



POLITECNICO DI TORINO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA E AEROSPAZIALE

Enhanced mixing of a turbulent jet through Deep Reinforcement Learning

Candidato:
Giuseppe SCIRÈ CALABRISOTTO

Relatori:
Prof. Gioacchino CAFIERO
Dott. Enrico AMICO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale
A.a. 2025/2026
Sessione di Laurea Luglio 2026

Sommario

Questa tesi indaga il model-free Deep Reinforcement Learning (DRL) per il controllo attivo in retroazione di un getto d'acqua turbolento a sezione circolare, con l'obiettivo di aumentare il mixing turbolento. Il sensing del flusso si basa sulla Event-Based Imaging Velocimetry (RT-EBIV) in tempo reale, che ricostruisce campi di velocità risolti spazialmente a partire dai dati ad eventi ottenuti tramite illuminazione pulsata su una regione estesa del flusso. Questa informazione spaziale viene sfruttata per estrarre, da due diverse sotto-regioni dello stesso campo di velocità istantaneo, sia l'osservazione dello stato usata dall'agente per selezionare l'azione, sia il segnale di reward usato per l'ottimizzazione della policy. Gli esperimenti sono stati condotti su un getto sommerso a un numero di Reynolds $Re \simeq 8000$, basato sulla velocità di bulk e sul diametro dell'ugello. Il getto è attivamente forzato da un anello di attuazione posizionato a valle dell'uscita dell'ugello e dotato di otto fori equispaziati, ciascuno alimentato da un'elettrovalvola controllata in modo indipendente. Questa configurazione genera getti radiali pulsati che iniettano quantità di moto nello shear layer. Il getto non attuato viene dapprima caratterizzato in termini di campo di velocità medio, evoluzione dello strato di taglio e statistiche turbolente; la Proper Orthogonal Decomposition (POD) e la Spectral Proper Orthogonal Decomposition (SPOD) vengono successivamente impiegate per identificare le strutture coerenti energeticamente dominanti e le caratteristiche del flusso dipendenti dalla frequenza. I modi POD risultanti vengono riutilizzati durante il controllo online per costruire una rappresentazione compatta dello stato, ottenuta proiettando il campo istantaneo di fluttuazione di velocità EBIV, ristretto alla regione a monte dell'anello di attuazione, sulla base spaziale POD selezionata calcolata offline.

La strategia di controllo è governata da un agente Soft Actor-Critic (SAC) implementato all'interno di un ambiente Python opportunamente ottimizzato: a ogni passo di controllo l'agente osserva lo stato a ordine ridotto e seleziona un'azione, corrispondente a una delle possibili configurazioni delle valvole. L'agente è addestrato a massimizzare un proxy in tempo reale dell'energia cinetica turbolenta (TKE) in una regione di reward a valle dell'anello di attuazione. Una sfida centrale del lavoro deriva dal vincolo di controllo in tempo reale: la stima dello stato, la selezione dell'azione e la valutazione del reward devono essere completate entro ciascun periodo di controllo; questo requisito motiva direttamente l'uso di una rappresentazione dello stato a ordine ridotto e di un reward veloce da calcolare.

L'intera pipeline sensing-decisione-attuazione si dimostra affidabile e ripetibile durante l'addestramento. I risultati mostrano che l'agente addestrato apprende progressivamente strategie di attuazione capaci di aumentare la TKE nella regione di reward rispetto sia al caso baseline non attuato sia al forcing casuale. Questo andamento è confermato in modo indipendente dalle distribuzioni di TKE calcolate in post-processing a partire dai campi di velocità mediati nel tempo. Nel complesso, i risultati dimostrano il potenziale dell'RT-EBIV come tecnica di sensing in tempo reale spazialmente risolta per il controllo in anello chiuso, guidato dall'apprendimento, dei flussi di taglio turbolenti.

Abstract

This thesis explores model-free Deep Reinforcement Learning (DRL) for the active closed-loop control of a turbulent round water jet, with the aim of enhancing turbulent mixing. Flow sensing is based on real-time Event-Based Imaging Velocimetry (RT-EBIV), which reconstructs spatially resolved velocity fields from pulsed-illumination event data over an extended region of the flow. This spatial information is exploited to extract, from two different sub-regions of the same instantaneous velocity field, both the state observation used by the agent to select the action and the reward signal used for policy optimization. Experiments were conducted on a submerged jet at a Reynolds number $Re \simeq 8000$, based on bulk velocity and nozzle diameter. The jet is actively forced by an actuation ring located downstream of the nozzle exit and equipped with eight equally spaced orifices, each fed by an independently controlled solenoid valve. This configuration generates pulsed radial jets that inject momentum into the shear layer. The unforced jet is first characterized in terms of mean velocity field, shear layer evolution and turbulent statistics; Proper Orthogonal Decomposition (POD) and Spectral Proper Orthogonal Decomposition (SPOD) are then employed to identify energetically dominant coherent structures and frequency dependent flow features. The resulting POD modes are reused during online control to construct a compact state representation, obtained by projecting the instantaneous EBIV velocity fluctuation field, restricted to the region upstream of the actuation ring, onto the selected POD spatial basis computed offline.

The control strategy is governed by a Soft Actor-Critic (SAC) algorithm implemented within a custom Python environment: at each control step the agent observes the reduced-order state and selects an action, corresponding to one of the possible valve configurations. The agent is trained to maximize a real-time proxy of the turbulent kinetic energy (TKE) in a reward region downstream of the actuation ring. A central challenge of the work arises from the real-time constraint: state estimation, action selection and reward evaluation have to be completed within each control period; this requirement directly motivates the use of a reduced-order state representation and a fast-to-compute reward.

The complete sensing–decision–actuation pipeline proves reliable and repeatable during training. The results show that the trained agent progressively learns actuation strategies capable of increasing the TKE in the reward region with respect to both the unforced baseline and random forcing. This trend is independently confirmed by TKE distributions computed in post-processing from time-averaged velocity fields. Overall, the findings demonstrate the potential of RT-EBIV as a spatially resolved real-time sensing technique for learning-driven closed-loop control of turbulent free shear flows.

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Grandezze integrali di un getto turbolento	2
1.2	Struttura del campo di moto di un getto turbolento	4
1.3	Instabilità di un getto turbolento	6
1.4	Grandezze turbolente	8
1.4.1	Stress di <i>Reynolds</i>	9
1.4.2	<i>Turbulent Kinetic Energy</i> (TKE)	10
2	<i>Event-based Imaging Velocimetry</i>	12
2.1	<i>Seeding</i> ed illuminazione	13
2.2	Sensore <i>event-based</i>	15
2.2.1	<i>Readout</i> asincrono (AER)	15
2.2.2	Latenza dei sensori <i>event-based</i>	16
2.3	<i>Pre-processing</i> dei dati di un sensore <i>event-based</i>	17
2.3.1	Dal file RAW agli <i>pseudo-snapshot</i>	18
2.4	<i>Processing</i> degli <i>pseudo-snapshot</i>	18
2.4.1	Algoritmo di correlazione	18
2.4.2	Altri algoritmi in letteratura	22
3	<i>Setup sperimentale</i>	25
3.1	<i>Layout</i> del getto principale	26
3.2	Sistema di attuazione	27
3.2.1	Circuito elettrico di controllo	28
3.2.2	<i>Layout</i> idraulico dell'attuazione	29
3.3	EBIV <i>setup</i>	31
3.3.1	Sistema di acquisizione ottica	33
3.3.2	Sorgente laser	34
3.3.3	Sincronizzazione camera-laser	35
4	Caratterizzazione	37
4.1	Caratterizzazione del getto	37
4.1.1	Acquisizione e generazione degli <i>pseudo-snapshot</i>	37
4.1.2	Condizioni operative e parametri adimensionali	38
4.1.3	<i>Processing</i> delle acquisizioni	39
4.1.4	Calibrazione spaziale	40
4.1.5	Analisi dei risultati	41
4.2	Caratterizzazione del sistema di attuazione	48
4.2.1	Condizioni operative e parametri adimensionali	50
4.2.2	Elaborazione dei campi di velocità e identificazione dei <i>core</i>	50
4.2.3	Stima della velocità caratteristica dei getti radiali	52
4.2.4	Stima del ritardo relativo tra i getti radiali	53
4.2.5	Verifica spettrale della frequenza di attuazione	55

5	Decomposizione modale del campo di moto	58
5.1	<i>Singular Value Decomposition</i> (SVD)	59
5.2	<i>Proper Orthogonal Decomposition</i> (POD)	60
5.2.1	Formulazione teorica	60
5.2.2	Formulazione discreta	60
5.2.3	Problema agli autovalori e metodo degli <i>snapshots</i>	61
5.2.4	Ricostruzione del campo di moto	62
5.3	<i>Spectral Proper Orthogonal Decomposition</i> (SPOD)	62
5.3.1	Formulazione teorica	62
5.3.2	Formulazione discreta e stima spettrale tramite <i>Welch</i>	63
5.3.3	Problema agli autovalori	64
5.4	Applicazione al getto turbolento	65
5.4.1	Analisi POD	65
5.4.2	Analisi SPOD	72
6	Controllo attivo ad anello chiuso del flusso mediante DRL	75
6.1	Introduzione al <i>reinforcement learning</i>	75
6.1.1	Controllo attivo del flusso	77
6.2	Architettura dell'algoritmo DRL	77
6.2.1	<i>Soft Actor-Critic</i>	78
6.3	Formulazione del problema di controllo	81
6.3.1	Ambiente di apprendimento e architettura di controllo in tempo reale	81
6.3.2	Definizione dello stato	82
6.3.3	Definizione dello spazio delle azioni	85
6.3.4	Definizione della ricompensa	85
6.3.5	Addestramento in <i>closed-loop</i>	87
6.4	Analisi dei Risultati	87
6.4.1	Validazione del setup e curva di apprendimento	87
6.4.2	Modifica della dinamica del getto e incremento del mixing	89
7	Conclusioni e sviluppi futuri	91
7.1	Limiti del lavoro	92
7.2	Sviluppi futuri	92
	Bibliografia	94

Capitolo 1

Introduzione

La maggior parte dei flussi che si verificano in natura e nelle applicazioni ingegneristiche coinvolge flussi turbolenti non omogenei. I flussi turbolenti si distinguono in due grandi categorie:

- flussi di parete (*wall-bounded flows*) caratterizzati da effetti viscosi dominanti dovuti alla parete;
- *free shear flows* che comprendono getti, scie e strati di mescolamento (*mixing layers*). Il termine “free” indica che tali flussi si sviluppano in assenza di pareti e che la turbolenza origina dalle differenze di velocità tra correnti adiacenti (*shear layer*). In queste condizioni lo sforzo di parete è trascurabile, mentre la dinamica del flusso è governata dagli stress di *Reynolds* associati allo sforzo di taglio.

In questo contesto ci si occupa esclusivamente di getti liberi (getti sommersi in fluido in quiete e di uguale densità) senza effetti di parete prossime. Un getto si genera quando una portata di fluido fuoriesce da un ugello o da un orifizio e si sviluppa nell’ambiente circostante: per una geometria circolare si ottiene un getto assialsimmetrico, mentre per geometria rettangolare, caratterizzata da un rapporto d’aspetto elevato $l/h \gg 1$, si ha un getto piano.

La variazione della portata nel tempo distingue getti continui (portata costante) e getti non stazionari (intermittenti o sintetici). In questo lavoro di tesi si considera un getto assialsimmetrico continuo.

I getti sono ampiamente studiati per: (i) le loro numerose applicazioni industriali pratiche, ad esempio nel controllo del flusso, nel raffreddamento e nei processi di combustione; (ii) il loro ruolo centrale in ambito propulsivo aerospaziale, come nei getti di scarico di turbogetti e razzi; (iii) la loro rilevanza in fenomeni ambientali e geofisici, quali la dispersione di inquinanti in atmosfera e gli scarichi in ambiente marino.

In campo fluidodinamico il getto turbolento costituisce un caso di studio di notevole rilevanza e, grazie all’ampia ricerca e letteratura in merito, esiste una teoria consolidata che ne descrive la struttura del campo di moto [1, 2]. Infatti, gli esperimenti in laboratorio mostrano in modo consistente che l’involuppo turbolento del getto assume forma quasi conica [2]: il raggio cresce proporzionalmente alla distanza assiale, e dopo una regione di mescolamento i profili medi diventano autosimili, con legge di allargamento lineare e decrescita regolare della velocità sulla linea centrale, come spiegato nelle sezioni seguenti.

Negli ultimi decenni, il quadro sperimentale si è ampliato grazie a tecniche di misura non intrusive e ad alta risoluzione temporale (PIV/PTV, velocimetria *Doppler*, e più recentemente approcci *event-based*), che hanno reso possibile osservare non solo il campo medio

ma anche le fluttuazioni, le statistiche multi scala e le strutture coerenti in condizioni non omogenee.

Lo sviluppo del getto, dal campo vicino (a pochi diametri D dall'uscita) al campo lontano (a decine di diametri a valle), è guidato dallo strato di taglio che avvolge il cuore potenziale del getto e dall'instabilità di *Kelvin-Helmholtz* che ne regola l'arrotolamento vorticoso, aspetti ripresi nelle sezioni successive.

1.1 Grandezze integrali di un getto turbolento

La configurazione sperimentale ideale e il sistema di coordinate impiegati sono mostrati in Fig. 1.1. Si considera un fluido newtoniano che scorre in modo stazionario attraverso un ugello di diametro D , che produce all'uscita dell'ugello un profilo di velocità approssimativamente a forma di *top hat* (come illustrato nella sezione successiva), con velocità di uscita pari a U_0 (*bulk velocity*). In Fig. 1.1 il getto proveniente dall'ugello si immette in un ambiente dello stesso fluido, che è in quiete. Il flusso è statisticamente stazionario, assial-simmetrico e incompressibile. Di conseguenza, le statistiche dipendono dalle coordinate assiale e radiale (x e r), ma sono indipendenti dal tempo e dalla coordinata angolare θ . In un esperimento ideale, il flusso è completamente definito da U_0 , D e ν , e quindi l'unico parametro adimensionale è il numero di Reynolds, definito come $Re = \frac{U_0 D}{\nu}$.

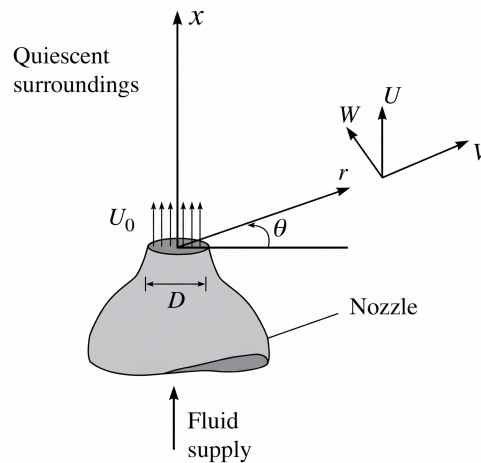


FIGURA 1.1: Schematizzazione di un getto circolare, con sistema di riferimento polare; adattato da [1].

Nel getto turbolento a geometria circolare a Re moderati, la velocità media è prevalentemente nella direzione assiale, mentre quella radiale è relativamente piccola; il getto si espande gradualmente, ne segue che mediamente i gradienti assiali sono piccoli rispetto ai gradienti radiali.

Considerando la decomposizione alla Reynolds, secondo la quale una grandezza istantanea è data dalla somma del suo valor medio e delle sue fluttuazioni attorno al valor medio ($U(x, r, t) = \overline{U}(x, r) + u'(x, r, t)$), le componenti di velocità sono U, V, W , con $\overline{W} = 0$. Per questo tipo di flussi, le equazioni medie di continuità e quantità di moto assiale e radiale sono rispettivamente:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{V}}{\partial r} = 0, \quad (1.1)$$

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial r^2} \right) - \frac{\partial \overline{u'^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial r}, \quad (1.2)$$

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{V}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{V}}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial r^2} \right) - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial r}. \quad (1.3)$$

Queste equazioni valgono anche in regime laminare, per il quale gli sforzi di Reynolds si annullano. Adottando inoltre l'approssimazione di strato limite per getti, i termini con derivata assiale risultano trascurabili rispetto a quelli radiali. In tali ipotesi, l'equazione della quantità di moto in direzione radiale (1.3) si riduce a:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial r} = 0. \quad (1.4)$$

In corrente libera, con pressione $p_0(x)$, $\overline{v'^2} = 0$. Di conseguenza, l'equazione può essere integrata ottenendo:

$$\frac{\bar{p}}{\rho} = \frac{p_0}{\rho} - \overline{v'^2}, \quad (1.5)$$

e quindi il gradiente di pressione assiale è $\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{dp_0}{dx} - \frac{\partial \overline{v'^2}}{\partial x}$. Per flussi in correnti libere in quiete o uniformi, il gradiente di pressione $\frac{dp_0}{dx}$ è nullo. In generale, $\frac{dp_0}{dx}$ è dato dall'equazione di Bernoulli in funzione della velocità di corrente libera [1].

Per flussi statisticamente bidimensionali, assialsimmetrici, stazionari, confinati da fluido in quiete o da una corrente uniforme, le equazioni di moto di un getto turbolento consistono nell'equazione di continuità e nell'equazione della quantità di moto assiale scritte in funzione di r , rispettivamente:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \bar{V})}{\partial r} = 0, \quad (1.6)$$

$$\bar{U} \frac{\partial \bar{U}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \bar{U}}{\partial r} = \nu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \bar{U}}{\partial r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'v'}). \quad (1.7)$$

Assumendo trascurabile il termine viscoso, la distribuzione di pressione media invece è fornita dalla Eq.1.5.

Inoltre, moltiplicando per r e utilizzando l'equazione di continuità (1.6) per scrivere il termine convettivo in forma conservativa, l'equazione della q.d.m. in direzione assiale (Eq.1.7) risulta:

$$\frac{\partial}{\partial x} (r \bar{U}^2) + \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{U} \bar{V} + r \overline{u'v'}) = 0. \quad (1.8)$$

Integrando rispetto a r si ottiene:

$$\frac{d}{dx} \int_0^\infty r \bar{U}^2 dr = - \left[r \bar{U} \bar{V} + r \overline{u'v'} \right]_0^\infty = 0. \quad (1.9)$$

Dato che per r grande $\bar{U} \cdot \bar{V}$ tende a zero più rapidamente di quanto lo faccia r^{-1} , la portata di quantità di moto del campo medio è:

$$\dot{M}(x) \equiv \int_0^\infty 2\pi r \rho \bar{U}^2 dr. \quad (1.10)$$

Si evince dunque dall'eq.1.9 che la portata di quantità di moto si conserva: $\dot{M}(x)$ è indipendente da x . La stessa conclusione vale per tutti i getti che sfociano in ambienti in quiete o in correnti uniformi e per tutte le scie in correnti uniformi.

Le portate di massa $\dot{m}(x)$ e di energia cinetica $\dot{E}(x)$ associate al campo di velocità medio sono

$$\dot{m}(x) \equiv \int_0^\infty 2\pi r \rho \bar{U} dr, \quad (1.11)$$

$$\dot{E}(x) \equiv \int_0^\infty 2\pi r \rho \frac{1}{2} \bar{U}^3 dr. \quad (1.12)$$

All'aumentare di x , la portata in massa del getto cresce poiché, oltre alla portata iniziale $\dot{m}_0$, si verifica un fenomeno di trascinamento del fluido esterno in quiete. Questo processo porta ad un progressivo inspessimento del getto e alla formazione di una regione di mescolamento, come illustrato nella sezione seguente. L'energia cinetica invece decresce progressivamente, poiché si ha una dissipazione di energia dovuta all'evoluzione turbolenta del getto.

1.2 Struttura del campo di moto di un getto turbolento

Se si considera un getto sommerso in un fluido in quiete della stessa densità, al suo bordo si verifica un'elevata discontinuità di velocità tra il nucleo del getto e il fluido ambiente che genera uno strato di taglio assialsimmetrico. Procedendo a valle, lo strato di taglio si ispessisce e il gradiente di velocità si riduce, mentre le fluttuazioni turbolente e lo stress di Reynolds crescono a causa delle instabilità dello shear layer. Di conseguenza, dopo una prima regione a velocità costante, si ha un aumento di turbolenza e mixing tra il getto e il fluido esterno. Per effetto di tale mixing, procedendo a valle il getto si allarga radialmente mentre la velocità lungo x decresce: su larga scala è la manifestazione della conservazione della quantità di moto del getto, con crescita della portata in massa per sezione trasversale e pressione media interna prossima a quella ambiente. La Fig. 1.2 schematizza l'evoluzione assiale del getto: da un profilo iniziale idealmente uniforme, o *top-hat*, il campo di moto evolve attraverso una regione caratterizzata dallo sviluppo e dal mixing, fino a raggiungere più a valle una zona pienamente sviluppata.

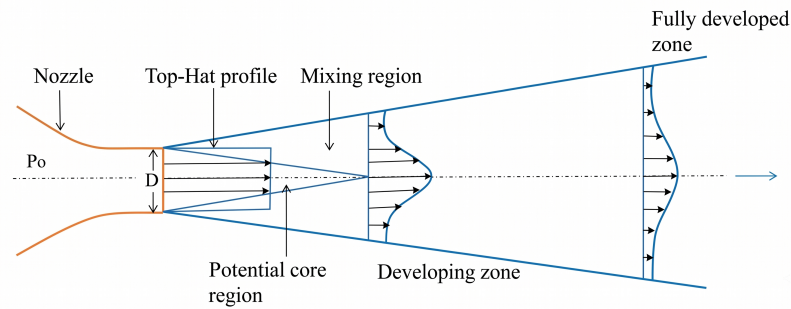


FIGURA 1.2: Rappresentazione schematica dei campi di velocità in uscita dal getto, adattato da [3].

In letteratura, all'uscita di un getto assialsimmetrico ad alto numero di Reynolds si distinguono tre regioni fondamentali:

Cuore potenziale (*potential core*)

Il profilo di velocità subito in uscita dall'ugello è tipicamente di forma top-hat (quasi costante all'interno, nullo all'esterno) e determina un cuore potenziale (Fig. 1.2), zona non ancora influenzata dall'azione viscosa nella quale il profilo di velocità è costante, pertanto il flusso è irrotazionale, inviscido e ammette potenziale [1], la velocità sull'asse è prossima alla velocità di uscita U_0 . Il bordo del potential core è inizialmente netto e separa il getto dal fluido esterno in quiete e la lunghezza dipende da geometria e condizioni di uscita, ma per getti circolari canonici è dell'ordine di $4-5 D$ [3, 1].

Con l'aumentare della distanza assiale x , quando l'azione viscosa inizia a influenzare questa zona, il profilo top-hat si riduce in estensione, lo strato di taglio s'ispessisce e compaiono le strutture proprie dell'instabilità di Kelvin-Helmholtz: il bordo del getto non è più netto e si osserva l'arrotolamento vorticoso che porta alla formazione di una regione di mescolamento tra il fluido esterno in quiete e il getto.

Regione di mescolamento (*mixing region*)

Oltre il cuore potenziale, la produzione di turbolenza è massima. Lo shear layer è sede di grandi vortici che, ruotando e traslando, convogliano fluido esterno e lo portano all'interno del getto: questo fenomeno, noto come mescolamento (*entrainment*) aumenta la portata in massa attraverso ogni sezione del getto [1]. Procedendo lungo x , lo spessore del getto aumenta linearmente. Nella mixing region (Fig. 1.2), i processi coerenti di grande scala sono ancora presenti, ma interagiscono con una moltitudine di scale minori via cascata turbolenta, fino a un equilibrio tra convezione e diffusione turbolenta che si ottiene nella regione autosimilare [1].

Dal punto di vista dei profili di velocità, la sezione trasversale del getto evolve da una forma top-hat a una forma regolare quasi Gaussiana, idealmente è perfettamente Gaussiana nella regione self-similare.

Regione autosimilare (*self-similar region*)

La self-similarity è un concetto importante che emerge in diversi contesti nello studio dei flussi turbolenti [1]. Per self-similarity si intende che, fissate scale caratteristiche per l'intensità e l'ampiezza spaziale del fenomeno, i profili osservati in posizioni diverse si

sovrappongono se adimensionalizzati, cioè collassano su un'unica curva e la dipendenza da due variabili si riduce a una sola variabile adimensionale.

Questa regione, schematizzata in Fig. 1.2, è caratterizzata dal fatto che la velocità lungo l'asse del getto decresce con una legge di potenza $U_c \sim x^{-1}$ [1]. A sufficiente distanza dall'uscita del getto, i profili medi di velocità diventano autosimilari, ovvero il profilo medio di velocità cambia ma non cambia la sua forma. Scelta una velocità caratteristica $U_c(x)$ (velocità nella centerline, $U_c(0) = U_0$) e una scala di larghezza $\delta(x)$ che indica lo spessore del getto (l'apertura fisica), i profili di velocità adimensionalizzati $\frac{U(x,r)}{U_c(x)}$ collassano su una curva universale, ben approssimata da una Gaussiana ed indipendente da x , se plottati con $\frac{r}{\delta(x)}$. [1].

In questa regione il getto è quindi completamente sviluppato (pienamente turbolento): la forma del profilo di velocità resta invariata, mentre variano solo le scale caratteristiche $U_c(x)$ e $\delta(x)$.

Per il getto circolare ad alto Re valgono le seguenti relazioni sperimentali [1]:

$$\delta(x) = S(x - x_0), \quad \frac{U_c(x)}{U_0} = \frac{B}{(x - x_0)/d}, \quad (1.13)$$

dove x_0 è l'origine virtuale del getto, S è il *linear spreading rate* e B è una costante di decadimento.

La conservazione della quantità di moto del getto implica che il flusso assiale di quantità di moto $M = \int_0^\infty 2\pi \rho U^2(x, r) r dr$ sia costante lungo x . Questo vincolo è compatibile con il profilo gaussiano autosimile e porta alle leggi (1.13), inoltre sostituendo nell'equazione di quantità di moto $U(x, r)$ con $U_c(x)f(\frac{r}{\delta})$ si ottiene che [1]:

$$\delta(x) U_c(x) \approx \text{costante con } x.$$

Ne segue che se $\delta(x)$ cresce, U_c decresce lungo x per mantenere il flusso di q.d.m. invariato. Queste variazioni mostrano l'indipendenza dal numero di Reynolds. Applicando la sostituzione alle equazioni di portata in massa (eq. 1.11) e di energia cinetica (eq. 1.12), dato che il prodotto $\delta(x) \cdot U_c(x)$ è indipendente da x , il flusso di portata di massa risulta linearmente proporzionale a $\delta(x)$ e quindi a x [1]; invece il flusso di energia cinetica risulta essere proporzionale ad $\frac{1}{x}$ [1]. Ciò conferma il continuo entrainment del getto.

L'ingresso nel regime autosimilare dipende dalle condizioni iniziali (geometria, profilo in uscita, livello di turbolenza) ed il collasso dei profili si osserva tipicamente per $x/D \gtrsim 25$.

E' importante notare che la self-similarità non riguarda solamente il profilo di velocità, ma è una condizione più generale che coinvolge anche altre grandezze caratteristiche del getto, come le statistiche del secondo ordine (varianza e fluttuazioni turbolente della velocità), l'energia cinetica turbolenta e gli stress di Reynolds (come illustrato nella sezione 1.4). Affinché il getto sia completamente self-similare, tutte queste quantità devono rispettare la condizione di autosomiglianza.

1.3 Instabilità di un getto turbolento

In un getto turbolento, a causa dei forti gradienti di velocità, lo shear layer è altamente instabile, le piccole perturbazioni vengono amplificate e portano quindi alla formazione di strutture coerenti sotto forma di anelli vorticosi che si arrotolano (*roll-up*) nello shear layer a qualche diametro dall'uscita. Tali vortici trasportano fluido del getto verso l'esterno e

allo stesso tempo fluido esterno verso l'interno del getto. Questo processo di entrainment aumenta il flusso di massa del getto, pur mantenendo costante la quantità di moto, ed è il meccanismo primario attraverso cui il getto scambia quantità di moto con l'ambiente. La generazione, la crescita e la successiva rottura di queste strutture sono alla base della produzione di turbolenza nel getto [4].

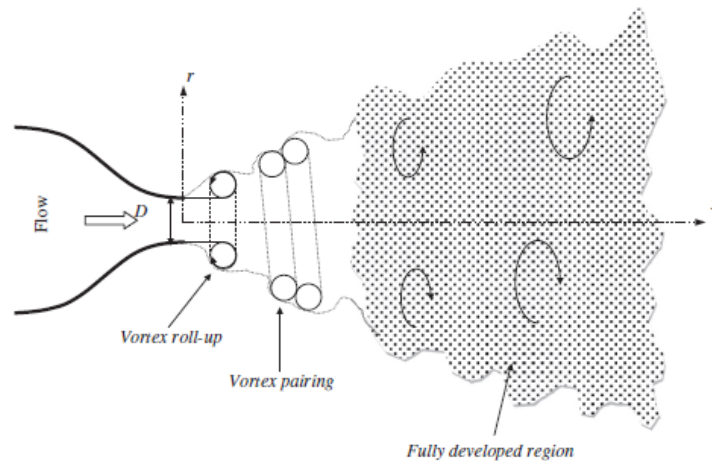


FIGURA 1.3: Tipiche instabilità del getto circolare turbolento [2].

Durante la loro evoluzione, gli anelli vorticosi interagiscono tra loro dando luogo al fenomeno di *pairing* (accoppiamento vorticoso): due vortici successivi si fondono creando una struttura vorticoso più grande. Il roll-up iniziale dello strato di taglio e il successivo pairing dei vortici (Fig. 1.3) caratterizzano la regione di sviluppo all'uscita del getto, e la loro intensità dipende dalle condizioni iniziali. Oltre agli anelli vorticosi e al loro pairing si generano anche strutture secondarie tridimensionali, in quanto la deformazione dei vortici coerenti genera instabilità secondarie che danno luogo a vortici in direzione *streamwise* [4].

I getti turbolenti liberi si comportano tipicamente come flussi convettivamente instabili. Questo significa che le perturbazioni introdotte nello strato di taglio vengono trasportate dal flusso principale verso valle, amplificandosi senza sostenersi indefinitamente in un punto fisso. L'instabilità convettiva dei getti si manifesta con onde che si propagano nello shear layer che crescono in ampiezza per un certo tratto e poi diminuiscono man mano che il profilo medio si allarga. Per un profilo di getto libero con punto d'inflessione, lo strato di taglio è localmente instabile a onde di tipo Kelvin–Helmholtz [5].

Instabilità di Kelvin–Helmholtz

L'instabilità Kelvin–Helmholtz (KH) è l'instabilità primaria dello shear layer: nasce dal punto di inflessione nel profilo di velocità del getto e si manifesta come onde convettive che si amplificano lungo la loro evoluzione; al crescere dell'ampiezza, tali onde vanno in roll-up e generano i caratteristici anelli vorticosi. La KH rappresenta la fonte primaria da cui si genera la cascata turbolenta in un getto libero.

Una volta che l'onda KH cresce a sufficienza, il suo comportamento entra in regime non lineare. In un getto turbolento, questo passaggio avviene generalmente a qualche diametro dal bordo d'uscita, non appena la perturbazione si trasforma in un vortice tridimensionale: l'onda KH si concentra in un nucleo a forma di anello vorticoso attorno al getto. Durante il roll-up, il vortice cattura fluido interno ed esterno al getto e crea una zona di

forte ricircolazione che accelera il mixing turbolento. Dopo il pairing, intervengono instabilità secondarie che crescono sulle deformazioni dello shear layer e la loro influenza cresce a numeri di Reynolds elevati.

In letteratura si trovano due principali instabilità secondarie in un getto turbolento [6]:

- Effetto di *lift-up*:

E' un effetto di amplificazione vorticoso che si manifesta attraverso la generazione di streaks ad alta/bassa velocità dovuti a vortici streamwise.

- Meccanismo di *Orr*:

Le perturbazioni inizialmente inclinate contro il gradiente di velocità possono essere raddrizzate dallo shear medio, crescendo in ampiezza per effetto indiretto (lift-up e trasferimento di energia cinetica dal flusso medio).

Tali instabilità secondarie portano rapidamente alla rottura del vortice: l'anello si frantuma in filamenti vorticosi più piccoli, l'energia delle strutture coerenti di grande scala viene trasferita a strutture turbolente disordinate di scale più piccole, che interagiscono caoticamente. Da questo punto il flusso presenta caratteristiche di turbolenza completamente sviluppata.

Infatti, nella regione autosimilare il flusso raggiunge un equilibrio statistico in cui l'energia turbolenta è trasferita lungo la cascata verso scale sempre più piccole fino alla dissipazione per effetto viscoso (scala di Kolmogorov). Nel campo lontano la turbolenza del getto perde memoria delle condizioni iniziali e assume caratteristiche universali, risultando priva di strutture periodiche distinguibili.

Durante lo sviluppo non lineare della KH, dal roll-up al pairing alla rottura dei vortici, avviene la maggior parte dell'entrainment turbolento del getto. Gli anelli vorticosi primari contribuiscono all'entrainment mentre si sviluppano, ma una volta che lo shear layer si attenua e i vortici iniziano a rompersi, il ruolo principale nel mescolamento passa ai vortici streamwise e alle altre piccole strutture presenti nella regione di mixing. L'instabilità KH è il motore che avvia questo meccanismo: generando le strutture vorticoso e la loro successiva rottura.

La presenza di strutture coerenti e di frequenze preferenziali nello shear layer motiva l'impiego di tecniche di decomposizione modale come *Proper Orthogonal Decomposition* (POD) e *Spectral Proper Orthogonal Decomposition* (SPOD), che permettono di isolare le componenti più energetiche del campo di moto e di associarle a frequenze caratteristiche [6]. In questo contesto è tipico adimensionalizzare la frequenza f delle strutture coerenti tramite il numero di *Strouhal*

$$St = \frac{f D}{U_0}, \quad (1.14)$$

dove D è il diametro dell'ugello e U_0 la velocità di bulk. Il numero di Strouhal rappresenta il rapporto tra la scala temporale convettiva del getto, D/U_0 , e la frequenza di oscillazione associata alla struttura coerente, consentendo di confrontare le dinamiche osservate indipendentemente da diametro e velocità di uscita e di metterle in relazione con i valori riportati in letteratura.

1.4 Grandezze turbolente

Nel flusso di un getto turbolento la velocità istantanea presenta intense fluttuazioni attorno al valore medio. La massima intensità di tali fluttuazioni si riscontra nello shear layer,

dove il gradiente di velocità è elevato. Ciò evidenzia la stretta correlazione fra campo medio e statistiche turbolente: zone di shear intenso corrispondono a produzione turbolenta intensa. Andando verso valle, nella regione di campo autosimilare, i profili normalizzati di velocità media e delle grandezze turbolente caratteristiche collassano su curve quasi universali se adimensionalizzati correttamente. Fintanto che il getto evolve, l'energia cinetica turbolenta viene continuamente prodotta nello shear layer e redistribuita sia verso l'interno sia verso l'esterno del getto, finché nella regione autosimile la produzione locale va idealmente in equilibrio con la dissipazione.

In questo contesto le grandezze turbolente, come stress di Reynolds ed energia cinetica turbolenta, descrivono come l'energia e la quantità di moto passano dal campo medio alle fluttuazioni e come tali fluttuazioni vengono trasportate e dissipate.

1.4.1 Stress di Reynolds

Applicando la decomposizione di Reynolds alle equazioni di Navier-Stokes, il termine convettivo non lineare introduce un accoppiamento tra moto medio e moto fluttuante tramite il tensore degli stress di Reynolds. Benché le fluttuazioni abbiano valore medio nullo, $\overline{u'} = 0$, il valore medio dei prodotti $\overline{u'v'}$ non è nullo: questi termini hanno le dimensioni di una velocità al quadrato e compaiono nell'eq. di quantità di moto media assiale (1.2) attraverso la divergenza $\partial_j \overline{u'v'}$. In pratica, $-\rho \overline{u'v'}$ rappresenta un flusso turbolento di quantità di moto che interagisce con il campo medio ed è dovuto all'inerzia del fluido fluttuante.

I termini diagonali del tensore rappresentano stress normali e i termini fuori diagonale rappresentano stress di taglio. Nel getto turbolento assialsimmetrico $\overline{u'w'}$ e $\overline{v'w'}$ sono nulli, quindi il tensore degli sforzi di Reynolds risultante è:

$$\overline{R}_{ij} = \begin{bmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & 0 \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & 0 \\ 0 & 0 & \overline{w'^2} \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

Quando ci si avvicina all'asse ($r = 0$), le componenti radiale V e trasversale W della velocità diventano indistinguibili. Di conseguenza, $\overline{v'^2}$ e $\overline{w'^2}$ sono uguali.

L'unico sforzo di taglio del getto è $\overline{u'v'}$: esso è responsabile del trasferimento di quantità di moto dall'asse verso l'esterno del getto e ne governa l'ispessimento. Sperimentalmente il suo picco d'intensità si trova nello strato di taglio interno (dove $\partial \overline{U} / \partial r$ è massimo) ed è correlato al gradiente di velocità media.

Nella regione autosimilare i profili radiali degli sforzi di Reynolds diventano auto-simili se adimensionati con la velocità caratteristica della centerline e con la lunghezza caratteristica dell'ispessimento del getto δ . Infatti, i profili di $\overline{u'v'} / U_0^2$ tracciati rispetto a r / δ collassano per tutti gli x oltre la regione di sviluppo. Da questi profili emergono due considerazioni importanti [1]:

1. Verso il bordo del getto, gli stress decadono rapidamente a zero dato che il fluido esterno è irrotazionale.
2. Gli stress mostrano una significativa anisotropia, evidente sia nelle componenti di taglio $\overline{u'v'}$ sia nelle differenze tra gli stress normali ($\overline{u'^2} > \overline{v'^2} \approx \overline{w'^2}$ in molte sezioni).

Gli sforzi di Reynolds sono quindi responsabili sia della produzione sia del trasporto di energia cinetica turbolenta.

1.4.2 Turbulent Kinetic Energy (TKE)

L'energia cinetica del fluido (per unità di massa) è

$$E(\mathbf{x}, t) \equiv \frac{1}{2} \mathbf{U}(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{U}(\mathbf{x}, t). \quad (1.16)$$

Attraverso la decomposizione di Reynolds l'energia istantanea gode di due contributi:

$$E(\mathbf{x}, t) = \bar{E}(\mathbf{x}, t) + k(\mathbf{x}, t), \quad (1.17)$$

$\bar{E}(\mathbf{x}, t)$ è l'energia cinetica del moto medio e $k(\mathbf{x}, t)$ è l'energia cinetica turbolenta.

L'energia cinetica turbolenta k determina la parte isotropa del tensore degli sforzi di Reynolds ($\frac{2}{3}k\delta_{ij}$) ed inoltre si riscontra che anche la parte anisotropa scala con k . Ne consegue che k è una grandezza di notevole importanza.

Infatti, il comportamento della turbolenza in un getto libero viene quantificato in dettaglio attraverso l'equazione di trasporto dell'energia cinetica turbolenta. Manipolando le RANS è possibile scrivere l'equazione per l'energia cinetica turbolenta k come:

$$\frac{\overline{D}k}{\overline{D}t} + \nabla \cdot \mathbf{T}' = P - \varepsilon \quad (1.18)$$

Essa presenta i termini di produzione, trasporto (per convezione e diffusione turbolenta) e dissipazione:

- T' rappresenta il termine di trasferimento di energia cinetica turbolenta definito come:

$$T'_i = \frac{1}{2} \overline{u'v'v'} + \frac{\overline{u'p'}}{\rho} - 2\nu \overline{v's'_{ij}}. \quad (1.19)$$

Dove s'_{ij} è la parte fluttuante del tensore del rateo di deformazione: $s'_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'}{\partial r} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)$.

