Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Geotecnica
Corso di laurea magistrale in Ingegneria Edile

Valutazione dell'incertezza di modello nell'analisi numerica non lineare di travi in c.a.p. soggette a collasso a taglio

Politecnico di Torino

Relatore:
Prof. Diego Gino

Correlatori:
Prof.ssa. Elena Miceli
Ing. Gabriele Neri

Laureando:
Luca Corucci

Anno Accademico 2025 / 2026

"Engineering is the art of modeling materials
we do not wholly understand, into shapes (geometry)
we cannot precisely analyze, so as to withstand
action cannot properly assess in such a way that
the public at large has not reason to suspect
the extent of our ignorance."

President of the Institution of Civil Engineers 1946

Abstract

Lo sviluppo di *modelli numerici avanzati* in ambito *non lineare* sta assumendo, al giorno d'oggi, un ruolo sempre più centrale sia nel contesto della ricerca scientifica avanzata sia nella pratica professionale dell'ingegneria strutturale. L'obiettivo principale di tali analisi è quello di ridurre, per quanto consentito, le inevitabili approssimazioni introdotte nei modelli, migliorando così l'affidabilità delle valutazioni strutturali. Tale approccio risulta particolarmente significativo nel settore delle strutture in *calcestruzzo armato precompresso*. Infatti, nonostante questa tecnologia costruttiva venga oggi impiegata con minor frequenza rispetto al passato, il territorio nazionale presenta un vasto patrimonio infrastrutturale realizzato mediante sistemi precompressi. In questo contesto, lo sviluppo di modelli numerici avanzati in grado di descrivere in maniera accurata il reale comportamento di tali strutture presenta un aspetto di fondamentale interesse, soprattutto nell'ambito dell'esecuzione di valutazioni di sicurezza di viadotti esistenti. Impiegare sistemi numerici avanzati, infatti, permette di ottenere analisi più approfondite e generalmente meno conservative rispetto agli approcci tradizionali.

Nel presente studio si affronta il tema delle incertezze epistemiche, con particolare attenzione alle *incertezze di modello* associate all'impiego di analisi numeriche globali non lineari (*NLNAs*). L'indagine si concentra sul comportamento di elementi strutturali in calcestruzzo armato precompresso, analizzati mediante approcci avanzati di simulazione focalizzandosi su collassi a taglio. In tale contesto, le incertezze di modello sono riconducibili alle approssimazioni inevitabilmente introdotte nella fase di schematizzazione e modellazione dell'elemento strutturale, le quali possono influenzare in maniera significativa l'accuratezza dei risultati ottenuti e quindi, conseguentemente, l'eventuale valutazione della risposta strutturale dell'elemento indagato.

L'elaborato si articola in una prima parte introduttiva nella quale viene illustrata la tecnologia della precompressione e le differenze che intercorrono fra gli elementi in calcestruzzo armato ordinario e precompresso. Successivamente, viene approfondito il comportamento a taglio degli elementi in calcestruzzo armato e in calcestruzzo armato precompresso, facendo riferimento alle principali normative vigenti, quali *Eurocodice 2* e *NTC 2018*. In seguito, vengono presentati gli articoli scientifici selezionati relativi a campagne sperimentali di laboratorio condotte su travi in calcestruzzo armato precompresso caratterizzate da crisi per taglio. A partire dai dati sperimentali raccolti, è stata effettuata un'accurata selezione dei provini, sui quali sono state successivamente sviluppate simulazioni numeriche non lineari, confrontando i risultati ottenuti con le evidenze sperimentali disponibili eseguendo, quindi, una calibrazione e validazione del modello. Infine, sono state sviluppate le modellazioni non lineari finalizzate alla quantificazione delle incertezze di modello, al fine di determinare il *coefficiente parziale di sicurezza associato all'incertezza epistemica* γ_{Rd}. Tale valutazione è stata condotta in conformità al *Global Resistance Format (GRF)*, secondo le procedure e i criteri definiti nel *fib Model Code 2010*, nel *fib Model Code 2020* e nell'*EC2 Gen. 2*.

Indice

Abstract i

Indice figure v

Indice tabelle xi

Indice equazioni xiii

1 Introduzione 1
- 1.1 Calcestruzzo armato . . . 2
- 1.2 Calcestruzzo armato precompresso . . . 3
  - 1.2.1 Acciai da precompressione . . . 4
  - 1.2.2 Tecnologie di precompressione . . . 6
  - 1.2.3 Perdite e cadute di tensione . . . 8
- 1.3 Analisi strutturale . . . 11
  - 1.3.1 Analisi agli elementi finiti *FEA* . . . 12
  - 1.3.2 Analisi non lineari *NLNAs* . . . 15
    - 1.3.2.1 Metodo di *Newton-Raphson* . . . 18
- 1.4 Verifiche strutturali . . . 20
  - 1.4.1 Approccio Locale . . . 21
  - 1.4.2 Approccio globale . . . 22

2 Comportamento a taglio di travi in c.a. e c.a.p. 25
- 2.1 Travi in c.a.p. non armate o debolmente armate a taglio . . . 29
- 2.2 Travi in c.a.p. armate a taglio . . . 31

3 Prove sperimentali 39
- 3.1 Articoli selezionati . . . 39
  - 3.1.1 *K. De Wilder, P. Lava, D. Debruyne, Y. Wang, G. De Roeck, L. Vandewalle* - [31] . . . 40
    - 3.1.1.1 Definizione dei provini . . . 40
    - 3.1.1.2 Caratterizzazione dei materiali . . . 41
    - 3.1.1.3 Impostazione della sperimentazione . . . 43
    - 3.1.1.4 Risultati . . . 44
  - 3.1.2 *Sudhira De Silva, Hiroshi Mutsuyoshi, Eakarat Witchukreangkrai* - [32] . . . 48
    - 3.1.2.1 Definizione dei provini . . . 48
    - 3.1.2.2 Caratterizzazione dei materiali . . . 50
    - 3.1.2.3 Impostazione della sperimentazione . . . 50
    - 3.1.2.4 Risultati . . . 52
  - 3.1.3 *Emad L. LABIB, Hemant B. DHONDE, Thomas T. C. HSU, Y. L. MO - [25]* . . . 55
    - 3.1.3.1 Definizione dei provini . . . 55

3.1.3.2 Caratterizzazione dei materiali . . . 57
3.1.3.3 Impostazione della sperimentazione . . . 58
3.1.3.4 Risultati . . . 59
3.1.4 *E. Cuenca, P.Serna - [29]* . . . 62
3.1.4.1 Definizione dei provini . . . 62
3.1.4.2 Caratterizzazione dei materiali . . . 64
3.1.4.3 Impostazione della sperimentazione . . . 65
3.1.4.4 Risultati . . . 65
3.2 Riepilogo delle prove sperimentali selezionate . . . 67

4 Simulazioni numeriche 69
4.1 Atena 3D . . . 69
4.2 Modellazione . . . 71
4.2.1 Definizione della geometria . . . 71
4.2.2 Caratterizzazione dei materiali . . . 73
4.2.3 Modellazione delle armature . . . 77
4.2.4 Assegnazione delle condizioni al contorno . . . 78
4.2.5 Applicazione dei carichi e precompressione . . . 80
4.2.6 Discretizzazione mediante mesh . . . 82
4.2.7 Esecuzione dell'analisi strutturale *NLNAs* . . . 84
4.2.8 Calibrazione e validazione dei modelli . . . 89
4.3 Risultati delle analisi numeriche . . . 90
4.3.1 Confronto analisi numeriche con sperimentale . . . 90
4.3.2 Confronto con *Eurocodice 2* [8] . . . 99
4.4 Modellazione delle incertezze di modello . . . 106
4.4.1 Crack Model . . . 106
4.4.1.1 Fixed Crack Model . . . 106
4.4.1.2 Rotated Crack Model . . . 107
4.4.1.3 Impostazione del modello di fessure in *Atena-Pre* . 107
4.4.2 Fracture Energy *Gf* . . . 108
4.4.2.1 Impostazione della *Fracture Energy* in *Atena-Pre* . 108
4.4.3 Risultati delle analisi relative all'incertezze di modello . . . 109

5 Caratterizzazione probabilistica dell'incertezza del modello 115
5.1 Variabile aleatoria θ e distribuzioni probabilistiche . . . 117
5.1.1 Stima dei modelli probabilistici lognormali . . . 118
5.1.2 Verifica dei modelli probabilistici *lognormali: Anderson-Darling Test* . . . 124
5.1.3 Teorema di Bayes . . . 126
5.1.4 Distribuzione media a posteriori dell'incertezza di modello depurata dall'incertezza sperimentale . . . 130
5.2 Stima del coefficiente parziale di sicurezza γ_{Rd} . . . 133

6 Conclusioni 139

Riferimenti bibliografici 141

Indice figure

Figura 1.1: Stato di coazione relativo alla precompressione 4
Figura 1.2: Fili da precompressione 5
Figura 1.3: Trecce da precompressione 5
Figura 1.4: Trefolo da precompressione 5
Figura 1.5: Barra da precompressione 6
Figura 1.6: Tecnica della pretensione 6
Figura 1.7: Tecnica della post-tensione 7
Figura 1.8: Tecnica della post-tensione mediante precompressione esterna . 8
Figura 1.9: Rappresentazione perdite di tensioni dovute al rientro degli ancoraggi 10
Figura 1.10: Modellazione FEM: Elemento truss 13
Figura 1.11: Modellazione FEM: Elemento frame 14
Figura 1.12: Modellazione FEM: Elemento shell 14
Figura 1.13: Modellazione FEM: Elemento 3D - Brick 15
Figura 1.14: Legame costitutivo lineare 16
Figura 1.15: Metodo Newton-Raphson, singola iterazione 19
Figura 1.16: Metodo Newton-Raphson, iterazione successiva $i+1$ 19
Figura 1.17: Metodo globale e metodo locale 21
Figura 2.1: Trave in semplice appoggio, diagramma del momento e del taglio 25
Figura 2.2: Rotazione delle tensioni principali di compressione e trazione . 26
Figura 2.3: Quadro fessurativo nella trave in calcestruzzo armato 26
Figura 2.4: Differenza fra comportamento fragile e comportamento duttile . 27
Figura 2.5: Sezione di materiale elastico omogeneo 27
Figura 2.6: Stato tensionale di un generico elemento infinitesimo 28
Figura 2.7: Distribuzione delle sollecitazioni di compressione C e trazione T internamente alla sezione dovute al momento flettente M . . . 29
Figura 2.8: Modello a traliccio di Ritter–Mörsch 32
Figura 2.9: Equilibrio concio di trave 32
Figura 2.10: Schema resistenza a taglio - Contributo del calcestruzzo 33
Figura 2.11: Schema resistenza a taglio - Contributo dell'acciaio 34
Figura 3.1: Sezione trasversale delle travi serie B 40
Figura 3.2: Schema dei provini - Travi serie B - Tratto da [31] 41
Figura 3.3: Schema di carico - Travi serie B - Tratto da [31] 43
Figura 3.4: Grafico forza - spostamento - Trave B101 (a) Trave B102 (b) . . 44
Figura 3.5: Grafico forza - spostamento - Trave B103 (a) Trave B104 (b) . . 45
Figura 3.6: Grafico forza - spostamento - Trave B105 (a) Trave B106 (b) . . 45
Figura 3.7: Grafico forza - spostamento - Trave B107 (a) Trave B108 (b) . . 45
Figura 3.8: Grafico forza - spostamento - Trave B109 46
Figura 3.9: propagazione delle fessurazioni - Travi serie B - Tratto da [31] . 46
Figura 3.10: Sezione trasversali delle travi serie IPRC - Tratto da [32] 48
Figura 3.11: Applicazione dei sensori - Travi serie IPRC - Tratto da [32] . . . 49
Figura 3.12: Dettagli del sistema di carico - Travi serie IPRC - Tratto da [32] 51

Figura 3.13: Setup della prova - Travi serie IPRC - Tratto da [32] 52
Figura 3.14: Grafico forza - spostamento - Trave IPRC_1 (a) Trave IPRC_2 (b) 52
Figura 3.15: Grafico forza - spostamento - Trave IPRC_3 (a) Trave IPRC_4 (b) 53
Figura 3.16: Stato fessurativo - Travi serie IPRC - Tratto da [32] 53
Figura 3.17: Sezione trasversali delle travi serie A - Tratto da [25] 55
Figura 3.18: Visualizzazione grafica armatura travi serie A - Tratto da [25] . 56
Figura 3.19: Applicazione dei carichi - Serie A - Tratto da [25] 58
Figura 3.20: Sistema di carico per la sperimentazione - Serie A - Tratto da [25] 59
Figura 3.21: Sensori - Serie A - Tratto da [25] 59
Figura 3.22: Grafico forza - spostamento - Trave A1 (a) Trave A2 (b) 60
Figura 3.23: Sezione trasversale della trave H600TR/3 - Tratto da [29] 62
Figura 3.24: Visualizzazione grafica armatura travi - Tratto da [29] 63
Figura 3.25: Tipologia di armatura addizionale utilizzata - Tratto da [29] . . . 63
Figura 3.26: Strumentazione adottata per la prova sperimentale - Tratto da [29] 65
Figura 3.27: Grafico forza - spostamento relativo alla trave H600TR/3 66
Figura 4.1: Interfaccia di Atena Studio Preprocessor 70
Figura 4.2: Quote dei punti che compongono la sezione 71
Figura 4.3: Quote dei punti che compongono la sezione 72
Figura 4.4: Sezione trasversale della trave B101 modellata all'interno di Atena 72
Figura 4.5: Solido della trave B101 modellata all'interno di Atena 72
Figura 4.6: posizionamento della piastre di carico e appoggio 73
Figura 4.7: Schermata di Atena Pre per la definizione del calcestruzzo . . . 74
Figura 4.8: Impostazione dei dati relativi al calcestruzzo 74
Figura 4.9: Modellazione definitiva del calcestruzzo 74
Figura 4.10: Schermata di Atena Pre per la definizione degli acciai 75
Figura 4.11: Legame costitutivo dell'acciaio armonico 75
Figura 4.12: Definizione del materiale elastico per le piastre di carico e appoggio 76
Figura 4.13: Impostazione dei parametri relativi alle piastre di carico e appoggio 76
Figura 4.14: Assegnazione del calcestruzzo all'elemento trave modellato . . 77
Figura 4.15: Modellazione delle staffe e dell'armatura di precompressione . . 77
Figura 4.16: Definizione delle armature della trave 78
Figura 4.17: Definizione dei vincoli all'interno del programma 79
Figura 4.18: Definizione delle superfici di contatto 80
Figura 4.19: Applicazione dei carichi esterni 81
Figura 4.20: Applicazione del peso proprio della trave 81
Figura 4.21: Definizione del Load Case relativo alla precompressione 82
Figura 4.22: Definizione delle condizione di carico relative alla precompressione 82
Figura 4.23: Tipologia di mesh adottata 83
Figura 4.24: Grandezza della mesh adottata 84
Figura 4.25: Mesh complessiva della struttura 84
Figura 4.26: Definizione dei monitors - Spostamento 85
Figura 4.27: Definizione dei monitors - Forza esterna 86

Figura 4.28: Definizione dei monitors - Trefolo di precompressione 87
Figura 4.29: Definizione della task 88
Figura 4.30: Trave A1: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 91
Figura 4.31: Trave A2: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 91
Figura 4.32: Trave B101: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 92
Figura 4.33: Trave B102: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 92
Figura 4.34: Trave B104: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 93
Figura 4.35: Trave B105: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 93
Figura 4.36: Trave H600TR3: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 94
Figura 4.37: Trave IPRC1: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 94
Figura 4.38: Trave IPRC2: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 95
Figura 4.39: Trave IPRC3: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 95
Figura 4.40: Trave IPRC4: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso 96
Figura 4.41: Confronto analisi non lineare con sperimentale - Trave B103 . . 96
Figura 4.42: Confronto analisi non lineare con sperimentale - Trave B106 . . 97
Figura 4.43: Confronto analisi non lineare con sperimentale - Trave B109 . . 97
Figura 4.44: Trave A1: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente 100
Figura 4.45: Trave A2: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente 100
Figura 4.46: Trave B101: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente 100
Figura 4.47: Trave B102: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente 101

Figura 4.48: Trave B104: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente 101
Figura 4.49: Trave B105: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente 101
Figura 4.50: Trave H600TR3: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente . 102
Figura 4.51: Trave IPRC1: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente 102
Figura 4.52: Trave IPRC2: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente 102
Figura 4.53: Trave IPRC3: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente 103
Figura 4.54: Trave IPRC4: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente 103
Figura 4.55: Modello a fessure fisse - Tratto da [1] 106
Figura 4.56: Modello a fessure ruotate - Tratto da [1] 107
Figura 4.57: Impostazione modello fessurativo in ATENA Pre 108
Figura 4.58: Impostazione della Fracture Energy in ATENA Pre 109
Figura 4.59: Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - (a): Trave A1 (b): Trave A2 110
Figura 4.60: Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - (a): Trave B101 (b): Trave B102 110
Figura 4.61: Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - (a): Trave B104 (b): Trave B105 111
Figura 4.62: Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - (a): Trave IPRC1 (b): Trave IPRC2 111
Figura 4.63: Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - (a): Trave IPRC3 (b): Trave IPRC4 111
Figura 4.64: Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - Trave H600TR3 112
Figura 5.1: Diagramma procedurale per la stima del valore di γ_{Rd} 116
Figura 5.2: Grafico di probabilità di θ relativo alle informazioni a priori dei sei modelli relativi agli 11 campioni 120
Figura 5.3: Grafico di probabilità di θ relativo alle informazioni a priori dei sei modelli relativi agli 7 campioni 121
Figura 5.4: Grafico di probabilità di θ relativo alle informazioni di aggiornamento dei sei modelli relativi agli 11 campioni 122
Figura 5.5: Grafico di probabilità di θ relativo alle informazioni di aggiornamento dei sei modelli relativi agli 7 campioni 123
Figura 5.6: Distribuzioni di probabilità relazionate alle informazioni a priori, di aggiornamento e posteriori dell'insieme relativo agli 11 campioni, (a) Funzione di Densità di Probabilità (PDF), (b) Funzionie di Distribuzione Cumulativa (CDF) 129

Figura 5.7: Distribuzioni di probabilità relazionate alle informazioni a priori, di aggiornamento e posteriori dell'insieme relativo agli 7 campioni, (a) Funzione di Densità di Probabilità (PDF), (b) Funzionie di Distribuzione Cumulativa (CDF) 130
Figura 5.8: Distribuzioni di probabilità relazionate alle informazioni a posteriori mediati e depurati relative all'insieme degli 11 campioni, (a) Funzione di Densità di Probabilità (PDF), (b) Funzionie di Distribuzione Cumulativa (CDF) 132
Figura 5.9: Distribuzioni di probabilità relazionate alle informazioni a posteriori mediati e depurati relativi all'insieme dei 7 campioni, (a) Funzione di Densità di Probabilità (PDF), (b) Funzionie di Distribuzione Cumulativa (CDF) 132

Indice tabelle

Tabella 3.1: Proprietà meccaniche medie del calcestruzzo - Serie B - Tratto da [31] 42
Tabella 3.2: Proprietà meccaniche medie acciai - Serie B - Tratto da [31] . . 42
Tabella 3.3: Panoramica dei parametri per ciascun provino - Serie B - Tratto da [31] 44
Tabella 3.4: Sollecitazione tagliante di collasso - Serie B - Tratto da [31] . . 47
Tabella 3.5: Variabili sperimentali - Serie IPRC - Tratto da [32] 49
Tabella 3.6: Proprietà meccaniche acciai - Serie IPRC - Tratto da [32] 50
Tabella 3.7: Proprietà meccaniche calcestruzzi - Serie IPRC - Tratto da [32] . 50
Tabella 3.8: Sollecitazioni di collasso - Serie IPRC - Tratto da [32] 54
Tabella 3.9: Sintesi delle armature presenti - Serie A - Tratto da [25] 56
Tabella 3.10: Resistenza calcestruzzo - Serie A - Tratto da [25] 57
Tabella 3.11: Sollecitazioni di collasso - Serie A - Tratto da [25] 61
Tabella 3.12: Differenze fra i vari provini - Tratto da [29] 64
Tabella 3.13: Mix design del calcestruzzo utilizzato - Tratto da [29] 64
Tabella 3.14: Resistenza media cilindrica di compressione - Tratto da [29] . . 64
Tabella 3.15: Resistenza media cilindrica di compressione - Tratto da [29] . . 66
Tabella 3.16: Riassunto sollecitazioni taglianti di collasso delle travi testate . 67
Tabella 4.1: Confronto dei risultati ottenuti - NLNAs, Eurocodice e sperimentale 105
Tabella 5.1: Valori della variabile aleatoria θ - 11 provini complessivi 117
Tabella 5.2: Valori della variabile aleatoria θ - 7 provini complessivi 117
Tabella 5.3: Anderson-Darling Test - Valori relativi alla incertezze di modello (θ) a priori 125
Tabella 5.4: Anderson-Darling Test - Valori relativi alla incertezze di modello (θ) delle nuove informazioni 125
Tabella 5.5: Parametri statistici informazioni a priori - Insieme degli 11 campioni 127
Tabella 5.6: Parametri statistici informazioni di aggiornamento - Insieme degli 11 campioni 127
Tabella 5.7: Parametri statistici informazioni a posteriori - Insieme degli 11 campioni 128
Tabella 5.8: Parametri statistici informazioni a posteriori mediati - Insieme degli 11 campioni 128
Tabella 5.9: Parametri statistici informazioni a priori - Insieme degli 7 campioni 128
Tabella 5.10: Parametri statistici informazioni di aggiornamento - Insieme degli 7 campioni 128
Tabella 5.11: Parametri statistici informazioni a posteriori - Insieme degli 7 campioni 129
Tabella 5.12: Parametri statistici informazioni a posteriori mediati - Insieme degli 7 campioni 129

Tabella 5.13: Parametri statistici a posteriori mediati e depurati - Insieme degli 11 campioni 131
Tabella 5.14: Parametri statistici a posteriori mediati e depurati - Insieme dei 7 campioni 132
Tabella 5.15: Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture nuove con incertezza epistemica non dominante - 11 Campioni di trave 134
Tabella 5.16: Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture esistenti con incertezza epistemica non dominante - 11 Campioni di trave 134
Tabella 5.17: Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture nuove con incertezza epistemica dominante - 11 Campioni di trave 134
Tabella 5.18: Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture esistenti con incertezza epistemica dominante - 11 Campioni di trave 135
Tabella 5.19: Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture nuove con incertezza epistemica non dominante - 7 Campioni di trave 135
Tabella 5.20: Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture esistenti con incertezza epistemica non dominante - 7 Campioni di trave 135
Tabella 5.21: Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture nuove con incertezza epistemica dominante - 7 Campioni di trave 136
Tabella 5.22: Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture esistenti con incertezza epistemica dominante - 7 Campioni di trave 136

Indice equazioni

Eq. (1.1): Perdite di tensione dovute all'istantanea deformazione del calcestruzzo . . . 8
Eq. (1.2): Perdite di tensione dovute all'attrito . . . 9
Eq. (1.3): Perdite di tensione dovute al rientro degli ancoraggi . . . 9
Eq. (1.4): Cadute di tensione dipendenti dal tempo . . . 10
Eq. (1.5): Equazione fondamentale per la risoluzione dei modelli FEM lineari 12
Eq. (1.6): Equazione fondamentale per la risoluzione dei modelli FEM non lineari . . . 12
Eq. (1.7): Metodo di Newton-Raphson, formulazione iterativa . . . 18
Eq. (1.8): Metodo di Newton-Raphson, criterio di convergenza lato azioni . 20
Eq. (1.9): Metodo di Newton-Raphson, criterio di convergenza lato spostamenti . . . 20
Eq. (1.10): Vettore dei carichi residui . . . 20
Eq. (1.11): Confronto diretto fra sollecitazioni e resistenze - Approccio Locale 21
Eq. (1.12): Determinazione resistenze di progetto - Approccio Locale . . . 21
Eq. (1.13): Determinazione sollecitazioni di progetto - Approccio Locale . . 21
Eq. (1.14): Confronto diretto fra sollecitazioni e resistenze - Approccio Globale . . . 22
Eq. (1.15): Determinazione della capacità resistente di progetto - Approccio Globale . . . 22
Eq. (1.16): Determinazione della variabile aleatoria θ - Approccio Globale . 23
Eq. (1.17): Valutazione del fattore di sicurezza per l'incertezza del modello di resistenza . . . 23
Eq. (1.18): Formulazione alternativa per la valutazione del fattore di sicurezza per l'incertezza del modello di resistenza . . . 23
Eq. (2.1): Relazione differenziale fra momento e taglio . . . 25
Eq. (2.2): Uguaglianza tensioni tangenziali . . . 27
Eq. (2.3): Determinazione del taglio sollecitante . . . 27
Eq. (2.4): Equazione di Navier . . . 28
Eq. (2.5): Variazione stato tensionale normale . . . 28
Eq. (2.6): Equazione di equilibrio alla traslazione longitudinale . . . 28
Eq. (2.7): Formulazione di Jourawsky . . . 28
Eq. (2.8): Tensioni principali di trazione . . . 29
Eq. (2.9): Confronto tensioni principali di trazione con resistenza a trazione del cls . . . 29
Eq. (2.10): Determinazione forze interne alla sezione . . . 30
Eq. (2.11): Comportamento a trave e ad arco . . . 30
Eq. (2.12): Calcolo del taglio resistente di progetto V_{Rd} . . . 30
Eq. (2.13): Limite prestabilito sollecitazione tagliante . . . 31
Eq. (2.14): Verifica sollecitazioni taglianti elmenti in cls non armati a taglio . 31
Eq. (2.15): Verifica sollecitazioni taglianti elmenti in cls precompresso non armati a taglio . . . 31

Eq. (2.16): Equazione di equilibrio alla traslazione e rotazione 32
Eq. (2.17): Equilibrio alla traslazione verticale - Contributo calcestruzzo . . 33
Eq. (2.18): Resistenza di progetto a sollecitazioni taglianti - Contributo calcestruzzo 33
Eq. (2.19): Resistenza di progetto a sollecitazioni taglianti adimensionale - Contributo calcestruzzo 34
Eq. (2.20): Equilibrio alla traslazione verticale - Contributo acciaio 34
Eq. (2.21): Resistenza di progetto a sollecitazioni taglianti - Contributo acciaio 35
Eq. (2.22): Resistenza di progetto a sollecitazioni taglianti adimensionale - Contributo acciaio 35
Eq. (4.1): Modulo di taglio tangente - formulazione di Crisfield 107
Eq. (4.2): Formulazione approssimata dell'energia di frattura (*Fracture Energy Gf*) 108
Eq. (5.1): Equazione di ripartizione (CDF, Cumulative Distribution Function) della distribuzione *lognormale* 118
Eq. (5.2): Funzione di densità di probabilità (PDF, Probability Density Function) della distribuzione *lognormale* 118
Eq. (5.3): Funzione quantile della distribuzione *lognormale* 118
Eq. (5.4): Espressione integrale della statistica di *Anderson–Darling* 124
Eq. (5.5): Forma discreta della statistica di *Anderson–Darling* 124
Eq. (5.6): distribuzione di aggiornamento 126
Eq. (5.7): distribuzione a posteriori 126
Eq. (5.8): Parametri di distribuzione media a posteriori 127
Eq. (5.9): Parametri statistici depurati relativi a θ 131

1 Introduzione

Le ricerche nel campo della precompressione rivestono oggi un ruolo di primaria importanza. La tecnologia del calcestruzzo precompresso è stata infatti ampiamente impiegata tra gli anni '60 e '70 nella progettazione e costruzione di numerose opere. Tuttavia, a distanza di diversi decenni, tali strutture manifestano criticità riconducibili sia ai fenomeni di degrado e invecchiamento dei materiali, sia all'evoluzione del quadro normativo, divenuto nel tempo più rigoroso in termini di sicurezza, durabilità e prestazioni richieste. Queste strutture, concepite secondo criteri progettuali e conoscenze tecniche proprie dell'epoca, devono oggi essere rivalutate alla luce delle attuali esigenze prestazionali e dei nuovi modelli di carico. Ne deriva la necessità di adottare procedure di analisi più approfondite e realistiche, capaci di descrivere in modo fedele il comportamento effettivo della struttura, simulandone con maggiore accuratezza le condizioni operative reali, i fenomeni di degrado e le incertezze associate ai materiali e alle azioni. In tale contesto, lo sviluppo e l'applicazione di metodologie avanzate per la valutazione delle strutture esistenti risultano fondamentali. Le attuali normative europee e italiane dedicano un'attenzione prevalente alla progettazione di nuove opere, mentre la verifica e la riqualificazione di strutture esistenti richiedono approcci specifici, basati su un livello di conoscenza adeguato e su modelli di analisi in grado di coglierne le peculiarità costruttive e lo stato di conservazione. Diventa quindi imprescindibile integrare strumenti di analisi evoluti e criteri di valutazione più raffinati, al fine di garantire una stima attendibile della sicurezza residua e di supportare scelte progettuali consapevoli e sostenibili.

Grazie ai significativi progressi compiuti negli ultimi anni nell'ambito della tecnologia informatica e dei sistemi di calcolo ad alte prestazioni, le analisi non lineari agli elementi finiti *(Non-Linear Finite Element Analysis, NLFEA)* sono divenute strumenti sempre più accessibili e applicabili anche nell'ingegneria strutturale di pratica corrente. Se in passato tali analisi risultavano limitate a contesti di ricerca o a casi studio particolarmente selezionati, a causa dell'elevato costo computazionale e della complessità numerica richiesta, oggi l'aumento della potenza di calcolo e lo sviluppo di algoritmi di risoluzione più efficienti ne hanno favorito una diffusione molto più ampia. L'analisi agli elementi finiti costituisce una metodologia numerica che consente di discretizzare un continuo strutturale in un insieme di elementi interconnessi, descrivendone il comportamento attraverso equazioni di equilibrio, leggi costitutive e condizioni al contorno. Nell'ambito non lineare, il modello tiene conto delle effettive non linearità del sistema, che possono essere di natura materiale (ad esempio fessurazione del calcestruzzo, plasticizzazione dell'acciaio, fenomeni visco-elastici), geometrica (grandi spostamenti e variazioni di configurazione) o legate alle condizioni di vincolo e contatto. Ciò permette di superare le semplificazioni tipiche delle analisi elastiche lineari, nelle quali il comportamento della struttura viene idealizzato in regime elastico e proporzionale ai carichi applicati. L'impiego di modelli non lineari consente quindi di descrivere in modo più realistico la risposta strutturale fino agli stati limite ultimi, cogliendo meccanismi resistenti, redistribuzioni di tensione e riserve di capacità che rimarrebbero altrimenti non evidenziate. Questo aspetto risulta particolarmente rilevante nell'analisi di strutture esistenti, dove la valutazione accurata del comportamento effettivo rappresenta un passag-

gio cruciale per una stima affidabile della sicurezza e per l'eventuale definizione di interventi mirati e non eccessivamente conservativi.

1.1 Calcestruzzo armato

Il calcestruzzo armato rappresenta, ancora oggi, la soluzione costruttiva più diffusa a livello globale per la realizzazione di strutture affidabili, durevoli e capaci di garantire elevati livelli di sicurezza. La sua efficacia deriva dall'integrazione sinergica di due materiali con caratteristiche meccaniche complementari:

- *Calcestruzzo*, materiale particolarmente performante a compressione;
- *Acciaio*, materiale dotato di un'elevata resistenza a trazione e di significativa duttilità.

Fattore cruciale per garantire buone performance è l'aderenza tra i due materiali, la quale consente di sfruttarne al meglio le rispettive proprietà, dando origine a un sistema strutturale in grado di rispondere efficacemente a stati tensionali complessi. Grazie a tale versatilità, il calcestruzzo armato trova applicazione in un'ampia gamma di opere, dalle costruzioni civili e industriali alle grandi infrastrutture, come per esempio edifici residenziali e direzionali, ponti e viadotti, parcheggi multipiano, scuole, ospedali, opere idrauliche e dighe. Le tecniche costruttive si sono evolute dando origine a diverse tipologie di impiego in modo tale da soddisfare un'elevata adattabilità geometrica, un esempio sono gli elementi prefabbricati, caratterizzati da rapidità esecutiva e controllo qualitativo in stabilimento. Sono state poi sviluppate soluzioni più avanzate come per esempio il calcestruzzo armato precompresso, che migliora il comportamento a trazione e limita la fessurazione, e il calcestruzzo fibrorinforzato, in cui l'aggiunta di fibre contribuisce ad incrementare tenacità e resistenza post-fessurativa. L'innovazione nei materiali, nei processi produttivi e nelle tecnologie di cantiere ha ulteriormente ampliato le potenzialità applicative di questo sistema costruttivo, contribuendo non solo a migliorarne le prestazioni meccaniche e la durabilità, ma anche a potenziare in modo significativo le attività di controllo e monitoraggio. L'introduzione di materiali ad alte prestazioni, sistemi di produzione più standardizzati e tecniche esecutive avanzate ha infatti consentito una maggiore tracciabilità delle caratteristiche dei componenti impiegati, oltre a una più accurata verifica della qualità in fase di realizzazione. La progettazione e l'esecuzione di strutture in calcestruzzo armato costituiscono un processo complesso che richiede competenze specialistiche multidisciplinari e un approccio integrato, in grado di considerare in modo coordinato gli aspetti meccanici, tecnologici, costruttivi e di durabilità. In tale contesto, assume carattere imprescindibile il rispetto delle normative tecniche vigenti, nonché l'adozione di un sistema strutturato di controllo della qualità esteso all'intero processo produttivo e realizzativo. Il controllo deve essere garantito sin dalla fase di definizione del mix design del conglomerato cementizio, generalmente effettuata in impianto di produzione, e proseguire durante le operazioni di trasporto, posa in opera e compattazione. Particolare rilevanza riveste la corretta stagionatura del calcestruzzo, finalizzata al raggiungimento delle prestazioni meccaniche e di durabilità previste in progetto, nonché l'esecuzione dei controlli

di accettazione in cantiere, volti alla verifica della conformità del materiale ai requisiti prescritti. Ulteriore elemento centrale è rappresentato dall'adozione di adeguate strategie di protezione nei confronti dei meccanismi di degrado, con particolare riferimento ai fenomeni di corrosione delle armature, che possono compromettere l'aderenza acciaio–calcestruzzo, ridurre l'area effettiva dell'armatura diminuendo, in forma consecutiva, la resistenza complessiva dell'elemento strutturale portando, eventualmente, ad un collasso parziale o totale dell'opera.

1.2 Calcestruzzo armato precompresso

Il calcestruzzo armato precompresso costituisce, come già evidenziato, una componente significativa del patrimonio infrastrutturale nazionale, con particolare riferimento al settore dei ponti e viadotti. Tale tecnologia, introdotta e progressivamente consolidata in Italia a partire dagli anni Cinquanta, vanta oltre settant'anni di applicazione e sviluppo, sostenuti da una scuola ingegneristica di elevato profilo scientifico e progettuale. Nel corso dei decenni, l'impiego del precompresso ha consentito la realizzazione di opere caratterizzate da notevole complessità morfologica e raffinatezza strutturale, nelle quali la gestione degli stati tensionali mediante precompressione ha rappresentato un elemento determinante ai fini dell'efficienza statica e dell'ottimizzazione dei materiali. Ponti a grande luce, schemi strutturali a stampella, telai con impalcati a sbalzo e configurazioni fortemente innovative testimoniano come il calcestruzzo armato precompresso non possa essere ricondotto alla rappresentazione riduttiva della semplice trave appoggiata di luce intermedia, ma debba essere interpretato come un sistema strutturale estremamente versatile, capace di adattarsi a differenti esigenze statiche, costruttive e funzionali.

Le strutture in calcestruzzo armato precompresso (c.a.p.) sono caratterizzate dall'introduzione, all'interno dell'elemento strutturale, di uno stato tensionale iniziale di compressione, generato artificialmente, che si sovrappone agli effetti prodotti dai carichi esterni agenti in esercizio. Tale stato tensionale viene comunemente definito *stato di coazione*. Per stato di coazione si intende uno stato di sollecitazione interno che si instaura in assenza di un corrispondente sistema di forze esterne direttamente applicate alla struttura, ma che deriva dall'imposizione di deformazioni vincolate (ad esempio mediante la tesatura di cavi di precompressione successivamente ancorati al calcestruzzo). Nel caso del calcestruzzo armato precompresso, l'introduzione controllata di tali stati tensionali, generalmente in elementi prevalentemente inflessi quali le travi, è finalizzata al miglioramento del comportamento strutturale in condizioni di esercizio. In particolare, la precompressione genera tensioni di segno opposto rispetto a quelle indotte dai carichi gravitazionali, riducendo l'entità delle tensioni di trazione nel calcestruzzo e contribuendo al contenimento o all'eliminazione della fessurazione. Poiché il calcestruzzo presenta una limitata resistenza a trazione, la riduzione delle tensioni tese consente di mantenere la sezione in campo prevalentemente compresso o parzialmente reagente, con effetti positivi sia in termini di rigidezza sia di durabilità. Infatti, la limitazione della fessurazione ostacola la penetrazione di agenti aggressivi e riduce il rischio di fenomeni di degrado, quali la corrosione delle armature, incrementando la vita utile dell'opera. La coazione può pertanto essere interpretata come una compressione imposta, opportunamente

calibrata in fase progettuale, che consente di ottimizzare la risposta tensionale della sezione e di garantire un più efficiente sfruttamento del materiale rispetto al caso di una struttura soggetta ai soli carichi applicati.

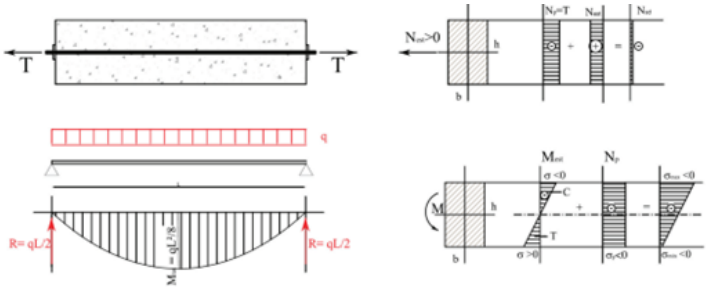


Figura 1.1: *Stato di coazione relativo alla precompressione*

Sebbene le procedure di calcolo per le strutture in calcestruzzo armato precompresso (c.a.p.) presentino una relativa semplicità concettuale, la progettazione di tali opere richiede un livello di consapevolezza tecnica e di responsabilità professionale superiore rispetto a quello generalmente associato alle strutture in calcestruzzo armato ordinario (c.a.). La tecnologia della precompressione implica, infatti, un elevato grado di specializzazione sia da parte delle imprese esecutrici sia delle maestranze coinvolte. Particolare attenzione deve essere posta alle operazioni di tesatura dei cavi, che prevedono l'impiego di martinetti idraulici per l'applicazione controllata delle forze di precompressione, nonché alle successive fasi di ancoraggio, che richiedono dispositivi e procedure tecnologicamente avanzate. Inoltre, le strutture in c.a.p. devono essere realizzate con materiali caratterizzati da prestazioni meccaniche superiori, con conseguente incremento dei costi. In particolare, l'acciaio da precompressione deve possedere un elevato limite elastico ed essere in grado di sostenere significativi allungamenti in campo elastico, così da garantire l'efficace introduzione e il mantenimento dello stato di precompressione nel tempo.

1.2.1 Acciai da precompressione

Nel calcestruzzo armato precompresso (c.a.p.) vengono impiegati acciai ad alta resistenza, comunemente denominati acciai armonici, caratterizzati da un elevato limite elastico, come già richiamato in precedenza. Tali materiali presentano valori di resistenza a trazione dell'ordine di 1500–1800 MPa, significativamente superiori rispetto a quelli adottati per gli acciai ordinari utilizzati come armatura lenta nelle strutture in calcestruzzo armato tradizionale, i quali raggiungono tipicamente valori prossimi a 450 MPa. A fronte delle elevate prestazioni resistenti, gli acciai da precompressione sono contraddistinti da livelli di duttilità inferiori rispetto agli acciai per armatura ordinaria, manifestando pertanto un comportamento prevalentemente fragile. Tale aspetto impone particolare attenzione sia in fase progettuale sia durante le operazioni di messa in opera e tesatura. Gli acciai per c.a.p. sono disponibili in diverse configurazioni geometriche, in funzione delle specifiche esigenze progettuali e delle tecnologie di precompressione adottate.

Fili

I fili sono elementi di piccolo diametro, generalmente a sezione circolare piena. Possono presentare differenti conformazioni superficiali; tuttavia, nelle strutture precompresse mediante il sistema della pretensione non è consentito l'impiego di fili lisci, al fine di garantire adeguate condizioni di aderenza con il calcestruzzo.



Figura 1.2: *Fili da precompressione*

Trecce

Le trecce sono costituite, in genere, da due o tre fili avvolti ad elica attorno al proprio asse longitudinale comune. Questa configurazione consente una migliore collaborazione meccanica tra i fili componenti rispetto al filo singolo.



Figura 1.3: *Trecce da precompressione*

Trefoli

I trefoli rappresentano la tipologia più diffusa nelle applicazioni strutturali. Essi sono composti normalmente da sette fili: un filo rettilineo centrale, disposto lungo l'asse baricentrico, attorno al quale sei fili esterni sono avvolti con andamento elicoidale. Tale configurazione assicura elevate prestazioni meccaniche e una buona flessibilità, rendendo il trefolo particolarmente idoneo alle applicazioni sia in pre-tensione sia in post-tensione.



Figura 1.4: *Trefolo da precompressione*

Barre

Le barre da precompressione sono prodotti laminati a caldo a sezione piena, caratterizzati da maggiore rigidezza rispetto a fili e trefoli. Possono essere lisce oppure dotate di aderenza migliorata, in funzione delle modalità di trasferimento delle tensioni al calcestruzzo e del sistema di ancoraggio adottato.

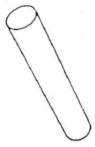


Figura 1.5: *Barra da precompressione*

1.2.2 Tecnologie di precompressione

La precompressione può essere realizzata attraverso due principali sistemi costruttivi: pre-tesione *(pre-tensioning)* e post-tesione (*post-tensioning)*.

Pre-tensione
La tecnica della pretensione si fonda sullo sviluppo dell'aderenza tra l'acciaio di precompressione e il calcestruzzo. Il procedimento prevede che i cavi, generalmente fili o trefoli in acciaio ad alta resistenza, vengano inizialmente messi in tensione mediante martinetti idraulici e vincolati a dispositivi di contrasto esterni, prima ancora dell'esecuzione del getto. Solo successivamente alla tesatura si procede al confezionamento dell'elemento strutturale, realizzando il getto di calcestruzzo attorno alle armature tese. Una volta che il calcestruzzo ha raggiunto una resistenza meccanica adeguata, si effettua il rilascio controllato della tensione applicata ai cavi. Per effetto del comportamento elastico dell'acciaio, questi tendono ad accorciarsi, ma l'aderenza sviluppatasi lungo la superficie di contatto impedisce tale accorciamento libero, determinando il trasferimento graduale della forza al conglomerato cementizio. Si instaura così nello stesso uno stato di compressione preventiva distribuito lungo la zona di ancoraggio, senza la necessità di dispositivi di ancoraggio permanenti alle estremità dell'elemento. Proprio per le sue caratteristiche operative, la pretensione trova ampia applicazione nella produzione industrializzata di elementi prefabbricati dove la ripetitività del processo consente un elevato controllo qualitativo e un'ottimizzazione dei tempi di produzione.

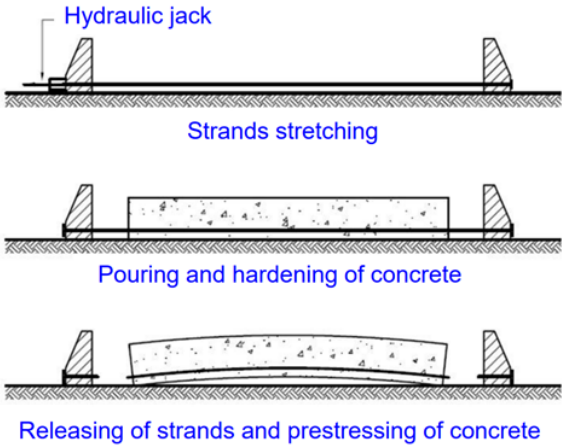


Figura 1.6: *Tecnica della pretensione*

Post-tensione
Diversamente, nella tecnica della post-tensione la messa in tensione dei cavi avvie-

ne dopo il getto e l'indurimento del calcestruzzo. In fase preliminare è necessario predisporre, all'interno della casseratura, apposite guaine o canalizzazioni che definiscono il tracciato dei futuri cavi di precompressione, i quali generalmente nella tecnica della post-tensione risultano avere un andamento parabolico; tali guaine vengono inglobate nel getto e rimangono incorporate nell'elemento strutturale. Solo quando il calcestruzzo ha conseguito la resistenza richiesta si procede all'inserimento e alla successiva tesatura dei cavi tramite martinetti idraulici. La forza impressa ai cavi viene quindi trasferita al calcestruzzo mediante dispositivi di ancoraggio meccanico collocati alle estremità della trave, che rimangono parte integrante della struttura. La trasmissione dello sforzo di compressione può avvenire secondo due differenti modalità: nel caso della post-tensione non aderente, la forza viene trasmessa essenzialmente attraverso gli ancoraggi di estremità; nel caso della post-tensione aderente, invece, dopo la tesatura si procede all'iniezione di malta cementizia all'interno delle guaine, ristabilendo la collaborazione per aderenza tra acciaio e calcestruzzo lungo l'intero sviluppo del cavo. La possibilità di applicare la precompressione in una fase successiva all'indurimento del calcestruzzo conferisce alla post-tensione una notevole flessibilità esecutiva, rendendola particolarmente idonea alla realizzazione di opere di grande luce e notevole complessità geometrica, come ponti e viadotti, dove le esigenze statiche e costruttive richiedono un controllo accurato della distribuzione degli sforzi e delle deformazioni.

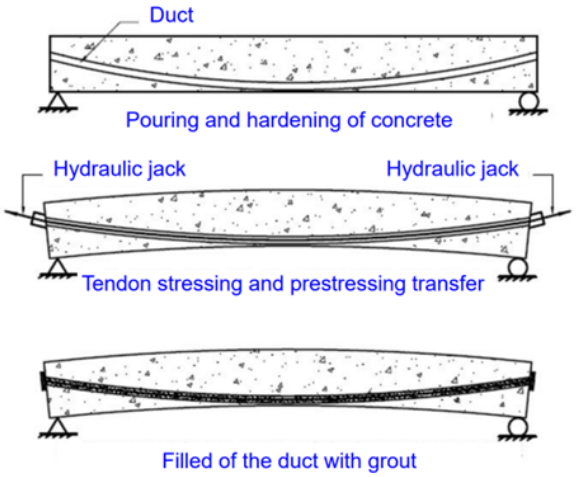


Figura 1.7: *Tecnica della post-tensione*

Esiste un'ulteriore modalità di applicazione della precompressione, comunemente definita precompressione esterna. Essa rientra nell'ambito della post-tensione ed è realizzata mediante l'impiego di cavi non aderenti al calcestruzzo. Tale tecnica trova largo impiego soprattutto negli interventi di risanamento e adeguamento di opere di ingegneria civile, quali ponti e viadotti. Come riportato in [11], l'analisi strutturale di elementi precompressi con cavi non aderenti risulta generalmente più complessa rispetto a quella relativa ai sistemi con cavi aderenti. La maggiore complessità è riconducibile al fatto che la tensione nell'acciaio non dipende unicamente dallo stato deformativo della singola sezione considerata, ma è funzione della deformazione globale dell'intero elemento strutturale. Ne consegue un comportamento fortemente

influenzato dalla risposta complessiva della struttura. Dal punto di vista costruttivo, i cavi (o trefoli) sono generalmente disposti secondo un tracciato rettilineo; tuttavia, ove necessario, essi possono essere deviati mediante l'impiego di appositi deviatori, al fine di ottimizzare l'andamento delle forze interne. Le zone in corrispondenza dei deviatori rappresentano gli ambiti più critici del sistema, in quanto in tali punti si concentrano elevate sollecitazioni e si generano significative interazioni locali tra cavo e dispositivo di deviazione. I cavi vengono infine ancorati alle estremità dell'elemento strutturale, secondo modalità analoghe a quelle adottate nei sistemi di post-tensione con cavi aderenti.



Figura 1.8: *Tecnica della post-tensione mediante precompressione esterna*

1.2.3 Perdite e cadute di tensione

La forza di precompressione esercitata nei cavi o nei trefoli non rimane costante né lungo l'intero elemento strutturale, né nel corso del tempo. Tale riduzione della tensione è dovuta a diverse cause, che verranno illustrate e analizzate successivamente.

Perdite di tensione dovute all'istantanea deformazione del calcestruzzo

Si osserva una riduzione della forza nel trefolo (o nel cavo) di precompressione in conseguenza della deformazione del calcestruzzo, tenendo conto della sequenza di tesatura dei trefoli. In via approssimata, tale effetto può essere valutato assumendo una perdita media di forza per ciascun cavo di precompressione applicando l'Eq. (1.1). Tale tipologia di perdita di tensione si manifesta esclusivamente negli elementi realizzati mediante tecnologia di post-tensione.

$$\Delta\sigma_{\mathrm{el}} = E_{\mathrm{p}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta\sigma_{\mathrm{p}}}{E_{\mathrm{c}}} \tag{1.1}$$

E_{p} Modulo elastico acciaio da precompressione;

E_{p} Modulo elastico calcestruzzo;

$\Delta\sigma_{\mathrm{c}}$ variazione di tensione nel calcestruzzo nel baricentro dei cavi dovuta alla precompressione.

Perdite di tensione dovute all'attrito

Successivamente si valutano le perdite di tensione nei cavi di precompressione attribuibili ai fenomeni di attrito, derivanti dall'interazione tra il cavo e la guaina, nonché dalle eventuali deviazioni angolari del tracciato. Anche tale tipologia di perdita si manifesta esclusivamente negli elementi strutturali realizzati mediante tecnologia di post-tensione, si possono valutare mediante l'Eq. (1.2)

$$\Delta\sigma_{\mathrm{p,u}}(x) = \sigma_{\mathrm{p,ini}}(1 - e^{(-\mu(\alpha_\mu + k_\mu x))}) \tag{1.2}$$

α_μ Somma dei valori, in modulo, delle deviazioni angolari in radianti su una distanza x;

μ Coefficiente di attrito tra il cavo di precompressione e la guaina o deviatore;

k_μ Deviazione angolare intenzionale unitaria dei cavi post-tesi;

x Distanza misurata lungo il cavo di precompressione a partire dalla sezione in cui la tensione di precompressione assume valore pari a $\sigma_{\mathrm{p,ini}}$.

Perdite di tensione dovute al rientro degli ancoraggi

Dopo la tesatura, i trefoli vengono fissati mediante un sistema di ancoraggio a cuneo conico. Al momento del rilascio, il trefolo tende a ritirarsi, trascinando i cunei all'interno dell'ancoraggio. Questo movimento comprime i cunei tra loro, assicurando il fissaggio del trefolo. Lo scorrimento del trefolo, indicato generalmente con Δa, è generalmente compreso tra 2 e 3 mm. Questa tipologia di perdita di tensione riguarda esclusivamente gli elementi realizzati mediante tecnologia di post-tensione, in quanto sono gli unici dotati di ancoraggi alle estremità della trave. Tali perdite si possono valutare applicando l'Eq. (1.3).

$$p = \frac{\sigma_{\mathrm{A}} - \sigma_{\mathrm{B}}}{x_{\mathrm{B}}}$$

$$L_{\mathrm{r}} = \sqrt{E_{\mathrm{s}} \cdot \frac{\Delta a}{p}}$$

$$\Delta\sigma_{\mathrm{sl}}(A) = 2L_{\mathrm{r}} \tag{1.3}$$

L_{r} Lunghezza di sviluppo delle perdite per rientro degli ancoraggi;

p Pendenza dell'andamento delle tensioni lungo il cavo di precompressione;

Δ_{a} Scorrimento del cavo di precompressione (usualmente pari a 2 - 3 mm);

$\Delta\sigma_{\mathrm{sl}}(A)$ Effettiva perdita di tensione dovuta al rientro degli ancoraggi;

E_{s} Modulo elastico acciaio da precompressione.

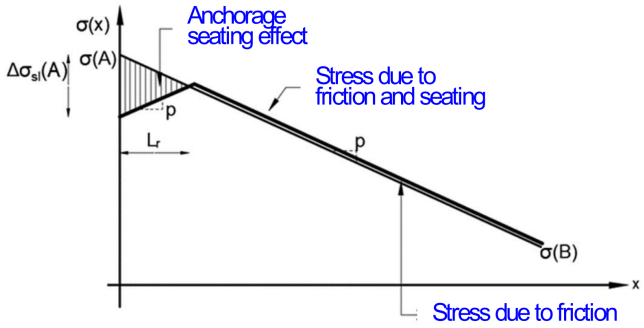


Figura 1.9: *Rappresentazione perdite di tensioni dovute al rientro degli ancoraggi*

Cadute di tensione dipendenti dal tempo

Le cadute di tensione dipendenti dal tempo si calcolano tenendo in considerazione due riduzione di tensioni:

- Cadute di tensione causate dalla deformazione del calcestruzzo dovuto al creep e shrinkage sotto la combinazione Quasi - Permanente (comportamento visco-elastico del calcestruzzo);
- Riduzione delle tensioni nell'acciaio dovute al rilassamento dell'acciaio sotto tensione.

L'interazione tra il rilassamento dell'acciaio da precompressione e la deformazione del calcestruzzo, dovuta al fenomeno di creep e al comportamento viscoelastico, può essere rappresentata in maniera approssimata mediante l'introduzione di un coefficiente di riduzione pari a 0,8 sulla tensione di rilassamento. In questo modo, le perdite di tensione dipendenti dal tempo nei cavi di precompressione, originate da creep, shrinkage e rilassamento, in una determinata posizione x e al tempo t, sotto la combinazione di carico quasi permanente, possono essere valutate mediante l'Eq. (1.4). A differenza delle perdite di tensione precedentemente descritte, queste tipologie di cadute di tensione si manifestano sia negli elementi strutturali realizzati mediante tecnologia di post-tensione, sia in quelli precompressi tramite pre-tensione.

$$\Delta\sigma_{\mathrm{p,c+s+r}} = \frac{\varepsilon_{\mathrm{cs}} E_{\mathrm{p}} + 0.8\Delta\sigma_{\mathrm{pr}} + \frac{E_{\mathrm{p}}}{E_{\mathrm{cm}}}\varphi(t,t_0)\sigma_{\mathrm{cp,QP}}}{1 + \frac{E_{\mathrm{p}}}{E_{\mathrm{cm}}}\frac{A_{\mathrm{p}}}{A_{\mathrm{c}}}(1 + \frac{A_{\mathrm{c}}}{I_{\mathrm{c}}} z_{\mathrm{cp}}^2)(1 + 0.8\varphi(t,t_0))} \tag{1.4}$$

$\Delta\sigma_{\mathrm{p,c+s+r}}$ Valore assoluto della variazione di tensione nei cavi dovuta a viscosità, ritiro e rilassamento alla posizione x, all'istante t;

$\varepsilon_{\mathrm{cs}}$ Deformazione per ritiro;

E_{p} Modulo elastico acciaio da precompressione;

E_{p} Modulo elastico calcestruzzo;

$\Delta\sigma_{\mathrm{pr}}$ Valore assoluto della variazione di tensione nelle armature nella posizione x, al tempo t, per effetto del rilassamento dell'acciaio da precompressione;

$\varphi(t, t_0)$ coefficiente di viscosità all'istante t con applicazione del carico all'instante t_0;

$\sigma_{\mathrm{cp,QP}}$ tensione nel calcestruzzo adiacente alle armature da precompressione, dovuta a peso proprio, precompressione iniziale ed altre azioni quasi-permanenti ove presenti;

A_{p} Area dei cavi di precompressione, posizione x;

A_{c} Area sezione calcestruzzo;

I_{c} Momento di inerzia sezione di calcestruzzo;

z_{cp} Distanza fra il baricentro della sezione di calcestruzzo e le armature.

