



**Politecnico
di Torino**

Collegio di Ingegneria Civile ed Edile

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

Gestione e riqualificazione delle costruzioni e delle infrastrutture

Classe LM -23

Tesi di Laurea Magistrale

**Studio del dominio di interazione in presenza del fuoco con e
senza l'analisi delle deformazioni impresse**

Relatore:

Prof. Fantilli Alessandro Pasquale (DISEG)

Tesista:

Fulcherio Elisabetta

333800

Azienda:

CDM DOLMEN E OMNIA IS SRL

Luglio 2026

Indice

1	Introduzione: l'analisi di strutture in cemento armato soggette al fuoco	1
1.1	Inquadramento generale e sicurezza antincendio	1
1.2	Il quadro normativo italiano	1
1.3	Il fenomeno incendio e la modellazione del calcolo termico	3
1.3.1	Definizione e triangolo del fuoco	3
1.3.2	Dinamica di un incendio tipo.....	5
1.3.3	Curve di incendio.....	7
1.4	Il comportamento termomeccanico del CA ad alta temperatura	10
1.4.1	Trasformazioni chimico-fisiche della pasta e degli aggregati	10
1.4.2	Il degrado dell'acciaio di armatura (al carbonio) esposto al fuoco	14
1.5	L'analisi strutturale e la risposta sezionale.....	15
1.6	Obiettivo della trattazione	18
2	Definizione teorica e numerica dei domini di interazione	21
2.1	SLU per pressoflessione a freddo	21
2.1.1	Ipotesi di base	21
2.1.2	Configurazioni deformate di SLU (fino a C50/60)	22
2.1.3	Congruenza – Leggi costitutive – Equilibrio.....	23
2.2	SLU per pressoflessione a caldo (presenza del fuoco).....	24
2.2.1	Ipotesi di base	24
2.2.2	Valori di progetto delle proprietà dei materiali	25
2.2.3	L'importanza delle deformazioni impresse: la teoria di Colonnetti	25
3	Modello dei domini di interazione con e senza le deformazioni impresse	29
3.1	SLU per pressoflessione a freddo.....	29
3.1.1	Descrizione del codice MATLAB con i risultati.....	29

3.1.2	Verifica del codice MATLAB con il software VcaSlu - Gelfi.....	34
3.2	SLU per pressoflessione a caldo.....	36
3.2.1	Analisi termica.....	36
3.2.2	Proprietà meccaniche.....	42
3.2.3	Descrizione del codice MATLAB con i risultati.....	49
3.2.4	Verifica del codice MATLAB con il software di calcolo Dolmen.....	73
4	Analisi delle lacune interne al dominio di interazione.....	129
4.1	Esempi numerici.....	129
4.1.1	un lato esposto	129
4.1.2	due lati opposti esposti	134
4.1.3	due lati adiacenti esposti.....	138
4.1.4	tre lati esposti.....	143
4.1.5	quattro lati esposti.....	148
4.2	Il problema delle eventuali lacune (fisiche / numeriche)	152
4.3	Uso di jacobiano e fsolve.....	153
4.3.1	Definizione della matrice jacobiana	153
4.3.2	Funzione inversa.....	154
4.3.3	Codice MATLAB per dimostrare la presenza della lacuna.....	155
4.4	Soluzione del problema con fsolve.....	159
4.4.1	un lato esposto	160
4.4.2	due lati opposti esposti	161
4.4.3	due lati adiacenti esposti.....	161
4.4.4	tre lati esposti.....	162
4.4.5	quattro lati esposti.....	162
5	Conclusione.....	165
6	Bibliografia.....	177

7	Appendici	179
	Appendice A - Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a freddo – pressoflessione retta	179
	A.1 Descrizione del codice	179
	A.2 Script MATLAB <i>noFire.m</i>	179
	Appendice B – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l’analisi delle deformazioni impresse (esposizione su un lato) - pressoflessione retta	181
	B.1 Descrizione del codice e delle funzioni.....	181
	B.2 Script MATLAB.....	182
	B.3 Funzioni MATLAB	186
	Appendice C – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l’analisi delle deformazioni impresse (esposizione su due lati opposti) - pressoflessione retta.....	191
	C.1 Descrizione del codice e delle funzioni.....	191
	C.2 Funzioni MATLAB variate a seguito dell’analisi termica	191
	Appendice D – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l’analisi delle deformazioni impresse (esposizione su due lati adiacenti) - pressoflessione retta	192
	D.1 Descrizione del codice e delle funzioni.....	192
	D.2 Funzioni MATLAB variate a seguito dell’analisi termica.....	192
	Appendice E – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l’analisi delle deformazioni impresse (esposizione su tre lati) - pressoflessione retta	194
	E.1 Descrizione del codice e delle funzioni	194
	E.2 Funzioni MATLAB variate a seguito dell’analisi termica	194

Appendice F – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l’analisi delle deformazioni impresse (esposizione su quattro lati) - pressoflessione retta	195
F.1 Descrizione del codice e delle funzioni	195
F.2 Funzioni MATLAB variate a seguito dell’analisi termica.....	196
Appendice G – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l’analisi delle deformazioni impresse (esposizione su due lati adiacenti o 3 lati) – pressoflessione deviata	197
G.1 Descrizione del codice e delle funzioni.....	197
G.2 Script MATLAB	198
Appendice H – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo per punti con e senza l’analisi delle deformazioni impresse.....	201
H.1 Descrizione del codice e delle funzioni.....	201
H.2 Script MATLAB	202
Appendice I – Codice MATLAB per studiare se la lacuna è fisica o numerica.....	205
I.1 Descrizione del codice e delle funzioni	205
I.2 Script MATLAB.....	205
I.3 Funzioni MATLAB	212
Appendice J – Codice MATLAB finale con il solutore fsolve.....	213
J.1 Descrizione del codice e delle funzioni	213
J.2 Script MATLAB.....	213
Ringraziamenti	219

Abstract

La presente tesi ha lo scopo di indagare la risposta meccanica di elementi strutturali in calcestruzzo armato esposti al fuoco. La ricerca si focalizza su un aspetto spesso trascurato nelle analisi semplificate: l'influenza delle deformazioni impresse termiche sulla capacità portante della sezioni.

Nella prima parte dell'elaborato viene analizzato il comportamento termomeccanico dei materiali (calcestruzzo e acciaio) ad alte temperature, seguendo le prescrizioni della norma UNI EN 1992 parte 1-2 del 2023. Attraverso l'applicazione della teoria degli stati di coazione di Colonnati è stato possibile integrare nel calcolo strutturale le deformazioni termiche non lineari che insorgono a causa dei gradienti della temperatura all'interno della sezione.

Il fulcro della tesi consiste nello sviluppo di un algoritmo numerico in ambiente MATLAB finalizzato alla costruzione dei domini di interazione N-M (sforzo normale – momento). L'analisi ha riguardato due sezioni prese in esame sotto l'azione dell'incendio standard (curva nominale di temperatura), variando i tempi di esposizione al fuoco da 30 minuti a 240 minuti e i lati esposti al fuoco. Un particolare approfondimento è stato dedicato alla gestione delle lacune nei domini di interazione andando a definirle come puramente numeriche e non fisiche mediante l'impiego del solutore non lineare *fsolve*.

I risultati ottenuti evidenziano come le deformazioni impresse provochino una significativa distorsione dei domini di interazione e un rimpicciolimento rispetto ai domini di interazione valutati considerando soltanto il decadimento delle proprietà meccaniche dei materiali. Tale fenomeno risulta critico per una corretta valutazione della sicurezza strutturale, specialmente per sezioni esposte al fuoco asimmetricamente.

Infine lo script implementato è stato validato attraverso il confronto con i risultati ottenuti dal software Dolmen, confermando l'accuratezza del modello proposto e la sua efficacia nel descrivere il complesso comportamento di una sezione in cemento armato sotto l'azione del fuoco.

Parole chiave: Calcestruzzo armato, Incendio, Domini di interazione N-M, Teoria di Colonnati, Deformazioni impresse, Dolmen, MATLAB, Eurocodice 2, Lacune, Curva nominale

Abstract

The aim of this thesis is to investigate the mechanical response of reinforced concrete structural elements exposed to fire. The research focuses on an aspect that is often overlooked in simplified analyses: the influence of induced thermal deformations on the load-bearing capacity of the cross-sections.

In the first part of the thesis the thermomechanical behaviour of materials (concrete and steel) at high temperatures is analysed, in accordance with the requirements of standard UNI EN 1992 part 1-2 of 2023. By applying Colonnetti's theory of coaction states it was possible to incorporate the non-linear thermal deformations that arise due to temperature gradients within the cross-section into the structural calculation.

The core of the thesis consists of the development of a numerical algorithm in the MATLAB environment aimed at constructing N-M (normal force – bending moment) interaction domains. The analysis concerned two sections examined under the action of a standard fire (nominal temperature curve), varying the fire exposure times from 30 minutes to 240 minutes and the sides exposed to fire. Particular attention was paid to the handling of gaps in the interaction domains, defining them as purely numerical and not physical through the use of the non-linear solver *fsolve*.

The results obtained show that the induced thermal deformations cause a significant distortion of the interaction domains and a reduction in their size compared to the interaction domains assessed by considering only the deterioration of the materials' mechanical properties. This phenomenon is critical for a correct assessment of structural safety, especially for sections exposed to fire asymmetrically.

Finally the implemented script was validated by comparing it with the results obtained from the Dolmen software, confirming the accuracy of the proposed model and its effectiveness in describing the complex behaviour of a reinforced concrete section under fire.

Keywords: Reinforced concrete, Fire, N-M interaction domains, Colonnetti's theory, Induced deformations, Dolmen, MATLAB, Eurocode 2, Gaps, Nominal curve.

1 Introduzione: l'analisi di strutture in cemento armato soggette al fuoco

1.1 Inquadramento generale e sicurezza antincendio

Lo sviluppo di un incendio, con emissione di calore e fumo, costituisce da tempo un rischio per le persone e i beni. Negli ultimi due secoli l'impetuoso sviluppo manifatturiero, infrastrutturale ed urbanistico ha avuto un impatto duale: da un lato ha moltiplicato il rischio di incendio, dall'altro ha favorito l'avanzamento delle conoscenze e dei mezzi atti a contrastare ed a limitare le conseguenze dell'incendio. Contestualmente si è evoluta la normativa sulla prevenzione degli incendi e sulla sicurezza di persone, beni e costruzioni esposte al fuoco.¹

La progettazione della sicurezza antincendio nelle attività soggette alle visite ed ai controlli dei Vigili del Fuoco e nei luoghi di lavoro, al fine di ridurre l'insorgenza di un incendio e di limitarne le conseguenze, è sancita dal D.P.R. 1 agosto 2011 n. 151 per le attività soggette, mentre nei luoghi di lavoro è prescritta, in maniera più generale, dall'art. 17 del 9 aprile 2008, n. 81 (Testo unico per la sicurezza). Inoltre tali obblighi valgono anche in attività che non sono luoghi di lavoro in virtù del d.lgs. 139 dell'8 marzo 2006.²

1.2 Il quadro normativo italiano

Il quadro normativo italiano per la progettazione strutturale antincendio è regolato dalle NTC 2018, dal Codice di Prevenzione Incendi e dagli Eurocodici.

Le NTC 2018 rappresentano la base legislativa primaria. Il capitolo 3.6.1.4 stabilisce che la progettazione delle strutture in condizioni di incendio deve garantire il raggiungimento dei livelli di prestazione. La sicurezza del sistema strutturale in caso di incendio si determina sulla base della resistenza al fuoco dei singoli elementi strutturali, di porzioni di struttura o dell'intero sistema costruttivo.³ Il Codice di Prevenzione Incendi (Co.P.I.) costituisce uno strumento finalizzato all'ottenimento degli obiettivi di sicurezza antincendio, definendo le strategie specifiche, in linea con gli standard internazionali.

¹ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, "Strutture resistenti al fuoco" II edizione, in part. p. 25.

² Fib. Bulletin No. 46, Inail 2019, "La resistenza al fuoco degli elementi strutturali", in p. 11.

³ NTC 2018, 3.6.1, da p. 32 a p. 34

Nel capitolo S.3.7.2. sono esplicitati i requisiti per la classe di resistenza al fuoco (Tabella 1). ⁴

Simbolo	Prestazione	Criterio di impiego
R	Capacità portante	Per prodotti ed elementi costruttivi portanti
E	Tenuta	Contenimento di fumi caldi, gas caldi e fiamme
I	Isolamento	Limitare la possibilità di propagazione dell'incendio per contatto tra materiale combustibile e faccia dell'elemento di compartimentazione non esposta all'incendio.
W	Irraggiamento	Limitare la possibilità di propagazione dell'incendio per irraggiamento dalla faccia dell'elemento di compartimentazione non esposta all'incendio verso materiale combustibile.
M	Azione meccanica	Limitare la possibilità di perdita di compartimentazione per effetto di azioni meccaniche accidentali.
S	Tenuta di fumo	Contenimento di fumi e gas freddi

Tabella 1 -Criteri di scelta delle principali prestazioni degli elementi di compartimentazione

In Italia il panorama normativo relativo al calcolo e alla verifica di resistenza al fuoco rimanda all'applicazione degli Eurocodici (EC) e alle relative appendici. Gli Eurocodici sono gli strumenti operativi che forniscono le equazioni e i modelli fisici da utilizzare per le verifiche strutturali considerando anche i carichi concomitanti con l'incendio.

Le parti degli EC strutturali relative al fuoco (1-2) sono fondamentali per la progettazione per la sicurezza all'incendio ed hanno il fine di garantire alla struttura i requisiti derivanti dalla strategia antincendio adottata. ⁵

Le NTC 2018 § 3.6.1.5. descrivono la procedura di analisi della resistenza al fuoco. Inizialmente si individua l'incendio di progetto appropriato alla costruzione in esame, in seguito si analizza l'evoluzione della temperatura all'interno degli elementi strutturali e il comportamento meccanico delle strutture esposte al fuoco, infine si attuano le verifiche di sicurezza. ⁶

⁴ Codice di Prevenzione Incendi 3/08/2015, capitolo S.3.7.2

⁵ EN 1992-1-2:2023 in part. p. 7

⁶ NTC 2018, capitolo 3.6.1.5, in p. 33-34

Secondo l'incendio di progetto adottato, l'andamento delle temperature viene valutato con riferimento a una delle due seguenti condizioni per la verifica di resistenza al fuoco:

- le curve nominali d'incendio tengono conto dell'intervallo di tempo di esposizione pari alla classe di resistenza al fuoco prevista, senza alcuna fase di raffreddamento (approccio prescrittivo);
- le curve naturali d'incendio considerano l'intera durata dello stesso, compresa la fase di raffreddamento fino al ritorno alla temperatura ambiente (approccio prestazionale).⁷

Il tema della ricerca è lo studio del dominio di interazione in presenza di fuoco con e senza l'analisi delle deformazioni impresse per una sezione in cemento armato. Per tale motivo si farà riferimento al requisito della capacità portante R secondo la normativa UNI EN 1992 parte 1-2 del 2023. La capacità portante R rappresenta lo standard primario per la salvaguardia della vita umana ed è predeterminato in funzione della destinazione d'uso dei locali. In particolare si adotterà l'approccio prescrittivo con l'utilizzo di curve nominali come modello di curva d'incendio temperatura-tempo.

1.3 Il fenomeno incendio e la modellazione del calcolo termico

1.3.1 Definizione e triangolo del fuoco

Secondo le NTC 2018 per incendio si intende la combustione autoalimentata ed incontrollata di materiali combustibili presenti in un compartimento.⁸

Secondo il Codice di Prevenzione Incendi (DM 3/08/2015) il compartimento antincendio è parte dell'opera di costruzione organizzata per rispondere alle esigenze della sicurezza in caso di incendio e delimitata da prodotti o elementi costruttivi idonei a garantire, sotto l'azione del fuoco e per un dato intervallo di tempo, la resistenza al fuoco. Qualora non sia prevista alcuna compartimentazione, si intende che il compartimento coincida con l'intera opera di costruzione.⁹

⁷ NTC 2018, capitolo 3.6.1.5.1, in p. 34

⁸ NTC 2018, 3.6.1 Incendio, in part. p. 32

⁹ Codice di Prevenzione Incendi, G.1.8.

La combustione è una reazione chimica sufficientemente rapida di una sostanza combustibile con un comburente che dà luogo allo sviluppo di calore, fiamma, gas, fumo e luce.¹⁰

Oltre al comburente e al combustibile, la condizione essenziale per cui si verifichi una combustione è che sia presente anche una fonte di innesco.

Questi formano ciò che viene chiamato il triangolo del fuoco e se uno dei tre lati non sussiste, la combustione non potrà avvenire o, se è già in atto, si estingue (Figura 1).



Figura 1 - Triangolo del fuoco

L'estinzione di un incendio si ottiene per raffreddamento, sottrazione del combustibile e soffocamento, si interviene quindi andando a eliminare una componente del triangolo del fuoco. Tali azioni possono essere ottenute singolarmente o contemporaneamente mediante l'uso delle sostanze estinguenti che vanno scelte in funzione della natura del combustibile e delle dimensioni del fuoco.

Solitamente il comburente è l'ossigeno contenuto nell'aria.

Le fonti di innesco possono essere per:

- accensione diretta quando una fiamma, una scintilla o altro materiale incandescente entra in contatto con un materiale combustibile in presenza di ossigeno (es. fiammifero);
- accensione indiretta quando il calore d'innesco avviene nelle forme della convezione, conduzione e irraggiamento termico (es. correnti di aria calda generate da un incendio e diffuse attraverso un vano scala);

¹⁰ Ministero dell'Interno - Direzione Generale della Protezione Civile e dei Servizi Antincendi, "Corsi di prevenzione incendi, lotta antincendio e gestione emergenze, di cui al D.Lgs. 81/08 e D.M. 10/03/98", in p. 12

- attrito quando il calore è prodotto dallo sfregamento di due materiali (es. malfunzionamento di parti meccaniche rotanti);
- autocombustione o riscaldamento spontaneo quando il calore viene prodotto dallo stesso combustibile (es. lenti processi di ossidazione). ¹¹

Lo stato fisico dei materiali combustibili coinvolti durante un incendio definiscono la classificazione degli incendi. In tutto si hanno cinque classi:

- *A* = solidi combustibili comuni con formazioni di braci;
- *B* = liquidi infiammabili e solidi che fondono prima di bruciare;
- *C* = gas infiammabili;
- *D* = incendi di metalli combustibili;
- *F* = fuochi che interessano mezzi di cottura (oli e grassi vegetali o animali). ¹²

La classificazione degli incendi consente l'identificazione della classe di rischio d'incendio a cui corrisponde un'opportuna scelta del tipo di estinguento.

1.3.2 Dinamica di un incendio tipo

Nell'evoluzione dell'incendio in ambiente confinato si possono individuare quattro fasi caratteristiche:

- l'ignizione;
- la propagazione;
- l'incendio generalizzato;
- l'esaurimento. ¹³

In particolare l'ignizione è l'inizio del processo di combustione per effetto di una sorgente termica che riscalda il combustibile fino a portarlo alla sua temperatura d'ignizione.

Successivamente il calore prodotto dalla combustione sale e resta intrappolato sotto il soffitto. La temperatura interna al compartimento aumenta e tutti i materiali all'interno si scaldano e si decompongono chimicamente (pirolisi), rilasciando gas molti dei quali combustibili. Quando la temperatura interna raggiunge la temperatura di autoaccensione pari a 500-600 °C, avviene

¹¹ Ministero dell'Interno - Direzione Generale della Protezione Civile e dei Servizi Antincendi, "Corsi di prevenzione incendi, lotta antincendio e gestione emergenze, di cui al D.Lgs. 81/08 e D.M. 10/03/98", in p. 13

¹² UNI EN 2:2005 – UNI Ente Italiano di Normazione, Classificazione dei fuochi, Paragrafo 2

¹³ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, "Strutture resistenti al fuoco" II edizione, in part. p. 28.

l'accensione spontanea di tutte le miscele combustibili senza l'intervento di una sorgente di innesco e si ha una simultanea estensione della combustione e una propagazione improvvisa delle fiamme.¹⁴ Tale fenomeno è denominato flashover e rappresenta il passaggio dalla crescita (propagazione) al pieno sviluppo (incendio generalizzato). Il flashover comporta un rapido innalzamento della temperatura che passa da 500-600 °C a picchi superiori a 800-1000 °C.

Nella fase del pieno sviluppo la trasmissione di calore all'interno degli edifici è rilevante e la resistenza strutturale di pareti, soffitti, pilastri e travi può essere seriamente compromessa. I rischi di deterioramento e collasso delle strutture portanti da un lato e la rapidità di diffusione dell'incendio dall'altro rendono questa fase particolarmente insidiosa.

Infine il progressivo esaurimento del combustibile inizia un processo di estinzione con graduale riduzione del flusso di calore generato.

Questa fase termina convenzionalmente quando la temperatura scende al di sotto dei 200 °C.¹⁵

Le fasi sono evidenziate nel diagramma che descrive l'andamento delle temperature di un incendio nel tempo (Figura 2).

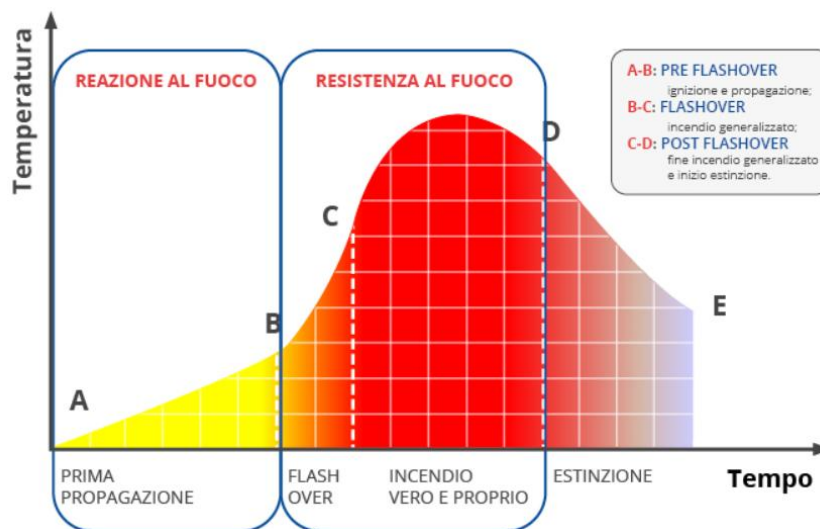


Figura 2 - Evoluzione dell'incendio secondo le quattro fasi caratteristiche

¹⁴ UNI EN ISO 13943:2023– UNI Ente Italiano di Normazione, “Termini e definizioni”

¹⁵ Ministero dell'Interno Dipartimento dei Vigili del Fuoco, del Soccorso Pubblico e della Difesa Civile Corpo Nazionale Vigili del Fuoco. “Corsi di Prevenzione Incendi, Lotta Antincendi e Gestione Emergenze di cui al D.Lgs 81/08 ed alla L. 609/96”. In pp. 49-53.

Per avere un livello di sicurezza antincendio adeguato occorre, tramite la prevenzione incendi, mettere in atto le misure antincendio di protezione attiva e/o passiva.

Le misure di protezione attiva sono l'insieme delle misure antincendio atte a ridurre le conseguenze di un incendio, che richiedono l'azione dell'uomo o l'attivazione di un impianto. Per tale motivo esse possono essere attuate solamente prima che si verifichi il flashover.

Tra le misure di protezione attiva si possono annoverare i sistemi di spegnimento automatici o manuali, i sistemi di rivelazione e segnalazione incendi, i sistemi di controllo dei fumi e del calore, l'illuminazione di sicurezza e l'alimentazione elettrica d'emergenza.

Le misure di protezione passiva sono l'insieme delle misure antincendio atte a ridurre le conseguenze di un incendio, non incluse nella definizione di protezione attiva.

Le distanze di sicurezza, la reazione al fuoco, le vie di esodo, l'aerazione, la compartimentazione ed in genere i requisiti R, E, I codificati nel capitolo S.2 del D.M. 3 agosto 2015 sono alcuni esempi di misure di protezione passiva.

La reazione al fuoco, le vie di esodo e l'aerazione sono misure che operano prima del flashover, mentre distanze di sicurezza, compartimentazione e i requisiti R, E, I sono misure che operano dopo il flashover.¹⁶

Come specificato nel Capitolo 1.2, nella trattazione ci si focalizzerà sul requisito della capacità portante R fondamentale per andare a studiare il dominio di interazione di una sezione in cemento armato esposta al fuoco per un certo tempo. In particolare il requisito R deve essere garantito per un tempo misurato a partire dal verificarsi del flashover. In questa fase l'elemento strutturale è sottoposto alle sollecitazioni termiche che si hanno nella fase di incendio generalizzato.

1.3.3 Curve di incendio

Per la verifica della resistenza al fuoco si possono utilizzare due approcci come anticipatamente descritto nel capitolo 1.2:

- l'approccio prescrittivo;
- l'approccio prestazionale.

¹⁶ Direzione regionale Vigili del Fuoco, Ing. Ferdinando D'Anna, "La resistenza al fuoco nell'ambito delle procedure di prevenzione incendi e nel Codice di Prevenzione Incendi", in pp. 8-12.

Approccio prestazionale – Curve naturali

Kawagoe e Sekine hanno studiato l'evoluzione di incendi cellulósici normalizzati, realizzati in camere calorimetriche, in fase post-flashover, determinando la velocità massima di combustione in funzione dell'area entrante in camera di combustione.

In seguito Thomas e Heselden hanno sviluppato le ricerche di Kawagoe e Sekine, rappresentando la velocità massima di combustione in funzione del fattore di ventilazione e del carico di incendio specifico cellulósico.

Dalle sperimentazioni si è ottenuta la seguente formulazione:

$$RHR_{max}[MW] = m_{c,max} [kg/s] \cdot H_i [MJ/kg] \quad (1.1)$$

RHR_{max} è la potenza termica massima rilasciabile nel compartimento, ottenuta come prodotto tra la velocità massima di combustione $m_{c,max}$ e il potere calorifero inferiore del combustibile H_i .

Utilizzando un approccio prestazionale, dalle sperimentazioni si definisce la curva naturale.

I modelli di incendi naturali sono di due tipologie:

- modelli di incendio semplificati (es. curve parametriche);
- modelli di incendio avanzati.

Le curve d'incendio parametriche post-flashover tengono conto della dimensione del compartimento, del carico d'incendio, delle condizioni di ventilazione e delle proprietà termiche dei muri e del soffitto presenti nel compartimento. Esse possono essere utilizzate se il compartimento antincendio ha una superficie minore di 500 m² e non sono presenti aperture in copertura, in questo caso si può assumere una temperatura uniforme all'interno del compartimento. Altrimenti si utilizzano i modelli di incendio avanzati tramite dei software che simulano la fisica dei fluidi e la stratificazione dei fumi. Si possono utilizzare modelli di fluidodinamica computazionale a elementi finiti o modelli semplificati come il modello a zone omogenee. Nel modello a due zone si considera che la zona superiore ha una temperatura elevata e contiene i fumi, mentre nella zona inferiore la temperatura è minore e si ha aria fresca richiamata dall'esterno.¹⁷

I modelli di incendio naturali forniscono una stima aderente rispetto al reale andamento dell'incendio nel compartimento considerato, individuando anche la fase di raffreddamento.

¹⁷ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, "Strutture resistenti al fuoco" II edizione, in pp. 87-98

Approccio prescrittivo – Curve nominali

Dalle sperimentazioni di Thomas e Heselden, se si considera un incendio reale con un carico di incendio di 120 kg/m² di legna, la temperatura massima arriva a 1000 °C dopo 120 minuti.

Utilizzando un approccio prescrittivo, la curva nominale o curva ISO 834 dopo 120 minuti raggiunge una temperatura massima di 1050 °C. La curva ISO 834 rappresenta in termini di temperatura nel compartimento la peggior condizione termica possibile che vi si può sviluppare, senza considerare la fase di raffreddamento, per tale motivo il legislatore l'ha scelta.¹⁸

Come specificato nel Capitolo 1.2, si adotterà nella trattazione l'approccio prescrittivo con l'utilizzo di curve nominali come modello di curva d'incendio temperatura-tempo post-flashover.

In particolare si impiegherà la curva di incendio nominale standard (ISO 834), coerentemente con l'ipotesi di materiali combustibili prevalentemente di natura cellulosica nel compartimento. La curva ISO 834 è definita come segue:

$$T_g = 20 + 345 \cdot \log_{10}(8 \cdot t + 1) \quad (1.2)$$

dove:

- t è il tempo espresso in minuti;
- T_g è la temperatura in °C.¹⁹

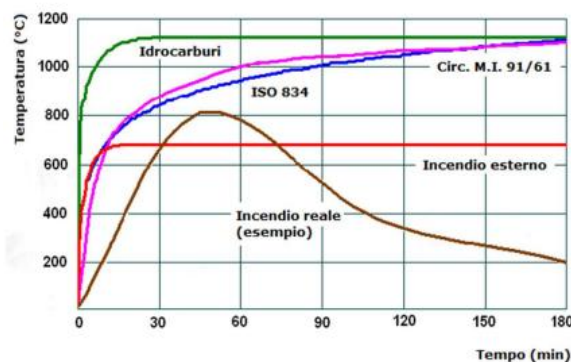


Figura 3 - Curva ISO 834 (cellulosa)²⁰

¹⁸ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, “Strutture resistenti al fuoco” II edizione, in part. p. 90-91

¹⁹ NTC 2018, capitolo 3.6.1.5.1, in p. 34

²⁰ Fib. Bulletin No. 46. Inail 2019. “La resistenza al fuoco degli elementi strutturali”, in p. 17

1.4 Il comportamento termomeccanico del CA ad alta temperatura

Il comportamento termomeccanico del cemento armato varia in funzione della temperatura, per tale motivo occorre tenerne conto ai fini della valutazione della resistenza al fuoco.

Il calcestruzzo ordinario è una miscela eterogenea incombustibile composta da cemento, aggregati, acqua, aria, additivi; pertanto in linea generale le strutture in cemento armato si comportano bene nei confronti dell'incendio.

In particolare il calcestruzzo mantiene buone caratteristiche di resistenza meccanica e di stabilità dimensionale fino a 400-500°C, tuttavia gli effetti del fuoco sui componenti del cemento sono significativi.²¹

1.4.1 Trasformazioni chimico-fisiche della pasta e degli aggregati

Con l'aumento della temperatura sviluppata da un incendio in un compartimento si ha una sensibile riduzione della resistenza meccanica della struttura e una conseguente diminuzione della risposta a compressione che a circa 800 °C si riduce a livelli anche inferiori al 20% di quella iniziale. Tale fenomeno è dovuto all'effetto combinato di disidratazione, aumento della pressione interna, variazione dimensionale degli aggregati silicei e alla decomposizione di quelli calcarei.²²

Prima di analizzare gli eventi che si verificano nella pasta cementizia e nell'aggregato all'aumentare della temperatura, è necessario descrivere i tipi di acqua presenti nel calcestruzzo (Figura 4). La distinzione è fondamentale, poiché il comportamento del materiale all'aumentare della temperatura dipende da come questi diversi tipi di acqua reagiscono.

I tipi di acqua sono i seguenti:

- acqua capillare: si trova nei pori di diametro maggiore di 50nm, sono assenti forze di interazione chimico-fisiche tra acqua e superficie interna del poro, l'evaporazione avviene liberamente senza che il calcestruzzo subisca variazioni dimensionali;
- acqua adsorbita: si trova nella superficie interna dei pori capillari, si hanno forze di adsorbimento, l'evaporazione può avvenire solo se l'umidità relativa è minore del 30%, comporta un ritiro della pasta cementizia e influisce sul creep;

²¹ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, "Strutture resistenti al fuoco" II edizione, in part. p. 12

²² Fib. Bulletin No. 46. Inail 2019. "La resistenza al fuoco degli elementi strutturali", in p. 25

- acqua nei pori o negli spazi interstrato di gel: si trova nei pori del gel della pasta cementizia, l'evaporazione può avvenire solo se l'umidità relativa è minore dell' 11%, comporta un ritiro della pasta cementizia e influisce sul creep.

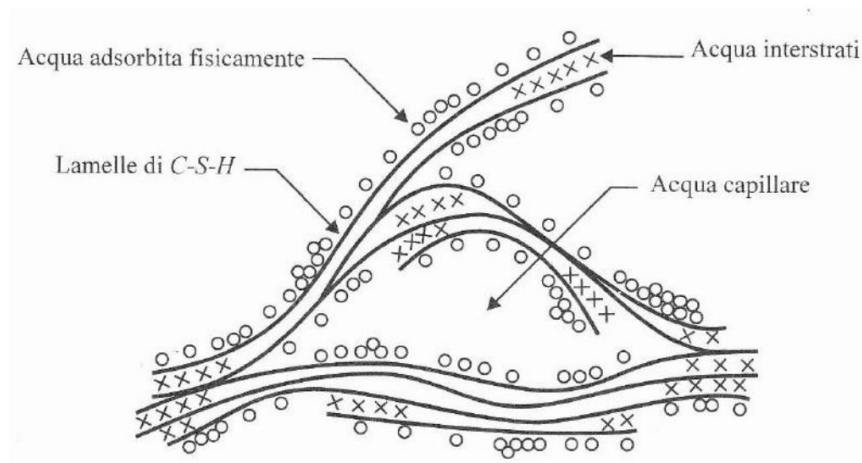


Figura 4 - Tipi di acqua presenti nel calcestruzzo ²³

Alla luce di quanto descritto, si possono descrivere i fenomeni che si verificano nella pasta cementizia e nell'aggregato.

Pasta cementizia

- A circa 100 °C: inizio dell'espulsione dell'acqua evaporabile.
- Fra 105 e 600 °C: espulsione continua e crescente dell'acqua adsorbita.
- Fra 400 e 600 °C: conversione dell'idrossido di calcio in ossido di calcio ed acqua.
- A cominciare da circa 600 – 700 °C: decomposizione del CSH (idrati di silicati di calcio)
- Fra 105 e 900 °C: aumento della porosità di circa 1/3, con aumento del valore medio del diametro dei pori a causa del collasso della struttura del gel nel CSH al procedere dell'espulsione dell'acqua. ²⁴

Aggregato

- Oltre 100 °C: espulsione dell'acqua adsorbita dai pori dell'aggregato.
- A partire da 200 °C e tipicamente attorno a 300 °C: inizio dell'espulsione dell'acqua di cristallizzazione contenuta nell'aggregato siliceo.

²³ Innocenzo Mastronardi, Ingenio, 02/12/2013, "Il fenomeno dello spalling nel calcestruzzo esposto alle alte temperature", in part. p. 6

²⁴ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, "Strutture resistenti al fuoco" II edizione, in part. p. 137

- Fra 500 e 650 °C: trasformazione cristallina – reversibile ed endotermica del quarzo contenuto nell'aggregato siliceo, dal sistema trigonale (forma α) al sistema esagonale (forma β), con significativa espansione volumetrica.
- Fra 600 e 900 °C: decarbonatazione dell'aggregato calcareo, con conversione del carbonato di calcio in ossido di calcio e anidride carbonica e, durante il raffreddamento, ricombinazione dell'ossido di calcio con l'umidità atmosferica, formando idrossido di calcio, con forte espansione volumetrica.
- Fra 1000 e 1700 °C: fusione dell'aggregato.

I fenomeni suddetti sono sintetizzati nel “termometro del calcestruzzo” (Figura 5) .

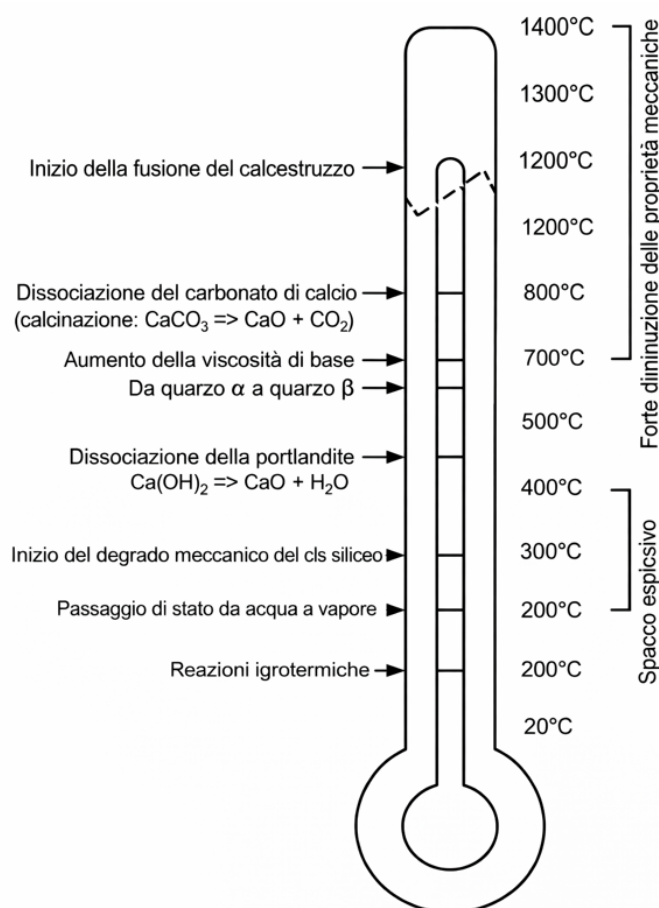


Figura 5 -Termometro del calcestruzzo ²⁵

²⁵ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, “Strutture resistenti al fuoco” II edizione, in part. p. 138

Nel calcestruzzo ovvero nella miscela valgono i fenomeni descritti per i due costituenti (pasta cementizia e aggregato). Inoltre si possono aggiungere le seguenti considerazioni.

- Perdita in peso: fino a 200 °C è limitata (1.2 - 2 %) per effetto dell'espulsione dell'acqua libera; fra 200 e 500 °C aumenta (3 – 3.5%) per effetto della disidratazione e collasso di parte del CSH; fra 500 e 700 °C diventa più rilevante (6 – 15%) per effetto della dissociazione dell'idrossido di calcio per aggregato siliceo; a circa 900 °C nei calcestruzzi con aggregato calcareo può raggiungere circa 1/3 del valore iniziale.
- Porosità: da 20 a 900 °C la porosità della pasta aumenta sia in termini volumetrici totali sia in termini di diametro medio dei pori, con conseguente aumento di due ordini di grandezza della permeabilità.²⁶
- Pressione nei pori: in presenza di elevate velocità di riscaldamento, la pressione dell'acqua, situata sotto la superficie esposta all'incendio, induce l'umidità in forma liquida verso le zone più interne e lontane dalla superficie riscaldata, creando una zona sovrassatura d'acqua. Ciò favorisce la crescita della pressione nei pori degli strati di calcestruzzo più prossimi alla superficie riscaldata che, unitamente alle tensioni dovute ai gradienti termici e a quelle indotte dai carichi applicati, instabilizza gli strati superficiali paralleli alla superficie esposta al fuoco, con spacco del calcestruzzo (fenomeno di spalling). Per spalling si intende quell'evento che porta al degrado e al distacco del copriferro, evento tipicamente osservato tra i 200 °C e i 400 °C.²⁷

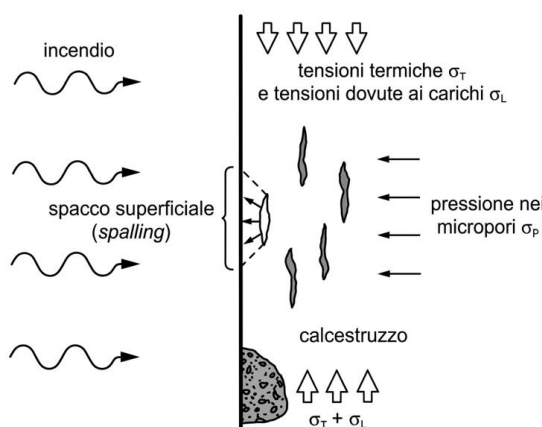


Figura 6 - Cause dello spacco superficiale

²⁶ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, “Strutture resistenti al fuoco” II edizione, in part. p. 139

²⁷ Innocenzo Mastronardi, Ingenio, 02/12/2013, “Il fenomeno dello spalling nel calcestruzzo esposto alle alte temperature”, in part. p. 7

- Incompatibilità termica fra aggregato e pasta cementizia: il calcestruzzo dilata isotropicamente all'aumentare della temperatura ma i suoi componenti (aggregato e pasta cementizia) hanno coefficienti di dilatazione termica diversi. La pasta cementizia espande fino a 130 – 250 °C per l'aumento di volume dell'acqua ma poi si ritira per l'espulsione dell'acqua libera e dell'acqua del gel fin tanto che, completata la disidratazione ricomincia ad espandere. Al contrario l'aggregato espande sempre con regolarità per l'aggregato calcareo e con brusco aumento a 573 °C, se l'aggregato è siliceo, a causa del cambiamento del sistema cristallino nel quarzo (Figura 7).

L'effetto principale dell'incompatibilità termica fra aggregato e pasta cementizia è uno stato di autotensioni termiche che possono indurre microfessurazione nella pasta cementizia.²⁸

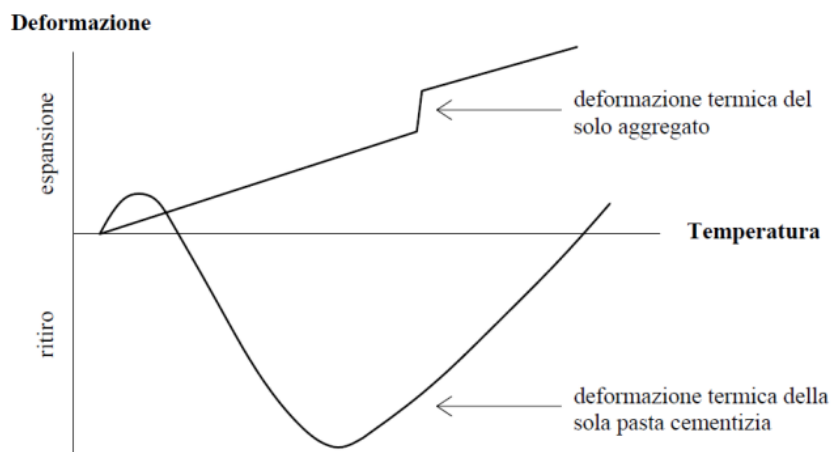


Figura 7 - Andamenti qualitativi dell'espansione e del ritiro di pasta cementizia ed aggregato, in fase di riscaldamento e raffreddamento (da studi di Crowley, Philleo, Harada, Krutzen e Gillen)

1.4.2 Il degrado dell'acciaio di armatura (al carbonio) esposto al fuoco

L'acciaio di armatura esposto al fuoco conduce a un degrado meccanico in funzione della temperatura interna al compartimento. In particolare per temperature superiori a 300 °C il ramo plastico della curva tensione-deformazione tende a scomparire, tra i 300 °C e i 500 °C la resistenza ultima si mantiene superiore o uguale alla resistenza di snervamento a temperatura ambiente e oltre i 500 °C si verifica una forte riduzione della resistenza ultima.²⁹

²⁸ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, "Strutture resistenti al fuoco" II edizione, in part. p. 140

²⁹ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, "Strutture resistenti al fuoco" II edizione, in pp. 156-159

Inoltre l'aumento di temperatura condiziona anche l'aderenza calcestruzzo - acciaio da armatura. Nello specifico per le barre nervate il decadimento dell'aderenza diventa marcato tra 400 °C e 600 °C, invece per temperature superiori l'aderenza può ridursi al 30 % del valore iniziale. Il decadimento di resistenza e di aderenza subisce un'immediata accelerazione, se si verifica lo spalling, in quanto il distacco del copriferro espone direttamente l'armatura al fuoco, causando un rapido innalzamento della temperatura della barra rispetto a quanto previsto in condizione di integrità della sezione.³⁰

1.5 L'analisi strutturale e la risposta sezionale

La verifica della resistenza al fuoco della struttura sottoposta ad incendio viene eseguita controllando che la resistenza meccanica venga mantenuta per il tempo corrispondente alla classe di resistenza al fuoco della struttura con riferimento alla curva nominale di incendio.³¹

Per la verifica si seguono due fasi:

- la determinazione delle azioni agenti sulla stessa (meccaniche o termiche);
- l'applicazione di metodi di calcolo (semplificati o avanzati o sperimentali).

In accordo con le NTC 2018 § 2.5.3. l'incendio viene trattato come un'azione eccezionale. La relativa combinazione di calcolo unisce i carichi permanenti strutturali G_1 e non strutturali G_2 , l'eventuale precompressione P , l'azione dell'incendio A_d e i carichi variabili. Questi ultimi vengono ridotti ai loro valori quasi permanenti mediante l'applicazione dei rispettivi coefficienti di combinazione pari a ψ_{21} per l'azione variabile di base Q_{K1} e ψ_{22} per l'azione variabile di accompagnamento.³²

$$G_1 + G_2 + P + A_d + \psi_{21} \cdot Q_{K1} + \psi_{22} \cdot Q_{K2} + \dots \quad (1.3)$$

Una volta definita l'azione meccanica si analizzano le azioni di natura termica agenti sulla struttura per effetto dell'incendio, che sono costituite dal flusso termico netto che investe la superficie unitaria degli elementi costituenti la medesima:

$$h_{net} = h_{net,c} + h_{net,r} \quad (1.4)$$

³⁰ Gambarova e Fantilli (2023), EPC, "Strutture resistenti al fuoco" II edizione, in pp. 160-165

³¹ NTC 2018, capitolo 3.6.1.5.1, in p. 34

³² NTC 2018, capitolo 3.6.1.5.1, in pp. 7-8

h_{net} , in W/m^2 , è la somma dei flussi termici netti per convezione ($h_{net,c}$) e per irraggiamento ($h_{net,r}$).

La Figura 8 descrive le fasi dell'analisi termica seguendo l'approccio prescrittivo (curva blu).

Le fasi sono:

- A → Definizione dell'incendio agente con la curva nominale.
- B → Trasferimento termico all'interfaccia (come il calore penetra all'interno dei vari strati).
- C → Risposta dell'elemento strutturale. Una volta nota la temperatura in ogni punto interno alla sezione, si calcola la perdita di resistenza meccanica del materiale e si determina se la struttura mantiene la sua capacità portante per il tempo richiesto.

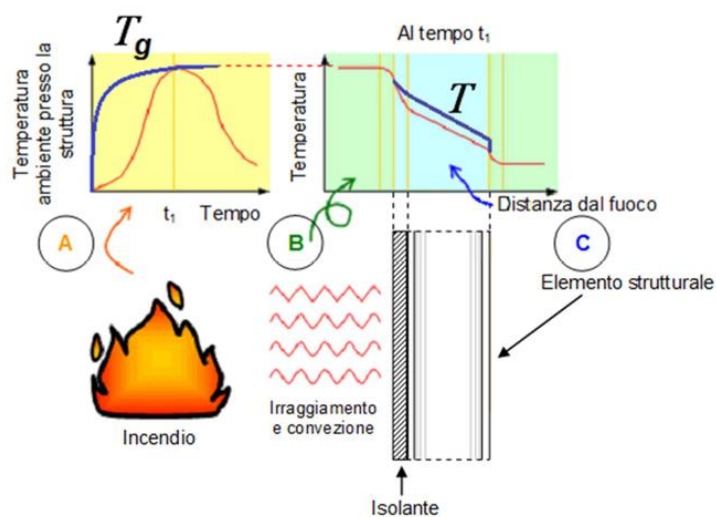


Figura 8 - Fasi dell'analisi termica ³³

La valutazione della resistenza al fuoco di un elemento costruttivo può essere effettuata con prove sperimentali, con valutazioni analitiche o con confronto tabellare. Con riferimento ai soli elementi strutturali esposti all'incendio, la normativa vigente disciplina la verifica analitica secondo tre livelli di complessità:

- metodo tabellare → consiste nell'applicazione di parametri predefiniti basati su geometrie e materiali specifici, per cui il suo impiego è limitato esclusivamente ad alcune tipologie strutturali;

³³ Fib. Bulletin No. 46. Inail 2019. "La resistenza al fuoco degli elementi strutturali". In pp. 15-16.

- metodi di calcolo semplificati → si basano su modelli fisici applicati ai singoli componenti della struttura che vengono verificati introducendo delle ipotesi semplificative e cautelative;
- metodi di calcolo avanzato → analizzano la risposta termo-meccanica complessa, tenendo conto delle non linearità dei materiali, pertanto costituiscono il metodo più raffinato per l'applicazione dell'approccio prescrittivo con il quale è possibile risolvere qualunque tipo di struttura (elementi singoli, parti di struttura, struttura globale).³⁴

Per valutare la resistenza al fuoco di un elemento costruttivo nella relazione si applicherà un approccio ibrido. In particolare si utilizzeranno le formule semplificate per l'analisi termica seguendo l'approccio prescrittivo (curva nominale) secondo la normativa UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§7). Successivamente si applicherà il metodo avanzato, andando a discretizzare la sezione in tanti elementini finiti e si otterrà la mappatura termica.

I metodi di calcolo avanzati consentono una simulazione estremamente fedele della realtà fisica, indipendentemente dalla curva d'incendio adottata. Tale approccio richiede una modellazione raffinata della geometria strutturale e una rigorosa analisi termica per determinare l'evoluzione delle temperature all'interno della sezione trasversale. Con l'applicazione di tali metodi di calcolo si riesce a tener conto dei reali coefficienti riduttivi della resistenza e della rigidezza dei materiali, dell'effetto dell'espansione termica, dei gradienti di temperatura e delle azioni indirette.³⁵

Le verifiche di sicurezza della struttura debbono essere effettuate allo Stato Limite Ultimo (SLU) in riferimento alla combinazione eccezionale dei carichi e possono essere eseguite secondo tre criteri:

- nel dominio del tempo → occorre verificare che il tempo necessario per raggiungere il collasso sia superiore al tempo di resistenza al fuoco richiesto:

$$t_{\text{collasso}} \geq t_{\text{richiesto}} \quad (1.5)$$

- nel dominio della resistenza → occorre verificare che nell'intervallo di tempo richiesto la resistenza della struttura $R_{fi,d,t}$ sia superiore all'effetto delle azioni agenti $E_{fi,d}$:

$$R_{fi,d,t} \geq E_{fi,d} \quad \text{al tempo } t = t_{\text{richiesto}} \quad (1.6)$$

³⁴ Fib. Bulletin No. 46. Inail 2019. "La resistenza al fuoco degli elementi strutturali". In p. 22.

³⁵ Fib. Bulletin No. 46. Inail 2019. "La resistenza al fuoco degli elementi strutturali". In p. 24.

- nel dominio della temperatura → occorre verificare che la temperatura del materiale nell'intervallo di tempo richiesto sia inferiore al valore critico determinante il collasso:

$$\vartheta \leq \vartheta_{cr} \text{ al tempo } t = t_{richiesto} \quad (1.7)$$

Nella presente trattazione si adotterà la verifica di resistenza allo SLU secondo il criterio nel dominio della resistenza, in quanto permette un confronto visivo e immediato tra la capacità portante della sezione e le azioni derivanti dalla combinazione eccezionale di carico, consentendo di mappare l'intera risposta strutturale attraverso la costruzione dei domini di interazione N-M in una sezione in cemento armato. Questo metodo è particolarmente efficace, poiché permette di integrare puntualmente la decadenza delle proprietà meccaniche dei materiali all'interno degli algoritmi di calcolo. Per la gestione di tale complessità e per implementare il modello di calcolo avanzato ci si avvalerà dell'ambiente di calcolo numerico MATLAB, sviluppato da MathWorks, scelto per la sua elevata efficienza nella risoluzione iterativa necessaria per definire il dominio di interazione N-M della sezione degradata esposta al fuoco per un certo tempo.

1.6 Obiettivo della trattazione

Il presente lavoro ha il fine di determinare i domini di interazione con e senza l'analisi delle deformazioni impresse. Mentre la pratica professionale e le normative ammettono spesso l'uso di metodi semplificati che trascurano le deformazioni impresse, l'approccio svolto tratta gli stati di coazione di Colonnati mediante un'analisi avanzata (discettrizzazione in elementi finiti della sezione). In particolare nella sezione esposta al fuoco si verificano dei gradienti termici e ogni elementino avrà delle proprietà meccaniche dipendenti dalla temperatura media interna all'elementino. Un confronto tra i domini di interazione a freddo e a caldo permette di analizzare come incide la deformazione impressa nei vari casi di lati esposti al fuoco (uno, due opposti, due adiacenti, tre o quattro) per determinati tempi di esposizione per andare a valutare se le deformazioni impresse possano essere trascurate, come ammesso dai metodi semplificati e da alcuni testi riportati nel capitolo 2.2.3.

Per implementare il modello di calcolo avanzato ci si avvalerà dell'ambiente di calcolo numerico MATLAB, sviluppato da MathWorks. Inoltre si utilizzerà il software Dolmen, prodotto da CDM Dolmen, per validare i domini di interazione ottenuti con il modulo IS Fuoco.

Il secondo obiettivo è determinare se le lacune riscontrate nel dominio di interazione a caldo (con l'analisi delle deformazioni impresse) implementato evidenziando anche i punti interni sono numeriche o fisiche.

Le lacune fisiche si verificano nel caso di leggi non lineari quando si individua una distribuzione di deformazioni impresse per cui non esiste la funzione inversa dalla coppia (λ, μ) corrispondente alla coppia (N, M) . Per risolvere tale problematica e riuscire a trattare le non linearità si procederà a scaricare su MATLAB l'*optimization toolbox* che contiene *fsolve*.

fsolve sarà utilizzato in quanto permette di risolvere sistemi di equazioni non lineari garantendo di determinare per ogni coppia (N, M) il corrispondente (λ, μ) .

Di seguito si riporta la struttura della trattazione che si articola in 7 capitoli principali:

- Capitolo 1 – Introduzione
- Capitolo 2 – Definizione teorica e numerica dei domini di interazione
Analisi teorica e delle ipotesi da applicare per valutare la capacità portante di una sezione a freddo e a caldo. Approfondimento sulla teoria di Colonnetti e l'importanza della valutazione delle deformazioni impresse. Rassegna critica della letteratura riguardante l'omissione delle coazioni termiche nei metodi di calcolo semplificati.
- Capitolo 3 – Modello dei domini di interazione con e senza le deformazioni impresse
Sviluppo dell'algoritmo in ambiente MATLAB per implementare i domini di interazione a freddo e a caldo. Validazione dei domini di interazione a freddo con il software Gelfi VCA SLU e a caldo con il software Dolmen. Il capitolo riporta l'analisi termica e la valutazione delle proprietà meccaniche secondo la normativa UNI EN 1992 parte 1- 2 2023 per la sezione esposta al fuoco da utilizzare per la generazione del modello.
- Capitolo 4 - Analisi delle lacune interne al dominio di interazione
Il capitolo indaga la natura delle lacune rilevate (fisiche o numeriche), descrivendo l'utilizzo del solutore *fsolve* che permette di risolvere sistemi di equazioni non lineari per determinare per ogni coppia (N, M) il corrispondente (λ, μ) .
- Capitolo 5 – Conclusione
- Capitolo 6 – Bibliografia
- Capitolo 7 – Appendice

In appendice si riportano i vari script e le funzioni MATLAB implementate.

Nell'elaborato in oggetto si considereranno per lo studio due sezioni.

In particolare la prima analizzata è una sezione $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ con 8 barre di armatura di diametro 10 mm, la seconda ha dimensione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ con 4 barre di armatura di diametro 10 mm (si veda la Figura 9). Il copriferro misura 2 cm.

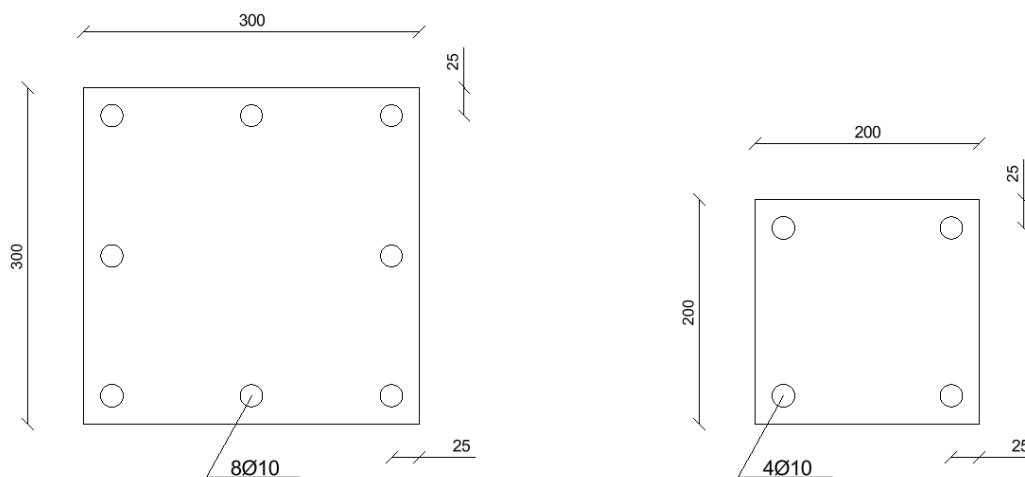


Figura 9 - Geometria delle sezioni analizzate

Il primo obiettivo è andare a definire come variano i domini di interazione per diversi tempi di esposizione 30, 60, 90, 120, 180, 240 minuti, se si considerano o meno le deformazioni impresse.

Nello specifico si analizzeranno per ogni sezione indagata le seguenti configurazioni di esposizione al fuoco descritte nel capitolo 3 - Modello dei domini di interazione con e senza le deformazioni impresse:

- un solo lato esposto al fuoco (si veda il Capitolo 3.2.3.1 dell'indice);
- due lati opposti esposti al fuoco (si veda il Capitolo 3.2.3.2 dell'indice);
- due lati adiacenti esposti al fuoco (si veda il Capitolo 3.2.3.3 dell'indice);
- tre lati esposti al fuoco (si veda il Capitolo 3.2.3.4 dell'indice);
- quattro lati esposti al fuoco (si veda il Capitolo 3.2.1.5 dell'indice).

2 Definizione teorica e numerica dei domini di interazione

2.1 SLU per pressoflessione a freddo

Con riferimento a sezioni soggette ad azioni di pressoflessione retta, ovvero sottoposte a sforzo normale N_{Ed} e momento flettente M_{Ed} agenti nello stesso piano principale della sezione, si procede alla costruzione del dominio di interazione M-N per attuare le verifiche di resistenza. Il dominio di interazione M-N definisce le situazioni limite. In particolare se un punto si trova all'interno del dominio di interazione, la struttura è verificata e la domanda è minore della capacità.

Tale condizione di verifica è espressa con le seguenti equazioni:

$$N_{Ed} = N_{Rd} \quad (2.1)$$

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} \quad (2.2)$$

essendo N_{Rd} e M_{Rd} la forza assiale e il momento resistenti della sezione calcolati per un'idonea configurazione deformata di stato limite ultimo.³⁶

2.1.1 Ipotesi di base

Per descrivere il comportamento di una sezione a freddo si applicano le seguenti ipotesi:

- conservazione delle sezioni piane (ipotesi di Navier-Bernoulli);
- perfetta aderenza tra acciaio teso e calcestruzzo compresso ($\varepsilon_s = \varepsilon_c$);
- la crisi avviene quando il calcestruzzo raggiunge la deformazione ultima ε_{cu} e l'armatura in trazione è snervata ε_{syd} ;
- la resistenza a trazione del calcestruzzo è circa un decimo di quella a compressione e per le ipotesi si può trascurare (si assume nulla);³⁷
- per la legge costitutiva del calcestruzzo a compressione si può adottare una legge parabola-rettangolo;

³⁶ Cosenza et al. (Terza Edizione), "Strutture in cemento armato – Basi della progettazione", HOEPLI Milano, in part. p. 155

³⁷ Cosenza et al. (Terza Edizione), "Strutture in cemento armato – Basi della progettazione", HOEPLI Milano, in part. p. 131

- si adotta la legge bilatera a trazione e compressione per l'acciaio (elastica perfettamente plastica oppure elastica con tratto plastico di tipo incrudente).

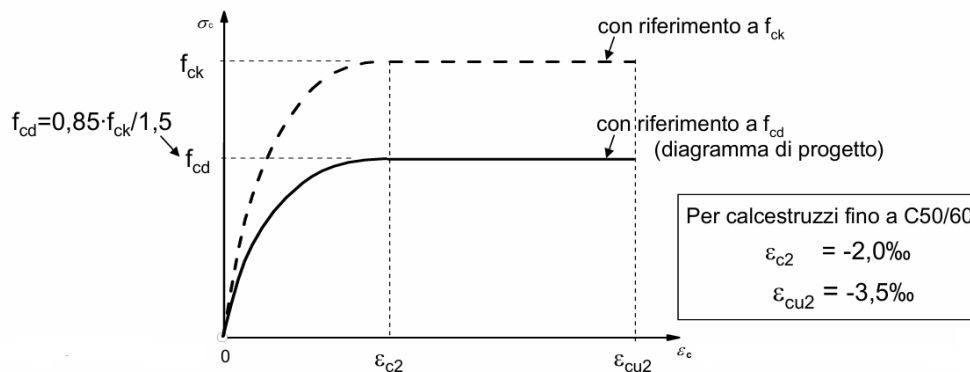


Figura 10 - Legge costitutiva cls parabola-rettangolo ³⁸

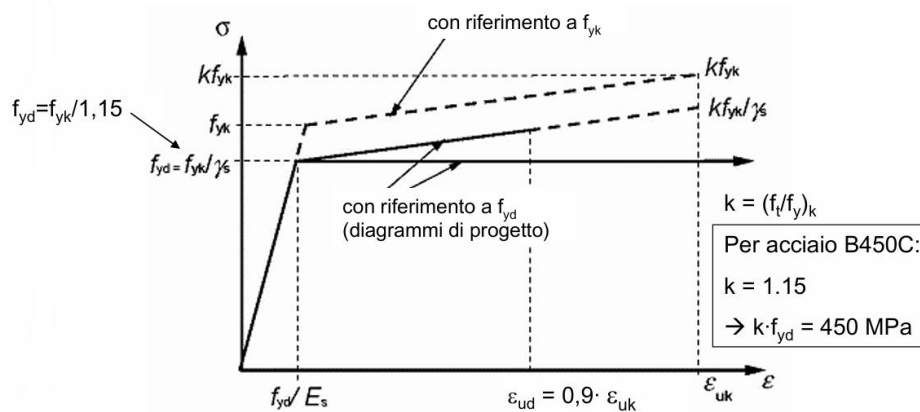


Figura 11 - Legge costitutiva acciaio bilatera ³⁹

2.1.2 Configurazioni deformate di SLU (fino a C50/60)

L'analisi per studiare il comportamento a SLU di una sezione viene effettuata attraverso la determinazione del momento flettente resistente M_{Rd} rispetto all'asse del baricentro per dati valori di sforzo normale agente N_{Ed} . Preliminarmente si definiscono le configurazioni deformate di SLU (Figura 12), definite dalle rette passanti per uno dei punti individuati dalle deformazioni ultime di acciaio e calcestruzzo rispettivamente:

- dell'acciaio $\varepsilon_{su} = +67,5 \text{ ‰}$ (indicato in Figura 12 con la lettera A);
- del calcestruzzo $\varepsilon_{cu} = -3,5 \text{ ‰}$ al lembo più compresso (indicato in Figura 12 con la lettera B);

³⁸ EN 1992-1-1:2004, in p. 35, "Parabola-rectangle diagram for concrete under compression"

³⁹ EN 1992-1-1:2004, in p. 35, "Bi-linear stress-strain relation"

Inoltre un'ulteriore configurazione deformata è definita dalla deformazione uniforme del calcestruzzo $\varepsilon_{c2} = -2,0\text{‰}$ a $3h/7$ dal lembo più compresso (indicato in Figura 12 con la lettera C), rappresentante della deformazione corrispondente alla tensione massima raggiunta dal tratto parabolico nella legge del calcestruzzo.⁴⁰

Due rette passanti per le configurazioni deformate descrivono delle regioni chiamate campi.

Nello specifico i campi sono cinque e sono descritti in Figura 12:

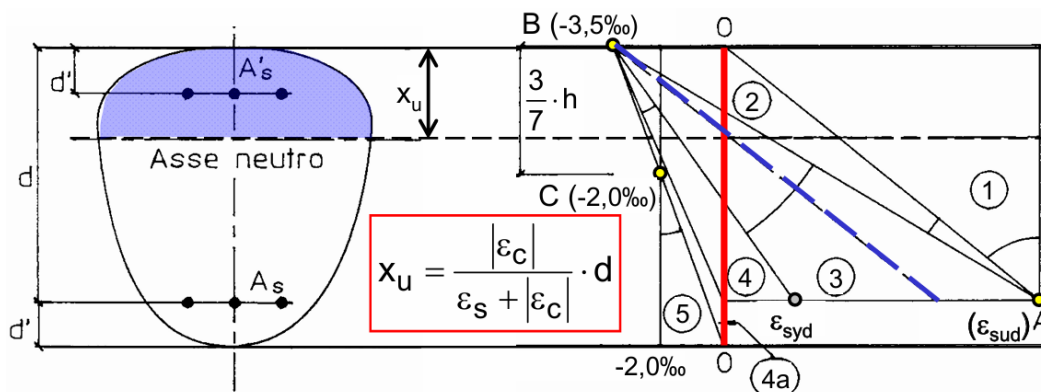


Figura 12 - Descrizione dei cinque campi⁴¹

2.1.3 Congruenza – Leggi costitutive – Equilibrio

La costruzione del dominio di interazione si basa sull'imposizione delle equazioni costitutive, di congruenza e di equilibrio:

- equazioni costitutive → il legame tra azioni meccaniche e deformazioni è espresso dalle equazioni costitutive. Le stesse si ricavano per le travi rettilinee a partire dal legame fra tensioni normali σ e deformazioni ε , espresso dalla legge di Hooke attraverso il modulo di elasticità E .⁴²

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (2.3)$$

- equazioni di congruenza → la compatibilità delle deformazioni interne è garantita dall'equazioni di congruenza secondo l'ipotesi di conservazione delle sezioni piane. Tale ipotesi consente di descrivere il campo di deformazioni mediante una distribuzione lineare lungo l'altezza della sezione. Ad esempio la posizione dell'asse neutro può

⁴⁰ Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017), in p. 9, "Bending with axial force with symmetric reinforcement bars"

⁴¹ Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017), in p. 10, "Possible strain distributions at the ultimate limit state"

⁴² Di Trapani (2022), CLUT, "Metodi di analisi strutturale", pag. 3

essere espressa tramite la relazione che deriva direttamente dalla similitudine dei triangoli delle deformazioni:

$$x_u = \frac{|\varepsilon_c|}{\varepsilon_s + |\varepsilon_c|} \cdot d \quad (2.4)$$

- equazioni di equilibrio → assicurano l'equilibrio tra i carichi esterni e le azioni interne al materiale. In particolare lo sforzo normale e il momento flettente resistente si ottengono mediante l'integrazione delle tensioni sulle aree resistenti della sezione:

$$\begin{cases} N_{Rd} = \int \sigma_z dA \\ M_{Rd} = \int \sigma_z \cdot y dA \end{cases} \quad (2.5)$$

2.2 SLU per pressoflessione a caldo (presenza del fuoco)

Con riferimento a sezioni aventi lati esposti al fuoco per un determinato tempo si procede alla costruzione del dominio di interazione N-M a caldo per attuare le verifiche di resistenza espresse con le equazioni (2.1) e (2.2).

In particolare se la sezione ha uno, due lati opposti o quattro lati esposti al fuoco si ha una pressoflessione retta, mentre, se la sezione è esposta da due lati adiacenti o tre lati esposti al fuoco, si ha una pressoflessione deviata, in quanto l'asse neutro subisce una rotazione.

I domini di interazione sono determinati nel rispetto delle equazioni di equilibrio, delle equazioni di congruenza e delle leggi costitutive descritte nel capitolo 2.1.3.

2.2.1 Ipotesi di base

Per descrivere il comportamento di una sezione a caldo non si possono più applicare le ipotesi per descrivere il comportamento di una sezione a freddo.

L'ipotesi di Navier-Bernoulli (conservazione delle sezioni piane) decade, in quanto dal momento che la struttura è esposta al fuoco nascono delle deformazioni impresse non congruenti. Inoltre la deformazione impressa del calcestruzzo in funzione della temperatura segue una legge diversa della deformazione impressa dell'acciaio, portando alla perdita della perfetta aderenza tra l'acciaio teso e il calcestruzzo compresso che si ipotizzava per una sezione non esposta al fuoco.

Le proprietà meccaniche dei materiali sono descritte nella normativa UNI EN 1992-1-2. Nello specifico la crisi avviene quando il calcestruzzo raggiunge la deformazione ultima ε_{cu} che

assume un valore in funzione della temperatura. Nell'analisi della capacità resistente della sezione esposta al fuoco la legge costitutiva del calcestruzzo a compressione adottata a freddo (legge parabola-rettangolo) non si deve più utilizzare e ci si attiene alle legge costitutiva descritta dalla norma UNI EN 1992-1-2. Anche per l'armatura la legge bilatera a trazione e compressione per l'acciaio (elastica perfettamente plastica oppure elastica con tratto plastico di tipo incrudente), utilizzata per la verifica della capacità portante a freddo, non si può più utilizzare e si applica la legge descritta in normativa UNI EN 1992-1-2. Nel capitolo 3.2.2 ci si soffermerà con attenzione alla descrizione di come si applicano le leggi costitutive del calcestruzzo e dell'acciaio a caldo secondo la normativa UNI EN 1992-1-2.

2.2.2 Valori di progetto delle proprietà dei materiali

Secondo la norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§4.5) i valori di progetto delle proprietà meccaniche dei materiali (resistenza e rigidezza) nella situazione di incendio $X_{d,\theta}$ devono essere calcolati con la formula:

$$X_{d,\theta} = \frac{k_{\theta} X_k}{\gamma_{M,fi}} \quad (2.6)$$

dove:

- X_k è il valore caratteristico della proprietà di resistenza o rigidezza (generalmente f_k o E_k) a temperatura ambiente (senza il fuoco) secondo EN 1992-1-1;
- k_{θ} è il fattore di riduzione dipendente dalla temperatura;
- $\gamma_{M,fi}$ è il coefficiente parziale di sicurezza per la situazione di incendio.

Il valore di $\gamma_{M,fi}$ è pari a 1, salvo diversa indicazione nell'Appendice Nazionale.

Si nota come i domini di interazione a freddo vengono determinati applicando il valore di progetto del materiale, mentre i domini a caldo moltiplicando il valore caratteristico per un fattore di riduzione, in quanto l'incendio è considerato un'azione eccezionale sulla struttura.

2.2.3 L'importanza delle deformazioni impresse: la teoria di Colonnetti

La Scienza delle Costruzioni poggia sulla teoria dell'elasticità considerando le deformazioni impresse (plastiche) che si verificano in un corpo trascurabili e andando a valutare solo le deformazioni elastiche. La teoria di Colonnetti dimostra come queste deformazioni impresse

non debbano essere trascurate quando non valgono le ipotesi di Navier-Bernoulli, ovvero quando non si ha congruenza del campo deformativo.⁴³

La non congruenza si esplica con un andamento delle deformazioni non lineare sull'intera sezione, per tale ragione le sezioni non si mantengono piane.⁴⁴

Le deformazioni impresse o azioni implicite possono essere, ad esempio, cedimenti vincolari, variazioni termiche, fluage e ritiro del calcestruzzo. Nello specifico la risposta meccanica dipenderà sia dalle azioni esplicite (o dirette) applicate, sia dagli effetti prodotti dalle azioni implicite (o indirette), in quanto le variazioni termiche che si esplicano nella sezione durante un incendio comportano una deformazione non congruente $\bar{\varepsilon}_z$.

Il metodo di Colonnetti definisce che, quando si ha una deformazione impressa non congruente sulla sezione, nascono delle deformazioni elastiche $\Delta\varepsilon_z^{el}$, tali che la deformazione totale sia congruente. Nello specifico la deformazione totale può essere espressa dai parametri $\bar{\lambda}$, $\bar{\mu}_x$ e $\bar{\mu}_y$:

$$\Delta\varepsilon_z^{tot} = \bar{\varepsilon}_z + \Delta\varepsilon_z^{el} = \bar{\lambda} + \bar{\mu}_x \cdot y + \bar{\mu}_y \cdot x \quad (2.7)$$

dove:

$\bar{\lambda} \rightarrow$ deformazione a livello del baricentro della sezione parzializzata;

$\bar{\mu}_x \rightarrow$ curvatura impressa della sezione attorno all'asse x;

$\bar{\mu}_y \rightarrow$ curvatura impressa della sezione attorno all'asse y.

Si noti come un materiale tenta di assumere una distribuzione non lineare corrispondente alla deformazione impressa ma è vincolato, quindi non può deformarsi in tal modo e nascono delle deformazioni elastiche per ristabilire la compatibilità con i vincoli. In virtù del comportamento elastico-lineare le deformazioni elastiche danno luogo a uno stato tensionale $\Delta\sigma_z^{el}$:

$$\Delta\sigma_z^{el} = E \cdot \Delta\varepsilon_z^{el} = E \cdot (\bar{\lambda} + \bar{\mu}_x \cdot y + \bar{\mu}_y \cdot x - \bar{\varepsilon}_z) \quad (2.8)$$

Si noti come su un corpo non caricato dalle forze esplicite ma dove siano presenti forze implicite si ha uno stato di coazione $\Delta\sigma_z^{el}$ che deve essere considerato.

Lo stato di coazione genera uno sforzo normale N e dei momenti M_x e M_y che nel caso di sole forze implicite devono essere autoequilibrate.⁴⁵

⁴³ Colonnetti G. (1938), "La statica dei corpi elasto - plastici", in pp. 440-444.

⁴⁴ Carpinteri A. (1992). Scienza delle Costruzioni (Vol. 1 e 2). Bologna: Pitagora Editrice

⁴⁵ Colonnetti G. (1938), "La statica dei corpi elasto - plastici", in pp. 493-494.

$$\begin{cases} N = \int \Delta\sigma_z^{el} dA = 0 \\ M_x = \int \Delta\sigma_z^{el} \cdot y dA = 0 \\ M_y = \int \Delta\sigma_z^{el} \cdot x dA = 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Per una sezione in cemento armato esposta al fuoco l'azione termica incide negativamente sulla resistenza del materiale, causando una netta riduzione della massima tensione sopportabile e una variazione del modulo elastico (UNI EN 1992 -1 -2, 2023).

Inoltre il calcestruzzo presenta una ridotta conducibilità termica che determina un forte gradiente di temperatura all'interno della sezione trasversale, causando un profilo non congruente delle deformazioni di origine termica ed una disomogeneità della resistenza meccanica, fortemente ridotta nella zona più calda.

Questi effetti devono essere analizzati per ottenere il dominio di interazione della sezione in esame, considerando gli stati di coazione che nascono, in accordo con la teoria di Colonnetti.⁴⁶

Pertanto secondo Colonnetti (1953) le deformazioni impresse di origine termica non devono mai essere trascurate, anche se alcuni autori consigliano di trascurarle:

-L'applicazione dei metodi analitici semplificati, che si basano su ipotesi conservative, è limitata ai singoli elementi. Condizione necessaria affinché si possano analizzare le singole membrature, in luogo dell'intera struttura, è quella di poter considerare stabili, nel corso dell'incendio, sia le condizioni di vincolo agli estremi dell'elemento da verificare, sia la caratteristiche delle sollecitazioni in corrispondenza degli stessi (pertanto sono trascurabili le sollecitazioni indirette prodotte da deformazioni dovute all'incendio)....⁴⁷
- ...la deformazione termica non gioca nessun ruolo statico nella progettazione antincendio di elementi semplicemente appoggiati (isostatici e privi di vincoli assiali).....⁴⁸
- Le sollecitazioni indirette, dovute agli elementi strutturali adiacenti a quello preso in esame, possono essere trascurate quando i requisiti di sicurezza all'incendio sono

⁴⁶ Fantilli A.P., Vallini P., Demarchis F. "I domini di interazione di archi in muratura soggetti a fuoco".

⁴⁷ Fib. Bulletin No. 46. Inail 2019. "La resistenza al fuoco degli elementi strutturali". In part. p. 23.

⁴⁸ Buchanan (2009), HOEPLI, "Progetto delle strutture resistenti al fuoco". Capitolo 7.4.2. in part. p. 145.

valutati in riferimento alla curva nominale d'incendio e alle classi di resistenza al fuoco....⁴⁹

Come detto precedentemente, uno degli obiettivi della trattazione è indagare l'effettiva incidenza delle deformazioni impresse. Il *Fib. Bulletin No. 46. Inail 2019* afferma che si può analizzare il singolo elemento senza l'analisi delle deformazioni impresse per permettere un calcolo manuale o tabellare semplificato, oppure *Buchanan* dichiara che in una trave semplicemente appoggiata si possono trascurare le deformazioni impresse perché la trave è libera di dilatarsi all'aumentare della temperatura e i vincoli non oppongono resistenza, ma in realtà le deformazioni impresse esistono a livello della sezione trasversale perché le fibre interne hanno proprietà diverse in funzione della temperatura ed esiste un gradiente interno.

È importante sottolineare come le NTC 2018 esprimono di non valutare le deformazioni impresse dovute agli effetti iperstatici, se si usa la curva nominale di incendio e si valuta la sicurezza con le classi di resistenza al fuoco come semplificazione. Tuttavia, le deformazioni impresse derivanti dalla differenza di temperatura tra gli elementini trovati dalla discretizzazione della sezione devono essere considerate.

La norma UNI EN 1992 –1 –2, 2023 espone che devono essere valutati gli effetti delle deformazioni termiche derivanti dai gradienti termici attraverso la sezione trasversale per l'analisi membranale, di parti di strutture e nell'analisi globale della struttura nel capitolo 4.7, 4.8 e 4.9 della norma. Nel capitolo 4.6 della norma si ha una nota che riferisce che per il metodo tabellare è consentito trascurare le deformazioni impresse per semplificare il problema.

Nella trattazione si utilizzerà un metodo avanzato nel rispetto della norma UNI EN 1992 –1 –2, 2023 che permette di analizzare le deformazioni termiche nell'analisi e si svolgerà un confronto con i risultati ottenuti senza l'analisi delle deformazioni impresse per osservare se possono essere trascurabili o meno.

⁴⁹ NTC 2018, capitolo 3.6.1.5.3, in p. 34

3 Modello dei domini di interazione con e senza le deformazioni impresse

3.1 SLU per pressoflessione a freddo

3.1.1 Descrizione del codice MATLAB con i risultati

Nel paragrafo 2.1 è stata descritta la teoria di riferimento per la costruzione del dominio di interazione N-M a freddo, illustrando le ipotesi e le configurazioni deformate assunte nello stato limite ultimo.

Di seguito applicando le equazioni di congruenza, compatibilità e equilibrio si descrivono i cinque campi di comportamento della sezione in condizione di stato limite ultimo, che definiscono le diverse configurazioni deformate e i relativi meccanismi resistenti.

- Nel campo 1 il calcestruzzo non è reagente e si verifica nella sezione una trazione pura. La deformazione al lembo superiore e alla profondità dell'asse neutro è la medesima e risulta pari alla deformazione ultima dell'acciaio teso.

In condizioni di incipiente collasso, le sollecitazioni agenti (N_{Ed} , M_{Ed}) sono uguali a quelle resistenti (N_{Rd} , M_{Rd}). Queste ultime sono equivalenti alle forze risultanti delle tensioni normali agenti sui materiali:

$$\begin{cases} N_{Rd} = \int \sigma_z dA \\ M_{Rd} = \int \sigma_z \cdot y dA \end{cases} \quad (3.1)$$

Le forze di trazione dell'acciaio superiore e inferiore, se la sezione è armata simmetricamente, saranno identiche e nella sezione agirà solo lo sforzo normale. Nello specifico il momento risulta nullo rispetto al baricentro geometrico, in quanto la forza di trazione dell'acciaio superiore genera un momento orario mentre la forza di trazione dell'acciaio inferiore genera un momento antiorario di stessa entità.

$$S = A_s \cdot f_{yd} = S' \quad (3.2)$$

$$\leftarrow: N_{Rd} = -S - S' \quad (3.3)$$

Si riporta la formulazione per il calcolo della resistenza di progetto dell'acciaio: ⁵⁰

⁵⁰ NTC 2018, Capitolo 4, Verifica degli stati limite, p. 42

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_c} \quad (3.4)$$

dove f_{yk} è la tensione caratteristica di snervamento dell'acciaio per l'armatura ordinaria, $\gamma_c = 1.5$ è il coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio.

- Il limite tra il campo 1 e 2 è descritto dalla retta passante per il punto A illustrato in Figura 12 alla profondità dell'asse neutro mentre all'estremo superiore la deformazione risulta nulla. Indicando con d la profondità dell'asse neutro e con d' il valore corrispondente alla somma del copriferro e del semidiametro della barra di armatura, si valuta la deformazione corrispondente all'armatura superiore con una proporzione tra triangoli simili, essendo il campo deformativo congruente.

$$\varepsilon_{s'} = \frac{\varepsilon_{su}}{d} \cdot d' \quad (3.5)$$

Se il risultato dell'equazione (3.5) è superiore della deformazione di snervamento dell'acciaio pari al 1.96‰, la forza di trazione dell'acciaio si calcola con l'equazione (3.2), altrimenti si usa l'equazione (3.6), in quanto il comportamento meccanico dell'armatura superiore a tale profondità è elastico:

$$S' = A_s \cdot E \cdot \varepsilon_{s'} \quad (3.6)$$

Il calcolo dello sforzo normale è interessato solamente dai valori delle forze di trazione delle armature superiori e inferiori, non essendo reagente la sezione di calcestruzzo. L'armatura inferiore è sempre plasticizzata mentre quella superiore può essere in campo elastico o plastico. Quest'ultima, se si trova in campo plastico, porta ad avere il medesimo risultato ottenuto per il campo 1, altrimenti, se è in campo elastico, oltre allo sforzo normale nascerà anche un momento pari a: ⁵¹

$$G_c \text{ (antiorario): } M_{Rd} = S \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) - S' \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) \quad (3.7)$$

- Il limite tra il campo 2 e 3 è descritto dalla retta passante per il punto A alla profondità dell'asse neutro e il punto B all'estremo superiore illustrato in Figura 12. Indicando con d la profondità dell'asse neutro e con d' il valore corrispondente alla somma del copriferro e del semidiametro della barra di armatura, si valuta la deformazione corrispondente all'armatura superiore, nota la posizione dell'asse neutro.

⁵¹ Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017), in part. p. 10

La condizione di congruenza interna analiticamente dà luogo a condizioni di tipo geometrico tra deformazioni e distanze delle fibre, basate sulla similitudine dei triangoli.

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = \frac{|\varepsilon_c|}{x_u} = \frac{\varepsilon_s + |\varepsilon_c|}{d} \rightarrow x_u = \frac{d}{71\text{‰}} \cdot 3.5\text{‰} \quad (3.8)$$

Se la profondità dell'asse neutro è minore del copriferro, l'armatura superiore sarà tesa, altrimenti sarà soggetta a compressione. Con una proporzione fra triangoli simili si ottiene la deformazione all'armatura superiore, in base al fatto che quest'ultima si trovi in campo elastico o plastico, si valuta la tensione corrispondente.

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = \frac{|\varepsilon_c|}{x_u} = \frac{\varepsilon_s + |\varepsilon_c|}{d} \rightarrow \varepsilon_{s'(compressa)} = \frac{|\varepsilon_c|}{x_u} \cdot (x_u - d') \quad (3.9)$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_u = \frac{|\varepsilon_c|}{x_u} = \frac{\varepsilon_s + |\varepsilon_c|}{d} \rightarrow \varepsilon_{s'(tesa)} = \frac{|\varepsilon_c|}{x_u} \cdot (d' - x_u) \quad (3.10)$$

Oltre a valutare le forze di trazione o compressione dell'acciaio, per tale limite si ha anche la risultante delle tensioni agenti sul calcestruzzo compresso reagente C . La legge costitutiva del calcestruzzo a compressione adottata con le ipotesi è una legge parabola-rettangolo ma, avendo una sezione rettangolare in campo 3, si possono utilizzare i coefficienti di riempimento β_1 e β_2 .

Tali coefficienti assumono il valore di $\beta_1 = 0.8095$ e $\beta_2 = 0.4160$ se $\varepsilon_{cu} = -3.5\text{‰}$. In particolare, β_1 moltiplicato per la resistenza di progetto del calcestruzzo f_{cd} permette di trasformare la legge parabola rettangolo in una distribuzione uniforme.

Il coefficiente β_2 moltiplicato per la profondità dell'asse neutro fornisce la distanza che intercorre tra la retta di azione di C e il bordo superiore della sezione.

Si riporta la formulazione per il calcolo della resistenza di progetto a compressione del calcestruzzo: ⁵²

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.11)$$

⁵² NTC 2018, Capitolo 4, Verifica degli stati limite, p. 42

dove $\alpha_{cc} = 0.85$ è coefficiente riduttivo delle resistenze di lunga durata, f_{ck} è la resistenza caratteristica cilindrica a compressione del calcestruzzo a 28 giorni, $\gamma_c = 1.5$ è il coefficiente parziale di sicurezza relativo al calcestruzzo.

Di seguito si riportano le equazioni per valutare l'intensità della risultante delle tensioni agenti sul calcestruzzo compresso reagente, lo sforzo normale e il momento:

$$C = \beta_1 \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x_u \quad (3.12)$$

$$\leftarrow: N_{Rd} = -S \pm S' + C \quad (3.13)$$

$$G_c \text{ (antiorario)}: M_{Rd} = S \cdot \left(d - \frac{h}{2}\right) \pm S' \cdot \left(\frac{h}{2} - d'\right) + C \cdot \left(\frac{h}{2} - \beta_2 \cdot x_u\right) \quad (3.14)$$

Se la profondità dell'asse neutro è minore del copriferro, la forza corrispondente all'armatura superiore è di trazione e porterà ad avere un momento rispetto al baricentro geometrico orario che si oppone e si inserirà in entrambe le equazioni con il segno negativo, altrimenti la forza corrispondente all'armatura superiore è di compressione e porterà ad avere un momento rispetto al baricentro geometrico antiorario che non si oppone e si inserirà in entrambe le equazioni con il segno positivo.

La Figura 13 descrive la condizione di equilibrio nel caso di armatura superiore compressa.

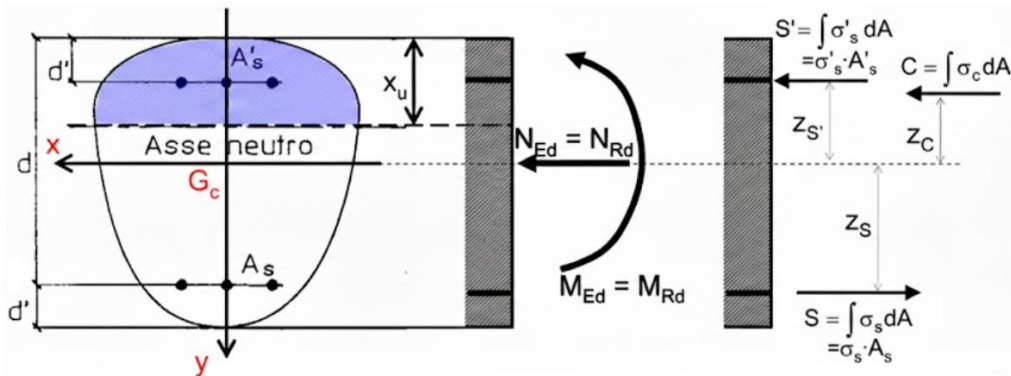


Figura 13 – Condizione di equilibrio

- Il limite tra il campo 3 e 4 è descritto dalla retta passante per il punto alla profondità dell'asse neutro per il quale la deformazione è pari a quella di snervamento dell'acciaio teso ε_{syd} e il punto B all'estremo superiore illustrato in Figura 12. Questo limite è fondamentale e descrive la situazione di “balanced moment” per la quale si ha una rottura equilibrata tra il calcestruzzo compresso e l'armatura tesa. Questa configurazione deformata dà luogo al massimo momento resistente.

In questa situazione lo sforzo normale sarà pari alla forza di compressione del calcestruzzo reagente, in quanto l'armatura superiore sarà sempre di compressione e quella inferiore di trazione con valori medesimi.

Il momento resistente avrà tutte le componenti che portano a una rotazione rispetto al baricentro geometrico antioraria, per tale motivo il valore è massimo.⁵³

- Il limite tra il campo 4 e 4a è descritto dalla retta passante per il punto alla profondità dell'asse neutro per il quale la deformazione è nulla e il punto B all'estremo superiore illustrato in Figura 12. In questa situazione la resistenza dell'armatura inferiore è nulla e agisce solo lo sforzo di compressione del calcestruzzo della sezione reagente e dell'armatura superiore. Lo sforzo normale continuerà ad essere superiore rispetto a quello ottenuto nelle configurazioni precedenti ma il momento sarà minore in quanto sarà nulla la componente della resistenza dell'armatura inferiore.
- Il limite tra il campo 4a e 5 è descritto dalla retta passante per il punto all'estremo inferiore della sezione per il quale la deformazione è nulla e il punto B all'estremo superiore illustrato in Figura 12. In questa situazione la sezione del calcestruzzo è completamente reagente e la resistenza dell'armatura inferiore è negativa (di compressione). Lo sforzo normale continuerà a crescere ma il momento sarà minore in quanto la componente della resistenza dell'armatura inferiore si opporrà.
- Infine nel campo 5 la sezione del calcestruzzo è completamente reagente (compressione pura) e gli acciai sono entrambi plasticizzati e compressi, in quanto la distribuzione delle deformazioni è uniforme e pari ha $\varepsilon_{c2} = -2\text{‰}$.

Il campo 5 descrive il punto nel dominio di interazione per il quale il momento resistente è nullo e lo sforzo normale è massimo.

Il procedimento teorico descritto è stato applicato per implementare un codice MATLAB per ottenere i domini di interazione a freddo di una sezione quadrata di lato 300 mm, copriferro 20 mm, costituita da 8 barre di armatura di diametro 10 mm. Lo script è riportato in Appendice A.

⁵³ Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017), in part. p. 11

La Figura 14 descrive il dominio di interazione a freddo ottenuto per la sezione in esame.