Il termine di trasporto rappresenta la redistribuzione dell'energia turbolenta nello spazio ad opera delle stesse fluttuazioni (trasporto convettivo/turbolento) e delle fluttuazioni di pressione che tendono a diffondere k . Si può interpretare T come un flusso di energia cinetica turbolenta che si sposta dalle regioni di produzione verso le altre zone del flusso. In un getto turbolento, la maggiore produzione avviene nella regione di mescolamento, e parte di quell'energia turbolenta viene trasportata verso l'interno e verso l'esterno del getto.

E' importante osservare che nelle equazioni di bilancio il termine di trasporto turbolento compare come divergenza di un flusso, integrando quindi su una sezione completa del getto il contributo totale di T si annulla, dimostrando che questo termine non crea né dissipa energia, la trasporta.

- P rappresenta il termine di produzione di energia cinetica turbolenta, definito come:

$$P = - \overline{u'v'} \frac{\partial \bar{U}}{\partial r} \quad (1.20)$$

Nel getto libero la produzione di TKE avviene quasi interamente a spese del lavoro degli sforzi di Reynolds contro i gradienti di velocità media. Fisicamente, gli sforzi di Reynolds compiono un lavoro contro il gradiente di velocità $\partial \bar{U} / \partial r$, trasferendo

energia dal flusso medio alle fluttuazioni. La produzione è massima proprio dove il gradiente è massimo e $\overline{u'v'}$ elevato, cioè nello shear layer.

P è in generale positiva, e quindi rappresenta una sorta di sorgente nell'equazione di k . Tuttavia, nello sviluppo del getto la produzione locale tende a diminuire gradualmente a causa della dissipazione man mano che i gradienti di velocità si attenuano con l'allargamento del getto per azione viscosa.

- ε rappresenta la dissipazione di energia cinetica turbolenta, definita come:

$$\varepsilon = 2\nu \overline{s'_{ij}s'_{ij}} = \frac{1}{2}\nu \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial r} + \frac{\partial v'}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial u'}{\partial r} + \frac{\partial v'}{\partial x}\right)} \quad (1.21)$$

È il termine che dissipa l'energia turbolenta, trasformandola in calore per effetto della viscosità in corrispondenza delle piccole scale turbolente. Dalla definizione di ε si vede che la dissipazione è una quantità positiva. Inizialmente, nella regione di mixing, si genera una cascata di scale che porta a un rapido incremento della dissipazione. Nel campo lontano, la dissipazione diviene il fenomeno dominante: la regione autosimilare è controllata dalla dissipazione e le strutture turbolente perdono gradualmente energia fino ad attenuarsi del tutto per effetto viscoso. In condizioni statisticamente stazionarie, la dissipazione bilancia in media l'apporto di nuova energia dal termine di produzione: localmente $P \approx \varepsilon$ nella regione self-similare, e globalmente l'energia turbolenta totale del getto decresce solo per ulteriori effetti di dissipazione lungo il flusso.

Misure sperimentali hanno confermato che il profilo radiale di ε adimensionalizzato opportunamente in getti turbolenti liberi ha forma simile in diversi esperimenti e simulazioni, suggerendo un carattere universale a partire da una certa distanza del getto. Infatti, nelle sezioni precedenti si è discusso come il profilo di velocità $\overline{U}/U_0$ ed il profilo $\overline{u'v'}/U_0^2$ (come funzioni di $f = r/\delta$) sono auto-simili e indipendenti da Re (per x/d e Re sufficientemente grandi). È possibile dimostrare attraverso le medesime considerazioni che k/U_0^2 e $\frac{P}{U_0^3/\delta}$ sono anch'essi auto-simili e indipendenti da Re . Quindi, data l'equazione di k , poiché sia $\overline{Dk}/\overline{Dt}$ sia P scalano come U_0^3/δ , anche ε ha la stessa scalatura. Ne segue che la dissipazione di energia cinetica turbolenta è auto-simile, indipendente da Re [1].

Questo è stato confermato sia da esperimenti ad alti Reynolds che da simulazioni DNS a Re più bassi, tutti mostrano un collasso dei profili adimensionali di k e del tasso di dissipazione ε quando il getto è completamente sviluppato [2, 4, 7].

Capitolo 2

Event-based Imaging Velocimetry

L'*Event-based Imaging Velocimetry* (EBIV) è una tecnica ottica e non intrusiva per la misura di campi di velocità istantanei su regioni estese di un flusso. In configurazione planare fornisce campi bidimensionali e, con estensioni multi-camera, può essere generalizzata a misure tridimensionali. A differenza delle tecniche puntuali, EBIV (come la tecnica *Particle Image Velocimetry*) restituisce un'informazione spazialmente risolta sull'intero campo al tempo dell'acquisizione, risultando particolarmente efficace per lo studio di fenomeni transitori e non stazionari.

Alla base c'è un principio diverso dalla *Particle Image Velocimetry* (PIV) frame-based: il sensore ad eventi non misura livelli assoluti d'intensità a intervalli fissi, ma registra soltanto variazioni locali di intensità a livello di singolo pixel, quando viene superata una certa soglia di contrasto (nell'intervallo 10–20 %). Tale approccio a variazione di contrasto permette di avere una gamma dinamica molto ampia (fino a ~ 140 dB) utile in presenza di fogli di luce non uniformi e riflessi. Tale sensibilità a bassi livelli di intensità ne estende l'impiego per misure vicine a parete, essendo che quest'ultima ha uno sfondo costante, ed anche in situazioni in cui la quantità di luce non è tipicamente sufficiente per misure PIV convenzionali [8, 9].

In una camera ad eventi ogni pixel opera in autonomia e produce un evento positivo per un aumento di intensità luminosa o un evento negativo per una diminuzione. Gli eventi sono codificati secondo il formato *Address Event Representation* (AER) come:

$$E_i \equiv (x_i, y_i, t_i, p_i), \quad p_i \in \{+1, -1\}$$

dove:

- (x_i, y_i) : coordinate del pixel attivato;
- t_i : *timestamp* dell'evento riferito all'orologio globale del sensore; Un timestamp è una misura temporale, in genere codificata in rappresentazione binaria. È descritto da due parametri: l'intervallo massimo rappresentabile $t_{s,\max}$ e la risoluzione δt_s . Assumendo un contatore di L_{ts} bit, i valori possibili sono $\{0, \delta t_s, 2\delta t_s, \dots, t_{s,\max}\}$.
- $p_i \in \{+1, -1\}$: polarità, dove $p_i = +1$ indica un evento positivo e $p_i = -1$ un evento negativo, anche questa viene codificata come un singolo bit.

Poiché i pixel del rivelatore rispondono in modo indipendente, gli eventi compaiono in asincronia su tutta l'area del sensore, producendo un flusso continuo di dati.

Considerato il flusso da analizzare, la misura attraverso la tecnica EBIV procede, per un caso di analisi bidimensionale, come segue:

1. Seeding del flusso: Il fluido è seminato con particelle traccianti.

2. Illuminazione del piano di misura: Si impiega un lama di luce ottenuta con laser pulsato o un laser continuo.
3. Acquisizione attraverso il sensore event-based: una volta illuminato il piano di analisi ogni pixel del sensore emette un evento quando la variazione di intensità luminosa della particella tracciante supera la soglia, codificando $[x_i, y_i, p_i, t_i]$. Ciascun evento è asincrono e *time-stamped*.
4. Elaborazione dei dati: conversione dello stream di eventi in *pseudo-snapshot* sincronizzati e stima del campo di spostamento tramite correlazione (PIV-like).
5. Validazione e output: Si applicano controlli di qualità e si ottengono i campi di velocità istantanei per le analisi successive.

2.1 Seeding ed illuminazione

Per una corretta analisi è necessario garantire un'adeguata densità di traccianti e un campo luminoso che rendano le particelle ben visibili al sensore, producendo variazioni di contrasto nette senza artefatti ottici.

Perché le particelle traccianti riproducano fedelmente il moto del fluido, devono (1): avere densità il più possibile prossima a quella del fluido, così da annullare o minimizzare la velocità di caduta gravitazionale, e (2) rispondere rapidamente alle variazioni del flusso.

La rapidità di risposta delle particelle traccianti è descritta dal tempo di rilassamento (per piccole particelle in regime di Stokes):

$$t_p = \frac{\rho_p d_p^2}{\mu_f},$$

che misura quanto rapidamente una particella risponde alle variazioni di velocità del fluido. Confrontando t_p con una scala temporale caratteristica del flusso t_0 (ad es. il tempo di convezione) si definisce il numero di Stokes:

$$\text{St}_k = \frac{t_p}{t_0}.$$

Per garantire che le particelle seguano fedelmente il flusso si deve avere che $\text{St}_k \ll 1$ (quindi $t_p \ll t_0$): in tal caso l'inerzia delle particelle introduce ritardi trascurabili e la particella segue il flusso senza perturbarne la dinamica.

La sorgente di illuminazione può essere costituita da un laser pulsato oppure da una sorgente continua modulata. Nel presente lavoro si utilizza illuminazione pulsata, per lo stesso motivo per cui essa viene impiegata nella PIV convenzionale: è necessario congelare la posizione delle particelle in istanti temporali ben definiti. Con illuminazione continua, infatti, le particelle in movimento genererebbero tracce allungate, o *streaks*, che non rappresentano correttamente una distribuzione istantanea di particelle e possono degradare la correlazione.

Gli impulsi luminosi permettono invece di ottenere immagini di particelle localizzate, separate da un intervallo temporale noto Δt . Gli pseudo-snapshot ricostruiti a partire dagli eventi possono quindi essere elaborati mediante algoritmi di correlazione analoghi a quelli impiegati nella PIV classica [10].

In modalità pulsata la ricostruzione degli pseudo-snapshot è legata alla frequenza degli impulsi laser, come illustrato in Fig. 2.1. A causa della latenza, gli eventi compaiono solo dopo che un impulso illumina la scena. Se la latenza è inferiore all'intervallo di pulsazione, ogni evento può essere associato univocamente all'impulso che lo precede, mitigando l'incertezza dovuta alla latenza di rilevazione della camera. Se invece la latenza supera l'intervallo di pulsazione, gli eventi di un impulso ricadono nell'intervallo successivo, introducendo ambiguità temporali.

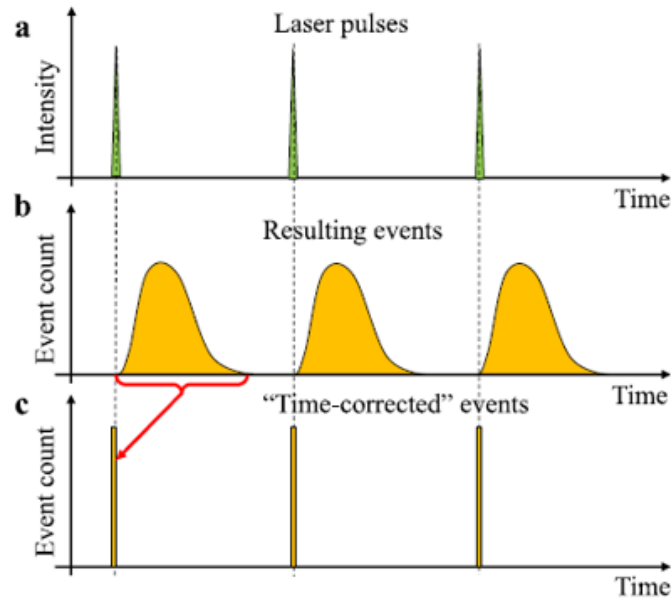


FIGURA 2.1: Imaging event-based con illuminazione pulsata: (a) impulsi laser; (b) eventi risultanti; (c) eventi associati all'istante dell'impulso. Da [10].

Rispetto all'imaging convenzionale a frame, la stima della densità d'immagine dai dati di eventi richiede un approccio diverso, perché le particelle appaiono in istanti distinti. Ci si riferisce quindi a una densità di immagini di particella per pixel e per unità di tempo (ppp). A seconda dello scattering e delle condizioni di ripresa, una singola particella illuminata può generare più eventi, distribuiti sia nello spazio sia nel tempo. Una volta raccolti nello pseudo-snapshot, tali eventi formano un cluster di pixel che rappresenta l'immagine della particella. Il conteggio dei cluster consente quindi di stimare la densità d'immagine in ppp.

I parametri degli impulsi (frequenza, durata ed energia dell'impulso) sono scelti per generare variazioni di intensità luminosa ben definite e ripetibili, così da comprimere gli eventi in *burst* compatti e ben separati. La scelta della frequenza di pulsazione è dettata dalla latenza effettiva del sistema: l'intervallo tra due impulsi deve superare la coda del burst, altrimenti gli eventi finiscono nell'intervallo successivo. A parità di capacità di *readout*, frequenza di pulsazione del laser (f_p) e densità di particelle per pixel (ppp) sono correlati: aumentando f_p lo stesso numero di eventi al secondo viene distribuito su più pseudo-snapshot, quindi il numero di immagini di particella osservabili per pseudo-snapshot diminuisce; viceversa, con f_p più bassa si possono sostenere pseudo-snapshot più densi prima di avvicinarsi al limite di *event-rate* del sensore.

2.2 Sensore *event-based*

Nei sensori a eventi si distinguono due famiglie di pixel: il *Dynamic Vision Sensor* (DVS) e l'*Asynchronous Time-based Image Sensor* (ATIS) [11]. Il DVS è un rivelatore di contrasto temporale (CT): emette un evento in Address–Event Representation, $[x, y, t, p]$, quando la variazione di contrasto locale supera la soglia, fornendo coordinate, timestamp e polarità ma non l'intensità assoluta. L'ATIS integra al rivelatore di cambiamento un modulo di misura di esposizione che, tramite intervalli tra due eventi successivi, fornisce anche un'informazione legata all'intensità locale (*grayscale*). Nel contesto EBIV, l'elaborazione fa uso degli eventi in formato AER, quindi l'informazione di intensità propria dell'ATIS non è richiesta.

Ogni pixel della fotocamera ad eventi è composto da un fotodiodo con un'unità adiacente di rilevamento delle variazioni di contrasto e da un'unità logica, come illustrato in Fig. 2.2. I fotoni del laser raccolti dal fotodiodo inducono una fotocorrente, che viene convertita in tensione. Il logaritmo di questa tensione è fornito all'unità di rilevamento del contrasto, che permette di innescare eventi di rilevamento del contrasto (CD) al superamento di una soglia relativa prefissata. Un'unità comparatrice distingue tra eventi di variazione d'intensità positivi e negativi, dove "positivo" indica un aumento di intensità (evento *On*) e "negativo" indica una riduzione dell'intensità (evento *Off*). Quando un pixel rileva un evento positivo o negativo, l'unità logica invia una richiesta di conferma ai monitor degli eventi del rivelatore, detti *arbiters*, i quali registrano l'evento e lo trasmettono nello stream di uscita includendo il timestamp t_i , la polarità p_i e le coordinate del pixel (x_i, y_i) . Dopo che l'evento è stato confermato, l'unità logica resetta la parte rivelatrice del pixel, consentendo la cattura di un nuovo evento [10].

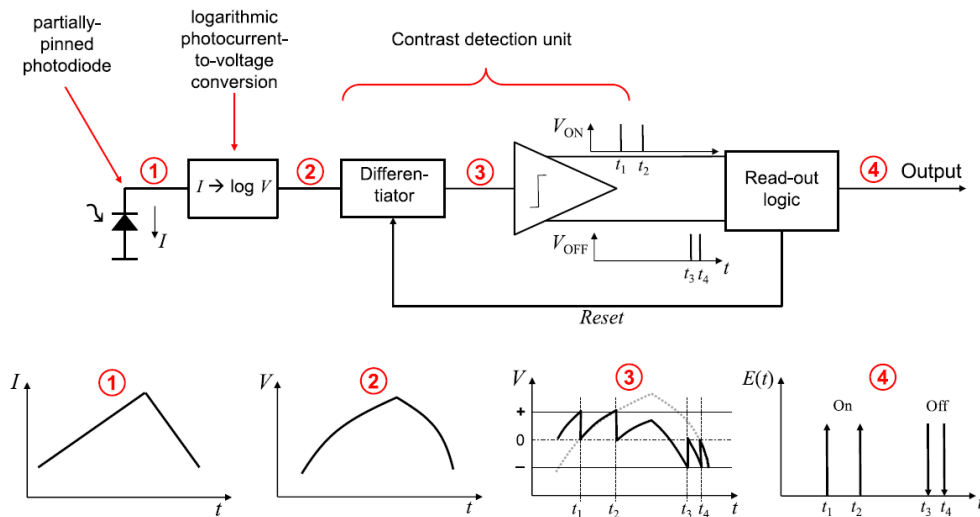


FIGURA 2.2: Schema di un pixel in un sensore ad eventi e processo di elaborazione del segnale [10].

2.2.1 Readout asincrono (AER)

Come negli imager classici, il modulo di readout di un sensore a eventi è organizzato come una matrice 2D di tipo RAM. A differenza dei sensori *frame-based*, però, i pixel operano individualmente e in modo asincrono: quando rilevano un evento positivo o negativo, richiedono direttamente il permesso di emettere i propri dati al modulo di lettura. Se

due (o più) pixel inviano simultaneamente una richiesta di accesso occorre stabilire quale servire per primo. Tale decisione è affidata al modulo *arbiter* che serializza le richieste secondo il workflow che segue.

La procedura di lettura asincrona è la seguente (Fig. 2.3). Un pixel attivato in (x, y) invia una *row request* (RR) e una *column request* (CR). Le richieste sono riconosciute in successione mediante i segnali di *acknowledge* di riga e colonna (RA, CA), emessi dai rispettivi arbitri; in parallelo, l'encoder di indirizzo codifica la riga/colonna selezionate. Questa modalità di comunicazione richiesta-conferma è chiamata *handshaking* [10].

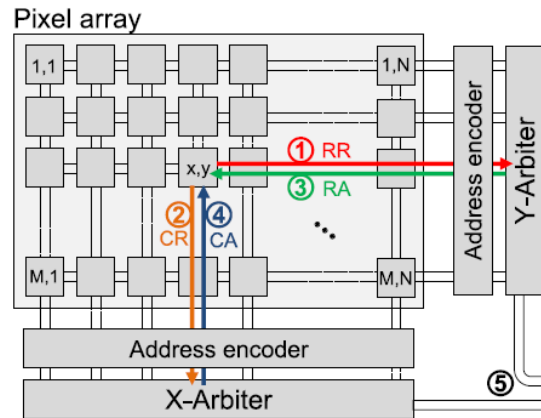


FIGURA 2.3: Sistema di readout di un sensore ad eventi [10].

Completato l'*handshaking* su riga e colonna, l'evento viene inoltrato sul bus di uscita secondo il formato (AER), includendo coordinate (x_i, y_i) , polarità p_i e timestamp t_i .

Implementazioni diverse adottano architetture differenti come soluzioni *single-arbiter* che assegnano lo stesso timestamp agli eventi appartenenti alla medesima riga; tale principio "*first-come-first-served*" tipico delle architetture di readout è una delle principali fonti della latenza intrinseca del sistema.

Gli arbitri bidimensionali sono normalmente realizzati con circuiti asincroni: a differenza dei sistemi sincroni, i blocchi combinatori si coordinano mediante il solo *handshaking*, senza un clock globale. L'assenza di clock consente di ridurre sensibilmente il consumo di potenza, evitando commutazioni superflue dei registri.

2.2.2 Latenza dei sensori *event-based*

Nel contesto EBIV la latenza è l'intervallo tra l'insorgere della variazione di contrasto sul fotodiodo e l'istante in cui l'evento viene effettivamente riconosciuto e marcato a tempo dall'unità logica. Essa consiste di due contributi [10]: (i) la *pixel latency*, dovuta ai sotto-blocchi del pixel (stadio logaritmico, comparatore e logica), che introduce anche *jitter* per disomogeneità tra pixel; (ii) la *system latency*, introdotta dall'architettura di readout e, in particolare, dagli arbiters. Un incremento del numero di eventi per unità di tempo porta gli arbiters verso la saturazione, provocando un ritardo tra il time-stamp assegnato all'evento e la sua effettiva occorrenza, con possibili serie di eventi aventi lo stesso time-stamp e perdita di informazione temporale nei relativi istogrammi.

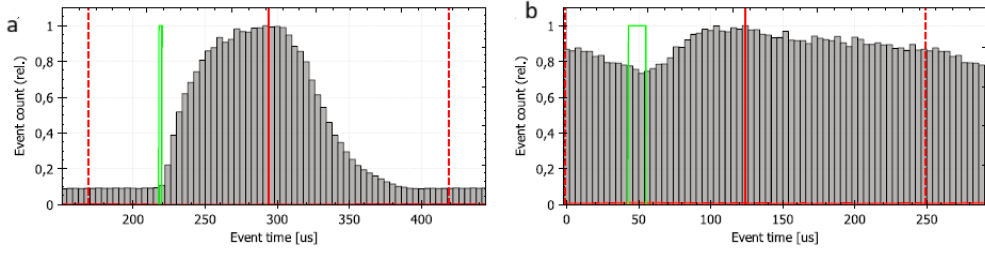


FIGURA 2.4: Istogramma temporale degli eventi. In figura (a): regime non saturo con burst netti di eventi; in figura (b): saturazione degli arbiters con perdita del pattern a picchi [10].

L'illuminazione pulsata è lo strumento più efficace sia per misurare sia per mitigare gli effetti della latenza. I puls di luce scandiscono finestre temporali nelle quali il sensore genera eventi: gli istogrammi dei time-stamp mostrano quindi dei picchi netti allineati al trigger ottico, se questo è registrato nello stream (Fig. 2.4a). Se la latenza è più breve del periodo di pulsazione e quindi della frequenza del laser, gli eventi possono essere univocamente associati al lampo precedente e marcati tutti con lo stesso timestamp di riferimento, riducendo l'incertezza temporale; se invece la latenza va oltre l'intervallo fra due impulsi, gli eventi cadono nella finestra successiva introducendo ambiguità, che l'istogramma mostra come allargamento o scomparsa dei picchi (Fig. 2.4b).

Il controllo della latenza è dettato dal tasso di eventi affinché non si saturino gli arbiters e quindi si può agire su tre parametri di controllo accoppiati: (i) potenza/optica del lama di luce, (ii) ppp e (iii) *region of interest* (ROI). Aumentare l'energia di impulso o la ppp accresce gli eventi per unità di tempo e può portare alla saturazione degli arbiters con la correlazione che perde di affidabilità. Per mitigare questo effetto si può ridurre l'intensità ottica o ppp. In alternativa è possibile restringere la ROI: diminuendo il numero di pixel, si abbassa il carico di gestione di eventi sul canale di arbitraggio e si aumenta il numero sostenibile di eventi per pixel.

In letteratura, la riduzione di ROI è associata a un incremento della ppp efficace e a un netto restringimento dei burst temporali, coerente con la maggiore efficienza degli arbiters su un sottoinsieme di righe/colonne. La ROI ha un ulteriore effetto positivo: a parità di condizioni ottiche, consente di lavorare con una ppp più alta senza superare il massimo di eventi gestibili, migliorando al contempo la risoluzione spaziale e la qualità della correlazione attraverso le finestre d'interrogazione più piccole.

Oltre alla struttura di readout, anche i *bias* del sensore (soglie positiva/negativa di rivelazione e periodo refrattario) influenzano sensibilità e latenza. Infatti, regolando tali bias, è possibile ottimizzare il flusso dati non contando gli eventi di contrasto negativi e contando quelli positivi; in questo modo la densità dell'immagine per particella aumenta, fino a raddoppiare quando si acquisiscono solo eventi positivi.

2.3 Pre-processing dei dati di un sensore *event-based*

Nel dominio della computer vision sono stati sviluppati numerosi algoritmi di *optical flow* sia per sequenze frame-based sia, più recentemente, per dati a eventi [12]. Il trasferimento diretto degli algoritmi classici ai dati a eventi è però solo parziale, poiché gli approcci consolidati si basano sull'ipotesi di intensità luminosa costante, caso opposto della tecnica basata ad eventi. Per EBIV è preferibile operare direttamente sugli eventi, evitando la

ricostruzione d'intensità. I dati di eventi generano campi di moto che sono sparsi (solo sui pixel attivi), questo rende la stima di velocità variabile in modo continuo nel volume campionato, in analogia alla tecnica PIV.

2.3.1 Dal file RAW agli *pseudo-snapshot*

Si parte dal file RAW in uscita dalla camera a eventi, che contiene la sequenza temporale di record AER (x_i, y_i, t_i, p_i) . Nel caso di illuminazione pulsata, come visto, il trigger associato al laser fornisce il riferimento temporale per la costruzione degli *pseudo-snapshot*. Per ogni impulso di illuminazione, si costruisce uno *pseudo-snapshot* binario: una matrice di dimensioni $N_x \times N_y$ (con N_x numero di pixel in x ed N_y numero di pixel in y) inizialmente fatta di zeri, in cui si imposta a 1 ogni pixel che ha ricevuto almeno un evento positivo nel tempo di accumulo assegnato a quel frame.

Per ottenere un campionamento robusto degli eventi, lo stream viene elaborato in due iterazioni successive:

- Nella prima iterazione si leggono i trigger degli impulsi laser per determinare dove suddividere lo stream in *pseudo-snapshot*. Scorrendo l'intero file si individuano gli eventi di trigger e si costruiscono due liste ordinate con gli istanti di salita (t_0) e di discesa (t_1). Per ciascun indice i , la coppia $(t_0[i], t_1[i])$ definisce la finestra di accumulo dell' i -esimo *pseudo-snapshot*.
- Nella seconda passata si scorre nuovamente lo stream per generare un'immagine per ciascuna finestra $[t_0, t_1]$, raccogliendo per ogni evento le coordinate del pixel attivato (x_i, y_i) , la polarità p_i e il timestamp t_i .

Per ogni finestra si ricostruisce quindi la maschera logica

$$\mathcal{M} = \{(x_i, y_i, t_i, p_i) \mid t_0 \leq t_i < t_1 \wedge p_i = +1\},$$

con cui si selezionano i soli eventi positivi ricadenti nella finestra: le coordinate (x_i, y_i) così individuate corrispondono ai pixel da attivare. In pratica si inizializza una matrice $N_x \times N_y$ di zeri (0 = nessuna attivazione) e si pone a 1 ogni pixel selezionato dalla maschera. Il risultato è un frame binario contenente i soli pixel attivati nella finestra temporale considerata. Le finestre vengono elaborate in sequenza e in modo indipendente, così che gli eventi assegnati al frame i non influenzino il frame $i+1$.

2.4 Processing degli *pseudo-snapshot*

La tecnica PIV misura il campo di moto confrontando immagini di particelle acquisite a tempi successivi. Nel caso EBIV, lo stream asincrono di eventi viene prima convertito in *pseudo-snapshot* sincronizzati all'illuminazione pulsata; tali *pseudo-snapshot* vengono quindi trattati come immagini PIV equivalenti e processati tramite algoritmi di correlazione [8, 10, 13].

2.4.1 Algoritmo di correlazione

Secondo il principio della correlazione incrociata su cui si basano gli algoritmi PIV [14], ciascun frame viene suddiviso in piccole porzioni quadrate chiamate finestre di interrogazione. Per ogni finestra dell'immagine al tempo t e la corrispondente finestra nella successiva immagine a $t + \Delta t$, si calcola la mappa bidimensionale di cross-correlazione,

definita in generale come:

$$R(\Delta x, \Delta y) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M I(i, j) I'(i + \Delta x, j + \Delta y) \quad (2.1)$$

dove $I(i, j)$ è l'intensità del pixel (i, j) nella finestra al tempo t e I' l'intensità nella finestra al tempo successivo. Si trasla quindi la seconda finestra rispetto alla prima di un certo offset $(\Delta x, \Delta y)$ e si misura il livello di somiglianza sovrapponendo le distribuzioni di intensità (moltiplicando pixel a pixel e sommando): quando le strutture di particelle coincidono, la somma dei prodotti (cioè R) raggiunge un massimo. Il picco della funzione di correlazione indica quindi lo spostamento medio delle particelle in quella finestra tra i due istanti considerati. Questo processo è illustrato concettualmente in Fig. 2.5 dove il picco individuato corrisponde allo spostamento cercato, da cui poi si ricava il vettore velocità dividendo per Δt e convertendo in unità fisiche note tramite fattore di calibrazione spaziale.

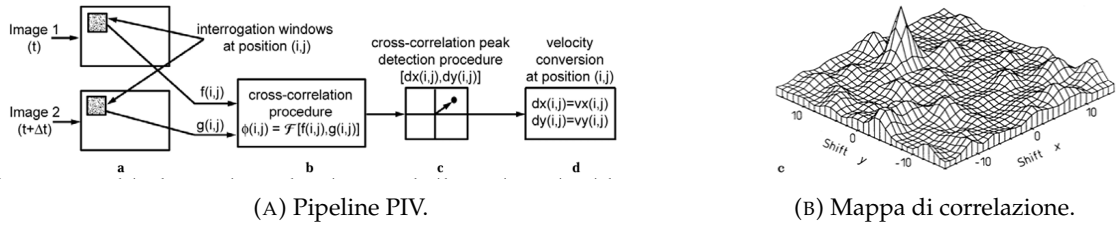


FIGURA 2.5: (a) Schema della pipeline PIV; (b) esempio di mappa di correlazione su una finestra di interrogazione [14].

L'*overlap* (la sovrapposizione delle finestre, tipicamente 50% o 75%) aumenta la risoluzione spaziale del campo di velocità finale, producendo vettori su una griglia più fitta, il che porta ad un costo computazionale maggiore.

Per ottimizzare la correlazione, si applicano spesso finestre di pesatura (*weighting windows*) all'interno di ciascuna area di interrogazione, ad esempio un profilo di Hanning, Blackman o Gauss centrato nella finestra. Questo attenua i bordi (riducendo le discontinuità) e dà maggior peso alle particelle al centro della finestra, migliorando l'identificazione del picco di correlazione principale. Tali tecniche riducono artefatti dovuti a pattern ripetitivi o aliasing periodico (soprattutto quando si usa la correlazione via FFT, *FFT-based Cross-Correlation*). Infatti, il calcolo della cross-correlazione può essere implementato nel dominio della frequenza sfruttando la trasformata di Fourier [14]: invece di eseguire direttamente N_f^2 (con N_f numero di finestre d'interrogazione) operazioni per ogni spostamento, si effettua la FFT di entrambe le finestre e si moltiplica la prima trasformata per il complesso coniugato della seconda; il campo di correlazione $R(\Delta x, \Delta y)$ si ottiene quindi con una singola trasformata inversa del risultato di questo prodotto. In tal modo, il costo computazionale scende, rendendo possibile analizzare migliaia di finestre rapidamente.

Approccio *multi-pass* iterativo e correlazione *multi-frame*

Una singola iterazione di correlazione con finestre fisse potrebbe non stimare con precisione spostamenti ampi o distribuiti non uniformemente. Per questo, gli algoritmi PIV moderni adottano uno schema *multi-pass* iterativo [15]: si effettua una prima correlazione con finestre relativamente grandi per ottenere spostamenti approssimati, poi si raffinano

i risultati in iterazioni successive riducendo la dimensione della finestra e aumentando la risoluzione. Ad ogni iterazione, è possibile utilizzare i vettori ottenuti per traslare o deformare le finestre nella nuova iterazione: il secondo frame (o entrambi) vengono traslati localmente secondo i vettori trovati, allineando le particelle e ricalcolando la correlazione residua su finestre più piccole. Questo metodo di deformazione iterativa delle immagini migliora la stima in presenza di forti gradienti di velocità o deformazioni del flusso, perché mantiene le particelle all'interno delle stesse finestre tra un passaggio e l'altro. Inoltre, è possibile impiegare anche tecniche multi-griglia (*multi-grid*), creando una piramide di immagini a diversa risoluzione, dove si analizza prima l'immagine a risoluzione ridotta e poi si raffina il campo sulle immagini via via più dettagliate. Lo schema multi-pass produce un campo vettoriale più accurato e risolto, minimizzando errori da grandi spostamenti e aumentandone la robustezza.

In alcuni casi risulta vantaggioso accumulare informazione su più di due frame per stimare il campo di velocità. Si parla allora di algoritmo *multi-frame*, dove la correlazione incrociata viene estesa a insiemi di N frame contigui invece che alla singola coppia. Una tecnica comune è *l'ensemble cross-correlation* [14]: si sommano tra loro le mappe di correlazione ottenute da coppie di frame successivi all'interno di un blocco temporale, oppure si media la correlazione di più immagini combinate. L'effetto del multi-frame è di rafforzare il segnale di correlazione: sommando informazioni di più istanti, i picchi veri (persistenti nel tempo) si sommano costruttivamente, mentre il rumore tende a mediarsi, producendo un rapporto segnale-rumore più alto. Questo migliora la risoluzione spaziale in condizioni di bassa densità di particelle e mitiga i vettori sbagliati dovuti a frame singoli.

Stima sub-pixel dello spostamento

Una volta ottenuta la mappa di correlazione per ciascuna finestra, il massimo identificato non cade in generale esattamente al centro di un pixel. Per raffinare la precisione del risultato, solitamente si esegue una stima sub-pixel della posizione del picco di correlazione [16]: si considera il picco di correlazione individuato e i valori attorno ad esso e si adatta una curva interpolante per individuare il massimo continuo. Un metodo comune è il fit parabolico a 3 punti: si prendono i valori del picco e dei pixel adiacenti nelle direzioni x e y , e si interpola con una parabola per ogni direzione per stimare dove si troverebbe il vero massimo continuo. In alternativa, si può fare un fit gaussiano locale sui 3 punti (il picco e i due adiacenti in ciascuna direzione) assumendo che il profilo del picco di correlazione abbia forma approssimativamente gaussiana. Entrambi gli approcci in genere forniscono una stima dello spostamento con precisione dell'ordine di 0.1 px o migliore, a seconda della qualità delle immagini. La scelta tra fit parabolico o gaussiano incide su accuratezza e bias: il fit gaussiano tende a ridurre alcuni bias in presenza di rumore, mentre il parabolico è più semplice e talvolta adeguato per segnali puliti.

L'affidabilità della stima sub-pixel dipende criticamente da quanto bene il picco è campionato sulla griglia discreta. Quando il diametro immagine della particella è dell'ordine di 1 px o inferiore, la particella cade su uno o pochi pixel e l'informazione di posizione sub-pixel si perde. La correlazione vede quindi un picco molto appuntito, concentrato su una singola cella: la funzione di correlazione è mal campionata e la stima sub-pixel introduce un errore periodico in funzione dello spostamento vero, preferendo valori interi e seminteri di pixel. Questo fenomeno prende il nome di *peak-locking* [9, 16].

Nel caso EBIV il problema è amplificato: gli pseudo-snapshot sono per costruzione binari e quindi privi di gradazioni di intensità. Ne segue che le particelle appaiono come tracce

estremamente sottili, il picco di correlazione diventa molto appuntito e la stima sub-pixel, se applicata direttamente a queste immagini, tende a fissare gli spostamenti sul reticolo dei pixel.

La strategia più efficace consiste nell'applicare uno smoothing Gaussiano agli pseudo-snapshot nel piano immagine prima di qualunque interpolazione geometrica, in modo da ottenere spot con profilo morbido e diametro apparente 2–3 px, condizione che stabilizza la correlazione e rende affidabile l'interpolazione sub-pixel [9, 10].

Validazione e filtraggio dei vettori

Il passo finale della pipeline EBIV è la validazione del campo vettoriale ottenuto, ossia l'individuazione ed eventuale correzione dei vettori spurii o non fisicamente plausibili. Per assicurarsi che il campo finale sia coerente, si applicano vari controlli di qualità sui vettori:

- Test del rapporto di picco (SNR) e altezza del picco: Per ogni finestra di interrogazione si possono definire due indicatori complementari della qualità della correlazione. Il primo è l'altezza del picco principale, cioè il coefficiente di cross-correlazione normalizzato (CC), che misura quanto le due finestre si somigliano. Il secondo è il rapporto segnale-rumore (SNR), definito come rapporto tra l'altezza del picco di correlazione principale e quella del secondo picco più alto presente nella mappa. Un valore SNR alto (tipicamente > 2 o > 3 , a seconda dei criteri) segnala un singolo spostamento prevalente, mentre un SNR basso (~ 1) indica che l'algoritmo di correlazione non ha trovato un picco netto, con due o più spostamenti compatibili o molto rumore di fondo.

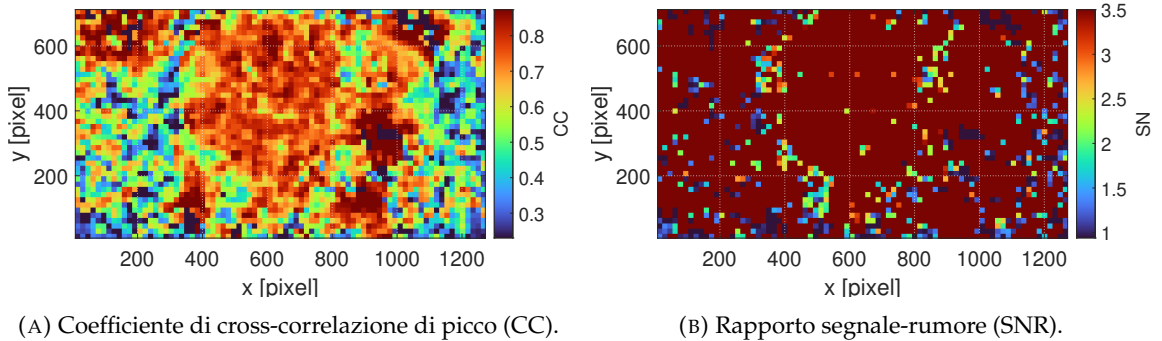


FIGURA 2.6: Mappe di qualità della correlazione sull'intero campo inquadrato, per una singola coppia di pseudo-snapshot: (a) coefficiente di cross-correlazione di picco e (b) rapporto tra picco principale e secondo picco (SNR), valutati per ogni finestra di interrogazione. I valori elevati indicano correlazioni nette e stime affidabili; i valori bassi individuano i vettori da validare.

Entrambi gli indicatori possono essere rappresentati come mappe di campo della stessa dimensione della griglia vettoriale (Fig. 2.6): a ciascuna finestra è associato il rispettivo valore di CC (a) o di SNR (b). Queste mappe aiutano a valutare l'affidabilità locale delle misure: le zone a bassa qualità corrispondono tipicamente a regioni con poche particelle, velocità molto variabile nella finestra o riflessi. Se il picco principale non è sufficientemente dominante (ad esempio $\text{SNR} < 1.5$), il vettore viene marcato come inaffidabile e scartato o rimpiazzato.

