

POLITECNICO DI TORINO

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE



**Modellazione della firma infrarossa di veicoli ipersonici:
fondamenti aerotermodinamici e approcci numerici**

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

Relatore

Prof. Domenic D'Ambrosio

Candidata

Alessandra Ferrara

ANNO ACCADEMICO 2025/2026

“Sei come tuo padre”: l’onore più prezioso che possa ricevere.
Al mio papi.
Sarò anche il tuo bastone, ma tu sei la mia colonna vertebrale.
Cuccjulella

"In your house I long to be,
room by room patiently,
I'll wait for you there, like a stone
I'll wait for you there, alone."

Non voglio parlare di te, io voglio parlare con te.
L’udito mi è inutile, perché il mio ritornello preferito sei tu.
La vista non trova appagamento in nulla,
perché chi sono io, se non attraverso i tuoi occhi?
Non esiste tesoro che possa soddisfare la mia fame,
il tuo abbraccio è l’unico sazio.
Potrebbe esistere qualsiasi futuro, ma il mio domani resti tu.
Ti voglio zia, ogni inutile istante che passa.
Caterina

Ringraziamenti

Si dice che siamo la media delle persone che ci circondano quindi, se gioirò, sarà solo perché voi siete stati con me:

Le mie sorelle, la mia impenetrabile corazza.

Giuliano, il quinto elemento.

Serena, il mio punto fermo.

Federica, mi hai presa per mano e mi hai insegnato ad apprezzare la città che ci ha ospitate. Senza te mi sarei persa il primo giorno.

Chiara, la spensieratezza e la pazzia. I nostri tramonti hanno un colore che conserverò con cura sempre.

Emanuele, la comprensione di un compaesano lontano da casa. Avemu na guantera di focaccia e pessichi ca ni spetta!

Umberto, la dedizione e l'aiuto più sincero. Tu hai conosciuto il peggio di me e, nonostante questo, mi sei stato sempre accanto. Non potrò mai ringraziarti abbastanza.

Angelica e Alessandro, l'amicizia e l'affidabilità. Siete il buon vino che rende completo un pasto, e la meraviglia della neve a maggio.

Grazie Torino, per avermi mostrato che in questo mondo arido, qualche bocciolo riesce ancora a fiorire.

Sommario

Tra i regimi in cui un corpo può muoversi attraverso un fluido, quello ipersonico rappresenta probabilmente uno dei più complessi e, al tempo stesso, uno dei più affascinanti. In queste condizioni, la dissipazione di energia cinetica attraverso l'onda d'urto innesca fenomeni di non equilibrio termochimico e un intenso riscaldamento aerodinamico che si traducono nella formazione di una significativa segnatura infrarossa (IR) del veicolo.

Il presente studio raccoglie e organizza gli strumenti teorici e numerici necessari per descrivere questo fenomeno, con lo scopo di porre solide basi per l'impostazione di simulazioni CFD ad alta fedeltà.

Dopo una prima introduzione ai principali fenomeni del volo ipersonico, il lavoro approfondisce la modellazione dell'aria ad alta temperatura, la formulazione delle equazioni di Navier-Stokes per flussi reagenti, la scelta della griglia computazionale e le tecniche di chiusura della turbolenza. Su questa base, la trattazione si concentra successivamente sul legame tra campo aerotermodinamico e osservabilità del veicolo. L'analisi distingue la componente superficiale legata alla temperatura di parete, ottenuta tramite l'accoppiamento CFD-CHT; e la componente gassosa, associata ai gas caldi presenti nello shock layer e, nei veicoli propulsi, nel plume di scarico. L'attenzione è rivolta agli effetti di non equilibrio, al ruolo della trasmissione atmosferica e ai principali approcci numerici per la descrizione della radiazione spettrale.

Nel complesso, la tesi evidenzia come una valutazione affidabile dell'osservabilità ipersonica richieda un approccio integrato, fornendo al lettore un quadro teorico utile per interpretare la letteratura moderna e applicarla allo studio di configurazioni aerospaziali in regime ipersonico.

Indice

Sommario	i
1 Introduzione	1
1.1 Fondamenti del volo ipersonico	1
1.2 La sfida della difesa missilistica: traccia radar e infrarossa	6
2 Modellazione numerica	9
2.1 Aerodinamica ad alta temperatura	9
2.2 Equazioni di governo per flussi reagenti	20
2.3 Modelli cinetici dell'aria: 5, 7 e 11 specie	28
2.4 Discretizzazione dei flussi alle interfacce	31
2.5 Topologia della griglia	33
2.6 Risoluzione a parete e modellazione della turbolenza	38
2.6.1 Valutazione della prima altezza a parete (first cell height)	40
2.6.2 Modellazione della turbolenza	41
3 Traccia infrarossa dei veicoli ipersonici	50
3.1 Sorgenti della radiazione IR	50
3.2 Formulazione radiativa	51
3.3 Modelli spettroscopici e database	56
3.4 Trasmissione atmosferica e finestre di rilevamento	60
3.5 Produzione delle specie chimiche	63
3.6 Accoppiamento CFD-CHT	75
4 Prospettive future: osservabilità radar (RCS) e plasmi ipersonici	88
Conclusioni	99
Bibliografia	102

Elenco delle figure

1.1	Urto curvo [1]	1
1.2	Spessore d'urto sottile [1]	2
1.3	Incremento di pressione indotto dall' interazione viscosa [1]	2
1.4	Andamento della pressione in 3 sezioni lungo una lastra piana a $M = 10$	3
1.5	Andamento della velocità in 3 sezioni lungo una lastra piana a $M = 10$	4
1.6	Attivazione modi energetici in funzione della temperatura [1]	5
1.7	Guaina di plasma [1]	6
1.8	Traiettoria di un missile balistico [2]	7
1.9	Veicolo a planata ipersonica [2]	7
2.1	Livelli energetici [1]	11
2.2	Rilassamento vibrazionale	15
2.3	Workflow per griglie strutturate	33
2.4	Workflow per griglie non strutturate	34
2.5	Generazione della nuova mesh ibrida da superficie d'urto	35
2.6	Raffinamento adattivo su cono smussato	36
2.7	Mesh strutturata per cono appuntito	37
2.8	Mesh ibrida poliedrica per coni smussati	37
2.9	Suddivisione regione near-wall [3]	39
2.10	Profilo adimensionale della viscosità turbolenta cinematica (ν_t) all'interno di uno strato di taglio libero calcolato con il modello $k - \omega$ originale e con BSL [4]	46
3.1	Rappresentazione schematica della line of sight LOS [5]	54
3.2	Rappresentazione schematica del reverse Monte Carlo Method (RMCM) [6]	56
3.3	Andamento della trasmittanza media in funzione della lunghezza della colonna di gas [7]	58
3.4	Confronto tra il modello line-by-line e il modello statistical narrow-band per H_2O e CO_2 , $\Delta\eta = 25 \text{ cm}^{-1}$ [7]	58
3.5	Confronto tra il modello line-by-line e il modello correlated- k per H_2O e CO_2 , $\Delta\eta = 25 \text{ cm}^{-1}$ [7]	59
3.6	Trasmittanza atmosferica nel range di $\lambda \in [1 - 20 \text{ }\mu m]$ [8]	61
3.7	Geometria sfera-cono [9]	63
3.8	Distribuzione delle frazioni molari lungo la linea di ristagno, distinguendo specie neutre, specie ionizzate ed elettroni per due modelli cinetici dell'aria [9]	64
3.9	Distribuzione delle frazioni molari delle specie ionizzate e degli elettroni nel campo di moto attorno alla configurazione di rientro [9]	65
3.10	Rapporto densità lungo la linea di ristagno [9]	66
3.11	Effetto della catalisi di parete sul flusso termico superficiale $\alpha = 10^\circ$ [9]	67
3.12	Geometria missile tipo Dagger [6]	67
3.13	Distribuzione della temperatura lungo la centerline del plume per diversi modelli reattivi [6]	69
3.14	Distribuzione delle frazioni massiche delle principali specie nel plume propulsivo [6]	70
3.15	Descrizione schematica degli angoli di osservazione [6]	70

3.16	Confronto dell'intensità radiativa e dell'intensità radiativa integrata del gas nelle principali bande infrarosse considerate [6]	71
3.17	Radianza integrata nella banda 3-5 μm [6]	72
3.18	Confronto tra l'intensità radiativa integrata totale e il contributo radiativo del solo gas nella banda 1-3 μm [6]	73
3.19	Confronto tra l'intensità radiativa integrata totale e il contributo radiativo del solo gas nella banda 3-5 μm [6]	73
3.20	Confronto tra l'intensità radiativa integrata totale e il contributo radiativo del solo gas nella banda 8-12 μm [6]	74
3.21	Sezioni HTV-2 [10]	75
3.22	3D HTV-2 [5]	76
3.23	Confronto della distribuzione della temperatura superficiale sul dorso e sul ventre del veicolo [10]	77
3.24	Confronto dell'intensità radiativa e integrata gas+solido al variare dell'angolo d'attacco, rispettivamente in vista laterale e in vista dall'alto [10]	78
3.25	Confronto dell'intensità integrata nella banda 3-5 μm nei due piani al variare della direzione di osservazione [10]	79
3.26	Distribuzione frazioni molari di CO , CO_2 , H_2O nella scia [5]	80
3.27	Profili spettrali dell'intensità radiativa in vista dall'alto [5]	81
3.28	Intensità radiativa nelle bande di 2.7 μm e 4.3 μm al variare dell'angolo di osservazione, con e senza plume RCS, per il caso a quota 50 km [5]	82
3.29	Struttura materiale ablativo charring [11]	86
4.1	Valori massimi di n_e estratti lungo la linea di ristagno a diverse quote e diversi Mach [12]	90
4.2	Valori massimi di f_p estratti lungo la linea di ristagno a diverse quote e diversi Mach [12]	91
4.3	Valori massimi di f_c estratti lungo la linea di ristagno a diverse quote e diversi Mach [12]	92
4.4	Distribuzione della parte reale e immaginaria della permittività relativa del plasma calcolata tramite modello di Drude [12]	93
4.5	Geometria RAM-C II [13]	95
4.6	Confronto RCS per onda elettromagnetica incidente a $\theta = 0^\circ$, e per incidenza variabile [13]	95
4.7	Confronto RCS con e senza plasma per $\alpha = -135^\circ$ e 180° in vista verticale, angolo di osservazione $\theta \in [-200^\circ + 200^\circ]$ [14]	96
4.8	Confronto RCS con e senza plasma per $\alpha = -135^\circ$ e 180° in vista orizzontale, angolo di osservazione $\theta \in [-200^\circ + 200^\circ]$ [14]	96
4.9	Geometria corpo snello [12]	97
4.10	Confronto della RCS bistatica in vuoto, con guaina limitata attorno al cono e con guaina estesa anche alla scia, per $M = 14$, quota 30km [12]	97

Elenco delle tabelle

1.1	Classificazione dei missili balistici in funzione della gittata massima [2]	7
2.1	Coefficienti della temperatura di controllo per varie tipologie di reazione, modello a tre temperature [15]	19
2.2	Coefficienti della temperatura di controllo per varie tipologie di reazione, modello a due temperature [9]	19
2.3	Modello cinetico a 5 specie (aria neutra): reazioni fondamentali e costanti di Arrhenius per le reazioni dirette [16]	30
2.4	Modello cinetico a 7 specie (plasma debolmente ionizzato): reazione di ionizzazione aggiuntiva [16]	30
2.5	Modello cinetico a 11 specie (aria pienamente ionizzata): reazioni aggiuntive per impatto elettronico e scambio di carica [16]	31
2.6	Costanti empiriche di chiusura per il modello Spalart-Allmaras [17]	43
2.7	Costanti empiriche per il modello Standard $k - \epsilon$ [17]	44
2.8	Costanti empiriche per il modello Standard $k - \omega$ (formulazione <i>high-Re</i>) [17] . . .	45
2.9	Costanti empiriche di chiusura per il modello $k - \omega$ SST [17]	48
3.1	Condizioni di corrente libera [9]	63
3.2	Condizioni di corrente libera e condizioni al piano di ingresso dell'ugello per il missile tipo Dagger [6]	68
3.3	Reazioni chimiche e coefficienti cinetici per le reazioni <i>forward</i> [6]	68
3.4	Condizioni di corrente libera per il veicolo tipo HTV-2 [10]	76
3.5	Confronto tra i valori previsti dal modello surrogato e valori ottenuti tramite simulazioni ad alta fedeltà per la configurazione a $M = 8$ e quota 30 km [18] . . .	84
3.6	Effetto della variazione del raggio del muso sulla radianza di picco e sul rapporto L/D a $M = 8$ e quota 30 km rispetto alla configurazione base [18]	84

1. Introduzione

Il regime di volo ipersonico viene convenzionalmente associato a velocità superiori a Mach 5. Questa soglia, però, va intesa soprattutto come un riferimento pratico: ciò che rende il problema diverso dal volo supersonico non è il numero di Mach in sé, ma l'insieme di fenomeni che iniziano a comparire quando l'energia cinetica del flusso diventa molto elevata. In queste condizioni, l'aria che circonda il veicolo viene compressa, riscaldata e, nei casi più energetici, modificata anche nella sua composizione chimica. Il campo di moto non può quindi essere descritto considerando separatamente onda d'urto, strato limite, riscaldamento viscoso e gas ad alta temperatura, perché questi aspetti sono tra loro fortemente accoppiati. Questo primo capitolo introduce, in modo macroscopico, la catena fisica che sta alla base della trattazione successiva: si parte dalla formazione dell'onda d'urto e dalle principali interazioni viscose, per arrivare agli effetti ad alta temperatura, alla dissociazione e alla possibile formazione di plasma. Le superfici riscaldate e i gas eccitati non determinano solo il carico aerotermodinamico del veicolo, ma sono anche gli stessi fenomeni che ne influenzano l'osservabilità; quindi, nella seconda parte del capitolo, il problema viene collocato nel contesto dei moderni sistemi di rilevamento e difesa missilistica, distinguendo il ruolo dei sensori infrarossi e radar.

1.1 Fondamenti del volo ipersonico

Alle ipervelocità [1], un corpo tozzo (*blunted*) converte una porzione massiccia dell'energia cinetica del flusso in energia termica e di compressione attraverso la formazione di un'onda d'urto staccata (bow shock) davanti alla sua struttura. Discontinuità che si genera a causa della natura supersonica del moto: le perturbazioni prodotte dalla presenza del corpo non possono propagarsi a monte, per cui il flusso non è in grado di adattarsi gradualmente alla geometria incidente che, tra l'altro, richiedendo una deviazione troppo elevata per essere soddisfatta da un urto attaccato, fa disporre l'urto a una certa distanza dal corpo. In corrispondenza della linea di ristagno, dove l'onda d'urto è approssimativamente normale alla direzione del flusso, il rallentamento del gas è massimo e, a causa della fortissima dissipazione viscosa, questa elevata perdita di energia cinetica si traduce in un elevato innalzamento della temperatura e dell'energia interna del gas. Questo intenso trasferimento termico domina il carico aerotermodinamico a cui è sottoposto il veicolo e costituisce uno degli elementi centrali nella previsione della temperatura di parete, da cui dipende la firma infrarossa dello stesso.

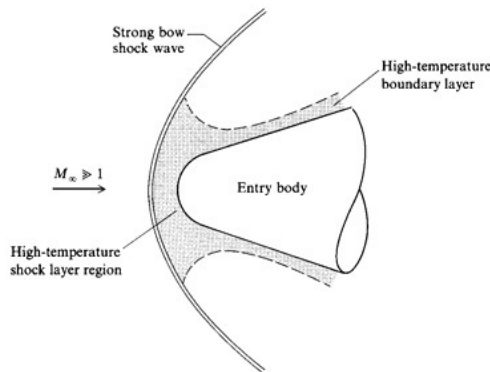


Figura 1.1: Urto curvo [1]

Una diretta conseguenza dell'elevato numero di Mach è l'incremento del rapporto di densità attraverso l'onda d'urto. Per il principio di conservazione della massa, trovandosi a densità significativamente superiori a valle dell'urto, il gas è costretto a fluire in un volume geometricamente molto più ristretto: ciò si traduce in una diminuzione della distanza di distacco dell'onda d'urto, dando origine, in prossimità della superficie, a quello che in letteratura è noto come strato d'urto sottile (*thin shock layer*).

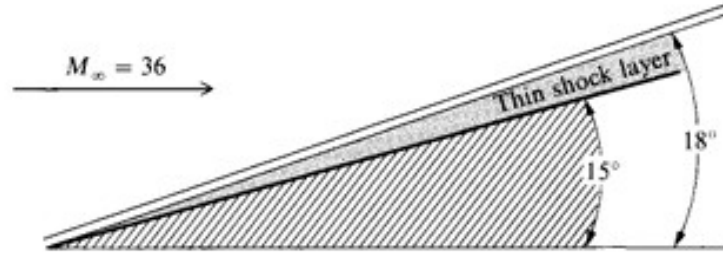


Figura 1.2: Spessore d'urto sottile [1]

Questa vicinanza tra l'onda d'urto e il veicolo fa sì che lo strato di gas interposto sia altamente riscaldato, rendendo complesso il calcolo del campo di moto in quanto non si può separare l'interazione tra lo strato d'urto inviscido e lo strato limite viscoso (*viscous interactions*). In particolare, Anderson mostra che, nei flussi ipersonici, lo spessore dello strato limite laminare può crescere molto rapidamente con il numero di Mach secondo la seguente espressione [1]

$$\frac{\delta}{x} \propto \frac{M_e^2}{\sqrt{Re}}. \quad (1.1)$$

dove M_e è il numero di Mach al bordo esterno dello strato limite e Re è il numero di Reynolds. Questa relazione mostra che, nei flussi ipersonici, *lo strato limite può assumere uno spessore relativamente elevato*. Di conseguenza, esso non si limita a modificare il moto in prossimità della parete, ma produce anche uno spostamento del flusso inviscido esterno, alterando la distribuzione di pressione e dando origine al fenomeno noto come *viscous interaction*.

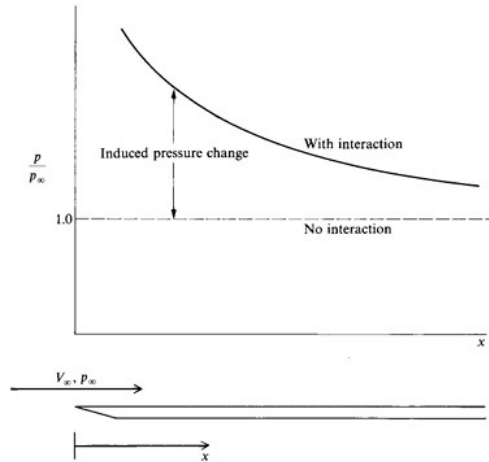


Figura 1.3: Incremento di pressione indotto dall' interazione viscosa [1]

La Figura 1.3 chiarisce, in modo schematico, l'effetto sopracitato: nel caso ideale, senza interazione, la pressione rimarrebbe pari a quella della corrente indisturbata, $p/p_\infty = 1$; quando

invece lo strato limite diventa sufficientemente spesso, il suo spessore di spostamento devia il flusso inviscido esterno e produce un incremento di pressione sulla parete. L'intensità di questo effetto può essere pesata tramite il parametro di Chapman-Rubesin $\bar{\chi}$, definito come

$$\bar{\chi} = \frac{M_1^3}{\sqrt{Re}} \sqrt{C}, \quad (1.2)$$

dove

$$C = \frac{\rho_w \mu_w}{\rho_e \mu_e}. \quad (1.3)$$

In queste espressioni, M_1 è il numero di Mach della corrente indisturbata, mentre ρ_w , μ_w e ρ_e , μ_e rappresentano rispettivamente densità e viscosità valutate alla parete e al bordo esterno dello strato limite. Generalmente si assume avere una forte interazione per $\bar{\chi} > 3$, viceversa si ha un'interazione debole. Inoltre, Anderson introduce lo spessore di spostamento δ^* , attraverso cui il rallentamento del fluido vicino alla parete riduce la portata massica, facendo apparire il corpo più spesso al flusso esterno. È proprio la variazione di questo parametro che determina l'intensità della deviazione imposta al campo inviscido: nella regione di forte interazione tale spessore cresce più rapidamente secondo $\delta^* \propto x^{3/4}$, mentre nella regione di debole interazione si recupera l'andamento simile al laminare con un $\delta^* \propto x^{1/2}$. Di seguito vengono anche riportati i risultati di una simulazione fatta su lastra piana di lunghezza unitaria a $M=10$, durante il corso di Aerotermodinamica ipersonica tenuto dal professore Domenic D'Ambrosio. Il grafico mostra l'andamento della pressione in 3 stazioni selezionate mantenendo un Δx costante tra di esse $x = 0.1m$, $x = 0.5m$, e $x = 0.9m$.

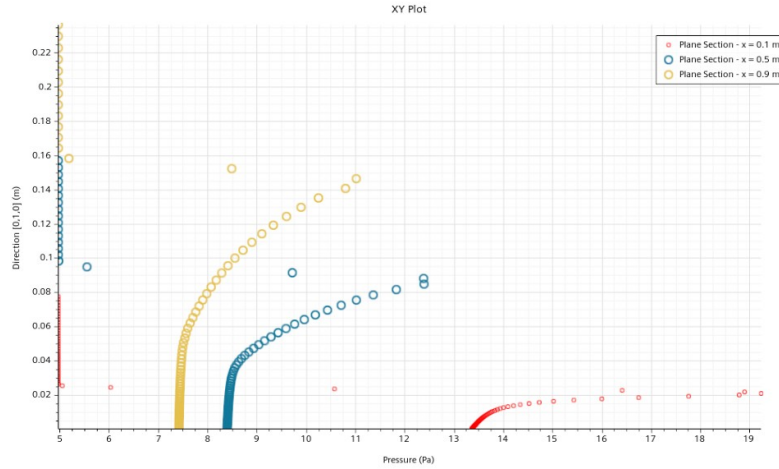


Figura 1.4: Andamento della pressione in 3 sezioni lungo una lastra piana a $M = 10$

Dalla Figura 1.4 si nota in modo evidente che, nei pressi del leading edge la pressione è soggetta a variazioni significative nella direzione perpendicolare a parete, procedendo verso valle tali variazioni si riducono, avvicinandosi sempre più all'ipotesi classica di strato limite $dp/dy = 0$. Lo stesso comportamento è visibile dai contours di temperatura, Mach e velocità. In particolare, dall'andamento della velocità (Figura 1.5) si può notare che, man mano che l'ascissa considerata aumenta, l'urto diventa via via più debole (come evidenziato dai cerchietti viola), ed è visibile l'aumento dello spessore dello strato limite: da 0.018 a 0.047 a 0.062 m, con incremento progressivamente minore come descritto da Anderson.

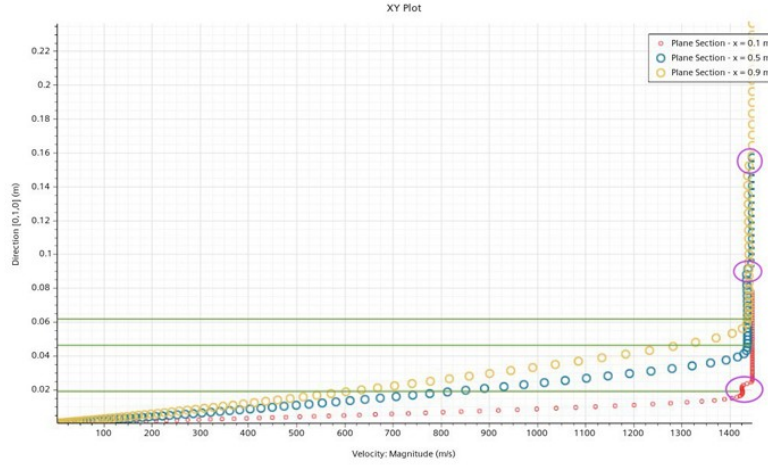


Figura 1.5: Andamento della velocità in 3 sezioni lungo una lastra piana a $M = 10$

Sui corpi smussati tipici del volo ipersonico [19], l'onda d'urto staccata non ha la stessa intensità lungo tutta la sua estensione: è quasi normale in prossimità della linea di ristagno e diventa più obliqua procedendo verso valle. Poiché l'aumento di entropia attraverso un'onda d'urto dipende dalla sua intensità, le linee di corrente che attraversano la regione più vicina al punto di ristagno subiscono un incremento entropico maggiore rispetto a quelle che attraversano le porzioni più oblique dell'urto e, di conseguenza, anche lo strato limite attraversa regioni di flusso con proprietà variabili. Si forma così uno strato di fluido ad alta entropia, indicato in letteratura come *entropy layer*, che viene trasportato lungo il corpo e interagisce con lo strato limite in crescita fino ad inglobarlo. Questo processo è noto come *entropy layer swallowing* e Stetson introduce proprio la lunghezza di inghiottimento x_{SW} per descrivere la posizione in cui il fluido passato attraverso la porzione più intensa della bow shock, e relativo alla variazione maggiore di entropia, risulta ormai inglobato dallo strato limite. Gli esperimenti di Stetson su configurazioni sfero-coniche mostrano che la smussatura del muso non produce un effetto univoco sulla transizione laminare-turbolenta, né è l'unico fattore da tenere in considerazione. La transizione, infatti, non dipende soltanto dal raggio del naso, ma anche dalla posizione in cui essa avviene rispetto alla lunghezza di inghiottimento dello strato entropico. Quando la transizione si verifica molto a valle, in una regione in cui l'entropy layer è quasi completamente inglobato, la smussatura tende ad avere un effetto stabilizzante rispetto al caso di cono appuntito; in posizioni più avanzate, invece, intervengono effetti concorrenti legati alla riduzione del numero di Reynolds unitario, ai gradienti di pressione e alle instabilità generate nella regione del naso; infine, nelle prime porzioni dello strato entropico, la transizione diventa particolarmente sensibile alle condizioni locali e alla qualità della superficie. Questo risultato è importante perché mostra che la transizione ipersonica non può essere prevista guardando solo le condizioni locali in un punto della parete, in quanto il campo di moto conserva una sorta di memoria attraverso l'entropia che trasporta: le perturbazioni che raggiungono lo strato limite sono state generate e modificate attraversando regioni con pressione, temperatura, numero di Mach e composizione diverse, perché il flusso ha attraversato porzioni di urto diverse. Per questo motivo, la posizione della transizione resta una delle grandezze più incerte nella previsione dei flussi ipersonici, ma anche una delle più importanti, perché condiziona direttamente attrito, flusso termico a parete e temperatura superficiale. Ed è proprio quest'ultima, come si vedrà nel Capitolo 3, a costituire una delle sorgenti principali della firma infrarossa del veicolo.

Gas ad alta temperatura e attivazione dei gradi di libertà molecolari

A causa delle elevate temperature generate all'interno del thin shock layer e dello strato entropico, il classico modello termodinamico di gas ideale caloricamente perfetto fallisce, producendo previsioni errate. A queste temperature, la violenta energia cinetica del flusso non si limita ad aumentare l'energia traslazionale e rotazionale delle molecole, ma inizia a eccitare i loro gradi di libertà interni. Come descritto da Anderson, l'attivazione di questi modi energetici e le conseguenti reazioni chimiche possono essere mappate in funzione della temperatura, come illustrato nella Figura 1.6[1].

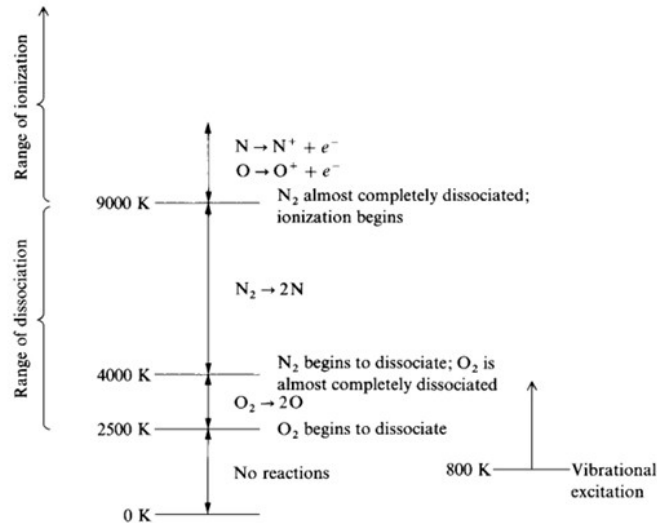


Figura 1.6: Attivazione modi energetici in funzione della temperatura [1]

In un primo momento, quando l'aria raggiunge temperature di circa 800 K, l'energia cinetica degli urti è sufficiente per attivare l'eccitazione dei modi vibrazionali delle molecole biatomiche, alterando i calori specifici del gas e rendendolo termicamente perfetto (che obbedisce alla legge dei gas perfetti $p = \rho RT$; e i calori specifici sono funzioni della sola temperatura $c_p = c_p(T)$; $c_v = c_v(T)$), ma non più caloricamente perfetto (secondo cui i calori specifici sono costanti e non funzioni della temperatura). Se il riscaldamento prosegue, gli urti intermolecolari rompono i legami, innescando reazioni di dissociazione chimica endotermica. Nello specifico, a circa **2000 K** ha inizio la dissociazione dell'ossigeno molecolare in ossigeno atomico ($O_2 \rightarrow 2O$), un processo che si completa attorno ai 4000 K. Proprio in corrispondenza di questa temperatura, i legami chimici molto più stabili dell'azoto molecolare cominciano a loro volta a cedere, causando la dissociazione dell'azoto in azoto atomico ($N_2 \rightarrow 2N$), che prosegue con l'innalzamento della temperatura fino a completarsi al raggiungimento dei **9000 K**. Oltre questa soglia, l'energia degli urti è così forte da strappare gli elettroni dai loro orbitali, generando ioni positivi ed elettroni liberi: si attiva il processo di *ionizzazione* dell'ossigeno e dell'azoto che trasforma la miscela di gas in un plasma parzialmente ionizzato ($N \rightarrow N^+ + e^-$; $O \rightarrow O^+ + e^-$).

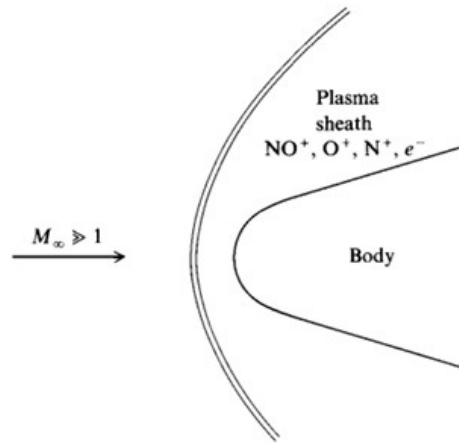


Figura 1.7: Guaina di plasma [1]

Nel Capitolo 2 verrà spiegato nel dettaglio l'impianto termodinamico e matematico alla base dei solutori CFD per considerare questo fenomeno in modo opportuno.

1.2 La sfida della difesa missilistica: traccia radar e infrarossa

Dopo aver introdotto i principali fenomeni fisici del volo ipersonico, è utile collocare il problema all'interno del contesto applicativo da cui nasce gran parte dell'interesse per questi studi: il rilevamento e il tracciamento di minacce missilistiche ad alta velocità. L'aerotermodinamica che caratterizza questo campo di moto, non rappresenta soltanto un vincolo per il progetto del veicolo, ma anche il meccanismo attraverso cui lo stesso diventa osservabile: il riscaldamento delle superfici, l'eccitazione dei gas nello shock layer e, in determinate condizioni, la formazione di specie ionizzate, trasformano il campo di moto stesso in una sorgente di informazioni per i sensori. Prima di introdurre la traccia infrarossa e quella radar, è però necessario chiarire quale sia la classe di minaccia considerata negli studi e perché.

Una minaccia missilistica a *lungo raggio* è così definita perché capace di coprire distanze superiori a 3000 km, come mostrato in Tabella 1.1, e le tipologie principali di questo tipo di missile sono 3 [2]:

1. I missili balistici seguono una traiettoria parabolica composta da una fase propulsiva iniziale, una fase intermedia nel vuoto spaziale e una fase terminale. Proprio perché volano per la maggior parte del tempo senza essere soggetti alla resistenza aerodinamica, la loro osservabilità è prevalentemente concentrata nelle fasi di boost in cui il plume propulsivo costituisce una sorgente infrarossa intensa e durante il rientro. Degni di nota sono i Multiple Independently targeted Reentry Vehicles (MIRV) e i Maneuverable Reentry Vehicles (MaRV); i primi hanno la particolarità di avere un bus che trasporta più testate indirizzabili su bersagli diversi, i secondi si possono invece manovrare durante la fase di rientro, rendendoli più difficili da intercettare.

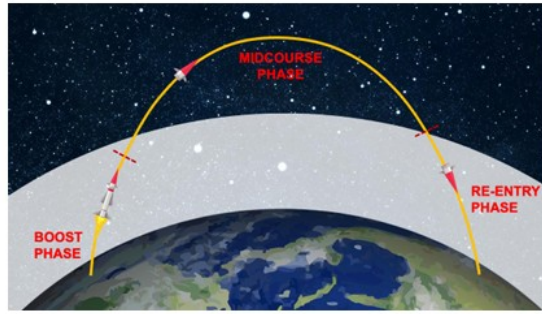


Figura 1.8: Traiettoria di un missile balistico [2]

2. I missili da crociera (cruise) seguono un'altra logica in quanto volando interamente all'interno dell'atmosfera, sono spinti in modo continuo da propulsori ad aria (air-breathing). Le loro traiettorie a bassa quota sono non-balistiche e, quindi, molto meno prevedibili.
3. I veicoli a planata ipersonica (hypersonic glide vehicles (HGV)) rappresentano il caso più interessante per la trattazione dell'osservabilità: dopo essere stati accelerati da un booster, si mantengono nell'alta atmosfera planando a velocità ipersoniche ed essendo manovrabili, la valutazione della loro traiettoria così come quella della loro firma osservabile diventano complesse.



Figura 1.9: Veicolo a planata ipersonica [2]

Name	Range (km)
Short-Range Ballistic Missile (SRBM)	< 1000
Medium-Range Ballistic Missile (MRBM)	$1000 < x < 3000$
Intermediate-Range Ballistic Missile (IRBM)	$3000 < x < 5500$
Intercontinental Ballistic Missile (ICBM)	> 5500

Tabella 1.1: Classificazione dei missili balistici in funzione della gittata massima [2]

Per rilevare e tracciare queste minacce, l'architettura di difesa aerea si basa su due famiglie di sensori: i sistemi radar e i sistemi a infrarossi (IR). I primi operano come sensori attivi, emettendo onde elettromagnetiche e analizzando l'eco riflesso dal bersaglio per calcolarne la posizione, la distanza e la velocità. Le loro frequenze operative sono tipicamente confinate nelle bande tra 1 GHz e 12 GHz, un intervallo che rappresenta il compromesso ingegneristico ottimale tra la massima portata utile (che decade all'aumentare della frequenza) e la risoluzione spaziale del tracciamento (che aumenta con la frequenza) [20]. Tuttavia, la loro prestazione dipende dalla geometria di osservazione, dalla sezione radar equivalente del bersaglio, indicata come Radar Cross Section (RCS) e dall'eventuale

interazione dell'onda elettromagnetica con i gas ionizzati presenti attorno al bersaglio. I secondi, invece, agiscono in modalità passiva, rilevando la radiazione termica emessa spontaneamente dal veicolo, dal plume e dai gas caldi che lo circondano; per questa ragione sono particolarmente rilevanti nella fase di preallarme, in cui il plume durante la fase propulsiva costituisce una sorgente radiativa intensa, e possono essere impiegati su piattaforme satellitari in orbita bassa o geostazionaria. In questo senso, questa seconda tipologia di osservabilità è direttamente collegata alla fisica descritta nella prima parte del capitolo, poiché nasce dalla conversione irreversibile dell'energia cinetica in energia interna e calore.

Inoltre, mentre è possibile schermare il veicolo tramite tecnologie stealth che prevedono l'utilizzo di materiali radio-assorbenti (RAM) a base di carbonio o grafene in grado di assorbire parte dell'energia elettromagnetica, o tramite ottimizzazione della geometria della cellula esterna in modo da deviare l'incidenza dell'onda [20]; la traccia IR non può essere trattata con la stessa logica: essa non dipende da un'onda esterna che viene riflessa dal bersaglio, ma dall'energia che il veicolo e il gas circostante emettono a causa del riscaldamento aerodinamico.

La presente tesi si concentra principalmente sulla modellazione della firma infrarossa dei veicoli ipersonici. La valutazione di tale firma richiede una catena modellistica integrata: il campo CFD permette di descrivere temperatura, pressione e composizione del gas nello shock layer e nella scia; l'accoppiamento CFD-CHT consente di stimare la temperatura delle superfici solide, da cui dipende la componente radiativa di parete; i modelli di trasferimento radiativo permettono infine di valutare l'emissione dei gas caldi e la radianza osservabile lungo una determinata linea di vista. Infatti, un aspetto centrale è che la radiazione infrarossa non è prodotta soltanto dalle superfici riscaldate ma, in presenza di gas ad alta temperatura, specie molecolari come CO_2 , H_2O , CO e NO possono emettere in bande vibro-rotazionali caratteristiche. Non tutta questa radiazione, però, raggiunge il sensore: il segnale deve attraversare l'atmosfera, che assorbe selettivamente parte della radiazione emessa, da cui deriva l'importanza delle finestre atmosferiche di rilevamento, posizionate soprattutto nelle bande a onde corte, tra 1 e 3 μm , a onde medie, tra 3 e 5 μm , e a onde lunghe, tra 8 e 12 μm , nelle quali la trasmissione atmosferica è più favorevole.

L'osservabilità radar e l'effetto del plasma sulla RCS verranno invece richiamati nel capitolo finale come prospettiva complementare, utile a mostrare come gli stessi campi aerotermodinamici ottenuti tramite CFD possono essere utilizzati anche per stimare grandezze elettromagnetiche come densità elettronica, frequenza di plasma e frequenza di collisione, che determinano la permittività equivalente del mezzo ionizzato e, quindi, il modo in cui l'onda radar si propaga, viene attenuata o diffusa in presenza della guaina di plasma.

2. Modellazione numerica

A causa di tutta la fenomenologia precedentemente descritta, il fluido cessa di comportarsi come un gas ideale a composizione costante. A valle dell'onda d'urto, l'energia cinetica del flusso viene convertita in energia interna aumentando le temperature, innescando l'attivazione dei gradi di libertà interni, la dissociazione molecolare e, nelle condizioni più energetiche, la ionizzazione. Processi che trasformano l'aria in una miscela chimicamente reagente, le cui proprietà termodinamiche variano localmente e la composizione chimica entra a far parte delle incognite del problema. La descrizione del campo di moto impone, quindi, un salto di complessità rispetto all'aerodinamica classica, rendendo necessaria una modellazione numerica in grado di catturare l'accoppiamento tra fluidodinamica, termodinamica e chimica.

È necessario risolvere il campo fluidodinamico stimando in ogni punto temperatura, pressione, velocità, densità e frazioni massiche delle specie presenti per poter valutare il carico aerotermodinamico, la temperatura di parete e, successivamente, la firma IR. Le stesse grandezze ricavate dalla CFD, come si vedrà nel capitolo finale, possono essere utilizzate anche per ricavare parametri legati al plasma e, in seguito, alla risposta della RCS.

Questo capitolo definisce l'impianto computazionale e fisico su cui si fonda l'intera simulazione aerotermodinamica ipersonica. La trattazione parte dai fondamenti dell'aerodinamica ad alta temperatura, chiarendo perché il modello di gas caloricamente perfetto non sia più adeguato e quali siano le conseguenze dell'attivazione dei diversi modi energetici. Successivamente verranno introdotte le equazioni di governo per miscele reagenti in non equilibrio termochimico, nelle quali le frazioni massiche delle singole specie cessano di essere parametri fissi e diventano variabili del problema, descritte da apposite equazioni di trasporto e accoppiate al campo di moto tramite i termini sorgente della cinetica chimica. Per chiudere matematicamente questo sistema, verranno discussi i modelli termochimici dell'aria a 5, 7 e 11 specie, illustrando come il livello di complessità deve essere scelto coerentemente con l'obiettivo della simulazione.

Una volta definita la fisica del gas, l'attenzione si sposterà sul vincolo presente tra le equazioni di governo e la qualità della loro discretizzazione spaziale, definito dalla costruzione della griglia, dalla risoluzione della regione adiacente alla parete e dalla modellazione della turbolenza. In un flusso ipersonico, infatti, errori nella cattura dell'onda d'urto, nello shock layer o nello strato limite possono riflettersi direttamente sulla stima del flusso termico e della temperatura superficiale, rendendo fondamentale non solo la scelta delle equazioni richieste ma anche il modo in cui il dominio viene risolto numericamente.

2.1 Aerodinamica ad alta temperatura

Per cogliere la reale complessità del regime ipersonico, è necessario abbandonare la prospettiva termodinamica macroscopica e addentrarsi nella fisica e nella chimica che governano il mezzo gassoso a livello molecolare. Come anticipato, il violento riscaldamento aerodinamico genera all'interno della *shock layer region* temperature che possono superare migliaia di Kelvin. In questa regione, i complessi processi termochimici diventano i veri motori della fluidodinamica, condizionando l'evoluzione dell'intero campo di moto: l'aria cessa di comportarsi come una miscela inerte e omogenea, richiedendo il superamento delle semplificazioni termodinamiche classiche.

La trattazione del presente capitolo è stata costruita facendo riferimento ai testi espressamente citati e al materiale didattico del corso di Aerotermodinamica ipersonica seguito durante il percorso

di laurea magistrale.

Convenzionalmente l'aria viene modellata come *gas ideale caloricamente perfetto*, approssimazione che si basa sull'ipotesi che i calori specifici a pressione costante (c_p) e a volume costante (c_v) siano costanti e indipendenti dallo stato termodinamico del sistema. Sotto questa condizione, l'energia interna specifica (e) e l'entalpia specifica (h) mostrano un legame strettamente lineare con la temperatura traslazionale T :

$$e = c_v T, \quad h = c_p T \quad (2.1)$$

L'origine della variazione dei calori specifici può essere compresa osservando la struttura dell'energia interna molecolare (anche detta *energia sensibile*). Per una specie molecolare s , essa può essere scomposta in 4 contributi [1]:

$$e_s = e_{tr,s} + e_{rot,s} + e_{vib,s} + e_{el,s} \quad [J/kg] \quad (2.2)$$

1. Il grado traslazionale $e_{tr,s}$ è associato al moto lineare del centro di massa della particella nello spazio.
2. Il grado rotazionale $e_{rot,s}$ è relativo alla rotazione della molecola attorno ai suoi assi principali.
3. Il grado vibrazionale $e_{vib,s}$ è legato al moto oscillatorio interatomico lungo l'asse del legame chimico, modellabile in prima approssimazione come un oscillatore armonico quantizzato.
4. Il grado elettronico $e_{el,s}$ è associato allo stato energetico e alla configurazione degli elettroni orbitanti attorno ai nuclei atomici.

Il modello di gas caloricamente perfetto è accurato fino a 800 K , entro cui si può ritenere l'energia interna del gas immagazzinata esclusivamente nei modi di libertà traslazionali e rotazionali delle molecole, i quali richiedono pochissime collisioni per equilibrarsi $O(10)$. All'aumentare della temperatura, invece, una frazione crescente dell'energia viene assorbita dai modi vibrazionali ed elettronici; di conseguenza i calori specifici diventano funzioni della temperatura e il gas può essere ancora trattato come ideale dal punto di vista dell'equazione di stato, ma non è più caloricamente perfetto, bensì *termicamente perfetto*.

$$c_v = c_v(T), \quad c_p = c_p(T) \quad (2.3)$$

In altre parole, man mano che si scalda, il gas attiva delle "spugne" energetiche interne (rappresentate dai serbatoi di energia vibrazionale ed elettronica) che immagazzinano energia in modo diverso sia tra di loro sia a seconda del livello energetico eccitato. Quindi, per incrementare la temperatura di 1° , bisogna fornire al gas una quantità di energia via via maggiore all'aumentare della temperatura. Per descrivere i livelli energetici e la variazione di energia richiesta, viene utilizzato un modello basato sulla fisica quantistica, raffigurato in Figura 2.1:

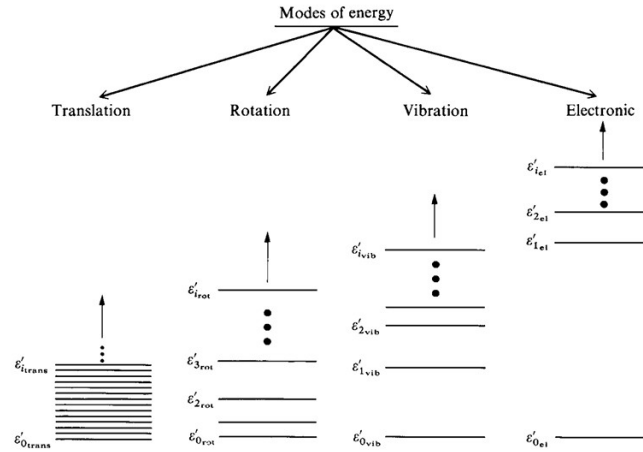


Figura 2.1: Livelli energetici [1]

secondo il quale l'energia della molecola è quantizzata in livelli discreti ($\Delta e = h \cdot \nu_i$, con h : costante di Planck e ν_i la frequenza vibrazionale caratteristica della molecola) chiamati, appunto, quanti.

Ad esempio, per variare di 1 quanto l'energia traslazionale, bisogna fornire poca energia e sempre la stessa quantità. Guardando invece i livelli di energia vibrazionale, la variazione iniziale di 1 quanto richiede moltissima energia (collisioni dell'ordine di $O(10^4)$) e poi va a diminuire. Il livello corrispondente alla più bassa quantità di energia è detto *ground state* e corrisponde all'energia che possederebbe la molecola allo 0K: *zero point energy*. Sperimentalmente si è trovato che questa vale esattamente 0 Joule solo per l'energia rotazionale. Dal momento che ogni grado di libertà interno richiede un **salto discreto di energia** per essere attivato, la fisica statistica definisce delle grandezze rappresentative dell'ordine di grandezza termica cui si innescano i diversi processi molecolari. Quando la temperatura del gas diventa confrontabile con tali valori, una frazione crescente di molecole può occupare livelli energetici superiori e l'energia fornita al gas viene immagazzinata anche nei modi interni.

- La *temperatura caratteristica di vibrazione* Θ_i^v , rappresenta la soglia termica oltre la quale l'energia degli urti è sufficiente a far "vibrare" il legame interatomico della molecola, comportando un progressivo assorbimento di calore da parte dei modi vibrazionali che, quindi, iniziano a contribuire in modo significativo all'energia interna della molecola. Per le specie dominanti dell'aria, valori tipici di Θ_i^v sono circa 2240 K per l'ossigeno (O_2), 2740 K per l'ossido di azoto (NO) e 3354 K per l'azoto (N_2). Questo significa che l'aria smette di essere un gas caloricamente perfetto prima di raggiungere i 3000 K, ovvero prima dell'innescio della dissociazione.
- La *temperatura caratteristica di dissociazione* Θ_i^D , esprime invece una misura dell'energia di legame che tiene uniti gli atomi della molecola in forma equivalente di temperatura. Rappresenta quindi l'elevata energia assorbita endotermicamente durante la reazione chimica di dissociazione. I valori teorici sono: 59500 K per l' O_2 , 75500 K per l' NO e ben 113200 K per l' N_2 . Bisogna precisare che questi valori sono molto più elevati rispetto alle temperature alle quali la dissociazione inizia macroscopicamente a manifestarsi, come mostrato precedentemente in Figura 1.6. Questo apparente scarto è spiegato dalla distribuzione statistica di Boltzmann: anche a 4000 K esiste una piccola frazione di molecole che può possedere energia collisionale superiore a Θ_i^D sufficiente a rompere il legame chimico. Per questo motivo la

dissociazione di O_2 , NO e N_2 si sviluppa progressivamente all'aumentare della temperatura, modificando la composizione chimica della miscela.

Il verificarsi di questi fenomeni non dipende soltanto dalla temperatura raggiunta dal gas, ma anche dal tempo disponibile affinché i processi chimici possano avvenire. Nei flussi ipersonici, infatti, una particella fluida attraversa lo shock layer e la regione prossima alla parete in tempi molto brevi, quindi potrebbe accadere che la temperatura locale sia sufficientemente alta da innescare la dissociazione o la ionizzazione, ma che il gas non abbia abbastanza tempo per raggiungere lo stato di equilibrio corrispondente a quella temperatura. Per descrivere questo aspetto si introducono due scale temporali:

1. Il tempo caratteristico del flusso $\tau_f = L/v$, definito come il rapporto tra la lunghezza caratteristica del veicolo e la sua velocità, rappresenta il tempo impiegato da una particella fluida per attraversare la regione di interesse.
2. Il tempo caratteristico chimico o di rilassamento τ_c , necessario affinché la reazione chimica si completi e si redistribuisca l'energia interna in modo da adeguarsi alle condizioni termodinamiche locali.

