

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica



Tesi di Laurea Magistrale

Sviluppo e validazione di modelli predittivi per il dimensionamento e l'ottimizzazione di macchine per il riciclo e la frantumazione dei materiali

Relatori:

Prof. Eugenio BRUSA
Prof.ssa Cristiana DELPRETE
Prof.ssa Chiara GASTALDI
Ing. Antonello SPAGNULO

Candidato:

Alessandro DEMATTEIS

Anno Accademico 2025/2026

*“I’m not gonna run away.
I never go back on my word.
That’s my nindō: my ninja way!”*

— Naruto Uzumaki, *Naruto*

Sommario

Le macchine per il riciclo e la frantumazione dei materiali, quali *shredder* (triturator) e *crusher* (frantumatori), operano in condizioni particolarmente gravose, caratterizzate da urti, contatti intermittenti, carichi dinamici elevati e forte variabilità del materiale trattato, sia in termini di forma e dimensione, sia di proprietà meccaniche. L'interazione tra organi meccanici e materiale processato genera fenomeni complessi, spesso non lineari, la cui corretta descrizione richiede modelli numerici capaci di rappresentare il comportamento dinamico della macchina in condizioni operative realistiche. In questo contesto, la modellazione numerica costituisce uno strumento fondamentale per supportare le fasi di dimensionamento, verifica strutturale e ottimizzazione progettuale.

Il presente lavoro di tesi, di natura numerica e progettuale, è finalizzato allo sviluppo e alla validazione di modelli predittivi per l'analisi di macchine destinate al riciclo e alla frantumazione, assumendo come riferimento principale l'architettura dello *shredder* bialbero. A partire da una revisione bibliografica delle principali metodologie di modellazione applicate a macchine rotanti, sistemi soggetti a carichi dinamici e a problemi di contatto non lineare, viene sviluppato un modello CAD parametrico della macchina. Tale modello viene successivamente impiegato per analisi agli elementi finiti di tipo statico, modale, con e senza pre-sollecitazione, e transitorio, con l'obiettivo di individuare le zone strutturalmente più critiche, caratterizzare il comportamento vibrazionale del sistema e valutare l'evoluzione temporale della risposta meccanica in condizioni operative rappresentative.

Particolare attenzione è inoltre dedicata alla simulazione dell'interazione di macinazione tra rottame e organi di frantumazione dello *shredder*. Tale fase consente di rappresentare in modo più realistico il trasferimento dei carichi dal materiale processato alla struttura della macchina, includendo effetti impulsivi, contatti intermittenti, variazioni locali di rigidità e fenomeni dinamici legati alla rottura e alla movimentazione del rottame. A tale scopo, vengono impiegate simulazioni dinamiche esplicite con approccio Multibody, particolarmente adatte allo studio di fenomeni fortemente non lineari e transitori, nei quali il contatto tra utensili, elementi funzionali dello *shredder* e materiale frantumato assume un ruolo determinante nella definizione delle sollecitazioni operative.

La metodologia proposta prevede infine lo svolgimento di analisi parametriche volte a valutare l'influenza di grandezze progettuali quali rigidità, massa, smorzamento, configurazione geometrica, condizioni di vincolo e distribuzione dei carichi sulla risposta complessiva della

macchina. Il confronto con dati di riferimento disponibili in letteratura e, ove presenti, con risultati sperimentali consente di valutare l'attendibilità dei modelli sviluppati, definirne il campo di applicazione e individuare criteri di dimensionamento utili alla progettazione di macchine per il riciclo e la frantumazione più affidabili ed efficienti.

Indice

Sommario	iii
Elenco delle figure	xi
Elenco delle tabelle	xix
1 Introduzione	1
1.1 Contesto e motivazioni	1
1.2 Problema ingegneristico	2
1.3 Obiettivi della tesi	3
1.4 Struttura della tesi	4
2 Stato dell'arte	6
2.1 Macchine per il riciclo e la frantumazione	7
2.1.1 Ruolo della frantumazione nelle filiere di riciclo	7
2.1.2 Classificazione delle macchine in base al meccanismo di frantumazione	10
2.1.3 Posizionamento dello shredder bialbero	11
2.1.4 Parametri caratteristici e grandezze di scala	12
2.2 Condizioni operative e criticità progettuali	13
2.2.1 Carichi impulsivi e variabilità del materiale	14
2.2.2 Fatica, danneggiamento e usura	15
2.2.3 Vibrazioni, risonanze e risposta dinamica	16
2.3 Modellazione strutturale mediante metodo agli elementi finiti	17
2.3.1 Workflow CAD-FEM nella progettazione meccanica	17
2.3.2 Analisi statiche di componenti e assiemi	18
2.3.3 Analisi modali in ambito FEM	19
2.3.4 Ottimizzazione geometrica e modelli surrogati	20
2.4 Modellazione del materiale e dei fenomeni di frantumazione	20
2.4.1 Il materiale come sorgente di carico	21
2.4.2 FEM esplicito e LS-DYNA per taglio e impatto	22
2.4.3 DEM e modellazione discreta	22
2.4.4 Limiti dei modelli locali di frantumazione	23
2.5 Analisi dinamiche, urti e rotordinamica	24
2.5.1 Dinamica degli impatti e carichi transitori	25
2.5.2 Analisi modale, risposta forzata e modale pre-sollecitata	26

2.5.3	Effetti della rotazione su alberi e supporti	26
2.6	Validazione dei modelli numerici	27
2.6.1	Validazione strutturale e modale	28
2.6.2	Validazione di processo e confronto con letteratura	29
2.6.3	Strategia di verifica e confronto adottata	29
2.7	Sintesi critica e posizionamento del presente lavoro	30
2.7.1	Gap tecnico	32
2.7.2	Contributo atteso della tesi	32
3	Definizione e modellazione CAD di un tritratore bialbero	34
3.1	Finalità del modello e scelta del caso di studio	34
3.2	Architettura generale dell'assieme	37
3.3	Gruppo rotante	40
3.3.1	Alberi portacoltelli	41
3.3.2	Cutter	45
3.3.3	Distanziali	48
3.4	Struttura fissa e camera di taglio	50
3.4.1	Piastre di estremità	51
3.4.2	Piastre laterali	54
3.4.3	<i>Cleaning fingers</i> , perni longitudinali di ritegno e anelli elastici	55
3.5	Sistema di supporto degli alberi	59
3.5.1	Cuscinetti e configurazione dei vincoli	59
3.5.2	Coperchi dei supporti	61
3.5.3	Ghiere, rosette di sicurezza e tenuta V-ring	63
3.6	Sistema di alimentazione e scarico	65
3.6.1	Tramoggia di alimentazione	65
3.6.2	Condotto di scarico e contenitore di raccolta	67
3.7	Telaio di base e sistema di azionamento	69
3.7.1	Telaio di base	69
3.7.2	Gruppo motoriduttore	71
3.8	Criteri di semplificazione geometrica per le analisi numeriche	74
4	Impostazione del modello numerico	76
4.1	Strategia di modellazione CAD-FEM	76
4.2	Materiali e proprietà meccaniche	79
4.3	Contatti e connessioni	80
4.4	Vincoli e condizioni al contorno	80
4.5	Definizione dei casi di carico	82
4.6	Strategia di discretizzazione	82
4.7	Criteri di valutazione dei risultati	84

5	Analisi statiche e modali in ANSYS Mechanical	85
5.1	Analisi statica strutturale del singolo rotore	85
5.1.1	Dati di riferimento e ipotesi del caso	86
5.1.2	Carichi e vincoli	86
5.1.3	Risultati della simulazione	89
5.1.4	Reazioni vincolari e controllo della coppia	93
5.1.5	Osservazioni sui risultati e limiti del caso statico	94
5.2	Analisi statica strutturale della macchina bialbero	95
5.2.1	Impostazioni generali del modello	97
5.2.2	Caso A: Cylindrical Support con componenti assiale e tangenziale vincolate	98
5.2.3	Caso B: Remote Displacement sulla superficie di estremità	102
5.2.4	Caso C: Remote Displacement sulla superficie cilindrica dell'albero .	107
5.2.5	Caso D: coppia di prova applicata agli alberi	112
5.2.6	Confronto tra i casi statici	116
5.2.7	Considerazioni conclusive	118
5.3	Analisi modale del singolo rotore	119
5.3.1	Impostazione del modello modale	119
5.3.2	Frequenze proprie	120
5.3.3	Forme modali principali	121
5.3.4	Osservazioni sui risultati	122
5.4	Analisi modale con pre-sollecitazione	123
5.4.1	Stato statico di riferimento	123
5.4.2	Frequenze proprie della configurazione pre-sollecitata	123
5.4.3	Forme modali principali	124
5.4.4	Confronto con l'analisi modale non pre-sollecitata	126
5.4.5	Osservazioni sui risultati	127
5.5	Analisi modale della macchina completa con telaio di base vincolato rigida- mente al suolo	128
5.5.1	Frequenze proprie del modello con vincolo rigido	128
5.5.2	Forme modali principali	129
5.6	Analisi modale della macchina completa con isolatori	131
5.6.1	Modellazione degli isolatori	131
5.6.2	Scelta delle rigidezze equivalenti	132
5.6.3	Impostazione del modello modale	132
5.6.4	Frequenze proprie della configurazione di riferimento	133
5.6.5	Forme modali principali della configurazione di riferimento	135
5.6.6	Confronto con il caso a vincolo rigido	137
5.6.7	Verifica mediante diagramma di Campbell	137
6	Analisi transitoria e ottimizzazione geometrica	140
6.1	Impostazione dell'analisi dinamica transitoria	141
6.2	Carichi equivalenti variabili nel tempo	142

6.2.1	Taratura sulla coppia resistente di riferimento	142
6.2.2	Denti caricati	143
6.2.3	Profilo temporale	143
6.2.4	Carichi non applicati	144
6.3	Vincoli, connessioni e materiali	145
6.3.1	Supporti dei cuscinetti	145
6.3.2	Vincolo lato trasmissione e chiusura della coppia	145
6.3.3	Connessioni tra i corpi	146
6.3.4	Materiali	147
6.4	Verifiche di coerenza del modello	147
6.4.1	Equilibrio alla rotazione e fattore dinamico	148
6.4.2	Equilibrio verticale	150
6.4.3	Coerenza tra reazione torsionale e tensione sull'albero	150
6.4.4	Contenuto in frequenza e verifica del passo	151
6.5	Configurazione AC: Geometria iniziale di riferimento	152
6.5.1	Deformazioni	152
6.5.2	Tensioni	153
6.5.3	Forze sui supporti dei cuscinetti	157
6.5.4	Fattore di sicurezza	158
6.5.5	Quadro di riferimento per il confronto tra configurazioni	158
6.6	Configurazione AD: irrigidimento con due traversine	159
6.6.1	Risposta torsionale	159
6.6.2	Spostamenti	160
6.6.3	Tensioni equivalenti	160
6.6.4	Reazione verticale della struttura	164
6.6.5	Forze sui supporti dei cuscinetti	165
6.6.6	Fattore di sicurezza	165
6.6.7	Sintesi dei risultati della configurazione AD	166
6.7	Configurazione AK: revisione integrata di albero, carcassa e telaio	166
6.7.1	Interventi geometrici	166
6.7.2	Risposta torsionale	167
6.7.3	Spostamenti	167
6.7.4	Tensioni equivalenti	168
6.7.5	Reazione verticale della struttura	170
6.7.6	Forze sui supporti dei cuscinetti	171
6.7.7	Fattore di sicurezza	172
6.7.8	Sintesi dei risultati	172
6.8	Configurazione AL: ultima iterazione del modello	172
6.8.1	Modifiche geometriche	173
6.8.2	Risposta torsionale	173
6.8.3	Spostamento totale	174
6.8.4	Tensioni equivalenti	175
6.8.5	Reazione verticale della struttura	177

6.8.6	Forze sui supporti dei cuscinetti	178
6.8.7	Fattore di sicurezza	179
6.8.8	Sintesi del caso AL	180
6.9	Confronto tra le configurazioni e criteri di scelta progettuale	180
6.9.1	Confronto delle tensioni nella struttura fissa	181
6.9.2	Confronto della risposta del gruppo rotante	182
6.9.3	Spostamento totale	185
6.9.4	Scelta della configurazione finale	186
7	Analisi esplicita dell'interazione cutter–materiale	187
7.1	Obiettivo del modello esplicito	187
7.2	Materiali, legge costitutiva e criterio di failure	188
7.2.1	Legge costitutiva elasto-plastica con correzione della velocità di deformazione	189
7.2.2	Criterio di rottura (<i>failure</i>) ed erosione degli elementi	190
7.2.3	HDPE di riferimento	191
7.2.4	Polipropilene omopolimero (PP-H)	192
7.2.5	ABS	192
7.2.6	Poliammide 66 (PA66)	193
7.2.7	Lega di alluminio 6061-T6	193
7.2.8	Riepilogo delle schede materiale	194
7.3	Confronto tra cutter con diverso numero di denti	194
7.3.1	Inquadramento in letteratura	194
7.3.2	Rottame di riferimento	195
7.3.3	Caso preliminare	196
7.3.4	Impostazione della campagna	198
7.3.5	Caso C2: cutter a 2 denti	199
7.3.6	Caso C3: cutter a 3 denti	201
7.3.7	Caso C4: cutter a 4 denti	203
7.3.8	Caso C5: cutter a 5 denti	205
7.3.9	Caso C6: cutter a 6 denti	207
7.3.10	Confronto tra le configurazioni	208
7.4	Confronto tra diverse geometrie di rottame	210
7.4.1	Geometrie del rottame in ingresso	211
7.4.2	Caso preliminare R1: blocco pieno	212
7.4.3	Caso R2: blocco cavo	216
7.4.4	Caso R3: tanica	219
7.4.5	Caso R4: pallet	222
7.4.6	Caso R5: bottiglia	227
7.4.7	Caso R6: lattina	231
7.4.8	Caso R7: piastra piana	236
7.4.9	Risultati tra le diverse geometrie di rottame	240
7.4.10	Studio di sensibilità alla mesh del rottame	243

7.5	Confronto tra materiali diversi del rottame	249
7.5.1	Piastra in poliammide 66 (PA66)	250
7.5.2	Piastra in polipropilene omopolimero (PP-H)	253
7.5.3	Piastra in acrilonitrile-butadiene-stirene (ABS)	257
7.5.4	Piastra in lega di alluminio 6061-T6	261
7.5.5	Confronto tra i materiali	264
7.6	Simulazione dimostrativa della macchina completa	267
7.7	Influenza della velocità di rotazione	272
7.7.1	Macchina completa: confronto tra i casi M1 e M2	272
7.7.2	Prova accelerata esplorativa sulla piastra HDPE	276
8	Discussione dei risultati, verifica dei modelli e sviluppi futuri	279
8.1	Quadro riassuntivo dei risultati numerici	279
8.1.1	Risultati delle analisi statiche e modali	279
8.1.2	Risultati delle analisi transitorie e degli interventi migliorativi	280
8.1.3	Risultati delle analisi esplicite	280
8.2	Influenza dei parametri di progetto e di modello	281
8.2.1	Condizioni di vincolo e rigidità degli appoggi	281
8.2.2	Configurazioni strutturali e gruppo rotante	281
8.2.3	Numero di denti dei cutter	283
8.2.4	Geometria e materiale del rottame	283
8.2.5	Taglia di mesh e velocità di rotazione	284
8.3	Verifica dei modelli e livello di validazione	285
8.3.1	Verifiche numeriche interne	285
8.3.2	Confronti analitici ed esterni	285
8.3.3	Livello di validazione raggiunto	285
8.4	Limiti del lavoro	286
8.4.1	Variabilità del materiale e semplificazioni dei modelli	286
8.4.2	Estensione del modello e scenari non coperti	286
8.5	Sviluppi futuri	287
8.5.1	Sviluppi dei modelli numerici	287
8.5.2	Estensione alla macchina industriale e validazione sperimentale	287
8.6	Conclusioni finali	287
	Bibliografia	288
	Ringraziamenti	297

Elenco delle figure

1.1	Schema metodologico del lavoro.	4
2.1	Sintesi del database bibliografico	7
2.2	Schema qualitativo di una linea di selezione e riciclo	8
2.3	Schema concettuale di economia circolare	9
2.4	Organi di taglio di uno shredder e plastica triturata	10
2.5	Esempio di shredder bialbero	12
2.6	Mappa qualitativa dei carichi in uno shredder	15
2.7	Schema gerarchico di modellazione materiale-struttura	24
3.1	Quote principali del modello CAD	37
3.2	Vista complessiva del trituttore bialbero	38
3.3	Organizzazione funzionale dell'assieme CAD e collegamento con le successive analisi numeriche.	39
3.4	Gruppi rotanti del trituttore bialbero	40
3.5	Albero portacoltelli	42
3.6	Schema geometrico dell'albero portacoltelli	43
3.7	Disegno quotato dell'albero portacoltelli	44
3.8	Geometria del cutter	46
3.9	Distanziali del gruppo rotante	49
3.10	Camera di taglio e struttura fissa	51
3.11	Piastra di estremità della camera di taglio	52
3.12	Piastra laterale della camera di taglio	54
3.13	<i>Cleaning finger</i> della camera di taglio	56
3.14	Perno longitudinale di ritegno delle <i>cleaning fingers</i>	57
3.15	Sezione longitudinale dei supporti dell'albero portacoltelli	60
3.16	Coperchio aperto sul lato azionamento	61
3.17	Coperchio chiuso sul lato non azionamento	62
3.18	Ghiera KM 36 e rosetta MB 36	63
3.19	Sezione del supporto lato azionamento	65
3.20	Modello CAD della tramoggia di alimentazione	66
3.21	Modello CAD del condotto di scarico	68
3.22	Contenitore rimovibile di raccolta	69
3.23	Telaio di base dello shredder	70

3.24 Gruppo motoriduttore planetario SEW-EURODRIVE	74
4.1 Schema a blocchi del progetto impostato in ANSYS Workbench.	76
4.2 Modello complessivo dello shredder bialbero utilizzato come riferimento per la preparazione delle analisi numeriche globali.	77
4.3 Modello a singolo rotore importato in ANSYS Mechanical.	78
4.4 Discretizzazione del rotore: mesh dell'albero, dei cutter e dei distanziali. . .	83
5.1 Applicazione della forza equivalente sulla faccia frontale del dente.	88
5.2 Deformazione totale del rotore nel caso statico equivalente.	90
5.3 Tensione equivalente di von Mises nel caso statico equivalente.	91
5.4 Fattore di sicurezza calcolato nel caso statico equivalente.	92
5.5 Deformazione direzionale lungo l'asse X nel caso statico equivalente.	93
5.6 Deformazione direzionale lungo l'asse Y nel caso statico equivalente.	93
5.7 Schema di applicazione delle forze equivalenti sui denti in presa dei due rotori.	96
5.8 Caso A: tensione equivalente di von Mises sull'intero modello.	99
5.9 Caso A: deformazione totale del modello.	100
5.10 Caso A: tensione equivalente di von Mises nei cutter.	100
5.11 Caso A: tensione equivalente di von Mises sugli alberi.	101
5.12 Caso A: tensione equivalente di von Mises sulla carcassa.	101
5.13 Caso A: tensione equivalente di von Mises sul telaio di base.	102
5.14 Caso B: tensione equivalente di von Mises sull'intero modello.	104
5.15 Caso B: deformazione totale del modello.	105
5.16 Caso B: tensione equivalente di von Mises sugli alberi.	105
5.17 Caso B: tensione equivalente di von Mises sulla carcassa.	106
5.18 Caso B: tensione equivalente di von Mises sul telaio di base.	106
5.19 Caso C: tensione equivalente di von Mises sull'intero modello.	109
5.20 Caso C: tensione principale massima sull'intero modello.	109
5.21 Caso C: deformazione totale del modello.	110
5.22 Caso C: tensione equivalente di von Mises sugli alberi.	110
5.23 Caso C: tensione equivalente di von Mises sulla carcassa.	111
5.24 Caso C: tensione equivalente di von Mises sul telaio di base.	111
5.25 Caso D: tensione equivalente di von Mises sull'intero modello con coppia di prova applicata agli alberi.	115
5.26 Caso D: tensione equivalente di von Mises sugli alberi.	115
5.27 Confronto delle tensioni equivalenti massime nei quattro casi statici.	117
5.28 Prima coppia flessionale globale del rotore: modo 2 a 114,98 Hz e modo 3 a 116,96 Hz. Le deformate sono normalizzate e non rappresentano spostamenti reali.	122
5.29 Prime forme modali della configurazione pre-sollecitata: modo 1 a 31,16 Hz e modo 2 a 61,35 Hz. Le deformate sono normalizzate e non rappresentano spostamenti reali.	125
5.30 Terzo modo della configurazione pre-sollecitata, con frequenza pari a 115,17 Hz.	126

5.31	Quinto modo della configurazione pre-sollecitata, con frequenza pari a 283,92 Hz.	126
5.32	Prime sei forme modali della macchina completa con le zone di appoggio vincolate rigidamente al suolo. Le deformate sono normalizzate e non rappresentano spostamenti reali.	130
5.33	Molle Body–Ground applicate in corrispondenza delle quattro zone di appoggio del telaio di base.	131
5.34	Prime quattro forme modali della macchina completa nella configurazione di riferimento con isolatori. Le deformate sono normalizzate e non rappresentano spostamenti reali.	135
5.35	Modi 5–8 della macchina completa nella configurazione di riferimento con isolatori. Le deformate sono normalizzate e non rappresentano spostamenti reali.	136
5.36	Diagramma di Campbell della configurazione con isolatori per l'ordine di eccitazione $h = 3$. I marcatori evidenziano le due velocità critiche associate ai modi 3 e 4, entrambe al di fuori del campo operativo della macchina. . .	138
5.37	Diagramma di Campbell della configurazione con isolatori per l'ordine di eccitazione $h = 6$. Le velocità critiche associate ai modi 3 e 4 risultano pari rispettivamente a 2,2753 rad/s (21,73 rpm) e 2,4156 rad/s (23,07 rpm). . .	139
6.1	Configurazione AC: denti caricati e valori massimi delle forze equivalenti. .	143
6.2	Profilo temporale del modulo delle forze equivalenti sui denti.	144
6.3	Configurazione AC: <i>Remote Displacement</i> all'estremità lato trasmissione di un albero, con rotazione attorno all'asse e traslazione assiale nulle.	146
6.4	Momento resistente applicato e reazioni torsionali ai vincoli di trasmissione: fase forzata (sopra) e finestra completa (sotto).	149
6.5	Configurazione AC: reazione verticale al <i>Fixed Support</i>	150
6.6	Tensione nominale di torsione ricavata dalla reazione e massimi FEM sugli alberi.	151
6.7	Configurazione AC: deformazione totale.	152
6.8	Configurazione AC: deformazione direzionale trasversale.	153
6.9	Configurazione AC: tensione equivalente di von Mises sull'intero modello. .	153
6.10	Configurazione AC: tensione equivalente sugli alberi al picco del carico applicato (10,5 ms).	154
6.11	Configurazione AC: tensione equivalente sugli alberi al picco della reazione torsionale (15,5 ms).	155
6.12	Configurazione AC: tensione equivalente sui cutter caricati.	155
6.13	Configurazione AC: tensione equivalente sui distanziali.	156
6.14	Configurazione AC: tensione equivalente sulla carcassa.	156
6.15	Configurazione AC: tensione equivalente sul telaio di base.	157
6.16	Configurazione AC: risultante radiale sui quattro supporti dei cuscinetti. .	157
6.17	Configurazione AC: fattore di sicurezza rispetto allo snervamento.	158

6.18	Configurazione AD: dettaglio delle due traversine aggiunte tra la piastra di estremità e la piastra laterale.	159
6.19	Configurazione AD: momento resistente applicato e reazioni torsionali ai due vincoli lato trasmissione.	160
6.20	Configurazione AD: tensione equivalente sugli alberi al massimo della risposta.	162
6.21	Configurazione AD: tensione equivalente sui distanziali.	162
6.22	Configurazione AD: tensione equivalente su un cutter caricato.	163
6.23	Configurazione AD: tensione equivalente sulla carcassa irrigidita mediante le due traversine.	163
6.24	Configurazione AD: tensione equivalente sul telaio di base.	164
6.25	Configurazione AD: reazione verticale al <i>Fixed Support</i>	164
6.26	Configurazione AD: risultante radiale sui quattro supporti dei cuscinetti. . .	165
6.27	Configurazione AK: momento applicato per rotore e reazioni torsionali ai due vincoli lato trasmissione.	167
6.28	Configurazione AK: spostamento totale massimo, pari a 3,98 mm a 13,9 ms.	168
6.29	Configurazione AK: tensione equivalente sugli alberi al massimo della risposta, pari a 253,11 MPa a 13,6 ms.	169
6.30	Configurazione AK: tensione equivalente sulla carcassa. Il massimo vale 8,97 MPa a 42,7 ms, nella fase successiva allo scarico delle forze sui denti. .	170
6.31	Configurazione AK: tensione equivalente sul telaio di base. Il massimo vale 20,20 MPa a 42,7 ms, nella fase successiva allo scarico delle forze sui denti.	170
6.32	Configurazione AK: reazione verticale al <i>Fixed Support</i>	171
6.33	Configurazione AK: risultante radiale sui quattro supporti dei cuscinetti. . .	171
6.34	Configurazione AL: momento resistente applicato e reazioni torsionali ai due vincoli lato trasmissione.	174
6.35	Configurazione AL: spostamento totale massimo, pari a 1,38 mm a 11,8 ms.	175
6.36	Configurazione AL: tensione equivalente sugli alberi. Il massimo vale 230,86 MPa a 11,9 ms.	176
6.37	Configurazione AL: tensione equivalente sulla carcassa. Il massimo vale 5,13 MPa a 10,3 ms.	177
6.38	Configurazione AL: tensione equivalente sul telaio di base. Il massimo vale 12,35 MPa a 10,3 ms.	177
6.39	Configurazione AL: componente verticale con segno della reazione al <i>Fixed Support</i> , con asse globale +Y orientato verso il basso.	178
6.40	Configurazione AL: andamento temporale delle risultanti radiali sui quattro supporti dei cuscinetti.	179
6.41	Confronto delle tensioni equivalenti massime nella carcassa e nel telaio di base nelle quattro configurazioni analizzate.	182
6.42	Confronto della tensione equivalente nominale di torsione nel tratto terminale degli alberi.	183
6.43	Confronto dei fattori di sicurezza sulla tensione nominale di torsione, calcolati rispetto al limite di snervamento assegnato all'AISI 4140, pari a 655 MPa. .	183

6.44	Confronto dei massimi di tensione equivalente nei principali componenti del gruppo rotante e della struttura fissa.	184
6.45	Confronto dello spostamento totale massimo nelle quattro configurazioni. . .	185
6.46	Confronto della massa complessiva dei modelli FEM nelle quattro configurazioni analizzate.	186
7.1	Materiali definiti in Engineering Data per le simulazioni LS-DYNA.	189
7.2	Scheda materiale HDPE adottata nelle simulazioni LS-DYNA.	192
7.3	Modello CAD del contenitore di riferimento (quote in mm): a sinistra la vista principale con le dimensioni d'ingombro, al centro la sezione D-D, a destra la vista assonometrica.	196
7.4	Inizio della presa tra dente e rottame (mappa di tensione equivalente). . . .	197
7.5	Caso preliminare: andamento temporale delle forze di contatto (file rcforc). . .	197
7.6	Confronto delle cinque geometrie di cutter realizzate in SolidWorks.	199
7.7	Vista dal basso del modello ANSYS del caso C2: configurazione con cutter a 2 denti e posizione del rottame al termine della simulazione.	200
7.8	Andamento temporale delle forze di contatto nel caso C2, estratto dal file rcforc	200
7.9	Andamento temporale delle forze di contatto nel caso C3, estratto dal file rcforc	202
7.10	Stato del rottame al termine della simulazione nel caso C4 (mappa di tensione equivalente).	204
7.11	Andamento temporale delle forze di contatto nel caso C4, estratto dal file rcforc	204
7.12	Andamento temporale delle forze di contatto nel caso C5, estratto dal file rcforc	206
7.13	Caso C6: andamento temporale delle forze di contatto (file rcforc).	207
7.14	Confronto tra le configurazioni C2-C6: (a) forza risultante massima; (b) percentuale di elementi erosi η_{ero}	209
7.15	Modelli CAD delle geometrie semplificate di rottame considerate nel lavoro, realizzati in SolidWorks.	212
7.16	Configurazione finale del rottame nel caso preliminare R1 (blocco pieno). . .	213
7.17	Caso preliminare R1: andamento temporale della forza risultante.	214
7.18	Caso preliminare R1: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	214
7.19	Caso preliminare R1: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	215
7.20	Modello CAD del blocco cavo (quote in mm): a sinistra la vista principale con le dimensioni d'ingombro, al centro la sezione D-D, a destra la vista assonometrica.	216
7.21	Caso R2: andamento temporale della forza risultante.	217
7.22	Caso R2: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	217

7.23	Caso R2: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	218
7.24	Configurazione iniziale del caso R3 (tanica in HDPE).	219
7.25	Caso R3: andamento temporale della forza risultante.	220
7.26	Caso R3: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	220
7.27	Caso R3: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	221
7.28	Frantumazione della tanica al termine della simulazione (caso R3).	222
7.29	Caso R4: configurazione iniziale del pallet scalato nel modello LS-DYNA.	223
7.30	Caso R4: distribuzione della tensione equivalente sul pallet al termine della simulazione.	224
7.31	Caso R4: andamento temporale della forza risultante.	225
7.32	Caso R4: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	225
7.33	Caso R4: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	226
7.34	Caso R5: configurazione iniziale della bottiglia e discretizzazione del rottame deformabile.	227
7.35	Caso R5: distribuzione della tensione equivalente sulla bottiglia durante la fase di ingaggio con i cutter.	228
7.36	Caso R5: andamento temporale della forza risultante.	229
7.37	Caso R5: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	229
7.38	Caso R5: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	230
7.39	Caso R6: disegno quotato della lattina (quote in mm).	232
7.40	Caso R6: fase intermedia della frantumazione della lattina.	233
7.41	Caso R6: andamento temporale della forza risultante.	234
7.42	Caso R6: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	234
7.43	Caso R6: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	235
7.44	Caso R7: andamento temporale della forza risultante.	237
7.45	Caso R7: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	238
7.46	Caso R7: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	238
7.47	Condizione della piastra a fine frantumazione.	240
7.48	Confronto della percentuale di elementi erosi nelle geometrie R2–R7.	241
7.49	Confronto della forza risultante massima nelle geometrie R2–R7.	241
7.50	Relazione tra percentuale di elementi erosi e forza risultante massima per le geometrie R2–R7.	242
7.51	Analisi di convergenza: andamento temporale della forza risultante per le dieci taglie di mesh; la taglia 2 mm è tracciata fino all'interruzione.	244
7.52	Analisi di convergenza: evoluzione temporale della percentuale cumulativa di elementi erosi per le dieci taglie di mesh; la taglia 2 mm è tracciata fino all'interruzione.	245

7.53	Picco della forza risultante in funzione della taglia di mesh; marcatore vuoto: taglia 2 mm, valore all'interruzione.	245
7.54	Frazione finale di elementi erosi in funzione della taglia di mesh; marcatore vuoto: taglia 2 mm, valore all'interruzione.	246
7.55	Analisi di convergenza: stato del rottame a fine simulazione, taglia 20 mm.	246
7.56	Analisi di convergenza: stato del rottame a fine simulazione, taglia 8 mm.	247
7.57	Analisi di convergenza: stato del rottame all'istante di interruzione, taglia 2 mm.	247
7.58	Caso PA66: andamento temporale della forza risultante.	250
7.59	Caso PA66: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	251
7.60	Caso PA66: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	251
7.61	Condizione della piastra in PA66 al termine della simulazione.	253
7.62	Caso PP-H: andamento temporale della forza risultante.	254
7.63	Caso PP-H: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	254
7.64	Caso PP-H: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	255
7.65	Condizione della piastra in PP-H al termine della simulazione.	257
7.66	Caso ABS: andamento temporale della forza risultante.	258
7.67	Caso ABS: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	258
7.68	Caso ABS: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	259
7.69	Stato finale della piastra in ABS al termine della simulazione.	260
7.70	Caso Al 6061-T6: andamento temporale della forza risultante.	261
7.71	Caso Al 6061-T6: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.	262
7.72	Caso Al 6061-T6: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.	262
7.73	Stato finale della piastra in lega di alluminio 6061-T6 al termine della simulazione.	264
7.74	Confronto della forza risultante massima tra i materiali della campagna.	265
7.75	Confronto della percentuale di elementi erosi tra i materiali della campagna.	265
7.76	Percentuale di elementi erosi in funzione della soglia EPS.	266
7.77	Caso M1: modello CAD del rottame (quote in mm).	267
7.78	Caso M1: configurazione iniziale del modello della macchina completa.	268
7.79	Caso M1: fase intermedia della simulazione.	269
7.80	Caso M1: stato del modello al termine della simulazione.	269
7.81	Caso M1: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi erosi.	270
7.82	Caso M1: andamento temporale della forza risultante sul contatto cutter- rottame.	270

7.83	Caso M1: andamento temporale della forza risultante sul contatto scarico-rottame.	271
7.84	Caso M2: andamento temporale della forza risultante sul contatto cutter-rottame.	273
7.85	Caso M2: andamento temporale della forza risultante sul contatto scarico-rottame.	273
7.86	Caso M2: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi erosi. . .	274
7.87	Confronto M1-M2: percentuale di elementi erosi in funzione dell'angolo di rotazione complessivamente percorso dai rotori.	274
7.88	Caso M2: stato del modello all'istante di interruzione.	276
7.89	Prova esplorativa a 500 rad/s e $EPS = 0,1$: evoluzione temporale della percentuale cumulativa di elementi erosi della piastra HDPE.	277
7.90	Confronto descrittivo della percentuale finale di elementi erosi: caso di riferimento a 100 rad/s con $EPS = 0,5$ e prova accelerata a 500 rad/s con $EPS = 0,1$	277
7.91	Stato finale della piastra HDPE nella prova esplorativa a 500 rad/s e $EPS = 0,1$, osservato dal lato inferiore.	278
8.1	Confronto tra le frequenze proprie della macchina con telaio di base rigidamente vincolato e con appoggi elastici.	280
8.2	Mappa dei parametri variati e delle grandezze di risposta esaminate. . . .	281
8.3	Tensioni equivalenti massime nella struttura fissa nelle quattro configurazioni.	282
8.4	Massimi FEM locali nel gruppo rotante nelle quattro configurazioni. . . .	282
8.5	Erosione numerica e forza massima per le configurazioni di cutter.	283
8.6	Forza risultante massima per materiale del rottame.	284
8.7	Picco della forza risultante al variare della taglia di mesh.	285

Elenco delle tabelle

2.1	Classificazione meccanica delle macchine di frantumazione	11
2.2	Parametri caratteristici di uno shredder bialbero	13
2.3	Strategie di verifica e confronto per modelli numerici	30
2.4	Sintesi critica dei filoni di letteratura	31
3.1	Confronto tra alcune architetture impiegate nella riduzione dimensionale dei materiali.	35
3.2	Esempi di shredder bialbero industriali considerati nell'analisi preliminare. .	36
3.3	Denominazione adottata per i componenti principali della macchina.	38
3.4	Sottosistemi principali rappresentati nel modello CAD dello shredder bialbero.	39
3.5	Parametri geometrici dell'albero portacoltelli	43
3.6	Proprietà preliminari del materiale dell'albero	45
3.7	Parametri geometrici principali del cutter	47
3.8	Proprietà preliminari del materiale del cutter	48
3.9	Parametri geometrici dei distanziali	50
3.10	Parametri geometrici della piastra di estremità	53
3.11	Proprietà del materiale delle piastre di estremità	53
3.12	Parametri geometrici della piastra laterale	55
3.13	Parametri geometrici della <i>cleaning finger</i>	56
3.14	Parametri geometrici dei perni longitudinali di ritegno	58
3.15	Proprietà del materiale delle <i>cleaning fingers</i>	58
3.16	Dati di catalogo del cuscinetto SKF 23236 CC/W33	59
3.17	Proprietà dell'acciaio S355JR adottato per i coperchi	63
3.18	Principali dimensioni della ghiera KM 36 e della rosetta MB 36	64
3.19	Principali dimensioni della tramoggia di alimentazione	67
3.20	Principali dimensioni del condotto di scarico	68
3.21	Interpretazione della designazione del motoriduttore SEW	72
3.22	Principali caratteristiche del gruppo motoriduttore	72
3.23	Configurazione CAD del gruppo motoriduttore	73
4.1	Gerarchia dei modelli numerici adottati nel lavoro.	78
4.2	Proprietà del materiale <i>Structural Steel</i> in Engineering Data.	79
4.3	Impostazioni di riferimento della strategia di discretizzazione.	83
5.1	Dati utilizzati per l'impostazione del caso statico equivalente.	86

5.2	Carichi applicati nel caso statico equivalente.	88
5.3	Vincoli utilizzati nel caso statico equivalente.	89
5.4	Risultati principali del caso statico equivalente.	90
5.5	Reazioni vincolari del caso statico equivalente.	94
5.6	Forze equivalenti applicate ai denti in presa (valori per dente).	96
5.7	Impostazioni generali del modello statico bialbero.	97
5.8	Casi statici analizzati.	98
5.9	Condizioni di vincolo e carico del Caso A.	98
5.10	Risultati principali del Caso A.	99
5.11	Condizioni di vincolo e carico adottate nel Caso B.	103
5.12	Risultati principali del Caso B.	103
5.13	Condizioni di vincolo e carico adottate nel Caso C.	107
5.14	Risultati principali del Caso C.	108
5.15	Condizioni di vincolo e carico adottate nel Caso D.	113
5.16	Risultati principali del Caso D.	114
5.17	Confronto dei risultati principali dei casi statici analizzati.	116
5.18	Variazione percentuale dei risultati rispetto al Caso A.	117
5.19	Impostazioni principali dell'analisi modale del rotore singolo.	119
5.20	Vincoli e supporti adottati nell'analisi modale.	120
5.21	Frequenze proprie dei primi 20 modi del rotore singolo.	120
5.22	Frequenze proprie del rotore nella configurazione pre-sollecitata.	124
5.23	Confronto sintetico tra modale libera e modale pre-sollecitata.	127
5.24	Prime 20 frequenze proprie della macchina completa con le zone di appoggio vincolate rigidamente al suolo.	129
5.25	Rigidezze equivalenti assegnate a ciascun isolatore del modello.	132
5.26	Prime 20 frequenze proprie della macchina completa nella configurazione di riferimento con isolatori.	133
5.27	Carattere dei primi otto modi della macchina completa con isolatori.	134
5.28	Massimi assoluti degli spostamenti direzionali normalizzati per i primi otto modi della configurazione con isolatori.	134
5.29	Sintesi della verifica di Campbell per i primi sei ordini di eccitazione.	138
6.1	Profilo temporale delle forze equivalenti, con salita e successiva discesa fino all'annullamento a 16 ms.	144
6.2	Proprietà dei materiali adottati nel modello.	147
6.3	Coerenza tra reazione torsionale e tensione equivalente massima sugli alberi.	151
6.4	Configurazione AC: massimi di tensione equivalente per componente.	154
6.5	Configurazione AC: grandezze di riferimento per il confronto.	158
6.6	Configurazione AD: massimi di tensione equivalente per componente.	161
6.7	Configurazione AD: sintesi delle principali grandezze calcolate.	166
6.8	Configurazione AK: massimi di tensione equivalente per componente.	168
6.9	Configurazione AK: sintesi delle principali grandezze calcolate.	172
6.10	Configurazione AL: massimi di tensione equivalente per componente.	175

6.11 Configurazione AL: risultanti radiali massime sui supporti.	178
6.12 Configurazione AL: sintesi delle principali grandezze calcolate.	180
6.13 Confronto delle tensioni equivalenti massime nella struttura fissa.	181
6.14 Confronto della tensione equivalente nominale di torsione nel tratto terminale degli alberi.	182
6.15 Confronto dei massimi FEM locali nel gruppo rotante.	184
7.1 Parametri delle schede materiale del rottame.	194
7.2 Indicatori principali della simulazione preliminare.	198
7.3 Indicatori principali del caso C2.	201
7.4 Indicatori principali del caso C3.	203
7.5 Indicatori principali del caso C4.	205
7.6 Indicatori principali del caso C5.	206
7.7 Indicatori principali del caso C6.	208
7.8 Confronto degli indicatori principali tra le configurazioni C2–C6.	209
7.9 Riepilogo numerico del caso preliminare R1 (blocco pieno).	215
7.10 Grandezze principali del caso R2 (blocco cavo).	218
7.11 Grandezze principali del caso R3 (tanica in HDPE).	221
7.12 Grandezze principali del caso R4 (pallet scalato).	226
7.13 Grandezze principali del caso R5, relativo alla bottiglia.	231
7.14 Grandezze principali del caso R6, relativo alla lattina scalata.	236
7.15 Grandezze principali del caso R7, relativo alla piastra piana in HDPE. . . .	239
7.16 Confronto sintetico tra le geometrie di rottame analizzate.	240
7.17 Analisi di convergenza: risultati al variare della taglia di mesh del rottame. .	243
7.18 Analisi di convergenza: indicatori energetici e costo di calcolo.	248
7.19 Grandezze principali del caso PA66 (piastra piana, campagna materiali). . .	252
7.20 Grandezze principali del caso PP-H.	256
7.21 Riepilogo del caso con piastra in ABS.	260
7.22 Riepilogo del caso con piastra in lega di alluminio 6061-T6.	263
7.23 Confronto sintetico tra i materiali della campagna.	264
7.24 Indicatori principali del caso M1 (macchina completa).	271
7.25 Confronto tra i casi M1 e M2 sulla macchina completa.	275

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Contesto e motivazioni

La transizione verso modelli produttivi circolari richiede processi industriali capaci di recuperare materia da flussi di rifiuti sempre più eterogenei. La Direttiva quadro europea sui rifiuti ordina le opzioni di gestione secondo una scala di priorità: la prevenzione e la preparazione per il riutilizzo precedono il riciclaggio, mentre le altre forme di recupero, tra cui quello energetico, e lo smaltimento si collocano ai livelli inferiori della scala [1]. Il *Circular Economy Action Plan* della Commissione Europea individua nel riciclo dei materiali una delle azioni per ridurre il consumo di risorse primarie e per reintrodurre nel ciclo produttivo materia altrimenti destinata allo smaltimento [2]. A titolo esemplificativo, nel caso dei veicoli a fine vita, la normativa europea fissa obiettivi minimi, in vigore dal 2015, pari all'85 % di reimpiego e riciclaggio e al 95 % di reimpiego e recupero rispetto al peso medio per veicolo e per anno [3].

Le operazioni di frantumazione costituiscono uno dei passaggi tecnici necessari per rendere trattabili flussi di materiale eterogenei e abilitare le successive fasi di separazione e recupero. Shredder, crusher, mulini e granulatori riducono materiali ingombranti, accoppiati o contaminati in frazioni compatibili con le operazioni di trasporto, vagliatura, separazione magnetica, separazione a correnti indotte e selezione ottica. La frantumazione non si esaurisce nella riduzione dimensionale: influenza il grado di liberazione dei materiali, la distribuzione granulometrica del prodotto e le condizioni operative imposte agli organi meccanici della macchina.

Queste macchine operano in condizioni gravose. Il materiale in ingresso varia per forma, densità, rigidità e duttilità e può contenere inserti metallici e contaminanti. La sua risposta al taglio o all'impatto può pertanto risultare difficilmente prevedibile a priori. La riduzione dimensionale è inoltre un processo energivoro: nel settore minerario, il rapporto CEEC–Weir Minerals riporta che la comminuzione, ossia l'insieme delle operazioni di riduzione dimensionale, assorbe circa il 25 % dell'energia finale di un sito minerario medio [4]. Sebbene tale dato non sia direttamente trasferibile alle filiere di riciclo dei rifiuti misti, esso evidenzia la rilevanza energetica dei processi di riduzione dimensionale. Pur operando su materiali e granulometrie differenti rispetto al settore minerario, tali filiere condividono lo stesso principio fisico: la geometria della macchina e le modalità di trasferimento dell'energia al

materiale condizionano simultaneamente prestazioni, usura e affidabilità.

La progettazione tradizionale di queste macchine si fonda su criteri empirici, margini conservativi e verifiche puntuali sui singoli componenti. Tale approccio resta valido nelle fasi preliminari, ma diventa insufficiente quando si vogliono ridurre massa, consumi e sovradimensionamento senza compromettere robustezza e sicurezza. In questo contesto, lo sviluppo di modelli numerici predittivi può costituire uno strumento efficace per supportare il dimensionamento preliminare e il confronto tra soluzioni progettuali alternative. Tali modelli permettono di valutare come le scelte geometriche, i vincoli, i materiali e le condizioni di carico influenzino spostamenti, tensioni, frequenze proprie e risposta dinamica della macchina.

1.2 Problema ingegneristico

Il problema ingegneristico affrontato in questo lavoro riguarda la previsione della risposta meccanica dei componenti critici di uno *shredder* bialbero. L'attenzione si concentra sui gruppi rotanti, costituiti da alberi portacoltelli, cutter e distanziali, e sui principali componenti strutturali della macchina, tra cui supporti, struttura di contenimento, telaio e interfacce di collegamento. Tali elementi, nel loro insieme, governano la risposta complessiva della macchina.

La difficoltà principale deriva dall'accoppiamento tra fenomeni locali e comportamento globale della macchina. I fenomeni locali di contatto e taglio tra i cutter e il materiale si sviluppano su lunghezze caratteristiche dell'ordine dei millimetri e, in funzione delle specifiche condizioni di interazione, possono evolvere su scale temporali dell'ordine dei millisecondi. Il comportamento globale dei gruppi rotanti, dei supporti e del telaio è invece descritto da dimensioni e tempi caratteristici maggiori. Le condizioni di esercizio includono inoltre carichi ripetuti, i cui effetti possono manifestarsi nel lungo periodo attraverso fenomeni di fatica e usura. Un singolo modello difficilmente consente di descrivere con lo stesso livello di dettaglio sia i fenomeni locali di contatto e taglio sia la risposta globale della macchina. Gli approcci ad alta fedeltà permettono di rappresentare in modo più dettagliato l'interazione tra cutter e materiale, ma risultano onerosi quando devono essere impiegati in analisi parametriche estese. I modelli semplificati consentono invece di studiare più rapidamente l'influenza di massa, rigidezza, smorzamento e geometria, a condizione che le ipotesi su carichi, vincoli, contatti e materiali siano coerenti con il fenomeno analizzato.

Nel caso delle macchine di frantumazione, un modello utile non è necessariamente il più dettagliato, ma quello che rappresenta in modo coerente il fenomeno da studiare: tensioni locali nei cutter, spostamenti degli alberi, frequenze proprie del sistema rotante, risposta transitoria della struttura o distribuzione dei carichi sul telaio. In questo quadro, il lavoro si articola attorno a due quesiti. Quali parametri progettuali governano prevalentemente la risposta strutturale e dinamica di una macchina di frantumazione? In quale misura modelli numerici semplificati, ma fisicamente coerenti, possono supportare le scelte di dimensionamento?

Pur richiamando diverse famiglie di macchine per la riduzione dimensionale, il presente lavoro assume come riferimento principale l'architettura di uno *shredder* bialbero. Tale

scelta consente di concentrare l'analisi su una macchina caratterizzata da due gruppi rotanti contro-rotanti, costituiti da alberi portacoltelli, cutter intercalati e distanziali, oltre che da supporti e telaio. Questi componenti sono soggetti a condizioni di carico differenti, di natura statica, dinamica e impulsiva. Il riciclo dei materiali costituisce quindi il contesto applicativo della tesi, mentre il nucleo metodologico riguarda la modellazione numerica e progettuale dello *shredder* bialbero e la valutazione della risposta dei suoi componenti critici.

1.3 Obiettivi della tesi

Il presente lavoro ha carattere numerico e progettuale. L'obiettivo generale è lo sviluppo di una metodologia di modellazione predittiva per il dimensionamento e l'ottimizzazione preliminare di uno *shredder* bialbero destinato ad applicazioni di riciclo e frantumazione dei materiali. La metodologia si articola in cinque obiettivi specifici, ciascuno associato a specifiche analisi numeriche e alle relative grandezze di interesse.

1. Definire un modello geometrico di riferimento di uno shredder bialbero, coerente con architetture industriali esistenti e adatto alle successive analisi numeriche.
2. Impostare il corrispondente flusso di lavoro CAD-FEM, includendo semplificazioni geometriche, materiali, vincoli, contatti, casi di carico e criteri di discretizzazione.
3. Sviluppare modelli agli elementi finiti per la verifica strutturale e dinamica dei componenti critici, mediante analisi statiche, analisi modali con e senza pre-sollecitazione e analisi dinamiche transitorie.
4. Sviluppare un modello dinamico esplicito locale dell'interazione cutter-materiale, finalizzato a studiare in forma semplificata i fenomeni di contatto, taglio e trasferimento impulsivo dei carichi.
5. Condurre analisi parametriche sui modelli sviluppati per identificare i parametri progettuali più influenti, tradurre i risultati in indicazioni utili al dimensionamento preliminare e confrontarli con dati disponibili in letteratura per delimitare il campo di validità della metodologia.

La sequenza logica degli obiettivi e delle principali attività svolte è riassunta in Figura 1.1.

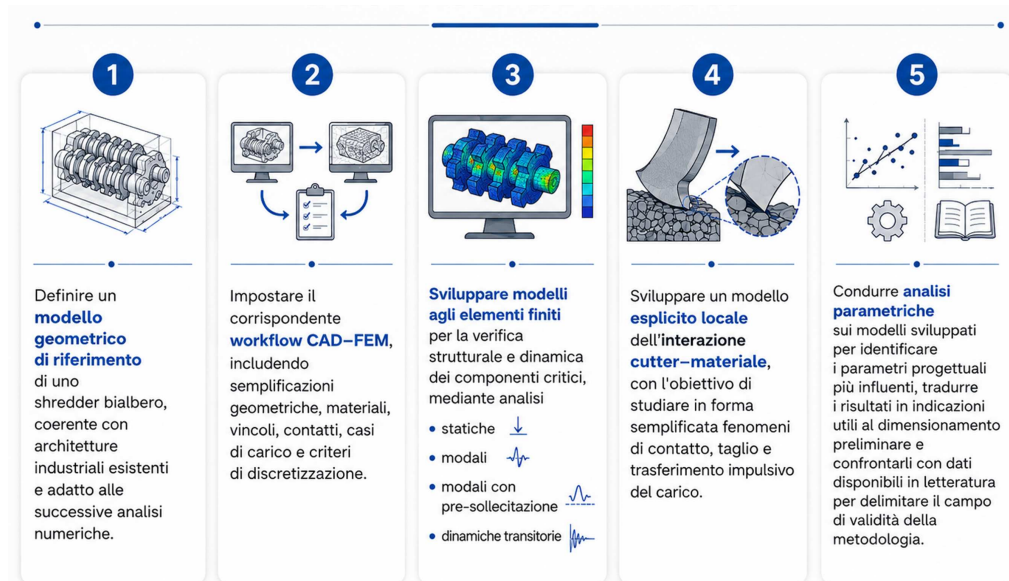


Figura 1.1: Schema metodologico del lavoro.

Il lavoro non mira a riprodurre integralmente una specifica macchina industriale né l'intero impianto di trattamento e non intende sostituire campagne sperimentali dedicate. Il contributo consiste nella definizione di un flusso di lavoro numerico semplificato, ma fisicamente fondato, utilizzabile nelle fasi preliminari di progettazione e ottimizzazione delle macchine di frantumazione.

1.4 Struttura della tesi

L'elaborato è organizzato in modo da seguire la progressione logica del lavoro, dalla revisione della letteratura alla discussione dei risultati e alle conclusioni.

Il Capitolo 2 inquadra il problema dal punto di vista tecnico-scientifico. La revisione della letteratura è strutturata secondo i temi che orientano le scelte progettuali sviluppate nei capitoli successivi: classificazione delle macchine in base al principio di funzionamento, condizioni operative e principali criticità, metodi di modellazione strutturale e dinamica, rappresentazione del materiale e dei fenomeni di frantumazione, strategie di validazione e limiti degli approcci disponibili. La sezione conclusiva del capitolo colloca il presente lavoro nel quadro tracciato e individua gli aspetti ai quali la tesi intende fornire un contributo.

La parte metodologica è sviluppata a partire dalla definizione dello *shredder* bialbero di riferimento. Vengono descritti la costruzione del modello geometrico, le principali semplificazioni adottate nella modellazione CAD e l'impostazione del modello numerico, con riferimento a materiali, casi di carico, vincoli, contatti, mesh e criteri di valutazione dei risultati. In questa fase sono inoltre distinte le impostazioni adottate per le analisi implicite e per quelle esplicite.

Le simulazioni in ANSYS Mechanical sono sviluppate su differenti livelli di dettaglio. Sul singolo gruppo rotante vengono svolte l'analisi statica, l'analisi modale e l'analisi modale con pre-sollecitazione. Il modello viene quindi esteso alla macchina bialbero per confrontare differenti condizioni di vincolo, studiare la risposta modale con telaio di base

vincolato rigidamente al suolo e con isolatori e svolgere l'analisi dinamica transitoria delle configurazioni strutturali successive. A tali analisi si affiancano le simulazioni esplicite locali dell'interazione cutter-rottame.

La parte finale della tesi è dedicata all'analisi parametrica, alla discussione dei risultati e alle conclusioni. L'analisi parametrica raccoglie le simulazioni e le elaborazioni volte a individuare i parametri di progetto più influenti e a valutarne l'effetto sulle grandezze di interesse. Le conclusioni richiamano infine i contributi principali del lavoro, ne discutono i limiti e indicano i possibili sviluppi futuri, con particolare riferimento alla validazione sperimentale dei modelli.

Capitolo 2

Stato dell'arte

La revisione bibliografica si è basata su una raccolta strutturata in formato Excel costruita per raccogliere e confrontare le fonti consultate. Il database completo è stato impiegato come strumento di selezione e non viene riportato integralmente nel corpo dell'elaborato; in Figura 2.1 ne sono sintetizzati i criteri di valutazione e la composizione delle fonti analizzate. Per ciascun contributo sono stati registrati i dati bibliografici, la tipologia di macchina, il materiale trattato, il componente studiato, il metodo numerico e il software impiegati, le grandezze di risposta analizzate, i principali valori quantitativi, le ipotesi di modellazione, i limiti dichiarati dagli autori e il possibile impiego nei capitoli successivi.

La valutazione di ciascuna fonte si è basata su cinque criteri, ognuno espresso su una scala da 0 a 100: la pertinenza tematica rispetto al problema studiato, la qualità del modello numerico, la profondità dell'analisi dinamica e modale, la presenza di criteri predittivi utili al dimensionamento e il livello di validazione. Ai criteri sono stati assegnati pesi decrescenti, pari rispettivamente al 30, 25, 20, 15 e 10%, ottenendo per ogni contributo un punteggio complessivo $S = 0,30 P + 0,25 Q + 0,20 D + 0,15 C + 0,10 V$, in cui P , Q , D , C e V sono i punteggi dei cinque criteri nell'ordine elencato. La scelta dei pesi riflette le priorità del lavoro: pertinenza e qualità del modello fungono da filtro primario, mentre l'analisi dinamica corrisponde all'obiettivo specifico della tesi; alla validazione è stato assegnato il peso minore perché spesso assente nella letteratura sugli shredder. Il punteggio è stato usato per ordinare le fonti per priorità di lettura e selezionare quelle più rilevanti per i capitoli successivi.

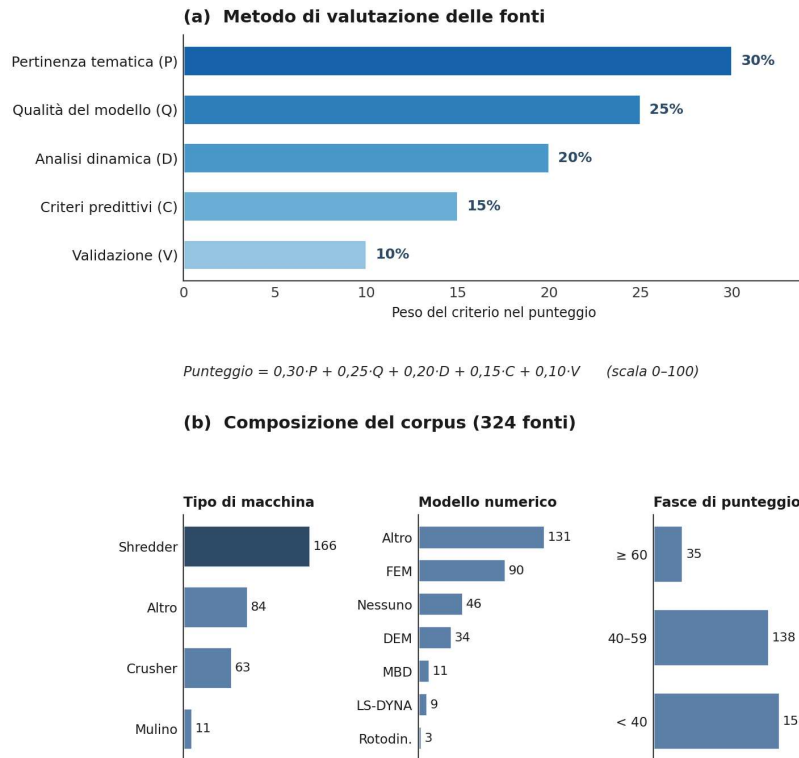


Figura 2.1: Sintesi del database bibliografico costruito per la tesi: (a) i cinque criteri pesati usati per valutare le fonti e il relativo punteggio; (b) composizione delle 324 fonti per tipo di macchina, modello numerico e fascia di punteggio.

La selezione è stata orientata dagli obiettivi della tesi. Sono stati ritenuti prioritari i lavori su shredder, crusher, hammer mill e macchine affini, con attenzione ai componenti più rilevanti per il progetto: rotor, alberi, lame, martelli, perni, distanziali, casing, telai e supporti. Sul piano metodologico sono stati privilegiati i contributi basati su FEM strutturale ed esplicito, LS-DYNA, DEM e approcci dinamici o rotordinamici, perché coerenti con la modellazione di macchine soggette a carichi impulsivi e ripetuti.

Il capitolo segue un'organizzazione progettuale. All'inquadramento delle macchine per il riciclo e la frantumazione seguono le condizioni operative e le criticità che ne governano il dimensionamento, la modellazione strutturale mediante FEM, la modellazione del materiale e dei fenomeni di frantumazione, gli approcci dinamici e rotordinamici e le strategie di validazione. Lo scopo è individuare metodi, dati e limiti della letteratura utili alla costruzione di modelli numerici semplificati e verificabili per il dimensionamento di macchine di frantumazione.

2.1 Macchine per il riciclo e la frantumazione

2.1.1 Ruolo della frantumazione nelle filiere di riciclo

Nelle filiere di riciclo meccanico la frantumazione è l'operazione che trasforma un flusso eterogeneo in un materiale processabile dalle unità a valle. Il suo ruolo non si esaurisce nella riduzione della pezzatura: la macchina modifica la forma dei frammenti, favorisce la

liberazione di materiali accoppiati, espone superfici utili alla separazione e rende il flusso compatibile con trasportatori, vagli, separatori magnetici, separatori a correnti indotte e sistemi di selezione ottica. Nel caso di rifiuti misti, RAEE, veicoli a fine vita, plastiche e rottami metallici, la qualità della frantumazione condiziona quindi sia l'efficienza delle separazioni successive sia il carico meccanico imposto agli organi rotanti.

Il percorso del materiale in una linea di trattamento può essere schematizzato come una successione di operazioni meccaniche e fisiche. Dopo l'alimentazione, la frantumazione riduce la pezzatura e rende il flusso più adatto alle successive operazioni di vagliatura, separazione dei metalli, separazione aeraulica o ballistica e selezione ottica. Uno schema qualitativo di tale sequenza è riportato in Figura 2.2.

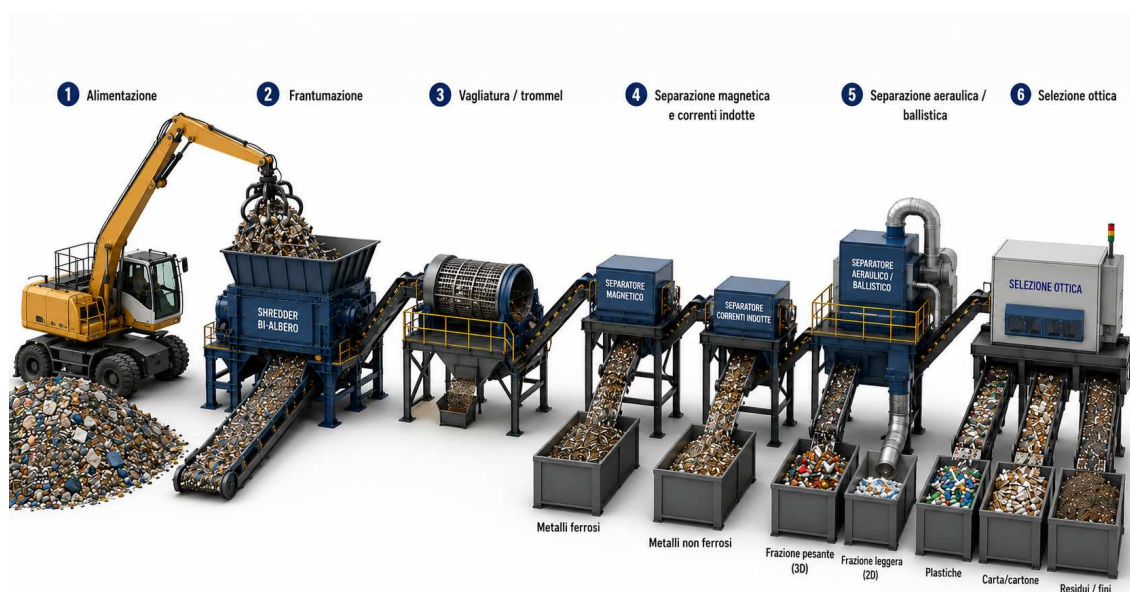


Figura 2.2: Schema qualitativo di una linea di selezione e riciclo dei rifiuti solidi. La sequenza ha valore esemplificativo e può variare in funzione del materiale trattato e della configurazione dell'impianto. Rappresentazione grafica a fini interpretativi.

Nello schema, lo shredder è collocato all'inizio della parte meccanica della linea. Il materiale frantumato viene scaricato su un nastro e inviato a una prima classificazione granulometrica mediante vagliatura o trommel. La frazione utile prosegue quindi verso la separazione dei metalli ferrosi e non ferrosi, rispettivamente tramite separazione magnetica e correnti indotte. Il materiale residuo può essere poi sottoposto a separazione aeraulica o ballistica e, infine, a selezione ottica per il recupero di frazioni specifiche, come plastiche o carta/cartone.

Il recupero effettivo di materia dipende dalla qualità della separazione a valle e, quindi, dalla capacità delle operazioni di smontaggio, frantumazione e post-trattamento di produrre frazioni sufficientemente separabili e valorizzabili.

La frantumazione si inserisce nel quadro più generale dell'economia circolare come operazione tecnica della filiera di riciclo meccanico. Non costituisce una fase normativa autonoma, ma contribuisce a trasformare un flusso eterogeneo in materiale più adatto

alle successive operazioni di separazione, selezione e recupero. Uno schema generale del concetto di economia circolare è riportato in Figura 2.3.

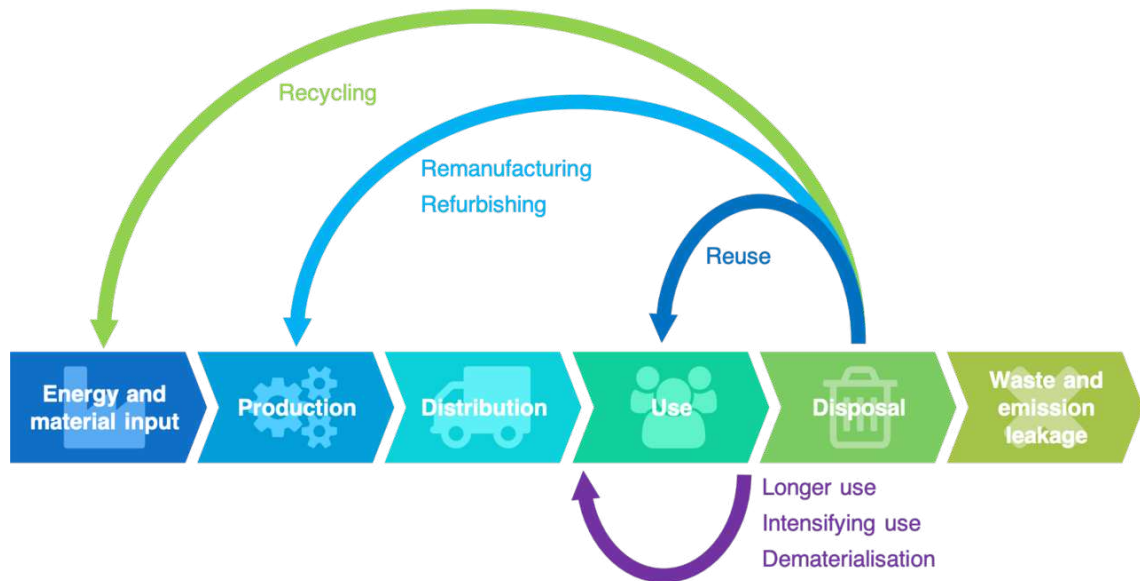


Figura 2.3: Schema concettuale di economia circolare. Fonte: Wikimedia Commons, Geissdoerfer et al., CC BY 4.0 [5].

Il caso dell'*Automotive Shredder Residue* (ASR) è rappresentativo di questa dipendenza. Dopo la rimozione delle principali frazioni metalliche, il residuo post-shredder contiene ancora plastiche, elastomeri, tessuti, vetro, schiume, metalli residui e contaminanti. La possibilità di recuperare materia, energia o prodotti chimici dal residuo dipende dalla composizione e dalla separabilità delle frazioni generate dallo shredding [6]. Lo shredder non è quindi soltanto una macchina di riduzione dimensionale, ma un elemento che influenza l'intera catena di valorizzazione del materiale.

Dal punto di vista progettuale, la frantumazione introduce un compromesso. Una riduzione dimensionale insufficiente lascia materiali accoppiati e riduce l'efficienza delle separazioni; una riduzione eccessiva genera fini difficili da valorizzare, aumenta il consumo specifico e accelera l'usura di lame, martelli, rivestimenti e griglie. La scelta della geometria degli utensili, della velocità di rotazione, dei giochi, della rigidità degli alberi e della configurazione della camera di taglio influenza simultaneamente qualità del prodotto, assorbimento di potenza, usura e sollecitazioni strutturali.

Un'analogia utile proviene dal settore minerario, nel quale la comminazione è studiata da tempo come processo ad alto consumo energetico. Il rapporto CEEC–Weir Minerals stima che la comminazione assorba circa il 25 % dell'energia finale di un sito minerario medio [4]. Anche il peso energetico della frantumazione e della macinazione nei processi minerari è stato messo in evidenza [7]. Il trasferimento diretto di questi valori alle filiere di riciclo sarebbe improprio, perché rocce e minerali hanno comportamento più omogeneo e fragile rispetto a plastiche duttili, gomma, rottami metallici sottili e rifiuti compositi. Resta valido, però, il principio di fondo: anche nelle filiere di riciclo la riduzione dimensionale è un processo energeticamente oneroso e meccanicamente gravoso.

2.1.2 Classificazione delle macchine in base al meccanismo di frantumazione

Ai fini del dimensionamento non è sufficiente classificare le macchine di frantumazione in base al settore di impiego o al materiale trattato. Una classificazione più utile, dal punto di vista meccanico, considera il modo in cui l'energia viene trasferita al materiale e il tipo di sollecitazione prevalente: taglio, lacerazione, compressione, impatto, abrasione o combinazioni di questi meccanismi. Questa distinzione è rilevante perché il meccanismo di rottura determina il carico sugli organi rotanti, la scelta del modello numerico e le grandezze da verificare.

Gli shredder monoalbero e bialbero appartengono alla famiglia delle macchine a taglio lento. Il materiale viene trascinato nella camera di taglio da lame o coltelli montati su uno o più alberi, e viene ridotto principalmente per taglio, lacerazione e compressione locale. La letteratura sulle *low-speed rotary shears* indica che questa classe di macchine opera con velocità periferiche inferiori a circa 5 m/s ed è adatta a rifiuti e rottami con comportamento non fragile, nei quali la rottura richiede presa del materiale, deformazione plastica e propagazione progressiva del danno [8]. La sollecitazione non è distribuita uniformemente sul rotore: si concentra sui bordi di taglio, sugli alberi, sui distanziali e sui supporti, con picchi di coppia quando il materiale viene afferrato o quando entra in camera un corpo più rigido del previsto.

Un esempio di organi di taglio che triturano materiale plastico è mostrato in Figura 2.4: si riconoscono i coltelli montati sull'albero e i frammenti di plastica prodotti dal taglio.



Figura 2.4: Coltelli di una macchina di triturazione e frammenti di plastica prodotti dal taglio. Fonte: Wikimedia Commons, Soddaa, CC BY-SA 4.0 [9].

I mulini a martelli e gli *swing-hammer shredders* seguono una logica differente. In questo caso la riduzione dimensionale è dominata dall'impatto tra martello e materiale, spesso accompagnato da flessione, compattazione, attrito e urti ripetuti contro griglie o pareti della camera. Gli shredder a martelli sono impiegati nella frantumazione di rottami metallici e lamiere sottili, perché il materiale subisce una sequenza di deformazioni e urti che favorisce la frammentazione e la liberazione delle frazioni utili [10]. Le criticità progettuali riguardano il martello, il foro di perno, il gioco martello-perno, l'usura del profilo, l'equilibratura del rotore e la resistenza del casing a carichi impulsivi ripetuti.

Crusher a mascelle, a cono e giratori sono invece macchine dominate dalla compressione. Il materiale viene frantumato tra superfici convergenti o eccentriche, con carico ciclico e contatto ripetuto tra particelle e superfici di frantumazione. Nei crusher a impatto e nei VSI, il meccanismo prevalente è l'urto particella-rotore o particella-parete. La letteratura di *mineral processing* tratta queste macchine distinguendo crusher primari, secondari e terziari, circuiti di frantumazione, meccanismi di liberazione e bilanci energetici [11]. Per la presente tesi tali macchine non costituiscono il caso di studio principale, ma forniscono riferimenti utili per la modellazione del processo, in particolare per il DEM, la previsione della distribuzione granulometrica e l'analisi della potenza assorbita.

La Tabella 2.1 riassume la classificazione adottata.

Tabella 2.1: Classificazione meccanica delle principali macchine di frantumazione di interesse per il riciclo e il *mineral processing*. La distinzione è basata sul meccanismo prevalente di trasferimento dell'energia al materiale e sulle conseguenze progettuali per gli organi meccanici.

Famiglia di macchina	Meccanismo prevalente	Criticità progettuali	Modelli numerici più utili
Shredder monoalbero e bialbero	Taglio, lacerazione, compressione locale, attrito	Picchi di coppia, usura dei cutter, rigidità torsionale degli alberi, carichi sui supporti, rischio di inceppamento	FEM strutturale, FEM esplicito locale, modelli torsionali, rotordinamica semplificata
Granulatori e cutter mill	Taglio contro griglia o contro-lama, impatto secondario	Usura del tagliente, uniformità della pezzatura, vibrazioni del rotore, sollecitazioni su coltelli e griglia	FEM dei coltelli, analisi modale, modelli energetici di processo
Hammer mill e swing-hammer shredder	Impatto, flessione del materiale, compattazione, attrito	Urti ripetuti, fatica del foro di perno, usura dei martelli, sbilanciamento, carichi impulsivi sul casing	Multibody, FEM transiente, FEM a fatica, analisi modale
Jaw, cono e gyratory crusher	Compressione ciclica e abrasione	Carichi alternati, usura delle superfici di frantumazione, rigidità del telaio, risposta dei supporti	DEM, FEM strutturale, DEM-FEM, modelli di potenza e portata
Impact crusher e VSI	Impatto particella-rotore e particella-parete	Usura di palette e rivestimenti, energia specifica, frammentazione, bilanciamento del rotore	DEM, DEM-MBD, FEM locale, modelli di rottura particellare

2.1.3 Posizionamento dello shredder bialbero

Lo shredder bialbero rappresenta il caso di riferimento del presente lavoro. Questa architettura è caratterizzata da due alberi paralleli controrotanti, equipaggiati con cutter intercalati e distanziali, in grado di afferrare il materiale e trascinarlo nella camera di taglio. A differenza dei crusher a compressione, nei quali il materiale viene ridotto prevalentemente tra superfici convergenti, lo shredder bialbero lavora su una combinazione di presa, taglio, lacerazione e compressione locale. Questa modalità è particolarmente adatta a materiali duttili, compositi o eterogenei, nei quali la frattura fragile non è il meccanismo dominante.

Un esempio di shredder bialbero è mostrato in Figura 2.5.

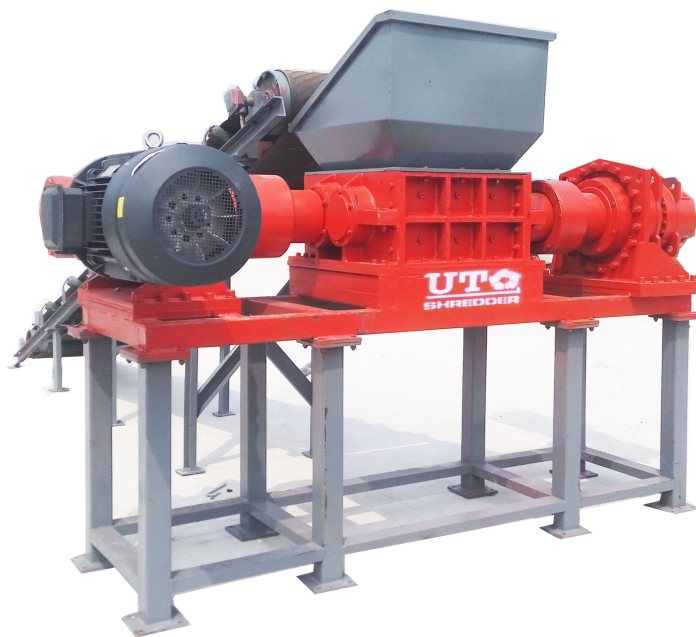


Figura 2.5: Esempio di shredder bialbero. Fonte: Wikimedia Commons, Utshredder, licenza CC BY-SA 4.0 [12].

Il posizionamento dello shredder bialbero come macchina a taglio lento ha conseguenze dirette sulla modellazione. La grandezza critica non è soltanto la potenza media installata, ma la coppia istantanea richiesta per afferrare e tagliare il materiale. La risposta strutturale dipende dalla distribuzione dei cutter lungo gli alberi, dalla rigidità torsionale del sistema, dalle condizioni di supporto, dai giochi e dalla possibilità di carichi impulsivi generati da corpi rigidi o non frantumabili. Per questo motivo, una modellazione utile al dimensionamento deve collegare almeno tre livelli: il carico locale nella zona cutter–materiale, la risposta strutturale dei componenti e il comportamento dinamico globale della macchina.

2.1.4 Parametri caratteristici e grandezze di scala

Il comportamento di uno shredder bialbero dipende da parametri geometrici, cinematici e strutturali accoppiati. Tra i parametri geometrici rientrano diametro dei cutter, spessore assiale, numero di utensili per albero, interasse, gioco tra utensili e contro-utensili, larghezza della camera di taglio e disposizione dei distanziali. Tra i parametri cinematici rientrano velocità di rotazione, eventuale differenza di velocità tra i due alberi, verso di rotazione e frequenza di passaggio dei cutter. Dal punto di vista strutturale, assumono ruolo centrale rigidità flessionale e torsionale degli alberi, rigidità dei supporti, massa rotante, smorzamento e rigidità del telaio.

La letteratura sugli shredder bialbero mostra che la scala della macchina modifica il peso relativo di questi parametri. Nelle unità di piccola taglia, progettate per plastiche o scarti leggeri, il problema è spesso dominato da potenza disponibile, geometria dei cutter, semplicità costruttiva e manutenzione. Nelle macchine destinate a rifiuti da costruzione, traverse in calcestruzzo, pneumatici o rottami, crescono l'importanza della coppia, delle

reazioni ai supporti, della rigidezza del telaio e della resistenza degli alberi. Studi su shredder bialbero per materiali eterogenei riportano l'impiego di modelli tridimensionali e verifiche FEM in ANSYS Mechanical APDL per analizzare alberi, camera di taglio e telaio [13, 14]. Questi lavori sono utili non perché forniscano valori universali, ma perché mostrano come la scelta dei casi di carico e dei vincoli condizioni direttamente i risultati della verifica strutturale.

Ai fini della presente tesi, i parametri di scala sono utilizzati per collegare le caratteristiche geometriche della macchina alle grandezze da verificare nelle analisi numeriche. In particolare, diametro e spessore dei cutter, interasse tra gli alberi, lunghezza utile del rotore e rigidezza dei supporti influenzano coppia resistente, reazioni vincolari, deformazioni degli alberi e frequenze proprie. Le grandezze considerate sono richiamate in Tabella 2.2 solo per chiarire quali aspetti della macchina influenzano la risposta strutturale e dinamica.

Tabella 2.2: Parametri caratteristici di uno shredder bialbero e loro ruolo nel dimensionamento preliminare. La tabella non riporta intervalli numerici generali, poiché questi dipendono fortemente da scala, materiale trattato e architettura della macchina.

Gruppo di parametri	Esempi	Effetto progettuale principale
Geometria dei cutter	Diametro, spessore, numero di denti, profilo del tagliente	Influenza presa del materiale, forza di taglio, coppia resistente, usura e dimensione media dei frammenti
Disposizione assiale	Numero di cutter per albero, distanziali, gioco assiale	Condiziona interazione tra utensili, rischio di inceppamento, distribuzione dei carichi lungo l'albero
Cinematica	Velocità di rotazione, rapporto tra le velocità dei due alberi, frequenza di passaggio cutter	Determina produttività, contenuto dinamico del carico, rischio di eccitazione modale e potenza richiesta
Sistema rotante	Diametro e lunghezza degli alberi, massa dei cutter, rigidità torsionale	Governa deformazioni, frequenze proprie, risposta a coppia impulsiva e possibili criticità rotordinamiche
Supporti e telaio	Tipo di supporto, rigidità del casing, vincoli di estremità	Influenza reazioni vincolari, vibrazioni trasmesse, spostamenti globali e concentrazioni locali di tensione
Materiale alimentato	Plastica, gomma, legno, rottami metallici, calcestruzzo, rifiuti misti	Modifica meccanismo di rottura, forza di taglio, energia specifica, usura e probabilità di carichi non nominali

2.2 Condizioni operative e criticità progettuali

Le macchine per la frantumazione e il riciclo operano in condizioni difficili da ricondurre a un carico statico equivalente univoco. Il materiale alimentato varia per geometria, massa, rigidità, duttilità, contenuto di contaminanti e presenza di corpi non frantumabili. La risposta della macchina è quindi governata da carichi non stazionari, contatti localizzati, cicli di carico ripetuti, usura degli utensili e possibili fenomeni vibratorii. Questi aspetti influenzano direttamente il dimensionamento di alberi, cutter, martelli, distanziali, supporti, casing e telai.

Nel caso dello shredder bialbero, il problema è reso più complesso dalla natura accoppiata del processo. L'interazione tra cutter e materiale genera forze locali di taglio, compressione e lacerazione; tali forze si trasmettono agli alberi sotto forma di coppia resistente variabile e raggiungono infine supporti e telaio come reazioni dinamiche. Nei mulini a martelli e negli shredder a impatto, invece, la componente impulsiva è ancora più marcata, poiché il materiale viene sottoposto a urti ripetuti e a deformazioni rapide [10, 15]. Per questa ragione, il dimensionamento di macchine di frantumazione richiede una distinzione chiara tra carico medio di processo, picchi impulsivi, risposta dinamica e condizioni di danneggiamento progressivo.

2.2.1 Carichi impulsivi e variabilità del materiale

Il carico agente su uno shredder non è costante nel tempo. Durante il funzionamento, il materiale viene prima afferrato dagli utensili, poi deformato, tagliato o lacerato, e infine espulso dalla zona di lavoro. Ogni fase produce una diversa distribuzione delle forze. La coppia richiesta al motore e trasmessa agli alberi può quindi presentare oscillazioni significative rispetto al valore medio calcolato dalla potenza installata. Il carico nominale fornisce un'indicazione utile per il bilancio energetico, ma non descrive da solo i picchi che governano tensioni locali, fatica e rischio di danneggiamento.

La variabilità del materiale amplifica questa incertezza. Plastiche duttili, gomma, legno, cartone, tessili, rottami metallici e materiali compositi non si rompono con lo stesso meccanismo. Prove di frantumazione su particelle reali di rifiuto hanno mostrato che la risposta alla riduzione dimensionale dipende dal tipo di materiale, dal meccanismo di sollecitazione e dalla macchina impiegata; materiali come PET, HDPE, cartone e tessili rispondono in modo diverso a uno *swing-hammer shredder* e a una *rotary shear* [16]. Questo risultato è rilevante per il progetto perché mostra che il carico prodotto dipende dal materiale e dal meccanismo di sollecitazione, e non può essere ricondotto a un unico valore di resistenza.

Negli shredder a martelli la natura impulsiva del carico è stata analizzata mediante modelli multibody e FEM. Il comportamento dinamico di un martello di scrap shredder è stato studiato combinando analisi rotodinamica, modellazione multibody e analisi agli elementi finiti per correlare condizioni di impatto, usura del profilo e concentrazioni di tensione nel foro del martello [15]. In un lavoro precedente, una procedura analoga era stata utilizzata per correlare la risposta dinamica dei martelli con il danneggiamento del materiale, evidenziando il ruolo del gioco martello-perno e della geometria usurata [17]. Questi lavori riguardano macchine a martelli, non shredder bialbero, ma sono utili perché mostrano come l'azione impulsiva del processo possa essere trasformata in carichi locali per la verifica strutturale.

Per lo shredder bialbero, la componente impulsiva è generalmente associata a picchi di coppia, contatti localizzati tra cutter e materiale, ingresso di corpi rigidi o fenomeni di inceppamento. Il modello numerico deve quindi rappresentare due livelli distinti: da un lato la risposta globale di alberi, supporti e telaio; dall'altro il carico locale generato dall'interazione tra utensile e materiale. La prima scala può essere trattata mediante FEM strutturale, analisi modale e analisi transitoria; la seconda richiede modelli locali più

dettagliati, come FEM esplicito o LS-DYNA. La modellazione del materiale come sorgente di questi carichi è approfondita in sottosezione 2.4.1.

La Figura 2.6 riassume in forma schematica questo passaggio dal carico locale, generato nella zona di interazione tra cutter e materiale, alla risposta globale di alberi, supporti, casing e telaio.

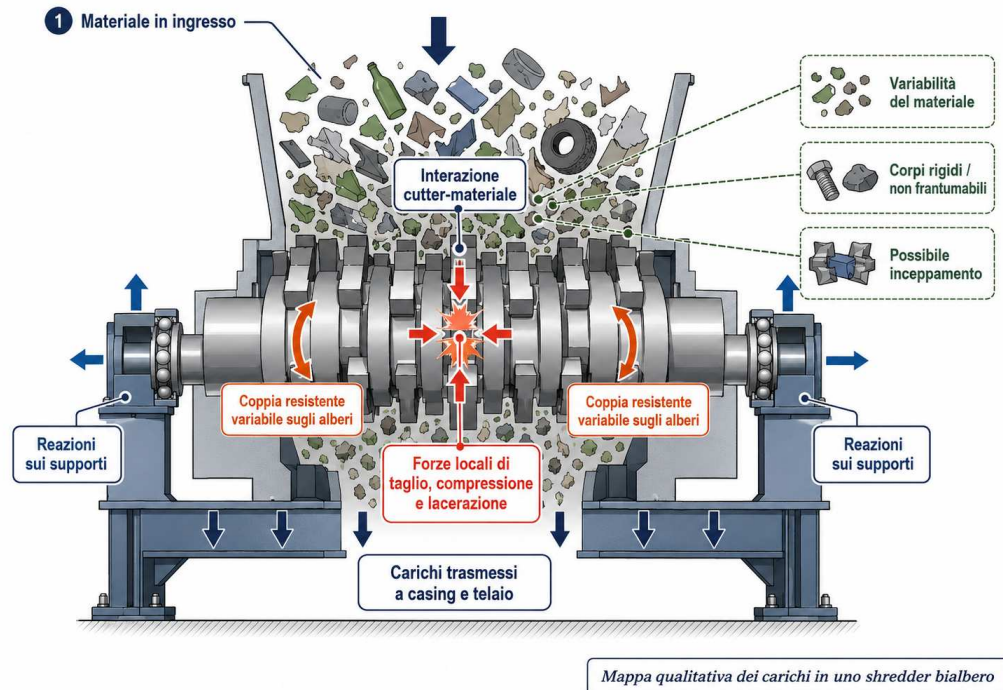


Figura 2.6: Mappa qualitativa dei carichi in uno shredder bialbero, dal carico locale alla reazione strutturale globale. Rappresentazione grafica a fini interpretativi.

2.2.2 Fatica, danneggiamento e usura

I componenti delle macchine di frantumazione sono soggetti a carichi ripetuti, urti locali e contatti concentrati. La verifica statica descrive quindi solo una parte del problema. Cutter, martelli, perni e alberi possono danneggiarsi per effetto combinato di concentrazioni di tensione, fatica, plasticizzazione locale, abrasione, disallineamenti e usura progressiva delle superfici di lavoro.

Nel lavoro riportato in [18] è analizzato il perno di uno shredder a martelli mediante analisi transiente agli elementi finiti e verifica a fatica. La distribuzione delle tensioni mostra una localizzazione del massimo in una zona coerente con le fratture osservate in esercizio. Il caso è utile perché evidenzia che il danneggiamento del perno dipende non solo dal livello medio del carico, ma anche dalla cinematica relativa tra martello, perno e rotore.

Cedimenti analoghi possono interessare anche gli alberi. Nel lavoro riportato in [19], il cedimento di un albero accoppiato proveniente da uno shredder è studiato combinando ispezione visiva, analisi microscopica, prove meccaniche e calcolo delle tensioni. Gli autori attribuiscono il cedimento a un fenomeno di fatica dovuto alla combinazione di torsione e flessione, con effetto rilevante del disallineamento radiale tra albero e modulo dello shredder.

Il caso mostra che, anche in macchine a bassa velocità, disallineamenti e concentrazioni geometriche possono ridurre la vita utile dei componenti.

Per i martelli di shredder per rottami metallici, usura e fatica risultano spesso accoppiate. Nel lavoro riportato in [20] sono analizzati i meccanismi di cedimento e l'ottimizzazione strutturale di martelli soggetti a impatti ripetuti. Gli autori individuano usura abrasiva, fatica nella zona del foro di perno, danneggiamento della testa del martello e modifica progressiva del profilo come fenomeni concorrenti. La geometria del martello influenza quindi sia la resistenza locale sia il modo in cui il materiale viene colpito e trascinato nella camera di frantumazione.

Anche l'usura degli utensili di taglio può modificare le condizioni di lavoro della macchina. Nel caso di lame per shredding di PET, prove sperimentali su geometrie e orientazioni diverse hanno mostrato un'usura progressiva, con contributi abrasivi, adesivi e ossidativi; la disposizione e la geometria delle lame influenzano la distribuzione del carico e l'efficienza di triturazione [21]. Uno studio sperimentale su uno shredder HDPE di piccola scala ha inoltre evidenziato una distribuzione non uniforme dell'usura tra lame fisse e rotanti [22]. Pur riferendosi a macchine di scala ridotta rispetto a uno shredder industriale, questi lavori confermano che la geometria dell'utensile deve essere valutata anche in relazione alla variazione nel tempo di giochi, contatti e condizioni di manutenzione.

Nel presente lavoro non viene sviluppata una verifica a fatica completa. Gli aspetti richiamati dalla letteratura sono tuttavia utili per interpretare le zone critiche individuate dalle analisi FEM. Raccordi, fori, spigoli di taglio, sedi dei supporti e interfacce di collegamento non devono essere considerati solo come punti di massimo tensionale locale, ma come zone nelle quali carichi ripetuti, contatti e disallineamenti possono favorire l'insorgere di danneggiamento nel tempo.

2.2.3 Vibrazioni, risonanze e risposta dinamica

La risposta vibratoria di una macchina di frantumazione dipende dal contenuto in frequenza dei carichi e dalle proprietà dinamiche della struttura. In esercizio nominale, uno shredder bialbero opera a velocità inferiori rispetto a turbomacchine, mandrini e altre macchine rotanti ad alta velocità. Tuttavia, i carichi impulsivi generati dall'interazione con il materiale possono introdurre componenti a frequenza superiore rispetto alla sola frequenza di rotazione. Per questo motivo, il confronto tra frequenze di eccitazione e frequenze proprie della struttura è necessario per interpretare la risposta dinamica, anche quando la velocità di rotazione è relativamente bassa.

In una macchina dotata di più cutter per albero, una frequenza caratteristica può essere associata al passaggio periodico degli utensili. Se n è la velocità di rotazione in giri al minuto e N è il numero di eventi di taglio per giro considerati nel modello semplificato, la frequenza di passaggio può essere espressa, in prima approssimazione, come

$$f_{\text{pass}} = \frac{N \cdot n}{60} \quad (2.1)$$

La letteratura sulla dinamica delle macchine mostra che risonanza, smorzamento, rigidità dei supporti e distribuzione della massa influenzano ampiezze di vibrazione, carichi

trasmessi ai cuscinetti e affidabilità strutturale [23]. Nelle macchine di frantumazione questi aspetti sono resi più complessi dalla variabilità del materiale e dalla presenza di contatti intermittenti. Nei lavori su martelli di scrap shredder, il gioco martello–perno, l’usura del profilo e le variazioni geometriche modificano la risposta dinamica e la localizzazione delle concentrazioni di tensione [15, 17]. Anche in questo caso l’osservazione vale per analogia: la risposta del componente dipende dalle condizioni di contatto, dai giochi e dallo stato di usura.

Anche la deformabilità delle strutture di supporto può influenzare la risposta della macchina. Nel lavoro riportato in [14], il telaio di uno shredder bialbero per rifiuti da costruzione è analizzato mediante modellazione FEM in ANSYS Mechanical APDL, considerando carichi associati alla massa dei sottosistemi, ai supporti, agli organi idraulici e alle condizioni di esercizio. Pur trattandosi di uno studio prevalentemente statico, il lavoro evidenzia che il telaio non può essere sempre considerato un vincolo idealmente rigido. Questa osservazione è rilevante anche nella costruzione di modelli dinamici, nei quali la deformabilità del telaio può influenzare le reazioni ai supporti e le frequenze proprie del sistema.

Il confronto tra frequenze operative e frequenze proprie costituisce quindi un primo criterio per individuare possibili condizioni dinamiche sfavorevoli.

2.3 Modellazione strutturale mediante metodo agli elementi finiti

Il metodo agli elementi finiti è uno strumento ampiamente utilizzato per la verifica strutturale di componenti meccanici con geometria complessa. Nel caso delle macchine di frantumazione, il FEM permette di analizzare lame, cutter, martelli, alberi, perni, telai e casing in presenza di fori, raccordi, vincoli distribuiti e condizioni di carico non sempre riconducibili a schemi analitici semplici.

L’impiego del FEM richiede tuttavia una distinzione chiara tra macchina fisica e modello numerico. Discretizzazione, tipo di elemento, qualità della mesh, rappresentazione dei contatti, condizioni di vincolo e carichi applicati influenzano direttamente i risultati. I testi di riferimento sottolineano che la convergenza numerica e la coerenza fisica delle condizioni al contorno sono parte integrante della modellazione, non controlli secondari [24–26]. Questo aspetto è particolarmente rilevante per gli shredder, nei quali la forzante reale viene spesso ricondotta a carichi equivalenti, con le approssimazioni discusse in sottosezione 2.2.1.

La letteratura FEM viene quindi richiamata per discutere criteri di semplificazione geometrica, scelta dei vincoli, definizione dei carichi e lettura dei risultati.

2.3.1 Workflow CAD–FEM nella progettazione meccanica

Il passaggio dal modello CAD al modello FEM richiede una selezione delle informazioni geometriche rilevanti per il problema da analizzare. In una macchina di frantumazione, il CAD completo può includere dettagli costruttivi, piccoli raccordi, smussi, forature

secondarie, viti, saldature, sedi e interfacce. Non tutti questi dettagli influenzano allo stesso modo la risposta strutturale o dinamica. La modellazione numerica deve quindi conservare le caratteristiche che governano massa, rigidezza, vincoli e percorsi di carico, semplificando invece gli elementi che aumentano il costo computazionale senza incidere in modo apprezzabile sulle grandezze di interesse.

Questa impostazione è ricorrente anche nei lavori su componenti di shredder. Nei modelli dei cutter devono essere preservati il profilo di taglio, il foro di accoppiamento, gli spessori, i raccordi e le zone di contatto con distanziali o alberi. Nei modelli di martelli, il foro di perno e le superfici soggette a impatto sono aree particolarmente sensibili, perché concentrano tensioni e danneggiamento progressivo [15, 17, 20]. Nel caso di telai e casing, assumono invece maggiore importanza la posizione dei supporti, la rigidezza delle piastre, gli irrigidimenti, le connessioni e le condizioni di vincolo con il basamento [14].

Il workflow CAD–FEM può essere descritto attraverso tre passaggi principali. Il primo riguarda la preparazione geometrica, con eliminazione dei dettagli non strutturali, semplificazione di piccoli fori o raccordi secondari e sostituzione di elementi ripetitivi con rappresentazioni equivalenti. Il secondo riguarda la definizione delle connessioni, quali accoppiamenti rigidi, contatti, vincoli cinematici, collegamenti bullonati semplificati o condizioni di simmetria. Il terzo riguarda la discretizzazione, con raffinamento locale nelle regioni di elevato gradiente di tensione e mesh più grossolana nelle zone lontane dai principali percorsi di carico.

Il livello di dettaglio deve essere scelto in funzione dell'obiettivo dell'analisi. Una verifica locale del cutter richiede una mesh più fitta sul bordo di taglio e nelle zone di raccordo. Un'analisi modale dell'assieme richiede invece una corretta rappresentazione della distribuzione di massa e rigidezza, anche quando alcuni dettagli locali possono essere rimossi. La scelta del modello deve quindi evitare due situazioni opposte: una semplificazione eccessiva, che non rappresenta il fenomeno da analizzare, e un modello troppo dettagliato, oneroso e poco adatto a confronti parametrici.

2.3.2 Analisi statiche di componenti e assiemi

Le analisi statiche costituiscono il primo livello di verifica strutturale. Esse permettono di valutare tensioni equivalenti, deformazioni, spostamenti, reazioni vincolari e, quando sono disponibili criteri ammissibili, fattori di sicurezza sotto carichi assegnati. Nel caso degli shredder, tali carichi sono spesso ricavati da potenza installata, coppia nominale, forza di taglio stimata o condizioni operative semplificate. Il vantaggio principale è la rapidità di calcolo; il limite è la difficoltà di rappresentare picchi impulsivi, contatti intermittenti e variabilità del materiale trattato.

Gli studi su componenti di shredder mostrano che le analisi statiche sono utili per individuare le zone maggiormente sollecitate, ma non descrivono da sole l'intero processo di frantumazione. Nel lavoro riportato in [20], martelli per rottami metallici sono analizzati combinando osservazioni di cedimento e modellazione FEM. Le zone critiche sono associate principalmente al foro di perno, alla testa soggetta a impatto e alla modifica progressiva del profilo per usura. Un comportamento analogo emerge per il perno dello shredder, dove la distribuzione delle tensioni dipende dalla posizione angolare e dalle condizioni di

esercizio [18]. Questi risultati indicano che la verifica statica è necessaria, ma deve essere integrata con analisi dinamiche o a fatica quando il fenomeno studiato lo richiede.

Per gli alberi, il FEM permette di valutare l'effetto di fori, raccordi, sedi di accoppiamento e disallineamenti. L'analisi di cedimento di un albero accoppiato proveniente da uno shredder ha evidenziato che torsione, flessione e disallineamento possono agire contemporaneamente, favorendo fenomeni di fatica in regioni geometricamente sensibili [19]. Questo aspetto è rilevante per uno shredder bialbero, nel quale gli alberi non trasmettono soltanto coppia, ma sono soggetti anche a carichi radiali e locali distribuiti lungo la camera di taglio.

Le analisi su telai e casing hanno un ruolo diverso. In questo caso, l'obiettivo è valutare la trasmissione dei carichi dai supporti alla struttura portante, la deformabilità globale e la possibile concentrazione di tensione in corrispondenza di vincoli, irrigidimenti o zone saldate. Nel lavoro riportato in [14], la modellazione FEM è applicata al telaio di uno shredder bialbero per rifiuti da costruzione, considerando carichi, supporti e reazioni all'interno del sistema strutturale. Per il presente lavoro, questo aspetto è utile perché mostra che il telaio non può essere sempre trattato come un vincolo perfettamente rigido: la sua rigidità può influenzare spostamenti e reazioni ai supporti.

2.3.3 Analisi modali in ambito FEM

L'analisi modale consente di collegare il modello FEM alle proprietà dinamiche della struttura. Essa permette di calcolare frequenze proprie e forme modali normalizzate, individuando le parti del modello maggiormente coinvolte nei diversi modi di vibrare. In un componente isolato, come una lama o un martello, può evidenziare forme locali; in un assieme, può distinguere modi associati al telaio, agli alberi, ai supporti o a deformazioni accoppiate della struttura.

Nel contesto FEM, l'analisi modale deve essere distinta dalla valutazione della risposta dinamica in esercizio. In questa sezione è considerata come tecnica numerica, dipendente da geometria, discretizzazione, vincoli, masse e rigidità. L'uso delle frequenze proprie per discutere risonanze, linee d'ordine, risposta forzata e rotodinamica sarà ripreso in sezione 2.5.

La qualità dell'analisi modale dipende dalla rappresentazione di massa e rigidità. Una semplificazione geometrica che modifica poco il campo di tensione statico può alterare le frequenze proprie se rimuove massa o rigidità in una zona dinamicamente rilevante. Per questo motivo, nei modelli destinati ad analisi modale è opportuno preservare la distribuzione di massa dei cutter, la rigidità flessionale e torsionale degli alberi, la rigidità dei supporti e la deformabilità del telaio. Vincoli troppo rigidi possono portare a frequenze sovrastimate; vincoli troppo cedevoli possono invece introdurre modi poco rappresentativi del sistema reale.

L'analisi modale può inoltre rientrare in una procedura di progetto più ampia, nella quale è affiancata da risposta armonica, analisi transitoria e studio parametrico della geometria [27].

Una zona con tensione elevata può essere critica per la resistenza locale. Una regione che partecipa in modo significativo a una forma modale può invece assumere rilievo quando il sistema è sottoposto a carichi periodici o impulsivi.

2.3.4 Ottimizzazione geometrica e modelli surrogati

Le analisi FEM possono essere utilizzate non solo per verificare una geometria assegnata, ma anche per confrontare configurazioni alternative. Una volta individuate le zone critiche, il modello può essere impiegato per modificare profilo, spessore, raggio di raccordo, forma del foro, posizione dei rinforzi o distribuzione delle masse. L'obiettivo non è necessariamente ridurre una sola grandezza, come la tensione massima, ma valutare il compromesso tra resistenza, rigidità, massa, costo, manutenibilità e funzionalità dell'utensile.

L'ottimizzazione topologica è stata applicata a una lama per shredder di rifiuti medicali a partire da un modello CAD convertito in modello FEM, con analisi statica, stima della vita a fatica e vincoli di volume. Per la configurazione ottimizzata si ottiene una riduzione di massa del 24,7% e un incremento della vita a fatica del 14,5%, mantenendo la funzionalità della lama [28]. Il lavoro è rilevante per il presente studio perché mostra una sequenza applicativa completa: costruzione del modello CAD, analisi FEM, scelta del dominio di progetto, ottimizzazione, ricostruzione geometrica e verifica della configurazione modificata.

Un approccio diverso è costituito dall'ottimizzazione parametrica. Nel lavoro riportato in [27], il rotore di uno shredder per plastica è analizzato mediante FEM strutturale, analisi modale, risposta armonica e analisi transitoria. Gli autori impiegano inoltre tecniche di pianificazione delle simulazioni e superfici di risposta per valutare la sensibilità della geometria rispetto alle grandezze di risposta. Il riferimento è utile perché mostra l'impiego del FEM come strumento di confronto tra configurazioni, non solo come verifica di una singola soluzione.

I modelli surrogati e le superfici di risposta permettono di ridurre il numero di simulazioni necessarie nelle analisi parametriche. A partire da un insieme limitato di casi FEM, essi approssimano la relazione tra parametri di progetto e grandezze di risposta, come tensione massima, spostamento, frequenza propria o massa. La loro validità rimane però limitata al dominio parametrico utilizzato per costruirli. Per questo motivo, i surrogati sono utili per individuare tendenze e sensibilità, ma non sostituiscono la verifica FEM delle configurazioni più critiche.

2.4 Modellazione del materiale e dei fenomeni di frantumazione

La modellazione delle macchine di frantumazione non può essere ricondotta alla sola verifica strutturale dei componenti. In queste macchine, il materiale trattato non è un carico esterno noto e costante, ma una parte attiva del sistema: entra nella camera con forma, dimensione, rigidità, duttilità e orientazione variabili, interagisce con utensili e pareti, si deforma, si rompe o si lacera, e genera forze che dipendono dal processo. La previsione della risposta

strutturale della macchina richiede quindi una rappresentazione, anche semplificata, del modo in cui il materiale produce carichi sugli organi meccanici.

La letteratura affronta questo problema con livelli di dettaglio diversi. I modelli analitici o semi-empirici stimano forze, coppie o potenze medie a partire da grandezze globali di processo; i modelli FEM espliciti rappresentano il contatto locale, la deformazione e la separazione del materiale; i modelli DEM descrivono il comportamento di materiali granulari o frammentati come insiemi di particelle discrete. Nessuno di questi approcci è universalmente migliore: la scelta dipende dal fenomeno da descrivere, dalle grandezze di interesse e dal livello di validazione disponibile.

Nel presente lavoro, il materiale viene considerato principalmente come sorgente di carico per il modello strutturale dello shredder bialbero. La modellazione del processo è quindi limitata agli aspetti necessari per definire carichi equivalenti, impulsi e grandezze locali utili alle analisi strutturali.

2.4.1 Il materiale come sorgente di carico

La coppia richiesta agli alberi e le reazioni trasmesse ai supporti non dipendono solo dalla resistenza meccanica del materiale, ma anche dalla sua forma, dalla posizione di ingresso, dal grado di riempimento della camera, dal gioco tra i cutter, dall'usura dei taglienti e dalla presenza di corpi rigidi o non frantumabili. Per questo motivo il materiale non può essere descritto da una singola forza costante, ma va trattato come sorgente di carico dipendente dal processo.

La letteratura sulle *low-speed rotary shears* evidenzia che queste macchine operano mediante taglio lento, presa del materiale e progressiva deformazione o separazione dei frammenti [8]. Nei sistemi a martelli, invece, il carico è dominato dall'impatto e dalla deformazione rapida del materiale [10]. Le prove su particelle reali di rifiuto mostrano che materiali diversi, come plastiche, cartone e tessuti, rispondono in modo diverso a meccanismi di frantumazione differenti [16]. Questi risultati confermano che la scelta del modello di carico deve dipendere dal meccanismo fisico dominante e non solo dalla famiglia della macchina.

Nel passaggio verso il modello numerico, il materiale può essere trattato a tre livelli. Il primo livello consiste nell'applicare carichi equivalenti, ricavati da potenza, coppia o dati di letteratura; è il livello più semplice e adatto a verifiche strutturali preliminari. Il secondo livello consiste nel costruire un sotto-modello locale dell'interazione cutter-materiale, con contatto non lineare e deformazione del materiale; questo livello consente di stimare forze, impulsi o energie da trasferire al modello globale. Il terzo livello consiste nel modellare l'intero processo di alimentazione e frantumazione, includendo molti frammenti e interazioni multiple; è il livello più generale, ma anche il più oneroso e difficile da validare per rifiuti eterogenei.

Per una tesi numerico-progettuale, il secondo livello rappresenta un compromesso coerente con gli obiettivi del lavoro. Un modello locale non ha lo scopo di descrivere l'intera camera di taglio, ma permette di collegare la geometria dell'utensile, la legge costitutiva del materiale e la storia del contatto a grandezze utili per il dimensionamento: forza massima, andamento forza-tempo, energia assorbita e distribuzione locale delle deformazioni. Tali

grandezze possono poi essere utilizzate per costruire casi di carico più realistici nel modello FEM globale.

2.4.2 FEM esplicito e LS-DYNA per taglio e impatto

I problemi di taglio, impatto e frattura locale sono caratterizzati da grandi deformazioni, contatti non lineari, possibili separazioni di materiale e tempi caratteristici ridotti. In queste condizioni, una formulazione esplicita può risultare più adatta di un'analisi implicita quasi-statica, perché consente di seguire l'evoluzione temporale del contatto e di trattare fenomeni dinamici rapidi. LS-DYNA è uno degli strumenti più utilizzati per analisi esplicite di impatto, crash, taglio, deformazione plastica e interazione non lineare tra corpi [29].

Nel contesto di uno shredder bialbero, un modello esplicito può essere utilizzato per rappresentare una porzione limitata del processo: l'interazione tra un cutter e un volume di materiale. Il modello locale deve includere la geometria dell'utensile, la velocità relativa, il contatto cutter-materiale, le proprietà meccaniche del materiale e, se necessario, un criterio di danneggiamento o separazione. Il risultato non è la descrizione completa del flusso di rifiuto nella camera, ma la stima di grandezze locali utili al dimensionamento, come picco di forza, durata dell'impulso, energia assorbita, deformazione plastica e zone di contatto più sollecitate.

La modellazione esplicita presenta alcune criticità. La risposta può dipendere dalla discretizzazione, dal modello costitutivo, dal criterio di erosione o danneggiamento, dai parametri di contatto e dalla scala temporale adottata. Inoltre, simulare molti eventi di taglio consecutivi o l'intera camera di uno shredder industriale può diventare computazionalmente oneroso. Per questo motivo, nella pratica progettuale, il FEM esplicito viene spesso usato come modello locale o di supporto, mentre la verifica globale della macchina viene condotta con modelli FEM più snelli.

Nel presente lavoro, LS-DYNA è considerato come strumento per stimare grandezze locali di carico, da utilizzare come riferimento nella definizione dei casi di carico del modello strutturale globale.

2.4.3 DEM e modellazione discreta

Il metodo degli elementi discreti, o DEM, descrive il materiale come un insieme di particelle che interagiscono tramite leggi di contatto. Nel lavoro fondativo riportato in [30], il metodo è introdotto per seguire il moto di dischi o sfere e monitorare le interazioni particella-particella durante l'evoluzione del sistema. Da allora, il DEM è stato ampiamente utilizzato per materiali granulari, polveri, rocce frantumate, minerali, flussi particellari e processi di comminazione.

Nel campo della frantumazione, il DEM è utile quando il materiale può essere rappresentato come insieme di particelle separate o separabili. Nei crusher, nei mulini e nei sistemi di trasporto granulari, il metodo consente di stimare traiettorie, distribuzione delle forze di contatto, potenza assorbita, portata, usura locale e distribuzione granulometrica del prodotto. Applicazioni su jaw crusher hanno mostrato che il DEM, accoppiato a modelli di rottura e sostituzione particellare, può riprodurre il comportamento di frantumazione di

materiali minerali in configurazioni di laboratorio [31]. Modelli di *particle replacement* permettono inoltre di introdurre la rottura delle particelle e la generazione di nuovi frammenti, migliorando la descrizione della distribuzione granulometrica [32].

L'impiego del DEM richiede però una calibrazione accurata. Parametri come attrito, rigidità normale e tangenziale, coefficiente di restituzione, forma delle particelle e leggi di coesione non sono sempre misurabili direttamente. Nello studio di revisione riportato in [33] si evidenzia che l'accuratezza del DEM dipende dalla scelta e dalla calibrazione di tali parametri, che possono essere ricavati da misure dirette o da confronti con il comportamento macroscopico del materiale. Questa criticità è rilevante per le macchine di riciclo, nelle quali il materiale è spesso eterogeneo, deformabile, contaminato e difficilmente rappresentabile mediante particelle rigide semplici.

Nel caso dello shredder bialbero, il DEM può essere utile per studiare il riempimento della camera, il flusso dei frammenti, la probabilità di inceppamento e la distribuzione statistica dei contatti. Diventa invece meno diretto quando il materiale subisce grandi deformazioni duttili, avvolgimento sugli alberi, lacerazione progressiva o taglio localizzato tra cutter. Per questo motivo, nel presente lavoro il DEM viene considerato come riferimento di letteratura e possibile sviluppo futuro, mentre la modellazione operativa si concentra sul FEM globale e sul modello esplicito locale.

2.4.4 Limiti dei modelli locali di frantumazione

I modelli locali di frantumazione, siano essi FEM espliciti, DEM o accoppiamenti tra metodi diversi, permettono di descrivere fenomeni che un modello strutturale globale non rappresenta direttamente, come contatto, impatto, deformazione locale, danneggiamento e trasferimento impulsivo di energia. Il loro impiego richiede però ipotesi specifiche su materiale, contatto, discretizzazione, criteri di danno e condizioni al contorno.

Nel FEM esplicito, la qualità del risultato dipende dalla legge costitutiva del materiale, dal criterio di danno, dai parametri di contatto e dalla mesh. Nel DEM, la risposta dipende dalla calibrazione dei parametri di contatto e dalla rappresentazione della forma delle particelle. Per materiali eterogenei, come molti rifiuti solidi, tali aspetti risultano particolarmente critici.

Un limite importante riguarda la trasferibilità dei risultati. Una forza ottenuta in un sotto-modello locale cutter-materiale dipende dalla porzione di materiale simulata, dalla posizione iniziale, dalla velocità relativa e dalle condizioni al contorno. Essa non può quindi essere applicata automaticamente all'intera macchina senza una fase di interpretazione. Per questo motivo, i modelli locali sono utili per stimare ordini di grandezza, impulsi ed energie, mentre il dimensionamento dei componenti richiede un modello strutturale globale.

Il collegamento tra modelli locali, grandezze trasferite e modello FEM globale è schematizzato in Figura 2.7.

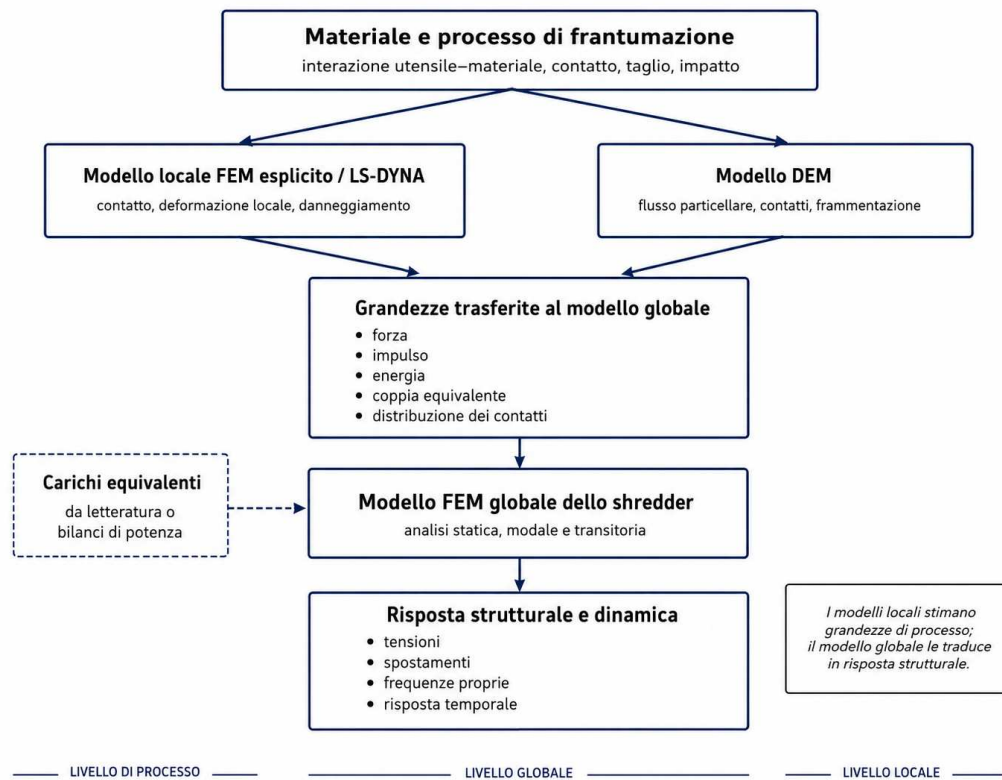


Figura 2.7: Schema qualitativo del collegamento tra modelli locali di processo e modello strutturale globale dello shredder. I modelli locali stimano grandezze di carico, quali forza, impulso o energia, che possono essere utilizzate nella definizione dei casi di carico del modello FEM globale.

2.5 Analisi dinamiche, urti e rotordinamica

La natura variabile e impulsiva del carico, discussa in sottosezione 2.2.1, ha conseguenze dirette sulla risposta dinamica della macchina. Anche a bassa velocità di rotazione, le variazioni rapide di coppia e le reazioni vincolari trasmesse alla struttura rendono insufficiente una descrizione puramente statica.

Per questo motivo, oltre alla resistenza statica la macchina deve essere studiata come sistema dinamico formato da masse, rigidità, smorzamenti, supporti e organi rotanti. Le analisi transitorie permettono di valutare la risposta nel tempo a carichi impulsivi o variabili; le analisi modali forniscono frequenze proprie e forme modali, utili per interpretare la risposta forzata; la rotordinamica introduce il ruolo di alberi, masse rotanti, supporti e cuscinetti. La scelta del livello di modello dipende dalla domanda progettuale: stimare uno spostamento massimo sotto un impulso, evitare l'eccitazione di un modo strutturale, valutare la sensibilità alla rigidità dei supporti o individuare possibili velocità critiche del sistema rotante.

La letteratura sulle vibrazioni meccaniche e sulla dinamica strutturale fornisce il quadro teorico per passare dal modello discreto a più gradi di libertà alla formulazione agli elementi finiti. In forma generale, la risposta lineare di un sistema strutturale può essere descritta

come

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t), \quad (2.2)$$

dove $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{K}$ rappresentano rispettivamente massa, smorzamento e rigidità, mentre $\mathbf{f}(t)$ è il vettore dei carichi esterni [23]. Nelle macchine di frantumazione, la difficoltà principale non è la forma dell'Equazione 2.2, ma la definizione fisicamente plausibile della storia di carico $\mathbf{f}(t)$ e delle condizioni al contorno.

2.5.1 Dinamica degli impatti e carichi transitori

I carichi transitori derivano da eventi di durata limitata: ingresso del materiale nella zona di taglio, contatto localizzato tra utensile e frammento, rottura improvvisa, urto contro una parte rigida, inceppamento o rilascio del materiale dopo il taglio. In questi casi il valore medio della coppia o della potenza non è sufficiente a descrivere il carico dimensionante. Due macchine con la stessa potenza installata possono produrre storie temporali molto diverse, a seconda della rigidità della catena cinematica, del materiale trattato, del numero di utensili coinvolti e del grado di riempimento della camera.

Negli shredder a martelli, il carattere impulsivo del processo è stato affrontato combinando modelli dinamici del sistema e analisi FEM non lineari. In questi studi, le storie di carico ottenute dalla simulazione dinamica vengono trasferite al modello FEM locale del martello, in modo da correlare la risposta simulata con il danneggiamento del materiale [15, 17]. Al di là della specifica macchina, ne emerge un principio generale: il carico di processo deve essere interpretato come storia temporale, e non ridotto a un singolo valore statico equivalente.

Per uno shredder bialbero, la natura dell'impulso è diversa rispetto a uno *swing-hammer shredder*. Il taglio avviene a velocità più basse e con un maggiore contributo di presa e lacerazione; tuttavia la coppia può presentare picchi quando il materiale viene afferrato dai cutter, quando si verifica un contatto con corpi più rigidi del previsto o quando il gioco tra utensili si riduce per effetto di usura o deformazione. La risposta transitoria della macchina dipende quindi dalla forma dell'impulso, dalla sua durata, dal punto di applicazione e dal modo in cui la struttura distribuisce il carico verso alberi, supporti e telaio.

Nelle analisi numeriche, un carico impulsivo può essere rappresentato con diversi livelli di approssimazione: forza triangolare o trapezoidale nel tempo, coppia variabile, storia temporale derivata da dati sperimentali, oppure risultato di un sotto-modello locale esplicito. Per una verifica preliminare, una forma semplificata del carico può essere sufficiente a individuare zone critiche e massimi di risposta; per uno studio di fatica o di vibrazione, invece, diventano rilevanti anche frequenza, durata, ripetizione e contenuto spettrale dell'eccitazione.

Il collegamento con la sezione precedente è diretto: il modello del materiale fornisce una stima del carico di processo, mentre l'analisi dinamica valuta come tale carico si propaga nella macchina.

2.5.2 Analisi modale, risposta forzata e modale pre-sollecitata

Nel contesto dinamico, l'analisi modale è utilizzata per confrontare le frequenze proprie della struttura con le possibili frequenze di eccitazione generate dal funzionamento della macchina. Nelle macchine di frantumazione, le forzanti possono derivare dalla rotazione degli alberi, dal passaggio periodico dei cutter, da sbilanciamenti, da giochi nei supporti o da urti intermittenti con il materiale. Una frequenza di eccitazione prossima a una frequenza propria può amplificare la risposta anche quando il carico medio non è elevato.

La frequenza di rotazione non è l'unica frequenza rilevante. La frequenza di passaggio degli utensili f_{pass} , introdotta nell'Equazione 2.1, individua una forzante periodica aggiuntiva legata al numero di eventi di taglio per giro. Tale relazione non descrive l'intero spettro dell'eccitazione, poiché un impulso contiene armoniche e contributi a frequenze più alte, ma fornisce un criterio preliminare per confrontare la cinematica della macchina con le frequenze proprie calcolate.

La risposta forzata dipende anche dallo smorzamento. Nella pratica progettuale, lo smorzamento strutturale e quello associato ai supporti sono spesso noti con incertezza maggiore rispetto a massa e rigidità. Per questo motivo, la lettura dei risultati modali non dovrebbe limitarsi alla distanza tra frequenze operative e frequenze proprie, ma dovrebbe considerare anche ampiezze di risposta, forme modali coinvolte e localizzazione della deformazione. Un modo globale del telaio e un modo locale di un cutter possono avere frequenze simili ma conseguenze progettuali molto diverse.

L'analisi modale con pre-sollecitazione consente di valutare l'effetto dello stato statico iniziale sulle frequenze proprie. In presenza di carichi, contatti, precarichi o deformazioni iniziali, la rigidità tangente della struttura può differire da quella del modello non sollecitato. In forma semplificata, il problema agli autovalori può essere scritto come

$$(\mathbf{K} + \mathbf{K}_G) \boldsymbol{\phi}_i = \omega_i^2 \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_i, \quad (2.3)$$

dove $\mathbf{K}_G$ rappresenta il contributo di rigidità geometrica associato allo stato di pre-sollecitazione e ω_i è la pulsazione propria del modo i -esimo, legata alla frequenza propria da $f_i = \omega_i/(2\pi)$; è in questa forma, in hertz, che le frequenze proprie vengono confrontate con le frequenze di eccitazione, tra cui f_{pass} [23, 24]. Nel caso di uno shredder, questa impostazione è utile per verificare se uno stato di carico statico, ad esempio dovuto a coppia, vincoli o contatti, modifica in modo apprezzabile le frequenze proprie rispetto alla modale libera.

La modale deve quindi essere letta insieme alle analisi transitorie e, quando il comportamento del sistema rotante è rilevante, alla rotordinamica. Il solo confronto tra velocità di rotazione e prima frequenza propria può essere insufficiente, perché la macchina può essere eccitata da armoniche superiori, frequenze di passaggio utensile, urti non periodici o variazioni di rigidità dovute a contatti intermittenti.

2.5.3 Effetti della rotazione su alberi e supporti

In uno shredder bialbero, la risposta dinamica della macchina dipende non solo dalla struttura fissa, ma anche dagli organi rotanti. Gli alberi, i cutter, i distanziali e i supporti

costituiscono un sistema nel quale massa, rigidezza e condizioni di vincolo influenzano frequenze proprie, forme modali, reazioni vincolari e risposta ai carichi variabili.

Rispetto a turbine, compressori o mandrini ad alta velocità, uno shredder bialbero opera a velocità di rotazione più basse.

I testi classici di rotordinamica descrivono il rotore come un sistema flessibile supportato da cuscinetti, nel quale le frequenze proprie possono dipendere dalla velocità di rotazione per effetto dei termini giroscopici e delle proprietà dei supporti [34, 35]. Nei sistemi rotanti ad alta velocità, il diagramma di Campbell è utilizzato per confrontare le frequenze proprie con le linee d'ordine della macchina e individuare possibili velocità critiche. Nel caso dello shredder bialbero, tale concetto viene richiamato solo come riferimento interpretativo, poiché le velocità di rotazione sono relativamente basse e le eccitazioni principali possono derivare anche da urti, taglio e contatti intermittenti con il materiale.

Un aspetto rilevante riguarda inoltre la rappresentazione del collegamento tra macchina e basamento. Un vincolo perfettamente rigido costituisce una schematizzazione utile nelle prime analisi, ma può sovrastimare la rigidità globale del sistema e modificare le frequenze proprie calcolate. Quando la cedevolezza dei supporti, degli alloggiamenti dei cuscinetti o del basamento non è trascurabile, il collegamento può essere rappresentato mediante rigidità equivalenti ed eventualmente smorzamenti equivalenti. Questa modellazione consente di valutare, almeno in forma parametrica, l'effetto degli appoggi elastici sulla risposta modale e transitoria della macchina.

Nel presente lavoro non viene sviluppato un modello rotordinamico autonomo dello shredder. I concetti di massa rotante, rigidità degli alberi, rigidità dei supporti, cedevolezza del collegamento al basamento e frequenze di eccitazione sono utilizzati per leggere i risultati delle analisi modali e transitorie. In particolare, una variazione della rigidità degli appoggi può modificare sia le reazioni vincolari sia le frequenze proprie; una variazione della massa dei cutter può alterare inerzia e risposta flessionale; uno sbilanciamento può introdurre componenti periodiche anche in assenza di carichi di taglio elevati.

2.6 Validazione dei modelli numerici

La validazione definisce il campo entro il quale un modello numerico può essere considerato utilizzabile per lo scopo per cui è stato costruito. In una macchina di frantumazione, la difficoltà non consiste soltanto nel risolvere correttamente un modello FEM, DEM o esplicito, ma nel verificare che geometria, vincoli, carichi, materiali e condizioni al contorno rappresentino in modo coerente il fenomeno di interesse. È quindi necessario distinguere tra verifica e validazione: la verifica riguarda la correttezza numerica del modello e della soluzione, mentre la validazione riguarda il confronto tra modello e comportamento fisico osservabile [36, 37].

Nel caso di shredder, crusher e macchine affini, la validazione è resa complessa da tre aspetti. Il primo è la difficoltà di misurare direttamente forze, pressioni di contatto e deformazioni locali nella camera di frantumazione, dove sono presenti contatti, taglio, urti e frammenti in movimento. Il secondo è la variabilità del materiale trattato, che può cambiare per forma, dimensione, rigidità, duttilità, orientazione e presenza di corpi non frantumabili.

