



**Politecnico
di Torino**

Politecnico di Torino

Ingegneria Aerospaziale

A.A. 2025/2026

Analisi dati CFD di ugello TIC sovraespanso con flusso separato

Relatore

Emanuele Martelli

Studente

Gianluca Caravatta

3339231

Ed elli a me: "se tu segui tua stella,
non puoi fallire a glorioso porto,
se ben m'accorsi ne la vita bella;

Divina Commedia, Inferno, Canto XV, 55-57

Sommario

La seguente tesi studia i fenomeni oscillatori fluidodinamici di un ugello TIC (Truncated Ideal Contour) fortemente sovraespanso, dove viene simulato il transitorio di accensione variando il nozzle pressure ratio (NPR), aumentando la pressione in camera. I dati analizzati provengono da una simulazione CFD ibrida RANS/LES di un ugello TIC in scala eseguita sul cluster Galileo100 dal professore Emanuele Martelli, utilizzando segnali di pressioni di alcune sonde virtuali poste lungo la parete dell'ugello. Da questi dati è stata osservata la presenza di una importante fluttuazione di pressione intorno a $\text{NPR}=9.5$, determinando anche oscillazioni importanti del punto di separazione all'interno dell'ugello. Tale valore di NPR è simile a quello utilizzato per analisi sperimentale di un modello fisico di tale ugello, per il quale sono state osservate fluttuazioni simili. Nell'analisi si questi dati è stata applicata la trasformata di Fourier per identificare la presenza di frequenze dominanti nei fenomeni oscillatori, e di seguito la trasformata wavelet per osservare come le frequenze dominanti si distribuiscono nel tempo. L'analisi wavelet ha mostrato la presenza di pattern regolari e un grosso picco oscillatorio in corrispondenza della grossa fluttuazione di pressione, distribuiti intorno alla frequenza dominante osservata con la trasformata di Fourier. Questo ha evidenziato la presenza di più fenomeni intermittenti nel tempo, a cui sono stati applicati studi statistici per osservarne la distribuzione e l'andamento medio. In particolare son stati studiati l'intermitenza (tempo tra due eventi consecutivi) e il contenuto energetico. E' stata applicata anche una analisi di sensibilità, per identificare quanto e come la variazione di alcuni parametri di studio influisse sui parametri di studio. Da questo è stato ottenuto che i risultati sono fortemente dipendenti da alcuni parametri. e non avendo altri riferimenti in letteratura sono stati scelti in modo arbitrario, tali da fornire risultati utili per questa tesi. Infine per correlare i risultati ottenuti con i fenomeni fisici, dalla simulazioni CFD sono stati estratti dei filmati contenenti la mappa di pressione di gradiente di densità ("schlieren numerica"). In questo è stato possibile osservare il comportamento delle strutture fluidodinamiche nel tempo e la loro interazione con i fenomeni oscillatori.

Indice

1	Introduzione	3
1.1	Cenni sugli ugelli	3
1.2	Separazione del flusso negli ugelli TIC	6
1.3	Introduzione al caso di studio	8
2	Dati raccolti e analisi spettrale	10
2.1	Segnali di pressione	10
2.2	Analisi spettrale	12
3	Analisi wavelet	14
3.1	La trasformata wavelet	14
3.2	Risultati ottenuti con la <i>Morlet</i>	15
3.3	Scale averaging	20
3.4	Global wavelet spectrum	21
4	Analisi statistica	23
4.1	LIM2	23
4.2	Analisi dell'intermittenza e della distribuzione di energia	26
4.3	Fitting delle PDF	30
4.4	Analisi della prima metà del segnale	32
4.5	Analisi parte intermedia del segnale	34
4.6	Analisi parte finale del segnale	35
4.7	Analisi di sensibilità	36
4.7.1	Variazione dell'intervallo di studio	36
4.7.2	Variazione del livello di threshold	39
4.7.3	Variazione min separation tra eventi successivi	41
4.8	Confronto tra due intervalli di frequenze	44
4.9	Ulteriori risultati ottenuti con la wavelet <i>DOG</i>	47
5	Snapshot	54
5.1	Descrizione preliminare del campo di moto	55
5.2	Risultati ottenuti	56
6	Conclusioni	62
	Riferimenti bibliografici	64

1 Introduzione

La prestazione degli endoreattori è fortemente dipendente dal design aerodinamico degli ugelli di scarico. Questo elemento infatti permette di espandere ed accelerare i gas provenienti dalla camera di combustione, in modo da generare una spinta. Per ottenere delle buone prestazioni e una buona efficienza è quindi fondamentale un corretto design dell'ugello di scarico.

Tuttavia gli endoreattori devono operare anche in condizioni off-design, per esempio durante l'accensione. In queste condizioni il flusso all'interno dell'ugello risulta separato, con la formazione di un urto di ricompressione nel punto di distacco del flusso. La posizione dell'urto non sarà stabile, ma a causa della natura turbolenta del flusso oscillerà intorno al punto di separazione, generando possibili disuniformità del flusso. L'obiettivo di questa tesi è studiare tali vibrazioni, come sarà specificato nella sezione successiva.

1.1 Cenni sugli ugelli

Un endoreattore è un tipo di motore utilizzato principalmente in ambito spaziale, che utilizza i propellenti immagazzinati nel mezzo stesso per generare una spinta. Questa viene prodotta a partire dai gas prodotti in camera di combustione, i quali vengono accelerati nella sezione convergente fino a $M=1$ in prossimità della gola, e poi accelerati nella sezione divergente fino al Mach di uscita M_e .

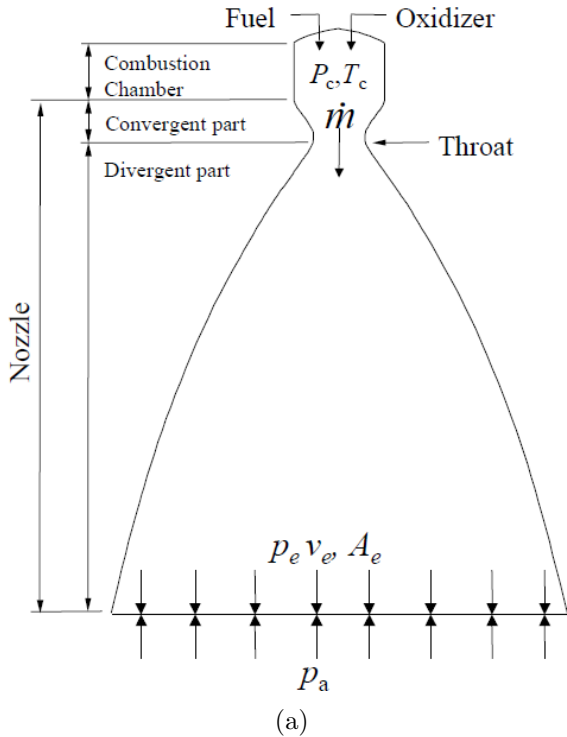


Figura 1: Rappresentazione schematica di un endoreattore [3](a), static fire test dell'endoreattore Raptor 3 di SpaceX (b)

La spinta generata, approssimando il flusso come unidimensionale, si può scrivere come:

$$T = \dot{m}v_e + A_e(P_e - P_a) = c\dot{m} \quad (1)$$

Dove c è la velocità di efflusso, e rappresenta la velocità di scarico in condizioni ideali di adattamento ($P_e = P_a$). Questo valore è utile per definire l'efficienza di un endoreattore, infatti più sarà elevato, meno portata di propellente sarà necessaria per ottenere la stessa spinta.

E' possibile scomporre questo parametro in altri due fondamentali, quali il coefficiente di spinta:

$$C_F = \frac{T}{P_c A_t} \quad (2)$$

il quale rappresenta l'efficienza dell'ugello nel convertire la pressione in camera in spinta. E la velocità caratteristica:

$$c^* = \frac{P_c A_t}{\dot{m}} \quad (3)$$

il quale rappresenta la bontà della camera di combustione, e dipende principalmente dalla chimica dei propellenti usati e dall'efficienza di combustione. Si può notare che moltiplicando questi due parametri si ottiene la velocità di scarico c :

$$c = c^* C_F \quad (4)$$

e visto che la velocità caratteristica dipende dalla sola chimica e si può considerare costante, le prestazioni dipendono principalmente dal coefficiente di spinta.

Riscrivendo questo parametro considerando il flusso adiabatico, isentropico, gas combusti perfetti e flusso frozen (la composizione dei gas non cambia), si può riscrivere il coefficiente di spinta come:

$$C_F = \left[\Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)} + \epsilon \frac{P_e}{P_c} \right] - \epsilon \frac{P_0}{P_c} \quad (5)$$

Dove ϵ è il rapporto di espansione, definito come:

$$\epsilon = \frac{A_e}{A_t} = \frac{1}{M_e} \sqrt{\left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right) \right]^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (6)$$

Dove il Mach di uscita M_e dipende a sua volta dal Nozzle Pressure Ratio:

$$\frac{P_e}{P_c} = \frac{1}{NPR} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_e^2\right)^{\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)} \quad (7)$$

Quindi il coefficiente di spinta dipenderà dai seguenti parametri:

$$C_F = f\left(\gamma, \epsilon, \frac{P_a}{P_c}\right) \quad (8)$$

Considerando γ costante una volta definiti propellenti e temperatura di combustione, si può osservare come varia il coefficiente di spinta al variare dei restanti parametri (figura 2). A parità di quota le prestazioni raggiungono un picco in corrispondenza dell'adattamento, per poi diminuire, fino ad avere separazione del flusso esagerando troppo con l'espansione (dove terminano le curve). Quest'ultima condizione è da evitare, in quanto potrebbe causare forti carichi laterali e deformazioni dell'ugello a causa di possibili asimmetrie nel flusso, che potrebbero causare il fallimento della missione.

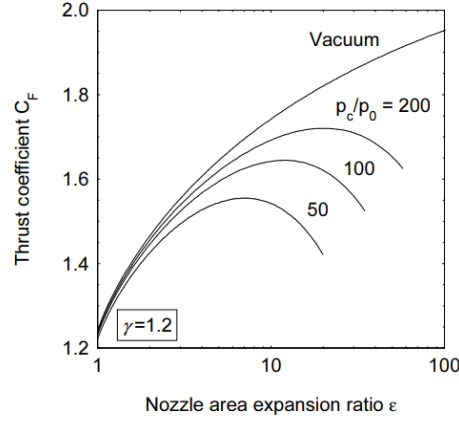


Figura 2: Andameto del coefficiente di spinta al variare di quota e coefficiente di espansione

Le prestazioni massime si ottengono in condizioni di adattamento, perciò sembra intuitivo pensare ad un ugello con geometria variabile in modo da operare sempre in condizioni ottimali. Tuttavia con le tecnologie attuali tale dispositivo risulterebbe troppo complesso e pesante, perciò attualmente vengono utilizzati solo ugelli con geometria fissa, quindi con coefficiente di espansione costante.

Prendendo in considerazione un motore di un primo stadio, questo si troverà a dover operare dal livello del mare fino a condizioni di vuoto (o pressioni molto basse), dovendo perciò lavorare in condizioni di disadattamento, comportando perdite di prestazioni. Idealmente si vorrebbe progettare l'ugello adattato ad altitudini elevate per massimizzare le prestazioni, ma in questo modo l'ugello si troverebbe a dover operare in condizioni di grande sovraespansione con conseguente separazione del flusso. Per questo motivo solitamente gli ugelli sono dimensionati in modo da operare in condizioni di sovraespansione al livello del mare ma evitando la separazione (idealmente in prossimità di dove terminano le curve in figura 2). Perciò la quota di adattamento non sarà molto elevata, e alle quote più alte opererà in condizioni di sottoespansione (figura 3)

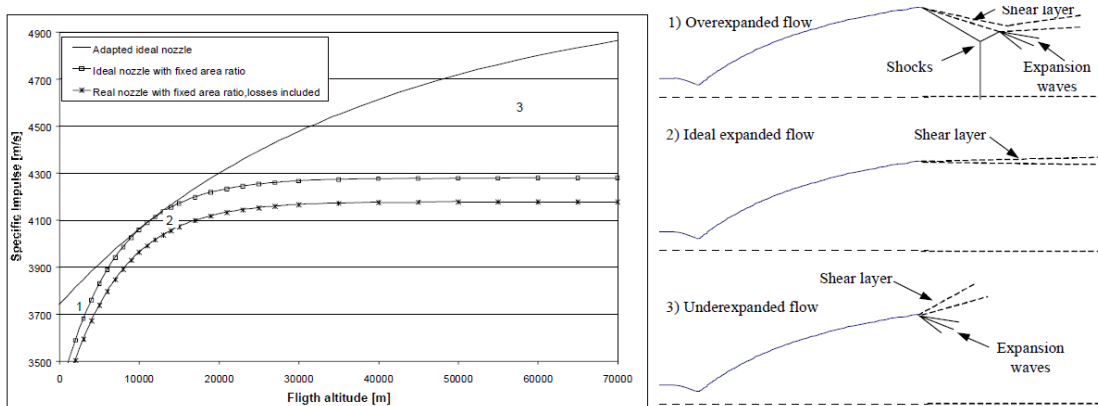


Figura 3: Prestazioni e condizioni del flusso al variare della [3]

Durante l'accensione tuttavia la pressione in camera necessita di alcuni secondi per raggiungere quella di regime. Non avendo abbastanza energia il flusso tenderà a separare, con la linea di separazione che si muoverà verso l'uscita al crescere delle pressioni in camera. Nella pratica questo fenomeno è visibile come una linea bianca in prossimità della separazione del flusso (resa luminosa

dalla ricompressione e quindi aumento di temperatura del flusso), come si può osservare nel caso del *SSME* in figura 4. In particolare si può notare come la linea di separazione sia irregolare lungo la parete dell'ugello, portando quindi a fluttuazioni asimmetriche della pressione e quindi alla generazione di carichi laterali. Considerando che il transitorio di accensione è nell'ordine dei secondi, tali carichi laterali, se sottovalutati, possono portare alla rottura della parete dell'ugello o alla struttura di sostegno dell'intero motore.



Figura 4: Istantanea di un motore *SSME* (Space Shuttle Main Engine) durante l'accensione. È ben visibile la linea di separazione (linea bianca) di forma irregolare.

1.2 Separazione del flusso negli ugelli TIC

Gli ugelli TIC o *Truncated Ideal Contour nozzle* derivano dagli *ideal nozzle*, ovvero ugelli caratterizzati da flusso all'uscita uniforme. In questi tipi di ugelli si ha una prima rapida espansione, seguita da una seconda regione in cui il flusso viene curvato fino ad ottenere condizioni all'uscita uniformi. Conoscendo le caratteristiche della prima espansione e il Mach di design all'uscita, è possibile disegnare la parete *NE* in modo che sia tangente alle linee di flusso durante l'espansione.

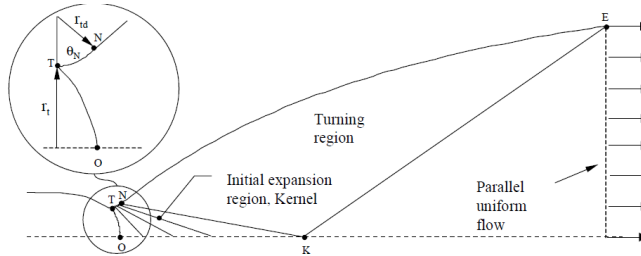


Figura 5: Raffigurazione schematica di ideal [3]

Tuttavia gli *ideal nozzle* sono molto lunghi e pesanti, e quindi non adatti ad applicazioni spaziali. Inoltre l'ultima sezione dell'ugello è sostanzialmente orizzontale, contribuendo molto poco alla spinta. Perciò nasce l'idea dell'ugello TIC, ovvero troncare l'ugello ideale, in modo da ottenere le prestazioni desiderate risparmiando su peso e ingombri.

Il processo di design dell'ugello TIC può essere osservato in figura 6. Dato uno o più vincoli, quali

ingombro massimo (radiale o in lunghezza), area superficiale, spinta (CF) o pressione a parete (legato alla separazione) è possibile scegliere uno o più profili ideali da troncare.

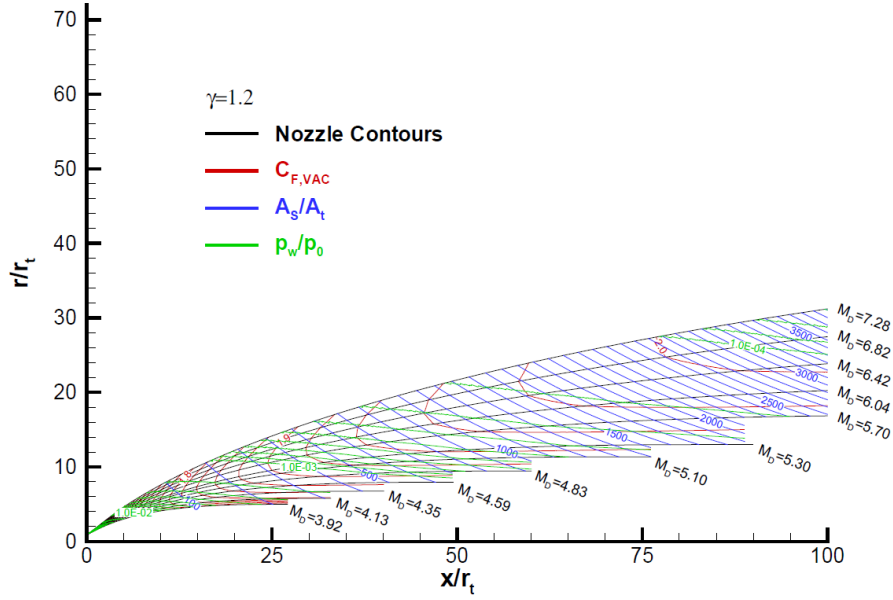


Figura 6: Esempio di TIC dati alcuni [3]

Negli ugelli TIC solitamente si ha un fenomeno di separazione denominato *Free Shock Separation*. In prossimità del punto di separazione si ha un urto, seguito da una zona di ricircolo turbolenta fino all'uscita dell'ugello, senza quindi un punto di riattacco. Il profilo della pressione di parete è caratterizzato da un rapido incremento in prossimità del punto di separazione, seguito da una zona di plateau dove la pressione media rimane circa costante fino all'uscita, dove si adatta alla pressione ambiente.

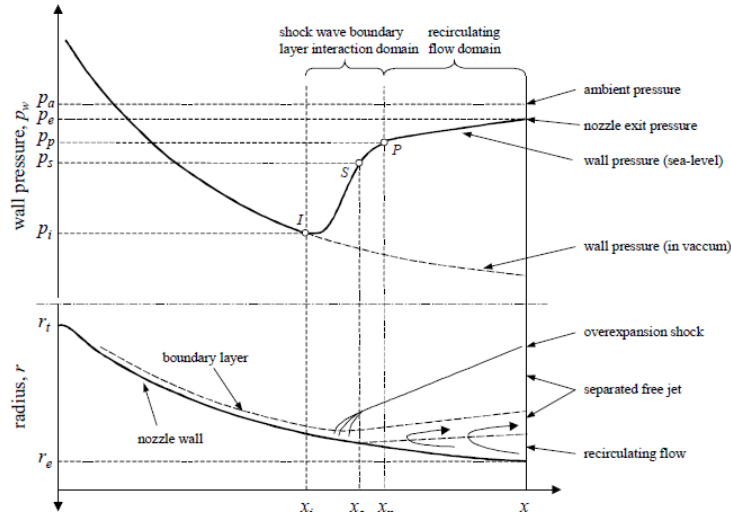


Figura 7: Rappresentazione schematica di Free shock separation e relativo andamento tipico della pressione a parete [3]

Più nel dettaglio, in condizione di forte sovraespansione il flusso supersonico deve adattarsi alla pressione ambiente tramite un urto, il quale genera un forte gradiente di pressione che causa

la separazione dello strato limite. Si viene quindi a creare una complessa interazione urto-strato limite schematizzata in figura 8.

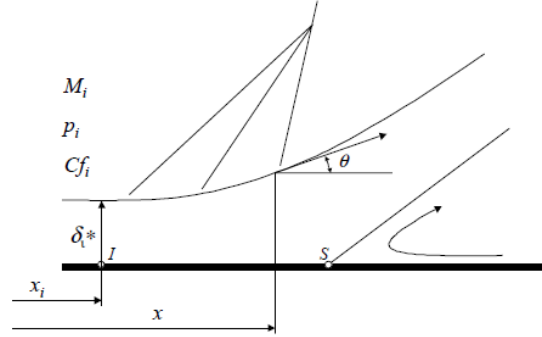


Figura 8: Rappresentazione schematica di interazione urto-strato limite [3]

A causa di questa interazione e delle fluttuazioni di velocità nello strato limite turbolento l'urto oscillerà intorno al punto di separazione. Una fluttuazione di velocità positiva renderà più difficile la separazione, con il conseguente spostamento dell'urto a valle. Per fluttuazioni negative accade il contrario. In più studi è stato osservato che in queste oscillazioni la maggior parte dell'energia è contenuta nello spettro della basse frequenze, sotto i 1000 Hz.

Esistono inoltre altri due fenomeni oscillatori osservati in più casi di ugelli con flusso separato: la *Transonic resonance*, ovvero un'oscillazione dell'urto dipendente principalmente dalla geometria dell'ugello, ed osservato in prossimità della gola; lo *screech*, un fenomeno aero-acustico caratterizzato da un meccanismo di feedback tra disturbi che si propagano verso valle e onde acustiche che risalgono il flusso.

Queste fenomeni generano fluttuazioni di pressioni e quindi di carico sulla parete dell'ugello, determinando quindi deformazioni e/o carichi laterali potenzialmente pericolosi. In figura 9 si può osservare come è possibile scomporre le fluttuazioni di pressioni in più modi di oscillazione, tra i quali $m=1$ è l'unico che comporta carico laterale [1], e che quindi può risultare il più critico a livello strutturale, in quanto può portare al failure di martinetti direzionali e/o elementi di sostegno dell'intero motore.

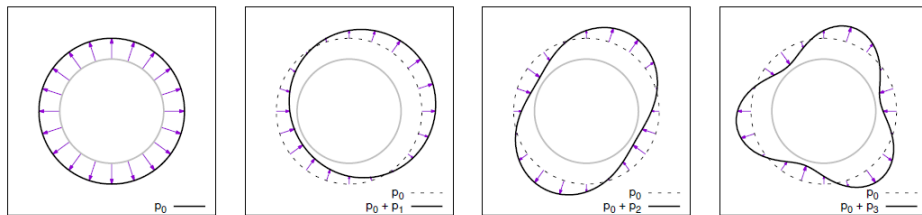


Figura 9: Illustrazione dei primi 3 modi azimutali di pressione m , da sinistra a destra $m=0, m=1, m=2, m=3$. Il cerchio grigio rappresenta la parete dell'ugello per una data posizione assiale. Le frecce raffigurano la forza indotta da un modo di pressione su un elemento della parete dell'ugello[1].

Tuttavia in questa tesi non sarà trattato lo studio modale delle fluttuazioni di pressione.

1.3 Introduzione al caso di studio

In questo studio saranno analizzati i segnali di pressione ottenuti tramite una simulazione CFD ibrida RANS/LES tridimensionale risolta nel tempo di un ugello TIC sovraespanso a gas fred-

di, in condizioni di flusso separato, con un diametro di gola $D_t = 0.038 \text{ m}$, diametro di uscita $D_e = 0.097 \text{ m}$, una lunghezza del divergente $L = 0.1827 \text{ m}$, un Mach di uscita in condizione di design $M_d = 3.5$ e una temperatura totale di monte $T_0 = 260 \text{ K}$. La pressione viene adimensionalizzata rispetto al valore di riferimento $p_{ref} = 9 \text{ bar}$ [2]. L'analogo fisico è stato oggetto di prove sperimentali all'istituto PPRIME di Poitiers (figura 12).

In questa simulazione la pressione di camera viene fatta variare nel tempo, in modo da simulare il transitorio di accensione di un endoreattore, con un rateo di circa 39.30 NPR/s .

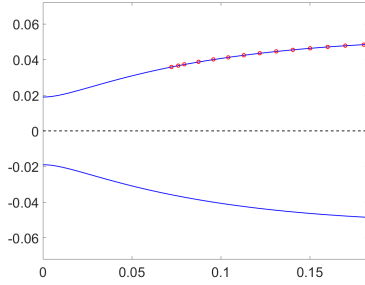


Figura 10: Geometria dell'ugello TIC, in rosso la posizione delle sonde di pressione

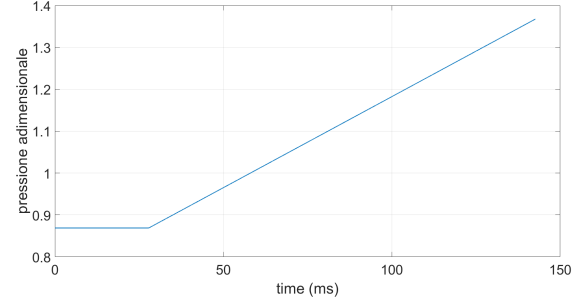


Figura 11: Andamento della pressione adimensionalizzata di serbatoio nel tempo. Al valore unitario corrisponde $NPR = 9$



Figura 12: Apparato sperimentale per l'ugello TIC all'istituto PPRIME di Poitiers, Francia [2]

Lungo la parete dell'ugello sono state poste delle sonde di pressione virtuali instrumentate (figura 10). Nel corso di questa tesi sono stati studiati i relativi segnali di pressione adimensionalizzata con l'obiettivo di individuare la presenza picchi energetici a particolari frequenze e come variano al variare del NPR, ed eseguire una analisi statistica di tali eventi.

2 Dati raccolti e analisi spettrale

2.1 Segnali di pressione

Dai segnali di pressione registrati, si può osservare che nelle sonde da $X/r_t = 3.8$ a $X/r_t = 4.18$ è chiaramente visibile l'istante in cui il flusso si riattacca a parete grazie all'incremento di pressione in camera (figura 13). In particolare nella sonda in $X/r_t = 4$ il riattacco del flusso è più movimentato intorno a 70 ms: si può osservare come dopo un primo riattacco il punto di separazione venga respinto indietro, per poi spostarsi nuovamente verso valle. Tale oscillazione viene catturata anche dalle sonde più a valle come un repentino abbassamento di pressione. Tuttavia, nelle ultime sonde tale evento è meno visibile a causa della turbolenza del flusso a parete.

A 70ms corrisponde $NPR=9.5$, valore simile per oscillazioni già osservate in altri studi su di un ugello TIC con la medesima geometria.

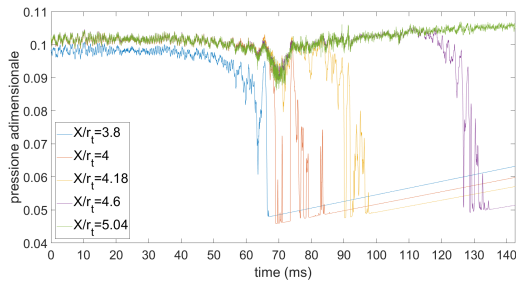


Figura 13: Segnali di pressione delle sonde in posizione: $X/r_t = 3.8$, $X/r_t = 4$, $X/r_t = 4.18$, $X/r_t = 4.6$, $X/r_t = 5.04$

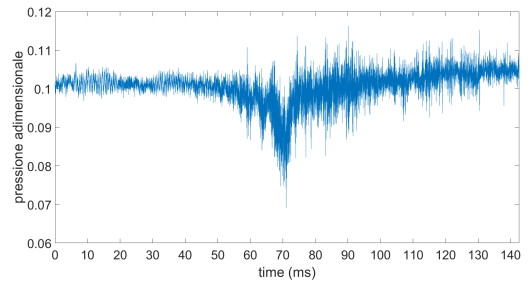


Figura 14: Segnale di pressione della sonda in $X/r_t = 6.9$, dove è chiaramente visibile la natura turbolenta del flusso

Per visualizzare meglio gli andamenti della pressioni ne è stato tracciato l'andamento medio (figura 15) tramite la funzione matlab *movmean*. Questa muove lungo il segnale una finestra di lunghezza k su cui eseguire la media. Se k è pari la finestra sarà centrata di volta in volta su un elemento del segnale, altrimenti viene centrata sull'elemento precedente e sul successivo. La larghezza delle finestre è stata scelta di circa 2 ms (o 500 elementi), in modo da avere una lettura sufficientemente chiara dell'andamento del segnale, senza però trascurare picchi significativi. In figura 15 si può chiaramente vedere l'effetto oscillatorio dell'urto che si propaga verso valle. Tuttavia si può notare che la repentina diminuzione di pressione diventa via via meno intensa spostandosi verso valle, fino alla sonda posta in prossimità dell'uscita dell'ugello a $X/r_t = 9.49$, dove si può osservare che l'oscillazione dell'urto non provoca un repentina diminuzione di pressione ma bensì un leggero aumento.

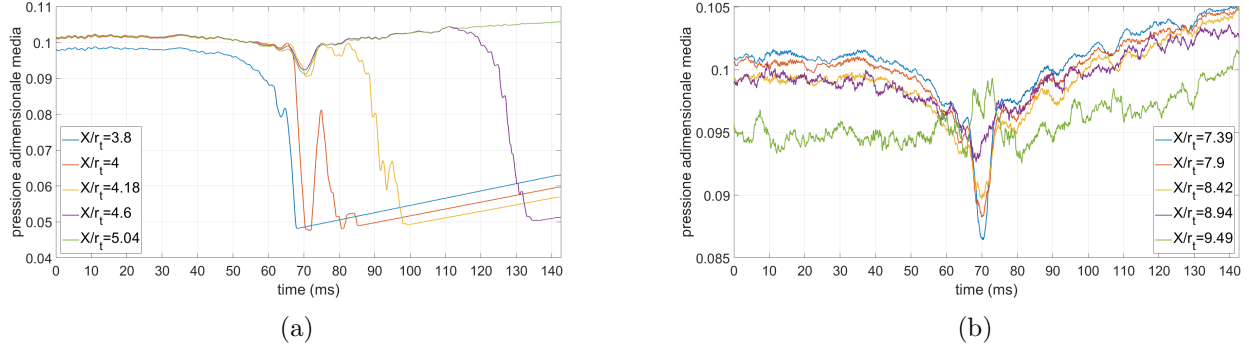


Figura 15: Andamento della pressione media per le prime 5 sonde (a) e per le ultime 5(b).

