



**Politecnico
di Torino**

Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Matematica

A.a. 2025/2026

Modello particellare per scenari di evacuazione di un individuo in presenza di fumo

Relatori:

Marco Scianna
Annachiara Colombi

Candidato:

Marco Rosella

Sommario

Le dinamiche di evacuazione in ambienti chiusi rappresentano un tema di grande interesse nell'ambito dell'ingegneria della sicurezza, poiché la presenza di situazioni di emergenza, quali incendi e sviluppo di fumo, può compromettere significativamente la capacità degli individui di raggiungere in modo rapido e sicuro le vie di fuga. La modellizzazione matematica dei movimenti pedonali costituisce uno strumento fondamentale per analizzare tali fenomeni, prevedere possibili criticità e supportare la progettazione di edifici e procedure di evacuazione più efficaci.

In questo lavoro viene sviluppato un modello microscopico per la simulazione del comportamento di un individuo durante un'evacuazione in presenza di fumo. L'approccio proposto si basa su un'estensione di un modello particellare derivato dal Social Force Model sovrasmorzato, nel quale il pedone è rappresentato come un agente dotato di caratteristiche individuali, conoscenza dell'ambiente, velocità di movimento e direzione dello sguardo. La dinamica del moto è descritta attraverso equazioni differenziali del primo ordine che combinano il desiderio di raggiungere una destinazione, l'interazione con gli elementi strutturali dell'ambiente e i meccanismi percettivi dell'individuo.

L'elemento innovativo del modello consiste nell'introduzione di una rappresentazione matematica del fumo e dei suoi effetti sul comportamento umano. Per contenere il costo computazionale delle simulazioni, la diffusione del fumo viene descritta mediante una semplificazione geometrica della soluzione dell'equazione di diffusione con sorgente puntiforme continua. La nube è modellata come una regione circolare a densità uniforme, il cui raggio evolve nel tempo secondo una legge derivata dalle proprietà della corrispondente soluzione diffusiva.

La presenza del fumo influenza la dinamica del pedone attraverso differenti meccanismi. In particolare, la percezione della nube determina il passaggio da uno stato di calma a uno stato di agitazione, associato a un incremento della velocità desiderata verso l'uscita. Inoltre, viene introdotta una componente repulsiva che induce l'individuo a evitare le aree interdette, modificando il percorso seguito e la strategia di evacuazione. Il modello considera anche l'impatto del fumo sulla percezione dell'ambiente e sulla disponibilità delle informazioni necessarie all'individuazione delle vie di fuga.

La validazione qualitativa del modello viene condotta mediante simulazioni numeriche in scenari bidimensionali semplificati, nei quali un singolo pedone deve evacuare una stanza interessata dalla progressiva espansione del fumo. L'analisi dei risultati consente di studiare l'effetto dei meccanismi repulsivi introdotti, valutare come la presenza del fumo influenzi la traiettoria di evacuazione e verificare le condizioni in cui il pedone riesce a raggiungere con successo l'uscita. I risultati

mostrano come l'interazione tra diffusione del fumo, percezione del rischio e scelta del percorso possa modificare significativamente il comportamento dell'individuo, evidenziando il potenziale del modello come strumento per l'analisi di scenari di emergenza e per futuri sviluppi che includano dinamiche collettive e configurazioni ambientali più complesse.

Indice

1	Introduzione	1
1.1	Il Fumo nei Modelli Microscopici	4
1.1.1	Modelli ad Automi Cellulari (CA)	4
1.1.2	Modelli Basati sul <i>Social Force Model</i> (SFM)	5
1.2	Struttura del Lavoro	7
2	Il Modello Matematico	11
2.1	Il <i>Social Force Model</i> di Helbing	11
2.2	Modello di Partenza: un <i>Social Force Model</i> sovrasmorzato	14
2.2.1	Dinamica del Movimento	16
2.2.2	Evoluzione della Direzione dello Sguardo	20
2.3	Estensione del Modello: Dinamiche di Evacuazione in Presenza di Fumo	21
2.3.1	Modellizzazione dell’Espansione del Fumo	21
2.3.2	Meccanismi di Percezione e Aggiornamento Visivo	22
2.3.3	Ostruzione delle Vie di Fuga e Aggiornamento della Conoscenza Ambientale	25
2.3.4	Dinamica del Movimento	28
2.3.5	Dinamica di Repulsione dal Fumo	29
2.4	Riepilogo del Modello	30
3	Simulazioni Numeriche e Validazione del Modello	32
3.1	Parametri Numerici Utilizzati	34
3.2	Stima dei Parametri	35
3.2.1	Descrizione Geometrica del Pedone	35
3.2.2	Condizioni Iniziali e Stato Interno del Pedone	35
3.2.3	Repulsione dalle Pareti	36
3.2.4	Modellizzazione della Diffusione del Fumo	36
3.2.5	Repulsione dal Fumo: Calibrazione di J e K	38
3.3	Scenario 1: Fumo sulla Traiettoria Diretta Verso l’Uscita Nota	39
3.3.1	Analisi Comparativa: $J = 4$, $K = 0.1$ contro $J = 7$, $K = 0.4$	42

3.3.2	Analisi Parametrica dei Tempi di Evacuazione	42
3.4	Scenario 2: Fumo Laterale Rispetto alla Traiettoria Desiderata . . .	44
3.4.1	Analisi Comparativa: $J = 7$, $K = 0.4$ contro $J = 8$, $K = 1.0$	47
3.4.2	Analisi Parametrica dei Tempi di Evacuazione	47
3.5	Scelta dei Parametri Ottimali	48
4	Conclusioni	50
4.1	Riepilogo del Lavoro Svolto	50
4.2	Punti di forza del modello	51
4.3	Sviluppi Futuri	52
4.3.1	Estensione a N Pedoni	52
4.3.2	Scenari Ambientali più Complessi	53
4.3.3	Calibrazione Sperimentale dei Parametri	54
4.3.4	Dinamiche di Panico Collettivo e Comportamento di Gregge	54
	Bibliografia	55