1.3 Analisi strutturale

L'analisi strutturale rappresenta il processo attraverso il quale, mediante l'elaborazione di modelli matematici e numerici, si determina lo stato di sollecitazione, deformazione e tensione degli elementi strutturali che compongono una determinata opera. Essa consente di valutarne il comportamento meccanico e di verificarne la funzionalità e la sicurezza in conformità alle normative vigenti.

Le analisi strutturali possono essere classificate dipendentemente dalle sollecitazioni agenti e dal comportamento assunto dalla struttura, pertanto si possono schematizzare come segue:

- Analisi statica lineare;
- Analisi dinamica lineare;
- Analisi statica non lineare;
- Analisi dinamica non lineare.

Il progresso tecnologico ha reso disponibili strumenti di calcolo avanzati che consentono di eseguire analisi strutturali su opere con geometrie articolate e proprietà meccaniche complesse attraverso l'applicazione del *metodo degli elementi finiti*, procedimento che verrà illustrato nel Cap. 1.3.1. Tale evoluzione ha permesso di ridurre in misura significativa le ipotesi e le semplificazioni durante la fase di modellazione strutturale. In passato, infatti, l'assenza di software di calcolo evoluti imponeva il ricorso a numerose approssimazioni e schematizzazioni del sistema reale, al fine di rendere il problema trattabile con gli strumenti analitici disponibili e di contenere l'onere computazionale associato al processo di calcolo.

1.3.1 Analisi agli elementi finiti *FEA*

L'analisi agli elementi finiti *FEA* è un processo numerico e matematico ampiamente utilizzato nell'ingegneria strutturale per la risoluzione di problemi fisici complessi attraverso il *metodo agli elementi finiti FEM*. Questo metodo si basa sulla discretizzazione del corpo continuo in tanti piccoli elementi finiti più semplici. Ciascun elemento finito viene caratterizzato da un sistema di equazioni matematiche le quali descrivono il comportamento locale del solido complessivo. Le equazioni possono descrivere un comportamento elastico lineare (nel momento in cui si sta eseguendo un'analisi elastica lineare) oppure non lineare (per analisi più avanzate in campo non lineare). La risoluzione delle equazioni precedentemente citate tiene in considerazione il grado di vincolo e di carico della struttura in esame e la loro risoluzione avviene mediante l'utilizzo di metodi iterativi avanzati. In questo modo, il sistema di equazioni differenziali viene trasformato in un sistema di equazioni algebriche lineari o non lineari che può essere risolto per determinare le incognite del problema, generalmente gli spostamenti, si veda Eq. (1.5)

$$[K] \cdot \{u\} = \{F\} \tag{1.5}$$

K Matrice di rigidezza globale della struttura;

u Vettore degli spostamenti nodali incogniti;

F Vettore delle forze nodali applicate.

In campo non lineare la matrice di rigidezza globale della struttura è dipendente dal vettore degli spostamenti (incognito) e la formulazione diventa Eq. (1.6). Per la risoluzione di tale equazione risulta necessario l'utilizzo di metodi iterativi, il più utilizzato è quello di *Newton-Raphson* il quale verrà poi spiegato nel Cap. 1.3.2.1.

$$[K(u)] \cdot \{u\} = \{F\} \tag{1.6}$$

$K(u)$ Matrice di rigidezza globale della struttura dipendente dal vettore spostamento u;

u Vettore degli spostamenti nodali incogniti;

F Vettore delle forze nodali applicate.

Le analisi mediante *Finite Element Analysis (FEA)* rappresentano comunque una procedura di risoluzione approssimata del comportamento reale della struttura. Il modello numerico costituisce infatti una rappresentazione semplificata del sistema fisico, nella quale il comportamento strutturale viene descritto attraverso ipotesi e schematizzazioni che introducono inevitabilmente un certo grado di approssimazione, generalmente ritenuto accettabile ai fini ingegneristici.

La modellazione mediante *Finite Element Method (FEM)* deve pertanto essere condotta con adeguato rigore, adottando modelli che siano quanto più possibile semplici ma al tempo stesso rappresentativi del comportamento strutturale reale. L'obiettivo è quello di ottenere una schematizzazione numerica capace di riprodurre in

modo sufficientemente accurato la risposta della struttura, così da consentire, nelle fasi successive, l'esecuzione delle verifiche strutturali o lo sviluppo delle procedure di progetto.

Ogni analisi *FEM* avviene in tre fasi fondamentali:

- **Pre-processing** Realizzazione dell'effettivo modello numerico della struttura o del singolo elemento strutturale per il quale si vuole eseguire l'analisi. In questa fase vengono definiti differenti fattori come per esempio la condizione di vincoli, la geometria, i materiali (legami costitutivi), carichi applicati e la tipologia di analisi da eseguire.
- **Processing** In questa fase avviene la risoluzione del modello numerico mediante le equazioni precedentemente descritte per ogni singolo elemento finito.
- **Post-processing** In questa fase i risultati possono essere analizzati e visualizzati, possono contenere informazioni riguardante spostamenti, tensioni, sollecitazioni, deformazioni e tanti altri parametri i quali dipendono dalla tipologia di modellazione e analisi eseguita.

Nell'esecuzione del modello numerico, si possono utilizzare differenti categorie di elementi finiti:

- *Elementi truss:* Elementi strutturali monodimensionali che restituiscono esclusivamente sforzi assiali di trazione o compressione, vedi Figura 1.10. In tali elementi si assume che le azioni di taglio e i momenti flettenti siano nulli, per cui il comportamento meccanico è descritto unicamente dalla risposta assiale dell'asta. Vengono generalmente utilizzati nella modellazione di alcuni elementi strutturali nelle strutture in acciaio come ad esempio i tiranti negli edifici oppure i pendini in caso di ponti sospesi e altri elementi strutturali sollecitati a fenomeni analoghi.

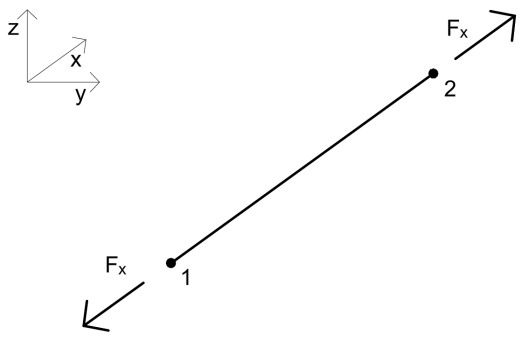


Figura 1.10: *Modellazione FEM: Elemento truss*

- *Elementi frame:* Elementi strutturali monodimensionali i quali restituiscono differenti sollecitazioni, si veda Figura 1.11:

– Momenti flettenti M_y e M_z;
– Tagli F_y e F_z;
– Momenti torcenti M_x;
– Sollecitazioni assiali F_x.

Queste tipologie di elementi finiti sono ampiamente impiegate nella modellazione strutturale di opere civili, quali ponti ed edifici, in quanto consentono di determinare direttamente le sollecitazioni agenti sugli elementi strutturali e di procedere successivamente all'esecuzione delle verifiche di resistenza.

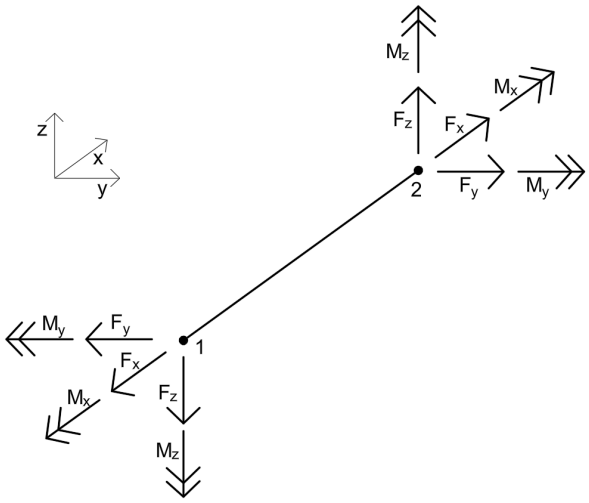


Figura 1.11: *Modellazione FEM: Elemento frame*

• *Elementi shell:* Elementi strutturali bidimensionali che, sottoposti a sollecitazioni esterne, restituiscono tensioni e momenti sia nel piano (tensioni assiali e di taglio) sia fuori dal piano (momenti flettenti e torsionali) in unità di lunghezza, vedi Figura 1.12. Questi elementi combinano le caratteristiche delle membrane (resistenza assiale) e delle piastre (resistenza alla flessione).

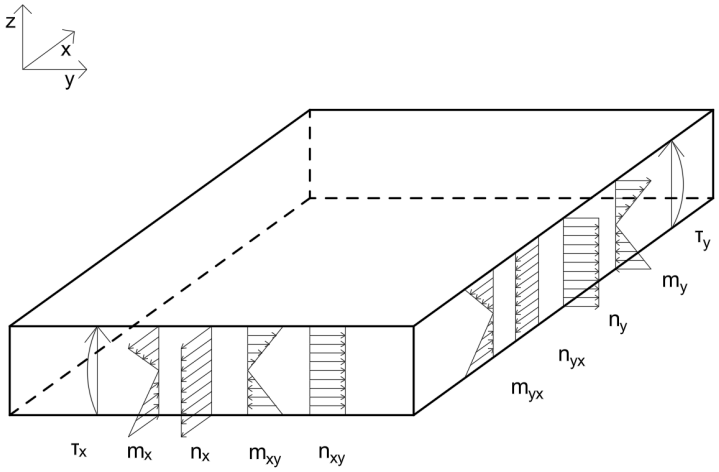


Figura 1.12: *Modellazione FEM: Elemento shell*

- *Elementi 3D - Bricks:* Elementi strutturali tridimensionali utilizzati nell'analisi agli elementi finiti (*FEM*) che consentono di ottenere il tensore completo degli sforzi all'interno del volume del materiale. Essi sono generalmente definiti da un determinato numero di nodi, ai quali sono associati i gradi di libertà del problema. Nel caso più comune delle analisi strutturali tridimensionali, ciascun nodo possiede tre gradi di libertà, corrispondenti agli spostamenti nelle tre direzioni spaziali. In questo modo è possibile descrivere in maniera completa lo stato tensionale e deformativo all'interno dell'elemento. Nonostante la loro capacità di rappresentare con elevata accuratezza il comportamento tridimensionale delle strutture, gli elementi brick non vengono utilizzati con grande frequenza nelle applicazioni ingegneristiche correnti. Ciò è dovuto principalmente alla maggiore complessità di modellazione e soprattutto all'elevato costo computazionale richiesto per la risoluzione dei modelli numerici che li impiegano. In questo specifico caso studio si andranno ad utilizzare elementi *brick* per l'esecuzione di analisi numeriche non lineari per cogliere tutti gli stati tensionali indotti dalla precompressione.

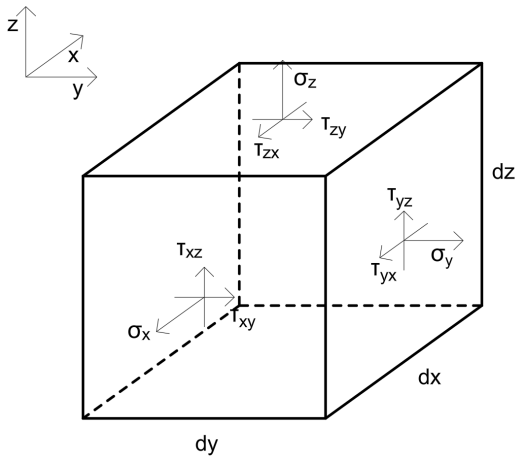


Figura 1.13: *Modellazione FEM: Elemento 3D - Brick*

1.3.2 Analisi non lineari *NLNAs*

Come descritto nel Cap. 1, nella pratica progettuale corrente le verifiche strutturali vengono generalmente condotte mediante analisi elastiche lineari. Tali analisi assumono un comportamento puramente lineare sia per quanto riguarda il legame costitutivo dei materiali, sia per le condizioni geometriche e di vincolo basandosi sull'ipotesi di piccoli spostamenti e piccole deformazioni. Queste ipotesi esemplificative comportano inevitabilmente alcune approssimazioni nella rappresentazione del comportamento locale e globale della struttura. Tuttavia, tali approssimazioni risultano generalmente accettabili nel contesto della progettazione ordinaria e consentono di ottenere risultati sufficientemente affidabili per le verifiche previste dalle normative tecniche. Modelli più avanzati e realistici, come le analisi numeriche non lineari (*Non-Linear Numerical Analyses*, NLNAs), permettono infatti di descrivere con maggiore accuratezza il comportamento effettivo della struttura, ma risultano spesso più onerosi dal punto di vista computazionale e modellistico.

Come descritto precedentemente, nell'ambito delle analisi elastiche lineari si assume che i materiali lavorino esclusivamente in campo elastico, mantenendo un legame costitutivo lineare tra tensione e deformazione, vedi Figura 1.14. In tali condizioni la rigidezza complessiva della struttura rimane costante e completamente indipendente dalla tipologia di sollecitazione applicata, come definito nel Cap. 1.3.1.

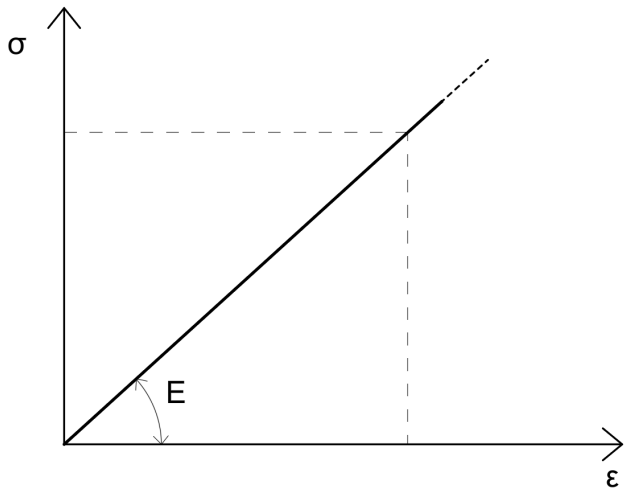


Figura 1.14: *Legame costitutivo lineare*

Uno dei principali motivi per cui le analisi elastiche lineari sono ampiamente diffuse riguarda la *sovrapposizione degli effetti*. Questo principio afferma che la risposta della struttura a un insieme di azioni applicate simultaneamente può essere ottenuta come somma delle risposte prodotte dalle singole azioni considerate separatamente, questo procedimento permette di semplificare notevolmente il processo di analisi della struttura. In questo modo, la risposta strutturale viene determinata mediante la risoluzione di un sistema lineari, Eq. (1.5), di equazioni di equilibrio, nel quale la matrice di rigidezza rimane costante e completamente indipendente dal vettore degli spostamenti come è stato sintetizzato all'inizio del Cap. 1.3.1.

Tuttavia, in alcune situazioni le ipotesi adottate nei modelli di calcolo lineari possono risultare non più rappresentative del comportamento reale della struttura. Ad esempio quando i materiali entrano in campo plastico, oppure quando si hanno spostamenti significativi della struttura o quando si hanno fenomeni di instabilità. In questi casi si deve ricorrere all'utilizzo di modelli numerici più avanzati e complessi come le analisi numeriche non lineari *(Non-Linear Numerical Analyses, NLNAs)* con le quali si riesce a tenere in considerazione differenti aspetti di non linearità della struttura.

Un esempio significativo di applicazione delle analisi non lineari nell'ingegneria civile si riscontra nell'ambito delle *Valutazioni Di Sicurezza (VDS)* di infrastrutture esistenti, quali ponti e viadotti. In tali contesti, può accadere che alcuni elementi strutturali, come ad esempio la soletta collaborante dell'impalcato, non soddisfino le verifiche previste dalla normativa vigente (*NTC 2018*) né in termini di adeguatezza né di operatività, mentre risultino verificate esclusivamente le condizioni di

transitabilità. Quest'ultima condizione comporta generalmente l'introduzione di limitazioni all'esercizio dell'infrastruttura, che possono riguardare sia la riduzione dell'intensità del traffico sia modifiche di natura geometrica o funzionale, come ad esempio la limitazione della larghezza delle corsie o della tipologia di veicoli ammessi. Inoltre, la normativa prevede che, qualora la struttura risulti verificata unicamente in transitabilità, debba essere programmato un intervento di adeguamento o miglioramento strutturale entro un intervallo temporale limitato, generalmente non superiore a cinque anni. In situazioni di questo tipo, l'impiego di analisi numeriche non lineari può risultare particolarmente utile al fine di rappresentare in maniera più realistica il comportamento strutturale degli elementi interessati. Tali analisi consentono infatti di considerare fenomeni che non vengono generalmente catturati dalle analisi elastiche lineari, come la redistribuzione delle sollecitazioni o il comportamento del materiale oltre il campo elastico. Di conseguenza, è possibile ottenere una stima più accurata della capacità portante effettiva della soletta del viadotto e, in alcuni casi, dimostrare il soddisfacimento dei livelli prestazionali richiesti, consentendo il passaggio dalla condizione di transitabilità a quella di operatività o, nei casi più favorevoli, di adeguatezza.

Le analisi non lineari agli elementi finiti (NLFEA) applicate alle strutture in calcestruzzo armato e in calcestruzzo armato precompresso costituiscono uno strumento computazionale avanzato finalizzato allo studio del comportamento strutturale in condizioni nelle quali la relazione tra le forze applicate e gli spostamenti risultanti non può essere descritta mediante un legame lineare. A differenza delle analisi lineari tradizionali, come descritto precedentemente, tali approcci consentono di rappresentare con maggiore accuratezza la risposta reale delle strutture, specialmente in prossimità degli stati limite, dove fenomeni complessi come la fessurazione del calcestruzzo, la plasticizzazione dell'acciaio e le grandi deformazioni influenzano in maniera significativa il comportamento globale del sistema. Questa tipologia di analisi tiene conto di diverse forme di non linearità che possono manifestarsi durante la risposta strutturale. In particolare, è possibile distinguere differenti categorie di non linearità, tra cui:

- **Non linearità del materiale,** legata al comportamento intrinsecamente non lineare dei materiali costituenti la struttura. Nel caso del calcestruzzo armato, essa comprende fenomeni quali la fessurazione a trazione del calcestruzzo, la plasticizzazione dell'acciaio di armatura e l'eventuale schiacciamento del calcestruzzo in compressione;

- **Non linearità geometrica,** che si verifica quando gli spostamenti e le deformazioni della struttura diventano sufficientemente elevati da modificare in modo significativo la configurazione geometrica iniziale, influenzando l'equilibrio e la distribuzione degli sforzi;

- **Non linearità di contatto o di vincolo,** associate a fenomeni di interazione tra diversi elementi strutturali o tra materiali differenti, come ad esempio l'interazione tra calcestruzzo e acciaio o eventuali condizioni di contatto tra componenti strutturali.

Il problema di equilibrio non può essere risolto mediante un'unica soluzione diretta, come avviene nelle analisi elastiche lineari, ma richiede l'impiego di procedure numeriche di tipo incrementale–iterativo. In tali procedure il carico applicato viene generalmente suddiviso in una serie di incrementi successivi e, per ciascun incremento, la configurazione di equilibrio della struttura viene determinata attraverso un processo iterativo che aggiorna progressivamente la matrice di rigidezza e il vettore degli spostamenti fino al soddisfacimento delle condizioni di equilibrio. Tra i metodi iterativi maggiormente utilizzati nell'ambito delle analisi agli elementi finiti si possono citare, ad esempio, il metodo di *Newton–Raphson* e le sue varianti modificate, ampiamente impiegati per la risoluzione di problemi strutturali non lineari grazie alla loro efficienza e robustezza numerica.

Nell'ambito delle analisi non lineari, la procedura incrementale può essere implementata secondo differenti strategie di controllo del percorso di carico. In particolare, si possono distinguere due tipologie di analisi:

- *analisi a controllo di forza (load control)*, nelle quali l'incremento viene applicato al vettore dei carichi esterni;
- *analisi a controllo di spostamento (displacement control)*, nelle quali viene invece imposto uno spostamento incrementale in uno specifico grado di libertà della struttura e il corrispondente livello di carico necessario a produrlo viene determinato come risultato dell'analisi.

La scelta della strategia di controllo può influenzare significativamente la stabilità e la convergenza del procedimento numerico, soprattutto in presenza di fenomeni fortemente non lineari o di comportamenti post-critici della struttura.

1.3.2.1 Metodo di *Newton-Raphson*

Nell'ambito delle analisi numeriche non lineari agli elementi finiti, la soluzione del problema di equilibrio viene generalmente ottenuta mediante l'utilizzo di processi iterativi. Tra questi, uno dei più diffusi è il metodo di *Newton–Raphson*, ampiamente utilizzato grazie alla sua efficienza e alla buona velocità di convergenza. Partendo dall'equazione di risoluzione dei modelli *FEM* (1.5) se la matrice dei coefficienti K è essa stessa una funzione dei valori incogniti dei gradi di libertà (*DOF*) allora l'equazione (1.5) risulta essere un'equazione non lineare (1.6). Come definito precedentemente, il metodo di Newton-Raphson è un processo iterativo che si può esprimere mediante la formulazione (1.7).

$$\begin{cases} [K_i^T] \cdot \{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_i^{nr}\} \\ \{u_{i+1}\} = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \end{cases} \tag{1.7}$$

K_i^T Matrice Jacobiana;

i Pedice che indica l'iterazione corrente;

$\{F_i^{nr}\}$ vettore delle forze di richiamo corrispondenti alle forze interne dell'elemento.

Entrambi i termini $[K_i^T]$ e $\{F_i^{nr}\}$ sono valutati sulla base dei valori forniti dal vettore $\{u_i\}$. Nel secondo membro dell'equazione (1.7) è presente una sottrazione che rappresenta il *vettore dei carichi residui*. Nelle analisi strutturali, la *matrice Jacobiana* $[K_i^T]$ rappresenta la *matrice di rigidezza tangente*, $\{u_i\}$ il vettore degli spostamenti alla iterazione *i-esima* e $\{F_i^{nr}\}$ è vettore delle forze di richiamo calcolato a partire dalle tensioni negli elementi. Successivamente vengono riportate la Figura 1.15, nella quale si illustra una singola iterazione del metodo, e la Figura 1.16, nella quale si illustra l'iterazione successiva $(i + 1)$.

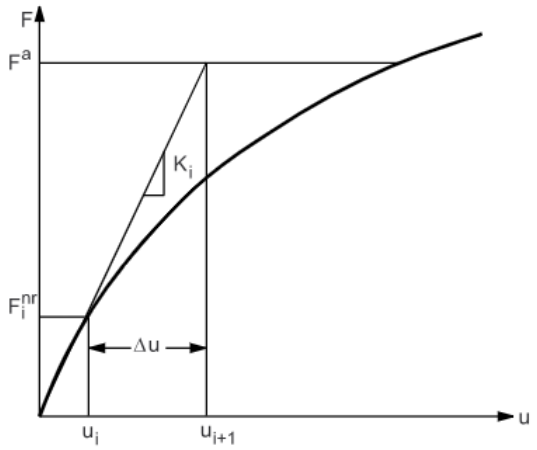


Figura 1.15: *Metodo Newton-Raphson, singola iterazione*

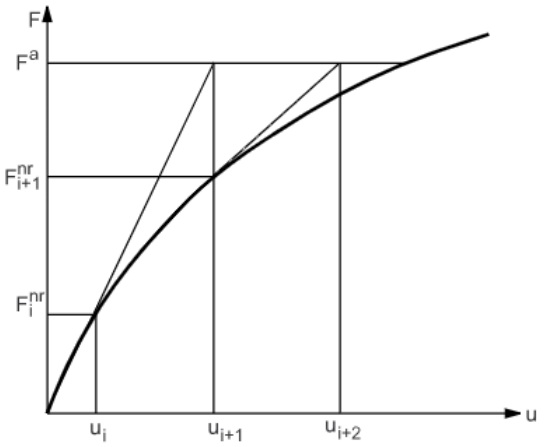


Figura 1.16: *Metodo Newton-Raphson, iterazione successiva* $i + 1$

Il procedimento iterativo del metodo di *Newton-Raphson* si articola nei seguenti passi:

1. Assumere $\{u_0\}$. $\{u_0\}$ è la soluzione convergente del passo precedente;

2. Calcolare la matrice tangente aggiornata $[K_i^T]$ e anche il vettore dei carichi di richiamo $\{F_i^{nr}\}$ a partire dalla configurazione $\{u_i\}$;

3. Calcolare $\{\Delta u_i\}$ dall'equazione (1.7);

4. Utilizzare l'equazione (1.7) per ricavare $\{u_{i+1}\}$ partendo da $\{\Delta u_i\}$ e $\{u_i\}$;

5. Ripetere i passi da 2 a 4 fino al raggiungimento della convergenza.

La soluzione finale convergente soddisfa la condizione di equilibrio per cui il vettore delle forze di richiamo $\{F_i^{nr}\}$ risulta essere uguale al vettore dei carichi applicati $\{F^a\}$ entro una prefissata tolleranza numerica.

Criterio di convergenza:

Il processo iterativo di *Newton-Raphson* procede fino a quando la convergenza non è raggiunta, vedi Eq. (1.8) e Eq. (1.9).

$$\|\{R\}\| < \varepsilon_R \cdot R_{ref} \tag{1.8}$$

$$\|\{\Delta u_i\}\| < \varepsilon_u \cdot u_{ref} \tag{1.9}$$

Dove $\{R\}$ è il vettore delle forze residue, vedi Eq. (1.10).

$$\{R\} = \{F^a\} - \{F^{nr}\} \tag{1.10}$$

$\{\Delta u_i\}$ vettore di incremento dei gradi di libertà *(DOF)*;

ε_R grado di tolleranza relativo al vettore delle forze residue;

ε_u grado di tolleranza relativo al vettore di incremento degli spostamenti;

R_{ref} valore di riferimento relativo al vettore delle forze residue;

u_{ref} valore di riferimento relativo al vettore degli spostamenti incrementati.

L'eq. (1.10) non è altro che il secondo membro dell'equazione iniziale Eq. (1.7). Si può quindi osservare che la convergenza è raggiunga quando l'entità del residuo $\{R\}$ è inferiore ad una tolleranza ε_R moltiplicata per il suo valore di riferimento R_{ref}, oppure quando l'entità dell'incremento dello spostamento $\{\Delta u_i\}$ risulta essere inferiore alla tolleranza ε_u moltiplicata per il suo valore di riferimento u_{ref}.

1.4 Verifiche strutturali

L'esecuzione delle verifiche strutturali può essere condotta secondo due differenti filosofie di approccio, entrambe in grado di considerare in modo esplicito le principali fonti di incertezza che caratterizzano il comportamento delle strutture:

- Approccio locale;

- Approccio globale.

In particolare, tali approcci consentono di tener conto sia delle incertezze aleatorie, legate alla variabilità intrinseca dei fenomeni fisici (quali azioni esterne, resistenze, proprietà meccaniche dei materiali, parametri geometrici, condizioni al contorno), sia delle incertezze epistemiche, riconducibili a una conoscenza incompleta del sistema strutturale, alle assunzioni modellistiche adottate, alle semplificazioni numeriche e agli eventuali errori umani nelle fasi di modellazione e analisi. Le incertezze aleatorie sono generalmente trattate mediante strumenti di natura probabilistica o attraverso l'impiego di coefficienti parziali di sicurezza calibrati su prefissati livelli di affidabilità. Le incertezze epistemiche, invece, risultano strettamente connesse alla qualità del modello di calcolo e al grado di accuratezza con cui esso riesce a riprodurre il comportamento reale della struttura, assumendo un ruolo particolarmente rilevante quando si ricorre ad analisi numeriche non lineari o a modelli avanzati.

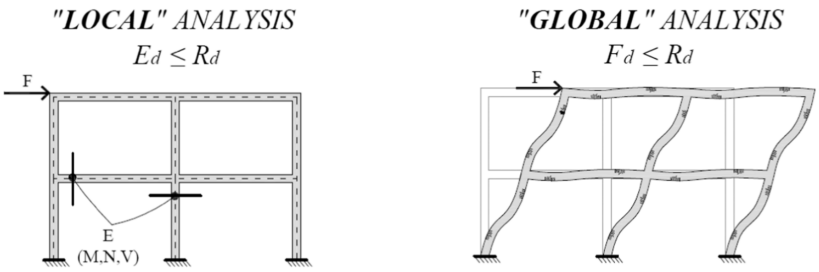


Figura 1.17: *Metodo globale e metodo locale*

1.4.1 Approccio Locale

Le fasi di progettazione delle nuove costruzioni e di verifiche delle opere esistenti, nella pratica odierna, sono generalmente eseguite mediante analisi di specifiche sezioni. Tale procedura prevede il confronto diretto tra le sollecitazioni agenti di progetto, identificate con E_{d} e generalmente determinate mediante analisi elastiche lineari, e le resistenze di progetto, comunemente identificate come R_{d}. Tale confronto avviene effettuando la verifica della disequazione (1.11).

$$E_{\mathrm{d}} \leq R_{\mathrm{d}} \tag{1.11}$$

Come anticipato nel Capitolo 1.4, le incertezze aleatorie ed epistemiche vengono tenute in considerazione mediante l'utilizzo di fattori parziali di sicurezza γ i quali hanno l'obiettivo di aumentare le sollecitazioni e ridurre le resistenze seguendo le formulazioni (1.12) (1.13).

$$R_{\mathrm{d}} = R\left(\eta \frac{X_{\mathrm{k,i}}}{\gamma_{\mathrm{M,i}}}; a_{\mathrm{d}}\right) \tag{1.12}$$

$$E_{\mathrm{d}} = E\left(\gamma_{\mathrm{F,i}} \cdot F_{\mathrm{rep,i}}; a_{\mathrm{d}}\right) \tag{1.13}$$

Questa metodologia di verifica è definita *approccio locale*, in quanto si limita a controlli sezionali dei singoli elementi strutturali, senza considerare il comportamento

globale effettivo della struttura in calcestruzzo armato. Considerando l'opera nel suo complesso, può infatti verificarsi una ridistribuzione delle sollecitazioni tra gli elementi.

1.4.2 Approccio globale

L'approccio della resistenza globale è oggi ampiamente impiegato in correlazione alle analisi non lineari ed è considerato uno degli strumenti più efficaci per l'esecuzione delle verifiche di sicurezza di elementi in calcestruzzo armato (c.a.) e calcestruzzo armato precompresso (c.a.p.). Tale approccio si fonda sul confronto diretto tra il valore di progetto delle azioni esterne, generalmente indicato con F_{d} e la resistenza globale di progetto della struttura o dell'elemento strutturale, indicata con R_{d}. La verifica di sicurezza risulta soddisfatta quando è rispettata la disequazione (1.14).

$$F_{\mathrm{d}} \leq R_{\mathrm{d}} \tag{1.14}$$

Nella formulazione (1.14) F_{d} rappresenta l'effetto delle azioni di progetto opportunamente combinato secondo le prescrizioni normative, mentre R_{d} esprime la capacità resistente di progetto, determinata tenendo conto delle proprietà meccaniche dei materiali, dei coefficienti parziali di sicurezza e, nei casi più avanzati, del comportamento non lineare della struttura fino allo stato limite ultimo. Infatti, la resistenza globale può essere determinata mediante l'utilizzo di analisi non lineari *(NLNA)* e il valore delle resistenze di progetto possono essere calcolate tenendo in considerazione incertezze epistemiche e aleatorie attraverso la definizione di appositi fattori di sicurezza come viene eseguito nell'equazione (1.15)

$$R_{\mathrm{d}} = \frac{R_{\mathrm{NLNA}}(f_{\mathrm{rep}}; a_{\mathrm{rep}})}{\gamma_{\mathrm{R}} \cdot \gamma_{\mathrm{Rd}}} \tag{1.15}$$

Nell'espressione precedente, $R_{\mathrm{NLNA}}(f_{\mathrm{rep}}; a_{\mathrm{rep}})$ rappresenta la resistenza globale della struttura calcolata mediante l'utilizzo di analisi non lineari *NLNA* tenendo in considerazione i valori rappresentativi dei materiali f_{rep} e geometria a_{rep}. Nella formulazione (1.15) sono presenti due differenti fattori di sicurezza globali, *coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze aleatorie* γ_{R} e *coefficiente parziale di sicurezza per l'incertezza del modello di resistenza* γ_{Rd} il quale tiene in considerazione le incertezze epistemiche.

Come delineato in apertura dell'elaborato, il presente studio è finalizzato alla caratterizzazione delle incertezze di natura epistemica connesse alle analisi non lineari *NLNA* e, in una fase successiva, alla determinazione del fattore parziale di sicurezza γ_{Rd} associato all'incertezza del modello di resistenza. I coefficienti di sicurezza adottati nelle procedure di analisi e verifica, lato azioni e lato resistenze, possono essere interpretati come strumenti di compensazione delle inevitabili lacune conoscitive che caratterizzano la modellazione ingegneristica, soprattutto per quanto riguarda strutture in calcestruzzo armato e calcestruzzo armato precompresso. Come definito anche in [21] in tale prospettiva, essi tengono conto non solo della variabilità intrinseca dei parametri fisici (come per esempio le incertezze de-

rivanti dalle proprietà meccaniche dei materiali), ma anche delle incertezze di tipo epistemico, riconducibili a ipotesi, semplificazioni e assunzioni modellistiche. Ai fini della quantificazione dell'incertezza epistemica del modello di resistenza, un primo passaggio consiste nella definizione e nella valutazione della corrispondente variabile aleatoria θ, attraverso l'opportuna formulazione analitica (1.16). Tale approccio consente di esprimere in termini probabilistici lo scostamento tra la risposta fornita dal modello teorico e il comportamento reale della struttura, ponendo le basi per una stima coerente e razionale del fattore γ_{Rd}.

$$\theta \approx \frac{R_{\mathrm{exp}}(X,Y)}{R_{\mathrm{NLNA}}(X)} \tag{1.16}$$

Nella formulazione (1.16) viene eseguito un rapporto fra il valore di resistenza globale della struttura (o eventualmente singolo elemento strutturale) ricavato dalle specifiche prove sperimentali e il valore di resistenza globale stimato dalle apposite analisi non lineari. Come riportato in [21] la calibrazione del fattore di sicurezza per l'incertezza di modello di resistenza γ_{Rd} viene eseguita eseguendo opportuni passaggi:

Individuazione delle prove sperimentali di riferimento
È necessario effettuare la selezione dei risultati sperimentali di riferimento considerando simultaneamente le differenze nelle geometrie e le diverse caratteristiche dei materiali.

Differenzazione fra le ipotesi di modello
Calibrazione del modello non lineare mediante l'assunzione di opportune ipotesi di modellazione in modo tale da rappresentare la risposta delle strutture in calcestruzzo armato e calcestruzzo armato precompresso.

Calibrazione probabilistica
Risulta necessario definire un modello probabilistico il quale sia in grado di rappresentare la variabile aleatoria di incertezza del modello di resistenza θ, stimandone di conseguenza il valore medio $\mu\theta$ e la varianza $\sigma^2\theta$.

Valutazione del coefficiente di sicurezza per l'incertezza del modello di resistenza γ_{Rd}
Seguendo la formulazione (1.17) risulta possibile valutare il fattore di sicurezza per l'incertezza del modello di resistenza.

$$\gamma_{Rd} = \frac{1}{F^{-1}(\Phi(-\alpha_{\mathrm{R}}\beta))} \tag{1.17}$$

L'Eq. (1.17) si può altresì riscrivere come segue:

$$\gamma_{Rd} = \frac{1}{\mu_\theta \cdot e^{-\alpha_r \beta V_\theta}} \tag{1.18}$$

$F(\vartheta)$ Funzione di distribuzione cumulativa più probabile in grado di descrivere la variabile aleatoria di incertezza del modello di resistenza θ;

Φ Funzione di distribuzione cumulativa normale standard;

α_{R} Fattore di sensibilità del *First-Order Reliability Method (FORM)*, assunto pari a 0,8 e 0,32 come suggerito per variabili di resistenza dominanti e non dominanti;

β Indice di affidabilità;

μ_θ Valor medio a posteriori puro;

V_θ Variazione media pura.

2 Comportamento a taglio di travi in c.a. e c.a.p.

Come discusso nei capitoli precedenti, il presente lavoro è finalizzato alla valutazione delle incertezze di modello mediante analisi non lineari applicate a travi in calcestruzzo armato precompresso (c.a.p.), con specifico riferimento ai meccanismi di collasso a taglio. Per questo motivo di seguito verrà analizzato il comportamento a taglio delle travi in calcestruzzo armato e calcestruzzo armato precompresso dal punto di vista teorico.

Il taglio è una sollecitazione elementare che genera delle azioni di scorrimento trasversale. Quando un corpo è soggetto a sollecitazioni taglianti, all'interno dell'elemento si genera un certo stato tensionale governato da sforzi tangenziali τ. In una generica sezione di una trave è quasi sempre presente una coesistenza di sollecitazioni taglianti e sollecitazioni flessionali, questo comporta di conseguenza una coesistenza delle tensioni tangenziali τ, generate dal taglio, e tensioni normali σ, generate dalla flessione. Dalla scienza delle costruzioni si può affermare che il taglio e la flessione sono relazionate, come descritto nell'Eq. (2.1), mediante l'operatore differenziale.

$$T(x) = \frac{dM(x)}{dx} \tag{2.1}$$

Nonostante ci sia sempre una coesistenza di sollecitazioni taglianti e flessionali, il collasso si manifesta per taglio in quanto la sollecitazione di momento flettente non raggiunge la propria condizione ultima, mentre la sollecitazione tagliante si. Come discusso in [14], la compresenza di tensioni tangenziali e normali all'interno dell'elemento strutturale comporta una rotazione delle tensioni principali. Si consideri una trave semplicemente appoggiata, schematizzabile come sistema isostatico, soggetta all'azione di due carichi concentrati distanziati tra loro di una quantità d. I corrispondenti diagrammi delle sollecitazioni risultano quelli riportati in Figura 2.1.

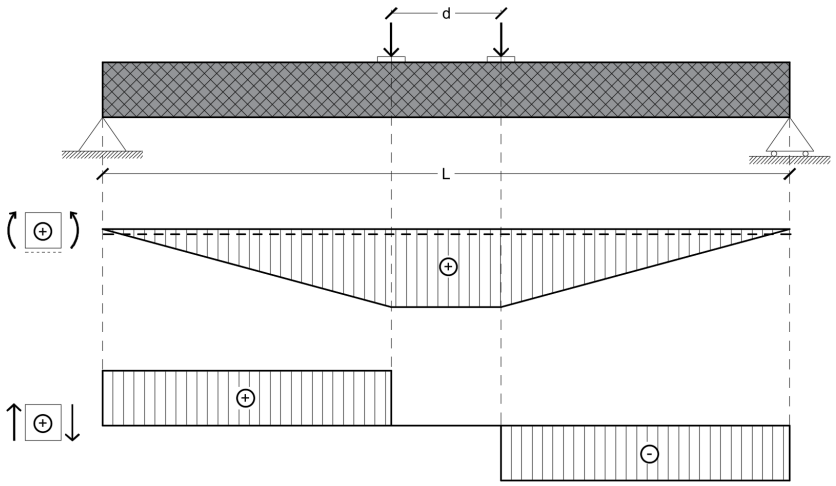


Figura 2.1: *Trave in semplice appoggio, diagramma del momento e del taglio*

In questo caso particolare, come si può osservare nella figura precedente, nella mezzeria della trave è presente solo la sollecitazione di momento flettente portando al-

lo sviluppo delle tensioni principali di compressione e trazione parallele fra loro. Spostandosi in prossimità dell'appoggio è presente la compresenza di sollecitazioni taglianti e flessionali comportando lo sviluppo di tensioni principali di trazione e compressione deviate rispetto all'asse longitudinale dell'elemento strutturale, vedi Figura 2.2.

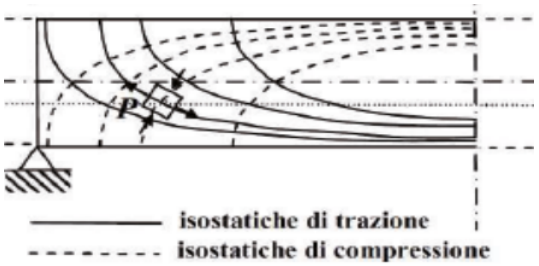


Figura 2.2: *Rotazione delle tensioni principali di compressione e trazione*

Come illustrato in [24], finché le sollecitazioni agenti non determinano tensioni di trazione superiori alla resistenza a trazione del calcestruzzo, lo stato tensionale nelle travi in calcestruzzo armato può essere assimilato a quello di travi omogenee e isotrope. Nel momento in cui la tensione di trazione supera la resistenza a trazione del calcestruzzo, inizia a manifestarsi nella trave in calcestruzzo armato un chiaro quadro fessurativo, vedi Figura 2.3. La prima fessura che si genera all'interno della trave in calcestruzzo armato risulta essere ortogonale alle tensioni principali di trazione in quel punto. Aumentando il carico la fessura tende a propagarsi seguendo un andamento circa parallelo alle isostatiche di compressione.

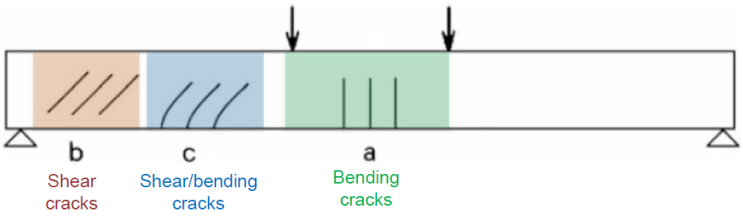
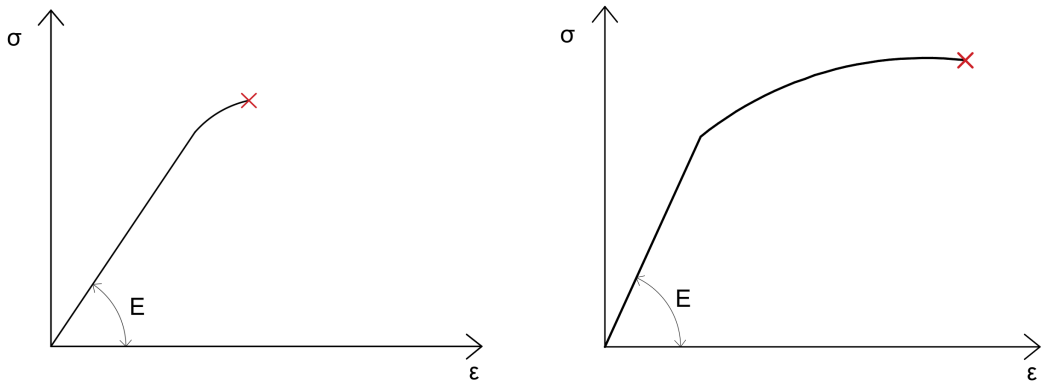


Figura 2.3: *Quadro fessurativo nella trave in calcestruzzo armato*

Si può affermare ulteriormente che il comportamento sotto sollecitazioni taglianti risulta essere *fragile* rispetto a quello dovuto a sollecitazioni di momento flettente, il quale risulta essere un collasso più *duttile*. Per *fragile* si intende che l'elemento strutturale raggiunge rapidamente il collasso senza mostrare deformazioni plastiche significative. Questa tipologia di collasso è estremamente pericoloso in quanto avviene in forma improvvisa. Proprio per tale motivo, una corretta progettazione degli elementi strutturali in calcestruzzo armato e calcestruzzo armato precompresso si consegue quando il raggiungimento del collasso per sollecitazioni flessionali precede il collasso per sollecitazioni taglianti, questo processo viene definito come *gerarchia delle resistenze*. Pertanto, sopratutto in campo sismico, la normativa impone un certo quantitativo minimo di armatura sia a flessione che taglio in modo tale che l'elemento strutturale si comporti in forma duttile, cioè che abbia una certa capacità di deformarsi in campo plastico, vedi figura 2.4.



(a) *Comportamento fragile* **(b)** *Comportamento duttile*

Figura 2.4: *Differenza fra comportamento fragile e comportamento duttile*

Nel momento in cui il calcestruzzo risulta essere non fessurato, si può adottare, come descritto in [12], una valutazione del taglio in campo elastico considerando lo stato tensionale nell'elemento attraverso la trattazione approssimata di *Jourawsky*.

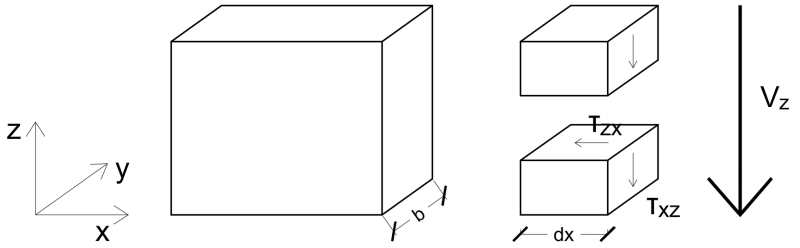


Figura 2.5: *Sezione di materiale elastico omogeneo*

Come si può osservare dalla Figura 2.5, in un elemento infinitesimo della trave si generano delle tensioni tangenziali τ_{zy} e τ_{yz} legate dall'Eq (2.2).

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} \tag{2.2}$$

Dall'equazione di equilibro alla traslazione verticale si può ricavare il valore di V_z, come illustrato nell'Eq (2.3).

$$V_z = \int \tau_{zx}\, dA \tag{2.3}$$

Successivamente, si riporta una rappresentazione grafica di un elemento infinitesimo soggetto alle azioni interne M, N e V illustrandone il corrispondente stato tensionale (Figura 2.6).

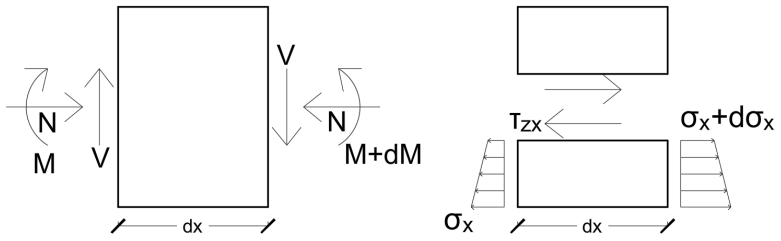


Figura 2.6: *Stato tensionale di un generico elemento infinitesimo*

Si introduce ulteriormente la formulazione di Navier in grado di determinare lo stato tensionale normale agente nella sezione, Eq (2.4).

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} z \tag{2.4}$$

Tenendo in considerazione l'Eq. (2.4) e lo stato tensionale raffigurato in Figura 2.6, si ottiene quanto segue.

$$\sigma_x + d\sigma_x = \frac{M_y + dM_y}{I_y} z \tag{2.5}$$

σ_x Stato tensionale normale agente sulla sezione

M_y Sollecitazione di momento flettente agente

I_y Momento di inerzia della sezione

z Distanza dal baricentro della sezione e il punto in cui si vuole calcolare la tensione normale agente

Dall'equazione di equilibrio alla traslazione longitudinale si ottiene quanto segue

$$\int d\sigma_x b \, dz = \tau b dx \tag{2.6}$$

Considerando la relazione differenziale tra momento flettente e taglio come illustrato nell'Eq. (2.1) si ricava

$$\int d\sigma_x b \, dz = \int \frac{V_z dx}{I_y} bz \, dz = \frac{V_z dx}{I_y} \int bz dz = \frac{V_z dx}{I_y} S_y \rightarrow \boxed{\tau_{zx} = \frac{V_z S_y}{I_y b}} \tag{2.7}$$

Dove, nell'Eq. (2.7), S_y rappresenta il momento statico della sezione in esame. Come definito ampiamente, la sollecitazione tagliante è sempre accompagnata dalla sollecitazione flessionale, questo comporta lo sviluppo di tensioni tangenziali τ e normali σ all'interno della stessa sezione. La verifica dell'innesco della fessurazione richiede la valutazione delle tensioni principali derivanti dallo stato tensionale combinato di flessione e taglio. In particolare, la fessurazione si innesca quando la tensione principale di trazione supera la resistenza a trazione del materiale. Seguendo l'Eq. (2.8) si può determinare la tensione principale di trazione.

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau^2} \tag{2.8}$$

Successivamente si può eseguire il confronto diretto fra la tensione principale di trazione σ_1 con il valore della resistenza di progetto a trazione del calcestruzzo f_{ctd}, vedi Eq. (2.9).

$$\sigma_1 \leq f_{ctd} \tag{2.9}$$

Quando l'Eq. (2.9) risulta essere verificata, allora il calcestruzzo non presenta fessurazioni, pertanto la trattazione di *Jourawsky* è ancora valida. Nell'istante in cui la tensione principale di trazione σ_1 supera la resistenza a trazione di progetto del calcestruzzo f_{ctd}, ossia quando l'Eq. (2.9) non risulta essere verificata, allora il calcestruzzo presenterà un certo stato fessurativo per cui non è più valida la trattazione approssimata di *Jourawsky*. Nel caso delle travi in calcestruzzo armato, a seguito della formazione delle fessure, la distribuzione delle tensioni tangenziali si discosta significativamente da quella prevista dalla teoria elastica, rendendo necessario l'impiego di modelli meccanici alternativi per la descrizione del comportamento a taglio.

2.1 Travi in c.a.p. non armate o debolmente armate a taglio

Come definito anche nel capitolo precedente, nel momento in cui si instaura uno stato fessurativo nel calcestruzzo, la trattazione approssimata di *Jourawsky* non risulta più valida. Come anche descritto in [12], la capacità a taglio di travi in calcestruzzo armate solo ed esclusivamente da armatura longitudinale (assente armatura trasversale), si riferisce a due meccanismi principali:

- Meccanismo a trave;
- Meccanismo ad arco.

Si consideri un concio di trave sottoposto a un momento flettente M. Al suo interno si generano sollecitazioni di trazione e compressione: il calcestruzzo risulta compresso nel lembo superiore della sezione C, mentre nell'armatura longitudinale si sviluppano tensioni di trazione corrispondenti T. Le sollecitazioni appena descritte risultano avere un braccio interno pari a z, vedi Figura 2.7.

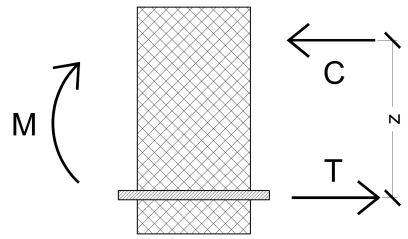


Figura 2.7: *Distribuzione delle sollecitazioni di compressione C e trazione T internamente alla sezione dovute al momento flettente M*

Dalla figura precedente si può ricavare, mediante la scritta dell'*equazione di equilibrio alla rotazione*, la formulazione Eq. (2.10).

$$M = T \cdot z \tag{2.10}$$

Tenendo in considerazione l'Eq. (2.10) e la relazione che intercorre fra momento e taglio mediante l'operatore differenziale descritta dall'Eq. (2.1), si può scrivere quanto segue.

$$V = \frac{dM}{dx} = \frac{dTz}{dx} = z\frac{dT}{dx} + T\frac{dz}{dx} \tag{2.11}$$

Dove $z\dfrac{dT}{dx}$ rappresenta il *comportamento a trave*, mentre il termine $T\dfrac{dz}{dx}$ rappresenta il *comportamento ad arco*. Come viene anche illustrano in [14], In realtà, il comportamento è intermedio tra quello di un arco e di una trave: la sollecitazione nell'armatura non è uniforme, mentre il calcestruzzo dell'anima della trave è soggetto contemporaneamente a trazioni e compressioni. La sollecitazione di taglio V è trasmessa attraverso i seguenti meccanismi principali:

- Tensioni tangenziali presenti nella zona compressa;
- Effetto dell'aggancio degli aggregati nella fessura;
- Effetto spinotto delle barre longitudinali (armatura a momento flettente).

Secondo le *Nuove Norme Tecniche delle Costruzioni NTC2018* e *Eurocodice*, esiste una formulazione empirica che consente di calcolare il valore di progetto della resistenza a taglio per elementi in calcestruzzo armato non armati a taglio, vedi Eq. (2.12).

$$V_{Rd} = max\left(\left[\frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0.15 \cdot \sigma_{cp}\right] \cdot b_w d; (v_{min} + 0.15\sigma_{cp}) b_w d\right) \tag{2.12}$$

Dove:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d}$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} \leq 0.2 \cdot f_{cd}$$

$$v_{min} = 0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$$

f_{ck} Resistenza *caratteristica* a compressione cilindrica del calcestruzzo

d Altezza utile della sezione [mm]

b_w Larghezza minima della sezione [mm]

γ_c Fattore parziale di sicurezza

In ogni caso, la sollecitazione tagliante V_{Ed} deve rimanere entro un limite prestabilito, come indicato nell'Eq. (2.13).

$$V_{Ed} \leq 0.5 \cdot b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd} \tag{2.13}$$

Quindi la verifica di resistenza sotto sollecitazioni taglianti di elementi in calcestruzzo non armati a taglio, può essere sintetizzata come nell'Eq. (2.14).

$$\begin{cases} V_{Ed} \leq V_{Rd} \\ V_{Ed} \leq 0.5 \cdot b_w \cdot d \cdot v \cdot f_{cd} \end{cases} \tag{2.14}$$

La normativa prevede inoltre una formulazione alternativa per determinare il taglio resistente di progetto nelle travi in calcestruzzo armato precompresso disposte in semplice appoggio prive di armatura a taglio o dotate di armatura a taglio ridotta, vedi Eq. (2.15).

$$V_{Rd} = 0.7 \cdot b_w \cdot d \cdot (f_{ctd}^2 + \sigma_{cp} \cdot f_{ctd})^{\frac{1}{2}} \tag{2.15}$$

b_w Larghezza anima della trave

d Altezza utile della trave

f_{ctd} Resistenza a trazione di progetto del calcestruzzo

σ_{cp} Tensione di compressione dovuta alla precompressione

2.2 Travi in c.a.p. armate a taglio

Quando si hanno le armature a taglio all'interno dell'elemento strutturale in calcestruzzo armato, il meccanismo resistente a sollecitazioni taglianti cambia ulteriormente rispetto al caso precedente. Il modello di calcolo è basato sull'ipotesi della formazione di un sistema reticolare interno isostatico (modello a traliccio di *Ritter–Mörsch*), costituito dai seguenti elementi:

- **Corrente compresso**: Calcestruzzo soggetto a compressione per effetto del momento flettente agente e della sollecitazione assiale presente;
- **Corrente teso**: Armatura longitudinale tesa progettata per assorbire gli effetti del momento flettente;
- **Campo di tensioni di compressione inclinate**: Calcestruzzo compresso nell'anima della trave, idealizzato mediante puntoni compressi ed inclinati di un certo angolo θ rispetto all'asse longitudinale dell'elemento strutturale;
- **Campo di tensioni di trazione inclinate**: Armatura a taglio trasversale (staffe, spilli, legature) modellata come elementi tesi inclinati di un certo angolo α rispetto all'asse longitudinale dell'elemento strutturale.