In figura 16a si può osservare l'andamento della pressione media lungo l'ugello per diversi istanti temporali. A partire dei 90ms si può notare bene un andamento tipico di un flusso prima attaccato e poi separato: nella zona dove il flusso è attaccato la pressione decresce spostandosi verso valle, come normalmente accade all'interno di un ugello, mentre nella zona di separazione la pressione ha un repentino aumento per poi rimanere circa costante, aumentando leggermente nel tempo a causa dell'aumento di pressione a monte della gola. A 70 ms si può osservare come la pressione media sia più bassa tranne che per l'ultima sonda, come già osservato in precedenza. Sviluppando gli andamenti di figura 16a lungo l'asse temporale si ottiene la mappa della pressione media in figura 16b. Tra 70 e 80 ms sono stati usati passi di 5 ms per riuscire a catturare l'oscillazione dell'urto con più dettaglio. La regione bianca rappresenta la zona dove il flusso è attaccato, dove la pressione è significativamente più bassa, mentre la linea blu rappresenta la zona di separazione, che mano a mano che la pressione in camera aumenta si sposta in avanti. Tuttavia, tra 65 e 75 ms circa si può notare come l'urto si sposta velocemente verso valle, per poi fermarsi a 70 ms e tornare indietro. Nello stesso istante, più a valle si ha una zona di depressione, che raggiunge il picco per $X/r_t = 7.39$, e viene recuperata all'uscita dell'ugello. Quindi, osservando questa mappa si può ipotizzare che l'urto sia "risucchiato" verso valle dalla zona di depressione, per poi essere respinto indietro quando la pressione viene recuperata. Rimane da chiarire la causa di questo repentino abbassamento di pressione, ma visti risultati precedenti è ragionevole supporre che sia causata da fenomeni di risonanza aero-acustica. Nel resto della mappa valgono le stesse considerazioni già fatte per la figura 16a.

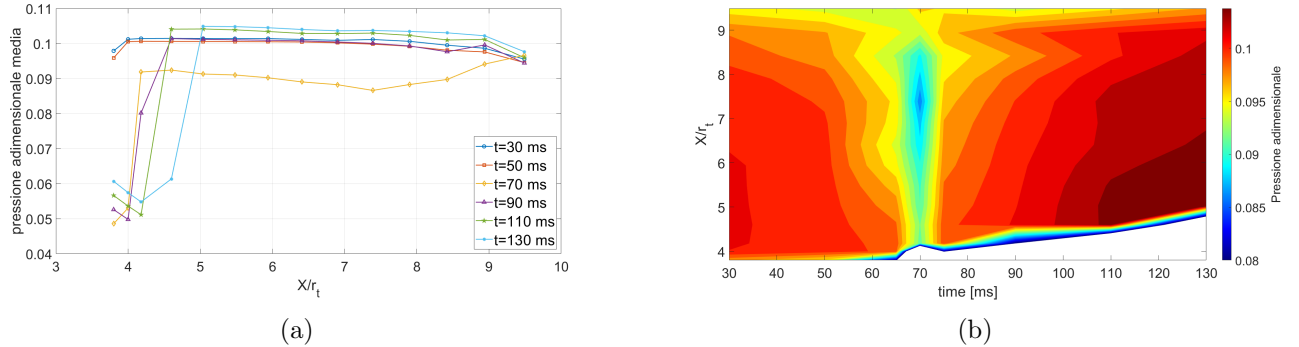


Figura 16: Andamento della pressione media per diversi istanti temporali (a), Mappa della pressione media lungo l'ugello e nel tempo (b)

2.2 Analisi spettrale

Quindi è stato analizzato il contenuto in frequenza dei segnali di pressione, applicando la *Fast Fourier Transform* con il metodo di Welch, utilizzando l'omonima funzione di matlab *pwelch*. Utilizzando tale metodo il segnale di lunghezza N viene suddiviso in K segmenti con un certo numero D di elementi sovrapposti (riferimenti formule e notazione da [5]). In questo caso si è usato un 50% di overlapping:

$$p_k[m] = p[m + kS] \quad (9)$$

Dove $m = 0, 1, \dots, N - 1$ è l'indice del singolo elemento del segnale, $k = 0, 1, \dots, K - 1$ è l'indice del segmento e $S = N - D$.

Ai segmenti viene applicata una finestra $w[m]$ per limitare gli effetti di bordo:

$$p_{k,w}[m] = p_k[m] \cdot w[m] \quad (10)$$

In questo caso è stata utilizzata la finestra di Hanning. Quindi per ogni segmento viene calcolata la *Fast Fourier Transform*:

$$\hat{p}_k(f) = \sum_{m=0}^{N-1} p_{k,w}[m] e^{-j2\pi f m / F_s} \quad (11)$$

Dove F_s è la frequenza di campionamento. Da questa poi è possibile ricavare la PSD (*Power Spectral Density*) a partire dalla definizione:

$$PSD_k(f) = \frac{1}{F_s \cdot N} |\hat{p}_k(f)|^2 \quad (12)$$

In questo caso al posto della frequenza è stato utilizzato il numero di *Strouhal*, definito come:

$$St = f \cdot \frac{D_j}{V_j} \quad (13)$$

Dove D_j è il diametro di completa espansione e V_j la velocità di completa espansione, definiti come (da [1]):

$$U_j = \sqrt{\gamma r T_0} \frac{M_j}{\sqrt{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_j^2}} \quad (14)$$

$$\frac{D_j}{D_e} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_j^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_d^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{4(\gamma-1)}} \left(\frac{M_d}{M_j} \right)^{0.5} \quad (15)$$

Con $\gamma = 1.4$, visto che si considera un gas freddo, e con M_j il numero di Mach di completa espansione definito a partire dal NPR di riferimento, in questo caso NPR=9:

$$\frac{P_e}{P_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_j^2 \right)^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (16)$$

Con $P_e/P_0 = 1/NPR$.

Per tutte le sonde si ottiene uno spettro con un picco evidente per $St = 0.19$ circa (figura 17). Ottenuto lo spettro di tutte le sonde è quindi possibile ottenerne una mappa lungo l'ugello come in figura 18

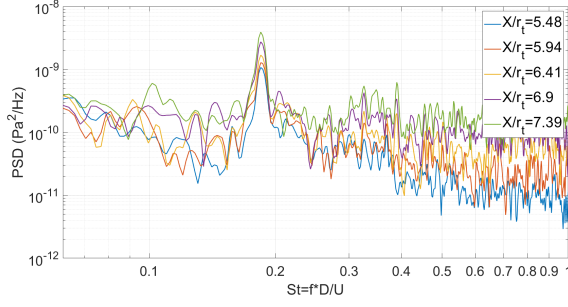


Figura 17: PSD dalle sonde in posizione: $X/r_t = 5.48, 5.94, 6.41, 6.9, 7.39$. Le frequenze più basse sono state tagliate in quanto di poco interesse.

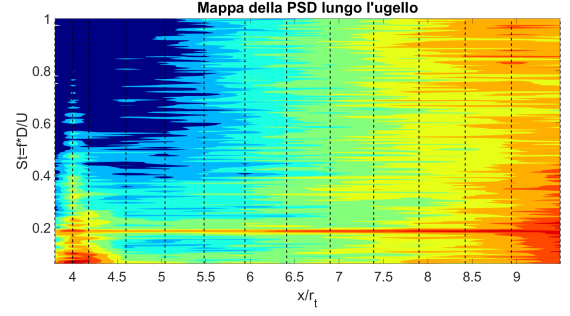


Figura 18: Mappa delle PSD lungo l'ugello, le linee tratteggiate rappresentano le posizioni delle sonde

Nella figura 18 è ben visibile una striscia per $St = 0.19$ circa a partire dalla sonda in posizione $X/r_t = 4$, per cui questa sembra essere la frequenza dominante dei fenomeni oscillatori. Tale considerazione è in accordo con altri studi eseguiti su un ugello TIC con la medesima geometria. Per le sonde più a valle si può osservare come l'energia sia distribuita anche alle frequenze più alte, mentre non accade per le sonde più a monte. Questo avviene grazie alla Natura turbolenta del flusso che, sviluppandosi lungo l'ugello, trasferisce energia alle frequenze più alte. Inoltre, per la sonda in $X/r_t = 4$, si possono osservare altri picchi a frequenze più basse, dovuti all'oscillazione del punto di separazione intorno a questa sonda (trattandosi di un fenomeno "lento" rispetto all'aero-acustica).

Tuttavia in queste osservazioni è necessario considerare che i segnali sono stati raccolti in condizioni non stazionarie (questo è chiaramente visibile per le sonde dalla 2 alla 5 in figura 13), mentre la trasformata di Fourier restituisce un risultato mediato nel tempo, perdendo possibili eventi dovuti alla non-stazionarietà.

3 Analisi wavelet

3.1 La trasformata wavelet

Nella trasformata di Fourier il segnale viene approssimato come un sommatoria di più sinusoidi scalate in ampiezza, permettendo quindi di ottenere informazioni nello spazio delle frequenze, ma senza restituire nulla nello spazio temporale. La trasformata wavelet invece approssima il segnale utilizzando una base di *Wavelet*, scalate nel tempo e traslate nello spazio, permettendo quindi di poter ottenere informazioni sia nello spazio delle frequenze che nello spazio dei tempi. Inoltre le basi wavelet possono anche avere sia parte reale che immaginaria. Le basi puramente reali hanno un'ottima risoluzione nello spazio dei tempi ma una cattiva risoluzione dello spazio delle frequenze, viceversa accade il contrario[4]. Per esempio la *Wavelet Morlet*, definita come in tabella 1, ha base sia reale che immaginaria, rappresentando un buon compromesso, ed ha la seguente rappresentazione grafica:

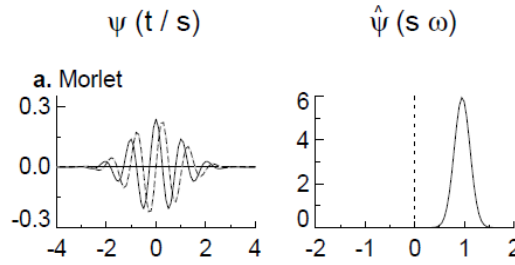


Figura 19: Wavelet Morlet con $w_0 = 6$, la linea solida è la parte reale mentre la tratteggiata è la parte immaginaria. A destra la relativa trasformata di Fourier [4]

La trasformata Wavelet è definita come la convoluzione del segnale di pressione p_n con il complesso coniugato della wavelet madre Ψ , traslata del fattore n' e scalata del fattore k [4]:

$$W_n(k) = \sum_{n'=0}^{N-1} x_{n'} \psi^* \left[\frac{(n' - n)\delta t}{k} \right], \quad (17)$$

Con $n = 0, 1, \dots, N - 1$ la coordinata temporale e $(*)$ indica il complesso coniugato. Ottenuta la trasformata wavelet è possibile andare a tracciare la relativa mappa del modulo $W_n(k)$ al variare della frequenza e del tempo.

Le scale vengono definite come potenze di due, con k_0 la scala più piccola risolvibile, J il numero di scale e δj la separazione tra le varie scale [4]. Poichè la trasformata di wavelet utilizza le scale in termini di periodo, k_0 sarà la frequenza più grande risolta.

$$k_j = k_0 2^{j\delta j}, \quad j = 0, 1, \dots, J \quad (18)$$

Ottenute le scale, è necessario considerare che il picco della relativa trasformata di Fourier $\hat{\psi}(kw)$ non coincide necessariamente con la frequenza k^{-1} . Per determinare il periodo di Fourier equivalente λ si sostituisce una sinusoide di frequenza nota in (17), e si osserva dove la wavelet raggiunge il picco [4]. Quindi per ottenere la scala equivalente è sufficiente moltiplicare la scala wavelet per λ .

Inoltre viene definito il *Cono di influenza*, ovvero la regione entro la quale gli effetti di bordo sono trascurabili [4]. Questa viene definita a partire dall' *e-folding-time*, ovvero la distanza temporale

dal bordo del segnale per ogni scala k necessaria perchè la potenza della wavelet decada di e^{-2} [4]. In tabella 1 sono riportate le caratteristiche fino a qui descritte delle wavelet più utilizzate.

Name	$\psi_0(\eta)$	e-folding time τ_s	Fourier wavelength λ
Morlet ($\omega_0 = \text{frequency}$)	$\pi^{-1/4} e^{i\omega_0\eta} e^{-\eta^2/2}$	$\sqrt{2}s$	$\frac{4\pi s}{\omega_0 + \sqrt{2 + \omega_0^2}}$
DOG ($m = \text{derivative}$)	$\frac{(-1)^{m+1}}{\sqrt{\Gamma(m + \frac{1}{2})}} \frac{d^m}{d\eta^m} (e^{-\eta^2/2})$	$\sqrt{2}s$	$\frac{2\pi s}{\sqrt{m + \frac{1}{2}}}$

Tabella 1: Tabella contenente le principali caratteristiche per i due tipi di wavelet utilizzati [4]

3.2 Risultati ottenuti con la *Morlet*

In questo caso è stata utilizzata la wavelet "Morlet" con $w_0 = 6$, in quanto, avendo sia parte immaginaria che reale, è un buon compromesso per una buona risoluzione temporale e in frequenza, utilizzando le funzioni matlab già realizzate da *Torrence & Compo*. Per l'analisi sono stati scelti i seguenti parametri.

- $k_0 = 4dt$, con dt il delay medio tra i dati
- $J = 48$
- $\delta j = 0.125$

Tali valori sono stati scelti per avere una buona visualizzazione dei grafici, con una scala sufficientemente dettagliata nell'intervallo di frequenze medio-alte, di interesse per questo studio.

Nelle immagini in figura 20 si possono osservare le mappe del modulo delle wavelet $|W_n(k)|$, con gli eventi più energetici rappresentati da colori tendenti verso il rosso. Nonostante l'analisi wavelet restituisca le scale come periodi, si è scelto di inserire lungo l'asse y le relative frequenze, per avere una lettura dei grafici più intuitiva, utilizzando una scala logaritmica con base 2 poichè le scale seguono la potenza di 2. Inoltre utilizzando questa wavelet si ha $\lambda = 1.03$, perciò scale e periodo di Fourier equivalente si può dire che coincidono.

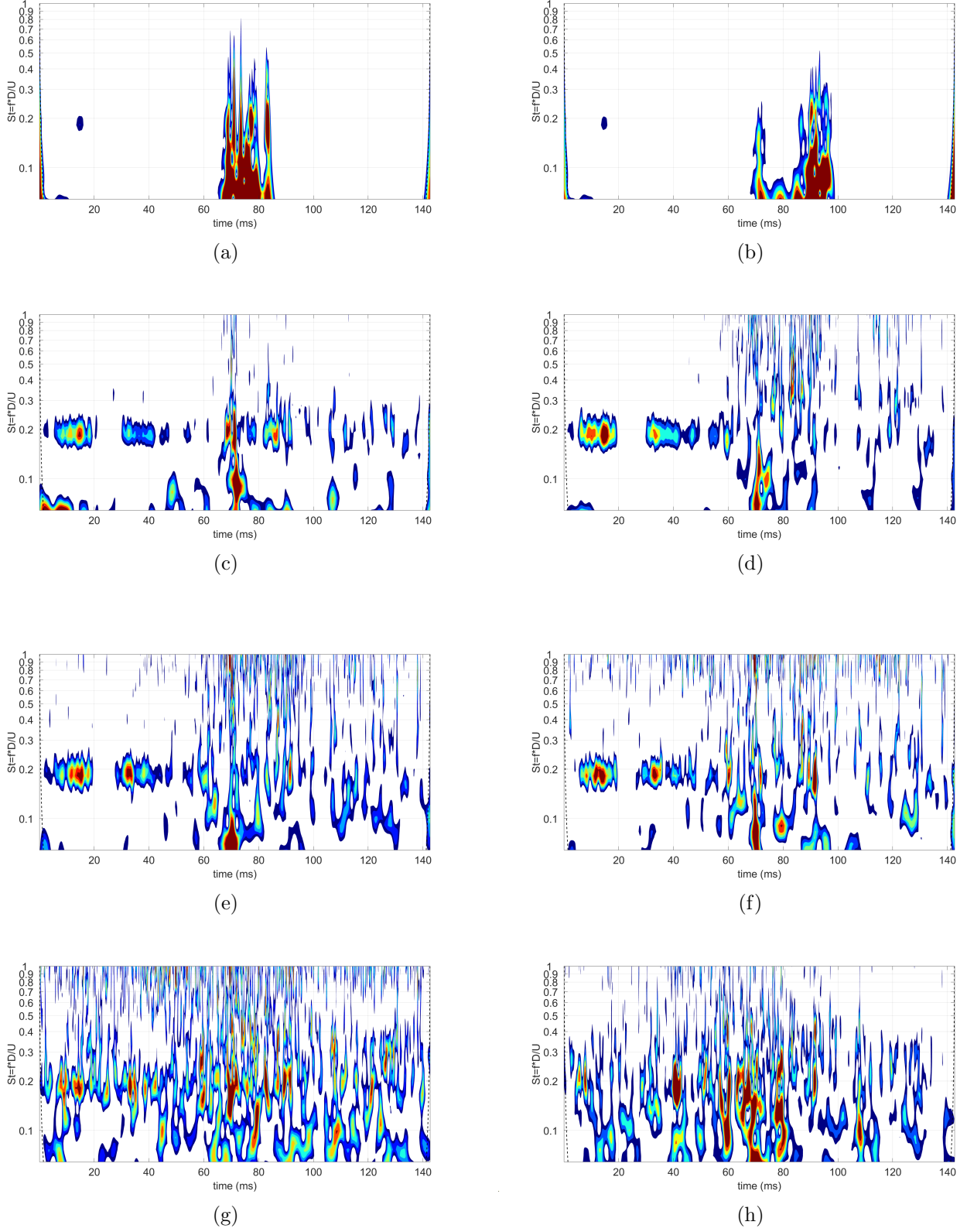


Figura 20: Mappe del modulo della wavelet delle sonde in posizione: $X/r_t = 4$ (a), $X/r_t = 4.18$ (b), $X/r_t = 5.48$ (c), $X/r_t = 6.9$ (d), $X/r_t = 7.9$ (e), $X/r_t = 8.42$ (f), $X/r_t = 8.94$ (g), $X/r_t = 9.49$ (h). Le linee tratteggiate nere raffigurano il cono di influenza, sotto di esso i risultati sono influenzati dall'effetto di bordo del segnale.

Nella sonda in figura 20a si può osservare un grosso picco energetico centrato a circa 70 ms ed esteso su circa 20 ms, dove si può osservare che la maggior parte dell'energia è concentrata nelle frequenze più basse. Probabilmente questo picco è causato dall'oscillazione dell'urto (figura 13) in corrispondenza del punto di riattacco. Subito più a monte (figura 20b) si può osservare lo stesso picco energetico a 70 ms ed uno successivo corrispondente al punto di riattacco del flusso, anche questo con la maggior parte dell'energia distribuita alle frequenze più basse. Se concentriamo l'osservazione nelle frequenze più alte nella prima metà del segnale (figura 21), si possono osservare una serie di picchi a circa $St=0.2$, posti prima del picco a 70 ms, e praticamente coincidenti tra un sonda e l'altra. Ingrandendo ulteriormente il picco in figura 20a si possono osservare ulteriori picchi energetici intorno a $St=0.2$.

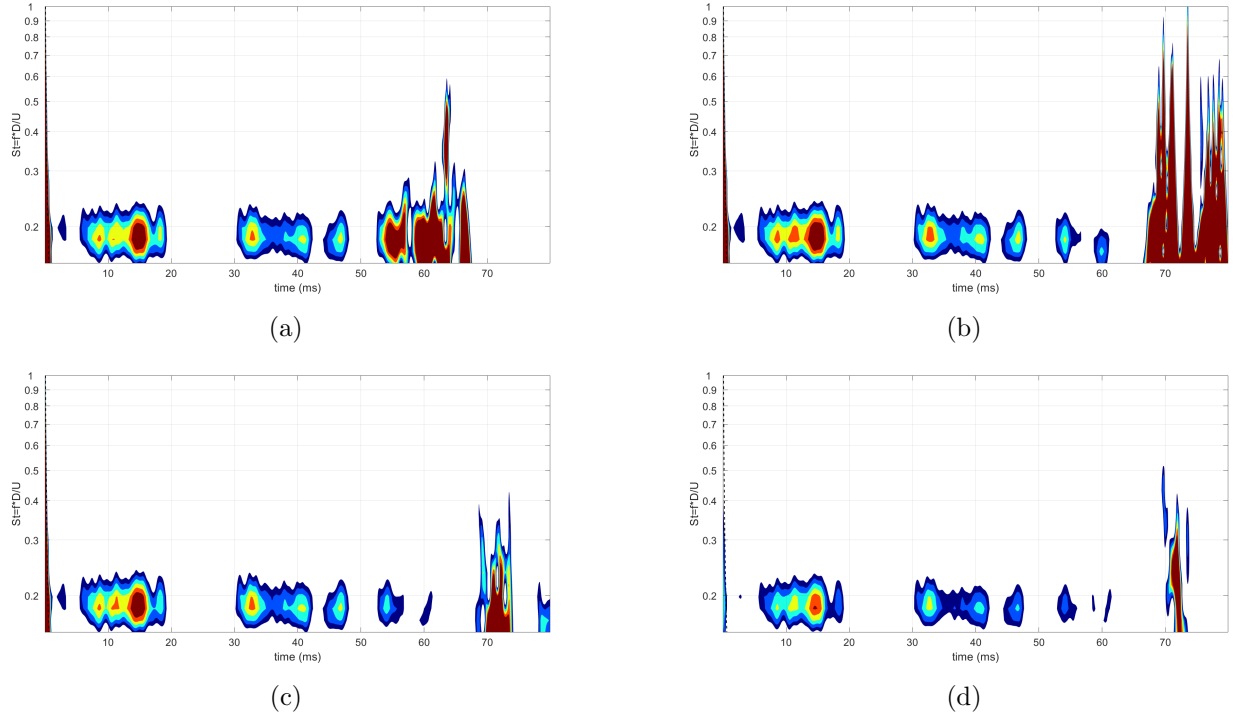


Figura 21: Mappe del modulo della wavelet Ingrandite per le frequenze più alte e nei primi 80 ms, per le sonde in posizione $X/r_t = 3.8$ (a), $X/r_t = 4$ (b), $X/r_t = 4.18$ (c), $X/r_t = 4.6$ (d)

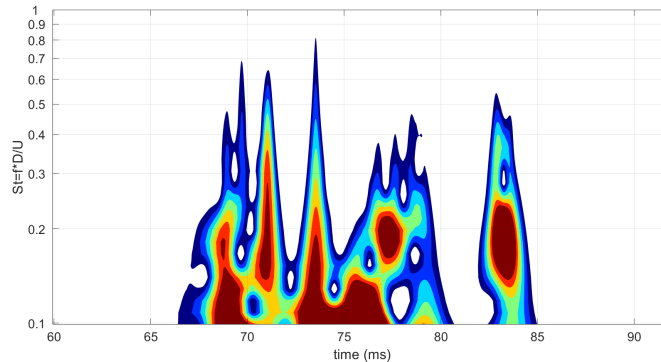


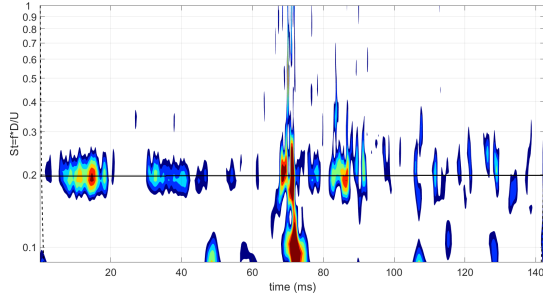
Figura 22: Ingrandimento del picco visto nella figura 20a

Spostandosi verso valle il picco a 70 ms tende a spostarsi verso frequenze più basse (figura 20c, 20d, 20e, 20f), intorno a $St=0.1$, lasciando una zona di "silenzio", mentre nelle ultime sonde sembra tornare su $St = 0.19$ (figura 20f). Nello stesso istante si ha la grossa oscillazione osservata in figura 13.

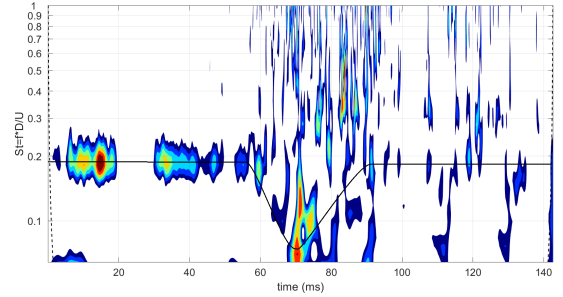
Intorno a $St = 0.19$ si possono osservare gli stessi picchi osservati precedentemente che si distribuiscono prima e dopo i 70 ms, come in figura 20f. Da notare che questi eventi sembrano corrispondere al singolo picco ottenuto con la Trasformata di Fourier.

Nelle sonde più a valle si osservano altri picchi a frequenze più alte, in particolare per $0.4 < St < 0.5$ tra $60\text{ ms} < t < 80\text{ ms}$ e intorno a $St = 0.3$ per $t > 80\text{ ms}$, probabilmente dovuti allo sviluppo del flusso turbolento che ridistribuisce l'energia a frequenze più alte.

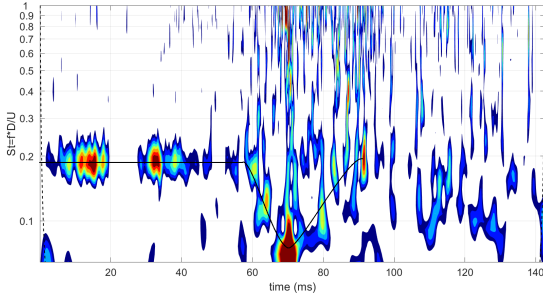
Nella sonda posta all'uscita dell'ugello (figura 20h) è interessante osservare come la maggiorparte dell'energia è contenuta a circa 70 ms per $0.1 < St < 0.2$, mentre non si riesce a riconoscere lo stesso schema di picchi intorno a $St=0.2$ osservato nelle sonde precedenti. probabilmente in questa regione il flusso risente solo dell'oscillazione dell'urto registrato dalla sonda in $X/r_t = 4$, mentre, essendo in prossimità dell'uscita dell'ugello, ancora non si sono generate le onde acustiche, visibili nelle sonde più a monte come uno schema di picchi riconoscibile intorno a $St=0.2$, osservati a partire dalla sonda in $X/r_t = 8.94$.



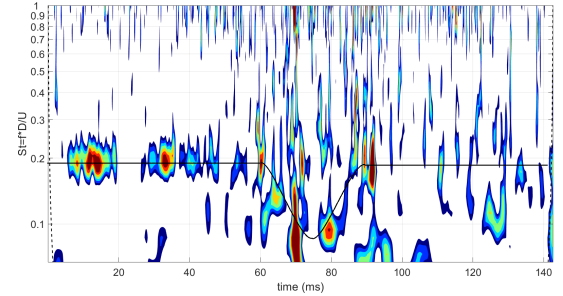
(a)



(b)



(c)



(d)

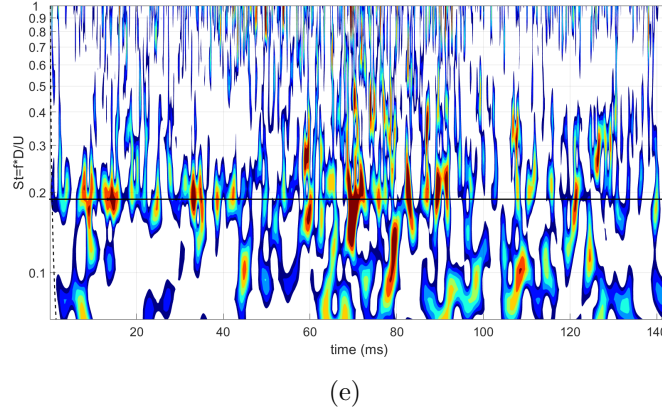


Figura 23: Mappe del modulo della wavelet delle sonde in posizione: $X/r_t = 5.48$ (a), $X/r_t = 6.9$ (b), $X/r_t = 7.9$ (c), $X/r_t = 8.42$ (d), $X/r_t = 8.94$ (e). La linea nera solida cerca di rappresentare il "posizionamento medio" dei picchi osservati primi a $St=0.2$ nel tempo.

Inoltre si può osservare come, nelle sonde poste a valle e a monte della zona di depressione (o dove è comunque meno intensa) il gruppo di picchi osservato prima rimane intorno a $St=0.2$ in modo circa costante nel tempo, mentre nelle sonde posizionate dove la depressione è più intensa sembra che questi picchi si spostino verso frequenze più basse, per poi ritornare a $St=0.2$ dopo che la pressione viene recuperata (figura 23).