Capitolo 1

Introduzione

Nel corso dei secoli si sono registrati numerosi disastri in termini di perdite di vite umane in occasione di evacuazioni di emergenza di persone da luoghi chiusi. Alcuni esempi solo di cronaca italiana recente sono: l'incendio del cinema Statuto a Torino nel 1983 (64 morti su un centinaio di presenti), l'incendio nel traforo del Monte Bianco nel 1999 (39 morti), il dramma di Piazza San Carlo a Torino nel 2017 (3 morti e più di 1600 feriti) o ancora la tragedia della discoteca Lanterna Azzurra a Corinaldo nel 2018 (6 morti e 59 feriti). Un doveroso ricordo va anche alla più recente tragedia della notte di capodanno 2026 al bar Le Constellation di Crans-Montana, dove hanno perso la vita 41 persone e 115 sono rimaste ferite. Risulta quindi di grande interesse studiare la dinamica delle folle in ambienti chiusi, per individuare quali fattori la regolino ed essere quindi in grado di prevedere l'evoluzione di esse in diversi scenari, progettare spazi o elaborare strategie per gestire evacuazioni ed evitare esiti drammatici. Per esempio, considerando l'esodo da stazioni, centri commerciali, scuole, appare subito di fondamentale importanza capire come ogni individuo nella folla decida dove andare, come interagisca con gli altri e con gli elementi strutturali, ma anche come reagisca ad altri fattori esterni come segnali visivi/acustici o presenza di fumo/gas nel caso di incendi.

A partire dalla fine degli anni 50, sono stati svolti numerosi esperimenti per capire come una folla si muova e quali fenomeni possano accadere in situazioni normali o di panico [15, 18, 20, 46], e per evidenziare come il fumo influisca sulla visibilità [13, 26, 27, 48] o sulla velocità di evacuazione delle persone [14]. Questi esperimenti sono risultati di grande interesse ad esempio nell'ambito dell'ingegneria della sicurezza per la progettazione di sistemi di segnali efficaci per indicare le vie di fuga, anche in condizioni di scarsa visibilità.

Parallelamente a questi studi meramente osservativi, l'interesse dei ricercatori si è focalizzato anche sulla realizzazione di modelli matematici capaci di essere applicati a scenari reali. L'intento era quello di poter simulare numericamente situazioni di vario genere e valutare la loro criticità semplicemente con la variazione di alcuni

parametri.

Per risalire alle origini di questi studi, dobbiamo spostarci agli anni settanta, quando vennero formalizzati i primi modelli macroscopici per la descrizione di una folla [23, 24]. In questi modelli, ispirati alla fluidodinamica, si proponeva di studiare i movimenti della folla come se fosse un fluido gassoso continuo, tramite la teoria di Maxwell-Boltzmann. In questo modo si riusciva a dare una caratterizzazione dei fenomeni dinamici globali, anche se non era possibile considerare la granularità della massa e l'eterogeneità dei comportamenti degli individui.

Per questa ragione, nel decennio successivo ci si spostò verso lo sviluppo di modelli discreti ispirati agli automi cellulari per studiare come il comportamento del singolo influisse sul movimento del gruppo [16]. Il pedone ora era al centro del modello e si poteva muovere secondo delle regole logiche in uno spazio discretizzato da celle. Un esempio di regola di movimento poteva essere la massimizzazione di un punteggio che veniva acquisito tramite lo spostamento in celle più o meno vicine alla destinazione. Secondo la schematizzazione del modello, ogni cella poteva essere occupata al più da un pedone e tutti i movimenti che venivano fatti erano in qualche modo "ottimali". Nella realtà, però, lo spazio di movimento non è discretizzato, ma è interamente occupabile dai pedoni ed esiste la possibilità che essi si urtino, soprattutto in caso di alta densità della folla. Inoltre, proprio per evitare situazioni pericolose, sarebbe più ragionevole considerare la possibilità che un individuo possa deviare dalla sua traiettoria preferita.

Su queste basi si inserisce il *Social Force Model*, proposto nel 1995 da Dirk Helbing e Péter Molnár [22] e poi ampliato in lavori successivi [20, 21]. In questo modello, i pedoni sono descritti come punti materiali che si muovono in uno spazio continuo, il cui moto è governato dalla seconda legge di Newton. In particolare, la variazione della loro velocità è determinata dall'azione di diverse forze, dette *social forces*. Si tratta di forze virtuali che modellano sia il comportamento individuale (ad esempio, il desiderio di raggiungere una destinazione) sia le interazioni con altri pedoni e con l'ambiente circostante, come ostacoli o pareti. Dal punto di vista matematico, il problema si traduce nella risoluzione di un sistema di equazioni differenziali ordinarie del secondo ordine, che descrivono l'evoluzione temporale della posizione e della velocità di ciascun individuo.

Al contempo, però, i modelli ad automi cellulari non vennero abbandonati, ma anzi subirono l'influenza degli studi sulle interazioni portati da Helbing e collaboratori. In particolare, i modelli degli anni 80 vennero ampliati con l'aggiunta dei *floor fields* [7, 8, 31], ovvero di griglie sottostanti al dominio spaziale con lo scopo di modificare le probabilità di spostamento di un pedone in una determinata cella. In questo modo, veniva modellata l'influenza delle pareti o della presenza di altri individui, anche con l'introduzione di una strategia di movimento del pedone ispirata al fenomeno della chemotassi.

Nei primi anni 2000, venne proposto un ulteriore approccio allo studio del

movimento dei pedoni in una folla che si collocava a metà strada tra il macroscopico e il microscopico. Veniva applicata la KTAP (Kinetic Theory of Active Particles) alle dinamiche delle masse basate sulla fluidodinamica [2, 3, 4, 5] per poter studiare gli individui come particelle attive, capaci di compiere scelte decisionali. Ogni pedone è quindi un agente che, con il tempo, acquisisce nuove conoscenze sull'ambiente circostante e può scegliere e modificare la propria strategia di movimento. Questo modello mesoscopico si concretizza in un'equazione differenziale alle derivate parziali basata sull'equazione di Boltzmann, in cui viene modellizzata proprio la capacità della particella di cambiare stato (es. cambiare direzione o velocità).

