

**Valutazione comparativa di modelli
CFD a diversa fedeltà per la previsione
della scia di una turbina eolica in
STAR-CCM+**

Anno accademico 2025/26



**Politecnico
di Torino**

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Prof. Bruno Paduano
Corelatore: Dr. Ornzo Dell' Edera
Dipartimento : DIMEAS

Autore: Curri Carlo

Contents

1	Introduzione	3
1.1	Contesto globale dell' energia eolica e rilevanza della predizione della scia	3
1.2	Wake prediction e ruolo cfd	3
1.3	Stato dell'arte	4
1.4	Obiettivo della tesi, scopo della comparazione e contributo del lavoro	7
2	Caso studio e condizione operativa di riferimento	10
2.1	Geometria della turbina e principali caratteristiche	10
2.2	Condizione operativa di riferimento	11
2.3	Grandezze adottate per il confronto della scia	13
3	Equazioni di governo, modelli di turbolenza e teoria dei virtual disk	16
3.1	Equazioni di governo e ipotesi fisiche	16
3.2	Modelli di turbolenza e trattamento di parete	17
3.3	Schemi numerici e criteri di convergenza	18
3.4	Fondamenti teorici del virtual disk basato sul 1D Momentum Method	18
3.5	Fondamenti teorici del virtual disk basato sulla Blade Element Method	22
4	Metodologia Numerica	24
4.1	Dominio computazionale	24
4.2	Boundary conditions	24
4.3	Implementazione della simulazione stazionaria rotor-resolved, mediante il mooving reference frame (MRF)	25
4.3.1	Set-up CFD	27
4.4	Generazione della mesh	29
4.4.1	Mesh della regione fissa	29
4.4.2	Mesh della regione rotante	32
4.4.3	Prism layers e scelta del parametro y^+	34
4.4.4	Studio di convergenza di mesh	37
4.5	Implementazione del virtual disk basato sul 1D Momentum Method	41
4.6	Implementazione del virtual disk basato sulla BEM Theory . . .	44
4.6.1	Simulazioni bidimensionali per la generazione delle polari aerodinamiche	44
4.6.2	Impostazione operativa	45

1 Introduzione

1.1 Contesto globale dell' energia eolica e rilevanza della predizione della scia

Gli ultimi anni sono stati caratterizzati da una spinta sempre maggiore allo sviluppo di produzione elettrica via fonti rinnovabili, sia per ragioni ambientali o per la necessità di disaccoppiare, per quanto possibile, il prezzo dell' energia da quello delle fonti fossili. In questo quadro globale l'energia eolica rappresenta una delle tecnologie chiave in questa transizione, con un aumento previsto di potenza installata di circa il 45% per l'eolico **onshore** e un incremento più che doppio per l'eolico **offshore**, il quale si prevede passerà da 60 a 140 GW installati entro il 2030[1].

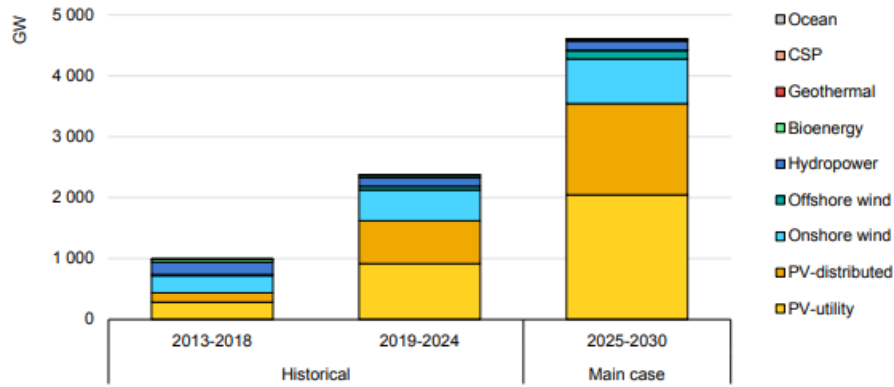


Figure 1: Crescita della potenza elettrica rinnovabile installata, 2013-2030 [1]

Il continuo incremento di capacità installata rende ancora più importante la previsione delle prestazioni, l'efficienza e l'affidabilità delle turbine.

Nei moderni parchi eolici, infatti, le turbine operano all'interno di interazioni aerodinamiche complesse, determinate sia dalla reciproca influenza tra le macchine sia dalla loro interazione con lo strato limite planetario [2]; di conseguenza, le prestazioni di una singola turbina *non* possono essere studiate completamente in isolamento. Uno dei meccanismi di interazione più rilevanti in questo contesto è rappresentato dalla *wake* di turbina, ossia la regione di flusso che si sviluppa a valle del rotore in seguito all'estrazione di energia dal vento [3], la cui evoluzione influisce direttamente sulle condizioni operative delle turbine poste più a valle.

1.2 Wake prediction e ruolo cfd

La *wake* di una turbina eolica è la regione di flusso che si forma a valle del rotore in seguito all'estrazione di energia dal vento incidente [3]. In questa zona il flusso presenta, rispetto alle condizioni indisturbate, una riduzione della

velocità media e una variazione dei livelli di turbolenza; inoltre, le caratteristiche della scia cambiano progressivamente procedendo lungo la direzione di valle, rendendo utile distinguere tra una regione di *near wake* e una di *far wake* [3]. Quando una turbina si trova a operare all'interno della scia generata da una macchina posta a monte, la minore velocità disponibile comporta una riduzione della potenza producibile, mentre l'aumento della turbolenza può determinare carichi di fatica più elevati [2]. Per questo motivo, l'analisi della scia assume un ruolo centrale non solo nella stima della produzione energetica di un parco eolico e nel calcolo della vita a fatica delle turbine, ma anche nella definizione del layout, della distanza tra le turbine, e delle possibili strategie di controllo nei moderni sistemi eolici.

La previsione della *wake* non è un problema banale, poiché la sua evoluzione dipende da fenomeni aerodinamici e turbolenti complessi, legati sia all'interazione tra rotore e flusso incidente, sia alle condizioni del flusso atmosferico in cui la turbina opera [4]. Per questo motivo, in letteratura sono stati sviluppati diversi approcci di modellazione, che si collocano su un ampio spettro di complessità e richiedono livelli differenti di risorse computazionali [4, 5].

In questo contesto, la fluidodinamica computazionale rappresenta uno strumento particolarmente utile per l'analisi, poiché consente di descrivere con maggiore dettaglio il campo di moto a valle del rotore e di valutare quantità di interesse che difficilmente potrebbero essere ricostruite con modelli più semplificati [4]. Allo stesso tempo, la scelta del modello numerico comporta inevitabilmente un compromesso tra accuratezza fisica e costo computazionale, di fatti gli approcci ad alta fedeltà permettono una descrizione più realistica delle strutture di scia, ma richiedono tempi di calcolo e complessità di setup significativamente maggiori rispetto a rappresentazioni ridotte del rotore [5].

1.3 Stato dell'arte

La modellazione numerica della scia di turbine eoliche rappresenta un tema ampiamente discusso in letteratura, poiché la scelta del modello di rotore influenza in modo diretto la previsione del deficit di velocità, dei livelli di turbolenza e della struttura della scia a valle della turbina. In ambito CFD, le strategie di modellazione possono essere collocate su uno spettro di complessità crescente, che va dai modelli ingegneristici e actuator, nei quali il rotore è rappresentato mediante sorgenti di quantità di moto, fino alle simulazioni *rotor-resolved* o *blade-resolved*, nelle quali la geometria tridimensionale delle pale viene risolta esplicitamente [4, 5]. Come evidenziato da Sanderse et al. [4], non esiste una rappresentazione del rotore universalmente ottimale: la scelta dipende dall'obiettivo dello studio, dalla scala spaziale di interesse e dal compromesso accettabile tra fedeltà fisica e costo computazionale.

Le simulazioni *rotor-resolved* costituiscono l'approccio a maggiore fedeltà tra quelli considerati in ambito CFD. In questo caso, la geometria delle pale, del mozzo e, se necessario, del resto della struttura viene inclusa direttamente nel dominio computazionale, e l'interazione tra rotore e flusso è ottenuta dalla soluzione delle equazioni di governo sulle superfici solide. Questo consente di

rappresentare in modo dettagliato il campo di pressione e velocità attorno alle pale, la distribuzione locale dei carichi aerodinamici e le strutture vorticali generate in prossimità della punta e della radice. Per tale motivo, i modelli *rotor-resolved* risultano particolarmente adatti allo studio della *near wake*, dove gli effetti tridimensionali della geometria reale sono ancora predominanti [2, 6]. Stergiannis et al. [6], confrontando simulazioni full rotor con modelli actuator e misure sperimentali, evidenziano infatti che la modellazione geometrica completa è più indicata quando l'obiettivo è analizzare il campo di moto in prossimità del rotore e la sensibilità della soluzione al modello di turbolenza.

Il principale limite delle simulazioni *rotor-resolved* è tuttavia il costo computazionale. La necessità di risolvere gli strati limite sulle pale, di discretizzare regioni caratterizzate da forti gradienti di pressione e velocità e di introdurre tecniche per rappresentare la rotazione, come *Moving Reference Frame* o *sliding mesh*, comporta un incremento significativo del numero di celle e della complessità del setup. Questo aspetto è sottolineato anche da Guo et al. [7], i quali, in un confronto tra simulazioni BEM-CFD e simulazioni a geometria completa per una turbina assiale, mostrano che il modello con geometria completa può fornire buone previsioni in prossimità delle condizioni ottimali di funzionamento, ma richiede risorse computazionali sensibilmente maggiori rispetto ad approcci ridotti. Analogamente, Lin et al. [lin2019actuatorlinefull] evidenziano che le simulazioni con geometria completa rappresentano un riferimento utile per descrivere la struttura dettagliata della scia, ma risultano meno convenienti quando l'interesse principale è l'analisi parametrica o la simulazione di domini estesi.

Per ridurre tale onere computazionale, sono stati sviluppati modelli di tipo *actuator*, nei quali il rotore non viene risolto geometricamente, ma il suo effetto sul flusso viene introdotto attraverso una distribuzione equivalente di forze. A questa famiglia appartengono i modelli *actuator disk*, *actuator line*, *actuator surface* o, normalmente definiti *Virtual Disk*. L'idea comune è sostituire la geometria reale delle pale con termini sorgente applicati al campo di moto, in modo da riprodurre l'estrazione di quantità di moto e di energia dal flusso incidente. La documentazione di STAR-CCM+ descrive infatti il *Virtual Disk* come un modello in cui l'effetto della turbomacchina viene rappresentato distribuendo forze di volume su un disco cilindrico, senza risolvere la geometria delle pale [8]. Questo rende tali approcci particolarmente utili quando l'obiettivo è ottenere una previsione media della scia con un costo computazionale ridotto.

Il modello *actuator disk* rappresenta il livello più sintetico di questa famiglia. In esso il rotore è trattato come un disco permeabile che esercita una forza distribuita sul flusso. Mikkelsen [9] mostra come i metodi a disco attuatore possano essere accoppiati alle equazioni di Navier-Stokes per descrivere il comportamento aerodinamico di rotori eolici, con un costo computazionale inferiore rispetto alla risoluzione esplicita delle pale. Wu e Porté-Agel [10] distinguono inoltre tra modelli actuator disk più semplici, nei quali viene imposta principalmente la spinta assiale, e formulazioni con rotazione, in cui la distribuzione di forze include anche gli effetti tangenziali associati alla coppia. Questo secondo tipo di modello è più informativo perché introduce lo *swirl* della scia, ma rimane

comunque una rappresentazione mediata sul disco.

Il vantaggio principale dei modelli *actuator disk* è quindi la semplicità. Essi richiedono un numero limitato di informazioni sul rotore e consentono di simulare la scia in domini di grandi dimensioni o in configurazioni rappresentative di parchi eolici. Per questo motivo sono spesso utilizzati in studi di *wind farm*, in analisi preliminari o in simulazioni LES/RANS in cui il dettaglio aerodinamico della singola pala non costituisce l'obiettivo principale [4, 10]. D'altra parte, la loro natura mediata comporta limiti rilevanti: la distribuzione reale dei carichi lungo la pala non è risolta, le strutture vorticali discrete di punta e radice non vengono riprodotte esplicitamente, e la *near wake* tende a essere descritta in modo più diffuso rispetto a una simulazione *rotor-resolved*. Martínez-Tossas et al. [11], confrontando *actuator disk* e *actuator line*, mostrano infatti che la qualità della previsione dipende fortemente dalla risoluzione di griglia, dalla modalità con cui le forze sono proiettate sul campo di moto e dall'eventuale introduzione di correzioni per le perdite di punta e radice.

Un livello intermedio è rappresentato dai modelli *actuator* basati su informazioni sezionali della pala, come i modelli *Blade Element Momentum* o *actuator line*. In questi approcci le forze non sono imposte solo a partire da grandezze globali, ma sono ricostruite utilizzando la geometria locale della pala, le distribuzioni di corda e twist e le polari aerodinamiche delle diverse sezioni. Sørensen e Shen [12] hanno introdotto l'*actuator line* come tecnica in cui le pale sono rappresentate da linee rotanti sulle quali vengono applicate forze aerodinamiche distribuite, ottenute da dati sezionali. Questo approccio consente di rappresentare in modo più realistico la variazione radiale del carico rispetto a un disco uniforme e permette di riprodurre in maniera più fisica le strutture elicoidali associate al passaggio delle pale, pur evitando la mesh della geometria solida.

Nel caso dei modelli *Virtual Disk* basati su BEM, come quello considerato nel presente lavoro e disponibile sul software, l'informazione sezionale della pala viene utilizzata per calcolare una distribuzione di forze sul disco virtuale. Rispetto a un modello basato esclusivamente su coefficienti globali, il vantaggio è la possibilità di conservare parte della fisica aerodinamica locale, poiché corda, twist, numero di pale e polari contribuiscono alla definizione del carico radiale. Guo et al. [7] mostrano che un approccio BEM-CFD può fornire previsioni soddisfacenti della spinta, ma può mostrare differenze nella stima della potenza se le polari bidimensionali non rappresentano adeguatamente gli effetti tridimensionali, le perdite di estremità o le condizioni di stall. Questo aspetto è particolarmente importante nel presente lavoro, poiché le polari aerodinamiche utilizzate nel modello BEM-based sono generate tramite simulazioni 2D dedicate, al fine di costruire un database coerente con le condizioni operative considerate.

Accanto ad *actuator disk* e *actuator line*, la letteratura ha proposto anche modelli *actuator surface*, nei quali le forze aerodinamiche vengono distribuite su superfici virtuali associate alla geometria media della pala. Yang e Sotiropoulos [13] mostrano che questi modelli possono includere più informazione geometrica rispetto all'*actuator line* e possono rappresentare anche l'effetto della navicella,

migliorando la descrizione della scia in alcuni casi. Tuttavia, essi richiedono una formulazione più complessa e non sempre risultano necessari quando l'obiettivo è confrontare la previsione media della scia mediante modelli di diversa fedeltà. In questo senso, gli *actuator surface* rappresentano un ulteriore livello intermedio nello spettro dei modelli, ma non sono stati inclusi nel presente confronto.