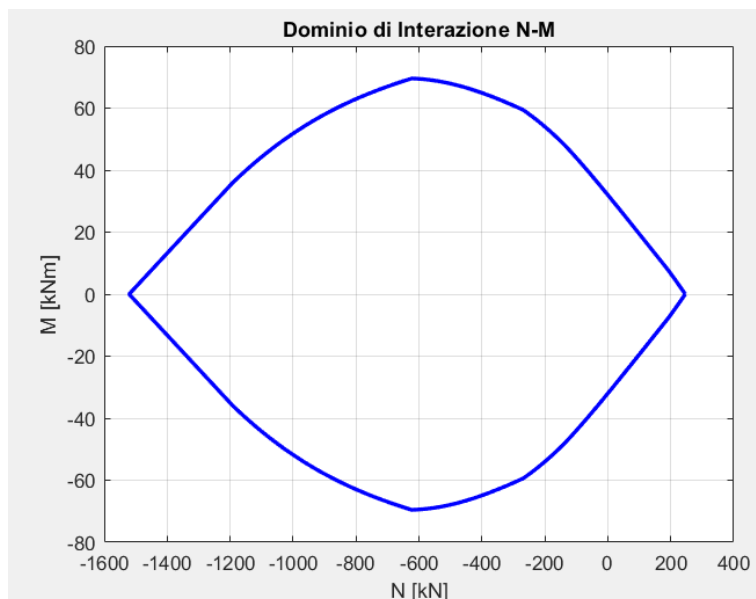


Figura 14 - Dominio di interazione a freddo

3.1.2 Verifica del codice MATLAB con il software VcaSlu - Gelfi

Per la verifica del codice si è utilizzato il software VcaSlu – Gelfi che permette di determinare il dominio di interazione N-M a freddo della sezione in esame che, a meno della convenzione di segno dello sforzo normale per la compressione e trazione, fornisce un dominio identico a quello ottenuto dal codice MATLAB che risulta validato.⁵⁴

In particolare nell'interfaccia si deve inserire la caratterizzazione meccanica, la geometria della sezione, la posizione e l'area occupata dalle armature.

Materiali	
B450C	C25/30
ϵ_{su} 67.5 ‰	ϵ_{c2} 2 ‰
f_{yd} 391.3 N/mm ²	ϵ_{cu} 3.5 ‰
E_s 200(000) N/mm ²	f_{cd} 14.17 N/mm ²
E_s/E_c 15	f_{cc}/f_{cd} 0.8 ?
ϵ_{syd} 1.957 ‰	$\sigma_{c,adm}$ 9.75 N/mm ²
$\sigma_{s,adm}$ 255 N/mm ²	τ_{co} 0.6 N/mm ²
	τ_{c1} 1.829 N/mm ²

Figura 15 - Caratterizzazione meccanica

⁵⁴ Gelfi, Sommario di VcaSlu (Verifica Cemento Armato Stato Limite Ultimo)

N° Vertici4Zoom

N°	x [cm]	y [cm]
1	0	0
2	0	30
3	30	30
4	30	0

N° barre8Zoom

N°	As [cm²]	x [cm]	y [cm]
4	0.7854	15	2.5
5	0.7854	15	27.5
6	0.7854	27.5	2.5
7	0.7854	27.5	15
8	0.7854	27.5	27.5

Figura 16 - Geometria della sezione, posizione e area occupata delle armature

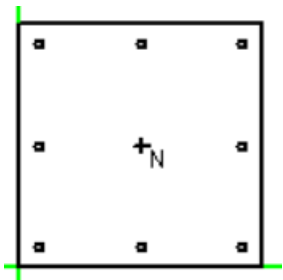


Figura 17 - Pianta con disposizione dei ferri della sezione analizzata

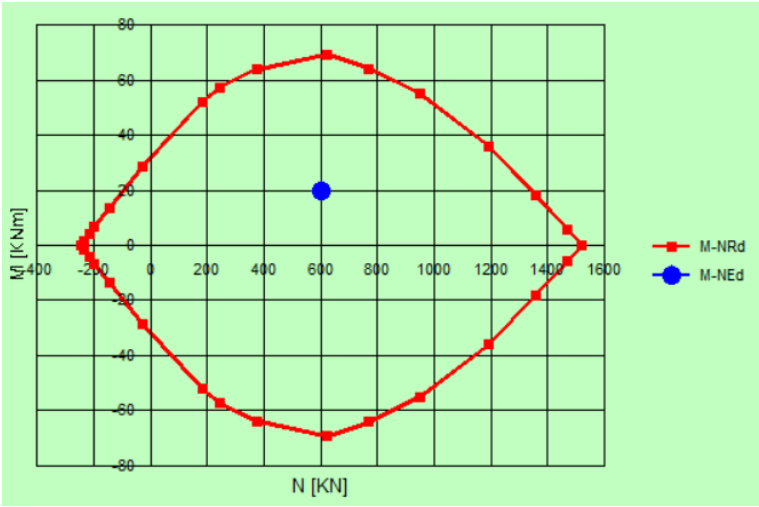


Figura 18 - Dominio di interazione ottenuto con VcaSlu

3.2 SLU per pressoflessione a caldo

3.2.1 Analisi termica

Per la creazione del modello che ci permette di ottenere il dominio di interazione della sezione esposta al fuoco dapprima si deve valutare la risposta termica. Essa ci permette di simulare la diffusione del calore e determinare la distribuzione della temperatura all'interno dell'elemento. Di seguito, nel rispetto della normativa UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§7.2.), si riporta la teoria che descrive i profili di temperatura per una sezione esposta su un lato, due lati opposti, due lati adiacenti, tre lati e quattro lati.

3.2.1.1 un lato esposto

Nelle pareti e nelle solette in calcestruzzo armato esposte a un incendio standard su un solo lato il campo di temperatura può essere calcolato dalla formula (3.15), a condizione che lo spessore sia maggiore dei valori minimi indicati nella Tabella 2 in funzione della resistenza al fuoco standard:

$$\theta(x, t) = \theta_1(x, t) + 20 [^{\circ}\text{C}] \quad (3.15)$$

$$\theta_1(x, t) = 345 \cdot \log_{10} \cdot \left(\frac{7 \cdot (t - \Delta t)}{60} + 1 \right) \cdot \exp \left(-x \sqrt{\frac{k}{t}} \right) \quad (3.16)$$

$t \rightarrow$ è la durata dell'incendio standard (in secondi) (≥ 1800 s)

$x \rightarrow$ è la distanza dalla superficie esposta (in m)

$\Delta t = 720$ s $\rightarrow$ rappresenta un ritardo tra la temperatura nel compartimento antincendio e la temperatura superficiale del calcestruzzo come approssimazione degli effetti della convezione e dell'irraggiamento

$k = 3 \cdot 10^6$ s/m² $\rightarrow$ coefficiente che descrive la propagazione del calore nel calcestruzzo

Resistenza al fuoco	R30	R60	R90	R120	R180	R240
Spessore minimo degli elementi in calcestruzzo esposti su un lato (mm)	60	70	100	120	150	200

Tabella 2 -Spessore minimo degli elementi in calcestruzzo esposti su un lato

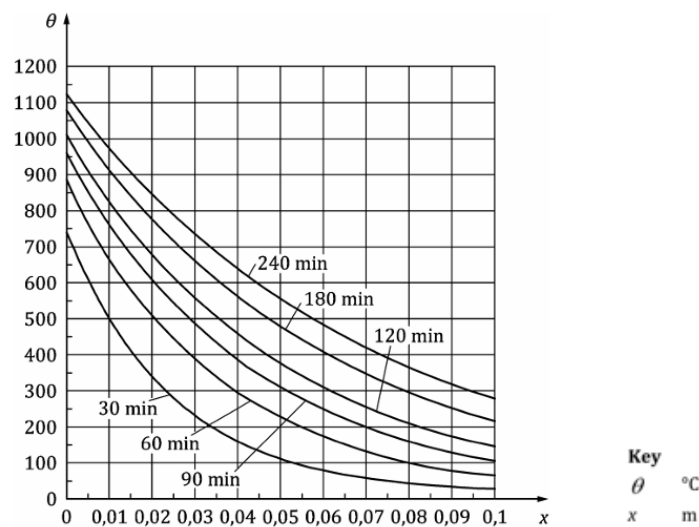


Figura 19 - Profili di temperatura per un elemento esposto su un lato per 30 minuti a 240 minuti

L'andamento delle temperature per la sezione soggetta al fuoco da un solo lato è descritta dalla funzione MATLAB *tempera.m* riportata nell'Appendice B.

3.2.1.2 due lati opposti esposti

Nelle pareti e nelle solette in calcestruzzo armato esposte a un incendio standard su un solo lato il campo di temperatura può essere calcolato dalla formula (3.15), a condizione che lo spessore sia maggiore dei valori minimi indicati nella Tabella 2 in funzione della resistenza al fuoco standard.

L'aumento di temperatura in un elemento in calcestruzzo esposto al fuoco su due superfici opposte (Figura 20) può essere valutato mediante le Formule (3.17) e (3.18):

- Caso A:

$$\theta_2(y, t) = \theta_1(y, t) + \theta_1(b - y, t) \quad (3.17)$$

- Caso B:

$$\theta_2(z, t) = \theta_1(z, t) + \theta_1(h - z, t) \quad (3.18)$$

I valori di θ_1 possono essere ottenuti mediante la Formula (3.16).

Il campo termico risultante in un elemento esposto su due lati opposti è:

- Caso A:

$$\theta(y, t) = \theta_2(y, t) + 20^\circ\text{C} \quad (3.19)$$

- Caso B:

$$\theta(z, t) = \theta_2(z, t) + 20^\circ\text{C} \quad (3.20)$$

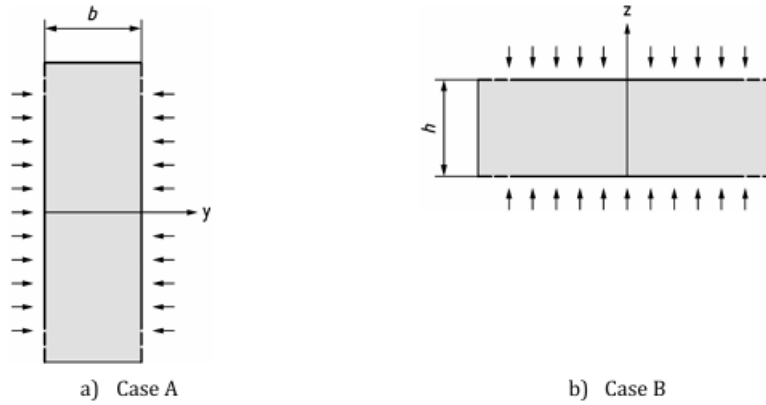


Figura 20 - Sistema di coordinate per sezioni esposte al fuoco su due lati

L'andamento delle temperature per la sezione soggetta al fuoco da due lati opposti è descritta dalla funzione MATLAB *tempera.m* riportata nell'Appendice C.

3.2.1.3 due lati adiacenti esposti

Nelle pareti e nelle solette in calcestruzzo armato esposte a un incendio standard su un solo lato il campo di temperatura può essere calcolato dalla formula (3.15), a condizione che lo spessore sia maggiore dei valori minimi indicati nella Tabella 2 in funzione della resistenza al fuoco standard.

Per un elemento esposto al fuoco su due lati adiacenti, la temperatura risultante può essere calcolata con:

$$\theta(y, z, t) = \theta_2(y, t) + \theta_2(z, t) - \frac{\theta_2(y, t) \cdot \theta_2(z, t)}{\theta_1(0, t)} + \Delta\theta(y', z', t) + 20^\circ\text{C} \quad (3.21)$$

Il contributo locale $\Delta\theta(y', z', t)$, che tiene conto della riduzione iniziale di convezione e irraggiamento agli angoli (per y' e $z' \leq a_c$), può essere ricavato con:

$$\Delta\theta(y', z', t) = \left(345 \cdot \log_{10} \left(\frac{8t}{60} + 1 \right) - \theta_1(0, t) \right) \frac{(a_c - y') \cdot (a_c - z')}{a_c^2} \quad (3.22)$$

Dimensione della zona d'angolo:

- $a_c = 0,04 \text{ m}$ per $t \leq 60 \text{ min}$
- $a_c = 0,10 \text{ m}$ per $t > 60 \text{ min}$

L'andamento delle temperature per la sezione soggetta al fuoco da due lati adiacenti è descritta dalla funzione MATLAB *tempera.m* riportata nell'Appendice D.

3.2.1.4 tre lati esposti

Nelle pareti e nelle solette in calcestruzzo armato esposte a un incendio standard su un solo lato il campo di temperatura può essere calcolato dalla formula (3.15), a condizione che lo spessore sia maggiore dei valori minimi indicati nella Tabella 2 in funzione della resistenza al fuoco standard.

L'aumento di temperatura in un elemento in calcestruzzo esposto al fuoco su due superfici opposte (Figura 21) può essere valutato mediante le Formule (3.23) e (3.24):

- Caso A:

$$\theta_2(y, t) = \theta_1(y, t) + \theta_1(b - y, t) \quad (3.23)$$

- Caso B:

$$\theta_2(z, t) = \theta_1(z, t) + \theta_1(h - z, t) \quad (3.24)$$

I valori di θ_1 possono essere ottenuti mediante la Formula (3.16).

Il campo termico risultante in un elemento esposto su due lati opposti è:

- Caso A:

$$\theta(y, t) = \theta_2(y, t) + 20^\circ C \quad (3.25)$$

- Caso B:

$$\theta(z, t) = \theta_2(z, t) + 20^\circ C \quad (3.26)$$

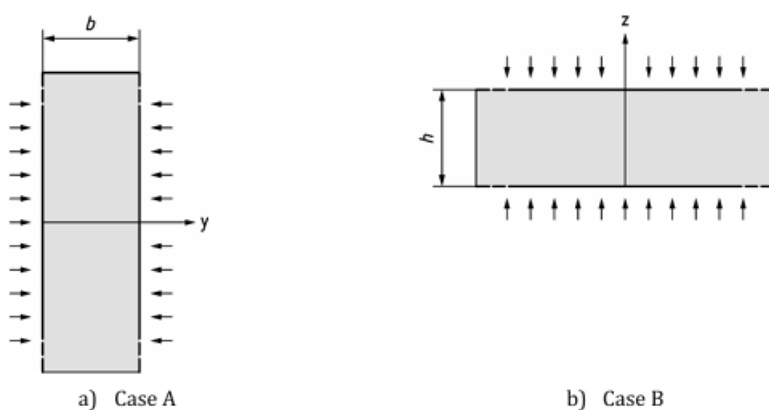


Figura 21 - Sistema di coordinate per sezioni esposte al fuoco su due lati

Per un elemento esposto al fuoco su tre lati (Figura 22) la temperatura risultante può essere calcolata con:

$$\theta(y, z, t) = \theta_2(y, t) + \theta_1(z, t) - \frac{\theta_2(y, t) \cdot \theta_1(z, t)}{\theta_1(0, t)} + \Delta\theta(y', z', t) + 20^\circ C \quad (3.27)$$

Il contributo locale $\Delta\theta(y', z', t)$, che tiene conto della riduzione iniziale di convezione e irraggiamento agli angoli (per y' e $z' \leq a_c$), si determina mediante:

$$\Delta\theta(y', z', t) = \left(345 \cdot \log_{10} \left(\frac{8t}{60} + 1 \right) - \theta_1(0, t) \right) \frac{(a_c - y') \cdot (a_c - z')}{a_c^2} \quad (3.28)$$

Dimensione della zona d'angolo:

- $a_c = 0,04$ m per $t \leq 60$ min
- $a_c = 0,10$ m per $t > 60$ min

Si ricorda che si applica il contributo d'angolo solo nei punti in cui entrambi i lati adiacenti sono esposti al fuoco.

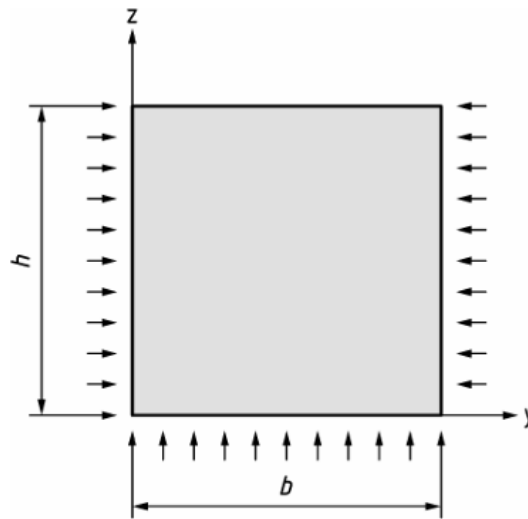


Figura 22 – Sezione esposta al fuoco su 3 lati

L'andamento delle temperature per la sezione soggetta al fuoco da tre lati è descritta dalla funzione MATLAB *tempera.m* riportata nell'Appendice E.

3.2.1.5 quattro lati esposti

Nelle pareti e nelle solette in calcestruzzo armato esposte a un incendio standard su un solo lato il campo di temperatura può essere calcolato dalla formula (3.15), a condizione che lo spessore sia maggiore dei valori minimi indicati nella Tabella 2 in funzione della resistenza al fuoco standard.

L'aumento di temperatura in un elemento in calcestruzzo esposto al fuoco su due superfici opposte (Figura 23) può essere valutato mediante le Formule (3.29) e (3.30):

- Caso A:

$$\theta_2(y, t) = \theta_1(y, t) + \theta_1(b - y, t) \quad (3.29)$$

- Caso B:

$$\theta_2(z, t) = \theta_1(z, t) + \theta_1(h - z, t) \quad (3.30)$$

I valori di θ_1 possono essere ottenuti mediante la Formula (3.16).

Il campo termico risultante in un elemento esposto su due lati opposti è:

- Caso A:

$$\theta(y, t) = \theta_2(y, t) + 20^\circ C \quad (3.31)$$

- Caso B:

$$\theta(z, t) = \theta_2(z, t) + 20^\circ C \quad (3.32)$$

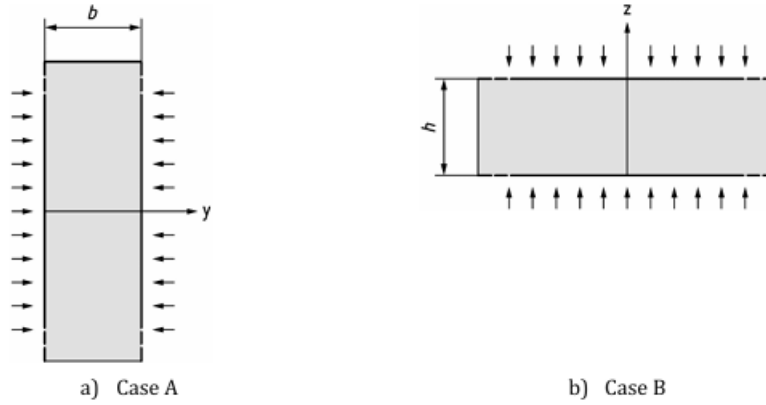


Figura 23 - Sistema di coordinate per sezioni esposte al fuoco su due lati

Per un elemento esposto al fuoco su quattro lati (Figura 24) la temperatura risultante può essere calcolata con:

$$\theta(y, z, t) = \theta_2(y, t) + \theta_2(z, t) - \frac{\theta_2(y, t) \cdot \theta_2(z, t)}{\theta_1(0, t)} + \Delta\theta(y', z', t) + 20^\circ C \quad (3.33)$$

La Formula (3.33) può essere utilizzata anche per stimare la temperatura negli angoli di elementi esposti su due lati adiacenti.

Il contributo locale $\Delta\theta(y', z', t)$, che tiene conto della riduzione iniziale di convezione e irraggiamento agli angoli (per y' e $z' \leq a_c$), si determina mediante:

$$\Delta\theta(y', z', t) = \left(345 \cdot \log_{10} \left(\frac{8t}{60} + 1 \right) - \theta_1(0, t) \right) \frac{(a_c - y') \cdot (a_c - z')}{a_c^2} \quad (3.34)$$

Dimensione della zona d'angolo:

- $a_c = 0,04 \text{ m}$ per $t \leq 60 \text{ min}$
- $a_c = 0,10 \text{ m}$ per $t > 60 \text{ min}$

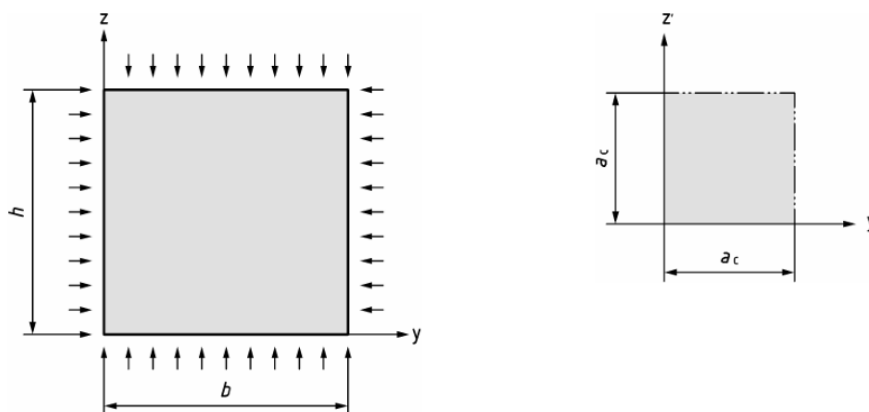


Figura 24 – Sezione esposta al fuoco su 4 lati e sistema di coordinate della zona d'angolo

L'andamento delle temperature per la sezione soggetta al fuoco da quattro lati è descritta dalla funzione MATLAB *tempera.m* riportata nell'Appendice F.

3.2.2 Proprietà meccaniche

Successivamente, dopo aver valutato i profili di temperatura, per la creazione del modello che ci permette di ottenere i domini di interazione è necessario definire le proprietà meccaniche.

Di seguito, nel rispetto della normativa UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.3.), si riporta la teoria che descrive le proprietà di resistenza e deformazione del calcestruzzo e dell'acciaio d'armatura.

3.2.2.1 Calcestruzzo a compressione

Secondo la norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.3.1.), le proprietà di resistenza e deformazione del calcestruzzo soggetto a sforzo monoassiale ad alta temperatura devono essere ricavate dalla curva tensione–deformazione riportata in Figura 25.

La curva è definita da tre parametri:

- resistenza a compressione $f_{c,\theta}$
- deformazione corrispondente $\varepsilon_{c1,\theta}$
- deformazione ultima $\varepsilon_{cu1,\theta}$

I valori sono forniti in Tabella 3 in funzione della temperatura. Per valori intermedi della temperatura è possibile utilizzare l'interpolazione lineare.

I parametri valgono per calcestruzzo normale con aggregati silicei o calcarei (contenenti almeno l'80 % di aggregato calcareo in peso).

Temperatura	$k_{c,\theta} = f_{c,\theta}/f_{ck}$			$\varepsilon_{c1,\theta}$	$\varepsilon_{cu1,\theta}$
	Aggregati silicei	Aggregati calcarei	Entrambi gli aggregati		
	$f_{ck} < 70 \text{ MPa}$	$f_{ck} < 70 \text{ MPa}$	$f_{ck} \geq 70 \text{ MPa}$		
[°C]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
20	1	1	1	0.0025	0.02
100	1	1	0.75	0.004	0.0225
200	0.95	0.97	0.75	0.0055	0.025
300	0.85	0.91	0.75	0.007	0.0275
400	0.75	0.85	0.75	0.01	0.03
500	0.6	0.74	0.6	0.015	0.0325
600	0.45	0.6	0.45	0.025	0.035
700	0.3	0.43	0.3	0.025	0.0375
800	0.15	0.27	0.15	0.025	0.04
900	0.08	0.15	0.08	0.025	0.0425
1000	0.04	0.06	0.04	0.025	0.045
1100	0.01	0.02	0.01	0.025	0.0475
1200	0	0	0	-	-

Tabella 3 - Valori dei principali parametri delle relazioni sforzo-deformazione del calcestruzzo a peso proprio

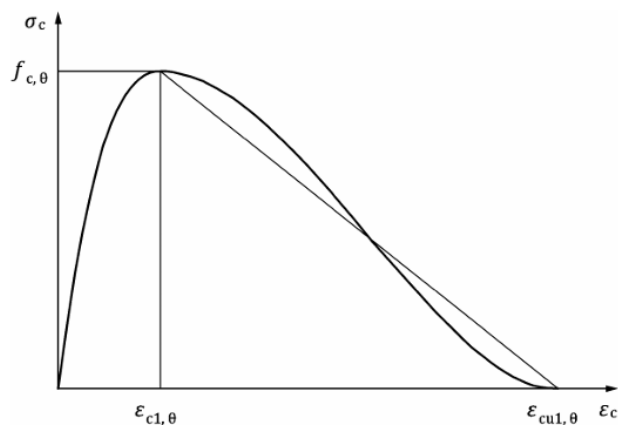


Figura 25 - Modello matematico per le relazioni sforzo-deformazione a temperature elevate

Per azioni termiche secondo la UNI EN 1992-1-2, quando si considera la fase di raffreddamento, la resistenza del calcestruzzo riscaldato a una temperatura massima $\theta_{c,max}$ e successivamente raffreddato fino a 20 °C può essere assunta secondo:

$$f_{c,\theta,20^{\circ}C} = \varphi f_{ck} \quad (3.35)$$

dove:

- per $f_{ck} < 70\text{MPa}$

$$\varphi = \frac{f_{c,\theta_{\max}}}{f_{ck}} \text{ per } 20^\circ\text{C} \leq \theta_{\max} < 100^\circ\text{C} \quad (3.36)$$

$$\varphi = (-0,0005 \cdot \theta_{\max} + 1,05) \left(\frac{f_{c,\theta_{\max}}}{f_{ck}} \right) \text{ per } 100^\circ\text{C} \leq \theta_{\max} < 300^\circ\text{C} \quad (3.37)$$

$$\varphi = 0,9 \left(\frac{f_{c,\theta_{\max}}}{f_{ck}} \right) \text{ per } \theta_{\max} \geq 300^\circ\text{C} \quad (3.38)$$

- per $f_{ck} \geq 70\text{MPa}$

$$\varphi = \frac{f_{c,\theta_{\max}}}{f_{ck}} \text{ per } 20^\circ\text{C} \leq \theta_{\max} < 1200^\circ\text{C} \quad (3.39)$$

Il fattore di riduzione ($f_{c,\theta_{\max}}/f_{ck}$), corrispondente al coefficiente ($f_{c,\theta}/f_{ck}$) alla temperatura massima $\theta_{c,\max}$, deve essere assunto secondo la Tabella 3 .

I valori di $\varepsilon_{c1,\theta}$ e $\varepsilon_{cu1,\theta}$ della relazione tensione–deformazione possono essere mantenuti uguali ai corrispondenti valori alla temperatura massima $\theta_{\max}$.

Durante il raffreddamento del calcestruzzo con $\theta_{\max} \geq \theta \geq 20^\circ\text{C}$ la resistenza cilindrica a compressione $f_{c,\theta}$ può essere interpolata linearmente tra $f_{c,\theta_{\max}}$ e $f_{c,\theta,20^\circ\text{C}}$.

Nel rispetto della teoria descritta con MATLAB si definiscono tre funzioni.

In primo luogo la funzione MATLAB *paramCls.m* riportata in Appendice B consente di estrapolare per ogni temperatura analizzata dalla Tabella 3 i corrispondenti parametri:

- fattore di riduzione $k_{c,\theta} = f_{c,\theta}/f_{ck}$;
- deformazione corrispondente $\varepsilon_{c1,\theta}$;
- deformazione ultima $\varepsilon_{cu1,\theta}$.

La Tabella 3 mostra come le deformazioni sono funzione della temperatura, mentre il fattore di riduzione è funzione della resistenza a compressione caratteristica, del tipo di aggregato (silicei/calcarei) e della temperatura.

I dati di input sono:

- il tipo di aggregato → silicei o calcari (nella trattazione si considera aggregato siliceo);
- la resistenza a compressione caratteristica → $f_{ck} = 25\text{ MPa}$.

Per quanto riguarda la temperatura essa sarà definita successivamente nel codice MATLAB *fireRC.m* per ogni elementino ottenuto dalla discretizzazione della sezione con il metodo avanzato in funzione della distanza dalla faccia esposta e della durata dell'incendio.

In secondo luogo la funzione MATLAB *epsimpcSilicei.m* o funzione MATLAB *epsimpcCalcari.m* riportata in Appendice B consente di ottenere le deformazioni impresse nel calcestruzzo con inerte siliceo o calcareo.

Secondo la norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.3.1.3), la deformazione termica $\varepsilon_c(\theta_c)$ del calcestruzzo deve essere determinata rispetto alla lunghezza a 20 °C, indipendentemente dalla classe di resistenza.

Aggregati silicei:

$$\text{per } 20^\circ\text{C} < \theta_c \leq 700^\circ\text{C} \quad \varepsilon_{cth}(\theta_c) = -1.8 \cdot 10^{-4} + 9 \cdot 10^{-6} \theta_c + 2.3 \cdot 10^{-11} \theta_c^3 \quad (3.40)$$

$$\text{per } 700^\circ\text{C} < \theta_c \leq 1200^\circ\text{C} \quad \varepsilon_{cth}(\theta_c) = 14 \cdot 10^{-3} \quad (3.41)$$

Aggregati calcari:

$$\text{per } 20^\circ\text{C} < \theta_c \leq 805^\circ\text{C} \quad \varepsilon_{cth}(\theta_c) = -1.2 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-6} \theta_c + 1.4 \cdot 10^{-11} \theta_c^3 \quad (3.42)$$

$$\text{per } 805^\circ\text{C} < \theta_c \leq 1200^\circ\text{C} \quad \varepsilon_{cth}(\theta_c) = 12 \cdot 10^{-3} \quad (3.43)$$

Infine la

funzione MATLAB *sigcls.m* riportata in Appendice B consente di ottenere le tensioni corrispondenti alle deformazioni impresse nel calcestruzzo.

Secondo la norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.3.1.1), la relazione tra $\sigma_c(\theta)$ ed ε_c mostrata in Figura 25 è descritta dalla formula seguente:

$$\text{Per } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c,1\theta}: \quad \sigma_c(\theta) = \frac{3 \cdot \varepsilon_c \cdot f_{c,\theta}}{\varepsilon_{c,1\theta} \cdot \left(2 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c,1\theta}} \right)^3 \right)} \quad (3.44)$$

L'equazione serve per modellare la risposta del calcestruzzo a compressione monoassiale ad alte temperature.

$\sigma_c(\theta)$ è la tensione corrispondente alla deformazione impressa che si crea per effetto delle alte temperature che si verificano durante un incendio.

Per scopi numerici può essere utilizzato un ramo discendente utilizzando modelli lineari o non lineari:

$$\varepsilon_{c1,\theta} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1,\theta} \quad (3.45)$$

Il modello include implicitamente gli effetti di deformazione viscosa (creep) e le deformazioni transitorie sviluppate durante il riscaldamento.

3.2.2.2 Acciaio

Secondo la norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.3.2.), le proprietà di resistenza e deformazione dell'acciaio d'armatura ad alte temperature devono essere ricavate dalle curve tensione–deformazione in Figura 26 e Tabella 4.

Le curve tensione–deformazione sono definite da tre parametri:

- modulo elastico nel campo lineare $E_{s,\theta}$;
- limite proporzionale $f_{sp,\theta}$;
- tensione massima $f_{sy,\theta}$.

I valori per l'acciaio laminato a caldo e incrudito a freddo devono essere assunti dalla Tabella 5. Per temperature intermedie è ammessa l'interpolazione lineare.

Se il processo produttivo non è noto, devono essere utilizzati i valori per l'acciaio laminato a freddo.

La resistenza equivalente $f_{se,\theta}$ rappresenta la resistenza dell'acciaio per deformazioni comprese tra:

- il limite proporzionale $\varepsilon_{sp,\theta}$
- e il limite di tensione massima $\varepsilon_{sy,\theta} = 2\%$

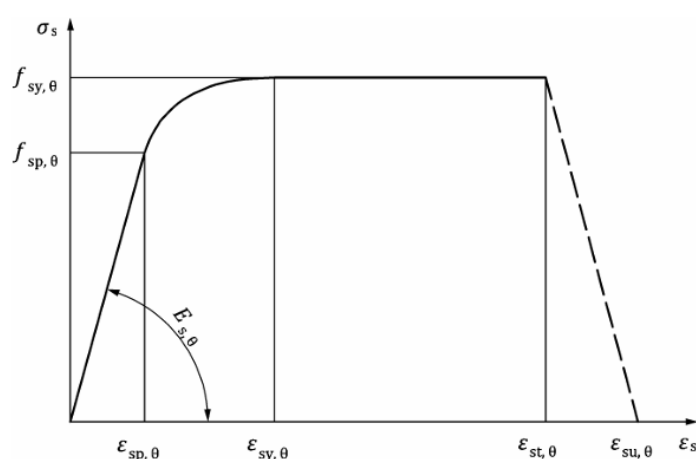


Figura 26 - Modello matematico per le relazioni sforzo-deformazione dell'acciaio da rinforzo a temperature elevate

Range	Tensioni [MPa]	
$0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sp,0}$	$\sigma_s(\theta) = \varepsilon_s \cdot E_{s,\theta}$	
$\varepsilon_{sp,0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy,0}$	$\sigma_s(\theta) = f_{sp,\theta} - c + (b/a) \cdot \left[a^2 - (\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon_s)^2 \right]^{0.5}$	
$\varepsilon_{sy,0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{st,0}$	$\sigma_s(\theta) = f_{sy,0}$	
$\varepsilon_{st,0} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su,0}$	$\sigma_s(\theta) = f_{sy,\theta} \cdot \left[1 - (\varepsilon_s - \varepsilon_{st,\theta}) / (\varepsilon_{su,\theta} - \varepsilon_{st,\theta}) \right]$	
$\varepsilon_s = \varepsilon_{su,0}$	$\sigma_s(\theta) = 0$	
Parametri	Acciaio classe A	Acciaio classe B e C
$\varepsilon_{sy,0}$	0.02	
$\varepsilon_{st,0}$	0.05	0.15
$\varepsilon_{su,0}$	0.10	0.20
Funzioni		
$a^2 = (\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon_{sp,\theta}) \cdot (\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon_{sp,\theta} + c/E_{s,\theta})$		
$b^2 = c \cdot (\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon_{sp,\theta}) \cdot E_{s,\theta} + c^2$		
$c = \frac{(f_{sy,\theta} - f_{sp,\theta})^2}{(\varepsilon_{sy,\theta} - \varepsilon_{sp,\theta}) \cdot E_{s,\theta} - 2 \cdot (f_{sy,\theta} - f_{sp,\theta})}$		

Tabella 4 - Formule che legano tensioni e deformazioni

T	$k_{sy,\theta} = f_{sy,\theta}/f_{yk}$		$k_{sp,\theta} = f_{sp,\theta}/f_{yk}$		$k_{se,\theta} = f_{se,\theta}/f_{yk}$	$k_{Es,\theta} = E_{s,\theta}/E_s$	
	Laminato a caldo	Laminato a freddo	Laminato a caldo	Laminato a freddo	Entrambi	Laminato a caldo	Laminato a freddo
[°C]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]	[-]
20	1	1	1	1	1	1	1
100	1	1	1	0.96	1	1	1
200	1	1	0.81	0.92	0.95	0.9	0.87
300	1	1	0.61	0.81	0.9	0.8	0.72
400	1	0.94	0.42	0.63	0.85	0.7	0.56
500	0.78	0.67	0.36	0.44	0.6	0.6	0.4
600	0.47	0.4	0.18	0.26	0.35	0.31	0.24
700	0.23	0.12	0.07	0.08	0.1	0.13	0.08
800	0.11	0.11	0.05	0.06	0.08	0.09	0.06
900	0.06	0.08	0.04	0.05	0.06	0.07	0.05
1000	0.04	0.05	0.02	0.03	0.04	0.04	0.03
1100	0.02	0.03	0.01	0.02	0.02	0.02	0.02
1200	0	0	0	0	0	0	0

Tabella 5 - Valori per i parametri del rapporto sforzo-deformazione dell'acciaio per cemento armato laminato a caldo e lavorato a freddo

Nel rispetto della teoria descritta con MATLAB si definiscono tre funzioni.

In primo luogo la funzione MATLAB *paramAcciaio.m* riportata in Appendice B consente di estrapolare per ogni temperatura analizzata dalla Tabella 5 i corrispondenti parametri:

- fattore di riduzione $k_{sy,\theta} = f_{sy,\theta}/f_{yk}$;
- fattore di riduzione $k_{sp,\theta} = f_{sp,\theta}/f_{yk}$;
- fattore di riduzione $k_{Es,\theta} = E_{s,\theta}/E_s$.

I dati di input sono:

- il tipo di acciaio (laminato a caldo/freddo) → laminato a caldo
- la resistenza a compressione caratteristica → $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Per quanto riguarda la temperatura essa sarà definita successivamente nel codice MATLAB *fireRC.m* per ogni elementino ottenuto dalla discretizzazione della sezione con il metodo avanzato in funzione della distanza dalla faccia esposta e della durata dell'incendio.

In secondo luogo la funzione MATLAB *epsimps.m* riportata in Appendice B permette di ottenere la deformazione impressa in funzione della temperatura per le barre di armatura.

Secondo la norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.3.2.2), la deformazione termica $\varepsilon_{sth}(\theta_s)$ dell'acciaio d'armatura può essere determinata, con riferimento alla lunghezza a 20°C, secondo le seguenti espressioni:

$$\text{per } 20^\circ\text{C} \leq \theta_s \leq 750^\circ\text{C} \quad \varepsilon_{sth}(\theta_s) = -2,416 \cdot 10^{-4} + 1,2 \cdot 10^{-5}\theta_s + 0,4 \cdot 10^{-8}\theta_s^2 \quad (3.46)$$

$$\text{per } 750^\circ\text{C} < \theta_s \leq 860^\circ\text{C} \quad \varepsilon_{sth}(\theta_s) = 11 \cdot 10^{-3} \quad (3.47)$$

$$\text{per } 750^\circ\text{C} < \theta_s \leq 860^\circ\text{C} \quad \varepsilon_{sth}(\theta_s) = -6,2 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-5}\theta_s \quad (3.48)$$

Infine la funzione MATLAB *sigacc.m* riportata in Appendice B consente di ottenere le tensioni corrispondenti alle deformazioni impresse nell'acciaio.

Secondo la norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.3.2.1), la relazione tra $\sigma_s(\theta)$ ed ε_s è indicata dalla Tabella 4 e dalla Figura 26.

3.2.3 Descrizione del codice MATLAB con i risultati

3.2.3.1 un lato esposto

Per la determinazione del dominio di interazione a caldo si discretizza la sezione trasversale dell'elemento in una griglia di piccole zone elementari (Figura 27), ciascuna caratterizzata dall'area A_{ij} , dalle coordinate x_{ij} e y_{ij} del baricentro e dalla temperatura θ_{ij} . Si utilizza quindi un metodo di calcolo avanzato.

La temperatura di ciascuna barra di rinforzo deve essere valutata dai profili di temperatura descritti dalla formula (3.15) come temperatura al centro del rinforzo.

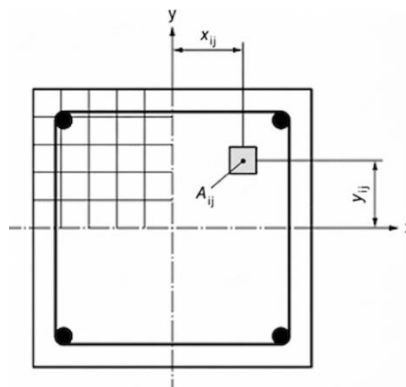


Figura 27 - Discretizzazione della sezione trasversale in elementini finiti

Nel codice la discretizzazione è stata ottenuta dividendo la sezione trasversale in una griglia con n divisioni verticali e n_1 divisioni orizzontali.

Ogni elemento della griglia rappresenta un elementino di area:

$$dA = \frac{b \cdot h}{n \cdot n_1} \quad (3.49)$$

Maggiore è il numero di n e n_1 e maggiore sarà l'accuratezza del dominio.

Il dominio viene costruito attraverso due parametri fondamentali:

- le curvature impresse della sezione $\overline{\mu}_x$;
- la deformazione a livello del baricentro della sezione parzializzata λ .

In presenza di un incendio la sezione si parzializza e variano le curvature e i lambda. Con il codice si sono fatti variare i valori delle curvature e di lambda, analizzando 41 valori diversi per ciascuna ($N_{curv} + 1$). Per ogni tempo di esposizione al fuoco si analizzano 1681 combinazioni.

$$(N_{curv} + 1)_\lambda \cdot (N_{curv} + 1)_{\overline{\mu}_x} = 41 \cdot 41 = 1681 \quad (3.50)$$

La deformazione in ogni punto della sezione è definita considerando gli stati di coazione che nascono, in accordo con la teoria di Colonnetti (1953) con la seguente formula:

$$\Delta \varepsilon_z^{el} = \lambda + \overline{\mu}_x \cdot y - \overline{\varepsilon}_z \quad (3.51)$$

Fissata la coppia $(\overline{\mu}_x; \lambda)$, il campo di deformazione calcolato con Colonnetti è lineare. Per ogni elementino della sezione si determina la deformazione, comprensiva delle eventuali deformazioni impresse, e la corrispondente tensione mediante le leggi costitutive dipendenti dalla temperatura. L'integrazione numerica delle tensioni sull'area della sezione fornisce le risultanti interne di sforzo normale e momento flettente, soddisfacendo le condizioni di equilibrio della sezione. Ogni coppia di parametri genera quindi un punto nel piano N-M; il dominio resistente è infine ottenuto come inviluppo convesso dell'insieme dei punti calcolati.

Si ricorda che nel capitolo 3.2.1.1 si è descritta l'analisi termica considerando un solo lato esposto al fuoco per cui i domini in accordo con le attese teoriche non saranno simmetrici. Nel seguente caso si verifica una distribuzione termica fortemente non simmetrica, il calcestruzzo prossimo alla faccia esposta è più degradato e le barre vicine al lato esposto perdono prima resistenza e rigidezza.

Coerentemente con il comportamento atteso nel grafico N-M si avrà un lato del dominio che si riduce molto di più, mentre l'altro lato rimane meno penalizzato.

Tale procedimento logico, per ottenere i domini di interazione a caldo per diversi tempi di esposizione al fuoco di una sezione quadrata di lato 300 mm, copriferro 20 mm, costituita da 8 barre di armatura di diametro 10 mm, è stato implementato con lo script MATLAB *fireRC.m* riportato in Appendice B. Nel presente script sono richiamate le funzioni descritte nel capitolo 3.2.1 per quanto riguarda l'analisi termica e nel capitolo 3.2.2 relativamente alle proprietà meccaniche. In particolare le funzioni termiche forniscono la distribuzione della temperatura nella sezione in funzione del tempo e dei lati esposti al fuoco, mentre le funzioni riguardanti le proprietà meccaniche definiscono il comportamento dei materiali al variare della temperatura.

Nello script MATLAB *fireRC.m* si nota come i valori di sforzo normale e momento flettente utilizzati per tracciare i domini di interazione N-M sono stati calcolati rispetto al baricentro geometrico della sezione a freddo. Per semplificazione il baricentro geometrico è stato mantenuto fisso anche in presenza di parzializzazione della sezione. Per essere più rigorosi il momento e lo sforzo normale dovrebbero essere valutati dal baricentro della sezione parzializzata.

Lo script MATLAB *fireRC_noFire.m* riportato in Appendice B permette di plottare in un grafico sia i risultati del dominio di interazione a freddo che a caldo per diversi tempi di esposizione al fuoco. Come descritto precedentemente l'analisi del dominio di interazione a freddo si determina utilizzando i valori di progetto delle resistenze, mentre l'analisi del dominio di interazione a caldo si determina applicando i coefficienti riduttivi ai valori caratteristici.

Le figure seguenti descrivono come variano i domini di interazione in funzione del tempo di esposizione al fuoco e delle temperature.

In particolare si analizza l'incendio agente solo su un lato della sezione (quello superiore). All'aumentare della temperatura la sezione si parzializza e l'asse neutro si mantiene orizzontale, si ha quindi una pressoflessione retta. Si riportano due domini di interazione nel rispetto di pressoflessione retta, nello specifico il dominio di interazione $N-M_x$ e il dominio di interazione $N-M_y$.

Inizialmente si sono plottati i domini di interazione $N-M_x$. Nella Figura 28 i risultati sono stati ottenuti senza considerare le deformazioni impresse, mentre nella Figura 29 tali deformazioni sono state incluse.

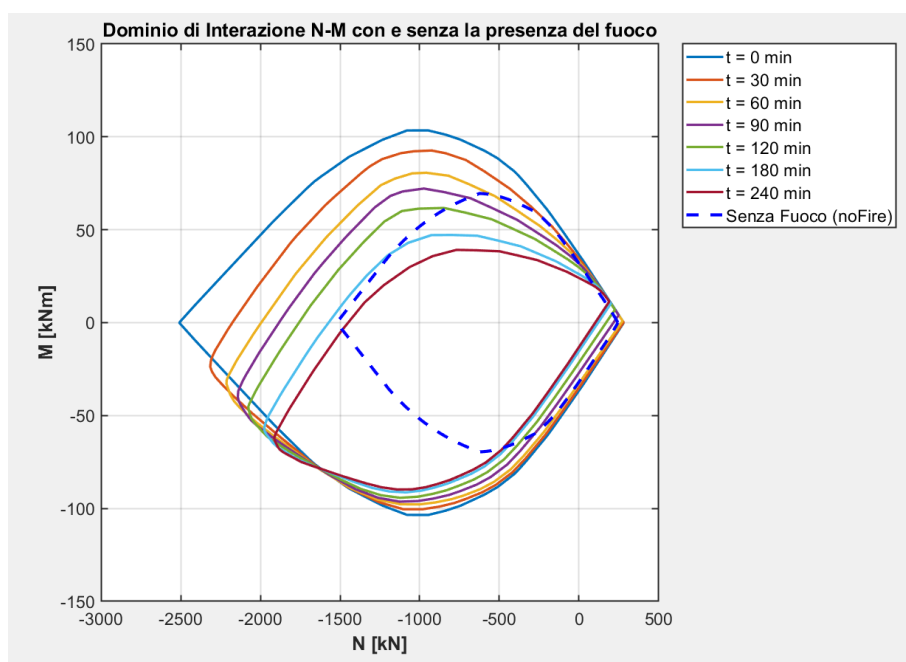


Figura 28 - Confronto dominio di interazione $N-M_x$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su un solo lato della sezione

Nella Figura 28 il calcolo è effettuato senza l'analisi delle deformazioni impresse e si osserva solo un decadimento delle resistenze dei materiali asimmetrico in funzione della temperatura e

del tempo di esposizione. Ciò comporta uno spostamento del baricentro della sezione parzializzata verso la faccia non esposta al fuoco rispetto al baricentro della sezione integra. Poichè nello script lo sforzo normale e il momento flettente sono valutati rispetto al baricentro geometrico iniziale, tale spostamento introduce un momento resistente aggiuntivo dovuto all'eccentricità interna tra la risultante dello sforzo normale e il baricentro geometrico della sezione integra. Di conseguenza nella Figura 28 si osservano alcuni punti nel dominio di resistenza a caldo fuori dal dominio di resistenza a freddo, effetto riconducibile a tale contributo eccentrico. Il dominio di interazione all'aumentare della temperatura si rimpicciolisce asimmetricamente e trasla.

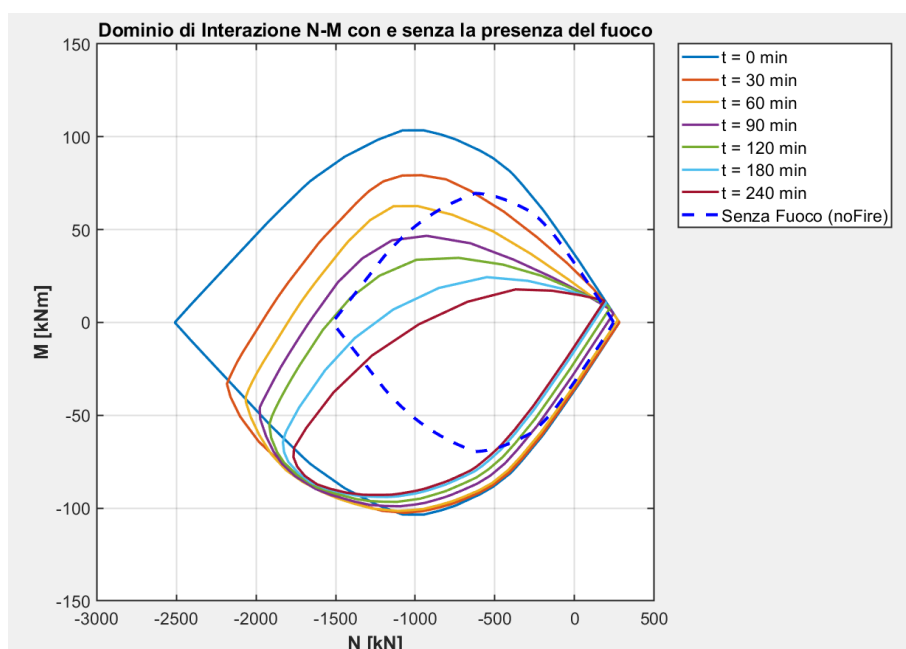


Figura 29 - Confronto dominio di interazione $N-M_x$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione con l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su un solo lato della sezione

Nella Figura 29 il calcolo include l'analisi delle deformazioni impresse. In questo caso, oltre alla perdita di resistenza si tiene in conto degli stati di coazione (tensioni interne che nascono anche senza carichi esterni) secondo la teoria di Colonnetti. In pratica l'aumento di temperatura crea curvature e sforzi di coazione che alterano lo stato deformativo iniziale. Applicando Colonnetti, si considera una deformazione totale data dalla somma della deformazione meccanica e della deformazione termica (deformazione impressa).

In particolare la sezione si parzializza all'aumentare del tempo di esposizione al fuoco e il baricentro si sposta verso la faccia non esposta al fuoco rispetto al baricentro della sezione integra; ciò comporta un rimpicciolimento del dominio di interazione e una traslazione. Inoltre

l'introduzione delle deformazioni impresse causa una rotazione e distorsione del dominio di interazione N-M, poiché si tiene in conto che il calore storce la sezione dall'interno e crea stati di coazione che esauriscono parte della resistenza della sezione ancora prima che vengano applicati i carichi esterni.

Dal confronto tra la Figura 28 e la Figura 29 si nota come all'aumentare della temperatura i domini di interazione si restringono e traslano, mentre, se si analizzano le deformazioni impresse si hanno inoltre una rotazione e una distorsione del dominio di interazione, poiché gli stati di coazione interna alterano l'equilibrio della sezione in modo non lineare.

In un secondo momento si sono plottati i domini di interazione $N-M_y$. Nella Figura 30 i risultati sono stati ottenuti senza considerare le deformazioni impresse, mentre nella Figura 31 tali deformazioni sono state incluse.

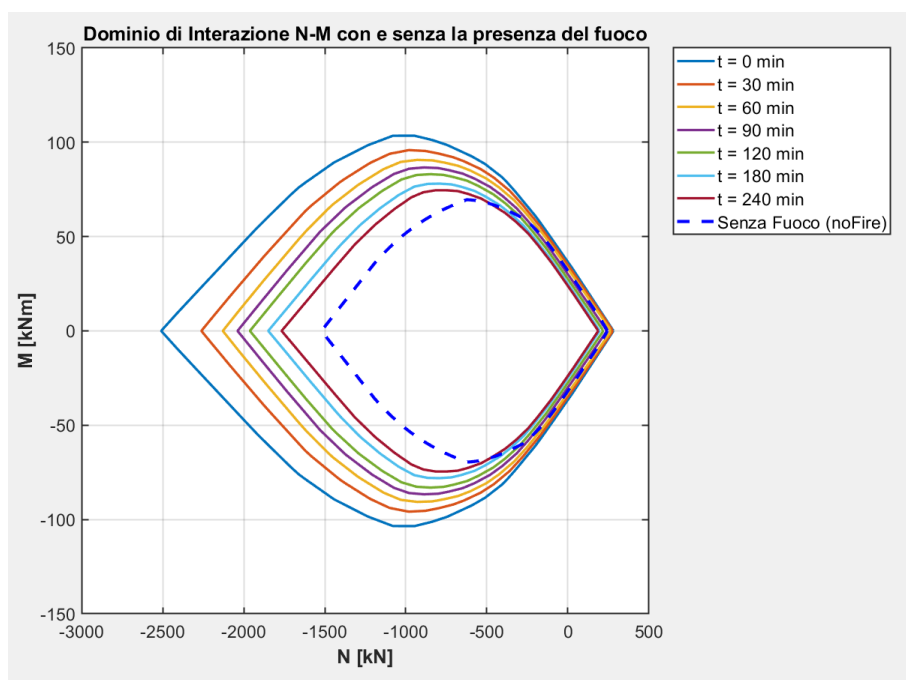


Figura 30 - Confronto dominio di interazione $N-M_y$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su un solo lato della sezione

Nella Figura 30 il calcolo è effettuato senza l'analisi delle deformazioni impresse e si osserva solo un decadimento delle resistenze dei materiali simmetrico in funzione della temperatura e del tempo di esposizione. Poiché lo spostamento del baricentro della sezione parzializzata verso la faccia non esposta al fuoco rispetto al baricentro della sezione integra avviene lungo la direzione y , non si ha un momento resistente aggiuntivo e non si verifica una traslazione del

dominio di interazione $N-M_y$. Di conseguenza nella Figura 30 si osserva solo un rimpicciolimento simmetrico del dominio di interazione all'aumentare della temperatura, in quanto il decadimento delle proprietà meccaniche in funzione della temperatura è simmetrico rispetto all'asse y e la coordinata x del baricentro della sezione parzializzata è nulla come quella della sezione integra. Questa osservazione comporta che il dominio di interazione studiato analizzando le deformazioni impresse non ruoti.

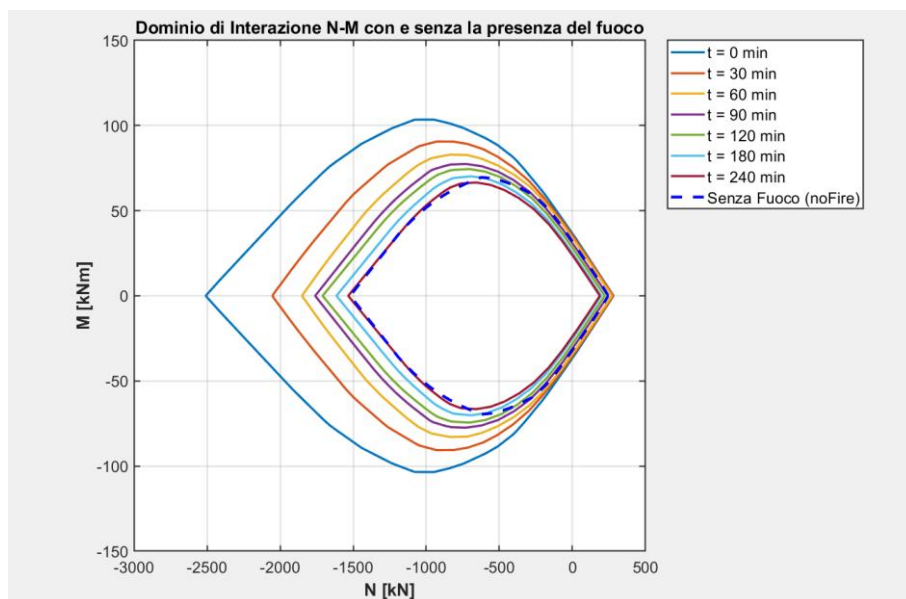


Figura 31 - Confronto dominio di interazione $N-M_y$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione con l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su un solo lato della sezione

Nella Figura 31 il calcolo include l'analisi delle deformazioni impresse e introduce una distorsione del dominio di interazione $N-M_y$ poiché si tiene in conto che il calore storce la sezione dall'interno e crea stati di coazione che esauriscono parte della resistenza della sezione ancora prima che vengano applicati i carichi esterni.

Tale comportamento, caratterizzato dal rimpicciolimento del dominio di interazione $N-M_y$, seguito dalla distorsione in presenza di deformazioni impresse, è tipico di ogni configurazione con esposizione simmetrica rispetto all'asse y . Nello specifico ciò si riscontra sia nel caso di un lato esposto al fuoco (lato superiore o inferiore della sezione) sia in quello con due lati opposti esposti (lato superiore e inferiore della sezione).

Infine dalla comparazione tra la Figura 28 e la Figura 30 si nota come il dominio di interazione più stringente è il dominio di interazione $N-M_x$.

3.2.3.2 due lati opposti esposti

Se si considera la sezione esposta al fuoco su due lati opposti, per ottenere i risultati dallo script MATLAB *fireRC.m* si utilizzano le stesse funzioni legate alle proprietà meccaniche descritte in Appendice B ma si varia la funzione MATLAB *tempera.m* con quella descritta in Appendice C, in quanto l'esposizione avviene su due lati opposti (quello superiore e inferiore) anziché su di un lato. All'aumentare della temperatura la sezione si parzializza e l'asse neutro si mantiene orizzontale, si ha quindi una pressoflessione retta. Si riportano due domini di interazione nel rispetto di pressoflessione retta in funzione del tempo di esposizione al fuoco e delle temperature, nello specifico il dominio di interazione $N-M_x$ e il dominio di interazione $N-M_y$. Inizialmente si sono plottati i domini di interazione $N-M_x$.

Nella Figura 32 i risultati sono stati ottenuti senza considerare le deformazioni impresse, mentre nella Figura 33 tali deformazioni sono state incluse.

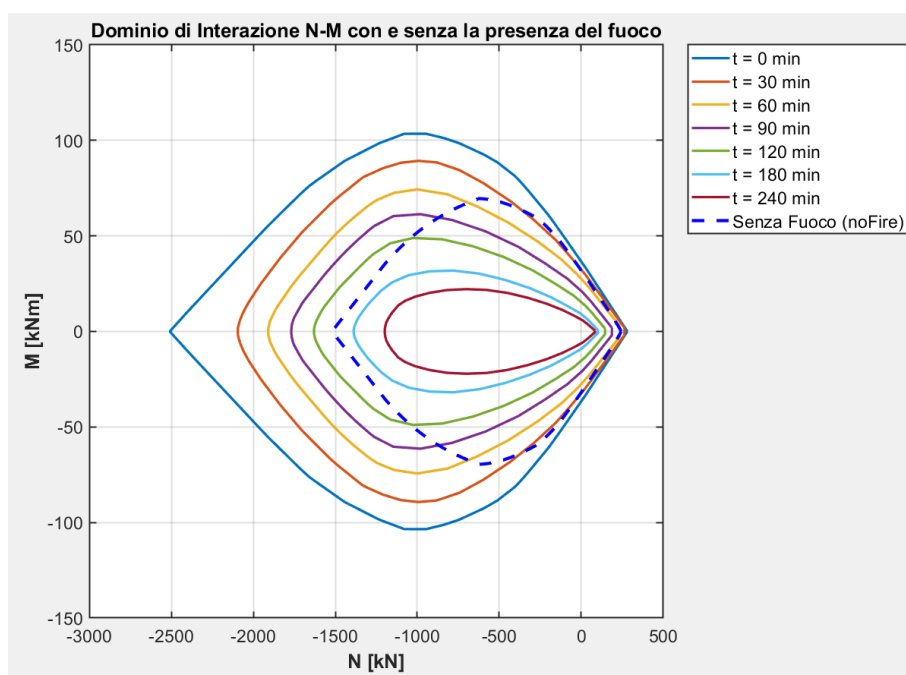


Figura 32 - Confronto dominio di interazione $N-M_x$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su due lati opposti della sezione

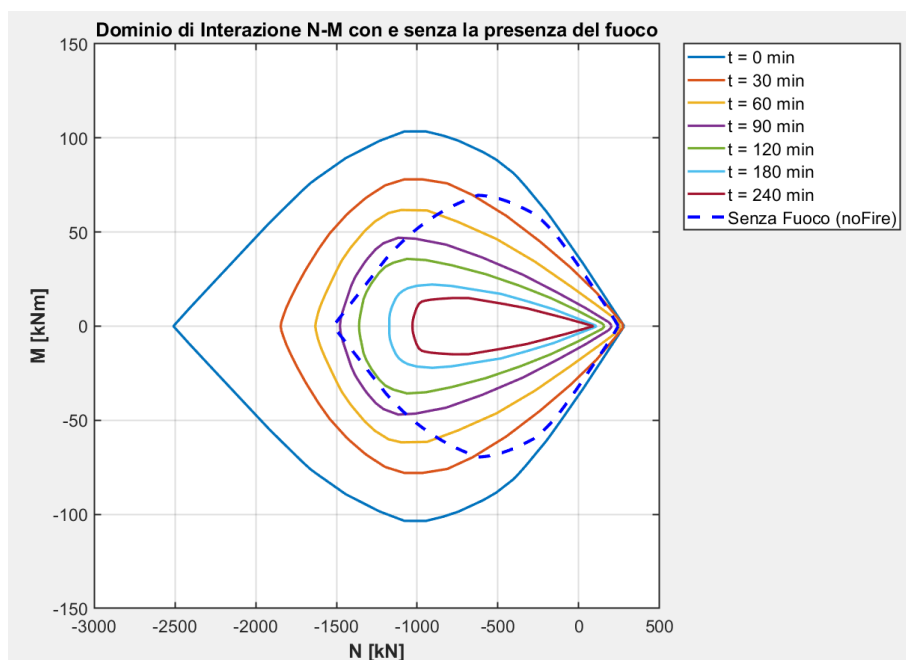


Figura 33 - Confronto dominio di interazione $N-M_x$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione con l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su due lati opposti della sezione

In un secondo momento si sono plottati i domini di interazione $N-M_y$. Nella Figura 34 i risultati sono stati ottenuti senza considerare le deformazioni impresse, mentre nella Figura 35 tali deformazioni sono state incluse.

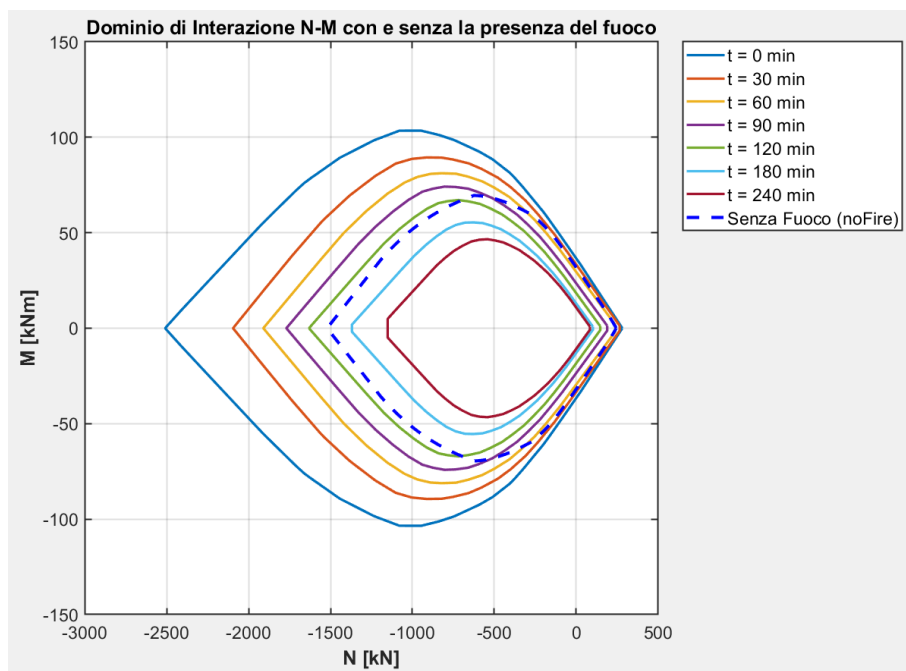


Figura 34 - Confronto dominio di interazione $N-M_y$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su due lati opposti della sezione

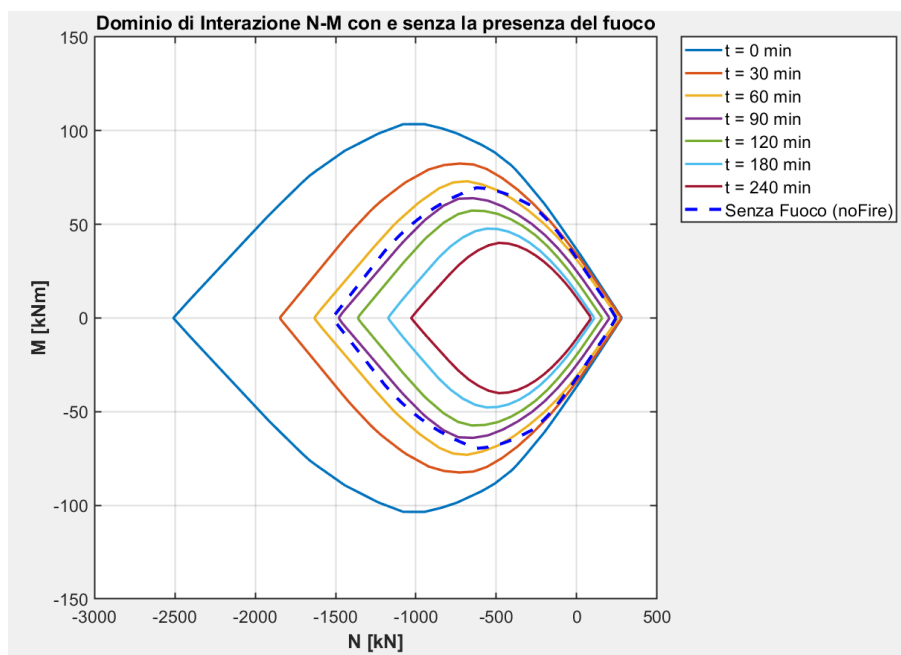


Figura 35 - Confronto dominio di interazione $N-M_y$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione con l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su due lati opposti della sezione

Avendo una configurazione con esposizione simmetrica rispetto all'asse x e y si riscontra un comportamento caratterizzato dal rimpicciolimento del dominio di interazione $N-M_x$ e $N-M_y$, seguito dalla distorsione in presenza di deformazioni impresse.

Dalla comparazione tra la Figura 32 e la Figura 34 si nota come il dominio di interazione più stringente è il dominio di interazione $N-M_x$.

3.2.3.3 due lati adiacenti esposti

Se si considera la sezione esposta al fuoco su due lati adiacenti, per ottenere i risultati dallo script MATLAB *fireRC.m* si utilizzano le stesse funzioni legate alle proprietà meccaniche descritte in Appendice B ma si varia la funzione MATLAB *tempera.m* con quella descritta in Appendice D, in quanto l'esposizione avviene su due lati adiacenti (quello sinistro e quello inferiore) anziché su di un lato. L'analisi termica analizzata (riportata in Appendice D) porta ad ottenere un dominio di interazione $N-M_x$ e un dominio di interazione $N-M_y$ asimmetrico.

All'aumentare della temperatura la sezione si parzializza e l'asse neutro è inclinato di un certo angolo, si ha quindi una pressoflessione deviata. Sebbene l'esposizione della sezione al fuoco sia asimmetrica e induca una pressoflessione deviata, si è proceduto inizialmente al calcolo dei domini di pressoflessione retta lungo gli assi geometrici. Tale passaggio è stato finalizzato alla validazione dei risultati con il software Dolmen, inoltre a freddo le proiezioni del dominio 3D

$N-M_x-M_y$ per la verifica devono corrispondere ai domini di pressoflessione retta $N-M_x$ (se $M_y=0$) e $N-M_y$ (se $M_x=0$).

Inizialmente si è plottato il dominio di interazione $N-M_x$ (pressoflessione retta).

Nella Figura 36 i risultati sono stati ottenuti senza considerare le deformazioni impresse, mentre nella Figura 37 tali deformazioni sono state incluse.

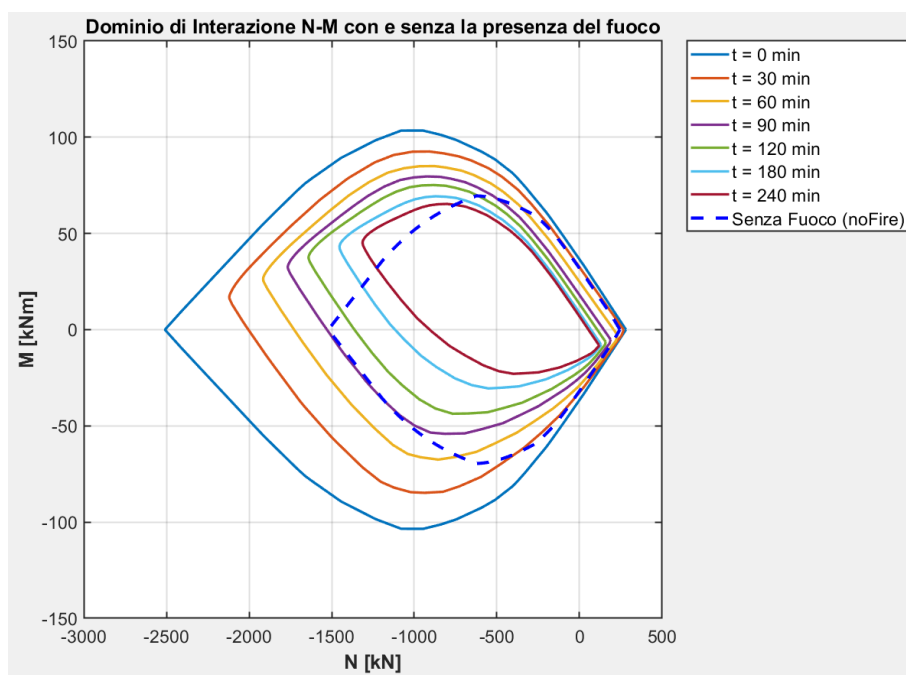


Figura 36 - Confronto dominio di interazione $N-M_x$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su due lati adiacenti della sezione

Nella Figura 36 il calcolo è effettuato senza l'analisi delle deformazioni impresse e si osserva solo un decadimento delle resistenze dei materiali asimmetrico in funzione della temperatura e del tempo di esposizione. Ciò comporta uno spostamento del baricentro della sezione parzializzata verso le facce non esposte al fuoco (quella superiore e destra) rispetto al baricentro della sezione integra. Poichè nello script lo sforzo normale e il momento flettente sono valutati rispetto al baricentro geometrico iniziale, tale spostamento introduce un momento resistente aggiuntivo dovuto all'eccentricità interna tra la risultante dello sforzo normale e il baricentro geometrico della sezione integra. Il dominio di interazione all'aumentare della temperatura si rimpicciolisce asimmetricamente e trasla.

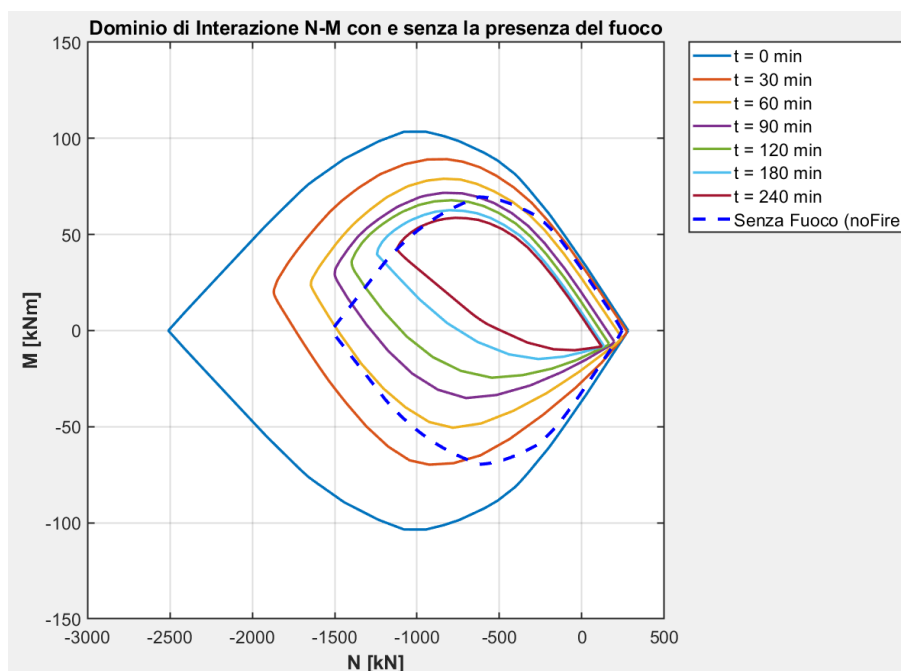


Figura 37 - Confronto dominio di interazione a freddo $N-M_x$ e a caldo per vari tempi di esposizione con l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su due lati adiacenti della sezione

Nella Figura 37 il calcolo include l'analisi delle deformazioni impresse. In questo caso, oltre alla perdita di resistenza, si tiene conto degli stati di coazione (tensioni interne che nascono anche senza carichi esterni) secondo la teoria di Colonnetti.

L'introduzione delle deformazioni impresse causa una rotazione e distorsione del dominio di interazione N-M, poiché si considera che il calore storce la sezione dall'interno e crea stati di coazione che esauriscono parte della resistenza della sezione ancora prima che vengano applicati i carichi esterni.

Tale comportamento, caratterizzato dal rimpicciolimento e dalla traslazione del dominio di interazione N-M, seguiti da rotazione e distorsione in presenza di deformazioni impresse, è tipico di ogni configurazione con esposizione asimmetrica rispetto l'asse x. Nello specifico ciò si riscontra sia nel caso di un solo lato esposto (superiore o inferiore) sia in quello con due lati adiacenti esposti, poiché in entrambe le situazioni il gradiente termico non uniforme provoca uno spostamento del baricentro della sezione parzializzata e l'insorgere di curvature che alterano l'equilibrio della sezione in modo non lineare.

In un secondo momento si sono plottati i domini di interazione $N-M_y$ (pressoflessione retta). Nella Figura 38 i risultati sono stati ottenuti senza considerare le deformazioni impresse, mentre nella Figura 39 tali deformazioni sono state incluse.

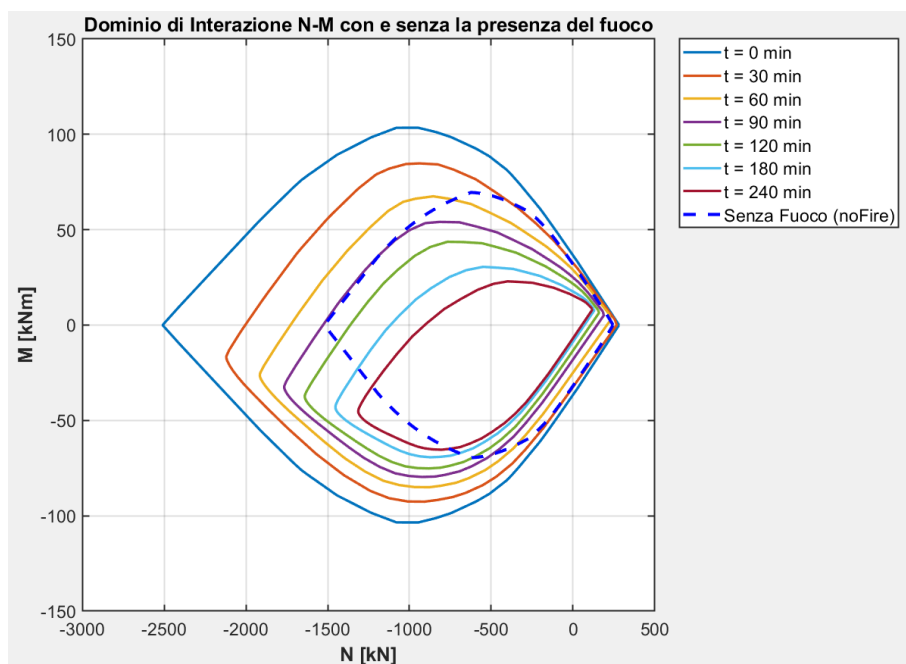


Figura 38 - Confronto dominio di interazione $N-M_y$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su due lati adiacenti della sezione

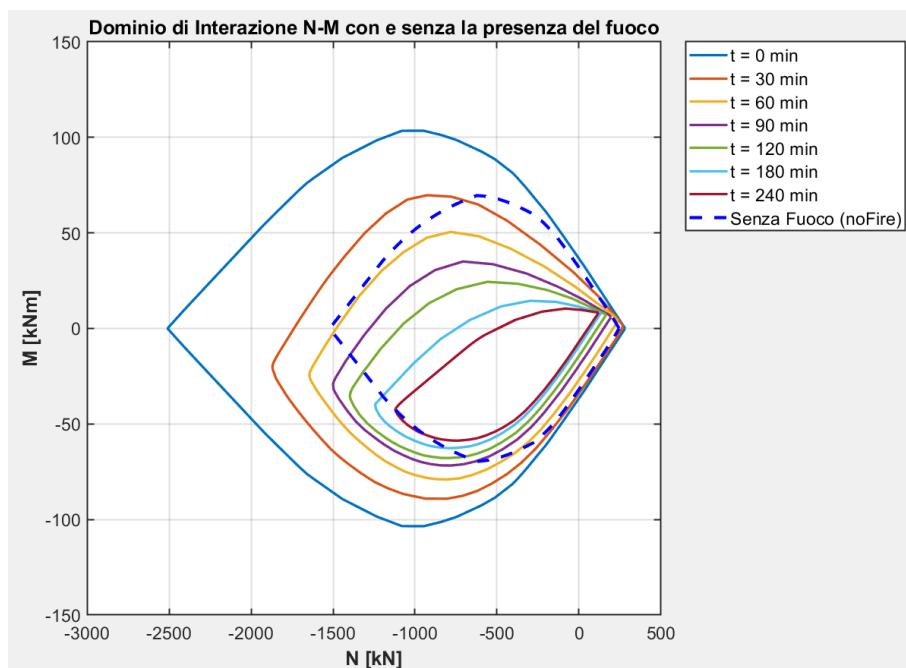


Figura 39 - Confronto dominio di interazione $N-M_y$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione con l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su due lati adiacenti della sezione

Dal confronto con i grafici ottenuti per il dominio di interazione $N-M_x$ si osserva come i risultati siano i medesimi, ciò è dovuto alla simmetria geometrica e meccanica della sezione che, a fronte di un'esposizione su due lati adiacenti della sezione, subisce un degrado lungo l'asse y analogo a quello lungo l'asse x .

Per una sezione esposta al fuoco su due lati adiacenti all'aumentare della temperatura la sezione si parzializza e il baricentro risulta traslato rispetto a quello della sezione integra. La traslazione non corre lungo uno degli assi principali, per tale motivo si generano due momenti M_x e M_y . La contemporanea presenza dei due momenti porta ad avere una pressoflessione deviata che è una conseguenza intrinseca al degrado asimmetrico dei materiali.

Il procedimento per la costruzione del dominio di interazione nel caso di pressoflessione deviata ricalca concettualmente quello già descritto per la pressoflessione retta ma si presenta notevolmente più complicato, in quanto l'asse neutro non risulta essere più ortogonale rispetto all'asse di sollecitazione (Figura 40).

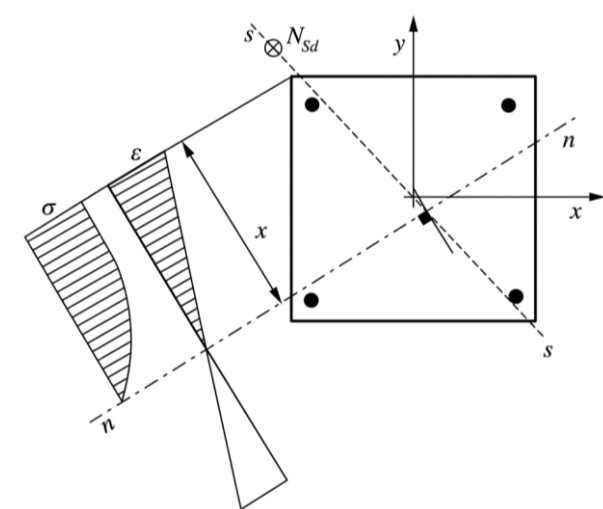


Figura 40 – Sezione soggetta a pressoflessione deviata ⁵⁵

Il dominio di resistenza della sezione in regime di pressoflessione deviata è costituito da una superficie rappresentabile in uno spazio tridimensionale $N-M_x-M_y$. Sezionando il dominio tridimensionale con un piano a $N=\text{cost}$ si ottengono i diagrammi di interazione M_x-M_y .

Se si considera la sezione esposta al fuoco su due lati adiacenti, per ottenere i risultati dallo script MATLAB *pressoflessione_deviata.m* si utilizzano le stesse funzioni legate alle proprietà meccaniche descritte in Appendice B ma si varia la funzione MATLAB *tempera.m* con quella descritta in Appendice D, in quanto l'esposizione avviene su due lati adiacenti (quello sinistro e quello inferiore) anziché su di un lato. L'analisi considerata (riportata in Appendice G) porta ad ottenere un dominio di interazione tridimensionale $N-M_x-M_y$ e un dominio di interazione bidimensionale M_x-M_y per un valore di sforzo normale costante.

⁵⁵ Cosenza E., Manfredi G., Pecce M. (Terza Edizione). “Strutture in cemento armato – Basi della progettazione”. In p. 167.

Lo script MATLAB *pressoflessione_devinata.m* è strutturato in maniera simile allo script MATLAB *fireRC.m* ma permette di studiare la rotazione dell'asse neutro. In particolare la determinazione del dominio di interazione avviene attraverso uno script con cicli annidati. Il primo ciclo studia la variazione dell'angolo di rotazione dell'asse neutro e per ogni inclinazione si determinano iterativamente le curvature impresse e la deformazione al baricentro della sezione parzializzata. Per ogni elementino in cui è stata discretizzata la sezione si valuta la distanza dall'asse neutro in direzione perpendicolare riportata nell'equazione seguente:

$$dist = \left(y_{i,j} - \frac{h}{2}\right) \cos(\theta) + \left(x_{i,j} - \frac{b}{2}\right) \sin(\theta) \quad (3.52)$$

Dalla conoscenza di tale distanza si possono determinare la deformazione meccanica e lo stato tensionale corrispondente in virtù del teorema di Colonnetti. L'integrazione delle tensioni nel rispetto delle equazioni di equilibrio (2.5) permette di determinare i corrispondenti momenti e sforzi normali.⁵⁶

Inizialmente si riportano i risultati del dominio tridimensionale $N-M_x-M_y$ (Figura 41) e del dominio bidimensionale M_x-M_y per $N = -500 \text{ kN}$ (Figura 43) a freddo.

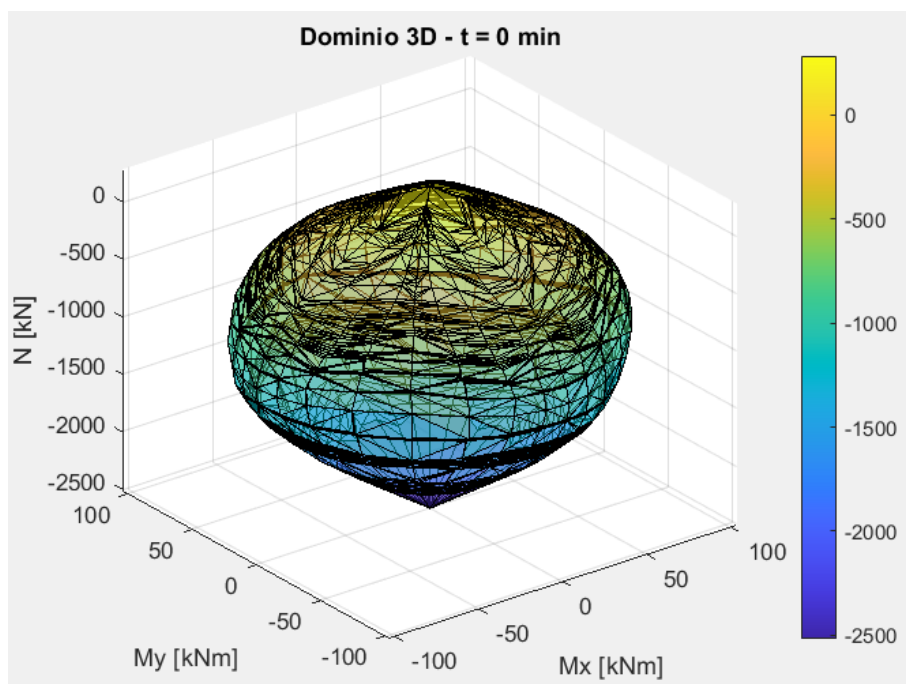


Figura 41 – Dominio di interazione 3D a freddo $N-M_x-M_y$ (pressoflessione deviata)

⁵⁶ Buchanan (2009), HOEPLI, "Progetto delle strutture resistenti al fuoco". In pp. 140-141.

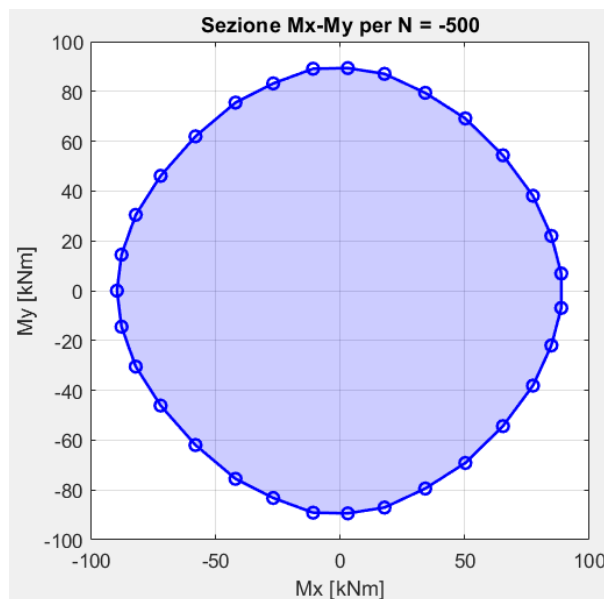


Figura 42 - Dominio di interazione 2D a freddo M_x-M_y per $N=-500$ kN (pressoflessione deviata)

Se si effettuano due sezioni per $M_y = 0$ o $M_x = 0$ nella Figura 41, si ricavano i domini di interazione di pressoflessione retta $N-M_x$ o $N-M_y$. La perfetta coincidenza di queste sezioni con i domini di interazione permette di validare lo script MATLAB *pressoflessione_deviata.m*.

Di seguito si riportano i risultati del dominio tridimensionale $N-M_x-M_y$ (Figura 43) e del dominio bidimensionale M_x-M_y per $N = -500$ kN (Figura 44) a caldo per un tempo di esposizione di 180 min senza l'analisi delle deformazioni impresse.

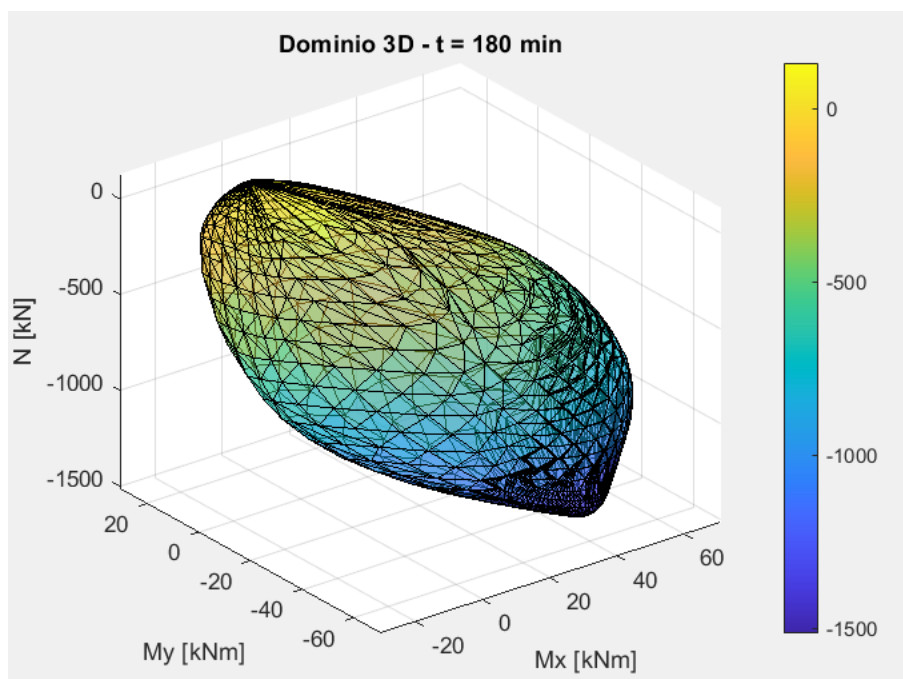


Figura 43 - Dominio di interazione 3D a caldo $t=180$ min $N-M_x-M_y$ (pressoflessione deviata) senza le def. impresse

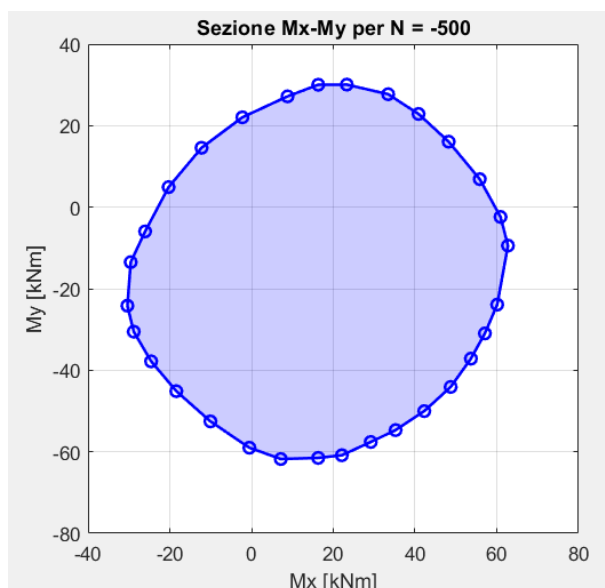


Figura 44 - Dominio M_x-M_y a caldo $t=180$ min per $N=-500$ kN (pressoflessione deviata) senza le def. Impresse

Dal confronto della Figura 41 e della Figura 43 si osserva come il volume resistente diminuisce in quanto le proprietà meccaniche della sezione esposta al fuoco si riducono all'aumentare della temperatura e lo sforzo normale minimo passa da -2500 kN a -1500 kN indicando che la sezione può sopportare valori di sforzo normale puro inferiori. Inoltre all'aumentare della temperatura la sezione si parzializza e il suo baricentro non coincide più con il baricentro della sezione integra portando alla perdita di simmetria del dominio tridimensionale.

Se si analizza il dominio bidimensionale in Figura 44 rispetto a quello in Figura 42, si osserva che risulta contratto in quanto le proprietà meccaniche della sezione esposta al fuoco diminuiscono all'aumentare della temperatura. Una seconda differenza è la traslazione del dominio bidimensionale che avviene perché si ha uno spostamento tra il baricentro della sezione parzializzata rispetto al baricentro della sezione integra che trasforma lo sforzo normale in un carico eccentrico che porta ad avere momenti flettenti applicati anche in assenza di carichi esterni.

Di seguito si riportano i risultati del dominio tridimensionale $N-M_x-M_y$ (Figura 45) e del dominio bidimensionale M_x-M_y per $N = -500$ kN (Figura 46) a caldo per un tempo di esposizione di 180 minuti con l'analisi delle deformazioni impresse.

