccamento, ottimizzando le rese o riducendo la richiesta di energia [32]. È di grande interesse poiché i suoi effetti sulla cinetica sono basati su meccanismi meccanici più che sugli effetti termici [33].

L'ultrasuono (US) è un'onda ciclica di pressione sonora, con frequenza compresa tra $20[kHz]$ e $1[MHz]$, il che significa che è superiore alle frequenze rilevabili dall'orecchio umano [12]. Basandosi sulla gamma di frequenze, l'ultrasuono è suddiviso in due categorie: bassa intensità (alta frequenza) e alta intensità (bassa frequenza). Le applicazioni degli ultrasuoni a bassa intensità sono quelle il cui obiettivo è ottenere informazioni sul mezzo di propagazione, senza produrre alcuna modifica del suo stato. Al contrario, le applicazioni degli ultrasuoni ad alta intensità sono quelle in cui l'energia ultrasonica viene utilizzata per produrre cambiamenti permanenti nel mezzo trattato. Il limite tra le basse ed elevate intensità è molto difficile da fissare, ma può essere approssimativamente determinato per valori di intensità che, a seconda del mezzo, variano tra $0,1$ e $1 [W/cm^2]$. In particolare, gli ultrasuoni a bassa frequenza (anche detti ultrasuoni di potenza) sono generalmente definiti da frequenze comprese tra $20 [kHz]$ e $500 [kHz]$ e una potenza superiore a $1 [W/cm^2]$ [34].

È importante comprendere il modo in cui vengono generati gli ultrasuoni. L'elemento fondamentale di un'apparecchiatura ad ultrasuoni è il trasduttore, il quale

converte l'energia elettrica o meccanica in energia sonora. Esistono tre tipi di trasduttori ad ultrasuoni: trasduttori a liquido, trasduttori magnetostrittivi e trasduttori piezoelettrici.

I *trasduttori piezoelettrici* sono i dispositivi più comunemente utilizzati per la generazione di ultrasuoni e sono costituiti da materiali come il quarzo, con proprietà di piezoelettricità [35]. I materiali piezoelettrici sono solidi cristallini anisotropi privi di centro di simmetria, caratterizzati da una duplice natura, potendo infatti dare origine a due fenomeni opposti:

- Effetto piezoelettrico diretto: una deformazione meccanica genera una polarizzazione elettrica sul materiale, vedi Fig. 1.4. Fu scoperto nel 1880 dai fratelli Jacques e Pierre Curie;

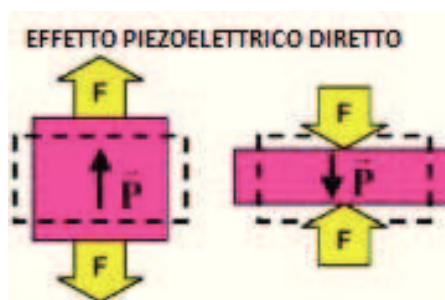


Figura 1.4: Effetto piezoelettrico diretto: Rappresentazione dell'applicazione dello stress meccanico. Figura tratta da: www.slideserve.com [accesso : 27/08/2017], con modifiche.

- Effetto piezoelettrico inverso: un campo elettrico, di cui si inverte periodicamente la polarità, produce una deformazione meccanica, generando delle vibrazioni meccaniche che provocano le onde acustiche degli ultrasuoni, vedi Fig. 1.5. Fu scoperto dai coniugi Curie;

Il fenomeno utilizzato per generare gli ultrasuoni è il secondo. Per applicazioni industriali su larga scala, i trasduttori necessitano di un radiatore, un elemento vibrante in grado di trasmettere e amplificare le vibrazioni meccaniche prodotte dal trasduttore.

E' stata sviluppata una nuova famiglia di trasduttori per ottenere una trasmissione efficiente di energia, i *trasduttori con radiatori a superficie estesa*, che comprende diverse versioni a seconda della forma del radiatore, che può essere ad esempio

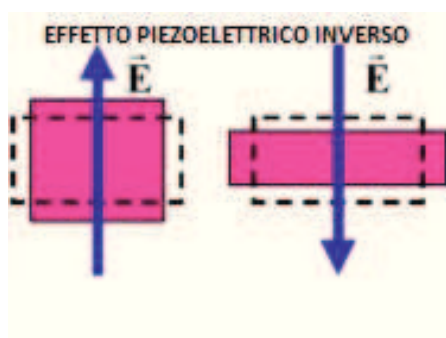


Figura 1.5: Effetto piezoelettrico inverso: Rappresentazione dell'applicazione del campo elettrico. Figura tratta da: www.slideserve.com [accesso : 25/08/2017], con modifiche.

rettangolare, circolare o cilindrica, vedi Fig. 1.6. Lo strumento è composto da un elemento piezoelettrico di trasduzione inserito tra due vibratori cilindrici metallici in una configurazione a "sandwich", da un amplificatore meccanico e dal radiatore. La forma del radiatore permette il controllo della distribuzione delle vibrazioni al fine di produrre livelli acustici ad alta intensità nell'area di lavoro. Come noto, i radiatori a piastra hanno una scarsa direttività, ovvero una limitata capacità di irradiare le onde in una determinata direzione, ma sono i più semplici nella progettazione e nella costruzione. Inoltre, tali radiatori possono essere completati con un sistema di guide d'onda per controllare la direttività della radiazione [36].

L'applicazione degli ultrasuoni di potenza può essere effettuata mediante trasmissione a contatto diretto o mediante trasmissione aerea. Nella prima esiste un contatto intimo tra sorgente ultrasonica e prodotto, mentre nella seconda l'ultrasuono viene trasmesso attraverso l'aria. Nonostante le applicazioni aeree siano, in termini di rendimento energetico, meno efficienti rispetto alle applicazioni a contatto diretto, sono state caratterizzate da un maggiore sviluppo, dovuto al minore riscaldamento del prodotto e alla migliore adattabilità agli essiccatori [37].

Quando un'onda ultrasonica ad alta intensità è applicata al materiale da essicare, essa attraversa il mezzo solido causando una rapida serie di compressioni e espansioni alternate, in modo analogo a una spugna quando viene strizzata e rilasciata ripetutamente (viene difatti definito come *effetto spugna*). Le forze coinvolte in questo meccanismo meccanico sono più alte della tensione superficiale che mantiene l'umidità all'interno dei capillari del materiale e dunque, rendono più facile la rimozione dell'umidità [38].

Inoltre, l'ultrasuono produce il fenomeno della *cavitazione acustica*, ovvero la formazione, la crescita e l'implosione di bolle di gas, le quali rilasciano localmente

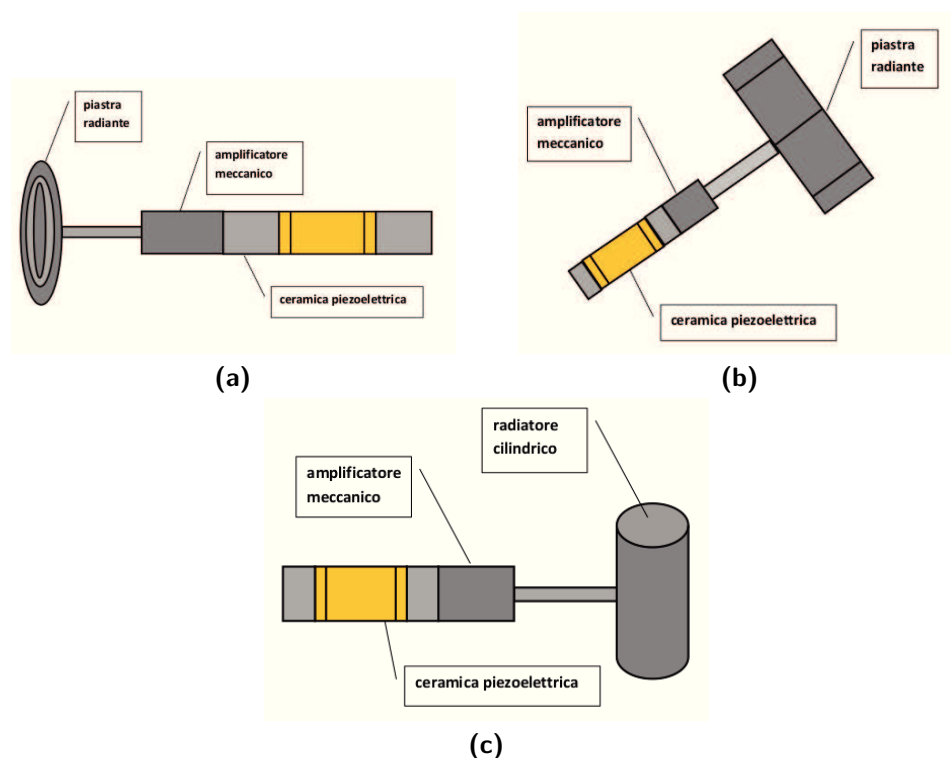


Figura 1.6: Figura (a): Schema di un trasduttore con radiatore a forma circolare. Figura (b): Schema di un trasduttore con radiatore a forma rettangolare. Figura (c): Schema di un trasduttore con radiatore a forma cilindrica.

elevate quantità di energia, che può essere utile per la rimozione dell'umidità fortemente adsorbita sul solido [38].

Un altro effetto dell'ultrasuono è la riduzione dello strato limite di materia sulla superficie solida, con la conseguente accelerazione della diffusione dell'acqua [39]. Non ci sono prove sperimentali per stabilire quale dei meccanismi coinvolti nel processo di disidratazione ad ultrasuoni sia dominante: questo è uno dei motivi principali per cui l'ottimizzazione di questo nuovo processo tecnologico è in fase di sviluppo [38].

L'uso industriale dell'energia ad ultrasuoni è stato esplorato dalla metà del 20° secolo, ma solo un numero limitato di applicazioni sono state finora commercializzate. Tuttavia, negli ultimi dieci o quindici anni si è assistito a un rinnovato interesse per l'uso degli ultrasuoni, in particolare nei settori in cui l'energia ultrasonica può rappresentare uno strumento pulito ed efficiente per migliorare o produrre effetti. Ciò sembra essere il caso di settori rilevanti come l'industria alimentare, chimica e

farmaceutica, dove l'ultrasuono di potenza sta diventando una tecnologia emergente per lo sviluppo del processo [36].

Gli ultrasuoni sono stati recentemente applicati alla liofilizzazione di prodotti come pesce, frutta e verdura, con la riduzione dei tempi di essiccamento. Ozuna et al. hanno registrato un calo del tempo di essiccamento tra il 35% e il 54% applicando gli ultrasuoni al processo di liofilizzazione del baccalà salato [37]. Utilizzando un sistema ad ultrasuoni per la liofilizzazione di cubi di peperone rosso, Schössler et al. hanno trovato un tempo di essiccamento del 11,5% minore rispetto a quello ottenuto in esperimenti convenzionali [40]. Nel frattempo, Bantle ed Eikevik sono riusciti a ridurre il tempo di disidratazione di circa il 10% nell'essiccamento di piselli a -3 °C, utilizzando un radiatore ad ultrasuoni [12]. Le prestazioni ultrasoniche sono collegate all'efficienza del sistema ad ultrasuoni. Gli effetti ultrasonici dipendono anche da variabili di processo come la velocità dell'aria, la temperatura o l'energia ultrasonica applicata [41]. Durante la AFD della mela, Santacatalina et al. hanno mostrato che l'effetto dell'applicazione degli ultrasuoni sul tempo di essiccamento era più marcato di altri fattori, come la temperatura o la velocità dell'aria [14].

1.4 Modellazione del processo di liofilizzazione atmosferica

Un modello matematico è una descrizione formale e semplificata di un fenomeno reale, attraverso formule matematiche. Il suo scopo è di predire il comportamento di sistemi complessi, in diverse condizioni.

La modellazione matematica rappresenta uno strumento fondamentale nell'analisi del processo di essiccamento [42]. Sono state riportate diverse equazioni empiriche, semi-empiriche e analitiche per prevedere le curve di essiccamento per diversi prodotti e condizioni operative. Tuttavia, ad oggi ci sono ancora pochi modelli che descrivono in maniera approfondita il processo AFD.

Wolff e Gibert hanno proposto un modello per la AFD in cui l'approccio *URIF* (*modello del fronte di ghiaccio uniformemente retrattile*) è combinato alle leggi di trasferimento di calore e di materia [43, 44]. Nel modello URIF, il prodotto è suddiviso in due strati: un nucleo interno congelato e uno strato secco esterno. Si assume che l'essiccamento avviene come conseguenza della graduale riduzione del nucleo congelato. Il calore viene trasportato dalla superficie del prodotto al cuore, causando la sublimazione del ghiaccio. Il vapore acqueo risultante viene trasportato fino alla superficie. Le ipotesi fondamentali su cui il modello URIF si basa sono le seguenti [11]:

- Il fronte di sublimazione è parallelo alla superficie del prodotto e separa il nucleo congelato dal guscio secco esterno;
- La sublimazione si verifica all'interfaccia e fa sì che quest'ultima si ritiri uniformemente in presenza di condizioni di equilibrio tra ghiaccio e vapore acqueo;
- Il processo avviene in condizioni di stato quasi stazionario;
- L'energia fornita al processo viene utilizzata per la sublimazione;
- Si presume che il prodotto sia omogeneo ed isotropo;
- Nel prodotto secco non è rimasto alcun residuo di umidità;
- Il prodotto non cambia forma o si restringe durante la sublimazione;
- La superficie del prodotto è liscia;
- Si considerano solo flussi di calore e di materia unidimensionali, normali all'interfaccia di sublimazione;

Un altro modello si basa sull'equazione Lewis e la sua precisione dipende in larga misura dalla valutazione accurata delle proprietà termiche nella struttura del prodotto secco [45]. Anche Rahman ha suggerito un metodo basato sulle proprietà termiche del prodotto: egli ha utilizzato l'analogia tra i numeri di Nusselt e Sherwood per prevedere la velocità di essiccamento in AFD [46]. Un approccio analogo è stato adottato da Li et al. , dove è stato sviluppato un modello CFD per il processo AFD della mela [9]. Hanno lavorato sull'AFD di cubetti di mele anche Stawczyk et al. e essi hanno osservato che il processo di disidratazione totale è controllato dalla diffusività interna dell'acqua [47]. Una simile conclusione è stata ottenuta anche da Di Matteo et al. [48].

1.5 Scopo del lavoro

Il presente lavoro si pone numerosi obiettivi:

- Sviluppare un modello matematico multidimensionale per descrivere la liofilizzazione atmosferica di fette di melanzane basato sulla fisica del processo;
- Sviluppare un modello matematico che descriva la liofilizzazione atmosferica di melanzane in presenza di ultrasuoni, tenendo conto dell'effetto termico dovuto a quest'ultimi;
- Effettuare lo studio cinetico del processo e, dunque, determinare, attraverso il fitting di dati sperimentali di un precedente lavoro, [49], la diffusività effettiva e i coefficienti di scambio di calore e materia;
- Simulare un impianto industriale per la AFD di melanzane e confrontare i risultati ottenuti in termini di produttività di impianto, consumo di vapore a bassa pressione e energia elettrica, utilizzando i valori di diffusività effettiva calcolati sfruttando il modello multidimensionale succitato, con i risultati ottenuti sfruttando un modello monodimensionale sviluppato in un precedente lavoro, [49].

Nel Cap. 2, dopo una breve descrizione dello studio sperimentale effettuato per determinare i cinetici, è esposta la formulazione matematica utilizzata per la modellazione della AFD con e senza ultrasuoni. Sono inoltre presentati i metodi adottati per la determinazione della diffusività effettiva e dei coefficienti di scambio di calore e materia.

Nel Cap. 3 sono esposti i risultati dello studio cinetico e della simulazione dell'impianto industriale per la AFD di melanzane.

Capitolo 2

Metodologie sperimentali e di calcolo

2.1 Studio sperimentale per determinare la cinetica di processo

Lo studio effettuato con il presente lavoro utilizza i dati sperimentali di un precedente elaborato, [49] ottenuti in laboratorio effettuando la liofilizzazione a pressione atmosferica di melanzane. Dunque, è opportuno fornire una breve descrizione delle metodologie sperimentali utilizzate per ricavare i suddetti dati.

2.1.1 Prodotti

La pianta delle melanzane, appartenente alla famiglia delle *Solanaceae*, si pensa sia originaria dell'India o della Cina. Ad oggi la coltivazione di tale ortaggio è molto diffusa nel Sud Italia, il quale rappresenta uno dei maggiori esportatori europei di melanzane.

L'alta percentuale di acqua contenuta in tale vegetale (93% del peso totale) rende lo studio del suo essiccamento interessante. Per questa ragione, e per l'alta variabilità del prodotto, dovuta all'area geografica e alla tipologia di coltivazione, si è deciso di utilizzarlo per lo studio sperimentale che ha fornito i dati per la convalida del modello nel presente lavoro. Preliminarmente alle prove di liofilizzazione è stata misurata l'umidità di campioni differenti, ponendo quest'ultimi in un forno sotto vuoto (40°C, 0.1 bar) fino al raggiungimento di un peso costante [49].

2.1.2 Apparecchiature

I dati sperimentali utilizzati nel presente lavoro sono stati raccolti presso il laboratorio del gruppo di ricerca ASPA all'Università Politecnica di Valencia [49]. Nella Fig 2.1 si ha uno schema dell'impianto

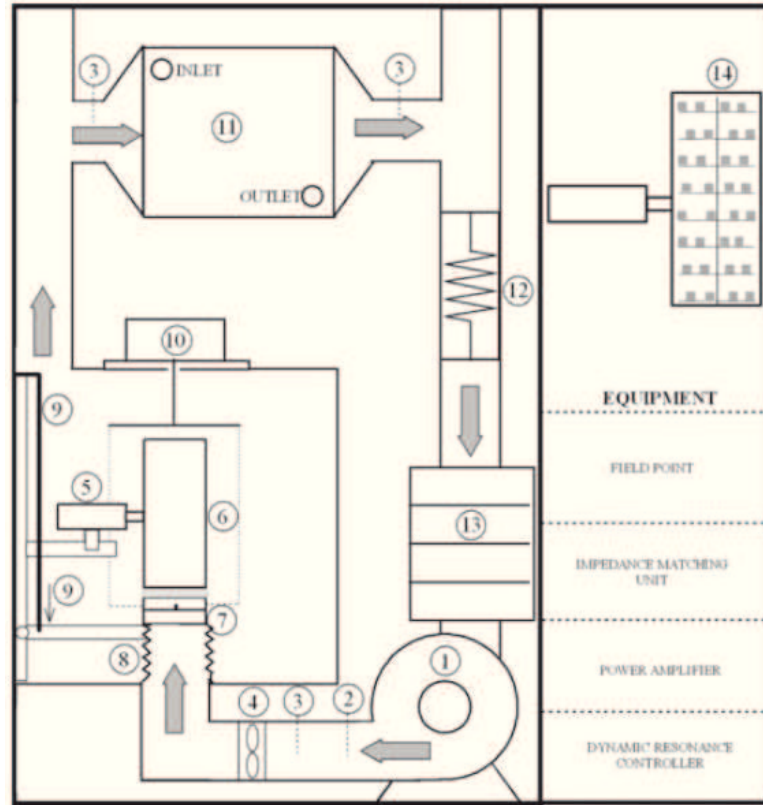


Figura 2.1: Schema dell'impianto sperimentale: liofilizzazione atmosferica in presenza di ultrasuoni. 1, Girante; 2, Pt-100; 3, Sensori di temperatura e umidità relativa; 4, Anemometro; 5, Trasduttore di ultrasuoni; 6, Cilindro vibrante; 7, Dispositivo di carico campioni; 8, Elemento di collegamento; 9, Attuatore di scorrimento; 10, Modulo di pesatura campioni; 11, Scambiatore di calore; 12, Elementi di riscaldamento; 13, Camera a vassoi essiccante; 14, Dettagli del caricamento dei campioni nei vassoi. Figura tratta da [49].

Il flusso dell'aria è gestito da una girante a media pressione (COT-100, Soler & Palau, Spain) e misurato da un anemometro ($\pm 0.1 \text{ m s}^{-1}$, model 1468, Wilh. Lambrecht GmbH, Germany). La velocità dell'aria, la quale può andare da 0.1 a 20 m s^{-1} , è controllata da un controllore proporzionale-integrale-derivativo (PID), che usa un inverter digitale (MX2, Omron, Japan) il quale a sua volta agisce sulla velocità della girante.

Affinché il flusso d'aria raggiunga basse temperature, uno scambiatore di calore (area 13 m², fin space 9 mm; Frimetel, Spain), che utilizza glicole-acqua (45% v/v) come fluido refrigerante, è stato installato nel condotto dell'aria. Un refrigeratore (KAE evo-121, MTA, Italy) è posto all'esterno dell'essiccatore alimentato con una soluzione acqua-glicole a ± 22 °C e 150 L/min. La temperatura (± 0.5 °C) e l'umidità relativa (± 2.5) dell'aria sono state misurate in tre punti nel condotto dell'aria (KDK, GalltecpMela, Germany): all'ingresso del canale di essiccamento, all'ingresso dello scambiatore di calore e all'uscita di quest'ultimo. La temperatura dell'aria (che può variare da 60 a -15 °C) è anch'essa controllata da un algoritmo PID attraverso dei resistori elettrici (potenza massima 2500 W, 230 V). Nel sistema di controllo di temperatura è stata utilizzata una sonda Pt-100. Al fine di supervisionare e gestire i loop di controllo per la velocità e temperatura dell'aria, è stato utilizzato un sistema FieldPoint (cFP-2220, National Instruments, USA) composto da un rilevatore di temperatura a resistenza (RTD), con moduli di input e output analogici e digitali.

Per ridurre l'umidità relativa il flusso d'aria è forzato a passare attraverso due vassoi di gel di silice, i quali vengono cambiati prima di ogni test per eliminare la maggior quantità di umidità possibile. La rigenerazione della silice avviene in un forno (250 °C per 7 h).

Un sistema di generazione di ultrasuoni ad alta potenza è stato installato nell'essiccatore. Esso è composto da un radiatore cilindrico (diametro interno 100 mm, altezza 310 mm, spessore 10 mm) guidato da un trasduttore ultrasonico (frequenza 21.9 kHz, impedenza 369 X, capacità di potenza 90 W). Tale sistema ultrasonico fornisce un livello medio della pressione sonora di 155 dB nel canale di essiccamento.

Per la determinazione della cinetica di essiccamento i campioni sono stati pesati in tempi preimpostati utilizzando un modulo di pesatura industriale (6000 ± 0.01 g; VM6002-W22, Mettler-Toledo, USA), connesso al sistema FieldPoint attraverso un'interfaccia RS-422. La frequenza di pesaggio, quindi, è stata programmata nel sistema FieldPoint per garantire una misurazione accurata: la girante viene bloccata, mentre un attuatore elettrico (LEC 6, SMC, Japan) sposta i provini fuori dal radiatore cilindrico per misurarne il peso. Ciò ha permesso di evitare l'introduzione del rumore causato dalla vibrazione del radiatore cilindrico nell'unità di pesatura [49].

2.1.3 Condizioni operative

La campagna sperimentale è stata effettuata con lo scopo di investigare l'effetto di alcune variabili nel processo che è oggetto di studio in questo lavoro. In particolare

sono state fatte delle prove sperimentali utilizzando i seguenti valori delle variabili operative [49]:

- Temperatura: $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$
- Velocità dell'aria: 2 m s^{-1} e 5 m s^{-1}
- Potenza degli ultrasuoni: 0 W , 25 W e 50 W .

Al fine di identificare quali di queste variabili gioca un ruolo maggiore nella cinetica di essiccamento e nella qualità del prodotto ottenuto, è stata utilizzata la strategia sperimentale chiamata *factorial design*. Essa consiste nel variare tutte le variabili insieme, e valutando gli effetti si può stabilire quale variabile influenza maggiormente il processo [49].

2.2 Modello a interfaccia diffusa

2.2.1 Introduzione

Lo sviluppo di un modello basato sulla fisica del processo di liofilizzazione è necessario per ridurre le prove sperimentali di ottimizzazione e per controllare con precisione il processo, di cui fornisce anche una migliore comprensione. Tutto ciò contribuisce a migliorare la qualità e la sicurezza del prodotto.

Per la modellazione della AFD negli anni sono stati proposti due approcci principali:

- Modello ad interfaccia mobile (MIM);
- Modello ad interfaccia diffusa (MID).

Il *modello ad interfaccia mobile* (Ma e Peltre [50], Wang e Shi [51], Millman et al. [52], Sheehan e Liapis [53], Sandall et al. [54]) è il metodo più utilizzato per descrivere il processo di liofilizzazione. Ogni prodotto è suddiviso dall'interfaccia di sublimazione in due zone, una secca, in cui è stata completata la sublimazione del ghiaccio e una congelata, in cui è ancora presente del ghiaccio residuo, vedi Fig. 2.2. Il fronte di sublimazione si muove con una velocità che dipende dalla portata di vapore all'interfaccia. In un sistema multidimensionale l'assunzione MIM pone problemi numerici nella risoluzione delle equazioni di bilancio dal momento che la variazione di posizione dell'interfaccia comporta una continua deformazione della griglia usata per discretizzare le equazioni di bilancio, cosa che, in tre dimensioni, pone una complessità rilevante.

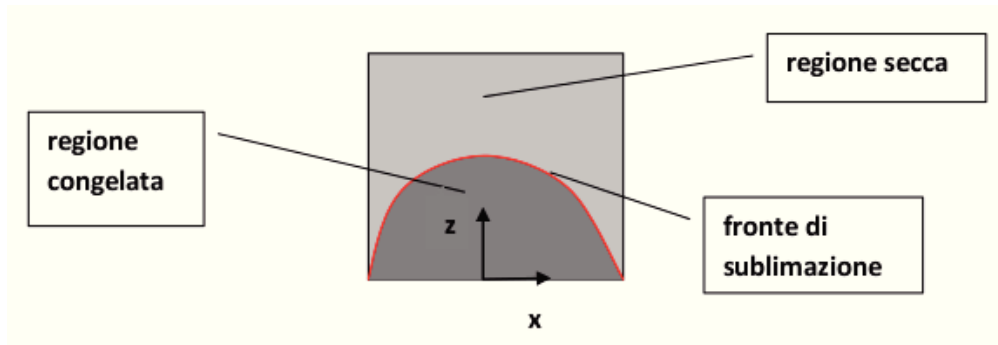


Figura 2.2: Modello ad interfaccia mobile : Descrizione schematica semplificata del prodotto durante il processo di essiccazione, il quale è diviso in due regioni dall'interfaccia mobile, la regione secca sopra, in grigio chiaro e la regione congelata sotto, in grigio scuro.

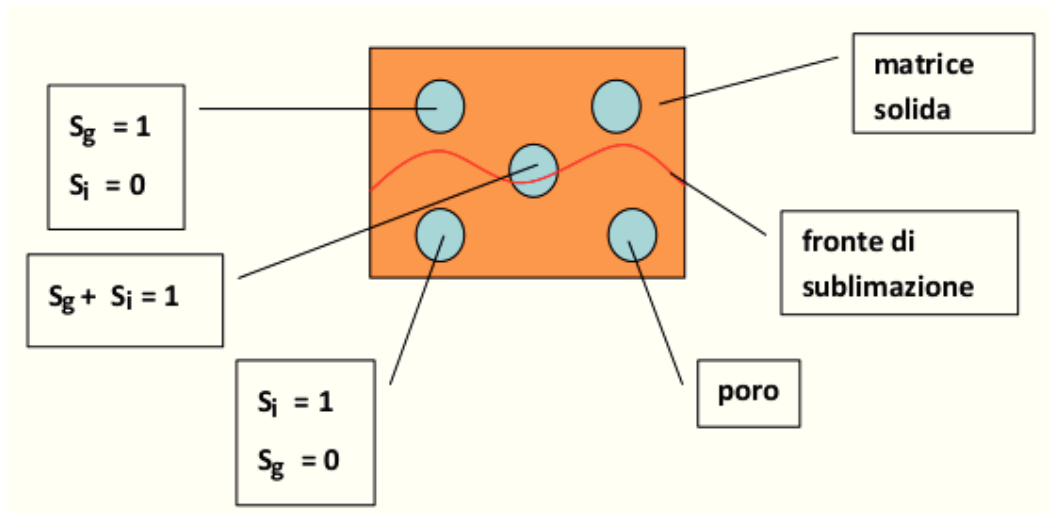


Figura 2.3: Modello ad interfaccia diffusa: Descrizione schematica semplificata della microstruttura del prodotto durante il processo di essiccazione. Nei pori dove il prodotto è congelato è presente solo ghiaccio (frazione volumica di ghiaccio, S_i , pari a 1), nei pori dove il prodotto è essiccato è presente solo vapore acqueo (razione volumica di gas, S_g , pari a 1), nei pori investiti dal fronte di sublimazione sono presenti sia ghiaccio che gas.

Il *modello ad interfaccia diffusa* (Nam e Song [55, 56]) è caratterizzato dalla presenza di una griglia fissa. Come descritto in Fig. 2.3, ogni prodotto è costituito da una matrice solida con numerosi pori. All'interno dei pori è presente una certa porzione di ghiaccio e una certa porzione di vapore, variabili nel tempo, che implicitamente descrivono la posizione dell'interfaccia. Nel modello ad interfaccia

diffusa, viene quindi utilizzato un unico insieme di equazioni per tutti i domini.

Si ritiene che i modelli ad interfaccia mobile siano i più appropriati per affrontare i problemi di liofilizzazione, poichè più precisi rispetto ai modelli ad interfaccia diffusa. Tuttavia, i MID hanno diversi vantaggi: la discretizzazione delle equazioni di bilancio è più facile da svolgere in quanto non sono necessarie trasformazioni di coordinate e, da un punto di vista computazionale, non essendo presenti distorsioni delle celle, i metodi con griglia fissa risultano più stabili, [55, 56, 57]. Per le summenzionate ragioni nel presente lavoro si è scelto di sviluppare un modello ad interfaccia diffusa, che verrà descritto nelle sezioni successive.

2.2.2 Flusso di vapore in mezzo poroso

Nei supporti porosi esistono diversi tipi di regime di flusso all'interno dei pori, che richiedono diversi modelli per essere correttamente descritti. Per determinare il campo di validità di ogni regime e dunque il modello corretto, viene utilizzato il *numero di Knudsen* (Kn), un gruppo adimensionato definito come:

$$Kn = \frac{\lambda_{MFP}}{L_c} \quad (2.1)$$

dove L_c è la lunghezza caratteristica del sistema, che nei supporti porosi è il diametro dei pori e λ_{MFP} è il *cammino libero medio* delle molecole, ovvero la distanza media percorsa da una molecola tra due urti successivi, dato dalla seguente espressione:

$$\lambda_{MFP} = \frac{k_B T}{\sqrt{2} p \sigma_m^2} \quad (2.2)$$

dove k_B è la costante di Boltzmann, J K⁻¹, T è la temperatura assoluta, K, p è la pressione, Pa, σ_m è il diametro collisionale, m.

