Politecnico di Torino

Tesi di Laurea Magistrale in
Ingegneria Aerospaziale

Analisi spettrale della regione separata in ugelli sovra-espansi

Docente:
Emanuele Martelli

Candidato:
Pierfilippo Riva

A.a. 2025/2026

Indice

1 Endoreattori **6**
- 1.1 Prestazioni . . . 7
- 1.2 FSS e RSS . . . 11

2 Analisi spettrale **12**
- 2.1 Trasformata di Fourier . . . 12
- 2.2 Analisi Wavelet . . . 15
- 2.3 Power Spectral Density . . . 18

3 Analisi statistica **19**
- 3.1 Misurare l'intermittenza . . . 19
- 3.2 Identificazione degli eventi . . . 22
- 3.3 Probability Density Function . . . 24
  - 3.3.1 Costruzione della PDF . . . 25

4 Pprime TIC Nozzle **28**
- 4.1 Analisi della regione sovraespansa . . . 31
- 4.2 Risultati - Analisi Wavelet . . . 33
- 4.3 Sensori di pressione - Stazione assiale x/L = 0.48 . . . 34
- 4.4 Sensori di pressione - Stazione assiale x/L = 0.57 . . . 35
- 4.5 Sensori di pressione - Stazione assiale x/L = 0.67 . . . 36
- 4.6 Sensori di pressione - Stazione assiale x/L = 0.76 . . . 40
- 4.7 Sensori di pressione - Stazione assiale x/L = 0.85 . . . 41

5 Analisi dell'intermittenza - Pprime TIC Nozzle **45**
- 5.1 Confronto sensori . . . 46
- 5.2 Sensore di pressione n. 2 . . . 47
- 5.3 Sensore di pressione n. 4 . . . 50
- 5.4 Sensore di pressione n. 9 . . . 53

6 NASA TIC Nozzle **57**
- 6.1 Analisi della regione sovraespansa . . . 60
- 6.2 Risultati - Analisi Wavelet . . . 63

7 Analisi dell'intermittenza - NASA TIC Nozzle **67**
7.1 Confronto sensori 68
7.2 Sensore di pressione n. 3 69
7.3 Sensore di pressione n. 4 71
7.4 Sensore di pressione n. 7 73
7.5 Sensore di pressione n. 8 75

8 Conclusione **80**

A Codice MATLAB utilizzato **89**
A.1 Analisi Wavelet e statistica 89
A.2 Calcolo Power Spectral Density 95

Introduzione

Negli ultimi anni la ricerca per il miglioramento delle performance dei motori a razzo ha suscitato grande interesse. In quest'ambito, ricopre particolare importanza lo studio delle forze interne all'ugello durante le fasi di accensione di tutti i Liquid Rocket Engines (LREs).
In questi ultimi si verificano spesso fenomeni di separazione interna dovuti alla situazione di sovraespansione del getto che i lanciatori sperimentano in questi periodi transitori. Risultano di particolare attenzione le operazioni di *start-up*.
In questa fase del lancio, il Nozzle Pressure Ratio (NPR) raggiunto dal razzo non è sufficiente a creare un differenziale di pressione adeguato ad evitare che l'aria dell'ambiente esterno risalga il tratto divergente dell'ugello, portando alla generazione di una zona separata. In questi casi un sistema di onde d'urto oblique si genera per permettere al divergente dell'ugello di adeguare il campo di moto interno alle pressioni che si trovano all'esterno. Tali fenomeni comportano inoltre interazioni del getto con lo strato limite che contribuiscono alla generazione di forze e carichi che possono incrementare l'usura e la solidità strutturale del razzo.
La separazione del flusso interno all'ugello può essere categorizzata in due principali fenomeni: free shock separation (FSS) e restricted shock separation (RSS).
La presenza di questi stati di separazione dipende dalla geometria dell'ugello considerato. Entrambi e/o la transizione tra l'uno e l'altro possono comportare la generazione carichi strutturali non assialsimmetrici, definiti "side-loads" [9].
L'asimmetria di queste forze può essere dovuta a diverse motivazioni. Imperfezioni nei componenti e asimmetrie di combustione a monte dell'ugello possono generare asimmetrie nel getto in espansione. Vista l'entità dei costi e dei pericoli generati da questi fenomeni, grande sforzo è stato posto nella definizione di modelli che possano prevedere le zone e i regimi di moto di possibile separazione del getto.
Particolare importanza ricopre inoltre lo studio delle pressioni a parete nella zona sovraespansa che segue la linea di separazione del getto.
Diversi studi sull'andamento delle fluttuazioni di pressione in questa zona cercano di rilevare un collegamento tra il contenuto spettrale dei segnali di pressione a parete e i macro fenomeni responsabili dei *side loads* [9].
In questo senso si ricorre all'analisi spettrale; l'analisi del contenuto di segnali di pressione e altri dati sperimentali permette l'identificazione di fenomeni con una diretta relazione di causa con i fenomeni fisici sopra descritti. In questo lavoro di tesi ci si è

voluti concentrare sullo studio dei fenomeni di risonanza che interessano due ugelli TIC testati in diverse condizioni operative.
I database dei segnali di pressione, ricavati dai test sperimentali eseguiti sui due modelli, sono stati dapprima analizzati nel loro spettro. La presenza di eventi energetici, a frequenze note dalla letteratura [4] [7], è stata verificata attraverso l'utilizzo della trasformata *wavelet*. In tal modo è stata recuperata la storia temporale dei segnali [2], mantenendo contemporaneamente l'informazione spettrale. Una volta verificata la presenza di questi eventi energetici in entrambi i casi, si è proceduto a caratterizzare statisticamente la presenza delle fluttuazioni intermittenti dei segnali di pressione. In particolare, è stata verificata la presenza di *heavy tails* nelle *Probability Density Functions* degli eventi energetici individuati attraverso l'analisi spettrale. Queste distribuzioni fortemente non-gaussiane identificano l'intermittenza statistica del segnale [11]. Infine, dopo aver caratterizzato e confrontato tra loro questi andamenti, si è proceduto a verificare che questo comportamento sia riferibile ad un meccanismo di *screech resonance* [4] [7]. Per farlo si è utilizzato un modello noto nella letteratura di riferimento del fenomeno di interesse [12].

Capitolo 1

Endoreattori

I razzi sono il principale sistema per la propulsione spaziale. Ci si riferisce ad essi anche con il termine di endoreattori; questo sta a indicare la loro caratteristica di contenere il fluido propellente interamente all'interno della propria struttura.
Non necessitando di prelevare alcun comburente dall'atmosfera esterna, costituiscono il mezzo principale in grado di funzionare in ambiente spaziale.
In luce di questa fondamentale caratteristica, la spinta che un razzo è capace di generare è del tutto indipendente dalla velocità di volo e dal mezzo in cui si trova, che influisce soltanto in termini di pressione ambientale esterna. La spinta generabile da un razzo può coprire un'ampia gamma di valori, anche grazie alle elevatissime pressioni generabili in camera di combustione.
Gli endoreattori possono essere suddivisi in diverse categorie a seconda della fonte energetica che utilizzano. In particolare distinguiamo gli endoreattori termici, elettrostatici ed elettromagnetici. In generale, la generazione di spinta avviene dal passaggio di energia dal propellente (o altre fonti) all'ambiente esterno.
La velocità di espulsione dei prodotti della combustione varia molto a seconda del tipo di propulsione scelta; si passa dai 10 km/s nel caso termofluidodinamico ai 100 km/s nel caso elettro-statico/magnetico. Gli endoreattori termici o *thermal rockets* si dividono a loro volta in endoreattori a propellenti liquidi, definiti anche *Liquid Rocket Engines* (LREs) e a propellenti solidi, detti anche *Solid Rocket Motors* (SRMs).

Per questa tipologia di razzi si definiscono alcuni elementi in comune alla maggior parte delle architetture esistenti:

- Serbatoi
- *Feed system*/ Alimentazione
- Camera di combustione
- *Nozzle*/Ugello

La camera di combustione è l'ambiente nel quale i propellenti vengono iniettati, dopo essere stati prelevati dai serbatoi. Nel caso di SRMs, serbatoio e camera di combustione non esistono come ambienti separati; questo è dovuto al fatto che la combustione

avviene direttamente nello spazio in cui la miscela di combustibile e comburente viene stivata. Nei razzi l'ugello ha una forma detta "convergente-divergente". Questo permette l'espulsione dei prodotti di combustione a velocità supersoniche. A causa delle pressioni e delle velocità in gioco il flusso subsonico ($Mach < 1$) in uscita dalla camera di combustione deve essere dapprima accelerato a regime sonico ($Mach = 1$). Questa condizione viene raggiunta dal flusso in corrispondenza della sezione minima dell'ugello, detta anche sezione di gola. Questo può avvenire soltanto con un tratto di ugello a sezione convergente. Il flusso viene poi portato a regimi supersonici ($Mach > 1$) nel tratto *divergente* dell'ugello.

1.1 Prestazioni

Per la descrizione di alcuni dei fenomeni che si discuteranno in questa tesi è utile fornire alcune definizioni sui parametri utilizzati per quantificare le prestazioni di un razzo.
Come mostrato in figura 1.1 si definiscono pressioni e temperatura della camera di combustione P_c e T_c. Si definisce poi la portata $\dot{m}$ e i parametri relativi alla sezione di uscita dell'ugello; pressione (p_e), velocità (v_e) e area di uscita (A_e). Definiamo inoltre la pressione ambiente p_a e l'area di gola A_t.

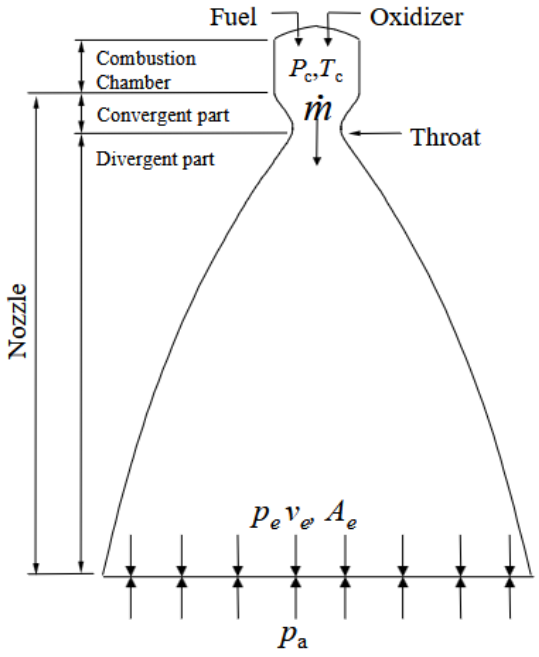

Figura 1.1: Geometria convergente divergente

Chiamando F la spinta generata, definiamo i seguenti parametri. Il coefficiente di spinta viene definito come:

$$C_F = \frac{F}{P_c A_t} \qquad [-]$$

La velocità caratteristica:

$$c_* = \frac{P_c A_t}{\dot{m}} \qquad [\mathrm{m/s}]$$

La velocità efficace di scarico:

$$c = \frac{F}{\dot{m}} \qquad [\mathrm{m/s}]$$

Questa può essere anche espressa nella forma:

$$c = C_F \cdot c_* \qquad [\mathrm{m/s}]$$

L'impulso totale viene definito come l'integrale della spinta nel tempo:

$$I_t = \int_0^{t_b} F\, dt \; = F \cdot t_b \qquad [\mathrm{N\,s}]$$

Nel caso di spinta costante:

$$I_t = M_p\, c \qquad [\mathrm{N\,s}]$$

dove M_p rappresenta la massa totale di propellente consumata.
L'impulso specifico è infine definito come:

$$I_s = \frac{I_t}{M_p g_0} \; = \frac{F \cdot t_b}{M_p g_0} \; = \frac{F}{\dot{m} g_0} = \frac{c}{g_0} \qquad [\mathrm{s}]$$

dove g_0 indica l'accelerazione gravitazionale.
Definiamo il rapporto di aree dell'ugello come:

$$\epsilon = \frac{A_e}{A_t}$$

Assumendo un flusso stazionario, monodimensionale e adiabatico, la spinta generata da un endoreattore può essere espressa come:

$$F = \dot{m} v_e + (p_e - p_a) A_e$$

dove il primo termine rappresenta il contributo di quantità di moto, mentre il secondo è dovuto alla differenza di pressione tra uscita dell'ugello e ambiente esterno.

Dividendo entrambi i membri per $P_c A_t$, si ottiene la definizione del coefficiente di spinta:

$$C_F = \frac{F}{P_c A_t}$$

da cui:

$$C_F = \frac{\dot{m} v_e}{P_c A_t} + \frac{(p_e - p_a) A_e}{P_c A_t}$$

utilizzando il rapporto di aree ϵ:

$$C_F = \frac{\dot{m} v_e}{P_c A_t} + \epsilon \left(\frac{p_e}{P_c} - \frac{p_a}{P_c} \right)$$

Introducendo γ, rapporto tra i calori specifici c_p e c_v, la funzione portata corretta $f(M)$ e sapendo che $f(M = 1) = \Gamma$ con quest'ultimo definito come:

$$\Gamma = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

possiamo riscrivere il coefficiente di spinta in due termini, di cui uno indipendente e uno dipendente dalla pressione atmosferica:

$$C_F = C_{F,\text{vuoto}} - \epsilon \frac{p_a}{P_c}$$

Indicando con P_0 la pressione ambiente di riferimento:

$$\boxed{C_F = C_{F,\text{vuoto}} - \epsilon \frac{P_0}{P_c}}$$

Fissando il rapporto P_c/P_0 per diversi valori, considerando $\gamma = 1.2$ e lasciando ϵ come parametro libero otterremo il grafico mostrato in figura 1.2. I massimi coefficienti di spinta si ottengono per le condizioni di "adattamento".
In queste condizioni la pressione raggiunta alla sezione di uscita dell'ugello corrispondono a quella dell'ambiente esterno: $P_0 = P_e$.

Rispetto a questa condizione, in cui l'ugello è adattato, si definiscono due opposte situazioni di sovraespansione ($P_e < P_0$) e sottoespansione ($P_e > P_0$) 1.3.
Essendo ϵ bloccato, durante la fase di salita l'endoreattore troverà pressioni ambiente diverse salendo di quota. Questo comporterà condizioni di adattamento soltanto a una quota prestabilita a progetto. Maggiore il rapporto di aree ϵ maggiore sarà la quota di adattamento e maggiore il grado di sovraespansione dell'ugello a quote più basse.

Entrambe queste condizioni possono comportare prestazioni inferiori del 15% rispetto al funzionamento ad un ugello adattato ([9]).
Sovraespansioni troppo "aggressive" creano inoltre il rischio della separazione del flusso dalle pareti interne dell'ugello. In questa condizione si creano urti e instabilità che possono portare alla generazione di carichi laterali.

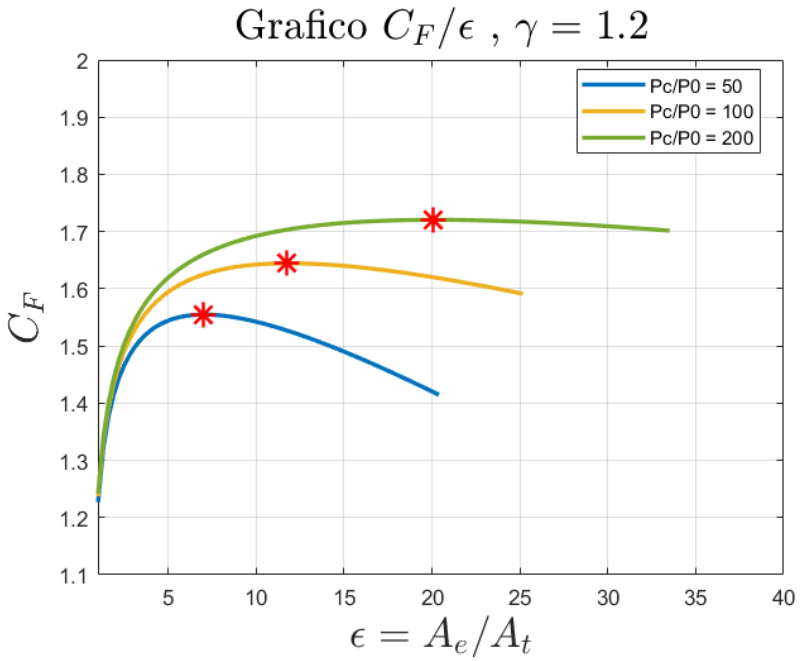

Figura 1.2: Andamento del coefficiente di spinta al variare di ϵ per diversi valori fissati del rapporto P_c/P_0 ($\gamma = 1.2$). I massimi delle curve corrispondono alle condizioni di adattamento.

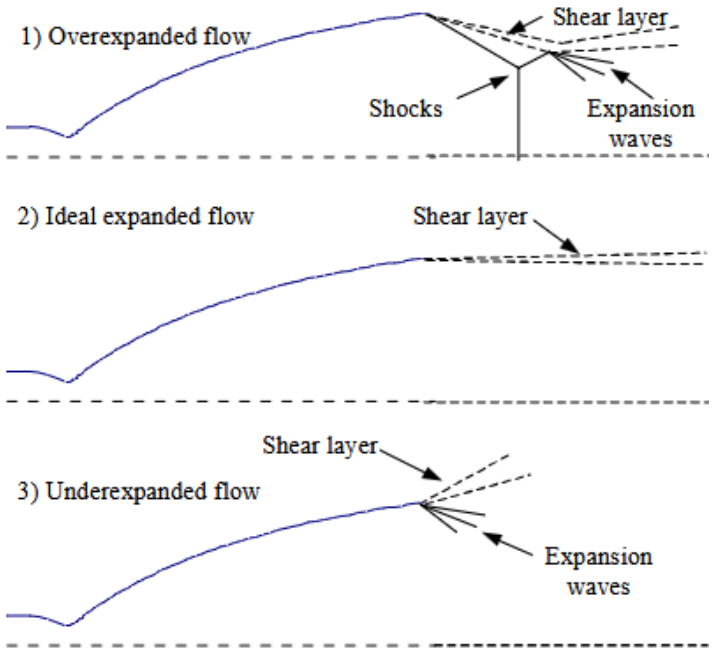

Figura 1.3: Confronto tra ugello sovraespanso, adattato e sottoespanso. In tutti e tre i casi la zona di uscita del flusso rimane coincidente con la sezione di uscita dell'ugello. Non viene mostrata quindi separazione interna.

1.2 FSS e RSS

Durante il funzionamento in volo, l'intensità della massima sovraespansione raggiungibile dall'ugello può essere limitata progettandolo adeguatamente. Durante la fase di *start-up* e decollo si può invece incorrere in sovraespansioni troppo intense e non evitabili. Queste possono comportare la formazione di urti di ricompressione all'interno dell'ugello. Gli urti portano ad una zona di separazione che può oscillare in maniera difficilmente prevedibile e ancora più difficilmente controllabile. Tale oscillazione può generare asimmetrie nella linea di separazione e conseguenti carichi laterali non assialsimmetrici sulle pareti interne dell'ugello. Ci riferiamo alla singola separazione con il termine *Free Shock Separation* mentre nel caso di un riattacco della vena fluida alla parete interna si parlerà di *Restricted Shock Separation*. Entrambe le situazioni sono mostrate in figura 1.4. Grazie alle alte temperature raggiunte nell'ugello nelle zone dove il flusso rimane attaccato alle pareti interne, si possono chiaramente osservare le linee di separazione della *FSS* e della *RSS*; in questo ultimo caso si osserva il tratto di ugello che irraggia calore dalla sezione in cui il flusso riattacca alla parete fino alla sezione di uscita.

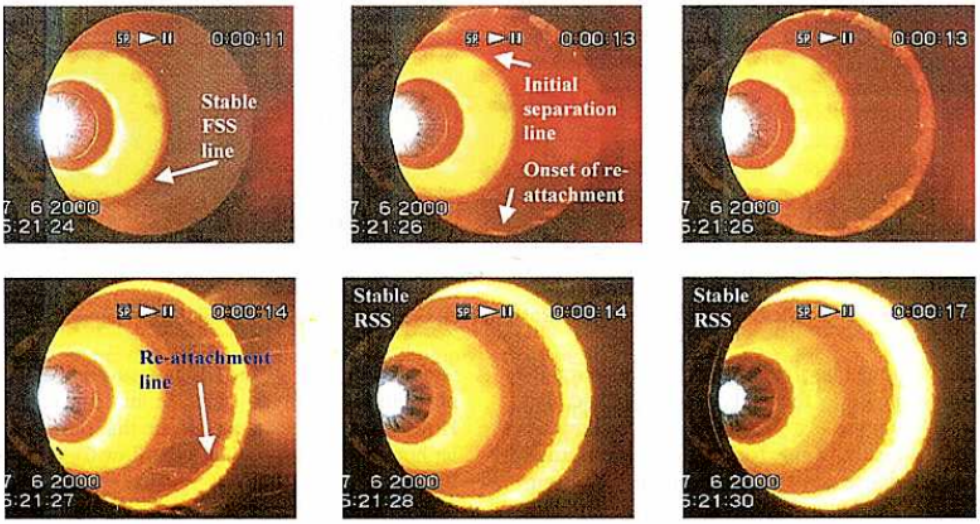

Figura 1.4: Visualizzazione di entrambi fenomeni di separazione - Vulcain's nozzle - Immagine dall'articolo "Scalability for Rocket Nozzle Flows Based on Subscale and Full-Scale Testing" di G. Hagemann and J. Alting and D. Preclik. Journal of Propulsion and Power, 2003.

Questo lavoro di tesi si concentrerà proprio sullo studio della *FSS*. L'analisi della regione sovra-espansa, generata dalla precedente separazione del flusso, può fornire importanti indicazioni sulle cause della generazione dei carichi laterali sulle pareti interne del divergente dell'ugello. Per farlo si ricorre all'analisi spettrale di segnali di pressione a parete. Gli andamenti locali di queste misurazioni di pressione possono essere indice di fenomeni fisici macroscopici direttamente collegati alle instabilità laterali.

Capitolo 2

Analisi spettrale

L'analisi spettrale rappresenta uno degli strumenti fondamentali nell'ambito dell'analisi dei segnali. Essa è la descrizione formale di un segnale nel dominio delle frequenze.
Quest'analisi permette di ricavare importanti informazioni su fenomeni oscillatori e periodici passando dal dominio del tempo a quello delle frequenze; permette anche di analizzare fenomeni non immediatamente interpretabili guardando al segnale nel solo dominio del tempo.
Nell'ambito di questa tesi, l'analisi spettrale permetterà di comprendere la distribuzione dell'energia dei fenomeni fisici a diverse scale frequenziali.

2.1 Trasformata di Fourier

Nell'ambito dell'analisi spettrale uno dei principali strumenti matematici che abbiamo a disposizione è la trasformata di Fourier. Questa ci permette di scomporre un segnale in una somma continua di sinusoidi a diverse frequenze. La trasformata di Fourier di un segnale continuo nel dominio del tempo è definita come:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j2\pi ft}\, dt$$

dove $x(t)$ rappresenta il segnale nel dominio del tempo, $X(f)$ è la sua rappresentazione nel dominio delle frequenze, t è la variabile temporale, f è la frequenza espressa in hertz (Hz), e j è l'unità immaginaria.
A questa si associa poi l'antitrasformata, per passare nuovamente dal dominio delle frequenze a quello temporale.
L'antitrasformata è definita come:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f)\, e^{j2\pi ft}\, df$$

dove $X(f)$ rappresenta il segnale nel dominio delle frequenze, $x(t)$ è il segnale nel dominio del tempo, f è la frequenza espressa in hertz (Hz) e t è la variabile temporale.

L'integrale esteso su tutte le frequenze indica che la ricostruzione del segnale avviene considerando l'intero spettro frequenziale. Nel caso di segnali fisici ci si trova però spesso ad avere a che fare con database di dati discreti. In questi casi ciò che si fa è applicare la traduzione al caso discreto della trasformata di Fourier continua vista sopra. Si parla, in questo caso, di "Discrete Fourier transform", DFT.
La DFT è definita, per un generico segnale campionato, come:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

dove $x[n]$ rappresenta il segnale nel dominio discreto del tempo, ottenuto tramite campionamento del segnale continuo $x(t)$. Il termine $X[k]$ è la rappresentazione del segnale nel dominio discreto delle frequenze, N è il numero totale di campioni del segnale, n è l'indice temporale discreto che varia da 0 a $N-1$, mentre k è l'indice di frequenza discreta, anch'esso compreso tra 0 e $N-1$. L'esponenziale complesso descrive la scomposizione del segnale in armoniche sinusoidali discrete equispaziate nello spettro.

Il costo computazionale della trasformata discreta di Fourier (DFT), calcolata direttamente dalla sua definizione, cresce quadraticamente con il numero di campioni. Per un segnale di lunghezza N, il numero di operazioni complesse necessarie è dell'ordine di $\mathcal{O}(N^2)$.
In luce di questo costo computazionale si ricorre alla "Fast Fourier Transform", FFT. Questa consiste in un algoritmo più efficiente per il calcolo della DFT. Sfruttando la simmetria e la periodicità delle esponenziali complesse, l'applicazione della FFT permette di abbassare il costo computazionale della DFT a $\mathcal{O}(N \log N)$.
Questo appena descritto è l'algoritmo che verrà usato in *MATLAB* per una parte dell'analisi spettrale oggetto di questa tesi.
A titolo esemplificativo si riporta in figura 2.1 l'analisi di un segnale raccolto da un sensore di pressione e la sua trasformazione per mezzo di DFT, attuata in *MATLAB* con algoritmo *FFT*.
Il dato di pressione viene espresso in forma normalizzata rispetto a una p_{ref}. Come emerge dalla figura 2.2, attraverso la scomposizione a mezzo *FFT* del segnale di pressione 2.1, si possono apprezzare informazioni del tutto trasparenti al dato di pressione raccolto nel dominio del tempo. Questo permette di ricondurre i dati rilevati sotto forma di pressione a fenomeni fisici le cui frequenze caratteristiche sono note dalla letteratura.
Ciò che la DFT non riesce a rappresentare sono i fenomeni non stazionari e periodici. Scomponendo in questo modo il segnale nel dominio delle frequenze perdiamo completamente l'informazione temporale.
Per questo motivo si ricorre a un altro tipo di trasformata per recuperare l'informazione temporale.

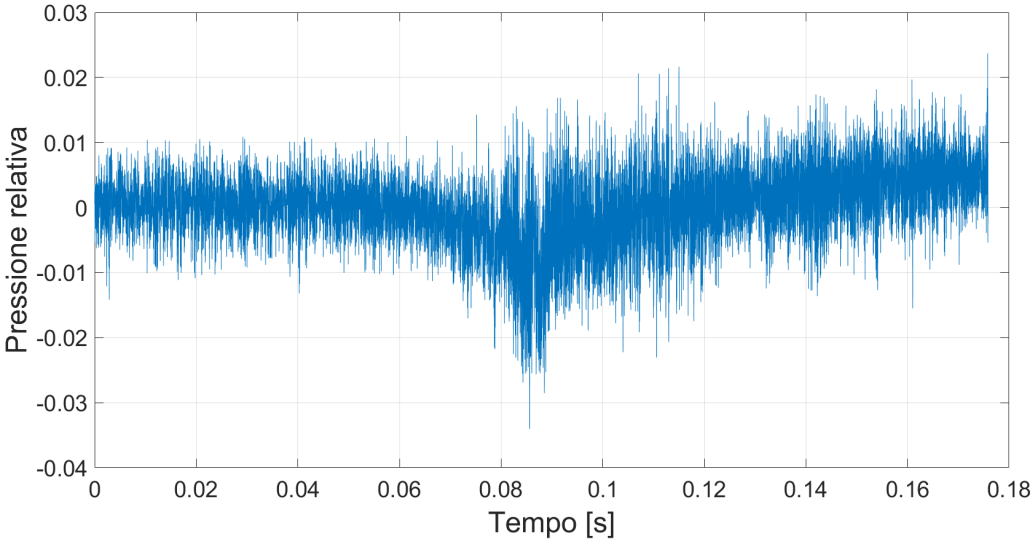

Figura 2.1: Segnale di pressione - Dati rilevati nel dominio del tempo

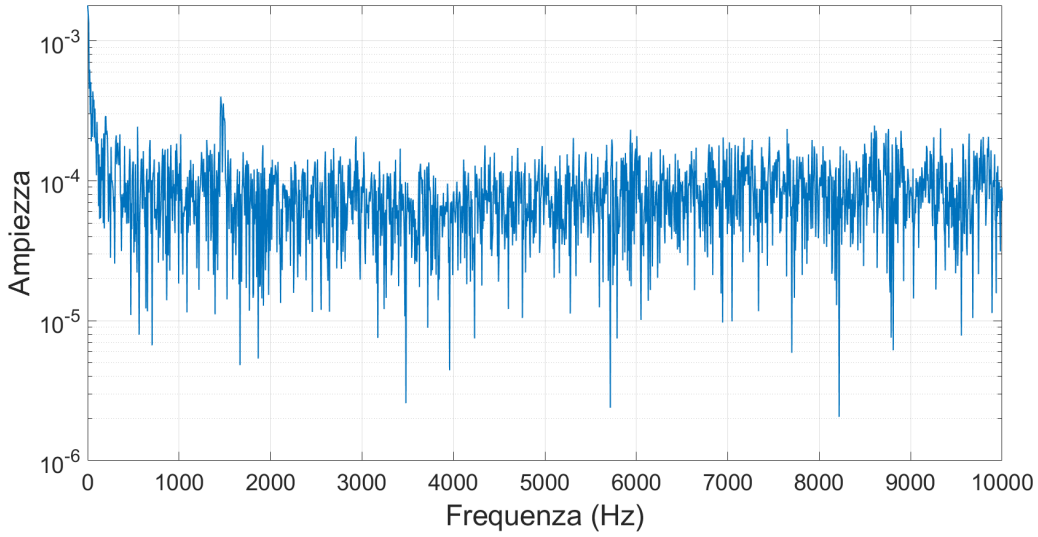

Figura 2.2: Segnale di pressione - Scomposizione del dominio delle frequenze

2.2 Analisi Wavelet

La trasformata *wavelet* permette di analizzare serie temporali che contengono potenze del segnale non stazionarie a diverse frequenze [13]. Questo tipo di analisi si basa sulla definizione di una "Wavelet function" dipendente da un parametro temporale adimensionale η. Assumendo una sequenza discreta di dati x_n equispaziati temporalmente di δt con $n = 0 \ldots N-1$, una *wavelet function* Ψ_0 viene così definita:

$$\Psi_0(\eta) = \pi^{-1/4} e^{i\omega_0 \eta} e^{-\eta^2/2}$$

In cui ω_0 rappresenta una frequenza adimensionale e i è l'unità immaginaria. Perché una funzione possa essere utilizzata come *wavelet base* deve essere definita sia nel dominio del tempo che nel dominio delle frequenze e deve possedere media nulla [3]. Alcuni esempi di funzioni *wavelet base* sono riportati nell'immagine 2.3. Si definisce allora la Trasformata Wavelet Continua, *cwt*:

$$W_n(s) = \sum_{n'=0}^{N-1} x_{n'} \Psi^* \left[\frac{(n'-n)\delta t}{s} \right] \tag{2.1}$$

Dove (*) indica il complesso coniugato. I parametri s e n descrivono rispettivamente la "wavelet scale" e il "localized time index" relativo alla serie discreta. In questo modo "scorrendo" lungo i dati si può "costruire un'immagine che mostri sia l'ampiezza di ogni dato che la scala e come quest'ampiezza vari nel tempo" [13].
La definizione di trasformata *wavelet* mostrata qui sopra viene spesso abbandonata in funzione della sua versione trasposta nello spazio di Fourier:

$$W_n(s) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}_k \hat{\Psi}^*(s\omega_k) e^{i\omega_k n \delta t}$$

Dove k è l'indice della serie di frequenze ottenute utilizzando la DFT su x_n:

$$\hat{x}_n = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-2\pi i k n/N}$$

Risolvendo $W_n(s)$ si è in grado, per data scala s, di calcolare la *cwt* di un segnale. Prendendo ad esempio il segnale mostrato in figura 2.1 ne applichiamo la trasformata *wavelet* continua e otteniamo lo scalogramma in figura 2.5. Si nota che il picco rilevato dalla DFT della figura 2.4, che viene qui sotto riportata per semplcità di comparazione, si ripresenta nello scalogramma in diversi istanti temporali. Ne emerge quindi una periodicità del tutto trasparente alla DFT. Nel codice utilizzato per questo lavoro di tesi viene utilizzata come funzione *wavelet* di base la funzione generalizzata di *Morse*, resa disponibile dalla *built-in function* di MATLAB. Il codice con cui questa funzione viene richiamata è il seguente:

```
[wt, freq] = cwt(data, fs);
```

Gli *output* della funzione sono: *wt*, la matrice dei coefficienti della *cwt*, dove ogni elemento rappresenta il coefficiente complesso della *wavelet* a una determinata frequenza e istante temporale; il vettore *freq*, ossia le frequenze associate alle righe di *wt*. Il vettore delle frequenze è espresso in Hz visto che è stata espressa in *input* la frequenza di campionamento del segnale f_s.

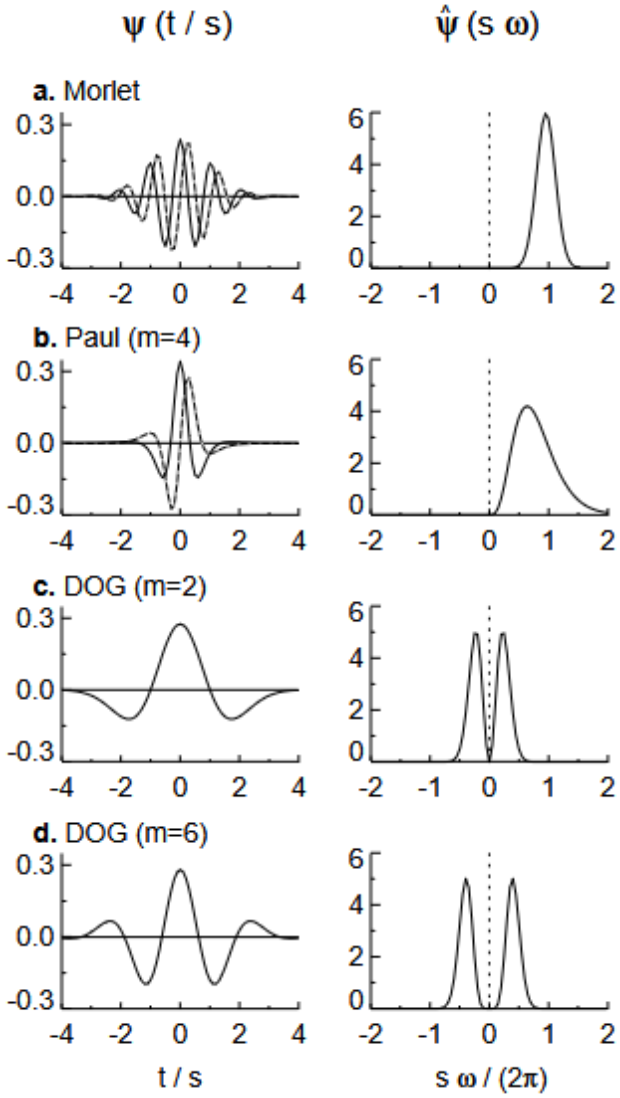

Figura 2.3: Rappresentazione grafica di quattro equazioni base *wavelet*. A sinistra espresse nel dominio del tempo a destra nel dominio delle frequenze.