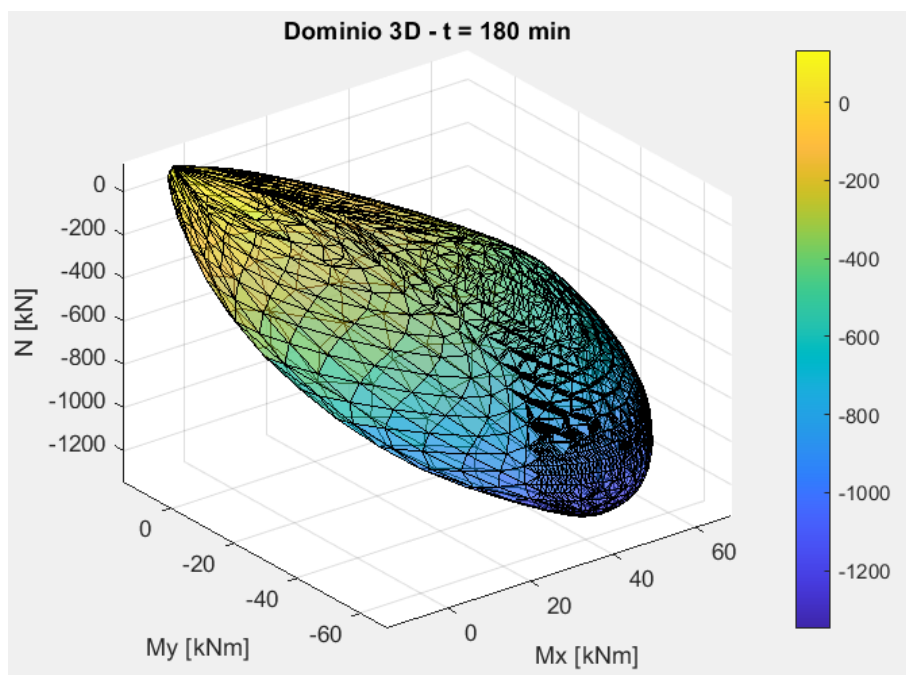


Figura 45 - Dominio di interazione 3D a caldo $t=180$ min N - M_x - M_y (pressoflessione deviata) con le def. impresse

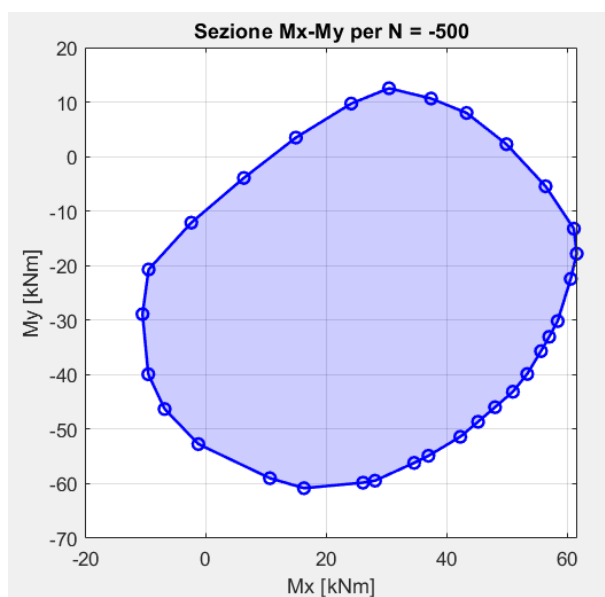


Figura 46 - Dominio M_x - M_y a caldo $t=180$ min per $N=-500$ kN (pressoflessione deviata) con le def. impresse

Dal confronto della Figura 45 e della Figura 43 si osserva come il volume resistente diminuisce in quanto un'aliquota della resistenza dei materiali risulta già mobilitata dallo stato di coazione termica e lo sforzo normale minimo passa da -1500 kN a -1200 kN indicando che la sezione può sopportare valori di sforzo normale puro inferiori.

Se si analizza il dominio bidimensionale in Figura 46 rispetto a quello in Figura 44, si osserva che risulta contratto nel quadrante a sinistra e si ha un'ulteriore traslazione del dominio, in quanto i momenti generati dalle deformazioni impresse riducono la capacità portante.

3.2.3.4 tre lati esposti

Se si considera la sezione esposta al fuoco su tre lati, per ottenere i risultati dallo script MATLAB *fireRC.m* si utilizzano le stesse funzioni legate alle proprietà meccaniche descritte in Appendice B ma si varia la funzione MATLAB *tempera.m* con quella descritta in Appendice E, in quanto l'esposizione avviene su tre lati (quello destro, quello superiore e quello inferiore) anziché su di un lato. L'analisi termica analizzata (riportata in Appendice E) porta ad ottenere un dominio di interazione $N-M_x$ e un dominio di interazione $N-M_y$ asimmetrico.

All'aumentare della temperatura la sezione si parzializza e l'asse neutro è inclinato di un certo angolo, si ha quindi una pressoflessione deviata. Sebbene l'esposizione della sezione al fuoco sia asimmetrica e induca una pressoflessione deviata, si è proceduto inizialmente al calcolo dei domini di pressoflessione retta lungo gli assi geometrici. Tale passaggio è stato finalizzato alla validazione dei risultati con il software Dolmen, inoltre a freddo le proiezioni del dominio 3D $N-M_x-M_y$ per la verifica devono corrispondere ai domini di pressoflessione retta $N-M_x$ (se $M_y=0$) e $N-M_y$ (se $M_x=0$).

Inizialmente si è plottato il dominio di interazione $N-M_x$ (pressoflessione retta).

Nella Figura 47 i risultati sono stati ottenuti senza considerare le deformazioni impresse, mentre nella Figura 48 tali deformazioni sono state incluse.

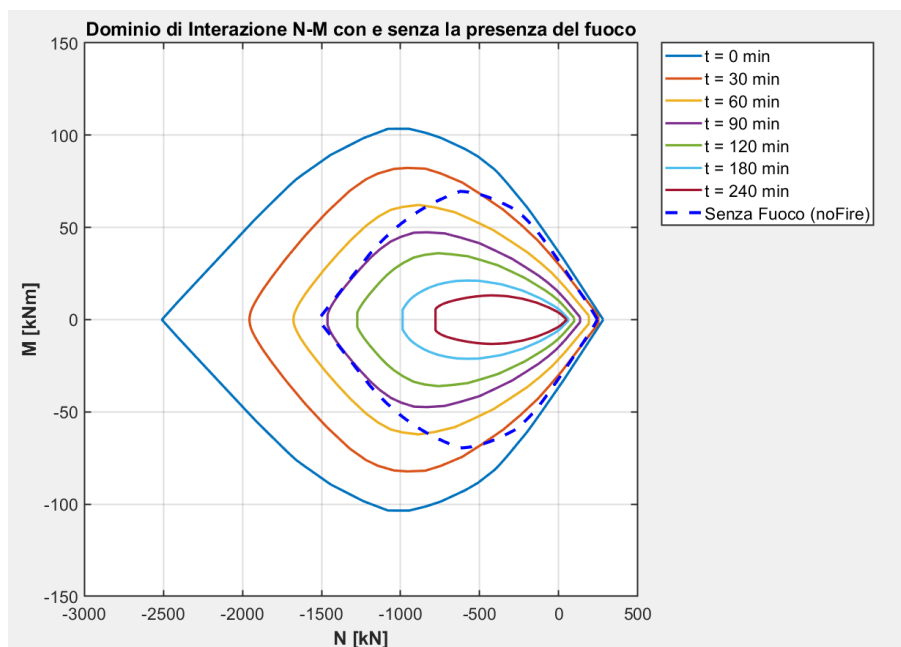


Figura 47 - Confronto dominio di interazione $N-M_x$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su tre lati della sezione

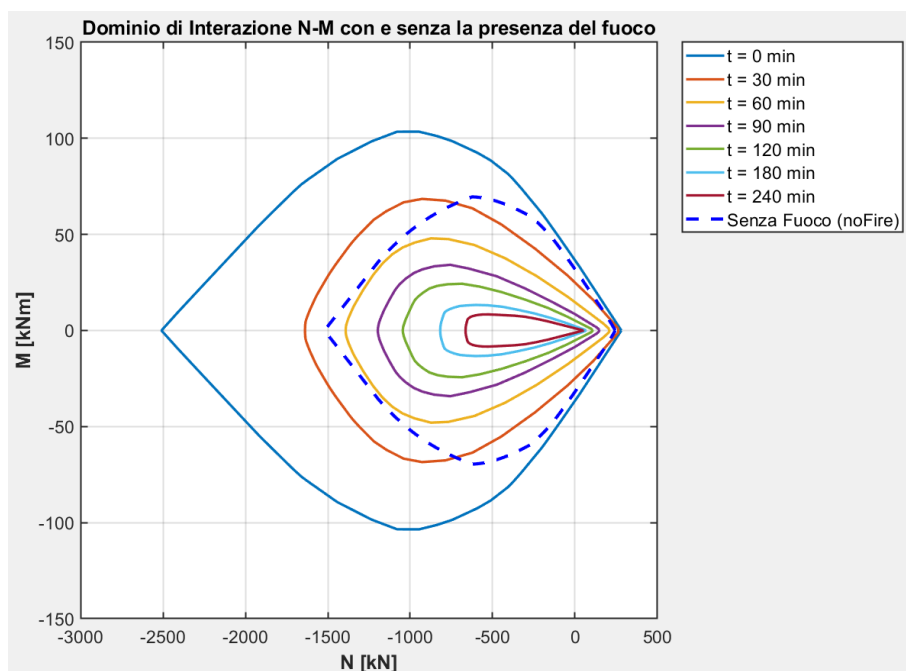


Figura 48 - Confronto dominio di interazione $N-M_x$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione con l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su tre lati della sezione

Avendo una configurazione con esposizione simmetrica rispetto all'asse x si riscontra un comportamento caratterizzato dal rimpicciolimento del dominio di interazione, seguito dalla distorsione in presenza di deformazioni impresse.

In un secondo momento si sono plottati i domini di interazione $N-M_y$ (pressoflessione retta). Nella Figura 49 i risultati sono stati ottenuti senza considerare le deformazioni impresse, mentre nella Figura 50 tali deformazioni sono state incluse.

Dal confronto di tali figure si ha un comportamento caratterizzato dal rimpicciolimento e dalla traslazione del dominio di interazione $N-M_y$, seguiti da rotazione e distorsione in presenza di deformazioni impresse, in quanto la configurazione ha esposizione asimmetrica rispetto l'asse y. Ciò si riscontra poiché il gradiente termico non uniforme provoca uno spostamento del baricentro della sezione parzializzata e l'insorgere di curvature che alterano l'equilibrio della sezione in modo non lineare.

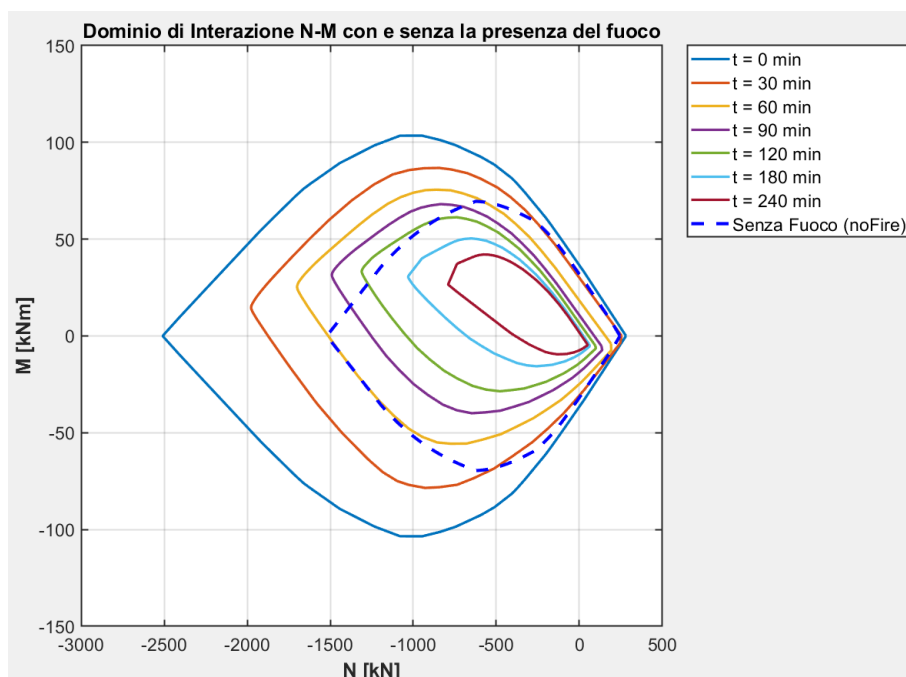


Figura 49 - Confronto dominio di interazione $N-M_y$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su tre lati della sezione

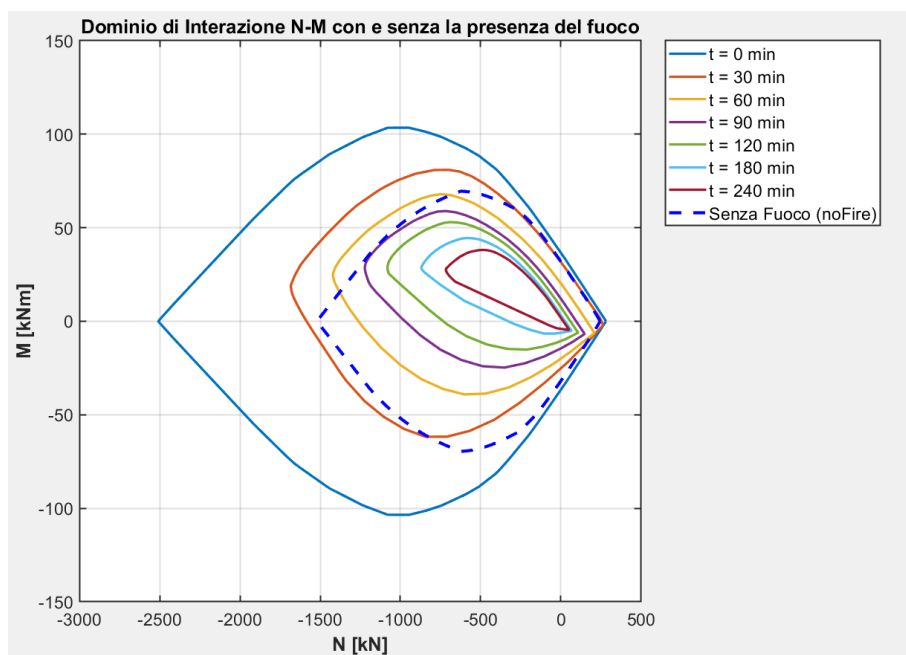


Figura 50 - Confronto dominio di interazione $N-M_y$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione con l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su tre lati della sezione

Una sezione esposta al fuoco su tre lati all'aumentare della temperatura si parzializza e il baricentro risulta traslato rispetto a quello della sezione integra. La traslazione non corre lungo uno degli assi principali, per tale motivo si generano due momenti M_x e M_y . La contemporanea presenza dei due momenti porta ad avere una pressoflessione deviata, una conseguenza intrinseca al degrado asimmetrico dei materiali.

Il procedimento per la costruzione del dominio di interazione nel caso di pressoflessione deviata è stato descritto nel capitolo precedente.

Se si considera la sezione esposta al fuoco su tre lati, per ottenere i risultati dallo script MATLAB *pressoflessione_deviata.m* si utilizzano le stesse funzioni legate alle proprietà meccaniche descritte in Appendice B ma si varia la funzione MATLAB *tempera.m* con quella descritta in Appendice E, in quanto l'esposizione avviene su tre lati (quello destro, quello inferiore e quello superiore) anziché su di un lato. L'analisi considerata (riportata in Appendice G) porta ad ottenere un dominio di interazione tridimensionale N - M_x - M_y e un dominio di interazione bidimensionale M_x - M_y per un valore di sforzo normale costante.

Inizialmente si riportano i risultati del dominio tridimensionale N - M_x - M_y (Figura 51) e del dominio bidimensionale M_x - M_y per $N = -500$ kN (Figura 52) a caldo per un tempo di esposizione al fuoco di 180 minuti.

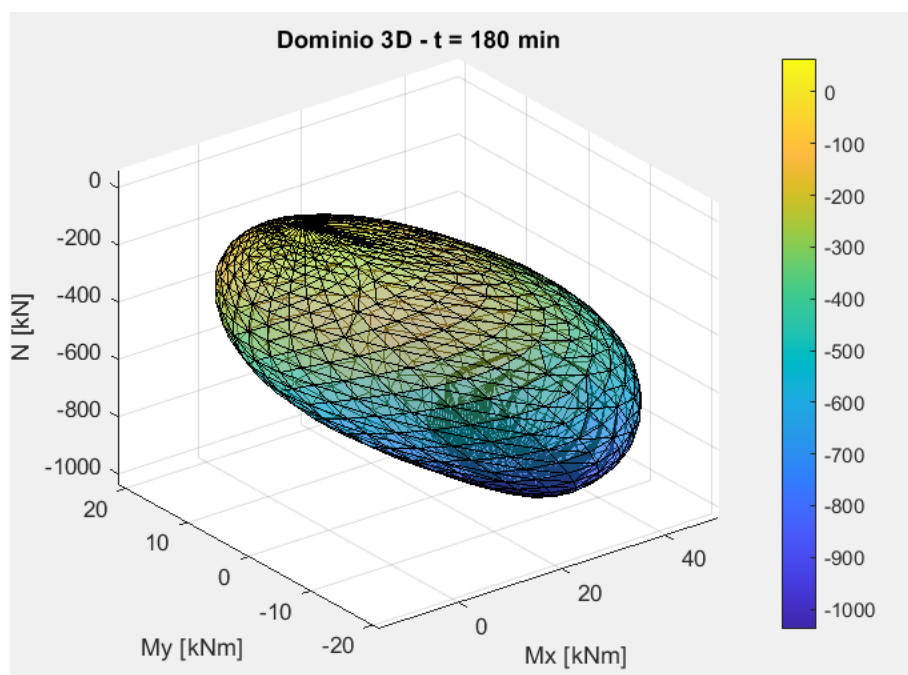


Figura 51 - Dominio di interazione 3D a caldo $t=180$ min N - M_x - M_y (pressoflessione deviata) senza le def. impresse

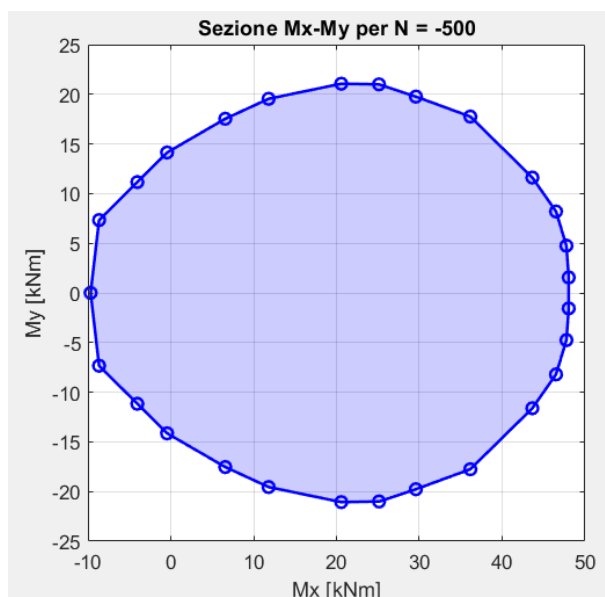


Figura 52 – Dominio M_x - M_y a caldo $t=180$ min per $N=-500$ kN (pressoflessione deviata) senza le def. impresse

Dal confronto della Figura 41 (dominio di interazione tridimensionale a freddo) e della Figura 51 (dominio di interazione tridimensionale a caldo) si osserva come il volume resistente diminuisce, in quanto le proprietà meccaniche della sezione esposta al fuoco diminuiscono all'aumentare della temperatura e lo sforzo normale minimo passa da -2500 kN a -1000 kN, indicando che la sezione può sopportare valori di sforzo normale puro inferiori. Inoltre all'aumentare della temperatura la sezione si parzializza e il suo baricentro non coincide più con il baricentro della sezione integra, portando alla perdita di simmetria del dominio tridimensionale.

Se si analizza il dominio bidimensionale in Figura 52 rispetto quello in Figura 42 (a freddo), si osserva che risulta contratto, in quanto le proprietà meccaniche della sezione esposta al fuoco diminuiscono all'aumentare della temperatura. Una seconda differenza è la traslazione del dominio bidimensionale che avviene perché si ha uno spostamento tra il baricentro della sezione parzializzata rispetto al baricentro della sezione integra che trasforma lo sforzo normale in un carico eccentrico che porta ad avere momenti flettenti applicati anche in assenza di carichi esterni.

Di seguito si riportano i risultati del dominio tridimensionale N - M_x - M_y (Figura 53) e del dominio bidimensionale M_x - M_y per $N = -500$ kN (Figura 54) a caldo per un tempo di esposizione di 180 minuti con l'analisi delle deformazioni impresse.

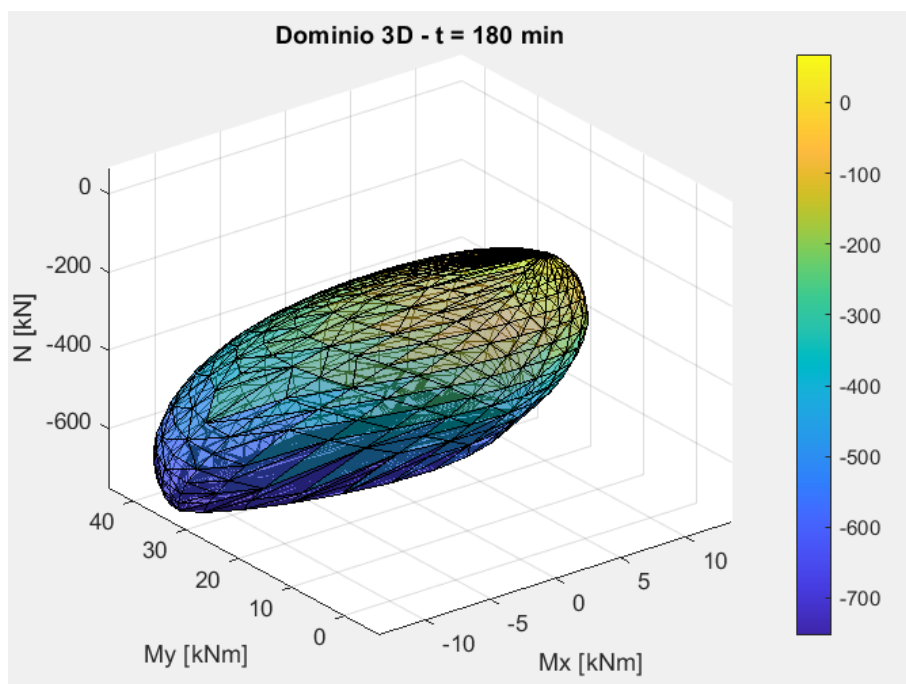


Figura 53 - Dominio di interazione 3D a caldo $t=180$ min N - M_x - M_y (pressoflessione deviata) con le def. impresse

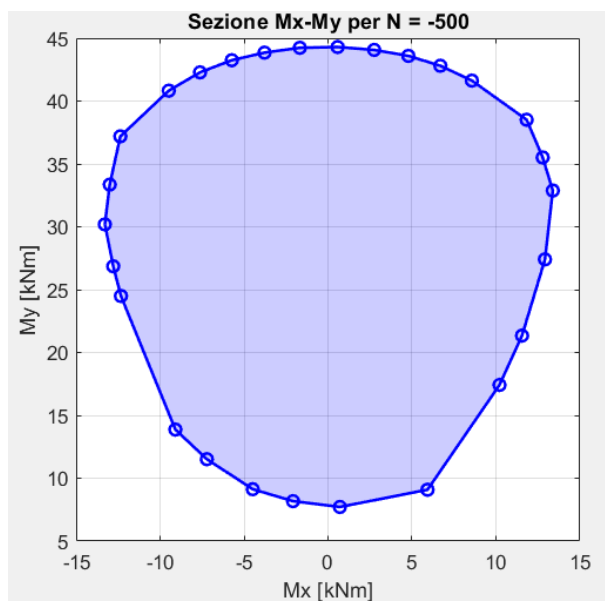


Figura 54 - Dominio M_x - M_y a caldo $t=180$ min per $N=-500$ kN (pressoflessione deviata) con le def. impresse

Dal confronto della Figura 53 e della Figura 51 si osserva come il volume resistente diminuisce in quanto un'aliquota della resistenza dei materiali risulta già mobilitata dallo stato di coazione termica e lo sforzo normale minimo passa da -1000 kN a -700 kN indicando che la sezione può sopportare valori di sforzo normale puro inferiori.

Se si analizza il dominio bidimensionale in Figura 52 rispetto a quello in Figura 54, si osserva un'ulteriore traslazione del dominio, poichè i momenti generati dalle deformazioni impresse riducono la capacità portante.

3.2.3.5 quattro lati esposti

Se si considera la sezione esposta al fuoco su quattro lati, per ottenere i risultati dallo script MATLAB *fireRC.m* si utilizzano le stesse funzioni legate alle proprietà meccaniche descritte in Appendice B ma si varia la funzione MATLAB *tempera.m* con quella descritta in Appendice F, in quanto l'esposizione avviene su quattro lati anziché su di un lato.

All'aumentare della temperatura la sezione si parzializza e l'asse neutro si mantiene orizzontale, si ha quindi una pressoflessione retta.

L'analisi termica analizzata (riportata in Appendice F) porta ad ottenere un dominio di interazione $N-M_x$ simmetrico uguale al dominio di interazione $N-M_y$.

Le figure seguenti descrivono come variano i domini di interazione in funzione del tempo di esposizione al fuoco e delle temperature.

Nella Figura 55 i risultati sono stati ottenuti senza considerare le deformazioni impresse, mentre nella Figura 56 tali deformazioni sono state incluse.

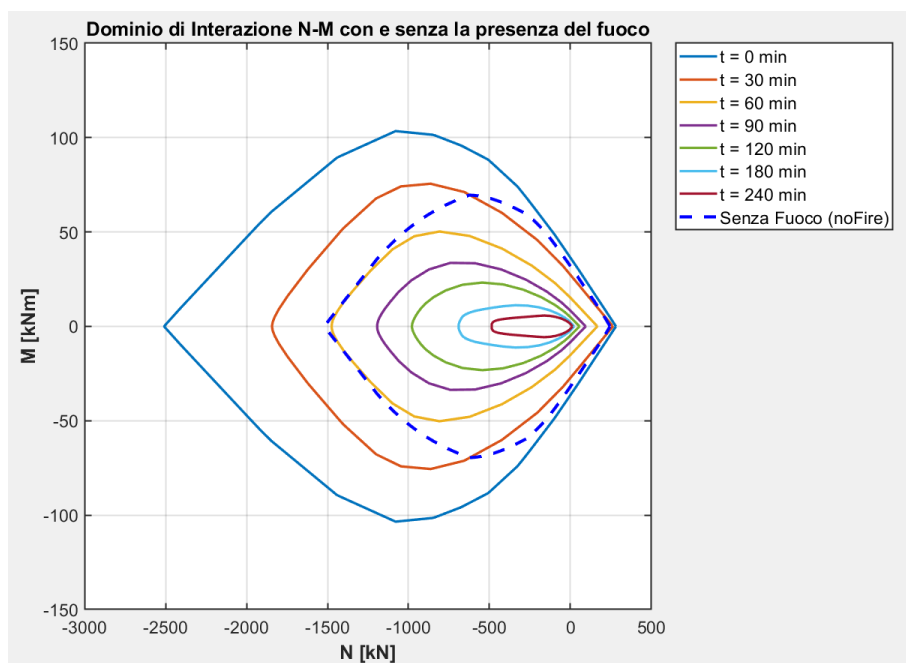


Figura 55 - Confronto dominio di interazione a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su quattro lati della sezione

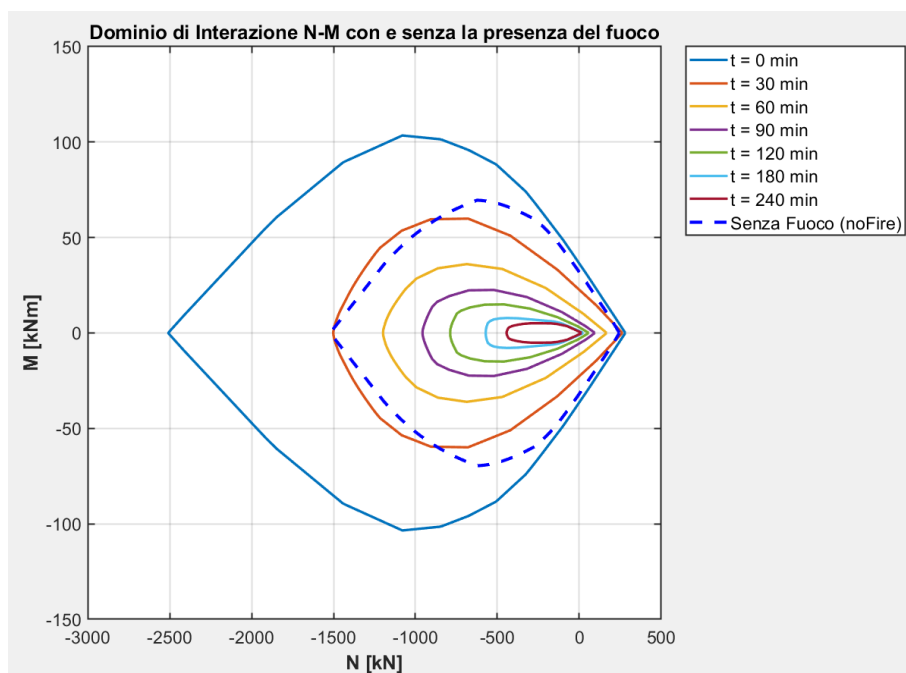


Figura 56 - Confronto dominio di interazione a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione con l'analisi delle def. impresse – Fuoco agente su quattro lati della sezione

Avendo una configurazione con esposizione simmetrica rispetto all'asse x e y si riscontra un comportamento caratterizzato dal rimpicciolimento del dominio di interazione, seguito dalla distorsione in presenza di deformazioni impresse.

3.2.4 Verifica del codice MATLAB con il software di calcolo Dolmen

Nel presente sottocapitolo si descrive l'utilizzo del software di calcolo Dolmen per determinare la diffusione del calore nella sezione in esame e i domini di interazione. Successivamente si svolge un confronto tra i risultati ottenuti con il metodo avanzato svolto su MATLAB e i risultati del software.

Di seguito si riporta il procedimento attuato.

Inizialmente con il software Dolmen si crea una nuova sezione standard di geometria quadrata di dimensione $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$. La Tabella 6 sotto esposta descrive la normativa di riferimento e le caratteristiche dei materiali utilizzati.

In fase successiva si accede alla sezione di verifica termica mediante l'apposita tendina del software.

Nei risultati termici si definiscono le zone di esposizione all'incendio che si possono applicare sul contorno attivo. Si scelgono i lati su cui è esposto l'incendio (fuoco nominale). I restanti lati sono considerati a contatto con elementi murari adiacenti oppure esposti all'aria a 20 °C.

Nella Figura 58 sono descritte le varie relazioni che legano la temperatura al tempo.

In particolare sono descritte cinque curve:

- fuoco nominale;
- fuoco esterno;
- fuoco idrocarburi;
- aria a 20°C;
- fuoco utente.

Nello specifico quest'ultima può essere inserita dall'utente in curve temperatura-tempo andando a modificare la tabella che lega le temperature al tempo. Si nota che le equazioni (3.15) e (3.16), applicate con MATLAB per definire l'andamento delle temperature, dipendevano non solo dal tempo ma anche dalla distanza dell'elementino dalla faccia esposta ed erano volte a riprodurre in maniera semplificata la curva nominale di incendio e ad applicare una discretizzazione della sezione con l'analisi termica. Data l'impossibilità di replicare tale dipendenza dalla distanza dell'elementino dalla faccia esposta all'interno del software Dolmen, si è scelto di utilizzare direttamente la curva nominale di incendio standard. Si nota come il software Dolmen applica l'equazione di Fourier per la conduzione termica, quindi la variazione di temperatura in funzione della distanza dalla faccia esposta viene calcolata automaticamente dal codice di calcolo.

La Figura 59 mostra l'interfaccia grafica per definire le curve temperatura-tempo.

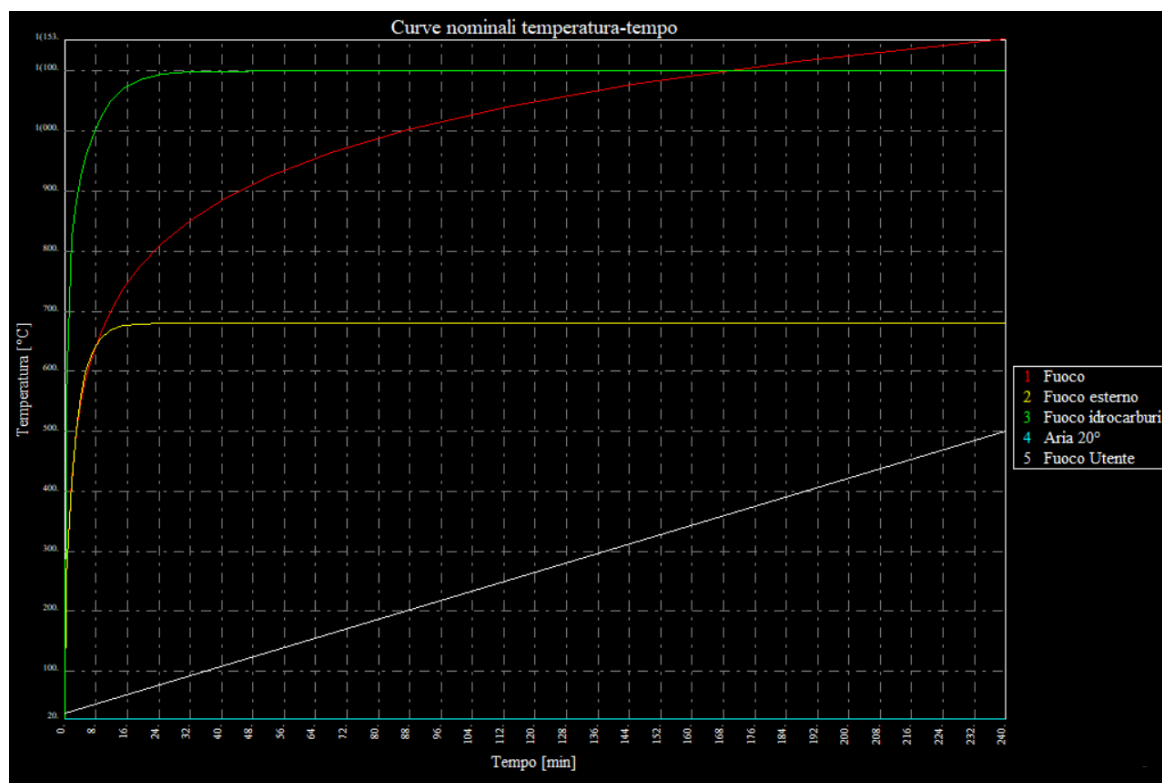


Figura 58 - Curva nominale di incendio e curva di esposizione all'aria



Figura 59 - Interfaccia grafica per definire le curve temperatura-tempo

Per applicare i metodi di analisi avanzata si genera una mesh, ovvero si discretizza la sezione in tanti elementini all'interno delle quali si calcola il valore della temperatura. Usando pochi elementini si ha una discretizzazione più veloce (meno nodi, quindi il calcolatore ha meno equazioni da risolvere) ma meno accurata. Si sceglie di analizzare 144 elementini con passo minimo della griglia di elementi di 2.5 cm.

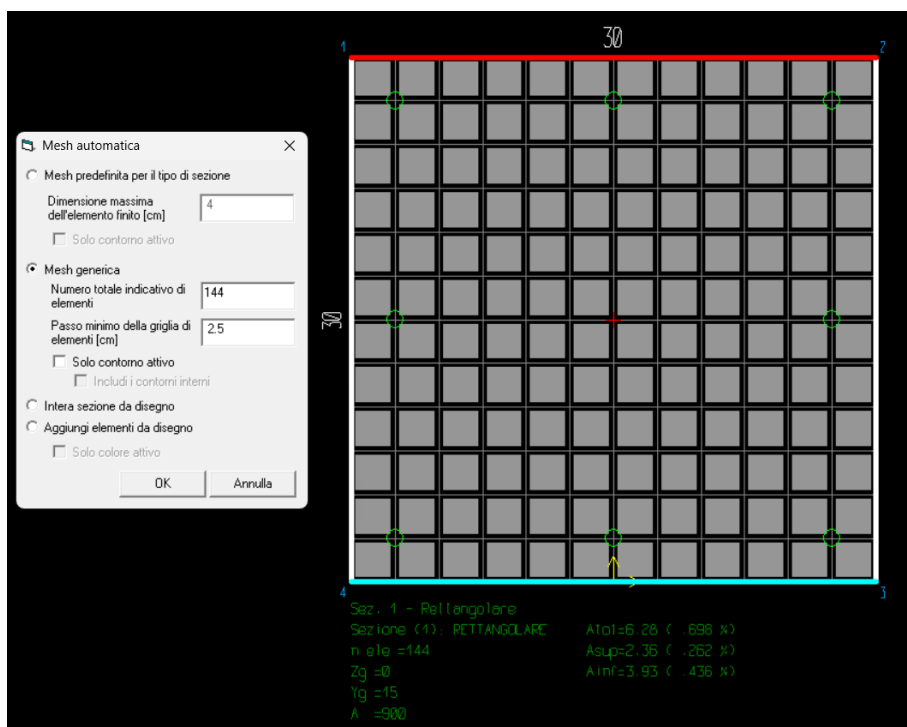


Figura 60 - Mesh della sezione

Quando si analizzano dei problemi dipendenti dal tempo come la diffusione del calore si deve anche discretizzare il tempo. Il problema nel tempo e nello spazio viene approssimato con tanti valori discreti dove il collegamento è effettuato tramite una interpolazione lineare. Più la distanza tra i valori discreti è alta più l'approssimazione sarà grezza. Più la distanza tra i valori discreti è vicina più essi approssimeranno meglio la curva d'incendio nominale. Si vuole un compromesso tra accuratezza e velocità di calcolo.

Il manuale utente IS Fuoco di Dolmen consiglia questi valori di default:

- step temporale = 10;
- step per triangolazione matrice = 100.⁵⁷

Questi sono utilizzati nel calcolo termico che viene svolto da IS Fuoco, integrando su tutto il dominio e nel tempo l'equazione di Fourier.

Dal pannello principale, nella sezione "Calcolo termico", si possono modificare i valori degli step per il singolo file, come indicato nella Figura 61. Inoltre si possono definire il numero di mappe che si vuole leggere in output ovvero il numero di fotografie dello sviluppo dell'incendio

⁵⁷ CDM Dolmen & omnia IS srl (2009). "IS Fuoco – Manuale Utente", Torino.

che si vuole salvare in output. Le mappe si definiscono ogni 30 min per ottenere l'output fino a 240 min.

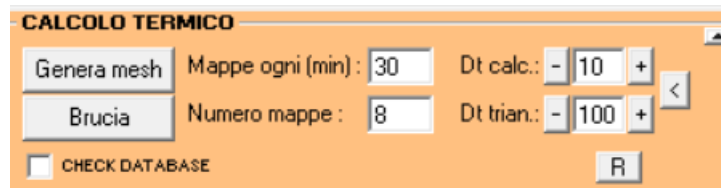


Figura 61 - Step utilizzati per la discretizzazione del tempo

La trasmissione del calore all'interno del compartimento può avvenire in tre modi:

- conduzione;
- convezione;
- irraggiamento.

Tuttavia, nel caso dei materiali strutturali, ossia di solidi opachi, la trasmissione del calore avviene solo per conduzione.

Nel caso monodimensionale la distribuzione della temperatura all'interno della sezione si può calcolare con l'equazione di Fourier (3.53).⁵⁸

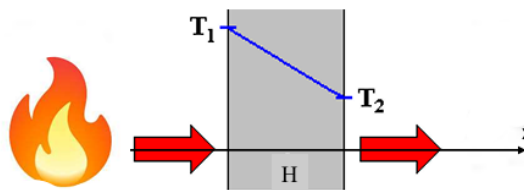


Figura 62 - Distribuzione del calore nel caso monodimensionale

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.53)$$

dove:

- x = direzione del flusso di calore ;
- H = spessore della parete ;
- T = temperatura (T_1 = temperatura della parte esposta all'incendio; T_2 = temperatura della parete non esposta) ;

⁵⁸ Gambarova P.G., Fantilli A.P. e Tattoni S. (2023). "Strutture resistenti al fuoco". Analisi del transitorio e mappe termiche in pp. 111-115

- t = tempo ;
- α = diffusività termica .

La soluzione è legata al valore della diffusività termica α (3.54).

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \quad (3.54)$$

Dove:

- λ = *conduttività termica* $\left(\frac{W}{m \cdot K}\right)$;
- ρ = *densità del materiale* $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$;
- c_p = *calore specifico* $\left(\frac{J}{kg \cdot K}\right)$.

λ, ρ, c_p sono funzioni della temperatura.

La norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.2) definisce le seguenti proprietà termiche del calcestruzzo:

- emissività (§5.2.1);
- conducibilità termica (§5.2.2);
- calore specifico (§5.2.3);
- densità (§5.2.4).

In particolare con MATLAB si è fatto riferimento alle equazioni semplificate (3.15) e (3.16) che si basano sulle seguenti ipotesi:

- l'emissività relativa alla superficie del calcestruzzo è 0,7 (§5.2.1);
- la conduttività termica del calcestruzzo è quella indicata in (§5.2.2);
- il calore specifico del calcestruzzo è quello indicato in (§5.2.3) con un contenuto di umidità dell'1,5%;
- la densità del calcestruzzo è quella indicata in (§5.2.4), il valore di riferimento a 20 °C è 2.300 kg/m³;
- il fattore di convezione è 25 W/(m²·K).

Secondo la norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.2.2) la conducibilità termica $\lambda_c(\theta_c)$ del calcestruzzo deve essere assunta come:

$$\text{Per } \theta_c \leq 140 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \lambda_c(\theta_c) = 2 - 0,2451(\theta_c/100) + 0,0107(\theta_c/100)^2 \quad (3.55)$$

$$\text{Per } 140 \text{ } ^\circ\text{C} < \theta_c < 160 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \lambda_c(\theta_c) = -0,02604\theta_c + 5,324 \quad (3.56)$$

$$\text{Per } 160 \text{ } ^\circ\text{C} \leq \theta_c \leq 1200 \text{ } ^\circ\text{C} \quad \lambda_c(\theta_c) = 1,36 - 0,136(\theta_c/100) + 0,0057(\theta_c/100)^2 \quad (3.57)$$

La Figura 63 mostra la relazione tra la conduttività termica e la temperatura che è stata inserita nel software Dolmen come “Utente – Conduttività”.

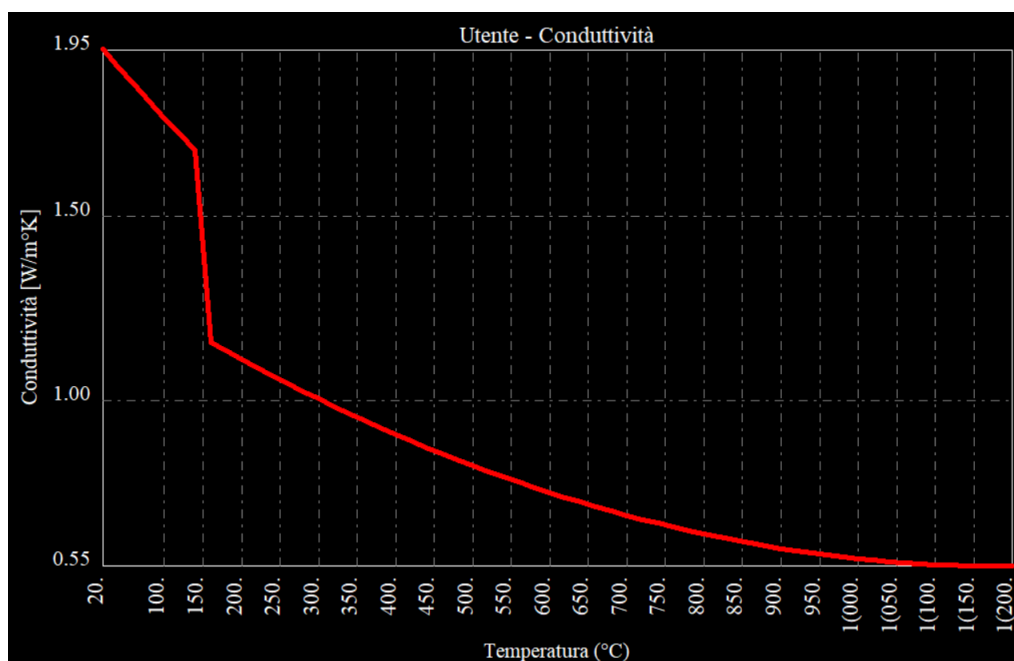


Figura 63 – Relazione conduttività termica e temperatura

La conduttività termica dipende dalla quantità di calore che si trasmette per conduzione attraverso qualsiasi superficie. La conduttività termica è fortemente influenzata dalla temperatura come mostrato in Figura 63.

Secondo la norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.2.3) il calore specifico del calcestruzzo deve essere assunto in funzione del contenuto di umidità.

Si assume $u = 1,5\%$. Il valore di picco per tale contenuto di umidità si verifica tra 100°C e 115°C ed è pari a $c_{p,peak} = 1470 \text{ J}/(\text{kgK})$.

In particolare il calore specifico è la quantità di calore che si deve somministrare ad una massa unitaria di una sostanza per innalzare la temperatura di 1K.

Le equazioni seguenti descrivono l'andamento del calore specifico in funzione della temperatura:

$$\text{Per } 20^{\circ}\text{C} < \theta_c < 100^{\circ}\text{C} \quad c_p = 900 \quad (3.58)$$

$$\text{Per } 100^{\circ}\text{C} < \theta_c < 200^{\circ}\text{C} \quad c_p = 900 + (\theta_c - 100) \quad (3.59)$$

$$\text{Per } 200^{\circ}\text{C} \leq \theta_c \leq 400^{\circ}\text{C} \quad c_p = 1000 + (\theta_c - 200)/2 \quad (3.60)$$

$$\text{Per } 400^{\circ}\text{C} \leq \theta_c \leq 1200^{\circ}\text{C} \quad c_p = 1100 \quad (3.61)$$

La Figura 64 mostra la relazione tra il calore specifico e la temperatura che è stata inserita nel software Dolmen come “Utente – Calore specifico”.

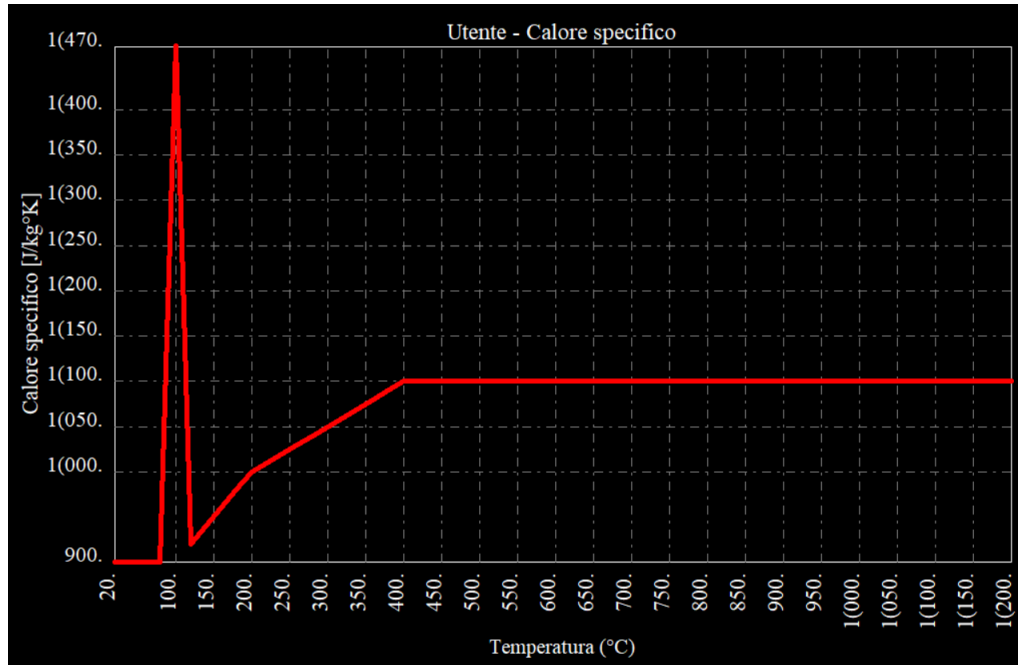


Figura 64 - Relazione calore specifico e temperatura

La norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 (§5.2.4) definisce la densità del calcestruzzo in funzione della temperatura per effetto della perdita dell'acqua con le seguenti equazioni:

$$\text{Per } 20^\circ\text{C} < \theta_c < 115^\circ\text{C} \quad \rho(\theta_c) = \rho(20^\circ\text{C}) \quad (3.62)$$

$$\text{Per } 115^\circ\text{C} < \theta_c < 200^\circ\text{C} \quad \rho(\theta_c) = \rho(20^\circ\text{C}) \cdot (1 - 0.02 \cdot (\theta_c - 115)/85) \quad (3.63)$$

$$\text{Per } 200^\circ\text{C} \leq \theta_c \leq 400^\circ\text{C} \quad \rho(\theta_c) = \rho(20^\circ\text{C}) \cdot (0.98 - 0.03 \cdot (\theta_c - 200)/200) \quad (3.64)$$

$$\text{Per } 400^\circ\text{C} \leq \theta_c \leq 1200^\circ\text{C} \quad \rho(\theta_c) = \rho(20^\circ\text{C}) \cdot (0.95 - 0.07 \cdot (\theta_c - 400)/800) \quad (3.65)$$

In particolare la densità di una sostanza è la sua massa per unità di volume.

La Figura 65 mostra la relazione tra la densità e la temperatura che è stata inserita nel software Dolmen come “Utente – Densità”.

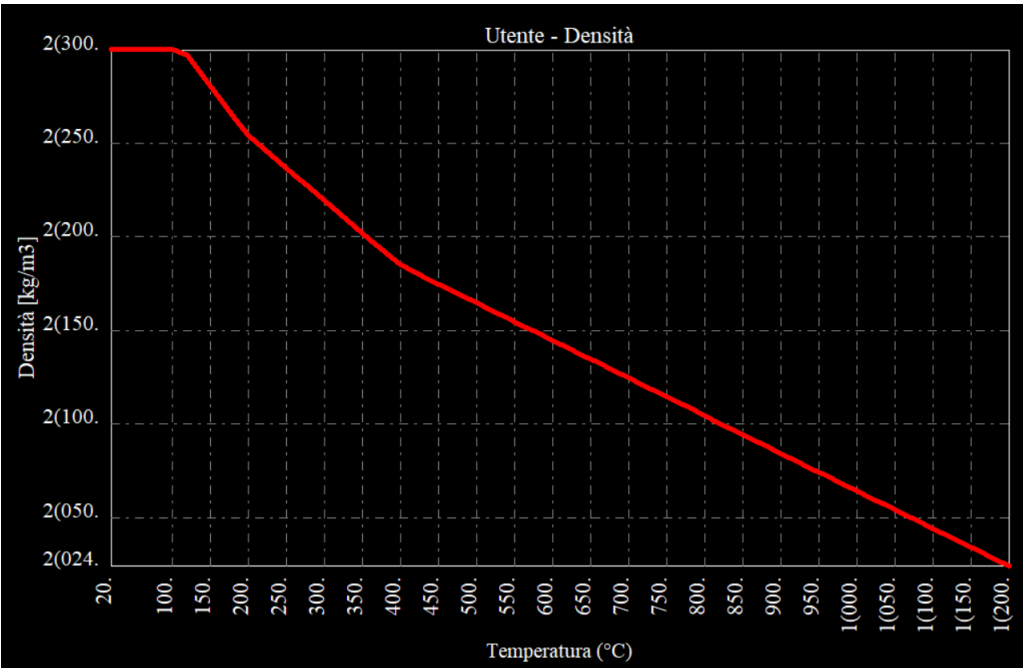


Figura 65 - Relazione densità e temperatura

Quindi si definisce sull’interfaccia del software di calcolo Dolmen il fattore di convezione e l'emissività relativa alla superficie del calcestruzzo come indicato in Figura 66.

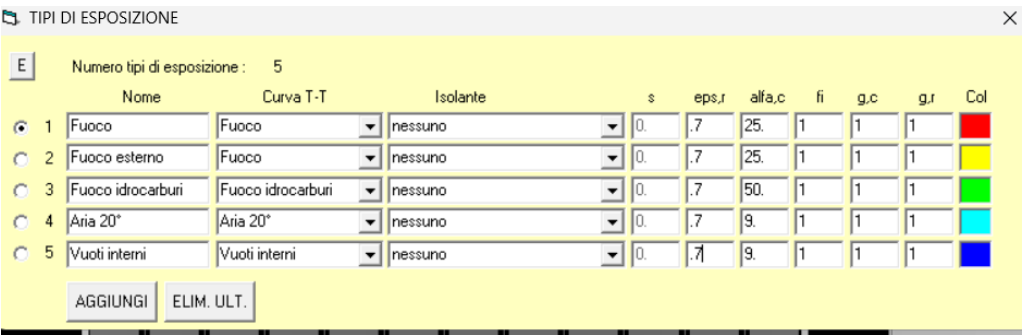


Figura 66 - Interfaccia per variare il fattore di convezione e l'emissività relativa

In particolare l’emissività di un materiale è la frazione di energia irradiata da quel materiale rispetto all’energia irradiata da un corpo nero (emissività unitaria) che sia alla stessa temperatura.⁵⁹

Dopo aver definito le proprietà termiche del calcestruzzo si possono ottenere i risultati termici.

⁵⁹ Gambarova P.G., Fantilli A.P. e Tattoni S. (2023). “Strutture resistenti al fuoco”. Grandezze termiche in pp. 115-120

3.2.4.1 un lato esposto

Di seguito si riportano le mappature termiche di una sezione di un pilastro con una faccia esposta al fuoco nominale e una faccia esposta all'aria ottenute con il software Dolmen per i seguenti tempi di esposizione all'incendio 30, 60, 90, 120, 180, 240 minuti.

Inoltre si riportano delle tabelle che descrivono le mappature termiche ottenute con il codice MATLAB, considerando le equazioni semplificate (3.15) e (3.16) che descrivono l'andamento delle temperature in funzione del tempo e dello spazio.

Di seguito si riporta l'equazione della curva nominale standard (ISO 834):

$$T_g = 20 + 345 \cdot \log_{10}(8 \cdot t + 1) \quad (3.66)$$

La Figura 67 mostra la sezione analizzata esposta al fuoco su un solo lato. Si considera il lato opposto esposto all'aria a 20 °C e i restanti a contatto con elementi murari adiacenti.

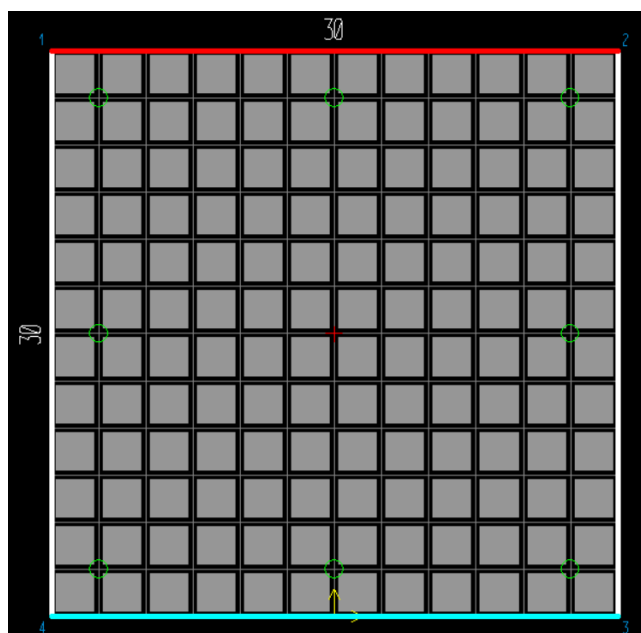


Figura 67 - Bordi esposti al fuoco nominale e all'aria (un lato esposto al fuoco)

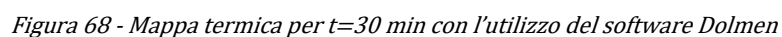
[illegible]

Tabella 8 - Mappa termica per $t=30$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

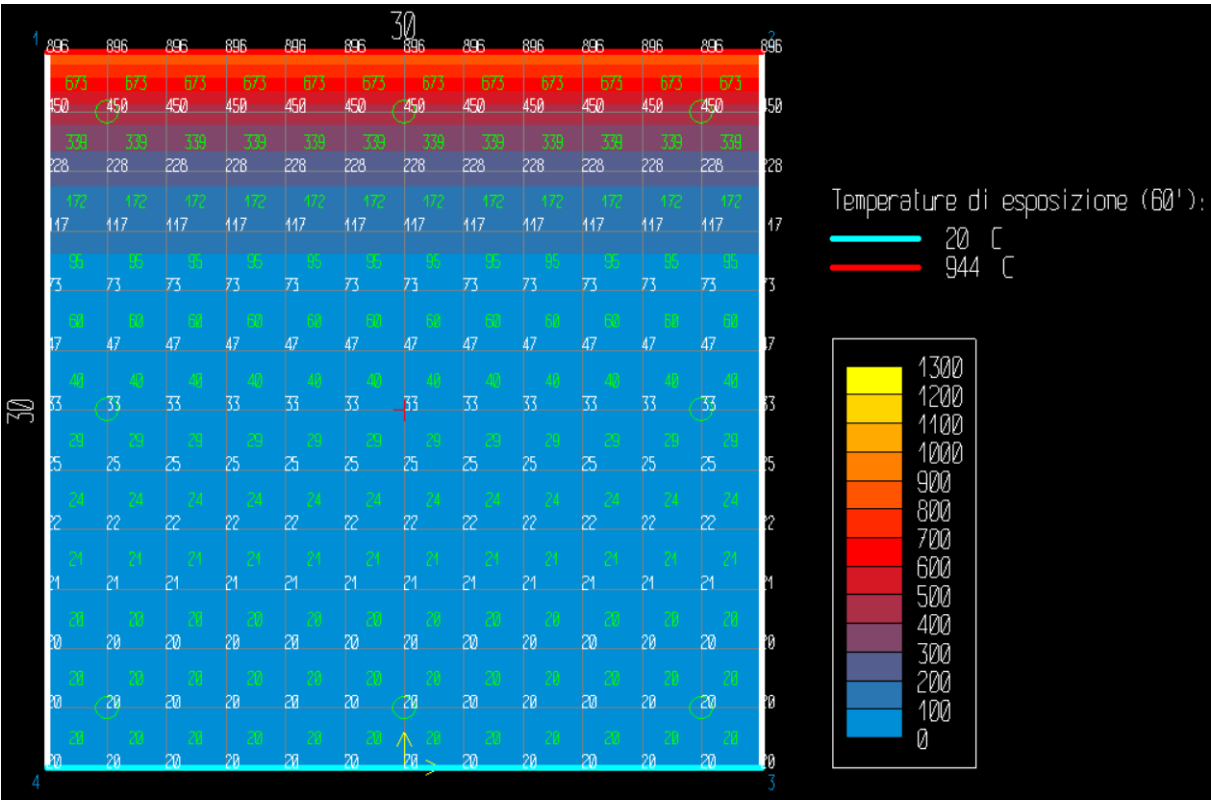


Figura 69 -Mappa termica per t=60 min con l'utilizzo del software Dolmen

627.9	627.9	627.9	627.9	627.9	627.9	627.9	627.9	627.9	627.9	627.9	627.9
315.4	315.4	315.4	315.4	315.4	315.4	315.4	315.4	315.4	315.4	315.4	315.4
163.5	163.5	163.5	163.5	163.5	163.5	163.5	163.5	163.5	163.5	163.5	163.5
89.8	89.8	89.8	89.8	89.8	89.8	89.8	89.8	89.8	89.8	89.8	89.8
53.9	53.9	53.9	53.9	53.9	53.9	53.9	53.9	53.9	53.9	53.9	53.9
36.5	36.5	36.5	36.5	36.5	36.5	36.5	36.5	36.5	36.5	36.5	36.5
28.0	28.0	28.0	28.0	28.0	28.0	28.0	28.0	28.0	28.0	28.0	28.0
23.9	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9	23.9
21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9
20.9	20.9	20.9	20.9	20.9	20.9	20.9	20.9	20.9	20.9	20.9	20.9
20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4	20.4
20.2	20.2	20.2	20.2	20.2	20.2	20.2	20.2	20.2	20.2	20.2	20.2

Tabella 9 - Mappa termica per t=60 min con l'utilizzo del codice MATLAB

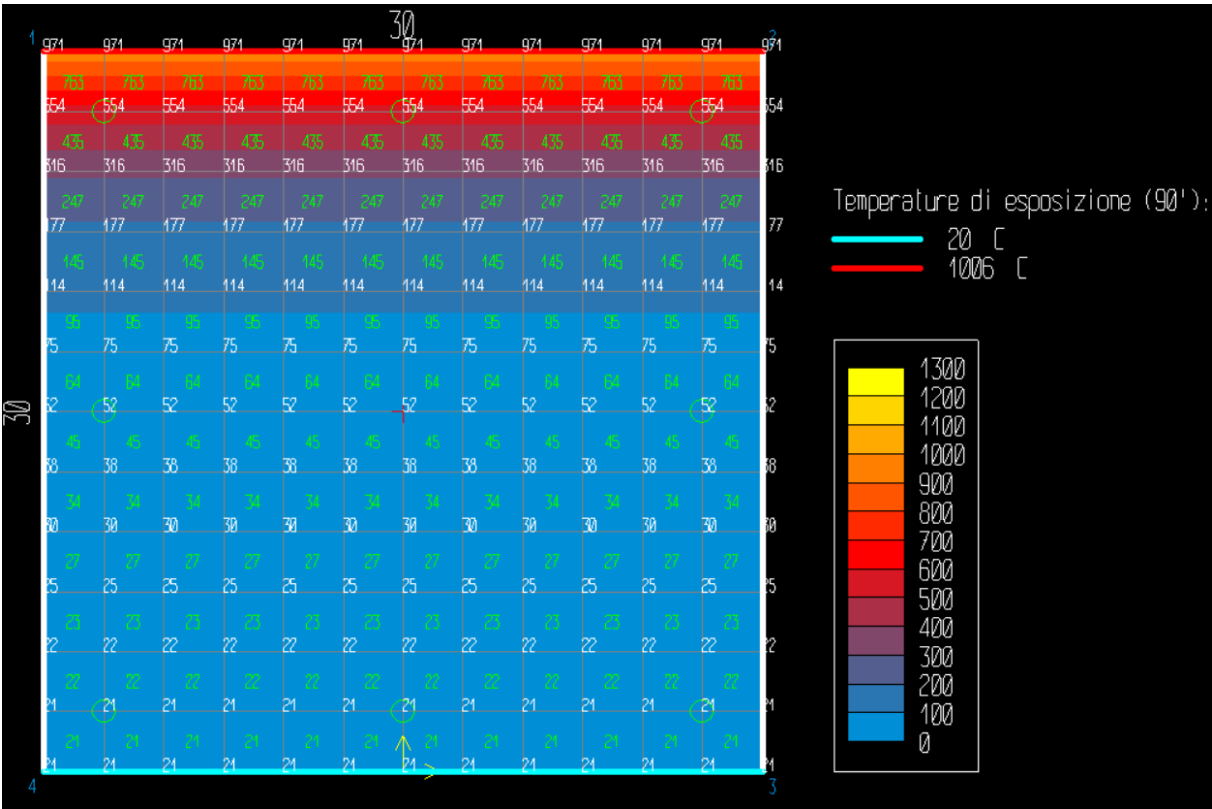


Figura 70 - Mappa termica per $t=90$ min con l'utilizzo del software Dolmen

723.6	723.6	723.6	723.6	723.6	723.6	723.6	723.6	723.6	723.6	723.6	723.6
410.3	410.3	410.3	410.3	410.3	410.3	410.3	410.3	410.3	410.3	410.3	410.3
236.5	236.5	236.5	236.5	236.5	236.5	236.5	236.5	236.5	236.5	236.5	236.5
140.1	140.1	140.1	140.1	140.1	140.1	140.1	140.1	140.1	140.1	140.1	140.1
86.6	86.6	86.6	86.6	86.6	86.6	86.6	86.6	86.6	86.6	86.6	86.6
57.0	57.0	57.0	57.0	57.0	57.0	57.0	57.0	57.0	57.0	57.0	57.0
40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5
31.4	31.4	31.4	31.4	31.4	31.4	31.4	31.4	31.4	31.4	31.4	31.4
26.3	26.3	26.3	26.3	26.3	26.3	26.3	26.3	26.3	26.3	26.3	26.3
23.5	23.5	23.5	23.5	23.5	23.5	23.5	23.5	23.5	23.5	23.5	23.5
21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9	21.9
21.1	21.1	21.1	21.1	21.1	21.1	21.1	21.1	21.1	21.1	21.1	21.1

Tabella 10 - Mappa termica per $t=90$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

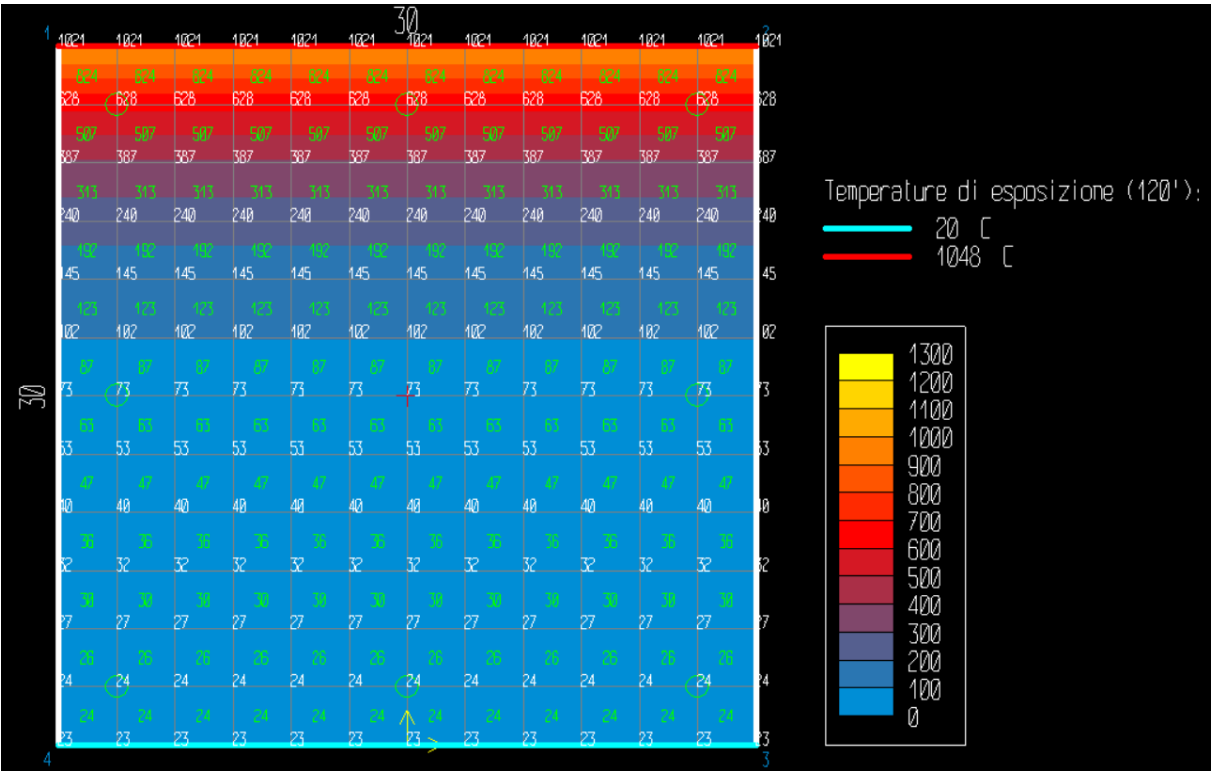
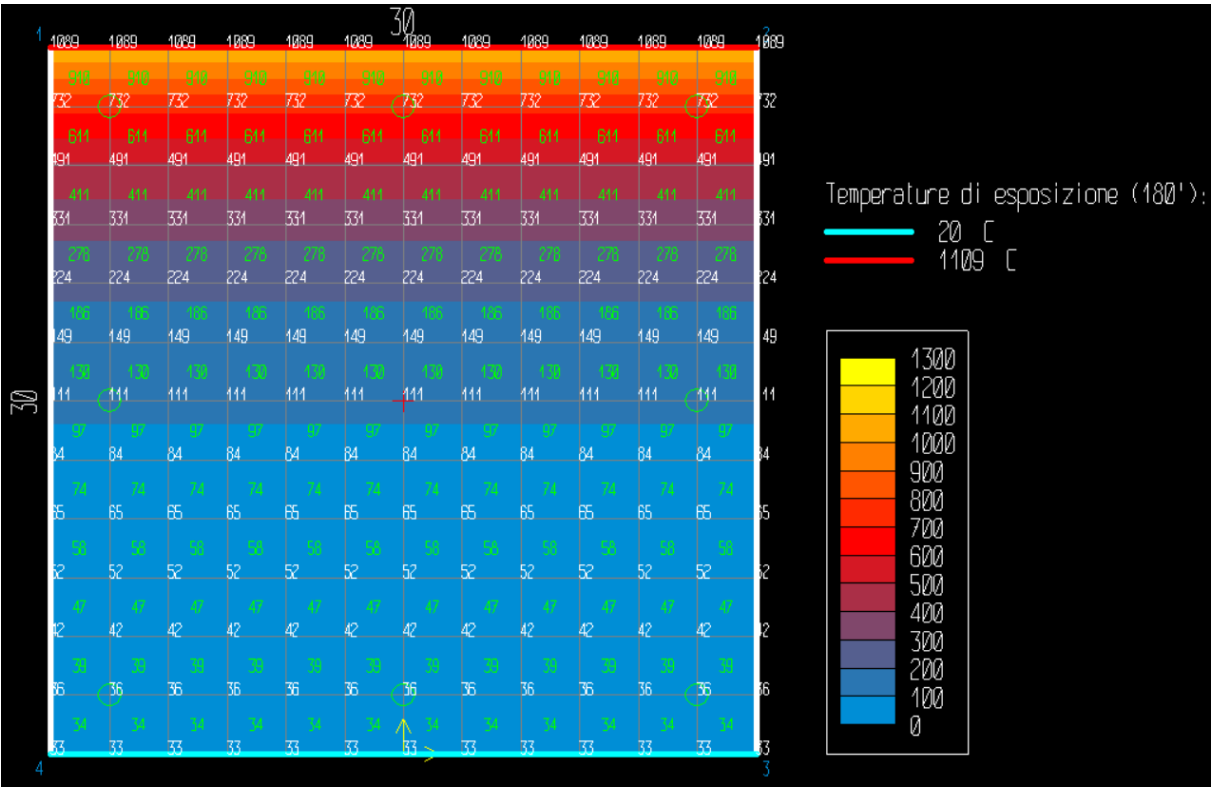


Figura 71 -Mappa termica per t=120 min con l'utilizzo del software Dolmen

789.6	789.6	789.6	789.6	789.6	789.6	789.6	789.6	789.6	789.6	789.6	789.6
482.0	482.0	482.0	482.0	482.0	482.0	482.0	482.0	482.0	482.0	482.0	482.0
297.3	297.3	297.3	297.3	297.3	297.3	297.3	297.3	297.3	297.3	297.3	297.3
186.5	186.5	186.5	186.5	186.5	186.5	186.5	186.5	186.5	186.5	186.5	186.5
119.9	119.9	119.9	119.9	119.9	119.9	119.9	119.9	119.9	119.9	119.9	119.9
80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0	80.0
56.0	56.0	56.0	56.0	56.0	56.0	56.0	56.0	56.0	56.0	56.0	56.0
41.6	41.6	41.6	41.6	41.6	41.6	41.6	41.6	41.6	41.6	41.6	41.6
33.0	33.0	33.0	33.0	33.0	33.0	33.0	33.0	33.0	33.0	33.0	33.0
27.8	27.8	27.8	27.8	27.8	27.8	27.8	27.8	27.8	27.8	27.8	27.8
24.7	24.7	24.7	24.7	24.7	24.7	24.7	24.7	24.7	24.7	24.7	24.7
22.8	22.8	22.8	22.8	22.8	22.8	22.8	22.8	22.8	22.8	22.8	22.8

Tabella 11 -Mappa termica per t=120 min con l'utilizzo del codice MATLAB



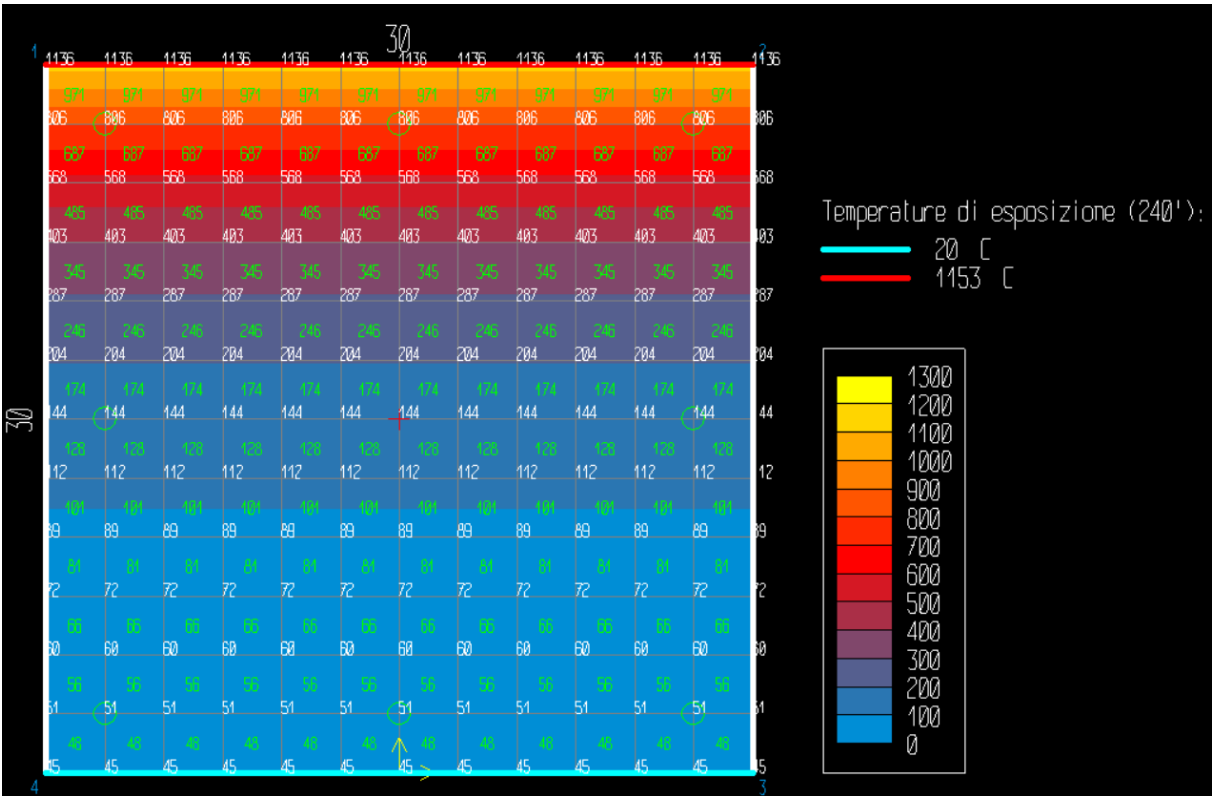


Figura 73 - Mappa termica per t=240 min con l'utilizzo del software Dolmen

942.7	942.7	942.7	942.7	942.7	942.7	942.7	942.7	942.7	942.7	942.7	942.7
663.2	663.2	663.2	663.2	663.2	663.2	663.2	663.2	663.2	663.2	663.2	663.2
468.4	468.4	468.4	468.4	468.4	468.4	468.4	468.4	468.4	468.4	468.4	468.4
332.6	332.6	332.6	332.6	332.6	332.6	332.6	332.6	332.6	332.6	332.6	332.6
237.9	237.9	237.9	237.9	237.9	237.9	237.9	237.9	237.9	237.9	237.9	237.9
171.9	171.9	171.9	171.9	171.9	171.9	171.9	171.9	171.9	171.9	171.9	171.9
125.9	125.9	125.9	125.9	125.9	125.9	125.9	125.9	125.9	125.9	125.9	125.9
93.8	93.8	93.8	93.8	93.8	93.8	93.8	93.8	93.8	93.8	93.8	93.8
71.4	71.4	71.4	71.4	71.4	71.4	71.4	71.4	71.4	71.4	71.4	71.4
55.9	55.9	55.9	55.9	55.9	55.9	55.9	55.9	55.9	55.9	55.9	55.9
45.0	45.0	45.0	45.0	45.0	45.0	45.0	45.0	45.0	45.0	45.0	45.0
37.4	37.4	37.4	37.4	37.4	37.4	37.4	37.4	37.4	37.4	37.4	37.4

Tabella 13 - Mappa termica per t=240 min con l'utilizzo del codice MATLAB

Nell’analisi a caldo si calcolano le resistenze mediante l’equazione (2.6). Nella Tabella 3 si sono descritti i fattori di riduzione come variano in funzione della temperatura nella valutazione delle resistenze nel calcestruzzo. Tale legge viene applicata sul software di calcolo Dolmen considerando la normativa EN 1992-1-2 mar 2004 che non varia rispetto a quella del 2023 utilizzata nel codice MATLAB. Di seguito si riportano le interfacce.

Caratteristiche Meccaniche Analisi "a caldo"

☐ EN 1992-1-2 gen 1998 (metodo semplificato) <

Gamma c,fi: Alfa cc,fi:

Aggregato

☒ Siliceo ☐ Calcareo ☐ Leggero

☒ EN 1992-1-2 mar 2004 (metodo semplificato) >

Gamma c,fi: Alfa cc,fi:

Aggregato

☒ Siliceo ☐ Calcareo

Figura 74 - Interfaccia per valutare la legge che lega il coeff. di riduzione alla T

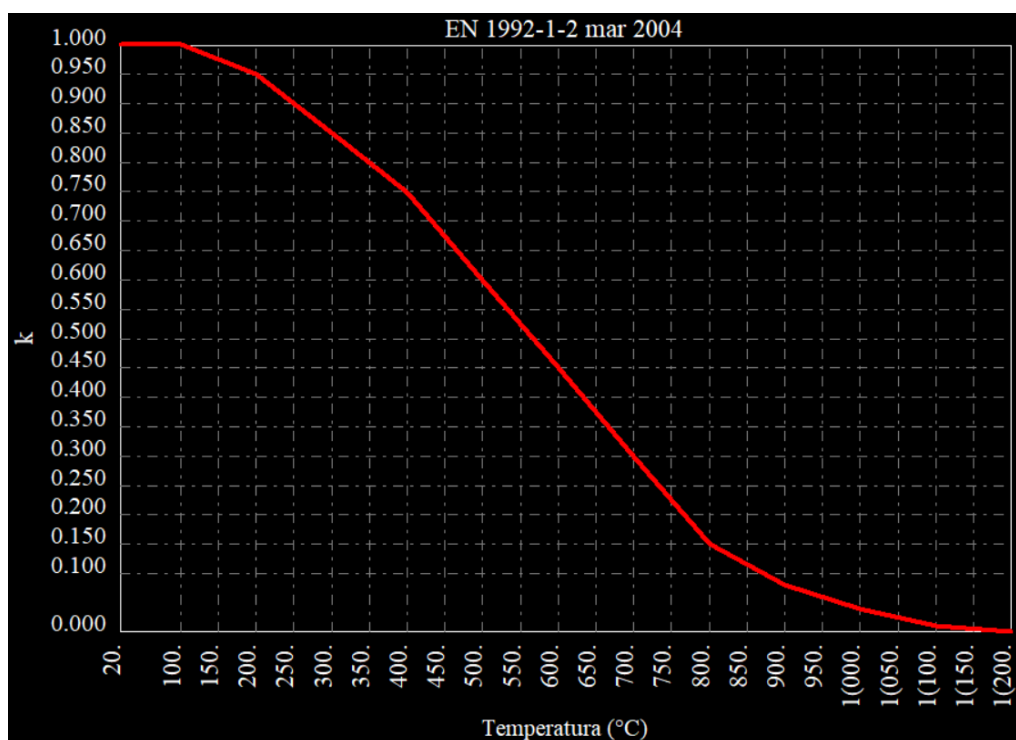


Figura 75 - Legge coeff. di riduzione- T secondo la normativa del 2003

Infine viene effettuata la verifica meccanica mediante il software di calcolo Dolmen, determinando i diagrammi di interazione N-M per ogni tempo di esposizione all'incendio nominale. Tali diagrammi vengono conseguentemente confrontati con quelli ottenuti mediante il codice MATLAB sviluppato.

Come descritto precedentemente, con il codice MATLAB sono state utilizzate le formule semplificate e non l'equazione di Fourier (utilizzata dal software Dolmen) per definire la

mappatura termica interna alla sezione. Per questo motivo la distribuzione della temperatura all'interno della sezione non coincide esattamente con quella calcolata dal software Dolmen.

In particolare, discretizzando la sezione in elementini finiti, ciascun elementino assume una temperatura che dipende dalla posizione all'interno della sezione.

Poiché il software Dolmen calcola la distribuzione reale della temperatura derivante dalla curva nominale di incendio con l'equazione di Fourier, mentre nel codice MATLAB viene adottato un approccio semplificato, le temperature associate ai singoli elementini risultano differenti nei due modelli. Di conseguenza anche i diagrammi di interazione N-M ottenuti possono presentare differenze di esigua entità.

I domini di interazione dipendono dalle resistenze dei materiali, e queste dipendono dalla temperatura. Secondo l'eurocodice 2 i coefficienti di riduzione delle resistenze sono funzione della temperatura (2.6). La Tabella 3 e la Tabella 5 definiscono rispettivamente i coefficienti di riduzione per il calcestruzzo e per l'acciaio in funzione della temperatura. Se la temperatura aumenta, i coefficienti di riduzione diminuiscono ossia le proprietà meccaniche dei materiali degradano. Una diversa distribuzione termica nella sezione comporta una differente distribuzione delle tensioni nei singoli elementini discretizzati. Di conseguenza le risultanti degli sforzi normali e dei momenti flettenti cambiano, determinando variazioni nei diagrammi di interazione N-M ottenuti secondo le condizioni di equilibrio:

$$\begin{cases} N_{Rd} = \int \sigma_z dA \\ M_{Rd,x} = \int \sigma_z \cdot y dA \\ M_{Rd,y} = \int \sigma_z \cdot x dA \end{cases} \quad (3.67)$$

Di seguito si riportano i domini di interazione ottenuti con il codice MATLAB e con il software Dolmen, dal confronto si osserva una buona concordanza dei risultati. Le lievi differenze riscontrate sono principalmente dovute al diverso approccio utilizzato per la valutazione della distribuzione di temperatura all'interno della sezione.

Nonostante tali differenze metodologiche i risultati ottenuti risultano complessivamente coerenti, confermando la validità dell'approccio implementato nel codice MATLAB.

Si nota come i risultati ottenuti con il codice MATLAB sono espressi con lo sforzo normale in [N] e il momento in [kNm], mentre i risultati ottenuti con il software Dolmen sono espressi con lo sforzo normale in [daN] e il momento in [daNm].

I grafici riportati non considerano le deformazioni impresse.

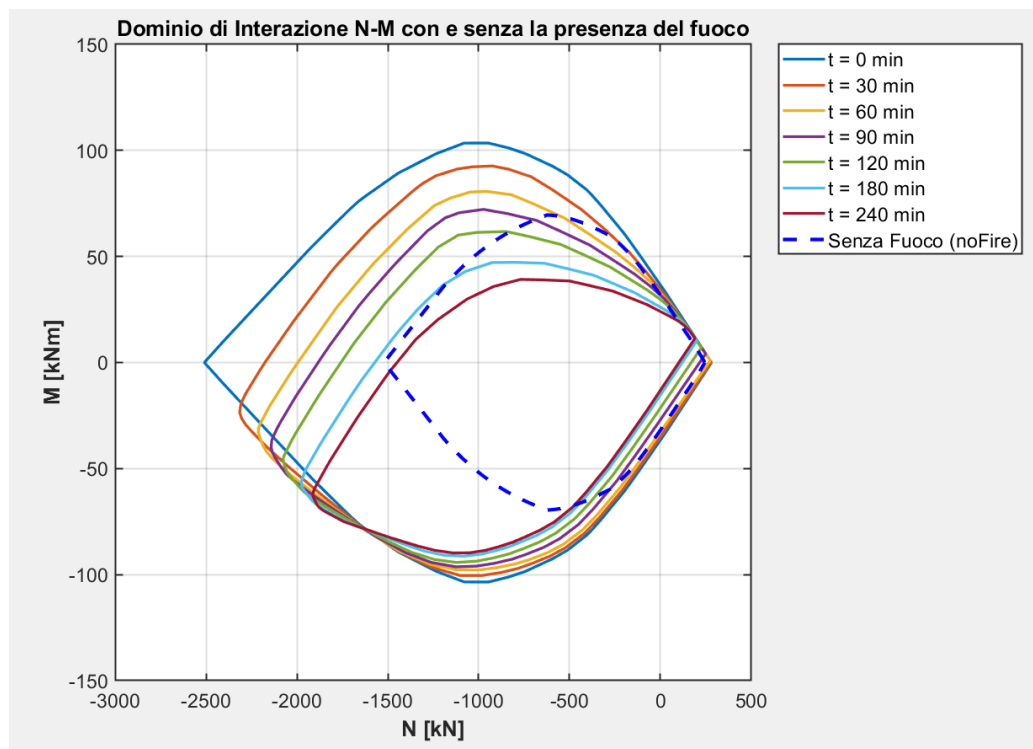


Figura 76 - Dominio di interazione $N-M_x$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Codice MATLAB

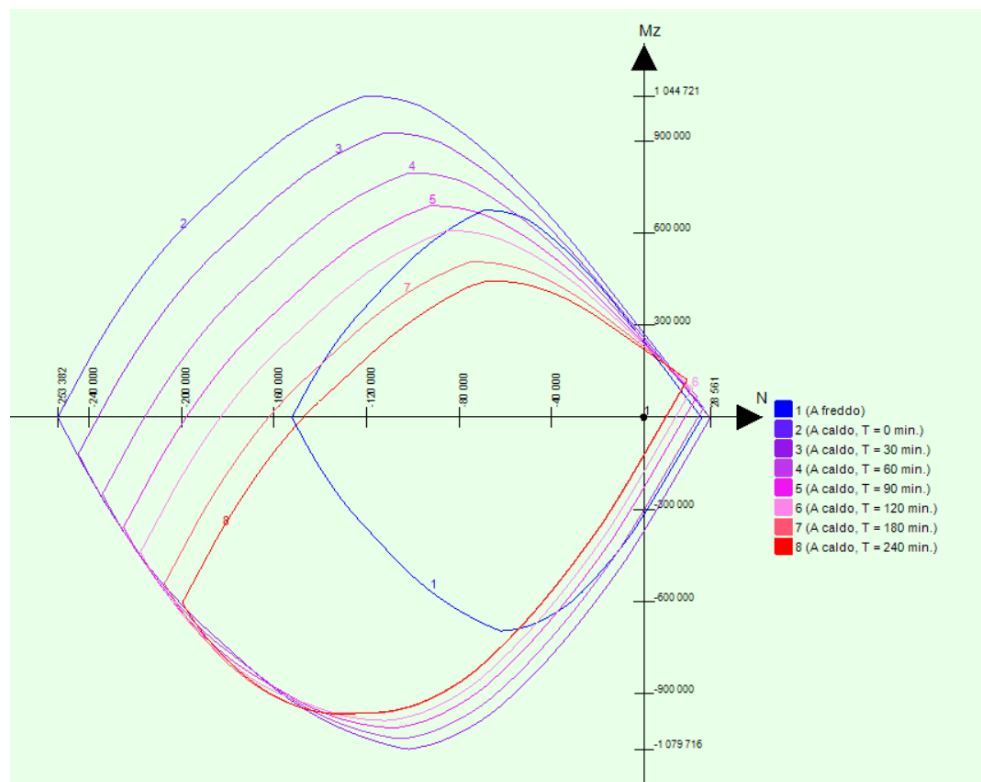


Figura 77 - Dominio di interazione $N-M_x$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Software Dolmen

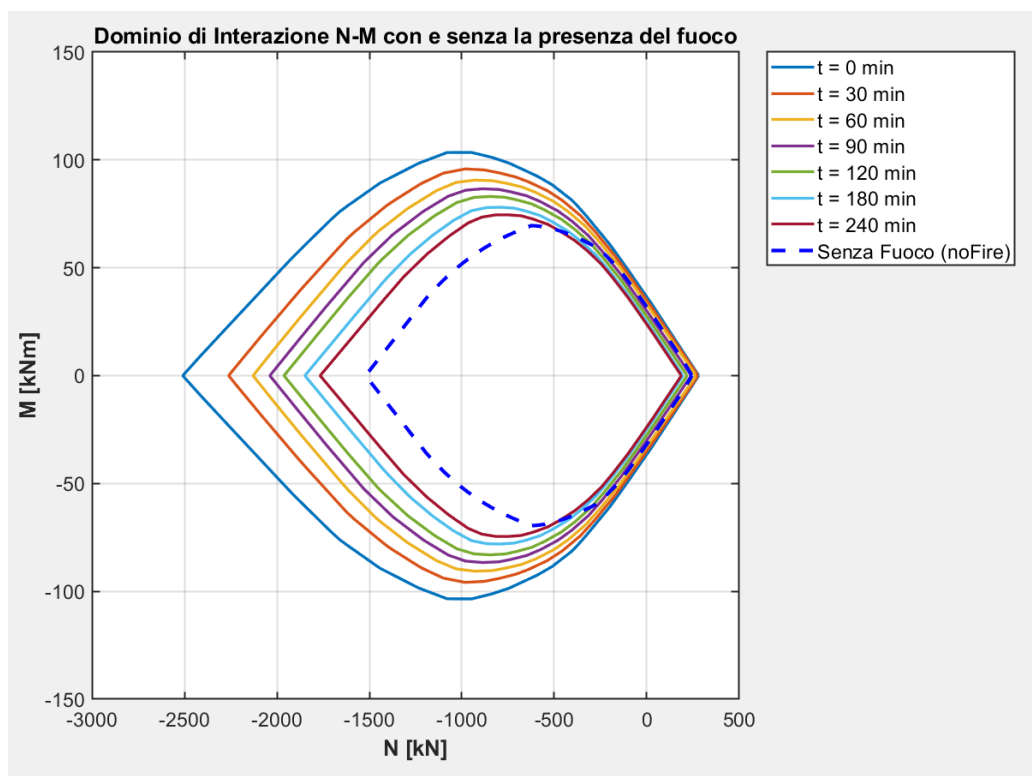


Figura 78 - Dominio di interazione $N-M_y$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Codice MATLAB

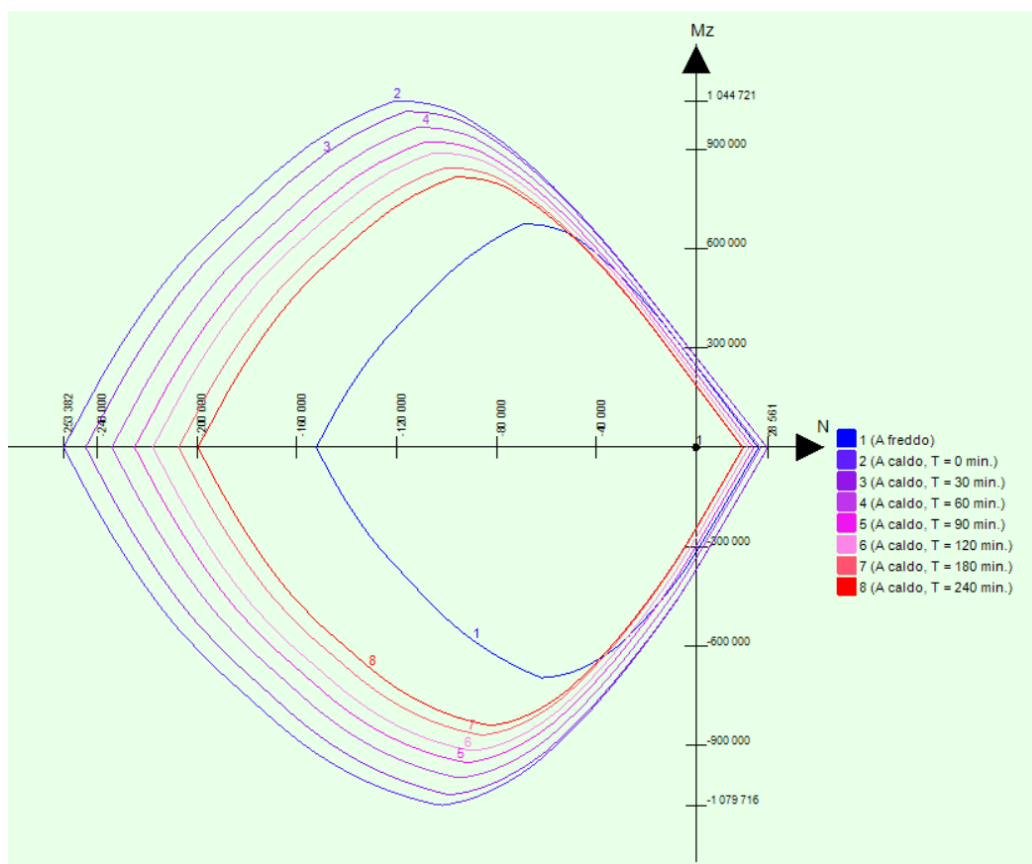


Figura 79 - Dominio di interazione $N-M_y$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Software Dolmen

3.2.4.2 due lati opposti esposti

Nel capitolo 3.2.4 - *Verifica del codice MATLAB con il software di calcolo Dolmen* sono state definite le caratteristiche meccaniche e termiche da implementare sul software Dolmen nonché la geometria della sezione. Tali condizioni rimangono invariate e si modifica solamente il contorno esposto al fuoco. In particolare il sottoparagrafo 3.2.4.1 era inerente a una sezione con un solo lato esposto al fuoco, mentre in quello seguente si analizza la sezione esposta su 2 lati opposti.