Nonostante la precisione che si poteva ottenere studiando i comportamenti dei singoli pedoni, farlo diventava sempre più costoso a livello computazionale, soprattutto quando si simulavano folle molto numerose. Così, poco dopo i modelli mesoscopici, nacquero i modelli cosiddetti "ibridi" [25], in cui si alternano gli approcci microscopico e macroscopico a seconda delle condizioni della folla o dell'ambiente [44, 52, 53]. Ad esempio, lo spazio può essere diviso in zone di studio per utilizzare un modello macro nelle aree più ampie, in cui la folla ha un comportamento omogeneo, mentre un approccio micro in quelle zone che contengono uscite o intersezioni di strade, in cui conta di più il comportamento decisionale del singolo individuo.

Nell'ultimo decennio, grazie al crescente interesse per l'intelligenza artificiale, si è assistito a un forte sviluppo di modelli non più soltanto descrittivi, ma anche predittivi. In questo contesto, è possibile distinguere due principali macro-categorie: i modelli *data-driven* e quelli basati su *physics-informed AI*. I modelli *data-driven* si basano sull'utilizzo di dataset, tipicamente ottenuti tramite tecniche di computer vision o metodologie affini, per addestrare reti neurali in grado di prevedere i movimenti spaziali degli individui. Tra gli approcci più rilevanti sviluppati nel tempo si trovano modelli basati su Long Short-Term Memory (social-LSTM) [1], su Generative Adversarial Networks (social-GAN) [17], su Graph Convolutional Networks (social-STGCNN) [41] e, più recentemente, su architetture Transformer (STDCformer) [19]. I modelli *physics-informed*, sviluppati più recentemente, possono invece essere interpretati come approcci ibridi. In essi, conoscenze e leggi fisiche, come il *Social Force Model* o modelli di tipo fluidodinamico, vengono integrate nella progettazione della rete neurale o direttamente nella sua struttura. Un esempio significativo è rappresentato dal modello SPDif (Social Physics-Informed Diffusion) [10], in cui l'accelerazione futura degli individui viene stimata attraverso una rete neurale costruita secondo l'idea del *Social Force Model*: ciascun componente della rete contribuisce al calcolo di una forza, e la somma di tali contributi determina l'accelerazione complessiva. Un ulteriore esempio è il modello basato su STDDN (Spatio-Temporal Decoupled Differential Equation Network) [36], che combina una rete predittiva delle traiettorie a livello microscopico (analoga a quella proposta in [10]) con un modulo basato su neural ordinary differential equations per descrivere

l'evoluzione macroscopica. Tale evoluzione è vincolata dall'equazione di continuità della fluidodinamica nella sua forma differenziale, garantendo così coerenza fisica al modello.

Questi ultimi risultati più recenti non sono però utili ai fini del presente lavoro di tesi, che ha come obiettivo lo sviluppo di un modello matematico particellare per descrivere scenari di evacuazione di persone da ambienti chiusi in presenza di fumo o incendio. Partiremo quindi da un modello microscopico discreto, per poi includere all'interno una modellizzazione del fumo come nuovo vincolo per i pedoni.

1.1 Il Fumo nei Modelli Microscopici

1.1.1 Modelli ad Automi Cellulari (CA)

Le dinamiche di evacuazione in contesti con fumo o incendio sono state trattate a partire dall'applicazione di modelli ad automi cellulari (CA) alla dinamica dei pedoni [6]. Secondo questo approccio, i pedoni sono particelle (*automata*) che si muovono all'interno di celle (*cellular*) in base a leggi di comportamento o alla minimizzazione di potenziali. Il dominio spaziale è discretizzato e, per i casi bidimensionali, in genere si utilizzano grafi oppure griglie. Per dare delle regole di movimento ai pedoni, una strategia utilizzata è stata quella di assegnare delle probabilità di spostamento soggettive e istantanee che cambiano al variare della posizione e in base al valore dei *floor fields* sottostanti [7, 8, 31]. I *floor fields* non sono altro che dei campi scalari definiti su ogni cella del reticolo che, per l'appunto, condizionano il comportamento degli agenti (pedoni, in questo caso). Con il valore numerico assunto in una cella data, vanno a simulare le interazioni sociali e spaziali tra l'individuo e l'ambiente circostante, poiché vengono utilizzati come termini per riscaldare matematicamente la probabilità che il pedone si sposti in quella cella. Consideriamo il caso in cui il dominio venga modellizzato come una griglia formata da celle quadrate, ognuna delle quali può essere occupata al più da una persona, riprendendo l'idea che in una folla, per quanto densa sia, solo una persona può occupare un determinato spazio. Secondo questa schematizzazione, un pedone si trova in ogni istante al centro di una sottogriglia 3×3 e la probabilità di spostarsi in una delle otto restanti celle è indicata nella *matrix of preferences*, una matrice 3×3 che riprende esattamente la struttura della sottogriglia. Quindi, per esempio, la probabilità in un dato istante di spostarsi nella cella a nord si trova scritta in posizione (1,2) della matrice considerata per quel pedone in quell'istante. Come anticipato, al di sotto di questa griglia si trovano i *floor fields*, ovvero degli altri reticoli perfettamente sovrapponibili a quello appena descritto, che vanno a modificare le probabilità di spostamento di un pedone in base alla conformazione della stanza (*static floor field*) e alla "traccia" virtuale lasciata da altri individui (*dynamic floor field*). Alla base di questo ragionamento c'è il fatto che, nel caso

simulato di evacuazione da una stanza, più una posizione è vicina all'uscita, più è probabile che ci si sposti in quella posizione; allo stesso modo, più pedoni percorrono una certa strada, più è probabile che altri seguano la loro "traccia".