Il terzo è la presenza di scale fisiche diverse: un modello locale cutter–materiale fornisce forze, impulsi o energie, mentre il modello globale della macchina restituisce tensioni, spostamenti, frequenze proprie e reazioni ai supporti.

La validazione deve quindi essere coerente con il livello del modello e con la grandezza che si vuole utilizzare nel progetto: a ciascun tipo di analisi corrispondono grandezze di confronto diverse, riassunte in Tabella 2.3. Non esiste quindi una procedura unica valida per tutti i livelli di modello.

2.6.1 Validazione strutturale e modale

Per i modelli strutturali, le grandezze più utilizzate nel confronto sono tensioni, deformazioni, spostamenti, reazioni vincolari, frequenze proprie e forme modali. La validazione diretta delle tensioni richiederebbe misure estensimetriche o dati sperimentali specifici, non sempre disponibili nelle macchine di frantumazione. In molti casi si ricorre quindi a forme di confronto indiretto: posizione delle zone di massima tensione, zone reali di cricca o cedimento, deformazioni osservate, reazioni vincolari, ordini di grandezza disponibili in letteratura e sensibilità del risultato rispetto a carichi e vincoli.

Gli studi di *failure analysis* sono utili perché mettono in relazione il risultato numerico con il danno reale. Nel caso del perno di uno shredder, il modello transiente agli elementi finiti è stato impiegato per individuare la distribuzione delle tensioni e valutare la vita a fatica; le zone critiche calcolate sono state confrontate con le fratture osservate in esercizio [18]. In modo analogo, l'analisi del cedimento di un albero accoppiato proveniente da uno shredder collega torsione, flessione, disallineamento radiale e morfologia della frattura [19]. Questi esempi non forniscono valori universali di progetto, ma mostrano che l'accordo tra hot-spot numerico, condizioni di carico e danno osservato può aumentare la credibilità del modello.

Per la validazione modale, il confronto tra frequenze proprie sperimentali e numeriche è una procedura consolidata. Le prove modali con martello strumentato o eccitatore consentono di ricavare funzioni di risposta in frequenza e identificare frequenze proprie, smorzamenti e forme modali della struttura. Il confronto tra modi sperimentali e modi FEM può essere effettuato mediante il *Modal Assurance Criterion* (MAC), che misura la correlazione tra due forme modali [38]. Una buona corrispondenza modale non valida automaticamente le tensioni locali, ma indica che massa, rigidezza e vincoli globali sono rappresentati con sufficiente coerenza.

La validazione strutturale e modale deve inoltre essere preceduta da controlli numerici interni. Tra questi rientrano la verifica della qualità della mesh, la convergenza delle grandezze di interesse, il controllo delle reazioni vincolari, l'equilibrio globale, la sensibilità ai vincoli e la coerenza dimensionale dei risultati. In assenza di questi controlli, un accordo apparente con la letteratura può essere fuorviante, perché potrebbe derivare da compensazioni tra errori di mesh, carichi e condizioni al contorno.

2.6.2 Validazione di processo e confronto con letteratura

I modelli che descrivono il processo di frantumazione richiedono grandezze di confronto diverse rispetto ai modelli strutturali. In un modello FEM esplicito o LS-DYNA, le grandezze più rilevanti sono forza di contatto, durata dell'impulso, energia assorbita, deformazione plastica, posizione della rottura e cinematica del materiale. In un modello DEM, invece, il confronto riguarda tipicamente portata, potenza assorbita, distribuzione granulometrica, traiettorie delle particelle e distribuzione dei contatti.

La validazione del DEM dipende in modo critico dalla calibrazione dei parametri di contatto. Parametri come attrito, rigidità normale e tangenziale, coefficiente di restituzione, forma delle particelle e leggi di coesione non sono sempre misurabili direttamente e devono essere scelti in modo coerente con il comportamento macroscopico osservato [33]. Nei crusher e nei processi di comminuzione queste grandezze sono più accessibili rispetto al caso degli shredder bialbero. In tali contesti, gli studi su jaw crusher e modelli di rottura particellare mostrano che la previsione della granulometria richiede sia una corretta dinamica delle particelle sia una legge di rottura adeguatamente calibrata [31, 32].

Nel caso degli shredder bialbero, la validazione di processo è più difficile. Il materiale può deformarsi senza fratturarsi, avvolgersi sugli alberi, agganciarsi ai cutter, generare ponti o provocare condizioni di inceppamento. Per questo motivo, un sotto-modello locale cutter-materiale non dovrebbe essere validato pretendendo di riprodurre l'intera distribuzione granulometrica in uscita dalla macchina. È più coerente confrontare grandezze locali o semi-locali, come intervalli di forza, ordine di grandezza della coppia, energia assorbita per evento, durata del contatto o cinematica qualitativa di deformazione.

Il confronto con la letteratura può essere usato quando dati sperimentali diretti non sono disponibili, ma deve essere interpretato con cautela. Un valore di forza, tensione, coppia o potenza tratto da un articolo è confrontabile solo se macchina, scala, materiale, velocità, vincoli e definizione della grandezza sono compatibili. In caso contrario, il confronto può essere utilizzato come controllo di ordine di grandezza, ma non come validazione quantitativa. Nel presente lavoro, il confronto bibliografico viene quindi inteso come supporto alla plausibilità fisica dei risultati, non come sostituto di una campagna sperimentale dedicata.

2.6.3 Strategia di verifica e confronto adottata

Nel presente lavoro non è disponibile una campagna sperimentale completa sulla macchina modellata. La valutazione dei risultati deve quindi essere proporzionata agli obiettivi della tesi e al livello dei modelli sviluppati. L'obiettivo non è certificare una macchina industriale specifica, ma costruire una procedura numerica utile alla fase preliminare di progetto, capace di individuare zone critiche, parametri influenti e condizioni dinamiche sfavorevoli.

La strategia adottata combina tre livelli di controllo. Il primo è la verifica numerica interna: qualità della mesh, convergenza delle grandezze di interesse, controllo delle reazioni vincolari, equilibrio globale, stabilità temporale nelle analisi transitorie e assenza di modi spuri nelle analisi modali. Il secondo è la coerenza fisica: posizione delle zone critiche, ordine di grandezza degli spostamenti e delle reazioni, andamento temporale della risposta

e influenza attesa di massa, rigidezza, vincoli e appoggi. Il terzo è il confronto esterno: risultati pubblicati, dati sperimentali disponibili, relazioni analitiche e casi studio analoghi.

Questa impostazione non sostituisce una validazione sperimentale dedicata, ma permette di delimitare il campo di utilizzo del modello. I risultati vengono quindi interpretati come supporto al dimensionamento preliminare e non come verifica definitiva di progetto. In particolare, il confronto bibliografico è usato per controllare la plausibilità degli ordini di grandezza e la coerenza delle zone critiche, mentre la sensibilità a mesh, vincoli, carichi e parametri dinamici viene utilizzata per individuare le ipotesi che influenzano maggiormente la risposta calcolata.

La Tabella 2.3 riassume le strategie di controllo e confronto adottabili per i diversi livelli di modello discussi nel capitolo. La tabella evidenzia che le grandezze utilizzate per il confronto devono essere coerenti con lo scopo dell'analisi: non si validano frequenze proprie con dati di pezzatura, né tensioni locali con la sola potenza installata.

Tabella 2.3: Strategie di verifica, validazione e confronto per modelli numerici di macchine di frantumazione. Le grandezze di confronto devono essere coerenti con il livello del modello e con lo scopo dell'analisi.

Livello del modello	Grandezze di confronto	Strategia di controllo o validazione	Riferimenti
FEM strutturale	Tensioni, spostamenti, deformazioni, reazioni vincolari	Controllo di mesh, equilibrio globale e reazioni vincolari; confronto con hot-spot strutturali, zone di cricca, danni osservati o ordini di grandezza pubblicati.	[18, 19]
FEM modale	Frequenze proprie, forme modali, smorzamenti	Verifica della coerenza di massa, rigidezza e vincoli; confronto con prove modali, quando disponibili; uso del MAC per confrontare forme modali sperimentali e numeriche.	[23, 38]
FEM esplicito / LS-DYNA	Forza di contatto, impulso, energia assorbita, deformazione locale	Controllo della sensibilità a mesh, contatto e modello di danno; confronto con prove elementari di taglio o impatto, dati di letteratura o ordini di grandezza energetici.	[18, 29]
DEM / processo	Portata, potenza, distribuzione granulometrica, traiettorie, distribuzione dei contatti	Calibrazione dei parametri di contatto e di rottura; confronto con prove di frantumazione, dati granulometrici o potenza assorbita.	[31–33]
Modello globale integrato	Coerenza tra carichi, tensioni, frequenze e risposta temporale	Confronto incrociato tra analisi statiche, modali, transitorie e locali; discussione esplicita del campo di validità e delle ipotesi introdotte.	[36, 37]

2.7 Sintesi critica e posizionamento del presente lavoro

Le sezioni precedenti mostrano che la letteratura sulle macchine di frantumazione affronta il problema da punti di vista diversi. Sono disponibili contributi sulla classificazione meccanica

delle macchine, sulla comminuzione, sulla modellazione FEM di componenti, sui modelli DEM per crusher e sugli approcci dinamici e rotordinamici. Questi filoni, tuttavia, sono spesso applicati a parti specifiche del problema: il singolo componente, il materiale, il carico locale, il rotore o la struttura portante.

Nel caso dello shredder bialbero, questa separazione è critica perché il funzionamento della macchina dipende dall'interazione tra materiale, utensili, alberi, supporti e telaio. Ciascuno degli strumenti disponibili è adatto a descrivere un singolo livello del problema, ma non l'insieme: la verifica statica, il modello esplicito locale e quello rotordinamico hanno ciascuno un campo di validità limitato.

La Tabella 2.4 riassume i principali filoni emersi dalla revisione bibliografica, con il contributo di ciascun approccio e il relativo limite rispetto agli obiettivi del presente lavoro.

Tabella 2.4: Sintesi critica dei principali filoni di letteratura analizzati e loro ruolo nella definizione della procedura numerica proposta.

Filone	Contributo principale	Limite rispetto allo shredder bialbero	Uso nel presente lavoro
Classificazione delle macchine	Distingue i meccanismi prevalenti di frantumazione: taglio, lacerazione, compressione e impatto.	Non fornisce direttamente carichi o criteri di verifica strutturale.	Definizione del caso di studio e del meccanismo dominante.
FEM strutturale	Valuta tensioni, spostamenti, reazioni vincolari e zone critiche di componenti e assieme.	Dipende fortemente da carichi equivalenti, vincoli, mesh e semplificazioni geometriche.	Costruzione e verifica del modello strutturale globale.
FEM esplicito / LS-DYNA	Descrive contatto, grandi deformazioni, impatto e trasferimento impulsivo del carico a scala locale.	È oneroso se esteso all'intera macchina e richiede ipotesi su materiale, contatto e danno.	Stima delle grandezze locali di carico.
DEM	Descrive flussi granulari, contatti multipli, rottura particellare e distribuzione granulometrica nei crusher.	Richiede calibrazione dei parametri di contatto ed è meno diretto per materiali duttili o molto deformabili.	Riferimento di letteratura e possibile sviluppo futuro.
Dinamica e rotordinamica	Interpreta frequenze proprie, risposta forzata, ruolo di supporti, masse rotanti e possibili condizioni critiche.	Richiede una rappresentazione semplificata dei carichi di processo e dei supporti.	Lettura delle analisi modali e transitorie e della sensibilità agli appoggi.
Validazione e confronto	Definisce criteri di verifica numerica, confronto con letteratura e controllo degli ordini di grandezza.	Una validazione sperimentale completa richiede dati non sempre disponibili.	Definizione del campo di validità e dei limiti del modello.

I contributi analizzati possono essere raggruppati in tre ambiti principali: la descrizione e classificazione delle macchine [8, 10, 11]; la modellazione strutturale FEM dei componenti [15, 17–19]; la modellazione del processo e della dinamica [23, 29–31, 33–35]. Per ciascun ambito la letteratura offre strumenti consolidati, ma con un campo di validità circoscritto al livello di analisi considerato. Il problema non è quindi la mancanza di strumenti numerici,

ma il loro uso coordinato: una procedura utile al dimensionamento deve collegare in modo controllato geometria, carichi, vincoli, risposta strutturale e risposta dinamica, senza estendere ciascun metodo oltre il proprio campo di validità.

2.7.1 Gap tecnico

Dalla revisione emerge che la letteratura propone numerosi contributi specifici, ma meno frequentemente procedure integrate per la verifica preliminare dello shredder bialbero nel suo complesso. La letteratura offre esempi di analisi FEM su componenti, modelli DEM per crusher, modelli espliciti locali, prove modali e modelli dinamici o rotordinamici. Meno frequente è invece un percorso che integri questi strumenti nella verifica preliminare di una macchina completa.

In particolare, emergono quattro criticità. La prima riguarda la definizione del carico: i carichi applicati nei modelli FEM sono spesso semplificati, mentre il processo reale genera coppie e forze variabili nel tempo. La seconda riguarda il passaggio dalla scala locale alla scala globale: il contatto cutter–materiale produce forze concentrate, ma il dimensionamento richiede tensioni, spostamenti, reazioni ai supporti e frequenze proprie dell'assieme. La terza riguarda la validazione: dati sperimentali completi sono raramente disponibili per questo tipo di macchine. La quarta riguarda l'analisi parametrica: molti lavori verificano una configurazione, ma non sempre trasformano i risultati in indicazioni trasferibili al progetto.

Per uno shredder bialbero, queste criticità sono accoppiate. La geometria dei cutter influenza il carico locale; il carico locale influenza coppia e reazioni; le reazioni modificano la risposta di alberi, supporti e telaio; massa e rigidezza determinano frequenze proprie e risposta transitoria. Una procedura di progetto deve quindi evitare sia una semplificazione eccessiva, che riduce il modello a una verifica statica isolata, sia un livello di dettaglio troppo elevato, che rende impraticabili studi parametrici.

2.7.2 Contributo atteso della tesi

Il presente lavoro assume lo shredder bialbero come caso di studio rappresentativo delle macchine per il riciclo e la frantumazione. Il contributo non consiste nella riproduzione completa di una macchina industriale specifica, né nella simulazione esaustiva dell'intero processo di frantumazione. L'obiettivo è costruire una metodologia numerico-progettuale che colleghi modello CAD, analisi FEM globali, analisi dinamiche, modello esplicito locale e analisi parametrica.

La metodologia proposta si basa su una struttura gerarchica. Il modello CAD definisce l'architettura dello shredder, i componenti principali e le semplificazioni geometriche. Il modello numerico traduce la geometria in materiali, vincoli, contatti, carichi e mesh. Le analisi in ANSYS Mechanical valutano tensioni, deformazioni, frequenze proprie, forme modali, effetto della pre-sollecitazione e risposta transitoria. Il modello esplicito locale dell'interazione cutter–materiale consente di discutere, in forma semplificata, il trasferimento impulsivo del carico. L'analisi parametrica studia infine l'influenza di geometria, massa, rigidezza, supporti e smorzamento sulla risposta della macchina.

Il risultato atteso è una procedura utilizzabile nelle fasi preliminari di progetto, quando è necessario confrontare configurazioni, stimare margini strutturali, evitare condizioni dinamiche sfavorevoli e identificare parametri dominanti prima di procedere a modelli più costosi o a prove sperimentali. La validazione viene affrontata in modo proporzionato al livello della tesi: confronto con dati di letteratura, controllo degli ordini di grandezza, coerenza tra analisi statiche, modali, transitorie ed esplicite, e discussione esplicita dei limiti.

In questo senso, la metodologia si colloca tra la regola empirica, rapida ma poco trasferibile, e il modello ad alta fedeltà, dettagliato ma oneroso e difficile da validare per materiali eterogenei. L'obiettivo è mantenere interpretabilità fisica e costo computazionale contenuto, fornendo una base eventualmente estendibile, in lavori successivi, mediante prove sperimentali dedicate o modelli di processo più dettagliati.

Capitolo 3

Definizione e modellazione CAD di un trituratore bialbero

3.1 Finalità del modello e scelta del caso di studio

Il modello CAD sviluppato in SolidWorks rappresenta una macchina trituratrice bialbero (*dual-shaft shredder*) destinata alla pre-triturazione e alla riduzione volumetrica di materiali di scarto. La macchina non riproduce un modello commerciale specifico. Le dimensioni principali sono state definite assumendo come riferimento macchine industriali reali, mentre la geometria dei singoli componenti è stata adattata al caso di studio sviluppato nella tesi.

Prima di procedere alla modellazione CAD è stata effettuata una breve analisi comparativa tra alcune architetture impiegate nella riduzione dimensionale dei materiali. La scelta della configurazione non è secondaria, poiché il principio di funzionamento della macchina determina gli organi meccanici coinvolti, il percorso di trasferimento dei carichi e il livello di complessità del successivo modello numerico.

Il confronto riportato in Tabella 3.1 riguarda tre configurazioni: monoalbero, bialbero e quattro alberi.

Tabella 3.1: Confronto tra alcune architetture impiegate nella riduzione dimensionale dei materiali.

Architettura	Principio di funzionamento	Caratteristiche principali
Monoalbero	Un rotore dotato di lame lavora contro controcoltelli fissi. Il materiale viene spinto verso il rotore mediante uno spintore e la pezzatura in uscita è regolata dalla griglia posta sotto la camera di taglio [39].	La presenza della griglia consente un controllo diretto della pezzatura. La macchina è organizzata attorno a un solo rotore principale e al relativo sistema di alimentazione.
Bialbero	Due alberi controrotanti equipaggiati con utensili di taglio trascinano il materiale nella camera e ne provocano la riduzione dimensionale. SSI descrive questa categoria come caratterizzata da bassa velocità di rotazione e coppia elevata [40].	La configurazione è indicata anche per materiali eterogenei o contaminati. La macchina comprende due linee d'albero, i relativi supporti e una camera di taglio nella quale avviene l'interazione tra i due gruppi rotanti.
Quattro alberi	Il materiale viene lavorato da quattro alberi e ricircolato all'interno della camera fino a raggiungere dimensioni compatibili con la griglia di scarico [41].	Il ricircolo e la presenza della griglia permettono di ottenere una pezzatura più piccola e regolare. Rispetto al bialbero aumentano il numero di rotori, supporti e interazioni da rappresentare.

Per il presente lavoro è stata scelta la configurazione bialbero. Rispetto a un monoalbero, essa permette di analizzare l'interazione tra due gruppi rotanti e la distribuzione dei carichi su due linee d'albero e sui relativi supporti. Rispetto a una macchina a quattro alberi, mantiene una struttura più semplice senza eliminare gli aspetti meccanici principali di interesse: trasmissione della coppia agli utensili, carichi sugli alberi, reazioni sui cuscinetti e trasferimento delle sollecitazioni alla camera di taglio e al telaio. Il bialbero costituisce quindi un caso di studio intermedio.

Come riferimento per l'impostazione generale della macchina sono stati considerati alcuni shredder bialbero disponibili sul mercato. La Tabella 3.2 riassume le principali caratteristiche dichiarate dai rispettivi costruttori.

Tabella 3.2: Esempi di shredder bialbero industriali considerati nell'analisi preliminare.

Costruttore	Serie o modello	Caratteristiche dichiarate dal costruttore
SSI	Dual-Shear M100	Shredder bialbero a taglio rotativo, caratterizzato da funzionamento a bassa velocità e alta coppia. Il costruttore lo indica per il trattamento di materiali difficili da tritare e per applicazioni di riduzione volumetrica, distruzione di prodotti e pre-triturazione [42].
UNTHA	ZR2400	Pre-shredder bialbero destinato alla triturazione grossolana di materiali voluminosi o difficili da trattare. La macchina è disponibile con due sistemi di taglio, denominati H e W. Per il sistema H il costruttore riporta, tra i materiali trattabili, rifiuti domestici e ingombranti, rifiuti commerciali e industriali, legno di scarto, materassi, tappeti e rifiuti misti da costruzione [43].
Vecoplan	VVZ	Pre-shredder bialbero per materiali difficili da tritare o contenenti impurità, tra cui rifiuti domestici, ingombranti e commerciali, residui di produzione, legno di scarto, paglia e radici. La configurazione comprende due rotori, differenti varianti di controcoltelli, elementi per il controllo della pezzatura e pettini destinati a limitare l'avvolgimento del materiale attorno ai rotori [44].
Lindner	Urraco 75	Trituratore mobile dotato di sistema di taglio bialbero a bassa velocità. Il costruttore indica alberi sincronizzati e differenti coppie di alberi in funzione del materiale trattato. Tra gli esempi applicativi sono riportati legno, rifiuti, traversine ferroviarie e rottami metallici leggeri [45].

Tra le macchine considerate, il modello SSI Dual-Shear M100 è stato assunto come riferimento dimensionale principale, poiché la documentazione tecnica rende disponibili alcune quote utili per definire la scala del modello CAD: spessore nominale dei cutter pari a 50 mm, diametro dei cutter pari a 530 mm, diametro degli alberi pari a 188 mm e camera di taglio pari a circa 1040×1600 mm (larghezza $\times$ lunghezza) [42]. Tali valori sono stati utilizzati come riferimenti dimensionali, senza riprodurre la geometria della macchina commerciale. Tutte le grandezze non documentate dal costruttore – geometrie locali, quote derivate e materiali – sono state introdotte come assunzioni di modellazione e sono indicate come tali nel testo e nelle tabelle del capitolo.

Le principali dimensioni di ingombro massime ottenute per l'impostazione geometrica del modello sono richiamate in Figura 3.1.

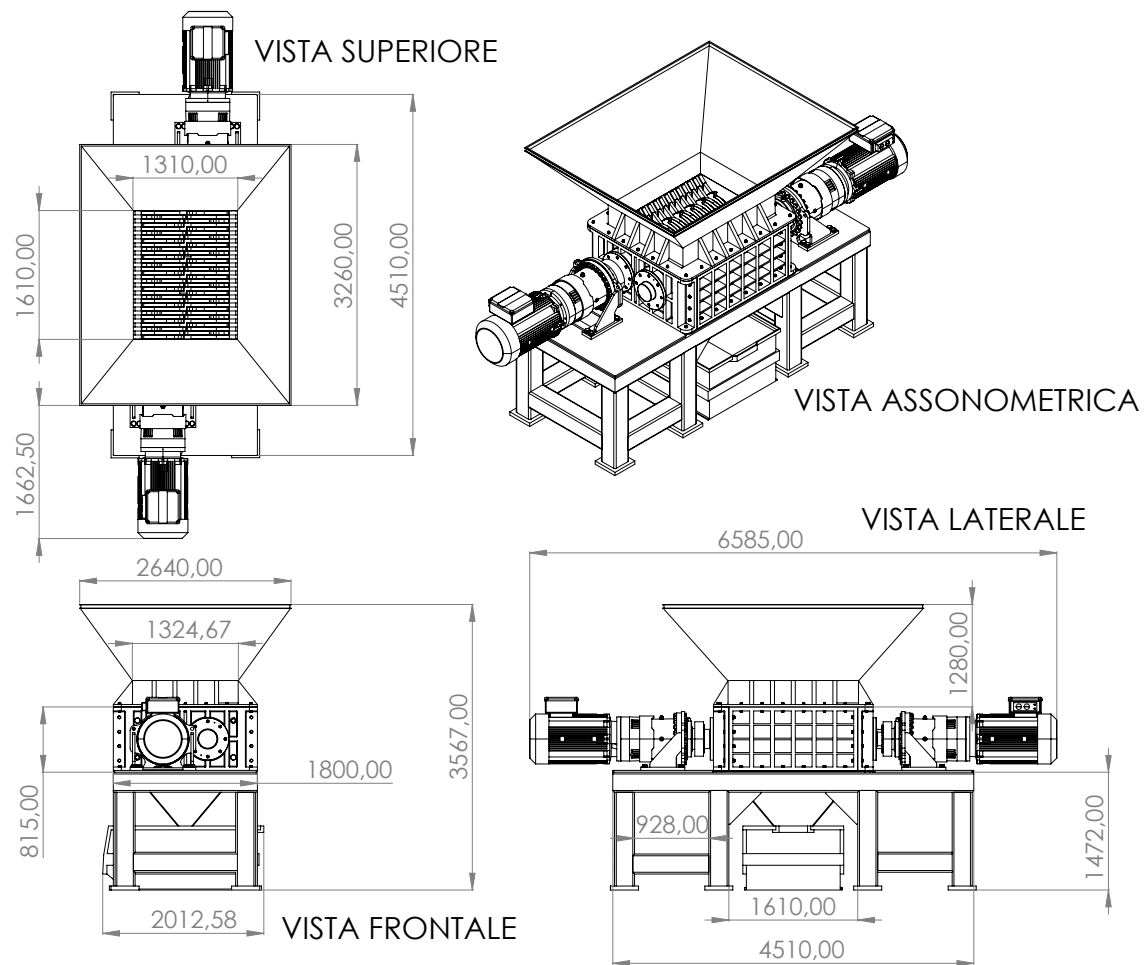


Figura 3.1: Quote d'ingombro dell'assieme.

A partire da queste considerazioni, il modello CAD è stato costruito privilegiando il gruppo di taglio. Alberi, cutter e distanziali determinano l'ingombro interno della camera, la distanza tra i rotori, la posizione delle *cleaning fingers* e la sequenza assiale degli elementi attivi. La struttura fissa è stata sviluppata attorno ai due gruppi rotanti, includendo piastre di estremità, piastre laterali, supporti dei cuscinetti, tramoggia, scarico e telaio di base.

3.2 Architettura generale dell'assieme

Definita la scala della macchina, il modello CAD è stato sviluppato a partire dal gruppo di taglio e completato con la struttura fissa, i supporti degli alberi e i sottosistemi di alimentazione e scarico. La Figura 3.2 mostra la configurazione generale ottenuta e ne identifica i principali componenti, numerati in figura e descritti nella legenda. Attorno al gruppo rotante, formato dagli alberi portacoltelli (14) e dai cutter (15), si sviluppano la camera di taglio — delimitata dalle piastre di estremità (1) e dalle piastre laterali (8) e dotata di *cleaning fingers* (9) — il relativo sistema di supporto con i coperchi (3, 4), la tramoggia di alimentazione (25), il gruppo motoriduttore (23), il telaio di base (24) e il contenitore di raccolta (27), posto sotto lo scarico.

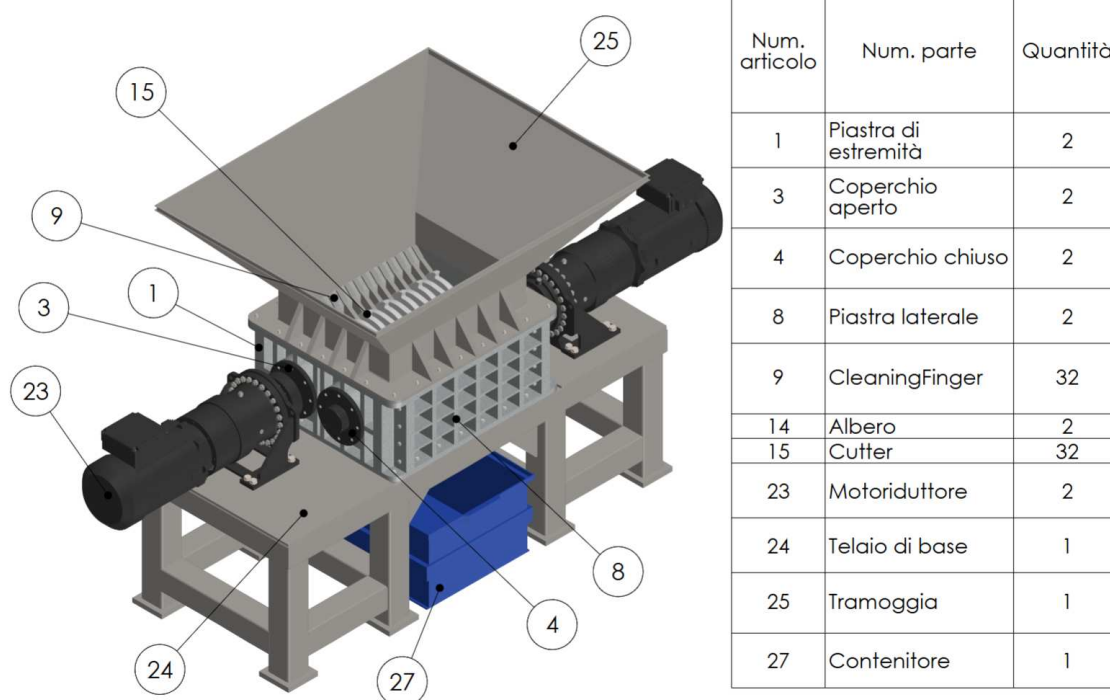


Figura 3.2: Vista complessiva del modello CAD del trituttore bialbero, con i principali componenti numerati e la relativa legenda.

La denominazione dei componenti principali, adottata in modo uniforme in tutta la tesi, è riassunta nella Tabella 3.3.

Tabella 3.3: Denominazione adottata per i componenti principali della macchina.

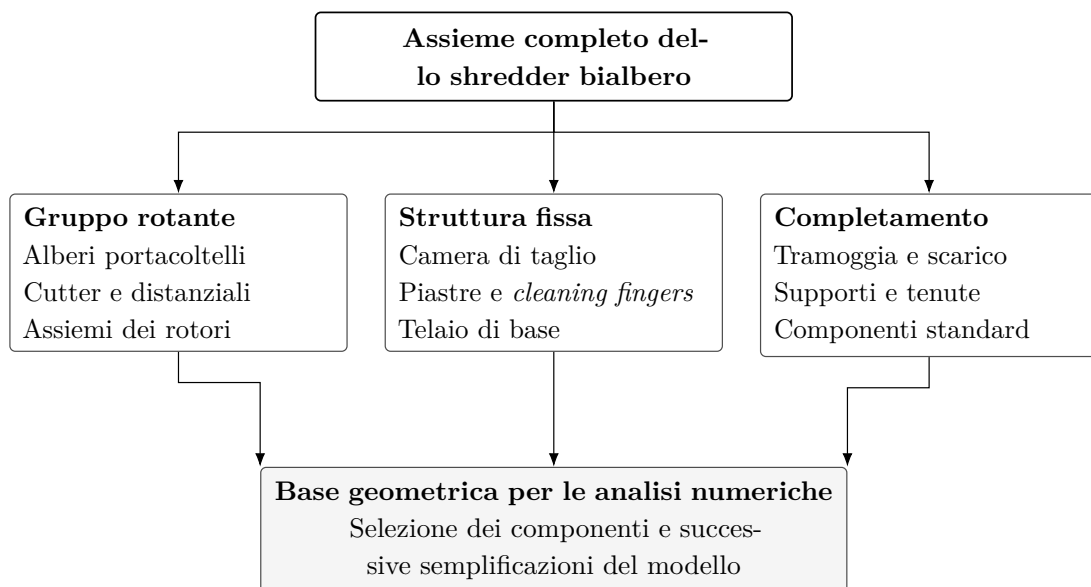
Componente	Denominazione adottata
Utensile di taglio a disco dentato	Cutter
Elementi interposti tra i cutter sullo stesso albero	Distanziali
Insieme di cutter e distanziali calettati sull'albero	Pacco lame
Elementi fissi di pulizia tra i cutter	Cleaning finger
Involucro dei rotori (piastre di estremità e laterali)	Carcassa
Volume interno delimitato dalla carcassa	Camera di taglio
Struttura di appoggio a terra	Telaio di base
Elemento di carico del materiale	Tramoggia

Ciascun rotore comprende un albero portacoltelli e la relativa sequenza assiale di cutter e distanziali; la geometria dei due rotori determina l'interasse, l'ingombro interno della camera di taglio e la disposizione delle *cleaning fingers*.

La Tabella 3.4 riassume i principali sottosistemi rappresentati nel CAD e il ruolo attribuito a ciascuno di essi. La Figura 3.3 mostra invece la relazione tra i macrogruppi dell'assieme e anticipa l'ordine seguito nelle sezioni successive.

Tabella 3.4: Sottosistemi principali rappresentati nel modello CAD dello shredder bialbero.

Sottosistema	Componenti principali	Ruolo nel modello CAD
Gruppo rotante	Alberi portacoltelli, cutter, distanziali e distanziali di estremità	Definizione dell'azione di triturazione, della trasmissione della coppia e dell'ingombro interno della camera.
Camera di taglio e struttura fissa	Piastre di estremità, piastre laterali, <i>cleaning fingers</i> e perni longitudinali di ritegno	Delimitazione della zona di lavoro, contenimento del materiale e definizione delle interfacce con i gruppi rotanti.
Supporto degli alberi	Cuscinetti, sedi, ghiere, rosette e tenute	Vincolo dei rotori, posizionamento assiale e rappresentazione delle principali interfacce di supporto.
Alimentazione e scarico	Tramoggia e condotto di scarico	Convogliamento del materiale verso la camera di taglio e raccolta del materiale in uscita.
Telaio e completamento dell'assieme	Telaio di base, coperchi, perni e componenti commerciali	Supporto strutturale della macchina e completamento della configurazione generale dell'assieme.

**Figura 3.3:** Organizzazione funzionale dell'assieme CAD e collegamento con le successive analisi numeriche.

La descrizione dei componenti viene sviluppata a partire dal gruppo rotante, poiché la sua geometria condiziona la configurazione della camera di taglio, delle *cleaning fingers* e dei principali elementi strutturali circostanti.

3.3 Gruppo rotante

Il gruppo rotante è il sottosistema attraverso il quale avviene l'interazione diretta con il materiale da tritare. È costituito da due rotori paralleli controrotanti, ciascuno formato da un albero portacoltelli e dalla relativa sequenza assiale di cutter e distanziali. La configurazione è coerente con il principio di funzionamento degli *shredder* bialbero a cesoiamento rotativo, caratterizzati da basse velocità di rotazione ed elevate coppie [42]. Il moto controrotante trascina il materiale verso la zona compresa tra i due alberi, dove ne determina la riduzione dimensionale. I meccanismi coinvolti sono descritti più nel dettaglio nella sottosezione dedicata ai cutter (sottosezione 3.3.2).

La Figura 3.4 mostra la configurazione complessiva dei due rotori sviluppati nel modello CAD. In ciascun rotore si distinguono l'albero portacoltelli, disposto lungo l'asse di rotazione, e la sequenza assiale alternata di cutter e distanziali. I cutter costituiscono gli elementi attivi del gruppo rotante, mentre i distanziali ne definiscono il posizionamento assiale e gli spazi necessari all'intercalamento con il rotore opposto.

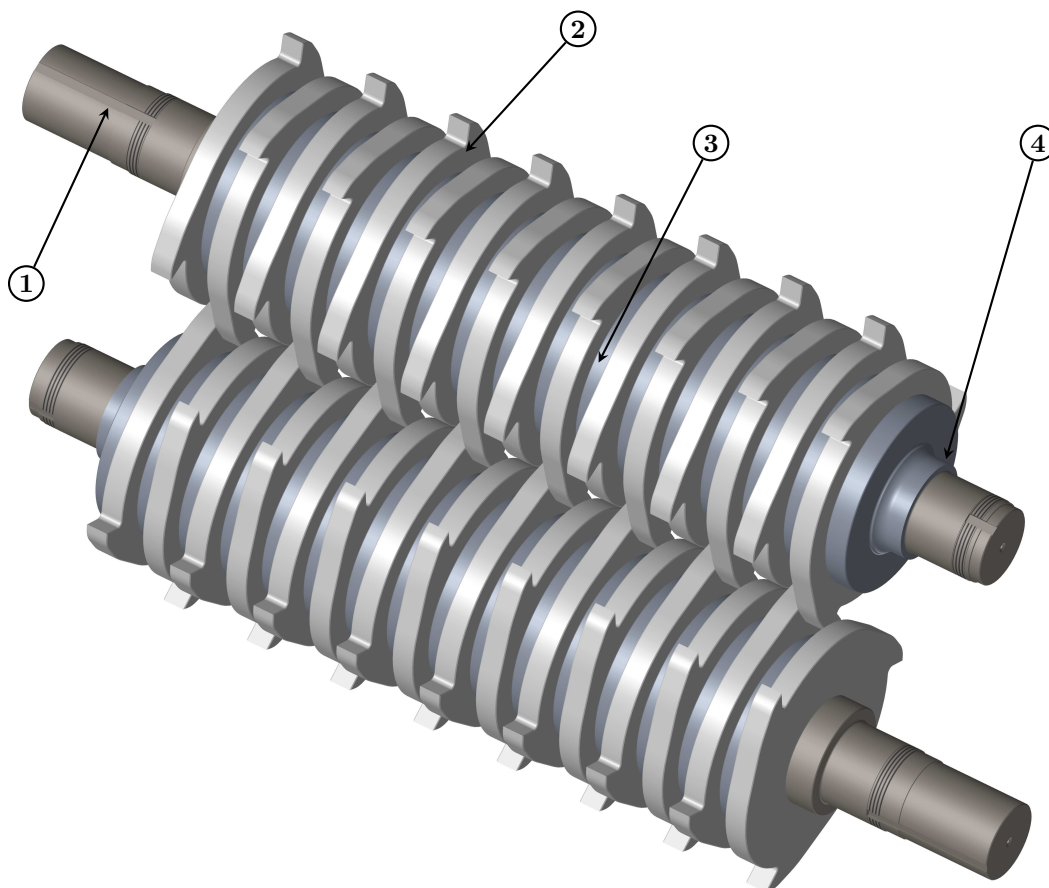


Figura 3.4: Modello CAD dei gruppi rotanti del tritatore bialbero: (1) albero portacoltelli, (2) cutter, (3) distanziale, (4) distanziale di estremità (*end spacer*).

Nella parte attiva della camera, i cutter dei due rotori risultano intercalati assialmente: ciascun cutter occupa lo spazio lasciato dal distanziale del rotore opposto. Poiché cutter e distanziali presentano la medesima larghezza nominale di 50 mm, le superfici laterali

affacciate risultano nominalmente a contatto, senza gioco assiale; il gioco laterale di funzionamento è demandato alle tolleranze dimensionali dei componenti e non è rappresentato nella geometria nominale del modello CAD. I cutter consecutivi sono inoltre orientati secondo una sequenza sfalsata, resa possibile dalle posizioni angolari discrete consentite dal foro interno esagonale. Tale disposizione è stata adottata con l'obiettivo di distribuire nel tempo le entrate in presa dei denti lungo la sequenza assiale; la sua effettiva influenza sulla distribuzione dei carichi costituisce un aspetto da considerare nella definizione del modello numerico.

Il tratto centrale esagonale di ciascun albero, destinato al montaggio della sequenza di cutter e distanziali, ha lunghezza pari a 1600 mm. La sequenza assiale dei componenti montati occupa la medesima lunghezza. Tale quota non coincide con la lunghezza complessiva dell'albero, che comprende anche le porzioni terminali a sezione circolare. Sul lato motore, in corrispondenza dello spallamento maggiorato dell'albero, la sequenza termina con un cutter; sul lato non motore è invece presente un distanziale di estremità.

La camera di taglio è stata modellata con una lunghezza interna leggermente maggiore, pari a circa 1610 mm, così da lasciare un gioco assiale complessivo di circa 10 mm ed evitare il contatto tra le facce terminali della sequenza e le pareti della camera.

Le azioni generate nella zona di taglio vengono trasmesse dai cutter agli alberi attraverso l'accoppiamento per forma e, successivamente, scaricate sulla struttura fissa della macchina tramite cuscinetti e supporti. Le sottosezioni seguenti descrivono i tre elementi principali del gruppo rotante: alberi portacoltelli, cutter e distanziali.

3.3.1 Alberi portacoltelli

Gli alberi portacoltelli costituiscono gli elementi portanti dei due rotori e trasmettono ai cutter la coppia fornita dal sistema di azionamento. La sequenza assiale degli elementi di taglio viene montata direttamente sugli alberi, che devono quindi assolvere una duplice funzione: sostenere i componenti del rotore e trasmettere la coppia necessaria al processo di triturazione. L'impiego di alberi a sezione esagonale è riscontrabile sia in soluzioni industriali sia in studi dedicati alla modellazione di trituratori bialbero [46–48].

Il modello geometrico dell'albero è stato impostato a partire dal diametro nominale di 188 mm e dalla lunghezza della camera di taglio di 1600 mm, riportati nella documentazione del SSI *Dual-Shear* M100 già assunta come riferimento dimensionale [42].

Poiché la documentazione pubblica del costruttore non consente di ricostruire la geometria effettiva del tratto centrale dell'albero, è stata introdotta un'ipotesi geometrica specifica per il modello CAD. In particolare, il valore nominale di 188 mm è stato assunto come diametro d_f della circonferenza inscritta alla sezione esagonale regolare, ossia come distanza tra le facce opposte. Si tratta quindi di un'assunzione del modello, non di un dato costruttivo dichiarato dal produttore. Da questa assunzione discendono il diametro D_c della circonferenza circoscritta, corrispondente alla distanza tra i vertici opposti, e il lato ℓ dell'esagono:

$$D_c = \frac{d_f}{\cos 30^\circ} = \frac{188}{\cos 30^\circ} \simeq 217,08 \text{ mm}, \quad \ell = \frac{d_f}{\sqrt{3}} \simeq 108,54 \text{ mm}. \quad (3.1)$$

Il tratto centrale esagonale è stato assunto di lunghezza pari a 1600 mm, coincidente con quella della camera di taglio dichiarata per il SSI *Dual-Shear* M100; la documentazione pubblica del costruttore non consente infatti di verificare la lunghezza effettiva del tratto attivo dell'albero.

Su questa porzione viene montata la sequenza di cutter e distanziali. I cutter presentano uno spessore nominale pari a 50 mm, ricavato dalla documentazione SSI; per i distanziali è stato adottato nel modello CAD il medesimo valore. Il foro interno degli elementi montati riprende il profilo dell'albero. La geometria complementare è finalizzata a impedire la rotazione relativa tra l'albero e i componenti montati e realizza un accoppiamento per forma, senza affidare la trasmissione della coppia alla sola aderenza tra le superfici di contatto. La distribuzione locale delle pressioni dipende dalla geometria effettiva dell'accoppiamento e potrà essere approfondita mediante un modello numerico dedicato.

Questa impostazione è compatibile con configurazioni riportate in letteratura, nelle quali sono descritti triturator bialbero con alberi esagonali, cutter dotati di cavità interna esagonale, distanziali con profilo interno complementare e modelli tridimensionali discretizzati mediante elementi finiti [47, 48].

La Figura 3.5 mostra il modello CAD dell'albero portacoltelli. Oltre al tratto centrale esagonale, sono rappresentate le zone terminali a sezione circolare e le principali variazioni di diametro.



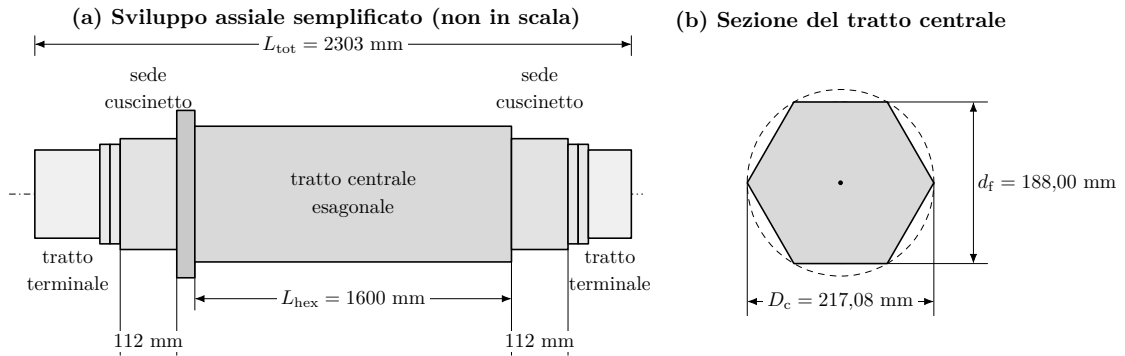
Figura 3.5: Modello CAD dell'albero portacoltelli, con tratto centrale a sezione esagonale destinato al montaggio della sequenza cutter–distanziali e zone terminali a sezione circolare.

La Tabella 3.5 riassume i parametri geometrici utilizzati per la definizione dell'albero portacoltelli. I dati pubblicamente disponibili relativi al modello SSI *Dual-Shear* M100 sono impiegati esclusivamente come riferimento dimensionale e di scala [42]; le grandezze non direttamente disponibili sono invece introdotte come assunzioni di modellazione oppure ottenute mediante derivazione geometrica.

La rappresentazione schematica riportata nella Figura 3.6 evidenzia la suddivisione tra tratto centrale esagonale e zone terminali. Le estremità presentano variazioni di diametro associate alle sedi dei cuscinetti, agli elementi di ritegno e allo spallamento maggiorato presente sul lato sinistro.

Tabella 3.5: Parametri geometrici utilizzati per la definizione dell'albero portacoltelli.

Grandezza	Valore	Origine del valore
Diametro nominale dell'albero SSI M100	188 mm	documentazione SSI
Diametro della circonferenza inscritta d_f della sezione esagonale, inteso come distanza tra facce opposte	188 mm	assunzione di modellazione
Diametro della circonferenza circoscritta D_c della sezione esagonale, inteso come distanza tra vertici opposti	217,08 mm	derivazione geometrica
Lato dell'esagono regolare ℓ	108,54 mm	derivazione geometrica
Lunghezza del tratto centrale esagonale dell'albero	1600 mm	assunzione di modellazione
Spessore nominale del cutter	50 mm	documentazione SSI
Spessore adottato per il distanziale	50 mm	assunzione di modellazione

**Figura 3.6:** Schema semplificato dell'albero portacoltelli: (a) sviluppo assiale qualitativo del componente, con tratto centrale esagonale, sedi dei cuscinetti e spallamento sinistro maggiorato; (b) sezione esagonale regolare del tratto centrale, con circonferenza inscritta ($d_f = 188 \text{ mm}$) e circonferenza circoscritta ($D_c = 217,08 \text{ mm}$). Lo schema assiale non è rappresentato in scala.

Lo schema evidenzia la separazione funzionale tra il tratto centrale esagonale e le porzioni terminali cilindriche. Il tratto centrale costituisce la zona di montaggio della sequenza cutter–distanziali, mentre le porzioni terminali sono destinate all'alloggiamento delle sedi di supporto, dei cuscinetti e degli elementi di ritegno dell'albero. In particolare, le due sedi di lunghezza pari a 112 mm sono state predisposte per il montaggio dei cuscinetti. Lo spallamento maggiorato presente su una delle estremità costituisce invece una battuta geometrica per i componenti adiacenti.

Per non sovraccaricare lo schema con un numero eccessivo di quote, la Figura 3.7 riporta la messa in tavola del componente, nella quale sono visibili anche le dimensioni delle estremità, gli spallamenti e le variazioni di diametro.

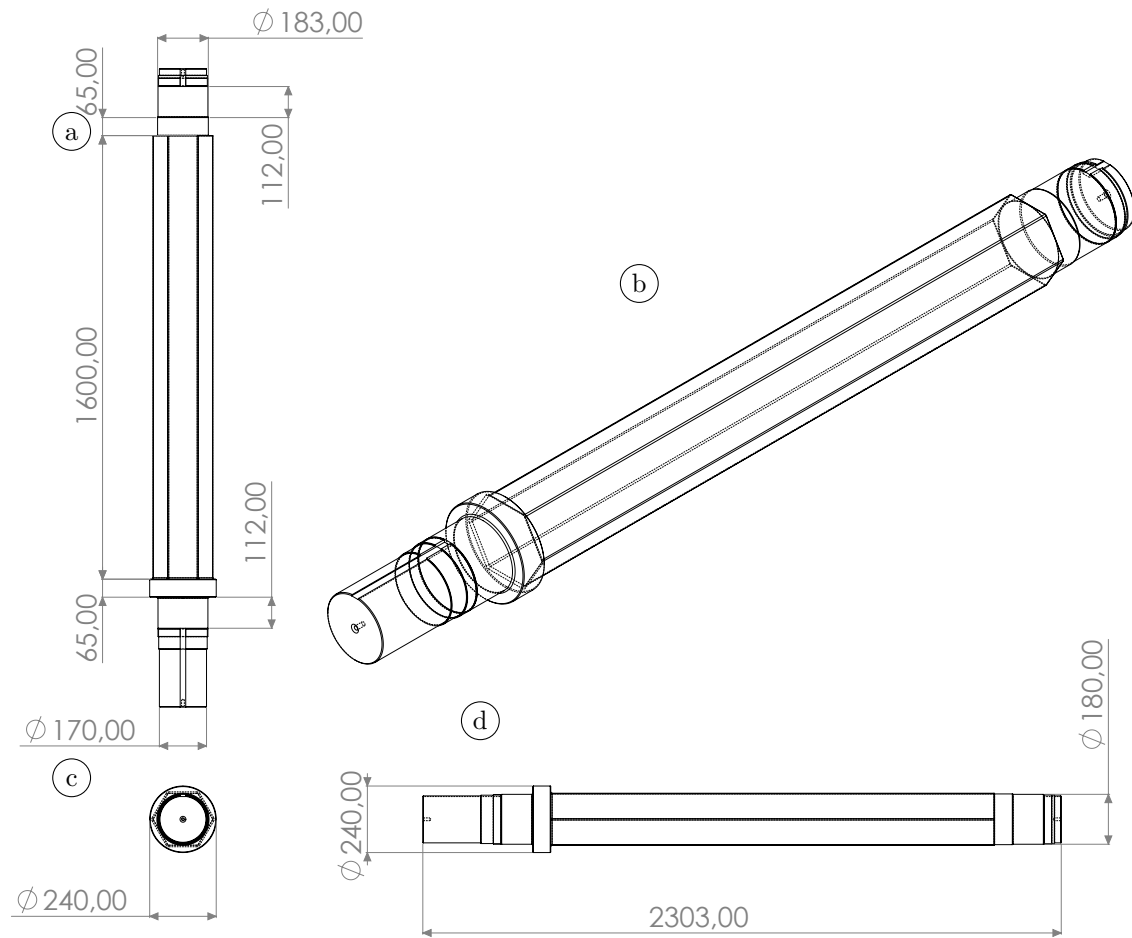


Figura 3.7: Disegno quotato dell'albero portacoltelli: (a) vista longitudinale quotata in verticale; (b) vista assonometrica; (c) vista di estremità; (d) vista longitudinale quotata in orizzontale. Le quote sono espresse in mm e riguardano il tratto centrale esagonale e le zone terminali, comprendenti spallamenti, sedi e variazioni di diametro.

Per l'albero portacoltelli è stato assunto, in via preliminare e ai soli fini della modellazione numerica, un acciaio da bonifica 34CrNiMo6, numero materiale 1.6582, allo stato bonificato (+QT). Il 34CrNiMo6 è un acciaio caratterizzato da elevata resistenza meccanica, buona tenacità e buona temprabilità, ed è impiegato anche per assali di grandi dimensioni e componenti meccanici fortemente sollecitati [49].

Le proprietà resistenziali dipendono dalla dimensione della sezione e dallo stato di fornitura. Per l'impostazione preliminare delle successive analisi numeriche è stata adottata la fascia dimensionale $160 < d \leq 250$ mm, prevista per i laminati allo stato bonificato. Nel caso della sezione esagonale modellata, sia il diametro della circonferenza circoscritta $D_c = 217,08$ mm, sia la distanza tra facce opposte $d_f = 188$ mm, ricadono nel medesimo intervallo dimensionale. La Tabella 3.6 riporta i valori assunti nel modello. La selezione definitiva richiederà comunque la verifica della forma di fornitura e del certificato del materiale effettivamente impiegato [50].

Tabella 3.6: Proprietà preliminari assunte per l'acciaio 34CrNiMo6 (1.6582) allo stato bonificato (+QT). I valori resistenziali sono riferiti alla fascia dimensionale $160 < d \leq 250$ mm [50]; le proprietà elastiche e la densità sono valori tipici riportati da Ovako [49].

Proprietà	Simbolo	Valore assunto
Modulo elastico	E	210 GPa
Coefficiente di Poisson	ν	0,30
Modulo di taglio	G	80 GPa
Densità	ρ	7800 kg m ⁻³
Limite di snervamento minimo	$R_{p0,2}$	600 MPa
Resistenza a trazione	R_m	800–950 MPa
Allungamento minimo	A_5	13 %
Resilienza minima ISO-V	KV	45 J

La geometria delle estremità è stata mantenuta nel modello CAD con le principali variazioni di diametro e i relativi raccordi, riportati in dettaglio nel disegno quotato di Figura 3.7. Tali discontinuità geometriche dovranno essere considerate nella costruzione del modello numerico, poiché possono influenzare la distribuzione delle tensioni nelle zone di raccordo e in prossimità dei supporti. I dettagli costruttivi non significativi per la risposta globale sono stati invece semplificati nelle successive analisi.

L'albero non svolge il solo ruolo di supporto del rotore: la geometria del tratto centrale condiziona direttamente il montaggio e la trasmissione della coppia agli elementi di taglio. La definizione del profilo esagonale dell'albero consente quindi di introdurre la descrizione dei cutter, il cui foro interno riprende tale geometria e il cui profilo esterno determina l'interazione diretta con il materiale da tritare.

3.3.2 Cutter

I cutter costituiscono gli elementi attivi del gruppo rotante e interagiscono direttamente con il materiale immesso nella camera di taglio. Le loro estremità attive intercettano il materiale, lo trascinano verso la zona di taglio compresa tra i due rotori e ne determinano la riduzione dimensionale attraverso un'azione combinata di presa, compressione e cesoiamento contro gli elementi del rotore opposto.

Nelle cesoie rotanti a bassa velocità, il meccanismo di riduzione non è riconducibile a una sola modalità di sollecitazione: al taglio e al cesoiamento si sommano lacerazione e flessione, con un contributo relativo che dipende dal materiale trattato e dalla geometria degli utensili. Questa modalità di sollecitazione risulta particolarmente adatta al trattamento di materiali duttili o difficilmente frantumabili per solo impatto, quali rottami metallici e gomma [8].

Nella documentazione del modello SSI *Dual-Shear* M100, assunto come riferimento dimensionale e di scala, i cutter sono riconducibili a una geometria del tipo *pierce-point*: le estremità attive richiamano il materiale verso il centro della camera di taglio e lo riducono in strisce di larghezza pari, in prima approssimazione, allo spessore dei cutter [42]. Nel modello CAD, il diametro del corpo del cutter è stato assunto pari a 530 mm, in accordo con il riferimento dimensionale SSI; il diametro massimo esterno, definito dalle estremità

attive, è stato invece assunto pari a 640 mm come scelta modellistica. Il componente presenta inoltre tre denti e un foro interno esagonale con distanza tra facce opposte pari a 188 mm, coerente con il tratto centrale dell'albero portacoltelli.

Il foro esagonale realizza l'accoppiamento per forma con l'albero, già descritto in sottosezione 3.3.1; configurazioni analoghe sono riportate anche in letteratura [47]. La Figura 3.8 riporta il modello CAD del componente (a) e lo schizzo della geometria principale (b): i parametri angolari indicati nello schizzo governano la presa del materiale e l'azione di taglio.

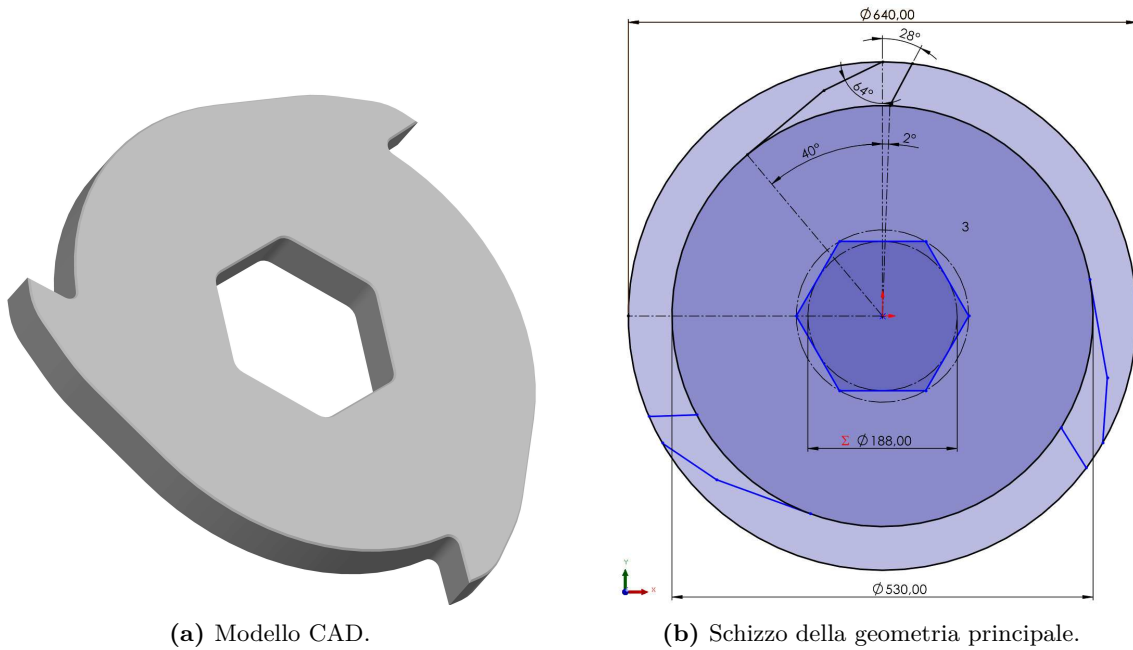


Figura 3.8: Modello CAD e schema della geometria principale del cutter.

La Tabella 3.7 riporta i principali parametri geometrici adottati per la modellazione del cutter, distinguendo le quote ricavate dalla documentazione SSI da quelle definite durante la costruzione del modello CAD. In particolare, il diametro del corpo e lo spessore sono stati assunti dal riferimento industriale considerato, mentre il diametro esterno dei denti, il numero di denti e la geometria locale dei profili di taglio sono stati definiti come scelte di modellazione per il caso di studio. Tali dettagli hanno quindi lo scopo di ottenere una geometria rappresentativa del componente e non di riprodurre un disegno costruttivo originale del costruttore.

Tabella 3.7: Parametri principali utilizzati per la definizione del cutter. I dati del SSI *Dual-Shear* M100 sono impiegati come riferimento di scala [42].

Grandezza	Valore	Origine del valore
Diametro nominale del cutter SSI M100	530 mm	riferimento dimensionale SSI
Diametro massimo del cutter nel modello CAD	640 mm	assunzione del modello CAD
Spessore nominale	50 mm	documentazione SSI
Distanza tra le facce opposte del foro esagonale	188 mm	assunzione di modellazione coerente con il profilo dell'albero
Numero di denti	3	configurazione di partenza (modello CAD)

La coppia richiesta al sistema di azionamento dipende dal numero di estremità attive contemporaneamente in presa, dalla distribuzione del carico tra i contatti e dalle proprietà del materiale trattato. Un maggiore numero di estremità attive può aumentare il numero di contatti simultanei, ma può anche ripartire diversamente il carico lungo il rotore. Per questo motivo il numero di denti non è stato interpretato come unico parametro responsabile della coppia richiesta, ma come una variabile geometrica che influenza la frequenza delle prese, la distribuzione temporale del carico e la lunghezza caratteristica dei frammenti.

Lo sfasamento angolare tra cutter consecutivi, reso possibile dal foro esagonale che consente un'indicizzazione a passi di 60° , permette di modificare la sequenza con cui le estremità attive entrano in presa lungo l'asse del rotore. Lo spessore dei cutter contribuisce invece a determinare la larghezza caratteristica del materiale prodotto. Il raggio massimo di estremità, pari a 320 mm, fornisce un riferimento per la stima del braccio della forza di taglio; il valore effettivo dipende tuttavia dalla posizione di contatto sul profilo attivo [51].

Nella pratica industriale i cutter adottano configurazioni con un numero ridotto di denti, tipicamente da uno a sei, in funzione dell'aggressività richiesta e della finezza del prodotto [51]. Per il presente modello sono stati assunti tre denti come configurazione di partenza, rappresentativa di una riduzione primaria aggressiva; poiché la documentazione SSI non fissa un numero di denti, ma adatta la configurazione dei cutter all'applicazione, tale valore non costituisce un dato del riferimento industriale. Coerentemente con l'impostazione parametrica della tesi, il numero di denti viene fatto variare nelle successive analisi numeriche — confrontando configurazioni con un numero di denti maggiore e minore — per valutarne l'effetto sullo stato tensionale del cutter, sui picchi di coppia richiesti e sulla dimensione del materiale prodotto.

Materiale. La documentazione commerciale del SSI *Dual-Shear* M100 indica HW5 come denominazione commerciale del materiale dei cutter [42], senza fornire una composizione chimica o proprietà meccaniche direttamente utilizzabili nella modellazione numerica.

Per questo motivo, ai fini della modellazione preliminare, è stato adottato per il corpo del cutter un acciaio da bonifica 42CrMo4, numero materiale 1.7225, allo stato bonificato

(+QT). La scelta costituisce una soluzione tecnica rappresentativa, coerente con l'impiego di acciai medio-legati per il corpo della lama.

Questa assunzione è supportata anche da un brevetto dello stesso costruttore, nel quale la lama è descritta come costituita da un corpo in acciaio basso- o medio-legato e da un materiale più resistente all'usura riportato sul bordo attivo [52]. Nel presente modello sono quindi considerate le proprietà del 42CrMo4 relative al corpo del cutter, mentre l'effetto del riporto duro o di eventuali trattamenti superficiali non è incluso nelle analisi elastiche, poiché richiederebbe una modellazione locale specifica del tagliente.

Essendo lo spessore del cutter pari a 50 mm, prossimo al limite di temprabilità a cuore del 42CrMo4 (circa 60 mm con tempra in olio), le proprietà di base sono state riferite alla fascia dimensionale $40 < s \leq 100$ mm dei laminati bonificati (Tabella 3.8); l'incremento di durezza al tagliente è demandato al trattamento superficiale. La scelta definitiva del trattamento termico e dell'eventuale riporto duro dovrà essere verificata in funzione del livello di usura atteso e del certificato del materiale effettivamente adottato [53, 54].

Tabella 3.8: Proprietà preliminari assunte per il 42CrMo4 (1.7225) allo stato bonificato (+QT). Le proprietà elastiche e la densità sono valori tipici riportati da Ovako [55]; i valori resistenziali sono riferiti alla fascia $40 < s \leq 100$ mm della scheda Rodacciai [53].

Proprietà	Simbolo	Valore assunto
Modulo elastico	E	210 GPa
Coefficiente di Poisson	ν	0,30
Modulo di taglio	G	80 GPa
Densità	ρ	7800 kg m^{-3}
Limite di snervamento minimo	$R_{p0,2}$	650 MPa
Resistenza a trazione	R_m	900–1100 MPa
Allungamento minimo	A_5	12 %
Strizione minima	Z	50 %
Resilienza minima ISO-V	KV	35 J

I valori riportati costituiscono la base per la modellazione strutturale del cutter. Per analisi limitate al campo elastico, le proprietà elastiche e la densità sono sufficienti a definire il materiale; per analisi non lineari, verifiche a fatica o studi locali dell'usura è invece necessario introdurre dati ulteriori, tra cui la curva plastica, la durezza effettiva del tagliente e le caratteristiche del trattamento superficiale adottato.

La disposizione assiale degli organi di taglio non è tuttavia definita dal solo spessore dei cutter, ma anche dalla presenza dei distanziali, inseriti tra elementi consecutivi per regolarne il posizionamento assiale, definire il passo della sequenza e determinare gli spazi necessari all'intercalamento tra i due gruppi rotanti.

3.3.3 Distanziali

I distanziali sono gli elementi interposti tra cutter consecutivi lungo l'albero portacoltelli. La loro funzione principale è definire la sequenza assiale del gruppo rotante e mantenere il corretto posizionamento degli utensili. Nel modello sviluppato, i cutter dei due rotori sono

disposti in modo intercalato: ciascun cutter lavora in corrispondenza dello spazio assiale lasciato dai distanziali del rotore opposto.

La documentazione relativa ai ricambi SSI indica che i distanziali collocati tra i cutter contribuiscono alla protezione degli alberi e possono essere sostituiti singolarmente in caso di usura [56]. In letteratura sono inoltre riportate configurazioni con distanziali dotati di foro interno esagonale, impiegati per regolare la spaziatura tra le lame e contribuire alla definizione della zona di taglio [47].

La presenza dei distanziali definisce anche gli spazi assiali nei quali si inseriscono le *cleaning fingers*, componenti fisse della camera di taglio descritte in sottosezione 3.4.3.

La Figura 3.9 mostra le due tipologie impiegate nel modello CAD: il distanziale intermedio, riportato in Figura 3.9a, e il distanziale di estremità, riportato in Figura 3.9b. Il primo è collocato tra cutter consecutivi, mentre il secondo è previsto soltanto sul lato non motore del tratto esagonale, in prossimità del supporto lato libero.

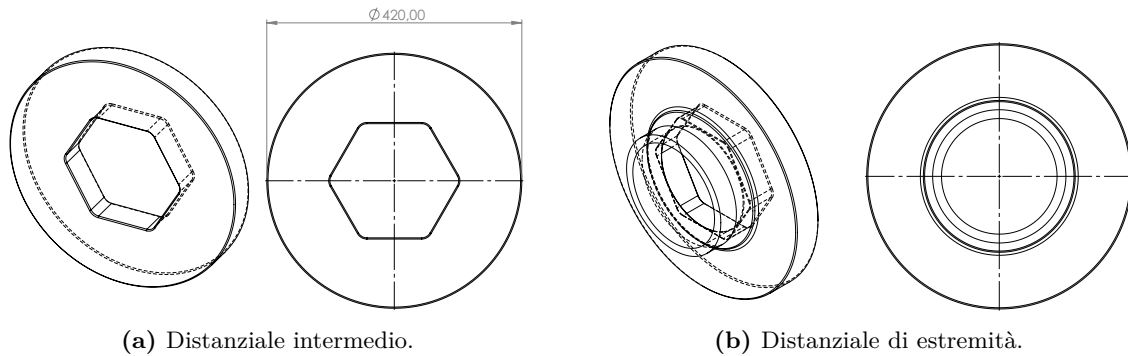


Figura 3.9: Distanziale intermedio e distanziale di estremità impiegati nel gruppo rotante. Entrambi presentano un foro interno esagonale coerente con la geometria dell'albero portacoltelli. Il distanziale di estremità è installato soltanto sul lato non motore della sequenza assiale.

Entrambe le tipologie presentano un foro interno esagonale con distanza tra le facce opposte pari a 188 mm, coerente con la geometria dell'albero e con il foro interno dei cutter. Anche in questo caso il montaggio realizza l'accoppiamento per forma descritto in sottosezione 3.3.1.

Nel modello CAD è stata adottata per i distanziali una larghezza nominale pari a 50 mm, coincidente con lo spessore dei cutter.

La Tabella 3.9 riassume i parametri geometrici principali adottati.

Tabella 3.9: Parametri principali utilizzati per la definizione dei distanziali intermedi e del distanziale di estremità.

Grandezza	Valore	Origine del valore
Larghezza nominale	50 mm	assunzione del modello CAD
Diametro esterno	420 mm	geometria del modello CAD
Distanza tra le facce opposte del foro esagonale	188 mm	coerente con l'albero portacoltelli
Diametro della circonferenza circoscritta del foro esagonale	217,08 mm	derivazione geometrica
Distanziali intermedi	tra cutter consecutivi	configurazione del modello CAD
Distanziale di estremità	presente solo sul lato non motore	configurazione del modello CAD

Materiale dei distanziali. La documentazione pubblicamente disponibile non consente di identificare il materiale effettivamente utilizzato da SSI per i distanziali del *Dual-Shear* M100. Per il modello preliminare è stato pertanto assunto un acciaio 42CrMo4, numero materiale 1.7225, nello stato bonificato (+QT), già adottato per i cutter. Tale scelta semplifica l'assegnazione delle proprietà nel modello numerico.

I distanziali non presentano un tagliente, ma operano in una zona esposta al passaggio del materiale e devono essere considerati componenti soggetti a usura. Nel modello preliminare non è stato introdotto uno specifico trattamento superficiale. Un eventuale approfondimento potrà valutare trattamenti o riporti resistenti all'abrasione in funzione del materiale processato e delle condizioni operative.

Cutter e distanziali definiscono nel loro insieme la configurazione assiale dei due rotori, il passo tra gli organi di taglio e gli spazi necessari all'intercalamento; a partire da tale configurazione sono stati modellati la camera di taglio e i componenti fissi descritti nelle sezioni successive.

3.4 Struttura fissa e camera di taglio

La struttura fissa delimita la zona di lavoro dei rotori, contiene il materiale durante il processo di triturazione e fornisce l'interfaccia di collegamento con il telaio di sostegno. La Figura 3.10 mostra tale configurazione: in particolare, la Figura 3.10a rappresenta la camera di taglio assemblata, mentre la Figura 3.10b riporta la vista esplosa dei principali componenti della struttura di contenimento.

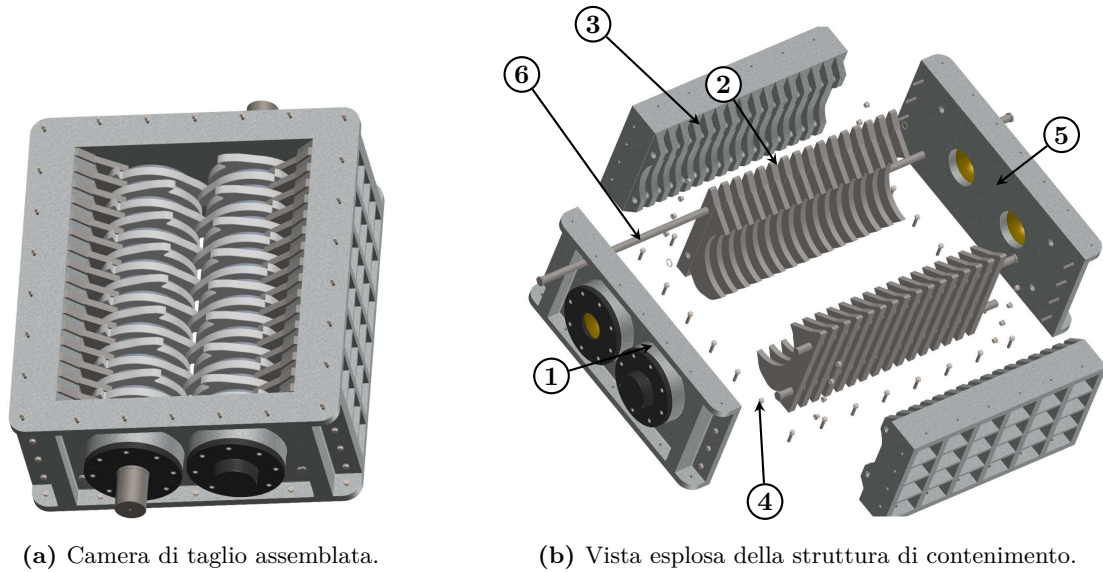


Figura 3.10: Camera di taglio assemblata e vista esplosa della struttura di contenimento. I principali componenti della struttura fissa, indicati in (b), sono: (1) piastra di estremità, (2) cleaning fingers, (3) piastra laterale, (4) Viteria, (5) piastra di estremità, (6) perno

La struttura di contenimento della camera è costituita dalle piastre di estremità, dalle piastre laterali, dalle *cleaning fingers* e dai relativi perni longitudinali di ritegno. Le piastre di estremità chiudono assialmente la camera e integrano le sedi dei supporti degli alberi, mentre le piastre laterali ne delimitano lo sviluppo longitudinale. Le *cleaning fingers*, inserite tra cutter consecutivi, completano la geometria interna della camera.

3.4.1 Piastre di estremità

Le piastre di estremità chiudono assialmente la camera di taglio e si collegano alle piastre laterali della struttura fissa. La loro geometria è condizionata dalla presenza dei due alberi portacoltelli e dalle interfacce necessarie per il montaggio del sistema di supporto.

La Figura 3.11 mostra la piastra di estremità attraverso più viste della stessa tavola CAD. La vista frontale interna alla camera di triturazione è riportata in Figura 3.11(a), la vista della faccia frontale esterna alla camera di triturazione in Figura 3.11(b), il profilo laterale in Figura 3.11(c) e la sezione A-A in Figura 3.11(d). Le due aperture principali sono coassiali agli alberi e presentano un interasse pari a 560 mm, coincidente con quello dei rotori. In corrispondenza di ciascuna apertura è ricavata una sede destinata ad accogliere il relativo cuscinetto. Attorno alle sedi sono inoltre presenti le forature necessarie per il montaggio dei coperchi e per il collegamento con gli altri elementi della camera.

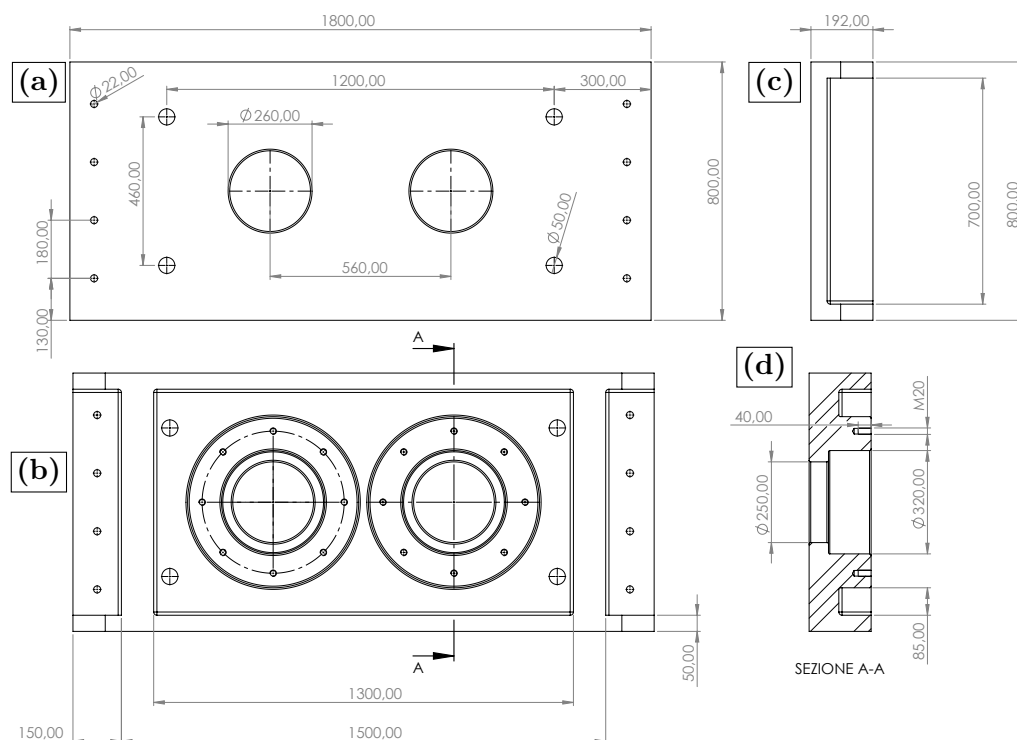


Figura 3.11: Modello CAD della piastra di estremità: vista frontale interna (a), vista frontale esterna (b), profilo laterale (c) e sezione A-A (d).

Le due piastre di estremità condividono la stessa impostazione geometrica, ma si interfacciano con coperchi differenti: un coperchio aperto sul lato motore, per consentire il passaggio dell'estremità dell'albero collegata al sistema di azionamento, e un coperchio chiuso sul lato opposto, con funzione di completamento e protezione del supporto. La geometria dei coperchi è invece descritta nella sezione 3.5, dedicata al sistema di supporto degli alberi.

La Tabella 3.10 riassume le quote principali della piastra di estremità. La tabella riporta soltanto le dimensioni necessarie a descrivere la funzione del componente; le quote complete sono riportate nella relativa messa in tavola.

Tabella 3.10: Principali parametri geometrici adottati per la definizione della piastra di estremità.

Grandezza	Valore	Origine del valore
Ingombro principale della piastra	1800×800 mm	geometria del modello CAD
Interasse delle sedi dei cuscinetti	560 mm	configurazione del gruppo rotante
Diametro delle aperture principali	260 mm	geometria del modello CAD
Spessore nominale della piastra di estremità	40 mm	geometria del modello CAD
Diametri caratteristici delle lavorazioni concentriche	250 mm, 320 mm	geometria del modello CAD
Filettature indicate in corrispondenza delle sedi	M20	geometria del modello CAD

Materiale. Per le piastre di estremità è stato adottato l'acciaio strutturale $S355J2 + N$, conforme alla UNI EN 10025-2 [57]. Il suffisso $+N$ identifica una condizione di fornitura ottenuta mediante normalizzazione o laminazione normalizzante [58].

La scelta è coerente con la funzione del componente, che riceve le reazioni trasmesse dai cuscinetti e le trasferisce agli altri elementi della struttura fissa. A differenza dei cutter, la piastra non svolge una funzione di taglio e non è direttamente esposta all'usura localizzata del bordo attivo degli utensili. Gli acciai strutturali della famiglia considerata sono impiegati anche in applicazioni di ingegneria meccanica e presentano buona saldabilità [58, 59].

Per la piastra di estremità, caratterizzata da uno spessore nominale pari a 40 mm, sono state adottate le proprietà riportate nella Tabella 3.11. I valori resistenziali derivano dalla scheda tecnica SSAB per la fascia $16,01 \leq t \leq 40,00$ mm [60]; le proprietà elastiche e la densità sono valori tipici riportati da Ovako [59].

Tabella 3.11: Proprietà adottate per l'acciaio strutturale $S355J2 + N$. I valori resistenziali sono riferiti alla piastra di estremità con spessore nominale $t = 40$ mm [60]; le proprietà elastiche e la densità sono valori tipici riportati da Ovako [59].

Proprietà	Simbolo	Valore assunto
Modulo elastico	E	210 GPa
Coefficiente di Poisson	ν	0,30
Modulo di taglio	G	80 GPa
Densità	ρ	7800 kg m^{-3}
Limite di snervamento minimo	R_e	345 MPa
Resistenza a trazione	R_m	470–630 MPa
Allungamento minimo	A_5	21 %
Resilienza minima Charpy V a -20°C	KV	27 J

3.4.2 Piastre laterali

Le piastre laterali delimitano longitudinalmente la camera di taglio e collegano le due piastre di estremità. La loro geometria è stata definita in funzione della sequenza assiale di cutter e distanziali, tenendo conto anche della disposizione delle *cleaning fingers* e delle interfacce con la tramoggia, il condotto di scarico e il telaio di sostegno.

La Figura 3.12 mostra il modello CAD della piastra laterale. La superficie rivolta verso la camera presenta una successione regolare di risalti e vani: i vani ospitano le *cleaning fingers*, che si dispongono tra cutter consecutivi e operano in prossimità del profilo esterno dei distanziali, mantenendo il gioco necessario rispetto agli organi rotanti, mentre i risalti contribuiscono a mantenerne il corretto posizionamento rispetto alla sequenza cutter–distanziali.

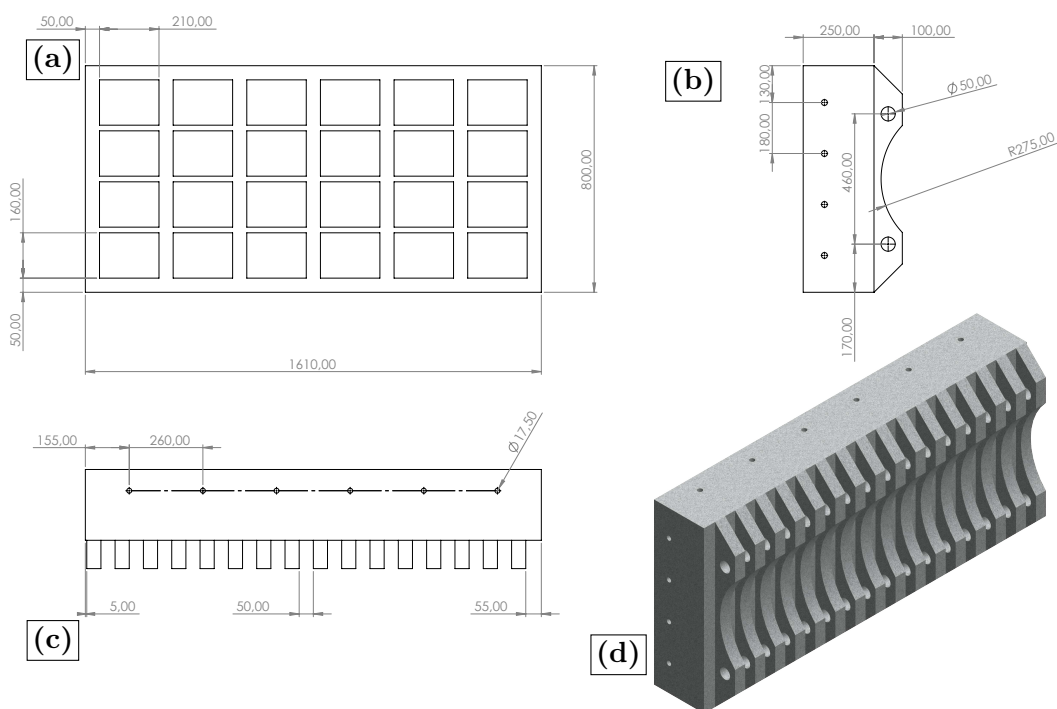


Figura 3.12: Modello CAD della piastra laterale: vista frontale della faccia esterna (a), profilo laterale (b), vista superiore (c) e rappresentazione tridimensionale (d).

La piastra laterale presenta una lunghezza complessiva pari a 1610 mm, superiore di 10 mm alla lunghezza della sequenza cutter–distanziali. Il primo risalto è arretrato di 5 mm rispetto all'estremità della piastra; un margine analogo è presente sul lato opposto. Tale configurazione è coerente con il gioco assiale complessivo già introdotto tra gli elementi rotanti e le pareti della camera.

Nei risalti sono ricavati i passaggi destinati ai due perni longitudinali di ritegno. Nel modello CAD, i perni attraversano la sequenza dei risalti e le *cleaning fingers*, mantenendo tali componenti nella posizione prevista.

La faccia esterna della piastra è irrigidita mediante nervature disposte secondo una maglia rettangolare. Tale soluzione è stata introdotta con l'obiettivo di incrementare la

rigidezza della parete e limitare le deformazioni locali senza ricorrere a un ispessimento uniforme dell'intero componente.

Le forature della piastra laterale definiscono le principali interfacce di collegamento della camera: quelle lungo il bordo superiore permettono il fissaggio alla tramoggia, quelle sul bordo inferiore collegano camera, condotto di scarico e *telaio di base*, mentre le forature presenti alle estremità laterali consentono l'assemblaggio con le piastre di estremità.

La Tabella 3.12 riassume le principali quote adottate nel modello CAD.

Tabella 3.12: Principali parametri geometrici utilizzati per la definizione della piastra laterale.

Grandezza	Valore	Origine del valore
Lunghezza complessiva	1610 mm	geometria del modello CAD
Altezza complessiva	800 mm	geometria del modello CAD
Margine assiale rispetto alla sequenza cutter–distanziali	5 mm per lato	configurazione del modello CAD
Raggio del profilo concavo interno	275 mm	geometria del modello CAD
Diametro dei passaggi per i perni di ritegno	50 mm	geometria del modello CAD
Diametro dei fori passanti superiori e inferiori	17,5 mm	geometria del modello CAD

Materiale. Per le piastre laterali è stato adottato lo stesso acciaio strutturale *S355J2+N* impiegato per le piastre di estremità, conforme alla UNI EN 10025-2 [57]. La scelta consente di mantenere coerente il materiale dei principali elementi della struttura fissa e risulta compatibile con la funzione della piastra, che delimita la camera, collega le piastre di estremità e contribuisce al trasferimento delle azioni verso il telaio.

Per la definizione del materiale nel modello numerico si assumono le proprietà elastiche già riportate nella Tabella 3.11. Poiché la piastra laterale è esposta alla zona di passaggio del materiale, un eventuale sviluppo costruttivo può prevedere rivestimenti sostituibili nelle aree maggiormente soggette ad abrasione.

3.4.3 *Cleaning fingers*, perni longitudinali di ritegno e anelli elastici

Le *cleaning fingers* sono elementi sagomati disposti tra cutter consecutivi e in prossimità della superficie esterna dei distanziali. La loro funzione principale è limitare l'accumulo di materiale tra gli utensili e ridurre l'avvolgimento attorno agli alberi. La documentazione SSI segnala inoltre che, in applicazioni caratterizzate da elevate flessioni degli alberi, tali componenti possono contribuire al contenimento degli spostamenti locali del gruppo rotante, senza tuttavia sostituire il sistema di supporto principale; componenti analoghi montati sulle pareti laterali della camera sono impiegati anche per agevolare lo scarico del materiale triturato [56, 61].

Nel modello CAD le *cleaning fingers* sono componenti distinti dalle piastre laterali. Ciascun elemento viene inserito negli alloggiamenti ricavati nella struttura della camera e presenta un profilo concavo che segue parzialmente la superficie esterna del distanziale,

mantenendo il gioco necessario a evitare il contatto durante il funzionamento. Il componente appartiene quindi alla struttura fissa della camera e rimane fermo rispetto ai gruppi rotanti.

La Figura 3.13 mostra il modello CAD della singola *cleaning finger*. Il componente presenta un profilo concavo sagomato in prossimità del distanziale e due fori ricavati nella porzione rettilinea per il passaggio dei perni longitudinali di ritegno. Le principali quote geometriche sono riportate nella Tabella 3.13.

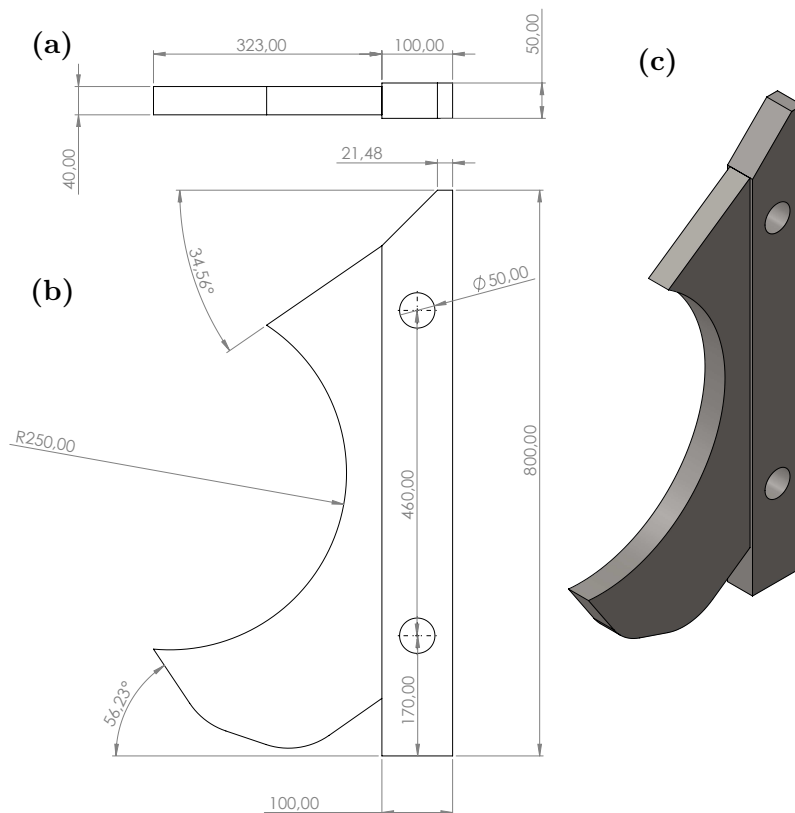


Figura 3.13: Modello CAD della singola *cleaning finger*: (a) vista dall'alto; (b) vista laterale; (c) vista assonometrica. Il profilo concavo segue parzialmente la superficie esterna del distanziale, mentre i due fori ricavati nella porzione rettilinea consentono il passaggio dei perni longitudinali di ritegno.

Tabella 3.13: Principali parametri geometrici utilizzati per la definizione della singola *cleaning finger*. Le quote riportate derivano dalla geometria del modello CAD.

Grandezza	Valore
Altezza complessiva	800 mm
Spessore nominale	50 mm
Raggio del profilo concavo	250 mm
Diametro dei fori per i perni di ritegno	50 mm
Interasse verticale dei fori	460 mm
Larghezza della porzione rettilinea posteriore	100 mm

La soluzione adottata nel modello prevede quattro perni passanti disposti lungo la

direzione longitudinale della camera, parallelamente agli assi degli alberi portacoltelli. Due perni sono associati a ciascuna piastra laterale, rispettivamente in posizione superiore e inferiore. Attraversando longitudinalmente la sequenza delle *cleaning fingers*, i perni mantengono tali elementi negli alloggiamenti ricavati nelle piastre laterali.

La Figura 3.14 mostra il modello CAD e le quote principali del singolo perno. Il componente presenta un corpo cilindrico con diametro nominale pari a 50 mm e una testa di battuta a un'estremità. Sul lato opposto è ricavata una gola anulare destinata al montaggio dell'anello elastico.

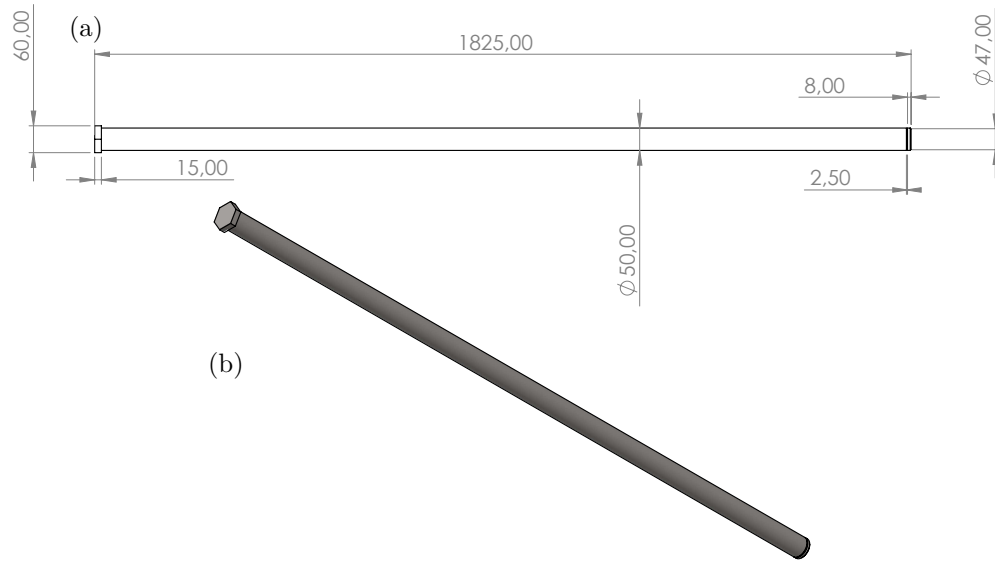


Figura 3.14: Modello CAD e quote principali del perno passante longitudinale impiegato per il ritegno delle *cleaning fingers*: (a) vista laterale quotata; (b) vista assonometrica del modello CAD.

A ciascun perno è associato un anello elastico per alberi secondo DIN 471, comunemente indicato come anello Seeger. L'anello viene inserito nella gola terminale del perno: la testa realizza la battuta su un lato della camera, mentre l'anello elastico impedisce lo sfilamento assiale sul lato opposto. Gli anelli elastici non agiscono quindi direttamente sulle *cleaning fingers*, ma assicurano il mantenimento in sede dei perni che le attraversano.

L'orientamento dei perni è alternato. Osservando una delle due piastre di estremità, su ciascun lato della camera risultano visibili la testa di uno dei due perni e l'anello elastico dell'altro. Osservando la piastra di estremità opposta, la disposizione risulta invertita. La configurazione evita di concentrare tutti gli organi di chiusura sul medesimo lato della camera.

La Tabella 3.14 riassume le principali quote del perno.

Tabella 3.14: Principali parametri geometrici utilizzati per la definizione dei perni longitudinali di ritegno. Le quote riportate derivano dalla geometria del modello CAD.

Grandezza	Valore
Numero complessivo di perni	4
Lunghezza complessiva del perno	1825 mm
Diametro nominale del corpo cilindrico	50 mm
Diametro della testa di battuta	60 mm
Spessore della testa di battuta	15 mm
Diametro al fondo della gola terminale	47 mm
Larghezza della gola terminale	2,5 mm
Lunghezza del tratto terminale	8 mm

Materiale delle *cleaning fingers*. Per le *cleaning fingers* è stato adottato l'acciaio da bonifica 42CrMo4, numero materiale 1.7225, allo stato bonificato (+QT). La scelta costituisce un'ipotesi progettuale del caso di studio, non essendo il materiale di tali componenti specificato nella documentazione pubblica del costruttore. L'assunzione è tuttavia coerente con soluzioni industriali in cui componenti analoghi, quali cutter, distanziali, *cleaning fingers* e alberi, sono realizzati in acciaio AISI 4140 trattato termicamente [62]. La scheda tecnica Rodacciai riporta inoltre il grado AISI 4140 tra le corrispondenze approssimative del 42CrMo4 (1.7225) [53].

La scelta risulta inoltre compatibile con la funzione del componente. Le *cleaning fingers* operano in prossimità del flusso di materiale triturato e sono potenzialmente soggette ad abrasione, urti e azioni locali. Per lo spessore nominale pari a 50 mm, sono state adottate le proprietà riportate nella Tabella 3.15.

Tabella 3.15: Proprietà adottate per l'acciaio da bonifica 42CrMo4 (1.7225) allo stato bonificato (+QT). I valori resistenziali sono riferiti alla fascia dimensionale $40 < s \leq 100$ mm della scheda Rodacciai [53]; le proprietà elastiche e la densità sono valori tipici riportati da Ovako [55].

Proprietà	Simbolo	Valore assunto
Modulo elastico	E	210 GPa
Coefficiente di Poisson	ν	0,30
Modulo di taglio	G	80 GPa
Densità	ρ	7800 kg m^{-3}
Limite di snervamento minimo	$R_{p0,2}$	650 MPa
Resistenza a trazione	R_m	900–1100 MPa
Allungamento minimo	A_5	12 %
Strizione minima	Z	50 %
Resilienza minima ISO-V	KV	35 J

Materiale dei perni e degli anelli elastici. Per i perni longitudinali di ritegno è stato adottato il medesimo acciaio da bonifica 42CrMo4 (1.7225) allo stato bonificato (+QT).

Il diametro nominale dei perni, pari a 50 mm, ricade nella medesima fascia dimensionale considerata per le *cleaning fingers*; possono quindi essere assunte le proprietà riportate nella Tabella 3.15.

Gli anelli elastici sono componenti commerciali per alberi secondo DIN 471, in esecuzione pesante, con dimensione nominale 50×3 mm. Per tali componenti è stato adottato un acciaio al carbonio per molle, coerente con la documentazione tecnica relativa agli anelli elastici commerciali [63, 64].

3.5 Sistema di supporto degli alberi

3.5.1 Cuscinetti e configurazione dei vincoli

Ciascun albero portacoltelli è sostenuto, in corrispondenza delle due piastre di estremità, mediante due cuscinetti orientabili a rulli SKF 23236 CC/W33. Nel modello CAD sono pertanto presenti quattro cuscinetti della medesima tipologia. Il componente selezionato presenta due corone di rulli e una pista sferica comune ricavata nell'anello esterno. Tale geometria permette di tollerare disallineamenti angolari fra l'asse dell'albero e l'asse della sede, eventualmente associati anche alla deformazione flessionale dell'albero. La tipologia è inoltre adatta a sostenere carichi radiali elevati e componenti assiali agenti in entrambe le direzioni [65].

Il cuscinetto presenta un foro cilindrico con diametro nominale pari a 180 mm. Nel modello CAD il componente è montato direttamente sulla relativa sede cilindrica dell'albero. Il suffisso W33 identifica la presenza di una gola anulare e di tre fori di lubrificazione ricavati nell'anello esterno [65]. Tale caratteristica predispone il componente alla rilubrificazione; la scelta del lubrificante e la definizione del relativo sistema di alimentazione richiedono una valutazione separata.

I principali dati dimensionali e prestazionali di catalogo sono riportati nella Tabella 3.16.

Tabella 3.16: Principali dati dimensionali e prestazionali del cuscinetto orientabile a rulli SKF 23236 CC/W33 [66].

Grandezza	Simbolo	Valore
Diametro interno	d	180 mm
Diametro esterno	D	320 mm
Larghezza	B	112 mm
Carico dinamico di base	C	1557 kN
Carico statico di base	C_0	2120 kN
Limite di carico a fatica	P_u	186 kN
Velocità di riferimento	–	1300 giri/min
Velocità limite	–	1900 giri/min
Massa	–	38,2 kg

La disposizione dei supporti è stata definita secondo una configurazione localizzato–non localizzato (*locating/non-locating*). Il supporto assialmente localizzato vincola assialmente

l'albero e trasferisce alla struttura le eventuali azioni assiali esterne. Il supporto non localizzato consente invece di compensare le differenze di distanza tra le sedi, dovute alle tolleranze di fabbricazione e alle variazioni dimensionali associate alla temperatura di esercizio [67].

Nel caso di un cuscinetto orientabile a rulli convenzionale, la compensazione dello spostamento assiale non avviene internamente al cuscinetto, ma richiede lo scorrimento di uno degli anelli rispetto alla sede; normalmente tale funzione è affidata all'anello esterno [67].

La Figura 3.15 mostra la sezione longitudinale dei supporti previsti alle due estremità dell'albero portacoltelli. Il lato azionamento è rappresentato a sinistra, mentre il lato non azionamento è rappresentato a destra. Nel modello CAD la localizzazione assiale è affidata al supporto posto sul lato azionamento; sul lato opposto è stata invece predisposta la possibilità di traslazione dell'anello esterno nella sede ricavata nella piastra di estremità.

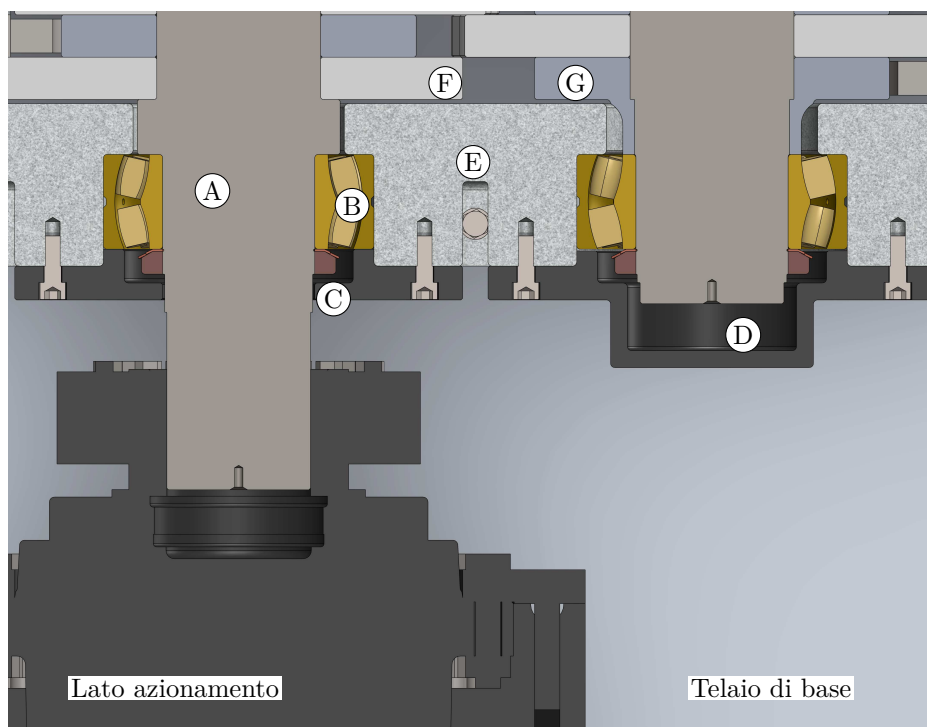


Figura 3.15: Sezione longitudinale dei supporti dell'albero portacoltelli (vista dall'alto): (A) albero portacoltelli; (B) cuscinetto; (C) coperchio aperto; (D) coperchio chiuso; (E) piastra di estremità; (F) cutter; (G) distanziale. A sinistra è mostrato il supporto sul lato azionamento; a destra il supporto sul lato opposto, con gioco assiale tra anello esterno e coperchio chiuso.

Sul lato di azionamento, visibile a sinistra nella Figura 3.15, l'anello interno è bloccato assialmente fra lo spallamento dell'albero e il gruppo costituito dalla rosetta di sicurezza e dalla ghiera di bloccaggio. L'anello esterno è invece arrestato dalla battuta ricavata nella sede e dal coperchio aperto, attraverso il quale l'albero prosegue verso il motoriduttore. Il supporto svolge pertanto la funzione di localizzazione assiale dell'albero.

Sul lato non azionamento, riportato a destra nella Figura 3.15, l'anello interno è bloccato assialmente fra il distanziale di estremità e il gruppo costituito dalla rosetta di sicurezza e dalla ghiera di bloccaggio. L'anello esterno è accostato alla battuta interna della sede e

presenta, in configurazione nominale, un gioco assiale pari a 2 mm rispetto al coperchio chiuso. È stata così predisposta una corsa assiale verso l'esterno, necessaria per accomodare l'allungamento relativo dell'albero senza introdurre un secondo vincolo assiale.

Ai fini della determinazione delle proprietà di massa dell'assieme, al modello CAD del cuscinetto è stato assegnato un acciaio per cuscinetti equivalente, con proprietà assunte pari a quelle del 100Cr6 (1.3505).

3.5.2 Coperchi dei supporti

La chiusura delle sedi dei cuscinetti è completata mediante due coperchi flangiati, differenziati in funzione della posizione lungo l'albero portacoltelli. I coperchi sono fissati alle piastre di estremità mediante una corona di otto fori lamati, distribuiti sulla flangia esterna e predisposti per viti M20 a testa cilindrica.

Sul lato azionamento è stato introdotto il coperchio aperto mostrato nella Figura 3.16. L'apertura centrale consente la prosecuzione dell'albero verso il motoriduttore. Il componente vincola assialmente l'anello esterno del cuscinetto sul lato esterno della sede; insieme alla battuta ricavata nella piastra di estremità, contribuisce quindi alla localizzazione assiale del supporto.

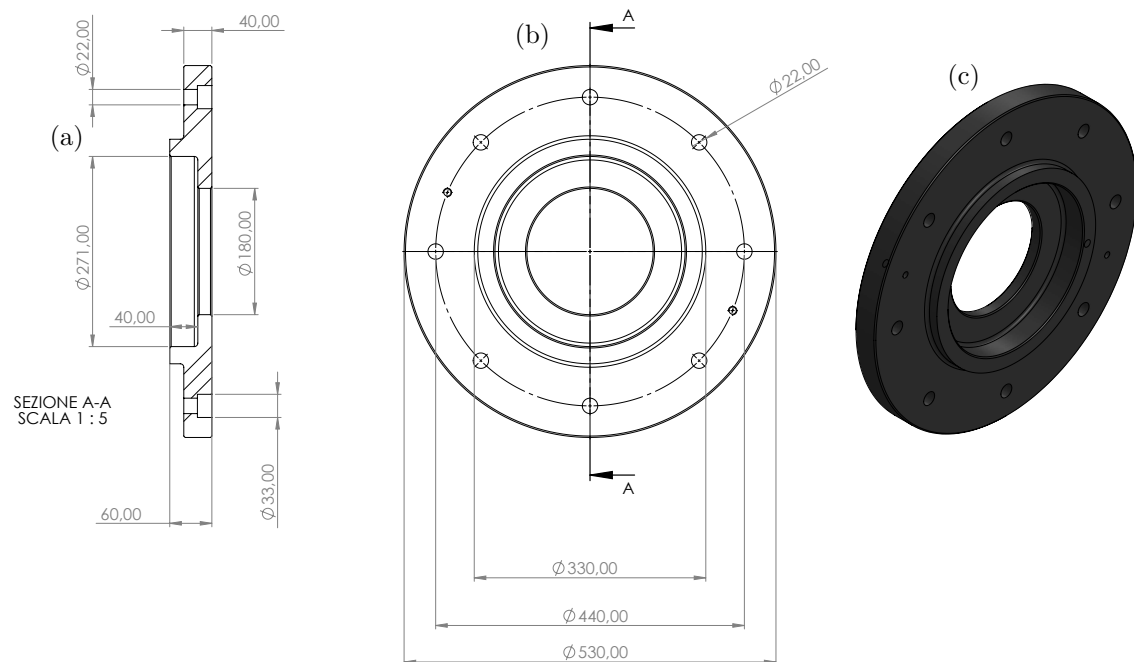


Figura 3.16: Modello CAD del coperchio aperto collocato sul lato azionamento: (a) vista laterale sezionata; (b) vista frontale; (c) vista assonometrica. Il foro centrale consente la prosecuzione dell'albero verso il motoriduttore, mentre la flangia esterna presenta otto fori lamati per il collegamento alla piastra di estremità.

Sul lato non azionamento, è stato invece previsto il coperchio chiuso, rappresentato nella Figura 3.17. Il componente completa la chiusura della sede e protegge la zona terminale dell'albero. La differenza fra le due geometrie riflette pertanto la diversa funzione richiesta

alle estremità del gruppo rotante: sul lato azionamento deve essere garantito il passaggio dell'albero, mentre sul lato opposto è possibile chiudere completamente il supporto.

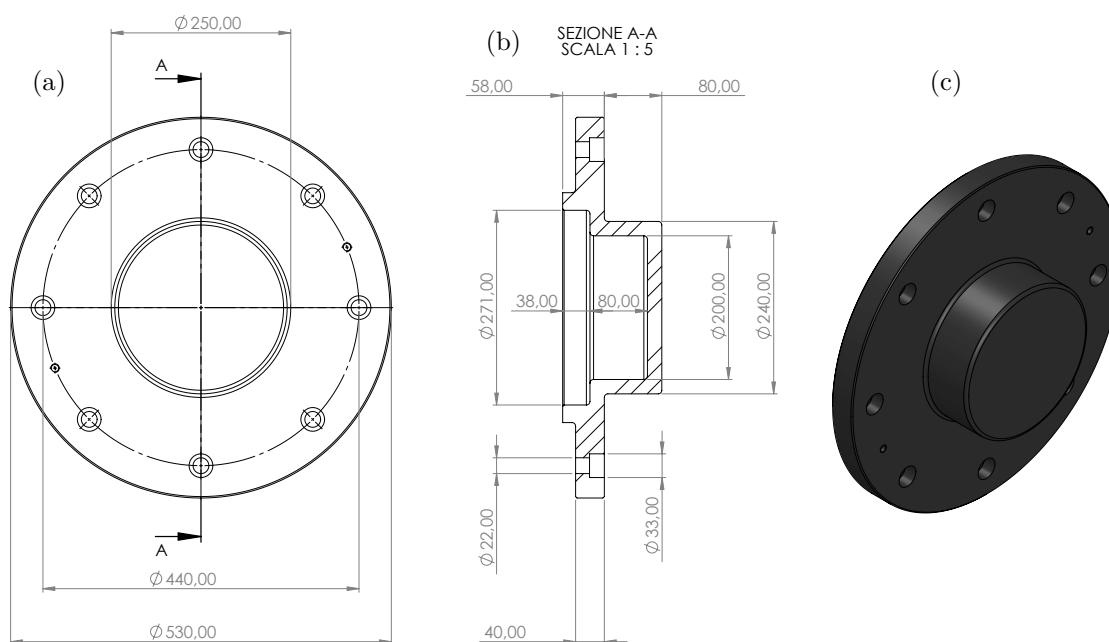


Figura 3.17: Modello CAD del coperchio chiuso collocato sul lato non azionamento: (a) vista frontale; (b) vista laterale sezionata; (c) vista assonometrica. Il componente completa la chiusura della sede del cuscinetto e protegge l'estremità dell'albero portacoltelli.

I due coperchi sono stati realizzati come componenti flangiati separati, ricavati da piastra e successivamente lavorati sulle superfici funzionali e sui fori di collegamento. Per entrambi è stato adottato l'acciaio strutturale S355JR (1.0045), conforme alla norma EN 10025-2.

La scelta è coerente con la funzione dei componenti e con soluzioni industriali analoghe: per supporti destinati ad applicazioni gravose, SKF documenta l'impiego di coperchi terminali bullonati realizzati in piastra di acciaio dolce [68]. L'acciaio S355JR costituisce la specifica progettuale adottata per il presente modello.

Le principali proprietà attribuite al materiale sono riportate nella Tabella 3.17.

Tabella 3.17: Principali proprietà dell'acciaio strutturale S355JR (1.0045) adottato per i coperchi dei supporti. Le proprietà resistenziali dipendono dallo spessore nominale del prodotto [69, 70].

Proprietà	Simbolo	Valore
Densità	ρ	7850 kg/m ³
Modulo elastico	E	210 GPa
Coefficiente di Poisson	ν	0,30
Modulo di taglio	G	81 GPa
Coefficiente di dilatazione termica lineare	α	$12 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
Tensione minima di snervamento per $t \leq 16 \text{ mm}$	$R_{eH,\min}$	355 MPa
Tensione minima di snervamento per $16 \text{ mm} < t \leq 40 \text{ mm}$	$R_{eH,\min}$	345 MPa
Tensione minima di snervamento per $40 \text{ mm} < t \leq 63 \text{ mm}$	$R_{eH,\min}$	335 MPa
Resistenza a trazione per $t \leq 100 \text{ mm}$	R_m	da 470–630 MPa
Resilienza minima a 20 °C	KV	27 J

3.5.3 Ghiere, rosette di sicurezza e tenuta V-ring

Il bloccaggio assiale degli anelli interni dei cuscinetti è realizzato mediante ghiera SKF KM 36 e rosette di sicurezza SKF MB 36. La Figura 3.18 mostra i modelli CAD dei due componenti commerciali.

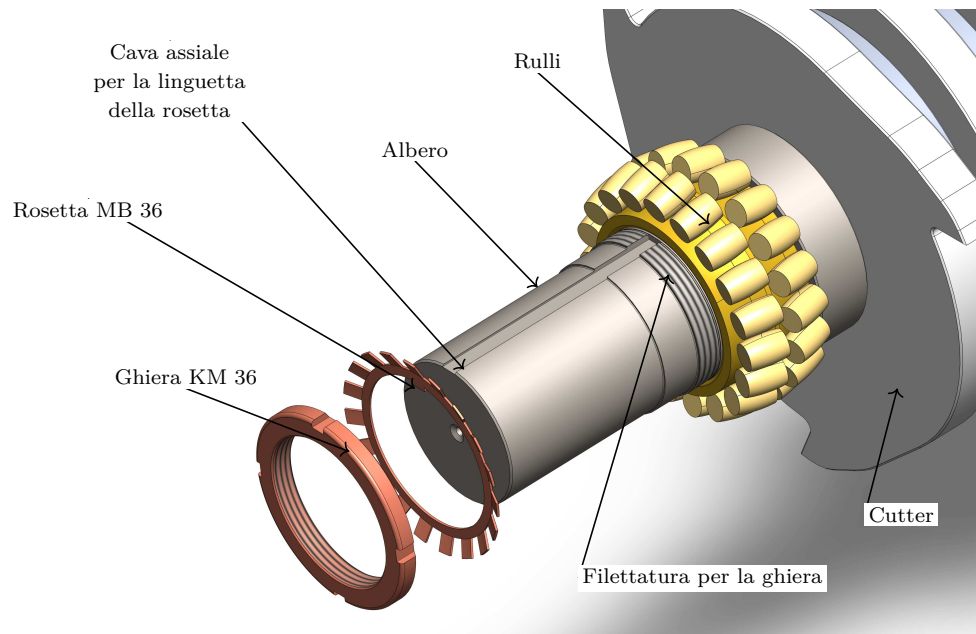


Figura 3.18: Modelli CAD della ghiera di bloccaggio SKF KM 36 e della rosetta di sicurezza SKF MB 36 impiegate per il ritegno assiale dell'anello interno del cuscinetto sull'albero. Sono inoltre evidenziati i principali elementi geometrici e funzionali dell'assieme: filettatura di estremità, spallamento dell'albero, rulli del cuscinetto, anello interno, distanziale e cutter.

La ghiera SKF KM 36 presenta una filettatura metrica M180×3, un diametro esterno pari a 230 mm e una larghezza pari a 27 mm. Il componente è avvitato sul tratto filettato

dell'albero e mantiene l'anello interno del cuscinetto accostato allo spallamento o al distanziale di estremità, in funzione del lato considerato [71].

La rosetta SKF MB 36 è interposta fra la ghiera e l'anello interno del cuscinetto. La linguetta interna della rosetta impegna la cava longitudinale ricavata nel tratto filettato dell'albero; dopo il serraggio della ghiera, una delle linguette esterne viene piegata all'interno di una scanalatura della ghiera KM 36. Il sistema impedisce l'allentamento accidentale della ghiera durante l'esercizio [72, 73].

Le principali dimensioni dei due componenti sono riportate nella Tabella 3.18.

Tabella 3.18: Principali dimensioni dei componenti SKF impiegati per il bloccaggio assiale dell'anello interno del cuscinetto [71, 72].

Componente	Grandezza	Valore
KM 36	Filettatura	M180 $\times$ 3
KM 36	Diametro esterno	230 mm
KM 36	Larghezza	27 mm
MB 36	Diametro interno	180 mm
MB 36	Diametro esterno	242 mm
MB 36	Spessore	2,5 mm
MB 36	Larghezza della linguetta interna	20 mm

Sul lato azionamento è stata inoltre introdotta una tenuta assiale V-ring SKF 180 VA V. Nella designazione selezionata, 180 indica il diametro nominale dell'albero in millimetri, VA identifica la geometria della tenuta, caratterizzata da una sezione standard con faccia posteriore dritta, mentre il suffisso V indica il materiale del labbro, realizzato in gomma fluorurata FKM. Il componente è adatto a diametri dell'albero compresi tra 175 mm e 185 mm e presenta una larghezza nominale pari a 14,5 mm [74, 75].

La tenuta è realizzata interamente in elastomero e aderisce elasticamente all'albero, ruotando solidalmente con esso. Il labbro lavora assialmente contro la controfaccia stazionaria ricavata nel coperchio aperto e contribuisce a limitare l'ingresso di contaminanti nella zona del supporto. La disposizione complessiva dei componenti descritti è mostrata in Figura 3.19.

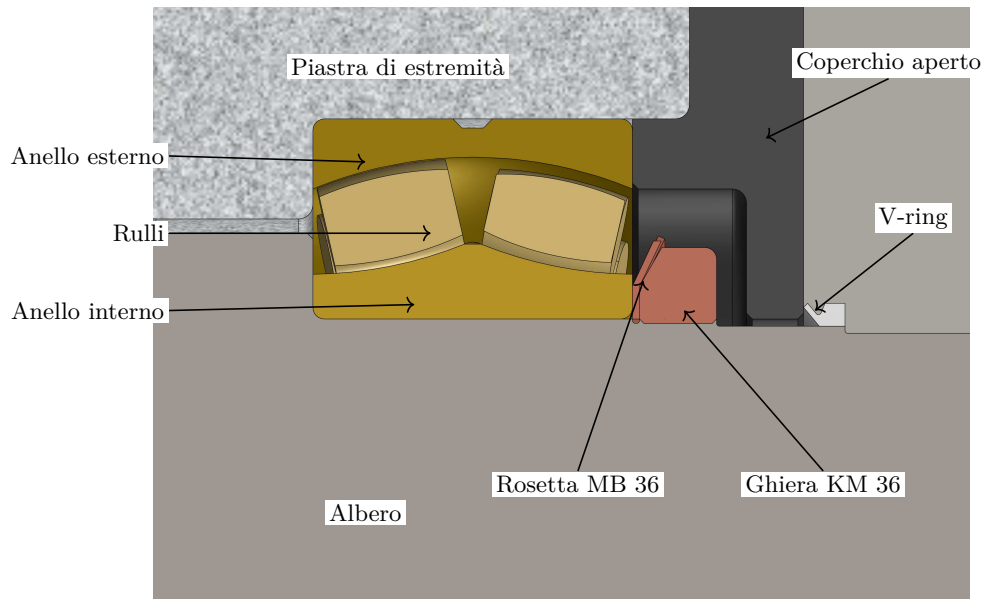


Figura 3.19: Sezione del modello CAD del supporto lato azionamento, con indicazione dei principali componenti e della tenuta V-ring SKF 180 VA V.

3.6 Sistema di alimentazione e scarico

Il percorso del materiale all'interno della macchina è definito dalla tramoggia di alimentazione, dal condotto di scarico e dal contenitore di raccolta. La tramoggia convoglia il materiale verso la camera di triturazione, mentre il condotto raccoglie il materiale in uscita dalla zona di interazione fra i rotori e lo indirizza verso il contenitore.

3.6.1 Tramoggia di alimentazione

La tramoggia di alimentazione è collocata superiormente rispetto alla camera di triturazione e costituisce l'interfaccia attraverso la quale viene introdotto il materiale da trattare. Oltre a convogliare il materiale verso i due alberi portacoltelli, il componente contribuisce a delimitare la zona di alimentazione e a contenere eventuali frammenti movimentati durante il processo. La Figura 3.20 mostra il modello CAD del componente, con il corpo convergente, la flangia inferiore di collegamento alla camera e le nervature di irrigidimento.

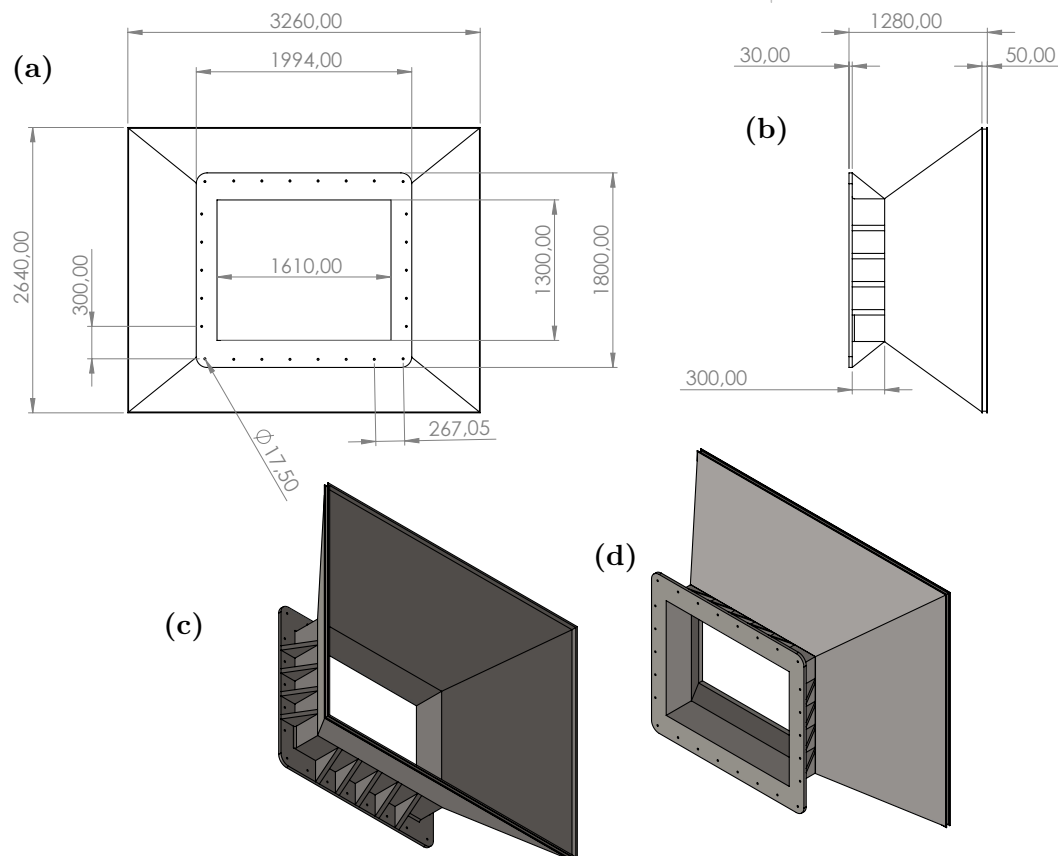


Figura 3.20: Modello CAD della tramoggia di alimentazione: (a) vista dal basso; (b) vista laterale; (c) vista assonometrica dall'alto; (d) vista assonometrica dal basso.

Nel modello CAD la tramoggia presenta una sezione superiore pari a $3260 \text{ mm} \times 2640 \text{ mm}$. Le pareti inclinate riducono progressivamente l'area di passaggio fino all'apertura inferiore, raccordata con il vano interno della camera di triturazione.

L'apertura inferiore presenta dimensioni pari a $1610 \text{ mm} \times 1300 \text{ mm}$. Tale geometria riprende la sezione interna della camera e consente di convogliare il materiale direttamente verso i due gruppi rotanti, evitando discontinuità significative lungo il percorso di alimentazione.

La tramoggia è collegata alla camera mediante una flangia inferiore con dimensioni esterne pari a $1994 \text{ mm} \times 1800 \text{ mm}$. L'ingombro della flangia coincide con quello della parte superiore della camera di triturazione, definito dalle piastre di estremità e dalle piastre laterali. I fori di collegamento sono distribuiti lungo il perimetro della flangia e consentono il fissaggio diretto della tramoggia alla struttura della camera mediante collegamenti bullonati.

La zona di raccordo fra il corpo convergente e la flangia inferiore è irrigidita mediante nervature triangolari. Gli irrigidimenti sono stati introdotti per limitare le deformazioni locali dell'interfaccia e migliorare la rigidità della zona di collegamento, soggetta al peso proprio della tramoggia e alle azioni associate al caricamento del materiale.

Tabella 3.19: Principali dimensioni geometriche della tramoggia di alimentazione modellata nel CAD.

Grandezza	Valore
Ingombro della sezione superiore	3260 mm × 2640 mm
Apertura interna in corrispondenza della camera di triturazione	1610 mm × 1300 mm
Lunghezza del tratto attivo dei rotori	1600 mm
Gioco laterale complessivo rispetto al tratto attivo dei rotori	10 mm
Dimensioni esterne della flangia inferiore	1994 mm × 1800 mm
Altezza del tratto convergente	1280 mm
Altezza del tratto terminale di raccordo	300 mm
Diametro dei fori di collegamento	17,5 mm

La tramoggia svolge anche una funzione di contenimento passivo. Le pareti limitano la dispersione dei frammenti e aumentano la distanza fra la zona di carico e gli organi di taglio.

Il corpo della tramoggia, la flangia inferiore e le nervature sono stati modellati in acciaio strutturale S355JR (1.0045), conforme alla norma EN 10025-2. Il materiale è adatto alla realizzazione di componenti ricavati da lamiera o piastra, saldati e collegati mediante giunzioni bullonate [76].

3.6.2 Condotto di scarico e contenitore di raccolta

Il condotto di scarico è collocato inferiormente rispetto alla camera di triturazione e riceve il materiale che attraversa la zona di interazione fra i due gruppi rotanti. Il componente consente il convogliamento per gravità verso il sistema di raccolta posto a valle della macchina.

Nel modello CAD, il condotto è stato rappresentato come un componente separato, collegato alla parte inferiore della camera mediante una flangia bullonata. La geometria presenta quattro pareti inclinate che raccordano l'apertura superiore, posta in corrispondenza della camera di triturazione, con un'apertura inferiore di dimensioni ridotte. Tale configurazione consente di indirizzare il materiale triturato verso il contenitore di raccolta e di limitare la dispersione dei frammenti durante la caduta.

La flangia ha spessore pari a 15 mm e presenta una serie di fori passanti disposti lungo il perimetro, con diametro pari a 22 mm, compatibili con il collegamento mediante viti M20. Le pareti inclinate hanno spessore pari a 9,40 mm. Il collegamento bullonato permette di mantenere lo scarico separabile dalla camera, agevolando il montaggio e gli eventuali interventi di manutenzione. Il modello CAD del condotto di scarico è riportato in Figura 3.21.