La Figura 80 descrive i lati esposti al fuoco della sezione con l'utilizzo del software di calcolo Dolmen.

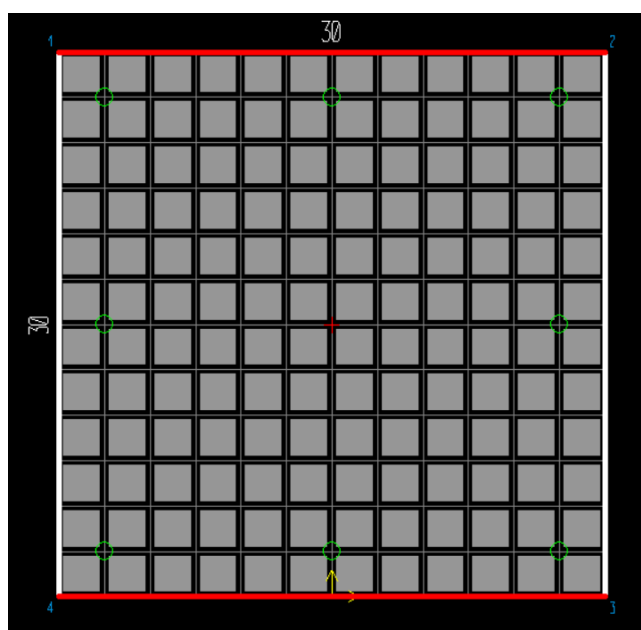


Figura 80 - Sezione esposta su 2 lati opposti

Di seguito si descrive la mappatura termica ottenuta con il software di calcolo Dolmen e con il codice MATLAB.

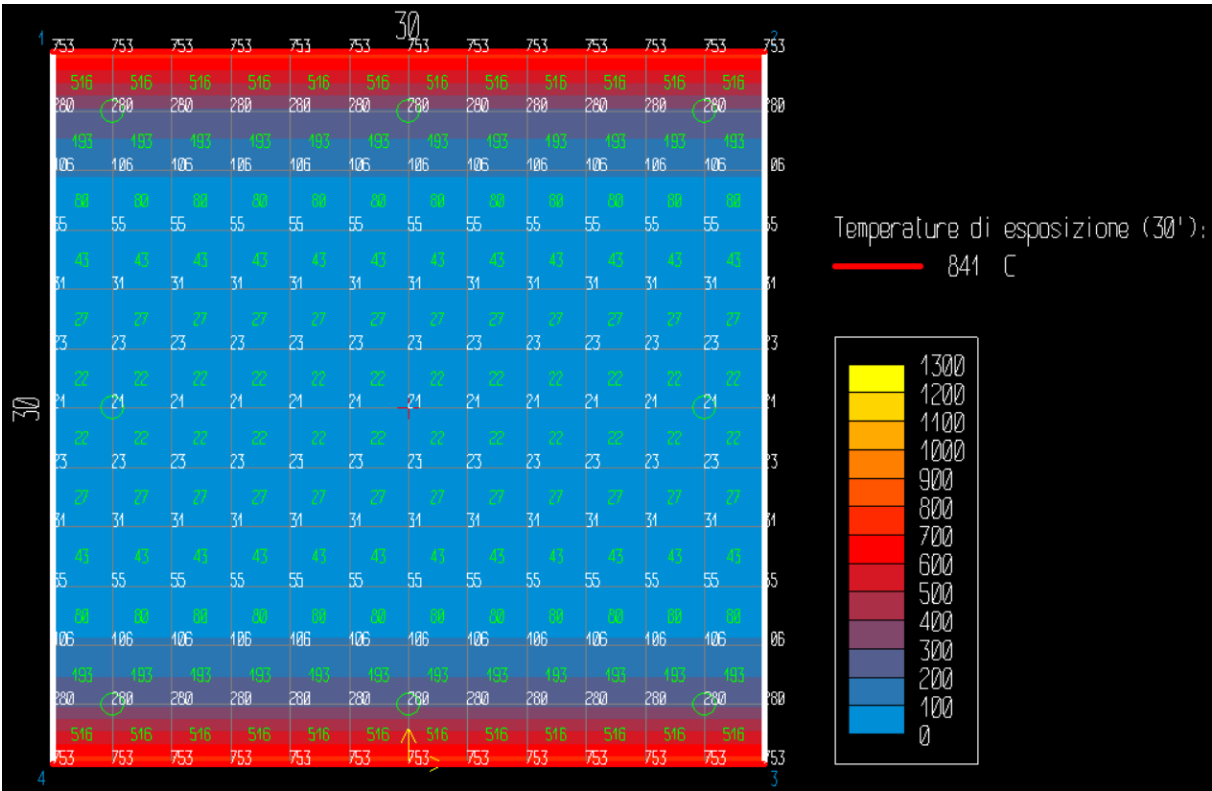


Figura 81 - Mappa termica per t=30 min con l'utilizzo del software Dolmen

455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7
177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0
76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6
40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5
27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7
23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6
23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6	23.6
27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7	27.7
40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5	40.5
76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6	76.6
177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0	177.0
455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7	455.7

Tabella 14 - Mappa termica per t=30 min con l'utilizzo del codice MATLAB

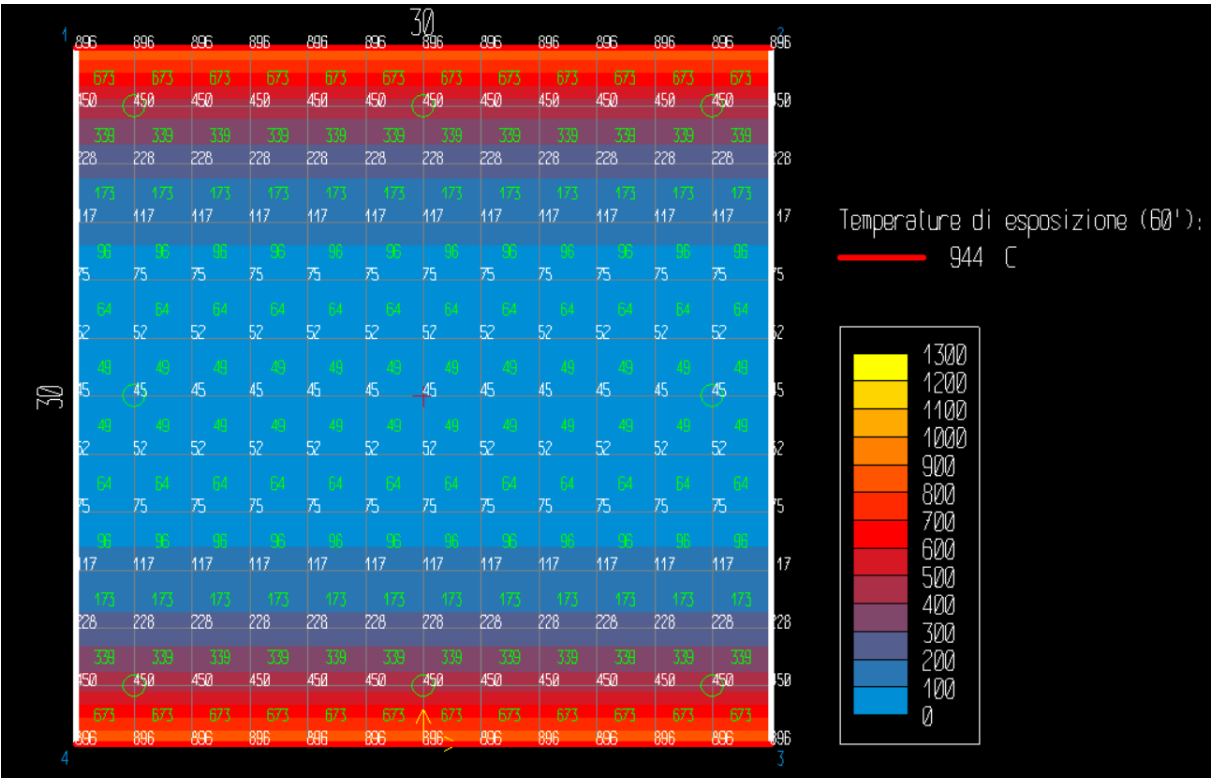


Figura 82 -Mappa termica per t=60 min con l'utilizzo del software Dolmen

628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1
315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8
164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5
91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6
57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8
44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5
44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5	44.5
57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8	57.8
91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6	91.6
164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5	164.5
315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8	315.8
628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1	628.1

Tabella 15 - Mappa termica per t=60 min con l'utilizzo del codice MATLAB

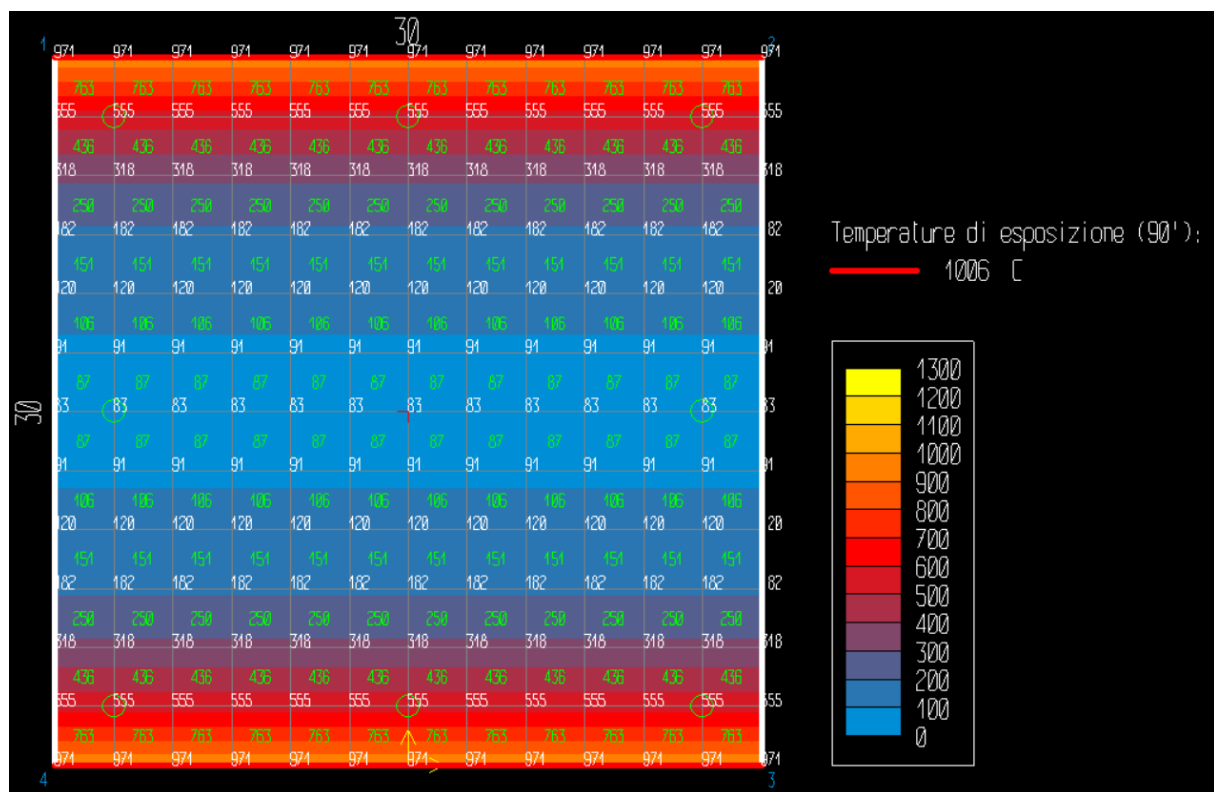


Figura 83 - Mappa termica per $t=90$ min con l'utilizzo del software Dolmen

724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6
412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2
240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0
146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4
98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0
77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5
77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5	77.5
98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0	98.0
146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4	146.4
240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0	240.0
412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2	412.2
724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6	724.6

Tabella 16 - Mappa termica per $t=90$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

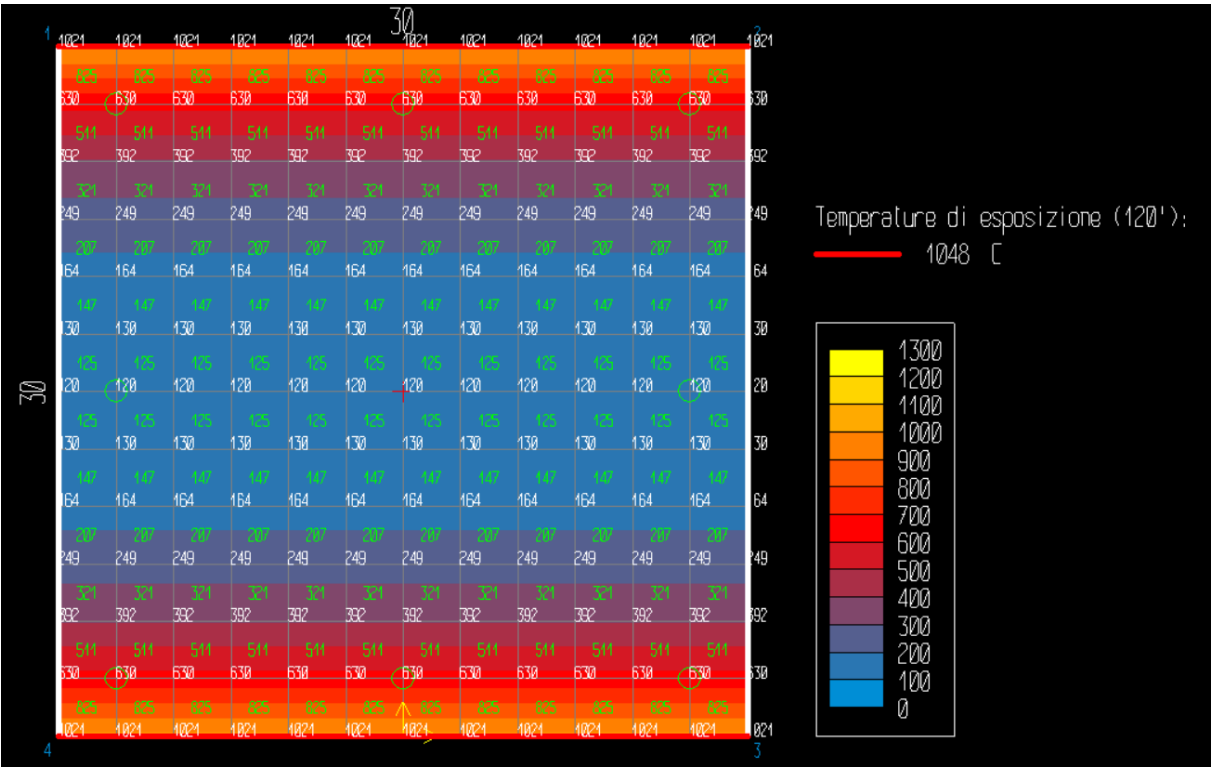


Figura 84 -Mappa termica per t=120 min con l'utilizzo del software Dolmen

792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4
486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7
305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1
199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5
141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6
116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0
116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0	116.0
141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6	141.6
199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5
305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1	305.1
486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7	486.7
792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4	792.4

Tabella 17 -Mappa termica per t=120 min con l'utilizzo del codice MATLAB

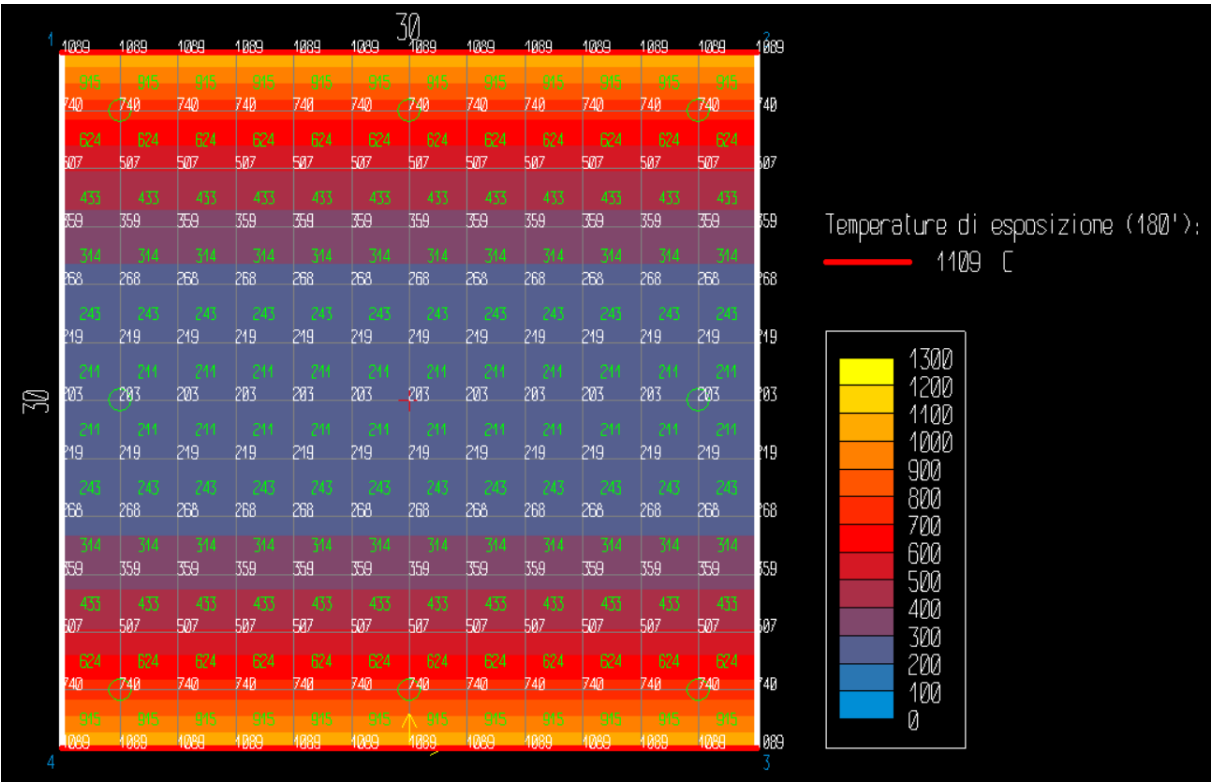


Figura 85 - Mappa termica per t=180 min con l'utilizzo del software Dolmen

889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0
600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4
414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1
297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1
229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0
197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7
197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7	197.7
229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0	229.0
297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1	297.1
414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1	414.1
600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4	600.4
889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0	889.0

Tabella 18 - Mappa termica per t=180 min con l'utilizzo del codice MATLAB

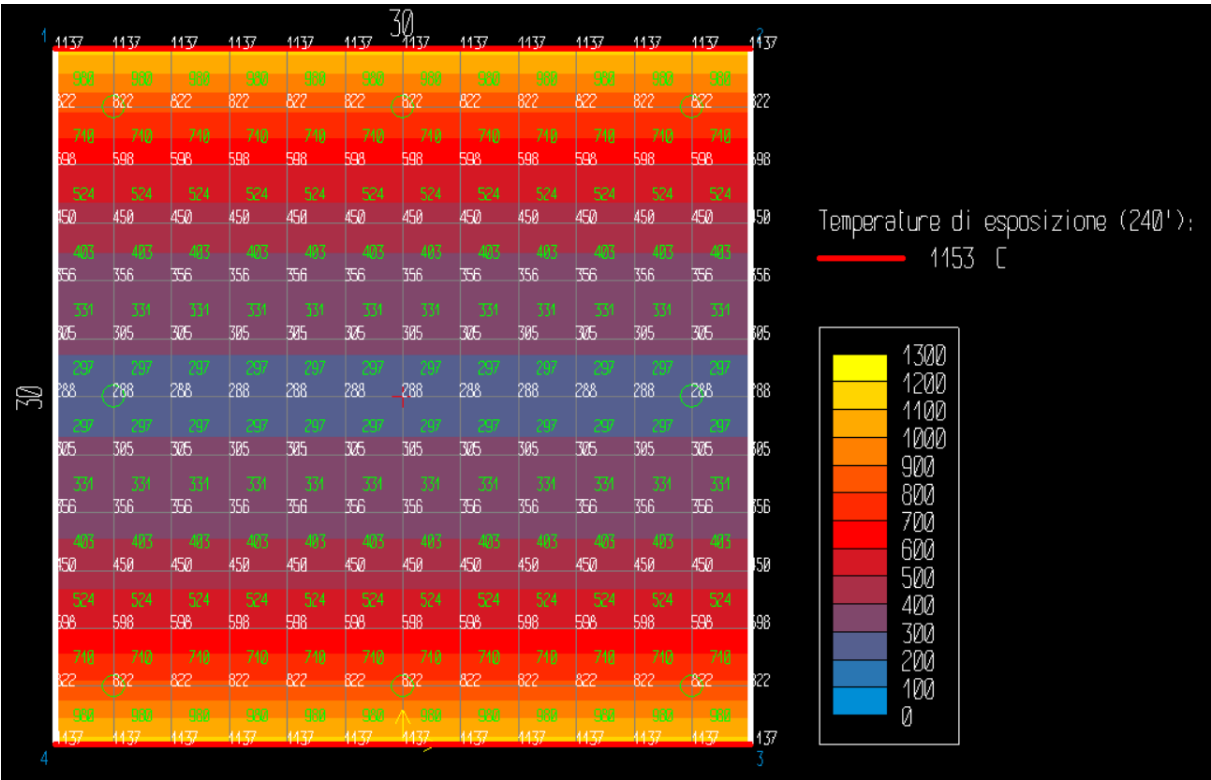


Figura 86 - Mappa termica per t=240 min con l'utilizzo del software Dolmen

960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1
688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2
504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2
384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0
311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7
277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8
277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8	277.8
311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7	311.7
384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0	384.0
504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2	504.2
688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2	688.2
960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1	960.1

Tabella 19 - Mappa termica per t=240 min con l'utilizzo del codice MATLAB

Successivamente si riporta il confronto tra i domini di interazione ottenuti senza l’analisi delle deformazioni con il codice MATLAB e con il software di calcolo Dolmen.

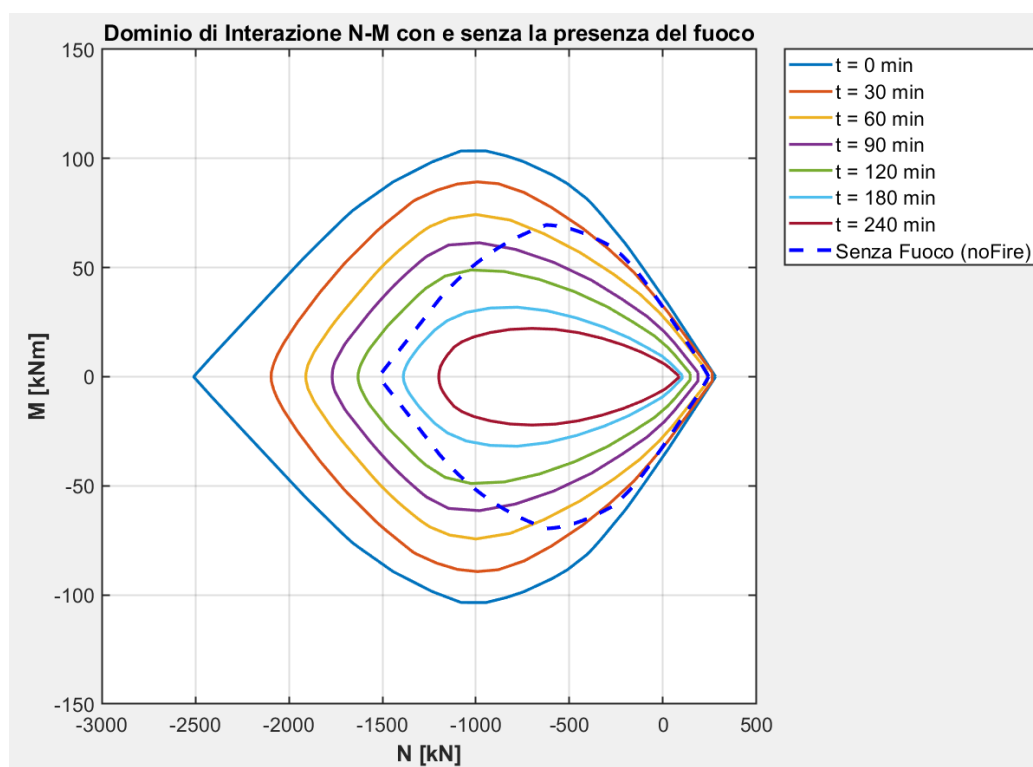


Figura 87 - Dominio di interazione $N-M_x$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Codice MATLAB

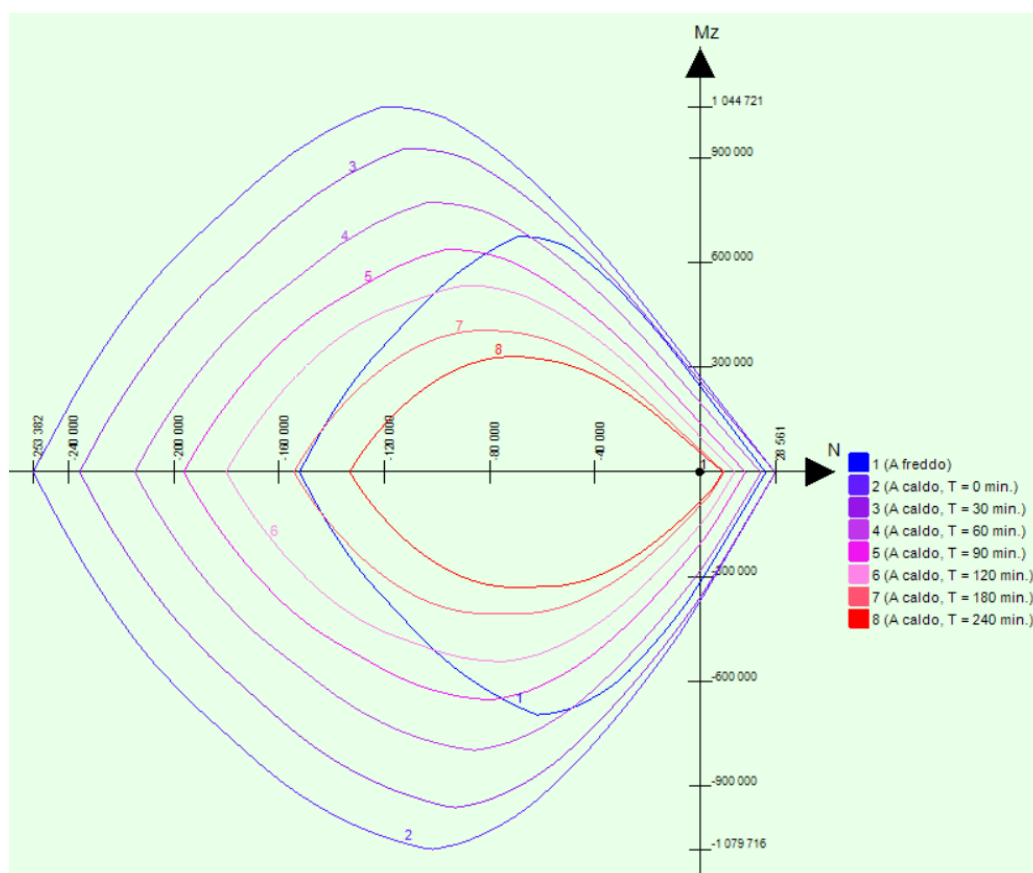


Figura 88 - Dominio di interazione $N-M_x$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Software Dolmen

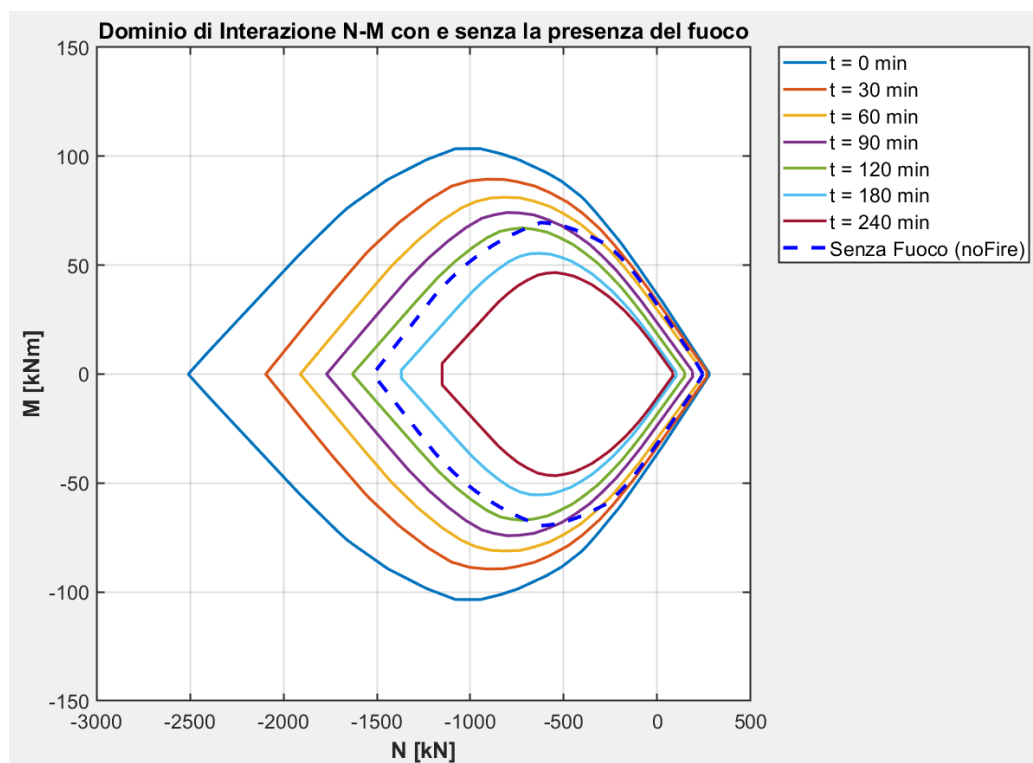


Figura 89 - Dominio di interazione $N-M_y$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Codice MATLAB

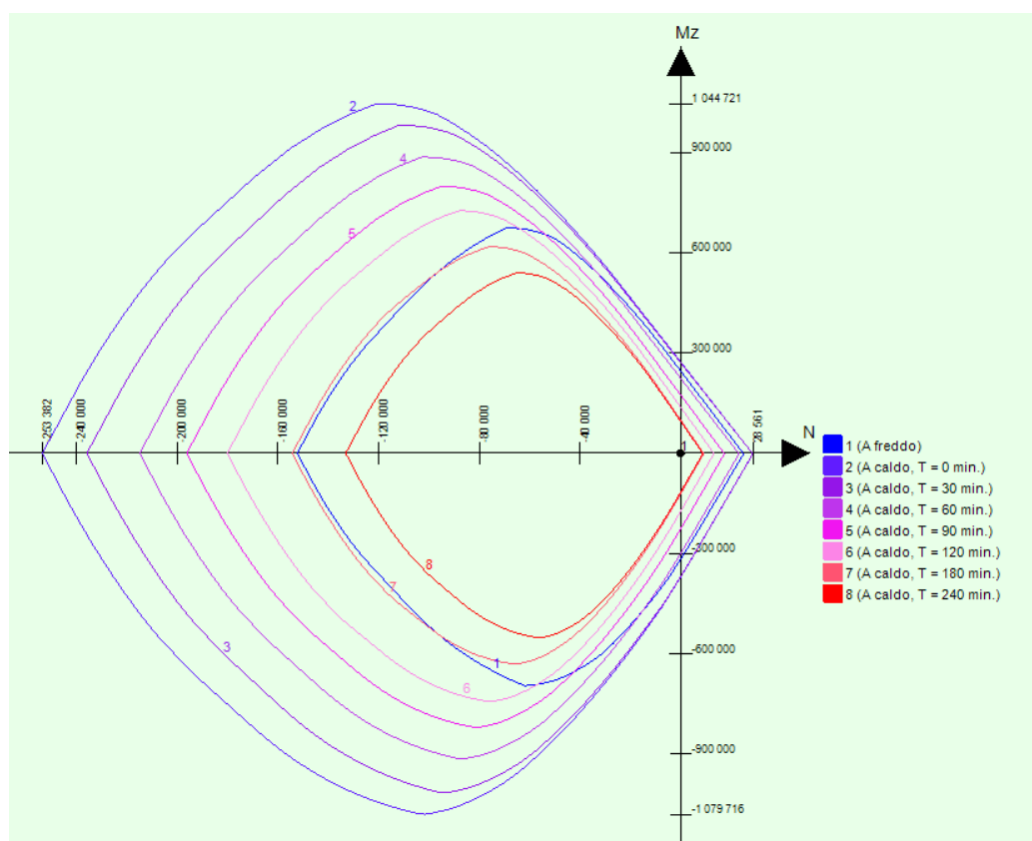


Figura 90 - Dominio di interazione $N-M_y$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Software Dolmen

3.2.4.3 due lati adiacenti esposti

Nel capitolo 3.2.4 - *Verifica del codice MATLAB con il software di calcolo Dolmen* sono state definite le caratteristiche meccaniche e termiche da implementare sul software Dolmen nonché la geometria della sezione. Tali condizioni rimangono invariate e si modifica solamente il contorno esposto al fuoco. In particolare il sottoparagrafo 3.2.4.1 era inerente a una sezione con un solo lato esposto al fuoco, mentre in quello seguente si analizza la sezione esposta su 2 lati adiacenti.

La Figura 91 descrive i lati esposti al fuoco della sezione con l'utilizzo del software di calcolo Dolmen.

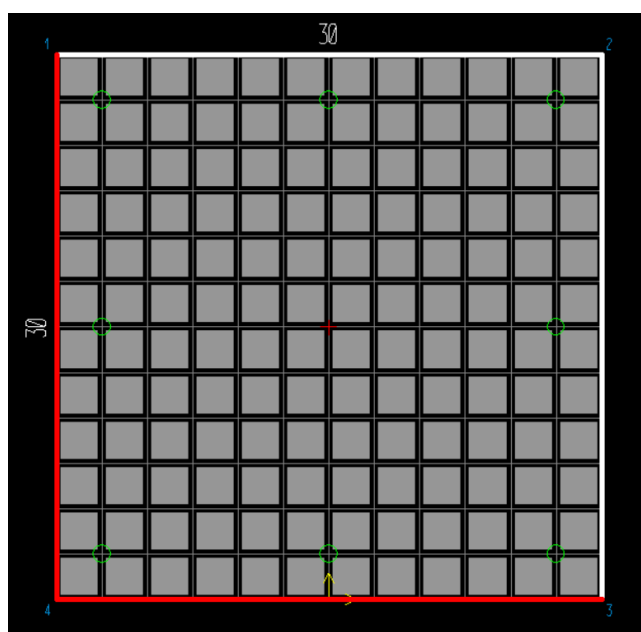


Figura 91 - Sezione esposta su 2 lati adiacenti

Di seguito si descrive la mappatura termica ottenuta con il software di calcolo Dolmen e con il codice MATLAB.

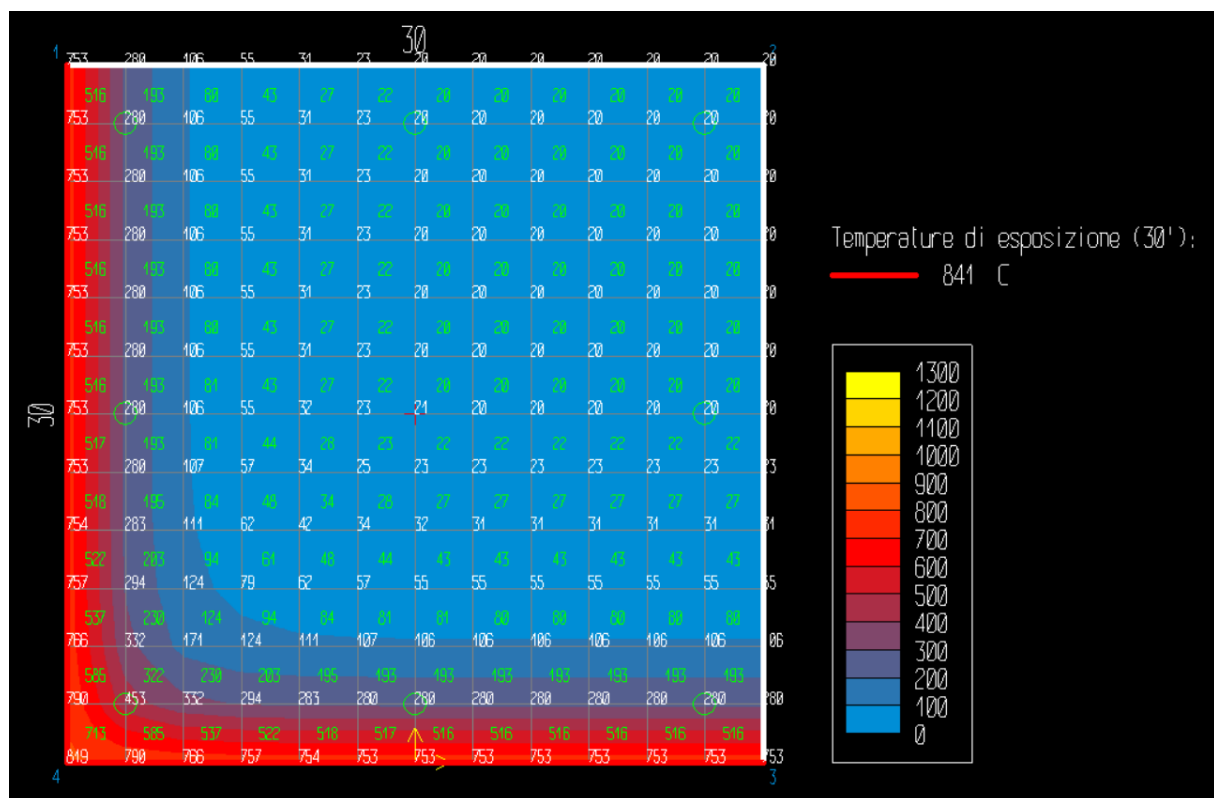


Figura 92 - Mappa termica per $t=30$ min con l'utilizzo del software Dolmen

455.7	177.0	76.6	40.4	27.4	22.7	21.0	20.3	20.1	20.1	20.0	20.0
455.7	177.0	76.6	40.4	27.4	22.7	21.0	20.4	20.1	20.1	20.0	20.0
455.7	177.1	76.6	40.4	27.4	22.7	21.0	20.4	20.2	20.1	20.1	20.1
455.8	177.1	76.7	40.5	27.5	22.8	21.1	20.5	20.2	20.2	20.1	20.1
455.8	177.3	76.9	40.7	27.7	23.0	21.3	20.7	20.5	20.4	20.4	20.3
456.1	177.8	77.5	41.3	28.3	23.6	21.9	21.3	21.1	21.0	21.0	21.0
456.8	179.1	79.0	43.0	30.0	25.3	23.6	23.0	22.8	22.7	22.7	22.7
458.6	182.8	83.4	47.5	34.6	30.0	28.3	27.7	27.5	27.4	27.4	27.4
463.9	193.0	95.4	60.2	47.5	43.0	41.3	40.7	40.5	40.4	40.4	40.4
478.3	221.4	128.8	95.4	83.4	79.0	77.5	76.9	76.7	76.6	76.6	76.6
522.6	300.4	221.4	193.0	182.8	179.1	177.8	177.3	177.1	177.1	177.0	177.0
675.2	522.6	478.3	463.9	458.6	456.8	456.1	455.8	455.8	455.7	455.7	455.7

Tabella 20 - Mappa termica per $t=30$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

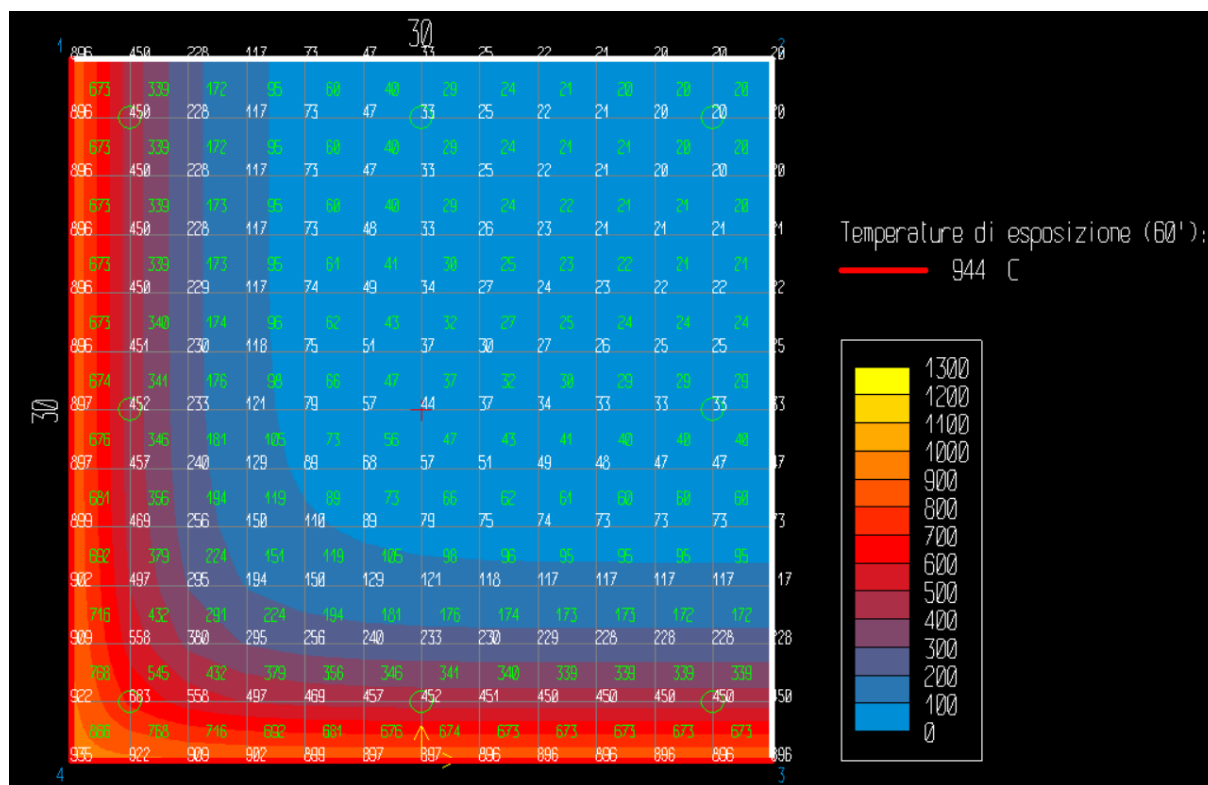


Figura 93 -Mappa termica per t=60 min con l'utilizzo del software Dolmen

627.9	315.5	163.7	89.9	54.1	36.7	28.2	24.1	22.1	21.1	20.7	20.4
628.0	315.7	163.9	90.2	54.3	36.9	28.4	24.3	22.3	21.4	20.9	20.7
628.2	316.0	164.3	90.6	54.8	37.4	28.9	24.8	22.8	21.8	21.4	21.1
628.5	316.6	165.1	91.5	55.7	38.3	29.9	25.8	23.8	22.8	22.3	22.1
629.1	318.0	166.8	93.3	57.6	40.3	31.9	27.8	25.8	24.8	24.3	24.1
630.3	320.7	170.2	97.1	61.6	44.3	35.9	31.9	29.9	28.9	28.4	28.2
632.9	326.3	177.3	104.9	69.7	52.6	44.3	40.3	38.3	37.4	36.9	36.7
638.1	337.8	191.9	120.9	86.5	69.7	61.6	57.6	55.7	54.8	54.3	54.1
649.0	361.5	221.8	153.9	120.9	104.9	97.1	93.3	91.5	90.6	90.2	89.9
671.4	410.3	283.5	221.8	191.9	177.3	170.2	166.8	165.1	164.3	163.9	163.7
719.7	510.9	410.3	361.5	337.8	326.3	320.7	318.0	316.6	316.0	315.7	315.5
837.2	719.7	671.4	649.0	638.1	632.9	630.3	629.1	628.5	628.2	628.0	627.9

Tabella 21 - Mappa termica per t=60 min con l'utilizzo del codice MATLAB

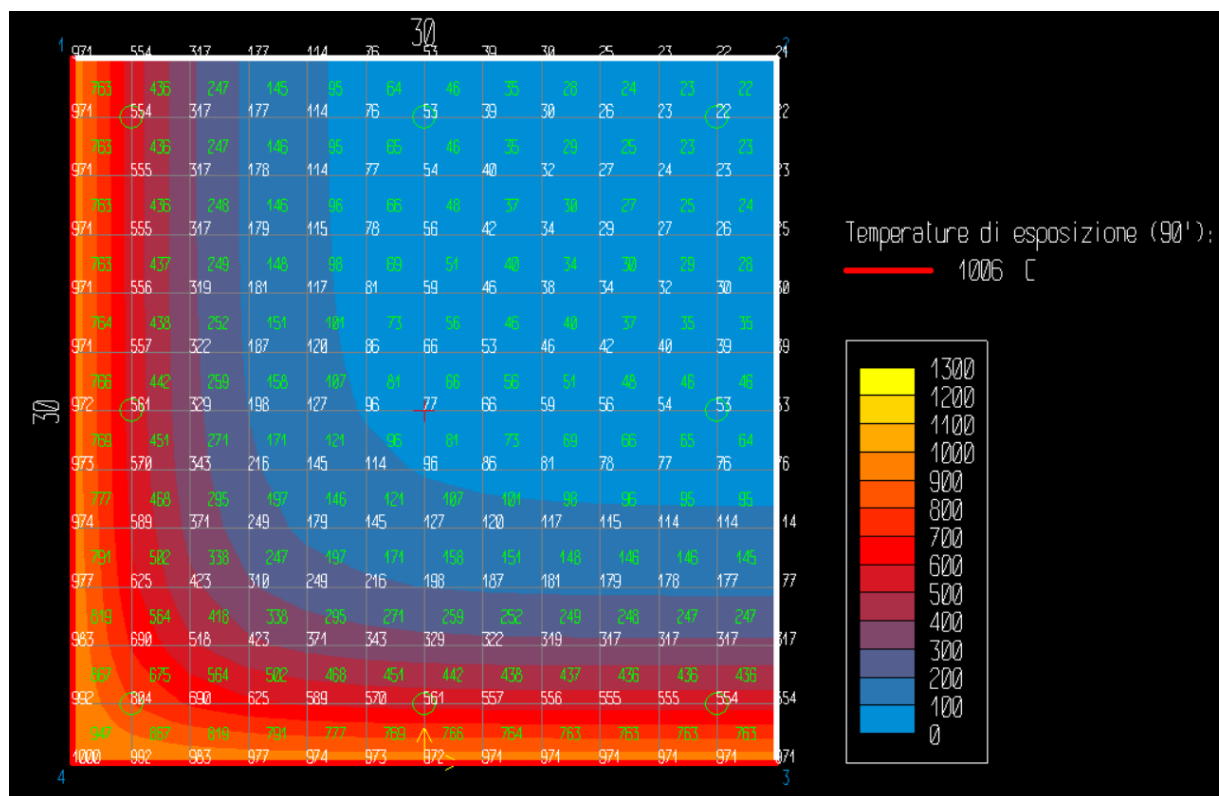
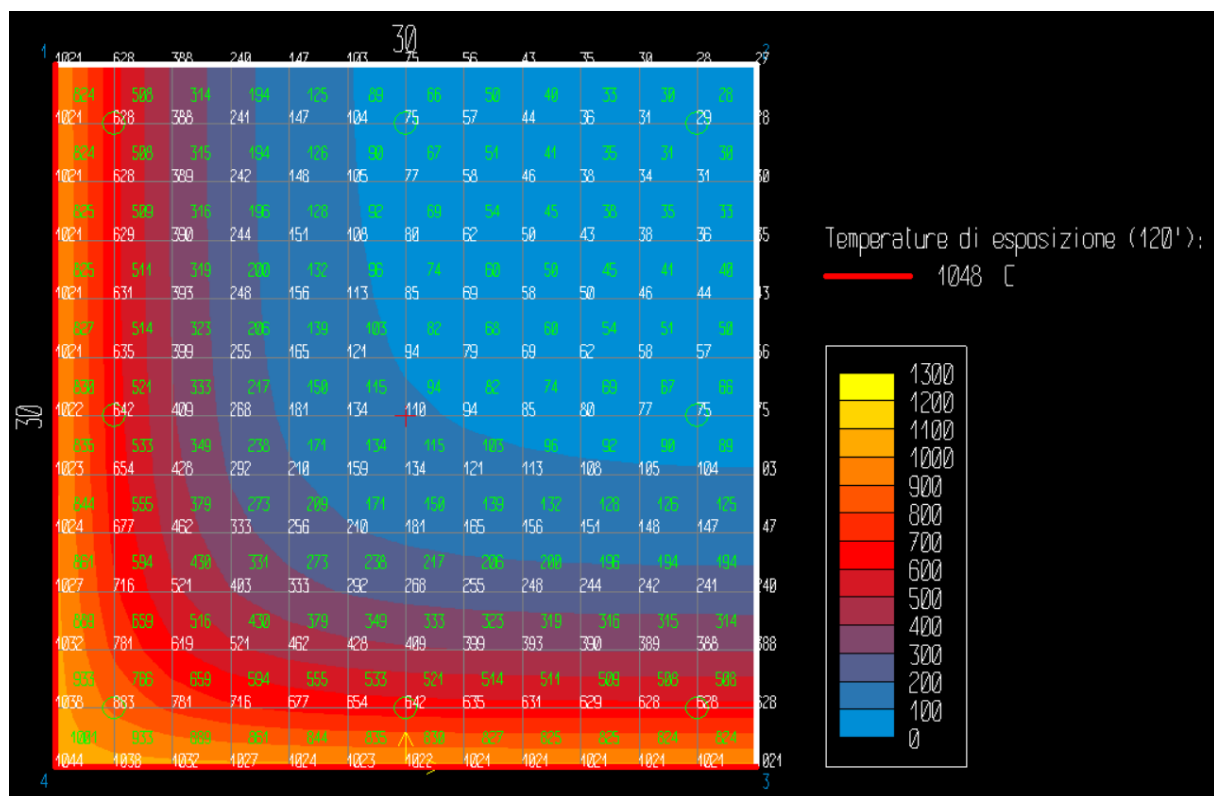


Figura 94 - Mappa termica per $t=90$ min con l'utilizzo del software Dolmen

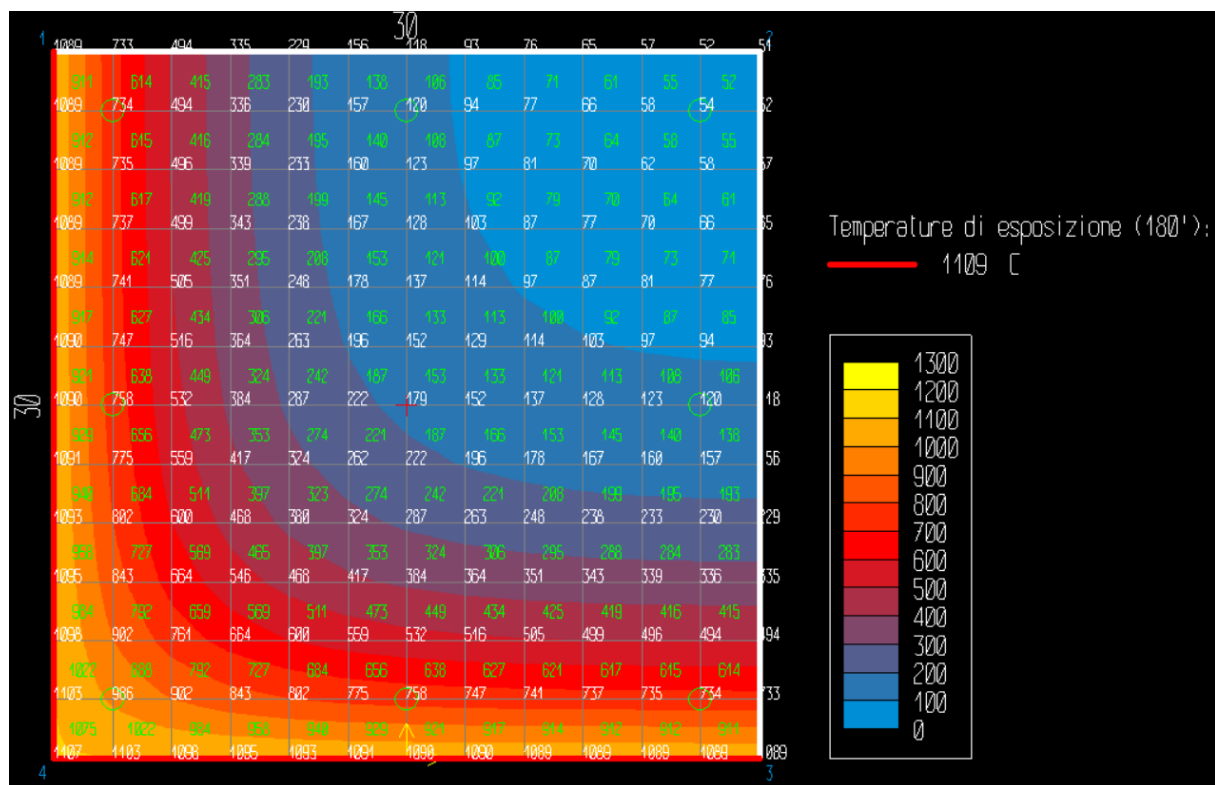
723.8	410.9	237.3	141.0	87.6	58.0	41.6	32.4	27.4	24.6	23.0	22.2
724.0	411.4	238.0	141.8	88.4	58.8	42.4	33.3	28.2	25.4	23.9	23.0
724.4	412.3	239.2	143.2	89.9	60.3	43.9	34.8	29.8	27.0	25.4	24.6
725.2	414.0	241.4	145.6	92.5	63.0	46.7	37.6	32.6	29.8	28.2	27.4
726.5	417.0	245.3	150.0	97.2	67.9	51.6	42.6	37.6	34.8	33.3	32.4
728.8	422.3	252.3	158.0	105.7	76.7	60.6	51.6	46.7	43.9	42.4	41.6
733.0	432.0	265.0	172.4	121.0	92.5	76.7	67.9	63.0	60.3	58.8	58.0
740.6	449.4	287.9	198.3	148.6	121.0	105.7	97.2	92.5	89.9	88.4	87.6
758.7	484.0	331.0	245.6	198.3	172.4	158.0	150.0	145.6	143.2	141.8	141.0
792.4	547.0	409.2	331.0	287.9	265.0	252.3	245.3	241.4	239.2	238.0	237.3
845.8	655.5	547.0	484.0	449.4	432.0	422.3	417.0	414.0	412.3	411.4	410.9
934.8	845.8	792.4	758.7	740.6	733.0	728.8	726.5	725.2	724.4	724.0	723.8

Tabella 22 - Mappa termica per $t=90$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Figura 95 -Mappa termica per $t=120$ min con l'utilizzo del software Dolmen

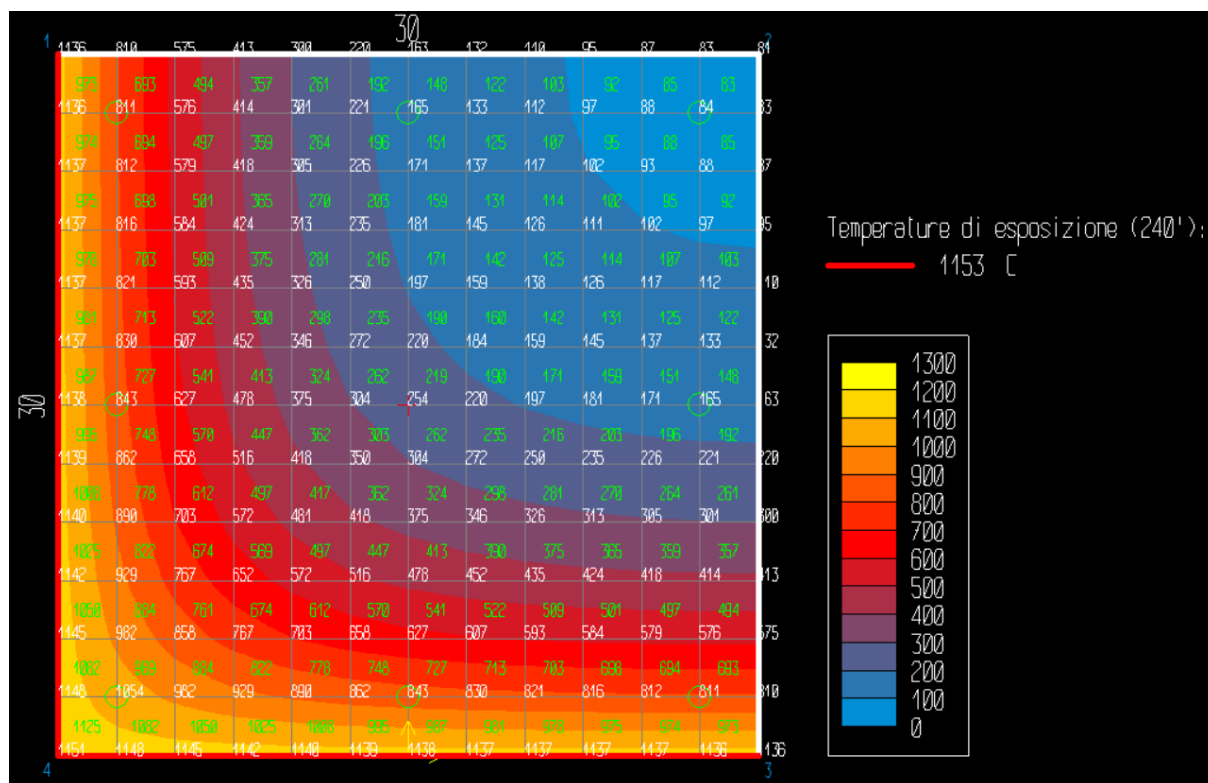
790.2	483.5	299.4	188.8	122.5	82.6	58.7	44.4	35.8	30.6	27.5	25.6
790.6	484.5	300.7	190.4	124.2	84.4	60.5	46.2	37.6	32.4	29.3	27.5
791.4	486.2	303.0	193.0	127.0	87.3	63.5	49.2	40.7	35.5	32.4	30.6
792.5	488.9	306.7	197.3	131.6	92.2	68.5	54.3	45.8	40.7	37.6	35.8
794.5	493.6	312.9	204.5	139.4	100.3	76.9	62.8	54.3	49.2	46.2	44.4
797.7	501.3	323.3	216.5	152.3	113.8	90.7	76.9	68.5	63.5	60.5	58.7
803.1	514.1	340.6	236.4	173.9	136.4	113.8	100.3	92.2	87.3	84.4	82.6
812.1	535.5	369.4	269.7	209.8	173.9	152.3	139.4	131.6	127.0	124.2	122.5
831.0	573.8	419.0	325.6	269.7	236.4	216.5	204.5	197.3	193.0	190.4	188.8
863.8	638.7	502.3	419.0	369.4	340.6	323.3	312.9	306.7	303.0	300.7	299.4
913.2	743.1	638.7	573.8	535.5	514.1	501.3	493.6	488.9	486.2	484.5	483.5
990.3	913.2	863.8	831.0	812.1	803.1	797.7	794.5	792.5	791.4	790.6	790.2

Tabella 23 -Mappa termica per $t=120$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Figura 96 - Mappa termica per $t=180$ min con l'utilizzo del software Dolmen

881.8	591.2	399.5	273.2	189.9	135.0	98.8	75.0	59.2	48.9	42.0	37.5
882.7	593.3	402.5	276.7	193.8	139.1	103.1	79.3	63.6	53.3	46.5	42.0
884.0	596.5	406.9	282.0	199.6	145.3	109.5	85.9	70.3	60.1	53.3	48.9
886.0	601.3	413.7	290.0	208.4	154.7	119.2	95.9	80.5	70.3	63.6	59.2
888.9	608.7	424.0	302.2	221.9	168.9	134.1	111.0	95.9	85.9	79.3	75.0
893.5	619.9	439.5	320.6	242.2	190.6	156.5	134.1	119.2	109.5	103.1	98.8
900.3	636.8	463.1	348.6	273.1	223.4	190.6	168.9	154.7	145.3	139.1	135.0
910.7	662.6	499.0	391.1	320.0	273.1	242.2	221.9	208.4	199.6	193.8	189.9
929.8	704.0	554.7	456.0	391.1	348.6	320.6	302.2	290.0	282.0	276.7	273.2
960.4	767.9	640.0	554.7	499.0	463.1	439.5	424.0	413.7	406.9	402.5	399.5
1003.4	862.4	767.9	704.0	662.6	636.8	619.9	608.7	601.3	596.5	593.3	591.2
1065.2	1003.4	960.4	929.8	910.7	900.3	893.5	888.9	886.0	884.0	882.7	881.8

Tabella 24 - Mappa termica per $t=180$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Figura 97 - Mappa termica per $t=240$ min con l'utilizzo del software Dolmen

945.6	670.5	478.7	345.1	251.9	186.9	141.6	110.1	88.1	72.7	62.0	54.6
946.8	673.7	483.2	350.5	257.9	193.4	148.5	117.1	95.3	80.1	69.4	62.0
948.6	678.2	489.7	358.3	266.7	202.8	158.3	127.3	105.6	90.6	80.1	72.7
951.2	684.7	498.9	369.4	279.2	216.3	172.4	141.8	120.5	105.6	95.3	88.1
954.9	694.1	512.2	385.5	297.1	235.5	192.6	162.7	141.8	127.3	117.1	110.1
960.2	707.5	531.3	408.5	322.9	263.2	221.6	192.6	172.4	158.3	148.5	141.6
967.8	726.7	558.6	441.5	359.8	302.9	263.2	235.5	216.3	202.8	193.4	186.9
978.7	754.3	597.9	488.8	412.8	359.8	322.9	297.1	279.2	266.7	257.9	251.9
997.3	796.0	655.4	557.1	488.8	441.5	408.5	385.5	369.4	358.3	350.5	345.1
1025.8	857.1	738.7	655.4	597.9	558.6	531.3	512.2	498.9	489.7	483.2	478.7
1064.0	942.9	857.1	796.0	754.3	726.7	707.5	694.1	684.7	678.2	673.7	670.5
1116.2	1064.0	1025.8	997.3	978.7	967.8	960.2	954.9	951.2	948.6	946.8	945.6

Tabella 25 - Mappa termica per $t=240$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Successivamente si riporta il confronto tra i domini di interazione ottenuti senza l'analisi delle deformazioni con il codice MATLAB e con il software di calcolo Dolmen.

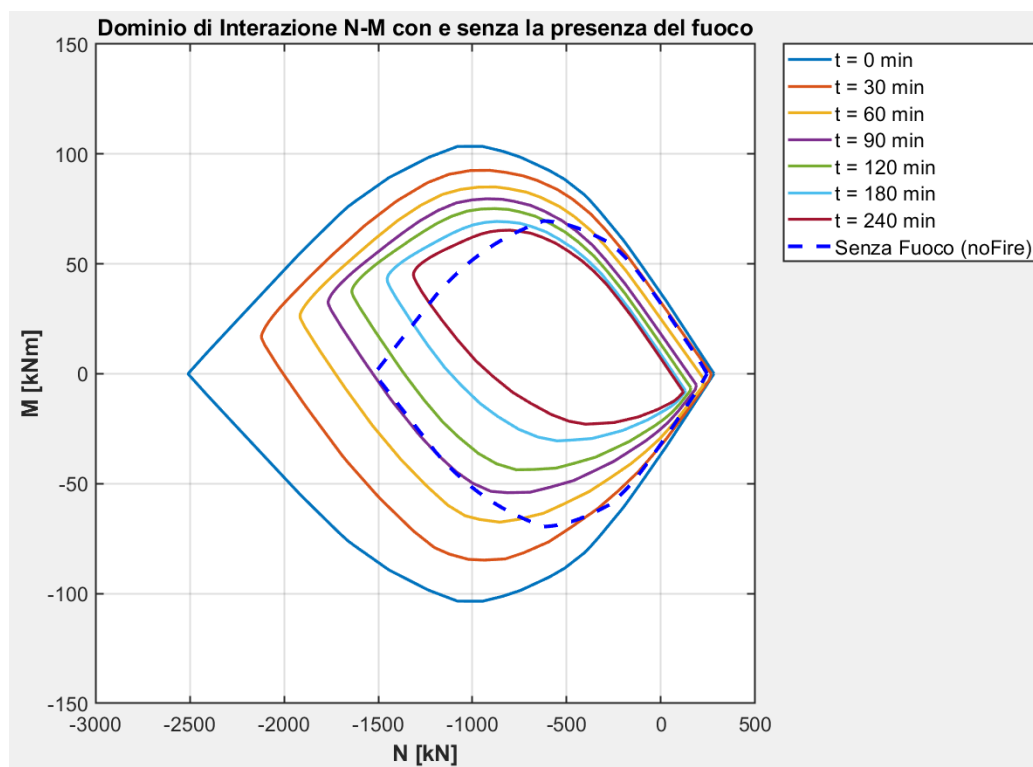


Figura 98 - Dominio di interazione $N-M_x$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Codice MATLAB

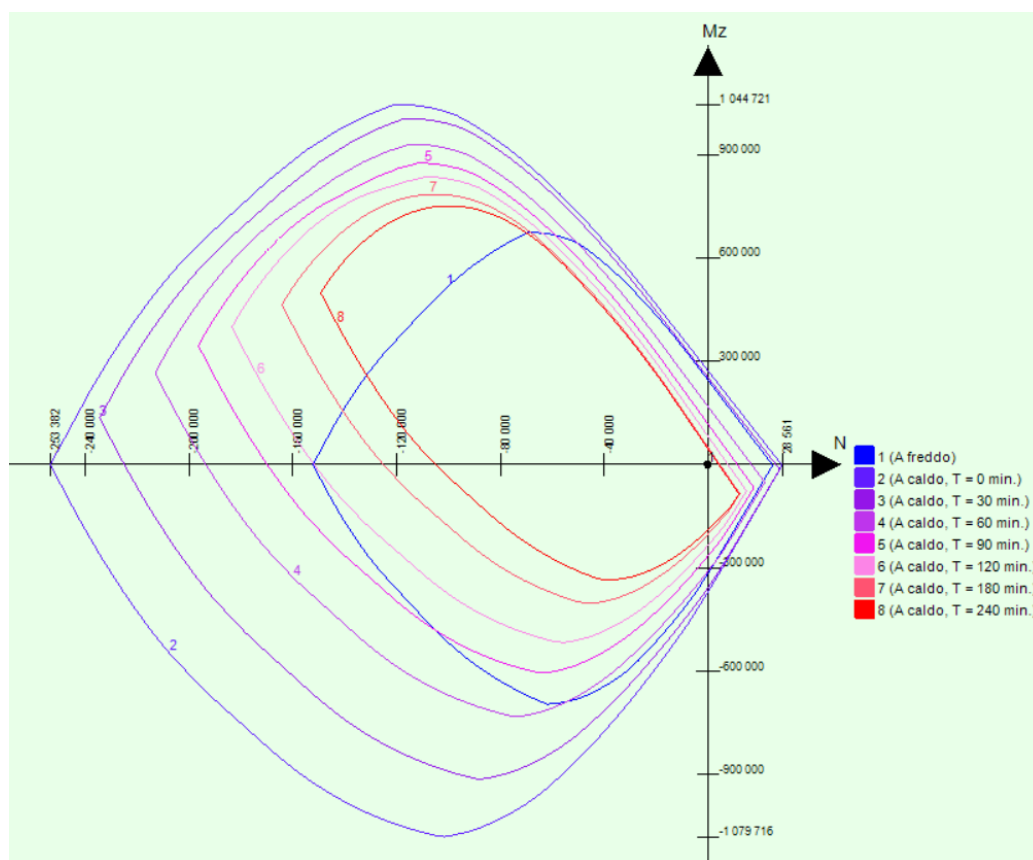


Figura 99 - Dominio di interazione $N-M_x$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Software Dolmen

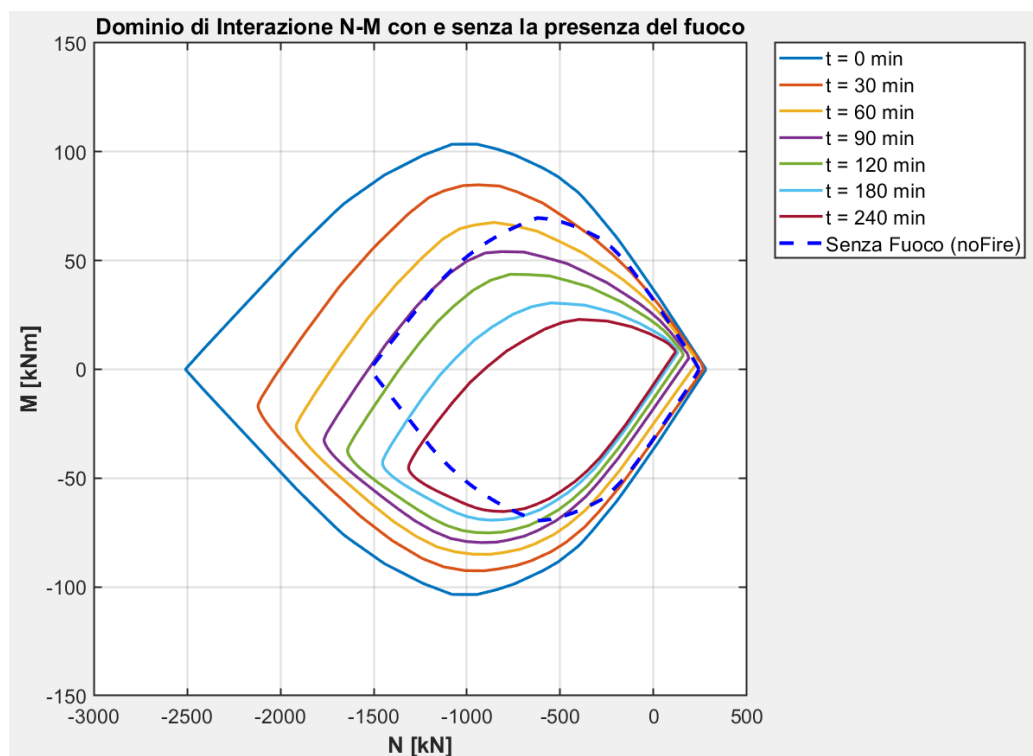


Figura 100 - Dominio di interazione $N-M_y$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Codice MATLAB

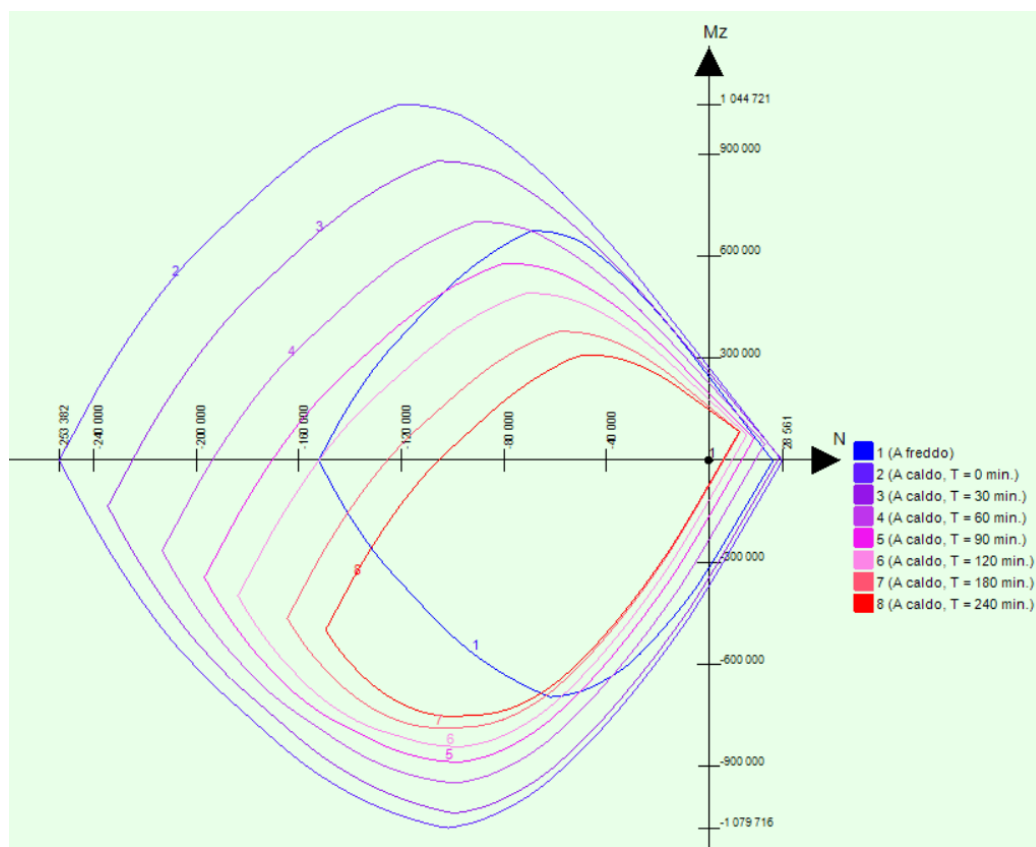


Figura 101 - Dominio di interazione $N-M_y$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Software Dolmen

3.2.4.4 tre lati esposti

Nel capitolo 3.2.4 - *Verifica del codice MATLAB con il software di calcolo Dolmen* sono state definite le caratteristiche meccaniche e termiche da implementare sul software Dolmen nonché la geometria della sezione. Tali condizioni rimangono invariate e si modifica solamente il contorno esposto al fuoco. In particolare il sottoparagrafo 3.2.4.1 era inerente a una sezione con un solo lato esposto al fuoco, mentre in quello seguente si analizza la sezione esposta su 3 lati. La Figura 102 descrive i lati esposti al fuoco della sezione con l'utilizzo del software di calcolo Dolmen.

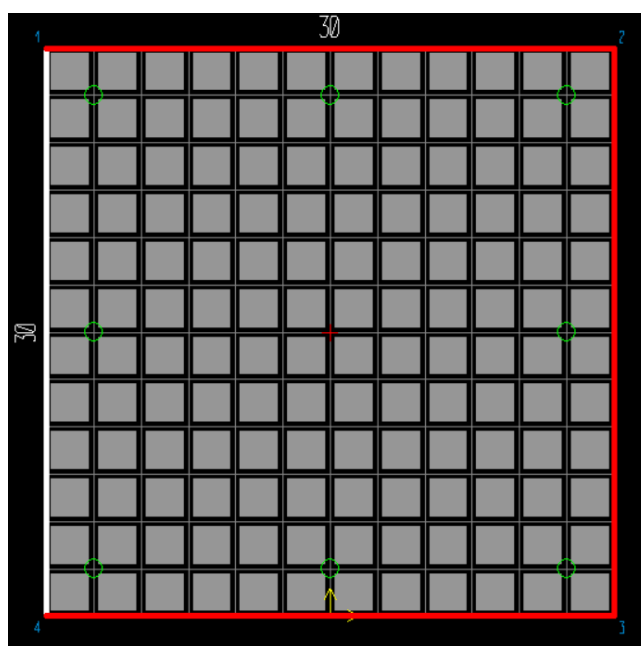


Figura 102 - Sezione esposta su 3 lati

Di seguito si descrive la mappatura termica ottenuta con il software di calcolo Dolmen e con il codice MATLAB.