Dalla letteratura emerge quindi un quadro abbastanza chiaro: i modelli *rotor-resolved* sono più adatti quando si vuole descrivere in dettaglio il campo di moto vicino al rotore, le distribuzioni locali di carico e le strutture vorticali generate dalla geometria reale; i modelli *actuator disk* o *Virtual Disk* basati su grandezze globali sono invece indicati quando l'interesse principale è la previsione media della scia con basso costo computazionale; i modelli BEM-based o *actuator-line-like* costituiscono un compromesso, poiché introducono informazioni sezionali della pala pur evitando la risoluzione geometrica completa [4, 5, 11]. Le differenze tra questi approcci tendono a essere più marcate nella *near wake*, dove il dettaglio della rappresentazione del rotore influenza maggiormente la struttura del campo di moto, mentre nella *far wake* i modelli ridotti possono fornire risultati accettabili se il caricamento globale del rotore è rappresentato in modo coerente [2, 10].

Alla luce di queste considerazioni, il presente lavoro si inserisce nel problema, ancora rilevante, della valutazione del compromesso tra accuratezza fisica, complessità di implementazione e costo computazionale nella previsione della scia di una turbina eolica. Sebbene la letteratura abbia già confrontato singole famiglie di modelli, rimane di interesse analizzare, all'interno dello stesso ambiente CFD e per la stessa turbina di riferimento, come cambi la previsione del *wake* passando da una simulazione con geometria completa a due formulazioni *Virtual Disk* di diversa fedeltà: una basata su informazioni sezionali della pala e una basata su grandezze globali di prestazione. Questo confronto consente di isolare l'effetto della rappresentazione del rotore mantenendo quanto più possibile omogenei dominio, condizioni operative, strategia di mesh e criteri di post-processing.

1.4 Obiettivo della tesi, scopo della comparazione e contributo del lavoro

Alla luce del quadro discusso nella sezione precedente, il presente lavoro si inserisce nel problema della valutazione del compromesso tra accuratezza fisica, complessità di implementazione e costo computazionale nella previsione della scia di una turbina eolica. Sebbene in letteratura siano già presenti confronti tra diverse famiglie di modelli, rimane di interesse analizzare, all'interno dello stesso ambiente CFD e a parità di turbina, dominio numerico, condizione operativa e criteri di post-processing, come cambi la previsione del *wake* al variare della rappresentazione del rotore.

L'obiettivo della tesi è quindi confrontare tre livelli di modellazione del rotore implementati in STAR-CCM+: una simulazione *rotor-resolved* basata sulla geometria tridimensionale del rotore, un modello *Virtual Disk* basato su informazioni sezionali della pala e un modello *Virtual Disk* basato su grandezze globali di prestazione. La finalità del confronto non è individuare un modello

universalmente migliore, ma valutare in quali aspetti l'aumento di fedeltà del modello produca differenze significative nella descrizione della scia e in quali casi, invece, approcci semplificati possano fornire una previsione media sufficientemente rappresentativa.

Il caso studio adottato è la IEA 15 MW Offshore Reference Wind Turbine, scelta in quanto turbina di riferimento ampiamente documentata e resa disponibile alla comunità scientifica come benchmark aperto per studi numerici e progettuali [14]. La comparazione è stata condotta in corrispondenza di una singola condizione operativa di riferimento, individuata nel punto di progetto associato alla prima velocità del vento per la quale la turbina raggiunge la potenza nominale. Tale scelta consente di concentrare l'analisi su una condizione particolarmente significativa dal punto di vista aerodinamico, caratterizzata da un elevato caricamento del rotore e quindi da una scia marcata. Inoltre, limitare il confronto a un unico punto operativo permette di isolare in modo più chiaro l'effetto della modellazione del rotore, riducendo l'influenza di ulteriori variabili legate al funzionamento *off-design*.

Un primo contributo del lavoro riguarda la costruzione del modello geometrico tridimensionale del rotore. A partire dai dati geometrici della turbina di riferimento, è stata generata una geometria CAD semplificata ma coerente con le distribuzioni di corda, twist e profili aerodinamici della pala. Tale geometria è stata successivamente importata in STAR-CCM+ e utilizzata per realizzare la simulazione *rotor-resolved*. La costruzione di questo modello ha richiesto la definizione di una regione rotante, l'impostazione delle interfacce tra dominio fisso e dominio rotante e la generazione di una mesh dedicata alle superfici del rotore.

Un secondo contributo è rappresentato dalla generazione delle polari aerodinamiche bidimensionali in STAR-CCM+. A tale scopo sono state condotte simulazioni CFD 2D dedicate sui profili di pala, con l'obiettivo di ricavare i coefficienti di portanza e resistenza in funzione dell'angolo d'attacco. Questo passaggio ha permesso di costruire un database aerodinamico coerente con le condizioni operative considerate nella tesi. Tale database costituisce l'input necessario per il modello *Virtual Disk* basato su BEM e permette di confrontare tale approccio con la simulazione CFD tridimensionale su basi più omogenee, evitando di utilizzare polari provenienti da fonti esterne non necessariamente coerenti con le ipotesi numeriche adottate.

Un ulteriore contributo riguarda l'implementazione dei due modelli *Virtual Disk* in STAR-CCM+. Per il modello basato su BEM sono state assegnate le distribuzioni radiali di corda e twist, le sezioni aerodinamiche lungo la pala e le relative polari bidimensionali. Per il modello basato sul *1D Momentum Method*, invece, sono state utilizzate le grandezze globali della turbina al punto operativo di riferimento, in particolare potenza, coefficiente di spinta, velocità del vento e velocità di rotazione. In entrambi i casi, i modelli sono stati costruiti mantenendo, lo stesso dominio computazionale, la stessa mesh, le stesse condizioni al contorno e una strategia di mesh coerente con quella adottata per la simulazione a geometria completa.

La tesi include inoltre uno studio di convergenza di mesh, finalizzato a ver-

ificare che le grandezze utilizzate per il confronto non fossero dominate dalla discretizzazione numerica. Nel caso tridimensionale con geometria completa, la convergenza è stata valutata monitorando una grandezza globale rappresentativa del caricamento aerodinamico del rotore. Tale analisi ha consentito di selezionare una mesh adeguata al confronto tra i diversi modelli, bilanciando accuratezza della soluzione e costo computazionale.

Infine, il lavoro propone una procedura di confronto della scia basata su grandezze locali estratte su dischi di controllo posti a diverse distanze a valle del rotore. In questo modo è possibile valutare l'evoluzione del *wake* non soltanto in termini di grandezze globali della turbina, ma anche attraverso indicatori locali quali deficit di velocità, energia cinetica turbolenta, vorticità e profili trasversali di velocità. Tale impostazione consente di analizzare in modo strutturato le differenze tra i tre approcci, evidenziando quali caratteristiche della scia vengano conservate o perse al diminuire della fedeltà del modello di rotore.

Nel complesso, il contributo principale della tesi consiste nella costruzione di un confronto CFD coerente tra tre livelli di modellazione del rotore, applicati alla stessa turbina, nella stessa condizione operativa e all'interno dello stesso ambiente numerico. Il lavoro mira a fornire una valutazione critica delle potenzialità e dei limiti dei modelli *Virtual Disk* rispetto a una simulazione con geometria completa, mettendo in evidenza in quali casi gli approcci semplificati possano rappresentare una soluzione efficace e in quali aspetti, invece, la risoluzione esplicita della geometria del rotore rimanga necessaria.

2 Caso studio e condizione operativa di riferimento

2.1 Geometria della turbina e principali caratteristiche

Il caso studio considerato nel presente lavoro è basato sulla *IEA 15 MW Offshore Reference Wind Turbine*, una turbina eolica di riferimento sviluppata per applicazioni offshore e resa disponibile alla comunità scientifica come benchmark aperto per studi di analisi e progettazione. La scelta di adottare una macchina di riferimento di questo tipo consente di basare la comparazione su una configurazione ampiamente documentata in letteratura tecnica, garantendo una descrizione geometrica coerente e riproducibile [14].

La turbina è ad asse orizzontale, con tre pale, in configurazione *upwind*, controllo a velocità variabile e passo collettivo. La potenza nominale è pari a 15 MW, il diametro del rotore è $D = 240$ m e l'altezza del mozzo è pari a 150 m [14].

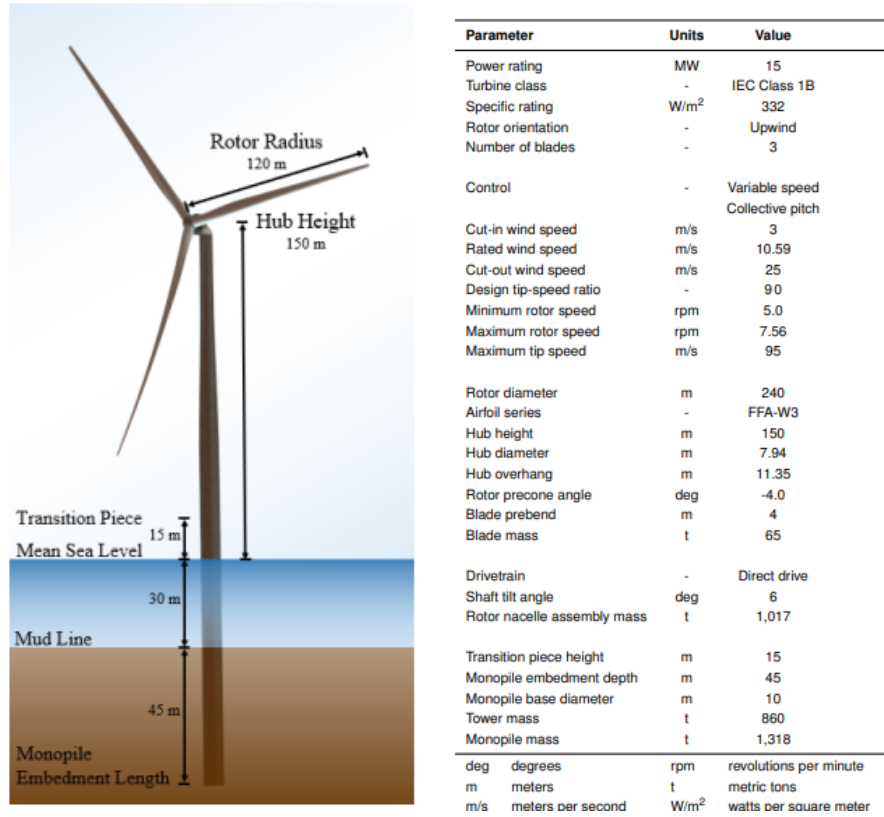


Figure 2: Parametri principali della turbina

Dal punto di vista geometrico, ciascuna pala ha una lunghezza pari a 117 m, con diametro alla radice di 5.20 m e una corda massima di 5.77 m, localizzata a circa 27.2 m dalla radice. La pala presenta inoltre un *prebend* di estremità pari a 4 m, ignorato in fase di modellazione CAD. La distribuzione geometrica lungo l'apertura, in termini di corda, twist e spessore relativo, è stata definita nell'ambito del progetto della turbina di riferimento in modo da garantire un compromesso tra efficienza aerodinamica, vincoli strutturali e requisiti di esercizio.

Per quanto riguarda la caratterizzazione aerodinamica, la pala utilizza profili appartenenti alla famiglia *DTU FFA-W3*, già impiegata anche in altre turbine di riferimento offshore. L'adozione di questa famiglia di profili rappresenta un aspetto di particolare interesse per il presente lavoro, poiché consente di disporre di una base coerente per la successiva generazione delle polari bidimensionali necessarie all'implementazione del modello *virtual disk* basato sulla BEM theory.

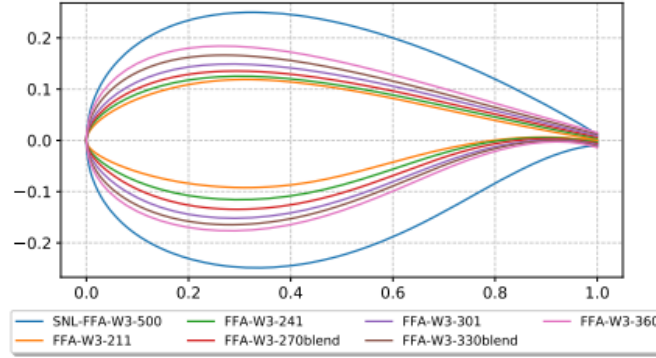


Figure 3: DTU FFA-W3 airfoils

2.2 Condizione operativa di riferimento

La comparazione tra i tre approcci di modellazione del rotore è stata condotta in una singola condizione operativa di riferimento, individuata nel punto corrispondente alla prima velocità del vento per la quale la turbina raggiunge la potenza nominale.

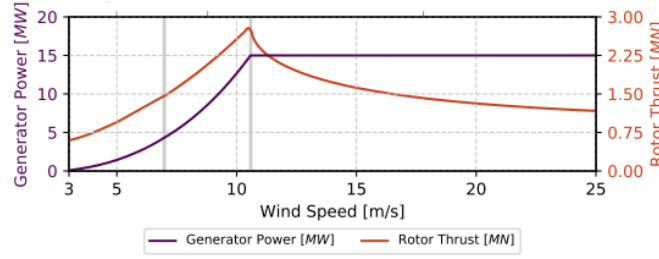


Figure 4: Curve di Thrust e Potenza al variare della velocità del vento [14]

Per la turbina IEA 15 MW considerata nel presente studio, tale condizione corrisponde a una velocità indisturbata del flusso pari a

$$U_{\infty} = 10.59 \text{ m/s},$$

alla quale la macchina raggiunge la potenza nominale

$$P = 15 \text{ MW}.$$

Alla stessa condizione la velocità di rotazione del rotore assume il valore nominale di circa

$$\Omega = 7.55 \text{ rpm},$$

in accordo con i dati riportati nella documentazione della turbina. Il punto operativo considerato risulta inoltre coerente con un rapporto di velocità di punta di progetto pari a

$$\lambda = \frac{\Omega R}{U_{\infty}} \approx 9.$$

dove Ω è espresso in rad/s e R rappresenta il raggio del rotore.

Dal punto di vista del controllo, questo punto rappresenta la transizione tra la regione di funzionamento a inseguimento del *tip-speed ratio* ottimale e la regione a potenza nominale, raggiunto il quale, la macchina inizia a regolare la potenza principalmente attraverso il *pitch control*. La condizione selezionata rappresenta quindi un punto particolarmente significativo, poiché corrisponde al limite superiore della regione di funzionamento sotto nominale, all'inizio del regime controllato in potenza.

Il comportamento globale del rotore può essere descritto tramite il coefficiente di potenza C_P e il coefficiente di spinta C_T , che nella documentazione della turbina assumono valori di progetto rispettivamente pari a

$$C_P = 0.489, \quad C_T = 0.799.$$

Pur non costituendo l'unico elemento di interesse del presente lavoro, tali quantità forniscono un utile riferimento per interpretare il livello di carico aerodinamico associato alla condizione analizzata.