La trasformata di Fourier della *wavelet* di Morse generalizzata ha la seguente equazione:

$$\Psi_{P^2,\gamma}(\omega) = U(\omega)\, a_{P^2,\gamma}\, \omega^{P^2/\gamma} e^{-\omega^\gamma},$$

dove $U(\omega)$ rappresenta la funzione gradino di Heaviside, che rende la *wavelet* analitica, $a_{P^2,\gamma}$ è una costante di normalizzazione, P^2 è il prodotto tempo–banda (*time-bandwidth product*) e γ è il parametro che ne determina la simmetria [8],[5],[6]. Nell'utilizzo della funzione *cwt* mostrata precedentemente i parametri utilizzati automaticamente da MATLAB sono $\gamma = 3$ e $P^2 = 60$.

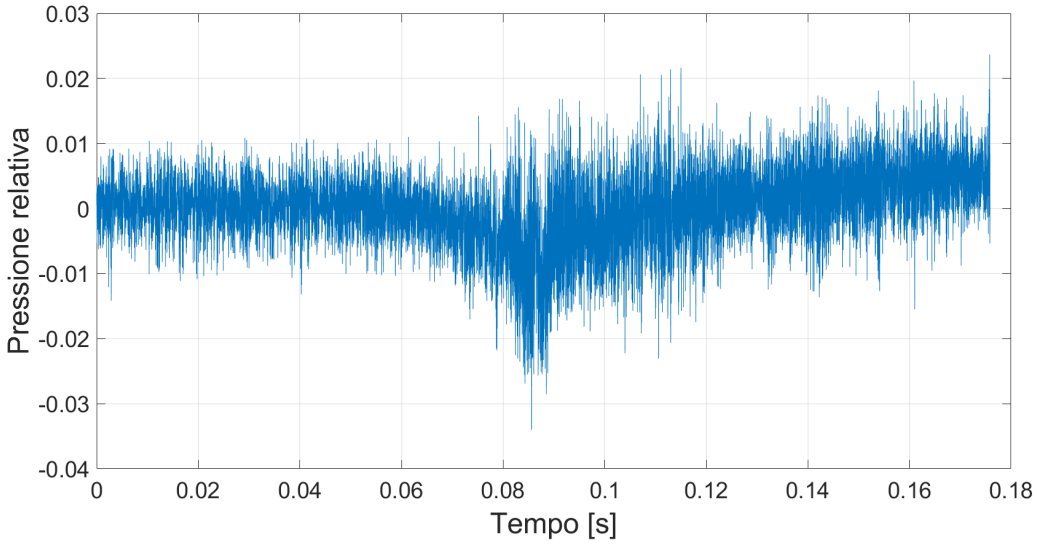

Figura 2.4: Segnale di pressione - Dati rilevati nel dominio del tempo

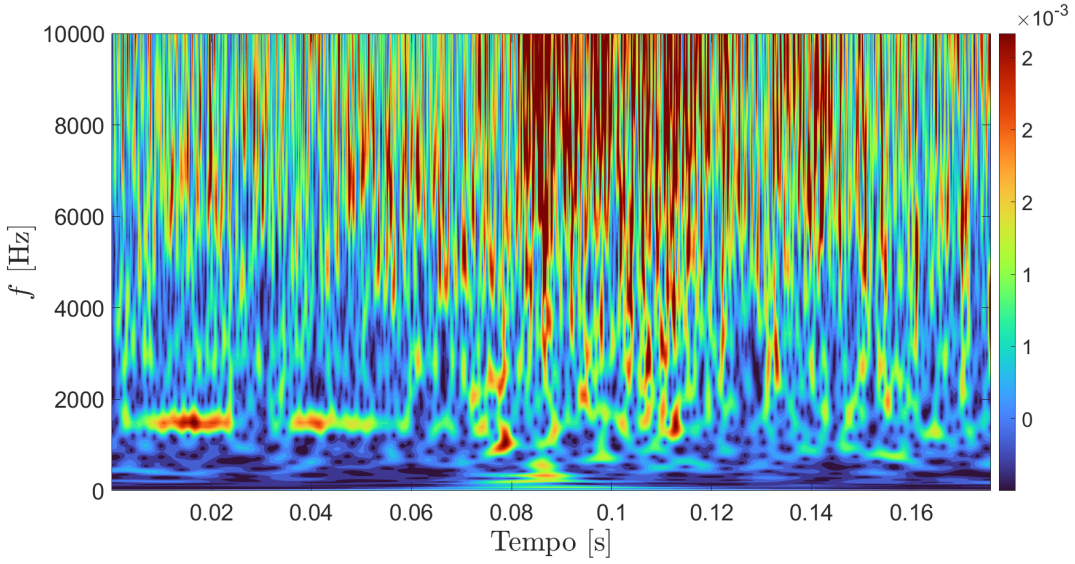

Figura 2.5: Scalogramma - Continuous Wavelet Transform

2.3 Power Spectral Density

La *Power Spectral Density* descrive come la varianza del segnale sia distribuita sulle diverse scale frequenziali, in questo caso adimensionalizzate. Essendo i segnali di pressione discreti e finiti, la stima della PSD attraverso DFT è definita come:

$$\hat{S}_{pp}(f_k) = \frac{1}{N f_s} \left| \sum_{n=0}^{N-1} p[n] e^{-i2\pi f_k n / f_s} \right|^2$$

Questa stima $\hat{S}_{pp}(f_k)$ prende il nome di periodogramma del segnale di pressione p alla frequenza discreta f_k. Il segnale $p[n]$ è la versione campionata nel tempo del segnale continuo $p(t)$, ottenuta con passo di campionamento $\Delta t = 1/f_s$, mentre n è l'indice discreto che identifica il campione temporale all'interno della finestra di analisi di lunghezza N. Il parametro N indica il numero totale di campioni utilizzati, e definisce quindi la durata dell'osservazione pari a $T = N/f_s$.

La variabile f_k rappresenta la frequenza discreta alla quale viene valutata la trasformata, tipicamente definita come $f_k = k f_s/N$, con k intero. Il termine esponenziale complesso $e^{-i2\pi f_k n/f_s}$ costituisce la base armonica della trasformata discreta di Fourier e consente la proiezione del segnale sulle componenti sinusoidali a frequenza f_k. La sommatoria interna corrisponde quindi alla trasformata discreta di Fourier del segnale, il cui modulo quadro $|\cdot|^2$ restituisce il contenuto energetico associato a ciascuna frequenza.
Nel presente lavoro di tesi il concetto di PSD verrà utilizzato per l'individuazione, all'interno dei segnali di pressione raccolti nei test sperimentali, delle frequenze più energetiche. L'implementazione di tale operazione avviene mediante l'utilizzo della funzione MATLAB:

```
[pxx,f] = pwelch(x,[],[],[],Fs)
```

Dove pxx rappresenta la PSD, f l'asse delle frequenze cicliche (in Hz) e F_s rappresenta la frequenza di campionamento del segnale.

Capitolo 3

Analisi statistica

L'analisi statistica che segue ricalca i passi descritti negli articoli [7] e [2]. Una volta elaborati i segnali attraverso la trasformata *wavelet* si procederà alla caratterizzazione statistica dell'intermittenza dei segnali di pressione.
La trasformata *wavelet* continua produce un campo complesso di coefficienti $w(f,t)$, o, con i parametri adimensionali, $w(s,\tau)$, dove ciascun coefficiente rappresenta il contributo locale del segnale attorno a una determinata frequenza f e a un determinato istante temporale t.

3.1 Misurare l'intermittenza

Il modulo dei coefficienti *wavelet*:

$$|w(s,\tau)|$$

fornisce una misura dell'ampiezza locale delle fluttuazioni, mentre il modulo quadrato identifica la densità energetica locale del segnale:

$$|w(s,\tau)|^2$$

Questa misura del secondo ordine non è sufficiente a caratterizzare l'*intermittency* del segnale. Risulta quindi necessario introdurre una misura statistica sensibile agli eventi estremi. L'intermittenza stessa, da un punto di vista statistico, viene definita come un'irregolare attività energetica intervallata da lunghi intervalli di "calma". Un indicatore capace di rilevare l'intermittenza permette quindi di individuare e caratterizzare, da un punto di vista quantitativo e oggettivo, i *burst energetici* separati dalle zone quiescenti, che emergono dagli scalogrammi risultanti dall'applicazione della trasformata *wavelet*. A tale scopo viene definita la "Local Intermittency Measure" o, in forma abbreviata, *LIM*. Utilizzando la nomenclatura dell'equazione 2.1, la definizione del *LIM* sarà:

$$\mathrm{LIM}(s,\tau) = \frac{w(s,\tau)^2}{\langle w(s,\tau)^2 \rangle_\tau} \tag{3.1}$$

dove:

$$\left\langle |w(s,\tau)|^2 \right\rangle_t = \frac{1}{N_t} \sum_{k=1}^{N_t} |w(s,\tau_k)|^2 \tag{3.2}$$

rappresenta l'energia media temporale. La condizione $LIM > 1$ identifica "regioni dove l'energia è maggiore che la media permettendo di localizzare gli eventi rilevanti, in termini di energia, nel tempo e nelle scale di frequenza" [2].
Al fine di evidenziare ancor più eventuali andamenti energetici tipici di fenomeni intermittenti, la letteratura di riferimento propone l'utilizzo della versione al quadrato della LIM. Viene definita quindi la "squared local intermittency measure" come:

$$\mathrm{LIM2}(s,\tau) = \frac{|w(s,\tau)|^4}{\langle |w(s,\tau)|^2 \rangle_\tau^2}, \tag{3.3}$$

Come preannunciato, l'obiettivo della $LIM2$ non è la misurazione dell'energia assoluta del segnale, bensì il grado con cui una fluttuazione locale risulta anomala rispetto al comportamento statistico medio della scala frequenziale. Una volta valutata la $LIM2$ per tutti gli elementi prodotti dalla trasformata *wavelet* vengono selezionati gli eventi secondo il seguente criterio.

```
if lim2(i,j) > 3.0
    intermit(i,j) = lim2(i,j);
end
```

Dato che per un generico processo stocastico il valore di $LIM2 = 3$ identifica statisticamente una distribuzione gaussiana, richiedendo che $LIM2 > 3$ si identificheranno tutti gli eventi che contribuiscono a uno scostamento rispetto alla distribuzione normale.
Applicando questo criterio di esclusione agli eventi energetici rilevati mediante gli scalogrammi *wavelet* si evidenzieranno soltanto gli eventi associati a burst statisticamente intermittenti, strutture coerenti o concentrazioni energetiche anomale. Lo scalogramma elaborato dall'operatore $LIM2$ permette quindi di mostrare i picchi energetici e le regioni che soddisfano il criterio $LIM2 > 3$.
Se ne mostra un esempio nella figura 3.2, che riporta il grafico della $LIM2$ per lo scalogramma 3.1, ricavato per un sensore di pressione utilizzato nella prova sperimentale di un ugello TIC.
Nella suddetta figura si riporta lo scalogramma calcolato su un intervallo di tempo ridotto rispetto alla durata effettiva della prova sperimentale. I tempi e le frequenze sono riportati in unità di misura adimensionale. Quest'aspetto verrà ripreso e spiegato nei capitoli relativi all'analisi dei database sperimentali.

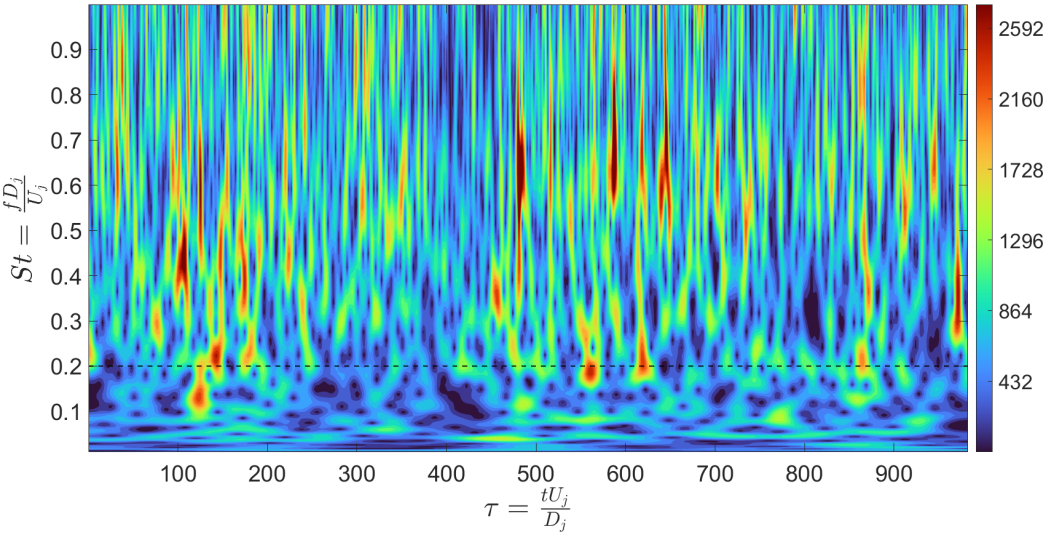

Figura 3.1: Scalogramma Wavelet - $\Delta T = 0.1\ s \quad (\tau = 1000)$.

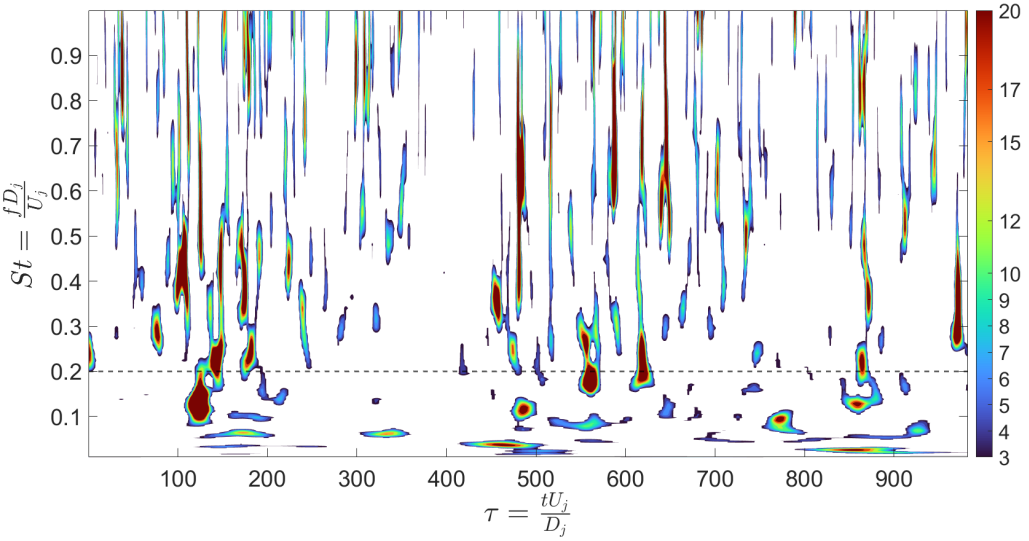

Figura 3.2: Grafico del LIM2 - Sensore n.2 - $\Delta T = 0.1\ s$. Sulla barra a colori a destra: l'intensità misurata del LIM2. Si notano gli intensi picchi intermittenti sulla banda "obiettivo" corrispondente, per questo ugello, a $St = 0.2$. Questa è rappresentata dalla linea tratteggiata.

La $LIM2$ viene poi mediata sulla banda di frequenze obiettivo dell'analisi, variabile per i due diversi database. Ne risulta un segnale temporale costruito lungo la banda di

frequenze assegnata. Questo segnale viene definito come:

$$GL1(\tau) = \frac{1}{N_s} \sum_{s \in \mathcal{B}} \text{intermit}(s, \tau)$$

dove $\mathcal{B}$ rappresenta la banda di frequenze selezionata e N_s è il numero di frequenze appartenenti alla banda.
Questa operazione riduce il problema bidimensionale tempo-frequenza a una singola serie temporale scalare che descrive l'attività intermittente globale del flusso nella banda dominante obiettivo.

3.2 Identificazione degli eventi

Una volta costruito il segnale scalare $GL1(t)$ il problema viene ricondotto all'identificazione automatica degli eventi intermittenti.
Questa operazione permette di studiare:

- la frequenza di occorrenza degli eventi/numero di eventi rilevato;
- il grado di non-gaussianità del processo/la presenza di heavy tails.

Si introduce una frequenza di riferimento adimensionale St_{ref}, corrispondente alla frequenza del principale picco energetico osservato nello spettro dei segnali.
Dal punto di vista fisico, questo numero identifica la scala dinamica principale del flusso, ovvero la frequenza associata ai fenomeni coerenti dominanti nella banda di frequenze considerate. A partire da questa frequenza viene definita una scala temporale caratteristica adimensionale:

$$\tau_{ref} = \frac{1}{St_{ref}}$$

Questa scala introduce una separazione temporale fisicamente motivata tra burst consecutivi. Per l'utilizzo del codice si definiscono poi due parametri:

- S_v è il parametro di riferimento per regolare la sensibilità nella *detection* degli eventi. Identifica la separazione temporale minima tra un evento e l'altro.
- P_v si riferisce invece alla separazione verticale. Identifica la prominenza, che è stata parametrizzata in funzione della deviazione standard dell'indicatore di intermittenza in banda, $\sigma_{GL1} = \text{std}(GL1)$. Questo parametro permette di stabilire la prominenza minima affinché un massimo locale venga identificato come singolo evento intermittente.

Questi due parametri controllano la sensibilità del codice nel rilevare gli eventi energetici come tali.
L'implementazione attiva dei due parametri appena introdotti avviene tramite il comando *MATLAB*:

```
TF1 = islocalmax(GL1,...)
```

La funzione *MATLAB* islocalmax, applicata alla successione temporale GL1, restituisce un vettore che identifica i massimi locali del segnale. Questi vengono individuati secondo l'applicazione dei parametri di separazione S_v e prominenza locale P_v sopra descritti. Formalmente:

$$TF1(t_i) = \begin{cases} 1 & \text{se } GL1(t_i) \text{ è un massimo locale valido} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

A questo punto risulta calcolabile il numero di eventi individuati come:

$$N_{events} = \sum_i TF1(t_i).$$

Questo rappresenta il numero di burst intermittenti identificati per una specifica coppia di parametri (P_v, S_v).
Una volta identificati gli eventi, il codice costruisce gli intervalli temporali tra eventi consecutivi. Formalmente:

$$\Delta\tau_i = \tau_{i+1} - \tau_i.$$

Questa quantità rappresenta il tempo adimensionale intercorrente tra due burst intermittenti consecutivi.
Gli intervalli così definiti vengono successivamente normalizzati come:

$$\Delta\tau^* = \frac{\Delta\tau - \mu_{\Delta\tau}}{\sigma_{\Delta\tau}}.$$

Dove:

$$\mu_{\Delta\tau} = \langle \Delta\tau \rangle$$

è il valor medio statistico e

$$\sigma_{\Delta\tau} = \sqrt{\langle (\Delta\tau - \mu_{\Delta\tau})^2 \rangle}$$

è la deviazione standard.

La dicitura $\Delta\tau^*$ verrà utilizzata da qui in avanti per riferirsi alla separazione temporale normalizzata.
Questa trasformazione elimina sia la dipendenza dalla scala media che la dipendenza dalla varianza assoluta.

3.3 Probability Density Function

L'analisi statistica applicata ai $\Delta\tau^*$ viene effettuata costruendo la *Probability Density Function*, PDF. Data una variabile casuale continua X, la sua densità di probabilità $p(x)$ è definita come:

$$P(a < X < b) = \int_a^b p(x)\, dx.$$

Nel presente caso la variabile casuale è costituita dagli intervalli temporali tra eventi intermittenti:

$$X \equiv \Delta\tau.$$

La PDF rappresenta quindi la probabilità relativa di osservare intervalli temporali di ampiezza assegnata. La forma della PDF contiene informazioni dirette sull'eventuale intermittenza del fenomeno analizzato. Si è in precedenza parlato della ricerca di *heavy tails*. Questo termine si riferisce alla forte non-gaussianità di una distribuzione di probabilità. Avere molti eventi estremi intermittenti porta le code di una distribuzione normale ad aprirsi per σ elevati. In particolare, le code pesanti rappresentano la presenza simultanea di burst di eventi molto ravvicinati intervallati da periodi di relativa quiete, risultando quindi un ottimo indicatore dell'intermittenza statistica di un fenomeno. Un esempio di ciò è visibile applicando all'equazione del pendolo un rumore stocastico [11].

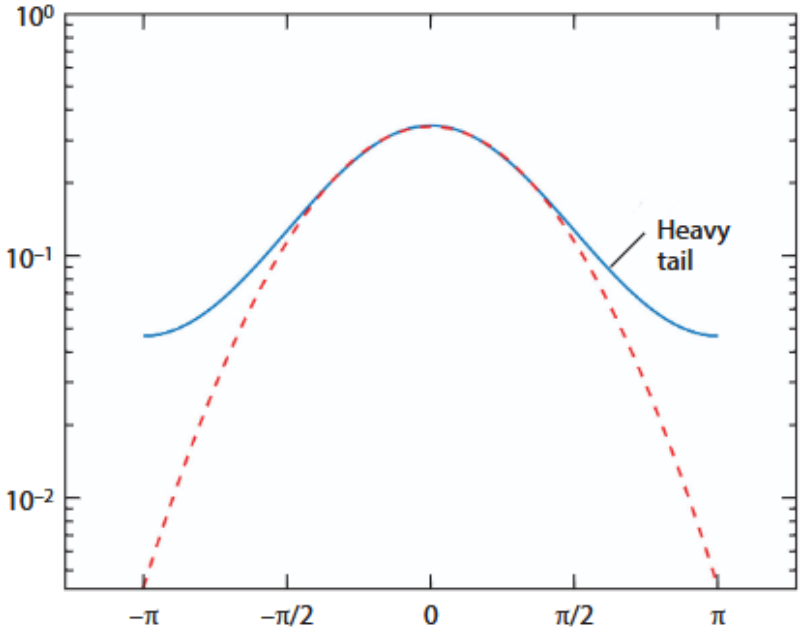

Figura 3.3: PDF per un sistema non lineare. Si evidenziano le *heavy tails* date da eccitazioni nel rumore stocastico utilizzato per eccitare il sistema [11].

3.3.1 Costruzione della PDF

Disponendo di un insieme finito di campioni $\{\Delta\tau_1, \Delta\tau_2, \ldots, \Delta\tau_N\}$ e non conoscendo a priori la forma assunta dalla distribuzione dei dati, la PDF è stata stimata con due metodi:

1. Istogramma normalizzato;
2. Kernel Density Estimation (KDE).

Nel caso dell'istogramma, l'intervallo dei dati viene suddiviso in "bin" discreti e la densità viene approssimata come:

$$p(\Delta\tau_k) \simeq \frac{n_k}{N\,\Delta b},$$

dove n_k è il numero di campioni contenuti nel bin k, N è il numero totale di campioni e Δb è l'ampiezza del bin. Nel codice MATLAB tale procedura viene implementata tramite:

```
histcounts(...,'Normalization','pdf')
```

che normalizza automaticamente l'istogramma imponendo:

$$\int p(\Delta\tau)\, d(\Delta\tau) = 1.$$

Nel caso della KDE la densità è costruita in maniera continua sommando "kernel" locali. Ciascun campione discreto viene sostituito con una funzione continua localizzata, detta appunto kernel.
Nel caso più comune, il kernel utilizzato è gaussiano:

$$K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}.$$

La stima KDE può quindi essere interpretata come la sovrapposizione di molteplici distribuzioni gaussiane centrate sui singoli dati sperimentali. La PDF stimata attraverso questo metodo è quindi definita formalmente come:

$$\hat{p}(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^{N} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right),$$

dove K è il kernel di smoothing, h il bandwidth parameter, x_i i campioni osservati e N il numero totale dei campioni. Il bandwidth h controlla il livello di smoothing della distribuzione e determina la scala statistica alla quale vengono osservate le fluttuazioni della PDF. Se h è troppo piccolo la distribuzione segue eccessivamente i singoli campioni sperimentali se invece è troppo grande la distribuzione viene eccessivamente appiattita.

Nell'implementazione del codice questo parametro è stato lasciato libero nell'impostazione automatica decisa da *MATLAB*.
Nel codice MATLAB la KDE viene implementata mediante:

```
ksdensity(...)
```

A seconda della qualità della rappresentazione della PDF si è scelto di utilizzare il metodo dell'istogramma normalizzato al posto che il metodo KDE o viceversa.
In tutta l'analisi la PDF risultante viene confrontata con una distribuzione gaussiana di riferimento:

$$g(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right).$$

Questo confronto permette di distinguere in maniera molto evidente la presenza di *Probability Density Function* fortemente non gaussiane.
Risulta importante evidenziare che il numero di eventi rilevato influenza in maniera diretta la forma della PDF ottenuta. Volendo infatti cercare di caratterizzare statisticamente l'intermittenza dei burst energetici, visibile nella non-gaussianità della distribuzione dei $\Delta\tau^*$, è necessario disporre di un certo numero di eventi minimo affinché la statistica risulti coerente.
Aumentando di troppo l'intensità dei parametri di sensibilità (S_v, P_v), che guidano la detection degli eventi, il campione statistico calerà sotto la soglia minima necessaria per rendere coerente l'analisi statistica.
Si è quindi cercato di definire un ordine di grandezza del numero di eventi rilevabile che faccia da indicatore della coerenza dell'analisi statistica. Questo si è ricavato facendo un'analisi di sensibilità del codice che si occupa della detection automatica degli eventi. Si riportano di seguito, a titolo di esempio, due risultati ottenuti dalla variazione del solo parametro di prominenza locale P_v.
Nel primo caso, con $P_v = 2 \cdot \sigma$, l'esiguità degli eventi rilevati, rispetto al caso successivo $P_v = 1 \cdot \sigma$, si traduce in una PDF perlopiù gaussiana, mentre nel caso del numero di eventi maggiore si evidenzia in maniera evidente la non-gaussianità della PDF risultante e la presenza di forti *heavy tails*. Essendo il codice stato applicato allo stesso segnale di pressione ed essendo così tanto differenti i risultati, si deduce la necessità di mantenere un campione abbondante di eventi rilevati affinché la caratterizzazione statistica risulti coerente.

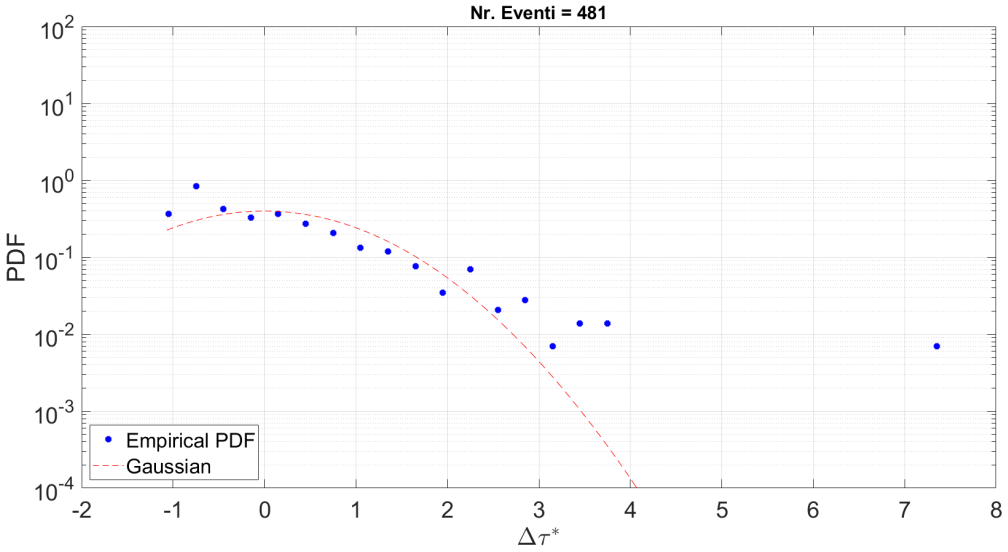

Figura 3.4: PDF - Istogramma normalizzato - Sensore n.2 - $P_v = 2 \cdot \sigma$, $S_v = 2 \cdot \tau_{ref}$ - Numero di eventi rilevato: 481

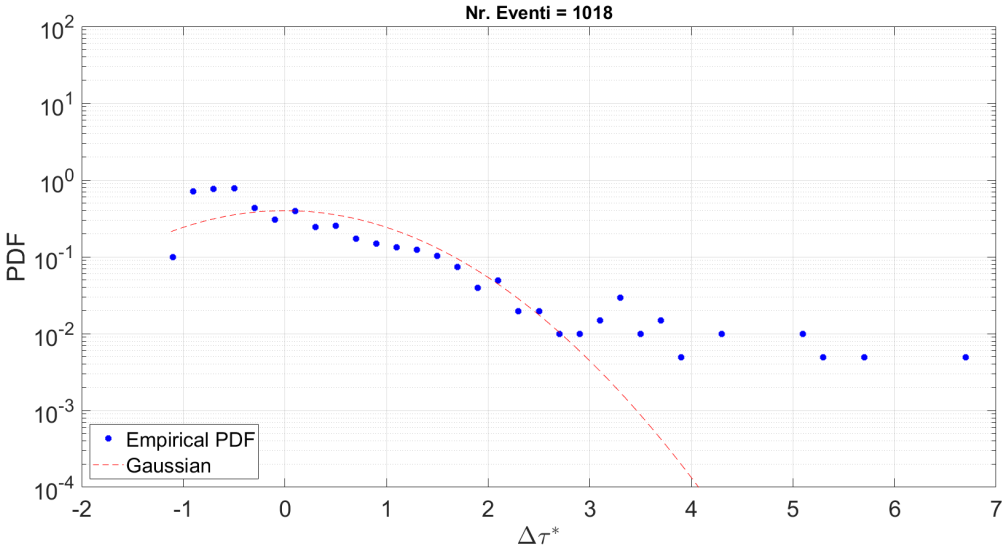

Figura 3.5: PDF - Istogramma normalizzato - Sensore n.2 - $P_v = 1 \cdot \sigma$, $S_v = \tau_{ref}$ - Numero di eventi rilevato: 1018

Grazie a questo confronto si rileva la necessità di ottenere dalla *detection* automatica degli eventi un numero degli stessi dell'ordine di 10^3 per considerare i risultati, nell'ambito di questa analisi, statisticamente coerenti.

Capitolo 4

Pprime TIC Nozzle

Il primo database utilizzato per l'analisi raccoglie i segnali di pressione ottenuti attraverso prove sperimentali raccolte presso la galleria del vento *S150* dell'*Istituto Pprime di Poitiers*, *ENSMA*, in Francia. Per lo studio è stato utilizzato un ugello di tipo *Truncated Ideal Contour* (TIC) in scala ridotta. Questo è propulso da un flusso freddo di aria ad alta pressione. La geometria scelta ammette lo sviluppo di *Free Shock Separation*.

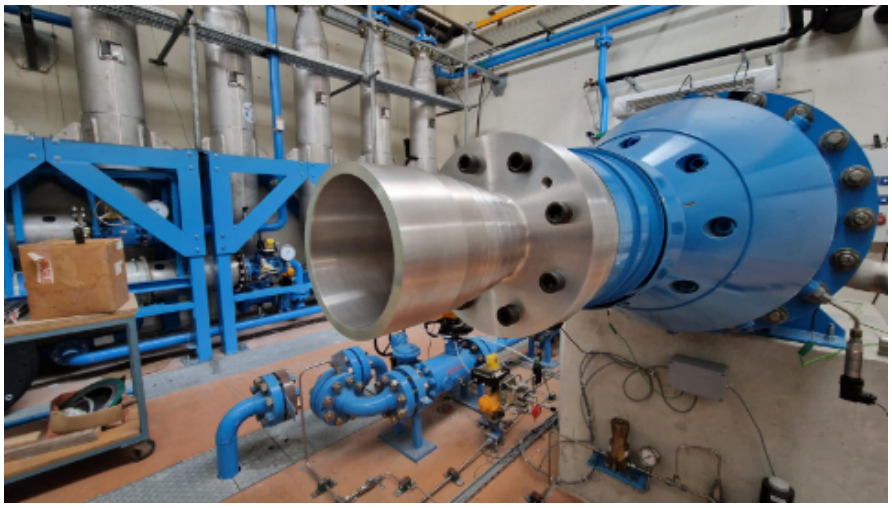

Figura 4.1: Setup sperimentale Istituto Pprime. Immagine presa da [7].

Il numero di Mach di progetto all'uscita di questo ugello è pari a $M_d = 3.5$. I parametri geometrici dell'ugello sono descritti nella tabella 4.1.

Parametro	Valore
L	0.1827 m
D_t	0.038 m
D_e	0.097 m

Tabella 4.1: Parametri geometrici dell'ugello

Il sistema di riferimento adottato è stato definito ponendo l'origine dell'asse longitudinale in corrispondenza della gola dell'ugello ($x = 0$). La posizione delle sonde disposte nel tratto divergente dell'ugello è stata espressa normalizzando la posizione della stazione assiale attraverso la lunghezza del tratto divergente stesso (L). Per caratterizzare le condizioni operative del getto si utilizza il numero di Mach teorico del getto completamente espanso M_j ([4]). Questo parametro è legato al rapporto di pressione e all'NPR dalla relazione isentropica ed è correntemente utilizzato nella letteratura di riferimento:

$$\frac{P_e}{P_0} = \frac{1}{\text{NPR}} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \tag{4.1}$$

γ rappresenta il rapporto tra i calori specifici, P_e la pressione ambiente e P_0 la pressione totale. "L'ugello è equipaggiato con diciotto trasduttori di pressione miniaturizzati *Kulite XCQ-062* installati a filo parete [...]. In particolare, nelle sezioni corrispondenti a

$$x/L = 0.667 \qquad \text{e} \qquad x/L = 0.853$$

sono installati sei sensori equispaziati lungo la circonferenza. Questa configurazione consente l'esecuzione di una decomposizione modale azimutale mediante serie di Fourier." [4]. In figura 4.2 si nota il posizionamento dei sensori di pressione sull'ugello.