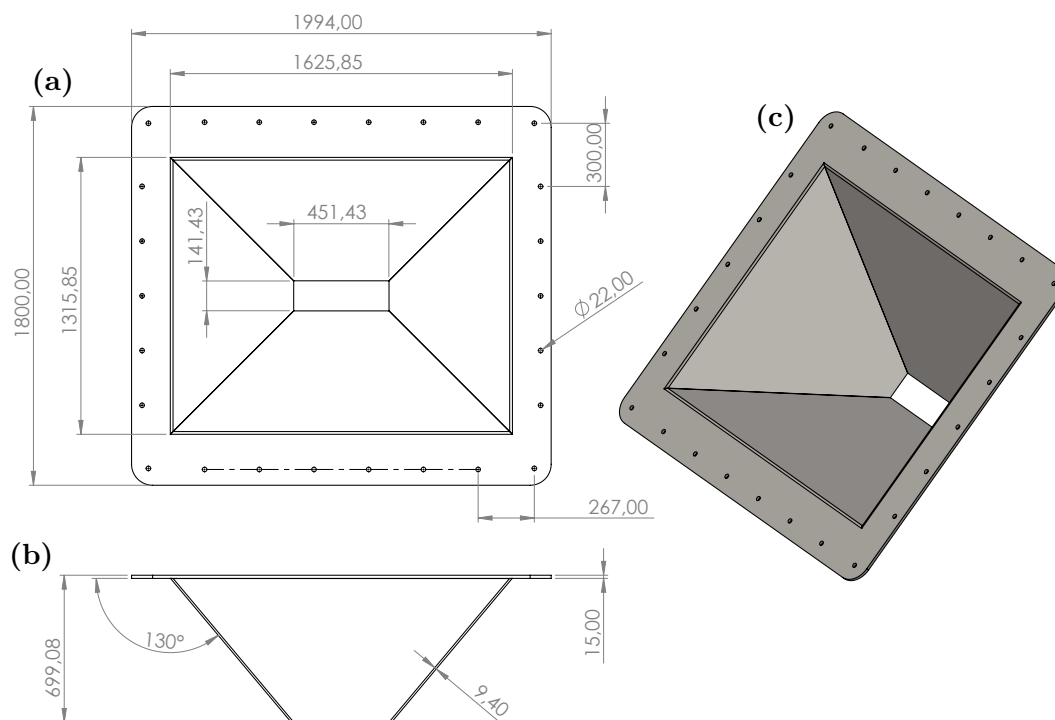


Figura 3.21: Modello CAD del condotto di scarico: (a) vista in pianta; (b) vista laterale; (c) vista assonometrica.

Le principali dimensioni geometriche sono riepilogate nella Tabella 3.20.

Tabella 3.20: Principali dimensioni geometriche del condotto di scarico modellato nel CAD.

Grandezza	Valore
Dimensioni esterne della flangia superiore	1994 mm × 1800 mm
Apertura interna superiore	1625,85 mm × 1315,85 mm
Apertura inferiore di scarico	451,43 mm × 141,43 mm
Altezza complessiva	699,08 mm
Spessore della flangia	15 mm
Spessore delle pareti	9,40 mm
Diametro dei fori di collegamento	22 mm
Angolo tra flangia e parete inclinata	130°

La geometria del condotto di scarico deve consentire l'evacuazione del materiale senza generare accumuli persistenti o intasamenti. L'adeguatezza della sezione di scarico dipende dalla pezzatura in uscita dai rotori, dalla forma dei frammenti, dalla portata e dalle caratteristiche del materiale trattato.

Per il condotto di scarico e per la flangia superiore è stato adottato, in via preliminare, l'acciaio strutturale S355JR (1.0045), conforme alla norma EN 10025-2. La scelta è coerente con una realizzazione mediante lamiera e piastra lavorata, con collegamenti saldati e bullonati.

A valle dello scarico è stato collocato un contenitore rimovibile di raccolta, mostrato nella Figura 3.22. Il materiale triturato, convogliato dalle pareti inclinate, cade al suo interno per gravità. Il contenitore completa il percorso di scarico e consente la rimozione periodica del materiale accumulato, senza prevedere, nella configurazione considerata, un sistema di trasporto continuo.

Per il contenitore è stata assunta una realizzazione in lamiera di acciaio zincato a caldo.

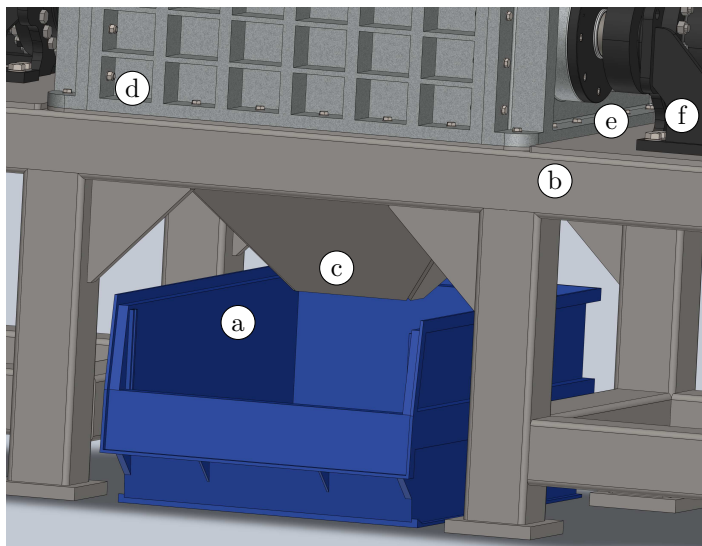


Figura 3.22: Modello CAD del contenitore rimovibile collocato a valle del condotto di scarico: (a) contenitore di raccolta; (b) telaio di base; (c) condotto di scarico; (d) piastra laterale; (e) piastra di estremità; (f) motoriduttore. Il contenitore raccoglie il materiale triturato convogliato per gravità dalle pareti inclinate.

In caso di integrazione della macchina in una linea di trattamento continuo, il contenitore può essere sostituito da un nastro trasportatore o da un diverso sistema di evacuazione del materiale.

3.7 Telaio di base e sistema di azionamento

Il modello comprende un telaio di base destinato a sostenere la camera di triturazione e un gruppo motoriduttore impiegato per l'azionamento degli alberi. I due sottosistemi sono trattati separatamente poiché svolgono funzioni differenti: il telaio definisce l'interfaccia fra la macchina e il piano di installazione, mentre il gruppo motoriduttore fornisce la coppia necessaria al moto dei rotori.

3.7.1 Telaio di base

Il telaio di base costituisce la struttura portante dello shredder e svolge la funzione di sostenere il gruppo di triturazione e i sottosistemi ausiliari, trasferendo al piano di installazione il peso proprio della macchina e le azioni meccaniche generate durante il funzionamento. Nel modello CAD esso è stato sviluppato come una struttura saldata rialzata, così da lasciare libero il volume inferiore necessario al passaggio del materiale in uscita dalla camera di triturazione.

Dal punto di vista costruttivo, il telaio è formato da montanti verticali, travi longitudinali superiori, traversi inferiori e irrigidimenti locali. La struttura principale è completata da una serie di elementi di rinforzo disposti secondo una configurazione di tipo reticolare, introdotti per aumentare la rigidità del complesso e migliorare la distribuzione dei carichi tra la zona superiore di appoggio e i piedi di sostegno.

Nella parte superiore del telaio sono presenti due piastre laterali rialzate, disposte ai lati della maglia strutturale centrale. Tali piastre costituiscono le superfici di appoggio dei gruppi di azionamento e trasferiscono i relativi carichi alle travature reticolari sottostanti. Ciascuna piastra è sostenuta dalla travatura esterna e da una linea interna di appoggio, condivisa con la zona di sostegno delle piastre di estremità della camera di triturazione. Il modello CAD del telaio è riportato in Figura 3.23.

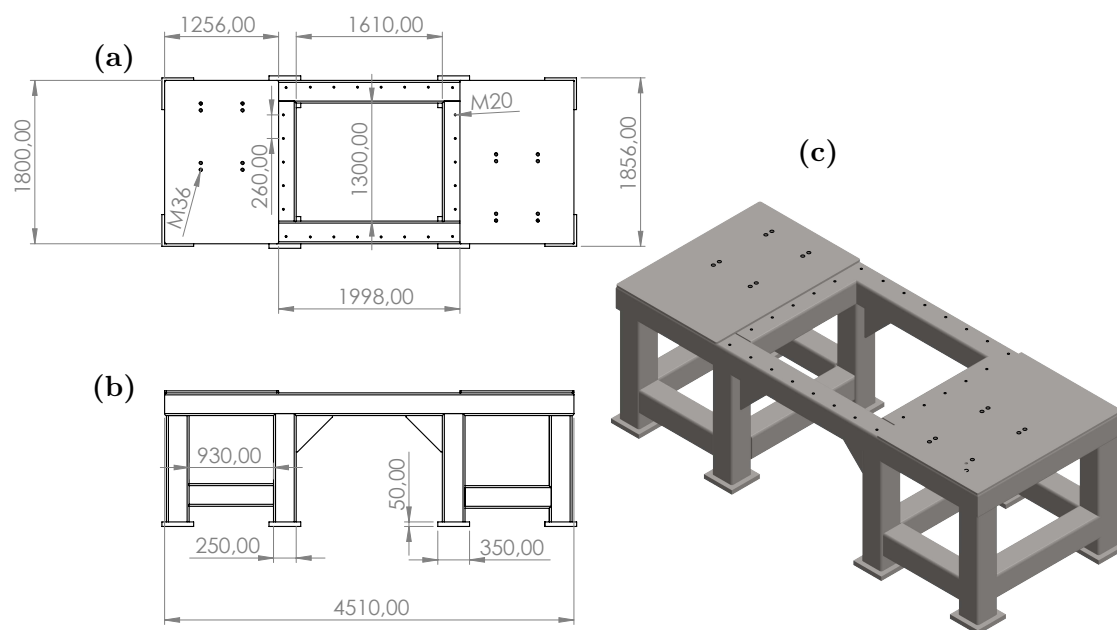


Figura 3.23: Modello CAD del telaio di base: (a) vista in pianta; (b) vista laterale; (c) vista assometrica.

La porzione centrale del telaio è invece destinata al sostegno del gruppo di triturazione. La camera è collocata superiormente rispetto alla maglia strutturale centrale, mentre il condotto di scarico è collegato alla parte inferiore della camera e attraversa l'apertura lasciata libera nel telaio. Al di sopra della camera è infine installata la tramoggia di alimentazione.

Nel modello CAD la luce centrale utile presenta dimensioni pari a 1610 mm in direzione longitudinale e 1300 mm in direzione trasversale. Tale apertura riprende la sezione interna della camera di triturazione e garantisce la continuità del percorso del materiale verso il condotto di scarico e il contenitore di raccolta collocato inferiormente.

Per le travature secondarie e per gli elementi reticolari è stato adottato nel modello un profilo tubolare rettangolare 120 mm $\times$ 80 mm $\times$ 8 mm, mentre i montanti principali sono stati associati a una sezione cava quadrata con lato esterno pari a 250 mm, spessore pari a 20 mm e raggio d'angolo pari a 22 mm.

In questa fase di sviluppo è stato assunto, come materiale preliminare del telaio, l'acciaio strutturale S355JR (1.0045), scelta coerente con una realizzazione mediante carpenteria saldata e con il materiale già adottato per gli altri componenti ricavati da lamiera e piastra. La verifica delle sezioni e degli irrigidimenti è demandata alle successive analisi numeriche.

3.7.2 Gruppo motoriduttore

L'azionamento del gruppo rotante è affidato a due motoriduttori planetari industriali SEW-EURODRIVE della serie P2.e, del medesimo tipo, identificati dalla designazione completa P3PH052e/B DMF DRN315L4. Ciascun motoriduttore aziona uno dei due alberi portacoltelli ed è collocato su un lato opposto della macchina, così da porre i due rotori in rotazione controrotante. Il riduttore converte la velocità di rotazione del motore elettrico in una velocità di uscita ridotta, rendendo disponibile una coppia più elevata; tale principio è coerente con il funzionamento a bassa velocità e coppia elevata richiesto da uno shredder bialbero.

Lo shredder SSI Dual-Shear M100 è assunto nel presente lavoro come riferimento architettureale e dimensionale per la definizione della macchina. La configurazione di azionamento è invece definita autonomamente mediante due motoriduttori SEW-EURODRIVE indipendenti, uno per ciascun rotore. I dati di potenza e coppia utilizzati nelle successive analisi numeriche sono pertanto quelli della configurazione SEW selezionata e non devono essere identificati con i dati di potenza pubblicati per la macchina SSI di riferimento.

L'impiego di un azionamento indipendente per ciascun albero è compatibile con la disposizione intercalata dei cutter descritta in sezione 3.3. I cutter dei due rotori non giacciono nel medesimo piano assiale, ma lavorano affacciati lateralmente: l'interazione avviene tra le superfici laterali degli utensili e non richiede quindi un dispositivo di sincronizzazione di fase tra i due alberi per evitarne l'interferenza. La soluzione a due motori consente inoltre di invertire il senso di rotazione di ciascun albero in modo indipendente, funzione utile per liberare la camera in caso di inceppamento.

La designazione del gruppo è articolata secondo la nomenclatura riportata dal costruttore. I principali elementi che compongono il codice sono riepilogati nella Tabella 3.21.

Tabella 3.21: Interpretazione della designazione P3PH052e/B DMF DRN315L4 secondo la nomenclatura SEW-EURODRIVE [77].

Elemento della sigla	Significato
P	Serie di riduttori planetari industriali
3	Riduttore planetario a tre stadi
P	Configurazione coassiale
H	Albero cavo di uscita con boccola di serraggio
052e	Taglia del riduttore e generazione P2.e
/B	Montaggio a piedini
DMF	Montaggio diretto del motore con ventilatore
DRN315L4	Motore asincrono trifase della serie DRN, taglia 315L, a quattro poli

Il motore elettrico installato appartiene alla serie DRN di SEW-EURODRIVE, caratterizzata da efficienza energetica IE3. Il modello DRN315L4 presenta una potenza nominale pari a 160 kW e una velocità nominale pari a 1486 giri/min alla frequenza di 50 Hz. Le principali caratteristiche del gruppo sono riportate nella Tabella 3.22.

Tabella 3.22: Principali caratteristiche del gruppo motoriduttore planetario SEW-EURODRIVE P3PH052e/B DMF DRN315L4 [77, 78].

Grandezza	Simbolo	Valore
Potenza nominale del motore	P_m	160 kW
Numero di poli del motore	–	4
Classe di efficienza del motore	–	IE3
Velocità nominale del motore a 50 Hz	n_1	1486 giri/min
Rendimento del motore al carico nominale	$\eta_{100\%}$	95,9 %
Rendimento del motore al 75 % del carico	$\eta_{75\%}$	96,1 %
Rendimento del motore al 50 % del carico	$\eta_{50\%}$	95,9 %
Rapporto di riduzione selezionato	i_{ex}	61,13
Velocità di uscita	n_2	24,31 giri/min
Coppia disponibile in uscita associata alla potenza nominale del motore	M_a	60,9 kN · m
Coppia nominale del riduttore	M_{N2}	124,06 kN · m
Massa indicativa della combinazione a catalogo	m	1960 kg

La combinazione selezionata presenta un rapporto di riduzione esatto pari a 61,13. Considerando la velocità nominale del motore elettrico, la velocità di rotazione in uscita dal riduttore è calcolata mediante la Equazione 3.2:

$$n_2 = \frac{n_1}{i_{\text{ex}}} = \frac{1486 \text{ giri/min}}{61,13} = 24,31 \text{ giri/min.} \quad (3.2)$$

Le coppie M_a e M_{N2} riportate nella Tabella 3.22 hanno significati distinti [77]. La coppia M_a è associata alla potenza nominale del motore installato e rappresenta la coppia resa disponibile dalla combinazione selezionata sul lato lento del riduttore. Il parametro M_{N2} indica invece il valore nominale in uscita del riduttore, dichiarato dal costruttore per la taglia selezionata.

Tali valori non devono essere confusi con la coppia operativa M_{k2} , ossia con la coppia effettivamente richiesta dallo shredder durante l'esercizio. Quest'ultima dipende dai carichi trasmessi dai cutter e dalle condizioni operative considerate ed è determinata nelle successive analisi numeriche.

La configurazione meccanica selezionata nel configuratore SEW-EURODRIVE è riepilogata nella Tabella 3.23.

Tabella 3.23: Principali opzioni della configurazione CAD del gruppo P3PH052e/B DMF DRN315L4 generate mediante il configuratore SEW-EURODRIVE [79].

Parametro	Configurazione selezionata
Forma costruttiva	M1
Collegamento albero-mozzo	Boccola di serraggio
Copertura dell'albero cavo	Non prevista nella configurazione selezionata
Senso di rotazione dell'albero di uscita	Entrambi i sensi
Scarico dell'olio	Tappo di scarico
Sfiato del riduttore	Esecuzione semplice P2.e per ambiente normale
Sistema di tenuta dell'albero di uscita	Anello di tenuta standard in FKM
Posizione della scatola morsettiera e ingresso cavi	270/X
Accessori SBM	Non previsti

La Figura 3.24 mostra la geometria esterna e l'ingombro massimo del gruppo motore-riduttore introdotto nel modello CAD.

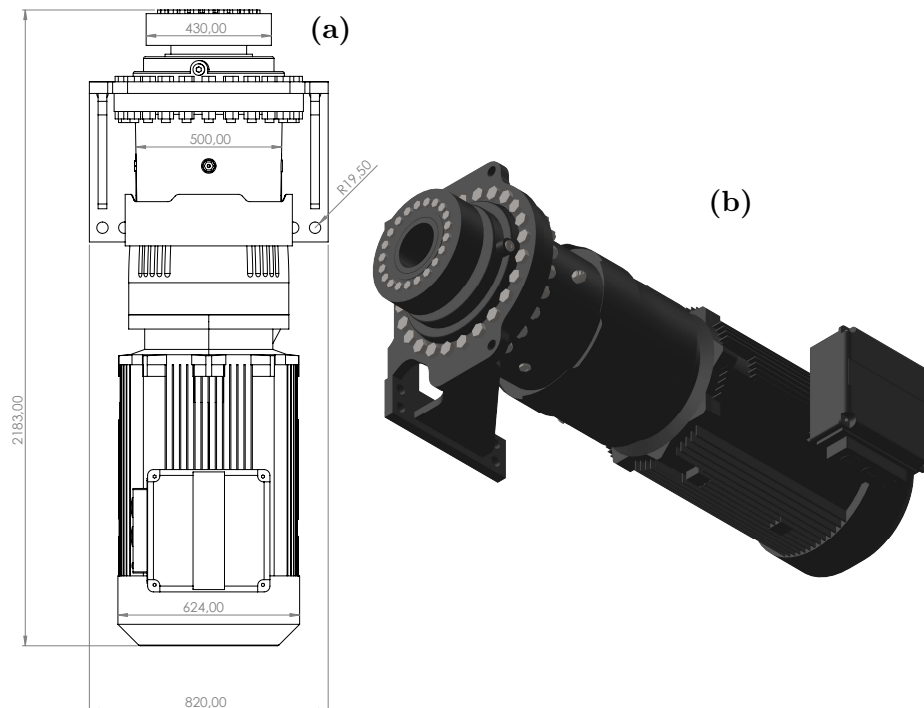


Figura 3.24: Gruppo motoriduttore planetario SEW-EURODRIVE P3PH052e/B DMF DRN315L4: (a) vista dall'alto quotata; (b) vista assometrica.

3.8 Criteri di semplificazione geometrica per le analisi numeriche

Il modello CAD descritto nelle sezioni precedenti contiene dettagli necessari alla definizione costruttiva dell'assieme, ma non tutti risultano rilevanti per le successive analisi ad elementi finiti. Prima dell'importazione in ANSYS Mechanical si predispone quindi una geometria semplificata, con l'obiettivo di ridurre la complessità geometrica e l'onere computazionale senza alterare i principali percorsi di trasmissione dei carichi.

Rimozione dei dettagli minori. Le filettature, i piccoli smussi, le gole secondarie e i fori privi di funzione strutturale significativa vengono rimossi. Tale operazione evita raffinamenti locali non necessari della discretizzazione e riduce il numero di elementi del modello. Vengono invece mantenuti i raccordi e le variazioni di sezione degli alberi portacoltelli, poiché possono influenzare la distribuzione locale delle tensioni.

Idealizzazione dei supporti. I cuscinetti orientabili a rulli non vengono modellati mediante la geometria completa di anelli, rulli e gabbie. La loro funzione viene rappresentata nel modello numerico mediante vincoli, supporti e connessioni impostati in ANSYS, con l'obiettivo di approssimare il comportamento globale dei supporti senza introdurre dettagli geometrici non necessari.

Esclusione dei sottosistemi non strutturali. La tramoggia di alimentazione, il condotto di scarico, il contenitore di raccolta e il gruppo motoriduttore vengono esclusi dal modello numerico preliminare. Il loro contributo alla rigidezza e alla massa delle zone oggetto di studio è assunto trascurabile, essendo le analisi focalizzate sul gruppo rotante e sulla camera di triturazione; l'ipotesi riduce la complessità geometrica e l'onere computazionale del modello.

Verifica della discretizzazione. La mesh viene raffinata nelle zone caratterizzate da variazioni di sezione, raccordi e zone di applicazione dei carichi, mantenendo una discretizzazione più grossolana nelle regioni meno sollecitate.

Capitolo 4

Impostazione del modello numerico

4.1 Strategia di modellazione CAD–FEM

La preparazione del modello numerico è stata svolta a partire dal modello CAD completo dello shredder bialbero descritto nel Capitolo 3. Il modello CAD rappresenta il riferimento geometrico generale della macchina, comprendente i due gruppi rotanti, la camera di taglio, i supporti, il telaio e i principali sottosistemi ausiliari.

Nel passaggio dal CAD al modello FEM non è stato tuttavia adottato un unico modello numerico valido per tutte le analisi. La complessità della macchina e la diversa natura dei fenomeni da studiare hanno richiesto una gerarchia di modelli con diverso livello di dettaglio. Questa scelta consente di separare problemi fisici differenti: la risposta globale della macchina, il comportamento del singolo gruppo rotante e l'interazione locale tra cutter e materiale.

La preparazione dei modelli è stata organizzata in ambiente ANSYS Workbench, che permette di gestire le diverse fasi della simulazione mediante uno schema di progetto costituito da blocchi collegati. La Figura 4.1 mostra lo schema a blocchi del progetto impostato in Workbench.

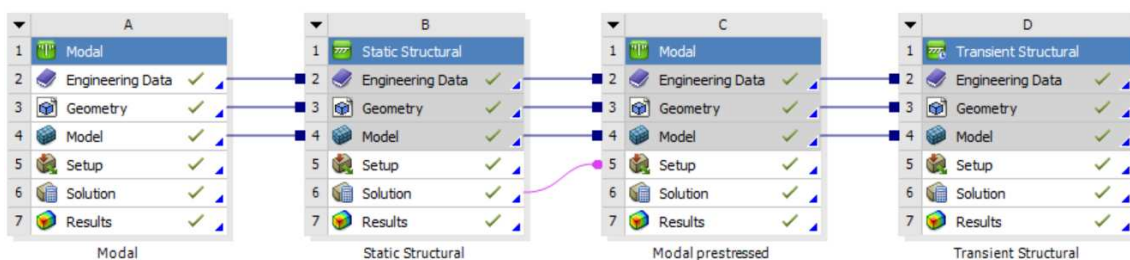


Figura 4.1: Schema a blocchi del progetto impostato in ANSYS Workbench.

Il primo livello di modellazione è costituito dal modello complessivo dello shredder bialbero. Esso conserva i due gruppi rotanti, la struttura fissa, i supporti e il telaio, ed è utilizzato per valutare la risposta della macchina nel suo insieme. Questo livello permette di analizzare la distribuzione dei carichi tra le due linee d'albero, le reazioni trasmesse ai supporti e il contributo della struttura portante alla rigidità globale del sistema.

La Figura 4.2 mostra il modello complessivo dello shredder bialbero assunto come riferimento per la preparazione delle analisi numeriche globali.

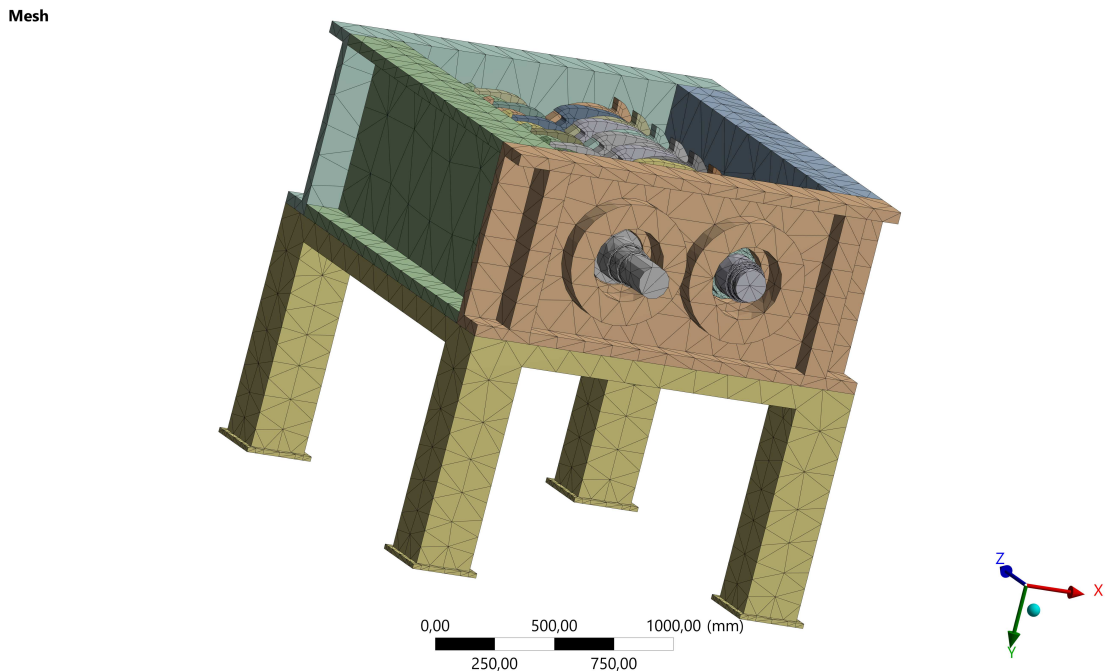


Figura 4.2: Modello complessivo dello shredder bialbero utilizzato come riferimento per la preparazione delle analisi numeriche globali.

Il secondo livello è costituito dal modello a singolo rotore, comprendente l'albero, i cutter, i distanziali e gli elementi terminali. Questo modello non sostituisce la configurazione reale bialbero, ma rappresenta una schematizzazione semplificata del gruppo rotante. Esso è stato impiegato per impostare e controllare in modo più diretto alcune analisi in ANSYS Mechanical, riducendo l'onere computazionale e rendendo più chiara l'influenza di vincoli, contatti, mesh e carichi equivalenti.

La scelta di isolare un solo rotore è quindi motivata dal fatto che, in una prima fase, l'interesse principale riguarda la risposta strutturale e dinamica del gruppo rotante. In questo modo è possibile verificare la coerenza delle condizioni di supporto, dei contatti interni e delle azioni applicate ai cutter prima di estendere l'analisi alla configurazione completa della macchina.

La Figura 4.3 mostra il modello a singolo rotore importato in ANSYS Mechanical. L'utilizzo di questo modello è limitato alle analisi in cui l'interesse principale è la risposta del gruppo rotante, mentre gli effetti della seconda linea d'albero e della struttura completa sono considerati nelle analisi dedicate alla macchina bialbero.

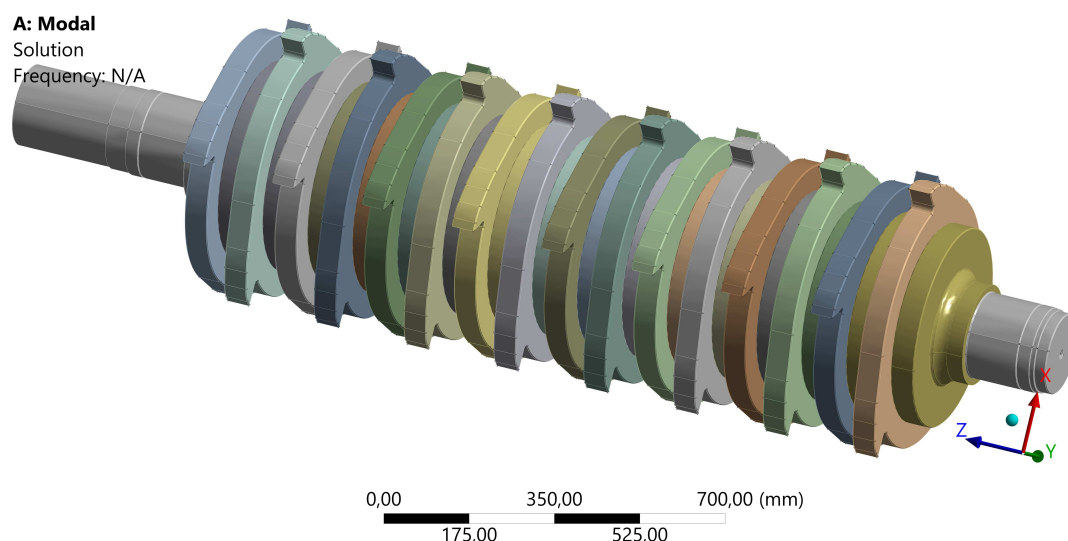


Figura 4.3: Modello a singolo rotore importato in ANSYS Mechanical.

Il terzo livello riguarda il modello locale esplicito dell'interazione cutter–materiale. In questo caso l'obiettivo non è rappresentare l'intera macchina, ma descrivere in modo più dettagliato il contatto, la deformazione del materiale e il trasferimento impulsivo del carico nella zona di taglio. Per questo motivo il modello esplicito viene trattato separatamente nel Capitolo 7.

La gerarchia dei modelli adottata è riassunta nella Tabella 4.1.

Tabella 4.1: Gerarchia dei modelli numerici adottati nel lavoro.

Livello	Modello	Analisi principali	Scopo
1	Shredder bialbero completo	Analisi statiche, modali e transitorie globali	Valutare la risposta dell'assieme e della struttura portante
2	Singolo rotore	Analisi statiche, modali e modali pre-sollecitate	Valutare la risposta del gruppo rotante e controllare le ipotesi di vincolo e carico
3	Modello locale cutter–materiale	Analisi dinamiche esplicite	Studiare il contatto locale e il trasferimento impulsivo del carico

Le geometrie sono state esportate da SolidWorks in formato neutro STEP AP214 (.step) e importate in ANSYS Workbench. Dopo l'importazione, i modelli sono stati aperti in ANSYS Mechanical, verificando la corretta acquisizione dei corpi solidi, la scala geometrica, la separazione dei componenti e la disponibilità delle superfici necessarie alla successiva definizione di materiali, contatti, vincoli e carichi.

Tutti i modelli in ANSYS Mechanical adottano il sistema di unità coerente mm–N–s, nel quale le tensioni risultano espresse in MPa, le masse in tonnellate e le densità in t/mm^3 ; lo stesso sistema è adottato nei modelli espliciti LS-DYNA.

I modelli numerici sono stati quindi completati mediante assegnazione dei materiali, definizione delle connessioni, applicazione delle condizioni al contorno, introduzione dei carichi e generazione della mesh. Le impostazioni specifiche dei singoli casi di calcolo sono riportate nei capitoli successivi, dove vengono distinti il modello a singolo rotore, il modello bialbero completo e il modello locale esplicito.

4.2 Materiali e proprietà meccaniche

La scelta dei materiali dei singoli componenti e le relative proprietà meccaniche sono state discusse nel Capitolo 3. Nel passaggio al modello numerico, tuttavia, sono stati adottati due livelli distinti di schematizzazione, in funzione del tipo di analisi considerata.

Per le analisi statiche e modali descritte nel Capitolo 5 è stato adottato il materiale *Structural Steel* disponibile nella libreria di *Engineering Data*. Si tratta di un materiale isotropo di libreria, utilizzato come materiale equivalente uniforme per i corpi dei modelli considerati in tali analisi. La scelta è motivata dall'obiettivo di valutare la risposta elastica complessiva, in termini di spostamenti, tensioni equivalenti, frequenze proprie e forme modali, più che riprodurre la risposta locale specifica di ciascun acciaio.

Nell'analisi dinamica transitoria del Capitolo 6 sono state invece utilizzate schede differenziate in funzione dei componenti: AISI 4140 per il gruppo rotante, S355J2+N per le piastre della carcassa e S235JR per il telaio di base. Le relative proprietà e le modalità di assegnazione sono riportate nella sottosezione 6.3.4.

La Tabella 4.2 riporta le proprietà dello *Structural Steel* utilizzato nelle analisi statiche e modali del Capitolo 5.

Tabella 4.2: Proprietà del materiale *Structural Steel* in Engineering Data.

Proprietà	Valore	Unità di misura
Densità ρ	7850	kg/m ³
Modulo di Young E	200	GPa
Coefficiente di Poisson ν	0,30	–
Modulo di comprimibilità K	166,7	GPa
Modulo di taglio G	76,9	GPa
Coefficiente di dilatazione termica α	$1,2 \cdot 10^{-5}$	°C ⁻¹
Limite di snervamento a trazione σ_{sn}	250	MPa
Limite di snervamento a compressione	250	MPa
Resistenza ultima a trazione R_m	460	MPa

Il comportamento del materiale è stato assunto elastico lineare e isotropo. Sotto tale ipotesi, il modulo di Young e il coefficiente di Poisson definiscono la rigidezza elastica, mentre la densità interviene nel calcolo della massa e quindi nelle analisi modali. Il modulo di comprimibilità e il modulo di taglio riportati in tabella sono coerenti con le proprietà elastiche isotrope del materiale.

L'impiego dello *Structural Steel* non deve essere interpretato come identificazione puntuale del materiale reale di ciascun componente. Esso rappresenta piuttosto un acciaio

generico di riferimento, con proprietà elastiche e densità compatibili con quelle tipiche degli acciai strutturali. Questa approssimazione è adeguata per una prima valutazione globale della rigidità, della massa e delle frequenze proprie del sistema, poiché molti acciai impiegati in ambito meccanico presentano valori di modulo elastico e coefficiente di Poisson tra loro molto simili.

La principale limitazione di questa scelta riguarda la verifica locale di resistenza. Il limite di snervamento assunto per lo *Structural Steel*, pari a 250 MPa, è rappresentativo di un acciaio strutturale generico e non descrive necessariamente la resistenza effettiva di componenti come i cutter, che nella macchina reale possono essere realizzati con acciai più resistenti, trattati termicamente o resistenti all'usura. Per questo motivo, nelle analisi in ANSYS Mechanical il confronto con il limite di snervamento dello *Structural Steel* è stato utilizzato solo come criterio preliminare di interpretazione dei risultati, e non come verifica definitiva dei materiali reali.

La differenziazione dei materiali è stata invece introdotta nelle analisi dinamiche esplicite in LS-DYNA, dove la risposta locale del materiale e l'interazione con gli organi di frantumazione assumono un ruolo più diretto nella definizione del comportamento simulato.

4.3 Contatti e connessioni

Il modello importato in ANSYS Mechanical è costituito da più corpi solidi: albero, cutter, distanziali ed elementi terminali. Per collegare questi corpi sono state definite 63 regioni di contatto nella sezione *Connections*.

Le interfacce interne tra albero, cutter e distanziali sono state impostate come contatti di tipo *bonded*. In ANSYS Mechanical questo tipo di contatto impedisce la separazione e lo scorrimento relativo tra le superfici a contatto; i corpi collegati sono quindi trattati come rigidamente accoppiati in corrispondenza dell'interfaccia. Questa scelta è stata adottata perché l'obiettivo delle analisi non è studiare il serraggio del pacco lame o i giochi locali tra i componenti, ma valutare la risposta globale del rotore.

L'uso di contatti di tipo *bonded* evita l'introduzione di contatti non lineari con attrito, apertura o scorrimento. Il modello risulta quindi più stabile e più adatto a una prima serie di analisi statiche, modali e transitorie. Questa scelta introduce però una semplificazione: nel sistema reale il pacco lame può presentare giochi, precarichi di serraggio e micro-slittamenti locali, che nel modello non vengono descritti. Di conseguenza, la rigidità globale del gruppo rotante può risultare sovrastimata.

Prima del calcolo sono state controllate le regioni di contatto generate da ANSYS, verificando che i principali componenti del rotore risultassero collegati e che non fossero presenti corpi isolati.

4.4 Vincoli e condizioni al contorno

Nel modello CAD i supporti dell'albero sono rappresentati da cuscinetti orientabili a rulli SKF 23236 CC/W33, descritti nel Capitolo 3. Nel modello FEM non è stata mantenuta

la geometria completa dei cuscinetti: la loro funzione è stata sostituita da condizioni equivalenti applicate alle sedi cilindriche dell'albero.

Questa scelta, già anticipata in sezione 3.8, riduce il numero di corpi e semplifica la mesh. I supporti sono stati quindi descritti mediante una combinazione di collegamenti elastici radiali e vincoli remoti.

Le sedi cilindriche dell'albero sono state modellate in modo da individuare le zone di applicazione dei supporti. La rigidità radiale è stata introdotta tramite connessioni di tipo *Ground To Shaft*, applicate alle superfici cilindriche corrispondenti alle sedi dei cuscinetti. In questo modo, il rotore non è vincolato rigidamente al suolo, ma reagisce attraverso una rigidità finita.

Per ciascun supporto è stata assegnata una rigidità radiale equivalente nel piano ortogonale all'asse del rotore. Le connessioni sono definite con termini incrociati e smorzamento nulli. I valori numerici delle rigidità sono assunzioni di progetto, utilizzati come rigidità equivalente del sistema di supporto e non come dato diretto di catalogo del solo cuscinetto; essi sono dichiarati nei capitoli delle analisi, insieme alle condizioni al contorno dei singoli casi.

Per controllare i gradi di libertà non vincolati dai soli supporti radiali sono stati utilizzati vincoli di tipo *Remote Displacement*. In particolare, sul supporto assialmente localizzato, posto sul lato azionamento (sottosezione 3.5.1), è stato imposto il controllo dello spostamento assiale e, nelle analisi statiche, della rotazione attorno all'asse del rotore, così da evitare un moto rigido torsionale non controllato. Le componenti radiali non sono state bloccate direttamente dal *Remote Displacement*, perché la rigidità radiale deve essere governata dai supporti elastici.

Durante la preparazione del modello sono stati considerati anche vincoli di tipo *Cylindrical Support*. Tale scelta è semplice da impostare e consente di bloccare le traslazioni radiali lasciando libera la rotazione attorno all'asse dell'albero. Tuttavia, per le finalità del modello finale, il *Cylindrical Support* rappresenta un supporto cinematico più rigido e meno controllabile rispetto a una connessione elastica equivalente. Per questo motivo è stato usato solo come riferimento preliminare e non come schematizzazione principale dei cuscinetti.

La configurazione finale separa quindi le funzioni dei diversi vincoli. La rigidità radiale del supporto è fornita dai *Bearing* equivalenti, mentre il *Remote Displacement* controlla i gradi di libertà assiali e torsionali necessari alla singola analisi. Questa impostazione è coerente con la configurazione localizzato–non localizzato descritta nel modello CAD: un lato controlla la posizione assiale dell'albero, mentre l'altro non introduce un vincolo assiale rigido.

La scelta dei vincoli è stata fatta cercando di evitare sia moti rigidi non controllati sia irrigidimenti artificiali. Eventuali modi a frequenza prossima a zero, presenti nelle analisi modali, sono stati interpretati verificando la relativa forma modale e la coerenza dei vincoli applicati, prima di attribuirli ai gradi di libertà volutamente lasciati liberi.

4.5 Definizione dei casi di carico

I carichi sono stati definiti in modo diverso a seconda dell'analisi svolta. In questo capitolo sono richiamate solo le tipologie di azioni considerate, mentre i valori numerici, le superfici di applicazione e gli eventuali andamenti temporali sono riportati nei capitoli successivi.

Nelle analisi del Capitolo 5 sono stati considerati, in funzione del singolo caso, il peso proprio, la velocità rotazionale e azioni equivalenti applicate ai cutter.

Nell'analisi dinamica transitoria del Capitolo 6, l'interazione con il rottame è stata rappresentata mediante forze equivalenti variabili nel tempo applicate alle facce frontali di quattro denti per ciascun rotore. La velocità angolare non è stata applicata e la geometria è stata assunta congelata nell'istante di ingaggio.

Il contatto e la frammentazione diretta del rottame sono stati invece studiati separatamente mediante le simulazioni dinamiche esplicite del Capitolo 7.

4.6 Strategia di discretizzazione

La discretizzazione del modello è stata impostata cercando un compromesso tra accuratezza della soluzione e costo computazionale. Durante la preparazione del modello sono state provate diverse impostazioni di mesh, variando il grado di dettaglio e controllando la capacità del solutore di completare le analisi senza un eccessivo impiego di memoria. La configurazione finale adottata per le analisi globali rappresenta quindi una soluzione intermedia, scelta per garantire una descrizione adeguata del comportamento complessivo del rotore.

La mesh è stata generata in ANSYS Mechanical con preferenza fisica *Mechanical* e con dimensione degli elementi gestita principalmente tramite l'opzione *Program Controlled*. È stato mantenuto attivo l'*Adaptive Sizing*, in modo che il software potesse adattare automaticamente la dimensione degli elementi alla geometria locale. Sono inoltre stati utilizzati il *Mesh Defeaturing* e una transizione rapida tra zone con dimensioni diverse degli elementi, così da semplificare dettagli geometrici secondari e limitare il numero complessivo di elementi.

Nel seguito, i conteggi di nodi ed elementi vanno letti secondo il significato usuale del metodo degli elementi finiti: i nodi sono i punti della mesh in cui il solutore calcola le incognite di spostamento, inclusi gli eventuali nodi pilota associati ai punti remoti; gli elementi totali comprendono, oltre agli elementi solidi che discretizzano i corpi, gli elementi di contatto e superficiali (interfacce bonded, facce di applicazione dei carichi, superfici di vincoli e carichi remoti) e gli elementi delle connessioni tra i corpi, come le connessioni *Bearing*: questi ultimi non discretizzano materiale, ma realizzano collegamenti, carichi e condizioni al contorno. I conteggi effettivi di ciascun modello di calcolo sono riportati nei capitoli delle rispettive analisi.

La geometria del rotore presenta numerose discontinuità locali, dovute alla sequenza di cutter, distanziali, raccordi e variazioni di sezione dell'albero. Per questo motivo la mesh automatica tende a affinarsi nelle zone con curvature, spigoli e contatti ravvicinati, mentre rimane più grossolana nelle porzioni cilindriche meno critiche. Questo comportamento è

coerente con l'obiettivo dell'analisi, che è valutare la risposta globale del rotore più che stimare in modo definitivo i picchi locali di tensione.

La Figura 4.4 mostra, a titolo illustrativo, la discretizzazione del gruppo rotore. Le impostazioni riportate nella Tabella 4.3 costituiscono il riferimento della strategia adottata; le impostazioni effettive e i conteggi di nodi ed elementi dipendono dal modello e dalle esigenze di ciascuna analisi e sono dichiarati, caso per caso, nei capitoli dedicati alle analisi.

Tabella 4.3: Impostazioni di riferimento della strategia di discretizzazione.

Parametro	Impostazione	Nota
Preferenza fisica	Mechanical	Analisi strutturali
Ordine degli elementi	Program Controlled	Gestito automaticamente da ANSYS
Dimensione elementi	Default	Mesh globale automatica
Adaptive Sizing	Attivo	Adattamento locale alla geometria
Resolution	Default (2)	Impostazione intermedia
Mesh Defeaturing	Attivo	Semplificazione di dettagli minori
Transition	Fast	Passaggio rapido tra dimensioni diverse
Smoothing	Medium	Regolarizzazione della mesh
Controllo errori mesh	Attivo	Check Mesh Quality: Yes, Errors

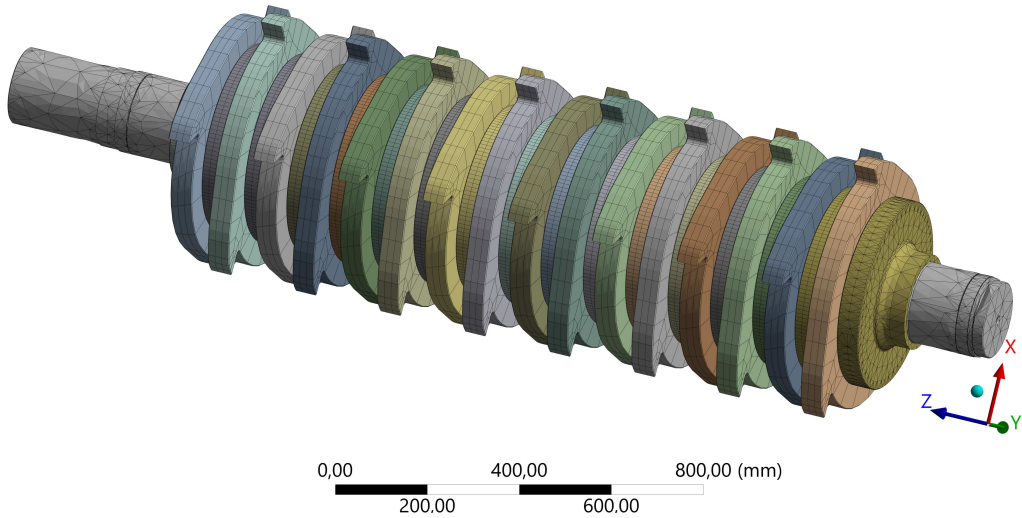


Figura 4.4: Discretizzazione del rotore: mesh dell'albero, dei cutter e dei distanziali.

La mesh adottata è ritenuta adeguata per la descrizione della risposta globale del rotore, degli spostamenti complessivi e dei primi modi di vibrare. Al contrario, la valutazione dei massimi locali di tensione in corrispondenza dei raccordi dei cutter o di piccole discontinuità geometriche richiederebbe un raffinamento locale dedicato. Per questo motivo, i valori di tensione ottenuti nelle zone di concentrazione devono essere interpretati con cautela e non come valori assoluti definitivi.

4.7 Criteri di valutazione dei risultati

Per ciascuna analisi sono state selezionate le grandezze ritenute più significative a descrivere il comportamento del rotore e a verificare la coerenza del modello. Questa sezione descrive i criteri di lettura adottati; i valori numerici sono riportati nei capitoli successivi.

Gli spostamenti sono stati esaminati attraverso la *Total Deformation*, per localizzare le zone a spostamento maggiore e controllare che il loro ordine di grandezza fosse compatibile con la scala del rotore, e attraverso le *Directional Deformation* lungo le direzioni principali, che permettono di distinguere la flessione laterale dell'albero dall'eventuale contributo assiale e dagli spostamenti locali del dente caricato.

Lo stato tensionale è stato valutato mediante la tensione equivalente di von Mises (*Equivalent Stress*), confrontata con il limite di snervamento del materiale per stimare il margine di sicurezza. Nel caso statico è stato impiegato anche lo *Stress Tool*, basato sulla massima tensione equivalente e, come verifica secondaria, sulla massima tensione principale.

In corrispondenza dei supporti e dei vincoli sono state inserite sonde di reazione. Le *Bearing Probe* controllano le reazioni dei supporti radiali, verificando che siano coerenti con la rigidità assegnata ai cuscinetti equivalenti; la *Force Reaction* e la *Moment Reaction* verificano l'equilibrio globale e, in particolare, la coppia effettivamente trasmessa al vincolo torsionale.

Nelle analisi modali sono state considerate le frequenze proprie e le forme modali, queste ultime per identificare il tipo di modo (flessionale, torsionale o locale). I modi a frequenza prossima a zero, associati a gradi di libertà residui o a moti quasi-rigidi del rotore, sono stati esclusi dall'interpretazione dei modi deformativi. Gli spostamenti e le tensioni associati alle forme modali non sono stati utilizzati per verifiche di resistenza, poiché gli autovettori sono normalizzati e non rappresentano ampiezze fisiche reali.

Per il rotore in rotazione, il diagramma di Campbell è stato impiegato per confrontare le frequenze proprie con il campo delle velocità operative e individuare eventuali condizioni di risonanza. Quando previsto dall'impostazione dell'analisi, il diagramma consente anche di distinguere i modi di precessione diretta e retrograda.

Nell'analisi transitoria sono stati esaminati gli andamenti temporali di spostamenti e tensioni durante l'applicazione e il rilascio del carico, e non soltanto i valori di picco. La *Deformation Probe* ha permesso di seguire l'evoluzione dello spostamento in una zona significativa del modello; il confronto tra il picco dinamico e la corrispondente condizione statica permette di stimare l'eventuale amplificazione dinamica.

In tutte le analisi è stata esaminata la *Solution Information* per individuare warning relativi a vincoli, moti rigidi, conflitti tra condizioni remote e contatti o criticità della mesh. Un risultato è stato ritenuto accettabile solo dopo averne verificato la coerenza con vincoli, carichi e ordine di grandezza atteso.

I picchi locali in prossimità di vincoli, contatti o raccordi sono stati interpretati con cautela, poiché dipendono dalla discretizzazione e dalla formulazione del vincolo più che dallo stato tensionale reale del componente.

Capitolo 5

Analisi statiche e modali in ANSYS Mechanical

Le analisi di questo capitolo seguono una strategia a complessità crescente: si parte dal modello più semplice e lo si estende solo dopo averne verificato il comportamento. Il primo passo è il singolo rotore, isolato dal resto della macchina; si passa poi al sistema bialbero completo di carcassa e telaio di base, e infine alla macchina completa per le analisi modali.

La scelta di iniziare dal rotore singolo ha una motivazione precisa. Le grandezze che governano la risposta del gruppo rotante — la tensione sui denti in presa, la deformazione del pacco lame, la reazione torsionale dell'albero — sono determinate dai carichi applicati localmente sui denti e dal percorso del flusso di carico lungo l'albero, non dalla presenza del secondo rotore. Isolare un rotore consente quindi di studiare questa risposta con un modello più leggero e con condizioni al contorno più controllabili, evitando che l'esito sia influenzato da scelte di modellazione della carcassa o dell'accoppiamento tra i due rotori. Il modello completo, introdotto nelle sezioni successive, serve a verificare che le conclusioni ottenute sul rotore singolo restino valide sul sistema reale e ad aggiungere gli aspetti che solo la macchina completa può descrivere, come la risposta sugli appoggi elastici.

Le ipotesi comuni a tutte le analisi del capitolo — materiale, contatti tra i componenti del pacco lame, rappresentazione dei supporti — sono quelle definite nel Capitolo 4; le singole sezioni ne richiamano le condizioni specifiche senza ridefinirle.

5.1 Analisi statica strutturale del singolo rotore

L'analisi statica strutturale è stata utilizzata per valutare la risposta del rotore singolo sottoposto a un carico equivalente applicato su un dente del cutter. In questa configurazione, il materiale triturato non è modellato: la sua azione viene sostituita da una forza applicata sulla faccia frontale del dente, cioè la faccia direttamente impegnata nel taglio, indicata nel seguito anche come faccia attiva. Il risultato dell'analisi consente quindi di valutare gli spostamenti, lo stato tensionale e le reazioni vincolari del rotore nel caso di carico considerato.

Il caso di carico adottato è quello del dente singolo in presa: l'azione del materiale è rappresentata da una forza equivalente applicata sulla faccia frontale di un solo dente e

dimensionata sulla coppia disponibile all'albero. Il criterio di scelta della superficie caricata è motivato nella sottosezione 5.1.2.

5.1.1 Dati di riferimento e ipotesi del caso

Il caso statico è stato impostato sul rotore singolo del modello CAD semplificato descritto nel Capitolo 3. Coerentemente con la strategia descritta in apertura del capitolo, la carcassa, il secondo rotore e il materiale processato non sono inclusi nell'analisi; i componenti del pacco lame sono considerati solidali tramite i contatti *bonded* definiti nella sezione 4.3, in modo da trasmettere la sollecitazione lungo il rotore.

I principali dati di riferimento utilizzati per l'impostazione del caso sono riportati in Tabella 5.1.

Tabella 5.1: Dati utilizzati per l'impostazione del caso statico equivalente.

Parametro	Valore
Coppia disponibile in uscita per rotore	60,90 kNm
Diametro del corpo del cutter (denti esclusi)	530 mm
Diametro esterno massimo ai denti	640 mm
Diametro albero	188 mm
Velocità di rotazione assunta	22 rpm (2,30 rad/s)
Materiale assegnato	Structural Steel

La geometria del rotore (diametri del cutter e dell'albero) deriva dal modello CAD del Capitolo 3. La velocità di rotazione assunta è stata applicata come velocità angolare attorno all'asse Z .

Il materiale assegnato è lo *Structural Steel* di libreria di ANSYS Mechanical, già caratterizzato nella sezione 4.2: un acciaio strutturale generico, isotropo lineare elastico, con modulo di Young $E = 200$ GPa, coefficiente di Poisson $\nu = 0,30$, densità $\rho = 7850$ kg/m³ e limite di snervamento $\sigma_{sn} = 250$ MPa; le proprietà complete sono riportate nella Tabella 4.2. Il fattore di sicurezza calcolato nel seguito è quindi riferito a tale acciaio di riferimento e non al materiale specifico del cutter reale, come già discusso nella sezione 4.2.

Il modello discretizzato del rotore singolo conta 19059 nodi e 12715 elementi, di cui 3593 elementi solidi quadratici (esaedri SOLID186 e tetraedri SOLID187) e 9117 elementi di contatto associati alle interfacce bonded del pacco lame. La mesh è volutamente rada: la faccia caricata del dente, di area pari a circa 3000 mm², è discretizzata con un unico elemento superficiale, coerentemente con l'obiettivo di valutare la risposta globale del rotore e non le grandezze locali di contatto.

5.1.2 Carichi e vincoli

Nel modello sono stati applicati la gravità, la velocità di rotazione e una forza equivalente su un dente del cutter. La gravità è introdotta come accelerazione di 9806,6 mm/s² in direzione $-Y$; la velocità di rotazione è applicata come carico inerziale attorno all'asse Z e introduce nel modello il corrispondente campo di forze centrifughe [80]. La forza equivalente è scomposta in due componenti principali, definite in un sistema di riferimento cilindrico

avente asse coincidente con l'asse di rotazione Z del rotore: la componente radiale è diretta lungo il raggio che congiunge l'asse del rotore al dente caricato, con verso uscente; la componente tangenziale giace nel piano trasversale XY , in direzione ortogonale al raggio, ed è associata alla resistenza al taglio del materiale.

La scelta di caricare un solo dente, anziché l'intero cutter o una porzione più estesa della sua periferia, deriva dalla natura dell'ingaggio: a un dato istante il contatto con il materiale interessa un numero limitato di denti, e la condizione più severa per il singolo dente è quella in cui esso reagisce da solo una quota prossima all'intera coppia resa disponibile all'albero dalla motorizzazione, come può avvenire all'ingaggio di un elemento tenace o in un principio di inceppamento. L'impostazione è coerente con la pratica adottata in letteratura per la verifica degli utensili di taglio dei triturator, in cui la forza di taglio è ricavata dalla coppia all'albero e applicata al singolo dente, in corrispondenza del tagliente o della faccia attiva [47, 81, 82]. Distribuire la stessa risultante sull'intero cutter o su più denti ridurrebbe le tensioni locali, rendendo la verifica del dente non conservativa, oltre a non corrispondere alla condizione istantanea di contatto. La faccia frontale è stata scelta perché è la superficie direttamente impegnata nel taglio del materiale durante la rotazione.

I valori delle componenti sono stati definiti a partire dai dati di riferimento della macchina. Per la taratura del caso statico è stata assunta come riferimento la coppia disponibile in uscita dal motoriduttore SEW-EURODRIVE selezionato, pari a $M_a = 60,90$ kNm per rotore. La componente tangenziale della forza, pari a $F_t \simeq 202$ kN, è stata adottata nel caso statico come carico equivalente severo applicato al singolo dente. Poiché la forza è distribuita sulla faccia frontale, la coppia effettivamente prodotta non è calcolata mediante il prodotto $F_t R$ con $R = 320$ mm, ma dipende dal braccio efficace della risultante; la verifica rispetto all'azionamento è riportata nella sottosezione 5.1.4. La componente radiale è stata assunta pari a circa il 30% di quella tangenziale ($F_r \simeq 61$ kN), per rappresentare la spinta del materiale in direzione radiale sul dente; si tratta di un'assunzione del caso di carico e non di un valore misurato o ricavato da prove. La coerenza del carico con l'azionamento definitivo è verificata a posteriori attraverso la reazione torsionale ottenuta dalla simulazione: la componente tangenziale applicata produce una coppia effettiva di 59,05 kNm rispetto all'asse del rotore, pari al 96,96% della coppia disponibile M_a . Il caso rappresenta pertanto una condizione severa nella quale un singolo dente reagisce una coppia prossima alla piena coppia disponibile del relativo azionamento.

Con riferimento al sistema cilindrico sopra definito, la componente radiale di 61 kN è diretta verso l'esterno; la componente tangenziale di 202 kN giace nel piano trasversale ed è orientata in verso opposto al moto locale del dente, come reazione del materiale al taglio. Il dente caricato appartiene a un cutter in posizione intermedia del pacco lame e si trova a una posizione angolare di circa 85° rispetto all'asse X , in prossimità della sommità del rotore: in tale posizione la direzione radiale locale è quasi parallela all'asse Y e quella tangenziale quasi parallela all'asse X . Le componenti globali corrispondenti della risultante valgono circa $-196,5$ kN lungo X e $77,0$ kN lungo Y ; questa osservazione è necessaria per la lettura delle deformazioni direzionali e delle reazioni vincolari riportate nel seguito.

La componente assiale, diretta lungo Z , è stata posta nulla nell'ipotesi che l'interazione tra dente e materiale avvenga prevalentemente nel piano trasversale del rotore, con contributi

radiale e tangenziale. Si tratta di una semplificazione del caso di carico: nel funzionamento reale possono comparire anche azioni assiali, non considerate in questa analisi.

La forza è applicata come carico distribuito sull'intera faccia frontale del dente, mostrata in Figura 5.1. Nel funzionamento reale il contatto è concentrato in prossimità del tagliente e varia nel tempo; la distribuzione uniforme sull'intera faccia costituisce quindi una semplificazione dell'introduzione del carico, adeguata per valutare la risposta globale del rotore ma non la pressione locale di contatto. Le componenti numeriche riportate nell'annotazione della figura sono espresse nel sistema di riferimento cilindrico locale descritto in precedenza.

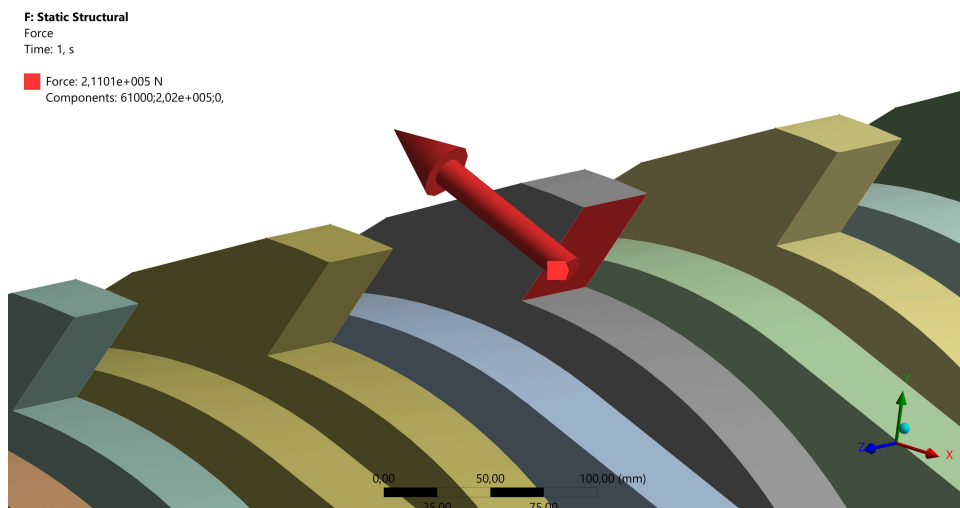


Figura 5.1: Applicazione della forza equivalente sulla faccia frontale del dente.

La coerenza dei valori applicati con i dati della macchina è verificata attraverso la coppia. La forza tangenziale, distribuita uniformemente sulla faccia del dente, ha risultante passante per il baricentro della faccia, a un raggio inferiore a quello di estremità: la coppia effettivamente prodotta rispetto all'asse del rotore risulta pari a circa 59 kNm (sottosezione 5.1.4), ossia circa il 96,96% della coppia disponibile del motoriduttore. Il caso realizza quindi, sul piano quantitativo, la condizione severa dichiarata in apertura, con un singolo dente che reagisce una quota prossima all'intera coppia disponibile.

Le condizioni di carico sono riassunte in Tabella 5.2.

Tabella 5.2: Carichi applicati nel caso statico equivalente.

Carico	Valore	Note
Gravità	9806,6 mm/s ²	Direzione $-Y$
Velocità di rotazione	$-2,30$ rad/s	Rotazione attorno a Z
Componente radiale della forza	61 kN	Direzione radiale uscente, faccia frontale del dente
Componente tangenziale della forza	202 kN	Direzione tangenziale, opposta al moto del dente
Componente assiale della forza	0 kN	Lungo Z , non applicata
Forza risultante	211 kN	Modulo nel piano trasversale

Il momento torcente non è stato applicato come carico esterno separato, poiché la coppia resistente nasce già dalla componente tangenziale della forza applicata al dente: applicare contemporaneamente la forza tangenziale e un momento torcente equivalente avrebbe comportato un doppio conteggio della stessa azione meccanica.

I vincoli applicati al modello sono riportati in Tabella 5.3. Le sedi dei cuscinetti sono modellate con connessioni Body-Ground di tipo Bearing, che introducono una rigidezza radiale finita tra albero e il terreno [80]. La scelta di supporti cedevoli, anziché di vincoli rigidi, evita di irrigidire artificialmente il rotore in corrispondenza degli appoggi e consente di leggere le risultanti radiali trasmesse alle sedi. Il valore di rigidezza adottato, $K = 1,5 \times 10^6$ N/mm, è un valore assunto, rappresentativo di un appoggio molto rigido; l'influenza di questo parametro sui risultati non è stata oggetto di uno studio di sensibilità.

Il Remote Displacement applicato alla faccia di estremità dell'albero svolge due funzioni. L'annullamento dello spostamento assiale rappresenta il cuscinetto che realizza il posizionamento assiale del rotore. Il blocco della rotazione attorno a Z è invece necessario per l'equilibrio statico del modello, poiché i supporti radiali non reagiscono alla coppia: esso rappresenta l'azione della trasmissione, non modellata, che mantiene il rotore in equilibrio contro la coppia resistente, e consente di leggere al vincolo la reazione torsionale utilizzata come controllo di coerenza nella sottosezione 5.1.4. I gradi di libertà rimanenti sono lasciati liberi per non sovravincolare l'albero, con comportamento deformabile per non irrigidire la faccia di applicazione del vincolo.

Tabella 5.3: Vincoli utilizzati nel caso statico equivalente.

Vincolo	Impostazione
Bearing 1	Connessione Body-Ground di tipo Bearing, rigidezza radiale $K = 1,5 \times 10^6$ N/mm
Bearing 2	Connessione Body-Ground di tipo Bearing, rigidezza radiale $K = 1,5 \times 10^6$ N/mm
Remote Displacement	Spostamento assiale nullo e rotazione nulla attorno a Z ; gradi di libertà rimanenti liberi; comportamento deformabile

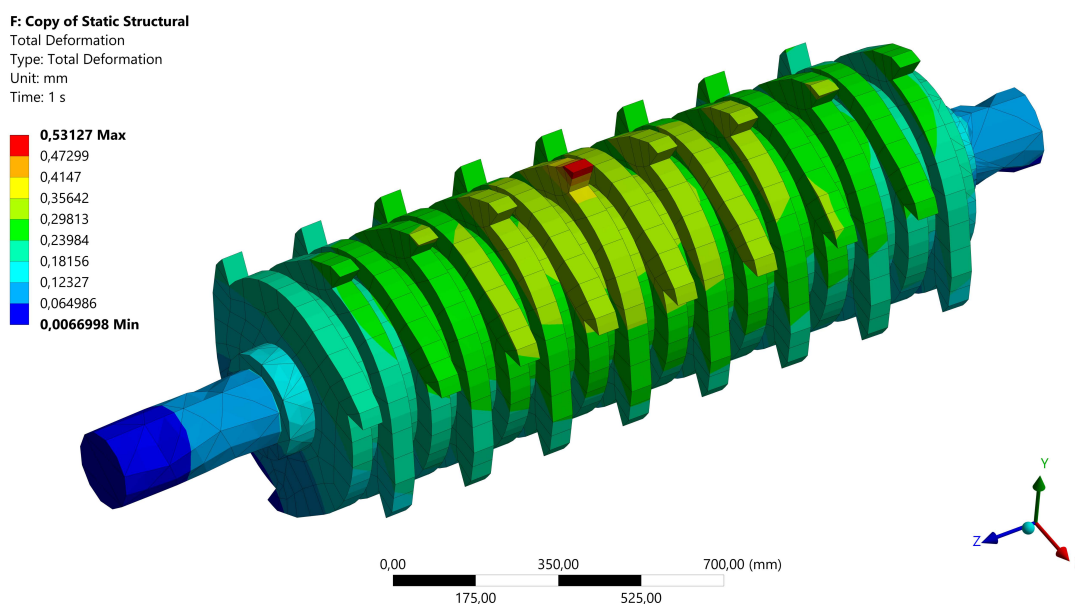
5.1.3 Risultati della simulazione

I risultati principali dell'analisi sono riportati in Tabella 5.4. Le figure più significative sono la deformazione totale, la tensione equivalente di von Mises e il fattore di sicurezza, poiché permettono di individuare rispettivamente la zona di massima deformazione, la zona più sollecitata e il margine rispetto allo snervamento del materiale assegnato.

Tabella 5.4: Risultati principali del caso statico equivalente.

Grandezza	Valore	Localizzazione
Deformazione totale massima	0,53 mm	Dente caricato
Deformazione totale minima	$6,70 \times 10^{-3}$ mm	Zone prossime ai vincoli
Deformazione direzionale massima lungo X	$1,60 \times 10^{-2}$ mm	Estremità dell'albero
Deformazione direzionale minima lungo X	-0,49 mm	Dente caricato
Deformazione direzionale massima lungo Y	0,20 mm	Pacco lame, zona del dente caricato
Deformazione direzionale minima lungo Y	-0,10 mm	Denti di estremità del pacco lame
Deformazione direzionale massima lungo Z	$5,60 \times 10^{-2}$ mm	Denti di estremità del pacco lame
Deformazione direzionale minima lungo Z	$-5,30 \times 10^{-2}$ mm	Denti di estremità del pacco lame
Tensione equivalente massima	159,80 MPa	Dente caricato
Tensione equivalente minima	$1,10 \times 10^{-2}$ MPa	Zone lontane dal carico
Fattore di sicurezza minimo	1,56	Dente caricato
Fattore di sicurezza massimo	15	Valore limite della scala grafica visualizzato

La deformazione totale, riportata in Figura 5.2, mostra un valore massimo pari a 0,53 mm. Il massimo è localizzato sul dente direttamente caricato, mentre il resto del rotore presenta valori inferiori e più distribuiti lungo il pacco lame. Il valore massimo è contenuto in rapporto alle dimensioni del rotore e resta confinato al dente direttamente caricato: albero e pacco lame si comportano in modo sostanzialmente rigido, e il caso non evidenzia cedimenti globali della struttura del rotore.

**Figura 5.2:** Deformazione totale del rotore nel caso statico equivalente.

La tensione equivalente di von Mises è riportata in Figura 5.3. Il valore massimo è pari a 159,80 MPa e si concentra sul dente caricato, in corrispondenza della zona di applicazione della forza. Questa localizzazione è attesa, poiché il carico è applicato su un solo dente e la risposta tensionale massima si sviluppa nella stessa area.

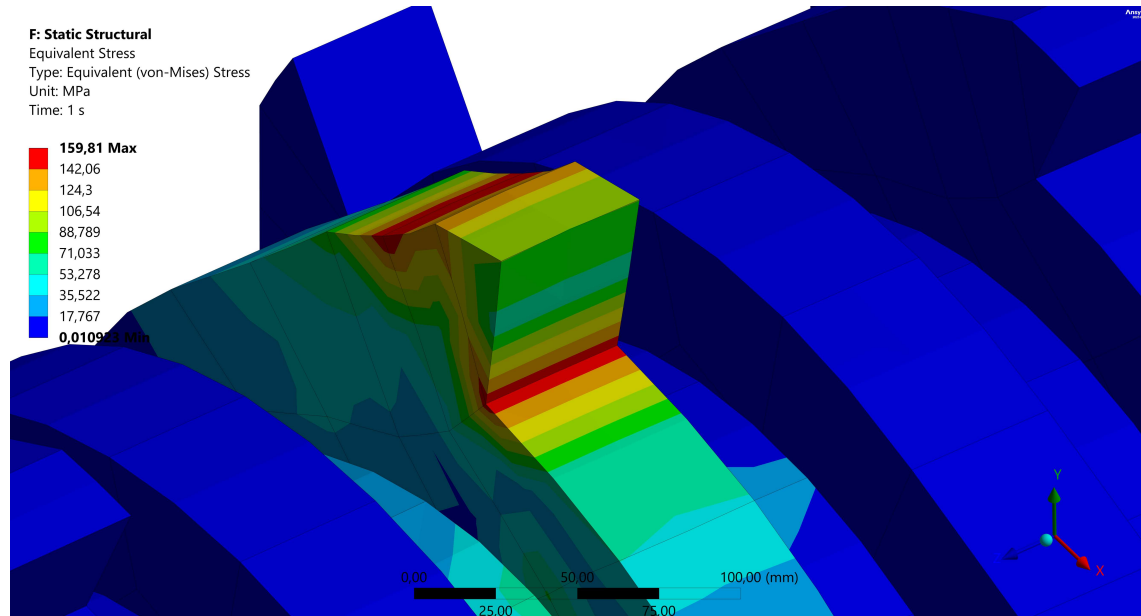


Figura 5.3: Tensione equivalente di von Mises nel caso statico equivalente.

La posizione del massimo mette in evidenza il ruolo degli spigoli vivi della geometria semplificata: la tensione si concentra dove la forma del dente cambia direzione in modo repentino, in assenza dei raccordi presenti sul componente reale. Il picco di 159,8 MPa va quindi letto anche come effetto della semplificazione geometrica, e motiva l'inserimento dei raccordi tra gli affinamenti indicati nella sottosezione 5.1.5.

Il fattore di sicurezza, mostrato in Figura 5.4, assume un valore minimo pari a 1,56. Il minimo si trova ancora sul dente caricato, cioè nella zona in cui è stata rilevata anche la tensione equivalente massima. Il valore minimo di 1,56 indica che, anche nella condizione severa del dente singolo in presa, il modello mantiene un margine rispetto allo snervamento dell'acciaio di riferimento. Il dato va comunque letto insieme ai limiti richiamati nella sottosezione 5.1.5, poiché dipende dal materiale assegnato e dalla discretizzazione della zona caricata.

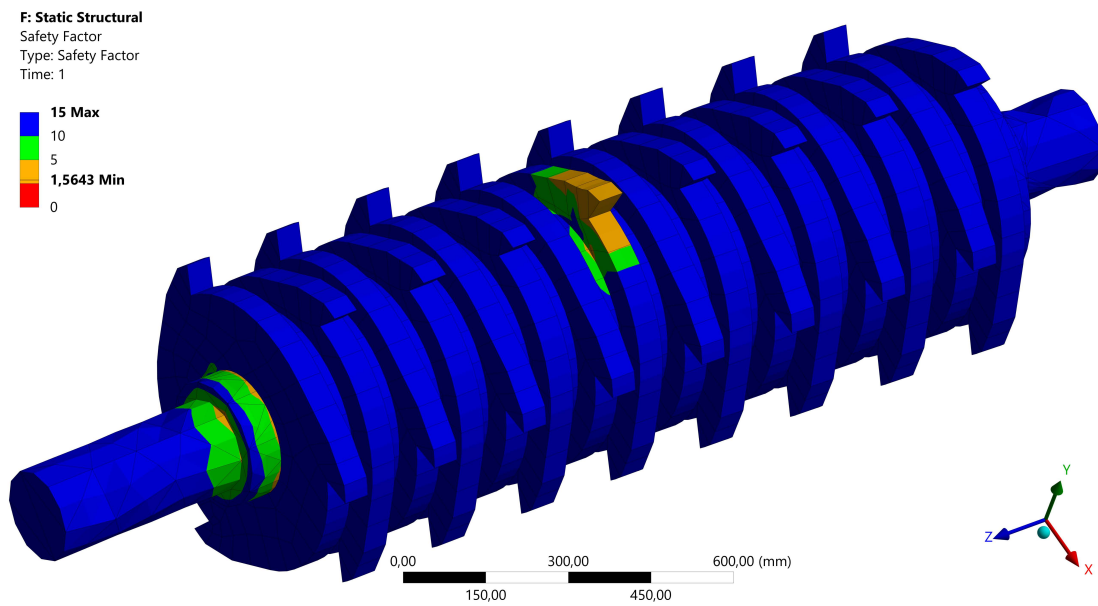


Figura 5.4: Fattore di sicurezza calcolato nel caso statico equivalente.

Le deformazioni direzionali lungo X e lungo Y sono riportate in Figura 5.5 e Figura 5.6. La loro lettura richiede la posizione angolare del dente caricato: a circa 85° dall'asse X , la direzione tangenziale locale è quasi parallela all'asse X . Lo spostamento lungo X raggiunge quindi il minimo di $-0,49$ mm sul dente caricato, nel verso della componente tangenziale di 202 kN, ed è lo spostamento dominante del caso; il massimo positivo, pari a $1,60 \times 10^{-2}$ mm, è marginale. Lo spostamento lungo Y raccoglie il contributo della componente radiale di 61 kN e della flessione del rotore, con massimo di 0,20 mm nella zona del dente caricato e minimo di $-0,10$ mm sui denti di estremità del pacco. L'apparente incongruenza tra l'entità delle componenti applicate e le deformazioni lungo gli assi globali si risolve quindi ricordando che le componenti della forza sono definite nel riferimento cilindrico locale e non lungo X e Y . Lo spostamento assiale lungo Z resta contenuto, compreso tra $-5,30 \times 10^{-2}$ e $5,60 \times 10^{-2}$ mm.

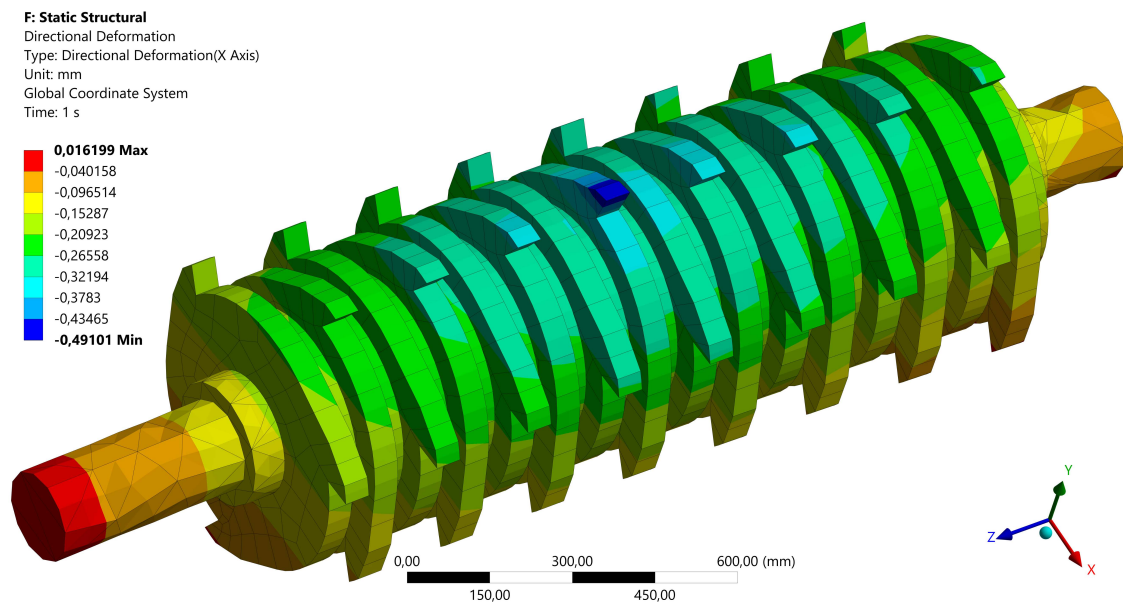


Figura 5.5: Deformazione direzionale lungo l'asse X nel caso statico equivalente.

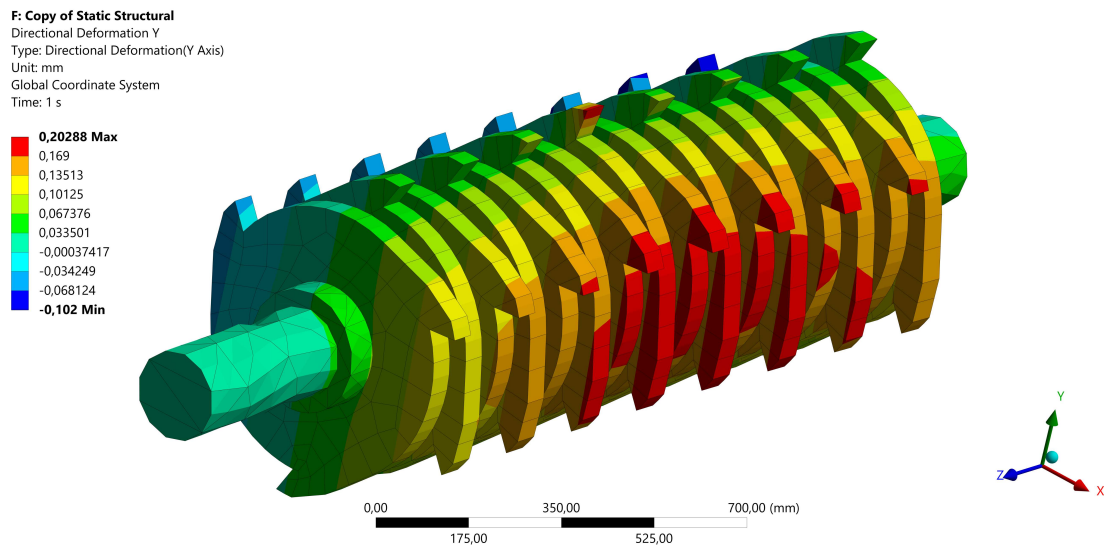


Figura 5.6: Deformazione direzionale lungo l'asse Y nel caso statico equivalente.

5.1.4 Reazioni vincolari e controllo della coppia

Le reazioni vincolari riportate in questa sottosezione sono risultati della simulazione, estratti dalla soluzione in ANSYS Mechanical mediante sonde di reazione applicate ai vincoli: la reazione torsionale e quella assiale sono lette sul Remote Displacement, le risultanti radiali sulle connessioni Bearing. Poiché la connessione Bearing introduce la sola rigidità radiale, la reazione trasmessa a ciascuna sede giace nel piano trasversale XY : i valori indicati per i due cuscinetti sono i moduli di tali reazioni. Le reazioni sono state utilizzate come controllo di coerenza del modello; i valori principali sono riportati in Tabella 5.5.

Tabella 5.5: Reazioni vincolari del caso statico equivalente.

Grandezza	Valore
Reazione torsionale attorno a Z	59,05 kNm
Reazione assiale	circa 0 N
Risultante radiale sul cuscinetto 1	103,80 kN
Risultante radiale sul cuscinetto 2	99,50 kN

Le risultanti radiali sui due cuscinetti, di entità simile tra loro, equilibrano principalmente la componente globale della forza applicata lungo X , pari a circa 196,5 kN, insieme al peso proprio del rotore e alla componente globale lungo Y : l'ordine di grandezza delle reazioni è quindi coerente con i carichi introdotti nel modello. La reazione torsionale è compatibile con la forza tangenziale applicata. Il rapporto tra la reazione torsionale T_Z , letta al Remote Displacement che blocca la rotazione attorno a Z , e la componente tangenziale F_t della forza applicata al dente fornisce il raggio efficace di applicazione del carico:

$$r_{\text{eff}} = \frac{T_Z}{F_t} = \frac{59,05 \times 10^6 \text{ N mm}}{202 \times 10^3 \text{ N}} \simeq 292,33 \text{ mm}. \quad (5.1)$$

Il valore ottenuto richiede di distinguere il raggio del corpo del cutter dal braccio efficace della forza. Il raggio di 265 mm si riferisce al solo corpo del cutter (diametro 530 mm), denti esclusi; i denti sporgono radialmente oltre il corpo fino al raggio di estremità di 320 mm (diametro esterno 640 mm) e la faccia caricata appartiene proprio alla porzione di dente compresa tra questi due raggi. Poiché il carico è distribuito uniformemente sulla faccia, la risultante passa per il baricentro della faccia stessa: il braccio efficace deve quindi ricadere tra 265 e 320 mm, in prossimità del raggio medio della porzione caricata, pari a circa 292,5 mm. Il valore di 292 mm ricavato dalla reazione torsionale è dunque coerente sia con il diametro esterno dichiarato sia con l'ipotesi di distribuzione uniforme del carico, e non va confuso con il raggio del corpo del cutter.

La reazione assiale risulta invece trascurabile, come atteso, poiché nel caso analizzato non è stata applicata una componente di forza assiale.

5.1.5 Osservazioni sui risultati e limiti del caso statico

I risultati mostrano che la zona più sollecitata del caso statico coincide con il dente sul quale è applicato il carico equivalente. In questa regione si localizzano la deformazione totale massima, la tensione equivalente massima e il valore minimo del fattore di sicurezza. Tale esito è atteso, poiché il carico è applicato localmente su un solo dente del cutter.

La forza applicata non va interpretata come forza istantanea di taglio del materiale: è un carico equivalente, la cui componente tangenziale è stata scelta in modo che la coppia prodotta rispetto all'asse del rotore fosse prossima alla coppia disponibile del motoriduttore (96,96%, Equazione 5.1). Il caso concentra inoltre l'intera azione su un solo dente, mentre nel funzionamento reale il carico varia nel tempo e può ripartirsi tra più zone di contatto.

La concentrazione della tensione sul dente è influenzata dalla geometria semplificata, dall'assenza di raccordi locali, dalla discretizzazione della zona caricata e dalla scelta

della faccia su cui viene applicata la forza. Il fattore di sicurezza di 1,56 è inoltre riferito allo snervamento dello Structural Steel di libreria ($\sigma_{sn} = 250$ MPa) e non a quello del materiale del cutter reale. Per questi motivi il valore massimo di 159,8 MPa non costituisce una verifica definitiva del dente reale, ma un indicatore preliminare della zona critica del modello.

Per rendere il modello più adatto a una verifica locale del dente sarebbero necessari ulteriori affinamenti, tra cui l'introduzione dei raccordi geometrici, un affinamento locale della mesh, una verifica di convergenza della tensione massima e una definizione più realistica della distribuzione del carico sulla superficie di contatto.

5.2 Analisi statica strutturale della macchina bialbero

L'analisi statica strutturale della macchina bialbero è stata condotta con l'obiettivo di valutare la risposta del sistema in presenza di carichi equivalenti applicati ai denti dei cutter. Il modello comprende i due rotori, ciascuno costituito da albero, cutter e distanziali, la carcassa e il telaio di base.

Il materiale triturato non è stato modellato esplicitamente. La sua azione è stata rappresentata mediante forze equivalenti applicate alle facce attive dei denti selezionati nella zona di ingaggio tra i due rotori. Il verso delle forze deriva dal principio di azione e reazione: durante la rotazione ciascun dente in presa spinge il materiale nel proprio verso di avanzamento e il materiale, opponendosi al taglio, reagisce sul dente con una forza diretta in verso opposto al moto locale del dente stesso. Poiché i due rotori sono controrotanti, le forze applicate ai denti dei due rotori hanno versi opposti. Uno schema della loro applicazione è rappresentato in Figura 5.7.

Static Structural
Time: 1, s
Items: 10 of 16 indicated

- A** Standard Earth Gravity: 9806,6 mm/s²
- B** Fixed Support
- C** Cylindrical Support SX: 0, mm
- D** Cylindrical Support DX: 0, mm
- E** Force 1: 18300 N
- F** Force 2: 42700 N
- G** Force 3: 42700 N
- H** Force 4: 18300 N
- I** Force 5: 18300 N
- J** Force 6: 42700 N

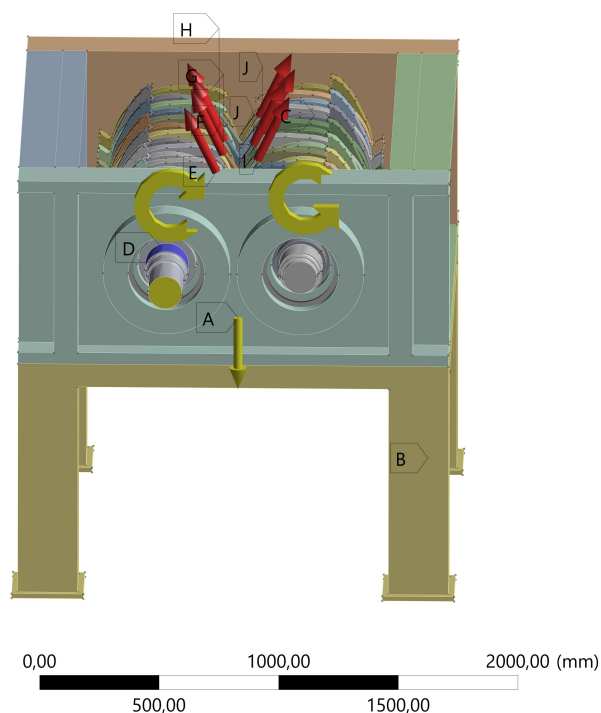


Figura 5.7: Schema di applicazione delle forze equivalenti sui denti in presa dei due rotori.

Su ciascun rotore sono caricati quattro denti, allineati lungo l'asse con passo di 200 mm nella zona di ingaggio compresa tra i due alberi. Ogni forza è applicata come carico distribuito sulla faccia frontale del dente, con risultante passante per il baricentro della faccia, a circa 300 mm dall'asse del rotore. I denti interni della zona di ingaggio sono caricati più dei denti esterni, con rapporto 7:3, per rappresentare la maggiore severità dell'ingaggio nella parte centrale; i valori adottati sono riportati nella Tabella 5.6.

Tabella 5.6: Forze equivalenti applicate ai denti in presa (valori per dente).

Grandezza	Denti esterni	Denti interni
Numero di denti per rotore	2	2
Componente tangenziale	16,87 kN	39,35 kN
Componente radiale	7,10 kN	16,57 kN
Modulo della forza	18,30 kN	42,70 kN

La coerenza dei carichi con i dati della macchina è verificata attraverso la coppia: le componenti tangenziali producono, rispetto all'asse di ciascun rotore, una coppia di 33,66 kNm, pari al 55,27% della coppia disponibile in uscita dal relativo motoriduttore, $M_a = 60,90$ kNm; la coppia complessiva agente sui due rotori 67,32 kNm, corrispondente alla stessa percentuale della coppia complessivamente disponibile dai due azionamenti, $2M_a = 121,80$ kNm. Il caso rappresenta quindi una condizione di carico parziale, ripartita tra i due rotori e concentrata sui denti centrali della zona di ingaggio. A differenza del caso a rotore singolo, il rapporto tra componente radiale e tangenziale vale qui circa 0,42; i valori restano assunzioni del caso di carico equivalente e non derivano da misure.

Poiché la risposta del modello può dipendere dalla modalità con cui viene chiusa la reazione torsionale dei rotori, sono stati analizzati quattro casi statici. I Casi A–C condividono le stesse forze equivalenti applicate ai denti selezionati e differiscono soltanto per la chiusura torsionale, così da isolare l'effetto della condizione al contorno dal resto del modello; il Caso D introduce in aggiunta l'applicazione esplicita della coppia di prova. Il Caso A chiude la reazione torsionale direttamente sui supporti cilindrici, vincolandone la componente tangenziale, e costituisce il riferimento numerico del confronto. Il Caso B libera la componente tangenziale dei supporti e chiude la torsione con un *Remote Displacement* sulla faccia di estremità dell'albero: verifica l'effetto locale del vincolo remoto e rappresenta il collegamento con il gruppo di trasmissione. Il Caso C sposta lo stesso vincolo remoto su una porzione cilindrica dell'albero, per valutare la sensibilità dei risultati alla posizione e all'estensione della superficie vincolata. Il Caso D, infine, mantiene la chiusura torsionale del Caso A e applica esplicitamente agli alberi la coppia di prova come carico *Moment*: è una prova di sensibilità volutamente severa sulla risposta torsionale degli alberi, discussa nel dettaglio nella relativa sottosezione. I quattro casi sono riassunti nella Tabella 5.8.

5.2.1 Impostazioni generali del modello

Le principali impostazioni del modello statico sono riassunte nella Tabella 5.7.

I conteggi di nodi ed elementi seguono le definizioni richiamate nella sezione 4.6; nel presente modello gli elementi non solidi comprendono le interfacce bonded, le facce di applicazione delle forze, le superfici dei vincoli remoti e le connessioni *Bearing*.

Tabella 5.7: Impostazioni generali del modello statico bialbero.

Parametro	Impostazione
Ambiente di calcolo	ANSYS Mechanical, Static Structural
Sistema di unità	mm, N, s, MPa
Numero nodi	63242
Numero elementi solidi	16951
Numero elementi totali	23571
Corpi principali modellati	Gruppi rotore (alberi, cutter, distanziali), carcassa, telaio di base
Azione del materiale	Forze equivalenti applicate ai denti selezionati
Gravità	Attiva
Contatti	Bonded/MPC tra i componenti principali
Supporti cilindrici	Uno per albero, su una sede cuscinetto
Connessioni <i>Bearing</i>	Due per albero, tra piastre di estremità e albero, rigidezza radiale $K = 5 \times 10^6$ N/mm (valore assunto)

I casi analizzati sono riportati nella Tabella 5.8. Il confronto permette di distinguere l'effetto della modalità di vincolo torsionale dall'effetto dell'applicazione diretta della coppia motrice.

Tabella 5.8: Casi statici analizzati.

Caso	Vincolo torsionale	Carico principale	Scopo
A	Cylindrical Support con componente assiale e tangenziale vincolate	Forze equivalenti sui denti + Rotational Velocity	Configurazione di riferimento, con chiusura torsionale sui supporti cilindrici
B	Cylindrical Support assiale + Remote Displacement sulla faccia di estremità dell'albero	Forze equivalenti sui denti + Rotational Velocity	Chiusura torsionale all'estremità dell'albero, rappresentativa del collegamento con la trasmissione
C	Cylindrical Support assiale + Remote Displacement su superficie cilindrica dell'albero	Forze equivalenti sui denti + Rotational Velocity	Prova di sensibilità sulla posizione del vincolo torsionale remoto
D	Cylindrical Support con componente assiale e tangenziale vincolate	Forze equivalenti sui denti + Moment sugli alberi	Prova di sensibilità severa sulla risposta torsionale, con coppia di prova applicata esplicitamente agli alberi

5.2.2 Caso A: Cylindrical Support con componenti assiale e tangenziale vincolate

Nel Caso A sono stati applicati due *Cylindrical Support*, uno per ciascun albero, sulla superficie cilindrica di una sede cuscinetto. Il vincolo opera in un sistema di riferimento cilindrico locale con asse coincidente con l'asse del rotore: per ogni punto della superficie sono state bloccate la componente assiale e la componente tangenziale, mentre la componente radiale è stata lasciata libera. Il blocco della componente tangenziale è ciò che chiude la reazione torsionale: una rotazione rigida della sede attorno all'asse produrrebbe in ogni punto della superficie uno spostamento tangenziale, che il vincolo impedisce. Le reazioni tangenziali distribuite sulla superficie formano quindi un sistema di forze con momento risultante attorno all'asse del rotore, che equilibra la coppia generata dai carichi applicati sui denti. In questa configurazione non sono presenti vincoli di tipo *Remote Displacement*: la reazione torsionale è chiusa interamente dai supporti cilindrici.

Il caso mantiene la gravità, le forze equivalenti applicate ai denti selezionati e le velocità rotazionali dei due rotori.

Tabella 5.9: Condizioni di vincolo e carico del Caso A.

Parametro	Impostazione
Fixed Support	Telaio di base
Cylindrical Support SX	Radial Free, Axial Fixed, Tangential Fixed
Cylindrical Support DX	Radial Free, Axial Fixed, Tangential Fixed
Remote Displacement	Non presente
Velocità di rotazione	$\pm 2,30$ rad/s attorno a Z, versi opposti sui due rotori
Forze equivalenti sui denti	Attive, distribuite sulle facce attive di 8 denti complessivi

Risultati del Caso A

I risultati principali del Caso A sono riportati nella Tabella 5.10.

Tabella 5.10: Risultati principali del Caso A.

Grandezza	Valore	Osservazione
Tensione equivalente globale	97,14 MPa	Massimo nella zona dei denti caricati
Tensione principale massima	100,99 MPa	Zona di ingaggio dei denti
Deformazione totale massima	0,73 mm	gruppo rotante
Deformazione direzionale X	da -0,44 a 0,55 mm	Spostamento lungo X
Deformazione direzionale Y	da -0,65 a 0,38 mm	Spostamento lungo Y
Deformazione direzionale Z	da -0,12 a 0,13 mm	Spostamento lungo Z
Tensione equivalente massima nei cutter	97,14 MPa	Zona dei denti caricati
Tensione equivalente sui distanziali	49,21 MPa	Distanziali del gruppo rotore
Tensione equivalente sugli alberi	37,47 MPa	Zone di transizione
Tensione equivalente sulla carcassa	1,14 MPa	Valore non critico
Tensione equivalente sul telaio di base	0,82 MPa	Valore non critico

La distribuzione della tensione equivalente di von Mises sull'intero modello è riportata in Figura 5.8. Il massimo, pari a circa 97,1 MPa, si colloca sui denti caricati nella zona di ingaggio: con la reazione torsionale chiusa a terra dai supporti cilindrici, la sollecitazione resta confinata nella catena rotore-supporti e la parte più caricata del modello coincide con la zona di introduzione delle forze.

A: Cylindrical support -> Tangential e Axial fixed
 Equivalent Stress
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 1 s

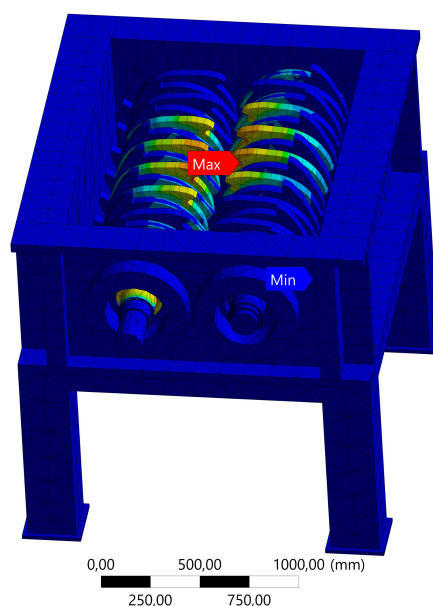
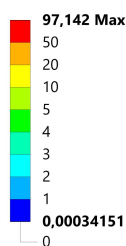


Figura 5.8: Caso A: tensione equivalente di von Mises sull'intero modello.

La deformazione totale, mostrata in Figura 5.9, raggiunge circa 0,73 mm sul gruppo rotante, dove agiscono le forze equivalenti; carcassa e telaio di base presentano spostamenti trascurabili.

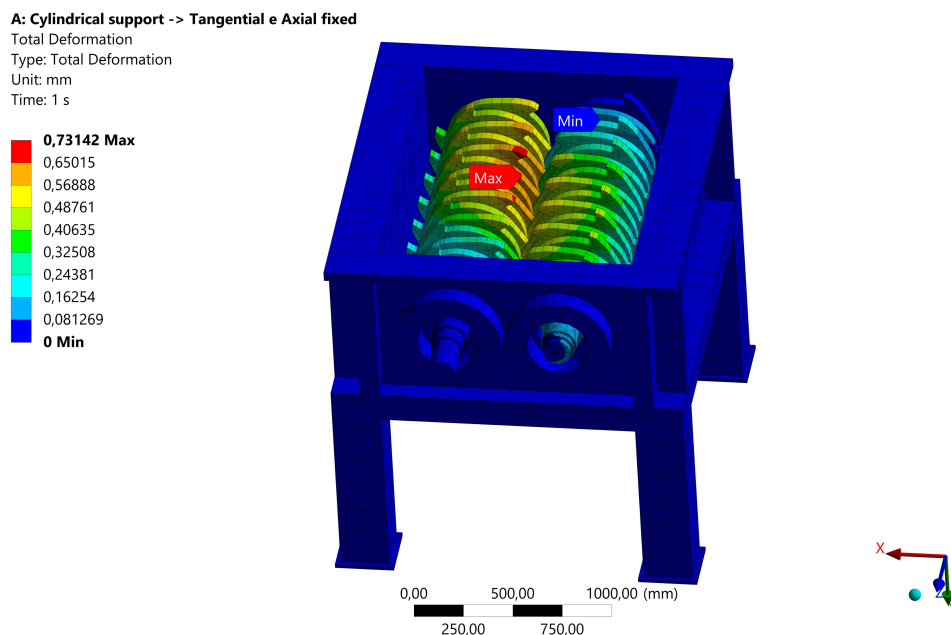


Figura 5.9: Caso A: deformazione totale del modello.

Il risultato valutato sui soli cutter è riportato in Figura 5.10: il massimo coincide con quello globale del modello, a conferma che in questa configurazione nessun altro componente supera la sollecitazione dei denti caricati.

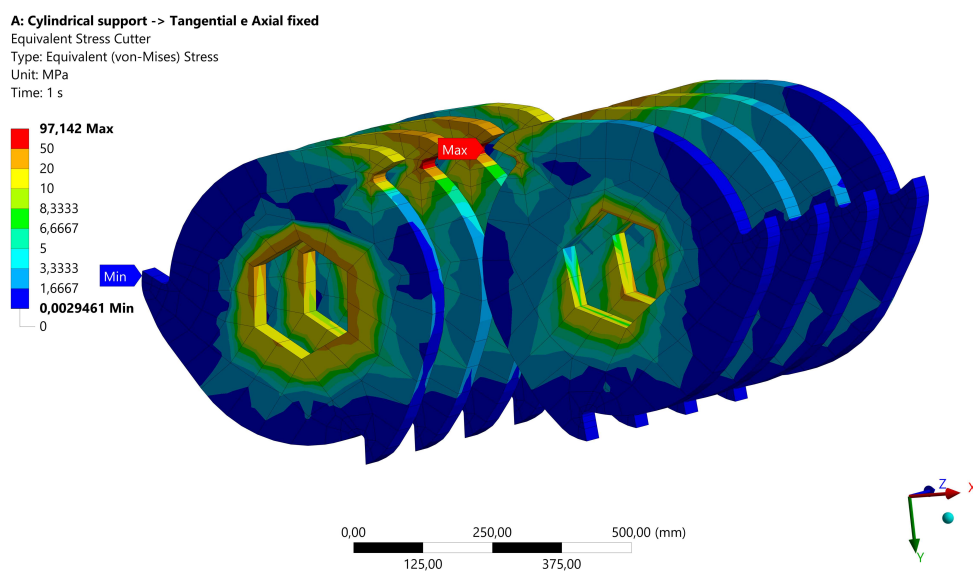


Figura 5.10: Caso A: tensione equivalente di von Mises nei cutter.

Sugli alberi (Figura 5.11) la tensione equivalente non supera 37,5 MPa. I valori più alti compaiono nelle zone di transizione e di collegamento con il gruppo rotore, dove il flusso di

carico passa dalla sezione del pacco lame a quella dell'albero.

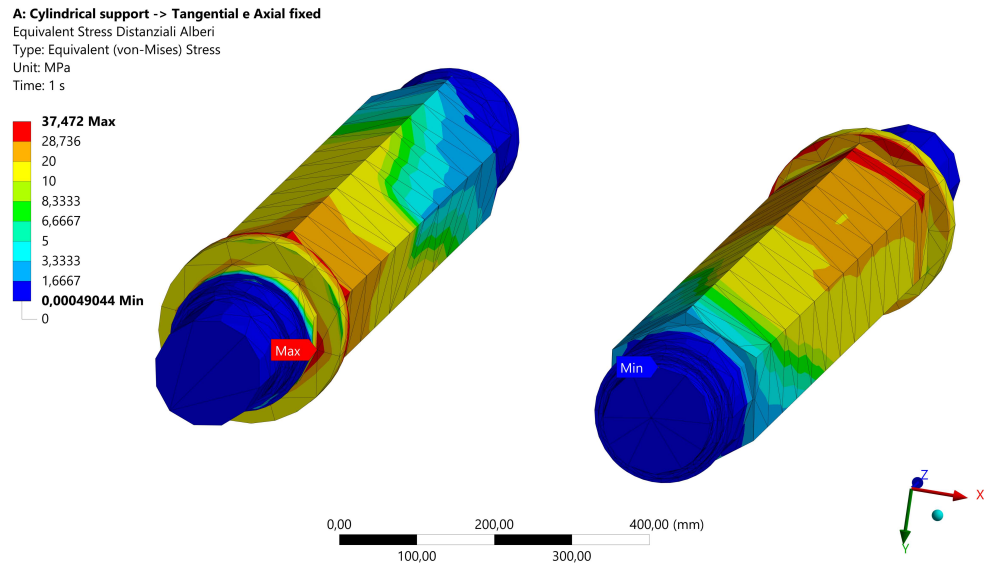


Figura 5.11: Caso A: tensione equivalente di von Mises sugli alberi.

Le tensioni sulla carcassa e sul telaio di base sono riportate in Figura 5.12 e Figura 5.13. I massimi, pari a circa 1,1 MPa e 0,8 MPa, sono di due ordini di grandezza inferiori rispetto ai rotori: la struttura portante non è dimensionante in questo caso.

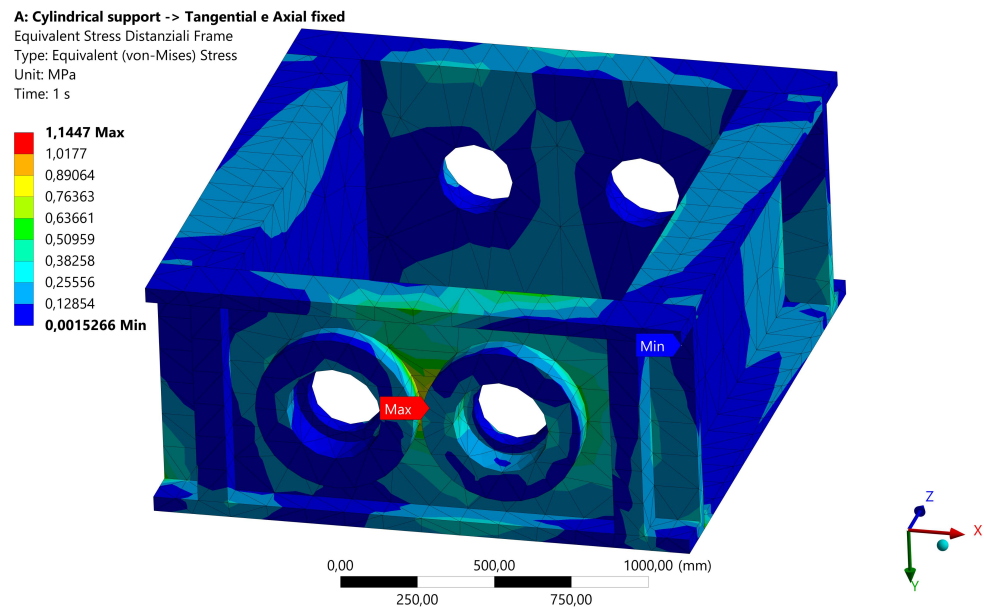


Figura 5.12: Caso A: tensione equivalente di von Mises sulla carcassa.

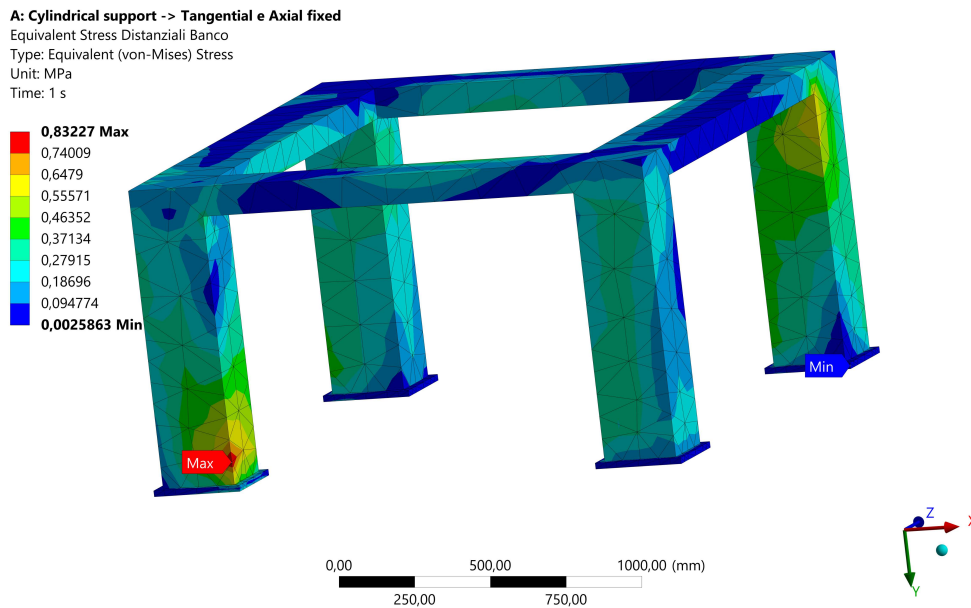


Figura 5.13: Caso A: tensione equivalente di von Mises sul telaio di base.

Nel Caso A il massimo globale della tensione equivalente coincide quindi con il massimo rilevato nei cutter, localizzato sui denti caricati, mentre alberi, carcassa e telaio di base rimangono su valori inferiori. La deformazione massima è localizzata principalmente sul gruppo rotante.

5.2.3 Caso B: Remote Displacement sulla superficie di estremità

Nel Caso B la reazione torsionale dei rotori è stata rappresentata mediante *Remote Displacement* applicato sulla superficie di estremità degli alberi. In particolare, è stata imposta nulla la rotazione attorno all'asse del rotore, mantenendo attive le velocità rotazionali dei due alberi e le forze equivalenti applicate ai denti selezionati.

Rispetto al Caso A, in cui la chiusura torsionale era ottenuta direttamente mediante *Cylindrical Support* con componente tangenziale vincolata, in questo caso la componente tangenziale dei supporti cilindrici non viene utilizzata per bloccare la rotazione. La scelta riflette il percorso reale della coppia nella macchina: i cuscinetti volventi consentono la rotazione relativa tra albero e supporto e non trasmettono coppia attorno all'asse, se non per attriti trascurabili, mentre la reazione torsionale è fornita dal gruppo di trasmissione collegato all'estremità dell'albero. Chiudere la torsione sulla superficie di estremità, sul lato trasmissione di ciascun albero, riproduce quindi in forma equivalente questo percorso: il tratto di albero compreso tra la zona di ingaggio e l'estremità vincolata risulta percorso dal flusso torsionale come nella macchina reale, mentre nel Caso A tale reazione era attribuita alle sedi dei cuscinetti per sola convenienza di modellazione.

Il vincolo remoto ha comportamento *Deformable*. Il sostegno radiale dei rotori è garantito, in questo caso come in tutti gli altri, dalle connessioni *Bearing* tra gli alberi e le piastre di estremità: la liberazione della componente tangenziale dei supporti cilindrici non rende quindi il sistema labile.

Tabella 5.11: Condizioni di vincolo e carico adottate nel Caso B.

Parametro	Impostazione
Tipo analisi	Static Structural
Fixed Support	Telaio di base
Cylindrical Support SX	Radial Free, Axial Fixed, Tangential Free
Cylindrical Support DX	Radial Free, Axial Fixed, Tangential Free
Remote Displacement SX/DX	Applicato sulla superficie di estremità degli alberi
Rotazione vincolata	Rotazione attorno all'asse del rotore pari a zero
Rotational Velocity SX/DX	Attive, con verso opposto sui due rotori
Forze equivalenti sui denti	Attive, distribuite sulle facce attive di 8 denti
Gravità	Attiva
Comportamento del vincolo remoto	Deformable

Risultati del Caso B

I risultati principali ottenuti nel Caso B sono riportati nella Tabella 5.12. Il massimo globale della tensione equivalente è pari a 172,45 MPa e si localizza sugli alberi, in prossimità della zona in cui viene applicato il vincolo remoto torsionale. Per questo motivo, oltre al massimo globale, sono stati valutati separatamente i valori nei cutter, negli alberi, nella carcassa e nel telaio di base.

Tabella 5.12: Risultati principali del Caso B.

Grandezza	Valore	Osservazione
Tensione equivalente globale	172,45 MPa	Massimo sugli alberi, vicino al vincolo remoto
Tensione principale massima	101,00 MPa	Zona degli alberi in prossimità del vincolo remoto
Minimo della tensione principale massima	-3,29 MPa	Compressione locale
Spostamento totale massimo	1,72 mm	Massimo sul gruppo rotante
Spostamento direzionale lungo X	da -1,38 a 1,49 mm	Componente nel piano trasversale
Spostamento direzionale lungo Y	da -1,64 a 1,33 mm	Componente nel piano trasversale
Spostamento direzionale lungo Z	da -0,11 a 0,14 mm	Componente assiale
Tensione equivalente massima nei cutter	97,15 MPa	Massimo sui denti caricati
Tensione equivalente sugli alberi	172,45 MPa	Massimo in prossimità del vincolo remoto
Tensione equivalente sulla carcassa	3,50 MPa	Valore contenuto rispetto ai gruppi rotanti
Tensione equivalente sul telaio di base	5,60 MPa	Valore contenuto rispetto ai gruppi rotanti

Distribuzione delle tensioni e degli spostamenti

La distribuzione globale della tensione equivalente di von Mises è mostrata in Figura 5.14. Il valore massimo non si localizza sui denti caricati, ma sull'albero in prossimità della superficie di estremità vincolata: il *Remote Displacement* impone la rotazione nulla sulla superficie di estremità e, di conseguenza, la reazione torsionale necessaria all'equilibrio del rotore si concentra in prossimità di tale zona.

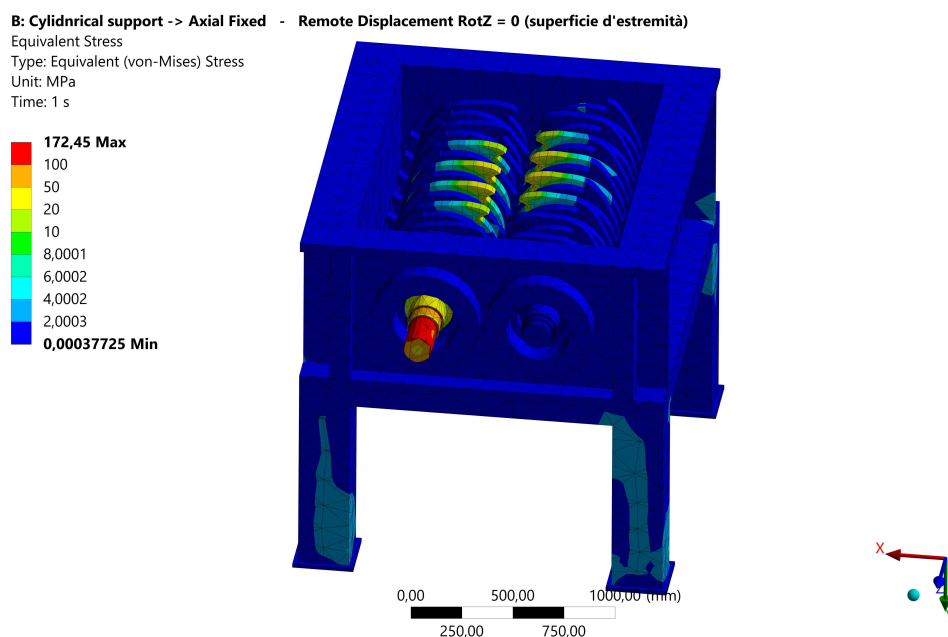


Figura 5.14: Caso B: tensione equivalente di von Mises sull'intero modello.

La deformazione totale, riportata in Figura 5.15, raggiunge un valore massimo di circa 1,72 mm, superiore a quello del Caso A: lasciando libera la componente tangenziale dei supporti, l'albero può torcersi lungo tutta la campata fino alla faccia vincolata e il gruppo rotore accumula spostamenti più ampi. Carcassa e telaio di base rimangono su spostamenti contenuti.

B: Cylindrical support -> Axial Fixed - Remote Displacement RotZ = 0 (superficie d'estremità)
 Total Deformation
 Type: Total Deformation
 Unit: mm
 Time: 1 s

1,7237 Max
 1,5322
 1,3406
 1,1491
 0,9576
 0,76608
 0,57456
 0,38304
 0,19152
 0 Min

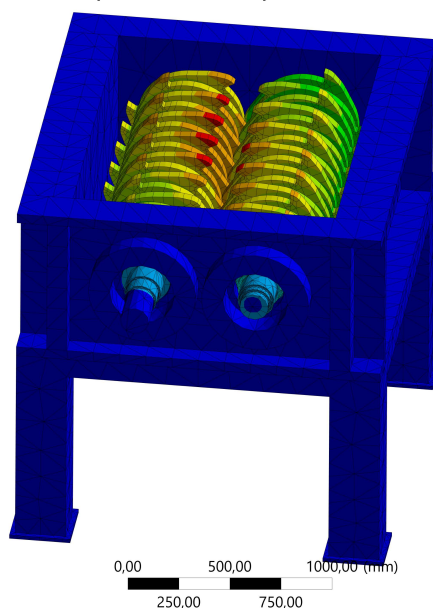


Figura 5.15: Caso B: deformazione totale del modello.

La distribuzione della tensione sugli alberi è riportata in Figura 5.16. Il valore massimo, pari a 172,45 MPa, coincide con il massimo globale del modello e si colloca in corrispondenza della superficie di estremità vincolata, mentre il resto dell'albero lavora su livelli molto inferiori.

B: Cylindrical support -> Axial Fixed - Remote Displacement RotZ = 0 (superficie d'estremità)
 Equivalent Stress Alberi
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 1 s

172,45 Max
 100
 50
 20
 10
 8
 6
 4
 2
 0,00047599 Min
 0

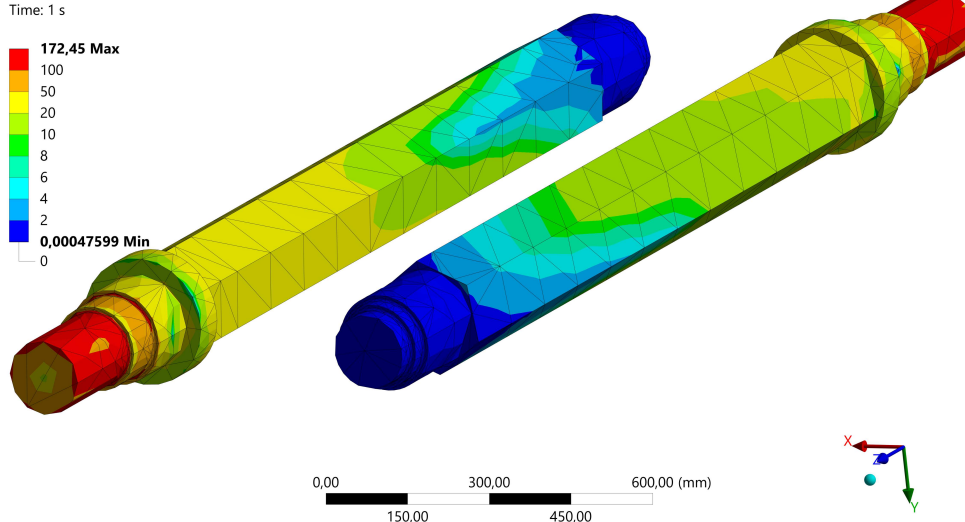


Figura 5.16: Caso B: tensione equivalente di von Mises sugli alberi.

Le tensioni sulla carcassa e sul telaio di base sono riportate in Figura 5.17 e Figura 5.18. Rispetto al Caso A i massimi aumentano, da circa 1,1 a 3,5 MPa sulla carcassa e da circa 0,8 a 5,6 MPa sul telaio di base, in modo coerente con la maggiore deformazione del gruppo

rotore che si scarica sulle sedi dei cuscinetti; i livelli restano comunque molto inferiori alle tensioni massime rilevate sugli alberi e al limite di snervamento del materiale assunto.

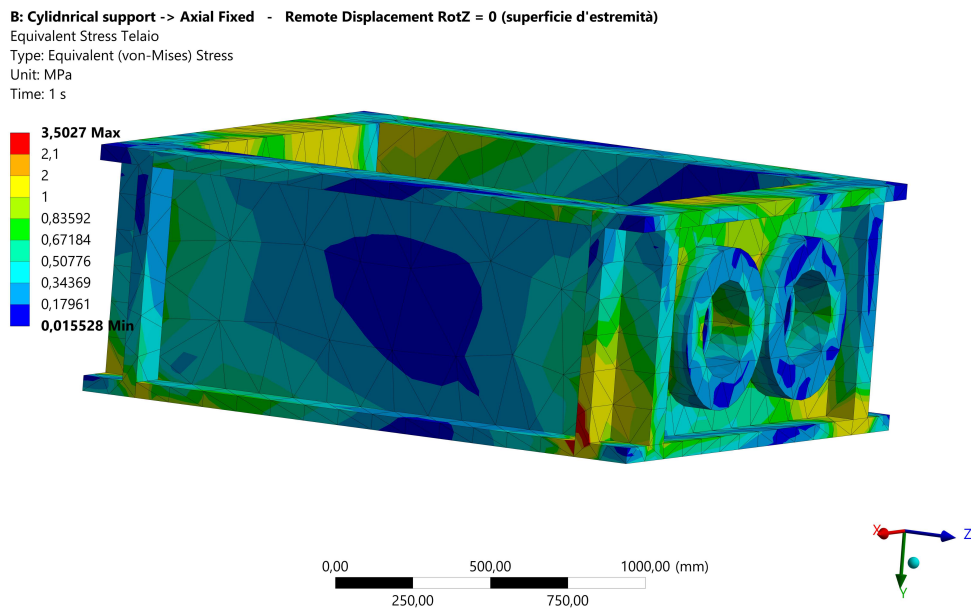


Figura 5.17: Caso B: tensione equivalente di von Mises sulla carcassa.

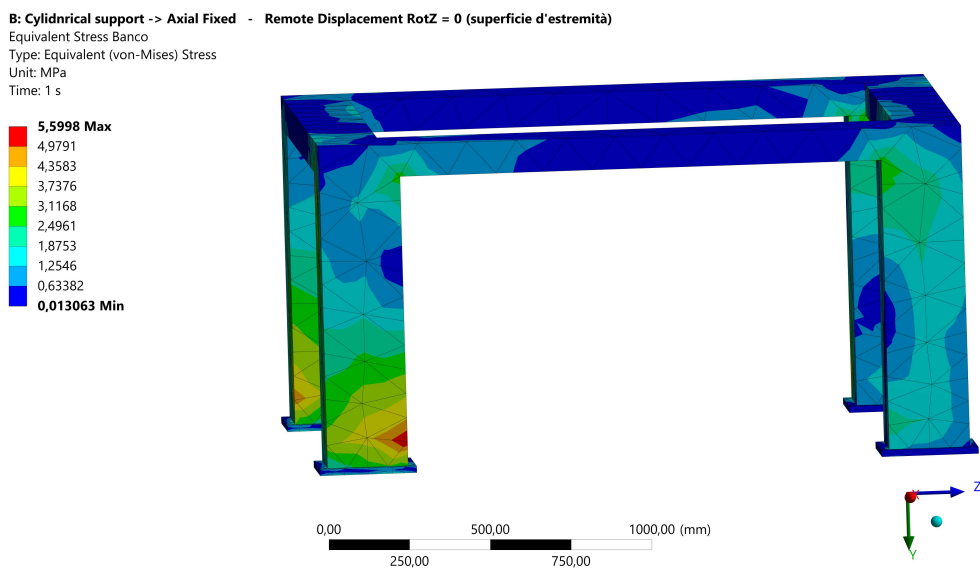


Figura 5.18: Caso B: tensione equivalente di von Mises sul telaio di base.

Osservazioni sul Caso B

Nel Caso B il massimo globale della tensione equivalente coincide con il massimo rilevato sugli alberi. La localizzazione del picco in prossimità della superficie di estremità vincolata indica che il risultato globale è influenzato dalla modalità con cui viene chiusa la reazione torsionale mediante *Remote Displacement*. Il massimo globale non viene quindi assunto

come unico indicatore della severità del carico applicato ai denti: la tensione equivalente massima nei cutter resta pari a 97,15 MPa, in linea con il Caso A.

La natura di questo massimo merita una precisazione. Il percorso della coppia è fisicamente corretto: liberata la componente tangenziale dei supporti, l'intera coppia resistente del rotore, pari a 33,66 kNm, transita nel tratto terminale dell'albero fino alla superficie vincolata. Su tale tratto, di diametro 140 mm, la sola torsione nominale produce una tensione tangenziale di circa 62,5 MPa, corrispondente a una tensione equivalente di circa 108 MPa: uno stato di sforzo di quest'ordine è quindi reale e atteso in quella zona. Il valore di picco di 172,45 MPa, superiore di circa il 60% al riferimento nominale, risente invece della modalità di applicazione del vincolo, che distribuisce la reazione sulla superficie di estremità mediante equazioni di vincolo, e dell'assenza nel modello del reale collegamento con la trasmissione. La zona del vincolo remoto è quindi significativa sul piano qualitativo, come sede del flusso torsionale, ma il suo valore di picco non va utilizzato come dato di verifica locale: una verifica di quel tratto richiederebbe la modellazione esplicita del collegamento albero-trasmissione.

Il Caso B viene utilizzato come configurazione di confronto per valutare l'effetto del vincolo torsionale remoto applicato all'estremità dell'albero, distinguendo la risposta dei cutter dall'effetto locale introdotto dalla diversa condizione di vincolo.

5.2.4 Caso C: Remote Displacement sulla superficie cilindrica dell'albero

Nel Caso C la chiusura torsionale dei rotori viene rappresentata mediante *Remote Displacement* applicato sulla superficie cilindrica degli alberi. Anche in questo caso i *Cylindrical Support* vengono utilizzati per vincolare la componente assiale dei supporti, mentre la componente tangenziale rimane libera. La rotazione attorno all'asse del rotore viene invece impedita mediante il vincolo remoto, imponendo $RotZ = 0$.

Questa configurazione è stata introdotta come prova di sensibilità rispetto al Caso B, nel quale il *Remote Displacement* era applicato sulla faccia di estremità dell'albero. Lo scopo del Caso C è quindi valutare come cambia la risposta strutturale quando la chiusura torsionale non viene concentrata sulla faccia terminale, ma distribuita lungo una porzione cilindrica dell'albero.

Tabella 5.13: Condizioni di vincolo e carico adottate nel Caso C.