Il rapporto adimensionale tra queste grandezze definisce il *numero di Damköhler*

$$Da = \frac{\tau_f}{\tau_c} \quad (2.4)$$

parametro che permette di distinguere tre comportamenti limite: se $Da \gg 1$, i processi chimici e molecolari sono molto più rapidi del moto del fluido, il gas ha quindi tempo sufficiente per raggiungere, almeno localmente, una condizione di equilibrio; se invece $Da \ll 1$, il tempo di permanenza nel campo di moto è troppo breve rispetto ai tempi di rilassamento pertanto la composizione e i modi interni rimangono quasi congelati rispetto ai valori iniziali; infine, il caso più realistico e più importante per il volo ipersonico è quello intermedio associato a un $Da \approx 1$, in cui le reazioni e i processi di rilassamento avvengono a velocità finite e il gas si trova in non equilibrio termochimico. A partire da questa classificazione, è utile analizzare i tre regimi separatamente per descrivere come il solutore deve trattare la composizione chimica e l'energia interna del gas.

Equilibrio chimico e termico ($Da \gg 1$)

Ad altitudini relativamente basse, la densità dell'aria è elevata e così anche la frequenza delle collisioni molecolari, rendendo il tempo di rilassamento τ_c molto più piccolo rispetto al tempo caratteristico. In queste condizioni, le reazioni chimiche dirette e inverse sono istantanee rispetto al moto del fluido, quindi è come se avvenissero con velocità infinite rispetto alla velocità finita del fluido. Dal punto di vista chimico, il gas ha tempo sufficiente per adeguare istantaneamente la propria composizione, rendendo nullo il tasso netto di produzione delle specie perché le reazioni si bilanciano. Dal punto di vista termico, l'equilibrio implica che i diversi modi energetici possano essere descritti tramite un'unica temperatura perché l'energia roto-traslazionale, vibrazionale ed elettronica si redistribuisce anch'essa istantaneamente. Matematicamente, considerando una generica reazione elementare r appartenente a un meccanismo composto da N_r reazioni e N_s specie, si può scrivere che:

$$\sum_{s=1}^{N_s} \nu'_{s,r} \mathcal{S}_s = \sum_{s=1}^{N_s} \nu''_{s,r} \mathcal{S}_s \quad (2.5)$$

dove $\mathcal{S}_s$ indica il simbolo chimico della specie s , mentre $\nu'_{s,r}$ e $\nu''_{s,r}$ sono i coefficienti stechiometrici della specie s rispettivamente tra i reagenti e tra i prodotti della reazione r , che quantificano le porzioni esatte di moli interessate nella reazione chimica [9]. La *concentrazione molare della specie* s (numero di moli nell'unità di volume) viene indicata come

$$C_s = [\mathcal{S}_s] = \frac{\rho_s}{M_s} = \frac{\rho Y_s}{M_s} \quad (2.6)$$

dove M_s è la massa molare della specie (g/mol : peso di $6.022 \cdot 10^{23}$ molecole di quella sostanza) e $Y_s = \rho_s/\rho$ la sua frazione massica. Per una singola reazione r , il tasso di variazione della concentrazione molare della specie s è dato dalla differenza tra il rateo diretto e quello inverso:

$$\left(\frac{dC_s}{dt} \right)_r = (\nu''_{s,r} - \nu'_{s,r}) (R_{f,r} - R_{b,r}) \quad (2.7)$$

con

$$R_{f,r} = k_{f,r} \prod_{\ell=1}^{N_s} C_{\ell}^{\nu'_{\ell,r}}; \quad R_{b,r} = k_{b,r} \prod_{\ell=1}^{N_s} C_{\ell}^{\nu''_{\ell,r}} \quad (2.8)$$

dove $R_{f/b,r}$ [mol/m^3s] è il rateo della reazione, cioè la velocità effettiva della reazione per unità di volume, $k_{f/b,r}$ è il coefficiente cinetico che indica l'efficienza dell'urto nel produrre quella specifica reazione, la rapidità con la quale essa avviene, l'indice ℓ è un indice di produttoria esteso a tutte le specie della miscela in modo da non confondere la specie s , di cui si sta calcolando il tasso di formazione, con le specie che partecipano alla reazione. In condizioni di equilibrio chimico locale il rateo diretto e quello inverso si bilanciano,

$$R_{f,r} = R_{b,r}, \quad (2.9)$$

per cui *il tasso netto di produzione della specie risulta nullo*. Da tale condizione si ottiene la costante di equilibrio basata sulle concentrazioni:

$$K_{eq,r}(T) = \frac{k_{f,r}}{k_{b,r}} = \frac{\prod_{\ell=1}^{N_s} C_{\ell,eq}^{\nu''_{\ell,r}}}{\prod_{\ell=1}^{N_s} C_{\ell,eq}^{\nu'_{\ell,r}}} \quad (2.10)$$

La corrispondente costante di equilibrio basata sulle pressioni parziali è [1]

$$K_{p,r}(T) = \exp \left(-\frac{\Delta G_r^\circ}{\bar{R}T} \right) \quad (2.11)$$

dove ΔG_r° è la variazione di energia libera di Gibbs standard della reazione (calcolata come differenza tra l'energia libera totale dei reagenti e quella dei prodotti alla pressione di 1 atm). Poiché la pressione parziale $p_s = C_s \bar{R}T$, le due costanti sono legate dalla relazione

$$K_{p,r} = K_{eq,r} (\bar{R}T)^{\Delta \nu_r}; \quad \Delta \nu_r = \sum_{s=1}^{N_s} (\nu''_{s,r} - \nu'_{s,r}) \quad (2.12)$$

Nelle moderne implementazioni numeriche su cui si fondano i solutori per l'alta velocità, il calcolo diretto della costante di equilibrio a partire dalle funzioni termodinamiche può risultare oneroso; per questo motivo, nei modelli cinetici, si ricorre spesso a curve di interpolazione come il modello di

Gupta in cui la costante di equilibrio viene espressa come [9]

$$K_{eq,r}(T) = \exp \left[a_{1,r} \left(\frac{10000}{T} \right)^5 + a_{2,r} \left(\frac{10000}{T} \right)^4 + a_{3,r} \left(\frac{10000}{T} \right)^3 + a_{4,r} \left(\frac{10000}{T} \right)^2 + a_{5,r} \left(\frac{10000}{T} \right) + a_{6,r} \right] \quad (2.13)$$

i cui coefficienti $a_{1,r}, \dots, a_{6,r}$ sono tabulati per ciascuna reazione elementare. Questa forma, basata su un fit least-squares della costante di equilibrio, permette di valutare rapidamente il rateo inverso durante la simulazione CFD.

Flusso congelato (frozen flow, $Da \ll 1$)

Questa condizione si colloca all'estremo opposto dell'equilibrio termodinamico. Si verifica quando il tempo di permanenza della particella fluida nella regione di interesse è molto più breve dei tempi caratteristici di rilassamento molecolare e chimico, cioè quando $\tau_f \ll \tau_c$. Può accadere, ad esempio, a quote elevate, dove la densità è bassa e la frequenza delle collisioni diminuisce, oppure in regioni di estensione molto ridotta, attraversate dal flusso in tempi estremamente brevi. In questo scenario, il pacchetto di fluido attraversa l'intero campo di moto prima che le collisioni intermolecolari riescano ad attivare in modo significativo i gradi di libertà interni o a rompere i legami chimici. Dal punto di vista matematico, la probabilità di collisioni efficaci tende a zero, quindi, è come se le costanti cinetiche delle reazioni chimiche si annullassero ($k_f \rightarrow 0, k_b \rightarrow 0$) e il tempo di rilassamento vibrazionale tendesse all'infinito ($\tau^{V-T} \rightarrow \infty$, *congelamento vibrazionale*). Affinché l'energia traslazionale, aumentata a valle dell'urto, venga trasformata in vibrazionale, infatti, è necessario che le particelle si urtino. Mentre per equilibrare la rotazione sono necessarie 3-10 collisioni, il trasferimento di un quanto di energia traslazionale in vibrazionale è un processo inefficiente in quanto richiede $\approx$ diecimila collisioni. Il tempo di rilassamento vibrazionale τ^{V-T} rappresenta il tempo fisico affinché avvengano queste collisioni per far adeguare l'energia vibrazionale alla nuova temperatura del gas ma, dal momento che le collisioni sono praticamente inesistenti, il tempo necessario per accumulare 10^4 urti tende a ∞ . Il termine "congelato" indica quindi che, sulla scala temporale del moto, i processi chimici non producono variazioni apprezzabili dello stato interno e della composizione della miscela che rimangono costanti e pari ai valori assunti a monte dell'onda d'urto o all'ingresso del campo di moto [1]. Questa conseguenza è il risultato dell'**equazione di rilassamento Landau-Teller** o vibrational rate equation, che descrive l'evoluzione dell'energia vibrazionale $e_{v,s}$ verso il valore di equilibrio corrispondente alla temperatura traslazionale locale $e_{v,s}^{eq}$.

$$\lim_{\tau_s^{V-T} \rightarrow \infty} \frac{De_{v,s}}{Dt} = \lim_{\tau_s^{V-T} \rightarrow \infty} \frac{e_{v,s}^{eq}(T) - e_{v,s}^{non-eq}}{\tau_s^{V-T}(p, T)} = 0 \implies e_{v,s} = \text{costante} \quad (2.14)$$

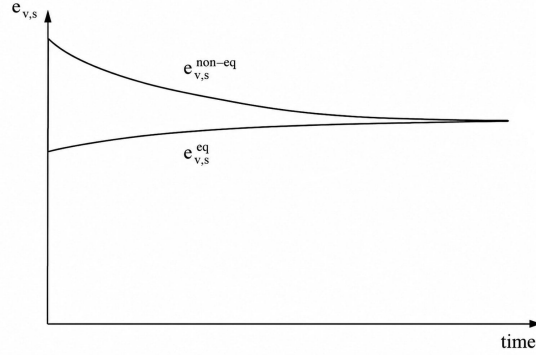


Figura 2.2: Rilassamento vibrazionale

Lo stesso ragionamento può essere applicato alla composizione chimica: avendo un tempo chimico che tende a infinito (*congelamento chimico*), la probabilità che si verifichi un urto efficace e capace di spezzare una molecola (reazione di dissociazione, governata dal rateo di reazione diretta $k_{f,r}$) o che si verifichi una ricombinazione (reazione di ri-associazione, governata dal rateo di reazione inversa $k_{b,r}$) si azzerà. A differenza dell'equilibrio chimico (dove le velocità tendono a infinito ma si bilanciano), nel flusso congelato entrambe le velocità collassano a zero. Si definisce allora il **termine sorgente chimico** della specie s , espresso come rateo di produzione massica per unità di volume e ottenuto sommando il contributo di tutte le reazioni del meccanismo:

$$\dot{\omega}_s = M_s \sum_{r=1}^{N_r} (\nu''_{s,r} - \nu'_{s,r}) (R_{f,r} - R_{b,r}) = M_s \sum_{r=1}^{N_r} \left(\frac{dC_s}{dt} \right)_r \quad (2.15)$$

Sostituendo le espressioni dei ratei diretto e inverso, si ottiene

$$\dot{\omega}_s = M_s \sum_{r=1}^{N_r} (\nu''_{s,r} - \nu'_{s,r}) \left[k_{f,r} \prod_{\ell=1}^{N_s} \left(\frac{\rho_\ell}{M_\ell} \right)^{\nu'_{\ell,r}} - k_{b,r} \prod_{\ell=1}^{N_s} \left(\frac{\rho_\ell}{M_\ell} \right)^{\nu''_{\ell,r}} \right] \quad (2.16)$$

Poiché il termine sorgente si annulla ($\dot{\omega}_s = 0$; $k_{f,r} \rightarrow 0$, $k_{b,r} \rightarrow 0 \rightarrow R_{f,r} \rightarrow 0, R_{b,r} \rightarrow 0$), la miscela smette di reagire e la sua composizione rimane invariata lungo la traiettoria della particella fluida (trascurando la diffusione molecolare rispetto al trasporto convettivo) [9]:

$$\frac{DY_s}{Dt} = 0 \quad (2.17)$$

Nonostante la composizione sia fissa, la miscela congelata non si comporta esattamente come l'aria a condizioni standard: essa è caratterizzata dai cosiddetti *calori specifici congelati* ($c_{p,r}, c_{v,r}$), definiti come la media pesata dei calori specifici delle singole specie presenti, bloccate alle loro frazioni massiche al momento del congelamento:

$$c_{p,f} = \sum_{s=1}^{N_s} Y_s c_{p,s}; \quad c_{v,f} = \sum_{s=1}^{N_s} Y_s c_{v,s} \quad (2.18)$$

In questo limite, non essendoci interazione né chimica né vibrazionale, il gas ha una composizione fissata, e le proprietà termodinamiche sono determinate dai valori congelati di Y_s . Se, nell'intervallo di temperature considerato, i calori specifici delle singole specie vengono ulteriormente assunti costanti, la miscela può essere trattata come caloricamente perfetta. La conseguenza aerodinamica è che, rispetto a un gas in equilibrio chimico, il flusso congelato non subisce alcun assorbimento energetico associato alla dissociazione o alla ionizzazione. Di conseguenza, l'energia cinetica

convertita attraverso l'urto resta nei modi traslazionali, generando temperature a valle dell'urto più elevate (fino a due o tre volte maggiori) rispetto al caso in equilibrio in cui l'energia verrebbe invece assorbita per dissociare le molecole [1].

Non equilibrio vibrazionale ($Da \approx 1$)

Come anticipato nella trattazione del flusso congelato, a valle di un urto ipersonico, la ripartizione del calore tra i vari gradi di libertà molecolari non avviene in modo omogeneo: la differenza temporale tra l'assestamento dell'energia traslazionale e rotazionale rispetto al trasferimento dell'energia cinetica verso i modi vibrazionali (scambio V-T), genera uno stato di non equilibrio termochimico in cui l'energia roto-traslazionale è già adeguata alla nuova temperatura locale, mentre l'energia vibrazionale resta legata allo stato precedente del gas. In queste condizioni, l'ipotesi di un'unica temperatura termodinamica non è più sufficiente a descrivere la distribuzione dell'energia interna. Per risolvere il problema, si introduce il **modello a due temperature di Park**, il quale consiste nel raggruppare i modi energetici veloci, traslazionali e rotazionali, sotto un'unica temperatura roto-traslazionale T_{tr} , e quelli lenti, ovvero l'eccitazione vibrazionale, l'energia elettronica e la traslazione degli elettroni liberi, sotto la temperatura vibrazionale-elettronica T_{ve} . [21].

Il rilassamento vibrazionale può essere descritto richiamando l'equazione di Landau-Teller. Per una specie molecolare s , l'energia vibrazionale specifica associata alla temperatura vibrazionale-elettronica T_{ve} è espressa, assumendo il modello di oscillatore armonico quantizzato, come:

$$e_{v,s}(T_{ve}) = \frac{R_s \Theta_{v,s}}{e^{(\Theta_{v,s}/T_{ve})} - 1} \quad (2.19)$$

dove $R_s = \bar{R}/M_s$ è la costante specifica del gas per la singola specie e $\Theta_{v,s}$ la temperatura caratteristica di vibrazione della specie. Il valore verso cui l'energia vibrazionale tenderebbe in condizioni di equilibrio locale è invece calcolato alla temperatura roto-traslazionale del gas:

$$e_{v,s}^{eq}(T_{tr}) = \frac{R_s \Theta_{v,s}}{e^{(\Theta_{v,s}/T_{tr})} - 1} \quad (2.20)$$

La differenza tra questi due valori misura quanto il modo vibrazionale sia lontano dall'equilibrio rispetto al modo roto-traslazionale. Il termine di scambio vibrazione-traslazione, per unità di volume e di tempo, può quindi essere scritto come:

$$\dot{e}_{V-T} = \sum_s \rho_s \frac{e_{v,s}^{eq}(T_{tr}) - e_{v,s}(T_{ve})}{\tau_{v,s}} \quad (2.21)$$

Il segno del termine dipende dalla differenza tra l'energia vibrazionale di equilibrio e quella effettivamente posseduta dalla specie. Subito dopo un urto, in genere, T_{tr} aumenta più rapidamente di T_{ve} , per cui $e_{v,s}^{eq}(T_{tr}) > e_{v,s}(T_{ve})$: il termine risulta positivo e descrive il trasferimento di energia dal serbatoio roto-traslazionale a quello vibrazionale. Quando, invece, le due temperature tendono ad avvicinarsi, la differenza si riduce e il termine di rilassamento tende progressivamente ad annullarsi. Inoltre, nel regime di non equilibrio vibrazionale, il tempo fisico necessario a compiere il trasferimento energetico tramite gli urti intermolecolari $\tau_{v,s}$ non tende all'infinito come in un flusso congelato, bensì a un numero finito e dello stesso ordine di grandezza del tempo di permanenza della particella fluida nella regione considerata. Per questo motivo, l'energia vibrazionale non raggiunge istantaneamente il valore di equilibrio, ma evolve lungo il campo di moto con velocità finita. Per temperature comprese tra i 3000 K e gli 8000 K, in cui il rilassamento vibrazionale è dominato dalle collisioni tra particelle pesanti, il tempo $\tau_{v,s}$ è solitamente stimato tramite la correlazione

semi-empirica di **Millikan e White**:

$$\tau_{v,s}^{MW} = \frac{101325}{p} \frac{\sum_{k=1}^{N_s} n_k \exp \left[A_{s,k} \left(T_{tr}^{-1/3} - 0.015 M_{s,k}^{1/4} \right) - 18.42 \right]}{\sum_{k=1}^{N_s} n_k} \quad (2.22)$$

In questa relazione la dipendenza dalla pressione riflette il ruolo della frequenza collisionale: a pressioni più elevate le collisioni sono più frequenti e il rilassamento vibrazionale avviene più rapidamente; la dipendenza dalla temperatura, invece, tiene conto dell'efficacia energetica degli urti nel trasferire energia verso i modi vibrazionali, n_k è la densità numerica della specie collisionale k , $M_{s,k}$ è la massa ridotta delle due specie collidenti (che tiene conto dell'inerzia delle particelle) definita come:

$$M_{s,k} = \frac{M_s M_k}{M_s + M_k} \quad (2.23)$$

dove M è il peso molecolare. $A_{s,k}$ è una costante specifica dipendente dalla massa molecolare e dalla temperatura caratteristica di vibrazione della specie s -esima:

$$A_{s,k} = 1.16 \times 10^{-3} M_{s,k}^{1/2} \Theta_{v,s}^{4/3} \quad (2.24)$$

espressa in funzione della temperatura caratteristica di vibrazione $\Theta_{v,s}$. Tuttavia, quando le temperature superano gli 8000 K la formula di Millikan-White fallisce, prevedendo tempi di rilassamento più brevi rispetto al tempo medio tra due collisioni. Per evitare questo comportamento, Park introduce una correzione ad alta temperatura, sommando al tempo di rilassamento vibrazionale un termine legato al tempo medio collisionale, espresso come l'inverso della frequenza collisionale effettiva tra gli urti:

$$\tau_{v,s} = \tau_{v,s}^{MW} + \frac{1}{\sigma_v \bar{c}_s n_s} \quad (2.25)$$

dove $\sigma_v = 10^{-21} (50000/T_{tr})^2$ è la sezione d'urto collisionale (che si trova tabellata, ad esempio nel [16] nel range $1000K \leq T \leq 30000K$), $\bar{c}_s = \sqrt{8k_B T_{tr}/(\pi m_s)}$, con k_B la costante di Boltzmann e m_s la massa della particella, è la velocità media molecolare della specie e n_s è la densità numerica [22].

Non equilibrio chimico ($Da \approx 1$)

Così come l'energia vibrazionale ha bisogno di tempo per assestarsi, così anche le reazioni chimiche avvengono con velocità finite. Si pensi allo stato di equilibrio: prima di raggiungerlo, ovvero prima di avere una variazione temporale nulla delle concentrazioni delle specie, c'è un relaxing time in cui le concentrazioni variano nel tempo. Nella realtà l'equilibrio chimico istantaneo così come il frozen state non si verificano. Se infatti andassimo a fare uno zoom temporale più breve del tempo chimico (che nello stato di equilibrio è infinitamente più piccolo rispetto a quello fluidodinamico e per questo lo si raggiunge istantaneamente), vedremmo un transitorio di non equilibrio in cui si generano variazioni temporali delle specie che si esaurisce in una frazione infinitesima di secondo, apparendo macroscopicamente come un adeguamento istantaneo del gas. Il flusso copre, quindi, distanze macroscopiche prima che i processi chimici giungano a compimento e acquisisce una "memoria" spaziale: due particelle fluide che si trovano alla stessa temperatura e pressione locali possono avere composizioni diverse se hanno attraversato regioni caratterizzate da tempi di residenza, temperature e processi chimici differenti. Per questo motivo, nei flussi ipersonici in non equilibrio, la composizione deve essere calcolata risolvendo le equazioni di trasporto delle specie, nelle quali i termini sorgente chimici descrivono la produzione o distruzione locale di ciascuna specie. Per

una reazione elementare r , il coefficiente di velocità della reazione diretta (forward rate) viene generalmente espresso tramite la **legge di Arrhenius** [12]:

$$k_{f,r} = A_{f,r} T_{f,r}^{n_{f,r}} \exp\left(-\frac{E_{a,f,r}}{RT_{f,r}}\right) \quad (2.26)$$

dove $A_{f,r}$ rappresenta il fattore pre-esponenziale, $n_{f,r}$ è l'esponente di temperatura che modella la variazione della sezione d'urto collisionale, $E_{a,f,r}$ è l'energia di attivazione della reazione (che nel caso delle reazioni di dissociazione coincide approssimativamente con l'energia del legame molecolare), $T_{f,r}$ è la temperatura utilizzata per valutare il rateo diretto. Il rateo inverso (backward rate) può essere ottenuto in due modi. Una prima possibilità consiste nel ricavarlo dal rateo diretto e dalla costante di equilibrio della reazione:

$$k_{b,r} = \frac{k_{f,r}(T_{b,r})}{K_{eq,r}(T_{tr})} \quad (2.27)$$

dove $K_{c,r}$ viene calcolata tramite la relazione di equilibrio o mediante la curva di fit riportata nell'Eq. (2.13). Questa impostazione garantisce che, quando il sistema raggiunge l'equilibrio, i ratei diretto e inverso si bilancino. In alternativa, quando disponibili dati specifici per la reazione inversa, anche il coefficiente $k_{b,r}$ può essere espresso direttamente in forma di Arrhenius:

$$k_{b,r} = A_{b,r} T_{b,r}^{n_{b,r}} \exp\left(-\frac{E_{a,b,r}}{RT_{b,r}}\right) \quad (2.28)$$

dove $A_{b,r}$, $n_{b,r}$, $E_{a,b,r}$ e $T_{b,r}$ sono le grandezze corrispondenti per la reazione inversa. Questa seconda impostazione è usata, ad esempio, nei modelli riportati da Shao et al. per plasmi debolmente ionizzati, dove si riportano i coefficienti tabulati [23], [24].

Per quanto riguarda la scelta della temperatura $T_{f,r}$ e $T_{b,r}$ da utilizzare nei coefficienti cinetici, se il gas fosse in equilibrio termico, tutte le modalità energetiche sarebbero descritte da un'unica temperatura e non si porrebbe alcun problema; tuttavia, nel modello a due temperature di Park, energia roto-traslazionale e vibrazionale-elettronica sono diverse. Di conseguenza, la probabilità che una reazione avvenga non dipende necessariamente da una sola temperatura, come nel caso delle reazioni di dissociazione. Infatti, una molecola vibrazionalmente eccitata possiede già una quota di energia interna immagazzinata nel legame; per romperlo, quindi, può richiedere una minore energia collisionale rispetto a una molecola nel suo stato vibrazionale fondamentale. La dissociazione risulta allora accoppiata sia alla temperatura roto-traslazionale, che controlla l'energia degli urti, sia alla temperatura vibrazionale, che descrive lo stato interno della molecola. Questo fenomeno è generalmente indicato come *accoppiamento vibrazione-dissociazione* [1] e, per considerarlo, nella fluidodinamica computazionale si adotta il classico approccio della temperatura di controllo: si sostituiscono le temperature $T_{f,r}$ e $T_{b,r}$ con una *Temperatura di Controllo* ($T_{c,r}$) [9]. Essa viene costruita come una media pesata tra il serbatoio roto-traslazionale e quello vibrazionale-elettronico

$$T_{c,r} = T_{tr}^{a_r} T_{ve}^{b_r} \quad (2.29)$$

dove i coefficienti a_r e b_r non sono universali, ma dipendono dalla classe di reazione e dal modello cinetico adottato. Per le reazioni dominate dagli urti tra particelle pesanti, il contributo principale è generalmente associato alla temperatura roto-traslazionale; per processi più sensibili allo stato interno della molecola, invece, la temperatura vibrazionale assume un ruolo più rilevante. In ogni caso c'è da soddisfare il vincolo $a_r + b_r = 1$. Una modellazione più dettagliata, come quella

dei plasmi ipersonici documentata da Gnoffo et al. [21], prevede l'abbandono dell'ipotesi di equilibrio tra l'energia vibrazionale e l'energia degli elettroni liberi a causa dell'immensa differenza di massa tra questi ultimi e le particelle pesanti, giustificando una formulazione di un modello a tre temperature: traslazionale (T_{tr}), vibrazionale (T_{vib}) ed elettronica (T_e). In questo approccio avanzato, la temperatura di controllo assume, invece, la forma generalizzata [15]:

$$T_{c,r} = T_{tr}^{a_r} T_{vib}^{b_r} T_e^{c_r} \quad (2.30)$$

sempre con il vincolo $a_r + b_r + c_r = 1$. Guardando più nel dettaglio i coefficienti a_r, b_r, c_r che, come detto, quantificano il peso specifico di ciascun serbatoio energetico nell'innescare o favorire un determinato tipo di reazione chimica, si riporta la Tabella 2.1. Per le reazioni di dissociazione endotermiche governate dall'impatto tra particelle pesanti, domina l'energia cinetica traslazionale, rendendo del tutto trascurabile la temperatura elettronica ($a = 0.67, b = 0.33, c = 0$), questo è spiegato dal fatto che se la molecola si trova già a un livello energetico vibrazionale alto (alta T_{ve}), il suo legame è già indebolito e richiederà un urto meno violento per rompersi, motivo per il quale b resta inferiore al peso roto-traslazionale. Per le reazioni di scambio neutro ($N_2 + O \rightleftharpoons NO + N$, nelle quali le molecole non dissociano ma si riorganizzano), invece, l'energia di impatto traslazionale è dominante, mentre la dipendenza vibrazionale ed elettronica decade ($a = 1, b = 0, c = 0$) portando a $T_c = T_{tr}$. Viceversa, nei plasmi dominati da elettroni liberi, le reazioni di dissociazione o ionizzazione per impatto elettronico sono governate quasi esclusivamente dall'energia cinetica degli elettroni stessi, annullando il contributo delle particelle pesanti ($a = 0, b = 0, c = 1$) portando a $T_c = T_e$ oppure $T_c = T_{ve}$ nel caso del modello a due temperature. Esiste anche la versione alternativa, nota semplicemente come modello di Park, che adotta una radice quadrata classica ponendo $a=0.5$ e $b=0.5$, $T_c = \sqrt{T_{tr}T_{ve}}$ [12].

I coefficienti di controllo per le principali classi di reazioni impiegati nel modello a tre e due temperature sono riassunti nelle Tabelle 2.1 e 2.2.

Tabella 2.1: Coefficienti della temperatura di controllo per varie tipologie di reazione, modello a tre temperature [15]

Tipologia di reazione (r)	Forward			Backward		
	a	b	c	a	b	c
Dissociazione (impatto particelle pesanti)	0.67	0.33	0	1.0	0	0
Scambio neutro	1.0	0	0	1.0	0	0
Ionizzazione associativa	1.0	0	0	0	0.5	0.5
Dissociazione per impatto elettronico	1.0	0	0	1.0	0	0
Ionizzazione per impatto elettronico	0	0	1.0	0	0	1.0

Tabella 2.2: Coefficienti della temperatura di controllo per varie tipologie di reazione, modello a due temperature [9]

Tipologia di reazione (r)	Forward		Backward	
	a	b	a	b
Dissociazione (impatto particelle pesanti)	0.7	0.3	1.0	0
Scambio neutro	1.0	0	1.0	0
Ionizzazione associativa	1.0	0	0.5	0.5
Dissociazione per impatto elettronico	0	1.0	0.5	0.5
Ionizzazione per impatto elettronico	0	1.0	0	1.0

In sintesi, il non equilibrio chimico rende necessario passare da una descrizione della composizione come funzione dello stato termodinamico locale a una descrizione evolutiva, basata su equazioni di trasporto e termini sorgente finite-rate. Questa impostazione è essenziale nei flussi ipersonici, perché la distribuzione delle specie prodotte nello shock layer condiziona sia il campo aerotermodinamico, sia la radiazione infrarossa dei gas caldi, sia, nei casi ionizzati, le proprietà elettromagnetiche della guaina di plasma.

2.2 Equazioni di governo per flussi reagenti

Chiusura termodinamica della miscela

Prima di introdurre il sistema di Navier-Stokes per flussi reagenti, è necessario specificare una prima parte della chiusura del modello, quella termodinamica della miscela, che costituisce il legame tra la descrizione fisica del gas ad alta temperatura e il sistema differenziale risolto dal codice CFD. In un solutore per flussi ipersonici in non equilibrio termochimico, a differenza del caso di gas caloricamente perfetto, le variabili conservative non sono sufficienti da sole a determinare lo stato locale del gas: occorre ricostruire, a partire da esse, la composizione chimica, la pressione, le temperature modali, la distribuzione dell'energia tra i diversi serbatoi interni, l'entalpia delle singole specie e le proprietà della miscela. L'intera chiusura del problema sarà completata con la scelta di un modello cinetico dell'aria per la corretta valutazione dei termini sorgente e modelli per viscosità, diffusività e conduttività termica per il calcolo dei flussi diffusivi. In queste condizioni, l'energia della miscela non coincide con la sola energia sensibile ma la sua formulazione deve includere anche l'energia chimica associata alla formazione delle specie e il contributo cinetico macroscopico del moto [9, 25]:

$$e_{tot} = \sum_{s=1}^{N_s} Y_s (e_{tr,s} + e_{rot,s} + e_{vib,s} + e_{el,s} + \Delta h_{f,s}^0) + \frac{1}{2} u_i u_i \quad (2.31)$$

dove $Y_s = \rho_s/\rho$ rappresenta la frazione massica della singola specie s -esima. I primi quattro termini all'interno della parentesi quantificano l'energia sensibile della specie:

$$e_{tr,s} = \frac{3}{2} \frac{\bar{R}}{M_s} T_t \quad (2.32)$$

$$e_{rot,s} = \frac{\epsilon_r}{2} \frac{\bar{R}}{M_s} T_r \quad (2.33)$$

$$e_{vib,s} = \frac{\bar{R}}{M_s} \sum_{i=1}^{N_v} \frac{g_{v,s,i} \Theta_{v,s,i}}{\exp(\Theta_{v,s,i}/T_v) - 1} \quad (2.34)$$

$$e_{el,s} = \frac{\bar{R}}{M_s} \frac{\sum_{i=1}^{N_e} g_{e,s,i} \Theta_{e,s,i} \exp(-\Theta_{e,s,i}/T_e)}{\sum_{i=0}^{N_e} g_{e,s,i} \exp(-\Theta_{e,s,i}/T_e)} \quad (2.35)$$

dove $\bar{R}$ è la costante universale dei gas, M_s è la massa molare della specie s -esima e ϵ_r indica i gradi di libertà rotazionali (pari a 0 per le specie monoatomiche, 2 per le molecole biatomiche o poliatomiche lineari, e 3 per le molecole poliatomiche non lineari). Nelle relazioni per i modi vibrazionali ed elettronici, N_v e N_e rappresentano il numero di modi o livelli considerati rispettivamente per la vibrazione e l'eccitazione elettronica, $g_{v,s,i}$ e $g_{e,s,i}$ sono i pesi statistici (o degenerazioni) corrispondenti allo stesso livello energetico. In questo modo, il calcolo dell'energia media tiene conto non solo dell'energia associata a ciascun livello, ma anche del numero di configurazioni attraverso cui quel livello può essere occupato dalla molecola; in altre parole, la possibilità che ha la molecola

di trovarsi in quel livello energetico. $\Theta_{v,s,i}$ e $\Theta_{e,s,i}$ indicano le temperature caratteristiche dei livelli vibrazionali ed elettronici considerati [9]. Questa formulazione prevede l'esistenza di quattro distinte temperature termodinamiche (T_t, T_r, T_v, T_e), ma generalmente si adotta il modello a due temperature di Park per cui $T_t = T_r = T_{tr}$ e $T_v = T_e = T_{ve}$. Il termine $\Delta h_{f,s}^0$ rappresenta il calore standard di formazione (o entalpia standard di formazione) della specie s rispetto a uno stato di riferimento (generalmente $T_{ref} = 298.16 \text{ K}$ [26]). Esso quantifica l'energia potenziale immagazzinata nei legami chimici, quindi inserendolo all'interno dell'energia totale assoluta, il solutore tiene conto del calore assorbito dalle reazioni endotermiche (come la dissociazione) e rilasciato da quelle esotermiche (ricombinazione), soddisfacendo il bilancio energetico globale senza la necessità di dover introdurre termini sorgente nell'equazione dell'energia totale, come accadrebbe se non si introducesse nel conto dell'energia totale. L'ultimo termine, $\frac{1}{2}u_i u_i$ è l'energia cinetica macroscopica per unità di massa della miscela [9].

La pressione della miscela viene ricostruita assumendo che ciascuna specie obbedisca all'equazione di stato dei gas perfetti. Nel modello a due temperature, la pressione delle particelle pesanti è legata alla sola temperatura roto-traslazionale [21]:

$$p_h = \sum_{s=1}^{N_h} \rho_s \frac{\bar{R}}{M_s} T_{tr} = \rho \bar{R} T_{tr} \sum_{s=1}^{N_h} \frac{Y_s}{M_s} \quad (2.36)$$

Nei modelli ionizzati, l'eventuale contributo degli elettroni può essere scritto separatamente

$$p_e = \rho_e \frac{\bar{R}}{M_e} T_e \quad (2.37)$$

Nel modello a due temperature si assume che $T_e = T_{ve}$ per cui la pressione totale diventa $p = p_h + p_e$. L'energia interna specifica della miscela e l'entalpia specifica della miscela sono ottenute come medie pesate sulle frazioni massiche:

$$e = \sum_{s=1}^{N_s} Y_s e_s; \quad h = \sum_{s=1}^{N_s} Y_s h_s \quad (2.38)$$

Per ciascuna specie, l'entalpia specifica può essere ricondotta all'energia interna tramite:

$$h_s = e_s + \frac{\bar{R}}{M_s} T_{tr} \quad (2.39)$$

Di conseguenza, l'entalpia totale specifica della miscela viene definita come:

$$h_{tot} = e_{tot} + \frac{p}{\rho} \quad (2.40)$$

Nel modello a due temperature, è utile definire anche l'energia vibrazionale-elettronica specifica della miscela:

$$e_{ve} = \sum_{s=1}^{N_s} Y_s e_{ve,s} \quad (2.41)$$

Questa grandezza è necessaria perché il sistema conservativo includerà un'equazione aggiuntiva per l'evoluzione dell'energia vibrazionale-elettronica. Il campo di e_{ve} permette di ricostruire la temperatura vibrazionale-elettronica T_{ve} , mentre la composizione della miscela determina la pressione, la costante specifica equivalente e le proprietà termodinamiche locali.

Forma conservativa compatta

Una volta fissato il legame tra variabili conservative e stato termodinamico locale, il problema può essere scritto in forma conservativa. Questa forma è adatta per garantire la massima generalità e predisporre il sistema per la successiva discretizzazione ai volumi finiti, perché descrive l'evoluzione delle grandezze contenute in un volume di controllo attraverso il bilancio tra flussi entranti, flussi uscenti e termini sorgente. Coerentemente con la formulazione vettoriale riportata in letteratura [10, 26], la forma compatta può essere scritta nel seguente sistema differenziale:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{F}^c - \mathbf{F}^v) = \mathbf{S}; \quad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\mathbf{F}^c_i - \mathbf{F}^v_i) = \mathbf{S} \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.42)$$

dove $\mathbf{U}$ è il vettore di stato delle variabili conservative, $\mathbf{F}^c$ rappresenta il tensore dei flussi convettivi (o inviscidi) che raggruppa il trasporto macroscopico di massa e il lavoro delle forze di pressione lungo le tre direzioni, $\mathbf{F}^v$ il tensore dei flussi diffusivi (o viscosi) che racchiude i contributi diffusivi di massa ($\mathbf{J}_s$), gli sforzi viscosi ($\boldsymbol{\tau}$) e i flussi termici ($\mathbf{q}_{tr}, \mathbf{q}_{ve}$), e $\mathbf{S}$ racchiude il vettore dei termini sorgente associati alla cinetica chimica e al rilassamento vibrazionale-elettronico. Per una miscela costituita da N_s specie chimiche, in un dominio spaziale tridimensionale e impiegando il modello termodinamico a due temperature, la dimensione del sistema di equazioni è pari a $(N_s + 5)$: N_s specie + tre equazioni per la quantità di moto + un'equazione per l'energia totale + un'equazione per l'energia vibrazionale-elettronica. Indicando con $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$ il vettore velocità, e con E, E_{ve} le energie espresse per unità di volume (ovvero $E = \rho e_{tot}$ ed $E_{ve} = \rho e_{ve}$), i vettori che compongono il sistema sono esplicitati come segue

$$\mathbf{U} = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{N_s}, \rho u, \rho v, \rho w, E, E_{ve}]^T \quad (2.43)$$

con $\rho_s = \rho Y_s$, e densità totale della miscela ricavata come $\rho = \sum_{s=1}^{N_s} \rho_s$

$$\mathbf{S} = [\dot{\omega}_1, \dots, \dot{\omega}_{N_s}, 0, 0, 0, 0, \dot{\omega}_{ve}]^T \quad (2.44)$$

dove i termini $\dot{\omega}_s$ rappresentano la produzione o distruzione locale della specie s per effetto delle reazioni chimiche, le tre componenti della quantità di moto non hanno sorgenti chimiche così come l'equazione dell'energia totale, perché l'energia di formazione (entalpia di formazione) delle specie è già inclusa nella definizione dell'energia totale Eq.(2.31). Così facendo, le reazioni modificano la composizione e redistribuiscono energia tra le specie, ma non creano né distruggono energia totale. Il termine $\dot{\omega}_{ve}$ descrive la variazione dell'energia vibrazionale-elettronica dovuta al rilassamento energetico e alla chimica finite-rate. A questo punto resta da esplicitare la struttura dei flussi convettivi e dissipativi che compaiono nel sistema. Per rendere più compatta la scrittura, si introducono i due contributi energetici diffusivi

$$\mathcal{Q}_i = q_{tr,i} + q_{ve,i} + \sum_{s=1}^{N_s} h_s J_{s,i}; \quad \mathcal{Q}_{ve,i} = q_{ve,i} + \sum_{s=1}^{N_s} e_{ve,s} J_{s,i} \quad (2.45)$$

Il termine $\mathcal{Q}_i$ raccoglie il flusso di calore roto-traslaazionale, quello vibrazionale-elettronico e il trasporto entalpico associato alla diffusione delle specie, mentre il termine $\mathcal{Q}_{ve,i}$ contiene soltanto i contributi che agiscono sul serbatoio vibrazionale-elettronico. Indicando con x_i la generica direzione spaziale e con u_i la corrispondente componente della velocità, i flussi convettivi e dissipativi nella

direzione i possono essere scritti nella forma

$$\mathbf{F}_i^c = \begin{bmatrix} \rho_1 u_i \\ \vdots \\ \rho_{N_s} u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} \\ (E + p) u_i \\ E_{ve} u_i \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F}_i^v = \begin{bmatrix} -J_{1,i} \\ \vdots \\ -J_{N_s,i} \\ \tau_{i1} \\ \tau_{i2} \\ \tau_{i3} \\ \sum_{j=1}^3 \tau_{ij} u_j - Q_i \\ -Q_{ve,i} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Il termine δ_{ij} indica il delta di Kronecker e permette di far comparire il contributo di pressione solo nella componente normale alla superficie di controllo considerata, che verrà richiamato nella formulazione estesa delle equazioni della quantità di moto. Il flusso convettivo $\mathbf{F}_i^c$ descrive il trasporto delle grandezze conservative dovuto al moto medio della miscela. Le prime N_s righe rappresentano il trasporto delle densità parziali delle s specie chimiche; le tre righe successive descrivono il trasporto della quantità di moto nelle tre direzioni spaziali; le ultime due sono associate al trasporto dell'energia totale e dell'energia vibrazionale-elettronica. Il flusso dissipativo $\mathbf{F}_i^v$ raccoglie invece i contributi legati ai gradienti locali. Le specie diffondono attraverso i termini $J_{s,i}$ (tramite Eq.(2.45)), la quantità di moto viene modificata dagli sforzi viscosi τ_{ij} , mentre l'energia viene redistribuita tramite conduzione termica e trasporto diffusivo delle specie. Nei flussi reagenti quest'ultimo contributo è importante perché, quando una specie diffonde, non trasporta soltanto massa, ma anche parte dell'energia associata alla propria composizione chimica e al proprio stato termodinamico; per questo motivo il termine $\sum_{s=1}^{N_s} h_s J_{s,i}$ comparirà nella formulazione estesa del bilancio dell'energia totale. In modo analogo, il termine $\sum_{s=1}^{N_s} e_{ve,s} J_{s,i}$ rappresenta il contributo diffusivo associato all'energia vibrazionale-elettronica delle specie e comparirà nella riga relativa a E_{ve} perché l'equazione aggiuntiva del modello a due temperature non descrive l'intera energia interna della miscela, ma soltanto il serbatoio energetico non in equilibrio con quello roto-traslazionale. All'interno della matrice dissipativa il vettore del flusso diffusivo di massa $\mathbf{J}_s$, per la determinata specie s , è modellato secondo la legge di Fick estesa alla miscela multicomponente [26]

$$\mathbf{J}_s = -\rho D_s \nabla Y_s + Y_s \sum_{k=1}^{N_s} \rho D_k \nabla Y_k; \quad J_{s,i} = -\rho D_s \frac{\partial Y_s}{\partial x_i} + Y_s \sum_{k=1}^{N_s} \rho D_k \frac{\partial Y_k}{\partial x_i} \quad (2.47)$$

il primo termine rappresenta, appunto, la diffusione di Fick della specie s guidata dal gradiente della sua frazione massica Y_s attraverso il coefficiente di diffusione efficace (D_s) che controlla quanto è forte lo spostamento della specie, il secondo termine è una correzione diffusiva introdotta per garantire che la somma dei flussi diffusivi di tutte le specie sia nulla $\sum_{s=1}^{N_s} J_{s,i} = 0$. Questa condizione esprime il fatto che la diffusione modifica la distribuzione relativa delle specie all'interno della miscela, ma non può generare un flusso netto di massa della miscela stessa. L'indice s identifica la specie di cui si sta calcolando il flusso, k varia su tutte le specie presenti nella miscela. La correzione può essere interpretata come una velocità diffusiva aggiuntiva $V_{c,i} = \sum_{k=1}^{N_s} D_k \frac{\partial Y_k}{\partial x_i}$, introdotta per rendere compatibile il vincolo di conservazione della massa totale della miscela. L'indice s identifica la specie di cui si sta calcolando il flusso diffusivo, mentre l'indice k varia su tutte le specie presenti della miscela. Questa formulazione è particolarmente importante nei flussi ipersonici reagenti, dove coesistono specie con masse molecolari (si pensi al fatto che gli elettroni possono essere importanti

come numero di particelle X_s , ma irrilevanti sulla massa Y_s) e proprietà di trasporto molto diverse tra loro, come molecole neutre, atomi, ioni ed elettroni. Infatti, il coefficiente di diffusione $\mathcal{D}_s$ assume formulazioni diverse in base alla specie considerata [9]:

$$\mathcal{D}_s = \frac{1 - Y_s}{1 - X_s} \frac{\mu}{\rho Sc} \quad (2.48)$$

in questa relazione, X_s rappresenta la frazione molare della specie all'interno della miscela. Per riflettere le differenti proprietà di trasporto tra particelle neutre e cariche, il numero di Schmidt viene differenziato: si assume tipicamente $Sc = 0.5$ per gli atomi e le molecole neutre, e $Sc = 0.25$ per gli ioni. Nel caso degli elettroni (quindi modelli a 7 o più specie) si ha invece [9]

$$\mathcal{D}_e = M_e \frac{\sum_{s \in electr} \mathcal{D}_s \frac{Y_s}{M_s}}{\sum_{s \in electr} Y_s} \quad (2.49)$$

Proprietà di trasporto della miscela: viscosità e conduttività

È necessario inoltre esplicitare il legame con le proprietà di trasporto globali della miscela, ovvero la viscosità dinamica μ (che governa il tensore τ_{ij}) e le conduttività termiche associate ai diversi modi energetici k_{tr}, k_{ve} (che governano i rispettivi flussi di calore $q_{tr,i}, q_{ve,i}$). Alle temperature tipiche del volo ipersonico, l'ipotesi di viscosità linearmente dipendente dalla temperatura come la legge di Sutherland perde validità e la μ_s di ciascuna specie chimica viene descritta tramite curve di interpolazione semi-empiriche, come ad esempio le relazioni di tipo Gupta-Yos [9]:

$$\mu_s = \exp [(A_s \ln T_{tr} + B_s) \ln T_{tr} + C_s] \quad (2.50)$$

dove i coefficienti A_s, B_s, C_s sono costanti specifiche per ciascuna specie ottenute tramite interpolazione in un intervallo di temperatura specifico come $1000 \text{ K} \leq T \leq 30000 \text{ K}$ [16]. Ottenute le viscosità delle singole specie, la viscosità dinamica globale della miscela μ viene calcolata mediante la regola di miscelazione semi-empirica di Wilke [1]:

$$\mu = \sum_{s=1}^{N_s} \frac{X_s \mu_s}{\sum_{k=1}^{N_s} X_k \phi_{sk}} \quad (2.51)$$

dove X_s è la frazione molare della specie s , ϕ_{sk} è una funzione di interazione molecolare che dipende dalle masse molari e dalle viscosità delle specie coinvolte. L'indice k è esteso a tutte le specie della miscela.

Un procedimento del tutto analogo è adottato per la valutazione della conduttività termica: sfruttando la relazione di Eucken, la conduttività termica di ogni singola specie viene derivata direttamente dalla sua viscosità μ_s [9]:

$$\kappa_{t,s} = \frac{15}{4} \frac{\bar{R}}{M_s} \mu_s \quad (2.52)$$

$$\kappa_{r,s} = \frac{\epsilon_r}{2} \frac{\bar{R}}{M_s} \mu_s \quad (2.53)$$

$$\kappa_{v,s} = \mu_s \frac{\bar{R}}{M_s} \sum_{m=1}^{N_v} g_{v,s,m} \left(\frac{\Theta_{v,s,m}}{T_{ve}} \right)^2 \frac{\exp(\Theta_{v,s,m}/T_{ve})}{[\exp(\Theta_{v,s,m}/T_{ve}) - 1]^2} \quad (2.54)$$

In queste relazioni $\bar{R}$ è la costante universale dei gas, M_s la massa molare della specie, ϵ_r il numero di gradi di libertà rotazionali, $g_{v,s,m}$ la degenerazione del modo vibrazionale considerato e $\Theta_{v,s,m}$ la corrispondente temperatura caratteristica. Le conduttività globali della miscela vengono infine ottenute applicando nuovamente la regola di miscelazione di Wilke ai singoli contributi.

$$\kappa_t = \sum_{s=1}^{N_s} \frac{X_s \kappa_{t,s}}{\sum_{k=1}^{N_s} X_k \phi_{sk}}; \quad \kappa_r = \sum_{s=1}^{N_s} \frac{X_s \kappa_{r,s}}{\sum_{k=1}^{N_s} X_k \phi_{sk}}; \quad \kappa_v = \sum_{s=1}^{N_s} \frac{X_s \kappa_{v,s}}{\sum_{k=1}^{N_s} X_k \phi_{sk}} \quad (2.55)$$

In particolare, nel modello a due temperature, la conduttività associata ai modi roto-traslazionali viene ottenuta sommando i due rispettivi contributi

$$k_{tr} = \kappa_t + \kappa_r$$

mentre la conduttività vibrazionale-elettronica viene identificata, in questa formulazione, con il solo contributo vibrazionale della miscela

$$k_{ve} = \kappa_v$$

Queste grandezze entrano direttamente nella definizione del flusso di calore conduttivo (tramite Eq.(2.45))

$$q_{tr,i} = -k_{tr} \frac{\partial T_{tr}}{\partial x_i}; \quad q_{ve,i} = -k_{ve} \frac{\partial T_{ve}}{\partial x_i}$$

Approcci più rigorosi prevedono la risoluzione di un sistema multicomponente più complesso per le proprietà di trasporto ma, la maggiore accuratezza comporta un costo computazionale più elevato. Motivo per il quale, nelle simulazioni CFD ipersoniche è frequente ricorrere a correlazioni interpolanti per le proprietà delle singole specie e a regole di miscelamento approssimate, come quella di Wilke, che rappresentano un compromesso tra accuratezza fisica e costo numerico [1].