- Filtro di range globale: si eliminano a priori vettori con modulo o direzione impossibili rispetto alla fisica del problema o ai limiti strumentali.
- Filtro di continuità locale (filtro mediano): è il metodo più diffuso per individuare outlier locali. Si confronta ogni vettore con i vicini circostanti: se un vettore differisce significativamente dai valori dei suoi vicini, è probabile che sia sbagliato. Nello specifico, il criterio mediano normalizzato [17] calcola la differenza tra il vettore e la mediana dei N vettori adiacenti e la rapporta alla deviazione mediana assoluta; se questo rapporto supera una soglia (tipicamente 2 o 3), il vettore è marcato come *outlier*.

Dopo l'individuazione degli outlier, il software in genere sostituisce i vettori spuri con valori interpolati dai vicini validi. Ciò produce un campo completo pronto per le analisi successive.

Un ultimo criterio pratico nella stima di spostamenti PIV è la “regola di un quarto”: affinché la correlazione dia risultati affidabili, lo spostamento atteso non dovrebbe superare circa $1/4$ della dimensione della finestra di interrogazione. Se le particelle si muovono di più di un quarto del lato della finestra, significa che una porzione significativa di particelle esce dalla finestra (perdita di correlazione) e il picco diventa debole o ambiguo. Pertanto, in fase di esperimento si sceglie Δt e la dimensione delle finestre in modo da rispettare tale criterio. In ambienti EBIV, grazie all'alta frequenza di campionamento, è spesso possibile ridurre Δt così che anche movimenti rapidi risultino piccoli in pixel per frame, soddisfacendo tale criterio.

2.4.2 Altri algoritmi in letteratura

In condizioni di illuminazione continua o se si desidera stimare il moto direttamente dallo stream, senza passare dagli pseudo-snapshot binari, in letteratura si trovano due algoritmi principali [13, 18, 19]:

- Algoritmo *Motion Compensation*: l'idea è stimare un vettore di velocità locale $\mathbf{V} = [dx/dt, dy/dt]$ che, applicato come shear/warping lineare a un sottovolume pre-stabilito $x-y-t$, riallinei le tracce evento delle particelle. Concettualmente si può pensare a scegliere una direzione di vista sul volume tale da far convergere gli eventi in un piccolo *cluster*. Operativamente si lavora per *block-matching* su sotto-volumi di estensione X, Y nello spazio e durata T nel tempo, assumendo moto localmente lineare: si sceglie un dominio di ricerca per V e l'allineamento ottimale dei dati evento si ottiene quando, nel dominio deformato, si massimizza la varianza (cioè il contrasto è massimo una volta rimossa la sfocatura da moto). Il metodo è robusto su segnali sparsi e resta vicino alla cinematica reale, evitando la ricostruzione d'intensità, può però indurre rumore come *clustering* e *peak-locking* e richiede di adattare dimensione del blocco e di scegliere opportunamente il dominio della velocità in presenza di forti gradienti di quest'ultima.

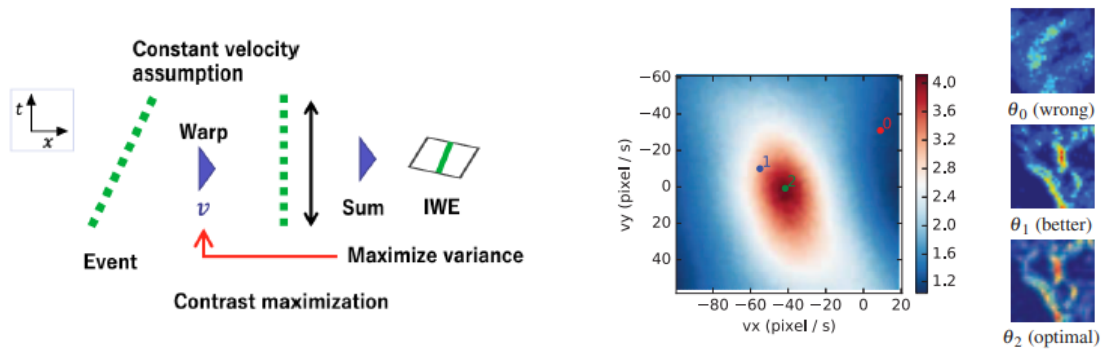


FIGURA 2.7: Motion compensation, a sinistra: schematizzazione dell'algoritmo [19]; a destra: esempio della valutazione del picco di varianza [13].

- Algoritmo *Sum of Correlations* (SoC): Si stimano gli spostamenti lavorando direttamente sullo stream: si definiscono due sotto-volumi $x-y-t$ della stessa regione, di durata T , separati da un ritardo $\delta < T$. Ciascun volume è suddiviso in N_T sotto-intervalli temporali; gli eventi di ogni intervallo vengono proiettati e accumulati in piani $x-y$ ottenendo N_T *event-frame*. Per ogni indice $k = 1, \dots, N_T$ si calcola la cross-correlazione tra i due piani omologhi, quindi si sommano le N_T mappe in un'unica mappa combinata. La posizione del picco rispetto all'origine rappresenta lo spostamento più probabile nel sotto-volume. Dividendo per il ritardo temporale δ si ottiene una stima di primo ordine della velocità in pixel nel sotto-volume. Le *slices* prive di eventi non contribuiscono alla stima e il rumore delle singole slice tende a mediarsi nella somma.

A convergenza dello schema iterativo, i vettori in output raggruppano i cluster di pixel di una singola particella, facilitando l'estrazione delle sue traiettorie spazio-temporali con un fitting opportuno.

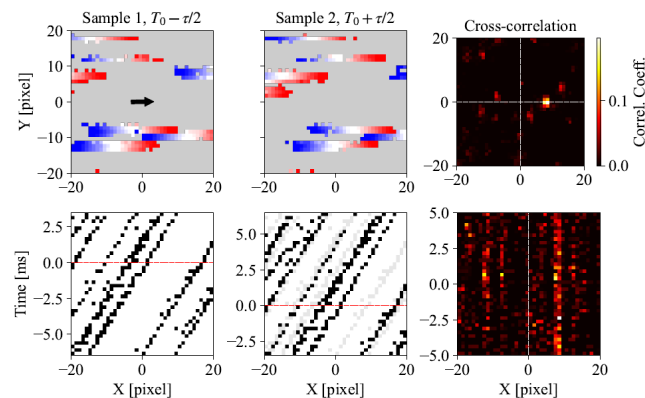


FIGURA 2.8: Schematizzazione sperimentale dell'algoritmo *Sum of Correlation*, con mappe combinate di cross-correlazione [13].

Nella PIV, una stima affidabile dello spostamento richiede il rispetto della regola di un quarto e una stima sub-pixel mediante fit parabolico o gaussiano a 3 punti attorno al picco di correlazione. Un criterio del tutto analogo vale per l'algoritmo SoC: la separazione temporale tra i due sotto-volumi deve essere scelta in modo che le componenti dello spostamento lungo x e y rimangano, in valore assoluto, inferiori a circa un quarto del

lato della finestra, altrimenti le tracce evento non si sovrappongono a sufficienza nei piani corrispondenti e la mappa combinata perde informazioni.

Nel caso della motion compensation è necessario fissare a priori l'intervallo di "*pixel velocities*" in modo da catturare il picco della varianza. In modo del tutto analogo, nell'algoritmo sum of correlations si sceglie uno scarto temporale δ tale che le stesse particelle generino eventi in entrambi i sotto-volumi scelti. Questi due approcci non sono impiegati in questo lavoro, basato su pseudo-snapshot e cross-correlazione.

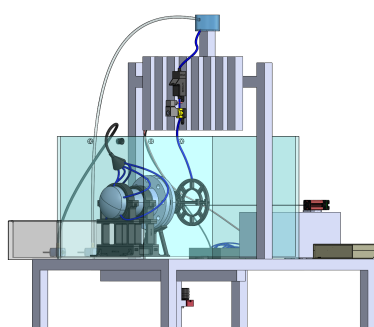
Capitolo 3

Setup sperimentale

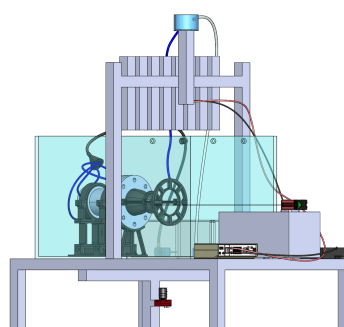
In questo capitolo si descrive il sistema sperimentale impiegato per la caratterizzazione e il controllo attivo del getto turbolento. L'impianto è stato progettato per integrare, in un'unica configurazione, la generazione del getto principale, il sistema di attuazione per il forcing e la catena di sensing ottico basata su EBIV, in modo da consentire l'intero ciclo di misura, decisione e attuazione richiesto dal controllo in anello chiuso. Nel seguito i singoli sottosistemi vengono presentati separatamente.

Il *setup* sperimentale è composto da:

- un getto principale;
- un acquario principale e due serbatoi con due pompe di alimentazione sommergibili;
- un sistema di attuazione circolare equipaggiato con otto elettrovalvole;
- un circuito di potenza e controllo basato su Arduino e driver a MOSFET;
- un circuito idraulico con serbatoi a sfioro per il mantenimento della prevalenza costante a monte di ciascuna elettrovalvola;
- un setup di misura ottico costituito da una telecamera ad eventi e dal relativo sistema di illuminazione per le acquisizioni EBIV.



(A) Vista laterale posteriore

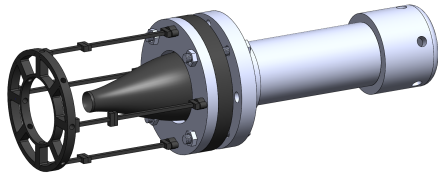


(B) Vista laterale anteriore

FIGURA 3.1: CAD del setup sperimentale completo: vista posteriore (a) e anteriore (b).

3.1 Layout del getto principale

Il modulo getto è costituito da un corpo principale in PVC, due flange di chiusura e un ugello con convergente avente diametro d'uscita $D = 30 \text{ mm}$.



(A) Modello CAD



(B) Foto del modulo

FIGURA 3.2: Modulo del getto.

L'alimentazione idraulica del getto principale è fornita da una pompa sommersa collocata nella vasca principale. La portata viene convogliata alla parte posteriore del modulo tramite un distributore in PLA, che la ripartisce in cinque linee indipendenti. Ciascuna linea è collegata alla flangia posteriore mediante raccordi push-in per tubo con diametro nominale $\varnothing 8 \text{ mm}$, installati su cinque ingressi equispaziati lungo una circonferenza.

Questa configurazione consente un'immissione distribuita del fluido nel volume a monte dell'ugello, riducendo l'asimmetria associata a una singola alimentazione laterale e favorendo una condizione di ingresso più uniforme prima del convergente.

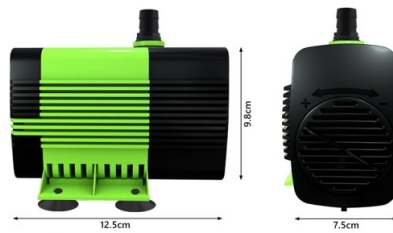


FIGURA 3.3: Pompa sommersa utilizzata per l'alimentazione del getto principale.

Prima del convergente è inserito un *trip* a dente di sega, disposto come corona lungo la parete interna, progettato per innescare in modo controllato la transizione turbolenta dello strato limite a monte dell'uscita, così da ottenere uno strato limite turbolento e ben definito già in corrispondenza dell'uscita dell'ugello. In questo modo le condizioni iniziali del getto risultano ripetibili e poco sensibili alle perturbazioni di monte.

Per migliorare ulteriormente la qualità del flusso a monte del trip, la flangia integra due elementi di condizionamento:

- un *honeycomb* a celle esagonali (Fig. 3.4a) posizionato a valle della zona di ingresso, che riduce swirl residui e componenti trasversali della velocità;

- una rete metallica fine (Fig. 3.4b), che uniforma la distribuzione di velocità.

Questi elementi, tipicamente impiegati nella costruzione di *jet-facility* da laboratorio, contribuiscono a ridurre l'influenza dello stato del flusso a monte e a rendere il campo d'uscita più ripetibile nelle diverse campagne di misura.

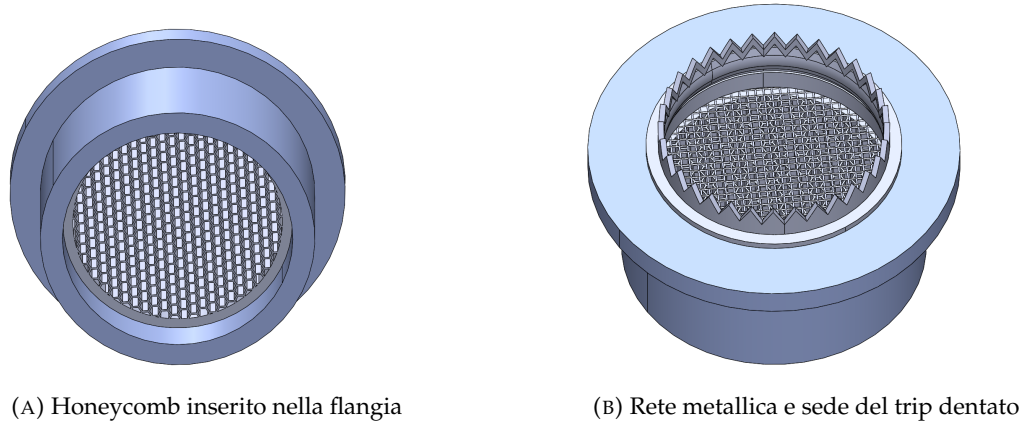


FIGURA 3.4: Componenti interni alla flangia: (a) dettaglio dell'honeycomb e (b) rete metallica e trip dentato.

Il convergente ha lunghezza L_c e angolo α_c tale da evitare separazioni visibili. Il trip a dente di sega è realizzato come corona interna con altezza di dente k e passo p in PLA, solidale alla flangia in PVC.

3.2 Sistema di attuazione

Il sistema di attuazione è costituito da otto linee indipendenti, ciascuna composta da un'elettrovalvola, dalla relativa linea idraulica e da un foro sull'anello perimetrale posto attorno al getto principale. Ogni linea genera un getto radiale, e la combinazione delle otto attuazioni costituisce l'azione di controllo imposta al getto. Ciascuna linea è realizzata mediante un'elettrovalvola a solenoide a due vie, normalmente chiusa, mostrata in Fig. 3.5. Modulando nel tempo l'apertura e la chiusura delle valvole è possibile imporre sequenze impulsive o segnali periodici, generando così la perturbazione desiderata sul getto principale. La valvola impiegata è una *JP Fluid Control* modello CS1-012DC, alimentata in bassa tensione continua (12 V DC) con assorbimento nominale dell'ordine di 13 W. Il corpo principale è in ottone, con raccordi rapidi a innesto per il collegamento della linea fluida in ingresso e uscita, mentre la parte nera superiore contiene la bobina elettromagnetica. La bobina è progettata per servizio continuo (100% ED), quindi può rimanere eccitata per lunghi intervalli senza surriscaldamento critico, ed è fornita con grado di protezione IP65, quindi protetta contro polvere e spruzzi durante il funzionamento. Dal punto di vista funzionale, l'attuatore lavora come interruttore di portata comandabile elettricamente: alimentando la bobina si genera la forza magnetica che solleva l'otturatore interno, consentendo il passaggio del fluido verso la linea di uscita; disalimentandola, la molla di richiamo riporta l'otturatore in battuta e interrompe il flusso. La rapidità di risposta elettromeccanica consente una modulazione temporale sufficientemente veloce (decine di millisecondi per apertura/chiusura), rendendo possibile anche un controllo pulsato del relativo getto radiale.

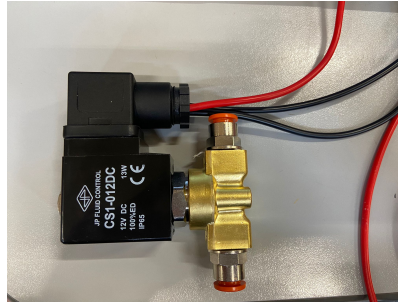


FIGURA 3.5: Elettrovalvola solenoidale utilizzata per il comando di attuazione.

3.2.1 Circuito elettrico di controllo

Il sistema di attuazione impiega otto elettrovalvole pilotate tramite MOSFET a canale N IRFZ44N. Ogni canale opera come interruttore statico verso massa: il *gate* è comandato da un'uscita digitale a 5 V di Arduino, il *drain* è collegato al ritorno della bobina della valvola, il *source* al GND comune. L'IRFZ44N non è un dispositivo *logic-level* puro: la $R_{DS(on)}$ è specificata per V_{GS} nell'intervallo da 10 V a 12 V. Per ciascuna bobina si ottiene:

$$I_{coil} \simeq \frac{P}{V} = \frac{13}{12} \approx 1.08 \text{ A}, \quad R_{coil} \simeq \frac{V^2}{P} \approx 11.1 \Omega.$$

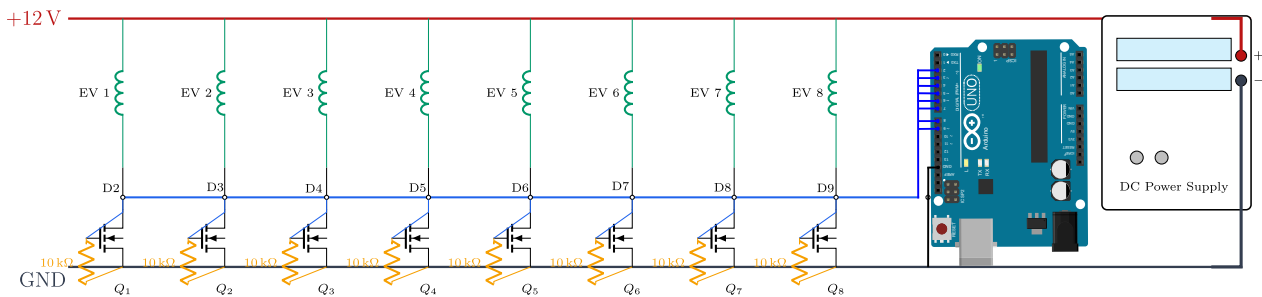


FIGURA 3.6: Quadro driver a 8 canali: distribuzione +12 V a stella, ritorni ai rispettivi drain, GND comune con Arduino.

Il quadro (cablaggio) comprende otto mosfet IRFZ44N, una resistenza di pulldown da 10 kΩ sul gate di ogni canale verso GND per garantire lo stato di off a reset, un bus +12 V comune distribuito in parallelo alle elettrovalvole (conduttori rossi) e ritorni separati dai carichi che rientrano ai rispettivi drain (conduttori blu). I source dei MOSFET e la massa di Arduino convergono al GND comune.

Il principio di funzionamento è il seguente: con *gate* basso il circuito è interrotto e la valvola resta chiusa (*off*); con *gate* alto il dispositivo lavora in regime ohmico, chiude a massa il ritorno della bobina ed eccita la valvola (*on*). Alle frequenze utilizzate e con accensioni sfalsate il comportamento è risultato stabile. Nel caso di attivazione simultanea delle otto elettrovalvole, la corrente totale è $I_{tot} \approx 8 \times 1.08 \text{ A} \simeq 8.6 \text{ A}$.

L'alimentazione della linea +12 V è stabilita da un alimentatore da banco EA-PS 2042-10B, utilizzato in modalità CV a 12.0 V con limite di corrente impostato a 10 A.

Il controllo dell'attuazione avviene attraverso la scheda Arduino, la cui programmazione è stata strutturata in due modalità operative distinte a seconda della fase sperimentale:

- Fase di caratterizzazione: sul microcontrollore è stato implementato uno *script* per la generazione di sequenze di attuazione periodiche. Arduino pilota i gate dei MOSFET generando onde quadre a frequenza e duty cycle preimpostati, consentendo di analizzare la risposta dinamica dei getti radiali in modo isolato e controllato.
- Fase di controllo attivo: Arduino opera come interfaccia in comunicazione seriale con il computer di controllo. A ogni *timestep*, riceve dall'ambiente Python l'azione calcolata dall'agente (un numero intero compreso tra 0 e 255) e la decodifica istantaneamente in una stringa binaria a 8 bit. Ciascun bit descrive l'attivazione o lo spegnimento della relativa elettrovalvola.

3.2.2 Layout idraulico dell'attuazione

A $\simeq 4D$ a valle dell'uscita del getto si trova l'anello perimetrale di attuazione, collegato alla flangia frontale del getto tramite quattro supporti in PLA (Fig. 3.7). L'anello integra otto fori equispaziati di diametro $d_h = 8.6$ mm. Da ciascuna elettrovalvola, un tubo flessibile $\varnothing 8$ mm raggiunge il relativo foro dell'anello perimetrale, generando il getto radiale corrispondente.

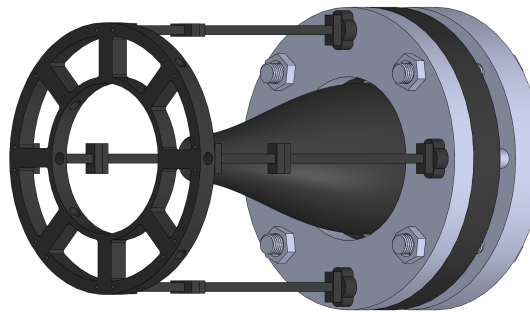


FIGURA 3.7: CAD dell'anello di attuazione con relativi supporti.

L'attivazione in fase, a coppie o in sequenze sfasate dei getti radiali permette di modulare il disturbo imposto al getto principale e confrontare diverse strategie di controllo.

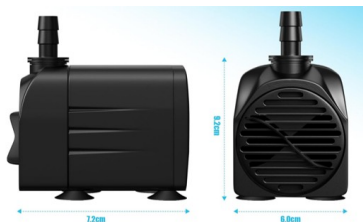


FIGURA 3.8: Pompa sommersa utilizzata per l'alimentazione del circuito di attuazione.

L'alimentazione degli otto getti, essendo disposti ad altezze diverse, è realizzata tramite un circuito idraulico opportunamente ottimizzato, schematizzato in Fig. 3.9: una pompa sommersa (Fig. 3.8), inserita nella vasca secondaria, convoglia l'acqua verso un serbatoio posto in alto nella struttura, dal quale partono otto linee indipendenti fino ai fori dell'anello di attuazione, ciascuna integra un piccolo serbatoio a sfioro posizionato a monte della rispettiva elettrovalvola.

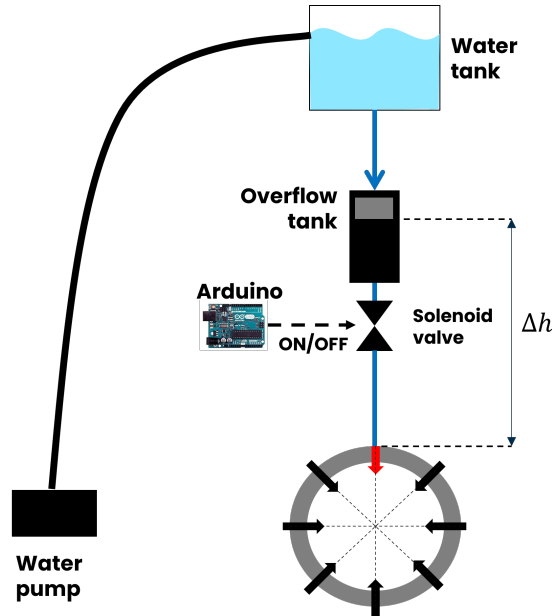


FIGURA 3.9: Schema del circuito idraulico di attuazione.

Ogni serbatoio a sfioro funge da troppo-pieno: scaricando l'acqua in eccesso, mantiene il pelo libero a quota costante nel tempo, garantendo così un carico idraulico stabile a monte della rispettiva elettrovalvola. Le elettrovalvole, normalmente chiuse, agiscono da interruttori lungo la linea: quando vengono aperte, il flusso è governato dal dislivello tra il pelo libero del serbatoio a sfioro e l'uscita del getto radiale.

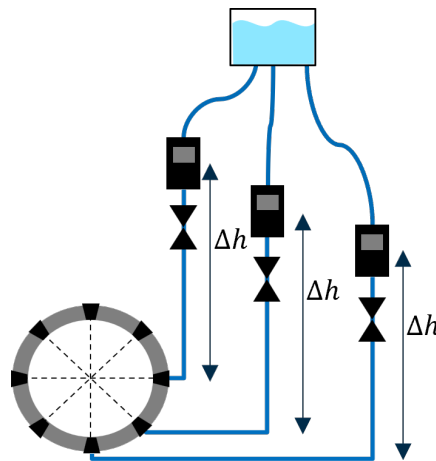


FIGURA 3.10: Schema rappresentativo del posizionamento dei serbatoi a sfioro

Considerando il foro più basso dell'anello di attuazione come riferimento (h_0), ciascun serbatoio a sfioro è posizionato a una quota pari a $h_{\text{foro},i} + h_0$, dove $h_{\text{foro},i}$ è la quota del rispettivo foro. In questo modo il dislivello Δh tra pelo libero e uscita è uguale per tutte le otto linee (Fig. 3.10). Applicando il teorema di Bernoulli tra il pelo libero del troppo pieno (a pressione atmosferica e velocità trascurabile) e la sezione di uscita, trascurando la contropressione idrostatica all'uscita, la velocità in uscita da ogni getto radiale vale:

$$v_{\text{uscita}} \approx C_d \sqrt{2g \Delta h},$$

dove C_d è il coefficiente di perdita di carico lungo la linea. Dato che le otto linee hanno lo stesso percorso idraulico il coefficiente C_d è uguale per tutte; imponendo allora lo stesso Δh si ottiene la stessa velocità d'uscita per tutti i getti. In questo modo si riduce la sensibilità del sistema alle differenze geometriche tra le otto linee e si ottiene un'alimentazione più ripetibile degli otto attuatori.

Il circuito idraulico è quindi a ricircolo (Fig. 3.9): l'acqua che defluisce dalle valvole ai getti radiali e l'acqua che esce dai serbatoi a sfioro si raccoglie nell'acquario, dal quale refluisce nel serbatoio secondario attraverso fori di sfioro a quota fissa, mantenendo il livello di acqua nell'acquario costante durante le prove.

3.3 EBIV setup

Il setup ottico realizza la parte di sensing del sistema: la ricostruzione dei campi di velocità a partire dai dati ad eventi, impiegati sia per la caratterizzazione del getto sia, in tempo reale, per il controllo in anello chiuso. La misura si basa sulla tecnica EBIV descritta nel Capitolo 2 e schematizzata in Fig. 3.11: una camera ad eventi osserva il piano di misura illuminato da un fascio laser, mentre un sistema di sincronizzazione coordina l'illuminazione pulsata con l'acquisizione degli eventi. Nel seguito si descrivono la disposizione dei componenti ottici, la sorgente laser impiegata e il sistema di sincronizzazione camera-laser.

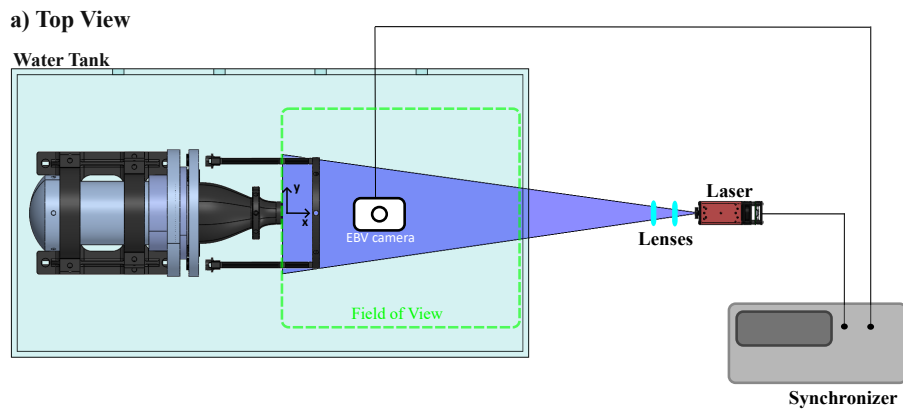
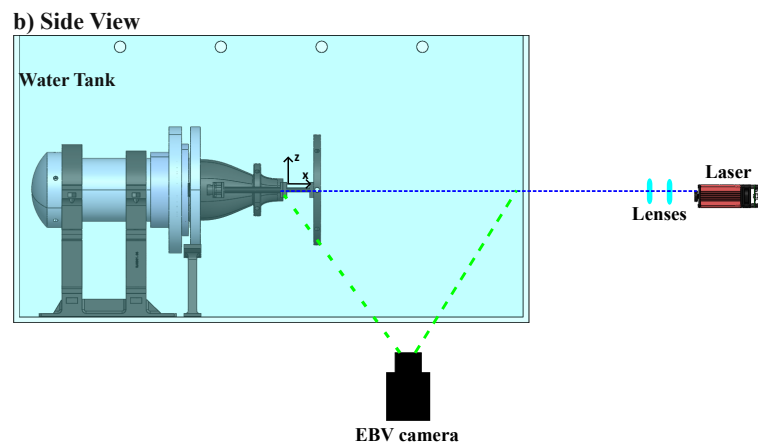
(A) Vista dall'alto del *setup* EBIV.(B) Vista laterale del *setup* EBIV.

FIGURA 3.11: Schema del *setup* EBIV nelle due viste principali. La vista dall'alto mostra la disposizione relativa tra ugello, anello perimetrale di attuazione, regione di misura e fascio laser; il sincronizzatore fornisce il segnale di trigger utilizzato per sincronizzare l'illuminazione pulsata del laser con la camera ad eventi (EBV camera). La vista laterale evidenzia il posizionamento della camera EBV, montata sotto l'acquario e l'allineamento del piano illuminato con il campo inquadrato.

Il setup comprende:

- sistema di acquisizione ottica;
- sorgente laser per illuminazione pulsata;
- sincronizzatore per la generazione dei trigger;
- particelle traccianti per il seeding del flusso.

L'unità di sincronizzazione insieme alla camera ad eventi è collegata al computer, per la generazione dei trigger e l'acquisizione degli eventi in tempo reale. Il flusso è seminato con particelle traccianti di poliammide con diametro $56\text{ }\mu\text{m}$.

3.3.1 Sistema di acquisizione ottica

Per l'acquisizione degli eventi si impiega una telecamera *Prophesee EVK4* basata su sensore *event-based Sony IMX636* (Gen 4.1), risoluzione $1280 \times 720\text{ px}$, pixel $4.86 \times 4.86\text{ }\mu\text{m}$. Il sensore fornisce uno stream asincrono di eventi nel formato AER (x, y, t, p) con timestamp a risoluzione sub-millisecondo, alta gamma dinamica ($>120\text{ dB}$) e latenza tipica di pixel $< 100\text{ }\mu\text{s}$. L'input/output di sincronismo consente il collegamento a sorgenti esterne.

Sono stati utilizzati due tipi di obiettivi:

- Obiettivo da 8mm; 1:2.0 1/1.8" per la caratterizzazione del getto e per il successivo controllo;
- Obiettivo *Milvus 2/50 M ZF.2* per la caratterizzazione dell'attuazione.

La camera ad eventi è montata in basso perpendicolarmente al fascio laser (Fig. 3.11b) in modo tale da riprendere l'intero campo di moto. Gli obiettivi sono impostati con un apertura che garantisca profondità di campo sufficiente all'intera regione di misura.



FIGURA 3.12: *Prophesee EVK4* con obiettivo *Milvus*.

Lo stream RAW di eventi è gestito attraverso il software *Metavision SDK*, utilizzato per: configurazione dei bias, definizione di ROI e acquisizione degli eventi. Il software permette di visualizzare in tempo reale il flusso di eventi e di regolare i principali parametri di funzionamento del sensore. La configurazione del software prevede la regolazione dei seguenti bias:

- *Diff Off* e *Diff On*: soglie di contrasto per la generazione degli eventi. Determinano il fattore di variazione di luminosità (espresso in %) di cui un pixel deve aumentare o diminuire l'illuminazione prima che venga prodotto un evento; regolano quindi la sensibilità del pixel alle variazioni positive e negative di intensità e il numero di eventi generati durante una forte variazione di illuminazione.

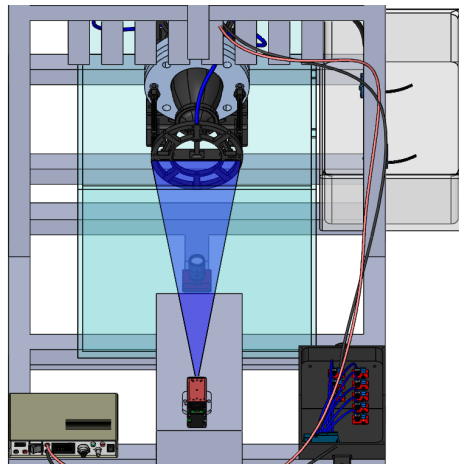
- *Bias* di banda: controllano rispettivamente il filtro passa-basso e passa-alto del pixel.
 - *FO*: fissa la massima velocità di variazione dell’illuminazione rilevabile; viene usato per filtrare *flickering* e rumore, al costo di un aumento della latenza del sensore.
 - *High pass*: fissa la minima velocità di variazione luminosa necessaria perché il pixel produca un evento, rimuovendo lo sfondo statico, lasciando emergere solo gli oggetti in rapido movimento e riducendo il rumore di fondo.
- *Refr*: regola il periodo refrattario del pixel, ovvero l’intervallo durante il quale il pixel resta “cieco” dopo ogni evento. Consente di limitare il tasso di eventi locale ed evitare la saturazione del readout, ed è tipicamente impiegato per far sì che ogni grande variazione di luce produca un solo evento, senza alterare sensibilità o banda.
- *Event rate control*: limite globale del numero di eventi in uscita.

I bias sono stati regolati in modo iterativo, osservando nel software la distribuzione spaziale degli eventi e l’andamento temporale dei burst indotti dagli impulsi del laser. L’obiettivo è ottenere (i) una densità di eventi sufficiente a popolare la regione di campo analizzata e (ii) burst ben separati tra impulsi successivi, condizione necessaria per una ricostruzione affidabile degli pseudo-snapshot.

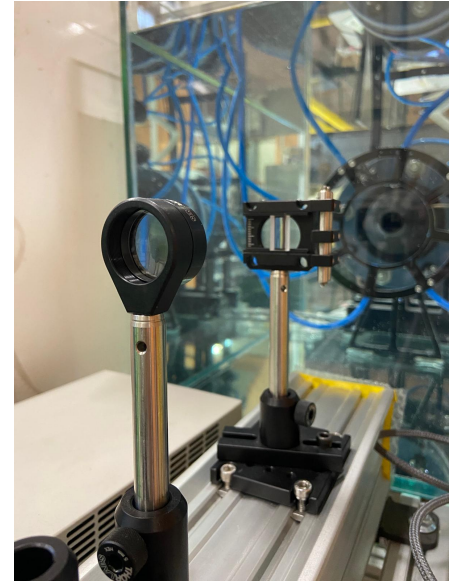
3.3.2 Sorgente laser

L’illuminazione pulsata delle particelle è ottenuta con il laser *Laser Tree LT-4LDS-V2* (diodi blu, lunghezza d’onda nominale 450–455 nm, potenza ottica ~ 20 W), dotato di modulazione TTL/PWM (0/3–12 V) fino a 5 kHz, alimentazione a 24 V e ventilazione integrata. Il fascio laser viene collimato ed espanso in un foglio di luce di circa 1 mm di spessore nel piano longitudinale del getto utilizzando una combinazione di lenti cilindriche e sferiche; le focali impiegate sono rispettivamente: $f_1 = 20\text{mm}$ e $f_2 = 100\text{mm}$.

Il laser opera in modalità pulsata con impulsi di durata τ_p alla frequenza f_p e *duty-cycle* $\delta = \tau_p f_p$; è comandato da un segnale PWM (*Pulse-Width Modulation*) esterno generato da un trigger esterno, che fornisce anche il segnale di sincronizzazione *hardware* alla telecamera a eventi.



(A) CAD del setup di illuminazione



(B) Ottiche utilizzate nel setup

FIGURA 3.13: Sistema di illuminazione: modello CAD (a) e ottiche utilizzate (b).

3.3.3 Sincronizzazione camera–laser

La sincronizzazione è realizzata via hardware tramite il sincronizzatore *Digilent Analog Discovery 3* e il software *WaveForms*. Il generatore d'onde (*Wavegen*) produce due sequenze di impulsi PWM a frequenza f_p e fase relativa controllata, distribuite a laser e camera attraverso una scheda di interfaccia.

Nel software si impostano due canali:

- AWG1 (W1) → Laser PWM: impulsi PWM di durata τ_p e frequenza f_p modulano la potenza ottica del laser.
- AWG2 (W2) → Camera EVK4: impulsi PWM forniscono il segnale di trigger alla camera, inserendo eventi di riferimento per il trigger con timestamp preciso nello stream asincrono degli eventi.

Il software di acquisizione utilizza tali timestamp come riferimento per definire finestre di accumulo Δt a partire da ciascun impulso laser: gli eventi in ogni finestra vengono mappati in pseudo-snapshot binari, usati come input per il processing PIV, come descritto nel Capitolo 2. Poiché un pseudo-snapshot è generato per ogni impulso del laser, la frequenza di aggiornamento temporale dei campi EBIV coincide con f_p .

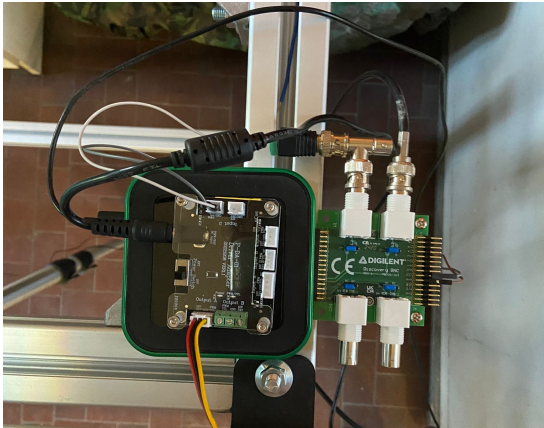
I due canali lavorano in modalità sincronizzata; una fase relativa ϕ applicata ad AWG2 rispetto ad AWG1 introduce un ritardo controllato:

$$\tau_\phi = \frac{\phi}{360^\circ} T, \quad T = \frac{1}{f_p},$$

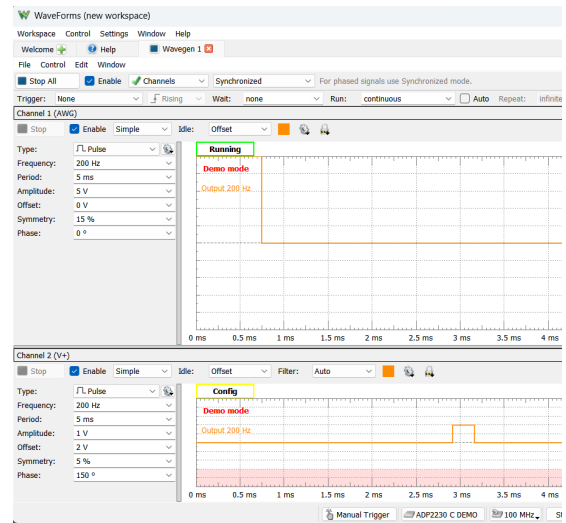
che consente di posizionare la finestra di accumulo all'interno dell'impulso luminoso. Nelle misure si è adottato $f_p = 200$ Hz ($T = 5$ ms) per la caratterizzazione del getto e per il controllo in tempo reale, mentre la caratterizzazione dell'attuazione è stata condotta a $f_p = 250$ Hz ($T = 4$ ms).