Parametro	Impostazione
Tipo analisi	Static Structural
Fixed Support	Telaio di base
Cylindrical Support SX	Radial Free, Axial Fixed, Tangential Free
Cylindrical Support DX	Radial Free, Axial Fixed, Tangential Free
Remote Displacement SX/DX	Applicato sulla superficie cilindrica degli alberi
Rotazione vincolata	$RotZ = 0$ attorno all'asse del rotore
Rotational Velocity SX/DX	Attive, con verso opposto sui due rotori
Forze equivalenti sui denti	Attive, distribuite sulle facce attive di 8 denti
Gravità	Attiva
Comportamento del vincolo remoto	Deformable

Risultati del Caso C

I risultati principali del Caso C sono riportati nella Tabella 5.14. Il valore massimo della tensione equivalente di von Mises è pari a 182,61 MPa e si localizza sugli alberi, in prossimità della zona interessata dal *Remote Displacement* cilindrico. Anche in questo caso il massimo globale non coincide quindi con la tensione equivalente massima nei cutter, ma risente della modalità con cui viene chiusa la reazione torsionale del modello.

Tabella 5.14: Risultati principali del Caso C.

Grandezza	Valore	Osservazione
Tensione equivalente globale	182,61 MPa	Massimo sugli alberi, in prossimità del vincolo remoto cilindrico
Tensione principale massima	104,95 MPa	Zona del gruppo rotore-albero
Minimo della tensione principale massima	-3,28 MPa	Compressione locale
Spostamento totale massimo	1,22 mm	Massimo sul gruppo rotante
Spostamento direzionale X	da -0,90 a 1,01 mm	Componente nel piano trasversale
Spostamento direzionale Y	da -1,14 a 0,83 mm	Componente nel piano trasversale
Spostamento direzionale Z	da -0,13 a 0,14 mm	Componente assiale
Tensione equivalente massima nei cutter	97,15 MPa	Massimo sui denti caricati
Tensione equivalente sugli alberi	182,61 MPa	Massimo coincidente con il massimo globale
Tensione equivalente sulla carcassa	3,50 MPa	Valore molto inferiore al massimo sugli alberi
Tensione equivalente sul telaio di base	5,60 MPa	Valore molto inferiore al massimo sugli alberi

Distribuzione delle tensioni e degli spostamenti

La distribuzione globale della tensione equivalente di von Mises è riportata in Figura 5.19. Il massimo globale, pari a 182,61 MPa, non è localizzato sulla carcassa o sul telaio di base, ma sul gruppo rotore-albero, in corrispondenza del vincolo remoto applicato sulla superficie cilindrica dell'albero.

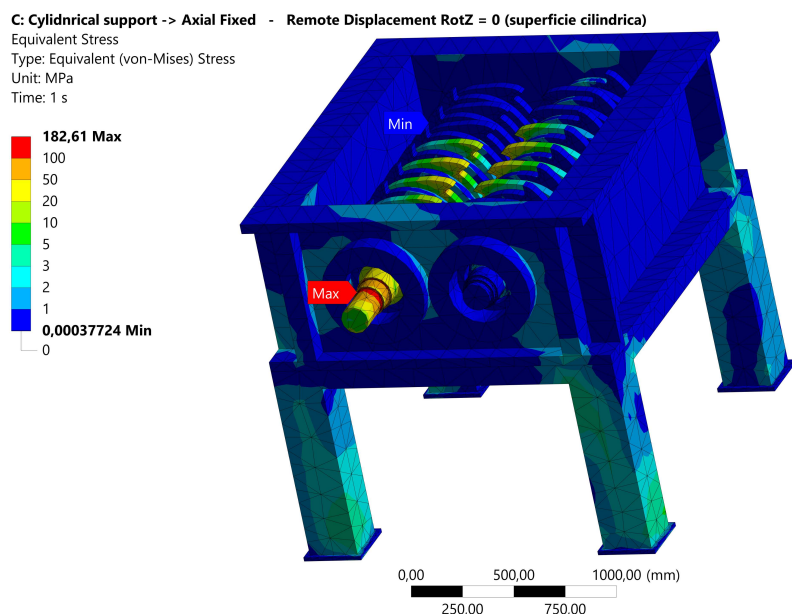


Figura 5.19: Caso C: tensione equivalente di von Mises sull'intero modello.

La Figura 5.20 mostra la tensione principale massima. Il valore massimo, pari a circa 104,95 MPa, resta vicino a quello dei casi precedenti e interessa il gruppo rotore-albero. Il valore minimo della tensione principale, pari a circa $-3,28$ MPa, indica la presenza di compressioni locali di entità ridotta rispetto ai livelli massimi di trazione rilevati nel modello. La mappa conferma che la struttura di supporto non è coinvolta dalle sollecitazioni principali.

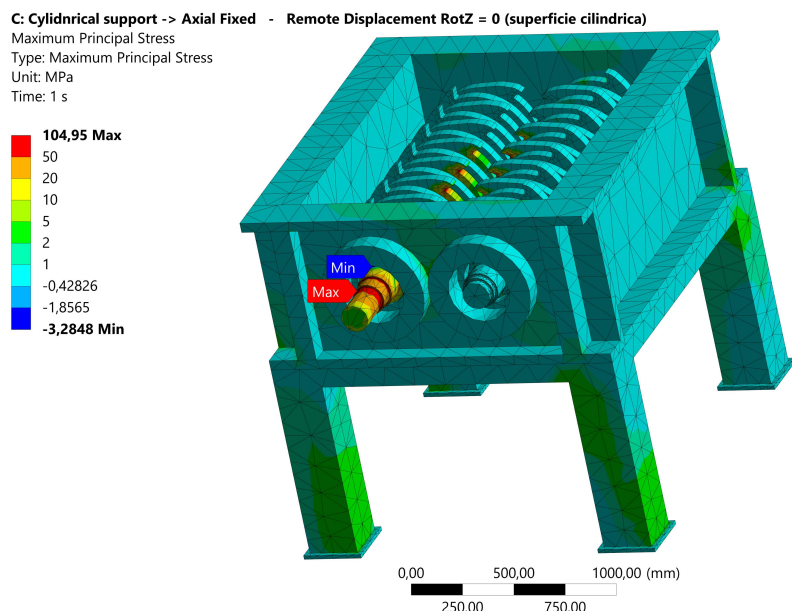


Figura 5.20: Caso C: tensione principale massima sull'intero modello.

La deformazione totale del modello è riportata in Figura 5.21. Il valore massimo, pari a circa 1,22 mm, è inferiore a quello del Caso B: il vincolo distribuito sulla superficie cilindrica

è torsionalmente più rigido della sola faccia di estremità e limita la rotazione accumulata dal gruppo rotore. La struttura esterna presenta spostamenti molto più contenuti.

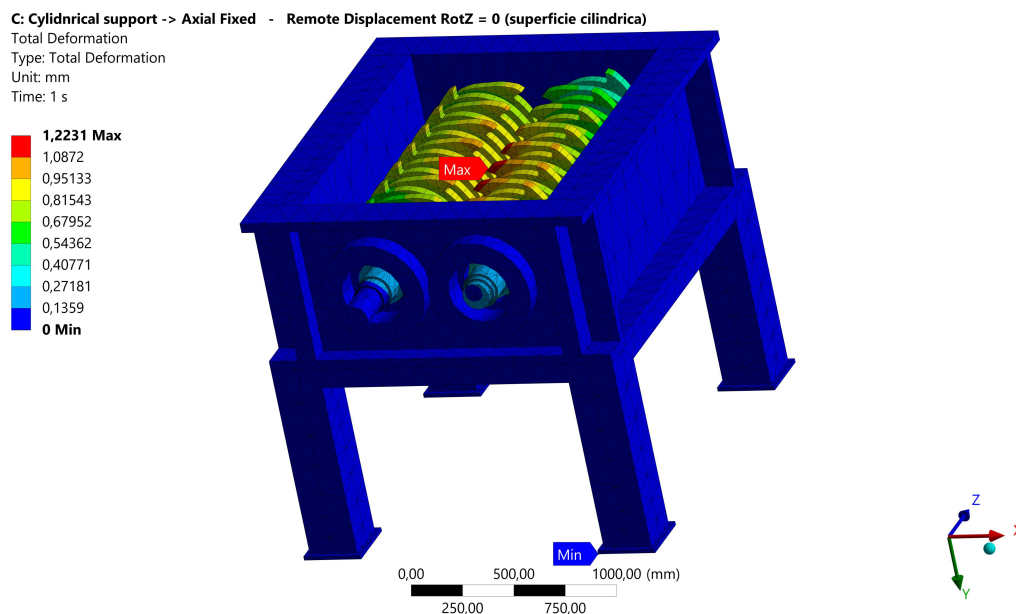


Figura 5.21: Caso C: deformazione totale del modello.

La distribuzione della tensione sugli alberi è riportata in Figura 5.22. Il valore massimo, pari a 182,61 MPa, coincide con il massimo globale del modello ed è leggermente superiore a quello del Caso B: imporre la rotazione nulla su una porzione estesa dell'albero genera un gradiente più marcato ai bordi della zona vincolata rispetto al vincolo concentrato sulla faccia terminale.

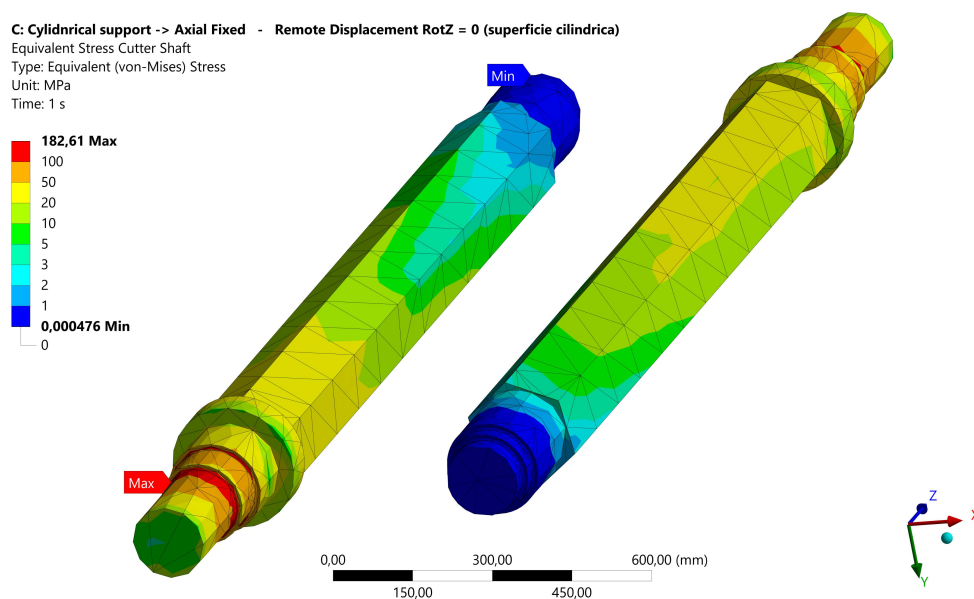


Figura 5.22: Caso C: tensione equivalente di von Mises sugli alberi.

Le tensioni sulla carcassa e sul telaio di base sono riportate in Figura 5.23 e Figura 5.24.

I massimi coincidono, alle cifre riportate, con quelli del Caso B: lo spostamento del vincolo remoto lungo l'albero non modifica in modo apprezzabile le azioni trasmesse alla struttura portante.

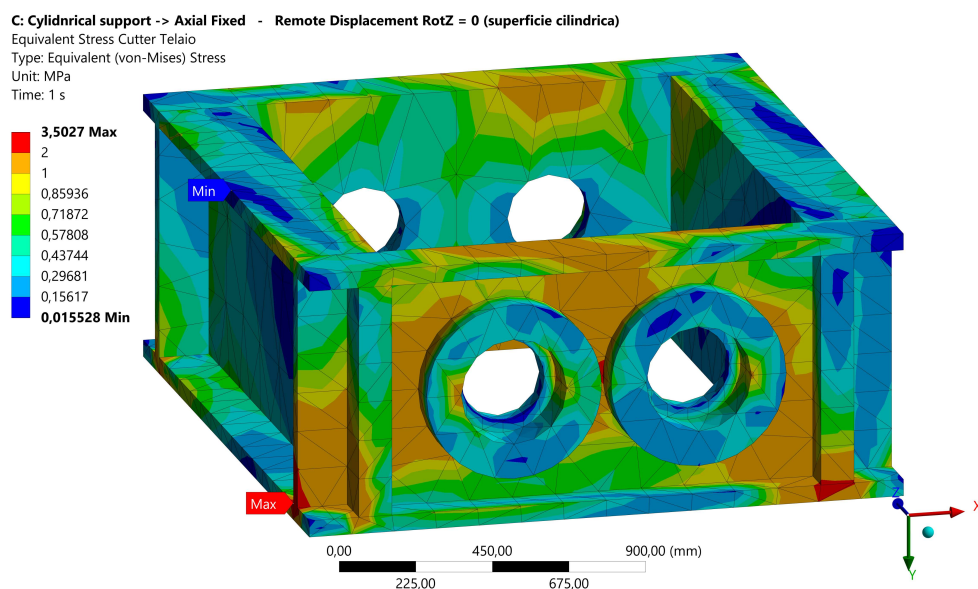


Figura 5.23: Caso C: tensione equivalente di von Mises sulla carcassa.

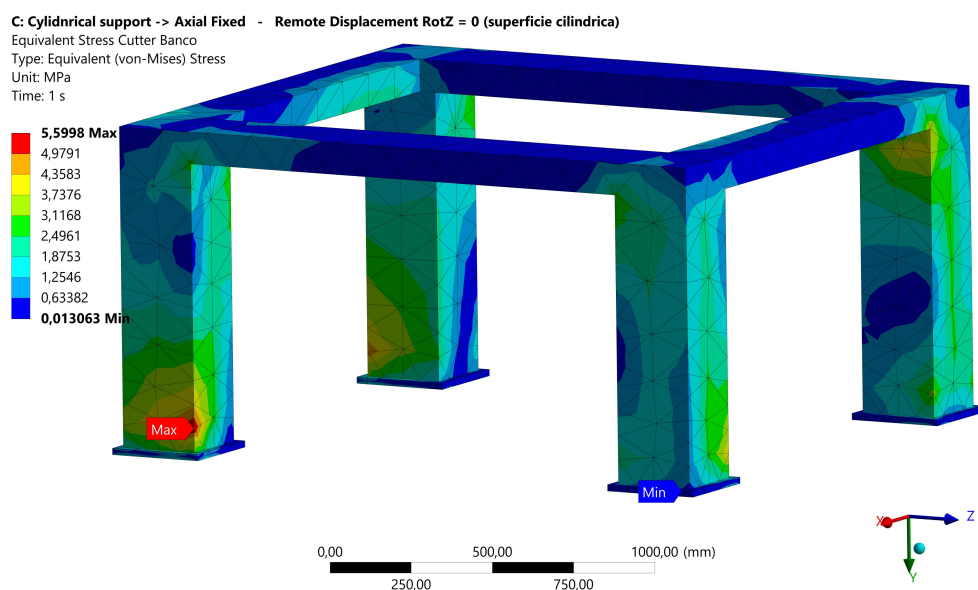


Figura 5.24: Caso C: tensione equivalente di von Mises sul telaio di base.

Osservazioni sul Caso C

Nel Caso C il massimo globale della tensione equivalente si localizza sugli alberi, in corrispondenza della zona interessata dal vincolo remoto applicato sulla superficie cilindrica. Tale risultato va interpretato considerando l'effetto locale della condizione al contorno scelta per rappresentare la chiusura torsionale del sistema; l'analisi separata dei componenti

mostra infatti che la tensione equivalente massima nei cutter, localizzata sui denti caricati, resta pari a circa 97,15 MPa, come nei casi precedenti.

Il confronto con il Caso B evidenzia il duplice effetto della superficie vincolata: la chiusura distribuita riduce gli spostamenti del gruppo rotore (1,22 mm contro 1,72 mm) ma produce un picco locale più elevato sugli alberi (182,61 MPa contro 172,45 MPa), senza modificare in modo apprezzabile la tensione nei cutter e la risposta della struttura portante.

5.2.5 Caso D: coppia di prova applicata agli alberi

Nel Caso D la *Rotational Velocity* è stata soppressa e sostituita da una coppia applicata direttamente agli alberi mediante carichi di tipo *Moment*. Le forze equivalenti applicate ai denti rimangono attive e rappresentano la reazione del materiale durante l'ingaggio. Il valore della coppia è una coppia di prova $T_{\text{prova}} = 64,70 \text{ kNm}$ ($6,47 \times 10^7 \text{ Nmm}$), pari al 106,24% della coppia disponibile in uscita dal singolo motoriduttore, $M_a = 60,90 \text{ kNm}$, adottata come carico leggermente superiore alla piena coppia disponibile.

I momenti sono applicati sulla stessa porzione cilindrica di estremità degli alberi utilizzata nel Caso C.

Poiché i due rotori sono controrotanti, i momenti applicati sui due alberi hanno segno opposto. In questa configurazione non vengono utilizzati vincoli di tipo *Remote Displacement*; la chiusura torsionale è ottenuta mediante *Cylindrical Support* con componente assiale e tangenziale vincolata, come nel Caso A.

Nel funzionamento a regime, la coppia motrice fornita a ciascun albero e la coppia resistente prodotta dal materiale sui denti si equilibrano. Per il sistema di forze adottato, la coppia resistente agente su ciascun rotore è pari a 33,66 kNm.

Nel Caso D le forze equivalenti sui denti rimangono attive e viene inoltre applicata a ciascun albero la coppia di prova $T_{\text{prova}} = 64,70 \text{ kNm}$. La configurazione non rappresenta quindi una condizione di funzionamento a regime, ma una prova di sensibilità volutamente severa sulla risposta torsionale degli alberi. La differenza tra la coppia applicata e la coppia resistente prodotta dalle forze sui denti è pari a 31,04 kNm per albero ed è equilibrata dalla componente tangenziale dei supporti cilindrici.

In un modello lineare le tensioni indotte dalla coppia scalano linearmente con essa; le grandezze rilevate nei cutter restano coerenti con il Caso A, a conferma che l'effetto del momento è confinato alla catena torsionale albero-supporti. Il caso non va inoltre letto come semplice sostituzione della velocità di rotazione: la *Rotational Velocity* introduce un contributo inerziale, mentre il *Moment* applica una coppia esterna al modello.

Tabella 5.15: Condizioni di vincolo e carico adottate nel Caso D.

Parametro	Impostazione
Tipo di analisi	Static Structural
Fixed Support	Telaio di base
Cylindrical Support SX	Radial Free, Axial Fixed, Tangential Fixed
Cylindrical Support DX	Radial Free, Axial Fixed, Tangential Fixed
Remote Displacement	Non presente
Rotational Velocity SX/DX	Soppressa
Forze equivalenti sui denti	Attive, distribuite sulle facce attive di 8 denti complessivi
Moment SX	$-6,47 \times 10^7$ Nmm, attorno all'asse del rotore
Moment DX	$+6,47 \times 10^7$ Nmm, verso opposto rispetto al rotore SX
Gravità	Attiva, $9806,6 \text{ mm/s}^2$

Il modello del Caso D è costituito da 63246 nodi e 23649 elementi totali; la differenza rispetto ai valori della Tabella 5.7 è riconducibile agli elementi di contatto generati sulle superfici di applicazione dei carichi *Moment* e ai relativi nodi pilota.

La componente tangenziale vincolata dai *Cylindrical Support* chiude la coppia applicata agli alberi senza introdurre un *Remote Displacement* aggiuntivo. Questa scelta consente il confronto diretto con il Caso A, ma concentra la reazione torsionale in corrispondenza dei supporti cilindrici: i risultati sugli alberi vanno quindi interpretati tenendo conto della condizione di vincolo adottata.

Risultati del Caso D

I risultati principali del Caso D sono riportati nella Tabella 5.16. Rispetto al Caso A, l'applicazione della coppia di prova modifica in modo significativo la risposta degli alberi: il massimo globale della tensione equivalente di von Mises risulta pari a 350,91 MPa e si localizza sugli alberi, mentre la tensione equivalente massima nei cutter rimane pari a 97,14 MPa.

Tabella 5.16: Risultati principali del Caso D.

Grandezza	Valore	Osservazione
Tensione equivalente globale	350,91 MPa	Massimo sugli alberi
Tensione principale massima	201,62 MPa	Zona degli alberi e dei supporti
Minimo della tensione principale massima	-4,92 MPa	Compressione locale
Spostamento totale massimo	0,73 mm	Massimo sul gruppo rotante
Spostamento direzionale X	da -0,44 a 0,55 mm	Componente nel piano trasversale
Spostamento direzionale Y	da -0,65 a 0,38 mm	Componente nel piano trasversale
Tensione equivalente massima nei cutter	97,14 MPa	Massimo sui denti caricati
Tensione equivalente sugli alberi	350,91 MPa	Massimo coincidente con il massimo globale
Tensione equivalente sulla carcassa	1,14 MPa	Valore molto inferiore al massimo sugli alberi
Tensione equivalente sul telaio di base	0,83 MPa	Valore molto inferiore al massimo sugli alberi

Poiché lo spostamento totale e le tensioni nei cutter, nella carcassa e nel telaio di base risultano sostanzialmente coincidenti con quelli del Caso A, per il Caso D si riportano le sole distribuzioni che se ne discostano: la tensione equivalente globale e quella sugli alberi.

La distribuzione globale della tensione equivalente di von Mises è riportata in Figura 5.25. Il massimo non si localizza nei cutter, ma sugli alberi: la coppia applicata transita lungo l'albero, dalla superficie di applicazione fino ai supporti cilindrici che la equilibrano, e il taglio torsionale associato domina la risposta globale.

D: Cylindrical support -> Axial e tangent Fixed - Coppie al posto di rotazioni
 Equivalent Stress
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 1 s

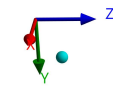
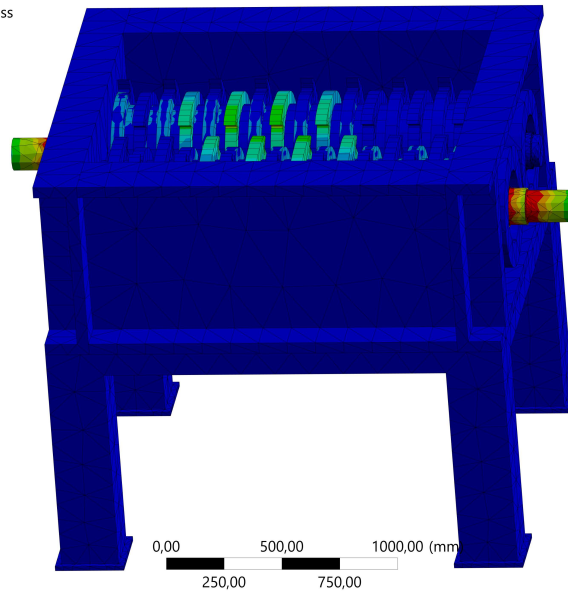
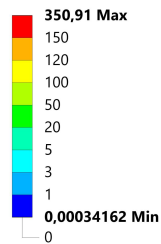


Figura 5.25: Caso D: tensione equivalente di von Mises sull'intero modello con coppia di prova applicata agli alberi.

La distribuzione della tensione sugli alberi è riportata in Figura 5.26. Il massimo, pari a 350,91 MPa, coincide con il massimo globale del modello e si sviluppa nel tratto interessato dalla trasmissione della coppia, in prossimità della chiusura torsionale imposta dai *Cylindrical Support*.

D: Cylindrical support -> Axial e tangent Fixed - Coppie al posto di rotazioni
 Equivalent Stress Cutter Shaft
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 1 s

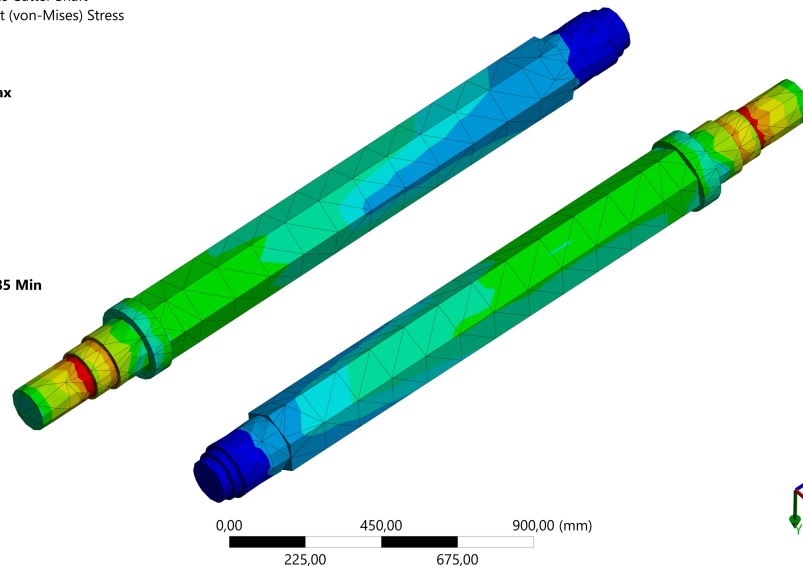
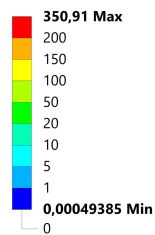


Figura 5.26: Caso D: tensione equivalente di von Mises sugli alberi.

Osservazioni sul Caso D

Nel Caso D il massimo globale della tensione equivalente non coincide con quello del Caso A: l'applicazione della coppia di prova porta gli alberi a 350,91 MPa, mentre la tensione equivalente massima nei cutter rimane praticamente invariata a 97,14 MPa. La sollecitazione dei denti caricati dipende quindi dalle forze equivalenti applicate localmente, mentre la coppia agisce sulla catena torsionale degli alberi. Carcassa e telaio di base restano ai livelli del Caso A, con massimi di circa 1,14 MPa e 0,83 MPa: la coppia è equilibrata direttamente dai supporti cilindrici e non transita attraverso la struttura portante.

Il rapporto tra il massimo della tensione equivalente e quello della tensione principale massima, entrambi localizzati sugli alberi, vale $350,91/201,62 \simeq 1,74$, prossimo a $\sqrt{3} \simeq 1,73$, rapporto caratteristico di uno stato tensionale dominato dal taglio. Il picco è quindi compatibile con una sollecitazione governata dalla torsione introdotta dalla coppia.

Il valore massimo supera il limite di snervamento dell'acciaio di riferimento ($\sigma_{sn} = 250$ MPa). In un modello lineare elastico questo picco, localizzato nella zona di chiusura torsionale idealizzata dai supporti cilindrici, non descrive il comportamento reale oltre snervamento: indica che il tratto di albero interessato dalla trasmissione della coppia richiederebbe una verifica dedicata, con la geometria dei collegamenti reali e condizioni di vincolo meno idealizzate. Il Caso D è quindi una prova di sensibilità all'applicazione esplicita della coppia, non una verifica di resistenza degli alberi.

5.2.6 Confronto tra i casi statici

Il confronto tra i quattro casi statici è riportato nella Tabella 5.17. Per evitare che l'interpretazione sia dominata dal solo massimo globale, sono stati riportati anche i valori valutati separatamente sui componenti principali: cutter, alberi, carcassa e telaio di base.

Tabella 5.17: Confronto dei risultati principali dei casi statici analizzati.

Grandezza	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D
von Mises globale [MPa]	97,14	172,45	182,61	350,91
von Mises nei cutter [MPa]	97,14	97,15	97,15	97,14
von Mises alberi [MPa]	37,47	172,45	182,61	350,91
von Mises carcassa [MPa]	1,14	3,50	3,50	1,14
von Mises telaio di base [MPa]	0,82	5,60	5,60	0,83
Deformazione totale [mm]	0,73	1,72	1,22	0,73
Posizione massimo globale	Dente caricato	Albero, superficie vicina al vincolo remoto	Albero, superficie del vincolo remoto	Albero, tratto di trasmissione della coppia
Chiusura torsionale	Cylindrical tangenziale vincolata	Remote su faccia di estremità	Remote su superficie cilindrica	Cylindrical tangenziale vincolata

La Tabella 5.18 riporta la variazione percentuale dei risultati rispetto al Caso A, assunto come configurazione di riferimento per il confronto numerico. Il valore positivo indica un

incremento rispetto al Caso A. Le variazioni più elevate riguardano il massimo globale e gli alberi e derivano dall'effetto locale del vincolo torsionale (Casi B e C) o della coppia applicata (Caso D), non da un aumento della tensione equivalente massima nei cutter, che resta pressoché costante.

Tabella 5.18: Variazione percentuale dei risultati rispetto al Caso A.

Grandezza	Caso A	Caso B	Caso C	Caso D
von Mises globale	0,00%	+77,52%	+87,98%	+261,23%
von Mises nei cutter	0,00%	+0,01%	+0,01%	0,00%
von Mises alberi	0,00%	+360,21%	+387,32%	+836,46%
von Mises carcassa	0,00%	+205,99%	+205,99%	+0,02%
von Mises telaio di base	0,00%	+581,02%	+581,02%	+0,85%
Deformazione totale	0,00%	+135,66%	+67,22%	-0,02%

Le tensioni massime dei quattro casi sono confrontate graficamente in Figura 5.27, che riporta i valori sull'intero modello e per componente.

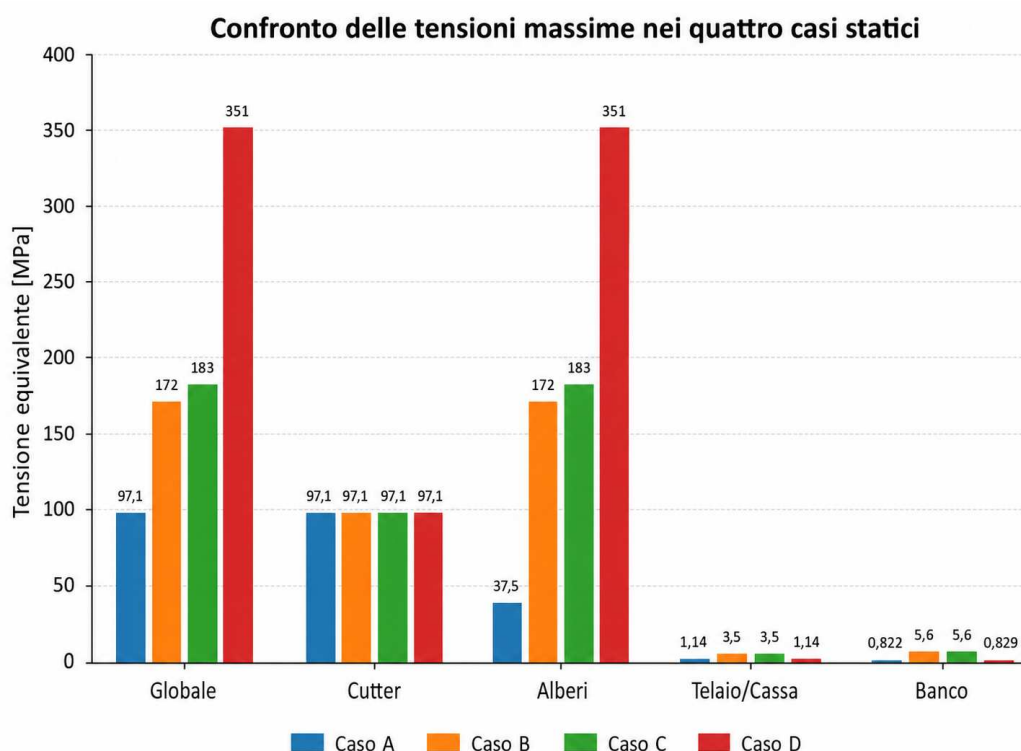


Figura 5.27: Confronto delle tensioni equivalenti massime nei quattro casi statici.

La tensione equivalente massima nei cutter è stabile nei quattro casi, con valori pari a 97,1 MPa. Questa stabilità ha una spiegazione precisa. Le forze applicate sui denti sono identiche nei quattro casi; ciò che cambia è esclusivamente il modo in cui viene chiusa la reazione torsionale (componente tangenziale dei supporti, vincolo remoto sulla faccia di estremità, vincolo remoto su superficie cilindrica, coppia applicata), condizioni che agiscono tutte alle estremità degli alberi, a diverse centinaia di millimetri dalla zona di

ingaggio. In accordo con il principio di Saint-Venant, l'effetto del modo e del punto di applicazione di tali azioni si attenua allontanandosi dalla regione in cui sono introdotte: lo stato tensionale dei denti, dominato dalle forze locali direttamente applicate, non risente quindi della condizione al contorno torsionale, e le variazioni tra i casi restano dell'ordine dello 0,01%.

Gli alberi sono invece il componente più sensibile, per ragioni diverse nei vari casi. Nei casi B e C l'aumento del massimo (rispettivamente 172,45 e 182,61 MPa) è un effetto locale del vincolo remoto che chiude la reazione torsionale; nel Caso D l'aumento fino a 350,91 MPa deriva dal transito della coppia di prova lungo l'albero, dalla superficie di applicazione fino ai supporti. In tutti e tre i casi il picco risente delle idealizzazioni al contorno e non è utilizzabile, da solo, come verifica di resistenza degli alberi reali.

Sul piano deformativo, il Caso B presenta la deformazione totale maggiore, pari a circa 1,72 mm, seguito dal Caso C con circa 1,22 mm; i casi A e D restano pari a 0,73 mm. L'ordine tra B e C è coerente con la natura del vincolo: la superficie cilindrica, torsionalmente più rigida della sola faccia di estremità, riduce gli spostamenti del gruppo rotore ma concentra maggiormente le tensioni ai bordi della zona vincolata. Le deformazioni direzionali mostrano in tutti i casi una risposta prevalentemente trasversale, con le componenti X e Y maggiori della componente assiale Z.

5.2.7 Considerazioni conclusive

Le analisi statiche mostrano che la risposta del modello è influenzata dalla modalità con cui viene chiusa la reazione torsionale dei rotori e dalla modalità con cui viene introdotta la coppia. La tensione equivalente massima nei cutter rimane pressoché invariata nei quattro casi, mentre gli alberi risultano molto più sensibili alle condizioni di vincolo e di carico torsionale.

Nel Caso A, la componente tangenziale vincolata dei *Cylindrical Support* chiude direttamente la reazione torsionale e il massimo globale si localizza su uno dei denti caricati. Nei casi B e C, la presenza del *Remote Displacement* sposta il massimo globale sugli alberi, generando valori più elevati in prossimità della zona vincolata: in questi casi il massimo globale va interpretato tenendo conto dell'effetto locale della condizione al contorno.

Il Caso D introduce la coppia di prova mediante carichi di tipo *Moment* applicati agli alberi, con segno opposto sui due rotori. L'applicazione esplicita della coppia porta il massimo globale a 350,91 MPa sugli alberi, oltre il limite di snervamento dell'acciaio di riferimento, mentre la tensione equivalente massima nei cutter resta prossima a 97,1 MPa. Poiché il picco si sviluppa nella zona di chiusura torsionale idealizzata dai supporti cilindrici, il caso va inteso come prova di sensibilità all'applicazione della coppia e non come verifica di resistenza degli alberi reali.

Il confronto complessivo evidenzia quindi due comportamenti distinti. Nei cutter, i massimi di tensione si localizzano in corrispondenza dei denti caricati e dipendono principalmente dalle forze equivalenti applicate alle rispettive facce attive. La risposta degli alberi dipende invece in modo marcato dalla modalità di chiusura della reazione torsionale e, nel Caso D, dall'applicazione diretta della coppia di prova.

Tra le configurazioni analizzate, il Caso B rappresenta la schematizzazione più vicina a una chiusura torsionale localizzata all'estremità dell'albero, come quella esercitata dal collegamento con la trasmissione non modellata. Il Caso C valuta la sensibilità del risultato alla superficie sulla quale è applicato il vincolo remoto, mentre il Caso D costituisce una prova separata e volutamente severa relativa all'applicazione diretta della coppia di prova.

5.3 Analisi modale del singolo rotore

L'analisi modale è stata impiegata per individuare le frequenze proprie e le forme modali del rotore singolo. A differenza dell'analisi statica, questa analisi non applica il carico di taglio sul dente e non fornisce valori di tensione utili per una verifica di resistenza. Il suo scopo è valutare il comportamento dinamico del rotore, identificare le prime forme flessionali e verificare la distanza tra le frequenze proprie e il campo di rotazione considerato.

L'analisi è stata condotta in configurazione non pre-sollecitata. Non sono quindi inclusi gli effetti dello stato tensionale prodotto dal carico statico. Il modello modale costituisce una baseline dinamica del rotore, utile per il confronto con le successive analisi modali pre-sollecitate e transitorie.

5.3.1 Impostazione del modello modale

Coerentemente con la strategia descritta in apertura del capitolo, il modello FEM comprende il solo rotore, costituito da albero, cutter e distanziali. Le connessioni interne del pacco lame sono modellate come solidali, in modo coerente con l'ipotesi già adottata nell'analisi statica.

Le principali impostazioni dell'analisi modale sono riportate in Tabella 5.19.

Tabella 5.19: Impostazioni principali dell'analisi modale del rotore singolo.

Voce	Impostazione
Tipo di analisi	Modal Analysis non pre-sollecitata
Modello	Rotore singolo con albero, cutter e distanziali
Numero di modi estratti	20
Pre-stress	None
Effetto di Coriolis	Attivo
Sistema di riferimento	Stationary reference frame
Velocità di rotazione per Campbell	1–10 rad/s
Numero di punti del Campbell	10
Smorzamento	Coefficienti nulli
Unità di lavoro	mm, t, N, s, Hz

La velocità di rotazione è stata introdotta per ottenere la classificazione dei modi in precessione diretta e retrograda e per costruire il diagramma di Campbell. Il campo analizzato, pari a 1–10 rad/s, comprende la velocità operativa assunta per il rotore, pari a 2,30 rad/s, corrispondente a 22 rpm.

I supporti sono stati modellati mediante connessioni Body–Ground di tipo *Bearing*, con rigidezza radiale finita. Il *Remote Displacement* applicato a una faccia di estremità

impone il vincolo assiale, mentre lascia libere le rotazioni, compresa quella attorno all'asse del rotore. Questa scelta consente di evitare l'introduzione di una rigidità torsionale artificiale nell'analisi modale libera. Tuttavia, essa comporta la comparsa di un primo modo a frequenza quasi nulla, che deve essere interpretato come un modo quasi-rigido e non come un effettivo modo flessionale della struttura.

Tabella 5.20: Vincoli e supporti adottati nell'analisi modale.

Oggetto	Impostazione
Bearing 1	Body-Ground Bearing con rigidità radiale $K = 1,5 \times 10^6$ N/mm
Bearing 2	Body-Ground Bearing con rigidità radiale $K = 1,5 \times 10^6$ N/mm
Remote Displacement	Spostamento assiale nullo; traslazioni radiali libere; rotazioni libere; comportamento rigido

5.3.2 Frequenze proprie

Le frequenze proprie ottenute sono riportate in Tabella 5.21. Il primo modo, pari a $5,89 \times 10^{-4}$ Hz, è associato al grado di libertà torsionale lasciato libero e non viene considerato come una frequenza flessionale del rotore. La prima coppia flessionale reale compare ai modi 2 e 3, con frequenze pari a 114,98 Hz e 116,96 Hz.

Tabella 5.21: Frequenze proprie dei primi 20 modi del rotore singolo.

Modo	Frequenza [Hz]	Whirl	Interpretazione
1	$5,89 \times 10^{-4}$	Undetermined	Modo quasi-rigido
2	114,98	BW	Prima coppia flessionale globale
3	116,96	FW	Prima coppia flessionale globale
4	283,84	BW	Seconda coppia flessionale globale
5	285,37	FW	Seconda coppia flessionale globale
6	515,06	FW	Modo superiore misto
7	582,17	BW	Modo superiore
8	593,74	FW	Modo superiore
9	709,25	BW	Modo superiore flessionale/locale
10	992,96	BW	Modo locale di estremità
11	1010,10	FW	Modo locale di estremità
12	1347,00	BW	Modo locale superiore
13	1364,60	FW	Modo locale superiore
14	1409,20	BW	Modo locale superiore
15	1570,10	BW	Modo locale superiore
16	1830,90	BW	Modo locale superiore
17	1859,70	FW	Modo locale superiore
18	2088,20	BW	Modo locale superiore
19	2307,90	BW	Modo locale superiore
20	2333,30	FW	Modo locale superiore

Tutti i modi risultano classificati come stabili nel campo di velocità analizzato. La separazione tra i modi della prima coppia flessionale è pari a circa 1,7%, mentre quella tra i modi della seconda coppia è pari a circa 0,5%. Questi valori sono compatibili con un rotore quasi simmetrico, ma non perfettamente assialsimmetrico a causa della geometria dei cutter, della distribuzione dei distanziali e della mesh.

5.3.3 Forme modali principali

Le forme modali sono state visualizzate attraverso la deformazione totale. In un'analisi modale, tuttavia, i valori di deformazione visualizzati non rappresentano spostamenti reali del rotore. Le deformate sono scalate dal programma per facilitarne la visualizzazione; di conseguenza, hanno significato la forma relativa e la frequenza associata, non il valore numerico dello spostamento in millimetri.

La prima coppia flessionale è riportata in Figura 5.28. I modi 2 e 3 presentano frequenze molto vicine e rappresentano la flessione globale del rotore in due direzioni trasversali. La deformazione risulta più elevata nella parte centrale del rotore e minore in prossimità delle sedi di supporto.

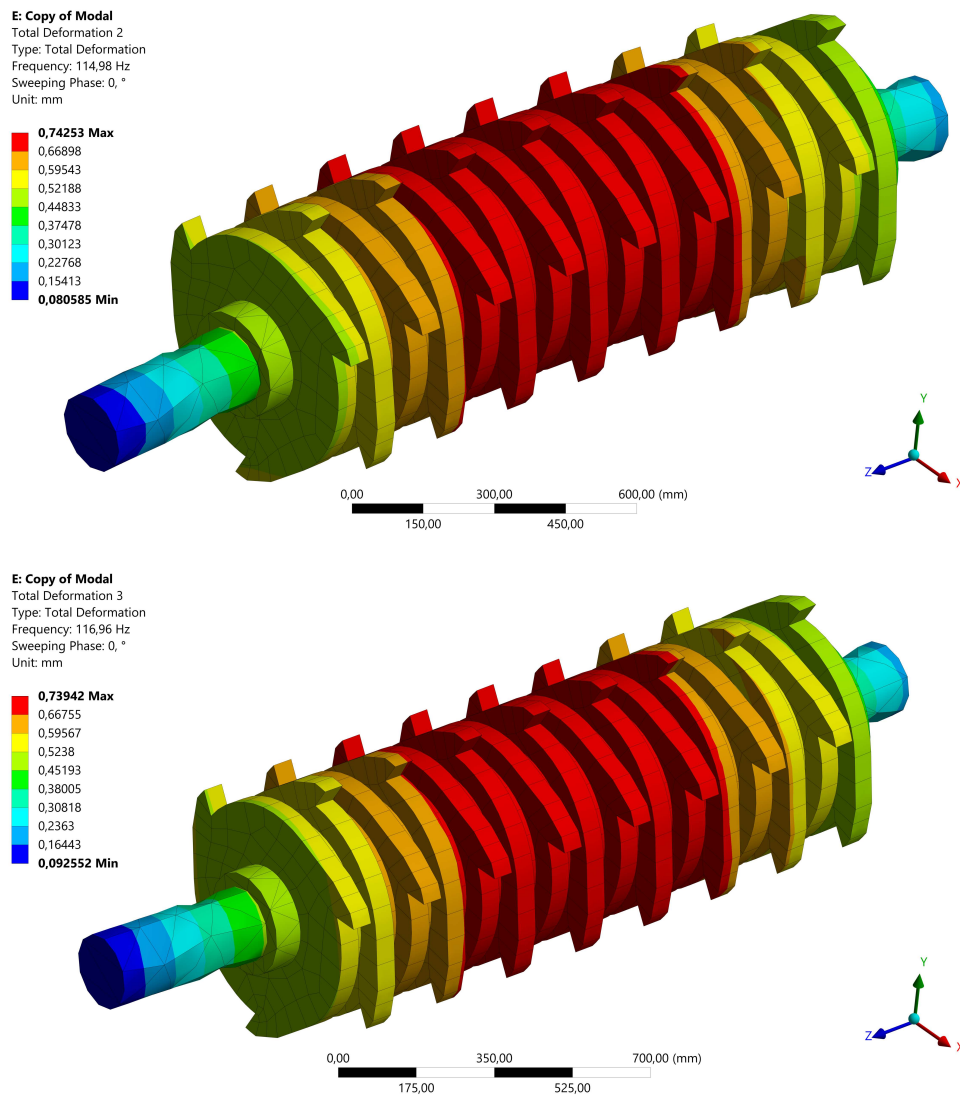


Figura 5.28: Prima coppia flessionale globale del rotore: modo 2 a 114,98 Hz e modo 3 a 116,96 Hz. Le deformate sono normalizzate e non rappresentano spostamenti reali.

I modi successivi mostrano frequenze più elevate e una progressiva localizzazione della deformata in corrispondenza delle estremità dell'albero, dei denti e del pacco lame. Per questo motivo i modi oltre circa 500 Hz sono utili per descrivere qualitativamente il comportamento dinamico locale, ma non vengono usati per trarre conclusioni quantitative senza una verifica specifica della mesh.

5.3.4 Osservazioni sui risultati

L'analisi modale mostra che la prima frequenza flessionale reale del rotore è pari a 114,98 Hz, molto superiore alla frequenza di rotazione operativa assunta. Il rotore risulta quindi lontano dalla prima velocità critica nel campo di funzionamento considerato.

Il primo modo a frequenza quasi nulla è coerente con la scelta di lasciare libera la rotazione attorno all'asse del rotore. Tale modo non rappresenta una flessione della struttura e non deve essere considerato nel confronto con le frequenze operative.

Le forme modali dei primi modi sono globali e coinvolgono l'intero rotore. I modi a frequenza più elevata mostrano invece una maggiore influenza delle estremità e dei dettagli locali del pacco lame. La modale libera non fornisce informazioni sulla resistenza del rotore. Gli eventuali risultati di tensione o fattore di sicurezza associati alle forme modali non sono utilizzabili come verifica strutturale, poiché le ampiezze modali sono normalizzate. La verifica tensionale resta quindi affidata all'analisi statica e, successivamente, alle analisi transitorie.

5.4 Analisi modale con pre-sollecitazione

L'analisi modale pre-sollecitata calcola le frequenze proprie del rotore tenendo conto dello stato tensionale prodotto da una precedente analisi statica. A differenza della modale libera, in cui le frequenze dipendono solo da massa e rigidezza elastica, qui il problema agli autovalori include il contributo dello stato di sforzo (*stress stiffening*), che modifica la rigidezza complessiva del modello e può spostare le frequenze proprie. In ANSYS Mechanical l'analisi è costruita collegando una *Static Structural* a una *Modal* tramite l'oggetto *Pre-Stress*, che trasferisce alla modale lo stato statico selezionato [80].

Lo stato di riferimento adottato è il caso statico equivalente della sezione 5.1. Lo scopo non è verificare la resistenza del rotore, già valutata nella statica, ma quantificare quanto quel carico modifichi la risposta dinamica. Le deformate modali sono forme normalizzate: gli spostamenti visualizzati non hanno significato fisico e l'informazione utile è costituita dalle frequenze proprie, dall'ordine dei modi e dal confronto con la modale non pre-sollecitata.

5.4.1 Stato statico di riferimento

Lo stato di pre-sollecitazione è stato ottenuto dalla precedente analisi statica strutturale. Il modello statico include la gravità, la velocità di rotazione, i supporti elastici dei cuscinetti e il carico equivalente applicato sulla faccia attiva di un dente del cutter. Il carico rappresenta una condizione severa, concentrata su un singolo dente, e non una distribuzione reale del contatto tra materiale e utensile.

Per questo motivo la modale pre-sollecitata deve essere interpretata come un'analisi di sensibilità rispetto allo stato statico equivalente impostato. Essa consente di verificare come cambiano le frequenze proprie nella configurazione caricata, ma non sostituisce una caratterizzazione dinamica sperimentale o un modello di contatto più dettagliato.

Un aspetto importante riguarda i vincoli. Nella modale libera era presente un modo quasi-rigido a frequenza praticamente nulla, legato al grado di libertà torsionale lasciato libero. Nella modale pre-sollecitata, invece, il modello deriva dalla configurazione statica, nella quale la rotazione attorno all'asse del rotore è vincolata per consentire la lettura della reazione torsionale.

5.4.2 Frequenze proprie della configurazione pre-sollecitata

Le frequenze proprie ottenute nella configurazione pre-sollecitata sono riportate in Tabella 5.22. Rispetto alla modale libera non compare il modo quasi-rigido a frequenza nulla; i

primi modi calcolati si collocano a 31,16 Hz e 61,35 Hz.

Tabella 5.22: Frequenze proprie del rotore nella configurazione pre-sollecitata.

Modo	Frequenza [Hz]	Nota
1	31,16	Primo modo della configurazione pre-sollecitata
2	61,35	Secondo modo della configurazione pre-sollecitata
3	115,17	Modo vicino alla prima frequenza flessionale libera
4	216,26	Modo intermedio della configurazione caricata
5	283,92	Modo vicino alla seconda frequenza flessionale libera
6	438,32	Modo superiore
7	476,34	Modo superiore
8	583,59	Modo superiore
9	793,48	Modo superiore
10	888,03	Modo superiore
11	994,85	Modo superiore
12	1301,60	Modo superiore
13	1348,20	Modo superiore
14	1458,00	Modo superiore
15	1503,20	Modo superiore
16	1807,40	Modo superiore
17	1835,30	Modo superiore
18	2124,10	Modo superiore
19	2277,80	Modo superiore
20	2309,30	Modo superiore

5.4.3 Forme modali principali

Le prime due forme modali della configurazione pre-sollecitata sono riportate in Figura 5.29.

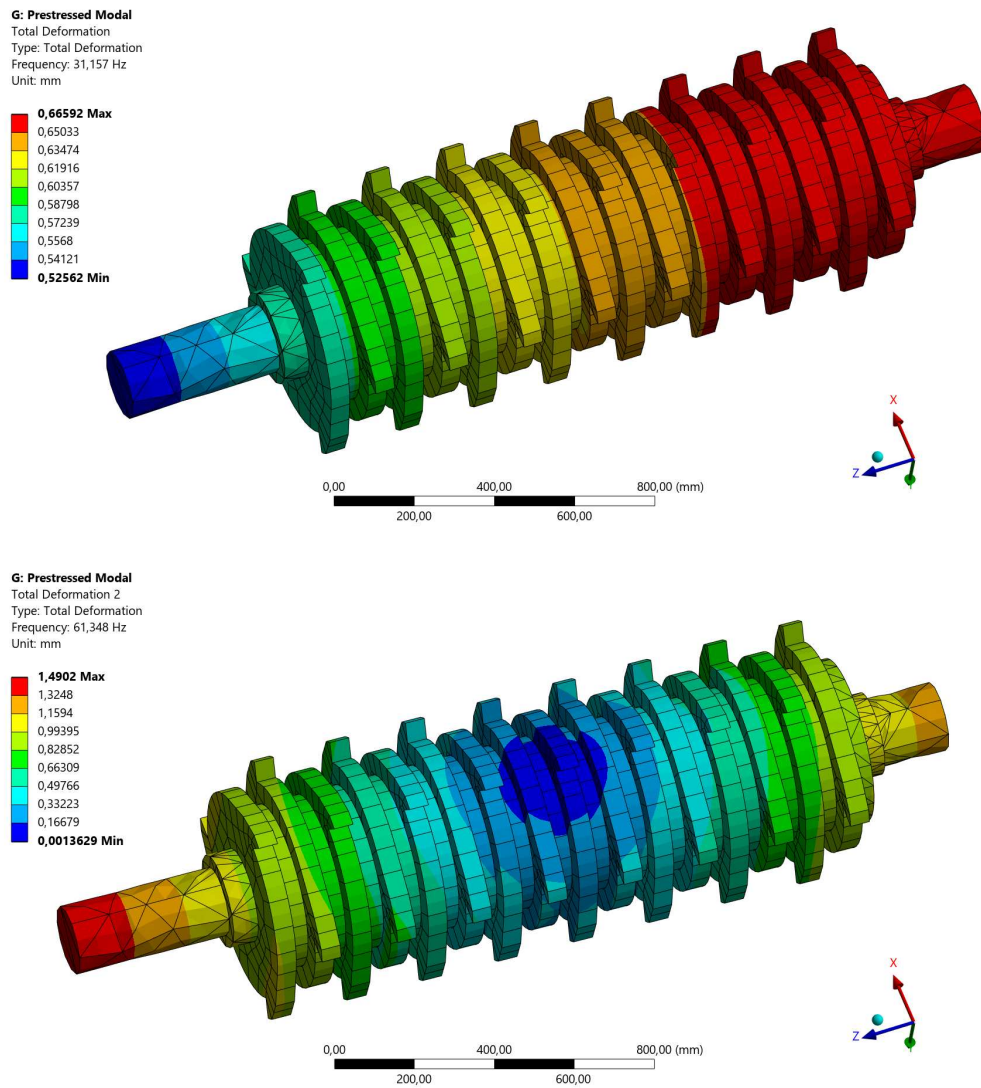


Figura 5.29: Prime forme modali della configurazione pre-sollecitata: modo 1 a 31,16 Hz e modo 2 a 61,35 Hz. Le deformate sono normalizzate e non rappresentano spostamenti reali.

Il terzo modo, mostrato in Figura 5.30, ha frequenza pari a 115,17 Hz. Questo valore è molto vicino alla prima frequenza flessionale ottenuta nella modale libera, pari a 114,98 Hz. La vicinanza tra i due valori indica che una parte della risposta flessionale globale del rotore rimane sostanzialmente coerente anche nella configurazione pre-sollecitata.

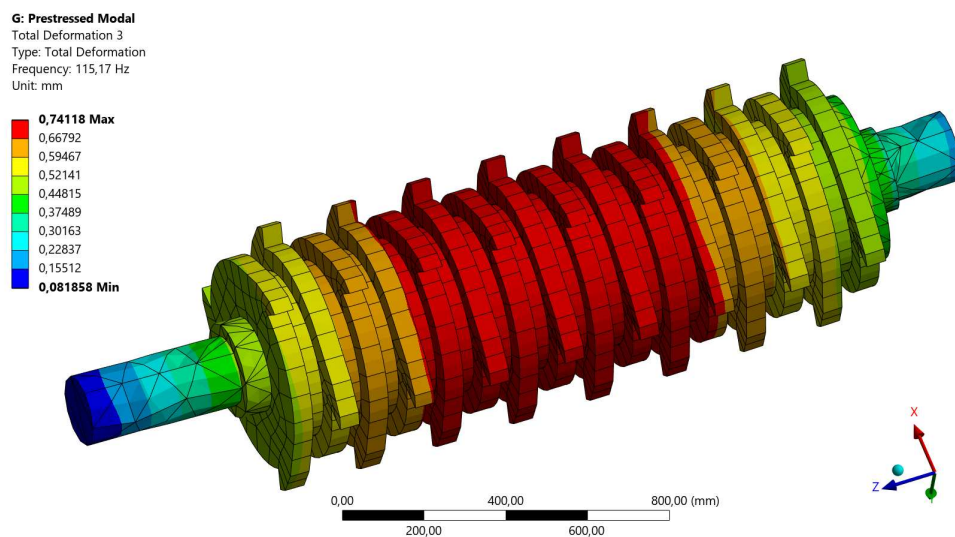


Figura 5.30: Terzo modo della configurazione pre-sollecitata, con frequenza pari a 115,17 Hz.

Il quinto modo, riportato in Figura 5.31, ha frequenza pari a 283,92 Hz ed è vicino alla seconda coppia flessionale della modale libera, collocata intorno a 284–285 Hz. Questo confronto conferma che alcune frequenze globali del modello rimangono nello stesso intervallo anche dopo l'introduzione dello stato statico di riferimento.

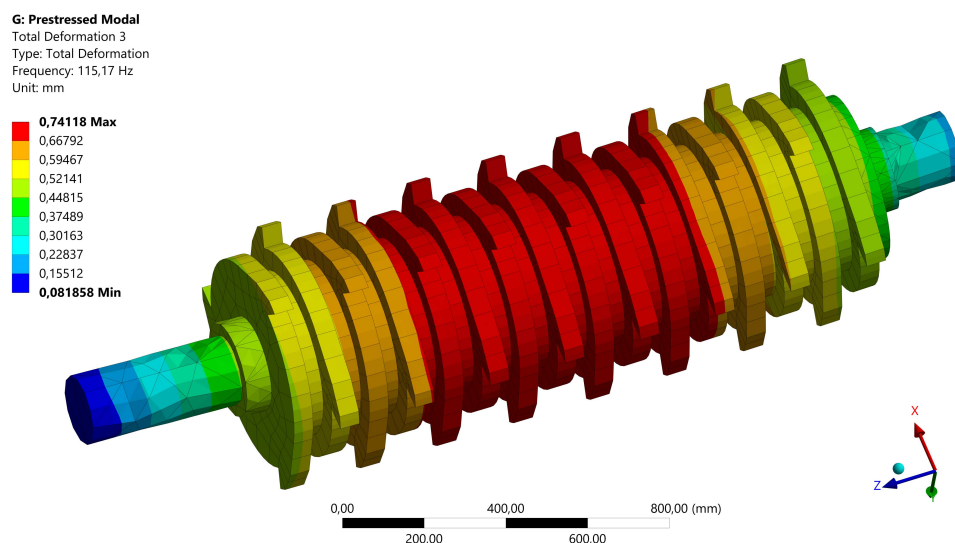


Figura 5.31: Quinto modo della configurazione pre-sollecitata, con frequenza pari a 283,92 Hz.

5.4.4 Confronto con l'analisi modale non pre-sollecitata

Il confronto tra modale libera e modale pre-sollecitata è riportato in Tabella 5.23. Il confronto deve essere interpretato con cautela, perché la modale pre-sollecitata deriva dalla configurazione statica e risente sia dello stato tensionale sia dei vincoli utilizzati nella Static Structural.

Tabella 5.23: Confronto sintetico tra modale libera e modale pre-sollecitata.

Grandezza	Modale libera [Hz]	Prestressed [Hz]
Modo quasi-rigido	$5,89 \times 10^{-4}$	–
Primo modo calcolato	–	31,16
Secondo modo calcolato	–	61,35
Prima frequenza flessionale globale	114,98	115,17
Seconda frequenza flessionale globale	283,84	283,92
Modo superiore intorno a 1 kHz	992,96	994,85

Dalla tabella emerge che i modi associati alle frequenze di circa 115 Hz e 284 Hz restano quasi invariati rispetto alla modale libera. Al tempo stesso, nella configurazione pre-sollecitata compaiono modi a frequenza più bassa, pari a 31,16 Hz e 61,35 Hz.

Il dato più importante per la verifica dinamica globale è che anche il primo modo della configurazione pre-sollecitata rimane molto superiore alla frequenza di rotazione $1X$. Il modello non evidenzia quindi una vicinanza tra la velocità operativa assunta e le prime frequenze proprie calcolate.

5.4.5 Osservazioni sui risultati

Il confronto tra modale libera e pre-sollecitata non isola il solo effetto del pre-stress, perché le due analisi adottano vincoli diversi: nella modale libera la rotazione attorno all'asse del rotore è libera (da cui il modo quasi-rigido a frequenza nulla), mentre la pre-sollecitata eredita i vincoli della *Static Structural*, in cui tale rotazione è bloccata. Che il contributo dello stato di sforzo sia modesto lo confermano le frequenze flessionali globali, quasi invariate ($114,98 \rightarrow 115,17$ Hz e $283,84 \rightarrow 283,92$ Hz, variazioni inferiori allo 0,2%). I modi a 31,16 Hz e 61,35 Hz non sono quindi un effetto del pre-stress: compaiono perché, bloccando la rotazione attorno all'asse, diventano possibili modi che nella modale libera erano assorbiti dalla rotazione rigida. Anche nella configurazione pre-sollecitata il primo modo resta circa 85 volte superiore alla frequenza di rotazione del rotore.

Il confronto con la modale libera mostra inoltre che alcune frequenze globali rimangono quasi invariate: il modo a 115,17 Hz è praticamente coincidente con la prima frequenza flessionale libera, mentre il modo a 283,92 Hz è coerente con la seconda coppia flessionale libera. Questo indica che la risposta dinamica globale del rotore conserva alcuni tratti già osservati nel modello non pre-sollecitato.

Lo stato statico di partenza è ottenuto applicando un carico equivalente concentrato su un solo dente e rappresenta una condizione severa. Inoltre, il confronto con la modale libera non isola esclusivamente l'effetto del pre-stress, perché la configurazione vincolare deriva dalla *Static Structural*. Per questo motivo la modale pre-sollecitata è utilizzata come controllo aggiuntivo del modello e non come validazione definitiva del comportamento dinamico reale del rotore.

Come nella modale libera, le deformate modali non forniscono spostamenti fisici e gli eventuali risultati di tensione associati ai modi non devono essere usati per una verifica di

resistenza. La verifica tensionale resta affidata all'analisi statica e alle successive analisi transitorie.

5.5 Analisi modale della macchina completa con telaio di base vincolato rigidamente al suolo

Prima di introdurre gli isolatori elastici, è stata eseguita un'analisi modale della macchina completa con il telaio di base rigidamente vincolato al suolo. Si tratta di un caso limite, in cui il collegamento al pavimento è considerato infinitamente rigido, utilizzato come termine di confronto per valutare l'effetto della successiva sostituzione del vincolo con appoggi elastici.

Il modello comprende telaio di base, carcassa, tramoggia, i due rotori, gli alberi, i cutter, i distanziali e i supporti dei cuscinetti. Le quattro zone di appoggio del telaio di base sono state vincolate mediante *Fixed Support*, mentre i rotori sono sostenuti radialmente da quattro connessioni *Bearing* (due per albero, tra piastre di estremità e albero) con rigidezza radiale $K = 1 \times 10^6$ N/mm, e sono posizionati assialmente da due molle longitudinali (una per albero, tra albero e piastra di estremità) con rigidezza $K_a = 1,4 \times 10^6$ N/mm.

L'analisi è stata impostata in ANSYS Mechanical estraendo i primi 20 modi propri, senza carichi statici né pre-sollecitazioni. Le deformate modali sono state valutate mediante il risultato di *Total Deformation*: si tratta di forme normalizzate, il cui significato fisico è limitato alla frequenza propria e alla forma del modo, non all'ampiezza degli spostamenti.

5.5.1 Frequenze proprie del modello con vincolo rigido

Le prime 20 frequenze proprie ottenute per la configurazione con vincolo rigido al telaio di base sono riportate in Tabella 5.24.

Tabella 5.24: Prime 20 frequenze proprie della macchina completa con le zone di appoggio vincolate rigidamente al suolo.

Modo	Frequenza [Hz]
1	$5,91 \times 10^{-4}$
2	$5,98 \times 10^{-4}$
3	45,37
4	46,64
5	70,10
6	83,69
7	102,80
8	113,82
9	114,74
10	120,71
11	142,46
12	151,13
13	189,69
14	196,48
15	231,49
16	236,94
17	254,74
18	255,74
19	279,07
20	279,27

Il primo modo strutturale compare al modo 3, a 45,37 Hz, seguito dal modo 4 a 46,64 Hz. Con le zone di appoggio vincolate, i moti globali della macchina rispetto al suolo non sono possibili e la risposta modale è governata dalla deformabilità propria di telaio di base, carcassa e collegamenti interni.

5.5.2 Forme modali principali

Le prime sei forme modali della configurazione con vincolo rigido sono riportate in Figura 5.32. L'elenco completo delle prime 20 frequenze è invece riportato in Tabella 5.24.

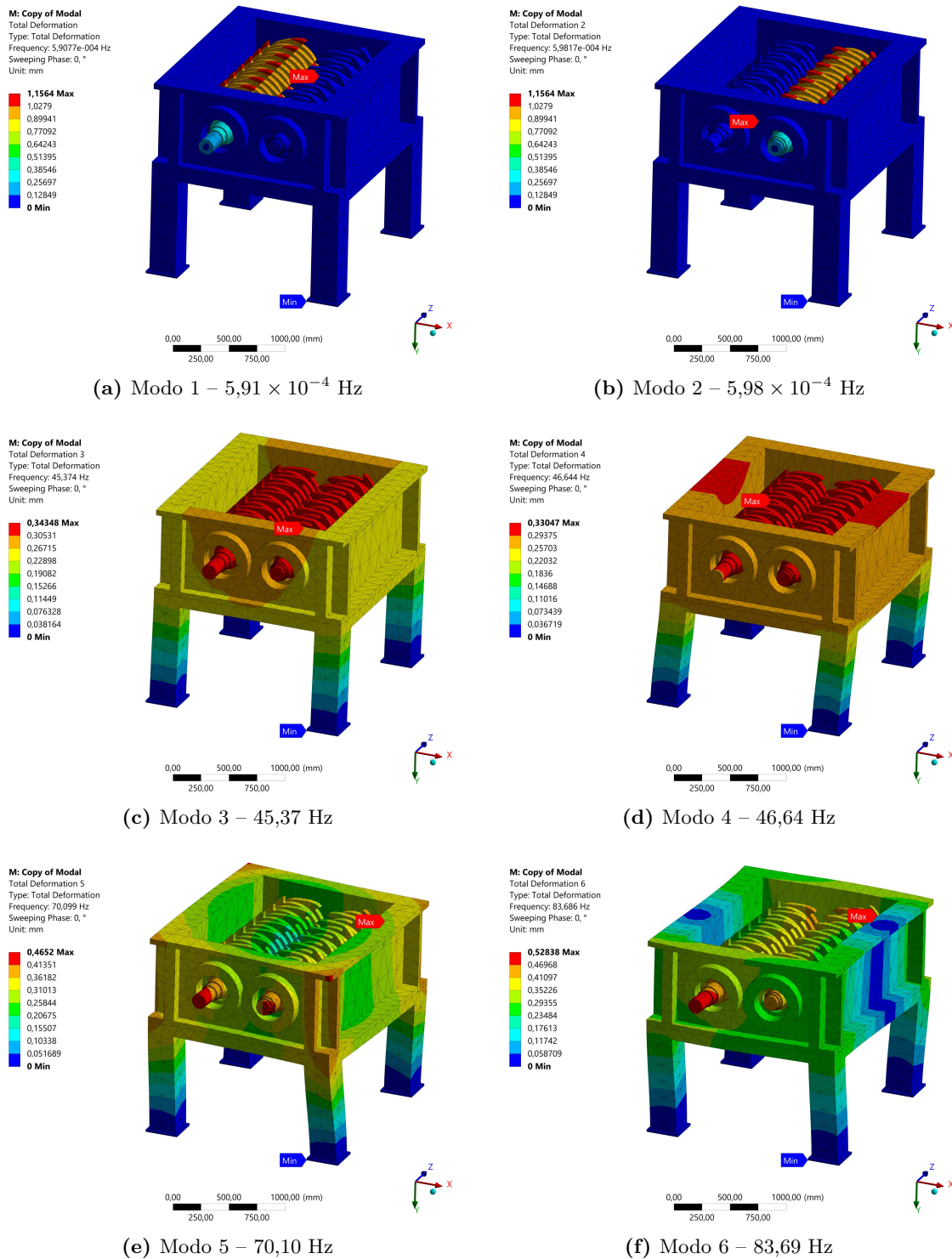


Figura 5.32: Prime sei forme modali della macchina completa con le zone di appoggio vincolate rigidamente al suolo. Le deformate sono normalizzate e non rappresentano spostamenti reali.

I modi 1 e 2 sono associati alla rotazione propria dei due rotori e non vengono considerati modi strutturali della macchina. Dal modo 3 in poi le deformate coinvolgono telaio di base, carcassa, supporti dei rotori e pannelli strutturali. Il caso a vincolo rigido mostra quindi l'assenza dei modi globali a bassa frequenza legati al moto della macchina sugli appoggi.

5.6 Analisi modale della macchina completa con isolatori

Nel modello precedente il telaio di base era rigidamente vincolato al suolo. In questa configurazione i *Fixed Support* applicati alle zone di appoggio vengono sostituiti da appoggi elastici equivalenti, in modo da valutare l'effetto della cedevolezza del collegamento con il pavimento sulla risposta modale della macchina.

5.6.1 Modellazione degli isolatori

Le interfacce di appoggio tra il telaio di base e il pavimento sono state rappresentate mediante molle Body-Ground applicate in corrispondenza delle quattro zone di appoggio del telaio. Per ciascuna zona sono state introdotte tre molle monodimensionali ortogonali: una in direzione verticale e due nelle direzioni orizzontali. Nel modello risultano quindi complessivamente dodici molle di collegamento al suolo, come mostrato in Figura 5.33.

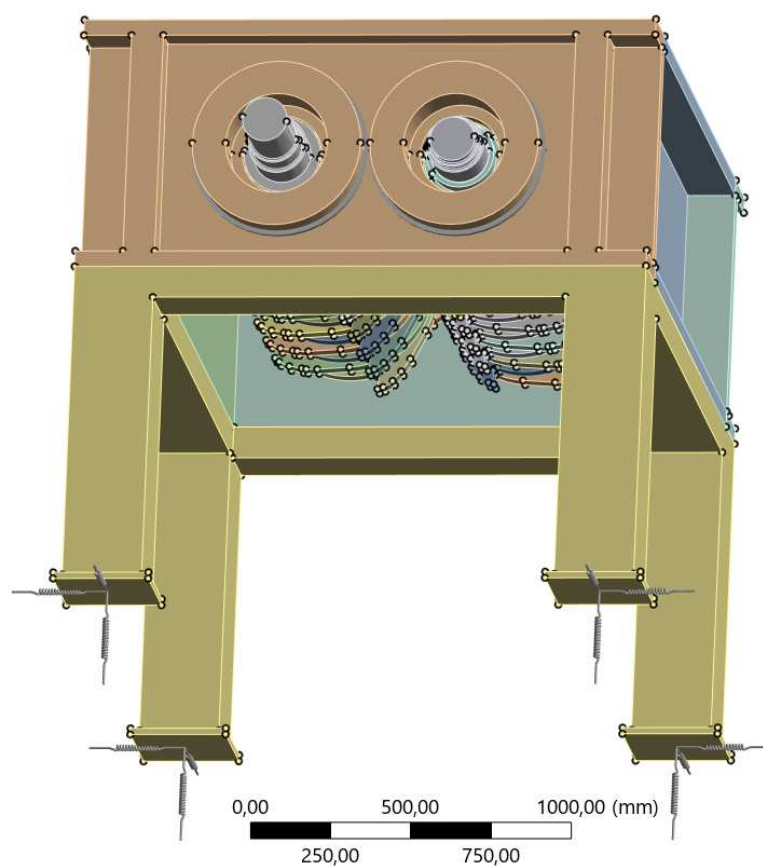


Figura 5.33: Molle Body-Ground applicate in corrispondenza delle quattro zone di appoggio del telaio di base.

Le molle sono state impostate con comportamento bilaterale, in modo da reagire sia a trazione sia a compressione. Non è stato applicato alcun precarico e lo smorzamento è stato posto nullo, poiché l'obiettivo dell'analisi è il confronto delle frequenze proprie e della distribuzione dei modi, non la stima delle ampiezze di risposta in regime forzato.

La lunghezza grafica delle molle è stata mantenuta pari a 300 mm per garantire una visualizzazione chiara della direzione di applicazione. Tale lunghezza non rappresenta l'altezza reale dell'isolatore, ma soltanto la distanza grafica tra il punto di applicazione della molla sulla relativa zona di appoggio del telaio e il punto di riferimento a terra utilizzato da ANSYS per definirne la direzione.

Non sono stati applicati *Fixed Support* né *Remote Displacement* alle zone di appoggio. Il collegamento della macchina al suolo è quindi rappresentato esclusivamente dalle molle Body-Ground associate agli isolatori.

5.6.2 Scelta delle rigidzze equivalenti

Le rigidzze degli isolatori sono state definite a partire dalla massa della macchina di riferimento e da dati di catalogo di isolatori commerciali a molla in acciaio. Per lo shredder SSI Dual-Shear M100 è riportata una massa complessiva dell'ordine di 12247 kg [42]; il peso corrispondente è circa 120,1 kN. Assumendo una ripartizione uniforme sui quattro appoggi, il carico medio per isolatore risulta quindi pari a circa 30,0 kN.

Come riferimento è stato considerato un isolatore a molla in acciaio della serie SSI del costruttore CFM Schiller, modello SSI-4.0-5075-D [83]. Il campo di carico dichiarato per tale modello, compreso tra 22 e 38 kN per isolatore, è compatibile con il carico medio stimato per ciascun isolatore.

Poiché il modello FEM utilizza molle lineari, sono state adottate le rigidzze dichiarate dal costruttore per l'isolatore SSI-4.0-5075-D. Il catalogo riporta direttamente una rigidzza verticale pari a $K_V = 2960$ N/mm e una rigidzza orizzontale pari a $K_H = 1480$ N/mm, per un campo di carico compreso tra 22 e 38 kN per isolatore [83].

Come controllo di coerenza, associando al carico massimo di catalogo $F = 38$ kN la corrispondente frequenza verticale minima $f_V = 4,4$ Hz e applicando la relazione massa-molla $K_V = (2\pi f_V)^2 F/g$, si ottiene una rigidzza pari a circa 2961 N/mm, in ottimo accordo con il valore di catalogo $K_V = 2960$ N/mm.

Il catalogo riporta inoltre una rigidzza orizzontale pari a $K_H = 1480$ N/mm. Nel modello tale valore è stato assegnato a entrambe le direzioni orizzontali, assumendo un comportamento isotropo nel piano di appoggio.

Le rigidzze equivalenti assegnate a ciascun isolatore sono riassunte in Tabella 5.25.

Tabella 5.25: Rigidzze equivalenti assegnate a ciascun isolatore del modello.

Direzione	Rigidzza [N/mm]	Origine del valore
Verticale	2960	Dato di catalogo del modello SSI-4.0-5075-D
Orizzontale 1	1480	Dato di catalogo del modello SSI-4.0-5075-D
Orizzontale 2	1480	Dato di catalogo del modello SSI-4.0-5075-D

5.6.3 Impostazione del modello modale

L'analisi modale è stata eseguita estraendo i primi 20 modi propri della macchina completa con appoggi elastici nelle quattro zone di appoggio. Le condizioni del modello coincidono

con quelle del caso a vincolo rigido, a eccezione del collegamento al suolo: i *Fixed Support* sono sostituiti dalle dodici molle Body–Ground descritte in precedenza.

Non sono stati applicati carichi statici, forze di frantumazione o pre-sollecitazioni. Il caso è stato risolto con impostazione modale smorzata per consentire la successiva estrazione del diagramma di Campbell. Le frequenze discusse nella sezione modale si riferiscono alla condizione a velocità nulla, corrispondente a rotori fermi; in tale condizione, il contributo giroscopico è nullo e i valori ottenuti sono utilizzati come frequenze proprie di riferimento.

5.6.4 Frequenze proprie della configurazione di riferimento

Le prime 20 frequenze proprie ottenute per la configurazione di riferimento con isolatori sono riportate in Tabella 5.26.

Tabella 5.26: Prime 20 frequenze proprie della macchina completa nella configurazione di riferimento con isolatori.

Modo	Frequenza [Hz]
1	$5,80 \times 10^{-4}$
2	$5,81 \times 10^{-4}$
3	2,17
4	2,31
5	4,90
6	5,00
7	9,20
8	10,30
9	71,46
10	77,17
11	102,34
12	115,24
13	119,32
14	129,14
15	144,30
16	145,49
17	181,43
18	186,05
19	186,18
20	188,81

Le prime due frequenze risultano dell'ordine di 10^{-4} Hz e non rappresentano modi strutturali della macchina, ma i due modi di rotazione libera dei rotori attorno al loro asse. Nel modello i cuscinetti forniscono la rigidità radiale equivalente e le molle assiali limitano lo scorrimento lungo l'asse dell'albero, mentre la rotazione propria di ciascun rotore non viene contrastata. Questa scelta è coerente con l'impostazione del modello rotordinamico, nel quale i rotori devono poter ruotare attorno al proprio asse.

La presenza di due modi a frequenza praticamente nulla, uno per ciascun rotore, non viene quindi interpretata come una carenza di vincolo della macchina completa. Al contrario, essa conferma che non sono presenti corpi globalmente liberi aggiuntivi: i modi quasi nulli individuati sono quelli attesi per la rotazione libera dei due rotori.

Il carattere dei primi otto modi è stato ricavato combinando l'osservazione delle deformate modali con le masse efficaci traslazionali riportate dal solutore. La sintesi è riportata in Tabella 5.27. Nel modello l'asse verticale è Y , mentre l'asse dei rotori è Z .

Tabella 5.27: Carattere dei primi otto modi della macchina completa con isolatori.

Modo	Frequenza [Hz]	Carattere del modo
1-2	$\sim 5,80 \times 10^{-4}$	Rotazione propria dei due rotori attorno all'asse Z
3	2,17	Traslazione orizzontale lungo X ; massa efficace pari a circa il 92%
4	2,31	Traslazione orizzontale lungo Z ; massa efficace pari a circa il 91%
5	4,90	Torsione globale attorno all'asse verticale Y
6	5,00	Traslazione verticale lungo Y ; massa efficace pari a circa il 100%
7	9,20	Moto di oscillazione/rocking con deformabilità delle gambe e della struttura
8	10,30	Moto di rocking con deformabilità delle gambe e della struttura

Per completare la lettura dei modi, in Tabella 5.28 sono riportati i massimi assoluti delle deformazioni direzionali normalizzate lungo i tre assi globali. Tali valori non rappresentano spostamenti reali, ma sono utili per identificare la direzione prevalente della forma modale.

Tabella 5.28: Massimi assoluti degli spostamenti direzionali normalizzati per i primi otto modi della configurazione con isolatori.

Modo	Frequenza [Hz]	$\max u_X $ [mm]	$\max u_Y $ [mm]	$\max u_Z $ [mm]
1	$5,80 \times 10^{-4}$	1,11	1,14	$9,05 \times 10^{-8}$
2	$5,81 \times 10^{-4}$	1,11	1,14	$9,05 \times 10^{-8}$
3	2,17	0,34	0,12	$1,16 \times 10^{-3}$
4	2,31	$1,34 \times 10^{-3}$	0,15	0,34
5	4,90	0,44	$2,37 \times 10^{-3}$	0,32
6	5,00	$3,74 \times 10^{-4}$	0,29	$2,65 \times 10^{-4}$
7	9,20	$1,45 \times 10^{-2}$	0,49	0,58
8	10,30	0,67	0,43	$3,32 \times 10^{-3}$

A partire dal terzo e quarto modo compaiono i primi modi globali della macchina sugli isolatori, con frequenze pari a 2,17 Hz e 2,31 Hz. Questi modi sono dominati da traslazioni orizzontali, rispettivamente lungo X e lungo Z . La loro frequenza è inferiore a

quella ottenibile con una stima puramente traslazionale della rigidità orizzontale, perché nel modello tridimensionale il moto laterale è accoppiato al rocking della macchina, dovuto alla posizione del baricentro rispetto al piano degli appoggi elastici.

Dal nono modo in avanti si osserva un salto netto di frequenza, da circa 10 Hz a oltre 70 Hz. Questo salto indica il passaggio dai modi globali governati dalla cedevolezza degli appoggi elastici a modi superiori, nei quali diventano più rilevanti la rigidità propria della struttura e la dinamica dei gruppi rotore.

5.6.5 Forme modali principali della configurazione di riferimento

Per la configurazione di riferimento sono state riportate graficamente le prime otto forme modali, mostrate nelle Figura 5.34 e Figura 5.35. La scelta di limitare la rappresentazione grafica ai primi otto modi è motivata dal fatto che essi descrivono il comportamento a bassa frequenza della macchina sugli isolatori. I modi successivi sono riportati in Tabella 5.26, ma non vengono illustrati singolarmente per brevità.

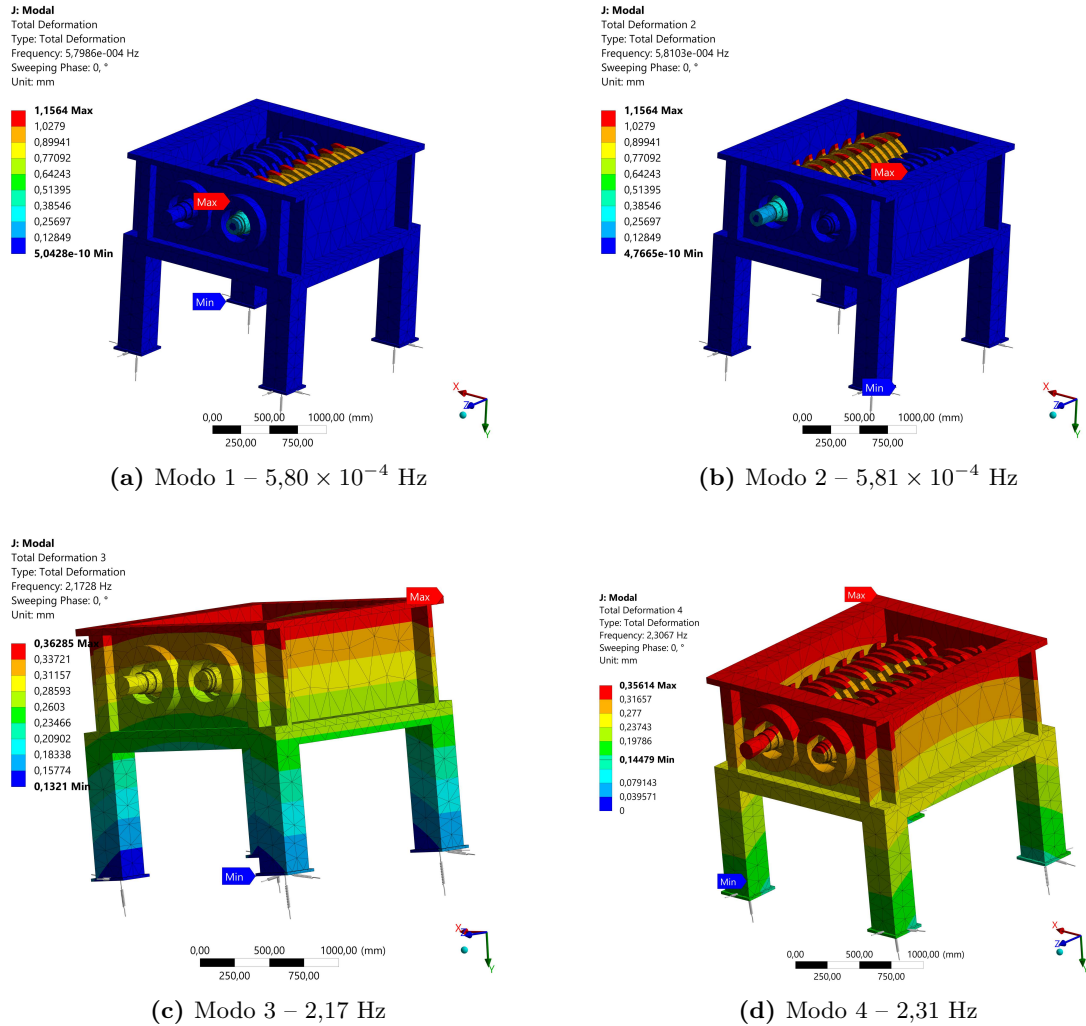


Figura 5.34: Prime quattro forme modali della macchina completa nella configurazione di riferimento con isolatori. Le deformate sono normalizzate e non rappresentano spostamenti reali.

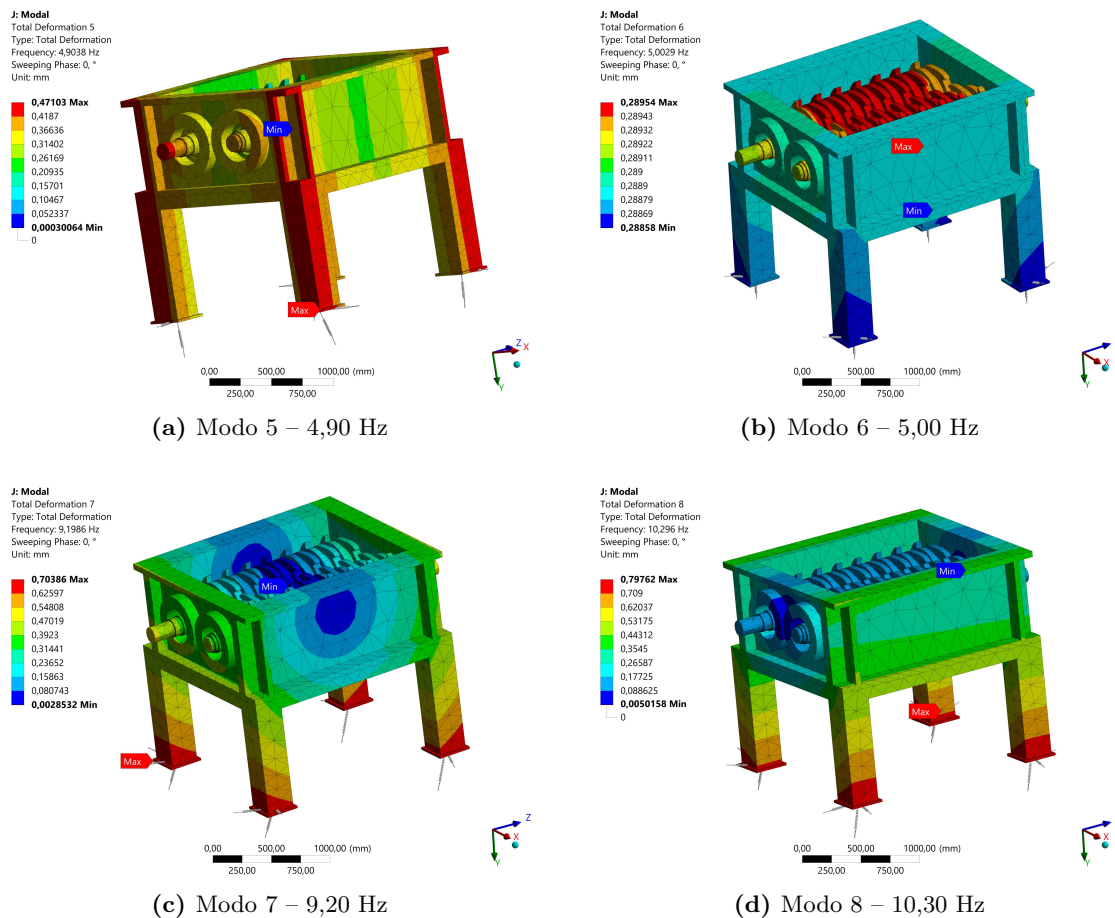


Figura 5.35: Modi 5–8 della macchina completa nella configurazione di riferimento con isolatori. Le deformate sono normalizzate e non rappresentano spostamenti reali.

Dall’osservazione delle deformate emerge che i primi due modi sono associati alla rotazione libera dei due rotori attorno all’asse Z . La struttura esterna rimane sostanzialmente poco coinvolta e le masse efficaci traslazionali sono trascurabili, confermando che non si tratta di modi globali della macchina.

I modi 3 e 4 coinvolgono invece l’intero telaio di base e rappresentano le prime oscillazioni orizzontali della macchina sugli appoggi elastici. Il modo 3 è dominato dalla direzione X , mentre il modo 4 è dominato dalla direzione Z . Il modo 5 rappresenta un moto torsionale globale attorno all’asse verticale Y , mentre il modo 6 è il modo di traslazione verticale, coerente con la frequenza verticale equivalente degli isolatori. I modi 7 e 8 mostrano forme di rocking più articolate, con maggiore deformazione relativa delle gambe e dei pannelli della struttura.

Nel complesso, le forme modali confermano che, nella configurazione con isolatori, il comportamento dinamico della macchina è governato alle basse frequenze da modi globali dell’insieme macchina–appoggi elastici. I modi di ordine superiore, riportati in tabella ma non discussi singolarmente, risultano invece meno rilevanti per il confronto tra differenti condizioni di appoggio.

5.6.6 Confronto con il caso a vincolo rigido

L'introduzione degli isolatori modifica in modo netto la parte bassa dello spettro modale. Nel caso a vincolo rigido il primo modo strutturale compare a 45,37 Hz; con gli appoggi elastici compaiono invece modi globali tra circa 2,17 e 10,30 Hz, associati al moto complessivo della macchina sulle molle.

Il modo verticale, pari a 5,00 Hz, è coerente con una stima massa-molla equivalente. Considerando le quattro molle verticali in parallelo e la massa di riferimento della macchina, si ottiene $f_V = \frac{1}{2\pi} \sqrt{4K_V/m} \approx 4,95$ Hz, con $K_V = 2960$ N/mm e $m = 12247$ kg. La vicinanza tra la stima semplificata e il risultato FEM conferma la coerenza dell'ordine di grandezza della rigidità verticale introdotta nel modello.

Il salto tra il modo 8, a 10,30 Hz, e il modo 9, a 71,46 Hz, separa i modi governati dagli appoggi elastici dai modi superiori, nei quali diventa dominante la deformabilità della struttura e dei gruppi rotanti.

5.6.7 Verifica mediante diagramma di Campbell

A completamento dell'analisi modale della macchina con isolatori è stata eseguita una verifica mediante diagramma di Campbell, al fine di controllare l'eventuale interferenza tra gli ordini di eccitazione associati alla rotazione dei rotori e le frequenze proprie del sistema. In ANSYS il diagramma di Campbell consente infatti di rappresentare l'evoluzione delle frequenze modali al variare della velocità di rotazione e di individuare le velocità critiche come intersezioni tra i rami modali e le linee di rapporto assegnate [84, 85].

Indicando con Ω la velocità angolare in rad/s, la frequenza associata all'ordine di eccitazione h è data da:

$$f_h = h \frac{\Omega}{2\pi}, \quad h = 1, 2, 3, \dots \quad (5.2)$$

Nel presente studio è stato considerato un intervallo di velocità compreso tra 0 e 6,28 rad/s, corrispondente a 0–60 rpm, così da includere il campo operativo e un margine aggiuntivo per la verifica. Nelle analisi è stato assunto come riferimento un campo operativo dei rotori compreso tra 19 e 22 rpm, pari a circa 1,99–2,30 rad/s. La configurazione motoriduttore selezionata nella sottosezione 3.7.2 presenta invece una velocità nominale di uscita pari a 24,31 rpm, corrispondente a circa 2,55 rad/s e comunque compresa nell'intervallo analizzato.

Dall'analisi dei diagrammi ottenuti per i primi sei ordini di eccitazione si osserva che:

- per gli ordini $h = 1$ e $h = 2$ non si osservano intersezioni con i modi propri nell'intervallo di velocità analizzato;
- per l'ordine $h = 3$ compaiono due intersezioni, associate ai modi 3 e 4, rispettivamente a 43,46 e 46,13 rpm;
- per l'ordine $h = 4$ le intersezioni con i modi 3 e 4 si collocano rispettivamente a 32,59 e 34,60 rpm;
- per l'ordine $h = 5$ le intersezioni si collocano a 26,07, 27,68 e 58,84 rpm;

- per l'ordine $h = 6$ le prime due intersezioni, associate ai modi 3 e 4, si verificano rispettivamente a 21,73 e 23,07 rpm, mentre le successive si collocano a 49,04 e 50,03 rpm.

Le intersezioni relative agli ordini $h = 3$, $h = 4$ e $h = 5$ si collocano al di sopra sia del campo operativo assunto, pari a 19–22 rpm, sia della velocità nominale di uscita del motoriduttore, pari a 24,31 rpm. Per l'ordine $h = 6$, invece, l'intersezione a 21,73 rpm ricade nel campo operativo, mentre quella a 23,07 rpm si colloca poco al di sopra di tale intervallo e al di sotto della velocità nominale del motoriduttore.

Tabella 5.29: Sintesi della verifica di Campbell per i primi sei ordini di eccitazione.

Ordine h	Intersezioni	Modi coinvolti	Velocità critica [rad/s]	Velocità critica [rpm]
1	No	—	—	—
2	No	—	—	—
3	Sì	3–4	4,55; 4,83	43,46; 46,13
4	Sì	3–4	3,41; 3,62	32,59; 34,60
5	Sì	3–5	2,73; 2,90; 6,16	26,07; 27,68; 58,84
6	Sì	3–6	2,28; 2,42; 5,14; 5,24	21,73; 23,07; 49,04; 50,03

La Figura 5.36 e la Figura 5.37 riportano i diagrammi di Campbell relativi rispettivamente agli ordini $h = 3$ e $h = 6$. I diagrammi relativi agli ordini $h = 1$ e $h = 2$ non vengono riportati nel corpo del testo poiché non mostrano intersezioni e non aggiungono informazioni interpretative ulteriori.

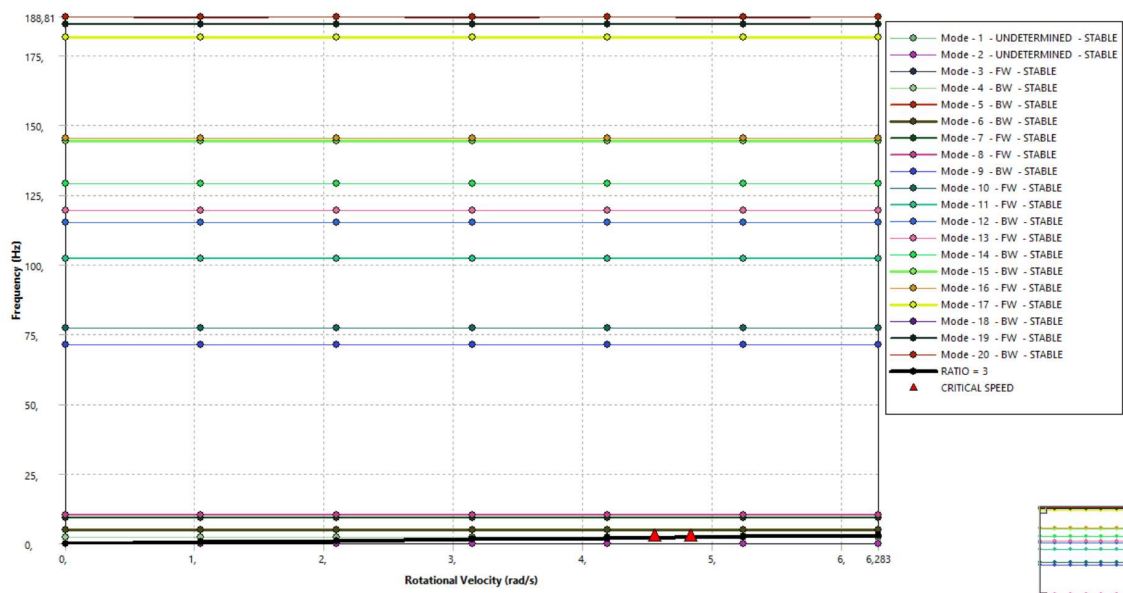


Figura 5.36: Diagramma di Campbell della configurazione con isolatori per l'ordine di eccitazione $h = 3$. I marcatori evidenziano le due velocità critiche associate ai modi 3 e 4, entrambe al di fuori del campo operativo della macchina.

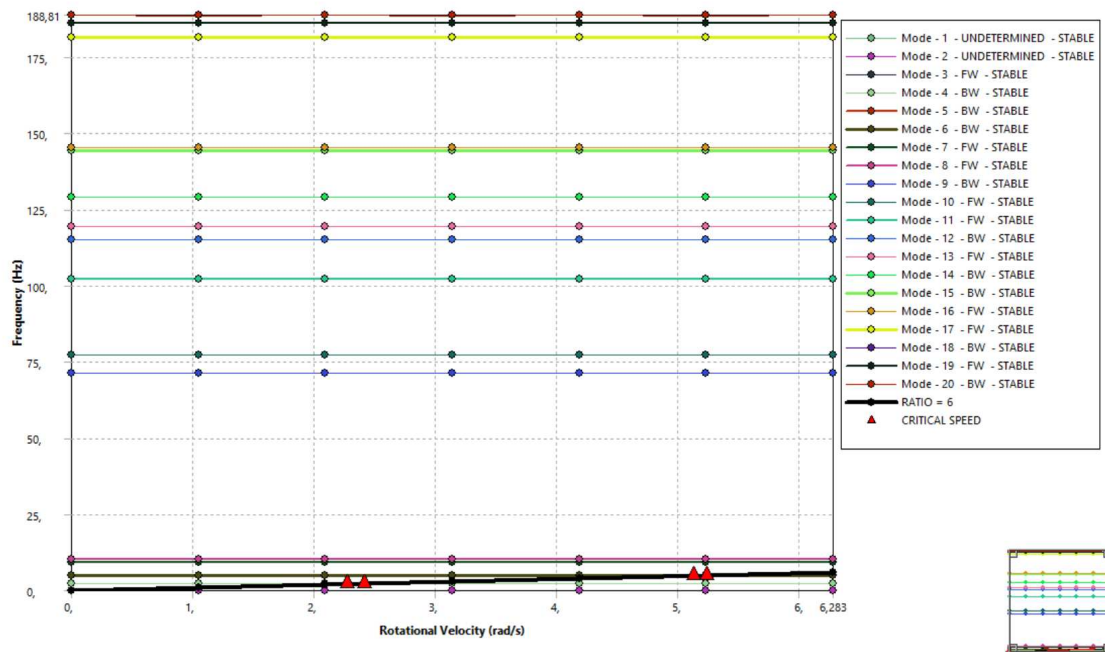


Figura 5.37: Diagramma di Campbell della configurazione con isolatori per l'ordine di eccitazione $h = 6$. Le velocità critiche associate ai modi 3 e 4 risultano pari rispettivamente a 2,2753 rad/s (21,73 rpm) e 2,4156 rad/s (23,07 rpm).

Nel complesso, la verifica estesa ai primi sei ordini di eccitazione non evidenzia intersezioni per $h = 1$ e $h = 2$. Le intersezioni associate agli ordini $h = 3$, $h = 4$ e $h = 5$ si collocano invece al di fuori del campo operativo assunto, pari a 19–22 rpm.

L'ordine $h = 6$ è stato considerato in relazione alla presenza di tre denti su ciascun cutter e alla disposizione dei cutter secondo due famiglie angolari sfalsate di 60° . Per tale ordine, il diagramma di Campbell individua un'intersezione con il modo 3 a 21,73 rpm e un'intersezione con il modo 4 a 23,07 rpm. La prima ricade nel campo operativo assunto, mentre la seconda si colloca poco al di sopra di tale intervallo e al di sotto della velocità nominale di uscita del motoriduttore, pari a 24,31 rpm.

Questi risultati individuano possibili condizioni di coincidenza tra la frequenza di eccitazione e una frequenza propria della macchina, ma non consentono, da soli, di quantificare l'ampiezza della risposta vibratoria né di stabilire se essa raggiunga livelli critici. Tale valutazione richiederebbe la conoscenza dell'intensità effettiva della componente di eccitazione di ordine $h = 6$, dello smorzamento del sistema e delle reali condizioni di interazione con il materiale. Il limitato scostamento delle frequenze proprie al variare della velocità indica infine che, nell'intervallo esaminato, l'influenza degli effetti giroscopici risulta contenuta.

Capitolo 6

Analisi transitoria e ottimizzazione geometrica

Il comportamento strutturale dello shredder è stato fin qui analizzato in condizioni stazionarie: le analisi statiche della sezione 5.2 hanno verificato la macchina sotto carichi equivalenti costanti e confrontato quattro schemi di chiusura della reazione torsionale, mentre le simulazioni esplicite del Capitolo 7 hanno riprodotto l'interazione locale tra utensili e rottame. Manca la caratterizzazione della macchina completa durante l'evento di ingaggio, quando il carico cresce, raggiunge il picco e si scarica in tempi dell'ordine dei millisecondi: una condizione più rappresentativa di quella statica, perché include l'evoluzione temporale del carico e i contributi inerziali della struttura. Questo capitolo la affronta mediante un'analisi dinamica transitoria implicita, applicata a quattro configurazioni successive del modello per ricavarne indicazioni di dimensionamento.

La condizione simulata rappresenta un singolo ingaggio, con coppia resistente prossima alla coppia disponibile dell'azionamento selezionato nella sottosezione 3.7.2: ciascun albero è mosso da un motoriduttore epicicloidale con motore da 160 kW e velocità nominale in uscita di 24,3 giri/min [86]. Per il caso transitorio è assunta, per ciascun rotore, una coppia resistente di riferimento $M_{\text{ref}} = 57,30 \text{ kN m}$, pari a circa il 94% della coppia disponibile in uscita $M_a = 60,9 \text{ kN m}$. Il morso simulato avviene quindi con l'azionamento prossimo alla piena coppia disponibile. Il valore costituisce il parametro di taratura delle forze equivalenti e non deve essere confuso né con M_a né con la capacità nominale del riduttore $M_{N2} = 124,06 \text{ kN m}$, richiamate nel Capitolo 3. Alla velocità nominale, durante l'impulso di 11 ms gli alberi ruotano di circa $1,6^\circ$: la geometria viene quindi congelata nell'istante di ingaggio, mentre la resistenza del rottame è applicata come forze equivalenti, variabili nel tempo, sulle facce frontali dei quattro denti in presa di ciascun rotore, con intensità definite in modo che la somma dei momenti delle forze rispetto all'asse di ciascun rotore riproduca, al picco del profilo temporale, la coppia resistente di riferimento.

La coppia motrice non è applicata esplicitamente. Nel modello il bilanciamento torsionale è fornito dal vincolo di rotazione nulla all'estremità lato trasmissione, che rappresenta il limite di una catena cinematica torsionalmente rigida. Le forze sui denti generano il momento resistente, mentre la reazione del vincolo ne rappresenta il trasferimento alla trasmissione. La reazione letta al vincolo differisce dal momento applicato per il contributo

inerziale dei rotori; il loro confronto, insieme al bilancio delle forze verticali, è sviluppato in sezione 6.4 come controllo interno del modello.

6.1 Impostazione dell'analisi dinamica transitoria

L'analisi dinamica transitoria determina la risposta di una struttura soggetta a carichi variabili nel tempo, integrando le equazioni del moto del sistema discretizzato agli elementi finiti:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (6.1)$$

dove $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{K}$ sono le matrici di massa, smorzamento e rigidezza, $\mathbf{u}(t)$ il vettore degli spostamenti nodali e $\mathbf{F}(t)$ il vettore dei carichi. A differenza dell'analisi statica, che fornisce un'unica configurazione di equilibrio, la soluzione è una sequenza di stati nel tempo in cui partecipano all'equilibrio anche le forze d'inerzia: la struttura può quindi amplificare o attenuare il carico, in funzione del rapporto tra i tempi dell'eccitazione e i periodi propri del sistema [87]. È lo strumento appropriato quando il carico evolve su tempi confrontabili con la dinamica della struttura, come nell'ingaggio del rottame.

L'integrazione è di tipo implicito *full transient* secondo lo schema di Hilber–Hughes–Taylor [88], con passo costante pari a $1 \cdot 10^{-4}$ s su una finestra di 50 ms suddivisa in due passi di carico (0–1 ms e 1–50 ms). Il passo fornisce dieci intervalli di integrazione per ogni millisecondo del profilo di carico; la sua adeguatezza rispetto alla dinamica della struttura è valutata con il criterio indicativo $\Delta t \leq T_{\min}/20$, dove $T_{\min}$ è il periodo minimo associato alla frequenza più elevata che si intende rappresentare [24]; il controllo numerico è riportato in sezione 6.4. I carichi sono assegnati in forma tabellare tempo–valore, con interpolazione lineare tra i punti.

Nel modello non è introdotto smorzamento fisico esplicito: la matrice di smorzamento strutturale è nulla, $\mathbf{C} = \mathbf{0}$, e la sola dissipazione presente è quella numerica dello schema HHT, impostato nella variante a dissipazione moderata del solutore. La risposta oscillatoria successiva allo scarico delle forze sui denti non presenta quindi il decadimento associato allo smorzamento reale. Tale fase non costituisce tuttavia una risposta libera pura, poiché la gravità resta attiva e permane il transitorio generato dalla sua applicazione iniziale. I massimi maturati durante l'impulso e quelli successivi allo scarico vengono pertanto riportati e discussi separatamente.

Il modello opera in campo elastico lineare e piccoli spostamenti, nella configurazione congelata all'istante di ingaggio. La velocità angolare non è imposta ai rotori e gli effetti centrifughi e giroscopici non sono inclusi: alla velocità nominale la tensione centrifuga è stimabile come $\rho \omega^2 r^2 \approx 5 \cdot 10^{-3}$ MPa (con $\omega = 2,55$ rad/s e $r = 0,32$ m) e la rotazione propria (0,4 Hz) è lontana dalle frequenze proprie della struttura; si tratta comunque di un'ipotesi del modello, motivata dalla bassa velocità, e gli effetti della rotazione restano di pertinenza degli sviluppi rotordinamici futuri. La gravità è attiva per l'intera finestra; la massa complessiva del modello FEM semplificato, pari a 11,52 t, partecipa alla risposta inerziale. La cinematica del taglio con il rotore in moto è studiata nel Capitolo 7 con il metodo esplicito.

Il modello geometrico è la versione semplificata della macchina già descritta nei capitoli precedenti, discretizzata con 6495 elementi solidi: una discretizzazione volutamente contenuta, adottata per descrivere la risposta globale (torsione degli alberi, flessione delle piastre, ripartizione sui supporti) e limitare il costo computazionale delle analisi parametriche. I massimi locali in corrispondenza di vincoli, spallamenti e superfici di applicazione dei carichi non sono utilizzati come verifiche definitive, in assenza di uno studio di convergenza della mesh: il loro significato è valutato in sezione 6.4 mediante il confronto con i valori nominali di torsione.

6.2 Carichi equivalenti variabili nel tempo

6.2.1 Taratura sulla coppia resistente di riferimento

I carichi rappresentano in forma semplificata l'azione resistente del rottame sui cutter: in assenza del contatto diretto, le azioni sono applicate come forze equivalenti sulle facce frontali dei denti in presa. Rispetto alle analisi statiche della sezione 5.2, la taratura non deriva dalla potenza della macchina di riferimento ma dalla coppia resistente di riferimento M_{ref} .

Per ciascun rotore è assunta la coppia resistente di riferimento $M_{\text{ref}} = 57,30 \text{ kN m}$, dalla quale discendono le componenti tangenziali delle forze equivalenti. Il riduttore selezionato presenta coppia nominale $M_{N2} = 124,06 \text{ kN m}$ [86]; il rapporto tra tale capacità e la coppia di riferimento vale $M_{N2}/M_{\text{ref}} = 2,17$. Le grandezze dell'azionamento sono richiamate come dati e non come origine indipendente di M_{ref} . La somma delle componenti tangenziali delle forze sui denti di ciascun rotore è quindi $F_t = M_{\text{ref}}/r = 191,37 \text{ kN}$, dove $r = 299,4 \text{ mm}$ è il raggio del baricentro della faccia attiva del dente, già impiegato nella sezione 5.2. La ripartizione tra i denti mantiene la convenzione delle analisi statiche: i due denti interni di ciascun rotore ricevono ciascuno il 35% del totale e i due esterni il 15% (rapporto 7:3), nell'ipotesi che il rottame si concentri nella zona centrale della camera di taglio. La ripartizione è un'ipotesi del caso di carico: a parità di risultante non cambia il momento totale attorno all'asse, ma modifica la flessione dell'albero e la ripartizione sulle due coppie di supporti. Le componenti tangenziali valgono così 66,98 kN per i denti interni e 28,71 kN per i denti esterni.

La direzione di ciascuna forza è la normale alla faccia attiva del dente: trascurando l'attrito, la risultante della pressione di contatto è ortogonale alla superficie e, per il principio di azione e reazione, opposta al moto del dente, quindi orientata verso l'alto e verso il centro della macchina nella zona di presa. Il rapporto tra componente radiale e tangenziale misurato sulla geometria della faccia, pari a 0,48, è utilizzato per ricavare i moduli: 74,30 kN per i denti interni e 31,80 kN per i denti esterni. L'attrito trascurato è un limite dichiarato del modello di carico. Le forze sono applicate come pressioni equivalenti sulle facce mediante elementi di superficie (*Surface Effect*), con direzione costante nel sistema globale e modulo variabile nel tempo. La scomposizione della direzione normale nel riferimento tangenziale-radiale del baricentro della faccia fornisce, per come le forze sono effettivamente applicate, componenti tangenziali di 68,49 e 29,31 kN (rapporto radiale/tangenziale 0,42) e un momento di picco per rotore di 58,55 kN m, superiore del 2,2% a M_{ref} .

6.2.2 Denti caricati

Ciascun rotore comprende 16 cutter, ripartiti in due famiglie angolari sfalsate di 60° . Nel caso AC non viene caricata l'intera famiglia angolare: sono selezionate quattro stazioni assiali per rotore, allo scopo di rappresentare un ingaggio localizzato del rottame nella parte centrale della camera. La scelta di quattro denti costituisce quindi un'ipotesi di distribuzione assiale del carico e non una conseguenza diretta dello sfalsamento angolare.

Il totale è di otto forze, quattro per rotore, disposte in modo speculare nel piano trasversale sui due alberi controrotanti e su stazioni assiali alternate tra i due rotori (Figura 6.1). Le intensità sono tarate sulla coppia resistente di riferimento M_{ref} secondo la procedura di sottosezione 6.2.1. La disposizione speculare annulla per costruzione la risultante trasversale complessiva ($\Sigma F_x = 0$): la risposta della struttura fissa in direzione trasversale non è quindi rappresentativa di un ingaggio asimmetrico. La possibile estensione dell'ingaggio a un numero differente di cutter non è analizzata e costituisce un limite del caso di carico.

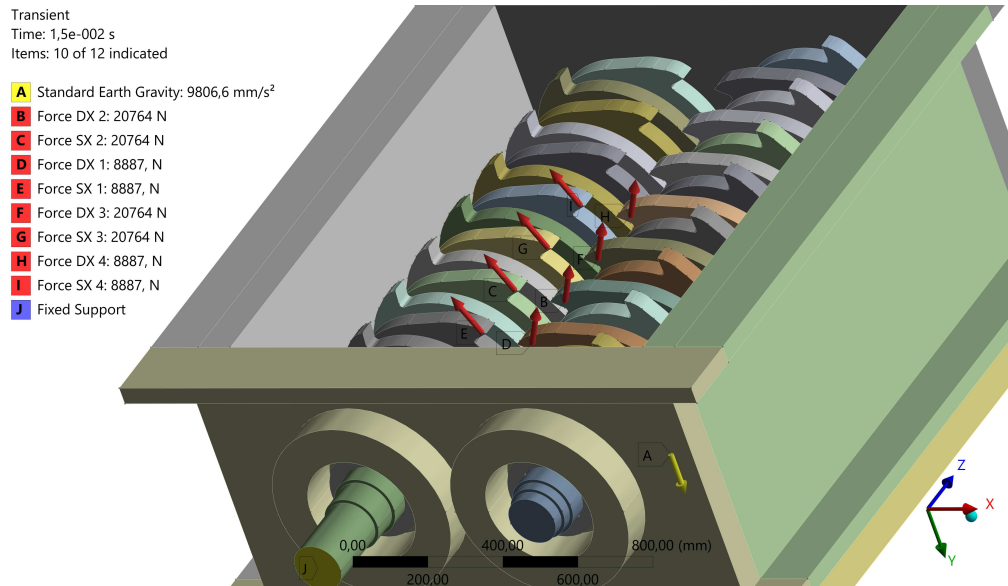


Figura 6.1: Configurazione AC: denti caricati e valori massimi delle forze equivalenti.

6.2.3 Profilo temporale

L'andamento temporale, riportato in Tabella 6.1 e in Figura 6.2, si compone di quattro fasi: avvio (0–1 ms), fase iniziale con la sola gravità (1–5 ms), impulso di ingaggio con salita, picco e scarico (5–16 ms) e fase successiva all'annullamento delle forze sui denti fino a 50 ms. In quest'ultima fase la gravità resta attiva e la risposta comprende anche il transitorio prodotto dalla sua applicazione iniziale. La durata dell'impulso, 11 ms, è assunta come caso sintetico di ingaggio rapido. Le simulazioni esplicite del Capitolo 7 non forniscono un riferimento temporale diretto: sono condotte con velocità angolare volutamente accelerata (100 rad/s, circa quaranta volte quella nominale) e i relativi tempi non sono trasferibili alla scala operativa. La severità della durata assunta è valutata a posteriori in sezione 6.4,

dal confronto con il periodo dell'oscillazione dominante della risposta. Il profilo raggiunge il massimo a 10,55 ms e si annulla a 16 ms.

Tabella 6.1: Profilo temporale delle forze equivalenti, con salita e successiva discesa fino all'annullamento a 16 ms.

Tempo [ms]	Denti interni [kN]	Denti esterni [kN]
0–5	0	0
6	20,76	8,89
7	40,92	17,51
8	56,46	24,16
9	67,50	28,89
10	73,57	31,49
10,55	74,30	31,80
11	73,57	31,49
12	67,50	28,89
13	56,46	24,16
14	40,92	17,51
15	20,76	8,89
16–50	0	0

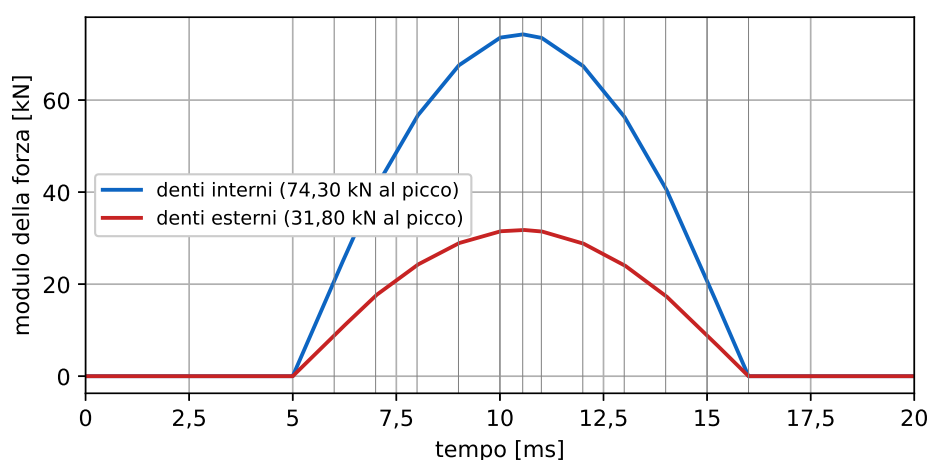


Figura 6.2: Profilo temporale del modulo delle forze equivalenti sui denti.

6.2.4 Carichi non applicati

Due carichi, presenti nelle analisi statiche, sono deliberatamente assenti. Nel modello non viene applicata una coppia motrice separata, poiché il momento resistente è già generato dalle forze equivalenti sui denti. Con il vincolo torsionale rigido descritto nella sezione 6.3, l'applicazione contemporanea di una coppia motrice senza modificare la condizione al contorno altererebbe il caso di carico. Una rappresentazione completa dell'azionamento richiederebbe invece la modellazione della rigidità, dell'inerzia e dello smorzamento del gruppo motore–riduttore. La reazione torsionale al vincolo è invece utilizzata come gran-

dezza di controllo dell'equilibrio dinamico e del percorso di trasferimento della coppia. La velocità angolare non è applicata: i contributi centrifughi e giroscopici che ne deriverebbero sono discussi, e stimati trascurabili, in sezione 6.1.

6.3 Vincoli, connessioni e materiali

6.3.1 Supporti dei cuscinetti

Ciascun albero è sostenuto da due elementi molla radiali (*Bearing*, elemento COMBI214) tra le piastre di estremità e le sedi da $\varnothing 180$ mm dell'albero, con rigidezza $K_{11} = K_{22} = 5 \cdot 10^6$ N/mm, termini incrociati nulli e smorzamento nullo: gli stessi valori delle analisi statiche del sezione 5.2. Il cuscinetto selezionato è un orientabile a rulli SKF 23236 CC/W33, con foro da 180 mm e carico statico di base $C_0 = 2120$ kN [66]. Nel modello i supporti sono rappresentati mediante elementi puramente radiali; la capacità del cuscinetto reale di trasmettere anche carichi assiali non è inclusa, poiché il vincolo assiale viene concentrato nel collegamento lato trasmissione. L'orientabilità riduce la sensibilità ai disallineamenti tra albero e sede e limita la trasmissione di momenti flettenti. Nel modello il supporto è idealizzato mediante elementi COMBI214 con rigidezza nelle sole due direzioni radiali; rigidezza assiale, rigidezza rotazionale, giochi e smorzamento del supporto reale non sono inclusi.

6.3.2 Vincolo lato trasmissione e chiusura della coppia

Nelle configurazioni AC e AD, la faccia di estremità lato trasmissione da $\varnothing 140$ mm è governata da un *Remote Displacement*; nelle configurazioni AK e AL il medesimo vincolo è applicato alla faccia terminale portata a $\varnothing 170$ mm.

Il *Remote Displacement* impone la rotazione nulla attorno all'asse dell'albero e la traslazione assiale nulla, lasciando libere tutte le altre componenti, con comportamento *Deformable* (Figura 6.3). La rotazione nulla è applicata mediante un nodo pilota; la faccia rimane libera di deformarsi e sullo stesso nodo viene letta la reazione torsionale.

Il vincolo rappresenta l'estremità sulla quale è calettato il riduttore ad albero cavo, che trasmette alla struttura la propria coppia di reazione mediante il braccio previsto dal costruttore [89]. I cuscinetti volventi consentono la rotazione e non chiudono la coppia; la reazione torsionale si sviluppa quindi al collegamento lato trasmissione e, tra quest'ultimo e la zona di taglio, l'albero trasmette l'intero momento torcente.

Il momento prodotto dalle forze applicate sui denti viene equilibrato dalla reazione al vincolo e dal contributo inerziale del sistema. Il confronto sviluppato in sezione 6.4 consente di controllare il percorso di trasferimento della coppia nel modello.

Lo schema corrisponde al Caso B del confronto sistematico sviluppato nel sezione 5.2, risultato il più rappresentativo delle condizioni operative considerate.



Figura 6.3: Configurazione AC: *Remote Displacement* all'estremità lato trasmissione di un albero, con rotazione attorno all'asse e traslazione assiale nulle.

Il vincolo in rotazione rappresenta il limite di trasmissione torsionalmente rigida sulla scala dei tempi dell'evento. La cedevolezza torsionale, lo smorzamento e le inerzie del gruppo motore–riduttore non sono inclusi esplicitamente nel modello; il loro possibile effetto sulle frequenze e sui picchi della risposta costituisce un limite dichiarato dell'analisi. L'arresto assiale è integrato nello stesso vincolo perché il calettatore blocca l'albero anche assialmente; l'altra estremità resta assialmente libera, secondo lo schema cuscinetto vincolato–cuscinetto libero raccomandato per evitare il doppio vincolo assiale [66]. Nel caso di carico la spinta assiale attesa è nulla, poiché le forze giacciono nel piano di rotazione: la reazione assiale misurata costituisce quindi una verifica aggiuntiva.

6.3.3 Connessioni tra i corpi

Nelle configurazioni AC, AD e AK le connessioni sono definite manualmente, in sostituzione della generazione automatica dei contatti, che in fase di revisione del modello aveva prodotto collegamenti spuri tra gruppo rotante e piastre di estremità, alterando il percorso di carico. Lo schema adottato per tali configurazioni è il seguente. Per ciascun rotore, le superfici interne dei 32 corpi del pacco lame (cutter, distanziali e distanziali di estremità) sono collegate all'albero con un contatto *bonded* in formulazione MPC asimmetrica e raggio di ricerca di 25 mm, che vincola ogni foro al corrispondente tratto d'albero. Contatti *bonded* collegano le quattro piastre della carcassa al telaio di base e le piastre di estremità alle laterali, richiudendo la scatola della carcassa. Completano lo schema i quattro supporti radiali di sottosezione 6.3.1. Nessun altro contatto collega il gruppo rotante alla struttura fissa. I piedi del telaio di base sono vincolati con *Fixed Support*: la fondazione è assunta rigida, semplificazione dichiarata e mantenuta in tutte le configurazioni analizzate. Lo schema delle connessioni interne della configurazione AL è descritto separatamente nella relativa sezione.

6.3.4 Materiali

Il modello impiega tre materiali, riportati in Tabella 6.2 e assegnati per funzione. Il gruppo rotante (66 corpi: alberi, cutter, distanziali e distanziali di estremità) è modellato mediante una scheda AISI 4140, acciaio comparabile al 42CrMo4 e comunemente impiegato per alberi e organi di trasmissione. Le proprietà assegnate sono quelle della scheda riferita allo stato normalizzato a 870 °C e a un provino da 25 mm [90]. Il successivo confronto con i minimi del 42CrMo4 bonificato viene utilizzato esclusivamente come valutazione cautelativa dell'effetto dimensionale.

Le quattro piastre della carcassa, costituite dalle due piastre laterali e dalle due piastre di estremità, sono modellate in acciaio strutturale S355J2+N, mentre al telaio di base è assegnato acciaio S235JR [57]. Tale assegnazione riproduce la distinzione adottata nel modello numerico tra le piastre della carcassa e la carpenteria del telaio di base.

Tabella 6.2: Proprietà dei materiali adottati nel modello.

Materiale	E [GPa]	ν	ρ [kg/m ³]	σ_{sn} [MPa]	σ_R [MPa]
AISI 4140 normalizzato	205	0,29	7850	655	1020
S355J2+N	210	0,30	7850	355	470
S235JR	210	0,30	7850	235	410

In un modello elastico lineare le proprietà di resistenza non influenzano la soluzione: intervengono nelle sole verifiche, come denominatore del fattore di sicurezza. Tre limiti dell'assunzione sono dichiarati. Primo, l'effetto dimensione: i valori di scheda si riferiscono a un tondo da 25 mm, mentre i diametri dell'albero raggiungono 140–210 mm e per il 42CrMo4 bonificato la EN 10083-3 prescrive minimi decrescenti con la dimensione, fino a $R_{p0,2} = 550$ MPa per $100 < d \leq 160$ mm [91]; la sensibilità del fattore di sicurezza a questa assunzione è riportata in sottosezione 6.5.4. Secondo, i cutter di questa classe di macchine sono comunemente realizzati in acciai per utensili temprati [92]; nel modello sono rappresentati con le costanti elastiche del 4140, di valore equivalente. Le tensioni locali sui denti non vengono usate come verifica del tagliente: il carico equivalente non riproduce la pressione di contatto reale e le simulazioni esplicite del Capitolo 7, condotte con rotor rigidi, non forniscono le tensioni nei cutter; la verifica locale del tagliente resta tra gli sviluppi. Terzo, i valori nominali di snervamento degli acciai strutturali dipendono dallo spessore del prodotto secondo la EN 10025-2. I valori riportati per l'S355J2+N delle piastre e per l'S235JR del telaio costituiscono quindi i valori adottati nel modello; i livelli tensionali della struttura fissa, non superiori a 20,20 MPa nei casi analizzati, mantengono comunque un margine ampio.

6.4 Verifiche di coerenza del modello

Le verifiche quantitative riportate nel seguito sono svolte sulla configurazione di riferimento AC. Gli stessi controlli saranno applicati alle configurazioni successive utilizzando i rispettivi risultati.

Prima di discutere i risultati, il modello viene sottoposto a verifiche interne di equilibrio dinamico e di coerenza del trasferimento dei carichi. La coppia resistente entra nel modello attraverso le forze applicate ai denti; per ciascun rotore si controlla quindi che il momento prodotto da tali forze sia equilibrato dalla reazione torsionale al vincolo lato trasmissione e dal contributo inerziale del sistema.

Analogamente, le reazioni traslazionali vengono interpretate considerando le forze applicate, il peso proprio e le azioni d'inerzia. La tensione nominale di torsione viene infine confrontata con la risposta FEM dell'albero. Si tratta di verifiche interne di coerenza, non di una validazione sperimentale indipendente. Il comportamento dinamico viene inoltre confrontato qualitativamente con l'analisi modale della macchina completa a base fissa riportata nella sezione 5.5.