Sistema esteso di Navier-Stokes a due temperature

Esplicitando i tensori dei flussi e adottando la notazione indiciale per le direzioni spaziali x_i e le velocità u_i , il modello teorico a due temperature si articola nelle seguenti cinque equazioni di conservazione fondamentali [9]:

1. Conservazione della massa globale

La continuità della miscela nel suo insieme non è alterata dalla cinetica chimica, poiché le reazioni modificano la composizione locale ma conservano la massa totale. Sommando le equazioni di conservazione delle singole specie, esplicitate di seguito, si ottiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.56)$$

2. Conservazione della massa delle singole specie chimiche

A causa delle reazioni chimiche, la massa di ogni singola specie non è conservata localmente, ma evolve secondo il seguente bilancio:

$$\frac{\partial(\rho Y_s)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Y_s u_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial J_{s,i}}{\partial x_i} + \dot{\omega}_s \quad (2.57)$$

dove $J_{s,i}$ è la componente del flusso diffusivo della specie s lungo la direzione x_i , definito nell'Eq.(2.47). Il primo membro contiene la variazione temporale e il trasporto convettivo della specie con il moto medio della miscela, il secondo membro raccoglie invece il contributo diffusivo, dovuto ai gradienti di composizione e la produzione o distruzione locale della specie per effetto delle reazioni a velocità finita. Nel caso si trascurasse la correzione diffusiva introdotta nella formulazione multicomponente, cioè si assumesse $J_{s,i} \simeq -\rho \mathcal{D}_s \frac{\partial Y_s}{\partial x_i}$, l'equazione precedente diventerebbe:

$$\frac{\partial(\rho Y_s)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Y_s u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho \mathcal{D}_s \frac{\partial Y_s}{\partial x_i} \right) + \dot{\omega}_s \quad (2.58)$$

Forma che mette in evidenza il ruolo del coefficiente di diffusione efficace $\mathcal{D}_s$ nel trasporto della specie lungo i gradienti della frazione massica. Seguendo l'interpretazione proposta da Gnoffo per la discretizzazione a volumi finiti, i quattro termini dell'equazione di conservazione delle specie rappresentano, nel rispettivo ordine: il rateo di variazione temporale della massa della specie s per unità di volume; il flusso di massa della specie s trasportato per convezione attraverso le pareti della cella alla velocità u_i ; la diffusione molecolare della specie s innescata dai gradienti di concentrazione e modellata dal coefficiente di diffusione efficace $\mathcal{D}_s$; il tasso netto di produzione o distruzione della specie dovuto alle reazioni chimiche, espresso dal termine sorgente $\dot{\omega}_s$ [kg/m^3s], valutato secondo la legge di Arrhenius già definita precedentemente, secondo cui il solutore calcola il bilancio tra la velocità di reazione diretta e inversa in funzione della temperatura di controllo locale T_c [21].

3. Conservazione della quantità di moto

Il bilancio della quantità di moto lungo la direzione j -esima è espresso da

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j + p \delta_{ij}) = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} \quad (2.59)$$

In questa equazione, i termini a primo membro definiscono la variazione temporale della j -esima componente della quantità di moto e il suo trasporto convettivo della componente u_j da parte del campo di velocità u_i , unito all'azione isotropa e in direzione normale alle superfici di controllo della pressione termodinamica p . Matematicamente, questo comportamento viene imposto dall'operatore delta di Kronecker δ_{ij} , definito come $\delta_{ij} = 1$ se $i = j$ e $\delta_{ij} = 0$ se $i \neq j$. A secondo membro compare invece la divergenza del tensore degli sforzi τ_{ij} , che quantifica il contributo dissipativo associato ai gradienti di velocità [9, 21]. Per un fluido newtoniano comprimibile, tale tensore è scritto come

$$\tau_{ij} = \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (2.60)$$

dove μ è la viscosità dinamica della miscela. Questa relazione stabilisce il legame tra i gradienti di velocità e gli sforzi viscosi che, nei flussi ipersonici, contribuiscono in modo significativo alla

dissipazione dell'energia cinetica e al riscaldamento aerodinamico.

4. Conservazione dell'energia totale e flusso di calore

Il bilancio dell'energia totale della miscela viene scritto in termini di energia totale specifica e_{tot} , definita come somma dell'energia interna e di quella cinetica macroscopica, già introdotta nella chiusura termodinamica Eq.(2.31). L'entalpia totale specifica è invece Eq.(2.40)

$$h_{tot} = e_{tot} + \frac{p}{\rho}. \quad (2.61)$$

Allora l'equazione dell'energia totale assume la forma

$$\frac{\partial(\rho e_{tot})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho h_{tot} u_i) = \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{ij} u_j) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.62)$$

Il left hand side esprime il rateo di accumulo temporale e il trasporto convettivo dell'energia totale. Il flusso convettivo è scritto in modo compatto sfruttando l'entalpia totale della miscela h_{tot} , inglobando così il lavoro compiuto dalle forze di pressione. Il right hand side illustra i meccanismi di trasferimento energetico: il primo termine indica il lavoro compiuto dalle forze viscosse ($\tau_{ij} u_j$), il secondo è legato alla divergenza del flusso di calore complessivo q_i che, in un plasma termochimicamente reagente, assume la seguente forma [26]:

$$q_i = q_{tr,i} + q_{ve,i} + q_{diff,i} = -k_{tr} \frac{\partial T_{tr}}{\partial x_i} - k_{ve} \frac{\partial T_{ve}}{\partial x_i} - \sum_{s=1}^{N_s} \rho h_s \mathcal{D}_s \frac{\partial Y_s}{\partial x_i} \quad (2.63)$$

I primi due termini rappresentano la conduzione termica secondo la legge di Fourier: l'energia roto-traslazionale che fluisce lungo i gradienti di T_{tr} governata dalla conduttività termica k_{tr} , e l'energia interna lenta che fluisce lungo i gradienti di T_{ve} attraverso il coefficiente di conduttività vibrazionale k_{ve} . Compare inoltre il trasporto entalpico diffusivo ($q_{diff,i}$): sotto l'azione di forti gradienti di composizione, le specie chimiche diffondono e trasportano con sé la propria entalpia assoluta h_s comprensiva del calore di formazione introdotto nella definizione di energia totale, trasferendo ingenti quantità di calore (legate ai forti gradienti di composizione che si sviluppano nello shock layer e in prossimità della parete, solo se considerata catalitica) da una regione all'altra del campo di moto.

5. Conservazione dell'energia vibrazionale-elettronica

Nel modello a due temperature, il sistema richiede un'equazione aggiuntiva per descrivere l'evoluzione dell'energia associata ai modi vibrazionali ed elettronici, i quali non vengono assunti in equilibrio istantaneo con i modi roto-traslazionali. Assumendo sempre che $J_{s,i} \simeq -\rho \mathcal{D}_s \frac{\partial Y_s}{\partial x_i}$, la conservazione dell'energia vibrazionale-elettronica assume la seguente forma

$$\frac{\partial(\rho e_{ve})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho e_{ve} u_i) = -\frac{\partial q_{ve,i}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\sum_{s=1}^{N_m} \rho e_{ve,s} \mathcal{D}_s \frac{\partial Y_s}{\partial x_i} \right) + \dot{\omega}_{ve} \quad (2.64)$$

dove il termine N_m indica il numero di specie molecolari dotate di modi vibrazionali. Nei modelli ionizzati, eventuali contributi elettronici possono essere inclusi nella definizione complessiva di $e_{ve,s}$. Agli usuali termini di variazione temporale, diffusione conduttiva e trasporto entalpico diffusivo, si aggiunge il **termine sorgente** $\dot{\omega}_{ve}$ [$J/m^3 s$]. Questo termine ingloba due meccanismi di variazione

dell'energia vibrazionale [9, 21]:

$$\dot{\omega}_{ve} = \sum_{s=1}^{N_m} \rho_s \frac{e_{v,s}^{eq}(T_{tr}) - e_{v,s}(T_{ve})}{\tau_{v,s}} + \sum_{s=1}^{N_m} \dot{\omega}_s e_{v,s}(T_{ve}) \quad (2.65)$$

Il primo contributo rappresenta il rilassamento energetico (che avviene tramite gli urti) tra il serbatoio roto-traslazionale e quello vibrazionale, modellato dall'equazione di Landau-Teller. Questo è nullo solo quando l'energia vibrazionale locale coincide con il valore di equilibrio corrispondente alla temperatura T_{tr} . Il secondo contributo quantifica l'energia vibrazionale ed elettronica persa o guadagnata dal gas in seguito alla distruzione o creazione di specie molecolari. In questo modo, la sorgente $\dot{\omega}_{ve}$ collega la cinetica chimica finite-rate, già descritta tramite i tassi di Arrhenius, alla dinamica di non equilibrio termico. Il campo di e_{ve} , una volta risolto, consente di ricavare la temperatura vibrazionale-elettronica T_{ve}

$$e_{ve} = \sum_{s=1}^{N_s} Y_s e_{ve,s}(T_{ve}) \longrightarrow e_{ve} - \sum_{s=1}^{N_s} Y_s e_{ve,s}(T_{ve}) = 0$$

necessaria sia per il calcolo delle energie interne sia per la valutazione delle temperature di controllo delle reazioni di dissociazione e ionizzazione [9].

2.3 Modelli cinetici dell'aria: 5, 7 e 11 specie

La sezione precedente ha introdotto le equazioni di governo per una miscela reagente, specificando le relazioni termodinamiche e di trasporto necessarie per ricostruire lo stato locale del gas e i flussi dissipativi; resta però da completare un'altra parte della chiusura del modello legata alla chimica del gas. Essa infatti stabilisce quali specie chimiche vengono considerate, quali reazioni sono ammesse tra di esse e quali coefficienti devono essere utilizzati per calcolare i termini sorgente $\dot{\omega}_s$ che compaiono nelle equazioni di conservazione delle specie. L'ultima parte della chiusura fisica, legata invece alla modellazione della turbolenza e al trattamento near-wall, verrà discussa successivamente. Il superamento di specifiche soglie termiche all'interno dello strato d'urto innesca l'eccitazione vibrazionale delle molecole, seguita dalla dissociazione dell'ossigeno, da quella dell'azoto e, infine, dalla ionizzazione. Affinché il solutore CFD possa determinare in modo accurato il campo aerodinamico descritto nella Sezione 2.1 bisogna quantificare la composizione chimica locale della miscela che diventa una variabile del problema, governata dalle equazioni di trasporto e dai tassi di produzione chimica a velocità finita di Arrhenius. In altre parole, bisogna dire al solutore quali specie chimiche si stanno formando e con quali reazioni specifiche.

In base alle condizioni di volo e all'obiettivo della simulazione, la letteratura propone modelli chimici con gradi di complessità crescente. Il riferimento utilizzato in questo capitolo è il report NASA di Gupta et al. [16], il quale fornisce l'intero database di coefficienti necessari alla chiusura del sistema termofluidodinamico. Nello specifico, per un modello d'aria completo a 11 specie valido per calcoli in non-equilibrio fino a 30000 K, il database contiene:

- i coefficienti cinetici ($A_{f,r}$, $n_{f,r}$, $E_{a,f,r}$) necessari per valutare i ratei di reazione diretta $k_{f,r}$ per ciascuna reazione chimica, tramite legge di Arrhenius (Eq.(2.26)), e coefficienti polinomiali ($a_{1,r} \dots a_{6,r}$) impiegati nel calcolo della costante di equilibrio $K_{eq,r}$ (Eq.(2.13)), dalla quale il solutore ricava i ratei inversi $k_{b,r}$ (Eq.(2.27)).

- I dati termodinamici necessari per valutare le proprietà delle singole specie, in particolare le entalpie assolute h_s (Eq.(2.39)) e le entalpie di formazione $\Delta h_{f,s}^0$ utili per collegare la composizione chimica locale al bilancio dell'energia totale, tenendo conto dell'energia assorbita o rilasciata nei processi di dissociazione, ricombinazione e ionizzazione (Eq.(2.31) e Eq.(2.40)).
- I parametri di trasporto, ovvero le costanti di interpolazione A_s, B_s, C_s per la determinazione della viscosità dinamica molecolare delle singole specie μ_s (Eq.(2.50)), che alimentano le relazioni di Eucken per il calcolo delle conduttività modali delle singole specie $\kappa_{t,s}, \kappa_{r,s}, \kappa_{v,s}$ (Eq.(2.53)-(2.54)), permettendo di ricavare, tramite la regola di miscelamento di Wilke (Eq.(2.55)), le proprietà di trasporto globali della miscela μ, k_{tr}, k_{ve} , chiudendo il calcolo del tensore degli sforzi viscosi τ_{ij} e dei flussi di calore $q_{tr,i}$ e $q_{ve,i}$ (Eq. (2.60),(2.63)).

A seconda del livello di energia del flusso, è possibile estrarre da questo database i sotto-modelli troncati a 5 e 7 specie, selezionando un numero ridotto di specie e il corrispondente set di equazioni. È opportuno precisare che, per applicazioni più specifiche come l'analisi del plume propulsivo che verrà trattato nel prossimo capitolo, esistono modelli cinetici comprendenti un numero di specie maggiore, necessari per tenere conto dei prodotti di combustione del propellente e delle reazioni secondarie di afterburning con l'aria circostante.

Tornando al flusso esterno al veicolo, i tre modelli di riferimento, con complessità crescente, sono:

Modello a 5 specie (aria neutra)

Questo modello base considera l'aria come una miscela neutra composta dalle molecole biatomiche principali N_2, O_2 , dal monossido di azoto NO e dai rispettivi atomi liberi N, O . Il set include le reazioni di dissociazione del doppio legame dell'ossigeno, che avviene a temperature relativamente basse (2000 – 2500 K) e del triplo legame dell'azoto molecolare il quale richiede urti più violenti e temperature più alte (4000 K), oltre alle reazioni di scambio neutro che portano alla formazione del monossido di azoto. Di conseguenza, nelle prime fasi del riscaldamento aerodinamico, i prodotti dominanti all'interno dello strato d'urto sono proprio l'ossigeno atomico O e il monossido di azoto NO . Affinché avvenga la rottura del legame, è necessario che ci sia un *terzo corpo*, ovvero un atomo o molecola presente nel gas che, urtando, fornisce l'energia necessaria a spezzare il legame, ma senza subire essa stessa una trasformazione chimica. Questo terzo corpo non può sempre essere una qualsiasi componente della miscela: per la rottura dei legami dell' O_2 e dell' NO sì; mentre per la dissociazione dell' N_2 deve escludere l'azoto atomico N , in quanto l'efficienza di tale reazione è così elevata da dover essere modellata da un'equazione di Arrhenius a sé stante ($N_2 + N \rightleftharpoons 2N + N$). Il modello è utilizzato, con buona efficienza, nelle simulazioni CFD in cui l'aria non supera la temperatura di circa 8000 – 9000 K [1, 16].

Di seguito viene riportato il set di reazioni e i coefficienti cinetici estratti dal database di Gupta et al., Tabella 2.3, impiegati per la chiusura del termine sorgente chimico delle equazioni di Navier-Stokes. I ratei di reazione diretta seguono la legge di Arrhenius, in cui A_f è il fattore pre-esponenziale, n_f l'esponente di temperatura, $C_f = E_a/\bar{R}$ la temperatura di attivazione in Kelvin ed M un generico terzo corpo la cui efficienza collisionale varia a seconda della reazione considerata. Nello specifico $M_1 = N_2, O_2, O, NO$; $M_2 = N_2, O_2, N, O, NO$.

Tabella 2.3: Modello cinetico a 5 specie (aria neutra): reazioni fondamentali e costanti di Arrhenius per le reazioni dirette [16]

N.	Reazione	A_f [$\text{cm}^3/(\text{mol s})$]	n_f	C_f [K]
<i>Reazioni di dissociazione per impatto di particelle pesanti</i>				
R1	$N_2 + M_1 \rightleftharpoons 2N + M_1$	1.92×10^{17}	-0.50	113100
R2	$N_2 + N \rightleftharpoons 2N + N$	4.15×10^{22}	-1.50	113100
R3	$O_2 + M_2 \rightleftharpoons 2O + M_2$	3.61×10^{18}	-1.00	59400
R4	$NO + M_2 \rightleftharpoons N + O + M_2$	3.97×10^{20}	-1.50	75600
<i>Reazioni di scambio neutro</i>				
R5	$N_2 + O \rightleftharpoons NO + N$	6.75×10^{13}	0.00	37500
R6	$NO + O \rightleftharpoons O_2 + N$	3.18×10^9	1.00	19700

Modello a 7 specie (plasma debole)

Nel caso di veicoli a planata ipersonica HGV che mantengono velocità intorno a Mach 15 in alta atmosfera, le collisioni iniziano a generare le prime cariche elettriche. Il modello a 7 specie estende quello precedente introducendo lo ione NO^+ e l'elettrone libero e^- ; la scelta dell'aggiunta specifica di questo ione, deriva dal fatto che l'energia richiesta per la sua formazione ($N + O \rightleftharpoons NO^+ + e^-$) è inferiore rispetto a quella richiesta per strappare un elettrone direttamente dall'azoto e ossigeno atomici. L'aggiunta di queste specie restituisce valori diversi rispetto al modello precedente: la ionizzazione agisce come ulteriore pozzo di energia endotermico, abbassando la temperatura del gas nello shock layer e alterando i picchi di radianza che restituirebbe, in modo sovrastimato, un modello neutro a 5 specie; come si vedrà successivamente nel Capitolo 3. Il passaggio verso questo modello è quindi una scelta obbligata quando l'obiettivo dell'analisi è la valutazione dell'osservabilità multispettrale (IR e radar). Sul fronte infrarosso, il calore assorbito per generare ioni ed elettroni raffredda il gas rispetto alla previsione fornita da una miscela neutra che provocherebbe, invece, un aumento irrealistico della radianza infrarossa. Per quanto invece riguarda la valutazione della Radar Cross Section, l'adozione di questo modello chimico rappresenta una condizione strettamente necessaria: senza l'inclusione delle reazioni di ionizzazione, il solutore non potrebbe calcolare la distribuzione spaziale della densità elettronica (n_e) e la frequenza di collisione (ν_c); parametri imprescindibili in quanto costituiscono l'input per i modelli elettromagnetici a plasma freddo (modello di Drude) che, attraverso il calcolo della permittività dielettrica complessa del mezzo, permettono di studiare i fenomeni di rifrazione, attenuazione e riflessione che subiscono le onde radar quando attraversano la guaina di plasma (Capitolo 4). Di seguito viene riportata la reazione aggiuntiva al set precedente descritta in Tabella 2.4

Tabella 2.4: Modello cinetico a 7 specie (plasma debolmente ionizzato): reazione di ionizzazione aggiuntiva [16]

N.	Reazione	A_f [$\text{cm}^3/(\text{mol s})$]	n_f	C_f [K]
<i>Ionizzazione associativa</i>				
R7	$N + O \rightleftharpoons NO^+ + e^-$	9.03×10^9	0.50	32400

Modello a 11 specie (aria completamente ionizzata)

Questo è il set più completo fornito dall'autore, che estende la chimica integrando tutti gli ioni possibili: N_2^+ , O_2^+ , N^+ , O^+ . Le dinamiche collisionali non sono più dominate dalle sole collisioni tra particelle pesanti, ma anche dagli urti generati dagli elettroni liberi che, durante il fenomeno, generano un assorbimento di energia aggiuntivo, riducendo ulteriormente la radianza IR. Tuttavia, a causa dell'onerosità computazionale derivante dalla risoluzione di un sistema di reazioni così esteso, nelle applicazioni dedicate all'analisi della RCS si preferisce il modello a 7 specie. Come fatto per il modello a 7 specie, di seguito vengono riportate le reazioni aggiuntive, dove $M_3 = N_2, O_2$.

Tabella 2.5: Modello cinetico a 11 specie (aria pienamente ionizzata): reazioni aggiuntive per impatto elettronico e scambio di carica [16]

N.	Reazione	A_f [$\text{cm}^3/(\text{mol s})$]	n_f	C_f [K]
R8	$O + e^- \rightleftharpoons O^+ + e^- + e^-$	3.60×10^{31}	-2.91	158000
R9	$N + e^- \rightleftharpoons N^+ + e^- + e^-$	1.10×10^{32}	-3.14	169000
R10	$O + O \rightleftharpoons O_2^+ + e^-$	1.60×10^{17}	-0.98	80800
R11	$O + O_2^+ \rightleftharpoons O_2 + O^+$	2.92×10^{18}	-1.11	28000
R12	$N_2 + N^+ \rightleftharpoons N + N_2^+$	2.02×10^{11}	0.81	13000
R13	$N + N \rightleftharpoons N_2^+ + e^-$	1.40×10^{13}	0.00	67800
R14	$O_2 + N_2 \rightleftharpoons NO + NO^+ + e^-$	1.38×10^{20}	-1.84	141000
R15	$NO + M_3 \rightleftharpoons NO^+ + e^- + M_3$	2.20×10^{15}	-0.35	108000
R16	$O + NO^+ \rightleftharpoons NO + O^+$	3.63×10^{15}	-0.60	50800
R17	$N_2 + O^+ \rightleftharpoons O + N_2^+$	3.40×10^{19}	-2.00	23000
R18	$N + NO^+ \rightleftharpoons NO + N^+$	1.00×10^{19}	-0.93	61000
R19	$O_2 + NO^+ \rightleftharpoons NO + O_2^+$	1.80×10^{15}	0.17	33000
R20	$O + NO^+ \rightleftharpoons O_2 + N^+$	1.34×10^{13}	0.31	77270

È utile fare una precisazione: sebbene la composizione elementare di un modello a 5, 7 o 11 specie sia universalmente definita (nel caso in cui l'indagine sia limitata alla sola aria atmosferica, escludendo le miscele del plume), in letteratura esistono diversi meccanismi cinetici per descriverne l'evoluzione; oltre a quello proposto e descritto, esistono, ad esempio, anche i modelli di Park [22], e Surzhikov [27]. Tali modelli differiscono per l'insieme specifico di reazioni considerate che alla fine portano agli stessi prodotti, per le efficienze assegnate agli urti con i terzi corpi catalitici (M) e, soprattutto, per i valori delle costanti di Arrhenius, i quali vengono calibrati su diversi range di temperatura e dati sperimentali, come i test in tubo d'urto o i dati del progetto RAM-C.

2.4 Discretizzazione dei flussi alle interfacce

Affinché il sistema differenziale descritto nell'(Eq.(2.42)) possa essere risolto numericamente dal calcolatore, è necessario tradurre il modello matematico continuo in un problema discreto. Per fare ciò, i codici CFD impiegano una formulazione ai volumi finiti: il dominio viene suddiviso in un numero discreto di volumi di controllo V_i e l'evoluzione temporale del vettore delle variabili conservative U viene determinata dal bilancio tra i flussi che attraversano le facce del volume di controllo e il termine sorgente S .

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = -\frac{1}{V_i} \sum_{f \in \partial V_i} (F_{c,f} - F_{v,f}) \cdot \hat{n}_f \Delta A_f + S_i \quad (2.66)$$

dove $F_{c,f}$ e $F_{v,f}$ sono rispettivamente i flussi convettivi e diffusivi valutati sulle facce ΔA_f con vettore uscente $\hat{n}_f$ di ogni cella i – esima. Il problema numerico sta, quindi, nella valutazione dei flussi alle interfacce tra celle adiacenti, tenendo conto della diversa natura fisica che hanno.

- I **flussi diffusivi** sono governati dai meccanismi di conduzione termica di Fourier, diffusione massica di Fick e dissipazione viscosa per sforzi di taglio, presentando una natura parabolica. Il loro effetto non è associato a una direzione caratteristica privilegiata, ma dipende dai gradienti locali delle grandezze trasportate. Per questo motivo, i contributi diffusivi vengono generalmente discretizzati mediante *schemi alle differenze centrate* dei gradienti alle interfacce, del secondo ordine, a partire dai valori ricostruiti nei due centri cella adiacenti alla faccia f , ϕ_R e ϕ_L . Per la generica variabile ϕ , ad esempio T_{tr} , T_{ve} , Y_s , il gradiente normale alla faccia può essere approssimato come

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial n}\right)_f \simeq \frac{\phi_R - \phi_L}{\Delta n} \quad (2.67)$$

dove Δn è la distanza tra i due centri cella. Il relativo flusso si ottiene moltiplicando questo gradiente per il corrispondente coefficiente di trasporto k_{tr} , k_{ve} , ρD_f .

- Al contrario, i **flussi convettivi** obbediscono a leggi di conservazione di natura iperbolica; vale a dire che il trasporto dell'informazione fluidodinamica viaggia lungo direzioni preferenziali (onde caratteristiche) e a velocità ben definite ($(u - a)$, u , $(u + a)$). Impiegare uno schema centrato per il trasporto inviscido significherebbe ammettere che un segnale possa influenzare regioni di fluido che non è ancora fisicamente riuscito a raggiungere, innescando instabilità numeriche. Per rispettare il dominio di dipendenza delimitato dalle onde caratteristiche su cui viaggia la perturbazione, i solutori adottano **schemi di tipo upwind**, i quali determinano il flusso all'interfaccia estraendo le informazioni dalla direzione di effettiva provenienza del segnale. Una delle formulazioni più utilizzate per la valutazione dei flussi convettivi in regime ipersonico è lo schema *HLLC* (Harten-Lax-van Leer-Contact), un Riemann solver approssimato che approssima la struttura d'onda locale del problema di Riemann mediante tre onde: un'onda di sinistra S_L , un'onda di destra S_R e una superficie di contatto centrale S_M [9]. Il flusso numerico all'interfaccia assume la forma:

$$F_f = \begin{cases} F_L, & S_L > 0 \\ F_L^*, & S_L \leq 0 < S_M \\ F_R^*, & S_M \leq 0 \leq S_R \\ F_R, & S_R < 0 \end{cases} \quad (2.68)$$

da cui si comprende la logica upwind dello schema: se le onde propagano verso destra, il flusso è determinato dallo stato della cella di sinistra e viceversa; nei casi intermedi, il flusso viene valutato attraverso gli stati, appunto, intermedi delimitati dall'onda di contatto e dall'onda esterna a seconda di dove l'interfaccia si trovi.

Un altro schema upwind è il solver approssimato di Roe anche detto Flux-Difference Splitting, il quale valuta il flusso convettivo come media tra i flussi di sinistra e destra, più un termine stabilizzante detto viscosità numerica che pesa i flussi delle celle adiacenti [10]. Infine si citano gli schemi AUSM che invece separano il contributo convettivo, legato al numero di Mach, dal contributo di pressione [6]. Se questi schemi venissero utilizzati al primo ordine, i gradienti verrebbero smorzati eccessivamente e l'urto verrebbe diffuso su troppe celle; per questo motivo gli schemi upwind vengono spesso combinati con ricostruzioni spaziali di ordine superiore e limitatori sulla variazione totale della soluzione.

2.5 Topologia della griglia

Il ponte tra le equazioni di governo e la loro risoluzione numerica è rappresentato dalla discretizzazione del dominio fluido in un insieme finito di volumi di controllo (*mesh*), attraverso cui le grandezze fisiche vengono integrate e trasferite tra celle adiacenti. Nei flussi ipersonici il campo di moto è caratterizzato da gradienti estremi concentrati in regioni sottilissime, come le onde d'urto, lo shock layer e lo strato limite; di conseguenza, una topologia di griglia non adeguatamente distribuita o non sufficientemente raffinata può introdurre diffusione numerica che si traduce in un'errata previsione della posizione dell'urto e della stima del flusso termico scambiato con il veicolo.

Per questi motivi, la costruzione della mesh rappresenta non solo il passaggio più delicato, ma quello più dispendioso, a livello temporale, dell'intera simulazione.

Una prima distinzione riguarda l'approccio strutturato rispetto a quello non strutturato. La mesh strutturata è caratterizzata da una connettività regolare: le celle possono essere ordinate secondo una logica indicizzata (i, j, k) ; organizzazione che rende semplice il controllo della distribuzione delle stesse, e consente di allineare la griglia alle direzioni principali del flusso. Per geometrie relativamente semplici come coni, configurazioni assialsimmetriche e capsule di rientro smussate, questa proprietà rappresenta un grosso vantaggio perché consente di generare celle ordinate nello shock layer e fortemente anisotrope in prossimità della parete.

In questo contesto, si inseriscono due codici di riferimento della letteratura aerotermodinamica ipersonica: LAURA, acronimo di *Langley Aerothermodynamic Upwind Relaxation Algorithm*, è un codice NASA per la simulazione di flussi ipersonici in equilibrio e non equilibrio termochimico su griglie strutturate [21]; mentre DPLR (*Data-Parallel Line Relaxation*) è anch'esso per griglie strutturate ma progettato per sfruttare il calcolo parallelo e migliorare la convergenza su celle ad alto aspect ratio tipiche degli strati limite viscosi [28]. Il vantaggio principale di questi approcci è il controllo della risoluzione nella direzione normale alla parete e la possibilità di allineare la mesh alla bow shock, riducendo la diffusione numerica nella regione più critica del campo di moto. Tuttavia, lo stesso controllo topologico che rende le griglie strutturate accurate su geometrie semplici, può diventare un limite quando la configurazione cresce in complessità e diventa tridimensionale.

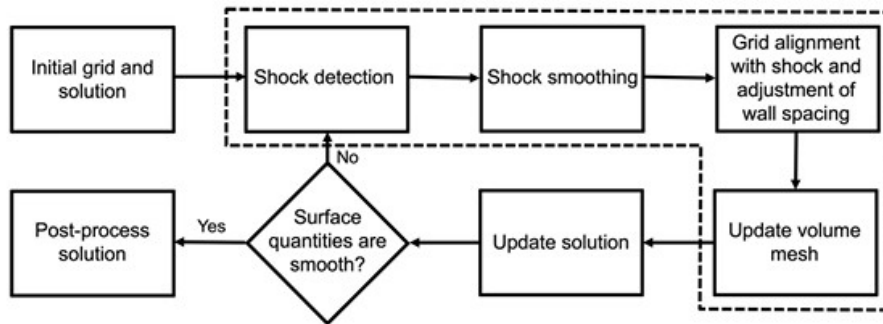


Figura 2.3: Workflow per griglie strutturate in simulazioni ipersoniche [29]

La Figura 2.3 mostra la logica del procedimento della costruzione della griglia strutturata: dopo una prima soluzione CFD che identifica la bow shock, la griglia viene allineata ad essa per mantenere la connettività ordinata dalla superficie all'onda d'urto, regolarizzata e utilizzata per riallineare il volume di calcolo, in modo che coincida col bordo esterno. Nel caso di DPLR, tutte queste operazioni (individuazione dell'urto, smoothing, allineamento e ricostruzione) sono gestite da una procedura interna al codice, la quale corregge anche la spaziatura a parete imponendo un numero di

Reynolds di cella $Re_c < 5$ sull'intera superficie del corpo. Sebbene questa procedura garantisca un elevato controllo della discretizzazione, Tang osserva che essa è vincolata a una specifica topologia: un "singolo strato" normale al corpo si estende dalla parete fino al bordo esterno del dominio. Questa limitazione diventa restrittiva per configurazioni tridimensionali complesse che presentano superfici accordate, spigoli, concavità (dove si avrebbe la collisione delle linee una volta estruse), inficiando la praticità del metodo [29].

Questo problema è collegato anche alla necessità di usare celle molto anisotrope vicino alla parete in modo da catturare lo strato limite. Wright, Candler e Bose [28] mostrano che, in un caso test a Mach 15 su un corpo blunt cylinder-wedge, l'aumento del numero di Reynolds da $3 \cdot 10^4$ a $3 \cdot 10^8$ richiede un incremento molto forte dell'aspect ratio delle celle per mantenere $y^+ \simeq 1$. Il contributo del metodo DPLR è proprio quello di mantenere buone proprietà di convergenza anche su griglie con celle estremamente allungate nella direzione tangenziale e molto sottili nella direzione normale alla parete: nel confronto riportato dagli autori, questo metodo raggiunge la convergenza in tempi molto inferiori rispetto ai metodi precedenti, e soprattutto non mostra il degrado di convergenza che questi ultimi subiscono all'aumentare dell'aspect ratio della griglia.

Per superare il vincolo topologico imposto dalle mesh strutturate, Tang considera anche un workflow non strutturato/ibrido su solutore US3D. In questo caso le celle non devono seguire una connettività globale regolare e possono essere tetraedriche, prismatiche, piramidali, poliedriche o combinazioni ibride di queste forme. Il vantaggio principale è la flessibilità geometrica: in presenza di superfici complesse, mal gestite da una mesh strutturata, una griglia non strutturata consente di discretizzare il dominio con tempi inferiori rispetto a una multi-blocco strutturata.

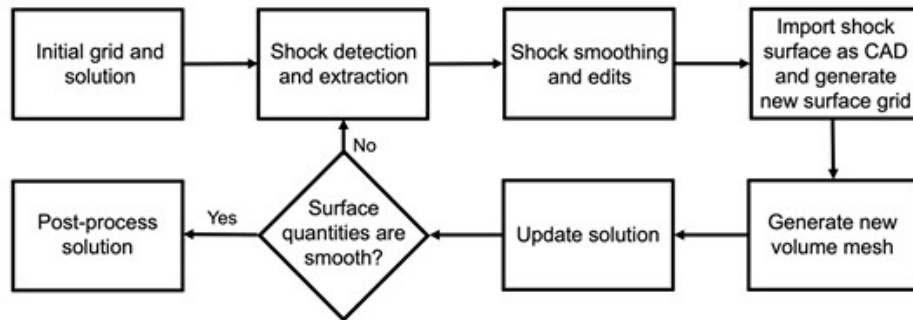


Figura 2.4: Workflow per griglie non strutturate con estrazione e smoothing della superficie d'urto[29]

Nel workflow non strutturato proposto da Tang, mostrato in Figura 2.4, si parte da una mesh iniziale ibrida generata tramite l'algoritmo T-Rex, il quale estrude strati anisotropi dalla superficie del veicolo per risolvere lo strato limite; se durante l'estrusione si rischiano collisioni o celle di qualità insufficiente, il processo si arresta localmente e il volume rimanente viene riempito con elementi isotropi. Dopo una prima soluzione US3D, la bow shock viene individuata estraendo una iso-superficie del numero di Mach, in genere pari al 90–95% del valore di corrente libera (Figura 2.5); tale superficie viene poi regolarizzata e usata come nuovo bordo esterno per rigenerare il volume di calcolo. La differenza rispetto al workflow strutturato non è quindi l'uso della bow shock come riferimento, che avviene in entrambi i casi, bensì il fatto che nel caso non strutturato/ibrido la superficie d'urto estratta dalla soluzione preliminare viene usata per rigenerare una nuova mesh, senza imporre una connettività globale regolare e donando più libertà all'utente nella sua costruzione [29].

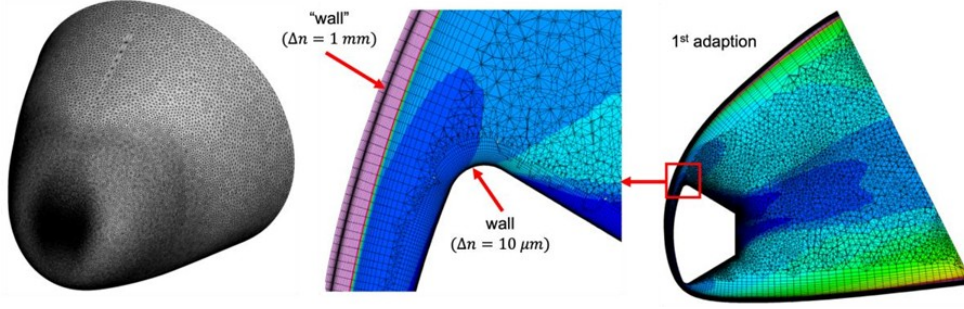


Figura 2.5: Nuova superficie esterna, mesh volumetrica e dettaglio della regione tra bow shock e parete nel workflow non strutturato [29]

Tang verifica questa procedura su due configurazioni di complessità diversa. Nel caso della capsula Orion liscia, simulata in regime laminare a $M_\infty = 20$ e $\alpha = 18^\circ$, la soluzione iniziale US3D ottenuta su mesh non strutturata presenta oscillazioni evidenti nel flusso termico superficiale, proprio perché la griglia iniziale non è ancora ben allineata all'urto; dopo due cicli di adattamento, però, la mesh passa da circa 10.5 a 15 milioni di punti e la previsione del wall heat flux diventa confrontabile con quella ottenuta tramite DPLR su griglia strutturata, con un picco circa il 4% superiore. Il risultato mostra che il problema non è quindi la natura non strutturata della griglia in sé, ma la qualità con cui essa riesce a catturare lo shock layer.

Il vantaggio del workflow non strutturato diventa ancora più evidente sul modello dello Space Shuttle, simulato a $M_\infty = 17.9$ e $\alpha = 40^\circ$: in questo caso la generazione di una griglia strutturata richiede un lavoro molto più oneroso, mentre il workflow non strutturato permette di costruire una mesh ibrida di circa 18 milioni di punti in tempi molto più ridotti. Nonostante la differenza di topologia, il confronto lungo la centerline mostra un accordo molto buono: la soluzione US3D predice un picco di flusso termico circa il 2% inferiore rispetto a DPLR. Anche in questo caso, però, l'accordo si ottiene solo dopo aver applicato procedure di adattamento e allineamento all'urto [29]. Il messaggio principale del lavoro finora discusso, non è che la mesh non strutturata sia di base sempre superiore a quella strutturata visti i tempi ridotti di generazione e i risultati pressoché simili, ma che essa può diventare competitiva nelle simulazioni ipersoniche su geometrie complesse, solo se viene costruita con criteri tipici delle griglie strutturate. In particolare, lo *shock-alignment* serve a ridurre il rumore numerico generato dall'attraversamento dell'urto e a impedire che le oscillazioni propaghino fino alla parete, dove altererebbero pressione, temperatura e flusso termico. Questo punto è centrale per la presente tesi, perché il wall heat flux e la temperatura superficiale sono proprio le grandezze da cui dipende una parte importante della firma infrarossa.

A supporto di ciò, si cita anche l'indagine condotta da Candler et al. [30], i quali analizzano in modo specifico il ruolo della griglia nella previsione di pressione e temperatura a parete. L'indagine rivela esattamente ciò che è stato osservato da Tang: la generazione degli errori nei solutori non strutturati non risiede principalmente nella natura geometrica dell'elemento in sé, quanto piuttosto nel disallineamento tra le facce delle celle e il gradiente direzionale imposto dall'onda d'urto. Infatti, quando il fronte d'urto attraversa elementi le cui facce non assecondano la direzionalità del flusso, la discretizzazione innesca velocità spurie trasversali e un'eccessiva diffusione numerica. Queste perturbazioni, viaggiando attraverso lo shock layer, non solo inquinano i gradienti nello strato limite, ma rischiano di innescare instabilità spaziali, come il noto difetto del *Carbuncle*, un'anomalia non fisica che deforma la curvatura dell'urto in prossimità della linea di ristagno, compromettendo la stima del flusso termico. La conclusione è che l'allineamento della griglia rispetto al campo di moto è un requisito fondamentale per la corretta previsione del campo termodinamico.

Lo shock alignment e la rigenerazione di volume costituiscono forme di *Adaptive Mesh Refinement* (AMR): una procedura adottata per concentrare le risorse di calcolo unicamente dove la soluzione lo richiede. Nei flussi ipersonici, infatti, la posizione esatta dell'urto, la sua curvatura, l'estensione dello shock layer e le eventuali regioni di separazione non sono note a priori. Tuttavia, raffinare uniformemente tutto il dominio porterebbe a un aumento eccessivo del numero di celle senza garantire necessariamente un miglioramento proporzionale delle grandezze di interesse; l'AMR, invece, permette di concentrare la risoluzione nelle zone in cui determinati sensori numerici rilevano forti gradienti.

A differenza del lavoro di Tang dove l'adattamento è guidato dallo shock-tracking, nel lavoro di Carias e Prince [31], dedicato alla simulazione di coni appuntiti e smussati in regime ipersonico, l'AMR viene implementato su STAR-CCM+ utilizzando come criterio il gradiente di pressione: se la variazione di pressione attraverso le facce di un volume di controllo supera una soglia assegnata, la cella viene raffinata; viceversa, se la variazione scende sotto una soglia inferiore, la cella può essere soggetta a coarsening. In questo modo, la griglia si infittisce nelle regioni in cui compaiono onde d'urto, espansioni e strutture vorticosi, mentre il flusso indisturbato resta discretizzato con una risoluzione più bassa.

Nel caso dei coni smussati, questa scelta è particolarmente significativa: la presenza del muso arrotondato genera una bow shock staccata e uno shock layer più esteso rispetto al caso di cono appuntito. Proprio in questa regione, la soluzione presenta gradienti intensi di pressione, temperatura e densità; per questo motivo un sensore basato sul gradiente di pressione è la scelta più adatta, perché tende naturalmente a raffinare il fronte d'urto e l'area compresa tra urto e parete come mostrato in Figura 2.6.

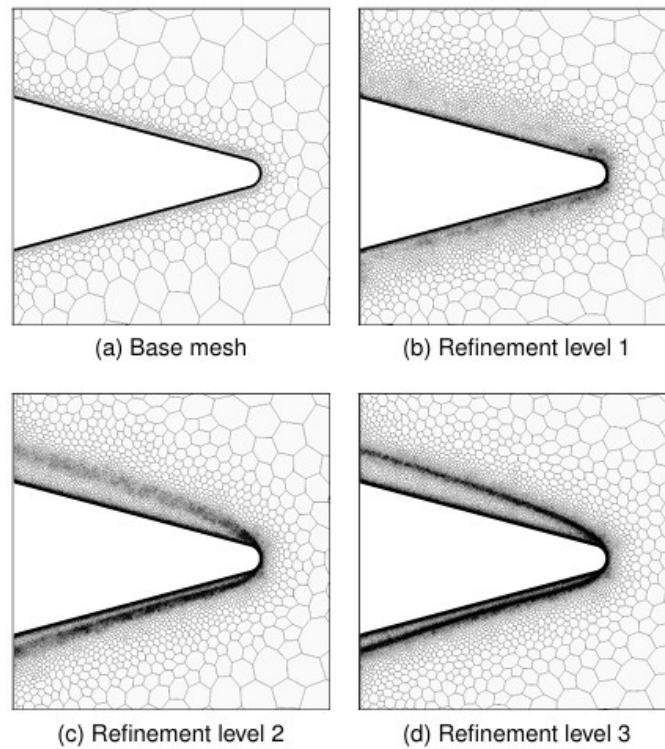


Figura 2.6: Raffinamento adattivo basato sul gradiente di pressione per un cono smussato a Mach 7.4 e angolo d'attacco di 5° [31]

Questo metodo collega direttamente il lavoro di Carias e Prince alle osservazioni di Candler: affinché la qualità della soluzione a parete non risulti influenzata da come l'urto viene attraversato

numericamente, è opportuno raffinare proprio l'urto. Lo studio sui coni offre anche un esempio utile di scelta differenziata della topologia in funzione della geometria. Per il cono appuntito (sharp cone), vista la geometria semplice e la presenza di un urto attaccato, risulta conveniente l'impiego di una griglia strutturata. Questa scelta permette di mantenere una disposizione ordinata delle celle e un buon controllo dell'allineamento rispetto al flusso, come mostrato in Figura 2.7.

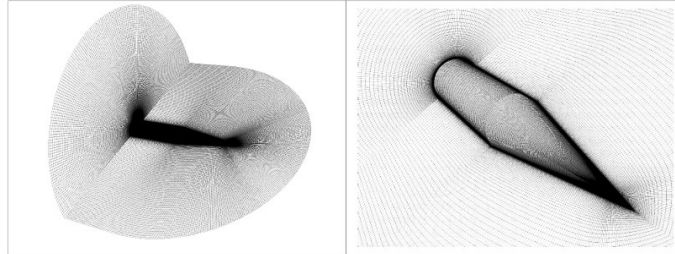


Figura 2.7: Mesh strutturata generata per il caso di cono appuntito [31]

Per i coni smussati (blunted cone), invece, si predilige una configurazione non strutturata come mostrato in Figura 2.8.

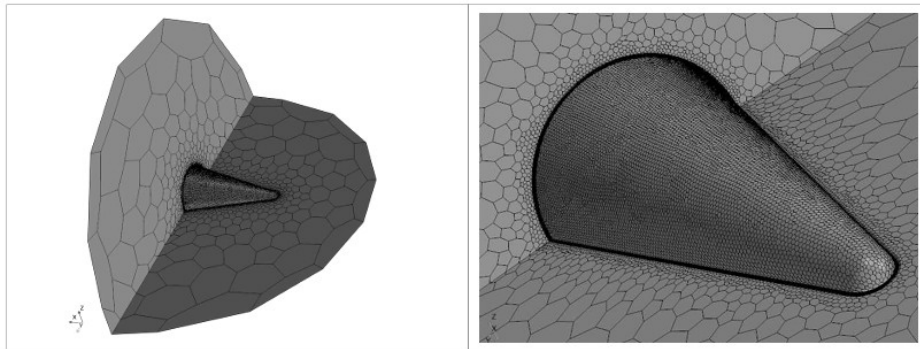


Figura 2.8: Mesh ibrida non strutturata con celle poliedriche per coni smussati [31]

La mesh è globalmente non strutturata, ma mantiene una regione ordinata e raffinata in prossimità della parete attraverso strati prismatici, necessari per risolvere lo strato viscoso. Tali celle incrementano l'efficienza di calcolo richiedendo un numero di elementi circa 5 volte inferiore rispetto alla base tetraedrica originaria, pur non privando lo strato limite della necessaria risoluzione garantita dai prismi.

Accanto alla scelta della topologia e alle tecniche di adattamento locale, resta indispensabile verificare che la soluzione non dipenda in modo eccessivo dalla dimensione della griglia; infatti, una mesh può essere ben costruita, allineata all'urto e raffinata nelle regioni più sensibili, ma produrre comunque risultati non ancora indipendenti dalla discretizzazione spaziale. Per questo motivo, a valle della generazione della griglia, è necessario condurre uno *studio di convergenza* per stimare l'incertezza fisica su più mesh progressivamente raffinate [32]. L'idea di base è semplice: se il passaggio da una griglia media a una fine modifica ancora in modo rilevante le grandezze confrontate, come velocità, temperatura, pressione, densità, allora il risultato non può essere considerato indipendente dalla mesh e bisogna procedere a raffinarla ulteriormente.

Esiste però un confine sottile tra raffinamento utile e raffinamento eccessivo. Se, da un lato, celle molto piccole sono necessarie vicino alla parete per risolvere lo strato limite e stimare correttamente il flusso termico; dall'altro, e soprattutto ad alta quota, il libero cammino medio molecolare può diventare non trascurabile rispetto alla dimensione locale della cella. Si introduce allora il numero

di Knudsen di cella, definito come $Kn_c = \frac{\lambda}{\Delta x}$ con Δx la dimensione della cella, λ il libero cammino medio molecolare (lcm), distanza media percorsa da una molecola prima di scontrarsi con un'altra. L'ipotesi del continuo, sulla quale si basano le equazioni di N-S, presuppone che il volume di controllo contenga un numero di molecole tale da garantire un lcm trascurabile rispetto alle dimensioni della cella ($Kn_c < 10^{-3}$), condizione non più soddisfatta alle alte quote dove la densità è bassissima e λ diventa grande millimetri portando a un $Kn_c > 1$ se non si controlla adeguatamente l'infittimento della griglia [28].

In conclusione, la scelta tra mesh strutturata, non strutturata o ibrida definisce lo scheletro dell'impostazione fluidodinamica ma non ha una risposta unica: le griglie strutturate offrono controllo, allineamento e robustezza numerica, ma diventano onerose su geometrie complesse; le non strutturate e ibride riducono il costo di generazione e aumentano la flessibilità, ma richiedono particolare attenzione allo shock-alignment, alla strategia di adattamento, alla spaziatura di parete, alla qualità delle celle. Tuttavia, nei lavori discussi nel Capitolo 3, la preferenza cade sempre su mesh strutturate o multi-blocco esaedriche vista la semplicità delle geometrie analizzate e il fatto che esse riducono i valori dei parametri come la skewness, la non-ortogonalità e la diffusione numerica, influenzando meno la soluzione. Inoltre, la radianza IR dipende dalla temperatura superficiale e dallo stato termochimico dei gas caldi nello shock layer, in questo contesto una griglia strutturata consente un controllo più diretto sulla crescita delle celle e sull'allineamento nella regione compresa tra bow-shock e superficie del corpo. In qualsiasi caso, l'accuratezza della simulazione è vincolata alla risoluzione della regione adiacente alla parete. Per questo motivo, il passo successivo consiste nella valutazione della prima altezza di cella a parete, parametro da cui dipendono la corretta risoluzione dello strato limite, il valore di y^+ e la scelta del trattamento near-wall associato al modello di turbolenza.

2.6 Risoluzione a parete e modellazione della turbolenza

La corretta risoluzione del campo di moto in prossimità delle superfici solide e la predizione dei carichi termici dipendono dalla descrizione della regione adiacente alla parete.

In un flusso viscoso, la condizione di non slittamento (*no-slip condition*) impone che la velocità del fluido sia nulla alla parete e cresca progressivamente fino al valore del flusso esterno: questa regione sottile in cui gli effetti viscosi dominano la fluidodinamica è definita da Ludwig Prandtl nel 1904 come strato limite (*boundary layer*). In regime ipersonico, questo assume un ruolo particolarmente rilevante, poiché l'elevata energia cinetica del flusso e la forte dissipazione viscosa generano significativi incrementi di temperatura, dai quali dipende la stima del flusso termico e il dimensionamento del sistema di protezione termica del veicolo [1].