Questo tipo di modelli ha avuto molta fortuna nelle sue estensioni, poiché è facilmente personalizzabile tramite l'aggiunta o la modifica di *floor fields*; inoltre, è gestibile in maniera più semplice dal punto di vista delle simulazioni, per via del dominio discretizzato che consente un numero limitato di movimenti al singolo pedone in ogni istante. Questi fattori hanno contribuito allo sviluppo di numerose estensioni nel corso degli anni, soprattutto indirizzate verso lo studio di situazioni con presenza di fumi e incendi. Si trovano quindi modelli in cui è stato aggiunto un *fire floor field* [56] per rappresentare la presenza e la diffusione del fuoco, oppure un *visibility floor field* e un *temperature floor field*, che hanno introdotto la limitazione della visibilità dovuta al fumo e l'impraticabilità delle aree per via della temperatura dell'incendio [9]. Altre simili implementazioni hanno considerato una natura più densa del fumo che condiziona non più solo la vista ma anche la postura dell'individuo e di conseguenza la sua andatura [55], oppure la diffusione della nube in uno spazio tridimensionale [57], in modo da simulare uno spazio più simile al reale. Un'altra possibilità esplorata è stata quella di modellizzare la presenza di un gas tossico tramite un'equazione di avvezione-diffusione [38] o di utilizzare direttamente i risultati ottenuti tramite il software *Fire Dynamics Simulator (FDS)* [34, 35] per il fumo: in questo modo, il modello resta semplice e viene solo aggiunto un fattore calcolato esternamente.

1.1.2 Modelli Basati sul *Social Force Model* (SFM)

Il *Social Force Model* (SFM), introdotto da Dirk Helbing e collaboratori negli anni '90 [22], rappresenta uno dei principali approcci microscopici per la simulazione del comportamento dei pedoni. In questo contesto, il movimento degli individui non è descritto semplicemente in termini cinematici, ma come il risultato di forze (le *social forces*) che riflettono intenzioni, interazioni e vincoli ambientali.

L'idea centrale del modello è che ogni pedone sia assimilabile a una particella soggetta a diverse forze. In particolare, il cambiamento della velocità di un individuo è determinato da una combinazione di: (i) una forza di desiderio, che spinge il pedone verso una destinazione con una velocità preferita; (ii) forze di interazione con altri pedoni, che rappresentano il tentativo di mantenere una distanza interpersonale e prevenire collisioni; (iii) forze dovute alla presenza di ostacoli fisici, come muri o barriere.

Formalmente, la dinamica del pedone i è descritta da un'equazione del tipo:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt}(t) = \mathbf{F}_i^{des} + \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij} + \sum_W \mathbf{F}_{iW}, \quad (1.1)$$

dove $\mathbf{F}_i^{des}$ rappresenta la forza di desiderio, $\mathbf{F}_{ij}$ le interazioni con gli altri pedoni e $\mathbf{F}_{iW}$ le interazioni con gli ostacoli.

Uno degli aspetti più rilevanti del modello è la sua capacità di riprodurre fenomeni collettivi emergenti osservati nella realtà, come la formazione spontanea di corsie in flussi bidirezionali, l'effetto imbuto in prossimità delle uscite e le dinamiche di congestione. Inoltre, il modello può essere esteso per includere comportamenti più complessi, come reazioni di panico [20] o dinamiche di evacuazione [21].

Nonostante la sua semplicità concettuale, il *Social Force Model* si è dimostrato uno strumento potente e flessibile, ampiamente utilizzato nello studio della dinamica dei pedoni, nella progettazione di spazi pubblici e nella valutazione della sicurezza in scenari di emergenza.

Per esempio, in [42] si trova l'aggiunta di un nuovo termine di interazione per modellizzare la risposta alla presenza di altri membri del proprio gruppo di conoscenti, ovvero una forza che spinge i pedoni che vogliono stare vicini a disporsi nello spazio in una forma a V. Un'altra variante significativa, che approfondiremo nel Capitolo 2, è lo sviluppo di un modello sovrasmorzato per poter studiare l'Eq. 1.1 come un'equazione differenziale ordinaria del primo ordine, osservando direttamente i contributi delle velocità al posto delle forze [11]. In questo approccio, viene considerata anche la possibilità che un pedone modifichi la direzione dello sguardo rispetto a quella del moto, non tenendola più solo fissa in avanti. Viene aggiunto, inoltre, un termine per modellizzare la conoscenza ambientale che varia in ogni istante e può far considerare di cambiare il percorso desiderato. Dopo una revisione della letteratura inerente agli sviluppi e alle applicazioni di questo modello a *social forces*, non sembrano esserci molti studi che includano il fumo all'interno del modello matematico presentato. Solo Makmul in [40] ha proposto una possibilità per integrare la presenza del fumo nel modello, tramite l'utilizzo di un'equazione di avvezione-diffusione per calcolare l'evoluzione della sua densità. Infatti, in un'area con alta densità di fumo, la velocità di spostamento del pedone si riduce drasticamente. Questo influenza la soluzione dell'equazione Eikonale che determina la strada ottimale del pedone verso l'uscita, rendendo estremamente costosi i tratti che attraversano il fumo. L'individuo quindi è costretto a modificare il suo percorso perché quello precedente non risulterebbe più l'ottimo. Il modello generale di Helbing è stato però ampiamente sfruttato per la creazione di software per la simulazione di scenari di evacuazione. Tra questi, il celebre *FDS+Evac* [32, 33] sviluppato dal NIST (National Institute of Standards and Technology), che per primo modella le persone come l'unione di tre cerchi (uno più grande per la testa e due più piccoli ai lati per le spalle). Con questo software è possibile anche simulare la diffusione di un incendio e di fumo, che nel modello dinamico riducono la velocità di evacuazione del pedone e influenzano l'algoritmo di selezione dell'uscita più sicura. Il software *SiCoBioNa* [37] è invece più recente e più semplice del precedente, in quanto si tratta di un simulatore di scenari modellizzati con le

social forces che offre la possibilità di configurare i parametri e vedere i risultati grazie a un'interfaccia grafica. Un altro sforzo applicativo che si segnala è quello in cui il modello è stato implementato in una sua versione dichiarata "improved" per simulare in realtà virtuale l'evacuazione da una stazione della metropolitana [54]. In questo *Improved Social Force Model* vengono introdotte due nuove forze: una che modella l'influenza dell'ambiente circostante, come la presenza di guide e segnali antincendio, il valore della temperatura e la visibilità; l'altra che considera l'iniziativa soggettiva, ovvero quanto un individuo conosce l'ambiente specifico, le norme antincendio e qual è il suo stato psicologico corrente.