Nella Figura 2.8 è rappresentato il modello precedentemente descritto. I diversi elementi che lo compongono sono modellati come bielle vincolate agli estremi mediante cerniere; in tal modo, il loro comportamento risulta limitato alle sole sollecitazioni assiali.

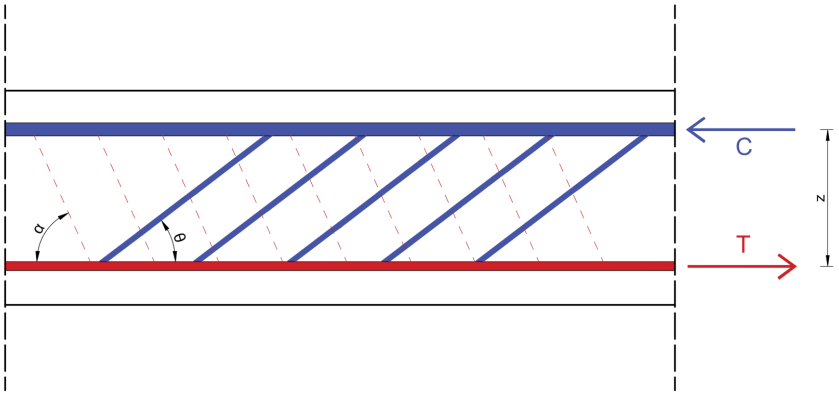


Figura 2.8: *Modello a traliccio di Ritter–Mörsch*

Di seguito si riporta la determinazione della resistenza a taglio di travi in calcestruzzo armato secondo le *NTC 2018* e l'*Eurocodice*. Allo *Stato Limite Ultimo (SLU)* il meccanismo di resistenza, come anche descritto precedentemente, è rappresentato da un traliccio isostatico nel quale le forze agenti sui diversi elementi sono determinate mediante semplici equazioni di equilibrio.

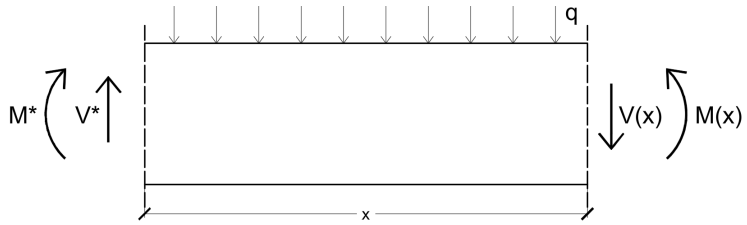


Figura 2.9: *Equilibrio concio di trave*

Dalla Figura 2.9 si possono scrivere le seguenti equazioni di equilibrio:

$$\begin{cases} M(x) = M^* + V^* x - q\dfrac{x^2}{2} \\ V(x) = V^* - qx \end{cases} \tag{2.16}$$

Per la determinazione della resistenza a taglio è necessario distinguere due contributi:

- contributo del calcestruzzo;
- contributo dell'acciaio.

Contributo del calcestruzzo

Si consideri un segmento di trave finito con una sezione verticale in una estremità e

nella seconda estremità una sezione parallela alla generica inclinazione delle staffe α (armatura a taglio), vedi Figura 2.10.

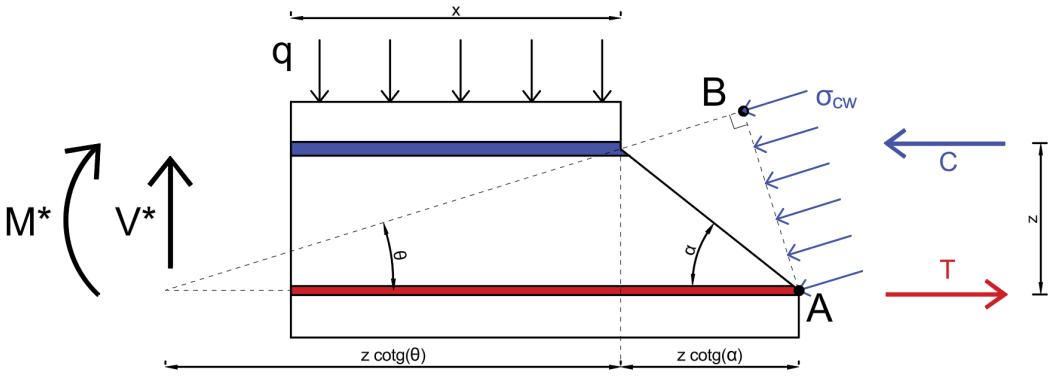


Figura 2.10: *Schema resistenza a taglio - Contributo del calcestruzzo*

Dove:

$$\overline{AB} = z(cotg\theta + cotg\alpha)sen\alpha$$

Considerando la Figura 2.10 e il segmento $\overline{AB}$, è possibile sviluppare l'equazione di equilibrio per la traslazione verticale, ottenendo il risultato riportato in Eq. (2.17).

$$V^* - qx = V(x) = V_{Sd} = \sigma_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot (cotg\theta + cotg\alpha) \cdot sen^2\theta \tag{2.17}$$

Allo *Stato Limite Ultimo (SLU)* il valore di σ_{cw} in assenza di precompressione deve rimanere inferiore alla relativa resistenza ridotta del materiale. Considerando quindi $\sigma_{cw} = v1 \cdot f_{cd}$ e $f_{cd} = \dfrac{f_{ck}}{\gamma_c}$ si ottiene l'Eq. (2.18).

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v1 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \frac{cotg\theta + cotg\alpha}{1 + cotg^2\theta} \geq V_{Ed} \tag{2.18}$$

Dove:

$$v1 = 0.6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250}\right]$$

$$\begin{cases} \alpha_{cw} = 1 & \textit{per strutture non precompresse} \\ \alpha_{cw} = (1 + \dfrac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}) & \textit{per} \quad 0 < \sigma_{cp} \leq 0.25 f_{cd} \\ \alpha_{cw} = 1.25 & \textit{per} \quad 0.25 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 0.5 f_{cd} \\ \alpha_{cw} = 2.5(1 - \dfrac{\sigma_{cp}}{f_{cd}}) & \textit{per} \quad 0.5 f_{cd} < \sigma_{cp} \leq 1.0 f_{cd} \end{cases}$$

b_w Larghezza anima della trave

z Braccio coppia interna

f_{cd} Resistenza a compressione cilindrica di progetto del calcestruzzo

θ Inclinazione biella compressa - Calcestruzzo

α Inclinazione tirante teso - Acciaio

V_{Ed} Sollecitazione tagliante di progetto

Per quanto concerne il calcolo della resistenza a sollecitazioni taglianti si può anche procedere utilizzando un approccio *adimensionale*. Se si divide L'Eq. (2.18) per il seguente contributo:

$$\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v1 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Si ottiene la seguente equazione adimensionale la quale deve essere confrontata con le sollecitazioni taglianti di progetto adimensionali, Eq. (2.19).

$$v_{Rd,max} = (cotg\theta + cotg\alpha) \cdot sen^2\theta \geq v_{Ed} \tag{2.19}$$

Contributo dell'acciaio

Si consideri un segmento di trave finito con una sezione verticale in una estremità e nella seconda estremità una sezione parallela alla biella compressa del calcestruzzo (θ), vedi Figura 2.11.

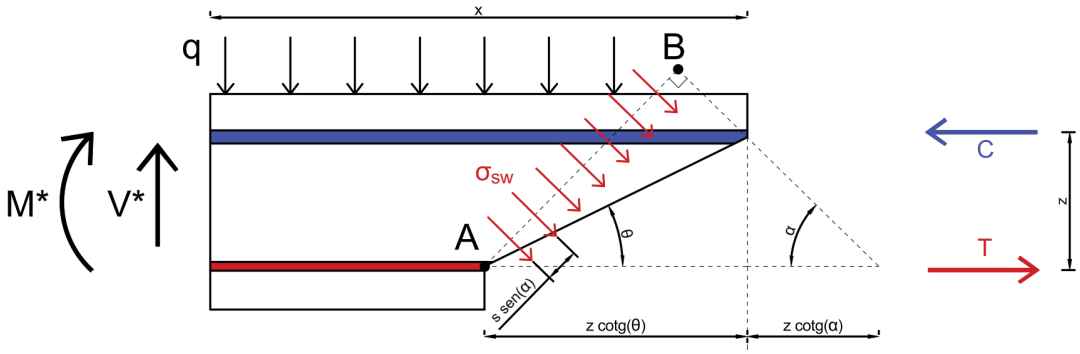


Figura 2.11: *Schema resistenza a taglio - Contributo dell'acciaio*

Dove:

$$\overline{AB} = z(cotg\theta + cotg\alpha)sen\alpha$$

Considerando la Figura 2.11 e il segmento $\overline{AB}$, è possibile sviluppare l'equazione di equilibrio per la traslazione verticale, ottenendo il risultato riportato in Eq. (2.20).

$$V^* - qx = V(x) = V_{Ed} = \sigma_{sw} \cdot A_{sw} \cdot \frac{z \cdot (cotg\theta + cotg\alpha) \cdot sen\alpha}{s \cdot sen\alpha} \cdot sen\alpha \tag{2.20}$$

Considerando lo *Stato Limite Ultimo (SLU)* si ha che $\sigma_{sw} = f_{ywd}$, e si ottiene la resistenza a sollecitazioni taglianti lato acciaio mediante l'Eq. (2.21).

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s \cdot sen\alpha} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (cotg\theta + cotg\alpha) \cdot sen^2\alpha \geq V_{Ed} \tag{2.21}$$

A_{sw} Area armatura a taglio

s Passo dell'armatura a taglio

f_{ywd} Tensione di snervamento acciaio

α Inclinazione tirante teso - Acciaio

θ Inclinazione biella compressa - Calcestruzzo

V_{Ed} Sollecitazione tagliante di progetto

z Braccio coppia interna

Come definito anche precedentemente, la resistenza di progetto a sollecitazioni taglianti lato acciaio può anche essere eseguita seguendo un processo *adimensionale*. Se si divide l'Eq. (2.21) per il seguente contributo:

$$\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v1 \cdot f_{cd}$$

Si ottiene la seguente formulazione:

$$v_{Rd,s} = \frac{1}{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v1 \cdot f_{cd}} \cdot \frac{A_{sw}}{s \cdot sen\alpha} \cdot f_{yd} \cdot z \cdot (cotg\theta + cotg\alpha) \cdot sen^2\alpha \geq v_{Ed}$$

Considerando quanto segue:

$$\omega_w = \frac{1}{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v1 \cdot f_{cd}} \cdot \frac{A_{sw}}{s \cdot sen\alpha} \cdot f_{yd} \cdot z$$

Si ottiene, infine, l'Eq. (2.22) la quale evidenzia la resistenza di progetto adimensionale lato acciaio.

$$v_{Rd,s} = \omega_w (cotg\theta + cotg\alpha) \cdot sen^2\alpha \geq v_{Ed} \tag{2.22}$$

Di seguito si riportano alcune *osservazioni* le quali vengono anche descritte in [14].

Osservazioni

- L'equazione relativa a $v_{Rd,max}$, Eq. (2.19), mostra un limite superiore per:

$$cotg\theta = tg\frac{\alpha}{2} \longrightarrow v_{Rd,max}(max) = 0.5 \cdot cotg\frac{\alpha}{2}$$

- Il comportamento ottimale può essere considerato quando si ha il collasso simultaneo, cioè quando il collasso del calcestruzzo in compressione e il collasso dell'acciaio in trazione si verificano per lo stesso livello di azione v_{Ed}. Imponendo l'uguaglianza di $v_{Rd,max}$ e $v_{Rd,s}$ si ottiene quanto segue:

$$sen^2\theta = \omega_w \cdot sen^2\alpha$$

- Il valore di θ è vincolato entro un intervallo definito.

$$1.0 \leq cotg\theta \leq 2.5$$

  Solo in casi particolari è possibile estendere il limite superiore pari a $cotg\theta = 3.0$.

- A causa di considerazioni economiche, si raccomanda di progettare le armature nel campo in cui $V_{Rd,max}$ risulta crescente. Ciò implica considerare:

$$\omega_w \leq \frac{sen^2\theta_{(V_{Rd,max}(max))}}{sen^2\alpha}$$

- In via definitiva, si può affermare che la sollecitazione tagliante adimensionale deve rimanere inferiore al valore adimensionale di resistenza a taglio, sia lato acciaio sia lato calcestruzzo.

$$\begin{cases} v_{Rd,max} = (cotg\theta + cotg\alpha) \cdot sen^2\theta \geq v_{Ed} \\ v_{Rd,s} = \omega_w \cdot (cotg\theta + cotg\alpha) \cdot sen^2\alpha \geq v_{Ed} \end{cases}$$

Approccio utilizzato in verifica

Generalmente, nelle verifiche di sicurezza, i seguenti dati sono assunti come noti:

v_{Ed}	Sollecitazione tagliante adimensionale
$\omega_{w,Prov}$	Rapporto meccanico di armatura a taglio previsto
b_w	Larghezza resistenza a taglio dell'elemento strutturale
d	Altezza utile della sezione
z	Braccio della coppia interna, generalmente assunto come $z = 0.9d$
f_{cd}	Resistenza a compressione cilindrica di progetto del calcestruzzo
f_{yd}	Resistenza a trazione di progetto dell'acciaio

Si rende necessario effettuare le seguenti verifiche:

$$\begin{cases} v_{Ed} \leq v_{Rd,max}(\theta = 45°) \\ v_{Rd,max}(\theta^*) \geq v_{Rd,s}(\theta^*) \geq v_{Ed} \end{cases}$$

Il valore di θ^* da utilizzare nella verifica può essere determinato imponendo l'uguaglianza tra la resistenza del campo di compressione del calcestruzzo e quella relativa ll'armatura a taglio:

$$v_{Rd,max}(\theta^*) = v_{Rd,s}(\theta^*) \longrightarrow sen^2\theta^* = \omega_{w,Prov} \longrightarrow \begin{cases} Se\ \ \theta^* \leq 21.8^\circ \ \rightarrow\ \theta^* = 21.8^\circ \\ Se\ \ \theta^* \geq 45^\circ \ \rightarrow\ \theta^* = 45^\circ \end{cases}$$

3 Prove sperimentali

In questo capitolo si procederà all'analisi dei dati raccolti nel corso dell'attività di ricerca, con l'obiettivo di individuare e caratterizzare i meccanismi di collasso di campioni di travi in calcestruzzo armato precompresso, con particolare riferimento al collasso per taglio. L'attenzione sarà quindi rivolta all'interpretazione dei risultati sperimentali.

Il capitolo è strutturato in modo tale da fornire, in una prima fase, una descrizione dei criteri adottati per la selezione dei documenti oggetto di analisi; successivamente, viene proposta un'analisi approfondita degli stessi, con l'obiettivo di estrapolarne e sintetizzarne i principali risultati.

3.1 Articoli selezionati

La selezione degli articoli è stata condotta seguendo due criteri principali. In primo luogo, sono stati considerati esclusivamente studi sperimentali riguardanti travi in calcestruzzo precompresso soggette a collasso per taglio. In secondo luogo, è stato applicato un filtro basato sulla completezza dei dati, in particolare gli articoli che non fornivano informazioni quantitative sufficienti per la modellazione attraverso software di calcolo agli elementi finiti sono stati esclusi dalla revisione.

Sono stati selezionati quattro articoli distinti corrispondente a un numero complessivo di prove pari a undici. Di seguito si riportano i quattro documenti selezionati:

- *"Experimental investigation on the shear capacity of prestressed concrete beams using digital image correlation"* - [31];
- *"Evaluation of Shear Crack Width in I-Shaped Prestressed Reinforced Concrete Beams"* - [32];
- *"Shear design of high strength concrete prestressed girders"* - [25];
- *"Shear behavior of prestressed precast beams made of self-compacting fiber reinforced concrete"* - [29];

3.1.1 *K. De Wilder, P. Lava, D. Debruyne, Y. Wang, G. De Roeck, L. Vandewalle* - [31]

In questo capitolo verrà illustrato il documento [31], il quale presenta un totale di nove prove sperimentali condotte su travi precompresse, realizzate mediante tecnologia di pre-tensione. Le travi sono state identificate attraverso una nomenclatura specifica, caratterizzata dalla lettera iniziale "*B*", seguita da un intervallo numerico compreso tra 101 e 109.

3.1.1.1 Definizione dei provini

Ciascuna trave è caratterizzata da una lunghezza pari a 7000 mm e da un'altezza complessiva della sezione di 630 mm. La larghezza dell'ala risulta essere pari a 240 mm, mentre l'anima presenta uno spessore costante di 70 mm lungo l'intero sviluppo dell'elemento, vedi Figura 3.1.

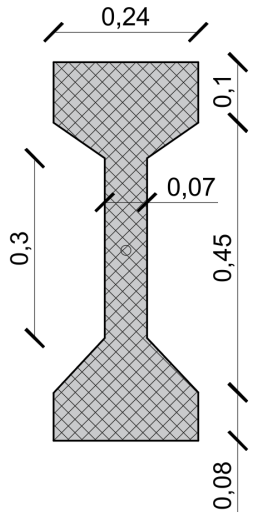


Figura 3.1: *Sezione trasversale delle travi serie B*

Di seguito si riporta una breve descrizione dei provini, come presentata in [31].

Tutte le travi in calcestruzzo armato precompresso sono realizzate mediante la tecnologia della pre-tensione (per visionare i dettagli di tale tecnologia si rimanda al Capitolo 1.2.2). In particolare, le travi B101–B106 sono state precompresse mediante l'impiego di otto trefoli a sette fili disposti all'intradosso, mentre le travi B107–B109 sono state precompresse mediante quattro trefoli a sette fili, anch'essi collocati all'intradosso; tutti i cavi disposti all'intradosso presentano un diametro nominale pari a 12,5 mm. Per quanto concerne l'estradosso delle travi, tutti i provini presentano due trefoli a sette fili di diametro nominale pari a 9.3 mm. Quest'ultimi sono stati aggiunti per controllare lo stato fessurativo della trave. Tutti i provini sono dotati di armatura a taglio, ad eccezione delle travi B103, B106 e B109, che risultano elementi in calcestruzzo armato precompresso privi di armatura trasversale. Per tali travi sono state comunque condotte le opportune analisi non lineari; tuttavia, esse non vengono considerate nell'analisi statistica

finalizzata alla determinazione dell'incertezza di modello per la valutazione del coefficiente parziale γ_{Rd}, in quanto caratterizzate da un differente meccanismo di collasso a taglio (si veda il Capitolo 2). L'armatura a taglio è realizzata mediante staffe a singolo braccio con un diametro nominale pari a 6 mm e passo di 150 mm. Sono state aggiunte ulteriormente delle *splitting reinforcement* alle estremità delle travi di ogni singolo provino con diametro nominale pari a 8 mm e passo 50 mm. Nella Figura 3.2 viene illustrato quanto descritto precedentemente.

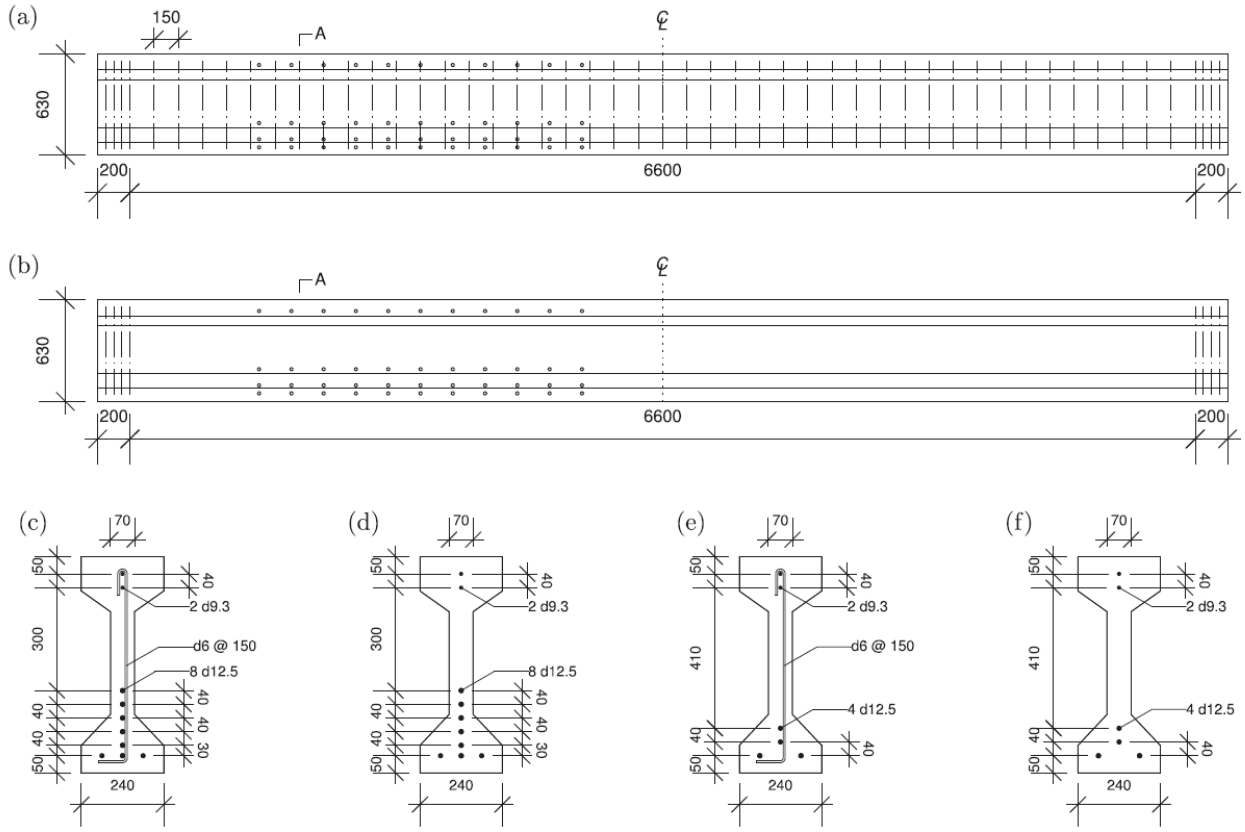


Figura 3.2: *Schema dei provini - Travi serie B - Tratto da [31]*

(a) vengono rappresentati i provini B101, B102, B104, B105, B107 e B108 in direzione longitudinale. In (b) vengono rappresentati i provini B103, B106, B109 in direzione longitudinale. (c) si rappresenta la sezione trasversale delle travi B101, B102, B104 e B105. (d) sezione trasversale provini B103 e B106. (e) Travi B107 e B108 e infine in (f) si illustra la sezione trasversale della trave B109.

3.1.1.2 Caratterizzazione dei materiali

Come viene descritto in [31], il calcestruzzo è stato progettato in modo tale che si abbia una resistenza caratteristica cilindrica a compressione (f_{ck}) di circa 50 MPa. Le miscele di calcestruzzo sono state preparate in lotti da 2 m³, ciascuno dei quali ha permesso la realizzazione di tre provini. Per ogni trave sono stati inoltre confezionati provini standardizzati, comprendenti cubi con lato di 150 mm, cilindri con rapporto altezza/diametro pari a 300/150 mm e prismi di dimensioni 150 × 150 ×

600 mm³. Tali provini sono stati utilizzati per la determinazione delle resistenze medie a compressione cubiche e cilindriche, indicate rispettivamente come $f_{cm,cube}$ e f_{cm}, i dati sono riportati in Tabella 3.1.

Specimens	$f_{cm,cube}$ (MPa) (#[a], s[b])	f_{cm} (MPa) (#, s)	E_{cm} (GPa) (#, s)	$f_{ctm,fl}$ (MPa) (#, s)
B101–B103	87.1	77.5	43.4	5.8
	(8, 6.8)	(5, 10.7)	(3, 2.3)	(6, 0.6)
B104–B106	82.8	88.9	43.5	6.5
	(9, 10.5)	(6, 10.2)	(6, 8.0)	(6, 1.0)
B107–B109	74.6	89.3	42.2	5.7
	(9, 9.6)	(6, 14.2)	(6, 4.6)	(6, 1.1)

[a] Number of tested specimens.
[b] Standard deviation.

Tabella 3.1: *Proprietà meccaniche medie del calcestruzzo - Serie B - Tratto da [31]*

Sono stati ulteriormente eseguiti dei test a trazione su provini di armatura a taglio e *splitting* in modo tale da determinare il modulo elastico medio E_s, tensione di snervamento media f_{ym}, tensione di rottura media f_{tm} e deformazione ultima ϵ_{su}. La stessa procedura è stata successivamente eseguita per i trefoli da precompressione, vedi Tabella 3.2.

Reinf. type	Type	d_p[a] d_s (mm)	E_p E_s (GPa)	$f_{p0.1m}$ f_{ym} (MPa)	f_{pm} f_{tm} (MPa)	ϵ_{pu} ϵ_{su} (%)
Top prestress. reinf.	7-wire	9.3	198.0	1737	1930	5.20
Bot. prestress. reinf.	7-wire	12.5	198.0	1737	1930	5.20
Shear reinf.	Cold worked	6.0	210.0	608	636	2.73
Splitting reinf.	Cold worked	8.0	203.0	542	603	5.97

[a] Subscript *p* and *s* denote properties of prestressing respectively conventional reinforcement types.

Tabella 3.2: *Proprietà meccaniche medie acciai - Serie B - Tratto da [31]*

Il giorno successivo al getto, sulla superficie laterale del calcestruzzo sono stati applicati estensimetri meccanici rimovibili al fine di monitorare le perdite di tensione nei trefoli di precompressione, per i dettagli riguardo alle perdite e cadute di tensione si veda Capitolo 1.2.3. Per i provini B101–B103 e B107–B109, i trefoli sono stati sottoposti a una deformazione iniziale pari a 0,0075 mm/mm, corrispondente a una tensione iniziale $\sigma_{p,0}$ = 1488 MPa; per i provini B104–B106, invece, è stata adottata una deformazione iniziale ridotta pari a 0,0038 mm/mm, equivalente a $\sigma_{p,0}$ = 750 MPa. Al momento della prova, le perdite di tensione misurate nell'armatura di precompressione, sia inferiore che superiore, sono risultate pari rispettivamente a circa il 20% e il 10% dei valori iniziali. Tali livelli di tensione sono stati successivamente assunti come riferimento per le analisi e le elaborazioni numeriche riportate nel seguito.

3.1.1.3 Impostazione della sperimentazione

Tutte le travi sono state sottoposte a una prova di flessione a quattro punti di carico, caratterizzata da due punti di applicazione delle forze e due punti di vincolo. I campioni sono stati infatti vincolati secondo uno schema isostatico, assimilabile a quello di una trave semplicemente appoggiata, si veda Figura 3.3.

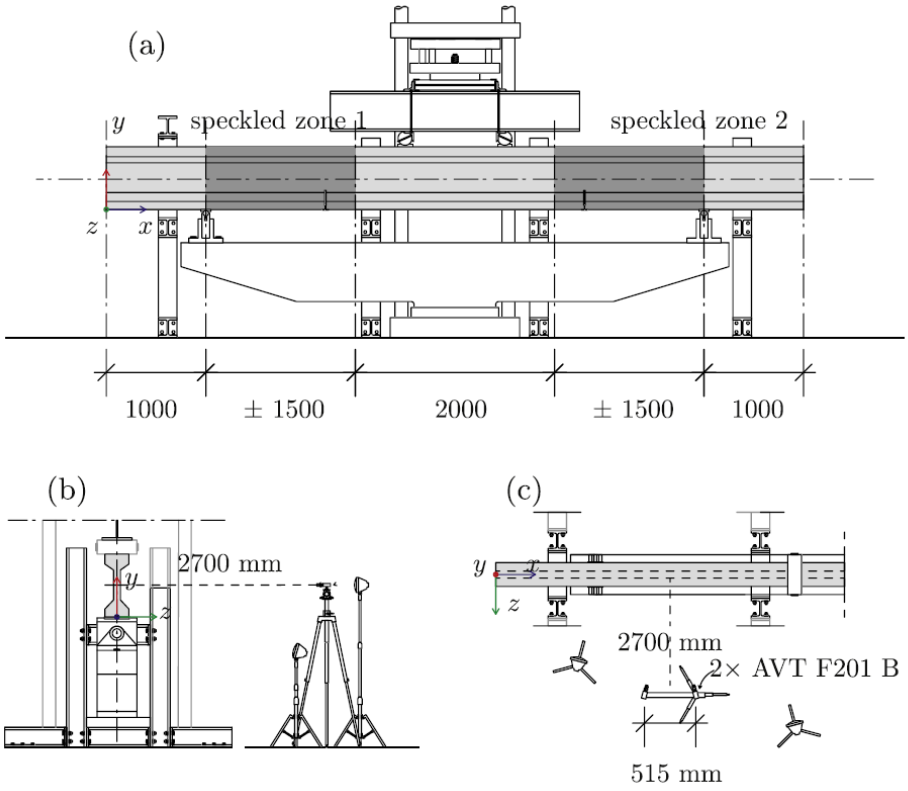


Figura 3.3: *Schema di carico - Travi serie B - Tratto da [31]*

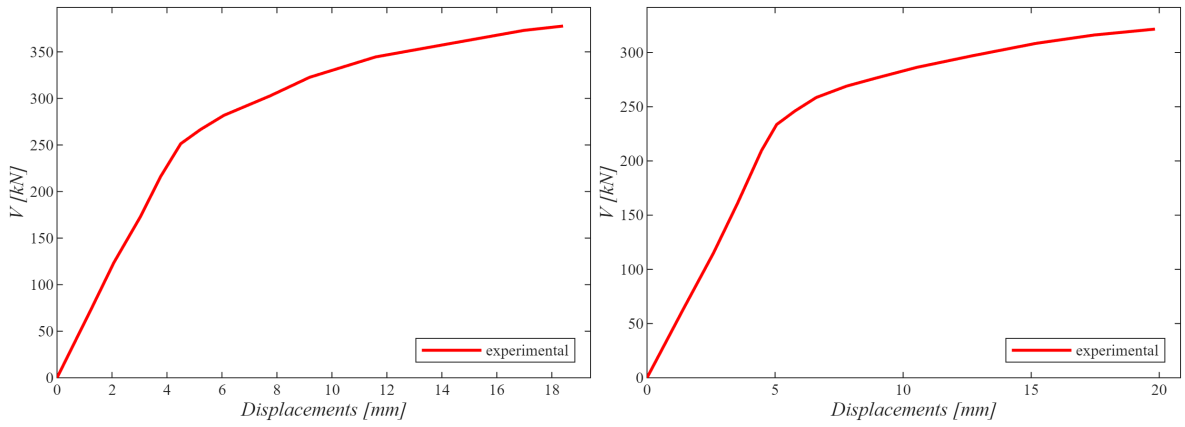
Il test eseguito si basa su una prova di carico a forza controllata mediante l'utilizzo di un martinello idraulico. La distanza tra i due supporti di vincolo è stata mantenuta costante per tutte le travi ed è pari a 5000 mm. Il tratto della trave soggetto a sollecitazioni di taglio, ossia la distanza tra il punto di applicazione del carico e l'appoggio (indicata con la lettera a), è pari a 1600 mm per i provini B101, B104 e B107; mentre per i provini B102, B103, B105, B106, B108 e B109 la distanza di taglio a è pari a 2000 mm. Per semplicità successivamente nella Tabella 3.3 viene illustrata una panoramica generale dei parametri di ogni trave testata.

Specimen	d (mm)	$\sigma_{pm,0}$ (MPa)	a (mm)	$\frac{a}{d}$ (–)
B101	511	1488	1600	3.13
B102	511	1488	2000	3.91
B103	511	1488	2000	3.91
B104	511	750	1600	3.13
B105	511	750	2000	3.91
B106	511	750	2000	3.91
B107	550	1488	1600	2.91
B108	550	1488	2000	3.64
B109	550	1488	2000	3.64

Tabella 3.3: *Panoramica dei parametri per ciascun provino - Serie B - Tratto da [31]*

3.1.1.4 Risultati

In questo capitolo vengono presentati i risultati della campagna sperimentale descritta in precedenza. Di seguito si riportano le immagini dei grafici *forza - spostamento* ottenuti nell'ambito delle indagini sperimentali eseguite. Come si può osservare tutti i provini hanno riscontrato una rottura fragile per taglio, ad eccezione delle travi B107 e B108 che hanno riscontrato un comportamento più duttile a livello strutturale. Infatti, come si può osservare dalla Figura 3.9, si sono sviluppate principalmente fessure diagonali in tutte le travi, ad eccezione di quelle precedentemente citate, le quali hanno evidenziato, oltre alle fessure diagonali da taglio, anche fessure verticali da flessione.



(a) **(b)**

Figura 3.4: *Grafico forza - spostamento - Trave B101* (a) *Trave B102* (b)

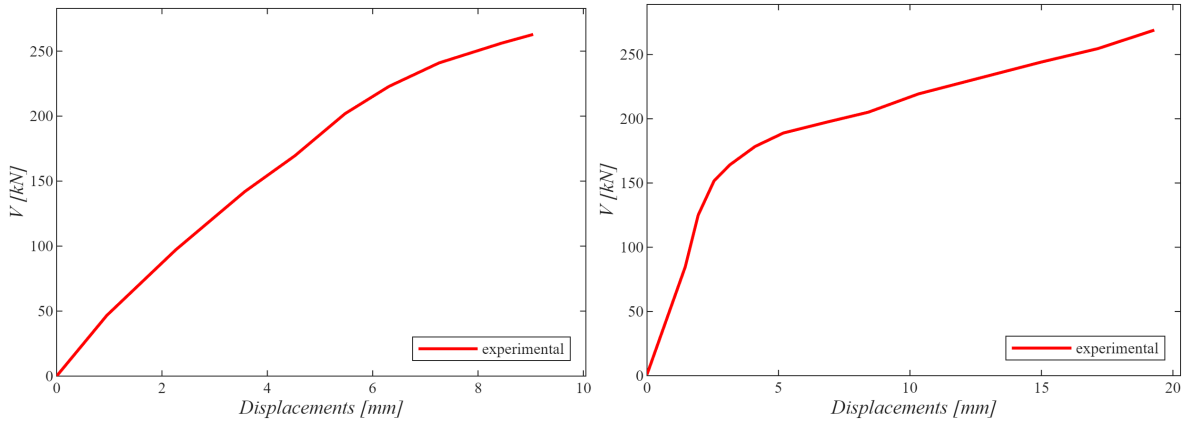


Figura 3.5: *Grafico forza - spostamento - Trave B103* (a) *Trave B104* (b)

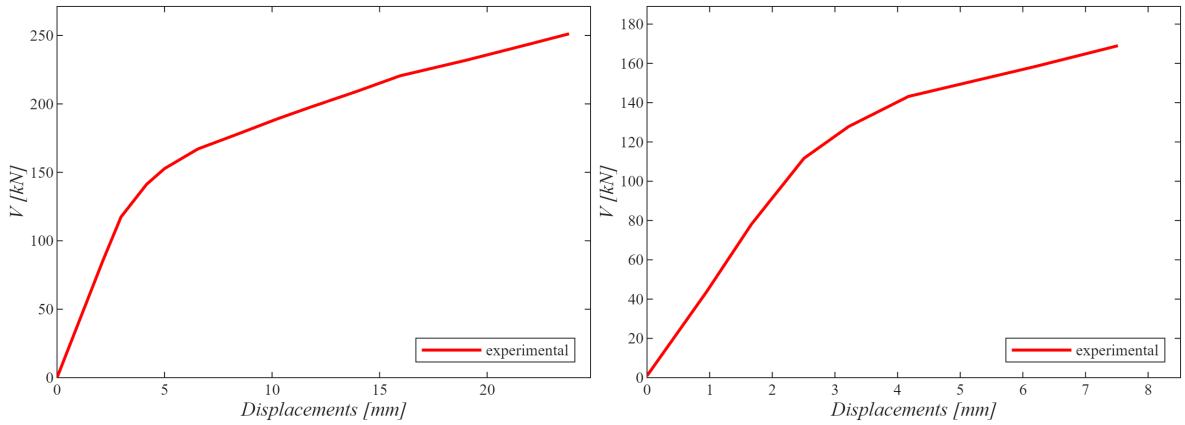


Figura 3.6: *Grafico forza - spostamento - Trave B105* (a) *Trave B106* (b)

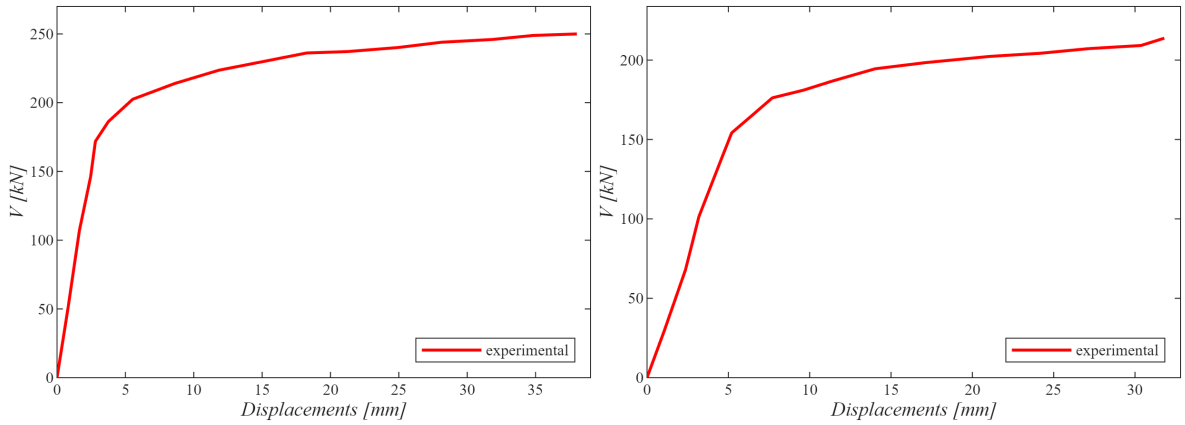


Figura 3.7: *Grafico forza - spostamento - Trave B107* (a) *Trave B108* (b)

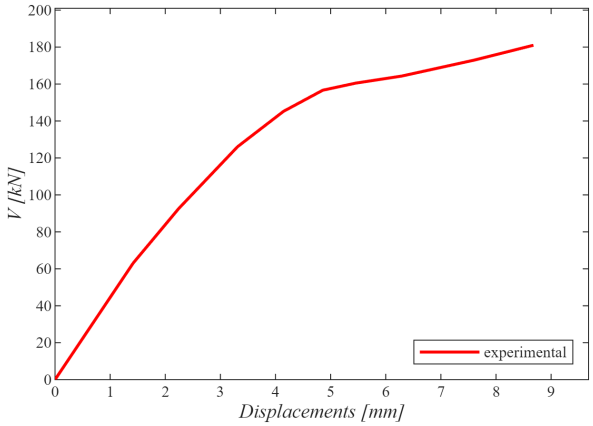


Figura 3.8: *Grafico forza - spostamento - Trave B109*

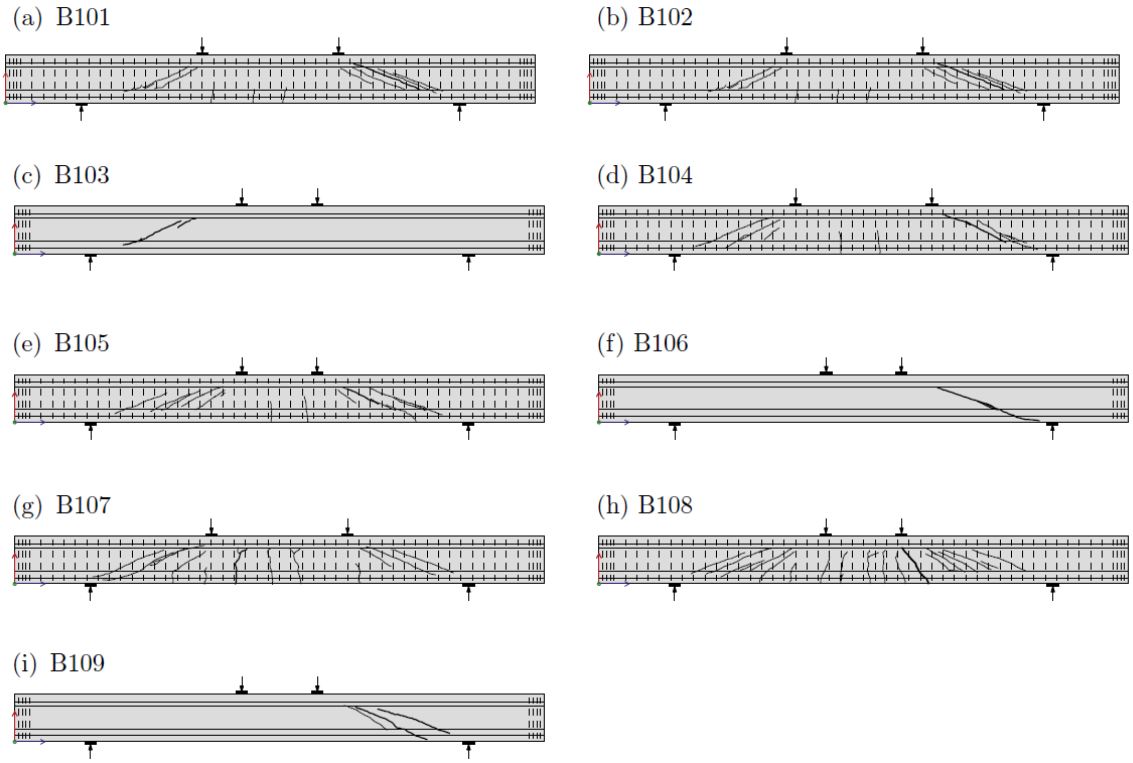


Figura 3.9: *propagazione delle fessurazioni - Travi serie B - Tratto da [31]*

Dalle immagini precedenti si può inoltre osservare chiaramente che le travi B103, B106 e B109, le quali non presentano armatura trasversale, restituiscono un comportamento molto più fragile rispetto agli altri test eseguiti sui campioni. Per visionare nel dettaglio i meccanismi di collasso sotto sollecitazioni taglianti di elementi in c.a.p. armati e non armati a taglio si rimanda al Capitolo 2.

Come si può osservare dai grafici precedenti, nell'asse delle ordinate è riportata la grandezza $V, [kN]$, che rappresenta la sollecitazione tagliante agente e non la forza complessiva applicata nei due punti di carico. Nella Tabella 3.4 si riporta in forma riassuntiva i dati ricavati dalle prove eseguite.

Specimen	Experiment	
	Failure load $V_{u,exp}$ (kN)	Failure mode
B101	377.7	S-DT[a]
B102	321.6	S-DT
B103	262.8	S-DT
B104	281.8	S-DT
B105	251.2	S-DT
B106	179.7	S-DT
B107	271.3	B[b]
B108	213.8	B
B109	181.0	S-DT

Tabella 3.4: *Sollecitazione tagliante di collasso - Serie B - Tratto da [31]*

Come si può osservare dalla Figura 3.4, le travi B107 e B108 hanno raggiunto un collasso flessionale e non sotto sollecitazioni taglianti, questo comporta che tali travi non verranno utilizzate in questo elaborato per la determinazione statistica delle incertezze di modello.

3.1.2 *Sudhira De Silva, Hiroshi Mutsuyoshi, Eakarat Witchukreangkrai* - [32]

In questo capitolo verrà illustrato il documento [32], il quale presenta un totale di quattro prove sperimentali condotte su travi precompresse, realizzate mediante tecnologia della post-tensione. Le travi sono state identificate attraverso una nomenclatura specifica, caratterizzata da una sequenza di lettere "*IPRC*", seguita da un intervallo numerico compreso tra 1 e 4. Si precisa inoltre che, nel presente articolo [32], sono state condotte prove di carico anche su travi in calcestruzzo armato; tali risultati non sono stati riportati nel presente elaborato, in quanto l'analisi è specificamente focalizzata su travi in calcestruzzo armato precompresso.

3.1.2.1 Definizione dei provini

Ciascuna trave è caratterizzata da una lunghezza complessiva di 3600 mm con una larghezza delle flange superiori e inferiori di 400 mm. L'anima delle travi risulta essere di larghezza pari a 150 mm lungo l'intero sviluppo dell'elemento, si veda Figura 3.10.

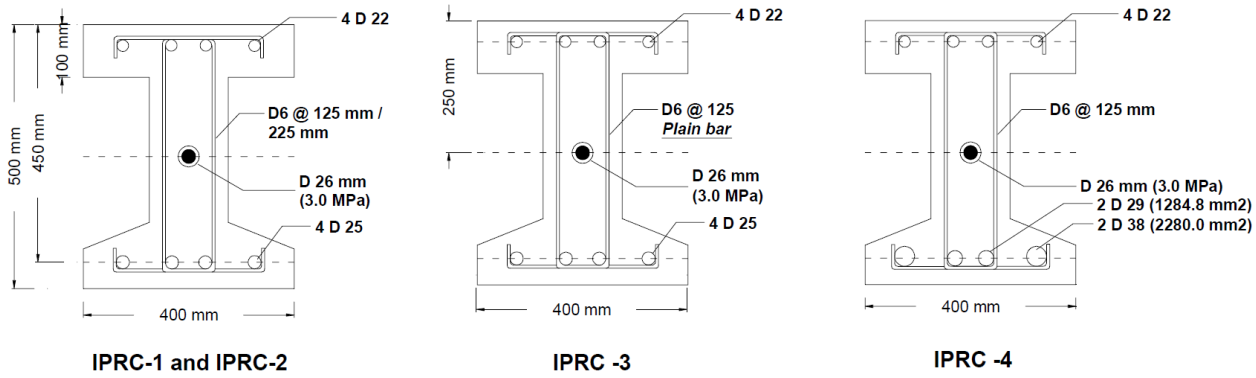


Figura 3.10: *Sezione trasversali delle travi serie IPRC - Tratto da [32]*

Di seguito si riporta una breve descrizione dei provini, come presentata in [32].

Tutte le travi in calcestruzzo armato precompresso sono realizzate mediante la tecnologia della pre-tensione (per visionare i dettagli di tale tecnologia si rimanda al Capitolo 1.2.2). Più precisamente, tutte le travi risultano precompresse mediante l'impiego di barre di precompressione di diametro $\phi 26$. Inoltre, ciascuna trave è caratterizzata dalla presenza di un unico cavo disposto lungo il baricentro della sezione. Tale configurazione comporta che la forza di precompressione generi esclusivamente uno stato di sollecitazione normale all'interno dell'elemento, senza indurre momento flettente, in quanto non è presente alcuna eccentricità tra il cavo di precompressione e il baricentro della sezione. In tutte le travi testate sono state adottate due differenti dimensioni di armatura trasversale a taglio, staffe di diametro $\phi 6$ e staffe di diametro $\phi 8$, si consideri comunque che le armature a taglio inserire sono a due bracci. Più precisamente, la prima metà della trave è stata realizzata con armatura trasversale di diametro $\phi 6$, mentre la seconda metà con $\phi 8$. Tale configurazione comporta una distribuzione non simmetrica della resistenza alle sollecitazioni

di taglio lungo l'elemento: la prima metà presenta una capacità resistente inferiore rispetto alla seconda. Ne consegue che i sensori di monitoraggio possono essere opportunamente collocati nella prima metà della trave, maggiormente vulnerabile alle sollecitazioni di taglio, in quanto è in tale zona che si prevede l'innesco della crisi per taglio, si veda Figura 3.11.

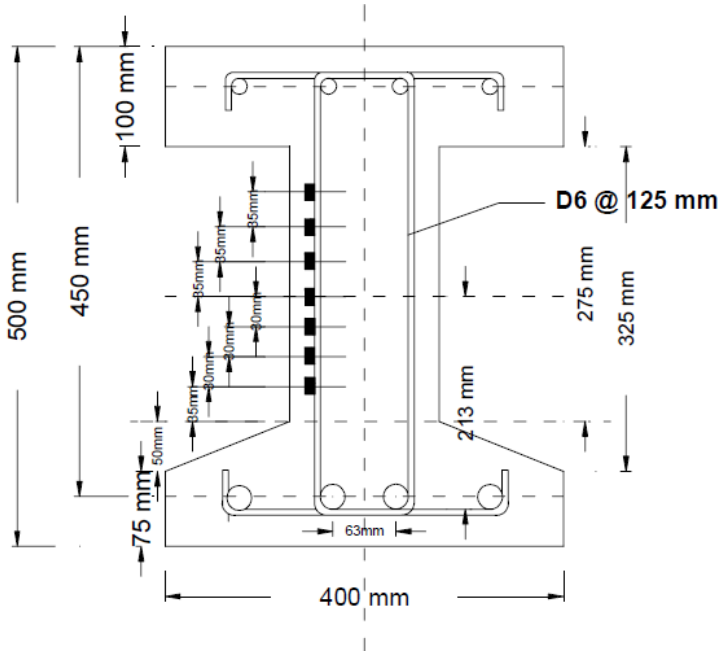


Figura 3.11: *Applicazione dei sensori - Travi serie IPRC - Tratto da [32]*

In Tabella 3.5 vengono sintetizzate le variabili sperimentali dei provini testati.

Beam #	Non-prestressed reinforcement		Effective depth to prestressing bar (dp, mm)	Stirrup spacing (mm)
	Top	Bottom		
IRC-1	4 D22 (ds'= 40mm) f_y'= 400 MPa	4 D25 (ds=450mm) f_y=685 MPa	-	125
IRC-2				125§
IRC-3			250*	125
IPRC-1			250	125
IPRC-2				225
IPRC-3				125†
IPRC-4		2 D29 and 2 D38 (ds=450 mm) f_y=685 MPa		125

* no prestressing
§ maximum side concrete cover (c = 69 mm)
† plain stirrups

Tabella 3.5: *Variabili sperimentali - Serie IPRC - Tratto da [32]*

3.1.2.2 Caratterizzazione dei materiali

Le proprietà dei materiali (cioè il limite di snervamento, la resistenza ultima e il modulo di Young) degli acciai ad alta resistenza *(USD 685)* e dell'acciaio da precompressione sono state fornite dal produttore, mentre le proprietà del normale acciaio *(SD 345)* sono state determinate sperimentalmente. Le proprietà meccaniche dell'acciaio ordinario e dell'acciaio da precompressione utilizzati nella sperimentazione sono riportate nella Tabella 3.6.

Type of bar	Φ (mm)	Type†	f_y (MPa)	Es x 10^3 (MPa)
Plain bar	φ6	SD 345*	353	167.7
Deformed bar	D6		438	180.4
	D10		376	200.0
	D22		397	
	D25	USD 685*B	720	206.0
	D29		735	
	D38		726	
PC bar	φ26	SBPR 1080*/1230§	1205	200.0

† Japanese standard type bars
* Yield strength of bar in MPa
§ Ultimate strength of bar in Mpa

Tabella 3.6: *Proprietà meccaniche acciai - Serie IPRC - Tratto da [32]*

A tutte le travi in calcestruzzo armato precompresso *(c.a.p.)* è stata applicata una forza di precompressione pari a 375 kN, tale da indurre nel calcestruzzo uno stato tensionale di compressione pari a 3,0 MPa. Si ricorda inoltre la presenza di un unico cavo di precompressione; di conseguenza, la forza di precompressione induce esclusivamente uno stato di sollecitazione assiale di compressione, senza generare alcun momento flettente. In Tabella si riportano le proprietà meccaniche del calcestruzzo delle travi precompresse utilizzate nella sperimentazione.

Beam	f'_c (MPa)
IPRC-1	41.8
IPRC-2	49.3
IPRC-3	45.0
IPRC-4	43.2

Tabella 3.7: *Proprietà meccaniche calcestruzzi - Serie IPRC - Tratto da [32]*

3.1.2.3 Impostazione della sperimentazione

Analogamente a quanto descritto nel precedente studio, le prove sperimentali sono state condotte su travi il cui comportamento è stato schematizzato mediante uno schema statico isostatico, assimilabile a quello di una trave semplicemente appoggiata. Per monitorare il comportamento complessivo della trave sono stati applicati

degli estensimetri, per un totale di 49, sulle staffe al fine di misurare le deformazioni delle stesse nella zona di taglio. Su ciascuna staffa sono stati installati sette estensimetri, equidistanti tra loro. Tale scelta si rende necessaria in quanto la formazione casuale delle fessure da taglio può influenzare le deformazioni delle staffe in funzione della posizione delle fessure stesse. Sono stati applicati ulteriormente dei trasduttori di spostamento lineare *(LVDT)* per misurare la freccia in mezzeria della trave.

Analogamente a quanto riportato in [31], anche nel presente caso la prova sperimentale è stata condotta mediante un sistema di carico a quattro punti (si veda Figura 3.13), costituito da due appoggi e due punti di applicazione dei carichi. In Figura 3.12 viene illustrato quanto descritto precedentemente.

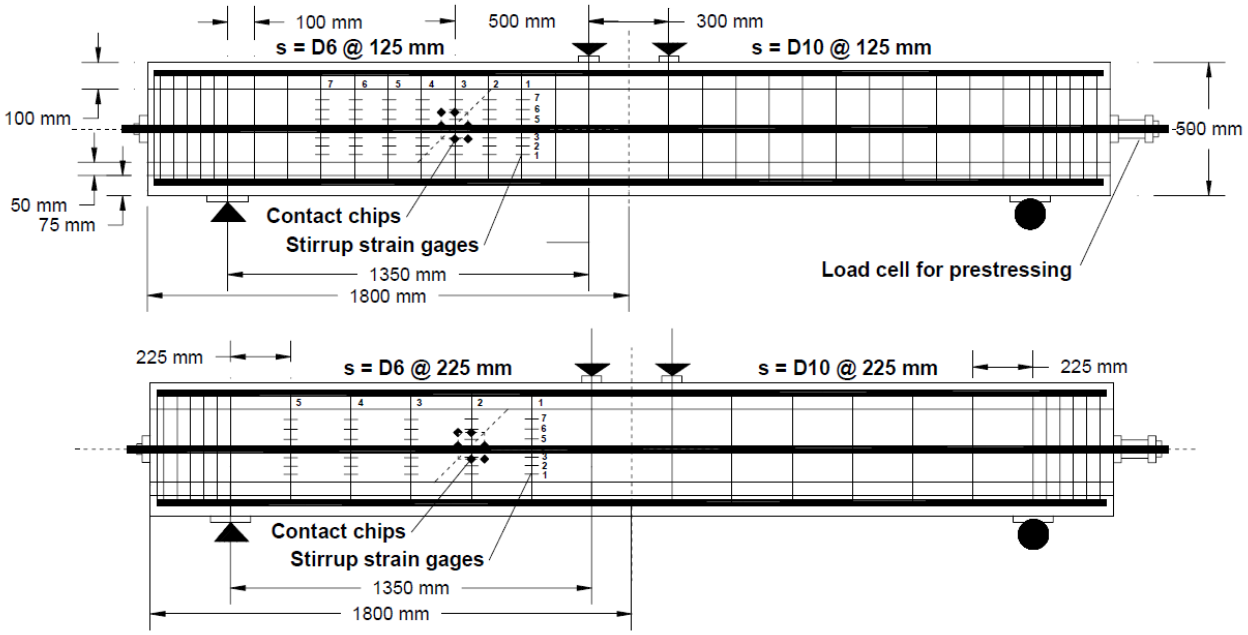


Figura 3.12: *Dettagli del sistema di carico - Travi serie IPRC - Tratto da [32]*

La configurazione di carico consiste in appoggi semplici e due carichi concentrati distanziati di 300 mm in prossimità della mezzeria. Il rapporto tra la luce di taglio e l'altezza utile *(a/d)* è pari a 3,0 per tutte le travi. Una forza di precompressione pari a 375 kN è stata applicata a tutte le travi PRC, generando nel calcestruzzo una tensione di compressione pari a 3,0 MPa. Dopo la tesatura, la guaina contenente il cavo di precompressione è stata riempita con malta cementizia (grout). Il carico è stato applicato alla trave mediante un martinetto idraulico azionato manualmente, attraverso la trave di ripartizione del carico.