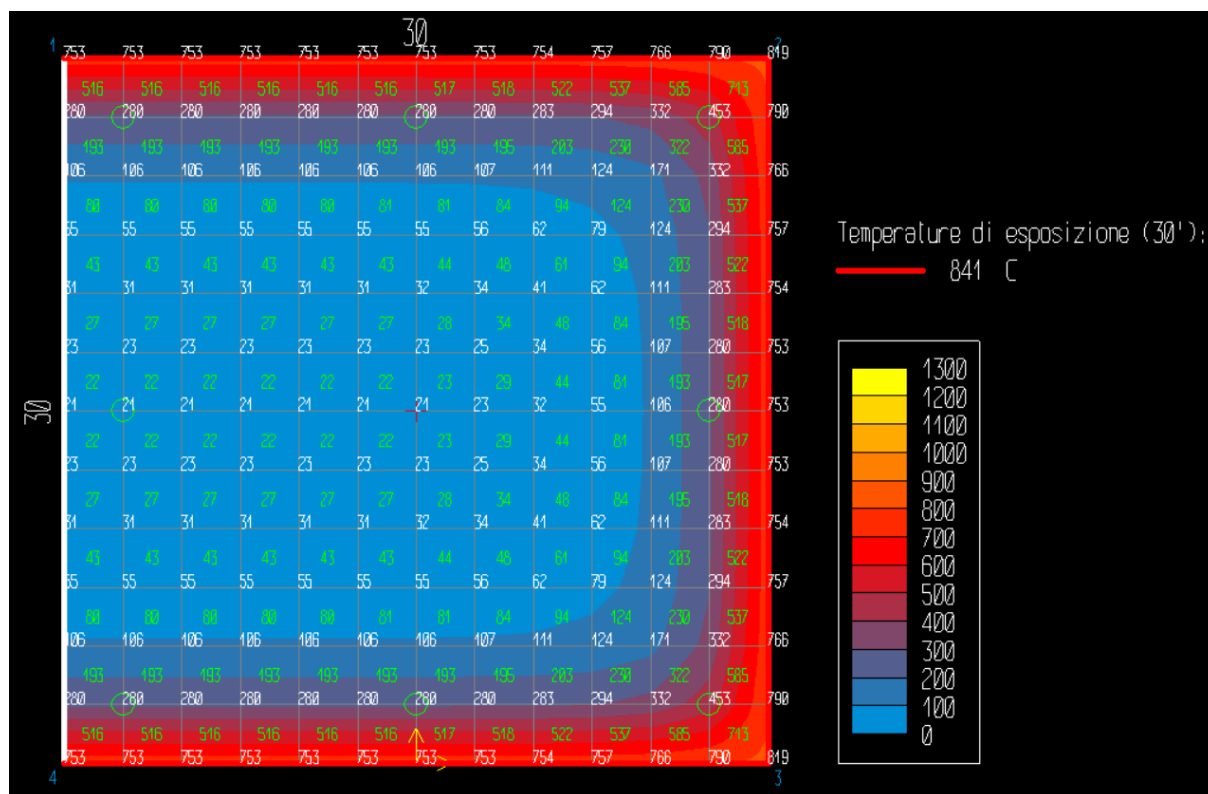
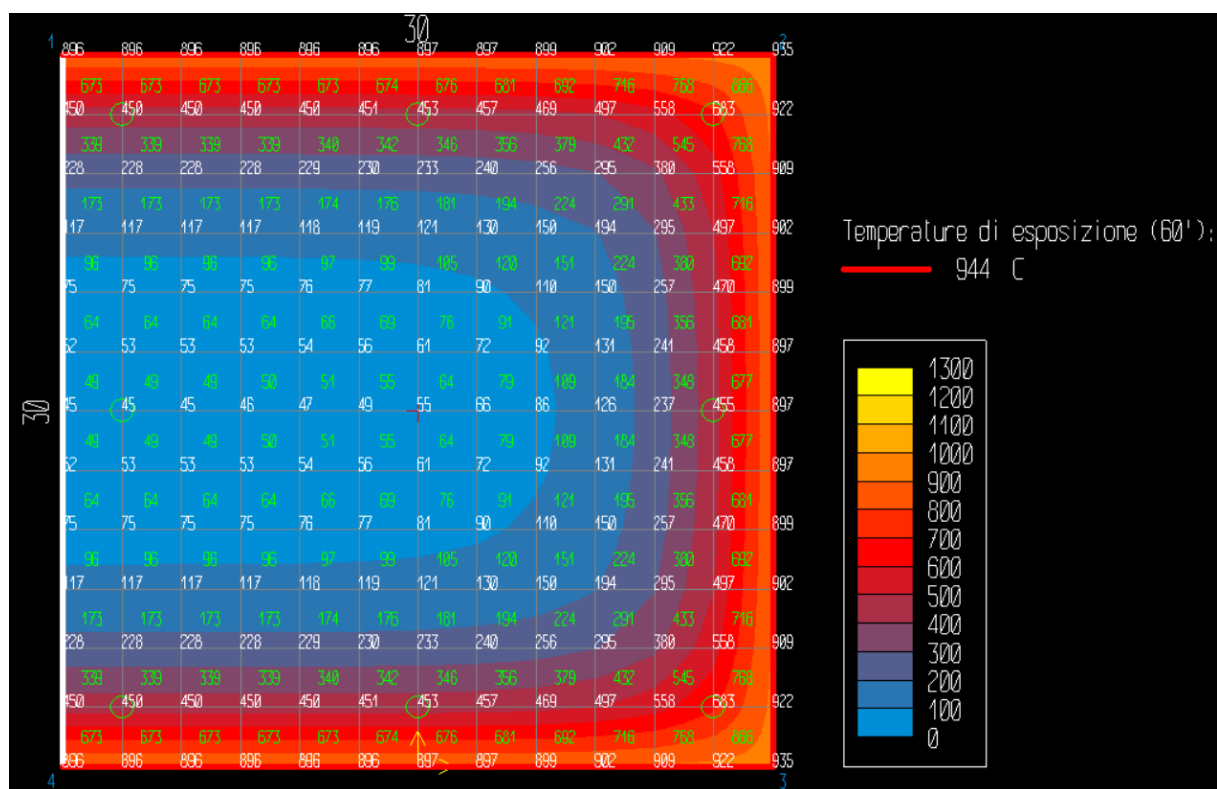


Figura 103 - Mappa termica per $t=30$ min con l'utilizzo del software Dolmen

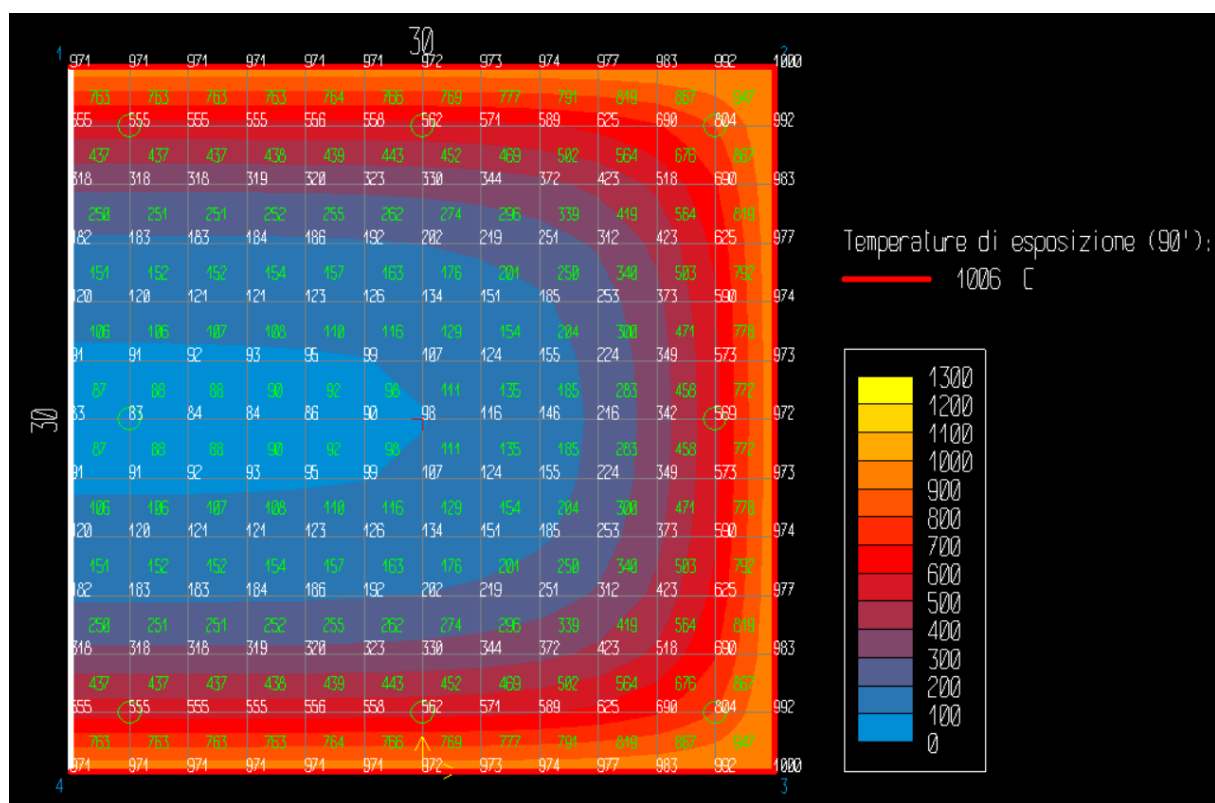
455.7	455.7	455.7	455.8	455.9	456.1	456.8	458.7	463.9	478.3	522.6	675.2
177.0	177.0	177.1	177.1	177.3	177.8	179.1	182.8	193.0	221.4	300.5	522.6
76.6	76.6	76.7	76.7	76.9	77.5	79.1	83.4	95.4	128.8	221.4	478.3
40.5	40.5	40.6	40.6	40.8	41.4	43.1	47.7	60.3	95.5	193.1	463.9
27.7	27.7	27.7	27.8	28.0	28.6	30.3	35.0	47.9	83.7	183.0	458.8
23.6	23.6	23.6	23.7	23.9	24.6	26.2	30.9	43.9	79.9	179.8	457.2
23.6	23.6	23.6	23.7	23.9	24.6	26.2	30.9	43.9	79.9	179.8	457.2
27.7	27.7	27.7	27.8	28.0	28.6	30.3	35.0	47.9	83.7	183.0	458.8
40.5	40.5	40.6	40.6	40.8	41.4	43.1	47.7	60.3	95.5	193.1	463.9
76.6	76.6	76.7	76.7	76.9	77.5	79.1	83.4	95.4	128.8	221.4	478.3
177.0	177.0	177.1	177.1	177.3	177.8	179.1	182.8	193.0	221.4	300.5	522.6
455.7	455.7	455.7	455.8	455.9	456.1	456.8	458.7	463.9	478.3	522.6	675.2

Tabella 26 - Mappa termica per $t=30$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Figura 104 -Mappa termica per $t=60$ min con l'utilizzo del software Dolmen

628.2	628.2	628.4	628.7	629.3	630.5	633.1	638.4	649.2	671.5	719.8	837.3
316.0	316.1	316.4	317.1	318.4	321.1	326.7	338.2	361.9	410.7	511.2	719.8
164.6	164.8	165.2	166.0	167.7	171.1	178.2	192.7	222.7	284.2	410.9	671.6
91.8	92.0	92.5	93.4	95.2	99.0	106.8	122.7	155.7	223.4	362.8	649.6
58.0	58.2	58.7	59.6	61.5	65.4	73.5	90.2	124.5	195.1	340.4	639.3
44.7	44.9	45.4	46.3	48.3	52.3	60.5	77.4	112.3	184.0	331.6	635.3
44.7	44.9	45.4	46.3	48.3	52.3	60.5	77.4	112.3	184.0	331.6	635.3
58.0	58.2	58.7	59.6	61.5	65.4	73.5	90.2	124.5	195.1	340.4	639.3
91.8	92.0	92.5	93.4	95.2	99.0	106.8	122.7	155.7	223.4	362.8	649.6
164.6	164.8	165.2	166.0	167.7	171.1	178.2	192.7	222.7	284.2	410.9	671.6
316.0	316.1	316.4	317.1	318.4	321.1	326.7	338.2	361.9	410.7	511.2	719.8
628.2	628.2	628.4	628.7	629.3	630.5	633.1	638.4	649.2	671.5	719.8	837.3

Tabella 27 - Mappa termica per $t=60$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Figura 105 - Mappa termica per $t=90$ min con l'utilizzo del software Dolmen

724.9	725.1	725.5	726.2	727.5	729.8	734.0	741.6	759.7	793.2	846.4	935.0
412.9	413.4	414.3	415.9	418.9	424.2	433.8	451.2	485.7	548.5	656.6	846.3
240.8	241.5	242.7	244.8	248.7	255.7	268.4	291.1	334.1	411.9	549.1	793.3
147.3	148.1	149.4	151.9	156.3	164.2	178.4	204.1	251.1	335.9	487.7	760.3
99.0	99.8	101.2	103.8	108.4	116.8	131.9	159.1	208.2	296.6	456.1	743.5
78.5	79.3	80.8	83.4	88.1	96.7	112.2	140.0	190.3	280.8	444.0	738.2
78.5	79.3	80.8	83.4	88.1	96.7	112.2	140.0	190.3	280.8	444.0	738.2
99.0	99.8	101.2	103.8	108.4	116.8	131.9	159.1	208.2	296.6	456.1	743.5
147.3	148.1	149.4	151.9	156.3	164.2	178.4	204.1	251.1	335.9	487.7	760.3
240.8	241.5	242.7	244.8	248.7	255.7	268.4	291.1	334.1	411.9	549.1	793.3
412.9	413.4	414.3	415.9	418.9	424.2	433.8	451.2	485.7	548.5	656.6	846.3
724.9	725.1	725.5	726.2	727.5	729.8	734.0	741.6	759.7	793.2	846.4	935.0

Tabella 28 - Mappa termica per $t=90$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

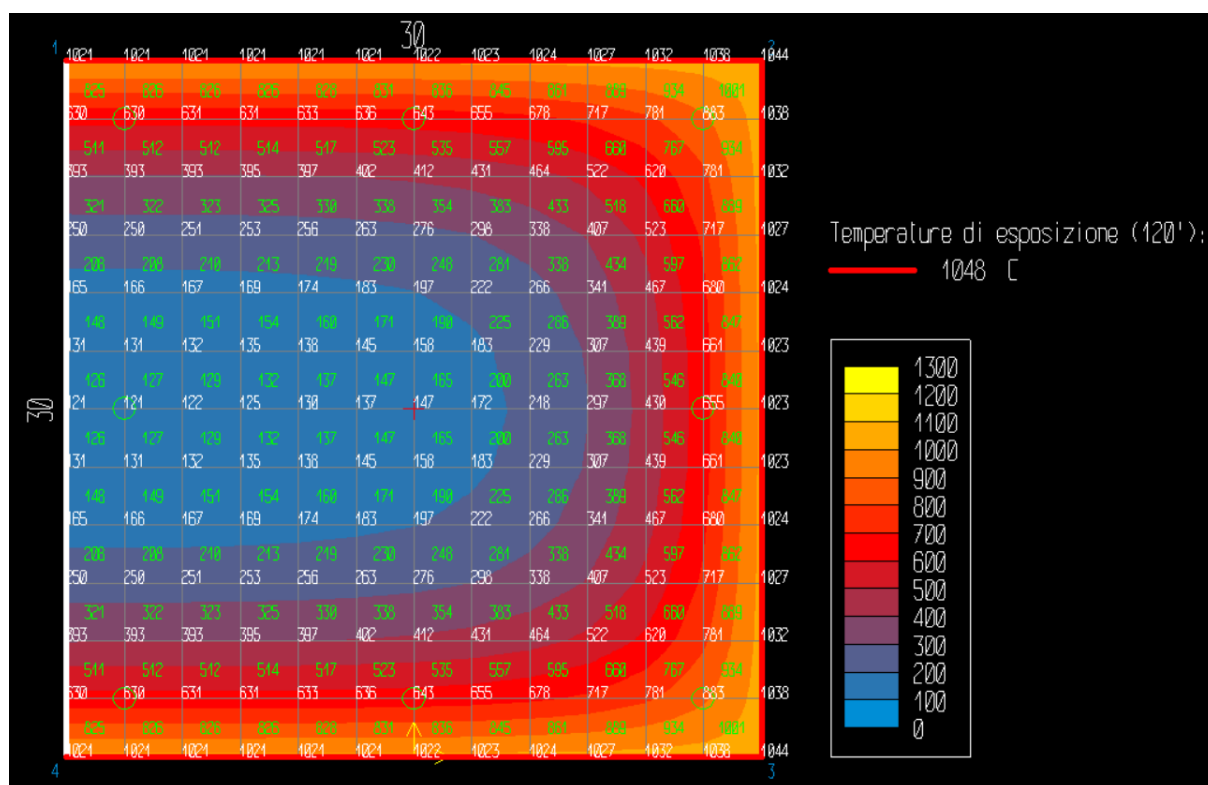
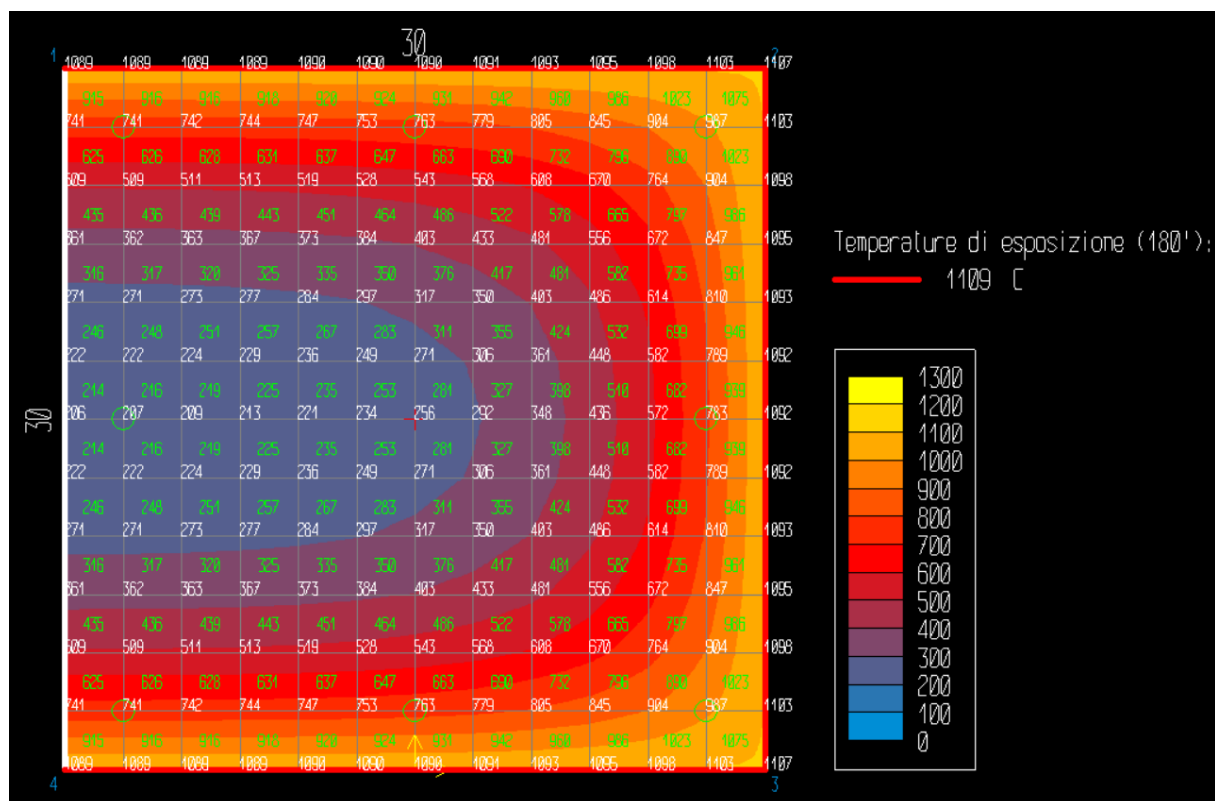


Figura 106 -Mappa termica per $t=120$ min con l'utilizzo del software Dolmen

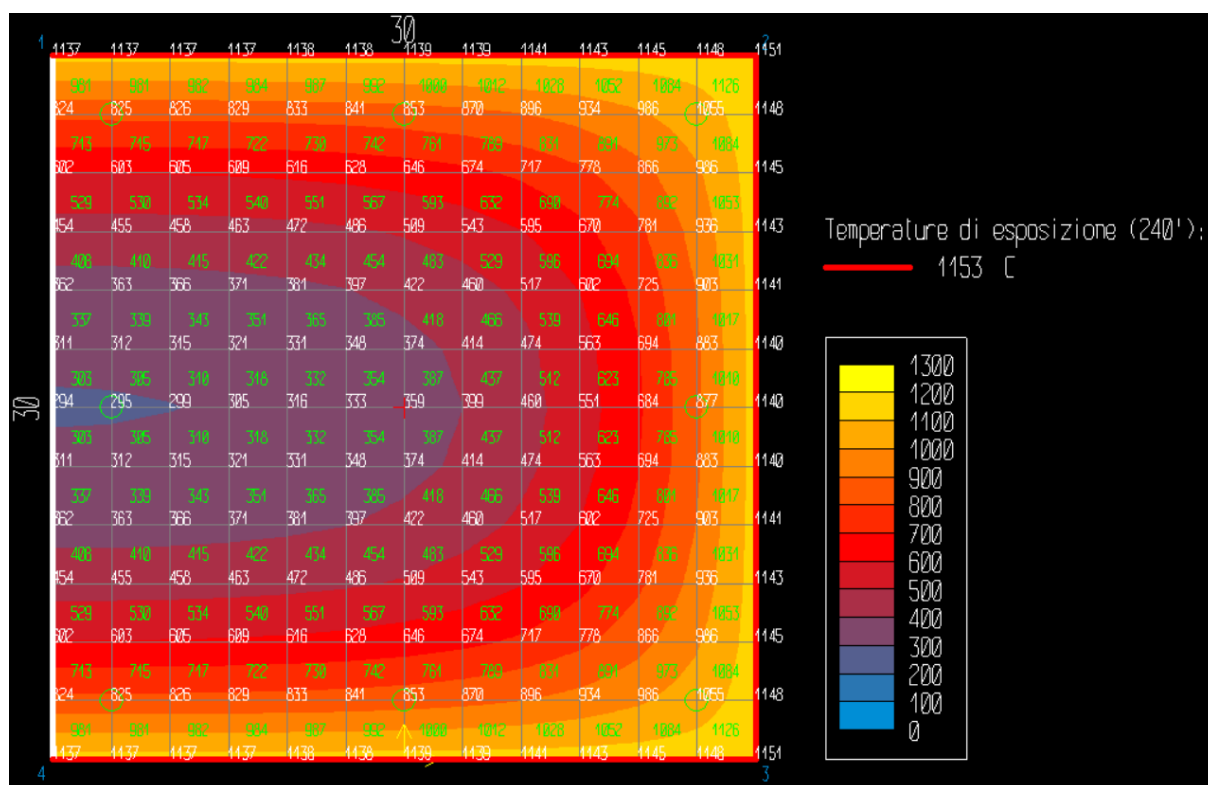
793.0	793.4	794.1	795.3	797.2	800.4	805.7	814.6	833.3	865.8	914.7	990.9
488.2	489.2	490.8	493.6	498.1	505.8	518.5	539.7	577.7	642.1	745.6	914.2
307.1	308.5	310.7	314.4	320.5	330.8	347.9	376.4	425.5	507.9	642.9	865.5
201.8	203.3	205.9	210.1	217.2	229.0	248.6	281.4	336.4	428.4	580.8	833.9
144.0	145.7	148.4	153.0	160.5	173.2	194.2	229.3	287.7	385.0	547.0	817.0
118.6	120.2	123.1	127.7	135.5	148.6	170.2	206.3	266.4	366.5	533.4	811.2
118.6	120.2	123.1	127.7	135.5	148.6	170.2	206.3	266.4	366.5	533.4	811.2
144.0	145.7	148.4	153.0	160.5	173.2	194.2	229.3	287.7	385.0	547.0	817.0
201.8	203.3	205.9	210.1	217.2	229.0	248.6	281.4	336.4	428.4	580.8	833.9
307.1	308.5	310.7	314.4	320.5	330.8	347.9	376.4	425.5	507.9	642.9	865.5
488.2	489.2	490.8	493.6	498.1	505.8	518.5	539.7	577.7	642.1	745.6	914.2
793.0	793.4	794.1	795.3	797.2	800.4	805.7	814.6	833.3	865.8	914.7	990.9

Tabella 29 -Mappa termica per $t=120$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Figura 107 - Mappa termica per $t=180$ min con l'utilizzo del software Dolmen

890.6	891.4	892.6	894.5	897.3	901.7	908.2	918.2	936.6	966.1	1007.5	1066.8
604.4	606.4	609.5	614.3	621.4	632.3	648.8	673.9	714.2	776.5	868.6	1005.9
419.6	422.4	426.8	433.3	443.3	458.4	481.3	516.1	570.3	653.1	777.3	964.2
303.6	307.0	312.1	319.8	331.5	349.3	376.2	417.1	479.6	574.6	718.2	935.6
236.1	239.7	245.3	253.6	266.4	285.7	315.0	359.4	426.8	529.1	684.2	919.5
205.0	208.8	214.5	223.3	236.5	256.5	286.9	332.9	402.8	508.8	669.7	913.6
205.0	208.8	214.5	223.3	236.5	256.5	286.9	332.9	402.8	508.8	669.7	913.6
236.1	239.7	245.3	253.6	266.4	285.7	315.0	359.4	426.8	529.1	684.2	919.5
303.6	307.0	312.1	319.8	331.5	349.3	376.2	417.1	479.6	574.6	718.2	935.6
419.6	422.4	426.8	433.3	443.3	458.4	481.3	516.1	570.3	653.1	777.3	964.2
604.4	606.4	609.5	614.3	621.4	632.3	648.8	673.9	714.2	776.5	868.6	1005.9
890.6	891.4	892.6	894.5	897.3	901.7	908.2	918.2	936.6	966.1	1007.5	1066.8

Tabella 30 - Mappa termica per $t=180$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Figura 108 - Mappa termica per $t=240$ min con l'utilizzo del software Dolmen

962.7	963.9	965.5	967.8	971.1	975.9	982.8	992.7	1009.8	1036.2	1071.3	1119.1
695.1	698.1	702.4	708.5	717.4	730.1	748.3	774.3	813.9	872.0	953.3	1068.1
514.0	518.3	524.4	533.1	545.7	563.7	589.6	626.6	681.1	760.0	872.1	1031.7
395.7	400.8	408.1	418.5	433.5	455.0	485.9	530.1	594.0	686.0	817.5	1005.8
324.5	330.1	338.1	349.5	366.0	389.6	423.5	472.1	541.7	641.7	785.1	990.9
291.1	296.9	305.3	317.2	334.3	358.9	394.2	444.8	517.4	621.5	770.9	985.3
291.1	296.9	305.3	317.2	334.3	358.9	394.2	444.8	517.4	621.5	770.9	985.3
324.5	330.1	338.1	349.5	366.0	389.6	423.5	472.1	541.7	641.7	785.1	990.9
395.7	400.8	408.1	418.5	433.5	455.0	485.9	530.1	594.0	686.0	817.5	1005.8
514.0	518.3	524.4	533.1	545.7	563.7	589.6	626.6	681.1	760.0	872.1	1031.7
695.1	698.1	702.4	708.5	717.4	730.1	748.3	774.3	813.9	872.0	953.3	1068.1
962.7	963.9	965.5	967.8	971.1	975.9	982.8	992.7	1009.8	1036.2	1071.3	1119.1

Tabella 31 - Mappa termica per $t=240$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Successivamente si riporta il confronto tra i domini di interazione ottenuti senza l'analisi delle deformazioni con il codice MATLAB e con il software di calcolo Dolmen.

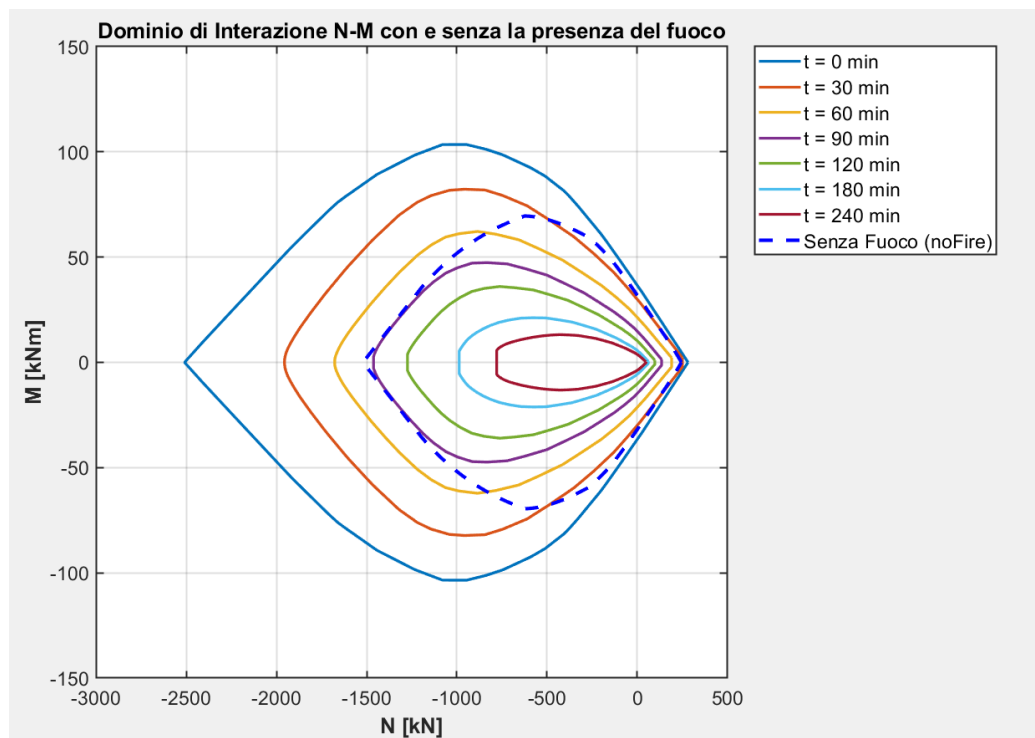


Figura 109 - Dominio di interazione N - M_x a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Codice MATLAB

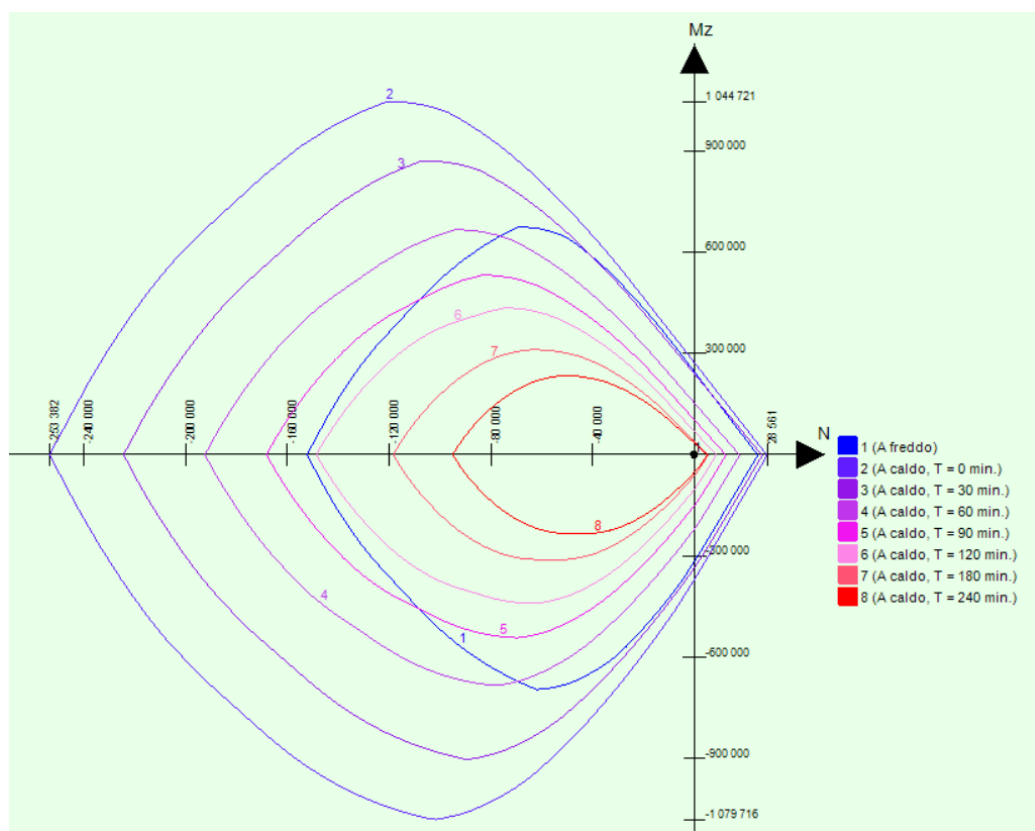


Figura 110 - Dominio di interazione N - M_x a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Software Dolmen

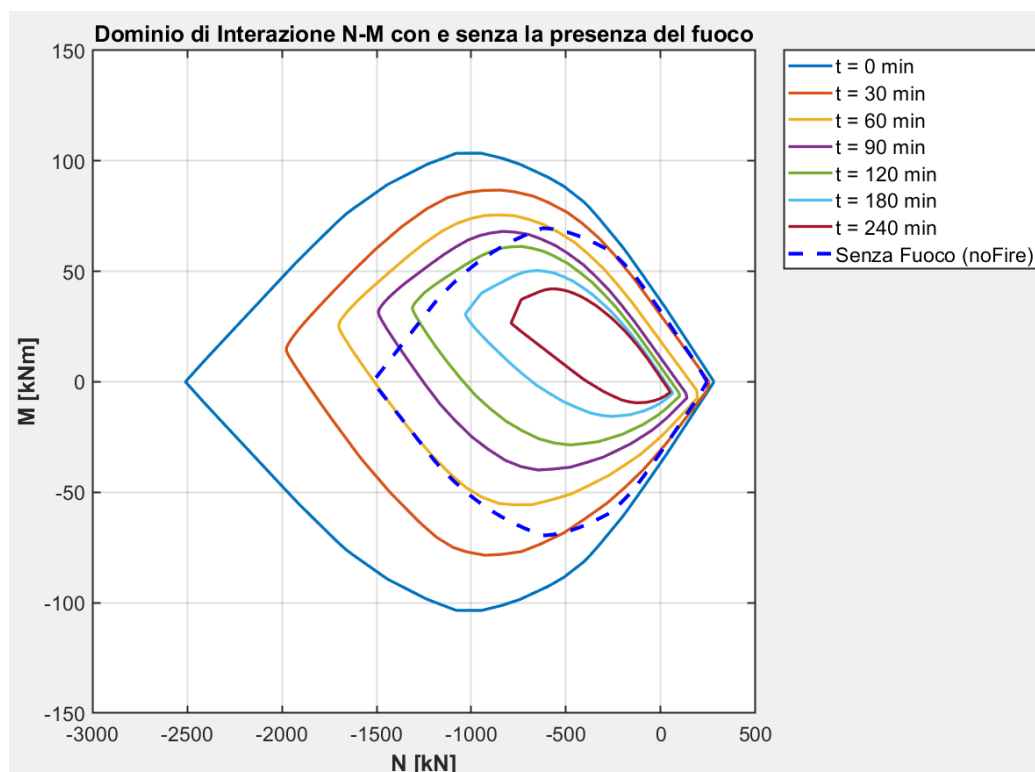


Figura 111 - Dominio di interazione $N-M_y$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Codice MATLAB

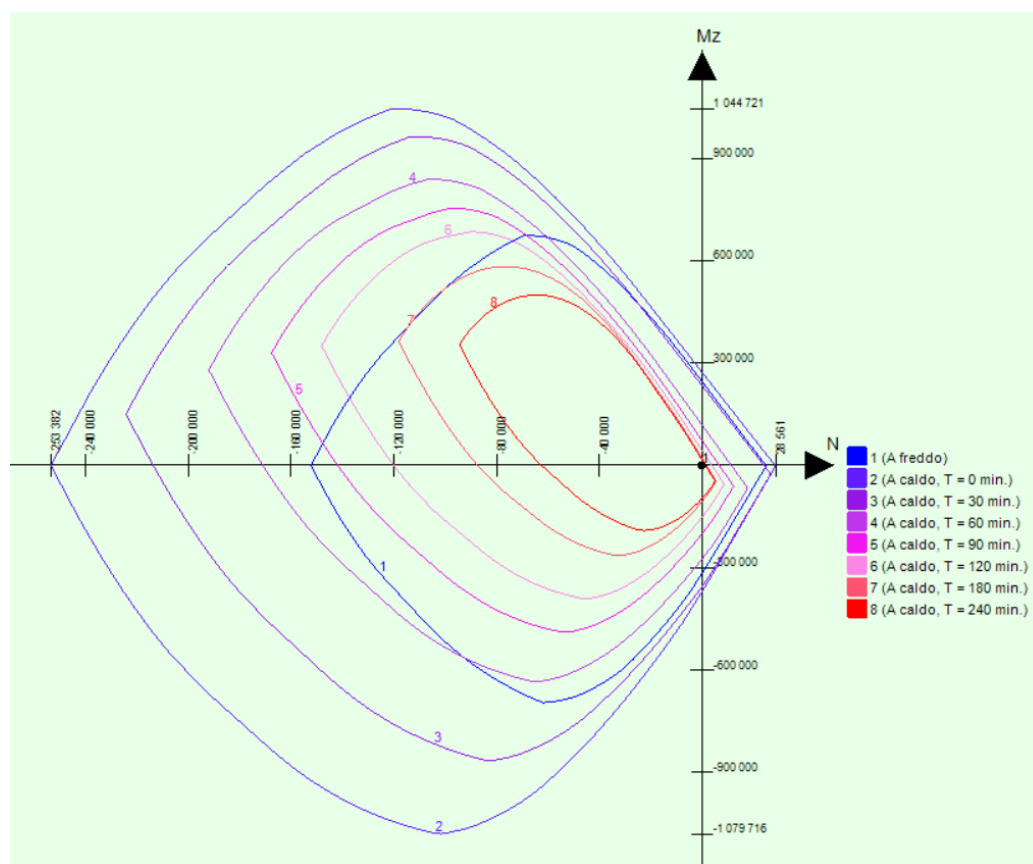


Figura 112 - Dominio di interazione $N-M_y$ a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Software Dolmen

3.2.4.5 quattro lati esposti

Nel capitolo 3.2.4 - *Verifica del codice MATLAB con il software di calcolo Dolmen* sono state definite le caratteristiche meccaniche e termiche da implementare sul software Dolmen nonché la geometria della sezione. Tali condizioni rimangono invariate e si modifica solamente il contorno esposto al fuoco. In particolare il sottoparagrafo 3.2.4.1 era inerente a una sezione con un solo lato esposto al fuoco, mentre in quello seguente si analizza la sezione esposta su 4 lati. La Figura 113 descrive i lati esposti al fuoco della sezione con l'utilizzo del software di calcolo Dolmen.

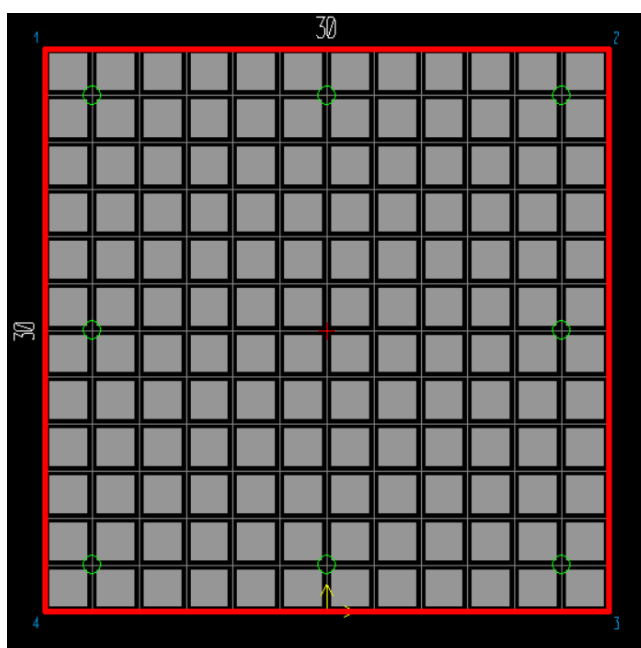
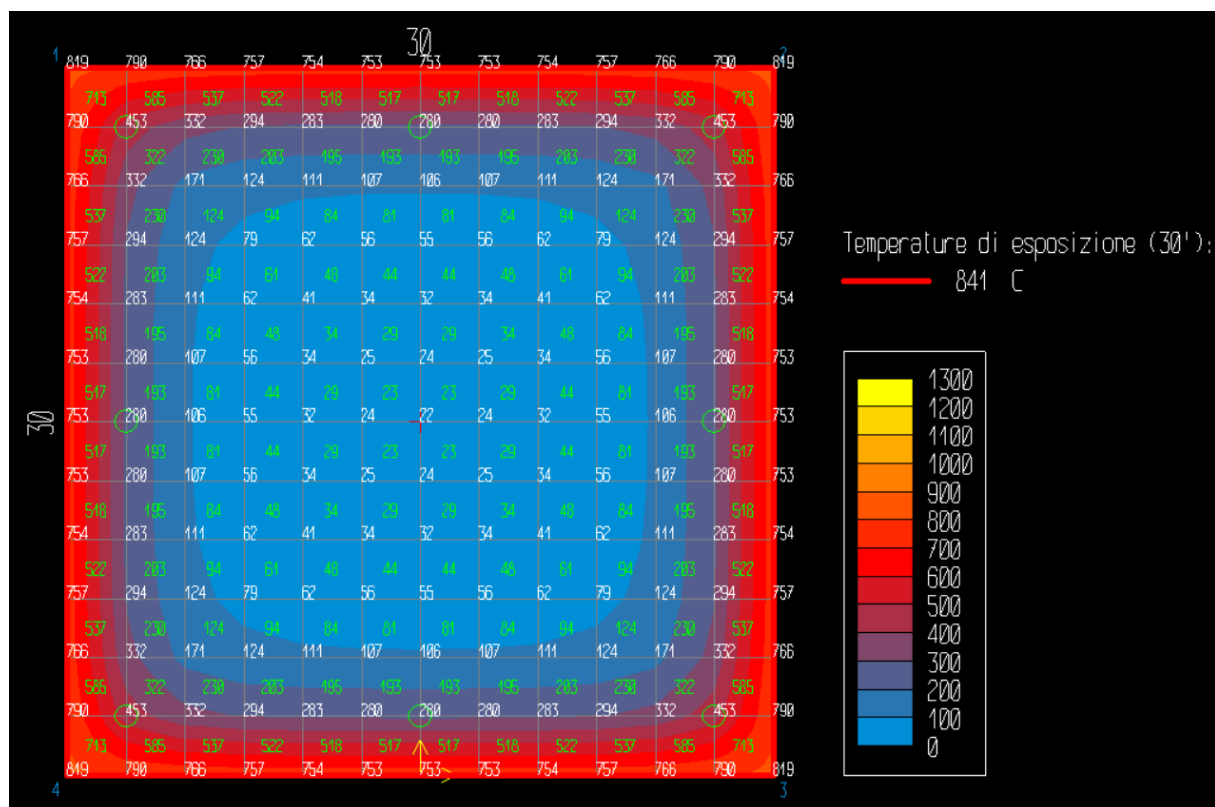


Figura 113 - Sezione esposta su 4 lati

Di seguito si descrive la mappatura termica ottenuta con il software di calcolo Dolmen e con il codice MATLAB.

Figura 114 - Mappa termica per $t=30$ min con l'utilizzo del software Dolmen

675.2	522.6	478.4	463.9	458.8	457.2	457.2	458.8	463.9	478.4	522.6	675.2
522.6	300.5	221.4	193.1	183.1	179.9	179.9	183.1	193.1	221.4	300.5	522.6
478.4	221.4	128.8	95.5	83.7	80.0	80.0	83.7	95.5	128.8	221.4	478.4
463.9	193.1	95.5	60.5	48.0	44.0	44.0	48.0	60.5	95.5	193.1	463.9
458.8	183.1	83.7	48.0	35.3	31.3	31.3	35.3	48.0	83.7	183.1	458.8
457.2	179.9	80.0	44.0	31.3	27.2	27.2	31.3	44.0	80.0	179.9	457.2
457.2	179.9	80.0	44.0	31.3	27.2	27.2	31.3	44.0	80.0	179.9	457.2
458.8	183.1	83.7	48.0	35.3	31.3	31.3	35.3	48.0	83.7	183.1	458.8
463.9	193.1	95.5	60.5	48.0	44.0	44.0	48.0	60.5	95.5	193.1	463.9
478.4	221.4	128.8	95.5	83.7	80.0	80.0	83.7	95.5	128.8	221.4	478.4
522.6	300.5	221.4	193.1	183.1	179.9	179.9	183.1	193.1	221.4	300.5	522.6
675.2	522.6	478.4	463.9	458.8	457.2	457.2	458.8	463.9	478.4	522.6	675.2

Tabella 32 - Mappa termica per $t=30$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

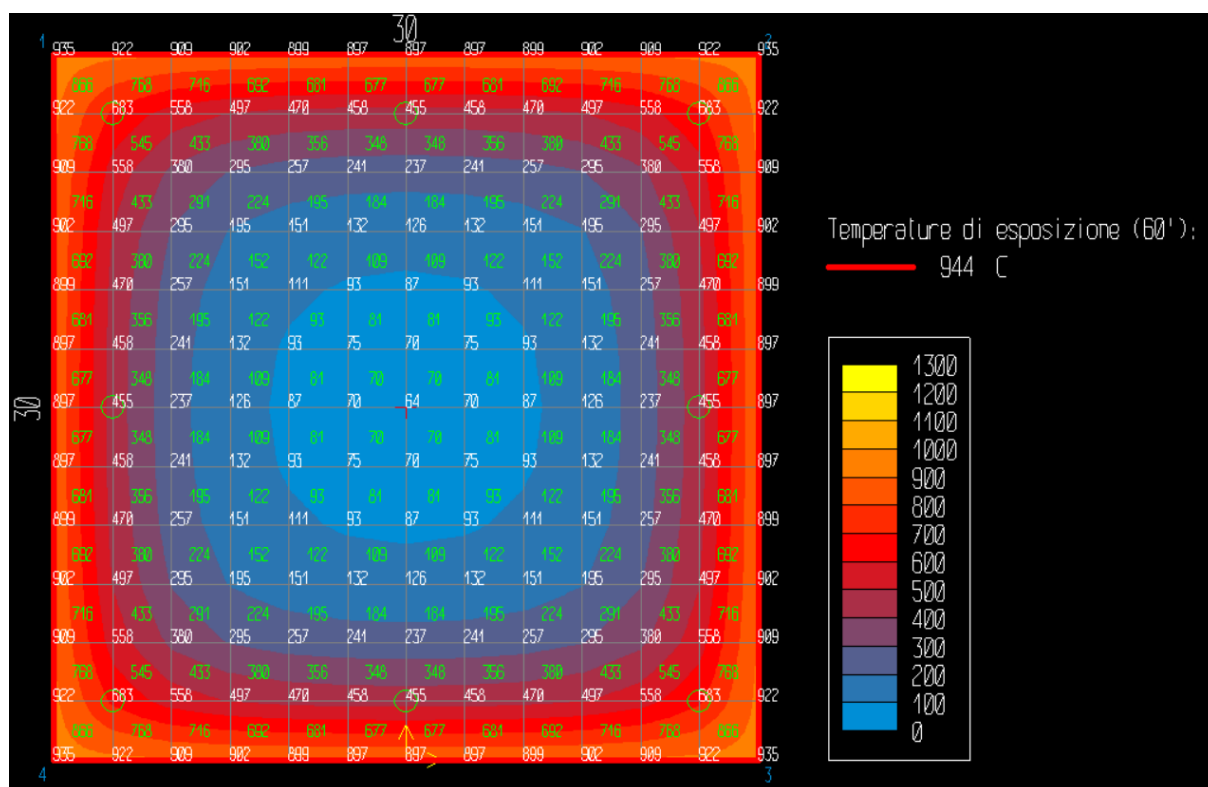
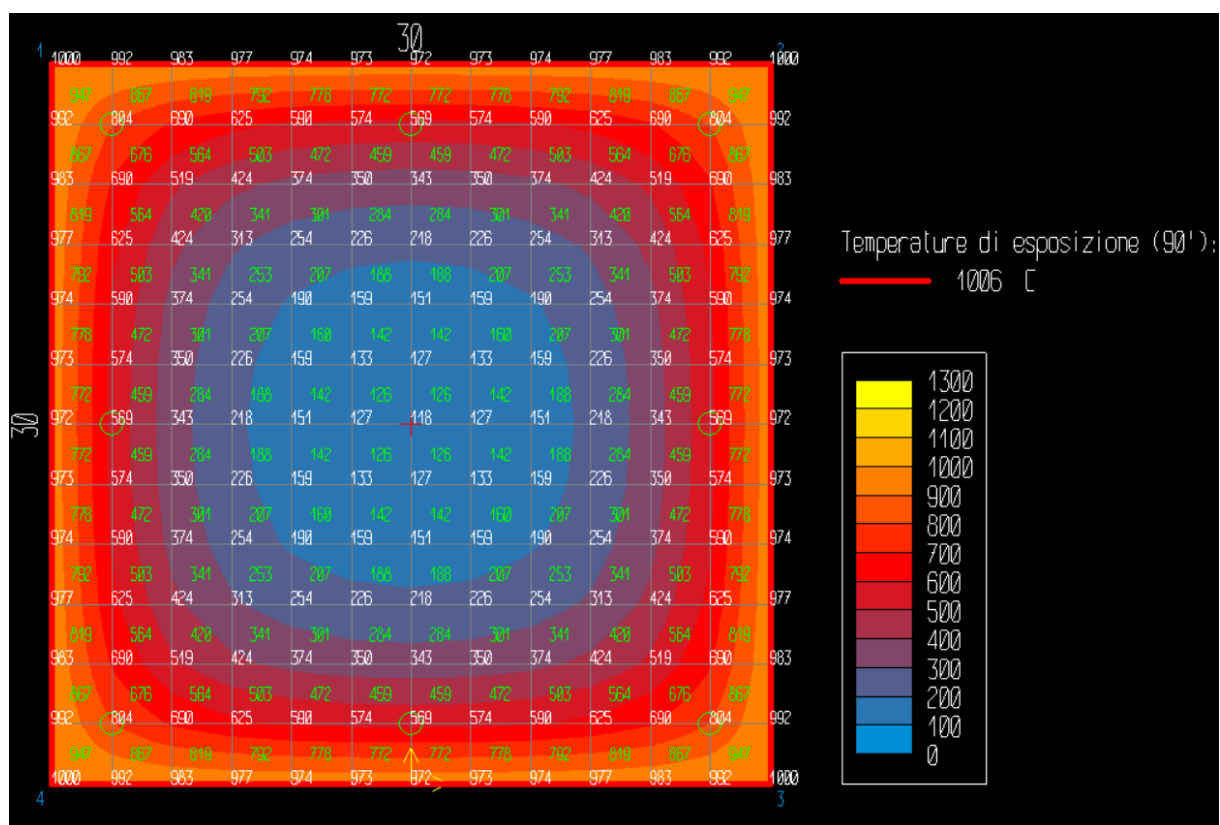


Figura 115 -Mappa termica per $t=60$ min con l'utilizzo del software Dolmen

837.3	719.9	671.8	649.8	639.5	635.5	635.5	639.5	649.8	671.8	719.9	837.3
719.9	511.5	411.3	363.2	340.8	332.0	332.0	340.8	363.2	411.3	511.5	719.9
671.8	411.3	285.0	224.2	196.0	184.9	184.9	196.0	224.2	285.0	411.3	671.8
649.8	363.2	224.2	157.4	126.3	114.1	114.1	126.3	157.4	224.2	363.2	649.8
639.5	340.8	196.0	126.3	93.9	81.2	81.2	93.9	126.3	196.0	340.8	639.5
635.5	332.0	184.9	114.1	81.2	68.3	68.3	81.2	114.1	184.9	332.0	635.5
635.5	332.0	184.9	114.1	81.2	68.3	68.3	81.2	114.1	184.9	332.0	635.5
639.5	340.8	196.0	126.3	93.9	81.2	81.2	93.9	126.3	196.0	340.8	639.5
649.8	363.2	224.2	157.4	126.3	114.1	114.1	126.3	157.4	224.2	363.2	649.8
671.8	411.3	285.0	224.2	196.0	184.9	184.9	196.0	224.2	285.0	411.3	671.8
719.9	511.5	411.3	363.2	340.8	332.0	332.0	340.8	363.2	411.3	511.5	719.9
837.3	719.9	671.8	649.8	639.5	635.5	635.5	639.5	649.8	671.8	719.9	837.3

Tabella 33 - Mappa termica per $t=60$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Figura 116 - Mappa termica per $t=90$ min con l'utilizzo del software Dolmen

935.3	846.9	794.1	761.3	744.4	739.2	739.2	744.4	761.3	794.1	846.9	935.3
846.9	657.8	550.6	489.4	457.8	445.8	445.8	457.8	489.4	550.6	657.8	846.9
794.1	550.6	414.6	338.9	299.8	284.1	284.1	299.8	338.9	414.6	550.6	794.1
761.3	489.4	338.9	256.6	214.0	196.2	196.2	214.0	256.6	338.9	489.4	761.3
744.4	457.8	299.8	214.0	169.6	150.7	150.7	169.6	214.0	299.8	457.8	744.4
739.2	445.8	284.1	196.2	150.7	131.4	131.4	150.7	196.2	284.1	445.8	739.2
739.2	445.8	284.1	196.2	150.7	131.4	131.4	150.7	196.2	284.1	445.8	739.2
744.4	457.8	299.8	214.0	169.6	150.7	150.7	169.6	214.0	299.8	457.8	744.4
761.3	489.4	338.9	256.6	214.0	196.2	196.2	214.0	256.6	338.9	489.4	761.3
794.1	550.6	414.6	338.9	299.8	284.1	284.1	299.8	338.9	414.6	550.6	794.1
846.9	657.8	550.6	489.4	457.8	445.8	445.8	457.8	489.4	550.6	657.8	846.9
935.3	846.9	794.1	761.3	744.4	739.2	739.2	744.4	761.3	794.1	846.9	935.3

Tabella 34 - Mappa termica per $t=90$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

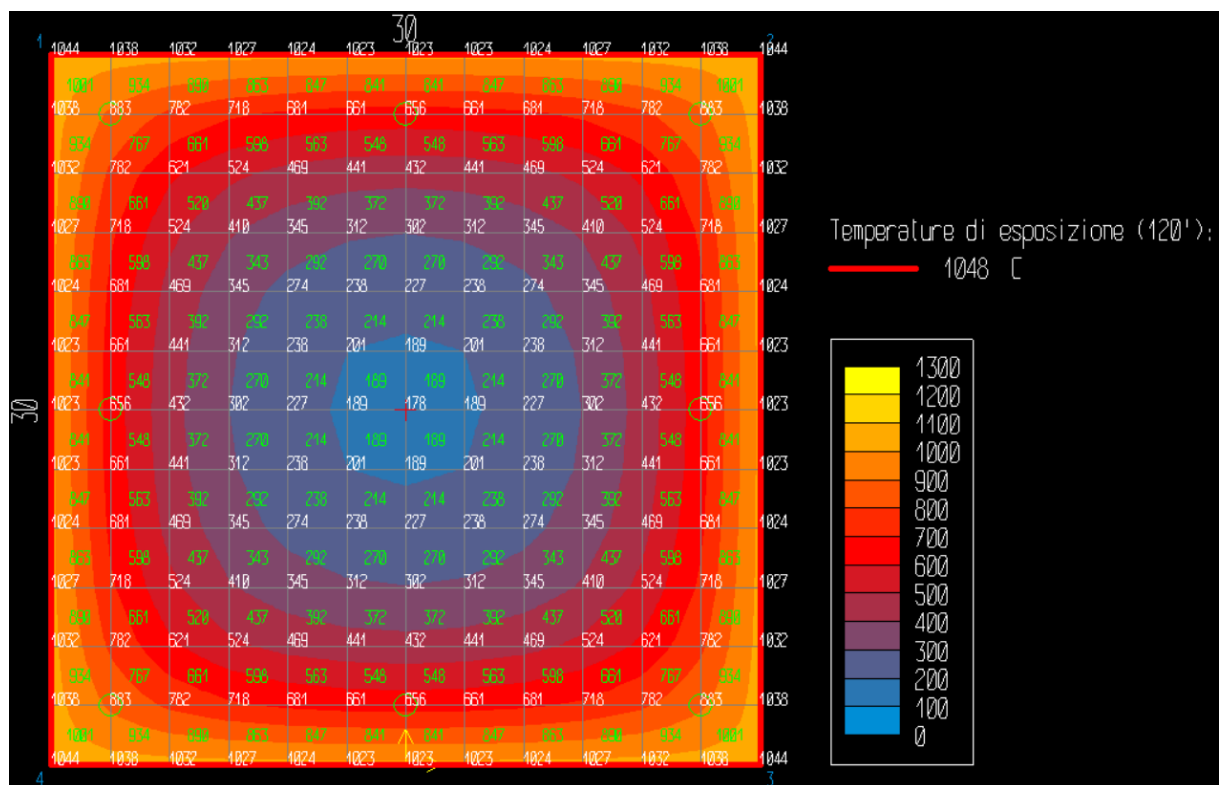
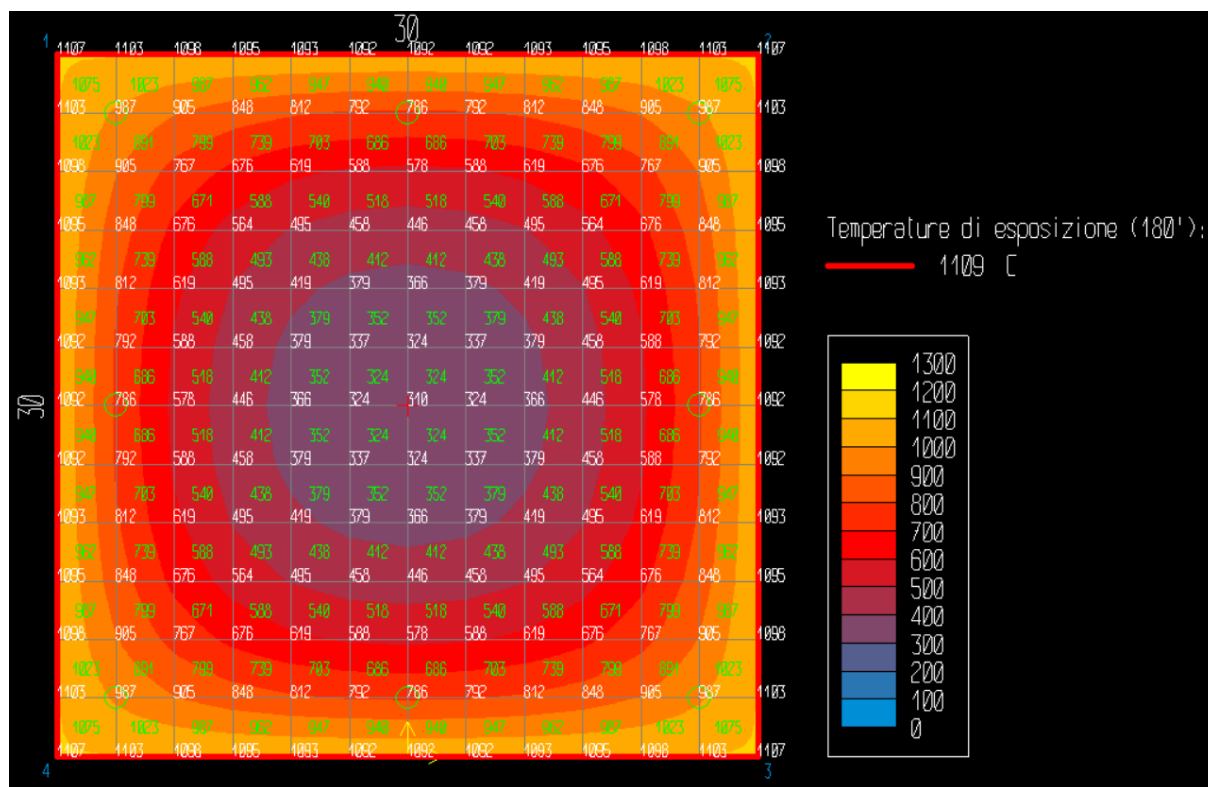


Figura 117 -Mappa termica per $t=120$ min con l'utilizzo del software Dolmen

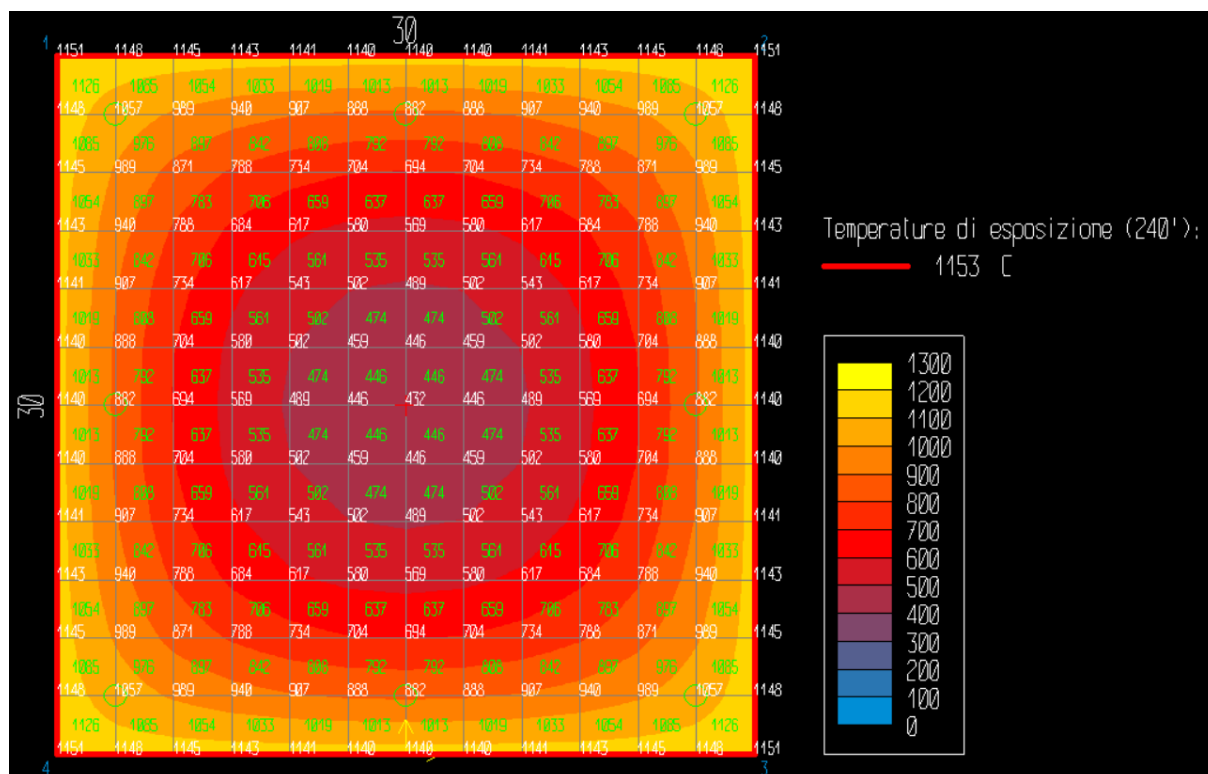
991.5	915.7	867.5	836.2	819.4	813.8	813.8	819.4	836.2	867.5	915.7	991.5
915.7	748.1	646.2	584.6	551.1	537.6	537.6	551.1	584.6	646.2	748.1	915.7
867.5	646.2	513.4	434.8	391.8	373.6	373.6	391.8	434.8	513.4	646.2	867.5
836.2	584.6	434.8	347.1	299.1	278.1	278.1	299.1	347.1	434.8	584.6	836.2
819.4	551.1	391.8	299.1	248.3	225.8	225.8	248.3	299.1	391.8	551.1	819.4
813.8	537.6	373.6	278.1	225.8	202.7	202.7	225.8	278.1	373.6	537.6	813.8
813.8	537.6	373.6	278.1	225.8	202.7	202.7	225.8	278.1	373.6	537.6	813.8
819.4	551.1	391.8	299.1	248.3	225.8	225.8	248.3	299.1	391.8	551.1	819.4
836.2	584.6	434.8	347.1	299.1	278.1	278.1	299.1	347.1	434.8	584.6	836.2
867.5	646.2	513.4	434.8	391.8	373.6	373.6	391.8	434.8	513.4	646.2	867.5
915.7	748.1	646.2	584.6	551.1	537.6	537.6	551.1	584.6	646.2	748.1	915.7
991.5	915.7	867.5	836.2	819.4	813.8	813.8	819.4	836.2	867.5	915.7	991.5

Tabella 35 -Mappa termica per $t=120$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Figura 118 - Mappa termica per $t=180$ min con l'utilizzo del software Dolmen

1068.4	1009.9	969.8	942.1	926.5	920.9	920.9	926.5	942.1	969.8	1009.9	1068.4
1009.9	874.7	785.7	728.1	694.9	680.8	680.8	694.9	728.1	785.7	874.7	1009.9
969.8	785.7	665.8	589.5	545.3	525.7	525.7	545.3	589.5	665.8	785.7	969.8
942.1	728.1	589.5	502.2	451.5	428.4	428.4	451.5	502.2	589.5	728.1	942.1
926.5	694.9	545.3	451.5	396.8	371.7	371.7	396.8	451.5	545.3	694.9	926.5
920.9	680.8	525.7	428.4	371.7	345.6	345.6	371.7	428.4	525.7	680.8	920.9
920.9	680.8	525.7	428.4	371.7	345.6	345.6	371.7	428.4	525.7	680.8	920.9
926.5	694.9	545.3	451.5	396.8	371.7	371.7	396.8	451.5	545.3	694.9	926.5
942.1	728.1	589.5	502.2	451.5	428.4	428.4	451.5	502.2	589.5	728.1	942.1
969.8	785.7	665.8	589.5	545.3	525.7	525.7	545.3	589.5	665.8	785.7	969.8
1009.9	874.7	785.7	728.1	694.9	680.8	680.8	694.9	728.1	785.7	874.7	1009.9
1068.4	1009.9	969.8	942.1	926.5	920.9	920.9	926.5	942.1	969.8	1009.9	1068.4

Tabella 36 - Mappa termica per $t=180$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Figura 119 - Mappa termica per $t=240$ min con l'utilizzo del software Dolmen

1121.7	1075.0	1041.5	1017.5	1003.7	998.6	998.6	1003.7	1017.5	1041.5	1075.0	1121.7
1075.0	963.2	886.1	834.3	803.5	790.1	790.1	803.5	834.3	886.1	963.2	1075.0
1041.5	886.1	780.2	710.0	668.1	649.0	649.0	668.1	710.0	780.2	886.1	1041.5
1017.5	834.3	710.0	628.5	579.6	556.9	556.9	579.6	628.5	710.0	834.3	1017.5
1003.7	803.5	668.1	579.6	526.4	501.4	501.4	526.4	579.6	668.1	803.5	1003.7
998.6	790.1	649.0	556.9	501.4	475.4	475.4	501.4	556.9	649.0	790.1	998.6
998.6	790.1	649.0	556.9	501.4	475.4	475.4	501.4	556.9	649.0	790.1	998.6
1003.7	803.5	668.1	579.6	526.4	501.4	501.4	526.4	579.6	668.1	803.5	1003.7
1017.5	834.3	710.0	628.5	579.6	556.9	556.9	579.6	628.5	710.0	834.3	1017.5
1041.5	886.1	780.2	710.0	668.1	649.0	649.0	668.1	710.0	780.2	886.1	1041.5
1075.0	963.2	886.1	834.3	803.5	790.1	790.1	803.5	834.3	886.1	963.2	1075.0
1121.7	1075.0	1041.5	1017.5	1003.7	998.6	998.6	1003.7	1017.5	1041.5	1075.0	1121.7

Tabella 37 - Mappa termica per $t=240$ min con l'utilizzo del codice MATLAB

Successivamente si riporta il confronto tra i domini di interazione ottenuti senza l'analisi delle deformazioni con il codice MATLAB e con il software di calcolo Dolmen.

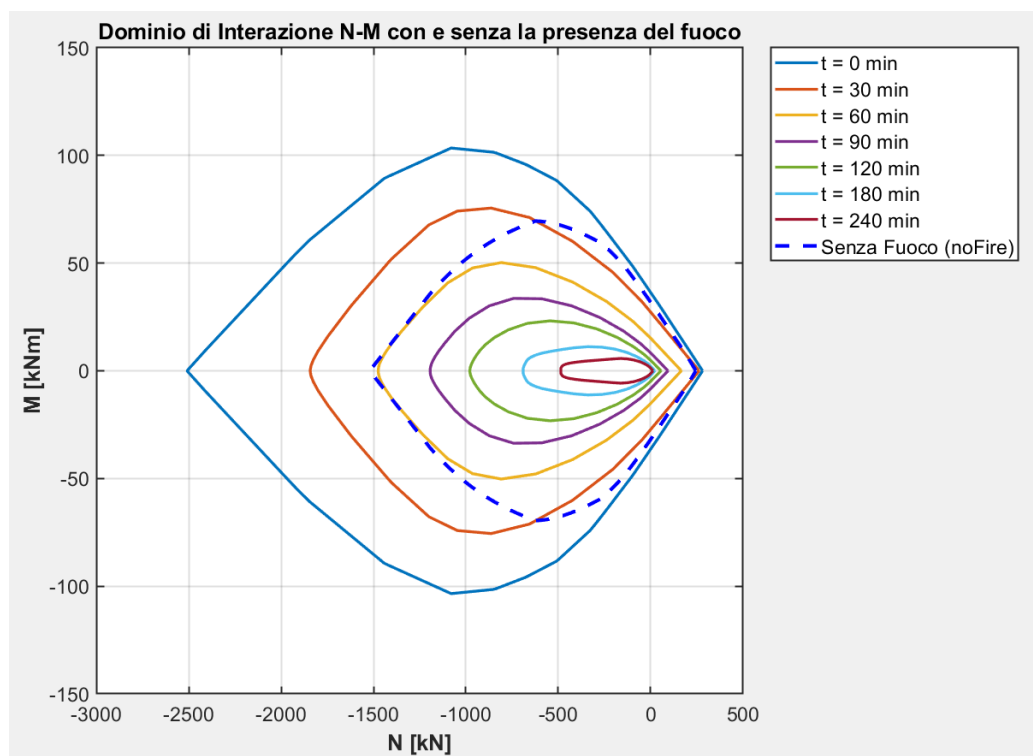


Figura 120 - Dominio di interazione $N-M_x$ (uguale $N-M_y$) a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Codice MATLAB

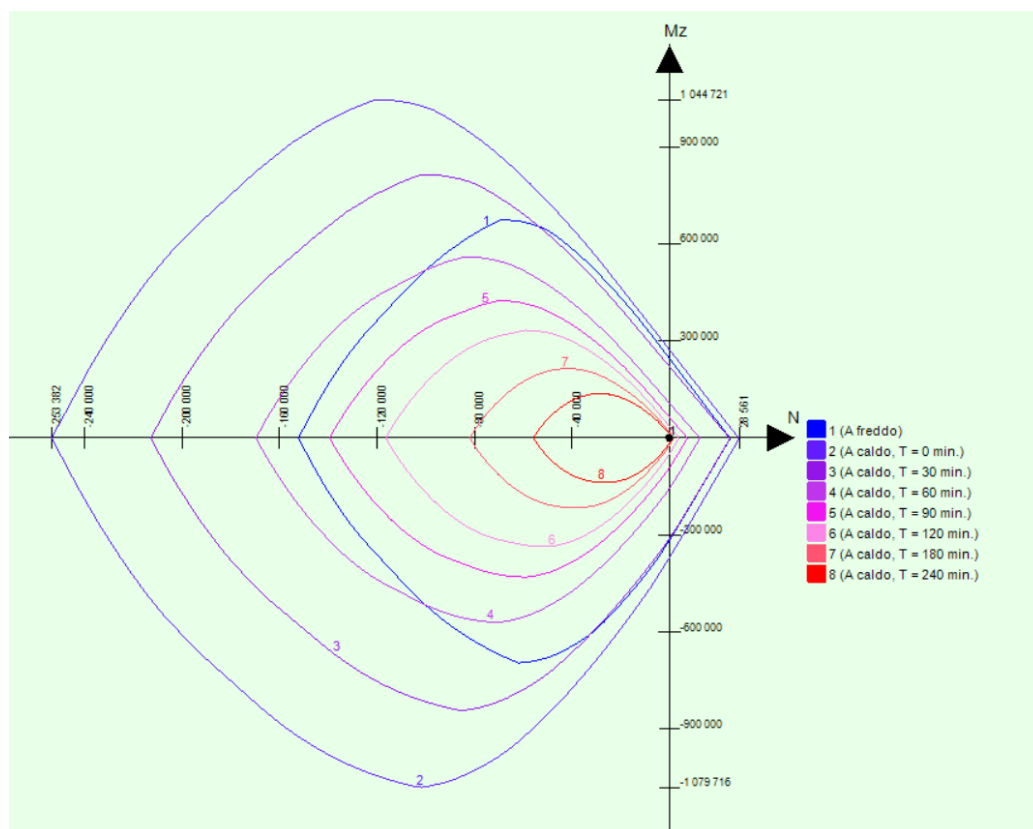


Figura 121 - Dominio di interazione $N-M_x$ (uguale $N-M_y$) a caldo senza l'analisi delle def. impresse - Software Dolmen

4 Analisi delle lacune interne al dominio di interazione

4.1 Esempi numerici

Se si analizzano le deformazioni impresse, i domini di interazione si possono distorcere. In particolare possono generarsi anche delle lacune interne al dominio. L'obiettivo è valutare se tali lacune siano numeriche o fisiche.

Per evidenziare le lacune si plottano i domini di interazione per punti con lo script MATLAB *lacune.m* e non si utilizza più la funzione *convhull* che permetteva di disegnare solo il profilo convesso del dominio di interazione.

Nello script MATLAB *lacune.m* descritto precedentemente si cambia il dato $N_{curv} = 40$ e lo si sostituisce con $N_{curv} = 250$.

$$(N_{curv} + 1)_\lambda \cdot (N_{curv} + 1)_{\bar{\mu}_x} = 41 \cdot 41 = 1681 \quad (4.1)$$

$$(N_{curv} + 1)_\lambda \cdot (N_{curv} + 1)_{\bar{\mu}_x} = 251 \cdot 251 = 63001 \quad (4.2)$$

Ogni coppia di parametri $(\bar{\mu}_x; \lambda)$ genera un punto nel piano N-M; il dominio resistente è ottenuto con l'insieme dei punti calcolati.

Lo script MATLAB *lacune.m* permette inoltre di plottare la nuvola di punti del dominio di interazione anche senza considerare le deformazioni impresse, permettendo un confronto tra i grafici.

4.1.1 un lato esposto

Si riportano i domini di interazione ottenuti per punti per la sezione di $30 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$, esposta su un solo lato con e senza l'analisi delle deformazioni impresse.

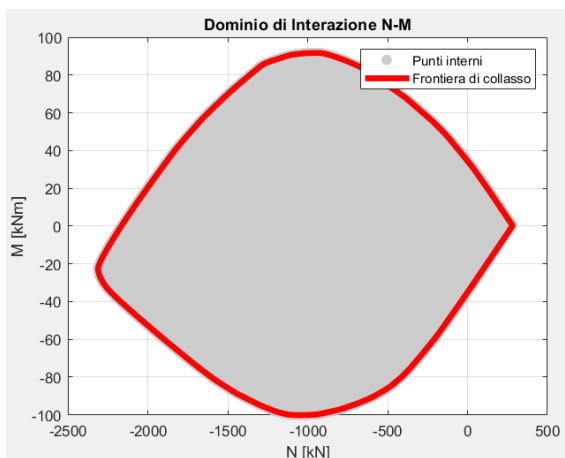


Figura 122 - senza le def. impresse $t=30 \text{ min}$

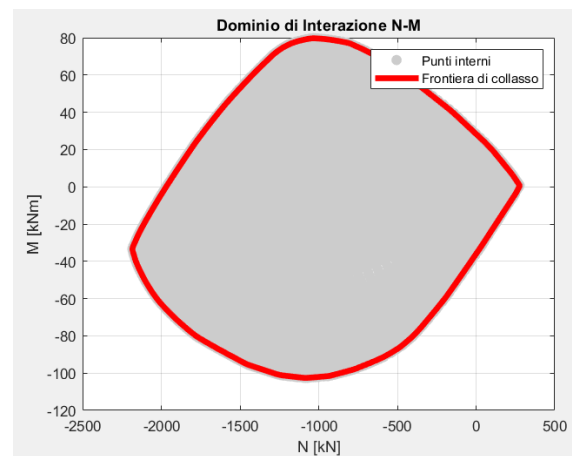


Figura 123 - con le def. impresse $t=30 \text{ min}$

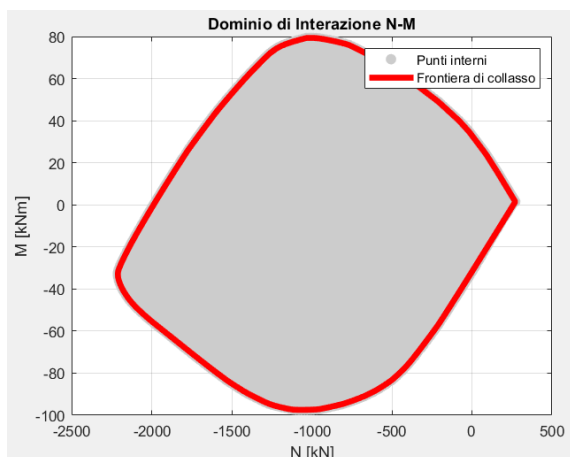


Figura 124 - senza le def. impresse $t=60\text{min}$

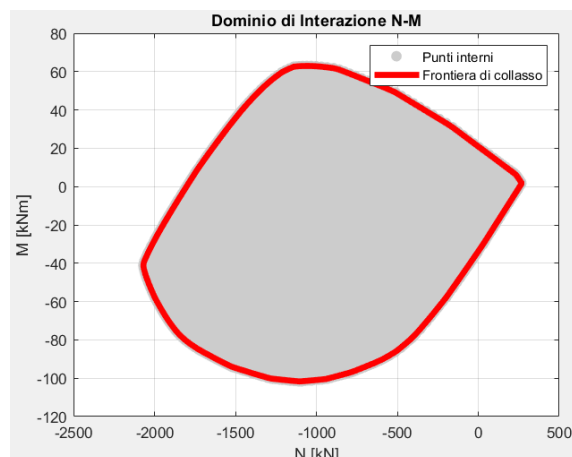


Figura 125 - con le def. impresse $t=60\text{min}$

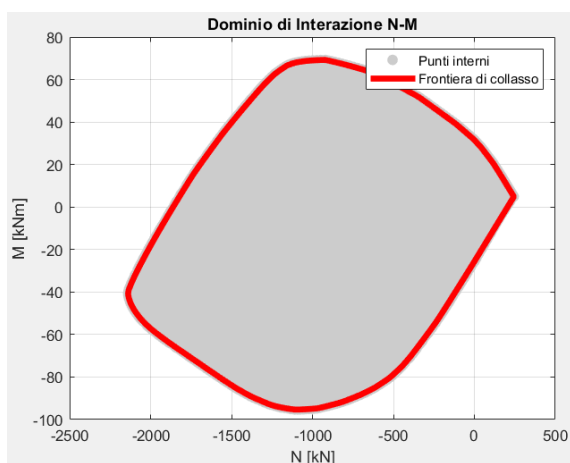


Figura 126 - senza le def. impresse $t=90\text{ min}$

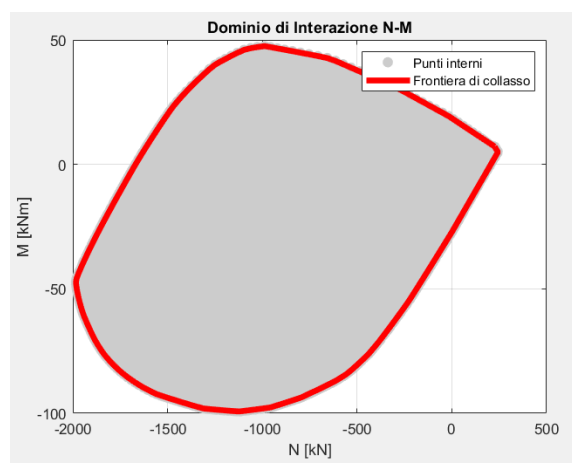


Figura 127 - con le def. impresse $t=90\text{ min}$

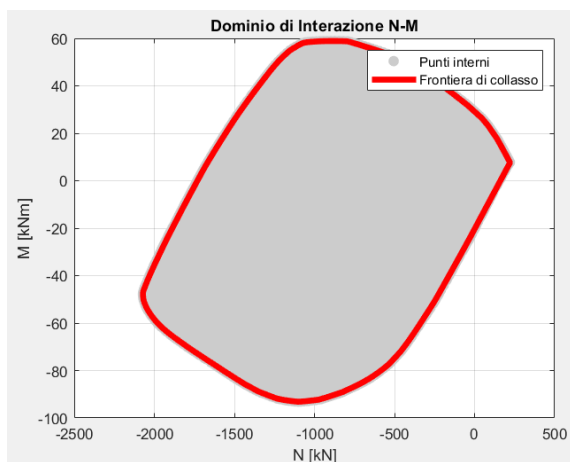


Figura 128 - senza le def. impresse $t=120\text{ min}$

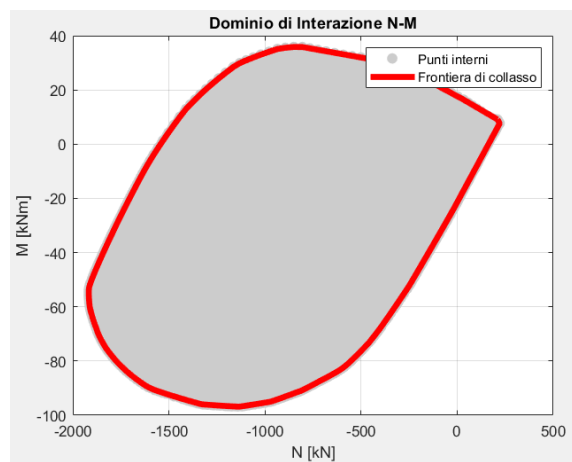
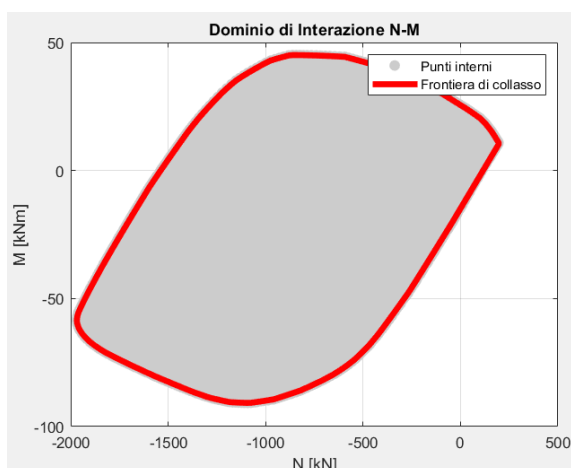
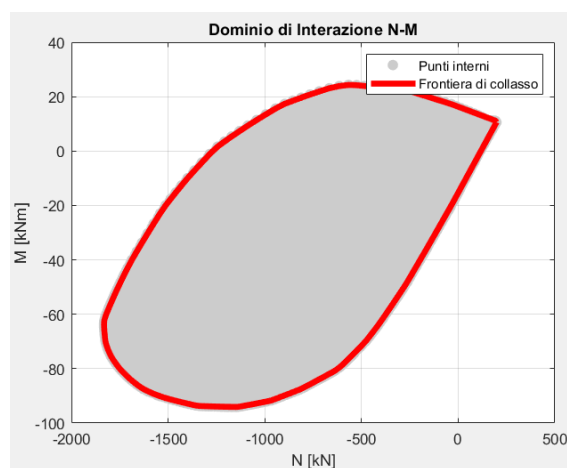
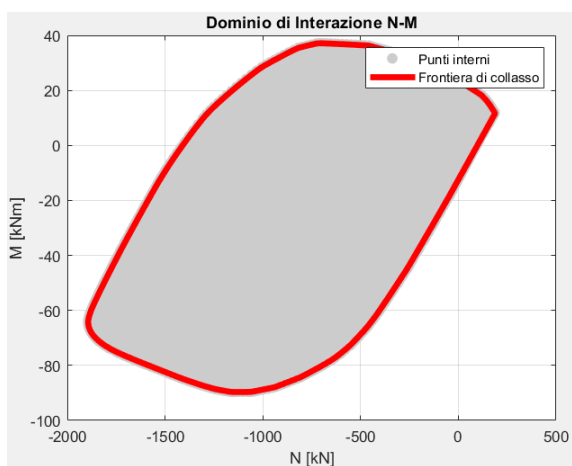
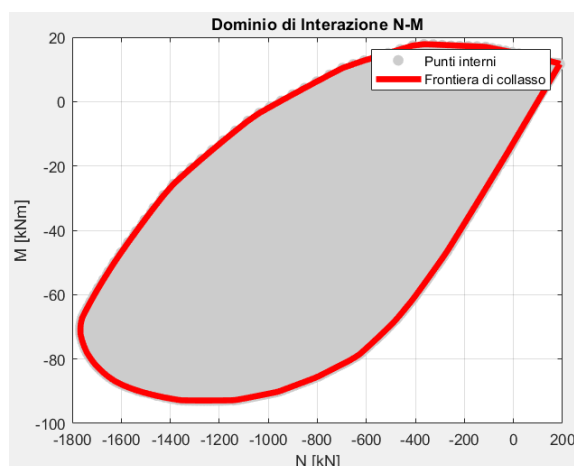


Figura 129 - con le def. impresse $t=120\text{ min}$

Figura 130 – senza le def. impresse $t=180$ minFigura 131 -con le def. impresse $t=180$ minFigura 132 – senza le def. Impresse $t=240$ minFigura 133 – con le def. Impresse $t=240$ min

Dallo studio per punti del dominio di interazione analizzando le deformazioni impresse per i seguenti tempi di esposizione: 30, 60, 90, 120, 180, 240 minuti, non si riscontra una regione interna non raggiungibile detta ‘lacuna del dominio di interazione’, se si considera la sezione di $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ esposta da un solo lato.

Di seguito si considera una sezione di dimensione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ con 4 ferri di diametro 10 mm (si sono rimossi i ferri in posizione intermedia). Si riportano i diagrammi di interazione con e senza l’analisi delle deformazioni impresse per diversi tempi di esposizione al fuoco su un solo lato della sezione in esame. Dalla Figura 145 sottostante si osserva che per la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ si forma una lacuna per il tempo di esposizione di 240 min.

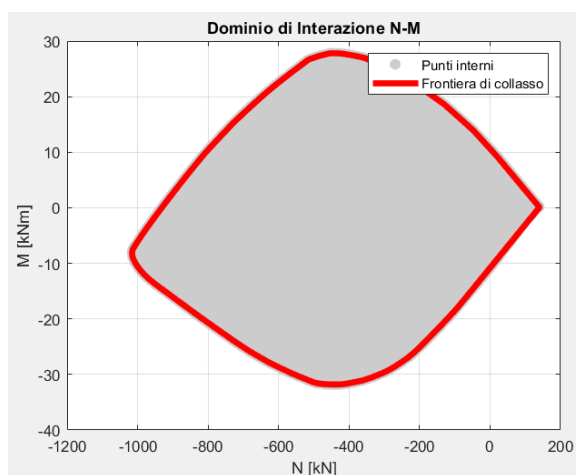


Figura 134 - senza le def. impresse $t=30$ min

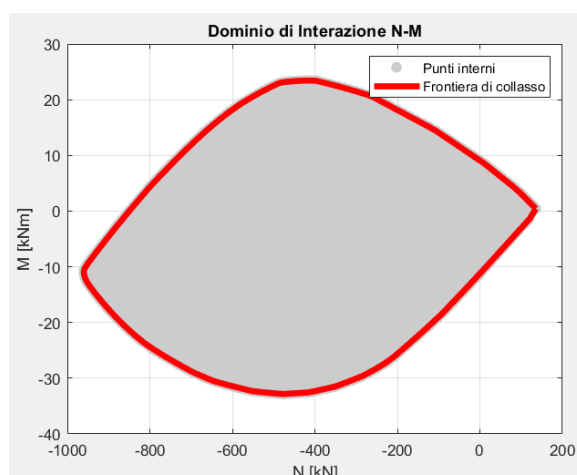


Figura 135 - con le def. impresse $t=30$ min

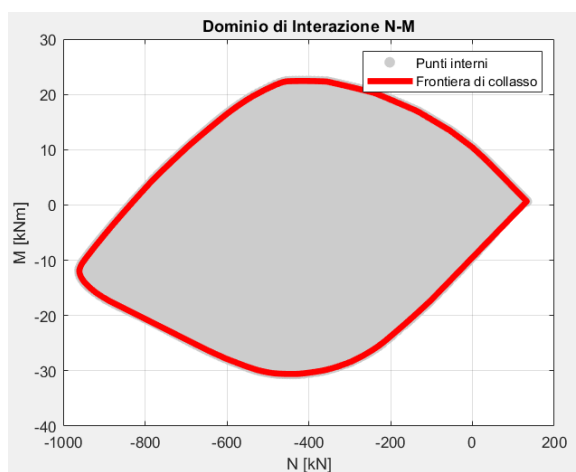


Figura 136 - senza le def. impresse $t=60$ min

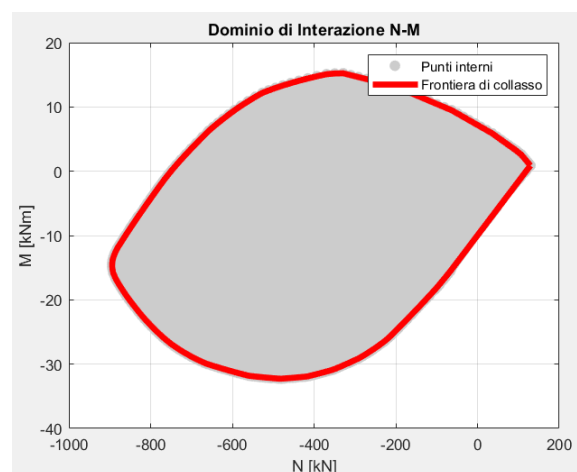


Figura 137 - con le def. impresse $t=60$ min

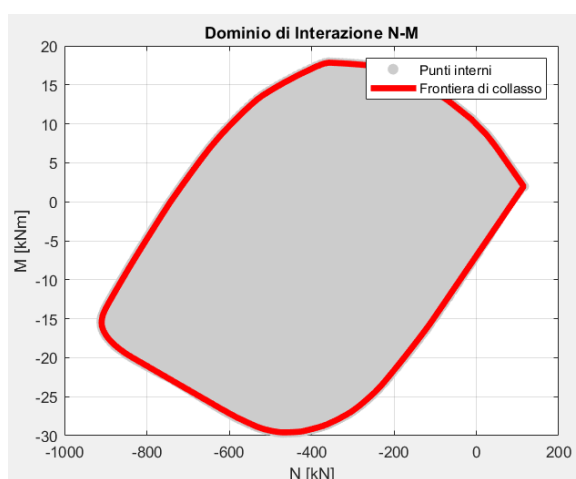


Figura 138 - senza le def. impresse $t=90$ min

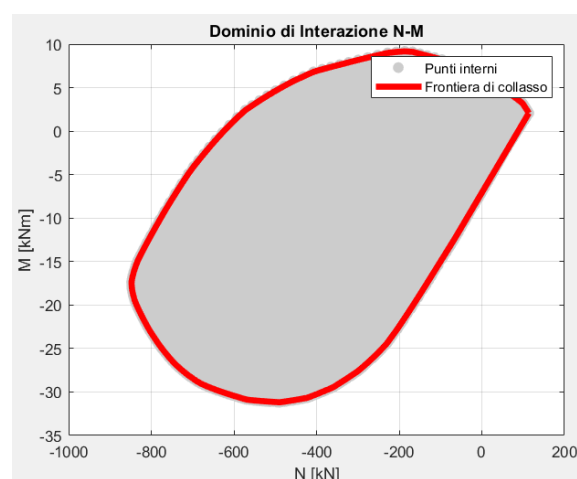


Figura 139 - con le def. impresse $t=90$ min

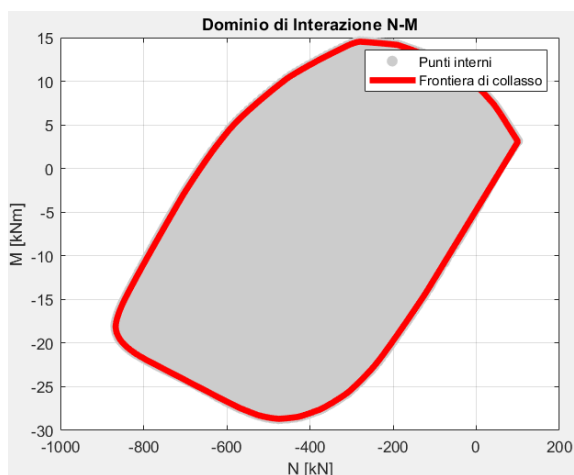


Figura 140 - senza le def. impresse $t=120$ min

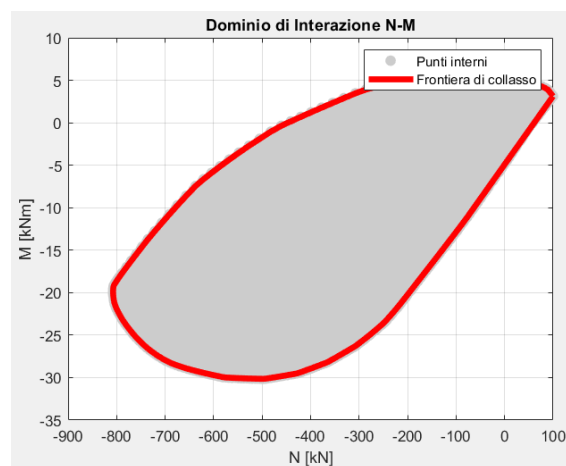


Figura 141 - con le def. impresse $t=120$ min

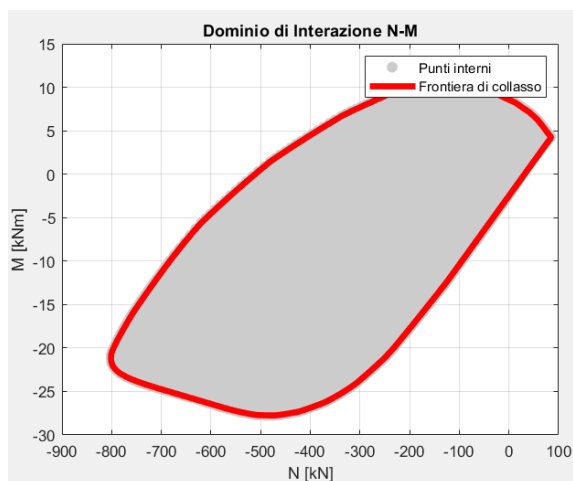


Figura 142 - senza le def. impresse $t=180$ min

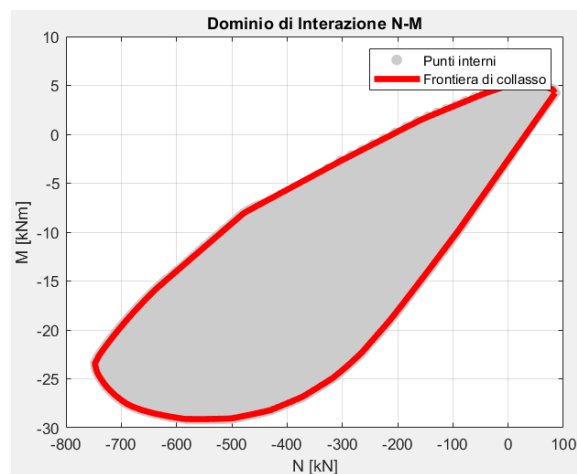


Figura 143 - con le def. impresse $t=180$ min

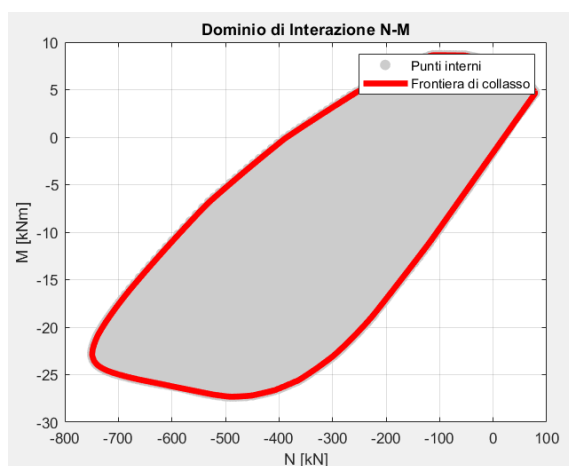


Figura 144 - senza le def. impresse $t=240$ min

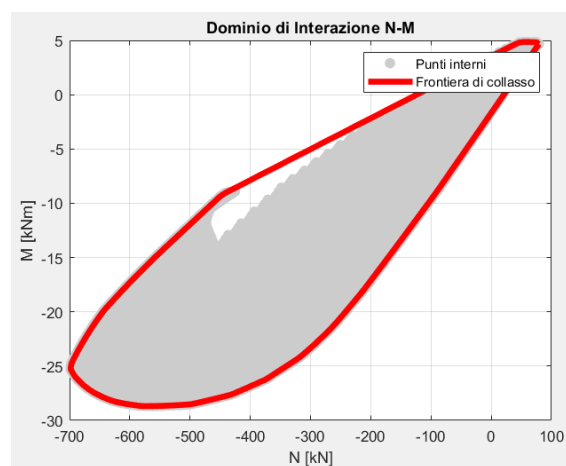
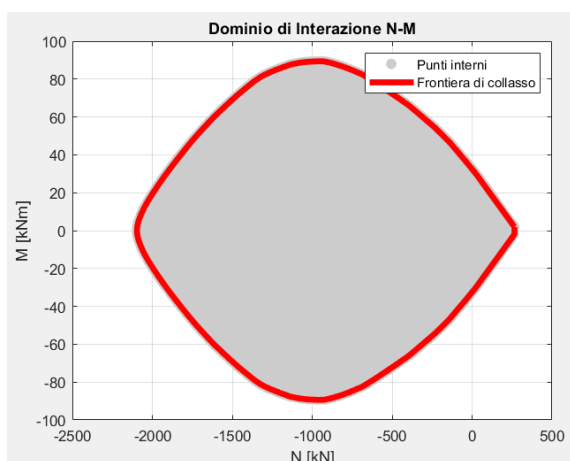
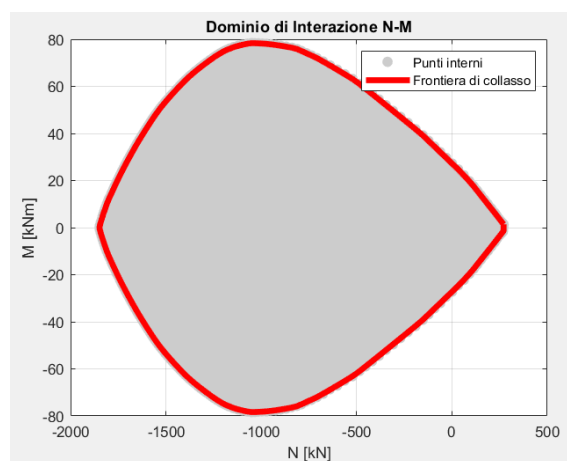
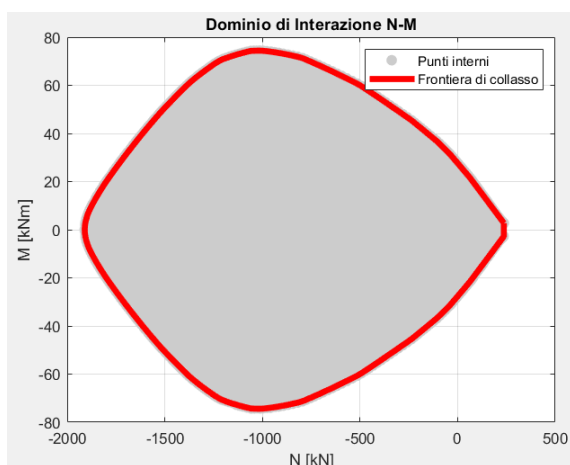
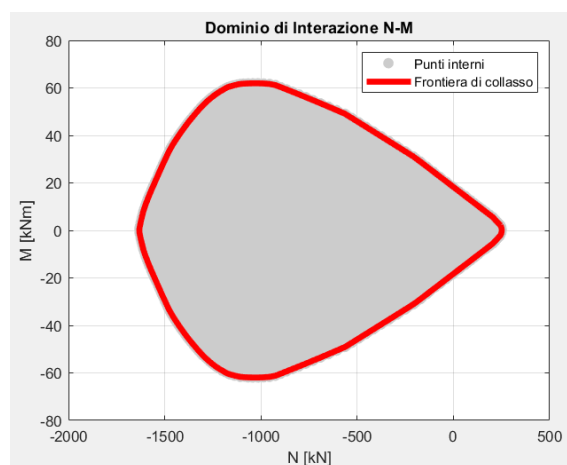


Figura 145 - con le def. impresse $t=240$ min

4.1.2 due lati opposti esposti

Si utilizza lo script MATLAB *lacune.m* per definire il dominio di interazione per punti per verificare se sono presenti delle lacune all'interno della frontiera di collasso.

Si riportano i domini di interazione ottenuti per punti per la sezione di $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ esposta su due lati opposti con e senza l'analisi delle deformazioni impresse per determinati tempi di esposizione.