Nelle Tabelle 1.1 e 1.2 sono riportati i lavori citati in questo capitolo con una breve descrizione del loro interesse applicativo, al fine di fornire una panoramica più compatta dell'evoluzione di questi modelli particellari.

1.2 Struttura del Lavoro

Il presente lavoro di tesi si inserisce in questo filone di ricerca. L'obiettivo è sviluppare un modello particellare microscopico per la simulazione del comportamento di un singolo pedone durante un'evacuazione di emergenza in presenza di fumo. Il resto dell'elaborato è organizzato come segue.

Nel Capitolo 2 viene presentato il modello matematico di riferimento, ovvero il *Social Force Model* sovrasmorzato proposto in [11], e ne vengono descritte in dettaglio le componenti: la dinamica del movimento, la strategia individuale di percorso basata sulla soluzione dell'equazione Eikonale, la repulsione dalle pareti e l'evoluzione della direzione dello sguardo. Nella seconda parte del capitolo viene introdotta l'estensione originale proposta in questa tesi: la modellizzazione geometrica dell'espansione del fumo, i meccanismi di percezione visiva e di prossimità che ne governano la rilevazione da parte del pedone, il criterio di ostruzione delle vie di fuga e la componente repulsiva che modifica la dinamica di evacuazione in risposta alla presenza della nube.

Il Capitolo 3 è dedicato alle simulazioni numeriche condotte per la validazione qualitativa del modello. Vengono illustrati i criteri di stima e calibrazione dei parametri, e vengono analizzati due scenari rappresentativi: uno in cui il fumo si interpone direttamente tra il pedone e l'unica uscita a lui nota, costringendolo a identificare una via di fuga alternativa, e uno in cui la nube si espande lateralmente rispetto alla traiettoria desiderata, perturbandola in modo graduale. Per ciascuno scenario viene discusso l'effetto dei parametri di repulsione dal fumo sul tempo di evacuazione e sulla naturalezza della traiettoria prodotta.

Nel Capitolo 4, infine, vengono tratte le conclusioni del lavoro. Vengono riassunti i principali contributi originali, discussi i punti di forza del modello e i miglioramenti apportati rispetto alla formulazione di partenza, e delineate le possibili direzioni

di sviluppo futuro, tra cui l'estensione del framework a una folla di N pedoni interagenti, l'applicazione a geometrie ambientali più complesse e la calibrazione sperimentale dei parametri.

Riferimento	Modello utilizzato	Applicazione	Presenza fumo
Burstedde et al. (2001)	CA	No	No
Burstedde et al. (2001)	CA	Evacuazione di una grande stanza (1 uscita)	No
Kirchner and Schadschneider (2002)	CA + interazioni di "chemiotassi"	Evacuazione di 2 stanze diverse	No
Varas et al. (2007)	CA	Evacuazione di stanze con ostacoli	No
Zheng et al. (2011)	CA → Floor Field + fire FF	Evacuazione di 3 stanze diverse	Solo fuoco
Cao et al. (2014)	CA → Floor Field + visibility FF e temperature FF	Evacuazione di una grande stanza (1 uscita)	Sì + temperatura del fuoco
Zheng et al. (2017)	CA → FF + fire FF e smoke FF	Evacuazione di una stanza – modifica della postura (velocità) dei pedoni	Sì
Zheng et al. (2018)	CA → FF + smoke FF e herd FF (<i>herd</i>)	Evacuazione di una stanza in 3D	Sì
Makmul (2020)	CA	Evacuazione di una stanza	Gas pericoloso (eq. di avvezione-diffusione)
Li et al. (2022)	CA + diffusione del panico con modello SIS	Evacuazione di un'aula scolastica	Sì (FDS)
Liu et al. (2023)	CA	Evacuazione di una stanza o di un piano con 3 stanze	Sì (FDS) + Ossido di carbonio

Tabella 1.1: Tabella riassuntiva con i principali sviluppi del modello CA.

Riferimento	Modello utilizzato	Applicazione	Presenza fumo
Helbing and Molnar (1995)	SFM	Pedoni interagenti	No
Helbing et al. (2000)	Fuga da panico – modello della forza sociale	Evacuazione da stanze	No – solo una citazione
Moussaid et al. (2010)	SFM + Direzione dello sguardo (<i>gazing</i>)	Dinamiche della folla	No
Korhonen et al. (2008)	Guida tecnica di FDS+Evac	Simulazione della diffusione del fumo e dell'evacuazione	Sì
Colombi et al. (2016)	SFM sovrasmorzato	Evacuazione da luogo chiuso senza panico	No
Makmul (2020)	SFM	Evacuazione di una stanza	Sì
Zhang et al. (2023)	SFM migliorato	Simulazione VR dell'evacuazione di una stazione della metropolitana	Sì - incendio
Lopez et al. (2025)	Software per la simulazione del SFM	Molteplici	No

Tabella 1.2: Tabella riassuntiva con i principali sviluppi del modello SFM.

Capitolo 2

Il Modello Matematico

2.1 Il *Social Force Model* di Helbing

Uno dei modelli microscopici più influenti per la descrizione del moto pedonale è il *Social Force Model* (SFM), introdotto da Dirk Helbing e Péter Molnár nel 1995 [22]. L'idea alla base del modello consiste nel rappresentare ciascun individuo come una particella che si muove in uno spazio continuo sotto l'azione di forze virtuali, denominate *social forces*. Tali forze non devono essere interpretate come forze fisiche in senso stretto, ma come una formalizzazione matematica delle intenzioni individuali, delle interazioni sociali e dei vincoli imposti dall'ambiente.