In regime turbolento, la regione prossima alla parete presenta una struttura stratificata, classificabile in base alla distanza adimensionale dalla parete y^+ , definita come

$$y^+ = \frac{y \sqrt{\tau_w / \rho_w}}{\nu_w}$$

dove y è la distanza del primo punto di calcolo dalla parete, $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho_w}$ è la velocità di attrito, τ_w è lo sforzo di taglio a parete, ρ_w la densità locale a parete e ν_w la viscosità cinematica valutata in prossimità della parete. Nello specifico, lo strato limite turbolento si divide in tre sottostrati principali illustrati in Figura 2.9 [3]:

- **Sottostrato viscoso** (*viscous sublayer*, per $y^+ \lesssim 5$): è la regione immediatamente a contatto con la parete, dominata dagli sforzi di taglio laminari $\tau_{visc} = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ e dal forte smorzamento viscoso delle fluttuazioni turbolente. Qui il profilo di velocità risulta quasi lineare in coordinate di parete.
- **Strato di transizione** (*buffer layer*, per $5 \lesssim y^+ \lesssim 30$): è una regione di forte miscelazione dove coesistono gli effetti viscosi e un'intensa produzione di energia cinetica turbolenta, questa natura mista ne rende delicata la descrizione numerica.
- **Regione logaritmica** (*log-law region* o *fully turbulent region*, per $30 \lesssim y^+ \lesssim 60$): è la zona governata dalla legge della parete, dove gli sforzi di Reynolds ($\tau_{Re} = -\rho \overline{u'v'}$) dominano quasi interamente il trasporto della quantità di moto. Qui il profilo medio di velocità può essere approssimato mediante la legge logaritmica della parete.

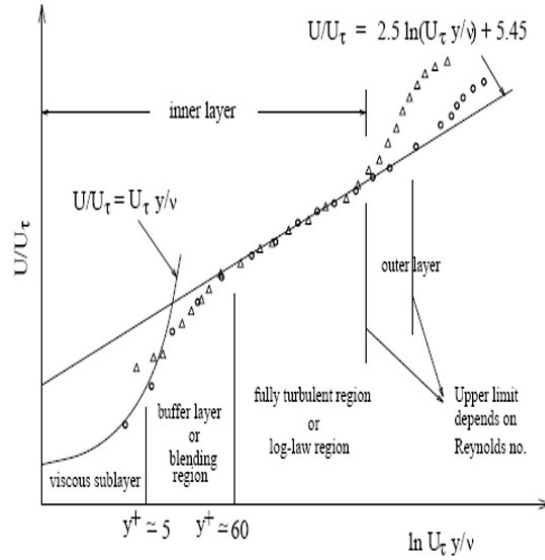


Figura 2.9: Suddivisione regione near-wall [3]

Nella pratica CFD applicata a flussi incompressibili o a basso numero di Mach, è frequente evitare la risoluzione numerica del sottostrato viscoso per risparmiare risorse computazionali. Tale approccio prevede il posizionamento del primo nodo della griglia nella regione logaritmica ($y^+ \approx 30$) e l'utilizzo delle **wall functions**, formule semi-empiriche utilizzate per raccordare le variabili di soluzione dal flusso turbolento esterno direttamente alla parete, senza considerare di fatto il sottostrato viscoso. Tuttavia, in aerodinamica ipersonica, questo approccio è inaccettabile in quanto si basa su ipotesi di strato limite incompressibile a proprietà costanti che perdono di validità in presenza dei forti gradienti e delle reazioni chimiche presenti. Per ottenere previsioni affidabili dei flussi di calore, diventa quindi obbligatorio risolvere le equazioni di Navier-Stokes fino alla parete, ovvero utilizzare un approccio **near-wall modeling** che richiede il posizionamento della prima cella ad una distanza tale per cui la distanza dal suo centroide alla parete restituisca un valore di $y^+ \simeq 1$. Inoltre, è sconsigliato mettere nodi all'interno della regione intermedia del buffer layer, in quanto né le wall functions né la near-wall modeling riescono a catturare le fluttuazioni aleatorie caratteristiche di questa zona.

2.6.1 Valutazione della prima altezza a parete (first cell height)

L'utilizzo di un approccio near-wall modeling si traduce nel dover conoscere a priori lo sforzo di taglio a parete τ_w , un dato estraibile a simulazione fluidodinamica ormai conclusa. Diventa perciò necessario ricorrere a metodologie analitiche o empiriche per stimare l'altezza della prima cella in fase di pre-processing. Vengono di seguito analizzati i 3 metodi principali.

Teoria della lastra piana

È una strategia che si fonda sull'utilizzo delle correlazioni semi-empiriche sviluppate per lo strato limite turbolento su una lastra piana [31], ipotizzando che lo sviluppo dello sforzo di taglio su un veicolo segua l'andamento di quello su un corpo indeformato, permettendo di esplicitare τ_w attraverso il coefficiente di attrito C_f . Per applicare il metodo bisogna calcolare il numero di Reynolds basato sulla lunghezza del corpo in esame $Re_L = \frac{\rho_\infty V_\infty L}{\mu_\infty}$, conoscendo quindi le condizioni della corrente indisturbata, e stimare il coefficiente di attrito tramite, ad esempio, la correlazione di Schlichting $C_f \approx 0.0592 Re_L^{-1/5}$ [33].

Si calcolano quindi lo sforzo di taglio e la velocità di attrito

$$\tau_w = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 C_f \quad \Rightarrow \quad u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_w}} \approx \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_\infty}}$$

Infine, invertendo la formula del y^+ , si ottiene la prima altezza di cella

$$\Delta y = \frac{y^+ \mu_\infty}{\rho_\infty u_\tau}$$

Il metodo è di semplice implementazione ma idoneo per geometrie "pulite", corpi appuntiti (sharp cones) e in assenza di forti gradienti di pressione, in modo da non avere deviazioni dalla teoria ideale della lastra piana. Carias e Prince [31] hanno ottenuto stime del coefficiente di pressione con uno scarto di appena il 5.75% rispetto ai dati sperimentali su un cono sharp a Mach 7.9 a zero gradi di incidenza.

Metodo del numero di Reynolds di cella (Re_{cell})

Per flussi termochimicamente complessi, la stima basata sulla teoria della lastra piana risulterebbe inappropriata a causa dell'imprevedibilità del campo locale. Un criterio alternativo consiste nel dimensionare la prima spaziatura normale alla parete attraverso il numero di Reynolds di cella, definito a partire dalle condizioni di corrente indisturbata [10], svincolando la creazione della griglia dalla complessa termodinamica locale e dalle variabili ignote (sforzo di taglio)

$$Re_{cell} = \frac{\rho_\infty V_\infty \Delta y}{\mu_\infty} \longrightarrow \Delta y = \frac{\mu_\infty}{\rho_\infty V_\infty} Re_{cell} \quad (2.69)$$

Per ottenere simulazioni accurate, gli sviluppatori di codici avanzati come US3D suggeriscono di dimensionare la spaziatura in modo da garantire un $Re_{cell} < 5$ se non dell'ordine $\mathcal{O}(1)$ [9]. Il pregio di questo metodo è la robustezza e l'indipendenza fenomenologica dello shock layer, tanto da garantire un near-wall modeling adeguato persino per plasmi reagenti. Tuttavia, ricavando celle dell'ordine del micron, si possono avere aspect ratio elevati (anche superiori all'ordine di $10^4 : 1$) rendendo la griglia fortemente anisotropa, che possono richiedere solutori impliciti per mantenere la stabilità numerica e buone proprietà di convergenza [28].

Studio parametrico predittivo

Il terzo approccio si discosta dalle formulazioni empiriche o adimensionali, basandosi su uno studio parametrico computazionale condotto da Siddiqui et al. [34]. Gli autori propongono questo metodo per ovviare all'onerosità computazionale che deriverebbe dal dover simulare griglie progressivamente raffinate procedendo per tentativi (trial-and-error). Al fine di quantificare la dipendenza della risoluzione di parete dalle condizioni di volo, gli autori ricavano le spazature necessarie a valle di numerose simulazioni condotte mediante le equazioni TLNS (Thin-Layer Navier-Stokes) che si fondano sull'ipotesi che, per flussi ad alto numero di Reynolds confinati da pareti, i gradienti delle variabili di flusso e degli sforzi viscosi valutati nella direzione parallela alla superficie (streamwise) siano trascurabili rispetto a quelli presenti nella direzione normale alla parete. Questo permette di eliminare i termini di diffusione longitudinale nel tensore degli sforzi e nel vettore del flusso di calore, semplificando la modellazione fisica.

Lo studio parametrico prevede la conoscenza a priori dei numeri adimensionali asintotici del campo di moto: numero di Mach e numero di Reynolds. Attraverso un adattamento di curva (curve-fit), gli autori hanno fornito la seguente espressione che lega la spaziatura del primo punto di griglia all'interno della regione di ristagno alle condizioni di volo:

$$FGP = C_1 \times 10^{C_2 M_\infty} \quad (2.70)$$

dove i coefficienti polinomiali dipendono esclusivamente dal Re_∞

$$C_1 = 1.4822 \times 10^{-4} - 2.1485 \times 10^{-11} Re_\infty + 9.1046 \times 10^{-19} Re_\infty^2 \quad (2.71)$$

$$C_2 = -0.2430 + 2.1246 \times 10^{-8} Re_\infty - 1.0012 \times 10^{-15} Re_\infty^2 \quad (2.72)$$

L'affidabilità di questa espressione è tuttavia limitata all'interno del suo limite di validità per cui è stata costruita: geometrie tozze a numeri di $M_\infty \in [4, 15]$ e numeri di $Re \in [3 \cdot 10^6, 25 \cdot 10^6]$. Gli autori affermano di aver generato flussi termici di ristagno (q_{gw}) distanti solo il 5% dal valore teorico esatto calcolato tramite l'equazione analitica di Fay e Riddell.

2.6.2 Modellazione della turbolenza

L'adozione di un approccio di *near-wall modeling* è legata anche alla scelta del modello di turbolenza. A differenza delle simulazioni DNS, che risolvono direttamente tutte le scale turbolente, o delle LES, che risolvono le strutture più grandi modellando quelle di scala inferiore, l'approccio RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) filtra l'intero spettro delle fluttuazioni trascurando la risoluzione delle singole strutture vorticosi e quindi la fenomenologia caotica del flusso. Risulta quindi fondamentale compensare questa perdita di dettaglio fisico che viene modellata unicamente tramite l'introduzione della *eddy viscosity*, implementando un modello di turbolenza affidabile unito a un'altissima risoluzione spaziale a parete, in modo da catturare l'effetto macroscopico medio che tali fluttuazioni imprime sui gradienti all'interno del sottostrato viscoso.

Nelle equazioni RANS le variabili di flusso istantanee vengono scomposte in una componente media (sull'insieme o nel tempo) e una fluttuante [17]. Per le componenti di velocità si ha

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (2.73)$$

dove $\bar{u}_i$ e u'_i sono rispettivamente la componente media e la componente fluttuante della velocità ($i = 1, 2, 3$). Analogamente per le grandezze scalari

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (2.74)$$

dove ϕ rappresenta uno scalare come la pressione, l'energia o una grandezza legata alla composizione chimica. La sostituzione di queste espressioni per le variabili di flusso all'interno delle equazioni originarie, introduce dei termini aggiuntivi che rappresentano il trasporto di quantità di moto dovuto alle fluttuazioni turbolente: *gli sforzi di Reynolds* ($-\overline{\rho u'_i u'_j}$), incognite che devono essere opportunamente modellate.

Si pensi all'energia cinetica turbolenta k come al serbatoio dell'energia totale di tutte le fluttuazioni caotiche nelle 3 direzioni spaziali (u', v', w'), in questo senso, lo sforzo di taglio di Reynolds rappresenta l'efficienza con cui questi vortici riescono a mescolare il fluido, ovvero a trasportare le particelle veloci verso il basso e le particelle lente verso l'alto. Per chiudere matematicamente il sistema delle RANS, l'approccio computazionale più diffuso si basa sull'**ipotesi di Boussinesq**: collegare gli sforzi viscosi incogniti di Reynolds ai gradienti di velocità media mediante l'introduzione di una viscosità fittizia, la *viscosità turbolenta* o *eddy viscosity* μ_t che non è una proprietà molecolare del fluido, ma una grandezza modellistica introdotta proprio per rappresentare l'effetto medio del mescolamento turbolento sul trasporto di quantità di moto, modellata in forma analoga a quella degli sforzi viscosi molecolari:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (2.75)$$

In altre parole, è come se lo sforzo viscoso τ totale venisse visto come somma di due contributi modellati in maniera simile: una parte legata alla viscosità molecolare, una parte legata alla viscosità turbolenta (gli sforzi di Reynolds) incognita e calcolata da un modello di turbolenza.

Il vantaggio di questo approccio risiede nel costo computazionale contenuto poiché la determinazione della μ_t richiede la risoluzione di una o due equazioni di trasporto addizionali (rispettivamente nel caso del modello Spalart-Allmaras e $k - \epsilon$ o $k - \omega$ che verranno introdotti di seguito). Tuttavia, per via della linearità presentata nell'ipotesi tra sforzi di taglio e gradienti di velocità medi, in presenza di forti gradienti di velocità, come nelle onde d'urto o in caso di distacco del flusso, lo sforzo di taglio calcolato esploderebbe, portando a una sovrastima dell'attrito a parete. Pertanto, è consigliabile l'impiego di modelli che includano il limitatore di Bradshaw, il quale impedisce alla eddy viscosity di crescere indefinitamente, prevedendo un valore massimo per lo sforzo di taglio pari a circa il 31% dell'energia cinetica turbolenta disponibile, $\tau = \rho \cdot 0.31 \cdot k$ [4]. Tale aspetto verrà ripreso nella descrizione del modello SST, dove la viscosità turbolenta viene limitata attraverso una specifica funzione di blending.

L'alternativa è rappresentata dal *Reynolds Stress Model (RSM)*, un modello molto più complesso che, eliminando l'ipotesi di isotropia della viscosità turbolenta (assunta quindi come variabile scalare), introduce 5 equazioni differenziali nel 2D e 7 nel 3D provenienti dal dover valutare tutte le componenti del tensore simmetrico degli sforzi ($\overline{u'u'}, \overline{u'v'} = \overline{v'u'}, \overline{u'w'} = \overline{w'u'}, \overline{v'v'}, \overline{v'w'} = \overline{w'v'}, \overline{w'w'}$) più un'equazione per la scala temporale/spaziale della turbolenza (ϵ o ω). Nonostante sia molto più accurato, l'adozione di questo secondo modello risulterebbe insostenibile in termini di costi computazionali per simulazioni di geometrie complesse e presenza di gas chimicamente reagenti. La modellazione numerica si affida quindi alle chiusure basate sull'ipotesi di Boussinesq. La differenza tra le varie formulazioni risiede nel numero di equazioni aggiuntive impiegate per ricavare

la viscosità turbolenta μ_t .

Il modello Spalart-Allmaras (S-A)

Il modello Spalart-Allmaras è un modello di turbolenza che impiega una singola equazione differenziale di trasporto per determinare la viscosità cinematica turbolenta (*kinematic eddy viscosity* $\tilde{\nu}$), dalla quale si ricava la viscosità dinamica turbolenta. Non risolve direttamente né l'energia cinetica turbolenta k , né una scala di dissipazione ϵ o ω , ma costruisce una variabile modificata che rappresenta l'effetto medio della turbolenza. L'equazione di trasporto per questa variabile $\tilde{\nu}$ è data da:

$$\frac{\partial(\rho\tilde{\nu})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_\nu} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_\nu + S_\nu \quad (2.76)$$

dove G_ν rappresenta il termine di produzione della viscosità turbolenta, Y_ν è il termine di distruzione della viscosità turbolenta che si verifica a parete, σ_ν e C_{b2} sono costanti empiriche, μ indica la viscosità cinematica molecolare del fluido, S_ν rappresenta un termine sorgente opzionale definito dall'utente in funzione della vorticità. La eddy viscosity dinamica viene quindi calcolata come:

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu}f_{v1} \quad (2.77)$$

dove f_{v1} è una funzione di smorzamento viscoso che gestisce il raccordo delle grandezze in prossimità della parete.

I valori delle costanti empiriche, calibrati originariamente per strati di taglio liberi, sono riassunti nella Tabella 2.6.

Tabella 2.6: Costanti empiriche di chiusura per il modello Spalart-Allmaras [17]

Costante	Valore	Costante	Valore
C_{b1}	0.1355	C_{v1}	7.1
C_{b2}	0.622	C_{w2}	0.3
σ_ν	2/3	C_{w3}	2.0

Il modello S-A ha il vantaggio di essere formulato per risolvere l'intero strato limite quindi non richiede wall function ma una griglia computazionale opportunamente fine. Può essere utilizzato per calcoli preliminari e si presta bene alle griglie non strutturate; tuttavia, essendo un modello a una sola equazione, non possiede un parametro che definisca la scala di lunghezza turbolenta (l'ultimo termine dell'equazione di Boussinesq relativo agli sforzi normali, ovvero al decadimento dell'energia turbolenta omogenea e isotropa, viene ignorato); pertanto, come osservato da Carias e Prince nello studio comparativo sui coni ipersonici smussati e non, all'aumentare dell'angolo di attacco il modello tende a ritardare la previsione della separazione dello strato limite sul lato sottovento (leeward) rispetto a un modello Menter SST e ignora la conseguente formazione della complessa struttura vorticoso [31].

Modelli a due equazioni: il modello Standard $k - \epsilon$

Per superare il limite dell'S-A, lo standard odierno è rappresentato dai modelli a 2 equazioni, che introducono equazioni di trasporto separate per l'energia cinetica turbolenta (k) e, nel caso del $k - \epsilon$, per il tasso della sua dissipazione ϵ . Fisicamente, questa seconda grandezza, rappresenta la velocità con cui l'energia cinetica turbolenta associata alle macro-strutture vorticoso viene

trasferita, attraverso il meccanismo della *cascata di energia o di Richardson*, verso le microscopiche scale dissipative di Kolmogorov, dove viene infine dissipata per azione della viscosità molecolare e convertita in calore. La eddy viscosity è definita come [17]:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.78)$$

con C_μ una costante empirica. I campi spaziali di k ed ϵ vengono ricavati risolvendo le seguenti equazioni differenziali di trasporto:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (2.79)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon \quad (2.80)$$

dove G_k rappresenta la generazione di energia cinetica turbolenta derivante dai gradienti di velocità media, G_b è la generazione (o distruzione) di energia cinetica indotta dagli effetti di galleggiamento (*buoyancy*), $Y_M = 2\rho\epsilon M_t^2$ con $M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}$ il numero di Mach turbolento, è il termine di dissipazione fluttuante (correzione di Sarkar), importante da tenere in considerazione in regimi ipersonici o ad elevato numero di Mach. Questo termine tiene conto della dilatazione fluttuante nei flussi altamente comprimibili, incrementando il tasso di dissipazione totale e mitigando la sovrastima della miscelazione turbolenta tipica delle onde d'urto e degli strati di taglio comprimibili. σ_k e σ_ϵ rappresentano i numeri di Prandtl turbolenti rispettivamente per k ed ϵ , S_k e S_ϵ sono eventuali termini sorgente aggiuntivi. I valori delle costanti empiriche sono riassunti in Tabella 2.7.

Tabella 2.7: Costanti empiriche per il modello Standard $k - \epsilon$ [17]

Costante	Valore
$C_{1\epsilon}$	1.44
$C_{2\epsilon}$	1.92
C_μ	0.09
σ_k	1.0
σ_ϵ	1.3

Il modello $k - \epsilon$ è molto accurato lontano dalle superfici solide proprio perché è un modello ad alto Reynolds, pensato per regioni pienamente turbolente, dove non ha necessità di wall functions o funzioni di smorzamento (*damping functions*), queste ultime utilizzate a parete dove la turbolenza viene spenta dalla presenza della viscosità molecolare [3]. Infatti il presente modello fallisce nel prevedere in modo corretto la separazione indotta dai gradienti di pressione avversi che si verificano vicino alla parete [4].

Il modello $k - \omega$ Standard di Wilcox

Per ovviare alle lacune a parete che presentano i modelli basati sulla dissipazione ϵ , Wilcox ha introdotto il *tasso di dissipazione specifico* ω che rappresenta la frequenza caratteristica di decadimento dei vortici turbolenti (proporzionale al rapporto ϵ/k). L'implementazione standard del modello, valuta la viscosità dinamica turbolenta come [17]:

$$\mu_t = \alpha^* \rho \frac{k}{\omega} \quad (2.81)$$

dove il coefficiente α^* fornisce una correzione di smorzamento per i flussi a basso numero di Reynolds. Nelle applicazioni ad alto numero di Reynolds, tipiche dell'aerotermodinamica ipersonica esterna, tale coefficiente assume valore unitario ($\alpha^* = 1$), restituendo l'esatta formulazione originaria di Wilcox ($\mu_t = \rho k / \omega$; $\nu_t = k / \omega$). I campi spaziali di k e ω vengono ricavati risolvendo le seguenti equazioni differenziali di trasporto:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k + S_k \quad (2.82)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + S_\omega \quad (2.83)$$

dove G_k è già stato definito nei precedenti modelli, G_ω indica la generazione del tasso di dissipazione specifico ω , Y_k e Y_ω modellano la dissipazione rispettivamente di k e di ω dovuta alla turbolenza stessa. In regime altamente comprimibile, il termine Y_k ingloba la correzione per la dilatazione fluttuante nei flussi ad alto Mach, mitigando le previsioni anomale attraverso l'onda d'urto, proprio come il modello precedente, σ_k e σ_ω rappresentano i numeri di Prandtl turbolenti rispettivamente per l'equazione di k e di ω , S_k e S_ω sono eventuali termini sorgente addizionali definiti dall'utente. A differenza del $k - \epsilon$, questo modello si integra perfettamente nel sottostrato viscoso senza richiedere l'uso di complesse damping functions. I valori delle costanti empiriche di base per la formulazione standard ad alto Reynolds sono riassunti nella Tabella 2.8.

Tabella 2.8: Costanti empiriche per il modello Standard $k - \omega$ (formulazione *high-Re*) [17]

Costante	Valore	Costante	Valore
σ_k	2.0	β_i^*	0.09
σ_ω	2.0	α_∞	0.52

Tuttavia, il suo difetto risiede nell'elevata sensibilità ai valori asintotici della frequenza di dissipazione ω_f imposti all'ingresso del dominio (freestream). Essendo la turbolenza del freestream un parametro prettamente arbitrario, il suo valore non dovrebbe alterare la fisica dello strato limite o della scia, motivo per il quale la ricerca si è spostata verso la formulazione di modelli ibridi, come verrà discusso nel paragrafo seguente [4].

Il modello Shear Stress Transport (SST) di Menter

Una strategia più robusta consisterebbe nel fondere i due modelli classici in una formulazione ibrida, capace di sfruttare i rispettivi punti di forza. In particolare, il modello $k - \omega$ è adatto nella regione prossima alla parete, poiché può essere integrato fino al sottostrato viscoso senza ricorrere a wall functions; mentre una formulazione *equivalente* $k - \epsilon$ nella regione esterna allo strato limite. Questa è di fatto l'idea di base del modello baseline BSL di Menter, che rappresenta il passaggio intermedio verso il modello SST.

Per realizzare matematicamente la fusione tra i due metodi da poter implementare nel solutore, Menter ricorre a una trasformazione analitica: l'equazione differenziale del $k - \epsilon$ standard viene trasformata in un'equazione per ω . Così facendo si ottiene una formulazione identica a quella di Wilcox, ma caratterizzata dall'aggiunta del termine di *cross-diffusion* che nasce dalla trasformazione matematica delle variabili. Moltiplicando i termini del modello per un'opportuna funzione di miscelazione *blending function* (F_1), il solutore agisce come un $k - \omega$ in prossimità della parete (dove $F_1 \rightarrow 1$) e muta verso la formulazione $k - \epsilon$ allontanandosi dallo strato limite (dove $F_1 \rightarrow 0$).

$$\text{BSL} = F_1(k - \omega)_{\text{Wilcox}} + (1 - F_1)(k - \epsilon)_{\text{trasformato in } k - \omega} \quad (2.84)$$

La necessità di confinare il modello di Wilcox alla sola regione di parete nasce dal suo grave difetto intrinseco nel freestream, evidenziato dallo stesso Menter nella Figura 2.10.

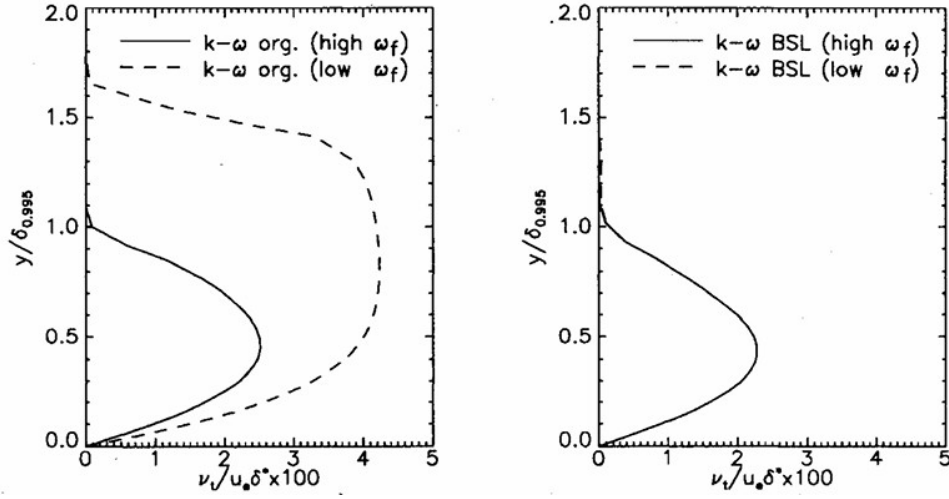


Figura 2.10: Profilo adimensionale della viscosità turbolenta cinematica (ν_t) all'interno di uno strato di taglio libero calcolato con il modello $k - \omega$ originale e con BSL [4]

Nel caso del modello originale di Wilcox, variazioni del valore asintotico della frequenza di dissipazione ω_f producono variazioni di quasi il 100% nel profilo di viscosità turbolenta all'interno dello strato limite. Questo accade perché nella formulazione classica $\nu_t = \frac{k}{\omega}$ pertanto, a parità di energia cinetica turbolenta k , un valore più basso di ω_f determina un aumento della viscosità turbolenta modellata ν_t . Il problema non nasce dal fatto che ω_f rappresenti una maggiore o minore dissipazione turbolenta, ma che il suo valore è soltanto una condizione di contorno che, quindi, non dovrebbe influenzare il campo di viscosità. Il BSL, attivando il $k - \epsilon$ nel flusso esterno tramite la funzione F_1 , elimina queste fluttuazioni non fisiche, rendendo il profilo indipendente dalla scelta del valore di freestream.

Tuttavia, il BSL mantiene ancora la definizione classica della viscosità turbolenta $\nu_t = \frac{k}{\omega}$ che, in presenza di flussi soggetti a forte gradiente di pressione avverso, sovrastima lo sforzo di taglio e sottostima la separazione dello strato limite. Il modello *Shear Stress Transport* (SST) nasce per correggere proprio questo aspetto modificando l'equazione della viscosità turbolenta inserita nella relazione costitutiva degli sforzi di Reynolds. L'idea fisica di base è legata all'osservazione di Bradshaw secondo cui, in uno strato limite, lo sforzo di taglio turbolento è proporzionale all'energia cinetica turbolenta. Menter introduce quindi una limitazione della viscosità turbolenta, tramite la funzione F_2 , in modo che il modello non produca valori eccessivi di μ_t nelle regioni caratterizzate da forti gradienti di velocità in cui la formulazione classica $\nu_t = k/\omega$ può sovrastimare il mescolamento turbolento e, di conseguenza, lo sforzo di taglio modellato.

Formulazione matematica secondo ANSYS Fluent

Nella formulazione implementata in ANSYS Fluent, il modello SST risolve due equazioni di trasporto: una per l'energia cinetica turbolenta k e una per la specific dissipation rate ω [17]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tilde{G}_k - Y_k + S_k. \quad (2.85)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega. \quad (2.86)$$

I termini $\tilde{G}_k$ e G_ω rappresentano la produzione di k e ω , mentre Y_k e Y_ω indicano i corrispondenti termini di distruzione, i termini S_k e S_ω sono eventuali sorgenti definite dall'utente. Il termine distintivo della formulazione ibrida è il termine di *cross-diffusion*, che nasce dalla trasformazione del modello $k - \epsilon$ in variabili k e ω :

$$D_\omega = 2(1 - F_1)\rho\sigma_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \quad (2.87)$$

La presenza del fattore $(1 - F_1)$ chiarisce il ruolo del termine: esso è nullo vicino alla parete, dove $F_1 \simeq 1$ e il modello conserva il comportamento $k - \omega$, mentre diventa attivo nella regione esterna, dove $F_1 \rightarrow 0$ e il modello recupera il comportamento del $k - \epsilon$ trasformato in forma $k - \omega$. La funzione di blending F_1 è definita come

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4), \quad (2.88)$$

con

$$\Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega,2}k}{CD_{k\omega}y^2} \right], \quad (2.89)$$

dove y è la distanza dalla parete più vicina, ν è la viscosità cinematica molecolare e $CD_{k\omega}$ è la parte positiva del termine di cross-diffusion non moltiplicata per $(1 - F_1)$:

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right). \quad (2.90)$$

La modifica che distingue il modello SST dal BSL riguarda invece la definizione della viscosità turbolenta. In Fluent viene espressa come

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max \left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1\omega} \right]}, \quad (2.91)$$

dove S è il modulo del tensore del tasso di deformazione medio, a_1 è una costante del modello e F_2 è una seconda funzione di blending. Nel caso standard, assumendo $\alpha^* \simeq 1$, l'equazione precedente può essere riscritta nella forma equivalente più comune:

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1\omega, SF_2)}. \quad (2.92)$$

Questa relazione mostra chiaramente il ruolo del limitatore: quando $a_1\omega$ domina il denominatore, si recupera la forma classica $\mu_t \simeq \rho k/\omega$; quando invece il termine SF_2 diventa dominante, la viscosità turbolenta viene limitata e lo sforzo di taglio turbolento modellato non cresce in modo eccessivo. In questo senso, il modello SST rimane un modello a viscosità turbolenta basato sull'ipotesi di Boussinesq, ma utilizza una definizione corretta di μ_t per migliorare la predizione dei flussi separati e dei boundary layer soggetti a gradienti di pressione avversi. La funzione F_2 è definita come

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2), \quad (2.93)$$

con

$$\Phi_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right). \quad (2.94)$$

Pertanto, F_1 e F_2 hanno ruoli diversi: la funzione F_1 governa la transizione tra il comportamento $k - \omega$ near-wall e quello $k - \epsilon$ nella regione esterna; la funzione F_2 , invece, interviene nella definizione limitata della viscosità turbolenta, rendendo efficace la correzione SST soprattutto all'interno dello strato limite.

Nelle applicazioni ipersoniche, questa distinzione è particolarmente rilevante: i forti gradienti di pressione, le interazioni urto-strato limite e le possibili separazioni rendono la predizione della viscosità turbolenta fondamentale per valutare correttamente flusso termico, temperatura superficiale e, di conseguenza, radiazione infrarossa. In uno studio su un HGV di tipo HTV-2, Feng et al. impiegano infatti il modello SST $k - \omega$ per catturare le interazioni urto-strato limite e migliorare la robustezza in presenza di gradienti di pressione avversi, riconoscendo però che l'assunzione di strato limite completamente turbolento può condurre a previsioni conservative del flusso termico e non descrive esplicitamente la transizione laminare-turbolenta [18]. Analogamente, Carias e Prince mostrano, nel caso di coni sharp e blunted in regime ipersonico, che il modello Menter SST fornisce risultati più accurati dello Spalart-Allmaras nella predizione degli elevati flussi termici al naso e nella ricostruzione delle strutture di crossflow e separazione al crescere dell'angolo d'attacco [31]. Infine, poiché il modello SST combina due set di coefficienti, uno associato alla formulazione interna di tipo $k - \omega$ e uno associato alla formulazione esterna equivalente al $k - \epsilon$, anche le costanti empiriche vengono interpolate localmente tramite la funzione F_1 . In ogni cella del dominio, una generica costante ϕ viene calcolata come

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2, \quad (2.95)$$

dove ϕ_1 è il valore della costante nella regione interna, dominata dal comportamento $k - \omega$, mentre ϕ_2 è il valore corrispondente nella regione esterna, dove il modello tende al comportamento $k - \epsilon$. Questa interpolazione garantisce che non solo le equazioni, ma anche i coefficienti di chiusura, passino in modo continuo da una formulazione all'altra.

Tabella 2.9: Costanti empiriche di chiusura per il modello $k - \omega$ SST [17]

Costanti interne ($k - \omega$)	Valore	Costanti esterne ($k - \epsilon$ trasformato)	Valore
$\sigma_{k,1}$	1.176	$\sigma_{k,2}$	1.0
$\sigma_{\omega,1}$	2.0	$\sigma_{\omega,2}$	1.168
β_1	0.075	β_2	0.0828
Costanti globali			
$\beta^* = 0.09$		$a_1 = 0.31$	

Volendo collegare questa discussione con quanto introdotto nella sezione precedente sulla topologia della griglia, è importante osservare che la scelta del modello di turbolenza non è indipendente dalla risoluzione near-wall. Salim e Cheah sottolineano infatti come il parametro y^+ costituisca un criterio per collegare la configurazione della mesh al trattamento di parete adottato: valori dell'ordine di $y^+ \simeq 1$ sono coerenti con modelli integrabili fino alla parete, come Spalart-Allmaras e $k - \omega$ SST, mentre valori collocati nella regione logaritmica sono più adatti all'impiego di wall functions [3]. Nel loro studio, la variazione della posizione del primo punto di griglia mostra effetti relativamente contenuti sui profili medi di velocità, ma influenza in modo più marcato le grandezze di parete, come il coefficiente di attrito superficiale; comportamento coerente con la

struttura della regione near-wall: molto vicino alla parete la viscosità turbolenta tende ad annullarsi e il trasporto di quantità di moto è dominato dalla viscosità molecolare. Di conseguenza non c'è da stupirsi se il profilo medio di velocità risulti relativamente robusto rispetto ad alcune variazioni della risoluzione di parete, a differenza delle grandezze direttamente dipendenti dai gradienti alla parete, come C_f e, nelle simulazioni aerotermodinamiche ipersoniche, il wall heat flux q_w , che richiedono una maggiore coerenza tra modello di turbolenza, trattamento near-wall e first cell height [3, 4].

3. Traccia infrarossa dei veicoli ipersonici

A questo punto della trattazione, tutta l'architettura teorica legata al non equilibrio termochimico e alla fluidodinamica viscosa sviluppata nei capitoli precedenti converge verso la sfida ingegneristica principale della sopravvivenza (*survivability*) dei veicoli aerospaziali: la loro firma infrarossa. Come accennato nel capitolo introduttivo, a differenza della segnatura radar che può essere ridotta attraverso l'impiego di materiali radio-assorbenti piuttosto che adottando lo shaping geometrico o, in condizioni favorevoli, attraverso l'interazione tra onde elettromagnetiche e guaina di plasma, l'emissione infrarossa nasce dall'irreversibile meccanismo di conversione dell'energia cinetica del flusso in energia interna e calore. Pertanto, in un contesto operativo in cui il successo della missione è strettamente legato alle prestazioni dei sistemi di volo, la capacità di riprodurre fedelmente tutti i fenomeni aerotermodinamici che si sviluppano attorno a un veicolo ipersonico e, di conseguenza, poter valutare in modo realistico e minimizzare l'osservabilità del veicolo, rappresentano, di fatto, una condizione necessaria e primaria all'interno di un progetto. La firma infrarossa è il risultato della sovrapposizione di contributi diversi: l'emissione delle superfici solide surriscaldate, la radiazione dei gas caldi nello shock layer, la radiazione del plume nel caso di sistemi propulsivi attivi, l'attenuazione del segnale lungo la linea di vista atmosferica. Risulta quindi evidente come una previsione accurata della traccia IR richieda una catena modellistica più ampia della sola CFD: il campo fluidodinamico deve essere collegato alla risposta termica della parete, alla produzione delle specie, al trasferimento radiativo nei gas partecipanti e alla propagazione atmosferica del segnale. Solo operando attraverso quest'ottica integrata e multidisciplinare è possibile stimare in modo realistico l'osservabilità del veicolo bersaglio e, quindi, la sua vulnerabilità ai sistemi di rilevamento, tracciamento e aggancio da parte dei sensori passivi.

3.1 Sorgenti della radiazione IR

La radiazione infrarossa emessa da un veicolo ipersonico può essere principalmente suddivisa in due sorgenti con natura fisica e spettrale diversa, richiedendo quindi modelli differenti. Il primo contributo è rappresentato dalle superfici solide: esse emettono in modo continuo e dipendente dalla loro temperatura e dalla loro emissività. Il flusso radiativo totale emesso dalla parete può essere stimato tramite la legge di Stefan-Boltzmann, mentre la radianza spettrale nelle bande infrarosse di interesse viene descritta mediante la legge di Planck. Le regioni più critiche risultano essere il muso, i bordi d'attacco, l'intradosso (ventre del veicolo esposto al flusso) e, nei veicoli propulsi, le pareti calde dell'ugello; parti strutturali dove i carichi termici prodotti dall'onda d'urto, dalla compressione del flusso e dal riscaldamento viscoso, possono innalzare le temperature superficiali generando una radiazione significativa nel dominio infrarosso di interesse (1 - 12 μm). La seconda sorgente è costituita dai gas caldi. A differenza del comportamento superficiale, questi producono una radiazione di natura selettiva: le specie eccitate, generate a valle dell'attivazione dei modi vibrazionali, dissociazione molecolare e, nei casi più energetici, ionizzazione, emettono radiazione in bande vibro-rotazionali specifiche; in altre parole, solo durante il passaggio verso un livello energetico inferiore/superiore, la molecola emette/assorbe un fotone, ovvero un $\Delta energia = h\nu = hc/\lambda$ a una lunghezza d'onda specifica. Questo è il motivo per cui le emissioni dei gas sono localizzate in specifiche bande, e la firma gassosa non risulta continua come quella di una superficie solida, ma dipende dalla composizione chimica e dal modello spettrale utilizzato per descriverne le proprietà

radiative come i modelli line-by-line e i modelli di banda.

Il contributo del plume, invece, costituisce una sorgente radiativa autonoma. Nei missili ipersonici propulsi, i prodotti di combustione ad alta temperatura si mescolano con l'aria circostante e possono generare, a valle di reazioni secondarie di afterburning, dissociazione e ricombinazione, specie molecolari attive nell'infrarosso. Questa suddivisione dei vari contributi è importante per chiarire la distinzione dal punto di vista modellistico. Per le superfici solide, il problema principale è prevedere correttamente la temperatura di parete, dalla quale dipende la radianza emessa insieme all'emissività del materiale; valutazione che deriva dal collegamento tra il carico termico imposto dal flusso esterno e la risposta termica della struttura, motivo per il quale è necessario introdurre l'accoppiamento CFD-CHT che verrà approfondito subito. Per i gas, invece, è necessario conoscere composizione, temperature traslazionale e vibrazionale, pressione, coefficienti di assorbimento e distribuzione delle specie lungo la linea di vista. La firma complessiva nasce quindi dall'interazione tra aerotermodinamica, chimica del gas, risposta del materiale e trasferimento radiativo.

3.2 Formulazione radiativa

Nel capitolo precedente il trasferimento energetico all'interno di un gas in non equilibrio termochimico, è stato espresso come somma del contributo conduttivo e diffusivo: Eq.(2.63) scritta qui considerando come direzione quella normale alla superficie e ottenendo il flusso termico, viscoso, lato gas verso la parete

$$q_{gw} = q_{tr,n} + q_{ve,n} + q_{diff,n} = -k_{tr} \frac{\partial T_{tr}}{\partial n} - k_{ve} \frac{\partial T_{ve}}{\partial n} - \sum_{s=1}^{N_s} \rho h_s \mathcal{D}_s \frac{\partial Y_s}{\partial n} \quad (3.1)$$

dove i primi due termini sono associati alla conduzione termica e il terzo alla diffusione della specie. C'è però un meccanismo attraverso il quale la parete può raffreddarsi, restituendo parte del calore ricevuto dal gas per irraggiamento: *il flusso radiativo*. Per questo motivo il flusso termico netto entrante nella parete viene scritto come [10]:

$$q_c = q_{gw} - q_{rad} = (q_{cond} + q_{diff}) - q_{rad} \quad (3.2)$$

con il flusso radiativo dato dalla legge di Stefan-Boltzmann per un corpo grigio

$$q_{rad} = \epsilon \sigma T_w^4 \quad (3.3)$$

dove ϵ è l'emissività della superficie e $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ la costante di Stefan-Boltzmann. L'interazione del vettore del flusso termico con la struttura solida del veicolo, impone la definizione di rigorose condizioni al contorno a parete:

- **Sotto il punto di vista chimico**, la condizione a parete influenza direttamente il termine legato al flusso termico diffusivo, com'è facilmente intuibile dalla presenza del gradiente normale della frazione massica $(\frac{\partial Y_s}{\partial n})_w$. Infatti, nel caso di *parete non catalitica* le reazioni superficiali sono del tutto assenti quindi $(\frac{\partial Y_s}{\partial n})_w = 0$, restituendo il flusso minimo costituito solo dal contributo conduttivo. Al contrario, una *parete completamente catalitica* forza la ricombinazione istantanea delle specie che tornano ad avere la stessa composizione chimica del flusso indisturbato $Y_{s,wall} = Y_{s,\infty}$, rilasciando tutto il calore della precedente dissociazione sulla parete che, quindi, restituisce il flusso diffusivo massimo (massimo perché esiste la condizione di parete parzialmente catalitica a cui è associato un flusso diffusivo intermedio) [9].
- **Sotto il punto di vista termico**, la scelta della condizione di parete determina il modo in

cui viene ricavata la temperatura superficiale. Nel caso di parete isoterma, la temperatura viene assegnata $T_w = \text{costante}$ e la simulazione fluidodinamica calcola il flusso termico necessario a mantenere la parete alla temperatura fissata. All'estremo opposto, si posiziona la condizione di parete adiabatica che impone l'annullamento del flusso termico attraverso la superficie $q_c = 0$, restituendo la temperatura adiabatica di parete. Per ottenere una previsione quanto più realistica, si ricorre, invece, al **Conjugate heat transfer (CHT)**: accoppiando la soluzione del dominio fluido con la conduzione termica del dominio solido, si impone la continuità della temperatura all'interfaccia solido-gas

$$T_g = T_{s|wall} = T_w$$

e il bilancio del flusso termico netto che impone l'uguaglianza tra il calore condotto all'interno del materiale (q_c) e la differenza tra il flusso aerodinamico e il raffreddamento radiativo per irraggiamento [10]

$$q_c = -k_s \nabla T_s \cdot \hat{n} = q_{gw} - q_{rad} \quad (3.4)$$

Questa equazione di bilancio non governa l'intero spessore del materiale del solido, ma agisce esclusivamente come condizione al contorno all'interfaccia, ovvero sulla parete. Essa stabilisce la quantità di calore netto che riesce a penetrare nella struttura solida e che, una volta attraversata l'interfaccia, propaga all'interno del volume del veicolo tramite conduzione. Assumendo il mezzo solido come omogeneo e privo di sorgenti di calore interne (ablazione), l'evoluzione spaziale e temporale della temperatura strutturale T_s è descritta dalla seguente equazione differenziale

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{k_s}{\rho_s c_s} \nabla^2 T_s \quad (3.5)$$

dove ρ_s, c_s, k_s rappresentano rispettivamente la densità, il calore specifico e la conduttività termica del materiale della struttura. All'interno del ciclo computazionale, queste ultime due equazioni interagiscono continuamente: il solutore fluidodinamico calcola il flusso termico q_{gw} (Eq.(3.1)) in arrivo dal gas $\rightarrow$ il bilancio all'interfaccia (Eq. (3.4)) elabora questo dato per determinare il flusso q_c entrante nel solido $\rightarrow$ il dominio solido riceve q_c come input e utilizza l'equazione differenziale di conduzione (Eq.(3.5)) per far propagare il calore al suo interno nel corso del tempo $\rightarrow$ la risoluzione dell'equazione di conduzione aggiorna l'intera mappa termica del solido e il valore che la variabile T_s assume sui nodi superficiali fornisce la nuova temperatura di parete $T_w \rightarrow$ questo valore viene restituito al campo fluido per ricalcolare l'irraggiamento e i gradienti al passo successivo.

In tale bilancio termico di parete non è incluso l'irraggiamento proveniente dal gas eccitato dello shock layer verso la struttura. Come affermato da Yuan et al. [26], per traiettorie di rientro o planata ipersonica caratterizzate da velocità $v_\infty \leq 8 \text{ km/s}$ e altitudini $H \leq 100 \text{ km}$, il trasferimento di calore convettivo e diffusivo risulta dominare il riscaldamento aerodinamico; di conseguenza, il flusso di calore radiativo dal gas verso la parete (associato alla natura assorbente ed emettente del gas) può essere matematicamente trascurato nel calcolo della temperatura strutturale in un approccio coniugato. D'altro canto, l'obiettivo dei paper analizzati durante questo studio, non è valutare quanta energia scaldi il veicolo ma calcolare la radianza intrinseca che dal sistema fugge verso l'esterno, al fine di quantificare l'osservabilità di quest'ultimo da parte di un sensore.

Nel concreto, si esegue una simulazione CFD-CHT dove il flusso termico a parete dalla parte del fluido (q_{gw}) delle equazioni che risolve il software è dato dal contributo conduttivo e diffusivo; questo, tramite l'accoppiamento coniugato che restituisce una $T_g = T_w$, deve uguagliare il flusso netto condotto all'interno del materiale (q_c), comprensivo dell'irraggiamento uscente che ha lo scopo di raffreddare la parete (per questo inserito a destra dell'uguale nell'Eq.(3.4)). Solo una volta

arrivati a convergenza del campo fluido e dei valori della temperatura superficiale, si esportano questi valori come input di un solutore ottico che calcola la radiazione proiettata dal gas (che, nella prima cella a parete, ha la stessa temperatura ricavata per la superficie solida a convergenza) verso l'esterno.

Inizia così l'analisi infrarossa.

A questo punto non interessa soltanto il flusso termico scambiato tra gas e parete, ma la radiazione che, emessa dalle superfici calde e dai gas partecipanti, può raggiungere un sensore posto lungo una determinata direzione di osservazione. La grandezza da valutare diventa quindi spettrale e direzionale: per ogni lunghezza d'onda λ e per ogni linea di vista o *line of sight (LOS)*, bisogna calcolare come l'intensità radiativa che parte dalla superficie viene modificata prima dai gas caldi che la circondano e poi dal percorso attraverso l'atmosfera. La radiazione termica emessa dalla superficie ad alta temperatura (considerata emettente ed assorbente) e per unità di angolo solido viene descritta tramite la legge di Planck corretta per l'emissività spettrale della superficie [10]

$$I_{b\lambda,wall} = \epsilon_\lambda \frac{1}{\pi} \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp[(c_2/\lambda T_w)] - 1} \quad [W/m^2 sr \mu m] \quad (3.6)$$

dove ϵ_λ è l'emissività spettrale della superficie, λ la lunghezza d'onda, T_w la temperatura di parete e c_1, c_2 le costanti radiative espresse in funzione della velocità della luce ($2.998 \cdot 10^8$ m/s) e delle costanti di Planck ($6.626 \cdot 10^{-34}$ J · s) e di Boltzmann ($1.381 \cdot 10^{-23}$ J/K) [18].

Questa radiazione non raggiunge il sensore in modo diretto: prima attraversa il gas caldo presente nello shock layer, nella scia o nel plume e, successivamente, l'atmosfera lungo il cammino ottico esterno. In altre parole, è come se l'intera LOS venisse suddivisa in un primo tratto che parte dalla superficie, attraversa i gas caldi e arriva al bordo esterno del dominio computazionale; un secondo tratto che parte dall'estremo del dominio e attraversa l'atmosfera restituendo infine l'effettivo segnale che arriva al sensore. Questa distinzione è importante in quanto ogni LOS attraversa una sequenza diversa di celle della griglia e, quindi, incontra distribuzioni differenti di temperatura, pressione, composizione chimica e specie radiativamente attive dalle quali dipende il coefficiente di assorbimento spettrale

$$\kappa_{a\lambda} = \kappa_{a\lambda}(T, p, Y_s, \lambda) \quad [m^{-1}] \quad (3.7)$$

Per questo motivo, lungo la singola LOS, ciascuna cella e quindi ciascun tratto elementare ds deve essere considerato come un piccolo volume di gas che può assorbire parte della radiazione incidente ed emettere a sua volta radiazione alla stessa lunghezza d'onda. In questa sezione si considera innanzitutto il trasferimento radiativo all'interno del campo di moto calcolato dalla CFD, quindi relativo al primo tratto della LOS, mentre l'attenuazione atmosferica, relativa al secondo tratto, verrà discussa nella Sezione 3.4. La propagazione della radiazione lungo una linea di vista identificata dalla direzione s , viene descritta dall'*equazione del trasferimento radiativo o Radiative Transfer Equation (RTE)* [10]

$$\frac{dI_\lambda(s)}{ds} = -\kappa_{a\lambda}I_\lambda(s) - \kappa_{s\lambda}I_\lambda(s) + \kappa_{a\lambda}I_{b\lambda}(s) + \frac{\kappa_{s\lambda}}{4\pi} \int_{4\pi} I_\lambda(s, \Omega') \Phi_\lambda(\Omega', \Omega) d\Omega' \quad [W/m^3 sr \mu m] \quad (3.8)$$

Questa equazione è così leggibile: si consideri un cubetto di gas (ds) che viene investito da una certa intensità I_λ ; durante l'attraversamento del cubetto, questa intensità può diminuire per assorbimento regolato dal coefficiente di assorbimento $-\kappa_{a\lambda}$, e per scattering fuori dalla direzione di osservazione, proporzionale al coefficiente $-\kappa_{s\lambda}$, e può aumentare per emissione locale del gas stesso, funzione dell'intensità di corpo grigio $\kappa_{a\lambda}I_{b\lambda}$, e per diffusione (in-scattering) da parte di altre particelle che emettono nella linea di vista considerata. Inoltre, Ω' è l'angolo solido lungo il quale proviene la

radiazione, Φ_λ la funzione di fase ovvero la percentuale di deviazione della radiazione che, arrivando da Ω' viene deviata verso Ω , integrato lungo tutto l'angolo solido per considerare tutta la radianza in arrivo da tutte le possibili direzioni [35]. In assenza di particolato (particelle solide responsabili dello scattering dei fotoni), i termini relativi allo scattering possono essere trascurati, ottenendo:

$$\frac{dI_\lambda(s)}{ds} = -\kappa_{a\lambda}I_\lambda(s) + \kappa_{a\lambda}I_{b\lambda}(s) \rightarrow \frac{dI_\lambda(s)}{ds} = \kappa_{a\lambda}[-I_\lambda(s) + I_{b\lambda}(s)] \quad (3.9)$$

la quale afferma che, man mano che l'intensità viaggia lungo il cammino ottico, la sua variazione è data dalla quota di intensità assorbita più quella emessa dallo stesso volume di gas. Si noti che il termine $\kappa_{a\lambda}I_{b\lambda}(s) = j_\lambda$ è anche detto *coefficiente di emissione spettrale*.