I parametri impostati nel software sono:

- Duty cycle AWG1: 10%, per garantire un'illuminazione sufficiente a generare un numero adeguato di eventi, limitando il *motion blur* dovuto a una finestra di esposizione troppo lunga.
- Duty cycle AWG2 : 2–5%, più basso dato che la camera richiede solo un fronte di sincronismo.
- Fase: $\phi = 150^\circ$ su AWG2, che posiziona il fronte di trigger all'interno dell'impulso luminoso, garantendo una temporizzazione evento-pulso coerente in tutte le acquisizioni.



(A) Hardware di sincronizzazione: *Digilent Analog Discovery 3* con BNC Adapter e scheda di interfaccia per la distribuzione dei segnali PWM.



(B) Impostazioni di *Wavegen*: CH1 comanda il laser; CH2 fornisce il trigger-in della camera EVK4.

FIGURA 3.14: Sistema di sincronizzazione del setup EBIV.

Capitolo 4

Caratterizzazione

4.1 Caratterizzazione del getto

Prima di procedere alle misure in presenza di attuazione e alle fasi di controllo attivo in *closed-loop*, è stata condotta una caratterizzazione del getto di riferimento (caso non controllato). E' stata fatta un'acquisizione lunga che consente: (i) di stimare in modo robusto il campo medio e le statistiche turbolente, (ii) di identificare le principali scale coerenti e le frequenze dominanti, e (iii) di costruire una successiva rappresentazione modale del flusso utile sia per l'interpretazione fisica sia per la definizione dello stato osservato dall'agente.

Le misure sono state effettuate imponendo la massima portata erogabile dalla pompa di alimentazione, posizionata in una vasca esterna e mantenendo il livello dell'acqua fisso per tutta la durata dell'acquisizione.

Il piano mediano del getto è illuminato attraverso il laser pulsato, gli eventi prodotti dal campo di moto vengono acquisiti mediante il sensore ad eventi, come descritto nel capitolo precedente. Il flusso di eventi (x_i, y_i, t_i, p_i) viene monitorato in tempo reale per verificare la corretta formazione dei burst ed evitare la saturazione dei sensori; la ricostruzione dei campi di velocità, invece, avviene attraverso processing PIV su PAIRS UNINA [20] dagli pseudo-snapshot ottenuti.

4.1.1 Acquisizione e generazione degli *pseudo-snapshot*

Per la caratterizzazione è stata acquisita una sequenza lunga di circa 1.2×10^5 pseudo-snapshot consecutivi, ad alta frequenza $f_p = 200\text{Hz}$, in condizioni operative stazionarie. La durata estesa della registrazione permette di migliorare la convergenza delle statistiche e di ottenere una risoluzione in frequenza adeguata per le analisi spettrali e per le successive decomposizioni modali.

Gli pseudo-snapshot vengono generati a partire dallo stream di eventi sfruttando il trigger del laser, ottenendo un'immagine equivalente a un frame PIV. Gli pseudo-snapshot quindi costituiscono l'input per il processing PIV.

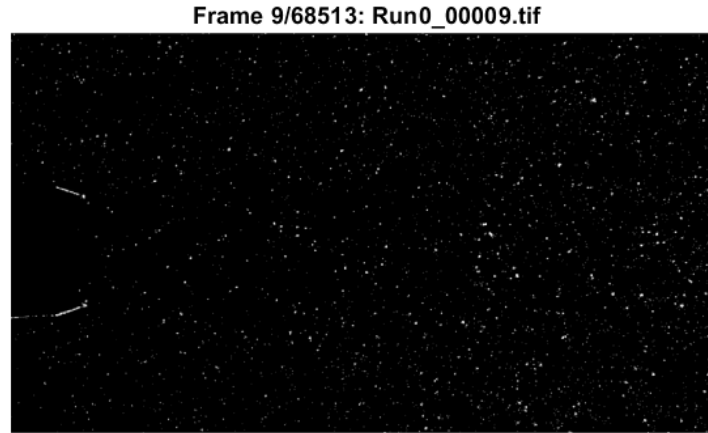


FIGURA 4.1: Esempio di pseudo-snapshot EBIV utilizzato come input per il processing PIV in PAIRS.

4.1.2 Condizioni operative e parametri adimensionali

Mantenendo la portata della pompa ad acqua fissa al valore massimo il getto può essere assunto statisticamente stazionario nel tempo, a parità di livello d'acqua presente nell'acquario e di impostazioni della linea idraulica.

Nella Tabella 4.1 sono riportate le principali grandezze fisiche che descrivono lo stato del flusso all'uscita dell'ugello: Diametro interno dell'ugello D , velocità media nella sezione d'uscita U_0 (bulk velocity), temperatura dell'acqua T , densità ρ e viscosità cinematica ν utilizzate per il calcolo dei numeri adimensionali Re ed St .

TABELLA 4.1: Condizioni operative di riferimento e proprietà del fluido

Grandezza	Simbolo	Valore
Diametro ugello	D	30 [mm]
Frequenza di acquisizione	f_p	200 [Hz]
Velocità in uscita	U_0	0.26 [m/s]
Temperatura acqua	T	20°C
Densità	ρ	$1 \cdot 10^3$ [kg/m ³]
Viscosità cinematica	ν	$1 \cdot 10^{-6}$ [m ² /s]
Numero di Reynolds	$Re_0 = \frac{U_0 D}{\nu}$	7800 [-]

In particolare, U_0 è stata ricavata come valore medio della componente di velocità assiale nella regione prossima all'uscita, all'interno del potential core, in una finestra spaziale sufficientemente vicina all'uscita dell'ugello e limitata alle posizioni trasversali in cui $\bar{U}(x, y)$ risulta circa costante mediando temporalmente sull'intera acquisizione.

A partire da U_0 , il numero di Reynolds risulta sufficientemente elevato per garantire un flusso turbolento in uscita dal convergente. Si indica con $U_c(x)$ la velocità sull'asse del getto ($y = 0$), detta velocità di *centerline* o di mezzeria.

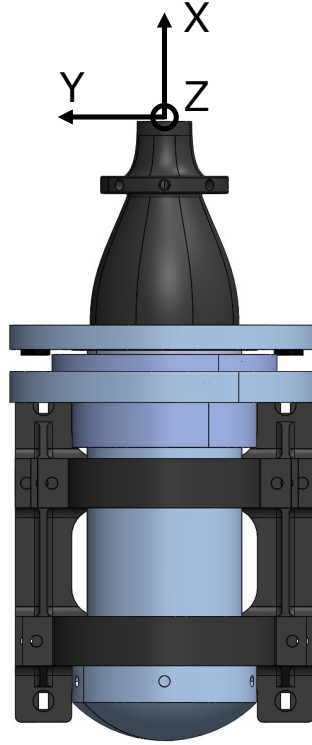


FIGURA 4.2: Sistema di riferimento utilizzato

Si introduce un sistema di riferimento cartesiano (X, Y, Z) con origine nel centro geometrico dell'ugello sul punto di uscita. L'asse X è orientato lungo l'asse del getto, positivo verso valle, l'asse Y è trasversale e l'asse Z è in direzione *spanwise*. Le misure EBIV 2D-2C sono eseguite nel piano mediano del getto, coincidente con il piano (X, Y) .

4.1.3 Processing delle acquisizioni

Il processing PIV degli pseudo-snapshot è stato effettuato con il software open source PAIRS (Università di Napoli Federico II). Per ridurre il costo computazionale nelle elaborazioni statistiche, dal totale di 1.2×10^5 pseudo-snapshot è stata selezionata una sotto-serie di $N_f = 2 \times 10^4$ frame per la stima di campo medio, RMS e grandezze derivate. Il processing è stato impostato con uno schema multi-pass a finestre decrescenti, mantenendo i parametri standard e specificando:

- *Interrogation windows*: 128×128 , 64×64 , 32×32 pixel;
- *Spacing*: 64, 16, 8 pixel (overlap 50% nella prima passata e 75% nelle successive);
- *Direct Correlations (DC)* abilitate, adatte a immagini binarie/poco dense;
- *# of iterations*: 3.

La validazione dei vettori segue la pipeline standard di PAIRS (*range check*, filtro mediano locale e interpolazione dei vettori non validi). I campi istantanei così ottenuti, dopo

opportuna calibrazione spaziale, sono utilizzati per il calcolo dei campi medi, dei profili e delle statistiche turbolente; inoltre, le stesse serie temporali costituiscono l'input per le decomposizioni modali discusse nel capitolo successivo.

4.1.4 Calibrazione spaziale

La calibrazione spaziale è stata eseguita direttamente sugli pseudo-snapshot utilizzando il diametro dell'ugello D come riferimento metrico. Le immagini sono state lette in MATLAB e mediate punto per punto:

$$\bar{I}(i, j) = \frac{1}{N_f} \sum_{k=1}^{N_f} I_k(i, j),$$

dove $I_k(i, j)$ è l'intensità del pixel (i, j) nel k -esimo frame e N_f è il numero di pseudo-snapshot considerati.

Sull'immagine mediata sono stati selezionati manualmente, tramite la funzione MATLAB `ginput(2)`, due punti appartenenti al bordo dell'ugello e diametralmente opposti, di coordinate immagine (i_1, j_1) e (i_2, j_2) . La distanza in pixel tra i due punti è

$$\Delta px = \sqrt{(i_2 - i_1)^2 + (j_2 - j_1)^2},$$

mentre il centro geometrico dell'ugello in coordinate immagine è assunto pari a

$$i_0 = \frac{i_1 + i_2}{2}, \quad j_0 = \frac{j_1 + j_2}{2}.$$

Attraverso il diametro D , si ricava il fattore di scala tra piano immagine e piano fisico. Dal rapporto tra distanza in pixel e diametro reale,

$$s_{px} = \frac{\Delta px}{D} \quad [\text{pixel/mm}],$$

si ottiene il fattore di conversione

$$s = \frac{1}{s_{px}} = \frac{D}{\Delta px} \quad [\text{m/pixel}].$$

I campi di velocità restituiti da PAIRS sono inizialmente espressi in px/frame e sono stati convertiti in unità fisiche m/s mediante tale calibrazione spaziale e la frequenza di acquisizione in post-processing. Indicando con r la risoluzione in px/mm (equivalentemente $s = \frac{1}{10^3 r}$ in mm/px), il fattore di conversione risulta:

$$\alpha = \frac{f_p}{r 10^3} = s f_p, \quad (4.1)$$

da cui:

$$U_{m/s} = \alpha U_{px/frame}, \quad V_{m/s} = \alpha V_{px/frame}, \quad X_m = s X_{px}, \quad Y_m = s Y_{px}. \quad (4.2)$$

A partire dal centro dell'ugello e dal fattore di scala s , è stata definita in MATLAB una regione di interesse (ROI) rettangolare, comune a tutti i frame. La ROI è stata scelta in modo da includere la regione di sviluppo del getto ed escludere porzioni di immagine

affette da rumore di fondo e prive di particelle, riducendo la probabilità di vettori spuri nel processing PIV. In particolare, la ROI:

- include immediatamente a valle l'uscita dell'ugello (piano $x = 0$);
- si estende fino a una distanza assiale $X_{\max} \simeq 5D$, coprendo il cuore potenziale e l'inizio della regione di mixing;
- copre un intervallo trasversale $Y \in [-Y_{\max}, Y_{\max}]$ pari a $3D$, includendo il nucleo del getto e una porzione di fluido esterno quasi in quiete.

La Figura 4.3 mostra un esempio di pseudo-snapshot gaussianizzato con sovrapposta la ROI utilizzata. Tutti i risultati presentati nelle sezioni successive si riferiscono al sistema di coordinate fisiche (X, Y) ottenuto tramite la calibrazione descritta e limitato alla ROI così definita.

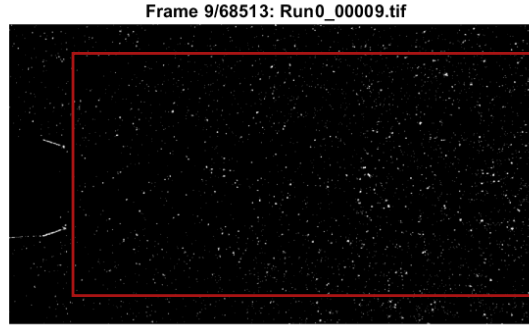


FIGURA 4.3: Pseudo-snapshot del getto con evidenziata in rosso la regione di interesse (ROI) utilizzata per il post-processing.

4.1.5 Analisi dei risultati

Per descrivere il contenuto turbolento del flusso si richiama la decomposizione di Reynolds delle componenti di velocità nel piano di misura:

$$U(x, y, t) = \overline{U}(x, y) + u'(x, y, t), \quad V(x, y, t) = \overline{V}(x, y) + v'(x, y, t),$$

dove $\overline{(\cdot)}$ indica la media temporale e $(\cdot)'$ la corrispondente fluttuazione a media nulla. Nel seguito, le statistiche del secondo ordine (RMS, TKE e sforzi di Reynolds) e le analisi spettrali/modali sono calcolate a partire dai campi u' e v' . Le intensità di turbolenza sono definite come i valori RMS delle fluttuazioni di velocità $u_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{u'^2}}$ e $v_{\text{rms}} = \sqrt{\overline{v'^2}}$.

Campi medi e decadimento assiale

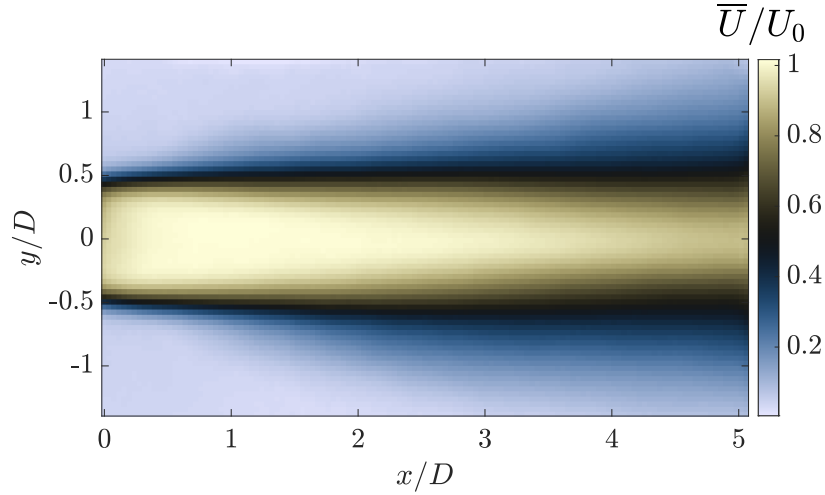


FIGURA 4.4: Campo medio della velocità streamwise adimensionalizzata, $\bar{U}/U_0$, nel piano mediano del getto. La regione a velocità elevata in prossimità dell'uscita identifica il potential core, mentre più a valle la decrescita della velocità media evidenzia lo sviluppo dello shear layer e l'evoluzione del getto.

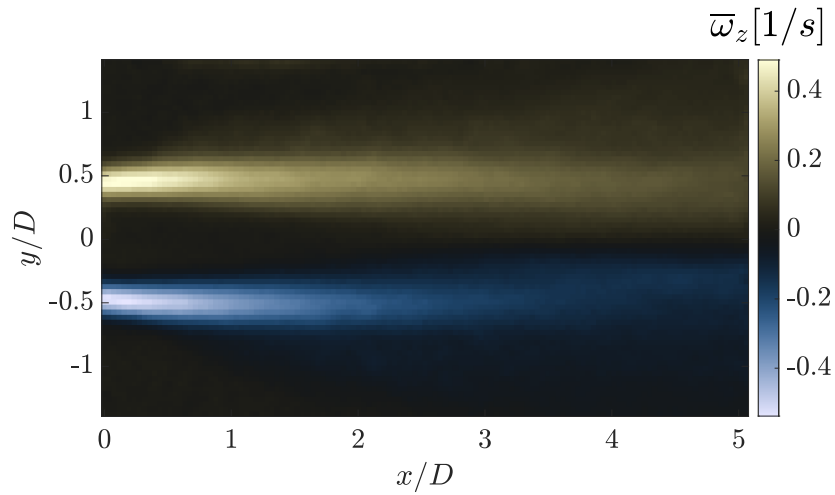


FIGURA 4.5: Vorticità media, $\bar{\omega}_z$ [1/s]. I massimi in modulo sono localizzati nello shear layer, sede del massimo gradiente di velocità e della generazione di strutture vorticosi legate all'instabilità di Kelvin-Helmholtz nella regione di campo vicino.

Il campo medio $\bar{U}(x, y)$ evidenzia la struttura canonica del getto: in prossimità dell'uscita è presente una regione a velocità quasi uniforme (potential core) con uno shear layer ben definito, procedendo a valle lo strato di taglio si ispessisce e il getto si allarga per effetto dell'entrainment.

L'estensione del potential core è identificata come l'intervallo assiale in cui la velocità

di centerline $U_c(x) = \bar{U}(x, 0)$ rimane prossima al valore di uscita, il criterio adottato in questo lavoro è $U_c/U_0 \geq 0.95$. A valle, la progressiva diminuzione di U_c/U_0 e l'aumento dello spessore del getto individuano l'ingresso nella mixing region, dominata dall'entrainment e dall'ispessimento dello strato di taglio.

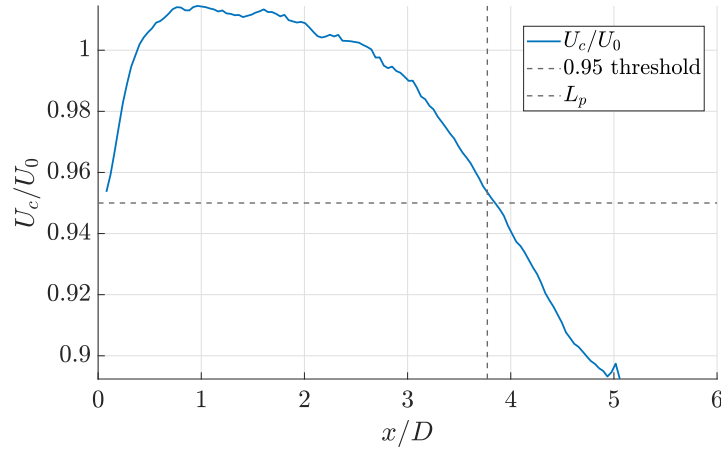


FIGURA 4.6: Decadimento della velocità di centerline, U_c/U_0 , in funzione di x/D .

Il decadimento di $U_c(x)/U_0$ (Fig. 4.6) fornisce una misura operativa della lunghezza del cuore potenziale $L_p = 3.8D$ e identifica la transizione verso la mixing region, in cui la dinamica turbolenta diventa dominante.

Profili trasversali di velocità U

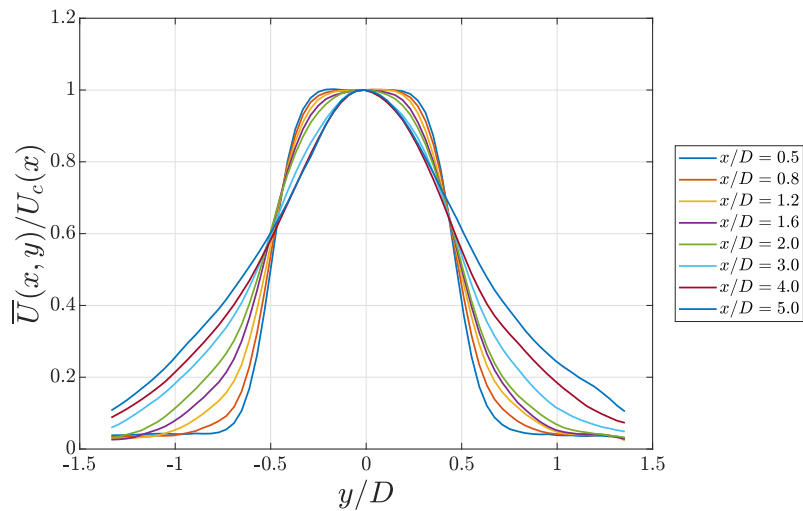


FIGURA 4.7: Profili trasversali della velocità media normalizzati, $\bar{U}(x, y)/U_c(x)$, per diverse sezioni assiali x .

I profili $\bar{U}(x, y)$, normalizzati con la velocità di mezzzeria $U_c(x)$, mostrano l'allargamento laterale del getto al crescere di x/D . L'evoluzione dei profili evidenzia il passaggio

da una distribuzione inizialmente più top-hat a una forma progressivamente più regolare, tendente a una distribuzione quasi gaussiana nella regione più a valle; idealmente è perfettamente gaussiana nella regione self-similare, non catturata in questo lavoro.

Crescita dello spessore del getto

Oltre alle scale D e U_0 , per caratterizzare l'evoluzione trasversale è utile introdurre una scala che rappresenta lo spessore del getto $\delta(x)$. Si adotta la definizione convenzionale per i getti liberi, la semilarghezza a metà velocità: $\delta(x)$ è la distanza dall'asse alla quale la velocità media longitudinale si dimezza rispetto al valore di mezzeria $U_c(x)$ [1]:

$$\bar{U}(x, \pm\delta(x)) = \frac{1}{2} U_c(x) \quad (4.3)$$

Per ciascuna sezione assiale x si individuano i due punti, sul lato $y > 0$ e sul lato $y < 0$, in cui la velocità media locale scende a metà del valore di mezzeria ($U_c(x)$); il valore riportato è la media dei due lati. Questa definizione, oltre a essere lo standard di riferimento in letteratura, risulta poco sensibile al rumore locale e indipendente dall'estensione trasversale della ROI.

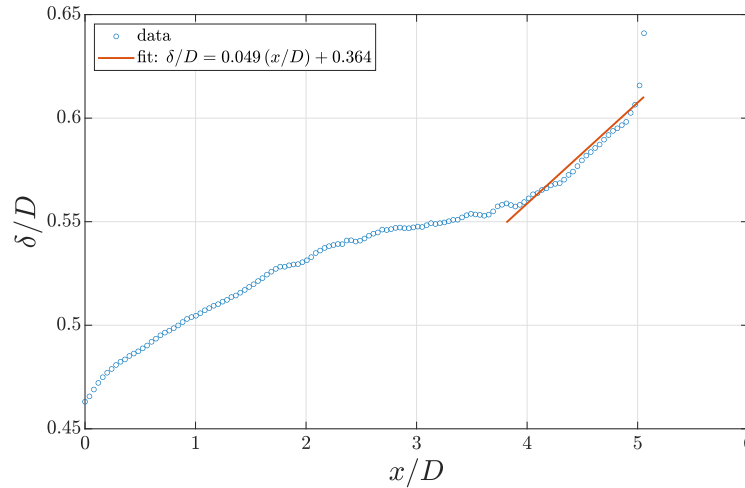


FIGURA 4.8: Crescita della semilarghezza del getto, δ/D , definita in Eq. (4.3). La retta rossa è il fit lineare (Eq. (4.4)) calcolato nel tratto a valle del cuore potenziale; la pendenza fornisce il tasso di allargamento S .

In prossimità dell'uscita, per $x/D \leq L_p$, la semilarghezza risulta $\delta/D \approx 0.5$, coerente con il profilo top-hat iniziale per il quale il punto a metà velocità cade sullo strato di taglio in corrispondenza del labbro dell'ugello. Nella regione a valle del cuore potenziale invece la semilarghezza cresce linearmente con la distanza assiale:

$$\frac{\delta(x)}{D} = S \frac{x}{D} + c, \quad (4.4)$$

dove la pendenza S rappresenta il tasso di allargamento (*spreading rate*) del getto e c è l'intercetta. Il coefficiente $S = 0.049$ è stimato mediante un fit lineare ai minimi quadrati a valle di L_p ($x/D \in [3.8, 5]$), per escludere la regione di cuore potenziale in cui il profilo è ancora di tipo top-hat e la relazione lineare non è verificata.

Va sottolineato che il dominio di misura ricade nel campo vicino del getto ($x/D \leq 5$, con $L_p \approx 3.8D$), regione ancora in fase di sviluppo e non pienamente autosimilare: il

collasso dei profili e il regime di similarità si raggiungono tipicamente solo più a valle ($x/D \geq 25$) [1]. Il valore di S qui stimato è pertanto rappresentativo del tasso di allargamento nel campo vicino a qualche diametro solamente dal cuore potenziale e non del valore asintotico di campo lontano, per il quale la letteratura riporta $S \approx 0.086-0.096$ per il getto circolare, in funzione del numero di Reynolds e delle condizioni di uscita [1, 2]. L'andamento lineare osservato e l'ordine di grandezza del coefficiente risultano comunque coerenti con la letteratura sullo sviluppo del campo di moto di un getto circolare turbolento.

Statistiche turbolente: RMS, TKE e Reynolds stresses

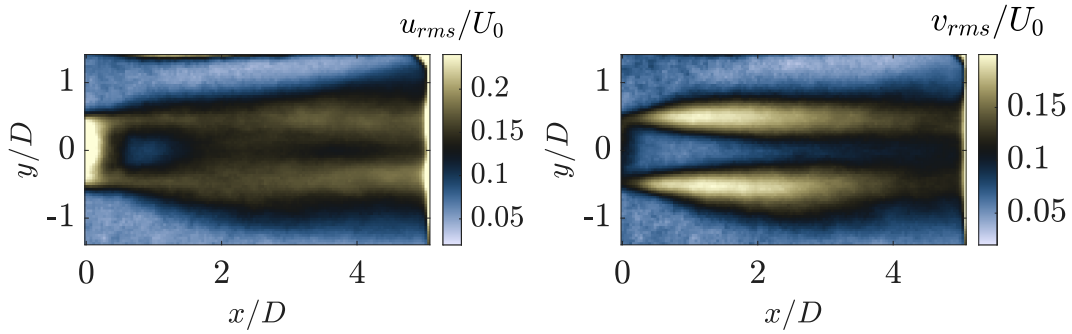


FIGURA 4.9: Mappe delle intensità di turbolenza adimensionali, u_{rms}/U_0 e v_{rms}/U_0 . I massimi risultano localizzati nello shear layer, coerentemente con l'elevata produzione turbolenta associata ai massimi gradienti di velocità.

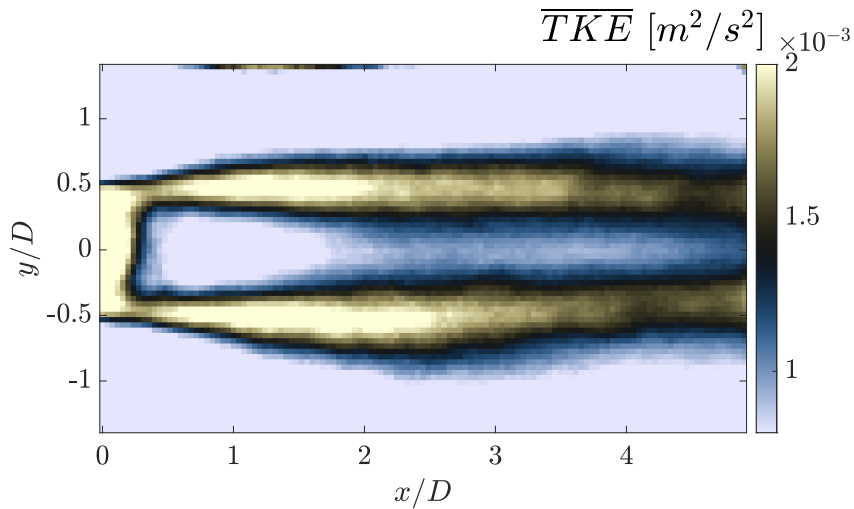


FIGURA 4.10: Mappa dell'energia cinetica turbolenta $\overline{TKE}$, con $\overline{TKE} = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2})$. La distribuzione evidenzia la regione di produzione nello shear layer e la successiva diffusione verso il nucleo e verso l'esterno del getto.

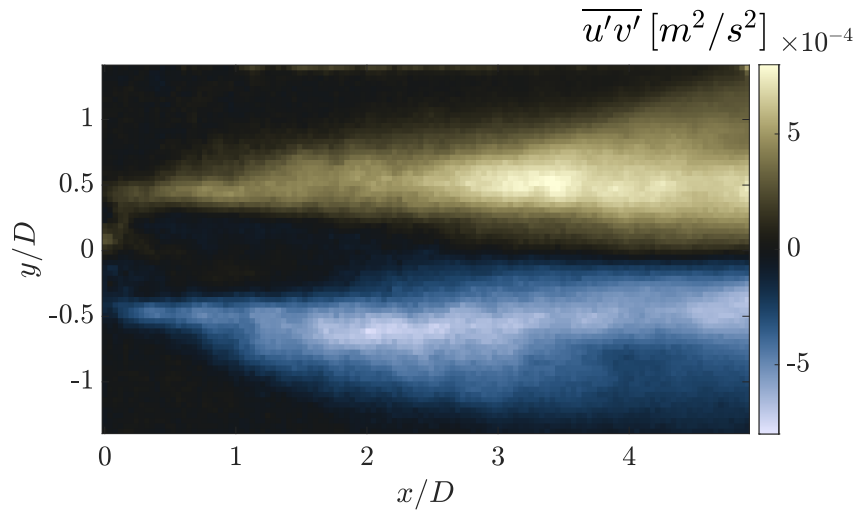


FIGURA 4.11: Sforzo di Reynolds $\overline{u'v'}$. I valori massimi (in modulo) nello shear layer indicano un intenso trasporto turbolento di quantità di moto dal nucleo del getto verso l'esterno, responsabile dell'ispessimento del getto.

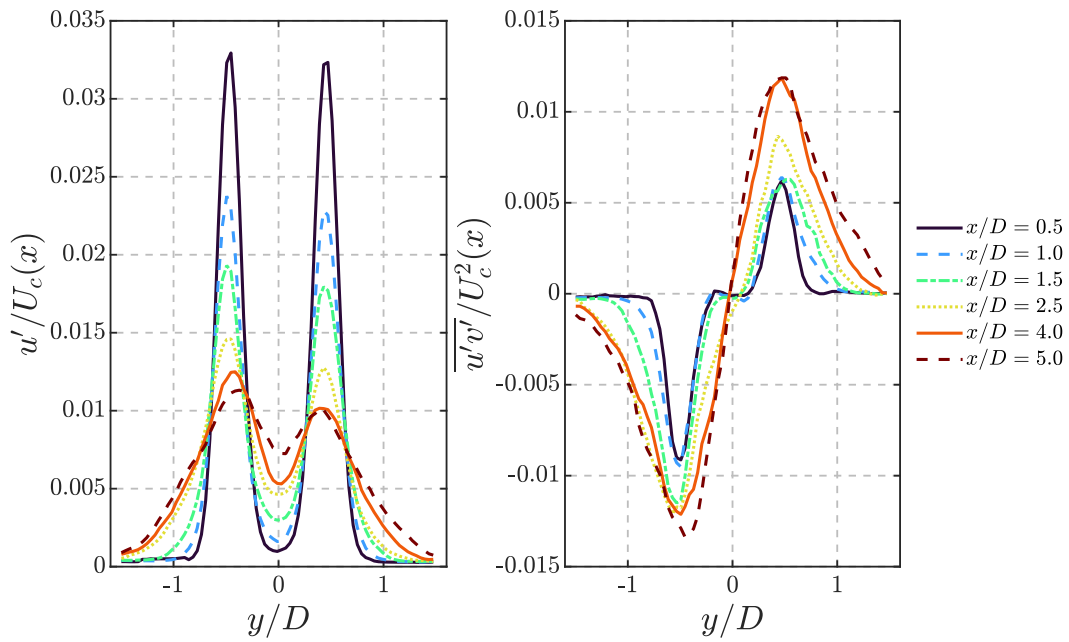


FIGURA 4.12: Profili trasversali a diverse sezioni assiali delle grandezze turbolente normalizzate: (sinistra) $u'/U_c(x)$ e (destra) $\overline{u'v'}/U_c^2(x)$. I massimi ricadono nello shear layer e si spostano verso y/D maggiori procedendo a valle, seguendo l'allargamento del getto.

Le statistiche del secondo ordine confermano il ruolo centrale dello shear layer: le intensità RMS e la TKE sono massime nella regione in cui il gradiente $\partial\overline{U}/\partial y$ è elevato, evidenziando la stretta correlazione tra campo medio e produzione turbolenta. Lo sforzo di Reynolds $\overline{u'v'}$ mostra un trasporto turbolento di quantità di moto dal nucleo verso l'esterno, meccanismo fisico che governa la produzione di turbolenza e l'entrainment del fluido ambiente.

L'evoluzione spaziale di questi profili evidenzia lo sviluppo dello strato di taglio a partire dalla condizione di uscita del getto. In prossimità dell'uscita dell'ugello ($x/D = 0.5$), il profilo di u' presenta due picchi pronunciati e localizzati ai bordi del getto ($y/D \approx \pm 0.5$), in corrispondenza del labbro dell'ugello. Questi picchi individuano i due lati dello strato di taglio, dove il gradiente radiale di velocità media $\partial \bar{U} / \partial r$ è massimo e la produzione turbolenta è più intensa.

Procedendo verso valle, i due picchi di u' si abbassano e si allontanano dall'asse (spostandosi verso y/D maggiori), seguendo l'allargamento dello strato di taglio. Coerentemente, l'ampiezza dello sforzo di Reynolds $\overline{u'v'}$ cresce con x/D , in linea con il naturale sviluppo del getto e la formazioni delle strutture coerenti nello shear layer che trasportano quantità di moto.

Analisi spettrale: frequenze dominanti

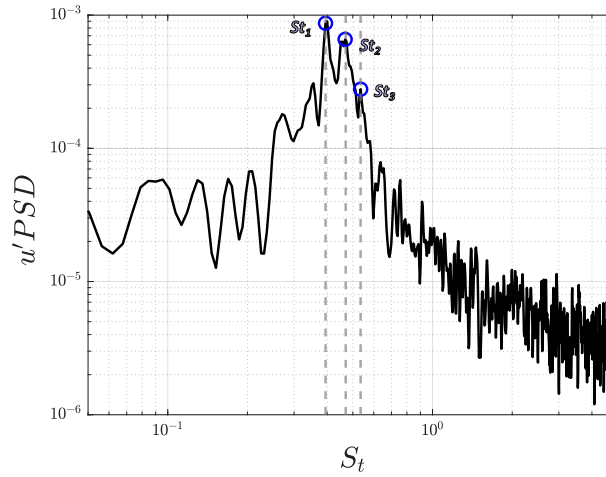


FIGURA 4.13: Densità spettrale di potenza (PSD) delle fluttuazioni della velocità assiale $u'(t)$ nel cuore potenziale del getto, in corrispondenza di $x/D = 2.5$ e $y/D = 0$. La frequenza è espressa tramite il numero di Strouhal. I massimi spettrali identificano le dinamiche dominanti del campo vicino, riconducibili alle instabilità dello shear layer e alle strutture coerenti che derivano da tali instabilità.

L'analisi spettrale, fatta applicando il metodo di Welch al segnale delle fluttuazioni di velocità lungo x , evidenzia la presenza di una frequenza preferenziale nel campo vicino. In termini di numero di Strouhal, la PSD mostra un massimo principale concentrato in un intervallo ristretto, con tre massimi locali a $St_1 \simeq 0.39$, $St_2 \simeq 0.45$ ed $St_3 \simeq 0.53$. Poiché tali massimi risultano ravvicinati, è plausibile interpretarli come la manifestazione di un unico *preferred mode* la cui energia è distribuita su una banda finita per effetto della stima spettrale (finestratura Welch, *leakage*) e del rumore di fondo, più che come meccanismi fisici distinti. Nel seguito si farà quindi riferimento ad una frequenza preferenziale complessiva $St_b \approx 0.50$ come scala dominante del campo vicino.

Queste evidenze motivano l'uso, nel capitolo successivo, di decomposizioni modali (POD/SPOD) per isolare e caratterizzare in modo più robusto le strutture coerenti e le scale dominanti associate a tale dinamica, aspetto centrale ai fini del controllo in closed-loop e della definizione dello stato per l'agente DRL.

4.2 Caratterizzazione del sistema di attuazione

Prima di utilizzare i getti radiali per il controllo attivo del getto principale, è stata eseguita una caratterizzazione preliminare del sistema di attuazione, per valutare la velocità media dei getti e la risposta temporale delle elettrovalvole. L'obiettivo della prova è duplice: (i) verificare che i getti radiali prodotti dalle diverse linee siano visibili e distinguibili nel campo di misura; (ii) stimare il ritardo relativo tra i getti per ciascuna frequenza di comando come indicatore della coerenza della risposta fluidodinamica.

Tale ritardo non coincide con il solo tempo di apertura nominale dell'elettrovalvola, ma rappresenta una grandezza equivalente dell'intera catena di attuazione. Tra l'istante di invio del comando attraverso Arduino e la comparsa del getto radiale intervengono infatti diversi contributi: la risposta elettromeccanica della valvola, la propagazione della perturbazione lungo la linea idraulica e il tempo necessario affinché il getto diventi visibile nella regione illuminata. La misura del ritardo è quindi essenziale per interpretare correttamente le successive prove di controllo.

La caratterizzazione è stata condotta utilizzando una mezzacorona circolare avente 5 getti radiali, geometricamente rappresentativa della corona di attuazione montata attorno al getto principale, sempre posizionata a $\simeq 4D$ dall'uscita del getto principale. La mezzacorona è stata posizionata all'interno dell'acquario e illuminata mediante il fascio laser, disposto in modo da catturare la regione di uscita dei getti radiali. La camera è stata collocata frontalmente rispetto alla corona, così da osservare direttamente la comparsa, lo sviluppo iniziale e la posizione dei nuclei dei getti dei singoli attuatori. In questo modo è stato possibile associare a ciascuna elettrovalvola un tempo di risposta e una velocità caratteristica del getto radiale prodotto.

La disposizione sperimentale utilizzata è mostrata in Fig. 4.14. Il laser illumina lateralmente la regione di uscita dei getti radiali, mentre la camera osserva frontalmente la mezzacorona. Gli pseudo snapshot acquisiti (Fig. 4.15) sono stati utilizzati in prima battuta per ricostruire i riferimenti geometrici della corona e individuare la disposizione degli attuatori. La risposta dei getti radiali è stata invece quantificata a partire dai campi di velocità ottenuti tramite processing attraverso PAIRS di tali frame: in particolare, la mappa della magnitudo media della velocità è stata impiegata per identificare i core dei getti radiali, successivamente indicati come $J_1, \dots, J_5$. In corrispondenza di tali core sono stati poi estratti i segnali temporali di velocità utilizzati per stimare l'intensità dei getti radiali, la loro sincronizzazione relativa e la presenza della frequenza di attuazione negli spettri delle velocità.