In questo quadro, il moto del generico pedone i viene descritto tramite un'equazione differenziale ordinaria del secondo ordine:

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt}(t) = \mathbf{F}_i(t) + \boldsymbol{\xi}_i(t), \quad (2.1)$$

dove $\mathbf{v}_i(t)$ rappresenta la velocità del pedone, $\mathbf{F}_i(t)$ la forza risultante delle interazioni che ne influenzano il comportamento e $\boldsymbol{\xi}_i(t)$ un termine stocastico che tiene conto delle fluttuazioni individuali e della variabilità non deterministica delle scelte umane.

Il dominio di movimento è uno spazio bidimensionale continuo $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$. Ogni individuo è identificato dalla propria posizione $\mathbf{x}_i(t) \in \Omega$, la cui evoluzione temporale soddisfa

$$\mathbf{v}_i(t) = \frac{d\mathbf{x}_i}{dt}(t). \quad (2.2)$$

La risultante $\mathbf{F}_i$ è ottenuta come somma di tre contributi fondamentali: una forza di desiderio (*driving force*), una forza repulsiva e una forza attrattiva.

La *driving force* rappresenta la tendenza dell'individuo a raggiungere una destinazione prefissata mantenendo una velocità desiderata, definita come il prodotto

tra uno scalare $v_i^0 > 0$ e una direzione preferita $\mathbf{e}_i^0$. Se la velocità effettiva differisce da quella preferita, ad esempio a causa di interazioni con altri pedoni o con ostacoli, il soggetto cerca progressivamente di ripristinare il proprio stato di moto nell'arco di un tempo caratteristico τ_i , detto *relaxation time*. Tale meccanismo costituisce il motore principale della dinamica e traduce matematicamente l'intenzione del pedone di raggiungere il proprio obiettivo.

Le forze repulsive descrivono invece il naturale comportamento di evitamento che gli individui adottano nei confronti di altri pedoni e degli ostacoli presenti nell'ambiente. Queste interazioni vengono modellate mediante potenziali repulsivi decrescenti con la distanza. Nel lavoro originale, le linee equipotenziali assumono forma ellittica e risultano allungate nella direzione del moto, riflettendo il fatto che un individuo percepisce come maggiormente rilevante ciò che si trova davanti a sé rispetto a ciò che si trova lateralmente o posteriormente. Analogamente, anche le pareti e gli ostacoli generano effetti repulsivi finalizzati a prevenire situazioni di contatto.

Il terzo contributo è costituito dalle forze attrattive, introdotte per rappresentare la presenza di elementi di interesse nell'ambiente, quali persone conosciute, gruppi sociali o punti di richiamo visivo. Tali effetti vengono modellati tramite potenziali attrattivi la cui intensità può diminuire nel tempo, tenendo conto della naturale perdita di interesse verso uno specifico obiettivo secondario.

Un ulteriore aspetto innovativo del modello riguarda la rappresentazione del campo visivo. Helbing e Molnár assumono che ogni individuo reagisca principalmente agli stimoli presenti all'interno di un cono visivo di semiampiezza θ , centrato sulla direzione del moto. Gli stimoli provenienti dalla periferia del campo visivo esercitano un'influenza ridotta rispetto a quelli localizzati frontalmente. Per tenere conto di questa anisotropia percettiva viene introdotto un coefficiente di pesatura

$$w(\mathbf{e}_i, \mathbf{F}) = \begin{cases} 1, & \text{se } \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{F} \geq |\mathbf{F}| \cos \theta, \\ c, & \text{altrimenti,} \end{cases} \quad (2.3)$$

dove $\mathbf{e}_i$ è la direzione di moto del pedone e $c < 1$ è un parametro che riduce l'effetto delle interazioni provenienti dalle regioni meno visibili dello spazio circostante.

Negli anni successivi il modello è stato esteso agli scenari di evacuazione e alle condizioni di elevata densità [20, 21]. In queste applicazioni i pedoni vengono rappresentati come dischi rigidi di raggio R_i^{body} e massa m_i^{body} , consentendo di tenere conto esplicitamente delle dimensioni corporee e delle interazioni di contatto. In particolare, quando due individui entrano in contatto fisico vengono introdotti due ulteriori contributi: una *body force*, che modella la compressione tra i corpi, e una *sliding friction force*, che descrive gli effetti di attrito tangenziale durante il contatto.

Questa estensione ha permesso di riprodurre numerosi fenomeni osservati sperimentalmente nelle evacuazioni di emergenza, come la formazione di congestioni in prossimità delle uscite, gli effetti di compressione nelle folle dense e il cosiddetto comportamento di gregge (*herding behaviour*), modellato attraverso un parametro che quantifica il livello di panico degli individui.

Il *Social Force Model* ha rappresentato un punto di svolta nella modellizzazione del moto pedonale, poiché ha introdotto una descrizione microscopica capace di combinare semplicità matematica e realismo comportamentale. Molti modelli successivi derivano direttamente da questa impostazione concettuale; tra questi, la formulazione sovrasmorzata adottata nel presente lavoro, che viene presentata nella sezione seguente, reinterpreta le *social forces* come contributi diretti alla velocità anziché all'accelerazione, eliminando il termine inerziale e riducendo il sistema a un'equazione differenziale del primo ordine.

2.2 Modello di Partenza: un *Social Force Model* sovrasmorzato

Il modello matematico da cui partiremo è quello proposto in [11]. Questo adotta un approccio microscopico-discreto per descrivere la dinamica di una folla in condizioni ordinarie, ovvero in assenza di panico. In questo modello e nella futura trattazione, considereremo una folla composta da N pedoni che si muove all'interno di un dominio bidimensionale $\Omega \subseteq \mathbb{R}^2$, il quale può riprodurre fedelmente la planimetria di un edificio provvisto di ostacoli, corridoi e specifici punti di interesse, come ad esempio le porte di uscita.