La scelta di concentrare la comparazione su questo specifico punto operativo consente di mantenere il confronto tra i tre modelli ben controllato, limitando l'influenza di variabili esterne legate al funzionamento off-design. Inoltre, in corrispondenza di questo punto operativo, il rotore si trova in una condizione di carico aerodinamico particolarmente elevato, associata a una spinta assiale, *Thrust* massima. Questo avviene poiché al superamento della rated speed il sistema di controllo interviene attraverso il *pitch control* per limitare la potenza estratta riducendo progressivamente l'angolo d'attacco effettivo e quindi il coefficiente di spinta C_T , così da impedire alla spinta di continuare a crescere con la velocità del vento.

2.3 Grandezze adottate per il confronto della scia

La comparazione è stata condotta facendo riferimento a un insieme di grandezze locali estratte su una serie di dischi di controllo posti a valle del rotore, in corrispondenza di diverse posizioni adimensionali x/D , dove x rappresenta la distanza lungo la direzione del flusso e D il diametro del rotore. La scelta di analizzare il campo di moto su sezioni trasversali successive consente infatti di descrivere in modo coerente sia la formazione della scia nella regione di *near wake* sia la sua progressiva evoluzione e il recupero di velocità più a valle [2, 4, 5].

Una prima grandezza considerata è la *velocità media* della componente assiale sul disco di controllo, che rappresenta l'indicatore più diretto dell'intensità della scia. Espressa in forma normalizzata rispetto alla velocità indisturbata U_∞ , oppure, in modo equivalente, come deficit di velocità:

$$\frac{U}{U_\infty}, \quad \frac{\Delta U}{U_\infty} = \frac{U_\infty - U}{U_\infty}.$$

L'evoluzione di questa quantità lungo la direzione di valle consente di valutare quanto ciascun modello predica una scia intensa e quanto rapidamente tale scia tenda a recuperare velocità procedendo a valle del rotore [2, 6].

Nel presente lavoro è stata considerata anche la *turbulent kinetic energy* media sui dischi di controllo. In una formulazione RANS definita come

$$K = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} \left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right),$$

dove u' , v' e w' sono le componenti fluttuanti della velocità rispetto al campo medio. Il valore d'interesse è calcolato tramite una media integrale sulla superficie:

$$\bar{k}(x) = \frac{1}{A_d} \int_{A_d} K(x, y, z) dA,$$

dove A_d è l'area del disco di controllo. Per rendere il confronto indipendente dalla scala della velocità, la grandezza può essere inoltre espressa in forma adimensionale come

$$k^*(x) = \frac{\bar{k}(x)}{U_\infty^2}.$$

Tale quantità fornisce una misura del livello di turbolenza associato alla scia e risulta particolarmente utile per interpretare i meccanismi di mescolamento responsabili del recupero di velocità. Infatti, una stessa distribuzione di deficit può essere accompagnata da livelli differenti di turbolenza, con conseguenze rilevanti sulla diffusione della scia e, in prospettiva, sulle condizioni operative delle turbine poste più a valle [2, 4].

Una terza grandezza adottata è la *vorticità media* valutata sui medesimi dischi di controllo. Questa è una grandezza vettoriale che misura la rotazione locale del campo di velocità ed è definita come:

$$\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{U}.$$

In coordinate cartesiane, indicando con $\mathbf{U} = (u, v, w)$ il campo di velocità medio, si ottiene

$$\boldsymbol{\omega} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \mathbf{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \mathbf{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \mathbf{k}.$$

La forma adimensionale della vorticità può essere ottenuta come

$$\omega^*(x) = \frac{|\overline{\boldsymbol{\omega}}|_{(x)} D}{U_\infty},$$

dove D è il diametro del rotore, $|\overline{\boldsymbol{\omega}}|_{(x)}$ la vorticità mediata sulla superficie e U_∞ la velocità indisturbata. La vorticità è stata introdotta per evidenziare il contenuto rotazionale residuo del flusso a valle del rotore e assume particolare interesse nel confronto tra una modellazione *rotor-resolved* e approcci *virtual disk*, poiché la rappresentazione semplificata del rotore tende, in generale, a mediare o smorzare una parte delle strutture vorticali più fini generate dalla geometria reale delle pale [6, 5].

Inoltre è stata condotta mediante l'analisi dei *profili di velocità* della scia lungo i due assi del piano di controllo, ossia lungo le due direzioni trasversali passanti per il centro del disco. Questi profili permettono di descrivere in modo più dettagliato la struttura spaziale della scia rispetto alla sola media sul disco, mettendo in evidenza l'ampiezza della regione di deficit, la forma del profilo di velocità e il grado di simmetria del campo di moto. In particolare, il confronto tra profili ottenuti a diversi valori di x/D consente di seguire l'allargamento progressivo della scia e di valutare come tale allargamento venga predetto dai tre modelli considerati [2, 6].

A partire da tali profili, risulta inoltre possibile ricavare una ulteriore grandezza di sintesi, di particolare interesse, rappresentata dalla *larghezza caratteristica* della scia. Pur non costituendo necessariamente un output primario dei report numerici, essa può essere utilizzata come parametro derivato per quantificare in maniera compatta la diffusione laterale e verticale del *wake*.

Nel complesso, l'insieme delle grandezze adottate nel presente lavoro consente di analizzare il *wake* da punti di vista complementari. La velocità media descrive direttamente il deficit di moto indotto dal rotore; la *turbulent kinetic*

energy fornisce informazioni sul livello di turbolenza e sui meccanismi di mescolamento; la vorticità permette di evidenziare il contenuto rotazionale della scia; infine, i profili di velocità lungo le direzioni trasversali consentono di valutare forma, estensione e simmetria del *wake*. Su questa base sarà quindi possibile, nei capitoli successivi, confrontare in modo strutturato i risultati ottenuti con i tre approcci di modellazione del rotore.

3 Equazioni di governo, modelli di turbolenza e teoria dei virtual disk

3.1 Equazioni di governo e ipotesi fisiche

Le simulazioni CFD considerate nel presente lavoro sono state formulate assumendo aria come fluido newtoniano, monofase e in regime incomprimibile. Tale ipotesi è stata verificata considerando la massima velocità relativa incontrata dalle sezioni di pala, che si realizza in prossimità della punta del rotore. Indicando con R il raggio del rotore e con Ω la velocità angolare, la componente tangenziale alla punta può essere stimata come

$$U_t = \Omega R = 0.791 \cdot 120 = 94.92 \text{ m/s.}$$

Combinando tale contributo con la velocità indisturbata del vento, si ottiene una velocità relativa massima pari a

$$U_{\text{rel}} = \sqrt{U_t^2 + U_\infty^2} \simeq 95.5 \text{ m/s.}$$

Il corrispondente numero di Mach risulta inferiore a 0.3, soglia oltre la quale gli effetti di comprimibilità iniziano a non essere più trascurabili. Per questo motivo, l'adozione di una formulazione incomprimibile a densità costante è stata ritenuta adeguata.

Inoltre, non essendo oggetto dell'analisi fenomeni termici o di scambio di calore, il problema è stato trattato in condizioni isoterme, trascurando quindi la risoluzione dell'equazione dell'energia.

Sotto tali ipotesi, il campo di moto medio è descritto dalle equazioni di Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS). Introducendo per una generica variabile fluidodinamica la decomposizione di Reynolds

$$\phi = \bar{\phi} + \phi',$$

dove $\bar{\phi}$ rappresenta la componente media e ϕ' la fluttuazione turbolenta associata, le equazioni di continuità e quantità di moto in forma incomprimibile possono essere scritte come

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0,$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}} \cdot \nabla \bar{\mathbf{u}} \right) = -\nabla \bar{p} + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} - \nabla \cdot (\rho \overline{\mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'}) + \mathbf{f}.$$

In queste relazioni ρ è la densità del fluido, μ la viscosità dinamica, $\bar{\mathbf{u}}$ la velocità media, $\bar{p}$ la pressione media e $\mathbf{f}$ un eventuale termine sorgente di quantità di moto. Quest'ultimo risulta nullo nel dominio fluido privo di forzanti, mentre può includere contributi inerziali nel caso della formulazione MRF oppure termini sorgente volumetrici nei modelli *virtual disk*.

Il termine

$$-\rho \overline{\mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'}$$

rappresenta il *tensore degli sforzi di Reynolds* e introduce il problema di chiusura della turbolenza. Nel presente lavoro tale chiusura è stata trattata mediante modelli di viscosità turbolenta, basati sull'ipotesi di Boussinesq:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij},$$

dove μ_t è la viscosità turbolenta, k l'energia cinetica turbolenta, δ_{ij} il delta di Kronecker e

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

è il tensore medio di deformazione. In questo modo il problema di chiusura viene ricondotto alla determinazione della viscosità turbolenta μ_t , ottenuta attraverso i modelli di turbolenza messi a disposizione dal software.

3.2 Modelli di turbolenza e trattamento di parete

La chiusura delle equazioni RANS è stata effettuata mediante modelli di viscosità turbolenta a due equazioni. Nel presente lavoro sono state considerate due tipologie di simulazione con obiettivi differenti: da un lato le simulazioni tridimensionali di scia, finalizzate al confronto tra i modelli di rotore; dall'altro le simulazioni bidimensionali dei profili aerodinamici, necessarie alla generazione delle polari impiegate nel modello BEM.

Per le simulazioni tridimensionali è stato adottato il modello $k - \varepsilon$ *Two-Layer*, accoppiato al trattamento di parete *All y^+ Wall Treatment*. Tale scelta è coerente con l'obiettivo delle simulazioni 3D, orientate alla previsione delle grandezze medie di scia e delle prestazioni globali del rotore. Nel caso *full CAD*, in cui pale e mozzo sono rappresentati come superfici solide, il trattamento di parete assume un ruolo rilevante nella definizione degli strati prismatici e nella gestione della regione prossima alla parete. Nei modelli *virtual disk*, invece, il rotore non è rappresentato geometricamente e il modello di turbolenza agisce principalmente sull'evoluzione della scia generata dal termine sorgente del disco.

Per le simulazioni bidimensionali utilizzate nella generazione delle polari aerodinamiche è stato invece adottato il modello *SST (Menter) $k - \omega$* , accoppiato al modello di transizione $\gamma - Re_\theta$. Questa scelta è legata alla necessità di descrivere con maggiore attenzione il comportamento dello strato limite sul profilo, la possibile transizione laminare-turbolenta e l'eventuale separazione del flusso, aspetti che influenzano direttamente la valutazione dei coefficienti aerodinamici C_L e C_D .

La differenza tra i due setup non deriva quindi da un cambio arbitrario di modello, ma dalla diversa natura delle simulazioni. Nel caso tridimensionale l'interesse principale è rivolto alla scia media generata dal rotore e al confronto tra modelli CFD con diverso livello di dettaglio geometrico. Nel caso bidimensionale, invece, l'obiettivo è ottenere polari aerodinamiche sufficientemente accurate per alimentare il modello *virtual disk* basato sulla BEM. I dettagli relativi alla scelta dei valori di y^+ , alla costruzione degli strati prismatici e alle impostazioni operative dei due setup sono discussi nel capitolo successivo.

3.3 Schemi numerici e criteri di convergenza

Dal punto di vista numerico, le simulazioni sono state risolte mediante una formulazione ai *volumi finiti*. Tale approccio prevede l'integrazione delle equazioni di governo su ciascun volume di controllo della mesh, trasformando le equazioni differenziali in un sistema algebrico risolto iterativamente.

Per le simulazioni stazionarie è stato adottato il *segregated flow solver*, nel quale le equazioni della quantità di moto e della pressione vengono risolte in modo segregato. L'accoppiamento pressione-velocità è stato gestito mediante algoritmo SIMPLE, comunemente impiegato per simulazioni incompressibili in regime stazionario.

La convergenza delle simulazioni è stata valutata considerando sia indicatori numerici sia grandezze fisiche. Dal punto di vista numerico, è stato monitorato l'andamento dei residui delle equazioni risolte, verificandone la progressiva riduzione e stabilizzazione. Tuttavia, la sola riduzione dei residui non garantisce necessariamente la convergenza fisica della soluzione, e poiché per simulazioni di questa dimensione la riduzione dei residui fino all'ordine di grandezza canonico di 10^{-4} non è sempre raggiungibile, sono stati controllati anche i principali monitor globali associati al rotore. In particolare, per le simulazioni tridimensionali sono stati considerati l'andamento della spinta, della coppia e della potenza, verificando che tali grandezze raggiungessero un valore medio stabile al termine del calcolo.

Per le simulazioni bidimensionali utilizzate nella generazione delle polari aerodinamiche, la convergenza è stata invece valutata principalmente attraverso la stabilizzazione dei coefficienti aerodinamici di portanza e resistenza. Nei casi stazionari, tali grandezze sono state considerate convergenti quando il loro valore risultava praticamente costante con il procedere delle iterazioni. Nei casi non stazionari, associati agli angoli d'attacco più elevati, i coefficienti sono stati analizzati in termini di andamento temporale e successivamente mediati su un intervallo rappresentativo del regime periodico raggiunto.

La verifica dell'indipendenza dei risultati dalla discretizzazione spaziale è stata trattata separatamente mediante uno specifico studio di convergenza della mesh. Tale analisi, basata sulla potenza nel caso tridimensionale e sul coefficiente di portanza nel caso bidimensionale, è riportata nel capitolo successivo, dove vengono discusse in dettaglio la metodologia numerica, la costruzione della mesh e le scelte operative adottate nelle simulazioni.

3.4 Fondamenti teorici del virtual disk basato sul 1D Momentum Method

Il modello più semplice tra gli approcci di tipo *Virtual Disk* è il disco attuatore basato sulla teoria della *quantità di moto monodimensionale*. In tale formulazione, il rotore viene rappresentato come una superficie ideale che sottrae energia cinetica al flusso, producendo un salto di pressione e una riduzione della velocità assiale. Nella sua forma classica, la teoria considera un tubo di flusso che attraversa il disco: a monte la velocità è pari a U_∞ , al piano del rotore essa

si riduce a U_d , mentre nella scia lontana assume un valore U_w .

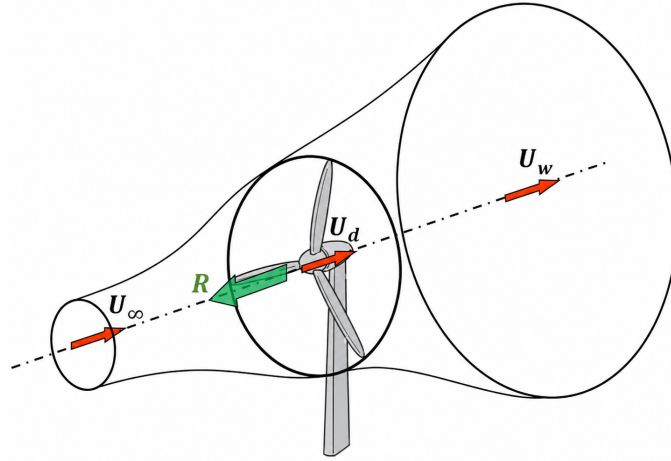


Figure 5: Disco attuatore e tubo di flusso.