In base al numero di Knudsen si individuano i seguenti regimi di trasporto:

- Per $Kn < 0,001$ si ha il *Regime viscoso*: il flusso del gas nei pori viene considerato come continuo (*ipotesi del continuo*) e la velocità del fluido in prossimità delle pareti risulta uguale a quella delle pareti stesse (*condizione di no-slip*). Se le pareti sono ferme, anche il fluido è fermo;
- Per $0,001 < Kn < 0,1$ si ha il *Regime di slip flow*: è ancora valida l'*ipotesi del continuo*, ma non è più valida la *condizione di no-slip*;
- Per $0,1 < Kn < 10$ si ha il *Regime di transizione*: non è più valida l'*ipotesi del continuo*;

- Per $Kn > 10$ si ha il *Regime molecolare* o *free molecular flow* o *Flusso di Knudsen*: gli urti tra le molecole e le pareti sono predominanti rispetto agli urti tra le molecole stesse, vedi Fig. 2.4;



Figura 2.4: Flusso di Knudsen. Figura tratta da: www.researchgate.net, con modifiche [accesso: 02/09/2017]

Nel caso da noi analizzato si hanno valori del numero di Knudsen caratteristici del *Regime viscoso*, (Fig. 2.4) dunque si possono considerare valide la *condizione di no-slip* e l'ipotesi del continuo.

2.2.3 Formulazione matematica

Bilancio di materia

Per modellare il trasferimento di materia si considera un sistema costituito da tre fasi: la matrice solida, il ghiaccio e il vapore acqueo, vedi Fig. 2.3. Si suppone che la massa e il volume della matrice solida non cambino. Il ghiaccio e il vapore acqueo occupano l'intero volume dei pori, le loro frazioni volumiche (S_i per il ghiaccio e S_g per il vapore acqueo) variano nel tempo e la loro somma è sempre pari all'unità:

$$S_i + S_g = 1 \quad (2.3)$$

Il contenuto d'acqua è dato da W , ovvero i chilogrammi d'acqua per chilogrammi di solido, varia nel tempo secondo l'equazione seguente :

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{-\dot{I}}{(1 - \phi)\rho_s} \quad (2.4)$$

dove $\dot{I}$ è il flusso volumetrico di sublimazione $\text{kg m}^{-3}\text{s}^{-1}$, ϕ è la porosità, ρ_s è la densità del solido kg m^{-3} .

Bilancio di energia

Nei processi di AFD l'energia può essere trasmessa in tre modi :

- Convezione: fenomeno presente nei fluidi, dove il calore si propaga per spostamento di materia;
- Conduzione: il calore si trasmette tra due o più corpi, che presentano temperature diverse e che sono posti a contatto tra loro;
- Irraggiamento: trasferimento di calore dovuto a radiazioni elettromagnetiche, che può avvenire anche nel vuoto.

I tre meccanismi sono contemporaneamente presenti nell'essiccamento, ma con una rilevanza differente.

Il trasferimento di calore all'interno del prodotto è descritto dalla seguente equazione:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k_{eff}}{\rho_{eff} C_{p_{eff}}} \nabla^2 T - \frac{\lambda}{\rho_{eff} C_{p_{eff}}} \dot{I} \quad (2.5)$$

dove compaiono rispettivamente l'accumulo, il termine conduttivo, e la fonte di calore dovuta alla sublimazione.

I metodi che sfruttano una griglia fissa si basano su un singolo set di equazioni, applicabili a tutte le celle nel dominio di calcolo. Pertanto, occorre definire le proprietà effettive, ovvero mediate sul volume, per considerare la variazione delle proprietà termo-fisiche in base alla saturazione del ghiaccio. Dunque le proprietà effettive possono essere descritte da:

$$k_{eff} = (1 - \phi)k_s + \frac{W\rho_s k_i(1 - \phi)}{\rho_i} \quad (2.6)$$

per la conducibilità termica, dove k_s è la conducibilità del solido, $W \text{ m}^{-1}\text{K}^{-1}$ e k_i è la conducibilità del ghiaccio, $W \text{ m}^{-1}\text{K}^{-1}$.

Il calore specifico è descritto da:

$$C_{p_{eff}} = C_{p_s}(1 - \phi) + \frac{C_{p_i}W\rho_s(1 - \phi)}{\rho_i} + C_{p_g}\left(1 - \frac{W\rho_s(1 - \phi)}{\rho_i\phi}\right) \quad (2.7)$$

dove Cp_s è il calore specifico del solido, $\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, Cp_i è il calore specifico del ghiaccio, $\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, e Cp_g è il calore specifico del vapore, $\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$.

Infine, la densità è definita da:

$$\rho_{eff} = \rho_s(1 - \phi) + \phi S_i \rho_i + S_g \rho_g \quad (2.8)$$

Si definisce:

$$S_i = \frac{W \rho_s (1 - \phi)}{\rho_i \phi} \quad (2.9)$$

Sfruttando le equazioni (2.9) e (2.3) si ottiene dunque:

$$\rho_{eff} = \rho_s(1 - \phi) + W \rho_s(1 - \phi) + \rho_g \left(1 - \frac{W \rho_s(1 - \phi)}{\rho_i \phi} \right) \quad (2.10)$$

dove ρ_s è la densità del solido, kg m^{-3} , ρ_i è la densità del ghiaccio, kg m^{-3} , e ρ_g è la densità del vapore, kg m^{-3} .

Bilancio di energia in presenza di ultrasuoni

Recentemente, per via sperimentale, si è appurato che gli ultrasuoni producono un riscaldamento volumetrico all'interno del prodotto sottoposto alla AFD, a differenza di quanto precedentemente affermato in letteratura [58] , [34]. In questo lavoro si è deciso di tener conto di ciò inserendo nel bilancio di energia un termine di generazione volumetrica costante Q_{US} , W m^{-3} , legato alla sola potenza ultrasonica. Si trascura l'effetto degli ultrasuoni nella frazione di prodotto ghiacciato e si considera una generazione termica per unità di volume di solido secco. $V_{s,i}$ rappresenta il volume di solido a contatto con il ghiaccio, m^3 , ed è descritto da:

$$V_{s,i} = \frac{S_i \cdot V_{TOT} \cdot (1 - \phi)}{S_{i,0}} = \frac{W \cdot V_{TOT} \cdot (1 - \phi)}{W_0} \quad (2.11)$$

Con il procedere della liofilizzazione il ghiaccio diminuisce, cosiccome $V_{s,i}$, mentre aumenta il volume di solido "secco", il quale è dato da:

$$V_{s,g} = (1 - \phi) \cdot V_{TOT} - \frac{W \cdot V_{TOT} \cdot (1 - \phi)}{W_0} = V_{TOT} \cdot (1 - \phi) \cdot \left(1 - \frac{W}{W_0} \right) \quad (2.12)$$

Dunque in presenza di ultrasuoni il bilancio di energia diventa :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k_{eff}}{\rho_{eff} C_{p_{eff}}} \nabla^2 T - \frac{\lambda}{\rho_{eff} C_{p_{eff}}} \dot{I} + \frac{1}{\rho_{eff} C_{p_{eff}}} \frac{V_{s,g}}{V_{TOT}} Q_{US} \quad (2.13)$$

Ovvero:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k_{eff}}{\rho_{eff} C_{p_{eff}}} \nabla^2 T - \frac{\lambda}{\rho_{eff} C_{p_{eff}}} \dot{I} + \frac{1}{\rho_{eff} C_{p_{eff}}} (1 - \phi) \left(1 - \frac{W}{W_0}\right) Q_{US} \quad (2.14)$$

Trasporto di materia

In un processo di liofilizzazione il vapore generato dalla sublimazione del ghiaccio può fluire attraverso i pori secondo 3 diversi meccanismi:

- Flusso viscoso: presente quando gli urti tra le molecole predominano sugli urti tra molecole e pareti dei pori. E' dovuto a gradienti di pressione totale e viene descritto dalla *legge di Darcy*:

$$N_v = - \frac{\rho_g \kappa}{\mu_g} \nabla p \quad (2.15)$$

dove κ è la permeabilità. Attraverso la legge dei gas perfetti si possono mettere in relazione la pressione e la densità;

- Flusso diffusivo: può essere generato da diverse forze spingenti come gradienti di concentrazione, di temperatura o di pressione. In questa trattazione viene considerato solo il flusso diffusivo dovuto a gradienti di concentrazione, i quali spingono le molecole a muoversi da zone a maggior concentrazione a zone a concentrazione minore. Il flusso diffusivo viene espresso come :

$$N_d = -D_{eff} \nabla \rho_g \quad (2.16)$$

dove D_{eff} è la diffusività effettiva del vapore nel prodotto, $m^2 s^{-1}$.

- Flusso di Knudsen: presente quando gli urti tra le molecole del gas e le pareti dei pori sono predominanti sugli urti tra le molecole stesse. Il flusso di Knudsen può essere descritto dalla seguente equazione:

$$N_{Kn} = -D_{Kn} \nabla \rho_g \quad (2.17)$$

dove D_{Kn} è la diffusività di Knudsen, m^2s^{-1} .

Nel processo in esame viene preso in considerazione solo il flusso diffusivo, pertanto l'equazione di bilancio del vapore assume la forma seguente:

$$\frac{\partial(\rho_g \cdot S_g \cdot \phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (D_{eff} \nabla \rho_g) + \dot{I} \quad (2.18)$$

Considerando la porosità ϕ e la diffusività effettiva D_{eff} costanti si ottiene:

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} = -\frac{\partial S_g}{\partial t} \frac{\rho_g}{S_g} + \frac{D_{eff}}{\phi S_g} \nabla^2 \rho_g + \frac{1}{\phi S_g} \dot{I} \quad (2.19)$$

S_g può essere definita come :

$$S_g = 1 - \frac{W \rho_s (1 - \phi)}{\rho_i \phi} \quad (2.20)$$

Dunque la sua derivata rispetto al tempo è data da:

$$\frac{\partial S_g}{\partial t} = -\frac{\rho_s (1 - \phi)}{\rho_i \phi} \frac{\partial W}{\partial t} \quad (2.21)$$

Sostituendo le equazioni (2.20) (2.21) nell'equazione (2.19), si ottiene infine :

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} = \frac{\rho_g \rho_s (1 - \phi)}{\rho_i \phi - W \rho_s (1 - \phi)} \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{D_{eff} \rho_i}{\rho_i \phi - W \rho_s (1 - \phi)} \nabla^2 \rho_g + \frac{\rho_i}{\rho_i \phi - W \rho_s (1 - \phi)} \dot{I} \quad (2.22)$$

Modellazione del flusso sublimativo

Il flusso di sublimazione è una funzione complessa dei parametri di processo e del prodotto alimentare. Il cambiamento di fase può essere formulato in due modi, considerando equilibrio o non equilibrio. Nella formulazione di equilibrio la pressione parziale del vapore nel solido è funzione della temperatura, del contenuto di umidità e della tensione di vapore dell'acqua pura ($p_{sat}(T)$), la quale è data dall'equazione di Clausius–Clapeyron, [59] - [60] - [61]. In questa formulazione, il flusso di sublimazione, $\dot{I}$, non è descritto da un'espressione esplicita, come invece accade nell'equazione (2.24) discussa più avanti.

Tuttavia, gli studi di Fang e Ward, [62], Minkowycz et al., [63], Zhang et al., [64] hanno dimostrato che la sublimazione non è istantanea ed è un fenomeno di non equilibrio. Pertanto, per descrivere il passaggio da ghiaccio a vapore, è stata proposta una formulazione di non equilibrio, [61], data dalla seguente equazione :

$$\dot{I} = K(p_{v,i} - p) \frac{m_w \phi S_g}{RT} \quad (2.23)$$

Sostituendo l'equazione (2.20) nell'equazione (2.23) si ottiene:

$$\dot{I} = K(p_{v,i} - p) \frac{m_w \phi}{RT} \left(1 - \frac{W \rho_s (1 - \phi)}{\rho_i \phi} \right) \quad (2.24)$$

La differenza principale tra il modello ad interfaccia mobile e il modello ad interfaccia diffusa è la posizione in cui avviene la sublimazione. Il primo ammette una sola posizione, ovvero l'interfaccia, mentre il secondo, qui utilizzato, consente la sublimazione in tutto il dominio, ovunque ci sia una forza spingente, $(p_{v,i} - p)$, diversa da zero, [57] (e, ovviamente, una frazione di ghiaccio non nulla).

K è una costante di non equilibrio che indica l'entità del flusso di sublimazione, ovvero della velocità di rimozione del ghiaccio. Ha come dimensione il reciproco del tempo in cui avviene il cambiamento di fase. Un grande valore di K significa che il cambiamento di fase avviene in un breve lasso di tempo, ovvero che il flusso di sublimazione è ingente. Nella formulazione di equilibrio K deve essere infinitamente grande, affinché il cambiamento di fase si verifichi istantaneamente, e in questo studio il K è posto pari a 10^5 s^{-1} , di parecchi ordini di grandezza maggiore rispetto a quello utilizzato nella frittura da Halder et al. [61]. Si è scelto un valore di K sufficientemente grande da non rendere il processo di sublimazione controllante, ma non troppo da rendere difficile la convergenza della soluzione numerica. L'effetto del valore di K è stato comunque investigato.

Calcolo di proprietà

Nel flusso di sublimazione, eq. (2.24), la tensione di vapore del ghiaccio è definita da Warning et al. [57], come:

$$p_{v,i} = \exp \left(9,550426 - \frac{5723,265}{T} + 3,53068 \log(T) - 0,00728332 \cdot T \right) \quad (2.25)$$

Tabella 2.1: Proprietà chimico-fisiche considerate nello studio.

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Porosità della melanzana	ϕ	0,58	-
Densità della melanzana	ρ_s	95	kg m^{-3}
Densità del ghiaccio	ρ_i	917	kg m^{-3}
Conducibilità termica del solido	k_s	0,2	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
Conducibilità termica del ghiaccio	k_i	2,22	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
Calore specifico del solido	Cp_s	1505	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Calore specifico del ghiaccio	Cp_i	2067	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Calore specifico del vapore	Cp_g	1856	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
Calore latente di sublimazione	λ	$2,839 \times 10^6$	J kg^{-1}
Massa molare dell'acqua	m_w	18×10^{-3}	Kg mol^{-1}
Costante dei gas perfetti	R	8,314	$\text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}$
Costante di sublimazione di non equilibrio	K	10^5	s^{-1}

Condizioni iniziali

Per quanto riguarda le condizioni iniziali, al tempo $t = 0$ s si ha :

$$W = W_0, \quad T = T_0, \quad \rho_g = \rho_{g0} \quad e \quad p_{v,i} = p_{v,i0}. \quad (2.26)$$

Tabella 2.2: Condizioni iniziali

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Frazione iniziale di ghiaccio	W_0	13,28	$\text{kg}_{\text{ghiaccio}} \text{kg}_{\text{solido}}^{-1}$
Temperatura iniziale del prodotto	T_0	-15	$^{\circ}\text{C}$
Densità iniziale del vapore	ρ_{g0}	$P_{v,i0} \cdot m_w \cdot (8.314 \cdot 258,15)^{-1}$	kg m^{-3}
Tensione di vapore iniziale	$P_{v,i0}$	$\exp(9,550426-5723,265 \cdot (258,15)^{-1} + 3,53068 \cdot \log(258,15) - 0.00728332 \cdot 258,15)$	Pa

2.2.4 Implementazione numerica: Metodo dei volumi finiti

Le equazioni di trasporto di proprietà (materia, energia etc.) sono solitamente equazioni differenziali non lineari, alle derivate parziali, che non ammettono soluzione analitica. Esistono diversi metodi numerici (differenze finite, [52], [65], [66], elementi finiti, [67], [68], volumi finiti, [69], [70] etc.) capaci di fornire una soluzione approssimata, ma allo stesso tempo accurata di tali equazioni. Nel presente lavoro si è deciso di utilizzare il metodo dei *volumi finiti*. Esso è in grado di garantire il principio di conservazione delle proprietà, basandosi sulla discretizzazione del dominio in *celle*: l'insieme di tutte le celle costituisce la *griglia* del sistema, vedi Fig. 2.5. Quindi, per ogni cella vengono risolte tutte le equazioni di trasporto in modo integrale. Di seguito viene riportata una tabella (Tab. 2.3) con i dettagli strutturali della griglia utilizzata.

Tabella 2.3: Dettagli strutturali della griglia

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Numero di celle in direzione y	N	10	-
Numero di celle in direzione x	M	10	-
Numero di celle in direzione z	Z	10	-
Dimensione del cubo	L	0,0176/0,0088	m
Dimensione della cella in direzione y	Δy	L/N	-
Dimensione della cella in direzione x	Δx	L/M	-
Dimensione della cella in direzione z	Δz	L/Z	-
Volume della cella	V_i	$\Delta y \cdot \Delta x \cdot \Delta z$	m^3

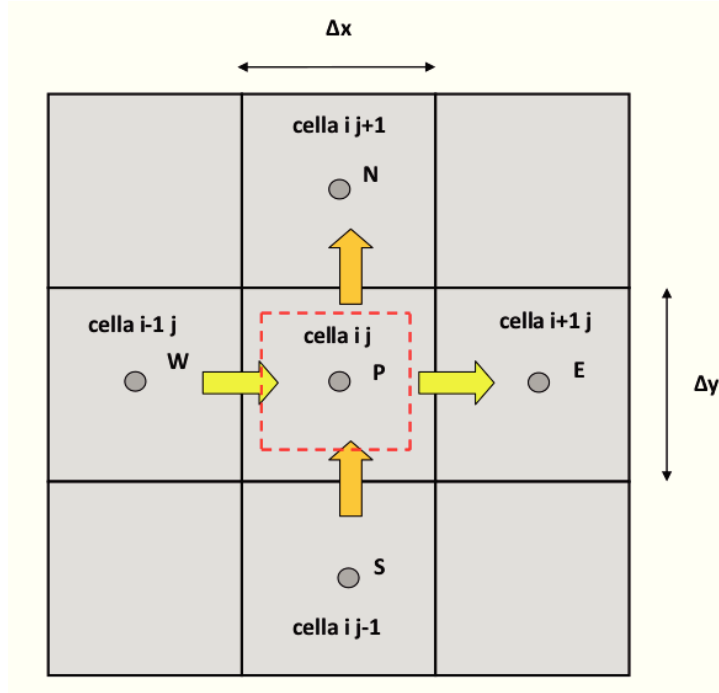


Figura 2.5: Metodo dei volumi finiti

Per la generica cella ij l'eq. (2.5) diventa :

$$\begin{aligned}
 dT(i, j) = \frac{1}{Cp_{eff}(i, j) \cdot \rho_{eff}(i, j)} \cdot & \left(\frac{-k_{eff}(i, j) \cdot (T(i, j) - T(i - 1, j))}{\Delta y^2} + \right. \\
 + k_{eff}(i, j) \cdot \frac{(T(i + 1, j) - T(i, j))}{\Delta y^2} - & k_{eff}(i, j) \cdot \frac{(T(i, j) - T(i, j - 1))}{\Delta x^2} + \\
 + k_{eff}(i, j) \cdot \frac{(T(i, j + 1) - T(i, j))}{\Delta x^2} - & I(i, j) \cdot \lambda \Bigg); \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

Analogamente l'eq. (2.22), per la generica cella ij , diventa :

$$\begin{aligned}
 d\rho_g(i, j) = & \rho_g(i, j) \cdot \frac{\rho_s \cdot (1 - \phi)}{\rho_i \cdot \phi - W(i, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot dW(i, j) + \\
 & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(i, j) \cdot \frac{\rho_g(i + 1, j) - 2 \cdot \rho_g(i, j) + \rho_g(i - 1, j)}{\Delta y^2} + \\
 & - \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(i, j) \cdot \frac{\rho_g(i, j) - \rho_g(i, j - 1)}{\Delta x^2} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(i, j) \cdot \frac{\rho_g(i, j + 1) - \rho_g(i, j)}{\Delta x^2} + \\
 & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot I(i, j); \quad (2.28)
 \end{aligned}$$

Facendo riferimento alla Fig. 2.6, l'eq. (2.5) nella cella ($i = 1, j = 1$) diventa:

$$\begin{aligned}
 dT(1,1) = & \frac{1}{Cp_{eff}(1,1) \cdot \rho_{eff}(1,1)} \cdot \left(Kv_b \cdot \frac{T_{ext} - T(1,1)}{\Delta y} + Kv_s \cdot \frac{T_{ext} - T(1,1)}{\Delta x} + \right. \\
 & \left. + k_{eff}(1,1) \cdot \frac{T(2,1) - T(1,1)}{\Delta y^2} + k_{eff}(1,1) \cdot \frac{T(1,2) - T(1,1)}{\Delta x^2} - I(1,1) \cdot \lambda \right); \quad (2.29)
 \end{aligned}$$

avendo descritto il flusso di calore dal basso e dal lato rispettivamente come:

$$Jq_b = Kv_b \cdot (T_{ext} - T) \quad (2.30)$$

$$Jq_s = Kv_s \cdot (T_{ext} - T) \quad (2.31)$$

i parametri Kv_b e Kv_s sono rispettivamente i coefficienti di scambio di calore dal basso e dai lati, $W \, m^{-2}K^{-1}$.

Per la prima riga, vedi Fig. 2.6, rappresentativa del fondo del prodotto, l'eq. (2.5) viene scritta come di seguito:

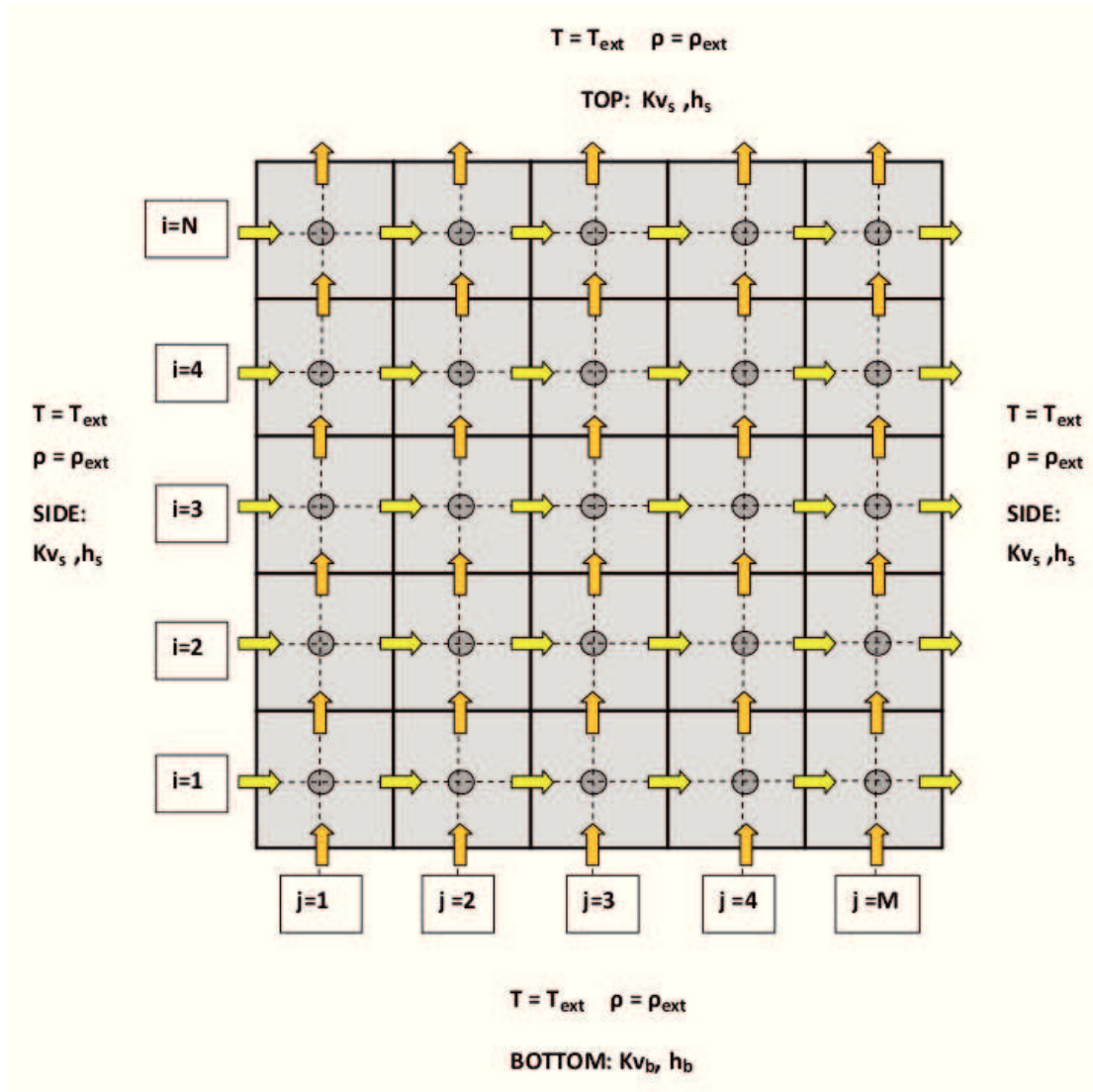


Figura 2.6: Schema semplificato della griglia di calcolo

$$\begin{aligned}
 & \text{for } j = 2 : M - 1 \\
 dT(1, j) = & \frac{1}{C_{p_{eff}}(1, j) \cdot \rho_{eff}(1, j)} \cdot \left(Kv_b \cdot \frac{T_{ext} - T(1, j)}{\Delta y} + k_{eff}(1, j) \cdot \frac{T(2, j) - T(1, j)}{\Delta y^2} + \right. \\
 & \left. - k_{eff}(1, j) \cdot \frac{T(1, j) - T(1, j-1)}{\Delta x^2} + k_{eff}(1, j) \cdot \frac{T(1, j+1) - T(1, j)}{\Delta x^2} - I(1, j) \cdot \lambda \right);
 \end{aligned}
 \tag{2.32}$$

Per la cella ($i = 1, j = M$), vedi Fig. 2.6, l'eq. (2.5) diventa :

$$dT(1, M) = \frac{1}{C_{p_{eff}}(1, M) \cdot \rho_{eff}(1, M)} \cdot \left(K v_b \cdot \frac{T_{ext} - T(1, M)}{\Delta y} + K v_s \cdot \frac{T_{ext} - T(1, M)}{\Delta x} + \right. \\ \left. + k_{eff}(1, M) \cdot \frac{T(2, M) - T(1, M)}{\Delta y^2} - k_{eff}(1, M) \cdot \frac{T(1, M) - T(1, M-1)}{\Delta x^2} - I(1, M) \cdot \lambda \right); \quad (2.33)$$

Analogamente l'eq. (2.22), rispettivamente per la cella ($i = 1, j = 1$), per la prima riga e per la cella ($i = 1, j = M$), diventa :

$$d\rho_g(1,1) = \rho_g(1,1) \cdot \frac{\rho_s \cdot (1 - \phi)}{\rho_i \cdot \phi - W(1,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot dW(1,1) + \\ + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(1,1) \cdot \frac{\rho_g(2,1) - \rho_g(1,1)}{\Delta y^2} + \\ + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(1,1) \cdot \frac{\rho_g(1,2) - \rho_g(1,1)}{\Delta x^2} + \\ + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_s \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(1,1)}{\Delta x} + \\ + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_b \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(1,1)}{\Delta y} + \\ \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot I(1,1); \quad (2.34)$$

avendo descritto il flusso di materia dal basso e dal lato rispettivamente come:

$$J w_b = h_b \cdot (\rho_{ext} - \rho_g) \quad (2.35)$$

$$J w_s = h_s \cdot (\rho_{ext} - \rho_g) \quad (2.36)$$

dove h_s è il coefficiente di scambio di materia dai lati, $m \cdot s^{-1}$ e h_b è il coefficiente di scambio di materia dal basso, $m \cdot s^{-1}$.

for $j = 2 : M - 1$

$$\begin{aligned}
 d\rho_g(1, j) = & \rho_g(1, j) \cdot \frac{\rho_s \cdot (1 - \phi)}{\rho_i \cdot \phi - W(1, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot dW(1, j) + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(1, j) \cdot \frac{\rho_g(2, j) - \rho_g(1, j)}{\Delta y^2} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(1, j) \cdot \frac{\rho_g(1, j + 1) - \rho_g(1, j)}{\Delta x^2} + \\
 & - \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(1, j) \cdot \frac{\rho_g(1, j) - \rho_g(1, j - 1)}{\Delta x^2} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_b \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(1, j)}{\Delta y} + \\
 & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1, j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot I(1, j); \quad (2.37)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d\rho_g(1, M) = & \rho_g(1, M) \cdot \frac{\rho_s \cdot (1 - \phi)}{\rho_i \cdot \phi - W(1, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot dW(1, M) + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(1, M) \cdot \frac{\rho_g(2, M) - \rho_g(1, M)}{\Delta y^2} + \\
 & - \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(1, M) \cdot \frac{\rho_g(1, M) - \rho_g(1, M - 1)}{\Delta x^2} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_s \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(1, M)}{\Delta x} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_b \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(1, M)}{\Delta y} + \\
 & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(1, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot I(1, M); \quad (2.38)
 \end{aligned}$$

L'eq. (2.5), rispettivamente per la cella ($i = N, j = 1$), per l'ultima riga e per la cella ($i = N, j = M$), ovvero per la parte superiore del prodotto, diventa :

$$dT(N,1) = \frac{1}{Cp_{eff}(N,1) \cdot \rho_{eff}(N,1)} \cdot \left(Kv_t \cdot \frac{T_{ext} - T(N,1)}{\Delta x} + Kv_s \cdot \frac{T_{ext} - T(N,1)}{\Delta y} + \right. \\ \left. - k_{eff}(N,1) \cdot \frac{T(N,1) - T(N-1,1)}{\Delta y^2} + k_{eff}(N,1) \cdot \frac{T(N,2) - T(N,1)}{\Delta x^2} - I(N,1) \cdot \lambda \right); \quad (2.39)$$

avendo descritto il flusso di calore dall'alto come:

$$Jq_t = Kv_t \cdot (T_{ext} - T) \quad (2.40)$$

dove Kv_t è il coefficiente di scambio di calore dall'alto, $W \cdot m^{-2}K^{-1}$.

for $j = 2 : M - 1$

$$dT(N,j) = \frac{1}{Cp_{eff}(N,j) \cdot \rho_{eff}(N,j)} \cdot \left(Kv_t \cdot \frac{T_{ext} - T(N,j)}{\Delta y} + \right. \\ \left. - k_{eff}(N,j) \cdot \frac{T(N,j) - T(N-1,j)}{\Delta y^2} - k_{eff}(N,j) \cdot \frac{T(N,j) - T(N,j-1)}{\Delta x^2} + \right. \\ \left. + k_{eff}(N,j) \cdot \frac{T(N,j+1) - T(N,j)}{\Delta x^2} - I(N,j) \cdot \lambda \right); \quad (2.41)$$

$$dT(N,M) = \frac{1}{Cp_{eff}(N,M) \cdot \rho_{eff}(N,M)} \cdot \left(Kv_t \cdot \frac{T_{ext} - T(N,M)}{\Delta y} \right. \\ \left. + Kv_s \cdot \frac{T_{ext} - T(N,M)}{\Delta x} - k_{eff}(N,M) \cdot \frac{T(N,M) - T(N,M-1)}{\Delta x^2} + \right. \\ \left. - k_{eff}(N,M) \cdot \frac{T(N,M) - T(N-1,M)}{\Delta y^2} - I(N,M) \cdot \lambda \right); \quad (2.42)$$