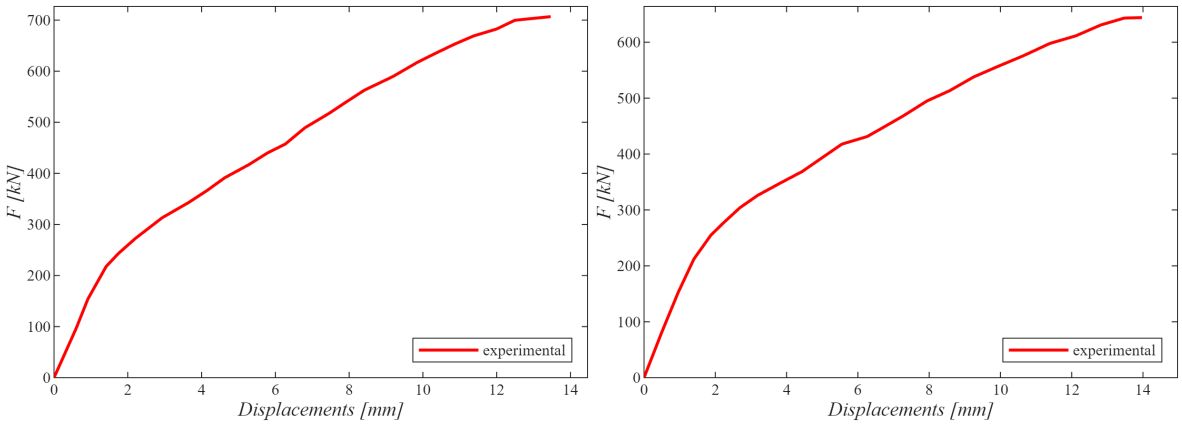


Figura 3.13: *Setup della prova - Travi serie IPRC - Tratto da [32]*

Si precisa che nella Figura 3.13 viene illustrata la trave IRC-1, si consideri però che il setup della prova rimane comunque lo stesso fra travi precompresse e travi non precompresse.

3.1.2.4 Risultati

In questo capitolo vengono presentati i risultati della campagna sperimentale descritta in precedenza. Di seguito si riportano le immagini dei grafici *forza - spostamento* ottenuti nell'ambito delle indagini sperimentali eseguite.



(a) **(b)**

Figura 3.14: *Grafico forza - spostamento - Trave IPRC_1* (a) *Trave IPRC_2* (b)

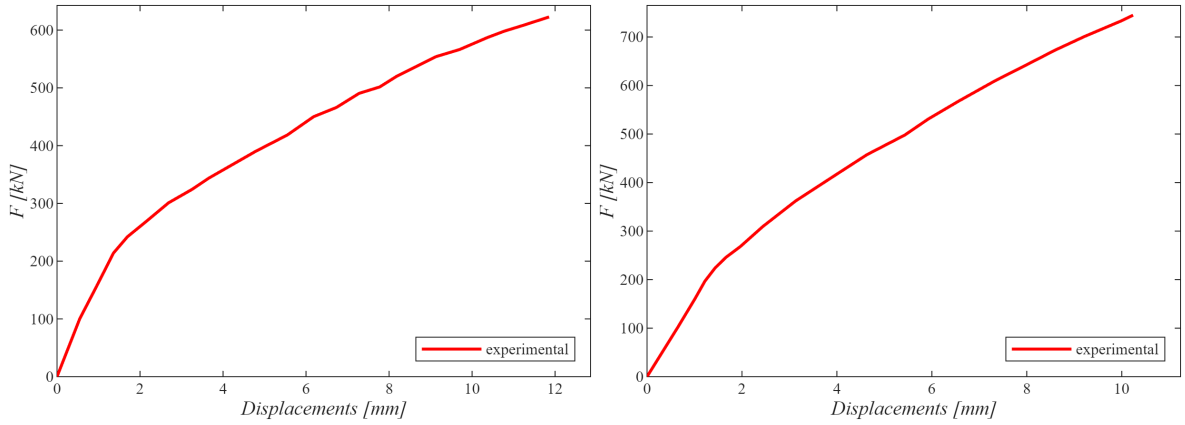


Figura 3.15: *Grafico forza - spostamento - Trave IPRC_3* (a) *Trave IPRC_4* (b)

Come si può osservare, a differenza di quanto riportato nell'articolo [31] e descritto precedentemente, nell'articolo [32] l'asse delle ordinate dei grafici *forza–spostamento* riporta la grandezza $F[kN]$. Ciò indica che il monitoraggio della prova è effettuato in termini della risultante delle forze applicate nei due punti di carico del sistema sperimentale. Nella Figura 3.16 viene invece illustrato lo stato fessurativo delle travi testate.

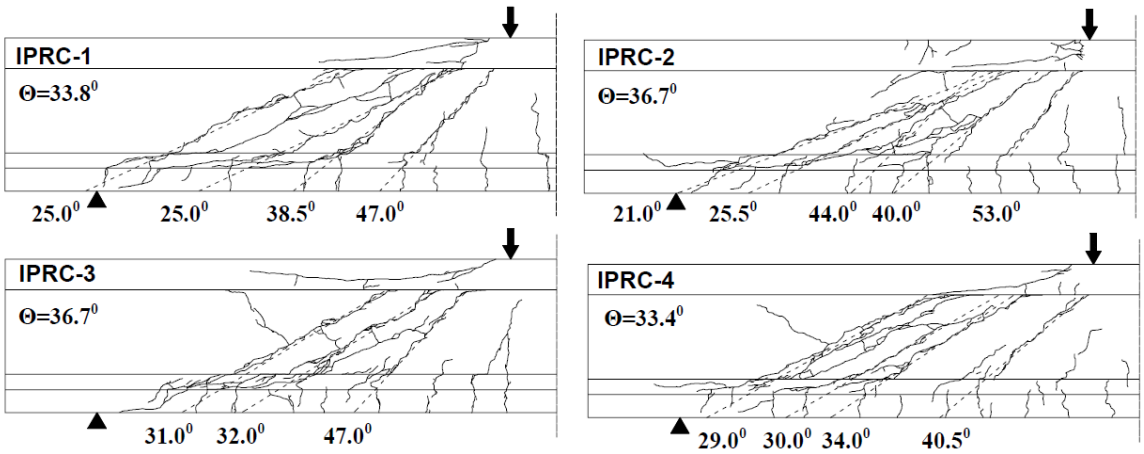


Figura 3.16: *Stato fessurativo - Travi serie IPRC - Tratto da [32]*

Infine, nella Tabella 3.8 vengono sintetizzati i risultati delle prove sperimentali condotte dall'articolo [32].

Beam	f'_c (MPa)	Flexural cracking load (kN)	Shear cracking load (kN)	Ultimate failure load (kN)	Final failure mode
IRC-1	40.3	90.0	220.4	559.7	Shear compression[1]
IRC-2	45.4	82.5	194.8	579.8	Shear tension[2]
IRC-3	44.0	85.0	220.1	629.0	Shear compression
IPRC-1	41.8	165.0	290.9	706.8	
IPRC-2	49.3	175.0	310.2	644.0	
IPRC-3	45.0	165.0	290.2	622.7	Shear tension
IPRC-4	43.2	170.0	310.0	745.0	Shear compression

[1] crushing in concrete near the loading point after occurrence of diagonal cracks
[2] failure due to diagonal cracks

Tabella 3.8: *Sollecitazioni di collasso - Serie IPRC - Tratto da [32]*

3.1.3 *Emad L. LABIB, Hemant B. DHONDE, Thomas T. C. HSU, Y. L. MO - [25]*

In questo capitolo viene analizzato il documento [25], nel quale sono presentate complessivamente dieci prove sperimentali condotte su travi precompresse realizzate mediante tecnologia di pre-tensione. L'articolo in esame si concentra sullo studio del comportamento di travi in calcestruzzo armato precompresso al variare della resistenza cilindrica media a compressione (f_{cm}). In particolare, sono stati realizzati due provini con f_{cm} pari a 49 MPa, mentre per le restanti travi i valori di resistenza risultano pari a 91 MPa e 108 MPa. Ai fini del presente elaborato, sono state considerate esclusivamente le travi caratterizzate da f_{cm} pari a 49 MPa, in quanto valori più elevati della resistenza media a compressione comportano una modifica significativa del comportamento globale della struttura, aspetto che esula dagli obiettivi del presente studio. Le travi selezionate sono state identificate attraverso una nomenclatura specifica, caratterizzata dalla lettera iniziale "*A*", seguita da un intervallo numerico compreso tra 1 e 2.

3.1.3.1 Definizione dei provini

Ciascuna trave è caratterizzata da una lunghezza pari a 7620mm e un'altezza complessiva della sezione pari a 686mm. L'ala superiore risulta avere una larghezza uguale a 914mm mentre quella inferiore pari a 348mm. Infine, lo spessore dell'anima risulta essere uguale a 76mm. Si veda Figura 3.17 nella quale viene illustrata la geometria completa del provino testato.

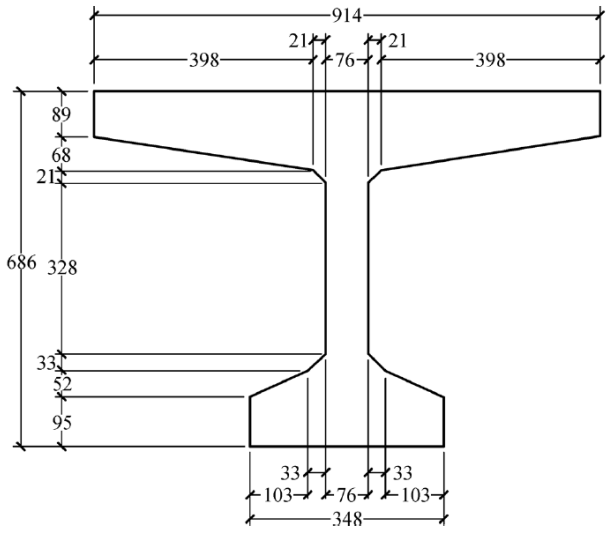


Figura 3.17: *Sezione trasversali delle travi serie A - Tratto da [25]*

Di seguito si riporta una breve descrizione dei provini, come presentata in [25].

Tutte le travi in calcestruzzo armato precompresso sono realizzate mediante la tecnologia della pre-tensione (per visionare i dettagli di tale tecnologia si rimanda al Capitolo 1.2.2). In particolare, le travi A1 e A2 sono state precompresse mediante l'impiego di dodici trefoli a sette fili disposti all'intradosso; tutti i cavi presentano

un diametro nominale pari a 13 mm e sono stati realizzati con un acciaio a basso rilassamento. Entrambe le travi sono dotate di armatura trasversale a taglio realizzata mediante staffe di diametro nominale di 16 mm e passo 150 mm per quanto concerne la trave A1 e 115 mm per quanto riguarda la trave A2. Si veda Figura 3.18 per visionare graficamente i dettagli riguardante la disposizione delle armature lente e di precompressione all'interno dei provini. Si riporta successivamente anche la Tabella 3.9 nella quale vengono riassunti i dettagli riguardante armatura lenta e di precompressione all'interno di tutte le travi analizzate nell'articolo.

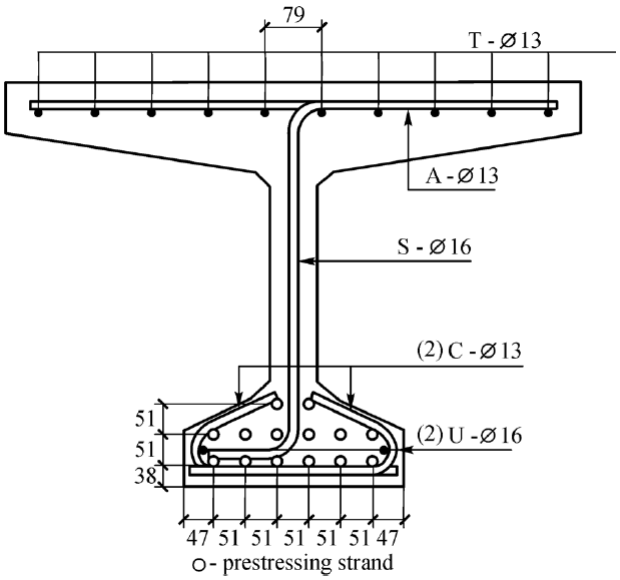


Figura 3.18: *Visualizzazione grafica armatura travi serie A - Tratto da [25]*

girder	strands		mild steel reinforcement (refer to Figs. 4 and 5 for more details)								
	Nos.	dia. /mm	transverse steel (ϕ16 mm) "S"-rebar		top flange flexural steel (ϕ13 mm)				bottom flange flexural steel		
					longitudinal direction "T"-rebar		lateral direction "A"-rebar		extra flexural steel	confinement steel (ϕ13 mm) "C"-rebar	
			s/mm	ρ/%	Nos.	s	Nos.	s		Nos.	s
A1	14	13	150	1.76	10	90	26	300	-	106	150
A2	14	13	115	2.30	10	90	34	230	-	138	115
F1	14	13	140	1.88	10	90	28	280	-	114	140
F2	14	13	100	2.58	10	90	38	200	-	154	100
F3	14	13	110	2.43	10	90	36	215	-	146	110
F4	14	13	75	3.31	10	90	32	250	-	196	80
C1	14	13*	100	2.58	10	90	27	305	-	154	100
C2	14	13*	80	3.18	6	40	32	250	6- ϕ25 mm	96	165
C3	14	13*	75	3.44	10	90	27	305	-	100	150
C4	14	13*	65	4.13	6	40	30	190	6- ϕ25 mm	120	125

* – Oversize; Nos. – total number of strands; s – spacing, mm

Tabella 3.9: *Sintesi delle armature presenti - Serie A - Tratto da [25]*

3.1.3.2 Caratterizzazione dei materiali

Le travi selezionate sono caratterizzate da un valore di resistenza cilindrica media a compressione pari a f'_c = 48.3 MPa per quanto riguarda la trave A1, mentre la trave A2 presenta un valore di f'_c pari a 49.6 MPa. Come anticipato, le altre tipologie di travi investigate nell'articolo non sono state considerate nel presente caso studio, in quanto presentano valori di resistenza a compressione cilindrica media significativamente più elevati, tali da influenzare in modo sostanziale il comportamento strutturale. Nella Tabella 3.10 viene illustrata la miscela del conglomerato per singola trave e la relativa resistenza a compressione cilindrica media.

materials - kg/m^3 (lb/yd^3)	Group A	Group F	Group C
cement: ASTM Type-III	218 (368)	308 (519)	415 (700)
fly ash: ASTM Type-F	89 (150)	147 (248)	119 (200)
Cementitious Content	307 (518)	455 (767)	534 (900)
fine aggregate: river bed sand	685 (1156)	685 (1156)	634 (1070)
coarse aggregate	1304 (2200)[a)]	1125 (1899)[a)]	1304 (2200)[b)]
coarse agg./fine agg. ratio	1.91	1.64	2.06
water	107 (180)	136 (230)	142 (240)
water/cement ratio	0.49	0.43	0.34
water/cementitious materials ratio	0.35	0.30	0.27
superplasticizer[c)]	–	5.7 (9.6)	7.6 (12.8)
retarder[d)]	–	0.6 (1)	2.4 (4)
slump: mm (in.)	165 (6.5)	216 (8.5)	267 (10.5)
average compressive strength[e)]: MPa (psi)	49 (7,100)	91 (13,200)	108 (15,660)

[a)]19 mm (3/4 in.) rounded river-bed; [b)]19 mm (3/4 in.) Dolomite-Burnet, Texas; [c)] Type F, ASTM C 494 [11]; [d)] Type B, ASTM C 494; [e)] At the testing day; lb/yd^3 = 0.593 kg/m^3

Tabella 3.10: *Resistenza calcestruzzo - Serie A - Tratto da [25]*

I trefoli di precompressione presentano una resistenza ultima a rottura pari a 1862 MPa, mentre per quanto concerne l'armatura lenta si ha una tensione di snervamento f_y pari a 413 MPa. Nel documento di riferimento non è riportato in forma esplicita il valore della tensione iniziale di tesatura dei cavi di precompressione. Pertanto, tale grandezza è stata determinata mediante un approccio analitico, in conformità alle prescrizioni delle NTC 2018 e dell'Eurocodice. La relazione adottata per il calcolo della tensione iniziale di tesatura σ_{ini} è la seguente:

$$\sigma_{ini} = min(0.8f_{pk};\ 0.9f_{p0.1k}) = 1489MPa$$

σ_{ini} tensione iniziale di tesatura dei cavi di precompressione, cioè la tensione applicata all'acciaio al momento della tesatura (prima delle perdite);

f_{pk} resistenza caratteristica a trazione dell'acciaio da precompressione, ovvero il valore nominale di resistenza ultima del materiale (ad esempio 1862 MPa in questo specifico caso).

$f_{p0.1k}$ tensione caratteristica allo 0.1% di deformazione plastica (o deformazione permanente), rappresenta una sorta di "snervamento convenzionale" per gli

acciai da precompressione, che non presentano un vero plateau di snervamento.

3.1.3.3 Impostazione della sperimentazione

Analogamente a quanto descritto nel precedente studio, le prove sperimentali sono state condotte su travi il cui comportamento è stato schematizzato mediante uno schema statico isostatico, assimilabile a quello di una trave semplicemente appoggiata. Due dei quattro telai di attuazione sono stati installati rispettivamente alle estremità nord e sud della trave in calcestruzzo precompresso. La posizione degli attuatori impiegati per l'applicazione dei carichi è schematizzata in Figura 3.19. Come si può osservare, la loro collocazione viene variata al fine di modificare il rapporto a/d e, conseguentemente, analizzare differenti modalità di collasso a taglio. In particolare, per valori ridotti di a/d si osservano meccanismi di collasso riconducibili prevalentemente al taglio dell'anima in calcestruzzo, mentre per valori più elevati del rapporto a/d si evidenziano modalità di crisi caratterizzate dall'interazione tra flessione e taglio.

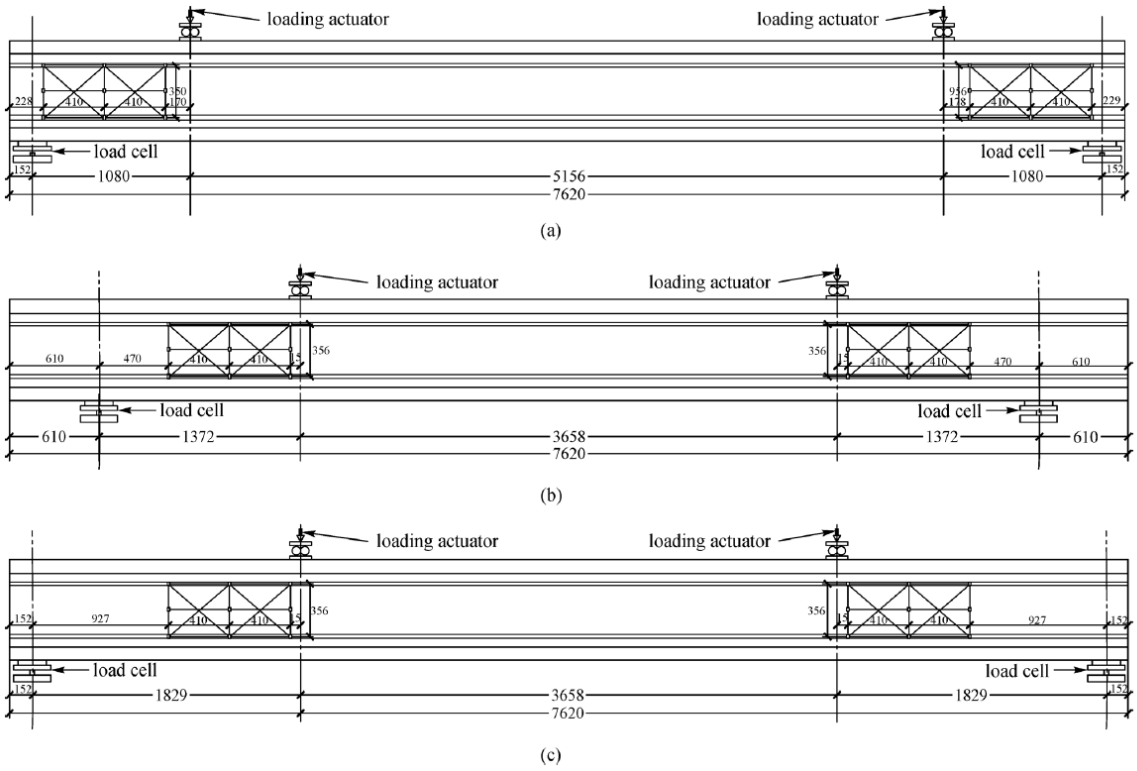


Figura 3.19: *Applicazione dei carichi - Serie A - Tratto da [25]*

In questo caso studio, come anticipato precedentemente, sono state estrapolate dall'articolo solo le travi A1 e A2 le quali corrispondono rispettivamente alla Figura 3.19 (a) e Figura 3.19 (c).

Estensimetri elettrici a resistenza di tipo a lamina sono stati applicati sulla superficie delle barre di armatura trasversale (ovvero le armature a taglio) al fine di rilevare

le deformazioni massime locali nelle sezioni critiche delle travi durante le prove di carico. Un massimo di sei LVDT è stato disposto al di sotto della trave per misurare lo spostamento verticale, ossia la freccia, durante la prova. Due LVDT sono stati posizionati in corrispondenza del punto di applicazione del carico, mentre gli altri sono stati collocati in prossimità dei lati di ciascun appoggio, al fine di misurare rispettivamente lo spostamento totale e quello netto della trave. In media, ciascuna trave è stata strumentata con 44 LVDT e numerosi estensimetri. In Figura 3.20 viene mostrato il sistema di carico della prova, mentre in Figura 3.21 vengono illustrato i sensori applicati alla trave.

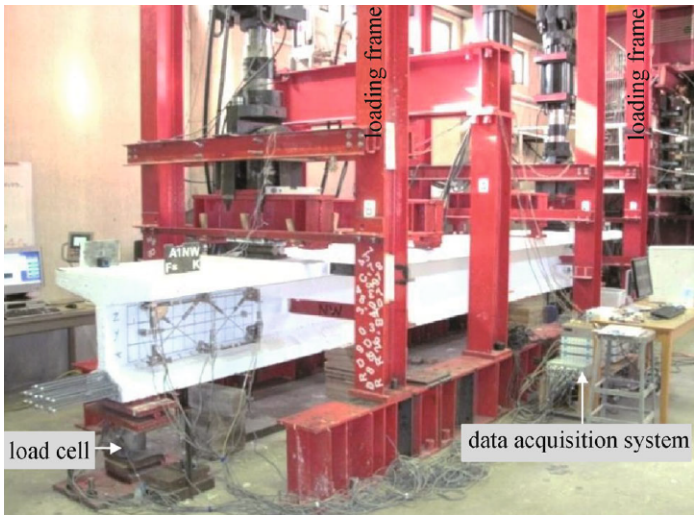


Figura 3.20: *Sistema di carico per la sperimentazione - Serie A - Tratto da [25]*

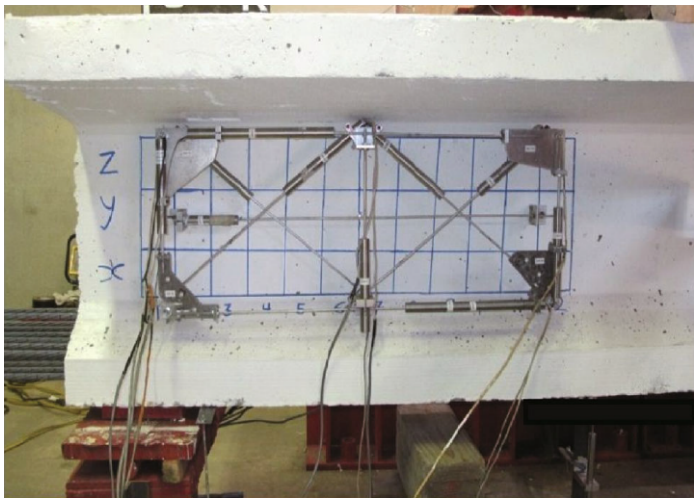
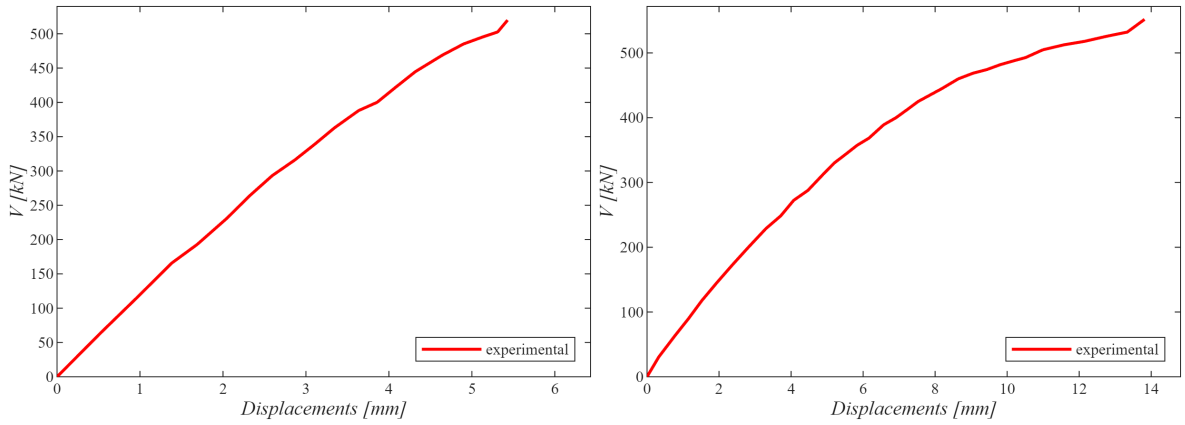


Figura 3.21: *Sensori - Serie A - Tratto da [25]*

3.1.3.4 Risultati

In questo capitolo vengono presentati i risultati della campagna sperimentale descritta in precedenza. Di seguito si riporta la Figura 3.22 nella quale vengono illu-

strati dei grafici *forza - spostamento* ottenuti nell'ambito delle indagini sperimentali eseguite.



(a) **(b)**

Figura 3.22: *Grafico forza - spostamento - Trave A1* (a) *Trave A2* (b)

Come si può notare dalla Figura 3.22, la trave A1 presenta un comportamento più fragile rispetto alla trave A2 nonostante la sollecitazione di picco risulti essere pressoché la stessa. Questo è presumibile dal fatto che nella trave A1 sia presente un minor quantitativo di armatura a taglio e sopratutto dal fatto che nella trave A2 il rapporto a/d risulti essere significativamente più grande, portando ad avere un comportamento della trave A2 più duttile rispetto alla trave A1.

Come si può osservare dai grafici precedenti, nell'asse delle ordinate è riportata la grandezza $V, [kN]$, che rappresenta la sollecitazione tagliante agente e non la forza complessiva applicata nei due punti di carico. Nella Tabella 3.11 si riporta in forma riassuntiva i dati ricavati dalle prove eseguite.

girder ID	*a*/*d* ratio	concrete strength f'_c /MPa	failure mode	experimental ultimate shear strength/kN	
A1	1.77	48.3	web-shear	north	632.14
				south	519.82
A2	3.00	49.6	web-shear	north	576.04
				south	551.77
F1	1.77	91.0	web-shear	north	919.91
				south	896.72
F2	2.25	89.6	web-shear	north	885.82
				south	841.83
F3	1.77	91.7	web-shear	north	895.01
				south	904.99
F4	2.25	90.3	web-shear	north	723.73
				south	786.13
C1	1.77	108.2	web-shear	north	851.39
				south	766.87
C2	3.00	103.4	flexure shear	north	858.51
				south	745.08
C3	1.77	116.5	web-shear	north	971.22
				south	1032.61
C4	3.00	105.5	flexure shear	north	875.85
				south	775.77

Tabella 3.11: *Sollecitazioni di collasso - Serie A - Tratto da [25]*

3.1.4 *E. Cuenca, P.Serna - [29]*

Nel presente capitolo viene analizzato il documento [25], nel quale sono descritte complessivamente nove prove sperimentali condotte su travi precompresse realizzate mediante tecnologia di pre-tensione. L'articolo si focalizza sullo studio del comportamento di travi in calcestruzzo armato precompresso al variare della composizione del materiale, con particolare riferimento al confronto tra calcestruzzo ordinario e calcestruzzo fibrorinforzato, evidenziandone le differenti proprietà meccaniche. Tra le prove considerate, risulta di particolare interesse quella relativa a una trave realizzata in calcestruzzo armato tradizionale, privo di fibre di rinforzo. Tale elemento è stato selezionato e impiegato come caso studio per l'esecuzione di analisi non lineari e per la valutazione delle incertezze di modello. Il provino selezionato è identificato mediante una nomenclatura specifica: *H600TR/3*.

3.1.4.1 Definizione dei provini

La trave è caratterizzata da una lunghezza complessi di 6000mm con un'altezza della sezione pari a 750mm. L'ala superiore risulta avere una larghezza pari a 600mm mentre quella inferiore 400mm. Infine, lo spessore dell'anima della trave è di 100mm. Si veda Figura 3.23 nella quale viene illustrata la geometria completa del provino testato.

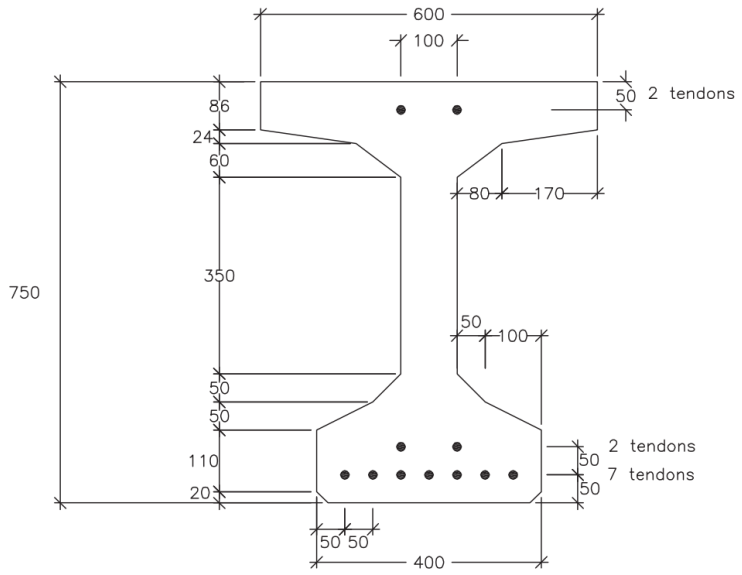


Figura 3.23: *Sezione trasversale della trave H600TR/3 - Tratto da [29]*

Di seguito si riporta una breve descrizione dei provini, come presentata in [29].

Tutte le travi in calcestruzzo armato precompresso sono realizzate mediante la tecnologia della pre-tensione (per visionare i dettagli di tale tecnologia si rimanda al Capitolo 1.2.2). In particolare, la trave H600TR/3 risulta precompressa mediante l'utilizzo di nove trefoli a sette fili (*Y 1860*) disposti nell'intradosso e due trefoli a sette fili disposti nell'estradosso della trave (ogni trefolo ha sezione nominale pari

a $140\ \mathrm{mm}^2$). La tensione iniziale di tesatura dei trefoli è pari a 1354 MPa; si considerano perdite di tensione complessive pari al 26.2%. I trefoli precedentemente citati consentono di avere una elevata resistenza a sollecitazioni di momento flettente garantendo quindi un collasso sotto sollecitazioni taglianti. La trave selezionata è dotata di armatura a taglio realizzata mediante l'utilizzo di acciaio *B 500 S*. Si veda Figura 3.24 per visionare graficamente i dettagli riguardante la disposizione delle armature lente all'interno dei provini. Nella Figura 3.25 vengono rappresentati le diverse tipologie di armatura addizionale utilizzata.

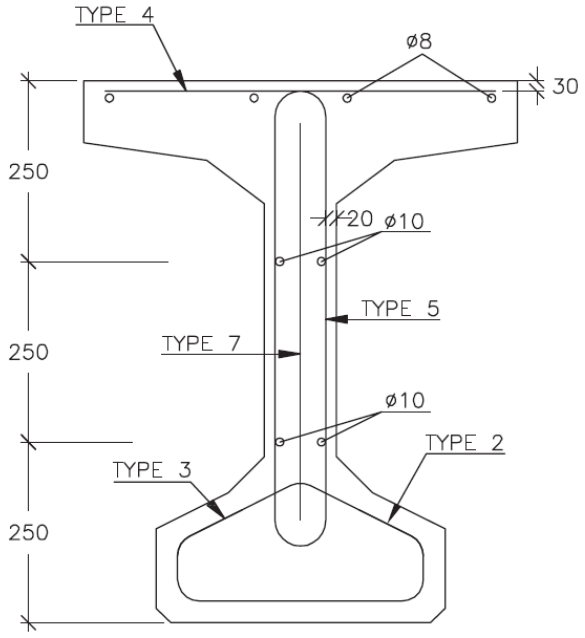


Figura 3.24: *Visualizzazione grafica armatura travi - Tratto da [29]*

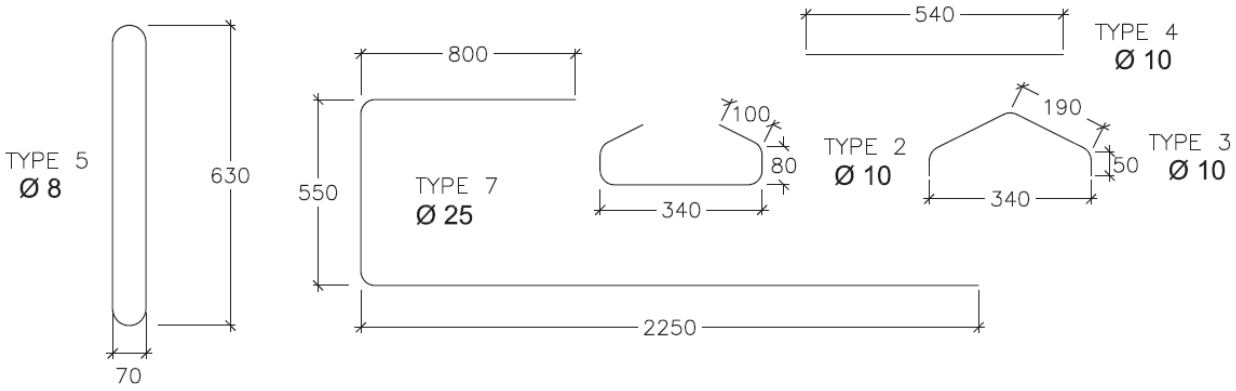


Figura 3.25: *Tipologia di armatura addizionale utilizzata - Tratto da [29]*

In Tabella 3.12 vengono illustrate le principali variabili che differenziano i vari provini fra loro.

Specimen ID	Top flange width (mm)	Transverse reinforcement	Fibers (kg/m^3)	Depth (mm)
HF600TR/1	600	ϕ8@300 mm – 2 legs	60	750
HF600TR/2	600	ϕ8@300 mm – 2 legs	60	750
H600TR/3	600	ϕ8@300 mm – 2 legs	0	750
HF600/4	600	0	60	750
HF600/5	600	0	60	750
HF400h/6	400	0	60	800
HF400/7	400	0	60	750
HF400/8	400	0	60	750
HF260/9	260	0	60	750

Tabella 3.12: *Differenze fra i vari provini - Tratto da [29]*

3.1.4.2 Caratterizzazione dei materiali

Il campione di trave selezionato è caratterizzato da una resistenza media cilindrica a compressione f_c pari a 52.4 MPa. Come anticipato, le altre tipologie di travi investigate nell'articolo non sono state considerate nel presente caso studio, in quanto realizzate mediante l'utilizzo di calcestruzzo fibrorinforzato. In Tabella 3.13 viene riportata la miscela eseguite del calcestruzzo utilizzato nella sperimentazione, mentre nella Tabella 3.14 vengono illustrati le resistenze media cilindriche di compressione del calcestruzzo per ogni singola trave testata.

kg/m^3	SCC	SCFRC
7/12 aggregate	846	721
Sand	924	985
Filler	41	50
Cement	440	460
Water	198	205
Fibers (RC 65/40 BN)	0	60
Superplasticizer	11.1	12.8
W/C ratio	0.45	0.45

Tabella 3.13: *Mix design del calcestruzzo utilizzato - Tratto da [29]*

Specimen ID	f_c (MPa)	f_{ctl} (MPa)	f_{R1} (MPa)	f_{R2} (MPa)	f_{R3} (MPa)	f_{R4} (MPa)
HF600TR/1	61.1	3.36	5.26	5.13	–	–
HF600TR/2	65.7	4.39	9.36	9.56	6.89	4.96
H600TR/3	52.4	3.64	–	–	–	–
HF600/4	65.4	4.70	10.46	7.99	6.24	5.12
HF600/5	65.9	4.20	8.55	8.43	5.55	3.92
HF400 h/6[a]	59.5	4.45	8.96	7.49	5.96	4.57
HF400/7	63.5	4.08	6.64	6.70	4.77	3.41
HF400/8	70.0	4.33	8.10	7.02	4.68	3.13
HF260/9	65.0	3.11	6.45	4.38	–	–
Average	63.17	4.03	7.97	7.09	5.68	4.18
SD	4.75	0.51	1.61	1.59	0.79	0.75
CoV (%)	8	13	20	22	14	18

Tabella 3.14: *Resistenza media cilindrica di compressione - Tratto da [29]*

Come si può osservare, la trave *H600TR/3* risulta essere l'unica a non essere realizzata in calcestruzzo fibrorinforzato; per tale motivo, come già evidenziato in precedenza, le altre tipologie di travi sono state escluse dal presente caso studio.

3.1.4.3 Impostazione della sperimentazione

Le travi sono state testate in condizioni di semplice appoggio e sottoposte a due carichi concentrati. La distanza fra gli appoggi è pari a 5m e il rapporto fra luce di taglio e altezza utile della sezione (a/d) risulta essere pari a 3.0 in tutti i casi ad eccezione della trave *HF400h/6* con il rapporto a/d pari a 2.8. Per monitorare in maniera adeguata il comportamento della trave, sono stata posizionata una cella di carico a tre trasduttori di spostamento posizionati rispettivamente in mezzeria e al centro di ogni campata di taglio. In Figura 3.26 viene mostrata la strumentazione adottata per l'esecuzione della prova sperimentale.



Figura 3.26: *Strumentazione adottata per la prova sperimentale - Tratto da [29]*

3.1.4.4 Risultati

In questo capitolo vengono presentati i risultati della campagna sperimentale descritta in precedenza. Di seguito si riporta la Figura 3.27 nella quale viene illustrato il grafico *forza - spostamento* ottenuto nell'ambito delle indagini sperimentali eseguite relativo alla trave *H600TR/3*. In Tabella 3.15 si riporta un riassunto riguardante le sollecitazioni di collasso a taglio delle travi testate.

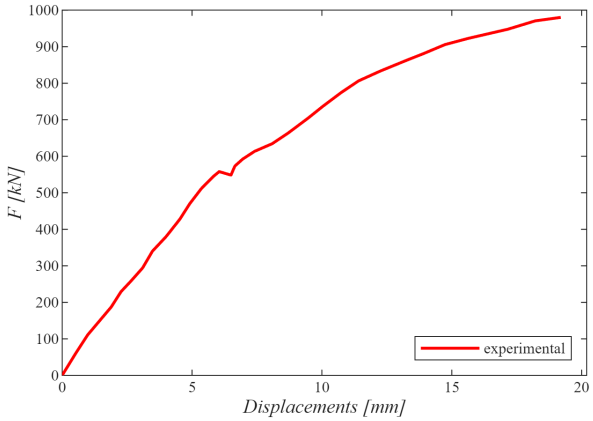


Figura 3.27: *Grafico forza - spostamento relativo alla trave H600TR/3*

Specimen ID	V_{test}	V_{test} (Beams only with fibers, not TR)
HF600TR/1	571.61	
HF600TR/2	592.70	
H600TR/3	491.34	
HF600/4	392.44	392.44
HF600/5	347.17	347.17
HF400h/6	420.03	
HF400/7	389.95	389.95
HF400/8	428.31	428.31
HF260/9	325.58	325.58
Average		376.69
SD		36.26
CoV (%)		9.62

Tabella 3.15: *Resistenza media cilindrica di compressione - Tratto da [29]*

3.2 Riepilogo delle prove sperimentali selezionate

Di seguito si riporta la Tabella 3.16 nella quale vengono rappresentati in forma sintetica i provini estrapolati dagli articoli descritti precedentemente. In forma successiva le seguenti travi verranno modellate all'interno del software *Atena* per l'esecuzione di analisi non lineari *NLNAs*, si rimanda al Capitolo 1.3.2.

Riepigolo prove sperimentali selezionate		
Trave	***Sollecitazone Ultima [kN]***	***Tipo di Collasso***
B101	*377.7*	*Taglio - tensione*
B102	*321.6*	*Taglio - tensione*
B104	*281.8*	*Taglio - tensione*
B105	*251.2*	*Taglio - tensione*
IPRC-1	*706.8*	*Taglio - compressione*
IPRC-2	*644.0*	*Taglio - compressione*
IPRC-3	*622.7*	*Taglio - tensione*
IPRC-4	*745.0*	*Taglio - compressione*
A-1	*519.8*	*Taglio - anima*
A-2	*551.8*	*Taglio - anima*
H600TR/3	*982.7*	*Taglio*

Tabella 3.16: *Riassunto sollecitazioni taglianti di collasso delle travi testate*

Come si può notare, nella Tabella 3.16 non sono riportate le seguenti travi:

- B103;
- B106;
- B107;
- B108;
- B109.

Questo perché le travi *B103*, *B106* e *B109* non sono dotate di armature a taglio per cui cambia il meccanismo di collasso della struttura, vedi Cap. 2. Mentre le travi *B107* e *B108* presentano un meccanismo di collasso a flessione, non trattato in questo caso studio.

Si precisa ulteriormente che le prove individuate saranno successivamente sottoposte a un'ulteriore fase di selezione, in funzione della calibrazione del modello numerico non lineare. In particolare, qualora si riscontri una significativa discrepanza tra la curva sperimentale e i risultati ottenuti dall'analisi non lineare calibrata, la prova corrispondente verrà esclusa dalle successive elaborazioni.

4 Simulazioni numeriche

Il presente capitolo è dedicato all'illustrazione delle analisi numeriche non lineari condotte sui campioni di trave selezionati nel Capitolo 3. In una prima parte viene fornita una descrizione del software *Atena 3D* impiegato per l'esecuzione delle analisi, seguita da un approfondimento relativo alla modellazione numerica dei provini di trave precedentemente individuati. Infine, vengono presentati e discussi in maniera critica i risultati derivanti dalle analisi non lineari, mettendoli a confronto sia con il comportamento reale del provino di trave, rilevato sperimentalmente, sia con le prescrizioni fornite dalle normative vigenti, con particolare riferimento alle *NTC2018* e all'*Eurocodice*.

4.1 Atena 3D

Il software di calcolo strutturale *ATENA* rappresenta uno strumento avanzato per l'analisi numerica non lineare di strutture in calcestruzzo armato e calcestruzzo armato precompresso. In particolare, esso consente la modellazione accurata del comportamento meccanico dei materiali e delle strutture, tenendo conto della non linearità costitutiva, geometrica e del degrado progressivo fino al collasso.

La piattaforma è articolata in due principali componenti. La prima è *ATENA Pre*, dedicata alla fase di *pre-processing*, nella quale viene sviluppato il modello numerico della struttura. Questa fase consente di costruire in modo dettagliato il modello agli elementi finiti (FEM), garantendo una rappresentazione fedele del sistema strutturale reale. La seconda componente è *ATENA Studio*, che costituisce l'ambiente di calcolo e *post-processing*. In questa fase vengono eseguite le analisi strutturali e vengono elaborati e visualizzati i risultati ottenuti, quali campi di tensione e deformazione, evoluzione del danneggiamento, fessurazione del calcestruzzo e risposta globale della struttura. L'interfaccia consente inoltre un'interpretazione avanzata dei risultati, facilitando la valutazione del comportamento non lineare e della sicurezza strutturale.

Nel complesso, *ATENA* si configura come uno strumento particolarmente efficace per lo studio di problemi complessi in ambito strutturale focalizzandosi sulle strutture in c.a. e c.a.p., risultando ampiamente utilizzato sia in ricerca sia in applicazioni ingegneristiche avanzate.

In questo studio, per l'esecuzione delle analisi non lineari delle travi precompresse precedentemente selezionate, è stata utilizzata nella fase di *pre-processing* ATENA Studio Preprocessor 2025u versione 7.0.0.24694. Mentre nella fase di *post-processing* ATENA Studio 2025u versione 7.0.0.24694.

Il software Atena consente la modellazione e l'analisi di strutture sia bidimensionali che tridimensionali. Nel presente lavoro, data la natura del problema in esame, è stata adottata la versione tridimensionale del programma, in quanto indispensabile per una corretta valutazione degli stati tensionali, del comportamento fessurativo e delle deformazioni indotte dal processo di precompressione. Nella Figura 4.1 è illustrata l'interfaccia grafica iniziale del software *Atena Studio Preprocessor*, visualizzata all'avvio del programma.

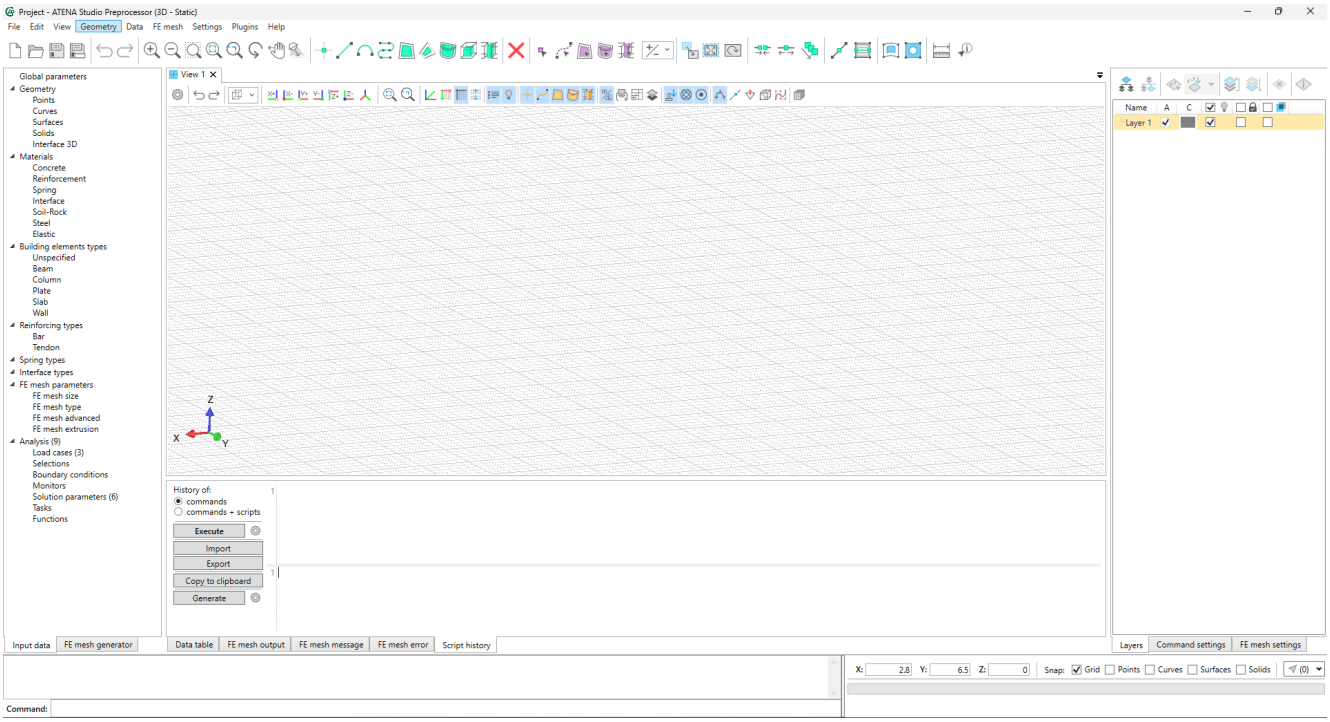


Figura 4.1: *Interfaccia di Atena Studio Preprocessor*

Come si può notare dalla Figura 4.1 l'interfaccia grafica di Atena è sviluppata per step di modellazione. In particolare, nella parte sinistra dell'interfaccia grafica, si hanno in ordine:

- *Geometry*: Modellazione dell'elemento strutturale, si possono utilizzare differenti tipologie di elementi come punti, linee, curve, superfici e solidi;
- *Materials*: Modellazione dei materiali che verranno utilizzati nelle analisi non lineari;
- *Building elements types*: Elementi componenti la struttura modellata;
- *Reinforcing types*: Tipologia di armatura presente nella struttura, Atena permette di modellare sia armatura ordinaria che armatura di precompressione;
- *Spring types*: Modellazioni di eventuali molle;
- *Interface types*: Modellazioni di eventuali condizioni al contorno della struttura, come ad esempio applicazioni di dispositivi elastomerici;
- *FE mesh parameters*: Impostazioni della *mesh*, definizione della larghezza della mesh, regolarità e morfologia;
- *Analysis*: Applicazioni delle condizioni di carico e vincolo della struttura con successiva definizione della tipologia di analisi.

4.2 Modellazione

Nel presente capitolo viene descritta la procedura di modellazione numerica dei campioni precedentemente selezionati. L'esposizione è organizzata seguendo il flusso operativo dell'interfaccia di *Atena Studio Pre*, già introdotta nel Capitolo 4.1. In particolare, il processo di modellazione si articola nelle seguenti fasi:

1. Definizione della geometria;
2. Caratterizzazione dei materiali;
3. Modellazione delle armature;
4. Assegnazione delle condizioni al contorno;
5. Applicazione dei carichi e precompressione;
6. Discretizzazione mediante mesh;
7. Esecuzione dell'analisi strutturale *NLNAs*.

Poiché il procedimento di modellazione delle travi precompresse risulta sostanzialmente analogo per tutti i casi considerati, nei paragrafi seguenti si illustrerà, per semplicità espositiva, la modellazione numerica all'interno del software *Atena Studio Pre* con riferimento a una singola trave. In particolare, è stata selezionata la trave in calcestruzzo armato precompresso *B101* come caso studio rappresentativo.

4.2.1 Definizione della geometria

In via preliminare, si procede alla definizione della geometria della trave. A tal fine, è necessario caratterizzare la sezione trasversale mediante l'individuazione delle dimensioni dei lati e della posizione geometrica dei punti rappresentativi del contorno, vedi Figura 4.2.

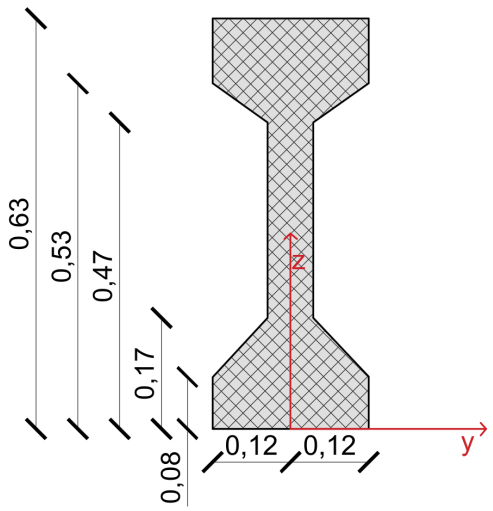


Figura 4.2: *Quote dei punti che compongono la sezione*

Nella parte superiore dell'interfaccia del software *Atena* sono disponibili i comandi necessari per la definizione della sezione della trave, vedi Figura 4.3.



Figura 4.3: *Quote dei punti che compongono la sezione*

Come primo passo si realizzano i punti di contorno della sezione mediante le coordinate degli stessi individuate precedentemente. Successivamente si creano le linee di contorno della sezione geometriche e infine la superficie della stessa, vedi Figura 4.4.

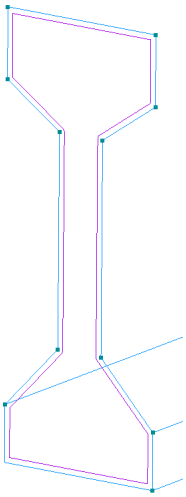


Figura 4.4: *Sezione trasversale della trave B101 modellata all'interno di Atena*

Attraverso il comando *estrudi* si procede all'estrusione della superficie precedentemente definita, al fine di ottenere il modello solido tridimensionale della trave, vedi Figura 4.5.

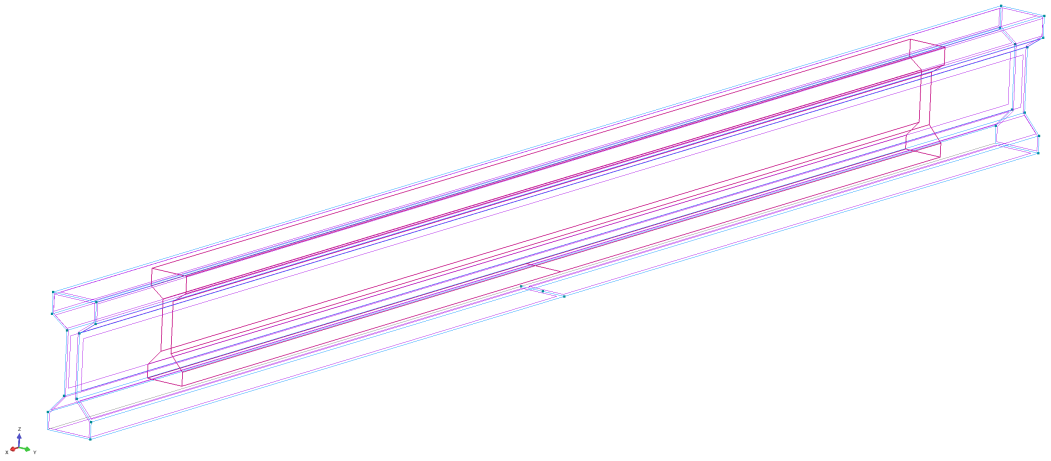


Figura 4.5: *Solido della trave B101 modellata all'interno di Atena*

Dopo aver eseguito la modellazione geometrica dell'intera trave, si è passati alla modellazione delle piastre di carico e di appoggio. La procedura di modellazione risulta essere analoga a quella descritta precedentemente, pertanto non si descriverà nuovamente il procedimento. Si precisa che le piastre di appoggio e di carico sono state realizzato con uno spessore della piastre pari a 2 cm e larghezza di 10 cm, si sviluppano per l'intera larghezza della trave. In Figura 4.6 viene illustrata una immagine che evidenzia il posizionamento delle piastre di carico e delle piastre di appoggio precedentemente descritte.