6.4.1 Equilibrio alla rotazione e fattore dinamico

La Figura 6.4 sovrappone il momento resistente applicato, ricostruito dalla somma dei prodotti tra componenti tangenziali e raggio, alle reazioni torsionali misurate ai due vincoli di trasmissione. Le due reazioni hanno segno opposto a ogni istante, in accordo con la controrotazione degli alberi, e ampiezze prossime ma non coincidenti, confrontate nel seguito. Il *Remote Displacement* vincola soltanto la rotazione attorno all'asse dell'albero, mentre le rotazioni flettenti sono lasciate libere. Le corrispondenti componenti di reazione non costituiscono pertanto grandezze utilizzabili per verificare la presenza o l'assenza di flessione; l'analisi del nodo pilota riguarda la componente torsionale attorno all'asse. La reazione assiale massima vale 590 N a fronte di 191,37 kN tangenziali per rotore (0,3%): l'arresto assiale è scarico, come previsto dal caso di carico.

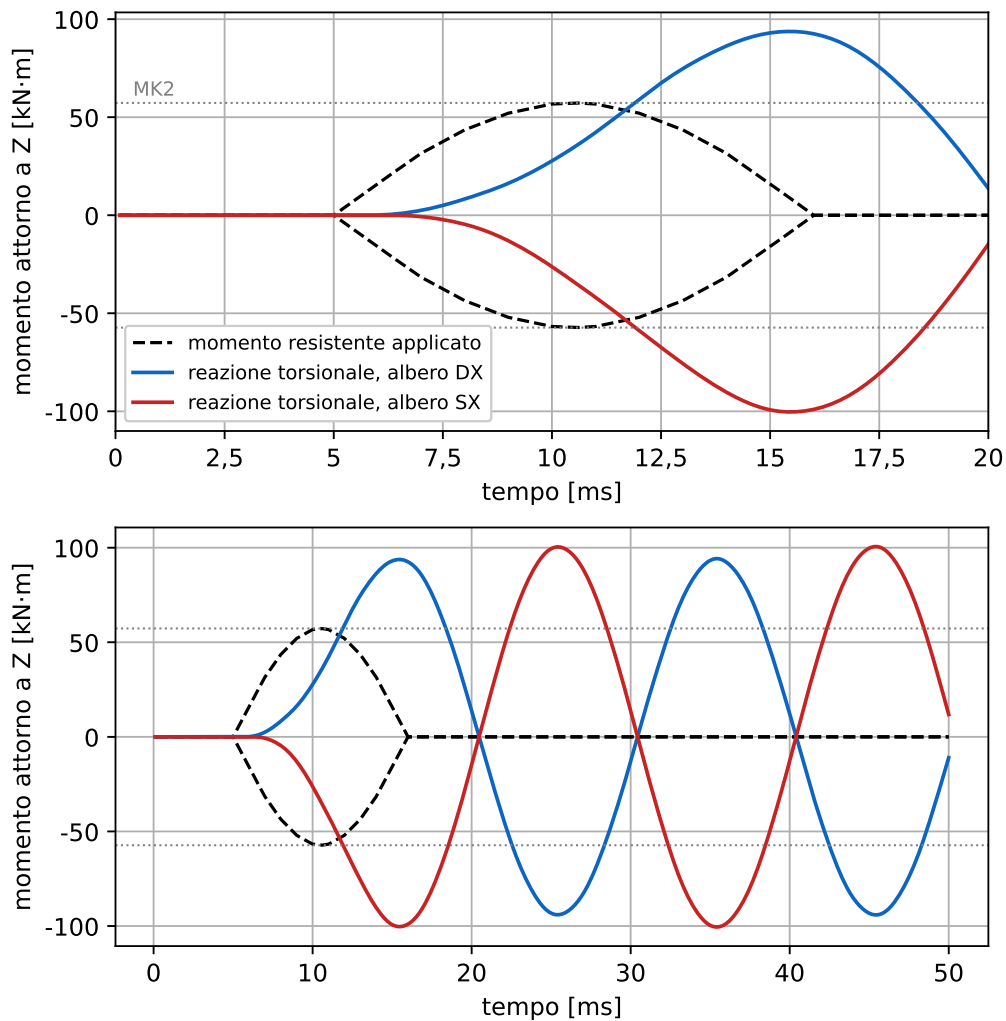


Figura 6.4: Momento resistente applicato e reazioni torsionali ai vincoli di trasmissione: fase forzata (sopra) e finestra completa (sotto).

Il confronto quantitativo rivela il carattere dinamico della risposta. Al passo di calcolo più vicino al picco del profilo (10,5 ms), il momento applicato per rotore vale 58,50 kN m, mentre le reazioni valgono 33,92 e 34,59 kN m: circa il 59% del momento applicato è equilibrato dalla reazione, la parte restante dalla variazione del momento angolare dei rotori. La reazione culmina in prossimità della fine dell'impulso, a 15,5 ms, con 100,33 kN m su un albero e 93,76 kN m sull'altro. Rispetto al momento effettivamente applicato, pari a 58,55 kN m, il rapporto tra i picchi vale rispettivamente 1,71 e 1,60.

Tale rapporto rappresenta un indicatore dell'amplificazione dinamica della reazione torsionale rispetto al momento applicato. Esso descrive l'incremento della reazione dovuto alla risposta inerziale transitoria e non costituisce, da solo, un criterio di scelta tra le configurazioni. Nelle sezioni successive le reazioni torsionali vengono pertanto riportate direttamente, insieme ai relativi istanti. La differenza tra i due massimi, riferita al loro valore medio, è pari a circa il 6,8% e può dipendere dalle asimmetrie geometriche, dai vincoli e dalla discretizzazione; il modello non consente di attribuirlo a una sola causa. Nella fase successiva allo scarico la reazione oscilla con ampiezza pressoché costante

($\pm 100,5$ e $\pm 94,2$ kN m), coerentemente con l'assenza di smorzamento fisico e con la limitata dissipazione numerica nella finestra osservata. I picchi calcolati restano inferiori alla capacità nominale del riduttore $M_{N2} = 124,06$ kN m [86]. Il confronto è preliminare: la verifica dell'azionamento richiede anche i criteri del costruttore su durata, spettro di carico e frequenza degli eventi.

6.4.2 Equilibrio verticale

La Figura 6.5 riporta la reazione verticale al *Fixed Support*. Il riferimento è il peso proprio, 113,0 kN per una massa totale di 11,52 t. Durante l'impulso la reazione varia in accordo con il bilancio dinamico verticale, che comprende le forze applicate, il peso proprio e il contributo inerziale della struttura; nella fase successiva allo scarico oscilla, in assenza di smorzamento fisico esplicito, tra -940 e $+620$ kN. La fase iniziale (1–5 ms) è più breve del periodo dell'oscillazione dominante (20 ms). Poiché la gravità viene applicata dinamicamente a partire dalla configurazione indeformata, lo stato statico sotto peso proprio non viene raggiunto prima dell'impulso. La risposta successiva contiene pertanto la sovrapposizione tra il contributo del peso proprio e quello prodotto dalle forze sui denti. I valori maturati nella fase successiva allo scarico rappresentano quindi la risposta complessiva del modello nelle condizioni simulate e non il solo contributo dell'ingaggio.

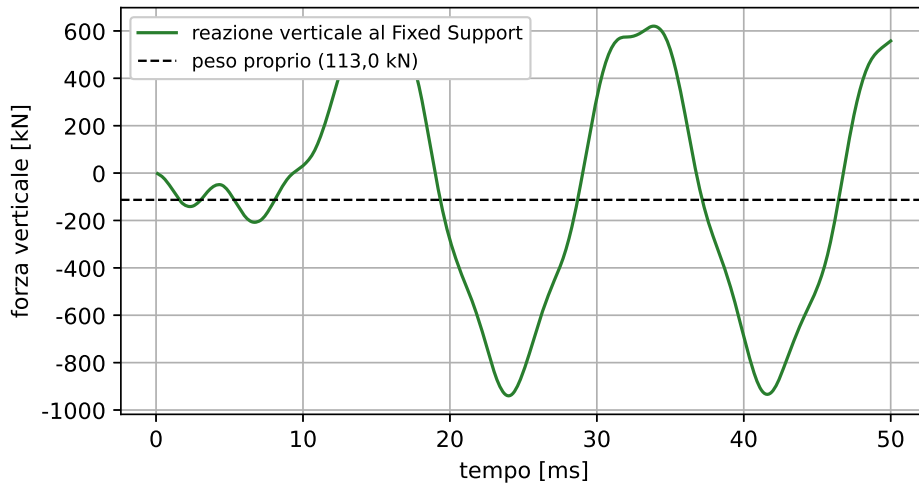


Figura 6.5: Configurazione AC: reazione verticale al *Fixed Support*.

6.4.3 Coerenza tra reazione torsionale e tensione sull'albero

Sul tratto di estremità da $\varnothing 140$ mm, interamente attraversato dalla coppia, la tensione nominale di torsione vale $\tau = 16T/(\pi d^3)$, con T espresso in N mm e d espresso in mm, mentre la corrispondente tensione equivalente è $\sigma_{VM} = \sqrt{3}\tau$. La Tabella 6.3 confronta, in due istanti, la tensione nominale calcolata con la reazione misurata e il massimo FEM sugli alberi: il rapporto vale 1,15 nei due istanti selezionati, coerente con la concentrazione locale in prossimità dello spallamento e del vincolo remoto, già osservata nel Caso B statico della sezione 5.2. La stessa verifica sulla tensione tangenziale massima FEM (213,53 MPa

a 15,3 ms) contro la nominale (186,17 MPa) fornisce il medesimo fattore. La Figura 6.6 mostra la storia temporale della tensione nominale ricavata dalla reazione, con i due massimi FEM sovrapposti: l'andamento temporale della tensione è coerente con quello della reazione torsionale. La tensione nominale costituisce un riferimento indipendente dalla discretizzazione e consente di controllare l'ordine di grandezza della risposta torsionale; non include però le concentrazioni geometriche e non sostituisce una verifica locale con mesh convergente. Il massimo FEM in prossimità dello spallamento e del vincolo remoto va quindi interpretato come indicativo, da consolidare con uno studio di sensibilità della mesh.

Tabella 6.3: Coerenza tra reazione torsionale e tensione equivalente massima sugli alberi.

Istante [ms]	T [kN m]	σ_{VM} nominale [MPa]	σ_{VM} FEM [MPa]	Rapporto
10,5	34,59	111,16	127,72	1,15
15,5	100,33	322,46	370,29	1,15

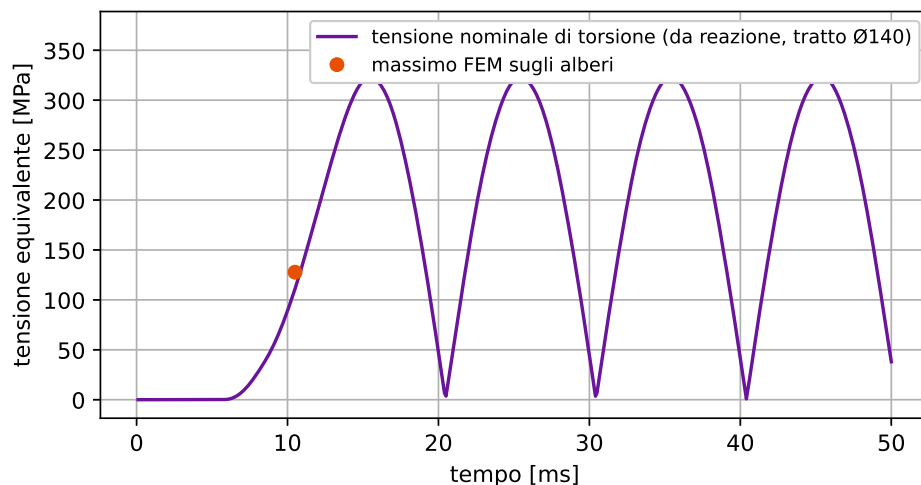


Figura 6.6: Tensione nominale di torsione ricavata dalla reazione e massimi FEM sugli alberi.

6.4.4 Contenuto in frequenza e verifica del passo

Nella fase successiva all'annullamento delle forze sui denti, le grandezze misurate (reazioni torsionali, reazione verticale, tensione sull'albero) oscillano con periodo di 20,00 ms, cioè 50,0 Hz. Il confronto con l'analisi modale della macchina completa a piedini vincolati (sezione 5.5) interpreta il risultato: in quella configurazione i primi due modi, a frequenza prossima allo zero, corrispondono alla rotazione libera dei rotori sui supporti, mentre i primi modi strutturali compaiono a 45,37 e 46,64 Hz (Tabella 5.24). L'oscillazione osservata nel transitorio presenta una frequenza prossima ai primi modi strutturali del modello modale. Il confronto resta qualitativo, poiché le condizioni al contorno torsionali dei due modelli non coincidono. Il rapporto tra la durata dell'impulso (11 ms) e il periodo dell'oscillazione dominante (20 ms) vale circa 0,55. La comparabilità tra le due scale temporali può favorire una significativa amplificazione dinamica ed è coerente con il ritardo osservato tra il

massimo del carico e il massimo della reazione. Il criterio $\Delta t \leq T_{\min}/20$ [24] richiede almeno 20 intervalli di integrazione per ogni ciclo della frequenza più alta di interesse. Con il passo adottato, l'oscillazione dominante a 50 Hz è descritta da 200 intervalli per ciclo e il modo più alto della Tabella 5.24, pari a 279,27 Hz, da circa 36: il criterio è soddisfatto in entrambi i casi. Il controllo non sostituisce uno studio di sensibilità al passo.

6.5 Configurazione AC: Geometria iniziale di riferimento

6.5.1 Deformazioni

La deformazione totale massima, riportata in Figura 6.7, vale 6,06 mm a 15,2 ms e si localizza sulle corone esterne dei cutter. Il valore è dominato dall'avvolgimento torsionale degli alberi: la coppia, entrando distribuita lungo il pacco lame e uscendo dalla sola estremità lato trasmissione, produce una rotazione elastica che in punta di dente (raggio 320 mm) vale alcuni millimetri ed è accentuata dalla risposta dinamica del sistema. La componente direzionale trasversale (Figura 6.8) è antisimmetrica tra i due rotori (+4,98 e $-4,72$ mm), come atteso per due torsioni di verso opposto; la componente verticale raggiunge +5,93 e $-4,02$ mm nella coda; la componente assiale resta contenuta (+0,96 e $-0,93$ mm), coerente con supporti radiali e un solo arresto assiale per albero. Carcassa e telaio di base restano su spostamenti di un ordine di grandezza inferiori.

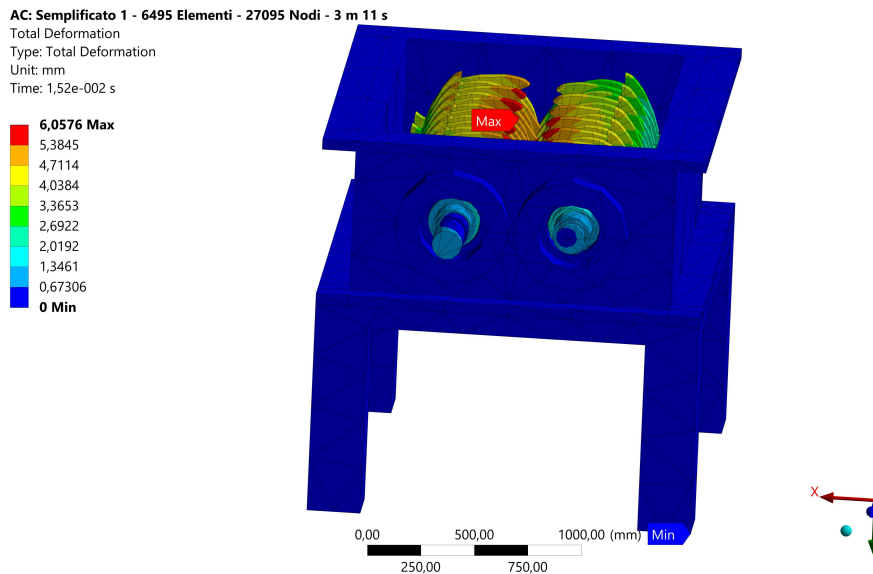


Figura 6.7: Configurazione AC: deformazione totale.

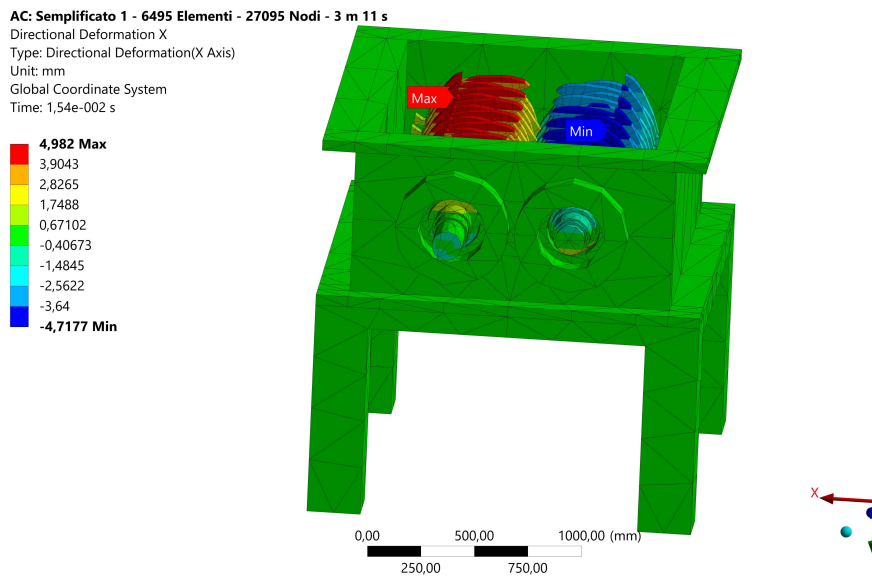


Figura 6.8: Configurazione AC: deformazione direzionale trasversale.

6.5.2 Tensioni

La distribuzione globale della tensione equivalente è riportata in Figura 6.9; i massimi per componente, con gli istanti in cui maturano, sono riassunti in Tabella 6.4.

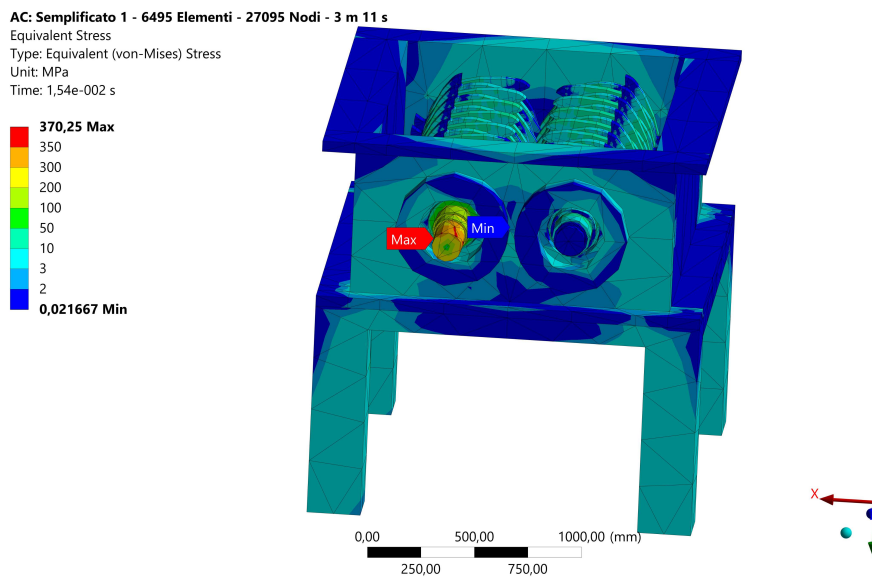
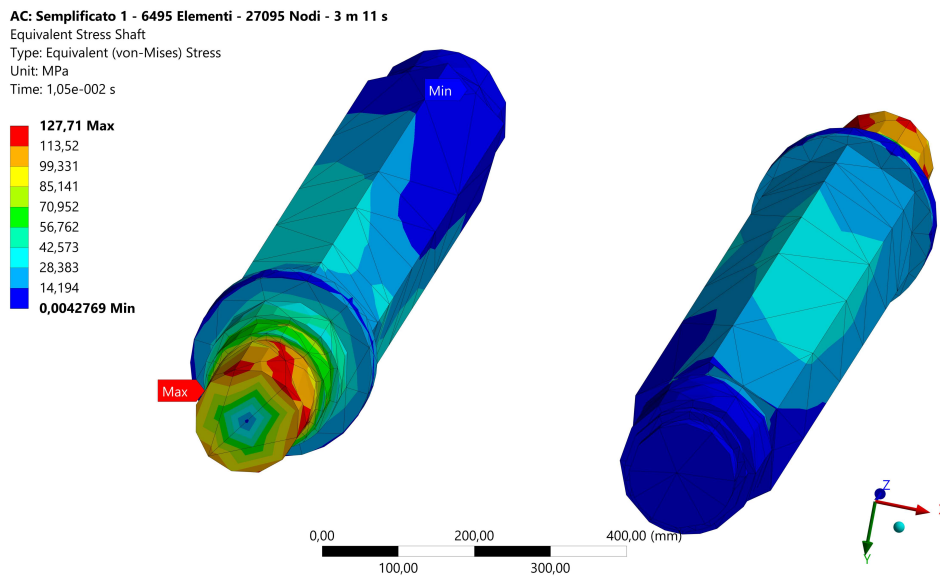


Figura 6.9: Configurazione AC: tensione equivalente di von Mises sull'intero modello.

Tabella 6.4: Configurazione AC: massimi di tensione equivalente per componente.

Componente	σ_{VM} max [MPa]	Istante [ms]	Materiale
Alberi	370,29	15,5	AISI 4140
Distanziali	115,06	24,1	AISI 4140
Cutter	112,69	10,6	AISI 4140
Telaio di base	19,32	41,7	S235JR
Carcassa	10,60	41,7	S355J2+N

Il massimo assoluto è sugli alberi, all'estremità lato trasmissione (Figura 6.11): è il tratto più sottile attraversato dall'intera coppia, e la sua tensione segue la reazione torsionale con il fattore locale 1,15 quantificato in sottosezione 6.4.3. Il confronto tra i due istanti di Figura 6.10 e Figura 6.11 rende visibile il ritardo dinamico: al picco del carico applicato il massimo vale 127,72 MPa, mentre in prossimità della fine dell'impulso, quando la reazione culmina, raggiunge 370,29 MPa. Il tratto esagonale dell'albero all'interno del pacco lame lavora su livelli tensionali molto inferiori.

**Figura 6.10:** Configurazione AC: tensione equivalente sugli alberi al picco del carico applicato (10,5 ms).

AC: Semplificato 1 - 6495 Elementi - 27095 Nodi - 3 m 11 s
 Equivalent Stress Shaft
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 1,55e-002 s

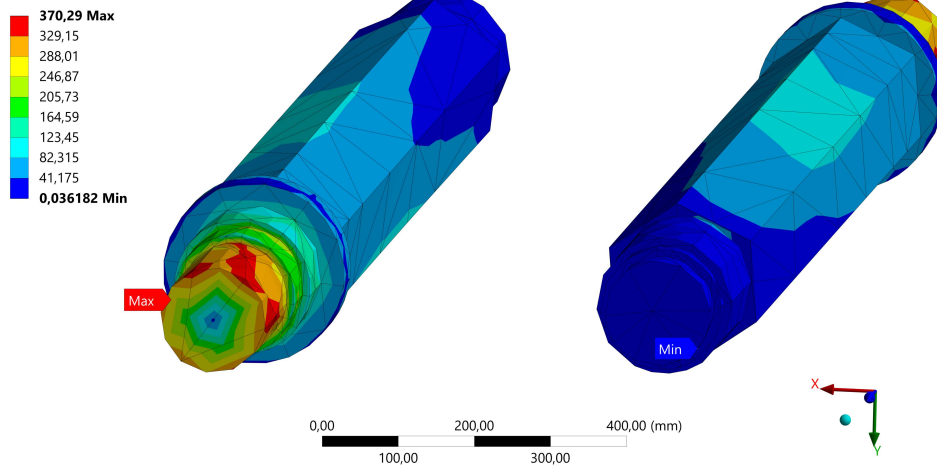


Figura 6.11: Configurazione AC: tensione equivalente sugli alberi al picco della reazione torsionale (15,5 ms).

Sui cutter il massimo (112,69 MPa, Figura 6.12) matura al picco del carico e si localizza al piede del dente caricato. Il carico equivalente, distribuito sulla faccia, descrive la risposta d'insieme del dente ma non riproduce la pressione di contatto reale: il valore non viene quindi usato come verifica locale del tagliente. Le simulazioni esplicite del Capitolo 7, condotte con rotor rigidi, analizzano il contatto e la frammentazione del rottame e non calcolano le tensioni nei cutter. Sui distanziali (115,06 MPa, Figura 6.13) il massimo si concentra sugli spigoli del foro esagonale, dove il profilo trasferisce la coppia al pacco. Carcassa e telaio di base (Figura 6.14 e Figura 6.15) restano sotto i 20 MPa: la reazione torsionale si chiude al vincolo lato trasmissione, e la struttura fissa riceve principalmente le reazioni dei supporti e le azioni d'inerzia.

AC: Semplificato 1 - 6495 Elementi - 27095 Nodi - 3 m 11 s
 Equivalent Stress Cutter SX
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 1,06e-002 s

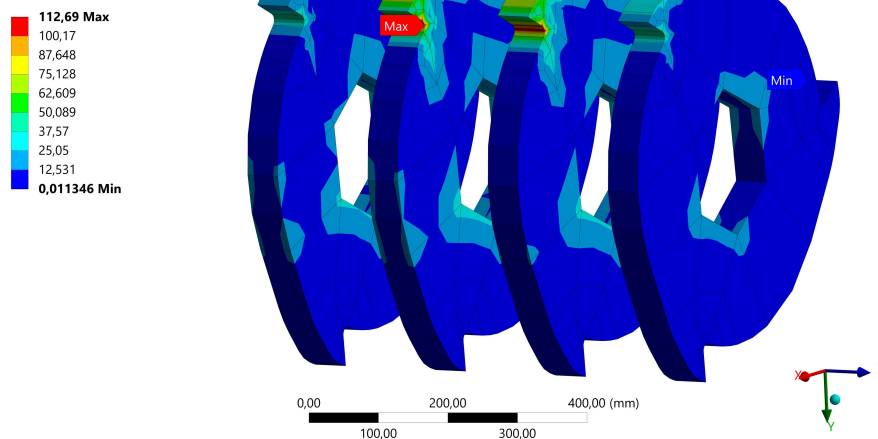


Figura 6.12: Configurazione AC: tensione equivalente sui cutter caricati.

AC: Semplificato 1 - 6495 Elementi - 27095 Nodi - 3 m 11 s

Equivalent Stress Spacer

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

Time: 2,41e-002 s

115,06 Max
102,42
89,783
77,146
64,508
51,87
39,233
26,595
13,958
1,3201 Min

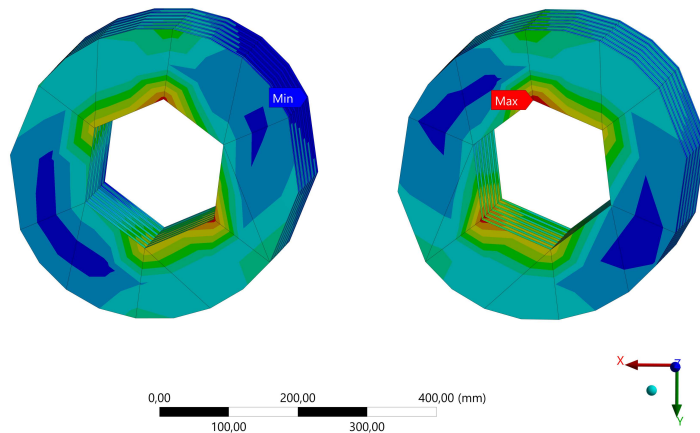


Figura 6.13: Configurazione AC: tensione equivalente sui distanziali.

AC: Semplificato 1 - 6495 Elementi - 27095 Nodi - 3 m 11 s

Equivalent Stress Frame

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

Time: 4,17e-002 s

10,601 Max
9,4355
8,27
7,1046
5,9392
4,7737
3,6083
2,4429
1,2774
0,11199 Min

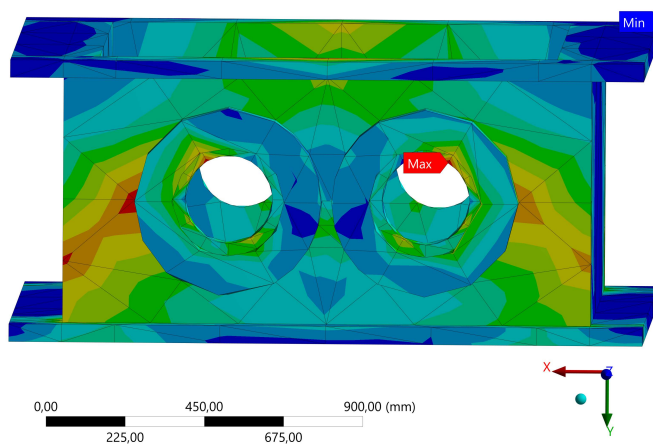


Figura 6.14: Configurazione AC: tensione equivalente sulla carcassa.

AC: Semplificato 1 - 6495 Elementi - 27095 Nodi - 3 m 11 s
 Equivalent Stress Telaio di base
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 4,17e-002 s

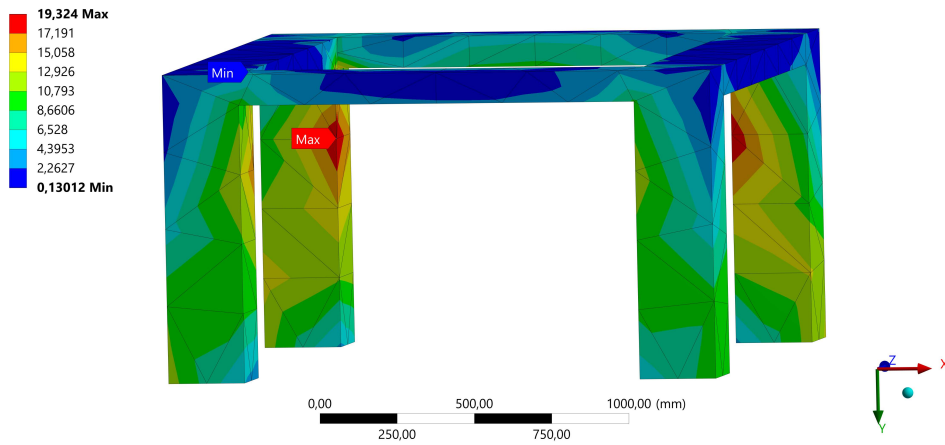


Figura 6.15: Configurazione AC: tensione equivalente sul telaio di base.

6.5.3 Forze sui supporti dei cuscinetti

La Figura 6.16 riporta la risultante radiale sui quattro supporti. I massimi valgono tra 212,88 e 224,50 kN e maturano nella fase successiva allo scarico, in assenza di smorzamento fisico; all'istante del massimo della reazione torsionale (15,5 ms), i valori sono compresi tra 173,19 e 189,67 kN. Il rapporto tra il carico statico di base del cuscinetto ($C_0 = 2120$ kN [66]) e la massima forza radiale calcolata vale circa 9,4. Tale rapporto costituisce soltanto un indicatore preliminare e non una verifica completa del supporto: la verifica statica richiede la determinazione del carico statico equivalente P_0 e del relativo coefficiente di sicurezza, mentre la verifica a durata richiede la capacità dinamica, lo spettro di carico e la frequenza degli ingaggi.

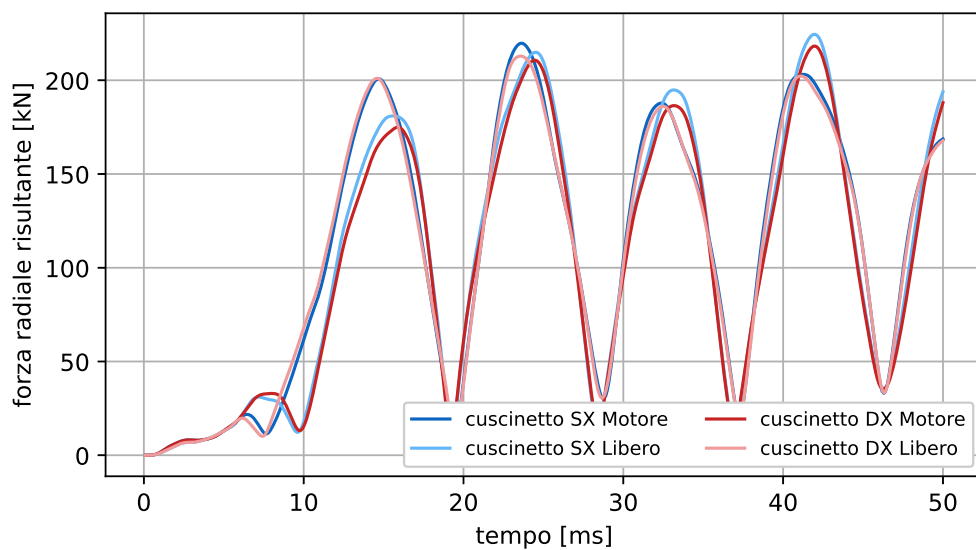


Figura 6.16: Configurazione AC: risultante radiale sui quattro supporti dei cuscinetti.

6.5.4 Fattore di sicurezza

Il fattore di sicurezza minimo, calcolato rispetto allo snervamento dei materiali assegnati, vale 1,77 e si colloca sull'albero (Figura 6.17), nel punto e nell'istante del massimo di tensione. Assumendo per l'albero il minimo normativo del 42CrMo4 bonificato per barre da 100–160 mm ($R_{p0,2} = 550$ MPa [91]), il fattore scende a 1,49, comunque superiore all'unità nella condizione dinamica più severa tra quelle analizzate, in assenza di smorzamento fisico esplicito. Il margine, che nelle analisi statiche risultava ampio, si assottiglia nella risposta transitoria alla piena coppia: l'albero è il componente critico della macchina, e la sua estremità lato trasmissione è il punto su cui concentrare la revisione progettuale.

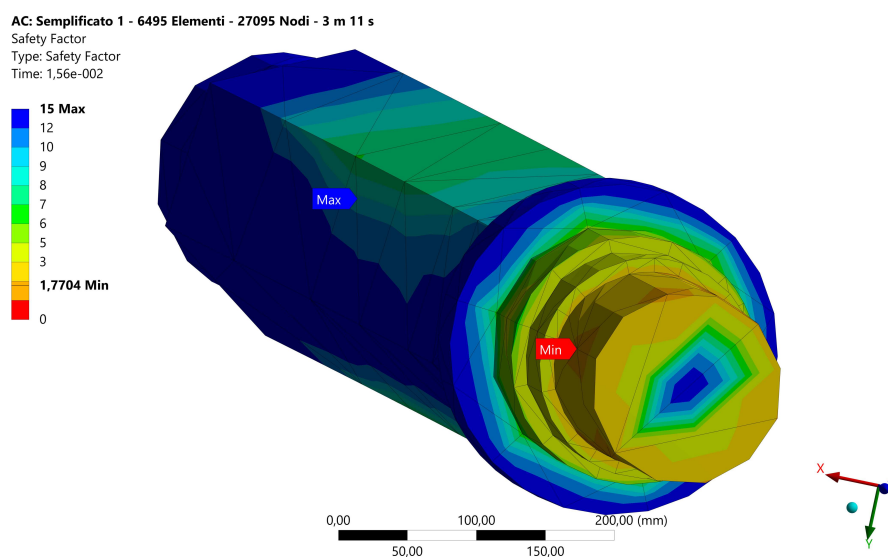


Figura 6.17: Configurazione AC: fattore di sicurezza rispetto allo snervamento.

6.5.5 Quadro di riferimento per il confronto tra configurazioni

La Tabella 6.5 riassume le grandezze della configurazione AC che costituiscono la base del confronto con le configurazioni successive.

Tabella 6.5: Configurazione AC: grandezze di riferimento per il confronto.

Grandezza	Valore AC
Tensione equivalente massima sugli alberi [MPa]	370,29
Rapporto σ_{VM} FEM/nominale al vincolo [-]	1,15
Tensione massima su carcassa nell'intera finestra* [MPa]	10,60
Tensione massima sul telaio nell'intera finestra* [MPa]	19,32
Deformazione totale massima [mm]	6,06
Forza radiale massima nell'intera finestra* [kN]	224,50
Fattore di sicurezza minimo [-]	1,77
Periodo dell'oscillazione dominante [ms]	20,00
Massa totale del modello FEM [t]	11,52

*Valore massimo rilevato nell'intera finestra temporale, comprendente anche la fase successiva allo scarico delle forze sui denti e il contributo del peso proprio.

La configurazione AC indica dove intervenire. La tensione nominale di torsione nel tratto terminale dell'albero è proporzionale alla coppia e inversamente proporzionale al cubo del diametro ($\tau = 16 T / \pi d^3$, con T in N mm e d in mm); la risposta dinamica dipende dal rapporto tra durata dell'impulso e periodo dell'oscillazione dominante; carcassa e telaio di base presentano, nel caso analizzato, margini molto più ampi del gruppo rotante. Le configurazioni AD, AK e AL analizzano le successive evoluzioni progettuali della macchina rispetto al caso di riferimento AC.

6.6 Configurazione AD: irrigidimento con due traversine

La configurazione AD mantiene invariati i carichi, i materiali, i vincoli e le impostazioni numeriche descritti per la configurazione di riferimento. La modifica riguarda esclusivamente la struttura fissa e consiste nell'aggiunta di due traversine di irrigidimento in corrispondenza del collegamento tra una piastra di estremità e la piastra laterale adiacente. L'intervento ha lo scopo di aumentare la rigidezza locale della carcassa nella zona prossima ai supporti dei rotori.

Il modello discretizzato comprende 8895 elementi e 31073 nodi. Il peso proprio letto al vincolo di base vale circa 116,79 kN, corrispondente a una massa complessiva del modello FEM pari a 11,91 t.

La modifica geometrica introdotta nella configurazione AD è mostrata in Figura 6.18.

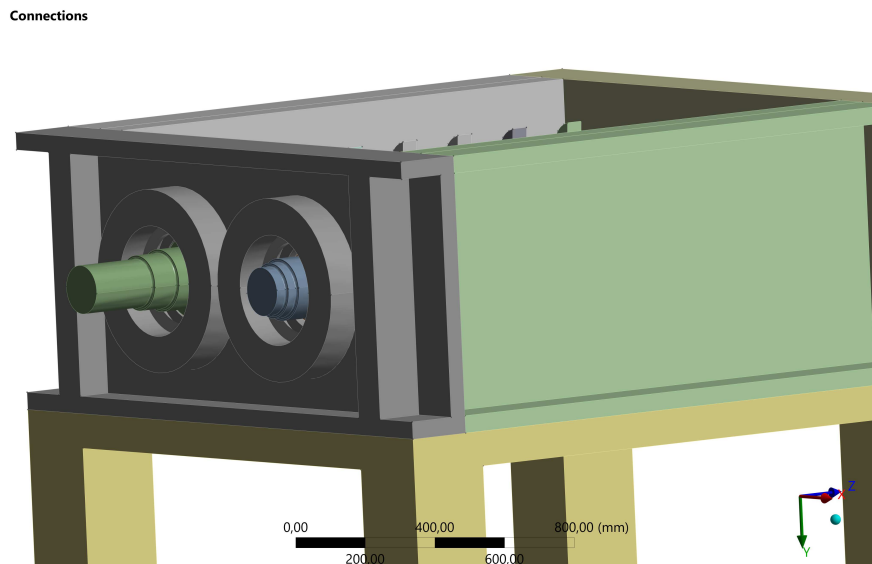


Figura 6.18: Configurazione AD: dettaglio delle due traversine aggiunte tra la piastra di estremità e la piastra laterale.

6.6.1 Risposta torsionale

La Figura 6.19 riporta il momento resistente applicato e le reazioni torsionali misurate ai due vincoli lato trasmissione. Al passo di calcolo più vicino al massimo del profilo di carico,

pari a 10,5 ms, le reazioni torsionali valgono 35,57 kN m sull'albero destro e 34,96 kN m sull'albero sinistro.

A 15,5 ms le reazioni raggiungono rispettivamente 94,67 kN m e 101,08 kN m. Il massimo assoluto dell'albero destro vale 94,69 kN m a 15,4 ms, mentre sull'albero sinistro si rileva un massimo di 101,64 kN m a 35,0 ms, nella fase successiva allo scarico delle forze sui denti.

I valori della fase forzata sono sostanzialmente analoghi a quelli della configurazione AC, pari a 100,33 e 93,76 kN m. L'irrigidimento introdotto dalle traversine non modifica quindi in misura significativa il livello delle reazioni torsionali trasmesse al vincolo. Rispetto ad AC risulta invece invertita l'asimmetria tra i due alberi, con il valore maggiore sull'albero sinistro.

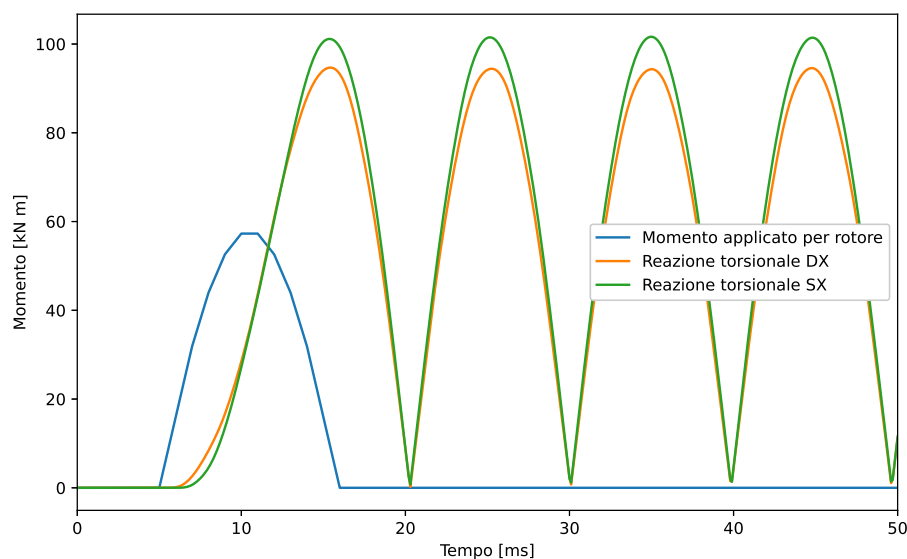


Figura 6.19: Configurazione AD: momento resistente applicato e reazioni torsionali ai due vincoli lato trasmissione.

6.6.2 Spostamenti

Lo spostamento totale massimo vale 5,61 mm e si manifesta a circa 15,0 ms sulle corone esterne dei cutter. La distribuzione degli spostamenti indica che la risposta globale continua a essere dominata dall'avvolgimento torsionale degli alberi e del pacco lame.

La componente direzionale lungo l'asse globale X presenta valori estremi pari a +4,74 mm e -4,50 mm, rilevati a circa 15,3 ms. La componente lungo Y varia tra +5,25 mm e -4,05 mm, con massimo rilevato a circa 24,6 ms. La componente assiale lungo Z resta invece più contenuta, con valori estremi pari a +0,89 mm e -0,83 mm a circa 22,6 ms.

Non vengono riportate ulteriori mappe degli spostamenti, poiché la loro distribuzione qualitativa risulta analoga a quella già discussa per la configurazione precedente.

6.6.3 Tensioni equivalenti

I massimi di tensione equivalente di von Mises sono riassunti nella Tabella 6.6. Il massimo assoluto si localizza sugli alberi, in corrispondenza del tratto terminale lato trasmissione, e

vale 483,25 MPa a 15,4 ms.

Il valore di 483,25 MPa non è tuttavia direttamente confrontabile con il massimo locale della configurazione AC. Il passaggio da 6495 a 8895 elementi ha modificato la discretizzazione in prossimità dello spallamento e della superficie governata dal *Remote Displacement*: a fronte di reazioni torsionali sostanzialmente invariate, il rapporto tra il massimo FEM e la tensione nominale di torsione ricavata dalle reazioni, valutato con la procedura della sottosezione 6.4.3, passa da 1,15 in AC a 1,49–1,59 in AD, a seconda dell'albero considerato. L'incremento del massimo locale evidenzia pertanto la sensibilità della grandezza alla mesh e alla rappresentazione del vincolo e non consente, da solo, di concludere che l'albero abbia subito un peggioramento fisico. Il confronto tra le configurazioni viene quindi condotto mediante grandezze più robuste rispetto alla discretizzazione: reazioni torsionali, tensione nominale di torsione, risultanti radiali sui supporti dei cuscinetti e spostamenti globali.

Sui distanziali il massimo raggiunge 150,91 MPa a 14,2 ms e si concentra in prossimità degli spigoli del foro esagonale, attraverso il quale viene trasferita la coppia al pacco lame.

Sui cutter il valore massimo tra i due rotori vale 112,84 MPa a 10,6 ms e si localizza in corrispondenza del piede del dente caricato. Come per la configurazione di riferimento, tale valore descrive la risposta globale del componente sotto il carico equivalente distribuito e non costituisce una verifica locale della zona di taglio.

La carcassa, costituita dalle piastre laterali, dalle piastre di estremità e dalle traversine aggiunte, raggiunge una tensione equivalente massima pari a 9,0645 MPa a 23,5 ms.

Tabella 6.6: Configurazione AD: massimi di tensione equivalente per componente.

Componente	$\sigma_{VM,max}$ [MPa]	Istante [ms]	Materiale
Alberi	483,25	15,4	AISI 4140
Distanziali	150,91	14,2	AISI 4140
Cutter	112,84	10,6	AISI 4140
Carcassa e traversine	9,06	23,5	S355J2+N
Telaio di base	16,89	38,6	S235JR

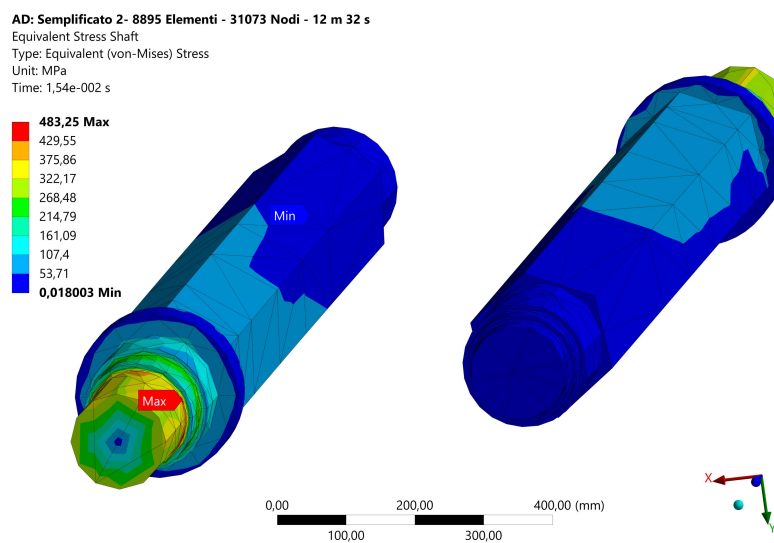


Figura 6.20: Configurazione AD: tensione equivalente sugli alberi al massimo della risposta.

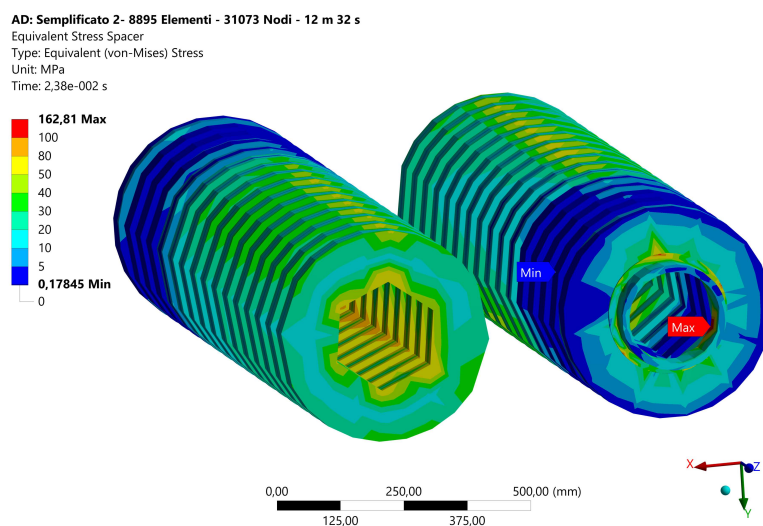


Figura 6.21: Configurazione AD: tensione equivalente sui distanziali.

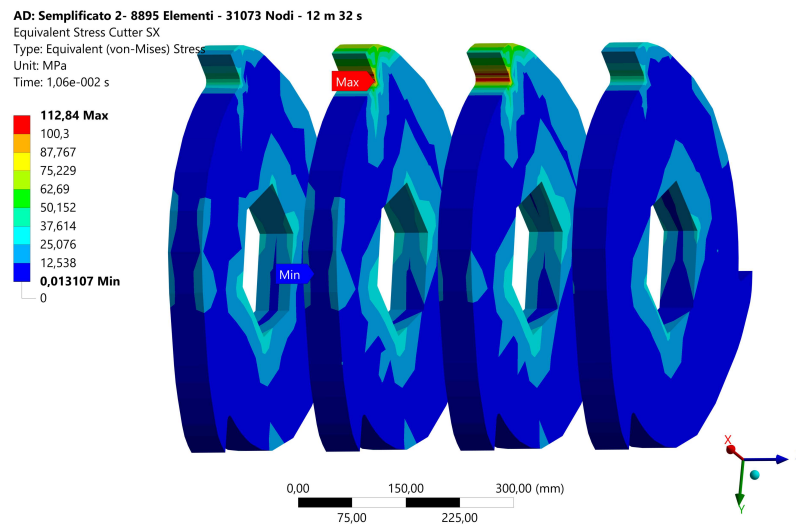


Figura 6.22: Configurazione AD: tensione equivalente su un cutter caricato.

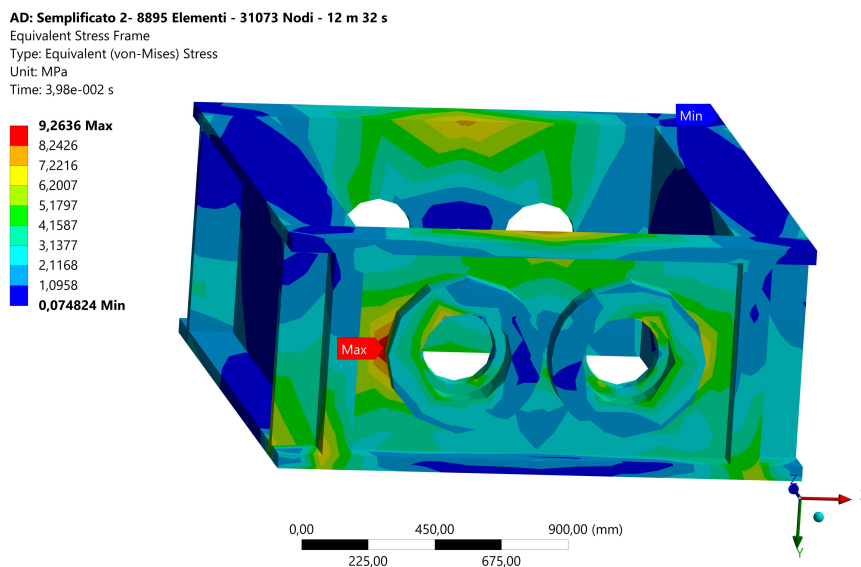


Figura 6.23: Configurazione AD: tensione equivalente sulla carcassa irrigidita mediante le due traversine.

Sul telaio di base la tensione equivalente massima raggiunge 16,894 MPa a 38,6 ms. Il massimo si localizza su uno dei montanti laterali, mentre la restante parte della struttura presenta livelli tensionali generalmente inferiori. Anche in questo caso il valore matura nella fase successiva allo scarico delle forze sui denti e rappresenta la risposta complessiva del modello durante l'intera finestra temporale.

AD: Semplificato 2- 8895 Elementi - 31073 Nodi - 12 m 32 s
 Equivalent Stress Telaio di base
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 3,86e-002 s

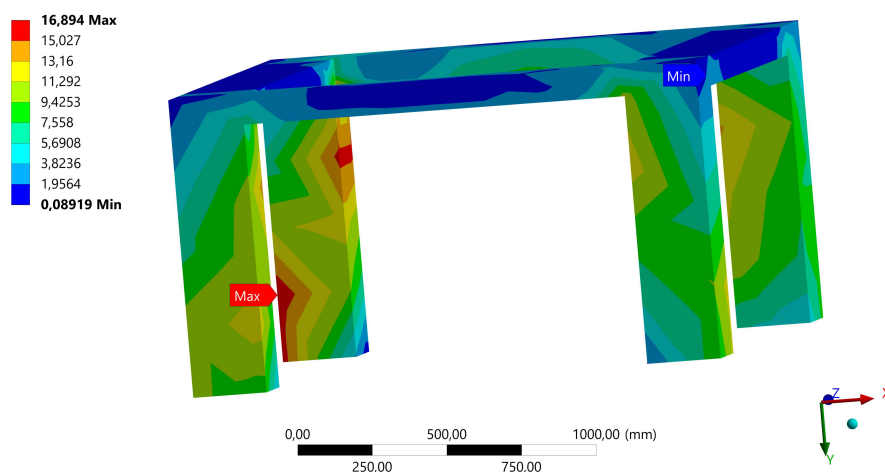


Figura 6.24: Configurazione AD: tensione equivalente sul telaio di base.

6.6.4 Reazione verticale della struttura

La Figura 6.25 riporta la componente verticale della reazione al *Fixed Support*. Il valore iniziale, dovuto al peso proprio, è pari a circa $-116,79$ kN secondo la convenzione di segno adottata.

Durante la risposta dinamica, la reazione verticale raggiunge un minimo di $-857,33$ kN a 22,8 ms e un massimo di $+635,43$ kN a 31,0 ms. I valori comprendono il contributo del peso proprio, delle forze equivalenti applicate ai denti e delle azioni inerziali della struttura.

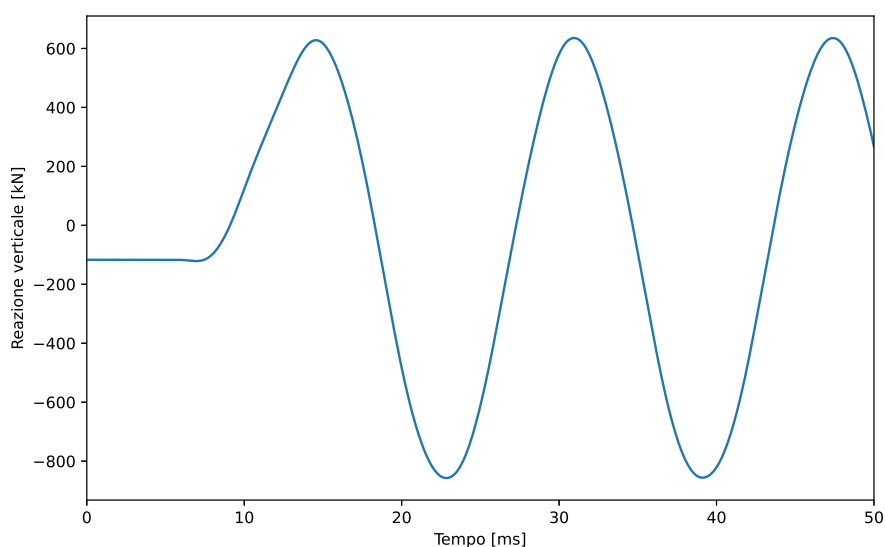


Figura 6.25: Configurazione AD: reazione verticale al *Fixed Support*.

6.6.5 Forze sui supporti dei cuscinetti

La Figura 6.26 riporta la risultante radiale sui quattro supporti dei cuscinetti. I massimi rilevati nell'intera finestra temporale sono:

- 207,66 kN sul supporto destro lato motore;
- 187,77 kN sul supporto destro lato libero;
- 222,45 kN sul supporto sinistro lato motore;
- 208,43 kN sul supporto sinistro lato libero.

Il massimo assoluto vale quindi 222,45 kN e si manifesta a circa 22,6 ms sul supporto sinistro lato motore.

All'istante di 15,5 ms, prossimo al massimo della risposta torsionale, le risultanti radiali sui quattro supporti sono comprese tra 158,51 kN e 183,81 kN.

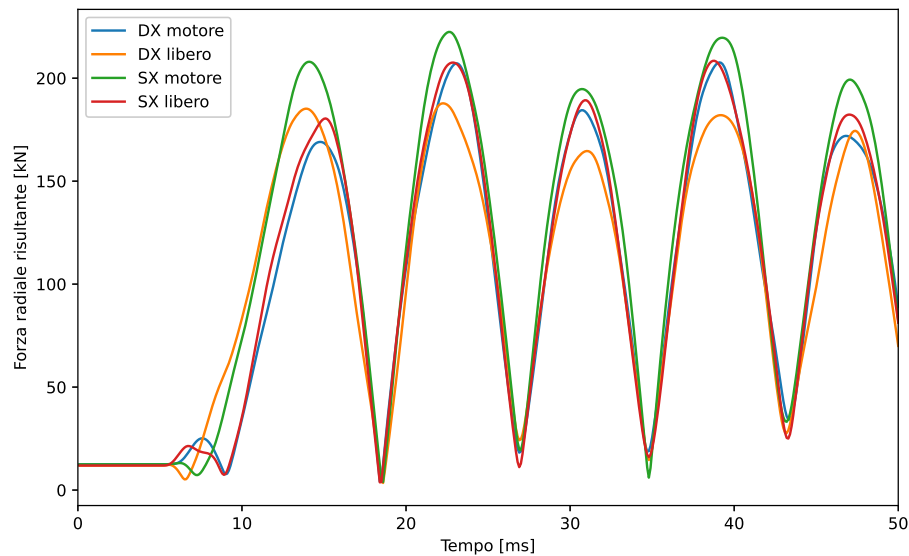


Figura 6.26: Configurazione AD: risultante radiale sui quattro supporti dei cuscinetti.

6.6.6 Fattore di sicurezza

Il rapporto tra il limite di snervamento assegnato all'AISI 4140 (655 MPa) e il massimo FEM locale di 483,25 MPa vale 1,36; il massimo si localizza sul tratto terminale dell'albero lato trasmissione a 15,4 ms. Per le ragioni discusse in sottosezione 6.6.3, tale valore costituisce un indicatore del risultato numerico locale e non una verifica progettuale dell'albero.

La valutazione confrontabile con la configurazione AC utilizza la tensione nominale di torsione nel tratto da $\varnothing 140$ mm, ricavata con la procedura della sottosezione 6.4.3 dalla maggiore reazione torsionale della fase forzata, pari a 101,08 kN m a 15,5 ms. Il fattore di sicurezza nominale corrispondente vale 2,02 rispetto al limite di snervamento assegnato e scende a 1,69 assumendo, per la sezione terminale, il minimo normativo del 42CrMo4 bonificato nella fascia 100–160 mm, $R_{p0,2} = 550$ MPa [91]. Una verifica locale definitiva dell'estremità richiede raccordi geometrici rappresentativi e uno studio di convergenza della mesh.

6.6.7 Sintesi dei risultati della configurazione AD

La Tabella 6.7 riassume le principali grandezze ottenute per la configurazione AD. La valutazione comparativa con le altre configurazioni viene sviluppata separatamente nella sezione dedicata al confronto complessivo.

Tabella 6.7: Configurazione AD: sintesi delle principali grandezze calcolate.

Grandezza	Valore AD
Numero di elementi	8895
Numero di nodi	31073
Massa complessiva del modello FEM [t]	11,91
Spostamento totale massimo [mm]	5,61
Reazioni torsionali a 15,5 ms [kN m]	94,67 / 101,08
Tensione equivalente massima sugli alberi [MPa]	483,25
Tensione equivalente massima sui distanziali [MPa]	150,91
Tensione equivalente massima sui cutter [MPa]	112,84
Tensione equivalente massima sulla carcassa [MPa]	9,06
Tensione equivalente massima sul telaio di base [MPa]	16,9
Forza radiale massima sui supporti [kN]	222,45
Rapporto tra snervamento e massimo FEM locale [-]	1,36
Fattore di sicurezza sulla tensione nominale [-]	2,02

6.7 Configurazione AK: revisione integrata di albero, carcassa e telaio

La configurazione AK mantiene invariati i carichi, i materiali, i vincoli e le impostazioni numeriche descritti per le configurazioni precedenti. La geometria deriva da una revisione complessiva del modello CAD, con interventi coordinati su gruppo rotante, piastre di estremità e telaio di base. Il modello discretizzato comprende 17771 elementi solidi e 56492 nodi; la massa complessiva vale 14,33 t, corrispondente a un peso proprio di 140,48 kN. Lo schema di connessioni è stato ridefinito su selezioni nominate, mediante 18 regioni *bonded* in formulazione MPC. Nel `solve.out` è presente un avviso relativo all'applicazione di vincoli multipli sul grado di libertà traslazionale X di un nodo di contatto; per risolvere la sovrapposizione, il solutore ha rimosso alcune equazioni MPC interne.

6.7.1 Interventi geometrici

Le transizioni geometriche del modello sono state raccordate in modo diffuso: i fori esagonali di cutter e distanziali e i corrispondenti spigoli del profilo dell'albero, gli spallamenti dell'albero e le transizioni delle piastre in precedenza a spigolo vivo.

Sull'albero, il tratto terminale lato trasmissione è stato portato a $\varnothing 170$ mm con lunghezza ridotta a 80 mm e transizione raccordata verso la sede del cuscinetto da $\varnothing 180$ mm; l'estremità lato libero è portata a $\varnothing 160$ mm.

Sulle piastre di estremità le fasce superiore e inferiore sono state ispessite e collegate da una traversina verticale centrale, in corrispondenza della zona delle sedi dei supporti. Il telaio di base è stato integrato con due longheroni longitudinali sul lato lungo e otto fazzoletti di rinforzo alle transizioni tra gambe e traversi; i quattro piedi e la configurazione a gambe cave sono invariati.

6.7.2 Risposta torsionale

La Figura 6.27 riporta il momento applicato e le reazioni torsionali ai due vincoli lato trasmissione. Al passo di calcolo più vicino al picco del profilo (10,5 ms), a fronte di un momento applicato di 58,50 kN m per rotore, le reazioni valgono già 63,55 e 61,17 kN m. I massimi della fase forzata valgono 108,78 kN m a 13,5 ms sull'albero destro e 98,47 kN m a 13,0 ms sul sinistro. Nella fase successiva allo scarico le reazioni oscillano con ampiezze fino a 105,0 e 90,7 kN m e con un periodo dominante di 13,2 ms, corrispondente a 75,8 Hz. La reazione assiale massima al vincolo vale 1,00 kN, pari allo 0,5% della risultante tangenziale per rotore: l'arresto assiale resta scarico.

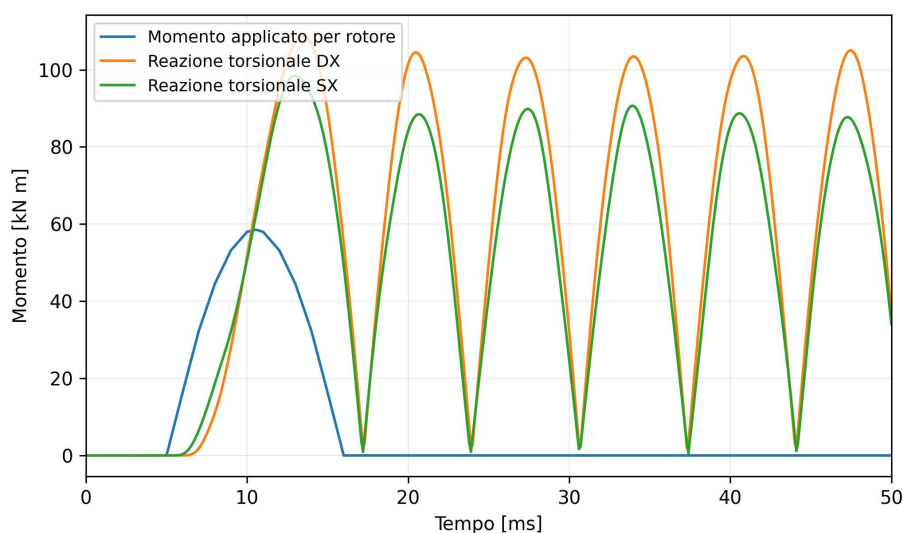


Figura 6.27: Configurazione AK: momento applicato per rotore e reazioni torsionali ai due vincoli lato trasmissione.

6.7.3 Spostamenti

Lo spostamento totale massimo vale 3,98 mm a 13,9 ms e si localizza sulle corone esterne dei cutter: la risposta globale resta dominata dall'avvolgimento torsionale del gruppo rotante (Figura 6.28). La componente trasversale è antisimmetrica tra i due rotori, con estremi +2,36 e -2,12 mm a 15,4 ms.

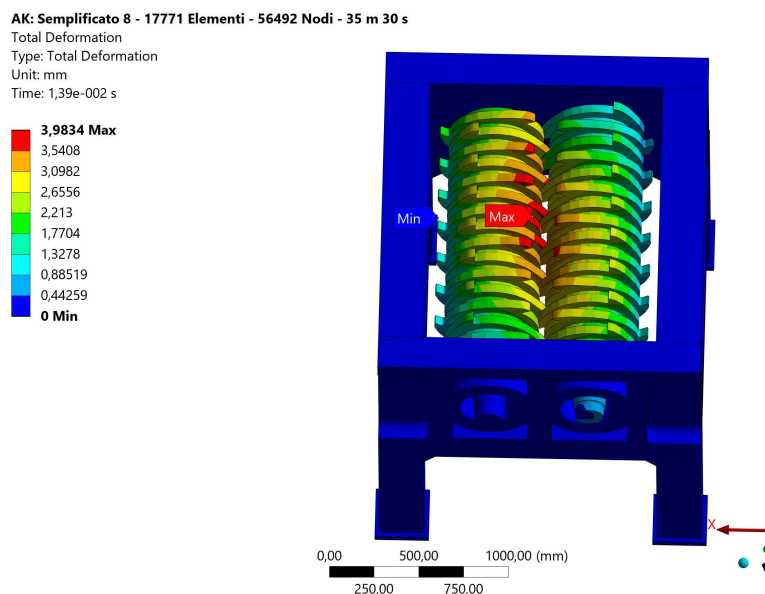


Figura 6.28: Configurazione AK: spostamento totale massimo, pari a 3,98 mm a 13,9 ms.

6.7.4 Tensioni equivalenti

I massimi di tensione equivalente per componente sono riassunti nella Tabella 6.8.

Tabella 6.8: Configurazione AK: massimi di tensione equivalente per componente.

Componente	$\sigma_{VM,max}$ [MPa]	Istante [ms]	Materiale
Alberi	253,11	13,6	AISI 4140
Distanziali	254,96	41,9*	AISI 4140
Cutter	202,52	41,6*	AISI 4140
Telaio di base	20,20	42,7*	S235JR
Carcassa	8,97	42,7*	S355J2+N

*Massimo maturato nella fase successiva allo scarico delle forze sui denti.

Sugli alberi il massimo vale 253,11 MPa a 13,6 ms, sul tratto terminale lato trasmissione, in fase con il picco della reazione torsionale (Figura 6.29). La tensione nominale di torsione sul tratto da $\varnothing 170$ mm, ricavata con la procedura della sottosezione 6.4.3 dalle reazioni della fase forzata, vale 195,32 e 176,80 MPa sui due alberi: il rapporto tra massimo FEM e tensione nominale è compreso tra 1,30 e 1,43.

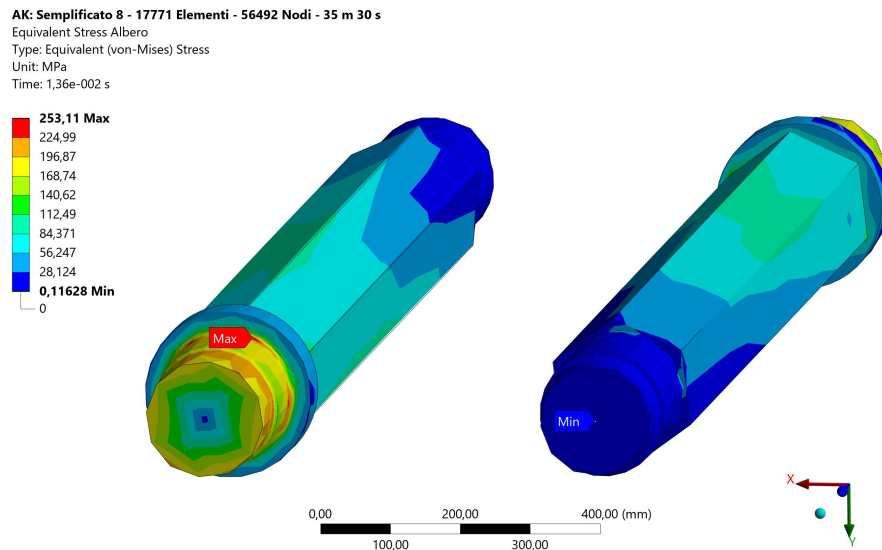


Figura 6.29: Configurazione AK: tensione equivalente sugli alberi al massimo della risposta, pari a 253,11 MPa a 13,6 ms.

Il massimo assoluto del modello si colloca sui distanziali (254,96 MPa a 41,9 ms, nella fase successiva allo scarico) in corrispondenza degli spigoli del foro esagonale, attraverso cui il profilo trasferisce la coppia al pacco. Sui cutter il massimo (202,52 MPa a 41,6 ms, nella fase successiva allo scarico) si localizza anch'esso sul bordo del foro interno, sede del contatto *bonded* con l'albero: il valore non viene interpretato come tensione del tagliente né utilizzato per valutare il dente durante l'ingaggio, la cui risposta va esaminata al picco del carico (10,55 ms) escludendo dalla valutazione la superficie interna del foro.

La carcassa raggiunge 8,97 MPa a 42,7 ms, con le tensioni maggiori attorno alle sedi dei supporti e nelle transizioni inferiori delle piastre di estremità (Figura 6.30). Sul telaio di base il massimo vale 20,20 MPa a 42,7 ms e si localizza nelle transizioni tra gambe, traversi e fazzoletti di rinforzo (Figura 6.31).

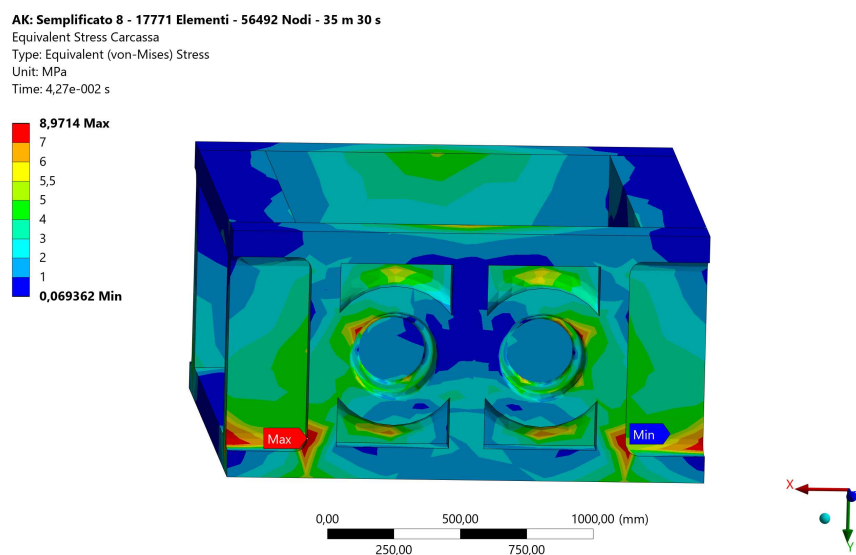


Figura 6.30: Configurazione AK: tensione equivalente sulla carcassa. Il massimo vale 8,97 MPa a 42,7 ms, nella fase successiva allo scarico delle forze sui denti.

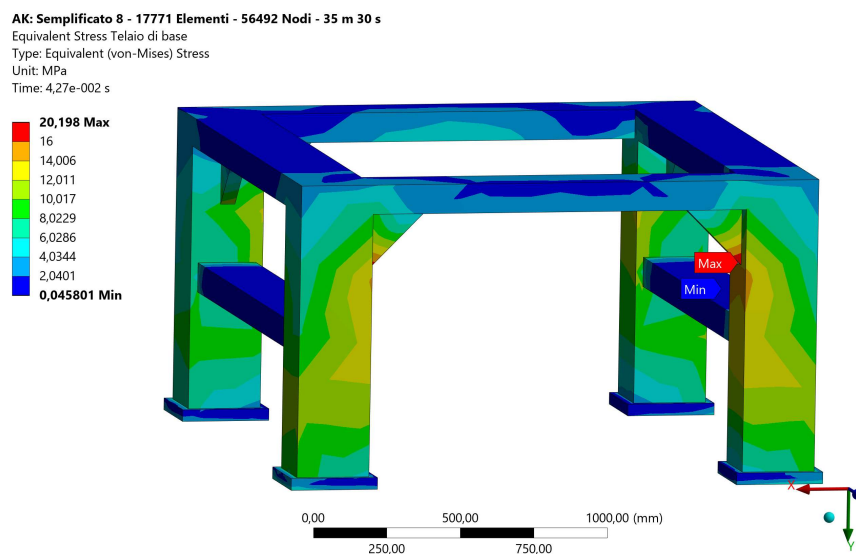


Figura 6.31: Configurazione AK: tensione equivalente sul telaio di base. Il massimo vale 20,20 MPa a 42,7 ms, nella fase successiva allo scarico delle forze sui denti.

6.7.5 Reazione verticale della struttura

La Figura 6.32 riporta la componente verticale della reazione al *Fixed Support*. Il riferimento è il peso proprio, 140,48 kN per una massa totale di 14,33 t. Durante la risposta dinamica la reazione raggiunge un minimo di $-951,04$ kN a 24,8 ms e un massimo di $+695,16$ kN a 32,6 ms; i valori comprendono il contributo del peso proprio, delle forze applicate ai denti e delle azioni inerziali della struttura.

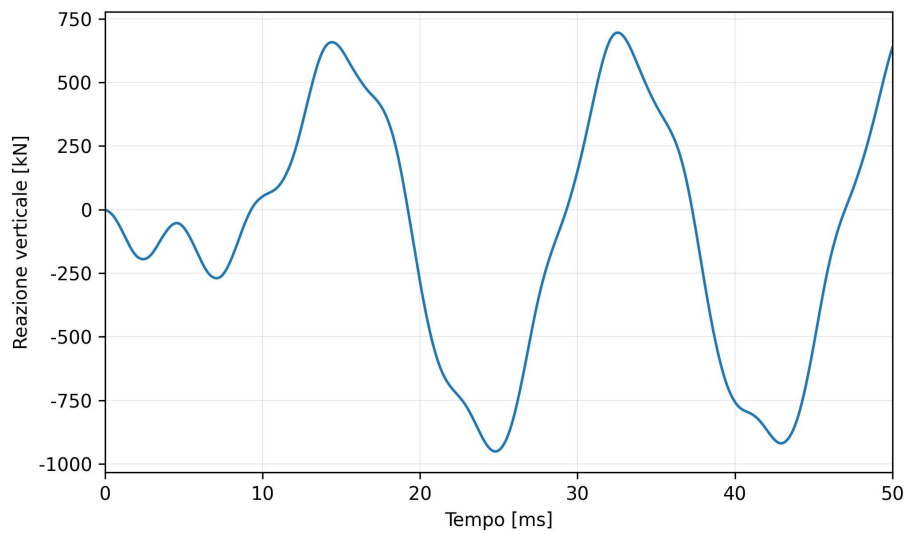


Figura 6.32: Configurazione AK: reazione verticale al *Fixed Support*.

6.7.6 Forze sui supporti dei cuscinetti

La Figura 6.33 riporta la risultante radiale sui quattro supporti. I massimi nell'intera finestra temporale valgono 219,73 kN sul supporto destro lato motore (42,0 ms), 210,49 kN sul destro lato libero (23,7 ms), 217,15 kN sul sinistro lato motore (23,7 ms) e 224,36 kN sul sinistro lato libero (42,0 ms). All'istante del massimo della risposta torsionale (13,5 ms) le risultanti sono comprese tra 139,67 e 182,51 kN. Il rapporto tra la capacità statica di base del cuscinetto ($C_0 = 2120$ kN [66]) e la massima forza radiale calcolata vale 9,4 e costituisce un indicatore preliminare, non una verifica completa del supporto.

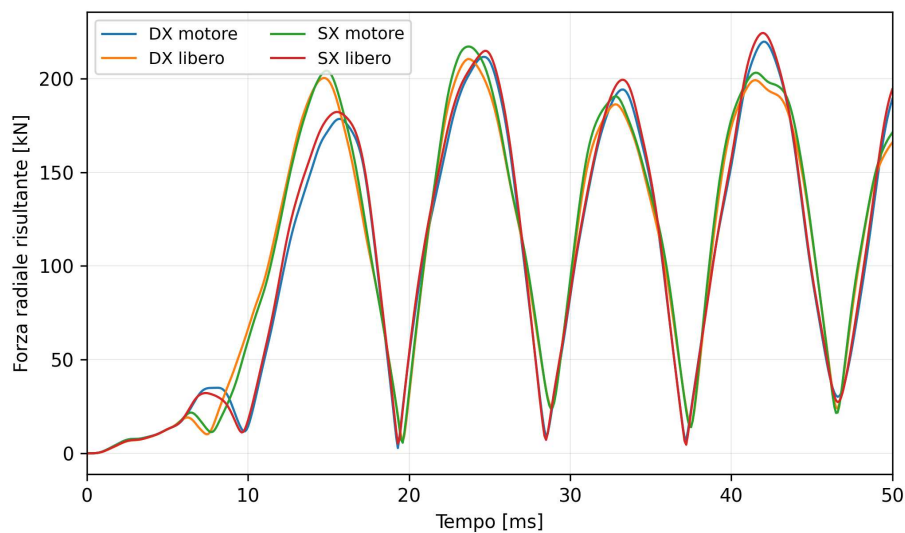


Figura 6.33: Configurazione AK: risultante radiale sui quattro supporti dei cuscinetti.

6.7.7 Fattore di sicurezza

Il rapporto tra il limite di snervamento assegnato all'AISI 4140 (655 MPa) e il massimo FEM sugli alberi vale 2,59; il valore resta un indicatore locale, in assenza di uno studio di convergenza della mesh sulla zona raccordata. Sulla tensione nominale di torsione del tratto da $\varnothing 170$ mm, ricavata dalla maggiore reazione della fase forzata, il fattore di sicurezza vale 3,35 rispetto al limite assegnato e scende a 2,56 assumendo il minimo normativo del 42CrMo4 bonificato nella fascia 160–250 mm, $R_{p0,2} = 500$ MPa [91], pertinente al nuovo diametro terminale.

6.7.8 Sintesi dei risultati

La Tabella 6.9 riassume le principali grandezze della configurazione AK. La valutazione comparativa con le altre configurazioni è sviluppata separatamente nella sezione dedicata al confronto complessivo.

Tabella 6.9: Configurazione AK: sintesi delle principali grandezze calcolate.

Grandezza	Valore AK
Numero di elementi solidi	17771
Numero di nodi	56492
Massa complessiva del modello FEM [t]	14,33
Spostamento totale massimo [mm]	3,98
Reazioni torsionali massime, fase forzata [kN m]	108,78 / 98,47
Periodo dell'oscillazione dominante [ms]	13,2
Tensione equivalente massima sugli alberi [MPa]	253,11
Tensione equivalente massima sui distanziali* [MPa]	254,96
Tensione equivalente massima sui cutter* [MPa]	202,52
Tensione equivalente massima sulla carcassa* [MPa]	8,97
Tensione equivalente massima sul telaio* [MPa]	20,20
Forza radiale massima sui supporti* [kN]	224,36
Rapporto σ_{VM} FEM/nominale al vincolo [–]	1,30–1,43
Fattore di sicurezza sulla tensione nominale [–]	3,35

*Valore massimo rilevato nell'intera finestra temporale, comprendente anche la fase successiva allo scarico delle forze sui denti e il contributo del peso proprio.

6.8 Configurazione AL: ultima iterazione del modello

La configurazione AL mantiene invariati il caso di carico, i materiali, i vincoli esterni, il passo temporale e le impostazioni del solutore adottati nelle configurazioni precedenti. La geometria deriva dalla riprogettazione della carcassa e del telaio di base, condotta a valle dei risultati della configurazione AK.

Il modello discretizzato comprende 11257 elementi solidi e 35754 nodi. La massa complessiva vale 13,83 t, corrispondente a un peso proprio di 135,59 kN.

A differenza delle configurazioni AC, AD e AK, il modello AL presenta uno schema differente delle connessioni interne. I contatti sono stati rigenerati mediante rilevazione automatica sulla geometria aggiornata: lo schema comprende 142 regioni *bonded* in formulazione MPC, tra le quali 62 coppie definite sulle facce assiali affacciate di cutter e distanziali.

Tali collegamenti idealizzano un serraggio perfetto del pacco lame e rendono cinematicamente solidali componenti che, nelle configurazioni precedenti, erano collegati esclusivamente all'albero. Il gruppo rotante conserva la propria deformabilità elastica, ma presenta pertanto una rigidità complessiva maggiore rispetto allo schema adottato per AC, AD e AK.

6.8.1 Modifiche geometriche

La modifica principale riguarda le piastre di estremità. Le traversine verticali centrali introdotte nella configurazione AK sono state eliminate e la zona attorno alle sedi dei supporti è stata ridisegnata mediante un profilo continuo e raccordato, che avvolge le due sedi e si richiude nella parte inferiore della piastra.

Il profilo segue il percorso di carico osservato nelle configurazioni precedenti, nelle quali le tensioni maggiori si concentravano attorno alle sedi dei supporti e nelle transizioni inferiori delle piastre di estremità. La zona centrale, esterna a tale percorso e poco sollecitata nel modello, è stata alleggerita.

Anche la parte superiore della piastra laterale è stata alleggerita, poiché nelle configurazioni precedenti risultava poco sollecitata. La valutazione è tuttavia limitata al modello analizzato, che non include la tramoggia né le *cleaning fingers*.

Nel telaio di base i fazzoletti di rinforzo sono stati raddoppiati nello spessore e allungati, intervenendo direttamente sulle transizioni tra montanti, traversi e fazzoletti nelle quali si localizzava il massimo della configurazione AK. I longeroni sono stati spostati dal lato lungo al lato corto del telaio, con l'obiettivo di irrigidire il collegamento trasversale tra i montanti.

Il gruppo rotante mantiene il dimensionamento della configurazione AK, con il tratto terminale lato trasmissione da $\varnothing 170$ mm. L'insieme degli interventi riduce la massa complessiva da 14,33 a 13,83 t, con una diminuzione pari al 3,49% rispetto ad AK.

6.8.2 Risposta torsionale

La Figura 6.34 riporta il momento resistente applicato e le reazioni torsionali ai due vincoli lato trasmissione.

I massimi della fase forzata valgono 100,49 kN m a 12,1 ms sull'albero destro e 99,48 kN m a 12,0 ms sull'albero sinistro.

Il massimo delle reazioni torsionali si manifesta dopo il picco del momento applicato, per effetto della risposta inerziale del gruppo rotante. Le reazioni vengono pertanto riportate direttamente come grandezze fisiche della risposta transitoria.

Nella fase successiva allo scarico il periodo dominante vale 10,35 ms, corrispondente a una frequenza di 96,6 Hz.

Il periodo risulta inferiore a quelli rilevati nelle configurazioni AC e AK. Il periodo e l'ampiezza della risposta dipendono dalla rigidezza complessiva e dalle condizioni di collegamento adottate nel modello.

La reazione assiale massima al vincolo vale 1,43 kN a 22,1 ms, pari a circa lo 0,7% della risultante tangenziale applicata per rotore. L'arresto assiale resta pertanto scarsamente caricato.

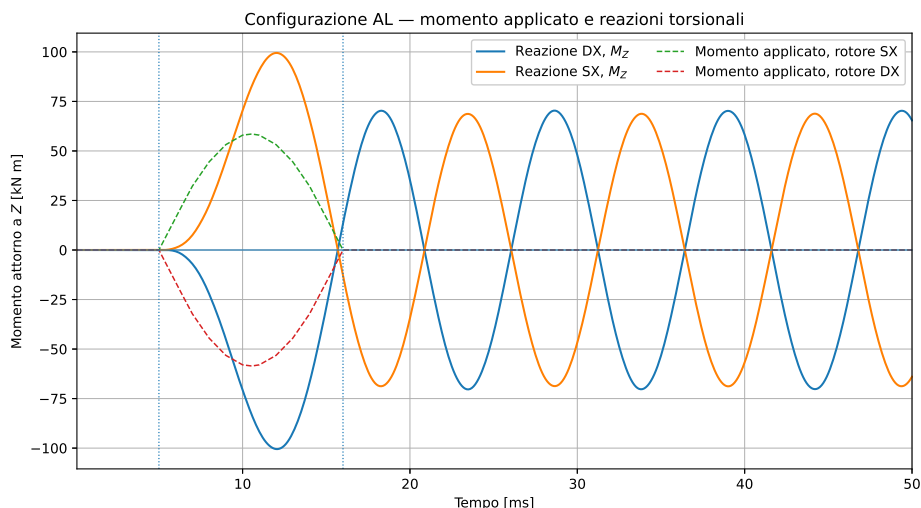


Figura 6.34: Configurazione AL: momento resistente applicato e reazioni torsionali ai due vincoli lato trasmissione.

6.8.3 Spostamento totale

Lo spostamento totale massimo vale 1,38 mm a 11,8 ms e si localizza sul gruppo rotante (Figura 6.35). Il valore risente della maggiore solidarietà cinematica introdotta dai collegamenti *bonded* tra cutter e distanziali.

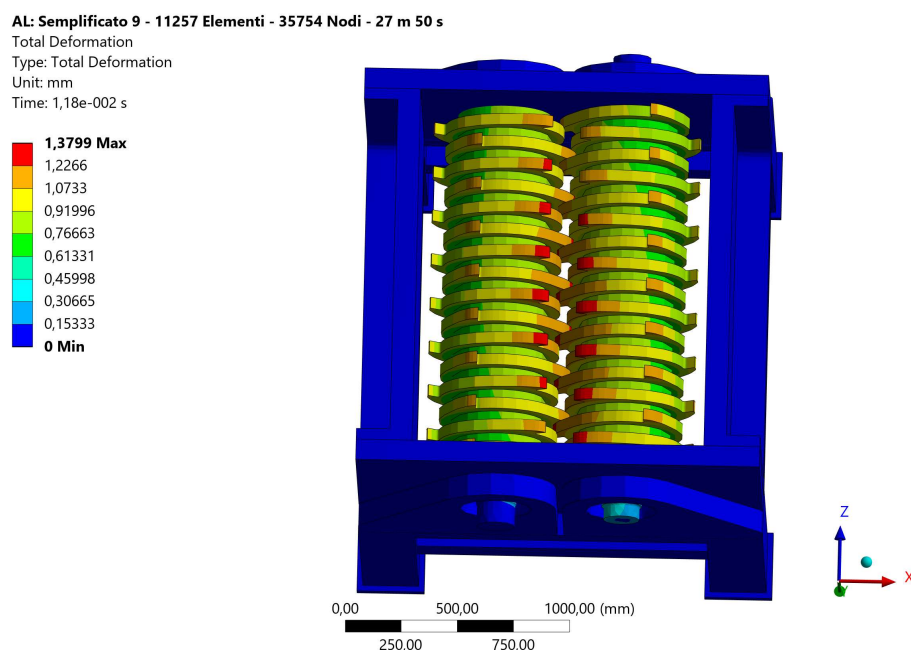


Figura 6.35: Configurazione AL: spostamento totale massimo, pari a 1,38 mm a 11,8 ms.

6.8.4 Tensioni equivalenti

I massimi di tensione equivalente per componente sono riassunti nella Tabella 6.10. Tutti i massimi riportati maturano durante la fase forzata, prima dell'annullamento delle forze sui denti a 16 ms.

Tabella 6.10: Configurazione AL: massimi di tensione equivalente per componente.

Componente	$\sigma_{VM,max}$ [MPa]	Istante [ms]	Materiale
Alberi	230,86	11,9	AISI 4140
Cutter	110,64	10,6	AISI 4140
Distanziali	92,88	10,2	AISI 4140
Carcassa	5,13	10,3	S355J2+N
Telaio di base	12,35	10,3	S235JR

Sugli alberi il massimo vale 230,86 MPa a 11,9 ms e si localizza sul tratto terminale lato trasmissione, in prossimità del massimo della reazione torsionale (Figura 6.36).

La tensione nominale di torsione sul tratto da $\varnothing 170$ mm, ricavata con la procedura della sottosezione 6.4.3 dalle reazioni della fase forzata, vale 180,43 MPa per l'albero destro e 178,62 MPa per l'albero sinistro. Rapportando il massimo FEM globale alla maggiore tensione nominale si ottiene un rapporto indicativo pari a

$$\frac{230,86}{180,43} = 1,28.$$

La determinazione separata del rapporto sui due alberi richiederebbe l'estrazione individuale del massimo FEM per ciascun rotore.

AL: Semplificato 9 - 11257 Elementi - 35754 Nodi - 27 m 50 s
 Equivalent Stress Albero
 Type: Equivalent (von-Mises) Stress
 Unit: MPa
 Time: 1,19e-002 s

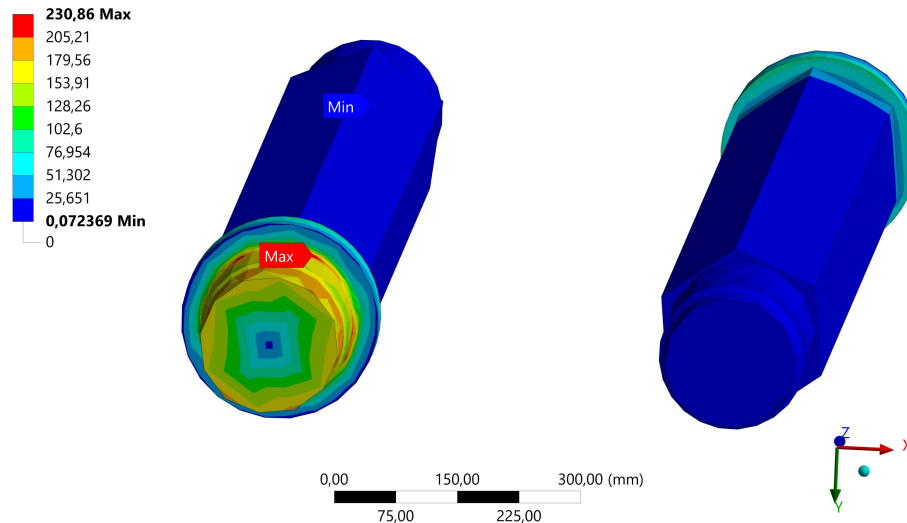


Figura 6.36: Configurazione AL: tensione equivalente sugli alberi. Il massimo vale 230,86 MPa a 11,9 ms.

Sui cutter il massimo vale 110,64 MPa a 10,6 ms, in prossimità del picco del carico applicato, e si localizza al piede del dente. Sui distanziali il massimo vale 92,88 MPa a 10,2 ms.

I risultati locali di cutter e distanziali devono essere interpretati considerando che il modello AL include collegamenti *bonded* sulle facce assiali del pacco lame e che il solutore ha segnalato vincoli multipli nelle regioni MPC.

La carcassa raggiunge 5,13 MPa a 10,3 ms, nella zona centrale inferiore della piastra di estremità, in prossimità del raccordo del profilo che avvolge le sedi dei supporti (Figura 6.37).

Sul telaio di base il massimo vale 12,35 MPa a 10,3 ms e si localizza nelle transizioni tra montanti, traversi e fazzoletti di rinforzo (Figura 6.38).

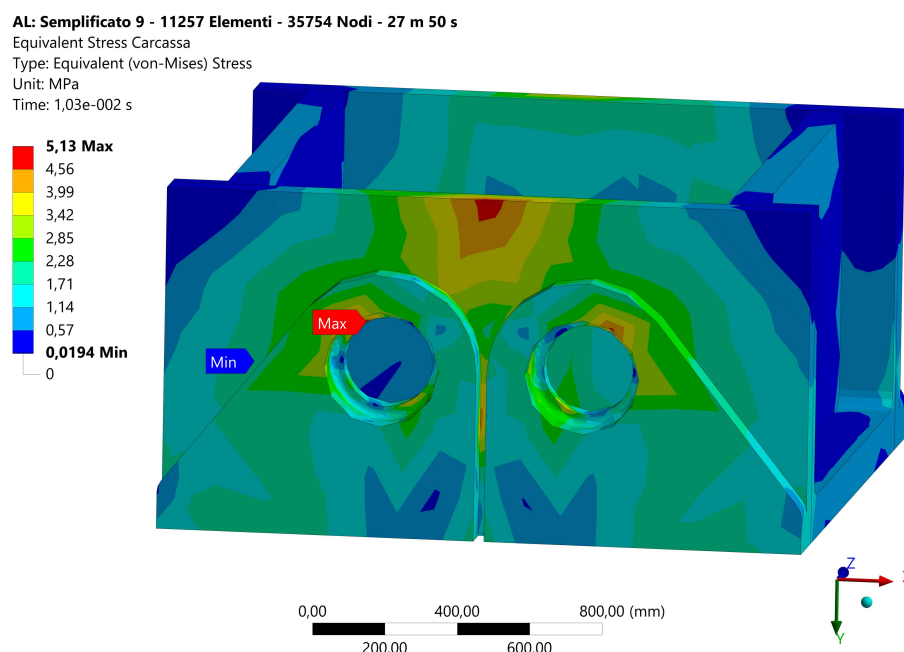


Figura 6.37: Configurazione AL: tensione equivalente sulla carcassa. Il massimo vale 5,13 MPa a 10,3 ms.

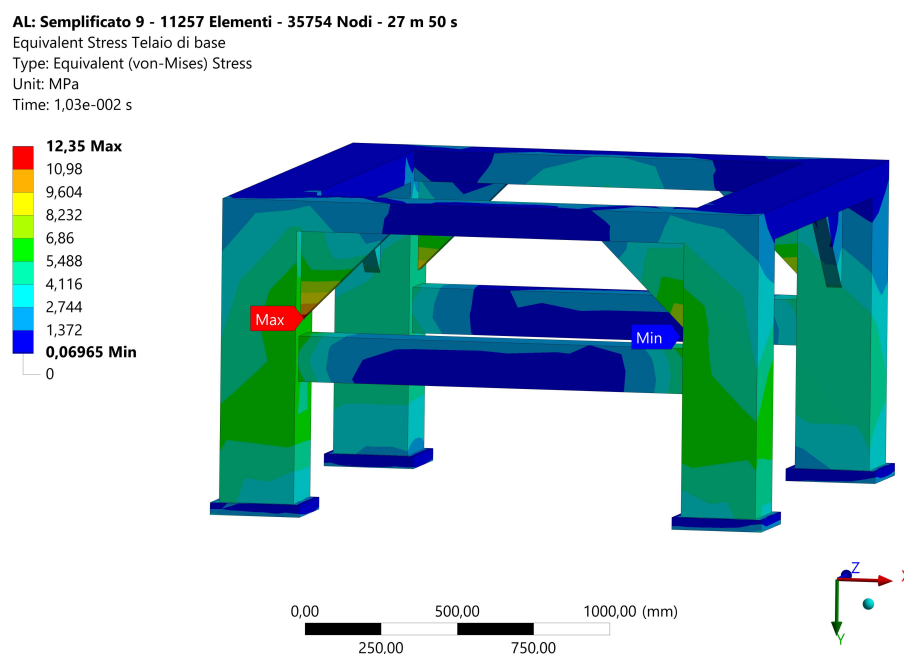


Figura 6.38: Configurazione AL: tensione equivalente sul telaio di base. Il massimo vale 12,35 MPa a 10,3 ms.

6.8.5 Reazione verticale della struttura

La Figura 6.39 riporta la componente verticale della reazione al *Fixed Support*, con l'asse globale +Y orientato verso il basso.

Il riferimento è il peso proprio, pari a 135,59 kN per una massa complessiva di 13,83 t. Durante la risposta dinamica la reazione raggiunge un massimo di +474,98 kN a 10,4 ms e un minimo di -221,45 kN a 48,9 ms.

Il massimo positivo matura durante la fase forzata, mentre il minimo negativo si verifica nella fase successiva allo scarico. I valori comprendono il contributo del peso proprio, delle forze applicate ai denti e delle azioni inerziali della struttura.

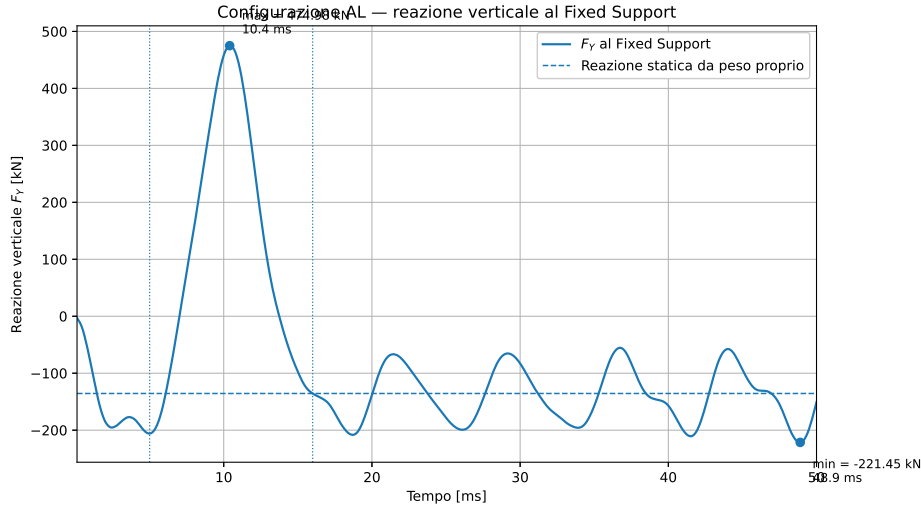


Figura 6.39: Configurazione AL: componente verticale con segno della reazione al *Fixed Support*, con asse globale +Y orientato verso il basso.

6.8.6 Forze sui supporti dei cuscinetti

Per ciascun supporto la risultante radiale è calcolata componendo le due reazioni ortogonali dell'elemento:

$$F_r(t) = \sqrt{F_1(t)^2 + F_2(t)^2}.$$

I massimi, riassunti nella Tabella 6.11, maturano durante la fase forzata.

Tabella 6.11: Configurazione AL: risultanti radiali massime sui supporti.

Supporto	$F_{r,\max}$ [kN]	Istante [ms]
Destro lato libero	160,77	10,3
Destro lato motore	113,87	10,2
Sinistro lato libero	119,45	10,2
Sinistro lato motore	157,03	10,3

Il rapporto tra il carico statico di base del cuscinetto, $C_0 = 2120$ kN [66], e la massima risultante radiale calcolata vale 13,2.

Il rapporto costituisce soltanto un indicatore preliminare. Non coincide con il coefficiente di sicurezza statico del cuscinetto, che richiede il calcolo del carico statico equivalente P_0 e l'applicazione dei coefficienti previsti dal costruttore.

Le risultanti riportate sono influenzate dalla maggiore rigidezza del pacco rotante introdotta dalle connessioni automatiche. Il loro confronto con AC, AD e AK non può quindi essere interpretato come effetto della sola modifica della carcassa e del telaio.

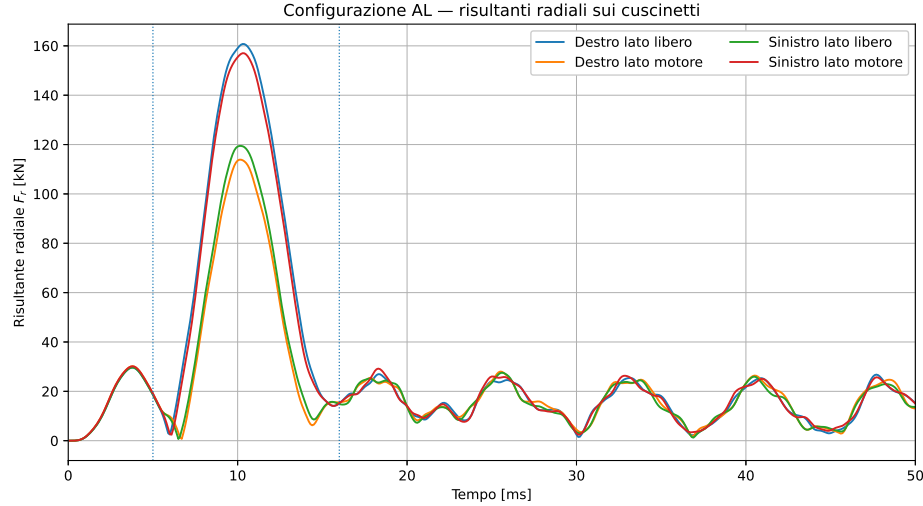


Figura 6.40: Configurazione AL: andamento temporale delle risultanti radiali sui quattro supporti dei cuscinetti.

6.8.7 Fattore di sicurezza

Il rapporto tra il limite di snervamento assegnato all'AISI 4140, pari a 655 MPa, e il massimo FEM sugli alberi vale

$$\frac{655}{230,86} = 2,84.$$

Il valore costituisce un indicatore locale del risultato FEM, in assenza di uno studio di convergenza della mesh nella zona del vincolo.

Utilizzando la maggiore tensione nominale di torsione nel tratto da $\varnothing 170$ mm, pari a 180,43 MPa, il fattore di sicurezza nominale vale

$$n_{\text{nom}} = \frac{655}{180,43} = 3,63.$$

Assumendo invece il minimo normativo del 42CrMo4 bonificato per la fascia dimensionale 160–250 mm, $R_{p0,2} = 500$ MPa [91], si ottiene

$$n_{\text{nom,norm}} = \frac{500}{180,43} = 2,77.$$

I fattori di sicurezza nominali descrivono il presente modello numerico e restano condizionati dallo schema di connessione del pacco rotante. La verifica progettuale definitiva richiede inoltre la conferma della geometria dei raccordi del tratto terminale e uno studio locale di convergenza della mesh.

6.8.8 Sintesi del caso AL

La Tabella 6.12 riassume le principali grandezze della configurazione AL. I massimi di tensione, spostamento, momento torsionale e carico radiale sui supporti maturano durante la fase forzata; il minimo della reazione verticale si verifica invece nella fase successiva allo scarico.

Tabella 6.12: Configurazione AL: sintesi delle principali grandezze calcolate.

Grandezza	Valore AL
Numero di elementi solidi	11257
Numero di nodi	35754
Massa complessiva del modello FEM [t]	13,83
Spostamento totale massimo [mm]	1,38
Reazioni torsionali massime, fase forzata [kN m]	100,49 / 99,48
Periodo dell'oscillazione dominante [ms]	10,35
Tensione equivalente massima sugli alberi [MPa]	230,86
Tensione nominale massima di torsione [MPa]	180,43
Tensione equivalente massima sui distanziali [MPa]	92,88
Tensione equivalente massima sui cutter [MPa]	110,64
Tensione equivalente massima sulla carcassa [MPa]	5,13
Tensione equivalente massima sul telaio [MPa]	12,35
Forza radiale massima sui supporti [kN]	160,77
Reazione verticale massima/minima [kN]	+474,98 / -221,45
Reazione assiale massima [kN]	1,43
Rapporto indicativo σ_{VM} FEM/nominale [-]	1,28
Fattore di sicurezza nominale sullo snervamento assegnato (655 MPa) [-]	3,63
Fattore di sicurezza nominale sul minimo normativo ($R_{p0,2} = 500$ MPa) [-]	2,77

6.9 Confronto tra le configurazioni e criteri di scelta progettuale

Il confronto tra le configurazioni non ha il solo scopo di ordinare i risultati numerici, ma di ricostruire il percorso di revisione progettuale sviluppato a partire dalle criticità individuate nel modello iniziale. Per ciascuna configurazione vengono quindi messe in relazione le zone maggiormente sollecitate, le modifiche introdotte nel modello CAD e gli effetti osservati sulla risposta strutturale.

La configurazione AC costituisce il riferimento iniziale. Le principali criticità riguardano il tratto terminale degli alberi lato trasmissione, che trasferisce l'intera coppia al vincolo, e alcune zone della struttura fissa prossime alle sedi dei supporti e alle transizioni tra piastre e telaio. Le configurazioni successive introducono interventi progressivi su tali aree.

La configurazione AD verifica l'effetto di un irrigidimento locale della carcassa mediante due traversine. La configurazione AK estende invece la revisione al gruppo rotante e alla struttura fissa, aumentando il diametro del tratto terminale degli alberi, raccordando le principali discontinuità geometriche e introducendo rinforzi nelle zone di trasferimento dei

carichi. La configurazione AL completa il percorso mediante una revisione della carcassa e del telaio di base, con alleggerimento delle zone meno sollecitate e modifica delle transizioni nelle quali erano stati individuati i principali massimi numerici.

I criteri utilizzati per valutare gli interventi sono la riduzione delle sollecitazioni nelle zone critiche, il miglioramento del trasferimento dei carichi, il contenimento degli spostamenti globali, il controllo delle risultanti sui supporti e la limitazione dell'incremento di massa. La scelta finale non deriva quindi da una singola grandezza, ma dalla valutazione congiunta della risposta del gruppo rotante e della struttura fissa.

Per gli alberi, il confronto principale non utilizza il massimo FEM locale in prossimità del vincolo remoto, poiché tale valore risulta sensibile alla discretizzazione, alla geometria del raccordo e alla rappresentazione del vincolo. Questa sensibilità è particolarmente evidente nella configurazione AD, nella quale il massimo FEM aumenta pur in presenza di reazioni torsionali sostanzialmente invariate.

Come grandezza di confronto viene pertanto utilizzata la tensione equivalente nominale di torsione, ricavata dalla maggiore reazione torsionale della fase forzata:

$$\sigma_{VM,nom} = \sqrt{3} \frac{16T}{\pi d^3}. \quad (6.2)$$

La tensione nominale consente di valutare in modo più robusto l'effetto dell'aumento del diametro terminale degli alberi, mentre i massimi FEM locali vengono mantenuti come indicazione delle zone nelle quali approfondire raccordi, dettagli geometrici e sensibilità della mesh.

Per la carcassa e il telaio di base vengono invece confrontate la localizzazione e l'entità dei massimi di tensione, verificando se le modifiche introdotte intercettino effettivamente il percorso di carico individuato nelle configurazioni precedenti. Gli spostamenti e le reazioni sui supporti completano la valutazione della risposta globale del modello.

6.9.1 Confronto delle tensioni nella struttura fissa

La Tabella 6.13 e la Figura 6.41 confrontano i massimi di tensione equivalente nella carcassa e nel telaio di base. I massimi di AC, AD e AK maturano nella fase successiva allo scarico delle forze sui denti, mentre quelli di AL maturano durante l'impulso.

Tabella 6.13: Confronto delle tensioni equivalenti massime nella struttura fissa.

Componente	AC [MPa]	AD [MPa]	AK [MPa]	AL [MPa]
Carcassa	10,60	9,06	8,97	5,13
Telaio di base	19,32	16,89	20,20	12,35

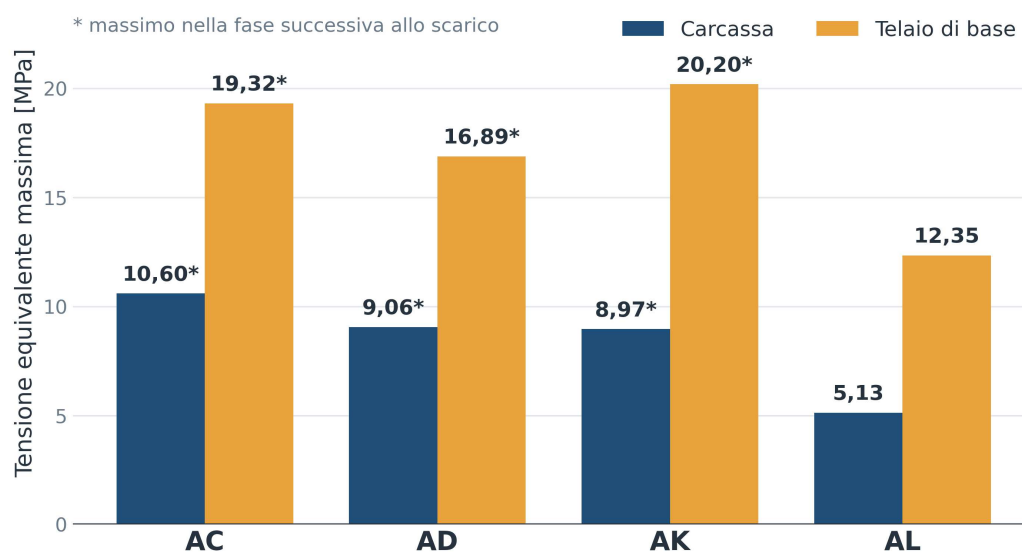


Figura 6.41: Confronto delle tensioni equivalenti massime nella carcassa e nel telaio di base nelle quattro configurazioni analizzate.

La tensione massima nella carcassa vale 10,60 MPa in AC, 9,06 MPa in AD, 8,97 MPa in AK e 5,13 MPa in AL. Nel modello AL il valore risulta inferiore del 51,60% rispetto a quello ottenuto nel modello AC.

Sul telaio di base i massimi calcolati valgono 19,32 MPa in AC, 16,89 MPa in AD, 20,20 MPa in AK e 12,35 MPa in AL. Nel modello AL il valore risulta inferiore del 36,08% rispetto a quello ottenuto nel modello AC.

6.9.2 Confronto della risposta del gruppo rotante

Il confronto del gruppo rotante viene sviluppato distinguendo tra grandezze nominali, utilizzate per valutare il comportamento resistente degli alberi, e massimi FEM locali, impiegati per individuare le zone maggiormente sensibili alla geometria, alla discretizzazione e alle condizioni di collegamento.

Per il tratto terminale degli alberi, la grandezza principale di confronto è la tensione equivalente nominale di torsione, calcolata mediante la Equazione 6.2 a partire dalla maggiore reazione torsionale della fase forzata. La Tabella 6.14 riassume i diametri terminali, i momenti trasmessi e le corrispondenti tensioni nominali.

Tabella 6.14: Confronto della tensione equivalente nominale di torsione nel tratto terminale degli alberi.

Grandezza	AC	AD	AK	AL
Diametro terminale [mm]	140	140	170	170
Momento massimo della fase forzata [kN m]	100,33	101,08	108,78	100,49
$\sigma_{VM,nom}$ [MPa]	322,46	324,95	195,32	180,43

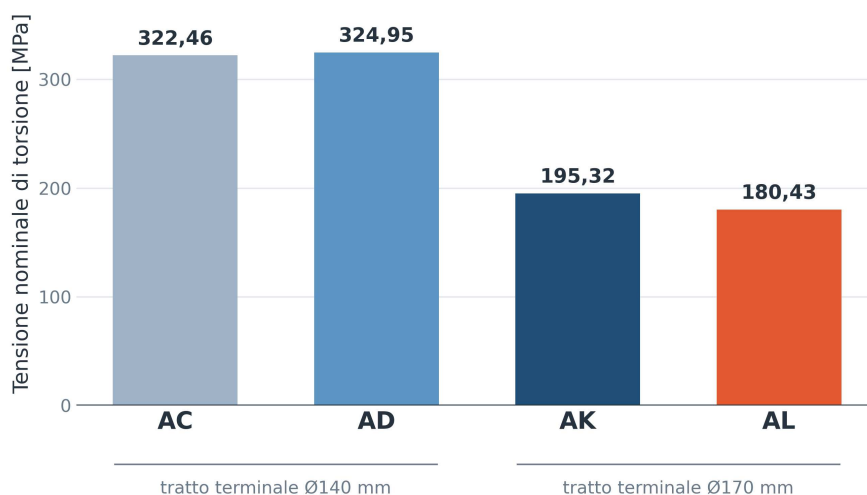


Figura 6.42: Confronto della tensione equivalente nominale di torsione nel tratto terminale degli alberi.

Il confronto mostra che l'irrigidimento locale introdotto nella configurazione AD non modifica in modo apprezzabile il livello di sollecitazione torsionale dell'albero. La variazione progettuale determinante viene introdotta nella configurazione AK mediante l'incremento del diametro terminale, che riduce sensibilmente la tensione nominale e aumenta il margine resistente. La configurazione AL mantiene tale dimensionamento e presenta il valore nominale più contenuto tra i casi analizzati.

L'effetto della revisione del tratto terminale viene confermato dal confronto dei fattori di sicurezza nominali riportato nella Figura 6.43. I valori sono calcolati rispetto al limite di snervamento assegnato alla scheda AISI 4140 nel modello; le valutazioni cautelative basate sui minimi normativi dipendenti dalla dimensione restano riportate nelle sezioni dedicate alle singole configurazioni.

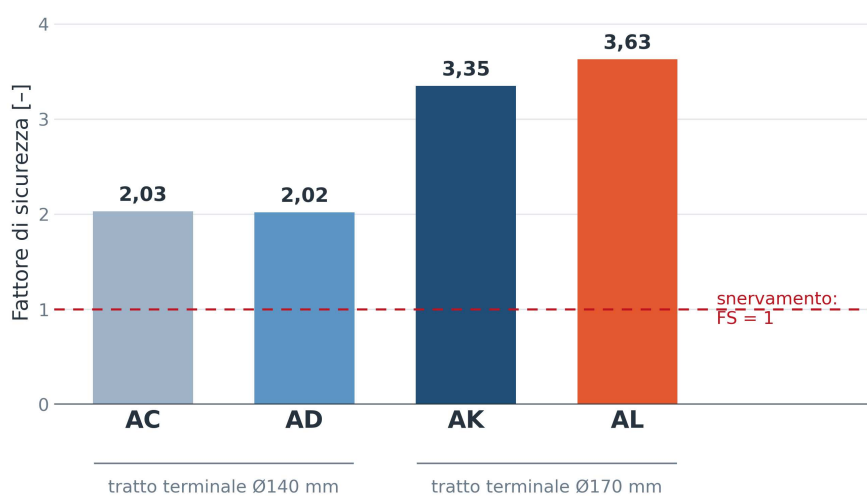


Figura 6.43: Confronto dei fattori di sicurezza sulla tensione nominale di torsione, calcolati rispetto al limite di snervamento assegnato all'AISI 4140, pari a 655 MPa.

I massimi FEM locali su alberi, cutter e distanziali sono riportati nella Tabella 6.15. Tali valori completano l'analisi, ma non vengono utilizzati isolatamente per giudicare l'efficacia delle modifiche progettuali, poiché risultano influenzati dalla mesh, dalla localizzazione del massimo, dalla fase temporale e dallo schema delle connessioni.

Tabella 6.15: Confronto dei massimi FEM locali nel gruppo rotante.

Componente	AC [MPa]	AD [MPa]	AK [MPa]	AL [MPa]
Alberi	370,29	483,25	253,11	230,86
Cutter	112,69	112,84	202,52*	110,64
Distanziali	115,06	150,91	254,96*	92,88

*Massimo maturato nella fase successiva allo scarico e localizzato presso il foro interno.

La Figura 6.44 fornisce una sintesi visiva dei massimi FEM rilevati nel gruppo rotante e nella struttura fissa.

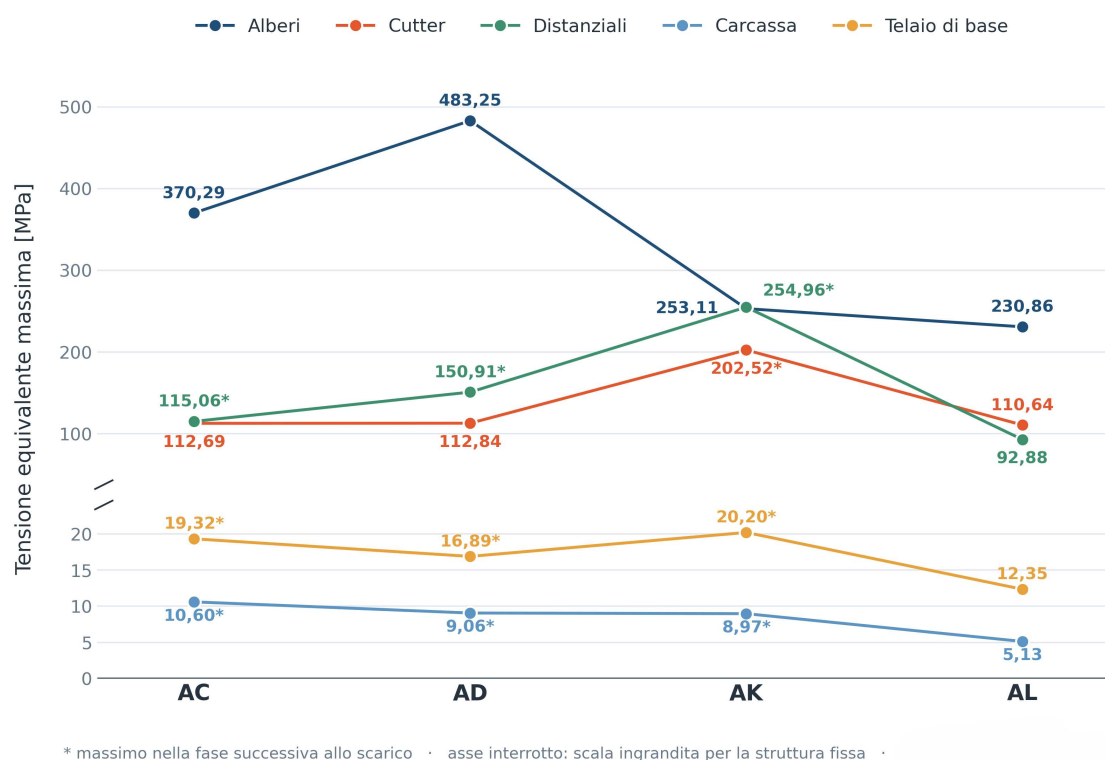


Figura 6.44: Confronto dei massimi di tensione equivalente nei principali componenti del gruppo rotante e della struttura fissa.

Il massimo locale rilevato sugli alberi nella configurazione AD non viene interpretato come un effettivo incremento del carico trasmesso, poiché la tensione nominale e le reazioni torsionali restano sostanzialmente coerenti con quelle della configurazione di riferimento. Il risultato evidenzia quindi la sensibilità del picco FEM alla discretizzazione della zona prossima al vincolo remoto.

Nella configurazione AK, i massimi su cutter e distanziali maturano nella fase successiva allo scarico e si localizzano presso il foro interno, dove avviene il trasferimento della coppia

tra albero e pacco lame. Tali picchi vengono pertanto interpretati come concentrazioni locali associate alla geometria del collegamento e non come indicazione diretta della sollecitazione del tagliente durante l'ingaggio.

La configurazione AL presenta valori locali più contenuti nel gruppo rotante, ma il confronto deve essere riferito al modello nel suo complesso, poiché lo schema delle connessioni interne differisce da quello adottato nelle configurazioni precedenti. La scelta finale viene quindi fondata principalmente sulla tensione nominale degli alberi e sui corrispondenti margini di sicurezza, mentre i massimi FEM locali vengono utilizzati per individuare le zone da approfondire mediante raccordi più rappresentativi e studi di convergenza della mesh.

6.9.3 Spostamento totale

Lo spostamento totale viene mantenuto come indicatore della risposta globale dei singoli modelli e non come criterio principale di selezione. I valori calcolati sono 6,06 mm in AC, 5,61 mm in AD, 3,98 mm in AK e 1,38 mm in AL.

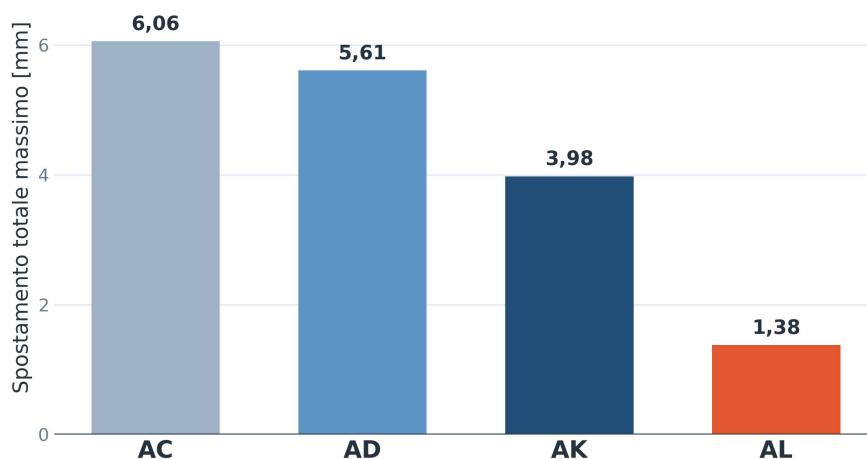


Figura 6.45: Confronto dello spostamento totale massimo nelle quattro configurazioni.

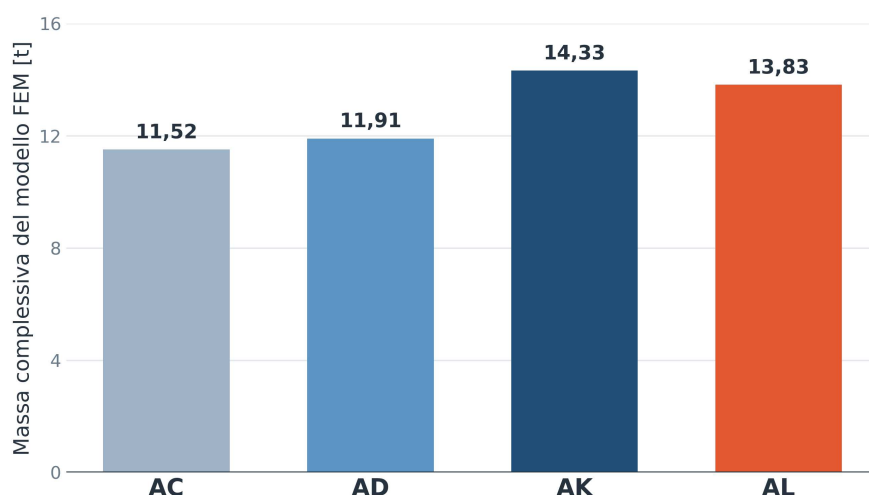


Figura 6.46: Confronto della massa complessiva dei modelli FEM nelle quattro configurazioni analizzate.

6.9.4 Scelta della configurazione finale

La configurazione AL viene selezionata come assetto finale della campagna numerica e come configurazione di riferimento per gli sviluppi successivi. La scelta riguarda il modello AL nel suo complesso e deriva dalla valutazione congiunta del tratto terminale da $\varnothing 170$ mm, della massa inferiore rispetto ad AK, della tensione nominale degli alberi e dei livelli tensionali calcolati nella struttura fissa.

Nel modello AL la tensione nominale massima nel tratto terminale dell'albero vale 180,43 MPa, il massimo sulla carcassa 5,13 MPa e quello sul telaio di base 12,35 MPa. La massa complessiva vale 13,83 t, inferiore del 3,49% rispetto alla configurazione AK.

La configurazione AL non rappresenta un ottimo assoluto rispetto a tutte le possibili soluzioni, ma costituisce l'esito finale dell'iterazione progettuale sviluppata nel presente capitolo.

La piastra laterale è stata alleggerita nella parte superiore sulla base dei risultati del modello, nel quale tale zona è poco sollecitata. La valutazione resta limitata alla configurazione analizzata, che non include la tramoggia né le *cleaning fingers*; i carichi trasmessi da tali componenti dovranno essere verificati nel modello completo.