Analogamente l'eq. (2.22), rispettivamente per la cella ($i = N, j = 1$), per l'ultima riga e per la cella ($i = N, j = M$), diventa :

$$\begin{aligned}
 d\rho_g(N,1) = & \rho_g(N,1) \cdot \frac{\rho_s \cdot (1 - \phi)}{\rho_i \cdot \phi - W(N,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot dW(N,1) + \\
 & - \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(N,1) \cdot \frac{\rho_g(N,1) - \rho_g(N-1,1)}{\Delta y^2} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(N,1) \cdot \frac{\rho_g(N,2) - \rho_g(N,1)}{\Delta x^2} + \\
 & - \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_s \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(N,1)}{\Delta x} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_t \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(N,1)}{\Delta y} + \\
 & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot I(N,1); \quad (2.43)
 \end{aligned}$$

avendo descritto il flusso di materia dall'alto come:

$$Jw_t = h_t \cdot (\rho_{ext} - \rho_g) \quad (2.44)$$

dove h_t è il coefficiente di scambio di materia dall'alto, m s⁻¹.

for $j = 2 : M - 1$

$$\begin{aligned}
 d\rho_g(N,j) = & \rho_g(N,j) \cdot \frac{\rho_s \cdot (1 - \phi)}{\rho_i \cdot \phi - W(N,j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot dW(N,j) + \\
 & - \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N,j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(N,j) \cdot \frac{\rho_g(N,j) - \rho_g(N-1,j)}{\Delta y^2} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N,j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(N,j) \cdot \frac{\rho_g(N,j+1) - \rho_g(N,j)}{\Delta x^2} + \\
 & - \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N,j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(N,j) \cdot \frac{\rho_g(N,j) - \rho_g(N,j-1)}{\Delta x^2} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N,j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_t \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(N,j)}{\Delta y} + \\
 & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N,j) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot I(N,j); \quad (2.45)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d\rho_g(N, M) = & \rho_g(N, M) \cdot \frac{\rho_s \cdot (1 - \phi)}{\rho_i \cdot \phi - W(N, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot dW(N, M) + \\
 & - \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot Dg(N, M) \cdot \frac{\rho_g(N, M) - \rho_g(N - 1, M)}{\Delta y^2} + \\
 & - \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot Dg(N, M) \cdot \frac{\rho_g(N, M) - \rho_g(N, M - 1)}{\Delta x^2} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_s \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(N, M)}{\Delta x} + \\
 & + \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_t \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(N, M)}{\Delta y} + \\
 & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(N, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot I(N, M); \quad (2.46)
 \end{aligned}$$

L'eq. (2.5), per la colonna a sinistra, vedi Fig. 2.6, può essere scritta come segue :

$$\begin{aligned}
 & \text{for } i = 2 : N - 1 \\
 dT(i, 1) = & \frac{1}{Cp_{eff}(i, 1) \cdot \rho_{eff}(i, 1)} \cdot \left(Kv_s \cdot \frac{T_{ext} - T(i, 1)}{\Delta x} + k_{eff}(i, 1) \cdot \frac{T(i + 1, 1) - T(i, 1)}{\Delta y^2} + \right. \\
 & \left. - k_{eff}(i, 1) \cdot \frac{T(i, 1) - T(i - 1, 1)}{\Delta y^2} + k_{eff}(i, 1) \cdot \frac{T(i, 2) - T(i, 1)}{\Delta x^2} - I(i, 1) \cdot \lambda \right); \quad (2.47)
 \end{aligned}$$

L'eq. (2.5), invece per la colonna a destra, vedi Fig. 2.6, diventa :

$$\begin{aligned}
 & \text{for } i = 2 : N - 1 \\
 dT(i, M) = & \frac{1}{Cp_{eff}(i, M) \cdot \rho_{eff}(i, M)} \cdot \left(Kv_s \cdot \frac{T_{ext} - T(i, M)}{\Delta x} + \right. \\
 & - k_{eff}(i, M) \cdot \frac{T(i, M) - T(i - 1, M)}{\Delta y^2} + k_{eff}(i, M) \cdot \frac{T(i + 1, M) - T(i, M)}{\Delta y^2} + \\
 & \left. - k_{eff}(i, M) \cdot \frac{T(i, M) - T(i, M - 1)}{\Delta x^2} - I(i, M) \cdot \lambda \right); \quad (2.48)
 \end{aligned}$$

L'eq. (2.22), per la colonna a sinistra, vedi Fig. 2.6, può essere scritta come segue :

for $i = 2 : N - 1$

$$\begin{aligned}
 d\rho_g(i,1) = & \rho_g(i,1) \cdot \frac{\rho_s \cdot (1 - \phi)}{\rho_i \cdot \phi - W(i,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot dW(i,1) + \\
 + & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(i,1) \cdot \frac{\rho_g(i+1,1) - 2\rho_g(i,1) + \rho_g(i-1,1)}{\Delta y^2} + \\
 + & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(i,1) \cdot \frac{\rho_g(i,2) - \rho_g(i,1)}{\Delta x^2} + \\
 + & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_s \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(i,1)}{\Delta x} + \\
 & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i,1) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot I(i,1); \quad (2.49)
 \end{aligned}$$

L'eq. (2.22), per la colonna a destra, vedi Fig. 2.6, diventa :

for $i = 2 : N - 1$

$$\begin{aligned}
 d\rho_g(i, M) = & \rho_g(i, M) \cdot \frac{\rho_s \cdot (1 - \phi)}{\rho_i \cdot \phi - W(i, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot dW(i, M) + \\
 + & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(i, M) \cdot \frac{\rho_g(i+1, M) - 2\rho_g(i, M) + \rho_g(i-1, M)}{\Delta y^2} + \\
 - & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot D_{eff}(i, M) \cdot \frac{\rho_g(i, M) - \rho_g(i, M-1)}{\Delta x^2} + \\
 + & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot h_s \cdot \frac{\rho_{ext} - \rho_g(i, M)}{\Delta x} + \\
 & \frac{\rho_i}{\rho_i \cdot \phi - W(i, M) \cdot \rho_s \cdot (1 - \phi)} \cdot I(i, M); \quad (2.50)
 \end{aligned}$$

I parametri Kv_t , Kv_s e Kv_b , che compaiono nelle precedenti equazioni, sono rispettivamente i coefficienti di scambio di calore dall'alto, dai lati e dal basso, $W \text{ m}^{-2}\text{K}^{-1}$. h_t è il coefficiente di scambio di materia dall'alto, m s^{-1} , h_s è il coefficiente di scambio di materia dai lati, m s^{-1} e h_b è il coefficiente di scambio di materia

dal basso, m s^{-1} . Nei paragrafi successivi viene descritta la procedura utilizzata per la loro determinazione, nelle varie condizioni operative (diverse dimensioni del prodotto, diverse velocità dell'aria secca).

2.2.5 Determinazione dei coefficienti di scambio di energia e materia

I coefficienti di scambio di energia e materia sono stati valutati attraverso l'uso combinato di COMSOL Multiphysics 5.1 e MATLAB (versione R2014).

COMSOL è un software commerciale che sfrutta il metodo degli elementi finiti per risolvere le equazioni alle derivate parziali necessarie per descrivere diversi problemi scientifici. In questo software sono presenti numerosi *moduli*, rappresentativi di vari fenomeni fisici, e attraverso la loro combinazione è possibile effettuare simulazioni multi-fisiche.

La geometria del modello utilizzato per il calcolo dei coefficienti di scambio è composta da due domini, uno più piccolo, rappresentativo del prodotto da essiccare e uno più grande, in cui è presente il fluido essiccante, vedi Fig. 2.7. Come si può facilmente riscontrare nella Fig. 2.7, nel prodotto sono state inserite quattro sonde, necessarie per valutare i profili di temperatura e concentrazione del ghiaccio nel tempo, in corrispondenza della superficie superiore, dei lati e della superficie inferiore.

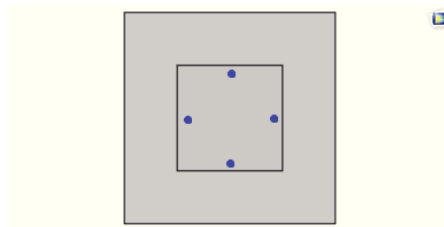


Figura 2.7: Geometria del modello utilizzato su COMSOL: è raffigurato il dominio 1 (il più grande), il quale è necessario per la simulazione del fluido essiccante e il dominio 2 (il più piccolo), il quale rappresenta il prodotto da essiccare.

Energia

I moduli utilizzati per simulare lo scambio termico tra il prodotto da essiccare e l'aria sono:

- *Trasmissione di calore nei fluidi;*

- *Trasmissione di calore nei solidi.*

Il primo è applicato al dominio 1, mentre il secondo al dominio 2, vedi Fig. 2.7. L'equazione di variazione della temperatura presente nel primo modulo è la seguente:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = -\nabla \cdot \mathbf{Jq} \quad (2.51)$$

Il primo termine rappresenta l'accumulo, il secondo la quantità di energia termica scambiata per convezione e il terzo la quantità di energia termica scambiata per conduzione. In particolare $\mathbf{Jq}$, il flusso termico conduttivo, W m^{-2} , può essere esplicitato attraverso la *legge di Fourier* :

$$\mathbf{Jq} = -k \nabla T \quad (2.52)$$

Dunque l'eq. (2.51) diventa:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = k \nabla^2 T \quad (2.53)$$

dove C_p , ρ e k , sono rispettivamente il calore specifico, la densità e la conducibilità termica del sistema (aria) e sono direttamente forniti dalla libreria dei materiali di COMSOL. Il termine $\mathbf{u}$ rappresenta il campo di velocità del fluido.

La stessa equazione di variazione della temperatura è presente nel modulo di Trasmissione del calore nei solidi, ma ovviamente con il termine di convezione nullo:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T \quad (2.54)$$

In questo caso il calore specifico, C_p , la densità, ρ , e la conducibilità termica, k , del solido considerato sono mostrati nella Tab.(2.4). Le condizioni operative e iniziali si possono invece trovare nella Tab.(2.5).

Con l'utilizzo di COMSOL si sono dunque ottenuti i profili di temperatura nel tempo, nei quattro punti selezionati, vedi Fig. 2.7.

A questo punto, con l'utilizzo di MATLAB si è risolta l'eq. (2.54) valida nel solido, con il metodo dei volumi finiti, vedi Fig. 2.5: per la generica cella ij , l'eq. (2.54) può essere scritta come:

Tabella 2.4: Parametri del prodotto

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Calore specifico del prodotto	C_{p_s}	1505	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
Densità del prodotto	ρ_s	571	$kg\ m^{-3}$
Conducibilità termica del prodotto	k_s	0,2	$W\ m^{-1}\ K^{-1}$
Dimensione del prodotto	L	0,0176/0,0088	m

Tabella 2.5: Condizioni operative e iniziali

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Velocità dell'aria in ingresso	u_y	2	$m\ s^{-1}$
Temperatura dell'aria in ingresso	$T_{air,0}$	-5	$^{\circ}C$
Temperatura iniziale del prodotto	$T_{s,0}$	-15	$^{\circ}C$

$$dT(i, j) = \frac{1}{C_p \cdot \rho} \cdot \left(-k \cdot \frac{(T(i, j) - T(i-1, j))}{\Delta y^2} + k \cdot \frac{(T(i+1, j) - T(i, j))}{\Delta y^2} + \right. \\ \left. - k \cdot \frac{(T(i, j) - T(i, j-1))}{\Delta x^2} + k \cdot \frac{(T(i, j+1) - T(i, j))}{\Delta x^2} \right); \quad (2.55)$$

Facendo riferimento alla Fig. 2.6, l'eq. (2.54) nella cella ($i = 1, j = 1$) diventa:

$$dT(1,1) = \frac{1}{C_p \cdot \rho} \cdot \left(K_{v_b} \cdot \frac{T_{ext} - T(1,1)}{\Delta y} + K_{v_s} \cdot \frac{T_{ext} - T(1,1)}{\Delta x} + \right. \\ \left. + k \cdot \frac{T(2,1) - T(1,1)}{\Delta y^2} + k \cdot \frac{T(1,2) - T(1,1)}{\Delta x^2} \right); \quad (2.56)$$

Per la prima riga, vedi Fig. 2.6, rappresentativa del fondo del prodotto, l'eq. (2.54) viene scritta come di seguito:

for $j = 2 : M - 1$

$$dT(1, j) = \frac{1}{Cp \cdot \rho} \cdot \left(Kv_b \cdot \frac{T_{ext} - T(1, j)}{\Delta y} + k \cdot \frac{T(2, j) - T(1, j)}{\Delta y^2} + \right. \\ \left. - k \cdot \frac{T(1, j) - T(1, j - 1)}{\Delta x^2} + k \cdot \frac{T(1, j + 1) - T(1, j)}{\Delta x^2} \right); \quad (2.57)$$

Per la cella ($i = 1, j = M$), vedi Fig. 2.6, l'eq. (2.54) diventa :

$$dT(1, M) = \frac{1}{Cp \cdot \rho} \cdot \left(Kv_b \cdot \frac{T_{ext} - T(1, M)}{\Delta y} + Kv_s \cdot \frac{T_{ext} - T(1, M)}{\Delta x} + \right. \\ \left. + k \cdot \frac{T(2, M) - T(1, M)}{\Delta y^2} - k \cdot \frac{T(1, M) - T(1, M - 1)}{\Delta x^2} \right); \quad (2.58)$$

L'eq. (2.54), rispettivamente per la cella ($i = N, j = 1$), per l'ultima riga e per la cella ($i = N, j = M$), vedi Fig. 2.6, ovvero per la parte superiore del prodotto, diventa :

$$dT(N, 1) = \frac{1}{Cp \cdot \rho} \cdot \left(Kv_t \cdot \frac{T_{ext} - T(N, 1)}{\Delta x} + Kv_s \cdot \frac{T_{ext} - T(N, 1)}{\Delta y} + \right. \\ \left. - k \cdot \frac{T(N, 1) - T(N - 1, 1)}{\Delta y^2} + k \cdot \frac{T(N, 2) - T(N, 1)}{\Delta x^2} \right); \quad (2.59)$$

for $j = 2 : M - 1$

$$dT(N, j) = \frac{1}{Cp \cdot \rho} \cdot \left(Kv_t \cdot \frac{T_{ext} - T(N, j)}{\Delta y} - k \cdot \frac{T(N, j) - T(N - 1, j)}{\Delta y^2} + \right. \\ \left. - k \cdot \frac{T(N, j) - T(N, j - 1)}{\Delta x^2} + k \cdot \frac{T(N, j + 1) - T(N, j)}{\Delta x^2} \right); \quad (2.60)$$

$$dT(N, M) = \frac{1}{Cp \cdot \rho} \cdot \left(Kv_t \cdot \frac{T_{ext} - T(N, M)}{\Delta y} + Kv_s \cdot \frac{T_{ext} - T(N, M)}{\Delta x} + \right. \\ \left. - k \cdot \frac{T(N, M) - T(N, M - 1)}{\Delta x^2} - k \cdot \frac{T(N, M) - T(N - 1, M)}{\Delta y^2} \right); \quad (2.61)$$

L'eq. (2.54), per la colonna a sinistra, vedi Fig. 2.6, può essere scritta come segue:

$$\text{for } i = 2 : N - 1 \\ dT(i, 1) = \frac{1}{Cp \cdot \rho} \cdot \left(Kv_s \cdot \frac{T_{ext} - T(i, 1)}{\Delta x} + k \cdot \frac{T(i + 1, 1) - T(i, 1)}{\Delta y^2} + \right. \\ \left. - k \cdot \frac{T(i, 1) - T(i - 1, 1)}{\Delta y^2} + k \cdot \frac{T(i, 2) - T(i, 1)}{\Delta x^2} \right); \quad (2.62)$$

L'eq. (2.54), invece per la colonna a destra, vedi Fig. 2.6, diventa:

$$\text{for } i = 2 : N - 1 \\ dT(i, M) = \frac{1}{Cp \cdot \rho} \cdot \left(Kv_s \cdot \frac{T_{ext} - T(i, M)}{\Delta x} - k \cdot \frac{T(i, M) - T(i - 1, M)}{\Delta y^2} + \right. \\ \left. + k \cdot \frac{T(i + 1, M) - T(i, M)}{\Delta y^2} - k \cdot \frac{T(i, M) - T(i, M - 1)}{\Delta x^2} \right); \quad (2.63)$$

In seguito alla risoluzione di queste equazioni si sono ottenuti i profili di temperatura nel tempo nelle stesse quattro posizioni selezionate attraverso le sonde su COMSOL. Infine, sono stati scelti dei valori dei coefficienti di scambio di calore, Kv_t , Kv_s e Kv_b , tali per cui i profili di temperatura ottenuti con MATLAB coincidessero con quelli ottenuti con COMSOL.

I valori dei coefficienti di scambio di energia ottenuti con la procedura discussa verranno presentati nel capitolo successivo.

Materia

Per simulare lo scambio di materia tra il prodotto da essiccare e l'aria è necessario un unico modulo: *Trasporto di specie diluite*, il quale viene usato per entrambi i domini, vedi Fig. 2.7, in condizioni differenti. Il bilancio di materia presente nel modulo utilizzato è il seguente :

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla c_i + \nabla \cdot (-D_i \nabla c_i) = 0 \quad (2.64)$$

Considerando la diffusività costante l'eq (2.64) diventa:

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla c_i - D_i \nabla^2 c_i = 0 \quad (2.65)$$

in cui si possono notare rispettivamente il termine di accumulo, il termine convettivo e il termine diffusivo, quest'ultimo descritto attraverso la *legge di Fick*. Il termine D_i nel dominio 1 rappresenta la diffusività del vapore in aria mentre nel dominio 2 rappresenta la diffusività del vapore nel prodotto, $\mathbf{u}$ è il campo di velocità che nel dominio 2 è nullo. Le condizioni operative, le condizioni iniziali e i parametri di processo sono mostrate nella Tab.(2.6).

Tabella 2.6: Informazioni utili

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Velocità dell'aria in ingresso	u_y	2	m s^{-1}
Concentrazione iniziale di acqua in aria	$c_{w,\text{air}0}$	0,0091	mol m^{-3}
Concentrazione iniziale di ghiaccio nel prodotto	$c_{w,s0}$	29460	mol m^{-3}
Diffusività del vapore nel prodotto	$D_{w,s}$	$1,5 \cdot 10^{-4}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Diffusività del vapore in aria	$D_{w,\text{air}}$	$2,6 \cdot 10^{-4}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Dimensione del prodotto	L	0,0176/0,0088	m

Con l'utilizzo di COMSOL si sono dunque ottenuti i profili di concentrazione del ghiaccio nel tempo nei quattro punti selezionati, vedi Fig. 2.7. A questo punto con l'utilizzo di MATLAB si è risolta l'eq. (2.65) con il metodo dei volumi finiti, vedi Fig. 2.5. L'eq (2.65) per la generica cella ij può essere scritta come:

$$dc_{w,s}(i, j) = -D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(i, j) - c_{w,s}(i-1, j)}{\Delta y^2} + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(i+1, j) - c_{w,s}(i, j)}{\Delta y^2} + \\ - D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(i, j) - c_{w,s}(i, j-1)}{\Delta x^2} + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(i, j+1) - c_{w,s}(i, j)}{\Delta x^2}; \quad (2.66)$$

L'eq. (2.65), rispettivamente per la cella ($i = 1, j = 1$), per la prima riga e per la cella ($i = 1, j = M$), vedi Fig. 2.6, ovvero per la parte inferiore del prodotto, viene scritta come di seguito:

$$dc_{w,s}(1, 1) = h_b \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(1, 1)}{\Delta y} + h_s \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(1, 1)}{\Delta x} + \\ + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(2, 1) - c_{w,s}(1, 1)}{\Delta y^2} + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(1, 2) - c_{w,s}(1, 1)}{\Delta x^2}; \quad (2.67)$$

for $j = 2 : M - 1$

$$dc_{w,s}(1, j) = h_b \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(1, j)}{\Delta y} + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(2, j) - c_{w,s}(1, j)}{\Delta y^2} + \\ - D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(1, j) - c_{w,s}(1, j-1)}{\Delta x^2} + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(1, j+1) - c_{w,s}(1, j)}{\Delta x^2}; \quad (2.68)$$

$$dc_{w,s}(1, M) = h_b \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(1, M)}{\Delta y} + h_s \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(1, M)}{\Delta x} + \\ + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(2, M) - c_{w,s}(1, M)}{\Delta y^2} - D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(1, M) - c_{w,s}(1, M-1)}{\Delta x^2}; \quad (2.69)$$

L'eq. (2.65), rispettivamente per la cella ($i = N, j = 1$), per l'ultima riga e per la cella ($i = N, j = M$), vedi Fig. 2.6, ovvero per la parte superiore del prodotto, diventa :

$$\begin{aligned}
 dc_{w,s}(N,1) = & -h_t \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(N,1)}{\Delta x} + h_s \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(N,1)}{\Delta y} + \\
 & + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(N,1) - c_{w,s}(N-1,1)}{\Delta y^2} + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(N,2) - c_{w,s}(N,1)}{\Delta x^2}; \quad (2.70)
 \end{aligned}$$

for $j = 2 : M - 1$

$$\begin{aligned}
 dc_{w,s}(N,j) = & -h_t \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(N,j)}{\Delta y} + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(N,j) - c_{w,s}(N-1,j)}{\Delta y^2} + \\
 & - D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(N,j) - c_{w,s}(N,j-1)}{\Delta x^2} + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(N,j+1) - c_{w,s}(N,j)}{\Delta x^2}; \quad (2.71)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 dc_{w,s}(N,M) = & h_t \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(N,M)}{\Delta y} + h_s \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(N,M)}{\Delta x} + \\
 & - D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(N,M) - c_{w,s}(N,M-1)}{\Delta x^2} - D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(N,M) - c_{w,s}(N-1,M)}{\Delta y^2}; \quad (2.72)
 \end{aligned}$$

L'eq. (2.65), per la colonna a sinistra, vedi Fig. 2.6, può essere scritta come segue:

for $i = 2 : N - 1$

$$\begin{aligned}
 dc_{w,s}(i,1) = & h_s \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(i,1)}{\Delta x} + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(i+1,1) - c_{w,s}(i,1)}{\Delta y^2} + \\
 & - D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(i,1) - c_{w,s}(i-1,1)}{\Delta y^2} + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(i,2) - c_{w,s}(i,1)}{\Delta x^2}; \quad (2.73)
 \end{aligned}$$

L'eq. (2.65), invece per la colonna a destra, vedi Fig. 2.6, diventa:

for $i = 2 : N - 1$

$$dc_{w,s}(i, M) = h_s \cdot \frac{c_{w,air} - c_{w,s}(i, M)}{\Delta x} - D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(i, M) - c_{w,s}(i - 1, M)}{\Delta y^2} + \\ + D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(i + 1, M) - c_{w,s}(i, M)}{\Delta y^2} - D_{w,s} \cdot \frac{c_{w,s}(i, M) - c_{w,s}(i, M - 1)}{\Delta x^2}; \quad (2.74)$$

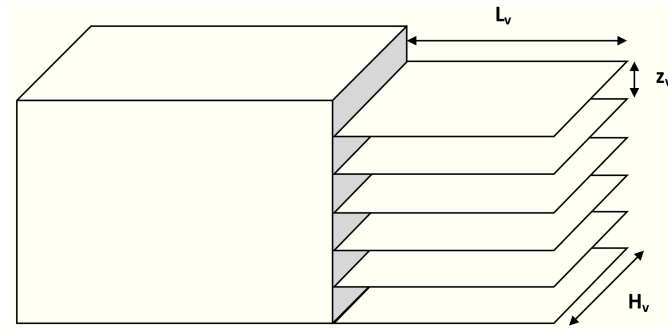
In seguito alla risoluzione di queste equazioni si sono ottenuti i profili di concentrazione di ghiaccio nel tempo, nelle stesse quattro posizioni selezionate su COMSOL. Infine, sono stati scelti dei valori dei coefficienti di scambio di materia, h_t , h_s e h_b , tali per cui i profili di concentrazione ottenuti con MATLAB coincidessero con quelli prodotti da COMSOL. I valori dei coefficienti di scambio di materia, ottenuti con la procedura discussa, verranno presentati nel capitolo successivo.

2.2.6 Determinazione della diffusività effettiva

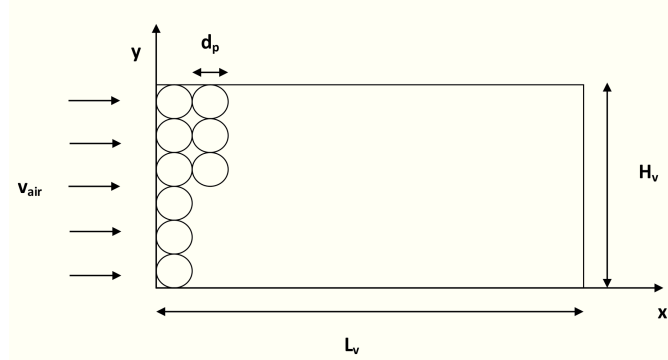
Per determinare la *diffusività effettiva* sono stati utilizzati i dati sperimentali di un precedente lavoro [49]. Risolvendo con MATLAB le equazioni discusse nel paragrafo 2.2.4, si è ottenuto l'andamento nel tempo di W all'interno del prodotto. Dal confronto di quest'ultimo con i profili di W ottenuti sperimentalmente si è determinato il valore di diffusività effettiva tale da produrre il "best fit" dei dati sperimentali. I risultati ottenuti verranno presentati nel capitolo successivo.

2.3 Studio del processo industriale

Attraverso MATLAB è stato simulato un essiccatore a tunnel per la AFD di fette di melanzana. Si è scelta un'apparecchiatura tipo costituita da una camera con all'interno diversi vassoi su cui vengono disposti i prodotti. Le dimensioni dei vassoi sono $L_v = 2$ m e $H_v = 1$ m e la distanza tra un vassoio e l'altro è $z_v = 0,1$ m, vedi Fig. 2.8. Il prodotto è rappresentato da fette circolari di melanzana con diametro pari a $d_p = 0,1$ m. La frazione di superficie vuota per ogni scaffale è $\epsilon_v = 0,7863$. Ogni batch viene caricato con 100 kg di prodotto fresco.



(a) Rappresentazione semplificata dell'essiccatore a tunnel simulato con MATLAB.



(b) Rappresentazione semplificata di un vassoio dell'essiccatore simulato con MATLAB.

Figura 2.8: Dettagli geometrici dell'essiccatore a tunnel simulato.

Si è utilizzato un modello sviluppato in un precedente lavoro, [49], in cui l'aria scorre tra i vassoi, entra a contatto con la superficie superiore del prodotto, vedi Fig. 2.8, e trascina con sé il vapore acqueo generato durante la sublimazione. Si suppone che l'essiccamento dei campioni non vari al variare della posizione nella camera in cui è inserito il vassoio su cui sono disposti. Mentre man mano che il fluido essiccante avanza lungo un vassoio si arricchisce d'acqua, aumentando la propria umidità e ciò comporta una riduzione della forza motrice e dunque un essiccamento diverso dei prodotti in funzione della loro posizione lungo lo scaffale. Per affrontare questo problema, il vassoio è stato suddiviso in passi spaziali lungo l'asse x , e per ogni passo è stato risolto il sistema delle seguenti equazioni differenziali-algebriche :

$$\frac{dL_d}{dt} = \frac{1}{\rho_s \cdot W_0} \cdot \frac{(p_{w,i} - p_{w,c})}{\frac{R \cdot T_{air}}{m_w} \cdot \frac{1}{h} + \frac{R \cdot T_i}{m_w} \cdot \frac{L_d}{D_{eff}}} \quad (2.75)$$

$$\frac{(T_{air} - T_i)}{\frac{1}{K_v} + \frac{L_d}{k_s}} - \frac{(p_{w,i} - p_{w,c}) \cdot \lambda}{\frac{R \cdot T_{air}}{m_w} \cdot \frac{1}{h} + \frac{R \cdot T_i}{m_w} \cdot \frac{L_d}{D_{eff}}} = 0 \quad (2.76)$$

dove L_d è lo spessore dello strato secco, m, $p_{w,i}$ è la pressione parziale dell'acqua all'interfaccia di sublimazione, Pa, $p_{w,c}$ è la pressione parziale dell'acqua nella camera, Pa, h è il coefficiente di trasferimento di materia, m s^{-1} , T_{air} è la temperatura dell'aria, K, T_i è la temperatura all'interfaccia di sublimazione, K, K_v è il coefficiente di trasferimento di calore, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$. Avendo lo spessore dello strato secco si determina la portata di vapore generata dalla sublimazione del ghiaccio, $\dot{m}_w$, kg s^{-1} tramite la seguente formula:

$$\dot{m}_w = \frac{(p_{w,i} - p_{w,c}) \cdot A_s}{\frac{R \cdot T_{air}}{m_w} \cdot \frac{1}{h} + \frac{R \cdot T_i}{m_w} \cdot \frac{L_d}{D_{eff}}} \quad (2.77)$$

dove A_s è l'area superficiale superiore del prodotto, m^2 . Ottenuta $\dot{m}_w$ si determina l'umidità specifica dell'aria, U , $\text{kg}_w \text{kg}_{air}^{-1}$, Eq. (2.65), la quale viene dunque aggiornata per ogni passo spaziale:

$$U = U_0 + \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_{air}} \quad (2.78)$$

dove U_0 è l'umidità specifica dell'aria in ingresso alla camera, $\text{kg}_w \text{kg}_{air}^{-1}$, e $\dot{m}_{air}$ è la portata d'aria, kg s^{-1} .

Nel calcolo si è considerato l'essiccatore rotante Munters MCD 100 con HPS ad alta prestazione Silica-gel dryer, [49]. Lo scopo della simulazione è quello di individuare il tempo necessario al totale essiccamento di ogni lotto. Ottenuta questa informazione si determina la produttività dell'impianto, il consumo di vapore a bassa pressione (3 bar) e l'energia elettrica necessaria per ogni lotto.