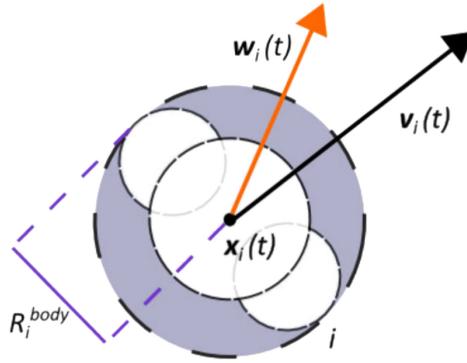


Figura 2.1: Rappresentazione del pedone

Ciascun pedone è singolarmente considerato e rappresentato come un punto materiale la cui posizione istantanea è identificata dal vettore $\mathbf{x}_i(t) \in \Omega$, con $i = 1, \dots, N$. Per tenere in considerazione lo spazio fisico occupato dall'individuo, si definisce un cerchio di raggio R_i^{body} attorno a tale punto, che corrisponde all'ingombro approssimativo della testa e delle spalle, rappresentati a loro volta da un cerchio più grande e due più piccoli ai lati (vedi Fig.2.1).

Lo stato dinamico di ogni pedone è completamente descritto da un set di quattro variabili fondamentali, $(s_i(t), \mathbf{c}_i(t), \mathbf{v}_i(t), \mathbf{w}_i(t))$:

- Il termine $s_i(t)$ è un numero intero che codifica la condizione psicologica dell'individuo, ad esempio la volontà di mantenere una determinata andatura: in questo caso, potrebbe assumere il valore 0 se il pedone cammina normalmente, 1 se è di fretta e 2 se corre, ecc.. Questo parametro è cruciale poiché da esso dipende la scelta della velocità di comfort $\bar{v}(s_i(t))$ desiderata dall'individuo,

ovvero

$$\bar{v}(s_i(t)) = \begin{cases} \bar{v}_0, & \text{se } s_i(t) = 0; \\ \bar{v}_1, & \text{se } s_i(t) = 1; \\ \bar{v}_2, & \text{se } s_i(t) = 2; \\ \dots & \end{cases} \quad (2.4)$$

con $\bar{v}_0 < \bar{v}_1 < \dots \leq \bar{v}_{max}$, dove $\bar{v}_{max}$ è la massima velocità accettabile coerente con il limite fisico umano.

- Il vettore $\mathbf{v}_i(t)$ indica la velocità istantanea del pedone i ;
- Il vettore $\mathbf{w}_i(t)$ indica la direzione del suo sguardo.
- $\mathbf{c}_i(t)$ è un vettore a componenti binarie che rappresenta la conoscenza ambientale; nel caso in cui il dominio spaziale sia una stanza o un luogo chiuso, può mappare la conoscenza delle possibili uscite;

Nel vettore $\mathbf{c}_i(t) = \{c_{i,0}(t), c_{i,1}(t), \dots, c_{i,H}(t)\}$, ogni componente $c_{i,h}$ è associata a una delle possibili destinazioni presenti nel dominio (es. porte di uscita). Essa assume valore 1 se il pedone i è a conoscenza del punto di interesse h , altrimenti vale 0. Si assume coerentemente che ogni individuo conosca inizialmente almeno una destinazione, tipicamente la porta attraverso la quale ha fatto il suo ingresso nell'edificio. In seguito, durante il movimento, la consapevolezza ambientale evolve in tempo reale: se una destinazione fino a quel momento sconosciuta entra nel campo visivo dell'individuo, il corrispondente valore $c_{i,h}$ passa istantaneamente da 0 a 1. Inoltre, si assume ragionevolmente che i pedoni ricordino la posizione di tutte le destinazioni scoperte abbastanza a lungo da trascurare qualsiasi effetto dovuto alla perdita di memoria. Questo meccanismo permette all'individuo di aggiornare costantemente le proprie decisioni strategiche in base alle nuove informazioni visive.

Per quanto riguarda $\mathbf{v}_i(t)$ e $\mathbf{w}_i(t)$, a differenza di molti modelli in letteratura, non sono vincolati a essere allineati. La direzione dello sguardo costituisce infatti un grado di libertà totalmente indipendente e provvisto di una propria equazione di evoluzione temporale.

Il vettore della direzione dello sguardo è determinato dall'angolo $\omega_i(t)$ che esso forma con l'asse x del dominio, risultando in $\mathbf{w}_i(t) = (\cos \omega_i(t), \sin \omega_i(t))$. Questo vettore identifica in modo univoco il campo visivo dell'individuo $\Omega_i^{vis}(t)$, definito sulla base della profondità di visione R_i^{vis} e dell'angolo di apertura visiva θ_i :

$$\Omega_i^{vis}(t) = \left\{ \mathbf{y} \in S^2(\mathbf{x}_i(t), R_i^{vis}) : \frac{\mathbf{y} - \mathbf{x}_i(t)}{|\mathbf{y} - \mathbf{x}_i(t)|} \cdot \mathbf{w}_i(t) \geq \cos(\theta_i) \right\}. \quad (2.5)$$

Tale regione visiva può essere dinamicamente ridotta e ostruita dalla presenza di ostacoli strutturali, come muri e colonne, presenti nel dominio.