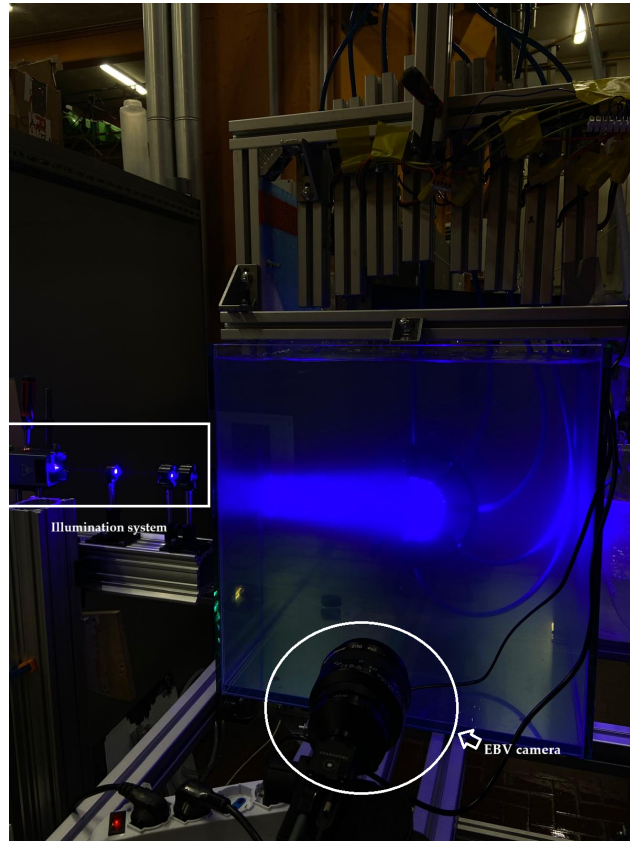


FIGURA 4.14: Setup sperimentale utilizzato per la caratterizzazione delle elettrovalvole. Il laser illumina la regione di uscita dei getti radiali, mentre la camera è disposta frontalmente rispetto alla mezza corona.



FIGURA 4.15: Esempio di pseudo-snapshot EBIV utilizzato come input per il processing PIV in PAIRS.

Per ogni condizione di prova è stata imposta una sequenza periodica di apertura e chiusura delle elettrovalvole. I casi analizzati coprono frequenze di comando comprese tra 0 Hz e 15 Hz, con duty cycle pari al 50% nella maggior parte delle prove. Per alcune frequenze intermedie sono stati inoltre considerati duty cycle pari al 25%, 50% e 75%, in modo da valutare l'effetto del tempo di apertura sulla risposta osservata. La durata di ciascuna acquisizione è stata fissata pari a 10 s, con una frequenza di acquisizione $f_p = 250$ Hz, in modo tale da ottenere un numero elevato di pseudo snapshot $N_t = 2500$ per ogni condizione di attuazione.

Il caso 0 (*baseline*) corrisponde alle elettrovalvole costantemente aperte ($f = 0$ Hz, duty cycle 100%), che producono getti radiali continui e viene utilizzato come riferimento per il calcolo della velocità di ogni getto; i casi successivi corrispondono a segnali periodici con frequenza e duty cycle assegnati. Indicando con f_{act} la frequenza di comando delle elettrovalvole, sono state considerate le frequenze 1, 2, 3, 4, 5 e 6 Hz, con variazioni di duty cycle per 2, 4 e 6 Hz; successivamente, mantenendo il duty cycle al 50%, f_{act} è stata aumentata da 7 a 15 Hz. Questa scelta consente di distinguere due aspetti: da un lato la risposta delle valvole in condizioni relativamente lente, nelle quali il getto radiale riesce a svilupparsi in modo netto all'interno di ciascun periodo di attuazione; dall'altro il comportamento ad alta frequenza, dove il tempo di risposta del sistema può diventare confrontabile con il periodo stesso del segnale imposto.

TABELLA 4.2: Sintesi delle condizioni di comando utilizzate per la caratterizzazione dell'attuazione.

Caso	f_{act} [Hz]	Duty cycle [%]	Durata acquisizione [s]
0	0	100	10
1	1	50	10
2-4	2	25-50-75	10
5	3	50	10
6-8	4	25-50-75	10
9	5	50	10
10-12	6	25-50-75	10
13-21	7-15	50	10

4.2.1 Condizioni operative e parametri adimensionali

Nella Tabella 4.3 sono riportate le principali grandezze fisiche che descrivono lo stato del fluido e dei getti all'uscita dell'ugello: Diametro interno degli ugelli d_h , velocità media per il caso baseline nel core di uscita $\bar{V}_0$ (mediata nel tempo e su tutti i getti radiali), temperatura dell'acqua T , densità ρ e viscosità cinematica ν .

TABELLA 4.3: Condizioni operative di riferimento e proprietà del fluido

Grandezza	Simbolo	Valore
Diametro ugelli	d_h	8.6 [mm]
Frequenza di acquisizione	f_p	250 [Hz]
Velocità media in uscita	$\bar{V}_0$	0.16 [m/s]
Temperatura acqua	T	20°C
Densità	ρ	$1 \cdot 10^3$ [kg/m ³]
Viscosità cinematica	ν	$1 \cdot 10^{-6}$ [m ² /s]
Numero di Reynolds	$Re = \frac{\bar{V}_0 d_h}{\nu}$	1400 [-]

4.2.2 Elaborazione dei campi di velocità e identificazione dei core

I campi di velocità $U(x, y, t)$ e $V(x, y, t)$ sono stati ottenuti attraverso il processing in PAIRS degli pseudo snapshot acquisiti, come fatto per la caratterizzazione del getto principale. Il processing è stato impostato con uno schema multi-pass a finestre decrescenti, mantenendo i parametri del processing standard e specificando:

- *Interrogation windows*: $128 \times 128, 84 \times 84, 48 \times 48, 32 \times 32$ pixel;
- *Spacing*: 64, 21, 12, 8 pixel (overlap 50% nella prima passata e 75% nelle successive);
- *Direct Correlations (DC)*: abilitate, adatte a immagini binarie/poco dense;
- *# of iterations*: 5.

La validazione dei vettori segue la pipeline standard di PAIRS (*range check*, filtro mediano locale e interpolazione dei vettori non validi). I campi di velocità ottenuti e la griglia spaziale sono stati convertiti da *pixel/frame* a m/s utilizzando il fattore di calibrazione spaziale, esattamente come descritto per la caratterizzazione del getto principale. Le coordinate x ed y sono state adimensionalizzate rispetto al diametro d_h .

A partire dallo stack temporale dei campi di velocità è stata quindi calcolata la magnitudo istantanea della velocità in tutto il campo,

$$|V(x, y, t)| = \sqrt{U^2(x, y, t) + V^2(x, y, t)}, \quad (4.5)$$

e successivamente la sua media temporale,

$$|\overline{V}|(x, y) = \frac{1}{N_t} \sum_{n=1}^{N_t} |V(x, y, n)|. \quad (4.6)$$

La mappa di $|\overline{V}|$ è stata utilizzata per individuare la posizione dei core dei getti radiali. In una prima fase, sull'immagine media dei frame è stata ricostruita la geometria della mezzacorona, selezionando tre punti sull'arco degli ugelli e adattando a essi una circonferenza. Questa operazione ha consentito di stimare il centro geometrico della corona e il raggio associato alla posizione degli ugelli, in modo tale da definire un sistema di riferimento opportuno (Fig.4.16).

Successivamente, a partire da tale geometria, è stata definita una circonferenza di scansione interna alla corona. La magnitudo media di velocità è stata interpolata lungo questa circonferenza, ottenendo un profilo monodimensionale in funzione dell'angolo. I core dei getti radiali sono stati identificati come massimi locali di tale profilo, imponendo una soglia minima rispetto al valore massimo della velocità interpolata. Infine, i core sono stati ordinati assegnando J_1 al picco più vicino al riferimento selezionato manualmente ed assegnando J_2 al getto radiale simmetrico; numerando i successivi getti radiali in modo coerente con la disposizione geometrica della mezzacorona.

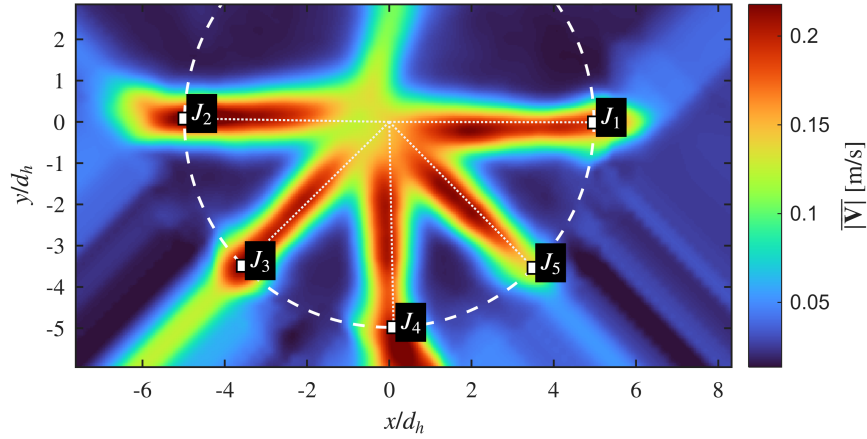


FIGURA 4.16: Identificazione dei core dei getti radiali sulla mappa della magnitudo media di velocità per il caso 0. I punti $J_1, \dots, J_5$ indicano le posizioni utilizzate per l'estrazione dei segnali temporali.

4.2.3 Stima della velocità caratteristica dei getti radiali

Una volta identificate le posizioni dei core, per ciascun getto radiale è stata stimata una velocità caratteristica nel piano di misura. A tale scopo, in corrispondenza del core di ciascun getto J_i , è stato definito un intorno spaziale B_i , costituito da un box 3×3 pixel centrato sul core individuato. La velocità caratteristica del getto radiale all'istante n è stata quindi calcolata come magnitudo delle componenti di velocità mediate spazialmente sul box B_i :

$$V_i(n) = \sqrt{\langle U \rangle_{B_i}^2(n) + \langle V \rangle_{B_i}^2(n)} \quad (4.7)$$

dove $\langle U \rangle_{B_i}(n)$ e $\langle V \rangle_{B_i}(n)$ indicano le componenti di velocità mediate spazialmente sul box B_i all'istante n . Questo segnale costituisce la base sia per la stima della velocità caratteristica, sia per le successive analisi di ritardo relativo e di contenuto spettrale.

La velocità caratteristica media di ciascun getto radiale è stata valutata nel caso base-line (caso 0, getti radiali continui), in cui la valvola è costantemente aperta. In questa condizione la media temporale è:

$$\bar{V}_i = \frac{1}{N_t} \sum_{n=1}^{N_t} V_i(n) \quad (4.8)$$

Tale grandezza non rappresenta la velocità tridimensionale completa del getto radiale, poiché la misura è limitata al piano osservato dalla camera e dipende dal campo bi-dimensionale ricostruito da PAIRS, fornisce tuttavia una stima coerente e confrontabile dell'intensità relativa delle diverse linee di attuazione.

TABELLA 4.4: Velocità caratteristiche $\bar{V}_i$ dei getti radiali, valutate nel caso baseline. I valori sono ottenuti come media temporale della magnitudo di velocità mediata spazialmente attorno ai core identificati. La condizione continua, $f_{act} = 0$ Hz, fornisce una stima dell'intensità effettiva di ciascun getto radiale.

getto radiale	$\bar{V}_{i_0}$ [m/s]
J_1	0.145
J_2	0.170
J_3	0.178
J_4	0.163
J_5	0.171

Il valore di riferimento $\bar{V}_0 = 0.16$ m/s riportato in Tab. 4.3 corrisponde alla media dei cinque valori $\bar{V}_{i_0}$ ottenuti, e fornisce la velocità caratteristica complessiva del sistema di attuazione.

4.2.4 Stima del ritardo relativo tra i getti radiali

Dopo aver estratto i segnali temporali di velocità $V_i(n)$ in corrispondenza dei core per le diverse frequenze di attuazione, come fatto per il caso baseline, è stata valutata la sincronizzazione relativa tra i getti radiali. In particolare, il getto radiale J_1 è stato assunto come riferimento e i segnali degli altri getti radiali sono stati confrontati con questo mediante cross-correlazione temporale.

Prima del calcolo del ritardo, i segnali di velocità sono stati mediati in fase. Per ogni frequenza di attuazione, il segnale è stato suddiviso in cicli di uguale lunghezza $N_c = f_p$ frame, e i cicli sono stati mediati tra loro. Indicando con $N_{cyc} = \lfloor N_t / N_c \rfloor$ il numero di periodi completi disponibili, il segnale medio di fase del getto radiale J_i è:

$$\langle V_i \rangle(m) = \frac{1}{N_{cyc}} \sum_{\ell=0}^{N_{cyc}-1} V_i(m + \ell N_c), \quad m = 1, \dots, N_c. \quad (4.9)$$

La media su N_{cyc} periodi rinforza la componente periodica della risposta e attenua le fluttuazioni turbolente non correlate con l'attuazione.

I segnali medi di fase sono stati successivamente filtrati mediante uno *smoothing* gaussiano, in modo da ridurre le oscillazioni ad alta frequenza non direttamente associate alla risposta periodica dell'attuatore. La dimensione della finestra del filtro è stata regolata caso per caso, alle frequenze di comando più basse, dove il periodo di attuazione è descritto da un numero elevato di frame, è stata applicata una finestra di smoothing più grande, mentre alle frequenze più elevate la finestra è stata ridotta o omessa per non attenuare l'ampiezza del segnale.

Per stimare lo sfasamento temporale relativo tra i getti radiali, da ciascun segnale mediato in fase è stata rimossa la componente media:

$$q_i(m) = \langle V_i \rangle(m) - \overline{\langle V_i \rangle}. \quad (4.10)$$

Il segnale $q_1(m)$, associato al getto radiale J_1 , è stato utilizzato come riferimento. Per ciascun getto radiale J_i è stata quindi calcolata la cross-correlazione normalizzata

$$\rho_{i1}(k) = \frac{\sum_m q_i(m+k) q_1(m)}{\sqrt{\sum_m q_i^2(m)} \sqrt{\sum_m q_1^2(m)}}, \quad (4.11)$$

dove k rappresenta il ritardo espresso in numero di frame. Il valore di k che massimizza ρ_{i1} fornisce il ritardo relativo del getto radiale J_i rispetto a J_1 :

$$k_i^* = \arg \max_k [\rho_{i1}(k)]. \quad (4.12)$$

Il ritardo temporale corrispondente è stato quindi ottenuto come

$$\tau_i = k_i^* \Delta t = \frac{k_i^*}{f_p}. \quad (4.13)$$

Poiché l'obiettivo dell'analisi è confrontare la partenza relativa dei getti radiali, i ritardi sono stati infine riferiti al primo getto radiale che mostra la risposta più anticipata:

$$\tau_{i,rel} = \tau_i - \min_j(\tau_j). \quad (4.14)$$

Un valore positivo di k_i^* indica che J_i risponde con ritardo rispetto a J_1 ; un valore nullo indica una risposta sincrona ed un valore negativo una risposta anticipata. Di conseguenza, $\min_j(\tau_j)$ corrisponde al getto radiale leader, quello con la risposta più anticipata.

In questo modo il getto radiale leader ha ritardo nullo, mentre gli altri sono ordinati in base al ritardo rispetto a esso. Tale procedura permette di valutare la sincronizzazione relativa delle linee di attuazione e di individuare eventuali differenze di risposta tra le elettrovalvole per ogni frequenza di attuazione.

TABELLA 4.5: Sintesi dei ritardi misurati per i getti radiali visibili nella configurazione a mezzacorona. I valori sono riportati separando le acquisizioni con risposta più regolare dai casi caratterizzati da maggiore dispersione temporale.

getto radiale	Casi 1–11		Casi 12–21	
	Ritardo medio [ms]	Intervallo [ms]	Ritardo medio [ms]	Intervallo [ms]
J_1	31.6	16–52	180.8	0–660
J_2	22.2	12–52	235.2	0–788
J_3	0.0	0–0	158.8	0–604
J_4	8.4	0–20	202.8	0–708
J_5	29.1	8–76	213.2	0–688

La Tab. 4.5 evidenzia differenze nella risposta temporale tra le diverse linee. Il getto radiale J_3 risulta il leader nei casi 1–11, con il ritardo di risposta più basso, ed è assunto come riferimento; rispetto a esso gli altri getti presentano ritardi medi compresi nell'intervallo 8–32 ms. In particolare J_4 mostra il ritardo relativo più basso, mentre J_1 , J_2 e J_5 hanno un ritardo medio di 20–30 ms. Tali differenze possono dipendere sia dalla risposta effettiva della singola linea, sia dal criterio con cui si identifica la comparsa del core: la stima del ritardo è infatti sensibile al punto in cui si estrae il segnale di velocità e alla soglia di intensità adottata per individuare il core del getto radiale nella mappa di velocità.

Nei casi 1–11, corrispondenti a frequenze di comando comprese tra 1 e 7 Hz, il ritardo medio stimato si mantiene sempre inferiore al periodo di attuazione $T_{\text{act}} = 1/f_{\text{act}}$. Ciò indica che il sistema di attuazione risponde in modo coerente e ripetibile in questo intervallo di frequenze.

Nei casi ad alta frequenza (12–21), invece, l'intervallo di variabilità del ritardo si estende fino a circa 700 ms, valore superiore allo stesso periodo di attuazione e quindi privo di significato fisico. Una dispersione così ampia non riflette un ritardo reale, ma segnala che a queste frequenze la stima non è attendibile. Il peggioramento può dipendere da più stadi della catena di misura: a monte, nella correlazione tra coppie di immagini del processing PIV, da cui dipende l'accuratezza dei campi di velocità (a frequenze più alte il picco di correlazione risulta meno definito e i campi più rumorosi); a valle, nella correlazione temporale tra i segnali di velocità, che in presenza di una componente periodica debole rispetto al rumore non individua un ritardo netto. I valori ottenuti in questo regime di frequenze non sono pertanto interpretabili come ritardi fisici della catena di attuazione.

4.2.5 Verifica spettrale della frequenza di attuazione

Per verificare che la frequenza di comando delle elettrovalvole fosse effettivamente riconoscibile nella risposta fluidodinamica dei getti radiali, è stata eseguita un'analisi spettrale dei segnali di fluttuazione di velocità estratti in corrispondenza dei core per ogni frequenza di attuazione imposta. L'analisi è stata condotta separatamente sulle fluttuazioni delle componenti di velocità e sulla fluttuazione della magnitudo di velocità. Nel seguito si riportano i risultati relativi alla magnitudo $|V_i|'$, rappresentativi del comportamento osservato.

Per ciascun getto radiale, indicando con $u_i(n) \equiv \langle U \rangle_{B_i}(n)$ e $v_i(n) \equiv \langle V \rangle_{B_i}(n)$ le componenti di velocità mediate spazialmente sul box B_i introdotte nella sezione precedente, le fluttuazioni rispetto alla media temporale per ogni core sono:

$$u_i'(n) = u_i(n) - \bar{u}_i, \quad v_i'(n) = v_i(n) - \bar{v}_i. \quad (4.15)$$

In modo analogo, la fluttuazione della magnitudo è:

$$V_i'(n) = V_i(n) - \bar{V}_i \quad (4.16)$$

Su tali segnali è stata calcolata la densità spettrale di potenza tramite trasformata discreta di Fourier. L'obiettivo dell'analisi spettrale è verificare la presenza di picchi nei core individuati corrispondenti alla frequenza di attuazione imposta e, eventualmente, delle sue armoniche. La presenza di tali picchi conferma che la modulazione elettrica delle elettrovalvole si trasferisce alla risposta fluidodinamica misurata nei campi di velocità.

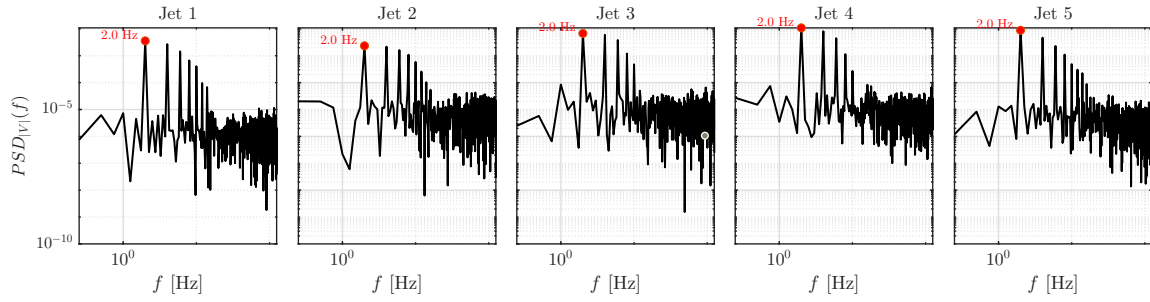
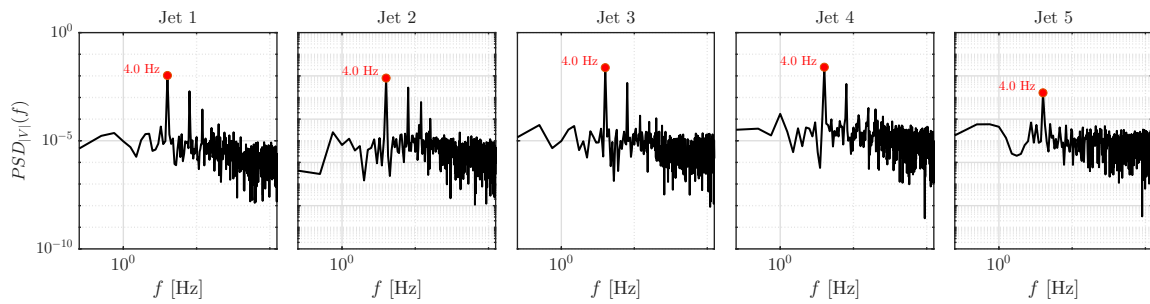
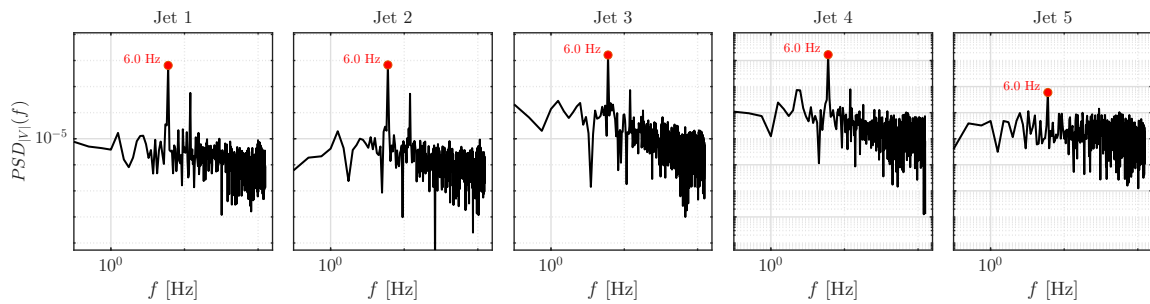
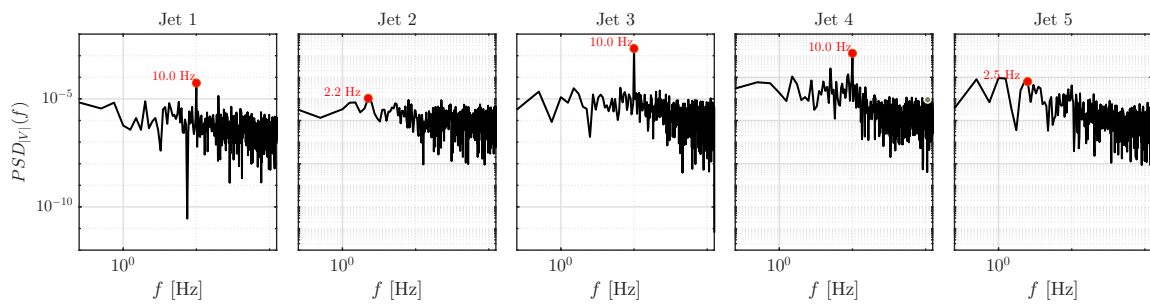
(A) Caso 4, $f_{act} = 2$ Hz, DC=75%(B) Caso 7, $f_{act} = 4$ Hz, DC=50%(C) Caso 10, $f_{act} = 6$ Hz, DC=25%(D) Caso 16, $f_{act} = 10$ Hz, DC=50%

FIGURA 4.17: Densità spettrale di potenza (PSD) delle fluttuazioni estratte in corrispondenza dei core dei getti radiali per quattro differenti frequenze di comando (f_{act}). L'analisi è limitata alla magnitudo della velocità ($|V|'$).

Come visibile in Fig. 4.17, gli spettri mostrano picchi visibili alla frequenza di attuazione imposta e alle sue armoniche per tutti i getti radiali a 2 Hz e 4 Hz, confermando il trasferimento della modulazione elettrica alla risposta fluidodinamica. Per il caso a 6 Hz i picchi

sono ancora ben visibili ma le armoniche sono evidenti solo nei primi due getti. Nel caso a 10 Hz i picchi sono distinguibili solo in 3 getti, mentre negli altri non c'è una componente spettrale chiaramente visibile.

Nell'analisi quindi i picchi risultano chiaramente distinguibili per le frequenze di comando più basse (casi 1–11), mentre per le frequenze più elevate (casi 12–21) l'ampiezza spettrale alla frequenza fondamentale si riduce e la risposta diventa meno evidente coerentemente con quanto detto nella stima del ritardo.

Capitolo 5

Decomposizione modale del campo di moto

I flussi turbolenti, pur essendo governati dalle equazioni di Navier–Stokes, sono caratterizzati da un’elevata dimensionalità spaziale e temporale e da una dinamica non lineare, nella quale coesistono scale molto diverse. Tuttavia, all’interno di questa complessità, è spesso possibile individuare strutture coerenti ricorrenti, capaci di organizzare una parte significativa della dinamica del flusso e del trasporto di quantità di moto, energia e vorticità. L’identificazione di tali strutture rappresenta un aspetto fondamentale nello studio sperimentale e numerico dei flussi turbolenti, poiché consente di passare da una descrizione puramente istantanea del campo di moto a una rappresentazione più compatta, interpretabile e fisicamente significativa.

In questo contesto, le decomposizioni modali forniscono un framework sistematico per analizzare campi fluidodinamici ad alta dimensionalità, esprimendo il campo di moto come sovrapposizione di strutture coerenti, o modi, ordinate secondo un criterio assegnato. A seconda della tecnica utilizzata, tale criterio può essere legato al contenuto energetico, alla coerenza spazio–temporale, alla frequenza di oscillazione o alla rilevanza dinamica del modo. Negli ultimi decenni, metodi come la Proper Orthogonal Decomposition (POD), la Dynamic Mode Decomposition (DMD) e la Spectral Proper Orthogonal Decomposition (SPOD) sono diventati strumenti centrali nell’analisi dei flussi turbolenti, nella costruzione di modelli ridotti e nello sviluppo di strategie di controllo dei flussi.

La base teorica di molte di queste tecniche può essere ricondotta alla Singular Value Decomposition (SVD), che fornisce uno strumento algebrico per decomporre una matrice di dati in una combinazione di strutture spaziali, pesi energetici e coefficienti temporali. Nel caso di misure velocimetriche, come PIV o EBIV, una sequenza temporale di campi di velocità può essere organizzata in una matrice di snapshot, nella quale ogni colonna rappresenta il campo di moto a un determinato istante. La SVD permette quindi di individuare una base adattata ai dati, capace di descrivere il campo con un numero ridotto di modi rispetto ai gradi di libertà originari.

Tra le decomposizioni modali più utilizzate in fluidodinamica, la Proper Orthogonal Decomposition occupa un ruolo centrale. Introdotta nel contesto della turbolenza a partire dai lavori di Lumley [21, 22], la POD permette di determinare una base ortogonale ottimale dal punto di vista energetico: i primi modi sono quelli che massimizzano, in media, l’energia del campo proiettato. Questa tecnica fornisce quindi una rappresentazione compatta del campo turbolento e consente di separare le strutture spaziali dominanti dalle componenti meno energetiche.

La POD è stata ampiamente utilizzata nello studio della turbolenza e delle strutture coerenti. Nel caso specifico dei getti turbolenti, è stata impiegata per identificare e ricostruire strutture coerenti nella regione dello shear layer, nel near-field e nel far-field del getto. Diversi studi su getti assialsimmetrici hanno mostrato come i modi più energetici possano essere associati alle grandi strutture coerenti responsabili di una parte significativa della dinamica del mixing layer: nei getti turbolenti molte delle strutture coerenti osservate nel near-field sono associate all'evoluzione dello shear layer, alla generazione di vortici legati all'instabilità di Kelvin-Helmholtz e a strutture wavepacket [23, 24, 25, 26].

Nel presente lavoro, la decomposizione modale viene utilizzata come strumento di analisi dei campi di velocità ottenuti sperimentalmente e come stato di osservazione per il controllo attivo del getto turbolento. La SVD costituisce la base algebrica della decomposizione, la POD viene impiegata per estrarre le strutture spaziali più energetiche del campo di fluttuazioni e la SPOD estende tale approccio al dominio frequenziale, permettendo di associare le strutture coerenti a specifici numeri di Strouhal.

5.1 Singular Value Decomposition (SVD)

Una sequenza temporale di M campi di moto, ciascuno discretizzato su N punti della griglia, può essere organizzata in una matrice di snapshot $Q \in \mathbb{R}^{N \times M}$, in cui la n -esima colonna q_n , per $n = 1, \dots, M$, rappresenta il campo di moto all'istante t_n :

$$Q = \begin{bmatrix} | & | & \cdots & | \\ q_1 & q_2 & \cdots & q_M \\ | & | & \cdots & | \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

Nel caso di un campo di velocità planare a due componenti si ha $N = N_{\text{var}} \cdot N_{\text{grid}}$, con $N_{\text{var}} = 2$ per le componenti u e v .

La *Singular Value Decomposition* fornisce una fattorizzazione di Q in tre matrici che ne separano la struttura spaziale, l'ampiezza relativa e l'evoluzione temporale:

$$Q = \Phi \Sigma \Psi^T, \quad (5.2)$$

La matrice Q viene pertanto decomposta in:

- $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times N}$: una matrice ortogonale le cui colonne rappresentano le strutture spaziali associate ai dati;
- $\Psi \in \mathbb{R}^{M \times M}$: una matrice ortogonale le cui colonne descrivono l'evoluzione temporale delle corrispondenti strutture spaziali;
- $\Sigma \in \mathbb{R}^{N \times M}$: una matrice diagonale rettangolare che contiene i valori singolari σ_i , reali non negativi ordinati in modo decrescente:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_R > 0, \quad R = \text{rank}(Q). \quad (5.3)$$

L'ortogonalità di Φ e Ψ implica $\Phi^T \Phi = I$ e $\Psi^T \Psi = I$.

Nei problemi fluidodinamici, il numero di gradi di libertà spaziali N è generalmente molto maggiore del numero di snapshot M . In questo caso, il numero di valori singolari non nulli è pari al rango della matrice, $R \leq M$. Per ridurre il costo computazionale, si ricorre

all'economy SVD in modo da conservare solo le colonne associate ai valori singolari non nulli, in forma matriciale si ha:

$$Q = \hat{\Phi} \hat{\Sigma} \hat{\Psi}^T, \quad (5.4)$$

con $\hat{\Phi} \in \mathbb{R}^{N \times R}$, $\hat{\Sigma} \in \mathbb{R}^{R \times R}$ e $\hat{\Psi} \in \mathbb{R}^{M \times R}$.

Questa proprietà costituisce la base algebrica della POD, nella quale i modi vengono interpretati come le strutture spaziali ottimali per rappresentare l'energia del campo di fluttuazioni.

5.2 Proper Orthogonal Decomposition (POD)

La *Proper Orthogonal Decomposition* (POD) è una tecnica di decomposizione modale che permette di rappresentare un campo di moto mediante una base di strutture spaziali ortonormali ordinate in funzione del loro contenuto energetico. Nel caso di campi di velocità ottenuti da misure PIV, EBIV o da simulazioni numeriche, la sequenza temporale degli snapshot contiene un numero elevato di gradi di libertà spaziali; tuttavia, una parte significativa dell'energia delle fluttuazioni può spesso essere descritta mediante un numero ridotto di modi dominanti.

5.2.1 Formulazione teorica

Nella formulazione classica introdotta da Lumley [21], dato un campo di fluttuazioni $q'(x, t) = q(x, t) - \bar{q}(x)$, i modi POD $\phi_i(x)$ sono definiti come le strutture spaziali che massimizzano in successione l'energia media della proiezione del campo di fluttuazioni, sotto il vincolo di ortonormalità [25]:

$$\phi_i = \arg \max_{\substack{\|\phi\|=1 \\ \langle \phi, \phi_j \rangle = 0, j < i}} \mathbb{E} \left\{ |\langle q'(\cdot, t), \phi \rangle|^2 \right\}, \quad (5.5)$$

dove $\mathbb{E}\{\cdot\}$ indica la media statistica e $\langle \cdot, \cdot \rangle$ indica il prodotto interno. I modi POD si ottengono risolvendo il problema agli autovalori dell'operatore di correlazione spaziale a due punti $C(x, x')$ [27]:

$$\int_{\Omega} C(x, x') \phi_i(x') dx' = \lambda_i \phi_i(x), \quad C(x, x') = \mathbb{E} \left\{ q'(x, t) q'^T(x', t) \right\}, \quad (5.6)$$

Gli autovalori $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq 0$ sono ordinati in senso decrescente di energia. Ciascun λ_i rappresenta la varianza catturata dal modo i : il primo modo cattura la massima frazione di energia del campo, il secondo la massima frazione di energia residua nel sottospazio ortogonale al primo, e così via. Troncata ai primi r modi, la POD fornisce quindi la migliore approssimazione del campo in senso energetico fra tutte le possibili basi ortonormali della stessa dimensione [25].

5.2.2 Formulazione discreta

Considerato un numero finito di snapshot, la formulazione continua viene discretizzata. A partire dalla matrice degli snapshot Q introdotta nella sezione precedente, si costruisce la matrice delle fluttuazioni sottraendo il campo medio temporale:

$$q'_n = q_n - \bar{q}, \quad Q' = [q'_1, \dots, q'_M] \in \mathbb{R}^{N \times M}. \quad (5.7)$$

Ciascun campo di fluttuazioni q'_n può essere espresso come combinazione lineare dei modi spaziali ortonormali:

$$q'_n = \sum_{i=1}^R a_i(t_n) \phi_i, \quad n = 1, \dots, M, \quad (5.8)$$

dove $R = \text{rank}(Q')$ e $a_i(t_n)$ è il coefficiente temporale che misura il contributo del modo i all'istante t_n . Per l'ortonormalità dei modi, i coefficienti temporali si ottengono proiettando il campo di fluttuazione sui modi spaziali, operazione nota come proiezione di *Galerkin*:

$$a_i(t_n) = \langle q'_n, \phi_i \rangle = \phi_i^T q'_n. \quad (5.9)$$

L'energia associata al modo i è data dalla somma dei quadrati dei coefficienti temporali su tutti gli snapshot:

$$\lambda_i = \sum_{n=1}^M |a_i(t_n)|^2. \quad (5.10)$$

L'autovalore λ_i misura il contenuto energetico del modo i sull'intera sequenza temporale.

I modi POD si ricavano direttamente applicando la *economy* SVD alla matrice delle fluttuazioni:

$$Q' = \Phi \Sigma \Psi^T, \quad (5.11)$$

dove le colonne di $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times R}$ rappresentano i modi spaziali POD, $\Sigma \in \mathbb{R}^{R \times R}$ contiene i valori singolari σ_i ordinati in senso decrescente, e $\Psi \in \mathbb{R}^{M \times R}$ contiene le evoluzioni temporali normalizzate associate ai modi. Gli autovalori della formulazione continua coincidono con il quadrato dei valori singolari, $\lambda_i = \sigma_i^2$, e la frazione di energia catturata dai primi r modi vale:

$$E_r = \frac{\sum_{i=1}^r \sigma_i^2}{\sum_{i=1}^R \sigma_i^2}. \quad (5.12)$$

I coefficienti temporali scalati sono contenuti nella matrice $A = \Sigma \Psi^T \in \mathbb{R}^{R \times M}$, la cui i -esima riga rappresenta la storia temporale $a_i(t_n) = \sigma_i \psi_i(t_n)$ dell' i -esimo modo.

5.2.3 Problema agli autovalori e metodo degli *snapshots*

La SVD di Q' può essere riformulata come problema agli autovalori della matrice di covarianza del campo di fluttuazioni, in due formulazioni equivalenti.

Considerando la matrice di covarianza spaziale $Q'Q'^T \in \mathbb{R}^{N \times N}$, e sfruttando l'ortogonalità di Ψ , si ottiene:

$$Q'Q'^T \Phi = \Phi \Sigma^2, \quad (5.13)$$

i cui autovettori Φ sono i modi spaziali POD. Tuttavia, essendo $N \gg M$ nelle applicazioni fluidodinamiche, questa matrice è di dimensione elevata e computazionalmente costosa da diagonalizzare.

Sirovich [28] ha introdotto la formulazione duale basata sulla matrice di covarianza temporale $Q'^T Q' \in \mathbb{R}^{M \times M}$, di dimensione significativamente inferiore. Sfruttando l'ortogonalità di Φ si ha:

$$Q'^T Q' \Psi = \Psi \Sigma^2, \quad (5.14)$$

i cui autovettori Ψ forniscono le evoluzioni temporali normalizzate. I modi spaziali si ricavano poi tramite proiezione:

$$\Phi = Q' \Psi \Sigma^{-1}. \quad (5.15)$$

La formulazione, nota come *metodo degli snapshots* [28], sostituisce un problema di dimensione $N \times N$ con uno di dimensione $M \times M$, mantenendo invariati gli autovalori non nulli e i corrispondenti modi POD.

5.2.4 Ricostruzione del campo di moto

Troncando la decomposizione ai primi r modi, la matrice delle fluttuazioni può essere approssimata come:

$$Q'_r = \Phi_r \Sigma_r \Psi_r^T = \sum_{i=1}^r \sigma_i \phi_i \psi_i^T. \quad (5.16)$$

Per l' n -esimo snapshot si ottiene:

$$q'_n \approx \sum_{i=1}^r a_i(t_n) \phi_i. \quad (5.17)$$

Il campo totale si ricostruisce aggiungendo il campo medio:

$$q_n \approx \bar{q} + \sum_{i=1}^r a_i(t_n) \phi_i. \quad (5.18)$$

5.3 Spectral Proper Orthogonal Decomposition (SPOD)

La Proper Orthogonal Decomposition descritta nella sezione precedente fornisce una base modale ottimale dal punto di vista energetico, i modi ottenuti sono funzioni dello spazio e rappresentano le strutture spaziali che massimizzano l'energia del campo proiettato. Tuttavia, i coefficienti temporali associati a ciascun modo POD possono contenere contributi distribuiti su un ampio intervallo di frequenze: un singolo modo POD può quindi includere fenomeni fisici caratterizzati da scale temporali differenti, rendendo talvolta meno immediata l'interpretazione dinamica della decomposizione [27].

La *Spectral Proper Orthogonal Decomposition* (SPOD) supera questo limite introducendo esplicitamente l'informazione temporale nel dominio della frequenza. La SPOD può essere interpretata come una formulazione spazio-temporale della POD per flussi statisticamente stazionari: i modi sono calcolati separatamente per ciascuna frequenza e rappresentano strutture coerenti nello spazio che oscillano nel tempo [27, 29]. Ciò che distingue la SPOD dalla POD è che i relativi modi variano sia nello spazio sia nel tempo e sono ortogonali rispetto a un prodotto interno spazio-temporale, e non soltanto spaziale; di conseguenza, essi risultano ottimali nel rappresentare la coerenza spazio-temporale del campo. In questo senso la SPOD combina l'ottimalità energetica tipica della POD con la separazione in frequenza propria dell'analisi spettrale [29].