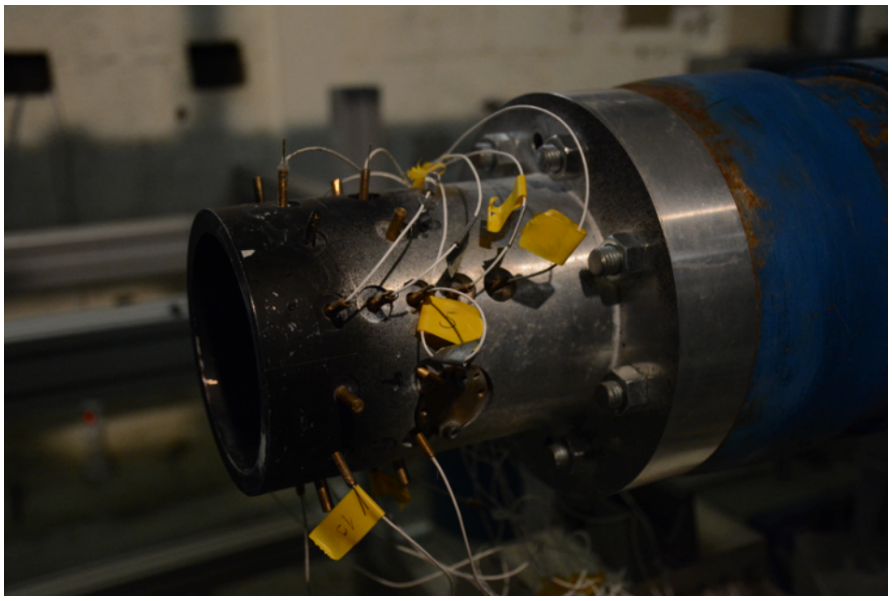

Figura 4.2: Setup dei sensori di pressione lungo le pareti del divergente del TIC Nozzle. Immagine presa da [1].

I segnali di pressione vengono acquisiti con una frequenza di campionamento pari a $f_s = 100$ kHz. Questo permette di studiare i fenomeni oggetto di questa tesi senza

incorrere in fenomeni di aliasing. Seguendo il metodo di [4] e [7] le frequenze sono state studiate nella loro forma adimensionale, espressa dal numero di *Strouhal* come:

$$St = \frac{f \cdot D_j}{U_j},$$

dove U_j rappresenta la velocità del getto completamente espanso e D_j il diametro del getto completamente espanso.
Per garantire coerenza nella lettura dei risultati il tempo viene adeguatamente adimensionalizzato come:

$$\tau = \frac{t \cdot U_j}{D_j},$$

La velocità U_j viene calcolata a partire dal numero di Mach adattato M_j e dalla temperatura totale T_0 secondo la seguente equazione:

$$U_j = \sqrt{\gamma R T_0} \frac{M_j}{\sqrt{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_j^2}} \tag{4.2}$$

mentre il diametro del getto completamente espanso è ottenuto imponendo la conservazione della portata massica:

$$\frac{D_j}{D} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_j^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_d^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{4(\gamma-1)}} \sqrt{\frac{M_d}{M_j}}. \tag{4.3}$$

L'ugello in funzionamento ad $NPR = 9$ determina, per i parametri appena presentati, i valori raccolti nella tabella 4.2.

Parametro	Valore
M_j	2.09
U_j	493.48 m/s
D_j	$5.02 \cdot 10^{-2}$ m
Re	$4.37 \cdot 10^6$

Tabella 4.2: Parametri del campo di moto perfettamente espanso

Il numero di Reynolds è stato calcolato come:

$$Re = \frac{\sqrt{\gamma}\, P_0\, r_t}{\mu_0 \sqrt{R\, T_0}},$$

dove $\gamma = 1.4$ è il rapporto dei calori specifici, P_0 la pressione di stagnazione, r_t il raggio di gola dell'ugello, $\mu_0(T_0) = 1.72 \cdot 10^{-5}$ la viscosità dinamica del fluido alle condizioni di riferimento, $R = 287\ J/(kg \cdot K)$ la costante specifica del gas e $T_0 = 260\ K$ la temperatura di stagnazione. La viscosità dinamica è stata valutata mediante la *legge di Sutherland*:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T_0}{T_{\text{ref}}} \right)^{3/2} \frac{T_{\text{ref}} + S}{T_0 + S},$$

dove $T_{\text{ref}} = 273.15\ K$ rappresenta la temperatura di riferimento e $S = 110.4\ K$ la costante di Sutherland.

4.1 Analisi della regione sovraespansa

L'analisi spettrale si è concentrata su specifiche condizioni del campo di moto dell'ugello. Tali condizioni sono state dettate dal fatto che la presenza di *side-loads* è generata dalla comparsa di asimmetrie nel carico sulle pareti dell'ugello. Queste asimmetrie possono essere generate soltanto da determinati modi azimutali. Grazie alla disposizione delle sonde in direzione azimutale, alle due ascisse $x/L = 0.667$ e $x/L = 0.852$, è possibile scomporre il segnale di pressione nei suoi modi azimutali di Fourier. In particolare, si nota, facendo riferimento all'immagine 4.3, che soltanto i modi di indice $m = \pm 1$ contribuiscono a una distribuzione asimmetrica del carico, producendo una risultante netta nella direzione trasversale. La decomposizione del campo di pressione nei modi azimutali di Fourier $p_m(x,t)$ viene descritta nel seguente modo:

$$p_m(x,t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(x,\theta,t) e^{im\theta}\, d\theta$$

La decomposizione modale permette di analizzare separatamente i diversi andamenti di pressione presenti lungo la direzione azimutale.

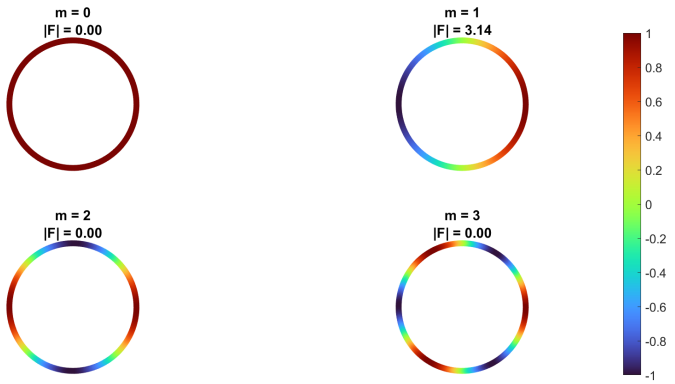

Figura 4.3: Rappresentazione schematica dei primi modi azimutali di Fourier ($m = 0$–3) sulla circonferenza dell'ugello. Il modo $m = 0$ corrisponde a una distribuzione assial-simmetrica della pressione, mentre i modi superiori introducono variazioni periodiche lungo la direzione azimutale. Il modo $m = 1$ è l'unico a produrre una risultante delle forze $|F| \neq 0$.

In luce di queste osservazioni possiamo calcolare la *PSD* del segnale per verificare se e a quali frequenze compaiono picchi energetici e quali modi azimutali questi sono riconducibili. Applicando il metodo di Welch ai segnali di pressione presi in esame è possibile ricavare quanto cercato.

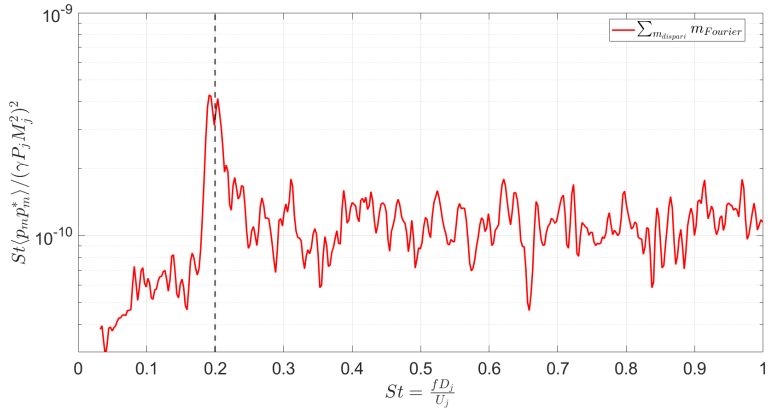

Figura 4.4: PSD relativa al primo modo azimutale $m = 1$. Si rileva un picco energetico elevato alla frequenza adimensionale $St = 0.2$. La PSD è presentata in forma normalizzata come $St\langle p_m p_m^* \rangle / (\gamma P_j M_j^2)^2$.

Questo permette di focalizzare l'analisi su una porzione ristretta dello spettro di frequenze. Risulta anche possibile confrontare il contributo dei modi non assialsimettrici, responsabili della generazione di carichi laterali e il contributo dei modi azimutali di indice pari, assialsimmetrici. Gli andamenti della PSD risultano molto diversi (figura 4.5).

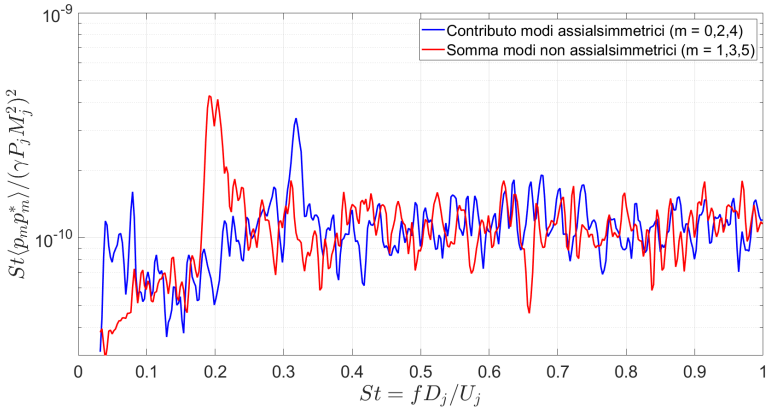

Figura 4.5: PSD relativa alla somma dei contributi dei modi azimutali di indici dispari confrontati con la somma dei contributi di indici pari. La PSD è presentata in forma normalizzata come $St\langle p_m p_m^* \rangle / (\gamma P_j M_j^2)^2$.

4.2 Risultati - Analisi Wavelet

I sensori di pressione descritti precedentemente sono disposti nell'ugello come mostrato nella figura 4.6. Si notano chiaramente le due disposizioni azimutali a $x/L = 0.667$ e $x/L = 0.853$. In queste due stazioni i sensori sono equispaziati lungo la circonferenza del divergente ogni $\pi/3$ $[rad]$.
Lungo le posizioni assiali corrispondenti a $x/L = [0.48, 0.57, 0.76]$ i sensori si trovano invece disposti a coppie nelle posizioni azimutali a 0 $[rad]$ e π $[rad]$.

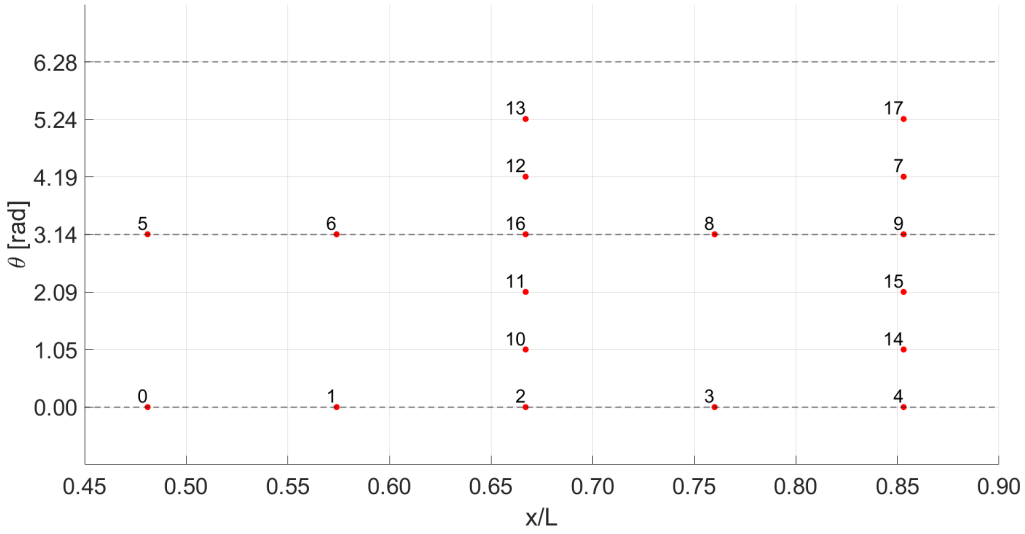

Figura 4.6: Grafico che illustra il posizionamento dei sensori di pressione sulle pareti del tratto divergente del Pprime TIC Nozzle. Si notano le due corone di sensori disposti in maniera azimutale a $x/L = 0.667$ e $x/L = 0.853$ e le altre coppie per azimut 0 $[rad]$ e π $[rad]$ in corrispondenza delle alltre staazioni assiali: $x/L = [0.48, 0.57, 0.76]$.

Gli scalogrammi, frutto dell'applicazione della trasformata *wavelet* ai segnali di pressione rilevati da ciascun sensore, di seguito mostrati, sono risultanti da un campione temporale ridotto $\Delta T = 0.1$ s, corrispondente, con le unità adimensionali, a $\tau = 1000$. Questa riduzione nella rappresentazione grafica permette una più facile visualizzazione dei burst energetici e permette di comprendere maggiormente il grado di intermittenza del segnale.
Nelle seguenti sezioni vengono quindi mostrati i risultati della trasformata *wavelet*, ottenuta con funzione di base tipo *Morse*. Ad esclusione della prima stazione assiale, che mostra un comportamento differente dalle successive, si nota chiaramente in tutte le altre una intensa presenza di intermittenti burst energetici, in corrispondenza della frequenza di interesse $St = 0.2$. Il grado di intermittenza viene rilevato visivamente dagli scalogrammi e verrà, nel prossimo capitolo, caratterizzato attraverso l'analisi statistica.

4.3 Sensori di pressione - Stazione assiale x/L = 0.48

Questa zona mostra un comportamento differente dalle successive. Questo è spiegato dal fatto che probabilmente la zona di separazione, per l'NPR considerato, si trova in una zona subito antecedente alla stazione $x/L = 0.48$.

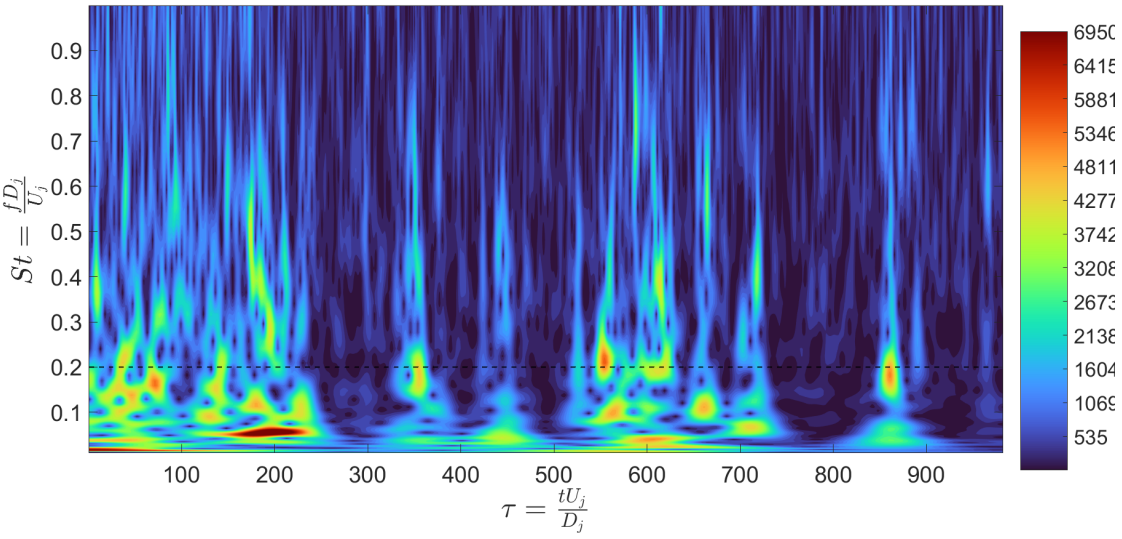

Figura 4.7: Sensore n. 0 - x/L = 0.48, $\theta = [0°]$

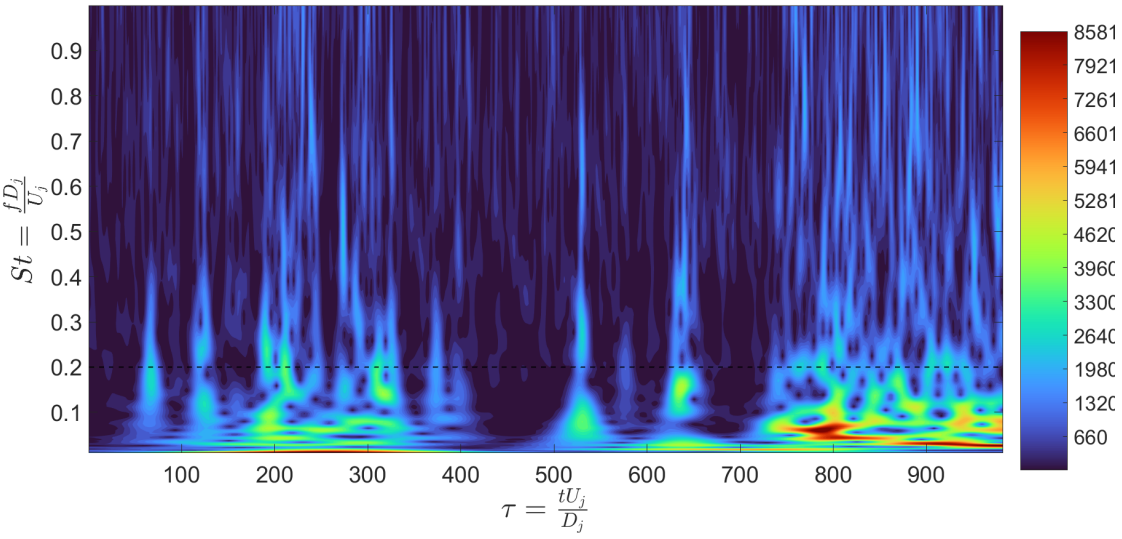

Figura 4.8: Sensore n. 5 - x/L = 0.48, $\theta = [180°]$

4.4 Sensori di pressione - Stazione assiale x/L = 0.57

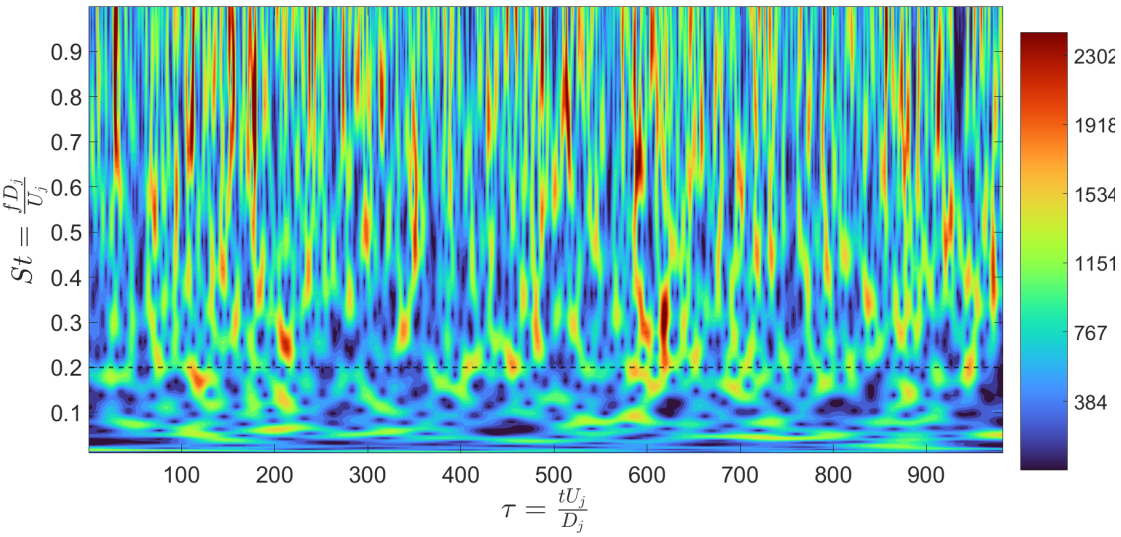

Figura 4.9: Sensore n. 1 - x/L = 0.57, $\theta = [0°]$

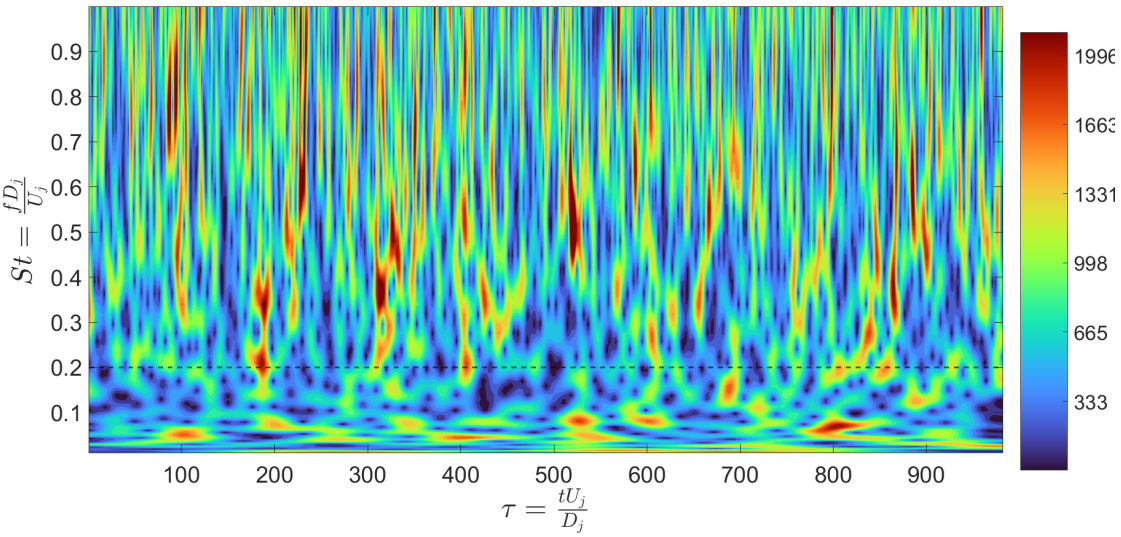

Figura 4.10: Sensore n. 6 - x/L = 0.57, $\theta = [180°]$

4.5 Sensori di pressione - Stazione assiale x/L = 0.67

Vengono qui mostrati i risultati relativi alla prima delle due corone di sensori disposti in direzione azimutale rispetto alla parete del divergente dell'ugello.

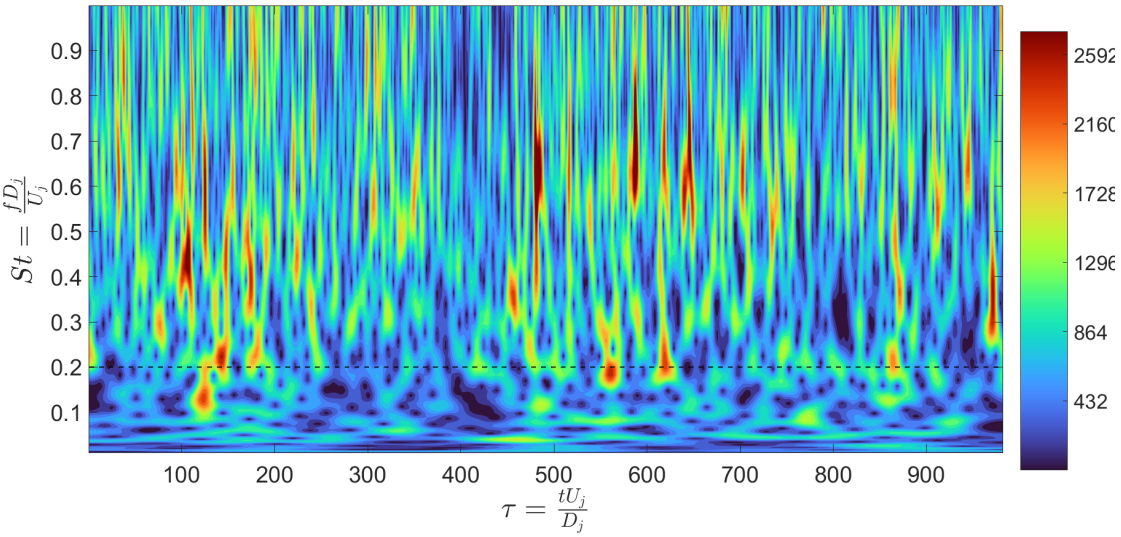

Figura 4.11: Sensore n. 2 - x/L = 0.67, $\theta = [0°]$

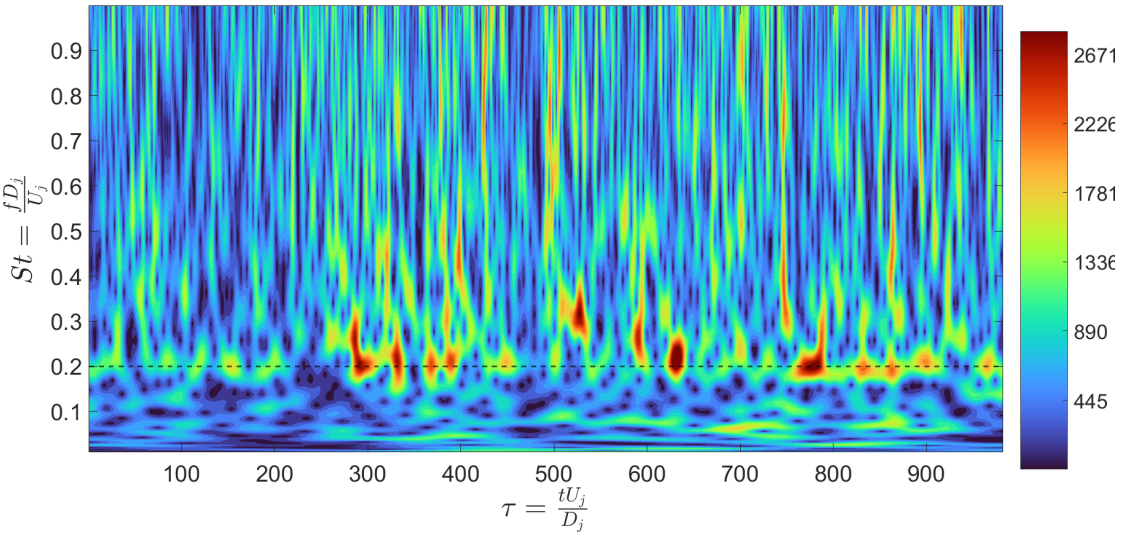

Figura 4.12: Sensore n. 10 - x/L = 0.67, $\theta = [60°]$

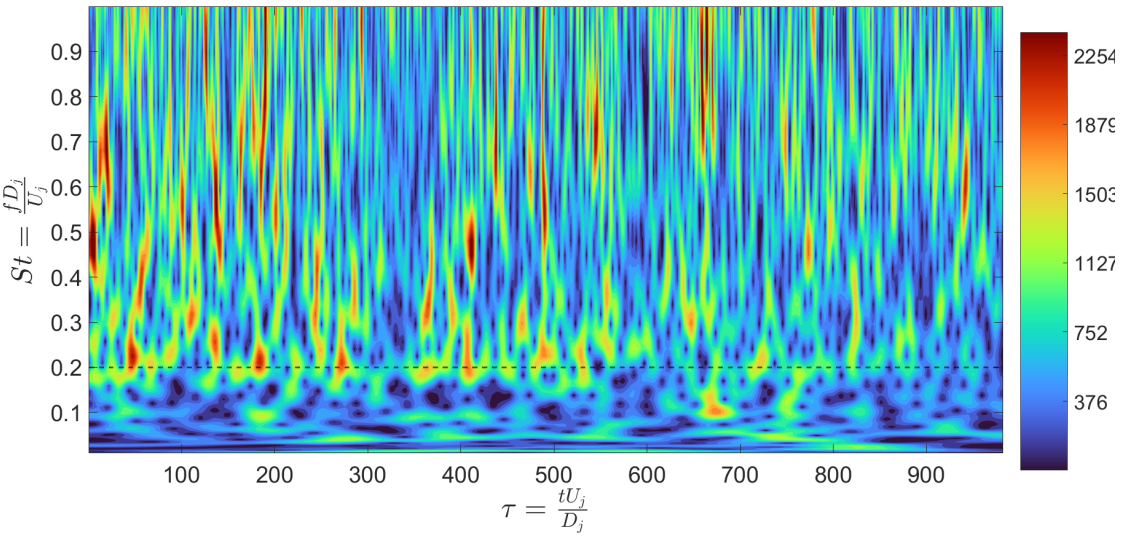

Figura 4.13: Sensore n. 11 - x/L = 0.67, $\theta = [120°]$

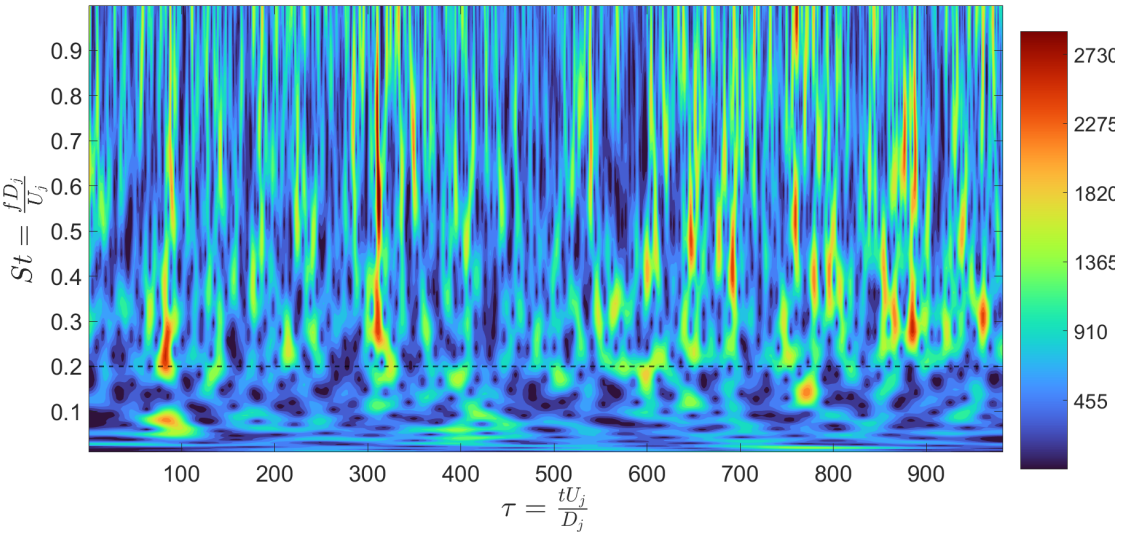

Figura 4.14: Sensore n. 16 - x/L = 0.67, $\theta = [180°]$

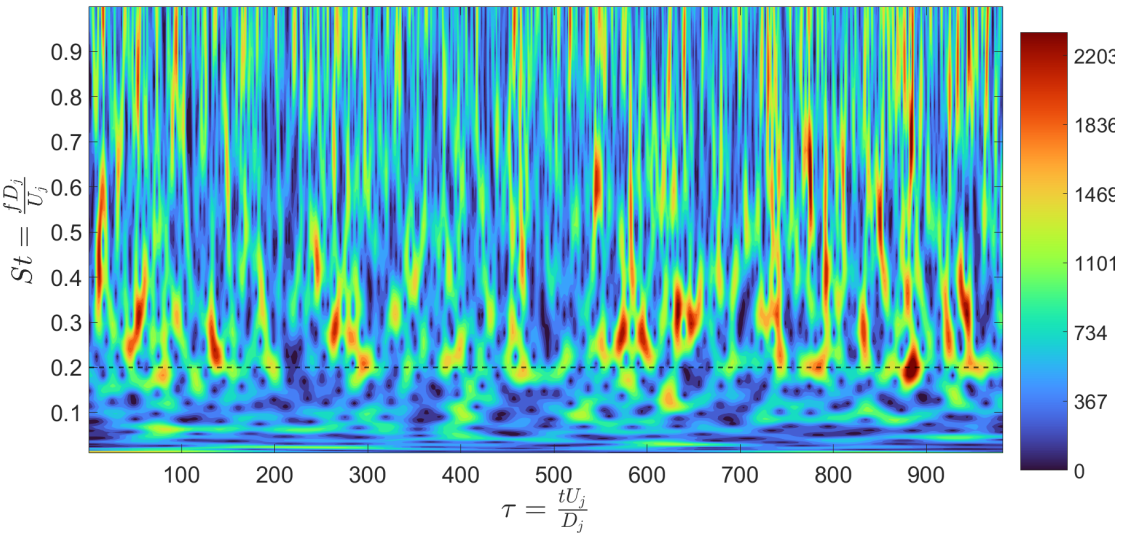

Figura 4.15: Sensore n. 12 - x/L = 0.67, $\theta = [240°]$

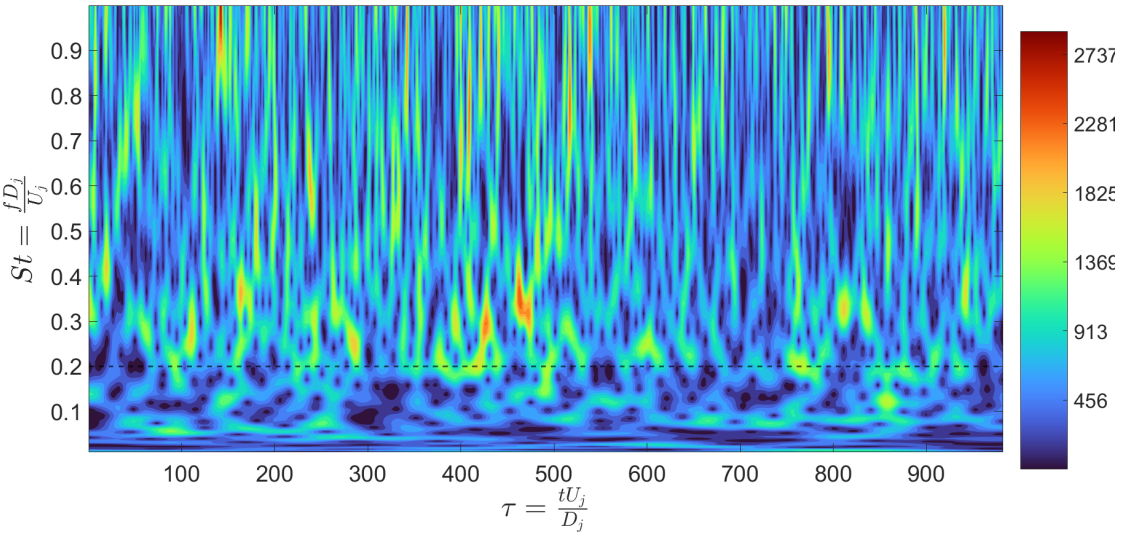

Figura 4.16: Sensore n. 13 - x/L = 0.67, $\theta = [300°]$

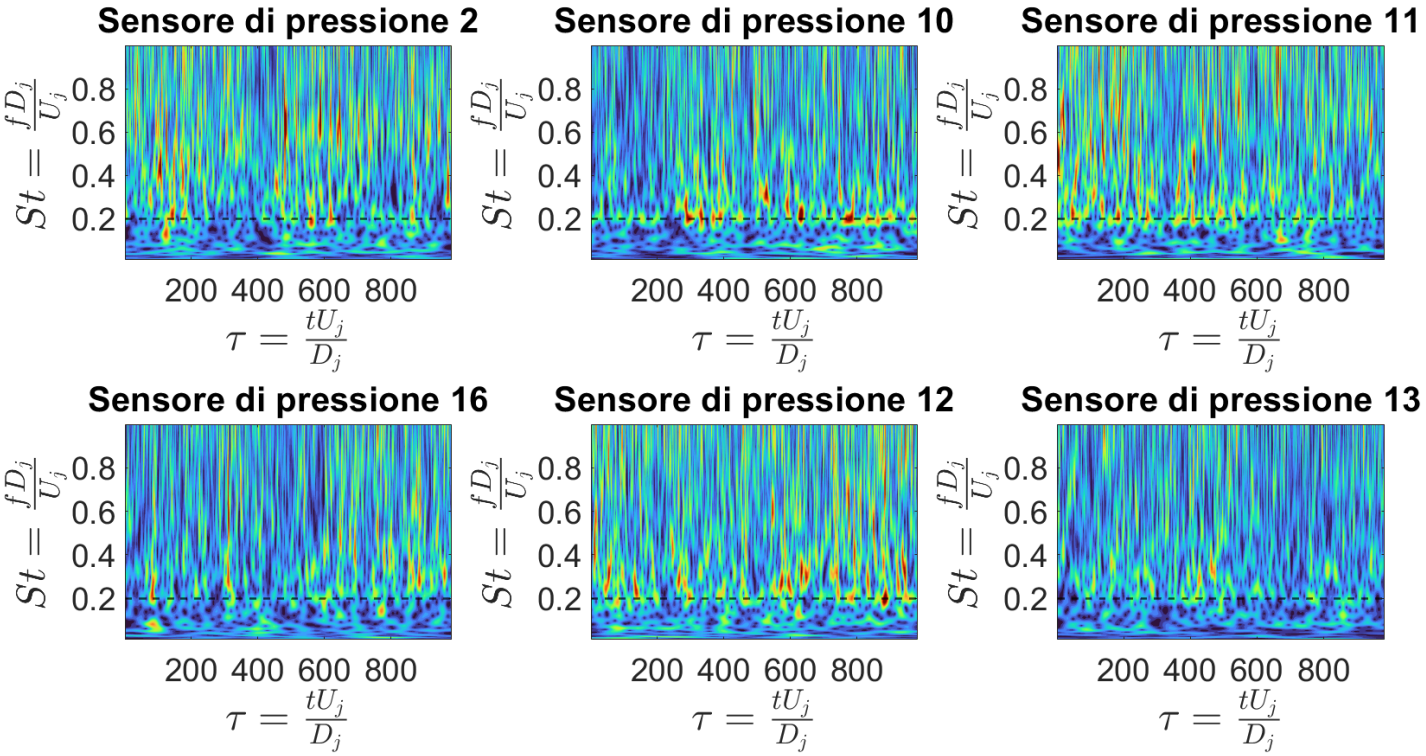

Figura 4.17: Sensori: x/L = 0.67 - $\theta = [0°, 60°, 120°, 180°, 240°, 300°]$ - $\Delta T = [0, 0.1]$