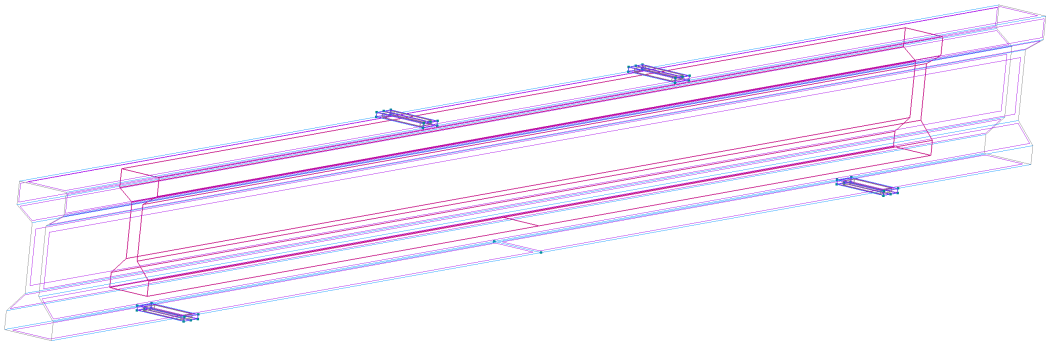


Figura 4.6: *posizionamento della piastre di carico e appoggio*

4.2.2 Caratterizzazione dei materiali

Successivamente alla definizione della geometria della trave, si procede alla caratterizzazione dei materiali. La modalità di modellazione all'interno del software *Atena* dipende dai dati forniti in letteratura: in particolare, le proprietà meccaniche possono essere espresse in termini di valori medi oppure di valori caratteristici, con conseguenti differenze nell'impostazione del modello. In questo preciso caso, prendendo come esempio la trave *B101*, si hanno i seguenti dati:

- $f_c = 77.5Mpa$, resistenza cilindrica a compressione media del calcestruzzo;
- $E_{cm} = 43.4Mpa$, modulo elastico medio del calcestruzzo;
- $f_{ym} = 608MPa$, tensione di snervamento media dell'acciaio ordinario;
- $f_{tm} = 636MPa$, tensione di rottura media dell'acciaio ordinario;
- $f_{p0.1,m} = 1737MPa$, tensione di snervamento media dell'acciaio armonico;
- $f_{pm} = 1930MPa$, tensione di rottura media dell'acciaio armonico.

Nell'interfaccia del software *Atena*, nella sezione laterale sinistra è presente il pannello *Materials*. Come è possibile osservare, esso consente la definizione di diverse tipologie di materiale, tra cui calcestruzzo, acciaio per barre di armatura e per precompressione, molle e materiali elastici. Facendo doppio clic sulla voce *Concrete*, si accede alla schermata illustrata in Figura 4.7.

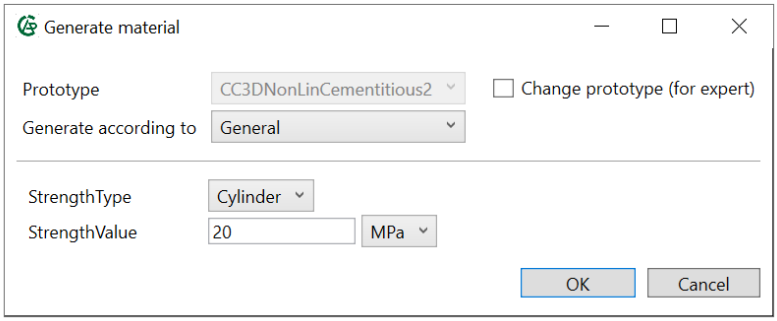


Figura 4.7: *Schermata di Atena Pre per la definizione del calcestruzzo*

Aprendo il menù a tendina relativo alla voce *Generate according to* è possibile selezionare differenti normative, in questo preciso caso, per caratterizzare i valori medi, è stato utilizzato il *ModelCode 2010 (fib)*. Successivamente, nella voce *StrenghType* è stato selezionato *Cylinder Mean*, si veda Figura 4.8.

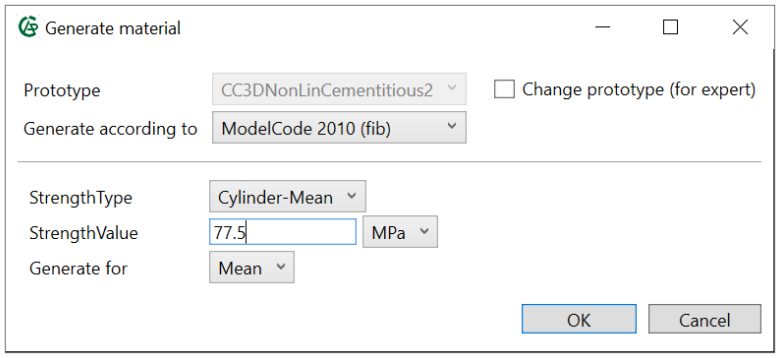


Figura 4.8: *Impostazione dei dati relativi al calcestruzzo*

Una volta inseriti tutti i parametri relativi al calcestruzzo, il software provvede automaticamente al calcolo delle grandezze derivate e alla definizione del comportamento costitutivo complessivo del materiale in campo non lineare, si veda Figura 4.9.

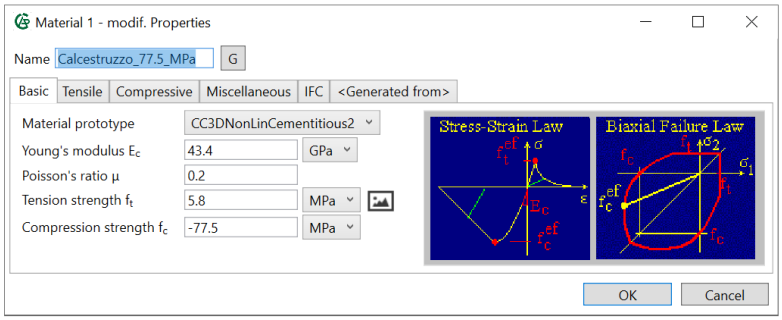


Figura 4.9: *Modellazione definitiva del calcestruzzo*

Successivamente si è passati alla definizione degli acciai, sia di tipo armonico (per armatura di precompressione) che ordinario (per le staffe presenti nella trave). Fa-

cendo doppio click sulla voce *Reinforcement* si aprirà la schermata illustrata in Figura 4.10.

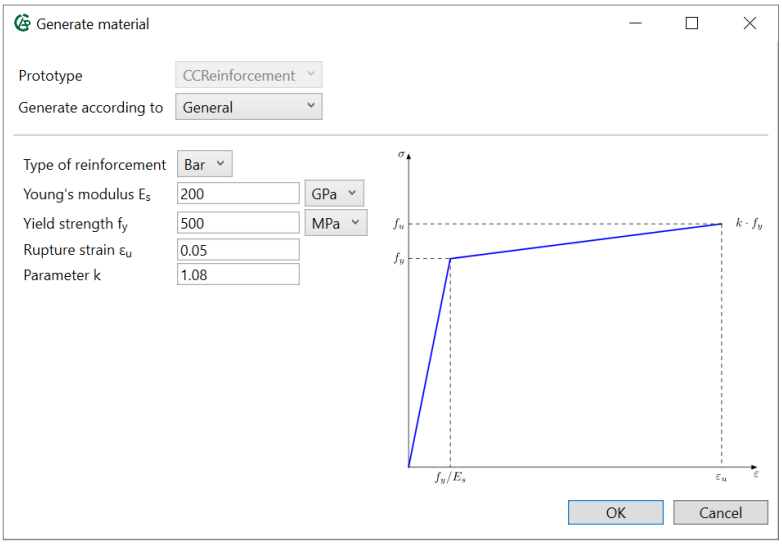


Figura 4.10: *Schermata di Atena Pre per la definizione degli acciai*

In particolare, sono state considerate due differenti tipologie di acciaio: una per le armature ordinarie (staffe) e una per l'armatura di precompressione. Una volta inseriti i parametri meccanici, il software, analogamente a quanto avviene per il calcestruzzo, determina automaticamente i relativi legami costitutivi; nel caso specifico, si fa riferimento a un modello con comportamento incrudente dell'acciaio. Di seguito si riporta la Figura 4.11 dove viene mostrato il comportamento incrudente relativo all'acciaio armonico della trave presa in esempio (*B101*).

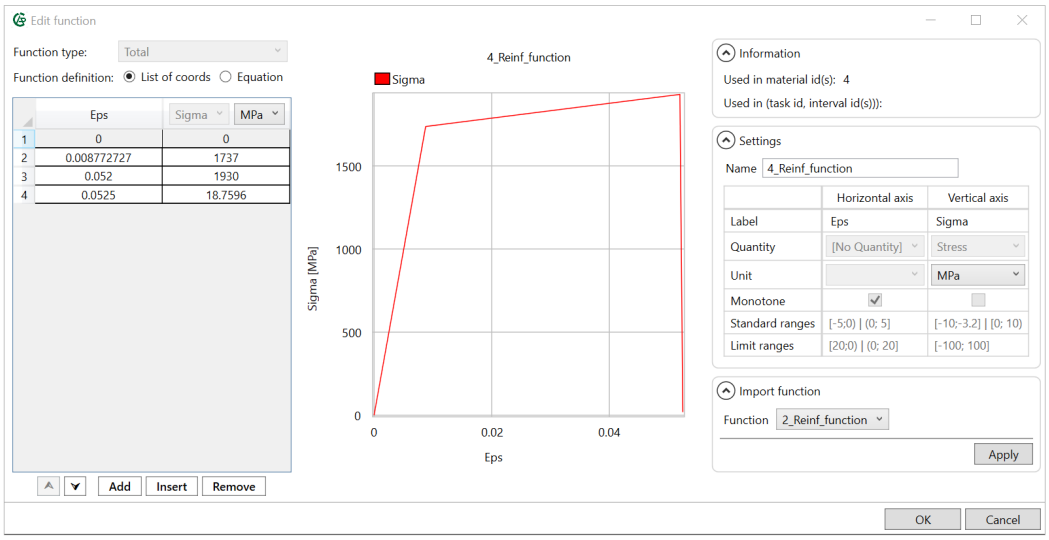


Figura 4.11: *Legame costitutivo dell'acciaio armonico*

Infine, per quanto concerne la modellazione dei materiali, è stato definito un ulteriore materiale di tipo elastico, impiegato per simulare il comportamento delle piastre

di carico e di appoggio. Facendo doppio clic sulla voce *Elastic*, si accede alla schermata illustrata in Figura 4.12, all'interno della quale è stato impostato il materiale, nello specifico *steel*.

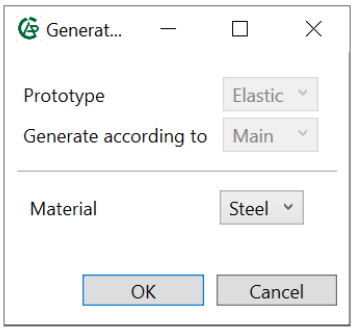


Figura 4.12: *Definizione del materiale elastico per le piastre di carico e appoggio*

Successivamente è stato impostato il modulo elastico e il coefficiente di *Poisson*, si veda Figura 4.13.

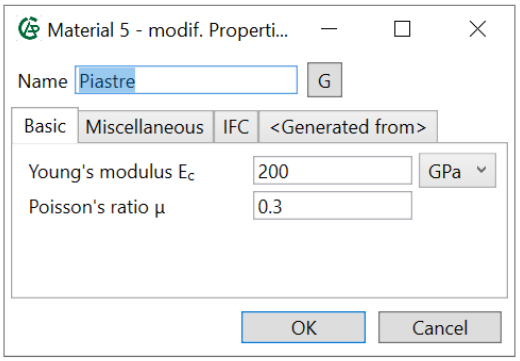


Figura 4.13: *Impostazione dei parametri relativi alle piastre di carico e appoggio*

Una volta definiti tutti i materiali necessari, si procede alla loro assegnazione ai corrispondenti componenti geometrici della trave. Nella parte di sinistra del software è presente la voce Building Elements Types dove, a sua volta, sono presenti le due voci *Beam* e *Plate*. Cliccando due volte sulla voce *Beam* si aprirà la schermata illustrata in Figura 4.14. La stessa cosa poi si esegue con le piastre di carico e di appoggio selezionando il materiale elastico precedentemente modellato.

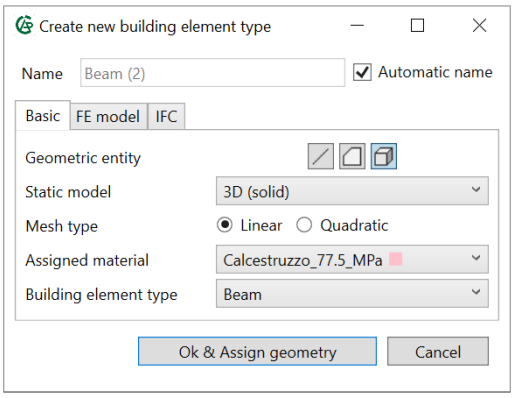


Figura 4.14: *Assegnazione del calcestruzzo all'elemento trave modellato*

4.2.3 Modellazione delle armature

Per quanto concerne la modellazione geometrica delle armature, si rimanda al Cap. 4.2.1, in quanto il procedimento risulta del tutto analogo a quello già descritto per la trave, basandosi sulla definizione di punti e linee. In particolare, sia le armature ordinarie sia quelle di precompressione sono state modellate mediante elementi di tipo *frame* attraverso l'utilizzo del comando *line*. In Figura 4.15 si mostrano le armature ordinarie e di precompressione modellate all'interno della trave.

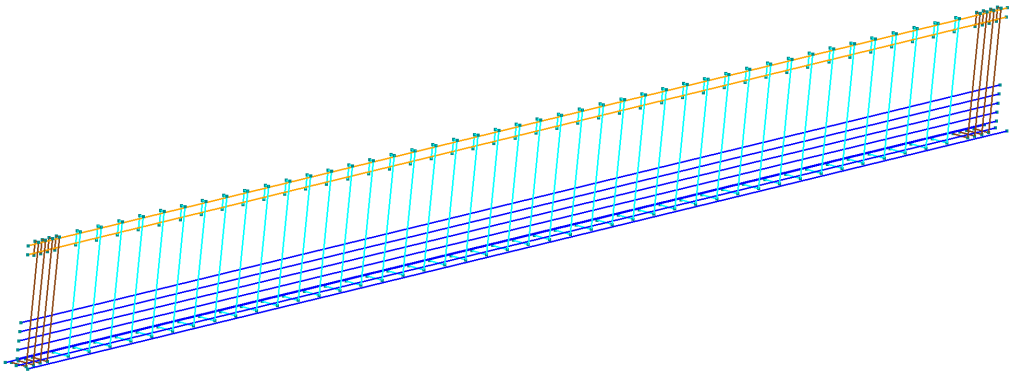


Figura 4.15: *Modellazione delle staffe e dell'armatura di precompressione*

Successivamente alla modellazione geometrica delle staffe e dell'armatura di precompressione, si procede all'assegnazione delle proprietà meccaniche e geometriche agli elementi definiti, specificando per ciascuna armatura il materiale di riferimento e il relativo diametro. Nel Cap. 4.2.2 sono stati già impostati i parametri relativi all'acciaio ordinario e acciaio armonico. Nell'interfaccia di *Atena* a sinistra è presente la voce *Reinforcing types* nella quale sono presenti ulteriori due voce: *Bars* e *Tendon*, rispettivamente per acciaio ordinario e acciaio armonico. Facendo doppio click sulla voce *Bars* si aprirà la schermata visualizzabile in Figura 4.16. Come si può osservare, è possibile definire diversi parametri, quali ad esempio il diametro delle barre, il numero di profili, la legge di aderenza tra acciaio e calcestruzzo e ulteriori proprietà di interesse. Inoltre, è possibile assegnare il materiale precedentemente definito.

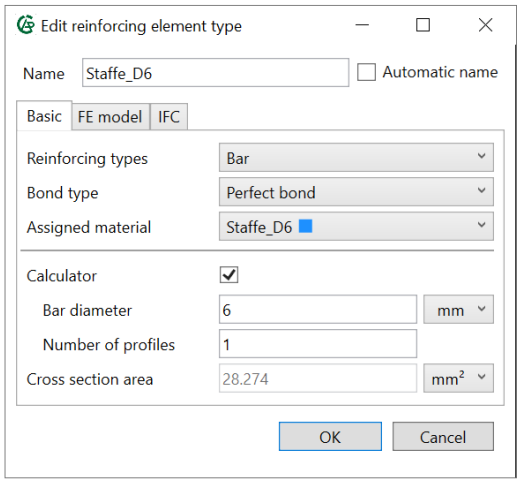
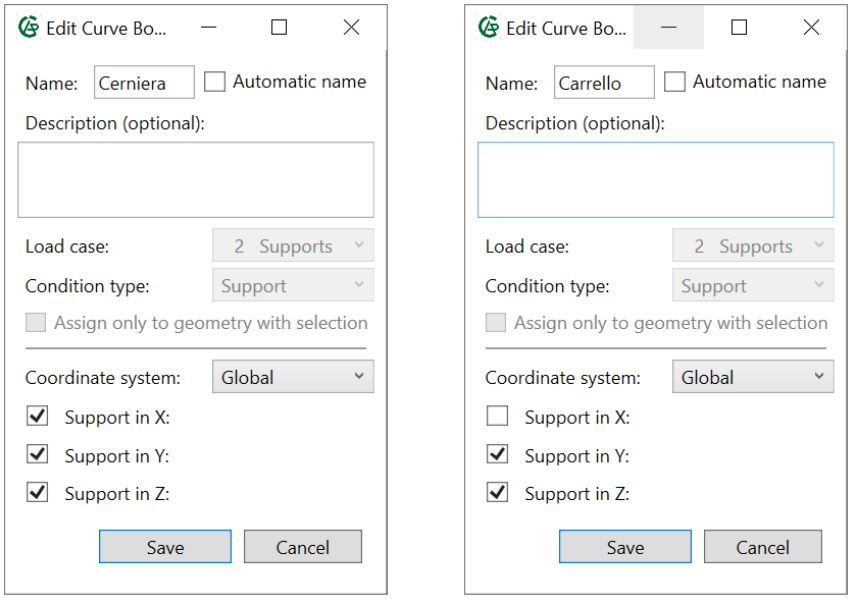


Figura 4.16: *Definizione delle armature della trave*

Lo stesso procedimento si esegue anche per l'armatura di precompressione dove però nel menù a tendina relativo a *Reinforcing types* in Figura 4.16 si seleziona *Tendon*.

4.2.4 Assegnazione delle condizioni al contorno

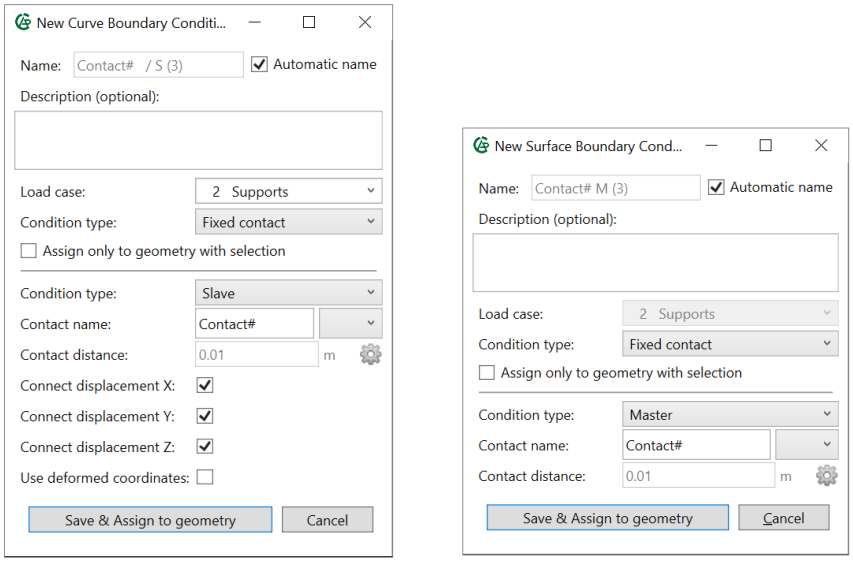
Come illustrato nel capitolo relativo alla selezione delle prove sperimentali (Cap. 3), i test eseguiti sulle travi seguono uno schema statico isostatico, mediante la simulazione di un vincolo a carrello e di una cerniera, riproducendo pertanto il comportamento di una trave semplicemente appoggiata. Accedendo alla sezione *Analysis*, è possibile selezionare la voce *Boundary Conditions* per la definizione dei vincoli. Poiché, in fase di modellazione, le piastre di carico e di appoggio sono state suddivise lungo la superficie opposta a quella di contatto mediante l'introduzione di una linea, l'assegnazione delle condizioni al contorno viene effettuata selezionando l'opzione relativa agli elementi lineari, vedi Figura 4.17.



(a) *Cerniera* **(b)** *Carrello*

Figura 4.17: *Definizione dei vincoli all'interno del programma*

Successivamente sono state definite le condizioni al contorno relative al contatto tra le piastre (di carico e di appoggio) e la trave in calcestruzzo. A tal fine, all'interno della sezione *Boundary Conditions*, è stata selezionata l'opzione relativa alle superfici. La schermata di riferimento è mostrata in Figura 4.17, con la differenza che, nel campo *Condition type*, invece dell'opzione *Support* viene selezionata l'opzione *Fixed Contact*. Inizialmente il programma chiede di selezionare la superficie *Slave* coincidente in questo caso con la superficie della piastra nella quale vogliamo creare il contatto, poi successivamente chiederà di selezionare la superficie *Master*, cioè la sueprficie del solido principale sulla quale vogliamo eseguire il contatto, in questo caso la trave, si veda Figura 4.18



(a) *Superficie Slave* **(b)** *Superficie Master*

Figura 4.18: *Definizione delle superfici di contatto*

Questa procedura è stata eseguita per tutte le piastre presenti nel modello; complessivamente sono state quindi definite quattro superfici *Slave* e quattro superfici *Master*. Tale configurazione consente di simulare correttamente il contatto tra le superfici, imponendo che la superficie delle piastre di carico segua gli stessi spostamenti della superficie corrispondente della trave.

4.2.5 Applicazione dei carichi e precompressione

Dopo l'applicazione delle condizioni al contorno e dei vincoli alla struttura, è necessario procedere con l'imposizione dei carichi esterni. Analogamente a quanto effettuato per le piastre di appoggio, anche le piastre di carico presentano una linea sulla superficie di estradosso che suddivide quest'ultima in due parti uguali. In questo modo, è possibile applicare i carichi lungo la linea di separazione, garantendo una distribuzione coerente con le ipotesi di modello adottate. Per determinare il valore ultimo della forza da inserire nel programma, è possibile fare riferimento ai risultati delle prove sperimentali, al fine di ottenere una stima del valore di sollecitazione al collasso. A titolo di esempio si considera, come anche fatto in precedenza, la trave *B101*, per la quale la sollecitazione tagliante di collasso risulta pari a $377.7\,\mathrm{kN}$. Come anticipato in precedenza, i carichi esterni sono stati applicati in forma lineare; pertanto, è necessario convertire il carico concentrato di collasso in un carico uniformemente distribuito lungo una linea. Considerata una larghezza complessiva della trave pari a $0.24\,\mathrm{m}$, si ottiene:

$$\frac{377.7}{0.24} = 1573,75 \left[\frac{kN}{m}\right]$$

Per ragioni di sicurezza, è stato adottato un carico lineare superiore rispetto a quello derivante dalle prove sperimentali. Tale scelta consente, nel caso in cui la struttura durante l'analisi non lineare dovesse collassare per valori di carico più elevati ri-

spetto a quelli sperimentali, di intercettare comunque il fenomeno di collasso senza che l'analisi termini prematuramente in assenza di rottura.

All'interno dell'interfaccia *Boundary Conditions* è possibile definire e applicare i carichi alla struttura. In Figura 4.19 viene illustrata la procedura di creazione del carico.

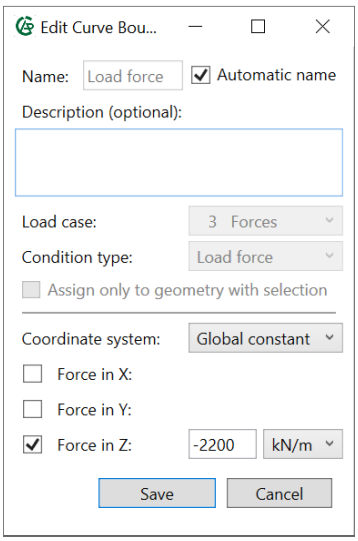


Figura 4.19: *Applicazione dei carichi esterni*

Sempre sulla stessa interfaccia risulta poi possibile modellare il carico relativo al peso proprio e relativo alla precompressione. Per quanto riguarda il peso proprio è stato preso il valore classico relativo al calcestruzzo armato: $25kN/m^3$, si veda Figura 4.20.

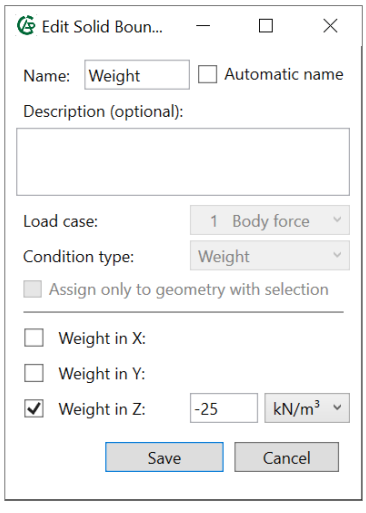


Figura 4.20: *Applicazione del peso proprio della trave*

La modellazione della precompressione richiede, come primo passaggio, la definizione di un nuovo *Load Case*. Nell'interfaccia *Analysis*, selezionando la voce *Load*

Cases e accedendo alla relativa finestra tramite doppio clic, è possibile impostare il caso di carico relativo alla precompressione, come riportato in Figura 4.21.

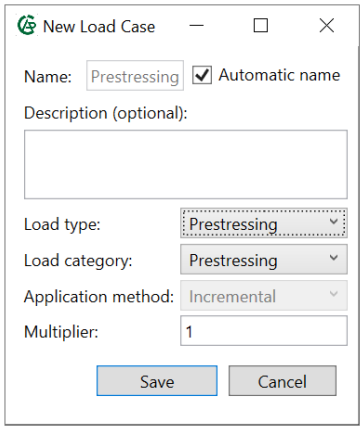
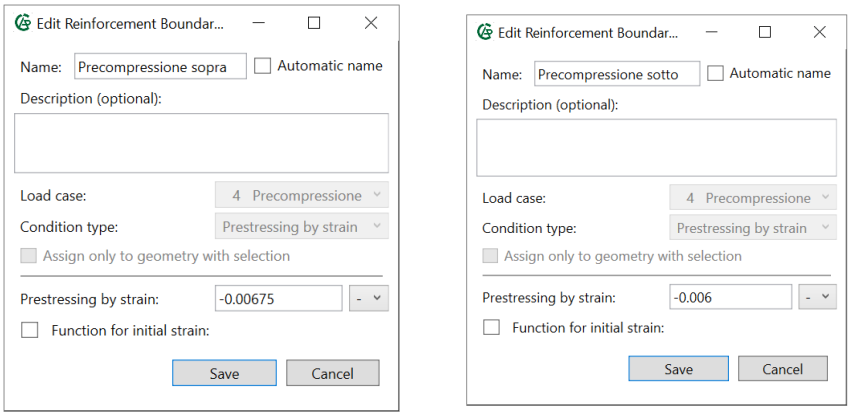


Figura 4.21: *Definizione del Load Case relativo alla precompressione*

Successivamente, all'interno dell'interfaccia *Boundary Conditions* è possibile creare la condizione di carico della precompressione. Per quanto riguarda la trave *B101*, i trefoli sono stati sottoposti a una deformazione iniziale (*pre-tensione*) pari a $0.0075mm/mm$ equivalente ad una tensione di tesatura iniziale pari a $\sigma_{p,0} = 1488MPa$. Nell'articolo si specifica che siano state stimate delle perdite di tensione pari al 20% e 10%, rispettivamente per i trefoli in intradosso ed estradosso della trave. Pertanto, sono state create due condizioni di carico, una relativa ai cavi disposti in intradosso e una ulteriore condizione di carico per i trefoli disposti in estradosso della trave, si veda Figura 4.22.



(a) *Trefoli in estradosso* **(b)** *Trefoli in intradosso*

Figura 4.22: *Definizione delle condizione di carico relative alla precompressione*

4.2.6 Discretizzazione mediante mesh

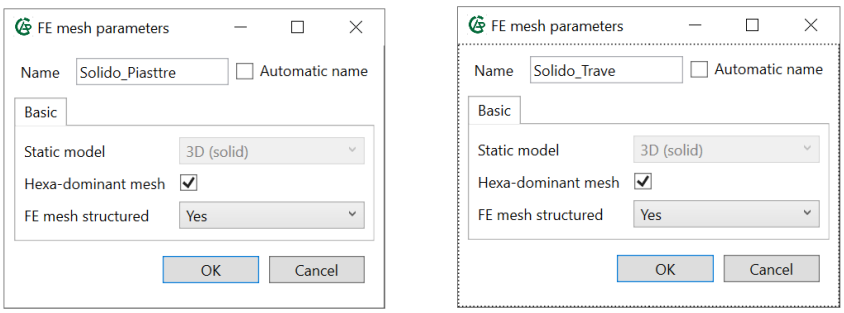
Come ultimo passo preliminare all'esecuzione dell'analisi non lineare, è necessario procedere alla discretizzazione della struttura mediante generazione della *mesh* agli

elementi finiti. La definizione della dimensione degli elementi di *mesh* rappresenta un aspetto cruciale del modello numerico, in quanto influisce direttamente sia sull'accuratezza della soluzione sia sulla sua rappresentatività fisica.

Una *mesh* eccessivamente grossolana può infatti comportare una significativa perdita di precisione nella descrizione dei gradienti di tensione e deformazione, con conseguente approssimazione del comportamento reale della struttura. Al contrario, una discretizzazione troppo fitta può risultare non coerente con la scala fisica del materiale e introdurre inefficienze computazionali senza un reale incremento di accuratezza. Nel caso del calcestruzzo armato, tale aspetto assume particolare rilevanza, poiché il materiale è intrinsecamente eterogeneo e costituito da aggregati e inerti con dimensioni tipicamente comprese fino a 2-3 cm.

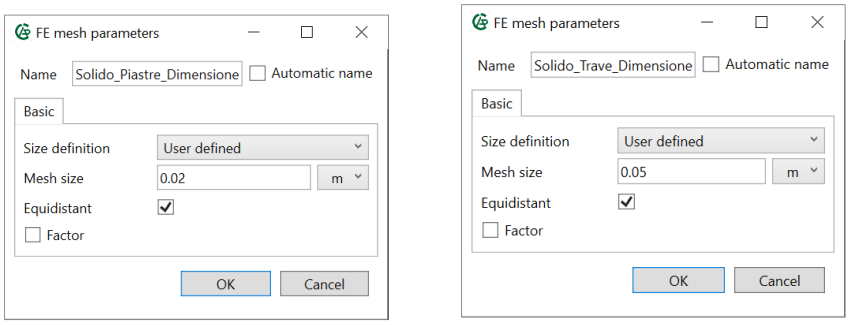
Alla luce di tali considerazioni, al fine di garantire un adeguato compromesso tra accuratezza numerica e rappresentatività fisica del materiale, si è adottata una dimensione caratteristica della *mesh* pari a 5 cm per quanto riguarda la trave in calcestruzzo. Mentre per le piastre di carico e di appoggio è stata scelta una dimensione della *mesh* pari a 2cm in modo tale che si avesse una più accurata distribuzione dei carichi dalla piastra alla trave.

Nell'interfaccia grafica di *Atena* è presente la voce *FE mesh parameters*, da qui è possibile fornire al software degli input numerici per definire correttamente la discretizzazione della struttura. Sono state scelte due diverse grandezze di *mesh* per la struttura complessiva, una per le piastre di carico e appoggio e una per il corpo della trave. Pertanto risulta necessario definire due condizioni di input, una relativa alle piastre e una seconda relativa al corpo della trave. In Figura 4.23 viene illustrata la tipologia di *mesh* adottata, mentre in Figura 4.24 viene mostrata la grandezza della *mesh* utilizzata come descritto precedentemente.



(a) *Piastre* **(b)** *Trave*

Figura 4.23: *Tipologia di mesh adottata*



(a) *Piastre* **(b)** *Trave*

Figura 4.24: *Grandezza della mesh adottata*

Nella parte inferiore sinistra dell'interfaccia grafica è presente, all'interno del menù a tendina, la voce *FE mesh generator*. Selezionando tale opzione si apre un ulteriore menù a tendina; tramite il comando *Preview FE mesh* è quindi possibile generare la *mesh* agli elementi finiti e visualizzarla direttamente all'interno del programma. In Figura 4.25 viene riportata in forma grafica la *mesh* precedentemente descritta.

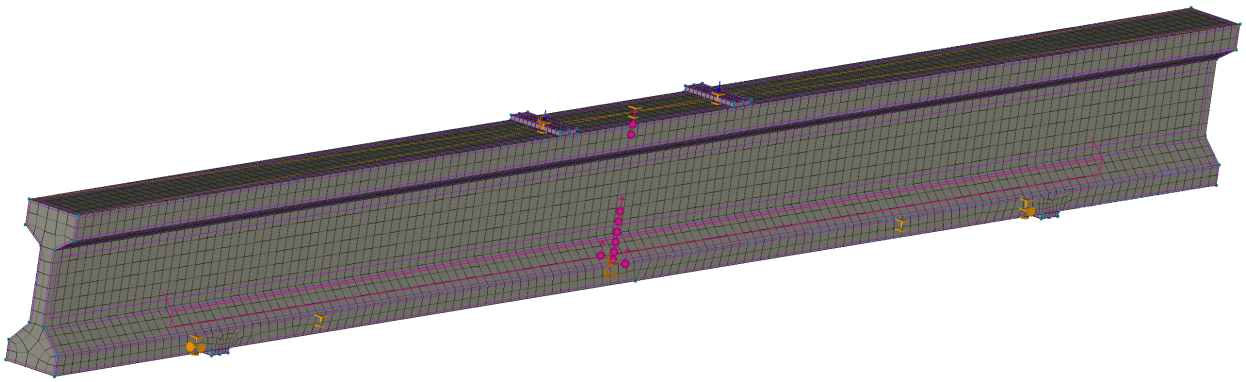


Figura 4.25: *Mesh complessiva della struttura*

4.2.7 Esecuzione dell'analisi strutturale *NLNAs*

Nel presente capitolo verrà descritto il procedimento adottato per l'impostazione dell'analisi strutturale non lineare mediante il software *Atena Pre*.

Come prima operazione risulta necessario definire i monitoraggi da effettuare durante l'esecuzione dell'analisi, al fine di controllare e valutare l'evoluzione della risposta strutturale. Tra i principali parametri di interesse rientrano, ad esempio, la forza esterna applicata, gli spostamenti in punti significativi della struttura, come la mezzeria dell'elemento, nonché eventuali ulteriori grandezze ritenute rilevanti ai fini dell'interpretazione dei risultati.

La definizione di tali monitoraggi consente di acquisire informazioni fondamentali sul comportamento globale della struttura durante l'intero processo di carico, permettendo una più accurata analisi della risposta non lineare e dell'evoluzione dei

fenomeni di danneggiamento. In questo preciso caso sono stati adottati tre monitoraggi differenti: applicazione della forza esterna, monitoraggio dello spostamento e controllo tensionale per quanto riguarda i cavi di precompressione. Quest'ultimo rappresenta un controllo di particolare importanza, in quanto consente di verificare che la precompressione venga effettivamente introdotta correttamente all'interno del modello numerico e che il relativo stato tensionale risulti coerente con le condizioni di progetto previste.

Nella voce *Analysis*, situata a sinistra dell'interfaccia grafica di *Atena Pre*, è presente la funzione *monitors*. Qui è possibile creare differenti monitoraggi in funzione della geometria che si vuole controllare. Quando è stata modellata la geometria complessiva dell'elemento strutturale, la superficie in intradosso è stata suddivisa in due differenti superfici da una linea che a sua volta è stata anch'essa suddivisa in due parti uguali; questo processo ha permesso di ottenere un nodo situato esattamente in mezzeria dell'elemento sia in direzione trasversale che longitudinale. Cliccando sull'impostazione del monitor in un nodo risulta possibile impostare un monitoraggio puntuale nella struttura, si veda Figura 4.26.

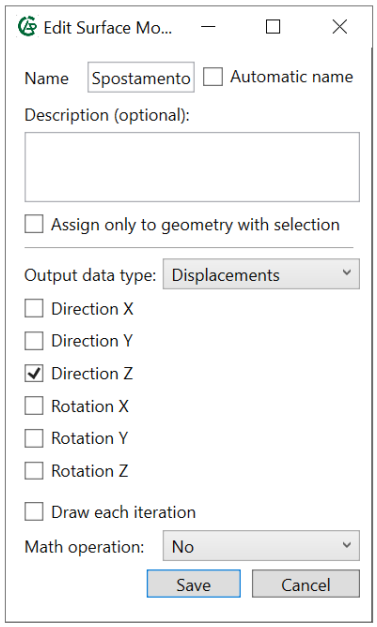


Figura 4.26: *Definizione dei monitors - Spostamento*

Successivamente è stato definito il monitoraggio relativo alla forza esterna applicata. Come descritto nei capitoli precedenti, la prova di carico considerata consiste in una configurazione a quattro punti, caratterizzata dalla presenza di due appoggi e di due punti di applicazione del carico. Poiché l'obiettivo finale del monitoraggio degli spostamenti e delle forze è la costruzione del diagramma *forza-spostamento*, la modalità con cui viene definita la forza da monitorare dipende direttamente dalla rappresentazione adottata nei risultati sperimentali di riferimento. In particolare, qualora nell'articolo sperimentale venga riportata la sollecitazione tagliante, risulta necessario monitorare esclusivamente una delle due piastre di carico, in quanto essa corrisponde direttamente al valore della forza di taglio agente sulla struttura. Diver-

samente, nel caso in cui il diagramma sperimentale riporti la forza totale applicata e non la singola sollecitazione tagliante, il monitoraggio dovrà essere effettuato su entrambe le piastre di carico, così da considerare l'intera forza esterna applicata al sistema strutturale.

Prendendo come esempio sempre la trave *B101*, in questo caso nell'articolo sperimentale è riportata la sollecitazione tagliante e non la complessiva della struttura. Per tale motivo è stata monitorata solo una singola piastra di carico. In fase di modellazione geometrica delle piastre, queste sono state suddivise mediante l'introduzione di una linea sulla superficie di estradosso. Tale operazione consente di applicare il carico secondo una distribuzione lineare, coerentemente con quanto descritto nel Cap. 4.2.5, si veda Figura 4.27.

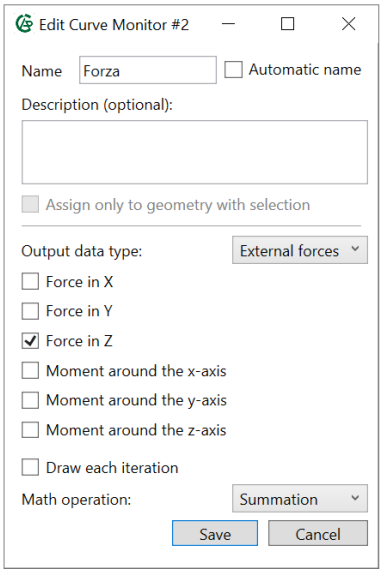


Figura 4.27: *Definizione dei monitors - Forza esterna*

Come definito anche in precedente, è stato inserito un ulteriore monitoraggio per quanto concerne i cavi di precompressione per controllare che tale effetto sia stato correttamente modellato. In questo preciso caso è stato monitorato il trefolo di precompressione situato più in intradosso e in mezzeria della trave. Sempre sull'interfaccia *Analysis* è possibile definire un monitor per l'armatura presente nel modello, si veda Figura 4.28.

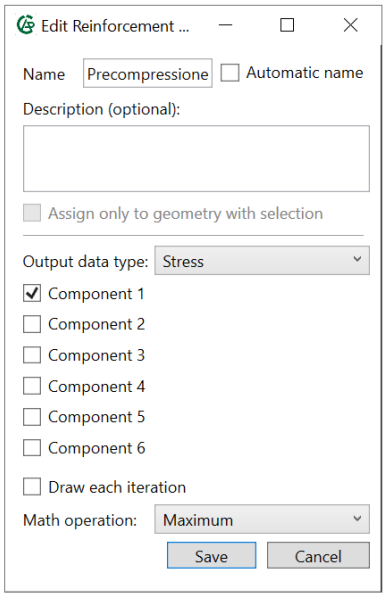
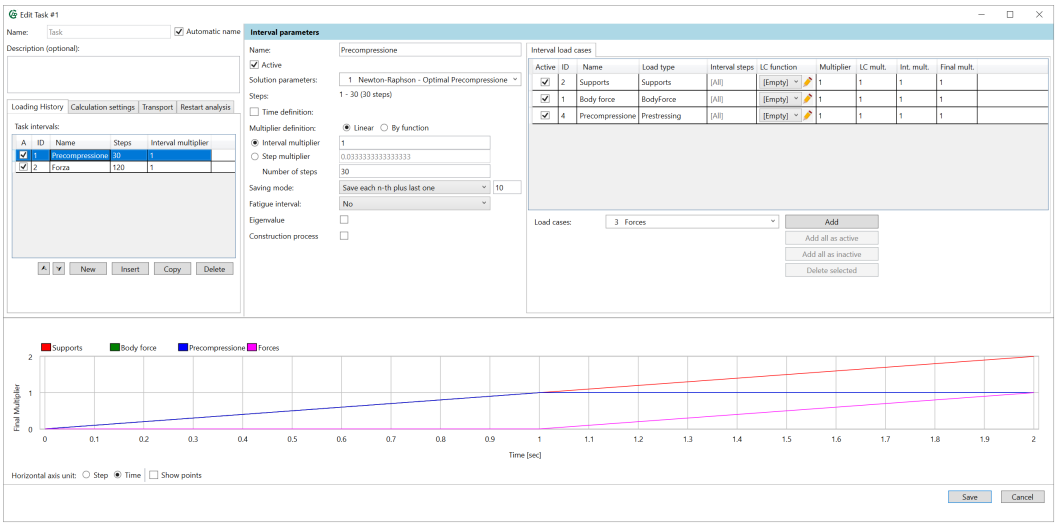


Figura 4.28: *Definizione dei monitors - Trefolo di precompressione*

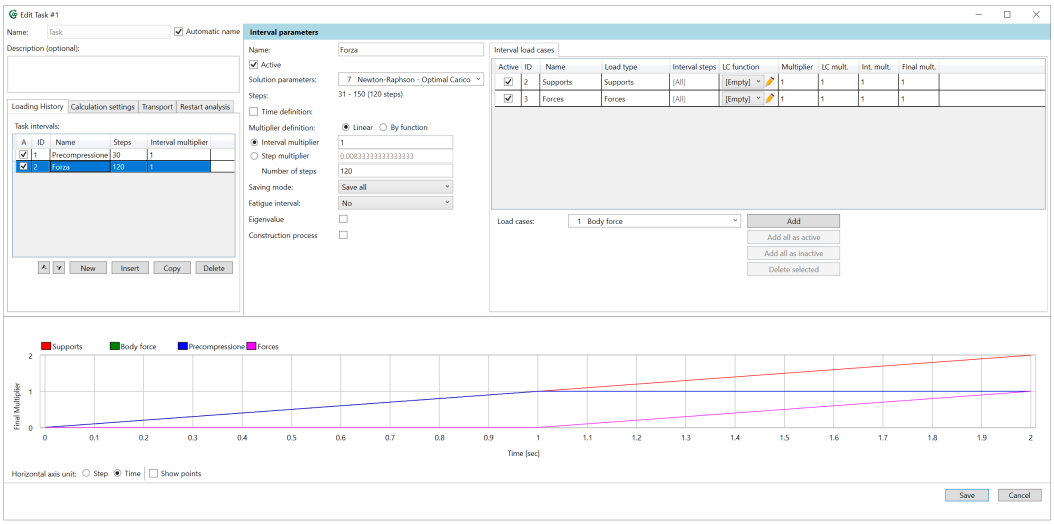
Successivamente all'applicazione dei *monitors*, risulta necessario definire il metodo numerico di risoluzione che il programma dovrà utilizzare durante l'analisi non lineare. In questo preciso caso è stato utilizzato il metodo di *Newton-Raphson* il quale è stato anticipato e descritto nel Cap. 1.3.2.1. All'interno dell'interfaccia *Analysis* è presente la sezione *Solution parameters*, nella quale è possibile definire i parametri relativi al metodo di risoluzione dell'analisi numerica. Nello specifico, sono stati definiti due differenti schemi risolutivi, entrambi basati sul metodo iterativo di *Newton-Raphson*: il primo dedicato alla fase di applicazione della precompressione, il secondo relativo all'applicazione dei carichi esterni. La differenza principale tra i due approcci riguarda il numero massimo di iterazioni consentite per il raggiungimento della convergenza. In particolare, per la fase di introduzione della precompressione è stato impostato un limite massimo pari a 500 iterazioni, mentre per la fase di applicazione del carico esterno il numero massimo di iterazioni è stato ridotto a 60.

Infine, come ultimo passo, si procede alla definizione dell'analisi non lineare impostando la *Task* all'interno di *Atena Pre*. In *Analysis* è presente la voce *Task*, da qui è possibile definire l'analisi non lineare che deve eseguire il programma. Sono stati definiti due intervalli differenti, uno per quanto concerne la precompressione e uno per l'applicazione della forza esterna. Durante la definizione degli intervalli di analisi, risulta necessario specificare il numero complessivo di *step* che ciascun intervallo deve eseguire. Nel caso specifico, sono stati definiti 30 *step* per l'intervallo relativo all'applicazione della precompressione e 120 *step* per l'intervallo dedicato all'applicazione della forza esterna. La scelta del numero di *step* rappresenta un aspetto particolarmente importante nell'ambito dell'analisi numerica. Infatti, un numero eccessivamente ridotto di incrementi potrebbe generare problemi di non convergenza e instabilità numerica del modello, poiché comporterebbe l'applicazione di incrementi di carico troppo elevati a ogni singolo *step*. Tale condizione

risulta particolarmente critica nel caso dell'applicazione della forza esterna, dove incrementi di carico troppo consistenti possono compromettere la corretta evoluzione dell'analisi non lineare. Al contrario, un numero troppo elevato di *step* determinerebbe un significativo incremento del costo computazionale dell'analisi, sia in termini di tempo di calcolo sia in termini di memoria richiesta. In Figura 4.29 vengono rappresentati i due intervalli (precompressione e applicazione forza esterna) della *Task*.



(a) *Intervallo riguardante la precompressione*



(b) *Intervallo riguardante l'applicazione della forza esterna*

Figura 4.29: *Definizione della task*

Infine, dopo l'impostazione della *Task* è possibile eseguire l'analisi non lineare. Selezionando la *Task* appena creata e cliccando su *Run* si avvierà *Atena Studio* per la risoluzione dell'analisi non lineare. Da questa schermata di *Atena* è possibile controllare tutti i monitoraggi precedentemente definiti creando, pertanto, il grafico *forza-spostamento*.

4.2.8 Calibrazione e validazione dei modelli

Tutte le travi selezionate dagli articoli sperimentali descritte nel Cap. 3 sono state sottoposte ad un processo di calibrazione. La calibrazione è un processo per il quale si variano alcuni parametri specifichi riguardante il legame costitutivo del calcestruzzo per cercare di creare una certa corrispondenza fra il comportamento strutturale del modello con la prova sperimentale. Di seguito si riportano alcuni parametri fondamentali, sottoposti a variazione all'interno degli undici modelli numerici al fine di eseguire la procedura di calibrazione:

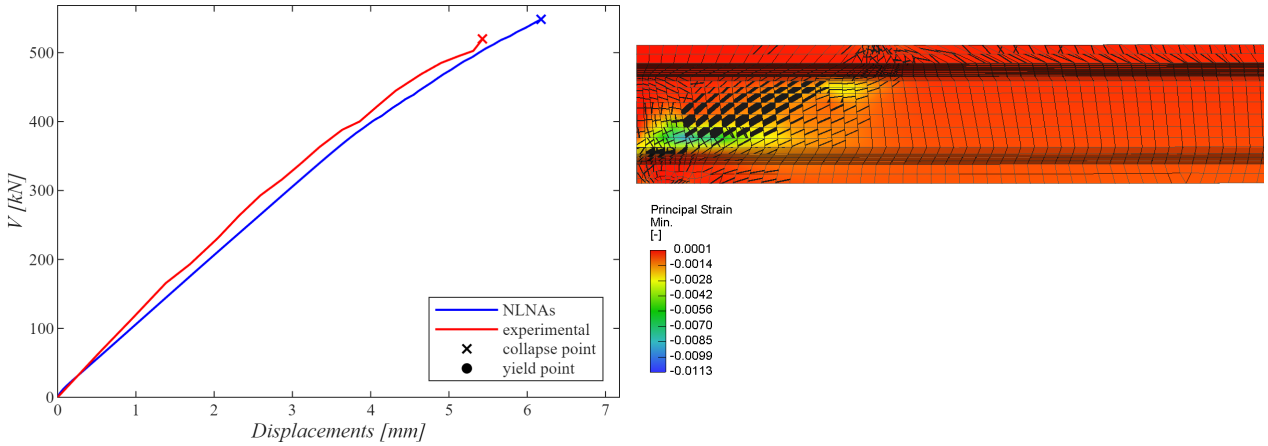
- **Fracture Energy *Gf***: è la quantità di energia necessaria per creare una superficie unitaria di fessura in assenza di tensioni, risulta essere un parametro fondamentale per descrivere il comportamento post-fessurativo della struttura;
- **Tension Stiffening**: tale fenomeno deriva dalla capacità del calcestruzzo non fessurato, o delle fessura non completamente sviluppate, di trasferire ancora parte della tensione di trazione, contribuendo così alla rigidezza complessiva della struttura. Risulta essere un parametro molto sensibile, aumentando anche di poco tale valore si rischia di creare un modello sovrastimando di tanto le resistenze complessive della struttura;
- **Shear Factor**: è un coefficiente che definisce la relazione tra la rigidezza normale e la rigidezza a taglio delle fessure;
- **Aggregate Interlock**: coefficiente che consente di tenere in considerazione la scabrezza delle superfici relative alle fessurazioni formate in fase di carico, questa scabrezza di tali superfici contribuisce al trasferimento tensionale fra le superfici fessurate.

4.3 Risultati delle analisi numeriche

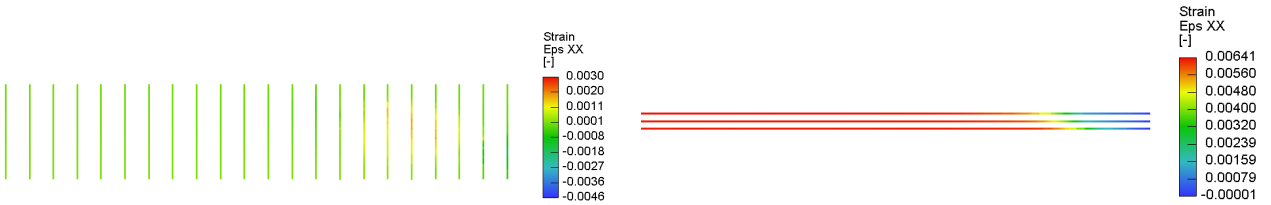
In questo capitolo vengono presentati e discussi i risultati delle analisi non lineari eseguite sulle travi precedentemente modellate. In una prima fase, tali risultati sono confrontati con le evidenze sperimentali disponibili, al fine di valutarne la capacità di riprodurre il comportamento osservato. Successivamente, viene effettuato un confronto tra gli esiti delle analisi numeriche e le previsioni fornite dalle normative vigenti, con particolare riferimento all'*Eurocodice* e alle *NTC 2018*.

4.3.1 Confronto analisi numeriche con sperimentale

Di seguito verranno illustrati i risultati ottenuti dalle analisi numeriche non lineari eseguite in precedenza, le quali, come anche definito nel Cap. 4.2.8 sono state sottoposte ad un processo preliminare di calibrazione. Le risultanze di tali analisi sono messe in evidenza mostrando un confronto diretto con i grafici delle prove sperimentali già illustrati nel Cap. 3. Nell'interfaccia di *Atena Studio Post-processor* è possibile visualizzare, per ciascuno *step* di carico, l'evoluzione del quadro fessurativo della trave durante l'intero processo di carico. Nel presente elaborato si è scelto di riportare, in affiancamento ai grafici principali, una rappresentazione visiva dello stato fessurativo corrispondente allo *step* di collasso, così da evidenziare in maniera chiara la distribuzione e la propagazione delle fessure nella configurazione ultima della risposta strutturale. La rappresentazione è inoltre accompagnata da una scala cromatica la quale evidenzia lo sviluppo di tensioni principali di compressione all'interno dell'elemento strutturale. In tale visualizzazione, è stato deciso di inserire metà della trave testata per semplicità visiva e grafica. Questo fatto non comporta un problema in quanto le fessure createsi sotto sollecitazioni taglianti interessano esclusivamente le estremità dell'elemento. In forma successiva, all'interno di ciascuna immagine, sono stati inseriti gli stati tensioni relativi alle barre di armatura a taglio e dei cavi di precompressione con la relativa scala cromatica. Come anticipato anche nel Cap. 3.1.1, le travi *B103*, *B106* e *B109* risultano essere non armate a taglio. Pertanto sono state comunque eseguite le analisi numeriche non lineari e riportati i risultati per osservare in maniera diretta le divergenze che intercorrono fra elementi armati e non armati a taglio. Tali travi, tuttavia, non verranno utilizzate all'interno della statistica per la valutazione delle incertezze di modello in quanto presentano un meccanismo di collasso differenti rispetto alle altre, si veda Cap. 2.