Figura 146 - senza le def. impresse $t=30\text{ min}$ Figura 147 - con le def. impresse $t=30\text{ min}$ Figura 148 - senza le def. impresse $t=60\text{ min}$ Figura 149 - con le def. impresse $t=60\text{ min}$

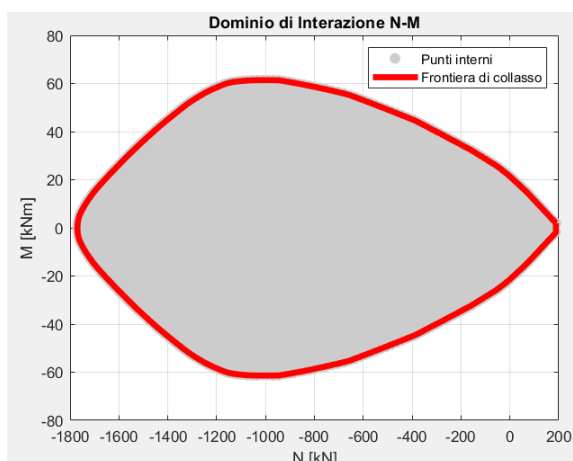


Figura 150 - senza le def. impresse $t=90$ min

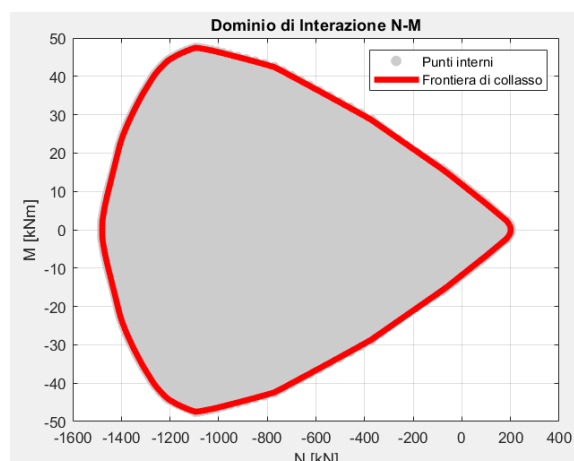


Figura 151 - con le def. impresse $t=90$ min

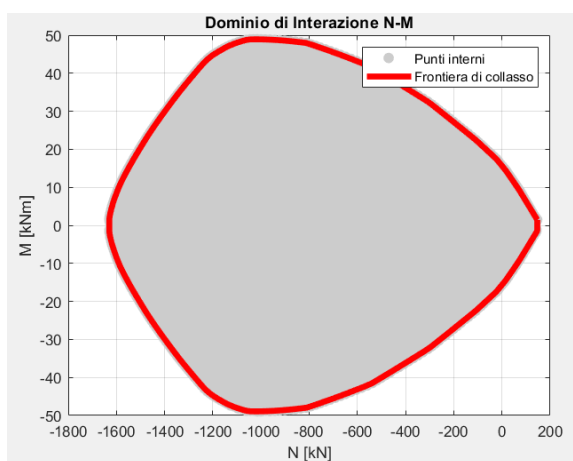


Figura 152 - senza le def. impresse $t=120$ min

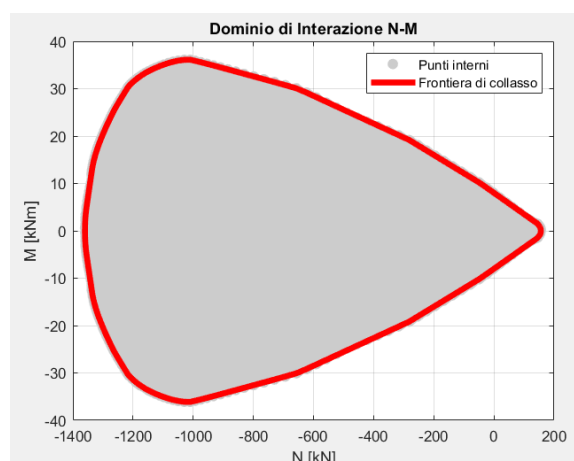


Figura 153 - con le def. impresse $t=120$ min

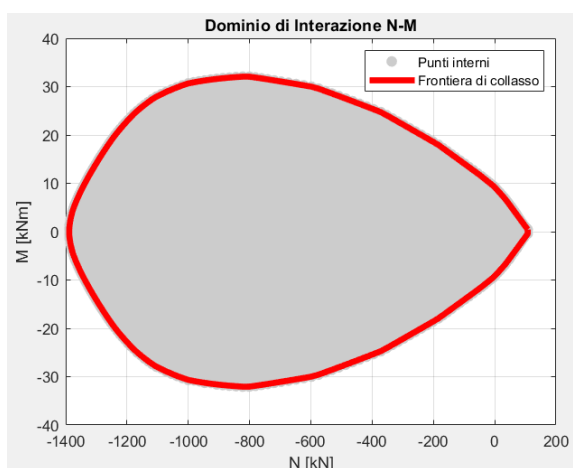


Figura 154 - senza le def. impresse $t=180$ min

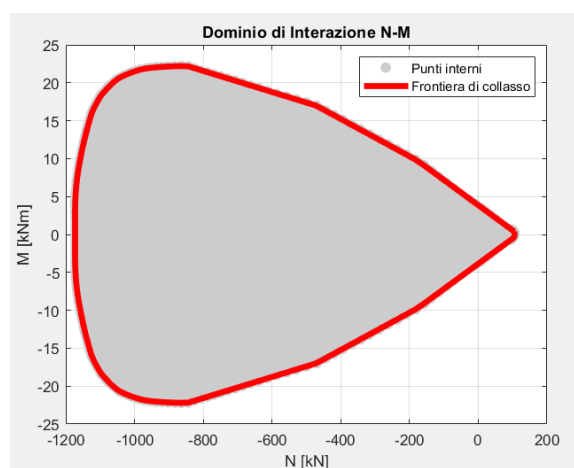
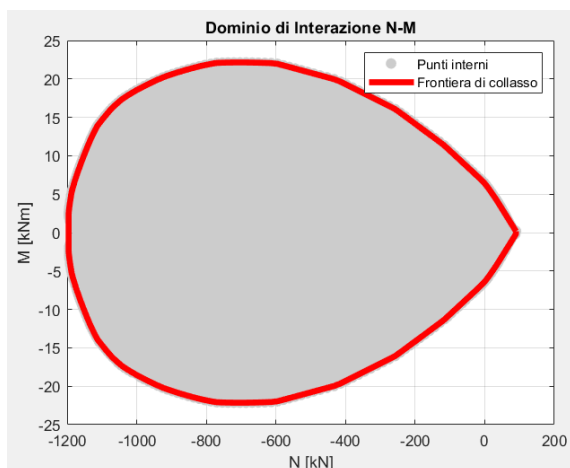
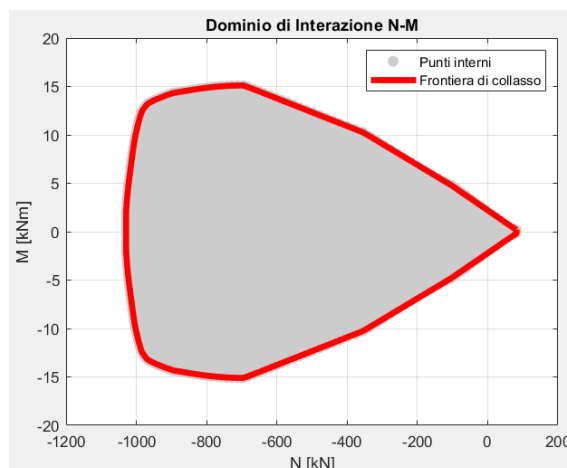
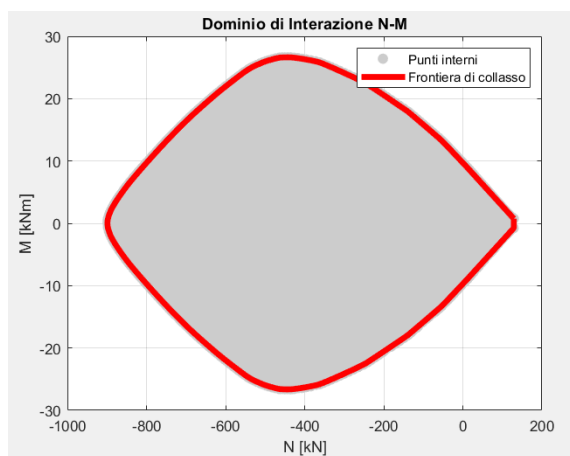
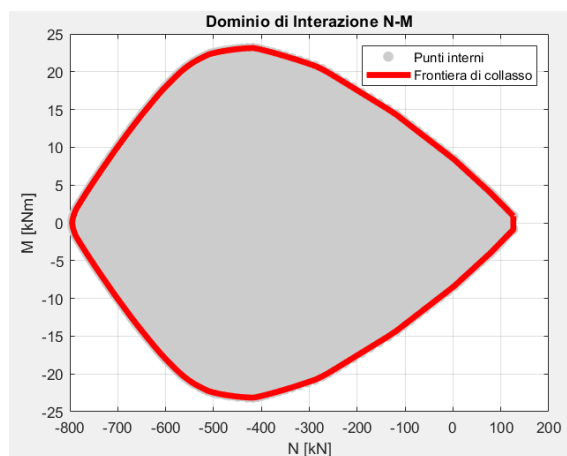


Figura 155 - con le def. impresse $t=180$ min

Figura 156 - senza le def. impresse $t=240$ minFigura 157 - con le def. impresse $t=240$ min

Dallo studio per punti del dominio di interazione analizzando le deformazioni impresse per i seguenti tempi di esposizione: 30, 60, 90, 120, 180, 240 minuti, non si riscontra una regione interna non raggiungibile detta ‘lacuna del dominio di interazione’, se si considera la sezione di $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ esposta su due lati opposti.

Di seguito si considera una sezione di dimensione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ con 4 ferri di diametro 10 mm (si sono rimossi i ferri in posizione intermedia). Si riportano i diagrammi di interazione con e senza l’analisi delle deformazioni impresse per diversi tempi di esposizione al fuoco su due lati opposti della sezione in esame. Dalla Figura 169 sottostante si osserva che per la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ si forma una lacuna per il tempo di esposizione di 240 min.

Figura 158 - senza le def. impresse $t=30$ minFigura 159 - con le def. impresse $t=30$ min

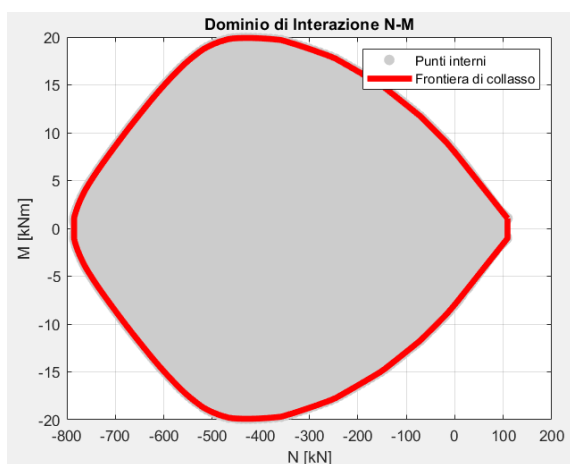


Figura 160 - senza le def. impresse $t=60\text{min}$

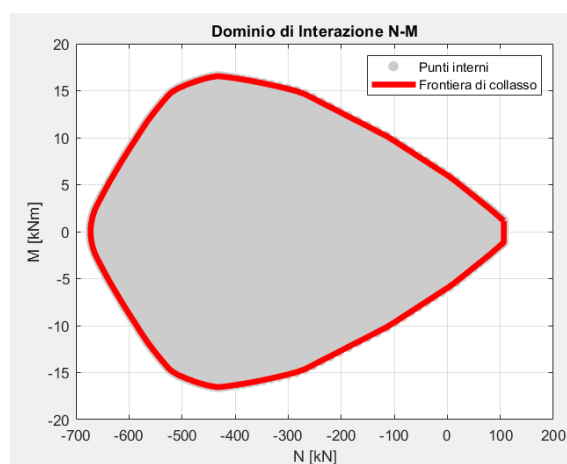


Figura 161 - con le def. impresse $t=60\text{min}$

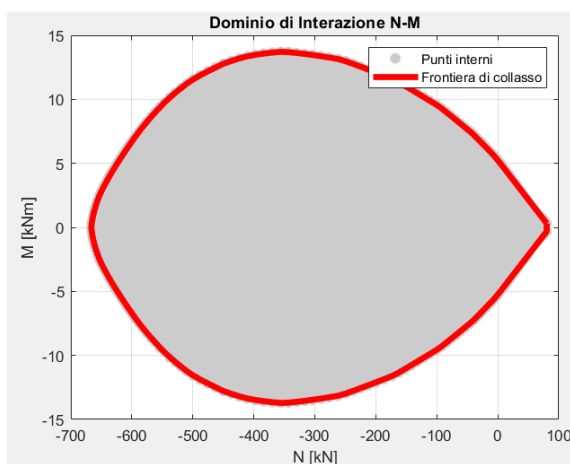


Figura 162 - senza le def. impresse $t=90\text{ min}$

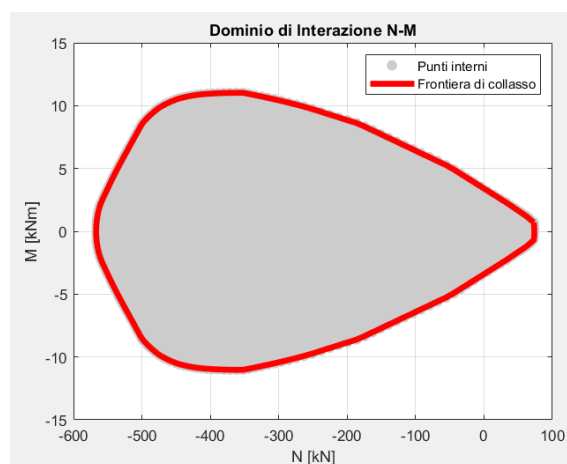


Figura 163 - con le def. impresse $t=90\text{ min}$

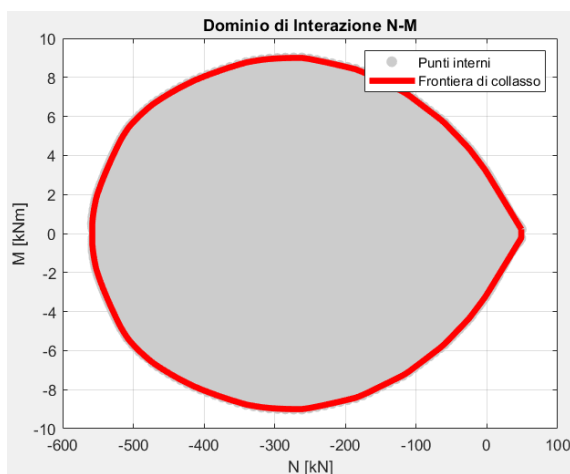


Figura 164 - senza le def. impresse $t=120\text{ min}$

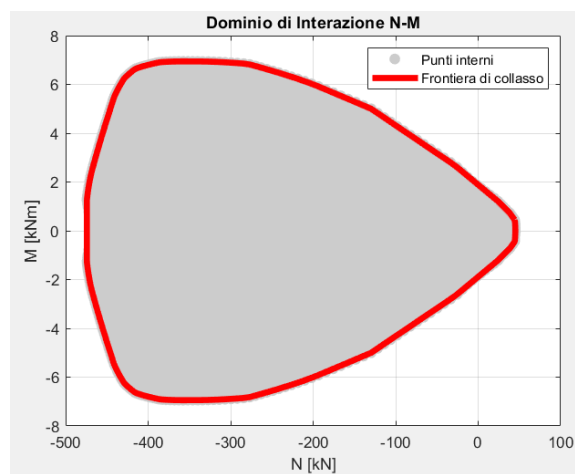


Figura 165 - con le def. impresse $t=120\text{ min}$

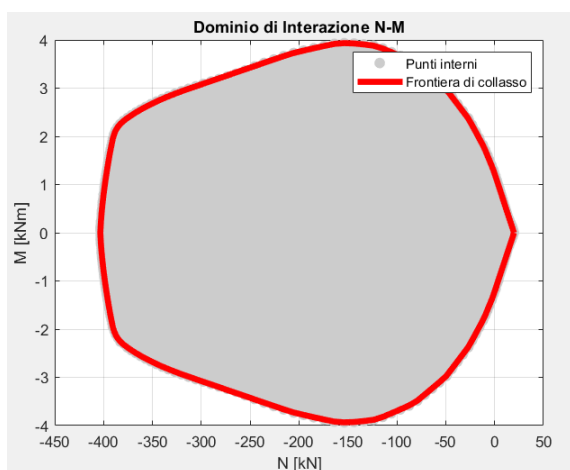


Figura 166 - senza le def. impresse $t=180$ min

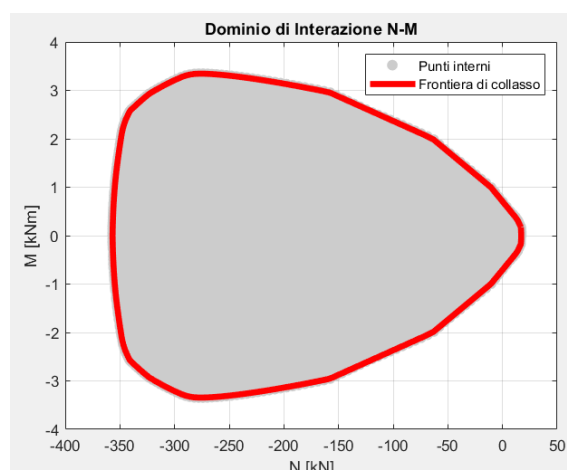


Figura 167 - con le def. impresse $t=180$ min

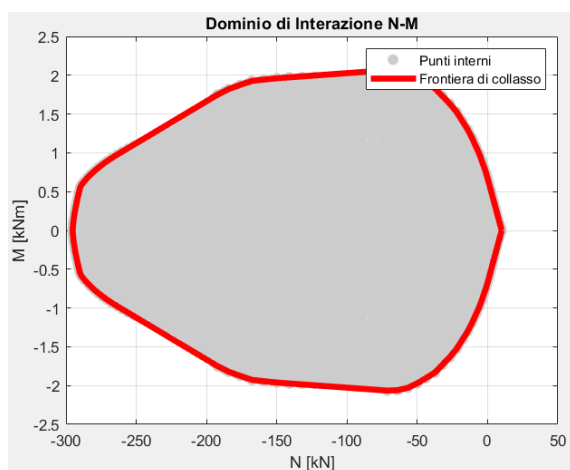


Figura 168 - senza le def. impresse $t=240$ min

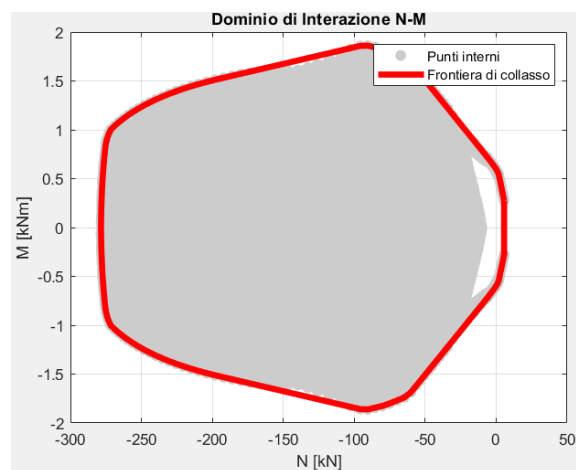


Figura 169 - con le def. impresse $t=240$ min

4.1.3 due lati adiacenti esposti

Si utilizza lo script MATLAB *lacune.m* per definire il dominio di interazione per punti per verificare se sono presenti delle lacune all'interno della frontiera di collasso.

Si riportano i domini di interazione ottenuti per punti per la sezione di $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ esposta su due lati adiacenti con e senza l'analisi delle deformazioni impresse per determinati tempi di esposizione.

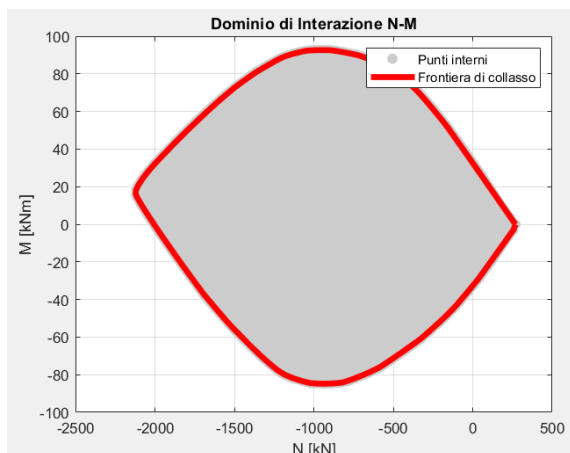


Figura 170 - senza le def. impresse $t=30$ min

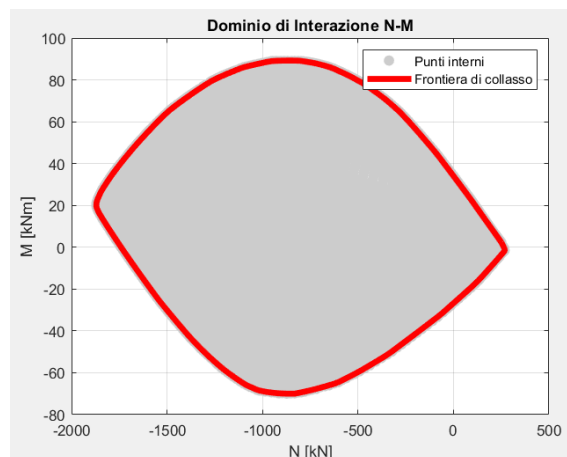


Figura 171 - con le def. impresse $t=30$ min

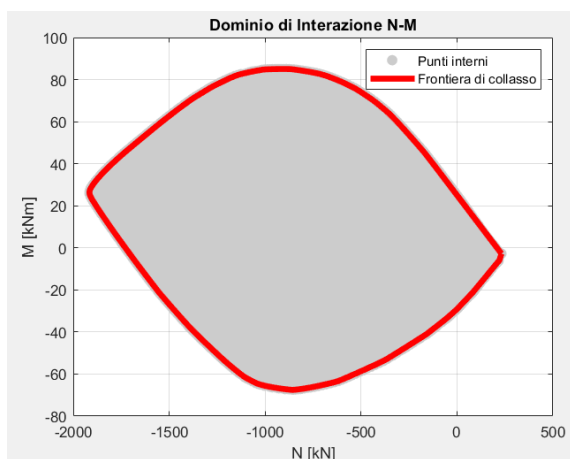


Figura 172 - senza le def. impresse $t=60$ min

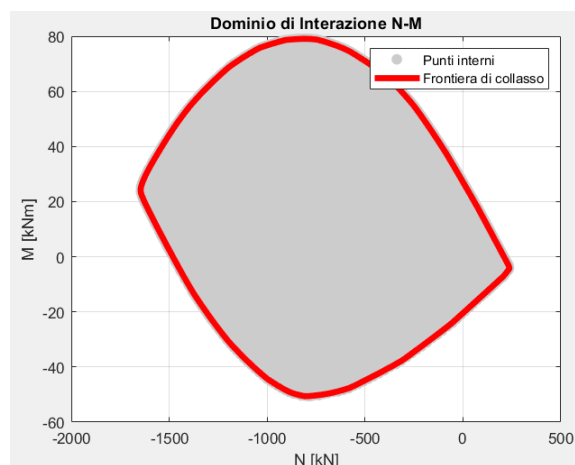


Figura 173 - con le def. impresse $t=60$ min

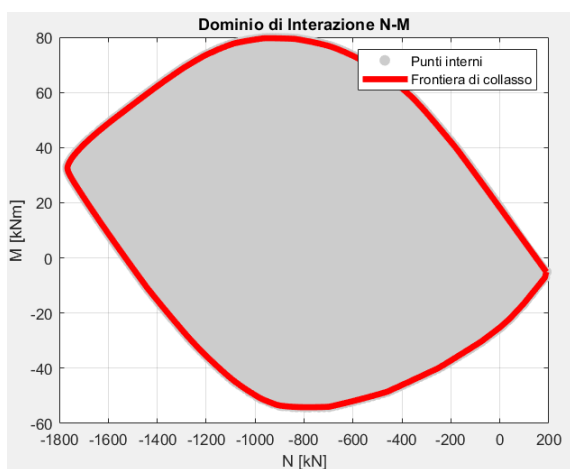


Figura 174 - senza le def. impresse $t=90$ min

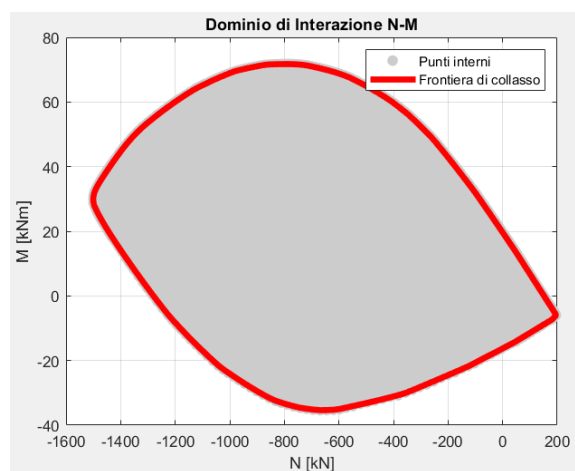


Figura 175 - con le def. impresse $t=90$ min

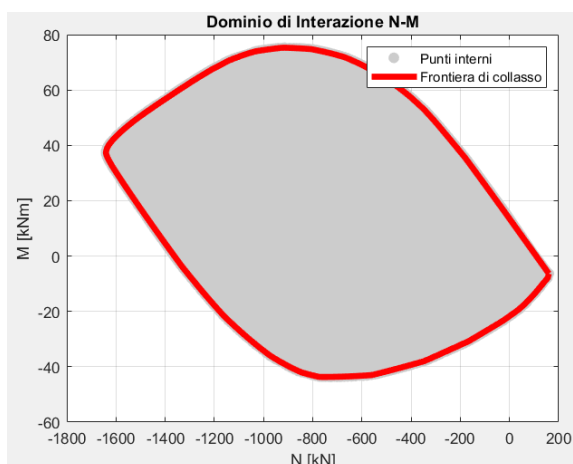


Figura 176 - senza le def. impresse $t=120$ min

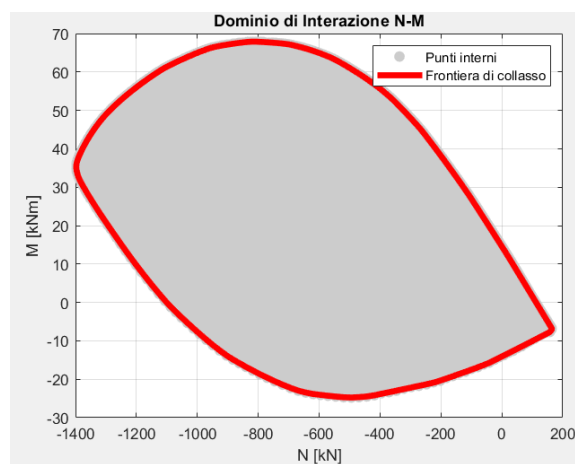


Figura 177 - con le def. impresse $t=120$ min

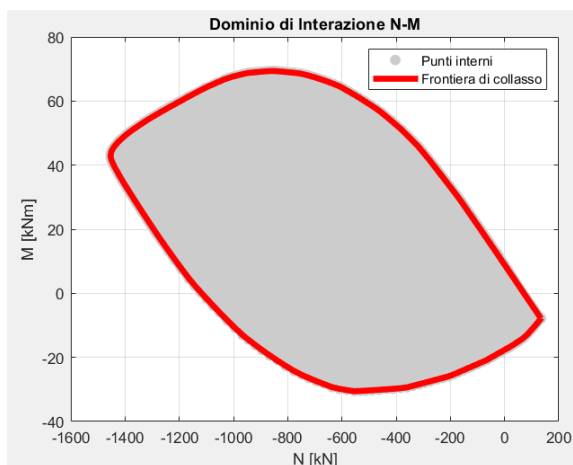


Figura 178 - senza le def. impresse $t=180$ min

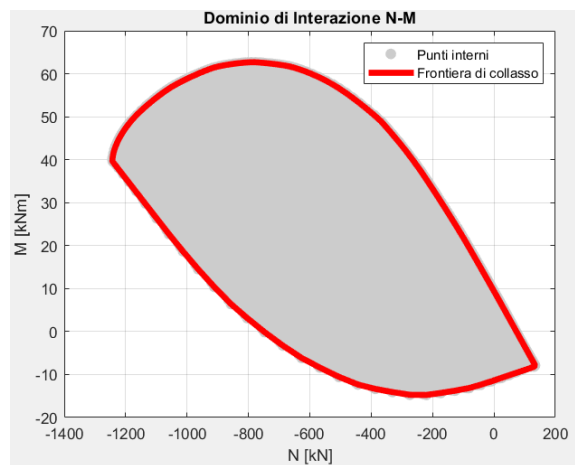


Figura 179 - con le def. impresse $t=180$ min

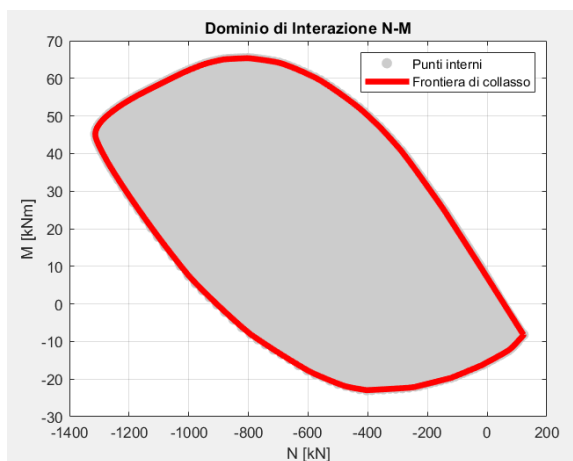


Figura 180 - senza le def. impresse $t=240$ min

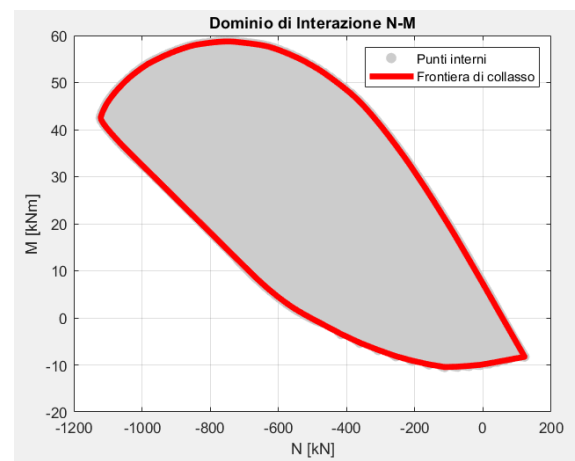


Figura 181 - con le def. impresse $t=240$ min

Dallo studio per punti del dominio di interazione analizzando le deformazioni impresse per i seguenti tempi di esposizione: 30, 60, 90, 120, 180, 240 minuti, non si riscontra una regione interna non raggiungibile detta ‘lacuna del dominio di interazione’, se si considera la sezione di $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ esposta su due lati adiacenti.

Di seguito si considera una sezione di dimensione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ con 4 ferri di diametro 10 mm (si sono rimossi i ferri in posizione intermedia). Si riportano i diagrammi di interazione con e senza l’analisi delle deformazioni impresse per diversi tempi di esposizione al fuoco su due lati adiacenti della sezione in esame. Dalla Figura 191 e dalla Figura 193 sottostante si osserva che per la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ si forma una lacuna per il tempo di esposizione di 180 min e 240 min.

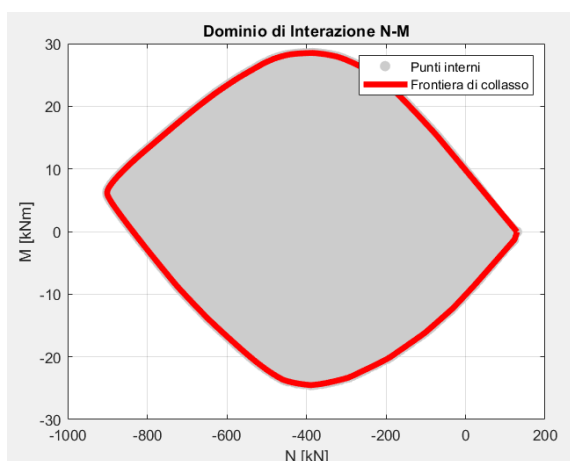


Figura 182 - senza le def. impresse $t=30\text{ min}$

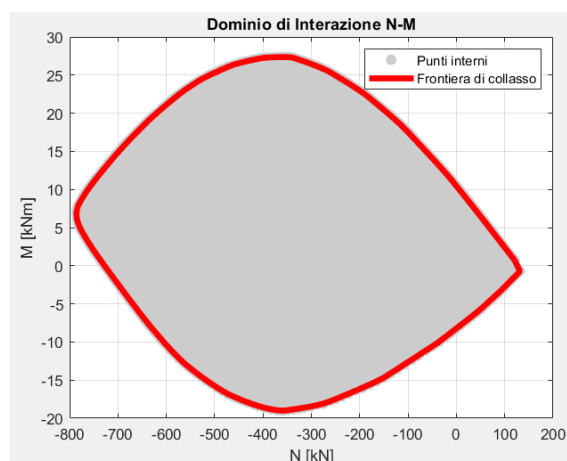


Figura 183 - con le def. impresse $t=30\text{ min}$

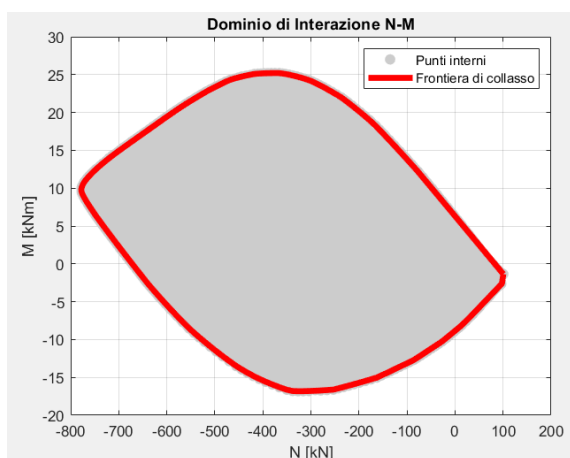


Figura 184 - senza le def. impresse $t=60\text{ min}$

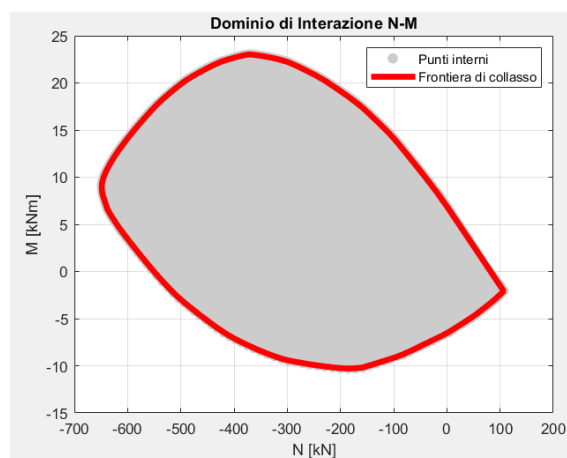


Figura 185 - con le def. impresse $t=60\text{ min}$

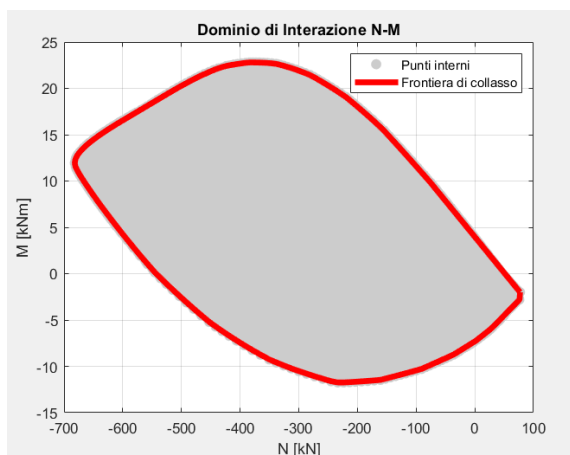


Figura 186 - senza le def. impresse $t=90$ min

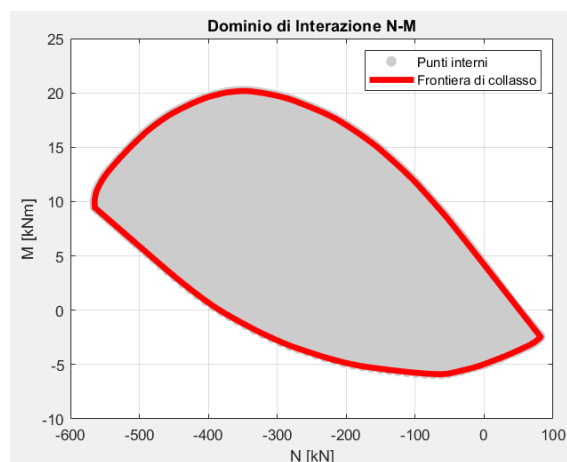


Figura 187 - con le def. impresse $t=90$ min

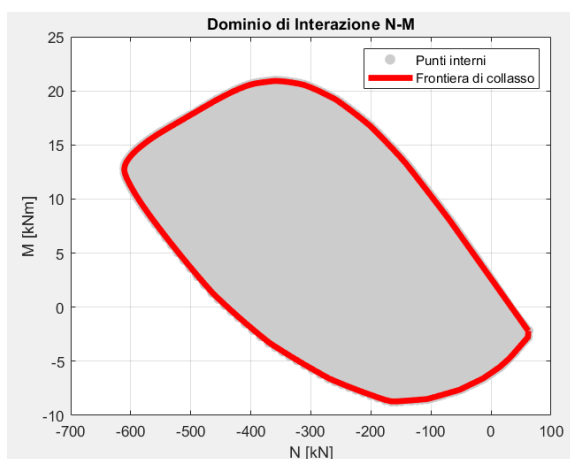


Figura 188 - senza le def. impresse $t=120$ min

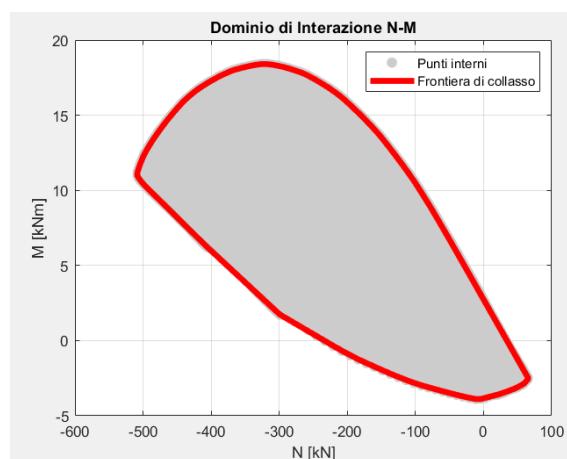


Figura 189 - con le def. impresse $t=120$ min

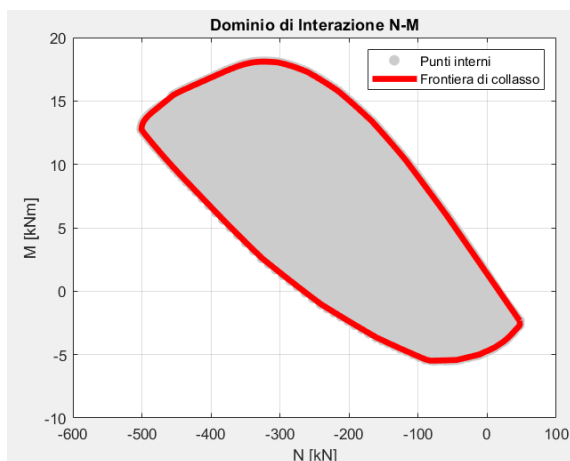


Figura 190 - senza le def. impresse $t=180$ min

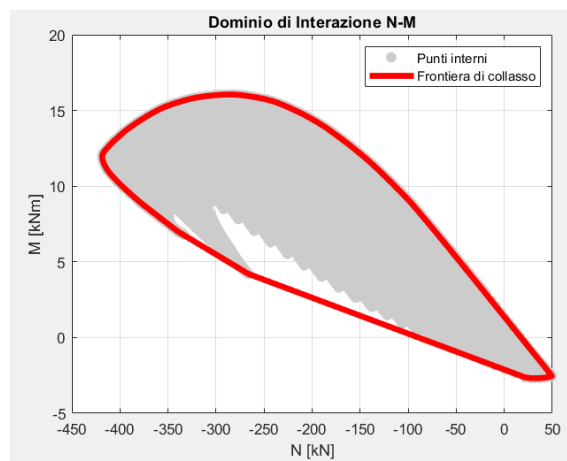
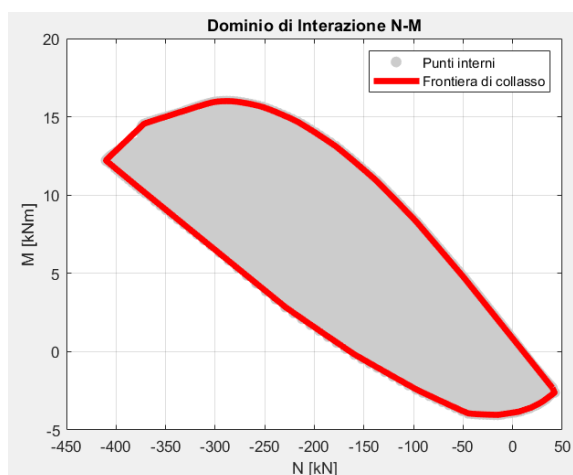
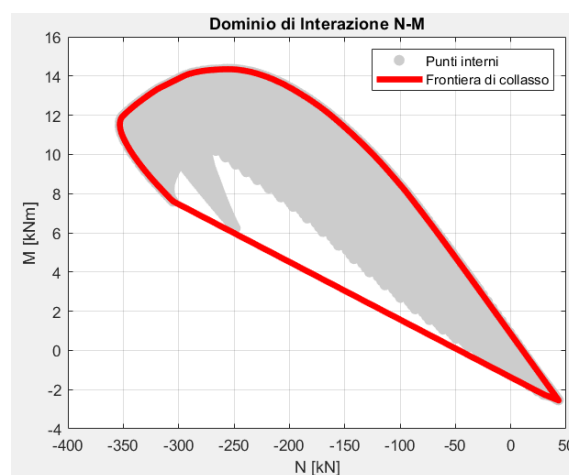


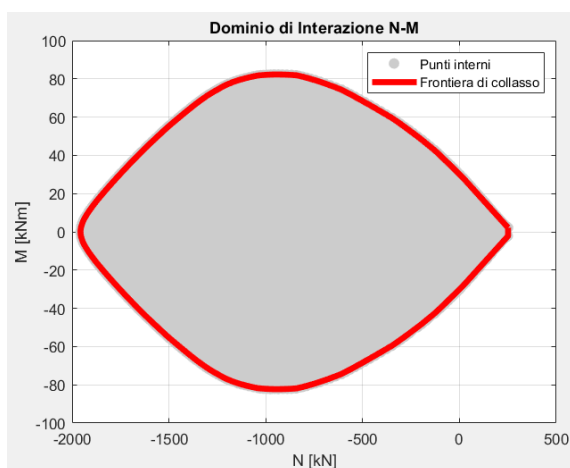
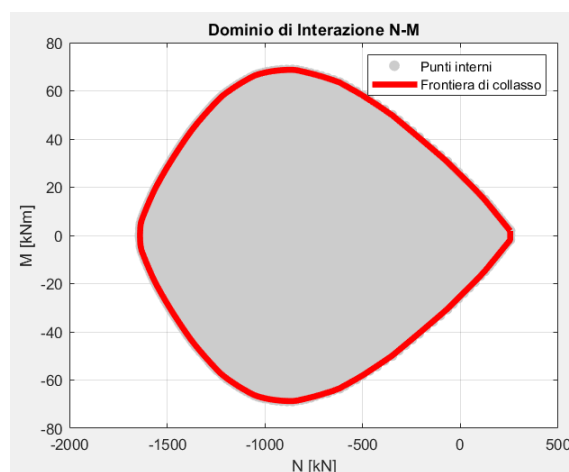
Figura 191 - con le def. impresse $t=180$ min

Figura 192 - senza le def. impresse $t=240$ minFigura 193 - con le def. impresse $t=240$ min

4.1.4 tre lati esposti

Si utilizza lo script MATLAB *lacune.m* per definire il dominio di interazione per punti per verificare se sono presenti delle lacune all'interno della frontiera di collasso.

Si riportano i domini di interazione ottenuti per punti per la sezione di $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ esposta su tre lati con e senza l'analisi delle deformazioni impresse per determinati tempi di esposizione.

Figura 194 - senza le def. impresse $t=30$ minFigura 195 - con le def. impresse $t=30$ min

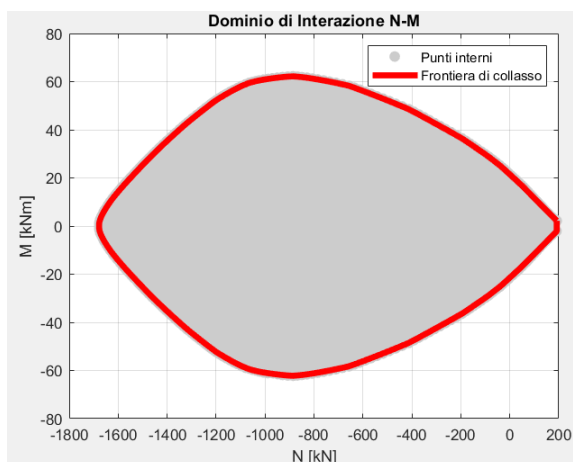


Figura 196 - senza le def. impresse $t=60\text{min}$

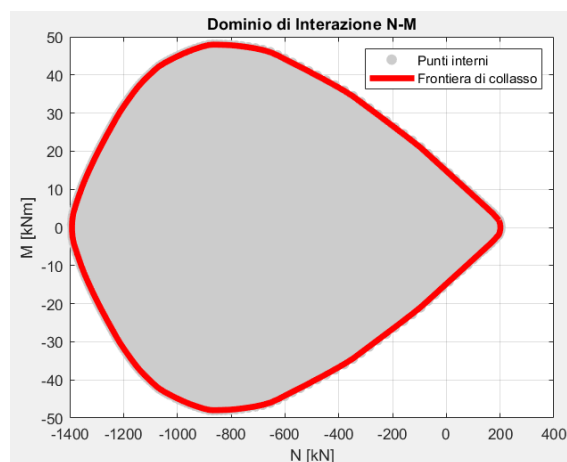


Figura 197 - con le def. impresse $t=60\text{min}$

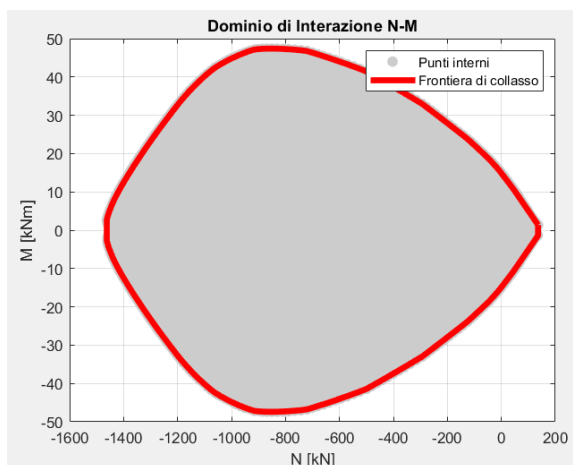


Figura 198 - senza le def. impresse $t=90\text{ min}$

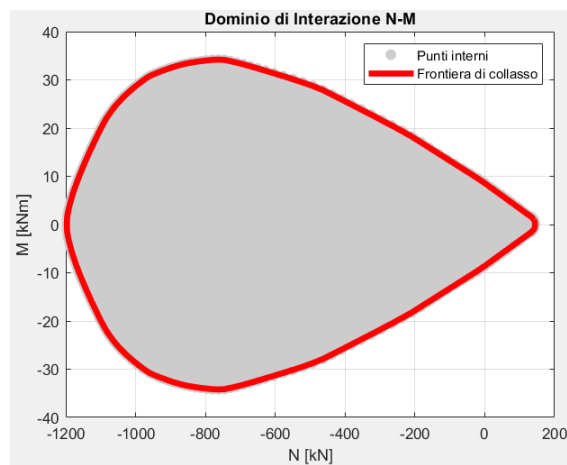


Figura 199 - con le def. impresse $t=90\text{ min}$

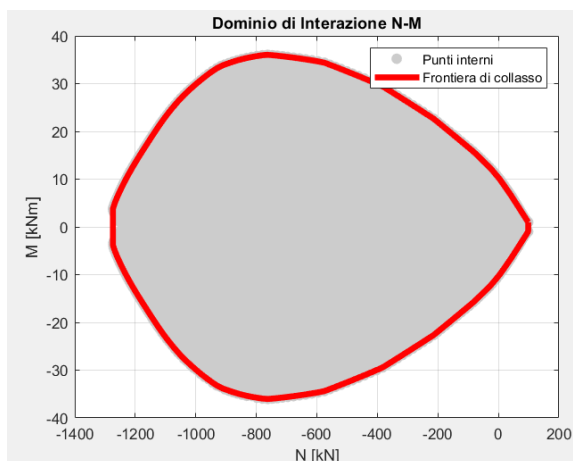


Figura 200 - senza le def. impresse $t=120\text{ min}$

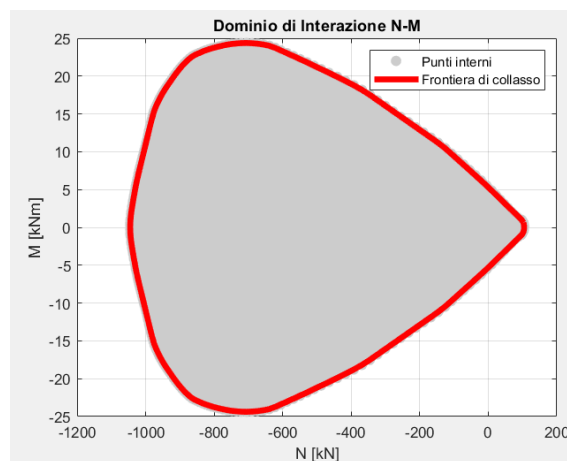
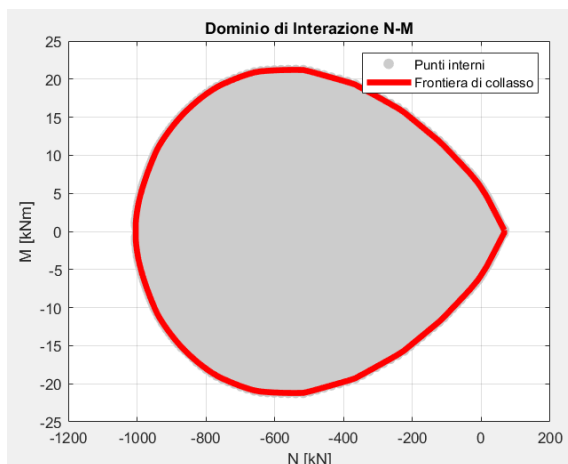
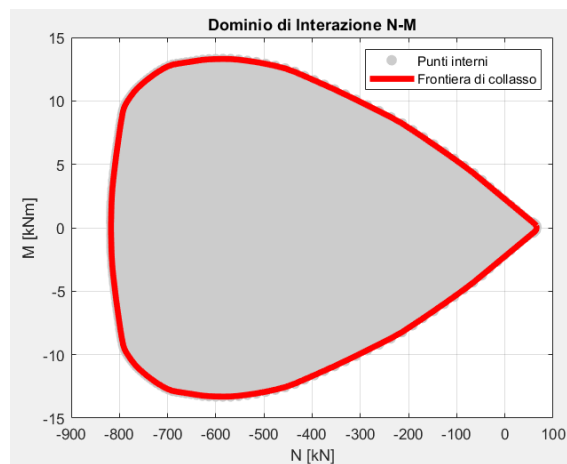
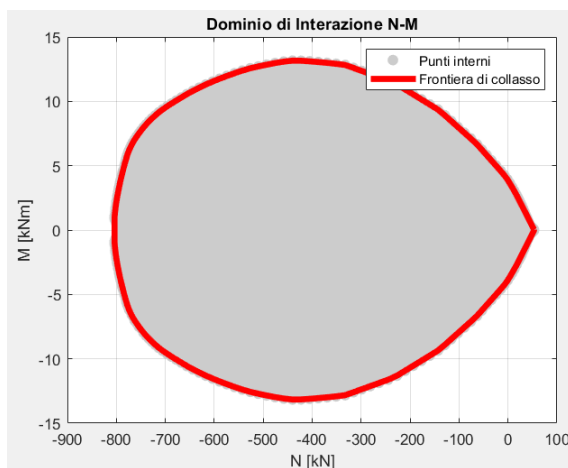
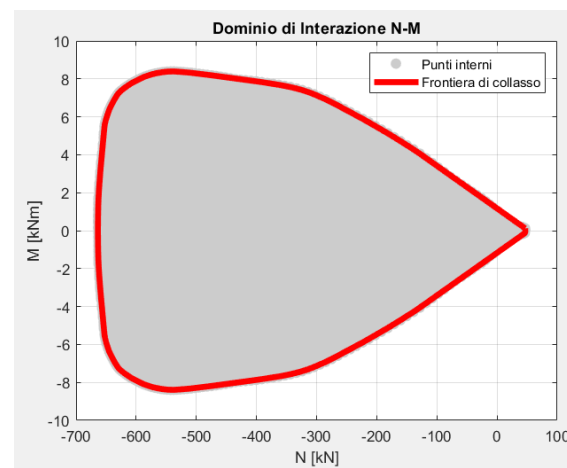


Figura 201 - con le def. impresse $t=120\text{ min}$

Figura 202 - senza le def. impresse $t=180$ minFigura 203 - con le def. impresse $t=180$ minFigura 204 - senza le def. impresse $t=240$ minFigura 205 - con le def. impresse $t=240$ min

Dallo studio per punti del dominio di interazione analizzando le deformazioni impresse per i seguenti tempi di esposizione: 30, 60, 90, 120, 180, 240 minuti, non si riscontra una regione interna non raggiungibile detta ‘lacuna del dominio di interazione’, se si considera la sezione di $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ esposta da tre lati.

Di seguito si considera una sezione di dimensione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ con 4 ferri di diametro 10 mm (si sono rimossi i ferri in posizione intermedia). Si riportano i diagrammi di interazione con e senza l’analisi delle deformazioni impresse per diversi tempi di esposizione al fuoco su tre lati della sezione in esame. Dalle figure sottostanti si osserva che per la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ non si formano lacune per i tempi di esposizione considerati.

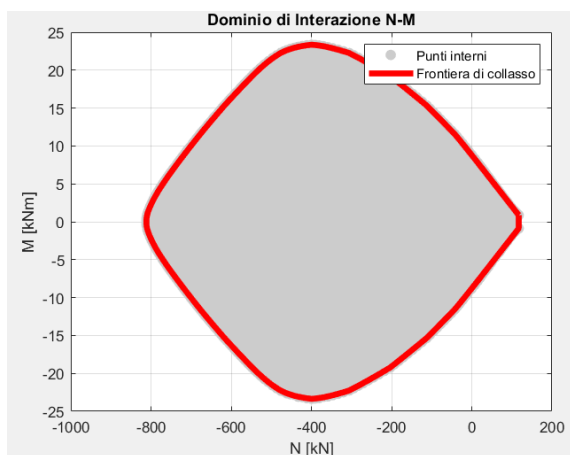


Figura 206 - senza le def. impresse $t=30$ min

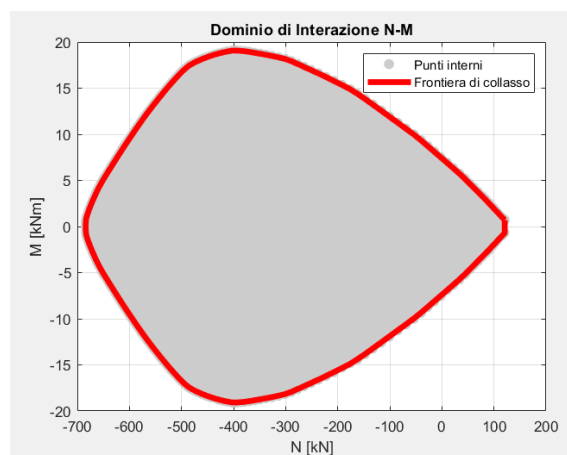


Figura 207 - con le def. impresse $t=30$ min

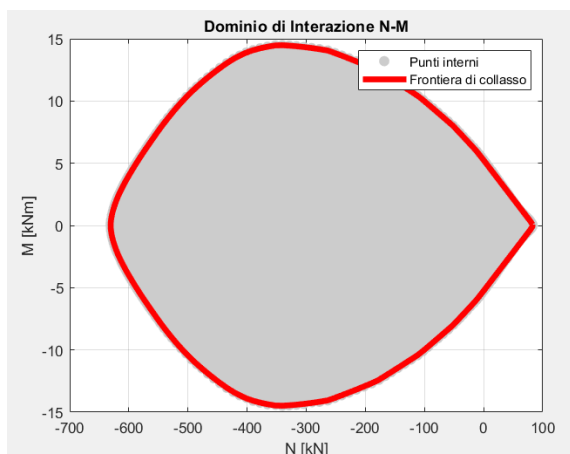


Figura 208 -senza le def. impresse $t=60$ min

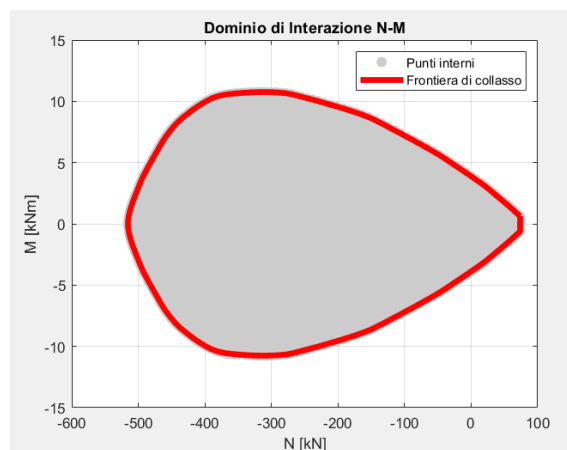


Figura 209 - con le def. impresse $t=60$ min

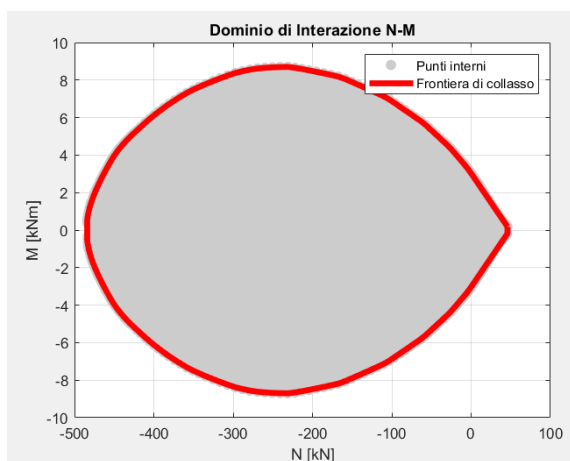


Figura 210 - senza le def. impresse $t=90$ min

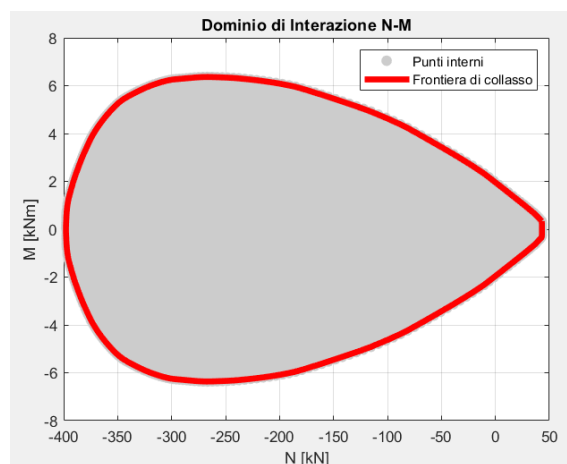


Figura 211 - con le def. impresse $t=90$ min

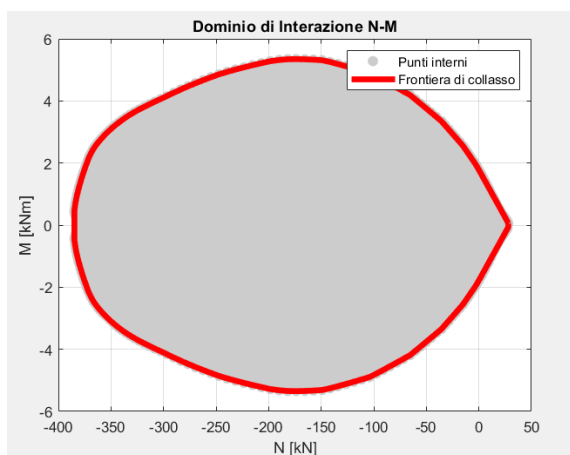


Figura 212 - senza le def. impresse $t=120$ min

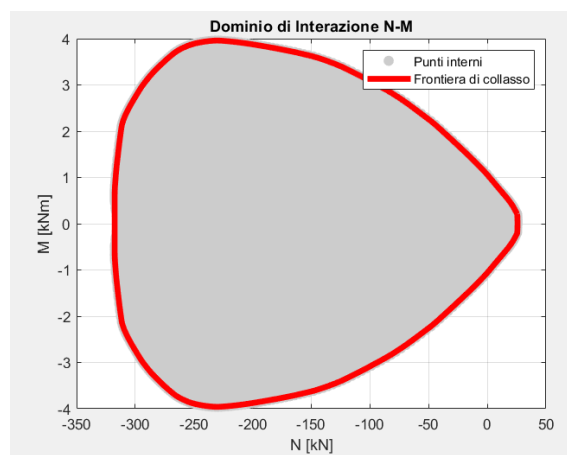


Figura 213 - con le def. impresse $t=120$ min

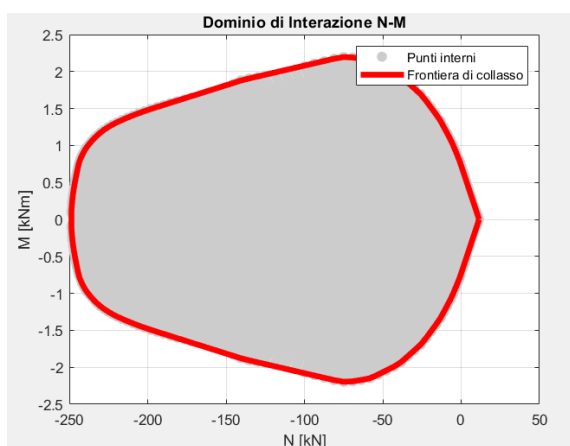


Figura 214 - senza le def. impresse $t=180$ min

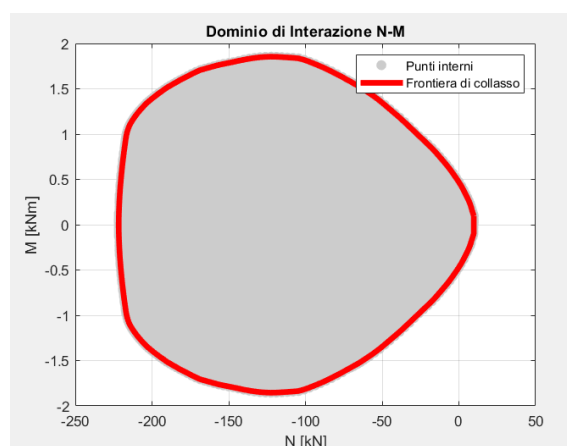


Figura 215 - con le def. impresse $t=180$ min

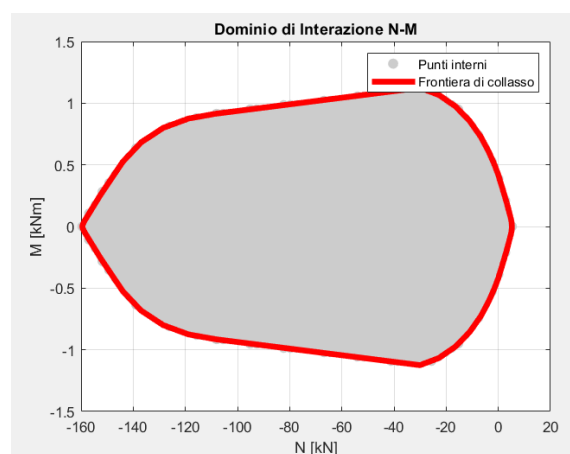


Figura 216 - senza le def. impresse $t=240$ min

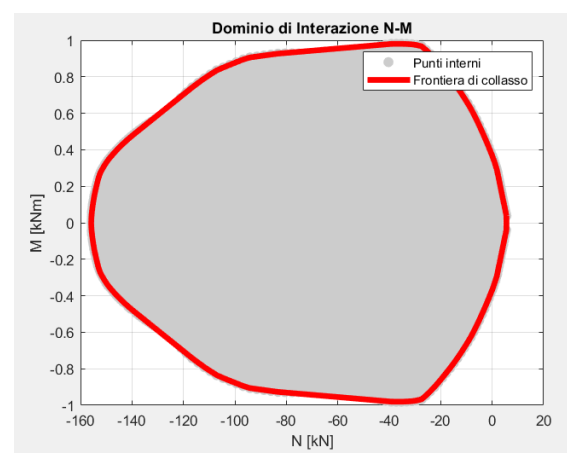
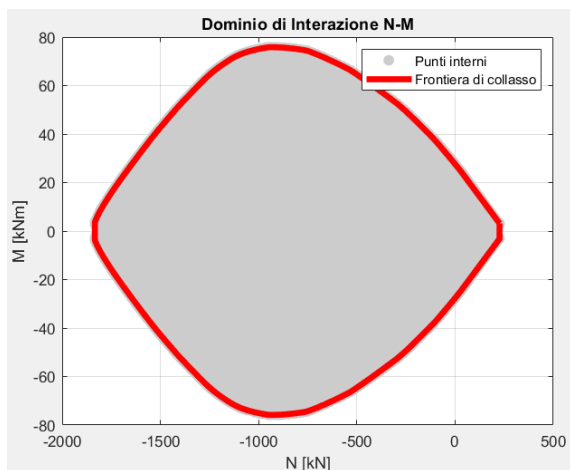
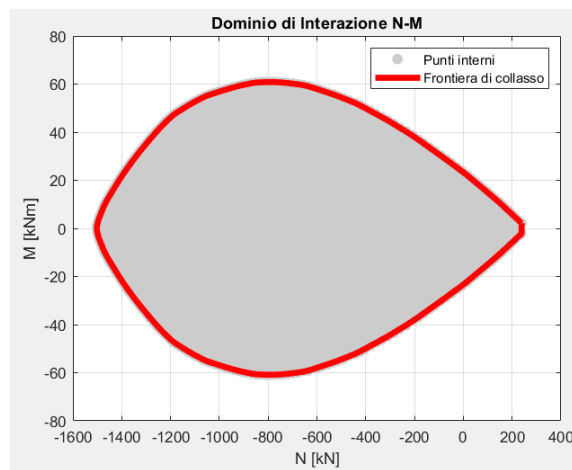
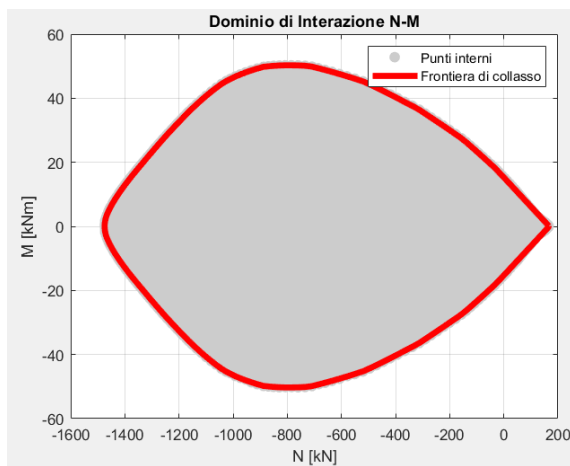
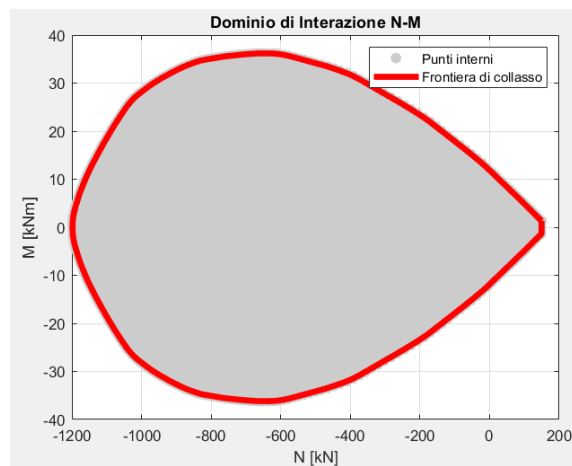


Figura 217 - con le def. impresse $t=240$ min

4.1.5 quattro lati esposti

Si utilizza lo script MATLAB *lacune.m* per definire il dominio di interazione per punti per verificare se sono presenti delle lacune all'interno della frontiera di collasso.

Si riportano i domini di interazione ottenuti per punti per la sezione di $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ esposta su quattro lati con e senza l'analisi delle deformazioni impresse per determinati tempi di esposizione.

Figura 218 - senza le def. impresse $t=30\text{ min}$ Figura 219 - con le def. impresse $t=30\text{ min}$ Figura 220 - senza le def. impresse $t=60\text{ min}$ Figura 221 - con le def. impresse $t=60\text{ min}$

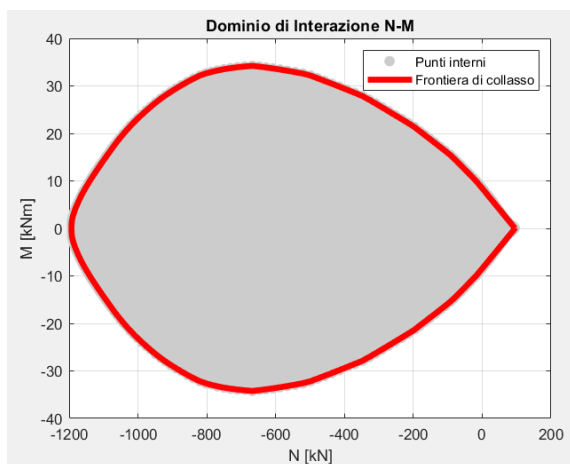


Figura 222 - senza le def. impresse $t=90$ min

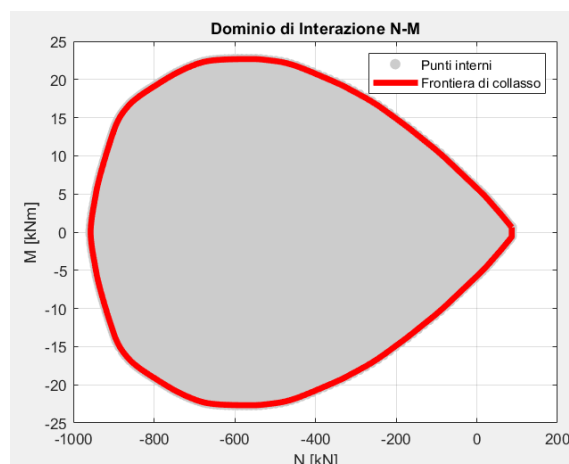


Figura 223 - con le def. impresse $t=90$ min

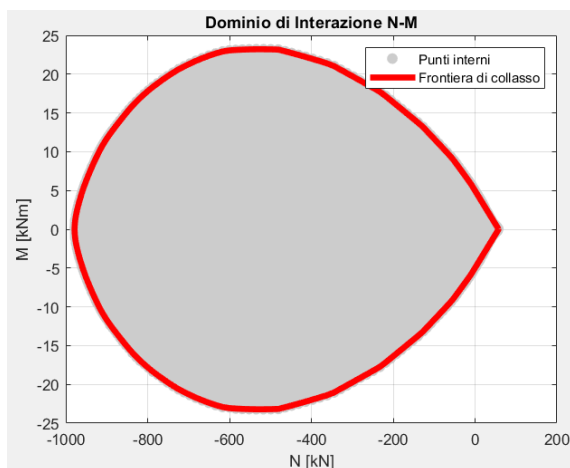


Figura 224 - senza le def. impresse $t=120$ min

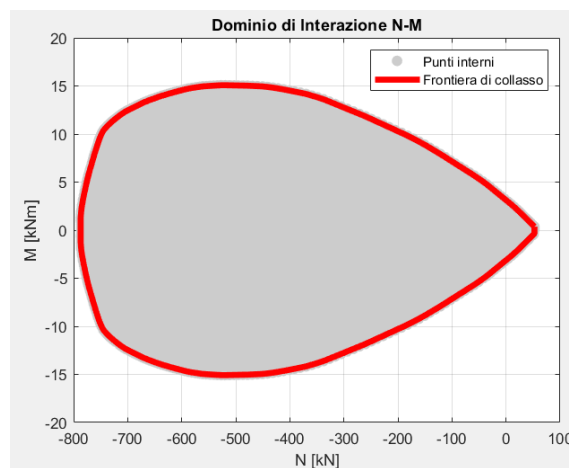


Figura 225 - con le def. impresse $t=120$ min

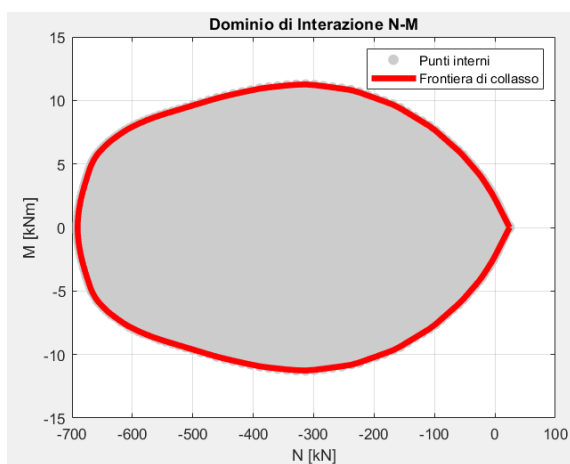


Figura 226 - senza le def. impresse $t=180$ min

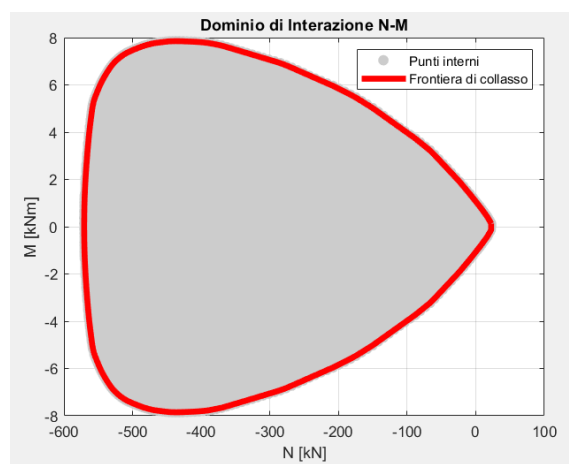
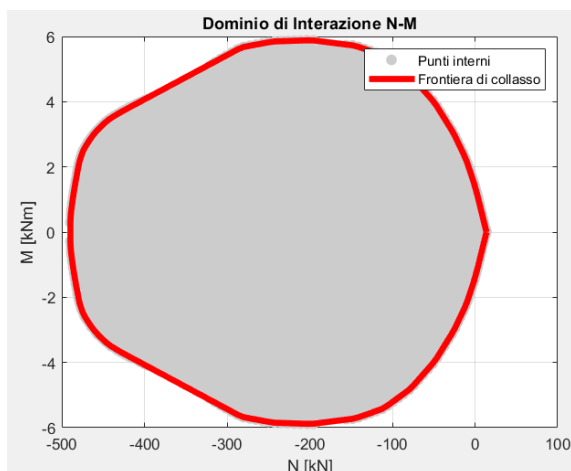
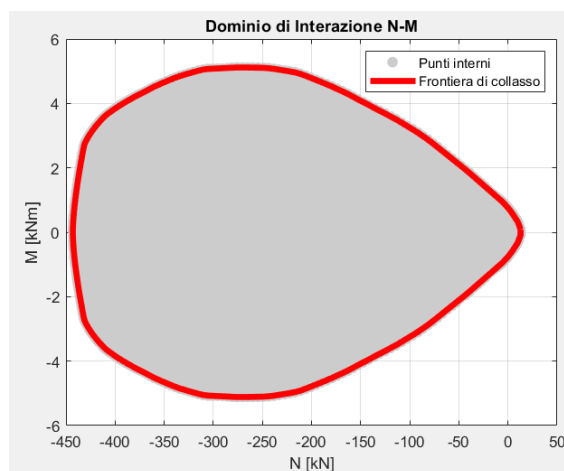
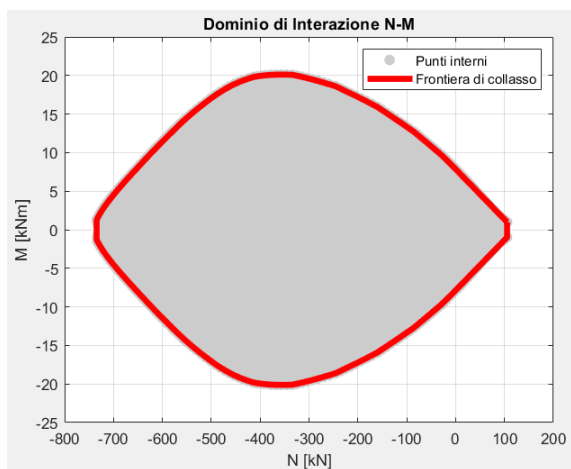
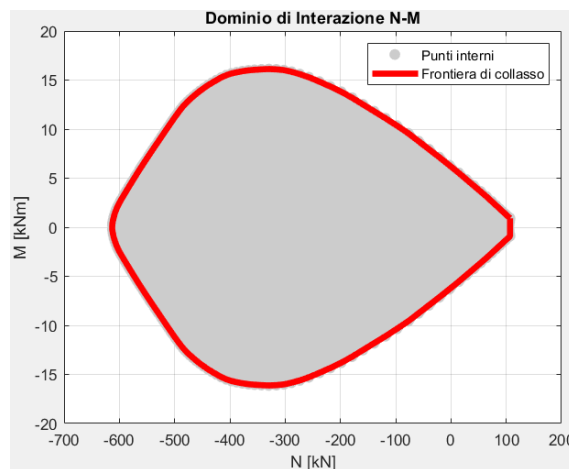


Figura 227 - con le def. impresse $t=180$ min

Figura 228 - senza le def. impresse $t=240$ minFigura 229 - con le def. impresse $t=240$ min

Dallo studio per punti del dominio di interazione analizzando le deformazioni impresse per i seguenti tempi di esposizione: 30, 60, 90, 120, 180, 240 minuti, non si riscontra una regione interna non raggiungibile detta 'lacuna del dominio di interazione', se si considera la sezione di $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ esposta da quattro lati.

Di seguito si considera una sezione di dimensione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ con 4 ferri di diametro 10 mm (si sono rimossi i ferri in posizione intermedia). Si riportano i diagrammi di interazione con e senza l'analisi delle deformazioni impresse per diversi tempi di esposizione al fuoco su quattro lati della sezione in esame. Dalla Figura 239 e dalla Figura 241 sottostante si osserva che per la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ si forma una lacuna per i tempi di esposizione di 180 min e 240 min.

Figura 230 - senza le def. impresse $t=30$ minFigura 231 - con le def. impresse $t=30$ min

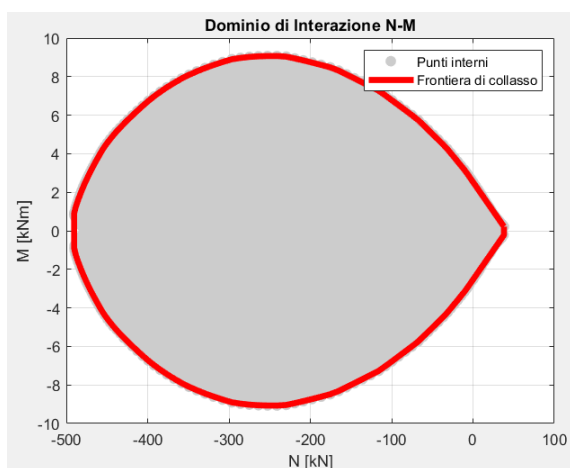


Figura 232 - senza le def. impresse $t=60\text{min}$

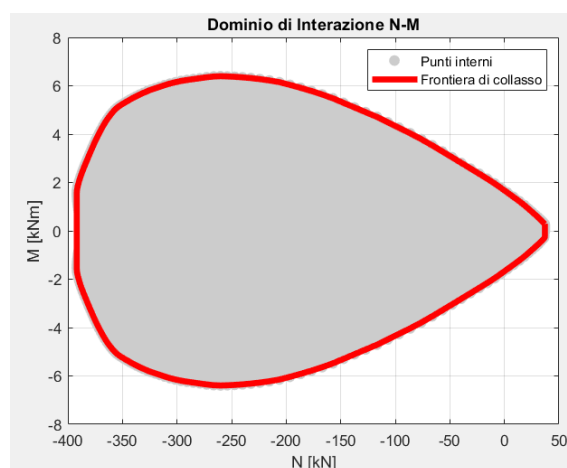


Figura 233 - con le def. impresse $t=60\text{min}$

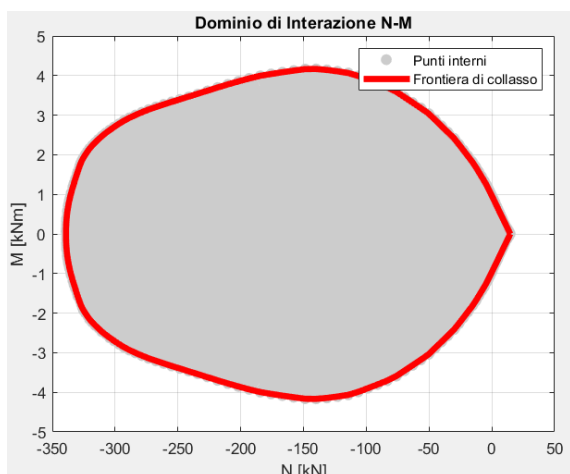


Figura 234 - senza le def. impresse $t=90\text{min}$

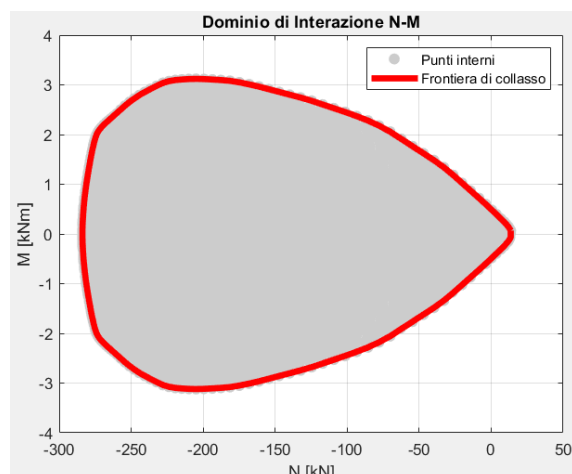


Figura 235 - con le def. impresse $t=90\text{min}$

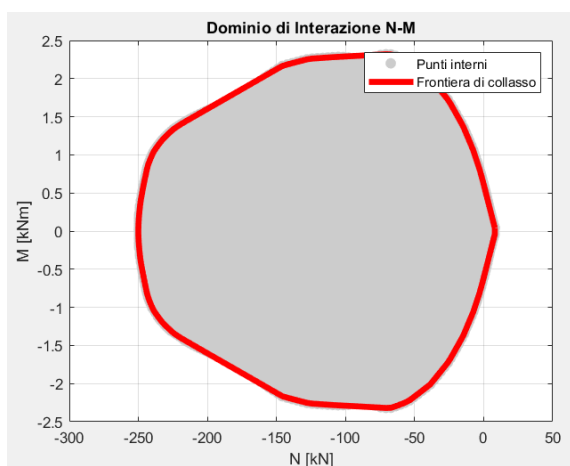


Figura 236 - senza le def. impresse $t=120\text{min}$

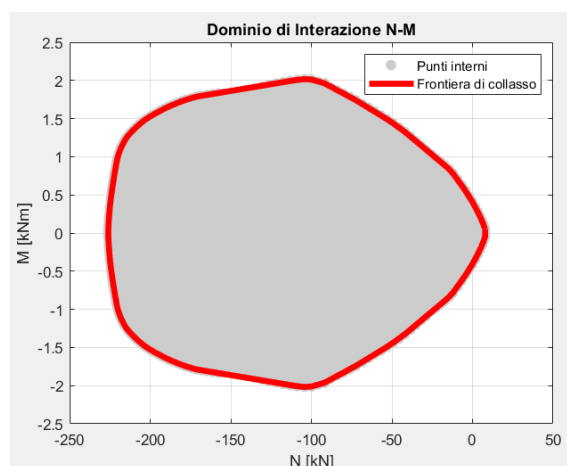
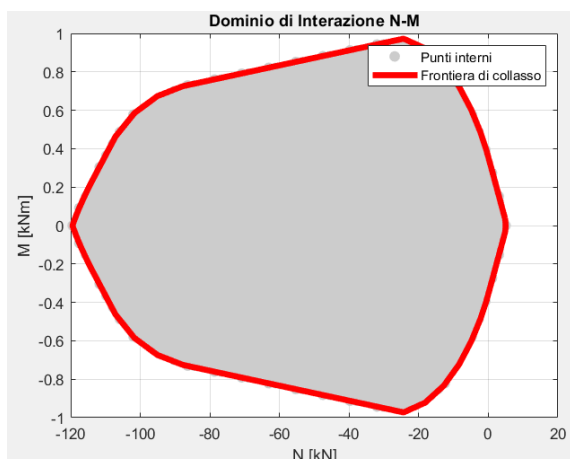
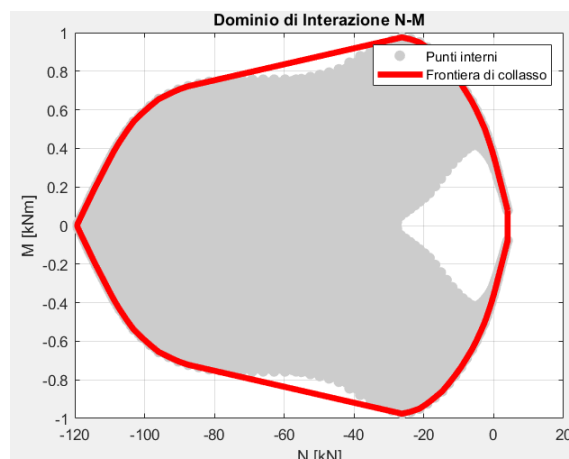
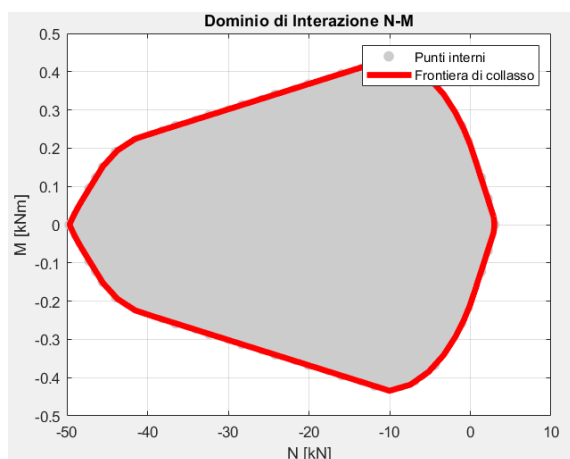
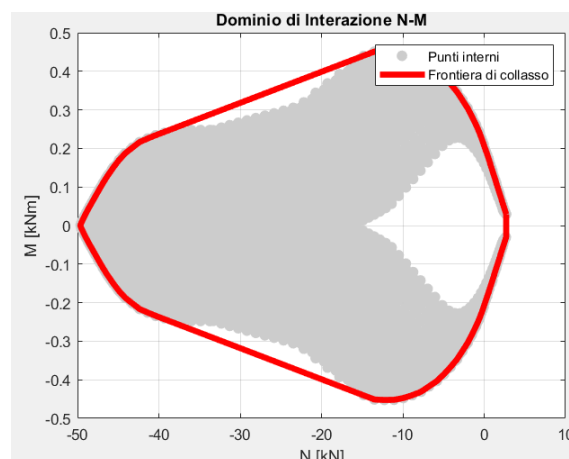


Figura 237 - con le def. impresse $t=120\text{min}$

Figura 238 - senza le def. impresse $t=180$ minFigura 239 - con le def. impresse $t=180$ minFigura 240 - senza le def. impresse $t=240$ minFigura 241 - con le def. impresse $t=240$ min

4.2 Il problema delle eventuali lacune (fisiche / numeriche)

Come riscontrato visivamente dalle figure nel capitolo 4.1, i domini di interazione ottenuti per una sezione esposta al fuoco, analizzando le deformazioni impresse, possono presentare delle lacune. Nel paragrafo seguente si distingue teoricamente la lacuna fisica da quella numerica. In particolare la lacuna fisica può essere rilevata quando per certe coppie (N, M) non corrisponde una deformazione elastica funzione dei parametri $(\bar{\mu}_x; \lambda)$ ottenuta con la teoria di Colonnetti.

La Figura 242 rappresenta la mappatura del dominio di interazione ovvero la trasformazione funzionale f dallo spazio delle deformazioni $(\bar{\mu}_x; \lambda)$ allo spazio delle sollecitazioni (N, M) .

Il dominio di resistenza è ottenuto come immagine dell'insieme delle deformazioni e curvatures della sezione. Pertanto, se per certe coppie $(\overline{\mu}_x; \lambda)$ studiate non corrisponde una coppia (N, M) , si verifica una lacuna fisica.

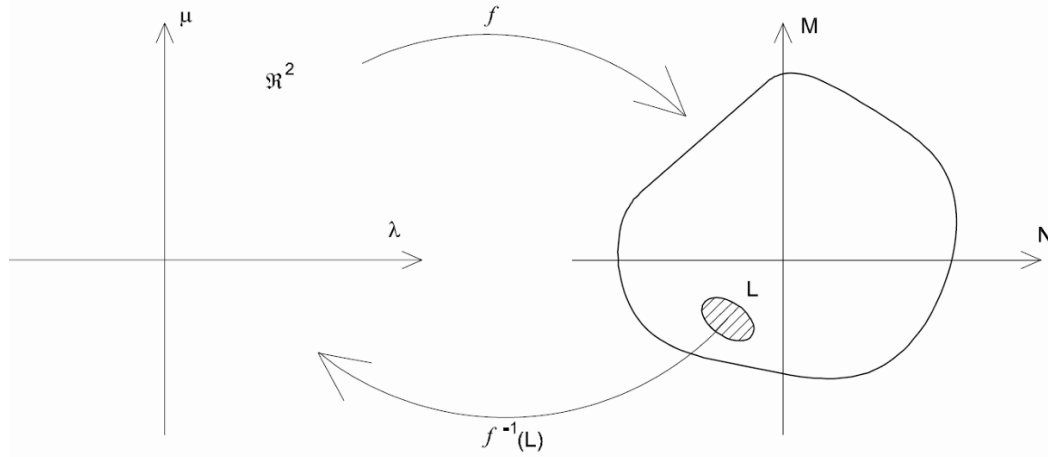


Figura 242 - Mappatura del dominio di interazione

La lacuna numerica si verifica quando per tutte le coppie $(\overline{\mu}_x; \lambda)$ studiate corrisponde la rispettiva coppia (N, M) ma l'algoritmo implementato per iterare le curvature impresse e la deformazione a livello del baricentro della sezione parzializzata con un certo passo non riesce a trovare la soluzione.