Introducendo il fattore di induzione assiale a , la velocità al disco può essere espressa come

$$U_d = U_\infty(1 - a).$$

La spinta esercitata dal rotore sul flusso può quindi essere ricavata dalla variazione di quantità di moto:

$$T = 2\rho AU_\infty^2 a(1 - a),$$

dove A è l'area del disco. In forma adimensionale, essa viene comunemente descritta tramite il coefficiente di spinta:

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho AU_\infty^2}.$$

Analogamente, la potenza estratta dal rotore viene espressa attraverso il coefficiente di potenza:

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho AU_\infty^3}.$$

Queste relazioni costituiscono la base fisica dei modelli di disco attuatore più semplici, nei quali l'azione del rotore è ricostruita a partire da grandezze globali come C_T , C_P , potenza e velocità del vento.

Nel caso specifico del *1D Momentum Method* disponibile in STAR-CCM+, il modello è formulato per turbine eoliche ad asse orizzontale e include anche l'effetto della rotazione della scia. Il rotore viene rappresentato come un disco virtuale di spessore finito, all'interno del quale vengono applicati termini sorgente alle equazioni della quantità di moto. Tali sorgenti tengono conto sia

della componente assiale, associata alla spinta, sia della componente tangenziale, legata alla coppia e alla rotazione impressa al flusso. Il modello richiede come dati principali le curve prestazionali globali della turbina, in particolare la potenza e il coefficiente di spinta in funzione della velocità del vento [8].

Dal punto di vista teorico, la teoria classica considera un disco *infinitamente sottile*, mentre nella simulazione CFD il *Virtual Disk* è rappresentato da un volume cilindrico di spessore finito δ , immerso nella mesh del dominio fluido. Per questo motivo, le grandezze aerodinamiche globali ricavate dalle curve prestazionali della turbina devono essere trasformate in contributi locali da applicare alle celle appartenenti al volume del disco.

La formulazione si basa su una decomposizione anulare del disco di raggio r e spessore dr , cui corrisponde un'area elementare

$$dA = 2\pi r \cdot dr$$

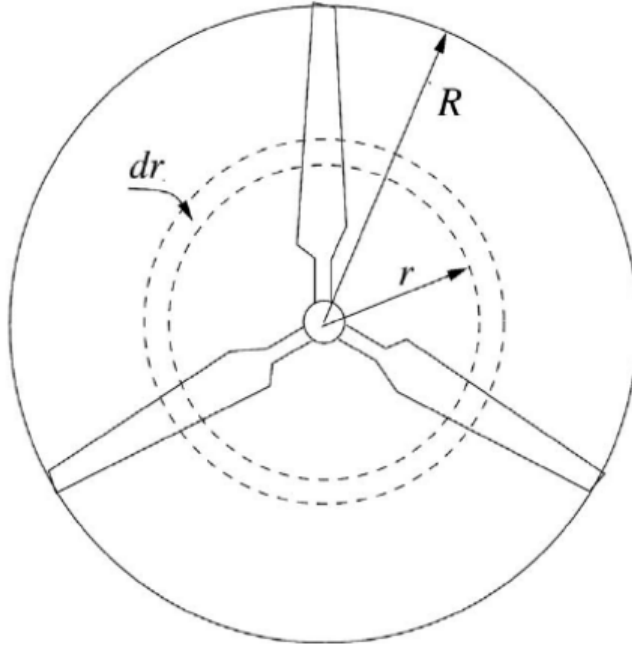


Figure 6: Corona anulare del disco virtuale.

Nel caso di un disco con raggio interno R_i e raggio esterno R_0 , l'area efficace del rotore risulta

$$A_d = \pi (R_0^2 - R_i^2).$$

La spinta totale può quindi essere espressa come

$$T = \frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 C_T \pi (R_0^2 - R_i^2),$$

dove U_0 e ρ_0 rappresentano rispettivamente la velocità e la densità di riferimento del flusso incidente sul disco. La spinta agente su una corona anulare di larghezza dr è invece

$$dT = \frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 C_T \cdot 2\pi r \cdot dr.$$

Poiché nella simulazione il disco non è una superficie ideale ma un volume di spessore finito, il contributo di spinta viene distribuito lungo lo spessore (δ) del disco virtuale. Ne deriva una forza assiale per unità di volume:

$$\frac{\Delta T}{\Delta V} = \frac{T}{\delta \pi (R_0^2 - R_i^2)}.$$

In questa forma, la spinta globale del rotore viene convertita in una sorgente volumetrica applicabile nella formulazione ai volumi finiti. Per ciascuna cella appartenente al disco virtuale, la forza assiale viene quindi ottenuta moltiplicando la sorgente volumetrica per il volume della cella:

$$T_{\text{cell}} = \frac{\Delta T}{\Delta V} V_{\text{cell}}$$

In modo analogo, la componente tangenziale del termine sorgente viene ricavata a partire dalla coppia del rotore. Nota la potenza P dalla curva prestazionale della turbina, la coppia può essere valutata come

$$Q = \frac{P}{\Omega},$$

dove Ω è la velocità angolare del rotore. Tale coppia viene distribuita sulle celle del disco sotto forma di forza tangenziale, in modo da rappresentare la rotazione impressa alla scia. A differenza della spinta assiale, la distribuzione della coppia *non* è uniforme lungo il raggio, poiché il momento associato a una forza tangenziale dipende dalla distanza dall'asse di rotazione. In forma semplificata, il contributo tangenziale può quindi essere interpretato come una sorgente crescente con la posizione radiale della cella, così da restituire complessivamente la coppia totale Q imposta dal modello.

Il termine sorgente finale applicato alle equazioni della quantità di moto è dunque un vettore composto da una componente assiale, responsabile della riduzione della velocità lungo la direzione del flusso, e da una componente tangenziale, responsabile dello *swirl* della scia. Questa formulazione rappresenta il collegamento tra il modello fisico semplificato e la discretizzazione CFD.

Questo approccio risulta particolarmente vantaggioso quando l'obiettivo è la previsione media della scia con un costo computazionale ridotto. Di conseguenza, i modelli basati su quantità globali sono spesso adatti a studi preliminari, analisi parametriche e valutazioni comparative su domini estesi. Tuttavia, la loro semplicità comporta alcune limitazioni, come l'impossibilità di ricostruire la distribuzione radiale dei carichi aerodinamici a partire dalla geometria reale della pala, e fenomeni locali come le perdite di punta, le perdite di radice, la variazione di corda e twist o l'effetto delle diverse sezioni aerodinamiche.

3.5 Fondamenti teorici del virtual disk basato sulla Blade Element Method

Un livello intermedio di modellazione è rappresentato dai modelli *Virtual Disk* basati sulla *Blade Element Momentum* theory. La BEM nasce dall'accoppiamento tra la teoria del disco attuatore e la teoria dell'elemento di pala. Il rotore viene suddiviso in elementi radiali, ciascuno dei quali è trattato come una sezione aerodinamica bidimensionale.

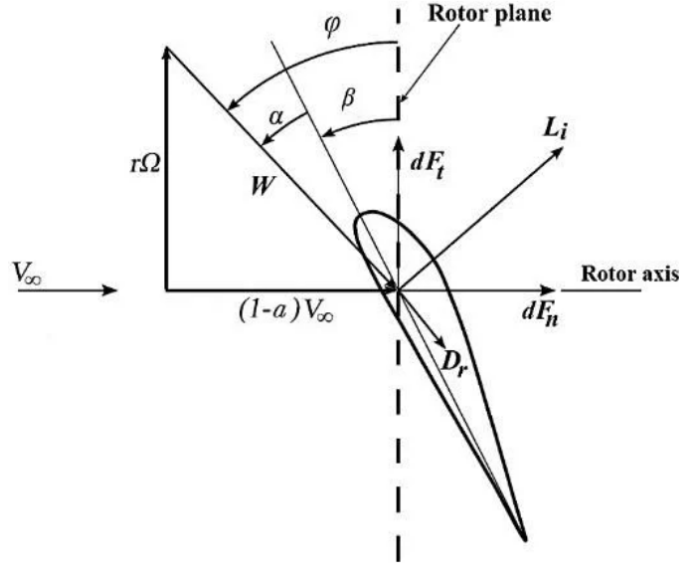


Figure 7: Schema della BEM theory

Per una generica sezione posta alla distanza r dall'asse di rotazione, la velocità relativa vista dal profilo può essere espressa, in forma semplificata, come

$$W = \sqrt{[U_\infty(1-a)]^2 + [\Omega r(1+a')]^2},$$

dove a è il fattore di induzione assiale, a' il fattore di induzione tangenziale e Ω la velocità angolare del rotore. L'angolo di inflow è definito da

$$\tan \phi = \frac{U_\infty(1-a)}{\Omega r(1+a')},$$

mentre l'angolo d'attacco locale è determinato dalla differenza tra l'angolo di inflow e l'angolo geometrico della sezione, secondo la convenzione adottata per la definizione del twist e dell'eventuale passo collettivo.

A partire dall'angolo d'attacco e dalle polari aerodinamiche della sezione, si ricavano i coefficienti di portanza e resistenza C_L e C_D . Le forze elementari su

un tratto di pala di corda c e ampiezza radiale dr sono quindi

$$dL = \frac{1}{2}\rho W^2 c C_L dr, \quad dD = \frac{1}{2}\rho W^2 c C_D dr.$$

Proiettando portanza e resistenza nelle direzioni normale e tangenziale al piano del rotore, si ottengono i contributi elementari di spinta e coppia:

$$dT = B \frac{1}{2}\rho W^2 c C_n dr, \quad dQ = B \frac{1}{2}\rho W^2 c C_t r dr,$$

dove B è il numero di pale, mentre C_n e C_t sono i coefficienti aerodinamici proiettati rispettivamente nella direzione normale e tangenziale. L'integrazione lungo l'apertura della pala permette infine di ricostruire le grandezze globali del rotore:

$$T = \int_{r_{\text{hub}}}^R dT, \quad Q = \int_{r_{\text{hub}}}^R dQ, \quad P = \Omega Q$$

Nel contesto CFD, il modello BEM-based *non* risolve comunque la geometria tridimensionale delle pale. Le forze aerodinamiche calcolate sugli elementi di pala vengono trasformate in termini sorgente distribuiti all'interno del volume del disco virtuale. Rispetto al metodo basato esclusivamente su curve globali, questo approccio conserva però una quantità maggiore di informazione fisica: la distribuzione radiale di corda, il twist, il numero di pale, le sezioni aerodinamiche e le rispettive polari contribuiscono direttamente alla ricostruzione dei carichi sul rotore. Per questo motivo, il modello BEM-based può rappresentare in modo più realistico la distribuzione radiale di spinta e coppia, pur mantenendo un costo computazionale molto inferiore rispetto a una simulazione *rotor-resolved*.

Anche questo approccio, tuttavia, presenta limitazioni intrinseche. Le pale *non* sono rappresentate come superfici solide e, di conseguenza, non vengono risolti direttamente gli strati limite sulle pale né le strutture vorticali discrete generate dalla geometria reale. La qualità della previsione dipende inoltre dalle polari aerodinamiche utilizzate, che sono generalmente ottenute da simulazioni o dati bidimensionali e possono non includere pienamente effetti tridimensionali, separazione complessa, stall ritardato e interazioni locali tipiche della pala reale.

4 Metodologia Numerica

4.1 Dominio computazionale

In prima istanza è stato definito il dominio computazionale tridimensionale, comune alle tre simulazioni e parametrizzato in funzione del diametro del rotore e della dimensione caratteristica della mesh (*base size*). Il dominio è stato modellato come un parallelepipedo, le cui dimensioni lungo i tre assi sono state definite mediante espressioni parametriche in modo da risultare coerenti con la discretizzazione spaziale adottata.

In particolare, le dimensioni del dominio sono state scelte come multipli della dimensione delle celle caratteristiche della mesh, così da garantire un corretto allineamento con la struttura della griglia numerica. Questa accortezza è stata introdotta in relazione all'utilizzo di una mesh di tipo *trimmed* nella regione fissa, la quale presenta una struttura cartesiana con raffinamenti discreti, caratterizzati da variazioni di dimensione delle celle secondo fattori di scala pari a potenze di 2^n . In assenza di tale allineamento, si sarebbe potuta generare una discretizzazione non uniforme delle celle in prossimità dei bordi del dominio.

Successivamente, mediante l'operazione *split by patch*, sono state generate le superfici necessarie alla definizione delle diverse *region*, alle quali sono state assegnate le seguenti *boundary conditions*.

4.2 Boundary conditions

Le condizioni al contorno del problema sono state definite in modo da imporre il campo indisturbato del flusso sulle superfici esterne del dominio e, al tempo stesso, consentire alla scia di svilupparsi e uscire dal dominio numerico senza imporre artificialmente il profilo di velocità nella regione di valle. In STAR-CCM+, le *boundary conditions* definiscono infatti le quantità risolte oppure il modo in cui il solver tratta le variabili lungo il perimetro del dominio computazionale; tra le condizioni standard disponibili rientrano, tra le altre, *velocity inlet*, *pressure outlet* e *wall*.

Nel presente studio, tutte le superfici esterne del dominio, ad eccezione del lato a valle, sono state assegnate a una condizione di tipo *velocity inlet*, mentre la superficie terminale downstream è stata trattata come *pressure outlet*. Questa scelta permette di imporre il vettore velocità del flusso indisturbato sulle superfici che delimitano lateralmente e a monte il dominio, lasciando invece che il campo di moto si adatti liberamente in uscita sotto il vincolo di pressione assegnato.

Nelle *velocity inlet* è stato utilizzato il metodo *velocity components*, quindi il vettore velocità è stato imposto direttamente mediante le sue componenti cartesiane, assumendo l'asse x coincidente con la direzione del flusso indisturbato, si può quindi scrivere

$$\mathbf{u}_\infty = \begin{bmatrix} U_\infty \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad U_\infty = 10.59 \text{ m/s}.$$

Sulla superficie downstream è stata invece assegnata una condizione di tipo *pressure outlet*, con *working pressure* pari a

$$p_{\text{out}} = 0 \text{ Pa.}$$

Nel contesto di STAR-CCM+, tale valore corrisponde a una pressione relativa nulla rispetto alla pressione di riferimento adottata dal solver.

Per il modello a geometria completa, le superfici solide del rotore sono state trattate come boundary di tipo *wall*. In mod da consderare una superficie impermeabile al flusso; nel caso *no-slip*, la velocità del fluido alla parete coincide con quella della parete stessa e, in assenza di moto relativo locale, la velocità del fluido alla parete risulta nulla . In forma compatta, la condizione può essere espressa come

$$(\mathbf{u} - \mathbf{u}_w) \big|_{\Gamma_w} = 0,$$

dove $\mathbf{u}_w$ è la velocità della parete. Nel caso di parete stazionaria nel sistema di riferimento considerato, tale relazione si riduce a

$$\mathbf{u} \big|_{\Gamma_w} = 0.$$

Questa condizione è stata applicata alle superfici della turbina soltanto nel caso *rotor-resolved*, nel quale pale e mozzo sono rappresentati esplicitamente come superfici solide immerse nel flusso.