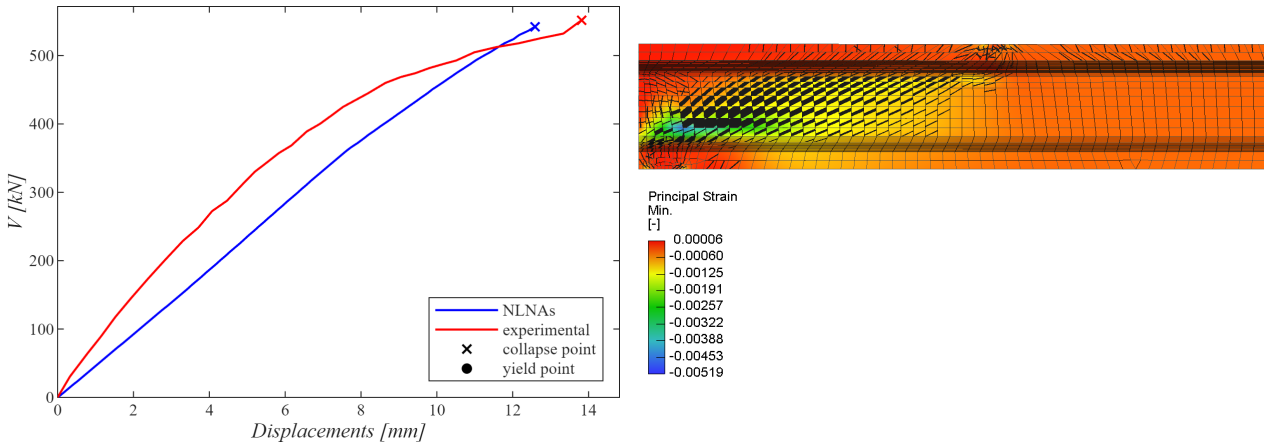


(a)

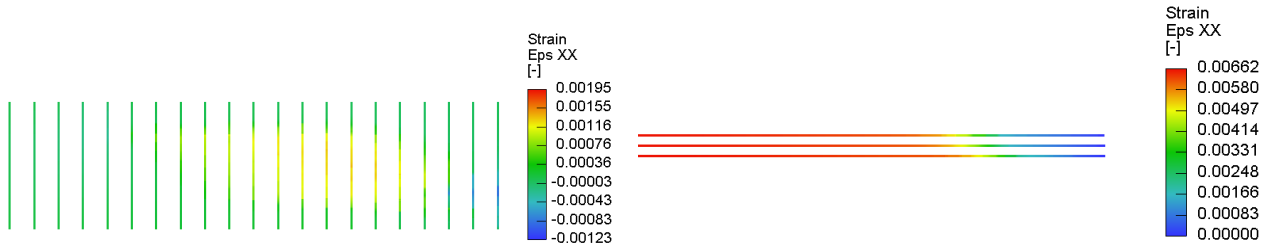


(b) **(c)**

Figura 4.30: *Trave A1: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*



(a)



(b) **(c)**

Figura 4.31: *Trave A2: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*

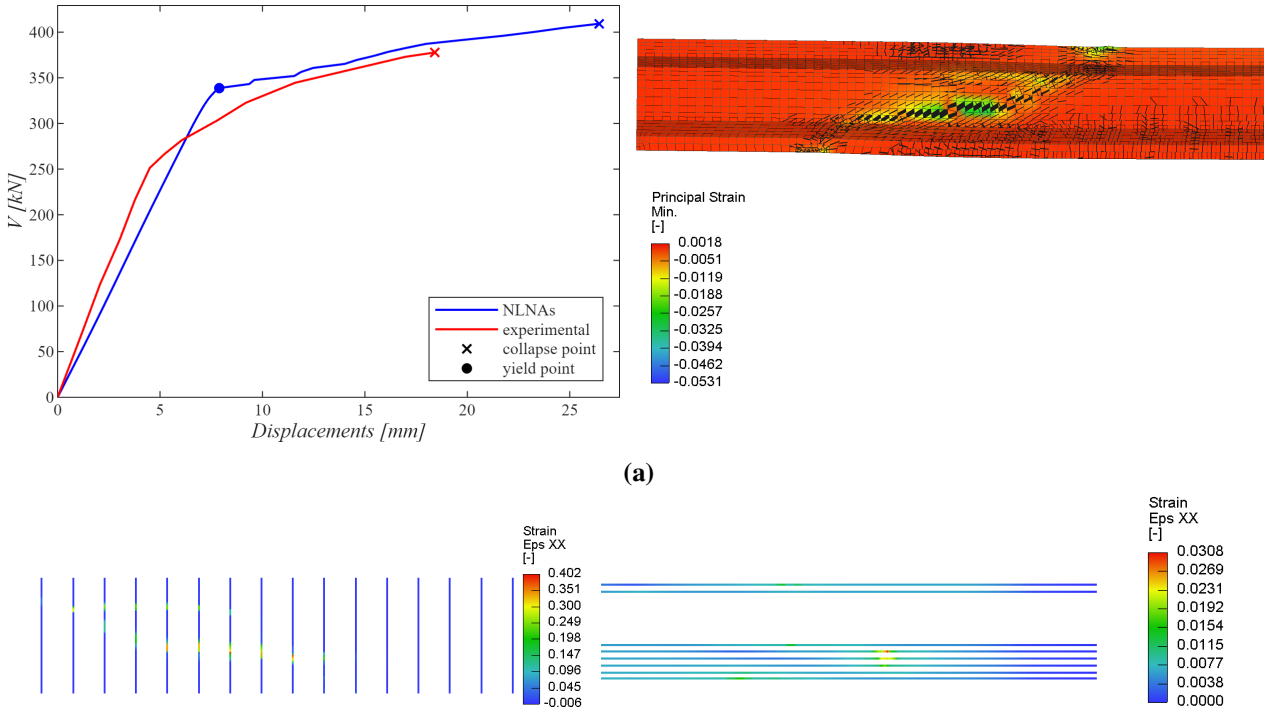


Figura 4.32: *Trave B101: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*

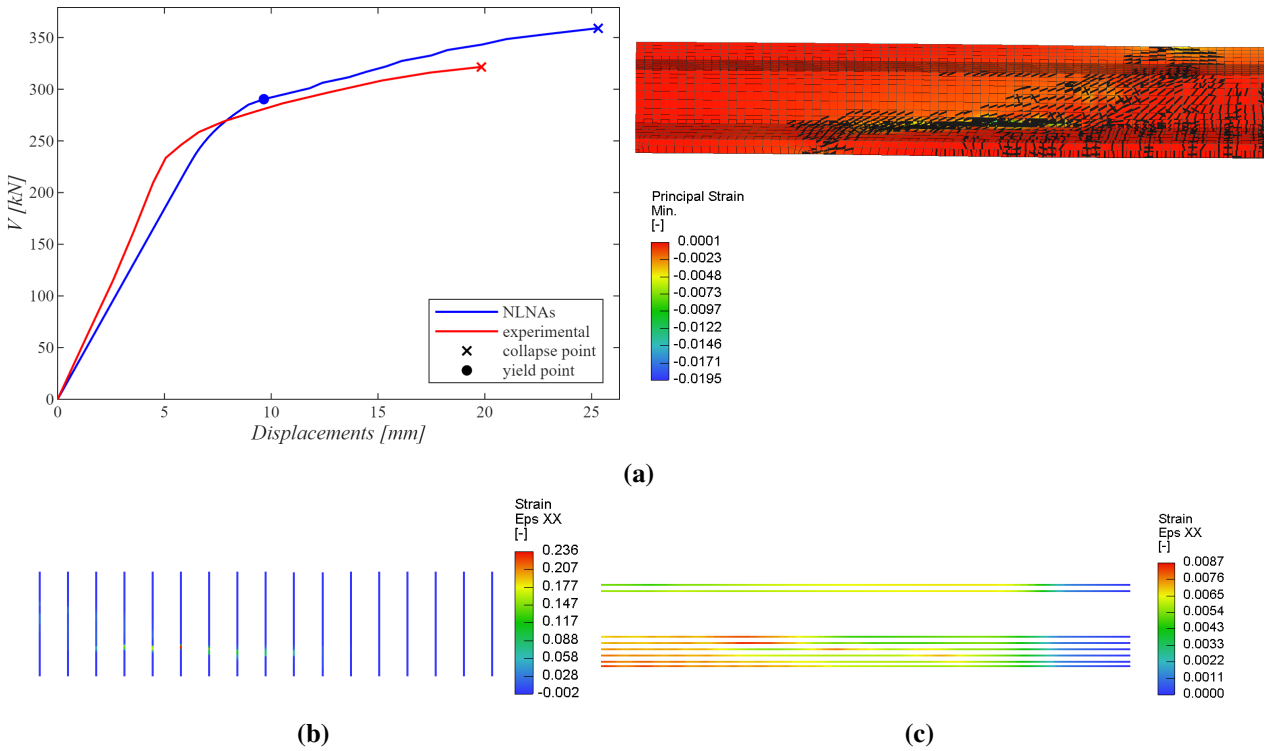


Figura 4.33: *Trave B102: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*

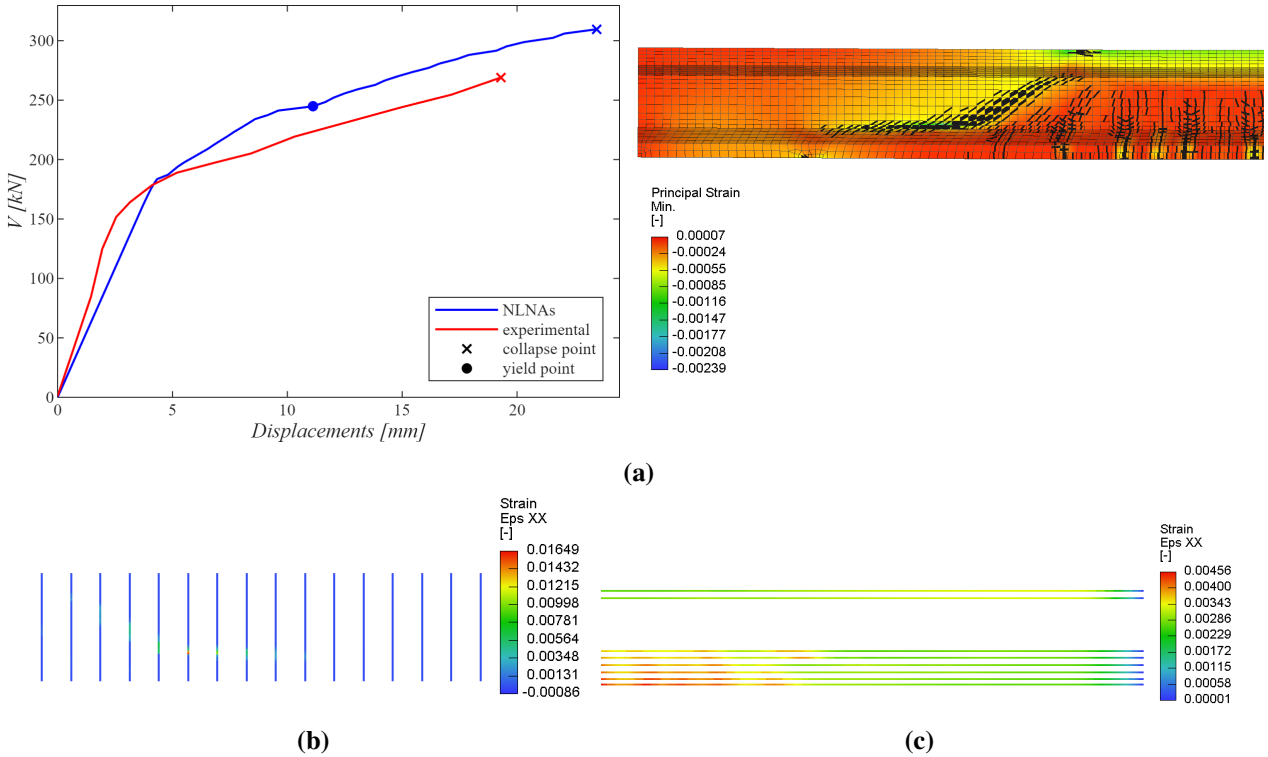


Figura 4.34: *Trave B104: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*

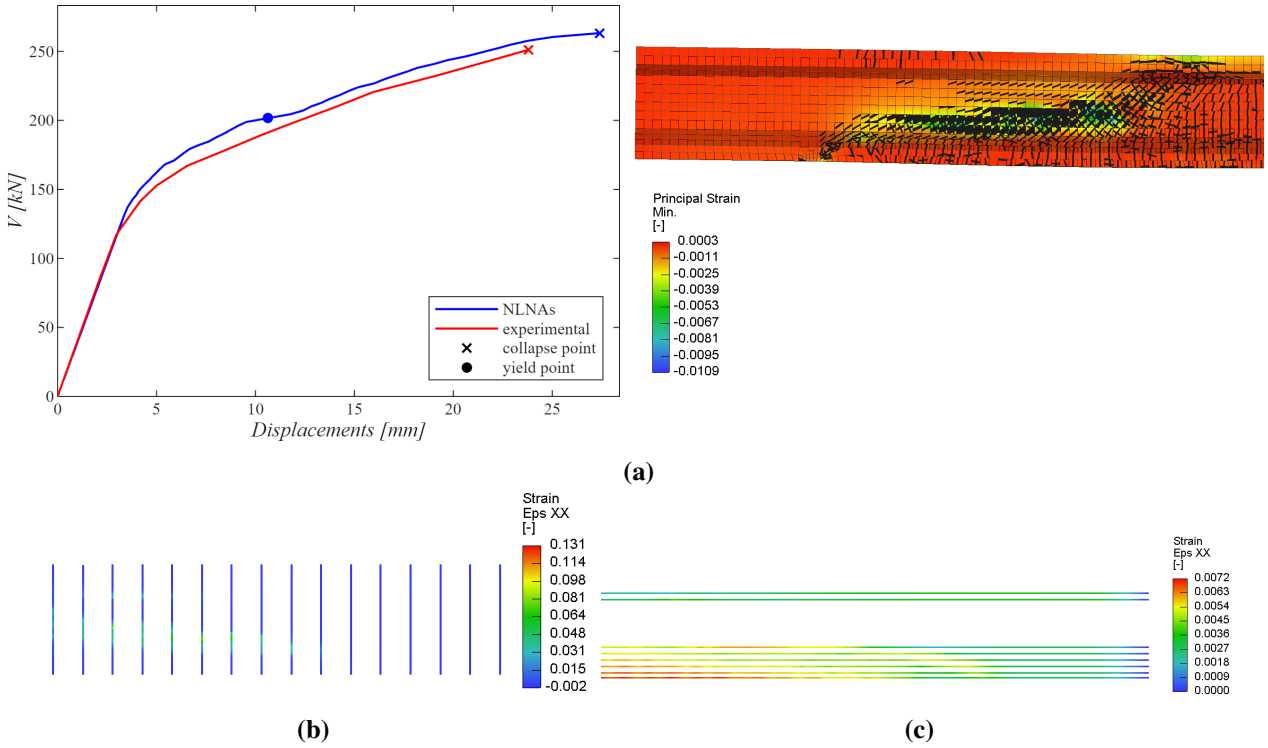


Figura 4.35: *Trave B105: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*

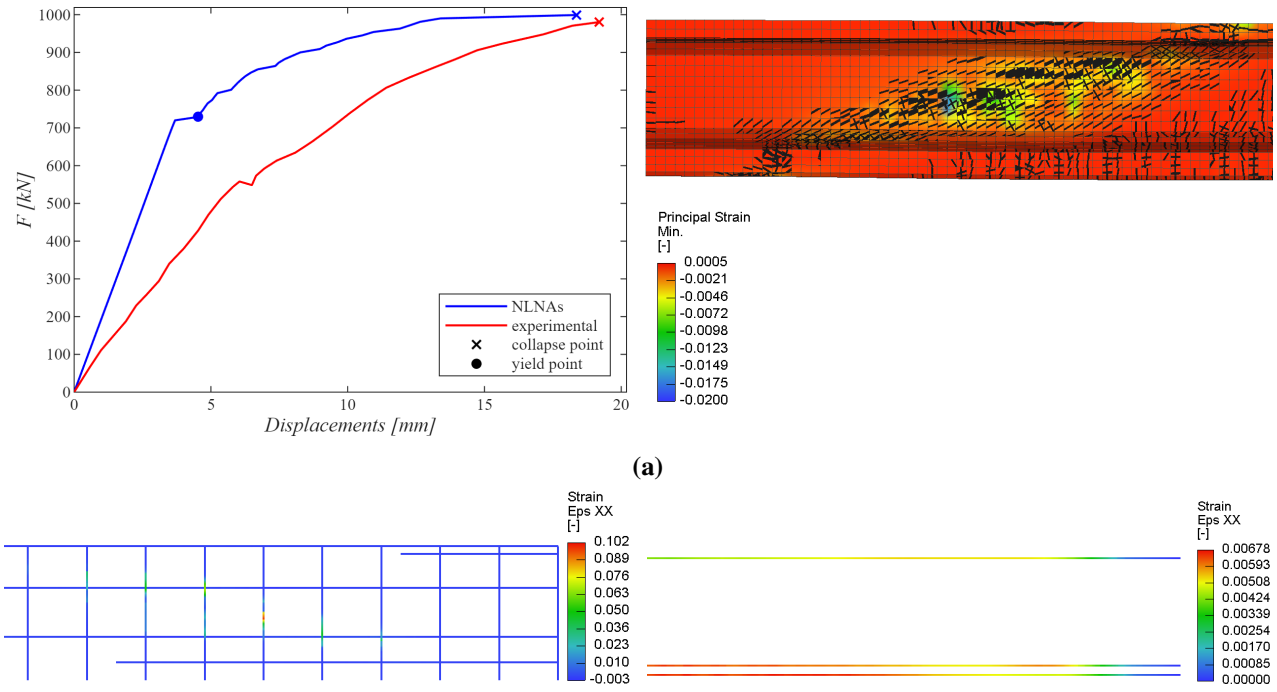


Figura 4.36: *Trave H600TR3: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*

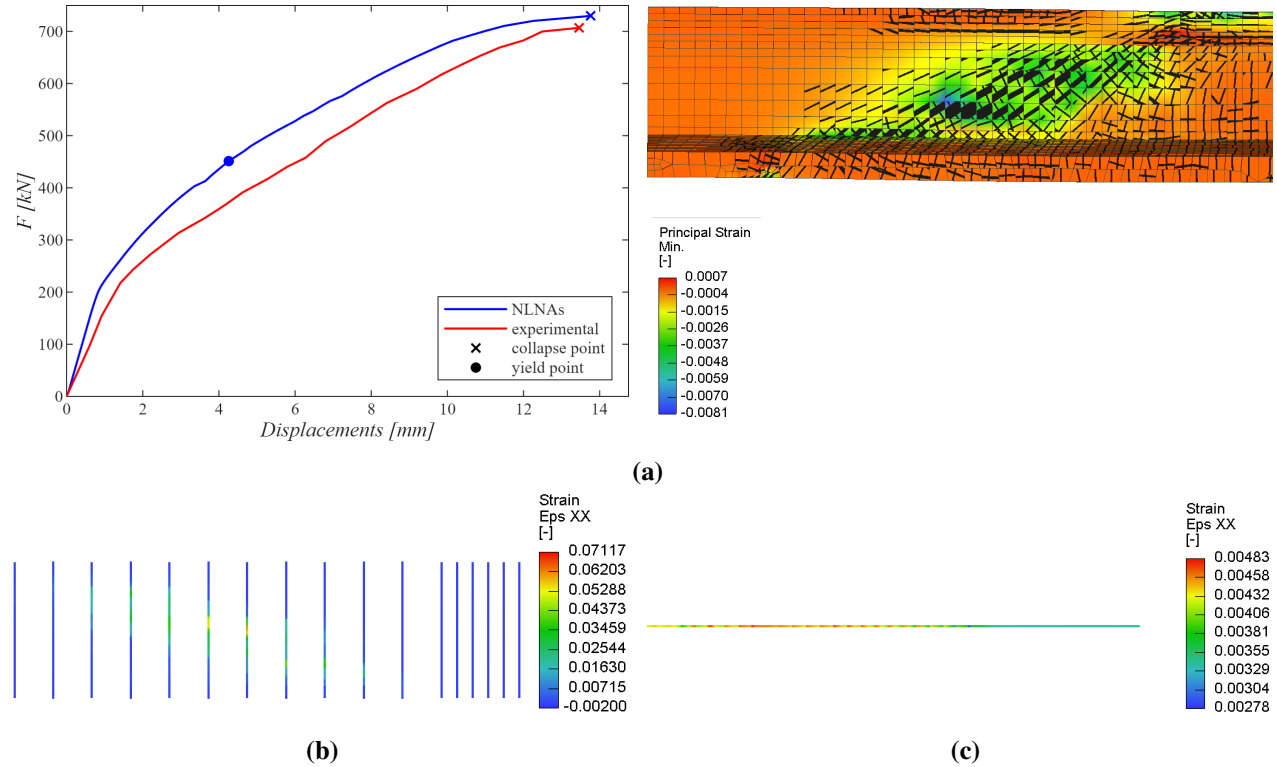


Figura 4.37: *Trave IPRC1: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*

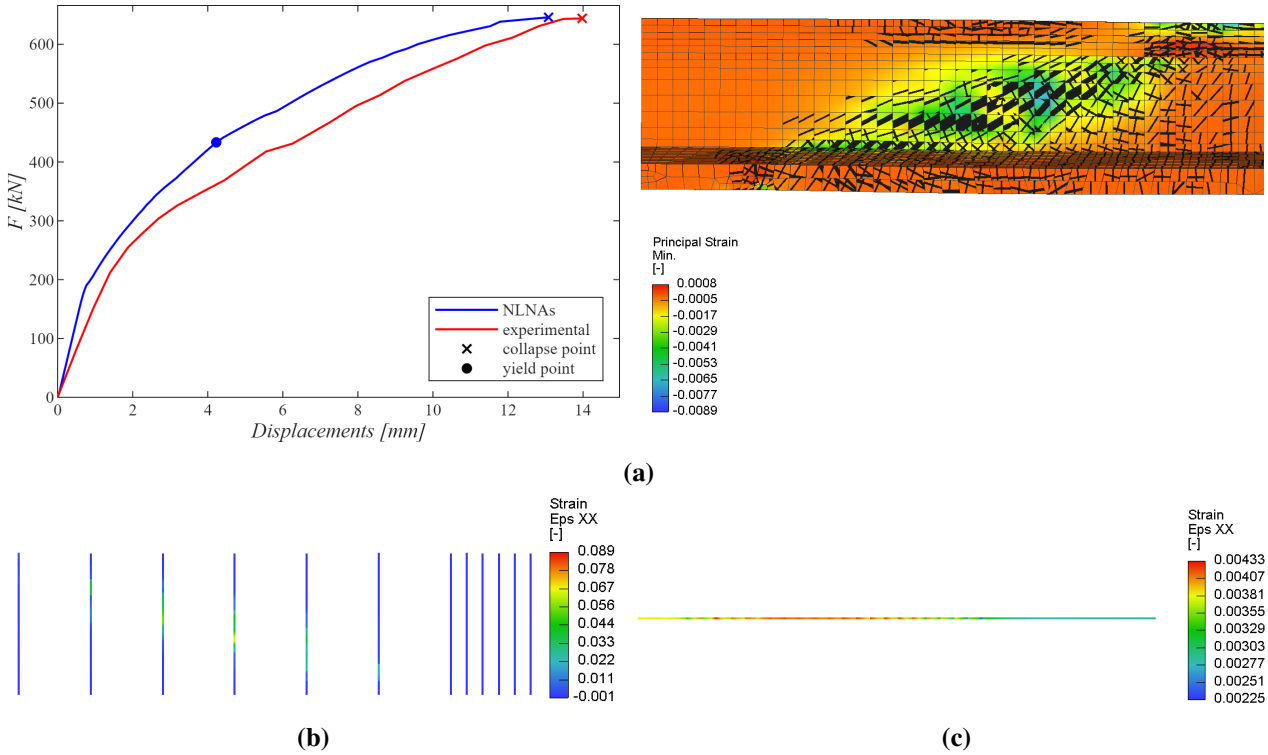


Figura 4.38: *Trave IPRC2: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*

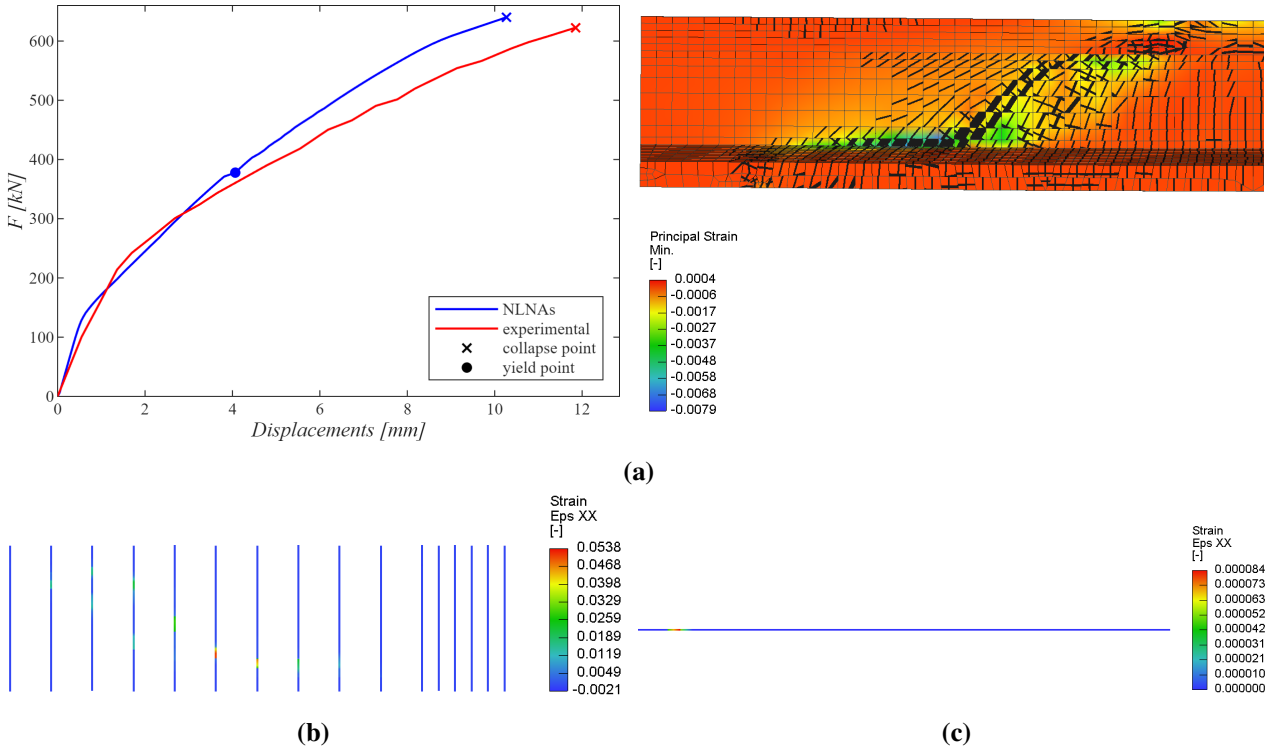


Figura 4.39: *Trave IPRC3: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*

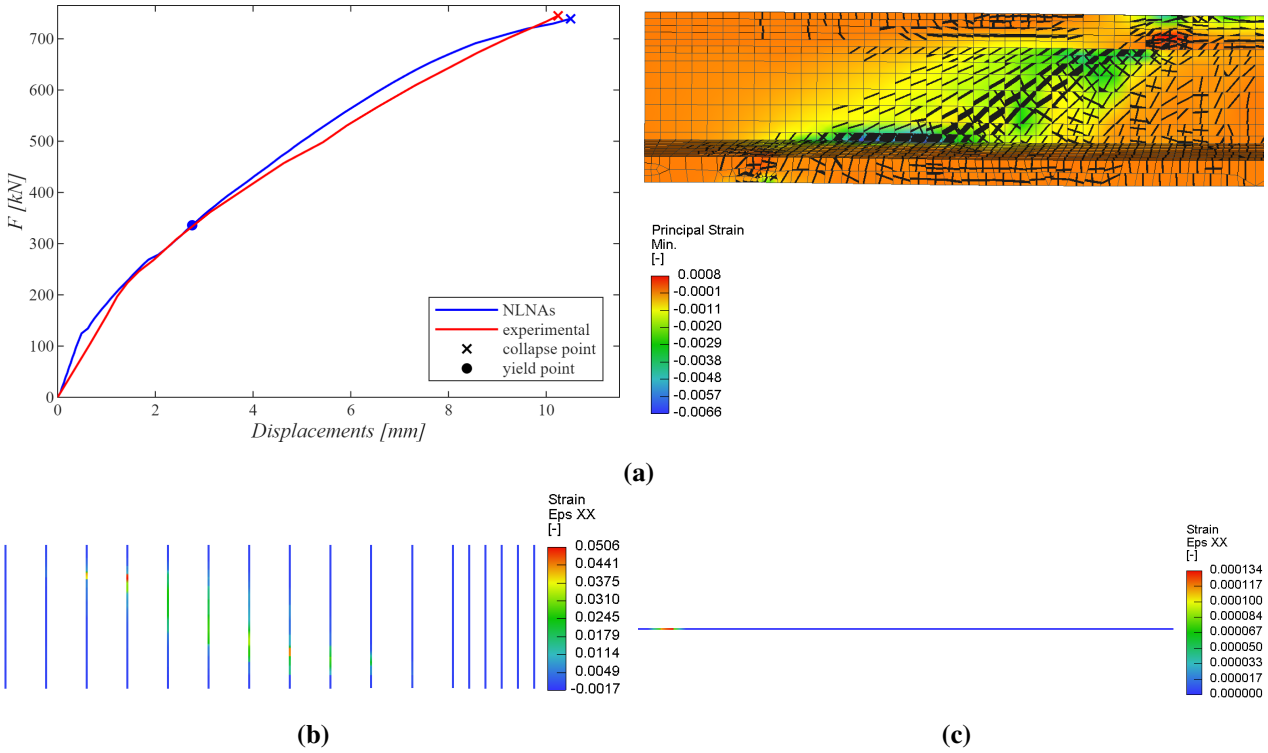


Figura 4.40: *Trave IPRC4: (a) Confronto curva dello sperimentale con analisi non lineare; (b) Deformazione staffe step di collasso; (c) Deformazione cavi step di collasso*

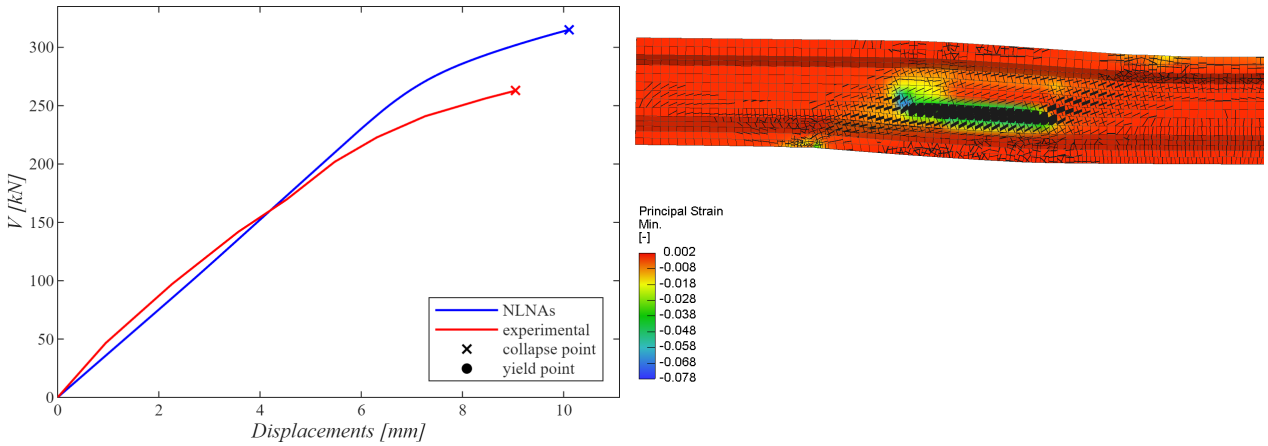


Figura 4.41: *Confronto analisi non lineare con sperimentale - Trave B103*

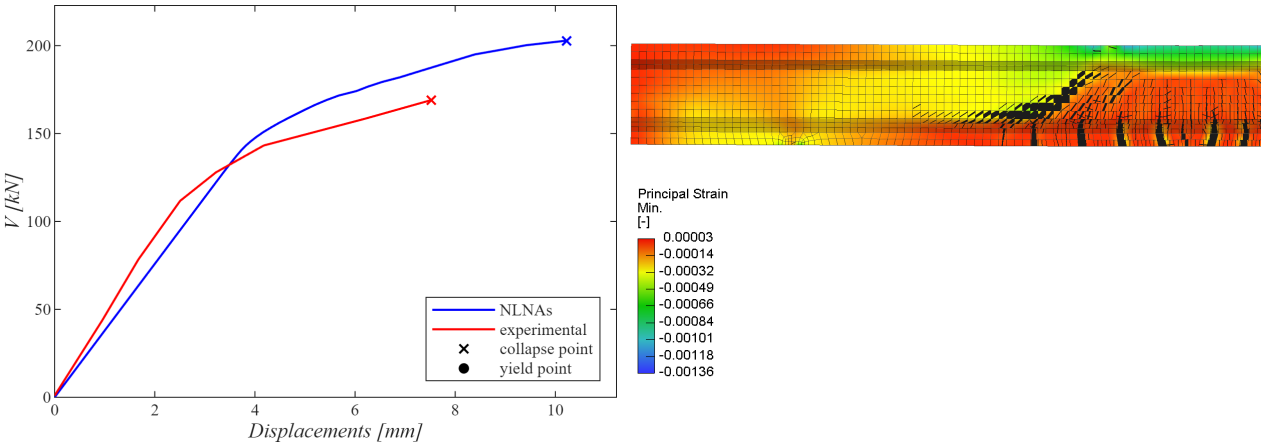


Figura 4.42: *Confronto analisi non lineare con sperimentale - Trave B106*

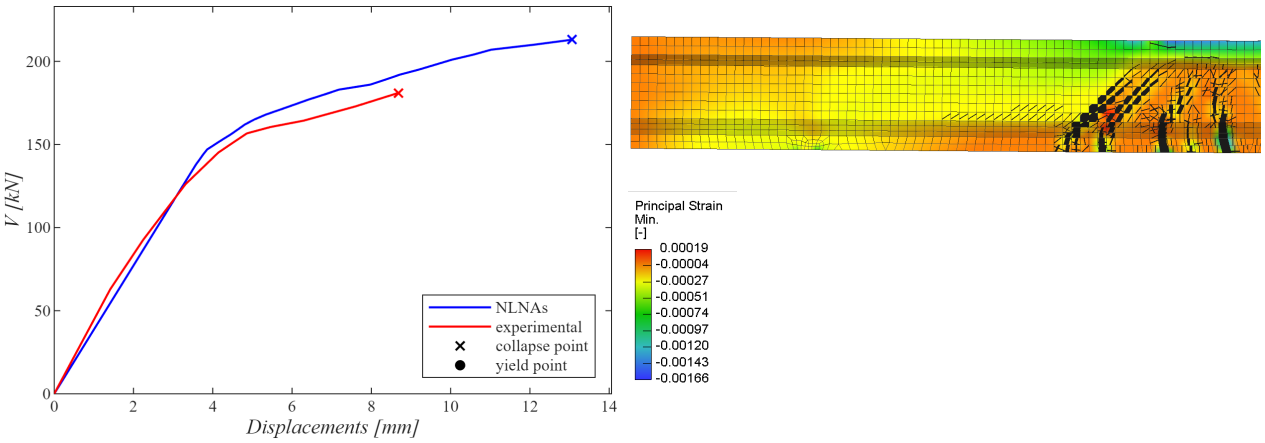


Figura 4.43: *Confronto analisi non lineare con sperimentale - Trave B109*

Come si può osservare, le travi *A1* e *A2* mostrano un comportamento significativamente più fragile rispetto alle altre tipologie di travi dotate di armatura trasversale a taglio. Tale comportamento è principalmente attribuibile al maggiore livello di precompressione presente in questi elementi, conseguenza sia dell'elevato valore di tesatura iniziale dei cavi sia del numero complessivo di trefoli impiegati rispetto alle altre configurazioni analizzate. L'incremento della precompressione determina infatti un aumento della resistenza globale dell'elemento strutturale. Tuttavia, questo beneficio è accompagnato da una riduzione della capacità deformativa della trave. In particolare, all'aumentare del livello di precompressione, la struttura tende a manifestare una minore duttilità e una più limitata capacità di dissipazione energetica, favorendo, pertanto, l'insorgenza di meccanismi di collasso di tipo fragile. Queste modalità di collasso risultano particolarmente critiche dal punto di vista della sicurezza strutturale, in quanto si verificano con ridotti segnali premonitori. Questo marcato comportamento fragile è dovuto anche al fatto che la luce di taglio risulta essere più piccola rispetto alle altre tipologie di travi testate portando ad avere, sull'elemento, una minore sollecitazione flessionale. Infatti, come anche specificato ampiamente nel Cap. 2, le sollecitazioni taglianti restituiscono, in forma

generale, all'elemento un comportamento più fragile rispetto alle sollecitazioni flessionali che, generalmente, restituiscono all'elemento un comportamento più duttile. Per quanto riguarda il confronto tra la curva ottenuta sperimentalmente e quella derivante dall'analisi numerica, si può osservare che nella trave *A1* i due andamenti risultano fra loro molto simili. Per la trave *A2*, invece, il comportamento sperimentale mostra un lieve scostamento rispetto ai risultati dell'analisi numerica non lineare. Tuttavia, il modello numerico riesce a riprodurre in maniera soddisfacente il raggiungimento del carico ultimo.

Per le travi relative alla serie *B*, come si può osservare dalle figure precedenti, si riesce a cogliere verosimilmente il comportamento reale dei campioni testati attraverso l'analisi numerica non lineare. Precisamente si ha un leggero scostamento per quanto concerne il carico di fessurazione. Infatti, si può notare che le simulazioni numeriche tendono a raggiungere un carico di fessurazione della trave più alto rispetto allo sperimentale, portando inevitabilmente ad un carico ultimo di collasso più elevato. Le travi *B101*, *B102*, *B104* e *B105* risultano essere armate trasversalmente a taglio, pertanto si può osservare che presentano un comportamento verosimilmente duttile raggiungendo deformazioni elevate. Al contrario, le travi *B103*, *B106* e *B109* non presentano armatura trasversale, portando l'elemento ad avere un comportamento più fragile rispetto alle precedenti. Si precisa, come anche ampiamente definito precedentemente, che per le travi non armate a taglio sono state eseguire le opportune analisi non lineari per confrontare il diverso comportamento rispetto alle travi armate a taglio. Tuttavia, però, esse non saranno inserite all'interno della statistica per la determinazione delle incertezze di modello in quanto presentano un diverso tipo di collasso. Anche in questo caso, le simulazioni numeriche non lineari riescono a cogliere in maniera soddisfacente il carico ultimo di collasso.

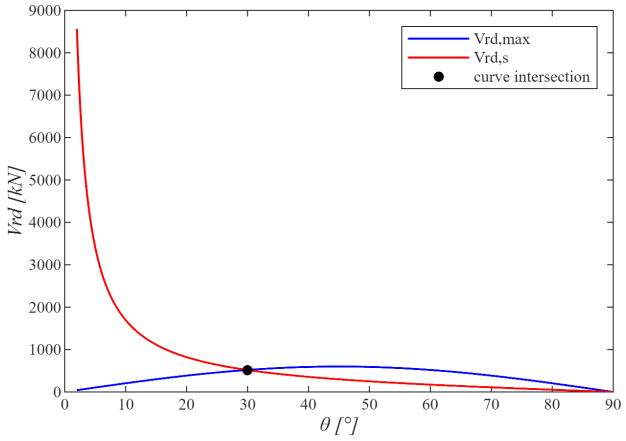
Per la trave H600TR3 si osservano alcune divergenze tra il comportamento della trave reale testata sperimentalmente e i risultati ottenuti attraverso l'analisi numerica non lineare. In particolare, si hanno scostamenti nelle fasi di pre-fessurazione e post-fessurazione. Più precisamente nella fase di pre-fessurazione la rigidezza del modello numerico tende ad essere più elevata rispetto allo sperimentale. Mentre nella fase post-fessurativa, la rigidezza del modello numerico tende ad essere inferiore rispetto a quella osservata sperimentalmente. Nonostante tali differenze, il modello numerico riesce comunque a riprodurre in maniera soddisfacente il carico ultimo di collasso della trave.

Anche per le travi relative alla serie *IPRC* si hanno scostamenti fra la fase pre-fessurativa e post-fessurativa, specialmente per quanto concerne le travi *IPRC1* e *IPRC2*. In particolare si ha che, in questo caso, il modello numerico restituisce una rigidezza pre-fessurativa maggiore rispetto allo sperimentale. Mentre nella fase post-fessurativa il modello numerico restituisce una rigidezza leggermente inferiore rispetto a quanto osservato nello sperimentale. In definitiva, si può osservare che in ogni caso si riesce a raggiungere il carico ultimo di collasso in forma soddisfacente.

4.3.2 Confronto con *Eurocodice 2* [8]

In questo capitolo verrà eseguito il confrontato dei risultati delle analisi numeriche non lineari discussi nel Cap. 4.3.1 con la normativa vigente, in particolare l'*Eurocodice 2* [8], normativa che si riferisce alla progettazione e costruzione di opere civili in calcestruzzo armato e calcestruzzo armato precompresso. Per comprendere in maniera chiara quanto verrà descritto, si rimanda al Cap. 2.2 dove viene spiegato in maniera dettagliata il comportamento a taglio degli elementi in calcestruzzo armato dotati di armatura trasversale con riferimento all'*Eurocodice 2*.

Per l'esecuzione di tale confronto, è risultato necessario sviluppare un foglio di calcolo in grado di determinare i differenti valori di $V_{Rd,s}$ e $V_{Rd,max}$ al variare dell'angolo relativo alla biella compressa θ. In particolare è stato deciso di eseguire una discretizzazione del valore di θ pari a 0.01 partendo dal valore iniziale $\theta = 1°$ e arrivando al valore finale pari a $\theta = 90°$. Tutti i valori di $V_{Rd,s}$ e $V_{Rd,max}$ sono stati successivamente inseriti in un grafico in modo tale che si potesse visualizzare il reale andamento delle due differenti curve di resistenza, ***a)***. Dal grafico descritto precedentemente è possibile individuare il punto di intersezione tra le due curve, determinando così la condizione di simultaneo collasso dell'acciaio e del calcestruzzo. Dal punto di vista numerico, risulta impossibile individuare l'esatto punto di intersezione tra le due curve di resistenza a taglio; pertanto, è stato assunto come punto di riferimento quello in cui si registra la minima differenza tra i valori di $V_{Rd,s}$ e $V_{Rd,max}$. Ciò è reso possibile dall'elevato livello di discretizzazione adottato per il parametro θ, scelto precedentemente con un passo sufficientemente ridotto. L'intersezione delle due curve restituisce, in questa maniera, il valore di θ_{Reale}. Tale valore di θ_{Reale} è stato confrontato, in forma successiva, con i valori limite imposti in normativa calcolando, quindi, il valore di θ_{EC}. Infine, mediante il valore numerico di θ_{EC} è possibile calcolare l'effettiva resistenza della trave allo *Stato Limite Ultimo*, ***b)***. Qualora lo stato tensionale massimo delle staffe all'ultimo *step* di collasso nell'analisi non lineare (si rimanda alle figure del capitolo precedente) raggiunga la condizione ultima, si può affermare che il collasso sia avvenuto lato acciaio. Viceversa, nel caso in cui lo stato tensionale delle staffe non raggiunga la condizione ultima, il collasso può essere ricondotto lato calcestruzzo. Questo dato risulta essere *parzialmente* confrontabile con quanto determinato seguendo l'*Eurocodice 2*. Infatti, se il valore di θ_{Reale} dovesse risultare basso, allora si ha più probabilità di sviluppare un meccanismo di collasso legato all'acciaio in quanto, generalmente, valori bassi di θ sono legati a quantità ridotte di armatura a taglio. Viceversa, se il valore di θ_{Reale} risulta essere elevato (vicino al valore di $45°$) si può affermare che il meccanismo più probabile di collasso è legato al calcestruzzo in quanto valori elevati di θ sono, tendenzialmente, legati a quantità elevate di armatura a taglio.

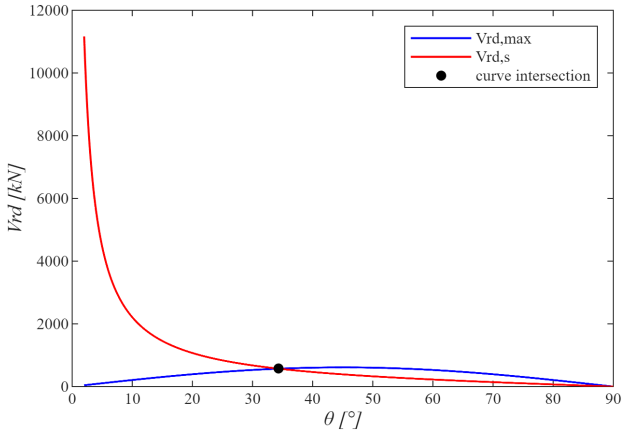


(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio			
fym [MPa	fcm [MPa		
413	48.3		
Inclinzione biella compressa			
θ_{Reale}	$\theta_{lim.\ Sup.}$	$\theta_{lim.\ inf.}$	θ_{EC}
29.95	45.00	21.80	29.95
Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a θ_{Reale}			
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]		
518.85	518.82		
Resistenza Taglio EC		**Taglio Sperimentale**	
Vrd [kN]		Ved,exp [kN]	
518.82		519.8	

(b)

Figura 4.44: *Trave A1: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*

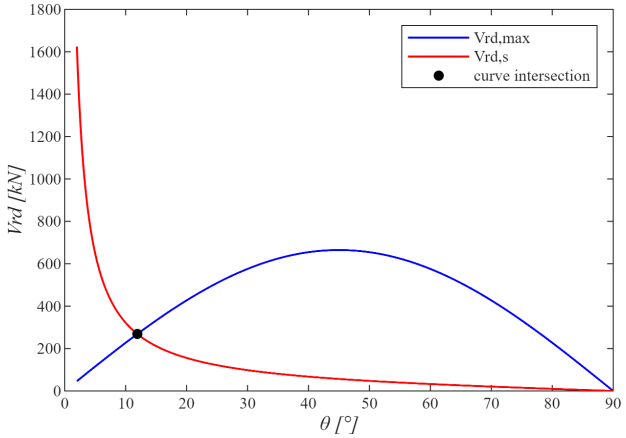


(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio			
fym [MPa	fcm [MPa		
413	49.6		
Inclinzione biella compressa			
θ_{Reale}	$\theta_{lim.\ Sup.}$	$\theta_{lim.\ inf.}$	θ_{EC}
34.36	45.00	21.80	34.36
Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a θ_{Reale}			
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]		
570.18	570.32		
Resistenza Taglio EC		**Taglio Sperimentale**	
Vrd [kN]		Ved,exp [kN]	
570.18		551.8	

(b)

Figura 4.45: *Trave A2: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*

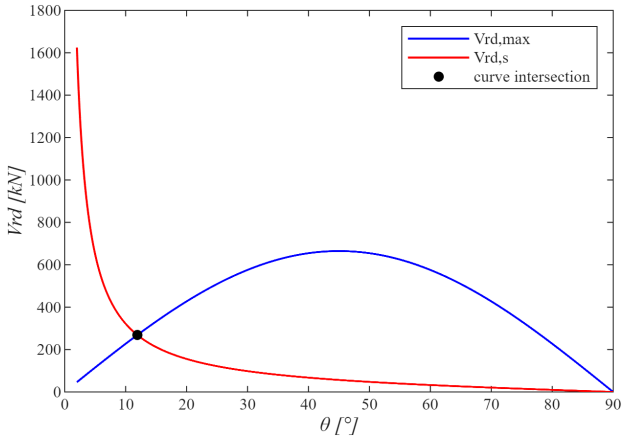


(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio			
fym [MPa	fcm [MPa		
608	77.5		
Inclinzione biella compressa			
θ_{Reale}	$\theta_{lim.\ Sup.}$	$\theta_{lim.\ inf.}$	θ_{EC}
11.92	45.00	21.80	21.80
Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a θ_{Reale}			
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]		
268.66	268.74		
Resistenza Taglio EC		**Taglio Sperimentale**	
Vrd [kN]		Ved,exp [kN]	
141.83		377.7	

(b)

Figura 4.46: *Trave B101: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*

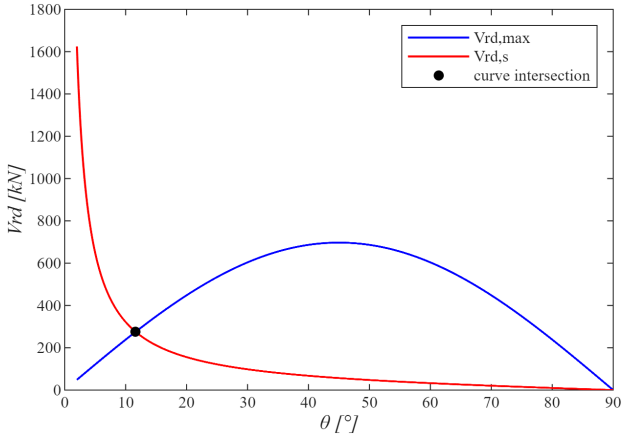


(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio	
fym [MPa	fcm [MPa
608	77.5
Inclinzione biella compressa	
θ, Reale	θ, lim. Sup.	θ, lim. inf.	θ, EC
11.92	45.00	21.80	21.80
Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a θ, Reale	
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]
268.66	268.74
Resistenza Taglio EC	**Taglio Sperimentale**
Vrd [kN]	Ved,exp [kN]
141.83	321.6

(b)

Figura 4.47: *Trave B102: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*

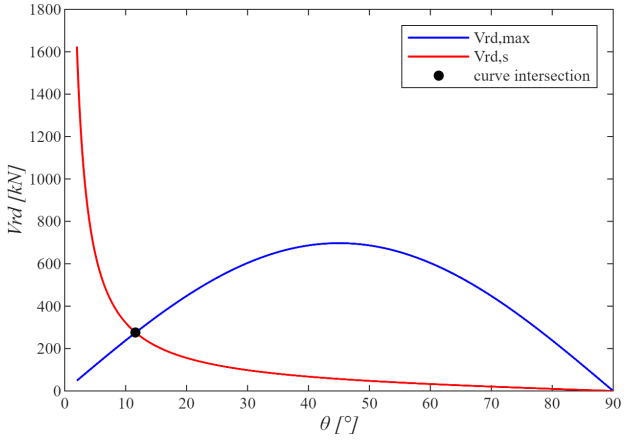


(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio	
fym [MPa	fcm [MPa
608	88.9
Inclinzione biella compressa	
θ, Reale	θ, lim. Sup.	θ, lim. inf.	θ, EC
11.64	45.00	21.80	21.80
Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a θ, Reale	
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]
275.53	275.39
Resistenza Taglio EC	**Taglio Sperimentale**
Vrd [kN]	Ved,exp [kN]
141.83	281.8

(b)

Figura 4.48: *Trave B104: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*

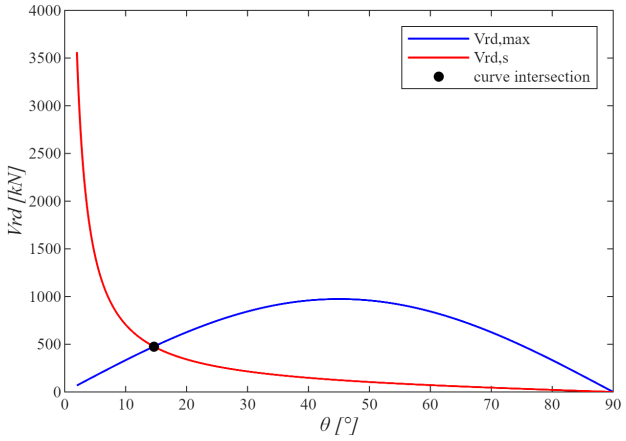


(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio	
fym [MPa	fcm [MPa
608	88.9
Inclinzione biella compressa	
θ, Reale	θ, lim. Sup.	θ, lim. inf.	θ, EC
11.64	45.00	21.80	21.80
Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a θ, Reale	
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]
275.53	275.39
Resistenza Taglio EC	**Taglio Sperimentale**
Vrd [kN]	Ved,exp [kN]
141.83	251.2

(b)

Figura 4.49: *Trave B105: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*



(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio	
fym [MPa	fcm [MPa
550.00	52.4

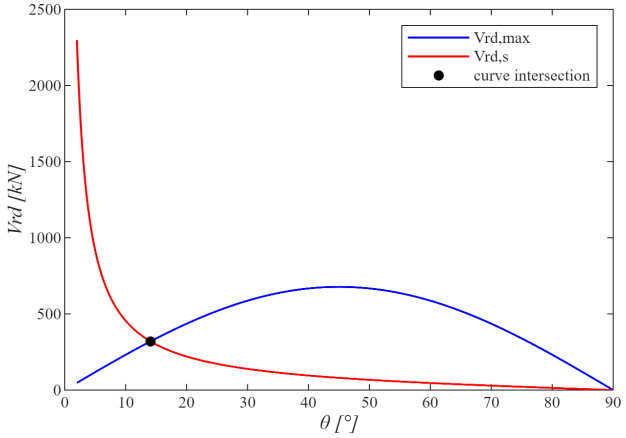
Inclinzione biella compressa			
θ_{Reale}	$\theta_{lim.\ Sup.}$	$\theta_{lim.\ inf.}$	θ_{EC}
14.64	45.00	21.80	21.80

Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a θ_{Reale}	
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]
476.50	476.24

Resistenza Taglio EC	Taglio Sperimentale
Vrd [kN]	Ved,exp [kN]
311.04	491.35

(b)

Figura 4.50: *Trave H600TR3: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*



(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio	
fym [MPa	fcm [MPa
438.00	41.8

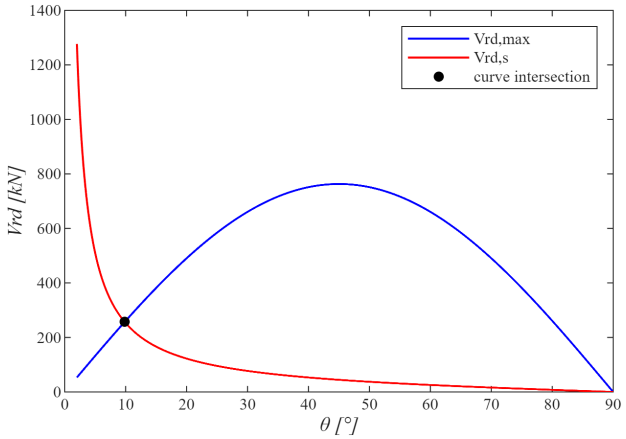
Inclinzione biella compressa			
θ_{Reale}	$\theta_{lim.\ Sup.}$	$\theta_{lim.\ inf.}$	θ_{EC}
14.08	45.00	21.80	21.80

Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a θ_{Reale}	
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]
319.81	319.96

Resistenza Taglio EC	Taglio Sperimentale
Vrd [kN]	Ved,exp [kN]
200.64	353.4

(b)

Figura 4.51: *Trave IPRC1: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*



(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio	
fym [MPa	fcm [MPa
438.00	49.3

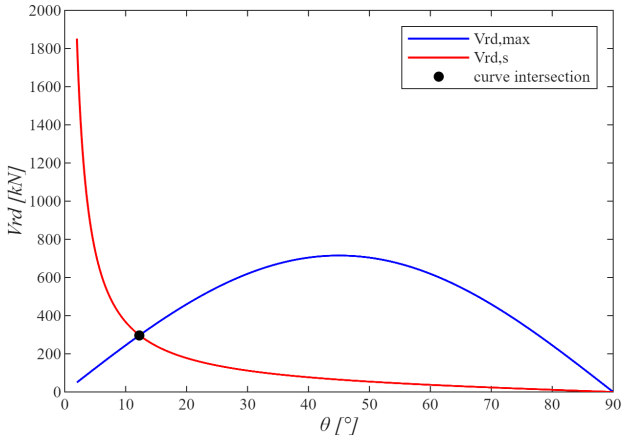
Inclinzione biella compressa			
θ_{Reale}	$\theta_{lim.\ Sup.}$	$\theta_{lim.\ inf.}$	θ_{EC}
9.84	45.00	21.80	21.80

Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a θ_{Reale}	
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]
256.94	257.04

Resistenza Taglio EC	Taglio Sperimentale
Vrd [kN]	Ved,exp [kN]
111.47	322.00

(b)

Figura 4.52: *Trave IPRC2: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*

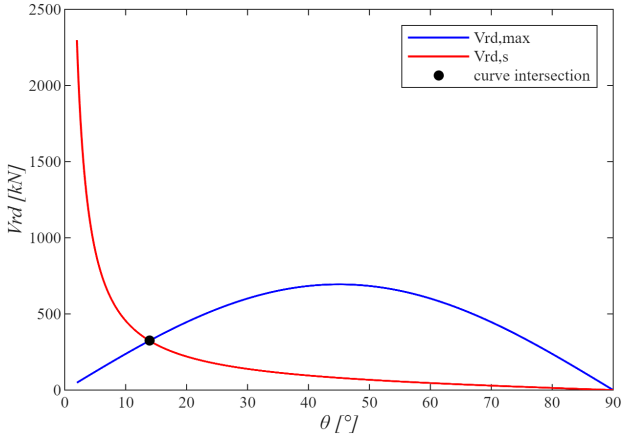


(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio			
fym [MPa	fcm [MPa		
353.00	45		
Inclinzione biella compressa			
$\theta_{,\ Reale}$	$\theta_{,\ lim.\ Sup.}$	$\theta_{,\ lim.\ inf.}$	$\theta_{,\ EC}$
12.28	45.00	21.80	21.80
Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a $\theta_{,\ Reale}$			
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]		
297.21	297.13		
Resistenza Taglio EC		**Taglio Sperimentale**	
Vrd [kN]		Ved,exp [kN]	
161.70		311.35	

(b)

Figura 4.53: *Trave IPRC3: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*



(a)

Resistenza media calcestruzzo e acciaio			
fym [MPa	fcm [MPa		
438.00	43.2		
Inclinzione biella compressa			
$\theta_{,\ Reale}$	$\theta_{,\ lim.\ Sup.}$	$\theta_{,\ lim.\ inf.}$	$\theta_{,\ EC}$
13.91	45.00	21.80	21.80
Resistenza sollecitazioni taglianti relativi a $\theta_{,\ Reale}$			
Vrd,s [kN]	Vrd,max [kN]		
323.98	324.03		
Resistenza Taglio EC		**Taglio Sperimentale**	
Vrd [kN]		Ved,exp [kN]	
200.64		372.50	

(b)

Figura 4.54: *Trave IPRC4: (a) Curve relative a Vrd,max e Vrd,s (b) Parametri di resistenza a taglio estrapolati dal grafico precedente*

Nella Figura 4.44 e Figura 4.45 viene rappresentato il comportamento delle travi *A1* e *A2*. Si osserva come la resistenza a taglio governata dal calcestruzzo risulti sensibilmente inferiore rispetto a quella associata al contributo resistente dell'acciaio. Tale comportamento è riconducibile all'elevato grado di armatura trasversale presente nelle due travi, che incrementa significativamente la capacità resistente lato acciaio. Di conseguenza, il valore di θ_{Reale} risulta relativamente *elevato*, evidenziando come il possibile meccanismo di collasso per sollecitazioni taglianti sia prevalentemente riconducibile alla crisi del calcestruzzo piuttosto che allo snervamento delle armature trasversali. Confrontando questo dato con le figure presentate e illustrate al capitolo precedente, si può notare che le tensioni delle staffe all'ultimo *step* di collasso non raggiungono la tensione di snervamento, questa configurazione afferma che nell'analisi non lineare il collasso della trave è stato raggiunto lato calcestruzzo. I dati analizzati risultano coerenti con quanto riportato nell'articolo di riferimento [25], nel quale viene esplicitamente evidenziato come il meccanismo di

collasso delle travi *A1* e *A2* sia riconducibile alla crisi dell'anima in calcestruzzo, associata alle sollecitazioni taglianti.