Capitolo 3

Risultati

3.1 Determinazione dei coefficienti di scambio di calore

Come descritto nel paragrafo 2.2.5, i coefficienti di scambio di calore sono stati valutati attraverso l'uso combinato di COMSOL Multiphysics 5.1 e MATLAB (versione R2014). Nel prodotto sono state inserite quattro sonde, necessarie per valutare i profili di temperatura nel tempo, in corrispondenza della superficie superiore, dei lati e della superficie inferiore, vedi Fig. 3.10. Le equazioni (2.53) e (2.54) risolte con COMSOL, nelle condizioni riportate nella Tab. 3.1, determinano le distribuzioni di temperatura rappresentate in Fig. 3.1, che, come si può facilmente notare, nel transitorio iniziale non sono omogenee, ma presentano temperature maggiori sulla superficie inferiore del prodotto, leggermente minori sulle superfici laterali e minori sulla superficie superiore. Ciò è dovuto al fatto che con il passare del tempo il prodotto viene scaldato prevalentemente dal fondo e dai lati. Quanto detto può essere inoltre riscontrato nella Fig. 3.3, la quale mostra i profili di temperatura nel tempo, nei punti selezionati, identificati come top, side e bottom, vedi Fig. 3.10. Si può osservare come il fondo e i lati del prodotto si portino più velocemente alla temperatura del mezzo riscaldante rispetto alla superficie superiore.

Un'ulteriore aspetto evidenziato da entrambe le figure è che le superfici laterali del prodotto si scaldano allo stesso modo e difatti riportano il medesimo profilo di temperatura. Tutto ciò si traduce nei coefficienti di scambio di calore riportati nella Tab. 3.2, determinati con la procedura descritta nel paragrafo 2.2.5: Kv_b è maggiore di Kv_s che a sua volta è ampiamente maggiore di Kv_t . In particolare, tra i primi due e l'ultimo ci sono due ordini di grandezza di differenza, ad evidenziare il minor effetto termico sulla superficie superiore del prodotto rispetto alle altre.

Tabella 3.1: Condizioni operative utilizzate per calcolare i coefficienti di scambio di calore per il prodotto di dimensioni minori.

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Velocità dell'aria in ingresso	u_y	2	m s^{-1}
Temperatura dell'aria in ingresso	$T_{\text{air},0}$	-5	$^{\circ}\text{C}$
Temperatura iniziale del prodotto	$T_{s,0}$	-15	$^{\circ}\text{C}$
Dimensione del prodotto	L	0,0088	m

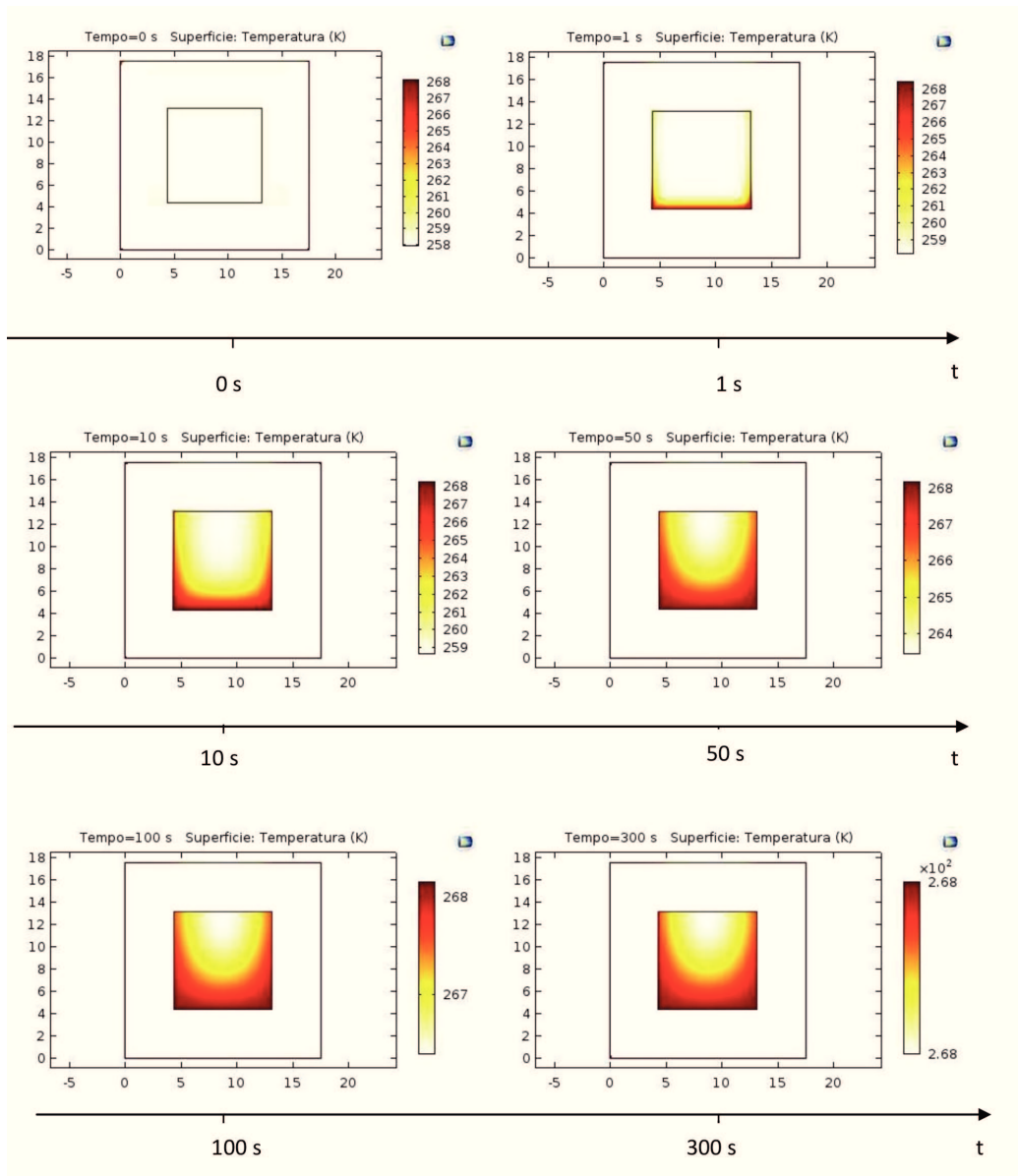


Figura 3.1: Rappresentazione della distribuzione di temperatura nel solido di piccole dimensioni, in diversi istanti di tempo.

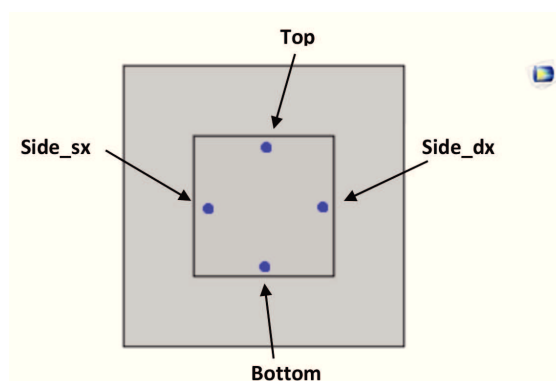


Figura 3.2: Rappresentazione dei quattro punti del prodotto presi in esame.

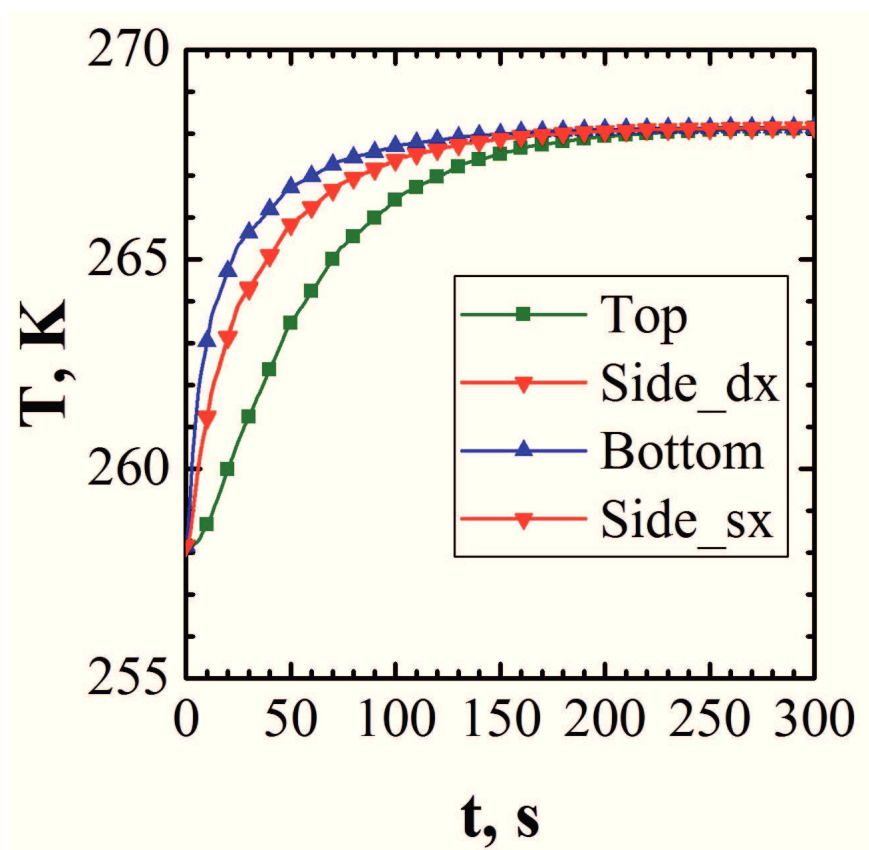
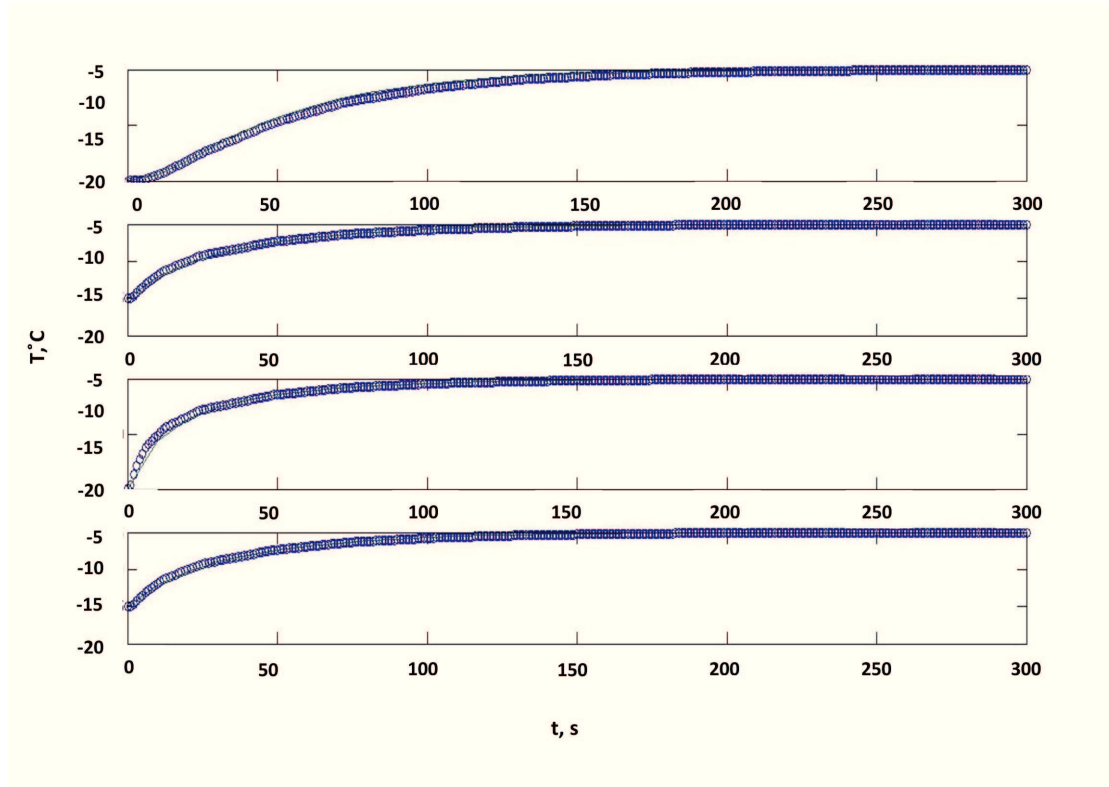


Figura 3.3: Profili di temperatura in funzione del tempo nei 4 punti selezionati del prodotto di dimensioni minori.

Tabella 3.2: Coefficienti di scambio di calore per il prodotto di piccole dimensioni

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Coefficiente di scambio di calore dal basso	Kv_b	230	$W\ m^{-2}\ K^{-1}$
Coefficiente di scambio di calore dall'alto	Kv_t	2	$W\ m^{-2}\ K^{-1}$
Coefficiente di scambio di calore laterale	Kv_s	110	$W\ m^{-2}\ K^{-1}$

**Figura 3.4:** Confronto tra i profili di temperatura calcolati con MATLAB (cerchi blu) e i profili di temperatura simulati con COMSOL (linea verde), per il prodotto di dimensioni minori.

Nella Fig. 3.4 è riportato il confronto tra i profili di temperatura nei quattro punti selezionati, ottenuti con MATLAB utilizzando i coefficienti di scambio riportati nella Tab. 3.2 e i profili di temperatura, nelle stesse quattro posizioni, simulati attraverso COMSOL: si nota chiaramente che coincidono.

Risolvendo con COMSOL le equazioni (2.53) e (2.54) per il prodotto di dimensioni maggiori ($L=0,0176$ m), nelle condizioni riportate nella Tab. 3.3 si osserva lo stesso comportamento evidenziato con il prodotto di dimensioni minori ($L=0,0088$ m): il cubetto subisce un effetto termico maggiore sul fondo e sui lati, e ciò è mostrato dalle Fig. 3.5 e Fig. 3.7, nelle quali vengono raffigurati, rispettivamente, le distribuzioni di temperatura nel prodotto a diversi istanti di tempo e i profili di temperatura nel tempo nei quattro punti selezionati.

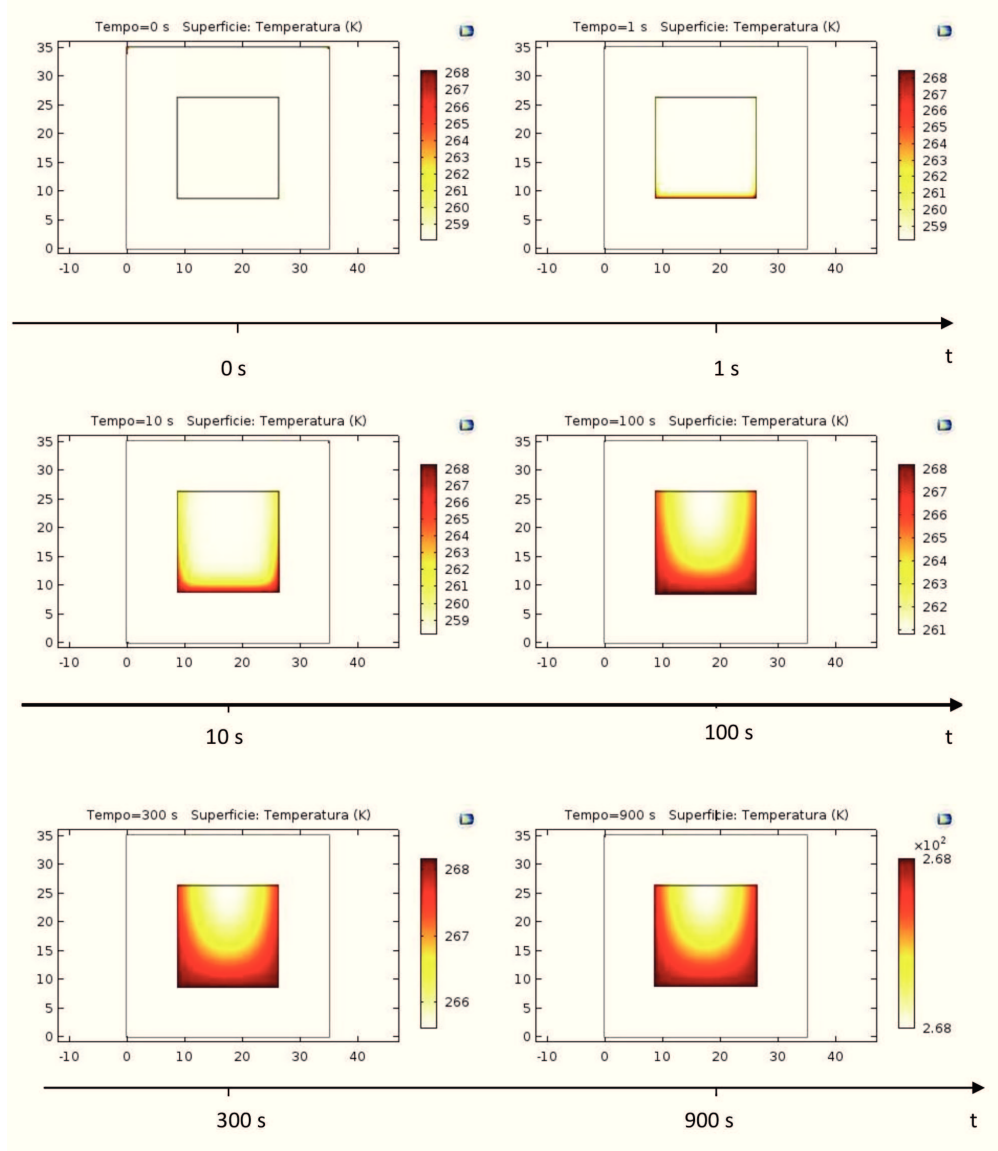


Figura 3.5: Rappresentazione della distribuzione di temperatura nel solido di grandi dimensioni, in diversi istanti di tempo.

Tabella 3.3: Condizioni operative utilizzate per calcolare i coefficienti di scambio di calore per il prodotto di dimensioni maggiori.

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Velocità dell'aria in ingresso	u_y	2	m s^{-1}
Temperatura dell'aria in ingresso	$T_{\text{air},0}$	-5	$^{\circ}\text{C}$
Temperatura iniziale del prodotto	$T_{s,0}$	-15	$^{\circ}\text{C}$
Dimensione del prodotto	L	0,0176	m

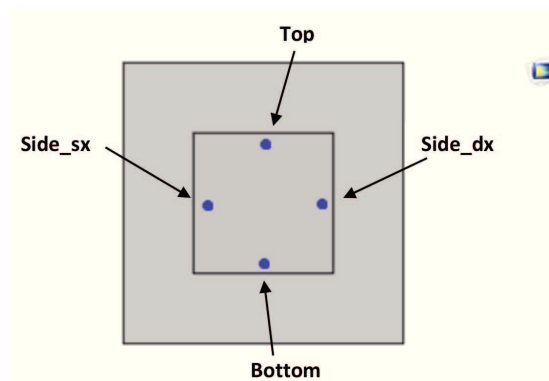


Figura 3.6: Rappresentazione dei quattro punti del prodotto presi in esame.

Analogamente a quanto accade nel prodotto di piccole dimensioni le superfici laterali si scaldano allo stesso modo e difatti riportano lo stesso profilo di temperatura. I coefficienti di scambio di calore, calcolati con la procedura descritta nel paragrafo 2.2.5, sono riportati nella Tab. 3.4, come per il prodotto di dimensioni minori, Kv_b è maggiore di Kv_s che a sua volta è ampiamente maggiore di Kv_t .

Tabella 3.4: Coefficienti di scambio di calore per il prodotto di grandi dimensioni

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Coefficiente di scambio di calore dal basso	Kv_b	120	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
Coefficiente di scambio di calore dall'alto	Kv_t	0,8	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
Coefficiente di scambio di calore laterale	Kv_s	70	$\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$

Nella Fig. 3.8 è riportato il confronto tra i profili di temperatura nei quattro punti selezionati, ottenuti con MATLAB utilizzando i coefficienti di scambio riportati nella Tab. 3.4, e i profili di temperatura, nelle stesse quattro posizioni, simulati

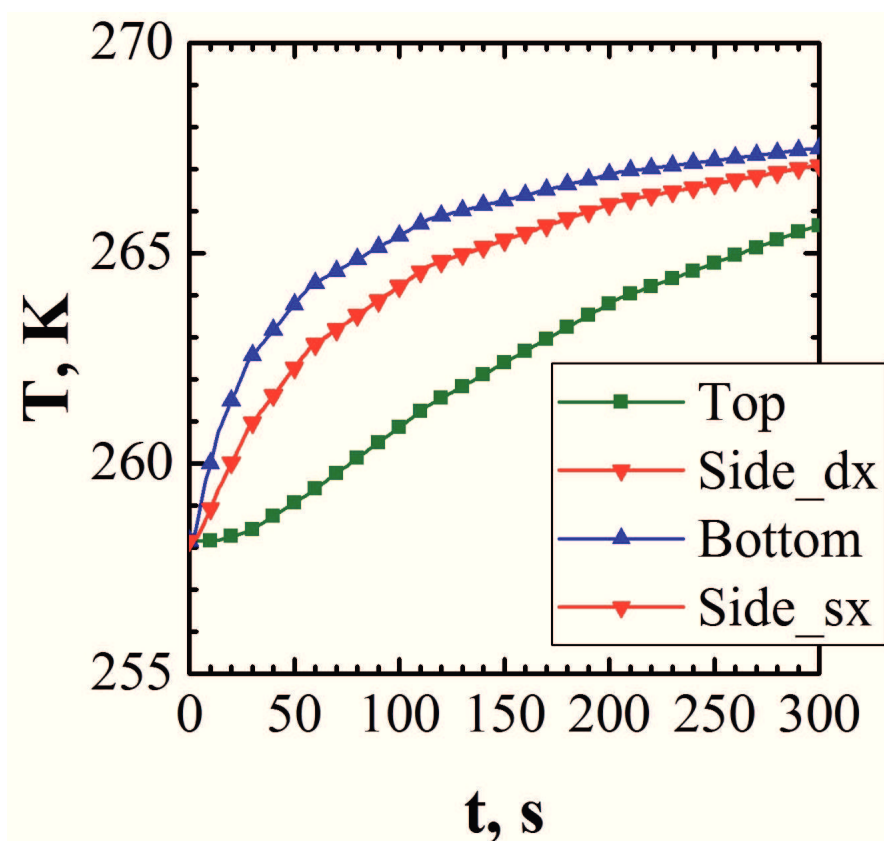


Figura 3.7: Profili di temperatura in funzione del tempo nei 4 punti selezionati del prodotto di dimensioni maggiori.

attraverso COMSOL, e anche in questo caso coincidono.

Dal confronto tra i coefficienti di scambio di calore per il prodotto di dimensioni minori e i coefficienti di scambio di calore per il prodotto di dimensioni maggiori si nota che i primi sono più elevati rispetto secondi, vedi Tab. 3.2 e Tab. 3.4.

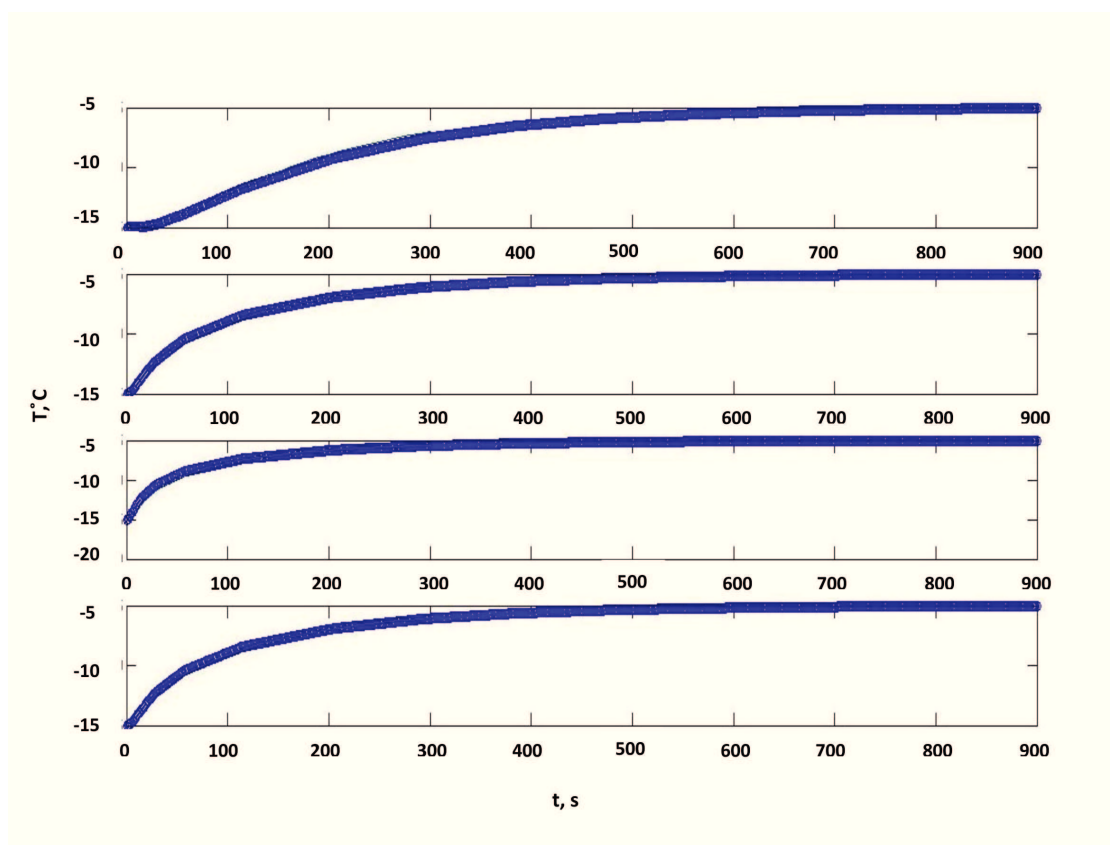


Figura 3.8: Confronto tra i profili di temperatura calcolati con MATLAB (cerchi blu) e i profili di temperatura simulati con COMSOL (linea verde), per il prodotto di dimensioni maggiori.

3.2 Determinazione dei coefficienti di scambio di materia

Come descritto nel paragrafo 2.2.5, i coefficienti di scambio di materia sono stati valutati attraverso l'uso combinato di COMSOL Multiphysics 5.1 e MATLAB (versione R2014). Nel prodotto sono state inserite quattro sonde, necessarie per valutare i profili di temperatura nel tempo, in corrispondenza della superficie superiore, dei lati e della superficie inferiore, vedi Fig. 3.10. Risolvendo l'Eq. (2.65), nelle condizioni riportate nella Tab. 3.5, si ottengono le distribuzioni della concentrazione d'acqua nel prodotto, rappresentate in Fig. 3.9. Durante il transitorio si nota chiaramente una disomogeneità della concentrazione d'acqua, che risulta minore sul fondo e sui lati, rispetto alla superficie superiore: ciò denota un maggiore flusso d'acqua nelle zone contraddistinte da una minor concentrazione d'acqua

(superficie inferiore e superfici laterali).

Tabella 3.5: Condizioni operative utilizzate per calcolare i coefficienti di scambio di materia per il prodotto di dimensioni minori.

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Velocità dell'aria in ingresso	u_y	2	m s^{-1}
Concentrazione iniziale di acqua in aria	$c_{w,air0}$	0,0091	mol m^{-3}
Concentrazione iniziale di ghiaccio nel prodotto	$c_{w,s0}$	29460	mol m^{-3}
Dimensione del prodotto	L	0,0088	m

Il tutto è confermato dai profili di concentrazione rispetto al tempo, nei punti selezionati (top, side e bottom, vedi Fig. 3.10), riportati nella Fig. (3.11): emerge chiaramente una più rapida riduzione di concentrazione d'acqua sulla superficie inferiore e sulle superfici laterali rispetto alla superficie superiore. Si può inoltre osservare che i profili di concentrazione sulle superfici laterali coincidono, ciò indica che ai lati lo scambio di materia avviene con la medesima velocità.

Quanto sopra riferito si traduce nei coefficienti di scambio di materia riportati nella Tab. 3.6, determinati con la procedura descritta nel paragrafo 2.2.5: h_b è maggiore di h_s che a sua volta è ampiamente maggiore di h_t . In particolare i primi due presentano un ordine di grandezza di differenza rispetto all'ultimo, ad evidenziare uno scambio di materia più rilevante sulle superfici inferiore e laterali.

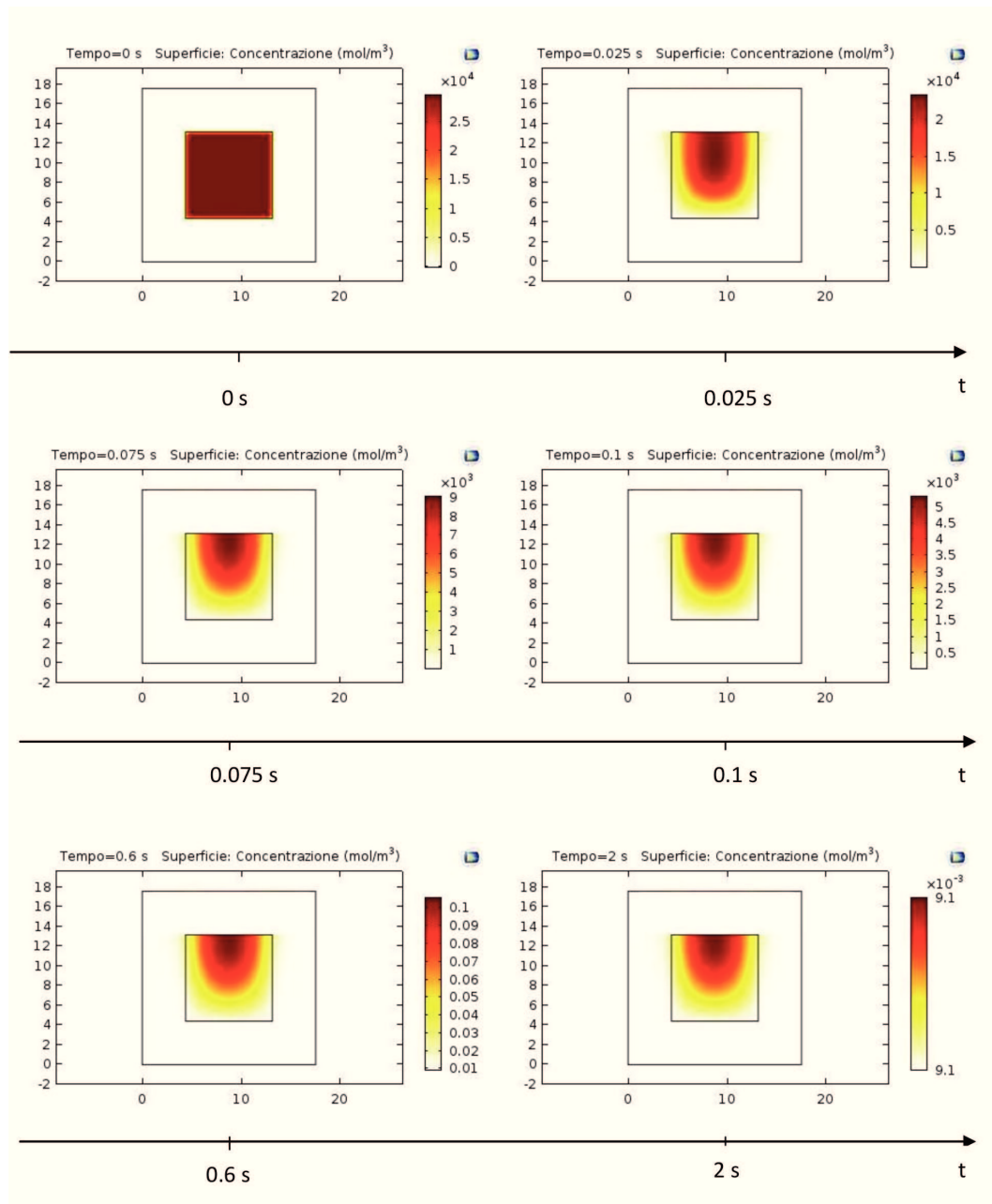


Figura 3.9: Rappresentazione della distribuzione della concentrazione d'acqua nel solido di piccole dimensioni, in diversi istanti di tempo.