È importante osservare che questa condizione non è invece presente nei modelli *virtual disk*. Di conseguenza, in queste simulazioni, le condizioni al contorno globali del dominio rimangono quelle assegnate alle superfici esterne, mentre l'azione del rotore viene introdotta internamente attraverso la specifica modellazione del disco.

4.3 Implementazione della simulazione stazionaria rotor-resolved, mediante il mooving reference frame (MRF)

Per la generazione della geometria della pala è stato utilizzato il software *Solid-Works*. In particolare, mediante le coordinate dei profili sopracitati sono state ricavate due linee guida corrispondenti al *leading edge* e al *trailing edge* lungo la pala, opportunamente dimensionalizzate e ruotate in accordo con il twist ad ogni altezza radiale del rotore.

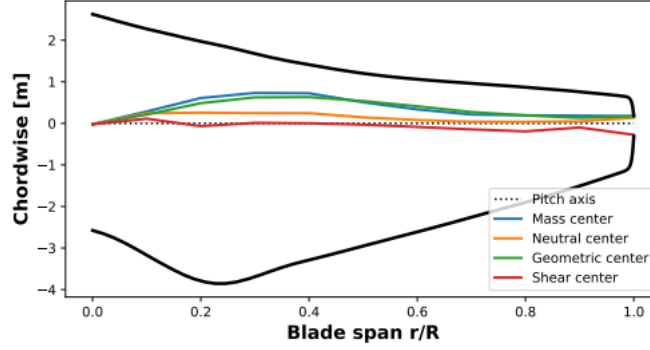


Figure 8: Pala in pianta e proprietà strutturali[14]

Per semplicità operativa nella simulazione numerica, il prebending è stato ignorato e quindi, allineato l'asse di pitch dei profili W3-FFA, sono stati effettuati più loft con linee guida tra gli schizzi in modo da ottenere sette solidi, uniti successivamente. Questa operazione ha permesso di caricare su *STAR-CCM+* un rotore con tre pale caratterizzate da una divisione a priori delle superfici, queste, utili a generare una mesh ottimizzata rispetto alla variazione della corda lungo la pala.

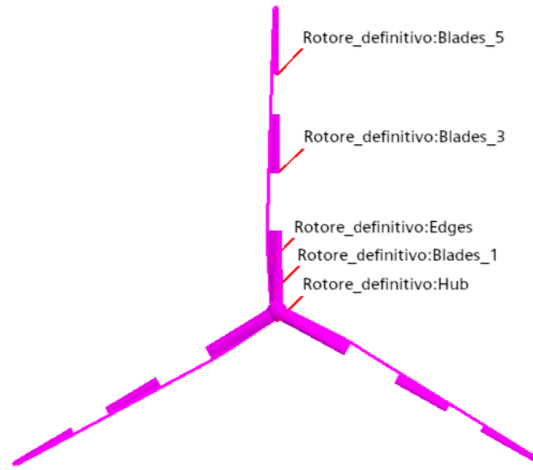


Figure 9: Superfici discretizzate con il comando *split by patch*. Evidenziate in alternanza per chiarezza visiva

4.3.1 Set-up CFD

Regione rotante e CAD La geometria tridimensionale del rotore, precedentemente generata mediante *SolidWorks*, è stata importata in ambiente *STAR-CCM+* e suddivisa nelle seguenti superfici:

- hub;
- pale, ulteriormente suddivise in più superfici lungo la direzione radiale 9;
- *trailing edge*, anch'esso suddiviso in modo coerente con la discretizzazione delle pale.

Al fine di definire la regione fluida rotante, la geometria del rotore è stata sottratta mediante operazione booleana da un volume cilindrico, avente asse allineato con la direzione del flusso indisturbato, lunghezza pari a circa cinque volte il diametro dell'hub e raggio maggiorato di un fattore pari a 1.25 rispetto a quello del rotore.

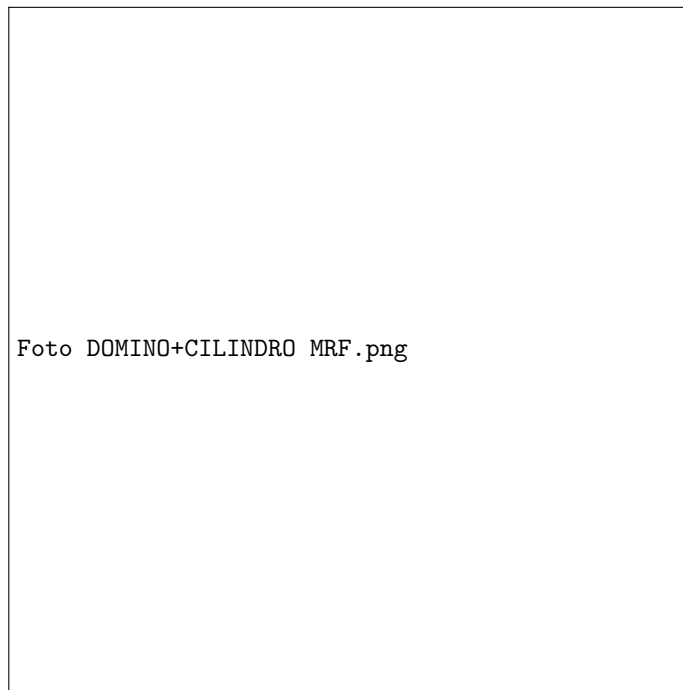


Figure 10: Rappresentazione geometrica dei due domini

Il volume così ottenuto definisce la *regione rotante* del dominio, all'interno della quale il flusso interagisce direttamente con la geometria delle pale. Tale regione è stata associata a un sistema di riferimento locale, orientato lungo l'asse

del rotore, e posto in rotazione con velocità angolare pari a quella del punto di progetto della turbina:

$$\Omega = 0.791 \text{ rad/s.}$$

Tra la regione rotante e il dominio esterno è stata definita una *region interface*, ottenuta mediante operazione di *imprint*. Tale interfaccia, che compare come *condizione al contorno* in entrambe le regioni, consente l'accoppiamento dei due domini e garantisce la continuità delle variabili di flusso attraverso il loro confine. In particolare, essa permette il corretto trasferimento delle grandezze conservative, quali quantità di moto e pressione, tra sistemi di riferimento differenti, uno inerziale e uno solidale alla rotazione.

Modello di rotazione: Moving Reference Frame La regione rotante definita nel paragrafo precedente è stata modellata mediante un approccio di tipo *Moving Reference Frame* (MRF).

In tale formulazione, il dominio fluido viene suddiviso in due regioni risolte in sistemi di riferimento differenti: una regione esterna inerziale e una regione interna solidale alla rotazione del rotore. Nel sistema di riferimento rotante, la geometria delle pale risulta stazionaria, consentendo di trattare il problema in regime *steady-state* pur in presenza di moto relativo tra fluido e rotore. Questo rappresenta uno dei principali vantaggi dell'approccio MRF, che permette di ridurre significativamente il costo computazionale rispetto a simulazioni completamente instazionarie basate su tecniche di *sliding mesh*.

Dal punto di vista matematico, la formulazione nel sistema di riferimento rotante introduce termini aggiuntivi nelle equazioni della quantità di moto, associati agli effetti inerziali. In particolare, il termine sorgente può essere espresso come:

$$\mathbf{f}_{\text{rot}} = -2\rho \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}_r - \rho \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}),$$

dove $\boldsymbol{\Omega}$ è la velocità angolare della regione rotante, $\mathbf{u}_r$ la velocità relativa del fluido nel sistema di riferimento rotante e $\mathbf{r}$ il vettore posizione rispetto all'asse di rotazione. Il primo termine rappresenta l'effetto di Coriolis, mentre il secondo quello centrifugo.

Tale approccio è implementato assegnando alla regione rotante una velocità angolare costante e un asse di rotazione, risolvendo le equazioni di governo nel sistema di riferimento locale.

Modelli fisici e ipotesi di simulazione Il problema è stato formulato in regime tridimensionale e stazionario, risolvendo le equazioni di Reynolds-Averaged Navier–Stokes (RANS) mediante un approccio *segregated flow solver*. In questa formulazione, le equazioni di quantità di moto e continuità vengono risolte in modo disaccoppiato.

Il campo turbolento è stato modellato mediante il modello *Realizable $k-\varepsilon$ Two-Layer*, il quale, rispetto al modello standard introduce una formulazione modificata dell'equazione di ε e una diversa espressione per la viscosità turbolenta, consentendo una migliore rappresentazione di flussi con forte curvatura,

separazione e gradienti di pressione avversi, condizioni tipiche del campo di moto a valle di una turbina eolica [4, 5]. La scelta è stata effettuata come compromesso tra accuratezza e costo computazionale. Sebbene modelli come il $k-\omega$ SST offrano in generale una migliore risoluzione dei fenomeni di separazione e delle strutture vorticali nel *near wake*, il modello $k-\varepsilon$ risulta meno sensibile alla qualità della mesh, rappresentando quindi una scelta appropriata per simulazioni su larga scala e per confronti tra diversi approcci di modellazione del rotore [4].

Infine, i fattori di *under-relaxation* sono stati regolati mediante una rampa lineare in modo da bilanciare stabilità e rapidità di convergenza. In particolare, valori più conservativi sono stati adottati nelle prime cento iterazioni, mentre una volta raggiunta una soluzione iniziale stabile il calcolo è stato proseguito con parametri meno dissipativi, così da limitare l'influenza degli artifici numerici sulla predizione finale del *wake*.

Interazione	1	100
Pressure	0.08	0.8
Velocity	0.02	0.2
$k-\varepsilon$ Turbulence	0.05	0.5

Table 1: Under relaxation factor

4.4 Generazione della mesh

Per quanto riguarda il dominio del fluido, come già anticipato, per tutte e tre le simulazioni proposte è stata scelta una mesh di tipo *trimmed* con le medesime raffinzioni volumetriche per assicurare la comparabilità dei risultati tra i vari metodi d'analisi della turbina.

Nel caso della simulazione con *mooving referenace frame*, per il dominio rotante è stata scelta una mesh di tipo poliedrica al fine di garantire una maggiore accuratezza numerica e dei gradienti di velocità e pressione, risultando particolarmente adatte alla risoluzione di campi di moto complessi, quali quelli presenti in prossimità delle pale del rotore, dove si osservano fenomeni di separazione e strutture vorticali tridimensionali. Inoltre, tale tipologia di mesh risulta meno sensibile all'allineamento rispetto a schemi cartesiani, migliorando la qualità della soluzione in presenza di moti rotazionali.

4.4.1 Mesh della regione fissa

La discretizzazione della regione esterna del dominio è stata realizzata mediante una mesh di tipo *trimmed*, con un dimensione caratteristica definita attraverso una *base size* parametrica, espressa come

$$\text{Base Size} = \{\text{Diameter}/2\} * \{Sf\}$$

dove $\{Sf\}$ rappresenta uno *scaling factor* introdotto per variare in modo sistematico la risoluzione complessiva della griglia nell'ambito dello studio di

convergenza di mesh. In questo modo, l'intero setup è rimasto geometricamente coerente al variare del livello di raffinamento.

A partire dalla *base size* sono stati assegnati i principali controlli globali della mesh. In particolare, la *target surface size* e la *maximum cell size* sono state fissate al 64% della base size, mentre la *minimum surface size* è stata imposta pari all'1% della stessa. Il tasso di crescita superficiale è stato impostato su *slow*, con valore pari a 1.3, mentre per la crescita volumetrica sono stati utilizzati 6 livelli di espansione. Questa combinazione è stata scelta per ottenere una transizione progressiva tra zone a diversa risoluzione, limitando brusche variazioni di dimensione tra celle adiacenti e migliorando la robustezza numerica del calcolo.

Parametro	Valore impostato
Tipo di mesh	Trimmed mesh
Base size	$Raggio \cdot \{Sf\}$
Target surface size	64%
Maximum cell size	64%
Minimum surface size	1%
Surface growth rate	1.3
Volume growth	6 livelli

Table 2: Parametri globali adottati per la generazione della mesh della regione fissa.

Poiché l'obiettivo principale della simulazione è la corretta previsione della scia, la mesh della regione fissa non è stata mantenuta uniforme, ma è stata raffinata localmente nella zona a valle del rotore mediante tre *volumetric controls* di forma conica, tutti allineati con la direzione del flusso indisturbato. La scelta di adottare volumi di raffinamento progressivamente più estesi e via via meno fini è stata finalizzata a seguire la probabile evoluzione del *wake* lungo la direzione di valle, risolvendo con maggiore accuratezza la regione di *near wake*, dove i gradienti di velocità sono più intensi, e consentendo al tempo stesso una graduale rarefazione della mesh nella regione di *far wake*, dove il flusso si accorda a quello indisturbato.

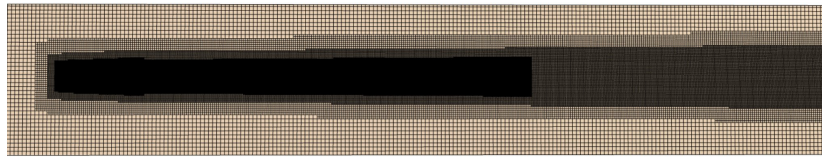


Figure 11: Mesh del dominio fisso

Il primo cono di raffinamento si estende dal piano del rotore fino a una distanza pari a $5D$, con raggio variabile da $1.6R$ a $2R$, ed è stato associato a una dimensione di cella pari al 4% della *base size*. Questa regione corrisponde

alla porzione di scia immediatamente a valle del rotore, nella quale il deficit di velocità e i gradienti trasversali risultano più marcati e richiedono quindi la massima risoluzione spaziale.

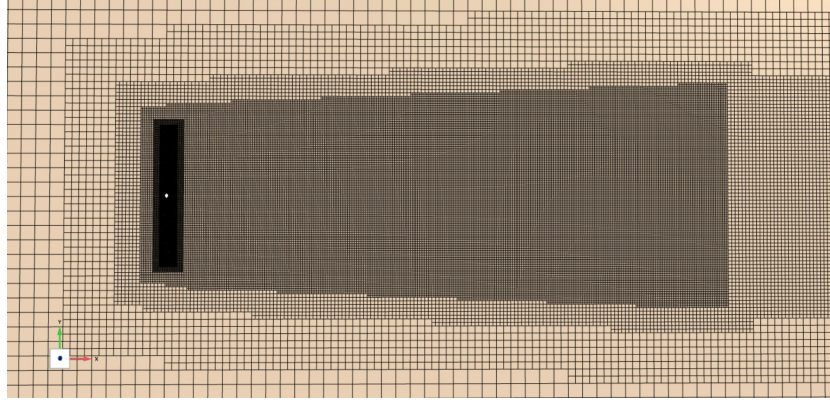


Figure 12: Dettaglio near wake

Il secondo cono si estende fino a $30D$, con raggio crescente da $2R$ a $2.5R$, ed è stato discretizzato con una dimensione di cella pari all'8% della *base size*. Questa scelta consente di mantenere una risoluzione adeguata nella parte intermedia della scia, dove il *wake* continua a evolvere e ad allargarsi tramite un fenomeno di *entrainment*, pur con gradienti meno intensi rispetto alla regione immediatamente a valle del rotore.