5.3.1 Formulazione teorica

Per un flusso statisticamente stazionario con campo di fluttuazioni $q'(x, t) = q(x, t) - \bar{q}(x)$, la correlazione spazio-temporale a due punti è funzione del ritardo $\tau = t - t'$:

$$C(x, x', t, t') = \mathbb{E} \{ q'(x, t) q'^*(x', t') \} \xrightarrow{\text{stazionarietà}} C(x, x', \tau), \quad (5.19)$$

dove $(\cdot)^*$ indica la trasposta coniugata (trasposta Hermitiana). Per $\tau = 0$ si ottiene la correlazione spaziale $C(x, x')$ introdotta nella formulazione classica della POD (5.6).

La *cross-spectral density* (CSD), è definita come la trasformata di *Fourier* della correlazione rispetto al ritardo temporale:

$$S(x, x', f) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(x, x', \tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau, \quad (5.20)$$

La CSD descrive come l'energia e la correlazione spaziale del campo siano distribuite in frequenza. I modi SPOD $\phi_j(x, f)$ sono definiti, per ciascuna frequenza f , come le soluzioni del problema agli autovalori associato alla CSD [22, 27]:

$$\int_{\Omega} S(x, x', f) \phi_j(x', f) dx' = \lambda_j(f) \phi_j(x, f). \quad (5.21)$$

I termini $\phi_j(x, f)$, con $j = 1, \dots$ rappresentano i modi spaziali SPOD alla frequenza f , mentre $\lambda_j(f) \geq 0$ sono gli autovalori ordinati in senso decrescente di energia:

$$\lambda_1(f) \geq \lambda_2(f) \geq \dots \geq 0. \quad (5.22)$$

A differenza della POD, nella SPOD ogni modo è associato a una frequenza specifica. La corrispondente struttura spazio-temporale è data da

$$\phi_j(x, f) e^{i2\pi f t}, \quad (5.23)$$

Ogni modo SPOD rappresenta una struttura coerente nello spazio che oscilla armonicamente nel tempo alla frequenza f , con il contenuto energetico descritto da $\lambda_j(f)$. Gli autovalori $\lambda_j(f)$ rappresentano la densità spettrale di energia associata al modo j alla frequenza f . La somma degli autovalori a una data frequenza fornisce la densità spettrale di energia totale del campo a quella frequenza:

$$E(f) = \sum_j \lambda_j(f). \quad (5.24)$$

5.3.2 Formulazione discreta e stima spettrale tramite Welch

La SPOD viene normalmente implementata mediante il metodo di Welch [27, 29]. In una formulazione discreta, il campo di fluttuazioni viene organizzato nella matrice dei dati

$$Q' = [q'_1, q'_2, \dots, q'_M] \in \mathbb{R}^{N \times M}, \quad (5.25)$$

dove M è il numero totale di snapshot e ogni colonna q'_n rappresenta il campo di fluttuazioni all'istante t_n , campionato con passo temporale regolare Δt e frequenza di campionamento $f_p = \frac{1}{\Delta t}$.

La sequenza temporale viene suddivisa in M_b blocchi ciascuno composto da M_{FFT} snapshot, i blocchi consecutivi si sovrappongono di M_{ovlp} snapshot; il numero totale di blocchi risulta quindi:

$$M_b = \left\lfloor \frac{M - M_{ovlp}}{M_{FFT} - M_{ovlp}} \right\rfloor. \quad (5.26)$$

La scelta di M_{FFT} determina il compromesso fondamentale tra risoluzione in frequenza

$$\Delta f = \frac{f_p}{M_{FFT}} = \frac{1}{M_{FFT} \Delta t} \quad (5.27)$$

e convergenza statistica: blocchi più lunghi aumentano Δf^{-1} ma riducono M_b e degradano la stima [29].

Per il blocco b -esimo si definisce la matrice:

$$Q^{(b)} = [q_1^{(b)}, q_2^{(b)}, \dots, q_{M_{FFT}}^{(b)}] \in \mathbb{R}^{N \times M_{FFT}}, \quad b = 1, \dots, M_b. \quad (5.28)$$

Prima di applicare la trasformata di Fourier discreta (DFT), ciascun blocco viene moltiplicato per una finestra temporale w_n (come la finestra di *Hamming* o di *Hann*) per ridurre gli effetti di *spectral leakage*, dovuti alla non periodicità del segnale all'interno del blocco. La DFT del blocco b alla frequenza discreta f_k è:

$$\hat{q}_k^{(b)} = \frac{1}{\sqrt{M_{FFT}}} \sum_{n=1}^{M_{FFT}} w_n q_n^{(b)} e^{-i2\pi(k-1)(n-1)/M_{FFT}}, \quad k = 1, \dots, N_\omega, \quad (5.29)$$

dove, per dati reali, il numero di frequenze non negative è:

$$N_\omega = \frac{M_{FFT}}{2} + 1. \quad (5.30)$$

Le frequenze discrete corrispondenti sono:

$$f_k = \frac{k-1}{M_{FFT} \Delta t}, \quad k = 1, \dots, N_\omega. \quad (5.31)$$

Per ogni frequenza f_k , i coefficienti di Fourier ottenuti dai diversi blocchi vengono raccolti nella matrice:

$$\hat{Q}_k = \sqrt{\kappa} [\hat{q}_k^{(1)}, \hat{q}_k^{(2)}, \dots, \hat{q}_k^{(M_b)}] \in \mathbb{C}^{N \times M_b}, \quad (5.32)$$

La costante κ dipende dalla convenzione adottata per la DFT e dalla normalizzazione della finestra; essa viene scelta in modo che gli autovalori siano interpretabili come densità spettrale di energia. La stima della CSD è quindi:

$$S_k = \hat{Q}_k \hat{Q}_k^* \in \mathbb{C}^{N \times N}. \quad (5.33)$$

Questa stima converge all'aumentare di M_b e di M_{FFT} [27, 29].

5.3.3 Problema agli autovalori

La decomposizione SPOD alla frequenza f_k si ottiene risolvendo il problema agli autovalori:

$$S_k \Phi_k = \Phi_k \Lambda_k, \quad (5.34)$$

dove $\Phi_k \in \mathbb{C}^{N \times M_b}$ contiene i modi SPOD alla frequenza f_k e $\Lambda_k \in \mathbb{R}^{M_b \times M_b}$ è la matrice diagonale degli autovalori:

$$\Lambda_k = \text{diag}(\lambda_{k,1}, \lambda_{k,2}, \dots), \quad \lambda_{k,1} \geq \lambda_{k,2} \geq \dots \geq 0. \quad (5.35)$$

Dato che la stima della CSD è costruita da M_b realizzazioni, S_k ha rango al più $M_b \ll N$: solo M_b dei suoi N autovalori sono non nulli.

I modi soddisfano la condizione di ortonormalità:

$$\Phi_k^* \Phi_k = I. \quad (5.36)$$

In analogia con quanto visto per la POD, N è generalmente molto grande ($N \gg M_b$). Di conseguenza, costruire e diagonalizzare direttamente la matrice $S_k \in \mathbb{C}^{N \times N}$ è computazionalmente costoso. Si utilizza quindi una formulazione ridotta analoga al metodo degli snapshots introdotto per la POD: per ciascuna frequenza f_k si costruisce la matrice ridotta:

$$C_k = \hat{Q}_k^* \hat{Q}_k \in \mathbb{C}^{M_b \times M_b}, \quad (5.37)$$

e si risolve il problema agli autovalori ridotto:

$$C_k \Theta_k = \Theta_k \Lambda_k. \quad (5.38)$$

dove le colonne di $\Theta_k \in \mathbb{C}^{M_b \times M_b}$ sono gli autovettori di C_k e $\Lambda_k = \text{diag}(\lambda_{k,1}, \lambda_{k,2}, \dots) \in \mathbb{R}^{M_b \times M_b}$ contiene i corrispondenti autovalori reali non negativi, ordinati in senso decrescente di energia.

I modi SPOD nello spazio fisico vengono ricostruiti come:

$$\Phi_k = \hat{Q}_k \Theta_k \Lambda_k^{-1/2}. \quad (5.39)$$

La formulazione ridotta sostituisce quindi un problema di dimensione $N \times N$ con un problema di dimensione $M_b \times M_b$, mantenendo invariati gli autovalori non nulli e i corrispondenti modi SPOD. Il numero massimo di autovalori non nulli è pari al rango di $\hat{Q}_k$ ($\leq M_b$).

I modi SPOD sono per definizione complessi. La parte reale e la parte immaginaria dello stesso modo rappresentano due fasi della medesima oscillazione, sfasate di un quarto di periodo.

5.4 Applicazione al getto turbolento

Le tecniche di decomposizione modale descritte nelle sezioni precedenti sono state applicate ai campi di velocità del getto turbolento, acquisiti tramite tecnica EBIV a una frequenza di campionamento $f_p = 200$ Hz. L'analisi si basa sull'acquisizione lunga *time-resolved* di $M = 20000$ snapshot del getto in condizioni non attuate, caratterizzato nel capitolo precedente. La POD viene impiegata per identificare le strutture spaziali più energetiche del campo di fluttuazioni, mentre la SPOD ne estende l'analisi al dominio della frequenza, associando le strutture coerenti a specifiche frequenze.

5.4.1 Analisi POD

La POD è applicata ai campi di fluttuazioni di velocità, ottenuti sottraendo il campo medio nel tempo:

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) = \mathbf{U}(\mathbf{x}, t) - \bar{\mathbf{U}}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{u}' = [u' \ v']^T. \quad (5.40)$$

Coerentemente con la formulazione del paragrafo 5.2, i campi di fluttuazioni sono organizzati nella matrice degli snapshot $Q' \in \mathbb{R}^{N \times M}$, con $N = N_{\text{var}} \times N_{\text{grid}}$ gradi di libertà

spaziali, dove $N_{\text{var}} = 2$ per le componenti u' e v' e $N_{\text{grid}} = N_x \cdot N_y$ è il numero di punti della griglia di misura. La n -esima colonna di Q' contiene le due componenti di fluttuazioni di velocità all'istante temporale t_n con $n = 1, \dots, M$ impilate in un unico vettore:

$$q'(t_n) = \begin{bmatrix} u'(x_1, y_1, t_n) \\ \vdots \\ u'(x_{N_{\text{grid}}}, y_{N_{\text{grid}}}, t_n) \\ v'(x_1, y_1, t_n) \\ \vdots \\ v'(x_{N_{\text{grid}}}, y_{N_{\text{grid}}}, t_n) \end{bmatrix}. \quad (5.41)$$

Coerentemente con il metodo degli snapshots descritto, la decomposizione è ottenuta a partire dalla matrice di covarianza temporale

$$C = Q'^T Q' \in \mathbb{R}^{M \times M}, \quad (5.42)$$

risolvendo il problema agli autovalori $C \Psi = \Psi \Sigma^2$ per ottenere le evoluzioni temporali normalizzate Ψ e i valori singolari σ_i . I modi spaziali si ricavano quindi per proiezione, $\Phi = Q' \Psi \Sigma^{-1}$. L'energia associata al modo i è proporzionale a σ_i^2 , e la frazione $\sigma_i^2 / \sum_j \sigma_j^2$ quantifica l'energia catturata da ciascun modo.

L'interpretazione proposta nel seguito è qualitativamente coerente con quella riportata da Schmid et al. per un getto circolare d'acqua transizionale ($Re \simeq 5000$) analizzato mediante *tomographic PIV* e DMD [24]; tuttavia, nel presente lavoro essa è ricavata da campi planari EBIV e deve pertanto essere intesa come identificazione della firma bidimensionale delle strutture coerenti osservate.

La distribuzione di energia tra i modi POD è riportata in Fig. 5.1 tramite la curva di energia cumulata. Il primo modo cattura circa l'8% dell'energia totale del campo di fluttuazioni; la crescita della curva è inizialmente rapida ma la pendenza si riduce progressivamente, e sono necessari circa 50 modi per raggiungere il 50% dell'energia complessiva. Questa convergenza lenta indica che l'energia è distribuita su un numero elevato di strutture spaziali, tipico dei flussi turbolenti ad alto numero di Reynolds: nessun modo singolo domina il campo, e una porzione significativa dell'energia risiede in strutture di piccola scala o rumore.

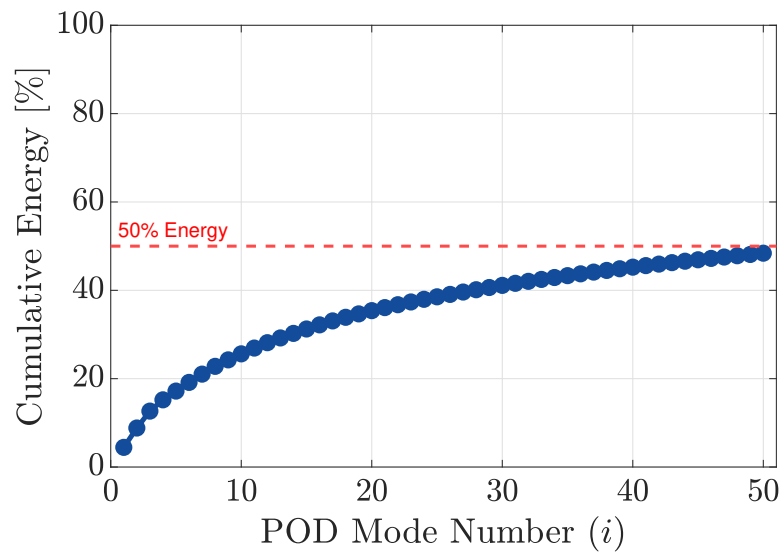


FIGURA 5.1: Energia cumulata dei modi POD in funzione del numero di modo i . La linea tratteggiata indica la soglia del 50%.

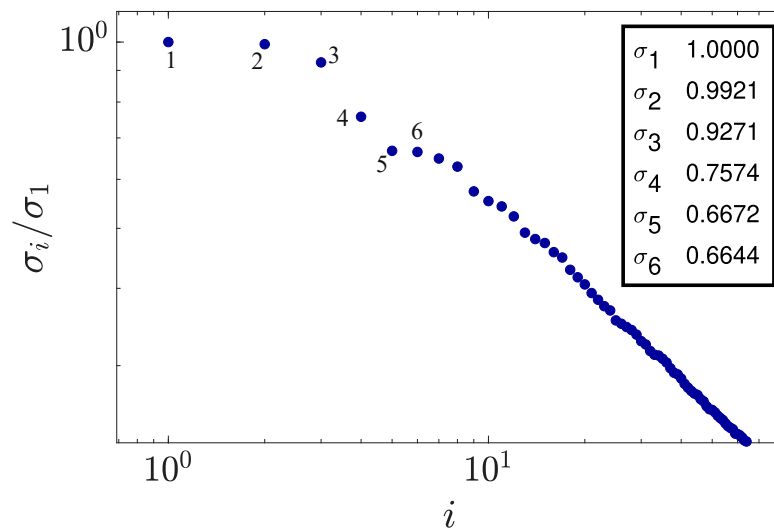


FIGURA 5.2: Valori singolari normalizzati σ_i/σ_1 dei modi POD, in scala logaritmica.

Lo spettro dell'energia relativa (Fig. 5.2) mostra una struttura caratteristica: i valori singolari normalizzati più energetici si presentano a coppie di energia quasi uguale ($\sigma_1 \approx \sigma_2$ e $\sigma_5 \approx \sigma_6$). Questa particolarità è una conseguenza diretta della natura quasi periodica e convettiva del flusso: una struttura coerente che viene convettata verso valle dal flusso non può essere descritta da un singolo modo spaziale stazionario. La POD estrae coppie di modi ortogonali, di pari contributo energetico e spazialmente sfasati (in quadratura) associati quindi a fasi differenti della stessa dinamica [24].

I due modi associati alla stessa energia rappresentano quindi il carattere periodico della struttura, e non corrispondono a due fenomeni fisici distinti, come si osserva dalla loro rappresentazione spaziale in Fig. 5.3.

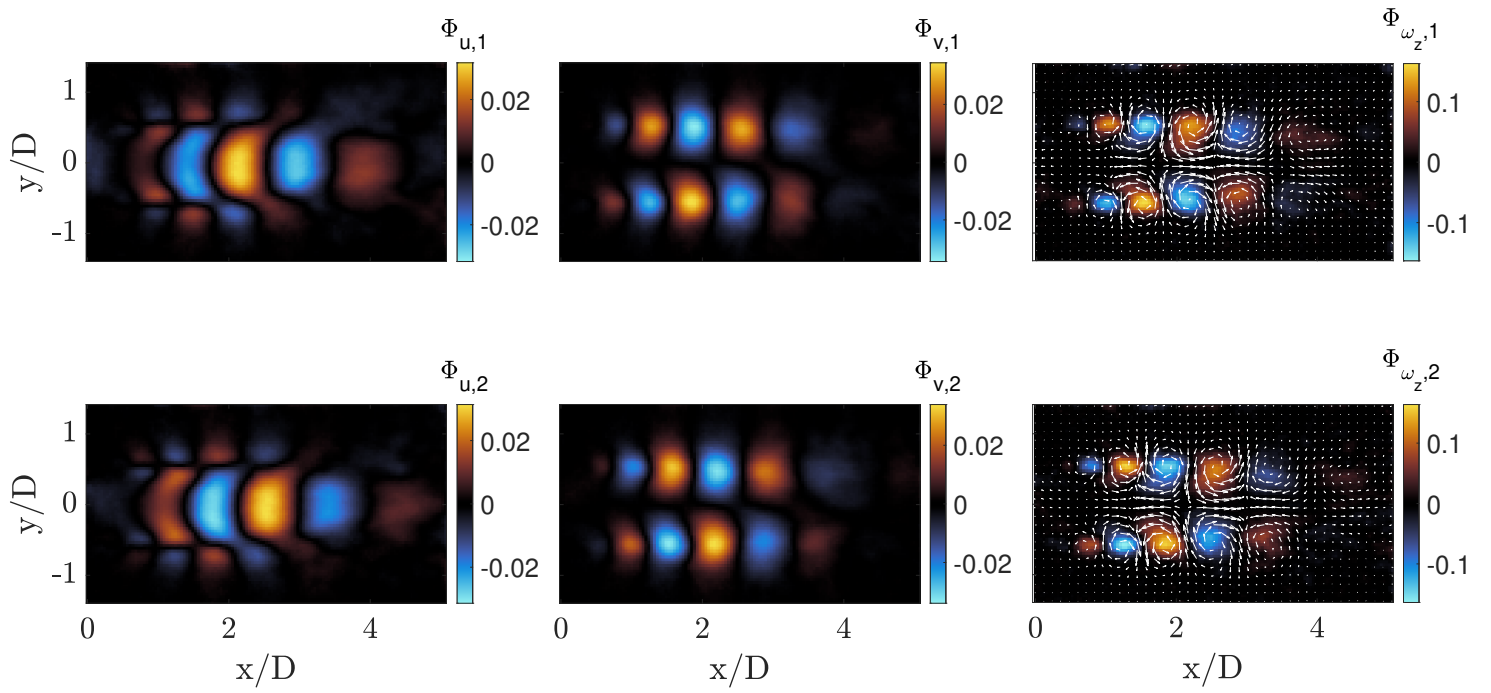


FIGURA 5.3: Primi 2 modi POD nel piano $(x/D, y/D)$, componenti $[\Phi_u, \Phi_v, \Phi_\omega]$.

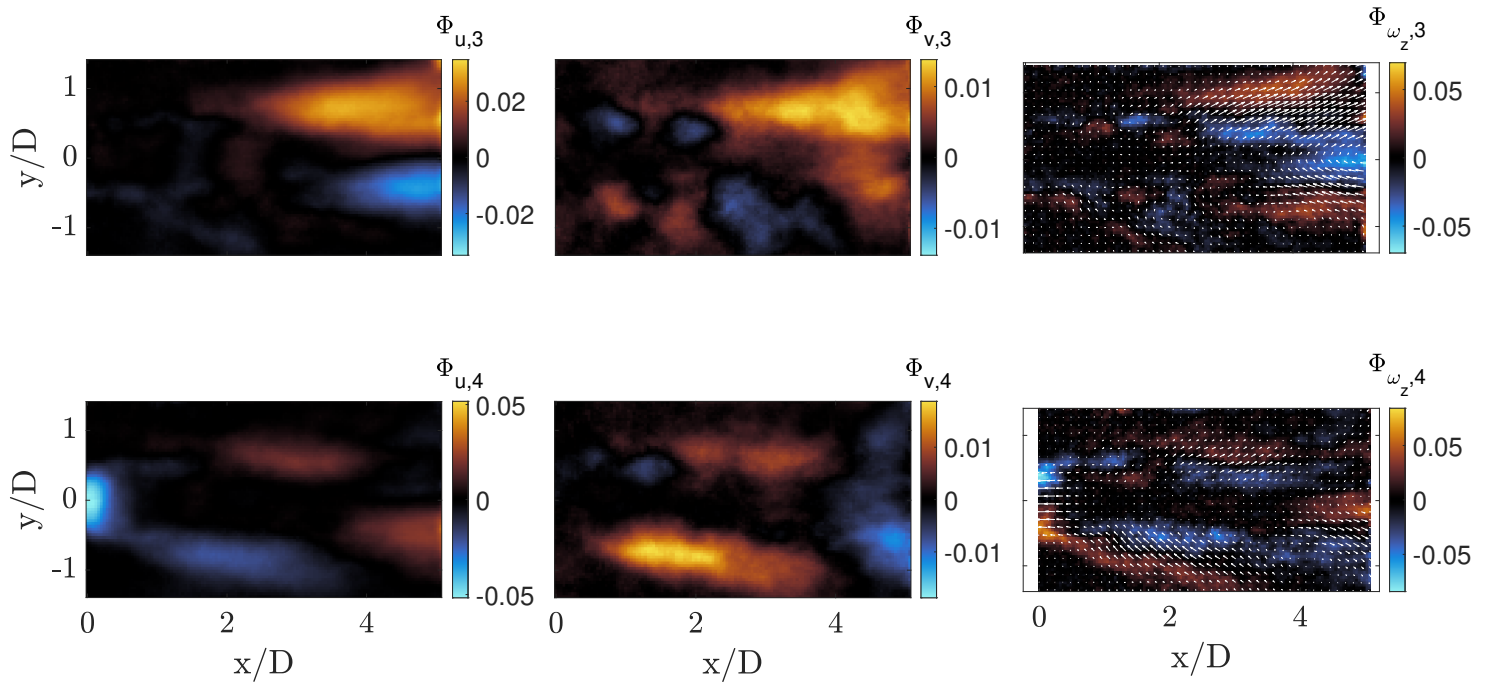


FIGURA 5.4: Modi POD 3 e 4 nel piano $(x/D, y/D)$, componenti $[\Phi_u, \Phi_v, \Phi_\omega]$.

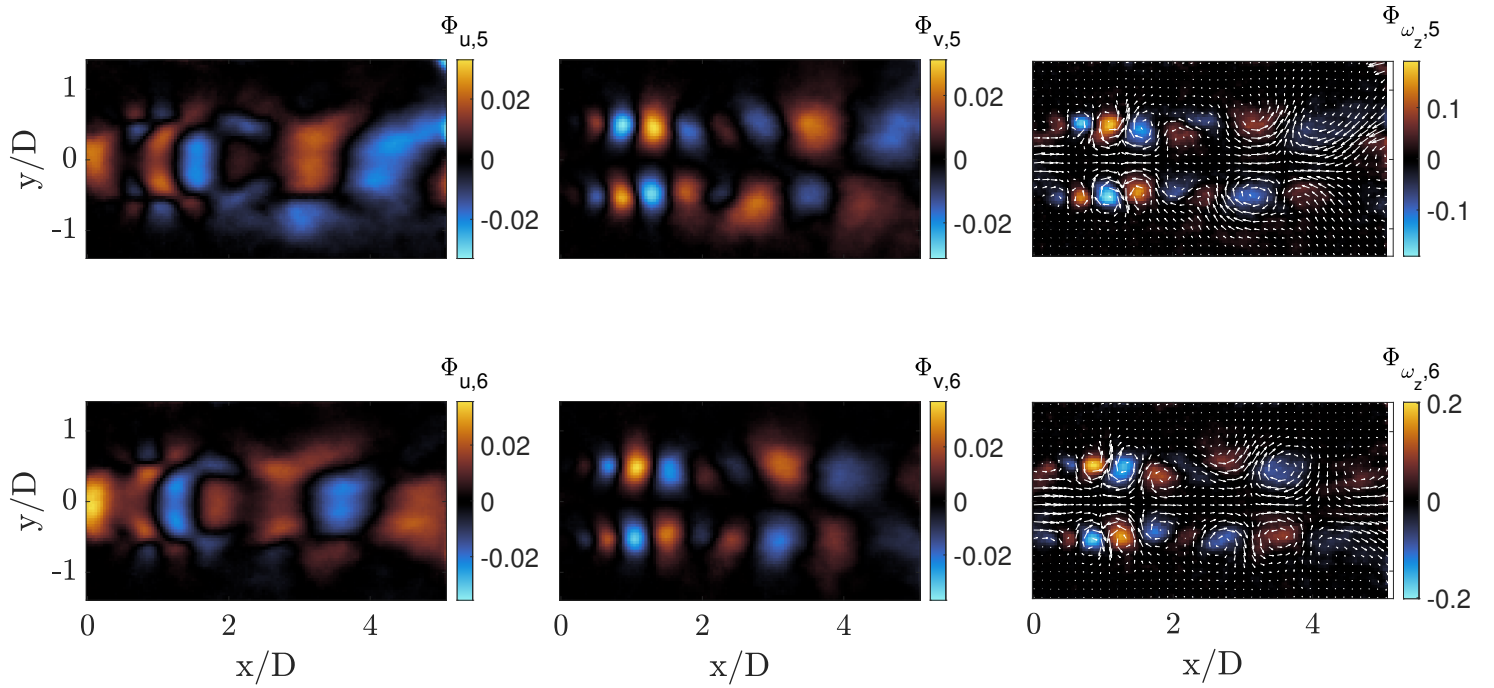


FIGURA 5.5: Modi POD 5 e 6 nel piano $(x/D, y/D)$, componenti $[\Phi_u, \Phi_v, \Phi_{\omega}]$.

I primi due modi spaziali POD (Fig. 5.3) presentano una sequenza di strutture vorticosi di segno opposto nei due shear layer, approssimativamente simmetriche rispetto all'asse del getto e compatibili con la firma planare delle strutture vorticosi proprie dell'instabilità di Kelvin-Helmholtz. Tali strutture rappresentano la firma planare degli anelli vorticosi che si formano a quasi un diametro dall'uscita del getto e si sviluppano fino a $\sim 4D$. Come descritto nel primo capitolo, queste strutture vengono convettate verso valle fino a che non intervengono ulteriori fenomeni, come il loro accoppiamento (pairing) che le fa diminuire d'intensità ed aumentare di dimensione. In particolare:

- ϕ_u presenta una sequenza di lobi alternati di segno opposto lungo l'asse del getto, corrispondenti alla firma in direzione assiale del passaggio degli anelli vorticosi.
- ϕ_v presenta lobi alternati di segno opposto localizzati negli shear layer in modo simmetrico rispetto all'asse del getto. Tali strutture rappresentano la firma spaziale, in direzione trasversale, degli anelli vorticosi che vengono convettati a valle.
- la vorticità modale ϕ_{ω_z} , calcolata come rotore di $[\phi_u, \phi_v]$ evidenzia la firma planare del moto rotazionale relativo agli anelli vorticosi nello shear layer.

I primi due modi sono qualitativamente identici ma traslati in direzione assiale: costituiscono la coppia sfasata che la POD associa a un'unica struttura coerente.

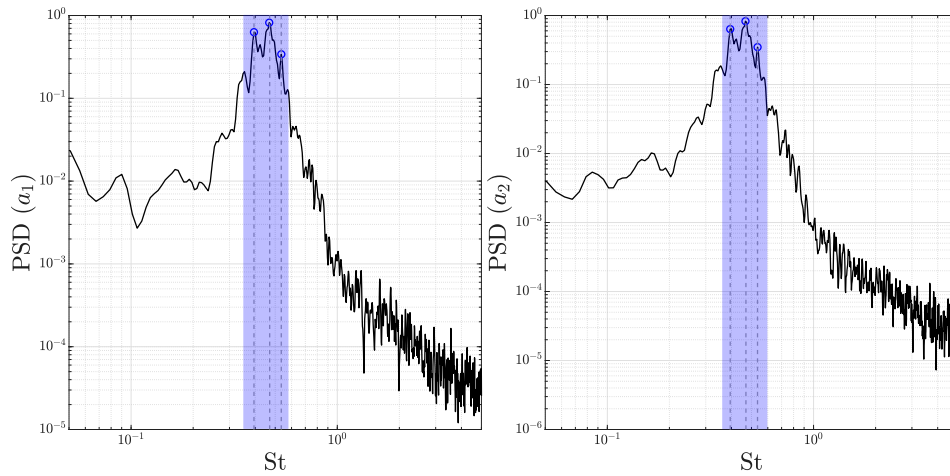
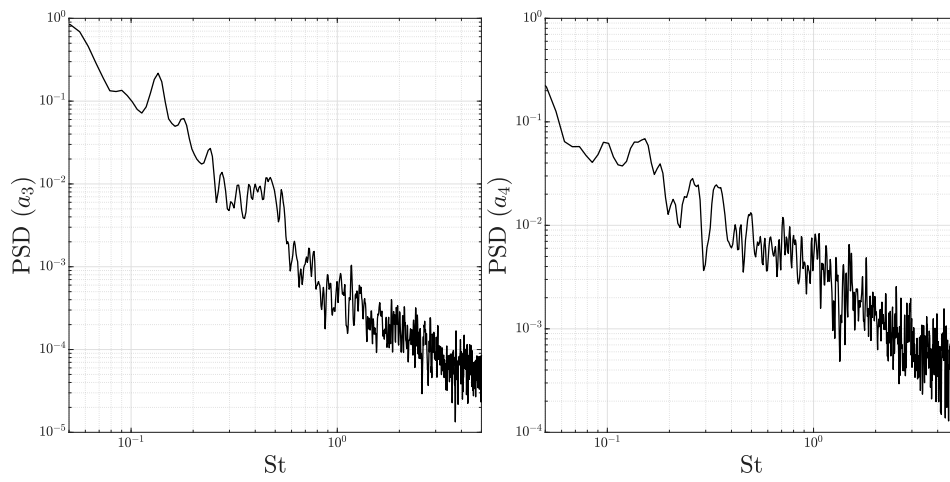
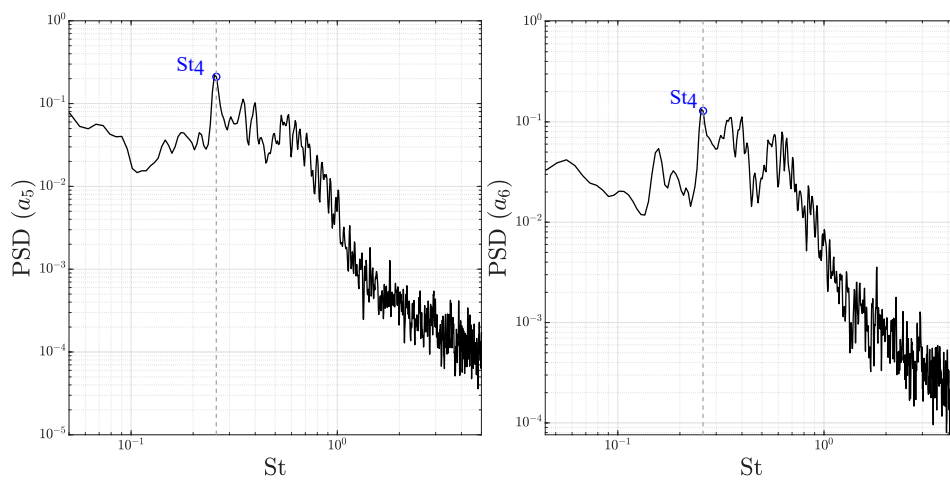
I modi 3 e 4 (Fig. 5.4) non presentano una struttura spaziale coerente: il pattern è disorganizzato e privo della firma caratteristica delle strutture vorticosi che convettano verso valle. Sono probabilmente associati a contributi meno coerenti del campo, rumore di misura o eventuali componenti legate al sistema di alimentazione.

I modi 5 e 6 (Fig. 5.5) mostrano nuovamente una coppia di strutture vorticosi coerenti, che crescono di ampiezza andando verso valle. Per i primi diametri presentano lo stesso pattern spaziale dei primi due modi, ma procedendo a valle il diametro delle strutture cresce

e l'intensità diminuisce, mostrando una forma meno regolare rispetto ai primi due modi. Come confermato dall'analisi spettrale dei coefficienti temporali relativi ai modi, tali caratteristiche sono compatibili con l'accoppiamento dei vortici primari, struttura coerente a contenuto energetico inferiore [24].

Sebbene le basi spaziali estratte tramite POD forniscano una classificazione ottimale delle strutture in termini di energia, non separano direttamente il contenuto in frequenza della dinamica temporale del flusso. Per recuperare l'evoluzione temporale di queste strutture, è necessario proiettare la sequenza di snapshot sulle basi estratte ottenendo i coefficienti temporali $a_i(t)$ come descritto nella sezione 5.2. L'analisi spettrale di questi coefficienti permette di associare ciascuna struttura spaziale alle frequenze a cui effettivamente oscilla nel tempo.

Le Fig. 5.6 riportano la densità spettrale di potenza dei coefficienti modali $a_i(t)$ stimata con il metodo di Welch.

(A) Modi $a_1(t)$ e $a_2(t)$ (B) Modi $a_3(t)$ e $a_4(t)$ (C) Modi $a_5(t)$ e $a_6(t)$ FIGURA 5.6: Densità spettrale di potenza dei coefficienti temporali POD in funzione del numero di Strouhal St .

I coefficienti $a_1(t)$ e $a_2(t)$ hanno lo stesso contenuto spettrale, con energia concentrata in una banda ristretta attorno a $St_b = 0.50$. Questi picchi coincidono con quelli dell'analisi spettrale puntuale di $u'(t)$ in $(x/D, y/D) = (2.5, 0)$: la struttura più energetica del campo oscilla alle stesse frequenze dominanti del core del getto e presumibilmente corrisponde all'instabilità primaria di Kelvin-Helmholtz. Ne segue l'esistenza di un *preferred mode* associato al roll-up vorticoso indotto da tale instabilità primaria per $St_b = 0.5$.

I coefficienti $a_3(t)$ e $a_4(t)$ non presentano picchi di Strouhal definiti, a conferma della probabile assenza di una dinamica coerente associata a questi modi.

I coefficienti $a_5(t)$ e $a_6(t)$ presentano invece un picco netto ad un numero di Strouhal più basso, indicato con $St_4 \approx 0.26$, pari a circa metà della frequenza dominante dei primi due modi ($\sim St_b/2$). La comparsa di una frequenza subarmonica è presumibilmente la firma caratteristica dell'accoppiamento dei vortici primari, in cui due anelli vorticosi consecutivi, generati dall'instabilità primaria, rallentano e si fondono in una singola struttura di scala spaziale doppia, dimezzando di conseguenza la frequenza associata, coerentemente con quanto riportato da Schmid et al. [24].

Gli altri modi POD analizzati non presentano né la stessa energia modale né pattern di strutture coerenti, questo suggerisce che nel flusso sono presenti solamente due dinamiche dominanti. Tuttavia, come visto, un singolo modo POD può contenere contributi a più frequenze simultaneamente: la POD non separa le strutture per frequenza, ma per energia. Per ottenere una descrizione in cui ciascun modo sia associato a una singola frequenza, è necessario ricorrere alla spectral POD.

5.4.2 Analisi SPOD

La SPOD è stata applicata alla stessa matrice di fluttuazioni Q' descritta nel paragrafo precedente, contenente le componenti u' e v' dei $M = 20000$ snapshot per valutare i modi associati alle frequenze dominanti nello spettro dei coefficienti modali 1 – 2 e 5 – 6. L'implementazione utilizzata è quella di Schmidt e Colonius [29], basata sulla formulazione descritta nella sezione teorica. La serie di $M = 20000$ snapshot, campionata con passo temporale $\Delta t = 1/f_s = 5 \times 10^{-3}$ s ($f_p = 200$ Hz), è stata suddivisa in $M_b = 38$ blocchi di $M_{FFT} = 1024$ snapshot con sovrapposizione del 50% ($M_{ovlp} = 512$). Ciascun blocco è stato moltiplicato per una finestra di Hamming. La risoluzione in frequenza risultante è

$$\Delta f = \frac{f_s}{M_{FFT}} = \frac{200}{1024} \approx 0.195 \text{ Hz}, \quad (5.43)$$

Per ciascuna frequenza si è costruita la stima della cross-spectral density e si è risolto il corrispondente problema agli autovalori. La decomposizione fornisce, per ogni frequenza, un insieme ordinato di modi $\phi_j(f)$ e autovalori $\lambda_j(f)$ che rappresentano l'energia coerente associata a ciascun modo. In questo modo, i picchi di frequenza associati alle analisi precedenti possono essere ricondotti a strutture spaziali del campo di moto.

La Fig. 5.7 riporta l'autovalore principale $\lambda_1(St)$. Il massimo individua la banda ($St_b = 0.50$) di massima coerenza spazio-temporale, compatibile con la frequenza preferenziale osservata nell'analisi puntuale e nello spettro di $a_1(t)$; si osserva inoltre un contributo secondario per $St_4 = 0.26$, coerentemente con il picco di frequenza trovato nell'analisi spettrale dei coefficienti a_5 e a_6 .

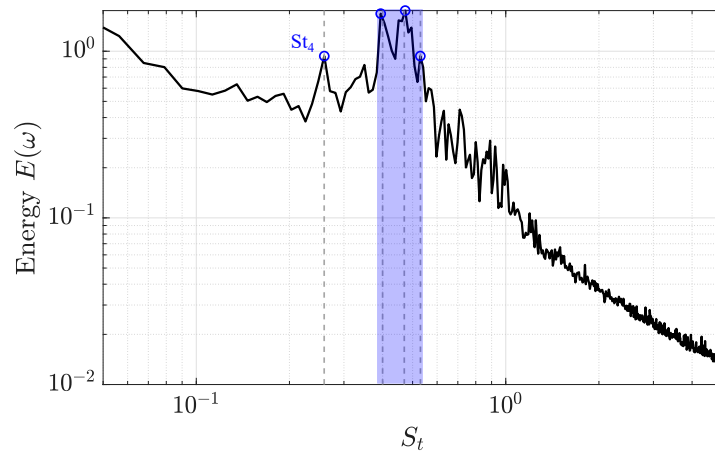


FIGURA 5.7: Spettro di energia SPOD: autovalore principale $\lambda_1(St)$ in funzione del numero di Strouhal.