I risultati fin qui ottenuti sono in accordo con quanto ottenuto da prove sperimentali di un ugello con medesima geometria (anch'esso a gas freddi) svolti nel Pprime Institute di Poitiers, Francia. Infatti in figura 24a si può osservare che tra $2 < M_j < 2.1$, corrispondente a $NPR=9$, si attiva il modo $m=1$ asimmetrico intorno alla frequenza $St = 0.2$. Anche con una PSD numerica per il modo $m=1$ (figura 24b), ottenuta da una precedente analisi CFD svolta a $NPR = 9$ costante, è possibile osservare la presenza di una frequenza dominante intorno a $St=0.2$.

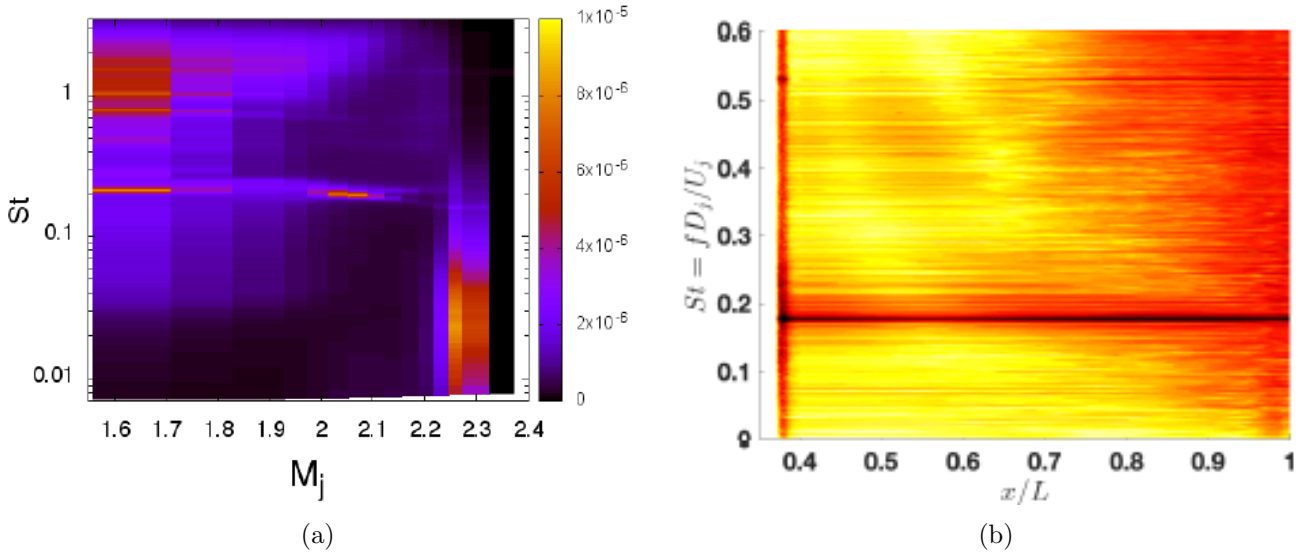


Figura 24: Isolivelli della PSD ottenuta da prove sperimentali nel Pprime Institute di Poitiers per diversi M_j per il modo $m=1$ (a) [1]; PSD numerica per il modo $m=1$ dei segnali di pressione ottenuti da una analisi CFD con $NPR=9$ (b) [2]

3.3 Scale averaging

Per osservare i picchi energetici in un determinato range in frequenza è possibile definire la *Scale averaged wavelet power* come la media pesata della potenza della wavelet con le scale nel range di frequenze desiderato [4], ottenendo così l'andamento della varianza nel tempo:

$$\overline{W_n^2} = \frac{\delta j \delta t}{C_\delta} \sum_{j=j_1}^{j_2} \frac{|W_n(k_j)|^2}{k_j}. \quad (19)$$

Con C_δ una costante che deriva dalla ricostruzione del segnale, e che per la Morlet vale $C_\delta = 0.776$ [4]. Quindi è necessario determinare dei livelli di confidenza sopra il quale si ha un certo valore di sicurezza per cui il picco osservato non appartiene alla turbolenza. Tali livelli di confidenza sono definiti come:

$$\frac{|W_n(s)|^2}{\sigma^2} \Rightarrow \frac{1}{2} P_k \chi_2^2 \quad (20)$$

Dove $\Rightarrow$ indica "distribuito come", P_k è la potenza dello spettro di Fourier del rumore di fondo alla k -esima frequenza, corrispondente alla relativa scala s , mentre χ_2^2 è la distribuzione di probabilità oltre il livello di confidenza [4]. In questo caso è stato scelto un picco di confidenza al 95%, ovvero oltre il quale si ha il 95% di probabilità che il picco osservato non sia dovuto al rumore di fondo. Applicando lo scale averaging nell'intervallo $0.1 < St < 0.3$ si ottengono i seguenti risultati:

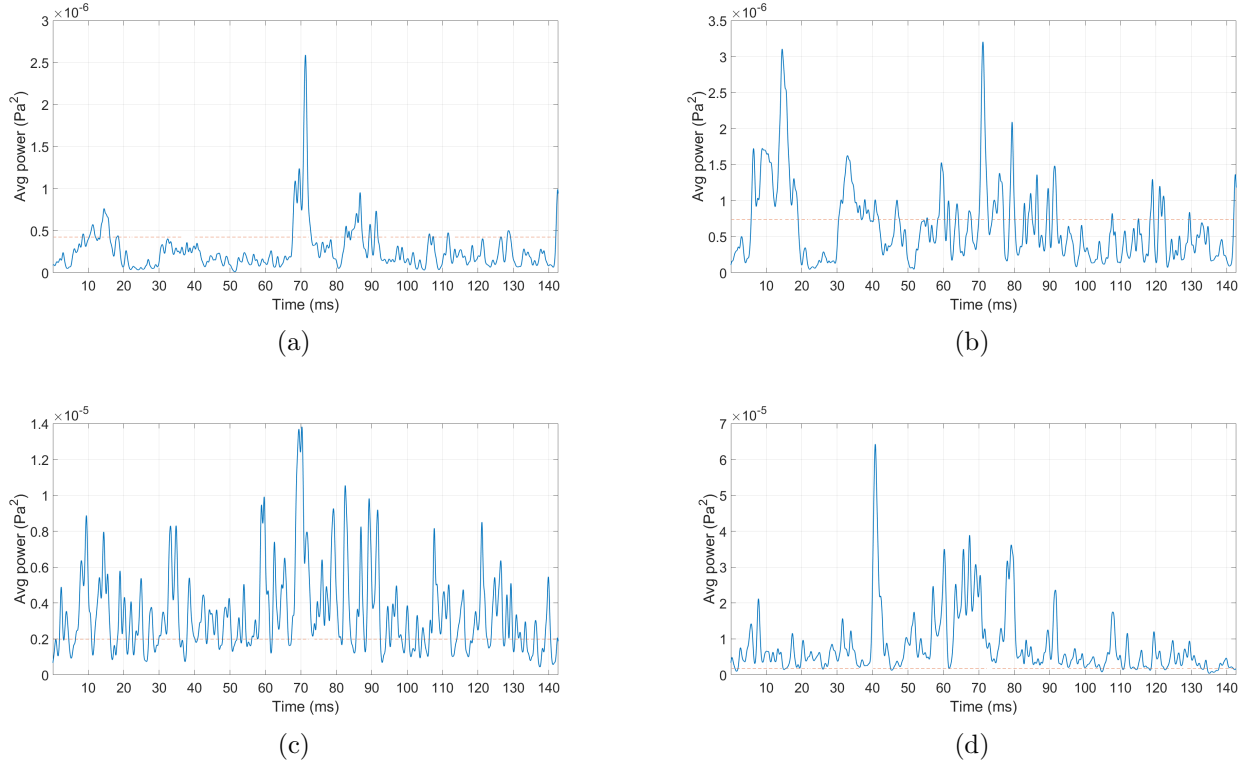


Figura 25: Scale average per $0.1 < St < 0.3$ delle sonde in posizione: $X/r_t = 5.48$ (a), $X/r_t = 6.9$ (b), $X/r_t = 8.94$ (c), $X/r_t = 9.49$ (d). Le linee tratteggiate rosse rappresentano la linea al 95% di confidenza, con riferimento al rumore bianco.

Si può osservare come in tutte le sonde raffigurate è presente un picco evidente a 70ms, mentre nella sonda più a valle (figura 25d) è presente un picco evidente prima dei 70ms.

Ottenuto lo scale average per tutte le sonde è possibile costruire una mappa lungo l'ugello e nel tempo delle scale avarage.

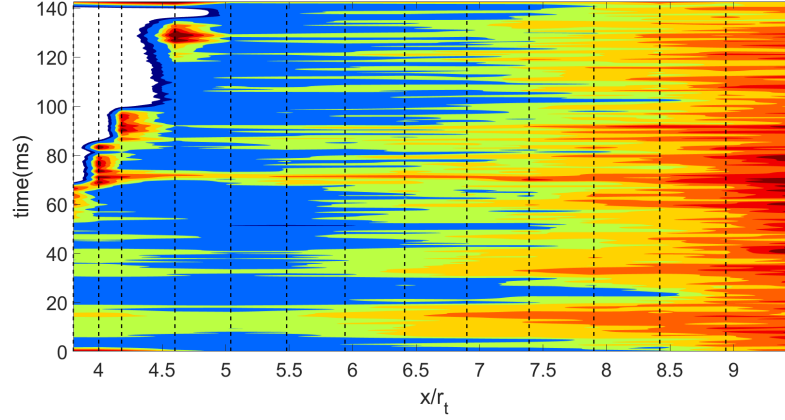


Figura 26: Mappa dello scale avarage lungo l'ugello per $0.1 < St < 0.3$

Nelle sonde più a monte si possono osservare dei picchi in prossimità del riattacco del flusso, mentre il punto di riattacco le fluttuazioni sono assenti. A 70 ms si può osservare come un unico picco sembri propagarsi lungo l'ugello dalla sonda in posizione $X/r_t = 4$. A partire dalla sonda in posizione $X/r_t = 6.9$ il numero dei picchi in queste range di frequenze sembra aumentare. Inoltre si può osservare a 40 ms e poco prima di 20 ms due "fasce" che sembrano corrispondere al pattern di picchi osservato in figura 21 e nelle figure 20c, 20d, 20e, 20f. Le stesse osservazioni sono più chiare se si amplia il range di frequenze per lo scale averaging.

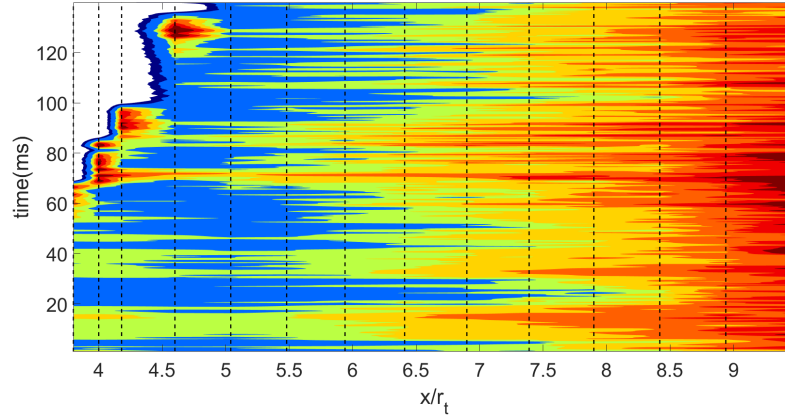


Figura 27: Mappa dello scale avarage lungo l'ugello per $0.1 < St < 0.5$

3.4 Global wavelet spectrum

In modo simile a quanto fatto prima è possibile mediare le wavelet lungo la scala temporale. Se tale media viene fatta per tutta la durata del segnale si ottiene la *Global Wavelet Spectrum* [4]:

$$\overline{W}^2(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |W_n(k)|^2. \quad (21)$$

Dove N è la lunghezza del segnale di pressione nel tempo.

Da questa è possibile ottenere la PSD applicando la definizione e confrontarlo con quanto ottenuto con Fourier:

$$PSD(k) = \frac{\overline{W}^2(k)}{F_a n \log(2)} \quad (22)$$

Dove F_a è la frequenza di campionamento (considerata costante) e n il numero di dati. Da notare che è necessario dividere per $\log(2)$ poichè le wavelet utilizzano una scala che segue la potenza di 2, mentre L'analisi di Fourier segue una scala lineare. Inoltre, trattandosi di una media nel tempo si otterrà un andamento più "smooth" rispetto a quanto ottenuto con Fourier. In figura 28 si può osservare come la *Global Wavelet Spectrum* riesca a catturare la presenza del picco in $St = 0.19$. Questo si può spiegare immaginando che i picchi energetici a frequenze diverse, essendo registrati da meno sonde o comunque meno intensi, vengano attenuati dalla media lungo la scala temporale (in modo simile alla trasformata di Fourier).

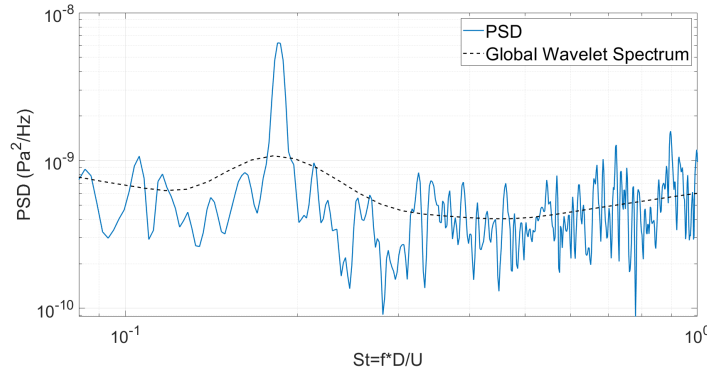


Figura 28: Confronto tra la PSD otteuta con la trasfromata di Fuoriere (linea blu) e la PSD ottenuta con la *Global Wavelet Spectrum* (linea tratteggiata nera) per la sonda in posizion $X/r_t = 7.9$

Eseguendo la *Global Wavelet Spectrum* per tutte le sonde è possibile ottenere un mappa come in figura 18. Si può riconoscere la presenza della linea rossa intorno a $St=0.2$, tuttavia si ottiene un risultato con meno dettagli e una peggiore risoluzione in frequenza.

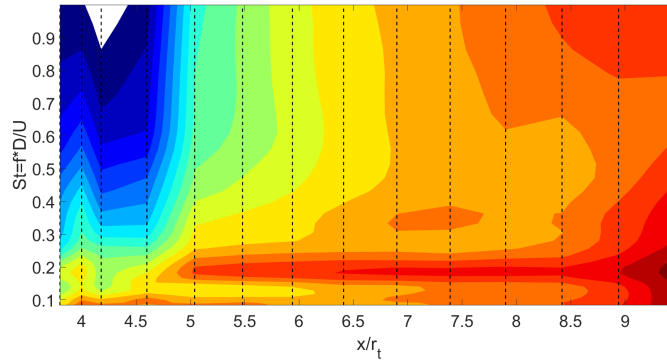


Figura 29: Mappa della PSD ottenuta con la *Global Wavelet Spectrum* lungo l'ugello. Le linee tratteggiate nere rappresentano le posizioni delle sonde

4 Analisi statistica

4.1 LIM2

Ottenute le mappe delle Wavelet è necessario individuare quali eventi possono essere statisticamente significativi e secondo quale criterio. In questo caso è stato utilizzato lo *Squared Local intermittency measure*, chiamato *LIM2* definito come [2]:

$$LIM2(k, t) = \frac{|W_n(k)|^4}{\langle |W_n(k)|^2 \rangle_t^2}. \quad (23)$$

Dove $\langle \rangle_t$ rappresenta la media nel tempo. Quando $LIM2 = 3$ si avrà una distribuzione Gaussiana, mentre per $LIM > 3$ si avranno picchi di energia che si allontanano dalla distribuzione gaussiana. In figura 30 si può osservare che le regioni con $LIM2 > 3$ corrispondono ai picchi già osservati precedentemente, denotando che tali eventi si allontanano dalla distribuzione Gaussiana [2], e quindi probabilmente non sono generati solo da rumore o da turbolenza. Inoltre si può notare come in figura 30a e figura 30b intorno a 70ms e $St=0.2$ è presente la zona di "silenzio" già osservata precedentemente.

In figura 31 vengono sovrapposti i livelli a $LIM > 3$ (in rosa) alle mappe dei moduli wavelet ottenuti in precedenza.

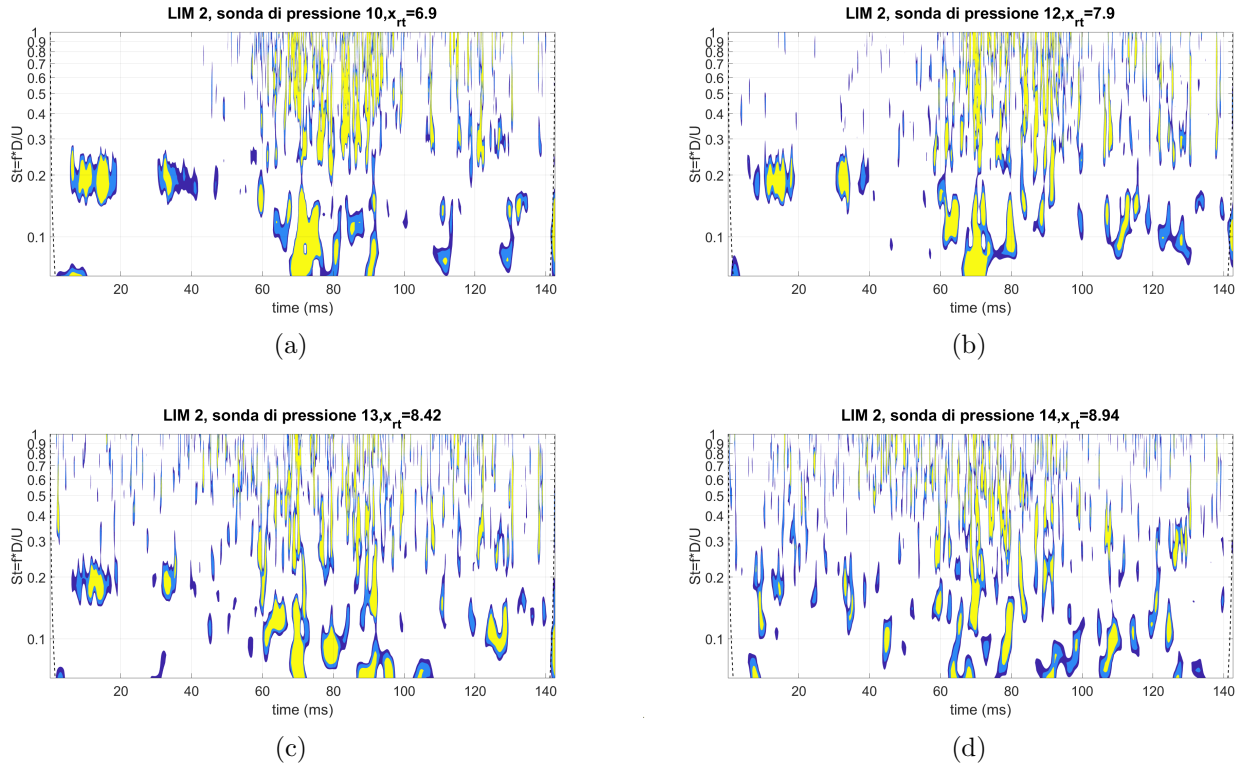


Figura 30: Mappa delle LIM2 delle sonde in posizione: $X/r_t = 6.9$ (a), $X/r_t = 7.9$ (b), $X/r_t = 8.42$ (c), $X/r_t = 8.94$ (d).

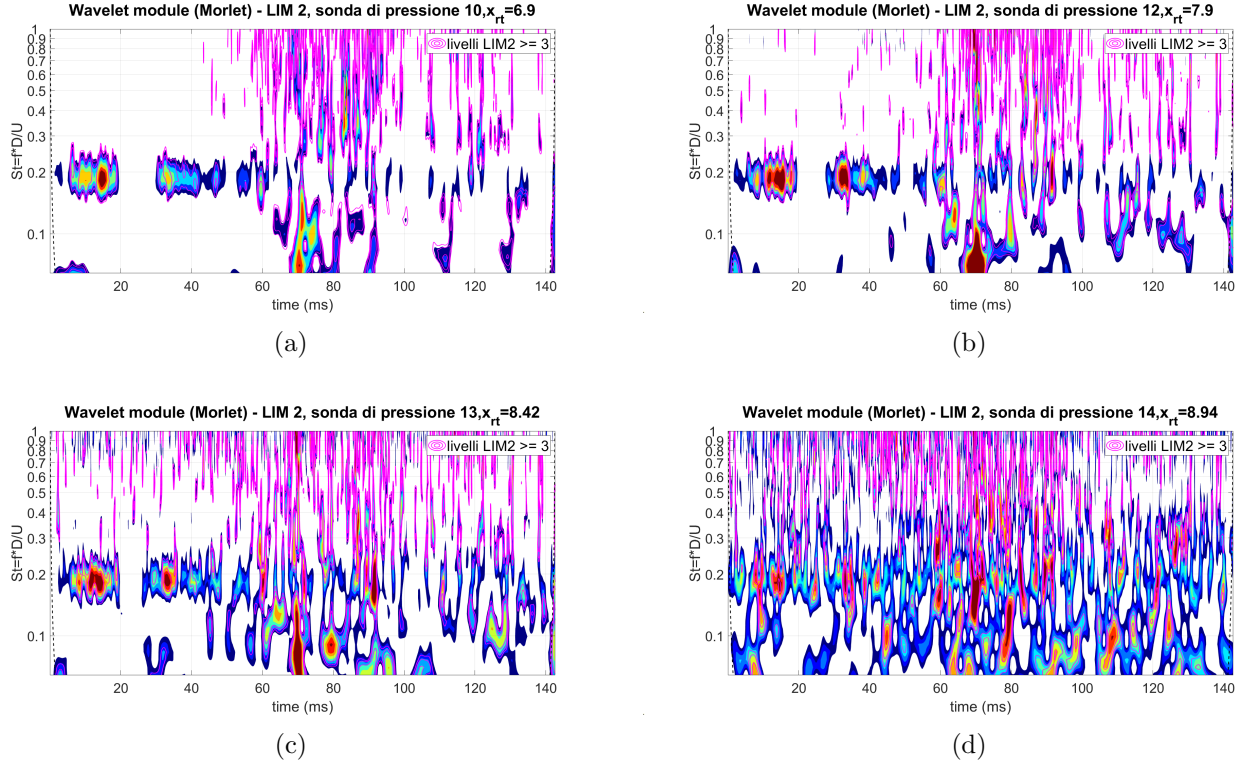


Figura 31: Livelli LIM2 sovrapposti alle mappe dei moduli wwavelet delle sonde in posizione: $X/r_t = 6.9$ (a), $X/r_t = 7.9$ (b), $X/r_t = 8.42$ (c), $X/r_t = 8.94$ (d). I livelli in rosa sono per $LIM2 > 3$

È possibile estrarre gli eventi dalle mappa $LIM2$ andando ad applicare il $LIM2$ (equazione 23) alla scale-average della wavelet in $0.1 < St < 0.5$ secondo la 19:

$$\widehat{LIM2}(t) = \frac{|\overline{W_n(t)}|^4}{\langle |\overline{W_n(t)}|^2 \rangle_t^2}. \quad (24)$$

Dove $\overline{W_n}$ rappresenta la scale-average e $\widehat{LIM2}(t)$ rappresenta la LIM2 applicata alla scale-average della wavelet.

In questo primo tentativo è stato preso come intervallo di frequenza $0.1 < St < 0.5$, dove nelle mappe wavelet (figura 20) sono stati osservati la maggiorparte degli eventi significativi. Gli eventi sono stati selezionati definendo come livello di threshold $LIM2 > 0.5\sigma_{LIM2}$, (dove σ_{LIM2} è la deviazione standard), come in figura 32.

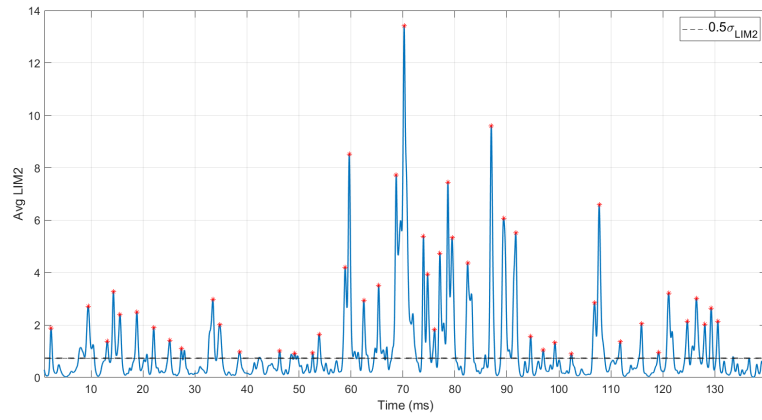


Figura 32: Esempio di selezione eventi tramite $\langle LIM2 \rangle$

In questo modo è possibile selezionare un discreto numero di eventi per una buona analisi statistica, e determinare se si trattano di fenomeni casuali (dovuti a turbolenza) o di intermittenza.

4.2 Analisi dell'intermittenza e della distribuzione di energia

Per valutare la presenza di intermittenza è stata studiata la PDF di $\Delta t / \langle \Delta t \rangle$, dove Δt rappresenta il delay tra eventi successivi e dove $\langle \rangle$ rappresenta la media.

La PDF è stata inizialmente calcolata tramite la funzione matlab *histogram*, la quale calcola la PDF generando un istogramma. Facendo un confronto con la gaussiana di riferimento si può notare che naturalmente, avendo selezionato eventi con $LIM2 > 3$, nella parte centrale della "campana" si hanno valori più alti rispetto alla gaussiana, così come nella coda. Questo conferma che gli eventi osservati e selezionati descrivono intermittenza generata da risonanza aero-acustica (figura 33).

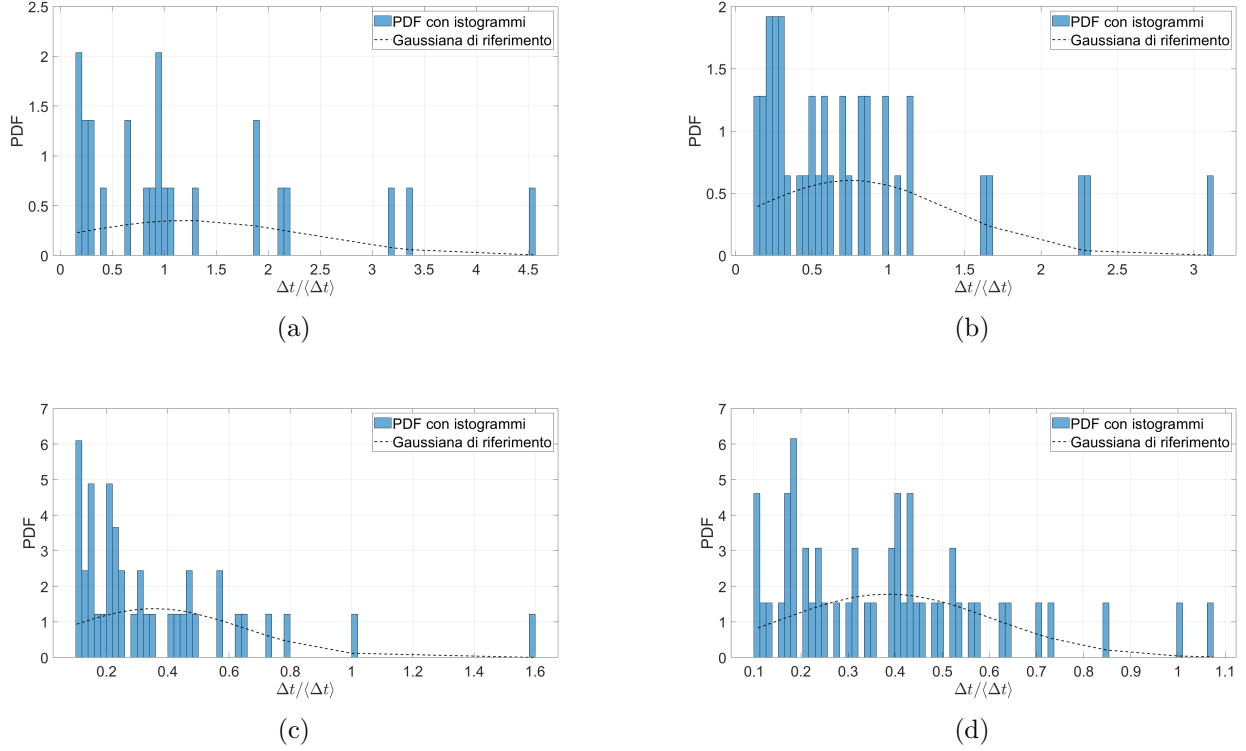


Figura 33: PDF ottenuta tramite con istogrammi (linea blu) e gaussiana di rifeirmento (linea nera tratteggiata) per le sonde in $X/r_t = 6.9$ (a), $X/r_t = 7.9$ (b), $X/r_t = 8.42$ (c), $X/r_t = 8.94$ (d)

Per ottenere un risultato più leggibile la PDF è stata calcolata nuovamente tramite la funzione di matlab *ksdensity*, utilizzando il metodo *Kernel Density Correlation*: Tale metodo genera una distribuzione normale, detta *Kernel*, per ogni punto e centrata su di essi, per poi sommarle ed ottenere una stima della PDF "liscia". Tale stima viene eseguita tramite la seguente formula:

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \quad (25)$$

Dove $\hat{f}_h(x)$ è la stima della PDF, x_i è il dato i-esimo, n il numero di dati, K la funzione kernel (in questo caso la distribuzione normale), e h la "larghezza" della funzione Kernel, che determina quanto sarà liscia la stima finale. Per h è stato utilizzando il parametro di default di matlab che viene calcolato secondo un criterio empirico detto *Criterio di Scott*:

$$h \approx 1.06 \cdot \sigma \cdot n^{-1/5} \quad (26)$$

Sono stati provati valori più piccoli ma le curve ottenute risultavano troppo irregolari per una lettura chiara. La funzione *ksdensity* restituirà i punti della PDF in modo "disordinato", ovvero posizionati in modo non ordinato lungo la coordinata x. In questo modo matlab andrà ad unire punti in modo errato, generando grafici poco leggibili (figura 34). Perciò è opportuno riordinare la coordinata x dei punti ottenuti con la funzione *sortrows*.