Il terzo cono si estende fino a $50D$, con raggio crescente da $3R$ a $4R$, ed è stato associato a una dimensione di cella pari al 16% della *base size*. In questo modo, la mesh rimane sufficientemente raffinata anche nelle sezioni più lontane, dove la scia risulta più diffusa ma continua comunque a costituire la regione di maggiore interesse per l'analisi comparativa.

Controllo	Estensione	Raggio iniziale	Raggio finale	Dimensione cella
Cono 1	$0D - 5D$	$1.6R$	$2R$	4% base size
Cono 2	$0D - 30D$	$2R$	$2.5R$	8% base size
Cono 3	$0D - 50D$	$3R$	$4R$	16% base size

Table 3: Controlli volumetrici di raffinamento adottati nella regione fissa del dominio.

Oltre a tali volumi di raffinamento, è stato introdotto un ulteriore *volumetric control* in corrispondenza dell'interfaccia tra regione fissa e regione rotante, con dimensione di cella pari all'1% della *base size*. Tale controllo è stato impiegato per rendere coerente la discretizzazione nelle immediate vicinanze della *region interface*, evitando salti eccessivi nella dimensione delle celle tra i due domini e migliorando così la qualità del trasferimento numerico attraverso l'interfaccia.

Nel complesso, la strategia di mesh adottata per la regione fissa è stata quindi costruita secondo una logica gerarchica: una discretizzazione globale relativamente contenuta nelle aree lontane dal rotore, dove il flusso resta pressoché indisturbato, e un raffinamento progressivo e mirato nelle zone interessate dallo sviluppo del *wake*. Tale approccio ha permesso di concentrare il costo computazionale nelle regioni fisicamente più rilevanti per il confronto tra i modelli, mantenendo al tempo stesso una griglia coerente e adatta allo studio di convergenza.

4.4.2 Mesh della regione rotante

La discretizzazione della regione rotante è stata realizzata mediante una combinazione di *Surface Remesher*, *Polyhedral Mesher* e *Prism Layer Mesher*, secondo una procedura di *automated mesh*. In STAR-CCM+, tale combinazione consente di generare una mesh superficiale triangolata o poligonale, successivamente utilizzata per costruire un core mesh poliedrico e, gli strati prismatici in prossimità delle pareti. Nel presente paragrafo ci si concentra sulla costruzione della mesh superficiale e del core mesh poliedrico della regione rotante, mentre le scelte relative ai prism layers verranno discusse separatamente.

Anche per la regione rotante la dimensione di riferimento della mesh è stata definita mediante la stessa *base size* parametrica adottata per la regione fissa, così da mantenere coerenza tra i due domini e consentire la variazione sistematica del livello di raffinamento nello studio di convergenza.

A livello globale, la mesh della regione rotante è stata impostata con una *target surface size* pari all'1% della base size e una *minimum surface size* pari allo 0.03%, mentre il controllo di curvatura è stato definito mediante 36 punti per circonferenza. Il *surface growth rate* è stato fissato pari a 1.2, il *volume growth rate* pari a 1.25, e la *maximum tet size* al 2% della base size. Inoltre, il processo di ottimizzazione del core mesh è stato eseguito con 3 cicli e soglia di qualità pari a 0.4. Nel complesso, tali impostazioni sono state scelte per ottenere una mesh sufficientemente fine in prossimità delle superfici del rotore, ma con transizioni graduali verso il core mesh, così da limitare la formazione di celle eccessivamente distorte.

Un primo controllo locale, è stato introdotto in prossimità della superficie cilindrica di interfaccia tra regione rotante e regione fissa, imponendo una dimensione caratteristica pari all'1% della base size. Questo controllo è accoppiato al medesimo imposto per la regione fissa del dominio.

Per aumentare la risoluzione nella regione immediatamente circostante il rotore, è stato inoltre creato un volume di *offset* a distanza pari a 3 m dalle superfici solide. Su tale volume è stato applicato un ulteriore controllo volumetrico con dimensione di cella pari allo 0.4% della base size. Questa scelta è stata adottata per ottenere un raffinamento localizzato attorno a pale e hub, in modo da migliorare la risoluzione dei gradienti di velocità e pressione generati dal rotore senza dover estendere inutilmente una mesh molto fine all'intero volume cilindrico rotante.

Figure 13: Dettaglio near wake

Parametro/controllo	Valore impostato
Tipo di mesh	Automated mesh
Surface Remesher	Attivo
Polyhedral Mesher	Attivo
Prism Layer Mesher	Attivo
Base size	$\{Raggio\} \cdot \{Sf\}$
Target surface size	1% base size
Minimum surface size	0.03% base size
Surface curvature	36 punti/circonferenza
Surface growth rate	1.2
Volume growth rate	1.25
Maximum tet size	2% base size
Core mesh optimization	3 cicli
Quality threshold	0.4
Offset rotore	0.4% base size

Table 4: Parametri globali e controlli locali adottati per la generazione della mesh della regione rotante.

Oltre ai controlli volumetrici, è stato definito un raffinamento superficiale graduale lungo l'apertura della pala, sfruttando la suddivisione delle superfici eseguita via CAD. Questa scelta ha consentito di assegnare una discretizzazione progressivamente più fine procedendo dalla radice verso la tip, coerentemente con il fatto che, nelle sezioni esterne della pala, la velocità relativa cresce e la geometria richiede una maggiore accuratezza nella ricostruzione della superficie.

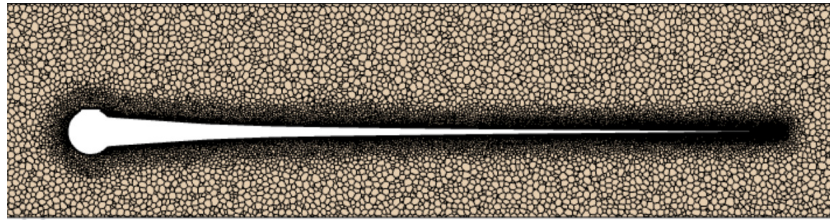


Figure 14: Dettaglio mesh offset lungo la pala

Nel presente lavoro le pale sono state suddivise in cinque zone radiali, indicate come *Blades 1–Blades 5*, alle quali sono stati assegnati i controlli riportati in Tabella 5. Come si osserva, la mesh superficiale diventa progressivamente più fine verso l'estremità della pala; in particolare, nella zona più esterna è stato aumentato anche il numero di punti per circonferenza, portandolo a 45, al fine di rappresentare con maggiore accuratezza le variazioni di curvatura locali.

Controllo	Target[% base]	Minimum [% base]	Curvature [pts/circle]
Blades 1	0.16	0.03	36
Blades 2	0.12	0.03	36
Blades 3	0.11	0.025	36
Blades 4	0.08	0.025	36
Blades 5	0.05	0.006	45

Table 5: Controlli superficiali assegnati alle diverse sezioni radiali della pala.

Una logica analoga è stata adottata per il *trailing edge*, anch'esso suddiviso in più porzioni mediante la precedente decomposizione geometrica. In questo caso, il raffinamento è stato spinto ulteriormente, in quanto il bordo di uscita rappresenta una zona geometricamente sottile e numericamente delicata, per la quale una discretizzazione troppo grossolana potrebbe alterare la rappresentazione locale della superficie e la qualità del mesh volume nelle sue immediate vicinanze. I controlli assegnati alle diverse porzioni del *trailing edge* sono riportati in Tabella 6.

Controllo	Target[% base]	Minimum [% base]
Te_1	0.025	0.025
Te_2	0.020	0.020
Te_Tip	0.005	0.005

Table 6: Controlli superficiali assegnati alle diverse porzioni del trailing edge.

Nel complesso, la mesh della regione rotante è stata costruita secondo una strategia a raffinamento gerarchico, nella quale la discretizzazione viene progressivamente intensificata passando dal volume interno della regione rotante alle superfici del rotore, e successivamente dalle zone prossime alla radice verso le sezioni esterne della pala e il trailing edge. Tale approccio ha consentito di concentrare la risoluzione numerica nelle zone di maggiore interesse aerodinamico, mantenendo il numero di celle quanto più basso possibile senza comprometterne l'efficacia.

4.4.3 Prism layers e scelta del parametro y^+

La discretizzazione dello strato limite sulle superfici solide del rotore è stata ottenuta mediante il *Prism Layer Mesher*, uno strato di celle prismatiche in prossimità delle pareti, utile sia per aumentare la risoluzione normale alla parete sia per ridurre la diffusione numerica nelle regioni con forti gradienti di velocità.

La scelta dei prism layers è stata strettamente collegata al trattamento di parete selezionato nel modello fisico, ossia il *Two-Layer All y^+ Wall Treatment*. Tale approccio permette di dimensionare la prima cella a parete per valori di $y^+ < 1$ se si vuole posizionare il centroide nella regione viscosa descritta dalla *linear law*, oppure $y^+ > 30$ se si vuole posizionare nello strato logaritmico descritto dalla *Log Law*.

Su questa base, nel presente lavoro è stato adottato come obiettivo progettuale un valore di $y^+ > 50$. Tale scelta è stata effettuata per contenere il numero complessivo di celle e quindi il costo computazionale della simulazione, evitando una risoluzione wall-resolved del sottostrato viscoso, ma mantenendo al contempo una rappresentazione coerente con il modello di turbolenza e con il wall treatment utilizzati. Dal punto di vista teorico, il parametro y^+ può essere espresso come

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu},$$

dove y è la distanza dalla parete, u_τ la velocità d'attrito e ν la viscosità cinematica. Quindi la regione logaritmica si colloca approssimativamente nell'intervallo $30 \lesssim y^+ \lesssim 0.1 Re_\tau$, dove vale la legge di Von Kármán

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + B,$$

con $\kappa \simeq 0.41$ e $B \simeq 5.2$.

Per determinare in modo pratico la dimensione del primo strato a parete è stato utilizzato il *Wall Thickness* distribution mode, che in STAR-CCM+ consente di impostare direttamente lo spessore della cella più vicina alla parete, lasciando poi al mesher la distribuzione dei restanti strati secondo il fattore di stretching assegnato. La stima iniziale della *near-wall thickness* è stata ottenuta mediante un calcolatore esterno di y^+ , imponendo:

- il valore target di y^+ ;
- la densità dell'aria $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$;
- la viscosità dinamica $\mu = 1.85508 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$;
- una lunghezza di riferimento pari alla corda locale della pala nella sezione considerata;
- una velocità caratteristica pari al modulo della velocità relativa locale,

$$W(r) = \sqrt{U_\infty^2 + (\Omega r)^2},$$

ottenuta combinando la velocità indisturbata del vento con la componente tangenziale dovuta alla rotazione del rotore.

Una volta stimato lo spessore della prima cella, lo spessore totale del prism layer è stato valutato a partire da una stima dello spessore di strato limite turbolento su lamina piana. In particolare, è stata adottata come lunghezza caratteristica quella della corda locale, ottenendo

$$\delta \simeq 0.37 \frac{c}{Re_c^{1/5}}, \quad Re_c = \frac{\rho W c}{\mu},$$

dove c è la corda locale e W la velocità risultante sul bordo d'attacco. A partire dal valore così ottenuto, uno script Matlab è stato utilizzato per valutare il

numero di celle del prism layer necessarie a ottenere, per ciascuna sezione della pala, un *growth rate* prossimo a 1.15 e celle con *aspect ratio* accettabile dal punto di vista geometrico.

Per l'hub sono stati mantenuti i controlli globali di default del prism layer, con 6 strati, *near-wall thickness* pari a 0.01 m e spessore totale del prism layer pari a 0.2 m. Sulle pale, invece, sono stati definiti controlli locali coerenti con la precedente suddivisione radiale delle superfici, in modo da adattare progressivamente il prism layer alle diverse condizioni di velocità relativa e corda locale. I valori adottati sono riportati in Tabella 7.

Controllo	Numero di strati	Near-wall thickness [m]	Spessore δ [m]
Blades 1	13	1.1×10^{-3}	0.0888
Blades 2	15	7.8×10^{-4}	0.0836
Blades 3	16	6.2×10^{-4}	0.0735
Blades 4	16	3.5×10^{-4}	0.0479
Blades 5	16	2.9×10^{-4}	0.0398

Table 7: Parametri dei prism layers assegnati alle diverse sezioni radiali della pala.

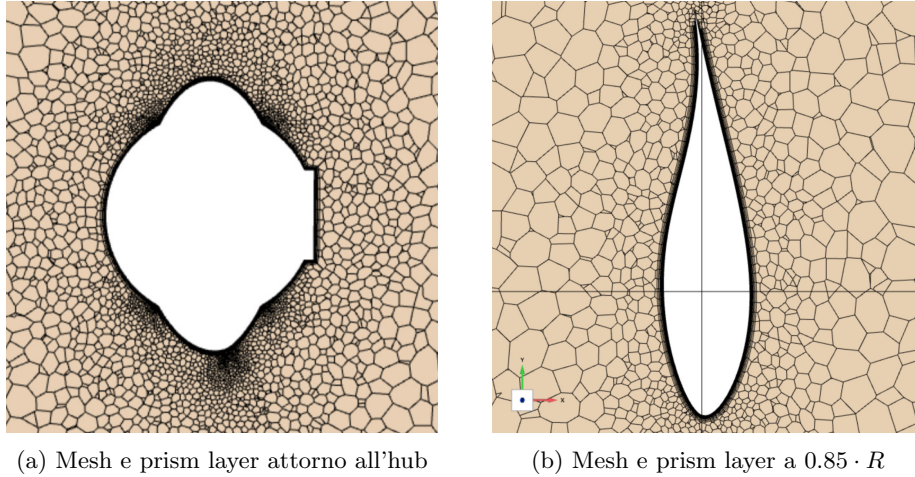


Figure 15: Sezioni del rotore a posizioni radiali differenti

Nel complesso, la strategia adottata ha consentito di progettare i prism layers in modo coerente con il modello *Realizable $k-\varepsilon$ Two-Layer* e con il *Two-Layer All y^+ wall treatment*, privilegiando una risoluzione near-wall compatibile con il log-layer e quindi più sostenibile dal punto di vista computazionale rispetto a una mesh completamente wall-resolved. La scelta finale rappresenta quindi un compromesso tra accuratezza della modellazione del boundary layer e costo numerico dell'intera simulazione.

4.4.4 Studio di convergenza di mesh

Al fine di verificare l'influenza della discretizzazione spaziale sui risultati della simulazione *full rotor*, è stato effettuato uno studio di convergenza della mesh considerando quattro diversi livelli di raffinamento. La variazione della risoluzione è stata ottenuta modificando la *base size* della mesh, mantenendo inalterata la strategia generale di discretizzazione descritta nelle sezioni precedenti.