4.6 Sensori di pressione - Stazione assiale x/L = 0.76

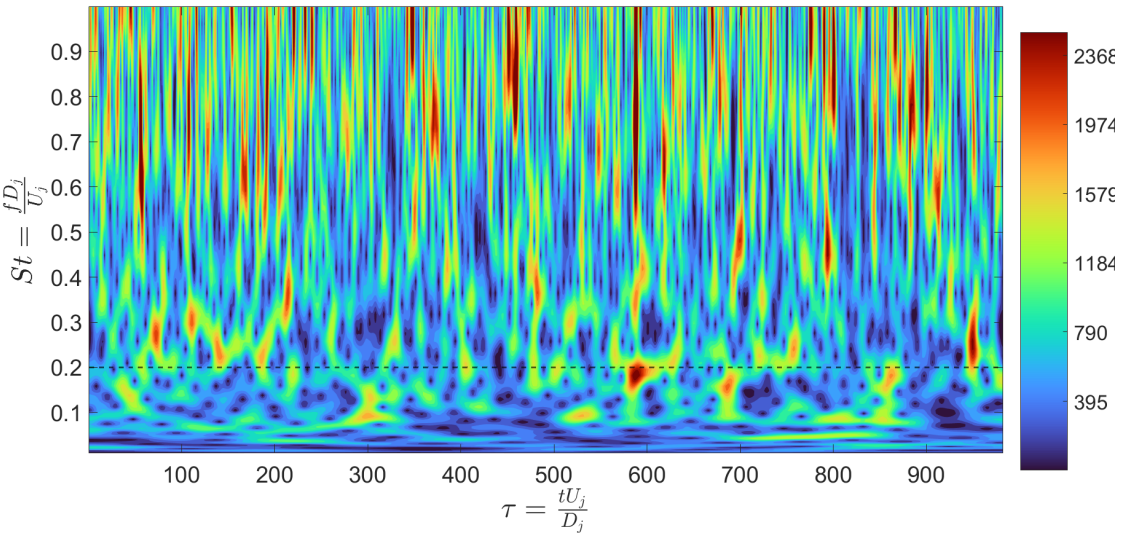

Figura 4.18: Sensore n. 3 - x/L = 0.76, $\theta = [0°]$

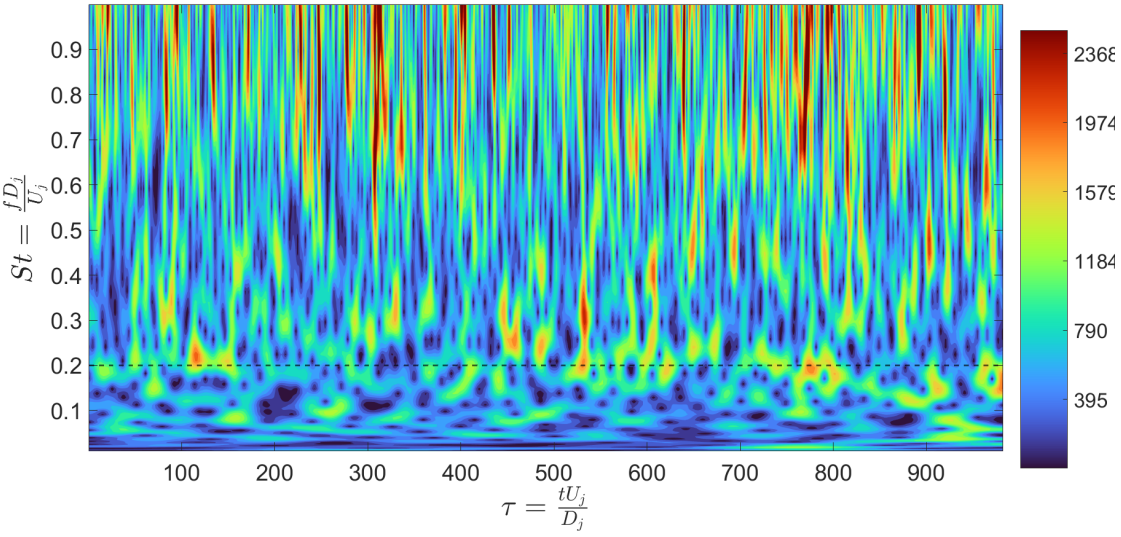

Figura 4.19: Sensore n. 8 - x/L = 0.76, $\theta = [180°]$

4.7 Sensori di pressione - Stazione assiale x/L = 0.85

Seguono gli scalogrammi relativi alla seconda stazione presso cui i sensori si trovano disposti lungo la circonferenza interna del divergente dell'ugello.

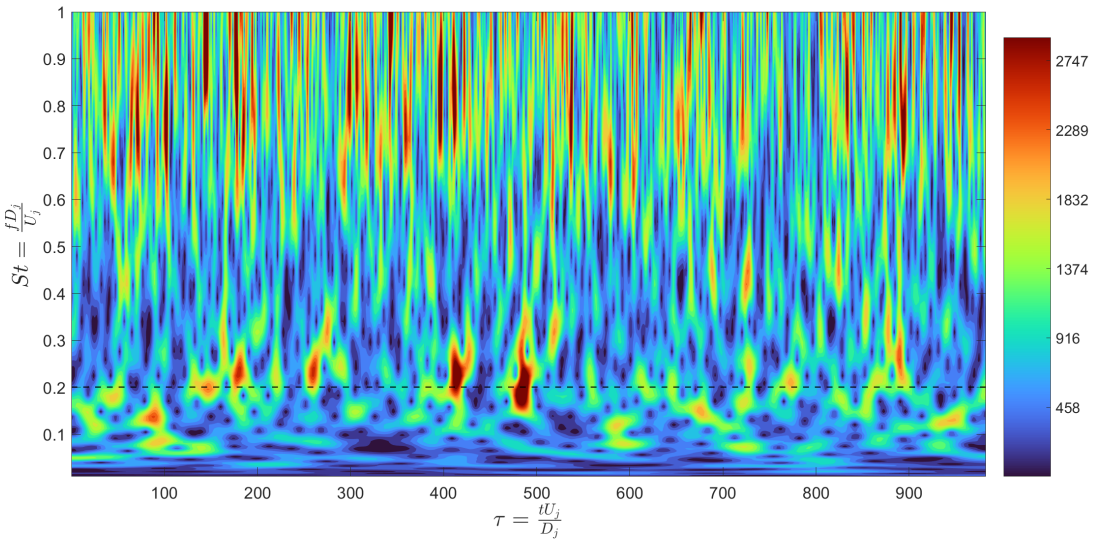

Figura 4.20: Sensore n. 4 - x/L = 0.85, $\theta = [0°]$

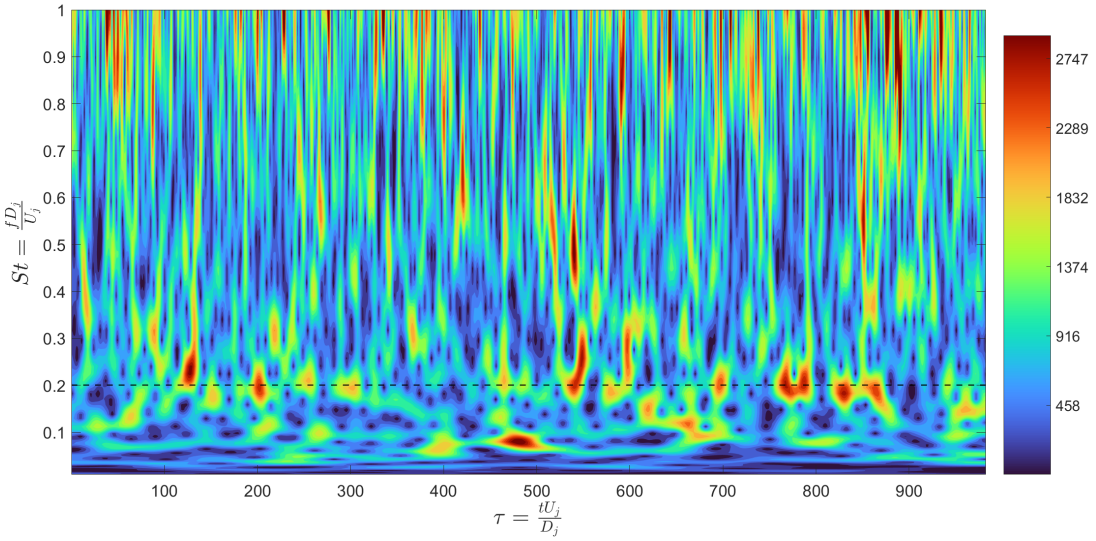

Figura 4.21: Sensore n. 14 - x/L = 0.85, $\theta = [60°]$

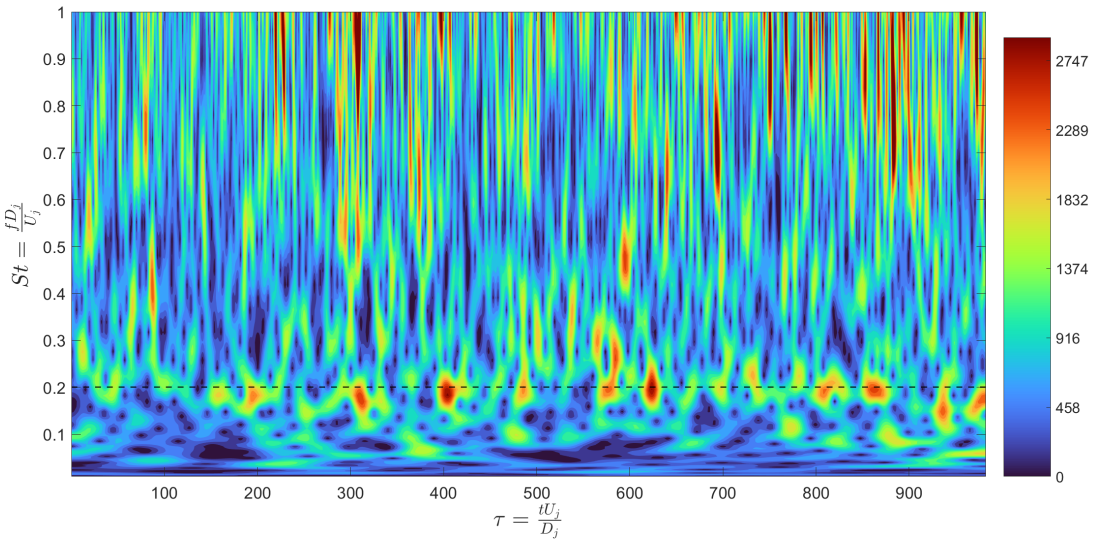

Figura 4.22: Sensore n. 15 - x/L = 0.85, $\theta = [120°]$

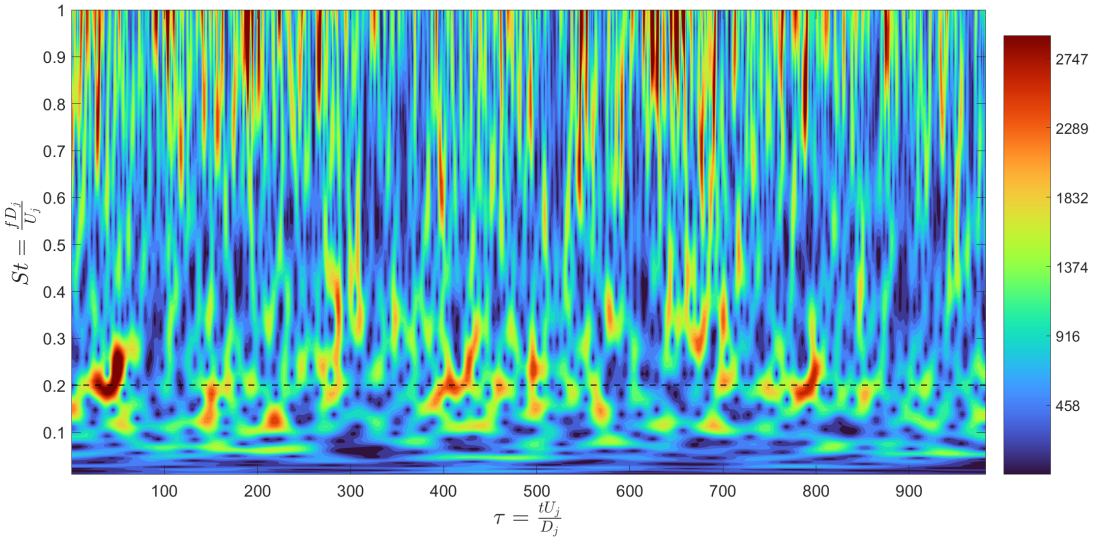

Figura 4.23: Sensore n. 9 - x/L = 0.85, $\theta = [180°]$

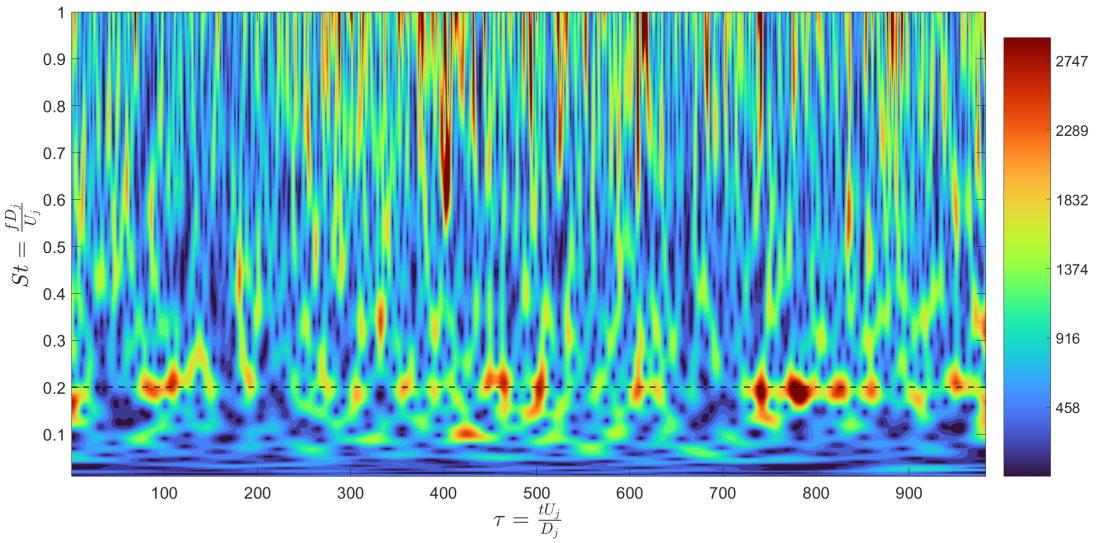

Figura 4.24: Sensore n. 7 - x/L = 0.85, $\theta = [240°]$

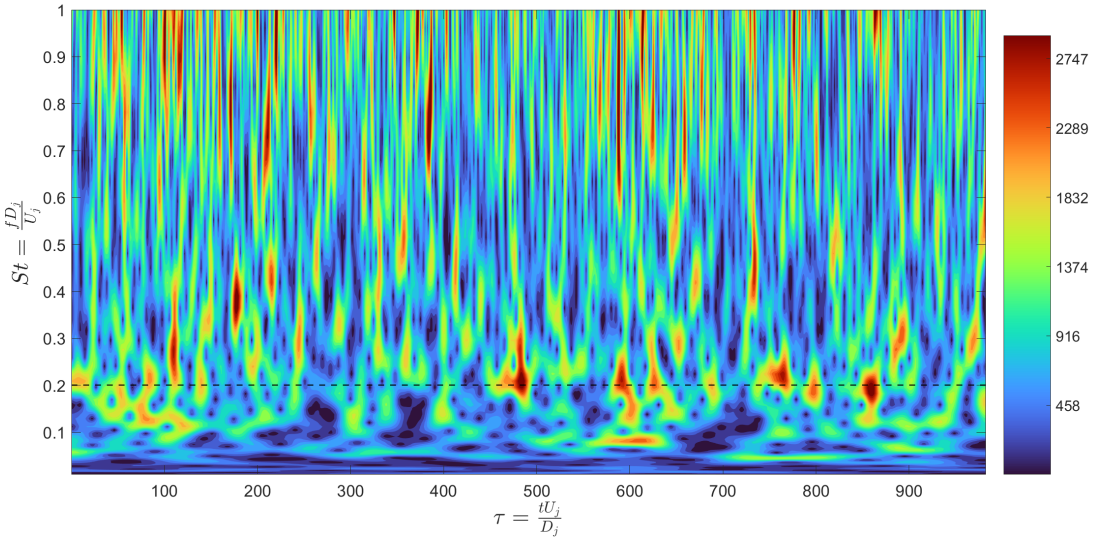

Figura 4.25: Sensore n. 17 - x/L = 0.85, $\theta = [300°]$

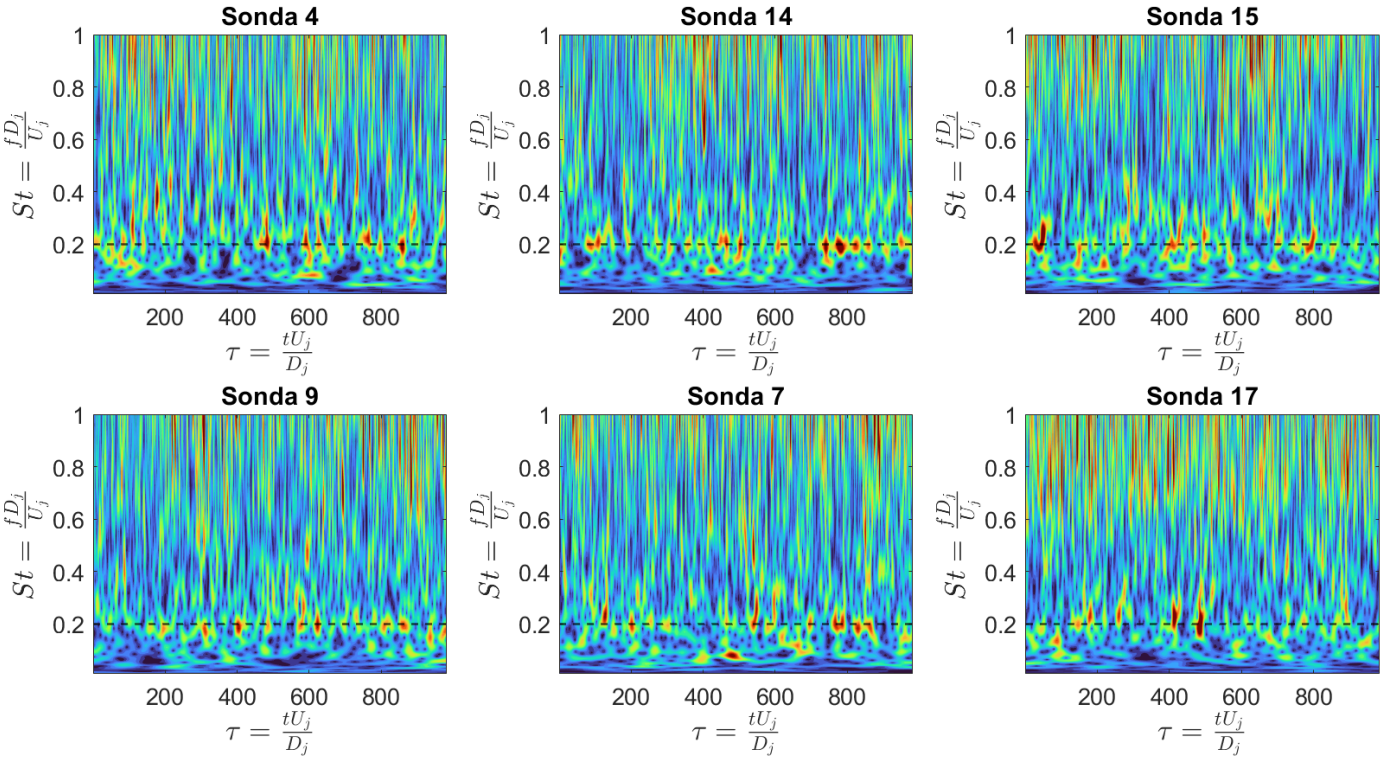

Figura 4.26: Sensori: x/L = 0.85 - $\theta = [0°, 60°, 120°, 180°, 240°, 300°]$ - $\Delta T = [0, 0.1]$

Capitolo 5

Analisi dell'intermittenza - Pprime TIC Nozzle

Una volta ottenuti i risultati mostrati nel capitolo precedente si è proceduto ad applicare, ad alcuni segnali di pressione scelti, il procedimento di rilevazione statistica presentato nel capitolo 3.
Si è scelto di concentrare la caratterizzazione statistica dell'intermittenza sul confronto di tre specifici sensori di pressione. Si riporta per comodità dei lettori il grafico 5.1 che mostra nuovamente il posizionamento dei sensori di pressione.

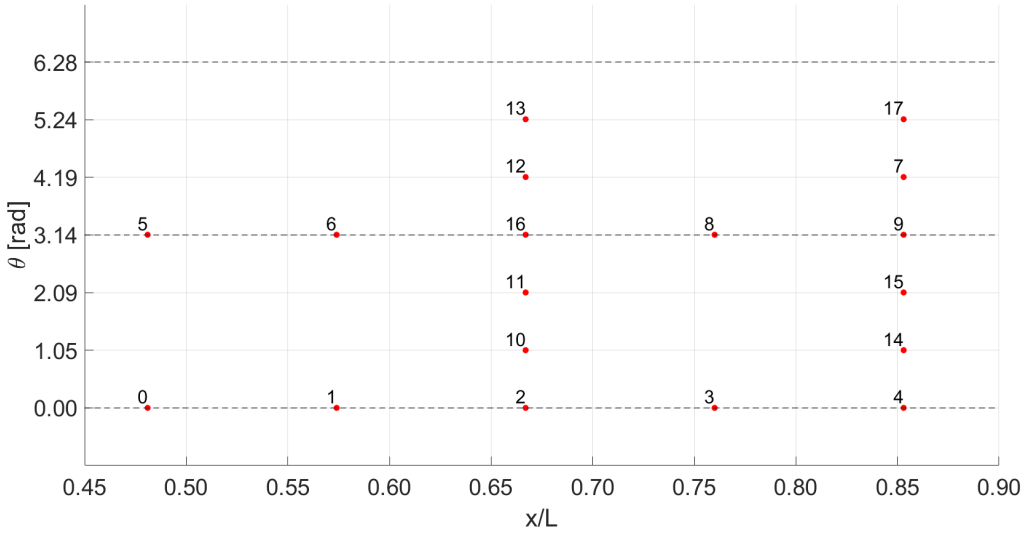

Figura 5.1: Grafico che illustra il posizionamento dei sensori di pressione sulle pareti del tratto divergente del Pprime TIC Nozzle.

Richiamando quanto già detto sul metodo di analisi statistica, la $LIM2$ viene mediata sulla banda di frequenze di interesse. Per il caso del Pprime nozzle il range di

frequenze scelto, contenente la frequenza $St = 0.2$ interessata dai burst energetici intermittenti, corrisponde a $0.0897 < St < 0.2720$. Scelto questo intervallo, su cui eseguire l'*averaging* della $LIM2$, si rilevano gli eventi attraverso la regolazione dei parametri di separazione S_v e prominenza locale P_v. Una volta ottenuti i τ_i degli eventi si calcolano i ritardi temporali tra gli stessi e, una volta adimensionalizzati come:

$$\Delta\tau^* = \frac{\Delta\tau - \mu_{\Delta\tau}}{\sigma_{\Delta\tau}}.$$

se ne calcola la PDF con istogramma normalizzato. Il confronto viene fatto come descritto di seguito.

5.1 Confronto sensori

Si confrontano i sensori di pressione:

- Sensore n. 2. x/L = 0.67, $\theta = 0°$
- Sensore n. 4. x/L = 0.85, $\theta = 0°$
- Sensore n. 9. x/L = 0.85, $\theta = 180°$

Come visibile dal posizionamento delle sonde di pressione, questo confronto permette di verificare le differenze tra: due sensori allo stesso azimut e diversa posizione assiale, ad azimut diversi e uguale posizione assiale e infine ad azimut diversi e diverse ascisse. Come parametro di separazione minima di partenza si è scelto $S_v = \tau_{ref} = 5$, ricavato dal reciproco di $St_{ref} = 0.2$, ossia la frequenza obiettivo. La prominenza P_v si riferisce invece alla separazione verticale; è stata parametrizzata in funzione della deviazione standard dell'indicatore di intermittenza in banda $GL1$. Questo parametro ci permette di definire l'intermittenza minima per cui un evento possa essere considerato tale.
Modificando questi due parametri sono state definite tre tipologie di test per mettere a confronto le tre sonde:

- Test 1 - $P_v = 1 \cdot \sigma \quad S_v = \tau_{ref}$
- Test 2 - $P_v = 0 \quad S_v = \tau_{ref}$
- Test 3 - $P_v = 0 \quad S_v = 0$

L'intento di quest'operazione è stato quello di fare un'analisi di sensibilità del metodo alla variazione dei parametri responsabili della detection automatica degli eventi.

5.2 Sensore di pressione n. 2

Sono stati rilevati i seguenti eventi e la derivante PDF per ciascuno dei test svolti:

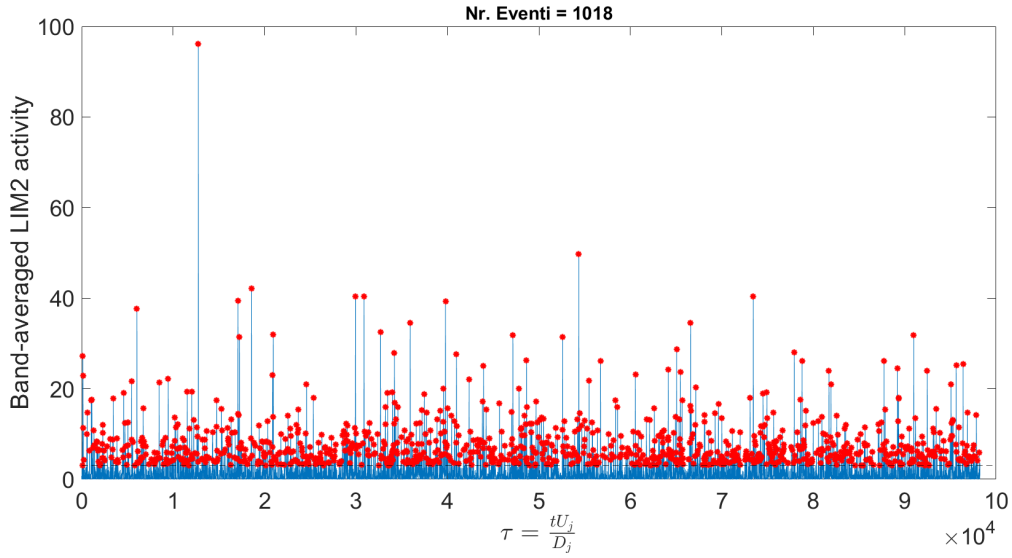

Figura 5.2: Sensore 2 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$

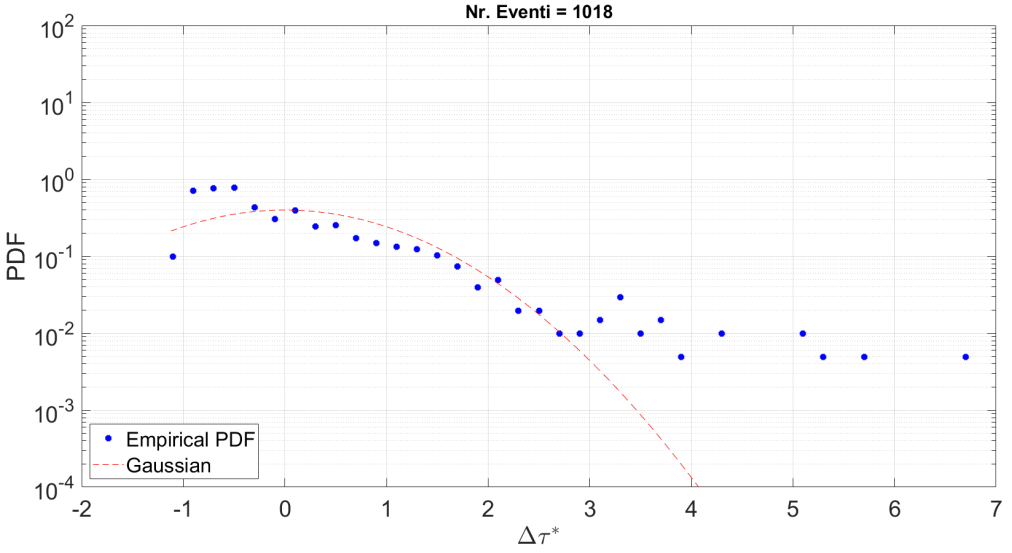

Figura 5.3: Sensore 2 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$

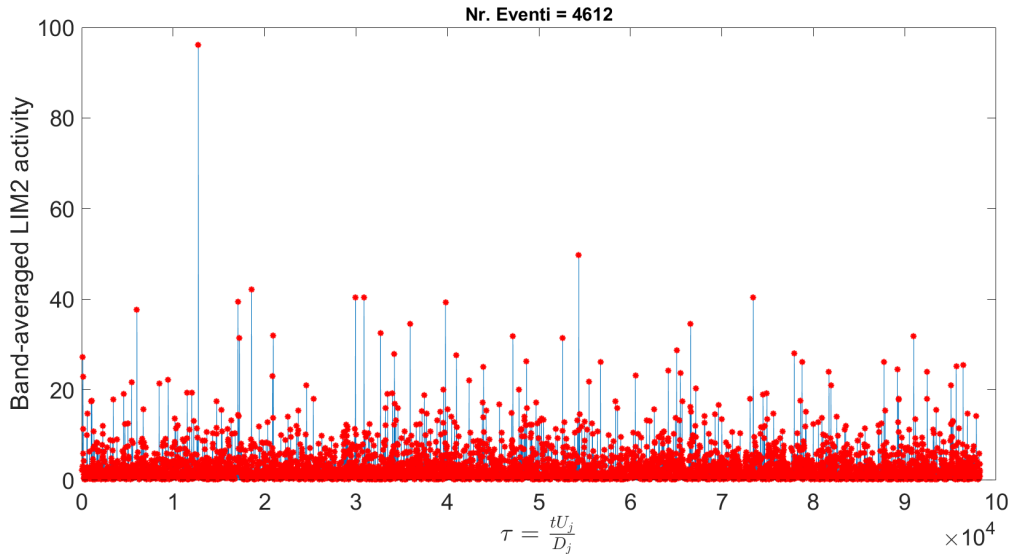

Figura 5.4: Sensore 2 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

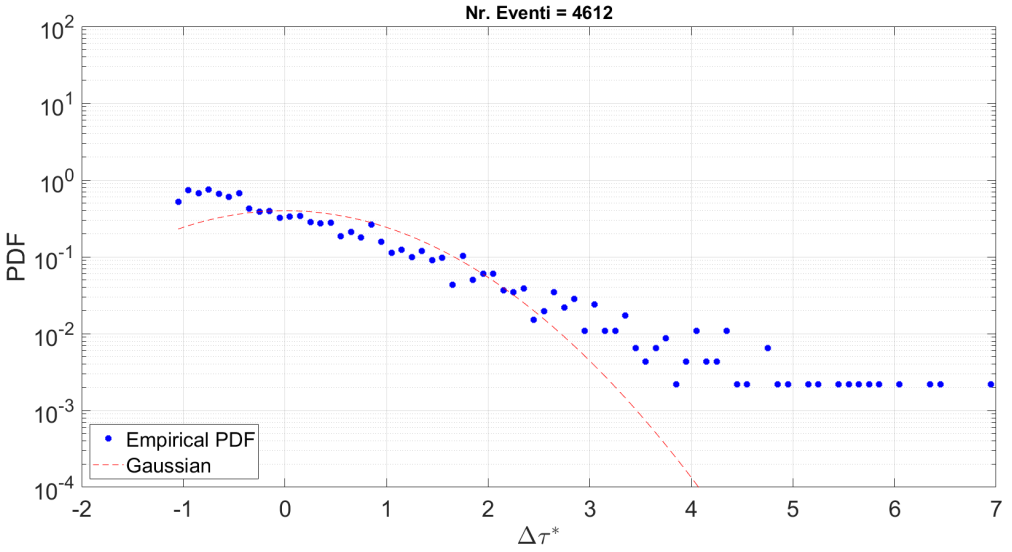

Figura 5.5: Sensore 2 - Test 2- Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