Nella Figura 4.46, Figura 4.47, Figura 4.48 e Figura 4.49 viene rappresentato il comportamento delle travi *B101*, *B102*, *B104* e *B105*. Si può osservare come la curva relativa alla resistenza dell'acciaio sia significativamente inferiore rispetto ai due casi precedenti, questo è dovuto al fatto che le seguenti travi risultano meno armate a taglio rispetto alle travi *A1* e *A2*. Di conseguenza, il valore di θ_{Reale} risulta relativamente *basso*, evidenziando come il possibile meccanismo di collasso per sollecitazioni taglianti sia prevalentemente riconducibile alla crisi dell'acciaio piuttosto che al calcestruzzo. Confrontando questo dato con le figure presentate e illustrate nel capitolo precedente, si può notare che le tensioni delle staffe all'ultimo *step* di collasso raggiungono la loro configurazione ultima, pertanto è presumibile che il collasso delle travi nelle analisi numeriche non lineari sia avvenuto lato acciaio. I dati analizzati risultano coerenti con quanto riportato nell'articolo di riferimento [31], nel quale viene esplicitamente evidenziato come il meccanismo di collasso delle travi sperimentali sia riconducibile alla crisi relativa all'acciaio delle staffe.

Nella Figura 4.50 viene rappresentato il comportamento della trave *H600TR3*. Si può osservare come la curva relativa alla resistenza dell'acciaio sia significativamente inferiore rispetto ai due casi relativi alle travi *A1* e *A2*. Di conseguenza, il valore di θ_{Reale} risulta relativamente *basso*, evidenziando come il possibile meccanismo di collasso per sollecitazioni taglianti sia prevalentemente riconducibile alla crisi dell'acciaio piuttosto che al calcestruzzo. Confrontando tale risultato con la relatica figura presentata nel capitolo precedente, si osserva come le tensioni nelle staffe, all'ultimo *step* di collasso, non raggiungano il valore di snervamento dell'acciaio. Ne consegue che, nell'ambito dell'analisi numerica non lineare, il meccanismo di collasso risulti verosimilmente governato dalla crisi del calcestruzzo. Tale evidenza si discosta da quanto previsto secondo le formulazioni dell'*Eurocodice 2* eseguite precedentemente. Nell'articolo di riferimento [29] non viene descritto in forma esplicita la tipologia di collasso della trave durante la sperimentazione, pertanto non è stato possibile eseguire un confronto con quanto descritto precedentemente.

Nella Figura 4.51, Figura 4.52, Figura 4.53 e Figura 4.54 viene rappresentato il comportamento delle travi *IPRC1*, *IPRC2*, *IPRC3* e *IPRC4*. Si può osservare che la curva relativa alla resistenza dell'acciaio delle travi *IPRC1* e *IPRC4* risultano essere significativamente superiori rispetto alle travi *IPRC2* e *IPRC3*. Questo è dovuto al fatto che nella trave *IPRC2* è presente una densità di staffe inferiore rispetto alle altre travi; mentre nella trave *IPRC3* è presente lo stesso passo degli altri campioni, ma una tipologia di acciaio per le staffe con caratteristiche meccaniche inferiori. Il valore calcolato di θ_{Reale} risulta relativamente basso, evidenziando come il possibile meccanismo di collasso per le sollecitazioni taglianti sia prevalentemente riconducibile alla crisi dell'acciaio piuttosto che al calcestruzzo. Confrontando tale risultato con le figure relative alla tensione nelle staffe all'ultimo *step* di collasso, si può osservare come tali staffe superano il valore di snervamento raggiungendo il loro valore di tensione ultima di collasso. Ne consegue che, nell'ambito dell'analisi

numerica non lineare, il meccanismo di collasso risulti verosimilmente governato dalla crisi dell'acciaio delle staffe per tutte le tipologie di travi *IPRC*. Tale evidenza conferma quanto precedentemente determinato con l'*Eurocodice 2*. Nell'articolo di riferimento [32] viene riportato che le travi *IPRC1*, *IPRC2* e *IPRC4*, durante le prove sperimentali, hanno raggiunto il collasso per compressione del calcestruzzo, manifestando quindi una crisi del materiale in zona compressa, fenomeno che si discosta rispetto a quanto descritto precedentemente. Per la trave *IPRC3*, l'articolo descrive che il campione ha raggiunto, durante la fase di sperimentazione, il collasso per tensione dell'acciaio, confermando quanto dichiarato in precedenza.

Di seguito si riporta la Tabella 4.1 nella quale viene eseguito un confronto diretto tra: la resistenza a taglio allo *Stato Limite Ultimo* calcolato mediante *Eurocodice 2*, valore numerico della sollecitazione tagliante di collasso relativa alle travi sperimentate e valore numerico della sollecitazione tagliante di collasso relativa alle travi simulate numericamente mediante l'utilizzo di analisi non lineari. Si precisa, come già ampiamente illustrato nel Cap. 3.1, che durante la sperimentazione di alcune travi è stata monitorata la forza totale agente sul campione. Pertanto, al fine di rendere omogeneo e diretto il confronto tra i tre valori precedentemente descritti, nei casi in cui la prova sperimentale restituisca il carico complessivo di collasso della trave, tale valore è stato diviso per due, così da determinare la corrispondente sollecitazione tagliante agente.

Confronto risultati			
Trave [-]	$V_{rd,EC}$ [kN]	V_{exp} [kN]	V_{NLNAs} [kN]
A1	*518.8*	*519.8*	*548.4*
A2	*570.2*	*551.8*	*542.3*
B101	*141.8*	*377.7*	*409.2*
B102	*141.8*	*321.6*	*359.1*
B104	*141.8*	*281.8*	*309.6*
B105	*141.8*	*251.2*	*263.2*
H600TR3	*311.0*	*491.4*	*499.5*
IPRC1	*200.6*	*353.4*	*364.8*
IPRC2	*111.5*	*322.0*	*323.0*
IPRC3	*161.7*	*311.4*	*320.0*
IPRC4	*200.6*	*372.5*	*369.6*

Tabella 4.1: *Confronto dei risultati ottenuti - NLNAs, Eurocodice e sperimentale*

Dall'analisi dei risultati riportati nella tabella precedente emerge che, nella quasi totalità dei casi, la resistenza a taglio allo *Stato Limite Ultimo* valutata mediante le formulazioni previste dall'*Eurocodice 2*, indicata con $V_{Rd,EC}$, risulta inferiore sia al carico ultimo ottenuto sperimentalmente, V_{exp}, sia a quello derivante dalle simulazioni numeriche non lineari, V_{NLNAs}. Tale differenza è riconducibile all'impostazione intrinsecamente conservativa delle formulazioni normative, introdotta al fine di garantire adeguati margini di sicurezza nella progettazione strutturale. L'unica eccezione è rappresentata dalla trave *A2*, per la quale il valore fornito dall'approccio normativo risulta superiore rispetto ai corrispondenti risultati sperimentali e numerici, evidenziando quindi una resistenza da *Eurocodice* a sfavore di sicurezza.

4.4 Modellazione delle incertezze di modello

Nel capitolo precedente sono stati presentati i risultati delle analisi numeriche non lineari, confrontandoli con i corrispondenti risultati sperimentali, al fine di consentire una valutazione diretta del comportamento strutturale osservato nelle prove sperimentali e di quello ottenuto mediante le simulazioni numeriche, dimostrando così una buona calibrazione generale dei modelli. In questo capitolo, invece, si andranno a descrivere le modalità di esecuzione delle incertezze di modello relative alle *analisi numeriche non lineari*.

Oltre al modello non lineare calibrato, sono stati sviluppati ulteriori cinque modelli numerici per ogni singola trave modellata, ottenuti mediante la variazione di due specifici parametri di input:

- ***Crack Model***
- ***Fracture Energy Gf***

4.4.1 Crack Model

Come viene ampiamente descritto in [1] e in [13], la propagazione delle fessure viene descritta mediante l'approccio a fessurazione distribuita (*Smeared Crack Approach*). Tale formulazione consente di rappresentare lo stato *fessurativo* all'interno del materiale senza introdurre discontinuità geometriche nel modello numerico eseguito. Pertanto, possono essere adottate due strategie differenti di modellazione delle fessure: il modello a fessure fisse (*Fixed Crack Model*) e il modello a fessure ruotate (*Rotated Crack Model*). In entrambe le formulazioni, l'innesco della fessurazione si verifica quando la tensione principale di trazione supera la resistenza a trazione del materiale.

4.4.1.1 Fixed Crack Model

Nel modello a fessure fisse (*fixed crack model*), proposto da *Cervenka* e *Darwin*, la direzione delle fessure viene definita in corrispondenza dell'innesco della fessurazione, adottando come riferimento la direzione delle tensioni principale all'istante dello sviluppo delle lesioni. Durante l'analisi non lineare e quindi il processo di carico a cui è soggetta la struttura, l'orientamento di tali fessure rimane invariato.

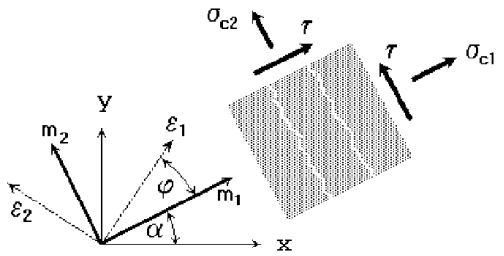


Figura 4.55: *Modello a fessure fisse - Tratto da [1]*

Nel calcestruzzo non fessurato, le direzioni delle tensioni principali e delle deformazioni principali coincidono, questo grazie all'ipotesi iniziale di materiale *isotropo*. Nel momento in cui, invece, si instaura uno stato fessurativo nell'elemento, il comportamento risulta essere di tipo *ortotropo*. In tale configurazione, l'asse debole del materiale m_1 risulta ortogonale alla direzione della fessura, mentre l'asse resistente m_2 è parallelo alle fessure stesse. In condizioni generali, gli assi principali delle deformazioni ε_1 e ε_2 possono ruotare e non coincidere con gli assi di ortotropia m_1 e m_2. Questa discrepanza genera la presenza di tensioni tangenziali sulla superficie della fessura, si veda Figura 4.55. Le tensioni σ_{c1} e σ_{c2} rappresentano le tensioni *normali* e *parallele* al piano fessurativo dell'elemento. Pertanto, a causa della presenza di tensioni tangenziali precedentemente descritte, queste tensioni non coincidono con lo stato tensionale principale.

4.4.1.2 Rotated Crack Model

Nel modello a fessure ruotate (*Rotated Crack Model*), proposto da *Vecchio* e *Crisfield*, la direzione delle tensioni principali viene assunta coincidente con quella delle deformazioni principali. Pertanto, le deformazioni di taglio sul piano fessurativo non si manifestano in tale formulazione e risulta necessario definire due componenti di tensioni normali, si veda Figura 4.56.

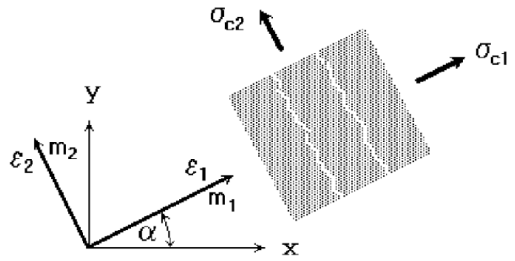


Figura 4.56: *Modello a fessure ruotate - Tratto da [1]*

Nel momento in cui, durante il processo di carico della struttura, gli assi delle deformazioni principali subiscano una rotazione, di conseguenza viene aggiornata anche la direzione delle fessure nell'elemento. Per mantenere la *coassialità* tra gli assi delle deformazioni principali e quelli relativi al materiale, il modulo di taglio tangente G_t viene determinato secondo la formulazione proposta da *Crisfield (1989)* in [1], si veda Eq. (4.1).

$$G_t = \frac{\sigma_{c1} - \sigma_{c2}}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \tag{4.1}$$

4.4.1.3 Impostazione del modello di fessure in *Atena-Pre*

In questo capitolo verrà spiegato come viene modellato il modello di fessurazione all'interno del software di calcolo agli elementi finiti *Atena Pre*. Seguendo l'interfaccia di *Atena Pre* illustrata in Figura 4.1, è presente la voce *Materials* nella quale,

come anche specificato nel Cap. 4.2, è presente la voce *Concrete* dove è possibile impostare il *modello di fessurazione* del calcestruzzo. In tale ambiente è possibile definire il modello di fessurazione del calcestruzzo adottato nelle simulazioni numeriche, si veda riquadro rosso presente in Figura 4.57.

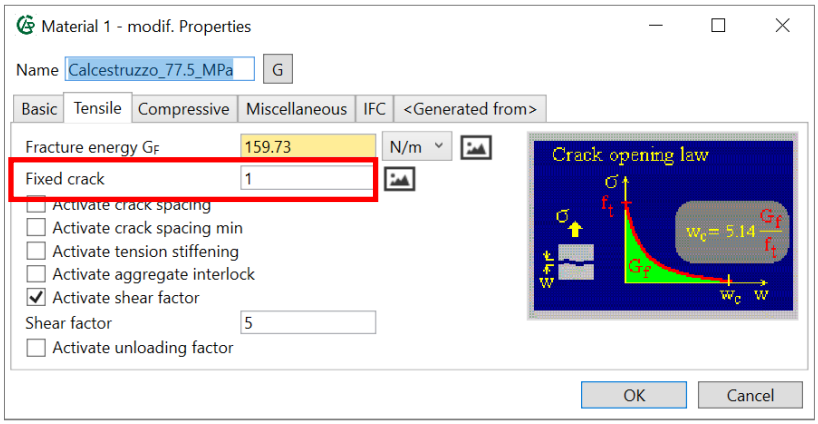


Figura 4.57: *Impostazione modello fessurativo in ATENA Pre*

In particolare, impostando nel parametro *Fixed Crack* un valore unitario, si ha il comportamento del modello a fessure fisse (*fixed crack model*). Mentre impostando un valore nullo (uguale a zero) il modello restituisce un comportamento a fessure ruotate (*rotated crack model*). Le discrepanze presenti fra i due comportamenti fessurativi differenti sono illustra rispettivamente al Cap. 4.4.1.1 e Cap. 4.4.1.2. In questo caso studio sono state utilizzate entrambe le opzioni per l'esecuzione dei modelli relativo alle incertezze di epistemiche di modellazione.

4.4.2 Fracture Energy *Gf*

L'energia di frattura (*Fracture Energy Gf*), come descritto ampiamente in [10], è definita come l'energia necessaria alla propagazione di una fessura di trazione di area unitaria. In assenza di prove e dati sperimentali, il valore relativo alla *Gf* può essere stimato seguendo l'Eq. (4.2).

$$G_f = 73 \cdot f_{cm}^{0.18} \tag{4.2}$$

L'Eq. (4.2) risulta la stessa formulazione utilizzata da *Atena Pre* per il calcolo dell'energia di frattura (*Fracture Energy*).

4.4.2.1 Impostazione della *Fracture Energy* in *Atena-Pre*

In questo capitolo verrà spiegato come viene modellata l'energia di frattura (*Fracture Energy*) all'interno del modello numerico in *Atena Pre*. Seguendo l'interfaccia di *Atena Pre* illustrata in Figura 4.1, è presente la voce *Materials* nella quale, come anche specificato nel Cap. 4.2, è presente la voce *Concrete* dove è possibile impostare l'energia di frattura (*Fracture Energy* G_f) del calcestruzzo., si veda riquadro rosso nella Figura 4.58.

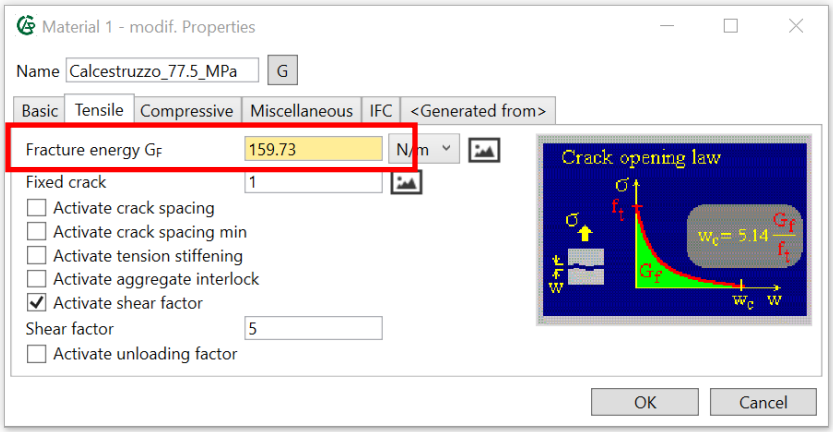


Figura 4.58: *Impostazione della Fracture Energy in ATENA Pre*

Nel presente caso di studio, come verrà illustrato più approfonditamente nel Capitolo 4.4.3, le incertezze di modello vengono considerate attraverso l'assegnazione della *Fracture Energy* secondo tre differenti configurazioni di analisi: considerando la *Gf* calcolata dal programma, considerando la *Gf* minima dividendo per 100 l'energia di frattura calcolata dal software (*Gf*/100) ed infine considerando la *Gf* massima, cioè la più alta energia di frattura impostabile su *Atena Pre* la quale risulta essere pari a 999 N/m.

4.4.3 Risultati delle analisi relative all'incertezze di modello

In questo capitolo si andranno a presentare i risultati ottenuti a seguito della modellazione relativa alle incertezze di modello con una successiva analisi dettagliata dei risultati ottenuti. Come descritto anche all'inizio del Cap. 4.4, sono stati sviluppati, oltre al modello calibrato, ulteriori cinque modelli per ogni singola trave variando i due parametri descritti nel paragrafo precedente. Per semplicità, i modelli per ogni singola trave sono stati così denominati:

- **Model 1**: Trave relativa a *Fracture Energy Minima (Gf/100)* e *Fixed Crack Model*;
- **Model 2**: Trave Calibrata relativa a *Fracture Energy* calcolata dal software e *Fixed Crack Model*;
- **Model 3**: Trave relativa a *Fracture Energy Massima* e *Fixed Crack Model*
- **Model 4**: Trave relativa a *Fracture Energy Minima (Gf/100)* e *Rotated Crack Model*
- **Model 5**: Trave relativa a *Fracture Energy* calcolata dal software e *Rotated Crack Model*
- **Model 6**: Trave relativa a *Fracture Energy Massima* e *Rotated Crack Model*

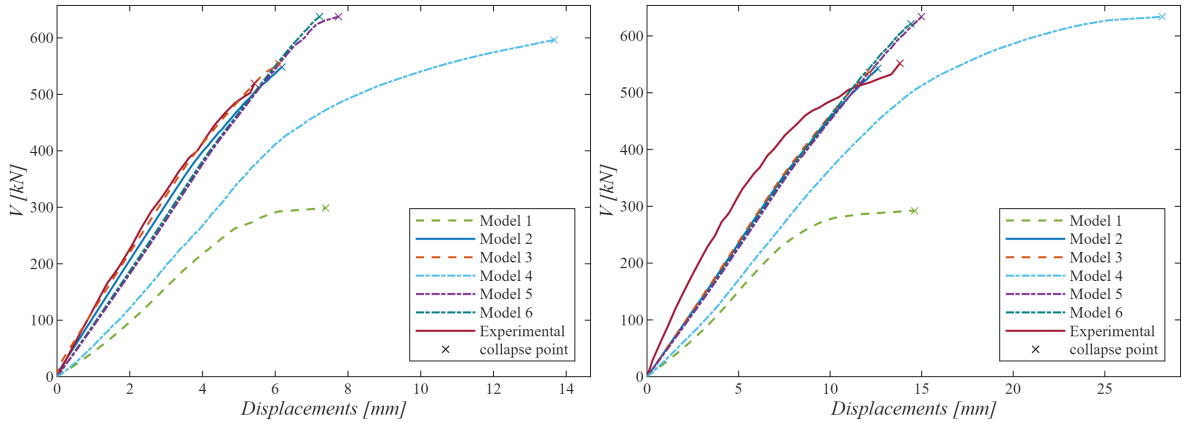


Figura 4.59: *Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - (a): Trave A1 (b): Trave A2*

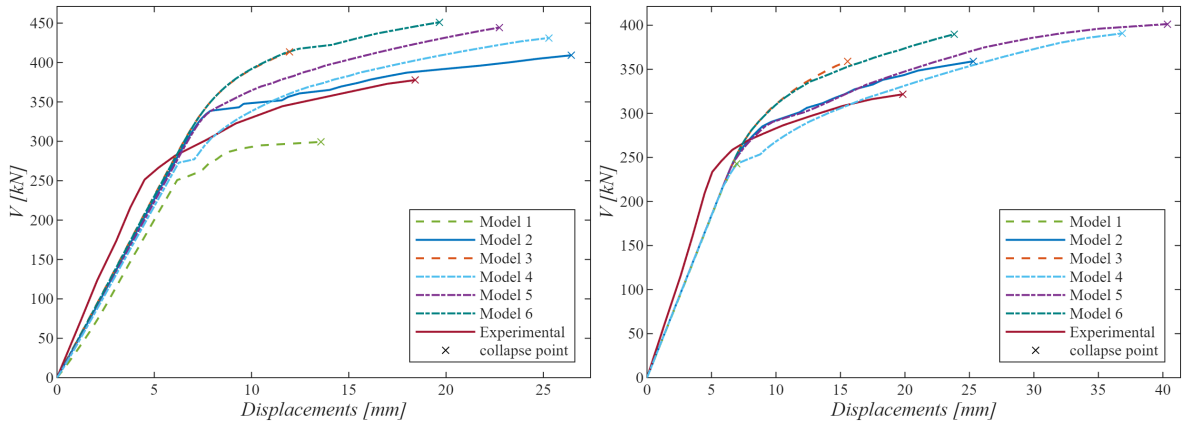
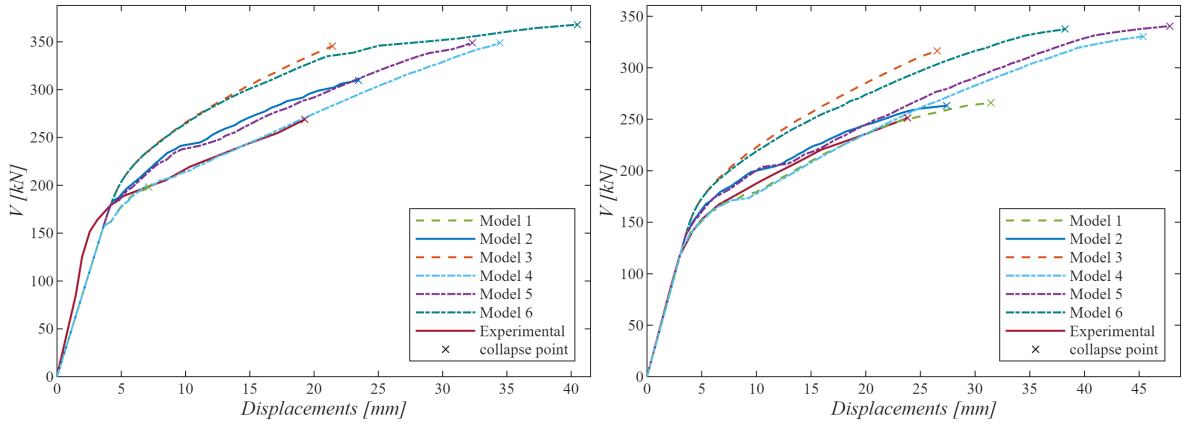
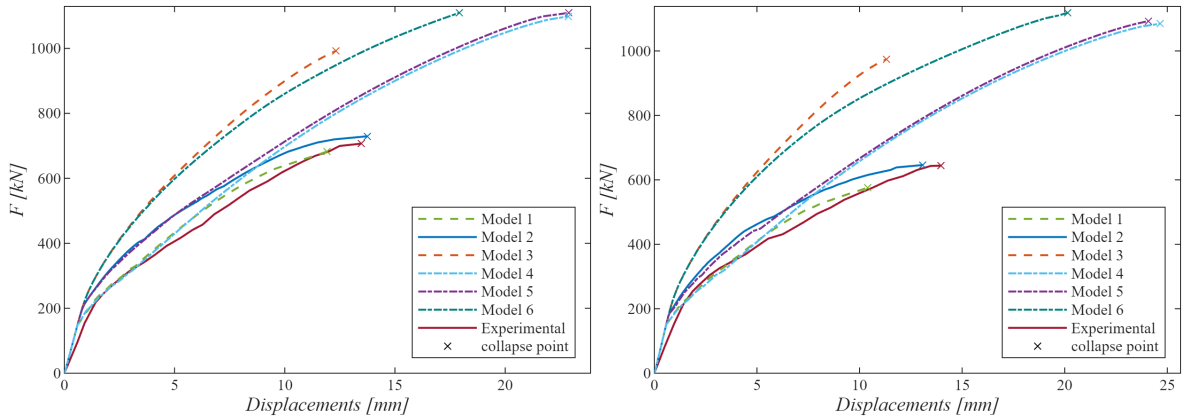


Figura 4.60: *Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - (a): Trave B101 (b): Trave B102*



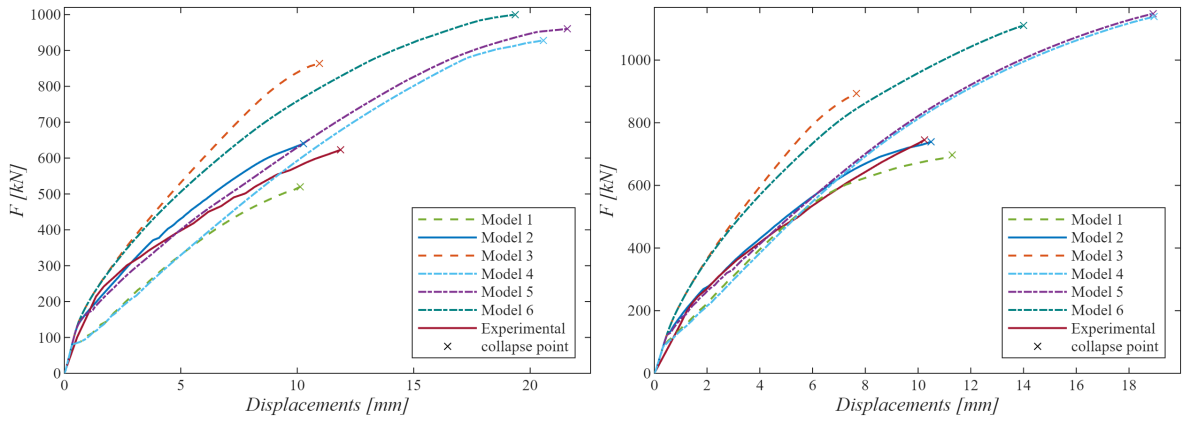
(a) **(b)**

Figura 4.61: *Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - (a): Trave B104 (b): Trave B105*



(a) **(b)**

Figura 4.62: *Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - (a): Trave IPRC1 (b): Trave IPRC2*



(a) **(b)**

Figura 4.63: *Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - (a): Trave IPRC3 (b): Trave IPRC4*

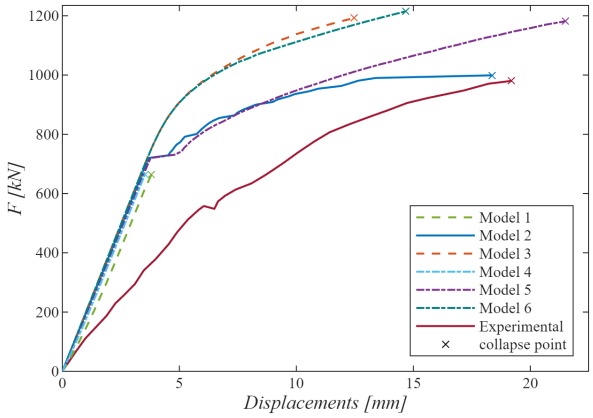


Figura 4.64: *Grafico forza vs spostamento relativo alle incertezze di modello - Trave H600TR3*

Nella Figura 4.59 sono illustrati i grafici *forza-spostamento* relativi alla modellazione delle incertezze di modello delle travi *A1* (Figura 4.59a) e *A2* (Figura 4.59b). Si può osservare come questi campioni siano estremamente sensibili alla *Fracture Energy*, in particolar modo ai modelli relativi all'energia di frattura minima (*Gf/100*). Infatti, si osserva come il comportamento complessivo dei modelli *Model 1* e *Model 4* risultano significativamente differenti rispetto agli altri modelli dei due campioni. Tuttavia, per tutti gli altri modelli relativi alle incertezze di modello si ha un comportamento molto simile sia alla sperimentale che al modello validato.

Nelle Figure 4.60 e 4.61 sono riportati i diagrammi *forza–spostamento* ottenuti nell'ambito dell'analisi delle incertezze di modello relative alle travi *B101*, *B102*, *B104* e *B105*. Dall'osservazione dei risultati emerge una notevole similitudine tra le diverse risposte relative alle analisi numeriche effettuate, in particolare per quanto riguarda la rigidezza iniziale del sistema, che risulta pressoché invariata nella fase pre-fessurativa dell'elemento. Si evidenzia tuttavia una chiara dipendenza del carico ultimo dal valore dell'energia di frattura adottata: modelli caratterizzati da valori più elevati di energia di frattura mostrano capacità portanti superiori rispetto a quelli associati a valori inferiori, confermando la sensibilità della risposta globale del sistema a tale parametro. Analoghe considerazioni possono essere estese all'influenza del modello di fessurazione (*crack model*). In particolare, l'adozione di un modello a fessure fisse comporta generalmente una riduzione del carico ultimo di collasso rispetto al caso di fessure ruotate. Quest'ultimo, infatti, oltre a consentire una maggiore capacità resistente, determina anche un incremento della duttilità globale dell'elemento strutturale, questo fatto si può osservare nei grafici precedentemente citati dove gli spostamenti di tali modelli risultano più elevati rispetto ai modelli relativi alle fessure fisse.

Nelle Figure 4.62 e 4.63 sono riportati i diagrammi *forza-spostamento* ottenuti nell'ambito delle analisi delle incertezze di modello relative alle travi *IPRC1*, *IPRC2*, *IPRC3* e *IPRC4*. Dall'osservazione dei risultati emerge una marcata dipendenza del comportamento strutturale dal parametro associato al modello di fessurazione adottato. In particolare, le simulazioni numeriche eseguite mediante i modelli *Model 4*, *Model 5* e *Model 6*, basati sul *Rotated Crack Model*, evidenziano una

risposta significativamente differente rispetto a quella ottenuta con i modelli appartenenti alla famiglia *Fixed Crack Model*. Più nello specifico, i modelli caratterizzati dallo sviluppo di fessure ruotate mostrano un comportamento maggiormente duttile e raggiungono valori di carico ultimo sensibilmente superiori. Tale differenza comporta inevitabilmente una stima del coefficiente γ_{Rd}, associato alle incertezze epistemiche di modello, significativamente più elevata. Poiché tale comportamento anomalo è stato riscontrato esclusivamente per la serie di travi *IPRC*, si è ritenuto opportuno eseguire due distinte analisi statistiche per la valutazione delle incertezze di modello (Cap. 5). La prima è stata condotta considerando l'intero insieme dei provini analizzati (11 campioni complessivi), mentre la seconda è stata effettuata escludendo la serie *IPRC* (7 campioni complessivi). Questa scelta metodologica consente di evidenziare in maniera più chiara e significativa l'influenza delle travi *IPRC* sulla valutazione globale delle incertezze di modello.

Nella Figura 4.64 vengono mostrati i diagrammi *forza-spostamento* ottenuti nell'ambito delle analisi delle incertezze di modello relative alla trave *H600TR3*. Dall'osservazione dei risultati emerge che, in linea generale, i differenti modelli relativi alle incertezze di modello eseguite mediante analisi non lineari abbiano circa lo stesso comportamento sia in prospettiva di carico ultimo che spostamenti. Questa similitudine fra le diverse curve si può notare in maniera più evidente nella fase pre-fessurativa dell'elemento. Come evidenziato in precedenza, i modelli caratterizzati da un valore più elevato dell'energia di frattura raggiungono un carico ultimo superiore rispetto agli altri casi analizzati. Un comportamento analogo si osserva anche nei modelli basati sul *Rotated Crack Model*, i quali, oltre a conseguire valori di carico ultimo maggiori, mostrano una risposta strutturale leggermente più duttile rispetto ai modelli appartenenti alla categoria *Fixed Crack Model*.

5 Caratterizzazione probabilistica dell'incertezza del modello

Come descritto ampiamente nel Cap. 1 (con riferimento a quanto rappresentato in [30]), le analisi non lineari (*NLNAs*) hanno come scopo finale quello di riuscire a rappresentare nella maniera più accurata e realistica possibile il comportamento di una struttura soggetta a carichi e sollecitazioni. È inevitabile che i modelli numerici presentino un certo grado di incertezza, soprattutto nel caso di strutture in calcestruzzo armato e calcestruzzo armato precompresso. Tale condizione deriva dalle assunzioni modellistiche, dalle ipotesi semplificative e dalle approssimazioni introdotte durante le fasi di definizione del modello strutturale e di applicazione delle condizioni di carico. Nonostante ciò, l'adozione di semplificazioni e ipotesi risulta necessaria al fine di rendere il problema numericamente trattabile e compatibile con le capacità computazionali disponibili. È tuttavia fondamentale che tali assunzioni vengano formulate secondo criteri cautelativi, operando sempre a favore della sicurezza strutturale, così da garantire risultati affidabili e coerenti con il comportamento reale della struttura.

La tesi si focalizza sulla valutazione di tali incertezze andando a determinare il *coefficiente parziale di sicurezza per le incertezze epistemiche,* γ_{Rd}. Coefficiente fondamentale per determinare la resistenza globale della struttura R_d, si veda Eq. (1.15) al Cap. 1.4.2. Nell'equazione precedentemente citata è presente un ulteriore coefficiente al denominatore: γ_R. Infatti, per la determinazione complessiva della resistenza di progetto in forma globale della struttura bisognerebbe quantificare due differenti coefficienti di sicurezza:

- γ_{Rd} coefficiente relativo all'incertezza *epistemica*;
- γ_R coefficiente relativo alle incertezze *aleatorie*.

Nel presente elaborato, come anticipato in precedenza, l'attenzione sarà rivolta esclusivamente alla valutazione del coefficiente γ_{Rd}, associato alle incertezze di tipo epistemico. Non verranno invece considerate analisi relative al coefficiente γ_R, legato alle incertezze di natura aleatoria, si rimanda al Cap. 1.4.2 nel quale viene illustrato nel dettaglio la stima del coefficiente relativo alle incertezze epistemiche.

Come specificato nel Cap. 4.4.3, si eseguiranno due stime differenti del coefficiente γ_{Rd}, la prima è stata condotta considerando l'interno insieme dei provini analizzati (11 campioni complessivi), mentre la seconda è stata effettuata escludendo la serie di travi *IPRC* (7 campioni complessivi) in quanto risultano essere le uniche ad avere un comportamento anomalo nei confronti del modello con fessure ruotate. In questa maniera si riuscirà ad eseguire un confronto diretto fra la stima del coefficiente γ_{Rd} tenendo in considerazioni tali travi e in assenza di tali campioni.

Di seguito si riporta la Figura 5.1 la quale illustra il diagramma procedurale che è stato utilizzato per la stima del valore di γ_{Rd}.

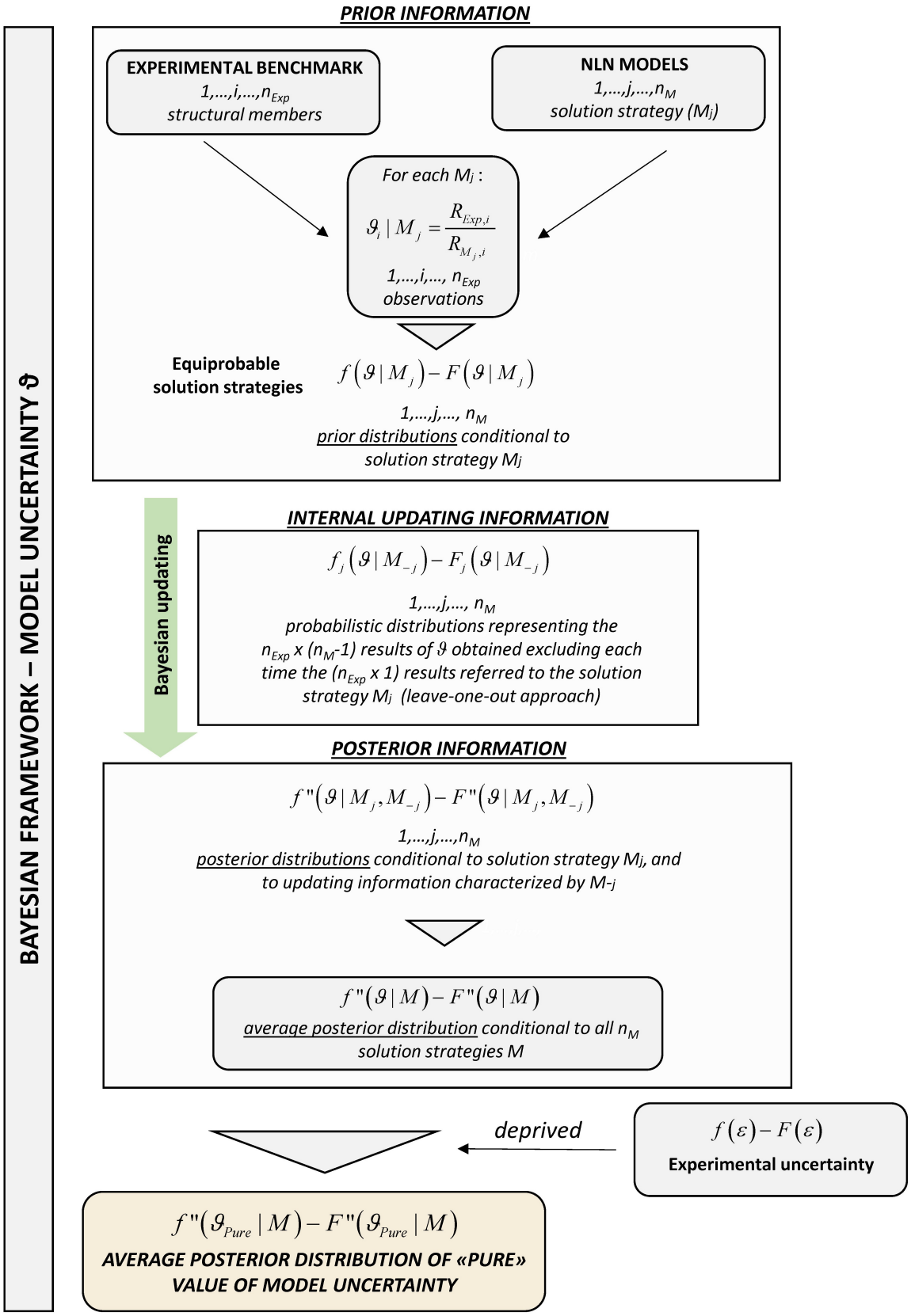


Figura 5.1: *Diagramma procedurale per la stima del valore di* γ_{Rd}

5.1 Variabile aleatoria θ e distribuzioni probabilistiche

Viene rappresentata la prima fase del procedimento per la stima del coefficiente relativo alle incertezze epistemiche, nonché la determinazione delle *variabili aleatorie* θ con successiva valutazione delle *distribuzioni probabilistiche*. Come viene illustrato nell'Eq. (1.16), il valore numerico di θ viene calcolato eseguendo un rapporto fra il carico ultimo raggiunto durante la prova sperimentale (R_{exp}) fratto il carico ultimo conseguito nella specifica analisi non lineare presa in considerazione (R_{NLNA}), per semplicità rappresentativa si riporta di seguito la formulazione della *variabile aleatoria* θ.

$$\theta_i \approx \frac{R_{\mathrm{exp,i}}(X,Y)}{R_{\mathrm{NLNA,i}}(X)}$$

Come è stato ampiamente illustrato nel Cap. 4.4, sono state eseguite sei differenti strategie di soluzione M_j per ogni singolo campione di trave. Pertanto, si hanno in totale sei valori numerici riguardante la *variabile aleatoria* θ per ogni campione di trave. Come precisato all'inizio del Cap. 5, sono state eseguite due statistiche differenti per la stima del valore di γ_{Rd}, pertanto successivamente si illustreranno due tabelle diverse del calcolo della *variabile aleatoria* θ: una relativa alle risultanze di tutti i provini testati e analizzati Tabella 5.1, la seconda relativa a tutti i provini ad esclusione delle serie di travi *IPRC* Tabella 5.2.

Trave	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
A1	1.7410	0.9479	0.9375	0.8716	0.8154	0.8154
A2	1.8866	1.0175	1.0291	0.8707	0.8707	0.8878
B101	1.2624	0.9230	0.9132	0.8759	0.8499	0.8371
B102	1.3240	0.8956	0.8956	0.8230	0.8013	0.8250
B104	1.3586	0.8688	0.7783	0.7703	0.7703	0.7309
B105	0.9443	0.9543	0.7938	0.7602	0.7377	0.7443
H600TR3	1.4768	0.9812	0.8220	1.4768	0.8298	0.8068
IPRC1	1.0353	0.9687	0.7125	0.6433	0.6371	0.6371
IPRC2	1.1181	0.9969	0.6611	0.5940	0.5894	0.5760
IPRC3	1.1975	0.9730	0.7207	0.6710	0.6486	0.6227
IPRC4	1.0697	1.0078	0.8332	0.6542	0.6488	0.6708

Tabella 5.1: *Valori della variabile aleatoria θ - 11 provini complessivi*

Travi	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
A1	1.7410	0.9479	0.9375	0.8716	0.8154	0.8154
A2	1.8866	1.0175	1.0291	0.8707	0.8707	0.8878
B101	1.2624	0.9230	0.9132	0.8759	0.8499	0.8371
B102	1.3240	0.8956	0.8956	0.8230	0.8013	0.8250
B104	1.3586	0.8688	0.7783	0.7703	0.7703	0.7309
B105	0.9443	0.9543	0.7938	0.7602	0.7377	0.7443
H600TR3	1.4768	0.9812	0.8220	1.4768	0.8298	0.8068

Tabella 5.2: *Valori della variabile aleatoria θ - 7 provini complessivi*

Come si può osservare dalla Tabella 5.1 e dalla Tabella 5.2, i valori della variabile aleatoria θ risultano essere per la maggior parte dei casi minori di uno. Questo implica che, in linea generale, le simulazioni numeriche non lineari hanno rilevato un *carico ultimo di collasso* maggiore rispetto alla sperimentazione eseguita per quella specifica trave. In particolare, rifacendosi all'Eq. (1.16), si ha che $R_{exp}(X,Y)$ risulta essere minore del valore numerico di $R_{NLNA}(X)$. Ne consegue che le simulazioni numeriche non lineari sviluppate presentano un comportamento non conservativo ai fini della sicurezza, in quanto stimano, per alcune tipologie di travi, una resistenza globale maggiore rispetto a quella effettivamente determinata attraverso i risultati delle prove sperimentali. Questo fatto influenzerà inevitabilmente la stima del *coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche* γ_{Rd}.

5.1.1 Stima dei modelli probabilistici lognormali

La variabile aleatoria θ, introdotta per modellare l'incertezza associata al modello di resistenza e valutata nel capitolo precedente, è generalmente assunta distribuita secondo una legge *lognormale*. Tale scelta consente di rappresentarne in modo appropriato la variabilità statistica ed è in accordo con le indicazioni fornite in [18]. Tuttavia, assumere che la variabile θ abbia un comportamento che segue la legge di distribuzione *lognormale* risulta essere un'ipotesi iniziale. Pertanto, risulterà necessario eseguire dei test sequenziali in modo tale da verificare che tale variabile si possa effettivamente descrivere mediante una legge di distribuzione *lognormale*. Nelle equazioni Eq. (5.1), Eq. (5.2) e Eq. (5.3) vengono rappresentate le generali formulazioni *lognormali*.

Come viene anche descritto in [30], prima di proseguire con le operazioni precedentemente descritte, è preferibile sviluppare dei grafici di probabilità per ciascuna distribuzione considerata. Questo strumento risulta estremamente utile in quanto si riesce a quantificare, seppur in maniera approssimata, visivamente quanto bene un modello probabilistico si adatti al campione di dati. In particolare, la bontà di adattamento delle distribuzioni candidate può essere valutata mediante l'impiego dei grafici *quantile-quantile (Q-Q plot)*, strumenti grafici ampiamente utilizzati nell'analisi statistica per confrontare la distribuzione empirica del campione con la corrispondente distribuzione teorica. Tali grafici consentono una verifica qualitativa immediata della capacità del modello probabilistico di rappresentare i dati osservati. Qualora le discrepanze tra la distribuzione empirica e quella teorica siano riconducibili esclusivamente a differenze nei parametri di posizione e di scala, i punti del *Q-Q plot* tendono a disporsi approssimativamente lungo una retta, indicando un buon accordo tra il modello ipotizzato e il campione analizzato.

$$P(\theta) = \frac{1}{\lambda_2\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\theta} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln(\theta)-\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2} d\theta \tag{5.1}$$

$$p(\theta) = \frac{1}{\theta\lambda_2\sqrt{2\pi}} e^{\frac{1}{2}(\frac{ln(\theta)-\lambda_1}{\lambda_2})^2}, \quad \theta > 0 \tag{5.2}$$

$$\theta(F) = e^{\lambda_1+\lambda_2\Phi^{-1}(F)}, \quad \lambda_2 > 0 \tag{5.3}$$

Di seguito sono riportate le immagini relative alle sei diverse strategie di modellazione descritte nel Capitolo 4.4, finalizzate alla verifica dell'ipotesi iniziale secondo cui le variabili aleatorie θ seguano una distribuzione probabilistica di tipo *log-normale*. In particolare, i grafici di probabilità ottenuti evidenziano un soddisfacente allineamento dei punti sperimentali, suggerendo una buona compatibilità con la distribuzione assunta. In Figura 5.2 si riportano i risultati ottenuti considerando gli 11 campioni complessivi mentre in Figura 5.3 si riportano i risultati ottenuti considerando i 7 campioni (escludendo la serie di travi *IPRC*). Lo stesso procedimento è stato eseguito per le *informazione di aggiornamento* presentate in Figura 5.4 e Figura 5.5.