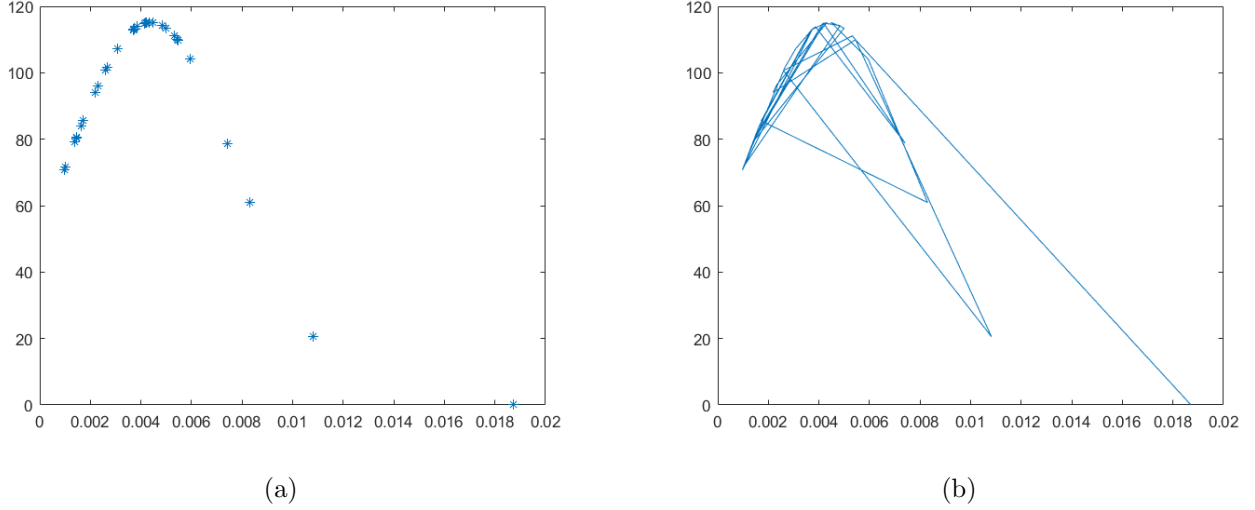


Figura 34: Esempio di punti generati da *ksdensity* per ottenere la PDF (a) e il risultato che si otterrebbe senza prima riordinarli (b)

In figura 35a si possono osservare i risultati per le sonde in posizione $X/r_t = 5.94$, $X/r_t = 6.41$, $X/r_t = 6.9$, $X/r_t = 7.39$, $X/r_t = 7.9$, $X/r_t = 8.42$, $X/r_t = 8.94$. Per le prime 3 sonde si può osservare una leggera diminuzione di intensità dei picchi e una traslazione verso il valore di intermittenza 1. Per le sonde a partire da quella in posizione $X/r_t = 7.39$ sembra avvenire la stessa traslazione, ma con un leggero aumento di intensità dei picchi. In figura 35b si può osservare l'andamento dell'intermittenza adimensionale media $\langle \Delta\tau \rangle = \langle \Delta t \rangle * V_j / D_j$ lungo l'ugello. Si può notare che nella regione di riattacco del flusso si hanno grandi oscillazioni fino ad avere un picco intorno a $X/r_t = 5$, subito a valle dell'ultima zona di riattacco. Nel resto del grafico il delay medio in generale decresce spostandosi verso valle.

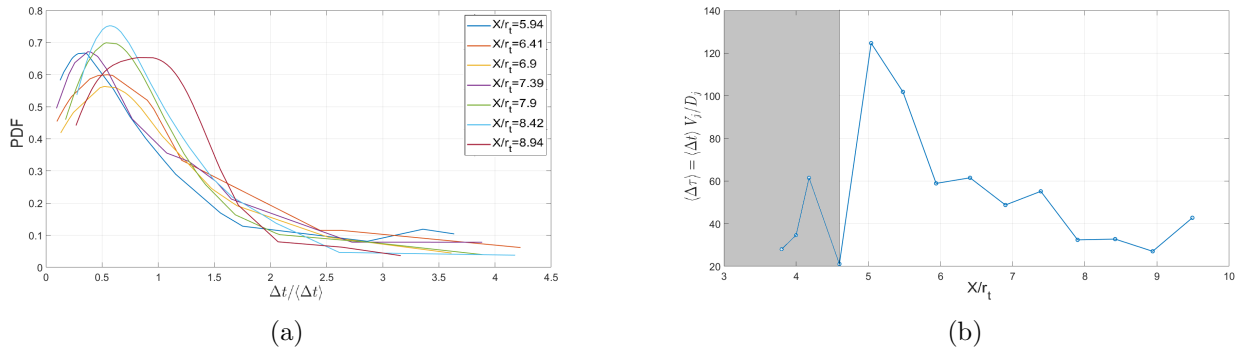


Figura 35: Andamento della PDF per l'intermittenza $\Delta t / \langle \Delta t \rangle$ (a), Andamento dell'intermittenza adimensionale $\langle \Delta\tau \rangle$ lungo l'ugello (b). La regione grigia rappresenta la zona dove si ha il riattacco del flusso.

La stessa analisi è stata applicata per l'energia dei singoli eventi, andando a studiare la distribuzione di $w^2/\langle w^2 \rangle$, dove w^2 è l'energia mediata sulle scale secondo la 19, mentre $\langle w^2 \rangle$ è la media nel tempo di tale quantità. Come prima sono state ottenute le Pdf tramite la funzione *histogram* ottenendo risultati simili (figura 36), per cui valgono le stesse osservazioni.

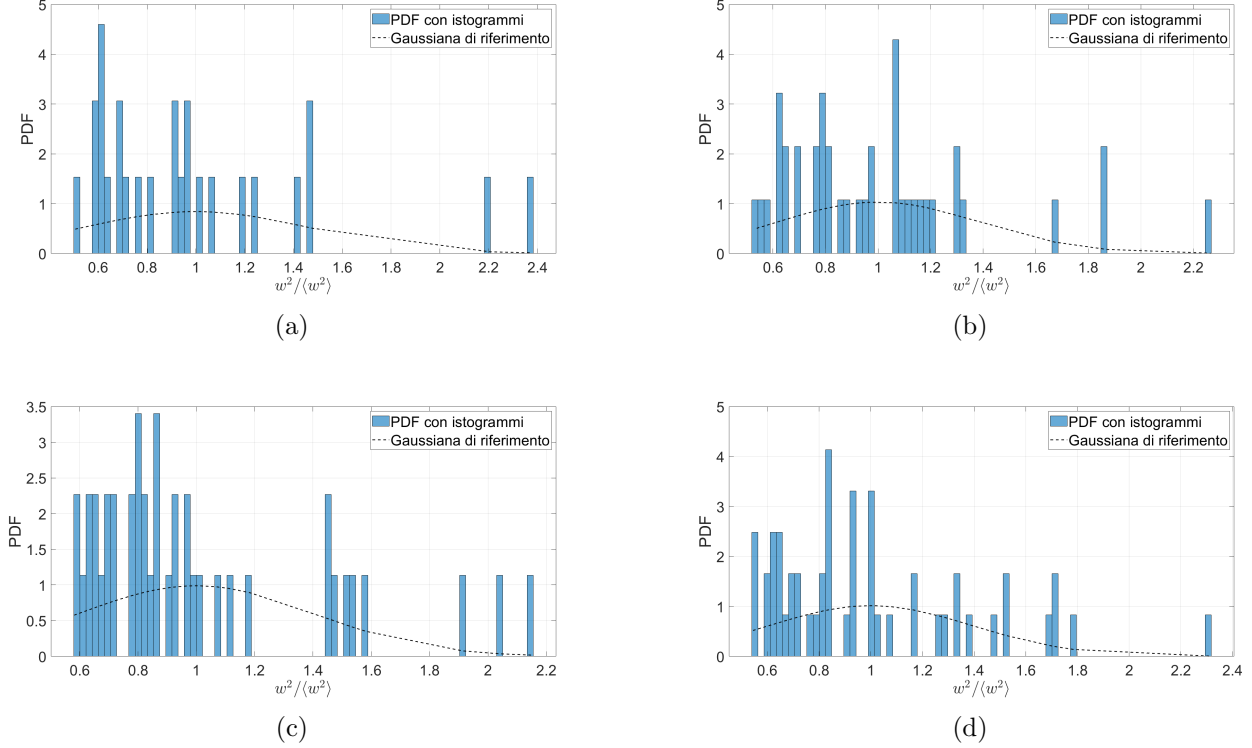


Figura 36: PDF ottenute tramite istogrammi (in blu) e gaussiana di riferimento (linea nera tratteggiata) per le sonde in $X/r_t = 6.9$ (a), $X/r_t = 7.9$ (b), $X/r_t = 8.42$ (c), $X/r_t = 8.94$ (d)

Dalla figura 37a si può osservare come l'andamento generalmente non dipenda dalla posizione della sonda, se non per quelle in $X/r_t = 6.41$ e $X/r_t = 8.42$, le quali presentano un picco rispettivamente più alto e più basso rispetto alle altre. In figura 37b si può osservare come l'energia media aumenti spostandosi verso valle. Tale andamento probabilmente è dovuto allo svilupparsi di moti turbolenti nel flusso che "pompano" energia. Mentre, come in figura 35b, si ha una regione con delle oscillazioni nella regione di riattacco del flusso. In particolare in questa regione si hanno le energie medie più elevate, una possibile evidenza di una risonanza tra l'oscillazione dell'urto e le onde sonore.

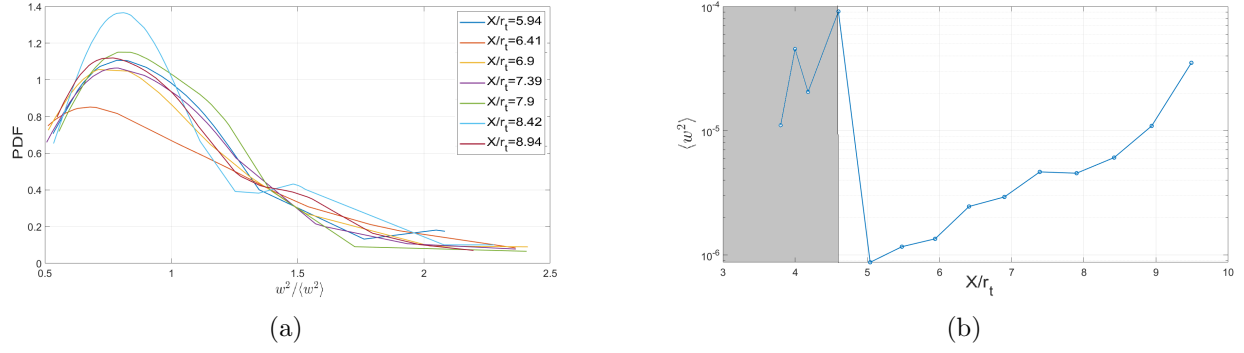


Figura 37: Andamento della PDF per $w^2 / \langle w^2 \rangle$ per (a), andamento dell'energia media $\langle w^2 \rangle$ lungo l'ugello. La regione grigia rappresenta la zona dove si ha il riattacco del flusso.

Unendo i risultati in figura 37b e in figura 35b si ottiene che al crescere dell'energia media degli eventi diminuisce il delay $\Delta\tau$ medio tra questi (figura 38). In modo intuitivo significa che eventi più energetici avvengono con un delay più piccolo.

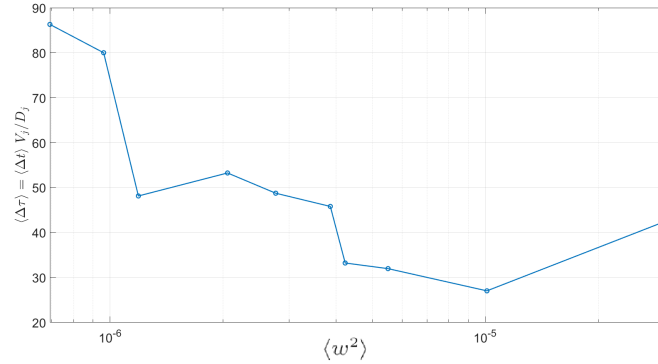


Figura 38: Correlazione tra energia media e delay (nota: sono stati esclusi i risultati delle prime 4 sonde per ottenere un risultati più leggibile)

Osservando l'andamento della deviazione standard per l'intermittenza (figura 39a) si può osservare come, nella zona di completa separazione, il valore tende a diminuire spostandosi verso valle, denotando una minore dispersione attorno al valore medio. Nella zona di riattacco, si hanno sia picchi elevati, dove il flusso è quindi molto disturbato, sia valori prossimi allo zero, dove il flusso è meno disturbato o sono presenti troppi pochi eventi per una misura significativa.

Per quanto riguarda l'energia (figura 39b) si ha un comportamento simile nella zona di riattacco, mentre dove il flusso è completamente separato si ha un comportamento opposto, ovvero la deviazione standard aumenta spostandosi verso valle. Questo può essere dovuto allo sviluppo turbolento del flusso, che tende a disperdere l'energia lontano da un valore medio.

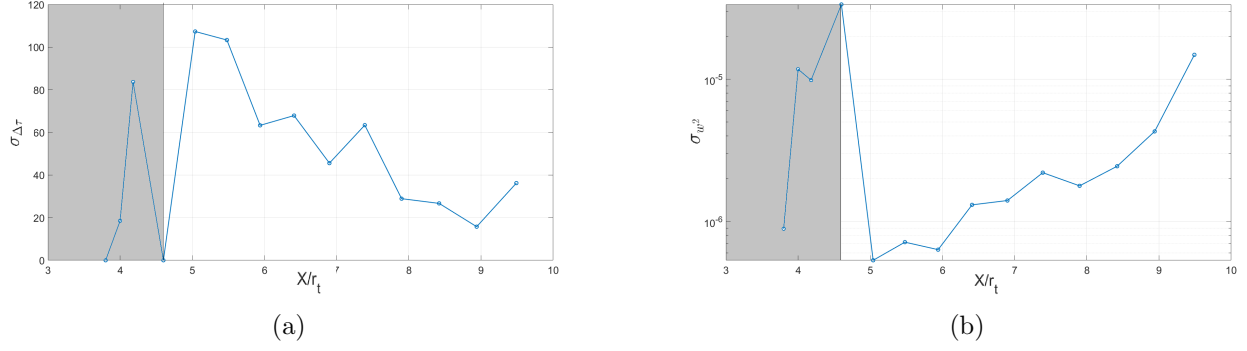


Figura 39: Andamento della deviazione standard per $\Delta\tau$ (a) e per w^2 (b). La regione grigia rappresenta la zona dove si ha il riattacco del flusso.

4.3 Fitting delle PDF

Sia per il caso dell'intermittenza sia per il caso della distribuzione di energia è stato possibile fare un buon fitting delle PDF con la distribuzione gamma (figura 40), definita come

$$f(x | a, b) = \frac{1}{b^a \Gamma(a)} x^{a-1} e^{-\frac{x}{b}} \quad (27)$$

Dove a è il parametro di forma e può essere utile per un'interpretazione fisica della distribuzione, mentre b è legato al valore medio.

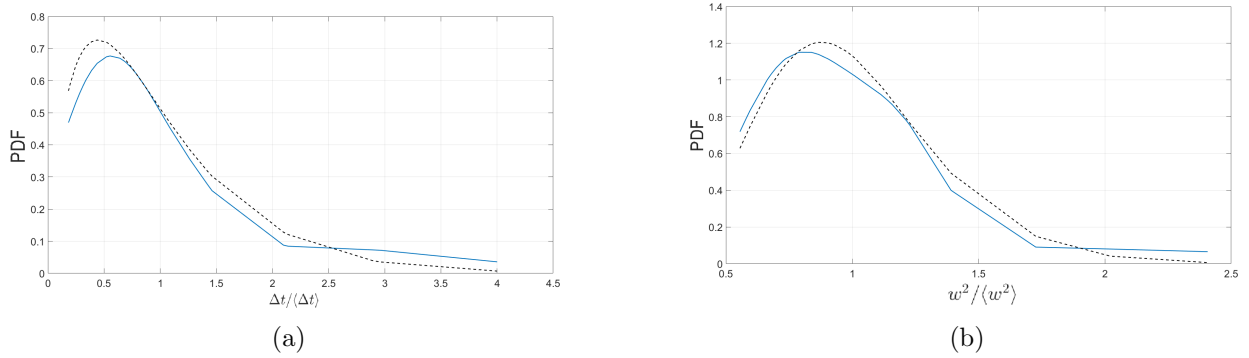


Figura 40: Esempio di fitting con distribuzione gamma (linea nera tratteggiata) per intermittenza (a) e distribuzione di energia (b), per la sonda in posizione $X/r_t = 7.9$

In tabella 2 è possibile osservare che $a > 1$ per tutte le sonde, e spostandosi valle aumenta fino ad un valore di circa 3.7, per poi tornare a 1.5 nell'ultima sonda. In letteratura si trova che più il parametro a è grande più la distribuzione del delay time si "stringe" attorno ad un valore caratteristico, indicando perciò che non si tratta di un fenomeno casuale ma probabilmente legato alla risonanza con delle onde sonore. Lo stesso vale per la distribuzione di energia (tabella 3) con valori di a più grandi, indicando che gli eventi energetici registrati ad un certo X/r_t tendono ad un valore energetico medio caratteristico.

X/r_t	$\langle\Delta\tau\rangle$	a	b
5.04	83.03	1.548	0.646
5.48	71.82	1.267	0.789
5.94	47.34	1.231	0.812
6.41	49	1.196	0.836
6.9	46.9	1.540	0.649
7.39	43.48	1.205	0.830
7.9	33.05	1.812	0.552
8.42	33.76	2.599	0.385
8.94	25.50	3.709	0.270
9.49	47.31	1.549	0.646

Tabella 2: Parametri caratterizzanti il fit con la distribuzione gamma per $\Delta t/\langle\Delta t\rangle$

X/r_t	$\langle w^2 \rangle [Pa^2]$	a	b
5.04	6.80e-07	4.378	0.228
5.48	8.91e-07	4.305	0.232
5.94	1.07e-06	7.264	0.138
6.41	1.83e-06	4.786	0.209
6.9	2.50e-06	6.140	0.163
7.39	3.40e-06	6.795	0.147
7.9	3.90e-06	8.208	0.122
8.42	5.38e-06	7,878	0.127
8.94	9.44e-06	7.445	0.134
9.49	3.08e-06	6.640	0.151

Tabella 3: Parametri caratterizzanti il fit con la distribuzione gamma per $w^2/\langle w^2 \rangle$

4.4 Analisi della prima metà del segnale

In figura 21 e in figura 20 era stata osservata la ripetizione di un pattern di picchi intorno a $St=0.19$ circa e per $t < 60$ ms circa. Per questo motivo l'analisi di delay e distribuzione di energia è stata ripetuta per questa parte di segnale, in modo da escludere il picco posto a circa 70 ms, che andava ad "oscurare" il pattern di oscillazioni di interesse.

In figura 41 si può osservare che il pattern di oscillazioni citato prima si ripete muovendosi verso valle, fino alla sonda in $X/r_t = 8.94$ dove tale pattern diventa meno riconoscibile, mentre nell'ultima sonda non è più visibile.

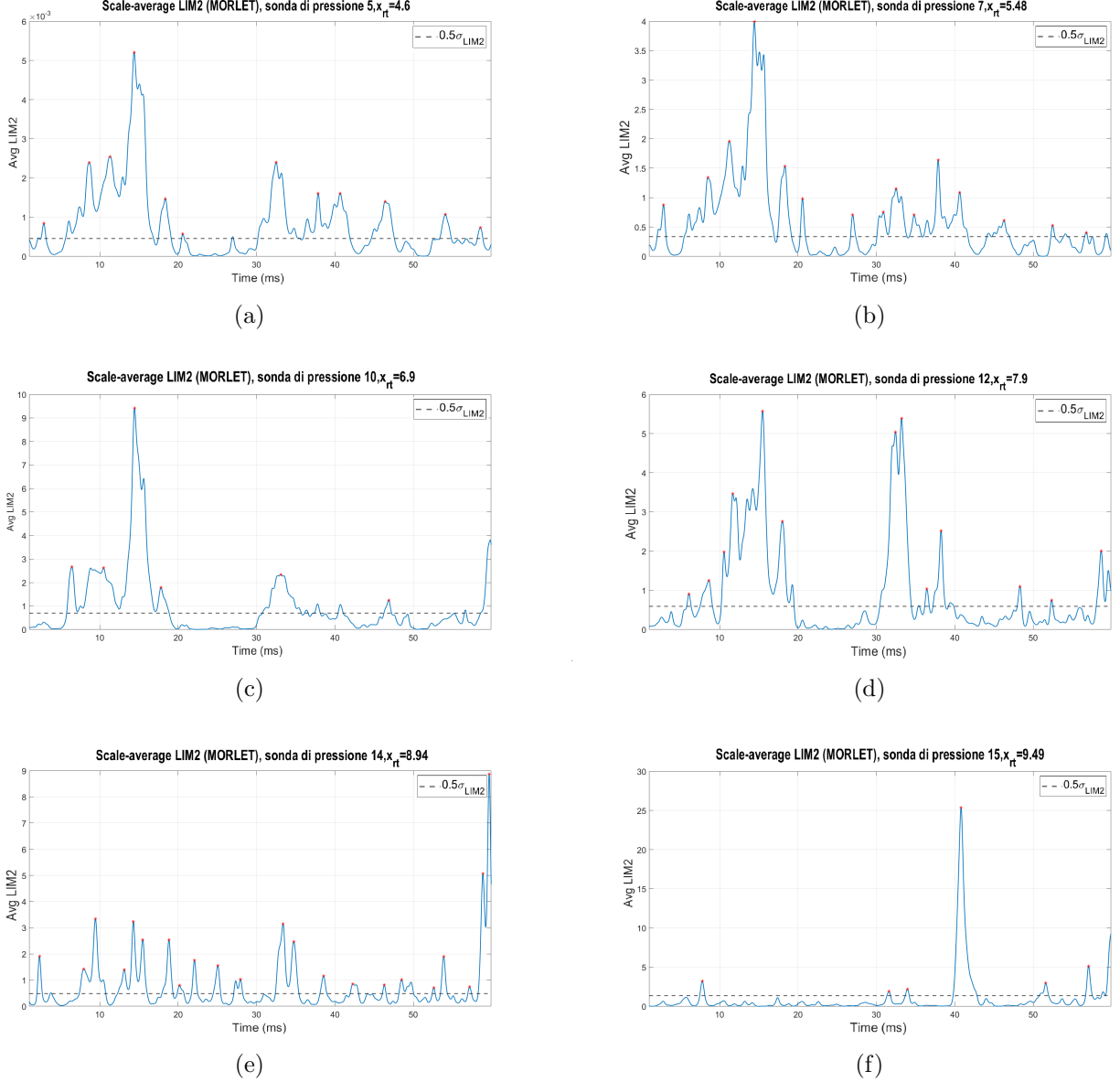


Figura 41: LIM2 medio per la porzione di segnale $t < 60$ ms per le sonde in posizione: $X/r_t = 4.6$, $X/r_t = 5.48$, $X/r_t = 6.9$, $X/r_t = 7.9$, $X/r_t = 8.94$, $X/r_t = 9.49$

Osservando l'andamento del delay medio adimensionale $\langle \Delta\tau \rangle$ (figura 42) si può osservare come, escludendo la prima e l'ultima sonda, tale valore rimanga circa costante lungo l'ugello. La prima sonda ha un valore anomalo probabilmente perchè non ha sufficienti eventi per l'analisi, come

dimostra anche il valore di deviazione standard nullo, mentre per l'ultima sonda, come già detto prima, non è riconoscibile lo stesso pattern di picchi, e infatti ha un valore di deviazione standard elevato. Concentrando l'analisi sulle sonde tra la prima e l'ultima (figura 43), si può osservare come l'andamento sia circa costante intorno al valore $\Delta\tau = 50$ circa, mentre tende a decrescere verso l'uscita. Tuttavia è presente un picco per $X/r_t = 6.9$, probabilmente dovuto mancanza di un numero sufficiente di eventi.

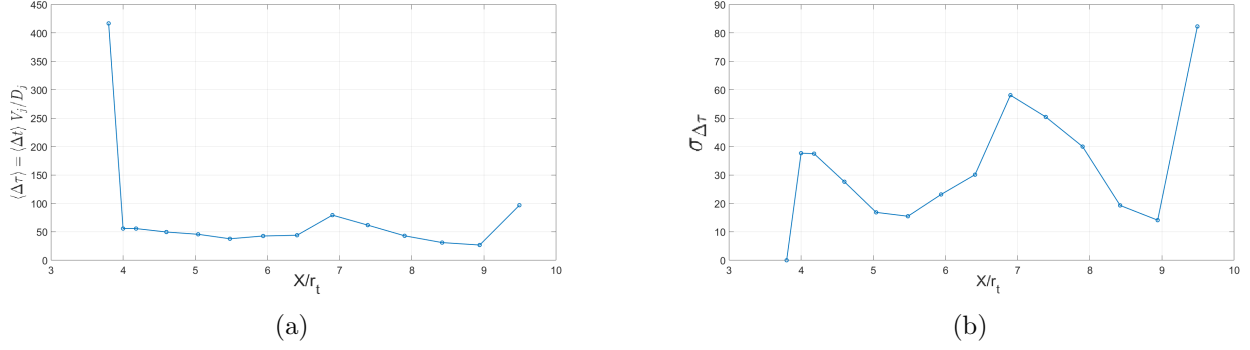


Figura 42: Andamento dell'intermittenza media $\langle\Delta\tau\rangle$ (a) e della relativa deviazione standard (b) lungo l'ugello

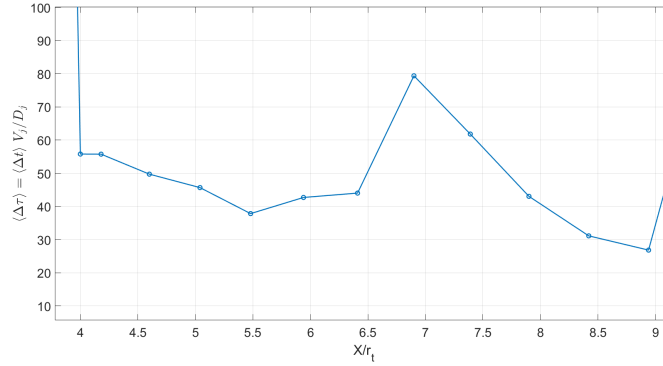


Figura 43: ingrandimento andamento dell'intermittenza media tra le sonde in $X/r_t = 4$ e $X/r_t = 8.94$

Per quanto riguarda l'energia media, si può osservare che si ha una leggera diminuzione iniziale, per poi avere un andamento crescente muovendosi verso valle. Tale andamento è in accordo con quanto osservato precedentemente.

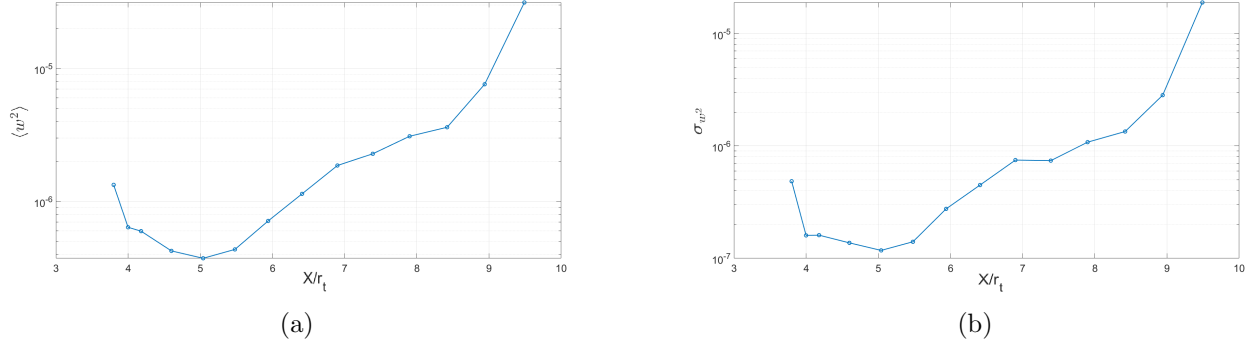


Figura 44: Andamento dell'energia media $\langle w^2 \rangle$ (a) e della relativa deviazione standard (b) lungo l'ugello

4.5 Analisi parte intermedia del segnale

Poichè intorno a 70ms sono stati osservati picchi energetici in praticamente tutte le sonde, l'analisi di delay ed energia media è stata ripetuta per la parte intermedia di segnale compresa in $45 \text{ ms} < t < 95 \text{ ms}$. In figura 45 si può osservare un andamento molto simile a quanto visto in figura 35b, dove si hanno forti oscillazioni nella zona di riattacco del flusso, per poi avere un andamento decrescente muovendosi verso valle. Tuttavia si può osservare che l'andamento nell'ultima parte dell'ugello è quasi costante.

In figura 46 si può osservare che l'andamento dell'energia è simile a quanto già visto prima, con un picco nella sonda in $X/r_t = 4$, un minimo in $X/r_t = 5.04$, proprio dove si ha l'oscillazione dell'urto più marcata (figura 13), ed un andamento crescente muovendosi verso valle. Confrontando inoltre questi risultati con quanto ottenuto nella prima parte del segnale in figura 44 si può osservare come si hanno valori di energia anche di un ordine di grandezza superiori.