Come grandezza rappresentativa per la convergenza è stata scelta la potenza del rotore, poiché essa costituisce una quantità globale direttamente legata al carico aerodinamico delle pale e risulta quindi sensibile alla qualità della discretizzazione nella regione rotante. I quattro livelli di mesh considerati sono stati definiti introducendo uno *scaling factor* applicato alla base size nominale BS :

$$BS = sf \cdot BS, \quad sf = 1.25, 1.00, 0.80, 0.64.$$

Il valore minore dello *scaling factor* corrisponde quindi alla mesh più fine. Poiché i livelli di raffinamento sono stati scelti in progressione geometrica, il rapporto di raffinamento tra due griglie consecutive risulta pari a

$$r = \frac{BS_i}{BS_{i+1}} = 1.25.$$

A seguito delle simulazioni numeriche, le mesh più raffinate hanno mostrato una maggiore stabilità della potenza monitorata, mentre la mesh più grossolana ha presentato oscillazioni più marcate e non ha raggiunto lo stesso livello di stabilizzazione entro il limite massimo di iterazioni fissato. I valori di potenza ottenuti mediando le ultime 1000 iterazioni sono riportati in Tabella 8.

Mesh	Scaling factor	Potenza [W]
Grossolana	1.25	1.4418×10^7
Nominale	1.00	1.45518×10^7
Media	0.80	1.46878×10^7
Fine	0.64	1.47857×10^7

Table 8: Valori della potenza ottenuti al variare della base size nel caso tridimensionale.

Prima di procedere con l'extrapolazione di Richardson, è stata valutata la stabilità della potenza calcolata per ciascun livello di raffinamento. A tale scopo, sulle ultime 1000 iterazioni è stata stimata la banda di oscillazione $\pm 3\sigma$, normalizzata rispetto al valore medio della potenza.

Mesh	Scaling factor	$\pm 3\sigma/\bar{P}$ [%]
Grossolana	1.25	1.1255
Nominale	1.00	0.0002174
Media	0.80	0.0002988
Fine	0.64	0.003086

Table 9: Banda relativa $\pm 3\sigma$ della potenza sulle ultime 1000 iterazioni, normalizzata rispetto al valore medio.

L'andamento della potenza sulle ultime 1000 iterazioni è riportato in Figura 16. Si osserva che la mesh più grossolana, corrispondente a $1.25 \cdot BS$, presenta oscillazioni sensibilmente più marcate rispetto agli altri livelli di raffinamento. Tale comportamento indica che la soluzione ottenuta su questa mesh non ha raggiunto lo stesso livello di stabilità osservato per le mesh più raffinate. Per questo motivo, la mesh $1.25 \cdot BS$ è stata esclusa dalla successiva procedura di estrapolazione.

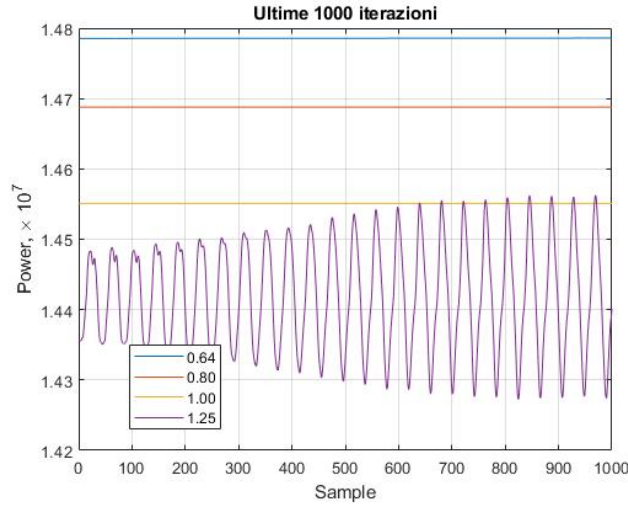


Figure 16: Andamento della potenza nelle ultime 1000 iterazioni per i diversi livelli di raffinamento della mesh.

Per stimare il valore limite della soluzione è stata applicata una procedura di *estrapolazione di Richardson*. Tale approccio si basa sull'ipotesi che, per griglie sufficientemente fini, l'errore di discretizzazione sia dominato dal termine principale dello sviluppo in serie e possa quindi essere stimato confrontando soluzioni ottenute su griglie sistematicamente raffinate [15]. Nel presente caso, la grandezza numerica Q , coincidente con la potenza P , è stata approssimata mediante la relazione

$$Q(BS) = Q_{\infty} + C BS^p,$$

dove Q_∞ rappresenta il valore estrapolato per $BS \rightarrow 0$, C è una costante e p è l'ordine apparente di convergenza, definito come

$$p = \frac{\log\left(\frac{|P_{r \cdot BS} - P_{r^2 \cdot BS}|}{|P_{r \cdot BS} - P_{BS}|}\right)}{\log(r)}$$

dove $P_{r^2 \cdot BS}$, $P_{r \cdot BS}$ e P_{BS} indicano rispettivamente le potenze ottenute sulla mesh fine, media e nominale, mentre $r = 1.25$ è il rapporto di raffinamento tra due griglie consecutive[15].

Il fit è stato effettuato utilizzando i tre livelli di mesh più fini, pari a $1.00 \cdot BS$, $0.80 \cdot BS$ e $0.64 \cdot BS$, così da ricavare una stima del valore asintotico e verificare la coerenza dell'andamento numerico. L'applicazione della procedura ha fornito un valore estrapolato pari a

$$P_\infty = 1.50322 \times 10^7 \text{ W},$$

con ordine apparente di convergenza

$$p = 1.498.$$

Il corrispondente andamento è mostrato in Figura 17, dove i punti rappresentano i risultati delle simulazioni e la curva continua il fit ottenuto mediante la relazione precedente.

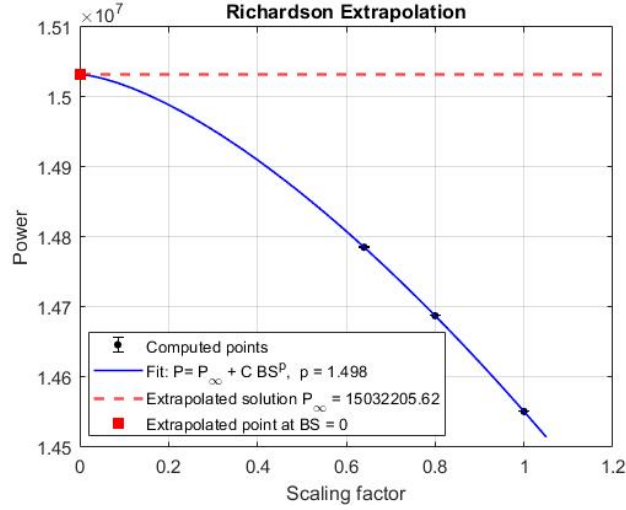


Figure 17: Studio di convergenza della mesh per il caso tridimensionale.

La variazione relativa tra la mesh media e quella fine risulta pari a

$$\varepsilon_{MF} = \frac{|P_{\text{fine}} - P_{\text{media}}|}{|P_{\text{fine}}|} \simeq 0.662\%.$$

Lo scostamento tra il valore ottenuto sulla mesh fine e il valore estrapolato mediante Richardson è pari a

$$\varepsilon_{\infty,F} = \frac{|P_{\infty} - P_{\text{fine}}|}{|P_{\infty}|} \simeq 1.640\%.$$

Lo scostamento tra la mesh media e il valore estrapolato risulta invece

$$\varepsilon_{\infty,M} = \frac{|P_{\infty} - P_{\text{media}}|}{|P_{\infty}|} \simeq 2.291\%.$$

Il comportamento monotono della potenza al progressivo raffinamento della mesh, insieme alla riduzione dello scostamento tra soluzioni ottenute su mesh successive, indica che la soluzione può essere considerata sufficientemente indipendente dalla discretizzazione spaziale per la grandezza monitorata. È opportuno sottolineare che tale conclusione riguarda la potenza del rotore, mentre eventuali grandezze locali della scia possono presentare una sensibilità diversa alla risoluzione spaziale.

Dal punto di vista computazionale, il raffinamento della mesh comporta un incremento significativo sia del numero totale di celle sia del tempo medio per iterazione. I valori ottenuti per i tre livelli di raffinamento considerati sono riportati in Tabella 10.

Mesh	Celle totali	Tempo/iter. [s]
$1.00BS_0$	2.245×10^7	4.459
$0.80BS_0$	3.323×10^7	6.890
$0.64BS_0$	5.306×10^7	11.124

Table 10: Numero totale di celle e tempo medio per iterazione al variare del livello di raffinamento della mesh.

La stessa tendenza è evidenziata graficamente in Figura 21, dove sono confrontati il numero totale di celle e il tempo medio per iterazione per i tre livelli di raffinamento.

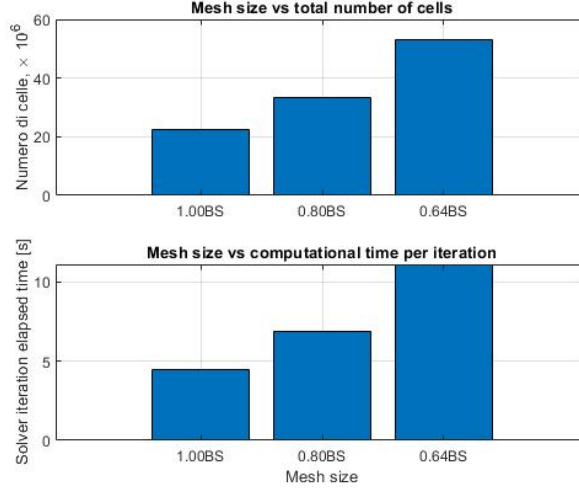


Figure 18: Confronto del numero totale di celle e del tempo medio per iterazione al variare del livello di raffinamento della mesh.

Alla luce di questo confronto, la mesh $0.80 \cdot BS$ è stata ritenuta un compromesso adeguato tra accuratezza e costo computazionale. Essa consente infatti di ridurre il tempo medio per iterazione di circa il 38% rispetto alla mesh $0.64 \cdot BS$, mantenendo una differenza sulla potenza media inferiore all'1% rispetto a quest'ultima e uno scostamento di circa 2.3% rispetto al valore extrapolato.

4.5 Implementazione del virtual disk basato sul 1D Momentum Method

A differenza del caso *full CAD*, in questa configurazione non sono state risolte esplicitamente le pale e non è stata introdotta una regione rotante dedicata. L'effetto aerodinamico del rotore è stato invece applicato direttamente nel dominio fluido mediante un disco virtuale cilindrico, al quale STAR-CCM+ associa termini sorgente volumetrici nelle equazioni della quantità di moto [8].

Per rendere il confronto tra le diverse simulazioni il più possibile coerente, il dominio fluido fisso è stato mantenuto identico per tutti i modelli considerati. Dal punto di vista operativo, il modello è stato attivato nel *Physics Continuum* selezionando il modello *Virtual Disk* e creando un nuovo disco virtuale con metodo *1D Momentum Method*. La configurazione è stata quindi completata attraverso i nodi principali *Power Curve*, *Disk Geometry*, *Inflow Specification* e *RotationRate* (n), secondo la struttura prevista dal software per questo tipo di modello.

La curva prestazionale della turbina è stata assegnata mediante il metodo *Table (Wind Speed)*. A tale scopo è stata importata una tabella contenente

l'intera curva di funzionamento della turbina, nella quale la potenza e il coefficiente di spinta sono riportati in funzione della velocità del vento.

Figure 19: GRAFICI POTENZA E CT? LI HO SU MATLAB OPPURE DALLA SHCEDA TECNICA DELLA TURBINA

Durante la simulazione, il punto operativo effettivamente analizzato è stato selezionato imponendo come velocità di inflow la velocità indisturbata corrispondente alla condizione di progetto:

$$U_{\infty} = 10.6 \text{ m/s.}$$

La geometria del disco è stata definita imponendo un raggio interno pari a

$$R_{\text{in}} = 3.0 \text{ m,}$$

e un raggio esterno coincidente con il raggio del rotore:

$$R_{\text{out}} = \frac{D}{2} = 120 \text{ m}$$

Il raggio interno rappresenta la porzione centrale esclusa dall'azione aerodinamica del disco, mentre il raggio esterno identifica la posizione della punta delle pale.

Lo spessore del disco virtuale è stato definito in funzione dello spessore caratteristico dell'hub, assunto pari a

$$s_{\text{hub}} = 7.4 \text{ m}$$

In particolare, è stato imposto uno spessore pari al 25% di tale valore:

$$S_{VD} = 0.25 \cdot S_{\text{hub}} = 1.85 \text{ m.}$$

In questo modo, il disco non viene rappresentato come una superficie ideale infinitamente sottile, ma come un volume cilindrico di spessore finito, coerente con la formulazione volumetrica del modello implementato in STAR-CCM+.

L'origine del disco è stata posta nel centro del rotore:

$$\mathbf{x}_0 = [0, 0, 0],$$

mentre l'orientazione è stata definita mediante l'opzione *Disk Normal*. La normale al disco è stata impostata nel sistema di riferimento *Laboratory* come

$$\mathbf{n}_{\text{disk}} = [1, 0, 0],$$

coerentemente con la direzione assiale del flusso indisturbato. Dopo la creazione del disco, è stato verificato graficamente il corretto posizionamento del volume cilindrico e il suo allineamento rispetto alla direzione del flusso.

Per la definizione dell'inflow del disco è stata selezionata l'opzione *Constant Inflow Values*. In questa configurazione, la velocità incidente e la densità sono imposte direttamente come valori costanti, senza campionamento da un piano posto a monte del rotore. Il vettore velocità è stato quindi assegnato nel sistema di riferimento *Laboratory* come

$$\mathbf{U}_{\text{in}} = \begin{bmatrix} 10.6 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ m/s},$$

mentre la densità è stata posta pari a

$$\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3.$$

Il regime di rotazione è stato assegnato nel nodo *RotationRate* (n), utilizzando il valore corrispondente alla condizione operativa di riferimento della turbina:

$$\Omega = 0.791 \text{ rad/s}.$$

Tale parametro completa la definizione del punto di funzionamento del rotore all'interno del modello *1D Momentum Method*.

Sebbene la mesh del dominio fisso sia stata mantenuta invariata rispetto agli altri casi, per il modello *Virtual Disk* è stato introdotto un controllo volumetrico cilindrico locale in corrispondenza al disco. Tale raffinamento è stato necessario per garantire una discretizzazione adeguata del volume sorgente e, quindi, una corretta distribuzione del termine di quantità di moto applicato dal modello. Il controllo cilindrico è stato definito coassialmente al rotore, con raggio pari a

$$R_{\text{ref}} = 1.05 R,$$

in modo da includere interamente il disco virtuale e una piccola regione circostante. L'estensione assiale del controllo è stata invece impostata pari a

$$L_{\text{ref}} = 0.02 R.$$

All'interno di tale controllo volumetrico è stata imposta una dimensione caratteristica di cella pari allo 0.75% della *base size*. Questo valore è stato scelto in modo da ottenere quattro celle lungo lo spessore del disco virtuale, come mostrato in Figura 20.