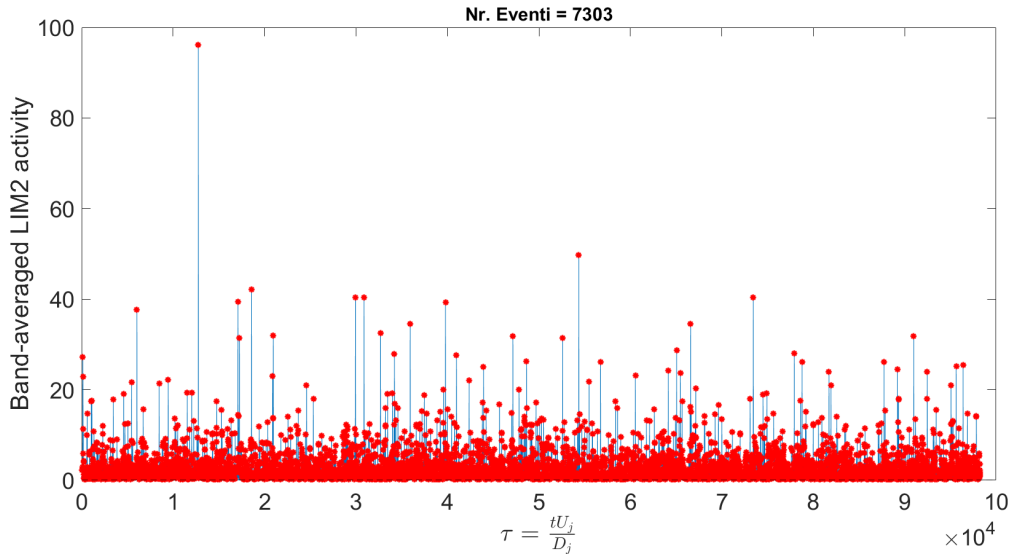

Figura 5.6: Sensore 2 - Test 3 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

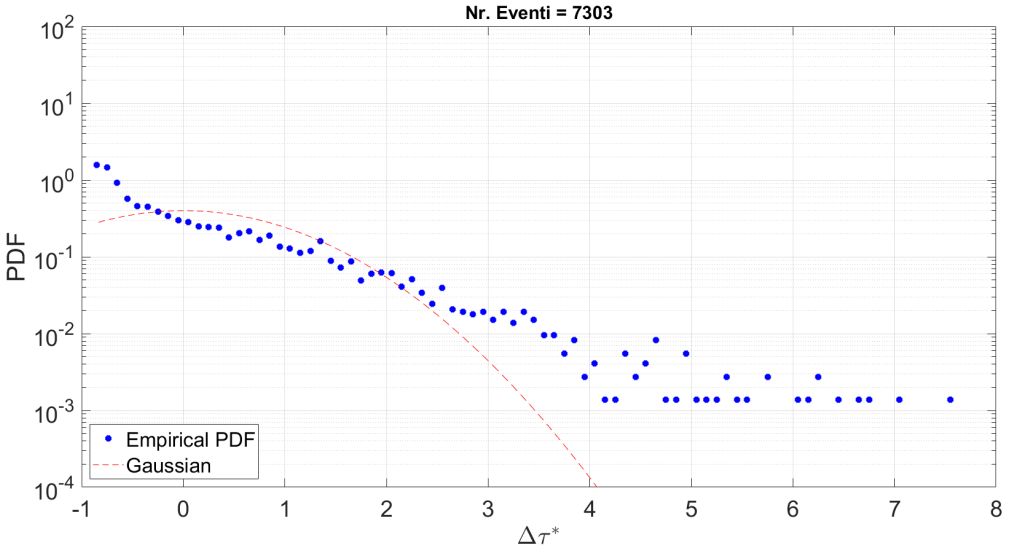

Figura 5.7: Sensore 2 - Test 3 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

5.3 Sensore di pressione n. 4

Sono stati rilevati i seguenti eventi e l'annessa distribuzione per ciascuno dei test svolti:

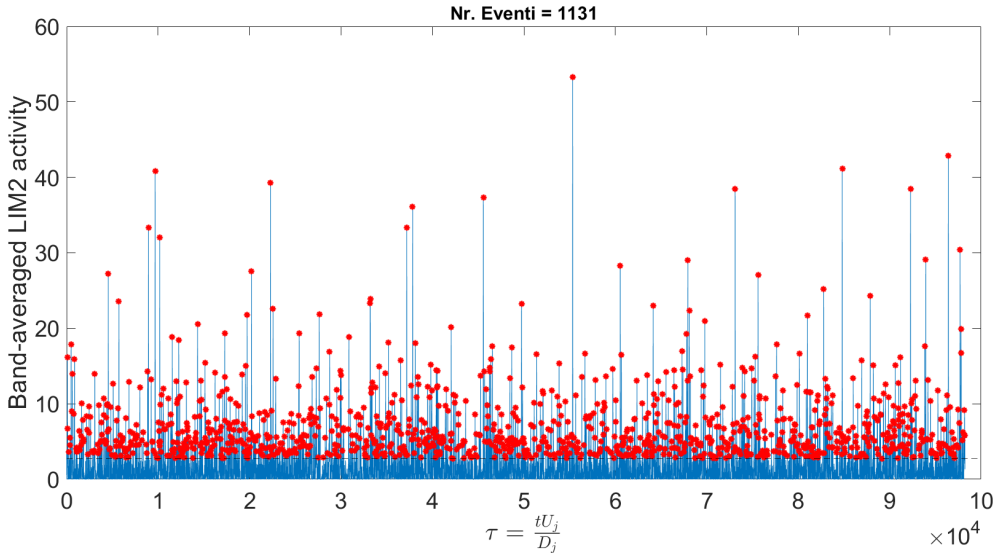

Figura 5.8: Sensore 4 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$

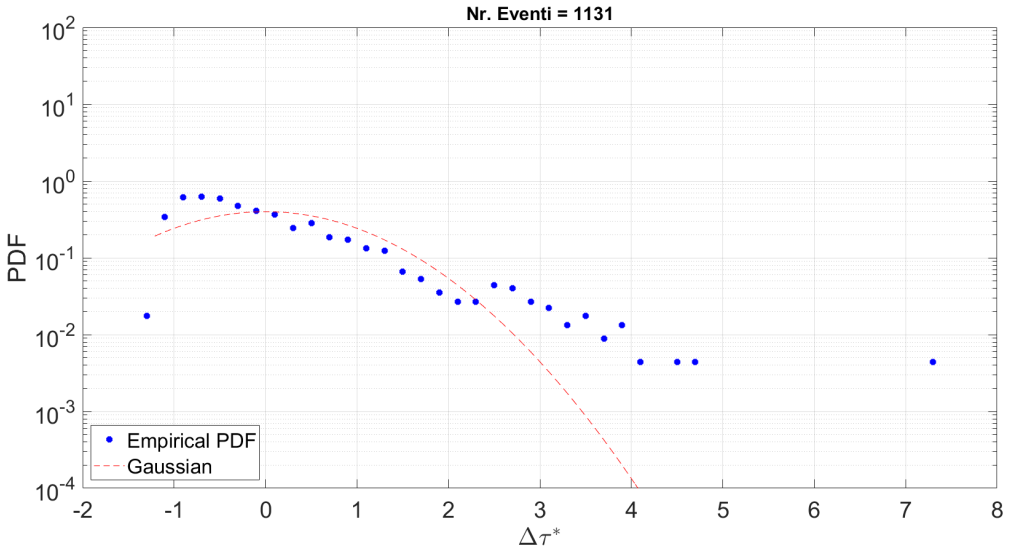

Figura 5.9: Sensore 4 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$

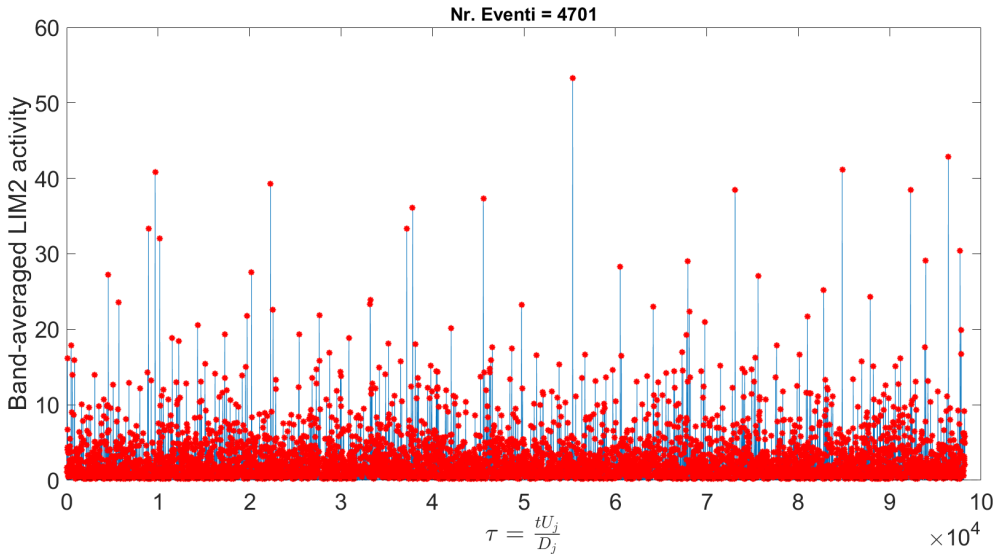

Figura 5.10: Sensore 4 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

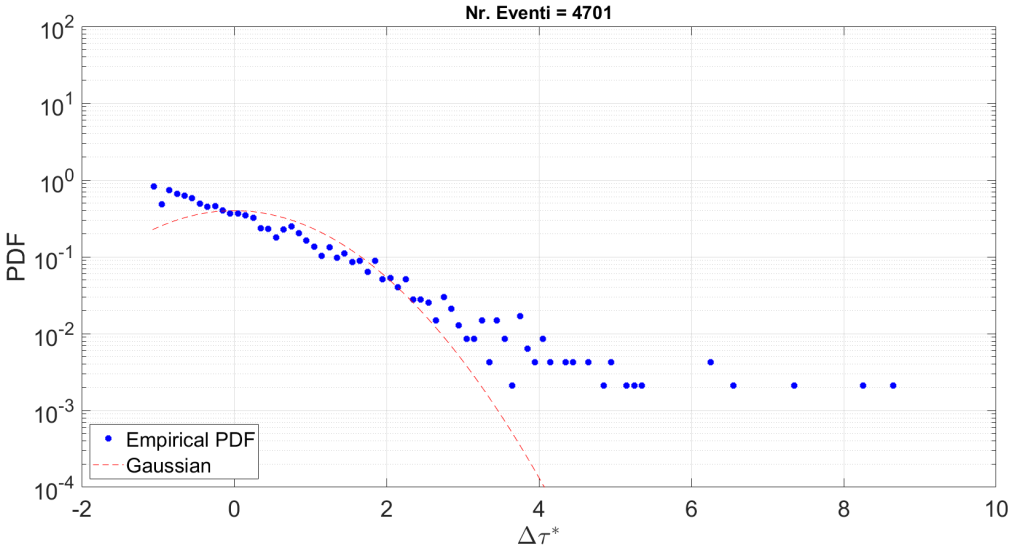

Figura 5.11: Sensore 4 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

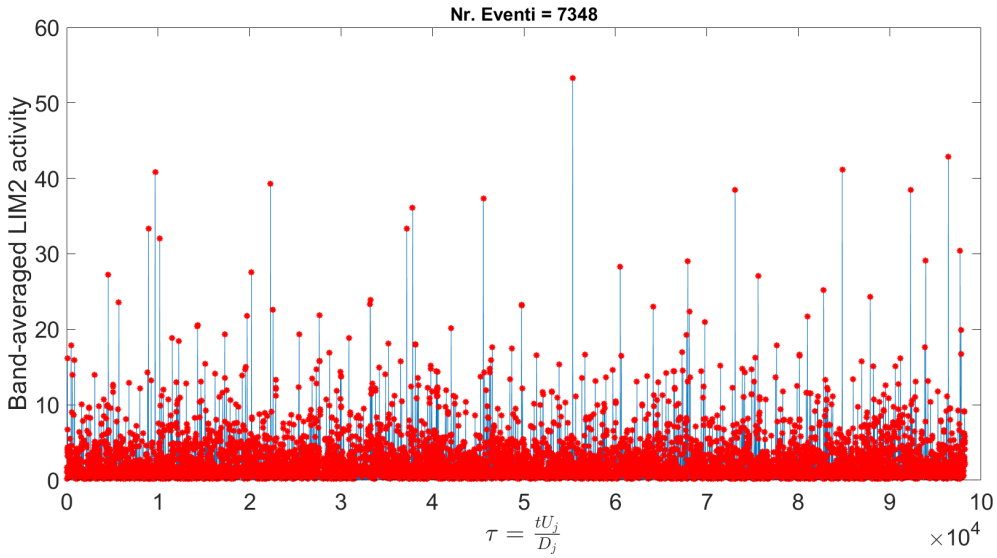

Figura 5.12: Sensore 4 - Test 3 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

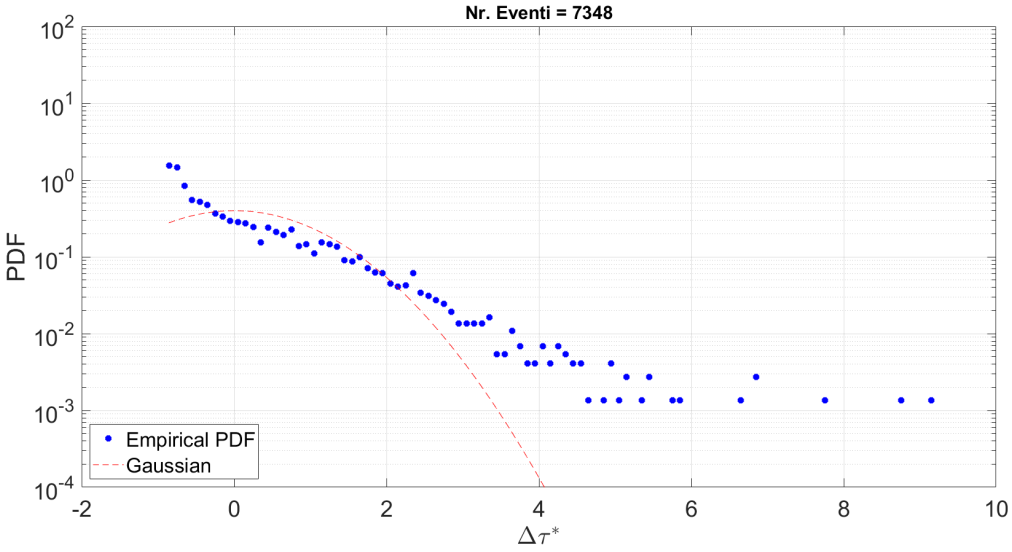

Figura 5.13: Sensore 4 - Test 3 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

5.4 Sensore di pressione n. 9

Sono stati rilevati i seguenti eventi e l'annessa distribuzione per ciascuno dei test svolti:

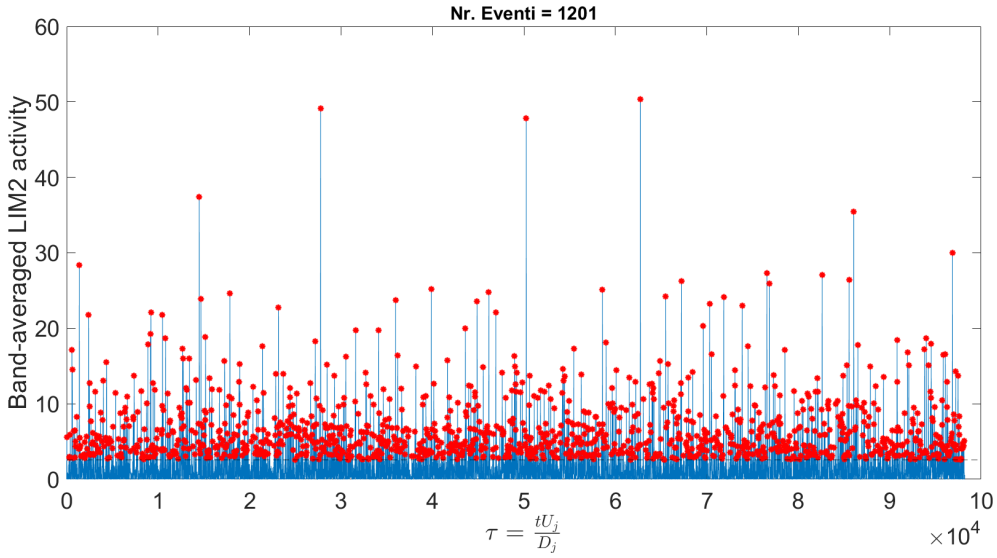

Figura 5.14: Sensore 9 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$

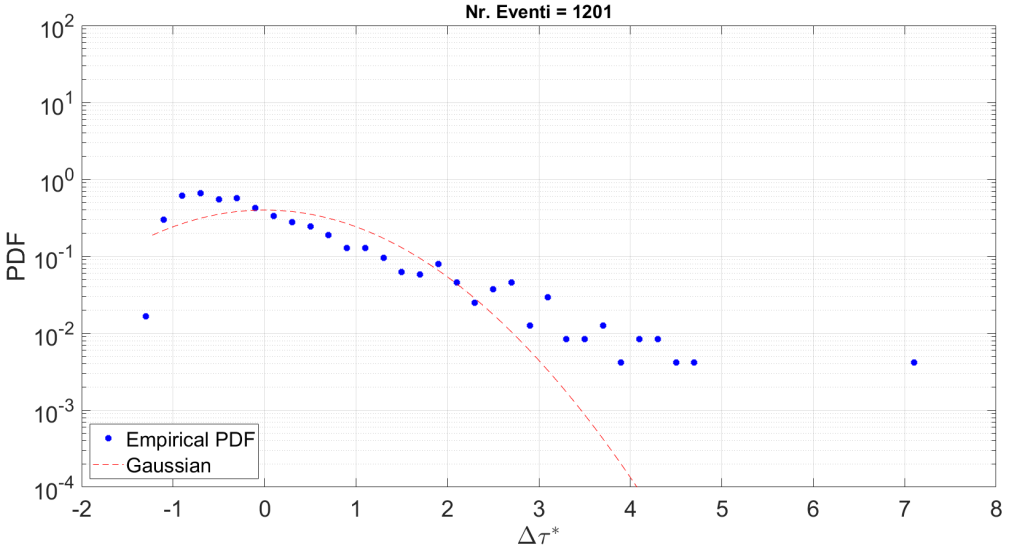

Figura 5.15: Sensore 9 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$

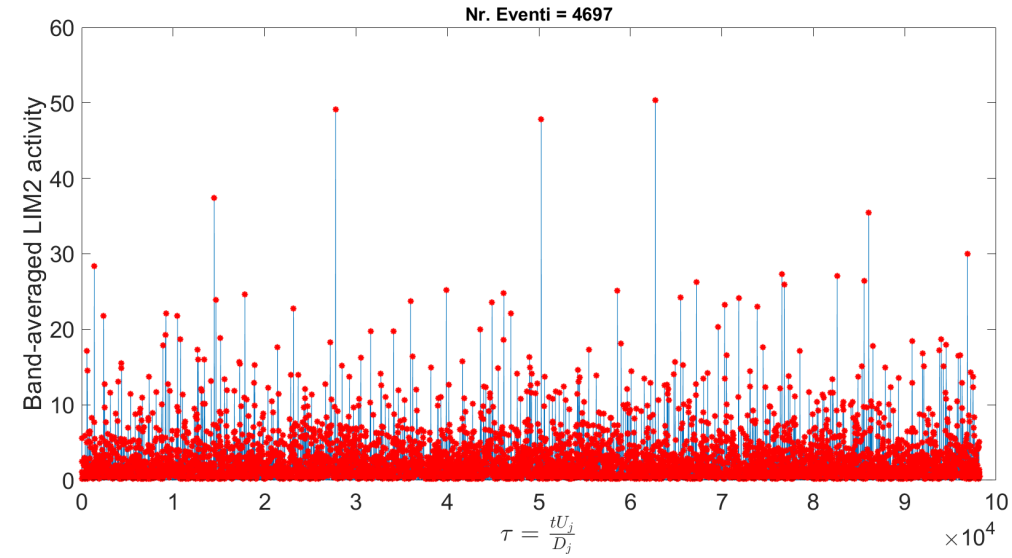

Figura 5.16: Sensore 9 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

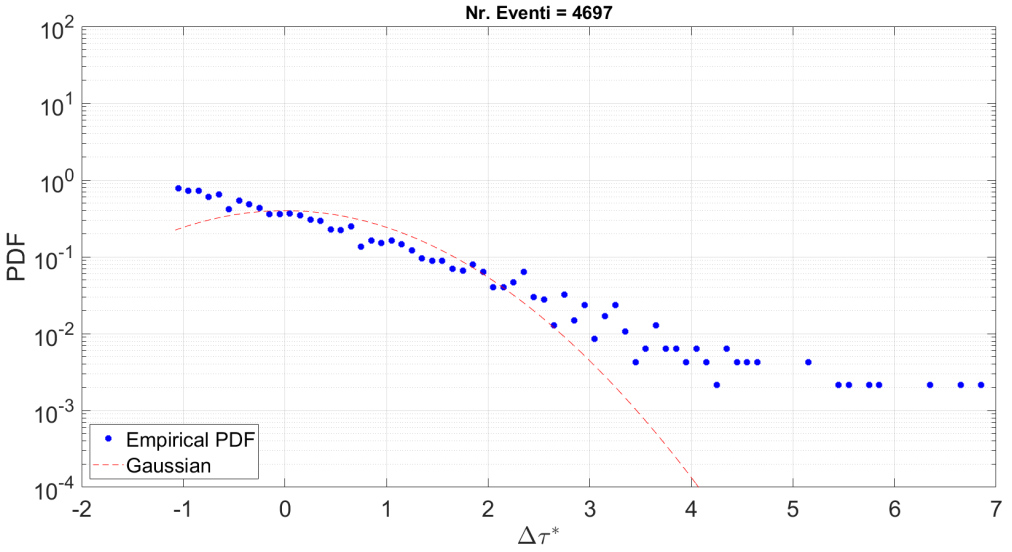

Figura 5.17: Sensore 9 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

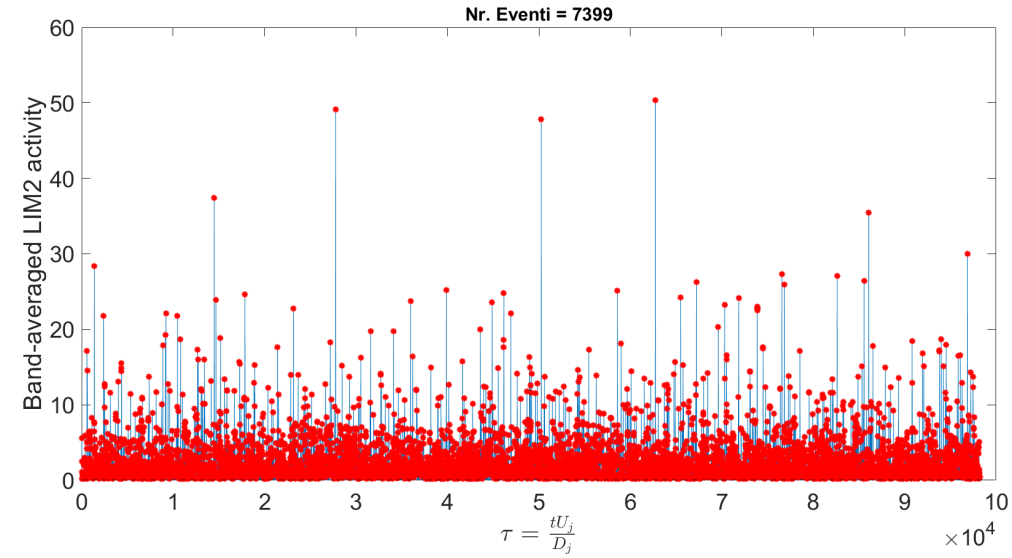

Figura 5.18: Sensore 9 - Test 3 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

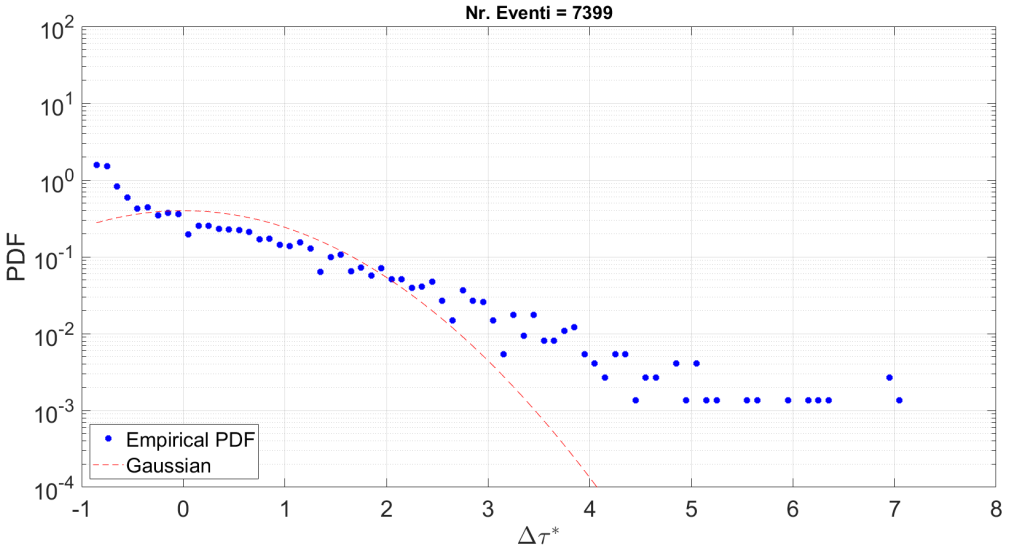

Figura 5.19: Sensore 9 - Test 3 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

In tutti i casi si evidenzia chiaramente la presenza di *heavy tails* che descrivono la non-gaussianità del fenomeno. Questa presenza a diverse posizioni longitudinali e radiali evidenzia statisticamente un forte grado di intermittenza del fenomeno. Nel confrontare i tre sensori di pressione emerge come, variando i parametri di sensibilità del *detector* di eventi, l'andamento delle code pesanti, rappresentato dalle PDF prodotte, diventi sempre più evidente andando via via verso parametri di separazione e prominenza locale meno restrittivi.
In generale il numero di eventi rilevato resta dell'ordine di grandezza previsto nel **Capitolo 3** per tutti e tre i casi test affrontati. Questo testimonia la presenza di un fenomeno fortemente non gaussiano nell'ugello in questa condizione di forte sovraespansione.
Lo stesso procedimento verrà applicato nei capitoli successivi ad un ugello con geometria e parametri di funzionamento differenti.
L'intento è quello di confrontarne i risultati con quelli appena ottenuti per verificare eventuali andamenti tipici dei fenomeni noti dalla letteratura. I dati raccolti in questo capitolo saranno quindi messi a diretto confronto con quelli derivanti dall'analisi del secondo database nel capitolo conclusivo.

Capitolo 6

NASA TIC Nozzle

La procedura effettuata sull'ugello Pprime è stata quindi ripetuta su un database di segnali di pressione ottenuto dalla prova sperimentale di un ugello TIC parte di un lavoro di ricerca dell' *American Institute of Aeronautics and Astronautics* condotto al *NASA Marshall Space Flight Center* da [10]. Ci si riferirà all'ugello utilizzato come NASA TIC Nozzle

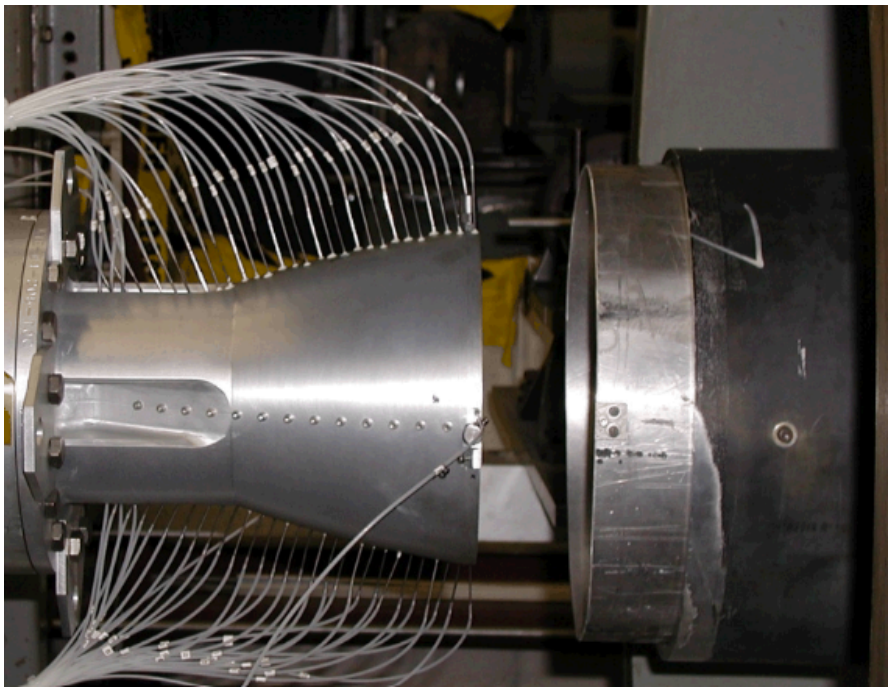

Figura 6.1: Setup sperimentale per il NASA TIC Nozzle. Si nota la disposizione dei sensori di pressione lungo le pareti del divergente.

Il numero di Mach di progetto all'uscita di questo ugello è stato ricavato a partire dai dati sulla geometria del tratto divergente. In particolare, attraverso il diametro

della sezione di gola $D_t = 0.038\ m$ e l'*Area Ratio* $AR = 30.5$, si ottiene il Mach di progetto dell'ugello, come radice della seguente equazione:

$$\frac{A_e}{A^*} = \frac{1}{M_d}\left[\frac{2}{\gamma+1}\left(1+\frac{\gamma-1}{2}M_d^2\right)\right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$$

Prendendo soltanto la soluzione sul ramo supersonico si ottiene $M_d = 5.25$. I principali parametri geometrici sono riportati nella tabella 6.1.

Parametro	Valore
r^*	$0.019\ m$
D_t	$0.038\ m$
D_e	$0.21\ m$
AR	30.5

Tabella 6.1: Parametri geometrici dell'ugello

Il sistema di riferimento adottato è definito ponendo l'origine dell'asse longitudinale in corrispondenza della gola dell'ugello ($x = 0$). La posizione delle sonde disposte nel tratto divergente dell'ugello è espressa normalizzando la posizione della stazione assiale attraverso il raggio di gola r^*.
Sono stati utilizzati i parametri operativi ottenuti dal funzionamento dell'ugello a $NPR = 30$. Il campo di moto in questo funzionamento provoca una condizione di forte sovraespansione.
Seguendo lo stesso procedimento utilizzato per il Pprime TIC Nozzle si sfruttano le equazioni 4.3, 4.2, 4.1 per il calcolo dei parametri del getto completamente espanso. La temperatura di ristagno utilizzata in questo test è stata presa dal lavoro di ricerca [10] con un valore pari a $T0 = 339.15\ K$. Per $NPR = 30$ si ottengono i valori riportati in tabella 6.2.

Parametro	Valore
M_j	2.86
U_j	$650\ m/s$
D_j	$0.073\ m$
Re	$1.28 \cdot 10^7$

Tabella 6.2: Parametri geometrici dell'ugello

Nell'ugello, costruito in alluminio, sono stati posti otto sensori di pressione con frequenza di campionamento pari a $f_s = 40$ kHz. La posizione dei sensori viene mostrata in figura 6.2. Questa disposizione permette di confrontare due differenti posizioni angolari per ciascuna stazione assiale. Le sonde di pressione hanno coordinate descritte in tabella 6.3.