Capitolo 7

Analisi esplicita dell'interazione cutter–materiale

Il capitolo descrive le simulazioni esplicite svolte in LS-DYNA sull'interazione tra i cutter dello shredder e geometrie semplificate di rottame. Rispetto alle analisi statiche, modali e transitorie dei capitoli precedenti cambia l'origine del carico: nel modello transitorio le azioni sui cutter erano imposte come forze equivalenti, nel modello esplicito nascono dal contatto tra dente e rottame, che restituisce direttamente forze, momenti ed erosione del materiale. Il modello non riproduce l'intero processo industriale di frantumazione: è un sotto-modello locale del primo ingaggio.

Dopo la definizione delle schede materiale e del criterio di rottura, un caso preliminare verifica l'impostazione del modello: moto dei rotori, contatto ed erosione. Seguono tre campagne parametriche: la prima fa variare il numero di denti dei cutter a parità di rottame; la seconda la geometria del rottame (blocco pieno e cavo, tanica, pallet, bottiglia, lattina e piastra piana) a parità di organo di taglio, con l'analisi di convergenza della mesh sulla piastra di riferimento; la terza il materiale del rottame a parità di geometria e discretizzazione. Una simulazione dimostrativa della macchina completa e un confronto al variare della velocità di rotazione chiudono il capitolo.

7.1 Obiettivo del modello esplicito

LS-DYNA è un solutore a elementi finiti di tipo esplicito, nato per problemi di impatto e crash e oggi distribuito da ANSYS [29]. La scelta del codice discende dalla continuità con i capitoli precedenti: il modello esplicito è costruito nello stesso ambiente ANSYS Workbench delle analisi statiche, modali e transitorie e ne riutilizza la geometria e le schede materiale definite in *Engineering Data*; LS-DYNA è il solutore esplicito integrato in tale ambiente. Strumenti alternativi, come Abaqus/Explicit, offrono capacità analoghe, ma avrebbero richiesto di ricostruire il modello senza vantaggi per gli scopi del capitolo.

La differenza principale tra solutore implicito ed esplicito riguarda l'avanzamento temporale. Nei metodi impliciti, utilizzati nei capitoli precedenti, a ogni passo viene ricercata una configurazione di equilibrio dell'intera struttura. Questa strategia è efficiente per problemi statici o debolmente non lineari, ma diventa critica in presenza di contatti

che si attivano e si disattivano, grandi deformazioni e rimozione di elementi: in queste condizioni le iterazioni di equilibrio possono non convergere e arrestare l'analisi.

Nel metodo esplicito, invece, la risposta viene aggiornata passo dopo passo a partire dalle forze agenti nell'istante corrente, senza iterazioni di equilibrio globale [29]. Questo rende il calcolo più robusto nei problemi di contatto e rottura, ma impone passi temporali molto piccoli: per la stabilità, il passo non può superare il tempo che un'onda di tensione impiega ad attraversare l'elemento più piccolo del modello. Nei modelli del capitolo il passo vale $3,68 \cdot 10^{-7}$ s ed è imposto dalla stabilità del contatto (sottosezione 7.4.10); una simulazione da 40 ms richiede quindi circa 10^5 passi.

L'interazione tra dente e rottame è esattamente il tipo di problema per cui l'esplicito è indicato: il contatto si attiva e si disattiva a ogni ingaggio, il materiale supera largamente lo snervamento e gli elementi che raggiungono il criterio di failure vengono eliminati dal calcolo. La documentazione ANSYS raccomanda l'analisi esplicita proprio per problemi con contatto, grandi deformazioni, plasticità e failure del materiale [93]. Va precisato che alle velocità di rotazione considerate il carico non è dominato dalla propagazione di onde di tensione nella macchina: l'esplicito è adottato per la robustezza nella gestione del contatto e della rottura numerica, e gli effetti dinamici rapidi restano confinati alla zona di contatto tra dente e rottame.

Nella maggior parte delle prove il dominio di calcolo comprende i soli due rotori, modellati come corpi rigidi con moto imposto, e il rottame deformabile; carcassa e cleaning finger sono esclusi, quindi l'eventuale trasporto del materiale a valle dell'aggancio ricade fuori dal dominio di validità. Le grandezze estratte sono le risultanti di forza e momento sul contatto tra rotori e rottame, il conteggio degli elementi erosi e i bilanci energetici.

I risultati vengono letti in chiave comparativa: i casi confrontano configurazioni diverse (numero di denti, geometria e materiale del rottame, velocità) a parità di modello, non prevedono quantitativamente la frantumazione reale. I casi a velocità superiore a quella nominale sono prove accelerate, utili a osservare la frammentazione entro il tempo simulato ma non rappresentative del funzionamento reale della macchina. Il modello mantiene carattere preliminare: le schede materiale derivano da fonti di letteratura e da schede tecniche, non da una caratterizzazione sperimentale dedicata, e la taglia di mesh del rottame è fissata dall'analisi di convergenza della sottosezione 7.4.10.

7.2 Materiali, legge costitutiva e criterio di failure

Le proprietà dei materiali sono state assegnate tramite l'ambiente *Engineering Data* di ANSYS. Come mostrato in Figura 7.1, sono stati definiti diversi materiali polimerici e metallici, tra cui HDPE, PP, ABS e alluminio. Questa impostazione ha permesso di mantenere disponibile una libreria di materiali per prove di sensibilità rispetto alla natura del rottame processato.

Outline of Schematic 22: Engineering Data				
	A	B	C	D
1	Contents of Engineering Data		Source	Description
2	Material			
3	ABS		Granta_D	ABS
4	Alluminio 6061-T6		Granta_D	alluminio 6061-T6
5	PA66		Granta_D	PA66 — Kumar et al. 2024 + Ensinger TECAMID 66
6	Plastic, HDPE		Granta_D	High density polyethylene / HDPE / PE-HD (homopolymer, general purpose, molding & extrusion)
7	PP-H		Granta_D	Data compiled by Ansys Granta, incorporating various sources including JAHM and MagWeb. ANSYS, Inc. provides no warranty for this data.
8	Structural Steel		General_I	PP OMOPOLIMERO (PP-H) Fatigue Data at zero mean stress comes from 1998 ASME BPV Code, Section 8, Div 2, Table S-110.1

Figura 7.1: Materiali definiti in Engineering Data per le simulazioni LS-DYNA.

Per le campagne parametriche sono state costruite cinque schede materiale basate su fonti di letteratura o su schede tecniche commerciali: l'HDPE, utilizzato come riferimento in tutto il capitolo, e i quattro materiali della campagna di confronto, PP-H, ABS, PA66 e lega di alluminio 6061-T6. Tutte le schede impiegano la stessa formulazione costitutiva e lo stesso criterio di failure, descritti nelle due sottosezioni seguenti, cosicché tra una run e l'altra cambi soltanto il materiale del rottame. Le sottosezioni successive presentano le cinque schede in ordine di resistenza crescente; i parametri sono riassunti in Tabella 7.1.

7.2.1 Legge costitutiva elasto-plastica con correzione della velocità di deformazione

Tutti i materiali del rottame sono descritti con la formulazione *Cowper-Symonds Piecewise Linear Hardening* di ANSYS, esportata in LS-DYNA come `*MAT_PIECEWISE_LINEAR_PLASTICITY`. Il comportamento è elastico lineare, definito dal modulo di Young e dal coefficiente di Poisson, fino alla tensione di snervamento; oltre questo valore il materiale si deforma plasticamente, cioè in modo permanente, e la resistenza segue la curva *Effective Stress – Plastic Strain* assegnata per punti. Se la curva è orizzontale il comportamento è perfettamente plastico e la tensione resta costante al crescere della deformazione plastica; se la curva è crescente il materiale incrudisce, cioè richiede tensioni maggiori per continuare a deformarsi.

La velocità di deformazione $\dot{\epsilon}$ misura quanto rapidamente il materiale viene deformato: rappresenta la deformazione accumulata nell'unità di tempo e si esprime in s^{-1} . Una prova di trazione standard avviene a 10^{-3} – 10^{-4} s^{-1} ; nel contatto tra dente e rottame, con la punta del cutter che avanza a circa 30 m/s e zone deformate di estensione centimetrica, la velocità di deformazione stimata è dell'ordine di 10^2 – 10^3 s^{-1} . I polimeri sono sensibili a questa grandezza: la loro tensione di snervamento aumenta quando la deformazione è rapida. La dipendenza è descritta dalla relazione di Cowper-Symonds

$$\sigma_s = \sigma_0 \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{C} \right)^{1/P} \right], \quad (7.1)$$

dove σ_s è la tensione di snervamento dinamica, σ_0 è la tensione di snervamento quasi-statica, $\dot{\epsilon}$ è la velocità di deformazione, mentre C e P sono costanti del modello.

Le due costanti hanno un significato diretto. La costante C ha le dimensioni di una velocità di deformazione e fissa la scala del fenomeno: quando $\dot{\varepsilon} = C$ il termine tra parentesi quadre vale 2 e lo snervamento raddoppia rispetto al valore quasi-statico. La costante P è adimensionale e regola la gradualità dell'effetto: l'incremento relativo $(\sigma_s/\sigma_0) - 1$ cresce con pendenza $1/P$ in scala logaritmica, quindi valori maggiori di P distribuiscono l'aumento su un intervallo di velocità più ampio. Per $\dot{\varepsilon} \rightarrow 0$ la correzione si annulla e si ritrova lo snervamento quasi-statico. A titolo di esempio, per l'HDPE ($C = 374,44 \text{ s}^{-1}$, $P = 5,58$) la Equazione 7.1 fornisce a 100 s^{-1} un fattore pari a 1,79, ossia uno snervamento dinamico di 36,41 MPa a fronte dei 20,35 MPa quasi-statici.

7.2.2 Criterio di rottura (*failure*) ed erosione degli elementi

Il distacco numerico del materiale è stato gestito mediante un criterio di rottura, indicato nella documentazione del solutore anche con il termine inglese *failure*, basato sulla deformazione plastica equivalente. Quest'ultima è una misura scalare, cumulata durante la simulazione, della deformazione permanente subita da ciascun elemento, indipendente dalla direzione di carico. La funzionalità *Plastic Strain Failure* si attiva quando la deformazione plastica efficace supera il valore massimo definito dall'utente; nel modello esportato in LS-DYNA tale parametro viene riportato come soglia di rottura a deformazione plastica equivalente, indicata nel seguito con EPS.

Il criterio di rottura e l'erosione numerica rappresentano due passaggi distinti. Il primo identifica la condizione nella quale l'elemento raggiunge la soglia EPS assegnata al materiale; la seconda è la procedura numerica mediante la quale l'elemento viene successivamente eliminato dalla soluzione. Dopo l'eliminazione l'elemento non contribuisce più alla rigidità e alla capacità portante del rottame e non partecipa più alle interazioni di contatto.

Nella formulazione lagrangiana la mesh segue la deformazione del materiale. In presenza di grandi deformazioni locali, gli elementi possono distorcersi in modo marcato, riducendo la qualità numerica della soluzione e, in alcuni casi, causando instabilità o arresto del calcolo. L'erosione degli elementi è quindi utilizzata come tecnica numerica per rimuovere dalla simulazione gli elementi che hanno superato la soglia di failure o che risultano eccessivamente distorti.

Nel presente lavoro l'erosione non viene interpretata come previsione quantitativa della frattura reale del materiale, ma come rappresentazione semplificata della perdita di continuità del rottame durante l'interazione con i cutter. La soglia EPS è specifica di ciascun materiale ed è riportata nelle sottosezioni seguenti: quando deriva da una scheda tecnica, l'allungamento a rottura nominale A viene convertito in deformazione vera mediante $\varepsilon = \ln(1 + A)$. In ogni caso EPS deve essere letto come parametro numerico del modello, dipendente dalla mesh, dalla geometria del rottame, dallo stato tensionale locale e dalla formulazione di contatto; i valori adottati sono validi alla taglia di mesh di riferimento di 8 mm, poiché una soglia in deformazione non è trasferibile tra taglie diverse.

Nel seguito, con il termine *elementi erosi* si indicano gli elementi solidi del rottame eliminati numericamente dalla soluzione. Nelle campagne parametriche, salvo diversa indicazione, l'erosione avviene in seguito al raggiungimento del criterio di rottura, indicato anche con il termine inglese *failure*. Nei casi in cui siano attivi ulteriori criteri numerici di

eliminazione, come la soglia sul passo temporale minimo, tale circostanza viene specificata esplicitamente.

In alcune figure generate durante il post-processing la medesima grandezza è indicata con la dicitura *elementi falliti*. In tali figure l'espressione indica gli elementi eliminati numericamente dal calcolo e non una simulazione non riuscita. Nel testo, nelle tabelle e nelle formule viene invece adottata la denominazione *elementi erosi*.

Il numero complessivo di elementi erosi viene indicato con N_{ero} . Per confrontare casi caratterizzati da un diverso numero iniziale di elementi, viene inoltre utilizzata la percentuale

$$\eta_{\text{ero}} = \frac{N_{\text{ero}}}{N_0} \cdot 100, \quad (7.2)$$

dove N_0 è il numero iniziale di elementi solidi del rottame. N_{ero} rappresenta il numero di elementi solidi del rottame erosi, ossia rimossi numericamente dalla simulazione.¹

La grandezza η_{ero} esprime la percentuale numerica degli elementi erosi rispetto al numero iniziale di elementi del rottame. Pertanto, N_{ero} e η_{ero} misurano rispettivamente il numero e la percentuale di elementi della mesh eliminati dal calcolo e sono utilizzati come indicatori dell'estensione della frammentazione numerica, da interpretare in relazione alla discretizzazione adottata. Essi non coincidono con il numero di frammenti distinti prodotti: più elementi erosi possono appartenere alla stessa zona di taglio e determinare uno o più frammenti del materiale residuo.

Salvo diversa indicazione, le campagne parametriche impiegano la scheda HDPE descritta nella sottosezione seguente, con soglia $\text{EPS} = 0,5$.

7.2.3 HDPE di riferimento

La parte principale del lavoro è stata condotta utilizzando l'HDPE come materiale di riferimento, in quanto rappresentativo della tipologia di rottami plastici considerata. Tale materiale consente infatti di descrivere, in forma semplificata, il comportamento di un polimero deformabile e duttile, assimilabile a quello di contenitori, taniche, frammenti e cassoni plastici trattati dalle macchine di triturazione.

La scheda si basa sui dati sperimentali riportati in [95], dove sono descritte prove di compressione statiche e dinamiche su HDPE e UHMWPE: densità pari a 950 kg/m^3 , modulo elastico pari a 388 MPa , coefficiente di Poisson pari a $0,46$ e tensione di snervamento quasi-statica pari a $20,35 \text{ MPa}$ alla temperatura di 25°C e alla velocità di deformazione $0,001 \text{ s}^{-1}$. Nello stesso lavoro sono forniti i parametri di Cowper–Symonds, $C = 374,44 \text{ s}^{-1}$ e $P = 5,58$. La curva *Effective Stress – Plastic Strain* è stata introdotta in forma semplificata, assumendo un comportamento perfettamente plastico dopo lo snervamento, con due punti: $(\varepsilon_p = 0; \sigma = 20,35 \text{ MPa})$ e $(\varepsilon_p = 2; \sigma = 20,35 \text{ MPa})$. Questa scelta evita di introdurre una curva di incrudimento non calibrata per il caso specifico dello shredder e attribuisce l'aumento della resistenza alla sola correzione legata alla velocità di deformazione; la stessa impostazione è adottata, salvo diversa indicazione, per gli altri polimeri della campagna.

¹ANSYS definisce l'erosione come “a numerical mechanism for the automatic removal (deletion) of elements during a simulation” [93, Sec. 10.2.4, p. 193]. Nel post-processing LS-DYNA, la variabile elementale **EROSION** vale zero per gli elementi non erosi e assume un valore maggiore di zero per quelli erosi, che non vengono visualizzati [94, Sec. 9.7, p. 148].

La soglia di failure è $EPS = 0,5$. La scheda impostata in Engineering Data è riportata in Figura 7.2.

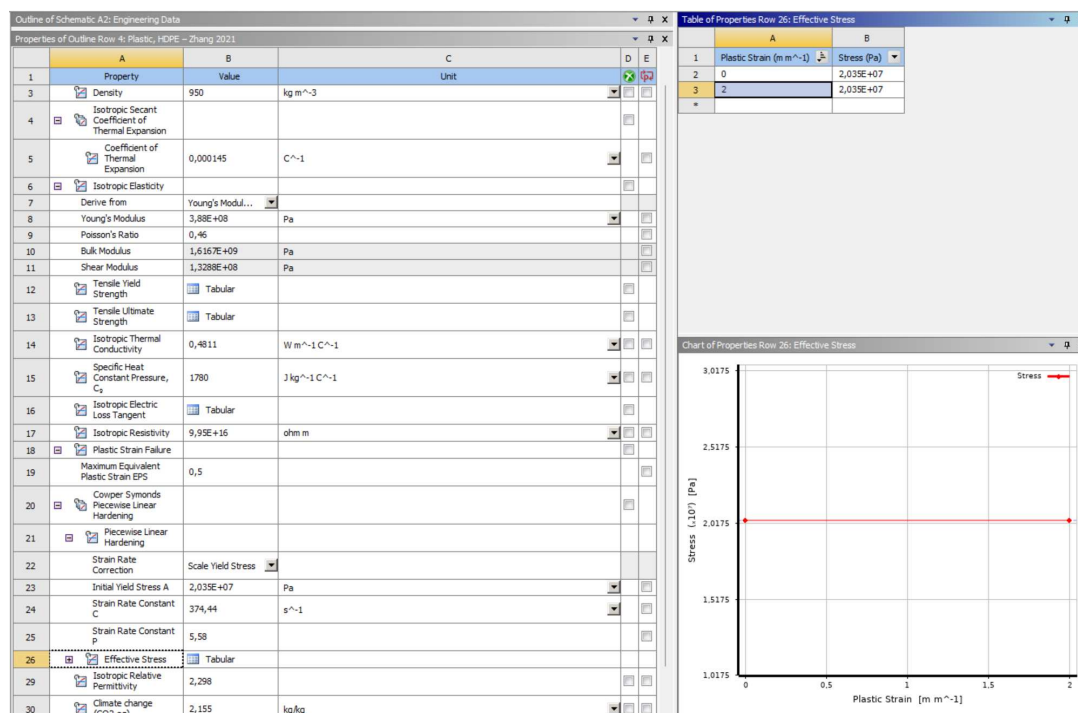


Figura 7.2: Scheda materiale HDPE adottata nelle simulazioni LS-DYNA.

7.2.4 Polipropilene omopolimero (PP-H)

I dati relativi al polipropilene omopolimero sono stati ricavati dalla documentazione tecnica di una lastra commerciale estrusa [96], dalla quale sono adottati come nominali i valori di soglia garantiti secondo DIN EN 15860: densità pari a 900 kg/m^3 , modulo elastico pari a 1500 MPa e tensione di snervamento pari a 30 MPa , da prove secondo DIN EN ISO 527. Il coefficiente di Poisson, non riportato nella scheda tecnica, è assunto pari a $0,42$, valore tipico per il polipropilene. La curva plastica è piatta, con punti ($\varepsilon_p = 0$; $\sigma = 30 \text{ MPa}$) e ($\varepsilon_p = 2$; $\sigma = 30 \text{ MPa}$).

Le costanti di Cowper-Symonds derivano dal brevetto [97], nel quale un polipropilene per paraurti è caratterizzato per simulazioni di impatto in LS-DYNA con $C = 81,5 \text{ s}^{-1}$ e $P = 3,70$. Del brevetto si adotta la sola legge di sensibilità alla velocità: i valori quasi-statici del materiale ivi descritto, un copolimero con snervamento di $21,0 \text{ MPa}$, non rappresentano la lastra PP-H e non vengono utilizzati. La soglia di failure è $EPS = 0,41$, ottenuta dall'allungamento a rottura minimo garantito del 50% [96]: $\ln(1,50) = 0,41$.

7.2.5 ABS

Per l'ABS (Acrilonitrile-Butadiene-Stirene) è stata adottata come fonte primaria la caratterizzazione sperimentale e numerica riportata in [98], relativa a provini in ABS di grado commerciale HI121H ottenuti per stampaggio a iniezione. La caratterizzazione comprende prove di trazione a cinque velocità di deformazione comprese tra 10^{-4} e $1,25 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$,

prove di flessione a tre punti a tre velocità di carico e prove di impatto strumentate a 5, 10 e 15 J: i parametri del modello sono calibrati sui dati di trazione e successivamente validati mediante il confronto con i risultati di flessione e di impatto.

Dalla stessa fonte derivano la densità, pari a 1040 kg/m^3 (ASTM D792), il modulo elastico, pari a 2348 MPa — valore medio dei moduli misurati alle cinque velocità di prova, adottato nella fonte per rappresentare con un unico valore la dipendenza del modulo dalla velocità di deformazione — e il coefficiente di Poisson, pari a 0,38, ivi assunto sulla base di letteratura. La tensione di snervamento quasi-statica è pari a 45,5 MPa e corrisponde alla trazione vera alla velocità più bassa di prova, 10^{-4} s^{-1} , assunta nella fonte come riferimento statico. La curva plastica è piatta, con punti ($\varepsilon_p = 0$; $\sigma = 45,5 \text{ MPa}$) e ($\varepsilon_p = 2$; $\sigma = 45,5 \text{ MPa}$), secondo la scelta adottata per gli altri polimeri della campagna.

Le costanti della Equazione 7.1 sono $C = 102,5 \text{ s}^{-1}$ e $P = 5,289$, determinate in [98] per regressione dei dati di trazione e validate mediante il confronto tra simulazioni e prove di flessione a tre punti alle tre velocità, con errori sui carichi massimi compresi tra 0,28% e 2,37%; la fonte indica per tali parametri un campo di validità fino a 1200 s^{-1} , che copre le velocità di deformazione stimate per il contatto tra dente e rottame. Si osserva che nella fonte i parametri operano entro un modello Drucker–Prager, sensibile alla pressione idrostatica; nel presente lavoro la legge di Cowper–Symonds è applicata alla formulazione von Mises adottata per l'intera campagna, sulla base dei soli dati di trazione.

La soglia di failure è assunta $\text{EPS} = 0,15$, valore prudenziale interno all'intervallo 0,14–0,22 corrispondente agli allungamenti a rottura del 15–25% riportati dalle schede tecniche delle lastre in ABS estruso [99, 100]: si tratta di una soglia numerica di erosione, non fornita dalla caratterizzazione di riferimento.

7.2.6 Poliammide 66 (PA66)

Per la poliammide 66 i parametri derivano dalle prove di compressione quasi-statiche e alla barra di Hopkinson riportate in [101], nelle quali il modello è calibrato e validato numericamente in LS-DYNA: densità pari a 1140 kg/m^3 , modulo elastico pari a 2200 MPa, coefficiente di Poisson pari a 0,40, tensione di snervamento quasi-statica pari a 64 MPa, modulo tangente pari a 200 MPa e costanti $C = 1917 \text{ s}^{-1}$ e $P = 3,73$. La curva *Effective Stress – Plastic Strain* è stata inserita con due punti, ($\varepsilon_p = 0$; $\sigma = 64 \text{ MPa}$) e ($\varepsilon_p = 1$; $\sigma = 264 \text{ MPa}$), coerenti con il modulo tangente della caratterizzazione di riferimento: è l'unico polimero della campagna con curva incrudente, perché in questo caso l'incrudimento è fornito e validato dalla fonte. La deformazione plastica a rottura, non fornita in [101], è stata assunta pari a 0,53, valore ricavato dall'allungamento a rottura nominale del 70% del semilavorato commerciale [102], convertito in deformazione vera: $\ln(1,70) = 0,53$.

7.2.7 Lega di alluminio 6061-T6

Come termine di confronto metallico è stata definita una scheda per la lega di alluminio 6061-T6 con i valori nominali della scheda tecnica [103]: densità pari a 2700 kg/m^3 , modulo elastico pari a 68900 MPa, coefficiente di Poisson pari a 0,33, tensione di snervamento pari a 276 MPa, tensione di rottura pari a 310 MPa e allungamento a rottura del 12%. La curva

plastica è incrudente su due punti, ($\varepsilon_p = 0$; $\sigma = 276$ MPa) e ($\varepsilon_p = 0,11$; $\sigma = 347$ MPa), ricavati dai dati della scheda tecnica: la deformazione vera a rottura vale $\ln(1,12) = 0,11$ e la tensione vera a rottura $310 \cdot 1,12 = 347$ MPa.

Le costanti di Cowper–Symonds sono state assunte pari a $C = 6500 \text{ s}^{-1}$ e $P = 4$, valori di riferimento riportati in letteratura per leghe di alluminio [104, 105]. I metalli presentano una sensibilità alla velocità di deformazione inferiore a quella dei polimeri: con questi valori il fattore correttivo della Equazione 7.1 a 100 s^{-1} vale 1,35. La soglia di failure è $\text{EPS} = 0,11$, pari alla deformazione vera all'allungamento a rottura.

7.2.8 Riepilogo delle schede materiale

I parametri delle cinque schede sono riassunti in Tabella 7.1, con le fonti da cui ciascuna scheda è stata costruita.

Tabella 7.1: Parametri delle schede materiale del rottame.

Parametro	HDPE	PP-H	ABS	PA66	Al 6061-T6
Densità [kg/m ³]	950	900	1040	1140	2700
Modulo di Young [MPa]	388	1500	2348	2200	68900
Coefficiente di Poisson [–]	0,46	0,42	0,38	0,40	0,33
Snervamento quasi-statico [MPa]	20,35	30	45,5	64	276
Curva plastica	piatta	piatta	piatta	incrudente	incrudente
Costante C [s ⁻¹]	374,44	81,5	102,5	1917	6500
Costante P [–]	5,58	3,70	5,289	3,73	4
Soglia EPS [–]	0,5	0,41	0,15	0,53	0,11

Le cinque schede coprono un intervallo ampio e ordinato di resistenze: la tensione di snervamento quasi-statica cresce da 20,35 a 276 MPa e il modulo elastico da 388 a 68900 MPa. Le soglie EPS non seguono la stessa progressione, poiché derivano dalla duttilità dei materiali e non dalla loro resistenza: il valore massimo appartiene alla PA66 (0,53), il minimo alla lega di alluminio (0,11).

7.3 Confronto tra cutter con diverso numero di denti

La campagna descritta in questo paragrafo valuta l'influenza del numero di denti dei cutter sulla risposta del modello LS-DYNA, a parità di tutte le altre condizioni di simulazione. Il confronto riguarda i carichi di contatto scambiati tra cutter e rottame e l'evoluzione della frammentazione. Viene prima presentata una simulazione preliminare, utilizzata come verifica operativa del modello e come base per la scelta del tempo di analisi; seguono l'impostazione della campagna, i cinque casi analizzati e il confronto tra le configurazioni.

7.3.1 Inquadramento in letteratura

La geometria degli organi di taglio è una delle variabili progettuali più studiate per gli shredder. Nella review riportata in [106], dedicata a macchine mono e bialbero per rifiuti solidi, forma, numero e orientazione dei taglienti sono indicati, insieme alla velocità

dell'albero e alla coppia disponibile, come i parametri che determinano la prestazione di triturazione; le configurazioni bialbero sono associate a coppia elevata e bassa velocità di rotazione. Dalla stessa review non emerge tuttavia un numero di denti ottimale valido in generale: la configurazione dipende dal materiale trattato, dalla forma del rottame e dalla geometria della camera di taglio. Per questo motivo, nel presente lavoro il numero di denti non è assunto da letteratura, ma valutato con una campagna parametrica a parità di condizioni numeriche.

Gli studi disponibili si dividono in tre gruppi. Il primo affronta il progetto geometrico della lama: nel lavoro riportato in [107] viene proposta una lama a sei denti con angolo di taglio uniforme di 15° e foro centrale sagomato per il montaggio alternato dei cutter lungo l'albero, così da distribuire l'azione di taglio durante la rotazione. Il secondo verifica la lama con analisi FEM statiche a carico equivalente: in [108] due geometrie di lama per PET e due acciai sono confrontati applicando una forza concentrata di 8825 N e valutando tensione equivalente e margine rispetto allo snervamento. Questi studi verificano la resistenza del componente, ma non descrivono il contatto dinamico né la frammentazione progressiva del materiale. Il terzo gruppo, sperimentale, mostra che geometria e orientazione della lama influenzano prestazione e usura [21] e che, su particelle singole di rifiuto reale tra cui PET e HDPE, la probabilità di rottura cresce con il numero di eventi di sollecitazione e dipende dalla velocità del rotore, con frammenti più regolari nelle macchine a taglio rispetto a quelle a impatto [16].

Sul piano della simulazione dinamica, l'impostazione più vicina a quella qui adottata è quella di [109], dove un sistema di taglio rotante è modellato in ANSYS/LS-DYNA e il numero di denti della lama è trattato come fattore di un piano di prove insieme alla velocità di rotazione e all'avanzamento del materiale, con forze di taglio validate sperimentalmente. La differenza rispetto agli approcci statici è il ruolo del contatto: nel modello esplicito la forza non è un dato imposto, ma nasce dall'interazione tra cutter e rottame e varia con la deformazione e l'erosione degli elementi. Questa è la logica della campagna descritta nel seguito.

7.3.2 Rottame di riferimento

La geometria di rottame impiegata nella campagna consiste in un contenitore aperto in HDPE, rappresentativo dei cassoni e dei fusti plastici trattati da queste macchine. Il modello non riproduce un contenitore commerciale, ma ne adotta una forma semplificata a sezione rettangolare. Esso costituisce l'unico corpo deformabile del sistema ed è pertanto soggetto ai fenomeni di plasticizzazione, danneggiamento ed erosione. Nella Figura 7.3 si possono osservare le dimensioni assegnate al modello CAD.

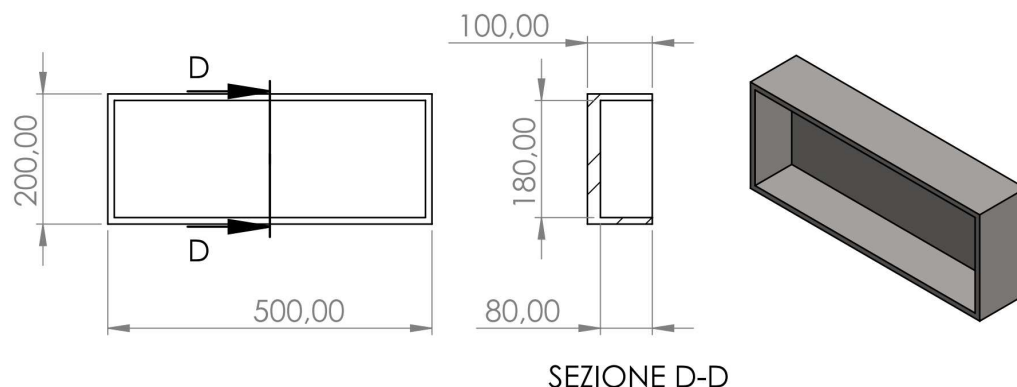


Figura 7.3: Modello CAD del contenitore di riferimento (quote in mm): a sinistra la vista principale con le dimensioni d'ingombro, al centro la sezione D-D, a destra la vista assometrica.

7.3.3 Caso preliminare

Prima del confronto sistematico viene eseguita una simulazione preliminare di riferimento. Lo scopo dell'analisi non è individuare la configurazione migliore, ma verificare che il modello generi una risposta coerente in termini di contatto tra cutter e rottame, di attivazione del criterio di failure e di estrazione delle principali grandezze dinamiche dai file di output.

La simulazione preliminare adotta il cutter a 3 denti, la stessa geometria di taglio poi analizzata nel caso C3 (sottosezione 7.3.6). I rotori sono modellati come corpi rigidi in rotazione imposta a 100 rad/s e il rottame come corpo deformabile. Il modello del caso preliminare è costituito da 44137 nodi e 52963 elementi solidi e differisce da quello della campagna nella discretizzazione delle parti rigide dei rotori; mesh, posizione iniziale e materiale del rottame coincidono invece con quelli dei casi successivi. Per questo motivo i risultati del caso preliminare non sono direttamente confrontabili con quelli della campagna e vengono utilizzati solo come verifica operativa della procedura. Le grandezze quantitative sono state estratte dai file di output del solutore: `rcforc`, che registra in funzione del tempo le forze e i momenti risultanti di contatto scambiati su ciascuna interfaccia definita — nel caso in esame tra cutter e rottame — e permette quindi di ricostruire l'andamento temporale delle forze di contatto riportato nel seguito [29, 93]; `messag` per il conteggio degli elementi eliminati e per lo stato di terminazione del calcolo.

Dal file `messag` risulta una terminazione regolare del calcolo, con un tempo simulato pari a 0,05 s. Il primo elemento eroso è registrato a $5,23 \cdot 10^{-4}$ s e il numero totale di elementi erosi è pari a 2544: il criterio di failure si attiva quindi durante l'interazione tra denti e rottame. La Figura 7.4 mostra l'inizio della presa tra un dente e il rottame.

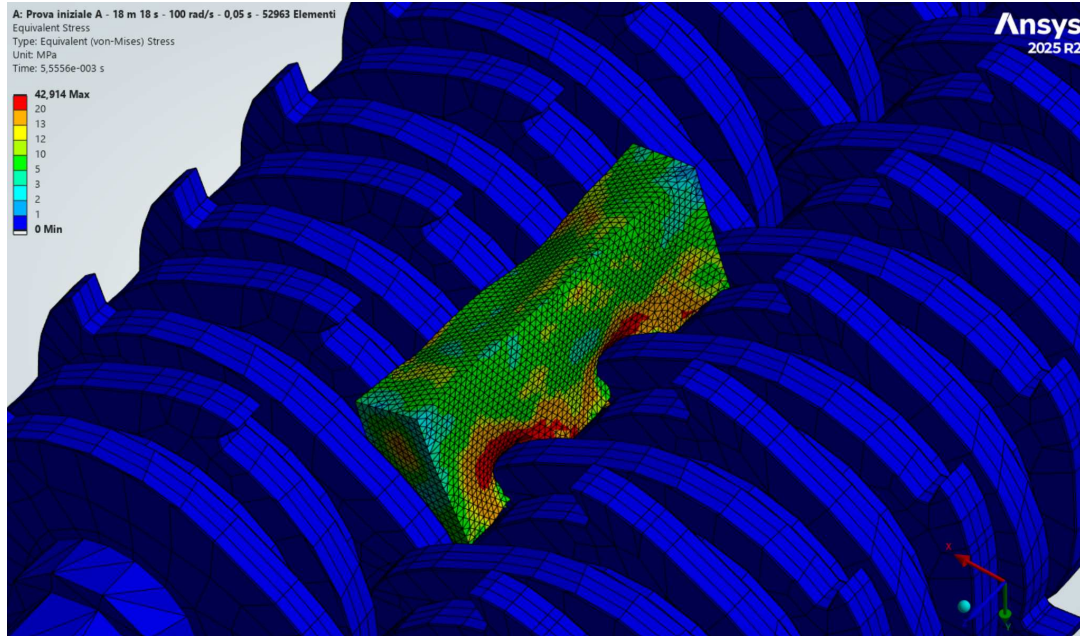


Figura 7.4: Inizio della presa tra dente e rottame (mappa di tensione equivalente).

La Figura 7.5 mostra l'andamento temporale delle forze di contatto. Il segnale presenta picchi localizzati, coerenti con il contatto intermittente tra i denti dei cutter e il rottame. La forza risultante massima è pari a 91,37 kN e viene raggiunta a $t = 1,25 \cdot 10^{-2}$ s; in tale istante le componenti sul lato SURFA valgono $F_x = -86,32$ kN, $F_y = -18,05$ kN e $F_z = -23,90$ kN, mentre sul lato opposto dell'interfaccia hanno segno opposto, come atteso per la coppia di superfici a contatto.

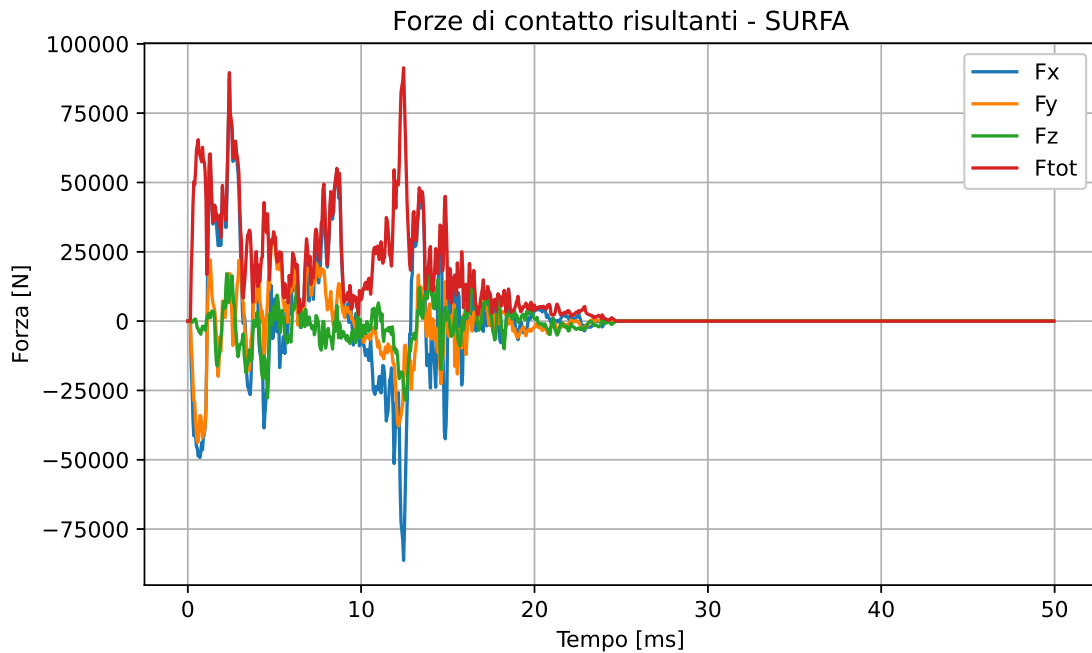


Figura 7.5: Caso preliminare: andamento temporale delle forze di contatto (file `rcforc`).

Dopo il transitorio iniziale l'ampiezza delle oscillazioni si riduce e, oltre 20–25 ms, le forze di contatto si assestano su valori trascurabili: il rottame ha ormai attraversato la zona di ingaggio dei cutter e l'interazione si esaurisce. Prolungare il calcolo oltre questo intervallo aumenta l'onere computazionale dell'analisi esplicita senza aggiungere alcuna informazione utile. Per questo motivo nei casi della campagna il tempo di analisi è stato ridotto da 0,05 s a 0,02 s.

I principali indicatori del caso preliminare sono riassunti in Tabella 7.2.

Tabella 7.2: Indicatori principali della simulazione preliminare.

Grandezza	Valore
Nodi totali	44137
Elementi solidi totali	52963
Tempo simulato	0,05 s
Numero di cicli	137800
Tempo CPU	1098 s
Istante del primo elemento eroso	$5,23 \cdot 10^{-4}$ s
Numero di elementi erosi	2544
Forza risultante massima di contatto	91,37 kN
Istante della forza massima	$1,25 \cdot 10^{-2}$ s
Momento risultante massimo di contatto	$1,02 \cdot 10^8$ N mm

Nel complesso il caso preliminare conferma il corretto funzionamento della procedura di simulazione e di post-processing: il contatto viene rilevato, il criterio di failure si attiva, gli elementi erosi vengono rimossi dal calcolo e dai file di output è possibile ricavare forze, momenti ed energia cinetica. Il caso viene quindi utilizzato come verifica operativa del modello, mentre il confronto tra le configurazioni è svolto nei casi successivi.

7.3.4 Impostazione della campagna

La campagna è impostata variando unicamente il numero di denti dei cutter. In tutti i casi restano invariati la geometria e il materiale del rottame (HDPE), la sua posizione iniziale, la velocità angolare dei rotori, la definizione del contatto, il criterio di failure, il tempo di analisi (0,02 s) e i criteri di output. Le differenze osservate nei risultati possono quindi essere attribuite principalmente alla geometria dei cutter. I casi analizzati sono indicati con C2, C3, C4, C5 e C6, dove il numero identifica i denti del cutter.

Poiché la variazione del numero di denti comporta una diversa geometria dei cutter, anche il numero di elementi delle parti rigide non è identico tra le configurazioni. Tale differenza non modifica il comportamento costitutivo del rottame, ma può influenzare localmente il contatto e il costo computazionale.

Le cinque geometrie considerate sono confrontate in Figura 7.6.



Figura 7.6: Confronto delle cinque geometrie di cutter realizzate in SolidWorks.

Come per il caso preliminare, il modello è ridotto ai due rotori, trattati come corpi rigidi, e al rottame deformabile; carcassa e telaio non sono inclusi nella campagna.

La velocità angolare dei rotori è pari a 100 rad/s. Si tratta di un valore volutamente molto superiore alla velocità di funzionamento prevista per la macchina, adottato per ragioni esclusivamente numeriche: con una velocità più elevata l'interazione tra rottame e cutter si completa in un tempo fisico più breve e il costo computazionale dell'analisi esplicita si riduce di conseguenza.

I casi della campagna vanno quindi intesi come casi accelerati: i valori assoluti di forze, momenti e tensioni non sono rappresentativi delle condizioni operative reali, mentre il confronto relativo tra le configurazioni rimane valido, poiché tutti i casi condividono la stessa velocità e le stesse impostazioni. L'estensione quantitativa dei risultati a velocità realistiche richiederebbe simulazioni dedicate e non rientra negli obiettivi principali della presente campagna. Tuttavia, viene analizzato separatamente un caso di riferimento comprensivo del telaio di base e della carcassa, simulato a una velocità di rotazione coerente con il funzionamento reale di questa tipologia di macchine. Tale configurazione viene utilizzata come termine di paragone per valutare in che misura i risultati ottenuti nei casi accelerati si discostino da quelli relativi a condizioni operative più realistiche.

Gli indicatori utilizzati per il confronto sono: la forza e il momento risultanti di contatto tra cutter e rottame (**rcforc**); l'energia cinetica globale (**glstat**); l'istante del primo elemento eroso e il numero totale di elementi erosi (**messag**), assunti come indicatori sintetici dell'evoluzione della frammentazione; lo stato del rottame deformabile, valutato attraverso le mappe di tensione equivalente.

Le risultanti di forza e momento sono estratte dalla *force transducer interface* associata al contatto tra cutter e rottame; l'interfaccia *single surface* principale non viene utilizzata a questo scopo, poiché LS-DYNA segnala che per tale interfaccia le risultanti sono indefinite. L'energia cinetica globale include anche il contributo dei rotori rigidi in rotazione imposta; viene quindi impiegata come parametro di controllo della simulazione e non come indicatore diretto della frammentazione.

7.3.5 Caso C2: cutter a 2 denti

Il caso C2 considera la configurazione con cutter a 2 denti. Tra le geometrie analizzate, questa è quella con il minor numero di denti e quindi con la maggiore distanza angolare tra due denti consecutivi. L'interazione con il rottame risulta quindi meno frequente, ma ogni singolo ingaggio può coinvolgere una porzione più ampia di materiale.

La simulazione raggiunge la terminazione regolare del calcolo, con un tempo finale pari a 0,02 s e 53122 cicli di calcolo. Il modello è costituito da 40650 nodi e 50208 elementi

solidi. Durante la simulazione il criterio di failure viene attivato: il primo elemento eroso viene registrato a $1,29 \cdot 10^{-3}$ s, mentre il numero complessivo di elementi erosi è pari a 3132.

La Figura 7.7 fornisce una vista del modello ANSYS adottato nel primo caso della campagna e permette di riconoscere la disposizione dei rotori, la configurazione con cutter a 2 denti e la posizione del rottame.

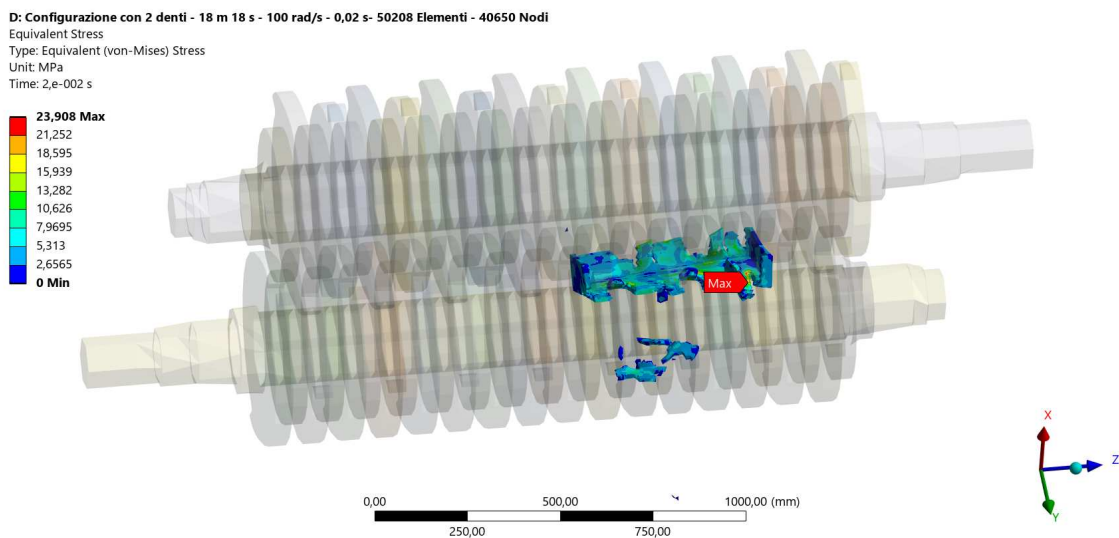


Figura 7.7: Vista dal basso del modello ANSYS del caso C2: configurazione con cutter a 2 denti e posizione del rottame al termine della simulazione.

Le forze di contatto sono state estratte dal file `rcforc`, considerando l'interfaccia 683 - SURFA; il loro andamento è riportato in Figura 7.8.

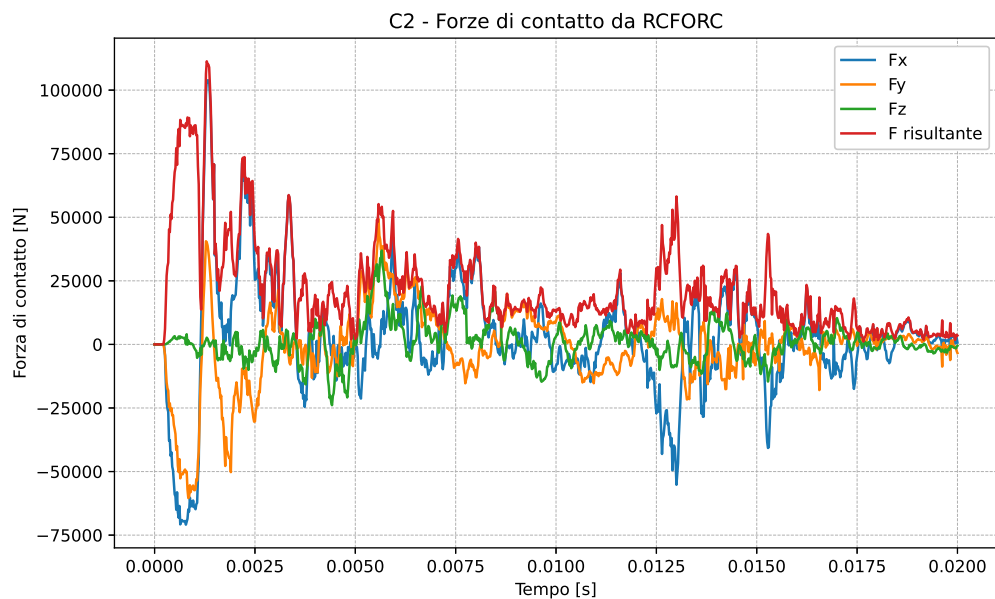


Figura 7.8: Andamento temporale delle forze di contatto nel caso C2, estratto dal file `rcforc`.

Il segnale delle forze presenta un picco principale nella fase iniziale della simulazione. La forza risultante massima è pari a 111,33 kN e viene raggiunta a $t = 1,30 \cdot 10^{-3}$ s. In corrispondenza di tale istante le componenti della forza risultano pari a $F_x = 103,81$ kN, $F_y = 40,13$ kN e $F_z = 2,66$ kN. Il carico è quindi dominato dalla componente X , mentre la componente Z risulta molto più contenuta.

L'andamento è coerente con una presa iniziale intensa del rottame da parte dei denti. La configurazione a 2 denti produce infatti meno punti di contatto distribuiti lungo la rotazione, ma gli ingaggi risultano più concentrati e possono generare picchi impulsivi marcati.

All'istante del massimo momento risultante, coincidente con quello del massimo della forza, le componenti valgono $M_x = -45,4$ kN m, $M_y = 114,0$ kN m e $M_z = 20,5$ kN m.

Tabella 7.3: Indicatori principali del caso C2.

Grandezza	Valore
Numero di denti	2
Tempo finale della simulazione [ms]	20,00
Numero di cicli	53122
Tempo di calcolo CPU [s]	622
Nodi totali del modello	40650
Elementi solidi totali del modello	50208
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	25402
Elementi solidi erosi, N_{ero}	3132
Percentuale di elementi erosi, η_{ero} [%]	12,33
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$ [ms]	1,29
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$ [kN]	111,33
Istante di $F_{\text{res,max}}$ [ms]	1,30
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$ [kN m]	124,5
Istante di $M_{\text{res,max}}$ [ms]	1,30
Energia cinetica globale massima, $E_{k,\text{max}}$ [kJ]	743

Nel complesso, il caso C2 mostra una presa iniziale efficace del rottame, con un numero elevato di elementi erosi e picchi marcati di forza e momento. La configurazione a 2 denti risulta quindi capace di attivare rapidamente il failure del materiale, ma genera carichi impulsivi non trascurabili. Per questo motivo, il caso C2 deve essere valutato non solo in base alla capacità di frammentazione, ma anche confrontando i picchi di forza e momento con quelli ottenuti nei casi C3, C4, C5 e C6.

7.3.6 Caso C3: cutter a 3 denti

Il caso C3 impiega il cutter a 3 denti, la stessa geometria di taglio del caso preliminare, ma all'interno del modello comune della campagna parametrica, con tempo di analisi pari a 0,02 s. Il rottame, la sua posizione iniziale, il materiale, la velocità angolare e le impostazioni di contatto coincidono con quelle del caso preliminare, come confermato dall'istante del

primo elemento eroso, identico nei due calcoli; la discretizzazione delle parti rigide è invece quella ridotta adottata per tutti i casi della campagna. Rispetto ai cutter con un numero maggiore di denti, la configurazione a 3 denti presenta una minore frequenza di ingaggio e una maggiore distanza angolare tra due denti successivi.

La simulazione raggiunge il termine regolare del calcolo, con un tempo finale pari a 0,02 s e 55120 cicli di calcolo. Il modello è costituito da 20881 nodi e 34274 elementi solidi, di cui 25509 associati al rottame deformabile e 8765 alle parti rigide dei rotori. Durante la simulazione il criterio di failure viene attivato: il primo elemento eroso viene registrato a $5,23 \cdot 10^{-4}$ s, mentre il numero totale di elementi erosi è pari a 2611.

Le forze di contatto sono state estratte dal file `rcforc`, considerando l'interfaccia 683 - SURFA; l'andamento delle forze è riportato in Figura 7.9.

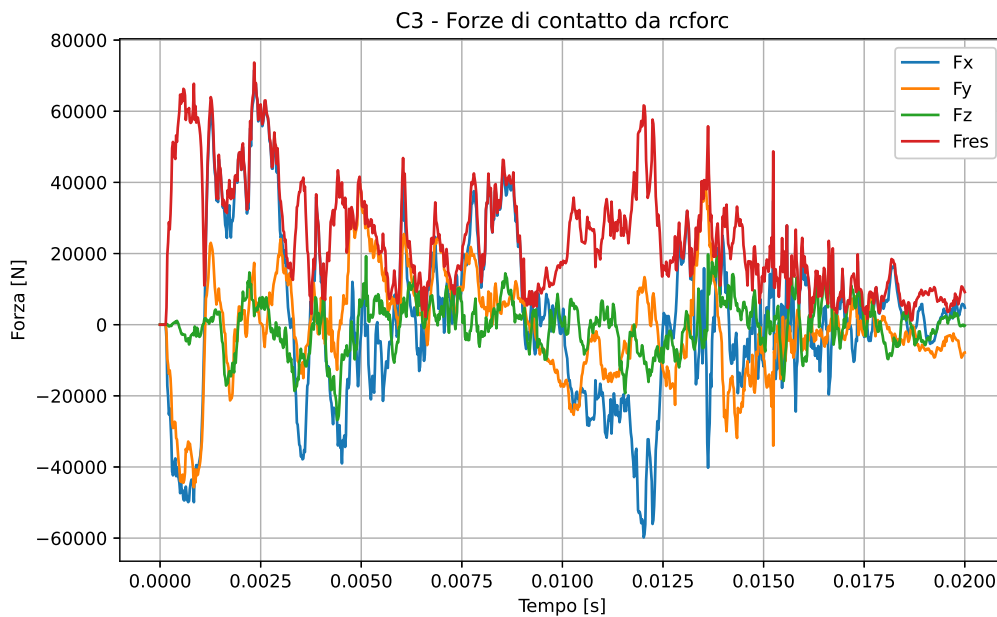


Figura 7.9: Andamento temporale delle forze di contatto nel caso C3, estratto dal file `rcforc`.

Il segnale delle forze presenta un andamento impulsivo, coerente con il contatto intermittente tra i denti dei cutter e il rottame. La forza risultante massima è pari a 73,69 kN e si verifica a $t = 2,34 \cdot 10^{-3}$ s. In corrispondenza di tale istante le componenti della forza risultano pari a $F_x = 71,57$ kN, $F_y = 17,39$ kN e $F_z = 2,40$ kN. Il carico è quindi dominato dalla componente X , mentre la componente assiale Z risulta più contenuta.

Tabella 7.4: Indicatori principali del caso C3.

Grandezza	Valore
Numero di denti	3
Tempo finale della simulazione [ms]	20,00
Numero di cicli	55120
Tempo di calcolo CPU [s]	398
Nodi totali del modello	20881
Elementi solidi totali del modello	34274
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	25509
Elementi solidi erosi, N_{ero}	2611
Percentuale di elementi erosi, η_{ero} [%]	10,24
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$ [ms]	0,52
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$ [kN]	73,69
Istante di $F_{\text{res,max}}$ [ms]	2,34
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$ [kN m]	83,7
Istante di $M_{\text{res,max}}$ [ms]	2,34
Energia cinetica globale massima, $E_{k,\text{max}}$ [kJ]	293

Nel complesso, il caso C3 mostra un'interazione caratterizzata da un picco principale di forza e momento nella fase iniziale di presa del rottame. La configurazione a 3 denti attiva correttamente il contatto e il failure del materiale, con una rimozione progressiva degli elementi del rottame. Il valore di picco della forza risultante, pari a 73,69 kN, è il più basso tra le configurazioni analizzate. La valutazione finale della configurazione più conveniente richiede tuttavia il confronto con tutti i casi della campagna, considerando congiuntamente forze, momenti e frammentazione numerica del rottame.

7.3.7 Caso C4: cutter a 4 denti

Il caso C4 considera la configurazione con cutter a 4 denti. Rispetto ai casi con numero inferiore di denti, questa geometria aumenta la frequenza di possibile ingaggio tra cutter e rottame, mantenendo comunque una distanza angolare tra i denti maggiore rispetto alle configurazioni più fitte.

La simulazione raggiunge il termine regolare del calcolo, con un tempo finale pari a 0,02 s e 240377 cicli di calcolo. Il modello è costituito da 44802 nodi e 53020 elementi solidi, di cui 25282 associati al rottame deformabile. Durante la simulazione il criterio di failure viene attivato: il primo elemento eroso viene registrato a $5,29 \cdot 10^{-4}$ s, mentre il numero totale di elementi erosi è pari a 3921. Poiché il caso C4 presenta la maggiore percentuale di elementi erosi e i valori massimi di forza e momento tra le configurazioni analizzate, viene riportato anche lo stato finale del rottame in Figura 7.10. La figura permette di osservare visivamente l'estensione della frammentazione numerica associata alla configurazione più gravosa della campagna.

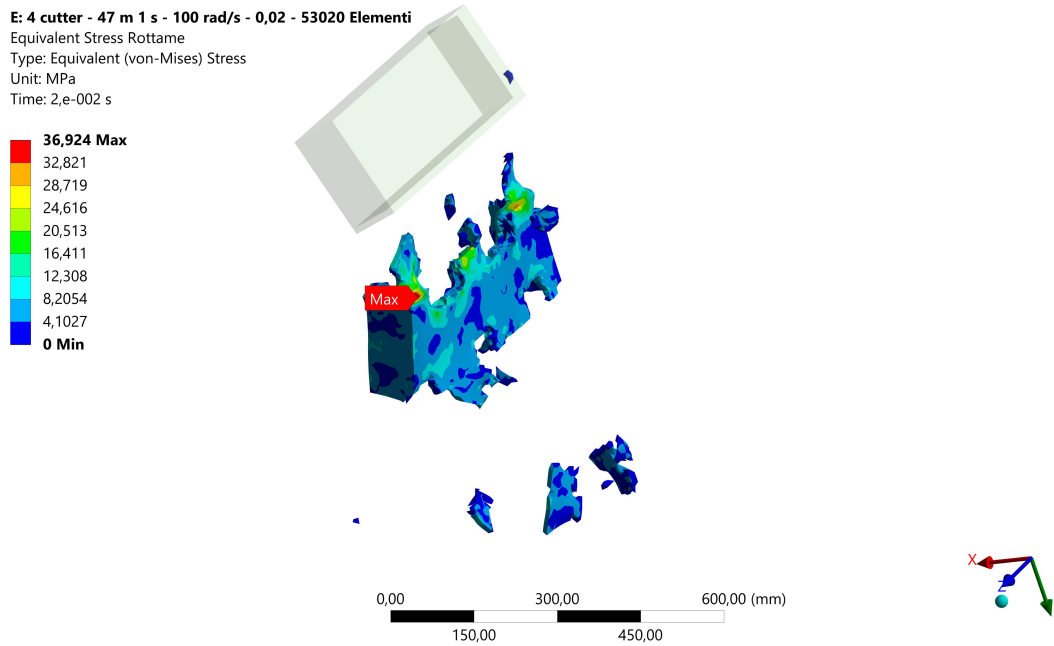


Figura 7.10: Stato del rottame al termine della simulazione nel caso C4 (mappa di tensione equivalente).

Le forze di contatto sono state estratte dal file `rcforc`, considerando l'interfaccia 1367 - SURFA; l'andamento delle forze è riportato in Figura 7.11.

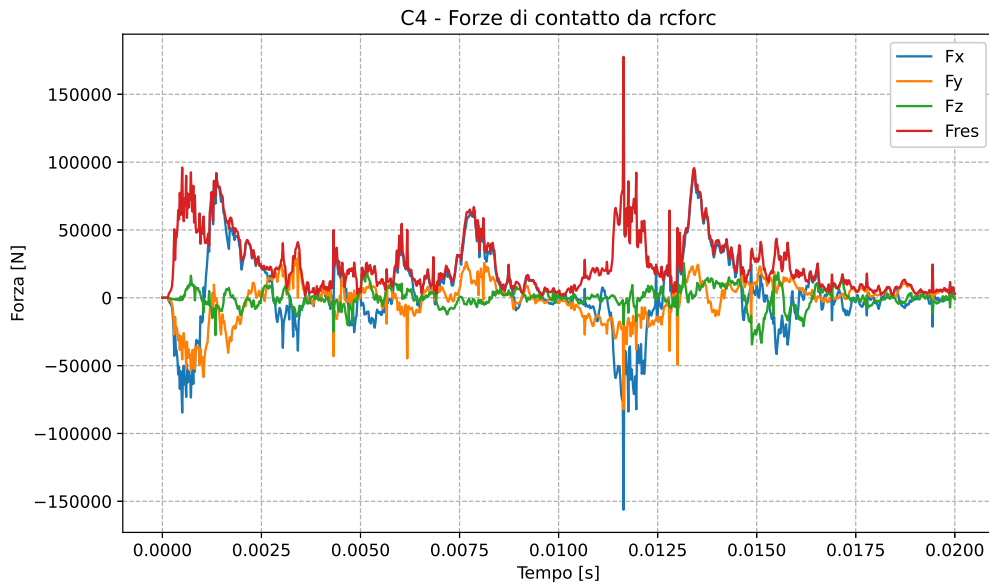


Figura 7.11: Andamento temporale delle forze di contatto nel caso C4, estratto dal file `rcforc`.

Il segnale delle forze presenta un andamento impulsivo, coerente con il contatto intermittente tra i denti dei cutter e il rottame. La forza risultante massima è pari a 177,63 kN e si verifica a $t = 1,16 \cdot 10^{-2}$ s. In corrispondenza di tale istante le componenti della forza risultano pari a $F_x = -156,24$ kN, $F_y = -82,15$ kN e $F_z = -19,85$ kN. Il carico è quindi dominato dalle componenti nel piano XY , mentre la componente Z risulta più contenuta.

Tabella 7.5: Indicatori principali del caso C4.

Grandezza	Valore
Numero di denti	4
Tempo finale della simulazione [ms]	20,00
Numero di cicli	240377
Tempo di calcolo CPU [s]	2822
Nodi totali del modello	44802
Elementi solidi totali del modello	53020
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	25282
Elementi solidi erosi, N_{ero}	3921
Percentuale di elementi erosi, η_{ero} [%]	15,51
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$ [ms]	0,53
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$ [kN]	177,63
Istante di $F_{\text{res,max}}$ [ms]	11,64
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$ [kN m]	179,9
Istante di $M_{\text{res,max}}$ [ms]	11,64
Energia cinetica globale massima, $E_{\text{k,max}}$ [kJ]	810

Nel complesso, il caso C4 mostra una frammentazione più estesa rispetto ai casi meno fitti e un picco di forza elevato nella fase centrale della simulazione. La configurazione a 4 denti risulta quindi efficace nell'attivare il failure del rottame, ma genera anche carichi impulsivi elevati. La valutazione finale deve essere condotta confrontando questi indicatori con quelli ottenuti per C2, C3, C5 e C6.

7.3.8 Caso C5: cutter a 5 denti

Il caso C5 considera la configurazione con cutter a 5 denti. Rispetto alle configurazioni con numero inferiore di denti, questa geometria aumenta la frequenza potenziale di ingaggio tra cutter e rottame, mantenendo una distribuzione dei denti meno fitta rispetto al caso C6.

La simulazione raggiunge il termine regolare del calcolo, con un tempo finale pari a 0,02 s e 58697 cicli di calcolo. Il modello è costituito da 46463 nodi e 54031 elementi solidi, di cui 25259 associati al rottame deformabile. Durante la simulazione il criterio di failure viene attivato: il primo elemento eroso viene registrato a $4,29 \cdot 10^{-3}$ s, mentre il numero totale di elementi erosi è pari a 1550.

Le forze di contatto sono state estratte dal file `rcforc`, considerando l'interfaccia 1741 - SURFA; l'andamento delle forze è riportato in Figura 7.12.

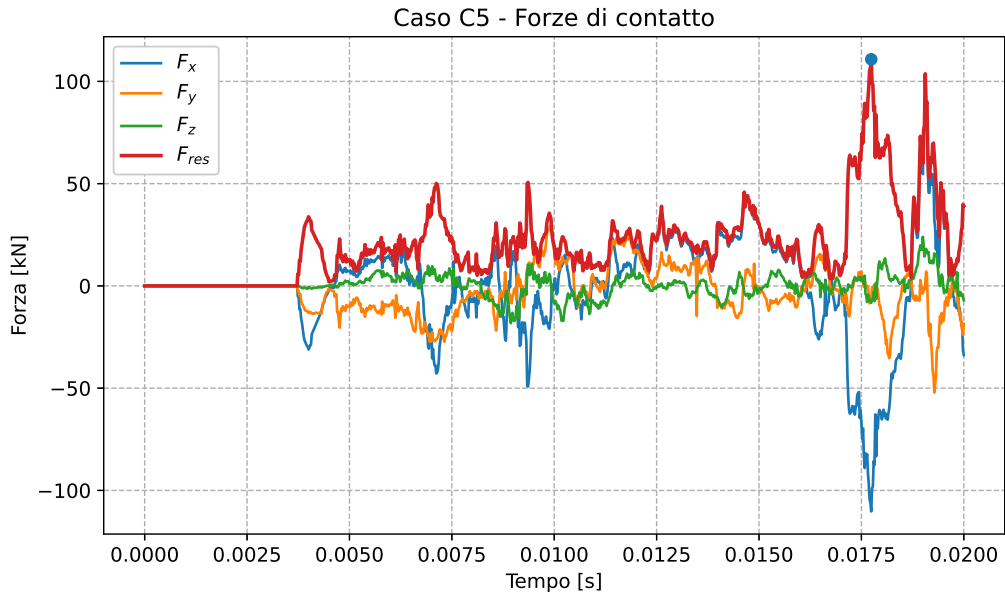


Figura 7.12: Andamento temporale delle forze di contatto nel caso C5, estratto dal file `rcforc`.

Il segnale delle forze mostra un andamento impulsivo, con un picco principale nella parte finale della finestra temporale simulata. La forza risultante massima è pari a 110,80 kN e si verifica a $t = 1,77 \cdot 10^{-2}$ s. In corrispondenza di tale istante le componenti risultano pari a $F_x = -110,29$ kN, $F_y = -6,74$ kN e $F_z = -8,25$ kN. Il carico risulta quindi dominato dalla componente X , mentre le componenti Y e Z sono più contenute.

Tabella 7.6: Indicatori principali del caso C5.

Grandezza	Valore
Numero di denti	5
Tempo finale della simulazione [ms]	20,00
Numero di cicli	58697
Tempo di calcolo CPU [s]	862
Nodi totali del modello	46463
Elementi solidi totali del modello	54031
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	25259
Elementi solidi erosi, N_{ero}	1550
Percentuale di elementi erosi, η_{ero} [%]	6,14
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$ [ms]	4,29
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$ [kN]	110,80
Istante di $F_{\text{res,max}}$ [ms]	17,74
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$ [kN m]	122,6
Istante di $M_{\text{res,max}}$ [ms]	17,74
Energia cinetica globale massima, $E_{k,\text{max}}$ [kJ]	833

Nel complesso, il caso C5 mostra una risposta caratterizzata da un picco rilevante di

forza e momento nella parte finale della simulazione e da una frammentazione numerica meno estesa rispetto al caso C4. La configurazione a 5 denti risulta quindi in grado di attivare il failure del rottame, ma con un numero di elementi erosi inferiore rispetto ad alcune configurazioni meno fitte.

7.3.9 Caso C6: cutter a 6 denti

Il caso C6 considera la configurazione con cutter a 6 denti. A parità di velocità angolare, l'aumento del numero di denti aumenta la frequenza di ingaggio tra denti e rottame durante la rotazione. Lo scopo della simulazione è valutare se questo si traduce in una presa più continua del materiale oppure in picchi di carico più marcati nella fase iniziale del contatto.

La simulazione raggiunge il termine regolare del calcolo, con un tempo finale pari a 0,02 s e 58697 cicli di calcolo. Il modello è costituito da 21986 nodi e 34814 elementi solidi, di cui 25269 associati al rottame deformabile. Durante la simulazione il criterio di failure viene attivato: il primo elemento eroso viene registrato a $3,95 \cdot 10^{-4}$ s, mentre il numero complessivo di elementi erosi è pari a 2268; la rimozione degli elementi interessa la zona di interazione tra denti e rottame.

Le forze di contatto tra cutter e rottame sono state estratte dal file `rcforc`, considerando l'interfaccia 875 - SURFA; la Figura 7.13 riporta l'andamento delle tre componenti e della forza risultante.

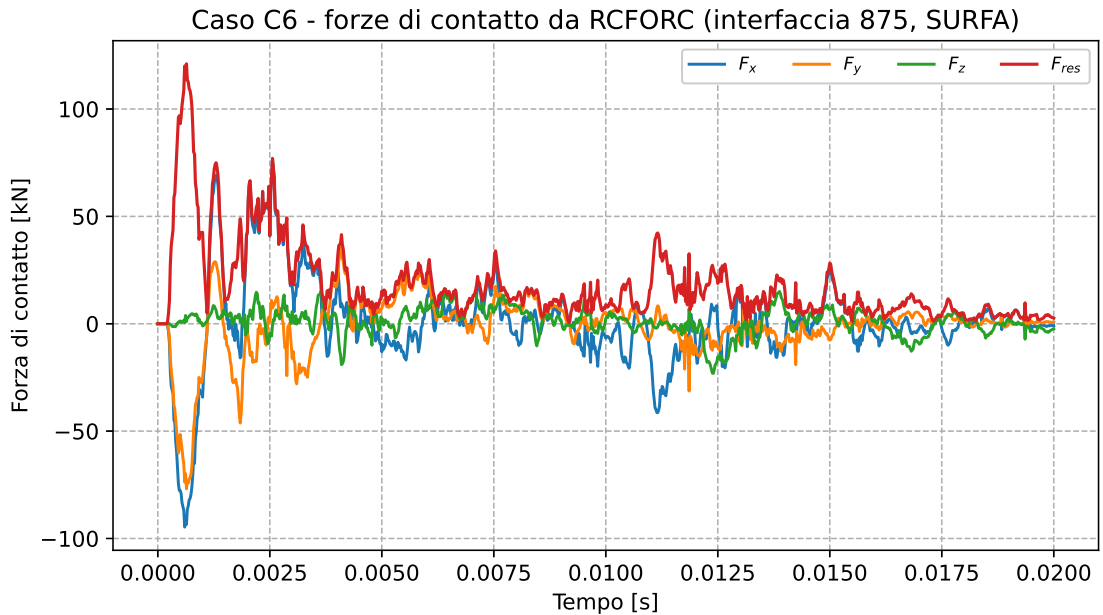


Figura 7.13: Caso C6: andamento temporale delle forze di contatto (file `rcforc`).

Il segnale ha un andamento fortemente impulsivo, tipico del contatto intermittente tra denti e rottame. Il picco principale si verifica nella fase iniziale della simulazione, a $t = 6,40 \cdot 10^{-4}$ s, quando la forza risultante raggiunge 121,03 kN; in tale istante le componenti valgono $F_x = -93,49$ kN, $F_y = -76,86$ kN e $F_z = 1,02$ kN. Il carico è quindi dominato dalle

componenti nel piano XY , mentre la componente lungo Z risulta trascurabile nell'istante del picco.

Dopo il primo transitorio l'ampiezza delle oscillazioni diminuisce progressivamente: l'impatto iniziale tra rottame e denti produce i carichi più elevati, mentre nelle fasi successive l'interazione diventa meno intensa e più distribuita. Ai fini progettuali il valore di picco rappresenta il carico impulsivo massimo trasmesso nell'ingaggio iniziale; per il confronto tra configurazioni, però, il solo massimo assoluto non è sufficiente, perché è sensibile alla posizione iniziale del rottame e all'istante esatto del primo contatto con il dente.

Tabella 7.7: Indicatori principali del caso C6.

Grandezza	Valore
Numero di denti	6
Tempo finale della simulazione [ms]	20,00
Numero di cicli	58697
Tempo di calcolo CPU [s]	589
Nodi totali del modello	21986
Elementi solidi totali del modello	34814
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	25269
Elementi solidi erosi, N_{ero}	2268
Percentuale di elementi erosi, η_{ero} [%]	8,98
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$ [ms]	0,40
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$ [kN]	121,03
Istante di $F_{\text{res,max}}$ [ms]	0,64
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$ [kN m]	137,8
Istante di $M_{\text{res,max}}$ [ms]	0,64
Energia cinetica globale massima, $E_{k,\text{max}}$ [kJ]	312

Nel complesso il caso C6 presenta un picco iniziale elevato di forza e momento, seguito da oscillazioni di ampiezza decrescente. La configurazione a 6 denti attiva quindi rapidamente il contatto e la rottura del rottame, ma introduce carichi impulsivi rilevanti nelle prime fasi dell'interazione. Il giudizio sulla convenienza di questa geometria è rimandato al confronto con le altre configurazioni, svolto al termine della campagna a parità di rottame, materiale, velocità e impostazioni numeriche.

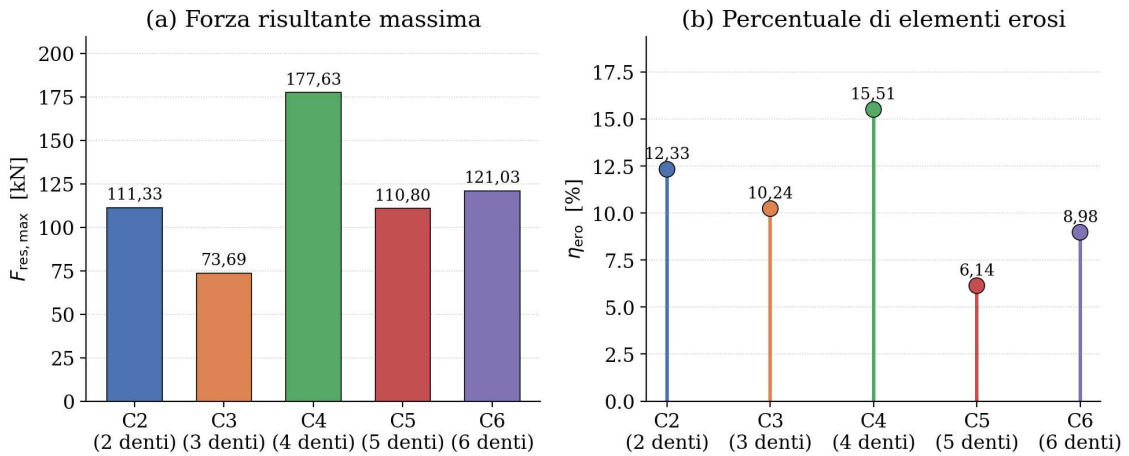
7.3.10 Confronto tra le configurazioni

Il confronto tra le configurazioni C2–C6 è stato condotto considerando sia gli indicatori dinamici sia l'efficacia di frammentazione del rottame. In particolare, sono stati analizzati la forza risultante massima, il momento risultante massimo, l'istante di attivazione del primo elemento eroso e il numero complessivo di elementi erosi.

Tabella 7.8: Confronto degli indicatori principali tra le configurazioni C2–C6.

Indicatore	C2	C3	C4	C5	C6
Numero denti	2	3	4	5	6
Forza risultante max [kN]	111,33	73,69	177,63	110,80	121,03
Istante forza max [ms]	1,30	2,34	11,64	17,74	0,64
Momento risultante max [kN m]	124,5	83,7	179,9	122,6	137,8
Istante momento max [ms]	1,30	2,34	11,64	17,74	0,64
Energia cinetica max [kJ]	743	293	810	833	312
Primo elemento eroso [ms]	1,29	0,52	0,53	4,29	0,40
N_0 (rottame)	25402	25509	25282	25259	25269
N_{ero}	3132	2611	3921	1550	2268
η_{ero} [%]	12,33	10,24	15,51	6,14	8,98

Per rendere più immediata la lettura dei risultati, in Figura 7.14 sono riportati due indicatori sintetici: la forza risultante massima e la percentuale di elementi erosi rispetto al numero iniziale di elementi del rottame per ciascuna configurazione.

**Figura 7.14:** Confronto tra le configurazioni C2–C6: (a) forza risultante massima; (b) percentuale di elementi erosi η_{ero} .

Dalla Tabella 7.8 e dalla Figura 7.14 si osserva che il caso C4 è quello caratterizzato dalla forza risultante massima più elevata, pari a 177,63 kN, e dal momento risultante massimo più alto, pari a $1,80 \cdot 10^8$ N mm. La stessa configurazione presenta anche il numero maggiore di elementi erosi, pari a 3921. Il caso C4 risulta quindi il più efficace in termini di frammentazione numerica, ma anche il più gravoso dal punto di vista dei carichi trasmessi alla macchina.

Il caso C3 presenta invece i valori più bassi di forza e momento tra le configurazioni analizzate: la forza risultante massima è pari a 73,69 kN, mentre il momento risultante massimo è pari a $8,37 \cdot 10^7$ N mm. Nonostante i carichi più contenuti, il numero di elementi erosi è pari a 2611, indicando che la configurazione riesce comunque ad attivare il criterio di failure del rottame.

Il caso C5 mostra valori intermedi di forza e momento, rispettivamente pari a 110,80 kN e $1,23 \cdot 10^8$ N mm, ma il numero di elementi erosi è inferiore rispetto ai casi C2, C3, C4 e

C6. Ciò indica che, nelle condizioni simulate, l'aumento del numero di denti non comporta necessariamente una maggiore frammentazione.

Il caso C6 presenta un picco di forza pari a 121,03 kN e un momento massimo pari a $1,38 \cdot 10^8$ N mm, entrambi raggiunti nelle prime fasi della simulazione. Questo comportamento evidenzia un ingaggio iniziale rapido e impulsivo del rottame. Tuttavia, il numero di elementi erosi, pari a 2268, risulta inferiore rispetto ai casi C2, C3 e C4.

Nel complesso, il confronto mostra che la risposta non varia in modo monotono con il numero di denti. Il passaggio da 3 a 4 denti incrementa sensibilmente la frammentazione, ma comporta anche un aumento dei picchi di forza e momento. Ulteriori incrementi del numero di denti non producono necessariamente un miglioramento della frammentazione.

In conclusione, tra le configurazioni analizzate viene selezionato il caso C3, relativo al cutter a 3 denti. Il caso C4 presenta la maggiore percentuale di elementi erosi, pari al 15,51%, ma genera anche i massimi valori di forza e momento della campagna. Il caso C3 rappresenta invece un compromesso più equilibrato: determina l'erosione di 2611 elementi, corrispondenti al 10,24% degli elementi iniziali del rottame, e presenta la forza risultante massima più bassa tra i casi confrontati, pari a 73,69 kN.

La scelta del cutter a 3 denti è quindi motivata non dalla massima frammentazione assoluta, ma dal miglior equilibrio tra efficacia di triturazione e riduzione dei carichi trasmessi ai rotori, agli alberi e alla struttura della macchina.

7.4 Confronto tra diverse geometrie di rottame

La campagna numerica precedente ha permesso di selezionare il cutter a 3 denti come soluzione di riferimento, in quanto capace di fornire un buon compromesso tra frammentazione numerica del rottame e contenimento dei carichi dinamici. Nella campagna R1–R7 tale geometria di taglio viene mantenuta invariata, mentre viene modificata la forma del rottame. Il caso R1 conserva carattere preliminare e differisce dagli altri per la semplificazione del modello dei rotori, come dichiarato nella relativa sottosezione. La scelta del cutter a 3 denti non viene pertanto ripetuta nelle singole descrizioni.

L'obiettivo della campagna è valutare in che modo la geometria del rottame influenzi l'ingaggio da parte dei cutter, l'evoluzione della frammentazione e i carichi dinamici trasmessi ai rotori. Come nella campagna precedente, il dominio di calcolo è limitato ai due rotori e al rottame deformabile; carcassa e telaio non sono inclusi. In tutti i casi restano invariati il materiale del rottame, la velocità angolare dei rotori (100 rad/s), la definizione del contatto e il criterio di failure.

A differenza della campagna sul numero di denti, il confronto non avviene a parità di ogni parametro numerico. Al variare della forma cambiano necessariamente la massa e la discretizzazione del rottame, mentre il tempo finale è stato adattato all'ingombro delle singole geometrie (20, 30 o 50 ms); alcune geometrie sono inoltre state scalate, come dichiarato nei rispettivi casi. Queste differenze sono riportate nelle tabelle dei singoli casi e considerate nell'interpretazione dei risultati. Il confronto tra i casi R2–R7 ha carattere descrittivo e non consente di isolare quantitativamente l'effetto della sola geometria, poiché

al variare del rottame cambiano anche massa, discretizzazione, scala geometrica e durata della simulazione.

Salvo diversa indicazione, tutte le simulazioni delle campagne sul numero di denti (sezione 7.3) e sulle geometrie di rottame (sezione 7.4) impiegano la scheda basata sui dati di [95] con soglia $EPS = 0,5$.

Per il confronto tra i casi vengono utilizzati tre grafici principali: l'andamento temporale della forza risultante, le componenti cartesiane della forza e l'evoluzione del numero di elementi solidi erosi. Le risultanti di forza e momento vengono calcolate a partire dalle rispettive componenti cartesiane estratte dal file `rcforc`, secondo le relazioni

$$F_{\text{res}}(t) = \sqrt{F_x^2(t) + F_y^2(t) + F_z^2(t)}, \quad (7.3)$$

$$M_{\text{res}}(t) = \sqrt{M_x^2(t) + M_y^2(t) + M_z^2(t)}, \quad (7.4)$$

dove F_x , F_y e F_z sono le componenti cartesiane della forza, mentre M_x , M_y e M_z sono le componenti cartesiane del momento. Le componenti M_x , M_y e M_z sono quelle fornite dal file `rcforc` per la *force transducer interface*. Il momento risultante viene pertanto utilizzato come indicatore globale dell'interazione secondo la convenzione di output del solutore e non viene interpretato come coppia torcente rispetto all'asse di un singolo rotore. In particolare, il rapporto $M_{\text{res}}/F_{\text{res}}$ non viene utilizzato per ricavare il braccio della forza o il raggio efficace dei cutter. I valori massimi $F_{\text{res,max}}$ e $M_{\text{res,max}}$ riportati nelle tabelle corrispondono ai massimi delle rispettive risultanti nell'intervallo temporale simulato.

Le forze e i momenti sono stati estratti utilizzando la *force transducer interface* associata all'interazione tra cutter e rottame. Non sono state utilizzate le risultanti della single surface principale quando LS-DYNA segnala tali valori come indefiniti, poiché in quel caso la risultante globale non è adatta al confronto quantitativo tra i casi.

7.4.1 Geometrie del rottame in ingresso

La SSI *Dual-Shear* M100, assunta come riferimento del caso di studio, è impiegata dal costruttore per la triturazione di un flusso eterogeneo di rifiuti, comprendente materiali voluminosi, pneumatici, fusti, rottami metallici, plastiche, legno, pallet e tessili [42]. A partire da tale varietà sono state sviluppate diverse geometrie semplificate di rottame, destinate a rappresentare differenti forme e modalità di ingaggio nella zona di taglio.

I modelli CAD, realizzati in SolidWorks e riportati in Figura 7.15, comprendono contenitori, blocchi, pallet, piastre e geometrie cilindriche cave. Tali modelli costituiscono una libreria generale di possibili forme del rottame; non tutte le combinazioni tra geometria e materiale sono oggetto del confronto parametrico. Nella campagna descritta nella presente sezione viene infatti modificata la sola geometria del rottame, mentre il materiale rimane HDPE. Ogni forma è stata semplificata per contenere il numero di elementi e ottenere una discretizzazione regolare del corpo deformabile.

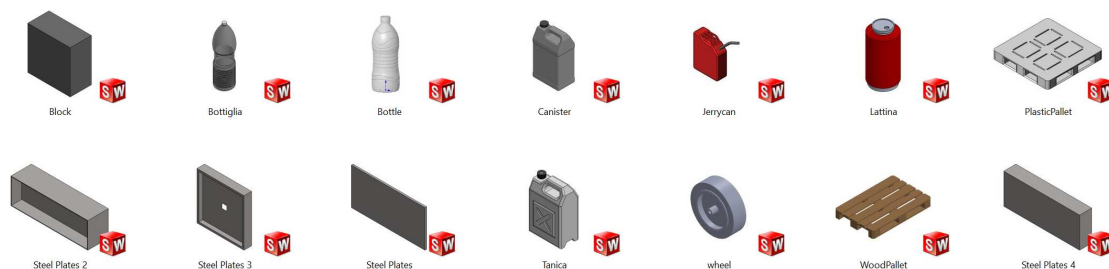


Figura 7.15: Modelli CAD delle geometrie semplificate di rottame considerate nel lavoro, realizzati in SolidWorks.

Le analisi parametriche sono organizzate in tre campagne distinte, ciascuna caratterizzata da una diversa variabile principale.

Nella prima campagna (sezione 7.3) viene modificato il numero di denti dei cutter, mantenendo invariati la geometria del contenitore di riferimento e il materiale HDPE.

Nella seconda campagna (sezione 7.4) viene mantenuta fissa la configurazione con cutter a 3 denti e viene modificata la geometria del rottame. In tutti i casi R1–R7 il materiale resta HDPE; le differenze di massa, discretizzazione e durata della simulazione conseguono invece alle diverse forme analizzate e sono dichiarate nei singoli casi.

Nella terza campagna (sezione 7.5) vengono mantenuti invariati la geometria della piastra piana, la configurazione con cutter a 3 denti e la taglia di mesh di riferimento, mentre viene modificata esclusivamente la scheda materiale assegnata al rottame.

Le tre campagne distinguono quindi l'effetto della geometria dei cutter, della geometria del rottame e delle proprietà del materiale, evitando di attribuire alla stessa variazione effetti prodotti da fattori differenti.

7.4.2 Caso preliminare R1: blocco pieno

Il caso R1 considera un rottame con geometria compatta, assimilabile a un blocco pieno. Questa configurazione viene utilizzata come primo caso preliminare della campagna, con lo scopo di verificare il comportamento generale del modello al variare della forma del rottame e di controllare la corretta estrazione degli output principali, quali forze, momenti, energia cinetica globale ed elementi erosi.

A differenza dei casi successivi, il caso R1 non è stato eseguito sulla configurazione completa dei rotori. Per ridurre il costo computazionale e ottenere una prima risposta numerica in tempi contenuti, sono stati adottati alcuni accorgimenti di semplificazione del modello. In particolare, sono stati soppressi gli alberi, alcuni distanziali e alcuni cutter non direttamente coinvolti nella zona di interazione principale tra rottame e cutter. Il modello è quindi da considerarsi preliminare e alleggerito, utile per valutare la risposta iniziale del blocco pieno, ma non rappresentativo della configurazione utilizzata nei confronti successivi. Il rottame corrisponde al Part ID 17 e le risultanti sono state estratte dalla force transducer interface ID 875.

La simulazione raggiunge regolarmente il tempo finale impostato, pari a 20 ms, ma il blocco non risulta completamente frammentato al termine del calcolo. Per questo motivo il

caso deve essere interpretato come una frantumazione parziale del rottame entro il tempo di simulazione considerato. L'incompleta frammentazione non viene attribuita all'interesse dei rotori, che in questa campagna rimane invariato, ma alla combinazione tra geometria compatta del rottame, durata limitata della simulazione e semplificazione preliminare del modello.

A partire dai casi successivi, tali semplificazioni non verranno più adottate: il modello dei rotori verrà mantenuto completo, senza soppressione di alberi, distanziali o cutter. La configurazione finale del rottame è mostrata in Figura 7.16.

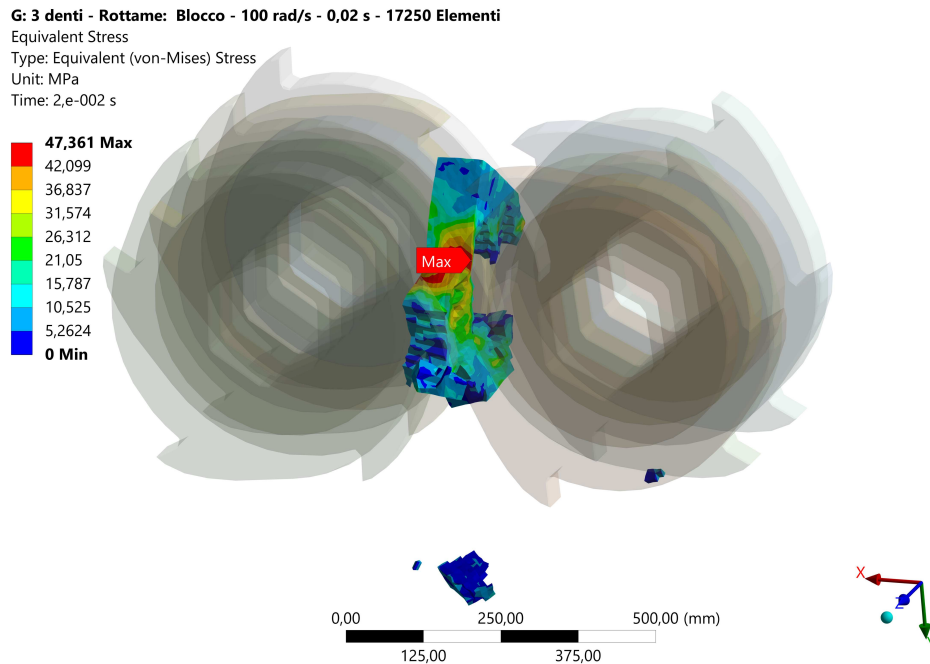


Figura 7.16: Configurazione finale del rottame nel caso preliminare R1 (blocco pieno).

La Figura 7.17 mostra l'andamento temporale della forza risultante. Nella prima parte della simulazione si osservano picchi isolati associati ai primi contatti tra cutter e rottame. L'incremento più marcato si verifica nella seconda metà del calcolo, tra 13 ms e 16 ms, quando il blocco viene maggiormente coinvolto nella zona di taglio. Il valore massimo della forza risultante è pari a 391,26 kN e si verifica a $t = 14,56$ ms.

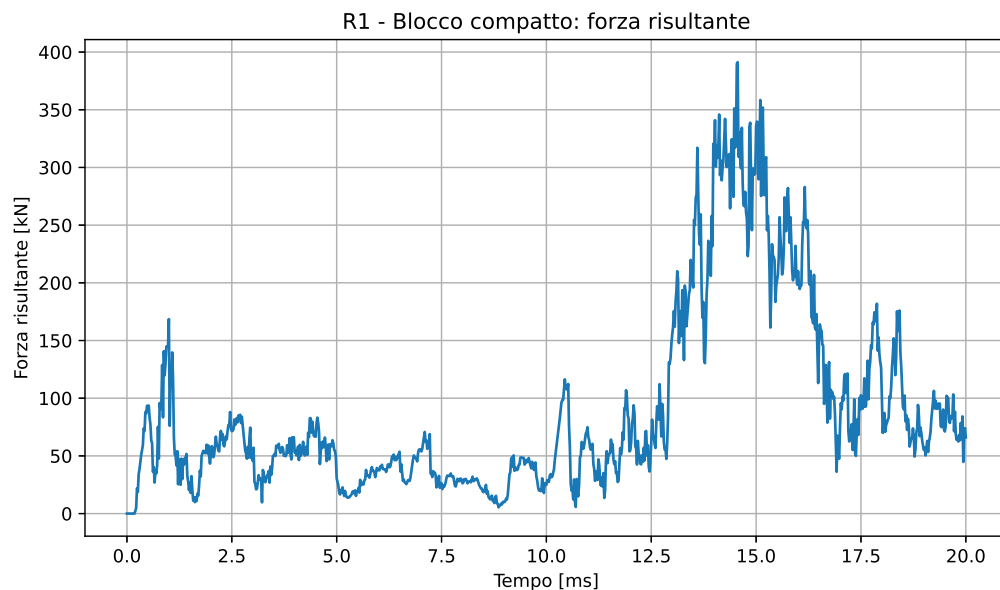


Figura 7.17: Caso preliminare R1: andamento temporale della forza risultante.

La Figura 7.18 riporta le componenti cartesiane della forza. La componente F_x risulta prevalente nella fase di massimo carico, raggiungendo valori negativi elevati tra 14 ms e 16 ms. Questo comportamento indica che, nel caso del blocco pieno, il carico dinamico non è distribuito in modo uniforme sulle tre direzioni, ma è dominato dalla direzione principale di trascinamento e contrasto del rottame.

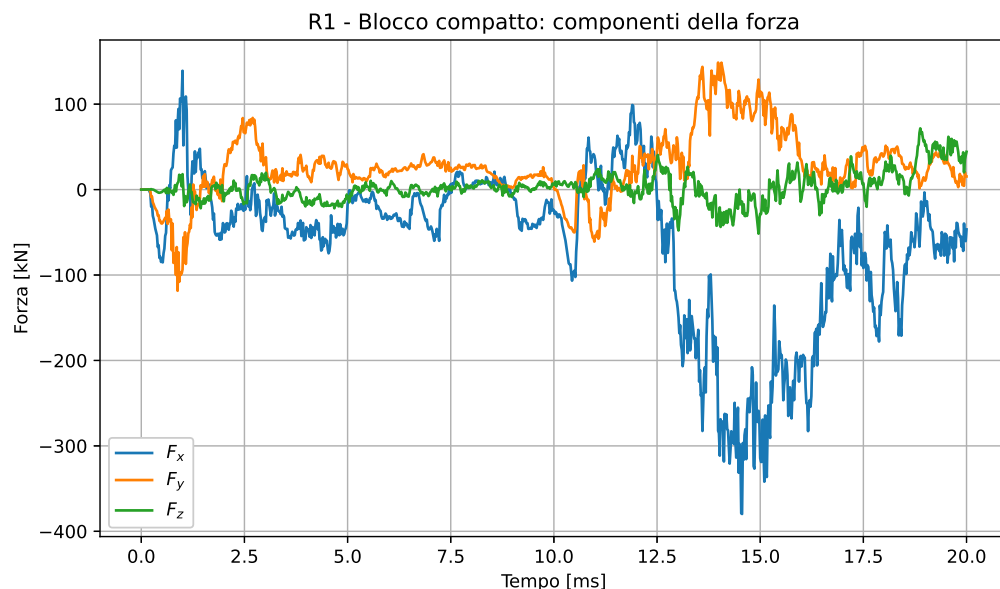


Figura 7.18: Caso preliminare R1: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

La Figura 7.19 mostra l'evoluzione del numero di elementi solidi erosi. Il primo elemento eroso compare a $t = 0,97$ ms. Successivamente il danneggiamento cresce in modo graduale fino a 10 ms, per poi aumentare sensibilmente tra 13 ms e 17 ms. Al termine della

simulazione risultano erosi 1291 elementi su 4640 elementi iniziali del rottame, pari al 27,82%.

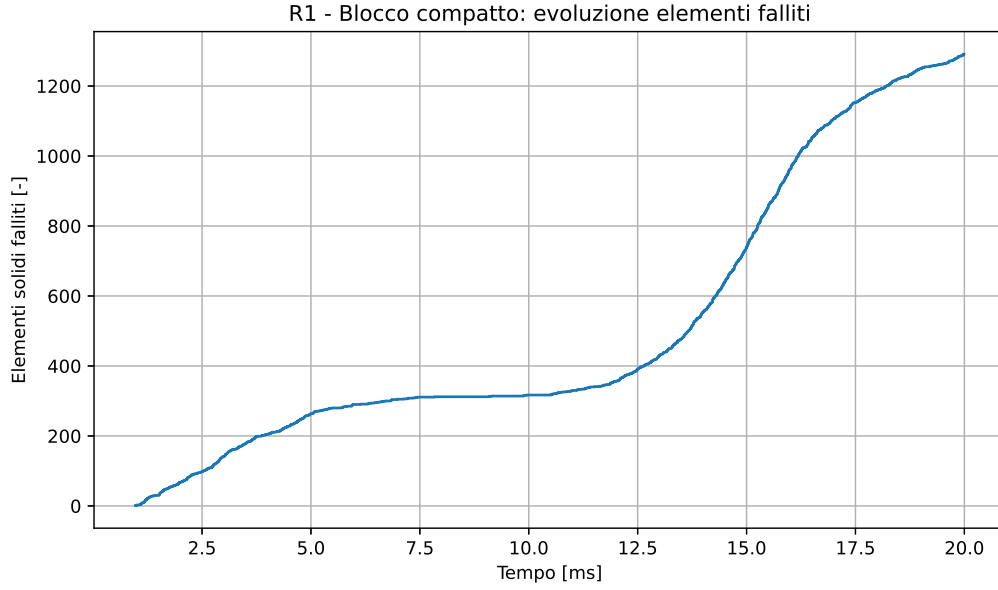


Figura 7.19: Caso preliminare R1: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

I principali indicatori del caso sono riassunti in Tabella 7.9.

Tabella 7.9: Riepilogo numerico del caso preliminare R1 (blocco pieno).

Grandezza	Valore
Tempo finale simulazione	20,00 ms
Nodi totali del modello	24156
Elementi solidi totali del modello	17250
Nodi del rottame	5670
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	4640
elementi solidi erosi, N_{ero}	1291
Percentuale di elementi erosi, η_{ero}	27,82%
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$	0,97 ms
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$	391,26 kN
Istante di $F_{\text{res,max}}$	14,56 ms
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$	$4,55 \cdot 10^8$ N mm
Istante di $M_{\text{res,max}}$	14,56 ms
Energia cinetica globale massima, $E_{k,\text{max}}$	201,02 kJ
Istante di $E_{k,\text{max}}$	18,06 ms

Il caso preliminare R1 mostra che una geometria compatta produce carichi dinamici elevati e una frammentazione numerica solo parziale entro il tempo di simulazione considerato. Il valore massimo della forza risultante, pari a 391,26 kN, è associato alla fase in cui

il blocco viene maggiormente compresso e trascinato tra i cutter. Nello stesso istante si registra anche il massimo momento risultante, pari a $4,55 \cdot 10^8$ N mm.

Dal punto di vista della frammentazione, il numero di elementi erosi cresce fino a 1291, corrispondenti al 27,82% degli elementi iniziali del rottame. La curva degli elementi erosi non raggiunge un plateau stabilizzato entro 20 ms; pertanto, il risultato non rappresenta la frantumazione completa del blocco, ma la risposta del sistema nel tempo di analisi impostato.

Poiché il modello R1 è stato alleggerito per ridurre i tempi di calcolo, i risultati ottenuti vengono utilizzati come indicazione preliminare e non come confronto definitivo con le geometrie successive. Nei casi successivi verrà impiegato il modello completo dei rotori, senza soppressione di componenti.

7.4.3 Caso R2: blocco cavo

Il caso R2 considera lo stesso ingombro esterno del blocco pieno analizzato nel caso preliminare R1, ma con una cavità interna ottenuta mediante svuotamento in SolidWorks. Lo spessore rimosso internamente è pari a 10 mm. Poiché una geometria completamente chiusa può essere interpretata dal pre-processore come un volume pieno durante la generazione della mesh solida, è stata introdotta un'apertura inferiore. Tale apertura consente ad ANSYS di riconoscere correttamente la presenza della cavità interna e di generare una mesh coerente con un rottame effettivamente cavo.

Questa geometria viene introdotta per valutare l'effetto della riduzione di massa e della diversa rigidezza strutturale del rottame rispetto al blocco pieno. La massa del rottame nel caso R2 è pari a 1,53 kg, valore ricavato dalle proprietà di massa riportate nel file `d3hsp` per il Part ID 67. La configurazione dei cutter, il materiale del rottame e le impostazioni di contatto rimangono invariati rispetto agli altri casi della campagna. Le risultanti sono state estratte dalla force transducer interface ID 916 e il calcolo termina regolarmente al tempo finale di 30 ms. Il modello CAD del blocco cavo è riportato in Figura 7.20.

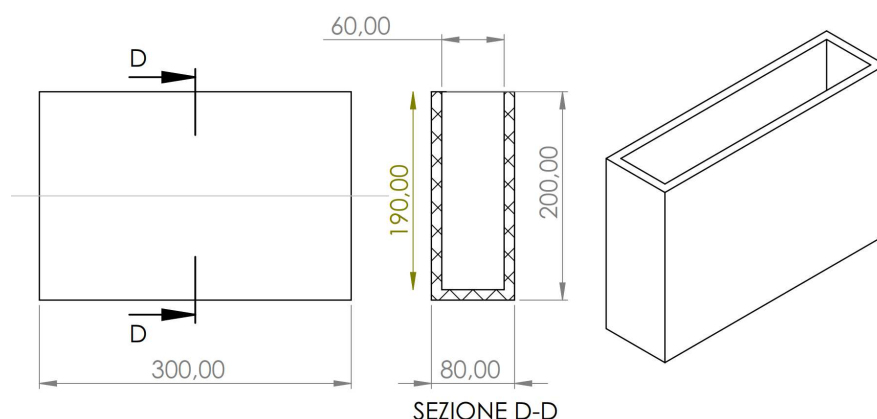


Figura 7.20: Modello CAD del blocco cavo (quote in mm): a sinistra la vista principale con le dimensioni d'ingombro, al centro la sezione D-D, a destra la vista assometrica.

La Figura 7.21 mostra l'andamento temporale della forza risultante. Il valore massimo è pari a 30,89 kN e si verifica a $t = 13,32$ ms. L'andamento evidenzia una risposta impulsiva

concentrata nella fase iniziale e centrale dell'interazione, seguita da una riduzione dei carichi verso la parte finale della simulazione.

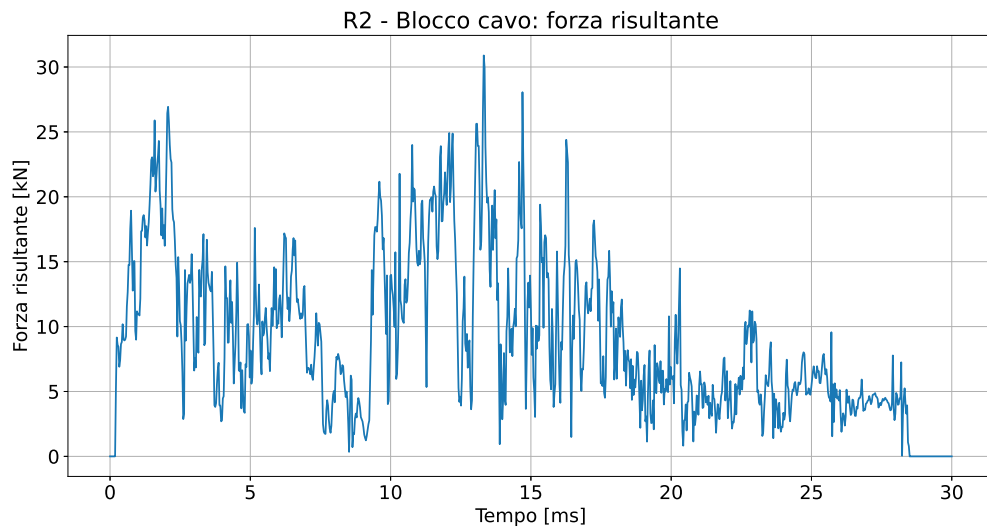


Figura 7.21: Caso R2: andamento temporale della forza risultante.

La Figura 7.22 riporta le componenti cartesiane della forza. Anche in questo caso la lettura delle componenti è utile per distinguere la direzione prevalente del carico e per verificare se il picco della risultante è dovuto a una singola componente dominante oppure a un contributo combinato delle tre direzioni.

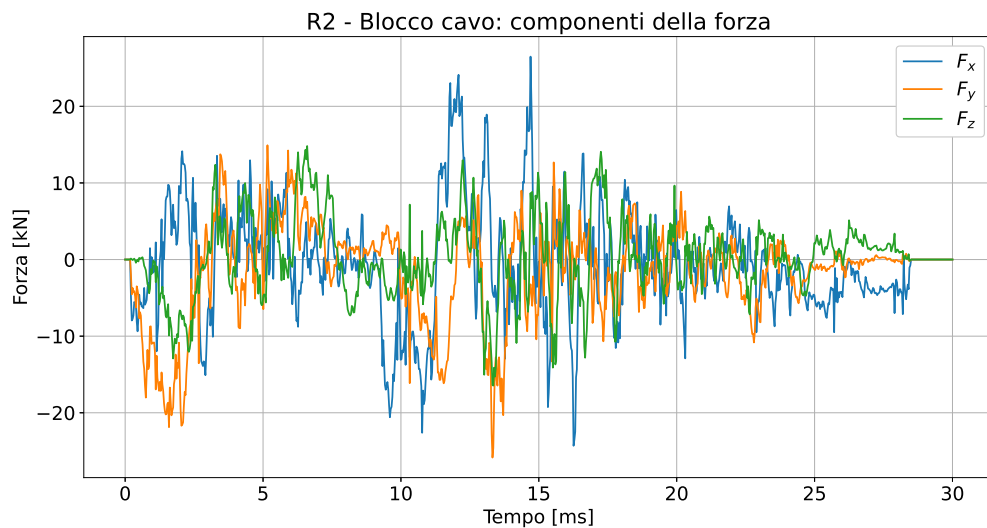


Figura 7.22: Caso R2: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

La Figura 7.23 mostra l'evoluzione del numero di elementi solidi erosi. Il primo elemento eroso compare a $t = 0,85$ ms. Al termine del calcolo risultano erosi 2030 elementi su 11936 elementi iniziali del rottame, pari al 17,01%.

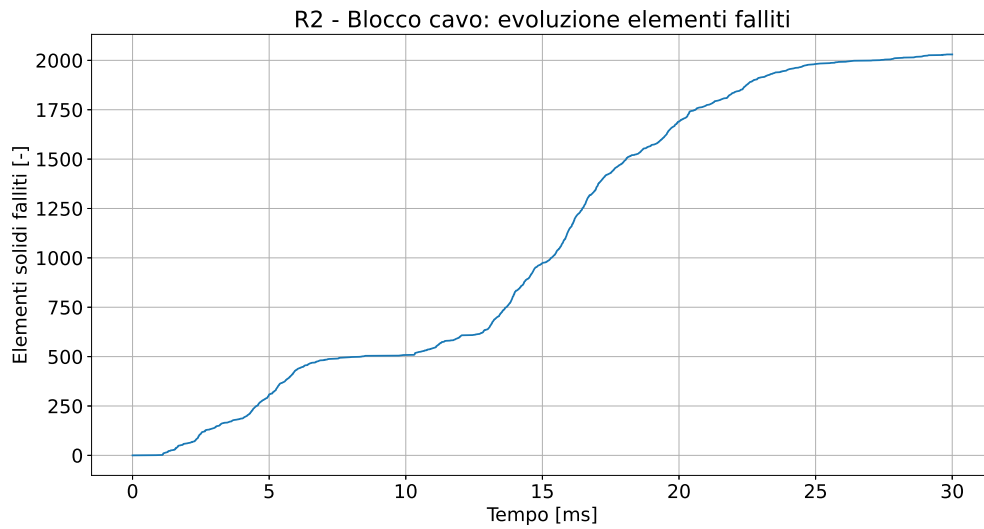


Figura 7.23: Caso R2: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

I principali indicatori del caso sono riassunti in Tabella 7.10.

Tabella 7.10: Grandezze principali del caso R2 (blocco cavo).

Grandezza	Valore
Massa del rottame	1,53 kg
Tempo finale simulazione	30,00 ms
Nodi totali del modello	41245
Elementi solidi totali del modello	39422
Nodi del rottame	3881
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	11936
elementi solidi erosi, N_{ero}	2030
Percentuale di elementi erosi, η_{ero}	17,01%
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$	0,85 ms
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$	30,89 kN
Istante di $F_{\text{res,max}}$	13,32 ms
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$	$3,18 \cdot 10^7$ N mm
Istante di $M_{\text{res,max}}$	2,07 ms
Energia cinetica globale massima, $E_{k,\text{max}}$	771,53 kJ
Istante di $E_{k,\text{max}}$	28,95 ms

Il caso R2 mostra che lo svuotamento interno modifica sensibilmente la risposta del rottame rispetto a un blocco pieno: la presenza della cavità e dell'apertura inferiore riduce la massa del componente e rende la geometria più sensibile a deformazione locale e collasso delle pareti. Il confronto quantitativo con il caso R1 non è tuttavia diretto, poiché R1 è stato eseguito su un modello alleggerito e con un tempo di simulazione inferiore.

7.4.4 Caso R3: tanica

Il caso R3 considera una tanica in HDPE come geometria di rottame in ingresso. Rispetto al blocco pieno e al blocco cavo, questa configurazione presenta una massa inferiore e una geometria più sottile, con pareti maggiormente sensibili a deformazione locale e instabilità durante l'ingaggio con i cutter. La configurazione iniziale del caso è mostrata in Figura 7.24.

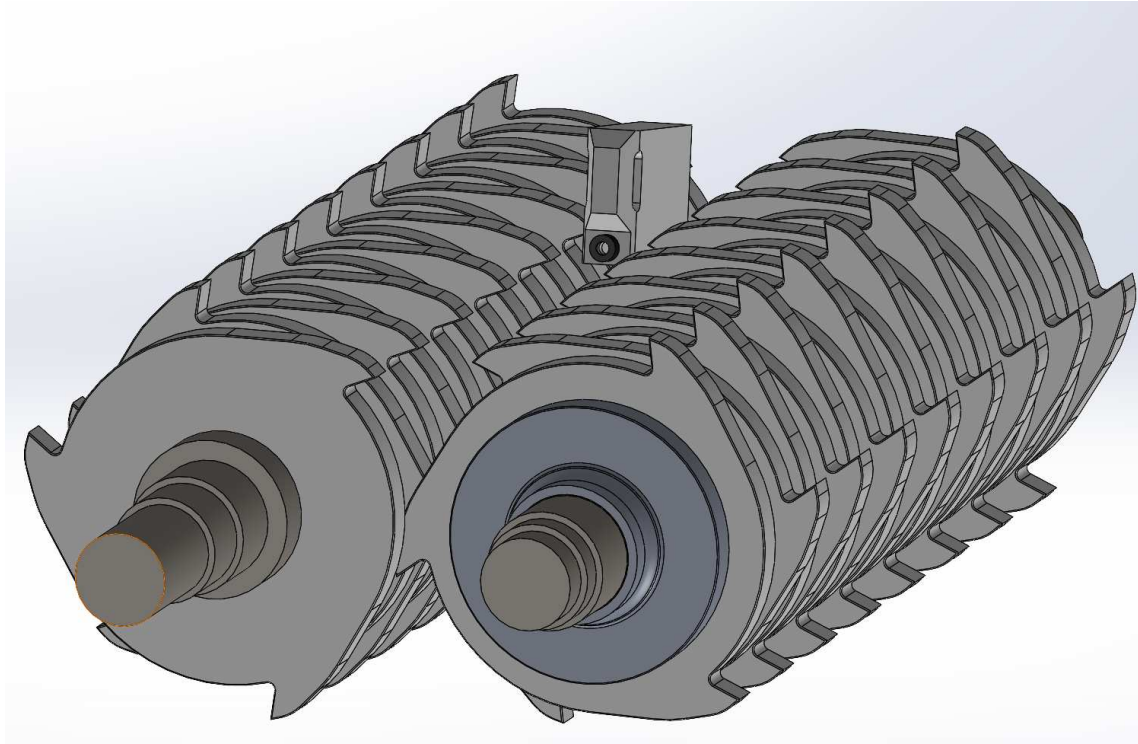


Figura 7.24: Configurazione iniziale del caso R3 (tanica in HDPE).

I risultati si riferiscono alla simulazione eseguita dopo il riposizionamento della tanica nella zona di taglio. Le risultanti di forza e momento sono state estratte dal file `rcforc` utilizzando la force transducer interface ID 683.

La massa del rottame, letta nel file `d3hsp` per il Part ID 67, è pari a 915 g. Il calcolo termina regolarmente al tempo finale di 20 ms.

La Figura 7.25 mostra l'andamento temporale della forza risultante. Il valore massimo è pari a 27,15 kN e si verifica a $t = 1,40$ ms. Il picco principale è concentrato nella prima fase di contatto, indicando un ingaggio iniziale rapido della tanica da parte dei cutter.

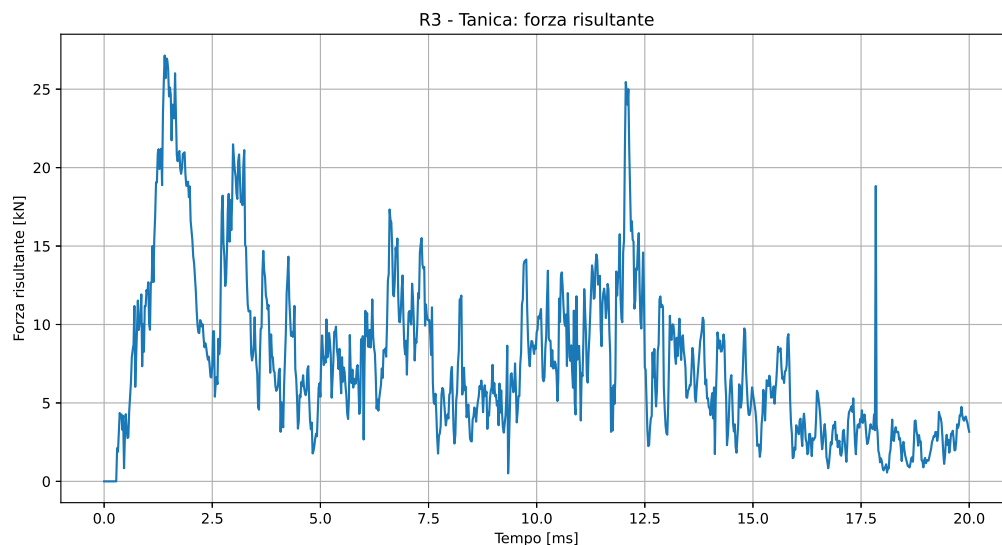


Figura 7.25: Caso R3: andamento temporale della forza risultante.

La Figura 7.26 riporta le componenti cartesiane della forza. In corrispondenza del picco della risultante, le componenti valgono $F_x = 6,96$ kN, $F_y = -26,19$ kN e $F_z = 1,53$ kN. Il massimo carico è quindi dominato dalla componente F_y , associata alla direzione prevalente di contrasto durante il primo ingaggio.

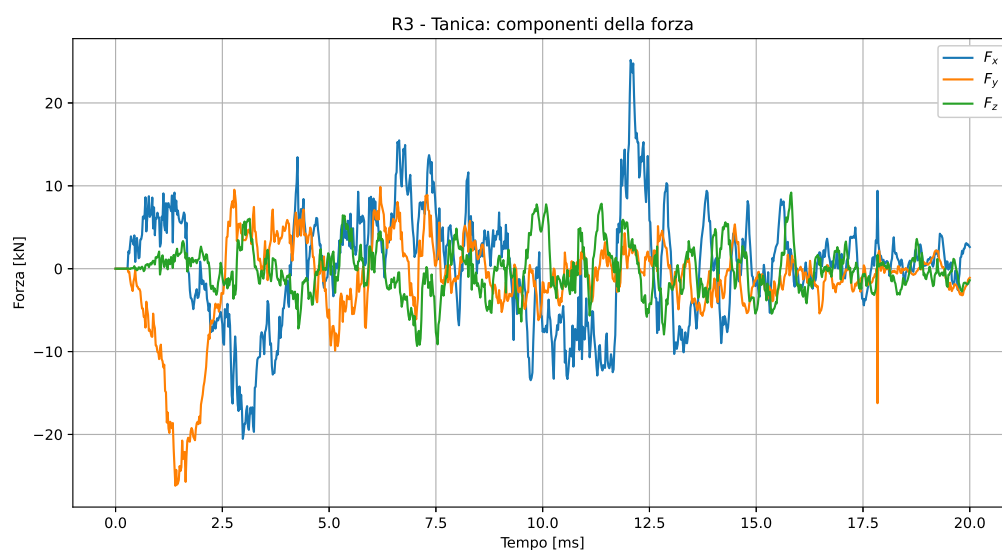


Figura 7.26: Caso R3: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

La Figura 7.27 mostra l'evoluzione del numero di elementi solidi erosi. Il primo elemento eroso compare a $t = 1,25$ ms. Al termine della simulazione risultano erosi 1050 elementi su 12392 elementi iniziali del rottame, pari all'8,47%.

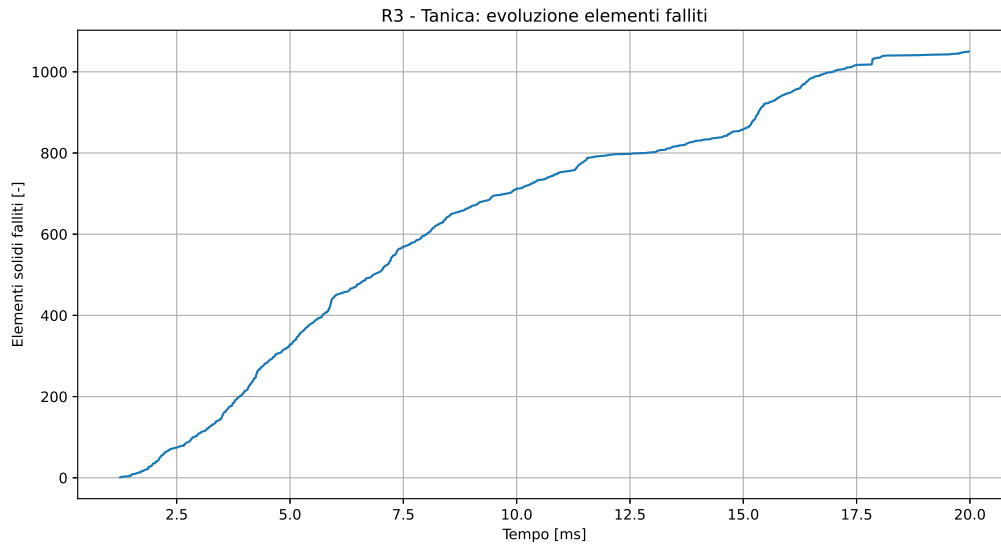


Figura 7.27: Caso R3: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

I principali indicatori del caso sono riassunti in Tabella 7.11.

Tabella 7.11: Grandezze principali del caso R3 (tanica in HDPE).

Grandezza	Valore
Massa del rottame	0,915 kg
Tempo finale simulazione	20,00 ms
Numero di cicli	55136
Tempo CPU	11520 s
Nodi totali del modello	41489
Elementi solidi totali del modello	39824
Nodi del rottame	4135
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	12392
elementi solidi erosi, N_{ero}	1050
Percentuale di elementi erosi, η_{ero}	8,47%
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$	1,25 ms
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$	27,15 kN
Istante di $F_{\text{res,max}}$	1,40 ms
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$	$2,83 \cdot 10^7$ N mm
Istante di $M_{\text{res,max}}$	12,06 ms
Energia cinetica globale massima, $E_{k,\text{max}}$	771,45 kJ
Istante di $E_{k,\text{max}}$	20,00 ms

Nel complesso, il caso R3 mostra una risposta caratterizzata da carichi di contatto contenuti rispetto al blocco pieno preliminare e da una frammentazione numerica limitata entro il tempo simulato. Il numero di elementi erosi è pari a 1050, corrispondente all'8,47% degli elementi iniziali della tanica. Il massimo momento risultante, pari a $2,83 \cdot 10^7$ N mm,

si verifica a $t = 12,06$ ms, quindi non coincide con l'istante di massimo della forza risultante. Lo stato finale della tanica è mostrato in Figura 7.28.

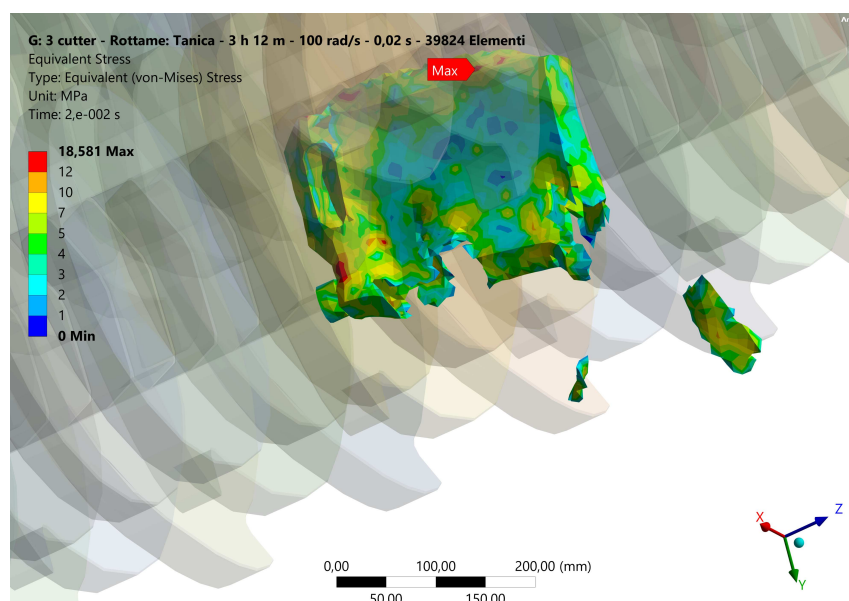


Figura 7.28: Frantumazione della tanica al termine della simulazione (caso R3).

Il risultato deve essere interpretato considerando che il tempo finale della simulazione è pari a 20 ms. La curva degli elementi erosi è ancora crescente nella parte finale del calcolo; pertanto il caso descrive l'evoluzione iniziale della frantumazione della tanica, non necessariamente la completa triturazione del componente.

7.4.5 Caso R4: pallet

Il caso R4 considera una geometria di rottame assimilabile a un pallet, modellata come corpo deformabile. Rispetto ai casi precedenti, questa geometria presenta un ingombro maggiore e una forma più estesa, con una superficie ampia che viene ingaggiata progressivamente dai cutter.

La geometria del pallet è stata scalata nel modello CAD, riducendone le dimensioni rispetto a un pallet reale. Tale scelta è stata necessaria per contenere l'ingombro del rottame nella zona di taglio e per evitare un aumento eccessivo del costo computazionale della simulazione. Il caso deve quindi essere interpretato come rappresentazione semplificata e scalata di un pallet, non come riproduzione geometrica a scala reale.

La massa del rottame, ricavata dalle proprietà geometriche del corpo deformabile in ANSYS, è pari a 10,725 kg. La mesh del pallet è costituita da 332 nodi e 848 elementi solidi. Tale discretizzazione è più grossolana rispetto a quella utilizzata per le geometrie precedenti; di conseguenza, i risultati del caso R4 vengono mantenuti nel confronto, ma devono essere letti come indicativi. In particolare, i picchi di forza e momento sono sensibili alla qualità della mesh e non devono essere interpretati come valori progettuali definitivi.

Il tempo finale della simulazione è pari a 20 ms. Tale intervallo risulta limitato rispetto all'ingombro del pallet: al termine del calcolo il rottame non attraversa completamente la

zona di taglio e la simulazione descrive soprattutto la fase iniziale di presa e deformazione. Il caso viene comunque riportato perché consente di valutare qualitativamente l'effetto di una geometria molto ingombrante rispetto a blocchi e taniche.

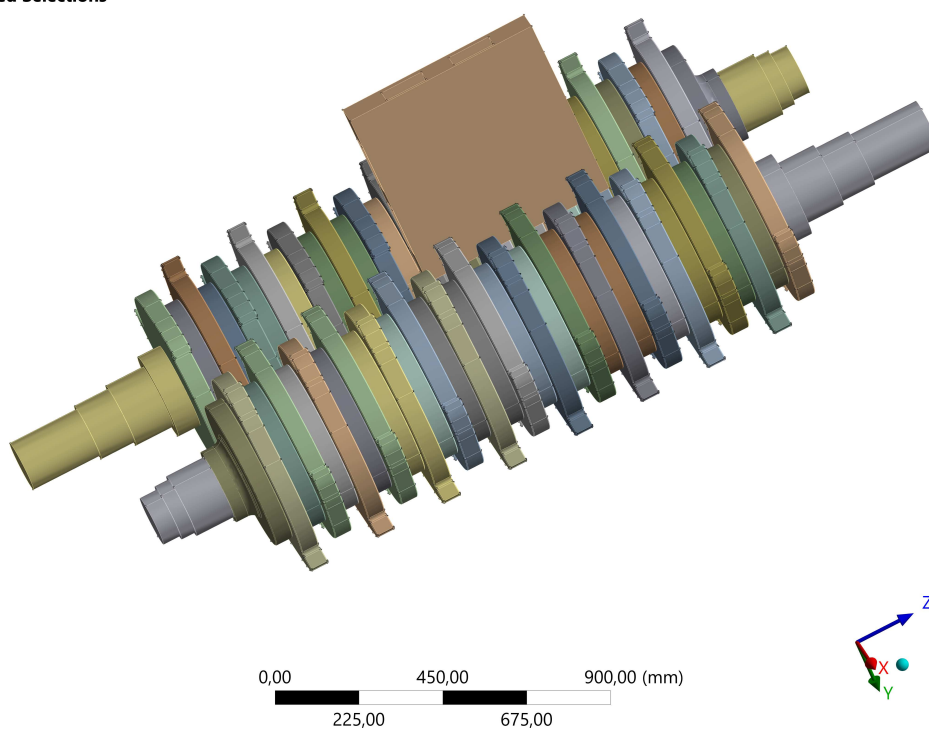
Named Selections

Figura 7.29: Caso R4: configurazione iniziale del pallet scalato nel modello LS-DYNA.