Questi risultati possono indicare che il segnale è "dominato" dalle forti oscillazioni a 70ms, andando ad oscurare gli effetti delle oscillazioni più piccole osservate per $t < 60 \text{ ms}$.

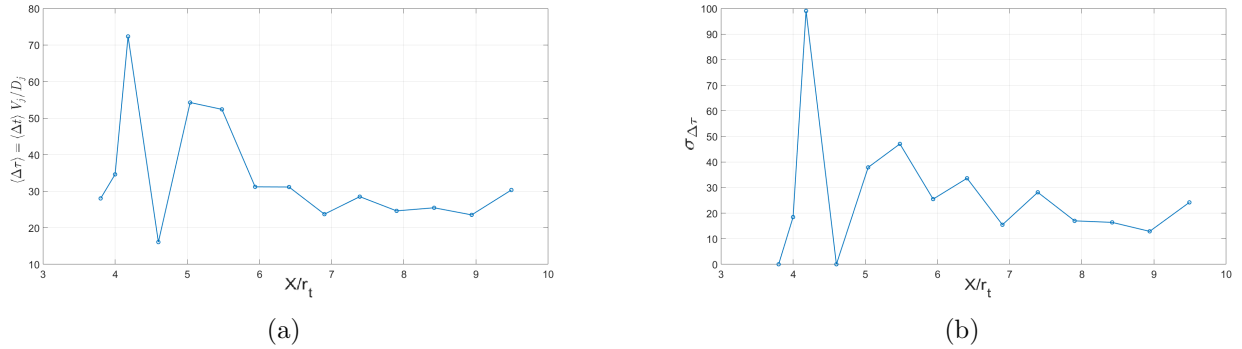


Figura 45: Andamento dell'intermittenza media $\langle \Delta\tau \rangle$ (a) e della relativa deviazione standard (b) lungo l'ugello per la parte intermedia del segnale

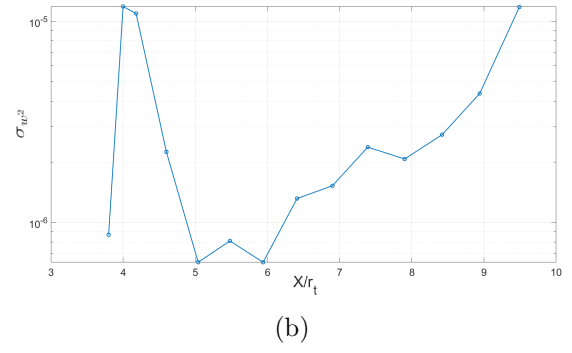
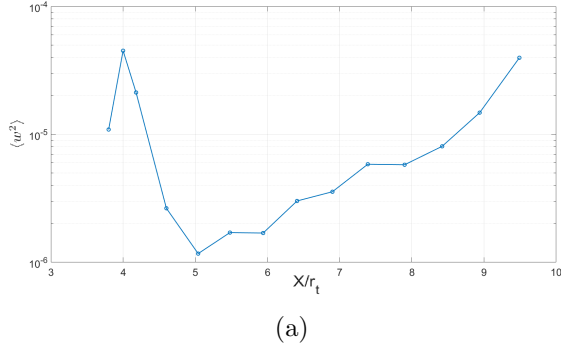


Figura 46: Andamento dell'energia media $\langle w^2 \rangle$ (a) e della relativa deviazione standard (b) lungo l'ugello per la parte intermedia del segnale

4.6 Analisi parte finale del segnale

Anche se in questa sezione del segnale non è stato osservato nessun picco particolare, l'analisi è stata ripetuta per la parte finale, a partire da $t = 100 \text{ ms}$ per completezza. Come si può osservare dai risultati, per l'intermittenza (figura 47) non si può osservare nessun andamento particolare, mentre per l'energia media si ha un risultato simile a quanto ottenuto in precedenza, anche se meno marcato (figura 48).

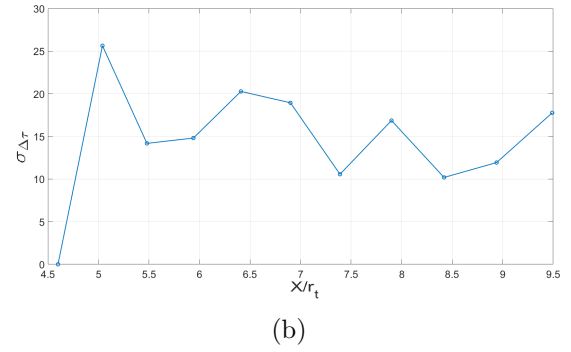
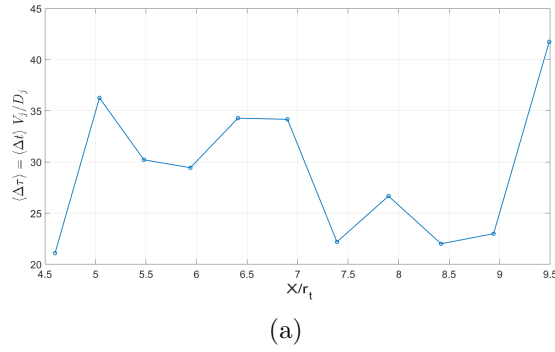


Figura 47: Andamento dell'intermittenza media $\langle \Delta \tau \rangle$ (a) e della relativa deviazione standard (b) lungo l'ugello per la parte finale del segnale

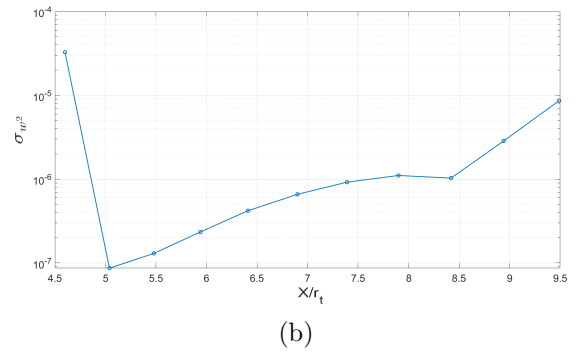
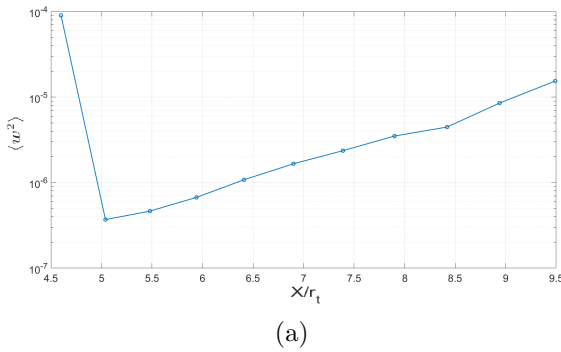


Figura 48: Andamento dell'energia media $\langle w^2 \rangle$ (a) e della relativa deviazione standard (b) lungo l'ugello per la parte intermedia del segnale

Da questi risultati si può concludere che si ha una prima parte del segnale caratterizzata da picchi con intermittenza "regolare" (approssimativamente) e bassi livelli energetici, una parte intermedia dominata da picchi con intermittenza variabile lungo l'ugello e valori energetici più alti, con un picco di energia proprio nella zona di riattacco del flusso, ed una parte finale che non mostra nessun andamento particolare.

4.7 Analisi di sensibilità

La selezione degli eventi, da cui deriva l'analisi statistica, dipende dalla scelta di 3 parametri principali: intervallo di frequenze di studio, livello di threshold e delay minimo tra eventi successivi. E' necessario quindi verificare come questi parametri impattano sul risultato finale, e trovare se esiste o meno un range di parametri ideale.

4.7.1 Variazione dell'intervallo di studio

La procedura vista nella sezione precedente è stata ripetuta per diversi range di St , con l'obiettivo di osservare eventuali effetti sugli andamenti di $\langle \Delta\tau \rangle$ e $\langle w^2 \rangle$.

Sono stati applicati due approcci nella variazione del range di studio:

- Variazione del punto medio dell'intervallo mantenendo costante l'ampiezza.
- Variazione dell'ampiezza dell'intervallo.

Nel primo caso sono stati studiati i seguenti intervalli, ottenendo i risultati in figura 49:

- $0.1 < St < 0.3$
- $0.3 < St < 0.5$
- $0.5 < St < 0.7$
- $0.7 < St < 0.9$
- $0.9 < St < 1.1$

Per quanto riguarda il $\Delta\tau$ medio (figura 49a) si può osservare che spostandosi verso frequenze più alte il valore del delay medio diminuisce, mentre si ha una leggera diminuzione spostandosi a valle. Tuttavia per le frequenze più alte tale andamento è meno marcato. Si può notare anche che il picco di $\langle \Delta\tau \rangle$ a $X/r_t = 5$ è presente solo per il primo intervallo e in modo meno marcato per il secondo, mentre è assente per gli altri.

Per l'energia media $\langle w^2 \rangle$ (figura 49b) si può osservare un andamento simile per tutti gli intervalli a partire da $X/r_t = 6$. Si può notare come il picco più intenso si ha per il primo intervallo per l'ultima sonda che registra il riattacco del flusso, mentre il secondo intervallo ha lo stesso picco ma di un ordine di grandezza inferiore. Inoltre si può osservare che, nelle sonde più a monte, le frequenze più alte hanno una energia media più bassa.

In entrambi i casi si può osservare che nelle prime quattro sonde, dove si ha il riattacco del flusso, si hanno delle oscillazioni importanti dei valori, mentre si hanno pochi dati per le frequenze più alte, causando una discontinuità negli andamenti. Infatti già dall'analisi wavelet (figura 20) si poteva osservare che in questa regione del flusso il contenuto energetico è concentrato nelle basse-medie frequenze.

In figura 50 si può osservare che, per la deviazione standard di $\Delta\tau$, spostandosi verso frequenze più alte generalmente questa diminuisce, indicando una minore dispersione alle frequenze maggiori. Mentre per la deviazione standard dell'energia si può osservare che l'andamento rimane pressoché invariato. Tuttavia in prossimità di $X/r_t = 5$, σ_{w^2} diminuisce per frequenze più alte, mentre accade il contrario più a valle.

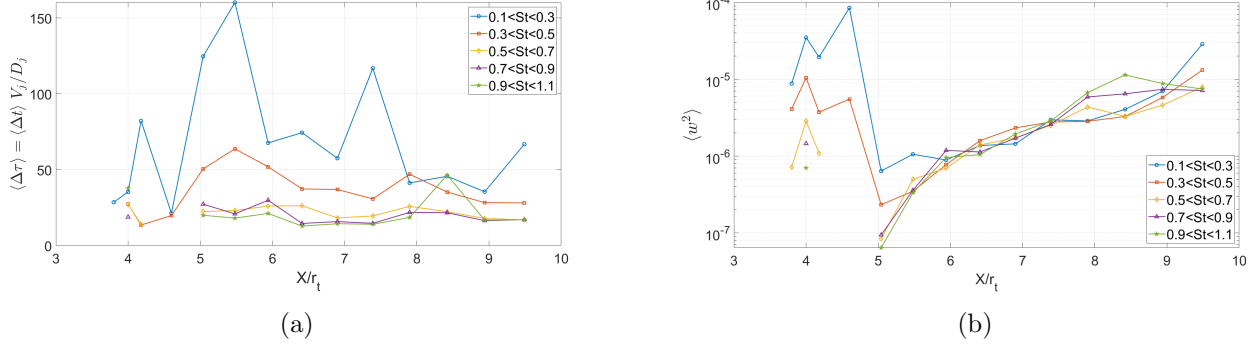


Figura 49: Andamento di $\langle\Delta\tau\rangle$ (a) e $\langle w^2\rangle$ (b) lungo l'ugello, al variare del punto medio dell'intervallo di studio

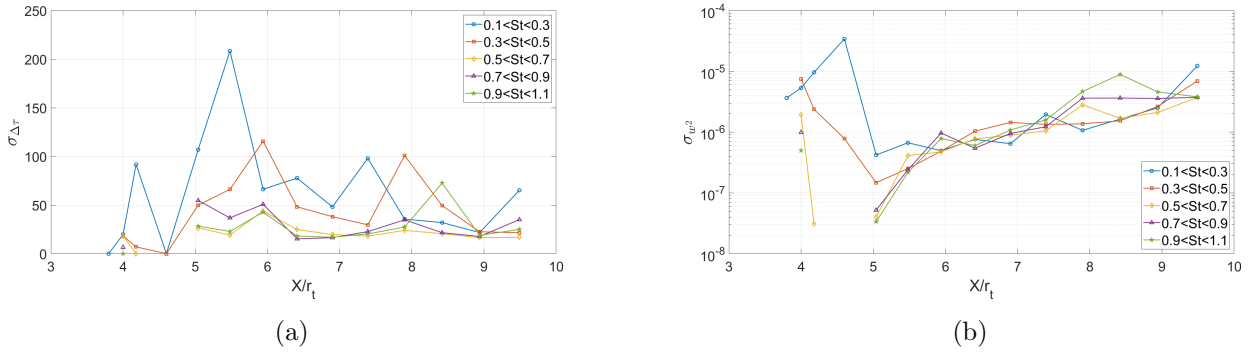


Figura 50: Andamento della deviazione standard per $\Delta\tau$ (a) e per w^2 (b) al variare del punto medio dell'intervallo di studio

Si può quindi concludere che, per il delay medio, l'andamento è molto influenzato dalla variazione del punto medio dell'intervallo di studio, mentre per l'energia media risente poco della variazione di tale parametro (almeno nella zona a valle del riattacco del flusso).

Nel secondo caso sono stati studiati i seguenti intervalli:

- $0.15 < St < 0.25$
- $0.1 < St < 0.3$
- $0.1 < St < 0.5$
- $0.1 < St < 0.8$

- $0.05 < St < 1$
- $0.05 < St < 1.2$
- $0.05 < St < 1.5$

Aumentando l'ampiezza dell'intervallo di studio si può osservare che il delay medio tende a diminuire (figura 51a), mentre rimane l'andamento decrescente allo spostarsi verso valle. Inoltre per intervalli abbastanza ampi si perdono alcuni picchi di $\langle \Delta\tau \rangle$, rendendo l'andamento più "smooth". In particolare, a partire dal range $0.1 < St < 0.5$ si perde il picco intorno a $X/r_t = 7$, mentre per l'intervallo di ampiezza maggiore si perdono tutti i picchi e anche le oscillazioni nella regione di riattacco del flusso. Questo accade perchè mediando su un intervallo più ampi si perdono le caratteristiche particolari della frequenze di interesse (come poteva essere $St=0.2$).

Per quando riguarda l'energia media (figura 51b) all'aumentare dell'ampiezza dell'intervallo aumenta anche l'energia media, mentre l'andamento rimane pressochè invariato. Questo accade perchè, mediando su un intervallo più ampio, viene "raccolta" e misurata più energia. Lo stesso effetto si può osservare per la relativa deviazione standard in figura 52b.

Per la deviazione standard del delay adimensionale si può osservare che l'andamento generale è poco influenzato dalla variazione del range dell'intervallo di studio. Tuttavia nella zona di riattacco del flusso e nell'ultima sonda $\sigma_{\Delta\tau}$ diminuisce con l'aumento del range, mentre accade il contrari intorno a $X/r_t = 5$.

Mentre per la deviazione standard dell'energia si possono applicare le stesse osservazioni fatte per l'energia media.

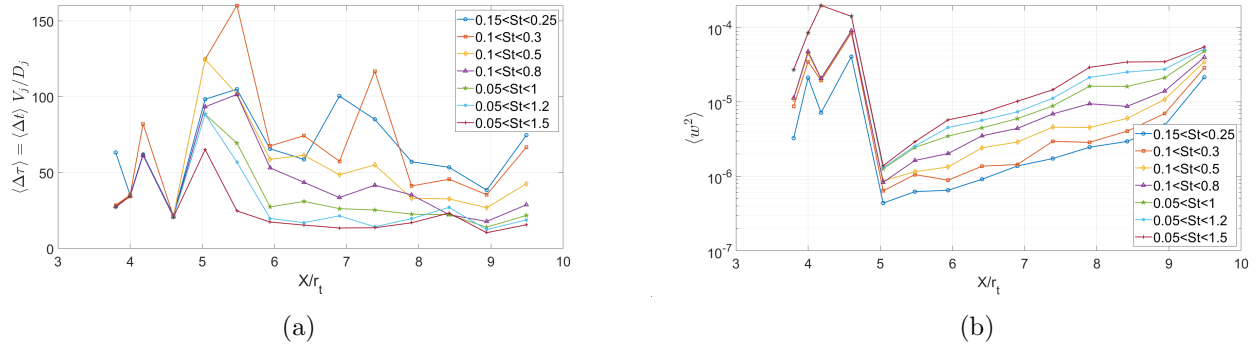


Figura 51: Andamento di $\langle \Delta\tau \rangle$ (a) e $\langle w^2 \rangle$ (b) lungo l'ugello, al variare dell'ampiezza dell'intervallo di studio (il grafico (a) ha l'asse y in scala logaritmica)

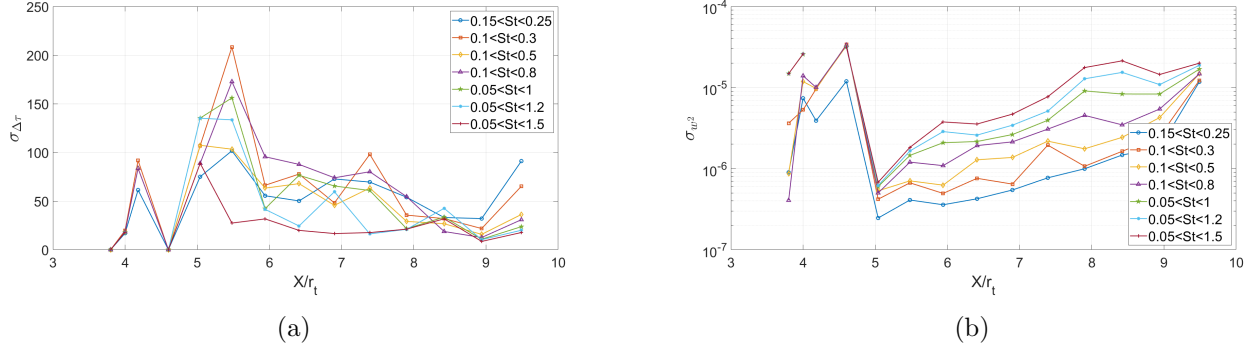


Figura 52: Andamento della deviazione standard per $\Delta\tau$ (a) e per w^2 (b) al variare del range dell'intervallo di studio

Si può concludere che sia delay medio che energia media sono fortemente influenzati dall'ampiezza dell'intervallo di studio.

4.7.2 Variazione del livello di threshold

Quindi è stato studiato l'effetto del livello di threshold per la selezione degli eventi, precedentemente definito come $0.5\sigma_{LIM2}$, e mantenendo costante l'intervallo di studio $0.1 < St < 0.5$. Sono stati studiati i seguenti livelli di threshold:

- $0.1\sigma_{LIM2}$
- $0.25\sigma_{LIM2}$
- $0.5\sigma_{LIM2}$
- $0.75\sigma_{LIM2}$
- $1\sigma_{LIM2}$
- $1.25\sigma_{LIM2}$

Alzando il livello di threshold saranno via via selezionati meno eventi (figura 55), modificando così il calcolo di delay ed energia delle oscillazioni. Si può osservare che l'andamento dell'energia media (figura 53b) è poco influenzata dalla variazione del livello di threshold, in particolare per i livelli più alti, oltre $0.5\sigma_{LIM2}$. Si nota solo una leggera diminuzione di energia al diminuire del threshold. Questo avviene poichè all'abbassarsi del threshold vengono selezionati un numero maggiore di eventi poco energetici.

Per il delay medio $\langle\Delta\tau\rangle$ (figura 53a) si può osservare che all'abbassarsi del threshold il picco intorno a $X/r_t = 5$ tende ad abbassarsi fino a non essere più visibile per il livello più basso. Inoltre in generale abbassando il livello di selezioni si abbassa il delay medio. Questo avviene poichè, con un basso livello di threshold vengono selezionati più eventi molto vicini tra loro. Tuttavia più a valle l'andamento generale si può dire che rimane quasi "invariato", infatti l'alzarsi del livello di threshold provoca solo un "offset" verso l'altro del grafico, mentre si ottengono risultati diversi nella zona di riattacco del flusso.

Lo stesso comportamento si può osservare per la deviazione standard dell'intermittenza (figura 54), denotando una maggior dispersione all'alzarsi del livello di threshold.

Si può concludere che il delay medio è piuttosto sensibile al variare del livello di threshold, mentre l'andamento dell'energia media risente poco della variazione di questo parametro.

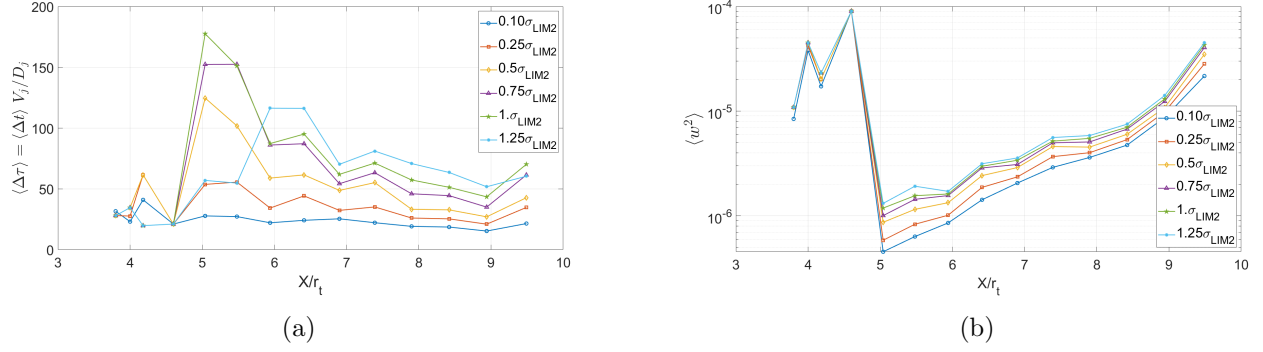


Figura 53: Andamento di $\langle \Delta\tau \rangle$ (a) e $\langle w^2 \rangle$ (b) lungo l'ugello, al variare del livello di threshold

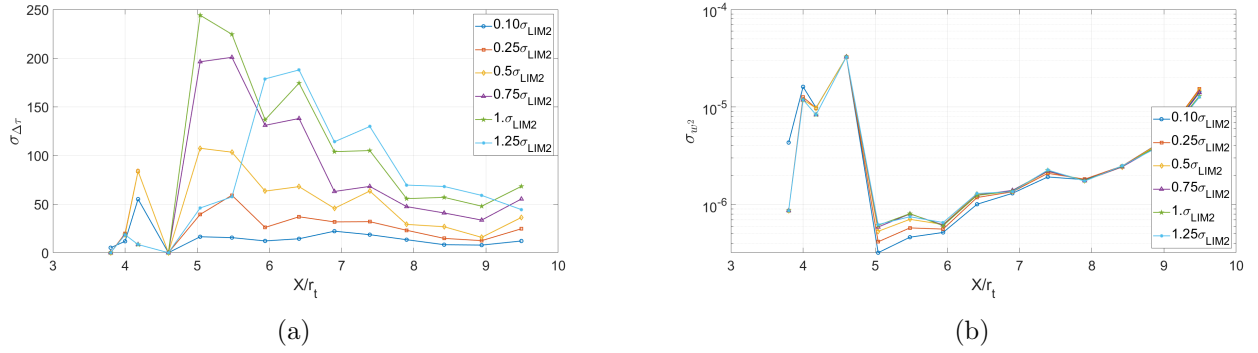
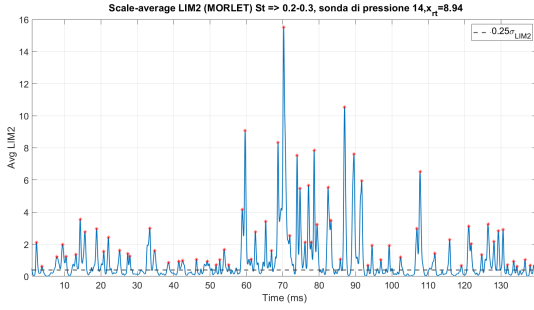
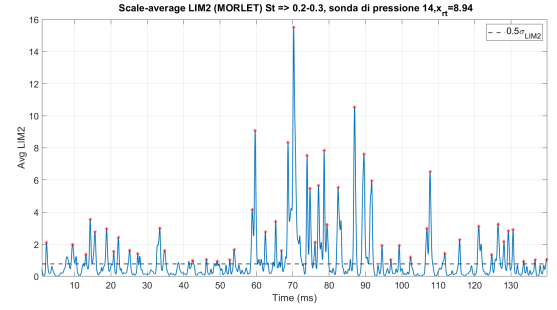


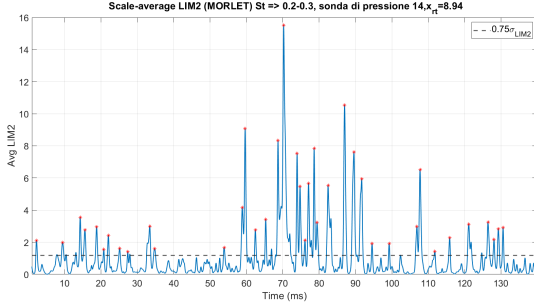
Figura 54: Andamento della deviazione standard per $\Delta\tau$ (a) e per w^2 (b) al variare del livello di threshold



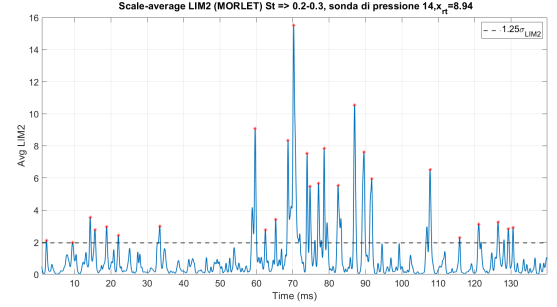
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 55: Andamento della LIM2 per la wavelet mediata in $0.1 < St < 0.5$ per la sonda in $X/r_t = 8.94$ per i livelli di threshold $0.25\sigma_{LIM2}$ (a), $0.5\sigma_{LIM2}$ (b), $0.75\sigma_{LIM2}$ (c), $1.25\sigma_{LIM2}$ (d). Si può osservare come, all'alzarsi del threshold, vengono selezioni meno eventi

4.7.3 Variazione min separation tra eventi successivi

In precedenza nella selezione degli eventi non è stato considerato nessun Δt minimo tra gli eventi, con possibili ambiguità nella selezione di alcuni eventi, che possono essere conteggiati 2 o più volte, come si può vedere nell'esempio in figura 56. Tuttavia bisogna ricordare che l'analisi wavelet restituisce le scale come periodi, mentre fino ad ora sono state considerate le frequenze come oggetto di studio. Quindi, poichè gli eventi più significativi sono stati osservati alla frequenza $St = 0.2$ circa (figura 20), che corrisponde a 1700 Hz circa, come valore di separazione minima tra gli eventi è stato scelto il relativo periodo $T = 1/2000 \text{ s}$ e suoi multipli, in particolare:

- Min separation= $0[s]$
- Min separation= $1/2000[s]$
- Min separation= $1.5 * 1/2000[s]$
- Min separation= $2 * 1/2000[s]$
- Min separation= $2.5 * 1/2000[s]$

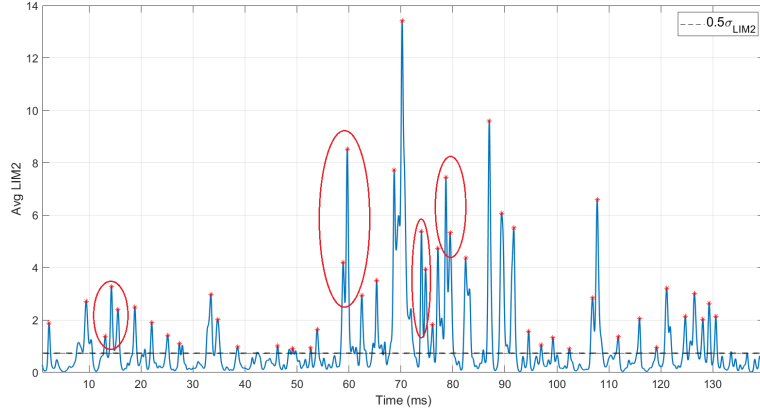


Figura 56: Esempio di selezione eventi, nei cerchi rossi si può osservare l'ambiguità nella selezione di alcuni eventi

Applicando quindi questa analisi all'intervallo $0.1 < St < 0.5$ (figura 57) si può osservare che per il delay medio l'andamento rimane pressochè invariato. Si può notare solo un leggero aumento dei valori, dovuto al fatto che stiamo imponendo una distanza minima tra gli eventi, ma solo per $Min\ separation > 2 * 1/2000$.

Aumentando il range dell'intervallo di studio, come per esempio $0.05 < St < 1$, l'effetto del delay minimo tra gli eventi è più marcato (figura 57c). In particolare si può notare come il picco intorno a $X/r_t = 5$ diventa più marcato, ottenendo un effetto opposto all'aumento del range dell'intervallo (figura 51). Infatti, imponendo un delay minimo tra gli eventi, è come se restringessimo il campo di studio solo agli eventi della frequenza di interesse, quindi proprio come restringendo l'intervallo di studio.

Per quanto riguarda l'energia media non si osserva nessun legame con il delay minimo tra gli eventi. Le stesse osservazioni valgono per l'andamento della deviazione standard (figura 58).