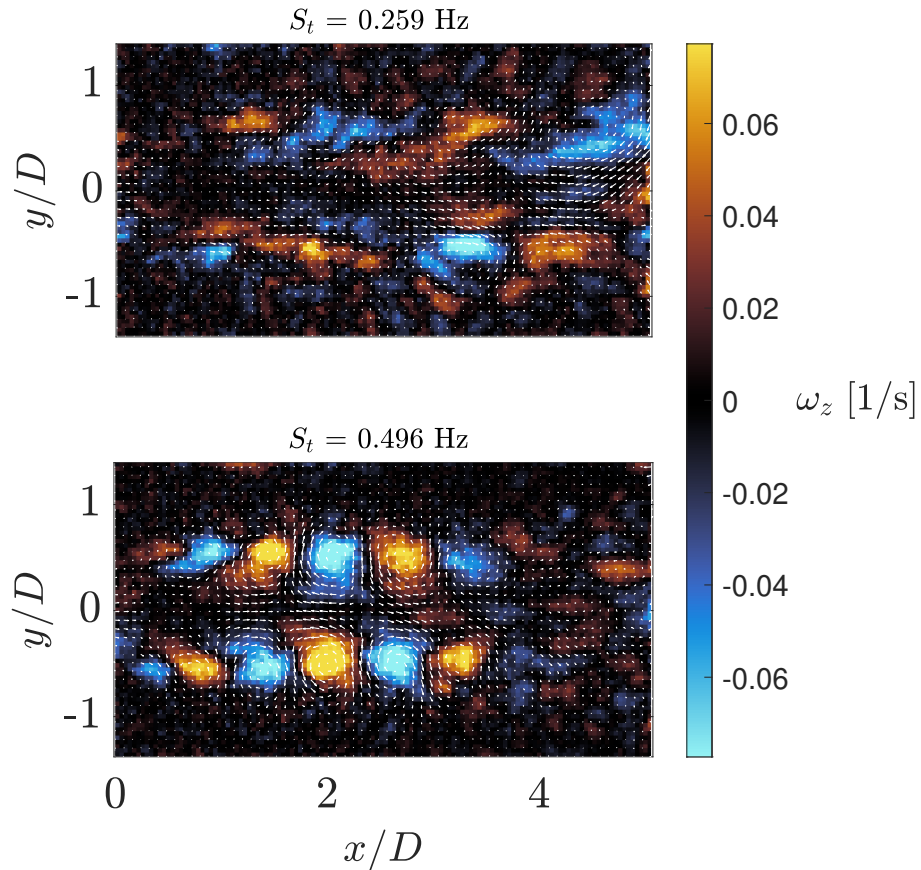


FIGURA 5.8: Campi di vorticità relativi al primo modo SPOD ϕ_1 ai due picchi di Strouhal presenti nello spettro energetico, $St_b = 0.5$, $St_4 = 0.26$.

I campi di moto relativi alla vorticità della parte reale del primo modo SPOD (ϕ_1) sono mostrati in Fig. 5.8 a due Strouhal rappresentativi: nella banda primaria e in corrispondenza della frequenza subarmonica. Nella banda primaria il modo mostra strutture vorticosi simmetriche e controrotanti e ben definite, localizzate nello shear layer, che si estendono dall'uscita dell'ugello fino a $\sim 4D$. Infatti, il pattern spaziale generato dai modi POD 1 e 2

presenta una struttura qualitativamente coerente con il primo modo SPOD alla frequenza dominante, che la decomposizione spettrale rappresenta con un unico modo complesso [24]. Questo indica che presumibilmente la frequenza associata al roll-up vorticoso dello shear layer dovuto all'instabilità di Kelvin-Helmholtz è rappresentata da St_b .

In corrispondenza della frequenza subarmonica $St_4 \approx 0.26$ il modo SPOD presenta invece strutture vorticoshe simmetriche più larghe e meno definite del caso precedente, che si sviluppano più a valle, non subito all'uscita del getto. Queste strutture sono riconducibili all'accoppiamento dei vortici primari e corrispondenti alla coppia di modi POD 5 e 6. La SPOD conferma così nel dominio della frequenza la distinzione, già emersa dalla POD, tra instabilità primaria di Kelvin-Helmholtz (banda dominante) e pairing vorticoso (subarmonico a $St_b/2$) coerentemente con Schmid et al. [24]. Questa analisi mostra quindi che il primo modo alle due frequenze considerate è sufficiente a isolare le principali strutture coerenti associate all'instabilità primaria di Kelvin-Helmholtz e al successivo processo di pairing vorticoso.

Capitolo 6

Controllo attivo ad anello chiuso del flusso mediante DRL

6.1 Introduzione al *reinforcement learning*

Negli ultimi anni l'intelligenza artificiale ha assunto un ruolo sempre più rilevante nell'analisi dei sistemi complessi, grazie alla capacità di estrarre informazione dai dati, riconoscere strutture ricorrenti e costruire modelli predittivi o decisionali anche in assenza di una descrizione analitica completa del fenomeno. All'interno di questo quadro, il *machine learning* rappresenta uno dei principali paradigmi dell'intelligenza artificiale: esso comprende un insieme di tecniche che consentono a un algoritmo di migliorare progressivamente le proprie prestazioni a partire dall'esperienza, ossia dai dati o dalle interazioni con l'ambiente, senza che ogni regola di comportamento debba essere esplicitamente programmata.

I metodi di machine learning vengono spesso distinti in tre grandi famiglie (Fig. 6.1) [30]. Nell'apprendimento supervisionato (*supervised learning*), il modello viene addestrato a partire da un insieme di esempi etichettati, nei quali a ogni *input* è associato un *output* corretto da apprendere. Nell'apprendimento non supervisionato (*unsupervised learning*), invece, il modello analizza dati privi di etichette con lo scopo di individuarne strutture latenti, cluster, correlazioni o rappresentazioni compatte. Una terza categoria è quella dell'apprendimento semi-supervisionato (*semi-supervised learning*): a essa appartengono sia le reti generative avversarie (GAN) sia il *reinforcement learning* [30]. Quest'ultimo, a differenza degli approcci *model-based*, non richiede una descrizione esplicita della dinamica dell'ambiente, ma costruisce la propria politica di controllo attraverso l'interazione diretta con esso.

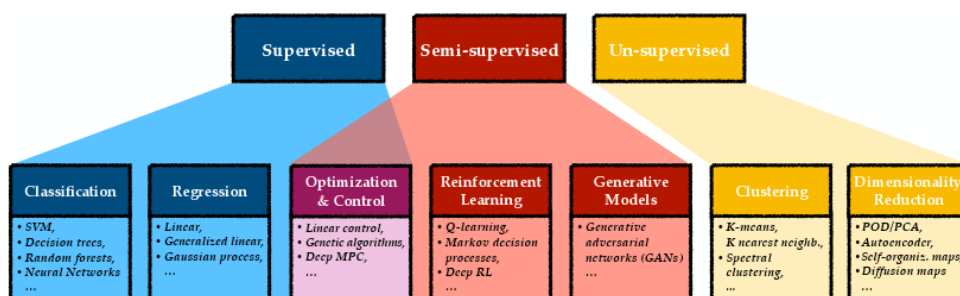


FIGURA 6.1: Classificazione dei metodi di machine learning, da [30].

Il reinforcement learning si distingue quindi dagli altri paradigmi perché affronta un problema di decisione sequenziale. L'agente non deve soltanto associare un input ad un output, ma deve imparare come agire nel tempo in modo da massimizzare una ricompensa (*reward*). In questo scenario, l'effetto di una decisione non si esaurisce nell'istante in cui viene presa, ma influenza anche l'evoluzione futura del sistema. Per questa ragione, il reinforcement learning è adatto ai problemi di controllo, nei quali l'obiettivo non è semplicemente prevedere una grandezza, bensì scegliere una sequenza di azioni capace di guidare l'ambiente verso un comportamento desiderato.

Dal punto di vista concettuale, il reinforcement learning può essere descritto come un processo in cui un agente interagisce con un ambiente. A ogni istante discreto t , l'agente osserva una descrizione dello stato del sistema s_t , seleziona un'azione a_t , riceve dall'ambiente una ricompensa r_t e osserva il nuovo stato s_{t+1} . L'obiettivo dell'agente è apprendere una politica $\pi(a|s)$, cioè una legge che associ a ogni stato una distribuzione di probabilità sulle azioni, in modo da massimizzare il valore atteso del ritorno cumulato nel tempo. Formalmente, il problema viene generalmente modellato come un processo decisionale di Markov (MDP) ed il criterio di ottimalità è espresso mediante la massimizzazione della funzione obiettivo, definita come il ritorno atteso [31]:

$$J(\pi) = \mathbb{E}_{\pi} \left[\sum_{t=0}^T \gamma^t r_t \right], \quad (6.1)$$

dove $J(\pi)$ è la funzione obiettivo da massimizzare, $\mathbb{E}_{\pi}[\cdot]$ indica l'operatore di valore atteso calcolato sulle sequenze di stati e azioni generate dall'agente seguendo la politica π , T rappresenta il numero totale di istanti dell'episodio di addestramento e $\gamma \in (0, 1)$ è il fattore di sconto, che regola il peso relativo tra ricompense immediate e future.

Questa formulazione mette in evidenza un aspetto fondamentale: nel reinforcement learning l'agente non riceve una soluzione corretta da imitare, ma deve costruirla autonomamente attraverso l'esperienza. L'apprendimento avviene quindi per tentativi ed errori, bilanciando due compiti opposti ma complementari: da un lato l'esplorazione, cioè la necessità di provare azioni nuove per comprendere meglio la dinamica dell'ambiente; dall'altro lo sfruttamento, ovvero l'uso delle conoscenze già acquisite per massimizzare la ricompensa. Questo compromesso tra esplorazione e sfruttamento costituisce uno degli elementi più caratteristici del reinforcement learning e ne determina in larga parte la difficoltà pratica.

Parallelamente allo sviluppo del machine learning, si è affermato il *deep learning*, che utilizza reti neurali profonde come strumenti di apprendimento. Le reti neurali profonde consentono infatti di rappresentare relazioni fortemente non lineari tra input e output e di trattare dati ad alta dimensionalità, come immagini, segnali, campi scalari e vettoriali. Quando il reinforcement learning viene combinato con modelli neurali profondi per rappresentare la politica di controllo, la funzione di ricompensa o entrambe, si parla di *deep reinforcement learning* (DRL). In questa configurazione, la capacità decisionale del reinforcement learning si unisce alla potenza rappresentativa del deep learning, rendendo possibile l'applicazione di questi metodi a sistemi complessi, non lineari e parzialmente osservabili. Nel caso del DRL, lo stato del sistema, la politica e le funzioni obiettivo vengono rappresentate attraverso reti neurali profonde. Ciò permette di affrontare problemi nei quali lo spazio degli stati è continuo o molto esteso, lo spazio delle azioni è elevato o strutturato, e la dinamica del sistema presenta forti non linearità. Per questa ragione, il DRL è oggi considerato uno degli strumenti più promettenti per il controllo di sistemi complessi, nei quali l'approccio classico basato su una modellazione completa e

su un modello analitico del controllore può risultare difficile o addirittura impraticabile [30, 32, 33, 34].

6.1.1 Controllo attivo del flusso

Il controllo attivo di flusso svolge un ruolo centrale nel migliorare le prestazioni dei flussi turbolenti in molte applicazioni ingegneristiche: l'attuazione può essere impiegata per sopprimere dinamiche indesiderate, aumentare la turbolenza e migliorare l'efficienza [35]. In particolare, le strategie ad anello chiuso risultano vantaggiose poiché adattano il controllo allo stato istantaneo del flusso, consentendo guadagni di prestazione anche in condizioni operative variabili e in presenza di disturbi non modellati [30, 36]. Proprio in questo ambito il deep reinforcement learning si è affermato come strumento per apprendere leggi di controllo ad anello chiuso direttamente dall'interazione con il flusso, senza necessità di un modello esplicito della dinamica; la sua efficacia dipende tuttavia in modo critico dalla scelta di stato, azione e ricompensa, che devono riflettere i meccanismi fisici dominanti del problema [33, 37].

Infatti, un collo di bottiglia centrale per l'implementazione pratica del controllo in anello chiuso è il *sensing*. Le strategie di feedback convenzionali si basano tipicamente su sonde puntuali ad alta frequenza (fili caldi, microfoni, prese di pressione), i cui segnali possono essere acquisiti ed elaborati con bassa latenza [38, 39]. Tali misure offrono tuttavia solo una visione locale del flusso, e l'osservabilità della dinamica sottostante, ad alta dimensionalità, risulta spesso limitata, specialmente quando le strutture coerenti evolvono nello spazio e nel tempo [36].

Le tecniche di misura del campo di moto di un flusso basate su immagini (PIV, EBIV) sono particolarmente adatte, poiché forniscono informazioni risolte spazialmente e permettono una migliore comprensione della fisica del flusso. Il loro impiego nel controllo in tempo reale è stato finora limitato dal carico di dati, dai requisiti di elaborazione e dalla complessità sperimentale; l'integrazione di misure di campo in loop di controllo ad alta frequenza rimane perciò una direzione di ricerca attiva [40, 41, 42, 43]. In questo contesto, la velocimetria basata su sensori ad eventi (EBIV), descritta nei capitoli precedenti, offre una soluzione di sensing particolarmente appropriata, in cui la risoluzione temporale è fissata dalla frequenza di pulsazione del laser e il carico dei dati scala con l'attività della scena anziché con il numero di pixel [10, 43, 44, 45].

Il presente lavoro sfrutta tali sviluppi per realizzare un loop completo *sensing-decision-actuation*, nel quale l'EBIV rappresenta allo stesso tempo il sensore dello stato e il segnale della ricompensa. L'obiettivo non è imporre un comando periodico prefissato, ma apprendere in anello chiuso, mediante deep reinforcement learning, una strategia di controllo che modifichi il campo di moto secondo un criterio assegnato: lo stato è ottenuto proiettando i campi di velocità real-time EBIV su una base POD calcolata dal flusso non controllato; l'azione corrisponde all'attivazione delle elettrovalvole; la reward quantifica l'incremento delle fluttuazioni turbolente a valle con lo scopo di aumentare il mixing. [46, 47, 48, 49, 45].

6.2 Architettura dell'algoritmo DRL

Come introdotto in precedenza, il reinforcement learning si basa sull'interazione di un agente con un ambiente lungo una sequenza di istanti discreti appartenenti ad un episodio. L'agente apprende stimando, a partire dall'esperienza raccolta, quanto ciascuna azione contribuisca al ritorno cumulato, ossia alla somma delle ricompense ottenute lungo

l'episodio. Tale stima è però intrinsecamente rumorosa: il ritorno di un episodio dipende da una lunga sequenza di azioni e dalla natura stocastica dell'ambiente, in questo modo due episodi generati dalla stessa politica, a partire dallo stesso stato, possono produrre ritorni anche molto diversi. Di conseguenza, il segnale con cui si aggiornano i parametri della politica presenta un'elevata varianza, che rende l'addestramento lento e instabile.

I metodi *actor-critic* sono concepiti per affrontare questo problema separando l'agente in due componenti che lavorano in parallelo:

- l'attore (*actor*): che rappresenta la politica $\pi_\theta(a|s)$ e determina quale azione intraprendere per ciascuno stato;
- il critico (*critic*): che approssima una funzione di valore $Q_\phi(s, a)$ e critica le azioni scelte dall'attore, stimando il ritorno atteso associato alla coppia stato-azione.

In questo modo, l'attore non aggiorna più la politica sulla base del ritorno cumulato lungo una singola traiettoria, ma sulla base della valutazione fornita dal critico, $Q_\phi(s, a)$: essendo una stima del ritorno mediata su molte esperienze, essa presenta una varianza inferiore e stabilizza l'apprendimento.

I metodi actor-critic, per quanto efficaci, possono tuttavia soffrire di scarsa efficienza campionaria e di instabilità, convergendo prematuramente verso politiche deterministiche subottimali. Il *Soft Actor-Critic* (SAC) affronta questi limiti introducendo un cambio di paradigma: anziché massimizzare il solo ritorno atteso, l'agente massimizza un compromesso tra ritorno atteso ed entropia della politica. Questo approccio, noto come *Maximum Entropy Reinforcement Learning*, incentiva la politica a rimanere il più stocastica possibile pur continuando a massimizzare la funzione obiettivo [33, 50].

6.2.1 Soft Actor-Critic

L'algoritmo adottato in questo lavoro per l'addestramento dell'agente DRL è il SAC. La natura *off-policy* di questo algoritmo implica che l'agente è in grado di ottimizzare la propria politica obiettivo utilizzando dati e transizioni raccolti e memorizzati da episodi passati e memorizzate in un *Replay Buffer*. Questa caratteristica si contrappone ai metodi *on-policy*, in cui l'aggiornamento della politica avviene esclusivamente sui dati appena raccolti, costringendo a scartare l'esperienza dopo ogni aggiornamento.

La funzione obiettivo da massimizzare diventa quindi:

$$J(\pi) = \mathbb{E}_\pi \left[\sum_{t=0}^T \gamma^t (r_t + \alpha \mathcal{H}(\pi(\cdot|s_t))) \right], \quad (6.2)$$

dove $\mathcal{H}$ rappresenta l'entropia della politica stocastica π , r_t è la ricompensa istantanea e $\alpha > 0$ è il parametro di temperatura (o coefficiente entropico) che determina il bilanciamento tra esplorazione (massimizzazione dell'entropia) e sfruttamento (massimizzazione della ricompensa). Questo termine favorisce l'esplorazione di azioni diverse, riducendo il rischio che l'agente converga troppo presto verso strategie subottimali.

L'entropia della politica stocastica $\pi(\cdot|s_t)$ è definita come:

$$\mathcal{H}(\pi(\cdot|s_t)) = \mathbb{E} [-\log \pi(\cdot|s_t)], \quad (6.3)$$

dove il termine $-\log \pi$ quantifica l'incertezza contenuta nella distribuzione: l'entropia è massima quando le azioni hanno la stessa probabilità, minima quando la politica è deterministica.

Nel framework del SAC si definiscono inoltre la funzione *state-value* $V^\pi(s)$ e la funzione *action-value* (Q-function) $Q^\pi(s, a)$. La prima rappresenta il ritorno atteso, comprensivo del contributo entropico, ottenuto partendo dallo stato s e seguendo sempre la politica π ; la seconda rappresenta il ritorno atteso quando, partendo da s , si esegue una generica azione a e si segue π negli istanti successivi. Le due funzioni sono legate dalla relazione

$$V^\pi(s) = \mathbb{E}_{a \sim \pi} [Q^\pi(s, a)] + \alpha \mathcal{H}(\pi(\cdot|s)), \quad (6.4)$$

da cui, esplicitando il contributo entropico, si ottiene la forma *soft* dell'equazione di Bellman per la Q-function :

$$Q^\pi(s, a) = \mathbb{E}_{s' \sim P, a' \sim \pi} [r(s, a, s') + \gamma (Q^\pi(s', a') - \alpha \log \pi(a'|s'))]. \quad (6.5)$$

Questa equazione descrive come il valore di una coppia stato-azione possa essere stimato a partire dalla ricompensa immediata e dal valore atteso degli stati successivi.

Il SAC impiega tre gruppi di reti neurali *Multi-Layer Perceptron* (MLP):

- un attore stocastico $\pi_\theta(a|s)$, che associa a ciascuno stato s una distribuzione di probabilità sullo spazio delle azioni;
- due critici $Q_{\phi_1}(s, a)$ e $Q_{\phi_2}(s, a)$, che stimano la funzione action-value. L'uso di due critici e l'impiego del minimo tra le loro predizioni (*clipped double-Q*) mitiga la sovrastima del valore delle azioni;
- due critici target $Q_{\bar{\phi}_1}(s, a)$ e $Q_{\bar{\phi}_2}(s, a)$, che rappresentano copie ritardate nel tempo dei critici, in modo tale da fornire target stabili durante l'addestramento.

L'addestramento si articola in tre aggiornamenti distinti, eseguiti su *batch* di transizioni (s_t, a_t, r_t, s_{t+1}) estratte dal Replay Buffer di 10^6 campioni: l'aggiornamento dei critici, quello dell'attore e quello del parametro di temperatura α , descritti nel seguito [33].

Implementazione per azioni discrete

Il sistema di attuazione è costituito da otto elettrovalvole indipendenti, ciascuna a due soli stati (aperta/chiusa). Lo spazio delle azioni è quindi discreto e conta $2^8 = 256$ configurazioni distinte di attuazione. Per questo motivo è stata adottata la formulazione del SAC per spazi d'azione discreti proposta da Christodoulou [51].

Le formulazioni finora descritte valgono per uno spazio di azioni generico, in cui il valore atteso sulle azioni $\mathbb{E}_{a \sim \pi}[\cdot]$ è in generale stimato per campionamento. Nel caso discreto qui considerato, tale valore atteso non richiede campionamento ma si calcola in forma esatta come somma pesata sulle azioni possibili,

$$\mathbb{E}_{a \sim \pi_\theta} [f(a)] = \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_\theta(a|s) f(a),$$

e questo estende le equazioni dell'attore, dei critici e del parametro di temperatura nella forma riportata di seguito.

A differenza degli spazi di azione continui dove la rete neurale produce la media e la varianza di una Gaussiana, l'output della rete relativa all'attore è costituito da 256 nodi, tali valori numerici in output vengono elaborati da una funzione di attivazione *Softmax*. Questa funzione applica una trasformazione esponenziale normalizzata per convertire

tali valori in una distribuzione di probabilità, garantendo che tutti i valori siano definiti nell'intervallo $[0, 1]$ e che la loro somma sia unitaria.

La rete neurale riceve quindi in ingresso lo stato s_t e restituisce direttamente le probabilità associate a ciascuna possibile apertura delle elettrovalvole:

$$\pi(a_t|s_t) = \text{Softmax}(\text{MLP}_\theta(s_t)) \quad (6.6)$$

dove θ rappresenta l'insieme dei pesi della rete neurale dell'attore. L'azione effettiva da inviare all'ambiente viene infine campionata in modo stocastico da questa distribuzione discreta. Nel caso discreto quindi, le reti critiche non stimano il valore di una singola azione continua, ma restituiscono un valore $Q(s, a)$ per ciascuna delle 256 azioni disponibili. Per ogni stato s_t , il critico produce quindi un vettore di valori $Q(s_t, \cdot) \in \mathbb{R}^{256}$, mentre l'attore produce la corrispondente distribuzione di probabilità $\pi(\cdot|s_t)$.

Per ogni transizione campionata dal Replay Buffer viene costruito il target di Bellman entropico:

$$y_t = r_t + \gamma \sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_\theta(a|s_{t+1}) \left[\min_{j=1,2} Q_{\bar{\phi}_j}(s_{t+1}, a) - \alpha \log \pi_\theta(a|s_{t+1}) \right] \quad (6.7)$$

dove $\mathcal{A}$ rappresenta lo spazio delle 256 azioni discrete e $Q_{\bar{\phi}_j}$ indica le reti critiche target.

I parametri ϕ_j delle due reti critiche vengono aggiornati minimizzando l'errore quadratico medio tra la predizione corrente e il target calcolato sui campioni estratti dal Replay Buffer ($\mathcal{D}$):

$$J_Q(\phi_j) = \mathbb{E}_{(s_t, a_t, r_t, s_{t+1}) \sim \mathcal{D}} \left[\left(Q_{\phi_j}(s_t, a_t) - y_t \right)^2 \right], \quad j = 1, 2. \quad (6.8)$$

Di conseguenza, la funzione obiettivo da minimizzare per l'aggiornamento dell'attore assume la seguente forma:

$$L_\pi(\theta) = \mathbb{E}_{s_t \sim \mathcal{D}} \left[\sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_\theta(a|s_t) \left(\alpha \log \pi_\theta(a|s_t) - \min_{j=1,2} Q_{\phi_j}(s_t, a) \right) \right]. \quad (6.9)$$

Il primo termine favorisce politiche con entropia elevata, mentre il secondo termine spinge l'attore a incrementare la probabilità delle azioni stimate come più vantaggiose dai critici.

Per bilanciare esplorazione e sfruttamento, il parametro di temperatura α non è mantenuto costante, ma viene ottimizzato in modo automatico minimizzando la seguente funzione di costo:

$$J(\alpha) = \mathbb{E}_{s_t \sim \mathcal{D}} \left[\sum_{a \in \mathcal{A}} \pi_\theta(a|s_t) \left(-\alpha \log \pi_\theta(a|s_t) - \alpha \bar{\mathcal{H}} \right) \right] \quad (6.10)$$

dove $\bar{\mathcal{H}}$ rappresenta l'entropia target desiderata, un parametro che dipende dalla dimensionalità dello spazio delle azioni. Attraverso questa formulazione, l'agente regola autonomamente il proprio livello di esplorazione: α aumenta se la politica diventa troppo deterministica (entropia reale inferiore al target), forzando la scoperta di nuove configurazioni, e diminuisce quando l'agente esplora a sufficienza, favorendo così lo sfruttamento delle strategie di attuazione a più alta ricompensa. In tutti e tre i casi, i pesi delle reti neurali vengono aggiornati per discesa del gradiente stocastico sulle rispettive funzioni di costo.

6.3 Formulazione del problema di controllo

Nei capitoli precedenti la ricostruzione dei campi di velocità a partire dagli pseudo-snapshot è stata eseguita offline tramite PAIRS. Il controllo in anello chiuso richiede invece una stima dei campi di velocità a bassa latenza, prodotta mentre l'esperimento è in corso. A questo scopo è stata sviluppata un'implementazione *real-time* EBIV (RT-EBIV), in cui tutte le fasi (accumulo degli eventi, ricostruzione del campo di velocità, estrazione delle grandezze e valutazione della reward) sono eseguite online. La pipeline è implementata su CPU standard e sostiene un funzionamento stabile fino a 500 Hz; in questo lavoro la frequenza di aggiornamento del campo di velocità è fissata a $f_s = 200$ Hz, coincidente con la frequenza di pulsazione del laser f_p e con la generazione di uno pseudo-snapshot per impulso, sufficientemente alta per risolvere le scale temporali convettive dominanti del flusso rimanendo consistente con l'aggiornamento del controllo del getto.

Il vettore di spostamento locale $\Delta \mathbf{p}(x, y)$ tra due pseudo-snapshot consecutivi, separati dall'intervallo impulso-impulso $\Delta t = 1/f_s = 5$ ms, è ottenuto dal picco di cross-correlazione e convertito in velocità come

$$\mathbf{U}(x, y, t) = \frac{\Delta \mathbf{p}(x, y)}{\Delta t} s, \quad (6.11)$$

con s fattore di calibrazione spaziale [m/pixel] (Cap. 4). I dettagli dell'algoritmo di correlazione e delle validazioni applicate online sono riportati nella sezione successiva.

6.3.1 Ambiente di apprendimento e architettura di controllo in tempo reale

L'ambiente di apprendimento è stato implementato in Python sviluppando un codice basato sull'interfaccia Gymnasium. In questo ambiente, l'agente interagisce direttamente con l'impianto fisico, configurando un sistema di controllo in retroazione ad anello chiuso (*closed-loop*) in tempo reale.

Il ciclo di interazione ambiente-agente opera a una frequenza di controllo fissa di $f_c = 40$ Hz, corrispondente a un passo temporale $\Delta t_c = 25$ ms. Il sistema di misura RT-EBIV acquisisce in continuo alla frequenza di campionamento $f_s = 200$ Hz ($\Delta t = 5$ ms). Il loop di controllo legge dalla memoria condivisa, a ogni passo temporale Δt_c , il campo di velocità prodotto dalla pipeline di processing in tempo reale. La frequenza di controllo di 40 Hz è stata scelta in modo da mantenere un margine temporale sufficiente rispetto ai tempi di acquisizione, elaborazione e comunicazione del sistema ed è sufficiente a risolvere le scale coerenti del flusso (Sez. 5.4).

Il dominio di misurazione RT-EBIV è spazialmente diviso in due regioni con ruoli distinti nel loop di controllo. Una prima regione di sensing, situata entro i primi 4 diametri a valle dell'uscita dell'ugello (regione identificata precedentemente come potential core), viene utilizzata per caratterizzare lo stato istantaneo del flusso. Una separata regione di reward, situata dopo l'anello di attuazione, viene utilizzata per quantificare le prestazioni del controllo. Questa separazione impedisce strategie di feedback banali e garantisce che il controllore venga ricompensato in base all'impatto a valle dell'attuazione.

Affinché il processo di training risulti stabile e affidabile, l'intero anello di attuazione, misura e calcolo è necessario che termini entro la finestra temporale definita dalla frequenza di controllo. Durante ogni iterazione, si hanno 3 fasi operative:

1. Attuazione logico-fisica: L'agente seleziona una configurazione di attuazione secondo la distribuzione di probabilità fornita dalla politica corrente, che l'ambiente

decodifica e trasmette tramite comunicazione seriale ad Arduino, il quale aziona le elettrovalvole pilotando i MOSFET.

2. Misura RT-EBIV: La ricostruzione del campo di velocità è eseguita da un codice sviluppato in linguaggio C++. Il calcolo degli spostamenti avviene tramite un algoritmo di cross-correlazione spaziale a singola passata. I frame acquisiti vengono suddivisi in finestre di interrogazione di dimensione 32×32 pixel; al fine di minimizzare il tempo di calcolo per ogni ciclo l'algoritmo opera senza overlap.

Per assicurare la robustezza dell'osservazione fornita all'agente, il campo di velocità istantaneo viene sottoposto in tempo reale a due validazioni:

- Validazione spaziale (*Outlier detection*): Al fine di evitare misurazioni errate, su ogni vettore viene applicato un filtro mediano basato sul suo intorno spaziale 3×3 . I vettori la cui deviazione rispetto alla mediana locale supera una soglia di tolleranza prefissata vengono classificati come outlier e rimpiazzati con il loro valore mediano.
- Filtraggio temporale (*Moving average*): Per stabilizzare l'input della rete neurale attenuando il rumore ad alta frequenza tipico dei sensori ad eventi, il campo vettoriale validato viene mediato temporalmente su una finestra mobile calcolata sugli ultimi 3 pseudo-snapshot acquisiti.

I vettori così elaborati vengono infine trascritti in un blocco di memoria condivisa, rendendoli istantaneamente accessibili all'ambiente Python.

3. Elaborazione dello Stato e della Reward: Ricevuti i campi di velocità istantanei del flusso attraverso la memoria condivisa, l'ambiente Python calcola la proiezione sui modi POD per costruire lo stato osservabile e valuta la ricompensa associata all'azione intrapresa. Si chiude così il loop, introducendo un ritardo controllato per sincronizzarsi con l'inizio del timestep successivo.

Un singolo episodio di addestramento è definito da una sequenza finita di iterazioni corrispondenti a 1000 timestep. Per garantire la riproducibilità dell'esperimento e assicurare che ogni iterazione di apprendimento parta dalle medesime condizioni al contorno, l'ambiente implementa una funzione di reset. Al termine di un episodio, il sistema disattiva le valvole e impone un periodo di riposo di 5 secondi per consentire la dissipazione dell'energia cinetica residua. Successivamente, prima di ogni episodio, il codice esegue un ciclo di *warm-up* di 100 timestep in cui è possibile monitorare, attraverso il processing PIV in tempo reale, lo stato del campo di moto prodotto dal getto turbolento.

6.3.2 Definizione dello stato

Al fine di addestrare efficacemente l'agente DRL, la scelta delle variabili che compongono lo stato s_t è di fondamentale importanza. Fornire in input all'algoritmo l'intero campo di velocità istantaneo misurato dal sistema RT-EBIV comporterebbe un costo computazionale elevato e un problema di alta dimensionalità. Viceversa, il campionamento di piccole finestre spaziali indipendenti fornirebbe una visione troppo locale, limitando la comprensione della dinamica globale del flusso.

Per risolvere questo compromesso, lo stato è stato definito sfruttando una rappresentazione di ordine ridotto basata sulla Proper Orthogonal Decomposition del campo di moto prodotto dal getto non attuato. Tale scelta è motivata dal fatto che i modi POD principali catturano le strutture coerenti dominanti del getto non attuato, le quali costituiscono i

target primari per l'incremento del mixing: la manipolazione di tali strutture è infatti ampiamente riconosciuta come un meccanismo efficace per incrementare l'energia cinetica turbolenta (TKE) a valle [52, 53].

L'estrazione dello stato si articola quindi in due fasi principali: una fase di acquisizione offline (su un ampio dataset temporale in condizioni non attuate) e una fase di proiezione online (durante l'episodio DRL). L'analisi è concentrata sulla regione spaziale a monte della corona circolare di attuazione ($x \leq 4D$) indicata in rosso in Fig. 6.2, regione corrispondente al cuore potenziale del getto, dove sono presenti le strutture convettive dominanti dovute all'instabilità KH.

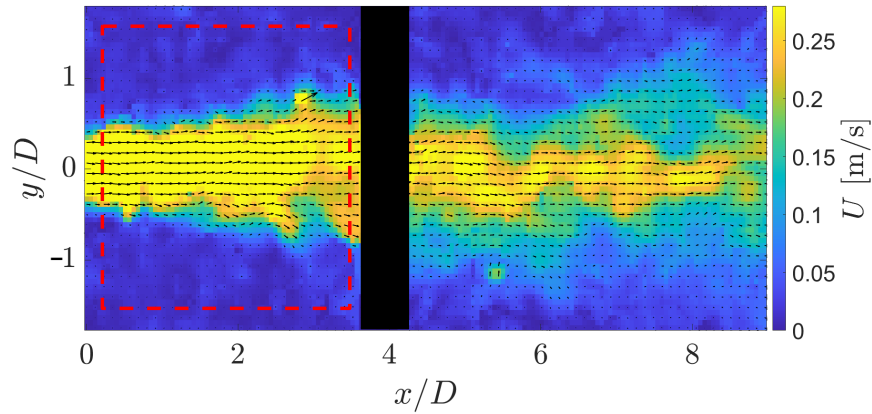


FIGURA 6.2: Istantanea $U(x, y)$ del campo di moto del getto, in rosso è indicata la regione pre-attuazione in cui è concentrata l'analisi per la definizione dello Stato.

Decomposizione Offline

Prima dell'addestramento, viene acquisito un lungo episodio (baseline), ad una frequenza $f = 200 \text{ Hz}$, in condizioni non attuate costituito da $N_t \simeq 15000$ frame. Da questo dataset vengono calcolati i campi di velocità medi temporali, $\bar{U}(x, y)$ e $\bar{V}(x, y)$. I campi di fluttuazioni istantanei $u' = U - \bar{U}$ e $v' = V - \bar{V}$ vengono quindi impilati in una matrice $X' \in \mathbb{R}^{2 \cdot N_{pix} \times N_t}$, dove N_{pix} indica il numero totale di punti griglia nella regione considerata ed $N_t = 15000$ frame. Successivamente viene applicata la decomposizione POD attraverso il metodo degli snapshot descritto nel capitolo precedente.

In base all'analisi dell'energia cumulata (Fig. 6.3), si è scelto di definire lo stato proiettando il campo sui soli primi $N_m = 30$ modi POD. Tale troncamento garantisce che i primi 30 modi catturano circa il 50% della varianza totale, permettendo di isolare le strutture più energetiche della regione di misura, riducendo la dimensionalità del problema e l'influenza delle componenti meno energetiche e più sensibili al rumore di misura. In particolare, i modi spaziali osservati nella regione a monte durante il post processing dell'acquisizione offline presentano un pattern spaziale coerente con i modi identificati nell'analisi modale del campo completo non controllato descritta nel capitolo precedente.

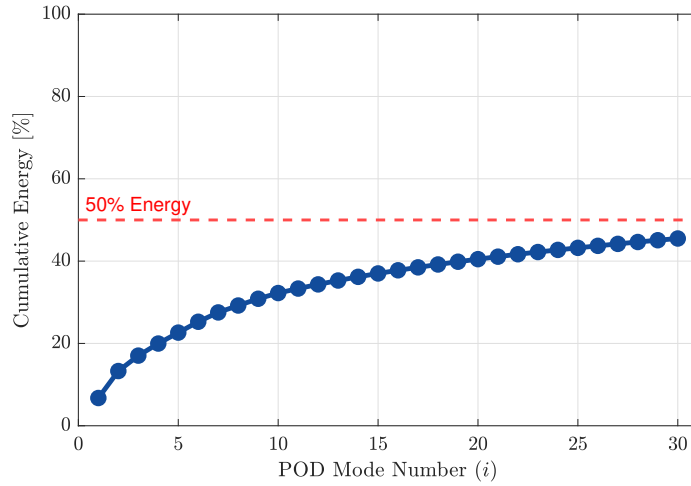


FIGURA 6.3: Energia cumulata dei modi POD in funzione del numero di modi i . Il minor numero di modi necessari rispetto all'analisi modale del campo completo (Cap. 5.2) è coerente con la natura più organizzata della regione a monte.

Dalla decomposizione vengono estratti e memorizzati i campi di velocità medi ($\bar{U}(x, y)$ e $\bar{V}(x, y)$) e le basi spaziali $\Phi_U, \Phi_V \in \mathbb{R}^{N_{pix} \times N_m}$ per l'analisi online. Sfruttando la matrice dei modi temporali $\Psi \in \mathbb{R}^{N_t \times N_m}$ e la matrice diagonale dei valori singolari $\Sigma \in \mathbb{R}^{N_m \times N_m}$, ottenute dalla decomposizione POD, viene calcolata la matrice delle ampiezze modali temporali $A \in \mathbb{R}^{N_t \times N_m}$.

Al fine di preparare i dati per la successiva normalizzazione richiesta dalla rete neurale, dalle colonne della matrice A vengono estratti e salvati in memoria i due vettori riga di dimensione $1 \times N_m$ contenenti rispettivamente le medie μ e le deviazioni standard σ dell'ampiezza di ciascun modo i :

$$\mu_i = \text{mean}(A_{:,i}), \quad \sigma_i = \text{std}(A_{:,i}) \quad \forall i \in [1, \dots, N_m] \quad (6.12)$$

Proiezione Online e Normalizzazione

Durante il processo di controllo in tempo reale, a ogni istante t , il sistema RT-EBIV rileva i campi di velocità istantanei $U(x, y, t)$ e $V(x, y, t)$. Considerando sempre la regione di spazio a monte dell'anello di attuazione, dopo aver sottratto le medie calcolate offline per tale regione, i campi di fluttuazioni istantanei vengono proiettati sulle basi spaziali POD (Proiezione di Galerkin) calcolate offline. L'ampiezza modale istantanea $a_i(t)$ per il i -esimo modo è calcolata come:

$$a_i(t) = \left(\Phi_U^{(i)} \right)^T u'(t) + \left(\Phi_V^{(i)} \right)^T v'(t) \quad (6.13)$$

Poiché le reti neurali faticano a convergere se i dati in ingresso sono definiti su scale numeriche molto diverse, i coefficienti $a_i(t)$ vengono normalizzati sfruttando i parametri μ_i e σ_i della baseline:

$$\tilde{a}_i(t) = \frac{a_i(t) - \mu_i}{3\sigma_i} \quad (6.14)$$

Il vettore di stato finale, che costituisce l'osservazione s_t fornita in input alla rete neurale

dell'agente, è quindi composto dall'array delle prime 30 ampiezze modali normalizzate:

$$s_t = [\tilde{a}_1(t), \tilde{a}_2(t), \dots, \tilde{a}_{30}(t)]^T. \quad (6.15)$$

6.3.3 Definizione dello spazio delle azioni

Lo spazio delle azioni definisce le modalità con cui l'agente DRL può intervenire per forzare e controllare fisicamente l'ambiente fluidodinamico. Nel setup sperimentale impiegato, il sistema di attuazione è formato, come descritto, da $N_v = 8$ elettrovalvole indipendenti, le quali introducono quantità di moto nel flusso principale sotto forma di getti radiali distribuiti in modo assialsimmetrico su un anello circolare posizionato a $\simeq 4D$ a valle dell'uscita del getto.