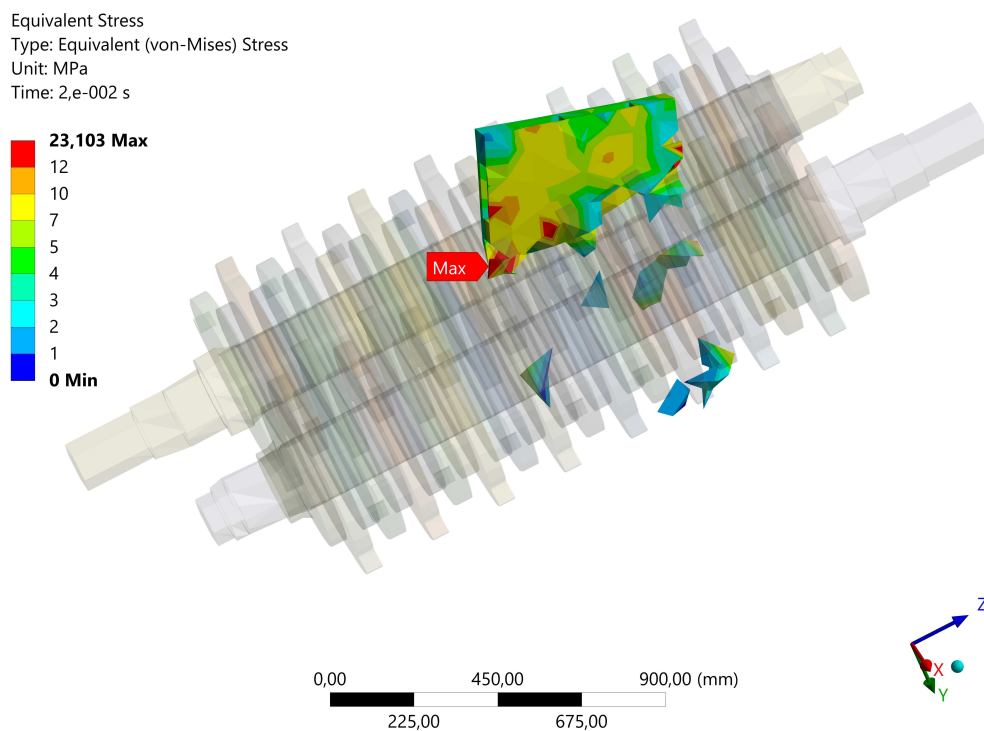


Figura 7.30: Caso R4: distribuzione della tensione equivalente sul pallet al termine della simulazione.

La Figura 7.30 mostra la distribuzione della tensione equivalente sul rottame deformabile al tempo finale. La tensione equivalente massima visualizzata è pari a 23,10 MPa ed è localizzata nella zona di contatto con i cutter. Il risultato viene utilizzato come indicazione qualitativa delle zone maggiormente sollecitate, mentre il confronto quantitativo tra i casi resta basato su forze, momenti, energia cinetica ed elementi erosi.

La Figura 7.31 mostra l'andamento della forza risultante estratta dalla force transducer interface ID 1348. Il valore massimo è pari a 1744,57 kN e si verifica a $t = 2,520$ ms. Questo picco è molto più elevato rispetto ai casi precedenti e deve essere interpretato con cautela, poiché è influenzato dalla mesh grossolana e dalla forte discontinuità dell'ingaggio iniziale tra pallet e cutter.

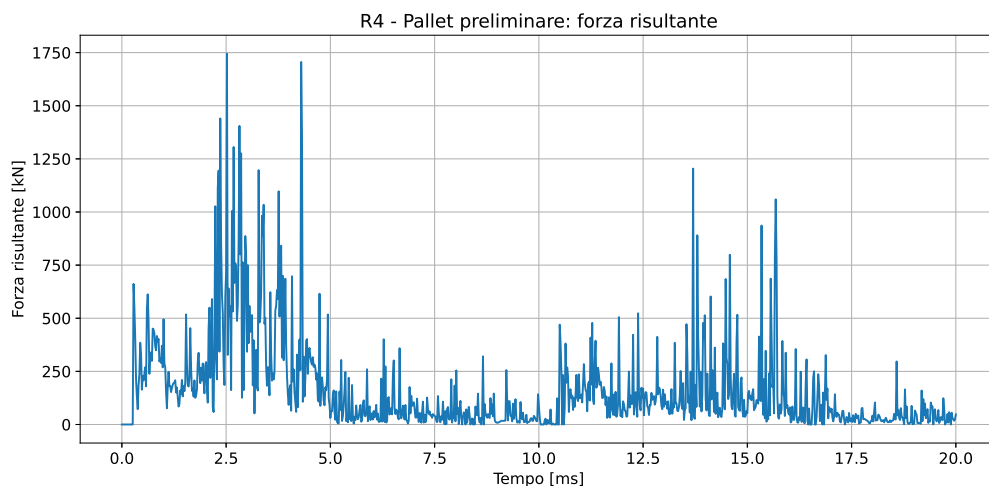


Figura 7.31: Caso R4: andamento temporale della forza risultante.

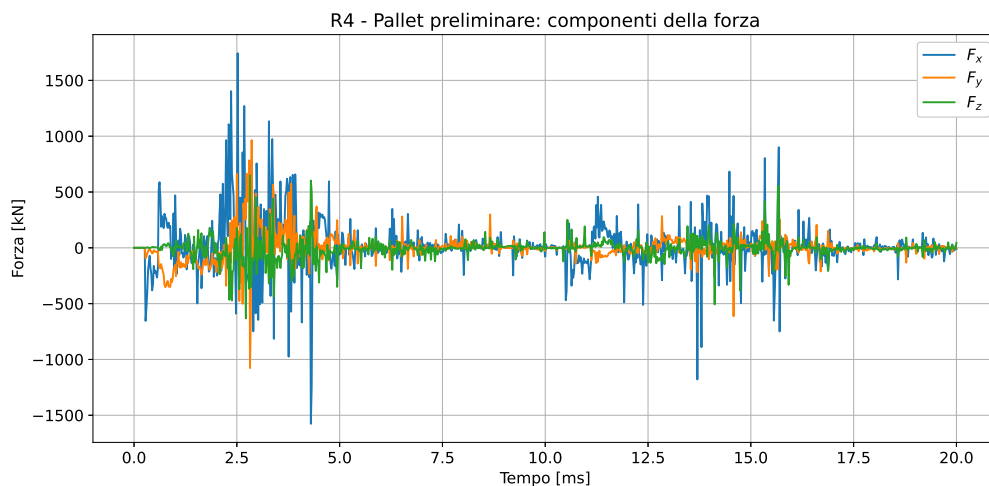


Figura 7.32: Caso R4: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

La Figura 7.33 riporta l'evoluzione cumulativa degli elementi solidi erosi. Nel tempo simulato risultano eliminati 329 elementi su 848, pari al 38,80%. Il valore percentuale è elevato, ma va interpretato considerando il basso numero iniziale di elementi del rottame. Per questo motivo, nel confronto finale il caso R4 viene considerato come caso indicativo di una geometria ingombrante e non come stima accurata della frammentazione reale di un pallet.

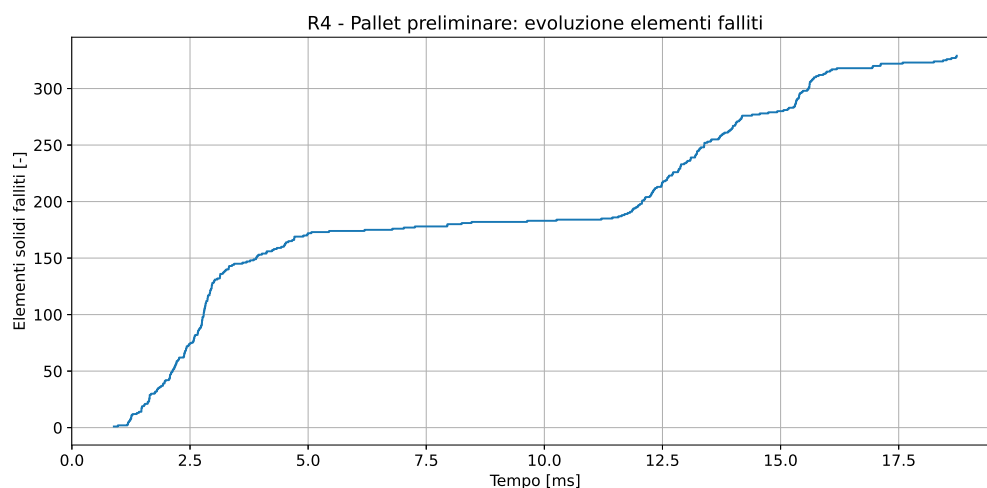


Figura 7.33: Caso R4: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

Tabella 7.12: Grandezze principali del caso R4 (pallet scalato).

Grandezza	Valore
Geometria del rottame	Pallet scalato
Materiale del rottame	HDPE
Massa del rottame [kg]	10,73
Tempo finale della simulazione [ms]	20,00
Numero di cicli	56026
Tempo di calcolo CPU [s]	778
Nodi del modello	37578
Elementi solidi del modello	28312
Nodi del rottame	332
Elementi solidi del rottame, N_0	848
Elementi solidi erosi, N_{ero}	329
Percentuale di elementi erosi, η_{ero} [%]	38,80
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$ [ms]	0,89
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$ [kN]	1744,57
Istante di $F_{\text{res,max}}$ [ms]	2,52
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$ [kN m]	1647,0
Istante di $M_{\text{res,max}}$ [ms]	2,52
Energia cinetica globale massima, $E_{k,\text{max}}$ [kJ]	780,65
Istante di $E_{k,\text{max}}$ [ms]	2,80

Il caso R4 evidenzia che una geometria molto ingombrante produce una risposta fortemente impulsiva nella fase iniziale di contatto. Il valore massimo della forza risultante è significativamente superiore rispetto agli altri casi, mentre il numero di elementi erosi risulta elevato in termini percentuali. Tuttavia, la mesh del pallet è costituita da un numero

limitato di elementi e il tempo simulato non consente di osservare l'intera evoluzione della frantumazione.

Per questi motivi, il caso R4 viene mantenuto nella campagna come caso rappresentativo di una geometria estesa e ingombrante, ma i risultati vengono interpretati con cautela. In particolare, il picco di forza e il numero di elementi erosi sono utilizzati per evidenziare la maggiore criticità dell'ingaggio del pallet, non come valori definitivi di dimensionamento.

7.4.6 Caso R5: bottiglia

Il caso R5 considera una geometria di rottame assimilabile a una bottiglia, modellata come corpo deformabile in HDPE.

Nel modello CAD la bottiglia è stata scalata con un fattore pari a 2 rispetto alla geometria inizialmente disegnata. Tale scelta è stata adottata perché, alla scala originaria, il rottame risultava troppo piccolo rispetto al diametro dei cutter e alla zona di taglio, producendo un ingaggio molto localizzato e una discretizzazione meno adatta all'analisi della deformazione e del failure. La geometria scalata consente invece di ottenere un'interazione più leggibile tra rottame e cutter e una mesh più adeguata alla valutazione della frammentazione numerica.

La massa del rottame, ricavata dal file `d3hsp` per il Part ID 67, è pari a 3,307 kg.

La simulazione termina regolarmente al tempo finale di 50,00 ms. Si osserva una discrepanza nel titolo automatico dello screenshot esportato da ANSYS, nel quale compare il valore 0,02 s; poiché sia il campo *Time* della figura sia il file `input.k` indicano 0,05 s, nel seguito viene assunto come corretto il tempo finale di 50 ms.

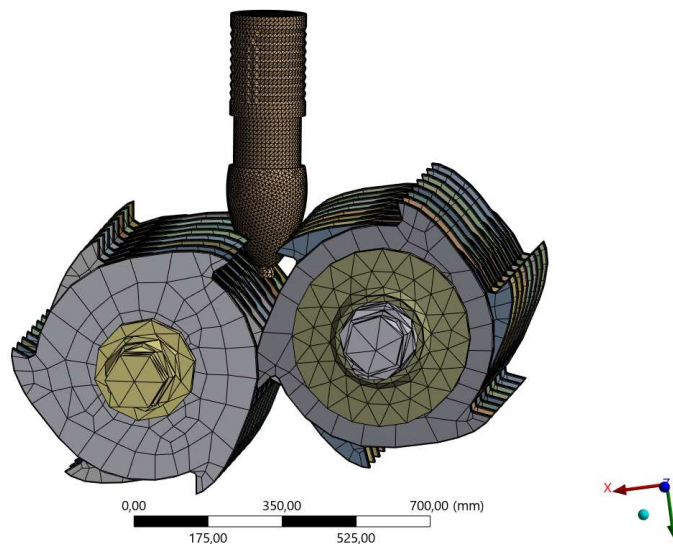


Figura 7.34: Caso R5: configurazione iniziale della bottiglia e discretizzazione del rottame deformabile.

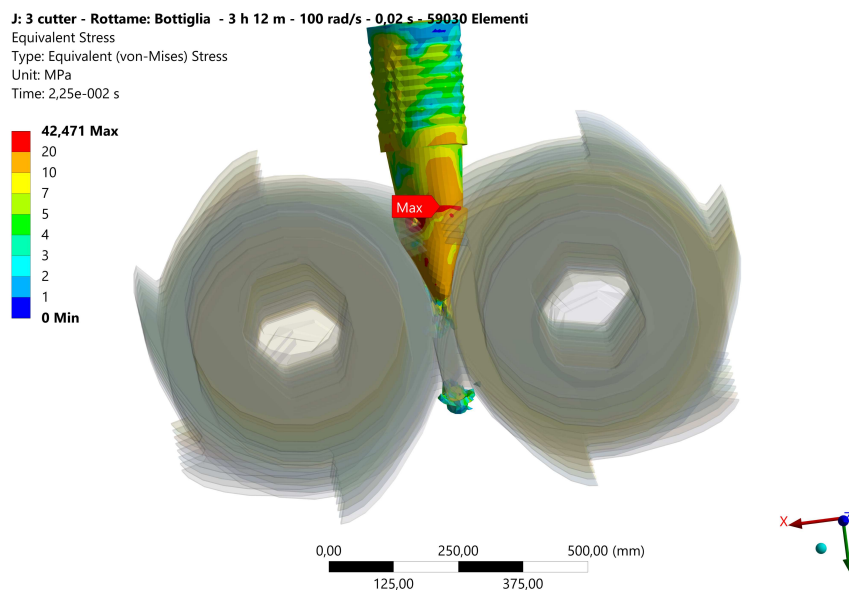


Figura 7.35: Caso R5: distribuzione della tensione equivalente sulla bottiglia durante la fase di ingaggio con i cutter.

La Figura 7.34 mostra la configurazione iniziale del caso R5. Rispetto ad altre geometrie della campagna, sulla bottiglia è stato applicato un *body sizing* dedicato, in modo da aumentare la densità della mesh sul rottame deformabile. Tale scelta è stata adottata per descrivere in modo più regolare la deformazione locale e l'attivazione del criterio di failure durante l'interazione con i cutter.

La Figura 7.35 riporta la distribuzione della tensione equivalente in una fase di ingaggio della bottiglia tra i due rotori. Nell'istante visualizzato, pari a $t = 22,5$ ms, la tensione equivalente massima indicata dalla scala grafica è pari a 42,71 MPa. Questo valore viene utilizzato come informazione locale riferita all'istante mostrato, non come massimo assoluto dell'intera simulazione. Il confronto quantitativo tra i casi resta quindi basato su forza risultante, momento risultante, energia cinetica globale ed elementi erosi.

La Figura 7.36 mostra l'andamento della forza risultante estratta dal file `rcforc`. Il valore massimo è pari a 41,18 kN e si verifica a $t = 35,450$ ms.

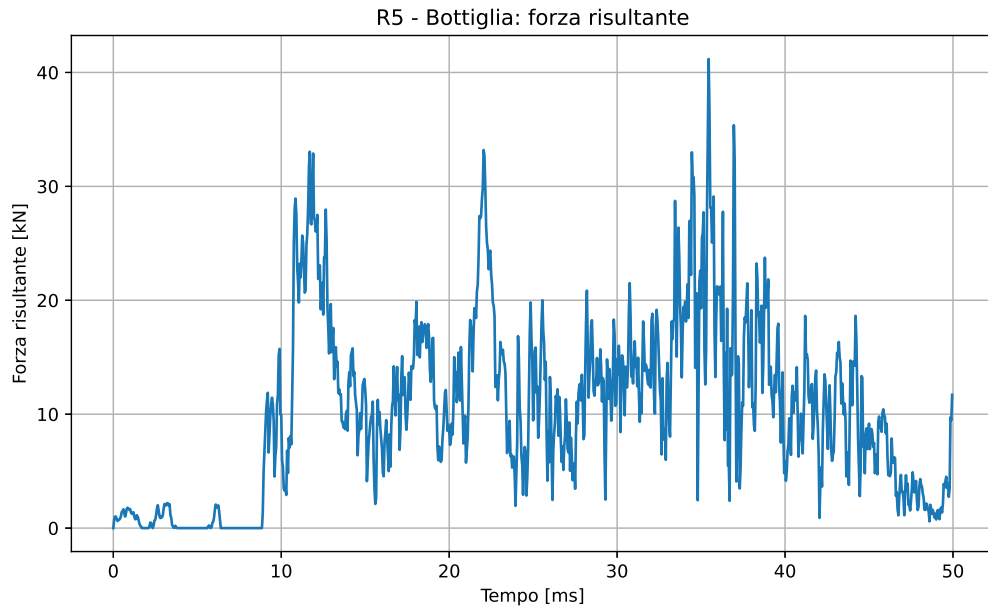


Figura 7.36: Caso R5: andamento temporale della forza risultante.

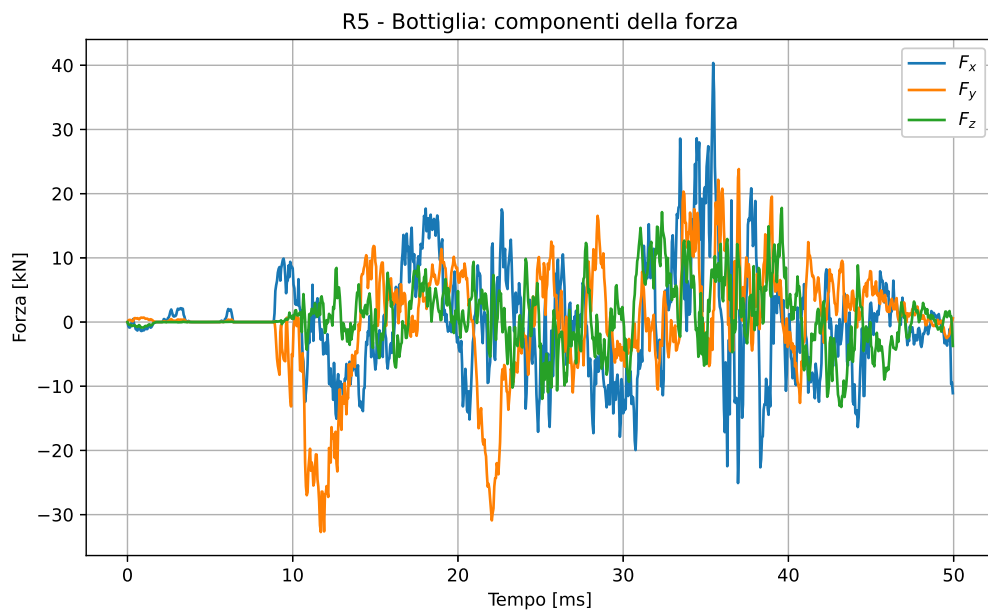


Figura 7.37: Caso R5: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

La Figura 7.38 riporta l'evoluzione cumulativa degli elementi solidi erosi. Nel tempo simulato risultano eliminati 5377 elementi su 32654, pari al 16,47%. Il primo elemento eroso compare a $t = 9,210$ ms.

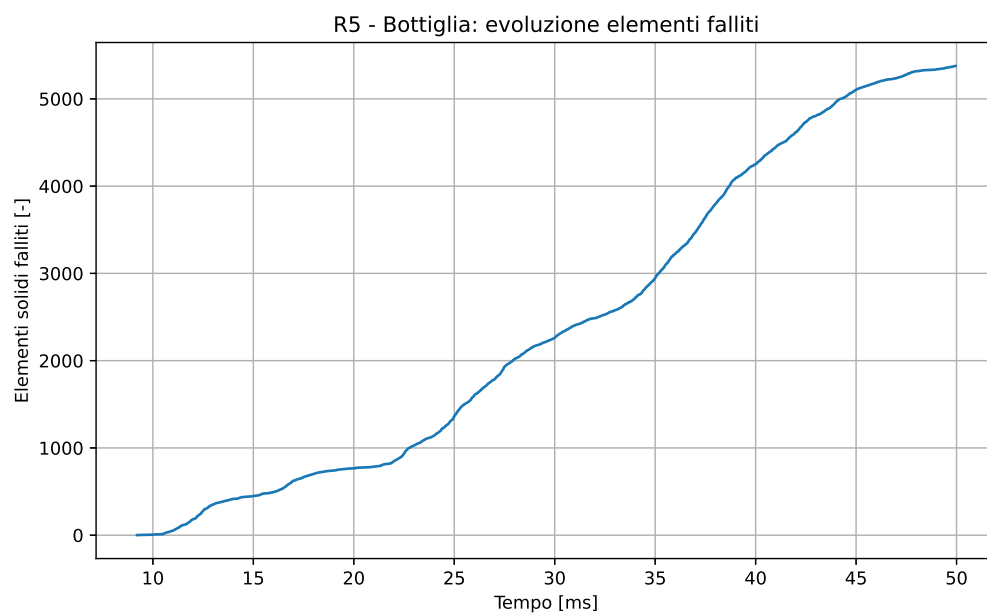


Figura 7.38: Caso R5: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

Tabella 7.13: Grandezze principali del caso R5, relativo alla bottiglia.

Grandezza	Valore
Geometria del rottame	Bottiglia
Configurazione cutter	3 denti
Materiale rottame	HDPE
Scala geometrica	Fattore 2 rispetto alla geometria CAD iniziale
Massa del rottame	3,307 kg
Part ID rottame	67
Force transducer interface utilizzata	ID 683
Interfaccia single surface principale	ID 682, non utilizzata per le risultanti
Tempo finale della simulazione	50,00 ms
Numero di cicli	139096
Tempo di calcolo CPU	2019 s
Nodi totali del modello	45313
Elementi solidi totali del modello	59030
Nodi del rottame	9013
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	32654
elementi solidi erosi, N_{ero}	5377
Percentuale di elementi erosi, η_{ero}	16,47%
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$	9,210 ms
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$	41,18 kN
Istante di $F_{\text{res,max}}$	35,450 ms
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$	$2,78 \cdot 10^7$ N mm
Istante di $M_{\text{res,max}}$	35,450 ms
Energia cinetica globale massima, $E_{\text{k,max}}$	774,55 kJ
Istante di $E_{\text{k,max}}$	41,050 ms

Il caso R5 mostra una frammentazione numerica significativa del rottame entro il tempo simulato. Il valore massimo della forza risultante è pari a 41,18 kN, mentre il numero di elementi erosi raggiunge 5377, corrispondenti al 16,47% degli elementi iniziali del rottame. La bottiglia rappresenta quindi un caso utile nel confronto tra le diverse geometrie, sia dal punto di vista dei carichi dinamici sia dal punto di vista della frammentazione numerica.

7.4.7 Caso R6: lattina

Il caso R6 considera una geometria di rottame assimilabile a una lattina. Come nei casi precedenti della campagna, la geometria è utilizzata come forma rappresentativa del rottame in ingresso e non come riproduzione esatta di un oggetto commerciale reale.

Il disegno quotato della lattina è riportato in Figura 7.39.

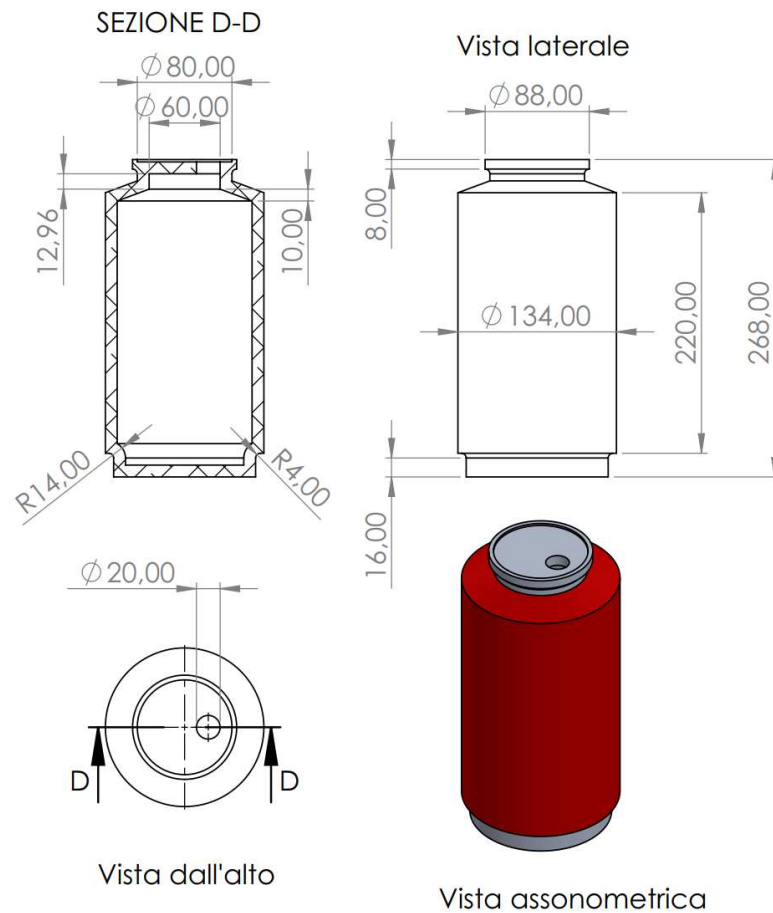


Figura 7.39: Caso R6: disegno quotato della lattina (quote in mm).

La lattina è stata scalata nel modello CAD con un fattore pari a 2 rispetto alla geometria iniziale. Tale scelta è stata adottata perché, alla scala originaria, il rottame risultava troppo piccolo rispetto al diametro dei cutter e alla zona di taglio, producendo un ingaggio molto localizzato e una discretizzazione meno adatta all'analisi della deformazione e del failure. La geometria scalata consente invece di rappresentare un contenitore cilindrico cavo di dimensioni più coerenti con l'interazione numerica tra rottame e cutter.

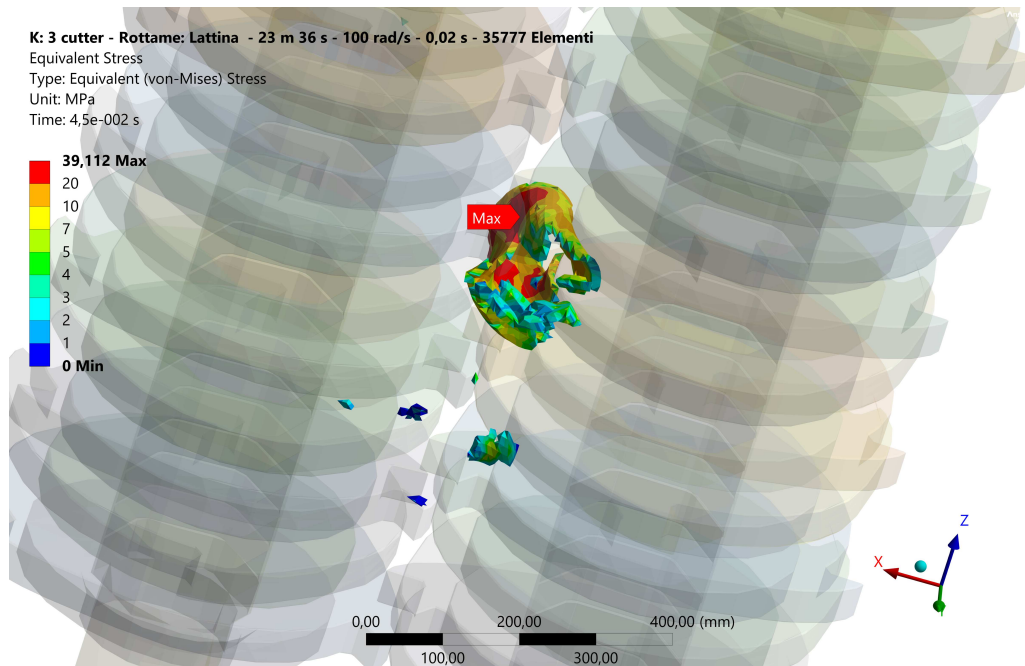


Figura 7.40: Caso R6: fase intermedia della frantumazione della lattina.

Per l'estrazione delle risultanti di forza e momento è stata utilizzata la force transducer interface ID 2960. L'interfaccia single surface principale ID 682 non viene invece utilizzata per il calcolo delle risultanti, poiché LS-DYNA la segnala come indefinita.

La massa del rottame non è stata letta direttamente dal file `d3hsp`, non disponibile tra gli output caricati, ma è stata stimata a partire dalla mesh del Part ID 67 e dalla densità del materiale riportata nel file `input.k`. Il volume del rottame ottenuto dalla mesh è pari a circa $1,15 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$; con densità pari a 950 kg/m^3 , la massa stimata risulta pari a 1,09 kg.

La simulazione termina regolarmente al tempo finale di 50,00 ms. La Figura 7.41 mostra l'andamento della forza risultante estratta dal file `rcforc`. Il valore massimo è pari a 65,69 kN e si verifica a $t = 17,950 \text{ ms}$.

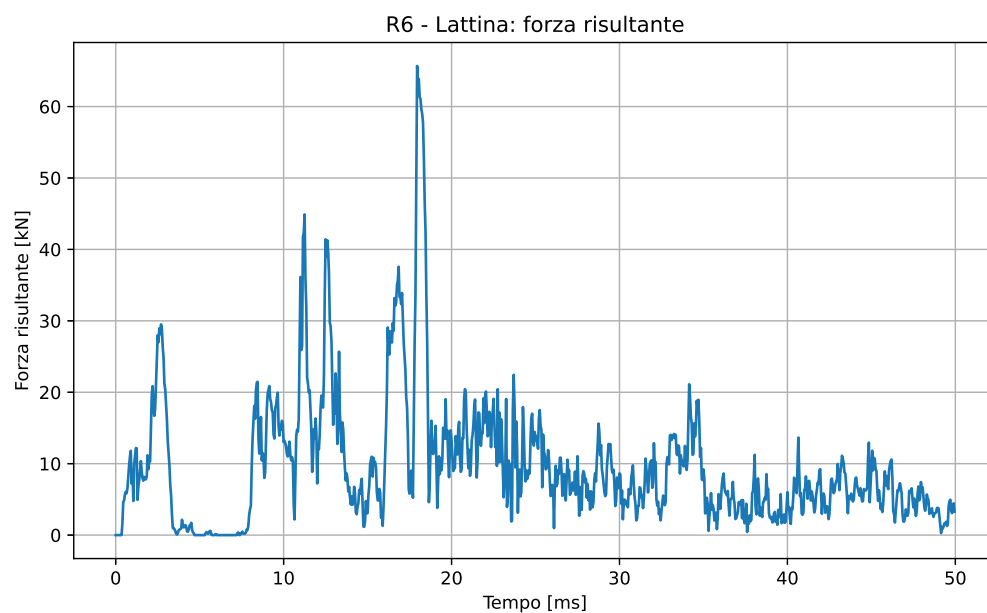


Figura 7.41: Caso R6: andamento temporale della forza risultante.

La Figura 7.42 riporta le componenti cartesiane della forza. In corrispondenza del picco della risultante, le componenti sono pari a $F_x = 56,11$ kN, $F_y = 34,14$ kN e $F_z = 0,31$ kN. Il massimo carico è quindi dominato dalle componenti nel piano XY , mentre la componente F_z risulta limitata.

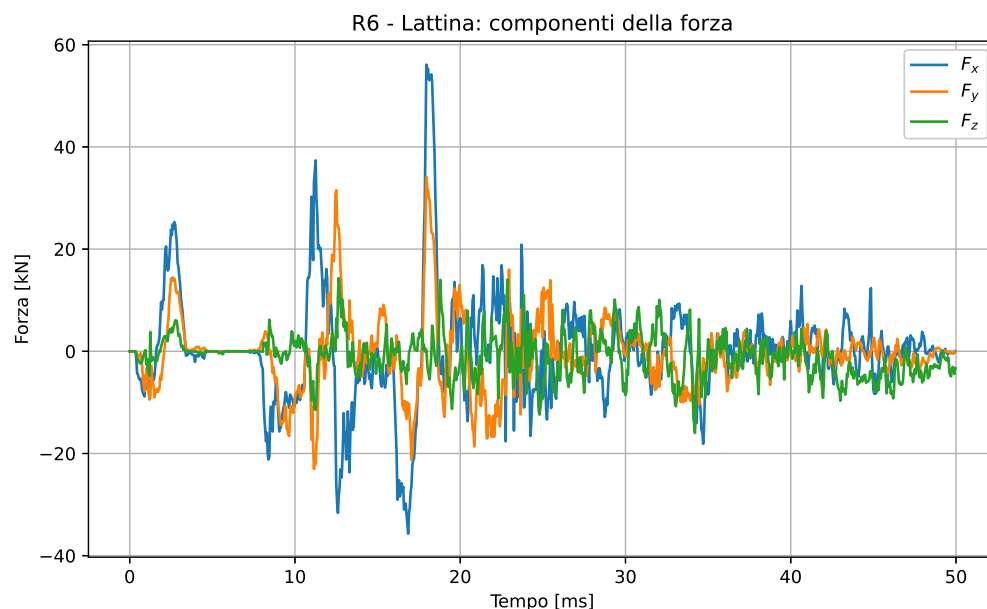


Figura 7.42: Caso R6: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

La Figura 7.43 riporta l'evoluzione cumulativa degli elementi solidi erosi. Nel tempo simulato risultano eliminati 2280 elementi su 8445, pari al 27,00%. Il primo elemento eroso compare a $t = 0,912$ ms.

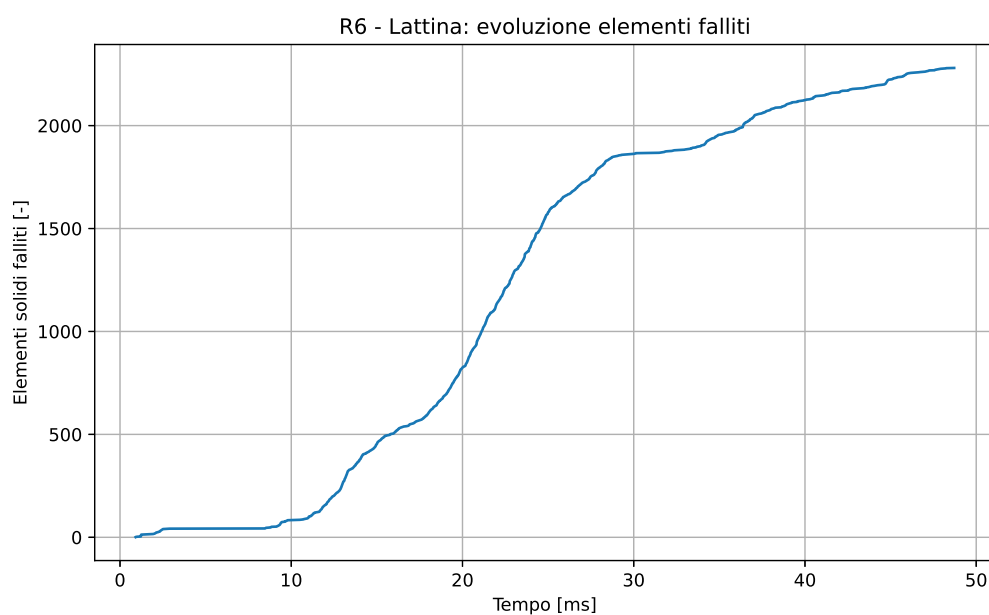


Figura 7.43: Caso R6: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

Tabella 7.14: Grandezze principali del caso R6, relativo alla lattina scalata.

Grandezza	Valore
Geometria del rottame	Lattina scalata
Rappresentazione geometrica	Contenitore cilindrico cavo semplificato
Scala geometrica	Fattore 2 rispetto alla geometria CAD iniziale
Configurazione cutter	3 denti
Materiale rottame	HDPE
Part ID rottame	67
Massa stimata del rottame	1,092 kg
Force transducer interface utilizzata	ID 2960
Interfaccia single surface principale	ID 682, non utilizzata per le risultanti
Tempo finale della simulazione	50,00 ms
Numero di cicli	136998
Tempo di calcolo CPU	1417 s
Nodi totali del modello	39906
Elementi solidi totali del modello	35777
Nodi del rottame	2568
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	8445
elementi solidi erosi, N_{ero}	2280
Percentuale di elementi erosi, η_{ero}	27,00%
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$	0,912 ms
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$	65,69 kN
Istante di $F_{\text{res,max}}$	17,950 ms
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$	$4,33 \cdot 10^7$ N mm
Istante di $M_{\text{res,max}}$	17,950 ms
Energia cinetica globale massima, $E_{\text{k,max}}$	777,85 kJ
Istante di $E_{\text{k,max}}$	49,700 ms

Il caso R6 mostra una risposta con forza risultante massima pari a 65,69 kN e una frammentazione numerica pari a 2280 elementi erosi, corrispondenti al 27,00% degli elementi iniziali del rottame. La geometria scalata consente di ottenere un ingaggio più leggibile rispetto alla scala originaria della lattina e rende il caso confrontabile con le altre geometrie della campagna, pur dovendo essere interpretato come contenitore cilindrico cavo semplificato e non come lattina reale in scala 1:1.

7.4.8 Caso R7: piastra piana

Il caso R7 considera un rottame assimilabile a una piastra piana in HDPE, modellata come corpo deformabile. La geometria è costituita da una lastra rettangolare di dimensioni nominali $1000 \times 500 \times 30$ mm.

La scelta della geometria è stata effettuata prendendo come riferimento una lastra piana commerciale in HDPE di pari dimensioni nominali. Lo spessore di 30 mm consente

di rappresentare un pannello massivo, ma ancora riconducibile alla categoria delle lastre piane estruse in PE-HD. Tale valore rientra nel campo di spessori indicato dalla norma ISO 14632:2021 per lastre piane estruse in PE-HD, pari a 0,5–40 mm [110]. Il caso non rappresenta quindi un rottame generico privo di riferimento geometrico, ma una piastra semplificata compatibile con formati commerciali disponibili per lastre in HDPE [111, 112].

La massa del rottame, ricavata dal file `d3hsp` per il Part ID 67, è pari a 0,014249 t, corrispondenti a 14,249 kg. Il valore è coerente con la massa teorica ottenuta considerando il volume della piastra $1,000 \times 0,500 \times 0,030 \text{ m}^3$ e una densità dell'HDPE pari a circa 950 kg/m^3 , da cui si ottiene 14,25 kg.

Per l'estrazione delle risultanti di forza e momento è stata utilizzata la force transducer interface ID 683. L'interfaccia single surface principale ID 682 non viene invece utilizzata per il calcolo delle risultanti, poiché LS-DYNA la segnala come indefinita.

La simulazione è stata eseguita con tempo finale pari a 40,00 ms, valore impostato in `*CONTROL_TERMINATION`. Il calcolo termina regolarmente dopo 108623 cicli, con un tempo CPU pari a 873 s.

La Figura 7.44 mostra l'andamento della forza risultante estratta dal file `rcforc`. Il valore massimo è pari a 514,98 kN e si verifica a $t = 24,800 \text{ ms}$.

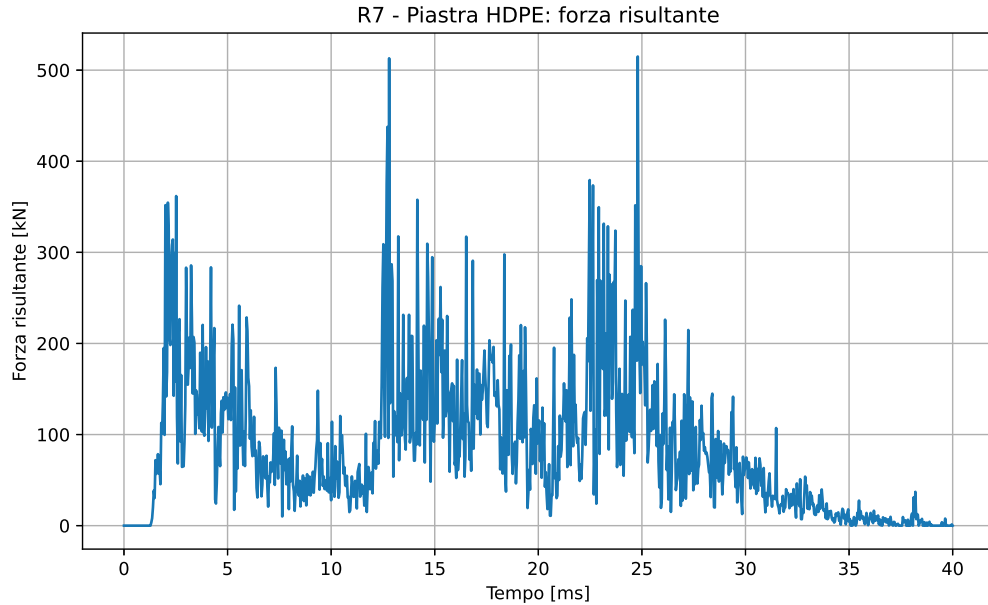


Figura 7.44: Caso R7: andamento temporale della forza risultante.

La Figura 7.45 riporta le componenti cartesiane della forza di contatto. In corrispondenza del picco della risultante, le componenti sono pari a $F_x = 471,19 \text{ kN}$, $F_y = 196,46 \text{ kN}$ e $F_z = -67,70 \text{ kN}$. Il massimo carico è quindi dominato dalla componente F_x , associata alla direzione prevalente di trascinamento e contrasto della piastra durante l'ingaggio.

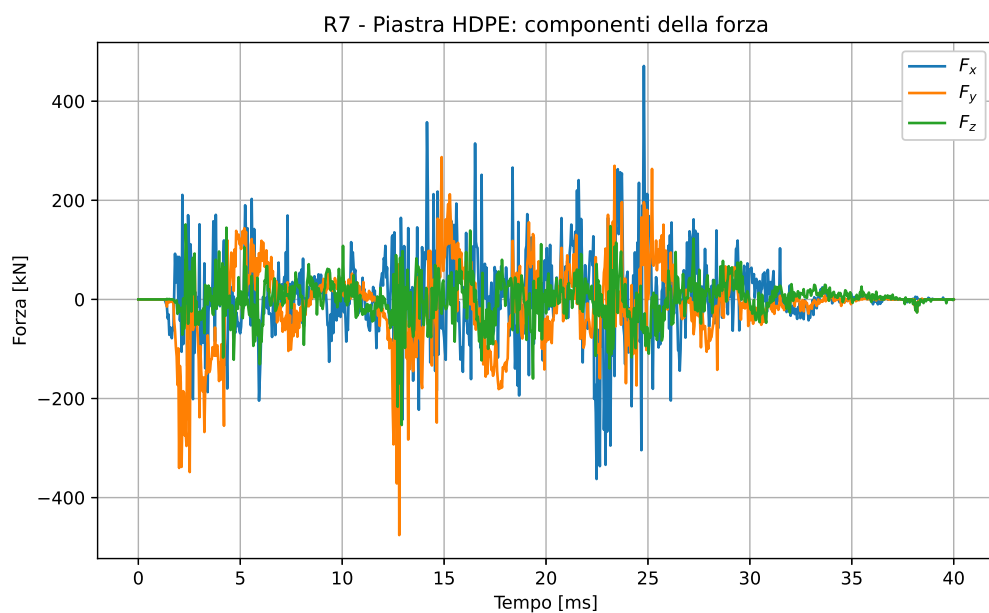


Figura 7.45: Caso R7: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

La Figura 7.46 riporta l'evoluzione cumulativa degli elementi solidi erosi. Nel tempo simulato risultano eliminati 329 elementi su 1176, pari al 27,98%. Il primo elemento eroso compare a $t = 2,250$ ms.

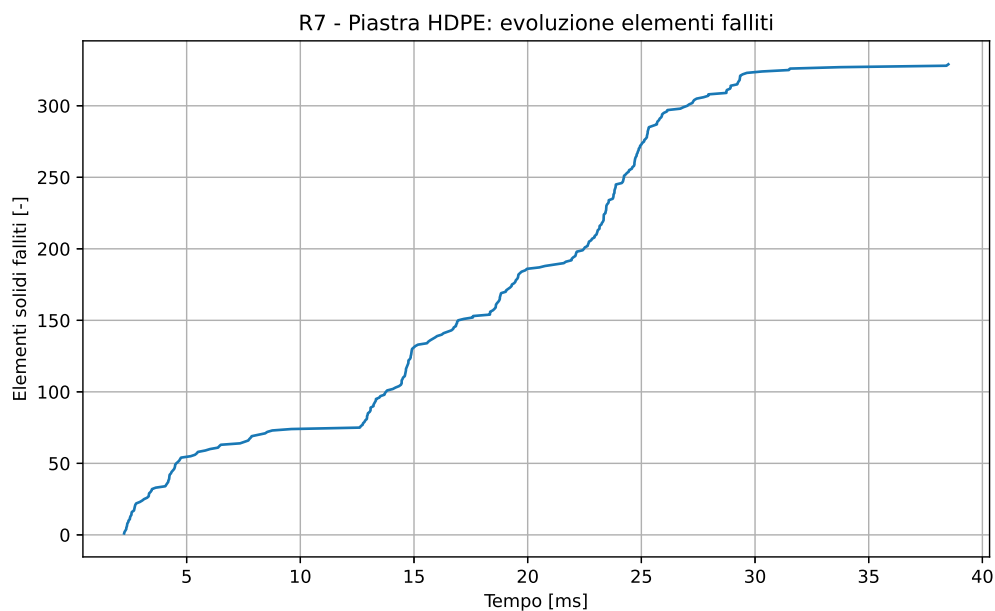


Figura 7.46: Caso R7: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

Tabella 7.15: Grandezze principali del caso R7, relativo alla piastra piana in HDPE.

Grandezza	Valore
Geometria del rottame	Piastra piana in HDPE
Riferimento geometrico	Lastra commerciale $1000 \times 500 \times 30$ mm
Spessore nominale	30 mm
Configurazione cutter	3 denti
Materiale rottame	HDPE
Part ID rottame	67
Massa da d3hsp	14,249 kg
Massa teorica	14,25 kg
Force transducer interface utilizzata	ID 683
Interfaccia single surface principale	ID 682, non utilizzata per le risultanti
Tempo finale della simulazione	40,00 ms
Numero di cicli	108623
Tempo di calcolo CPU	873 s
Nodi totali del modello	39338
Elementi solidi totali del modello	28130
Nodi del rottame	2500
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	1176
elementi solidi erosi, N_{ero}	329
Percentuale di elementi erosi, η_{ero}	27,98%
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$	2,250 ms
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$	514,98 kN
Istante di $F_{\text{res,max}}$	24,800 ms
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$	$5,54 \cdot 10^8$ N mm
Istante di $M_{\text{res,max}}$	24,80 ms
Energia cinetica globale massima, $E_{\text{k,max}}$	871,93 kJ
Istante di $E_{\text{k,max}}$	25,24 ms
Energia interna globale massima	269,33 kJ

La piastra produce una forza risultante massima pari a 514,98 kN e determina l'erosione numerica di 329 elementi, corrispondenti al 27,98% degli elementi iniziali del rottame.

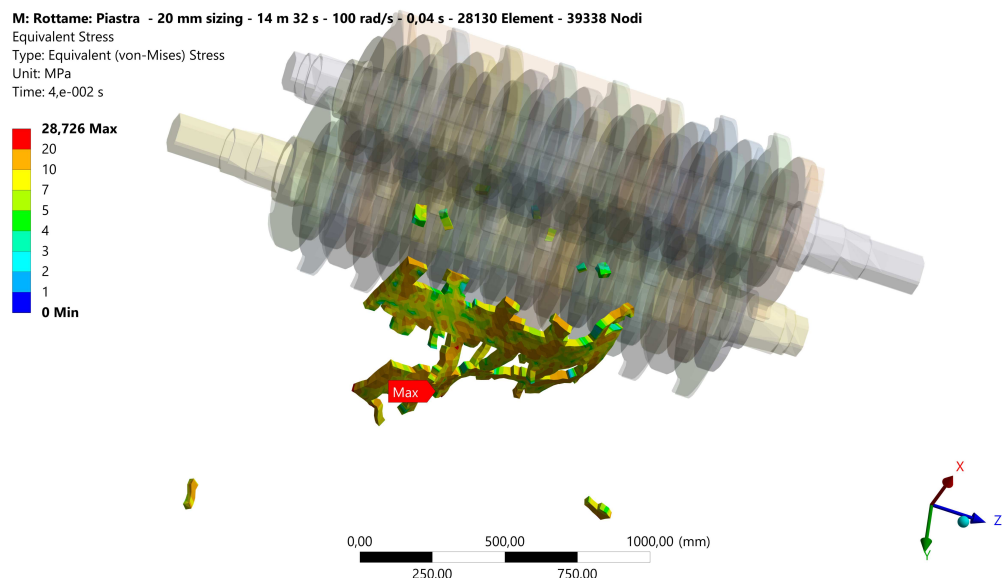


Figura 7.47: Condizione della piastra a fine frantumazione.

7.4.9 Risultati tra le diverse geometrie di rottame

Il confronto tra le diverse geometrie di rottame viene condotto considerando congiuntamente la frammentazione numerica del rottame e la severità dei carichi dinamici trasmessi ai rotori. A tale scopo sono stati utilizzati come indicatori principali il numero di elementi erosi N_{ero} , la percentuale di elementi erosi η_{ero} , la forza risultante massima $F_{\text{res,max}}$ e il momento risultante massimo $M_{\text{res,max}}$. Le tensioni equivalenti visualizzate nei singoli casi sono invece impiegate come supporto qualitativo per individuare le zone maggiormente sollecitate, ma non come criterio primario di selezione, poiché i valori massimi locali possono essere influenzati dal contatto, dalla mesh e dall'istante di output considerato.

Il riepilogo degli indicatori principali è riportato in Tabella 7.16. Il caso R1 è mantenuto in tabella per completezza, ma non viene utilizzato nella scelta finale poiché deriva da un modello preliminare alleggerito. Anche il caso R4 deve essere interpretato con cautela, in quanto relativo a un pallet scalato e discretizzato con un numero limitato di elementi solidi.

Tabella 7.16: Confronto sintetico tra le geometrie di rottame analizzate.

Caso	Geometria	N_0	N_{ero}	η_{ero} [%]	$F_{\text{res,max}}$ [kN]	$M_{\text{res,max}}$ [kN m]
R1	Blocco pieno	4640	1291	27,82	391,26	455,0
R2	Blocco cavo	11936	2030	17,01	30,89	31,8
R3	Tanica	12392	1050	8,47	27,15	28,3
R4	Pallet scalato	848	329	38,80	1744,57	1647,0
R5	Bottiglia scalata	32654	5377	16,47	41,18	27,8
R6	Lattina scalata	8445	2280	27,00	65,69	43,3
R7	Piastra piana	1176	329	27,98	514,98	554,0

La Figura 7.48 mostra il confronto della percentuale di elementi erosi per i casi R2–R7. Il pallet scalato presenta il valore percentuale più elevato, pari al 38,80%, ma tale risultato

è fortemente influenzato dal numero ridotto di elementi iniziali del rottame. Tra i casi numericamente più regolari, la lattina scalata e la piastra piana presentano percentuali simili, rispettivamente pari al 27,00% e al 27,98%. La bottiglia, pur avendo il maggior numero assoluto di elementi erosi, pari a 5377, presenta una percentuale più contenuta a causa della mesh più fitta del rottame.

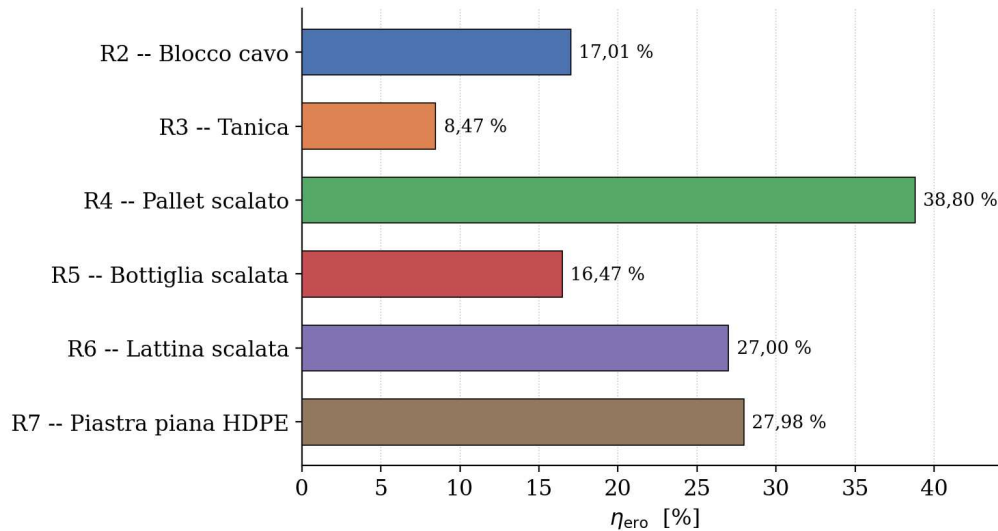


Figura 7.48: Confronto della percentuale di elementi erosi nelle geometrie R2–R7.

La Figura 7.49 riporta il confronto della forza risultante massima. Poiché i valori coprono ordini di grandezza differenti, l'asse delle ascisse è rappresentato in scala logaritmica. Il pallet scalato produce il picco più elevato, pari a 1744,57 kN, confermando il carattere impulsivo e critico dell'ingaggio iniziale. Tra gli altri casi, la piastra piana genera il carico massimo più severo, pari a 514,98 kN, mentre blocco cavo, tanica, bottiglia e lattina producono valori sensibilmente più contenuti.

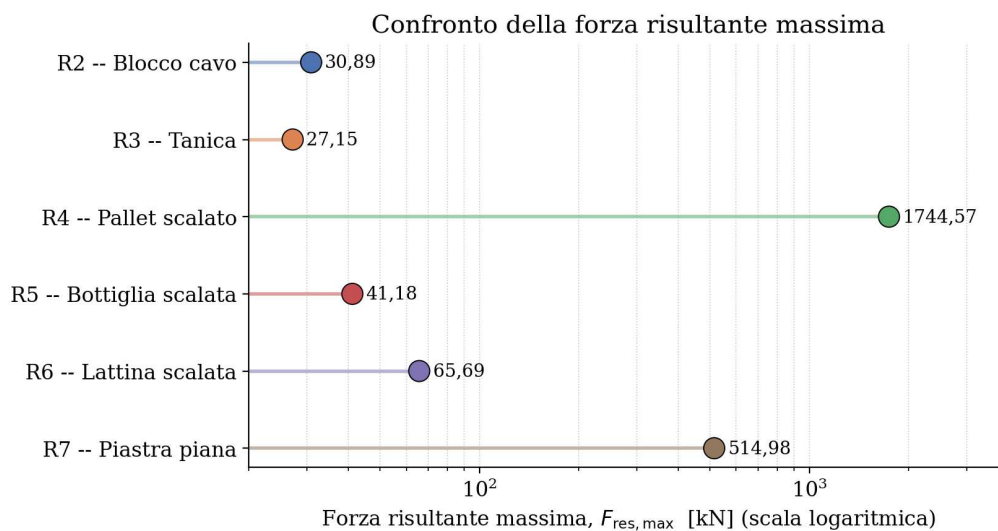


Figura 7.49: Confronto della forza risultante massima nelle geometrie R2–R7.

La Figura 7.50 mette in relazione la frammentazione numerica con la forza risultante massima. Il grafico permette di distinguere i casi che producono una frammentazione elevata con carichi moderati da quelli che, al contrario, generano carichi molto elevati. La lattina scalata mostra un buon rapporto tra percentuale di elementi erosi e forza massima, ma rimane una geometria semplificata e scalata. La piastra piana, pur richiedendo carichi più elevati, coinvolge una zona di contatto più ampia e fornisce una risposta più severa e più rappresentativa per valutare il comportamento dei cutter.

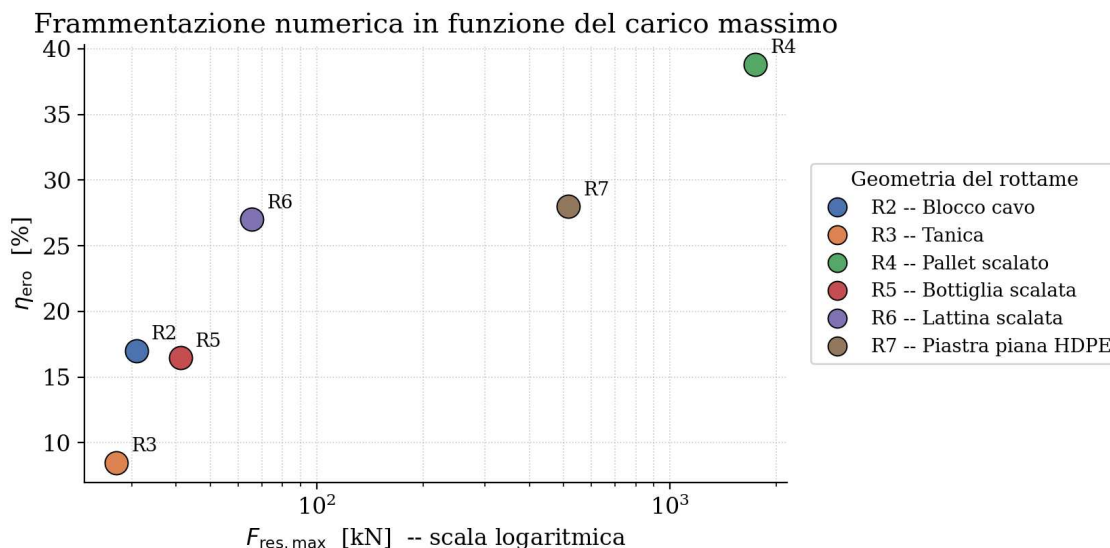


Figura 7.50: Relazione tra percentuale di elementi erosi e forza risultante massima per le geometrie R2–R7.

Nel complesso, i contenitori cavi e scalati, come bottiglia e lattina, sono utili per osservare il collasso locale di geometrie sottili, ma la loro rappresentatività dipende dalla scala adottata e dalla semplificazione geometrica. Il blocco cavo e la tanica generano carichi contenuti, ma mostrano una frammentazione numerica più limitata nel tempo di simulazione considerato. Il pallet scalato evidenzia invece una condizione molto gravosa, ma il basso numero di elementi iniziali e la mesh grossolana non consentono di utilizzarlo come caso quantitativo di riferimento.

Per queste ragioni, il caso R7, relativo alla piastra piana in HDPE, viene selezionato come geometria di riferimento. La scelta non è basata sui valori quantitativi di forza massima o di erosione ottenuti con la discretizzazione preliminare, ma sulla regolarità della geometria, sull'ingaggio di una porzione ampia della zona di taglio, sulla semplicità di riproduzione e sulla possibilità di controllare sistematicamente la discretizzazione. La piastra costituisce quindi un caso semplice e ripetibile per le successive analisi di sensibilità e per il confronto tra materiali e condizioni operative. I risultati ottenuti con la mesh preliminare da 20 mm non vengono assunti come valori quantitativi di riferimento e sono rivalutati nel successivo studio di sensibilità alla mesh.

7.4.10 Studio di sensibilità alla mesh del rottame

In un modello a elementi finiti la taglia della mesh è una scelta dell'analista, non un dato del problema: prima di trarre conclusioni occorre quindi verificare che i risultati non dipendano da questa scelta, ripetendo la stessa simulazione con discretizzazioni via via più fini. In altre parole, si vuole verificare se il risultato è una conseguenza del modello fisico impostato oppure della dimensione scelta per gli elementi: una mesh troppo grossolana può infatti produrre una frattura artificiale, mentre una mesh troppo fine può aumentare molto il costo computazionale senza fornire un vantaggio proporzionato. Il caso R7 è stato assunto come riferimento per questa analisi di convergenza. La piastra è stata discretizzata con dieci taglie del *Body Sizing* comprese tra 30 mm e 2 mm, mantenendo invariato tutto il resto del modello: geometria e configurazione dei rotori, materiale HDPE con deformazione plastica a rottura pari a 0,5, contatti, moto imposto a 100 rad/s, gravità e tempo finale di 40 ms, senza ricorso al *mass scaling*.

In tutte le run il passo temporale è imposto dalla stabilità del contatto e vale $3,68 \cdot 10^{-7}$ s, identico per tutte le taglie: le nove taglie da 30 mm a 5 mm completano gli stessi 108623 cicli e terminano regolarmente. La taglia 2 mm, dal costo di calcolo di gran lunga più elevato (35394 s), è stata interrotta manualmente a 20,68 ms: i suoi valori sono riferiti all'istante di interruzione e contrassegnati nelle tabelle. La discretizzazione nello spessore cresce con l'infittimento: un solo elemento nei 30 mm di spessore per le taglie da 30 mm a 20 mm, due strati per 15 mm e 12 mm, tre per 10 mm, quattro per 8 mm, sei per 5 mm e quindici per 2 mm. La massa della piastra si mantiene al valore nominale di 14,25 kg, con scarti del valore diagnostico letto dal file **d3hsp** inferiori al 2% e di natura puramente numerica, essendo le griglie strutturate esatte.

Oltre alle grandezze già impiegate per i singoli casi, il confronto include l'impulso della forza risultante

$$I = \int_0^{t_{\text{fin}}} F_{\text{res}}(t) dt, \quad (7.5)$$

che rappresenta l'area sottesa dalla curva forza-tempo. Questa grandezza tiene conto dell'intera interazione tra denti e rottame ed è quindi meno sensibile a un singolo picco isolato della forza. La Tabella 7.17 riassume i risultati delle dieci taglie.

Tabella 7.17: Analisi di convergenza: risultati al variare della taglia di mesh del rottame.

h [mm]	N_0	N_{ero}	η_{ero} [%]	$F_{\text{res,max}}$ [kN]	$M_{\text{res,max}}$ [10^7 N mm]	I [kN s]
30	561	216	38,50	1032,32	117,07	5,11
25	800	261	32,62	986,58	73,57	4,62
22	990	295	29,80	579,60	57,88	4,02
20	1176	329	27,98	514,98	55,37	3,46
15	4422	809	18,29	444,52	33,87	2,75
12	6972	1059	15,19	325,54	26,17	2,29
10	14550	1993	13,70	336,02	25,97	1,86
8	31500	3511	11,15	295,06	22,92	2,21
5	120000	9355	7,80	221,97	17,22	2,18
2 [†]	1875000	12385	0,66	150,52	11,41	0,91

[†] Simulazione interrotta a 20,68 ms: valori riferiti all'istante di interruzione.

La Figura 7.51 sovrappone gli andamenti temporali della forza risultante per tutte le taglie; la Figura 7.52 riporta l'evoluzione percentuale degli elementi erosi. Gli andamenti del picco di forza e della frazione finale di elementi erosi in funzione della taglia sono mostrati in Figura 7.53 e Figura 7.54. Le Figure 7.55, 7.56 e 7.57 mostrano infine lo stato del rottame alle taglie di 20 mm, 8 mm e 2 mm: la fascia di materiale rimossa lungo il percorso dei denti si restringe al raffinarsi della mesh, fino a non produrre più la frantumazione della piastra.

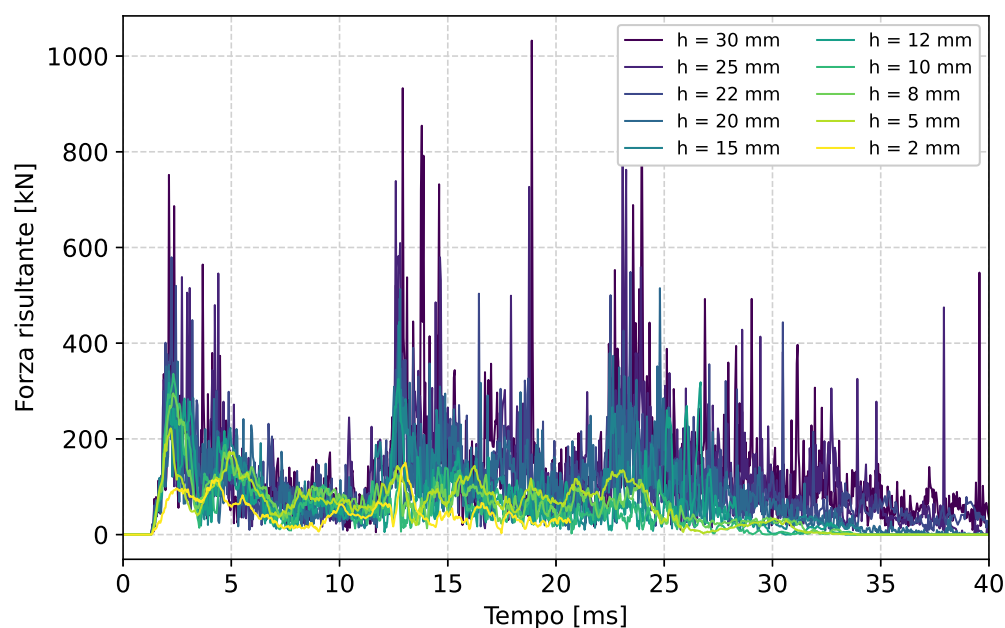


Figura 7.51: Analisi di convergenza: andamento temporale della forza risultante per le dieci taglie di mesh; la taglia 2 mm è tracciata fino all'interruzione.

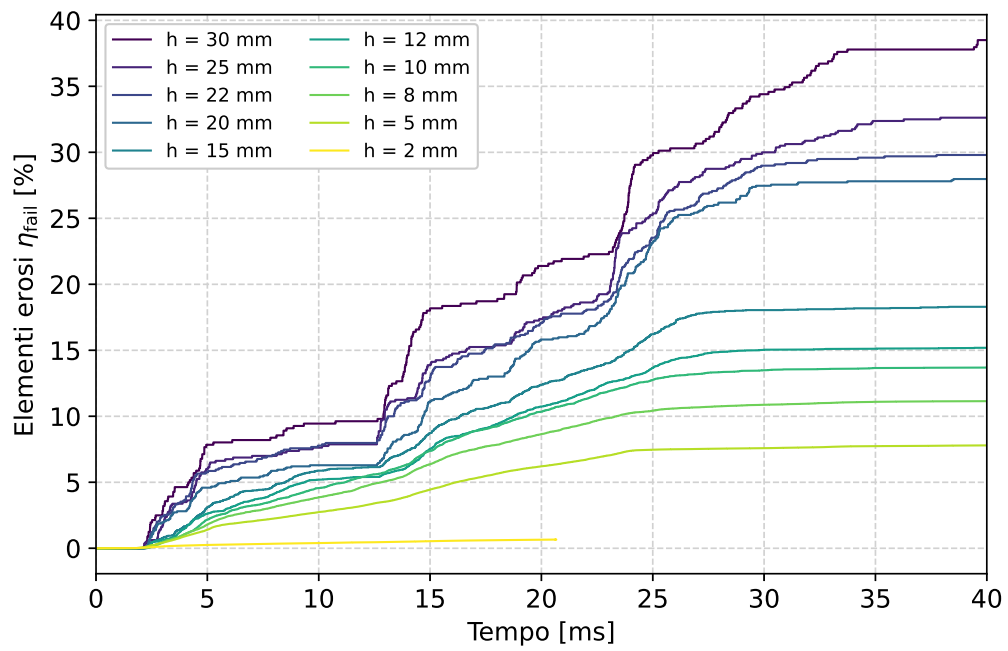


Figura 7.52: Analisi di convergenza: evoluzione temporale della percentuale cumulativa di elementi erosi per le dieci taglie di mesh; la taglia 2 mm è tracciata fino all'interruzione.

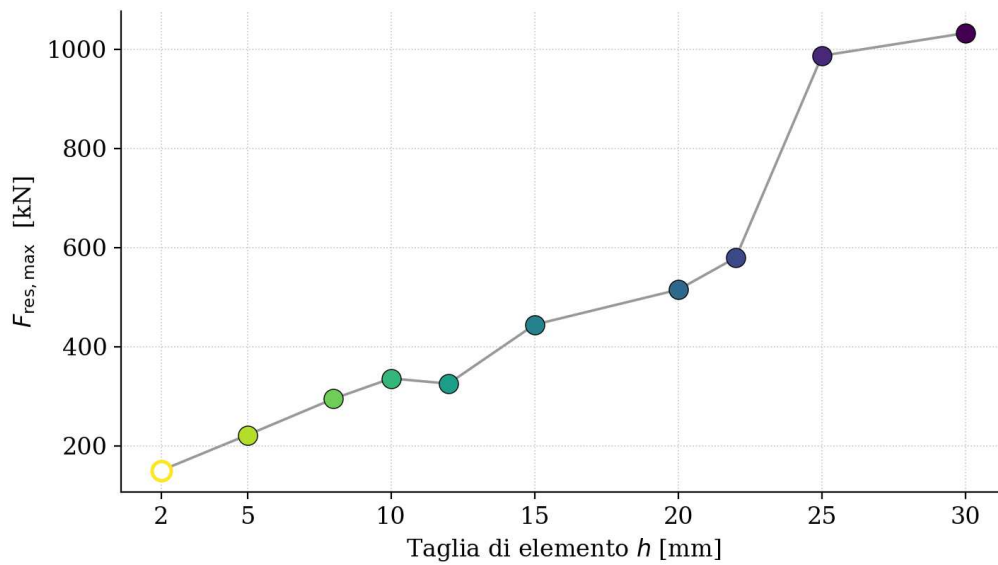


Figura 7.53: Picco della forza risultante in funzione della taglia di mesh; marcatore vuoto: taglia 2 mm, valore all'interruzione.

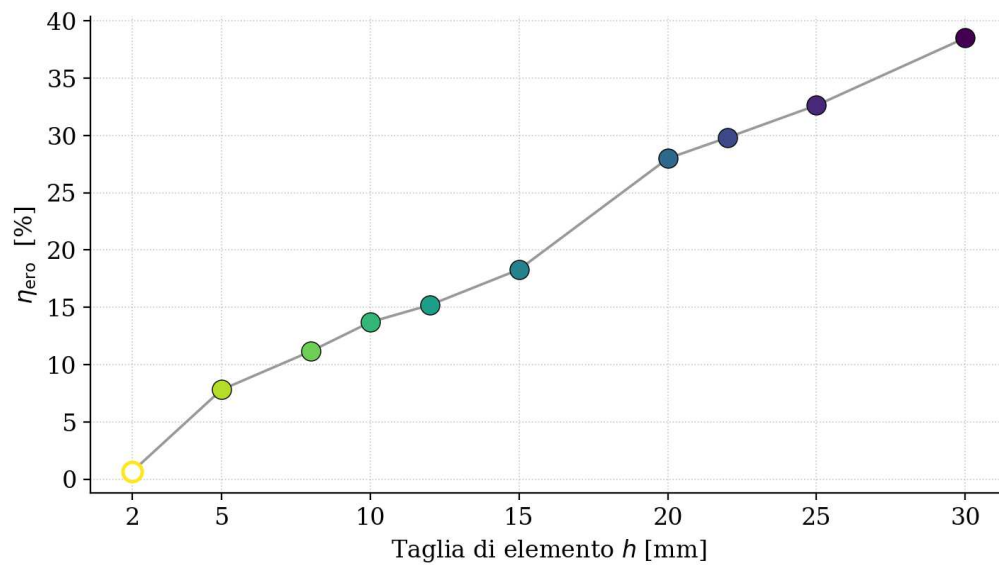


Figura 7.54: Frazione finale di elementi erosi in funzione della taglia di mesh; marcatore vuoto: taglia 2 mm, valore all'interruzione.

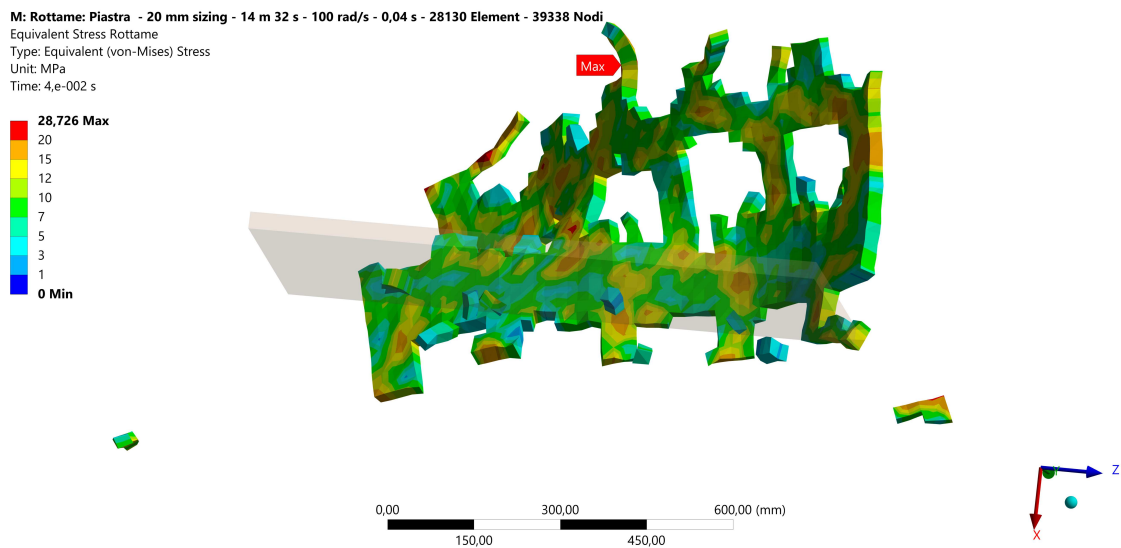


Figura 7.55: Analisi di convergenza: stato del rottame a fine simulazione, taglia 20 mm.

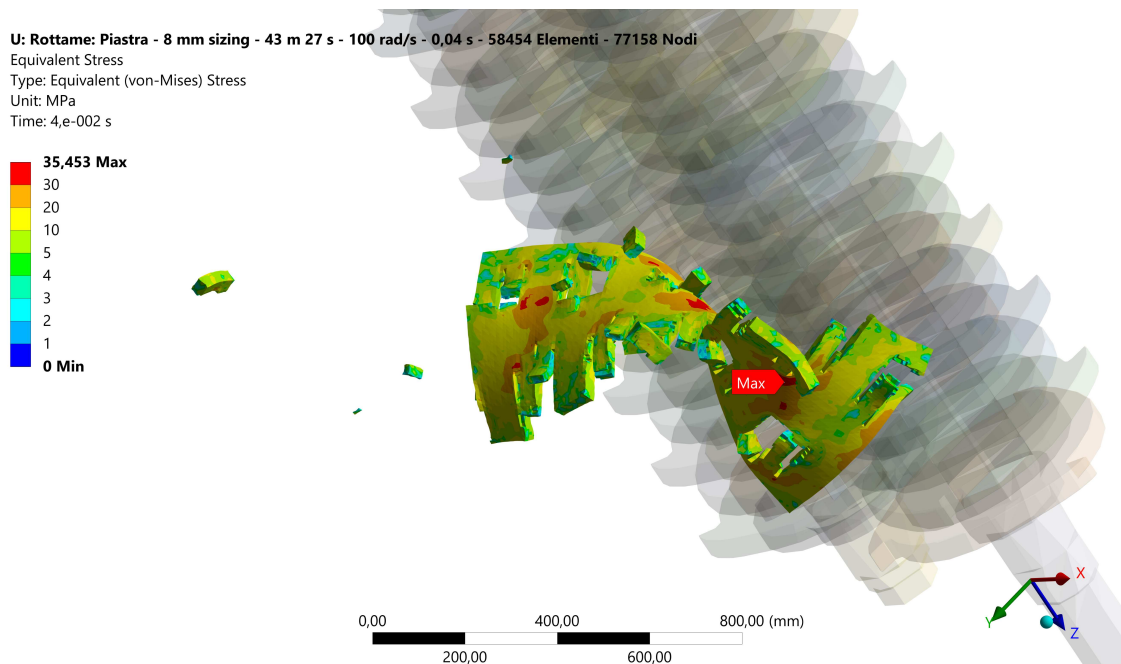


Figura 7.56: Analisi di convergenza: stato del rottame a fine simulazione, taglia 8 mm.

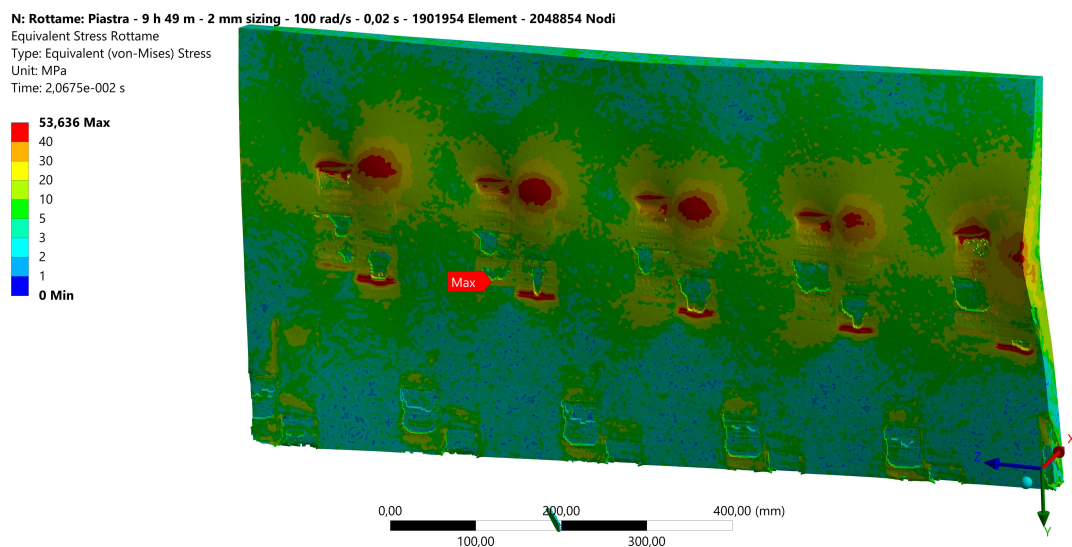


Figura 7.57: Analisi di convergenza: stato del rottame all'istante di interruzione, taglia 2 mm.

Prima di confrontare i risultati delle diverse taglie occorre stabilire quali simulazioni siano numericamente affidabili. In un'analisi dinamica esplicita non si dispone di una soluzione esatta con cui confrontarsi, ma si può controllare la coerenza interna del calcolo attraverso la contabilità dell'energia: per il principio di conservazione, il lavoro fornito dai rotori deve ritrovarsi, istante per istante, sotto forma di energia cinetica, energia di deformazione e perdite per attrito. Il solutore registra ogni voce di questo bilancio nel file `glstat`, e la presenza di voci anomale segnala che la soluzione numerica non è attendibile, indipendentemente da quanto i risultati possano sembrare plausibili.

L'attendibilità è stata quindi valutata con due controlli. Il primo è geometrico: un solo elemento nei 30 mm di spessore non è in grado di rappresentare la flessione della piastra, e questa condizione riguarda tutte le taglie da 30 mm a 20 mm. Il secondo è energetico e usa gli indicatori riportati in Tabella 7.18: il rapporto tra l'energia delle interfacce di contatto² E_c e l'energia totale E_{tot} , che, quando assume valori negativi elevati, può indicare una gestione non corretta del contatto, ad esempio per effetto di compenetrazioni numeriche tra denti e rottame, e lo scarto del bilancio energetico globale³. Completa il quadro il tempo di calcolo.

Tabella 7.18: Analisi di convergenza: indicatori energetici e costo di calcolo.

h [mm]	E_c/E_{tot} [%]	Scarto bilancio [%]	CPU [s]
30	-44,34	0,03	749
25	-35,37	0,04	784
22	-26,78	0,02	931
20	-25,52	0,02	873
15	-3,05	0,00	1092
12	-0,95	0,00	1289
10	2,60	0,00	1587
8	3,28	0,01	2608
5	4,26	0,01	8110
2 [†]	5,89	0,01	35394

[†] Simulazione interrotta a 20,68 ms: valori riferiti all'istante di interruzione.

Le quattro taglie con un solo elemento nello spessore non superano i controlli: l'energia di contatto scende fino al -44,34% dell'energia totale, valore compatibile con compenetrazioni non risolte tra denti e rottame, e i picchi di forza fino a 1032,32 kN non vengono quindi considerati rappresentativi del carico reale, ma influenzati dalla discretizzazione troppo grossolana e dalla gestione numerica del contatto. A partire dalle configurazioni caratterizzate da almeno due strati lungo lo spessore, gli indicatori rientrano nei valori attesi: l'energia di contatto resta entro il 5,89% in valore assoluto e il bilancio energetico chiude entro lo 0,01%.

Il picco della forza risultante scende da 1032,32 kN a 221,97 kN e non si stabilizza: tra 8 mm e 5 mm varia ancora del -24,77%. È una grandezza puntuale, legata ai singoli eventi di distacco degli elementi. L'impulso I , che integra la forza sull'intera simulazione, si assesta invece: 2,21 kN s a 8 mm e 2,18 kN s a 5 mm, con una variazione del -1,63%.

La frazione di elementi erosi decresce a ogni infittimento, da 38,50% a 7,80%, e si riduce allo 0,66% alla taglia 2 mm: a parità di istante (20,68 ms) la taglia 5 mm ha eroso il 6,36% degli elementi, la 2 mm lo 0,66%, e la piastra non risulta frantumata, come mostra la Figura 7.57. La spiegazione sta nel criterio di rimozione: l'elemento viene eliminato quando la sua deformazione plastica raggiunge il valore critico, quindi la fascia di materiale

²L'energia delle interfacce di contatto è il lavoro compiuto dalle forze che il solutore introduce per impedire la compenetrazione delle superfici. Con l'attrito attivo ci si attende un valore positivo, corrispondente all'energia dissipata per strisciamento; valori negativi rilevanti sono invece tipicamente associati a compenetrazioni non rilevate.

³Rapporto tra l'energia totale e la somma dell'energia iniziale e del lavoro esterno compiuto sul sistema: in un calcolo numericamente coerente vale uno. In tabella se ne riporta lo scostamento percentuale.

asportata lungo il percorso dei denti è larga quanto l'elemento stesso. Riducendo la taglia si riduce il materiale rimosso a ogni passaggio, fino a cambiare il comportamento simulato. η_{ero} non è perciò una metrica di convergenza, ma un indicatore descrittivo legato alla mesh.

Come criterio di convergenza si adotta una variazione relativa dell'impulso I inferiore al 10% tra due taglie successive: la condizione è soddisfatta tra 8 mm e 5 mm. La taglia di 8 mm, la più economica tra quelle che superano i controlli di attendibilità e rispettano il criterio (2608 s di calcolo contro 8110 s della taglia 5 mm), viene quindi assunta come taglia di riferimento del rottame: il suo stato di frantumazione è quello mostrato nella Figura 7.56. La taglia di 8 mm non viene quindi interpretata come soluzione completamente indipendente dalla mesh per tutte le grandezze locali, ma come compromesso numericamente accettabile per svolgere confronti parametrici tra configurazioni diverse. Le analisi comparative tra i rottami, condotte alla taglia di 20 mm, vanno lette come confronti relativi a parità di discretizzazione, mentre per le stime quantitative di forze e momenti si fa riferimento alla presente analisi.

Il fatto che la mesh più fine produca meno erosione non significa che la macchina sia meno efficace, ma che il criterio di eliminazione degli elementi dipende dalla dimensione degli elementi stessi: il limite osservato riguarda il metodo numerico, non la macchina. Una deformazione critica costante non è infatti trasferibile tra taglie di mesh diverse. I rimedi noti sono la calibrazione dei parametri di rottura sulla taglia adottata, strada seguita in questo lavoro fissando la taglia di riferimento, e, come sviluppo futuro, l'impiego di una deformazione critica funzione della dimensione dell'elemento o la calibrazione su prove sperimentali di taglio.

7.5 Confronto tra materiali diversi del rottame

La campagna descritta in questa sezione valuta l'influenza della scheda materiale del rottame sulla risposta del modello LS-DYNA. A differenza della campagna precedente, nella quale veniva modificata la geometria del corpo in ingresso, in questo caso la geometria del rottame viene mantenuta costante: si utilizza la piastra piana del caso R7, di dimensioni nominali $1000 \times 500 \times 30$ mm.

Per tutte le simulazioni della campagna sono mantenuti invariati la configurazione dei cutter a 3 denti, la taglia di mesh del rottame pari a 8 mm, i 4 strati di elementi nello spessore, la velocità angolare di 100 rad/s e il tempo finale di simulazione pari a 40 ms. Le risultanti di forza e momento sono estratte dalla force transducer interface ID 683. La variabile di confronto è quindi la sola scheda materiale assegnata alla piastra.

Il caso con piastra in HDPE costituisce il riferimento della campagna, poiché impiega la scheda materiale adottata come base per le analisi precedenti. I casi successivi utilizzano le schede PP-H, ABS, PA66 e lega di alluminio 6061-T6 descritte in sezione 7.2. Il confronto viene svolto in termini di massa del rottame, forza risultante massima, momento risultante massimo, energia interna e numero di elementi erosi. I risultati vanno interpretati come confronto numerico tra schede materiale diverse, non come previsione sperimentale della frantumazione reale.

7.5.1 Piastra in poliammide 66 (PA66)

Nel caso PA66 la piastra di riferimento viene modellata con la scheda della poliammide 66 descritta in sezione 7.2. Rispetto al caso HDPE di riferimento cambiano quindi densità, rigidità, snervamento, incrudimento, parametri di Cowper-Symonds e soglia EPS.

La massa del rottame, ricavata dal file d3hsp per il Part ID 67, è pari a 0,017097 t, corrispondenti a 17,10 kg. Il valore è coerente con la massa teorica ottenuta considerando il volume della piastra $1,000 \times 0,500 \times 0,030 \text{ m}^3$ e la densità della PA66 pari a 1140 kg/m^3 , da cui si ottiene 17,10 kg.

Per l'estrazione delle risultanti di forza e momento è stata utilizzata la force transducer interface ID 683. L'interfaccia single surface principale ID 682 non viene invece utilizzata per il calcolo delle risultanti, poiché LS-DYNA la segnala come indefinita.

La simulazione è stata eseguita con tempo finale pari a 40,00 ms, valore impostato in *CONTROL_TERMINATION. Il calcolo termina regolarmente dopo 108623 cicli, con un tempo CPU pari a 2833 s.

La Figura 7.58 mostra l'andamento della forza risultante estratta dal file rforc. Il valore massimo è pari a 931,71 kN e si verifica a $t = 2,24 \text{ ms}$, prima della comparsa del primo elemento eroso: il picco corrisponde quindi alla compressione della piastra ancora integra nella fase di ingaggio.

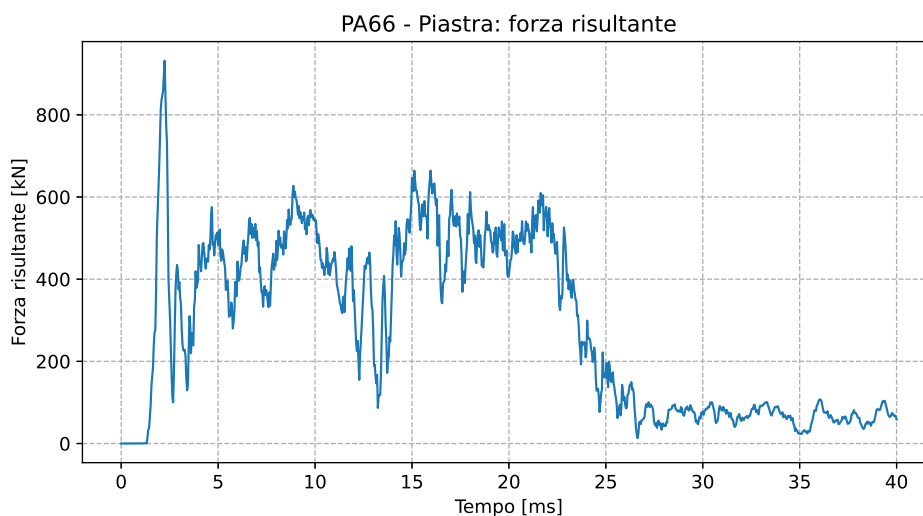


Figura 7.58: Caso PA66: andamento temporale della forza risultante.

La Figura 7.59 riporta le componenti cartesiane della forza di contatto. In corrispondenza del picco della risultante, le componenti sono pari a $F_x = 18,23 \text{ kN}$, $F_y = -930,68 \text{ kN}$ e $F_z = -39,70 \text{ kN}$. Il massimo carico è quindi dominato dalla componente F_y , associata alla direzione verticale di trascinamento della piastra durante l'ingaggio.

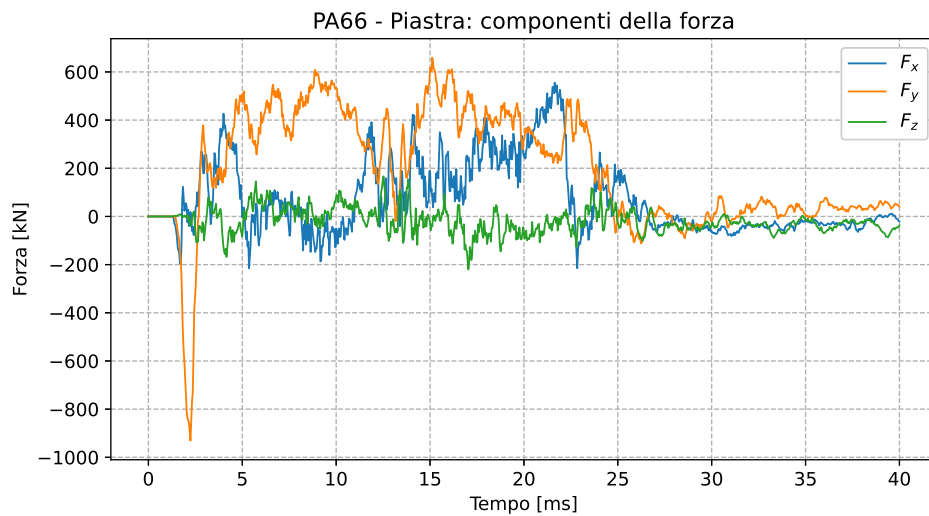


Figura 7.59: Caso PA66: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

La Figura 7.60 riporta l'evoluzione cumulativa degli elementi solidi erosi. Nel tempo simulato risultano eliminati 2347 elementi su 31500, pari al 7,45%. Il primo elemento eroso compare a $t = 2,38$ ms e l'ultimo evento di erosione a $t = 32,94$ ms; l'erosione si sviluppa soprattutto tra 5 e 20 ms, intervallo nel quale la forza si mantiene su valori medi di finestra di 470,02 e 449,61 kN.

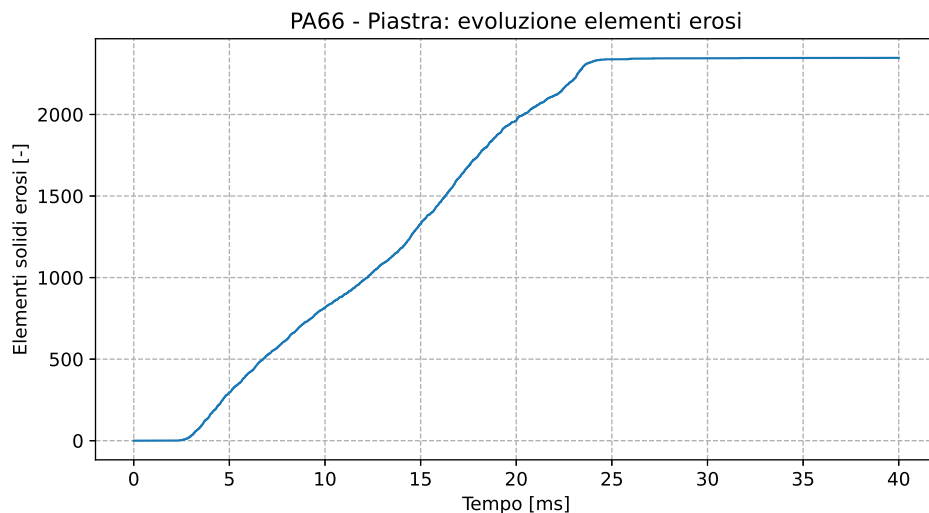


Figura 7.60: Caso PA66: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

La piastra non viene frantumata: l'erosione resta localizzata lungo il percorso dei denti, che penetrano nel materiale, e la piastra rimane agganciata al rotore, ruotando solidale con esso oltre i 30 ms con un carico residuo medio di 67,82 kN tra 30 e 40 ms. Il comportamento è coerente con la scheda costitutiva adottata: per velocità di deformazione dell'ordine di 10^2 – 10^3 s $^{-1}$ la correzione di Cowper–Symonds amplifica la tensione di snervamento di 1,45–1,84 volte, mentre la deformazione a rottura di 0,53 consente ampie deformazioni plastiche prima dell'eliminazione degli elementi. Poiché il modello comprende i soli due

rotori e il rottame, senza carcassa e cleaning finger che nella macchina reale interrompono il trasporto solidale, la fase successiva all'aggancio è documentata come esito qualitativo, esterno al dominio di validità del modello.

Il bilancio energetico soddisfa i criteri adottati nell'analisi di convergenza: lo scarto è pari allo 0,05%, il rapporto tra energia di hourglass ed energia interna vale 7,87% e l'energia di contatto è positiva. L'energia cinetica globale massima è pari a 786,14 kJ a $t = 26,36$ ms; l'energia assorbita dal rottame vale 428,70 kJ, di cui 260,82 kJ di energia interna e 167,88 kJ associati agli elementi erosi, mentre l'energia dissipata per attrito è pari a 244,79 kJ. L'impulso della forza risultante sull'intera durata simulata vale 11,41 kN s. Le grandezze principali del caso sono raccolte in Tabella 7.19.

Tabella 7.19: Grandezze principali del caso PA66 (piastra piana, campagna materiali).

Grandezza	Valore
Geometria del rottame	Piastra piana $1000 \times 500 \times 30$ mm
Materiale rottame	PA66, Cowper–Symonds piecewise
Configurazione cutter	3 denti
Taglia di mesh del rottame	8 mm (4 strati nello spessore)
Massa da d3hsp	17,10 kg
Force transducer interface utilizzata	ID 683
Tempo finale della simulazione	40,00 ms
Numero di cicli	108623
Tempo di calcolo CPU	2833 s
Nodi totali del modello	77158
Elementi solidi totali del modello	58454
Nodi del rottame	40320
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	31500
Elementi solidi erosi, N_{ero}	2347
Percentuale di elementi erosi, η_{ero}	7,45%
Istante del primo elemento eroso, $t_{\text{ero},1}$	2,38 ms
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$	931,71 kN
Istante di $F_{\text{res,max}}$	2,24 ms
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$	$7,13 \cdot 10^8$ N mm
Istante di $M_{\text{res,max}}$	2,24 ms
Impulso della forza risultante, I	11,41 kN s
Energia cinetica globale massima, $E_{\text{k,max}}$	786,14 kJ
Istante di $E_{\text{k,max}}$	26,36 ms
Energia assorbita dal rottame	428,70 kJ
Scarto del bilancio energetico	0,05%
Rapporto $E_{\text{hourglass}}/E_{\text{int}}$	7,87%

Il caso introduce nella campagna sui materiali un rottame in tecnopolimero. La piastra produce una forza risultante massima pari a 931,71 kN e una frammentazione numerica limitata, pari a 2347 elementi erosi, corrispondenti al 7,45% degli elementi iniziali, con

aggancio del rottame al rotore. La Figura 7.61 mostra la condizione della piastra al termine della simulazione, con tensione equivalente massima sul rottame pari a 155,75 MPa.

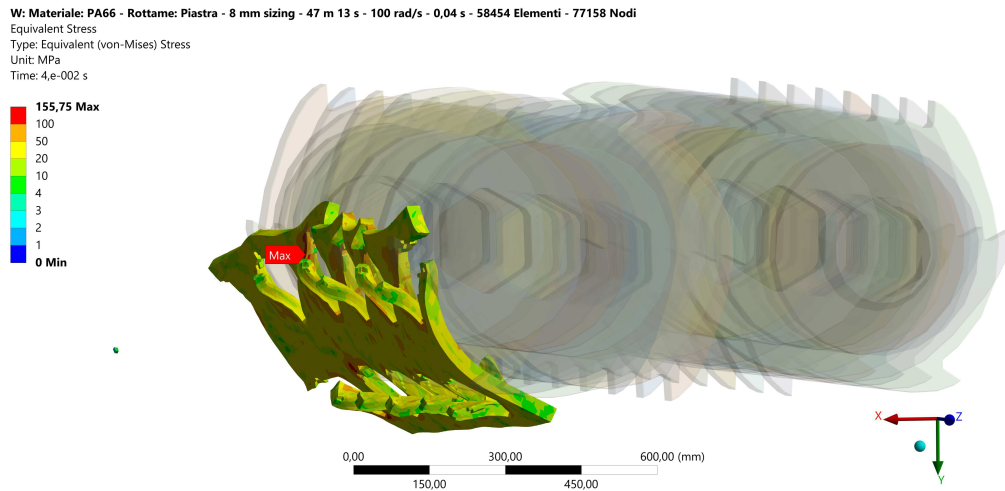


Figura 7.61: Condizione della piastra in PA66 al termine della simulazione.

7.5.2 Piastra in polipropilene omopolimero (PP-H)

Il caso PP-H considera la stessa piastra della campagna materiali, assegnata alla scheda del polipropilene omopolimero.

Il modello è costituito da 77158 nodi e 58452 elementi solidi totali; il rottame comprende 40320 nodi e 31500 elementi solidi iniziali. La massa del rottame, ricavata dal file `d3hsp`, è pari a 13,52 kg.

Nel caso PP-H la piastra di riferimento viene modellata con la scheda del polipropilene omopolimero descritta in sezione 7.2. Rispetto al caso HDPE di riferimento cambiano densità, rigidezza, snervamento, parametri di Cowper-Symonds e soglia EPS.

La simulazione termina regolarmente al tempo finale di 40,00 ms, dopo 108623 cicli di calcolo, con un tempo CPU pari a 4564 s. Per l'estrazione delle risultanti di forza e momento è stata utilizzata la force transducer interface ID 4799. Il valore massimo della forza risultante è pari a 478,52 kN e si verifica a $t = 12,48$ ms. In tale istante le componenti della forza sono $F_x = -471,36$ kN, $F_y = 75,95$ kN e $F_z = 32,09$ kN.

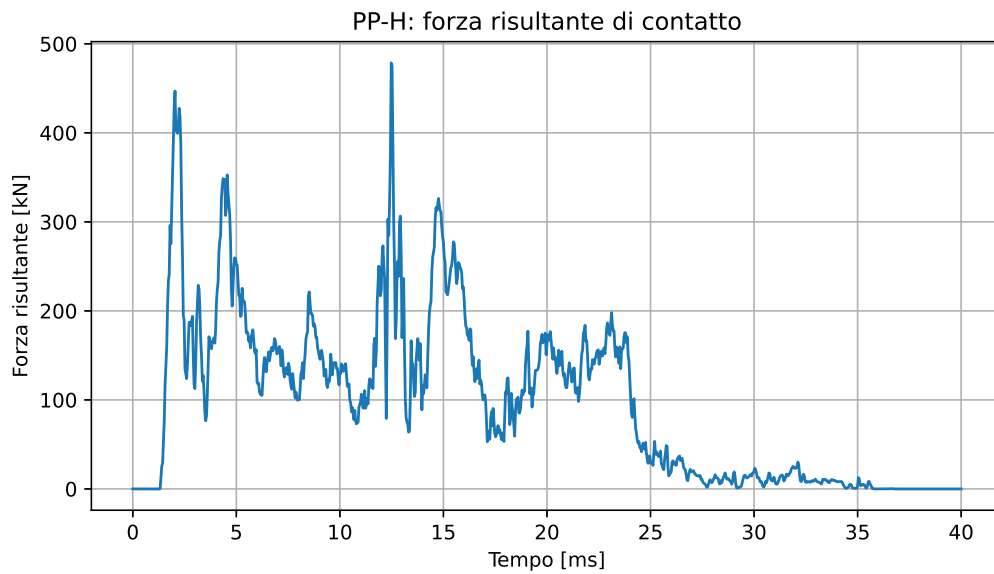


Figura 7.62: Caso PP-H: andamento temporale della forza risultante.

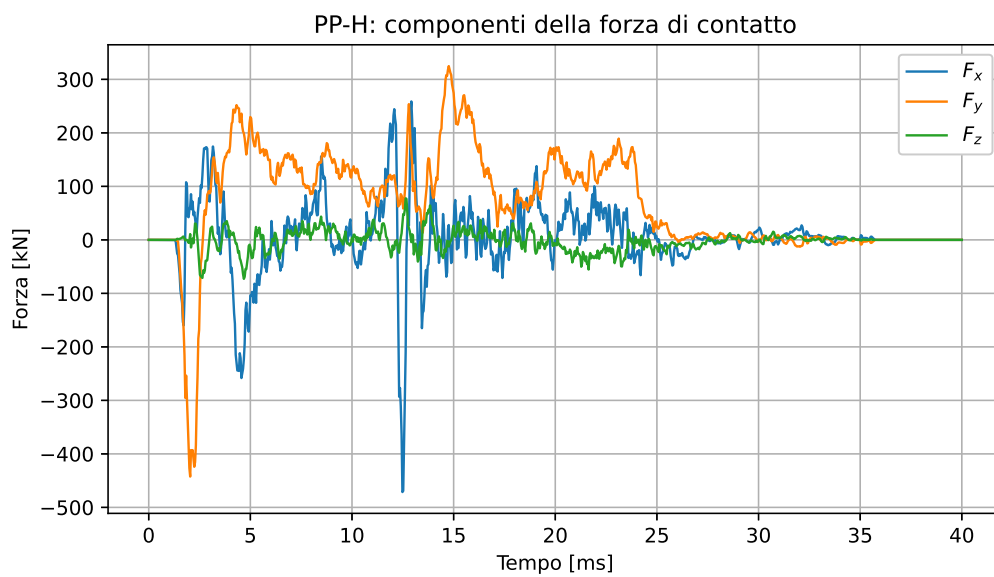


Figura 7.63: Caso PP-H: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

L'evoluzione degli elementi erosi è stata ricavata dal file `messag`. Il primo elemento eroso compare a $t = 1,80$ ms; al termine del calcolo risultano erosi 4218 elementi su 31500 elementi iniziali del rottame, pari al 13,39%.

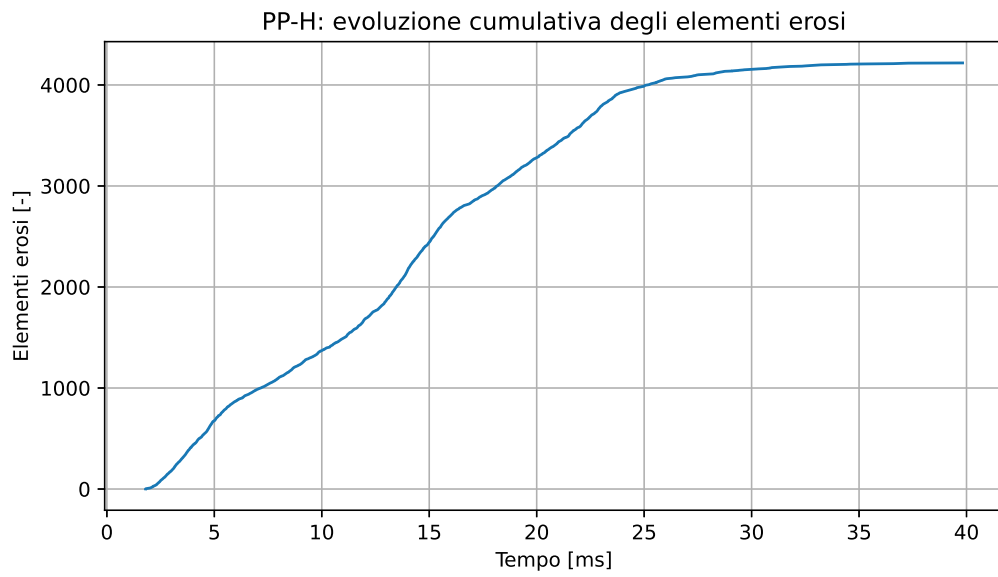


Figura 7.64: Caso PP-H: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

Tabella 7.20: Grandezze principali del caso PP-H.

Grandezza	Valore
Geometria del rottame	Piastra piana
Materiale rottame	PP-H
Part ID rottame	67
Massa del rottame	13,52 kg
Force transducer interface utilizzata	ID 4799
Tempo finale della simulazione	40,00 ms
Numero di cicli	108623
Tempo CPU	4564 s
Nodi totali del modello	77158
Elementi solidi totali del modello	58452
Nodi del rottame	40320
Elementi solidi iniziali del rottame, N_0	31500
Elementi solidi erosi, N_{ero}	4218
Percentuale di elementi erosi, η_{ero}	13,39%
Istante del primo elemento eroso	1,80 ms
Forza risultante massima, $F_{\text{res,max}}$	478,52 kN
Istante di $F_{\text{res,max}}$	12,48 ms
Momento risultante massimo, $M_{\text{res,max}}$	$3,53 \cdot 10^8$ N mm
Istante di $M_{\text{res,max}}$	2,04 ms
Impulso della forza risultante, I	3,96 kN s
Energia cinetica globale massima	784,16 kJ
Energia interna massima del rottame	75,31 kJ
Energia interna erosa massima del rottame	81,69 kJ
Scarto finale del bilancio energetico	-0,01%

Nel complesso, il caso PP-H mostra una forza risultante massima pari a 478,52 kN e una rimozione numerica pari a 4218 elementi erosi, corrispondenti al 13,39% degli elementi iniziali del rottame. Il risultato deve essere interpretato come confronto numerico tra schede materiale, poiché l'erosione dipende dalla discretizzazione del rottame, dalla soglia di failure adottata e dalla formulazione del contatto.

La condizione del rottame al termine della simulazione è mostrata in Figura 7.65.

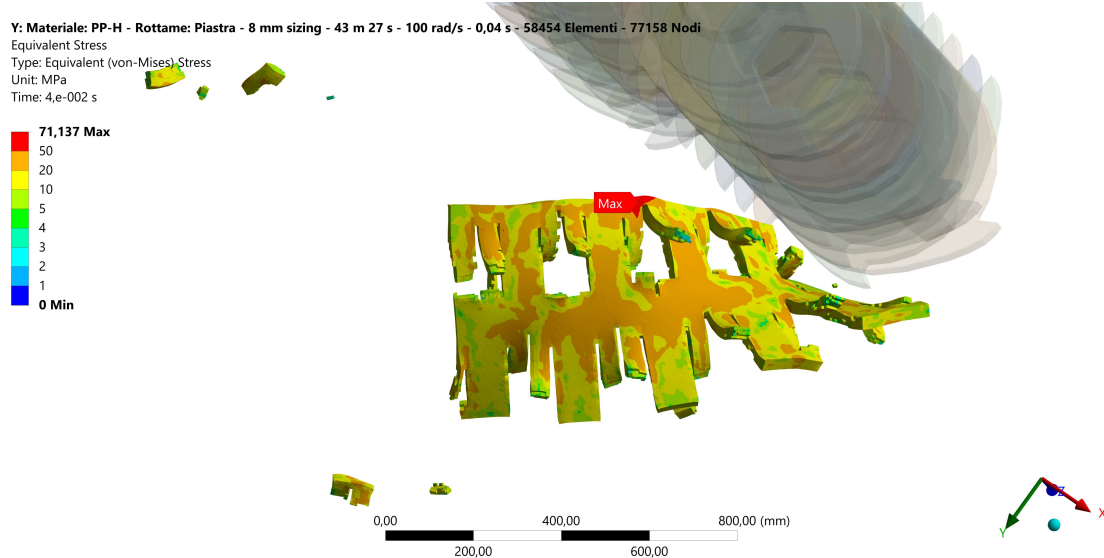


Figura 7.65: Condizione della piastra in PP-H al termine della simulazione.

7.5.3 Piastra in acrilonitrile-butadiene-stirene (ABS)

Il caso replica la configurazione della piastra di riferimento R7: piastra piana da $1000 \times 500 \times 30$ mm, cutter a tre denti, mesh da 8 mm con quattro strati nello spessore, velocità dei rotori di 100 rad/s e durata di 40 ms. L'unica differenza rispetto al caso di riferimento è la scheda materiale del rottame, qui l'ABS descritto nella sezione 7.2.

La massa della piastra calcolata dal solutore è pari a 15,58 kg, in accordo con il valore teorico di 15,60 kg ottenuto dal prodotto tra il volume nominale e la densità del materiale; lo scarto è pari allo 0,15%.

Le azioni scambiate tra i rotori e il rottame sono misurate dal *force transducer* di identificativo 4800, definito tra l'insieme delle parti dei rotori e la piastra. L'interfaccia di contatto 682, di tipo *single surface*, non fornisce risultanti definite e viene segnalata come tale dal solutore.

La simulazione termina regolarmente al tempo finale di 40,00 ms imposto tramite **CONTROL_TERMINATION*, dopo 108623 cicli e un tempo di calcolo di 3834 s.

La Figura 7.66 mostra l'andamento della forza risultante misurata dal transducer. Il valore massimo è pari a 664,38 kN e si verifica a 12,36 ms, nella fase centrale della simulazione e non nel primo ingaggio dei denti; l'erosione inizia a 1,57 ms, ben prima del picco. Il massimo è risolto su più campioni consecutivi (592,53, 664,38, 661,87 e 652,75 kN) e non costituisce quindi un picco numerico isolato. Nella parte finale della simulazione la forza si annulla.

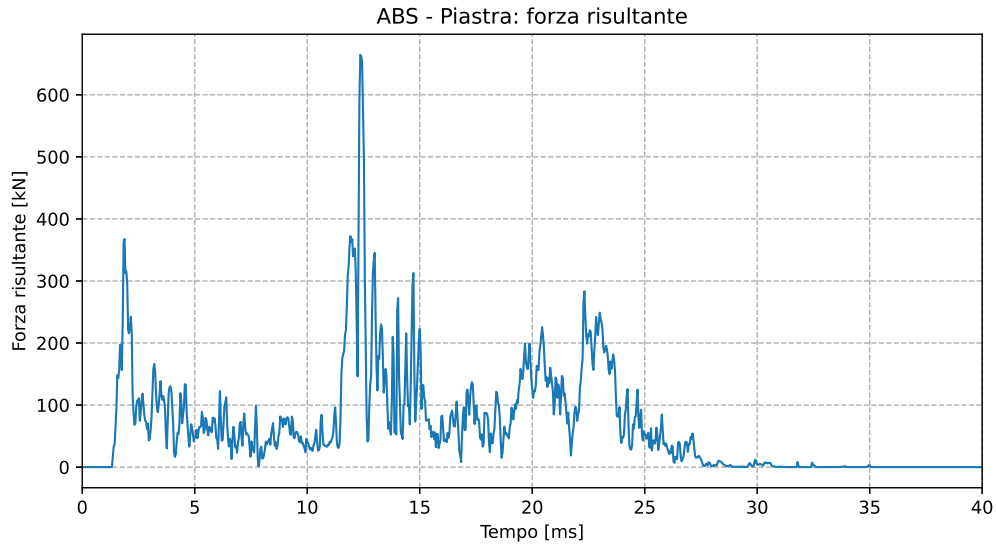


Figura 7.66: Caso ABS: andamento temporale della forza risultante.

La Figura 7.67 riporta le componenti della forza lungo i tre assi. All'istante del picco le componenti valgono $F_x = -615,17$ kN, $F_y = -245,30$ kN e $F_z = -52,80$ kN: la componente dominante è F_x , orizzontale e ortogonale agli assi dei rotori, mentre la componente assiale F_z risulta trascurabile.

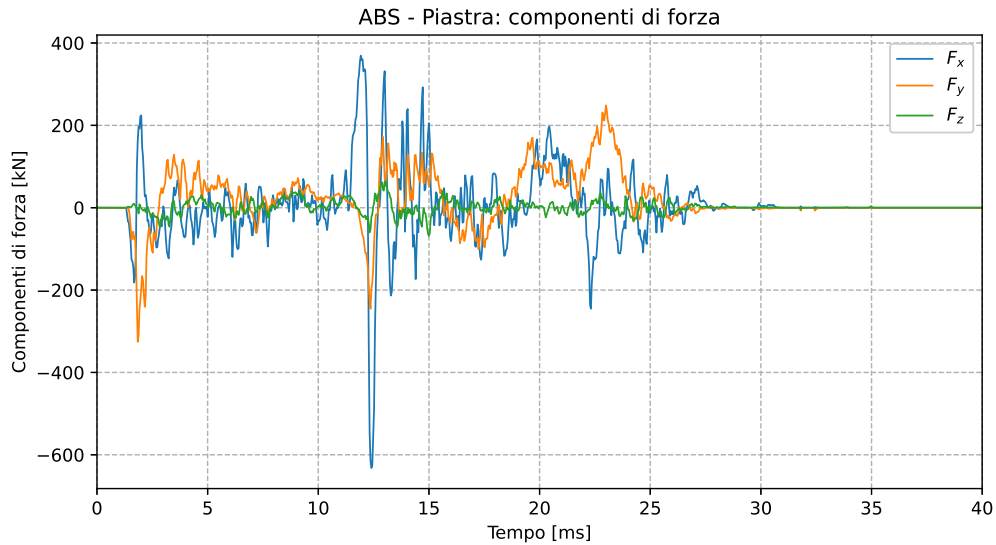


Figura 7.67: Caso ABS: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

La Figura 7.68 mostra il conteggio cumulato degli elementi solidi erosi. Gli elementi erosi sono $N_{\text{ero}} = 6008$ su $N_0 = 31500$, pari a $\eta_{\text{ero}} = 19,07\%$; il primo elemento viene rimosso a 1,57 ms e l'ultimo a 39,06 ms. L'erosione si concentra nella finestra tra 10 e 20 ms, con 2566 elementi rimossi e una forza media di 123,61 kN, nella quale ricade anche il picco di forza; nelle finestre tra 0 e 5, tra 5 e 10 e tra 20 e 30 ms si rimuovono rispettivamente 1173, 1119 e 1122 elementi, con forze medie di 82,32, 53,44 e 75,71 kN. Nella finestra tra

30 e 40 ms l'erosione si esaurisce (28 elementi), la forza media scende a 0,53 kN e a fine simulazione il contatto risulta scarico.

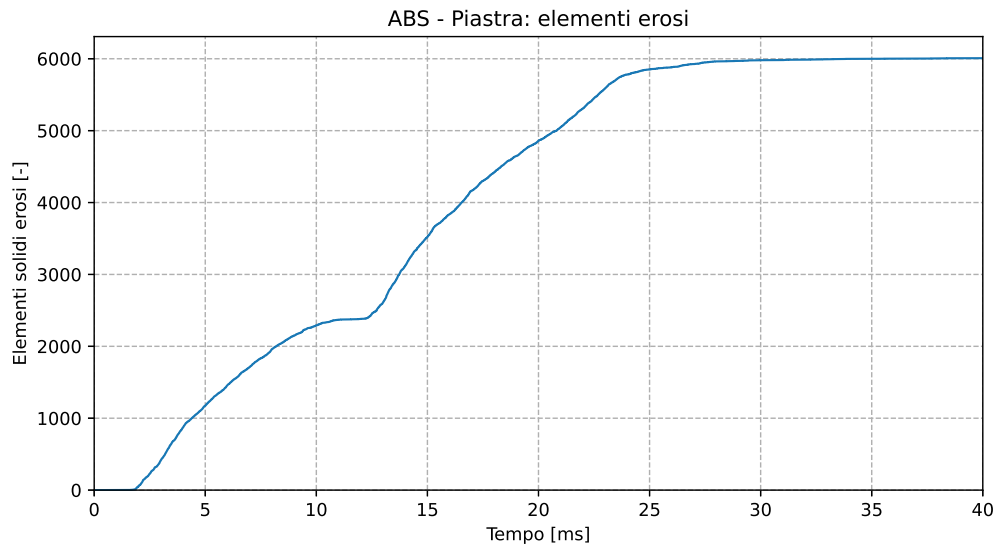


Figura 7.68: Caso ABS: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

I risultati indicano la frantumazione progressiva della piastra: l'asportazione di materiale prosegue per quasi tutta la durata della simulazione, interessa circa un quinto degli elementi del rottame e si conclude con lo scarico del contatto. L'entità dei carichi è coerente con la scheda del materiale: la tensione di snervamento $\sigma_{sn} = 45,5$ MPa, con curva di flusso piatta, è amplificata da un fattore dinamico della legge di Cowper-Symonds marcato ($C = 102,5$ s⁻¹, $P = 5,289$), pari a $2,00$ a 10^2 s⁻¹ e a $2,54$ a 10^3 s⁻¹; la tensione di flusso dinamica si colloca quindi tra 91 e 116 MPa. L'estensione dell'erosione è legata alla deformazione plastica a rottura contenuta ($EPS = 0,15$), che attiva la rimozione degli elementi per deformazioni plastiche modeste, localizzate sotto i denti. Il modello comprende i soli due rotori e il rottame, senza carcassa e cleaning finger: l'eventuale fase di trasporto solidale del materiale a valle dell'aggancio ricade fuori dal dominio di validità del modello.

L'energia cinetica globale massima è pari a 780,87 kJ e si verifica a 27,72 ms. L'energia assorbita dal rottame, somma dell'energia interna e di quella associata agli elementi erosi, vale 90,04 kJ e l'impulso della forza risultante vale $I = 2,68$ kNs. Lo scarto del bilancio energetico è pari allo 0,01% a fine simulazione (0,38% al massimo) e l'energia di contatto si mantiene positiva per tutta la durata. Il registro energetico di questo caso comprende anche i vincoli *tied* interni ai rotori rigidi presenti nell'esportazione del modello: il loro contributo, privo di significato fisico per rotori a moto imposto e bilanciato dal lavoro esterno, domina la voce di contatto, per cui l'energia di attrito all'interfaccia con il rottame non è separabile e non viene riportata. Il rapporto tra energia di hourglass ed energia interna raggiunge il 16,37%, oltre la soglia indicativa del 10%; il contributo è però concentrato negli elementi rimossi per erosione (13,88 kJ su 14,74 kJ), fortemente distorti negli istanti che precedono la rimozione, mentre sul materiale non eroso il rapporto scende al 3,43%. La Tabella 7.21 riassume i parametri e i risultati del caso.

Tabella 7.21: Riepilogo del caso con piastra in ABS.

Geometria della piastra	1000 × 500 × 30 mm
Materiale	ABS
Configurazione cutter	3 denti
Dimensione di mesh	8 mm (4 strati nello spessore)
Massa della piastra	15,58 kg
<i>Force transducer</i>	ID 4800
Tempo finale	40,00 ms
Cicli	108623
Tempo di calcolo	3834 s
Nodi totali	77158
Elementi solidi totali	58452
Nodi del rottame	40320
N_0	31500
N_{ero}	6008
η_{ero}	19,07%
Istante del primo elemento eroso	1,57 ms
$F_{\text{res,max}}$	664,38 kN a 12,36 ms
$M_{\text{res,max}}$	$4,72 \cdot 10^8$ N mm a 12,40 ms
Impulso I	2,68 kN s
$E_{k,\text{max}}$	780,87 kJ a 27,72 ms
Energia assorbita dal rottame	90,04 kJ
Scarto del bilancio energetico	0,01%
Energia di hourglass su interna	16,37%

La Figura 7.69 mostra lo stato della piastra al termine della simulazione. L’asportazione di materiale si concentra nella zona di ingaggio dei denti, in accordo con la storia di erosione descritta.

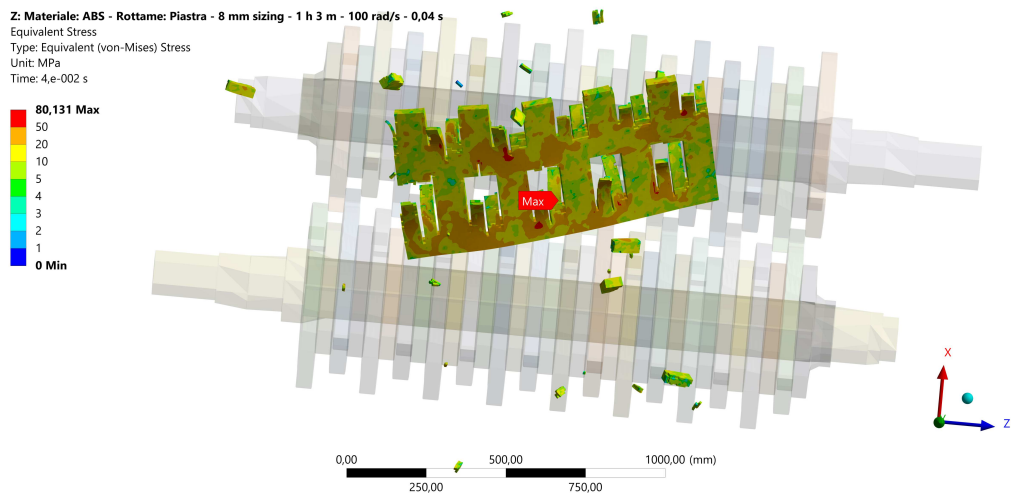


Figura 7.69: Stato finale della piastra in ABS al termine della simulazione.

7.5.4 Piastra in lega di alluminio 6061-T6

Nel caso Al 6061-T6 la piastra di riferimento viene modellata con la scheda della lega di alluminio descritta in sezione 7.2. Rispetto al caso HDPE di riferimento cambiano densità, rigidità, snervamento, incrudimento, parametri di Cowper–Symonds e soglia EPS.

La massa della piastra calcolata dal solutore è pari a 40,48 kg, in accordo con il valore teorico di 40,50 kg ottenuto dal prodotto tra il volume nominale e la densità della lega; lo scarto è pari allo 0,06%.

Le azioni scambiate tra i rotori e il rottame sono misurate dal *force transducer* di identificativo 683, definito tra l'insieme delle parti dei rotori e la piastra. L'interfaccia di contatto 682, di tipo *single surface*, non fornisce risultanti definite e viene segnalata come tale dal solutore.

La simulazione termina regolarmente al tempo finale di 40,00 ms imposto tramite **CONTROL_TERMINATION*, dopo 108623 cicli e un tempo di calcolo di 1819 s.

La Figura 7.70 mostra l'andamento della forza risultante misurata dal transducer. Il valore massimo è pari a 2807,73 kN e si verifica a 1,80 ms, durante il primo ingaggio dei denti sulla piastra; il picco segue l'avvio dell'erosione, che inizia a 1,49 ms, ed è risolto su tre campioni consecutivi (2418,50, 2807,73 e 1888,95 kN), a conferma della natura impulsiva dell'evento. Dopo il transitorio iniziale la forza presenta una successione di picchi legati agli ingaggi successivi dei denti e si annulla nella parte finale della simulazione.