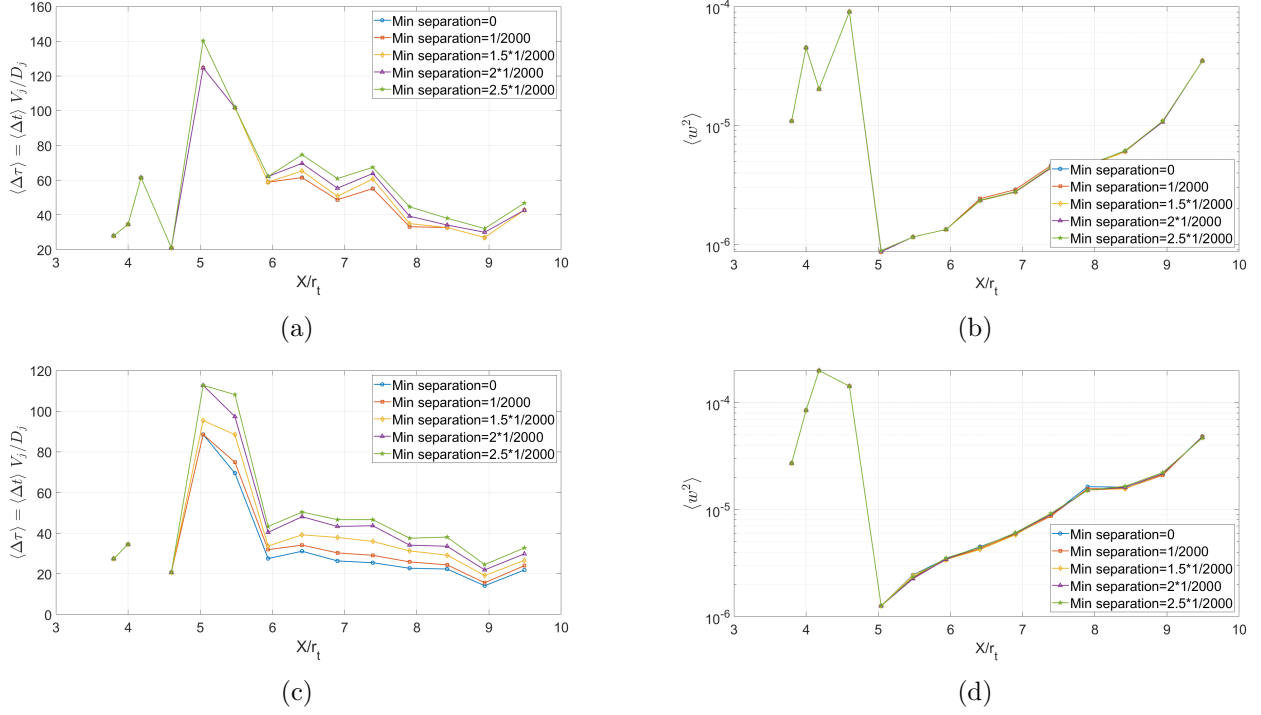


Figura 57: Andamento di $\langle \Delta\tau \rangle$ (a,c) e $\langle w^2 \rangle$ (b,d) lungo l'ugello, della separazione minima tra gli eventi, per gli intervalli $0.1 < St < 0.5$ (a,b) e $0.05 < St < 1$ (c,d)

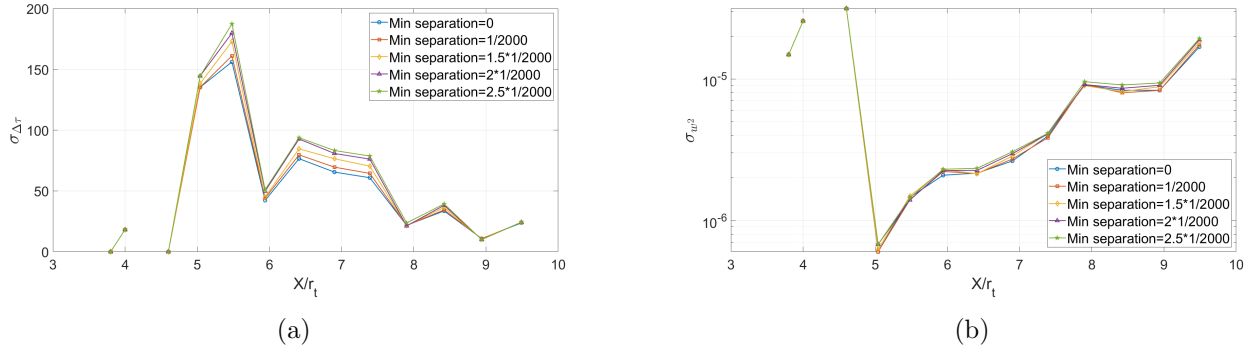


Figura 58: Andamento della deviazione standard per $\Delta\tau$ (a) e per w^2 (b) al variare del delay minimo per l'intervallo $0.05 < St < 1$

Unendo i risultati, si può concludere che l'andamento dell'energia media è poco influenzato dalla variazione dei parametri, se non per l'aumento del range dell'intervallo di frequenze di studio. Mentre l'analisi del delay in generale è molto sensibile alla variazione dei parametri. Questo indica che lo studio statistico degli eventi energetici è fortemente influenzato dalla scelta dei parametri, in particolare dalla scelta dell'intervallo di studio e dal livello di threshold. Quindi si può dire che la scelta di tali parametri è euristica, ovvero dipende dall'osservazione della mappe wavelet e da cosa si vuole analizzare nel dettaglio.

4.8 Confronto tra due intervalli di frequenze

Osservando i risultati ottenuti applicando il *LIM2* (figura 31), si può dividere il campo di frequenze in 3 regioni: una alle alte frequenze per $St > 4$ dove si hanno gli effetti della turbolenza; una alle frequenze intermedie dove si hanno gli effetti sonori per $0.07 < St < 0.4$; e uno alle frequenze più basse per $St < 0.07$ dove si hanno gli effetti di oscillazione dell'urto. Inoltre è stato scelto di abbassare il livello di threshold a $0.1\sigma_{LIM2}$, in modo da riuscire a selezione più eventi ed avere una migliore analisi statistica.

Per il delay adimensionale medio $\langle \Delta\tau \rangle$ (figura 59) si può osservare che nella zona di riattacco del flusso si hanno grandi fluttuazioni dei valori, dovuto probabilmente alla scarsità di eventi selezionati in questa regione. Più a valle invece si ha un andamento più regolare, leggermente decrescente per entrambi gli intervalli, mentre si ha un piccolo aumento all'uscita dell'ugello. Si può inoltre notare che si hanno valori leggermente più bassi per l'intervallo più ampio, probabilmente a causa del numero maggiore di eventi "catturati", che sono quindi più vicini tra loro. Per la deviazione standard invece gli andamenti sono simili per i due intervalli.

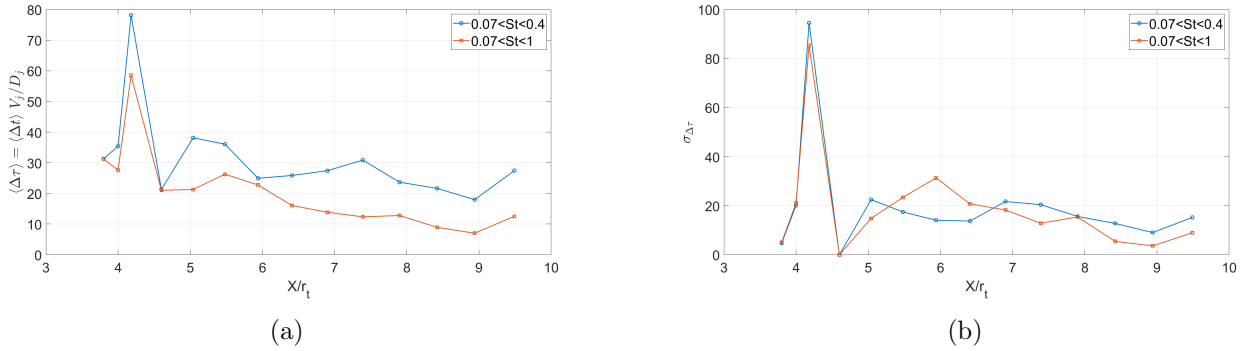


Figura 59: Andamento di $\langle \Delta\tau \rangle$ (a) e della relativa deviazione standard (b) lungo l'ugello, per i due intervalli scelti

Per l'energia media $\langle w^2 \rangle$ si può osservare che nella zona di separazione gli andamenti sono identici, probabilmente perchè sono dominati dai grossi eventi energetici osservati in figura 20a e 20b, che rientrano in entrambi gli intervalli. Mentre più a valle si può osservare che i due andamenti sono simili. I valori dell'intervallo più ampio sono maggiori perchè "catturano" più eventi, con una conseguente energia media maggiore.

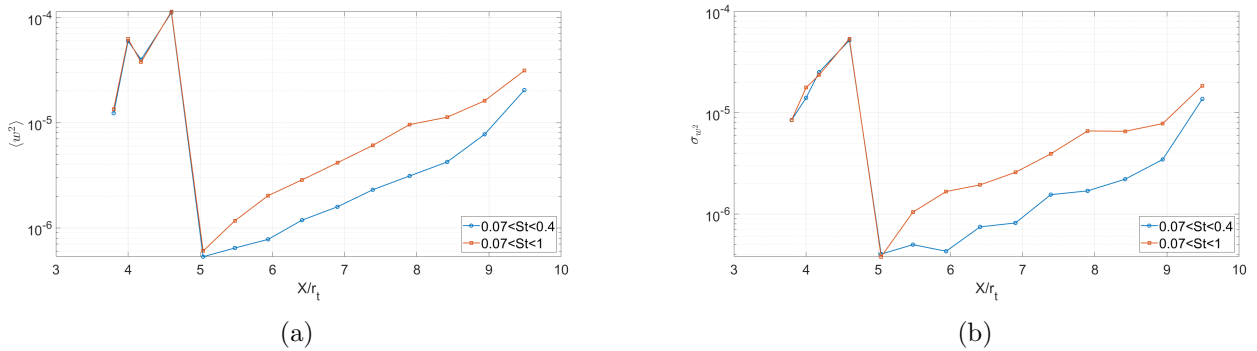


Figura 60: Andamento dell'energia media $\langle w^2 \rangle$ (a) e della relativa deviazione standard (b) per i due intervalli scelti

Valutando l'andamento della PDF per il delay tra gli eventi come già fatto in precedenza si ottengono i risultati in figura 61. Sono state escluse le sonde nella zona di riattacco del flusso (le prime 4) poichè avendo pochi eventi non è stato possibile realizzare delle PDF apprezzabili. Si può osservare che per i due intervalli si ottengono andamenti simili, con variazioni minime al variare di X/r_t , con andamenti che tendono a stringersi intorno al loro valore medio. Tuttavia nell'intervallo $0.07 < St < 1$ si può osservare che per la sonda in $X/r_t = 5.04$ la PDF è più larga e più bassa rispetto alle altre, denotando una possibile dispersione di valori maggiore.

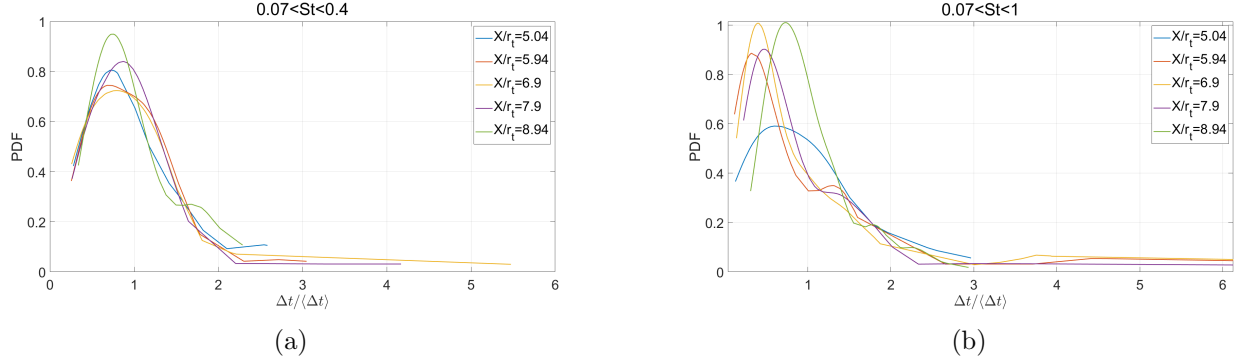


Figura 61: Andamento della PDF per l'intermittenza $\Delta t / \langle \Delta t \rangle$ lungo l'ugello per l'intervallo $0.07 < St < 0.4$ (a) e $0.07 < St < 1$ (b)

Anche per quanto riguarda l'energia (figura 62) gli andamenti sono simili per entrambi gli intervalli, con variazioni minime la variare di X/r_t . Tuttavia per l'intervallo $0.07 < St < 0.4$ si può osservare che la per la sonda in $X/r_t = 5.04$ si ha un picco più alto e stretto rispetto alle altre PDF. Questo può indicare una concentrazione degli eventi energetici intorno ad un valore medio che "domina" il flusso in questo intervallo di frequenze.

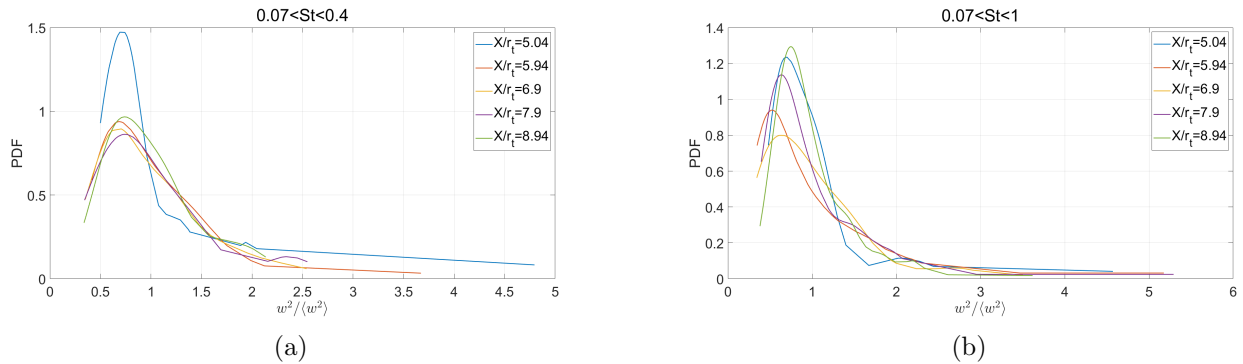


Figura 62: Andamento della PDF per l'energia $w^2 / \langle w^2 \rangle$ lungo l'ugello per l'intervallo $0.07 < St < 0.4$ (a) e $0.07 < St < 1$ (b)

Confrontando le PDF ottenute tramite istogrammi con la gaussiana di riferimento si ottengono risultati simili a quanto ottenuto precedentemente, perciò valgono le stesse considerazioni.

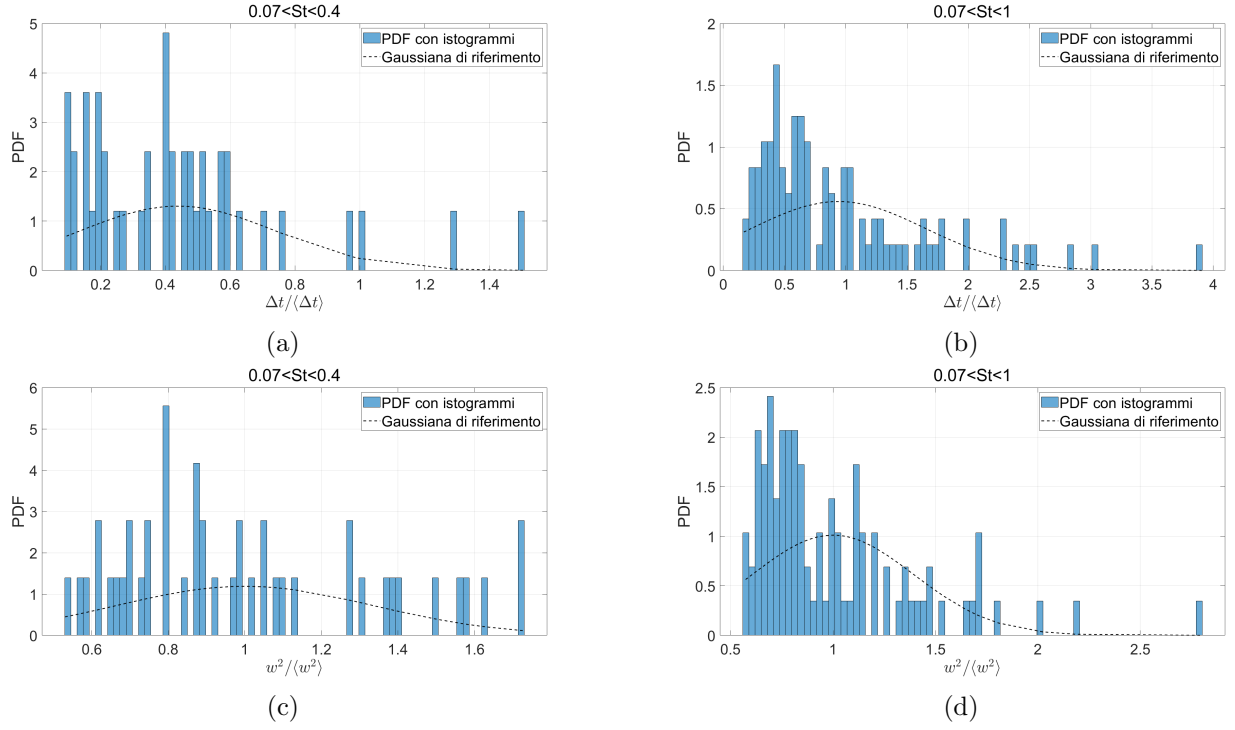


Figura 63: Andamento di $\langle \Delta \tau \rangle$ (a,c) e $\langle w^2 \rangle$ (b,d) lungo l'ugello, della separazione minima tra gli eventi, per gli intervalli $0.1 < St < 0.5$ (a,b) e $0.05 < St < 1$ (c,d)

Unendo i risultati di energia e intermittenza (figura 64) si può osservare che per entrambi gli intervalli di frequenze si hanno andamenti simili. Si ha una generale diminuzione dell'intermittenza media all'aumentare dell'energia media, come già osservato precedentemente in figura 38.

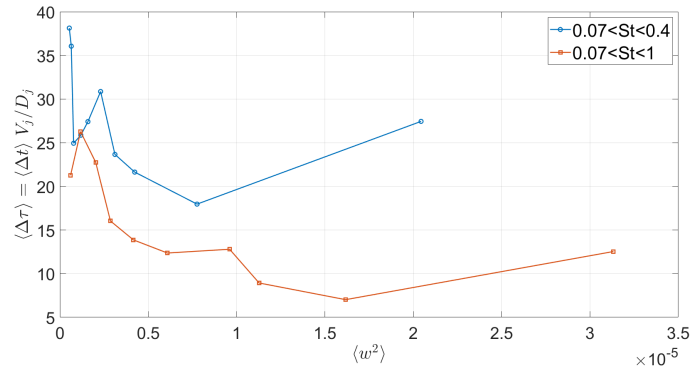


Figura 64: Correlazione tra energia media e intermittenza media

4.9 Ulteriori risultati ottenuti con la wavelet *DOG*

La wavelet *DOG* con $m = 6$ ha solo componente reale, e perciò non ha una buona risoluzione in frequenza e il suo spettrogramma non è di facile lettura (figura 65). Per questo inizialmente è stata preferita la suo posto la *Morlet*. Tuttavia, nel corso nell'analisi statistica, è emerso che la wavelet *DOG*, essendo reale, cattura sia i picchi positivi che negativi di $|w(k, t)|$ [4], mentre nella *Morlet*, essendo complessa, sono uniti in uno solo. Nell'analisi statistica questo può rappresentare un vantaggio, poichè permette di avere un maggior numero di eventi da analizzare, senza dover ampliare troppo l'intervallo di banda St dello scale avareging.

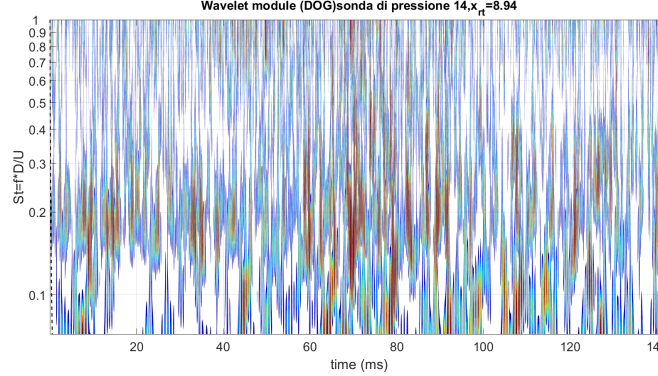


Figura 65: Scalogramma del modulo della wavelet *DOG* per la sonda in $X/r_t = 8.94$, si può vedere come, rispetto all'analogo con Morlet(figura 20f), la lettura sia meno chiara

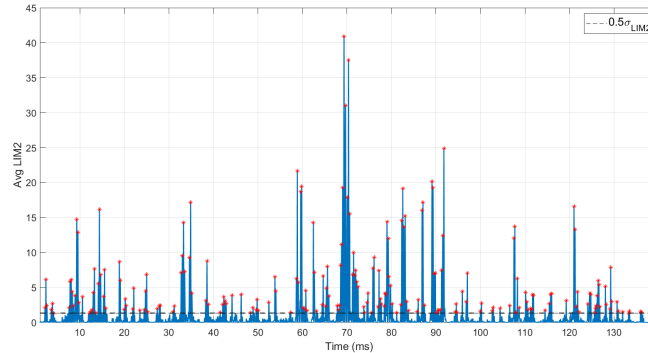


Figura 66: Esempio di selezione eventi tramite $\langle LIM2 \rangle$ con la wavelet *DOG* nell'intervallo $0.1 < St < 0.3$. Si può notare la maggiore "densità" di eventi

Quindi è stata studiata l'intermittenza come già fatto prima per gli intervalli $0.1 < St < 0.3$ e $0.3 < St < 0.5$, range dove sono stati osservati gruppi differenti di eventi energetici (figura 20). Valutando l'andamento della PDF per $\Delta t / \langle \Delta t \rangle$ si trova un risultato simile a quanto ottenuto in figura 35a, con la differenza che le distribuzioni sono più "schiate" intorno ad un valore caratteristico, che non sembra variare molto con la posizione nella sonda. Inoltre in entrambi la distribuzione sembra "allargarsi" leggermente spostandosi verso valle.

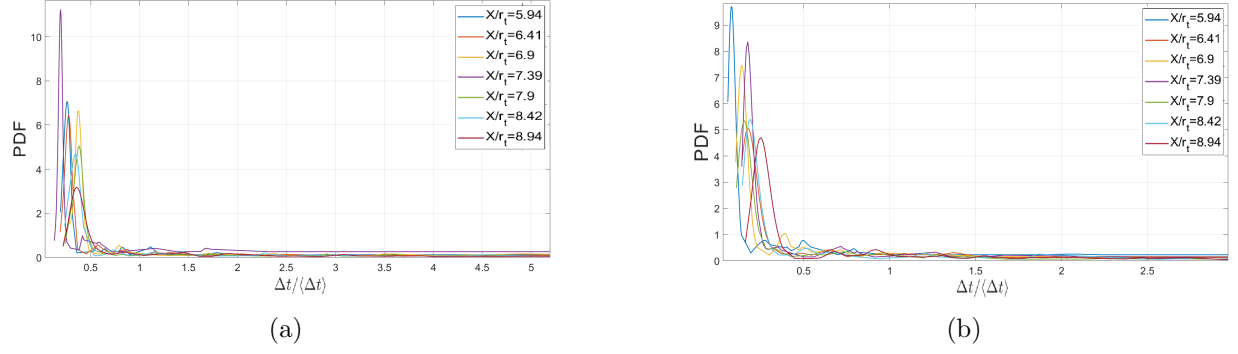


Figura 67: Andamento della PDF per $\Delta t/\langle\Delta t\rangle$, nell'intervallo $0.1 < St < 0.3$ (a), e nell'intervallo $0.3 < St < 0.5$ (b)

Analizzando l'andamento del delay medio adimensionalizzato $\langle\Delta\tau\rangle$ si può osservare che si per l'intervallo $0.1 < St < 0.3$ che per l'intervallo $0.3 < St < 0.5$ si ha un andamento simile, con un picco nella zona di separazione, per andare poi a stabilizzarsi intorno a $\langle\Delta\tau\rangle = 10$: Da notare che l'intermittenza media è più piccola rispetto a quanto ricavato con la Morlet, questo a causa della maggior densità di picchi, con un conseguente delay medio $\langle\Delta t\rangle$ minore.

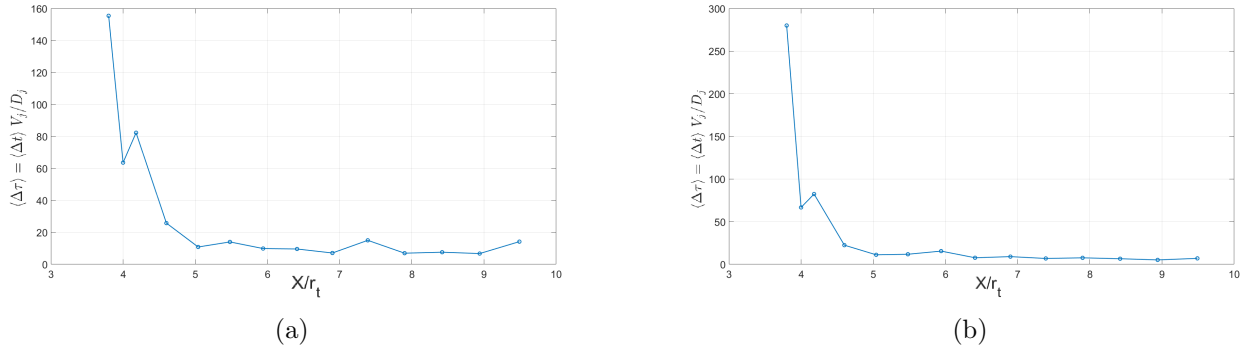
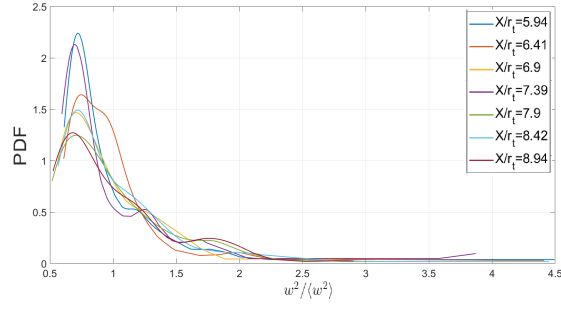
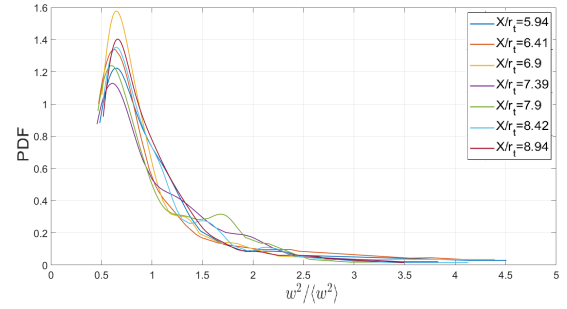


Figura 68: Andamento di $\langle\Delta\tau\rangle$ lungo l'ugello, nell'intervallo $0.1 < St < 0.3$ (a), e nell'intervallo $0.3 < St < 0.5$ (b)

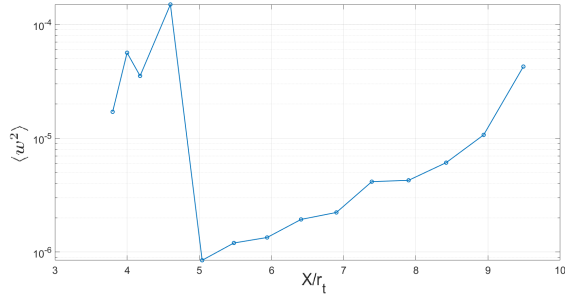
La stessa procedura è stata applicata per la distribuzione dell'energia degli eventi normalizzata con la sua media, definita come $w^2/\langle w^2\rangle$, ottenendo risultati simili per entrambi gli intervalli di St . Si può osservare come, rispetto alla morlet, le distribuzioni sono molto più strette intorno al valore caratteristico $w^2/\langle w^2\rangle = 0.25$ circa (figure 69a e 69b), un valore leggermente inferiore a quanto ottenuto con la Morlet. Inoltre, come già osservato, il valore medio tende ad aumentare muovendosi verso valle (figure 69c e 69d), in modo marcato per l'ultima sonda e per l'intervallo $0.3 < st < 0.5$. Inoltre si può osservare che le frequenze più alte hanno una energia media più bassa, anche di due ordini di grandezza.



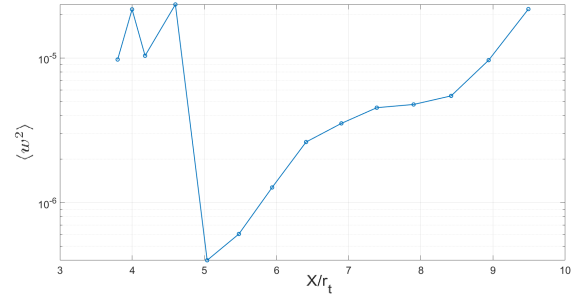
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 69: Andamento della PDF per $w^2/\langle w^2 \rangle$ per l'intervallo $0.1 < St < 0.3$ (a) e $0.3 < St < 0.5$ (b); Andamento dell'energia media $\langle w^2 \rangle$ lungo l'ugello per $0.1 < St < 0.3$ (c) e $0.3 < St < 0.5$ (d)

Per quanto riguarda l'andamento della deviazione standard (figura 70) si può osservare che nella zona dove il flusso è sempre separato si hanno bassi valori per l'intermittenza, denotando un bassa dispersione intorno al valore medio. Per l'energia invece si ottengono risultati simili a quanto ottenuto con la Morlet.