Essendo le elettrovalvole dei dispositivi digitali (on/off), il loro stato operativo non può essere modulato in modo continuo, ma assume una natura puramente binaria. Indicando con $a_t^{(i)} \in \{0, 1\}$ lo stato logico dell' i -esima valvola all'istante di tempo t , lo stato complessivo dell'azione al tempo t è descritto dal vettore:

$$\mathbf{a}_t = [a_t^{(1)}, a_t^{(2)}, \dots, a_t^{(8)}]. \quad (6.16)$$

dove il valore logico 1 corrisponde all'apertura della valvola e il valore 0 alla sua chiusura.

Poiché ogni valvola possiede due stati possibili, il sistema ammette $2^{N_v} = 2^8 = 256$ combinazioni distinte di attuazione. Per semplificare l'architettura della rete neurale e stabilizzare il processo di addestramento, il problema di controllo è stato formalizzato utilizzando uno spazio delle azioni discreto. Durante l'addestramento, all'agente viene richiesto di selezionare a ogni step temporale un singolo numero intero A_t tale che:

$$A_t \in \mathcal{A} = \{0, 1, \dots, 255\} \quad (6.17)$$

Una volta selezionata l'azione discreta A_t , l'ambiente decodifica l'intero nella corrispondente stringa binaria a 8 bit $\mathbf{a}_t$. Questa codifica viene trasmessa istantaneamente via comunicazione seriale ad Arduino, il quale converte il segnale digitale in impulsi elettrici, pilotando i driver di potenza basati su MOSFET che azionano le valvole, attuando fisicamente il flusso.

6.3.4 Definizione della ricompensa

La ricompensa definisce l'obiettivo che l'agente deve perseguire durante l'addestramento. Nel presente lavoro l'obiettivo fisico è favorire il mixing del getto nella regione a valle dell'attuazione, pertanto è stata utilizzata la TKE come proxy risolto spazialmente dell'incremento del mixing: una maggiore energia di fluttuazione nella regione di reward implica un entrainment più intenso e una più ampia diffusione della quantità di moto, coerentemente con l'aumento del mixing.

Il calcolo della TKE in senso classico richiederebbe però una media temporale su una finestra estesa, incompatibile con la valutazione istantanea necessaria a ogni timestep del controllo. Per questo motivo, come ricompensa è stato adottato un *proxy* istantaneo della TKE, chiamato $\tilde{k}$, valutato a ogni timestep a partire dal solo campo di velocità istantaneo, senza alcuna media temporale. Tale proxy fornisce, istante per istante, una misura del livello di fluttuazioni turbolente nella regione a valle dell'attuazione, rendendo possibile la valutazione in tempo reale.

Il proxy è calcolato con un approccio a finestre spaziali (*binning*). Considerato Ω come il dominio spaziale definito dalla regione a valle dell'attuazione, tale dominio viene suddiviso in un reticolo di $N_{bin} = 3 \times 3$ sottodomini rettangolari, indicati con ω_b , $b = 1, \dots, N_{bin}$. Ogni bin ω_b contiene lo stesso numero di punti griglia N_b .

L'uso di medie spaziali per bin, anziché di un'unica media globale su Ω , preserva il contenuto energetico associato alle variazioni spaziali di velocità, evitando che le strutture a grande scala vengano mascherate da una media unica; allo stesso tempo, la metrica resta valutabile per ogni singolo campo RT-EBIV e quindi compatibile con il funzionamento ad anello chiuso ad alta frequenza.

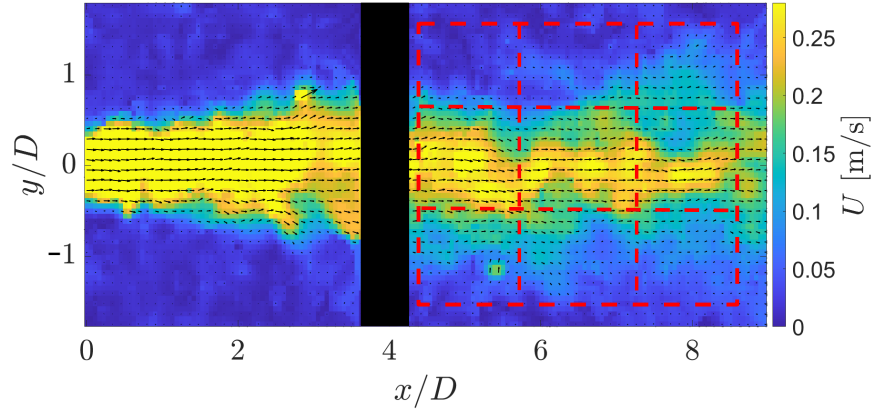


FIGURA 6.4: Istantanea $U(x, y)$ del campo di moto del getto, in rosso sono indicate le finestre spaziali (bin) in cui è suddiviso Ω per il calcolo del proxy istantaneo $\tilde{k}$

In ogni istante di tempo t , per ciascun bin ω_b viene calcolata la media spaziale locale delle componenti di velocità longitudinale $U(x, y, t)$ e trasversale $V(x, y, t)$:

$$\langle U \rangle_b(t) = \frac{1}{N_b} \sum_{(x,y) \in \omega_b} U(x, y, t) \quad (6.18)$$

$$\langle V \rangle_b(t) = \frac{1}{N_b} \sum_{(x,y) \in \omega_b} V(x, y, t) \quad (6.19)$$

Le fluttuazioni di velocità $\tilde{u}'$ e $\tilde{v}'$ sono quindi ottenute sottraendo al campo istantaneo la rispettiva media spaziale locale del *bin* appartenente ad Ω :

$$\tilde{u}'(x, y, t) = U(x, y, t) - \langle U \rangle_b(t) \quad \text{per } (x, y) \in \omega_b \quad (6.20)$$

$$\tilde{v}'(x, y, t) = V(x, y, t) - \langle V \rangle_b(t) \quad \text{per } (x, y) \in \omega_b \quad (6.21)$$

A partire dal campo di fluttuazioni, $\tilde{k}$ viene calcolato come:

$$\tilde{k}(x, y, t) = \frac{1}{2} [\tilde{u}'(x, y, t)^2 + \tilde{v}'(x, y, t)^2] \quad (6.22)$$

La ricompensa r_t fornita all'agente al termine di ogni timestep coincide con la media del

proxy istantaneo della TKE sull'intero dominio Ω :

$$r_t = \frac{1}{N_\Omega} \sum_{b=1}^{N_{\text{bin}}} \sum_{(x,y) \in \omega_b} \tilde{k}(x,y,t), \quad (6.23)$$

dove $N_\Omega = \sum_{b=1}^{N_{\text{bin}}} N_b$. Attraverso questa formulazione basata sulla varianza spaziale locale, l'agente riceve una ricompensa positiva per configurazioni del flusso con un elevato livello di turbolenza. Di conseguenza, l'algoritmo è incoraggiato a scoprire leggi di controllo, azionando le valvole, capaci di intensificare le fluttuazioni turbolente nella regione di interesse a valle dell'attuazione, massimizzando l'efficienza del mixing.

6.3.5 Addestramento in *closed-loop*

L'integrazione tra l'agente SAC e l'ambiente fluidodinamico reale rappresenta un framework di addestramento in closed-loop alla frequenza di controllo di 40 Hz. Per garantire l'efficacia del primo ciclo di apprendimento, l'addestramento prevede una fase iniziale di warm-up del Replay Buffer: per i primi 5000 timestep (5 episodi) non viene effettuato l'addestramento e l'ambiente viene attuato con azioni casuali. Questa procedura riempie la memoria con un set di transizioni con scale diverse, fornendo ai critici una stima di base del campo di moto prima che inizi l'effettivo aggiornamento dei gradienti.

Una volta iniziato il training, durante la singola iterazione t , l'agente osserva lo stato s_t proveniente dal processing RT-EBIV in tempo reale ed elabora tale informazione attraverso la rete attore per selezionare una configurazione di attuazione secondo la distribuzione di probabilità corrente. L'azione viene attuata fisicamente sul getto e, nel timestep successivo, il sistema acquisisce il nuovo stato s_{t+1} e valuta la ricompensa r_t . La transizione (s_t, a_t, r_t, s_{t+1}) viene archiviata nel Replay Buffer. In questo lavoro, per rispettare i vincoli di latenza del controllo in tempo reale (25 ms per iterazione), l'aggiornamento dei pesi viene eseguito al termine di ciascun episodio. Ogni fine episodio quindi l'algoritmo campiona in modo casuale numerosi batch dal buffer e aggiorna i parametri neurali per l'attore, i critici e il coefficiente entropico α .

Attraverso questa architettura, l'agente costruisce progressivamente la propria politica di controllo esplorando lo spazio delle azioni, convergendo progressivamente verso una politica di attuazione capace di incrementare la metrica di mixing definita dalla ricompensa.

6.4 Analisi dei Risultati

L'architettura di controllo in loop chiuso precedentemente descritta è stata validata sperimentalmente per valutare la capacità dell'agente DRL di apprendere una politica di attuazione efficace. Le misure di training sono state fatte per un totale di 93 episodi consecutivi.

6.4.1 Validazione del setup e curva di apprendimento

Data la natura puramente sperimentale del framework, prima dell'avvio di ciascun episodio è stata implementata una fase di *sanity-check*. Tale procedura prevede il monitoraggio in tempo reale del flusso non attuato per verificare che le condizioni di seeding delle particelle e la qualità della ricostruzione vettoriale RT-EBIV rientrino nei parametri ottimali.

Questo controllo risulta fondamentale per evitare che l'agente venga addestrato su campi di velocità sbagliati o scarsamente risolti, il che produrrebbe stime dello stato errate e segnali di reward puramente rumorosi, compromettendo la convergenza dell'algoritmo.

È importante sottolineare che, sebbene il framework di controllo sia stato concepito per gestire le otto elettrovalvole in modo indipendente, i seguenti risultati corrispondono all'azione di sole due valvole radiali e simmetriche, posizionate nel piano di misura.

L'evoluzione delle prestazioni dell'agente è quantificata dalla ricompensa media per episodio, ottenuta mediando il reward istantaneo r_t sui timestep di ciascun episodio, riportata in Figura 6.5. L'andamento mostra una chiara tendenza crescente lungo tutto l'addestramento. Nonostante sia presente una significativa variabilità tra episodi successivi, classico fenomeno relativo a problemi sperimentali caratterizzati da forte stocasticità e turbolenza, il trend globale (evidenziato dalla media mobile) dimostra che l'algoritmo riesce a ottimizzare progressivamente la propria politica rispetto alla reward definita. Attraverso l'interazione diretta con il sistema fisico, l'agente SAC esplora lo spazio delle azioni e converge verso strategie di attuazione capaci di incrementare le fluttuazioni di velocità all'interno del dominio spaziale Ω .

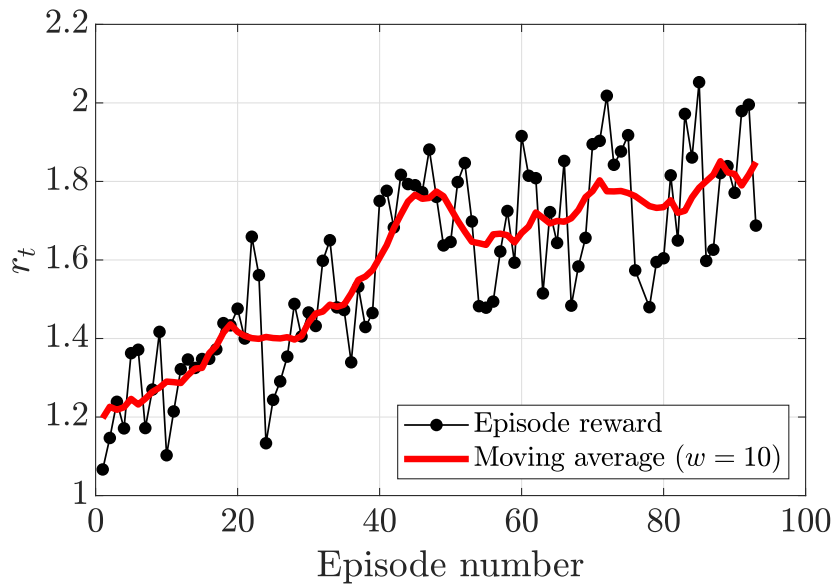


FIGURA 6.5: Evoluzione del reward medio r_t per episodio durante i 93 episodi di addestramento DRL. Ogni punto rappresenta la media del reward istantaneo r_t sui timestep dell'episodio; la curva rossa indica la media mobile (finestra $w = 10$).

L'energia cinetica turbolenta nella sua formulazione classica, chiamata k , è calcolata a posteriori, dopo l'addestramento, a partire dalle fluttuazioni di velocità rispetto al campo di moto mediato temporalmente sull'intero episodio:

$$k(x, y, t) = \frac{1}{2} (u'(x, y, t)^2 + v'(x, y, t)^2), \quad (6.24)$$

con $u'(x, y, t) = U(x, y, t) - \bar{U}(x, y)$, dove $\bar{U}(x, y) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T U(x, y, t)$, analogamente per v' .

Per verificare che l'incremento della ricompensa corrisponda a un effettivo aumento dell'energia delle fluttuazioni, la Figura 6.6 riporta l'incremento percentuale, rispetto al caso

non controllato, sia del proxy online $\tilde{k}$ utilizzato durante il training, sia della TKE classica valutata a posteriori. Per ciascun episodio, entrambe le grandezze sono mediate temporalmente sull'episodio e spazialmente sul dominio Ω e l'incremento è definito come scarto relativo rispetto al valore del caso non attuato:

$$\Delta k(\text{ep}) = \frac{\langle k \rangle_{\Omega}(\text{ep}) - \langle k \rangle_{\Omega}^{\text{base}}}{\langle k \rangle_{\Omega}^{\text{base}}} \times 100, \quad (6.25)$$

dove $\langle \cdot \rangle_{\Omega}$ indica la media spaziale sul dominio e l'apice *base* indica il caso non controllato. Per il proxy, la grandezza mediata su Ω coincide con la ricompensa r_t (Eq. 6.23); la sua media temporale per episodio è ottenuta mediando r_t su tutti i timestep.

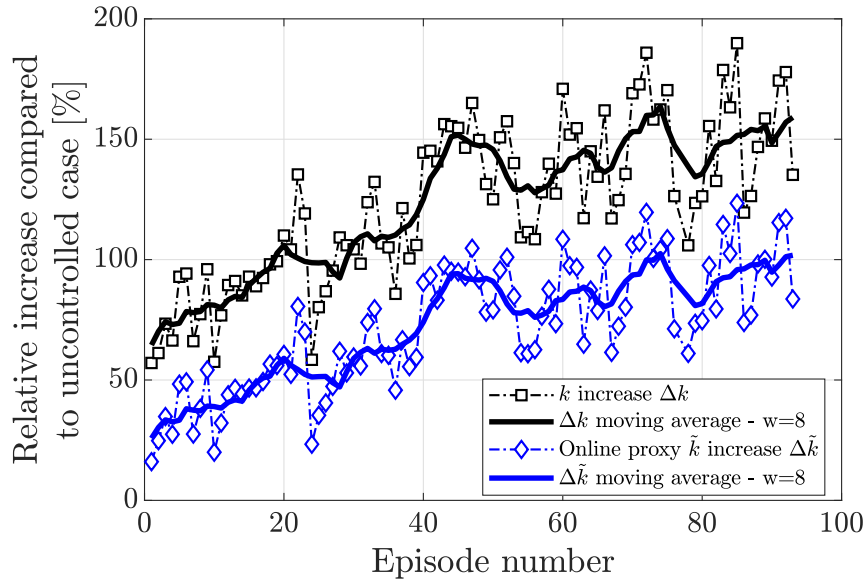


FIGURA 6.6: Incremento percentuale rispetto al caso non controllato della TKE classica Δk (quadrati neri) e del proxy online $\Delta \tilde{k}$ usato come reward (rombi blu), per ciascun episodio. Le curve continue indicano la media mobile (finestra $w = 8$).

La stima della TKE classica k segue lo stesso andamento complessivo del proxy online $\tilde{k}$, a conferma della validità di quest'ultimo come segnale di ricompensa in tempo reale. Il confronto è significativo poiché l'agente è addestrato utilizzando esclusivamente $\tilde{k}$, mentre la TKE classica k è calcolata in modo indipendente dopo l'addestramento. L'incremento percentuale della TKE conferma quindi che la strategia appresa produce un aumento misurabile dell'energia delle fluttuazioni a valle: in meno di 100 episodi, l'energia cinetica turbolenta nella regione di reward più che raddoppia rispetto al caso non controllato.

6.4.2 Modifica della dinamica del getto e incremento del mixing

Per confermare che l'incremento della reward sia associato a una reale alterazione fisica della dinamica del getto, si analizzano a posteriori le mappe spaziali della TKE classica k , definita in precedenza, sui campi di moto prodotti durante il training.

Come riferimento iniziale, la Fig. 6.7 illustra la distribuzione della media temporale di k , $\bar{k}(x, y) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T k(x, y, t) = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2})$, per un episodio non controllato (baseline) calcolata sull'intero campo di moto (comprendente sia la regione a monte che quella a valle

del controllo). Questa mappa fornisce la base di confronto fondamentale per valutare l'effettivo impatto energetico delle perturbazioni introdotte dall'attuazione.

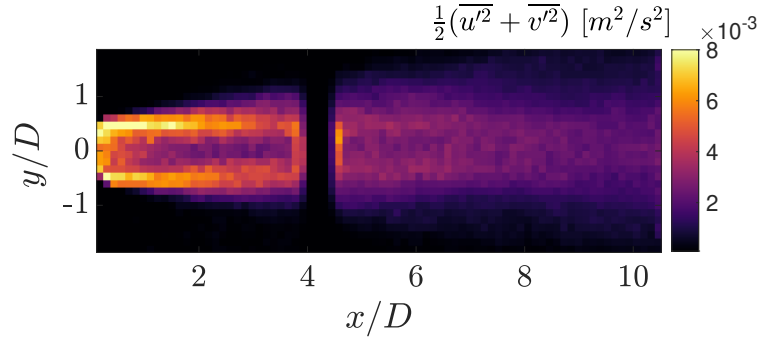


FIGURA 6.7: Distribuzione spaziale di $\bar{k}$ calcolata sull'intero campo di moto per il caso baseline.

Successivamente, l'analisi si è concentrata specificamente sulla regione a valle dell'attuazione, dove l'algoritmo valuta la sua ricompensa. La Fig. 6.8 mette a confronto le mappe di $\bar{k}$ su due distinti episodi di addestramento: l'Episodio 1, caratterizzato da una politica esplorativa puramente casuale (Fig. 6.8a), e l'Episodio 93, in cui l'agente impiega la politica appresa durante l'addestramento (Fig. 6.8b).

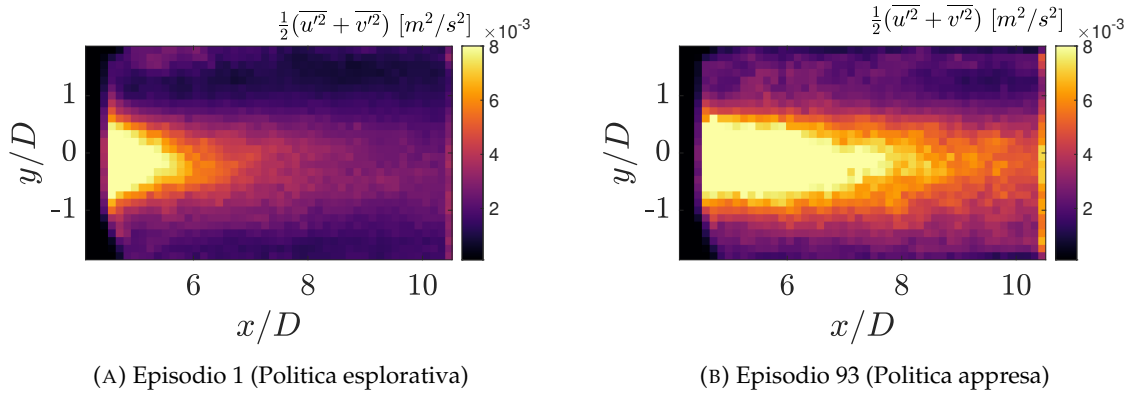


FIGURA 6.8: Confronto della distribuzione spaziale di $\bar{k}$ nella regione di reward

Sotto l'effetto della legge di controllo appresa dall'agente, si osserva un macroscopico innalzamento dei livelli di TKE su gran parte del dominio della regione a valle dell'attuazione, non solo rispetto alle condizioni di baseline, ma anche rispetto all'attuazione casuale dell'Episodio 1. Tale risultato dimostra che l'agente DRL ha imparato a controllare l'azionamento delle elettrovalvole al fine di intensificare le fluttuazioni turbolente, aumentando di conseguenza il mixing turbolento.

Capitolo 7

Conclusioni e sviluppi futuri

In questo lavoro di tesi è stato presentato un framework per il controllo ad anello chiuso per un getto assialsimmetrico. L'approccio proposto combina misure planari di velocità spazialmente risolte con un controllo basato su apprendimento per rinforzo attraverso reti neurali profonde (DRL) al fine di manipolare la dinamica di un getto turbolento sommerso. Una caratteristica fondamentale del framework è che la singola acquisizione RT-EBIV svolge simultaneamente due ruoli distinti: il campo di velocità istantaneo viene suddiviso in sottoregioni spazialmente separate, una utilizzata per la stima dello stato e l'altra per la valutazione della ricompensa, all'interno della stessa istantanea. Oltre a questo duplice utilizzo, la natura spazialmente risolta della misura consente definizioni più ricche e fisicamente fondate sia delle variabili di stato che di quelle di ricompensa (come proiezioni modali, distribuzioni spaziali dell'energia o altre grandezze che rappresentano le strutture coerenti del flusso); tali definizioni sono intrinsecamente inaccessibili agli approcci di rilevamento puntuale, i quali richiederebbero inoltre sonde dedicate e spazialmente separate per ottenere un'equivalente separazione funzionale.

Esperimenti preliminari hanno dimostrato che la tecnica RT-EBIV è in grado di fornire stime del campo di velocità sufficientemente robuste e a bassa latenza per essere utilizzate sia nella stima dello stato che nella valutazione online della ricompensa. Utilizzando un algoritmo SAC, il controllore è stato in grado di apprendere strategie di attuazione che incrementano i livelli di energia delle fluttuazioni nella regione di ricompensa a valle. Tale comportamento è evidenziato dal progressivo aumento della ricompensa dell'episodio durante l'addestramento e dal confronto tra le distribuzioni di energia cinetica turbolenta (TKE) effettive, calcolate per un episodio iniziale e uno finale: il confronto tra episodio iniziale e finale mostra infatti un incremento della TKE nella regione di valutazione dell'ordine del 100–150% rispetto al getto non attuato, ottenuto dopo 93 episodi di addestramento condotti interamente sull'impianto sperimentale.

Un'ulteriore valutazione basata sulla TKE classica, calcolata a partire dalle fluttuazioni di velocità rispetto al campo di moto mediato temporalmente a posteriori dell'addestramento, conferma che l'attuazione appresa produce una modifica misurabile della dinamica del getto a valle. Questi risultati convalidano la funzionalità end-to-end dell'anello chiuso misura-decisione-attuazione e dimostrano la fattibilità di integrare le misure EBIV in un anello di controllo basato sull'apprendimento.

I presenti risultati vanno comunque interpretati come una dimostrazione di fattibilità piuttosto che come una valutazione delle prestazioni di controllo ottimali. L'obiettivo di controllo è stato scelto deliberatamente in modo semplice, consentendo di isolare le principali criticità associate al rilevamento in tempo reale, alla latenza, alla valutazione della ricompensa e alla stabilità dell'apprendimento sperimentale.

7.1 Limiti del lavoro

I risultati presentati vanno letti tenendo conto di alcune limitazioni, sia di natura sperimentale sia legate all'impostazione del problema di controllo.

Tra i principali limiti incontrati vi è innanzitutto la necessità di rispettare il vincolo temporale imposto dal periodo di controllo. Tutte le operazioni di estrazione dello stato, selezione dell'azione e valutazione della ricompensa devono essere completate entro una finestra temporale limitata. Questo vincolo ha richiesto l'uso di una rappresentazione dello stato a ordine ridotto e di un segnale di ricompensa computazionalmente semplice. Lo stesso vincolo ha inoltre imposto di aggiornare la rete al termine di ciascun episodio anziché ad ogni passo.

Un secondo limite riscontrato riguarda l'attuazione. Delle otto elettrovalvole disponibili, nelle prove riportate ne sono state impiegate solo due: l'anello di attuazione non è stato quindi sfruttato nella sua configurazione completa, e lo spazio delle azioni effettivamente esplorato dall'agente è di sole 4 azioni. Inoltre, un altro limite legato all'attuazione è anche la caratterizzazione della sua latenza: la stima del ritardo di risposta delle linee, descritta in Sez. 4.2, ha fornito valori medi dell'ordine di 20–30 ms alle basse frequenze di comando, ma con una dispersione ampia (fino a 8–76 ms per la stessa linea) e con intervalli di variabilità che, oltre una certa frequenza, superano il periodo di attuazione stesso. Va però considerato che il ritardo così misurato non è una proprietà della sola elettrovalvola, ma dell'intera catena (comando, risposta elettromeccanica, propagazione lungo la linea idraulica e comparsa del getto radiale nella regione illuminata) ed è sensibile alla soglia ottica con cui il core del getto viene identificato nell'immagine. Una stima più accurata e ripetibile della latenza consentirebbe di quantificare meglio il ritardo introdotto nell'anello di controllo e di verificare fino a quale frequenza di comando la risposta del sistema resta riproducibile.

Una terza limitazione riguarda la base POD utilizzata per la stima dello stato, calcolata sui dati del getto non attuato. Va infatti riconosciuto che una base costruita sul getto non attuato potrebbe non rappresentare in modo ottimale le strutture generate dall'attuazione; tuttavia, poiché l'obiettivo del controllo è l'incremento del mixing di larga scala, i modi dominanti del flusso non attuato forniscono una rappresentazione dello stato fisicamente fondata ed efficiente dal punto di vista computazionale.

Un'ulteriore criticità sperimentale ha riguardato la sedimentazione delle particelle traccianti, che riduceva progressivamente la densità di seeding nella regione di misura degradando la qualità della ricostruzione RT-EBIV; il problema è stato mitigato reintroducendo e rimescolando il seeding all'inizio di ogni episodio.

7.2 Sviluppi futuri

Gli sviluppi futuri potranno procedere in diverse direzioni. Il primo passo riguarda l'uso completo del sistema di attuazione. L'impiego di tutte e otto le elettrovalvole, anziché delle due utilizzate nelle prove riportate, permetterebbe all'agente di esplorare l'intero spazio delle azioni previsto e di apprendere più ampie strategie di attuazione.

Un secondo sviluppo potrebbe riguardare la posizione dell'attuazione. Nel presente lavoro l'anello di attuazione agisce a valle dell'uscita dell'ugello, in una regione in cui lo strato di taglio ha già iniziato a svilupparsi e le instabilità del getto hanno già prodotto strutture vorticali organizzate. Tuttavia, un getto turbolento è fortemente sensibile alle condizioni iniziali: piccole perturbazioni introdotte in prossimità della sezione di uscita

possono essere amplificate dallo shear layer e influenzare in modo significativo il successivo sviluppo del getto. Una possibile evoluzione del setup consiste quindi nello spostare o integrare l'attuazione più a monte, in prossimità del labbro dell'ugello, in modo da intervenire prima del completo sviluppo del roll-up vorticoso associato all'instabilità di Kelvin-Helmholtz. Un'attuazione in questa regione potrebbe risultare più efficiente, poiché sfrutterebbe la naturale amplificazione delle perturbazioni da parte del getto invece di agire su strutture già formate.

Dal punto di vista del controllo, lo stato potrà essere reso più ricco di informazioni includendo un numero maggiore di modi POD, informazioni relative agli istanti precedenti o altre grandezze derivate dal campo di velocità. Analogamente, la funzione di ricompensa potrà essere estesa a metriche più direttamente legate al mixing: allargamento del getto, entrainment o quantità integrali calcolate su regioni più ampie del campo di moto.

Infine, il framework potrebbe integrare obiettivi di controllo più complessi rispetto alla massimizzazione della TKE. Un forzamento asimmetrico dell'anello di attuazione potrebbe consentire ad esempio di deviare la direzione del getto principale, mentre altri obiettivi di controllo più complessi possono essere opposti a quello qui considerato, come la riduzione delle fluttuazioni e la stabilizzazione del getto.

Complessivamente, i risultati indicano che l'EBIV può rappresentare una valida tecnica di misura per le applicazioni di controllo del flusso ad anello chiuso se combinata con il Deep Reinforcement Learning.

Bibliografia

- [1] S. B. Pope, *Turbulent flows*. Cambridge university press, 2000.
- [2] C. Ball, H. Fellouah, and A. Pollard, "The flow field in turbulent round free jets," *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 50, pp. 1–115, 2012.
- [3] T. Thangaraj, M. Kaushik, D. Deb, V. Muresan, *et al.*, "Survey on vortex shedding tabs as supersonic jet control," *Frontiers in Physics*, vol. 9, p. 789742, 2022.
- [4] A. B. McCleney and P. M. Bardet, "Initial condition effects on kelvin-helmholtz instabilities and development of a round jet," in *ASME 2014 4th Joint US-European Fluids Engineering Division Summer Meeting*, American Society of Mechanical Engineers, 2014.
- [5] P. K. Kundu, I. M. Cohen, and D. R. Dowling, "Chapter 11 - fluid mechanics," in *Fluid Mechanics*, Academic Press, 2015.
- [6] E. Pickering, G. Rigas, P. A. Nogueira, A. V. Cavalieri, O. T. Schmidt, and T. Colonius, "Lift-up, kelvin-helmholtz and orr mechanisms in turbulent jets," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 896, p. A2, 2020.
- [7] A. Segalini, *Experimental analysis of coaxial jets: instability, flow and mixing characterization*. PhD thesis, Alma Mater Studiorum – Università di Bologna, 2010. Dottorato di Ricerca in Disegno e Metodi dell'Ingegneria Industriale, Ciclo XXII. SSD: ING-IND/06.
- [8] C. Willert, "Event-based particle image velocimetry for high-speed flows," *Measurement Science and Technology*, vol. 36, no. 7, p. 075302, 2025.
- [9] L. Franceschelli, C. E. Willert, M. Raiola, and S. Discetti, "An assessment of event-based imaging velocimetry for online dimensionality reduction in turbulent flows," *arXiv preprint arXiv:2410.18940*, 2024.
- [10] C. E. Willert, "Event-based imaging velocimetry using pulsed illumination," *Experiments in Fluids*, vol. 64, no. 10, p. 98, 2023.
- [11] M. Bouvier, *Study and design of an energy efficient perception module combining event-based image sensors and spiking neural networks using 3D integration technologies*. PhD thesis, Université Grenoble Alpes, 2021.
- [12] A. Rusch and T. Rösgen, "Trackaer: real-time event-based quantitative flow visualization," *Experiments in Fluids*, vol. 64, no. 8, p. 136, 2023.
- [13] C. E. Willert and J. Klinner, "Event-based imaging velocimetry: an assessment of event-based cameras for the measurement of fluid flows," *Experiments in Fluids*, vol. 63, no. 6, p. 101, 2022.

- [14] D. Dabiri, "Cross-correlation digital particle image velocimetry—a review," in *Turbulência* (A. P. S. Freire, A. Ilha, and B. Breidenthal, eds.), pp. 155–199, Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas (ABCM), 2006.
- [15] F. Scarano, "Iterative image deformation methods in piv," *Measurement Science and Technology*, vol. 13, no. 1, pp. R1–R19, 2001.
- [16] A. Kislaya, "Estimation and reduction of peak-locking errors in piv measurements," Master's thesis, Delft University of Technology, 2016.
- [17] J. Westerweel and F. Scarano, "Universal outlier detection for piv data," *Experiments in Fluids*, vol. 39, no. 6, pp. 1096–1100, 2005.
- [18] G. Gallego, H. Rebecq, and D. Scaramuzza, "A unifying contrast maximization framework for event cameras, with applications to motion, depth, and optical flow estimation," in *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, pp. 3867–3876, 2018.
- [19] J. Nagata, Y. Sekikawa, and Y. Aoki, "Optical flow estimation by matching time surface with event-based cameras," *Sensors*, vol. 21, no. 4, p. 1150, 2021.
- [20] G. Paolillo and T. Astarita, "Pairs-unina: A robust and accurate free tool for digital particle image velocimetry and optical camera calibration," in *Proceedings of 21st International Symposium on Applications of Laser and Imaging Techniques to Fluid Mechanics*, (Lisbon, Portugal), July 2024.
- [21] J. L. Lumley, "The structure of inhomogeneous turbulent flows," in *Atmospheric Turbulence and Radio Wave Propagation* (A. M. Yaglom and V. I. Tatarsky, eds.), pp. 166–178, Moscow: Nauka, 1967.
- [22] J. L. Lumley, *Stochastic Tools in Turbulence*. New York: Academic Press, 1970.
- [23] P. J. Schmid, "Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 656, pp. 5–28, 2010.
- [24] P. J. Schmid, D. Violato, and F. Scarano, "Decomposition of time-resolved tomographic piv," *Experiments in Fluids*, vol. 52, no. 6, pp. 1567–1579, 2012.
- [25] G. Berkooz, P. Holmes, and J. L. Lumley, "The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 25, pp. 539–575, 1993.
- [26] J. H. Citriniti and W. K. George, "Reconstruction of the global velocity field in the axisymmetric mixing layer utilizing the proper orthogonal decomposition," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 418, pp. 137–166, 2000.
- [27] A. Towne, O. T. Schmidt, and T. Colonius, "Spectral proper orthogonal decomposition and its relationship to dynamic mode decomposition and resolvent analysis," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 847, pp. 821–867, 2018.
- [28] L. Sirovich, "Turbulence and the dynamics of coherent structures. Part I: Coherent structures," *Quarterly of Applied Mathematics*, vol. 45, no. 3, pp. 561–571, 1987.
- [29] O. T. Schmidt and T. Colonius, "Guide to spectral proper orthogonal decomposition," *AIAA Journal*, vol. 58, no. 3, pp. 1023–1033, 2020.
- [30] S. L. Brunton, B. R. Noack, and P. Koumoutsakos, "Machine learning for fluid mechanics," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 52, pp. 477–508, 2020.

- [31] R. S. Sutton and A. G. Barto, *Reinforcement learning: An introduction*. MIT press, 2018.
- [32] P. Garnier, J. Viquerat, J. Rabault, A. Larcher, A. Kuhnle, and E. Hachem, "A review on deep reinforcement learning for fluid mechanics," *Computers & Fluids*, vol. 225, p. 104973, 2021.
- [33] E. Amico, *AI-Driven Learning-Based Flow Analysis and Control*. PhD thesis, Politecnico di Torino, 2026.
- [34] C. Vignon, J. Rabault, and R. Vinuesa, "Recent advances in applying deep reinforcement learning for flow control: Perspectives and future directions," *Physics of Fluids*, vol. 35, no. 3, p. 031301, 2023.
- [35] M. Gad-el Hak, "Flow control," *Applied Mechanics Reviews*, vol. 42, no. 10, pp. 261–293, 1989.
- [36] S. L. Brunton and B. R. Noack, "Closed-loop active flow control: A review," *Applied Mechanics Reviews*, vol. 67, no. 5, p. 050801, 2015.
- [37] J. Rabault, M. Kuchta, A. Jensen, U. Réglade, and N. Cerardi, "Artificial neural networks trained through deep reinforcement learning discover control strategies for active flow control," *Journal of fluid mechanics*, vol. 865, pp. 281–302, 2019.
- [38] E. Amico, G. Cafiero, and G. Iuso, "Deep reinforcement learning for active control of a three-dimensional bluff body wake," *Physics of Fluids*, vol. 34, no. 10, p. 105126, 2022.
- [39] H. Zong *et al.*, "Closed-loop supersonic flow control with a high-speed experimental deep reinforcement learning framework," *Journal of Fluid Mechanics*, 2025.
- [40] C. E. Willert *et al.*, "Real-time particle image velocimetry for closed-loop active flow control," *Experiments in Fluids*, 2010.
- [41] A. McCormick *et al.*, "Reactive control of velocity fluctuations using an active deformable surface and real-time piv," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 985, p. A9, 2024.
- [42] J. Pimienta and J.-L. Aider, "High resolution and high-speed live optical flow velocimetry," *arXiv preprint arXiv:2509.25924*, 2025.
- [43] L. Franceschelli, E. Amico, C. E. Willert, M. Raiola, G. Cafiero, and S. Discetti, "Real-time estimation of high-resolution flow fields and reduced-order coordinates from event-based imaging velocimetry," *arXiv preprint arXiv:2605.04186*, 2026.
- [44] G. Gallego, T. Delbruck, G. Orchard, C. Bartolozzi, B. Taba, A. Censi, S. Leutenegger, A. J. Davison, J. Conradt, K. Daniilidis, *et al.*, "Event-based vision: A survey," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 44, no. 1, pp. 154–180, 2020.
- [45] L. Franceschelli, E. Amico, M. Raiola, C. E. Willert, J. Serpieri, G. Cafiero, and S. Discetti, "Event-based imaging velocimetry for jet flow control," in *Proceedings of the 16th International Symposium on Particle Image Velocimetry (ISPIV)*, (Tokyo, Japan), June 2025.
- [46] D. Fan, L. Yang, Z. Wang, M. S. Triantafyllou, and G. E. Karniadakis, "Reinforcement learning for bluff body active flow control in experiments and simulations," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 117, no. 42, pp. 26091–26098, 2020.

- [47] Z. Fang, H. Zong, Y. Wu, J. Li, Z. Su, and B. Wei, "Experimental deep reinforcement learning control of a turbulent boundary layer with plasma actuators for skin-friction drag reduction," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 1027, p. A19, 2026.
- [48] R. Paris, S. Beneddine, and J. Dandois, "Robust flow control and optimal sensor placement using deep reinforcement learning," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 913, p. A25, 2021.
- [49] M. Ye and A. H. Elsheikh, "Model-based reinforcement learning for active flow control," *Physics of Fluids*, vol. 37, no. 9, p. 093363, 2025.
- [50] T. Haarnoja, A. Zhou, P. Abbeel, and S. Levine, "Soft actor-critic: Off-policy maximum entropy deep reinforcement learning with a stochastic actor," in *International conference on machine learning*, pp. 1861–1870, PMLR, 2018.
- [51] P. Christodoulou, "Soft actor-critic for discrete action settings," *arXiv preprint arXiv:1910.07207*, 2019.
- [52] N. Bénard, E. Moreau, T. Caron, and J.-P. Bonnet, "Turbulent kinetic energy produced by a surface dielectric barrier discharge actuator," *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 41, no. 4, p. 042001, 2008.
- [53] K. Oberleithner, M. Sieber, C. N. Nayeri, C. O. Paschereit, C. Petz, H.-C. Hege, and B. R. Noack, "Three-dimensional coherent structures in a swirling jet undergoing vortex breakdown: stability analysis and empirical mode construction," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 679, pp. 383–414, 2011.