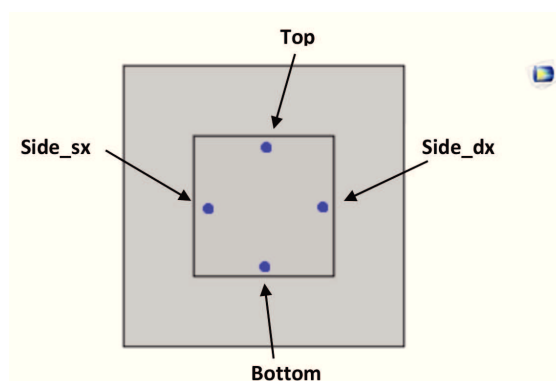


Figura 3.10: Rappresentazione dei quattro punti del prodotto presi in esame.

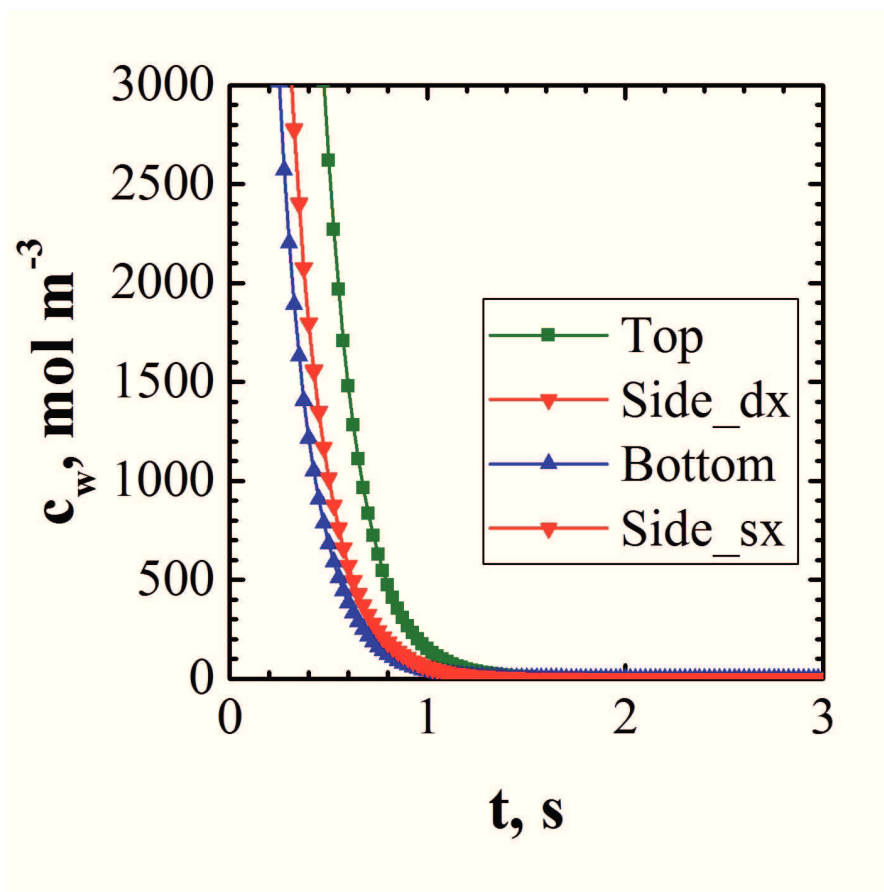
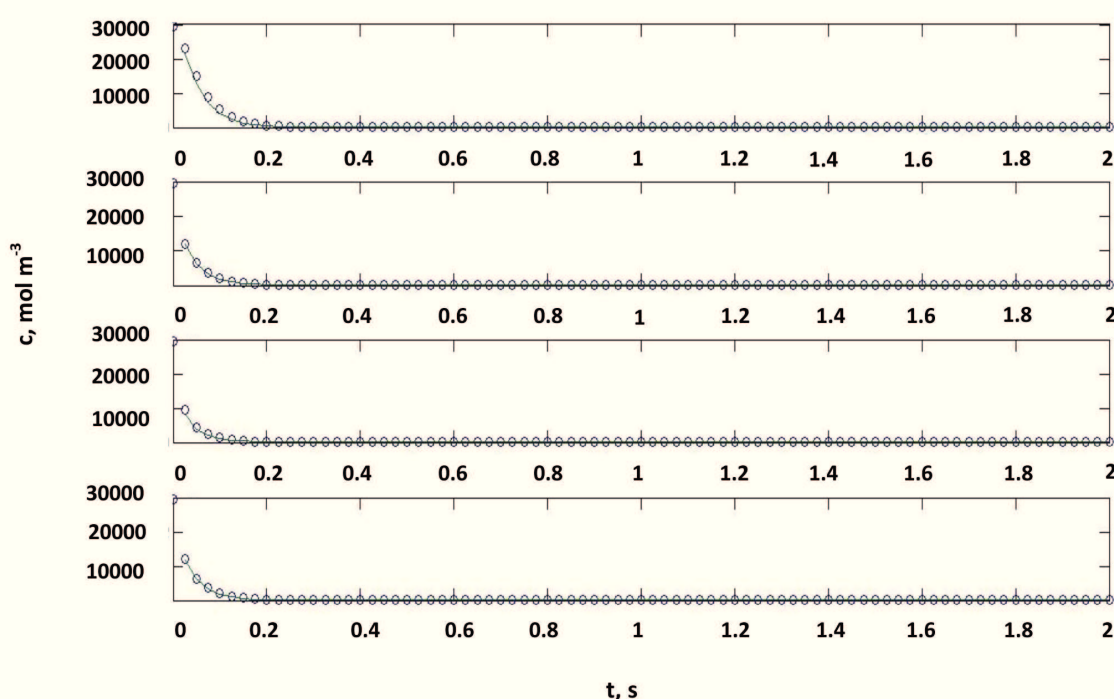


Figura 3.11: Profili della concentrazione d'acqua in funzione del tempo, nei 4 punti selezionati del prodotto di dimensioni minori

Tabella 3.6: Coefficienti di scambio di materia per il prodotto di piccole dimensioni

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Coefficiente di scambio di materia dal basso	h_b	0,6	$m\ s^{-1}$
Coefficiente di scambio di materia dall'alto	h_t	0,02	$m\ s^{-1}$
Coefficiente di scambio di materia laterale	h_s	0,3	$m\ s^{-1}$

**Figura 3.12:** Confronto tra i profili di concentrazione d'acqua calcolati con MATLAB (cerchi blu) e i profili di concentrazione d'acqua simulati con COMSOL (linea verde), per il prodotto di dimensioni minori.

Nella Fig. 3.12 è riportato il confronto tra i profili di concentrazione d'acqua nei quattro punti selezionati, ottenuti con MATLAB utilizzando i coefficienti di scambio di materia riportati nella Tab. 3.6 e i profili di concentrazione d'acqua, nelle stesse quattro posizioni, simulati attraverso COMSOL e si può osservare che sono sovrapposti.

Dalla risoluzione con COMSOL dell'Eq. (2.65), per il prodotto di dimensioni maggiori ($L=0,0176$ m), nelle condizioni riportate nella Tab. 3.3, si osserva il medesimo comportamento riscontrato nel prodotto di dimensioni minori ($L=0,0088$ m): Lo scambio di materia è più rapido sulle superfici inferiori e laterali rispetto alla superficie superiore e ha inoltre la stessa rilevanza su tutti i lati.

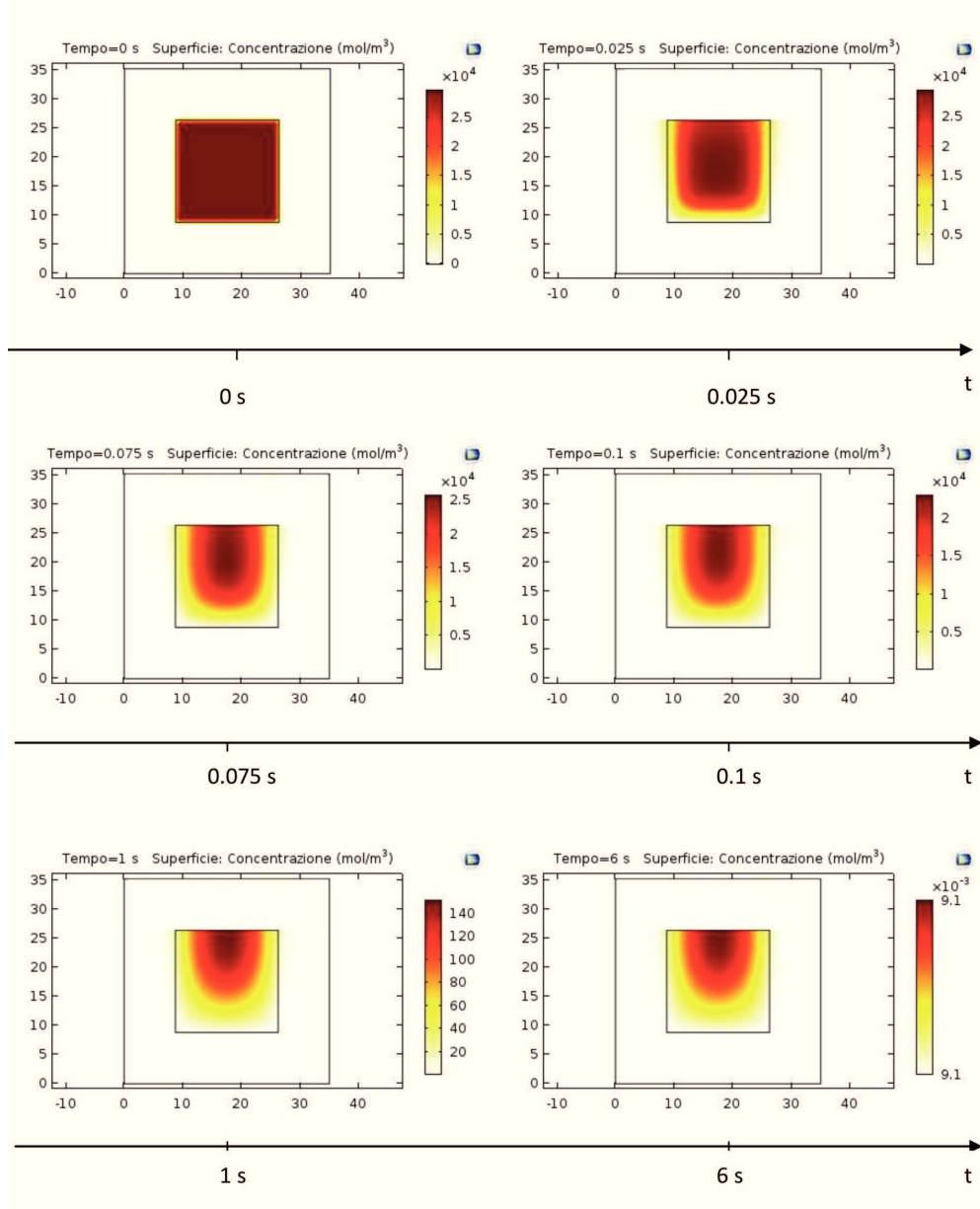


Figura 3.13: Rappresentazione della distribuzione della concentrazione d'acqua nel solido di grandi dimensioni, in diversi istanti di tempo.

Tabella 3.7: Condizioni operative utilizzate per calcolare i coefficienti di scambio di materia per il prodotto di dimensioni maggiori.

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Velocità dell'aria in ingresso	u_y	2	m s^{-1}
Concentrazione iniziale di acqua in aria	$c_{w,air0}$	0,0091	mol m^{-3}
Concentrazione iniziale di ghiaccio nel prodotto	$c_{w,s0}$	29460	mol m^{-3}
Dimensione del prodotto	L	0,0176	m

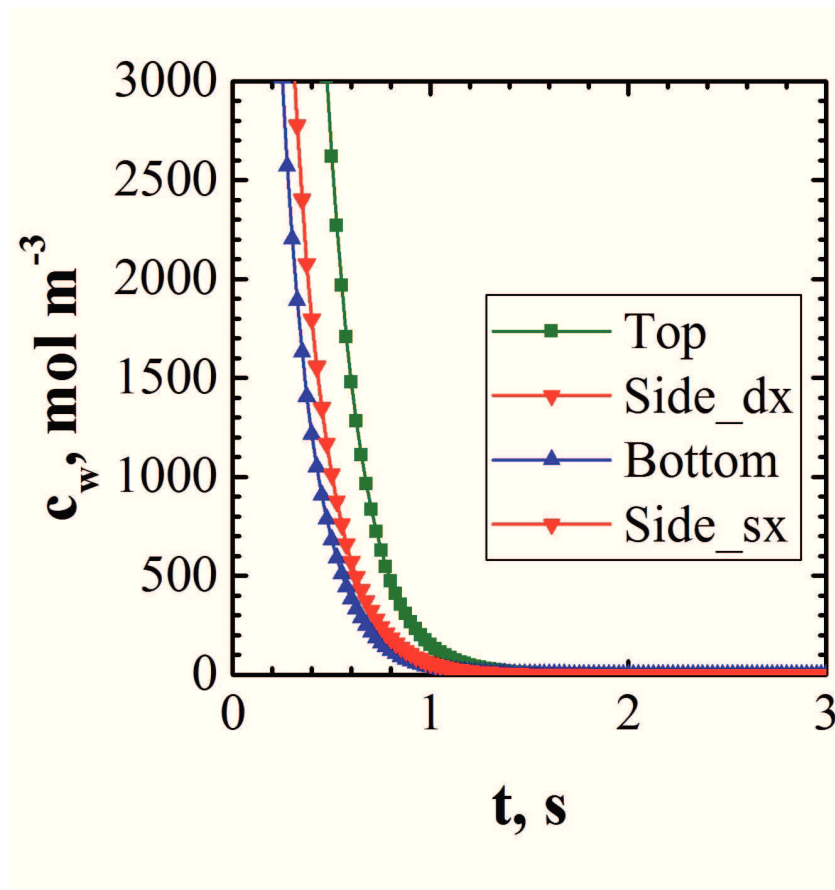


Figura 3.14: Profili della concentrazione d'acqua in funzione del tempo, nei 4 punti selezionati del prodotto di dimensioni maggiori.

A conferma di quanto detto si riportano le distribuzioni della concentrazione d'acqua nel prodotto, a diversi istanti di tempo, nella Fig. 3.13, e i profili di concentrazione d'acqua nel tempo, nelle quattro posizioni selezionate nel prodotto, vedi Fig. 3.14.

I coefficienti di scambio di materia, calcolati con la procedura descritta nel paragrafo 2.2.5, sono riportati nella Tab. 3.8, come per il prodotto di dimensioni minori, h_b è maggiore di h_s che a sua volta è ampiamente maggiore di h_t , con un'ordine di grandezza di differenza, come conseguenza di quanto sopra affermato.

Tabella 3.8: Coefficienti di scambio di materia per il prodotto di grandi dimensioni

Parametro	Simbolo	Valore	Unità di misura
Coefficiente di scambio di materia dal basso	h_b	0,3	m s^{-1}
Coefficiente di scambio di materia dall'alto	h_t	0,004	m s^{-1}
Coefficiente di scambio di materia laterale	h_s	0,1	m s^{-1}

Nella Fig. 3.15 è riportato il confronto tra i profili di concentrazione d'acqua nei quattro punti selezionati, ottenuti con MATLAB utilizzando i coefficienti di scambio di materia riportati nella Tab. 3.8 e i profili di concentrazione d'acqua, nelle stesse quattro posizioni, simulati attraverso COMSOL: si può osservare come questi coincidano.

Come già osservato per lo scambio di calore, anche nello scambio di materia dal confronto tra i coefficienti di scambio per il prodotto di dimensioni minori e il prodotto di dimensioni maggiori si nota che i primi sono più elevati rispetto secondi, vedi Tab. 3.6 e Tab. 3.8.

3.3 Studio cinetico del processo

Lo studio cinetico è stato effettuato per cubetti di melanzana di due diverse dimensioni ($L=0,0176$ m e $L=0,0088$ m), trattati con due diverse temperature del mezzo essiccante (-10°C e -5°C), due diverse velocità del mezzo essiccante (2 m s^{-1} e 5 m s^{-1}) e senza e con ultrasuoni (0 W, 25 W e 50 W), come descritto nel Cap. 2. Per diverse combinazioni delle condizioni operative in esame sono stati determinati la *diffusività effettiva* del vapore nel prodotto, D_{eff} , m^2s^{-1} e i *coefficienti di scambio di energia e materia*, Kv_t , Kv_s e Kv_b , $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$, h_t , h_s e h_b , m s^{-1} in presenza di ultrasuoni.

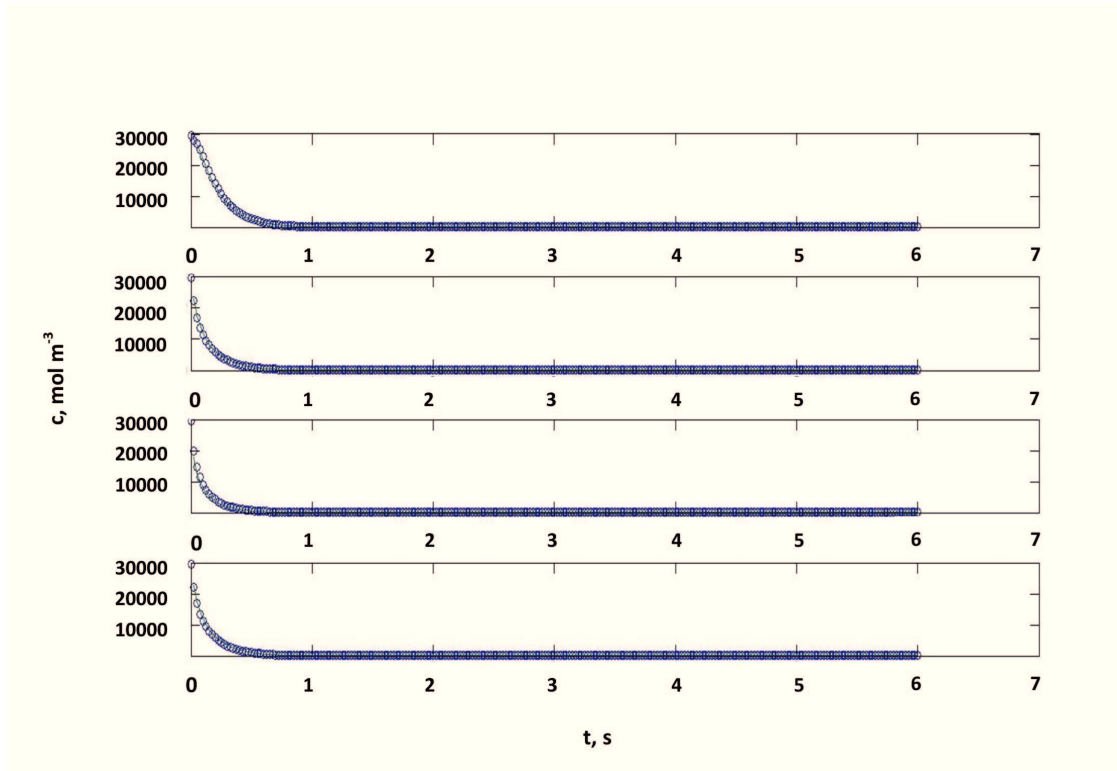


Figura 3.15: Confronto tra i profili di concentrazione d’acqua calcolati con MATLAB (cerchi blu) e i profili di concentrazione d’acqua simulati con COMSOL (linea verde), per il prodotto di dimensioni maggiori.

3.3.1 AFD in assenza di ultrasuoni

Si indicheranno le varie combinazioni delle condizioni operative tramite le seguenti sigle:

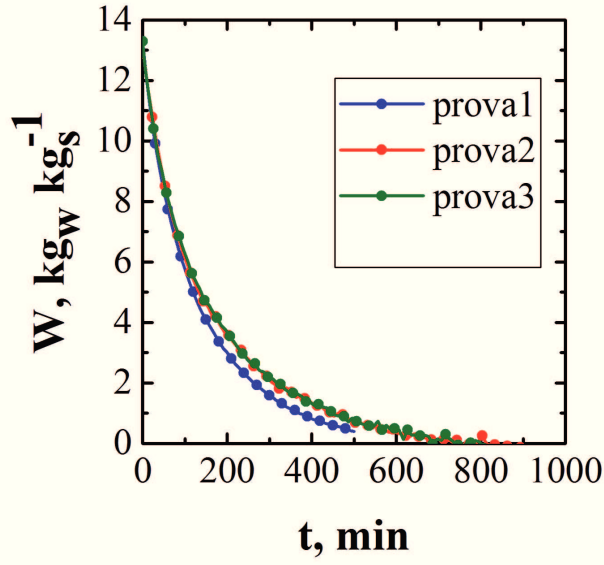
- -5_2_0W : indica una prova effettuata con temperatura e velocità dell’aria pari a $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 2 m s^{-1} , in assenza di ultrasuoni;
- -10_2_0W : indica una prova effettuata con temperatura e velocità dell’aria pari a $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 2 m s^{-1} , in assenza di ultrasuoni;
- -5_5_0W : indica una prova effettuata con temperatura e velocità dell’aria pari a $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 5 m s^{-1} , in assenza di ultrasuoni;
- -10_5_0W : indica una prova effettuata con temperatura e velocità dell’aria pari a $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 5 m s^{-1} , in assenza di ultrasuoni.

A titolo d'esempio, si riportano nella Fig. 3.16 (a) tre prove sperimentali effettuate con temperatura e velocità dell'aria secca pari a $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 2 m s^{-1} , in assenza di ultrasuoni, per il cubo di piccole dimensioni, $L=0,0088\text{ m}$, (combinazione: -5_2_0W), [49]. Sfruttando le misure sperimentali della perdita di peso sono stati determinati i parametri di fitting. La Fig. 3.16 (b) mostra il confronto tra l'andamento nel tempo del quantitativo d'acqua residuo determinato sfruttando i parametri di fitting e quello determinato sperimentalmente, nelle condizioni sopra citate. Si può notare che è stato ottenuto un buon fitting.

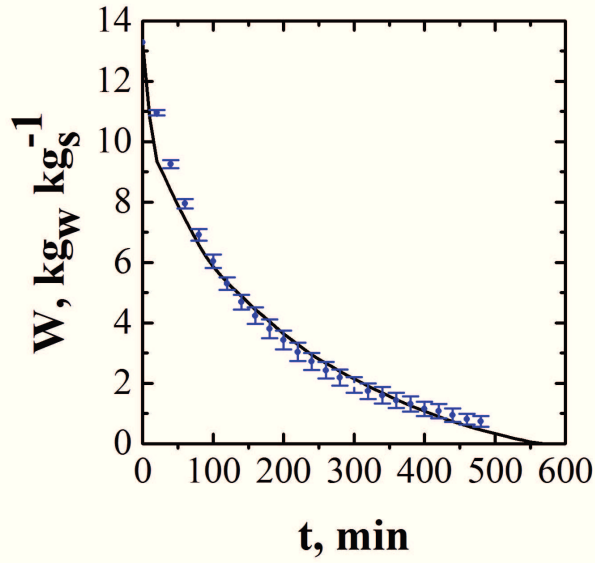
Tabella 3.9: Parametri di fitting ottenuti nelle varie combinazioni delle condizioni operative in esame, in assenza di ultrasuoni, per il prodotto di piccole dimensioni ($L=0,0088\text{ m}$).

Condizioni CUBI PICCOLI	K , s^{-1}	D_{eff} , $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Kv_b , $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	Kv_t , $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	Kv_s , $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	h_b , m s^{-1}	h_v , m s^{-1}	h_s , m s^{-1}
-5_2_0W	10^5	$3 \cdot 10^{-5}$	230	2	110	0,6	0,02	0,3
-10_2_0W	10^5	$2,5 \cdot 10^{-5}$	230	2	110	0,6	0,02	0,3
-5_5_0W	10^5	$3 \cdot 10^{-5}$	230	2	110	0,9	0,025	0,45
-10_5_0W	10^5	$2,5 \cdot 10^{-5}$	230	2	110	0,9	0,025	0,45

Nella Tab. 3.9 sono riportati i parametri di fitting ottenuti nelle varie combinazioni delle condizioni operative in esame, in assenza di ultrasuoni, per il prodotto di piccole dimensioni ($L=0,0088\text{ m}$). Questo studio ha consentito di dimostrare l'effetto dei diversi parametri operativi (temperatura, velocità dell'aria e potenza acustica applicata) sulla *diffusività effettiva* e sui *coefficienti di scambio*, e quindi sulla cinetica di essiccamento. Ci si aspetta che all'aumentare della temperatura del mezzo essiccante aumenti la diffusività, mentre all'aumentare della velocità aumentino i coefficienti di scambio. Si è difatti osservato che la temperatura dell'aria ha effetto sulla D_{eff} , mentre la velocità dell'aria influisce sui coefficienti di scambio.

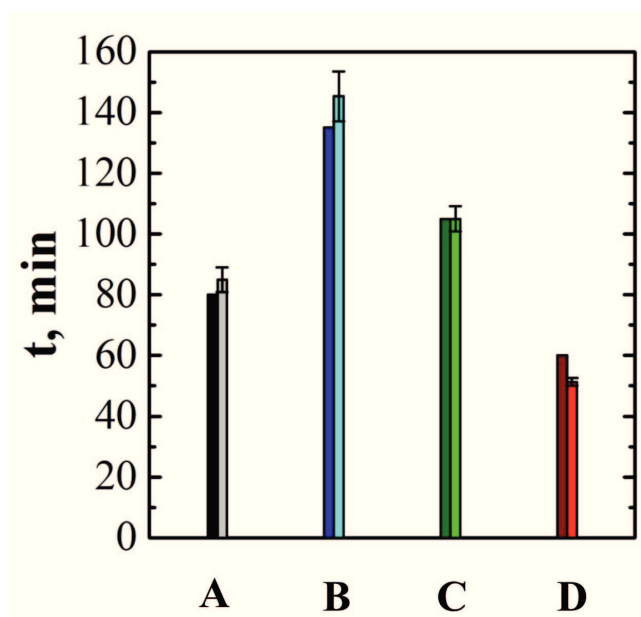


(a)

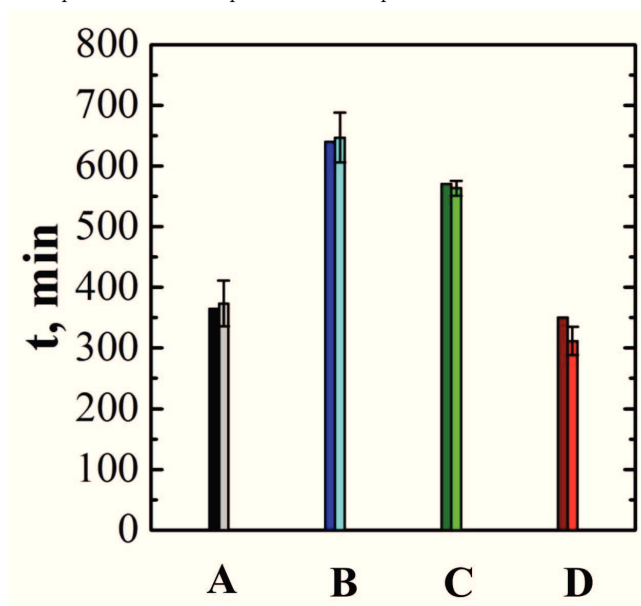


(b)

Figura 3.16: Figura (a): Misure sperimentali del contenuto d'acqua residuo, W , $\text{kg}_w \text{kg}_s^{-1}$, in funzione del tempo, per il prodotto di piccole dimensioni ($L=0,0088 \text{ m}$), $T = -5^\circ\text{C}$, $u_y=2 \text{ m s}^{-1}$. Figura (b): Confronto tra l'andamento nel tempo del quantitativo d'acqua residuo determinato sfruttando i parametri di fitting (curva nera) e quello determinato sperimentalmente (curva blu, con banda dell'errore corrispondente a una deviazione standard), nelle condizioni sopra citate.



(a) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 50% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.



(b) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 90% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.

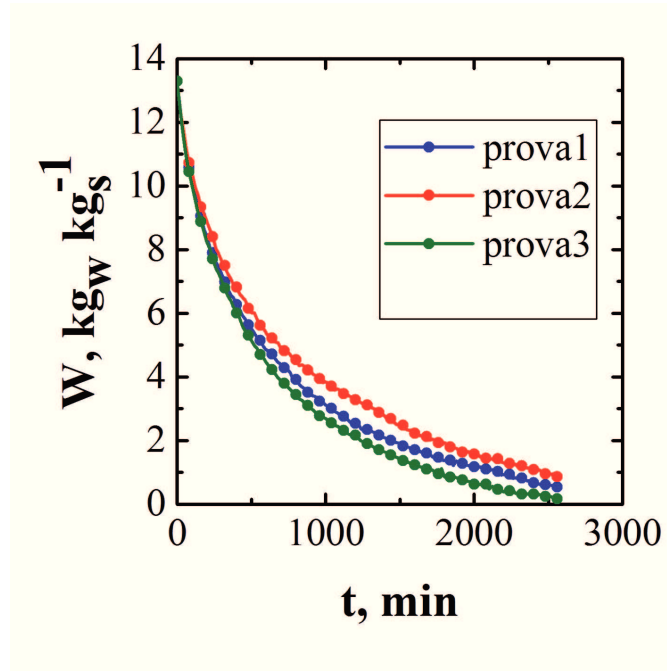
Figura 3.17: A: -5_2_0W, B: -10_2_0W, C: -10_5_0W e D: -5_5_0W.