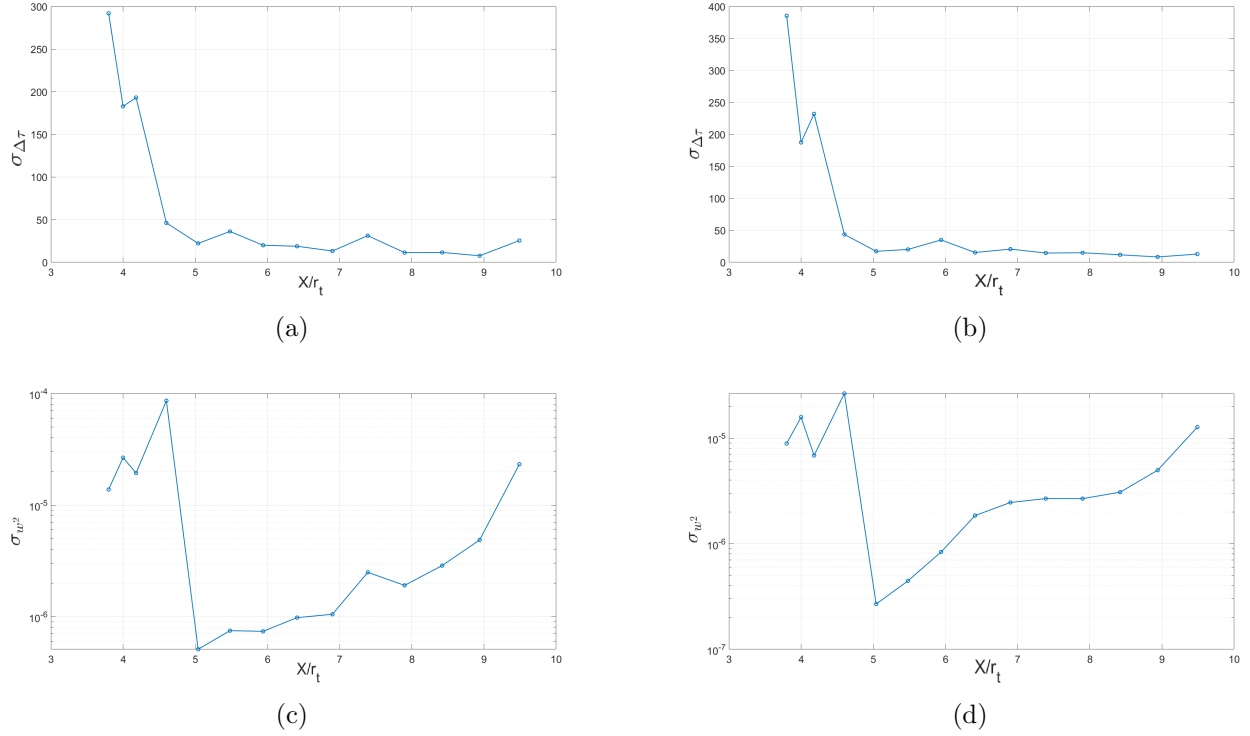


Figura 70: Andamento della deviazione standard per $\Delta\tau$ per l'intervallo $0.1 < St < 0.3$ (a) e $0.3 < St < 0.5$ (b); Andamento della deviazione standard w^2 per l'intervallo $0.1 < St < 0.3$ (c) e $0.3 < St < 0.5$ (d)

Poichè l'analisi tramite DOG funziona bene in intervalli di frequenza relativamente piccoli, si è scelto di analizzare cosa accade variando il punto medio del range di frequenze studiato (figura 71), utilizzando i seguenti intervalli:

- $0.1 < St < 0.3$
- $0.3 < St < 0.5$
- $0.5 < St < 0.7$
- $0.7 < St < 0.9$
- $0.9 < St < 1.1$

Per quanto riguarda il delay, si può osservare che, nella zona di riattacco del flusso, spostandosi verso frequenze più alte il $\Delta\tau$ medio aumenta, così come la relativa deviazione standard. Più a valle si può osservare una leggera diminuzione per il delay medio all'aumentare della frequenza (figura 72), mentre l'andamento della variazione standard rimane circa invariato.

Per quanto riguarda l'energia media si può osservare che nella zona di riattacco del flusso si hanno i picchi più energetici più intensi per l'intervallo $0.1 < St < 0.3$, mentre più a valle l'andamento risulta circa invariato. Da notare che per $X/r_t = 5$ il contenuto energetico per le frequenze più alte è molto basso.

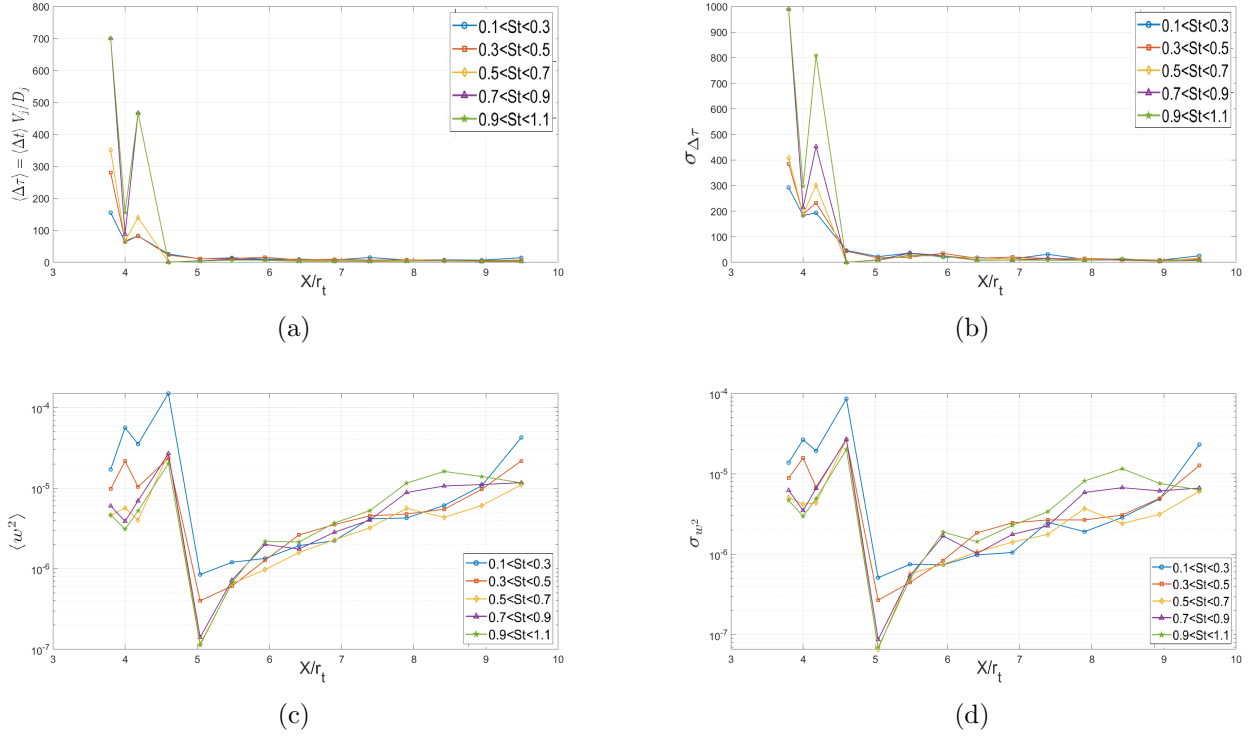


Figura 71: Andamento dell'intermittenza media $\langle \Delta\tau \rangle$ e dell'energia media w^2 (a,c) e della relativa deviazione standard (c,d) al variare del punto medio dell'intervallo

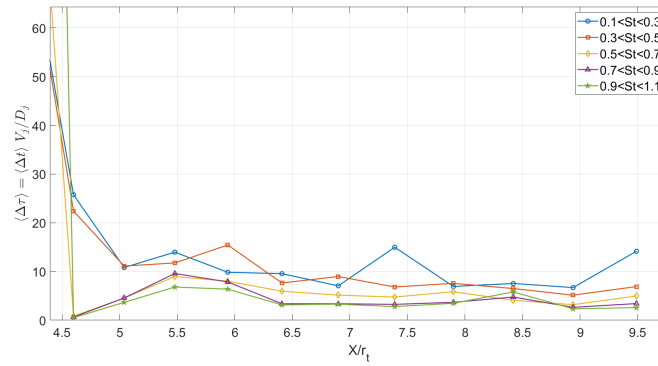


Figura 72: Dettaglio andamento dell'intermittenza media $\langle \Delta\tau \rangle$

Come già fatto in precedenza è stato variato il livello di threshold (figura 73), e sono stati ottenuti risultati simili quanto ottenuto con la Morlet, per cui valgono le stesse considerazioni già fatte in precedenza.

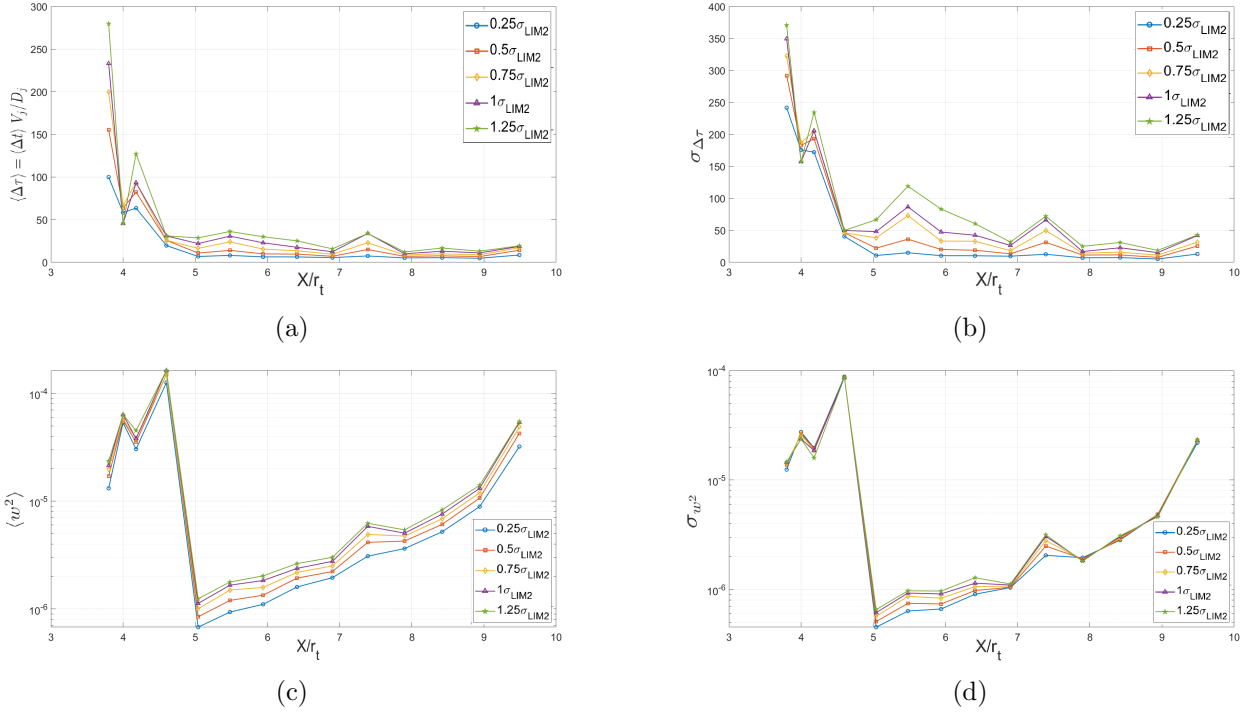
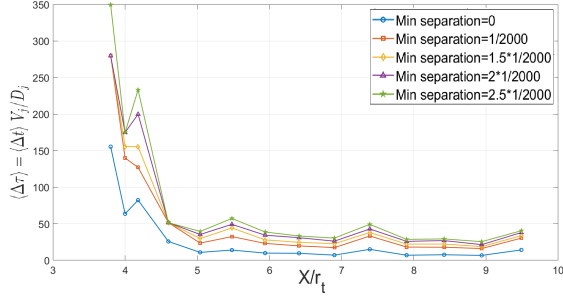


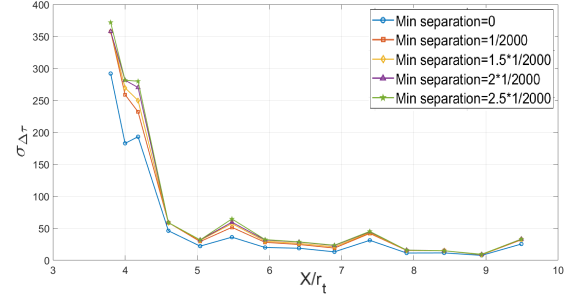
Figura 73: Andamento dell'intermittenza media $\langle \Delta\tau \rangle$ e dell'energia media w^2 (a,c) e della relativa deviazione standard (c,d) al variare del livello di threshold

Visto che utilizzando la DOG si hanno molti più eventi vicini tra loro (figura 66), è giustificato l'utilizzo di un criterio di separazione minima tra gli eventi, come già visto in precedenza per la MORLET.

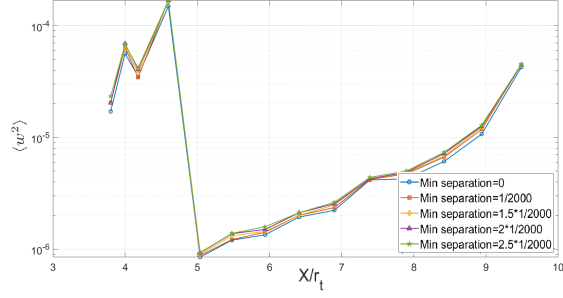
in figura 74 si può osservare come gli andamenti rimangono generalmente invariati, in particolare per l'energia media $\langle w^2 \rangle$. Mentre l'intermittenza media si può osservare che, imponendo una separazione minima tra gli eventi, naturalmente i valori medi aumentano leggermente, come già osservato utilizzando la MORLET. Questo può indicare che gli andamenti generali sono corretti anche senza la necessità di implementare un criterio di delay minimo tra gli eventi.



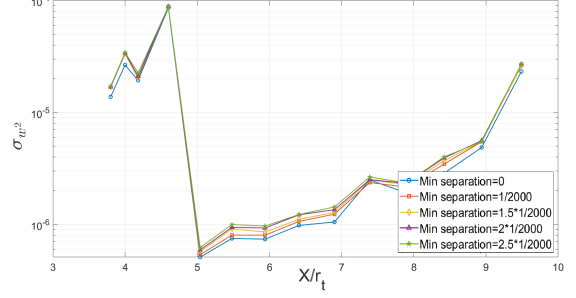
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 74: Andamento dell'intermittenza media $\langle \Delta \tau \rangle$ e dell'energia media w^2 (a,c) e della relativa deviazione standard (c,d) al variare della separazione minima tra gli eventi

In generale si può concludere che le wavelet DOG sono meno sensibili alle variazioni dei parametri di studio rispetto alla MORLET.

5 Snapshot

Dopo le analisi svolte è stato necessario visualizzare i risultati dell'analisi CFD per trovare una correlazione tra quanto osservato nell'analisi wavelet e i fenomeni fisici della simulazione.

La simulazione CFD dell'ugello TIC è stata precedentemente svolta sul cluster *Galileo100*, dividendo il dominio 3D di studio in più slice 2D lungo l'asse x (72) e lungo la direzione azimutale. L'idea quindi è di estrarre i dati di una serie di slice con stessa coordinata azimutale in modo da poter osservare una singola "fetta" bidimensionale dell'ugello.

Tramite un apposito programma Fortran dalle slice vengono estratte le grandezze fisiche di interesse (come pressione e densità) e le coordinate della mesh, per ogni intervallo temporale scelto, andando a creare i file *plot2d-xxx-zzz-ttt.q*, dove *xxx* rappresenta la relativa *SLICEXY* 2D estratta e *ttt* il t-esimo istante temporale estratto. (essendo 2D la coordinata *zzz* sarà sempre nulla).

Avendo a disposizione la densità ne è stato calcolato il gradiente, con l'obiettivo di ottenere una sorta di "Schieren numerica". Il gradiente è stato calcolato come differenza finita centrata nei nodi interni alla griglia, mentre sui bordi è stata utilizzata la differenza finita in avanti o indietro (figura 75).

```

do j = 1, ny
do i = 1, nx

! --- Derivata parziale lungo X ---
if (i == 1) then
grad_x = (abs(slicexy(1,i+1,j)) - abs(slicexy(1,i,j))) / dx
else if (i == nx) then
grad_x = (abs(slicexy(1,i,j)) - abs(slicexy(1,i-1,j))) / dx
else
grad_x = (abs(slicexy(1,i+1,j)) - abs(slicexy(1,i-1,j))) / (2.0d0 * dx)
end if

! --- Derivata parziale lungo Y ---
if (j == 1) then
grad_y = (abs(slicexy(1,i,j+1)) - abs(slicexy(1,i,j))) / dy
else if (j == ny) then
grad_y = (abs(slicexy(1,i,j)) - abs(slicexy(1,i,j-1))) / dy
else
grad_y = (abs(slicexy(1,i,j+1)) - abs(slicexy(1,i,j-1))) / (2.0d0 * dy)
end if

! Modulo del gradiente nel punto (i,j)
grad_mag(i,j) = sqrt(grad_x**2 + grad_y**2)

end do
end do

```

Figura 75: Estratto del programma Fortran in cui viene calcolato il gradiente di densità

Tramite un apposito programma realizzato in Matlab i file .q vengono letti insieme ai file .x contenenti le coordinate della griglia dell'ugello TIC, e tramite la funzione di Matlab *surface* è possibile visualizzare la distribuzione della grandezza voluta nel dominio della simulazione, ottenendo così uno snapshot. Utilizzando un ciclo for è possibile analizzare più istanti temporali e ottenere più snapshot in sequenza, e unendoli è possibile ottenere un video, utilizzando la procedura in figura 76. Per controllare la velocità del filmato è necessario intervenire su *v.FrameRate*, il quale controlla appunto il FrameRate del filmato. Abbassandolo, si avrà un video più lento e più facile da analizzare per osservare particolari fenomeni, anche se nel complesso avrà una risoluzione meno fluida.

<pre> %===== % PREPARAZIONE VIDEO %===== nome_video = 'C:\Users\Utente\Desktop\polito\tesi polito\snapshots\Prova_animazione.mp4'; v = VideoWriter(nome_video, 'MPEG-4'); v.FrameRate = 15; % Velocità del video (Fotogrammi per secondo) open(v); </pre>	<pre> frame = getframe(gcf); writeVideo(v, frame); end close(v); fprintf('Video salvato con successo: %s\n', nome_video); </pre>
(a)	(b)

Figura 76: Comandi matlab utilizzati per ottenere il video unendo tra di loro gli snapshot

Nel caso del gradiente di densità viene utilizzata una scala logaritmica del tipo:

$$G_{\log} = \log_{10} (|\nabla \rho| + 1) \quad (28)$$

in modo da riuscire a catturare anche i disturbi più deboli (come le onde sonore) che altrimenti verrebbero oscurati da fenomeni più intensi come gli urti. Per visualizzare disturbi molto deboli è possibile aggiungere un fattore moltiplicativo a $|\nabla \rho|$. Inoltre, per replicare una Schlieren viene applicata la seguente formula:

$$S_{\log} = \exp \left(-k \frac{G_{\log}}{\max(G_{\log})} \right) \quad (29)$$

dove k è un fattore di che permette di variare il contrasto, rendendo più o meno nitidi i disturbi.

5.1 Descrizione preliminare del campo di moto

Prima di procedere con l'osservazione di risultati particolari ottenuti è necessaria una descrizione del campo di studio dell'ugello TIC.

In figura 77a si può osservare che in prossimità della separazione del flusso si genera un urto conico, a cavallo della regioni 1 e 2, causando una ricompressione. Quindi si viene a creare una zona di ricircolo (3) collegata con l'ambiente (7), generando uno shear layer tra le regioni 2 e 3. Da notare che queste due regioni presentano la stessa pressione (figura 77b), e in prossimità dello shear layer si generano dei vortici a causa della differenza di velocità del flusso tra le due regioni. Nella regione centrale dell'ugello si forma un urto retto, causando una forte ricompressione (figura 77b). L'urto conico si riflette sull'urto retto generando un nuovo urto tra le regioni 5 e 3, per poi riflettersi nuovamente sullo shear layer tra le regioni 2 e 3 generando dei fasci di espansione, e quindi si ha una diminuzione della pressione ben visibile in 77b, per poi avere un nuovo urto retto. Lo stesso schema di urti ed espansioni si ripete più a valle (in modo più turbolento) generando le classiche strutture a diamante. Da notare che, come per le regione 2 e 3, la 4 e la 5 presentano la stessa pressione ma velocità diverse, andando a generare uno shear layer orizzontale. Infine nella regione 7 si può osservare il propagarsi di onde sonore a partire dal bordo di uscita dell'ugello. Da notare che la loro presenza era già stata osservata nelle mappe wavelet (figura 20) come una serie di picchi regolari intorno a $St=0.2$. Le onde sonore che risalgono il flusso nella zona di ricircolo generano delle oscillazioni nell'urto obliquo, generando a loro volta dei disturbi (onde sonore e vortici) che viaggiano dal primo urto retto al secondo (4). In questo modo si instaura un sistema di feedback aero-acustico.

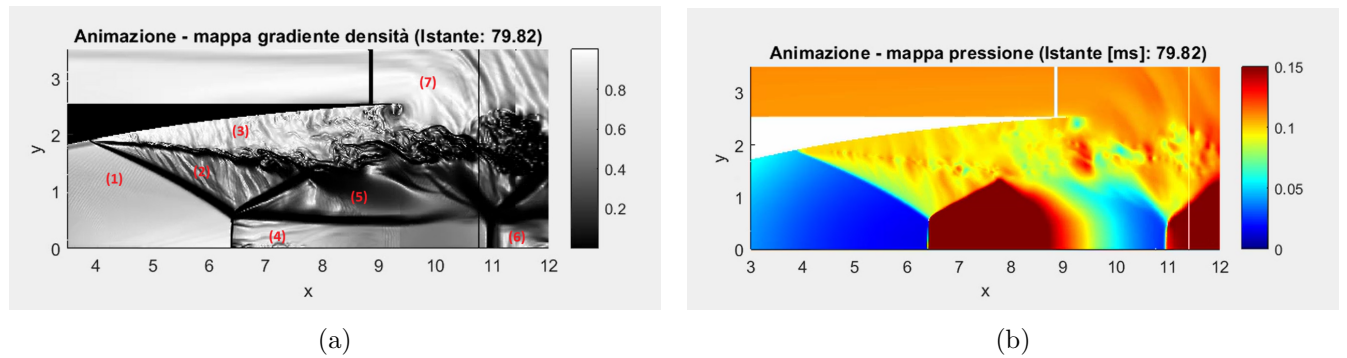


Figura 77: Singoli Frame per il gradiente di densità (a) e per la pressione adimensionale(b)

5.2 Risultati ottenuti

Il primo video è stato ottenuto nell'intervallo 60-80 ms, dove precedentemente erano state osservate forti oscillazioni (figura 13). Fino a 69 ms circa si può osservare che il punto di separazione avanza all'aumentare della pressione senza particolari oscillazioni. A partire dai 69 ms circa si può osservare che lo shear layer orizzontale subisce delle forti oscillazioni, causando l'intensificarsi dei vortici turbolenti nella zona di ricircolo (figura 78b). Nello stesso istante nella zona di ricircolo si può osservare un generale abbassamento della pressione (figura 79b e 79c), fenomeno che era già stato osservato in figura 16b, e il punto di separazione si sposta molto rapidamente in avanti (figura 78c), insieme all'urto conico e al primo urto retto. Dopo qualche istante, a circa 74 ms la pressione nella zona di ricircolo viene recuperata (figura 79d), e l'urto conico viene respinto verso monte. In seguito si possono osservare altre piccole oscillazioni dell'urto conico, ma in generale continua ad avanzare verso valle all'aumentare della pressione. In generale si può osservare che le oscillazioni più intense si hanno intorno a $NPR = 9.5$

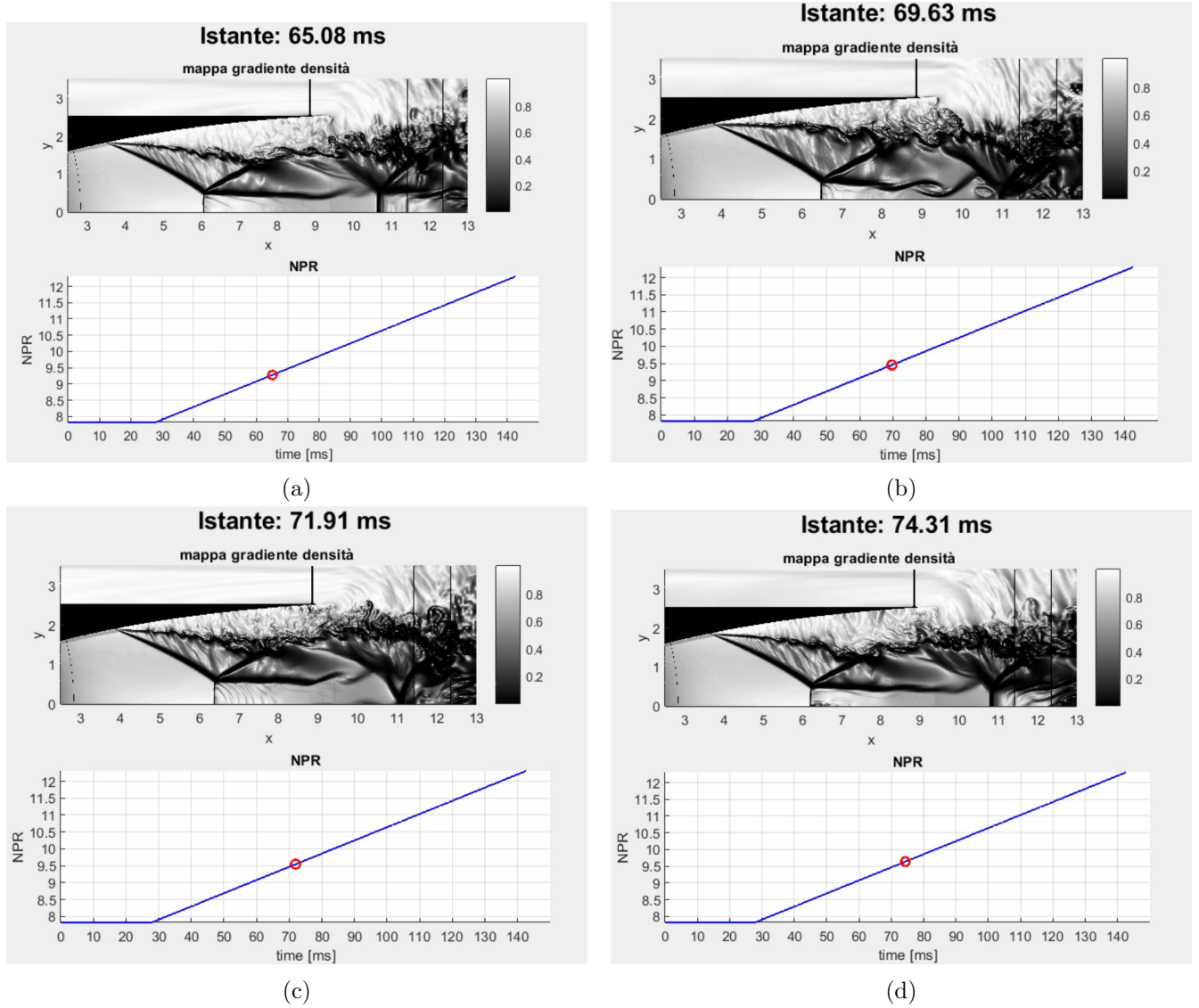
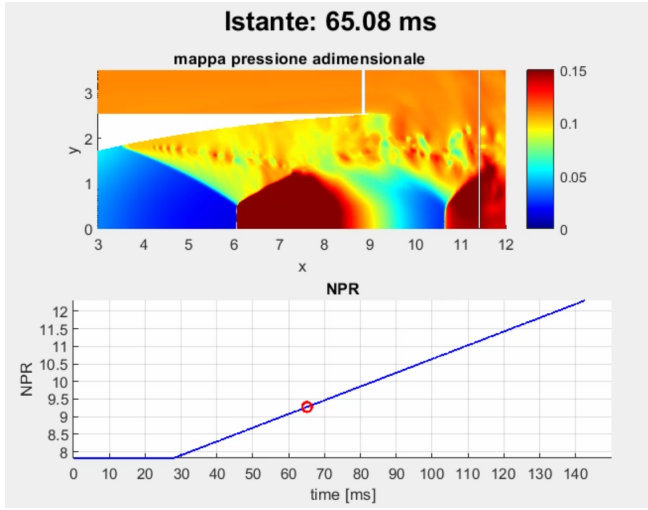
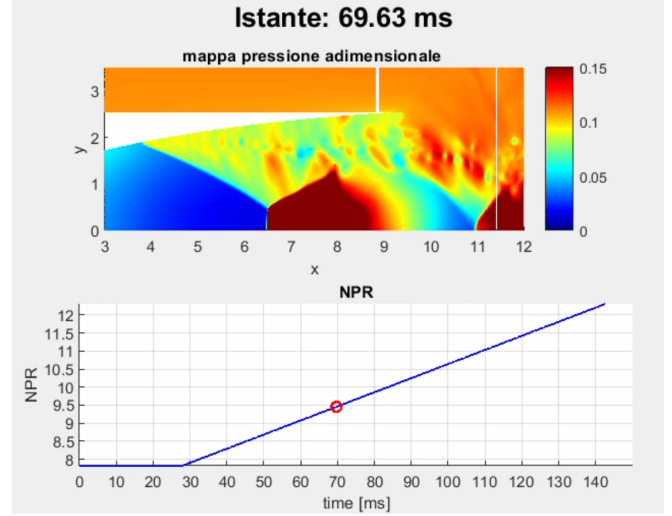


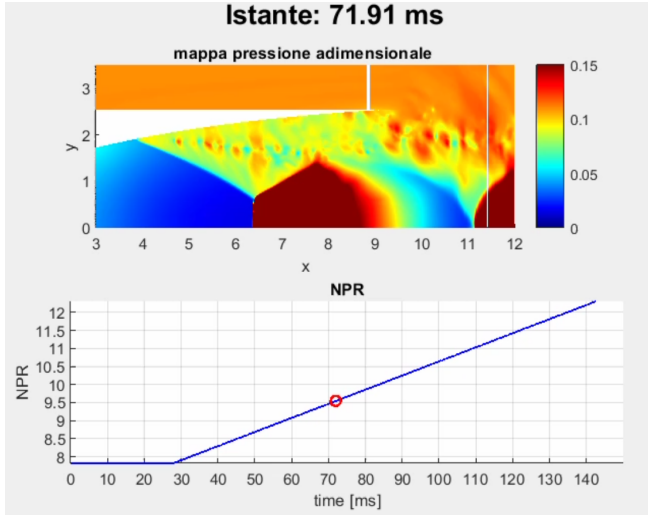
Figura 78: Frame del video ottenuto per il gradiente di densità nell'intervallo 60-80ms



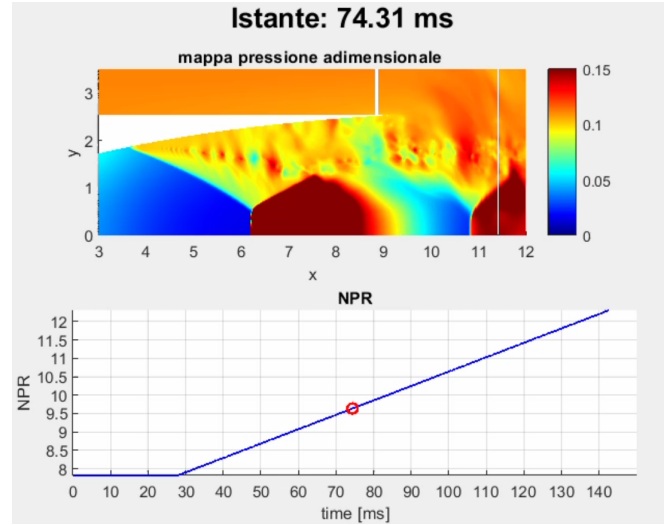
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 79: Frame del video ottenuto per la pressione adimensionale nell'intervallo 60-80 ms

Intorno ai 70 ms, in concomitanza con l'oscillazione dello shear layer tra le regioni 4 e 5, si può osservare come le regioni 2 e 5 sembrano "gonfiarsi", avvicinando verso la parete lo shear layer di sinistra e tutto il sistema di vortici (figura 80a e 80b). Allo stesso tempo nella zona di ricircolo si può osservare un repentino abbassamento della pressione (figura 80c). Dopo qualche istante si può osservare che le regione 2 e 3 si "sgonfiano", allontanando il sistema di vortici dalla parete. Da queste osservazione si può ipotizzare che la grossa oscillazione del punto di separazione tra 70 e 74 ms sia generata da una instabilità nella zona centrale del campo di moto, causando l'avvicinarsi a parete del sistema di vortici ed un conseguente abbassamento della pressione nella zona di ricircolo. Perciò il primo urto conico si sposta in un nuovo punto di equilibrio verso valle, fino a che dopo qualche istante i vortici si allontanano dalla parete, la pressione nella zona di ricircolo viene recuperata e l'urto obliquo torna quindi nel punto di equilibrio precedente.