N. Sensore	θ [°]	x/r^*
1	0	9.73
2	0	12.07
3	0	14.40
4	0	16.73
5	180	9.73
6	180	12.07
7	180	14.40
8	180	16.73

Tabella 6.3: Coordinate sensori di pressione NASA TIC Nozzle

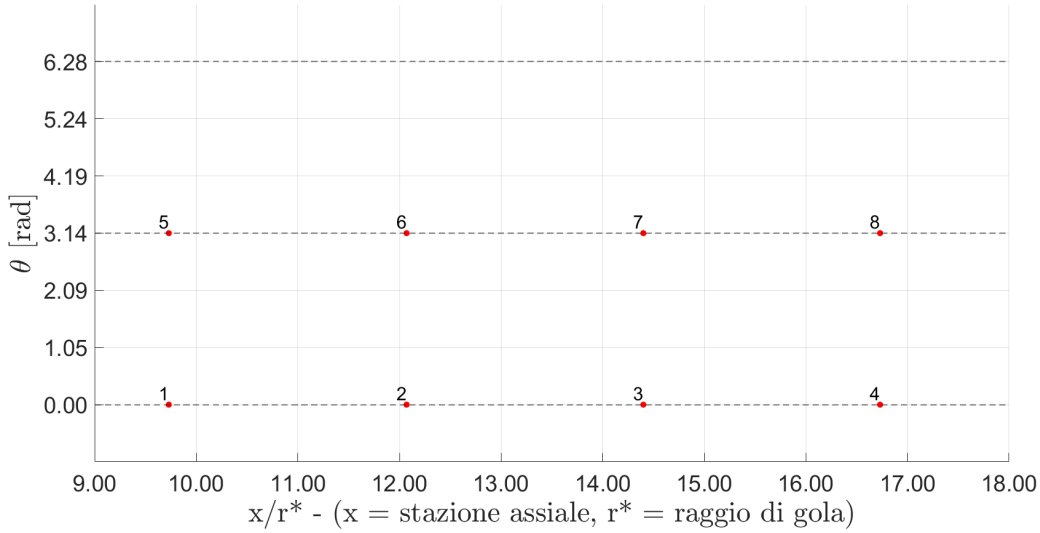

Figura 6.2: Grafico che illustra il posizionamento dei sensori di pressione all'interno del NASA TIC Nozzle. Le coppie di sensori per azimut 0 $[rad]$ *e* π $[rad]$ si trovano in corrispondenza delle altre stazioni assiali: $x/r^* = 9.73$,$x/r^* = 12.07$, $x/r^* = 14.40$ e $x/r^* = 16.73$.

Anche in questo caso le frequenze sono state studiate nella loro forma adimensionale, espressa dal numero di *Strouhal* come:

$$St = \frac{fD_j}{U_j},$$

Di conseguenza anche il tempo viene adeguatamente adimensionalizzato come:

$$\tau = \frac{tU_j}{D_j}$$

6.1 Analisi della regione sovraespansa

Si riporta quanto ottenuto dalla decomposizione nei modi di Fourier per i dati ottenuti dai segnali di pressione rilevati da questo secondo database. Risulta importante notare che a differenza del caso del database Pprime le pressioni sono state in questo caso fornite in forma normalizzata rispetto alla deviazione standard. Non conoscendo il valore numerico dei parametri di normalizzazione si è proceduto ad analizzare i risultati dell'analisi mantenendo le pressioni normalizzate come:

$$p_{norm=}\left(\frac{p - p_{average}}{\sigma_p}\right)$$

Poiché in questo caso, per ciascuna posizione assiale, sono disponibili solamente due misure di pressione, ottenute da sonde poste in posizioni diametralmente opposte ($\theta = 0$ e $\theta = \pi$), non è possibile effettuare una decomposizione completa in modi di Fourier azimutali come per il database precedente.
Il segnale di pressione viene pertanto separato in una componente simmetrica

$$p_{m=0}(t) = \frac{p(0,t) + p(\pi,t)}{2},$$

e in una componente antisimmetrica

$$p_{m=1}(t) = \frac{p(0,t) - p(\pi,t)}{2}.$$

La componente simmetrica rappresenta una stima del modo assialsimmetrico ($m = 0$), mentre la componente antisimmetrica viene utilizzata come stima del primo modo azimutale ($m = 1$). Si assume che il contributo dei modi dispari di ordine superiore sia trascurabile rispetto a quello del primo modo fondamentale.
Nelle figure 6.3, 6.4, 6.5 e 6.6 si notano i risultati ottenuti dalla scomposizione azimutale sopra descritta. Nel caso di $m = 0$, figura 6.3, si notano picchi a diverse frequenze ma, come nel caso Pprime TIC Nozzle, si è interessati soltanto ai contributi del modo $m = 1$; sono i soli che possono contribuire alla generazione di carichi laterali non bilanciati lungo la circonferenza. In figura 6.4, si nota che il picco energetico, che per il caso Pprime TIC Nozzle appariva a $St = 0.2$, in questo caso appare invece per $f = 1000\ Hz$ o $St = 0.1$. Inoltre il contributo più energetico viene rilevato dai sensori posti a $x/r = 16.73$, come mostrato in figura 6.6.
Questa caratteristica si nota ulteriormente negli scalogrammi risultanti dall'analisi *wavelet*. Viste queste considerazioni il codice viene adeguato, per lo studio con trasformata *wavelet* e per l'analisi statistica, ad una frequenza dominante differente dal caso precedente. In particolare avremo $St_{ref} = 0.1$.
Questa variazione sostanziale del fenomeno, che verrà ricondotto ad una risonanza aeroacustica tipo "screech-like", viene giustificata da un differente M_j associato all'NPR della prova sperimentale.
Viste queste considerazioni si procede a ricavare gli scalogrammi ottenuti attraverso trasformata *wavelet* anche per il NASA TIC Nozzle.

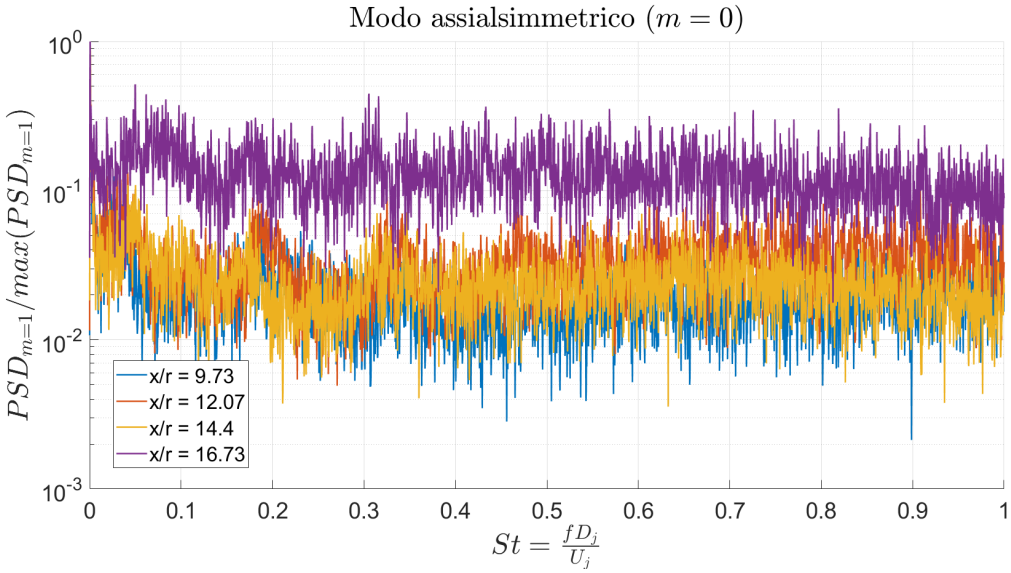

Figura 6.3: Modo azimutale $m = 0$ - Posizione assiale sensori $x/r = [9.73,\ 12.07,\ 14.40,\ 16.73]$

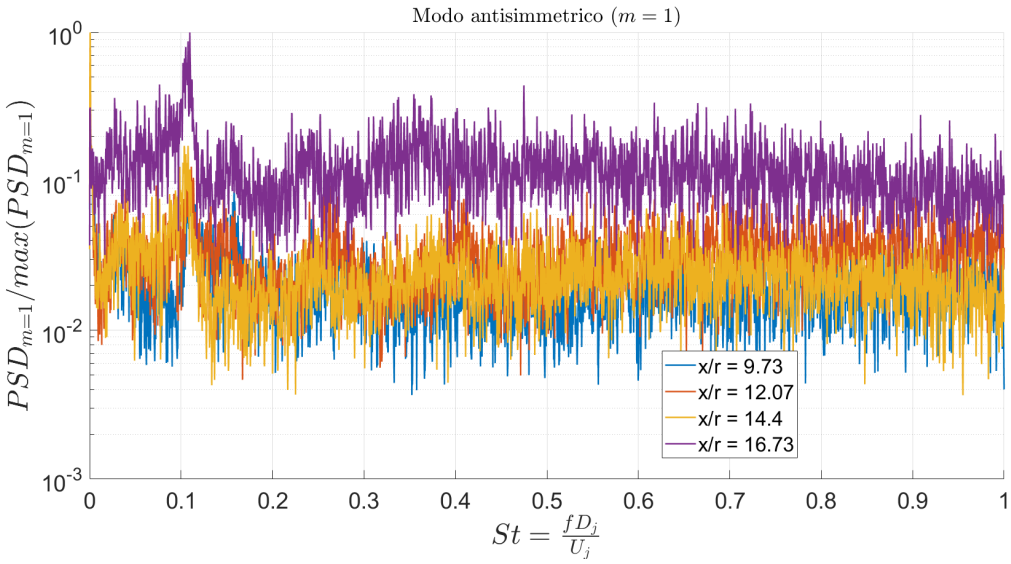

Figura 6.4: Modo azimutale $m = 1$ - Posizione assiale sensori $x/r = [9.73,\ 12.07,\ 14.40,\ 16.73]$

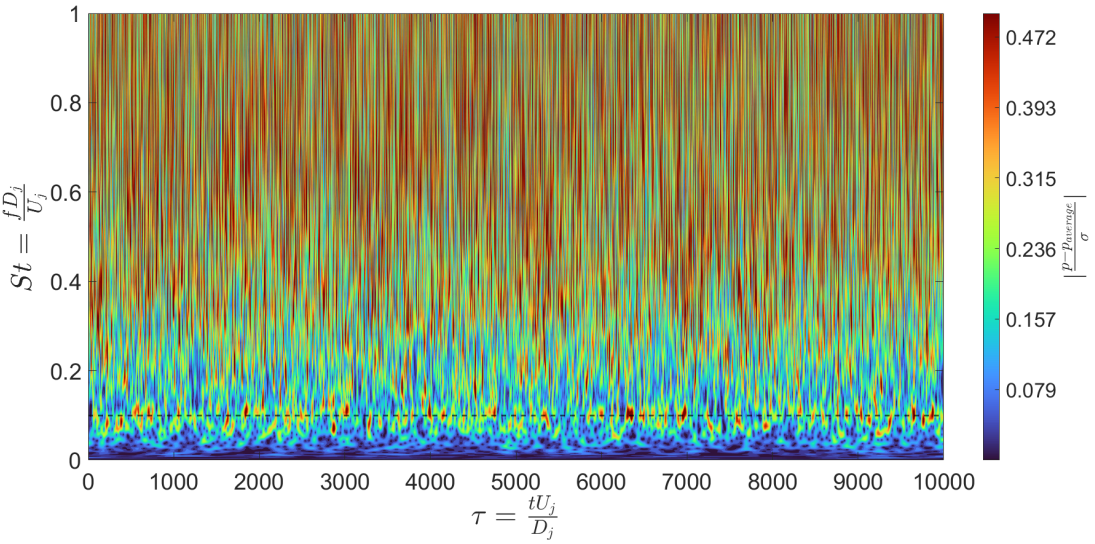

Figura 6.5: Scalogramma *wavelet* in coordinate adimensionali. Si riscontra la presenza di burst energetici in corrispondenza della frequenza $f = 1000\ Hz = \ St = 0.1$.

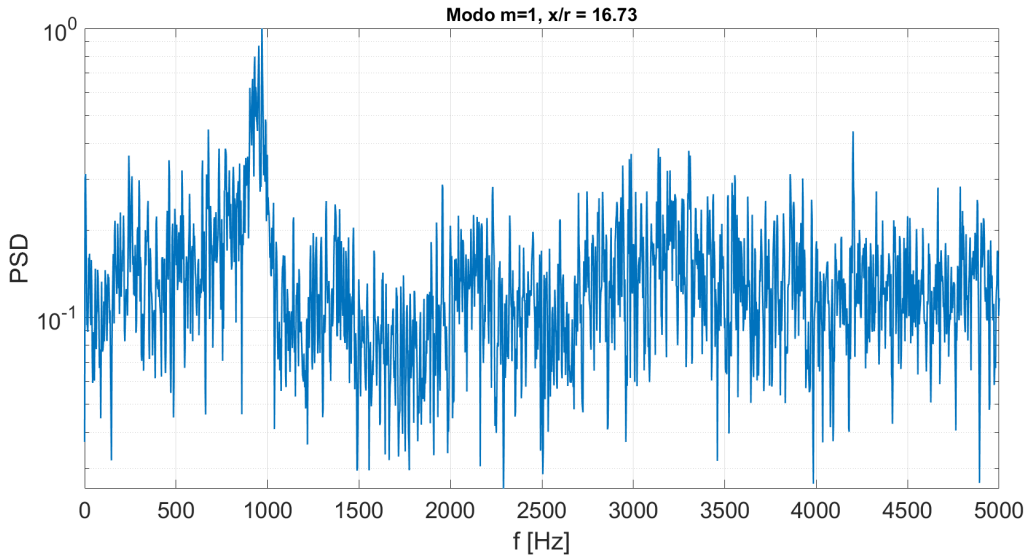

Figura 6.6: Modo azimutale $m = 1$ - Posizione assiale sensore $x/r = 16.73$

6.2 Risultati - Analisi Wavelet

Come per il caso dell'ugello Pprime si è scelto di mostrare un campione temporale ridotto per facilitare la lettura dei grafici.

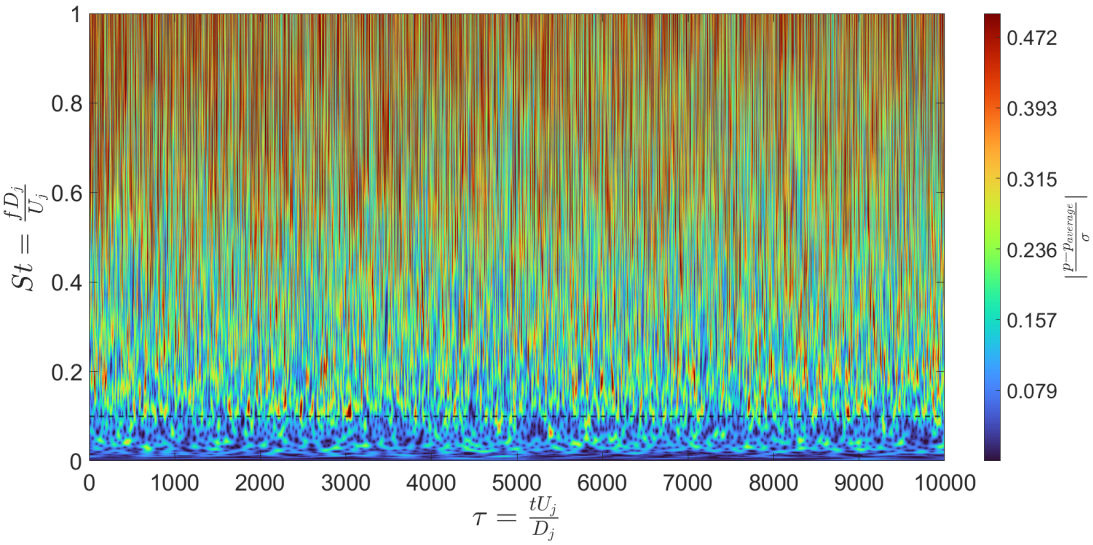

Figura 6.7: Sensore 1 - $x/R^* = 9.73$ - $\theta = 0$ $[rad]$- $\Delta T = 1$ s

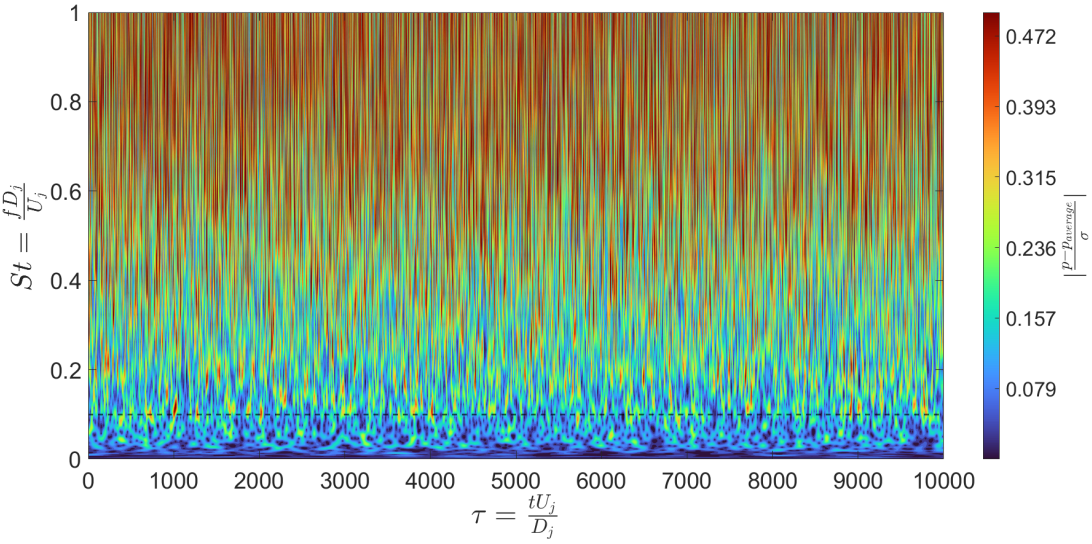

Figura 6.8: Sensore 2 - $x/R^* = 12.07$ - $\theta = 0$ $[rad]$- $\Delta T = 1$ s

I sensori di pressione disposti alle ascisse $x/R^* = 14.40$ e $x/R^* = 16.73$ dimostrano l'attività energetica più intensa ed intermittente.

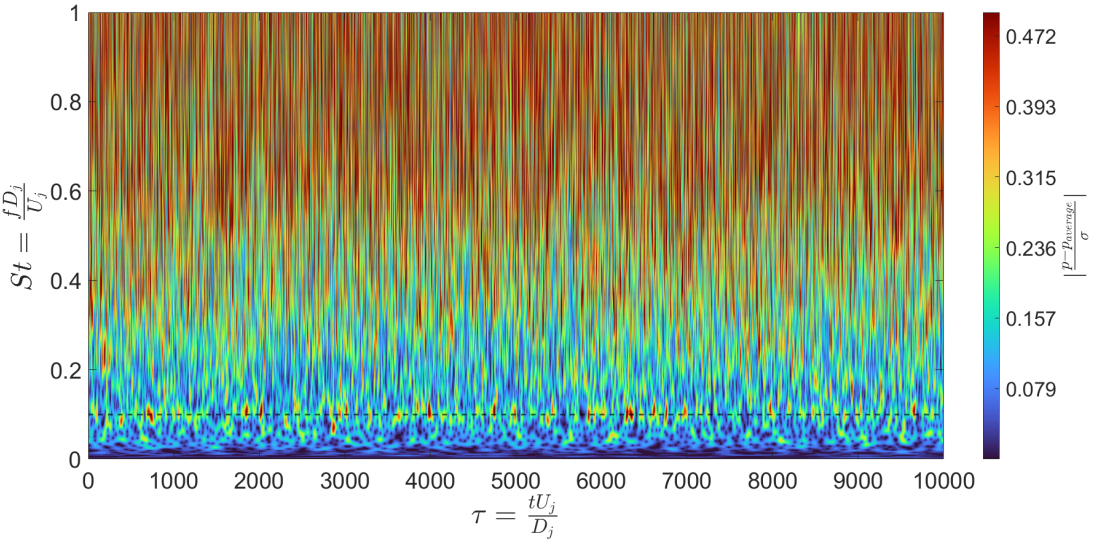

Figura 6.9: Sensore 3 - $x/R^* = 14.40$ - $\theta = 0$ $[rad]$- $\Delta T = 1$ s

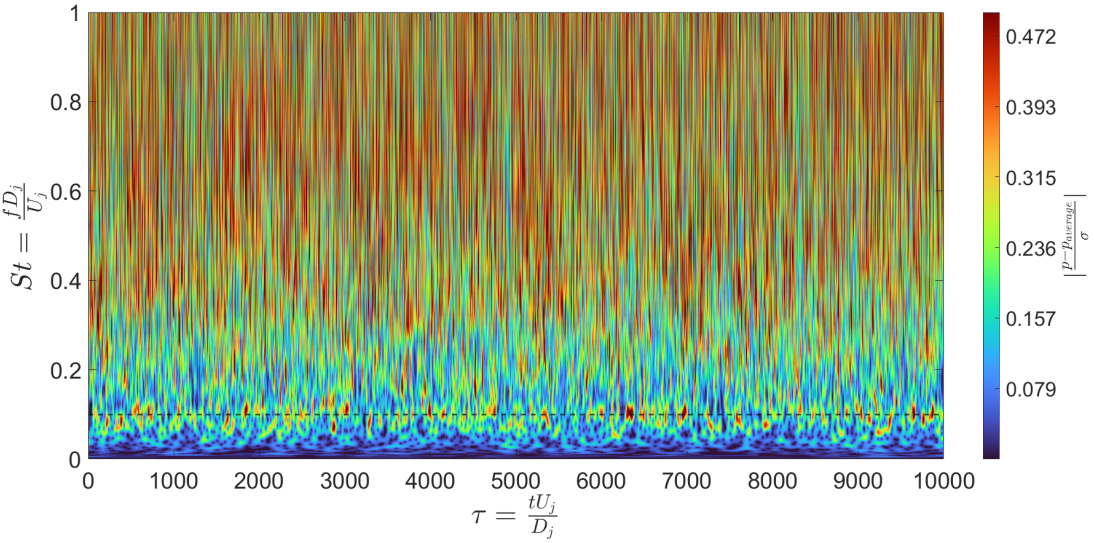

Figura 6.10: Sensore 4 - $x/R^* = 16.73$ - $\theta = 0$ $[rad]$- $\Delta T = 1$ s

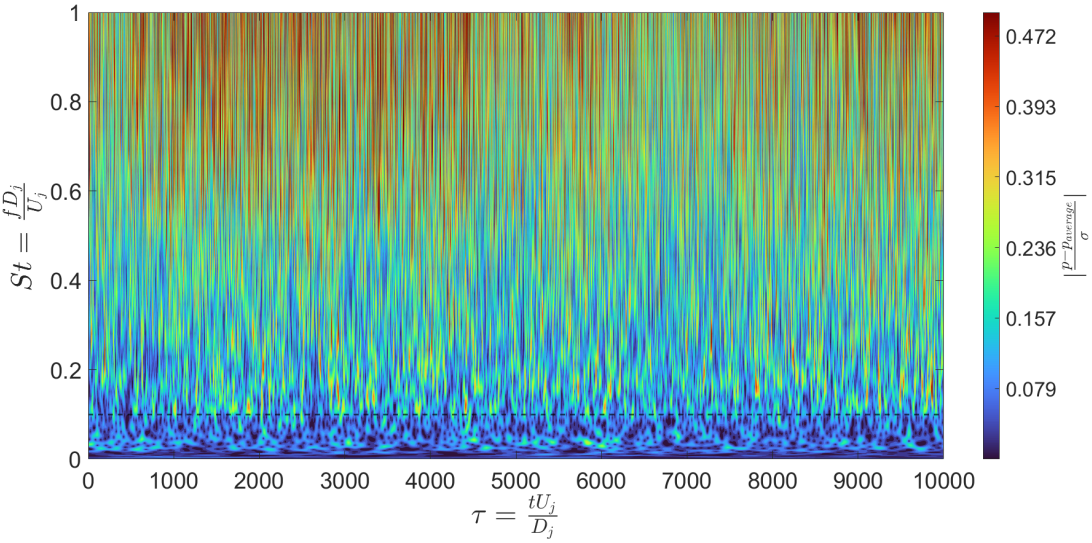

Figura 6.11: Sensore 5 - $x/R^* = 9.73$ - $\theta = \pi$ $[rad]$- $\Delta T = 1$ s

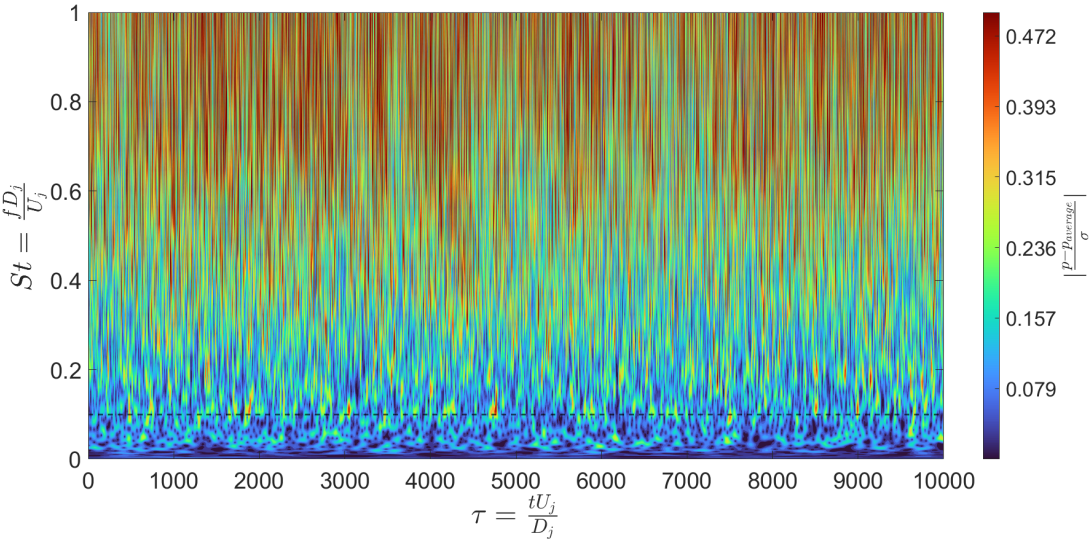

Figura 6.12: Sensore 6 - $x/R^* = 12.07$ - $\theta = \pi$ $[rad]$- $\Delta T = 1$ s

I sensori di pressione disposti alle ascisse $x/R^* = 14.40$ e $x/R^* = 16.73$ dimostrano l'attività energetica più intensa ed intermittente.

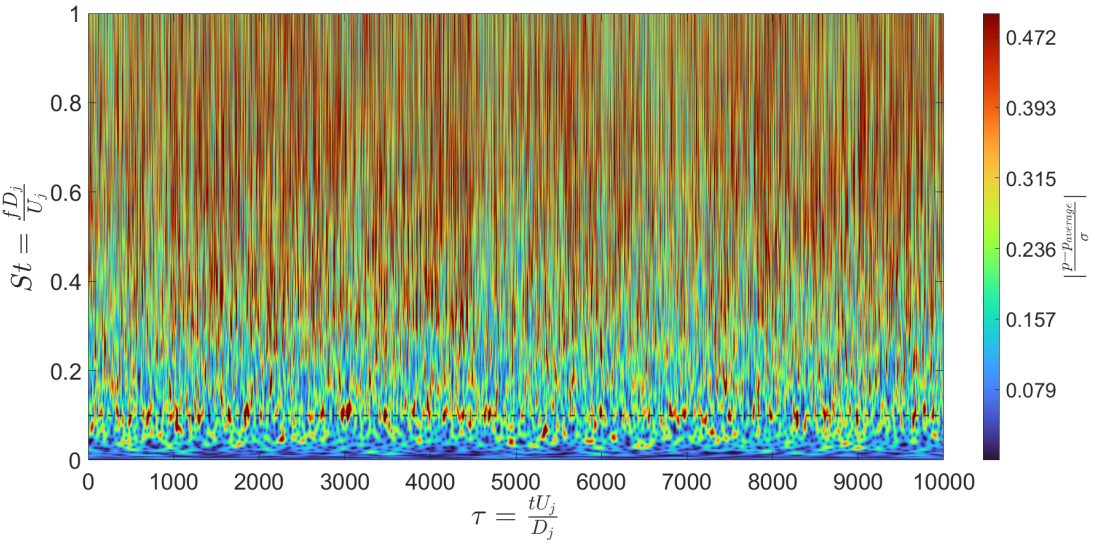

Figura 6.13: Sensore 7 - $x/R^* = 14.40$ - $\theta = \pi$ $[rad]$- $\Delta T = 1$ s

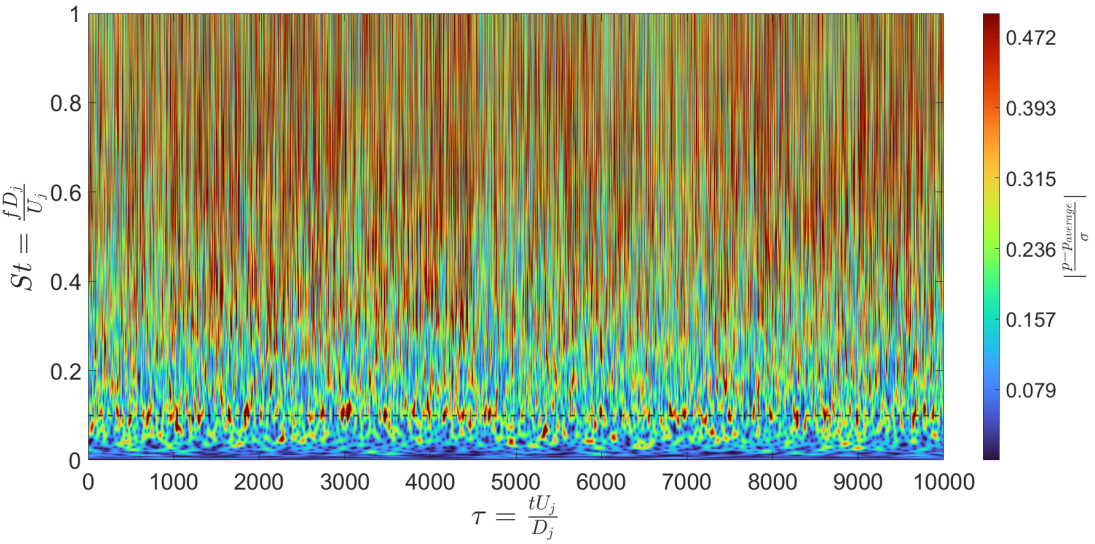

Figura 6.14: Sensore 8 - $x/R^* = 16.73$ - $\theta = \pi$ $[rad]$- $\Delta T = 1$ s

Capitolo 7

Analisi dell'intermittenza - NASA TIC Nozzle

Anche per il NASA TIC Nozzle si applica lo stesso procedimento statistico applicato per il Pprime TIC Nozzle. In particolare si confrontano i segnali dei sensori che, guardando al grafico 6.4 e agli scalogrammi ricavati nel capitolo precedente, dimostrano un più alto grado di intermittenza. Si riporta per comodità di lettura il grafico che mostra le posizioni dei sensori di pressione lungo il tratto divergente dell'ugello.

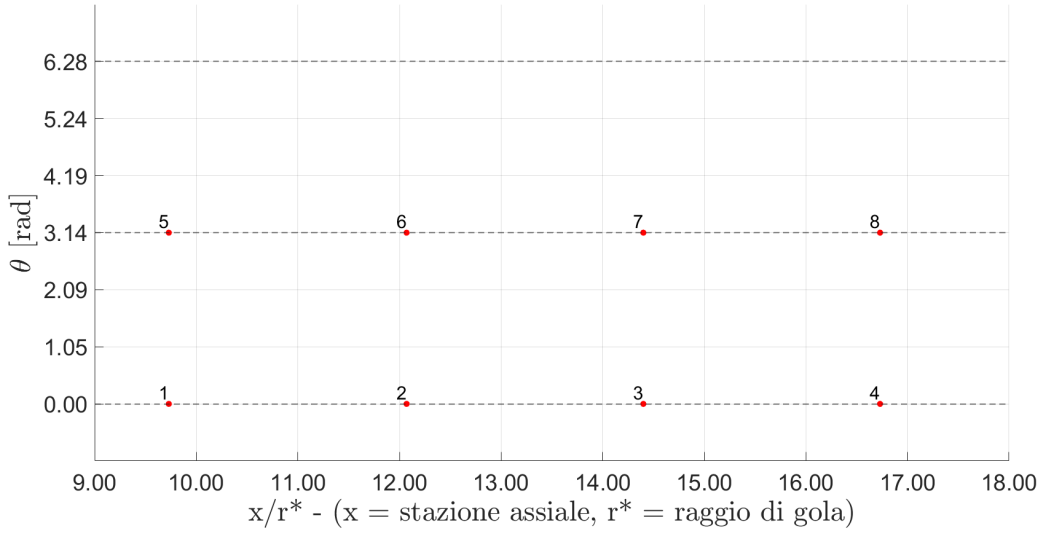

Figura 7.1: Posizione dei sensori nel TIC nozzle. I sensori di pressione sono disposti su due file a $\theta = 0$ $[rad]$ e $\theta = \pi$ $[rad]$. Le posizioni delle sonde lungo l'ugello sono espresse come rapporto tra la posizione assiale dei sensori x e il raggio di gola r^*.

La $LIM2$, una volta calcolata, viene mediata sulla banda di frequenze di interesse. Per il caso del NASA TIC Nozzle l'intervallo di frequenze scelto, contenente la frequenza $St = 0.1$ interessata dai burst energetici intermittenti, corrisponde a $0.0307 < St <$

0.1618. Conseguentemente al cambio di frequenza caratteristica cambierà il τ_{ref} usato nell'analisi di sensibilità. Avremo infatti:

$$\tau_{ref} = \frac{1}{St_{ref}} = \frac{1}{0.1} = 10$$

Questo porta a risultati diversi nella *detection* degli eventi.

7.1 Confronto sensori

Si procede alla rilevazione degli eventi, al calcolo delle PDF e al confronto dei sensori di pressione seguenti:

- Sensore n.3, $\theta = 0°$ $x/r* = 14.40$
- Sensore n.4, $\theta = 0°$ $x/r* = 16.73$
- Sensore n.7, $\theta = 180°$ $x/r* = 14.40$
- Sensore n.8, $\theta = 180°$ $x/r* = 16.73$

Come già detto, guardando agli scalogrammi, si intuisce chiaramente che l'attività di intermittenza si manifesta in maniera più intensa, sulla banda di frequenze di interesse, per questi quattro sensori che per i rimanenti. Come per il caso del Pprime TIC Nozzle si è proceduto ad un'analisi di sensibilità del detector di eventi. In questo caso si rileva che variando troppo la prominenza locale degli eventi P_v il campione di eventi ottenuto diventa troppo esiguo per un calcolo coerente della PDF. Per questo motivo, per ogni sensore, si applicano soltanto due dei test già sviluppati per il caso precedente:

- Test 1 - $P_v = 0$ $S_v = \tau_{ref}$
- Test 2 - $P_v = 0$ $S_v = 0$

Come già detto l'obiettivo di questa indagine è cercare nella distribuzione degli eventi, o meglio del ritardo normalizzato $\Delta\tau^*$, la presenza di *heavy tails*. Queste dimostrano statisticamente il forte grado di intermittenza dei burst energetici identificati attraverso l'analisi *wavelet* nel capitolo precedente.