In particolare, confrontando la prima combinazione delle condizioni operative con la seconda notiamo una diminuzione della diffusività effettiva, mentre i coefficienti di scambio rimangono invariati: ciò è dovuto alla diminuzione della temperatura del mezzo riscaldante dal primo al secondo caso. Tra la prima e la terza combinazione delle condizioni operative differisce la velocità dell'aria, la quale passa da 2 m s^{-1} a 5 m s^{-1} e ciò comporta un leggero aumento dei coefficienti di scambio di materia. Lo stesso comportamento viene riscontrato se il confronto viene fatto tra la combinazione -10_2_0W e la combinazione -10_5_0W . Focalizzandosi invece sulle combinazioni tre e quattro si può osservare una riduzione di diffusività passando dalla temperatura del mezzo essiccante maggiore di $-5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ a quella minore di $-10 \text{ }^{\circ}\text{C}$. I parametri di fitting presenti nella Tab. 3.9 sono stati utilizzati per prevedere i tempi di essiccamento e confrontarli con quelli sperimentali. La Fig. 3.17 (a) mostra il confronto tra il t_{50} , ovvero il tempo necessario a ridurre del 50% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto, simulato e misurato sperimentalmente, nelle varie combinazioni delle condizioni operative in esame. Mentre la Fig. 3.17 (b) mostra il confronto tra il t_{90} simulato e misurato sperimentalmente nelle varie combinazioni delle condizioni operative in esame. Si può osservare che i tempi sperimentali e calcolati sono molto simili. La Fig. 3.17 evidenzia un'aspetto rilevante: aumentando la temperatura e la velocità dell'aria da $-10 \text{ }^{\circ}\text{C}$ a $-5 \text{ }^{\circ}\text{C}$ e da 2 m s^{-1} a 5 m s^{-1} si riscontra una elevata riduzione dei tempi di essiccamento. Tra i due, l'effetto maggiore è chiaramente quello della temperatura.

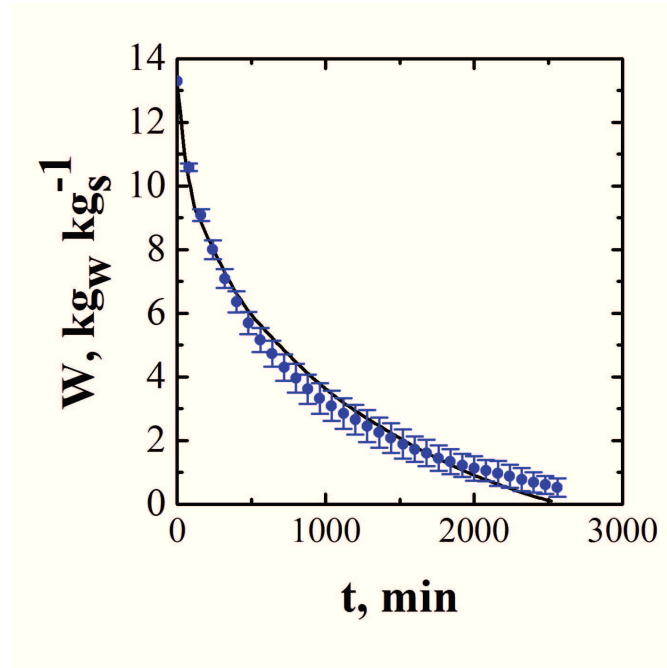
Il prodotto di grandi dimensioni ($L=0,0176 \text{ m}$) è stato valutato solo nelle condizioni: -10_2_0W . Nella Tab. 3.10 sono riportati i parametri di fitting ottenuti: si può osservare che la diffusività effettiva determinata per il cubo grande sia maggiore rispetto a quella ottenuta per il cubo piccolo nelle medesime condizioni, vedi Tab. 3.9. Con la Fig. 3.19 (a) si espongono le tre prove sperimentali effettuate nelle condizioni sopra citate, per il prodotto di grandi dimensioni, [49], sfruttando questi dati sperimentali sono stati determinati i parametri di fitting, vedi Tab. 3.10. La Fig. 3.16 (b) mette in evidenza la bontà del fitting ottenuto attraverso il confronto tra l'andamento nel tempo del quantitativo d'acqua residuo determinato sfruttando i parametri di fitting e quello determinato sperimentalmente.

Tabella 3.10: Parametri di fitting per il prodotto di grandi dimensioni ($L = 0,0176\text{m}$), ottenuti nelle condizioni: -10_2_0W .

Condizioni	$K,$ s^{-1}	$D_{\text{eff}},$ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	$Kv_b,$ $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	$Kv_t,$ $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	$Kv_s,$ $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$	$h_b,$ m s^{-1}	$h_t,$ m s^{-1}	$h_s,$ m s^{-1}
CUBO GRANDE								
-10_2_0W	10^5	$4,8 \cdot 10^{-5}$	120	0,8	70	0,3	0,004	0,1



(a)



(b)

Figura 3.18: Figura (a): Misure sperimentali del contenuto d'acqua residuo, W , $\text{kg}_w \text{kg}_s^{-1}$, in funzione del tempo, per il prodotto di grandi dimensioni ($L=0,0176$ m), nelle condizioni: -10_2_0W . Figura (b): Confronto tra l'andamento nel tempo del quantitativo d'acqua residuo determinato sfruttando i parametri di fitting (curva nera) e quello determinato sperimentalmente (curva blu con banda dell'errore corrispondente a una deviazione standard), nelle condizioni sopra citate.

3.3.2 Costante di sublimazione di non equilibrio

Come già discusso nel Cap. 2 la *costante di sublimazione di non equilibrio*, K , s^{-1} , ci da informazioni riguardo alla velocità di rimozione del ghiaccio durante la liofilizzazione.

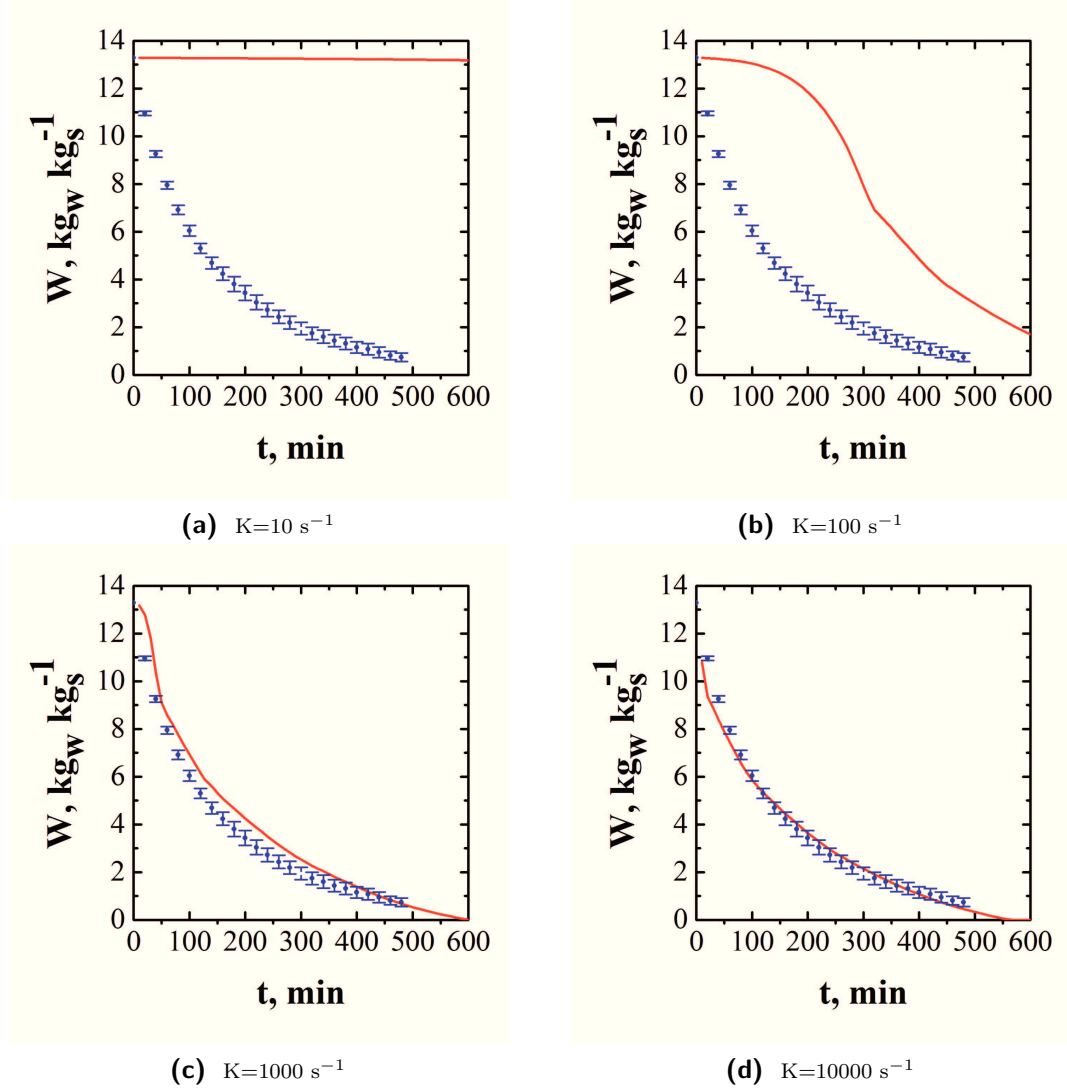


Figura 3.19: Rappresentazione della variazione del profilo di W nel tempo, al variare di K . Curva simulata in rosso, curva sperimentale in blu.

La Fig. 3.19 mostra il confronto tra l'andamento del quantitativo d'acqua residuo nel prodotto nel tempo, misurato sperimentalmente (curva blu, con banda dell'errore) e simulato (curva rossa), nelle condizioni: -5_2_0W . Si può osservare come varia il profilo di W in funzione del tempo, al variare di K . In particolare,

per K troppo bassi il processo di sublimazione diventa controllante, [57], però K troppo elevati rendono difficile la convergenza della soluzione numerica. Dunque si è scelto un compromesso tra le due condizioni: la costante di sublimazione di non equilibrio ottimale è risultata essere pari a $10^5, \text{s}^{-1}$.

3.3.3 AFD in presenza di ultrasuoni

Per valutare l'effetto degli ultrasuoni sui tempi di essiccamento nella liofilizzazione atmosferica della melanzana sono stati selezionati due livelli di potenza : 25W e 50W. Le combinazioni delle condizioni operative analizzate sono le seguenti:

- -5_2_25W : indica una prova effettuata con temperatura e velocità dell'aria pari a $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 2 m s^{-1} , con 25W di potenza acustica;
- -5_2_50W : indica una prova effettuata con temperatura e velocità dell'aria pari a $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 2 m s^{-1} , con 50W di potenza acustica;
- -10_2_25W : indica una prova effettuata con temperatura e velocità dell'aria pari a $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 2 m s^{-1} , con 25W di potenza acustica;
- -10_2_50W : indica una prova effettuata con temperatura e velocità dell'aria pari a $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 2 m s^{-1} , con 50W di potenza acustica;
- -5_5_50W : indica una prova effettuata con temperatura e velocità dell'aria pari a $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 5 m s^{-1} , con 50W di potenza acustica;
- -10_5_50W : indica una prova effettuata con temperatura e velocità dell'aria pari a $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ e 5 m s^{-1} , con 50W di potenza acustica.

Come descritto nel Cap. 2, i parametri operativi sono stati determinati tramite fitting dei dati sperimentali, [49]. Un esempio di ciò è riportato in Fig. 3.20.

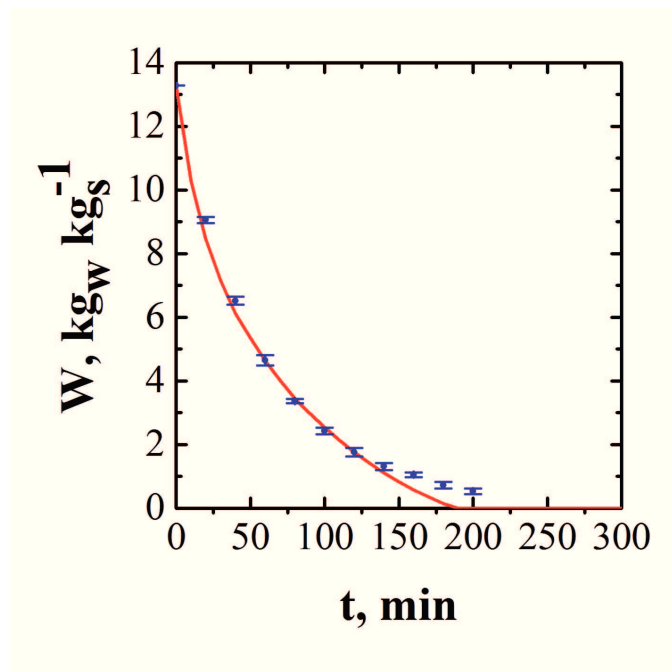
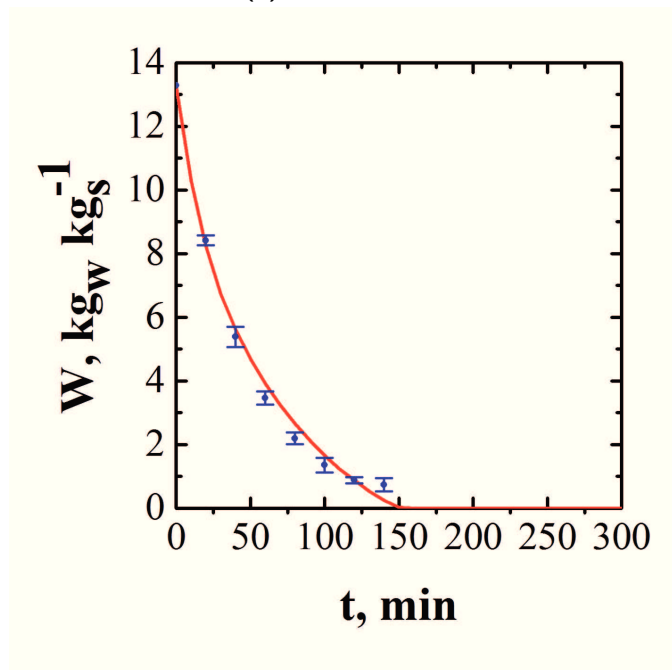
(a) -10_2_25W (b) -10_2_50W

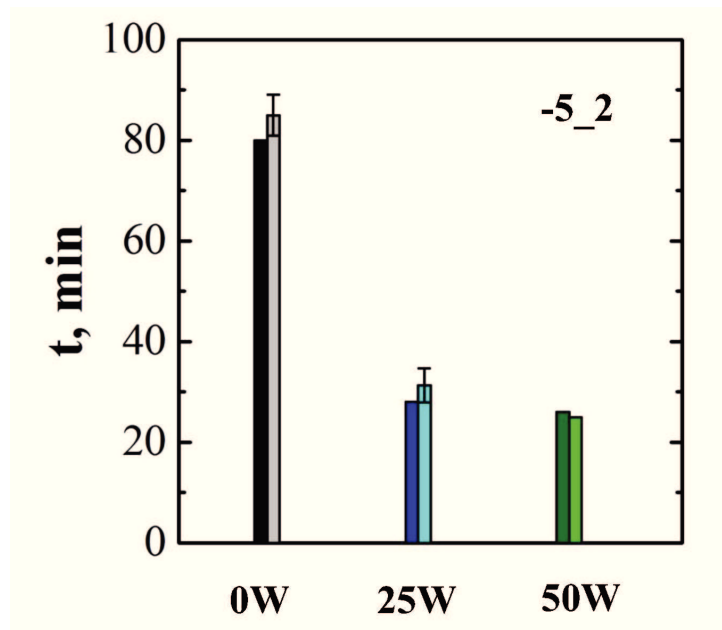
Figura 3.20: Confronto tra l'andamento nel tempo del quantitativo d'acqua residuo determinato sfruttando i parametri di fitting (curva rossa) e quello determinato sperimentalmente (banda dell'errore blu).

Tabella 3.11: Parametri di fitting per il prodotto di piccole dimensioni ($L = 0,0088m$).

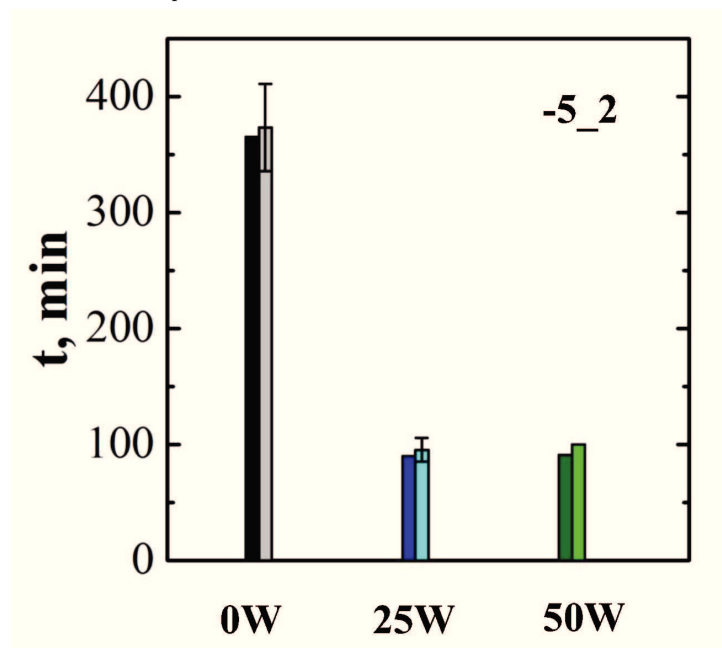
Condizioni CUBO PICCOLO	$D_{eff}, m^2 s^{-1}$	$h_b, m s^{-1}$	$h_v, m s^{-1}$	$h_s, m s^{-1}$
-5_2_0W	$3 \cdot 10^{-5}$	0,6	0,02	0,3
-5_2_25W	$2 \cdot 10^{-4}$	1	0,04	0,6
-5_2_50W	$2,5 \cdot 10^{-4}$	1	0,04	0,6
-10_2_0W	$2,5 \cdot 10^{-5}$	0,6	0,02	0,3
-10_2_25W	$2 \cdot 10^{-4}$	1	0,04	0,6
-10_2_50W	$3 \cdot 10^{-4}$	1	0,04	0,6
-5_5_0W	$3 \cdot 10^{-5}$	0,9	0,025	0,45
-5_5_50W	$2 \cdot 10^{-4}$	1	0,04	0,6
-10_5_0W	$2,5 \cdot 10^{-5}$	0,9	0,025	0,45
-10_5_50W	$3 \cdot 10^{-4}$	1	0,04	0,6

Per tutte le combinazioni delle condizioni in esame si ha $K = 10^5 s^{-1}$, $Kv_t = 2 W m^{-2} K^{-1}$, $Kv_s = 110 W m^{-2} K^{-1}$ e $Kv_b = 230 W m^{-2} K^{-1}$. I parametri di fitting presenti nella Tab. 3.11 sono stati utilizzati per prevedere i tempi di essicca-mento e confrontarli con quelli sperimentali. Le Fig. 3.21 (a) e 3.22 (a) mostrano il confronto tra il t_{50} , ovvero il tempo necessario a ridurre del 50% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto, simulato e misurato sperimentalmente, a 0W, 25W e 50W, mentre le Fig. 3.23 (a) e 3.24 (a) solo a 0W e 50W. Nelle Fig. 3.21 (b) e 3.22 (b) è riportato il confronto tra il t_{90} simulato e misurato sperimentalmente, a 0W, 25W e 50W, mentre nelle Fig. 3.23 (b) e 3.24 (b) solo a 0W e 50W. Si può osservare che i tempi sperimentali e calcolati sono molto simili. Un aspetto fondamentale, evidenziato da tutte le figure, consiste nel fatto che applicando gli ultrasuoni i t_{50} e t_{90} si riducono drasticamente. D'altronde l'applicazione degli ultrasuoni si è rilevato l'effetto più importante sui tempi di essicca-mento, seguito dalla temperatura e infine dalla velocità.

Se si confrontano i parametri di fitting ottenuti in assenza di ultrasuoni, con quelli ottenuti con 25W e 50W, vedi Tab. 3.11, ci si accorge subito dell'ingente aumento della diffusività effettiva in presenza di ultrasuoni e del lieve aumento dei coefficienti di scambio di materia. Come si può facilmente notare, l'influenza degli ultrasuoni sulla diffusività effettiva è di gran lunga superiore rispetto a quella della temperatura dell'aria, e ciò spiegherebbe quanto detto in precedenza relativamente alla riduzione dei tempi di essicca-mento.

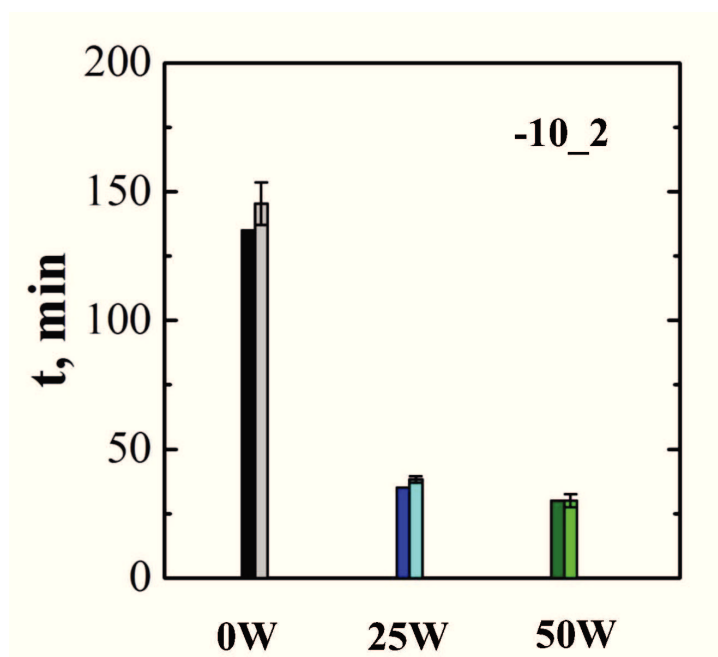


(a) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 50% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.

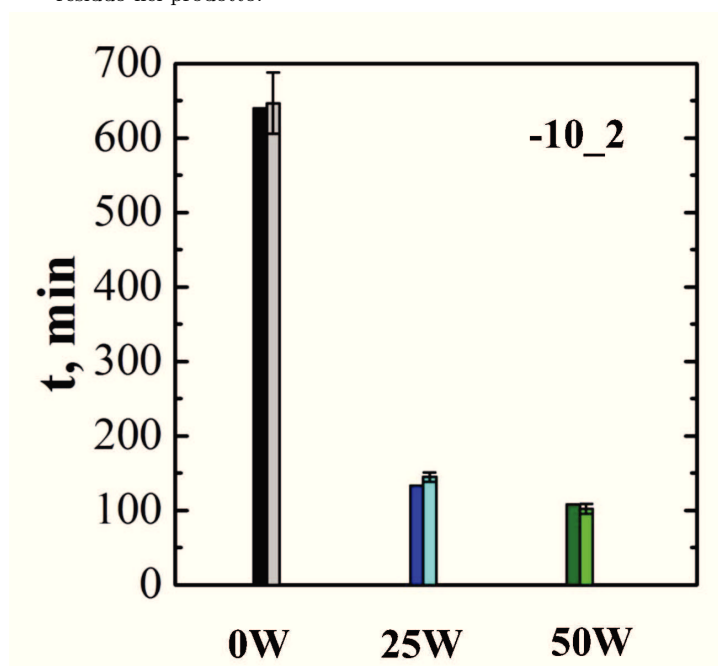


(b) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 90% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.

Figura 3.21: Rappresentazione dei t_{50} e t_{90} .

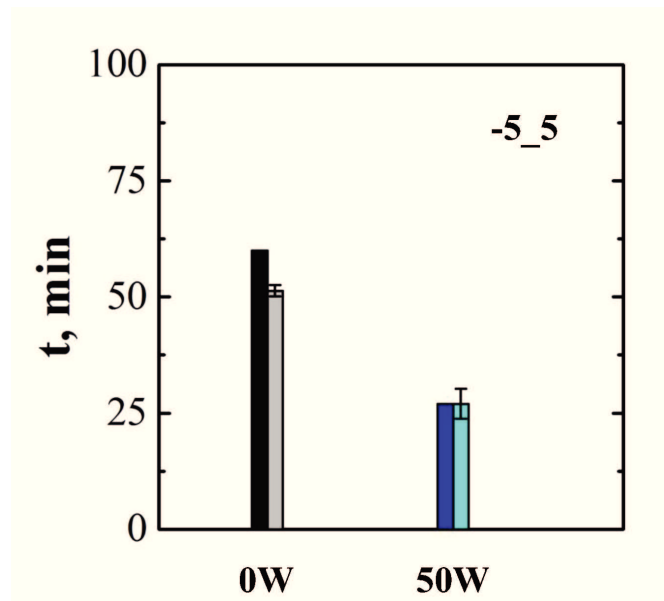


(a) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 50% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.

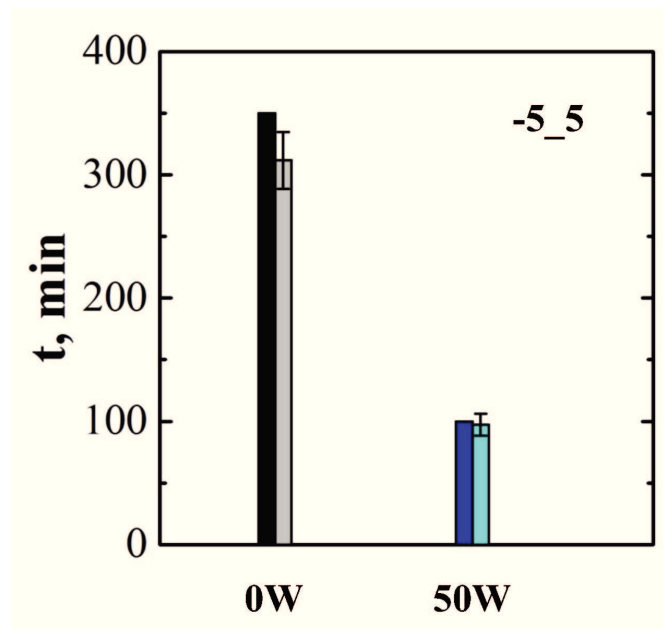


(b) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 90% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.

Figura 3.22: Rappresentazione dei t_{50} e t_{90} .

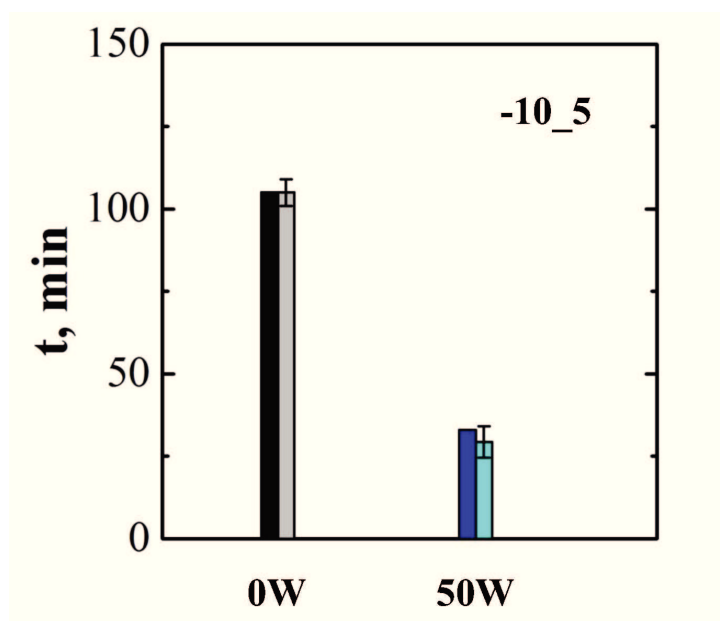


(a) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 50% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.

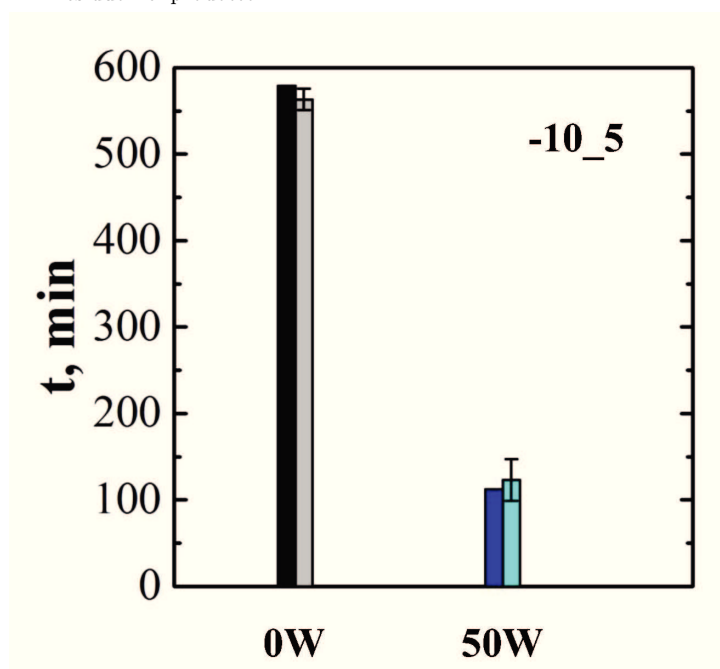


(b) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 90% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.

Figura 3.23: Rappresentazione dei t_{50} e t_{90} .



(a) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 50% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.



(b) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 90% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.

Figura 3.24: Rappresentazione dei t_{50} e t_{90} .

Pertanto, per la liofilizzazione a pressione atmosferica analizzata in questo lavoro il parametro chiave risulta essere l'applicazione degli ultrasuoni. Di conseguenza, è questo parametro che deve essere opportunamente modificato per ottimizzare il processo.

La Fig. 3.25 mette in evidenza un aspetto di fondamentale importanza: La sublimazione non avviene in maniera uniforme nel prodotto, ma è più marcata sul fondo e sui lati: si può difatti osservare che in prossimità delle superfici inferiore e laterali il quantitativo d'acqua residuo è nullo mentre in prossimità della superficie superiore è diverso da zero. Il comportamento descritto appare più evidente in presenza di ultrasuoni. Inoltre dalla Fig. 3.25 si può facilmente riscontrare che la sublimazione ai lati avviene con la medesima velocità.