C'è da fare una precisazione: l'intensità emessa, calcolata tramite Planck anche per il cubetto di gas $I_{b\lambda}$ differisce rispetto a quella del solido $I_{b\lambda,wall}$ in quanto per la superficie è valutata in funzione di T_w , per il gas in funzione della temperatura della celletta computazionale che si sta considerando e che coincide con quella della superficie solo se adiacente ad essa. Cambia inoltre il fattore di correzione che per la parete è l'emissività superficiale, per il gas invece bisogna richiamare la legge di Kirchhoff la quale afferma che un corpo (o un gas) in equilibrio termodinamico emette in proporzione alla sua capacità di assorbire che è $k_{a\lambda}$, motivo per il quale questo coefficiente di assorbimento compare anche nel contributo emesso della RTE.

L'equazione del trasferimento radiativo appena descritta, definisce la fisica del problema sul singolo volumetto della mesh computazionale ma, poiché il dominio fluido è discretizzato in milioni di celle, è necessario discretizzare anche tale formulazione in modo da essere risolvibile dal calcolatore e poter sommare tutti i contributi lungo la direzione di osservazione (LOS). Un approccio computazionale tradizionalmente utilizzato si basa, appunto, sul *metodo Line-Of-Sight (LOS)* illustrato in Figura 3.1 [10].

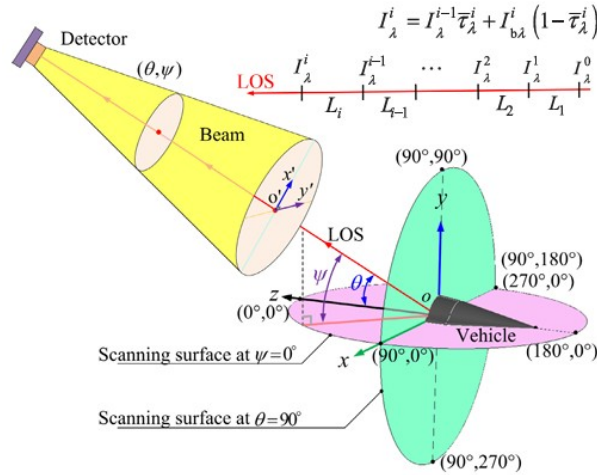


Figura 3.1: Rappresentazione schematica della line of sight LOS [5]

Questo schema prevede la presenza di una linea di vista lungo la quale viene valutata l'intensità radiativa, a partire dalla parete o dal primo volume di gas intercettato, fino al rilevatore (in questa sezione fino all'estremo del dominio computazionale), suddivisa in un numero finito di segmenti di lunghezza L_i corrispondenti alle celle della griglia computazionale che essa stessa attraversa. Assumendo che ogni cella sia isotropa e isoterma, la soluzione integrata della RTE sul segmento i -esimo può essere scritta come

$$I_\lambda^i = I_\lambda^{i-1} \bar{\tau}_\lambda^i + I_{b\lambda}^i (1 - \bar{\tau}_\lambda^i) \quad (3.10)$$

dove I_λ^i è l'intensità uscente dalla cella i -esima, $\bar{\tau}_\lambda$ rappresenta la trasmittività della cella considerata, ottenuta come

$$\bar{\tau}_\lambda^i = e^{-\Delta\tau_\lambda^i}; \quad \Delta\tau_\lambda^i = \kappa_\lambda^i \Delta s$$

con $\Delta\tau_\lambda^i$ lo spessore ottico della cella di lunghezza Δs o equivalentemente L_i , e κ_λ^i il coefficiente di assorbimento calcolato tramite modello spettroscopico adottato, ad esempio LBL o SNB che verranno discussi successivamente. In questa equazione il primo termine a destra dell'uguale rappresenta la radiazione che sopravvive dalla cella precedente $i - 1$ infatti, moltiplicando la radianza della cella precedente per la sua percentuale che passa indisturbata, si ottiene l'intensità che effettivamente è passata alla cella i -esima. Il secondo termine indica la quantità della radiazione prodotta nella cella i -esima che è uscente. Infatti, se $\bar{\tau}_\lambda^i$ è quanto la cella lascia passare attraverso di essa/trattiene, $(1 - \bar{\tau}_\lambda^i)$ è quanto la cella non assorbe/emette. Per inizializzare il calcolo, al primo strato di gas a diretto contatto con la parete solida viene imposta come condizione al contorno proprio la radianza della parete ricavata a valle dell'accoppiamento CHT: $I_{b\lambda, wall}$. La radianza totale integrata lungo l'intera LOS in una determinata banda di frequenze, si ottiene come segue:

$$I_{\Delta\lambda, j} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_{\lambda, j} d\lambda \quad [W/m^2 sr] \quad (3.11)$$

dove $I_{\lambda, j}$ è l'ultima radianza calcolata tramite Eq. (3.10) sull'ultima cella i -esima della j -esima LOS. L'intensità radiativa totale osservata dal sensore, che ricordiamo essere posizionato all'estremo del dominio computazionale e quindi non considera la trasmissione atmosferica, si ottiene integrando la radianza di ogni singola LOS sull'intera area proiettata (A_d) visibile dal sensore lungo quella specifica direzione di osservazione:

$$I_{\Delta\lambda tot} = \int_{A_d} I_{\Delta\lambda, j} \cdot dA_d \approx \sum_{j=1}^{N_{LOS}} I_{\Delta\lambda, j} \cdot \Delta A_j \quad [W/sr] \quad (3.12)$$

dove N_{LOS} è il numero totale di raggi tracciati e ΔA_j è l'area del singolo "pixel" associato alla j -esima linea di vista, A_d è invece l'area totale del bersaglio che il sensore riesce a vedere, quindi la sommatoria di tutti i pixel mi restituisce l'area totale. L'ordine con cui procede il metodo è: il calcolatore prende una singola LOS (ΔA_j), valuta la radianza totale e ne fa l'integrale sulle lunghezze d'onda, infine somma il contributo di tutti i raggi che compongono l'immagine radiativa vista dal sensore.

Un altro metodo utilizzato è quello del *Reverse Monte Carlo (RMCM)* [6]. Questo approccio inverte il percorso logico rispetto a quello del LOS: sfruttando il principio di reciprocità della trasmissione radiativa, vengono generati casualmente N raggi a partire dal rilevatore, verso il dominio in cui si trova il veicolo, come mostrato in Figura 3.2.

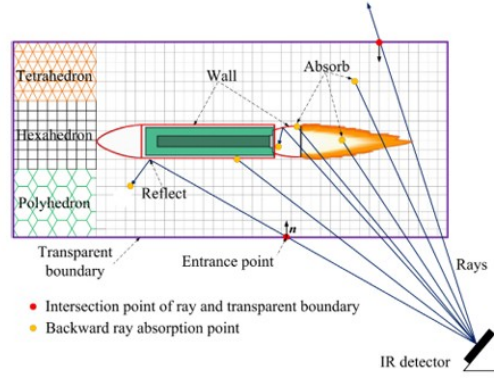


Figura 3.2: Rappresentazione schematica del reverse Monte Carlo Method (RMCM) [6]

Nelle applicazioni reali, la distanza R tra bersaglio e rilevatore, è molto più grande della lunghezza del bersaglio stesso; quindi si approssima geometricamente il veicolo come una sorgente puntiforme. L'intensità radiativa totale I_λ nella banda considerata viene calcolata in funzione dell'illuminamento spettrale H_λ ricavato sostituendo la sorgente con N sorgenti puntiformi

$$H_\lambda = \sum_{i=1}^N \frac{I_{b\lambda}(i) \cos \theta_i}{N} \cdot \Omega_d \quad [W/m^2 \mu m]$$

dove θ_i è l'angolo formato tra la normale uscente dal sensore e il raggio N -esimo, e Ω_d l'angolo solido, dove il pedice d sta per detector. Poiché il sensore è posto a R molto grande dal bersaglio, i raggi si assumono perpendicolari al piano del sensore ($\theta_i \approx 0^\circ \rightarrow \cos(\theta_i) \approx 1$), $\Omega_d = A_d/R^2$ dove A_d è l'area del bersaglio proiettata sul sensore. La sequenza di calcolo è diversa rispetto al metodo precedente: il calcolatore fissa una lunghezza d'onda e stima i contributi radiativi ricevuti dal detector mediante N raggi tracciati a ritroso dal sensore verso il dominio computazionale; per ciascun raggio viene individuato il punto di intercettazione che può trovarsi sulla superficie o all'interno del gas partecipante; in quel punto si valuta la radianza spettrale locale con $I_{b\lambda}(i)$, in funzione della temperatura locale e delle proprietà radiative del mezzo. La radianza ricevuta dal detector viene quindi stimata come media statistica dei contributi associati ai raggi campionati, moltiplicata per l'area proiettata A_d del bersaglio e infine integrata sullo spettro considerato:

$$I_{\Delta\lambda,tot} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} H_\lambda \cdot R^2 d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} A_d \sum_{i=1}^N \frac{I_{b\lambda}(i)}{N} d\lambda \quad [W/sr] \quad (3.13)$$

da cui salta subito all'occhio la dipendenza dell'intensità radiativa dall'area proiettata sulla superficie del sensore; aspetto fondamentale per comprendere i diagrammi polari che verranno discussi successivamente.

3.3 Modelli spettroscopici e database

Entrambi i metodi appena descritti necessitano, lungo ogni linea di vista/raggio campionato, della conoscenza esatta del coefficiente di assorbimento o trasmittanza (Eq.(3.7)) del gas in funzione della lunghezza d'onda, della temperatura, della pressione e della composizione locale della miscela. I database spettroscopici forniscono i dati elementari delle transizioni molecolari, come posizione di riga, intensità della transizione e parametri di allargamento. I modelli spettrali, invece, stabiliscono come utilizzare tali dati per ricavare le proprietà radiative effettive del gas all'interno di una cella o

di una colonna di gas. I **modelli Line-by-Line (LBL)** rappresentano l'approccio computazionale più rigoroso, in quanto ricostruiscono il coefficiente di assorbimento sommando esplicitamente il contributo delle singole transizioni molecolari. Si ricordi che l'emissione di un fotone avviene quando la molecola cambia il proprio livello di energia, ovvero quando *transita* da un livello all'altro; poiché ad ognuno di questi livelli corrisponde una specifica frequenza ν o rispettivo numero d'onda $\eta = \nu/c$ anche uguale a $1/\lambda$, ogni transizione produce un picco di radiazione nello spettro che viene chiamato *riga spettrale* la quale, nella realtà, non è infinitamente sottile, ma viene allargata dagli effetti termici e collisionali. In termini di numero d'onda, il coefficiente di assorbimento, per singola cella computazionale, può essere scritto come [6]:

$$\kappa_\eta = \sum_i \kappa_{\eta_i} = \sum_i S_i(T) F(\eta - \eta_{0,i}) N_d \quad (3.14)$$

dove S_i è l'intensità integrata della singola riga i -esima, dipendente dalla temperatura tramite la distribuzione di Boltzmann [5], $F(\eta - \eta_{0,i})$ è la funzione di forma della riga centrata nel numero d'onda $\eta_{0,i}$ che descrive la dispersione dell'energia (fotone) dovuta agli urti intermolecolari, e N_d la densità numerica delle molecole assorbenti considerate per unità di volume. Il coefficiente totale si ottiene sommando il contributo di tutte le righe attive nell'intervallo spettrale analizzato. I parametri fondamentali per questi calcoli sono forniti da vasti database spettroscopici a una data temperatura di riferimento, come HITRAN (High resolution TRANsmission) e, specificatamente per le alte temperature HITEMP, impiegato ad esempio negli studi di Niu et al. per valutare le proprietà radiative delle specie attive presenti nella scia del veicolo [10]. Il vantaggio del metodo LBL è l'elevata fedeltà spettrale: esso permette di ricostruire in modo dettagliato le bande vibro-rotazionali di specie come H_2O , CO_2 , CO e NO tuttavia, il processo diventa rapidamente oneroso quando si considerano intervalli spettrali ampi, più specie radiativamente attive o domini tridimensionali complessi. Per ridurre il costo computazionale si ricorre ai **modelli di banda (Band Models)** i quali non risolvono ogni riga spettrale ma descrivono il comportamento radiativo medio del gas all'interno di un intervallo spettrale finito. In questo modo, invece di calcolare punto per punto il coefficiente di assorbimento ad altissima risoluzione, si valuta la proprietà media della banda, come la trasmittanza media ($\bar{\tau}^{\Delta\eta}$), riducendo in modo significativo il numero di operazioni richieste al solutore. Questi si dividono in *modelli a banda larga (Wide-Band models)* usati per ottenere quantità energetiche totali integrate su intervalli spettrali ampi, e *modelli a banda stretta (Narrow-Band models)* che suddividono lo spettro in intervalli più piccoli rispetto ai primi (tipicamente $\Delta\eta = 25 \text{ cm}^{-1}$) e vengono utilizzati quando interessa descrivere con maggiore dettaglio le bande principali di assorbimento ed emissione del gas. Tra questi approcci, un ruolo importante è ricoperto dai modelli *Statistical Narrow-Band (SNB)*, utilizzato ad esempio da Du et al. [6] per rendere computazionalmente sostenibile la valutazione delle emissioni infrarosse del plume propulsivo, il quale rappresenta in modo statistico la distribuzione delle righe presenti nella banda, ricavando una trasmittanza media associata all'intervallo considerato. Questi modelli risultano in una valida alternativa ai LBL, offrendo un ottimo compromesso tra efficienza e velocità di calcolo. A supporto di tale validità, lo studio di Soufiani e Taine [7] fornisce un confronto diretto tra le trasmittanze calcolate riga per riga (LBL) e quelle approssimate dai modelli a banda calcolata in una narrow-band di ampiezza $\Delta\eta = 25 \text{ cm}^{-1}$, centrata attorno a $\eta = 675 \text{ cm}^{-1}$ che corrisponde a $\lambda = 10000/\eta = 10000/675 \simeq 14.8 \text{ }\mu\text{m}$ per aria a $T = 240 \text{ K}$, $X_{CO_2} = 0.01$, $X_{N_2} = 0.99$, $p_\infty = 1 \text{ atm}$. Il successo computazionale del modello SNB risiede nella procedura di calibrazione dei suoi parametri statistici: come evidenziato in Figura 3.3, gli autori, sulla base dei valori calcolati con LBL, hanno modificato i parametri empirici del modello a banda finché le curve non si sovrapponevano, minimizzando gli errori intrinseci legati

alle assunzioni statistiche dell'SNB tramite fitting non lineare.

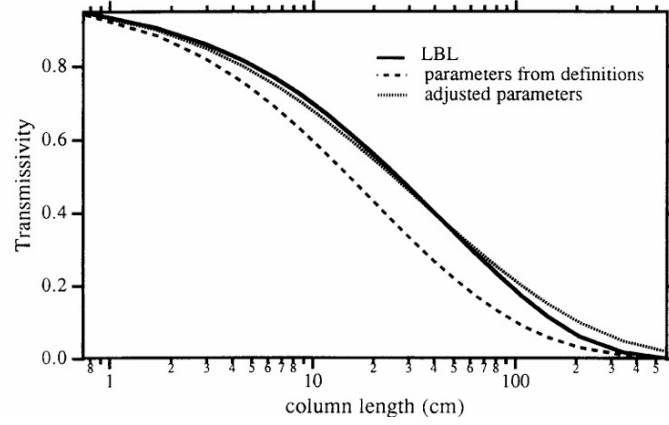


Figura 3.3: Andamento della trasmittanza media in funzione della lunghezza della colonna di gas [7]

L'asse delle ascisse della figura, rappresentante la lunghezza della colonna di gas considerata, può essere interpretato come la lunghezza del cammino ottico attraversato dalla radiazione nel mezzo considerato omogeneo e isotropo. Essa svolge quindi un ruolo analogo alla lunghezza della LOS ma in una configurazione molto più semplice rispetto al caso CFD: mentre nel dominio attorno al veicolo la linea di vista attraversa celle con proprietà variabili, qui il gas è uniforme e la trasmittanza dipende solo dalla lunghezza della colonna $\tau_\lambda = e^{-\kappa_\lambda L}$. La colonna contiene una miscela di CO_2 e N_2 a temperatura, pressione e composizione fissate; variando la lunghezza della colonna si varia quindi la quantità di gas attraversata dalla radiazione: in particolare, maggiore è la lunghezza della colonna di gas e maggiore sarà la quantità di anidride carbonica che aumenta l'assorbimento. L'efficacia di questa calibrazione è ulteriormente visibile analizzando gli spettri di trasmittanza. In particolare sono state analizzate due colonne isoterme contenenti rispettivamente H_2O e CO_2 diluite in N_2 , ovvero le due specie più importanti in termini di radianza infrarossa, e una molecola simmetrica neutra che, non avendo momento di dipolo, è trasparente alla radiazione. Le Figure 3.4a e 3.4b ne illustrano la trasmittanza e si nota come i due profili si sovrappongano quasi perfettamente lungo l'intero dominio dei numeri d'onda.

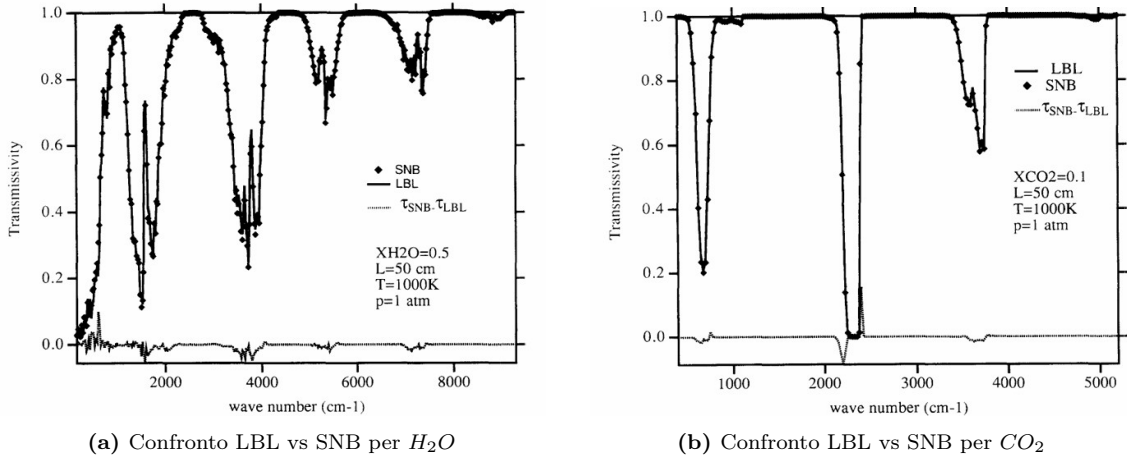


Figura 3.4: Confronto tra il modello line-by-line e il modello statistical narrow-band per H_2O e CO_2 , $\Delta\eta = 25 \text{ cm}^{-1}$ [7]

La bontà dell'approssimazione è ulteriormente confermata dalla curva residua riportata sul fondo di ciascun grafico (linea punteggiata $\tau_{SNB} - \tau_{LBL}$), la quale rappresenta l'errore assoluto tra i

due modelli e si mantiene costantemente nell'intorno dello zero: questo dimostra che il modello SNB è in grado di catturare le oscillazioni delle bande vibro-rotazionali senza la necessità di risolvere milioni di singole equazioni spettrali.

Un ulteriore approccio di banda è il metodo *Correlated-k* (CK), in questo caso i coefficienti di assorbimento all'interno di una banda vengono ordinati in funzione della loro intensità e descritti tramite una variabile cumulativa. Il modello si presta bene in presenza di forti gradienti di pressione e temperatura come avviene nel plume.

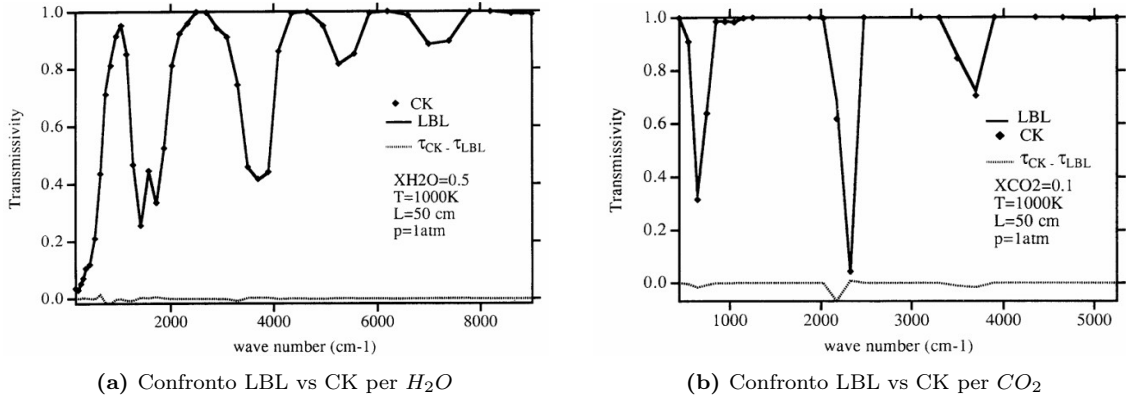


Figura 3.5: Confronto tra il modello line-by-line e il modello correlated- k per H_2O e CO_2 , $\Delta\eta = 25$ cm⁻¹ [7]

Le Figure 3.5a e 3.5b dimostrano che anche l'approccio CK è in grado di approssimare in modo accurato la trasmittanza delle specie radiativamente attive, riducendo il costo computazionale rispetto alla risoluzione riga per riga. Per chiarezza dei grafici, gli spettri riportati coprono un intervallo approssimativo di $\eta \in [500, 9000]$ cm⁻¹ corrispondente a $\lambda \in [1.11, 20]$ μ m per l' H_2O e $\eta \in [500, 5000]$ cm⁻¹ corrispondente a $\lambda \in [2, 20]$ μ m per la CO_2 .

I modelli appena discussi permettono quindi di chiarire il passaggio tra soluzione CFD e calcolo radiativo nei lavori applicativi analizzati nelle sezioni successive: la CFD fornisce, in ogni cella attraversata dalla linea di vista, temperatura, pressione, composizione chimica e lunghezza del cammino ottico; il modello spettroscopico trasforma queste informazioni in coefficienti di assorbimento o trasmittanze spettrali, che entrano poi nella RTE. Nel lavoro di Niu et al. [10], dedicato a un veicolo tipo HTV-2, le sorgenti radiative considerate sono l'emissione della superficie solida e la radiazione della sola specie gassosa CO_2 le cui capacità di emettere ed assorbire modificano la radiazione lungo il cammino ottico, quindi l'analisi riguarda la sola radiazione del sistema veicolo-gas, senza includere la trasmissione e l'attenuazione atmosferica. L'emissione superficiale, calcolata tramite legge di Planck, costituisce il valore iniziale della LOS, mentre il contributo gassoso viene calcolato lungo il dominio compreso tra la superficie del veicolo e il gas caldo circostante. Le proprietà radiative della CO_2 sono calcolate con un approccio LBL basato sul database HITEMP, come detto più adatto per la descrizione di gas ad alta temperatura; la LOS viene poi suddivisa in segmenti assunti localmente uniformi, e la RTE viene integrata progressivamente lungo il raggio. Il lavoro di Du et al. [6], invece, considera una configurazione missilistica completa, nella quale alla radiazione della parete si aggiunge il contributo del plume propulsivo, quindi il modello di flusso include sia la dissociazione dell'aria nello shock layer sia le reazioni di afterburning nello scarico, coinvolgendo tredici specie chimiche: O_2 , N_2 , H_2O , CO_2 , CO , H_2 , OH , NO , HCl , O , H , N e C . In questo caso, le specie radiativamente più rilevanti nel dominio infrarosso sono soprattutto H_2O , CO_2 , CO e HCl , prodotte o presenti nel plume e nei gas caldi attorno al missile. Le proprietà radiative del gas vengono ricavate a partire dal database HITEMP2010, che fornisce, per ciascuna

molecola, le informazioni fondamentali sulle transizioni spettrali, come posizione della riga, intensità, larghezze di riga e coefficienti di dipendenza da temperatura e pressione alla temperatura di 296 K. Questi dati vengono corretti in funzione della temperatura locale del gas attraverso le funzioni di partizione e i fattori di Boltzmann, in modo da descrivere la diversa popolazione dei livelli energetici alle temperature calcolate dalla CFD; passaggio fondamentale perché alcune transizioni molecolari diventano importanti solo alle alte temperature tipiche di un plume o di uno shock layer. Il coefficiente di assorbimento viene infine calcolato tramite l'Eq.(3.14) sommando il contributo delle transizioni attive allo stesso numero d'onda, e viene poi impiegato nel calcolo radiativo attraverso un RCM per stimare la radiazione ricevuta dal sensore tenendo conto sia del corpo del missile sia del plume. Nei risultati, i due lavori presentano quindi livelli diversi di complessità radiativa. Niu et al. isolano il contributo della parete e della CO_2 nel campo di moto attorno al veicolo, senza propagazione atmosferica; Du et al. includono invece il corpo missile, il gas caldo attorno alla testa e il plume propulsivo, attribuendo il contributo gassoso principale a più specie radiativamente attive. In entrambi i casi i risultati spettrali vengono poi integrati nelle bande operative dell'infrarosso, in particolare $1 - 3 \mu m$, $3 - 5 \mu m$ e $8 - 12 \mu m$. In questo modo, la scelta del database e del modello spettrale non costituisce un passaggio separato dalla CFD, ma rappresenta il ponte necessario tra campo termochimico locale, proprietà radiative del gas e intensità infrarossa osservabile. La quantità fin qui ottenuta descrive la radiazione del primo tratto della LOS, cioè dal bersaglio al bordo del dominio computazionale; manca il contributo del secondo tratto legato all'atmosfera che verrà discusso nella sezione successiva, estendendo lo stesso concetto di trasmittanza.

3.4 Trasmissione atmosferica e finestre di rilevamento

L'intensità radiativa prodotta dal veicolo e calcolata alla sorgente non coincide quasi mai con quella che effettivamente raggiunge il sensore di un satellite o di un sistema di difesa. Tra il bersaglio e il rilevatore si interpone infatti l'atmosfera terrestre, un mezzo partecipante che assorbe, diffonde ed emette radiazione, modificando lo spettro del segnale originale. Alla base dell'attenuazione atmosferica agiscono due meccanismi principali: lo scattering (o diffusione), che devia la traiettoria dei fotoni fuori dalla direzione di osservazione a causa dell'interazione con aerosol, pulviscolo e le particelle in sospensione; e l'assorbimento molecolare, che rappresenta un vero e proprio blocco selettivo dell'energia in specifiche lunghezze d'onda. Per questo motivo l'atmosfera non attenua tutto lo spettro infrarosso nello stesso modo: alcune bande vengono quasi completamente oscurate, mentre altre restano sufficientemente trasparenti da poter essere utilizzate per il rilevamento. Le specie atmosferiche principalmente responsabili dell'assorbimento infrarosso sono il vapore acqueo H_2O , l'anidride carbonica CO_2 e l'ozono O_3 : il primo è molto sensibile all'umidità e diminuisce con la quota, diventando quasi assente oltre i 10 km, la seconda è distribuita più uniformemente con la quota e contribuisce all'assorbimento nelle bande caratteristiche dell'infrarosso, mentre l'ozono è rilevante nella stratosfera, tra i 20 e i 30 km di quota. Altre specie partecipanti, ma in misura minima, sono il metano CH_4 e ossidi di azoto. Di conseguenza, anche la trasmittanza lungo la LOS atmosferica dipende dal profilo verticale di temperatura, pressione, umidità e composizione del percorso ottico [8]. Per calcolare questa attenuazione vengono impiegati codici computazionali standard quali *LOWTRAN*, un modello a bassa risoluzione spettrale con intervalli di numeri d'onda dell'ordine di 20 cm^{-1} applicabile per $\lambda > 0.2 \mu m$, e *MODTRAN*, a risoluzione moderata [8]. Quest'ultimo, grazie alla sua capacità di implementare accuratamente i profili verticali delle variabili appena citate, viene spesso utilizzato nei progetti di ottimizzazione multidisciplinare come dimostrato da Feng et al. [18] per correggere il segnale IR a seconda che l'osservatore si trovi in

orbita bassa LEO (Low Earth Orbit, a 600 km) o GEO (geostazionaria, a 36000 km).

La trasmittanza atmosferica può essere espressa come [36]

$$\tau_\lambda = \exp \left[- \int_0^L K_\lambda(s) ds \right] \quad (3.15)$$

dove L è la lunghezza della LOS, K_λ il coefficiente di estinzione atmosferica (o di assorbimento) lungo il cammino ottico, dipendente dalla lunghezza d'onda considerata. Questa relazione è formalmente analoga a quella già introdotta per il singolo tratto di gas nel dominio CFD, ma cambia la scala del problema: non si considera più una cella o una colonna di gas caldo vicino al veicolo, bensì l'intero percorso atmosferico tra bersaglio e sensore. Per visualizzare l'origine delle bande di rilevamento, viene riportato il grafico della trasmittanza atmosferica nel range 1 – 20 μm , calcolata con LOWTRAN per un cammino verticale di 5km in due condizioni atmosferiche: tropicale ed estiva alle medie latitudini [8]

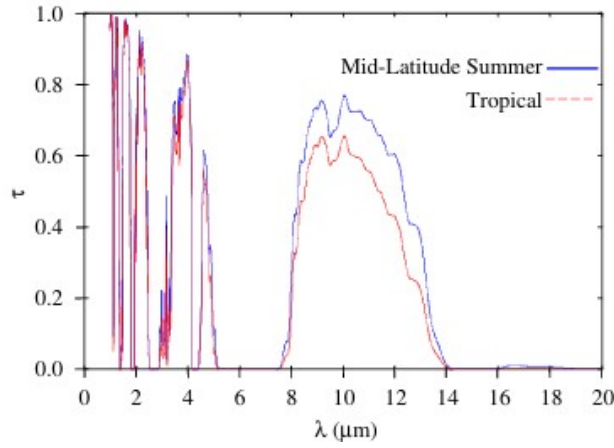


Figura 3.6: Trasmittanza atmosferica nel range di $\lambda \in [1 - 20 \mu m]$ [8]

Dalla Figura 3.6 si osserva che l'atmosfera non trasmette in modo uniforme tutto lo spettro infrarosso, ma presenta alcuni intervalli in cui l'assorbimento molecolare diventa dominante, come accade nella regione compresa tra 5 – 8 μm e altri in cui la trasmissione è più favorevole, che costituiscono le cosiddette *finestre atmosferiche*. Tra queste si individuano le bande SWIR (Short-Wave Infrared) 1 – 3 μm , la MWIR (Mid-Wave Infrared) 3 – 5 μm e la LWIR (Long-Wave Infrared) 8 – 12 μm . La differenza tra atmosfera tropicale ed estiva alle medie latitudini è legata soprattutto al diverso contenuto di vapore acqueo: nel primo caso, la maggiore umidità aumenta l'assorbimento in alcune porzioni dello spettro e riduce la trasmittanza rispetto al secondo caso; aspetto importante perché il vapore acqueo non solo attenua il segnale proveniente dal bersaglio ma contribuisce anche alla radianza atmosferica di fondo peggiorando il contrasto tra bersaglio e ambiente. Un sistema di rilevamento deve quindi concentrare la propria sensibilità nelle bande in cui l'atmosfera lascia passare una frazione significativa del segnale che, in termini operativi, si traduce nelle bande SWIR, MWIR e LWIR. La seconda è particolarmente importante per i gas ad alta temperatura e per il plume propulsivo, mentre la terza è adatta alla rilevazione di superfici più estese a temperatura più bassa [8].

Oltre all'attenuazione del segnale del bersaglio, bisogna considerare la radianza atmosferica di fondo o *sky radiance*, descritta secondo il modello empirico di Berger, nel quale in una banda $\Delta\lambda$ viene scritta come

$$\epsilon_{\Delta\lambda} = 1 - e^{-k_{\Delta\lambda} w}$$

dove $k_{\Delta\lambda}$ è il coefficiente di assorbimento nella banda considerata che non può essere considerato costante a causa dell'assorbimento del vapore acqueo che dipende dalla lunghezza d'onda considerata, w l'assorbitore equivalente, ovvero una misura della quantità di vapore acqueo presente lungo il percorso atmosferico; maggiore è questo parametro e maggiore sarà la radianza di fondo e maggiore sarà anche l'assorbimento in quella banda. Il coefficiente di assorbimento viene valutato empiricamente in funzione della temperatura di rugiada:

$$k_{\Delta\lambda} = C_1 + C_2 t_{dew}$$

con C_1 e C_2 coefficienti tabulati per lo specifico intervallo spettrale e t_{dew} la temperatura di rugiada. Per la banda $4 - 22 \mu m$, escludendo la sottobanda $9.3 - 9.6 \mu m$ nella quale è presente un contributo significativo dell'ozono, Mahulikar et al. riportano le espressioni empiriche per l'assorbitore equivalente, distinguendo tra condizioni notturne e diurne in quanto entra in gioco anche il riscaldamento solare:

$$w_{1,night} = 2.020e^{0.0243t_{dew}}; \quad w_{1,day} = 1.621e^{0.0193t_{dew}}$$

Per la banda dell' O_3 vengono invece utilizzate le relazioni:

$$w_{2,night} = 4.050e^{-0.0212t_{dew}}; \quad w_{2,day} = 3.317e^{-0.0182t_{dew}}$$

Le misure spettroscopiche di Eisner et al., richiamate da Mahulikar et al., mostrano infatti che per lunghezze d'onda maggiori a circa $3 - 4 \mu m$ il contributo dominante alla radianza di fondo è l'emissione termica dei gas atmosferici, mentre lo scattering da parte delle particelle sospese è più rilevante nel vicino infrarosso [8, 37].

Un ulteriore effetto che condiziona la trasmissione riguarda la direzione di osservazione. Mahulikar et al. mostrano che, considerando un sensore posizionato a terra, rispetto a uno nello spazio, il cammino ottico è diverso: nel primo caso la radianza attraversa un percorso in atmosfera più lungo rispetto al secondo caso, di conseguenza la radianza ricevuta è minore e il contrasto è anche minore perché la quantità di atmosfera è maggiore e quindi anche il rumore di fondo [8]. Questi concetti vengono espressi matematicamente da Rao e Mahulikar [38], che scrivono il segnale radiativo utile ricevuto dal sensore come differenza tra il contributo del bersaglio attenuato dall'atmosfera e la radianza atmosferica di fondo:

$$N_\lambda = (J_{\lambda,target} \tau_{\lambda,atm} - J_{\lambda,back}) \frac{A_{proj}}{R^2}$$

dove $J_{\lambda,target}$ è la radianza spettrale del bersaglio calcolata prima della propagazione atmosferica, ovvero il risultato ottenuto dal paragrafo precedente, $\tau_{\lambda,atm}$ è la trasmittanza atmosferica lungo la linea di vista ottenuta tramite l'Eq. (3.15), $J_{\lambda,back}$ la radianza atmosferica di fondo, A_{proj} l'area proiettata visibile dal sensore e R la distanza bersaglio-sensore. La formula chiarisce il ruolo della trasmissione atmosferica nella firma finale osservata: anche un bersaglio molto caldo può risultare meno rilevabile se il segnale viene fortemente attenuato o se la radianza di fondo è elevata. Inoltre, l'area proiettata compare esplicitamente, collegando questo secondo tratto della modellazione alla dipendenza della direzione di osservabilità già discussa per il calcolo LOS e RMCM.

Nei lavori che verranno di seguito discussi, questa seconda parte del problema non viene inclusa se non da Feng et al.[18], i quali introducono una correzione atmosferica tramite algoritmi basati su MODTRAN, valutando il segnale per osservatori in LEO (Low Earth Orbit, a $600km$) e GEO

(geostazionaria, a 36000km); tuttavia, il lavoro non fornisce una descrizione completa dell'input MODTRAN o della risoluzione spettrale adottata. Per questo motivo, la trasmissione atmosferica viene trattata in questa sezione come passaggio teorico separato e da implementare in future analisi in quanto determina quale parte del segnale riesce effettivamente ad arrivare al sensore e con quale contrasto rispetto al fondo atmosferico.

3.5 Produzione delle specie chimiche

La previsione del contributo della firma infrarossa dei gas caldi richiede, come è stato detto, una stima preliminare della composizione chimica del campo di moto. In questa sezione si richiamano i modelli chimici, precedentemente discussi nella Sezione 2.3, che sono stati utilizzati nei principali lavori analizzati e vengono illustrati i risultati ottenuti in termini di specie. Nei flussi ipersonici, la produzione delle specie può avvenire in regioni diverse del dominio: nello shock layer, dove l'aumento della temperatura a valle dell'onda d'urto può indurre dissociazione di O_2 e N_2 , formazione di NO e, per condizioni sufficientemente energetiche, ionizzazione; alla parete, dove le specie atomiche o ionizzate possono ricombinarsi se la superficie è catalitica, modificando il flusso termico locale; infine nel plume propulsivo, dove la composizione dipende dai prodotti di combustione e dalle reazioni secondarie di afterburning con l'aria esterna.

- Un primo riferimento utile per descrivere la **produzione delle specie nello shock layer**, utilizzando due differenti modelli cinetici per l'aria, è il lavoro di Yang e Liu [9]. Gli autori analizzano una configurazione di rientro di tipo sphere-cone, derivata dalla geometria del Mars Environmental Survey Vehicle (MESUR). Il modello presenta un forebody e un afterbody con semi-angoli rispettivamente pari a 70° e 40° , un diametro di base $D_b = 152\text{ mm}$ e un raggio di naso $R_n = 38.1\text{ mm}$, come visibile in Figura 3.7. Le condizioni di freestream sono tabellate in

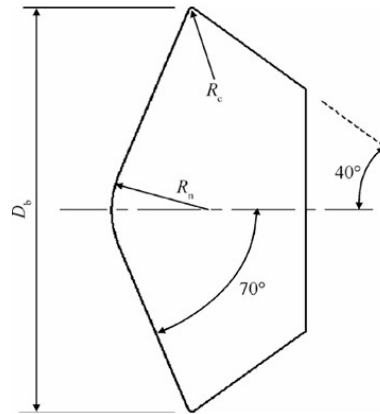


Figura 3.7: Geometria sfera-cono [9]

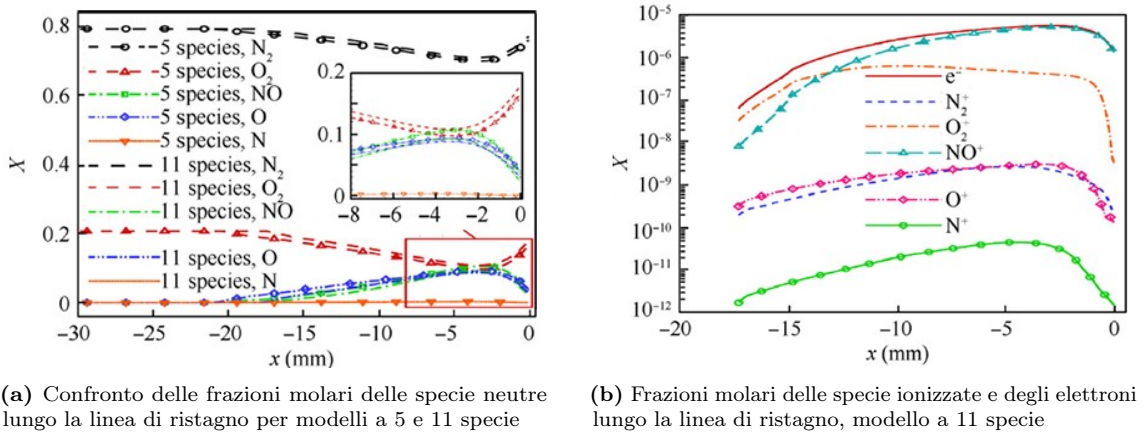
Tabella 3.1.

Tabella 3.1: Condizioni di corrente libera [9]

M_∞	α	V_∞ [km/s]	T_∞ [K]	p_∞ [Pa]	X_{N_2}	X_{O_2}
14.9	0°	4.15	190	18.24	0.79	0.21

Il confronto tra modelli chimici viene condotto, per la distribuzione delle specie lungo la linea di ristagno, ad angolo d'attacco nullo, $\alpha = 0^\circ$, assumendo una parete isoterma e catalitica a

$T_w = 300$ K. Gli autori utilizzano un modello a due temperature e il modello di Gupta a 11 specie che comprende: N_2 , O_2 , NO , O , N , NO^+ , N_2^+ , O_2^+ , N^+ , O^+ ed elettroni; includendo quindi non solo la dissociazione e la formazione di NO , ma anche la presenza di specie ionizzate e cariche; e lo confrontano con un modello a 5 specie, costituito invece da N_2 , O_2 , NO , O e N . La differenza principale è che il modello a 5 specie descrive reazioni neutre dell'aria (dissociazione, ricombinazione, reazioni di scambio), mentre il modello a 11 specie permette di includere anche gli effetti della ionizzazione (comparsa di specie cariche). Questo confronto risulta quindi utile in quanto mostra come la scelta del modello chimico non influenzi soltanto la composizione del gas, ma anche grandezze aerotermiche come shock stand-off distance e wall heat flux. Per visualizzare questa differenza indotta dai modelli, è riportato il risultato in termini di frazioni molari lungo la linea di ristagno.



(a) Confronto delle frazioni molari delle specie neutre lungo la linea di ristagno per modelli a 5 e 11 specie

(b) Frazioni molari delle specie ionizzate e degli elettroni lungo la linea di ristagno, modello a 11 specie

Figura 3.8: Distribuzione delle frazioni molari lungo la linea di ristagno, distinguendo specie neutre, specie ionizzate ed elettroni per due modelli cinetici dell'aria [9]

La Figura 3.8a confronta le *specie neutre* calcolate con il modello a 5 specie e con quello a 11 specie. Da sinistra verso destra si nota innanzitutto che l'aria è inizialmente composta solo da N_2 al 79% (curva nera) e O_2 al 21% (curva rossa) della massa totale. In particolare, le curve dell'ossigeno molecolare precipitano più velocemente rispetto a quelle dell'azoto molecolare a causa dell'energia di dissociazione superiore di quest'ultima. In entrambi i casi, le specie prodotte in quantità maggiore sono O (curve blu) e NO (curve verdi), poiché la dissociazione di O_2 e la formazione di NO richiedono temperature inferiori (per l'ossigeno molecolare $\Theta_D = 59500$ K o energia di attivazione $E_a = 5.1$ eV, temperatura ambiente a cui inizia a dissociare ≈ 2500 K e completa a ≈ 4000 K, legame doppio. Per il monossido di azoto, che deriva dai due scambi $O + N_2$ e $O_2 + N$, $\Theta_D = 113000$ K o $E_a = 9.8$ eV, l'azoto molecolare inizia a dissociare a ≈ 4000 K e completa a ≈ 9000 K, legame triplo) rispetto ad altre reazioni. Tuttavia, nel modello a 11 specie la produzione di O ed NO risulta leggermente inferiore rispetto al modello a 5 specie. Questa differenza è attribuita al fatto che il serbatoio energetico totale è lo stesso, ma nel modello a 11 specie una grande parte di energia viene utilizzata dalla ionizzazione, quindi si ha meno energia a disposizione per favorire la formazione del monossido di azoto e la dissociazione dell'ossigeno molecolare quindi, un modello a 11 specie, laddove la ionizzazione non fosse totale, sottostimerebbe la traccia IR perché il modello ruberebbe più energia endotermicamente rispetto a quella effettivamente consumata dalla ionizzazione, restituendo una temperatura inferiore del reale. Inoltre, guardando i gradienti delle concentrazioni a parete, si nota come essi ritornino circa uguali ai valori del freestream, indicando un comportamento della parete catalitica.

La Figura 3.8b mostra invece le frazioni molari delle *specie ionizzate e degli elettroni* lungo la

stessa linea di ristagno. Le specie più rilevanti risultano essere e^- , NO^+ e O_2^+ , mentre altre specie ionizzate, come N^+ , presentano frazioni molari molto più basse. Questo andamento è legato alle diverse temperature di attivazione delle reazioni di ionizzazione, esattamente come per le specie neutre della figura precedente: la formazione di NO^+ e O_2^+ richiede condizioni meno severe rispetto alla produzione di altre specie cariche, mentre la formazione di N^+ richiede temperature più elevate. Per completezza, si riporta la distribuzione spaziale delle frazioni molari delle specie ionizzate e degli elettroni:

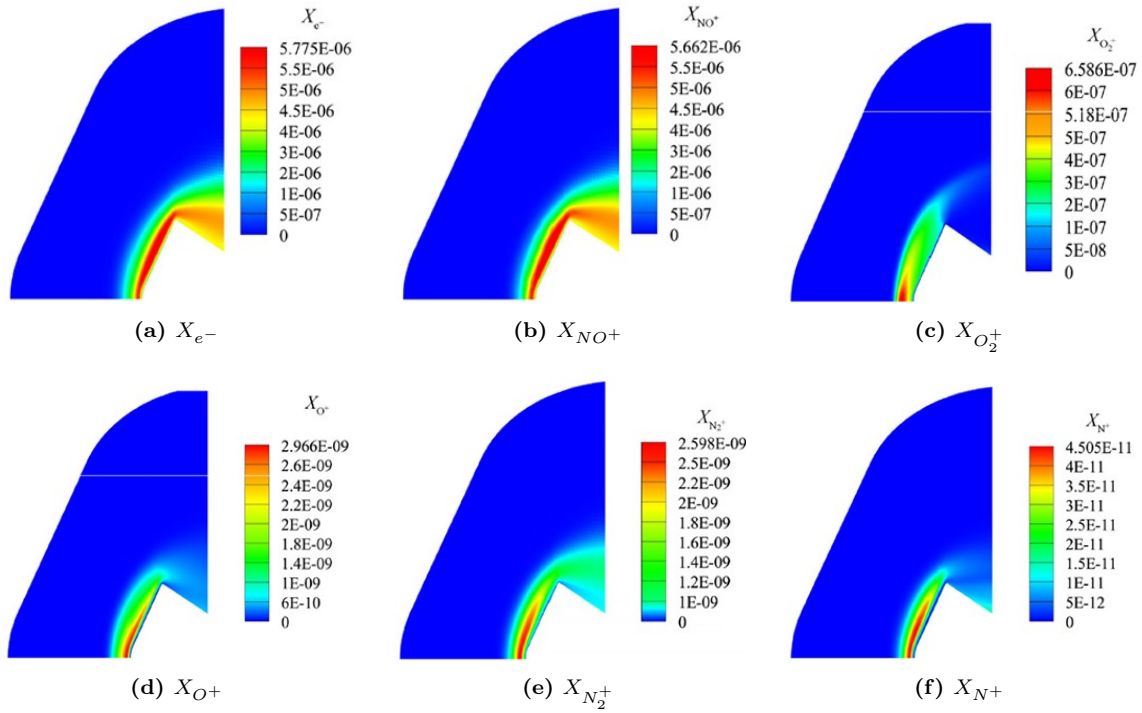


Figura 3.9: Distribuzione delle frazioni molari delle specie ionizzate e degli elettroni nel campo di moto attorno alla configurazione di rientro [9]

La Figura 3.9 mostra che le concentrazioni più elevate si localizzano nello shock layer, in prossimità della zona di ristagno e lungo il forebody, dove le alte temperature prodotte dall'onda d'urto favoriscono le reazioni di ionizzazione. Gli elettroni e NO^+ sono le specie più abbondanti, con frazioni molari massime dell'ordine di 10^{-6} , mentre O^+ , N_2^+ e soprattutto N^+ risultano molto meno presenti, con valori massimi che scendono fino all'ordine di 10^{-11} . Questo andamento riflette le diverse soglie termiche richieste dalle reazioni e conferma che la produzione di specie cariche è confinata alle regioni più calde dello shock layer.

Nel complesso, si evince che l'introduzione della ionizzazione non modifica in modo particolare la distribuzione delle specie neutre, ma aggiunge una popolazione di specie cariche ed elettroni che diventa rilevante per la descrizione del plasma. Ai fini della firma infrarossa, questo risultato serve soprattutto a chiarire la composizione del gas ad alta temperatura nello shock layer; ai fini dell'osservabilità radar, invece, la presenza di elettroni e ioni costituisce il punto di partenza per la successiva valutazione delle proprietà elettromagnetiche del mezzo.