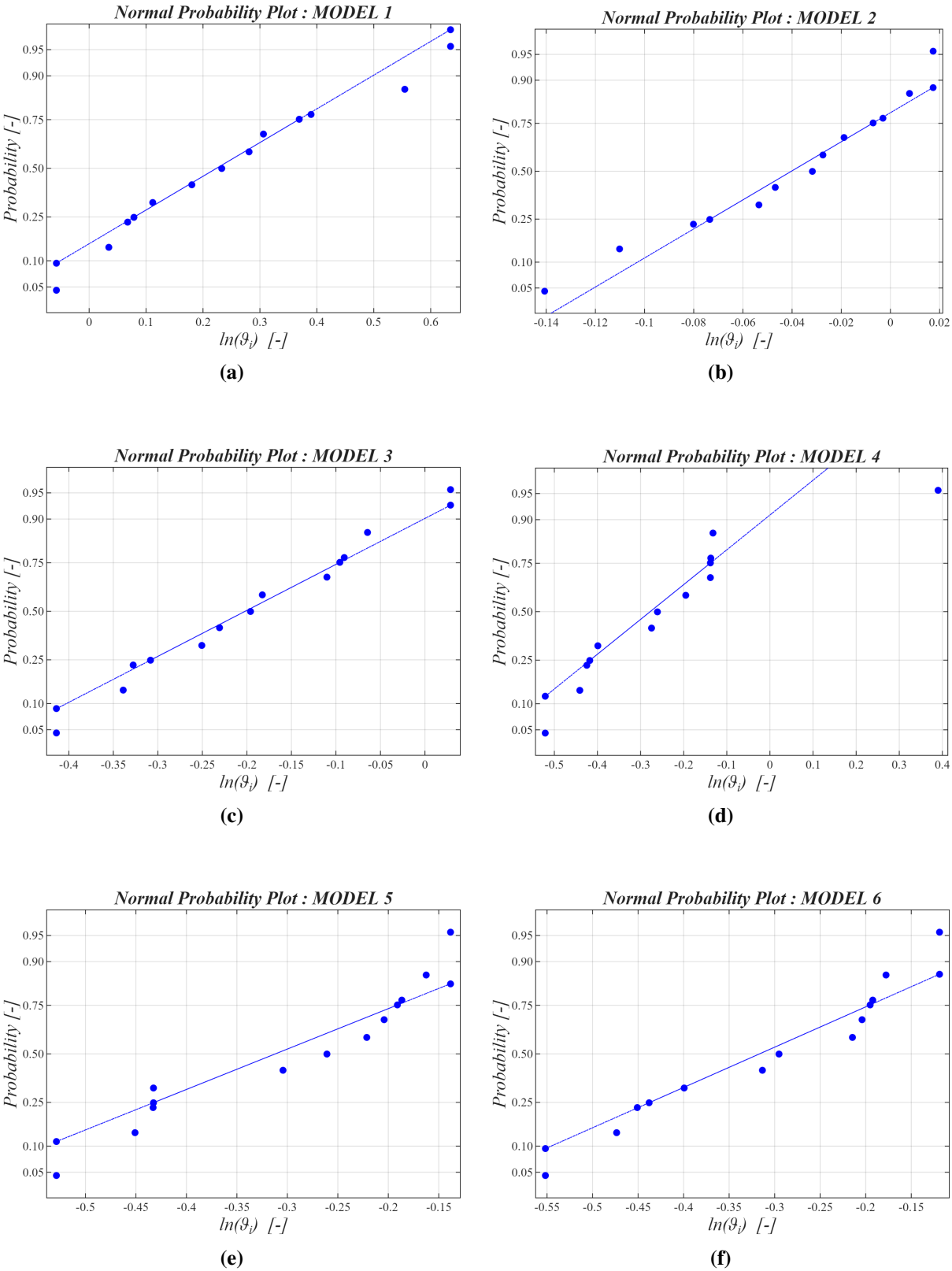


Figura 5.2: *Grafico di probabilità di θ relativo alle informazioni a priori dei sei modelli relativi agli 11 campioni*

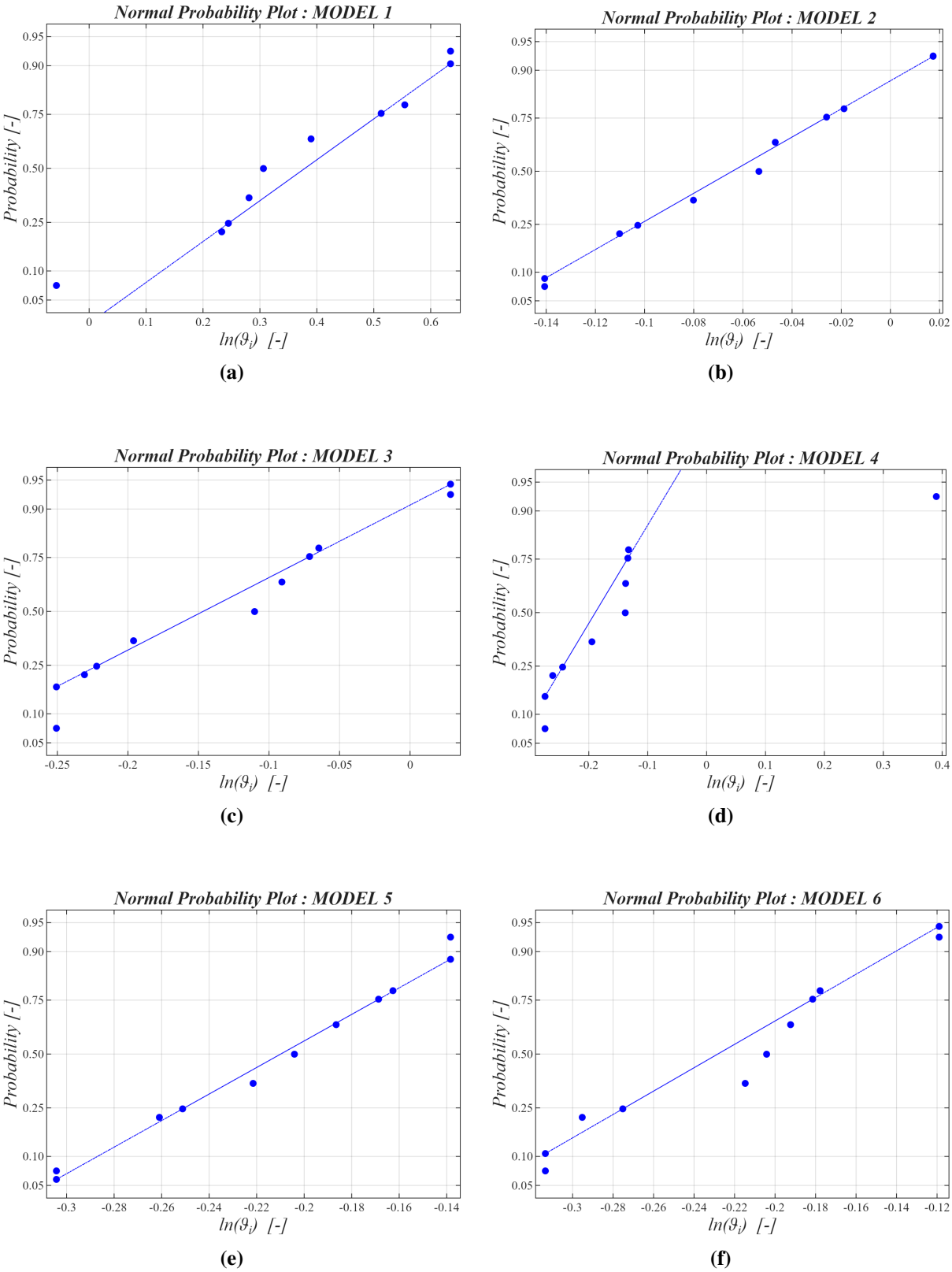


Figura 5.3: *Grafico di probabilità di θ relativo alle informazioni a priori dei sei modelli relativi agli 7 campioni*

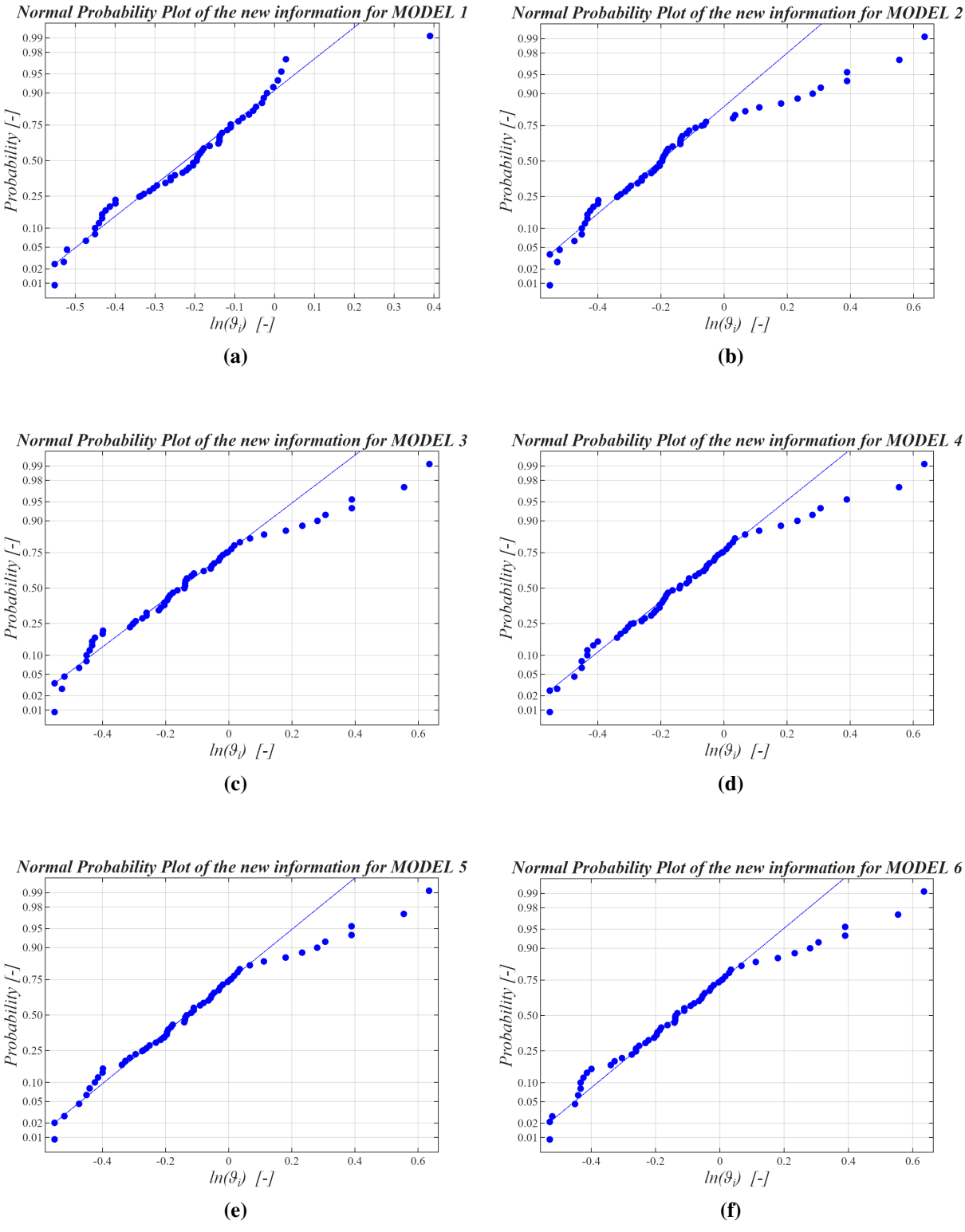


Figura 5.4: *Grafico di probabilità di θ relativo alle informazioni di aggiornamento dei sei modelli relativi agli 11 campioni*

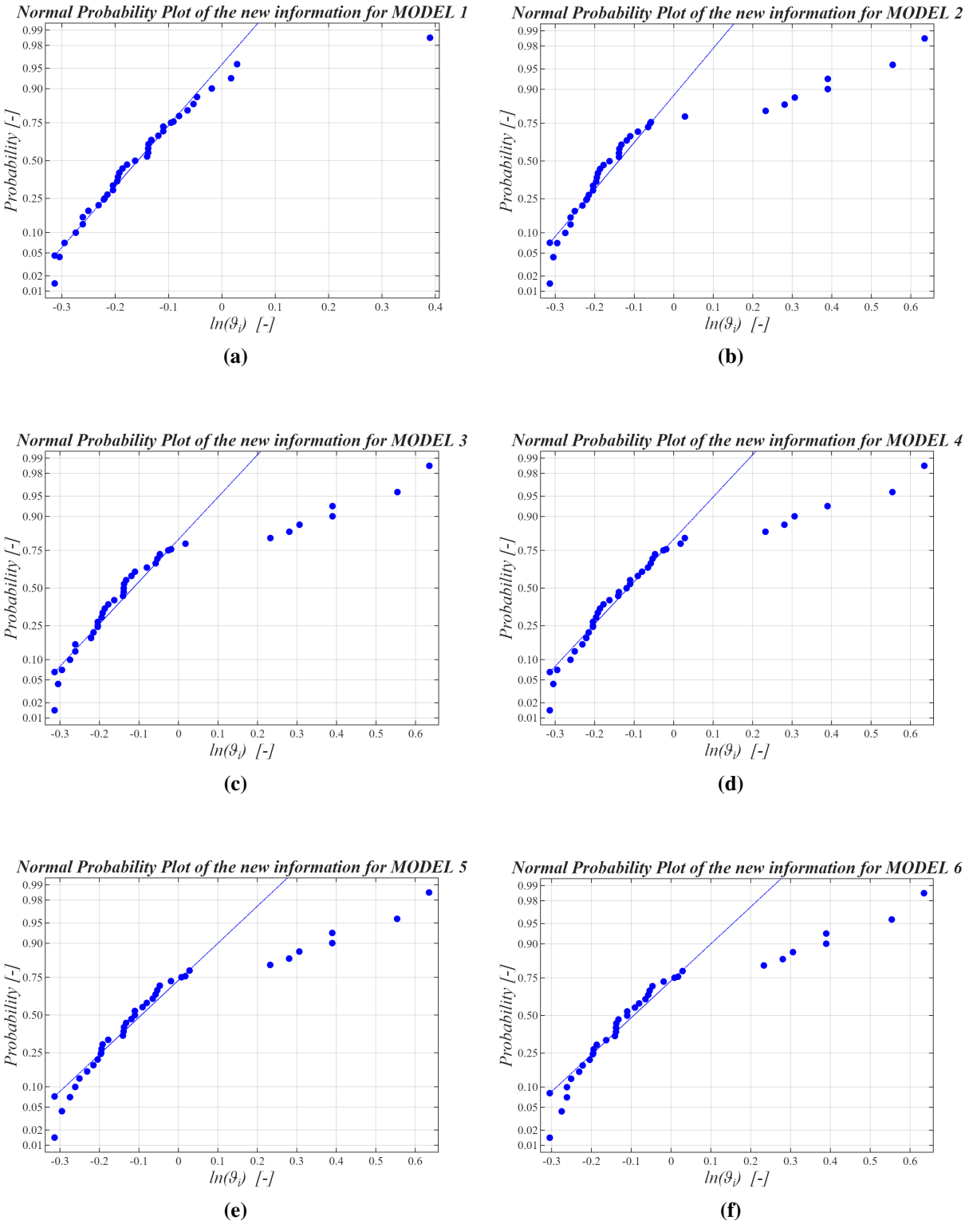


Figura 5.5: *Grafico di probabilità di θ relativo alle informazioni di aggiornamento dei sei modelli relativi agli 7 campioni*

5.1.2 Verifica dei modelli probabilistici *lognormali: Anderson-Darling Test*

L'Anderson–Darling test è un test di bontà dell'adattamento utilizzato per verificare la compatibilità tra una distribuzione teorica e un insieme di dati osservati. Il test attribuisce un peso maggiore alle osservazioni presenti nelle code della distribuzione, rendendolo particolarmente efficace nell'individuare discrepanze tra la distribuzione teorica e quella empirica.
La statistica del test è definita come:

$$A^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[P(x) - F(x)]^2}{P(x) \cdot [1 - P(x)]} \cdot p(x)dx \tag{5.4}$$

dove $(F(x))$ rappresenta la funzione di distribuzione empirica del campione, $(P(x))$ la funzione di distribuzione cumulativa teorica e $(p(x))$ la corrispondente funzione di densità di probabilità.

Nella pratica, la statistica viene calcolata mediante la seguente formulazione discreta:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \{(2i-1) \cdot ln[P(x_{(i)})] + (2n+1-2i) \cdot ln[1 - P(x_{(i)})]\} \tag{5.5}$$

$x_{(i)}$ Rappresenta l'i-esima osservazione del campione ordinata in senso crescente

$P(x_{(i)})$ La probabilità cumulativa associata a $(x_{(i)})$ secondo la distribuzione teorica considerata

n Rappresenta la numerosità del campione

Nel presente studio il test di Anderson–Darling è stato applicato ai valori $\ln(\theta)$ al fine di verificare l'ipotesi di normalità. Poiché una variabile lognormale presenta il proprio logaritmo distribuito normalmente, la verifica della normalità di $\ln(\theta)$ consente di valutare la validità dell'ipotesi di distribuzione lognormale per il parametro θ.

$$H0 : \ln(\theta) \sim N(\mu, \sigma)$$

$$H1 : \ln(\theta) \not\sim N(\mu, \sigma)$$

Assumendo un livello di significatività pari a $\alpha = 0.05$, l'ipotesi iniziale viene rifiutata a seconda del valore di *(p)-value*. In particolare se il valore di *(p)-value* risulta maggiore di α allora l'ipotesi iniziale è verificata, mentre se il valore di *(p)-value* risulta inferiore a α l'ipotesi iniziale non è verificata, cioè che la variabile θ legata alle incertezze di modello probabilmente non può essere descritta mendiate una funzione probabilistica *lognormale*. Di seguito si riporta la Tabella 5.3 nella

quale vengono illustrati i valori numerici di *(p)-value* determinati e la verifica precedentemente descritta per i valori relativi alle incertezze di modello a priori e una la Tabella 5.4 con la quale si esegue lo stesso procedimento ma con i dati relativi alle nuove informazioni. Questo processo risulta estremamente utile in quanto se le informazioni a priori e le nuove informazioni possono essere modellate mediante una distribuzione probabilistica *lognormale*, allora anche le informazioni a posteriori (le quali si ricavano come combinazione delle due precedenti) potranno essere modellate con una distribuzione probabilistica *lognormale*.

Modelli	***P-value***	$\alpha_{lim,inf}$	***H***	***Verifica***
Modello 1	*0.8743*	*0.05*	*0*	*si*
Modello 2	*0.6196*	*0.05*	*0*	*si*
Modello 3	*0.9826*	*0.05*	*0*	*si*
Modello 4	*0.0800*	*0.05*	*0*	*si*
Modello 5	*0.1720*	*0.05*	*0*	*si*
Modello 6	*0.4193*	*0.05*	*0*	*si*

Tabella 5.3: *Anderson-Darling Test - Valori relativi alla incertezze di modello (θ) a priori*

Modelli	***P-value***	$\alpha_{lim,inf}$	***H***	***Verifica***
Modello 1	*0.2139*	*0.05*	*0*	*si*
Modello 2	*0.0005*	*0.05*	*1*	*no*
Modello 3	*0.0396*	*0.05*	*1*	*no*
Modello 4	*0.0636*	*0.05*	*0*	*si*
Modello 5	*0.0579*	*0.05*	*0*	*si*
Modello 6	*0.0406*	*0.05*	*1*	*no*

Tabella 5.4: *Anderson-Darling Test - Valori relativi alla incertezze di modello (θ) delle nuove informazioni*

Come si può osservare dalla Tabella 5.3, i valori numerici di *(p)-value* risultano, per ciascun modello, maggiori del valore numerico di $\alpha_{lim,inf}$, pertanto l'ipotesi iniziale risulta verificata per quanto concerne le informazioni a priori. Tuttavia, osservando la Tabella 5.4, si può notare come in alcuni casi il valore di *(p)-value* risulti inferiore rispetto a $\alpha_{lim,inf}$, pertanto in questo caso alcuni modelli, in particolare *Modello 2 Modello 3 Modello 6*, non verificato il test di *Anderson-Darling*. Nonostante ciò, sulla base delle evidenze riportate nella letteratura scientifica [23] [22] [21] [20] e con riferimento ai grafici mostrati nelle Figure 5.2 e 5.2, è possibile ritenere plausibile l'ipotesi iniziale secondo cui i valori dell'incertezza di modello θ possano essere adeguatamente descritti mediante distribuzioni probabilistiche di tipo *lognormale*.

In definitiva, dal momento che sia le informazioni *a priori* sia le *nuove informazioni* possono essere rappresentate mediante distribuzioni probabilistiche *lognormali*, ne

consegue che anche la distribuzione *a posteriori* possono essere descritte attraverso una distribuzione della medesima tipologia.

5.1.3 Teorema di Bayes

L'approccio *bayesiano* consente di quantificare l'incertezza associata ai parametri di un modello combinando le informazioni disponibili a *priori* con le evidenze fornite dai dati osservati. In tale contesto, la conoscenza iniziale sui parametri è rappresentata mediante una distribuzione a *priori (prior)*, che viene successivamente *aggiornata* attraverso il *teorema di Bayes* sulla base delle osservazioni sperimentali. Il risultato di questo processo è la distribuzione a *posteriori (posterior)*, che descrive la conoscenza aggiornata e l'incertezza residua sui parametri del modello.

Considerando l'ipotesi iniziale nella quale si afferma che θ può essere descritta mediante una funzione probabilistica *lognormale*, per ogni strategia di soluzione associata a M_j, con $j = 1, 2, ..., n_M$ è possibile determinare una distribuzione *lognormale* e stimare i principali parametri statistici, quali ad esempio il valore medio μ_{θ,M_j}, la deviazione standard σ_{θ,M_j} e il coefficiente di variazione $V_{\theta,Mj} = \dfrac{\sigma_{\theta,Mj}}{\mu_{\theta,Mj}}$. Ciascuna strategia di soluzione M_j può quindi essere rappresentata mediante la propria funzione di *densità di probabilità (Probability Density Function, PDF)*, condizionata alle corrispondenti ipotesi di modellazione, $f(\theta|M_j)$, oppure mediante la relativa funzione di distribuzione cumulativa *(Cumulative Distribution Function, CDF)*, $F(\theta|M_j)$, assumendo una distribuzione probabilistica *lognormale*.

Tali distribuzioni a priori, $f(\theta|M_j) - F(\theta|M_j)$, con $j = 1, 2, ..., n_M$, possono essere aggiornate da informazioni interne provenienti dalle altre strategie di soluzione adottate. In questo caso, la distribuzione utilizzata per l'aggiornamento risulta la seguente:

$$f_j(\theta|M_1, ..., M_{j-1}, M_{j+1}, ..., M_{n_M}) - F_j(\theta|M_1, ..., M_{j-1}, M_{j+1}, ..., M_{n_M})$$

con $j = 1, 2, ..., n_M$, è costruita utilizzando i dati provenienti da tutti i modelli, ad eccezione di quelli associati alla strategia di soluzione M_j. La distribuzione di aggiornamento utilizzata si può anche riscrivere, in maniera più compatta, come segue:

$$f_j(\theta|M_{-j}) - F_j(\theta|M_{-j}) \tag{5.6}$$

Come descritto ampiamente in [23] [22] [21] [20], le funzione di probabilità possono essere rappresentate mediante *lognormali* caratterizzate quindi da uno specifico *valor medio* e *coefficiente di variazione*. Se le distribuzioni a *priori* e le distribuzioni *di aggiornamento* possono essere modellate come *distribuzioni lognormali*, allora anche le distribuzioni a *posteriori* possono ragionevolmente essere assunte come *lognormali*. La distribuzione a *posteriori* viene identificata come segue:

$$f''(\theta|M_j, M_{-j}) - F''(\theta|M_j, M_{-j}) \quad j = 1, 2, ..., n_M \tag{5.7}$$

Questo processo consente, infine, di determinare i parametri della *distribuzione media a posteriori*, $f''(\theta|M) - F''(\theta|M)$, i quali possono essere ricavati come segue:

$$\begin{cases} \mu_{LN,POST} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} \mu_{LN,post,i} \\ \sigma_{LN,POST} = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6} \sigma_{LN,post,i} \end{cases} \tag{5.8}$$

Nel seguito sono riportate le tabelle contenenti i parametri statistici (μ_θ, σ_θ e CV_θ) associati alle distribuzioni *a priori*, alle informazioni di *aggiornamento* e alle corrispondenti distribuzioni *a posteriori*. Come anticipato nei paragrafi precedenti, sono state condotte due distinte analisi statistiche. La prima è stata eseguita considerando l'intero insieme dei campioni disponibili (11 campioni), mentre la seconda è stata sviluppata su un sottoinsieme costituito da 7 campioni, ottenuto escludendo quelli relativi alle travi *IPRC*. Tale scelta è motivata dal fatto che queste ultime hanno mostrato una marcata sensibilità al modello adottato per la simulazione dello sviluppo delle fessurazioni, come discusso nel Cap. 4.4. Di seguito vengono pertanto presentati i risultati relativi a entrambe le analisi, riportando separatamente i parametri statistici ottenuti considerando, rispettivamente, i 11 campioni complessivi e il sottoinsieme costituito dai 7 campioni selezionati.

Modello	***Disttribuzione a Priori***		
	μ_ϑ [-]	σ_ϑ [-]	CV_ϑ [-]
1	*1.312*	*0.286*	*0.218*
2	*0.958*	*0.047*	*0.049*
3	*0.828*	*0.110*	*0.133*
4	*0.819*	*0.206*	*0.251*
5	*0.746*	*0.102*	*0.137*
6	*0.742*	*0.106*	*0.143*

Tabella 5.5: *Parametri statistici informazioni a priori - Insieme degli 11 campioni*

Modello	***Informazione di Aggiornamento***		
	μ_ϑ	σ_ϑ	CV_ϑ
1	*0.818*	*0.146*	*0.179*
2	*0.886*	*0.246*	*0.278*
3	*0.913*	*0.251*	*0.275*
4	*0.915*	*0.234*	*0.256*
5	*0.930*	*0.245*	*0.263*
6	*0.930*	*0.243*	*0.261*

Tabella 5.6: *Parametri statistici informazioni di aggiornamento - Insieme degli 11 campioni*

Modello	*Distribuzionea Posteriori*		
	μ_ϑ	σ_ϑ	CV_ϑ
1	*1.065*	*0.333*	*0.313*
2	*0.923*	*0.189*	*0.205*
3	*0.870*	*0.189*	*0.217*
4	*0.867*	*0.224*	*0.259*
5	*0.837*	*0.193*	*0.231*
6	*0.835*	*0.195*	*0.234*

Tabella 5.7: *Parametri statistici informazioni a posteriori - Insieme degli 11 campioni*

Distribuzionea Posteriori Media		
μ_ϑ	σ_ϑ	CV_ϑ
0.895	*0.217*	*0.243*

Tabella 5.8: *Parametri statistici informazioni a posteriori mediati - Insieme degli 11 campioni*

Modello	*Disttribuzione a Priori*		
	μ_ϑ [-]	σ_ϑ [-]	CV_ϑ [-]
1	*1.434*	*0.330*	*0.230*
2	*0.941*	*0.051*	*0.054*
3	*0.882*	*0.089*	*0.101*
4	*0.922*	*0.212*	*0.230*
5	*0.811*	*0.046*	*0.057*
6	*0.807*	*0.055*	*0.068*

Tabella 5.9: *Parametri statistici informazioni a priori - Insieme degli 7 campioni*

Modello	*Informazione di Aggiornamento*		
	μ_ϑ	σ_ϑ	CV_ϑ
1	*0.872*	*0.112*	*0.129*
2	*0.967*	*0.250*	*0.258*
3	*0.979*	*0.248*	*0.254*
4	*0.971*	*0.232*	*0.239*
5	*0.993*	*0.246*	*0.247*
6	*0.994*	*0.244*	*0.246*

Tabella 5.10: *Parametri statistici informazioni di aggiornamento - Insieme degli 7 campioni*

Modello	*Distribuzionea Posteriori*		
	μ_ϑ	σ_ϑ	CV_ϑ
1	*1.151*	*0.357*	*0.310*
2	*0.954*	*0.176*	*0.184*
3	*0.930*	*0.181*	*0.195*
4	*0.946*	*0.222*	*0.235*
5	*0.901*	*0.179*	*0.199*
6	*0.899*	*0.181*	*0.201*

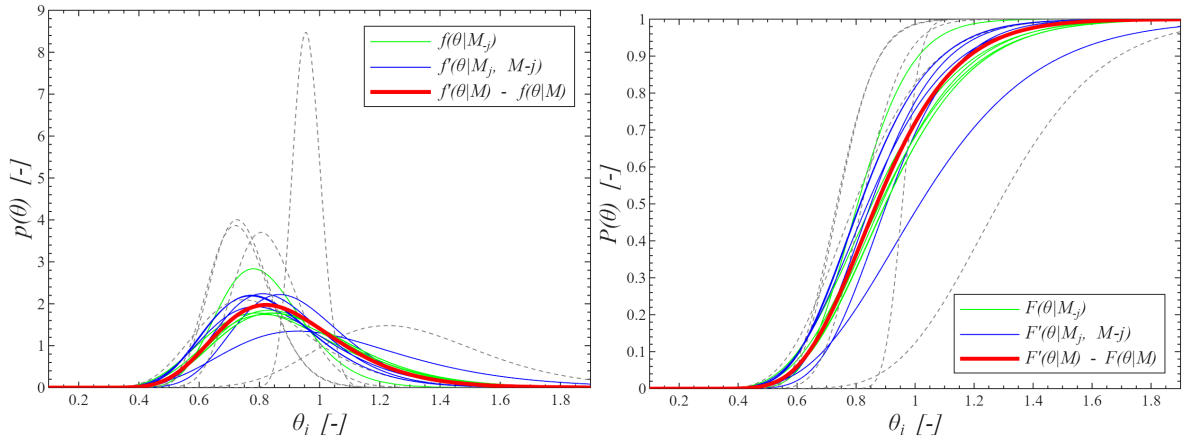
Tabella 5.11: *Parametri statistici informazioni a posteriori - Insieme degli 7 campioni*

Distribuzionea Posteriori Media		
μ_ϑ	σ_ϑ	CV_ϑ
0.959	*0.211*	*0.220*

Tabella 5.12: *Parametri statistici informazioni a posteriori mediati - Insieme degli 7 campioni*

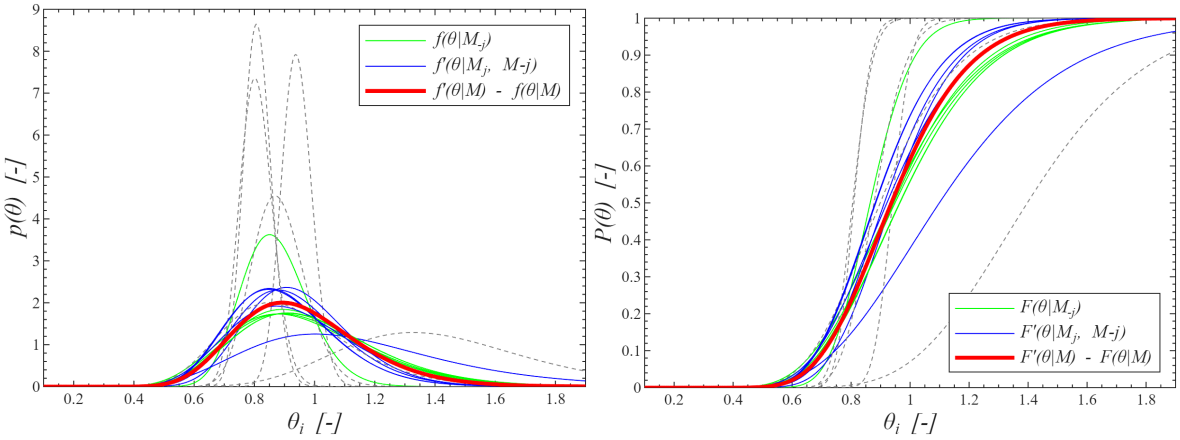
Infine, è stata determinata la distribuzione *a posteriori media*, per la quale sono stati calcolati i medesimi parametri statistici, al fine di fornire una descrizione sintetica delle caratteristiche probabilistiche del modello aggiornato.

Di seguito si riportano le Figure 5.6 e 5.7 dove nella prima di presentano la *Probability Density Function (PDF)* e la *Comulative Dentisity Function (CDF)* relative all'insieme totale degli 11 campioni complessivi, mentre nella seconda vengono mostrate la *Probability Density Function (PDF)* e la *Comulative Dentisity Function (CDF)* relative al sotto insieme dei 7 campioni complessivi.



(a) **(b)**

Figura 5.6: *Distribuzioni di probabilità relazionate alle informazioni a priori, di aggiornamento e posteriori dell'insieme relativo agli 11 campioni,* (a) *Funzione di Densità di Probabilità (PDF),* (b) *Funzionie di Distribuzione Cumulativa (CDF)*



(a) **(b)**

Figura 5.7: *Distribuzioni di probabilità relazionate alle informazioni a priori, di aggiornamento e posteriori dell'insieme relativo agli 7 campioni,* (a) *Funzione di Densità di Probabilità (PDF),* (b) *Funzionie di Distribuzione Cumulativa (CDF)*

5.1.4 Distribuzione media a posteriori dell'incertezza di modello depurata dall'incertezza sperimentale

L'obiettivo dello studio è quello di determinare il valore numerico del coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche focalizzandosi sulle incertezze di modellazione, γ_{Rd}. È opportuno sottolineare che i dati di base acquisiti nell'ambito delle diverse attività sperimentali sono affetti da differenti fonti di incertezza, tra cui quelle associate alle imprecisioni delle misurazioni e delle procedure sperimentali, incertezze che possono derivare dall'errore umano e dall'attrezzatura utilizzata. Tali *incertezze sperimentali* ε possono influenzare notevolmente i valori effettivi dell'incertezza del modello di resistenza θ, pertanto risulta necessario separare la componente di incertezza sperimentale dai valori stimati della media μ_θ e del coefficiente di variazione CV_θ. Si può ipotizzare, come anche eseguito per la variabile relativa alle incertezze di modello θ, che le incertezze sperimentali seguano una distribuzione *lognormale* con un valor medio μ_ε e un coefficiente di variazione CV_ε.

Per quanto concerne il valor medio μ_ε relativo alle incertezze sperimentali è assunto convenzionalmente uguale a 1. Meno immediata è invece la determinazione del coefficiente di variazione CV_ε. La letteratura scientifica suggerisce, in forma generale, di considerare un valore compreso fra 0.05 e 0.15, come descritto in [30]. In questa maniera è possibile definire i parametri statistici che governano l'incertezza sperimentale. In tal modo, la variabile relativa all'incertezza di modello θ può essere depurata dall'influenza della sperimentazione. In particolare, i valori del *valor medio* $\mu_{\theta,act}$ e del *coefficiente di variazione* $CV_{\theta,act}$ corretti possono essere calcolati mediante le seguenti relazioni:

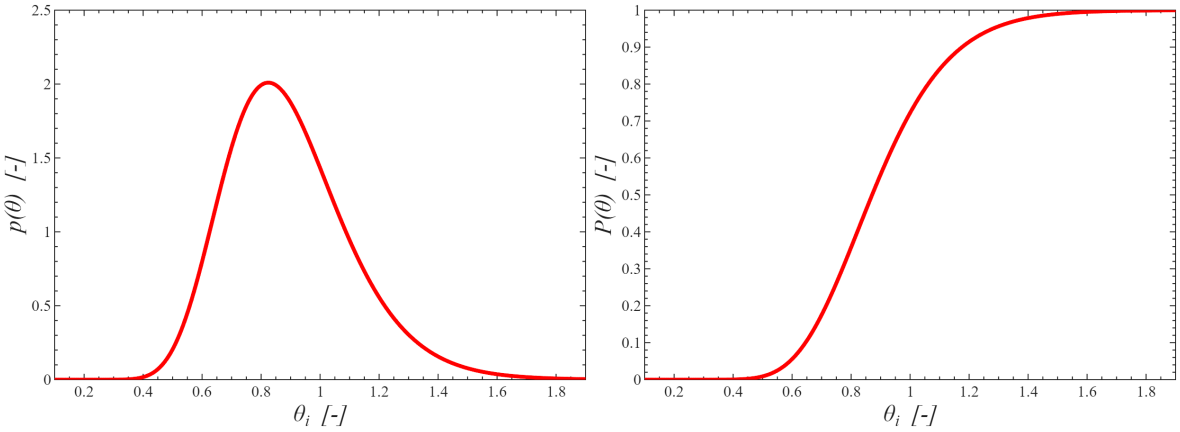
$$\begin{cases} \mu_{\theta,act} \approx \dfrac{\mu_\theta}{\mu_\varepsilon} \\ CV_{\theta,act} \approx \sqrt{CV_\theta^2 - CV_\varepsilon^2} \end{cases} \tag{5.9}$$

Come definito in precedenza, il coefficiente di variazione relativo all'incertezza sperimentale CV_ε è generalmente compreso tra 0.05 e 0.15. Nel presente caso studio è stato adottato il valore $CV_\varepsilon = 0.05$, in quanto il coefficiente di variazione dell'incertezza di modello CV_θ risulta significativamente elevato (maggiore di 0.10). Tale condizione è coerente con quanto riportato in letteratura scientifica, secondo cui l'incertezza sperimentale può essere trascurata quando il coefficiente di variazione delle distribuzioni posteriori mediate, CV_θ, supera la soglia di 0.10. Questo avviene poiché la variabilità introdotta dalle assunzioni modellistiche e dalla metodologia di analisi risulta nettamente prevalente rispetto agli errori di natura sperimentale. Di conseguenza, nel presente studio si assume un'influenza limitata dell'incertezza sperimentale, privilegiando il contributo dell'incertezza di modello nella definizione della variabilità complessiva del parametro θ.

In Tabella 5.13 vengono riportato i parametri statistici relativi alla distribuzione a posteriori media depurata dall'incertezza sperimentale dell'insieme degli 11 campioni complessivi. In seguito si riporta la Figura 5.8 nella quale vengono rappresentate la *funzione di densità di probabilità* e la *funzione cumulativa di probabilità*. In forma successiva si riporta la Tabella 5.14 e Figura 5.9 le quali evidenziano gli stessi parametri descritti precedentemente ma riferendosi al sottoinsieme dei 7 campioni complessivi.

	Parametri statsistici della variabile aleatoria ϑ di incertezza di modello depurati	
Incertezza sperimentale ε	$\mu_{\vartheta,act}$	$CV_{\vartheta,act}$
$V\varepsilon \leq 0.05$	0.8954	0.2375

Tabella 5.13: *Parametri statistici a posteriori mediati e depurati - Insieme degli 11 campioni*

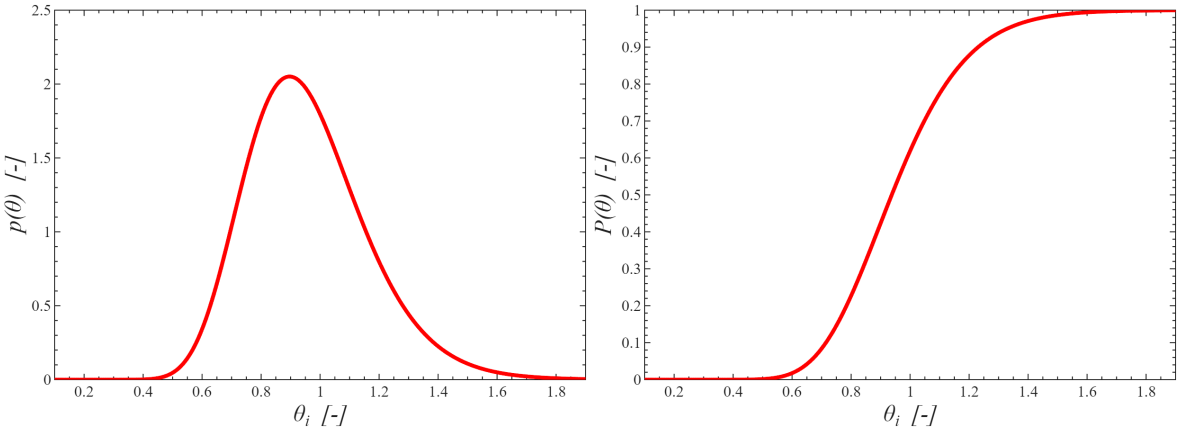


(a) **(b)**

Figura 5.8: *Distribuzioni di probabilità relazionate alle informazioni a posteriori mediati e depurati relative all'insieme degli 11 campioni,* (a) *Funzione di Densità di Probabilità (PDF),* (b) *Funzionie di Distribuzione Cumulativa (CDF)*

	Parametri statsistici della variabile aleatoria ϑ di incertezza di modello depurati	
Incertezza sperimentale ε	$\mu_{\vartheta,act}$	$CV_{\vartheta,act}$
$V\varepsilon \leq 0.05$	0.9591	0.2146

Tabella 5.14: *Parametri statistici a posteriori mediati e depurati - Insieme dei 7 campioni*



(a) **(b)**

Figura 5.9: *Distribuzioni di probabilità relazionate alle informazioni a posteriori mediati e depurati relativi all'insieme dei 7 campioni,* (a) *Funzione di Densità di Probabilità (PDF),* (b) *Funzionie di Distribuzione Cumulativa (CDF)*

5.2 Stima del coefficiente parziale di sicurezza γ_{Rd}

In questo capitolo si presenterà la stima del coefficiente parziale di sicurezza γ_{Rd} legato all'incertezza di modello. Considerando la distribuzione *lognormale* del modello probabilistico e quanto determinato in precedenza, il coefficiente parziale di sicurezza γ_{Rd}, come anche descritto in [21], può essere determinato come segue:

$$\gamma_{Rd} = \frac{1}{\mu_{\theta,act} e^{-\alpha_R \beta V_{\theta,act}}}$$

Dove

- $\mu_{\theta,act}$ e $V_{\theta,act}$ sono sintetizzati in Tabella 5.13 per l'insieme degli 11 campioni e in Tabella 5.14 per il sottoinsieme formato da 7 campioni.
- Il parametro α_R rappresenta il fattore di sensibilità *FORM* associato alle variabili di resistenza. In letteratura, tale coefficiente viene generalmente assunto pari a 0.32 oppure a 0.80, a seconda del ruolo attribuito alle incertezze di modellazione nell'analisi di affidabilità strutturale. Più precisamente, il valore $\alpha_R = 0.32$ è adottato quando le incertezze di modellazione sono considerate variabili *non dominanti*, ossia quando il loro contributo alla probabilità complessiva di collasso risulta inferiore rispetto a quello delle incertezze aleatorie, associate principalmente alla variabilità delle proprietà meccaniche dei materiali e delle azioni agenti sulla struttura. Al contrario, il valore $\alpha_R = 0.80$ viene assunto qualora le incertezze di modellazione siano considerate variabili *dominanti*; in tale situazione esse esercitano un'influenza prevalente sulla probabilità di collasso e, conseguentemente, sul livello complessivo di affidabilità della struttura.
- β identifica il valore obiettivo di affidabilità associato al periodo di riferimento adottato. Nel presente lavoro, tale periodo è assunto coincidente con la vita nominale di progetto per le nuove costruzioni e con la vita utile residua per le strutture esistenti.

Di seguito si riportano le tabelle contenenti i valori del *coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche* γ_{Rd}, determinati in funzione dei parametri illustrati nei paragrafi precedenti. I risultati sono distinti tra strutture di *nuova realizzazione* e *strutture esistenti*, al fine di evidenziare le differenze associate ai diversi livelli di affidabilità richiesti.

Strutture Nuove				
Vita uitle	**Conseguenza di collasso**	**β**	**α_R**	**γ_{Rd}**
[Anni]	**[-]**	**[-]**	**[-]**	**[-]**
50	Bassa	3.1	Non Dominante 0.32	1.41
50	Media	3.8	Non Dominante 0.32	1.49
50	Alta	4.3	Non Dominante 0.32	1.55

Tabella 5.15: *Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture nuove con incertezza epistemica non dominante - 11 Campioni di trave*

Strutture Esistenti				
Vita uitle	**Conseguenza di collasso**	**β**	**α_R**	**γ_{Rd}**
[Anni]	**[-]**	**[-]**	**[-]**	**[-]**
50	-	3.1	Non Dominante 0.32	1.41
	-	3.8	Non Dominante 0.32	1.49
15	-	3.4	Non Dominante 0.32	1.45
	-	4.1	Non Dominante 0.32	1.53
1	-	4.1	Non Dominante 0.32	1.53
	-	4.7	Non Dominante 0.32	1.60

Tabella 5.16: *Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture esistenti con incertezza epistemica non dominante - 11 Campioni di trave*

Strutture Nuove				
Vita uitle	**Conseguenza di collasso**	**β**	**α_R**	**γ_{Rd}**
[Anni]	**[-]**	**[-]**	**[-]**	**[-]**
50	Bassa	3.1	Dominante 0.8	2.01
50	Media	3.8	Dominante 0.8	2.30
50	Alta	4.3	Dominante 0.8	2.53

Tabella 5.17: *Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture nuove con incertezza epistemica dominante - 11 Campioni di trave*

Strutture Esistenti				
Vita uitle	**Conseguenza di collasso**	**β**	**α_R**	**γ_{Rd}**
[Anni]	**[-]**	**[-]**	**[-]**	**[-]**
50	-	3.1	Dominante 0.8	2.01
	-	3.8	Dominante 0.8	2.30
15	-	3.4	Dominante 0.8	2.13
	-	4.1	Dominante 0.8	2.43
1	-	4.1	Dominante 0.8	2.43
	-	4.7	Dominante 0.8	2.73

Tabella 5.18: *Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture esistenti con incertezza epistemica dominante - 11 Campioni di trave*

Strutture Nuove				
Vita uitle	**Conseguenza di collasso**	**β**	**α_R**	**γ_{Rd}**
[Anni]	**[-]**	**[-]**	**[-]**	**[-]**
50	Bassa	3.1	Non Dominante 0.32	1.29
50	Media	3.8	Non Dominante 0.32	1.35
50	Alta	4.3	Non Dominante 0.32	1.40

Tabella 5.19: *Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture nuove con incertezza epistemica non dominante - 7 Campioni di trave*

Strutture Esistenti				
Vita uitle	**Conseguenza di collasso**	**β**	**α_R**	**γ_{Rd}**
[Anni]	**[-]**	**[-]**	**[-]**	**[-]**
50	-	3.1	Non Dominante 0.32	1.29
	-	3.8	Non Dominante 0.32	1.35
15	-	3.4	Non Dominante 0.32	1.32
	-	4.1	Non Dominante 0.32	1.38
1	-	4.1	Non Dominante 0.32	1.38
	-	4.7	Non Dominante 0.32	1.44

Tabella 5.20: *Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture esistenti con incertezza epistemica non dominante - 7 Campioni di trave*

Strutture Nuove				
Vita uitle	**Conseguenza di collasso**	**β**	**α_R**	**γ_{Rd}**
[Anni]	**[-]**	**[-]**	**[-]**	**[-]**
50	Bassa	3.1	Dominante 0.8	1.78
50	Media	3.8	Dominante 0.8	2.00
50	Alta	4.3	Dominante 0.8	2.18

Tabella 5.21: *Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture nuove con incertezza epistemica dominante - 7 Campioni di trave*

Strutture Esistenti				
Vita uitle	**Conseguenza di collasso**	**β**	**α_R**	**γ_{Rd}**
[Anni]	**[-]**	**[-]**	**[-]**	**[-]**
50	-	3.1	Dominante 0.8	1.78
	-	3.8	Dominante 0.8	2.00
15	-	3.4	Dominante 0.8	1.87
	-	4.1	Dominante 0.8	2.11
1	-	4.1	Dominante 0.8	2.11
	-	4.7	Dominante 0.8	2.34

Tabella 5.22: *Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche γ_{Rd} per strutture esistenti con incertezza epistemica dominante - 7 Campioni di trave*

Dall'analisi dei risultati emerge che il *coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche* γ_{Rd} assume valori significativamente differenti nei casi di *incertezza epistemica dominante* e *non dominante*. Tale differenza trova giustificazione nei valori della variabile aleatoria θ riportati nella Tabella 5.1. Infatti, per la gran parte delle configurazioni analizzate, θ risulta significativamente minore di 1, indicando che il carico ultimo osservato sperimentalmente è inferiore a quello previsto dalle corrispondenti *analisi numeriche non lineari* (NLNAs). Questa circostanza evidenzia una sovrastima della capacità resistente da parte del modello numerico e comporta un incremento dell'incertezza epistemica, con conseguente influenza sui valori calibrati del coefficiente γ_{Rd}. In particolare, i valori più elevati di γ_{Rd} si riscontrano nei casi caratterizzati da *incertezza epistemica dominante*, nei quali lo scostamento tra la risposta sperimentale e la previsione numerica viene marcato ulteriormente.

Come ampiamente discusso nei paragrafi precedenti, sono state effettuate due differenti stime del *coefficiente parziale di sicurezza associato alle incertezze epistemiche* γ_{Rd}. La prima è stata ottenuta considerando l'intero insieme costituito da 11 campioni sperimentali, mentre la seconda è stata ricavata escludendo le quattro

travi appartenenti alla serie *IPRC*, limitando pertanto l'analisi ai restanti 7 campioni. In particolare, si osserva come i valori ottenuti per γ_{Rd} risultino sensibilmente più elevati quando l'analisi viene condotta sull'intero insieme dei 11 campioni. Al contrario, escludendo le travi della serie *IPRC*, il valore del coefficiente si riduce in maniera significativa, evidenziando la forte influenza di tali elementi sulla stima complessiva del parametro di sicurezza. Tale comportamento può essere attribuito all'elevata variabilità mostrata dalle travi *IPRC* nell'ambito della modellazione delle incertezze di modello. In particolare, le maggiori discrepanze tra risultati numerici e sperimentali si riscontrano nel modello relativo allo sviluppo delle fessure ruotate, per il quale le simulazioni numeriche hanno restituito valori del carico ultimo significativamente superiori rispetto a quelli osservati sperimentalmente. Di conseguenza, l'analisi numerica non lineare ha descritto un comportamento strutturale marcatamente non conservativo per tali elementi. L'inclusione delle travi *IPRC* determina pertanto un incremento della dispersione associata al fattore di correzione del modello e, conseguentemente, una maggiore entità delle incertezze epistemiche. Questo effetto si riflette direttamente sulla stima del *coefficiente parziale di sicurezza associato alle incertezze epistemiche* γ_{Rd}, il cui valore aumenta al fine di garantire il livello di affidabilità richiesto. Pertanto, la presenza delle travi appartenenti alla serie *IPRC* risulta determinante nell'influenzare la valutazione finale del coefficiente parziale di sicurezza.

6 Conclusioni

Il coefficiente parziale γ_{Rd} rappresenta un parametro fondamentale nell'ambito delle verifiche strutturali condotte secondo l'approccio globale (*Global Resistance Format*). In tale contesto, il valore di progetto della resistenza globale della struttura, R_d, viene determinato a partire dal carico ultimo ottenuto mediante analisi numeriche non lineari, opportunamente ridotto attraverso l'applicazione di coefficienti parziali di sicurezza in grado di tenere conto delle diverse fonti di incertezza. Più precisamente, R_d è espresso come il rapporto tra il carico ultimo previsto dall'analisi numerica non lineare e il prodotto di due coefficienti parziali di sicurezza.

$$R_d = \frac{R_{NLNA}(f_{rep}; a_{rep})}{\gamma_{Rd} \cdot \gamma_R}$$

γ_{Rd} Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche

γ_R Coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze aleatorie

L'impiego congiunto di tali coefficienti consente di ottenere una stima affidabile e cautelativa della resistenza di progetto, garantendo il raggiungimento del livello di affidabilità richiesto dalle verifiche strutturali.

La presente ricerca è finalizzata alla stima di tale parametro, con particolare riferimento a elementi in *calcestruzzo armato precompresso* soggetti a collasso a taglio. Ai fini della determinazione del valore di γ_{Rd}, è stato innanzitutto necessario caratterizzare la variabile aleatoria θ, introdotta per quantificare le discrepanze tra la risposta fornita dal modello numerico non lineare e quella osservata sperimentalmente. Come ampiamente discusso nei capitoli precedenti, la variabile θ rappresenta il rapporto tra il carico ultimo misurato sperimentalmente e quello stimato mediante analisi numerica non lineare. Ne consegue che valori di θ inferiori all'unità indicano una sovrastima della resistenza da parte del modello numerico rispetto al comportamento reale dell'elemento strutturale. In tali condizioni, la simulazione numerica risulta caratterizzata da un comportamento a sfavore di sicurezza, poiché il carico ultimo previsto dall'analisi è maggiore di quello effettivamente riscontrato durante le prove sperimentali. Al contrario, valori di θ superiori all'unità evidenziano una sottostima della resistenza da parte del modello numerico, corrispondente a una previsione conservativa del comportamento strutturale. Come si può osservare dalla Tabella 5.1 presentata del Cap. 5 nella maggior parte dei casi i valori della variabile aleatoria θ risultano minori dell'unità, rispecchiando quindi un comportamento a sfavore di sicurezza dell'analisi non lineare il quale ha inevitabilmente influenzato il calcolo del *coefficiente parziale di sicurezza relativo alle incertezze epistemiche* γ_{Rd}. Infatti, come si può anche osservare dalla tabelle presentate al Cap. 5.2, i valori numerici relativi a γ_{Rd} restituiti dall'analisi statistica risultano significativamente elevati. In particolare, considerando l'incertezza epistemica *non dominante* ($\alpha_R = 0.32$) e l'insieme totale degli 11 campioni, si può osservare come il valore del coefficiente γ_{Rd} spazi tra $1.41 - 1.55$ per le nuove strutture e $1.41 - 1.60$ per le strutture esistenti. Tale parametro aumenta notevolmente nel momento in cui si considerano le incertezze epistemiche come variabile dominante ($\alpha_R = 0.8$) dove

il valore numerico del coefficiente parziale varia tra $2.01 - 2.53$ per strutture nuove e $2.01 - 2.73$ per strutture esistenti. Tuttavia, γ_{Rd}, tende a diminuire nel momento in cui si prede in considerazione il sottoinsieme relativo ai 7 campioni di trave escludendo le 4 travi relative alla serie *IPRC*. Questo è dovuto al fatto che le travi *IPRC* hanno tanta variabilità nel modello relativo alle fessure ruotate (*Rotated Crack Model*) stimando, nella simulazione numerica non lineare, un carico ultimo significativamente più elevato rispetto allo sperimentale.

In conclusione, gli elevati valori del coefficiente parziale di sicurezza γ_{Rd} ottenuti nel presente studio evidenziano come le incertezze epistemiche di modellazione assumano una rilevanza particolarmente significativa nel caso di travi in calcestruzzo armato precompresso soggette a crisi per taglio. La difficoltà di rappresentare in modo accurato gli effetti della precompressione e, soprattutto, la complessità dei meccanismi resistenti che governano il collasso a taglio limitano la capacità predittiva dei modelli numerici non lineari, incrementando la dispersione tra risultati simulati e osservazioni sperimentali. I coefficienti di sicurezza così ottenuti devono pertanto essere interpretati come una conseguenza diretta della complessità fisica del fenomeno analizzato e della sua non completa riproducibilità numerica, risultando presumibilmente più elevati rispetto a quelli associati a modalità di collasso strutturale caratterizzate da minori incertezze di modellazione.

Riferimenti bibliografici

[1] *Atena 2025 Program Documentation, Theory*. CERVENKA CONSULTING. Prague, Česká republika, 2025.

[2] *Atena 2025 Program Documentation, User's Manual for ATENA - PRE*. CERVENKA CONSULTING. Prague, Česká republika, 2025.

[3] Giovanni Francesco Bono. "Analisi non lineare agli elementi finiti di una trave da ponte in calcestruzzo armato precompresso". Politecnico di Torino.

[4] Stefano Bozza. "Strain-based method for assessing the influence of aleatory uncertainties on shear and bending failure modes of RC beams". Politecnico di Torino.

[5] [67] Gelman A - Carlin JB - Stern HS - Dunson DB - Vehtari A - Rubin DB. "Bayesian data analysis." In: *3rd ed. CRC Press* (2014).

[6] dott. ing. Domenico Raffaele. *Tecnica delle costruzioni 2*. Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale, del Territorio, Edile e Chimica, 2019/2020.

[7] *EN 1992-1-1: Eurocode 2 – Design of Concrete Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization (CEN). Brussels, Belgium, 2004.

[8] *EN 1992-1-1: Eurocode 2 – Design of Concrete Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings, including prestressed concrete*. European Committee for Standardization (CEN). Brussels, Belgium, 2004.

[9] Emma Sheils Eugene Obrien Andrew Dixon. *PRC structures: Reinforced and Prestressed Concrete Design to EC2: The Compete Process*. n.d.

[10] fib – Fédération internationale du béton. *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Vol. 1. fib Bulletin 65. Lausanne, Switzerland: International Federation for Structural Concrete (fib), 2012. ISBN: 978-2-88394-105-2.

[11] Mario Paolo Petrangeli - Luigi Fieno. "L'impiego della precompressione esterna nella riparazione e nell'adeguamento statico dei ponti". In: *Ingenio* (n.d.).

[12] Sofia Gilardoni. "Collasso a taglio di elementi in c.a. soggetti ad incendio: evidenze sperimentali e modelli di calcolo". Tesi di laurea Magistrale. Politecnico di Milano.

[13] Prof. Diego Gino. *SOLUTION STRATEGIES FOR NLFEA OF RC STRUCTURES*. Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica, 2024/2025.

[14] Prof. Diego Gino. *ULS for tangential stresses*. Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica, 2024/2025.

[15] dott. ing. Giordano Luca. *Bridges construction and design*. Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica, 2024/2025.

[16] Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti. *Aggiornamento delle Norme Tecniche per le Costruzioni*. D.M. 17 gennaio 2018. Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana, 17 gen. 2018.

[17] dott. ing. Isaia Clemente. *ELEMENTI STRUTTURALI IN CEMENTO ARMATO PRECOMPRESSO*. Corso di progetto di strutture, 2016/2017.

[18] *Jcss probabilistic model code*. JCSS. 2001.

[19] Prof. Antonello De Luca. Il TAGLIO nel C.A. In: *booktitle*.

[20] Diego Gino - Elena Miceli - Paolo Castaldo - Antonino Recupero - Giuseppe Mancini. "Strain-based method for assessment of global resistance safety factors for NLNAs of reinforced concrete structures". In: *ELSEVIER* (2024).

[21] Diego Gino - Paolo Castaldo - Luca Giordano - Giuseppe Mancini. "Model uncertainty in non-linear numerical analyses of slender reinforced concrete members". In: *fib wiley* (2020).

[22] Paolo Castaldo - Diego Gino - Giuseppe Mancini. "Safety formats for non-linear finite element analysis of reinforced concrete structures: discussion, comparison and proposals". In: *ELSEVIERy* (2019).

[23] Paolo Castaldo - Diego Gino - Giuseppe Carlo Marano - Giuseppe Mancini. "Aleatory uncertainties with global resistance safety factors for non-linear analyses of slender reinforced concrete columns". In: *ELSEVIER* (2022).

[24] Prof. Mauro Mezzina. *Fondamenti di tecnica delle costruzioni*. Dipartimento di Ingegneria civile, ambientale e architettura, 2013.

[25] Emad L. LABIB - Hemant B. DHONDE - Thomas T. C. HSU - Y. L. MO. "Shear design of high strength concrete prestressed girders". In: *Frontiers of Structural and Civil Engineering* (2014).

[26] Salvatore Oddo. "Valutazione dell'incertezza di modello nell'analisi numerica non lineare di elementi strutturali in condizioni di taglio biassiale". Politecnico di Torino.

[27] Maria Rosaria Pecce. "Il cemento armato precompresso come patrimonio strategico delle infrastrutture italiane". In: *Ingenio* (2026).

[28] vanden Bos AA de Putter A - Hendriks MAN - Rots JG Yang Y - Engen M. "Quantification of the resistance modeling uncertainty of 19 alternative 2D nonlinear finite element approaches benchmarked against 101 experiments on reinforced concrete beams." In: *Structural Concrete.* (2022).

[29] E. Cuenca - P. Serna. "Shear behavior of prestressed precast beams made of self-compacting fiber reinforced concrete". In: *ELSEVIER* (2013).

[30] Filippo Trombetta. "Calibration ofModel Uncertainty Safety Factors for NLFEAs of reinforced concrete beams with shear and flexural failure modes". Politecnico di Torino.

[31] K. De Wilder - P. Lava - D. Debruyne - Y. Wang - G. De Roeck - L. Vandewalle. "Experimental investigation on the shear capacity of prestressed concrete beams using digital image correlation". In: *ELSEVIER* (2015).

[32] Sudhira De Silva - Hiroshi Mutsuyoshi - Eakarat Witchukreangkrai. "Evaluation of Shear Crack Width in I-Shaped Prestressed Reinforced Concrete Beams". In: *Journal of Advanced Concrete Technology* (2008).