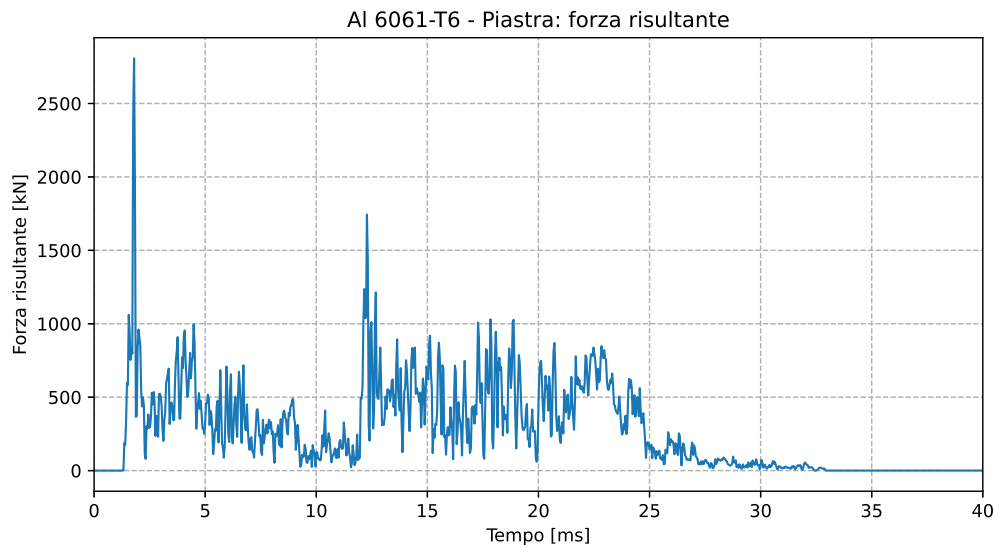


Figura 7.70: Caso Al 6061-T6: andamento temporale della forza risultante.

La Figura 7.71 riporta le componenti della forza lungo i tre assi. All'istante del picco le componenti valgono $F_x = 2417,14$ kN, $F_y = -1427,12$ kN e $F_z = -64,31$ kN: la componente dominante è F_x , orizzontale e ortogonale agli assi dei rotori, mentre la componente assiale F_z risulta trascurabile.

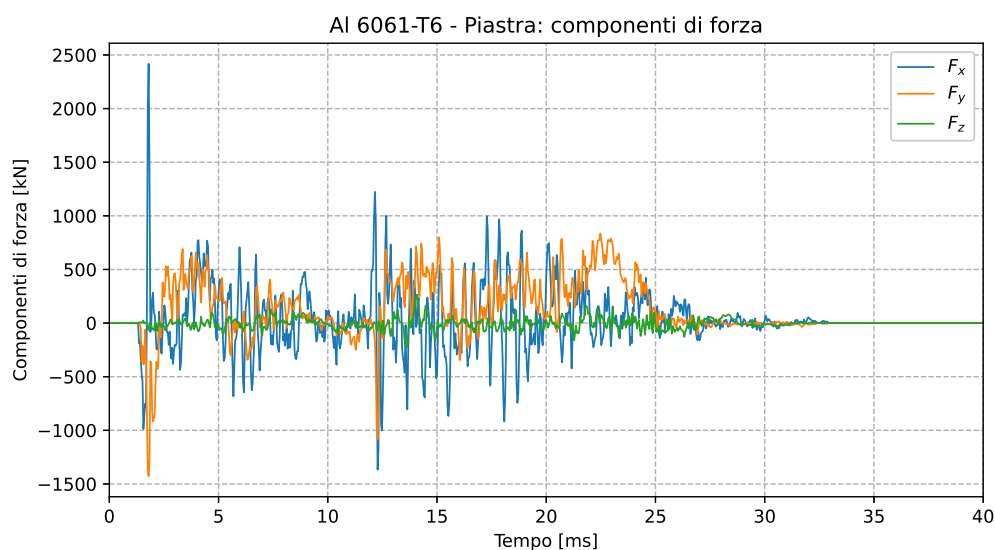


Figura 7.71: Caso Al 6061-T6: andamento temporale delle componenti cartesiane della forza di contatto.

La Figura 7.72 mostra il conteggio cumulato degli elementi solidi erosi. Gli elementi erosi sono $N_{\text{ero}} = 7648$ su $N_0 = 31500$, pari a $\eta_{\text{ero}} = 24,28\%$; il primo elemento viene rimosso a 1,49 ms e l'ultimo a 38,11 ms. L'erosione si concentra nella finestra tra 10 e 20 ms, con 3278 elementi rimossi e una forza media di 440,02 kN; nelle finestre tra 0 e 5, tra 5 e 10 e tra 20 e 30 ms si rimuovono rispettivamente 1539, 1327 e 1456 elementi, con forze medie di 430,01, 285,24 e 295,26 kN. Nella finestra tra 30 e 40 ms l'erosione si esaurisce (48 elementi), la forza media scende a 7,43 kN e a fine simulazione il contatto risulta scarico (0,51 kN a 40 ms).

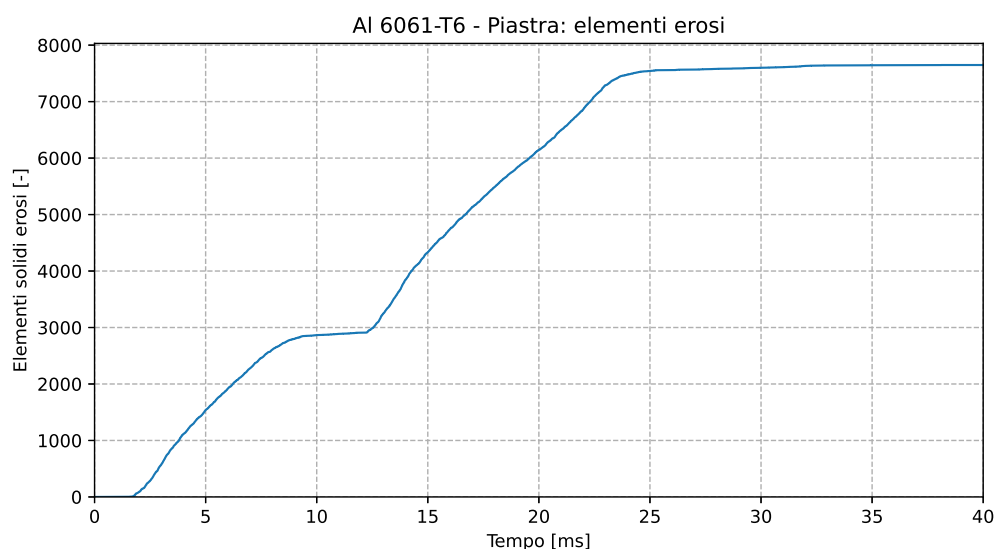


Figura 7.72: Caso Al 6061-T6: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi solidi erosi.

I risultati indicano la frantumazione progressiva della piastra: l'asportazione di materiale

prosegue per quasi tutta la durata della simulazione, interessa quasi un quarto degli elementi del rottame e si conclude con lo scarico del contatto. L'entità dei carichi è coerente con la scheda del materiale: la tensione di snervamento $\sigma_{sn} = 276$ MPa, con incrudimento fino a 347 MPa, è amplificata dal fattore dinamico della legge di Cowper–Symonds ($C = 6500$ s⁻¹, $P = 4$), pari a $1,35$ a 10^2 s⁻¹ e a $1,63$ a 10^3 s⁻¹; la tensione di flusso dinamica si colloca quindi tra 373 e 449 MPa. L'estensione dell'erosione è legata alla deformazione plastica a rottura contenuta ($EPS = 0,11$), che attiva la rimozione degli elementi per deformazioni plastiche modeste, localizzate sotto i denti. Il modello comprende i soli due rotori e il rottame, senza carcassa e cleaning finger: l'eventuale fase di trasporto solidale del materiale a valle dell'aggancio ricade fuori dal dominio di validità del modello.

L'energia cinetica globale massima è pari a 791,38 kJ e si verifica a 33,76 ms. L'energia assorbita dal rottame, somma dell'energia interna e di quella associata agli elementi erosi, vale 335,17 kJ; l'energia dissipata per attrito nel contatto è pari a 294,02 kJ e l'impulso della forza risultante vale $I = 11,01$ kNs. Lo scarto del bilancio energetico è pari allo 0,04% e l'energia di contatto si mantiene positiva per tutta la durata della simulazione. Il rapporto tra energia di hourglass ed energia interna raggiunge il 16,28%, oltre la soglia indicativa del 10%; il contributo è però concentrato negli elementi rimossi per erosione (51,89 kJ su 54,58 kJ), fortemente distorti negli istanti che precedono la rimozione, mentre sul materiale non eroso il rapporto scende al 2,49%. La Tabella 7.22 riassume i parametri e i risultati del caso.

Tabella 7.22: Riepilogo del caso con piastra in lega di alluminio 6061-T6.

Geometria della piastra	1000 × 500 × 30 mm
Materiale	Lega di alluminio 6061-T6
Configurazione cutter	3 denti
Dimensione di mesh	8 mm (4 strati nello spessore)
Massa della piastra	40,48 kg
<i>Force transducer</i>	ID 683
Tempo finale	40,00 ms
Cicli	108623
Tempo di calcolo	1819 s
Nodi totali	77158
Elementi solidi totali	58454
Nodi del rottame	40320
N_0	31500
N_{ero}	7648
η_{ero}	24,28%
Istante del primo elemento eroso	1,49 ms
$F_{res,max}$	2807,73 kN a 1,80 ms
$M_{res,max}$	$2,47 \cdot 10^9$ N mm a 1,80 ms
Impulso I	11,01 kNs
$E_{k,max}$	791,38 kJ a 33,76 ms
Energia assorbita dal rottame	335,17 kJ
Scarto del bilancio energetico	0,04%
Energia di hourglass su interna	16,28%

La Figura 7.73 mostra lo stato della piastra al termine della simulazione. L'asportazione di materiale si concentra nella zona di ingaggio dei denti, in accordo con la storia di erosione descritta.

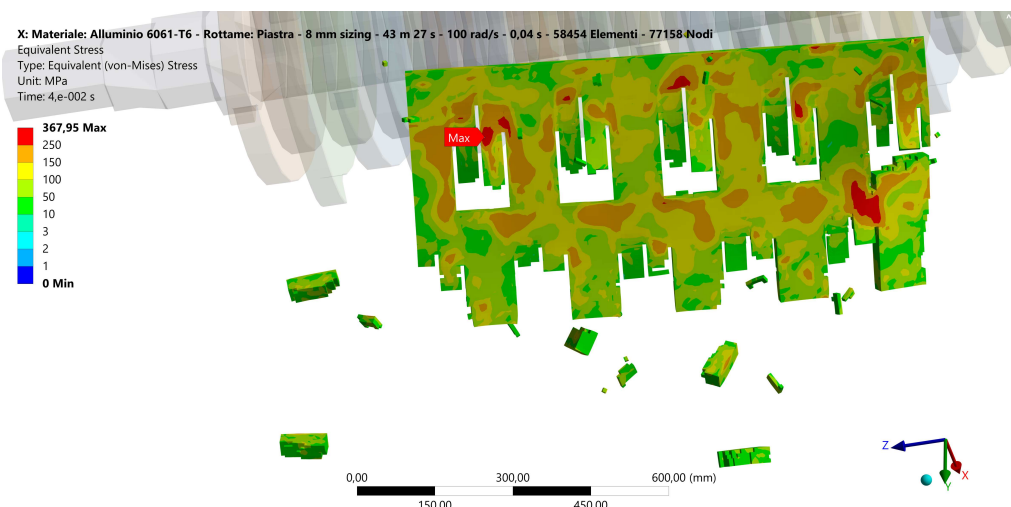


Figura 7.73: Stato finale della piastra in lega di alluminio 6061-T6 al termine della simulazione.

7.5.5 Confronto tra i materiali

Il confronto tra i materiali viene condotto a parità di geometria, discretizzazione e cinematica: piastra piana da $1000 \times 500 \times 30$ mm con $N_0 = 31500$ elementi solidi, cutter a tre denti e velocità dei rotori di 100 rad/s in un tempo di simulazione pari a 40 ms. Gli indicatori principali sono la forza risultante massima $F_{\text{res,max}}$, il momento risultante massimo $M_{\text{res,max}}$, l'impulso I della forza risultante e il numero e la percentuale di elementi erosi, N_{ero} ed η_{ero} ; le tensioni equivalenti visualizzate nei singoli casi restano un supporto qualitativo per individuare le zone più sollecitate, poiché i massimi locali dipendono dal contatto, dalla mesh e dall'istante di output considerato. Per l'HDPE si utilizza la piastra alla taglia di 8 mm dell'analisi di convergenza (sottosezione 7.4.10), che costituisce il riferimento della campagna. Il riepilogo degli indicatori è riportato in Tabella 7.23.

Tabella 7.23: Confronto sintetico tra i materiali della campagna.

Materiale	Massa [kg]	N_{ero}	η_{ero} [%]	$F_{\text{res,max}}$ [kN]	$M_{\text{res,max}}$ [kN m]	I [kN s]
HDPE	14,25	3511	11,15	295,06	229,2	2,21
PP-H	13,52	4218	13,39	478,52	352,8	3,96
ABS	15,58	6008	19,07	664,38	472,1	2,68
PA66	17,10	2347	7,45	931,71	713,0	11,41
Al 6061-T6	40,48	7648	24,28	2807,73	2468,0	11,01

La Figura 7.74 mostra il confronto della forza risultante massima. L'ordinamento segue la resistenza della scheda: si passa dai 295,06 kN dell'HDPE ai 2807,73 kN della lega di alluminio, con un rapporto pari a 9,5. Cambia anche l'istante del massimo: nella lega di alluminio (1,80 ms) e nella PA66 (2,24 ms) il picco si colloca nel primo ingaggio dei

denti, mentre nel PP-H (12,48 ms) e nell'ABS (12,36 ms) compare nella fase centrale della simulazione, durante gli ingaggi successivi.

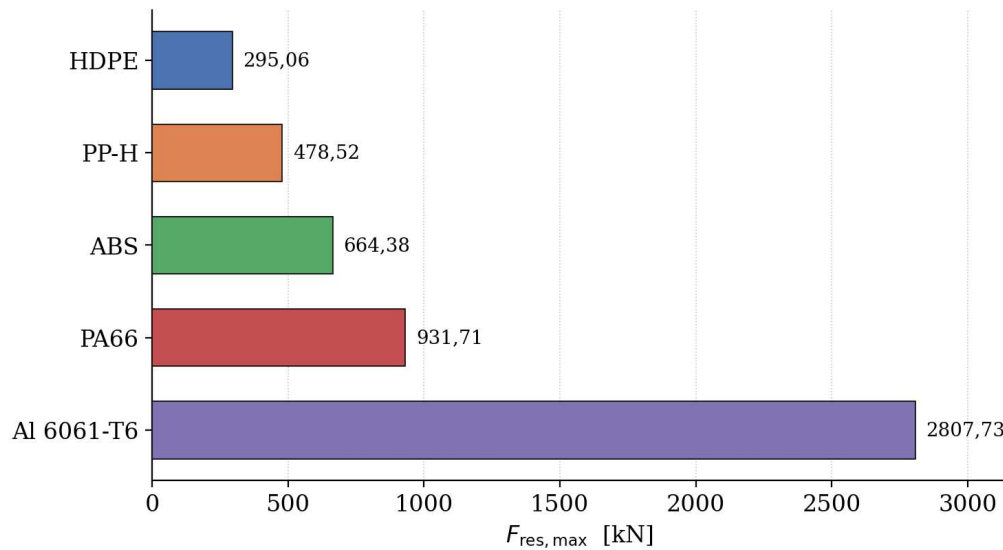


Figura 7.74: Confronto della forza risultante massima tra i materiali della campagna.

La Figura 7.75 mostra la percentuale di elementi erosi, che non segue l'ordinamento della resistenza: il valore massimo (24,28%) e quello minimo (7,45%) appartengono infatti ai due materiali più resistenti della campagna, rispettivamente la lega di alluminio e la PA66.

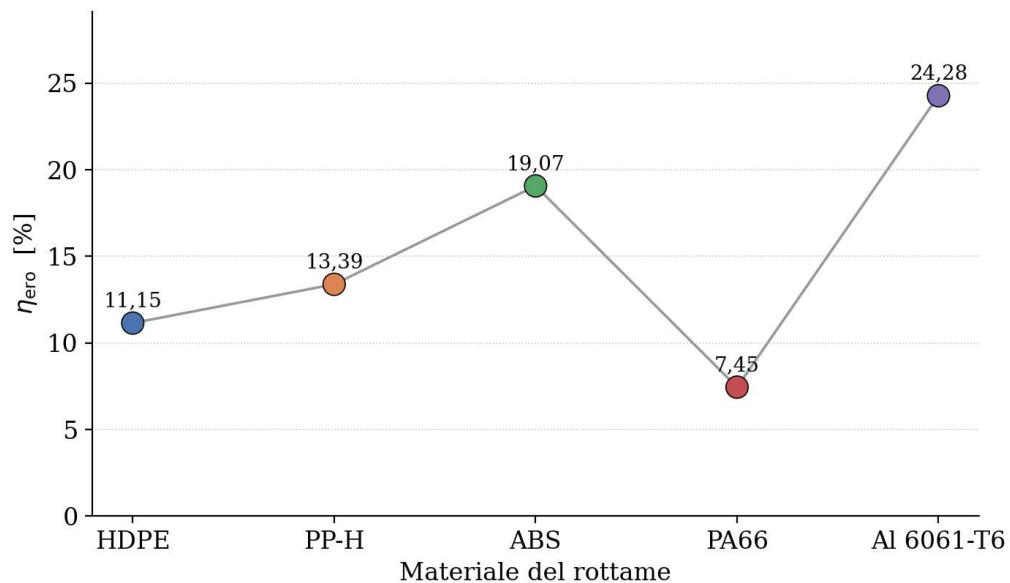


Figura 7.75: Confronto della percentuale di elementi erosi tra i materiali della campagna.

Le differenze nei valori di forza massima sono coerenti con la diversa resistenza dei materiali. Nel modello adottato, la tensione di snervamento non resta pari al solo valore quasi-statico, ma viene aumentata dalla legge di Cowper-Symonds in funzione della velocità

di deformazione. Per questo motivo, a parità di geometria e condizioni di contatto, i materiali più resistenti trasmettono forze più elevate ai rotori. I punti seguono una proporzionalità quasi diretta, con rapporto $F_{\text{res,max}}/\sigma_s$ compreso tra 7,3 e 8,1 kN/MPa per i quattro materiali a curva piatta: a parità di geometria e di zona di ingaggio, il carico trasmesso ai rotori scala con la resistenza dinamica del rottame. La PA66 si colloca sopra la tendenza (10,0 kN/MPa) perché è l'unico materiale con curva incrudente, la cui tensione di flusso cresce con la deformazione fino a 264 MPa quasi-statici.

La frammentazione numerica dipende invece dalla soglia di failure. Un elemento viene rimosso quando la sua deformazione plastica raggiunge la soglia EPS della scheda: più la soglia è bassa, prima l'elemento viene eliminato, qualunque sia la resistenza del materiale. La Figura 7.76 lo conferma: la percentuale di elementi erosi decresce in modo monotono al crescere di EPS su tutti e cinque i materiali, dalla lega di alluminio (EPS = 0,11, $\eta_{\text{ero}} = 24,28\%$) alla PA66 (EPS = 0,53, $\eta_{\text{ero}} = 7,45\%$), coerentemente con la natura di parametro numerico della soglia dichiarata in sezione 7.2.

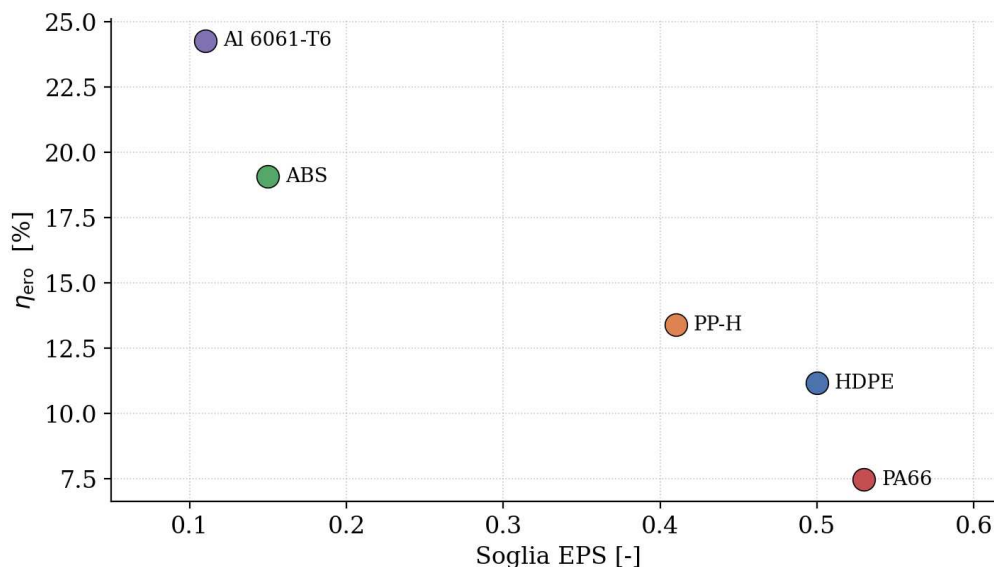


Figura 7.76: Percentuale di elementi erosi in funzione della soglia EPS.

L'impulso della forza risultante cresce con la resistenza ma non ne segue strettamente l'ordinamento: l'ABS (2,68 kNs) resta sotto il PP-H (3,96 kNs) nonostante forze massime superiori, mentre PA66 (11,41 kNs) e lega di alluminio (11,01 kNs) raggiungono valori simili con storie di carico diverse. L'impulso integra infatti la durata effettiva dell'ingaggio: nella PA66 il contatto resta carico fino al termine della simulazione, mentre nell'ABS e nella lega di alluminio l'erosione si esaurisce e il contatto risulta scarico prima dei 40 ms.

Nel complesso, la campagna evidenzia che i carichi trasmessi alla macchina e l'estensione dell'erosione numerica sono influenzati prevalentemente da due parametri distinti della scheda materiale: la tensione di flusso dinamica determina principalmente l'ordine di grandezza di forze e momenti, mentre la soglia EPS condiziona in modo significativo la percentuale di elementi erosi. L'impulso dipende invece sia dal livello dei carichi sia dalla durata dell'interazione tra cutter e rottame. Ai fini del dimensionamento, il caso più gravoso

è quello del materiale più resistente tra quelli trattati: a parità di condizioni la lega di alluminio 6061-T6 produce carichi circa un ordine di grandezza superiori al riferimento HDPE, pur venendo comunque frantumata entro il tempo simulato. La PA66 rappresenta il caso opposto sul fronte della frammentazione: carichi elevati e piastra non frantumata nel tempo simulato, per effetto della soglia EPS più alta della campagna. I valori assoluti restano legati alla velocità accelerata di 100 rad/s e alle soglie numeriche adottate: il confronto va letto in termini relativi tra schede materiale, come dichiarato all'inizio della sezione.

7.6 Simulazione dimostrativa della macchina completa

Le campagne precedenti impiegano modelli ridotti ai rotori e al rottame. In questa sezione il modello viene esteso alla macchina completa: oltre ai due rotori sono inclusi il telaio con le piastre laterali e di estremità e lo scarico inferiore. Lo scopo del caso, indicato nel seguito come M1, è dimostrativo: verificare che il rottame venga ingaggiato, frammentato ed evacuato attraverso lo scarico, e osservare il percorso del carico dall'organo di taglio alla struttura. I valori numerici riportati sono indicativi e non rappresentativi delle condizioni operative, per le ragioni dichiarate nel seguito.

Tutte le parti della macchina sono modellate come corpi rigidi; l'unico corpo deformabile è il rottame. Questa impostazione costituisce l'approccio multibody semplificato richiamato nel Sommario: la macchina è rappresentata mediante più corpi rigidi, con moto imposto ai rotori e contatti con il rottame deformabile, mentre l'evoluzione del contatto e della rottura numerica è risolta con il solutore esplicito LS-DYNA. Il modello è costituito da 11076 nodi e 28936 elementi solidi, di cui 20509 associati al rottame. Il rottame è la geometria a lastre della libreria descritta in sottosezione 7.4.1, qui assegnata all'HDPE, con massa pari a 1,33 kg, ricavata dal file `d3hsp`. Il modello CAD del rottame è riportato in Figura 7.77.

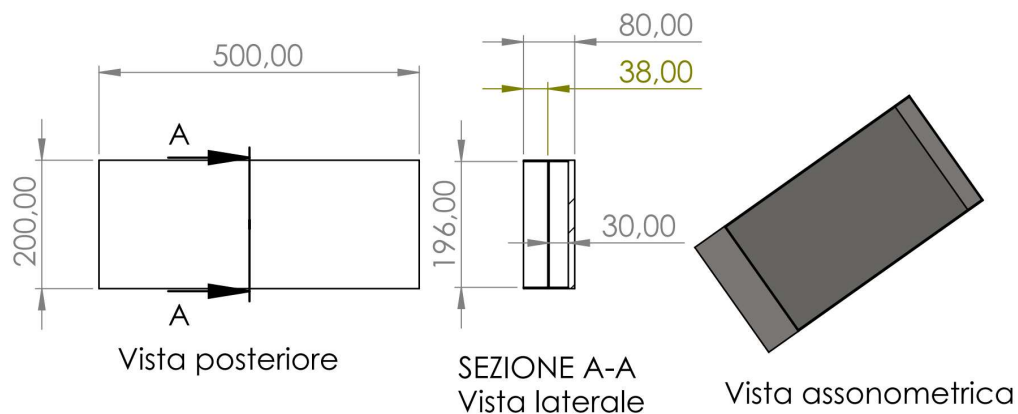


Figura 7.77: Caso M1: modello CAD del rottame (quote in mm).

La velocità angolare imposta ai rotori è pari a 500 rad/s, costante per tutta la simulazione: in 0,02 s i rotori compiono circa 1,6 giri. Si tratta di un valore volutamente spropositato rispetto alla velocità di funzionamento della macchina, cinque volte superiore a quello già accelerato adottato nelle campagne precedenti, scelto per completare l'evacuazione del

rottame entro un tempo di calcolo contenuto. Per questo motivo il caso M1 va letto come dimostrazione qualitativa del funzionamento del modello completo e non come stima dei carichi.

La scheda materiale del rottame differisce da quelle utilizzate nelle campagne: il materiale è definito con densità pari a $958,5 \text{ kg/m}^3$, modulo di Young pari a 1080 MPa , coefficiente di Poisson pari a $0,4183$, tensione di snervamento pari a 25 MPa , modulo tangente pari a 50 MPa con incrudimento isotropo, senza correzione della tensione di snervamento in funzione della velocità di deformazione, e con deformazione plastica di failure pari a $0,5$. L'assenza del contributo di strain rate costituisce un limite del caso, particolarmente rilevante alla velocità imposta. Oltre al criterio di failure, il controllo del passo temporale prevede la rimozione degli elementi il cui passo scende sotto la soglia minima impostata: il conteggio degli elementi erosi comprende quindi entrambi i meccanismi di rimozione.

Il contatto tra cutter e rottame e quello tra rottame e scarico sono definiti come contatti erodenti, con coefficienti di attrito statico e dinamico pari rispettivamente a $0,30$ e $0,25$ per il contatto di taglio e a $0,15$ e $0,10$ per il contatto con lo scarico. Le risultanti sono estratte da due forze transducer: ID 1401 per il contatto cutter-rottame e ID 1400 per il contatto scarico-rottame.

La configurazione iniziale del caso è mostrata in Figura 7.78.

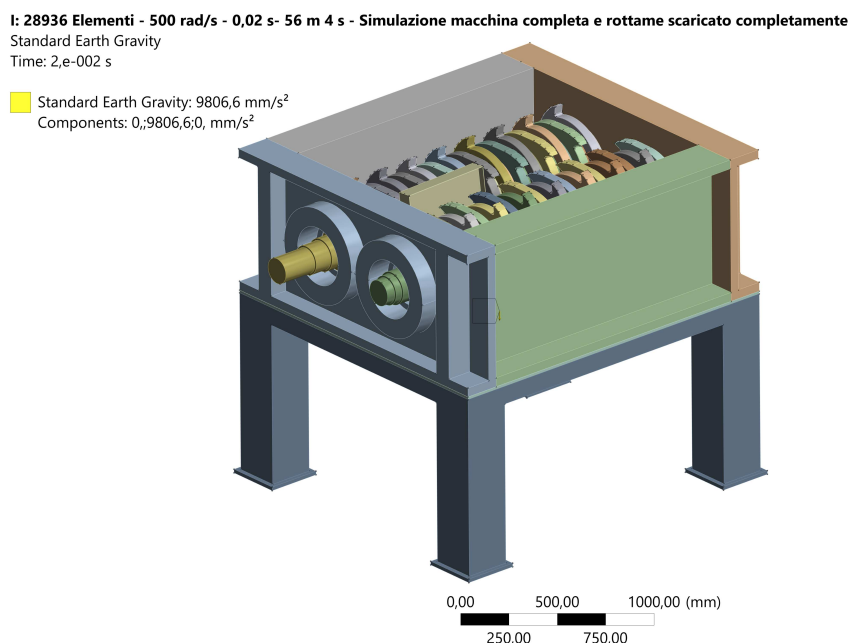


Figura 7.78: Caso M1: configurazione iniziale del modello della macchina completa.

Il calcolo termina regolarmente al tempo finale di $0,02 \text{ s}$, con 128385 cicli e un tempo CPU pari a 3366 s su 8 thread. Il primo elemento eroso è registrato a $1,39 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; al termine della simulazione risultano erosi 15650 elementi su 20509 iniziali del rottame, pari al $76,31\%$. L'evoluzione temporale è riportata in Figura 7.81: metà delle rimozioni avviene entro i primi $5,8 \text{ ms}$ e tre quarti entro $10,3 \text{ ms}$, dopodiché la curva tende a un plateau.

La Figura 7.79 mostra una fase intermedia della simulazione, con il rottame parzialmente

frammentato nella camera di taglio. Lo stato al termine del calcolo è riportato in Figura 7.80: la frazione residua del rottame attraversa la camera di taglio e viene evacuata in buona parte attraverso lo scarico inferiore.

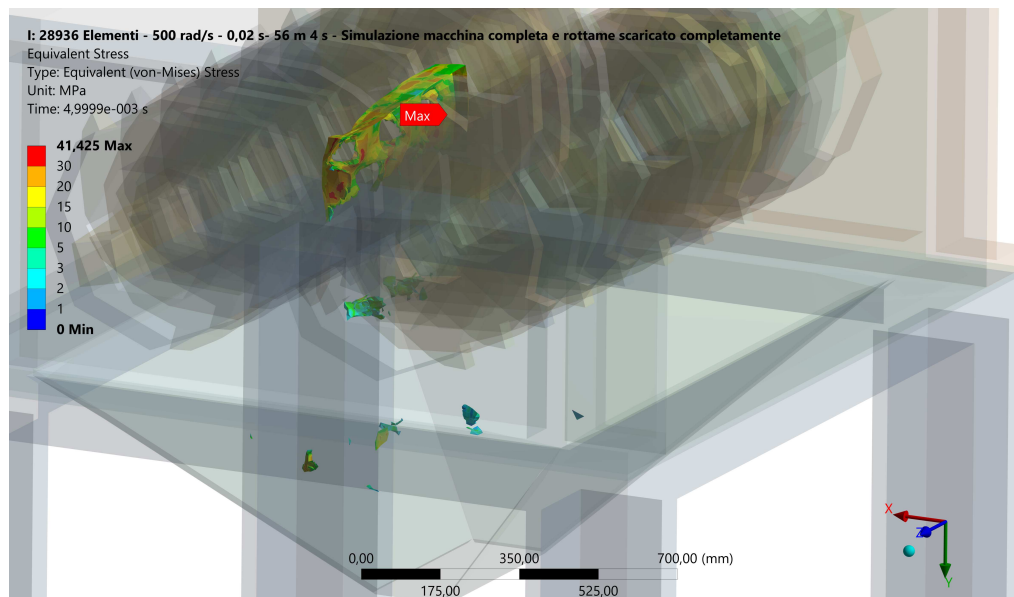


Figura 7.79: Caso M1: fase intermedia della simulazione.

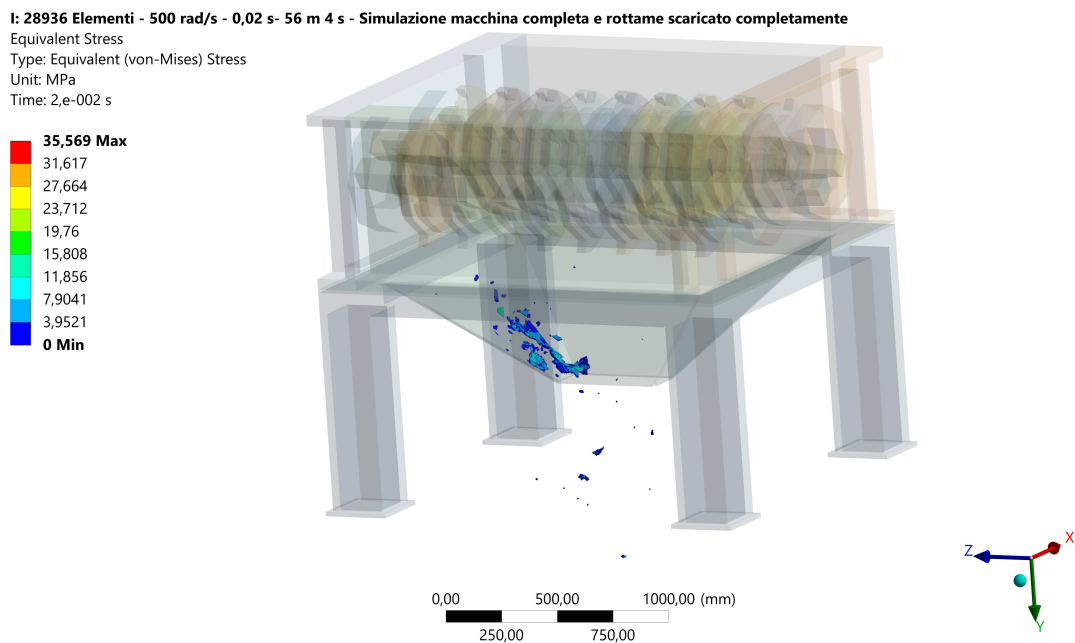


Figura 7.80: Caso M1: stato del modello al termine della simulazione.

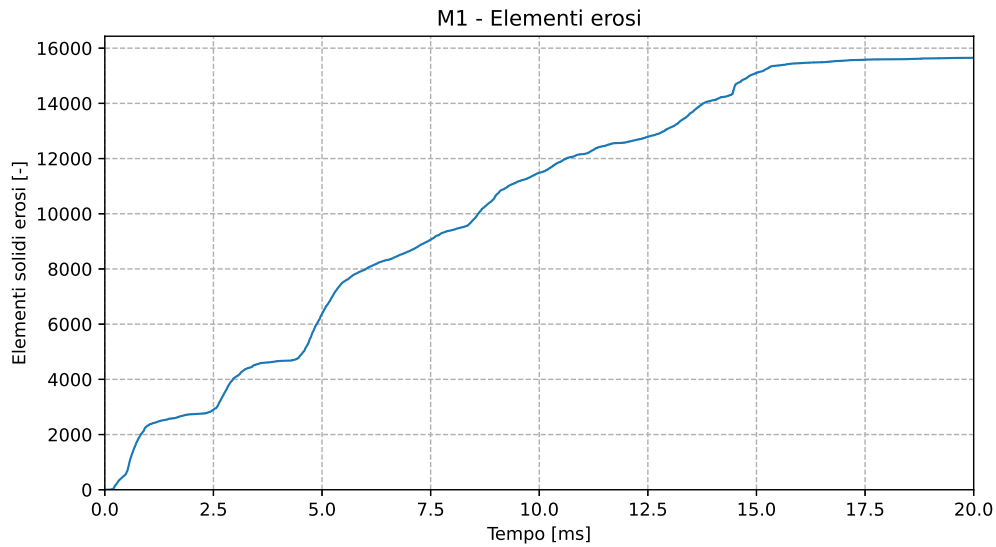


Figura 7.81: Caso M1: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi erosi.

Le forze scambiate sul contatto di taglio sono riportate in Figura 7.82. La forza risultante massima è pari a 135,26 kN e si verifica a $t = 4,84$ ms, con componenti $F_x = -9,93$ kN, $F_y = -134,89$ kN e $F_z = 0,84$ kN: il carico è dominato dalla componente verticale. Il momento risultante massimo, pari a $1,57 \cdot 10^8$ N mm, si verifica nello stesso istante.

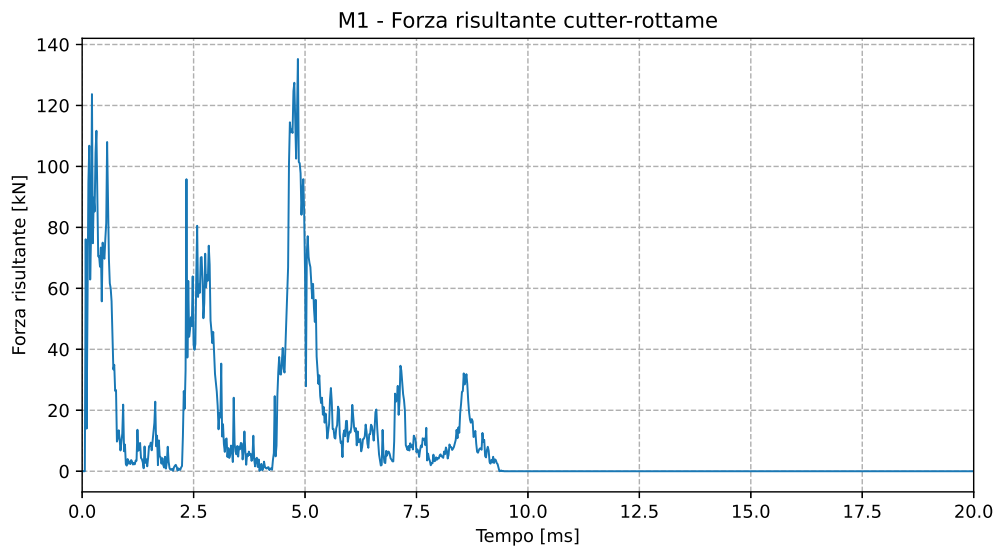


Figura 7.82: Caso M1: andamento temporale della forza risultante sul contatto cutter-rottame.

La Figura 7.83 riporta le forze trasmesse dal rottame allo scarico. La risultante massima è pari a 101,22 kN a $t = 14,10$ ms, con componenti principali $F_y = -65,47$ kN e $F_z = -77,17$ kN; il momento risultante massimo è pari a $1,39 \cdot 10^8$ N mm a $t = 14,66$ ms. Il picco sullo scarico è successivo a quello di taglio, coerentemente con il transito dei frammenti verso la parte bassa della macchina.

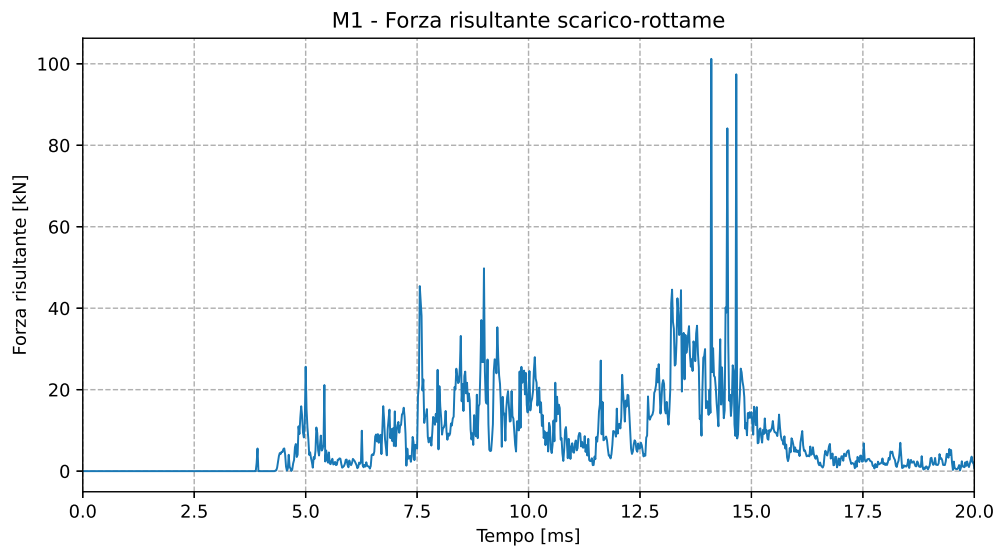


Figura 7.83: Caso M1: andamento temporale della forza risultante sul contatto scarico-rottame.

I principali indicatori del caso sono riassunti in Tabella 7.24.

Tabella 7.24: Indicatori principali del caso M1 (macchina completa).

Grandezza	Valore
Nodi totali	11076
Elementi solidi totali	28936
Elementi del rottame, N_0	20509
Massa del rottame	1,33 kg
Velocità angolare dei rotori	500 rad/s
Tempo simulato	0,02 s
Numero di cicli	128385
Tempo CPU	3366 s
Istante del primo elemento eroso	$1,39 \cdot 10^{-4}$ s
Elementi erosi, N_{ero}	15650
Percentuale di elementi erosi, η_{ero}	76,31%
Forza risultante massima (cutter)	135,26 kN
Istante della forza massima (cutter)	4,84 ms
Momento risultante massimo (cutter)	$1,57 \cdot 10^8$ N mm
Forza risultante massima (scarico)	101,22 kN
Istante della forza massima (scarico)	14,10 ms
Energia cinetica massima del rottame	6,76 kJ

Nel complesso il caso M1 conferma il funzionamento del modello esteso alla macchina completa: il rottame viene ingaggiato, frammentato ed evacuato entro il tempo simulato, e le risultanti sono estraibili sia sul contatto di taglio sia sul contatto con lo scarico. I valori assoluti di forza, momento ed erosione non sono confrontabili con quelli delle campagne precedenti, a causa della velocità angolare, della scheda materiale e della geometria di

rottame differenti. Una ripetizione del caso a velocità prossima a quella operativa è presentata nella sezione seguente, mentre l'adozione della scheda materiale delle campagne resta tra gli sviluppi futuri.

7.7 Influenza della velocità di rotazione

L'effetto della velocità di rotazione è valutato mediante due confronti separati, costruiti su modelli differenti. Il primo riguarda la macchina completa e confronta il caso accelerato M1 con il caso M2, eseguito a una velocità prossima a quella operativa. Il secondo riguarda invece il modello locale della piastra HDPE di riferimento e confronta le velocità di 100 e 500 rad/s. I risultati dei due confronti non vengono combinati tra loro, poiché cambiano la geometria del rottame e l'estensione del modello; ciascun confronto isola l'effetto della velocità soltanto all'interno della propria configurazione.

7.7.1 Macchina completa: confronto tra i casi M1 e M2

Il caso M2 ripete il caso M1 alla velocità angolare di 3,14 rad/s, pari a circa 30 giri/min e prossima all'ordine di grandezza operativo della macchina, contro i 500 rad/s del caso dimostrativo. Il modello è identico: stesso rottame (20509 elementi, 1,33 kg), stessa scheda materiale priva di correzione di strain rate, stessi contatti e stessi trasduttori; l'esportazione del modello differisce soltanto per 4 nodi e 26 elementi solidi nelle parti rigide, senza effetto sui risultati. Il confronto isola quindi l'effetto della sola velocità di rotazione, a parità di resistenza del materiale. Il tempo impostato è di 1 s; il calcolo si è interrotto a 0,72 s per un limite della licenza di calcolo, dopo 1600301 cicli e 23171 s su 8 thread: i valori sono riferiti all'istante di interruzione, al quale i rotori hanno compiuto 2,26 rad (0,36 giri) contro i 10 rad del caso M1.

La Figura 7.84 mostra la forza risultante sul contatto cutter-rottame. Il valore massimo è pari a 3,93 kN e si verifica a $t = 116,00$ ms, con componenti $F_x = -3,41$ kN, $F_y = -1,75$ kN e $F_z = 0,87$ kN: il carico è dominato dalla componente orizzontale di trascinamento, mentre nel caso M1 dominava la componente verticale d'urto. Il rapporto tra le forze massime dei due casi è pari a 34. Il momento risultante massimo è pari a $3,56 \cdot 10^6$ N mm a $t = 79,00$ ms.

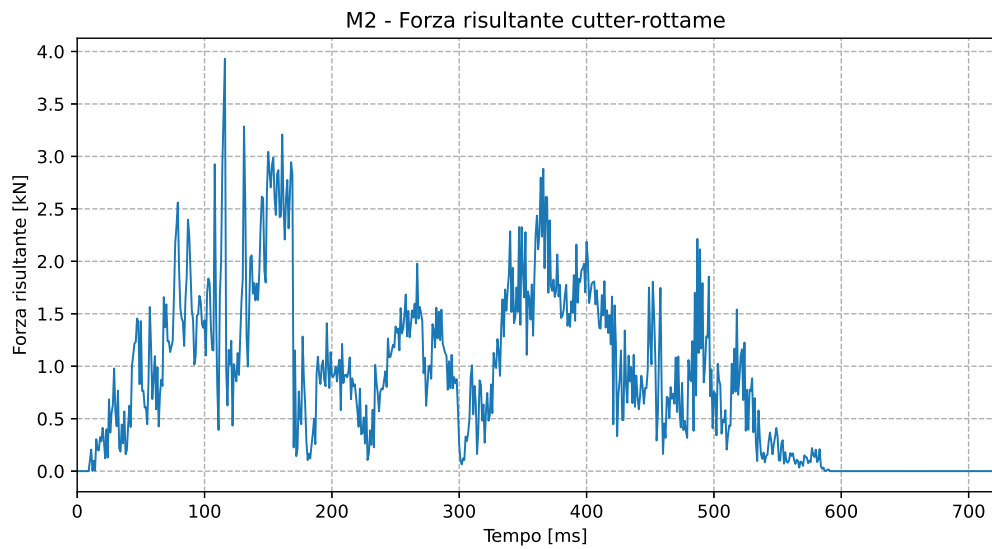


Figura 7.84: Caso M2: andamento temporale della forza risultante sul contatto cutter-rottame.

La Figura 7.85 riporta la forza sul contatto scarico-rottame: il massimo, pari a 0,82 kN, si registra all'ultimo campione disponibile (719,00 ms) ed è ancora in crescita, a indicare che il materiale raggiunge lo scarico solo al termine del tratto simulato.

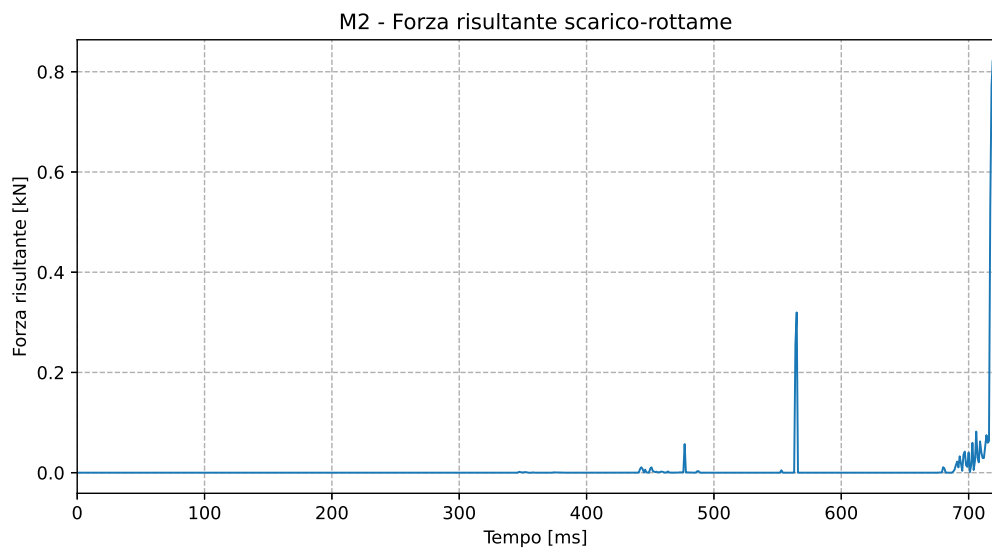


Figura 7.85: Caso M2: andamento temporale della forza risultante sul contatto scarico-rottame.

La Figura 7.86 mostra il conteggio cumulato degli elementi erosi: 3922 su 20509, pari al 19,12%, con il primo elemento rimosso a 22,51 ms e l'ultimo evento a 573,73 ms. Come per M1, il conteggio comprende sia le rimozioni per criterio di failure sia quelle per passo temporale minimo.

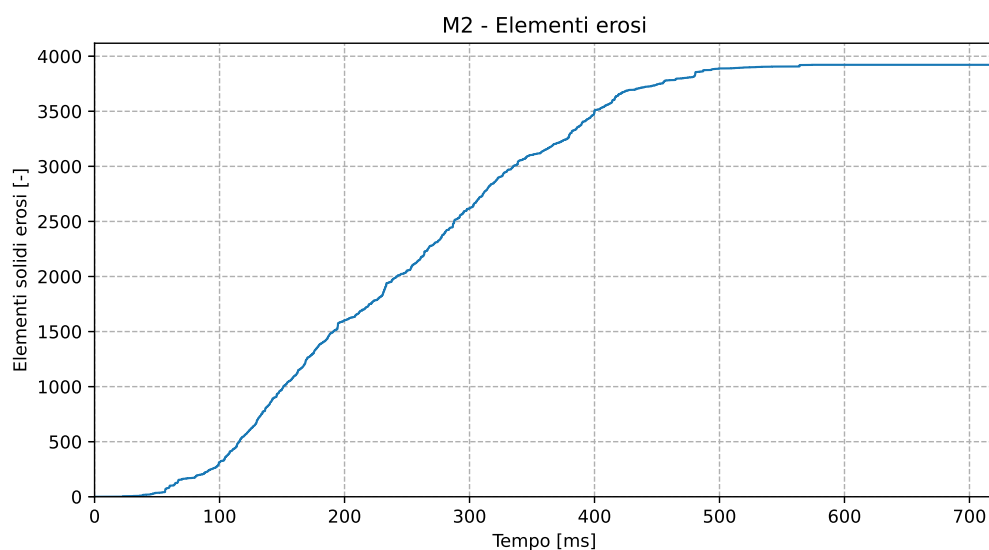


Figura 7.86: Caso M2: evoluzione temporale cumulativa del numero di elementi erosi.

Il confronto diventa significativo riportando l'erosione in funzione dell'angolo di rotazione complessivamente percorso dai rotori, come mostrato in Figura 7.87. Il primo elemento eroso compare a una rotazione simile nei due casi (0,069 rad in M1 e 0,071 rad in M2). Sul comune intervallo 0–2,26 rad il caso M1 ha eroso il 23,87% degli elementi contro il 19,12% di M2, con variazioni medie rispetto all'angolo percorso pari rispettivamente a 10,56 e 8,46 %/rad. La frammentazione numerica per unità di rotazione risulta pertanto dello stesso ordine di grandezza, ma superiore di circa il 25% in M1; limitatamente all'intervallo simulato, il risultato evidenzia una rilevante influenza della cinematica dell'ingaggio sull'erosione per unità di rotazione.

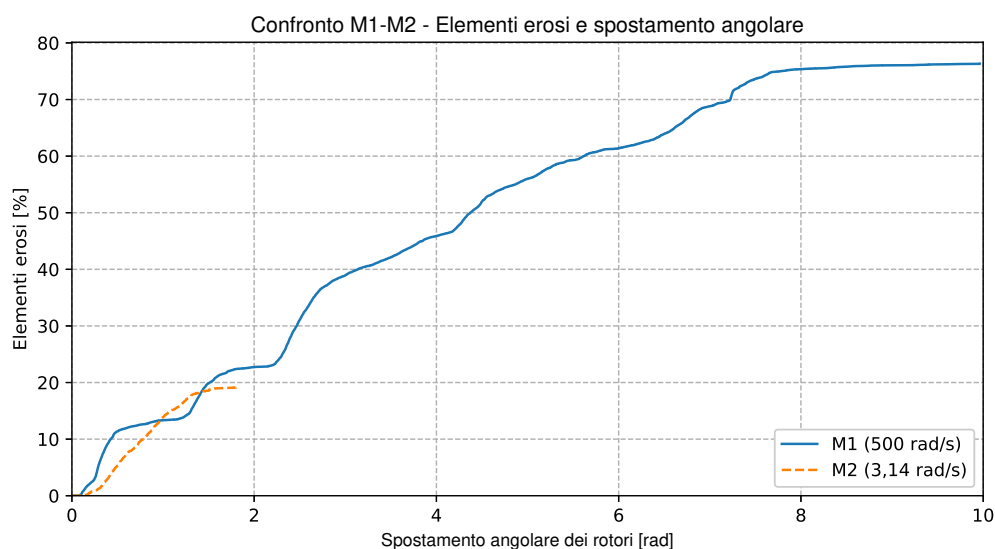


Figura 7.87: Confronto M1–M2: percentuale di elementi erosi in funzione dell'angolo di rotazione complessivamente percorso dai rotori.

I due casi sono riassunti in Tabella 7.25.

Tabella 7.25: Confronto tra i casi M1 e M2 sulla macchina completa.

Grandezza	M1	M2
Velocità angolare	500 rad/s	3,14 rad/s
Tempo simulato	0,02 s	0,72 s (interrotto)
Rotazione compiuta	10 rad (1,6 giri)	2,26 rad (0,36 giri)
Numero di cicli	128385	1600301
Tempo di calcolo	3366 s	23171 s
N_0	20509	20509
N_{ero}	15650	3922
η_{ero}	76,31%	19,12%
Istante del primo elemento eroso	0,14 ms	22,51 ms
Rotazione al primo elemento eroso	0,069 rad	0,071 rad
$F_{\text{res,max}}$ (cutter)	135,26 kN	3,93 kN
Istante di $F_{\text{res,max}}$ (cutter)	4,84 ms	116,00 ms
$M_{\text{res,max}}$ (cutter)	$1,57 \cdot 10^8$ N mm	$3,56 \cdot 10^6$ N mm
$F_{\text{res,max}}$ (scarico)	101,22 kN	0,82 kN
Istante di $F_{\text{res,max}}$ (scarico)	14,10 ms	719,00 ms
Energia cinetica massima del rottame	6,76 kJ	0,02 kJ

Nel complesso, dai risultati emergono due aspetti principali. I carichi dipendono fortemente dalla velocità anche in assenza di correzione di strain rate: la forza massima scende di un fattore 34 e l'energia cinetica del rottame di oltre due ordini di grandezza, segno che a 500 rad/s l'ingaggio è dominato dagli urti sul rottame leggero, mentre a 3,14 rad/s si riduce a un taglio quasi statico; con una scheda sensibile alla velocità di deformazione, come quelle delle campagne, il divario sarebbe ancora maggiore. La frammentazione per unità di rotazione risulta invece dello stesso ordine nei due casi: le prove accelerate riproducono una tendenza comparabile dell'erosione rispetto all'angolo percorso, ma amplificano fortemente i carichi e devono essere interpretate di conseguenza. Il costo di calcolo motiva la scelta delle velocità accelerate: un radiante di rotazione richiede 12839 cicli a 500 rad/s e circa $7,1 \cdot 10^5$ a 3,14 rad/s; completare a velocità realistica i 10 rad del caso M1 richiederebbe circa $7 \cdot 10^6$ cicli, stimabili in oltre un giorno di calcolo per il modello in esame. Entro il tratto simulato il rottame del caso M2 non risulta né completamente frantumato né evacuato dallo scarico.

Lo stato del modello all'istante di interruzione è mostrato in Figura 7.88, con tensione equivalente massima visualizzata pari a 24,95 MPa.

H: Prova a velocità realistica: 130367 Elementi - 3,14 rad/s - 1 s - 6 h 26 m

Equivalent Stress

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

Time: 0,7 s

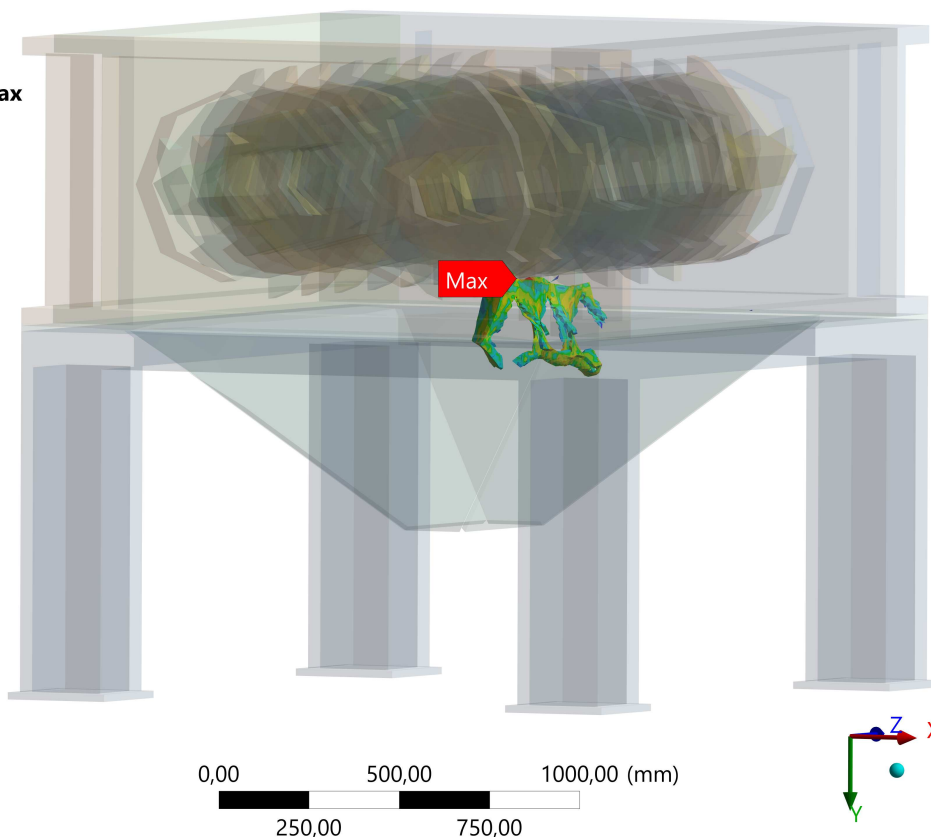
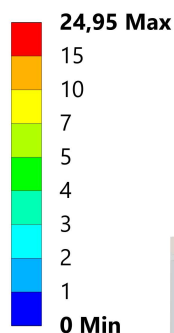


Figura 7.88: Caso M2: stato del modello all'istante di interruzione.

7.7.2 Prova accelerata esplorativa sulla piastra HDPE

Una prova esplorativa è stata eseguita sul modello locale della piastra HDPE imponendo ai rotori una velocità angolare di 500 rad/s per 40 ms. La geometria della piastra ($1000 \times 500 \times 30$ mm), la configurazione dei cutter a tre denti e la discretizzazione da 8 mm coincidono con quelle del caso di riferimento. Nella presente simulazione è stata tuttavia adottata una soglia di failure pari a $EPS = 0,1$, inferiore al valore $EPS = 0,5$ utilizzato nel caso a 100 rad/s, allo scopo di osservare anche l'influenza di tale parametro sull'evoluzione della frammentazione numerica.

La Figura 7.89 mostra l'evoluzione cumulativa della percentuale di elementi erosi. Il primo elemento viene rimosso a 0,292 ms e, al termine del calcolo, risultano erosi 15711 elementi sui 31500 iniziali, pari al 49,88%.

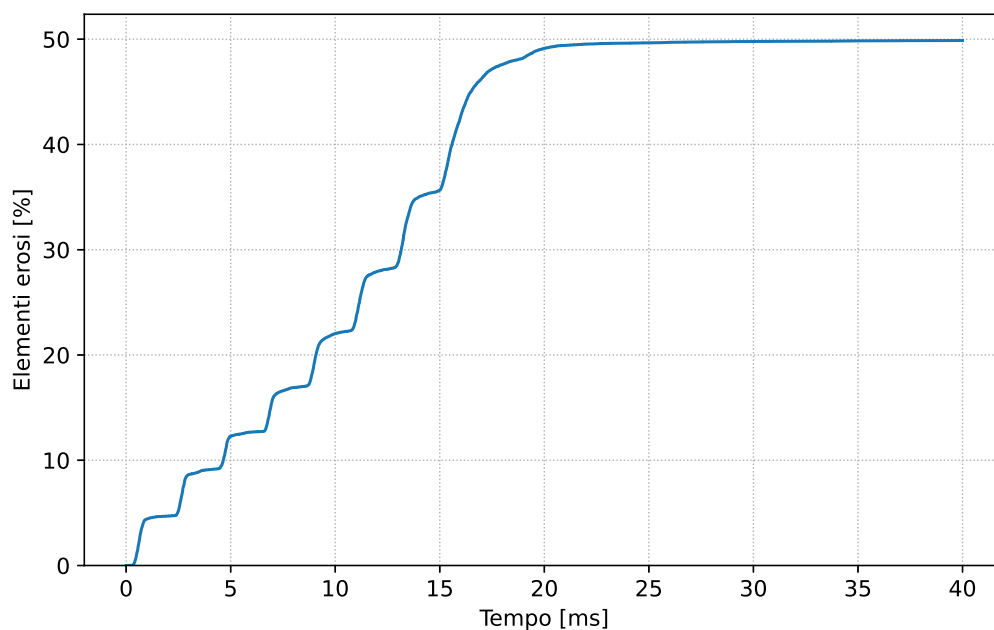


Figura 7.89: Prova esplorativa a 500 rad/s e $\text{EPS} = 0,1$: evoluzione temporale della percentuale cumulativa di elementi erosi della piastra HDPE.

Il confronto tra le percentuali finali è riportato in Figura 7.90. Il caso a 500 rad/s raggiunge il 49,88% di elementi erosi, contro l'11,15% del caso di riferimento a 100 rad/s. La differenza non può essere attribuita esclusivamente alla velocità, poiché nel caso accelerato è stata adottata anche una soglia di failure più bassa.

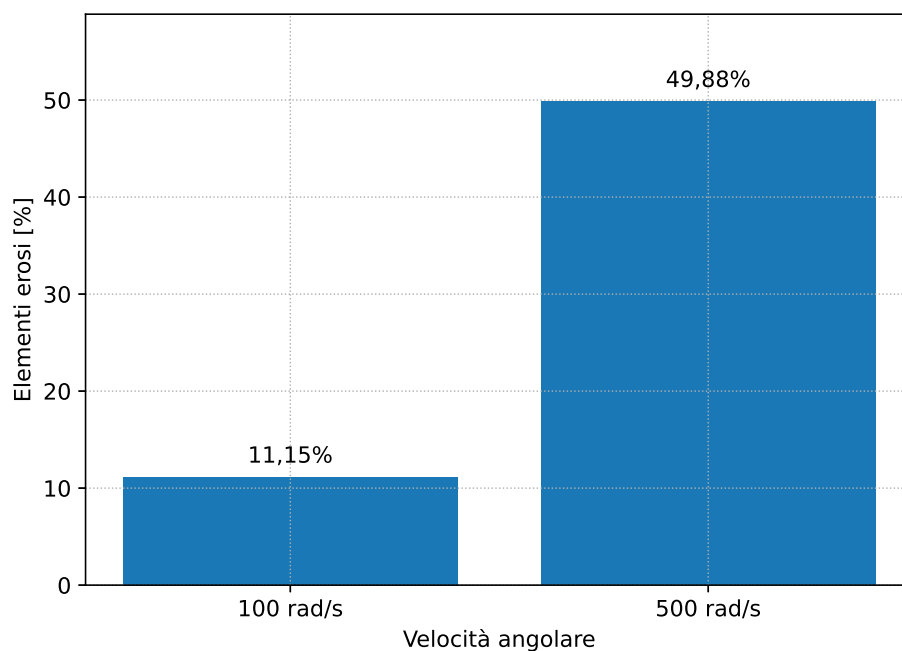


Figura 7.90: Confronto descrittivo della percentuale finale di elementi erosi: caso di riferimento a 100 rad/s con $\text{EPS} = 0,5$ e prova accelerata a 500 rad/s con $\text{EPS} = 0,1$.

Lo stato finale mostrato in Figura 7.91 evidenzia la dispersione del materiale in numerose

porzioni residue, coerentemente con l'elevata percentuale di erosione numerica.

AA: Rottame: Piastra - 8 mm sizing - 52 m 23 s - 500 rad/s - 0,04 s - 58454 Elementi - 77158 Nodi

Equivalent Stress

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

Time: 3,2e-002 s

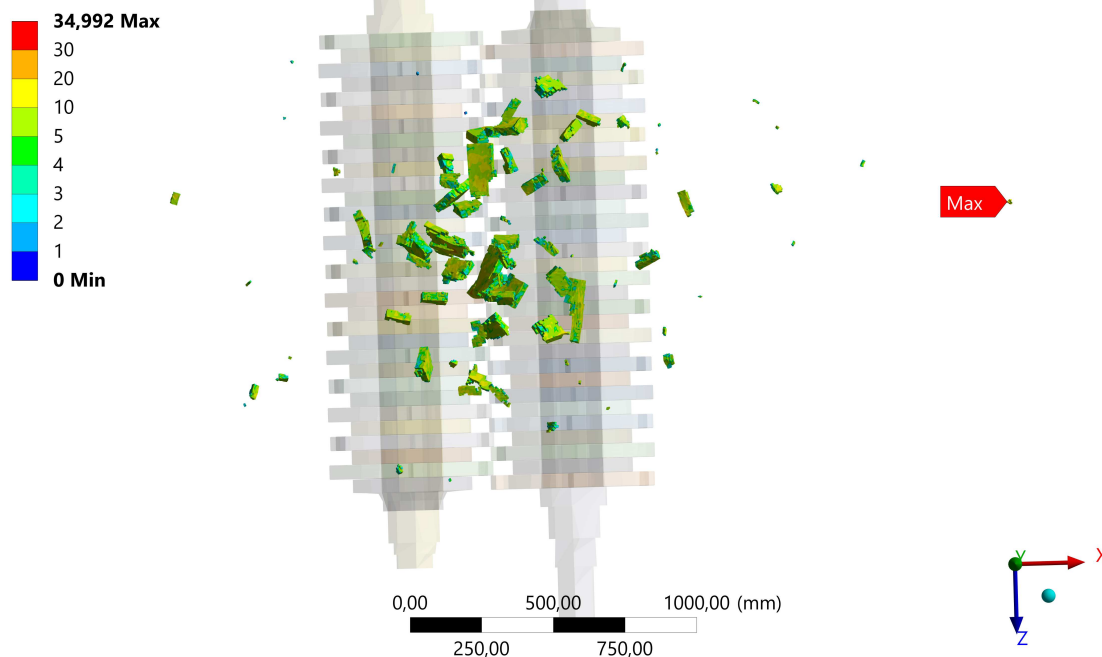


Figura 7.91: Stato finale della piastra HDPE nella prova esplorativa a 500 rad/s e EPS = 0,1, osservato dal lato inferiore.

Nel caso M2, eseguito a 3,14 rad/s, entro i 0,72 s e i 2,26 rad effettivamente simulati il rottame raggiunge una frammentazione parziale, senza risultare completamente frantumato né evacuato dallo scarico, come mostrato nella Figura 7.88. L'impiego di velocità di rotazione più elevate consente invece di osservare un maggior numero di ingaggi entro una finestra temporale più breve e, nel modello numerico, una disgregazione più estesa del materiale.

La prova esplorativa a 500 rad/s conferma qualitativamente questa tendenza, mostrando una frammentazione macroscopica molto più avanzata entro i 40 ms simulati. In tale prova è stata tuttavia adottata anche una soglia di failure inferiore, EPS = 0,1 anziché EPS = 0,5; il risultato deve pertanto essere attribuito all'effetto combinato dell'aumento della velocità di rotazione e della maggiore facilità di erosione numerica del materiale.

Capitolo 8

Discussione dei risultati, verifica dei modelli e sviluppi futuri

Il lavoro ha sviluppato un modello CAD di riferimento e una catena di modelli FEM statici, modali, transitori ed espliciti. Tali modelli calcolano tensioni, spostamenti, frequenze proprie, reazioni dinamiche e forze di contatto nelle condizioni assegnate. La funzione predittiva riguarda quindi la risposta numerica del sistema entro le ipotesi adottate.

I modelli sono stati impiegati per il dimensionamento preliminare dei componenti critici e per il confronto tra configurazioni successive. L'ottimizzazione è stata svolta come processo iterativo di revisione geometrica e selezione dei casi più favorevoli, senza ricercare un ottimo matematico globale.

L'attendibilità dei risultati è stata valutata mediante controlli numerici, confronti analitici, bilanci energetici e dati esterni disponibili. La validazione sperimentale quantitativa sulla macchina reale non è stata svolta e costituisce uno sviluppo futuro.

8.1 Quadro riassuntivo dei risultati numerici

8.1.1 Risultati delle analisi statiche e modali

Le analisi statiche hanno mostrato che la risposta degli alberi dipende in modo marcato dalle condizioni di vincolo e dalla chiusura della coppia. La tensione sui cutter resta invece pressoché invariata nei casi A–D. Le analisi modali hanno individuato frequenze flessionali del rotore molto superiori alla frequenza di rotazione. Con gli isolatori compaiono inoltre modi globali dell'insieme macchina–appoggi a bassa frequenza. La verifica mediante diagramma di Campbell, estesa agli ordini di eccitazione da $h = 1$ a $h = 6$, non ha evidenziato intersezioni per $h = 1$ e $h = 2$, mentre quelle associate agli ordini $h = 3$, $h = 4$ e $h = 5$ si collocano al di fuori del campo operativo assunto. Per l'ordine $h = 6$, considerato in relazione alla periodicità geometrica del gruppo di taglio, sono state individuate intersezioni con i modi 3 e 4 rispettivamente a 21,73 e 23,07 rpm. La prima ricade nel campo operativo 19–22 rpm, mentre la seconda si colloca poco al di sopra di tale intervallo. Queste intersezioni indicano possibili condizioni di coincidenza tra frequenza di eccitazione e frequenza propria, ma non consentono da sole di quantificare l'ampiezza della risposta vibratoria.

Il confronto tra le frequenze proprie delle due configurazioni di appoggio è riportato in Figura 8.1.

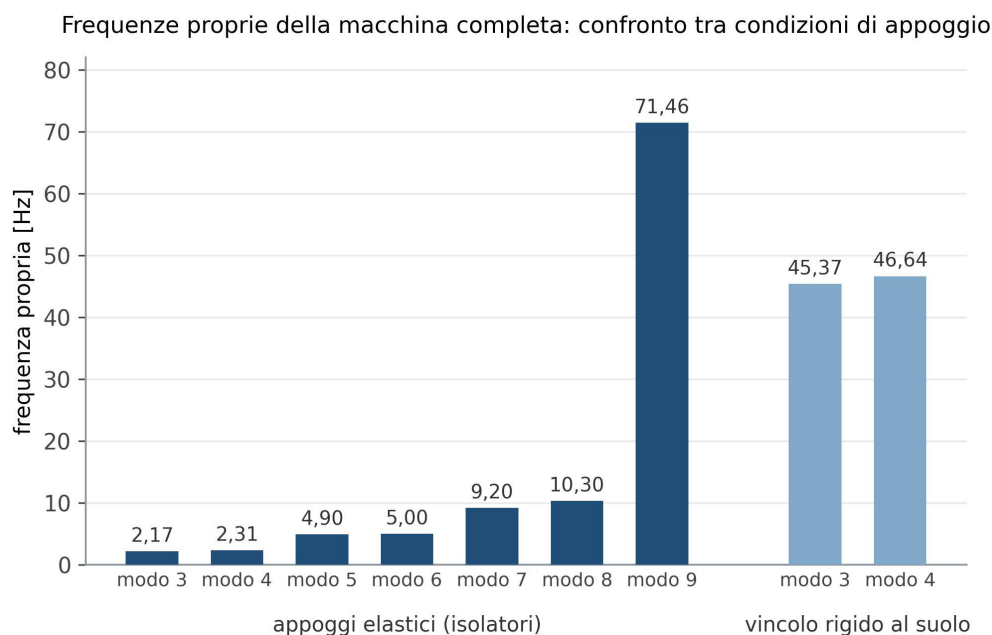


Figura 8.1: Confronto tra le frequenze proprie della macchina con telaio di base rigidamente vincolato e con appoggi elastici.

8.1.2 Risultati delle analisi transitorie e degli interventi migliorativi

L'analisi transitoria ha evidenziato il carattere dinamico della risposta. Nel modello AC le reazioni torsionali massime raggiungono 1,71 e 1,60 volte il momento applicato di picco. L'aumento del diametro terminale degli alberi da 140 a 170 mm riduce la tensione nominale da 322,46 a 195,32 MPa tra AC e AK.

La configurazione finale AL presenta i valori complessivamente più contenuti tra le configurazioni documentate; come discusso nel Capitolo 6, il confronto con AC, AD e AK risente in parte del diverso schema di connessione del pacco rotante. La tensione nominale scende a 180,43 MPa, con fattore di sicurezza nominale pari a 3,63. La tensione massima sulla carcassa è pari a 5,13 MPa, quella sul telaio di base a 12,35 MPa e lo spostamento totale a 1,38 mm. La massa è pari a 13,83 t, inferiore del 3,49% rispetto ad AK. AL rappresenta quindi l'esito finale dell'iterazione progettuale svolta.

8.1.3 Risultati delle analisi esplicite

Le campagne LS-DYNA hanno permesso di confrontare il numero di denti, la geometria e il materiale del rottame, la taglia di mesh e la velocità di rotazione. Il cutter a 3 denti e la piastra R7 sono stati adottati come riferimenti per le prove successive. Lo studio di sensibilità alla mesh ha mostrato una relativa stabilizzazione dell'impulso tra 8 e 5 mm. Il picco di forza e la frazione di elementi erosi restano invece dipendenti dalla discretizzazione.

I casi accelerati sono quindi utilizzati per confronti relativi e non come stima diretta dei carichi operativi.

8.2 Influenza dei parametri di progetto e di modello

Le campagne hanno esaminato gli effetti delle condizioni di vincolo e di appoggio, delle modifiche geometriche, del numero di denti, della geometria e del materiale del rottame, della taglia di mesh e della velocità di rotazione. Smorzamento, rigidezze dei cuscinetti, ripartizione 7:3 dei carichi, coefficienti di attrito e soglia EPS a parità di materiale non sono stati variati come parametri indipendenti.

La relazione tra i parametri variati e le grandezze di risposta esaminate è sintetizzata in Figura 8.2.

		Tensioni / stress equivalenti	Deformazioni / spostamenti	Frequenze proprie	Reazioni / momenti	Forze di contatto	Impulso / energia	Frammentazione / erosione numerica	Robustezza numerica / costo computazionale
1	Vincoli torsionali e chiusura della coppia					–	–	–	–
2	Rigidezza degli appoggi / presenza di isolatori	–				–	–	–	
3	Diametro terminale degli alberi			–		–	–	–	
4	Geometria di carcassa e telaio			–		–	–	–	
5	Schema di connessioni interne del gruppo rotante			–		–	–	–	
6	Numero di denti del cutter			–	–				
7	Geometria del rottame			–	–				
8	Materiale del rottame			–	–				
9	Velocità dei rotori / casi M1-M2			–	–				
10	Taglia di mesh del rottame			–	–				

Figura 8.2: Mappa dei parametri variati e delle grandezze di risposta esaminate.

8.2.1 Condizioni di vincolo e rigidezza degli appoggi

Le condizioni di vincolo influenzano soprattutto la risposta degli alberi e la posizione dei massimi locali. La rigidezza degli appoggi modifica invece la parte bassa dello spettro modale e introduce modi globali dell'insieme macchina-isolatori. Per questo motivo i confronti strutturali sono stati basati, quando possibile, su reazioni globali e grandezze nominali.

8.2.2 Configurazioni strutturali e gruppo rotante

Gli interventi su carcassa e telaio modificano la distribuzione delle tensioni nella struttura fissa. L'aumento del diametro terminale degli alberi produce invece la riduzione più evidente della tensione nominale del gruppo rotante. La configurazione AL combina i valori più bassi di tensione sulla struttura fissa e il minore spostamento complessivo tra i casi analizzati.

Il confronto delle tensioni equivalenti massime nella struttura fissa è riportato in Figura 8.3.

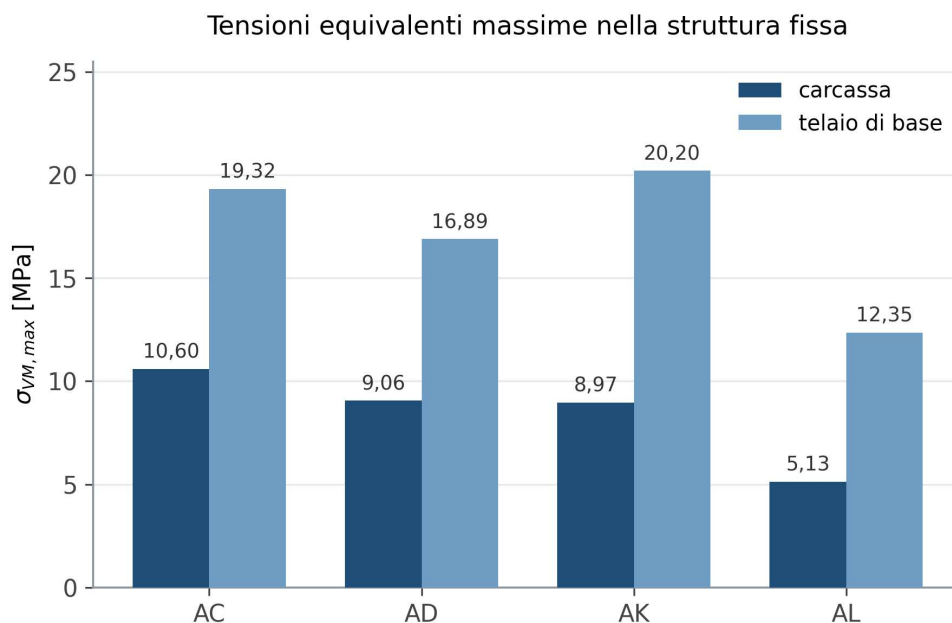


Figura 8.3: Tensioni equivalenti massime nella struttura fissa nelle quattro configurazioni.

I massimi FEM locali nel gruppo rotante evidenziano le zone maggiormente sollecitate di alberi, cutter e distanziali. Tali valori sono utilizzati insieme alle tensioni nominali e alle reazioni dinamiche, poiché risultano sensibili alla posizione del massimo e alla discretizzazione locale.

Il confronto dei massimi FEM locali del gruppo rotante è riportato in Figura 8.4.

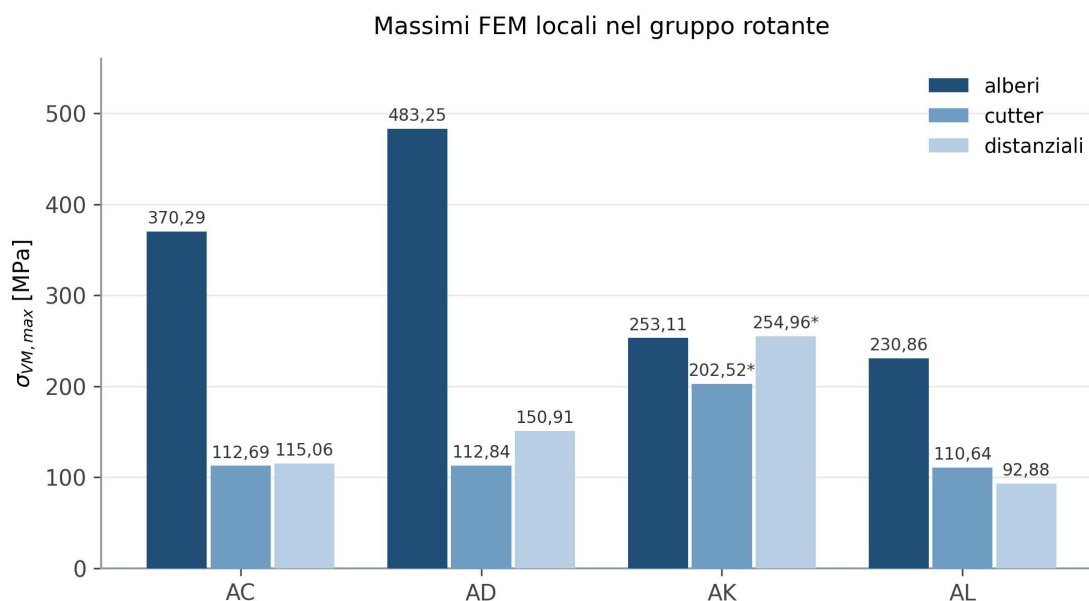


Figura 8.4: Massimi FEM locali nel gruppo rotante nelle quattro configurazioni.

8.2.3 Numero di denti dei cutter

Il numero di denti produce una risposta non monotona. Il passaggio da 3 a 4 denti aumenta il numero di elementi erosi, ma porta la forza massima da 73,69 a 177,63 kN. Il cutter a 3 denti è stato quindi adottato come riferimento per le campagne successive, privilegiando il contenimento del carico e mantenendo l'attivazione del criterio di erosione.

Il confronto tra la forza massima e il numero di elementi erosi per le configurazioni analizzate è riportato in Figura 8.5.

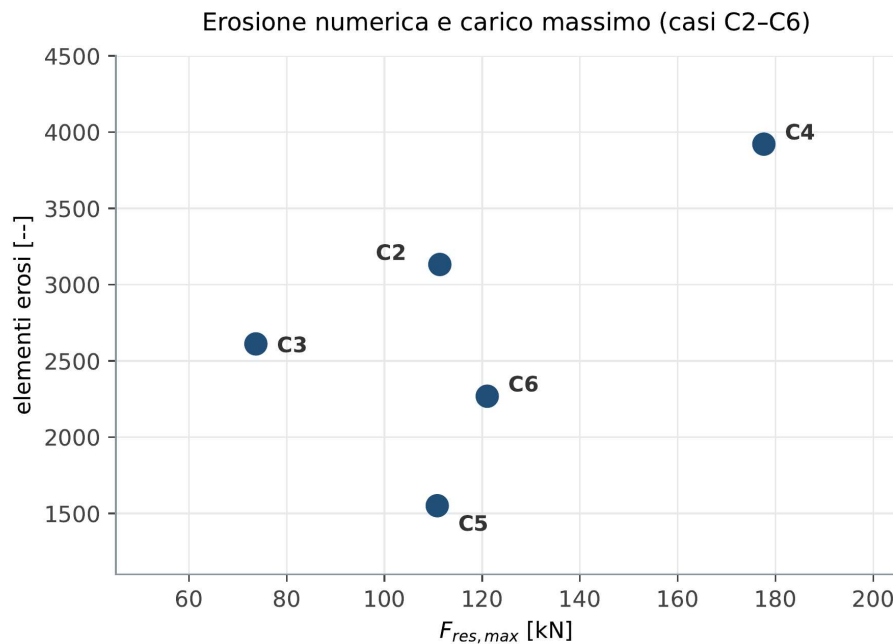


Figura 8.5: Erosione numerica e forza massima per le configurazioni di cutter.

8.2.4 Geometria e materiale del rottame

La geometria del rottame modifica l'estensione dell'ingaggio e la severità del contatto. Le forme cave producono carichi più contenuti, mentre la piastra piana costituisce un caso più severo e regolare. La campagna sui materiali mostra inoltre un aumento della forza massima passando dalle schede polimeriche alla lega di alluminio. Poiché le schede differiscono per più proprietà meccaniche e numeriche, il confronto descrive la risposta complessiva dei materiali analizzati e non l'effetto isolato di un singolo parametro.

La forza risultante massima ottenuta per ciascun materiale è confrontata in Figura 8.6.

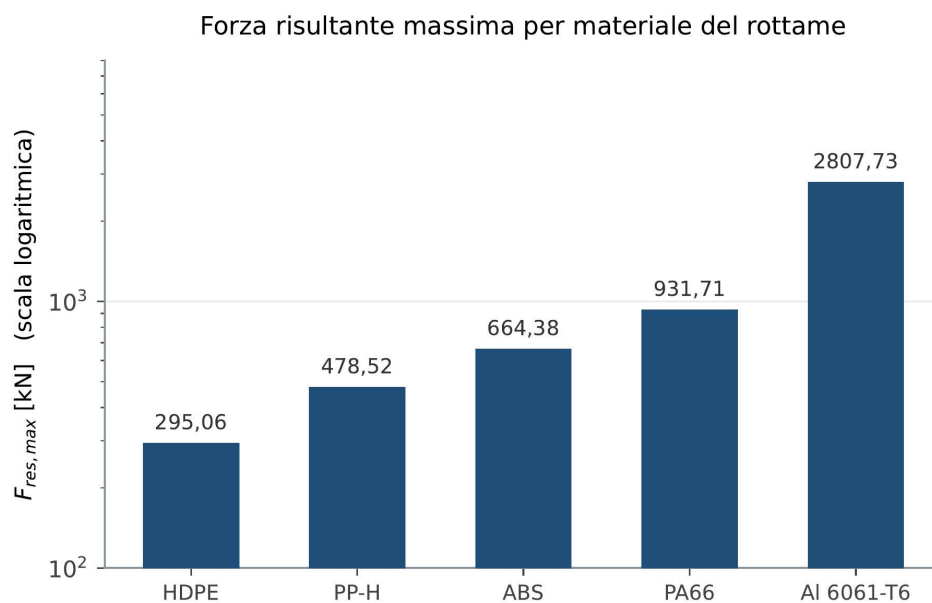


Figura 8.6: Forza risultante massima per materiale del rottame.

8.2.5 Taglia di mesh e velocità di rotazione

Il picco di forza diminuisce al raffinarsi della mesh senza raggiungere una stabilizzazione. L'impulso risulta meno sensibile tra le taglie di 8 e 5 mm ed è quindi più adatto ai confronti tra configurazioni. Anche la velocità di rotazione influenza in modo marcato i carichi. I valori ottenuti nei casi accelerati devono essere letti come confronto relativo tra scenari numerici.

L'andamento del picco della forza risultante al variare della taglia di mesh è riportato in Figura 8.7.

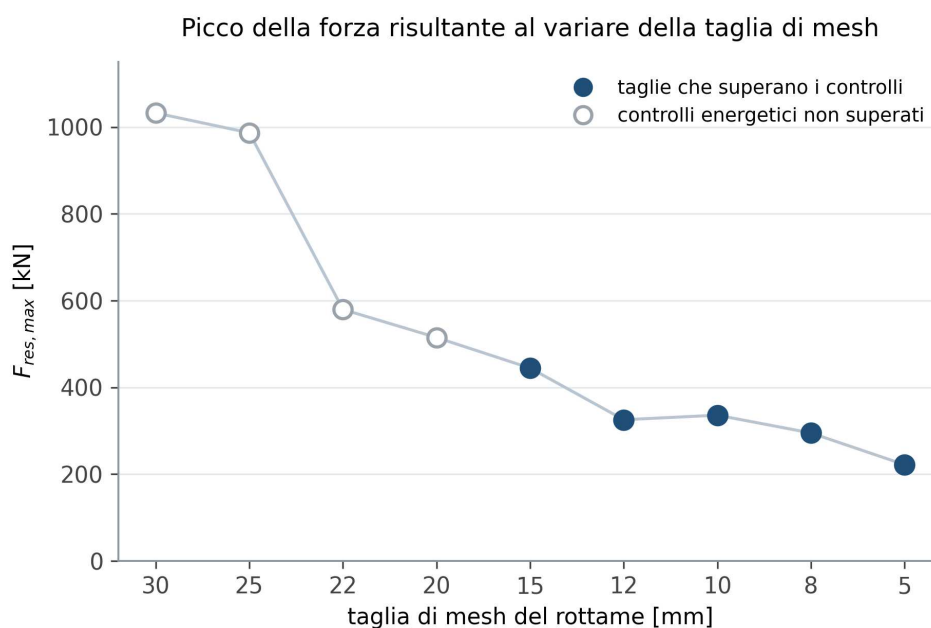


Figura 8.7: Picco della forza risultante al variare della taglia di mesh.

8.3 Verifica dei modelli e livello di validazione

8.3.1 Verifiche numeriche interne

Le verifiche interne comprendono il controllo degli equilibri e delle reazioni nelle analisi statiche, l'equilibrio alla rotazione e in direzione verticale nell'analisi transitoria, il controllo del contenuto in frequenza e i bilanci energetici delle simulazioni esplicite. Nelle taglie di mesh accettate, lo scostamento energetico resta entro lo 0,01% e l'energia di contatto entro il 5,89%.

Lo studio di sensibilità alla mesh ha evidenziato una relativa stabilizzazione dell'impulso tra 8 e 5 mm. Non è stata invece dimostrata la convergenza del picco di forza o della frazione di elementi erosi.

8.3.2 Confronti analitici ed esterni

I controlli di coerenza comprendono il confronto tra la frequenza verticale calcolata e la stima massa-molla, pari rispettivamente a 5,00 e 4,95 Hz. Sono stati inoltre confrontati i massimi FEM con le tensioni nominali e le reazioni torsionali con la capacità del riduttore selezionato. Le rigidezze degli isolatori e altri dati di ingresso sono stati ricavati da dati di catalogo e letteratura.

8.3.3 Livello di validazione raggiunto

I controlli eseguiti supportano la coerenza numerica e fisica dei modelli nelle condizioni analizzate. Non sono tuttavia disponibili misure sperimentali sulla macchina modellata. Il

lavoro raggiunge quindi un livello di verifica numerica e di validazione preliminare mediante confronti analitici ed esterni. La validazione sperimentale quantitativa resta da completare.

8.4 Limiti del lavoro

8.4.1 Variabilità del materiale e semplificazioni dei modelli

Le macchine di frantumazione trattano materiali con forme, dimensioni e proprietà molto diverse. Anche la posizione iniziale e la modalità di ingaggio influenzano il carico. Le campagne svolte coprono un insieme limitato di casi e non esauriscono la variabilità del processo industriale.

Le analisi statiche e transitorie impiegano carichi equivalenti e una ripartizione 7:3 assunta tra i denti. L'attrito non è stato incluso e i collegamenti del pacco lame sono stati rappresentati mediante contatti *bonded*. Il materiale della struttura fissa deriva inoltre dalla scheda *Structural Steel* di libreria. Queste ipotesi sono adeguate al confronto preliminare, ma non descrivono tutti i dettagli del comportamento reale.

Il criterio di erosione a deformazione plastica critica costante dipende dalla taglia degli elementi. La frazione erosa è quindi un indicatore descrittivo e non una metrica di convergenza. Anche i massimi FEM locali presso profili esagonali, vincoli remoti e variazioni geometriche risentono della mesh e della rappresentazione dei raccordi.

8.4.2 Estensione del modello e scenari non coperti

Le campagne esplicite sono state eseguite a 100 rad/s e il caso dimostrativo M1 a 500 rad/s, rispetto a una velocità nominale di 2,55 rad/s. Le velocità elevate riducono i tempi di calcolo, ma amplificano i carichi e limitano l'uso quantitativo dei risultati.

Il costo computazionale ha inoltre limitato la durata di alcune prove. La mesh da 2 mm ha richiesto 35394 s ed è stata interrotta. Il caso M2 si è arrestato a 0,72 s simulati dopo 23171 s di calcolo per un limite della licenza.

Il caso M1 è definito “macchina completa” in contrapposizione ai modelli ridotti costituiti dai soli rotori e dal rottame. Il modello comprende rotori, telaio, piastre laterali e di estremità e scarico inferiore. Non include però tutti i sottosistemi della macchina industriale reale. Sono esclusi la tramoggia di alimentazione, i coperchi, i *cleaning fingers*, i motori e i riduttori.

Nel modello esplicito le parti della macchina sono rigide e soltanto il rottame è deformabile. Questa scelta limita il numero di elementi e di contatti, ma non consente di seguire la deformazione della struttura lungo l'intero percorso del carico.

Le analisi riguardano eventi singoli. Non sono stati trattati fatica, usura dei taglienti, sequenze di carico ripetute e caratterizzazione dello smorzamento reale. Non sono state inoltre eseguite campagne indipendenti sulle rigidità dei cuscinetti e degli isolatori, sull'attrito o sulla soglia EPS a parità di materiale.

8.5 Sviluppi futuri

8.5.1 Sviluppi dei modelli numerici

Gli sviluppi sul modello strutturale comprendono l'introduzione di contatti ad attrito tra albero, cutter e distanziali al posto dei collegamenti *bonded*. I raccordi dei profili esagonali dovranno essere approfonditi mediante affinamenti locali della mesh o sottomodelli. Sarà inoltre utile eseguire campagne di sensibilità sulle rigidità dei cuscinetti e degli isolatori e caratterizzare lo smorzamento del sistema.

Per il modello esplicito si prevede di variare separatamente i coefficienti di attrito e la soglia di erosione. Ulteriori campagne potranno riguardare l'interasse tra i rotori, il gioco tra i cutter e la velocità di rotazione. Le schede materiale dovranno inoltre includere, quando disponibili, dati dipendenti dalla velocità di deformazione.

La riduzione dei tempi di calcolo richiederà mesh concentrate nelle zone di contatto, una scelta controllata del dominio e un maggiore impiego del calcolo parallelo.

8.5.2 Estensione alla macchina industriale e validazione sperimentale

Uno sviluppo prioritario è la realizzazione di un modello esteso alla macchina industriale, comprendente tramoggia, coperchi, *cleaning fingers*, motori, riduttori. Le parti strutturali interessate dal percorso del carico dovranno essere deformabili. In questo modo sarà possibile trasferire le azioni generate dal contatto cutter-rottame fino a carcassa, telaio e collegamenti.

La metodologia dovrà essere applicata a una macchina industriale documentata e confrontata con dati del costruttore e misure dedicate. Le attività più utili comprendono prove modali, misure di coppia o potenza assorbita e prove elementari sui materiali trattati. Questi dati permetteranno di calibrare i modelli e completare la validazione quantitativa.

Gli spettri di carico ricavati dalle simulazioni esplicite potranno infine essere impiegati per analisi di fatica e per lo studio dell'usura dei taglienti.

8.6 Conclusioni finali

Il lavoro ha definito un flusso numerico che collega il modello CAD dello shredder, le analisi strutturali implicite e le simulazioni esplicite dell'interazione cutter-rottame. I modelli hanno permesso di confrontare condizioni di vincolo, configurazioni geometriche e parametri del materiale trattato.

La configurazione AL costituisce l'esito finale della revisione progettuale e presenta i valori complessivamente più contenuti tra i casi documentati, fermo restando il diverso schema di connessione interna rispetto alle configurazioni precedenti. Le campagne LS-DYNA hanno inoltre chiarito l'influenza del numero di denti, della geometria e del materiale del rottame, della mesh e della velocità.

I risultati sono utilizzabili per il confronto tra configurazioni e per il dimensionamento preliminare. La validazione sperimentale e l'estensione a una macchina industriale completamente deformabile rappresentano i passaggi successivi necessari per un impiego quantitativo più generale dei modelli.

Bibliografia

- [1] European Parliament and Council, *Directive 2008/98/EC of the European Parliament and of the Council of 19 November 2008 on Waste and Repealing Certain Directives*, Official Journal of the European Union, L 312, 22.11.2008, pp. 3–30, 2008. indirizzo: <https://eur-lex.europa.eu/eli/dir/2008/98/oj>.
- [2] European Commission, *A New Circular Economy Action Plan – For a Cleaner and More Competitive Europe*, Communication COM(2020) 98 final, Brussels, 11 March 2020, 2020. indirizzo: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:52020DC0098>.
- [3] European Parliament and Council, *Directive 2000/53/EC of the European Parliament and of the Council of 18 September 2000 on End-of-Life Vehicles*, Official Journal of the European Union, L 269, 21.10.2000, pp. 34–43, 2000. indirizzo: <https://eur-lex.europa.eu/eli/dir/2000/53/oj>.
- [4] M. Allen, *Mining Energy Consumption 2021*, Report, Coalition for Eco Efficient Comminution and The Weir Group PLC, 2021. indirizzo: <https://www.ceecthefuture.org/resources/mining-energy-consumption-2021>.
- [5] M. Geissdoerfer, M. P. P. Pieroni, D. C. A. Pigosso e K. Soufani. «The Circular Economy concept.png.» Wikimedia Commons, licenza CC BY 4.0, visitato il giorno 25 giu. 2026. indirizzo: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:The_Circular_Economy_concept.png.
- [6] I. Vermeulen, J. Van Caneghem, C. Block, J. Baeyens e C. Vandecasteele, «Automotive Shredder Residue (ASR): Reviewing Its Production from End-of-Life Vehicles (ELVs) and Its Recycling, Energy or Chemicals’ Valorisation,» *Journal of Hazardous Materials*, vol. 190, n. 1–3, pp. 8–27, 2011. DOI: 10.1016/j.jhazmat.2011.02.088.
- [7] J. Jeswiet e A. Szekeres, «Energy Consumption in Mining Comminution,» *Procedia CIRP*, vol. 48, pp. 140–145, 2016. DOI: 10.1016/j.procir.2016.03.250.
- [8] D. Woldt, G. Schubert e H.-G. Jäckel, «Size reduction by means of low-speed rotary shears,» *International Journal of Mineral Processing*, vol. 74, S405–S415, 2004. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0301751604000419>.
- [9] Soddaa. «How industrial shredder works.jpg.» Wikimedia Commons, licenza CC BY-SA 4.0, visitato il giorno 25 giu. 2026. indirizzo: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:How_industrial_shredder_works.jpg.

-
- [10] S. Sander, G. Schubert e H.-G. Jäckel, «The Fundamentals of the Comminution of Metals in Shredders of the Swing-Hammer Type,» *International Journal of Mineral Processing*, vol. 74, S385–S393, 2004. DOI: 10.1016/j.minpro.2004.07.038.
- [11] B. A. Wills e J. Finch, *Wills' Mineral Processing Technology: An Introduction to the Practical Aspects of Ore Treatment and Mineral Recovery*, 8^a ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2015.
- [12] Utshredder. «Double shaft shredder.jpg.» Wikimedia Commons, licenza CC BY-SA 4.0, visitato il giorno 25 giu. 2026. indirizzo: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Double_shaft_shredder.jpg.
- [13] M. Vatskicheva e I. Grigorova, «Study of Two-Shaft Shredder for Crushing of Concrete, Rubber, Plastic and Wood,» *Journal of International Scientific Publications: Materials, Methods & Technologies*, vol. 11, pp. 238–253, 2017. indirizzo: <https://www.scientific-publications.net/en/article/1001470/>.
- [14] I. Grigorova e M. Vatskicheva, «Chassis Loading Investigation of Two-Shaft Shredder for Construction Waste Management,» *Recycling and Sustainable Development*, vol. 10, pp. 15–21, 2017.
- [15] E. Brusa, S. Morsut e N. Bosso, «Dynamic Behavior and Prevention of the Damage of Material of the Massive Hammer of the Scrap Shredding Machine,» *Meccanica*, vol. 49, pp. 575–586, 2014. DOI: 10.1007/s11012-013-9812-x.
- [16] Á. Rácz e B. Csőke, «Comminution of Single Real Waste Particles in a Swing-Hammer Shredder and Axial Gap Rotary Shear,» *Powder Technology*, vol. 390, pp. 182–189, 2021. DOI: 10.1016/j.powtec.2021.05.064.
- [17] N. Bosso, E. G. M. Brusa e S. Morsut, «Numerical Modeling of the Dynamic Behavior of Shredder Hammers and Correlation with Material Damage,» in *Proceedings of the ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, ser. ESDA2012, Nantes, France: American Society of Mechanical Engineers, 2012, pp. 449–458. DOI: 10.1115/ESDA2012-82364.
- [18] X. Zhou, Z. Hu, Y. Tao, X. Qin e L. Hua, «Study on the Stress Characteristic and Fatigue Life of the Shredder Pin,» *Engineering Failure Analysis*, vol. 59, pp. 444–455, 2016. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2015.11.003.
- [19] C. M. S. Vicente, M. Sardinha e L. Reis, «Failure Analysis of a Coupled Shaft from a Shredder,» *Engineering Failure Analysis*, vol. 103, pp. 384–391, 2019. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2019.05.011.
- [20] X. Zhou, Z. Hu, Y. Tao, X. Qin e L. Hua, «Failure Mechanisms and Structural Optimization of Shredder Hammer for Metal Scraps,» *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, vol. 29, pp. 792–801, 2016. DOI: 10.3901/CJME.2016.0415.053.
- [21] J. H. Wong, W. M. J. Karen, S. A. Bahrin, B. L. Chua, G. J. H. Melvin e N. J. Siambun, «Wear Mechanisms and Performance of PET Shredder Blade with Various Geometries and Orientations,» *Machines*, vol. 10, n. 9, p. 760, 2022. DOI: 10.3390/machines10090760.

- [22] A. B. Jalisa et al., «Evaluation on the Performance and Wear of Blades in a Small-Sized High-Density Polyethylene Shredder,» *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, vol. 55, pp. 1426–1436, 2024. DOI: 10.1002/mawe.202400006.
- [23] M. Géradin e D. J. Rixen, *Mechanical Vibrations: Theory and Application to Structural Dynamics*, 3^a ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2015.
- [24] K.-J. Bathe, *Finite Element Procedures*, 2^a ed. Watertown, MA: Klaus-Jürgen Bathe, 2014.
- [25] O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor e J. Z. Zhu, *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*, 7^a ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2013.
- [26] R. D. Cook, D. S. Malkus, M. E. Plesha e R. J. Witt, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, 4^a ed. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [27] A. Trad, N. Amoura, A. Elhadj e H. Kebir, «Optimizing Plastic Shredder Rotor Design through Structural Finite Element Analysis: A Comprehensive Approach Using Experimental Design and Response Surface Methodology,» *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, vol. 52, n. 12, pp. 10 682–10 701, 2024. DOI: 10.1080/15397734.2024.2360680.
- [28] M. M. Azad, D. Kim, S. Khalid e H. S. Kim, «Topology Optimization and Fatigue Life Estimation of Sustainable Medical Waste Shredder Blade,» *Mathematics*, vol. 10, n. 11, p. 1863, 2022. DOI: 10.3390/math10111863.
- [29] J. O. Hallquist, *LS-DYNA Theory Manual*, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, CA, 2006.
- [30] P. A. Cundall e O. D. L. Strack, «A Discrete Numerical Model for Granular Assemblies,» *Géotechnique*, vol. 29, n. 1, pp. 47–65, 1979. DOI: 10.1680/geot.1979.29.1.47.
- [31] G. K. Barrios, N. Jiménez-Herrera, S. N. Fuentes-Torres e L. M. Tavares, «DEM Simulation of Laboratory-Scale Jaw Crushing of a Gold-Bearing Ore Using a Particle Replacement Model,» *Minerals*, vol. 10, n. 8, p. 717, 2020. DOI: 10.3390/min10080717.
- [32] L. M. Tavares, V. A. Rodriguez, M. Sousani, C. Bosch Padros e J. Y. Ooi, «An Effective Sphere-Based Model for Breakage Simulation in DEM,» *Powder Technology*, vol. 392, pp. 473–488, 2021. DOI: 10.1016/j.powtec.2021.07.031.
- [33] C. J. Coetzee, «Review: Calibration of the Discrete Element Method,» *Powder Technology*, vol. 310, pp. 104–142, 2017. DOI: 10.1016/j.powtec.2017.01.015.
- [34] D. W. Childs, *Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling, and Analysis*. New York: John Wiley & Sons, 1993.
- [35] M. Lalanne e G. Ferraris, *Rotordynamics Prediction in Engineering*, 2^a ed. Chichester: John Wiley & Sons, 1997.
- [36] ASME, *Standard for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics*, ASME V&V 10-2019, American Society of Mechanical Engineers, 2019.

-
- [37] W. L. Oberkamp e C. J. Roy, *Verification and Validation in Scientific Computing*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. DOI: 10.1017/CB09780511760396.
- [38] D. J. Ewins, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, 2^a ed. Baldock: Research Studies Press, 2000.
- [39] WEIMA Maschinenbau GmbH. «Single-Shaft Shredder,» visitato il giorno 30 mag. 2026. indirizzo: <https://weima.com/en/single-shaft-shredder/>.
- [40] SSI Shredding Systems, Inc. «Two-Shaft Shredders,» visitato il giorno 30 mag. 2026. indirizzo: <https://www.ssiworld.com/en/product-category/two-shaft-shredders>.
- [41] SSI Shredding Systems, Inc. «Quad Q85 — Four-Shaft Industrial Shredder,» visitato il giorno 30 mag. 2026. indirizzo: <https://www.ssiworld.com/en/products/quad-q85>.
- [42] SSI Shredding Systems, Inc. «Dual-Shear M100 — Two-Shaft Industrial Shear Shredder,» visitato il giorno 31 mag. 2026. indirizzo: <https://www.ssiworld.com/en/products/dual-shear-m100>.
- [43] UNTHA shredding technology GmbH. «ZR2400: 2-Shaft Pre-Shredder for the Rough Shredding of High-Volume Waste and Recyclables,» visitato il giorno 30 mag. 2026. indirizzo: <https://www.untha.com/en-int/products/zr2400>.
- [44] Vecoplan AG. «VVZ — Pre-Shredder,» visitato il giorno 30 mag. 2026. indirizzo: <https://vecoplan.com/en/products/shredding/double-shaft-shredder/vvz-pre-shredder>.
- [45] Lindner-Recyclingtech GmbH. «Urraco 75: Mobile Shredder,» visitato il giorno 30 mag. 2026. indirizzo: <https://www.lindner.com/shredder/mobile-shredding/urraco-75>.
- [46] Shred-Tech. «ST-50 Industrial Shredder,» visitato il giorno 31 mag. 2026. indirizzo: <https://shred-tech.com/shred-tech-st-50-industrial-shredder/>.
- [47] M. Öncül, K. Fidan e E. Sığircı, «Design and Analysis of a Dual-Shaft Shredder Machine for Thermoplastic Recycling,» *Journal of Dynamics, Energy and Utility*, vol. 1, n. 2, pp. 60–67, 2025. indirizzo: <https://dergipark.org.tr/en/pub/jdeu/article/1817992>.
- [48] M. Vatskicheva e I. Grigorova, «Stresses and Deformations in the Shredding Shafts of a Two-Shaft Shredder for Crushing of Concrete, Rubber, Plastic and Wood,» *Journal of Mining and Geological Sciences*, vol. 60, n. Part III, pp. 86–89, 2017, Mechanization, electrification and automation in mines. indirizzo: https://mgu.bg/wp-content/uploads/2021/10/18-Vatzkicheva_Grigorova-2017.pdf.
- [49] Ovako. «34CrNiMo6 — Steel Navigator,» visitato il giorno 31 mag. 2026. indirizzo: <https://steelnavigator.ovako.com/steel-grades/34crnimo6/>.

- [50] Rodacciai S.p.A. «34CrNiMo6 — Nr. 1.6582. Acciai da bonifica legati.» Scheda tecnica, rev. 10/2018, visitato il giorno 31 mag. 2026. indirizzo: https://www.rodacciai.it/UPLOAD/datasheets/34CRNIMO6_34CrNiMo6-Nr.1.6582-ITA.pdf.
- [51] Brentwood Recycling Systems, *The Basics of Shredding (Shredding 101)*, <https://brentwood.com.au/brentwood-shredders/shredding-101/>, Consultato il 31 maggio 2026, 2026.
- [52] SSI Shredding Systems, Inc., *Methods and systems for the manufacture of cutting blades for industrial machines*, Brevetto US 10,906,143 B2, 2021. indirizzo: <https://patents.google.com/patent/US10906143B2/en>.
- [53] Rodacciai S.p.A., *42CrMo4 — Nr. 1.7225. Acciaio legato da bonifica*, https://www.rodacciai.it/UPLOAD/datasheets/RK1-RK1PB_42CrMo4-Nr.1.7225-42CrMoS4-Nr.1.7227-ITA.pdf, Scheda tecnica (rev. 10/2018), consultata il 31 maggio 2026, 2018.
- [54] European Committee for Standardization (CEN), *EN ISO 683-2:2018 — Heat-treatable steels, alloy steels and free-cutting steels. Part 2: Alloy steels for quenching and tempering (ISO 683-2:2016)*, CEN, Brussels, 2018.
- [55] Ovako, *42CrMo4 — Steel Navigator*, <https://steelnavigator.ovako.com/steel-grades/42crmo4/>, Scheda tecnica del materiale, consultata il 31 maggio 2026, 2026.
- [56] SSI Shredding Systems, Inc. «Parts Request — Genuine SSI Shredder Parts,» visitato il giorno 31 mag. 2026. indirizzo: <https://www.ssiworld.com/en/parts-request>.
- [57] UNI — Ente Italiano di Normazione. «UNI EN 10025-2:2019 — Prodotti laminati a caldo di acciai per impieghi strutturali. Parte 2: Condizioni tecniche di fornitura di acciai non legati per impieghi strutturali,» visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: <https://store.uni.com/uni-en-10025-2-2019>.
- [58] ArcelorMittal. «A30 — Structural Steels,» visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: <https://industry.arcelormittal.com/catalogue/A30/EN>.
- [59] Ovako. «S355J2 — Steel Navigator,» visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: <https://steelnavigator.ovako.com/steel-grades/s355j2/>.
- [60] SSAB. «SSAB S355J2+N Zero,» visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: <https://www.ssab.com/en/brands-and-products/ssab-zero/s355j2-plus-n-zero>.
- [61] Genox Recycling Tech. «X Series — Twin Shaft Shredder,» visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: https://www.genoxtech.com/en/products_i_X_Series_Twin_Shift_Shredder.html.
- [62] Global Development and Global CG Group. «Tire Shredders and Recycling Equipment.» Scheda commerciale. La configurazione descritta impiega acciaio legato 4140 trattato termicamente per cutter, distanziali, cleaning fingers e alberi, visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: <https://www.shredderhotline.com/10hpshredder.html>.

- [63] Bossard Group. «BN 821 — Retaining Rings for Shafts, Heavy-Duty Design,» visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: <https://www.bossard.com/global-en/eshop/securing-elements-for-shafts/retaining-rings-for-shafts-heavy-duty-design/p/821/>.
- [64] Rotor Clip Company, Inc. «Company Overview — Retaining Rings, Wave Springs and Hose Clamps,» visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: <https://www.rotorclip.com/wp-content/uploads/2023/03/Rotor-Clip-Company-Overview.pdf>.
- [65] SKF, *Spherical roller bearings*, Catalogo tecnico. visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: https://www.skf.com/binaries/pub12/Images/0901d196808a4ad1-Spherical-roller-bearings_18406-EN_tcm_12-480491.pdf.
- [66] SKF. «23236 CC/W33 – Cuscinetto orientabile a rulli,» visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: <https://www.skf.com/it/products/rolling-bearings/roller-bearings/spherical-roller-bearings/productid-23236%20CC%2FW33>.
- [67] Schaeffler Technologies AG & Co. KG, *Technical principles*, Manuale tecnico MH 1 medias. visitato il giorno 1 giu. 2026. indirizzo: https://www.schaeffler.com/remotemedien/media/_shared_media/08_media_library/01_publications/schaeffler_2/catalogue_1/downloads_6/mh1_technical_principles_de_en.pdf.
- [68] SKF, *Sdvd split plummer block housings for conveyor pulleys*, Catalogo tecnico. visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: https://cdn.skfmediahub.skf.com/api/public/09da0b6ab0da4a4d/pdf_preview_medium/Conveyor_Pulley_Housing_-_SDVD_Catalogue_pdf_preview_medium.pdf.
- [69] ArcelorMittal, *Structural steel grades according to en 10025-2*. visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: https://sections.arcelormittal.com/repository2/Sections/3_PV_Table_2.pdf.
- [70] European Commission Joint Research Centre, *Handbook 3: Action effects for buildings*, Proprietà di progetto degli acciai strutturali. visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: <https://eurocodes.jrc.ec.europa.eu/sites/default/files/2021-12/handbook3.pdf>.
- [71] SKF. «Km 36 – lock nut with metric thread,» visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: <https://www.skf.com/group/products/rolling-bearings/accessories/lock-nuts/keyway/productid-KM%2036>.
- [72] SKF. «Mb 36 – lock washer for metric lock nuts,» visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: <https://www.skf.com/group/products/rolling-bearings/accessories/lock-nuts/keyway/productid-MB%2036>.
- [73] SKF. «Lock nuts requiring a keyway: Installation and removal,» visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: <https://www.skf.com/group/products/rolling-bearings/accessories/lock-nuts/keyway/installation-and-removal>.
- [74] SKF. «180 va v – v-ring seal,» visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: <https://www.skf.com/uk/products/industrial-seals/power-transmission-seals/v-ring-seals/all-rubber-v-rings/productid-180%20VA%20V>.

- [75] SKF, *Industrial shaft seals*, Catalogo tecnico. visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: https://www.skf.com/binaries/pub12/Images/0901d1968099986c-Industrial-Shaft-Seals-catalogue_tcm_12-524179.pdf.
- [76] Industeel – ArcelorMittal, *Declaration of performance: Plate s355jr / 1.0045 according to en 10025-2*. visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: https://industeel.arcelormittal.com/wp-content/uploads/2021/03/D0PIL_S355JR_1.0045-English-Version-2020-1.pdf.
- [77] SEW-EURODRIVE, *P2.e series planetary gearmotors: Torque classes from 24–359 knm*, 08/2025, 31991203/EN, 2025. visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: <https://download.sew-eurodrive.com/download/pdf/31991203.pdf>.
- [78] SEW-EURODRIVE, *Motori trifase DRN., DRU., EDRN.: informazioni tecniche in conformità al regolamento (UE) 2019/1781 e agli Statutory Instruments (S.I.) 2021 nr. 745*, 07/2025, 33089116/IT, 2025. visitato il giorno 2 giu. 2026. indirizzo: <https://download.sew-eurodrive.com/download/pdf/33089116.pdf>.
- [79] SEW-EURODRIVE. «Dati CAD della configurazione P3PH052e/B DMF DRN315L4.» Configurazione generata mediante il portale Dati e Documenti, visitato il giorno 25 apr. 2026. indirizzo: <https://www.sew-eurodrive.it/os/dud/>.
- [80] ANSYS, Inc., *Mechanical APDL Structural Analysis Guide*, Release 2025 R2, ANSYS, Inc., 2025.
- [81] M. F. Nasr e K. A. Yehia, «Stress Analysis of a Shredder Blade for Cutting Waste Plastics,» *Journal of International Society for Science and Engineering*, vol. 1, n. 1, pp. 9–12, 2019. DOI: 10.21608/jisse.2019.20292.1017.
- [82] J. H. Wong e M. J. H. Gan, «Shredder machine for plastic recycling: A review paper,» *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 1217, p. 012007, 2022. DOI: 10.1088/1757-899X/1217/1/012007.
- [83] CFM Schiller GmbH, *Steel Spring Isolators — Type SSI*, <https://www.cfm-schiller.de/en/vibration-isolation-technology/products/steel-spring-isolators/type-ssi/>, Scheda tecnica di prodotto; taglie, portate e frequenze proprie verticali. Ultimo accesso: 4 luglio 2026, 2026.
- [84] ANSYS, Inc., *Campbell Diagram Chart Results*, Ansys Mechanical User's Guide, Release 2024 R2, ANSYS, Inc., 2024. visitato il giorno 4 lug. 2026. indirizzo: https://ansyshelp.ansys.com/public/Views/Secured/corp/v242/en/wb_sim/ds_campbell_diagram_results.html.
- [85] ANSYS, Inc., *Overview of the Rotordynamic Analysis Process*, Ansys Mechanical APDL Rotordynamic Analysis Guide, Release 2025 R2, ANSYS, Inc., 2025. visitato il giorno 4 lug. 2026. indirizzo: https://ansyshelp.ansys.com/public/Views/Secured/corp/v252/en/ans_rot/Hlp_G_ROTANPROC.html.
- [86] SEW-EURODRIVE, *Foglio dati di configurazione: motoriduttore epicicloidale P3PH052e/B DMF DRN315L4*, Export del configuratore, documento tecnico del costruttore, 2026.

-
- [87] ANSYS Inc., *Ansys Mechanical User's Guide – Structural Analysis*, Release 2025 R2, 2025.
- [88] H. M. Hilber, T. J. R. Hughes e R. L. Taylor, «Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics,» *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, vol. 5, n. 3, pp. 283–292, 1977. DOI: 10.1002/eqe.4290050306.
- [89] «Riduttori industriali epicicloidali serie P2.e – Istruzioni di montaggio e servizio.» Montaggio ad albero cavo con calettatore e braccio di reazione, SEW-EURODRIVE, visitato il giorno 4 lug. 2026. indirizzo: <https://www.sew-eurodrive.it/>.
- [90] MatWeb, *AISI 4140 Steel, normalized at 870 °C (1600 °F), air cooled, 25 mm round*, <https://www.matweb.com>, Consultato: luglio 2026.
- [91] CEN, *EN 10083-3 – Acciai da bonifica. Parte 3: condizioni tecniche di fornitura per acciai legati*, 2006.
- [92] YISHI Machinery, *Crusher blades for shredders and granulators – D2, SKD11, HSS*, <https://yishimachinery.com/products/crusher-blade/>, Materiali e durezze tipiche delle lame; consultato: luglio 2026.
- [93] ANSYS, Inc., *Ansys Explicit Dynamics Analysis Guide*, Release 2025 R1, ANSYS, Inc., Canonsburg, Pennsylvania, 2025. visitato il giorno 14 lug. 2026. indirizzo: https://ansyshelp.ansys.com/public/Views/Secured/corp/v251/en/pdf/Ansys_Explicit_Dynamics_Analysis_Guide.pdf.
- [94] ANSYS, Inc., *Ansys LS-DYNA User's Guide*, Release 2025 R2, ANSYS, Inc., Canonsburg, Pennsylvania, 2025. visitato il giorno 14 lug. 2026. indirizzo: https://ansyshelp.ansys.com/public/Views/Secured/corp/v252/en/pdf/LS-DYNA_Users_Guide.pdf.
- [95] K. Zhang, W. Li, Y. Zheng, W. Yao e C. Zhao, «Compressive Properties and Constitutive Model of Semicrystalline Polyethylene,» *Polymers*, vol. 13, n. 17, p. 2895, 2021. DOI: 10.3390/polym13172895.
- [96] Röchling Industrial, «Polystone P (Homopolymer) white extruded, PP-H – Technical Data Sheet,» Röchling, rapp. tecn., 2023, Versione 2.0, 18/09/2023, <https://www.roechling.com>.
- [97] T. Hirota, T. Yabe e Y. Togawa, *Bumper reinforcing structural unit*, Brevetto US 6,099,055, Sumitomo Chemical Company, Limited; concesso l'8 agosto 2000, 2000.
- [98] M. A. Dundar, «Assessing the effectiveness of the linear Drucker–Prager material model in predicting the mechanical behavior of acrylonitrile–butadiene–styrene (ABS) under multiaxial loading conditions,» *Polymer Engineering & Science*, vol. 65, n. 3, pp. 1283–1310, 2025. DOI: 10.1002/pen.27075.
- [99] The Plastic Shop, *ABS Sheet – General Technical Data*, Scheda tecnica, <https://www.theplasticshop.co.uk>; allungamento a rottura secondo ISO 527 pari al 15%, 2024.
- [100] Test Standard Laboratories, *ABS Material Data Sheet*, Scheda tecnica, <https://www.teststandard.com>; allungamento a rottura pari al 23–25%, 2024.

- [101] A. Kumar, M. A. Iqbal e P. K. Gupta, «Constitutive and Dynamic Behavior of Nylon 66 Polymer Under Quasi and High Rate of Loading,» *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, vol. 12, pp. 7563–7593, 2024. DOI: 10.1007/s42417-024-01313-3.
- [102] Ensinger GmbH, *TECAMID 66 natural – PA66 material data sheet*, Technical datasheet for PA66 semi-finished products, 2024.
- [103] ASM Aerospace Specification Metals / MatWeb, *Aluminum 6061-T6; 6061-T651 – Material Data Sheet*, <https://www.matweb.com>, 2024.
- [104] S. R. Bodner e P. S. Symonds, «Experimental and theoretical investigation of the plastic deformation of cantilever beams subjected to impulsive loading,» *Journal of Applied Mechanics*, vol. 29, pp. 719–728, 1962.
- [105] N. Jones, *Structural Impact*, 2^a ed. Cambridge University Press, 2012.
- [106] V. R. Sharma, P. Washimkar e P. N. Belkhode, «A Review of Shredder Machines for Sustainable Solid Waste Processing,» *Journal of The Institution of Engineers (India): Series C*, 2025. DOI: 10.1007/s40032-025-01304-7.
- [107] P. D. Raut e S. M. Bhalgat, «Cutter Blade Design for Shredder Machine,» *International Journal of Scientific and Research Publications*, vol. 10, n. 6, pp. 1022–1027, 2020. DOI: 10.29322/IJSRP.10.06.2020.p102124.
- [108] C. Pedraza-Yepes, M. A. Pelegrina-Romero e G. J. Pertuz-Martinez, «Analysis by Means of the Finite Element Method of the Blades of a PET Shredder Machine with Variation of Material and Geometry,» *Contemporary Engineering Sciences*, vol. 11, n. 83, pp. 4113–4120, 2018. DOI: 10.12988/CES.2018.88370.
- [109] Y. Meng, J. Wei, J. Wei, H. Chen e Y. Cui, «An ANSYS/LS-DYNA Simulation and Experimental Study of Circular Saw Blade Cutting System of Mulberry Cutting Machine,» *Computers and Electronics in Agriculture*, vol. 157, pp. 38–48, 2019. DOI: 10.1016/j.compag.2018.12.034.
- [110] *ISO 14632:2021 – Extruded sheets of polyethylene (PE-HD) – Requirements and test methods*, Standard for solid flat extruded PE-HD sheets; applicable thickness range 0.5–40 mm, International Organization for Standardization, 2021.
- [111] BearingBoys, *HDPE Sheet 1000 x 500 x 30 mm*, Product catalogue, Commercial HDPE sheet with nominal dimensions 1000 x 500 x 30 mm, 2026.
- [112] Direct Plastics, *HDPE Black Sheet 1000 x 500 x 30 mm*, Product catalogue, Commercial HDPE sheet with nominal dimensions 1000 x 500 x 30 mm, 2026.

Ringraziamenti

Il mio primo, e più grande, ringraziamento va ai miei genitori. Mi hanno sostenuto in ogni momento di questo percorso, dandomi la possibilità concreta di dedicarmi agli studi e, soprattutto, aiutandomi a tenere la schiena dritta anche quando non era facile. Il loro appoggio è stato il punto fermo su cui ho potuto contare fino a questo traguardo, e a loro devo molto più di quanto queste poche righe possano esprimere.

Ringrazio il professor Eugenio Brusa, la professoressa Cristiana Delprete e la professoressa Chiara Gastaldi, per avermi dato la possibilità di svolgere questo lavoro di tesi e per la disponibilità dimostrata durante il percorso.

Un ringraziamento particolare va ad Antonello Spagnulo, che ha seguito il mio lavoro con continuità, attenzione e grande disponibilità. Oltre a una guida, ho trovato in lui una persona presente e sincera, e per questo gli sono profondamente grato.

Un pensiero, infine, al Politecnico di Torino: in questi cinque anni non ho imparato soltanto nozioni tecniche, ma un metodo, un modo di affrontare i problemi e la determinazione necessaria per portarli a termine.

Alessandro