Un altro risultato utile per evidenziare come la scelta del modello chimico influenzi anche la struttura fluidodinamica dello shock layer è la valutazione della shock stand-off distance.

In Figura 3.10 è mostrato il rapporto di densità ρ/ρ_∞ lungo la linea di ristagno per tre diversi modelli: gas perfetto, modello a 5 specie e modello a 11 specie. Quest'ultimo restituisce una distanza dell'urto del 28.8% inferiore rispetto a quella ottenuta con il modello di gas perfetto, e del

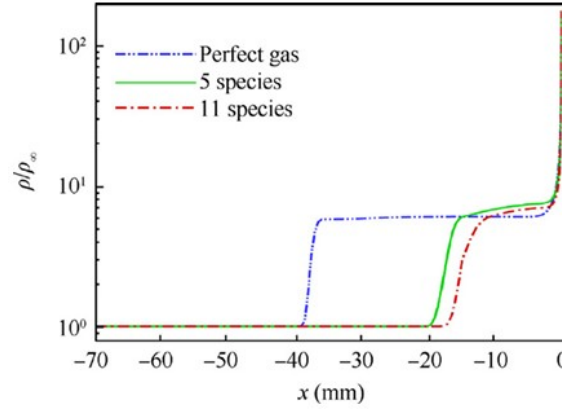


Figura 3.10: Rapporto densità lungo la linea di ristagno [9]

4.2% inferiore rispetto a quella calcolata con il modello a 5 specie, indicando il diverso modo in cui i modelli trattano l'energia disponibile a valle dell'urto. Nel modello di gas perfetto la composizione dell'aria resta fissa e non sono presenti reazioni chimiche, di conseguenza l'energia cinetica dissipata attraverso l'urto viene trasformata principalmente in energia interna, con un forte aumento della temperatura; nel modello a 5 specie, invece, una parte di questa energia viene assorbita dalle reazioni di dissociazione di O_2 e N_2 e dalle reazioni di formazione di NO ; infine, nel modello a 11 specie si aggiunge anche il contributo delle reazioni di ionizzazione, che introducono un ulteriore assorbimento energetico. Di conseguenza, nei modelli reagenti la temperatura immediatamente a valle dell'urto risulta inferiore rispetto al caso di gas perfetto. A parità di ordine di grandezza della pressione post-urto, questo comporta un aumento del rapporto di densità ρ/ρ_∞ , cioè una maggiore compressione del gas nello shock layer che, quindi, occupa meno spessore tra l'urto e la parete del corpo. Inoltre, a differenza della differenza con il modello di gas perfetto, la soluzione restituita dal modello a 11 specie non dista molto da quella del modello a 5 specie in quanto le reazioni di ionizzazione producono quantità di specie cariche inferiori rispetto alle reazioni di dissociazione e di scambio neutro come si è visto dal confronto delle frazioni molari in Figura 3.8.

Un risultato importante è ottenuto dal confronto del flusso di calore superficiale $q_w = q_{gw}$, senza contributo radiativo, considerando la parete non catalitica, parzialmente catalitica (considerando elettroni e^- e specie ionizzate N_2^+ , O_2^+ , NO^+ , O^+ , N^+ completamente catalizzati alla parete, cioè reagiscano con velocità idealmente infinita; specie neutre N_2 , O_2 , NO , O , N non catalizzate) e super catalitica, mostrando che le reazioni superficiali esotermiche di ricombinazione di specie atomiche, ioniche ed elettroniche, che si sviluppano in presenza di catalisi, rilasciano energia restituendo un valore superiore di flusso termico a parete, contributo diffusivo dell'Eq.(3.1).

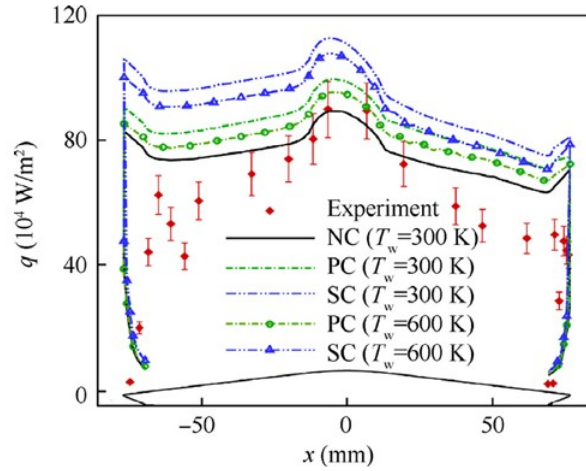


Figura 3.11: Effetto della catalisi di parete sul flusso termico superficiale $\alpha = 10^\circ$ [9]

Nella Figura 3.11 si nota infatti che la condizione di parete super-catalitica restituisce il flusso maggiore rispetto a quella parzialmente catalitica e così via. È utile aggiungere un commento su questi risultati: osservando l'immagine, si nota subito come una condizione di parete isoterma con temperatura superiore restituisca un flusso di calore minore rispetto al caso di parete più fredda, in entrambi i casi di catalisi. Questo andamento è imputabile al minor gradiente termico tra parete e flusso esterno, che restituisce un flusso inferiore, contributo conduttivo dell'Eq.(3.1).

- Il contributo più direttamente legato alla **produzione delle specie è però quello del plume propulsivo**. A differenza dello shock layer, qui la composizione non deriva soltanto dall'aria compressa e riscaldata, ma anche dai prodotti di combustione espulsi dall'ugello e dalle specie generate da reazioni secondarie con l'atmosfera circostante. Du et al. [6] analizzano questo problema su una configurazione tridimensionale semplificata di un missile ipersonico tipo Dagger (Ch-47M2 Kinžal) e considerano i due insiemi di processi chimici: la dissociazione dell'aria nello shock layer e l'afterburning multi-componente del plume. Il modello CAD presenta le seguenti grandezze geometriche (Figura 3.12): nose cone di lunghezza $L_n = 3.331$ m, seguito da una sezione cilindrica di lunghezza $L_c = 3.332$ m e diametro $D_c = 0.9644$ m. Il sistema propulsivo è rappresentato tramite un ugello caratterizzato da diametro di ingresso $D_i = 0.44$ m, diametro di gola $D_t = 0.255$ m e diametro di uscita $D_e = 0.8$ m.

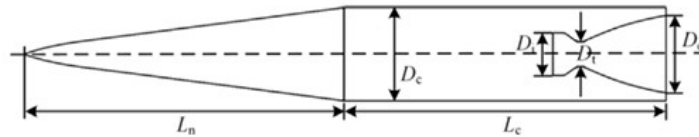


Figura 3.12: Geometria missile tipo Dagger [6]

Le condizioni di volo considerate sono rappresentative della fase precedente allo spegnimento del motore, descritte in tabella 3.2.

Tabella 3.2: Condizioni di corrente libera e condizioni al piano di ingresso dell'ugello per il missile tipo Dagger [6]

Condizioni di corrente libera	
Quota	25 km
Velocità, V_∞	2989 m/s
Numero di Mach, M_∞	10
Pressione, p_∞	2549.2 Pa
Temperatura, T_∞	221.5 K
Condizioni al nozzle inlet D_i	
Temperatura totale	3400 K
Pressione totale	4215120 Pa
Frazioni molari al nozzle inlet D_i	
H ₂ O	0.152
CO ₂	0.0174
CO	0.249
N ₂	0.099878
H ₂	0.315
HCl	0.156
O ₂	0.000907
NO	0.000705
OH	0.00911

Il modello cinetico comprende 13 componenti: O_2 , N_2 , NO , O , N , CO , H_2 , OH , H , C , H_2O , CO_2 e HCl , di cui i primi 5 sono le specie base dell'aria neutra e descrivono la dissociazione della stessa nello shock layer, i successivi 5 sono i prodotti della combustione incompleta, gli altri 2 sono i prodotti di afterburning assieme al vapore acqueo, l'ultimo HCl , cloruro di idrogeno, è anch'esso un prodotto di scarto ma non partecipa a nessuna reazione; tuttavia, deve essere inserito perché emette un picco di radiazione nella banda MWIR come si vedrà. In Tabella 3.3 vengono riportate tutte le reazioni chimiche considerate, di cui le prime associate alla dissociazione dell'aria e alle reazioni di scambio nello shock layer (da R1 a R5), mentre le restanti descriventi i processi di afterburning dei gas incombusti (CO e H_2) con l'ossigeno molecolare (R6-R20), e tutti i coefficienti necessari per la legge di Arrhenius: fattore di frequenza pre-esponenziale A_f , l'esponente n_f a cui è elevata la temperatura, ed energia di attivazione E_a per le reazioni forward (si ricorda che sarà il software a ricavare le costanti per le backward in funzione della costante di equilibrio K_{eq}).

Tabella 3.3: Reazioni chimiche e coefficienti cinetici per le reazioni *forward* [6]

N.	Reazione	$A_f \left[s^{-1} \left(\frac{m^3}{kmol} \right)^{n-1} \right]$	n_f	E_a [J/kmol]
R1	$N_2 + M \rightleftharpoons N + N + M$	7.0×10^{18}	-1.6	9.41×10^8
R2	$O_2 + M \rightleftharpoons O + O + M$	2.0×10^{18}	-1.5	4.95×10^8
R3	$NO + M \rightleftharpoons N + O + M$	5.0×10^{12}	0	6.28×10^8
R4	$NO + O \rightleftharpoons N + O_2$	8.4×10^9	0	1.62×10^8
R5	$N_2 + O \rightleftharpoons N + NO$	6.4×10^{14}	-1	3.19×10^8
R6	$H + OH + M \rightleftharpoons H_2O + M$	3.63×10^{16}	-2	0
R7	$H + H + M \rightleftharpoons H_2 + M$	1.09×10^{12}	-1	0
R8	$O + H + M \rightleftharpoons OH + M$	3.63×10^{12}	-1	0
R9	$OH + CO \rightleftharpoons H_2O + C$	1.69×10^4	1.3	-1.38×10^6
R10	$OH + H_2 \rightleftharpoons H_2O + H$	1.14×10^6	1.3	7.64×10^7
R11	$H + O_2 \rightleftharpoons OH + O$	1.45×10^{11}	0	3.45×10^7
R12	$O + H_2 \rightleftharpoons OH + H$	1.81×10^7	1	1.87×10^7
R13	$OH + OH \rightleftharpoons H_2O + O$	6.02×10^9	0	2.3×10^6
R14	$CO + O + M \rightleftharpoons CO_2 + M$	2.54×10^9	0	9.21×10^6
R15	$CO + M \rightleftharpoons C + O + M$	2.3×10^{17}	-1	1.07×10^9
R16	$CO_2 + O \rightleftharpoons O_2 + CO$	2.1×10^{10}	0	2.31×10^8
R17	$CO + NO \rightleftharpoons CO_2 + N$	1.0	2	1.74×10^8
R18	$CO + O \rightleftharpoons O_2 + C$	3.9×10^{13}	-0.18	5.75×10^8
R19	$CO + N \rightleftharpoons NO + C$	9.0×10^{13}	-1	4.42×10^8
R20	$CO + CO \rightleftharpoons CO_2 + C$	1.0×10^9	0	6.02×10^8

Questo permette di separare i due contributi, valutando il peso rispettivo sulla radiazione complessiva. In Figura 3.13 viene riportato l'andamento della temperatura lungo la center line del plume in quattro casi considerati:

- CASO 1: tutto spento, frozen flow. Niente dissociazione sul muso e niente combustione nella scia;
- CASO 2: viene considerata la dissociazione di O_2 e N_2 sul muso (R1-R5), ma il plume resta spento/congelato;
- CASO 3: caso 2 al contrario, plume acceso (R6-R20);
- CASO 4: tutto acceso (R1-R20).

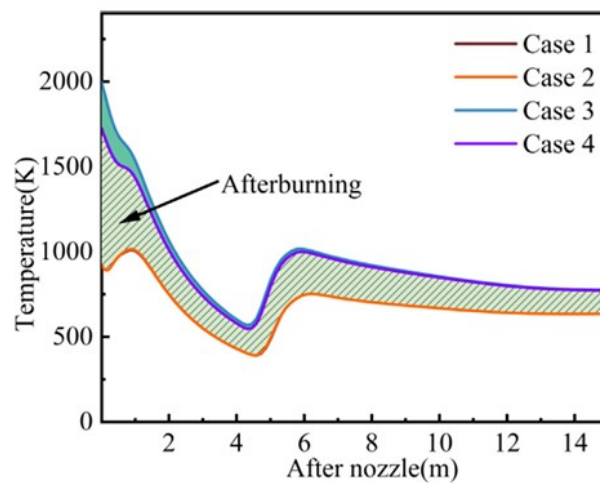


Figura 3.13: Distribuzione della temperatura lungo la centerline del plume per diversi modelli reattivi [6]

Si nota subito che le curve rappresentative dei quattro casi, si dividono in due famiglie: i casi 1 e 2 dove la scia è congelata viaggiano nella parte inferiore del grafico, i casi 3 e 4 relativi all'accensione dell'afterburning, schizzano verso l'alto. L'area tratteggiata evidenzia proprio la differenza causata dal post-combustore che sprigiona calore tanto da innalzare la temperatura di $1000K$ rispetto al gas inerte. Anche qui, come nello studio precedente, è importante sottolineare il fatto che l'energia utilizzata nel muso per dissociare l' O_2 e l' N_2 , fa sì che il gas arrivi a valle leggermente più freddo, abbassando la temperatura di circa $200 K$, per questo la curva rappresentante il caso 4 si trova sotto la curva del caso 3. Inoltre, tutte le curve partono alte, scendono velocemente, e poi hanno un picco verso l'alto a circa 6 metri di distanza. Questo è l'effetto del getto sotto-espanso: uscendo a pressione altissima nell'aria rarefatta, il gas prima si espande e si raffredda (la curva crolla), per poi incontrare l'atmosfera esterna formando un'onda d'urto obliqua. Passando attraverso l'urto, il gas frena e si ricomprime, riscaldandosi (il picco). L'energia aggiunta dall'afterburning (nei casi 3 e 4) modifica la pressione locale a tal punto da "spingere" l'onda d'urto all'indietro, facendola avvenire a 4.4 metri dall'ugello anziché ai 4.8 metri dei casi freddi.

Il secondo risultato riportato è relativo alle frazioni massiche delle principali specie nel plume H_2 ($X_{H_2} = 0.315$), CO ($X_{CO} = 0.249$), HCl ($X_{HCl} = 0.156$), H_2O ($X_{H_2O} = 0.152$), CO_2 ($X_{CO_2} = 0.0174$), analizzando il caso 3 relativo all'afterburning acceso e dissociazione sul muso spenta.

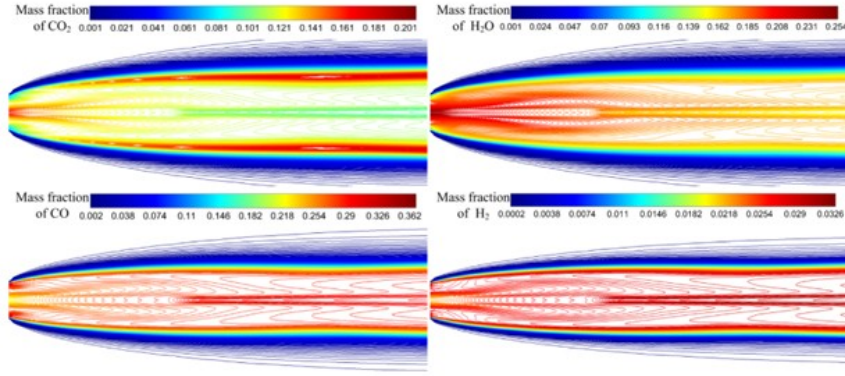


Figura 3.14: Distribuzione delle frazioni massiche delle principali specie nel plume propulsivo [6]

La Figura 3.14 mostra che, dal momento che il motore non brucia il propellente in modo perfetto, ci sono gas incombusti come il CO e l' H_2 i quali, una volta usciti in atmosfera fredda ricca di ossigeno, prendono fuoco nuovamente (afterburning). Questa reazione consuma il monossido di carbonio e l'idrogeno per creare CO_2 e H_2O , proprio le specie chimiche che si illuminano all'infrarosso.

Il collegamento diretto tra produzione delle specie e firma IR è mostrato nelle seguenti figure, ottenute considerando una linea di vista nel piano orizzontale di osservazione, con angolo di rilevamento di 90° lateralmente (Figura 3.15). La trattazione non include l'attenuazione atmosferica, né l'accoppiamento fluido-struttura. La superficie viene quindi considerata in equilibrio radiativo col fluido, $q_c = 0 \rightarrow q_{gw} = q_{rad}$, e la sua temperatura viene ricavata in formula inversa con $T_w = (q_{rad}/\varepsilon\sigma)^{1/4}$.

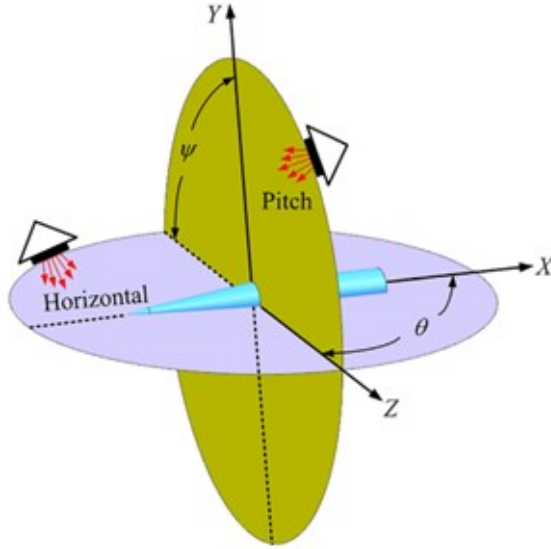


Figura 3.15: Descrizione schematica degli angoli di osservazione [6]

A valle della soluzione CFD, il campo di moto è ormai noto in termini di temperatura, pressione, velocità e composizione locale della specie; grandezze che permettono di calcolare le grandezze radiative tramite database HITEMP2010 e modello SNB per il coefficiente di assorbimento, mentre il metodo RMCM viene impiegato per stimare l'intensità radiativa del plume lungo la direzione di osservazione definita in precedenza. Nella formulazione radiativa già introdotta, il primo passaggio era il calcolo della *radianza spettrale* (Eq. (3.10)) $I_{\lambda,j} = [kW/sr m^2 \mu m]$ lungo il singolo raggio j considerato, per unità di angolo solido e per data lunghezza d'onda, che viene integrata nella banda

considerata ottenendo la *radianza integrata* in banda (Eq. (3.11)):

$$I_{\Delta\lambda,j} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I_{\lambda,j} d\lambda \quad [kW/m^2 sr] \quad (3.16)$$

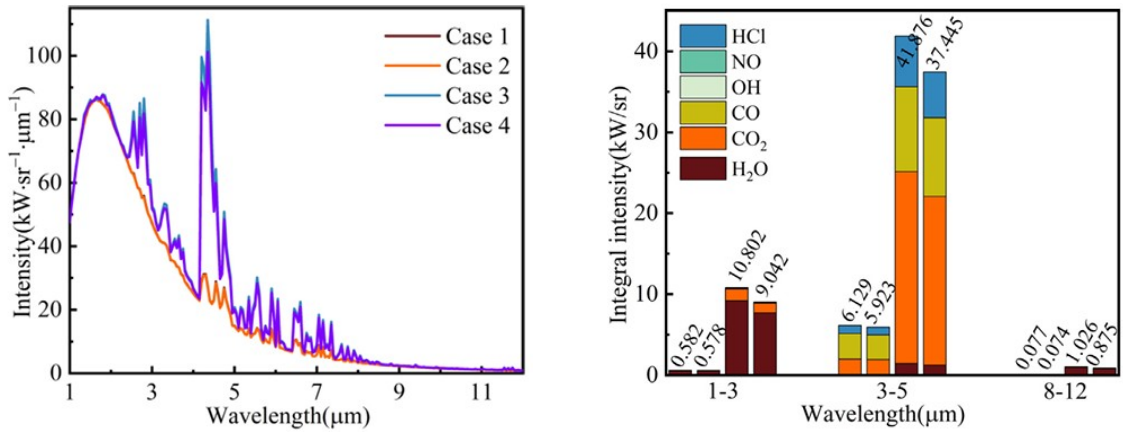
questa grandezza non è ancora un'intensità, perché conserva il riferimento all'unità di area proiettata. Per ottenere l'intensità radiativa del gas associata alla direzione di osservazione, è necessario sommare il contributo dei diversi raggi sull'area proiettata visibile. Se questo passaggio viene effettuato prima dell'integrazione in banda, ovvero prima dell'Eq. (3.16), si ottiene l'*intensità radiativa spettrale* del gas:

$$I_{\lambda,gas} \simeq \sum_{j=1}^{N_{LOS}} I_{\lambda,j} \Delta A_j \quad [kW/sr \mu m] \quad (3.17)$$

Questa è la grandezza riportata nel grafico a sinistra della figura successiva. Se invece l'integrazione sull'area viene applicata alla radianza già integrata nella banda, si ottiene l'*intensità radiativa integrata* (Eq. (3.12))

$$I_{\Delta\lambda,tot} \simeq \sum_{j=1}^{N_{LOS}} I_{\Delta\lambda,j} \cdot \Delta A_j \quad [kW/sr] \quad (3.18)$$

visibile a destra della successiva figura.



(a) Intensità radiativa del gas nei quattro casi analizzati

(b) Intensità radiativa integrata nelle bande 1–3 μm , 3–5 μm e 8–12 μm

Figura 3.16: Confronto dell'intensità radiativa e dell'intensità radiativa integrata del gas nelle principali bande infrarosse considerate [6]

Le figure sopra riportate mostrano i risultati più importanti dell'intero studio e devono essere compresi appieno, così da poter visualizzare i grafici seguenti in modo subito intuitivo. I due grafici devono inoltre essere osservati contemporaneamente: la Figura 3.16a mostra l'intensità della radiazione per ogni singola lunghezza d'onda [1-12 μm] e per ogni caso, mentre la Figura 3.16b integra per bande i contributi di ogni specie. Si nota che:

- i casi 3 e 4, in cui la combustione secondaria è considerata, contribuiscono all'aumento di intensità radiativa rispetto ai casi 1 e 2. In particolare, nella banda SWIR il caso 3 mostra un'intensità superiore di 18.6 volte rispetto al caso 1, mentre nella banda MWIR l'aumento è di 6.83 volte;
- nella banda **SWIR** da 1 a 3 μm domina il vapore acqueo H_2O attraverso i suoi salti energetici, con un picco a 1.88 μm e a 2.66 μm . Il picco vicino ai 2.7 μm è invece legato all'anidride

carbonica CO_2 . Quindi nella regione $2.6 - 2.8\mu m$ i contributi di H_2O e CO_2 risultano molto ravvicinati. La presenza massiccia di queste specie è riconducibile all'attivazione dell'afterburning.

- nella banda **MWIR** da 3 a $5\mu m$ i contributi principali sono dati da CO_2 , CO con picco a $4.67\mu m$ e HCl (cloruro di idrogeno, residuo del propellente solido) con picco a $3.47\mu m$. Il salto dai casi 1 e 2 ai 3 e 4 è di circa 7 volte.
- nella banda **LWIR** da 8 a $12\mu m$ l'effetto principale sulla radiazione è dato dalla superficie solida che verrà meglio chiarito attraverso le successive distribuzioni angolari, a parte un minimo contributo di vapore acqueo;
- in tutte le bande, ancora una volta, le grandezze relative al caso 4 mostrano una diminuzione della radianza infrarossa di $\approx 10\%$ a causa dell'introduzione della dissociazione di N_2 e O_2 che diminuisce la temperatura del plume. A conferma di ciò si riporta la Figura 3.17 che rappresenta la radianza integrata nella banda di più interesse per quanto riguarda l'emissione del plume $3 - 5\mu m$, la quale conferma ciò che è evidente dalla Figura 3.16a e Figura 3.16b: il caso 3 restituisce una radianza maggiore rispetto al caso 4, confermando che l'aggiunta della dissociazione dell'aria sul muso riduce in parte la radiazione prodotta dal plume rispetto al caso in cui non viene considerata.

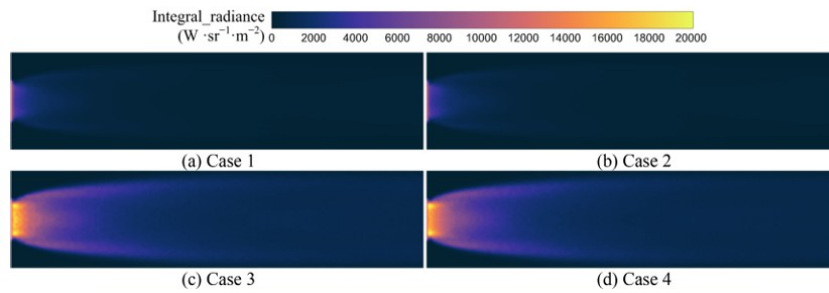


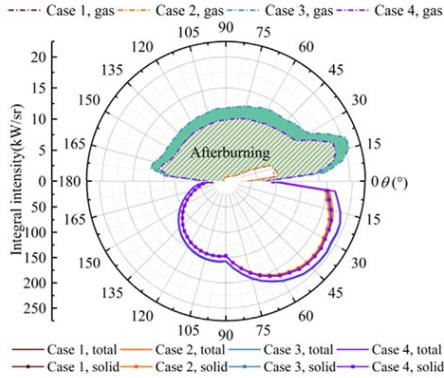
Figura 3.17: Radianza integrata nella banda $3-5\mu m$ [6]

Per chiarire se la firma IR è dominata dalla superficie calda del missile piuttosto che dal plume, gli autori riportano le distribuzioni angolari dell'intensità radiativa nelle tre bande principali: per ciascun intervallo spettrale viene separato il contributo del gas (nel quadrante superiore) da quello superficiale e il totale (nel quadrante inferiore); oltre alla scomposizione nelle specie della sola componente gassosa.

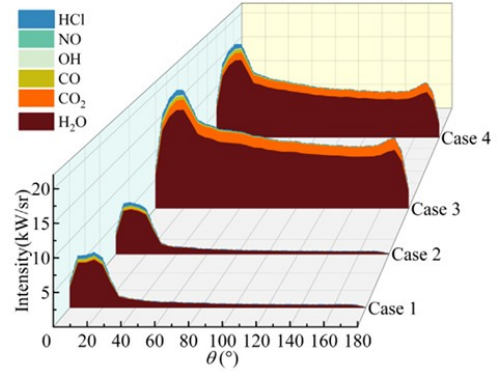
NOTA sui diagrammi polari che verranno visualizzati di seguito: analizzando la distribuzione angolare dell'intensità radiativa, un lettore potrebbe essere indotto a ipotizzare che i picchi di massima emissione si registrino in corrispondenza della vista posteriore $\theta = 0^\circ$. Tuttavia, si deve ricordare che l'Eq.(3.18) risulta direttamente proporzionale all'area proiettata dal bersaglio: nella vista orizzontale, quando il sensore punta al plume o al muso, quest'area si riduce alla sola sezione trasversale; di conseguenza, la ridotta superficie visibile limita il numero di raggi ottici utili in grado di intercettare il bersaglio e i gas caldi che lo circondano, restituendo un segnale debole. Al contrario, man mano che l'angolo si sposta in viste laterali, l'area proiettata si massimizza: il sensore viene esposto all'intera sezione longitudinale del veicolo (fortemente riscaldata dall'attrito aerodinamico) e anche al plume. Questa esposizione massimizza l'area proiettata e i raggi ottici utilizzati, restituendo i picchi della radiazione. Questo testimonia che, ai fini della traccia IR, l'estensione geometrica della superficie radiante visibile ha un peso del tutto predominante rispetto

alla sola posizione dei punti caldi localizzati.

Contributo alla radiazione SWIR



(a) Intensità radiativa integrata nella banda 1–3 μm , suddivisa nei contributi gas, solido e totale

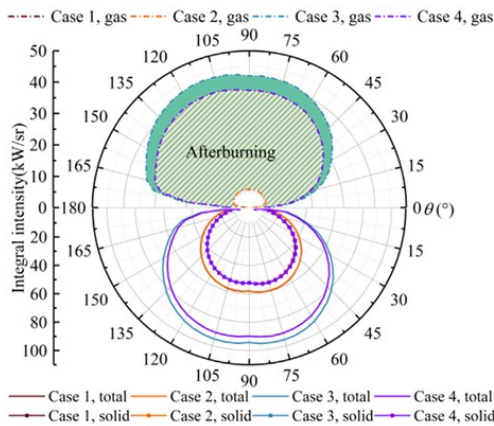


(b) Intensità radiativa del solo gas nella banda 1–3 μm

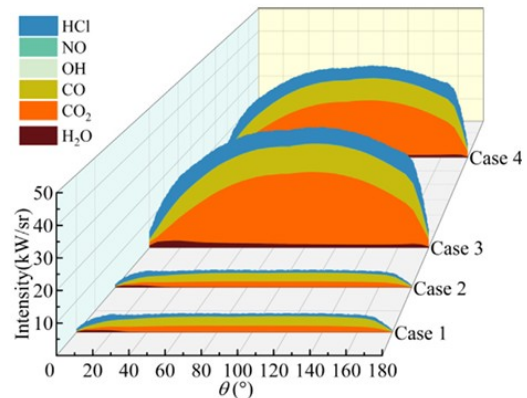
Figura 3.18: Confronto tra l'intensità radiativa integrata totale e il contributo radiativo del solo gas nella banda 1–3 μm [6]

A livello di intensità radiativa integrata, questa banda si pone a metà tra le tre considerate. Dalla Figura 3.18a si osserva che: il contributo dei gas nei casi freddi è dell'ordine di pochi-10 kW/sr , mentre nei casi caldi da 10-20 kW/sr . Il caso 3 presenta un'intensità gassosa circa 1.5 volte superiore rispetto al caso 1, mentre il caso 4 diminuisce di circa l'11% rispetto al caso 3. Il contributo della parete è superiore di un ordine di grandezza (circa 100-200 kW/sr), indicando un *peso superiore rispetto alla componente gassosa*, la quale resta comunque importante. Dalla Figura 3.18b si conferma ciò che è già stato detto: il **vapore acqueo** contribuisce in modo dominante, con un massimo di radiazione all'angolo di osservazione $\Theta \approx 20^\circ$. Il massimo totale si misura invece per $\Theta \approx 20^\circ - 45^\circ$, con curve quasi sovrapponibili al contributo solido, indicandone la prevalenza nel segnale.

Contributo alla radiazione MWIR



(a) Intensità radiativa integrata nella banda 3–5 μm , suddivisa nei contributi gas, solido e totale

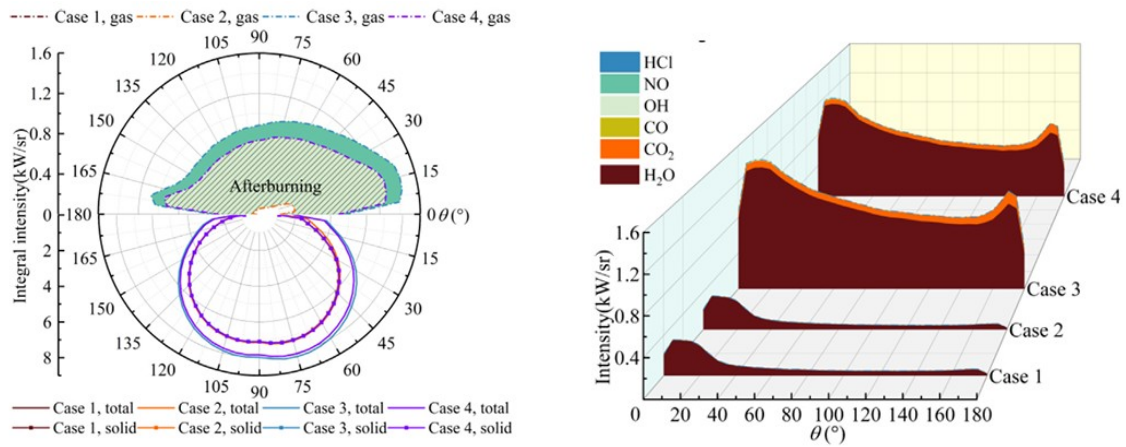


(b) Intensità radiativa del solo gas nella banda 3–5 μm

Figura 3.19: Confronto tra l'intensità radiativa integrata totale e il contributo radiativo del solo gas nella banda 3–5 μm [6]

Questa è la banda in cui il plume assume il ruolo più importante, infatti il suo contributo è confrontabile con quello solido. Dalla Figura 3.19a si osserva che: la componente associata ai gas caldi nei casi 1 e 2 è di pochi kW/sr mentre con afterburning si arriva a $\approx 40 kW/sr$. Il caso 3 presenta un'intensità gassosa circa 7 volte superiore rispetto al caso 1, mentre il caso 4 diminuisce di circa l'11% rispetto al caso 3. La Figura 3.19b conferma le specie principali essere CO_2 contribuendo con valori dell'ordine di alcune decine di kW/sr , CO e HCl sono anch'essi importanti ma in minor misura. Il massimo di radiazione imputabile alla parte gassosa è per $\Theta \approx 105^\circ$, e il massimo totale (circa metà gas e metà solido) si misura anche per $\Theta \approx 105^\circ$, con componente solida distribuita simmetricamente rispetto a $\Theta = 90^\circ$.

Contributo alla radiazione LWIR



(a) Intensità radiativa integrata nella banda 8–12 μm , suddivisa nei contributi gas, solido e totale (b) Intensità radiativa del solo gas nella banda 8–12 μm .

Figura 3.20: Confronto tra l'intensità radiativa integrata totale e il contributo radiativo del solo gas nella banda 8–12 μm [6]

Per quanto riguarda la banda lontana, l'intensità radiativa, seppur dominata dal solido, resta 1 ordine di grandezza inferiore per i valori associati alla parte gassosa e 2 ordini di grandezza inferiore per quelli associati alla parte solida e totale, rispetto alle altre due bande di frequenza. Dalla Figura 3.20a, infatti, si nota che la parte gassosa raggiunge valori massimi dell'ordine di 1 kW/sr o poco superiori, anche in questo caso l'afterburning produce un incremento con il caso 3 che riporta un'intensità circa 3.2 volte superiore rispetto al caso 1. Nel caso 4 resta la riduzione di $\approx 10\%$. La parte solida, in questa banda, è quella che contribuisce per la maggior parte, restituendo valori da 5 – 8 kW/sr . La Figura 3.20b mostra che il contributo principale è associato al **vapore acqueo**, con un picco a $\Theta \approx 15^\circ$. Il massimo totale (dominato dal solido) si misura invece per $\Theta \approx 90^\circ$, con valori complessivamente molto più bassi rispetto alle altre due bande, come già detto.

Nel complesso, l'analisi delle tre bande mostra che la firma infrarossa del veicolo varia in modo significativo con l'intervallo spettrale considerato:

- nella banda 1 – 3 μm la radiazione totale raggiunge valori di circa 100 kW/sr ed è fortemente influenzata dalle superfici solide, mentre la componente gassosa, dominata dall' H_2O , resta dell'ordine di 10 kW/sr .
- La banda 3 – 5 μm presenta una componente gassosa che cresce fino a $\approx 50 kW/sr$ diventando confrontabile con la radiazione solida e rendendo questa la banda più significativa per l'osservazione del plume.
- Tra gli 8 – 12 μm invece, lo scenario è completamente diverso. La radiazione del gas scende a

valori unitari e la totale resta comunque limitata a pochi kW/sr , indicando una minore rilevanza. Quindi, si può dedurre che un sistema per l'intercettazione precoce *early warning* è ottimizzato per le bande $1-3\ \mu m$ e $3-5\ \mu m$, essendo le uniche in cui la presenza del plume massimizza il segnale utile. [6]

3.6 Accoppiamento CFD-CHT

Nel paragrafo precedente è stato analizzato il contributo dei gas caldi alla firma infrarossa, con particolare attenzione alla produzione delle specie molecolari radiativamente attive prodotte sia nella zona dello shock layer che nel plume. La componente superficiale della firma infrarossa, tuttavia, dipende dalla temperatura effettiva della parete, che non coincide, nella realtà, con una temperatura imposta o con la temperatura adiabatica. Per ottenere una previsione più realistica è quindi necessario accoppiare la fluidodinamica esterna con la conduzione termica interna della struttura: questo è il ruolo dell'accoppiamento CFD-CHT (*Conjugate Heat Transfer*). In tale approccio, ampiamente discusso nella Sezione 3.2, i problemi fluido e solido vengono trattati in modo accoppiato: il flusso esterno determina il carico termico sulla parete, mentre la struttura risponde attraverso conduzione, accumulo termico ed eventuale irraggiamento. Il risultato è la distribuzione di temperatura sulla superficie esterna che quindi non viene imposta a priori ma diventa una variabile derivante dal bilancio energetico tra gas e materiale.

Niu et al. [10] analizzano le caratteristiche di radiazione infrarossa di un veicolo tipo HTV-2 (Hypersonic Technology Vehicle-2) in condizioni di angolo d'attacco variabile. La scelta di questa configurazione è significativa perché rientra nella categoria dei Boost-Glide Vehicles (BGV). Come richiamato in precedenza, questi veicoli costituiscono una classe peculiare delle minacce a lungo raggio in quanto non seguono una traiettoria balistica ma planano e manovrano all'interno dell'atmosfera. La criticità nel loro rilevamento non risiede, quindi, solo nella velocità ipersonica, comune a tutti i missili, ma soprattutto nella combinazione tra volo a quote relativamente più basse e manovrabilità che rendono la traiettoria meno prevedibile. Allo stesso tempo, la planata ipersonica comporta una dissipazione termica elevata, generando temperature superficiali e firme infrarosse significative. Per questi motivi, una configurazione HTV-2 costituisce un caso di studio adatto per analizzare il legame tra campo aerotermodinamico, temperatura superficiale e radianza IR. La geometria presenta una testa sferica di diametro $0.034\ m$, una lunghezza complessiva di $3.67\ m$, una larghezza di $2.20\ m$ e un'altezza di $0.88\ m$, dimensioni prossime a quelle dell'HTV-2 reale, mostrata in Figura 3.21 e 3.22 mentre le condizioni di freestream sono tabellate in Tabella 3.4.

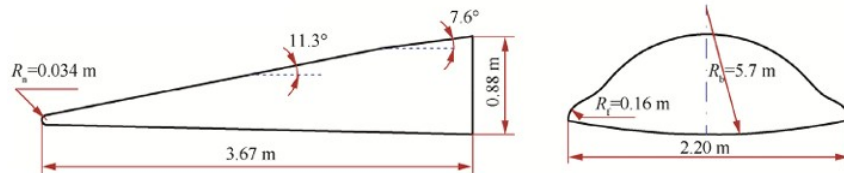


Figura 3.21: Sezioni HTV-2 [10]

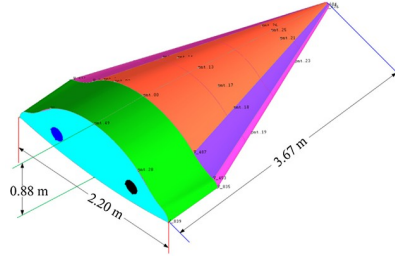


Figura 3.22: 3D HTV-2 [5]

Tabella 3.4: Condizioni di corrente libera per il veicolo tipo HTV-2 [10]

Parametro	Valore
Quota	50 km
Velocità, V_∞	5400 m/s
Angolo d'attacco, α	$0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$
Numero di Mach, M_∞	16.37
Pressione, p_∞	79.78 Pa
Temperatura, T_∞	270.7 K

La discretizzazione del dominio è costruita tramite una griglia strutturata multi-blocco. A seguito di uno studio di convergenza, gli autori hanno deciso di adottare la griglia base con 4.2 milioni di celle per il dominio fluido e 0.4 milioni per quello solido, con prima altezza di cella a parete alta $4 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ per mantenere un numero di Reynolds di cella < 2 . Sulla superficie esterna del solido (interfaccia lato fluido) viene assunta un'emissività di 0.85 assumendo un materiale carbonioso, mentre la superficie interna del solido viene imposta come adiabatica, coerente con la presenza di un sistema di protezione termico interno. Il modello numerico accoppia le equazioni di Navier-Stokes con un modello a due temperature per tenere conto degli effetti di non equilibrio termochimico. La composizione dell'aria è descritta tramite un modello cinetico finite-rate a 7 componenti N_2, O_2, NO, O, N, NO^+ ed elettroni, capace di rappresentare quindi dissociazione, formazione di NO e ionizzazione della miscela. A questo viene aggiunto un modello di scambio termico gas-solido per calcolare la temperatura superficiale del veicolo a partire dal bilancio tra il flusso termico proveniente dal gas e quello che produce, di conseguenza, la parete. Una volta ottenuta la distribuzione di temperatura superficiale tramite accoppiamento CFD-CHT, gli autori passano al calcolo radiativo partendo proprio dalla temperatura di parete mediante la legge di Planck per corpo grigio Eq-(3.6). Questa radiazione costituisce il valore iniziale della linea di vista quando il raggio intercetta una superficie solida; il contributo gassoso è invece legato alla presenza di specie radiativamente attive nel campo di moto che, nel presente studio vengono limitate alla sola CO_2 , con frazione volumetrica pari a $3.60 \cdot 10^{-4}$ e calcolando le proprietà radiative tramite approccio LBL basato su database HITEMP. Il coefficiente di assorbimento κ_λ fornito dal modello LBL, entra nella RTE lungo la linea di vista suddivisa in segmenti corrispondenti alle celle del dominio computazionale e considerate uniformi per quanto riguarda le grandezze fluidodinamiche che contengono. La radianza spettrale viene quindi aggiornata progressivamente lungo la LOS secondo la formulazione introdotta nell'Eq.(3.10) in cui il contributo proveniente dalla cella precedente viene attenuato dalla trasmittanza locale, mentre la cella considerata aggiunge la propria emissione. Il valore finale della radianza, ottenuto all'uscita del dominio computazionale, viene poi integrato nella banda considerata e, successivamente, sull'area vista dal sensore, secondo le Eq.(3.11) e (3.12). Ancora una volta, le intensità riportate nelle figure successive devono essere interpretate come

radiazione prodotta nel dominio computazionale lungo una direzione di osservazione, in quanto il calcolo radiativo non include né l'attenuazione atmosferica né la radianza di fondo. Per poter isolare l'effetto dell'assetto del veicolo sulla distribuzione del carico termico →sulla temperatura superficiale →sulla radianza infrarossa, l'analisi prevede condizioni stazionarie in cui viene fatta variare l'incidenza $\alpha = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$.

Dopo aver appurato il non equilibrio termochimico dalla valutazione spaziale della temperatura roto-traslazionale che restituisce valori più alti rispetto a quella vibrazionale (11000 K contro 4000 K, concentrati a valle dell'onda d'urto e sul punto di ristagno. Valori decisamente superiori rispetto a quelli che verranno visualizzati di seguito, a valle dell'irradiazione da parte della superficie), si passa alla valutazione della temperatura superficiale ai diversi angoli d'attacco considerati.

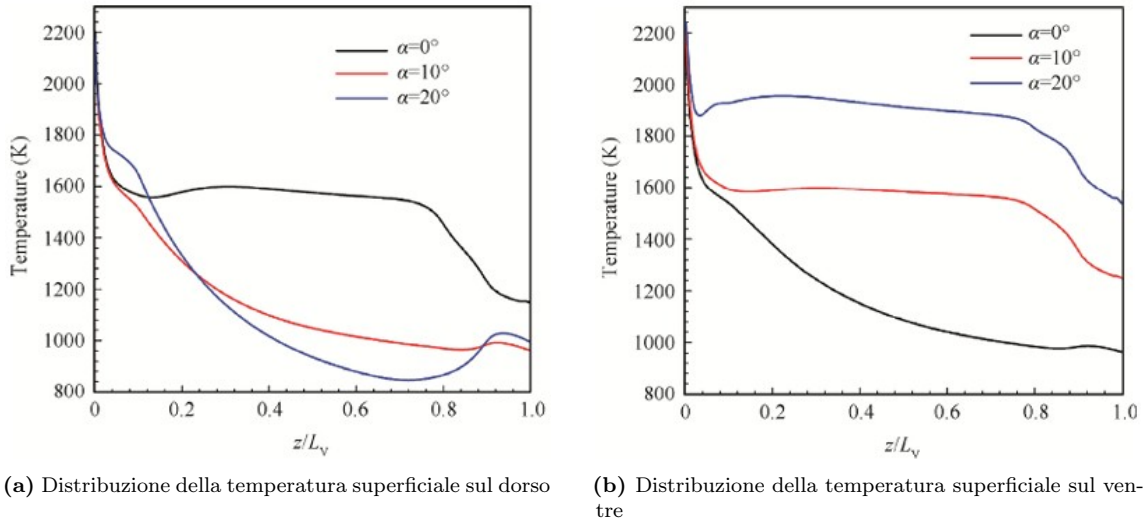
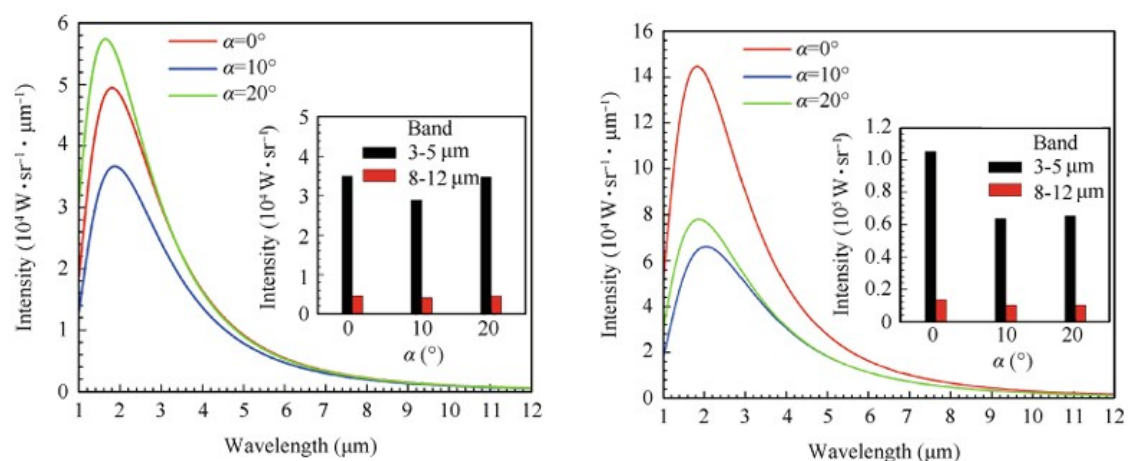


Figura 3.23: Confronto della distribuzione della temperatura superficiale sul dorso e sul ventre del veicolo [10]

Le figure 3.23a e 3.23b mostrano l'importanza del dover considerare un accoppiamento CFD-CHT, restituendo distribuzioni diverse dal caso completamente uniforme se si fosse considerata la parete isoterma, o senza considerare la capacità del materiale di immagazzinare e condurre calore se la parete fosse stata assunta adiabatica o in equilibrio radiativo. L'origine degli assi coincide col punto di ristagno, in cui si misura il massimo valore di 2200 K; L_v è la lunghezza del veicolo e z la coordinata longitudinale. Sul dorso si assiste ad una diminuzione della temperatura all'aumentare dell'angolo d'attacco, a causa della superficie progressivamente messa più in ombra; viceversa sul ventre, le differenze massime si misurano sulla parte posteriore del veicolo. La conseguenza radiativa di questa distribuzione non uniforme viene mostrata di seguito:

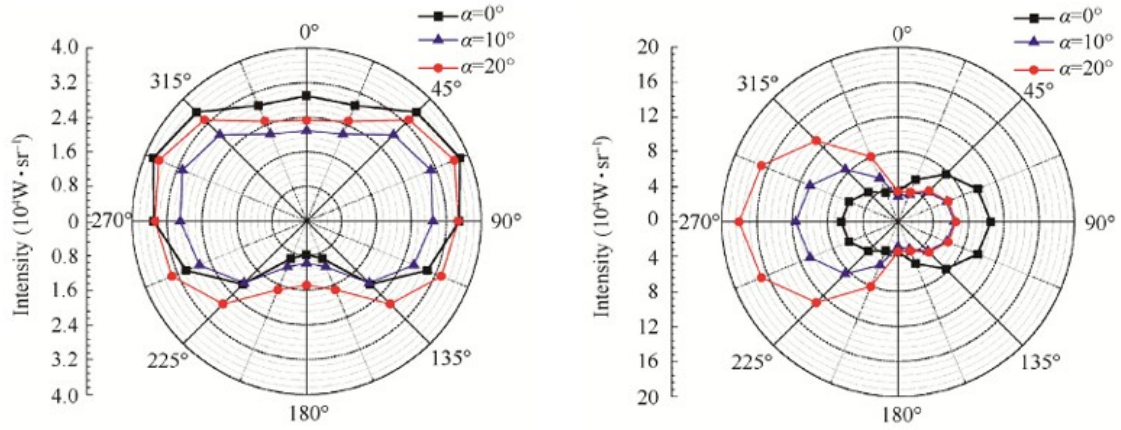


(a) Intensità radiativa e integrata gas+solido in vista laterale al variare dell'angolo d'attacco

(b) Intensità radiativa e integrata gas+solido in vista dall'alto al variare dell'angolo d'attacco

Figura 3.24: Confronto dell'intensità radiativa e integrata gas+solido al variare dell'angolo d'attacco, rispettivamente in vista laterale e in vista dall'alto [10]

La scelta delle bande analizzate è legata alle principali finestre di interesse. A differenza dello studio precedente, in cui il contributo del plume propulsivo risultava particolarmente significativo nelle bande SWIR e soprattutto MWIR, in questo caso l'attenzione è rivolta al veicolo in fase di planata ipersonica, quindi in assenza di plume. La firma infrarossa è pertanto dominata principalmente dall'emissione della superficie riscaldata, alla quale si aggiunge il contributo dei gas caldi dello shock layer. Gli autori considerano infatti l'emissione complessiva di gas e superficie nel dominio computazionale e analizzano in particolare le bande MWIR e LWIR, indicate come le più rilevanti per le applicazioni di rilevamento infrarosso. Le Figure 3.24a e 3.24b riportano l'intensità radiativa spettrale rispettivamente in vista laterale e in vista dall'alto, gli istogrammi interni mostrano invece l'intensità radiativa integrata nelle bande MWIR e LWIR. Dal confronto delle due si osserva che le intensità integrate osservate dall'alto risultano circa un ordine di grandezza superiori rispetto a quelle osservate lateralmente (10^5 W/sr contro 10^4 W/sr), e che le stesse integrate nella banda MWIR sono circa 5 volte superiori rispetto a quelle integrate in LWIR; tendenza coerente con la legge di Planck Eq.(3.6), confermando la dipendenza non solo dalla distribuzione della temperatura superficiale ma anche dalla banda spettrale considerata e dalla direzione di osservazione. A conferma di ciò, l'intensità radiativa misurata dall'alto (Figura 3.24b) rispecchia l'andamento della temperatura superficiale superiore (Figura 3.23a) perché effettivamente il sensore vede ed è influenzato dal dorso del veicolo. Si nota anche l'inversione delle curve tra 10° e 20° dovuta probabilmente alla conduzione termica della superficie inferiore e delle flange laterali calde (visibile anche dalla prima parte della 3.23a). Per quanto riguarda invece la vista laterale (Figura 3.24a), l'incidenza massima restituisce l'intensità massima, in accordo con la distribuzione di temperatura che mostrava i valori più alti per il ventre a questa incidenza (Figura 3.23b) e col fatto che le flange laterali sono molto riscaldate. Invece, l'incidenza a 10° restituisce la radianza minore in quanto le flange e il dorso si sono raffreddati. Si mostra adesso cosa succede all'intensità radiativa fissando la banda spettrale e variando il piano di osservazione e l'angolo d'attacco:



(a) Intensità radiativa integrata nella banda $3-5 \mu\text{m}$ sul piano laterale $\psi = 0^\circ$, $\theta \in [0^\circ, 360^\circ]$, con muso a $\theta = 180^\circ$

(b) Intensità radiativa integrata nella banda $3-5 \mu\text{m}$ sul piano verticale $\theta = 90^\circ$, $\psi \in [0^\circ, 360^\circ]$, con dorso a $\psi = 90^\circ$.