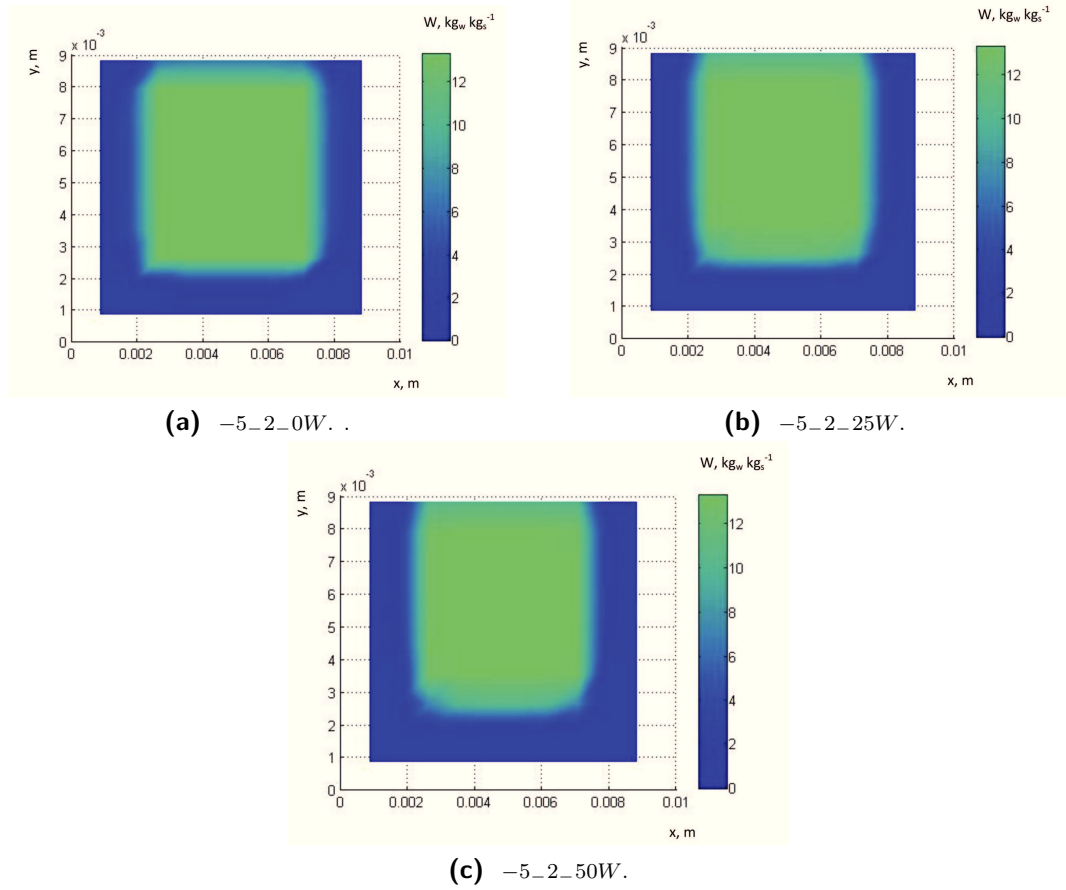


Figura 3.25: Distribuzione del quantitativo d'acqua residuo nel prodotto di piccole dimensioni ($L = 0,0088m$), al t_{50} .

Il prodotto di grandi dimensioni ($L=0,0176\text{ m}$) in presenza di ultrasuoni è stato valutato solo nelle condizioni: -10_2_50W . La Fig. 3.26 mette in evidenza la bontà del fitting ottenuto attraverso il confronto tra l'andamento nel tempo del quantitativo d'acqua residuo determinato sfruttando i parametri di fitting e quello determinato sperimentalmente. Nella Tab. 3.12 sono riportati i parametri di fitting ottenuti con il metodo esposto nel Cap. 2, se si confrontano i parametri ottenuti in assenza di ultrasuoni, con quelli ottenuti con $50W$, come già accaduto per il cubo piccolo, ci si accorge subito dell'ingente aumento della diffusività effettiva e dei coefficienti di scambio di materia in presenza di ultrasuoni.

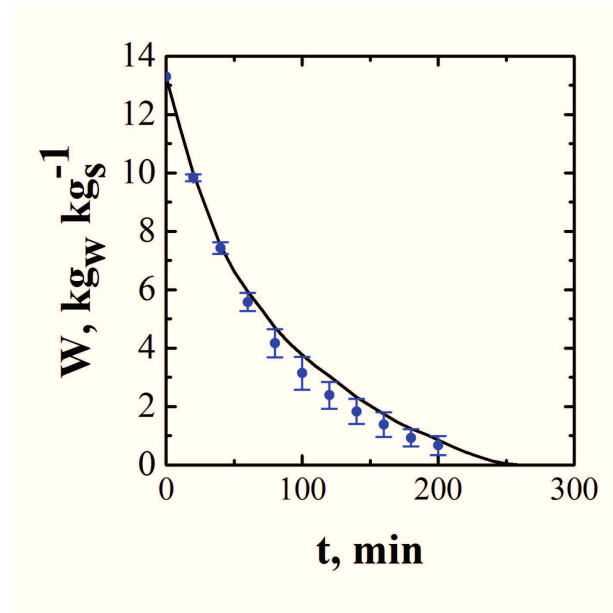
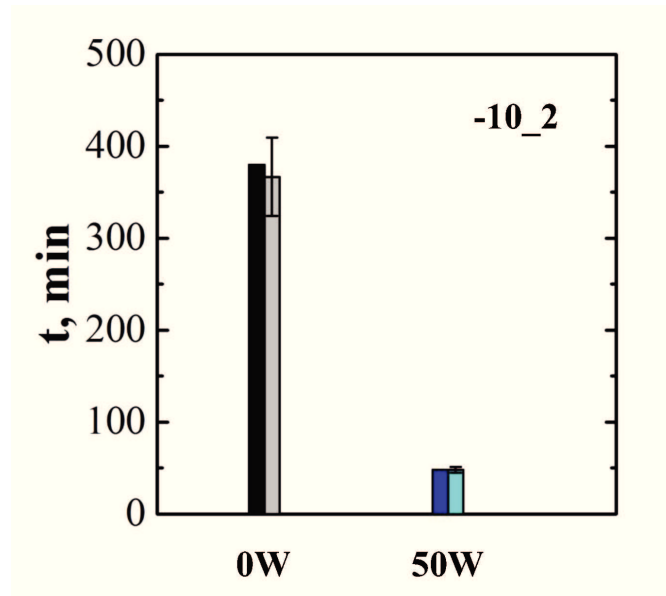


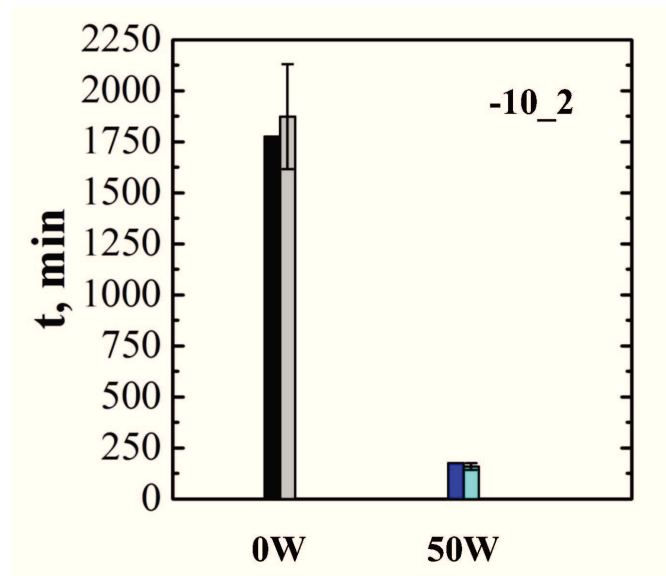
Figura 3.26: Confronto tra l'andamento nel tempo del quantitativo d'acqua residuo determinato sfruttando i parametri di fitting (curva rossa) e quello determinato sperimentalmente (banda dell'errore blu) per il cubo di grandi dimensioni ($L = 0,0176m$) nelle condizioni: -10_2_50W .

Tabella 3.12: Parametri di fitting per il prodotto di grandi dimensioni ($L = 0,0176m$).

Condizioni	K , s^{-1}	D_{eff} , $m^2 s^{-1}$	Kv_b , $W m^{-2} K^{-1}$	Kv_t , $W m^{-2} K^{-1}$	Kv_s , $W m^{-2} K^{-1}$	h_b , $m s^{-1}$	h_t , $m s^{-1}$	h_s , $m s^{-1}$
CUBO GRANDE								
-10_2_0W	10^5	$4,8 \cdot 10^{-5}$	120	0,8	70	0,3	0,004	0,1
-10_2_50W	10^5	10^{-3}	120	0,8	70	7	0,9	2,6



(a) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 50% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.



(b) Confronto tra i valori simulati (■) e i valori misurati sperimentalmente (□) del tempo necessario a ridurre del 90% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto.

Figura 3.27: Rappresentazione dei t_{50} e t_{90} .

I parametri di fitting presenti nella Tab. 3.12 sono stati utilizzati per prevedere i tempi di essiccazione e confrontarli con quelli sperimentali. La Fig. 3.27 (a)

mostra il confronto tra il t_{50} , ovvero il tempo necessario a ridurre del 50% il quantitativo d'acqua residuo nel prodotto, simulato e misurato sperimentalmente, a 0W e 50W. Nella Fig. 3.27 (b) è riportato il confronto tra il t_{90} simulato e misurato sperimentalmente, a 0W e 50W. Si noti il buon accordo tra i tempi sperimentali e quelli calcolati. E' inoltre fondamentale osservare che applicando gli ultrasuoni i t_{50} e t_{90} si riducono drasticamente.

Anche per il prodotto di grandi dimensioni ($L = 0,0176\text{ m}$) si verifica il medesimo comportamento riscontrato per il prodotto più piccolo ($L = 0,0088\text{ m}$): la sublimazione è più rapida sulle superfici inferiore e laterali rispetto alla superficie superiore e ha inoltre la stessa rilevanza su tutti i lati. A conferma di ciò viene riportata la Fig. 3.28.

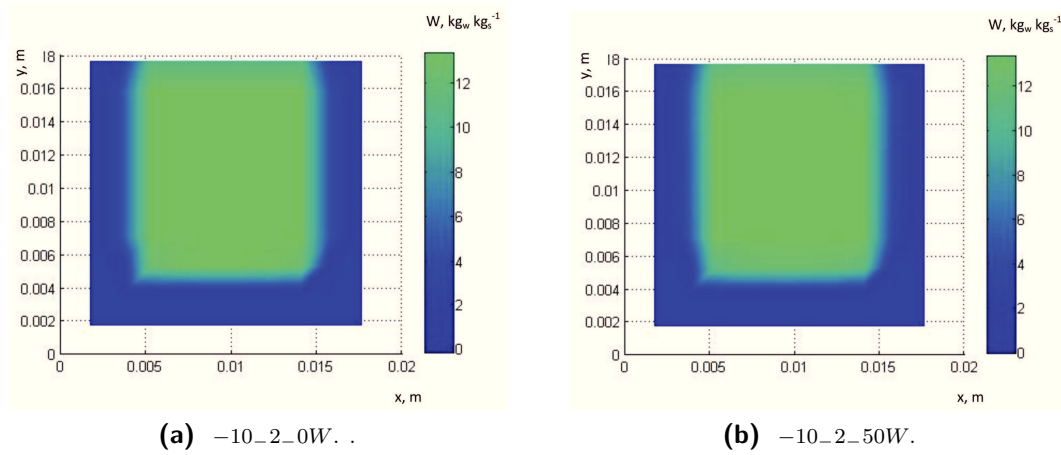


Figura 3.28: Distribuzione del quantitativo d'acqua residuo nel prodotto di grandi dimensioni ($L = 0,0176\text{ m}$), al t_{50} .

3.3.4 Studio dell'effetto termico degli ultrasuoni

Dall'analisi dei profili di temperatura nel tempo, all'interno del prodotto durante la AFD si è osservato che le temperature massime raggiunte sono maggiori rispetto alla temperatura del mezzo riscaldante. Questo comportamento è stato associato all'effetto degli ultrasuoni. Dunque, come descritto nel capitolo 2, ciò si è tenuto in considerazione tramite l'inserimento nel bilancio di energia di un termine di generazione volumetrica, Q_{US} , W m^{-3} , il quale è stato determinato attraverso il fitting dei dati sperimentali [49]. In particolare, si è ottenuto, con una potenza acustica di 25W un Q_{US} pari a $1,2 \cdot 10^5 \text{ W m}^{-3}$, mentre con una potenza acustica di 50W un Q_{US} pari a $1,7 \cdot 10^5 \text{ W m}^{-3}$. A titolo d'esempio si riportano le Fig. 3.29

(a) e 3.29 (b) , le quali mostrano il confronto tra i profili di temperatura calcolati sperimentalmente e quelli simulati utilizzando il parametro di fitting Q_{US} .

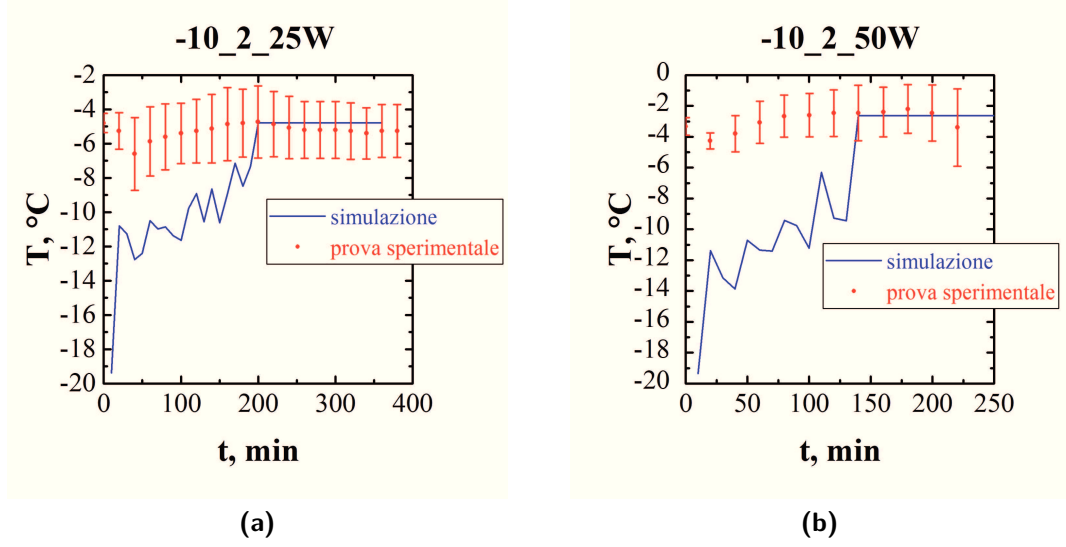


Figura 3.29: Confronto tra il profili di temperatura nel tempo, nel prodotto di piccole dimensioni ($L = 0,0088m$), sperimentali e simulati tenendo in considerazione il termine di generazione termica dovuto agli ultrasuoni.

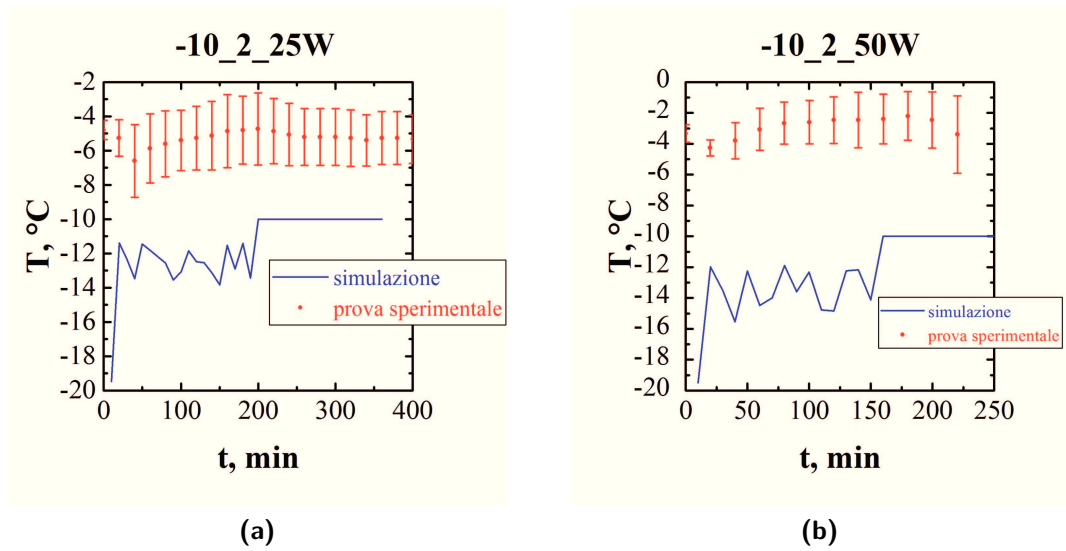
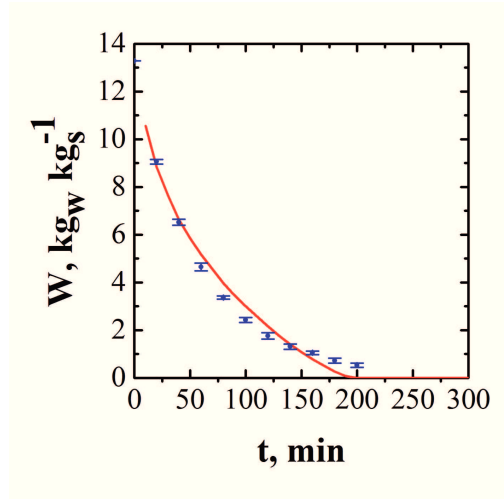


Figura 3.30: Confronto tra il profili di temperatura nel tempo, nel prodotto di piccole dimensioni ($L = 0,0088m$), sperimentali e simulati con $Q_{US} = 0$.

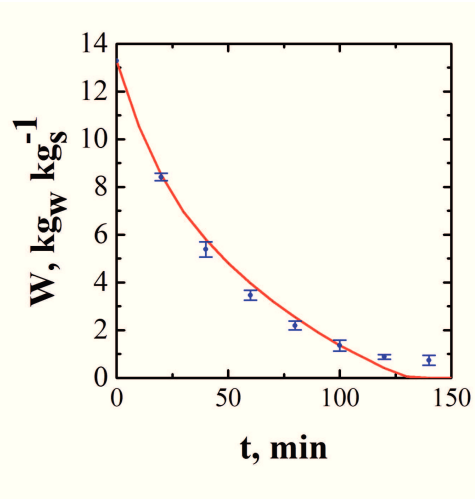
Invece non considerando il Q_{US} nel bilancio di energia, come fatto nel paragrafo precedente, i profili di temperatura simulati chiaramente differiscono da quelli sperimentali, poichè nei primi la temperatura del prodotto si porta al massimo a quella del mezzo riscaldante, vedi Fig. 3.30 .

Condizione CUBI PICCOLI	$Q_{US}, W\ m^{-3}$	$D_{eff}, m^2\ s^{-1}$
-10_2_25W	120000	$1,5 \cdot 10^{-4}$
-10_2_25W	0	$2 \cdot 10^{-4}$
-5_2_25W	120000	$1,7 \cdot 10^{-4}$
-5_2_25W	0	$2 \cdot 10^{-4}$
-10_2_50W	170000	$2,7 \cdot 10^{-4}$
-10_2_50W	0	$3 \cdot 10^{-4}$
-5_5_50W	170000	$1,6 \cdot 10^{-4}$
-5_5_50W	0	$2 \cdot 10^{-4}$
-5_2_50W	170000	$1,8 \cdot 10^{-4}$
-5_2_50W	0	$2,5 \cdot 10^{-4}$
-10_5_50W	170000	$2,7 \cdot 10^{-4}$
-10_5_50W	0	$3 \cdot 10^{-4}$

Tabella 3.13: Confronto tra le D_{eff} ottenute tenendo in considerazione la generazione volumica di calore e quelle ottenute con $Q_{US} = 0$, per il prodotto di piccole dimensioni ($L = 0,0088m$).



(a) -10_2_25W $Q_{us} = 120000$.



(b) -10_2_50W $Q_{us} = 170000$.

Figura 3.31: Confronto tra l'andamento nel tempo del quantitativo d'acqua residuo determinato sfruttando i parametri di fitting (curva rossa) e quello determinato sperimentalmente (banda dell'errore blu) per il cubo di piccole dimensioni ($L = 0,0088m$).

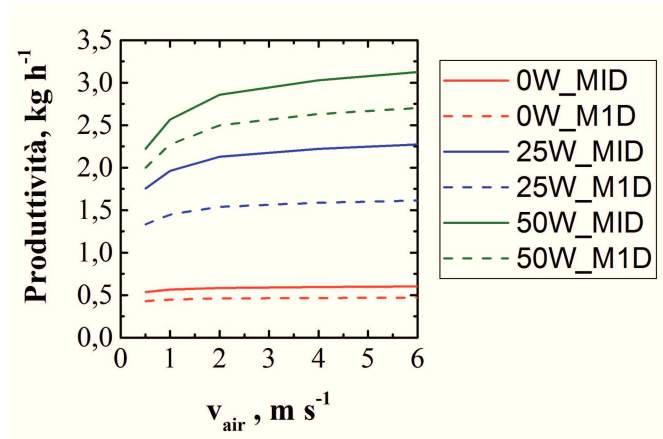
Pertanto, tenendo conto dell'effetto termico degli ultrasuoni sul prodotto si ottengono dei valori di diffusività effettiva minori, rispetto ai casi con $Q_{US} = 0$. Nella Tab. 3.13 si riporta il confronto tra i valori di diffusività effettiva ottenuti senza considerare il termine di generazione volumica e quelli ottenuti con Q_{US} diverso da zero.

Nella Fig. 3.31 si può osservare il confronto tra l'andamento nel tempo del quantitativo d'acqua residuo sperimentale e simulato utilizzando i nuovi parametri di fitting, determinati tenendo conto dell'effetto termico degli ultrasuoni.

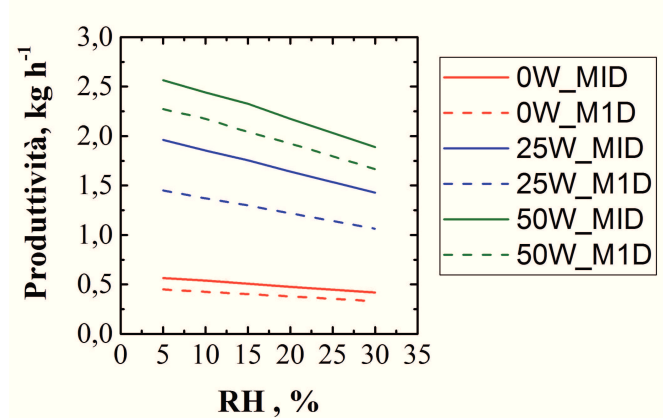
3.4 Studio del processo industriale

Utilizzando i valori di diffusività effettiva riportati nel paragrafo 3.3, si è effettuata la simulazione di un impianto industriale per la liofilizzazione atmosferica di fettine di melanzana di diverso spessore (0,005 m, 0,01 m, 0,15 m), per diversi valori di velocità dell'aria ($0,5 \text{ m s}^{-1}$, 1 m s^{-1} , 2 m s^{-1} , 4 m s^{-1} e 6 m s^{-1}), per diversi valori di umidità dell'aria (5%, 10%, 20%, 30%), con temperatura del mezzo essiccante pari a $-10 \text{ }^{\circ}\text{C}$ e senza e con ultrasuoni (0W, 25W e 50W). Sono state analizzate svariate combinazioni delle condizioni operative succitate e i risultati ottenuti adoperando i valori di diffusività effettiva calcolati sfruttando il *Modello a interfaccia diffusa* (MID), in termini di produttività di impianto, consumo di vapore a bassa pressione (3 bar) e di energia elettrica, sono stati confrontati con i risultati ottenuti utilizzando i valori di diffusività effettiva calcolati in un precedente lavoro, [49], sfruttando un modello monodimensionale (M1D), che non tiene dunque in considerazione il fatto che la sublimazione non avviene in maniera uniforme nel prodotto.

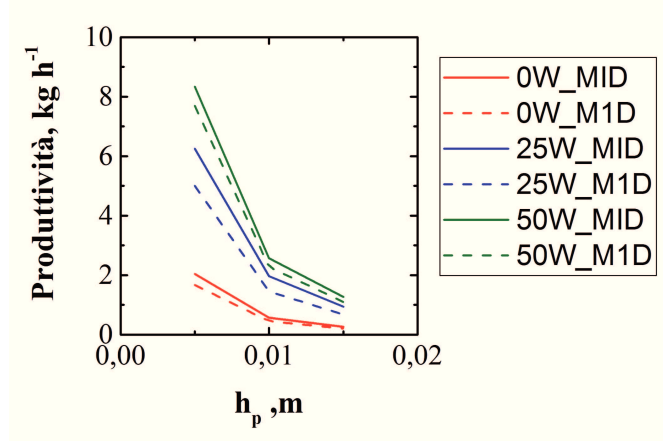
Nelle figure 3.32, 3.33 e 3.34 si riportano rispettivamente gli andamenti delle produttività, in termini di kg di prodotto secco per ora, del consumo di vapore a bassa pressione (3 bar), in termini di kg di vapore per 100 kg di prodotto secco e dell'elettricità, in termini di kWh per 100 kg di prodotto, in funzione della velocità dell'aria (a), dell'umidità dell'aria (b) e delle dimensioni del prodotto (c). Le Fig. 3.32, 3.33 e 3.34 mostrano inoltre il confronto tra i profili delle grandezze succitate ottenuti descrivendo la sublimazione all'interno dei prodotti attraverso il *Modello a interfaccia diffusa* e quelli ottenuti descrivendo la sublimazione con il modello monodimensionale, [49].



(a) $RH = 5\%$, $h_p = 0,01$ m.



(b) $v = 1$ m s⁻¹, $h_p = 0,01$ m.



(c) $v = 1$ m s⁻¹, $RH = 5\%$.

Figura 3.32: Confronto tra i profili di produttività ottenuti descrivendo la sublimazione attraverso il *Modello a interfaccia diffusa* (linea continua) e quelli ottenuti descrivendo la sublimazione con il modello monodimensionale (linea tratteggiata).

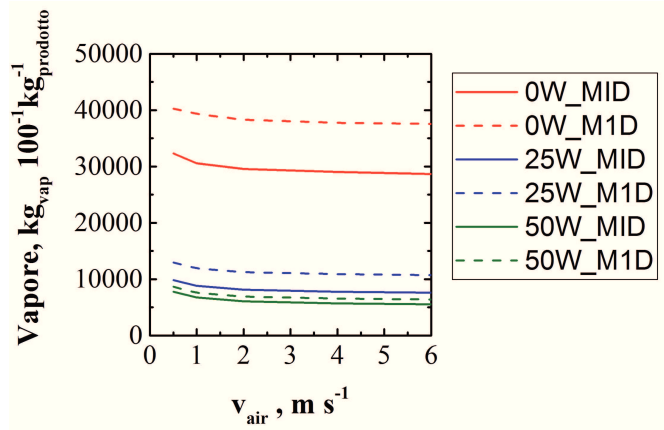
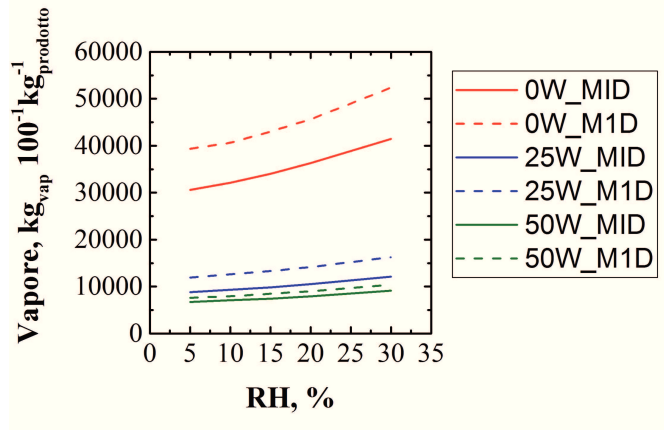
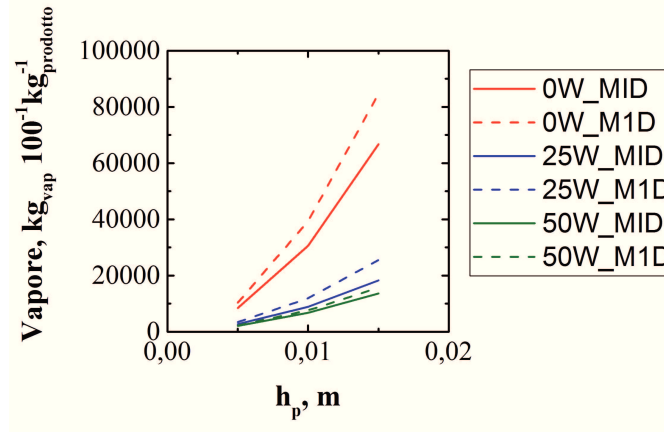
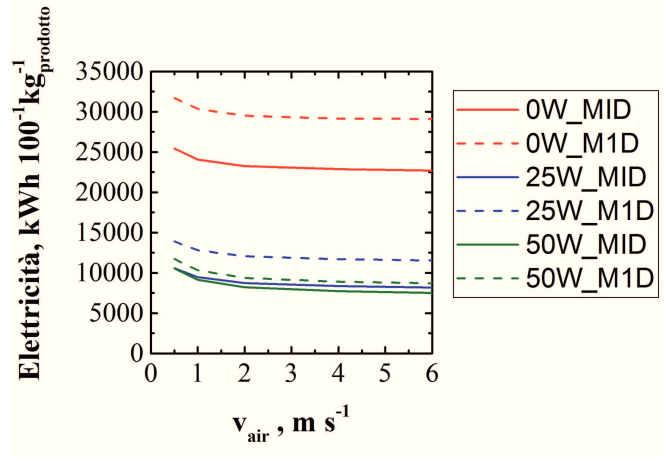
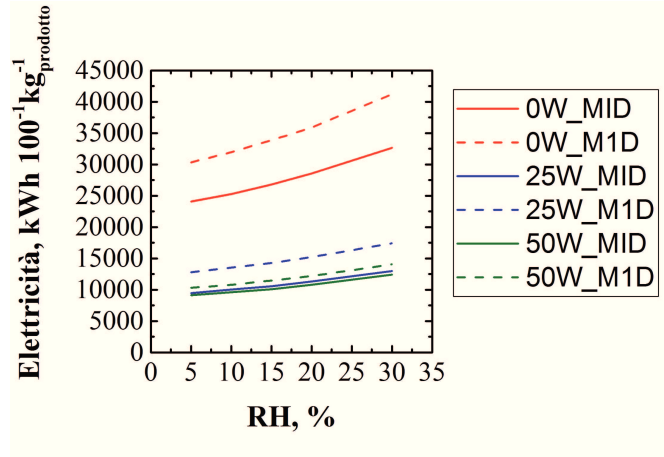
(a) $RH = 5\%$, $h_p = 0,01$ m.(b) $v = 1$ m s⁻¹, $h_p = 0,01$ m.(c) $v = 1$ m s⁻¹, $RH = 5\%$.

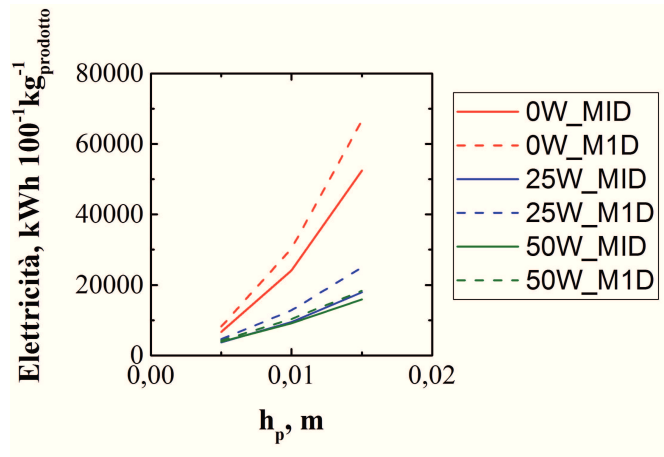
Figura 3.33: Confronto l'andamento del consumo di vapore a bassa pressione (3 bar) ottenuto descrivendo la sublimazione attraverso il *Modello a interfaccia diffusa* (linea continua) e quello ottenuto descrivendo la sublimazione con il modello monodimensionale (linea tratteggiata).