7.2 Sensore di pressione n. 3

Sono stati rilevati i seguenti eventi e l'annessa distribuzione per ciascuno dei test svolti:

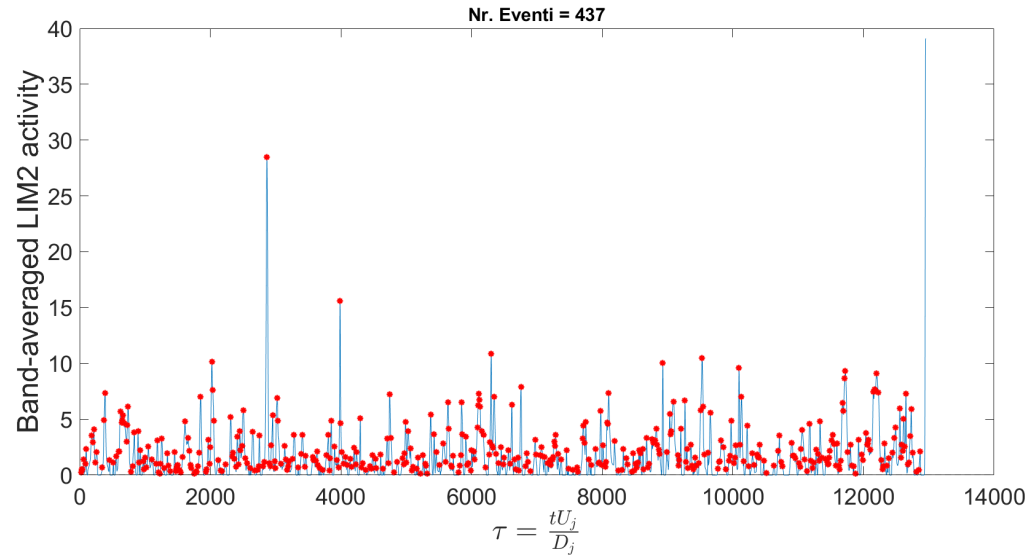

Figura 7.2: Sensore 3 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

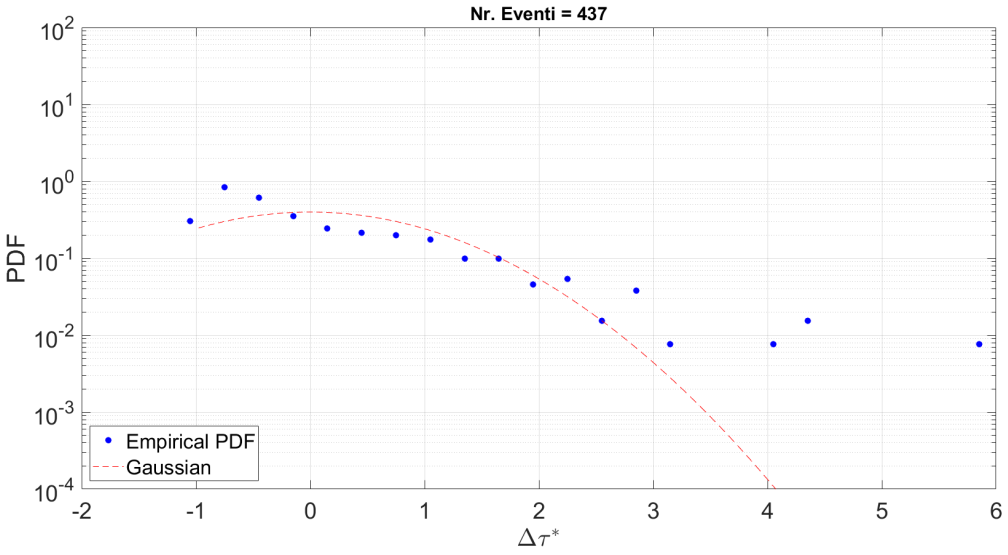

Figura 7.3: Sensore 3 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

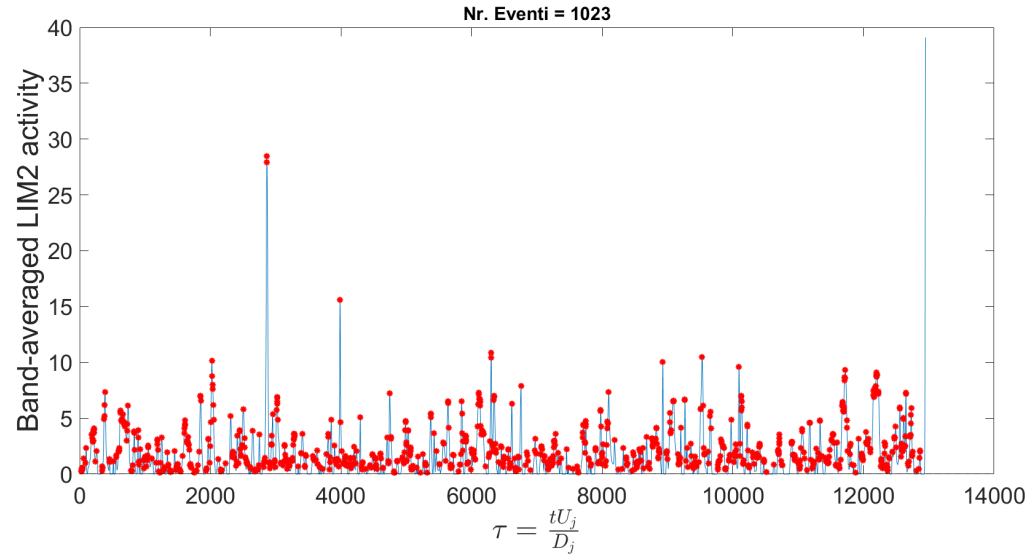

Figura 7.4: Sensore 3 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

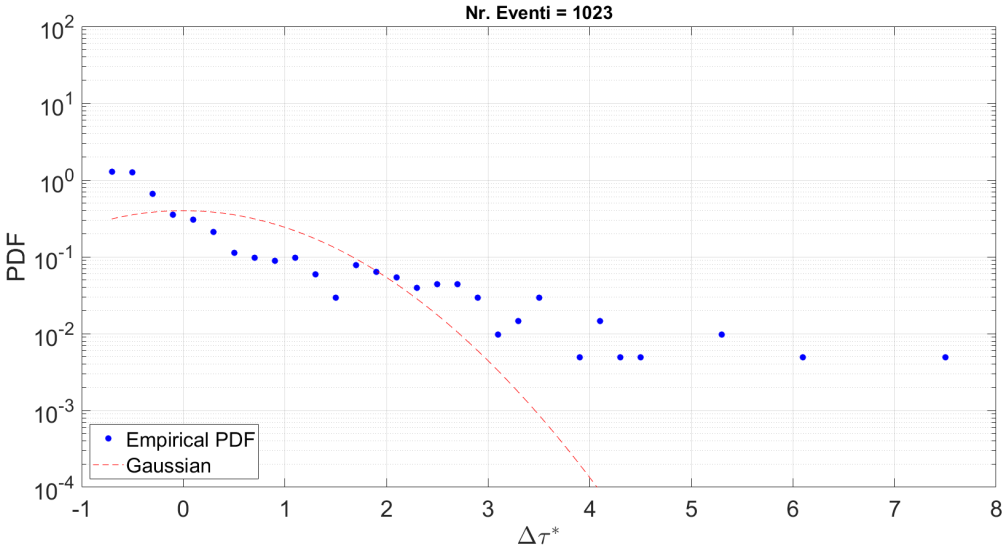

Figura 7.5: Sensore 3 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

7.3 Sensore di pressione n. 4

Sono stati rilevati i seguenti eventi e l'annessa distribuzione per ciascuno dei test svolti:

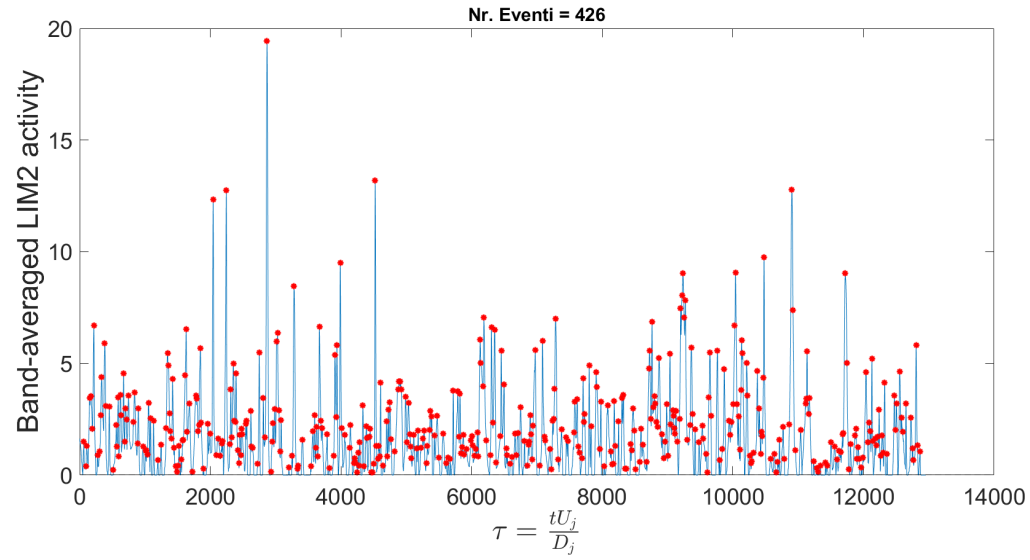

Figura 7.6: Sensore 4 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

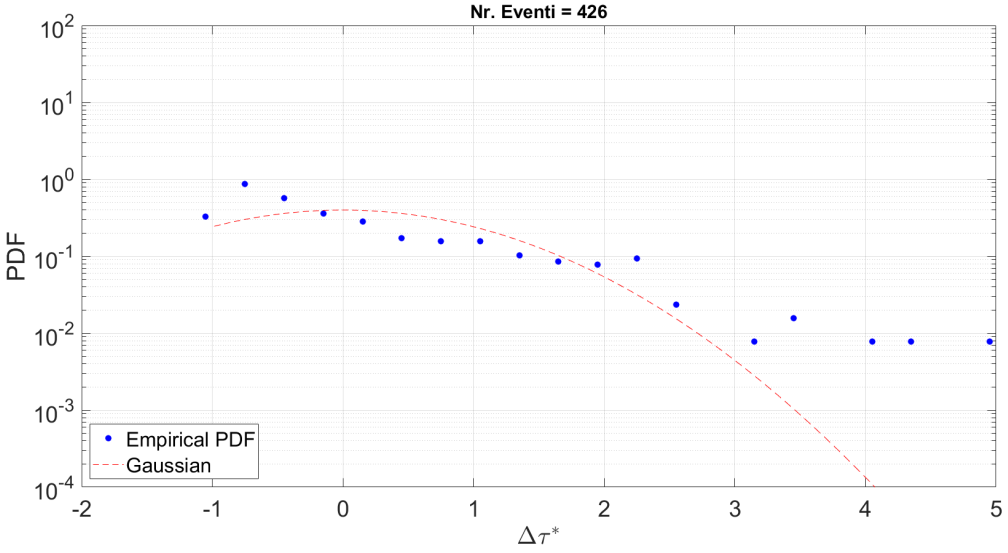

Figura 7.7: Sensore 4 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

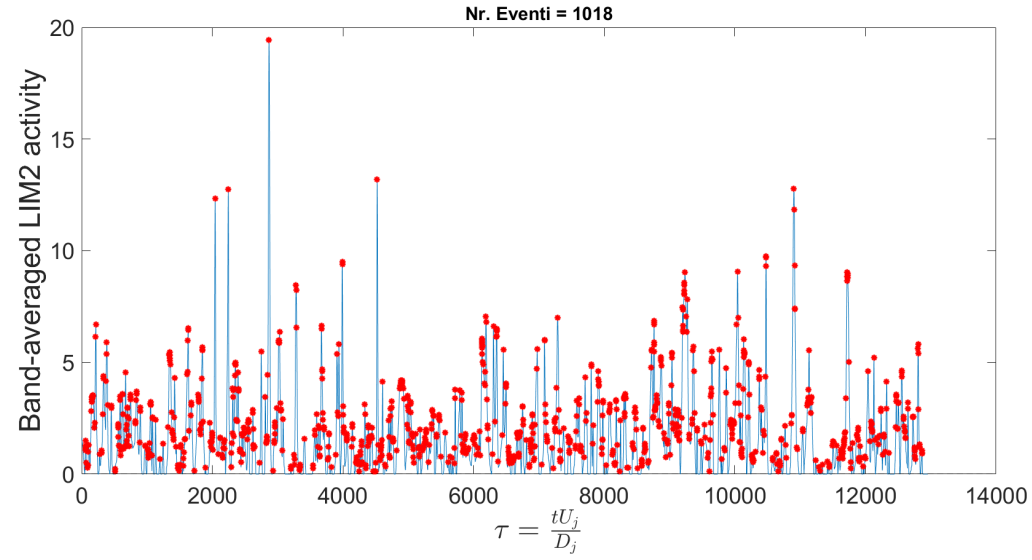

Figura 7.8: Sensore 4 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

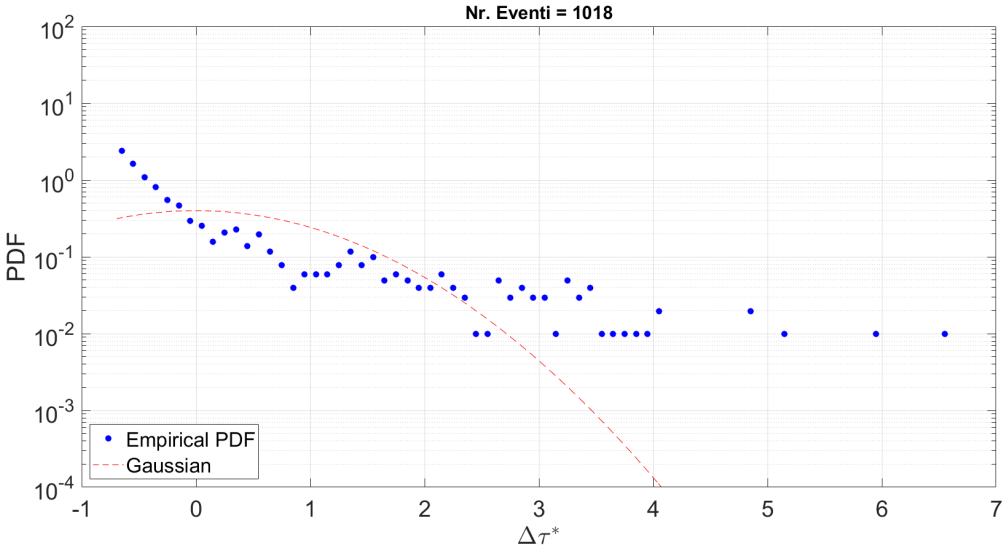

Figura 7.9: Sensore 4 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

7.4 Sensore di pressione n. 7

Sono stati rilevati i seguenti eventi e l'annessa distribuzione per ciascuno dei test svolti:

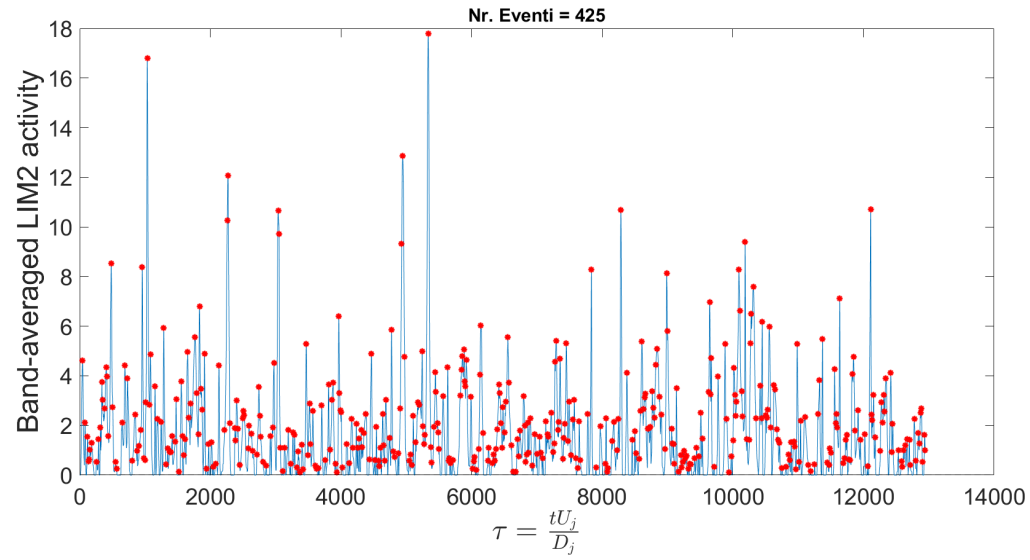

Figura 7.10: Sensore 7 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

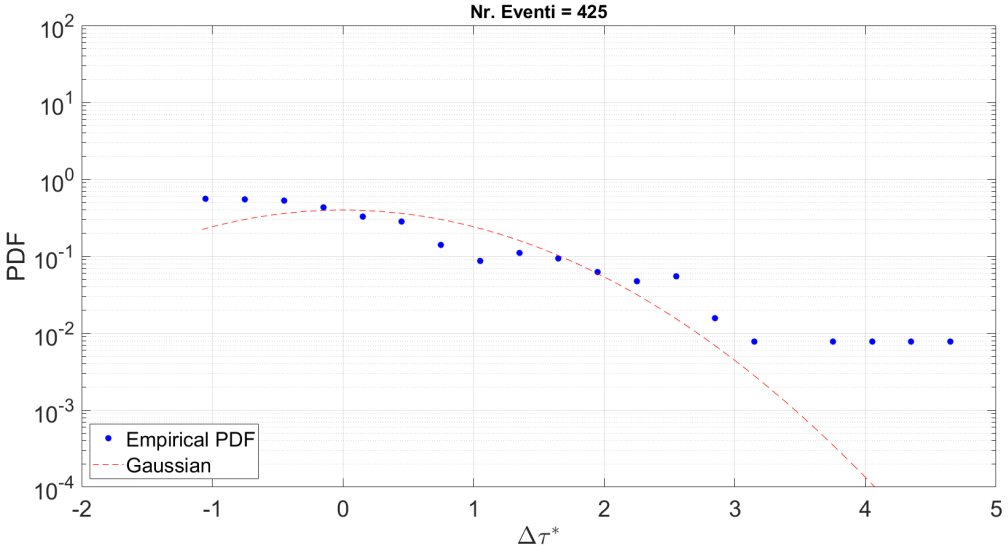

Figura 7.11: Sensore 7 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

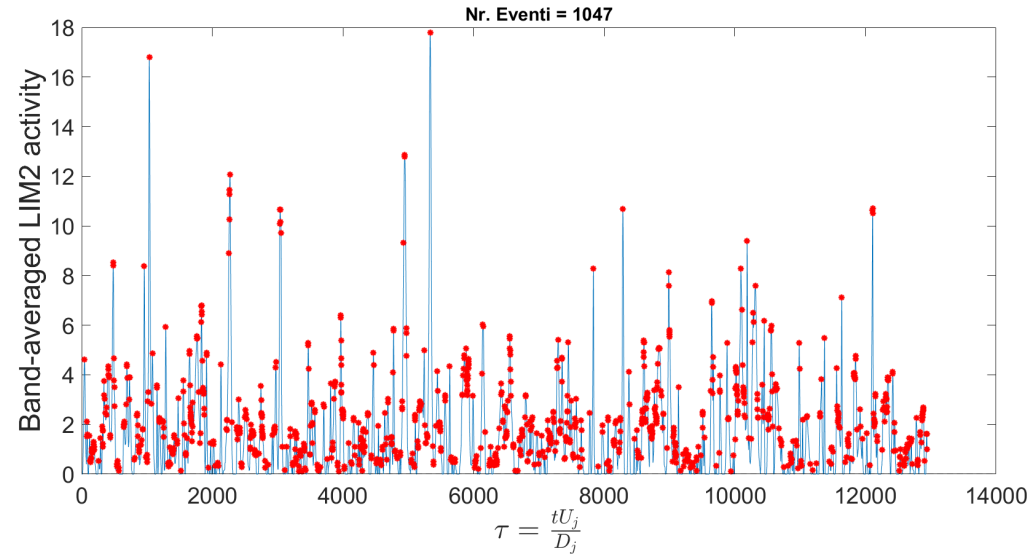

Figura 7.12: Sensore 7 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

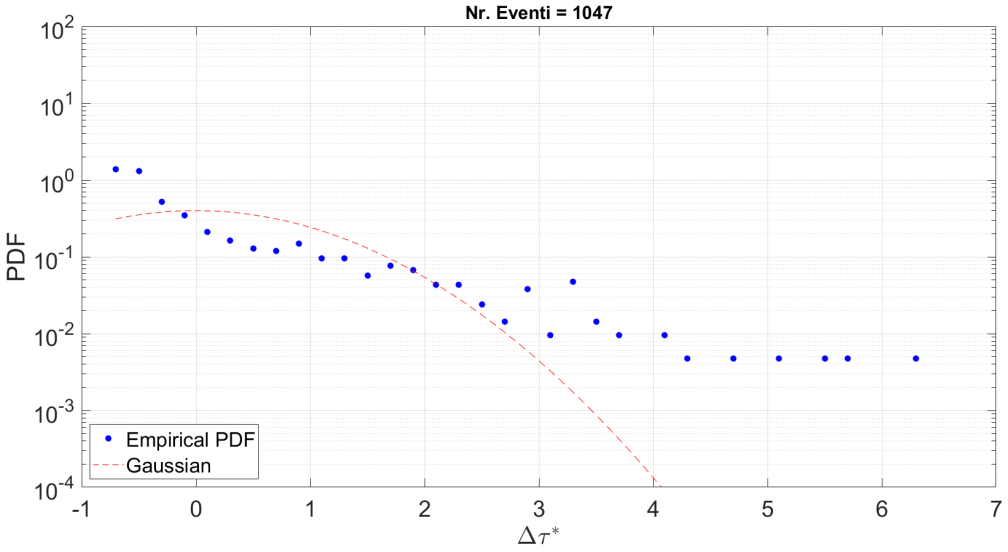

Figura 7.13: Sensore 7 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

7.5 Sensore di pressione n. 8

Sono stati rilevati i seguenti eventi e l'annessa distribuzione per ciascuno dei test svolti:

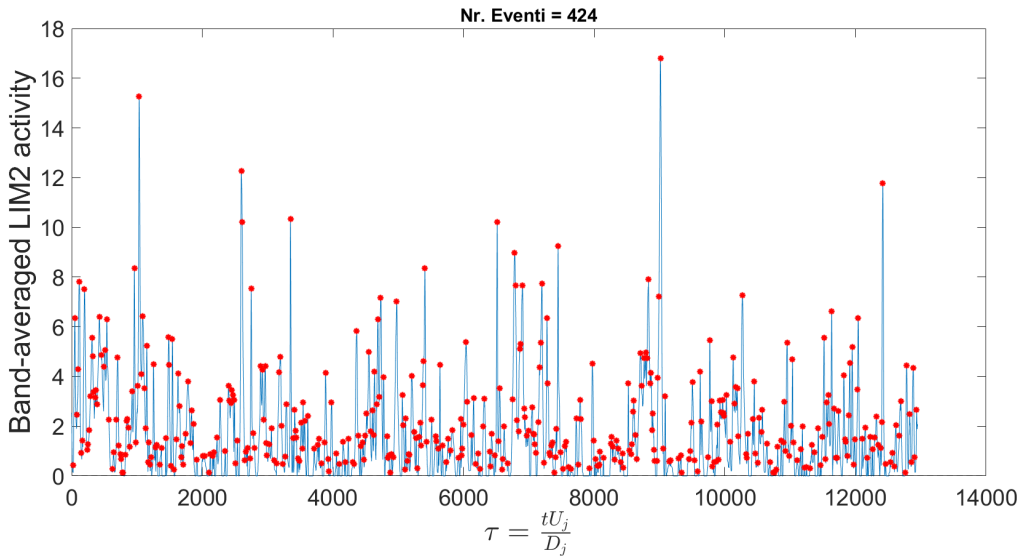

Figura 7.14: Sensore 8 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

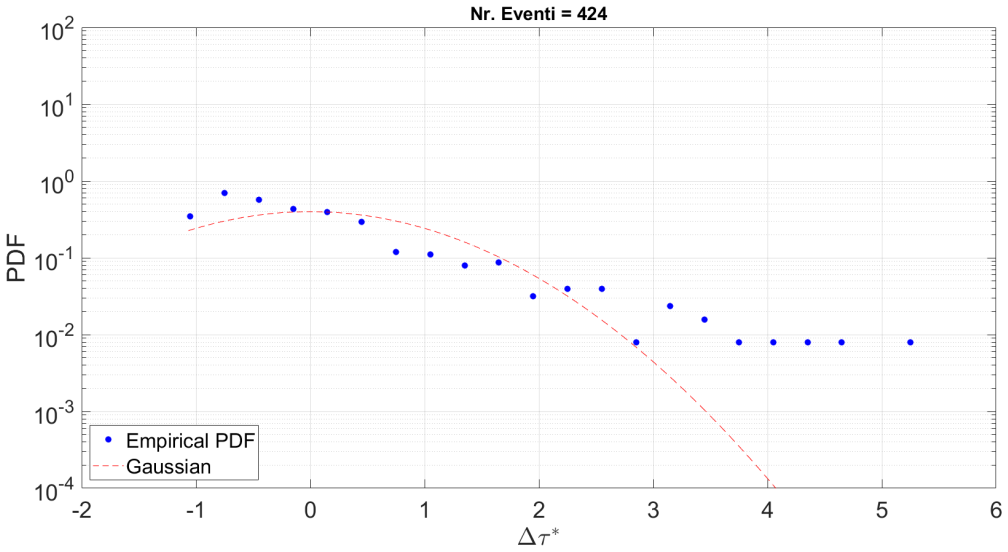

Figura 7.15: Sensore 8 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$

Anche in questo caso l'analisi statistica svolta ha dimostrato la presenza di una forte non-gaussianità nei segnali analizzati. Le *heavy tails* sono ben presenti in tutte le PDF costruite per gli eventi intermittenti rilevati.
Appare chiara la similitudine nel comportamento del getto nelle due diverse condizioni

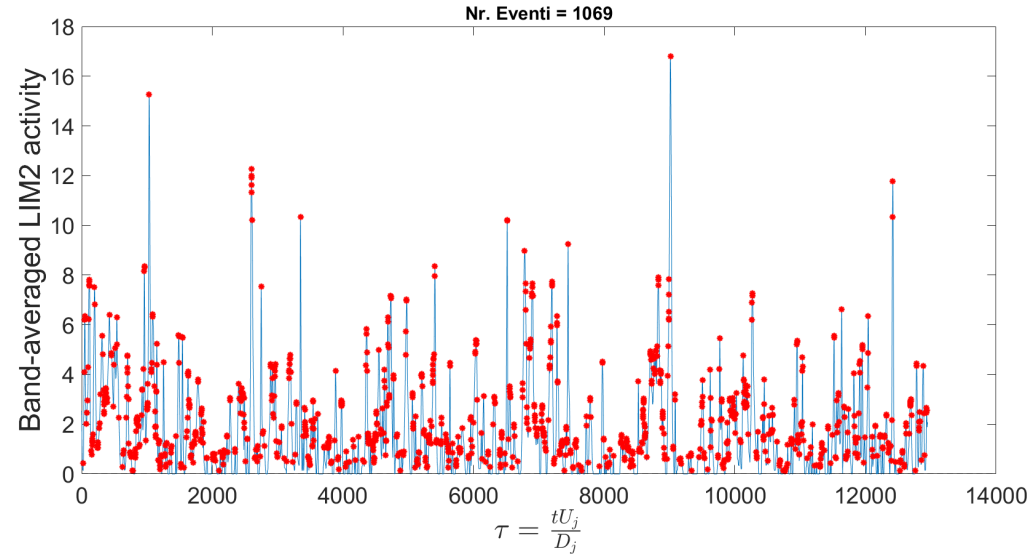

Figura 7.16: Sensore 8 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

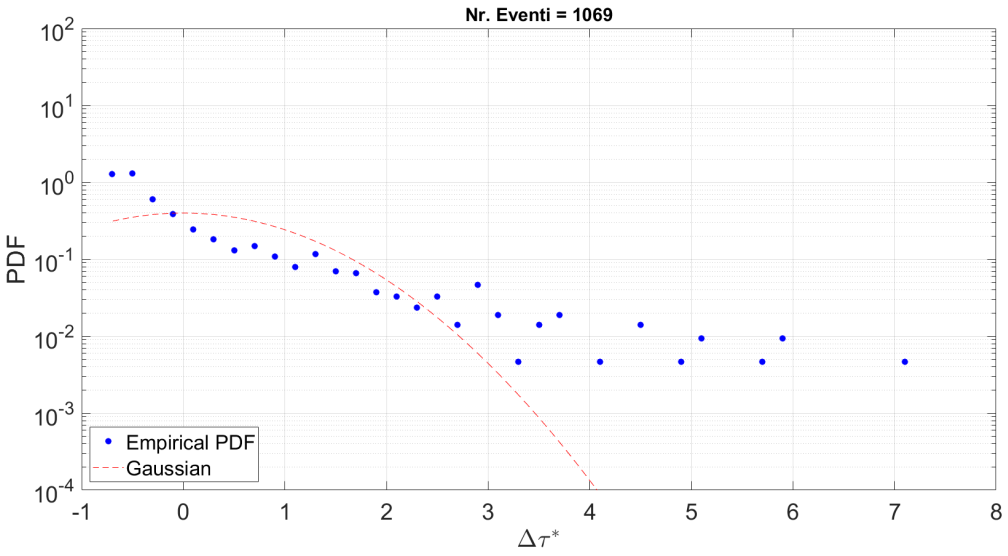

Figura 7.17: Sensore 8 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$

operative. Graficando i dati provenienti da entrambi gli ugelli e confrontandoli con la stessa distribuzione gaussiana, questa somiglianza risulta ancora più evidente. In figura 7.18 e 7.19 si osservano le PDF, ricavate con istogramma normalizzato, dei segnali ricavati dai database associati ai test aperimentali del Pprime TIC Nozzle e dal NASA TIC Nozzle. Il confronto è stato fatto per i seguenti sensori:

- Pprime TIC Nozzle: Sensore n.2 - Sensore n.9
- NASA TIC Nozzle: Sensore n.4 - Sensore n. 8

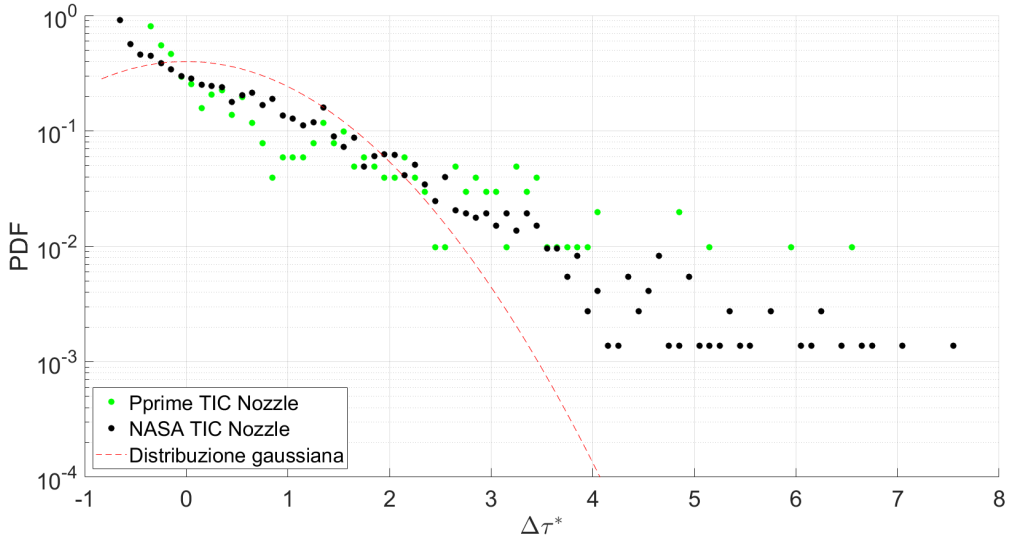

Figura 7.18: Confronto PDF. La PDF ricavata dal sensore n.2 del Pprime TIC Nozzle (in verde) è confrontata con la PDF del sensore di pressione n.4 del NASA TIC Nozzle (in nero). Appare chiara la similitudine nella distribuzione e la contemporanea presenza di *heavy tails*.

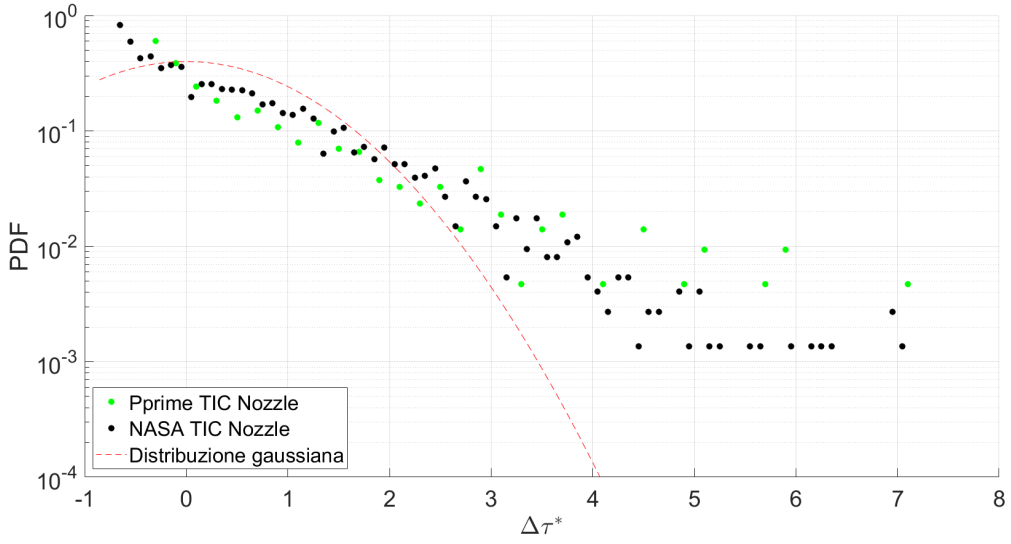

Figura 7.19: Confronto PDF. La PDF ricavata dal sensore n.9 del Pprime TIC Nozzle (in verde) è confrontata con la PDF del sensore di pressione n.8 del NASA TIC Nozzle (in nero). Appare chiara la similitudine nella distribuzione e la contemporanea presenza di *heavy tails*.