È fondamentale definire se la lacuna formatasi nel dominio di interazione per la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ con un certo numero di lati esposti al fuoco per un certo tempo sia fisica o numerica, in quanto, se è fisica per una coppia di sforzo normale e momento agente coincidente con una coppia (N, M) interna alla lacuna, la verifica della capacità portante non è soddisfatta, invece se è numerica è soddisfatta.

4.3 Uso di jacobiano e fsolve

Per dimostrare se la lacuna è fisica si deve studiare l'invertibilità ovvero, se per ogni coppia (N, M) corrisponde la coppia (λ, μ) , allora la lacuna è numerica e non fisica.

Di seguito si riportano due sottoparagrafi (4.3.1 Definizione della matrice jacobiana e 4.3.2 Funzione inversa) che riportano gli estratti teorici utilizzati per svolgere la dimostrazione.

4.3.1 Definizione della matrice jacobiana

La funzione $f: R^n \rightarrow R^m$ si dice derivabile in un punto P_0 interno a $\text{dom}f$ secondo un vettore u di R^n , se sono tali le sue componenti f_i .

Si pone:

$$\left(\frac{df}{du}\right)_{P_0} = \left(\left(\frac{df_1}{du}\right)_{P_0}, \dots, \left(\frac{df_m}{du}\right)_{P_0}\right) \quad (4.3)$$

Cioè $\left(\frac{df}{du}\right)_{P_0}$ è il vettore di R^m di componenti le derivate delle singole componenti di f rispetto a u .

Per le funzioni a valori vettoriali $f = (f_1, f_2, \dots, f_m): R^n \rightarrow R^m$, è conveniente rappresentare con una matrice di tipo (m, n) le derivate parziali prime di tutte le sue componenti rispetto a tutte le variabili. Tale matrice che si dice matrice jacobiana di f e che si indica con le notazioni

$$Jf \text{ ovvero } \frac{\partial(f_1, f_2, \dots, f_m)}{\partial(x_1, x_2, \dots, x_n)} \quad (4.4)$$

è data esplicitamente da:

$$Jf = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Cioè l'elemento sulla riga di posto i e sulla colonna di posto j è $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}$; con la scrittura $J_{P_0} f$ si indica la matrice jacobiana relativa al punto P_0 , in cui tutte le derivate parziali che figurano in (4.5) sono calcolate in P_0 . È immediato verificare che, se f è un'applicazione lineare di R^n in R^m , Jf è la matrice di f .⁶⁰

4.3.2 Funzione inversa

Se una funzione $f(x): R \rightarrow R$ ammette derivata prima non nulla in un certo intervallo I , esiste la funzione inversa $f^{-1}: R \rightarrow R$, con $\text{dom} f^{-1} = f(I)$, per cui, se $y = f(x)$, risulta $x = f^{-1}(y)$.

Inoltre si ha:

$$\left(\frac{df^{-1}}{dy}\right)_{y=f(x)} = \frac{1}{\left(\frac{df}{dx}\right)_x} \quad (4.6)$$

Un risultato analogo sussiste per una funzione $f = R^n \rightarrow R^n$. Sia f definita da

⁶⁰ Aristide Sanini, Politecnico di Torino, "Lezioni di geometria", Libreria editrice universitaria Levrotto e Bella

$$\begin{cases} y_1 = f_1(x_1, \dots, x_n) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ y_n = f_n(x_1, \dots, x_n) \end{cases} \quad (4.7)$$

Si dice che la funzione f è invertibile in una regione D di R^n , se esiste una funzione $f^{-1} = R^n \rightarrow R^n$ con $\text{dom} f^{-1} = f(D)$, tale che

$$\begin{aligned} f^{-1} \circ f &= \text{Identità}; \\ f^{-1} \circ f &: (x_1, \dots, x_n) \rightarrow (x_1, \dots, x_n) \end{aligned} \quad (4.8)$$

qualunque sia il punto $P(x_1, \dots, x_n) \in D$.

L'invertibilità di f equivale alla possibilità di ricavare univocamente dalle (4.2), $x_1, \dots, x_n$ in funzione di $y_1, \dots, y_n$, qualunque sia $(x_1, \dots, x_n) \in D$; mentre tale operazione è generalmente difficile, esiste un semplice criterio per riconoscere l'invertibilità di f .

TEOREMA: Sia $f = R^n \rightarrow R^n$ una funzione di classe C^1 in una regione D_1 , e sia P_0 un punto di D_1 in cui

$$\det(J_{P_0} f) \neq 0 \quad (4.9)$$

esiste allora un intorno D di P_0 , con $D \subset D_1$, in cui f è invertibile e la funzione inversa f^{-1} è pure di classe C^1 nell'insieme $f(D)$. Si ha inoltre $\forall P \in D$:

$$d_{f(P)} f^{-1} = (d_P f)^{-1} \quad (4.10)$$

equivalente alla

$$J_{f(P)} f^{-1} = (J_P f)^{-1} \quad (4.11)$$

Si ricorda che una matrice quadrata è invertibile se e solo se il suo determinante è non nullo.⁶¹

4.3.3 Codice MATLAB per dimostrare la presenza della lacuna

Per dimostrare la presenza della lacuna fisica si utilizza la teoria della matrice jacobiana e della funzione inversa.

In particolare nel codice MATLAB non si possono ottenere dei polinomi descritti dall'equazione (4.12), in quanto essi non considererebbero le forti non linearità dei materiali ad alta temperatura:

$$\begin{cases} N = f_1(\lambda, \mu) \\ M = f_2(\lambda, \mu) \end{cases} \quad (4.12)$$

⁶¹ Aristide Sanini, Politecnico di Torino, "Lezioni di geometria", Libreria editrice universitaria Levrotto e Bella

Per risolvere tale problematica e riuscire a trattare le non linearità si è scaricato su MATLAB l'*optimization toolbox* che contiene *fsolve*.

fsolve è un solutore che è stato utilizzato in quanto permette di risolvere sistemi di equazioni non lineari, garantendo di determinare per ogni coppia (N, M) il corrispondente (λ, μ) .

Per valutare $\frac{\partial N}{\partial \lambda}, \frac{\partial M}{\partial \mu}, \frac{\partial N}{\partial \mu}, \frac{\partial M}{\partial \lambda}$ (componenti della matrice jacobiana) si è utilizzata la definizione matematica di derivata:

$$\frac{df}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) \quad (4.13)$$

Nel codice si sono usati incrementi molto piccoli di ($d\lambda = 1 \cdot 10^{-4}$, $d\mu = 1 \cdot 10^{-5}$) per approssimare la pendenza della funzione in quel punto.

In tal modo si è potuto ottenere il determinante della matrice jacobiana.

$$\det \begin{vmatrix} \frac{\partial N}{\partial \lambda} & \frac{\partial N}{\partial \mu} \\ \frac{\partial M}{\partial \lambda} & \frac{\partial M}{\partial \mu} \end{vmatrix} = \frac{\partial N}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial M}{\partial \mu} - \frac{\partial N}{\partial \mu} \cdot \frac{\partial M}{\partial \lambda} = \begin{cases} 0 \rightarrow \text{matrice non invertibile} \\ \text{cost} \rightarrow \text{matrice invertibile} \end{cases} \quad (4.14)$$

Se il determinante della matrice jacobiana è diverso da zero, la matrice è invertibile e la trasformazione funzionale f dallo spazio delle deformazioni a livello del baricentro della sezione parzializzata e delle curvature impresse (λ, μ) allo spazio delle sollecitazioni di sforzo normale e momento (N, M) si può verificare.

Al contrario, se il determinante della matrice jacobiana è nullo, la matrice non è invertibile e si genera la lacuna fisica nel dominio di interazione.

L'obiettivo è valutare se la lacuna ottenuta è fisica o numerica.

Per verificare l'invertibilità dallo spazio delle sollecitazioni (N, M) all'immagine delle deformazioni a livello del baricentro della sezione parzializzata e delle curvature (λ, μ) , lo script MATLAB *verificainvertibilità.m* adotta un approccio strutturato in due passaggi sequenziali.

- Il primo consiste in una ricerca di (λ, μ) dal database di partenza (N_{fireRC}, M_{fireRC}) ottenuto con la funzione MATLAB *calcolaNM.m*.

Inizialmente si crea una griglia rettangolare con la funzione integrata di MATLAB *meshgrid*. I vertici della griglia rappresentano le coppie (N_{target}, M_{target}) ma vengono memorizzati nel database solo i punti interni alla frontiera ottenuta con la funzione MATLAB *calcolaNM.m* grazie alla funzione integrata di MATLAB *inpolygon*. In seguito si valuta la distanza euclidea normalizzata tra i punti (N_{fireRC}, M_{fireRC}) ottenuti con la funzione MATLAB *calcolaNM.m* e i punti target della griglia e, se essa non è

significativa, si determinano per i punti target i corrispondenti (λ, μ) . Inoltre, valutando il determinante della matrice jacobiana per tali punti target, si dimostra l'invertibilità.

Il limite di tale metodo è che i punti target interni alla frontiera (N, M) vengono analizzati solo se essi si trovano in prossimità di soluzioni già calcolate con la funzione MATLAB *calcolaNM.m*, non andando mai a studiare i punti interni alla frontiera che cadono nella lacuna. Dalla costruzione della tabella che lega ad ogni punto target (N_{target}, M_{target}) il corrispondente (λ, μ) e determinante si nota che i punti target che cadono all'interno della lacuna non possono fornire una soluzione.

- Il secondo consiste nell'andare a studiare i punti target che cadevano all'interno della lacuna per dimostrare se essa fosse una lacuna numerica o fisica.

In particolare dalla tabella generata precedentemente si osserva che per i punti interni alla lacuna il corrispondente (λ, μ) veniva indicato con *nan* ovvero nessuna soluzione trovata e tali punti si estrapolano per esaminarli. Lo script principale utilizza la funzione MATLAB *sistemaNM.m* per trovare la soluzione con *fsolve* che è un algoritmo iterativo. In particolare *fsolve* trova iterativamente la soluzione (λ, μ) per un certo (N_c, M_c) quando l'errore tra (N_c, M_c) e (N_{target}, M_{target}) è nullo. Se ciò si verifica, allora *exitflag* > 0 e si può sovrascrivere la tabella per i punti interni alla lacuna.

Sottostante si riportano i risultati ottenuti per la sezione 20 cm x 20 cm esposta al fuoco per un certo numero di lati e tempo di esposizione. In particolare si lavora sui grafici che precedentemente portavano ad avere un dominio concavo con la presenza della lacuna.

4.3.3.1 un lato esposto

In Figura 243 si riporta un confronto dei risultati ottenuti con lo script MATLAB *lacune.m* e con lo script *verificainvertibilità.m* per la sezione esposta al fuoco su un lato per 240 minuti:

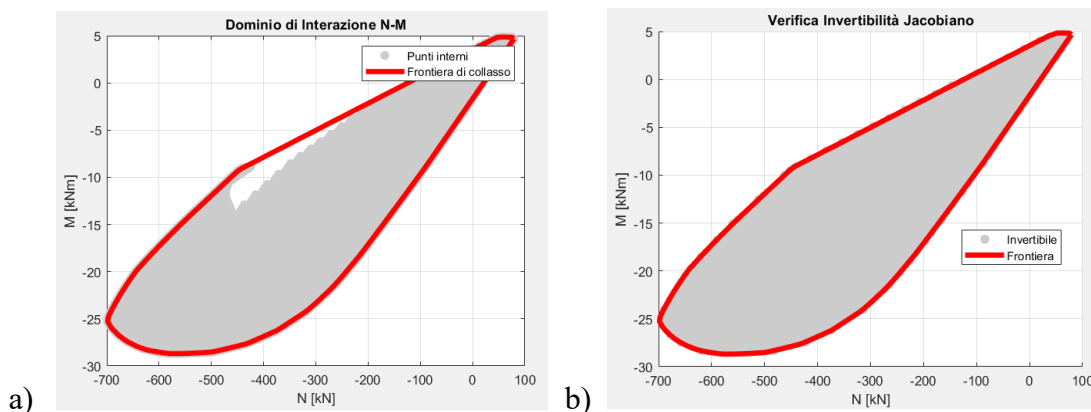


Figura 243 – a) con l'analisi delle def. Impresse con presenza delle lacune numeriche b) con l'analisi delle def. Impresse studiando l'invertibilità ($\det J \neq 0$)

Dal seguente studio si ottiene la figura b) sopra citata che mostra come le lacune fossero numeriche in quanto, facendo variare le curvature impresse e le deformazioni a livello del baricentro della sezione parzializzata con le seguenti leggi (4.15) e (4.16), non si raggiungevano i valori di (λ, μ) che portavano a riempire il dominio:

$$curv = 0.004 * \pi / b * (-1 + 2 * m / N_{curv}) \quad (4.15)$$

$$lam = lamMin + (lamMax - lamMin) / N_{curv} * mm \quad (4.16)$$

Si riporta per completezza la Tabella 38 che descrive i punti analizzati con il solutore non lineare che cadevano all'interno della lacuna numerica.

N [kN]	M [kNm]	LAMBDA [-]	MU [1/mm]	DETJ [kN ² *m ²]	N [kN]	M [kNm]	LAMBDA [-]	MU [1/mm]	DETJ [kN ² *m ²]
-452.161	-12.5552	0.0135	4.23E-05	-2.22E+06	-383.304	-7.8864	0.007	-7.19E-05	5.08E+07
-452.161	-12.1308	0.0138	3.97E-05	-2.54E+06	-383.304	-7.4619	0.0071	-7.38E-05	4.75E+07
-452.161	-11.7063	0.0141	3.70E-05	-2.53E+06	-373.467	-8.7352	0.0067	-6.65E-05	5.51E+07
-452.161	-11.2819	0.0144	3.40E-05	-2.40E+06	-373.467	-8.3108	0.0068	-6.83E-05	5.46E+07
-452.161	-10.8575	0.0209	-8.75E-05	1.29E+06	-373.467	-7.8864	0.0069	-7.02E-05	5.19E+07
-442.325	-12.1308	0.0071	-6.66E-05	4.92E+07	-373.467	-7.4619	0.0069	-7.20E-05	5.01E+07
-442.325	-11.7063	0.0072	-6.80E-05	5.03E+07	-363.63	-8.3108	0.0067	-6.66E-05	5.61E+07
-442.325	-11.2819	0.0142	4.14E-05	-2.54E+06	-363.63	-7.8864	0.0067	-6.84E-05	5.38E+07
-442.325	-10.8575	0.0215	-9.62E-05	1.39E+06	-363.63	-7.4619	0.0068	-7.03E-05	5.10E+07
-432.488	-11.7063	0.007	-6.64E-05	5.01E+07	-363.63	-7.0375	0.0069	-7.21E-05	4.94E+07
-432.488	-11.2819	0.0071	-6.78E-05	5.15E+07	-353.793	-7.8864	0.0066	-6.67E-05	5.56E+07
-432.488	-10.8575	0.0221	-1.04E-04	1.48E+06	-353.793	-7.4619	0.0067	-6.85E-05	5.28E+07
-432.488	-10.433	0.0218	-9.46E-05	1.40E+06	-353.793	-7.0375	0.0067	-7.03E-05	5.01E+07
-422.651	-11.7063	0.0069	-6.47E-05	5.15E+07	-353.793	-6.613	0.0068	-7.22E-05	4.78E+07
-422.651	-11.2819	0.007	-6.61E-05	5.11E+07	-343.956	-7.4619	0.0065	-6.68E-05	5.46E+07
-422.651	-10.8575	0.007	-6.76E-05	5.06E+07	-343.956	-7.0375	0.0066	-6.86E-05	5.18E+07
-422.651	-10.433	0.0224	-1.03E-04	1.49E+06	-343.956	-6.613	0.0067	-7.04E-05	4.91E+07
-422.651	-10.0086	0.022	-9.30E-05	1.41E+06	-334.12	-7.0375	0.0065	-6.69E-05	5.36E+07
-412.814	-10.8575	0.0069	-6.59E-05	5.20E+07	-334.12	-6.613	0.0066	-6.87E-05	5.08E+07
-412.814	-10.433	0.007	-6.73E-05	5.16E+07	-334.12	-6.1886	0.0066	-7.05E-05	4.80E+07
-412.814	-10.0086	0.007	-6.88E-05	5.27E+07	-324.283	-6.613	0.0064	-6.70E-05	5.25E+07
-412.814	-9.5841	0.0223	-9.14E-05	1.42E+06	-324.283	-6.1886	0.0065	-6.88E-05	4.97E+07
-412.814	-8.3108	0.0211	-5.98E-05	1.18E+06	-324.283	-5.7642	0.0066	-7.06E-05	4.69E+07
-402.977	-10.0086	0.0069	-6.71E-05	5.25E+07	-314.446	-6.613	0.0063	-6.53E-05	5.41E+07
-402.977	-9.5841	0.0228	-9.92E-05	1.51E+06	-314.446	-6.1886	0.0064	-6.71E-05	5.13E+07
-402.977	-9.1597	0.0225	-8.98E-05	1.43E+06	-314.446	-5.7642	0.0064	-6.89E-05	4.85E+07
-402.977	-8.7352	0.0221	-7.99E-05	1.35E+06	-304.609	-5.7642	0.0063	-6.72E-05	5.01E+07
-402.977	-8.3108	0.0218	-6.95E-05	1.27E+06	-304.609	-5.3397	0.0064	-6.90E-05	4.73E+07
-393.14	-10.0086	0.0068	-6.54E-05	5.38E+07	-294.772	-5.3397	0.0063	-6.73E-05	4.88E+07
-393.14	-9.5841	0.0068	-6.68E-05	5.34E+07	-294.772	-4.9153	0.0063	-6.91E-05	4.60E+07
-393.14	-9.1597	0.0069	-6.83E-05	5.29E+07	-284.936	-5.3397	0.0061	-6.57E-05	5.03E+07
-393.14	-8.7352	0.0227	-8.82E-05	1.44E+06	-284.936	-4.9153	0.0062	-6.74E-05	4.75E+07
-393.14	-8.3108	0.0224	-7.84E-05	1.36E+06	-275.099	-4.9153	0.0061	-6.58E-05	4.90E+07
-393.14	-7.8864	0.022	-6.80E-05	1.28E+06	-275.099	-4.4908	0.0062	-6.76E-05	4.61E+07
-383.304	-9.5841	0.0067	-6.52E-05	5.47E+07	-265.262	-4.0664	0.0061	-6.77E-05	4.47E+07
-383.304	-9.1597	0.0068	-6.66E-05	5.43E+07	-255.425	-4.0664	0.006	-6.61E-05	4.61E+07
-383.304	-8.7352	0.0069	-6.82E-05	5.39E+07	-245.588	-3.6419	0.0059	-6.62E-05	4.46E+07
-383.304	-8.3108	0.0069	-7.01E-05	5.33E+07	-216.078	-2.7931	0.0057	-6.49E-05	4.27E+07

Tabella 38 – Definizione del corrispondente determinante e coppia (λ, μ) per i punti interni alla lacuna

Per la verifica dello script MATLAB *verificainvertibilità.m* si è preso un punto (N, M) interno alla lacuna numerica per la quale si è ottenuto un certo (λ, μ) corrispondente. Si è proceduto andando a inserire nello script MATLAB *lacune.m* i valori di (λ, μ) ottenuti con la funzione *fsolve* e si è osservato come lo script fornisse come risultato la stessa coppia (N, M) ottenuta dal solutore non lineare.

4.4 Soluzione del problema con fsolve

Infine si descrive un'ultima problematica riscontrata nella costruzione dei domini di interazione a caldo con l'analisi delle deformazioni impresse. Nello script MATLAB *verificainvertibilità.m* si erano eliminati i target che cadevano fuori dal dominio di interazione ottenuto con la funzione MATLAB *calcolaNM.m*. Si osserva che l'errore numerico riscontrato può però andare a modificare la frontiera da quella reale. Si procede a valutare ogni punto target (anche fuori alla frontiera) con *fsolve* mediante lo script MATLAB *verificainvertibilitàfsolve.m* per individuare la frontiera di collasso reale e se esistono le lacune fisiche.

In particolare si considera il seguente range ottimizzato di lambda nello script per evitare di riscontrare lacune numeriche:

$$\begin{aligned} lam_steps &= 40; \\ lam_range &= linspace(-0.02, 0.03, lam_steps); \end{aligned} \tag{4.17}$$

Lo script MATLAB *verificainvertibilitàfsolve.m* permette di evidenziare le lacune fisiche dove l'algoritmo *fsolve* non riesce a trovare una soluzione.

In particolare il grafico ottenuto mostra con il colore:

- grigio tutti i punti dove vale la funzione inversa che permette di passare da un punto (N, M) al suo corrispettivo (λ, μ) .
- giallo la zona di transizione critica, per il quale *fsolve* riesce a trovare una soluzione ma il determinante dello jacobiano assume un valore modesto. Per questi punti il determinante dello jacobiano sta crollando verso lo zero, segnalando un collasso imminente.
- blu le regioni dove l'equilibrio è impossibile (lacuna fisica). L'algoritmo *fsolve* non riesce a trovare una soluzione in quanto il determinante ottenuto sarebbe prossimo allo zero.

Di seguito si riportano i domini di interazioni a caldo con l'analisi delle deformazioni impresse finali ottenuti per la sezione in esame per un certo numero di lati esposti della sezione.

4.4.1 un lato esposto

Esaminando la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ esposta al fuoco su un lato per 240 minuti, si ottiene un dominio di interazione concavo per la presenza della lacuna (si veda la Figura 145).

In Figura 244 e in Figura 245 si riporta un confronto dei risultati ottenuti con lo script MATLAB *lacune.m* e con lo script MATLAB *verificainvertibilitàsolve.m* per un tempo di esposizione di 180 minuti e 240 minuti:

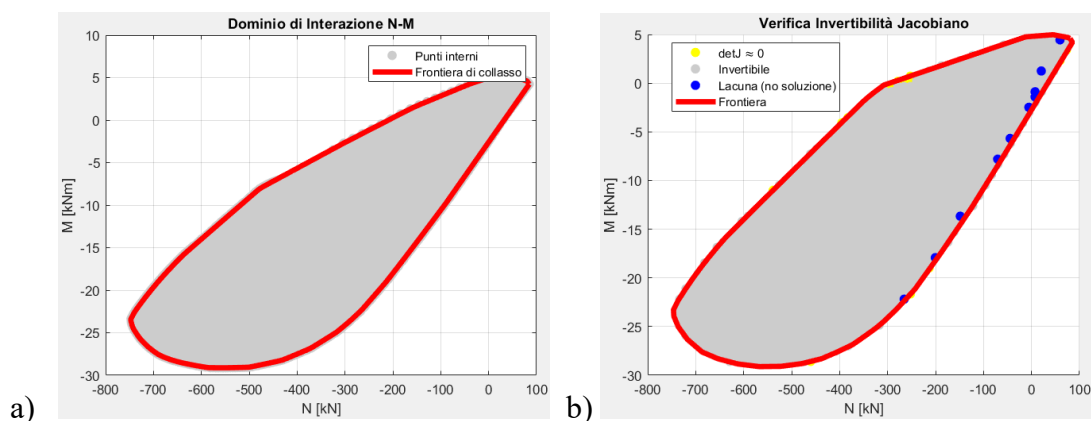


Figura 244 - con l'analisi delle def. impresse per $t=180$ min a) ottenuto dallo script *lacune.m* b) studiando l'invertibilità ($\det J \neq 0$) con lo script *verificainvertibilitàsolve.m*

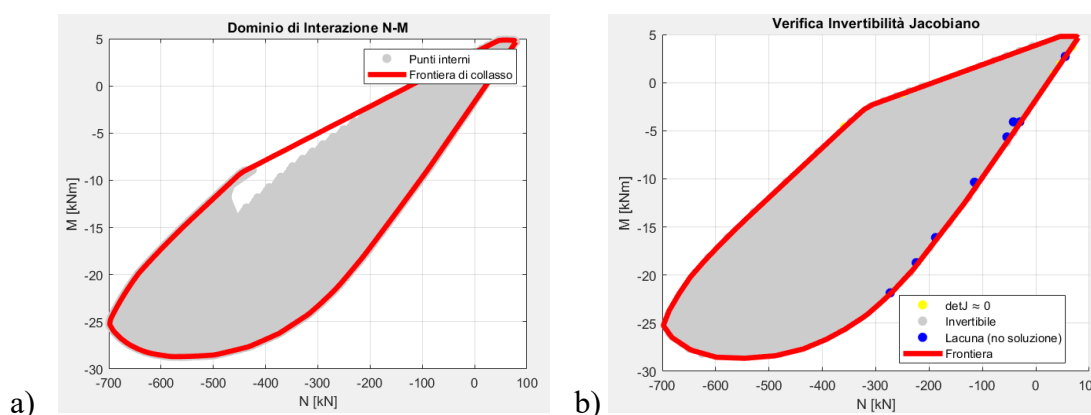


Figura 245 - con l'analisi delle def. impresse per $t=240$ min a) ottenuto dallo script *lacune.m* b) studiando l'invertibilità ($\det J \neq 0$) con lo script *verificainvertibilitàsolve.m*

Dal seguente studio si ottiene la figura b) sopra citata che mostra come le lacune fossero numeriche, in quanto facendo variare le curvature impresse e le deformazioni a livello del baricentro della sezione parzializzata con le seguenti leggi (4.15) e (4.16), non si raggiungevano i valori di (λ, μ) che portavano a riempire il dominio.

Dal confronto delle figure illustrate, anche osservando i domini di interazione ottenuti per un tempo di esposizione di 180 minuti, si osserva come la frontiera di collasso non sia la medesima poiché nello script MATLAB *lacune.m* gli errori numerici andavano a incidere anche sulla costruzione della frontiera del dominio di interazione. Per tale motivo in conclusione si afferma

come sia fondamentale ottenere i domini di interazione reali con lo script MATLAB *verificainvertibilitàsolve.m*.

4.4.2 due lati opposti esposti

Esaminando la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ esposta al fuoco su due lati opposti per 240 minuti, si ottiene un dominio di interazione concavo per la presenza della lacuna (si veda la Figura 169). In Figura 246 si riporta un confronto dei risultati ottenuti con lo script MATLAB *lacune.m* e con lo script MATLAB *verificainvertibilitàsolve.m*:

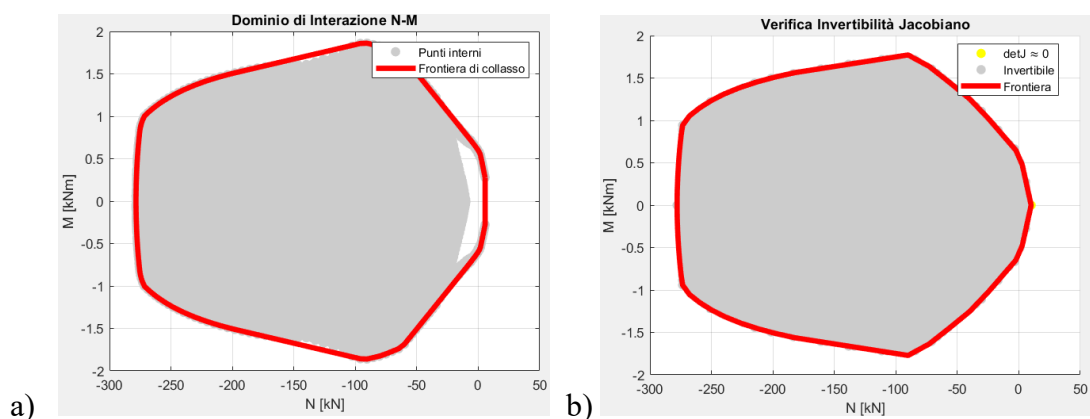


Figura 246 - con l'analisi delle def. Impresse per $t=240\text{ min}$ a) ottenuto dallo script *lacune.m* b) studiando l'invertibilità ($\det J \neq 0$) con lo script *verificainvertibilitàsolve.m*

Dal seguente studio si ottiene la figura b) sopra citata che mostra come le lacune fossero numeriche in quanto, facendo variare le curvature impresse e le deformazioni a livello del baricentro della sezione parzializzata con le seguenti leggi (4.15) e (4.16), non si raggiungevano i valori di (λ, μ) che portavano a riempire il dominio.

4.4.3 due lati adiacenti esposti

Esaminando la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ esposta al fuoco su due lati adiacenti per 180 minuti e 240 minuti, si ottiene un dominio di interazione concavo per la presenza della lacuna (si veda la Figura 191 e la Figura 193).

In Figura 247 e in Figura 248 si riporta un confronto dei risultati ottenuti con lo script MATLAB *lacune.m* e con lo script MATLAB *verificainvertibilitàsolve.m*:

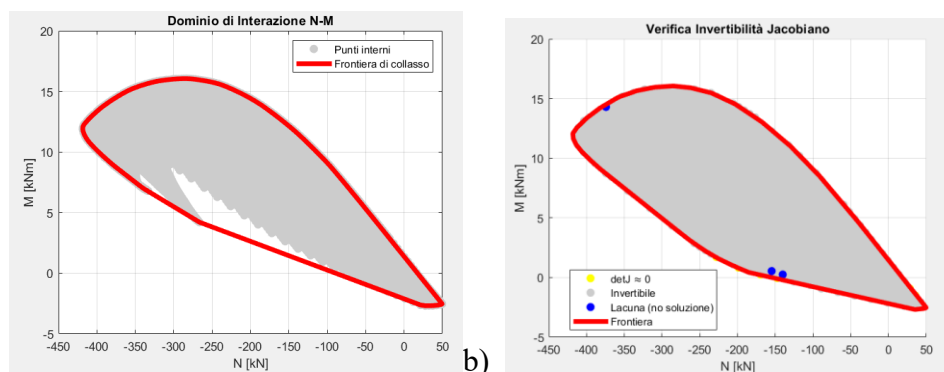


Figura 247 - con l'analisi delle def. Impresse per $t=180$ min a) ottenuto dallo script *lacune.m* b) studiando l'invertibilità ($\det J \neq 0$) con lo script *verificainvertibilitàsolve.m*

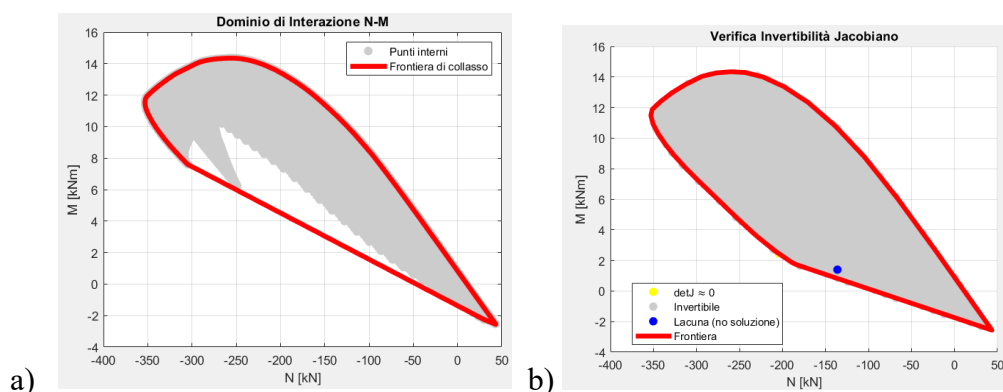


Figura 248 - con l'analisi delle def. Impresse per $t=240$ min a) ottenuto dallo script *lacune.m* b) studiando l'invertibilità ($\det J \neq 0$) con lo script *verificainvertibilitàsolve.m*

Dal seguente studio si ottiene la figura b) sopra citata che mostra come le lacune fossero numeriche in quanto, facendo variare le curvature impresse e le deformazioni a livello del baricentro della sezione parzializzata con le seguenti leggi (4.15) e (4.16), non si raggiungevano i valori di (λ, μ) che portavano a riempire il dominio.

4.4.4 tre lati esposti

Esaminando la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ esposta al fuoco su tre lati per 240 minuti si ottiene un dominio di interazione convesso senza la presenza della lacuna. In tal caso non si applica lo studio con lo script MATLAB *verificainvertibilitàsolve.m*.

4.4.5 quattro lati esposti

Esaminando la sezione $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ esposta al fuoco su quattro lati per 180 minuti e 240 minuti, si ottiene un dominio di interazione concavo per la presenza della lacuna (si veda la Figura 239 e la Figura 241).

In Figura 249 e in Figura 250 si riporta un confronto dei risultati ottenuti con lo script MATLAB *lacune.m* e con lo script MATLAB *verificainvertibilitàsolve.m*:

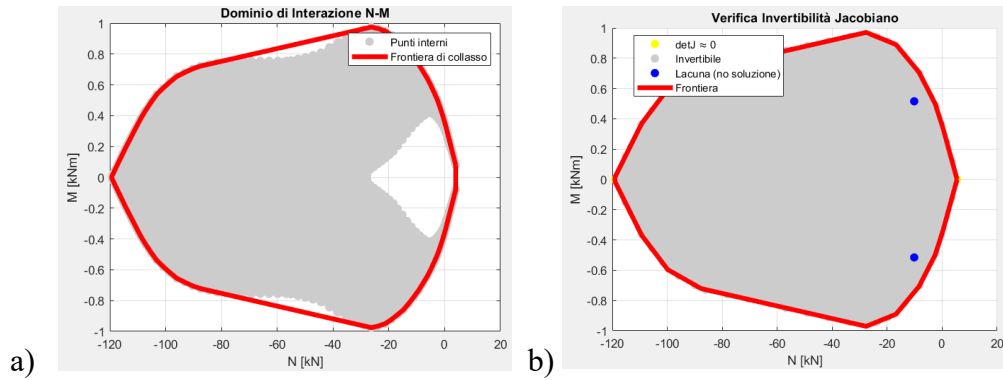


Figura 249 - con l'analisi delle def. impresse per $t=180$ min a) ottenuto dallo script `lacune.m` b) studiando l'invertibilità ($\det J \neq 0$) con lo script `verificainvertibilitàsolve.m`

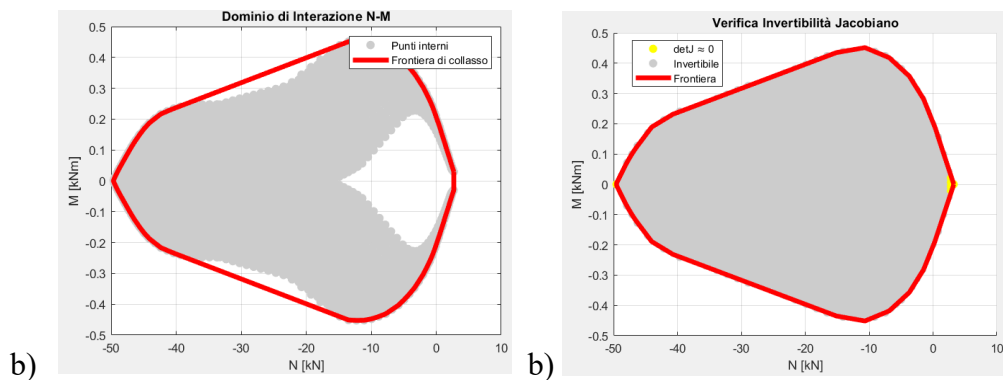


Figura 250 - con l'analisi delle def. impresse per $t=240$ min a) ottenuto dallo script `lacune.m` b) studiando l'invertibilità ($\det J \neq 0$) con lo script `verificainvertibilitàsolve.m`

Dal seguente studio si ottiene la figura b) sopra citata che mostra come le lacune fossero numeriche in quanto, facendo variare le curvature impresse e le deformazioni a livello del baricentro della sezione parzializzata con le seguenti leggi (4.15) e (4.16), non si raggiungevano i valori di (λ, μ) che portavano a riempire il dominio.

5 Conclusione

Il primo obiettivo studiato nella presente tesi era il confronto dei domini di interazione ottenuti con e senza l'analisi delle deformazioni impresse per un certo tempo di esposizione al fuoco (30, 60, 90, 120, 180, 240 minuti). Le frontiere di collasso sono state ottenute per una sezione di $30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ con 8 barre di armatura di diametro 10 mm e per una seconda sezione di $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ con 4 barre di armatura di diametro 10 mm. Nello specifico si è considerata la sezione esposta su un solo lato, due lati opposti, due lati adiacenti, tre lati e quattro lati.

Si è osservato come per una sezione esposta al fuoco non si ha congruenza del campo deformativo, per tale motivo è necessario considerare le deformazioni impresse secondo la teoria di Colonnetti e la nascita di deformazioni elastiche $\Delta\varepsilon_z^{el}$ tali che la deformazione totale sia congruente. Inoltre per una sezione in cemento armato esposta al fuoco l'azione termica incide negativamente sulla resistenza del materiale, causando una netta riduzione della massima tensione sopportabile e una variazione del modulo elastico.

Questi effetti sono stati presi in conto per ottenere il dominio di interazione della sezione in esame.

Dalla ricerca emersa in merito all'utilizzo delle deformazioni impresse per il tracciamento della frontiera del dominio di interazione è emerso come alcuni testi come il *Fib. Bulletin No. 46. Inail 2019*, e alcuni autori come *Buchanan* hanno dichiarato che in talune casistiche in via semplificata si possano trascurare le deformazioni impresse. Inoltre le NTC 2018 esprimono di non valutare le deformazioni impresse dovute agli effetti iperstatici, se si usa la curva nominale di incendio e si valuta la sicurezza con le classi di resistenza al fuoco come semplificazione. Tuttavia le deformazioni impresse derivanti dalla differenza di temperatura tra gli elementini trovati dalla discretizzazione della sezione devono essere considerate.

Sempre secondo le NTC 2018, gli effetti di tali deformazioni possono essere omessi, se è riconoscibile a priori che esse siano trascurabili o favorevoli oppure siano implicitamente tenute in conto nei modelli semplificati e conservativi di comportamento strutturale in condizioni di incendio.

Nella trattazione è stato implementato un modello di calcolo avanzato, avvalendosi dell'ambiente di calcolo numerico MATLAB, sviluppato da MathWorks, nel rispetto della normativa UNI EN 1992-1-2, 2023. Tale norma espone che devono essere considerati gli effetti delle deformazioni impresse derivanti dai gradienti termici attraverso la sezione trasversale per l'analisi membranale, di parti di strutture e nell'analisi globale della struttura (capitolo 4.7, 4.8 e 4.9 della norma). Nel capitolo 4.6 della norma si ha una nota che riferisce

che per il metodo tabellare è consentito trascurare le deformazioni impresse per semplificare il problema.

Nel modello implementato si sono ottenuti i domini di interazione anche con l'analisi delle deformazioni impresse. Nello specifico l'analisi termica è stata individuata con formule semplificate che permettevano di ottenere per ogni elementino finito ottenuto dalla discretizzazione con il metodo avanzato la corrispondente temperatura in funzione del tempo di esposizione al fuoco e della distanza dalla faccia esposta, considerando una curva nominale come legge temperatura-tempo. Le formule semplificate hanno sostituito l'applicazione dell'equazione di Fourier invece utilizzata dal software Dolmen, prodotto da CDM Dolmen, nel quale è sempre stata applicata la curva nominale per avere una validazione dei domini di interazione a caldo ottenuti con il codice MATLAB implementato attraverso i domini di interazione ottenuti con il modulo IS Fuoco. Si è osservato come le formule semplificate fornite dalla norma UNI EN 1992 parte 1-2 del 2023 dipendevano da specifici valori di emissività, conducibilità termica, calore specifico e densità, pertanto per la validazione tali parametri sono stati inseriti sul software Dolmen come "profilo utente".

Dalla comparazione delle mappature termiche ottenute con i due approcci si osserva che il valore di temperatura corrispondente all'elementino della sezione esaminato non è il medesimo. Specialmente per gli elementini della sezione più prossimi ai lati esposti della sezione si ottengono valori differenti di circa 40 °C tra i risultati ottenuti con lo script MATLAB e il software Dolmen. Tale differenza è dovuta al fatto che con il software Dolmen si ottiene la distribuzione reale della temperatura derivante dalla curva nominale di incendio con l'equazione di Fourier, mentre nel codice MATLAB viene adottato un approccio semplificato. Si osserva che per gli elementini della sezione più prossimi ai lati esposti della sezione una variazione di temperatura di 40 °C si può considerare esigua e trascurabile rispetto alla temperatura di circa 1200 °C raggiunta dalla superficie esposta al fuoco.

Il quadro normativo nazionale NTC 2018 ed europeo UNI EN 1992–1–2 2023 esprimono di valutare le deformazioni impresse, a meno che si utilizzino metodi semplificati come il metodo tabellare. Il confronto dei domini di interazione a caldo con e senza l'analisi delle deformazioni impresse è stato molto utile anche per comprendere la realtà fisica che sta dietro la teoria e per determinare se le deformazioni impresse possano essere trascurate.

Nello specifico si sono analizzate per ogni sezione indagata le seguenti configurazioni di esposizione al fuoco descritte nel capitolo 3 - Modello dei domini di interazione con e senza le deformazioni impresse:

- un solo lato esposto al fuoco (si veda il Capitolo 3.2.3.1 dell'indice);
- due lati opposti esposti al fuoco (si veda il Capitolo 3.2.3.2 dell'indice);
- due lati adiacenti esposti al fuoco (si veda il Capitolo 3.2.3.3 dell'indice);
- tre lati esposti al fuoco (si veda il Capitolo 3.2.3.4 dell'indice);
- quattro lati esposti al fuoco (si veda il Capitolo 3.2.1.5 dell'indice).

Si riportano le considerazioni ottenute per la pressoflessione retta che si verifica per la sezione esposta al fuoco da un lato, due lati opposti e quattro lati. In particolare si sono considerati diversi tempi di esposizione al fuoco e, mano a mano che la temperatura aumenta, la sezione si parzializza, in quanto gli elementini più vicini alla faccia esposta perdono le proprietà meccaniche. Si ha pressoflessione retta perché la sezione si parzializza mantenendo un asse neutro orizzontale.

Per la sezione esposta al fuoco dal lato superiore della sezione in esame si sono ottenuti i domini di interazione a caldo $N - M_x$ e $N - M_y$ con e senza l'analisi delle deformazioni impresse.

Dalla valutazione del dominio di interazione a caldo $N - M_x$ senza l'analisi delle deformazioni impresse si riscontra un decadimento delle resistenze dei materiali asimmetrico rispetto l'asse x che comporta una parzializzazione della sezione integra verso la faccia non esposta al fuoco. Poiché nello script lo sforzo normale e il momento flettente sono valutati rispetto al baricentro della sezione integra, tale spostamento introduce un momento resistente aggiuntivo dovuto all'eccentricità interna tra la risultante dello sforzo normale e il baricentro geometrico della sezione integra. Il dominio di iterazione a caldo $N - M_x$ ottenuto presenta dei punti esterni al dominio di interazione a freddo, questo effetto viene ricondotto a tale contributo eccentrico e si ha quindi una traslazione oltre al rimpicciolimento asimmetrico del dominio di interazione a caldo all'aumentare della temperatura.

Nel caso in cui si considerino le deformazioni impresse e quindi gli stati di coazione secondo la teoria di Colonnetti, oltre agli effetti evidenziati precedentemente senza considerare le deformazioni impresse, si verifica una rotazione e una distorsione del dominio di interazione a caldo $N - M_x$ poiché si tiene in conto che il calore storce la sezione dall'interno e crea stati di coazione che esauriscono parte della resistenza della sezione ancora prima che vengano applicati i carichi esterni.

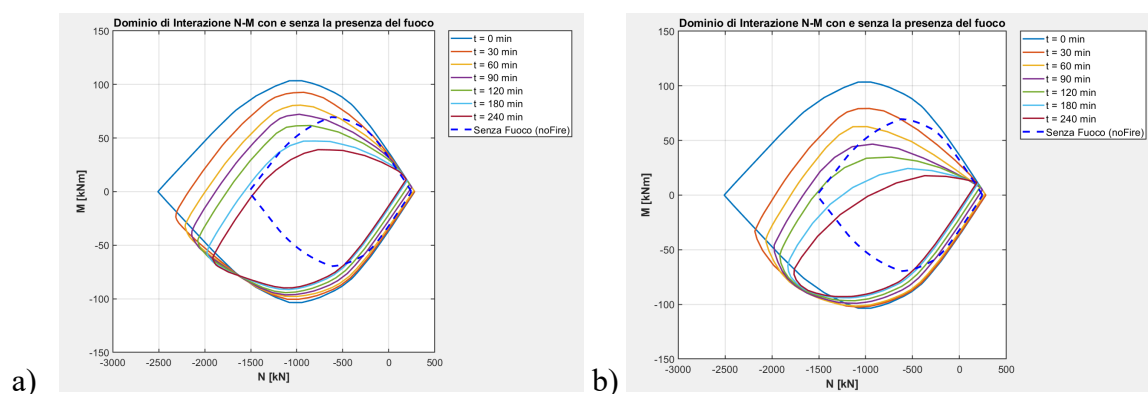


Figura 251 - Confronto dominio di interazione $N-M_x$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza e con l'analisi delle def. impresse – a) senza le def. Impresse b) con le def. impresse

Dalla valutazione del dominio di interazione a caldo $N - M_y$ senza l'analisi delle deformazioni impresse per la sezione esposta solo dal lato superiore si riscontra un decadimento delle resistenze dei materiali simmetrico rispetto l'asse y. In tal caso non si verifica la traslazione del dominio di interazione poiché lo spostamento del baricentro della sezione parzializzata avviene lungo la direzione y e si verifica solamente il rimpicciolimento simmetrico del dominio di interazione all'aumentare della temperatura, in quanto il decadimento delle proprietà meccaniche in funzione della temperatura è simmetrico rispetto all'asse y.

Nel caso in cui si considerino le deformazioni impresse e quindi gli stati di coazione secondo la teoria di Colonnetti come descritto precedentemente si avrà una distorsione del dominio di interazione ma non si verificherà una rotazione poiché non si avranno momenti resistenti aggiuntivi e la traslazione risulta nulla.

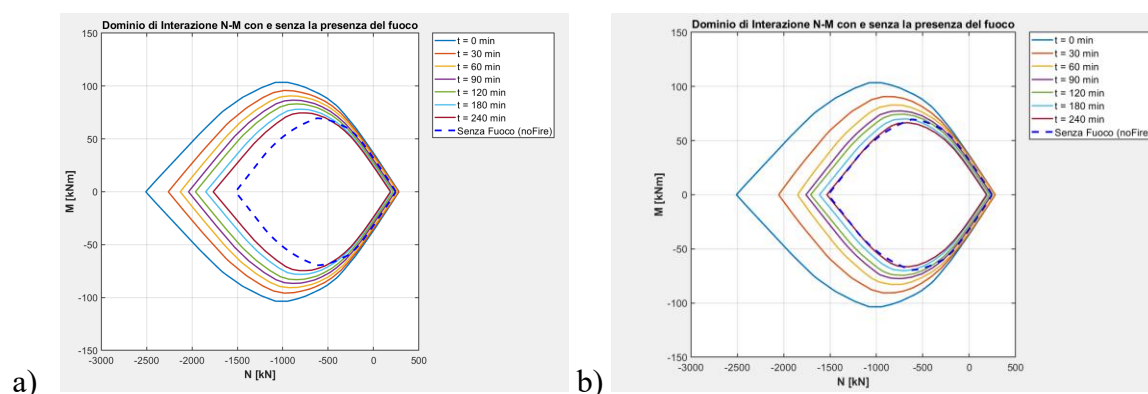


Figura 252 - Confronto dominio di interazione $N-M_y$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza e con l'analisi delle def. impresse – a) senza le def. Impresse b) con le def. impresse

Inoltre, dal confronto del dominio di interazione a caldo $N - M_x$ e $N - M_y$, si osserva come il dominio di interazione $N - M_x$ sia quello più stringente in quanto il lato esposto al fuoco è parallelo all'asse x e si verificano momenti aggiuntivi dovuti alla traslazione del baricentro della sezione parzializzata rispetto al baricentro della sezione integra.

Per la sezione esposta al fuoco da due lati opposti (lato superiore e inferiore) della sezione in esame si sono ottenuti i domini di interazione a caldo $N - M_x$ e $N - M_y$ con e senza l'analisi delle deformazioni impresse. In tale casistica si è osservato come i domini di interazione a caldo $N - M_x$ e $N - M_y$ rimpiccioliscono in maniera simmetrica, poiché la configurazione di esposizione è simmetrica rispetto l'asse x comportando un decadimento delle resistenze dei materiali simmetrico sia rispetto l'asse x sia rispetto l'asse y.

Si osserva che, quando vale la simmetria dei lati esposti o no al fuoco, si ottengono domini di interazione a caldo senza l'analisi delle deformazioni impresse che all'aumentare della temperatura rimpiccioliscono mentre, se si analizzano le deformazioni impresse, i domini di interazione a caldo oltre a rimpicciolirsi risultano distorti.

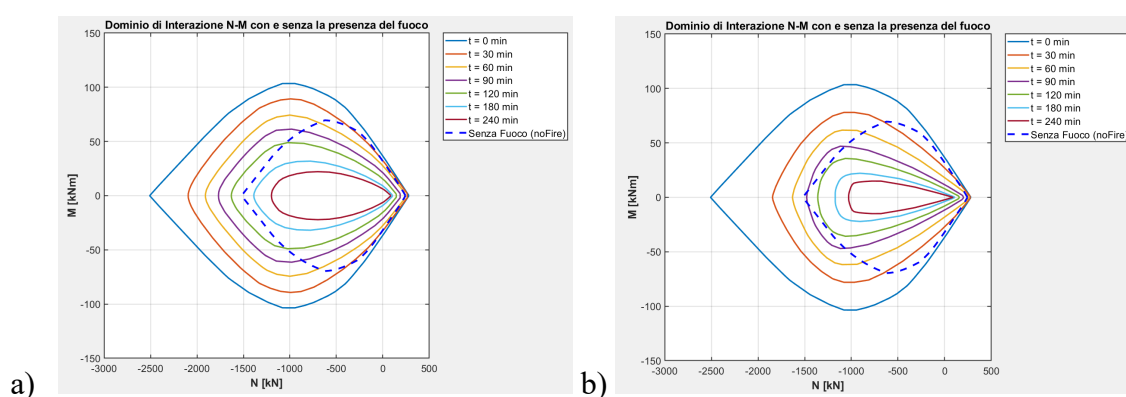


Figura 253 - Confronto dominio di interazione $N-M_x$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza e con l'analisi delle def. impresse – a) senza le def. Impresse b) con le def. impresse

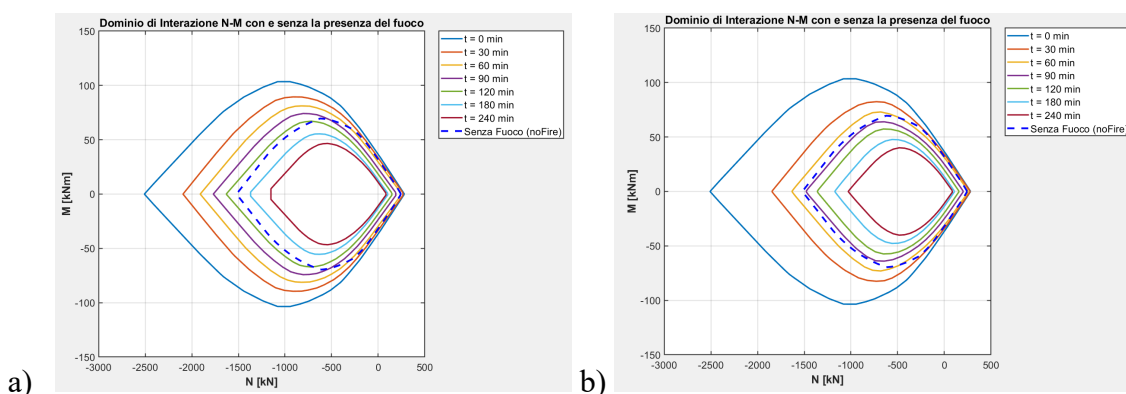


Figura 254 - Confronto dominio di interazione $N-M_y$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza e con l'analisi delle def. impresse – a) senza le def. Impresse b) con le def. impresse

Inoltre dal confronto del dominio di interazione a caldo $N - M_x$ e $N - M_y$ si osserva come il dominio di interazione $N - M_x$ sia quello più stringente, in quanto i lati esposti al fuoco sono paralleli all'asse x.

Per la sezione esposta al fuoco da quattro lati della sezione in esame il dominio di interazione a caldo $N - M_x$ è il medesimo del dominio di interazione a caldo $N - M_y$. Anche in questo caso l'esposizione al fuoco è simmetrica e gli effetti, se si analizzano o meno le deformazioni impresse, sono gli stessi descritti precedentemente per la sezione esposta da due lati opposti.

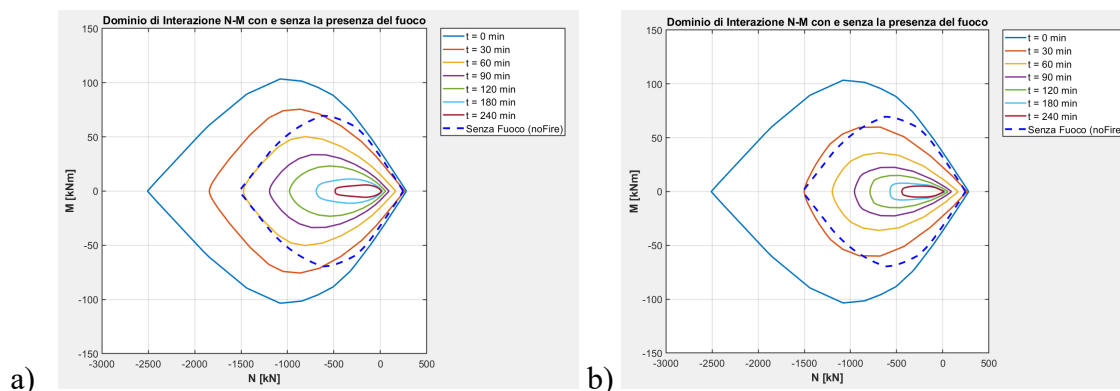


Figura 255 - Confronto dominio di interazione $N-M_x$ a freddo e a caldo per vari tempi di esposizione senza e con l'analisi delle def. impresse – a) senza le def. Impresse b) con le def. Impresse

Si riportano le considerazioni ottenute per la pressoflessione deviata che si verifica per la sezione esposta al fuoco da due lati adiacenti e tre lati. In particolare si sono considerati diversi tempi di esposizione al fuoco e, mano a mano che la temperatura aumenta, la sezione si parzializza, in quanto gli elementini più vicini alle facce esposte perdono le proprietà meccaniche. Si ha pressoflessione deviata perché la sezione si parzializza mantenendo un asse neutro inclinato (si veda la Figura 40).

Il dominio di resistenza della sezione in regime di pressoflessione deviata è costituito da una superficie rappresentabile in uno spazio tridimensionale $N-M_x-M_y$ oppure con un dominio bidimensionale M_x-M_y per un certo valore di sforzo normale costante. Per $M_y = 0$ si ottiene il dominio di pressoflessione retta $N-M_x$, invece per $M_x = 0$ si ottiene $N-M_y$, tale considerazione è stata utilizzata per validare il codice MATLAB.

Per una sezione esposta al fuoco su due lati adiacenti all'aumentare della temperatura la sezione si parzializza e il baricentro risulta traslato rispetto a quello della sezione integra. La traslazione non corre lungo uno degli assi principali, per tale motivo si generano due momenti M_x e M_y . La contemporanea presenza dei due momenti porta ad avere una pressoflessione deviata che è una conseguenza intrinseca al degrado asimmetrico dei materiali.

Di seguito si riporta il confronto dei risultati del dominio tridimensionale $N-M_x-M_y$ (Figura 241) a caldo e a freddo e del dominio bidimensionale M_x-M_y per $N = -500 \text{ kN}$ (Figura 257) a freddo e a caldo per un tempo di esposizione di 180 min.

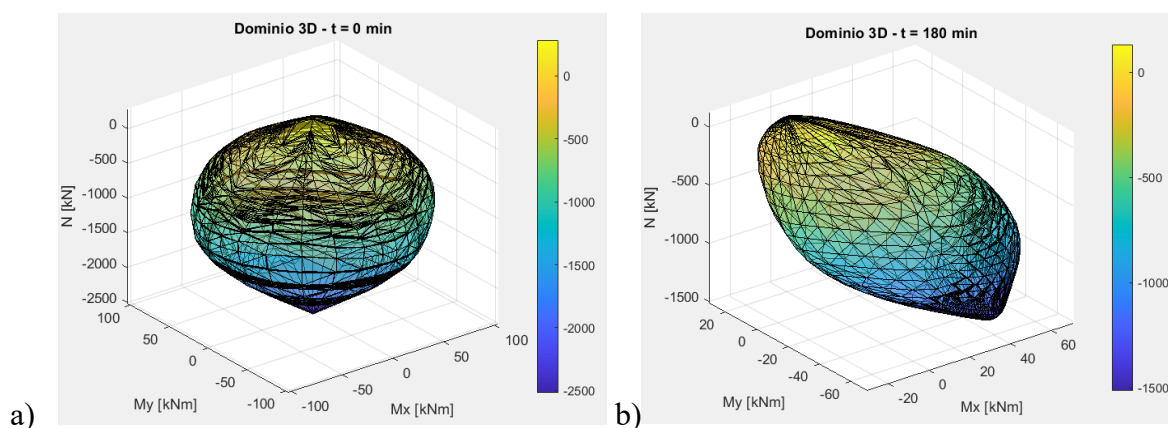


Figura 256 - Dominio di interazione 3D $N-M_x-M_y$ (pressoflessione deviata) - a) a freddo b) a caldo

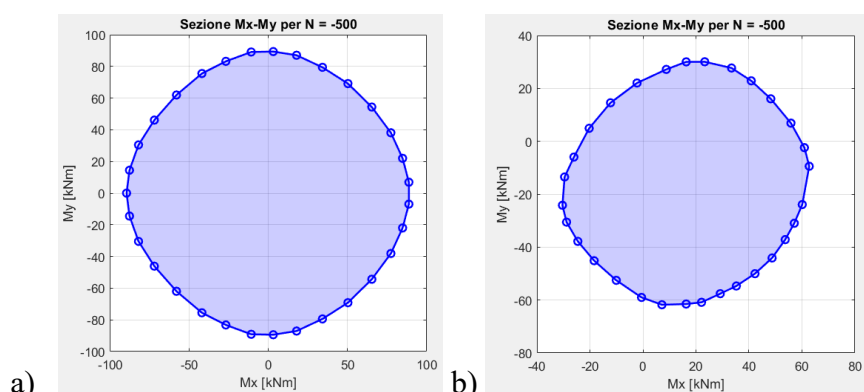


Figura 257 - Dominio di interazione 2D M_x-M_y per $N=-500$ kN (pressoflessione deviata) - a) a freddo b) a caldo

Dal confronto emerge come il volume resistente diminuisce, in quanto le proprietà meccaniche della sezione esposta al fuoco diminuiscono all'aumentare della temperatura e lo sforzo normale minimo passa da -2500 kN a -1500 kN, indicando che la sezione può sopportare valori di sforzo normale puro inferiori. Inoltre all'aumentare della temperatura la sezione si parzializza e il suo baricentro non coincide più con il baricentro della sezione integra, portando alla perdita di simmetria del dominio tridimensionale. Una seconda differenza è la traslazione del dominio bidimensionale che avviene perché si ha uno spostamento tra il baricentro della sezione parzializzata rispetto al baricentro della sezione integra che trasforma lo sforzo normale in un carico eccentrico che porta ad avere momenti flettenti applicati anche in assenza di carichi esterni.

Di seguito si riporta un confronto dei risultati del dominio tridimensionale $N-M_x-M_y$ (Figura 258) e del dominio bidimensionale M_x-M_y per $N = -500$ kN (Figura 259) a caldo per un tempo di esposizione di 180 minuti con e senza l'analisi delle deformazioni impresse.

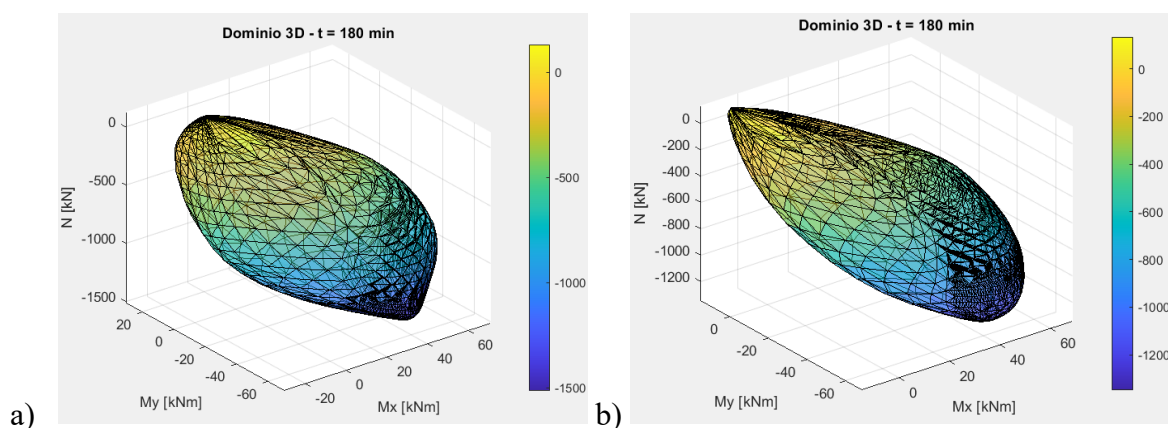


Figura 258 - Dominio di interazione 3D a caldo $N-M_x-M_y$ (pressoflessione deviata) - a) senza def. impresse b) con def. impresse

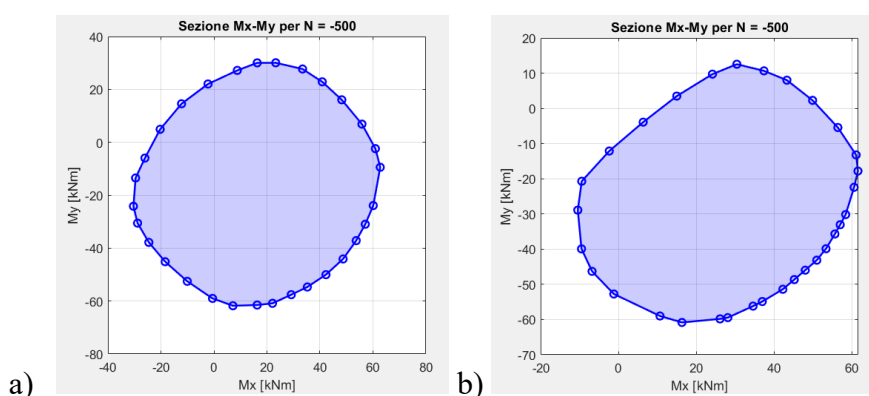


Figura 259 - Dominio M_x-M_y a caldo $t=180$ min per $N=-500$ kN (pressoflessione deviata) - a) senza le def. Impresse b) con le def. impresse

Dal confronto si osserva come il volume resistente diminuisce, in quanto un'aliquota della resistenza dei materiali risulta già mobilitata dallo stato di coazione termica e lo sforzo normale minimo passa da -1500 kN a -1200 kN, indicando che la sezione può sopportare valori di sforzo normale puro inferiori.

Se si analizza il dominio bidimensionale, si ha un'ulteriore traslazione del dominio, in quanto i momenti generati dalle deformazioni impresse riducono la capacità portante.

Anche per la sezione esposta al fuoco su tre lati si verifica una pressoflessione deviata.

Di seguito si riporta un confronto dei risultati del dominio tridimensionale $N-M_x-M_y$ (Figura 260) e del dominio bidimensionale M_x-M_y per $N = -500$ kN (Figura 261) a caldo per un tempo di esposizione di 180 minuti con e senza l'analisi delle deformazioni impresse.

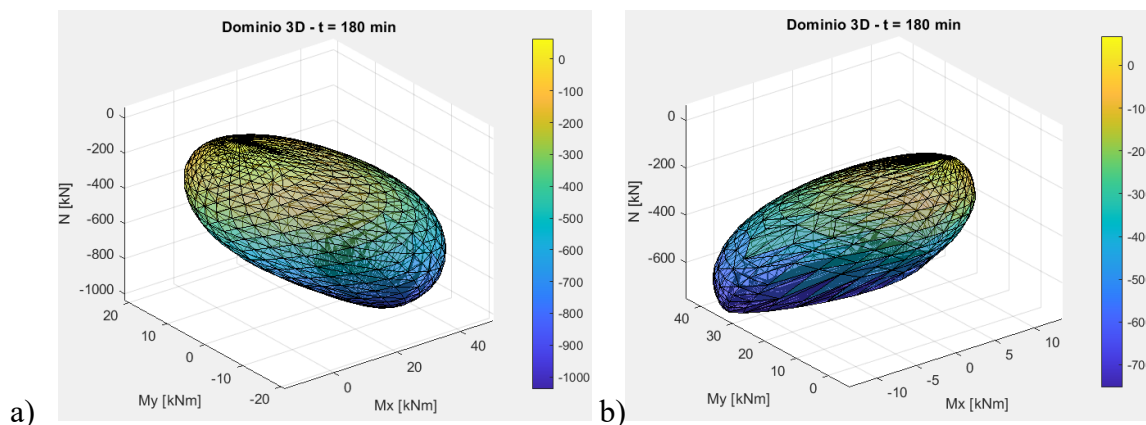


Figura 260 - Dominio di interazione 3D a caldo $N-M_x-M_y$ (pressoflessione deviata) – a) senza def. imprresse b) con def. imprresse

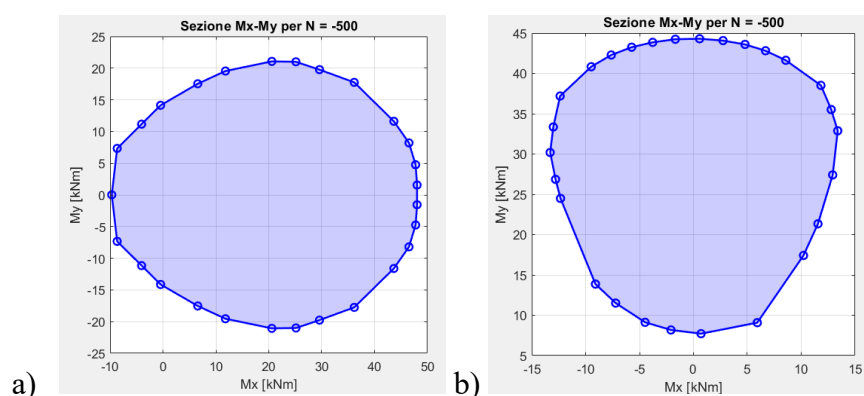


Figura 261 - Dominio M_x-M_y a caldo $t=180$ min per $N=-500$ kN (pressoflessione deviata) – a) senza le def. Imprresse b) con le def. imprresse

Dal confronto dei risultati con il dominio di interazione tridimensionale a freddo valgono le stesse considerazioni precedentemente riportate.

Dalla comparazione dei domini di interazione tridimensionali a caldo con e senza l'analisi delle deformazioni imprresse si osserva come il volume resistente diminuisce in quanto un'aliquota della resistenza dei materiali risulta già mobilitata dallo stato di coazione termica e lo sforzo normale minimo passa da -1000 kN a -700 kN, indicando che la sezione può sopportare valori di sforzo normale puro inferiori.

Se si analizza il dominio bidimensionale con e senza l'analisi delle deformazioni imprresse si osserva un'ulteriore traslazione del dominio dovuta alle deformazioni imprresse, che ne riduce la capacità portante.

Il confronto dei domini di interazione a caldo con e senza l'analisi delle deformazioni imprresse, svolto secondo la normativa europea UNI EN 1992-1-2, 2023, ha definito l'importanza dell'utilizzo delle deformazioni imprresse che non sono risultate trascurabili. In particolare, se

la sezione è esposta simmetricamente, le deformazioni impresse portano a una distorsione dei domini di interazione della sezione in regime di pressoflessione retta, mentre, se la sezione è esposta asimmetricamente, comportano anche una rotazione.

Nel caso di pressoflessione deviata si osserva un volume resistente ridotto, in quanto un'aliquota della resistenza dei materiali risulta già mobilitata dallo stato di coazione termica e lo sforzo normale minimo varia indicando che la sezione può sopportare valori di sforzo normale puro inferiori. Inoltre i momenti generati dalle deformazioni impresse riducono la capacità portante portando a un'ulteriore traslazione del dominio.

Pertanto è fondamentale valutare le deformazioni impresse perché, se esse non fossero analizzate, si otterrebbe semplicemente un dominio che si rimpicciolisce all'aumentare della temperatura trascurando tutte le considerazioni precedentemente descritte.

Il secondo obiettivo è determinare se le lacune, riscontrate nel dominio di interazione a caldo (con l'analisi delle deformazioni impresse) implementato, evidenziando anche i punti interni, sono numeriche o fisiche.

Le lacune fisiche si verificano nel caso di leggi non lineari, quando si individua una distribuzione di deformazioni impresse per cui non esiste la funzione inversa dalla coppia (λ, μ) corrispondente alla coppia (N, M) . Per risolvere tale problematica e riuscire a trattare le non linearità si è proceduto a scaricare su MATLAB l'*optimization toolbox* che contiene *fsolve*.

fsolve è stato utilizzato in quanto permette di risolvere sistemi di equazioni non lineari garantendo di determinare per ogni coppia (N, M) il corrispondente (λ, μ) . Dallo script implementato si è osservato che il dominio di interazione a caldo con l'analisi delle deformazioni impresse non presentava lacune fisiche ma numeriche in quanto *fsolve* procedendo inversamente partendo dalle coppie (N, M) interne alla lacuna ha ricercato iterativamente la soluzione del problema (λ, μ) .

Per tale motivo considerare il profilo convesso ottenuto con la funzione *convhull*, senza studiare tutti i punti interni al dominio di interazione, è accettabile, in quanto non comporta una sovrastima non conservativa della capacità portante.

Di seguito si riporta un esempio dei risultati ottenuti considerando una sezione esposta al fuoco dal lato superiore della sezione:

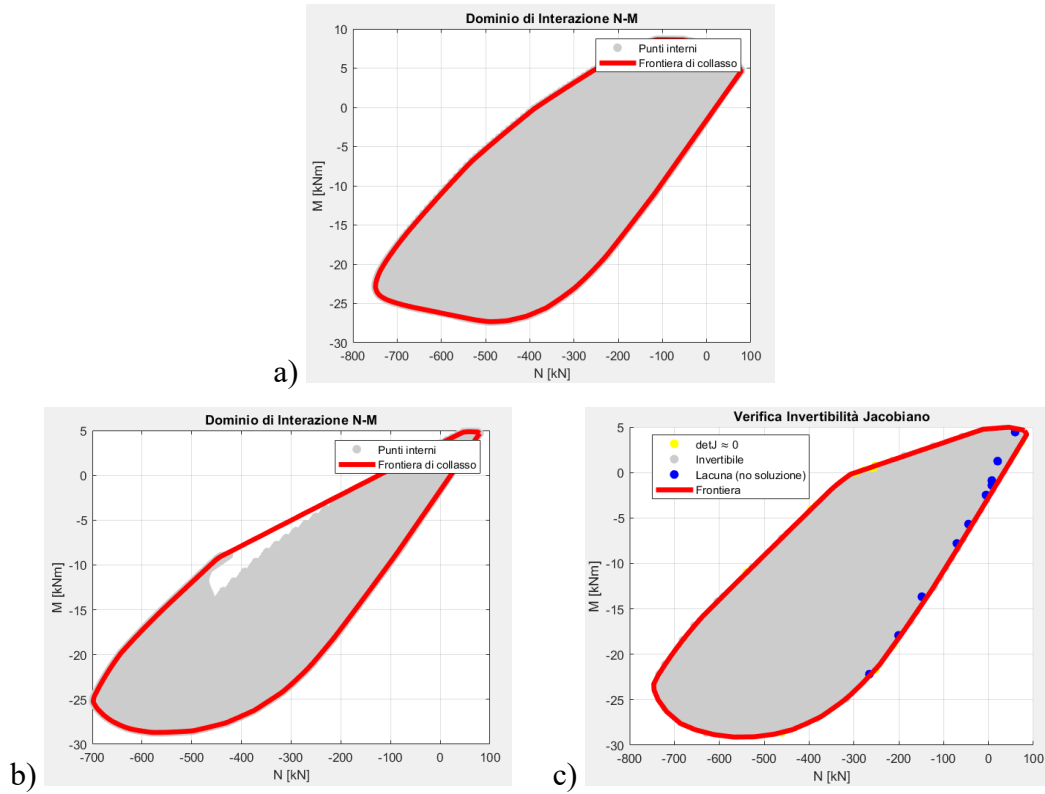


Figura 262 - Diagrammi di interazione M - N di una sezione in CA con degrado del legame σ - ϵ prodotto dalle elevate temperature: a) senza l'analisi delle def. impresse b) con l'analisi delle def. impresse con presenza delle lacune numeriche c) con l'analisi delle def. impresse (con fsolve)

Il grafico b in Figura 262 è stato ottenuto con lo script MATLAB *lacune.m*, riportato in Appendice H. Il dominio di interazione è stato plottato per punti, variando le seguenti leggi:

$$curv = 0.004 * \pi/b * (-1 + 2 * m/Ncurv) \quad (5.1)$$

$$lam = lamMin + (lamMax - lamMin)/Ncurv * mm \quad (5.2)$$

Considerando una sezione di base 200 mm e un numero di curvature analizzate pari a 250, si osserva che per m variabile tra 1 e 250 nel ciclo si ottiene:

$$\text{per } m = 1 \rightarrow curv = 0.004 * \frac{\pi}{200} * \left(-1 + 2 * \frac{1}{250}\right) = -6.23 \cdot 10^{-5} [1/mm]$$

$$\text{per } m = 250 \rightarrow curv = 0.004 * \frac{\pi}{200} * \left(-1 + 2 * \frac{250}{250}\right) = 6.28 \cdot 10^{-5} [1/mm]$$

Le lacune numeriche riscontrate si osservano per soluzioni (N, M) , corrispondenti a (λ, μ) , dove il valore di curvatura non è interno al range $(-6.23 \cdot 10^{-5}, 6.28 \cdot 10^{-5})$, come mostrato dalla Tabella 38.

Per ottenere i domini di interazione per punti si fanno variare le curvature impresse della sezione tra $(-\infty, +\infty)$ e la deformazione a livello del baricentro della sezione parzializzata tra $(-0.02, +0.03)$. Pertanto, avendo campionato un intervallo di curvature impresse troppo piccolo, sono nate delle lacune numeriche interne al dominio di interazione.

Per risolvere il problema si può pensare di applicare al posto della legge delle curvature (5.1) la seguente legge per forzare lo script MATLAB a esplorare un range di curvature più elevato:

$$curv = linspace(-\infty, +\infty, Ncurv) \quad (5.3)$$

In tal caso però questo tentativo si scontra con un problema di accuratezza numerica. In particolare, dividendo il range $(-\infty, +\infty)$ semplicemente con $Ncurv = 250$, i singoli step tra un passo e l'altro diventano troppo grandi, di conseguenza le lacune nel grafico rimangono o peggiorano.

Per risolvere tale problema di accuratezza numerica sarebbe necessario aumentare il numero di passi $Ncurv$, costringendo il codice a un numero eccessivo di iterazioni con un conseguente allungamento dei tempi di calcolo, rendendo lo script inefficiente.

Per tale motivo l'utilizzo del solutore non lineare iterativo *fsolve* è fondamentale e inevitabile. In particolare il solutore ricerca in modo mirato l'esatta coppia (λ, μ) , corrispondente a una certa coppia (N, M) interna alla lacuna, andando a iterare in tempi molto più brevi e andando a eliminare la lacuna numerica. Il grafico c in Figura 262 è stato ottenuto con l'utilizzo del solutore *fsolve*.

6 Bibliografia

- [1] AA. VV. Fire design of concrete structures - structural behaviour and assessment. Fib. Bulletin No. 46, 2008.
- [2] Andreinin M., Sassul M. (2011). “Mechanical behaviour of full unit masonry panels under fire action”. Fire Safety Journal.
- [3] Aristide Sanini, Politecnico di Torino, “Lezioni di geometria”, Libreria editrice universitaria Levrotto e Bella.
- [4] Buchanan (2009), HOEPLI, “Progetto delle strutture resistenti al fuoco”.
- [5] Carpinteri A. (1992). Scienza delle Costruzioni (Vol. 1 e 2). Bologna: Pitagora Editrice.
- [6] Caldas R.B., Sousa J.B.M, Fakury R.H. (2010). “Diagrammi di interazione per sezioni in cemento armato sottoposte al fuoco”.
- [7] CDM Dolmen & omnia IS srl (2009). “IS Fuoco – Manuale Utente”, Torino.
- [8] Codice di Prevenzione Incendi 03/08/2015.
- [9] Colonnetti G. (1938), “La statica dei corpi elasto - plastici”.
- [10] Colonnetti G. (1953). Scienza delle costruzioni - Teoria generale dell'equilibrio, Torino, Edizioni scientifiche Einaudi.
- [11] Cosenza E., Manfredi G., Pecce M. (Terza Edizione). “Strutture in cemento armato – Basi della progettazione”.
- [12] Di Trapani (2022), CLUT, “Metodi di analisi strutturale”.
- [13] Direzione regionale Vigili del Fuoco, Ing. Ferdinando D’Anna, “La resistenza al fuoco nell’ambito delle procedure di prevenzione incendi e nel Codice di Prevenzione Incendi”.
- [14] EN 1992-1-1:2004, sezione 3: Materiali.
- [15] Eurocode 2 Commentary (rev A 31-03-2017).
- [16] Fantilli A.P., Ferretti D., Iori I., Vallini P. (1998). “Flexural Deformability of Reinforced Concrete Beams”, ASCE Journal of Structural Engineering, vol. 124.
- [17] Fantilli A.P., Vallini P., Demarchis F. “I domini di interazione di archi in muratura soggetti a fuoco”.
- [18] Fib. Bulletin No. 46. Inail 2019. “La resistenza al fuoco degli elementi strutturali”.
- [19] Fsolve, Help Browser di MATLAB
- [20] Gambarova P.G., Fantilli A.P. e Tattoni S. (2023). “Strutture resistenti al fuoco”.

- [21] Gelfi, Sommario di VcaSlu (Verifica Cemento Armato Stato Limite Ultimo)
- [22] Global optimization toolbox (solve) – Description, Creation, Properties, Examples
- [23] Han-Soo Kim, (2021). “Ottenimento del diagramma di interazione della sezione di calcestruzzo esposta al fuoco mediante ottimizzazione matematica”.
- [24] Innocenzo Mastronardi, Ingenio, 02/12/2013, “Il fenomeno dello spalling nel calcestruzzo esposto alle alte temperature”
- [25] Ministero dell’Interno Dipartimento dei Vigili del Fuoco, del Soccorso Pubblico e della Difesa Civile Corpo Nazionale Vigili del Fuoco. “Corsi di Prevenzione Incendi, Lotta Antincendi e Gestione Emergenze di cui al D.Lgs 81/08 ed alla L. 609/96”.
- [26] Ministero dell’Interno - Direzione Generale della Protezione Civile e dei Servizi Antincendi, “Corsi di prevenzione incendi, lotta antincendio e gestione emergenze, di cui al D.Lgs. 81/08 e D.M. 10/03/98”
- [27] NTC 2018.
- [28] UNI EN 2:2005 – UNI Ente Italiano di Normazione, Classificazione dei fuochi
- [29] UNI EN ISO 13943:2023 – UNI Ente Italiano di Normazione
- [30] UNI ENV 1992-1-1 - Eurocodice 2 – Progettazione delle strutture in calcestruzzo. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici.
- [31] UNI ENV 1992 1-2-2023 - Eurocodice 2 - Progettazione delle strutture in calcestruzzo. Parte 1-2: Progettazione della resistenza all’incendio.
- [32] Vallini P., (1989). “Analisi a stato limite ultimo delle strutture in C.A.-C.A.P. algoritmi per il calcolo automatico e problemi di convergenza”, Atti dell’Accademia delle Scienze di Torino, I- Classe delle Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali, Vol. 123.

7 Appendici

Appendice A - Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a freddo – pressoflessione retta

A.1 Descrizione del codice

Il codice MATLAB *noFire.m* permette di determinare il dominio di interazione di una sezione a freddo. In particolare si analizza una sezione quadrata di lato 300 mm, copriferro 20 mm, costituita da 8 barre di armatura di diametro 10 mm. Il dominio di interazione è ottenuto andando a studiare i 5 campi, facendo variare tra 0.1 e h il valore della profondità dell'asse neutro. Per l'implementazione del codice MATLAB si è seguito il procedimento descritto nel capitolo 2.1.2.

A.2 Script MATLAB *noFire.m*

```
% CALCOLO DEL DOMINIO DI INTERAZIONE A FREDDO DI UNA SEZIONE QUADRATA

% Dati sezione
b = 300;           % base sezione [mm]
h = 300;           % altezza sezione [mm]
copriferro = 20;   % copriferro [mm]

% Armature
phi = 10;           % diametro [mm]
As_bar = pi*phi^2/4; % area armatura [mm]
n_sup = 3;           % n barre superiori
n_int = 2;           % n barre intermedie
n_inf = 3;           % n barre inferiori
As_sup = n_sup * As_bar; % area armature superiori [mm^2]
As_int = n_int * As_bar; % area armature intermedie [mm^2]
As_inf = n_inf * As_bar; % area armature inferiori [mm^2]
d_sup = copriferro + phi/2; % distanza barre superiori da bordo compresso[mm]
d_int = h/2;         % distanza barre intermedie [mm]
d_inf = h - d_sup;   % distanza barre inferiori [mm]

% Materiali
fck = 25;           % resistenza caratteristica del cls [MPa]
gamma_c = 1.5;       % coeff. di sicurezza del cls
fcd = 0.85 * fck/gamma_c; % resistenza di progetto del cls [MPa]
fyk = 450;           % resistenza caratteristica dell'acciaio [MPa]
gamma_s = 1.15;       % coeff. di sicurezza dell'acciaio
fyd = fyk/gamma_s;   % resistenza di progetto dell'acciaio [MPa]
Es = 200000;         % modulo elastico dell'acciaio [MPa]
ecu = - 3.5e-3;       % deformazione ultima cls [-]
esy = fyd/Es;         % deformazione snervamento acciaio [-]
beta1 = 0.8095;       % coeff. beta1 [-]
beta2 = 0.4160;       % coeff. beta2 [-]

% Inizializzazione
N_noFire = [];
M_noFire = [];
```

```

% Campo 1 - Trazione pura
N1 = (As_sup+As_inf+As_int)*fyd/1000; % sforzo normale campo 1 [kN]
M1 = 0;
N_noFire = [N_noFire N1];
M_noFire = [M_noFire M1];

% Campi 2-3-4 (variazione x)
x_values = linspace(0.1,h,100000); % campo di variazione della profondità di xu
for xi = x_values
    % blocco compressione
    zc = beta2*xi; % braccio risultante C [mm]
    Cc = - (beta1*fcd*b*xi)/1000; % risultante C [kN]
    if xi < d_sup
        % deformazioni acciai
        eps_sup = - ecu*(d_sup/xi - 1); % trazione deformazione positiva [-]
        eps_int = - ecu*(d_int/xi - 1); % trazione deformazione positiva [-]
        eps_inf = - ecu*(d_inf/xi - 1); % trazione deformazione positiva [-]
        % tensioni acciaio (bilineare)
        sig_sup = min(Es*eps_sup, fyd); % tensione nell'acciaio superiore [MPa]
        sig_int = min(Es*eps_int, fyd); % tensione nell'acciaio intermedio [MPa]
        sig_inf = min(Es*eps_inf, fyd); % tensione nell'acciaio inferiore [MPa]
        % calcolo sforzi - [kN]
        Fs_sup = (As_sup*sig_sup)/1000; % risultante acciaio superiore [kN]
        Fs_int = (As_int*sig_int)/1000; % risultante acciaio intermedio [kN]
        Fs_inf = (As_inf*sig_inf)/1000; % risultante acciaio inferiore [kN]
    elseif (xi > d_sup) && (xi < h/2)
        % deformazioni acciai
        eps_sup = ecu*(1 - d_sup/xi); % compressione deformazione negativa [-]
        eps_int = - ecu*(d_int/xi - 1); % trazione deformazione positiva [-]
        eps_inf = - ecu*(d_inf/xi - 1); % trazione deformazione positiva [-]
        % tensioni acciaio (bilineare)
        sig_sup = max(Es*eps_sup, - fyd); % tensione nell'acciaio superiore [MPa]
        sig_int = min(Es*eps_int, fyd); % tensione nell'acciaio intermedio [MPa]
        sig_inf = min(Es*eps_inf, fyd); % tensione nell'acciaio inferiore [MPa]
        % calcolo sforzi
        Fs_sup = (As_sup*sig_sup)/1000; % risultante acciaio superiore [kN]
        Fs_int = (As_int*sig_int)/1000; % risultante acciaio intermedio [kN]
        Fs_inf = (As_inf*sig_inf)/1000; % risultante acciaio inferiore [kN]
    elseif (xi > h/2) && (xi < d_inf)
        % deformazioni acciai
        eps_sup = ecu*(1 - d_sup/xi); % compressione deformazione negativa [-]
        eps_int = ecu*(1 - d_int/xi); % compressione deformazione negativa [-]
        eps_inf = - ecu*(d_inf/xi - 1); % trazione deformazione positiva [-]
        % tensioni acciaio (bilineare)
        sig_sup = max(Es*eps_sup, - fyd); % tensione nell'acciaio superiore [MPa]
        sig_int = max(Es*eps_int, - fyd); % tensione nell'acciaio intermedio [MPa]
        sig_inf = min(Es*eps_inf, fyd); % tensione nell'acciaio inferiore [MPa]
        % calcolo sforzi
        Fs_sup = (As_sup*sig_sup)/1000; % risultante acciaio superiore [kN]
        Fs_int = (As_int*sig_int)/1000; % risultante acciaio intermedio [kN]
        Fs_inf = (As_inf*sig_inf)/1000; % risultante acciaio inferiore [kN]
    elseif xi > d_inf
        % deformazioni acciai
        eps_sup = ecu*(1 - d_sup/xi); % compressione deformazione negativa [-]
        eps_int = ecu*(1 - d_int/xi); % compressione deformazione negativa [-]
        eps_inf = ecu*(1 - d_inf/xi); % compressione deformazione negativa [-]
        % tensioni acciaio (bilineare)
        sig_sup = max(Es*eps_sup, - fyd); % tensione nell'acciaio superiore [MPa]
        sig_int = max(Es*eps_int, - fyd); % tensione nell'acciaio intermedio [MPa]
        sig_inf = max(Es*eps_inf, - fyd); % tensione nell'acciaio inferiore [MPa]
        % calcolo sforzi
        Fs_sup = (As_sup*sig_sup)/1000; % risultante acciaio superiore [kN]
        Fs_int = (As_int*sig_int)/1000; % risultante acciaio intermedio [kN]
        Fs_inf = (As_inf*sig_inf)/1000; % risultante acciaio inferiore [kN]
    end
end

```

```

% momenti [kN/m]
M_i = -((Cc*(h/2 - zc) + Fs_sup*(h/2 - d_sup) - Fs_inf*(d_inf - h/2))/1000);
% sforzo normale [kN]
N_i = Cc + Fs_sup + Fs_inf + Fs_int;
N_noFire = [N_noFire N_i];
M_noFire = [M_noFire M_i];
end

% Campo 5 - Compressione pura
N6 = -(fcd*b*h + As_sup*fyd + As_inf*fyd + As_int*fyd)/1000; % [kN]
M6 = 0;
N_noFire = [N_noFire N6];
M_noFire = [M_noFire M6];

% Grafico
figure
plot(N_noFire,M_noFire,'LineWidth',2)
grid on
ylabel('M [kNm]')
xlabel('N [kN]')
title('Dominio di Interazione N-M')

% Grafico simmetrico rispetto all'asse delle ascisse
N_neg = N_noFire;
M_neg = -M_noFire;

% Concatenazione per avere una curva chiusa
N_symmetric = [N_noFire, fliplr(N_neg)];
M_symmetric = [M_noFire, fliplr(M_neg)];

% Plot del dominio simmetrico
figure(1)
plot(N_symmetric, M_symmetric, 'b', 'LineWidth', 2)
grid on
xlabel('N [kN]')
ylabel('M [kNm]')
title('Dominio di Interazione N-M')

```

Appendice B – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l’analisi delle deformazioni impresse (esposizione su un lato) - pressoflessione retta

B.1 Descrizione del codice e delle funzioni

Il codice MATLAB *fireRC.m* permette di determinare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse per una sezione esposta al fuoco da un solo lato per diversi tempi. In particolare si analizza una sezione quadrata di lato 300 mm, copriferro 20 mm, costituita da 8 barre di armatura di diametro 10 mm.

Per l’implementazione del codice MATLAB si è seguito il procedimento descritto nel capitolo 3.2.3. che si basa su una discretizzazione della sezione e sull’esplorazione delle combinazioni

di curvatura impressa e deformazione al baricentro della sezione parzializzata dalle quali vengono calcolate le risultanti di sforzo normale e momento flettente.

L'implementazione è strutturata in uno script principale *fireRC.m* che richiama le funzioni specializzate descritte nel capitolo 3.2.1 per quanto riguarda l'analisi termica e nel capitolo 3.2.2 relativamente alle proprietà meccaniche.

Per ogni elementino ottenuto dalla discretizzazione si determinano la temperatura, la deformazione e la tensione del calcestruzzo. Medesimi risultati si trovano anche a livello delle barre di armatura.

L'insieme delle elaborazioni, svolte a livello dei singoli elementini della discretizzazione e ripetute per tutte le iterazioni del ciclo sulle curvature, consente di ottenere il dominio di interazione N-M.

B.2 Script MATLAB

Lo script MATLAB *fireRC.m* permette di determinare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse per una sezione esposta per diversi tempi da un solo lato.