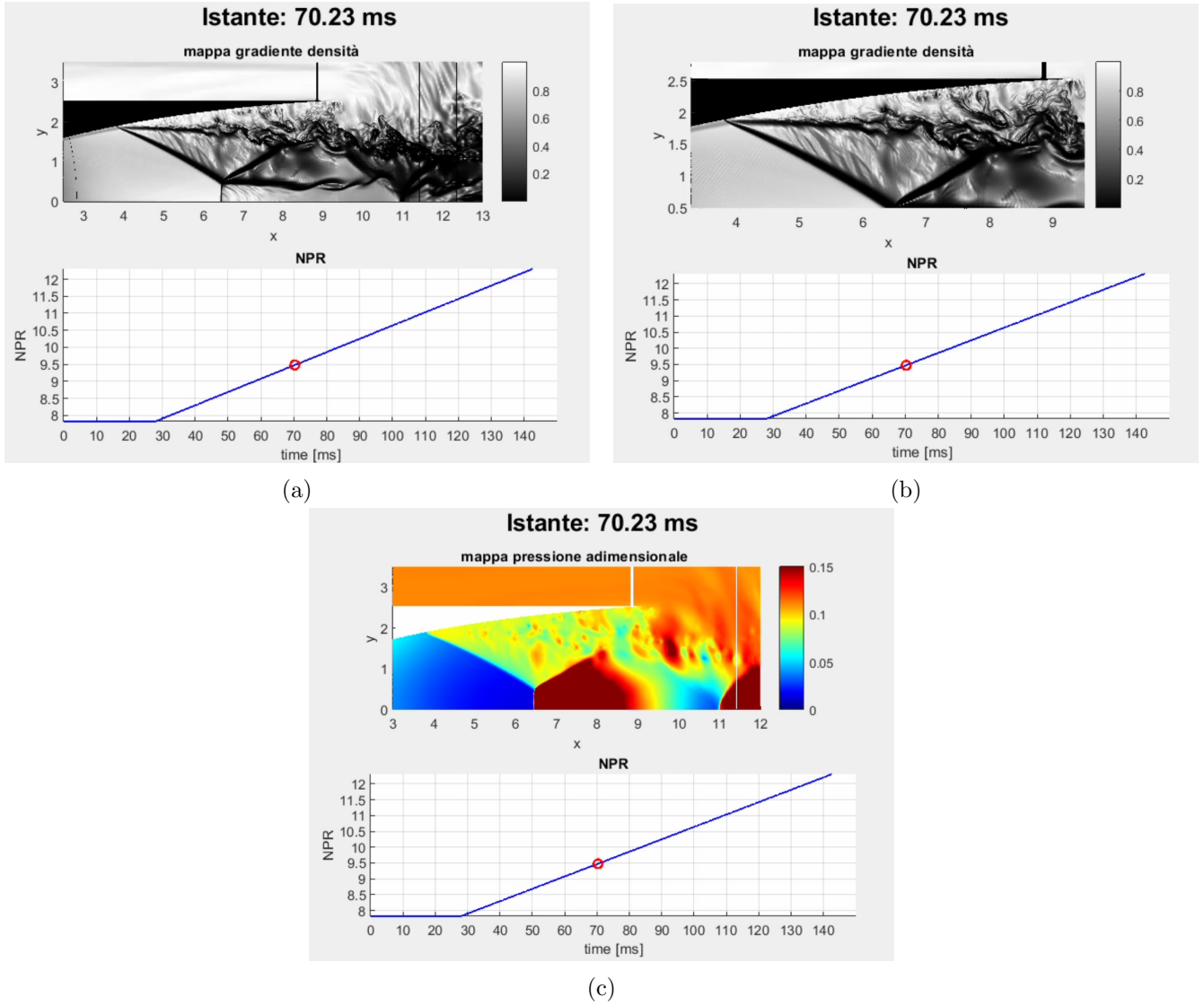


Figura 80: Dettaglio dell'oscillazione osservata a 70 ms

E' interessante osservare che tra 65 e 68 ms circa il punto di separazione si muove rapidamente verso valle insieme all'urto conico e al primo urto retto, mentre il secondo urto retto si sposta con un leggero ritardo (figura 81), con una conseguente diminuzione della distanza tra i due urti (seppur minima). E' quindi possibile che questo ritardo di spostamento tra i due urti sia all'origine della distorsione dello shear layer orizzontale osservata prima, e quindi del "rigonfiamento" delle regioni 2 e 5.

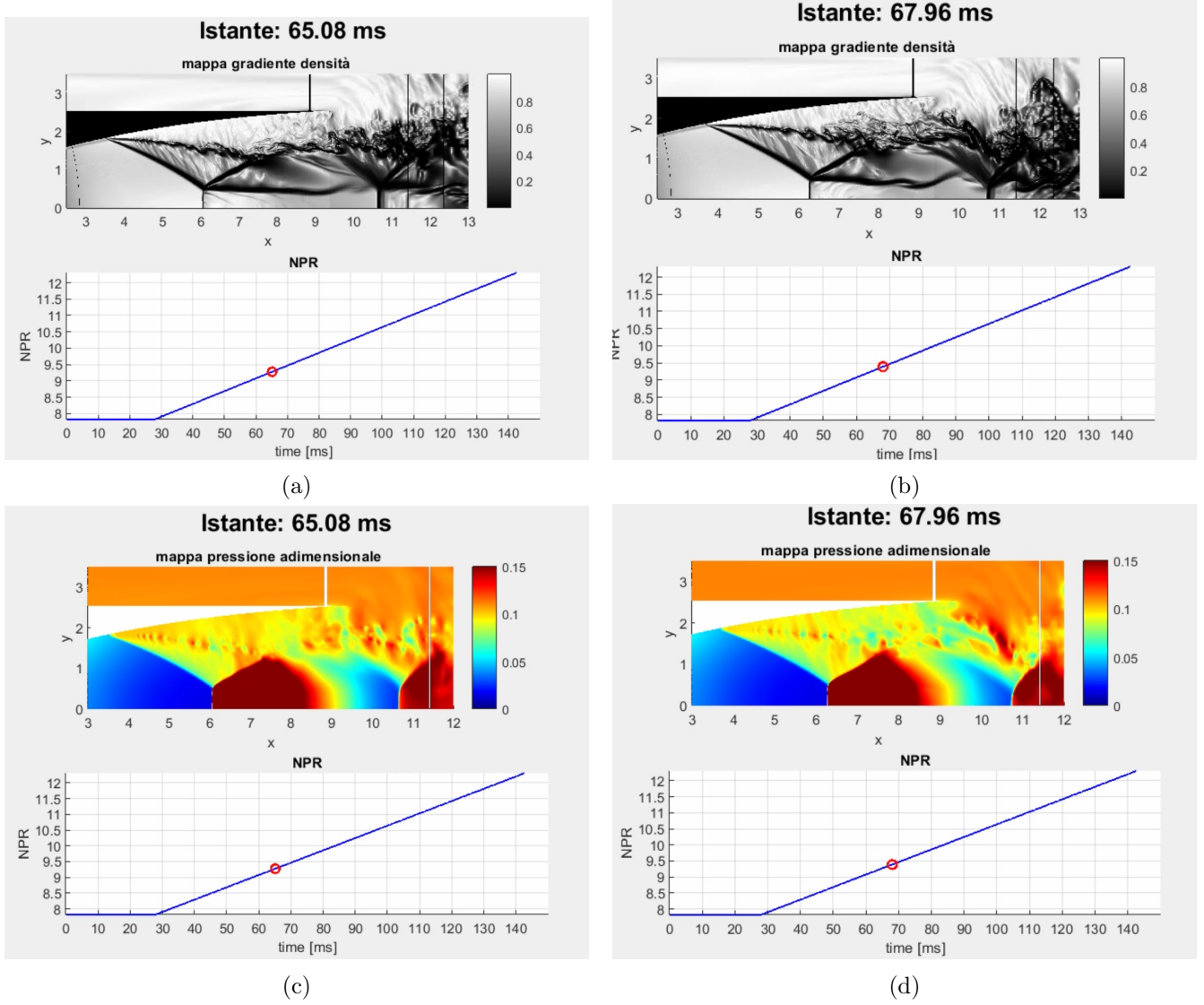
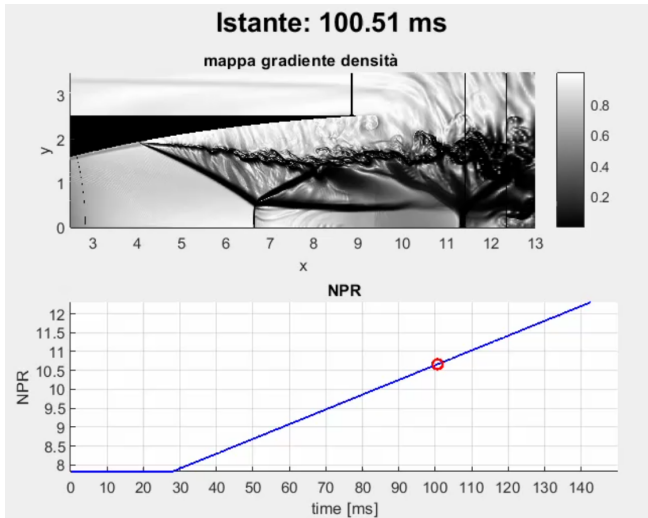
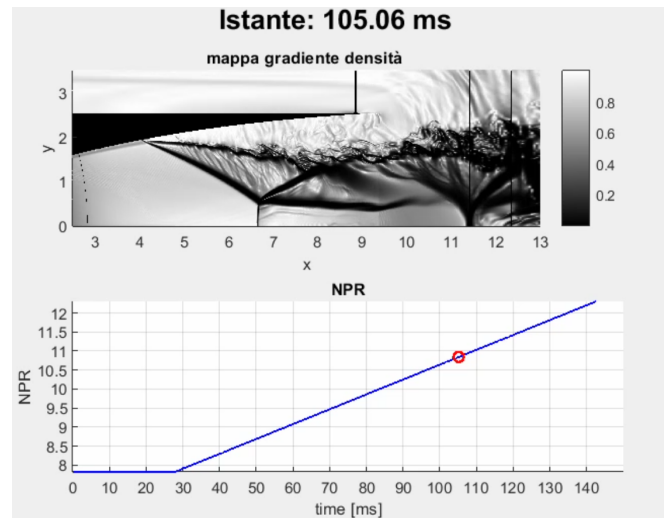


Figura 81: Frame del video ottenuto per la pressione adimensionale e per il gradiente di densità

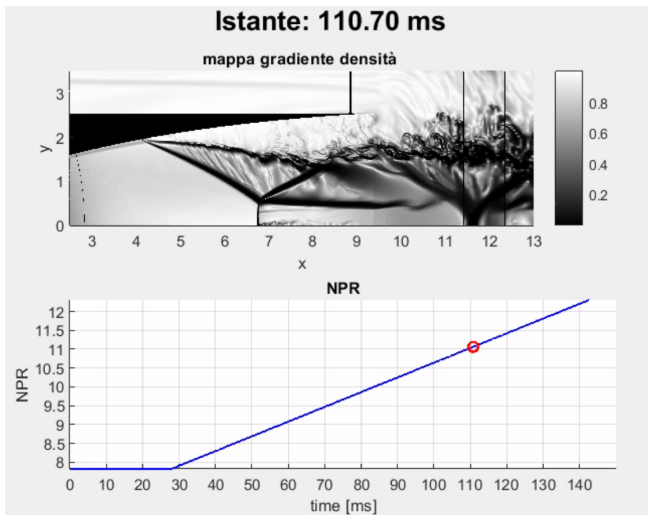
Come confronto è stato ottenuto un secondo video tra 100 e 120 ms circa, per valori di NPR tra 10.5 e 11.5 circa. In questo intervallo si può osservare che il punto di separazione avanza verso valle all'aumentare della pressione in modo più stabile, senza particolari oscillazioni (figura 82). Anche lo shear layer orizzontale menzionato precedentemente sembra avere un comportamento più stabile. Anche nel campo di pressione non si hanno fenomeni particolari (figura 83).



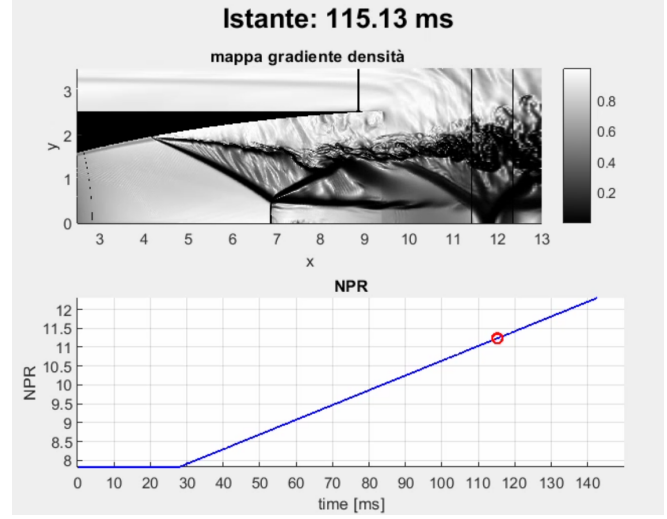
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 82: Frame del video per il gradiente di densità a NPR più alti, nell'intervallo 100-120 ms

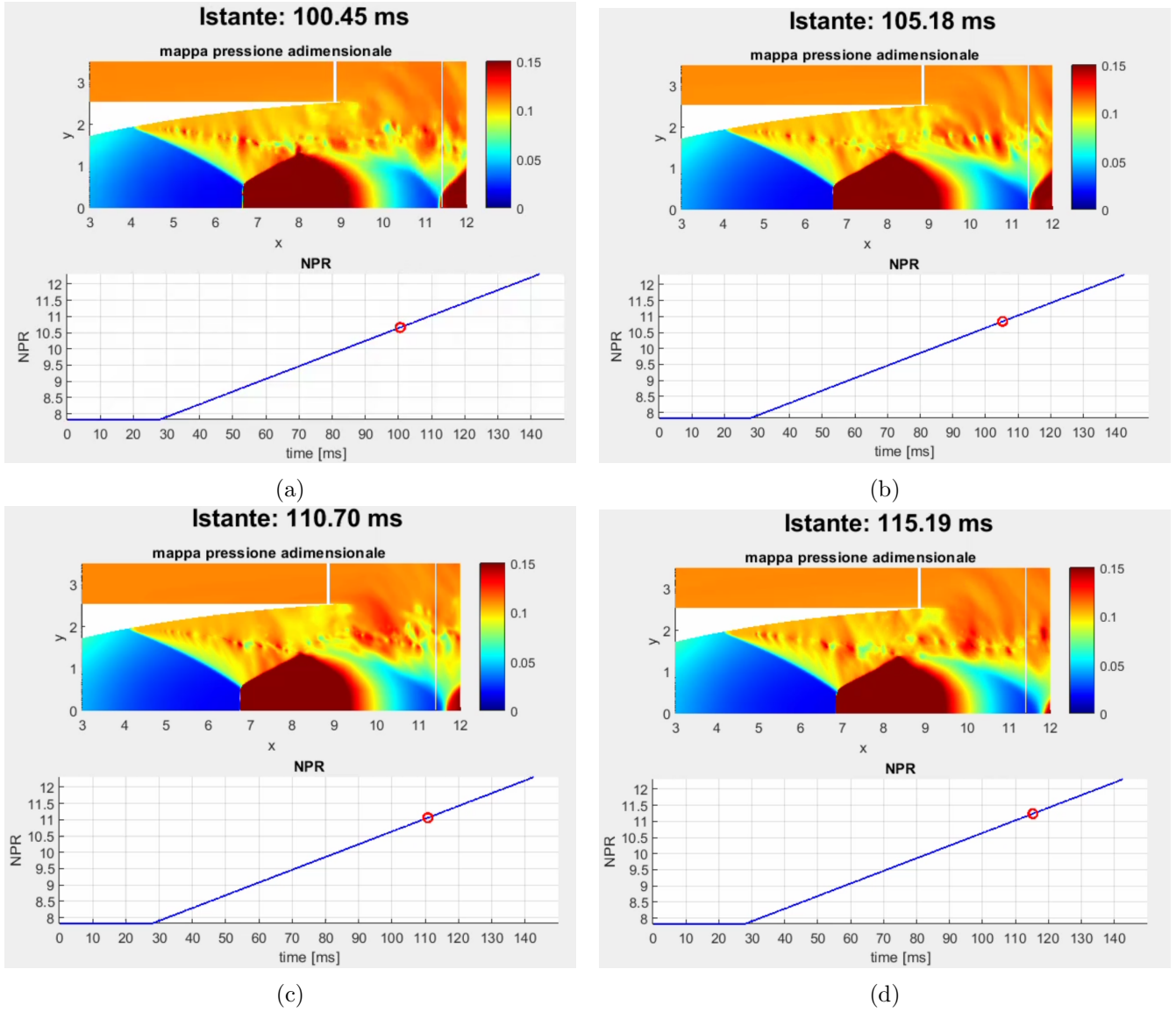


Figura 83: Frame del video per la pressione adimensionale a NPR più alti, nell'intervallo 100-120 ms

In conclusione si può ipotizzare che le grosse oscillazioni osservate intorno a 70ms siano causate da un effetto combinato di screech e up ramping della pressione in camera. Infatti, fino ai 65ms circa l'analisi wavelet (figura 20) mostra la presenza di picchi regolari a circa $St=0.2$, che l'analisi di Fourier ha dimostrato essere la frequenza dominante. Tra i 65 ms e i 70 ms si può osservare che l'up ramping della pressione provoca un cambiamento di geometria nelle strutture fluidodinamiche. Infatti in questo intervallo il punto di separazione avanza insieme all'urto conico e al primo urto retto, ma il secondo urto retto più a valle rimane sostanzialmente fermo. Questo causa una variazione di distanza tra i due urti, con un possibile diversa risposta del sistema al feedback aero-acustico. Questo provoca delle importanti oscillazioni dello shear layer orizzontale (figura 78b), a cui segue un "rigonfiamento" della regione di vortici, che avvicinandosi alla parete causa un conseguente abbassamento della pressione nella zona di ricircolo (figura 79b). Perciò l'urto ed il punto di separazione si spostano in un punto di equilibrio più a valle. Questo secondo spostamento repentino "spinge" più a valle il secondo urto retto, ristabilendo il precedente feedback aerodinamico e "sgonfiando" la regione vorticoso, con il conseguente recupero della pressione nella regione

di ricircolo. Di conseguenza l'urto obliquo torna nel precedente punto di equilibrio. Questa grande oscillazione viene catturata dall'analisi wavelet come un fenomeno più "lento", intorno a $St=0.1$. Da questo momento in poi non si hanno altri particolari fenomeni oscillatori.

6 Conclusioni

Gli endoreattori dei primi stadi dei lanciatori sono dimensionati per essere adattati a quote elevate, in condizioni vicine al vuoto, e al momento del lancio al livello del mare si troveranno quindi a lavorare in condizioni di forte sovraespansione. In questa fase il flusso all'interno dell'ugello tende a separare, adattandosi all'ambiente esterno tramite un urto. Questo fenomeno è particolarmente critico durante l'accensione, quando la pressione in camera impiega alcuni secondi per raggiungere quella di regime. Durante questo transitorio la linea di separazione si sposta verso valle in modo irregolare e presenta diversi modi di oscillazioni, portando a possibili oscillazioni asimmetriche della pressione e alla generazione di carichi laterali, pericolosi per la struttura dell'ugello e di tutto il motore.

Questa tesi propone l'analisi dei dati provenienti da una simulazione CFD tridimensionale ibrida RANS/LES risolta nel tempo a gas freddi di un ugello TIC in scala, di cui esiste l'analogo sperimentale utilizzato nell'istituto PPRIME di Poitiers in Francia. In tale simulazione la pressione in camera aumenta linearmente nel tempo, in modo da simulare un transitorio di accensione.

Dai segnali di pressione raccolti da sonde virtuali poste lungo la prete dell'ugello è emerso un evidente fenomeno di oscillazione del punto di separazione, a cui corrisponde un generale abbassamento della pressione nella zona di ricircolo.

E' stata quindi applicata l'analisi di Fourier, evidenziando la presenza di una frequenza dominante intorno a $St=0.2$, risultato congruente con risultati sperimentali precedente ottenuti su un ugello con medesima geometria a valori di NPR simili.

Tuttavia l'analisi di Fourier fornisce un risultato "mediato nel tempo", perciò è stata applicata l'analisi wavelet in modo da ottenere informazione sia nello spazio delle frequenze che nello spazio dei tempi. Questa ha evidenziato la presenza di più picchi energetici intorno a $St=0.2$, e la presenza di un picco alle frequenze più basse in corrispondenza dell'oscillazione del punto di separazione osservato nei segnali di pressione.

Quindi è stato necessario quali eventi possono essere statisticamente significativi, ed è stato quindi applicato il LIM2 (*Squared Local Intermittency Measure*). Tramite questo criterio sono stati selezionati gli eventi che si allontanano dalla distribuzione gaussiana, e che quindi possono avere un legame con l'aeroacustica.

Di questi eventi è stata valutata l'energia e il delay time tra i singoli eventi, a cui è stata applicata un'analisi statistica. In particolare le PDF ottenuto hanno evidenziato che i fenomeni oscillatori si allontanano dalla distribuzione Gaussiana, confermando la presenza di fenomeni intermittenti e quindi di risonanza aeroacustica.

L'analisi fin qui svolta è dipendente dalla scelta di alcuni parametri, per cui è stato necessario svolgere una analisi di sensibilità. Questa ha evidenziato che i risultati statistici sono fortemente influenzati da alcuni parametri, la cui scelta si può definire euristica, dipende quindi dall'osservazione delle mappe wavelet e dal tipo di fenomeni che si vogliono studiare.

La realizzazione di snapshot e di filmati a partire dai dati della simulazione CFD ha permesso di osservare nel dettaglio la natura fisica dei fenomeni oscillatori, evidenziando come l'effetto combinato di screech e up ramping della pressione in camera portano a grandi oscillazioni del punto di

separazione.

Rimane quindi da applicare una analisi modale, per esempio di tipo *POD*, per osservare la presenza di modi predominanti e quali di questi possono generare importanti carichi dinamici asimmetrici sull'ugello e quindi risultare pericolosi, ma tale analisi non rientra negli obiettivi di questa tesi e sarà quindi oggetto di studi futuri.

Riferimenti bibliografici

- [1] Vincent Jaunet et al. «Wall pressure and external velocity field relation in over-expanded supersonic jets». In: *hal-02339512* (2019).
- [2] Emanuele Martelli et al. «Experimental and Numerical Analysis of the Intermittency in a Nozzle Overexpanded-Flow». In: (2025).
- [3] Jan Östlund. «Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads». Tesi di laurea mag. Royal Institute of Technology, Department of Mechanics, S-100 44 Stockholm, Sweden, 2002.
- [4] Christopher Torrence e Gilbert P. Compo. «A Practical Guide to Wavelet Analysis». In: (1998).
- [5] Peter D. Welch. «The Use of Fast Fourier Transform for the Estimation of Power Spectra: A Method Based on Time Averaging Over Short, Modified Periodograms». In: *IEEE Transactions on audio and electroacustics*, VOL. AU-15, NO. 2, (1967).

Ringraziamenti

Eccoci qua, alla fine di un lungo percorso e all'inizio di uno nuovo. Di questo non posso che ringraziare mamma e papà, che mi hanno sostenuto in tutto e per tutto fin dall'inizio, e senza i quali mi sarei fatto fermare dalle mie paure e dalle mie insicurezze, mi hanno spinto a superare me stesso, e adesso non saprei cosa mi sarei potuto perdere.

Un enorme grazie va anche a nonno e nonna, che oggi non sono riusciti ad essere presenti. che ogni volta che tornavo mi hanno fatto sentire come un re con il loro affetto e ovviamente con una qualità di mangiare che da fuorisede mi potevo solo sognare. E non l'ho mai dato a vedere, ma ogni volta che da casa ripartivo per Torino mi si spezzava il cuore salutare nonna dall'uscio e di Casa, e salutare nonno arrivati alla stazione, nel momento in cui chiudevo il bagagliaio e dicevo "ci rivediamo tra un paio di settimane".

Ringrazio anche tutto il gruppo di amici di tutta birra, a cui va il merito di avermi fatto sentire a casa ogni volta che tornavo, dalle grigliate, ai capodanni, alle pisanate. ecc. Può sembrare scontato, ma ogni volta che vi rivedo è come se non fossi mai partito, e questo vuol dire tanto. Vi ringrazio anche solo per essere venuti in questo calderone che è Torino d'estate.

La fine di questo percorso mi lascia anche un po' di nostalgia per Torino, non può essere altrimenti, visto il gruppo di amici fantastico che mi ha accompagnato attraverso questo percorso. A loro va il merito di aver reso più sopportabili le interminabili ore di lezione, gli esami e i progetti più ostici. Senza di loro avrei sicuramente un ricordo più grigio di Torino, e a loro va il merito di aver colorato questa fantastica avventura.

Ringrazio anche Ilaria, la prima persona conosciuta all'Unipi mentre eravamo entrambi spersi a cercare il polo C, dalla cui mente è nato l'innovativo motore aeronautico Luigino, e con cui ho condiviso anche parte del percorso qui al Poli.

Ultimi ma non ultimi ringrazio anche Andrea e Stefano, prodi compagni della triennale, con cui condivido bei ricordi all'Unipi.

Per correr miglior acque alza le vele
ormai la navicella del mio ingegno
che lascia dietro a sé mar sì crudele;

Divina Commedia, Purgatorio, Canto I, 1-3