Appare chiaro come le *heavy tails* compaiano con un grado molto evidente e di grandezza comparabile. Questa è una possibile prova della condivisa natura dinamica

alla base del comportamento intermittente. Come anticipato nell'introduzione di questa tesi si vuole ora cercare di ricondurre i burst energetici intermittenti, che sono stati caratterizzati statisticamente nei precedenti capitoli, a un fenomeno fisico noto dalla letteratura.

Risonanza Screech-like

In questo lavoro di tesi si è ricavato infatti che non solo i burst energetici presentano un forte grado di intermittenza statistica, dimostrato dalle *heavy tails* presenti nelle PDF, ma anche che il fenomeno che si verifica per $St = 0.2$, nel caso del Pprime TIC Nozzle, si verifica in maniera molto similare per $St = 0.1$ nel caso del NASA TIC Nozzle.
Dal lavoro di [4] emerge come i picchi energetici, emersi nel caso del Pprime TIC Nozzle per $NPR = 9$ e per $NPR = 30$ nel caso del NASA TIC Nozzle, possano essere correlati a due diversi fenomeni aero-acustici:

- Transonic resonance;
- Screech resonance.

La prima può generarsi in "ugelli convergenti divergenti a NPR molto bassi ed è dovuta all'eccitazione dei modi acustici dell'ugello" [4]. Il secondo fenomeno si comporta invece come un meccanismo di retroazione. Genera perturbazioni che sono trasportate verso valle dal getto e onde acustiche che, con un complesso meccanismo, risalgono l'ugello, propagandosi nella zona subsonica generata a valle della separazione.
Riprendendo il lavoro di [14] gli autori del [4] escludono che i picchi individuati a $St = 0.2$ possano essere dovuti a *transonic resonance* per via dell'andamento della frequenza che questo fenomeno ha rispetto all'andamento del M_j. All'aumentare del M_j le frequenze dovute a *transonic resonance* dovrebbero aumentare anch'esse. Nel presente lavoro di tesi si individua tra i due ugelli analizzati un trend opposto. All'aumentare del numero di Mach del getto perfettamente espanso M_j abbiamo che la frequenza caratteristica a cui compaiono i picchi associati al modo azimutale $m = 1$ diminuisce. Si riassumono i risultati ricavati nella tabella sottostante.

Nozzle	M_j	St_{ref}
Pprime TIC	2.09	0.2
NASA TIC	2.86	0.1

Tabella 7.1: Parametri geometrici dell'ugello

Questo andamento è tipico dei fenomeni *screech-like*. Nel loro lavoro di ricerca [4] gli autori propongono anche un modello ricavato da [12] che permette di predire la frequenza di screech. Il modello è descritto dalla seguente equazione:

$$St_{sc} = \frac{f_{sc} D_j}{U_j} = 0.67 \left(M_j^2 - 1\right)^{-1/2} \left[1 + 0.7 M_j \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_j^2\right)^{-1/2} \left(\frac{T_a}{T_0}\right)^{-1/2}\right]^{-1},$$

dove St_{sc} è la frequenza di screech predetta.
Applicando il modello ad entrambi i casi presi in esame in questa tesi possiamo quindi derivare le frequenze associate al fenomeno di screech. Utilizzando i dati delle tabelle 4.2 e 6.2 otteniamo:

$$St_{sc_{PPRIME}} = 0.182 \qquad \text{e} \qquad St_{sc_{NASA}} = 0.1075$$

Riportando a confronto i risultati appena ricavati, attraverso l'utilizzo della correlazione di [12], con i risultati sperimentali della tabella 7.1 otteniamo il grafico mostrato in figura 7.20.

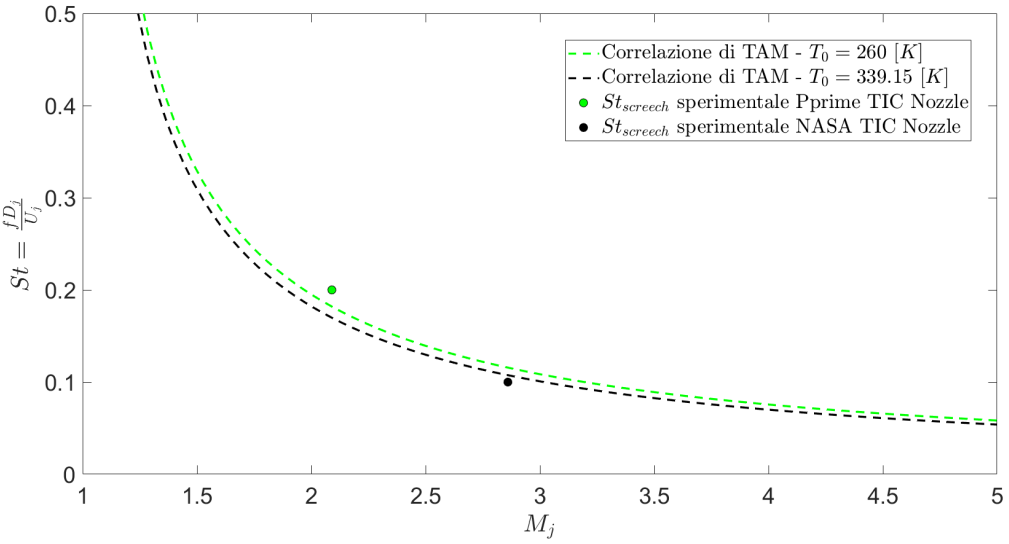

Figura 7.20: Grafico che mostra le curve della frequenza caratteristica di *screech-resonance*, calcolata con il modello di [12], a confronto con i risultati sperimentali utilizzati in questo lavoro di tesi. Le curve derivanti dal modello matematico sono differenti vista la differenza delle temperature totali dei due test sperimentali.

Questi risultati sono un ulteriore indicatore che con tutta probabilità i fenomeni energetici intermittenti siano generati da un meccanismo ciclico di risonanza aeroacustica *screech-like*.

Capitolo 8

Conclusione

I risultati raccolti in questo lavoro di tesi hanno permesso di confrontare due diversi ugelli in funzionamento in due diverse condizioni di test sperimentali, rispettivamente presso il *Pprime Institute* dell'*Université de Poitiers, ENSMA* [4] e in un lavoro di ricerca dell'*American Institute of Aeronautics and Astronautics* condotto al *NASA Marshall Space Flight Center* da [10].
Entrambi gli ugelli sono stati propulsi da aria fredda a note condizioni di temperatura e pressione. In entrambi i casi il funzionamento ad un *Nozzle Pressure Ratio* molto basso ha simulato le problematiche fisiche che si riscontrano nelle fasi di *start-up* dei lanciatori. In particolare, ci si è concentrati sulla zona di sovraespansione generata in condizioni di *Free Shock Separation* dovute proprio al basso *NPR* di funzionamento. Una volta ricavati tutti i parametri necessari per la descrizione del campo di moto a questo regime si è proceduto allo studio della regione sovraespansa dell'ugello. Per questo scopo si è ricorso all'analisi spettrale dei segnali di pressione ottenuti dai database sperimentali dei suddetti progetti di ricerca. In particolare, si è proseguito applicando la trasformata *wavelet*, come si è descritta in precedenza, ai segnali di pressione [2][5][6]. Grazie a questo strumento matematico è stato possibile rilevare la storia temporale degli eventi energetici con una determinata frequenza caratteristica. L'analisi si è concentrata su specifiche frequenze, proprie di ciascun ugello e note dalla letteratura di riferimento, interessate da fenomeni responsabili della generazione di *side-loads* sulle pareti interne dell'ugello. Da questo confronto è risultata comune a entrambi gli ugelli l'intermittenza energetica sistematica delle fluttuazioni di pressione a parete.
Dopo aver verificato la presenza di questi fenomeni intermittenti, in entrambi i casi, si è valutato quantitativamente il grado di intermittenza delle fluttuazioni di pressione. Questo è stato fatto attraverso l'utilizzo di un procedimento statistico che si è concentrato sulla caratterizzazione dell'intermittenza per mezzo della verifica della presenza di *heavy tails* nelle *PDF* degli eventi energetici individuati [11]. Questo ha dimostrato la forte non-gaussianità del fenomeno di interesse. Infine sono stati rilevati, in entrambi i database, i fenomeni caratteristici riconducibili a meccanismi aero-acustici di tipo *screech-like resonance* [12]. Questa analisi fornisce quindi un possibile metodo per l'identificazione di fenomeni aero-acustici alla base della generazione di instabilità nei

getti sovraespansi.
Questo fornisce uno spunto, sulla scia dei lavori di [4] e [7], per l'identificazione dei parametri e delle condizioni operative da tenere in considerazione nella creazione di modelli per la predizione di *side-loads*.

Bibliografia

[1] Florian Bakulu et al. «Jet Resonance in Truncated Ideally Contoured Nozzle». In: *Institut Pprime, Université de Poitiers* (2020).

[2] R. Camussi e C. Bogey. «Intermittent Statistics of the 0-Mode Pressure Fluctuations in the Near Field of Mach 0.9 Circular Jets at Low and High Reynolds Numbers». In: (2020).

[3] M. Farge. «Wavelet transforms and their applications to tur- bulence». In: *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1992.

[4] V. Jaunet et al. «Wall Pressure and External Velocity Field Relation in Over-Expanded Supersonic Jets». In: *AIAA Journal* (2017).

[5] Jonathan M. Lilly e Sofia C. Olhede. «Higher-Order Properties of Analytic Wavelets». In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 57.1 (2009), pp. 146–160. DOI: 10.1109/TSP.2008.2007607.

[6] Jonathan M. Lilly e Sofia C. Olhede. «On the Analytic Wavelet Transform». In: *IEEE Transactions on Information Theory* 56.8 (2010), pp. 4135–4156. DOI: 10.1109/TIT.2010.2054657.

[7] E. Martelli et al. «Experimental and Numerical Analysis of the Intermittency in a Nozzle Overexpanded Flow». In: (2020).

[8] Sofia C. Olhede e Andrew T. Walden. «Generalized Morse Wavelets». In: *IEEE Transactions on Signal Processing* 50.11 (2002), pp. 2661–2670. DOI: 10.1109/TSP.2002.804066.

[9] Jan Östlund. «Flow Processes in Rocket Engine Nozzles with Focus on Flow Separation and Side-Loads». Tesi di laurea mag. Royal Institute of Technology, Department of Mechanics (KTH), 2002.

[10] Joseph H. Ruf, David M. McDaniels e Andrew M. Brown. «Details of Side Load Test Data and Analysis for a Truncated Ideal Contour Nozzle and a Parabolic Contour Nozzle». In: *AIAA* (2009).

[11] Themistoklis P. Sapsis. «Statistics of Extreme Events in Fluid Flows and Waves». In: *Annual Review of Fluid Mechanics* 53 (2021), pp. 85–111. DOI: 10.1146/annurev-fluid-030121-015431.

[12] C. K. W. Tam, J. M. Seiner e J. C. Yu. ≪Proposed Relationship Between Broadband Shock-Associated Noise and Screech Tones≫. In: *Journal of Sound and Vibration* (1986).

[13] Christopher Torrence e Gilbert P. Compo. ≪A Practical Guide to Wavelet Analysis≫. In: *Bulletin of the American Meteorological Society* (1998).

[14] K. B. M. Q. Zaman et al. ≪Investigation of a Transonic Resonance with Convergent–Divergent Nozzles≫. In: *Journal of Fluid Mechanics* (2002).

Elenco delle figure

1.1 Geometria convergente divergente 7
1.2 Andamento del coefficiente di spinta al variare di ϵ per diversi valori fissati del rapporto P_c/P_0 ($\gamma = 1.2$). I massimi delle curve corrispondono alle condizioni di adattamento. 10
1.3 Confronto tra ugello sovraespanso, adattato e sottoespanso. In tutti e tre i casi la zona di uscita del flusso rimane coincidente con la sezione di uscita dell'ugello. Non viene mostrata quindi separazione interna. . . . 10
1.4 Visualizzazione di entrambi fenomeni di separazione - Vulcain's nozzle - Immagine dall'articolo "Scalability for Rocket Nozzle Flows Based on Subscale and Full-Scale Testing" di G. Hagemann and J. Alting and D. Preclik. Journal of Propulsion and Power, 2003. 11

2.1 Segnale di pressione - Dati rilevati nel dominio del tempo 14
2.2 Segnale di pressione - Scomposizione del dominio delle frequenze 14
2.3 Rappresentazione grafica di quattro equazioni base *wavelet*. A sinistra espresse nel dominio del tempo a destra nel dominio delle frequenze. . . 16
2.4 Segnale di pressione - Dati rilevati nel dominio del tempo 17
2.5 Scalogramma - Continuous Wavelet Transform 17

3.1 Scalogramma Wavelet - $\Delta T = 0.1\ s \quad (\tau = 1000)$. 21
3.2 Grafico del LIM2 - Sensore n.2 - $\Delta T = 0.1\ s$. Sulla barra a colori a destra: l'intensità misurata del LIM2. Si notano gli intensi picchi intermittenti sulla banda "obiettivo" corrispondente, per questo ugello, a $St = 0.2$. Questa è rappresentata dalla linea tratteggiata. 21
3.3 PDF per un sistema non lineare. Si evidenziano le *heavy tails* date da eccitazioni nel rumore stocastico utilizzato per eccitare il sistema [11]. . 24
3.4 PDF - Istogramma normalizzato - Sensore n.2 - $P_v = 2 \cdot \sigma,\ S_v = 2 \cdot \tau_{ref}$ - Numero di eventi rilevato: 481 27
3.5 PDF - Istogramma normalizzato - Sensore n.2 - $P_v = 1 \cdot \sigma,\ S_v = \tau_{ref}$ - Numero di eventi rilevato: 1018 27

4.1 Setup sperimentale Istituto Pprime. Immagine presa da [7]. 28
4.2 Setup dei sensori di pressione lungo le pareti del divergente del TIC Nozzle. Immagine presa da [1]. 29

4.3 Rappresentazione schematica dei primi modi azimutali di Fourier ($m = 0$–3) sulla circonferenza dell'ugello. Il modo $m = 0$ corrisponde a una distribuzione assialsimmetrica della pressione, mentre i modi superiori introducono variazioni periodiche lungo la direzione azimutale. Il modo $m = 1$ è l'unico a produrre una risultante delle forze $|F| \neq 0$. 31
4.4 PSD relativa al primo modo azimutale $m = 1$. Si rileva un picco energetico elevato alla frequenza adimensionale $St = 0.2$. La PSD è presentata in forma normalizzata come $St\langle p_m p_m^* \rangle / (\gamma P_j M_j^2)^2$. 32
4.5 PSD relativa alla somma dei contributi dei modi azimutali di indici dispari confrontati con la somma dei contributi di indici pari. La PSD è presentata in forma normalizzata come $St\langle p_m p_m^* \rangle / (\gamma P_j M_j^2)^2$. 32
4.6 Grafico che illustra il posizionamento dei sensori di pressione sulle pareti del tratto divergente del Pprime TIC Nozzle. Si notano le due corone di sensori disposti in maniera azimutale a $x/L = 0.667$ e $x/L = 0.853$ e le altre coppie per azimut 0 $[rad]$ e π $[rad]$ in corrispondenza delle alltre staazioni assiali: $x/L = [0.48, 0.57, 0.76]$. 33
4.7 Sensore n. 0 - x/L = 0.48, $\theta = [0°]$ 34
4.8 Sensore n. 5 - x/L = 0.48, $\theta = [180°]$ 34
4.9 Sensore n. 1 - x/L = 0.57, $\theta = [0°]$ 35
4.10 Sensore n. 6 - x/L = 0.57, $\theta = [180°]$ 35
4.11 Sensore n. 2 - x/L = 0.67, $\theta = [0°]$ 36
4.12 Sensore n. 10 - x/L = 0.67, $\theta = [60°]$ 36
4.13 Sensore n. 11 - x/L = 0.67, $\theta = [120°]$ 37
4.14 Sensore n. 16 - x/L = 0.67, $\theta = [180°]$ 37
4.15 Sensore n. 12 - x/L = 0.67, $\theta = [240°]$ 38
4.16 Sensore n. 13 - x/L = 0.67, $\theta = [300°]$ 38
4.17 Sensori: x/L = 0.67 - $\theta = [0°, 60°, 120°, 180°, 240°, 300°]$ - $\Delta T = [0, 0.1]$ 39
4.18 Sensore n. 3 - x/L = 0.76, $\theta = [0°]$ 40
4.19 Sensore n. 8 - x/L = 0.76, $\theta = [180°]$ 40
4.20 Sensore n. 4 - x/L = 0.85, $\theta = [0°]$ 41
4.21 Sensore n. 14 - x/L = 0.85, $\theta = [60°]$ 41
4.22 Sensore n. 15 - x/L = 0.85, $\theta = [120°]$ 42
4.23 Sensore n. 9 - x/L = 0.85, $\theta = [180°]$ 42
4.24 Sensore n. 7 - x/L = 0.85, $\theta = [240°]$ 43
4.25 Sensore n. 17 - x/L = 0.85, $\theta = [300°]$ 43
4.26 Sensori: x/L = 0.85 - $\theta = [0°, 60°, 120°, 180°, 240°, 300°]$ - $\Delta T = [0, 0.1]$ 44

5.1 Grafico che illustra il posizionamento dei sensori di pressione sulle pareti del tratto divergente del Pprime TIC Nozzle. 45
5.2 Sensore 2 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$ 47
5.3 Sensore 2 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$ 47
5.4 Sensore 2 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 48
5.5 Sensore 2 - Test 2- Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 48

5.6 Sensore 2 - Test 3 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 49
5.7 Sensore 2 - Test 3 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 49
5.8 Sensore 4 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$ 50
5.9 Sensore 4 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$ 50
5.10 Sensore 4 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 51
5.11 Sensore 4 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 51
5.12 Sensore 4 - Test 3 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 52
5.13 Sensore 4 - Test 3 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 52
5.14 Sensore 9 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$ 53
5.15 Sensore 9 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 1 \cdot \sigma$ - $S_v = \tau_{ref}$ 53
5.16 Sensore 9 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 54
5.17 Sensore 9 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 54
5.18 Sensore 9 - Test 3 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 55
5.19 Sensore 9 - Test 3 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 55

6.1 Setup sperimentale per il NASA TIC Nozzle. Si nota la disposizione dei sensori di pressione lungo le pareti del divergente. 57
6.2 Grafico che illustra il posizionamento dei sensori di pressione all'interno del NASA TIC Nozzle. Le coppie di sensori per azimut 0 $[rad]$ e π $[rad]$ si trovano in corrispondenza delle altre stazioni assiali: $x/r^* = 9.73$,$x/r^* = 12.07$, $x/r^* = 14.40$ e $x/r^* = 16.73$. 59
6.3 Modo azimutale $m = 0$ - Posizione assiale sensori $x/r = [9.73,\ 12.07,\ 14.40,\ 16.73]$ 61
6.4 Modo azimutale $m = 1$ - Posizione assiale sensori $x/r = [9.73,\ 12.07,\ 14.40,\ 16.73]$ 61
6.5 Scalogramma *wavelet* in coordinate adimensionali. Si riscontra la presenza di burst energetici in corrispondenza della frequenza $f = 1000\ Hz = St = 0.1$. 62
6.6 Modo azimutale $m = 1$ - Posizione assiale sensore $x/r = 16.73$ 62
6.7 Sensore 1 - $x/R^* = 9.73$ - $\theta = 0$ $[rad]$- $\Delta T = 1\ s$ 63
6.8 Sensore 2 - $x/R^* = 12.07$ - $\theta = 0$ $[rad]$- $\Delta T = 1\ s$ 63
6.9 Sensore 3 - $x/R^* = 14.40$ - $\theta = 0$ $[rad]$- $\Delta T = 1\ s$ 64
6.10 Sensore 4 - $x/R^* = 16.73$ - $\theta = 0$ $[rad]$- $\Delta T = 1\ s$ 64
6.11 Sensore 5 - $x/R^* = 9.73$ - $\theta = \pi$ $[rad]$- $\Delta T = 1\ s$ 65
6.12 Sensore 6 - $x/R^* = 12.07$ - $\theta = \pi$ $[rad]$- $\Delta T = 1\ s$ 65
6.13 Sensore 7 - $x/R^* = 14.40$ - $\theta = \pi$ $[rad]$- $\Delta T = 1\ s$ 66
6.14 Sensore 8 - $x/R^* = 16.73$ - $\theta = \pi$ $[rad]$- $\Delta T = 1\ s$ 66

7.1 Posizione dei sensori nel TIC nozzle. I sensori di pressione sono disposti su due file a $\theta = 0$ $[rad]$ e $\theta = \pi$ $[rad]$. Le posizioni delle sonde lungo l'ugello sono espresse come rapporto tra la posizione assiale dei sensori x e il raggio di gola r^*. 67
7.2 Sensore 3 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 69
7.3 Sensore 3 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 69
7.4 Sensore 3 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 70

7.5 Sensore 3 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 70
7.6 Sensore 4 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 71
7.7 Sensore 4 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 71
7.8 Sensore 4 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 72
7.9 Sensore 4 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 72
7.10 Sensore 7 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 73
7.11 Sensore 7 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 73
7.12 Sensore 7 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 74
7.13 Sensore 7 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 74
7.14 Sensore 8 - Test 1 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 75
7.15 Sensore 8 - Test 1 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = \tau_{ref}$ 75
7.16 Sensore 8 - Test 2 - Eventi rilevati - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 76
7.17 Sensore 8 - Test 2 - Grafico PDF - $P_v = 0$ - $S_v = 0$ 76
7.18 Confronto PDF. La PDF ricavata dal sensore n.2 del Pprime TIC Nozzle (in verde) è confrontata con la PDF del sensore di pressione n.4 del NASA TIC Nozzle (in nero). Appare chiara la similitudine nella distribuzione e la contemporanea presenza di *heavy tails*. 77
7.19 Confronto PDF. La PDF ricavata dal sensore n.9 del Pprime TIC Nozzle (in verde) è confrontata con la PDF del sensore di pressione n.8 del NASA TIC Nozzle (in nero). Appare chiara la similitudine nella distribuzione e la contemporanea presenza di *heavy tails*. 77
7.20 Grafico che mostra le curve della frequenza caratteristica di *screech-resonance*, calcolata con il modello di [12], a confronto con i risultati sperimentali utilizzati in questo lavoro di tesi. Le curve derivanti dal modello matematico sono differenti vista la differenza delle temperature totali dei due test sperimentali. 79

Appendice A

Codice MATLAB utilizzato

A.1 Analisi Wavelet e statistica

Si riporta di seguito il codice MATLAB utilizzato per l'analisi *wavelet* e statistica relativa al sensore n.2 del Pprime TIC Nozzle. Per l'analisi del secondo database la struttura principale risulta fondamentalemente la stessa, con l'esclusione di modifiche atte alla lettura del database dedicato, fornito in maniera differente rispetto al caso Pprime.

```
clc, clear, close all

NPR = 9;
R = 287;
gamma = 1.4;
r = 0.019;
% d = r*2;
d = 0.097;
T0 = 260;
Md = 3.5;
pamb = 101325;
P0 = pamb*NPR;
mu0 = 1.716e-5;
Tref = 273.15;
S = 110.4;%
mu = mu0*(T0/Tref)^(3/2)*(T0+S)/(T0+S);
Re = (sqrt(gamma) * P0 * r ) / (mu0* sqrt(R*T0));

Mj = sqrt((2/(gamma-1))*(NPR^((gamma-1)/gamma)-1));
Dj = d*(((1+(gamma-1)/2*Mj^2)/(1+(gamma-1)/2*Md^2))^((gamma+1)/(4*(gamma-1))))*(Md/Mj)
c = sqrt(gamma*R*T0);
Uj = c*Mj/(sqrt(1+((gamma-1)/2)*Mj^2));
```

```
Ta = 20+273.15;
T0 = 260;

term1 = (Mj^2 - 1)^(-1/2);
term2 = (1 + (gamma-1)/2 * Mj^2)^(-1/2);
term3 = (Ta/T0)^(-1/2);
St_sc = 0.67 * term1 * (1 + 0.7*Mj*term2*term3)^(-1)

fs = 100000;
dt = 1/fs;

files = {'prova1M.out'};
nFiles = length(files);
tmp = load(files{1,1});
data = tmp(1:end);

decim = 5;
n = length(data);
time = (1:n)'*dt;
data = tmp(1:decim:end);  %prendo un campione ogni decim
time = time(1:decim:end);


[wt, freq] = cwt(data, fs/decim);

tau = time*Uj/Dj;
st  = freq*Dj/Uj;

A = abs(wt);

Amax = prctile(A(:), 99.8);

levels = linspace(0.1, Amax, 20);

figure(1)

contourf(tau, st, A, levels, 'LineColor','none')
axis xy
ax = gca;
ax.FontSize = 22;
xlabel('$\tau = \frac{tU_j}{D_j}$','Interpreter','latex','FontSize',28)
ylabel('$St = \frac{f D_j}{U_j}$','Interpreter','latex','FontSize',28)
```

```
ylim([0.01, 1])
colormap turbo
yline(0.2, '--k', 'LineWidth', 1.5)

cb = colorbar;
cb.Ticks = levels(1:3:end);
cb.Ruler.TickLabelFormat = '%.0f';

%calcolo del lim2
intermit = zeros(length(st),length(tau));
lim2 = zeros(length(st),length(tau));
for i = 1:length(st)
        normlim2 = 0.;
        for j = 1:length(tau)
            lim2(i,j) = abs(wt(i,j))^4;
            normlim2 = normlim2 + abs(wt(i,j))^2;
        end
        normlim2 = normlim2/length(tau);
        for j = 1:length(tau)
            lim2(i,j) = lim2(i,j)/normlim2^2;
             if lim2(i,j)>3.0 %definisce i picchi gloablmente
                intermit(i,j) = lim2(i,j);
            end
        end
end

figure(2)

[X,Y] = meshgrid(tau, st);
contourf(X,Y, intermit, [3.01,4,5,6,7,8,9,10,12,15,17,20], 'LineStyle','none');
axis xy
ax = gca;
ax.FontSize = 22;
xlabel('$\tau = \frac{tU_j}{D_j}$','Interpreter','latex','FontSize',28)
ylabel('$St = \frac{f D_j}{U_j}$','Interpreter','latex','FontSize',28)
ax.YLim=[0.01,1];
colormap turbo
yline(0.2, '--k', 'LineWidth', 1.5)

cb = colorbar;
cb.Ticks = [3.01,4,5,6,7,8,9,10,12,15,17,20];
cb.Ruler.TickLabelFormat = '%.0f';
```

```
% media delle frequenze (range scelto)
%%
GL1 = zeros(size(intermit,2),1);
for i = 1:size(intermit,2)
    nn1=18;
    nn2=34;
        for j = nn1:nn2
        GL1(i) = GL1(i) + intermit(j,i);
        end
    GL1(i) = GL1(i)/(nn2-nn1+1.);
end
St_dom = 0.2;
tau_dom = 1/St_dom;

prom_vec = 1;
sep_vec = tau_dom;
Nevents = zeros(length(prom_vec), length(sep_vec));
K       = zeros(length(prom_vec), length(sep_vec));

sd_gl1 = std(GL1);
av_gl1 = mean(GL1);
tau_local = tau;

parfor ip = 1:length(prom_vec)

    Nevents_local = zeros(1, length(sep_vec));
    K_local       = zeros(1, length(sep_vec));

    for is = 1:length(sep_vec)

        TF1 = islocalmax(GL1, ...
            'MinProminence', prom_vec(ip)*sd_gl1, ...
            'MinSeparation', sep_vec(is), ...
            'SamplePoints', tau_local);

        Nevents_local(is) = sum(TF1);

        tt1 = tau_local(TF1);
        dtt1 = diff(tt1);

        if numel(dtt1) > 1 && std(dtt1) > 0
            dtt1 = (dtt1 - mean(dtt1)) / std(dtt1);
            K_local(is) = kurtosis(dtt1);
```

```
        else
            K_local(is) = NaN;
        end

    end

    Nevents(ip,:) = Nevents_local;
    K(ip,:)       = K_local;

end

for ip = 1:length(prom_vec)


    for is = 1:length(sep_vec)

        figure()

        TF1 = islocalmax(GL1, ...
            'MinProminence', prom_vec(ip)*sd_gl1, ...
            'MinSeparation', sep_vec(is), ...
            'SamplePoints', tau_local);

        plot(tau, GL1);
        hold on
        plot(tau(TF1), GL1(TF1), '*r',LineWidth=1.5)

        yline(prom_vec(ip)*sd_gl1,'k--')
        xlabel('$\tau = \frac{tU_j}{D_j}$','Interpreter','latex','FontSize',28)
        ylabel('Band-averaged LIM2 activity','FontSize',28)
        ax = gca;
        ax.FontSize = 22;

        title({['Nr. Eventi = ', num2str(Nevents(ip,is))]},'FontSize',18)

        hold off

    end
end

for ip = 1:length(prom_vec)
```

```
for is = 1:length(sep_vec)

    figure()

    TF1 = islocalmax(GL1, ...
        'MinProminence', prom_vec(ip)*sd_gl1, ...
        'MinSeparation', sep_vec(is), ...
        'SamplePoints', tau_local);

    tt1 = tau_local(TF1);
    dtt1 = diff(tt1);

    if numel(dtt1) > 1
        dtt1 = (dtt1 - mean(dtt1)) / std(dtt1);

        [counts,edges] = histcounts(dtt1, ...
            'Normalization','pdf','BinMethod','fd');

        centers = (edges(1:end-1)+edges(2:end))/2;

        semilogy(centers,counts,'b*','LineWidth',3)

        hold on

        mu = mean(dtt1);
        sigma = std(dtt1);
        x = linspace(min(dtt1), max(dtt1), 200);

        g = (1/(sigma*sqrt(2*pi))) * exp(-(x-mu).^2/(2*sigma^2));
        semilogy(x,g,'r--')
        legend('Empirical PDF','Gaussian',Location='southwest')
        xlabel('$\Delta \tau^*$','Interpreter','latex','FontSize',28)
        ylabel('PDF','FontSize',28)
        ylim([1e-4,1e2])
        ax = gca;
        ax.FontSize = 22;
        grid on

        hold off
    end

    title({
   ['Nr. Eventi = ', num2str(Nevents(ip,is))]},'FontSize',18)
```

```
    end
end
```

A.2 Calcolo Power Spectral Density

Si riporta il codice utilizzato per il calcolo delle PSD per i segnali di pressione del NASA TIC Nozzle.

```
%% Sensors 2
% 8 columns:
% clm 1,5: x/r = 9.73
% clm 2,6: x/r = 12.07
% clm 3,7: x/r = 14.40
% clm 4,8: x/r = 16.73

clc, clear, close all

NPR = 30;
R = 287;
r_t = 0.01905;  %[m] raggio di gola TIC
AR = 30.5;  % Area ratio
r = r_t*sqrt(AR); % raggio di uscita
d = r*2;
T0 = 66+273.15;
gamma = 1.4;

fun = @(M) ...
    (1./M).* ...
    ((2/(gamma+1))*(1+(gamma-1)/2.*M.^2))...
    .^((gamma+1)/(2*(gamma-1))) ...
    - AR;

Md = fzero(fun,[1 10]);

Mj = sqrt((2/(gamma-1))*(NPR^((gamma-1)/gamma)-1));
Dj = d*(((1+(gamma-1)/2*Mj^2)/(1+(gamma-1)/2*Md^2))^((gamma+1)/(4*(gamma-1))))*(Md/Mj)
c = sqrt(gamma*R*T0);
Uj = c*Mj/(sqrt(1+((gamma-1)/2)*Mj^2));

fs = 40000;

dt = 1/fs;
```

```
tmp = load('TIC_NASA_data.mat');
vars = fieldnames(tmp);
A = tmp.(vars{1});


xr = [9.73 12.07 14.40 16.73];

figure(1)
hold on

figure(2)
hold on

for k = 1:4

    p0  = A(:,k);
    ppi = A(:,k+4);


    p0  = p0  - mean(p0);
    ppi = ppi - mean(ppi);

    pm0 = 0.5*(p0 + ppi);

    pm1 = 0.5*(p0 - ppi);

    [PSD0,f] = pwelch(pm0,[],[],[],fs);

    PSD0 = PSD0./max(PSD0);



    St = f*Dj/Uj;

    idx = (St>=0) & (St<=1);

    figure(1)

    semilogy(St(idx),PSD0(idx), ...
        'LineWidth',1.5, ...
        'DisplayName',['x/r = ' num2str(xr(k))])
    ax = gca;
```

```
        ax.FontSize = 22;
        set(gca,'YScale','log')

    [PSD1,f] = pwelch(pm1,[],[],[],fs);


    PSD1 = PSD1./max(PSD1);

    figure(100+k)

    semilogy(f,PSD1,'LineWidth',1.5)

    xlabel('f [Hz]','FontSize',28)
    ylabel('PSD','FontSize',28)
    ax = gca;
        ax.FontSize = 22;
        set(gca,'YScale','log')
    title(['Modo m=1, x/r = ',num2str(xr(k))], ...
          'FontSize',18)

    xlim([0 5000])
    grid on

    % trova il picco

    [~,idx_peak] = max(PSD1);

    fprintf('\n')
    fprintf('x/r = %.2f\n',xr(k))
    fprintf('Peak frequency = %.1f Hz\n',f(idx_peak))

    figure(2)

    plot(St(idx),PSD1(idx), ...
        'LineWidth',1.5, ...
        'DisplayName',['x/r = ' num2str(xr(k))])
    ax = gca;
    ax.FontSize = 22;
    set(gca,'YScale','log')

end

figure(1)
```

```
grid on
legend('Location','best')

xlabel('$St=\frac{fD_j}{U_j}$', ...
    'Interpreter','latex', ...
    'FontSize',28)

ylabel('$PSD_{m=1}/max(PSD_{m=1})$','Interpreter','latex', ...
    'FontSize',28)

title('Modo assialsimmetrico ($m=0$)', ...
    'Interpreter','latex', ...
    'FontSize',28)

xlim([0 1])

figure(2)

grid on
legend('Location','best')

xlabel('$St=\frac{fD_j}{U_j}$', ...
    'Interpreter','latex', ...
    'FontSize',28)

ylabel('$PSD_{m=1}/max(PSD_{m=1})$','Interpreter','latex', ...
    'FontSize',28)

title('Modo antisimmetrico ($m=1$)', ...
    'Interpreter','latex', ...
    'FontSize',20)

xlim([0 1])
```