(a) $RH = 5\%$, $h_p = 0,01$ m.



(b) $v = 1$ m s⁻¹, $h_p = 0,01$ m.



(c) $v = 1$ m s⁻¹, $RH = 5\%$.

Figura 3.34: Confronto l'andamento del consumo di elettricità ottenuto descrivendo la sublimazione attraverso il *Modello a interfaccia diffusa* (linea continua) e quello ottenuto descrivendo la sublimazione con il modello monodimensionale (linea tratteggiata).

Dalla Fig. 3.32 si può notare che, come ci si aspetterebbe, la produttività aumenta molto all'aumentare della potenza acustica e diminuisce all'aumentare dell'umidità dell'aria e dello spessore del prodotto. In assenza di ultrasuoni, la produttività dell'impianto presenta un aumento praticamente trascurabile con la velocità dell'aria, mentre in presenza di ultrasuoni, all'aumentare della velocità dell'aria si riscontra un netto aumento della produttività. Dalle figure 3.33 e 3.34 si può notare che i consumi di vapore e di elettricità si riducono di molto all'aumentare della potenza acustica e invece crescono all'aumentare dell'umidità dell'aria e dello spessore del prodotto. Mentre la velocità dell'aria non ha un effetto apprezzabile sui consumi di vapore e di elettricità.

La Fig. 3.32 inoltre mette in evidenza come le produttività calcolate tramite la diffusività effettiva determinata con un modello multidimensionale siano mediamente maggiori rispetto a quelle calcolate sfruttando la diffusività effettiva determinata con un modello monodimensionale, a parità di condizioni. Le figure 3.33 e 3.34 mostrano come i consumi di vapore e di elettricità siano minori sfruttando le diffusività effettive ricavate con il MID rispetto a quelli ottenuti utilizzando le diffusività effettive ricavate con il M1D, a parità di condizioni. Ciò giustifica l'utilizzo di un modello più complesso per descrivere la AFD, rispetto al modello monodimensionale, poichè le approssimazioni effettuate in quest'ultimo si riflettono nella sottostima della produttività e nella sovrastima dei consumi di vapore e elettricità.

Capitolo 4

Conclusioni

Questo lavoro di Tesi è stato incentrato sulla liofilizzazione atmosferica (AFD) di melanzane in presenza di ultrasuoni. La AFD combina i vantaggi della liofilizzazione sottovuoto (alta qualità del prodotto) ai vantaggi dell'essiccamento convettivo tradizionale (bassi costi di processo) [9], però presenta anche alcuni svantaggi come la necessità di lunghi tempi di essiccamento. Pertanto, per accelerare il processo è stato utilizzato l'ultrasuono di potenza (US).

Negli anni, per descrivere la AFD, sono stati proposti due approcci principali, basati sulla fisica del processo: i *Modelli ad interfaccia mobile* (MIM) in cui ogni prodotto è suddiviso dall'interfaccia mobile di sublimazione in due zone, una secca e una congelata e i *Modelli ad interfaccia diffusa* (MID) in cui ogni prodotto è costituito da una matrice solida con numerosi pori, all'interno dei quali è presente una certa porzione di ghiaccio e una certa porzione di vapore, variabili nel tempo, che implicitamente descrivono la posizione dell'interfaccia. I MIM risultano essere più precisi rispetto ai MID, ma quest'ultimi presentano una più semplice discretizzazione delle equazioni di bilancio e dal punto di vista computazionale, sfruttando una griglia di calcolo fissa e risultano più stabili. In questo lavoro per descrivere il processo di AFD si è sviluppato un Modello ad interfaccia diffusa, e le equazioni derivanti da quest'ultimo sono state risolte sfruttando il software MATLAB.

Dapprima sono stati calcolati i coefficienti di scambio di calore e materia, in assenza di ultrasuoni, attraverso l'uso combinato dei software COMSOL Multiphysics e MATLAB, i quali rivelano un maggiore scambio di energia e materia sulla superficie del prodotto investita dall'aria secca (superficie inferiore) e sui lati, rispetto alla superficie superiore.

In seguito è stato effettuato lo studio cinetico del processo per diverse combinazioni delle condizioni operative in esame: dimensioni dei cubetti di melanzana,

velocità, temperatura del fluido essiccante e potenza acustica applicata. Sfruttando i dati sperimentali di un precedente lavoro, [49] sono stati dunque determinati, nelle varie condizioni operative, i seguenti parametri di fitting: diffusività effettiva e coefficienti di scambio di materia. Si è osservato che all'aumentare della temperatura del mezzo essiccante aumenta la diffusività, mentre l'aumento della velocità dell'aria comporta un aumento dei coefficienti di scambio. L'applicazione degli ultrasuoni comporta un ingente aumento dei parametri. Dal confronto dei tempi di essiccamento, nelle varie condizioni prese in esame, è apparso evidente un maggiore effetto su di essi ad opera degli ultrasuoni, i quali ne provocano una forte riduzione, seguiti dalla temperatura e infine dalla velocità dell'aria. E' stato inoltre evidenziato un aspetto di fondamentale importanza: la sublimazione non avviene in maniera uniforme nel prodotto.

Dall'analisi dei profili di temperatura nel tempo, all'interno del prodotto durante la AFD, si è osservato che le temperature massime raggiunte risultavano essere maggiori rispetto alla temperatura del mezzo riscaldante. Questo comportamento è stato associato all'effetto degli ultrasuoni ed è stato tenuto in considerazione tramite l'inserimento nel bilancio di energia di un termine di generazione volumetrica, il quale è stato determinato attraverso il fitting dei dati sperimentali. Così facendo si sono ottenuti dei valori di diffusività effettiva minori rispetto ai casi in cui non si è considerato l'effetto termico degli US.

Infine, utilizzando i valori di diffusività effettiva determinati attraverso lo studio cinetico, si è effettuata la simulazione di un impianto industriale per la liofilizzazione atmosferica di fettine di melanzana per diverse combinazioni delle condizioni operative in esame: spessore del prodotto, potenza acustica applicata, umidità relativa e velocità dell'aria. I risultati ottenuti adoperando i valori di diffusività effettiva calcolati sfruttando il *Modello a interfaccia diffusa*, in termini di produttività di impianto, consumo di vapore a bassa pressione (3 bar) e energia elettrica, sono stati confrontati con i risultati ottenuti utilizzando i valori di diffusività effettiva calcolati in un precedente lavoro, [49], sfruttando un modello monodimensionale che non tiene dunque in considerazione il fatto che la sublimazione non avviene in maniera uniforme nel prodotto. Dal confronto risulta essere giustificato l'utilizzo di un modello più complesso per descrivere la AFD, rispetto al modello monodimensionale, poichè le approssimazioni effettuate in quest'ultimo si riflettono nella sottostima della produttività e nella sovrastima dei consumi di vapore e elettricità.

Lista dei simboli

Lista dei simboli

A_s	Area superficiale superiore del prodotto, m^2
a_w	Attività dell'acqua, -
C_p	Calore specifico, $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
$C_{p_{eff}}$	Calore specifico effettivo, $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
C_{p_g}	Calore specifico del vapore acqueo, $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
C_{p_i}	Calore specifico del ghiaccio, $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
C_{p_s}	Calore specifico del solido, $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
c_i	Concentrazione del componente i-esimo, mol m^{-3}
$c_{w,air0}$	Concentrazione iniziale di acqua in aria, mol m^{-3}
$c_{w,air}$	Concentrazione di acqua in aria, mol m^{-3}
$c_{w,s0}$	Concentrazione iniziale di acqua nel prodotto, mol m^{-3}
$c_{w,s}$	Concentrazione di acqua nel prodotto, mol m^{-3}
D_{eff}	Diffusività effettiva, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
D_i	Diffusività del componente i-esimo, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
D_{Kn}	Diffusività di Knudsen, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$D_{w,air}$	Diffusività del vapore in aria, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$D_{w,s}$	Diffusività del vapore nel solido, $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
d_p	Diametro del prodotto, m
H_v	Larghezza del vassoio, m
h	Coefficiente di scambio di materia, m s^{-1}
h_b	Coefficiente di scambio di materia dal basso, m s^{-1}
h_p	Spessore del prodotto, m
h_s	Coefficiente di scambio di materia laterale, m s^{-1}
h_t	Coefficiente di scambio di materia dall'alto, m s^{-1}
$\dot{I}$	Flusso volumetrico di sublimazione, $\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$
Jq	Flusso termico conduttivo, W m^{-2}
Jq_b	Flusso di calore dal basso, W m^{-2}
Jq_s	Flusso di calore dal lato, W m^{-2}

Jq_t	Flusso di calore dall'alto, W m^{-2}
Jw_b	Flusso di materia dal basso, $\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$
Jw_s	Flusso di materia dal lato, $\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$
Jw_t	Flusso di materia dall'alto, $\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$
K	Costante di sublimazione di non equilibrio, s^{-1}
Kv	Coefficiente di scambio di calore, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
Kv_b	Coefficiente di scambio di calore dal basso, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
Kv_s	Coefficiente di scambio di calore laterale, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
Kv_t	Coefficiente di scambio di calore dall'alto, $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$
Kn	Numero di Knudsen, -
k	Conducibilità termica, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
k_B	Costante di Boltzmann, J K^{-1}
k_{eff}	Conducibilità termica effettiva, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
k_i	Conducibilità termica del ghiaccio, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
k_s	Conducibilità termica del solido, $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
L	Dimensione del cubo, m
L_c	Lunghezza caratteristica, m
L_d	Spessore dello strato secco, m
L_v	Lunghezza del vassoio, m
M	Numero di celle in direzione x, -
$\dot{m}_{air}$	Portata d'aria, kg s^{-1}
m_w	Peso molecolare dell'acqua, kg mol^{-1}
$\dot{m}_w$	Portata di vapore, kg s^{-1}
N	Numero di celle in direzione y, -
N_d	Flusso di materia diffusivo, $\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$
N_{Kn}	Flusso di Knudsen, $\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$
N_v	Flusso di materia viscoso, $\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$
p_{sat}	Tensione di vapore dell'acqua pura, Pa
p_v	Tensione di vapore dell'acqua nell'alimento, Pa
$p_{v,i0}$	Tensione di vapore iniziale del ghiaccio, Pa
$p_{v,i}$	Tensione di vapore del ghiaccio, Pa
$p_{w,c}$	Pressione parziale del vapore acqueo nella camera, Pa
$p_{w,i}$	Pressione parziale del vapore acqueo all'interfaccia, Pa
Q_{US}	Generazione di calore volumetrica, W m^{-3}
R	Costante dei gas perfetti, $\text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}$
RH	Umidità relativa dell'aria, %
S_g	Frazione volumica di vapore acqueo, -
$S_{i,0}$	Frazione volumica di ghiaccio iniziale, -
S_i	Frazione volumica di ghiaccio, -
T	Temperatura, K
T_0	Temperatura iniziale del prodotto, K

T_{air}	Temperatura dell'aria, K
$T_{air,0}$	Temperatura dell'aria in ingresso alla camera di essiccamento, K
T_{ext}	Temperatura esterna, K
T_i	Temperatura all'interfaccia, K
$T_{s,0}$	Temperatura iniziale del solido, K
t	Tempo, s
t_{50}	Tempo necessario a ridurre del 50 % il quantità di acqua nel prodotto , s
t_{90}	Tempo necessario a ridurre del 90 % il quantità di acqua nel prodotto , s
U_0	Umidità specifica dell'aria in ingresso alla camera , $\text{kg}_w\text{kg}_{air}^{-1}$
U	Umidità specifica dell'aria, $\text{kg}_w\text{kg}_{air}^{-1}$
$\mathbf{u}$	Campo di velocità, m s^{-1}
u_x	Componente lungo x della velocità dell'aria, m s^{-1}
u_y	Componente lungo y della velocità dell'aria, m s^{-1}
u_z	Componente lungo z della velocità dell'aria, m s^{-1}
V_i	Volume della cella, m^3
$V_{s,g}$	Volume del solido a contatto con il ghiaccio, m^3
$V_{s,i}$	Volume del solido secco, m^3
V_{TOT}	Volume del solido secco totale, m^3
W	Contenuto d'acqua nel prodotto, $\text{kg}_w\text{kg}_s^{-1}$
W_0	Contenuto d'acqua iniziale nel prodotto, $\text{kg}_w\text{kg}_s^{-1}$
Δx	Dimensione della cella in direzione x, -
Δy	Dimensione della cella in direzione y, -
Z	Numero di celle in direzione z, -
Δz	Dimensione della cella in direzione z, -
z_v	Distanza tra i vassoi, m

Lettere greche

ϵ_v	Frazione di superficie vuota per ogni scaffale, -
κ	Permeabilità, -
λ	Calore latente di sublimazione, J kg^{-1}
λ_{MFP}	Cammino libero medio, m
ϕ	Porosità, -
ρ	Densità, kg m^{-3}
ρ_{eff}	Densità effettiva, kg m^{-3}
ρ_{ext}	Concentrazione dell'acqua in aria, kg m^{-3}
ρ_{g0}	Densità iniziale del vapore acqueo, kg m^{-3}
ρ_g	Densità del vapore acqueo, kg m^{-3}
ρ_i	Densità del ghiaccio, kg m^{-3}
ρ_s	Densità del solido, kg m^{-3}
σ_m	Diametro collisionale, m

Abbreviazioni

AFD	Liofilizzazione atmosferica
CFD	Fluidodinamica computazionale
IR	Raggi infrarossi
MID	Modello a interfaccia diffusa
MIM	Modello a interfaccia mobile
M1D	Modello monodimensionale
PID	Controllore proporzionale-integrale-derivativo
RTD	Rivelatore di temperatura a resistenza
RW	Onde radio
URIF	Modello del fronte di ghiaccio uniformemente retrattile
US	Ultrasuoni

Bibliografia

- [1] J. Troller, J. Christian, Water activity and food, London: Academic Press, 1978.
- [2] D. Fissore, S. Velardi, Freeze drying: basic concepts and general calculation procedures (2012) 47–70, In: Operations in Food Refrigeration, R. H. Mascheroni, Taylor & Francis Group, New York.
- [3] S. A. Velardi, A. A. Barresi, Development of simplified models for the freeze-drying process and investigation of the optimal operating conditions, Chemical Engineering Research and Design 86 (1) (2008) 9–22.
- [4] J. C. Kasper, W. Friess, The freezing step in lyophilization: physico-chemical fundamentals, freezing methods and consequences on process performance and quality attributes of biopharmaceuticals, European Journal of Pharmaceutics and Biopharmaceutics 78 (2) (2011) 248–263.
- [5] M. N. Islam, M. Zhang, H. Liu, C. Xinfeng, Effects of ultrasound on glass transition temperature of freeze-dried pear (pyrus pyrifolia) using dma thermal analysis, Food and Bioproducts Processing 94 (2015) 229–238.
- [6] G. Oetjen, P. Haseley, W.-V. Freeze-Drying, Springer (2004).
- [7] Ö. Cumhur, M. Şeker, H. Sadıkoğlu, Freeze drying of turkey breast meat: Mathematical modeling and estimation of transport parameters, Drying Technology 34 (5) (2016) 584–594.
- [8] D. Fissore, R. Pisano, Computer-aided framework for the design of freeze-drying cycles: optimization of the operating conditions of the primary drying stage, Processes 3 (2) (2015) 406–421.
- [9] S. Li, J. Stawczyk, I. Zbicinski, Cfd model of apple atmospheric freeze drying at low temperature, Drying Technology 25 (7-8) (2007) 1331–1339.
- [10] C. Ratti, Hot air and freeze-drying of high-value foods: a review, Journal of Food Engineering 49 (4) (2001) 311–319.
- [11] I. Claussen, T. Ustad, I. Strømmen, P. Walde, Atmospheric freeze drying—a review, Drying Technology 25 (6) (2007) 947–957.
- [12] M. Bantle, T. M. Eikevik, Parametric study of high-intensity ultrasound in the atmospheric freeze drying of peas, Drying Technology 29 (10) (2011) 1230–1239.

- [13] H. Meryman, Sublimation freeze-drying without vacuum, *Science* 130 (3376) (1959) 628–629.
- [14] J. Santacatalina, D. Fissore, J. Cárcel, A. Mulet, J. García-Pérez, Model-based investigation into atmospheric freeze drying assisted by power ultrasound, *Journal of Food Engineering* 151 (2015) 7–15.
- [15] S. H. Bae, J. H. Nam, C. S. Song, C.-J. Kim, A numerical model for freeze drying processes with infrared radiation heating, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications* 58 (5) (2010) 333–355.
- [16] W. M. Irvine, J. B. Pollack, Infrared optical properties of water and ice spheres, *Icarus* 8 (1-3) (1968) 324–360.
- [17] S. Yagi, D. Kunii, Infrared drying characteristics of granular or powdery materials, *Kagaku Kikai* 15 (3) (1951) 108–123.
- [18] A. Masamura, H. SADO, T. Honda, M. Shimizu, H. Nabetani, M. Nakajima, A. Watanabe, Drying of potato by far infrared radiation, *Nippon Shokuhin Kogyo Gakkaishi* 35 (5) (1988) 309–314.
- [19] T. Abe, T. Afzal, Thin-layer infrared radiation drying of rough rice, *Journal of Agricultural Engineering Research* 67 (4) (1997) 289–297.
- [20] P. Dontigny, P. Angers, M. Supino, Graphite slurry dehydration by infrared radiation under vacuum conditions (1992), In: *Drying 92*, A. S. Mujumdar and M. A. Roques (Eds) New York: Hemisphere.
- [21] M. Hasatani, N. Arai, Y. Itaya, N. Onoda, Drying of optically semitransparent materials by combined radiative-convective heating, *Drying Technology* 1 (2) (1983) 193–214.
- [22] S. Mongpraneet, T. Abe, T. Tsurusaki, Accelerated drying of welsh onion by far infrared radiation under vacuum conditions, *Journal of Food Engineering* 55 (2) (2002) 147–156.
- [23] Y.-P. Lin, J.-H. Tsen, V. A.-E. King, Effects of far-infrared radiation on the freeze-drying of sweet potato, *Journal of Food Engineering* 68 (2) (2005) 249–255.
- [24] M. Zhang, Y. Xu, J. Sun, Research developments of combination drying technology for fruits and vegetables at home and abroad, *Journal of Wuxi University of Light Industry* 22 (6) (2003) 103–106.
- [25] X. Duan, M. Zhang, A. S. Mujumdar, Studies on the microwave freeze drying technique and sterilization characteristics of cabbage, *Drying Technology* 25 (10) (2007) 1725–1731.
- [26] L. Atarés, A. Chiralt, C. González-Martínez, Effect of the impregnated solute on air drying and rehydration of apple slices (cv. granny smith), *Journal of Food Engineering* 91 (2) (2009) 305–310.
- [27] X. Duan, G. Y. Ren, W. X. Zhu, Microwave freeze drying of apple slices based on the dielectric properties, *Drying Technology* 30 (5) (2012) 535–541.

- [28] M. Izadifar, O. Baik, G. Mittal, Radio frequency-assisted extraction of podophyllotoxin: Prototyping of packed bed extraction reactors and experimental observations, *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification* 48 (10) (2009) 1439–1446.
- [29] R. F. Schiffmann, Microwave and dielectric drying (1995) 345–372, In: *Handbook of industrial drying*, A. S. Mujumdar, Ed. Marcel Dekker, New York,.
- [30] R. Jumah, Modelling and simulation of continuous and intermittent radio frequency-assisted fluidized bed drying of grains, *Food and Bioproducts Processing* 83 (3) (2005) 203–210.
- [31] W. Ptasznik, S. Zygmunt, T. Kudra, Simulation of rf-assisted convective drying for seed quality broad bean, *Drying Technology* 8 (5) (1990) 977–992.
- [32] J. Cárcel, J. García-Perez, E. Riera, A. Mulet, Improvement of convective drying of carrot by applying power ultrasound—influence of mass load density, *Drying Technology* 29 (2) (2011) 174–182.
- [33] A. Puig, I. Perez-Munuera, J. Carcel, I. Hernando, J. Garcia-Perez, Moisture loss kinetics and microstructural changes in eggplant (*solanum melongena* l.) during conventional and ultrasonically assisted convective drying, *Food and Bioproducts Processing* 90 (4) (2012) 624–632.
- [34] T. Awad, H. Moharram, O. Shaltout, D. Asker, M. Youssef, Applications of ultrasound in analysis, processing and quality control of food: A review, *Food Research International* 48 (2) (2012) 410–427.
- [35] N. K. Rastogi, Opportunities and challenges in application of ultrasound in food processing, *Critical Reviews in Food Science and Nutrition* 51 (8) (2011) 705–722.
- [36] J. A. Gallego-Juarez, High-power ultrasonic processing: recent developments and prospective advances, *Physics Procedia* 3 (1) (2010) 35–47.
- [37] C. Ozuna, J. A. Cárcel, P. M. Walde, J. V. Garcia-Perez, Low-temperature drying of salted cod (*gadus morhua*) assisted by high power ultrasound: Kinetics and physical properties, *Innovative Food Science & Emerging Technologies* 23 (2014) 146–155.
- [38] S. De la Fuente-Blanco, E. R.-F. De Sarabia, V. Acosta-Aparicio, A. Blanco-Blanco, J. Gallego-Juárez, Food drying process by power ultrasound, *Ultrasonics* 44 (2006) e523–e527.
- [39] C. Brines, A. Mulet, J. García-Pérez, E. Riera, J. Cárcel, Influence of the ultrasonic power applied on freeze drying kinetics, *Physics Procedia* 70 (2015) 850–853.
- [40] K. Schössler, H. Jäger, D. Knorr, Novel contact ultrasound system for the accelerated freeze-drying of vegetables, *Innovative Food Science & Emerging Technologies* 16 (2012) 113–120.

- [41] J. García-Pérez, J. Cárcel, S. De la Fuente-Blanco, E. R.-F. De Sarabia, Ultrasonic drying of foodstuff in a fluidized bed: Parametric study, *Ultrasonics* 44 (2006) e539–e543.
- [42] A. Mulet, J. Cárcel, N. Sanjuan, J. García-Pérez, Food dehydration under forced convection conditions., *Current Trends in Chemical Engineering* (2010) 153–177.
- [43] E. Wolff, H. Gibert, Atmospheric freeze-drying part 1: Design, experimental investigation and energy-saving advantages, *Drying Technology* 8 (2) (1990) 385–404.
- [44] E. Wolff, H. Gibert, Atmospheric freeze-drying part 2: modelling drying kinetics using adsorption isotherms, *Drying Technology* 8 (2) (1990) 405–428.
- [45] I. C. Claussen, T. Andresen, T. M. Eikevik, I. Strømmen, Atmospheric freeze drying—modeling and simulation of a tunnel dryer, *Drying Technology* 25 (12) (2007) 1959–1965.
- [46] S. Rahman, A novel approach on atmospheric freeze drying, Lambert Academic Publishing, Germany, 2009.
- [47] J. Stawczyk, S. Li, D. Witrowa-Rajchert, A. Fabisiak, Kinetics of atmospheric freeze-drying of apple, in: *Drying of Porous Materials*, Kowalski S.J. (eds), Springer, 2006, pp. 159–172.
- [48] P. Di Matteo, G. Donsi, G. Ferrari, The role of heat and mass transfer phenomena in atmospheric freeze-drying of foods in a fluidised bed, *Journal of Food Engineering* 59 (2) (2003) 267–275.
- [49] D. Colucci, Ultrasound assisted atmospheric freeze drying of food, Master Thesis, Politecnico di Torino. Torino, 2016.
- [50] Y. H. Ma, P. R. Peltre, Freeze dehydration by microwave energy: Part i. theoretical investigation, *AIChE Journal* 21 (2) (1975) 335–344.
- [51] Z. H. Wang, M. H. Shi, Effects of heating methods on vacuum freeze drying, *Drying Technology* 15 (5) (1997) 1475–1498.
- [52] M. Millman, A. Liapis, J. Marchello, An analysis of the lyophilization process using a sorption-sublimation model and various operational policies, *AIChE Journal* 31 (10) (1985) 1594–1604.
- [53] P. Sheehan, A. I. Liapis, Modeling of the primary and secondary drying stages of the freeze drying of pharmaceutical products in vials: Numerical results obtained from the solution of a dynamic and spatially multi-dimensional lyophilization model for different operational policies, *Biotechnology and Bioengineering* 60 (6) (1998) 712–728.
- [54] O. C. Sandall, C. J. King, C. Wilke, The relationship between transport properties and rates of freeze-drying of poultry meat, *AIChE Journal* 13 (3) (1967) 428–438.

- [55] J. H. Nam, C. S. Song, An efficient calculation of multidimensional freeze-drying problems using fixed grid method, *Drying Technology* 23 (12) (2005) 2491–2511.
- [56] J. H. Nam, C. S. Song, Numerical simulation of conjugate heat and mass transfer during multi-dimensional freeze drying of slab-shaped food products, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (23) (2007) 4891–4900.
- [57] A. D. Warning, J. Arquiza, A. K. Datta, A multiphase porous medium transport model with distributed sublimation front to simulate vacuum freeze drying, *Food and Bioprocess Processing* 94 (2015) 637–648.
- [58] J. V. Garcia-Perez, J. A. Carcel, E. Riera, C. Rosselló, A. Mulet, Intensification of low-temperature drying by using ultrasound, *Drying Technology* 30 (11-12) (2012) 1199–1208.
- [59] H. Ni, A. Datta, Moisture, oil and energy transport during deep-fat frying of food materials, *Food and Bioprocess Processing* 77 (3) (1999) 194–204.
- [60] R. Yamsaengsung, R. Moreira, Modeling the transport phenomena and structural changes during deep fat frying: Part i: model development, *Journal of Food Engineering* 53 (1) (2002) 1–10.
- [61] A. Halder, A. Dhall, A. Datta, An improved, easily implementable, porous media based model for deep-fat frying: Part i: Model development and input parameters, *Food and Bioprocess Processing* 85 (3) (2007) 209–219.
- [62] G. Fang, C. Ward, Temperature measured close to the interface of an evaporating liquid, *Physical Review E* 59 (1) (1999) 417.
- [63] W. Minkowycz, A. Haji-Sheikh, K. Vafai, On departure from local thermal equilibrium in porous media due to a rapidly changing heat source: the sparrow number, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42 (18) (1999) 3373–3385.
- [64] J. Zhang, A. Datta, V. Rakesh, Investigation of non-equilibrium in water evaporation, in: *Proceedings of Third Inter-American Drying Conference*, Montreal, Canada, 2005.
- [65] A. I. Liapis, R. J. Litchfield, Optimal control of a freeze dryer—i theoretical development and quasi steady state analysis, *Chemical Engineering Science* 34 (7) (1979) 975–981.
- [66] H. Sadikoglu, M. Ozdemir, M. Seker, Optimal control of the primary drying stage of freeze drying of solutions in vials using variational calculus, *Drying Technology* 21 (7) (2003) 1307–1331.
- [67] H. Sadikoglu, A. Liapis, Mathematical modelling of the primary and secondary drying stages of bulk solution freeze-drying in trays: Parameter estimation and model discrimination by comparison of theoretical results with experimental data, *Drying Technology* 15 (3-4) (1997) 791–810.

- [68] W. J. Ferguson, R. W. Lewis, L. Tömösy, A finite element analysis of freeze-drying of a coffee sample, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 108 (3-4) (1993) 341–352.
- [69] Z. H. Wang, M. H. Shi, Numerical study on sublimation–condensation phenomena during microwave freeze drying, *Chemical Engineering Science* 53 (18) (1998) 3189–3197.
- [70] C. Song, J. Nam, C.-J. Kim, S. Ro, A finite volume analysis of vacuum freeze drying processes of skim milk solution in trays and vials, *Drying Technology* 20 (2) (2002) 283–305.

Ringraziamenti

Sono grata al mio papà, *Antonio*, che con non poche difficoltà, mi ha permesso di compiere gli studi senza alcuna limitazione dal punto di vista economico, ma soprattutto per avermi insegnato, con il suo esempio, che nella vita, senza sacrifici, non si ottiene nulla che ne valga la pena.

Ringrazio la mia mamma, *Jennifer*, per aver condiviso con me tutte le ansie e le preoccupazioni susseguitesì negli anni di intenso studio e per avermi dato la forza e la grinta necessarie per affrontare tutto ciò che mi si è presentato davanti, senza arrendermi mai.

Ringrazio i miei amati fratelli: *Vittorio*, *Francesco*, *Caterina* e *Diego* per essere i punti di riferimento della mia vita.

Sono grata a *nonna Maria* per essere stata presente in ogni occasione, per aver creduto in me sempre, anche quando io ero la prima a non farlo, per avermi donato, con le sue chiamate quotidiane, momenti di spensieratezza, anche nei giorni più bui, ma più di ogni altra cosa per essere il mio porto sicuro.

Un grazie di cuore va alla mia *Ghemma* per tutte le traduzioni e per la sua immensa dolcezza.

Ringrazio i miei zii per non avermi mai fatto mancare il loro affetto e i miei cugini, i quali da sempre arricchiscono la mia vita.

Ringrazio i miei amici più cari *Alessandra*, *Andrea* e *Davide* per i preziosi consigli, per il supporto a distanza, ma soprattutto perchè so di poter sempre contare su di loro.

La mia riconoscenza, inoltre, va a *Vittorio*, *Anna* e *Rocco* per avermi accolto a Torino, per essersi presi cura di me e per avermi fatto sentire a casa.

A *Salvatore*, l'amore della mia vita, va un grazie speciale per aver messo i miei bisogni sempre davanti ai suoi, senza farmelo pesare mai, per aver sopportato con amorevole pazienza ogni mia isteria, per essermi stato accanto in ogni momento, per avermi spronato e sostenuto in ogni difficoltà, ma soprattutto per avermi reso una persona migliore con il suo esempio.

Grazie ai miei amati nonni: *Vittorio* e *Francesco* per avermi sempre fatto sentire amata, per aver creduto in me, per avermi incoraggiato e perchè riescono costantemente a farmi percepire la loro presenza. Spero tanto di averli resi orgogliosi di me.

Vorrei inoltre ringraziare il mio relatore, il professor *Davide Fissore*, per avermi seguita in questi mesi nella realizzazione del mio lavoro di tesi magistrale, senza mai farmi mancare i suoi preziosi consigli, per aver chiarito tutti i dubbi e le incertezze, ogni qualvolta ne ho avuto bisogno, con immensa disponibilità e per avermi spronato e incoraggiato nei vari momenti di sconforto.

Infine, ringrazio il *Signore*, presenza imprescindibile nella mia vita.

Ab imo corde,

Nicolle Maiorana