In particolare nello script si è utilizzata la funzione *convhull* che porta a definire l'insieme di punti che definisce l'involuppo convesso, il più piccolo poligono convesso che contiene tutti i punti dati al suo interno.

script MATLAB *fireRC.m*

```
% CALCOLO DEL DOMINIO DI INTERAZIONE DI UNA SEZIONE RETTANGOLARE
% CON E SENZA LA PRESENZA DELLE DEFORMAZIONI IMPRESSE

% Dati sezione
b = 300;      % base sezione [mm]
h = 300;      % altezza sezione [mm]
c = 20;       % copriferro [mm]

% Armature
phi = 10;     % diametro [mm]
As_bar = pi*phi^2/4; % area di una barra [mm^2]
n_sup = 3;    % n barre superiori
n_int = 2;    % n barre intermedie
n_inf = 3;    % n barre inferiori
N_bar = n_sup + n_inf + n_int; % numero barre totali
As_sup = n_sup * As_bar; % area armature superiori [mm^2]
As_int = n_int * As_bar; % area armature intermedie [mm^2]
As_inf = n_inf * As_bar; % area armature inferiori [mm^2]
d_sup = c + phi/2; % distanza barre sup da bordo compresso [mm]
d_int = h/2; % distanza barre int da bordo compresso [mm]
d_inf = h - d_sup; % distanza barre inf da bordo compresso [mm]

tipoAggregato = 'silicei'; % calcari
tipoAcciaio = 'hot'; % cold

tempi = [0 30 60 90 120 180 240]; % minuti
colori = lines(length(tempi));
```

```

% Dati disposizione armatura nella sezione
ys = [d_sup h/2 d_inf d_sup d_inf d_sup h/2 d_inf ] ;           % [mm]
xs = [d_sup d_sup d_sup h/2 h/2 b-d_sup b-d_sup b-d_sup ] ;    % [mm]

% Materiali
fck = 25;                % resistenza caratteristica del cls [MPa]
gamma = 1.5;             % coeff. di sicurezza del cls [-]
fcd = 0.85 * fck/gamma;   % resistenza di progetto del cls [MPa]
fyk = 450;               % resistenza caratteristica dell'acciaio [MPa]
gamma_s = 1.15;          % coeff. di sicurezza dell'acciaio [-]
fyd = fyk/gamma_s;        % resistenza di progetto dell'acciaio [MPa]
Es = 200000;              % modulo elastico dell'acciaio [MPa]

% Rapporto meccanico di armatura [-]
omega = (As_sup + As_inf + As_int) * fyd / (b * d_inf * fcd);

% Discretizzazione della sezione
n = 12;                  % numero in cui è diviso ogni lato verticale [-]
Ncurv = 40;              % numero di curvature e lambda considerate [-]
fi = sqrt((omega*b*d_inf *fcd*4/(pi*fyd))/N_bar);               % diametro delle n barre [mm]
n1 = 12;                 % numero in cui è diviso il lato orizzontale [-]

% Si creano matrici n1 x n riempite da zero con zeros che successivamente verranno
% riempite. zeros serve per discretizzare la sezione
x = zeros(n1,n);
y = zeros(n1,n);
tem = zeros(n1,n);
eimc = zeros(n1,n);

% si definiscono le coordinate del centro di ogni quadratino della sezione
% discretizzata, delle relative temperature e delle deformazioni impresse

% Ciclo principale per calcolo dominio N-M. Si crea una colonna con un numero di righe
% pari al numero di tempi di esposizione al fuoco analizzati.
N_all = cell(length(tempi),1);
M_all = cell(length(tempi),1);

dA = b * h / (n*n1);      % area di ogni singolo quadratino di cls [mm^2]

% Calcolo del dominio
figure(4); clf; hold on; grid on;

for tt = 1:length(tempi)
    tempoIncendio = tempi(tt);
    % Numero totale di punti previsti per ogni tempo
    n_punti = (Ncurv + 1) * (Ncurv + 1);
    N_fireRC = zeros(1, n_punti);
    M_fireRC = zeros(1, n_punti);
    cont = 1; % Inizializzo il contatore

    for j = 1:n
        for i = 1:n1
            x(i,j) = b/(2*n1) + b/n1*(i-1);           % [mm]
            y(i,j) = h/(2*n) + h/n*(j-1);             % [mm]
            tem(i,j) = tempera(x(i,j),y(i,j),tempoIncendio); % [°C]
            % deformazione impressa
            switch lower(tipoAggregato)
                case 'silicei'
                    eimc(i,j) = epsimpcSilicei(tem(i,j)); % positivo [-]
                case 'calcari'
                    eimc(i,j) = epsimpcCalcari(tem(i,j)); % positivo [-]
            end
        end
    end
end

```

```

% Preallocazione per le barre
tems = zeros(1, N_bar);
eims = zeros(1, N_bar);

for i = 1:N_bar
    % temperatura barra ad ogni ferro [°C]
    tems(i) = tempera(xs(i),ys(i),tempoIncendio);
    % funzione che converte la T nella deformazione corrispondente ad ogni ferro
    eims(i) = epsimps(tems(i)); % positivo [-]
end

for m = 0:Ncurv
    curv = 0.004*pi/b*(-1 + 2*m/Ncurv); % curvatura [1/mm]
    % Inizializzo matrici per maxC e minC
    maxC = zeros(n1,n);
    minC = zeros(n1,n);

    % Calcolo dei valori per ogni elementino
    for j = 1:n
        for i = 1:n1
            param = paramCls(tem(i,j), fck, tipoAggregato);
            ecu = param.ecu1t;
            % max e min deformazioni per Colonnetti [-]
            % maxC(i,j) = curv * (y(i,j)-h/2) + eimc(i,j);
            % senza le deformazioni impresse [-]
            maxC(i,j) = curv * (y(i,j)-h/2);
            minC(i,j) = maxC(i,j) - ecu * 0.1;
        end
    end
    % per le barre d'acciaio [-]
    maxS = zeros(1,N_bar);
    minS = zeros(1,N_bar);
    for i = 1:N_bar
        %maxS(i) = curv*(ys(i)-h/2) + eims(i) + 0.0051;
        %senza le deformazioni impresse
        maxS(i) = curv*(ys(i)-h/2) + 0.0051;
        %minS(i) = curv*(ys(i)-h/2) + eims(i) - 0.0051;
        %senza le deformazioni impresse
        minS(i) = curv*(ys(i)-h/2) - 0.0051;
    end

    % range lambda [-]
    lambda = [max(maxC(:)), min(minC(:)), max(maxS), min(minS)];
    lamMin = min(lambda);
    lamMax = max(lambda);

    % ciclo su lambda
    for mm = 0:Ncurv
        lam = lamMin + (lamMax - lamMin)/Ncurv * mm; % [-]
        Nor = 0;
        Mom = 0;

        % CLS
        for j = 1:n
            for i = 1:n1
                % compressione negativa, trazione positiva
                % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
                % epsilon = - curv*(y(i,j)-h/2) + eimc(i,j) - lam;
                % Studio del dominio senza l'analisi delle deformazioni impresse [-]
                epsilon = - curv*(y(i,j)-h/2) - lam;
                sig = sigcls(epsilon, tem(i,j), fck, tipoAggregato); % [MPa]
                Nor = Nor + dA*(sig); % [N]
                Mom = Mom + dA*(sig)*(y(i,j)-h/2); % [Nmm]
            end
        end
    end
end

```

```

% Acciaio
for i = 1:N_bar
    % compressione negativa, trazione positiva
    % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
    % epsilon = - curv*(ys(i)-h/2) + eims(i) - lam;
    % Studio del dominio senza l'analisi delle deformazioni impresse [-]
    epsilon = - curv*(ys(i)-h/2) - lam;

    % deformazione impressa del CLS alla temperatura della barra [-]
    switch lower(tipoAggregato)
        case 'silicei'
            eimc_bar = epsimpcSilicei(tems(i));
        case 'calcari'
            eimc_bar = epsimpcCalcari(tems(i));
        end

    % deformazione CLS al livello della barra
    % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
    % epsilon1 = - curv*(ys(i)-h/2) + eimc_bar - lam;
    % Studio del dominio senza l'analisi delle deformazioni impresse [-]
    epsilon1 = - curv*(ys(i)-h/2) - lam;
    sigma = sigacc(epsilon, tems(i), tipoAcciaio); % [MPa]
    sigma1 = sigcls(epsilon1, tems(i), fck, tipoAggregato); % [MPa]
    A = pi*fi^2/4; % [mm^2]
    Nor = Nor + A*(sigma-sigma1); % [N]
    Mom = Mom + A*(sigma-sigma1)*(ys(i)-h/2); % [Nmm]
end
N_fireRC(cont) = Nor / 1000; % [kN]
M_fireRC(cont) = Mom / 1e6; % [kNm]
cont = cont + 1;
end
end
k = convhull(N_fireRC, M_fireRC);
N_all{tt} = N_fireRC(k); % Salva solo i punti dell'involuppo
M_all{tt} = M_fireRC(k);
xlim([-3000, 500]);
axis square
plot(N_fireRC(k), M_fireRC(k), ...
    'Color', colori(tt,:), ...
    'LineWidth', 2, ...
    'DisplayName', ['t = ' num2str(tempoIncendio) ' min']);
end

xlabel('N [kN]')
ylabel('M [kNm]')
title('Dominio N-M a diversi tempi di incendio')
legend show

```

script MATLAB *fireRC_noFire.m*

Lo script *fireRC_noFire.m* permette di plottare sia i risultati ottenuti con l'analisi del dominio di interazione a freddo sia i risultati ottenuti secondo la norma UNI EN 1992 parte 1-2 2023 che consente lo studio del dominio di interazione a caldo applicando i coefficienti riduttivi ai valori caratteristici. L'analisi del dominio di interazione a freddo si determina utilizzando i valori di progetto delle resistenze.

```

% Codice per plottare i risultati dei due script noFire e fireRC

run('noFire.m')
run('fireRC.m')
figure(3)
hold on
colori = lines(length(N_all));

for tt = 1:length(N_all)
    Nf = N_all{tt};
    Mf = M_all{tt};
    k = convhull(Nf,Mf);
    plot(Nf(k), Mf(k), ...
        'Color', colori(tt,:), ...
        'LineWidth', 2, ...
        'DisplayName', ['t = ' num2str(tempi(tt)) ' min']);
end

% Plot dei risultati senza fuoco
plot(N_symmetric, M_symmetric, 'b--', 'LineWidth', 2.5, 'DisplayName', 'Senza Fuoco
(noFire)');

title('Dominio di Interazione N-M con e senza la presenza del fuoco', 'FontSize', 18, ...
    'FontWeight', 'bold');

xlabel('N [kN]', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');

ylabel('M [kNm]', 'FontSize', 16, 'FontWeight', 'bold');

% Si ingradiscono i numeri degli assi
ax = gca; % in questo modo posso modificare il grafico. gca= get current axes
ax.FontSize = 14; % dimensione numeri
ax.LineWidth = 1.2; % spessore assi

legend('show', ...
    'Location', 'northeastoutside', ...
    'FontSize', 14);

grid on
box on

```

B.3 Funzioni MATLAB

funzione MATLAB *tempera.m*

La funzione MATLAB *tempera.m* descrive l'andamento delle temperature per la sezione soggetta al fuoco da un solo lato. Come dato di input si deve inserire il tempo di esposizione al fuoco da analizzare.

```

% BS EN 1992-1-2-2023
function T = tempera(x,y,tempoIncendio)
% distribuzione della temperatura (una faccia esposta al fuoco - metodo semplificato)
t = tempoIncendio * 60; % minuti → secondi
deltaT = 720; % ritardo tra la temperatura del compartimento e la temperatura del cls
k = 3 * 10^6; % [s/m^2]
T = 345 * log10(7 * (t-deltaT)/60+1) * exp((-y/1000)*sqrt(k/t))+20; % [°C]
if T < 20
    T = 20;
end
end

```

funzione MATLAB *paramCls.m*

La funzione MATLAB *paramCls.m* consente di estrapolare per ogni temperatura analizzata dalla Tabella 3 il fattore di riduzione $k_{c,\theta}$, la deformazione corrispondente $\varepsilon_{c1,\theta}$ e la deformazione ultima $\varepsilon_{cu1,\theta}$.

I dati di input sono:

- il tipo di aggregato → silicei o calcari (nella trattazione si considera l'aggregato siliceo);
- la resistenza a compressione caratteristica → $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$.

Per quanto riguarda la temperatura essa sarà definita successivamente nel codice MATLAB *fireRC.m* per ogni elementino ottenuto dalla discretizzazione della sezione con il metodo avanzato in funzione della distanza dalla faccia esposta e della durata dell'incendio.

```
function param = paramCls(theta, fck, tipoAggregato)

% Tabella temperature
theta_tab = [20 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200];

% kc per fck < 70 MPa
kc_sil = [1.00 1.00 0.95 0.85 0.75 0.60 0.45 0.30 0.15 0.08 0.04 0.01 0.00]; % Silicei
kc_cal = [1.00 1.00 0.97 0.91 0.85 0.74 0.60 0.43 0.27 0.15 0.06 0.02 0.00]; % Calcari

% kc per fck ≥ 70 MPa (uguale per aggregato siliceo e calcareo)
kc_high = [1.00 0.75 0.75 0.75 0.75 0.60 0.45 0.30 0.15 0.08 0.04 0.01 0.00];

% deformazioni (indipendenti dal tipo aggregato)
epsc1_tab = [0.0025 0.0040 0.0055 0.0070 0.0100 0.0150 ...
              0.0250 0.0250 0.0250 0.0250 0.0250 0.0250 NaN];
ecu1_tab   = [0.0200 0.0225 0.0250 0.0275 0.0300 0.0325 ...
              0.0350 0.0375 0.0400 0.0425 0.0450 0.0475 NaN];

% Selezione kc in base a fck e tipo aggregato
if fck < 70
    switch lower(tipoAggregato)
        case 'silicei'
            kc_tab = kc_sil;
        case 'calcari'
            kc_tab = kc_cal;
        otherwise
            error('tipoAggregato deve essere ''silicei'' o ''calcari''')
    end
else
    kc_tab = kc_high;
end

% Interpolazione lineare
% (extrap permette di stimare i valori fuori dall'intervallo considerato)
param.kc      = interp1(theta_tab, kc_tab, theta, 'linear', 'extrap');
param.epsc1t  = interp1(theta_tab, epsc1_tab, theta, 'linear', 'extrap');
param.ecu1t   = interp1(theta_tab, ecu1_tab, theta, 'linear', 'extrap');
end
```

funzione MATLAB *epsimpcSilicei.m*

La funzione MATLAB *epsimpcSilicei.m* permette di ottenere la deformazione impressa in funzione della temperatura per un calcestruzzo con inerte siliceo.

```
% Dilatazione termica - BS EN 1992-1-2-2023
function eps = epsimpcSilicei(theta)

% deformazione impressa nel calcestruzzo per inerti silicei
if theta <= 20
    eps = 0;
elseif theta > 20 && theta < 700
    eps = -1.8e-4 + 9e-6*theta + 2.3e-11*theta^3;
else
    eps = 14e-3;
end
end
```

funzione MATLAB *epsimpcCalcari.m*

La funzione MATLAB *epsimpcCalcari.m* consente di determinare la deformazione impressa in funzione della temperatura per un calcestruzzo con inerte calcareo.

```
% Dilatazione termica- BS EN 1992-1-2-2023
function eps = epsimpcCalcari(theta)

% deformazione impressa nel calcestruzzo per inerti calcari
if theta <= 20
    eps = 0;
elseif theta > 20 && theta < 805
    eps = -1.2e-4 + 6e-6*theta + 1.4e-11*theta^3;
else
    eps = 12e-3;
end
end
```

funzione MATLAB *sigcls.m*

La funzione MATLAB *sigcls.m* consente di ottenere le tensioni corrispondenti alle deformazioni impresse nel calcestruzzo.

```
function sigma = sigcls(eps, theta, fck, tipoAggregato)

% Parametri a temperatura theta dalla tabella
param = paramCls(theta, fck, tipoAggregato);
kc = param.kc;
epsc1t = param.epsc1t;
ecu1t = param.ecu1t;

% Resistenza ridotta
fckt = - kc * fck;

% Legge costitutiva
if eps > 0
    sigma = 0;
```

```

elseif eps > - epsc1t
    sigma = 3 * abs(eps) * fckt / ( epsc1t * (2 + (abs(eps)/epsc1t)^3));
elseif eps > - ecult
    sigma = fckt * (1 - (abs(eps) - epsc1t) / (ecult - epsc1t));
else
    sigma = 0;
end
end

```

funzione MATLAB *paramAcciaio.m*

La funzione MATLAB *paramAcciaio.m* consente di ottenere per ogni temperatura analizzata dalla Tabella 5 i corrispondenti fattori di riduzione $k_{sy,\theta}$, $k_{sp,\theta}$ e $k_{Es,\theta}$.

I dati di input sono:

- il tipo di acciaio (laminato a caldo/freddo) → laminato a caldo
- la resistenza a compressione caratteristica → $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$

Per quanto riguarda la temperatura essa sarà definita successivamente nel codice MATLAB *fireRC.m* per ogni elementino ottenuto dalla discretizzazione della sezione con il metodo avanzato in funzione della distanza dalla faccia esposta e della durata dell'incendio.

```

function param = paramAcciaio(theta, tipoAcciaio)

% Tabella BS EN 1992-1-2 - valori hot/cold (laminato a caldo e lavorato a freddo)
theta_tab = [20 100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100 1200];
% Colonne laminato a caldo
ksy_hot = [1.00 1.00 1.00 1.00 1.00 0.78 0.47 0.23 0.11 0.06 0.04 0.02 0.00];
ksp_hot = [1.00 1.00 0.81 0.61 0.42 0.36 0.18 0.07 0.05 0.04 0.02 0.01 0.00];
kse_hot = [1.00 1.00 0.95 0.90 0.85 0.60 0.35 0.10 0.08 0.06 0.04 0.02 0.00];
kEs_hot = [1.00 1.00 0.90 0.80 0.70 0.60 0.31 0.13 0.09 0.07 0.04 0.02 0.00];
% Colonne lavorato a freddo
ksy_cold = [1.00 1.00 1.00 1.00 0.94 0.67 0.40 0.12 0.11 0.08 0.05 0.03 0.00];
ksp_cold = [1.00 0.96 0.92 0.81 0.63 0.44 0.26 0.08 0.06 0.05 0.03 0.02 0.00];
kse_cold = [1.00 1.00 0.95 0.90 0.85 0.60 0.35 0.10 0.08 0.06 0.04 0.02 0.00];
kEs_cold = [1.00 1.00 0.87 0.72 0.56 0.40 0.24 0.08 0.06 0.05 0.03 0.02 0.00];

% Selezione tipo hot/cold
switch lower(tipoAcciaio)
    case 'hot'
        ksy = ksy_hot;
        ksp = ksp_hot;
        kse = kse_hot;
        kEs = kEs_hot;
    case 'cold'
        ksy = ksy_cold;
        ksp = ksp_cold;
        kse = kse_cold;
        kEs = kEs_cold;
    otherwise
        error('Tipo deve essere ''hot'' o ''cold''');
end

% Interpolazione lineare per theta
param.ksy = interp1(theta_tab, ksy, theta, 'linear', 'extrap');
param.ksp = interp1(theta_tab, ksp, theta, 'linear', 'extrap');
param.kse = interp1(theta_tab, kse, theta, 'linear', 'extrap');
param.kEs = interp1(theta_tab, kEs, theta, 'linear', 'extrap');
end

```

funzione MATLAB *epsimps.m*

La funzione MATLAB *epsimps.m* permette di ottenere la deformazione impressa in funzione della temperatura per le barre di armatura.

```
% Dilatazione termica (pag. 28) - BS EN 1992-1-2-2023
function eps = epsimps(theta)

% deformazione impressa nell'acciaio
if theta <= 20
    eps = 0;
elseif theta > 20 && theta < 750
    eps = -2.416e-4 + 1.2e-5*theta + 0.4e-8*theta^2;
elseif theta >= 750 && theta < 860
    eps = 11e-3;
else
    eps = -6.2e-3 + 2e-5*theta;
end
end
```

funzione MATLAB *sigacc.m*

La funzione MATLAB *sigacc.m* consente di ottenere le tensioni corrispondenti alle deformazioni impresse nell'acciaio.

```
function sigma = sigacc(eps,theta, tipoAcciaio)

% Acciaio B450 - EC2 parte 1-2 (fuoco) - TABELLA pag. 28
fy = 450;
Es = 200000;

% Parametri presi dalla tabella in funzione di theta
param = paramAcciaio(theta, tipoAcciaio);

ksy = param.ksy;
ksp = param.ksp;
kse = param.kse;
kEs = param.kEs;

fsyt = fy*ksy;
fspt = fy*ksp;
Est = Es*kEs;

epspt = fspt/Est;
epsyt = 0.02;
epstt = 0.15;
epsut = 0.2;

% classe B e C dell'armatura
% classe B e C dell'armatura

c = (fsyt-fspt)^2 / ((epsyt-epspt)*Est - 2*(fsyt-fspt));
a = sqrt((epsyt-epspt)*(epsyt-epspt + c/Est));
b = sqrt(c*(epsyt-epspt)*Est + c^2);

ae = abs(eps);

% Determinazione delle tensioni in funzione delle deformazioni nell'acciaio
if ae < epspt
    sigma = ae*Est;
elseif ae < epsyt
    sigma = fspt - c + (b/a)*sqrt(a^2 - (epsyt-ae)^2);
elseif ae < epstt
    sigma = fsyt;
end
```

```

elseif ae < epsut
    sigma = fsyt*(1 - (ae-epstt)/(epsut-epstt));
else
    sigma = 0;
end

%si riallinea il segno della tensione con il segno della deformazione
sigma = sigma*sign(eps);
end

```

Appendice C – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l'analisi delle deformazioni impresse (esposizione su due lati opposti) - pressoflessione retta

C.1 Descrizione del codice e delle funzioni

Il codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse, descritto in Appendice B *fireRC.m*, per una sezione esposta su un lato è il medesimo utilizzato per valutare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse per una sezione esposta su due lati opposti. Le funzioni MATLAB descritte in Appendice B riguardanti le proprietà meccaniche rimangono invariate, invece varia l'analisi termica, quindi la funzione MATLAB *tempera.m*.

C.2 Funzioni MATLAB variate a seguito dell'analisi termica

funzione MATLAB *tempera.m*

La funzione MATLAB *tempera.m* descrive l'andamento delle temperature per la sezione soggetta al fuoco da due lati opposti. Come dato di input si deve inserire il tempo di esposizione al fuoco da analizzare.

```

% BS EN 1992-1-2-2023
function T = tempera(x,y,tempoIncendio)

t = tempoIncendio * 60;    % minuti → secondi
deltaT = 720;             % ritardo tra la temperatura del compartimento e la temperatura del cls
k = 3* 10^6;              % [s/m^2]
b = 300;                  % [mm]
h = 300;                  % [mm]

% evita log di numero negativo
tau = max(t-deltaT,0);    % [°C]

if tempoIncendio==0
    theta1 = @(s) 345 * log10(7 * tau/60 + 1);    % funzione costante [°C]
else
    theta1 = @(s) 345 * log10(7 * tau/60+1) * exp((-s/1000)*sqrt(k/t));    % [°C]
end

```

```

% theta1 nelle varie posizioni dell'elementino [°C]
th1_y = theta1(y);      % Distanza dal lato superiore esposto
th1_hy = theta1(h-y);   % Distanza dal lato inferiore esposto
th1_0 = theta1(0);

% theta2 (due lati opposti) [°C]
T = th1_y + th1_hy + 20; % si aggiunge calore che entra dal lato superiore e inferiore

% limite minimo
if T < 20
    T = 20; % [°C]
end
end

```

Appendice D – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l'analisi delle deformazioni impresse (esposizione su due lati adiacenti) - pressoflessione retta

D.1 Descrizione del codice e delle funzioni

Il codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse, descritto in Appendice B *fireRC.m*, per una sezione esposta su un solo lato è il medesimo utilizzato per valutare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse per una sezione esposta su due lati adiacenti. Le funzioni MATLAB descritte in Appendice B riguardanti le proprietà meccaniche rimangono invariate, invece varia l'analisi termica e quindi la funzione MATLAB *tempera.m*.

D.2 Funzioni MATLAB variare a seguito dell'analisi termica

funzione MATLAB *tempera.m*

La funzione MATLAB *tempera.m* descrive l'andamento delle temperature per la sezione soggetta al fuoco su due lati adiacenti. Come dato di input si deve inserire il tempo di esposizione al fuoco da analizzare.

```

% BS EN 1992-1-2-2023
function T = tempera(x,y,tempoIncendio)

t = tempoIncendio * 60; % minuti → secondi
deltaT = 720;          % ritardo tra la temperatura del compartimento e la temperatura del cls
k = 3 * 10^6;           % [s/m^2]
b = 300;               % [mm]
h = 300;               % [mm]

% evita log di numero negativo
tau = max(t-deltaT,0); % [°C]

```

```

if tempoIncendio==0
    theta1 = @(s) 345 * log10(7 * tau/60 + 1); % funzione costante [°C]
else
    theta1 = @(s) 345 * log10(7 * tau/60+1) * exp((-s/1000)*sqrt(k/t)); % [°C]
end

% Definizione s1 e s2 come le distanze dai due lati esposti
s1 = h - y; % Distanza dal lato inferiore esposto
s2 = x; % Distanza dal lato sinistro esposto

% theta1 nelle varie posizioni degli elementini [°C]
theta2_y = theta1(s1);
theta2_x = theta1(s2);
th1_0 = theta1(0);

% dimensione zona angolo
if tempoIncendio <= 60
    ac = 40; % [mm]
else
    ac = 100; % [mm]
end

% coordinate locali angolo
x_p = h-y; % [mm]
y_p = x; % [mm]

% contributo angolo
delta_theta = 0; % [°C]

if (x_p <= ac) && (y_p <= ac)
    Tg = 345*log10(8*t/60+1); % [°C]
    delta_theta = (Tg - th1_0) * ((ac-x_p)*(ac-y_p))/(ac^2); % [°C]
end

Tg = 345*log10(8*t/60+1);

if tempoIncendio == 0
    T = theta2_x + theta2_y + delta_theta + 20;
else
    if (x==b || y==h)
        T = Tg + 20;
    else
        T = theta2_x + theta2_y -(theta2_x * theta2_y )/theta1(0) + delta_theta + 20;
    end
end

% limite minimo
if T < 20
    T = 20; % [°C]
end
end

```

Appendice E – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l'analisi delle deformazioni impresse (esposizione su tre lati) - pressoflessione retta

E.1 Descrizione del codice e delle funzioni

Il codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse, descritto in Appendice B *fireRC.m*, per una sezione esposta su un solo lato è il medesimo utilizzato per valutare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse per una sezione esposta su tre lati. Le funzioni MATLAB descritte in Appendice B riguardanti le proprietà meccaniche rimangono invariate, invece varia l'analisi termica e quindi la funzione MATLAB *tempera.m*.

E.2 Funzioni MATLAB variate a seguito dell'analisi termica

funzione MATLAB *tempera.m*

La funzione MATLAB *tempera.m* descrive l'andamento delle temperature per la sezione soggetta al fuoco su tre lati. Come dato di input si deve inserire il tempo di esposizione al fuoco da analizzare.

```
% BS EN 1992-1-2-2023
function T = tempera(x,y,tempoIncendio)

t = tempoIncendio * 60; % minuti → secondi
deltaT = 720; % ritardo tra la temperatura del compartimento e la temperatura del cls
k = 3* 10^6; % [s/m^2]
b = 300; % [mm]
h = 300; % [mm]

% evita log di numero negativo
tau = max(t-deltaT,0); % [°C]

if tempoIncendio==0
    theta1 = @(s) 345 * log10(7 * tau/60 + 1); % funzione costante [°C]
else
    theta1 = @(s) 345 * log10(7 * tau/60+1) * exp((-s/1000)*sqrt(k/t)); % [°C]
end

% theta1 nelle varie posizioni dell'elementino [°C]
th1_bx = theta1(b-x); % Distanza dal lato destro esposto
th1_y = theta1(y); % Distanza dal lato superiore esposto
th1_hy = theta1(h-y); % Distanza dal lato inferiore esposto
th1_0 = theta1(0);

% theta2 (due lati opposti) [°C]
theta2_x = th1_bx;
theta2_y = th1_y + th1_hy;
```

```

% dimensione zona angolo
if tempoIncendio <= 60
    ac = 40; % [mm]
else
    ac = 100; % [mm]
end

% coordinate locali angolo
x_p = b-x % [mm]
y_p = min(y, h-y); % [mm]

% contributo angolo
delta_theta = 0; % [°C]
if (x_p <= ac) && (y_p <= ac)
    Tg = 345*log10(8*t/60+1); % [°C]
    delta_theta = (Tg - th1_0) * ((ac-x_p)*(ac-y_p))/(ac^2); % [°C]
end
Tg = 345*log10(8*t/60+1);
if tempoIncendio == 0
    T = theta2_x + theta2_y + delta_theta + 20;
else
    if (x==0 || x==b || y==0 || y==h)
        T = Tg + 20;
    else
        T = theta2_x + theta2_y - (theta2_x * theta2_y)/th1_0 + delta_theta + 20;
    end
end

% limite minimo
if T < 20
    T = 20; % [°C]
end
end

```

Appendice F – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l'analisi delle deformazioni impresse (esposizione su quattro lati) - pressoflessione retta

F.1 Descrizione del codice e delle funzioni

Il codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse, descritto in Appendice B *fireRC.m*, per una sezione esposta su un solo lato è il medesimo utilizzato per valutare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse per una sezione esposta su quattro lati. Le funzioni MATLAB descritte in Appendice B riguardanti le proprietà meccaniche rimangono invariate, invece varia l'analisi termica e quindi la funzione MATLAB *tempera.m*.

F.2 Funzioni MATLAB variate a seguito dell'analisi termica

funzione MATLAB *tempera.m*

La funzione MATLAB *tempera.m* descrive l'andamento delle temperature per la sezione soggetta al fuoco su quattro lati. Come dato di input si deve inserire il tempo di esposizione al fuoco da analizzare.

```
% BS EN 1992-1-2-2023
function T = tempera(x,y,tempoIncendio)

t = tempoIncendio * 60; % minuti → secondi
deltaT = 720; % ritardo tra la temperatura del compartimento e la temperatura del cls
k = 3* 10^6; % [s/m^2]
b = 300; % [mm]
h = 300; % [mm]

% evita log di numero negativo
tau = max(t-deltaT,0); % [°C]

if tempoIncendio==0
    theta1 = @(s) 345 * log10(7 * tau/60 + 1); % funzione costante [°C]
else
    theta1 = @(s) 345 * log10(7 * tau/60+1) * exp((-s/1000)*sqrt(k/t)); % [°C]
end

% theta1 nelle varie posizioni dell'elementino [°C]
th1_x = theta1(x); % Distanza dal lato sinistro esposto
th1_bx = theta1(b-x); % Distanza dal lato destro esposto
th1_y = theta1(y); % Distanza dal lato superiore esposto
th1_hy = theta1(h-y); % Distanza dal lato inferiore esposto
th1_0 = theta1(0);

% theta2 (due lati opposti) [°C]
theta2_x = th1_x + th1_bx;
theta2_y = th1_y + th1_hy;

% dimensione zona angolo
if tempoIncendio <= 60
    ac = 40; % [mm]
else
    ac = 100; % [mm]
end

% coordinate locali angolo
x_p = min(x, b-x); % [mm]
y_p = min(y, h-y); % [mm]

% contributo angolo
delta_theta = 0; % [°C]
if (x_p <= ac) && (y_p <= ac)
    Tg = 345*log10(8*t/60+1); % [°C]
    delta_theta = (Tg - th1_0) * ((ac-x_p)*(ac-y_p))/(ac^2); % [°C]
end
Tg = 345*log10(8*t/60+1);
if tempoIncendio == 0
    T = theta2_x + theta2_y + delta_theta + 20;
else
    if (x==0 || x==b || y==0 || y==h)
        T = Tg + 20;
    else
        T = theta2_x + theta2_y - (theta2_x * theta2_y)/th1_0 + delta_theta + 20;
```

```

        end
    end

    % limite minimo
    if T < 20
        T = 20;    % [°C]
    end

end

```

Appendice G – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo con e senza l'analisi delle deformazioni impresse (esposizione su due lati adiacenti o 3 lati) – pressoflessione deviata

G.1 Descrizione del codice e delle funzioni

Il codice MATLAB *pressoflessione_deviata.m* permette di determinare il dominio di interazione a caldo 3D per pressoflessione deviata $N-M_x-M_y$ con e senza le deformazioni impresse per una sezione esposta al fuoco su due lati adiacenti o tre lati per diversi tempi. In particolare si analizza una sezione quadrata di lato 300 mm, copriferro 20 mm, costituita da 8 barre di armatura di diametro 10 mm.

Per l'implementazione del codice MATLAB si è seguito il procedimento descritto nel capitolo 3.2.3.3, che si basa su una discretizzazione della sezione e sull'esplorazione delle combinazioni di curvatura impressa e deformazione al baricentro della sezione parzializzata per diversi valori di inclinazione dell'asse neutro dalle quali vengono calcolate le risultanti di sforzo normale e momento flettente.

L'implementazione è strutturata in uno script principale *pressoflessione_deviata.m* che richiama le funzioni specializzate descritte nel capitolo 3.2.1 per quanto riguarda l'analisi termica e nel capitolo 3.2.2 relativamente alle proprietà meccaniche.

Per ogni elementino ottenuto dalla discretizzazione si determinano la temperatura, la deformazione e la tensione del calcestruzzo. Medesimi risultati si trovano anche a livello delle barre di armatura.

L'insieme delle elaborazioni, svolte a livello dei singoli elementini della discretizzazione e ripetute per tutte le iterazioni del ciclo sulle curvature e sull'inclinazione dell'asse neutro, consente di ottenere il dominio di interazione tridimensionale $N-M_x-M_y$ e il dominio di interazione bidimensionale M_x-M_y per un certo valore di sforzo normale costante.

Le funzioni MATLAB descritte in Appendice B riguardanti le proprietà meccaniche e l'analisi termica rimangono invariate.

G.2 Script MATLAB

Lo script MATLAB *pressoflessione_deviata.m* 3D permette di determinare il dominio di interazione a caldo 3D per pressoflessione deviata $N-M_x-M_y$ con e senza le deformazioni impresse per una sezione esposta al fuoco su due lati adiacenti o tre lati per diversi tempi. Inoltre consente di determinare il dominio M_x-M_y specifico a un certo valore di sforzo normale.

script MATLAB *pressoflessione_deviata.m*

```
% CALCOLO DEL DOMINIO DI INTERAZIONE DI UNA SEZIONE RETTANGOLARE
% CON E SENZA LA PRESENZA DELLE DEFORMAZIONI IMPRESSE

% Dati sezione
b = 300;          % base sezione [mm]
h = 300;          % altezza sezione [mm]
c = 20;           % copriferro [mm]

% Armature
phi = 10;         % diametro [mm]
As_bar = pi*phi^2/4; % area di una barra [mm^2]
n_sup = 3;        % n barre superiori
n_int = 2;        % n barre intermedie
n_inf = 3;        % n barre inferiori
N_bar = n_sup + n_inf + n_int; % numero barre totali
As_sup = n_sup * As_bar; % area armature superiori [mm^2]
As_int = n_int * As_bar; % area armature intermedie [mm^2]
As_inf = n_inf * As_bar; % area armature inferiori [mm^2]
d_sup = c + phi/2; % distanza barre sup da bordo compresso [mm]
d_int = h/2;       % distanza barre int da bordo compresso [mm]
d_inf = h - d_sup; % distanza barre inf da bordo compresso [mm]

tipoAggregato = 'silicei'; % calcari
tipoAcciaio = 'hot';      % cold

tempi = 180; % minuti

% Dati disposizione armatura nella sezione
ys = [d_sup h/2 d_inf d_sup d_inf d_sup h/2 d_inf] ; % [mm]
xs = [d_sup d_sup d_sup h/2 h/2 b-d_sup b-d_sup b-d_sup] ; % [mm]

% Materiali
fck = 25; % resistenza caratteristica del cls [MPa]
gamma = 1.5; % coeff. di sicurezza del cls [-]
fcd = 0.85 * fck/gamma; % resistenza di progetto del cls [MPa]
fyk = 450; % resistenza caratteristica dell'acciaio [MPa]
gamma_s = 1.15; % coeff. di sicurezza dell'acciaio [-]
fyd = fyk/gamma_s; % resistenza di progetto dell'acciaio [MPa]
Es = 200000; % modulo elastico dell'acciaio [MPa]

% Rapporto meccanico di armatura [-]
omega = (As_sup + As_inf + As_int) * fyd / (b * d_inf * fcd);

% Discretizzazione della sezione
n = 12; % numero in cui è diviso ogni lato verticale [-]
Ncurv = 40; % numero di curvature e lambda considerate [-]
fi = sqrt((omega*b*d_inf*fcd*4/(pi*fyd))/N_bar); % diametro delle n barre [mm]
n1 = 12; % numero in cui è diviso il lato orizzontale [-]
```

```

Ntheta = 32; % Numero di angoli per l'asse neutro (passo 10°)
dA = b * h / (n * n1);

% Si creano matrici n1 x n riempite da zero con zeros che successivamente verranno
% riempite. zeros serve per discretizzare la sezione
x = zeros(n1,n);
y = zeros(n1,n);
tem = zeros(n1,n);
eimc = zeros(n1,n);

% si definiscono le coordinate del centro di ogni quadratino della sezione
% discretizzata, delle relative temperature e delle deformazioni impresse
for j = 1:n
    for i = 1:n1
        x(i,j) = b/(2*n1) + b/n1*(i-1); % [mm]
        y(i,j) = h/(2*n) + h/n*(j-1); % [mm]
        tem(i,j) = tempera(x(i,j), y(i,j), tempi); % [°C]
        % deformazione impressa
        switch lower(tipoAggregato)
            case 'silicei'
                eimc(i,j) = epsimpcSilicei(tem(i,j)); % positivo [-]
            case 'calcari'
                eimc(i,j) = epsimpcCalcari(tem(i,j)); % positivo [-]
        end
    end
end

% Preallocazione per le barre
tems = zeros(1, N_bar); % [°C]
eims = zeros(1, N_bar); % positivo [-]
for i = 1:N_bar

    % temperatura barra ad ogni ferro [°C]
    tems(i) = tempera(xs(i), ys(i), tempi);
    % funzione che converte la T nella deformazione corrispondente ad ogni ferro
    eims(i) = epsimps(tems(i)); % positivo [-]
end

% Inizializzazione
punti_3D = [];

% Ciclo sugli angoli dell'asse neutro
for theta = linspace(0, 2*pi, Ntheta)
    % Ciclo sulle curvatures
    for m = 0:Ncurv
        curv = 0.004*pi/b * (-1 + 2*m/Ncurv); % curvatura [1/mm]
        % Per ogni angolo e curvatura della sezione si varia lam
        for mm = 0:Ncurv
            lam = -0.01 + (0.02 * mm/Ncurv); % lambda [-]
            Nor = 0;
            MomX = 0;
            MomY = 0;
            for j = 1:n
                for i = 1:n1
                    % Distanza dall'asse baricentrico [mm]
                    dist = (y(i,j)-h/2)*cos(theta) + (x(i,j)-b/2)*sin(theta);
                    % compressione negativa, trazione positiva
                    % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
                    epsilon = -curv * dist - lam + eimc(i,j);
                    % Studio del dominio senza l'analisi delle deformazioni impresse [-]
                    %epsilon = -curv * dist - lam;
                    sig = sigcls(epsilon, tem(i,j), fck, tipoAggregato); % [MPa]
                    Nor = Nor + dA * sig; % [N]
                    MomX = MomX + dA * sig * (y(i,j)-h/2); % [Nmm]
                    MomY = MomY + dA * sig * (x(i,j)-b/2); % [Nmm]
                end
            end
        end
    end
end

```

```

end

for i = 1:N_bar
    % Distanza dall'asse baricentrico [mm]
    dist_s = (ys(i)-h/2)*cos(theta) + (xs(i)-b/2)*sin(theta);
    % compressione negativa, trazione positiva
    % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
    epsilon = -curv * dist_s - lam + eims(i);
    % Studio del dominio senza l'analisi delle deformazioni impresse [-]
    %epsilon = -curv * dist_s - lam;

    % deformazione impressa del CLS alla temperatura della barra [-]
    switch lower(tipoAggregato)
        case 'silicei'
            eimc_bar = epsimpcSilicei(tems(i));
        case 'calcari'
            eimc_bar = epsimpcCalcari(tems(i));
    end

    % deformazione CLS al livello della barra
    % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
    epsilon1 = - curv * dist_s + eimc_bar - lam;
    % Studio del dominio senza l'analisi delle deformazioni impresse [-]
    %epsilon1 = - curv * dist_s - lam;
    sigma = sigacc(epsilon, tems(i), tipoAcciaio); % [MPa]
    sigma1 = sigcls(epsilon1, tems(i), fck, tipoAggregato); % [MPa]
    Nor = Nor + As_bar * (sigma - sigma1); % [N]
    MomX = MomX + As_bar * (sigma - sigma1) * (ys(i)-h/2); % [Nm]
    MomY = MomY + As_bar * (sigma - sigma1) * (xs(i)-b/2); % [Nm]
end

% Memorizzazione
punti_3D = [punti_3D, Nor/1000, MomX/1e6, MomY/1e6]; % [kN, kNm, kNm]
end
end

% Plot 1
% Grafico 3D
figure(1); clf;

% Estrazione delle colonne
val_N = punti_3D(:,1);
val_Mx = punti_3D(:,2);
val_My = punti_3D(:,3);

% Creo l'involuppo convesso
K = convhull(val_Mx, val_My, val_N);

% trisurf(TRI, X, Y, Z, C) serve per disegnare la superficie
% C è il gradiente del colore impostato per l'asse verticale
trisurf(K, val_Mx, val_My, val_N, val_N, 'FaceAlpha', 0.5); % con 0.5 si definisce la
trasparenza

% Etichette assi
xlabel('Mx [kNm]');
ylabel('My [kNm]');
zlabel('N [kN]');

title(['Dominio 3D - t = ' num2str(tempi) ' min']);
colorbar; % Legenda colori
grid on; % Si attiva la griglia
axis tight; % Limiti assi valore minimo e massimo
view(3); % Imposta una vista 3D

```

```

% Plot 2
% Dominio interazione Mx-My per N = -500 kN
N_target = -500;
tol = 50; % Tolleranza per la ricerca [kN]
idx = abs(punti_3D(:,1) - N_target) < tol; % Per trovare i valori dove N = -500 kN

if any(idx)
    figure(2);
    clf;
    % Si estrapolano Mx e My per un certo N
    punti = punti_3D(idx, 2:3);
    % Si crea la superficie (colonna 1: Mx e colonna 2: My)
    k_s = convhull(punti(:,1), punti(:,2));
    % Riempimento superficie Mx-My blu trasparente
    fill(punti(k_s,1), punti(k_s,2), 'b', 'FaceAlpha', 0.2);
    hold on;
    % Si disegna il contorno della sezione
    plot(punti(k_s,1), punti(k_s,2), 'b-o', 'LineWidth', 1.5);
    xlabel('Mx [kNm]');
    ylabel('My [kNm]');
    title(['Sezione Mx-My per N = ' num2str(N_target)]);
    grid on; % Si attiva la griglia
    axis square; % Assi x e y stessa scala
else
    fprintf('Nessun punto trovato per N = %d (aumentare la tolleranza).\n', N_target);
end

```

Appendice H – Codice MATLAB per determinare il dominio di interazione a caldo per punti con e senza l'analisi delle deformazioni impresse

H.1 Descrizione del codice e delle funzioni

Il codice MATLAB *lacune.m* permette di determinare il dominio di interazione a caldo per punti con e senza le deformazioni impresse per una sezione esposta al fuoco su un certo numero di lati per diversi tempi. Il codice MATLAB è identico allo script *fireRC.m*, varia soltanto il plot. In particolare con lo script *fireRC.m* si otteneva un dominio di interazione con la funzione *convhull* che permetteva di ottenere il perimetro convesso, invece con lo script *lacune.m* si traccia il dominio di interazione per punti, andando a determinare ogni punto interno al perimetro.

Le ulteriori funzioni utilizzate sono le stesse precedentemente descritte nell'appendice B. Tra queste varia soltanto la funzione *tempera.m* in funzione di quali lati della sezione sono esposti al fuoco.

H.2 Script MATLAB

Lo script MATLAB *lacune.m* permette di determinare il dominio di interazione a caldo con e senza le deformazioni impresse per una sezione esposta al fuoco.

script MATLAB *lacune.m*

```
% CALCOLO DEL DOMINIO DI INTERAZIONE DI UNA SEZIONE RETTANGOLARE
% CON LA PRESENZA DELLE DEFORMAZIONI IMPRESSE

% Dati sezione
b = 300;      % base sezione [mm]
h = 300;      % altezza sezione [mm]
c = 20;       % copriferro [mm]

% Armature
phi = 10;     % diametro [mm]
As_bar = pi*phi^2/4; % area di una barra [mm^2]
n_sup = 3;    % n barre superiori
n_int = 2;    % n barre intermedie
n_inf = 3;    % n barre inferiori
N_bar = n_sup + n_inf + n_int; % numero barre totali
As_sup = n_sup * As_bar; % area armature superiori [mm^2]
As_int = n_int * As_bar; % area armature intermedie [mm^2]
As_inf = n_inf * As_bar; % area armature inferiori [mm^2]
d_sup = c + phi/2; % distanza barre sup da bordo compresso [mm]
d_int = h/2;      % distanza barre int da bordo compresso [mm]
d_inf = h - d_sup; % distanza barre inf da bordo compresso [mm]

tipoAggregato = 'silicei'; % calcari
tipoAcciaio = 'hot';      % cold
tempi = 30; % minuti

% Dati disposizione armatura nella sezione
ys = [d_sup h/2 d_inf d_sup d_inf d_sup h/2 d_inf] ; % [mm]
xs = [d_sup d_sup d_sup h/2 h/2 b-d_sup b-d_sup b-d_sup]; % [mm]

% Materiali
fck = 25; % resistenza caratteristica del cls [MPa]
gamma = 1.5; % coeff. di sicurezza del cls [-]
fcd = 0.85 * fck/gamma; % resistenza di progetto del cls [MPa]
fyk = 450; % resistenza caratteristica dell'acciaio [MPa]
gamma_s = 1.15; % coeff. di sicurezza dell'acciaio [-]
fyd = fyk/gamma_s; % resistenza di progetto dell'acciaio [MPa]
Es = 200000; % modulo elastico dell'acciaio [MPa]

% rapporto meccanico di armatura [-]
omega = (As_sup + As_inf + As_int) * fyd / (b * d_inf * fcd);

% Discretizzazione della sezione
n = 12; % numero in cui è diviso ogni lato verticale [-]
Ncurv = 250; % numero di curvature e lambda considerate [-]
fi = sqrt((omega*b*d_inf * fcd*4/(pi*fyd))/N_bar); % diametro delle n barre [mm]
n1 = 12; % numero in cui è diviso il lato orizzontale [-]

% Si creano matrici n1 x n riempite da zero con zeros che successivamente verranno
% riempite. zeros serve per discretizzare la sezione
x = zeros(n1,n);
y = zeros(n1,n);
tem = zeros(n1,n);
eimc = zeros(n1,n);
```

```

% Si definiscono le coordinate del centro di ogni quadratino della sezione
% discretizzata, delle relative temperature e delle deformazioni impresse

dA = b * h /(n*n1);           % area di ogni singolo quadratino di cls

for j = 1:n
    for i = 1:n1
        x(i,j) = b/(2*n1) + b/n1*(i-1);           % [mm]
        y(i,j) = h/(2*n) + h/n*(j-1);             % [mm]
        tem(i,j) = tempera(x(i,j),y(i,j),tempi);   % [s]
        % deformazione impressa
        switch lower(tipoAggregato)
            case 'silicei'
                eimc(i,j) = epsimpcSilicei(tem(i,j)); % positivo [-]
            case 'calcari'
                eimc(i,j) = epsimpcCalcari(tem(i,j)); % positivo [-]
        end
    end
end

% Preallocazione per le barre
tems = zeros(1, N_bar);
eims = zeros(1, N_bar);

for i = 1:N_bar
    % temperatura barra ad ogni ferro [s]
    tems(i) = tempera(xs(i),ys(i),tempi);
    % funzione che converte la T nella deformazione corrispondente ad ogni ferro
    eims(i) = epsimps(tems(i)); % positivo [-]
end

% Numero totale di punti previsti per ogni tempo
n_punti = (Ncurv + 1) * (Ncurv + 1);
N_fireRC = zeros(1, n_punti);
M_fireRC = zeros(1, n_punti);
cont = 1; % Inizializzo il contatore

for m = 0:Ncurv
    curv = 0.004*pi/b*(-1 + 2*m/Ncurv); % curvatura [1/mm]

    % Inizializzo matrici per maxC e minC
    maxC = zeros(n1,n);
    minC = zeros(n1,n);

    % Calcolo dei valori per ogni elementino
    for j = 1:n
        for i = 1:n1
            param = paramCls(tem(i,j), fck, tipoAggregato);
            ecu = param.ecu1t;
            % max e min deformazioni per Colonnetti [-]
            % maxC(i,j) = curv * (y(i,j)-h/2) + eimc(i,j);
            % senza le deformazioni impresse [-]
            maxC(i,j) = curv * (y(i,j)-h/2);
            minC(i,j) = maxC(i,j) - ecu * 0.1;
        end
    end

    % per le barre d'acciaio [-]
    maxS = zeros(1,N_bar);
    minS = zeros(1,N_bar);
    for i = 1:N_bar
        %maxS(i) = curv*(ys(i)-h/2) + eims(i) + 0.0051;
        %senza le deformazioni impresse
        maxS(i) = curv*(ys(i)-h/2) + 0.0051;
        %minS(i) = curv*(ys(i)-h/2) + eims(i) - 0.0051;
        %senza le deformazioni impresse
        minS(i) = curv*(ys(i)-h/2) - 0.0051;
    end
end

```

```

end

% range lambda [-]
lambda = [max(maxC(:)), min(minC(:)), max(maxS), min(minS)];
lamMin = min(lambda);
lamMax = max(lambda);

% ciclo su lambda
for mm = 0:Ncurv
    lam = lamMin + (lamMax - lamMin)/Ncurv * mm;    % [-]
    Nor = 0;
    Mom = 0;
    % CLS
    for j = 1:n
        for i = 1:n1
            % compressione negativa, trazione positiva
            % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
            epsilon = - curv*(y(i,j)-h/2) + eimc(i,j) - lam;
            % Studio del dominio senza l'analisi delle deformazioni impresse [-]
            % epsilon = - curv*(y(i,j)-h/2) - lam;
            sig = sigcls(epsilon, tem(i,j), fck, tipoAggregato); % [MPa]
            Nor = Nor + dA*(sig); % [N]
            Mom = Mom + dA*(sig)*(y(i,j)-h/2); % [Nmm]
        end
    end
end

% Acciaio
for i = 1:N_bar
    % compressione negativa, trazione positiva
    % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
    epsilon = - curv*(ys(i)-h/2) + eims(i) - lam;
    % Studio del dominio senza l'analisi delle deformazioni impresse [-]
    % epsilon = - curv*(ys(i)-h/2) - lam;
    % deformazione impressa del CLS alla temperatura della barra [-]
    switch lower(tipoAggregato)
        case 'silicei'
            eimc_bar = epsimpcSilicei(tems(i));
        case 'calcari'
            eimc_bar = epsimpcCalcari(tems(i));
    end
    % deformazione CLS al livello della barra
    % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
    epsilon1 = - curv*(ys(i)-h/2) + eimc_bar - lam;
    % Studio del dominio senza l'analisi delle deformazioni impresse [-]
    % epsilon1 = - curv*(ys(i)-h/2) - lam;
    sigma = sigacc(epsilon, tems(i), tipoAcciaio); % [MPa]
    sigma1 = sigcls(epsilon1, tems(i), fck, tipoAggregato); % [MPa]
    A = pi*fi^2/4; % [mm^2]
    Nor = Nor + A*(sigma-sigma1); % [N]
    Mom = Mom + A*(sigma-sigma1)*(ys(i)-h/2); % [Nmm]
end
N_fireRC(cont) = Nor / 1000; % [kN]
M_fireRC(cont) = Mom / 1e6; % [kNm]
cont = cont + 1;
end
end

figure(2)
% Si plotta la nuvola di punti totale (punti interni al perimetro)
plot(N_fireRC, M_fireRC, '.', 'Color', [0.8 0.8 0.8], 'MarkerSize', 24)
hold on
% Si evidenziano i punti nel bordo
k = convhull(N_fireRC, M_fireRC);
plot(N_fireRC(k), M_fireRC(k), '-r', 'LineWidth', 4)
xlabel('N [kN]')
ylabel('M [kNm]')

```

```

grid on
title('Dominio di Interazione N-M')
legend('Punti interni', 'Frontiera di collasso')

```

Appendice I – Codice MATLAB per studiare se la lacuna è fisica o numerica

I.1 Descrizione del codice e delle funzioni

Il codice MATLAB *verificainvertibilità.m* permette di definire se le lacune riscontrate nello script MATLAB *lacune.m* siano fisiche o numeriche. In particolare consente di trovare se sia possibile per ogni coppia (N_c, M_c) trovare la corrispondente coppia (λ, μ) . Se ciò avviene, la lacuna è numerica e non fisica. Si utilizzano due procedimenti sequenziali per l'implementazione, descritti nel capitolo 4.3.3 con l'affiancamento della funzione MATLAB *calcolaNM.m* e della funzione MATLAB *sistemaNM.m*.

Le ulteriori funzioni utilizzate sono le stesse precedentemente descritte nell'appendice B. Tra queste varia soltanto la funzione *tempera.m* relativamente ai lati della sezione esposti al fuoco.

I.2 Script MATLAB

Lo script MATLAB *verificainvertibilità.m* permette di determinare se la lacuna riscontrata nello script MATLAB *lacune.m* è fisica o numerica.

script MATLAB *verificainvertibilità.m*

```

% CALCOLO DEL DOMINIO DI INTERAZIONE DI UNA SEZIONE RETTANGOLARE
% CON LA PRESENZA DELLE DEFORMAZIONI IMPRESSE

% Dati sezione
b = 200;      % base sezione [mm]
h = 200;      % altezza sezione [mm]
c = 20;       % copriferro [mm]

% Armature
phi = 10;     % diametro [mm]
As_bar = pi*phi^2/4; % area di una barra [mm^2]
n_sup = 2;    % n barre superiori
n_int = 0;    % n barre intermedie
n_inf = 2;    % n barre inferiori
N_bar = n_sup + n_inf + n_int; % numero barre totali
As_sup = n_sup * As_bar; % area armature superiori [mm^2]
As_int = n_int * As_bar; % area armature intermedie [mm^2]
As_inf = n_inf * As_bar; % area armature inferiori [mm^2]
d_sup = c + phi/2; % distanza barre sup da bordo compresso [mm]
d_int = h/2; % distanza barre int da bordo compresso [mm]
d_inf = h - d_sup; % distanza barre inf da bordo compresso [mm]

tipoAggregato = 'silicei'; % calcari
tipoAcciaio = 'hot'; % cold

```

```

tempi =240;    % minuti

% Dati disposizione armatura nella sezione
ys = [d_sup d_inf d_sup d_inf ] ;           % [mm]
xs = [d_sup d_sup b-d_sup b-d_sup ];        % [mm]

% Materiali
fck = 25;                                % resistenza caratteristica del cls [MPa]
gamma = 1.5;                             % coeff. di sicurezza del cls [-]
fcd = 0.85 * fck/gamma;                   % resistenza di progetto del cls [MPa]
fyk= 450;                                % resistenza caratteristica dell'acciaio [MPa]
gamma_s = 1.15;                           % coeff. di sicurezza dell'acciaio [-]
fyd = fyk/gamma_s;                        % resistenza di progetto dell'acciaio [MPa]
Es = 200000;                              % modulo elastico dell'acciaio [MPa]

% rapporto meccanico di armatura [-]
omega = (As_sup + As_inf + As_int) * fyd / (b * d_inf * fcd);

% Discretizzazione della sezione
n = 12;                                   % numero in cui è diviso ogni lato verticale [-]
Ncurv = 150;                              % numero di curvature e lambda considerate [-]
fi = sqrt((omega*b*d_inf *fcd*4/(pi*fyd))/N_bar); % diametro delle n barre [mm]
n1 = 12;                                   % numero in cui è diviso il lato orizzontale [-]

% Si creano matrici n1 x n riempite da zero con zeros che successivamente verranno
% riempite. zeros serve per discretizzare la sezione
x = zeros(n1,n);
y = zeros(n1,n);
tem = zeros(n1,n);
eimc = zeros(n1,n);

% si definiscono le coordinate del centro di ogni quadratino della sezione
% discretizzata, delle relative temperature e delle deformazioni impresse
dA = b * h /(n*n1);                      % area di ogni singolo quadratino di cls

for j = 1:n
    for i = 1:n1
        x(i,j) = b/(2*n1) + b/n1*(i-1);    % [mm]
        y(i,j) = h/(2*n) + h/n*(j-1);      % [mm]
        tem(i,j) = tempera(x(i,j),y(i,j),tempi); % [s]
        % deformazione impressa
        switch lower(tipoAggregato)
            case 'silicei'
                eimc(i,j) = epsimpcSilicei(tem(i,j)); % positivo [-]
            case 'calcari'
                eimc(i,j) = epsimpcCalcari(tem(i,j)); % positivo [-]
        end
    end
end

% Preallocazione per le barre
tems = zeros(1, N_bar);
eims = zeros(1, N_bar);

for i = 1:N_bar
    % temperatura barra ad ogni ferro [s]
    tems(i) = tempera(xs(i),ys(i),tempi);
    % funzione che converte la T nella deformazione corrispondente ad ogni ferro
    eims(i) = epsimps(tems(i)); % positivo [-]
end

% Numero totale di punti previsti
n_punti = (Ncurv + 1) * (Ncurv + 1);
N_fireRC = zeros(1, n_punti);
M_fireRC = zeros(1, n_punti);
lambda_grid = zeros(1,n_punti);

```

```

curv_grid = zeros(1,n_punti);
cont = 1; % Inizializzo il contatore

for m = 0:Ncurv
    curv = 0.004*pi/b*(-1 + 2*m/Ncurv); % curvatura [1/mm]
    % Inizializzo matrici per maxC e minC
    maxC = zeros(n1,n);
    minC = zeros(n1,n);

    % Calcolo dei valori per ogni elementino
    for j = 1:n
        for i = 1:n1
            param = paramCls(tem(i,j), fck, tipoAggregato);
            ecu = param.ecu1t;
            % max e min deformazioni per Colonnetti [-]
            % maxC(i,j) = curv * (y(i,j)-h/2) + eimc(i,j);
            % senza le deformazioni impresse [-]
            maxC(i,j) = curv * (y(i,j)-h/2);
            minC(i,j) = maxC(i,j) - ecu * 0.1;
        end
    end
    % per le barre d'acciaio [-]
    maxS = zeros(1,N_bar);
    minS = zeros(1,N_bar);
    for i = 1:N_bar
        %maxS(i) = curv*(ys(i)-h/2) + eims(i) + 0.0051;
        %senza le deformazioni impresse
        maxS(i) = curv*(ys(i)-h/2) + 0.0051;
        %minS(i) = curv*(ys(i)-h/2) + eims(i) - 0.0051;
        %senza le deformazioni impresse
        minS(i) = curv*(ys(i)-h/2) - 0.0051;
    end

    % range lambda [-]
    lambda = [max(maxC(:)), min(minC(:)), max(maxS), min(minS)];
    lamMin = min(lambda);
    lamMax = max(lambda);

    % ciclo su lambda
    for mm = 0:Ncurv
        lam = lamMin + (lamMax - lamMin)/Ncurv * mm; % [-]
        % [N, Nmm]
        [Nor, Mom] = calcolaNM(lam, curv, x, y, ys, tem, tems, eimc, eims, ...
                               fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi);
        N_fireRC(cont) = Nor/1000 ; % [kN]
        M_fireRC(cont) = Mom/1e6 ; % [kNm]
        lambda_grid(cont) = lam;
        curv_grid(cont) = curv;
        cont = cont + 1;
    end
end

% Verifica invertibilità della matrice jacobiana

% Frontiera
k = convhull(N_fireRC, M_fireRC);
N_bordo = N_fireRC(k); % [N]
M_bordo = M_fireRC(k); % [Nmm]

% Si genera una griglia interna alla frontiera
Nmin = min(N_bordo); % [N]
Nmax = max(N_bordo); % [N]
Mmin = min(M_bordo); % [Nmm]
Mmax = max(M_bordo); % [Nmm]

```

```

Ng = 80;           % valori di sforzo normale studiati
Mg = 80;           % valori di momento studiati

% creazione della griglia
% linspace genera Ng (o Mg) punti equispaziati tra il valore minimo e massimo
% meshgrid trasforma questi vettori in due matrici che rappresentano le coordinate
% di tutti i nodi di una griglia rettangolare.
[N_grid, M_grid] = meshgrid(linspace(Nmin, Nmax, Ng), ...
                             linspace(Mmin, Mmax, Mg));

% Si trasformano le matrici in vettori colonna per poter analizzare i punti
% uno alla volta nel ciclo for
N_grid = N_grid(:);           % [N]
M_grid = M_grid(:);           % [Nmm]

% inpolygon controlla quali punti della griglia rettangolare cadono
% dentro la frontiera del dominio di interazione (punti da analizzare)
inside = inpolygon(N_grid, M_grid, N_bordo, M_bordo);

% si estraggono i punti interni al dominio
N_test = N_grid(inside);       % [N]
M_test = M_grid(inside);       % [Nmm]
% si calcolano quanti punti interni si debbano analizzare = numero di
% iterazioni nel ciclo
n_test = length(N_test);

% Inizializzazione
detJ = nan(n_test,1);          % preallocazione del determinante dello jacobiano

% incrementi per derivate
dlam = 1e-4;                   % incremento infinitesimo di lambda [-]
dmu = 1e-5;                    % incremento infinitesimo della curvatura [1/mm]
tol = 1e-1;                    % soglia sotto la quale lo jacobiano è considerato nullo

% ciclo sui punti interni per trovare per ognuno la corrispondente coppia (lambda, mu)
for i = 1:n_test
    % si identifica il punto target nella griglia interna
    N_target = N_test(i);       % [N]
    M_target = M_test(i);       % [Nmm]
    % si utilizza la ricerca del punto più vicino
    % si calcola la distanza euclidea normalizzata tra il target e tutti i punti
    % calcolati
    dist = sqrt(((N_fireRC - N_target)/(Nmax-Nmin)).^2 + ...
                ((M_fireRC - M_target)/(Mmax-Mmin)).^2);
    % si trova la distanza minima e l'indice del punto corrispondente nel database
    [min_dist, idx] = min(dist);
    if min_dist < 0.02          % si verifica che il punto trovato sia abbastanza vicino
        % si estrae lambda e mu associati a quel punto dal database
        lam = lambda_grid(idx); % [-]
        mu = curv_grid(idx);    % [1/mm]

        % Calcolo Jacobiano numerico
        % si calcola (N, M) del punto nominale [N/Nmm]
        [N0, M0] = calcolaNM(lam, mu, ...
                               x, y, ys, tem, tems, eimc, eims, ...
                               fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi);
        % si calcola (N, M) variando lambda (mu costante) [N/Nmm]
        [N_lam, M_lam] = calcolaNM(lam + dlam, mu, ...
                                      x, y, ys, tem, tems, eimc, eims, ...
                                      fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi);
        % si calcola (N, M) variando mu (lambda costante) [N/Nmm]
        [N_mu, M_mu] = calcolaNM(lam, mu + dmu, ...
                                   x, y, ys, tem, tems, eimc, eims, ...
                                   fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi);
    end
end

```

```

    % si converte l'unità di misura (da N/Nmm a kN/kNm)
    N0 = N0/1000; M0 = M0/1e6;
    N_lam = N_lam/1000;
    M_lam = M_lam/1e6;
    N_mu = N_mu/1000;
    M_mu = M_mu/1e6;
    % derivate
    dN_dlam = (N_lam - N0)/dlam;          % [kN]
    dM_dlam = (M_lam - M0)/dlam;          % [kNm]

    dN_dmu = (N_mu - N0)/dmu;              % [kN*mm]
    dM_dmu = (M_mu - M0)/dmu;              % [kN*m*mm]
    % determinante Jacobiano
    detJ(i) = dN_dlam * dM_dmu - dN_dmu * dM_dlam;    % [(kN^2)*m*mm]
else
    detJ(i) = NaN;                            % lacuna fisica
end
end

% Costruzione tabella (N,M) → (lambda, mu)
% Inizializzo le variabili inserendo nan
lambda_tab = nan(n_test,1);                % [-]
mu_tab      = nan(n_test,1);                % [1/mm]
dist_tab    = nan(n_test,1);                % errore tra il punto target e il punto nel database

for i = 1:n_test
    % punto target nella griglia
    N_target = N_test(i);                  % [kN]
    M_target = M_test(i);                  % [kNm]
    % distanza euclidea normalizzata
    dist = sqrt(((N_fireRC - N_target)/(Nmax-Nmin)).^2 + ...
                ((M_fireRC - M_target)/(Mmax-Mmin)).^2);
    % si individua la distanza minima e la posizione
    [min_dist, idx] = min(dist);
    % soglia per la validità
    if min_dist < 0.02
        lambda_tab(i) = lambda_grid(idx);    % [-]
        mu_tab(i)     = curv_grid(idx);      % [1/mm]
        dist_tab(i)   = min_dist;            % si salva l'errore di approssimazione
    else
        % lacuna
        lambda_tab(i) = NaN;
        mu_tab(i)     = NaN;
        dist_tab(i)   = NaN;
    end
end

% Si converte il determinante da [kN^2 * m * mm] a [kN^2 * m^2]
det_SI = detJ / 1000;

nomi = {'N', 'M', 'lambda', 'mu', 'errore', 'det'};

% Creazione della Tabella dati
Tabella = table(N_test, M_test, lambda_tab, mu_tab, dist_tab, det_SI, ...
    'VariableNames', nomi);

% Intestazioni grafiche con unità di misura richieste
intestazioni_UI = { ...
    'N [kN]', ...           % Forza assiale
    'M [kNm]', ...          % Momento flettente
    'lambda [-]', ...       % Deformazione a livello baricentro sezione parzializzata
    'mu [1/mm]', ...        % Curvatura
    'errore', ...           % Distanza normalizzata
    'det [(kN^2)*m^2]';    % Determinante convertito

```

```

% Creazione della finestra
fig = uifigure('Name', 'Analisi Strutturale: Risultati Inversione (N,M)', ...
              'Position', [100 100 950 550]);

% Creazione della tabella grafica
uit = uitable(fig, ...
              'Data', Tabella, ...
              'ColumnName', intestazioni_UI, ...
              'Position', [20 20 910 510], ... % x,y,larghezza,altezza
              'ColumnSortable', true); % metto interfaccia interattiva per leggere i valor
% si sovrascrive la tabella con il metodo fsolve per i punti per cui si otteneva nan
% (lacune)
opts = optimoptions('fsolve', ...
                  'Display', 'iter', ... % Nella Command Window si visualizzano i messaggi
                  'FunctionTolerance', 1e-10, ... % Precisione richiesta sull'errore di N e M
                  'StepTolerance', 1e-10, ... % Precisione richiesta sullo spostamento di
                  lambda e mu
                  'MaxFunctionEvaluations', 2000, ... % Si raddopiano i tentativi di calcolo della
                  funzione
                  'MaxIterations', 1000, ... % Più passi concessi per trovare la soluzione
                  'FiniteDifferenceType', 'central'); % Più lento, ma più accurato nel calcolo dei
                  gradienti

% si identificano le righe dove lambda e mu sono NaN
righe_da_riparare = find(isnan(Tabella.lambda));

fprintf('Inizio riparazione di %d punti mancanti...\n', length(righe_da_riparare));

% il codice gira per i punti dove non è stata ottenuta una soluzione
for k = 1:length(righe_da_riparare)
    idx_riga = righe_da_riparare(k);

    % Prendiamo N e M target direttamente dalla tabella
    N_t = Tabella.N(idx_riga);
    M_t = Tabella.M(idx_riga);

    % Per fsolve serve un punto di partenza
    % Si parte dal punto più vicino nel database N_fireRC
    dist_rip = sqrt(((N_fireRC - N_t)/(Nmax-Nmin)).^2 + ...
                  ((M_fireRC - M_t)/(Mmax-Mmin)).^2);
    % il tilde sta a significare che non mi serve salvare la distanza minima ma
    % solo la posizione
    [~, idx_guess] = min(dist_rip);
    v0 = [lambda_grid(idx_guess); curv_grid(idx_guess)];

    % Si definisce il sistema non lineare per trovare lambda e mu per un
    % certo (N, M) corrispondente.
    fun_rip = @(v) sistemaNM(v, N_t, M_t, x, y, ys, tem, tems, eimc, eims, ...
                             fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi);

    % Si definisce fsolve
    [v_sol, ~, exitflag] = fsolve(fun_rip, v0, opts);

    % se exitflag > 0 fsolve ha trovato equilibrio e soluzione
    if exitflag > 0
        % Si sovrascrivono i valori nella tabella
        Tabella.lambda(idx_riga) = v_sol(1);
        Tabella.mu(idx_riga) = v_sol(2);
        Tabella.errore(idx_riga) = 0; % Errore nullo perché fsolve ha trovato
                                     il punto esatto

        % Si ricalcola il determinante per i punti recuperati
        lam_r = v_sol(1);
        mu_r = v_sol(2);
        [N0, M0] = calcolaNM(lam_r, mu_r, x, y, ys, tem, tems, eimc, eims, ...
                              fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi);
    end
end

```

```

[N_l, M_l] = calcolaNM(lam_r + dlam, mu_r, x, y, ys, tem, tems, eimc, eims, ...
    fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi);
[N_m, M_m] = calcolaNM(lam_r, mu_r + dmu, x, y, ys, tem, tems, eimc, eims, ...
    fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi);
dN_d1 = (N_l/1000 - N0/1000)/dlam;
dM_d1 = (M_l/1e6 - M0/1e6)/dlam;
dN_dm = (N_m/1000 - N0/1000)/dmu;
dM_dm = (M_m/1e6 - M0/1e6)/dmu;
det_recuperato = dN_d1 * dM_dm - dN_dm * dM_d1;
Tabella.det(idx_riga) = det_recuperato / 1000;    % espresso in [kN^2 * m^2]
else
    % Punto non riparato
    fprintf('Punto [%1f kN, %1f kNm] -> NON RIPARATO. Exitflag: %d\n', N_t, M_t,
        exitflag);
end
end

uit.Data = Tabella; % Si aggiorna la tabella

% Plot
figure(1)
hold on

h_plots = [];
nomi_legenda = {};

non_invertibile = abs(Tabella.det) <= tol;
% con il colore giallo si trovano i punti dove non vale l'invertibilità (instabilità)
if any(non_invertibile)
    h2 = plot(Tabella.N(non_invertibile), Tabella.M(non_invertibile), '.', ...
        'color', [1, 1, 0], 'MarkerSize', 24);
    h_plots = [h_plots, h2];
    nomi_legenda{end+1} = 'detJ ≈ 0';
end

invertibile = ~isnan(Tabella.lambda) & abs(Tabella.det) > tol;
% con il colore grigio si descrivono i punti dove vale l'invertibilità (stabilità)
if any(invertibile)
    h1 = plot(Tabella.N(invertibile), Tabella.M(invertibile), '.', ...
        'color', [0.8, 0.8, 0.8], 'MarkerSize', 24);
    h_plots = [h_plots, h1];
    nomi_legenda{end+1} = 'Invertibile';
end

falliti = isnan(Tabella.lambda);
% con il colore blu si descrivono le lacune fisiche (fsolve fallito)
if any(falliti)
    h3 = plot(Tabella.N(falliti), Tabella.M(falliti), '.', ...
        'color', [0, 0, 1], 'MarkerSize', 24);
    h_plots = [h_plots, h3];
    nomi_legenda{end+1} = 'Lacuna (no soluzione)';
end

% Frontiera
h4 = plot(N_bordo, M_bordo, 'r-', 'LineWidth', 4);
h_plots = [h_plots, h4];
nomi_legenda{end+1} = 'Frontiera';

% Legenda corretta inserita senza intercettare il dominio
legend(h_plots, nomi_legenda, 'Location', 'best')

xlabel('N [kN]')
ylabel('M [kNm]')
title('Verifica Invertibilità Jacobiano')
grid on

```

I.3 Funzioni MATLAB

Lo script principale utilizza due funzioni. Nello specifico la funzione MATLAB *calcolaNM.m* permette di calcolare i valori (N_{fireRC}, M_{fireRC}) che sono i medesimi di quelli determinati con lo script MATLAB *lacune.m* e funge da database di partenza per la ricerca di (λ, μ) .

La funzione *sistemaNM.m* consente di trovare la soluzione con *fsolve*.

Nello specifico la soluzione del problema è ottenuta quando l'errore tra la coppia trovata con *fsolve* (N_c, M_c) per determinati valori di (λ, μ) e la coppia (N_{target}, M_{target}) interni alla lacuna risulta nullo.

funzione MATLAB *calcolaNM.m*

```
function [Nor, Mom] = calcolaNM(lam, curv, x, y, ys, tem, tems, eimc, eims, fck,
    tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi)

[n1, n] = size(x);                % n1 sono le righe, n le colonne
N_bar = length(ys);              % numero di barre
Nor = 0;
Mom = 0;

% CLS
for j = 1:n
    for i = 1:n1
        % compressione negativa, trazione positiva
        % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
        epsilon = - curv*(y(i,j)-h/2) + eimc(i,j) - lam;
        sig = sigcls(epsilon, tem(i,j), fck, tipoAggregato); % [MPa]
        Nor = Nor + dA*(sig); % [N]
        Mom = Mom + dA*(sig)*(y(i,j)-h/2); % [Nmm]
    end
end

% Acciaio
for i = 1:N_bar
    % compressione negativa, trazione positiva
    % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
    epsilon = - curv*(ys(i)-h/2) + eims(i) - lam;
    % deformazione impressa del CLS alla temperatura della barra [-]
    switch lower(tipoAggregato)
        case 'silicei'
            eimc_bar = epsimpcSilicei(tems(i));
        case 'calcari'
            eimc_bar = epsimpcCalcari(tems(i));
    end
    % deformazione CLS al livello della barra
    % Studio del dominio analizzando le deformazioni impresse [-]
    epsilon1 = - curv*(ys(i)-h/2) + eimc_bar - lam;
    sigma = sigacc(epsilon, tems(i), tipoAcciaio); % [MPa]
    sigma1 = sigcls(epsilon1, tems(i), fck, tipoAggregato); % [MPa]
    A = pi*fi^2/4; % [mm^2]
    Nor = Nor + A*(sigma-sigma1); % [N]
    Mom = Mom + A*(sigma-sigma1)*(ys(i)-h/2); % [Nmm]
end
```

funzione MATLAB *sistemaNM.m*

```
function F = sistemaNM(v, N_target, M_target, ...
    xg, yg, ys, tem, tems, eimc, eims, ...
    fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi)

lam = v(1); % [-]
curv = v(2); % [1/mm]

[Nc, Mc] = calcolaNM(lam, curv, ...
    xg, yg, ys, tem, tems, eimc, eims, ...
    fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, fi); % [N, Nmm]
F = [Nc/1000 - N_target; Mc/1e6 - M_target]; % [N, Nmm]
end
```

Appendice J – Codice MATLAB finale con il solutore fsolve

J.1 Descrizione del codice e delle funzioni

Il codice MATLAB *verificainvertibilitàfsolve.m* permette di definire se le lacune riscontrate nello script MATLAB *lacune.m* siano fisiche o numeriche. In particolare consente di trovare se sia possibile per ogni coppia (N_c, M_c) trovare la corrispondente coppia (λ, μ) . Se ciò avviene, la lacuna è numerica e non fisica. Le funzioni utilizzate sono le stesse descritte in Appendice I, varia in parte solo lo script MATLAB *verificainvertibilitàfsolve.m*, in quanto permette di studiare con il solutore *fsolve* anche i punti esterni al dominio di interazione ottenuti con lo script MATLAB *lacune.m* che può presentare errori numerici anche nella creazione della frontiera.

J.2 Script MATLAB

Lo script MATLAB *verificainvertibilitàfsolve.m* permette di determinare se la lacuna riscontrata nello script MATLAB *lacune.m* è fisica o numerica, andando ad analizzare anche i punti esterni al dominio di interazione ottenuto con lo script MATLAB *lacune.m*.

script MATLAB *verificainvertibilitàfsolve.m*

```
% CALCOLO DEL DOMINIO DI INTERAZIONE DI UNA SEZIONE RETTANGOLARE
% CON LA PRESENZA DELLE DEFORMAZIONI IMPRESSE

% Dati sezione
b = 200; % base sezione [mm]
h = 200; % altezza sezione [mm]
c = 20; % copriferro [mm]

% Armature
phi = 10; % diametro [mm]
As_bar = pi*phi^2/4; % area di una barra [mm^2]
n_sup = 2; % n barre superiori
n_int = 0; % n barre intermedie
```

```

n_inf = 2; % n barre inferiori
N_bar = n_sup + n_inf + n_int; % numero barre totali
As_sup = n_sup * As_bar; % area armature superiori [mm^2]
As_int = n_int * As_bar; % area armature intermedie [mm^2]
As_inf = n_inf * As_bar; % area armature inferiori [mm^2]
d_sup = c + phi/2; % distanza barre sup da bordo compresso [mm]
d_int = h/2; % distanza barre int da bordo compresso [mm]
d_inf = h - d_sup; % distanza barre inf da bordo compresso [mm]

tipoAggregato = 'silicei'; % calcari
tipoAcciaio = 'hot'; % cold

tempi = 180; % minuti

% Dati disposizione armatura nella sezione
ys = [d_sup d_inf d_sup d_inf] ; % [mm]
xs = [d_sup d_sup b-d_sup b-d_sup] ; % [mm]

% Materiali
fck = 25; % resistenza caratteristica del cls [MPa]
gamma = 1.5; % coeff. di sicurezza del cls [-]
fcd = 0.85 * fck/gamma; % resistenza di progetto del cls [MPa]
fyk = 450; % resistenza caratteristica dell'acciaio [MPa]
gamma_s = 1.15; % coeff. di sicurezza dell'acciaio [-]
fyd = fyk/gamma_s; % resistenza di progetto dell'acciaio [MPa]
Es = 200000; % modulo elastico dell'acciaio [MPa]

% rapporto meccanico di armatura [-]
omega = (As_sup + As_inf + As_int) * fyd / (b * d_inf * fcd);
% Discretizzazione della sezione
n = 12; % numero in cui è diviso ogni lato verticale [-]
Ncurv = 60; % numero di curvature e lambda considerate [-]
n1 = 12; % numero in cui è diviso il lato orizzontale [-]

% Si creano matrici n1 x n riempite da zero con zeros che successivamente verranno
% riempite. zeros serve per discretizzare la sezione
x = zeros(n1,n);
y = zeros(n1,n);
tem = zeros(n1,n);
eimc = zeros(n1,n);

% si definiscono le coordinate del centro di ogni quadratino della sezione
% discretizzata, delle relative temperature e delle deformazioni impresse

dA = b * h /(n*n1); % area di ogni singolo quadratino di cls

for j = 1:n
    for i = 1:n1
        x(i,j) = b/(2*n1) + b/n1*(i-1); % [mm]
        y(i,j) = h/(2*n) + h/n*(j-1); % [mm]
        tem(i,j) = tempera(x(i,j),y(i,j),tempi); % [s]

        % deformazione impressa
        switch lower(tipoAggregato)
            case 'silicei'
                eimc(i,j) = epsimpcSilicei(tem(i,j)); % positivo [-]
            case 'calcari'
                eimc(i,j) = epsimpcCalcari(tem(i,j)); % positivo [-]
        end
    end
end

% Preallocazione per le barre
tems = zeros(1, N_bar);
eims = zeros(1, N_bar);

```

```

for i = 1:N_bar
    % temperatura barra ad ogni ferro [s]
    tems(i) = tempera(xs(i),ys(i),tempi);
    % funzione che converte la T nella deformazione corrispondente ad ogni ferro
    eims(i) = epsimps(tems(i)); % positivo [-]
end

% Definizione della frontiera
% Numero totale di punti previsti
lam_steps = 40;
n_punti = (Ncurv + 1) * lam_steps;
N_base = zeros(1, n_punti);
M_base = zeros(1, n_punti);
lam_base = zeros(1,n_punti);
mu_base = zeros(1,n_punti);
cont = 1; % Inizializzo il contatore

fprintf('Generazione frontiera e database di partenza...\n');
for m = 0:Ncurv
    curv = 0.004*pi/b*(-1 + 2*m/Ncurv);

    % Se variamo iterazione di lam rispetto agli script precedenti i risultati sono
    % identici
    lam_range = linspace(-0.02, 0.03, lam_steps );
    for lam = lam_range
        [Nor, Mom] = calcolaNM(lam, curv, x, y, ys, tem, tems, eimc, ...
            eims, fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, phi);
        N_base(cont) = Nor/1000; % [kN]
        M_base(cont) = Mom/1e6; % [kNm]
        lam_base(cont) = lam; % [-]
        mu_base(cont) = curv; % [1/mm]
        cont = cont + 1;
    end
end

% Frontiera
k = convhull(N_base, M_base);
N_bordo = N_base(k); % [N]
M_bordo = M_base(k); % [Nmm]

% Generazione griglia interna (~2000 PUNTI)
Ng = 65; % valori di sforzo normale studiati
Mg = 65; % valori di momento studiati

% creazione della griglia
% linspace genera Ng (o Mg) punti equispaziati tra il valore minimo e massimo
% meshgrid trasforma questi vettori in due matrici che rappresentano le coordinate
% di tutti i nodi di una griglia rettangolare.
[N_grid, M_grid] = meshgrid(linspace(min(N_bordo), max(N_bordo), Ng), ...
    linspace(min(M_bordo), max(M_bordo), Mg));

% Si trasformano le matrici in vettori colonna per poter analizzare i punti
% uno alla volta nel ciclo for
N_grid = N_grid(:); % [N]
M_grid = M_grid(:); % [Nmm]

% inpolygon controlla quali punti della griglia rettangolare cadono
% dentro la frontiera del dominio di interazione (punti da analizzare)
inside = inpolygon(N_grid, M_grid, N_bordo, M_bordo);

% si estraggono i punti interni al dominio
N_test = N_grid(inside); % [N]
M_test = M_grid(inside); % [Nmm]
% si calcolano quanti punti interni si debbano analizzare = numero di
% iterazioni nel ciclo
n_test = length(N_test);

```

```

fprintf('Analisi di %d punti interni con fsolve...\n', n_test);

% Inversione con fsolve e calcolo dello jacobian
opts = optimoptions('fsolve', ...
    'Display', 'none', ... % Nella Command Window non si visualizzano i messaggi
    'FunctionTolerance', 1e-6, ... % Precisione richiesta sull'errore di N e M
    'StepTolerance', 1e-6); % Precisione richiesta sullo spostamento di lam e mu

% incrementi per derivate
dlam = 1e-5; % incremento infinitesimo di lambda [-]
dmu = 1e-6; % incremento infinitesimo della curvatura [1/mm]
tol = 1e-1; % tolleranza jacobiano

lambda_sol = nan(n_test,1); % [-]
mu_sol = nan(n_test,1); % [1/mm]
errore_sol = nan(n_test,1); % errore tra il punto target e il punto nell'archivio
detJ_sol = nan(n_test,1); % preallocazione del determinante dello jacobiano

for i = 1:n_test
    % Per fsolve serve un punto di partenza.
    % Si parte dal punto più vicino nel database
    dist_vec = sqrt(((N_base - N_test(i))/(max(N_base)-min(N_base))).^2 + ...
        ((M_base - M_test(i))/(max(M_base)-min(M_base))).^2);
    [~, idx] = min(dist_vec);
    v0 = [lam_base(idx); mu_base(idx)];

    % Si definisce il sistema non lineare per trovare lambda e mu per un
    % certo (N, M) corrispondente.
    fun = @(v) sistemaNM(v, N_test(i), M_test(i), x, y, ys, tem, tems, eimc, ...
        eims, fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, phi);

    % Si definisce fsolve
    [v_sol, Fval, exitflag] = fsolve(fun, v0, opts);

    % se exitflag > 0 fsolve ha trovato equilibrio e soluzione
    if exitflag > 0
        lambda_sol(i) = v_sol(1);
        mu_sol(i) = v_sol(2);
        errore_sol(i) = norm(Fval);
        % Jacobiano Numerico
        [N0, M0] = calcolaNM(v_sol(1), v_sol(2), x, y, ys, tem, tems, eimc, ...
            eims, fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, phi);
        [N_l, M_l] = calcolaNM(v_sol(1)+dlam, v_sol(2), x, y, ys, tem, tems, eimc, ...
            eims, fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, phi);
        [N_m, M_m] = calcolaNM(v_sol(1), v_sol(2)+dmu, x, y, ys, tem, tems, eimc, ...
            eims, fck, tipoAggregato, tipoAcciaio, b, h, dA, phi);
        dN_dl = (N_l/1000 - N0/1000)/dlam;
        dM_dl = (M_l/1e6 - M0/1e6)/dlam;
        dN_dm = (N_m/1000 - N0/1000)/dmu;
        dM_dm = (M_m/1e6 - M0/1e6)/dmu;
        % espresso in [kN^2 * m^2]
        detJ_sol(i) = (dN_dl * dM_dm - dN_dm * dM_dl) / 1000;
    else
        errore_sol(i) = NaN;
    end
    % stampa il progresso del plot nel Command Window
    if mod(i, 200) == 0, fprintf('Progresso: %d/%d punti\n', i, n_test);
    end
end

% Costruzione tabella (N,M) → (lambda, mu)
nomi_tecnici = {'N', 'M', 'lambda', 'mu', 'errore', 'det'};

```

```

% Creazione della Tabella dati
Tabella = table(N_test, M_test, lambda_sol, mu_sol, errore_sol, detJ_sol, ...
    'VariableNames', nomi_tecnici);

% Intestazioni grafiche con unità di misura richieste
intestazioni_UI = { ...
    'N [kN]', ...           % Forza assiale
    'M [kNm]', ...          % Momento flettente
    'lambda [-]', ...       % Deformazione a livello baricentro sezione parzializzata
    'mu [1/mm]', ...        % Curvatura
    'errore', ...           % Distanza normalizzata
    'det [(kN^2)*m^2]'};

% Creazione della finestra
fig = uifigure('Name', 'Tabella Risultati Inversione', ...
    'Position', [150 150 850 500]);

% Creazione della tabella grafica
uit = uitable(fig, ...
    'Data', Tabella, ...
    'ColumnName', intestazioni_UI, ...
    'Position', [20 20 810 460], ... % x,y,larghezza,altezza
    'ColumnSortable', true);         % metto interfaccia interattiva per leggere i valori

% Plot
figure(1)
hold on

h_plots = [];
nomi_legenda = {};

% si definisce il determinante "quasi zero" tutto ciò che è più piccolo dell'1% del
valore medio
% omitnan non considera i nan della tabella
soglia_relativa = 0.01 * mean(abs(Tabella.det), 'omitnan');

% Un punto è giallo se fsolve ha trovato una soluzione
% ma il determinante è crollato sotto la soglia relativa
non_invertibile = ~isnan(Tabella.lambda) & abs(Tabella.det) < soglia_relativa;
% con il colore giallo si trovano i punti dove non vale l'invertibilità (instabilità)
if any(non_invertibile)
    h2 = plot(Tabella.N(non_invertibile), Tabella.M(non_invertibile), '.', ...
        'color', [1, 1, 0], 'MarkerSize', 24);
    h_plots = [h_plots, h2];
    nomi_legenda{end+1} = 'detJ ≈ 0';
end

invertibile = ~isnan(Tabella.lambda) & abs(Tabella.det) > soglia_relativa;
% con il colore grigio si descrivono i punti dove vale l'invertibilità (stabilità)
if any(invertibile)
    h1 = plot(Tabella.N(invertibile), Tabella.M(invertibile), '.', ...
        'color', [0.8, 0.8, 0.8], 'MarkerSize', 24);
    h_plots = [h_plots, h1];
    nomi_legenda{end+1} = 'Invertibile';
end

falliti = isnan(Tabella.lambda);
% con il colore blu si descrivono le lacune fisiche (fsolve fallito)
if any(falliti)
    h3 = plot(Tabella.N(falliti), Tabella.M(falliti), '.', ...
        'color', [0, 0, 1], 'MarkerSize', 24);
    h_plots = [h_plots, h3];
    nomi_legenda{end+1} = 'Lacuna (no soluzione)';
end

```

```
% Frontiera
h4 = plot(N_bordo, M_bordo, 'r-', 'LineWidth', 4);
h_plots = [h_plots, h4];
nomi_legenda{end+1} = 'Frontiera';

% Legenda corretta inserita senza intercettare il dominio
legend(h_plots, nomi_legenda, 'Location', 'best')
xlabel('N [kN]')
ylabel('M [kNm]')
title('Verifica Invertibilità Jacobiano')
grid on
```

Ringraziamenti

Desidero esprimere la mia profonda gratitudine al mio relatore, il Professor Fantilli, per la costante disponibilità e l'autentico interesse dimostrato verso questo lavoro. La sua guida chiara e precisa e la sua capacità di trasmettere i concetti con estrema efficacia sono state fondamentali per la realizzazione di questa tesi.

Un ringraziamento speciale va all'azienda CDM DOLMEN Srl per avermi concesso la licenza d'uso del software e per la disponibilità dimostrata durante gli incontri di persona.

A Valentina e Gianluca. Grazie per aver reso più leggeri questi ultimi due anni universitari e per essere stati i compagni di squadra perfetti in ogni progetto, capaci di dividersi il lavoro e aiutarsi in totale armonia anche nelle situazioni più faticose.

Alla mia famiglia. A mio papà e a mia mamma per il sostegno economico e morale, e ai miei tre fratelli. Grazie per aver condiviso con me ogni gioia e ogni fatica in questi cinque anni di profonda crescita personale, trasmettendomi sempre la grinta necessaria per non mollare, soprattutto nei momenti peggiori. E a proposito: "Papà, Lollo, preparatevi: arrivano le quote rosa in ufficio. Siete pronti a sopportarmi tutti i giorni?"

Un grazie di cuore anche ai miei cugini, ai miei zii, a mia nonna e alle fidanzate dei miei fratelli per aver fatto sempre il tifo per me e per l'affetto costante che mi hanno dimostrato in questo percorso.

A chi più di tutti mi è stato accanto. Grazie per avermi convinto a iscrivermi alla magistrale quando lo stress mi stava portando a rinunciare, ricordandomi che avevo le capacità per farcela. Grazie per avermi sostenuta anche nei momenti più difficili rispondendo con un abbraccio e una carezza.

A Francesca, la mia conquilina e sorellina, per tutti i viaggi fatti assieme, le feste, i tantissimi sorrisi. Grazie per aver condiviso le mie giornate e per avermi distolto dallo studio nei momenti giusti.

Ai miei amici, sia storici che universitari. Grazie a chi ha mantenuto viva l'amicizia nonostante la distanza traghettando i nostri legami verso l'età adulta, e a chi, con la propria compagnia, ha reso questi cinque anni universitari indimenticabili.