Figura 3.25: Confronto dell'intensità integrata nella banda $3-5 \mu\text{m}$ nei due piani al variare della direzione di osservazione [10]

La Figura 3.25a mostra che la radianza MWIR non è isotropa nel piano orizzontale ma cambia con la direzione di osservazione in quanto cambiano l'aria calda visibile e la distribuzione di temperatura intercettata dal sensore. I valori massimi si hanno in vista quasi laterale a 67.5° e a 292° (dal retro del veicolo), mentre il minimo si ha anteriormente a 180° . Con l'aumentare dell'angolo d'attacco aumenta la superficie ventrale del veicolo esposta al flusso ipersonico e, a seconda dell'angolo di osservazione, si ottiene un aumento (anteriormente)/diminuzione (posteriormente) della radianza; i risultati sono in accordo con la Figura 3.24a precedente, la quale mostrava l'intensità minima per $\alpha = 10^\circ$, e un'intensità quasi uguale per $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 20^\circ$. Ovviamente, avendo simmetria del campo di moto rispetto al piano verticale che attraversa il veicolo longitudinalmente, si ha simmetria anche nel grafico dell'intensità radiativa. La Figura 3.25b mostra invece i risultati sul piano verticale: quando il sensore gira attorno al veicolo guardando il dorso (da 0° a 180° in senso orario) l'intensità diminuisce con α perché la superficie si raffredda progressivamente; viceversa nella vista dal basso ($\Theta = 270^\circ$). Risultato concordante col grafico precedente (3.24b): infatti se si guarda il contributo alla banda $3-5 \mu\text{m}$, si nota che l'angolo d'attacco nullo restituisce l'intensità maggiore, rispetto alle altre due incidenze che sono invece associate a intensità circa uguali; esattamente come testimonia la Figura 3.25b, nella sua parte di destra, rappresentante il dorso del veicolo. Qui, a differenza del piano orizzontale, non si ha una simmetria rispetto al piano $\psi = 0^\circ$, in quanto la geometria è diversa su dorso e ventre e c'è anche il contributo dell'angolo d'attacco, restituendo un campo di moto differente. Gli autori non riportano la radianza nello spettro LWIR in quanto presenta distribuzioni simili ma incrementate del 40% [10].

Un'estensione dello studio appena discusso, è il precedente lavoro degli stessi autori dedicato al contributo di due getti di controllo d'assetto RCS (Reaction Control System) (individuabili dalla Figura 3.22) con potenza 445 N e raggio di 3 cm [5]. La catena modellistica rimane invariata: risoluzione del campo di moto tramite N-S a due temperature, accoppiamento gas-solido per valutare la temperatura superficiale, approccio LBL per calcolare le proprietà radiative da inserire all'interno della RTE integrata tramite metodo LOS. La differenza rispetto allo studio precedente è che, in questo caso, il veicolo è dotato di due getti RCS i quali, interagendo con shock layer e scia, introducono una sorgente gassosa aggiuntiva. Gli autori selezionano tre punti di traiettoria rappresentativi della fase di planata alle quote di 30km, 50km, 70km, rispettivamente a $M_\infty = 7.16$,

$M_\infty = 17.0$ e $M_\infty = 19.6$; e la variazione dell'incidenza non viene considerata, in modo da isolare il contributo dei plume RCS alla firma infrarossa. Il modello chimico viene quindi diviso in: uno schema a 7 specie e 6 reazioni per descrivere lo shock layer, e uno schema a 8 specie e 10 reazioni per il plume CO/H_2 che reagendo con l'ossigeno esterno, generano CO_2 e H_2O . Le frazioni molari all'uscita dell'ugello sono $CO = 0.13389$, $CO_2 = 0.19945$, $H_2 = 0.19675$, $H_2O = 0.46991$.

Prima di discutere l'effetto dei plume, è utile richiamare il ruolo del monossido di azoto NO : come già discusso nelle Figure 3.8a e 3.8b, la composizione chimica dello shock layer, che dipende dal modello cinetico adottato e dalle condizioni termodinamiche a valle dell'urto, in assenza dei getti RCS, è dominata dal NO . Nel lavoro attuale la frazione molare, che comunque rimane molto bassa, è così distribuita: 10^{-7} a 30 km a causa delle temperature relativamente basse, 10^{-2} a 50 km con condizioni termiche post-urto più favorevoli e densità sufficiente per una produzione significativa, 10^{-3} a 70 km a causa della densità troppo bassa che rende inefficaci le reazioni. Nel caso del plume, invece, bisogna anche valutare il contributo gassoso indotto dai getti di controllo che, reagendo con l'ossigeno esterno, formano vapore acqueo e anidride carbonica.

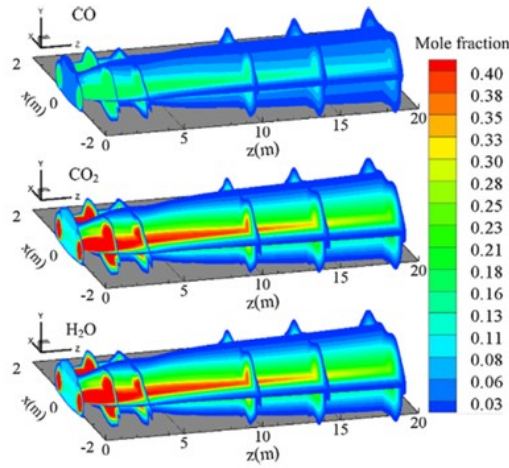
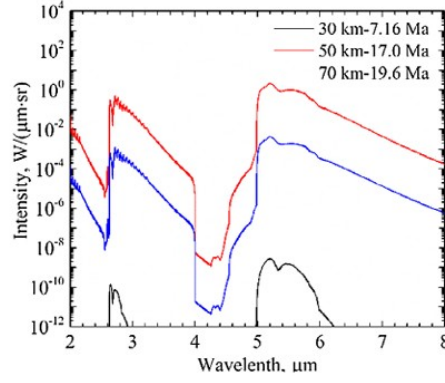
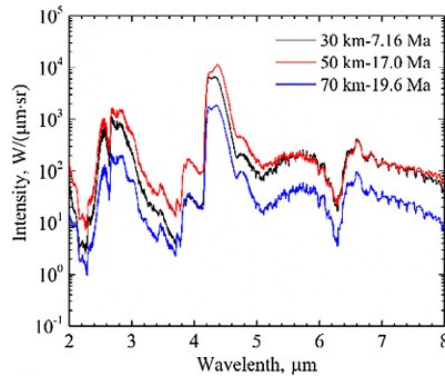


Figura 3.26: Distribuzione frazioni molari di CO , CO_2 , H_2O nella scia [5]

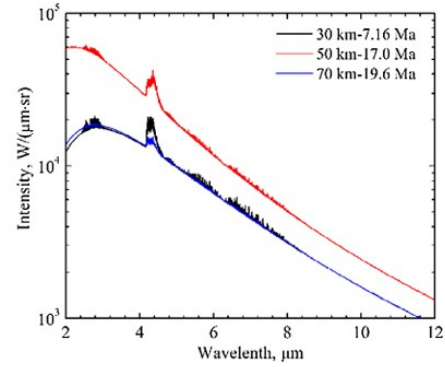
La Figura 3.26 mostra proprio le distribuzioni di mole fraction di queste specie nella wake del veicolo a quota 50 km: le loro elevate concentrazioni nella regione di scia, fino a tre ordini di grandezza superiori rispetto al monossido di azoto, spiegano perché l'attivazione dei getti modifichi la struttura spettrale della radiazione infrarossa, introducendo contributi nelle bande molecolari caratteristiche di queste specie.



(a) Intensità radiativa gassosa senza plume RCS



(b) Intensità radiativa gassosa con plume RCS



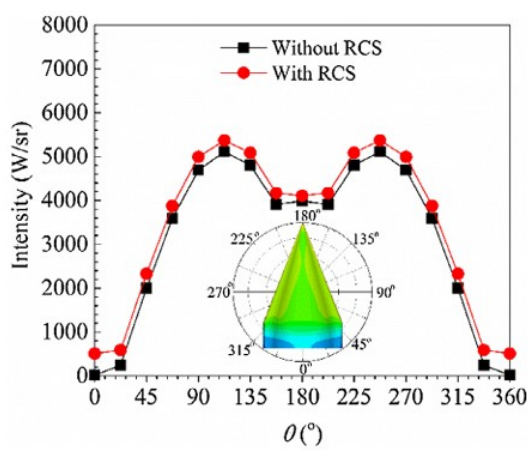
(c) Contributo complessivo gas-superficie con plume RCS

Figura 3.27: Profili spettrali dell'intensità radiativa in vista dall'alto [5]

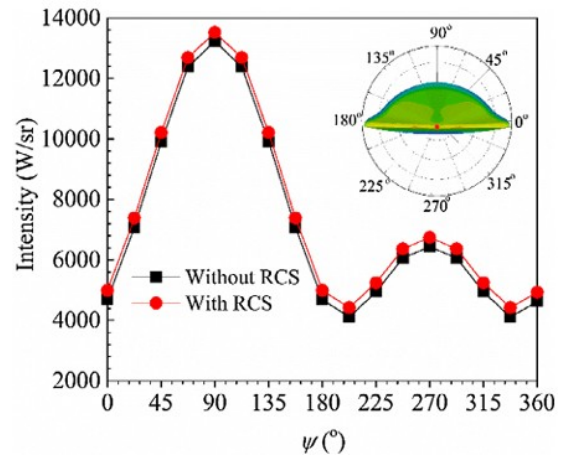
La Figura 3.27 permette infatti di distinguere il peso relativo alle diverse sorgenti: nel caso senza plume in Figura 3.27a, l'intensità radiativa gassosa è associata quasi esclusivamente all' *NO* prodotto nello shock layer; la Figura 3.27b mostra un aumento dell'intensità gassosa quando viene considerato il contributo dei gas di scarico, con picchi intorno a $2.7 \mu\text{m}$ legato alla presenza di H_2O e $4.3 \mu\text{m}$ legato alla CO_2 , risultato già osservato nelle Figure 3.16a e 3.16b, dove la regione compresa tra $2.6 - 2.8 \mu\text{m}$ era stata interpretata come una banda di sovrapposizione tra i contributi delle due specie. Per questo motivo l'attribuzione del picco vicino a $2.7 \mu\text{m}$ può variare a seconda del modello e delle specie considerate: nel caso di Du et al. il contributo era discusso prevalentemente in relazione alla CO_2 , mentre nel presente caso viene associato soprattutto alla presenza di H_2O , senza che ciò rappresenti una contraddizione fisica. La Figura 3.27c mostra il contributo complessivo.

L'andamento dell'intensità con la quota non può essere interpretato come una semplice crescita o diminuzione monotona in quanto dipende dalla combinazione di più fattori: temperatura del gas e della superficie, densità della corrente libera, concentrazione delle specie radiativamente attive, espansione del plume e area visibile dal sensore. A 50 km, ad esempio, la temperatura superficiale e la produzione di NO nello shock layer risultano elevate, e questo rende intenso sia il contributo superficiale sia parte della radiazione gassosa; a 30 km, la maggiore densità atmosferica favorisce l'interazione dei plume RCS con l'aria esterna, ma il numero di Mach più basso riduce il riscaldamento aerodinamico del corpo; a 70 km, invece, il numero di Mach è maggiore, ma la densità molto più bassa limita la quantità di molecole radianti disponibili e modifica l'espansione del plume.

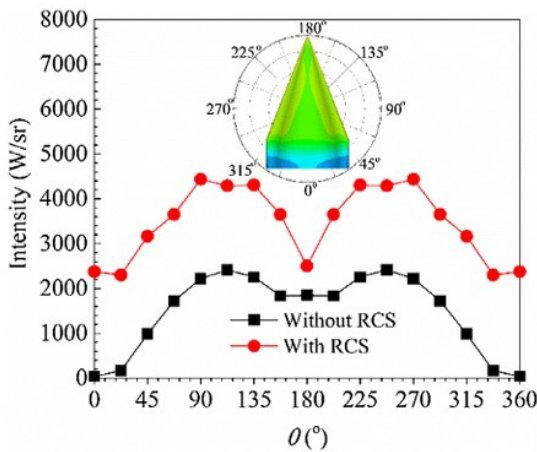
Come ultimo e principale risultato di questo studio, viene riportata l'intensità radiativa nelle bande centrate intorno a $2.7 \mu m$ e $4.3 \mu m$, proprio i picchi discussi in precedenza in Figura 3.27.



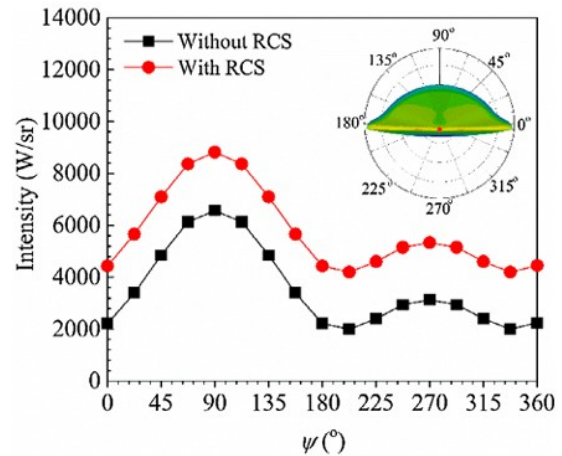
(a) Intensità radiativa nel piano orizzontale $\psi = 0^\circ$, nella banda a $2.7 \mu m$.



(b) Intensità radiativa nel piano verticale $\theta = 90^\circ$, nella banda a $2.7 \mu m$



(c) Intensità radiativa nel piano orizzontale $\psi = 0^\circ$, nella banda a $4.3 \mu m$



(d) Intensità radiativa nel piano verticale $\theta = 90^\circ$, nella banda a $4.3 \mu m$

Figura 3.28: Intensità radiativa nelle bande di $2.7 \mu m$ e $4.3 \mu m$ al variare dell'angolo di osservazione, con e senza plume RCS, per il caso a quota 50 km [5]

La Figura 3.28 mostra che l'effetto dei getti RCS non è uniforme in tutte le direzioni, ma dipende dalla porzione di superficie e di plume effettivamente visibile dal sensore. Nella banda a $2.7 \mu m$, il contributo dei plume è presente ma resta relativamente contenuto, perché l'emissione superficiale mantiene un peso rilevante, come si può notare dalla quasi sovrapposizione delle curve. Nella banda

a $4.3 \mu\text{m}$, invece, l'effetto degli RCS diventa più evidente: la CO_2 prodotta aumenta l'intensità integrata e rende più marcata la differenza tra il caso con e senza plume. Questo conferma che i getti di controllo non modificano semplicemente il livello complessivo della firma IR, ma possono rendere il veicolo più visibile in specifiche bande spettrali e per determinati angoli di osservazione. Infine, proprio come le Figure 3.25a e 3.25b, il diagramma polare restituisce una simmetria rispetto al piano verticale $\theta = 90^\circ$ visibile dall'intensità in vista orizzontale, ma non in vista verticale, proprio per la differente distribuzione aerotermodinamica dovuta al diverso campo di moto sviluppato tra dorso e ventre.

Sulla stessa tipologia di geometria HTV-2, che varia di: 4 m in lunghezza, 1.2 m in profondità e 0.6 m in altezza, si basa anche il lavoro di Feng et al. [18]. A differenza di Niu et al., il cui scopo era valutare la radianza al variare dell'angolo di attacco, Feng et al. inseriscono questo risultato all'interno di uno studio multidisciplinare di progetto (*MDO*) al fine di individuare compromessi tra efficienza aerodinamica, contenimento dei carichi termici e riduzione dell'osservabilità infrarossa (*stealth*). Per trattare la firma IR come una variabile di progetto, influenzata direttamente dalla geometria del corpo e dalle proprietà dei materiali, gli autori adoperano una strategia di ottimizzazione multi-componente. L'iter seguito è il seguente: si parte da simulazioni CFD in condizioni di Mach 5-10 e quote tra 20 e 40 km, una volta ottenuto il campo aerodinamico e il carico termico superficiale, lo si passa al solido tramite CHT, e si estrapola la temperatura superficiale che verrà usata per il calcolo della radianza IR tramite la legge di Planck corretta per l'emissività del materiale (Eq.(3.6)). La radianza calcolata, tramite un codice esterno, viene infine corretta considerando la trasmissione atmosferica tramite algoritmi basati su MODTRAN. Nel testo viene fornita dettagliatamente la descrizione della discretizzazione del dominio computazionale, che quindi si riporta per testimoniare la mole temporale di lavoro dedicata a questa parte fondamentale della simulazione: la scelta di utilizzare una griglia strutturata è coerente con la necessità di dover catturare lo strato limite e i gradienti termici in modo quanto più accurato possibile. La mesh è raffinata con 20 inflation layers, prima altezza di cella pari a $1 \mu\text{m}$ per assicurare un $y^+ \approx 1$, il dominio si estende per 10 lunghezze del veicolo a monte, 20 a valle e 5 in direzione radiale. Lo studio di indipendenza della griglia confronta tre livelli di discretizzazione rispettivamente pari a 10 milioni, 13 milioni e 15 milioni di celle. La variazione dell'1%, passando da una griglia all'altra, sulle grandezze aerodinamiche quali coefficiente di resistenza, di portanza e flusso termico al punto di ristagno (equazione di Fay-Riddell[18])

$$q_{gw} = 0.76 (\rho_e \mu_e)^{0.5} \left(\frac{C_p}{Pr^{0.6}} \right) \left(\frac{T_{aw} - T_w}{\sqrt{R}} \right)$$

dove q_{gw} è il flusso termico lato gas al punto di ristagno, ed R il raggio del naso) confermano l'indipendenza. Per le simulazioni è stata scelta la mesh più fine che restituisce buone metriche di qualità (skewness media 0.17, skewness massima 0.24, aspect ratio massimo 79.7). La costruzione della mesh richiede *48-55 minuti* per configurazione, mentre una simulazione completa con convergenza raggiunta con residui $< 10^{-6}$ richiede *7.5-10 ore* di tempo, con spazi di archiviazione di circa 20GB. Questi elevati costi computazionali, costringono gli autori a limitarsi alla simulazione di un numero limitato di configurazioni (120) e procedere utilizzando un modello surrogato, ovvero una simulazione implementata in codice MATLAB non fisica, che approssima i risultati sulla base di quelli CFD-CHT-IR già calcolati. Questo rende possibile applicare un'ottimizzazione multi-obiettivo in cui si cerca di massimizzare contemporaneamente l'efficienza aerodinamica L/D e minimizzare la radianza infrarossa totale IR_{tot} . L'accuratezza tra le previsioni ottenute col surrogato e le simulazioni ad alta fedeltà, viene valutata su una condizione rappresentativa della fase di crociera/planata ipersonica, nonché condizione intermedia del set totale considerato: Mach 8 e quota 30km. Le

proprietà del materiale composito (carbon-carbon) sono emissività $\epsilon = 0.71$, conducibilità termica $k = 15 \text{ W/(mK)}$, calore specifico $c_p = 1040 \text{ J/(kgK)}$.

Tabella 3.5: Confronto tra i valori previsti dal modello surrogato e valori ottenuti tramite simulazioni ad alta fedeltà per la configurazione a $M = 8$ e quota 30 km [18]

Grandezza	Previsto	Simulato	Scarto [%]
Rapporto L/D	5.34	5.18	3.0
Peak IR radiance $[W/(m^2 sr)]$	152.5	157.3	3.1
Max heat flux $[W/cm^2]$	221.1	223.4	1.0

I risultati in Tabella 3.5 mostrano che il surrogato riesce a riprodurre con buona accuratezza le grandezze più rilevanti per la previsione della firma infrarossa restituendo uno scarto tra i valori previsti e quelli misurati inferiori rispetto a quelli impostati dagli autori come soglia massima: 5% per l'efficienza L/D , 10% per la radianza IR totale, 5% per la temperatura massima, 3.1% sulla IR massima e 1% sul massimo flusso termico. Dall'analisi di ottimizzazione è emerso che l'emissività superficiale e il raggio del muso, sono i parametri che più influenzano la radianza infrarossa, seguiti da angolo diedro dell'ala e conducibilità termica. Questo risultato dimostra, nuovamente, che la radianza non dipende esclusivamente dalla temperatura superficiale ma anche dalla capacità della superficie di emettere radiazione e dalla distribuzione spaziale dei picchi termici indotti dalla geometria. A conferma di ciò, Feng et al. analizzano separatamente l'effetto del *nose radius* sulla radianza IR di picco e sul rapporto L/D , mantenendo costanti tutte le altre variabili. La configurazione di riferimento è rappresentata da un raggio del muso $R_n = 5.5 \text{ mm}$, una radianza IR di picco di $180.2 \text{ W/(m}^2 \text{ sr)}$ e un'efficienza L/D di 5.22. Vengono confrontate tre variazioni del nose radius: una riduzione del 5%, una riduzione del 10% e un aumento del 5%, i risultati sono riportati in Tabella 3.6.

Tabella 3.6: Effetto della variazione del raggio del muso sulla radianza di picco e sul rapporto L/D a $M = 8$ e quota 30 km rispetto alla configurazione base [18]

R_n [mm]	ΔR_n [%]	Peak IR [$W/(m^2 sr)$]	ΔIR [$W/(m^2 sr)$]	ΔIR [%]	L/D [-]	$\Delta L/D$ [%]
5.25	-5	174.7	-5.5	-3.1	5.17	-0.9
5.00	-10	168.6	-11.6	-6.4	5.02	-2.3
5.75	+5	185.1	+4.9	+2.7	5.38	+0.8

I risultati mostrano che la riduzione del raggio del muso comporta una diminuzione della peak IR radiance, ma al prezzo di una riduzione dell'efficienza aerodinamica; al contrario, aumentando il raggio, l'efficienza aerodinamica migliora ma la radianza massima aumenta. Questi risultati non devono confondere se si pensa al fatto che un aumento del raggio di smussatura è legato a una diminuzione del flusso termico massimo al punto di ristagno, secondo Fay-Riddell, in quanto il carico termico viene distribuito su un'area più ampia. Questo, infatti, resta vero ma bisogna anche considerare che la radianza IR osservata non dipende dal solo flusso massimo misurato localmente ma dall'estensione dell'area calda visibile, dalla distribuzione spaziale della temperatura e dall'emissività superficiale; motivi per i quali una riduzione del raggio del muso può ridurre la radianza di picco, perché diminuisce l'area frontale calda che contribuisce all'emissione osservata pur comportando un aumento del riscaldamento locale e una penalizzazione aerodinamica.

La variazione isolata del raggio del muso non rappresenta però l'intero processo di ottimizzazione: nel framework completo, il nose radius viene modificato insieme ad altre variabili geometriche e

materiali, in particolare l'emissività superficiale che era risultata, assieme al naso, come il parametro più influente sulla radianza IR in quanto controlla direttamente la capacità della superficie di emettere radiazione. La configurazione ottimale più efficace individuata dagli autori combina un nose radius pari a 5.0 mm con una emissività pari a 0.71, ottenendo una riduzione della radianza IR del 14.7% e un incremento del rapporto L/D del 6.0%, rispetto alla configurazione di base con raggio 5.5 mm, emissività di 0.78 e radianza di picco di $180.4 \pm 9.1 \text{ W}/(m^2 sr)$.

Il risultato principale è quindi che la riduzione della firma IR non deriva dalla variazione isolata di un singolo parametro, ma dall'accoppiamento tra configurazione geometrica e proprietà radiative del materiale. In particolare, il raggio del muso controlla la distribuzione del riscaldamento e dell'area radiante, mentre l'emissività determina quanta parte dell'energia termica viene effettivamente convertita in radiazione infrarossa. Per questo motivo, la progettazione IR-stealth richiede un'ottimizzazione congiunta di aerodinamica, risposta termica e materiali [18].

Sistema di protezione termica TPS

Affinché l'accoppiamento CFD-CHT restituisca un campo termico e radiativo ancora più affidabile, risulta di fondamentale importanza la modellazione delle proprietà termofisiche e ottiche dei materiali impiegati per il *Thermal Protection System (TPS)*. La scelta del materiale determina, infatti, due categorie di parametri fondamentali per la simulazione, visualizzabili in modo esplicito dalle equazioni descritte nella Sezione 3.2: da un lato la conduttività termica (k_s), il calore specifico (c_s) e la densità (ρ_s) governano la capacità della struttura di assorbire e propagare il calore verso l'interno, definendo i gradienti nell'equazione di conduzione. Dall'altro, l'emissività superficiale spettrale (ϵ_λ), che si inserisce direttamente nella legge di Planck, quantifica quanta parte di questa energia termica riesce effettivamente a tradursi in radiazione infrarossa osservabile.

In tutti gli studi analizzati in questa tesi, la superficie del veicolo viene trattata come una parete solida non consumabile, vale a dire che il flusso termico proveniente dall'esterno verrebbe bilanciato, in uno studio accoppiato CFD-CHT, dalla conduzione del materiale, dall'accumulo termico e dall'irraggiamento superficiale, senza tenere in considerazione sorgenti di calore interne. Tuttavia, uno studio più completo dovrebbe in effetti considerare la possibilità di ablazione del sistema di protezione termica del veicolo. Si ritiene quindi opportuno fare un ragionamento al riguardo, fatto utilizzando gli appunti del corso di Aerotermodinamica ipersonica e i riferimenti citati.

Il sistema di protezione termico rappresenta una componente essenziale e capace di impedire ai carichi aerotermici di compromettere la struttura, l'avionica e gli altri sistemi di bordo del veicolo. Una prima distinzione riguarda il modo in cui il sistema gestisce il calore: i *TPS passivi* usano materiali capaci di isolare, assorbire o emettere energia termica, e sono adatti a condizioni meno estreme; i *TPS semi-passivi* sono impiegati quando il carico termico è più intenso o più prolungato; i *TPS attivi*, invece, usano un fluido o un gas di raffreddamento e sono pensati per le condizioni più severe e comprendono il raffreddamento convettivo, il film cooling e il transpiration cooling, in cui un fluido viene fatto fluire attraverso la superficie per ridurre il calore trasmesso alla parete [11]. Anche la traiettoria influenza la scelta: nel caso di profili ad alta quota e bassa pressione, durante i quali il veicolo subisce ratei di riscaldamento più bassi ma per tempi lunghi, diventano importanti le proprietà isolanti del materiale; in traiettorie più ripide, come nel rientro atmosferico, interessate da ratei più elevati, può essere preferibile scegliere un materiale con un consumo controllato. I materiali utilizzati possono essere riutilizzabili, quindi in grado di sopportare più cicli termici senza una perdita importante di materiale; e i materiali non-reusable, interessati dal processo di ablazione durante il quale una grande quantità di energia termica viene eliminata sacrificando materiale.

Questi ultimi possono essere divisi in base al meccanismo dominante: gli *intumescent ablators* si gonfiano quando sono esposti al calore e formano uno strato poroso e isolante; sono associati a carichi termici più contenuti, con valori massimi dell'ordine di 0.1 MW/m^2 ; i *melting ablators* dissipano calore attraverso sublimazione, fusione o vaporizzazione dello strato superficiale, con carichi termici massimi indicativi dell'ordine di 0.5 MW/m^2 ; i *charring ablators* sono invece più adatti a condizioni più estreme di carico termico massimo fino a 1 MW/m^2 . In questi materiali il riscaldamento provoca la decomposizione della matrice, la formazione di uno strato carbonizzato e il rilascio di gas di pirolisi. Più nel dettaglio, essi sono così strutturati (Figura 3.29) [11]: procedendo dall'interno verso l'esterno, si possono distinguere la substruttura da proteggere, il materiale vergine non ancora alterato, una zona di decomposizione e uno strato superficiale carbonizzato detto "char layer". Quando la temperatura aumenta, la matrice del composito inizia a decomporsi, rilasciando gas di pirolisi e un residuo carbonioso poroso.

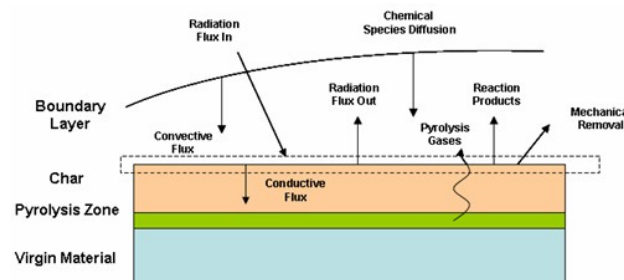


Figura 3.29: Struttura materiale ablativo charring [11]

Dal punto di vista numerico, visto che il solido poroso e i gas che lo attraversano non hanno le stesse caratteristiche, per modellare il fenomeno si ipotizza l'equilibrio termico locale (LTE), assumendo che la temperatura del materiale solido carbonizzato sia uguale a quella del gas di pirolisi che, quindi, si riscalda mentre attraversa i pori del solido. Da questa ipotesi derivano le equazioni di governo interne al materiale, che si accoppiano alle Navier-Stokes a parete. In questo dominio poroso, la velocità con cui il gas fluisce non viene calcolata tramite le equazioni della quantità di moto tradizionali, ma si ricava introducendo la legge di Darcy, che lega la velocità del fluido al gradiente di pressione interno. Infine, il consumo esterno del materiale viene quantificato tramite la velocità di recessione della parete, che indica di quanto si consuma la superficie nel tempo.

Comprendere il comportamento del TPS e il fenomeno della recessione della parete è importante se si pensa al fatto che i moderni missili ipersonici basano la loro efficacia strategica su velocità superiori a Mach 5 combinate a un'estrema manovrabilità all'interno dell'atmosfera. Per fare queste manovre il veicolo necessita di geometrie affilate (alto rapporto portanza/resistenza), ma sono proprio queste componenti a subire i carichi termici più estremi. Se si utilizzasse un TPS ablativo tradizionale, la velocità di recessione comporterebbe un'inevitabile usura della superficie: il consumo del materiale altera la forma esterna originaria del veicolo, causando perdita di portanza e un aumento della resistenza, degradando la manovrabilità del missile, requisito fondamentale che lo rende efficiente [11]. Inoltre, l'iniezione dei gas di pirolisi e dei prodotti dell'ablazione all'interno dello strato d'urto altera chimicamente il gas circostante, le proprietà di trasporto e anche il contributo radiativo. L'inclusione dell'ablazione avrebbe, quindi, da un lato conseguenze dirette sulla diminuzione della temperatura a parete rispetto a un modello non ablativo, diminuendo la componente solida della radianza IR; dall'altro, la modifica della superficie geometrica, la variazione dell'emissività, l'aumento della rugosità e l'iniezione di gas caldi nello strato limite che possono alterare non solo la radiazione emessa dalla parete ma anche quella associata al gas vicino al veicolo

[39].

Per risolvere questa criticità, la ricerca si sta allontanando dai materiali ablativi che subiscono un'elevata recessione, per trovare un compromesso tra sopravvivenza termica e stabilità di forma associata alle prestazioni di volo. Ad esempio, si sta investendo nello sviluppo di materiali capaci di sopportare temperature superiori ai 2000 K mantenendo, al contempo, la loro integrità strutturale. Tra questi si trovano i materiali refrattari avanzati, in particolare i Compositi a Matrice Ceramica (CMC) e le Ceramiche ad Altissima Temperatura (UHTC), come i diboruri di zirconio e afnio (ZrB_2 , HfB_2) [39]. Tuttavia, sebbene i materiali ceramici risolvano il problema della forma, possiedono generalmente un'elevata conducibilità termica che richiede un design del TPS stratificato (multi-layer), in cui il guscio esterno in UHTC gestisce il calore e resiste all'erosione senza modificare l'aerodinamica [11], mentre strati interni di materiali altamente isolanti proteggono l'avionica e il carico utile. Pertanto, l'inclusione di modelli ablativi e di conduzione termica nei codici CFD-CHT rappresenta un passaggio necessario per validare l'impiego di questi materiali di nuova generazione. La sola riduzione della temperatura superficiale, infatti, non garantisce automaticamente una minore firma infrarossa complessiva: se da un lato l'ablazione può ridurre la radianza emessa dalla superficie, dall'altro i gas di pirolisi e i prodotti ablativi rilasciati nello strato limite e trasportati nella scia possono contribuire a loro volta all'emissione e all'assorbimento radiativo. Diventa quindi necessario quantificare l'effetto netto sulla radianza totale, verificando al contempo che la soluzione adottata non comprometta le prestazioni aerodinamiche e i requisiti stealth del sistema.

4. Prospettive future: osservabilità radar (RCS) e plasmi ipersonici

La faccia complementare della stessa medaglia dell'osservabilità è rappresentata dalla *Radar Cross Section (RCS)*. Se la firma infrarossa descrive la capacità del veicolo di essere rilevato passivamente attraverso la radiazione termica emessa dalla superficie, dallo shock layer e dal plume, la RCS descrive invece il modo in cui lo stesso interagisce con un'onda elettromagnetica incidente riflettendola, assorbendola o modificandone la propagazione. Le due grandezze nascono dallo stesso problema, ovvero la comprensione di come un veicolo immerso nel campo ipersonico, diventi osservabile da un sistema di rilevamento.

Tuttavia, una descrizione modellistica dettagliata della RCS richiederebbe l'introduzione di un secondo accoppiamento multifisico, di tipo CFD-CEM, che esula dagli obiettivi principali di questa tesi. La valutazione radar non può infatti essere ricavata dalla sola soluzione fluidodinamica: il campo CFD fornisce temperatura, composizione chimica e densità elettronica del plasma; ma tali grandezze devono essere trasformate in proprietà elettromagnetiche locali e successivamente utilizzate in un solutore di Maxwell per calcolare lo scattering dell'onda radar. Per questo motivo, il presente capitolo viene presentato come prospettiva futura, limitandosi a introdurre le grandezze fisiche fondamentali, spiegare perché il problema è l'estensione della modellazione già sviluppata per la firma IR e discutere alcuni risultati rappresentativi della letteratura odierna.

Radar Cross Section

La RCS è una grandezza che misura la capacità di un bersaglio di riflettere energia elettromagnetica verso un ricevitore radar. Non coincide quindi con l'area geometrica del corpo: un oggetto piccolo ma molto riflettente nella direzione del ricevitore, può avere una RCS elevata; viceversa, un corpo geometricamente grande ma opportunamente sagomato o rivestito con materiali assorbenti, può presentare una RCS ridotta. Sia in configurazione monostatica, cioè quando trasmettitore e ricevitore coincidono, che in bistatica, quando il campo diffuso viene valutato in una direzione diversa da quella del trasmettitore, la RCS può essere scritta come [23]:

$$\sigma_{\text{RCS}} = 4\pi \lim_{R \rightarrow \infty} R^2 \frac{|E_s|^2}{|E_i|^2} \quad [m^2]$$

dove E_i è il campo elettrico dell'onda incidente sul bersaglio, E_s il campo elettrico diffuso nella direzione del radar ricevente e R la distanza del ricevitore dal bersaglio. Si misura in $[m^2]$ perché rappresenta l'area elettromagnetica efficace, ossia l'area apparente del bersaglio per il radar. Se la stessa grandezza viene espressa in dBsm, si ottiene

$$\sigma_{\text{dBsm}} = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_{\text{RCS}}}{1m^2} \right) = 10 \log_{10} \left(4\pi \lim_{R \rightarrow \infty} R^2 \frac{|E_s|^2}{|E_i|^2} \right)$$

Il collegamento con quanto discusso nel capitolo precedente, è la fisica del gas ad alta temperatura: la stessa onda d'urto che genera riscaldamento aerodinamico può, in determinate condizioni di quota e numero di Mach, produrre ionizzazione dell'aria. In questo modo, la chimica del flusso non condiziona soltanto la radiazione emessa nello spettro IR, ma può modificare anche la risposta radar del veicolo.

La logica è analoga a quella adottata per la firma infrarossa, dove il livello di complessità del modello può essere aumentato progressivamente: una prima valutazione può limitarsi al solo corpo solido, considerando l'emissione superficiale legata alla temperatura di parete; una descrizione più completa può includere le specie dissociate nello shock layer, poi le eventuali specie ionizzate e, nei veicoli propulsi, anche il plume di scarico. Allo stesso modo, anche la RCS può essere studiata per livelli successivi di complessità: inizialmente come risposta radar del corpo, determinata da geometria e materiali; successivamente come risposta del sistema corpo-plasma, quando la ionizzazione dell'aria modifica il mezzo attraversato dall'onda elettromagnetica; infine, per configurazioni più realistiche, includendo anche la scia ionizzata e gli eventuali effetti dell'ablazione del materiale di protezione termica.

La differenza principale rispetto al caso infrarosso è che, nel problema radar, i contributi non possono essere semplicemente sommati tra loro. Nella radiazione IR, è possibile distinguere il contributo della superficie, dello shock layer e del plume; nella RCS, invece, ciò che si combina è il campo elettromagnetico diffuso: il plasma può attenuare l'onda incidente, rifletterla parzialmente, rifrangerla o schermare alcune porzioni della superficie. La grandezza osservata dipende quindi dal campo diffuso complessivo E_s , che non si ottiene sommando separatamente i contributi provenienti dal corpo piuttosto che dal plasma.

Plasma sheath e grandezze elettromagnetiche fondamentali

Con il termine *plasma sheath* si indica la regione di gas parzialmente ionizzato che si forma attorno al veicolo durante il volo ipersonico. La semplice presenza di alcune specie cariche non è sufficiente a definire un plasma: perché il gas possa essere trattato come tale, elettroni e ioni devono essere presenti in quantità sufficienti da produrre una risposta collettiva ai campi elettromagnetici. In altre parole, le particelle cariche non si comportano più come corpi isolati all'interno di una miscela neutra, ma modificano le proprietà elettriche del mezzo, rendendolo capace di rifrangere, attenuare o riflettere un'onda radar incidente.

Nel caso dei flussi ipersonici atmosferici, il plasma che si forma nello shock layer è generalmente un plasma debolmente ionizzato, ciò significa che il grado di ionizzazione della miscela rimane piccolo rispetto alla quantità totale di particelle neutre, ma la densità elettronica può essere comunque sufficiente a influenzare la propagazione elettromagnetica. Il termine "debole" non va quindi interpretato come sinonimo di trascurabile, piuttosto indica che la maggior parte del gas resta neutra, mentre una frazione ridotta viene ionizzata e fornisce gli elettroni liberi responsabili della risposta radar del plasma.

Questa è la ragione per cui, nei modelli cinetici dell'aria, il passaggio dal modello neutro a 5 specie al modello a 7 specie ($N_2, O_2, N, O, NO, NO^+, e^-$) rappresenta un salto fisico importante e allo stesso tempo sufficiente per descrivere il comportamento del flusso nelle condizioni analizzate di seguito. L'aggiunta di NO^+ ed e^- permette infatti di includere la ionizzazione e di calcolare la densità elettronica locale n_e , potendo successivamente stimare la frequenza di plasma, la frequenza di collisione elettronica e, tramite il modello di Drude, la permittività complessa del mezzo. Queste grandezze costituiscono il collegamento tra la chimica del flusso ipersonico e la risposta elettromagnetica del sistema corpo-plasma.

- La prima grandezza da definire è quindi la *densità elettronica* n_e , cioè il numero di elettroni liberi per unità di volume. Dal punto di vista fisico, essa misura quanto il gas sia ionizzato localmente; mentre dal punto di vista numerico viene ricavata una volta nota la distribuzione delle specie cariche, generalmente fornita dal solutore CFD attraverso: o la densità parziale degli elettroni ρ_e ,

da cui

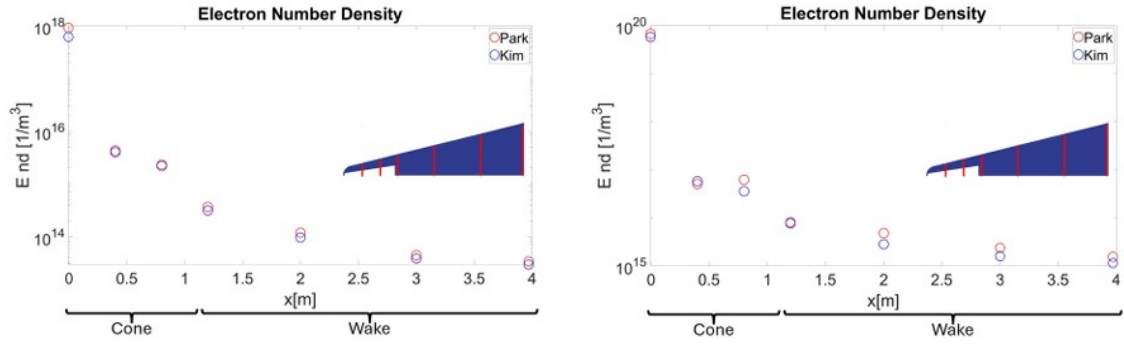
$$n_e = \frac{\rho_e}{m_e} \quad \text{m}^{-3}$$

dove m_e è la massa dell'elettrone pari a $9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ [13], oppure tramite la concentrazione molare elettronica $C_e = [\text{mol}/\text{m}^3]$ e si ha

$$n_e = N_A C_e$$

con N_A numero di Avogadro pari a $6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. Inoltre, in un plasma debolmente ionizzato e quasi neutro, la densità elettronica risulta bilanciata dalla densità degli ioni positivi presenti nella miscela.

A titolo illustrativo, si riportano i risultati di Esposito et al. [12] relativi a un cono snello smussato.



(a) Densità elettronica massima lungo la linea di ristagno, per $M = 10$; $z = 20 \text{ km}$

(b) Densità elettronica massima lungo la linea di ristagno, per $M = 16$; $z = 50 \text{ km}$

Figura 4.1: Valori massimi di n_e estratti lungo la linea di ristagno a diverse quote e diversi Mach [12]

La Figura 4.1 confronta i valori ottenuti con i parametri cinetici di Park e con quelli di Kim e Jo. In questo contesto, però, il confronto non viene usato per stabilire quale modello sia più accurato ma interessa visualizzare l'ordine di grandezza della variabile elettromagnetica considerata e la sua diversa distribuzione lungo il corpo e nella scia. Infatti, pur considerando coefficienti cinetici diversi, le due formulazioni restituiscono andamenti simili. Come prevedibile, i valori massimi di n_e si trovano in prossimità del naso, dove l'onda d'urto è più intensa e il riscaldamento del gas è maggiore. In particolare, nel caso a Mach 10 e quota 20km, il picco è dell'ordine di 10^{18} m^{-3} , mentre nella scia i valori scendono rapidamente fino a ordini di grandezza prossimi a 10^{14} m^{-3} . Nel caso a Mach 16 e quota 50 km, nonostante la quota più alta e quindi la minore densità atmosferica, l'incremento di velocità produce una ionizzazione più marcata rispetto al primo caso a quota inferiore: il picco arriva a $\approx 10^{20} \text{ m}^{-3}$ e anche i valori nella scia restano più elevati. Il fatto che la densità elettronica diminuisca lungo la scia ma non si annulli, fa capire che il plasma non è confinato solo davanti al veicolo, ma può occupare una regione più estesa che si estende verso valle; motivo per il quale risulta necessario, per una stima più veritiera, l'estensione del dominio per almeno 1.5 lunghezze del corpo a valle del veicolo.

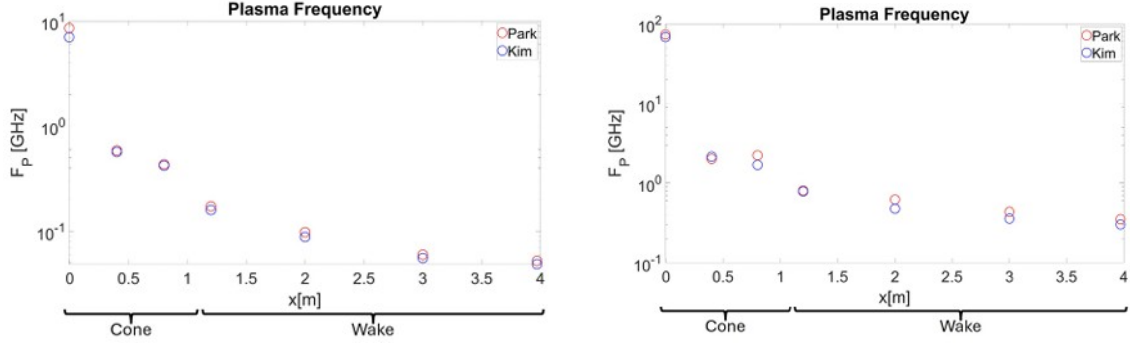
- A partire dalla n_e si definisce la *frequenza angolare di plasma* ω_p [13]:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}} \quad [\text{rad s}^{-1}]$$

dove e è la carica elementare dell'elettrone ($e \approx 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$), ε_0 la permittività del vuoto, che indica la facilità di polarizzazione, e m_e la massa elettronica. Questa grandezza rappresenta la

frequenza naturale con la quale gli elettroni liberi oscillano collettivamente quando il plasma viene perturbato da un campo elettromagnetico, ed essendo legata alla densità elettronica, si può dedurre che nelle zone in cui la ionizzazione è più intensa, il plasma tende a interagire in modo più forte con l'onda radar incidente.

Anche in questo caso, vengono riportati i valori massimi estratti lungo l'asse di ristagno e in alcune sezioni trasversali del dominio:



(a) Frequenza di plasma massima lungo la linea di ristagno, per $M = 10$; $z = 20km$

(b) Frequenza di plasma massima lungo la linea di ristagno, per $M = 16$; $z = 50km$

Figura 4.2: Valori massimi di f_p estratti lungo la linea di ristagno a diverse quote e diversi Mach [12]

La Figura 4.2 riporta la corrispondente frequenza di plasma in Ghz

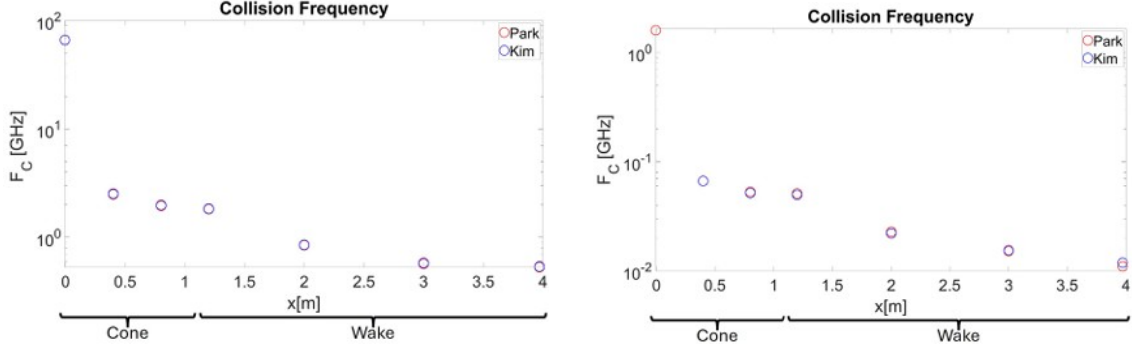
$$f_p = \omega_p / 2\pi$$

che riproduce l'andamento della densità elettronica sopra riportata in Figura 4.1: valori massimi localizzati al naso e diminuzione procedendo verso la scia, con ordini di grandezza superiori per la quota di $50km$.