Figure 20: Spessore del Virtual disk

La presenza di più celle nello spessore del disco consente di evitare che il termine sorgente volumetrico venga applicato su una regione numericamente troppo sottile, migliorando la rappresentazione dell'azione distribuita del rotore all'interno del dominio fluido.

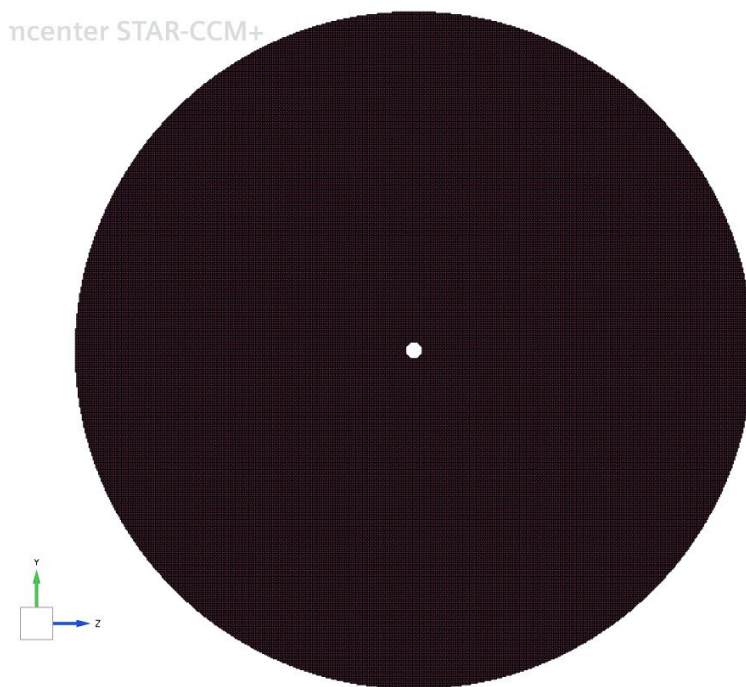


Figure 21: Virtual disk

A completamento del setup, sono state create le derivative parts e i report monitor relativi alle principali grandezze d'interesse.

Nel complesso, questa configurazione rappresenta il livello di modellazione più sintetico tra quelli analizzati nel presente lavoro. Le informazioni richieste dal modello sono infatti limitate alla curva globale di potenza, al coefficiente di spinta, alla geometria del disco e al regime di rotazione, senza introdurre dati locali relativi a corda, twist o polari aerodinamiche delle sezioni di pala.

4.6 Implementazione del virtual disk basato sulla BEM Theory

4.6.1 Simulazioni bidimensionali per la generazione delle polari aerodinamiche

SONO LE 5 DI MATTINA, DEVO ANDARE A DORMIRE, HO QUESTA SEZIONE A BOZZA MA DA SISTEMARE QUINDI L'HO COMMENTATA

DEVO ANCORA SCRIVERE LA PARTE DELLO STUDIO DI CONVERGENZA DEL 2D, MA FINISCO DOMANI POMERIGGIO

4.6.2 Impostazione operativa

Il modello richiede quindi la definizione della geometria del disco, delle distribuzioni radiali di corda e twist, delle polari aerodinamiche delle sezioni di pala e delle condizioni operative del rotore.

Nel presente lavoro il modello è stato impostato selezionando, all'interno del nodo *Virtual Disk*, il metodo *Blade Element Method* e la modalità temporale *Time Averaged*. In questa configurazione, l'azione delle pale viene mediata azimuthalmente sull'intero disco del rotore, ottenendo una sorgente media nel tempo applicata al dominio fluido. Tale scelta è coerente con l'obiettivo della simulazione, orientato al confronto delle grandezze medie di scia e non alla risoluzione del passaggio istantaneo delle singole pale. Rispetto alla modalità *Time Accurate*, che segue la posizione angolare delle pale virtuali nel tempo, l'approccio *Time Averaged* consente inoltre di mantenere una formulazione numericamente più semplice e meno onerosa dal punto di vista computazionale.

La geometria del disco è stata definita assegnando un numero di pale pari a

$$N_b = 3,$$

un raggio esterno coincidente con il raggio del rotore $R = 120 \text{ m}$, e un raggio interno pari a $R_{in} = 3 \text{ m}$

L'origine del disco è stata posta nel centro del mozzo, mentre la normale al disco è stata allineata con l'asse del rotore. Lo spessore assiale del disco è stato scelto speculare alla simulazione precedente per rispondere alle medesime necessità. Di fatti, per rendere coerente il modello virtuale con la discretizzazione del dominio, è stato previsto un raffinamento locale della mesh nella regione del disco. Questa accortezza consente un trasferimento più regolare del termine sorgente dal disco virtuale alla mesh ai volumi finiti e riduce il rischio di applicare il forcing del rotore su un numero insufficiente di celle.

Le distribuzioni geometriche della pala sono state introdotte tramite tabelle in funzione della coordinata radiale adimensionale r/R .

Analogamente, la distribuzione di twist è stata importata tramite una tabella che la metteva in relazione alla coordinata radiale locale corrispondente. L'utilizzo dei radianti per il twist e per gli angoli delle polari è stato mantenuto in modo coerente con le unità SI richieste dal software.

Per la definizione aerodinamica delle sezioni sono state utilizzate le polari bidimensionali ricavate dalle simulazioni descritte precedentemente. Per ciascuna sezione aerodinamica è stata importata una tabella contenente i coefficienti di portanza e resistenza in funzione dell'angolo di attacco, espresso in radianti, e del numero di Mach:

$$C_l = C_l(\alpha, M), \quad C_d = C_d(\alpha, M).$$

In particolare per ogni tabella , le polari sono state ricopiate più volte associando ad ogni iterazione un numero di Mach dal seguente vettore

$$\text{Mach} = [0, 0.10, 0.20, 0.30, 0.40]$$

in modo da permettere al software di interpolare il valore locale in funzione della velocità relativa incidente sulla pala, alla specifica coordinata radiale. Per il funzionamento del modello di fatti è satto necessario impostare la velocità del suono a cui fare riferimento, nello specifico

$$a = 343 \text{ m/s.}$$

Ciascuna *airfoil section* è stata associata alla corrispondente posizione radiale tramite il parametro *Normalized Disk span*. Dal modello BEM sè stata esclusa la porzione più interna della pala, corrispondente alla regione di radice a prevalente funzione strutturale, per la quale l'impiego di polari aerodinamiche sezionali non sarebbe fisicamente rilevante. I valori impiegati sono riportati in Tabella 11, insieme ai valori della velocità relativa e il numero di Mach.

Sezione aerodinamica	r/R	W [m/s]	M [-]
W3-360	0.2640	27.212	0.079
W3-330	0.3456	34.476	0.101
W3-301	0.4532	44.304	0.129
W3-270	0.5492	53.200	0.155
W3-241	0.6473	62.345	0.182
W3-211	0.7775	74.553	0.217
W3-211 Tip	1.0000	95.510	0.278

Table 11: Distribuzione radiale delle sezioni aerodinamiche.

La distribuzione di *sweep angle* è stata assunta nulla:

$$\Lambda(r) = 0,$$

poiché nel presente modello non è stata considerata una freccia geometrica della pala nel piano del rotore. Per quanto riguarda il *Disk Stick Specification*, il *collective pitch* viene posto pari a zero, in linea con la scelta del punto di progetto. Le componenti cicliche del pitch sono state invece poste nulle, in accordo con l'ipotesi di controllo collettivo e con l'assenza di variazioni azimutali imposte. Analogamente, il *Disk Flap Specification* è stato mantenuto nullo o ai valori di default, assumendo una pala rigida nel modello virtuale.

La velocità di rotazione del disco è stata imposta tramite il parametro *Rotation Rate*, è stato utilizzato il valore corrispondente al punto operativo di progetto della turbina, pari a

$$\Omega = 0.791 \text{ rad/s.}$$

Per migliorare la stabilità numerica nella fase iniziale del calcolo, è stata inoltre prevista una rampa lineare della velocità di rotazione, facendo crescere progressivamente Ω dal valore iniziale ridotto fino al valore operativo.

La risoluzione interna del virtual disk è stata controllata tramite i parametri *Radial Resolution* e *Azimuthal Resolution*. Nel caso *Time Averaged*, tali parametri definiscono la griglia di interpolazione bidimensionale in coordinate polari sulla quale vengono valutati gli elementi di pala e il corrispondente termine sorgente, come si può notare in figura 22.

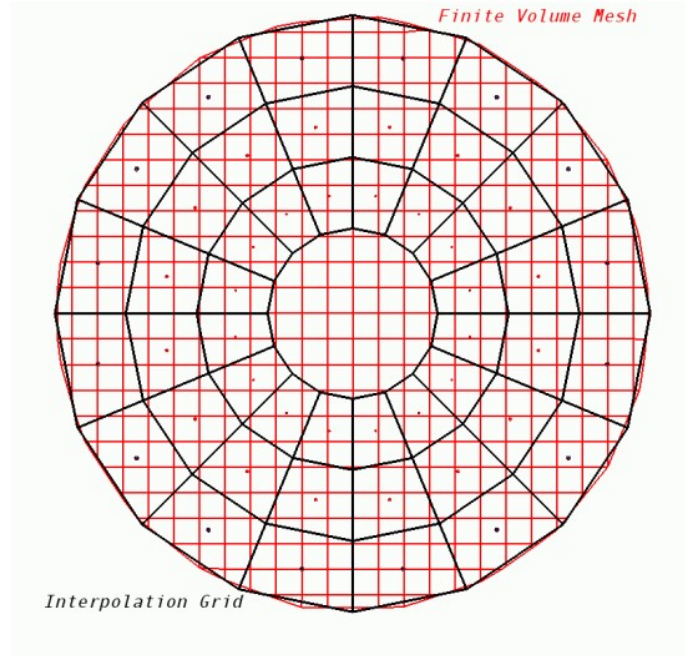


Figure 22: Esempio di risoluzione radiale [8]

Come impostazione sono stati considerati un valore di 20 per la direzione azimutale, ininfluente in problemi simmetrici come quello trattato, mentre per la risoluzione radiale sono stati adottati comandi più avanzati per ottenere una risoluzione maggiore nei pressi del tip della pala, responsabile del maggiore contributo alla potenza del rotore.

In particolare, è stato imposto un valore di 60 anelli radiali con una distribuzione legata a una *progressione geometrica* con un valore di *Stretching factor* del valore di

$$Sf = 0.91$$

La scelta è stata frutto del tentativo di portare la raffinazione della griglia quanto più vicina alla dimensione minima delle celle che compongono il virtual Disk, le quali solo limite inferiore della risoluzione.

È stata inoltre attivata la correzione di perdita di estremità, *Tip-Loss Correction*, con parametri di default al fine di tenere conto, in forma modellata, della riduzione di carico aerodinamico in prossimità della punta della pala.

References

- [1] International Energy Agency. *Renewables 2025*. Paris: IEA, 2025. URL: <https://www.iea.org/reports/renewables-2025>.
- [2] Fernando Porté-Agel, Majid Bastankhah, and Sina Shamsoddin. “Wind-Turbine and Wind-Farm Flows: A Review”. In: *Boundary-Layer Meteorology* 174 (2020), pp. 1–59. DOI: 10.1007/s10546-019-00473-0. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10546-019-00473-0>.
- [3] L. J. Vermeer, J. N. Sørensen, and A. Crespo. “Wind turbine wake aerodynamics”. In: *Progress in Aerospace Sciences* 39.6–7 (2003), pp. 467–510. DOI: 10.1016/S0376-0421(03)00078-2. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0376042103000782>.
- [4] Benjamin Sanderse, S. P. van der Pijl, and Barry Koren. “Review of computational fluid dynamics for wind turbine wake aerodynamics”. In: *Wind Energy* 14.7 (2011), pp. 799–819. DOI: 10.1002/we.458. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/we.458>.
- [5] Mojtaba Maali Amiri, Milad Shadman, and Segen F. Estefen. “A review of physical and numerical modeling techniques for horizontal-axis wind turbine wakes”. In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 193 (2024), p. 114279. DOI: 10.1016/j.rser.2024.114279. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032124000029>.
- [6] Nikolaos Stergiannis, Jeroen van Beeck, and Mark C. Runacres. “Full HAWT rotor CFD simulations using different RANS turbulence models compared with actuator disk and experimental measurements”. In: *Wind Energy Science Discussions* (2017). Preprint. DOI: 10.5194/wes-2017-6. URL: <https://wes.copernicus.org/preprints/wes-2017-6/>.
- [7] Qiang Guo, Lingjiu Zhou, and Zhengwei Wang. “Comparison of BEM-CFD and Full Rotor Geometry Simulations for the Performance and Flow Field of a Marine Current Turbine”. In: *Renewable Energy* 75 (2015), pp. 640–648. DOI: 10.1016/j.renene.2014.10.047.
- [8] Siemens Digital Industries Software. *Simcenter STAR-CCM+ Documentation, Version 2020.3*. Siemens Digital Industries Software. 2020.
- [9] Robert Flemming Mikkelsen. “Actuator Disc Methods Applied to Wind Turbines”. PhD thesis. Kgs. Lyngby, Denmark: Technical University of Denmark, 2004. ISBN: 87-7475-296-0.
- [10] Yu-Ting Wu and Fernando Porté-Agel. “Large-Eddy Simulation of Wind-Turbine Wakes: Evaluation of Turbine Parametrisations”. In: *Boundary-Layer Meteorology* 138 (2011), pp. 345–366. DOI: 10.1007/s10546-010-9569-x.

- [11] Luis A. Martínez-Tossas et al. “A Comparison of Actuator Disk and Actuator Line Wind Turbine Models and Best Practices for Their Use”. In: *50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*. 2012. DOI: 10.2514/6.2012-900.
- [12] Jens Nørkær Sørensen and Wen Zhong Shen. “Numerical Modelling of Wind Turbine Wakes”. In: *Journal of Fluids Engineering* 124.2 (2002), pp. 393–399. DOI: 10.1115/1.1471361.
- [13] Xiaolei Yang and Fotis Sotiropoulos. “A New Class of Actuator Surface Models for Wind Turbines”. In: *Wind Energy* 21.5 (2018), pp. 285–302. DOI: 10.1002/we.2162.
- [14] Evan Gaertner et al. *Definition of the IEA 15-Megawatt Offshore Reference Wind Turbine*. NREL/TP-5000-75698. National Renewable Energy Laboratory, 2020. URL: <https://www.nrel.gov/docs/fy20osti/75698.pdf>.
- [15] Joel H. Ferziger and Milovan Perić. *Computational Methods for Fluid Dynamics*. 3rd ed. Berlin, Heidelberg: Springer, 2002. ISBN: 978-3-540-42074-3.