- Accanto alla frequenza di plasma, è necessario introdurre la *frequenza di collisione elettronica* o (*collision frequency*) ν_c che descrive il numero di urti subiti dagli elettroni liberi, per unità di tempo, a causa dell'interazione con le particelle neutre del gas, trasferendo loro quantità di moto, ovvero la capacità dissipativa del plasma nell'assorbire l'onda elettromagnetica che viene, appunto, attenuata per assorbimento collisionale. Viene espressa come [12]:

$$\nu_c(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N n_i(\mathbf{r}) \sigma_{i,e} \sqrt{\frac{8k_B T_e(\mathbf{r})}{\pi m_e}} \text{ s}^{-1}$$

dove n_i è la densità numerica della specie neutra i [m^{-3}], $\sigma_{i,e}$ la sezione d'urto elettrone-neutro [m^2], k_B la costante di Boltzmann [J/K], T_e la temperatura elettronica, spesso ricondotta alla temperatura vibrazionale-elettronica nei modelli a due temperature.



(a) Frequenza di collisione massima lungo la linea di ristagno, per $M = 10$; $z = 20km$

(b) Frequenza di collisione massima lungo la linea di ristagno, per $M = 16$; $z = 50km$

Figura 4.3: Valori massimi di f_c estratti lungo la linea di ristagno a diverse quote e diversi Mach [12]

Dalla Figura 4.3 si nota che a differenza della frequenza di plasma, che segue direttamente la densità elettronica, la collision frequency è influenzata dalla densità atmosferica: a quote più basse, dove il gas è più denso, gli urti sono più frequenti e l'assorbimento collisionale dell'onda elettromagnetica diventa più rilevante, viceversa a quote più alte.

- Le due grandezze appena descritte vengono combinate nel *modello di Drude* utilizzato per descrivere il plasma sotto ipotesi di plasma freddo (*cold plasma*), non magnetizzato, collisionale e non omogeneo. La prima assunzione, permette di trascurare il moto cinetico dettagliato del plasma, riconducendo la risposta del mezzo al moto collettivo degli elettroni liberi; la seconda implica che non venga considerata la presenza di un campo magnetico esterno capace di deviare il moto degli elettroni; la terza tiene conto del carattere collisionale del plasma, già descritto tramite gli urti degli elettroni con le particelle neutre e ionizzate presenti nella miscela, introducendo un meccanismo dissipativo; l'ultima considera le sue proprietà una variabile spaziale di r .

$$n_e = n_e(\mathbf{r}), \quad \omega_p = \omega_p(\mathbf{r}), \quad \nu_c = \nu_c(\mathbf{r}), \quad \varepsilon_r = \varepsilon_r(\mathbf{r})$$

Sotto queste assunzioni, la permittività può essere espressa, tramite il modello di Drude, nella sua forma complessa [12]

$$\varepsilon_r(\mathbf{r}) = 1 - \frac{\omega_p^2(\mathbf{r})}{\omega[\omega - i\nu_c(\mathbf{r})]} = 1 - \frac{\omega_p^2(\mathbf{r})}{\omega^2 + \nu_c^2(\mathbf{r})} + i \frac{\omega_p^2(\mathbf{r})\nu_c(\mathbf{r})}{\omega[\omega^2 + \nu_c^2(\mathbf{r})]} \quad [\quad] \quad (4.1)$$

dove $\omega = 2\pi f$ è la frequenza angolare dell'onda radar incidente. In forma semplificata si ottiene [23]

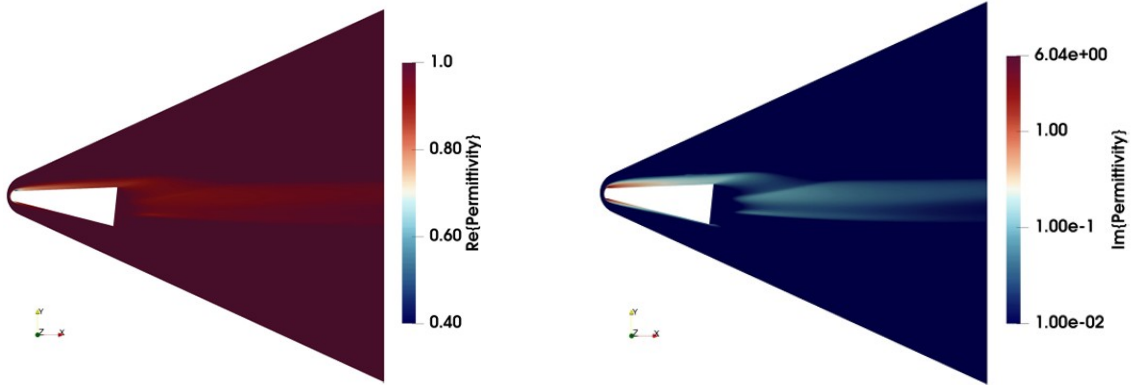
$$\varepsilon_r = \varepsilon'_r - i\varepsilon''_r$$

la parte reale di ε_r governa la propagazione dell'onda elettromagnetica attraverso il mezzo ionizzato e verso la superficie del veicolo, che può essere rifratta, riflessa o diventare evanescente, ovvero la capacità del plasma di schermare il veicolo rispetto alla condizione normale di aria neutra rappresentata da un valore unitario di questo parametro; la parte immaginaria ε''_r è invece associata alle perdite collisionali e quindi all'assorbimento dell'onda all'interno del plasma tramite ν_c , ovvero la capacità del plasma di convertire parte dell'energia incidente in energia interna del gas.

In particolare, quando la frequenza dell'onda radar ω è confrontabile con la frequenza di plasma ω_p , la parte reale della permittività tende ad annullarsi e il mezzo si trova in prossimità della condizione di *cut-off* che, idealmente e senza la parte immaginaria, causerebbe la totale riflessione del segnale. Quando $\omega < \omega_p$, la parte reale diventa negativa e la propagazione dell'onda verso

la superficie del veicolo non avviene più come in un mezzo trasparente privo di cariche ionizzate ma viene ostacolata, penetrando parzialmente nel plasma e decadendo rapidamente sotto forma di onda evanescente. In queste condizioni, il plasma tende a schermare la superficie del veicolo e a riflettere una parte significativa del segnale. Tuttavia, nel caso reale, la presenza della parte immaginaria della permittività rende il fenomeno meno netto, poiché una parte del campo può comunque penetrare nel plasma ed essere attenuata per dissipazione collisionale.

A completamento della lettura di queste grandezze, si riportano i contour della parte reale e immaginaria della permittività relativa sempre al cono snello con naso smussato, ma con corpo inclinato di 6° rispetto alla corrente libera, a $M = 12$ e quota 20 km .



(a) Parte reale della permittività relativa, $M = 12$, $z = 20 \text{ km}$, $f = 1 \text{ GHz}$

(b) Parte immaginaria della permittività relativa, $M = 12$, $z = 20 \text{ km}$, $f = 1 \text{ GHz}$

Figura 4.4: Distribuzione della parte reale e immaginaria della permittività relativa del plasma calcolata tramite modello di Drude [12]

Le Figure 4.4a e 4.4b mostrano il modo in cui le grandezze precedenti vengono combinate nella permittività complessa del plasma. La parte reale indica quanto il plasma modifica la propagazione dell'onda rispetto al vuoto: resta prossima all'unità nelle regioni in cui il gas è poco ionizzato, cioè dove il mezzo si comporta quasi come aria neutra e si riduce nelle zone in cui la densità elettronica e la frequenza di plasma aumentano, in particolare vicino al naso e nella scia, dove l'onda non attraversa più un mezzo equivalente al vuoto, ma un plasma capace di rifrangere e modificare la propagazione del campo incidente.

La parte immaginaria, invece, rappresenta la quantità di energia dell'onda che viene dissipata all'interno del plasma a causa delle perdite introdotte dalle collisioni elettroniche e, quindi, direttamente legata alla frequenza collisionale: i valori maggiori si concentrano nelle zone dove coesistono elettroni liberi e gas neutro sufficientemente denso.

A valle di queste definizioni, è possibile chiarire il significato di *scattering elettromagnetico*: quando un'onda radar incidente raggiunge un bersaglio, il campo elettromagnetico induce delle oscillazioni di correnti elettriche sulla superficie del corpo e, in presenza di plasma, anche nel volume ionizzato circostante. Il risultato è la generazione di un campo diffuso (scattered field) che si propaga in diverse direzioni dello spazio: la RCS misura proprio l'intensità efficace di questo campo diffuso E_s rispetto al campo incidente E_i , in una determinata direzione di osservazione [40].

In assenza di plasma, lo scattering è determinato principalmente dalla geometria del corpo (si pensi alla progettazione stealth del velivolo F-117 Nighthawk, principalmente costituito da superfici "taglienti" che avevano l'obiettivo di riflettere le onde radar incidenti riducendone il ritorno), dalle proprietà dei materiali e dalla lunghezza d'onda radar. In presenza di plasma, invece, il campo incidente può essere modificato prima ancora di raggiungere la superficie: può essere rifratto a causa

dei gradienti spaziali di ε_r , attenuato dalla parte immaginaria della permittività o parzialmente riflesso nelle regioni in cui la parte reale della permittività diventa negativa. Di conseguenza, il campo diffuso totale non è semplicemente dato dal solo contributo del corpo, ma è generato dal sistema accoppiato corpo-plasma-scia, ed è per questo motivo che la chimica del flusso ipersonico, attraverso la produzione di elettroni liberi, entra direttamente nella valutazione della RCS.

Per sintetizzare, il modello di Drude consente di costruire il mezzo elettromagnetico equivalente associato al plasma attraverso cui l'onda radar dovrà propagarsi per arrivare alla superficie del veicolo, mentre la RCS viene calcolata nel passaggio successivo, quando un solutore elettromagnetico risolve il problema di scattering che interessa il sistema completo corpo-plasma.

Accoppiamento CFD-CEM

L'approccio utilizzato per studiare l'effetto del plasma sulla RCS è l'accoppiamento CFD-CEM, dove CEM indica l'elettromagnetica computazionale (*Computational Electromagnetics*). L'idea alla base è lo spaccettamento del problema in più passaggi, proprio come visto per il Conjugate Heat Transfer: il primo è ricoperto dalla soluzione CFD che fornisce i campi aerotermodinamici e la distribuzione degli elettroni liberi; il secondo prevede il calcolo delle grandezze elettromagnetiche del plasma come visto nel paragrafo precedente; il terzo e ultimo passaggio è quello elettromagnetico: il campo di permittività ottenuto a partire dalla soluzione CFD viene trasferito al solutore CEM, che non vede più il plasma come una guaina uniforme attorno al corpo, ma come un mezzo non omogeneo, con proprietà che variano localmente in funzione della posizione spaziale r . A questo punto si impongono le caratteristiche dell'onda incidente, cioè frequenza, polarizzazione e direzione di incidenza, e si calcola il campo diffuso dall'intero sistema corpo-plasma. La RCS viene infine ricavata da questo campo diffuso, nella direzione di osservazione considerata. Dal punto di vista numerico, il problema CEM può essere affrontato secondo diversi livelli di approssimazione. Un primo approccio è rappresentato dai metodi asintotici, come il *Ray Tracing*: l'onda elettromagnetica viene trattata in modo simile a un insieme di raggi che attraversano un mezzo a permittività variabile, utilizzato quando il bersaglio è grande rispetto alla lunghezza d'onda $L_{veicolo} \gg \lambda$. Il metodo permette di mantenere un costo computazionale relativamente contenuto, ma non è adatto a prevedere con precisione fenomeni di natura ondulatoria come la diffrazione o riflessioni multiple su geometrie complesse. Il secondo approccio è rappresentato dai metodi *full-wave*, che invece risolvono le equazioni di Maxwell senza ridurre l'onda a un sistema di raggi. Tra questi rientra il metodo FDTD (Finite Difference Time Domain) nel quale il campo elettromagnetico viene calcolato nel dominio del tempo su una griglia numerica, permettendo una descrizione più completa della risposta del sistema. La differenza tra i due metodi non riguarda la fisica del plasma, la quale resta descritta dalle stesse grandezze elettromagnetiche locali, ma il modo in cui viene risolto il problema di propagazione e di scattering: nel primo caso l'onda viene seguita lungo traiettorie determinate dalle variazioni spaziali del mezzo; nel secondo caso si calcola direttamente l'evoluzione dei campi elettromagnetici. Questo è il motivo per il quale spesso i risultati ottenuti dai due metodi vengono confrontati, per valutare quanto l'approssimazione sia adeguata rispetto a una soluzione più completa [14]. Volendo fornire la catena del trasferimento delle informazioni, l'accoppiamento CFD-CEM può essere sintetizzato come segue:

$$\boxed{\text{CFD} \longrightarrow (n_e(r), \omega_p(r), \nu_c(r), \varepsilon_r(r)) \longrightarrow \text{CEM} \longrightarrow E_s \longrightarrow \sigma_{\text{RCS}}}$$

La CFD descrive la formazione del plasma a partire dalla fisica e dalla chimica del flusso ipersonico, le grandezze elettromagnetiche traducono queste informazioni in un mezzo equivalente attraversato

dall'onda radar, il solutore CEM calcola il campo diffuso E_s , infine si ricava la RCS.

Discussione dei risultati principali dei lavori analizzati

I lavori analizzati possono essere letti come livelli successivi di complessità nella modellazione della RCS. Si partirà da geometrie semplici, in cui il plasma viene considerato come guaina vicina al corpo, per arrivare a configurazioni più realistiche dove diventa importante la scia ionizzata, distinzione fondamentale che fa comprendere come la sua inclusione nell'analisi risulti fondamentale ai fini della risposta radar.

Un primo lavoro utile è quello di Mitanchey et al. [13] in cui una sfera PEC (conduttore elettrico perfetto) viene usata come validazione per uno studio più complesso su RAM-C-II, una configurazione di rientro atmosferico modellata con: semiangolo di 9° , raggio di punta di 15 cm , lunghezza complessiva di 1.30 m , mostrata in Figura 4.5. Le condizioni di volo sono Mach 18 e quota 50 km . La RCS viene calcolata in configurazione monostatica, con onda incidente parallela all'asse del corpo, su un intervallo di frequenze compreso tra $0.1 - 5\text{ GHz}$.

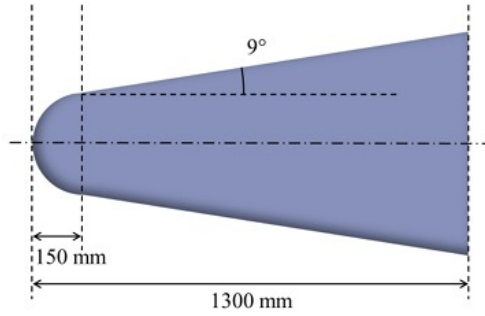
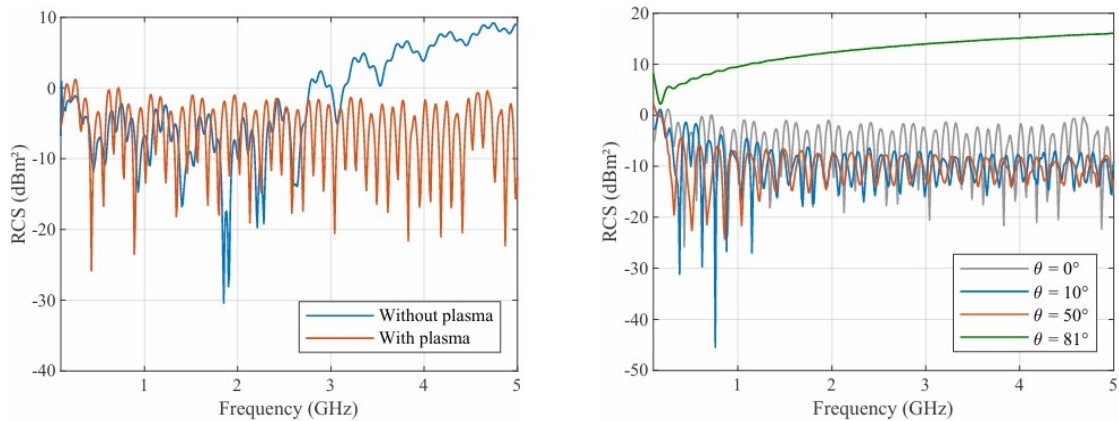


Figura 4.5: Geometria RAM-C II [13]

Il risultato principale è visibile nel confronto tra la RCS valutata senza plasma e quella con plasma: quando si considera la guaina di plasma, la curva diventa più regolare e tende a mantenersi in un intervallo più stretto, sopra circa 3 GHz la riduzione può arrivare a $5-10\text{ dBm}^2$ rispetto al caso senza plasma, come mostrato in Figura 4.6a.



(a) RCS con e senza plasma, per angolo di incidenza dell'onda $\theta = 0^\circ$

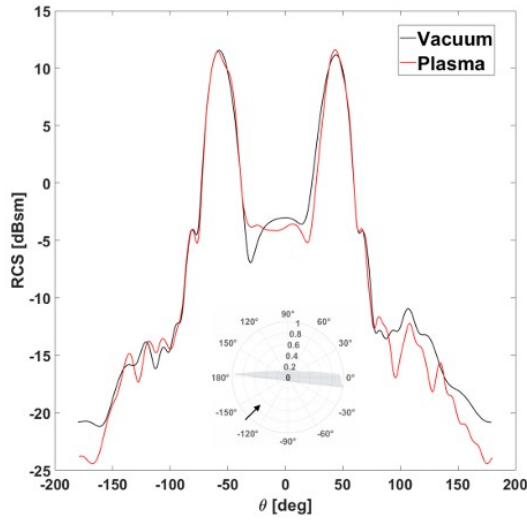
(b) RCS con plasma, al variare dell'angolo di incidenza dell'onda θ

Figura 4.6: Confronto RCS per onda elettromagnetica incidente a $\theta = 0^\circ$, e per incidenza variabile [13]

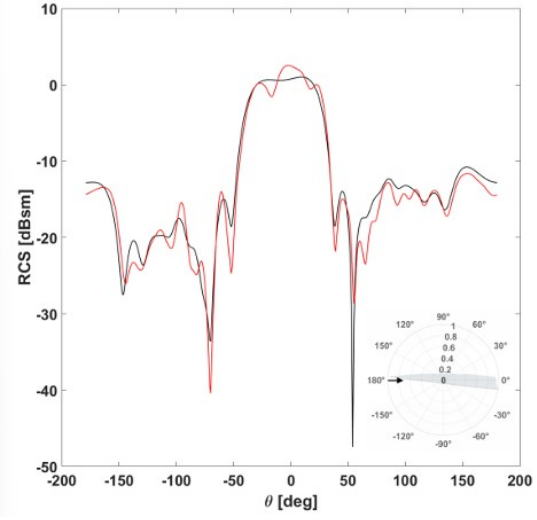
La Figura 4.6b mostra invece la variazione della RCS con l'angolo di incidenza dell'onda EM in presenza di plasma. Si nota subito un cambiamento per $\theta = 81^\circ$, con valori più alti fino a

16 dBm² a 5 GHz dovuto al fatto che l'onda incide proprio sulla parte conica del corpo, rimandando indietro un contributo maggiore del segnale e facendo prevalere la risposta del corpo sul contributo trascurabile del plasma.

Il lavoro successivo aumenta il livello di complessità [14]: si tratta di un veicolo a planata ipersonica HGV, già trattato nel capitolo precedente relativo alla traccia infrarossa. Le condizioni considerate sono Mach 15, quota 40 km e angolo d'attacco pari a 6°. La frequenza radar usata nel calcolo elettromagnetico è 1 GHz.

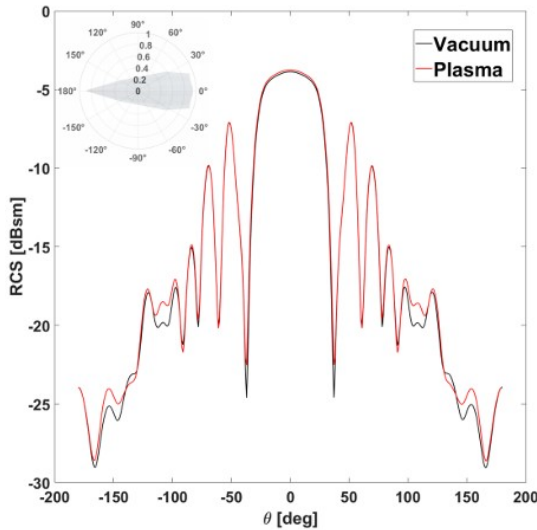


(a) RCS con e senza plasma, per angolo di incidenza dell'onda $\alpha = -135^\circ$, vista verticale

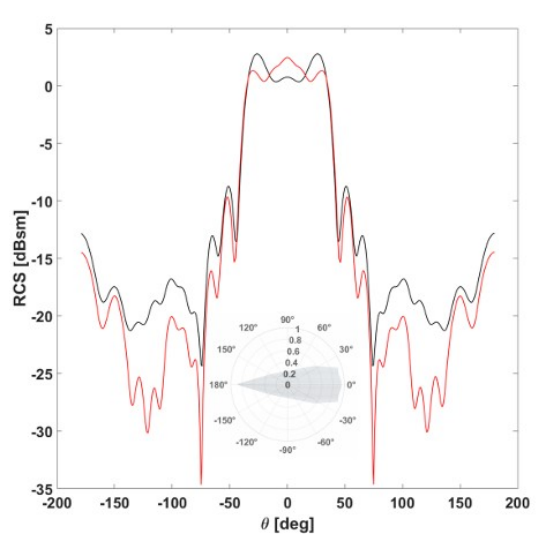


(b) RCS con e senza plasma, per angolo di incidenza dell'onda $\alpha = 180^\circ$, vista verticale

Figura 4.7: Confronto RCS con e senza plasma per $\alpha = -135^\circ$ e 180° in vista verticale, angolo di osservazione $\theta \in [-200^\circ + 200^\circ]$ [14]



(a) RCS con e senza plasma, per angolo di incidenza dell'onda $\alpha = -135^\circ$, vista orizzontale



(b) RCS con e senza plasma, per angolo di incidenza dell'onda $\alpha = 180^\circ$, vista orizzontale

Figura 4.8: Confronto RCS con e senza plasma per $\alpha = -135^\circ$ e 180° in vista orizzontale, angolo di osservazione $\theta \in [-200^\circ + 200^\circ]$ [14]

Le Figure 4.7a e 4.8a riportano la RCS bistatica con e senza plasma per un'onda EM che incide il veicolo con angolo $\alpha = -135^\circ$. In questa configurazione lo strato ionizzato è sottile e vicino

alla superficie, quindi l'onda radar continua a interagire soprattutto con la geometria del veicolo, senza mostrare particolari differenze con il caso nel vuoto.

Il caso $\alpha = 180^\circ$ delle Figure 4.7b e 4.8b è diverso: l'onda arriva frontalmente e attraversa la regione del naso dove il plasma è più intenso. In questa condizione la RCS si riduce nella direzione di backscattering, cioè $\theta = 180^\circ$, di circa 1.5 dBsm, ma può aumentare nella direzione di forward scattering, cioè $\theta = 0^\circ$, fino a circa 2 dBsm. Questi risultati fanno quindi comprendere che la riduzione della RCS non è una proprietà intrinseca del plasma ma dipende dalla frequenza del radar, dalla direzione dell'onda incidente, dalla geometria e dalla redistribuzione locale dell'energia che può risultare attenuata in alcune direzioni e accentuata in altre.

I lavori successivi tornano a una geometria più semplice rispetto all'HGV, considerando un cono snello con naso smussato che richiama, come classe di corpo, il RAM-C II discusso da Mitanchey et al. Tuttavia, le dimensioni e il regime di volo sono diversi: il corpo è lungo 1.125 m, presenta un naso ellissoidale con raggi di 5.5 cm e 2.5 cm, seguito da un breve tratto cilindrico e da un cono con semiangolo pari a circa 8.2° come mostrato in Figura 4.9. Il dominio viene inoltre esteso fino a 2.875 m dal naso, proprio per includere la scia ionizzata a valle del corpo, dettaglio mancante nei lavori precedenti. La geometria viene analizzata per diverse configurazioni di volo, con Mach compresi tra 10 e 16 e quote comprese tra 20 e 70 km; tuttavia, il confronto RCS riportato di seguito è riferito al caso specifico $M = 14$ e $z = 30 \text{ km}$, con frequenza radar pari a 1 GHz.

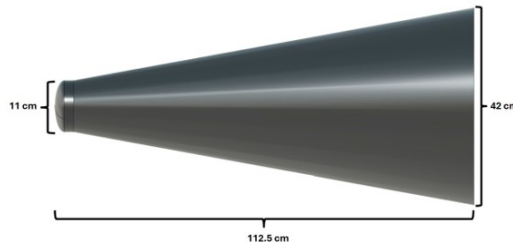


Figura 4.9: Geometria corpo snello [12]

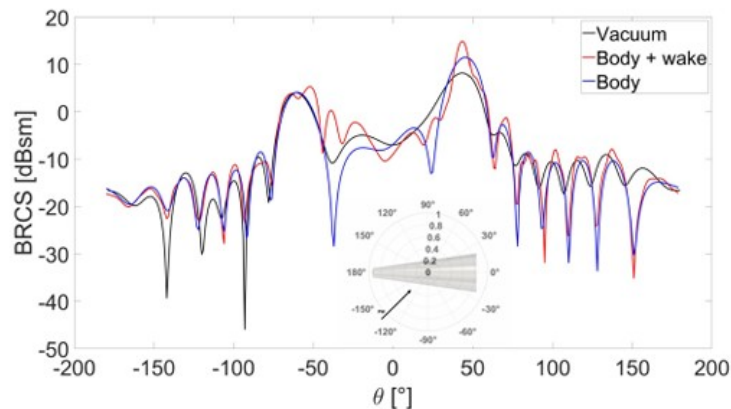


Figura 4.10: Confronto della RCS bistatica in vuoto, con guaina limitata attorno al cono e con guaina estesa anche alla scia, per $M = 14$, quota 30 km [12]

La Figura 4.10 mostra il confronto tra tre casi: corpo in vuoto, corpo con solo plasma attorno alla superficie e corpo con plasma esteso anche alla scia. Il primo aspetto da osservare è che la sola guaina di plasma attorno al corpo modifica poco la RCS rispetto al caso in vuoto. La curva blu, infatti, segue l'andamento della curva nera, con differenze localizzate in alcune regioni angolari, testimoniando il fatto che il plasma vicino alla superficie, da solo, non è sufficiente a cambiare

radicalmente la risposta radar del veicolo. Diverso è il comportamento della curva rossa, che include anche la scia ionizzata: nella direzione di backscattering ($\alpha = -135^\circ$) la riduzione non si scosta molto rispetto al caso di sola guaina, mentre nella direzione di forward scattering (attorno ai $\alpha = 60^\circ$) la scia cambia la risposta su un intervallo angolare molto più ampio. Questo risultato conferma quanto già osservato nel caso dell'HGV, cioè che il plasma non agisce sempre come uno schermo che abbassa la traccia radar. Inoltre, nel caso del cono snello, l'elemento aggiuntivo che emerge è che la scia non può essere trattata come dettaglio secondario in quanto, essendo più estesa della sola guaina che circonda il corpo, interagisce con l'onda EM su un volume maggiore e produce variazioni più ampie della RCS.

Gli stessi autori estendono successivamente l'analisi, con l'obiettivo di valutare come la risposta radar cambi al variare del numero di Mach e della quota, considerando la sola polarizzazione orizzontale, con onda EM incidente ad $\alpha = -135^\circ$ e frequenza radar pari a 1 GHz . Le condizioni analizzate coprono numeri di Mach compresi tra 8 e 16, e quote comprese tra 20 e 70 km. Non tutte le combinazioni vengono però mantenute nella discussione finale, alcuni casi vengono esclusi: in particolare, a 70 km, i casi a $M = 8$ e $M = 10$ non producono effetti ad alta temperatura apprezzabili, a causa della bassissima densità e pressione della corrente libera. Questo punto è utile per ricordare che il regime ipersonico non coincide soltanto con il superamento formale di $M = 5$, ma con la progressiva comparsa dei fenomeni legati all'alta temperatura: eccitazione vibrazionale, dissociazione e, nei casi più energetici, ionizzazione. Altri casi vengono invece scartati per motivi opposti, cioè perché troppo severi dal punto di vista termico: gli autori assumono una temperatura massima ammissibile della superficie pari a 3500 K e, sulla base di questo limite, risultano non praticabili i casi a 20 km con $M = 14$ e $M = 16$, e il caso a 30 km con $M = 16$.

Viene di seguito discusso il comportamento generale ottenuto dai risultati. Per Mach inferiori a circa 10, la ionizzazione resta limitata e la curva con plasma si discosta poco dal caso in vuoto, a parte un leggero aumento nella regione di forward scattering, attribuito alla presenza della scia. Quando invece il Mach supera 10, l'urto diventa più intenso, aumenta la temperatura post-urto e cresce la produzione di elettroni liberi, di conseguenza, la frequenza di plasma aumenta e il mezzo ionizzato diventa abbastanza intenso da modificare in modo non trascurabile la propagazione dell'onda elettromagnetica. Per quanto riguarda la quota, a 20 km, la maggiore densità atmosferica favorisce la formazione di plasma già da $M = 10$, ma i Mach più elevati diventano termicamente troppo gravosi. A 70 km, al contrario, il gas è così rarefatto che serve un Mach molto alto, pari a circa 16, per ottenere una ionizzazione sufficiente a modificare sensibilmente la RCS. Tra 30 e 50 km, invece, Mach superiori a 10 producono distribuzioni di plasma abbastanza intense da alterare chiaramente la risposta radar [40].

Conclusioni

Il punto di arrivo di questo lavoro non è l'individuazione di una formula conclusiva, né la definizione di una procedura unica per il calcolo della firma infrarossa, poiché il problema dipende da molte grandezze tra loro collegate e da diverse scelte modellistiche. Questa tesi ha cercato piuttosto di ricostruire il percorso necessario per affrontare il problema: partire dal campo aerotermodinamico, comprenderne le grandezze significative e capire in che modo esse possano essere trasformate in informazioni utili alla valutazione dell'osservabilità del veicolo.

In questo senso, la CFD non rappresenta un esercizio numerico fine a se stesso, né un semplice supporto preliminare alla parte radiativa. Al contrario, costituisce il primo passaggio e, probabilmente, il più importante dell'intera catena modellistica perché definisce il campo fisico su cui tutte le valutazioni successive vengono costruite. Temperatura, pressione, densità, composizione chimica, flussi termici e distribuzione delle specie non sono soltanto risultati fluidodinamici, ma diventano gli input necessari per stimare la temperatura di parete, la radiazione dei gas caldi, la presenza di specie radiativamente attive e, in prospettiva, anche le proprietà elettromagnetiche del plasma. Per questo motivo, una soluzione CFD numericamente convergente non è sufficiente se non è anche fisicamente coerente con il regime analizzato.

Anche la definizione convenzionale di regime ipersonico per Mach superiori a 5 deve essere letta come un riferimento operativo e non come una separazione netta tra due condizioni fisiche completamente distinte. Come discusso nel primo capitolo e confermato nel quarto, l'ipervelocità è associata soprattutto alla comparsa progressiva di fenomeni che modificano la natura del campo di moto: onde d'urto intense, interazione viscosa, riscaldamento aerodinamico, attivazione dei modi interni, dissociazione e, per condizioni sufficientemente energetiche, ionizzazione. La soglia del Mach consente quindi di classificare il regime di volo, ma sono i fenomeni fisici e chimici che si sviluppano attorno al veicolo a determinare la complessità della modellazione associata al regime stesso.

Proprio per questo motivo, la qualità della simulazione CFD condiziona direttamente la credibilità di tutto ciò che viene calcolato successivamente. La scelta della griglia, la risoluzione della regione di parete, il trattamento della turbolenza, la modellazione dell'aria ad alta temperatura e le condizioni al contorno sono dettagli che definiscono la capacità del modello di riprodurre le grandezze che alimentano la valutazione dell'osservabilità. In altre parole, l'analisi della firma infrarossa non inizia dal modello radiativo, ma dalla qualità della soluzione fluidodinamica che lo alimenta.

Questo aspetto è particolarmente importante perché la firma IR non è una grandezza direttamente contenuta nella soluzione CFD: la CFD restituisce il campo aerotermodinamico e termochimico; spetta poi al post-processing trasformare queste informazioni in radianza, intensità spettrale e segnale ultimo osservabile. È proprio questo passaggio che rende la modellazione ipersonica delicata, e una semplificazione accettabile per stimare un coefficiente aerodinamico può non esserlo più quando l'obiettivo è valutare una traccia radiativa.

La discussione del Capitolo 3 mostra che l'osservabilità non dipende soltanto da quanto il veicolo sia caldo, ma da dove il calore si concentra, da quale porzione del corpo viene osservata, da quali specie chimiche partecipano alla radiazione, da quale banda spettrale viene considerata e dal percorso ottico attraversato dal segnale. Nei veicoli non propulsi o in configurazioni glide, la componente superficiale assume un ruolo centrale, perché la radianza emessa è strettamente collegata alla temperatura di parete, all'emissività del materiale e all'angolo di osservazione; in questo caso l'accoppiamento CFD-CHT permette di superare l'ipotesi più semplice di parete a temperatura imposta, ricostruendo una distribuzione termica più coerente con il bilancio energetico tra fluido e

struttura.

Nei veicoli propulsi, invece, la radiazione non proviene più soltanto dal corpo solido, ma anche dai gas caldi presenti nella scia, in particolare dalle specie radiativamente attive generate dai processi di combustione e post-combustione. In questo caso, il contributo gassoso può diventare rilevante nelle bande in cui molecole come H_2O , CO_2 , CO , HCl , e NO presentano emissioni significative. La distinzione tra contributo superficiale e contributo del gas diventa quindi necessaria per capire non solo quanto il veicolo sia osservabile, ma anche quale parte del sistema stia effettivamente contribuendo in modo dominante nel segnale emesso.

Il confronto tra le diverse bande spettrali conferma questa dipendenza dalla sorgente fisica. La banda SWIR risulta maggiormente legata alla componente solida che raggiunge valori superiori di circa un ordine di grandezza rispetto al gas, anche se la componente gassosa, dominata soprattutto dall' H_2O e dalla CO_2 , resta comunque non trascurabile; la banda MWIR è di particolare interesse sia per l'osservazione di superfici molto calde sia per il contributo del plume, dove specie come CO_2 , CO e HCl , rappresentano una sorgente radiativa dello stesso ordine di grandezza; infine, nella finestra LWIR lo scenario cambia nuovamente in quanto il contributo del gas si riduce a valori molto più bassi rispetto alle altre bande e prevale la componente solida. Nel complesso, l'analisi delle tre bande permette di collegare il segnale alla sorgente fisica che lo genera: superficie calda nella SWIR, plume e gas caldi nella MWIR, contributo più debole e prevalentemente superficiale nella LWIR.

Un altro elemento importante riguarda l'area proiettata e la direzione di osservazione. Nei diagrammi polari riportati nel Capitolo 3, i massimi non coincidono con la vista diretta del plume o del muso proprio per la dipendenza dell'intensità radiativa dall'area visibile dal sensore e dal numero di raggi ottici utili.

Un ulteriore aspetto riguarda il ruolo della trasmissione atmosferica. I modelli disponibili permettono di descrivere l'assorbimento selettivo e le finestre di trasmissione; tuttavia, ai fini di una simulazione completa della rilevabilità, uno sviluppo futuro importante consiste nell'integrare questo passaggio nel post-processing in modo da poter passare dalla radianza emessa dal sistema corpo-gas alla radianza effettivamente ricevuta dal sensore.

Da questa prospettiva, la CFD permette di rendere quantitativo un problema che, senza una catena modellistica coerente, resterebbe soltanto qualitativo. Non basta affermare che un veicolo ipersonico sia caratterizzato da elevate temperature e quindi da una firma infrarossa significativa, è necessario stabilire dove viene prodotta la radiazione, in quale banda, con quale intensità, da quale sorgente e lungo quale direzione di osservazione. La forza della modellazione numerica sta proprio in questo: trasformare una descrizione fisica generale in una valutazione interpretabile e confrontabile con la realtà.

In questo senso, uno degli aspetti più rilevanti riguarda il rapporto tra accuratezza fisica e costo computazionale. I modelli più completi sono anche quelli più onerosi, e ciò impone inevitabilmente una selezione in quanto una simulazione ad alta fedeltà non può essere estesa a ogni combinazione di geometria, quota, numero di Mach, angolo d'attacco, materiale e banda spettrale. Per questo motivo, gli approcci più moderni tendono a combinare simulazioni CFD-CHT dettagliate sui casi più rappresentativi con modelli basati su database radiativi o tecniche surrogate capaci di esplorare uno spazio di progetto più ampio poiché, nel regime ipersonico, progettare non significa soltanto calcolare con maggiore dettaglio, ma scegliere consapevolmente dove tale dettaglio sia davvero necessario.

La riduzione della segnatura infrarossa non può inoltre essere separata dalla progettazione aerotermica del veicolo. Intervenire sulla geometria, sull'emissività o sui materiali può modificare la

radianza emessa ma in modo integrato: una scelta favorevole dal punto di vista della riduzione IR può modificare il carico termico, alterare le prestazioni aerodinamiche, cambiare la risposta del TPS o introdurre nuovi contributi radiativi associati ai gas prodotti in prossimità della parete. La bassa osservabilità è quindi un vincolo che si aggiunge a quelli già presenti nel progetto ipersonico. Lo stesso ragionamento può essere esteso alla RCS, anche se cambia il tipo di post-processing. In questo caso, la CFD continua a fornire il campo di partenza, ma le grandezze di interesse non sono più la temperatura di parete o la radianza, bensì la densità elettronica, la frequenza di plasma, la frequenza collisionale e la permittività relativa del mezzo ionizzato. La guaina di plasma attorno al veicolo e nella sua scia, altera la propagazione dell'onda elettromagnetica incidente che può essere attenuata o accentuata. In questo senso, il capitolo dedicato alla RCS rappresenta una naturale estensione del percorso seguito per l'infrarosso: anche qui la CFD non fornisce direttamente la grandezza finale, ma costruisce il campo fisico e chimico da trasferire a un solutore dedicato.

Il confronto tra firma IR e RCS evidenzia quindi una differenza importante: nel caso infrarosso il veicolo e il gas caldo sono sorgenti di radiazione; nel caso radar, invece, il sistema corpo-plasma-scia modifica la risposta di un'onda incidente esterna. La base aerotermodinamica rimane comune, ma cambia il modo in cui le grandezze CFD vengono interpretate e il loro ruolo. Per l'IR temperatura e composizione vengono trasformate in proprietà radiative; per la RCS la distribuzione degli elettroni liberi diventa la protagonista da trasformare in proprietà elettromagnetiche del plasma.

Gli sviluppi futuri potrebbero muoversi verso alcune direzioni principali: l'inclusione completa della trasmissione atmosferica nel post-processing radiativo, così da valutare la radiazione effettivamente disponibile al sensore; il comportamento reale dei materiali di parete utilizzati nelle applicazioni ipersoniche, come l'ablazione che può modificare sia il carico termico sia la firma radiativa; l'estensione dell'accoppiamento CFD-CEM a configurazioni più estese che includono la scia.

Questa tesi si colloca quindi come una rassegna ragionata dei principali strumenti necessari per affrontare lo studio dell'osservabilità ipersonica. Vuole ricostruire i passaggi fondamentali che collegano il campo di moto alla firma infrarossa e, in prospettiva, alla risposta radar. Il risultato finale è la consapevolezza che l'osservabilità di un veicolo ipersonico non appartiene a una sola disciplina ma nasce dall'interazione tra fluidodinamica, termochimica, scambio termico, radiazione, atmosfera, materiali ed elettromagnetismo, in cui la CFD rappresenta lo strumento più potente e la base da costruire in modo più coerente possibile perché solo da un campo aerotermodinamico realistico possono derivare risultati radiativi ed elettromagnetici altrettanto realistici.

Bibliografia

- [1] John D. Anderson. Hypersonic and High Temperature Gas Dynamics. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2 edition, 2006.
- [2] Simone Fontana and Federica Di Lauro. An overview of sensors for long range missile defense. Sensors, 22(24):9871, 2022. doi: 10.3390/s22249871.
- [3] Salim M. Salim and S. C. Cheah. Wall y^+ strategy for dealing with wall-bounded turbulent flows. In Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists (IMECS), volume 2, pages 2165–2170, Hong Kong, 2009.
- [4] F. R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA Journal, 32(8):1598–1605, 1994. doi: 10.2514/3.12149.
- [5] Qinglin Niu, Sen Yang, Zhihong He, and Shikui Dong. Numerical study of infrared radiation characteristics of a boost-gliding aircraft with reaction control systems. Infrared Physics & Technology, 92:417–428, 2018.
- [6] Xubo Du, Qingzhen Yang, Haoqi Yang, Jin Bai, and Yongqiang Shi. Infrared radiation characteristics of dagger-type hypersonic missile. Chinese Journal of Aeronautics, 37(4): 137–150, 2024. doi: 10.1016/j.cja.2023.12.010.
- [7] Anouar Soufiani and Jean Taine. High temperature gas radiative property parameters of statistical narrow-band model for H₂O, CO₂ and CO, and correlated-k model for H₂O and CO₂. International Journal of Heat and Mass Transfer, 40(4):987–991, 1997. doi: 10.1016/S0017-9310(96)00129-9.
- [8] Shripad P. Mahulikar, Hemant R. Sonawane, and G. Arvind Rao. Infrared signature studies of aerospace vehicles. Progress in Aerospace Sciences, 43:218–245, 2007.
- [9] Jianlong Yang and Meng Liu. Numerical analysis of hypersonic thermochemical non-equilibrium environment for an entry configuration in ionized flow. Chinese Journal of Aeronautics, 2019. doi: 10.1016/j.cja.2019.06.004.
- [10] Qinglin Niu, Zhichao Yuan, Biao Chen, and Shikui Dong. Infrared radiation characteristics of a hypersonic vehicle under time-varying angles of attack. Chinese Journal of Aeronautics, 32(4):861–874, 2019. doi: 10.1016/j.cja.2019.01.003.
- [11] Chirath Lochana Herath. Hypersonic missile technology: A comprehensive analysis. Uva Wellassa University, Department of Science and Technology, 2024.
- [12] Salvatore Esposito, Andrea Scarabosio, Giuseppe Vecchi, and Domenic D’Ambrosio. Non-equilibrium plasma distribution in the wake of a slender blunted-nose cone in hypersonic flight and its effect on the radar cross section. Aerospace Science and Technology, 155:109699, 2024. doi: 10.1016/j.ast.2024.109699.
- [13] Florian Mitanchey, Pascal Pagani, Vivien Loridan, Pierre Bonnemason, and Claire Latappy. Influence of the atmospheric plasma sheath on the rcs of a hypersonic reentry vehicle. In 18th European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Glasgow, UK, March 2024.

- [14] Salvatore Esposito, Domenic D'Ambrosio, Giuseppe Vecchi, and Andrea Scarabosio. Plasma effects on electromagnetic wave scattering in suborbital hypersonic flight. In 2023 IEEE International Workshop on Technologies for Defense and Security (TechDefense). IEEE, 2023. doi: 10.1109/TechDefense59795.2023.10380861.
- [15] Minkwan Kim, Ali Gülhan, and Iain D. Boyd. Modeling of electron energy phenomena in hypersonic flows. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 26(2):244–257, 2012. doi: 10.2514/1.T3716.
- [16] Roop N. Gupta, Jerrold M. Yos, and Richard A. Thompson. A review of reaction rates and thermodynamic and transport properties for the 11-species air model for chemical and thermal nonequilibrium calculations to 30000 k, February 1989. NASA Langley Research Center.
- [17] ANSYS, Inc. ANSYS Fluent 12.0 Theory Guide. ANSYS, Inc., Canonsburg, PA, April 2009.
- [18] Guoxu Feng, Juyi Long, and Yang Bai. Aerodynamic-infrared integrated stealth design method of hypersonic glide vehicles. Physics of Fluids, 37(8):083630, 2025. doi: 10.1063/5.0284681.
- [19] Kenneth F. Stetson. Nosetip bluntness effects on cone frustum boundary layer transition in hypersonic flow, 1983.
- [20] Husnain Ahmad, Asra Tariq, Amir Shehzad, Muhammad S. Faheem, Muhammad Shafiq, Iqra A. Rashid, Ayesha Afzal, Adnan Munir, Muhammad T. Riaz, Hafiz T. Haider, Ali Afzal, Muhammad B. Qadir, and Zubair Khaliq. Stealth technology: Methods and composite materials—a review. Polymer Composites, 40:4457–4472, 2019. doi: 10.1002/pc.25311.
- [21] Peter A. Gnoffo, Roop N. Gupta, and Judy L. Shinn. Conservation equations and physical models for hypersonic air flows in thermal and chemical nonequilibrium, 1989.
- [22] Chul Park. Assessment of two-temperature kinetic model for ionizing air. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 3(3):233–244, 1989. doi: 10.2514/3.28771.
- [23] Chun Shao, Liang Nie, and Weifang Chen. Analysis of weakly ionized ablation plasma flows for a hypersonic vehicle. Aerospace Science and Technology, 51:151–161, 2016. doi: 10.1016/j.ast.2016.02.005.
- [24] Yi-Xin Sha, Hai-Li Zhang, Xing-Yue Guo, and Ming-Yao Xia. Analyses of electromagnetic properties of a hypersonic object with plasma sheath. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 67(4):2470–2481, 2019. doi: 10.1109/TAP.2019.2891462.
- [25] Chun Shao, Deyang Tian, Kun Qian, and Weifang Chen. Numerical simulation of weakly ionized dynamic plasma for reentry vehicles. Journal of Spacecraft and Rockets, 2016. doi: 10.2514/1.A33525.
- [26] Zhichao Yuan, Shizhang Huang, Xiaowei Gao, and Jian Liu. Effects of surface-catalysis efficiency on aeroheating characteristics in hypersonic flow. Journal of Aerospace Engineering, 2016. doi: 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000684. Article number: 04016086.
- [27] S. T. Surzhikov and J. S. Shang. Three dimensional simulation of shock layer ionization for ram-c ii flight tests. In 52nd Aerospace Sciences Meeting, National Harbor, Maryland, 2014. American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.2014-1078. AIAA Paper 2014-1078.

- [28] Michael J. Wright, Graham V. Candler, and Deepak Bose. Data-parallel line relaxation method for the navier-stokes equations. AIAA Journal, 36(9), September 1998.
- [29] C. Tang. Rapid hypersonic simulations using us3d and pointwise. In Eleventh International Conference on Computational Fluid Dynamics (ICCFD11), Maui, HI, July 2022. Paper ICCFD11-3205.
- [30] Graham V. Candler, Michael D. Barnhardt, Travis W. Drayna, Ioannis Nompelis, David M. Peterson, and Pramod Subbareddy. Unstructured grid approaches for accurate aeroheating simulations. In 18th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, Miami, FL, June 2007. American Institute of Aeronautics and Astronautics. AIAA Paper 2007-3959.
- [31] Einar Karl T. Carias and Simon A. Prince. Validation study of blunted and sharp cones at hypersonic speed. In 33rd Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS 2022), Stockholm, Sweden, September 2022.
- [32] Ana Larissa Bezerra Rodrigues, José Bismark de Medeiros, and Edna Santiago Benta. Grid convergence test for a bi-dimensional hypersonic flow simulation. JP Journal of Heat and Mass Transfer, 35:125–137, 2023. doi: 10.17654/0973576323046.
- [33] Ansys, Inc. Forced convection over a flat plate: Forced convection in external flows — lesson 3, 2020. Ansys Training Material.
- [34] M. S. Siddiqui, K. A. Hoffmann, S. T. Chiang, and W. H. Rutledge. A comparative study of the navier-stokes solvers with emphasis on the heat transfer computations of high speed flows. In 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, January 1992. AIAA Paper 92-0835.
- [35] Michael F. Modest. Radiative Heat Transfer. Academic Press, New York, 3rd edition, 2013. ISBN 978-0123869449.
- [36] S. P. Mahulikar, S. K. Sane, U. N. Gaitonde, and A. G. Marathe. Numerical studies of infrared signature levels of complete aircraft. The Aeronautical Journal, 105(1046):185–192, April 2001.
- [37] Leonard Eisner, Ely E. Bell, James Young, and Robert A. Oetjen. Spectral radiance of sky and terrain at wavelengths between 1 and 20 μ . III. terrain measurements. Journal of the Optical Society of America, 52(2):201–209, February 1962.
- [38] G. A. Rao and S. P. Mahulikar. Effect of atmospheric transmission and radiance on aircraft infrared signatures. Journal of Aircraft, 42(4), July 2005.
- [39] Adam B. Peters, Dajie Zhang, Samuel Chen, Catherine Ott, Corey Oses, Stefano Curtarolo, Ian McCue, Tresa M. Pollock, and Suhas Eswarappa Prameela. Materials design for hypersonics. Nature Communications, 15:3328, 2024. doi: 10.1038/s41467-024-46753-3.
- [40] Salvatore Esposito, Domenic D’Ambrosio, Andrea Scarabosio, and Giuseppe Vecchi. Scattering of electromagnetic waves in hypersonic plasma: Numerical simulations and analysis. In AIAA SCITECH 2024 Forum, Orlando, FL, January 2024. American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.2024-2727.