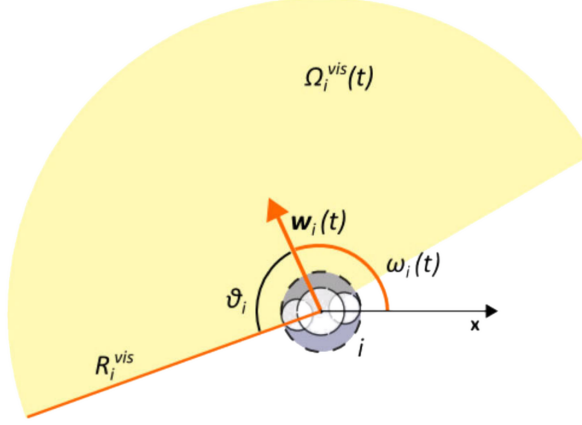


Figura 2.2: Campo visivo del pedone

2.2.1 Dinamica del Movimento

L'approccio per modellare la dinamica parte da un'equazione particellare del secondo ordine, basata sulle leggi di Newton:

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{x}_i}{dt^2}(t) + \lambda_i \frac{d \mathbf{x}_i}{dt}(t) = \mathbf{F}_i(t), \quad (2.6)$$

in cui le costanti m_i e λ_i sono rispettivamente i coefficienti di massa e attrito, mentre $\mathbf{F}_i$ denota la somma delle forze che influenzano il comportamento del pedone. Poiché i sistemi viventi complessi, come le folle umane, non subiscono passivamente le leggi d'inerzia ma attuano strategie comportamentali attive (come la capacità di fermarsi o cambiare bruscamente direzione), è possibile trascurare il termine inerziale assumendo che l'attrito domini sulla massa ($\lambda_i \gg m_i$). Si ottiene così una relazione costitutiva nota come risposta forza-velocità sovrasmorzata, cioè un modello del primo ordine in cui la velocità è direttamente proporzionale alle forze agenti.

Per scongiurare velocità irrealisticamente elevate, viene introdotto un limite rigido basato sulla velocità di comfort $\bar{v}(s_i(t))$, coerente con i limiti fisici umani:

$$\frac{d \mathbf{x}_i}{dt}(t) = \tilde{\mathbf{v}}_i(t) = \begin{cases} \min\{\bar{v}(s_i(t)), |\mathbf{v}_i(t)|\} \frac{\mathbf{v}_i(t)}{|\mathbf{v}_i(t)|} & \text{se } |\mathbf{v}_i| \neq 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.7)$$

La velocità totale $\mathbf{v}_i(t)$ è derivata dalla sovrapposizione di tre componenti, implementando un'additività vettoriale degli stimoli ambientali e personali:

$$\mathbf{v}_i(t) = \mathbf{v}_i^{des}(t) + \mathbf{v}_i^{crowd}(t) + \boldsymbol{\xi}_i(t). \quad (2.8)$$

dove $\mathbf{v}_i^{des}$ è la strategia individuale e $\mathbf{v}_i^{crowd}(t)$ rappresenta i contributi alla velocità dovuti all'interazione con i pedoni circostanti. Il termine $\xi_i(t)$ è una fluttuazione stocastica che modella le deviazioni accidentali dalle regole di moto o le incertezze comportamentali individuali di fronte a stimoli identici.

Strategia Individuale e Calcolo del Percorso

Il termine $\mathbf{v}_i^{des}(t)$ riflette la strategia primaria del pedone, ovvero l'intento di muoversi verso il proprio obiettivo mantenendosi a debita distanza dagli elementi architettonici:

$$\mathbf{v}_i^{des}(t) = \mathbf{v}_i^{targ}(t) + \mathbf{v}_i^{wall}(t). \quad (2.9)$$

Sfruttando la propria conoscenza ambientale $\mathbf{c}_i(t)$, il pedone i valuta le opzioni a sua disposizione e seleziona in ogni istante la destinazione $h_i(t)$ che minimizza lo sforzo in termini di distanza percorsa. Per ogni posizione di destinazione $h = 1, \dots, H$ (per esempio una porta di uscita da una stanza), viene calcolata la funzione distanza $\Phi_h(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ definita come segue:

$$\Phi_h(\mathbf{x}) := \min_{\mathbf{y} \in \bar{\Gamma}_h} d(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \quad (2.10)$$

dove $\bar{\Gamma}_h$ è la chiusura del sottodominio Γ_h che costituisce la posizione di interesse h e $d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ è la consueta distanza euclidea. Se assumiamo che un pedone scelga di compiere il tragitto che implica lo sforzo minore possibile, quindi per esempio uscire dall'ambiente attraverso la porta più vicina, allora la posizione di destinazione $h_i(t)$ del pedone i all'istante t è tale che

$$\Phi_{h_i(t)}(\mathbf{x}_i(t)) = \min_{h: c_{i,h}(t) \neq 0} \{\Phi_h(\mathbf{x}_i(t))\}. \quad (2.11)$$

In un ambiente affollato, i pedoni deviano continuamente dalla loro traiettoria ottimale a causa delle collisioni. Ricalcolare esplicitamente la traiettoria più breve per ogni pedone a ogni istante temporale comporterebbe un costo computazionale inaccettabile. Per ovviare a questo problema, la funzione $\Phi_h(x)$ viene precalcolata globalmente risolvendo l'equazione Eikonale bidimensionale

$$|\nabla \Phi_h(x)|^2 = 1 \quad (2.12)$$

tramite tecniche di *Fast Marching* [29, 30].

Di conseguenza, la velocità verso il target viene definita dinamicamente valutando il gradiente locale di tale funzione distanza:

$$\mathbf{v}_i^{targ}(t) = \bar{v}(s_i(t)) \mathbf{z}_{h_i(t)}(\mathbf{x}_i(t)), \quad (2.13)$$

dove $\mathbf{z}_{h_i}(\mathbf{x}_i) = -\nabla \Phi_{h_i}(\mathbf{x}_i)$ è il versore tangente alla traiettoria ottimale verso il target prescelto.

A questo termine si somma l'intento di allontanarsi dagli ostacoli $\mathbf{v}_i^{wall}(t)$, governato da una forza repulsiva esponenziale che si attiva unicamente se la distanza dal muro $d_i^{wall}(\mathbf{x}_i(t))$ scende sotto un prefissato raggio di sicurezza R_i^{wall} . In particolare

$$\mathbf{v}_i^{wall}(t) = \begin{cases} -A_i \exp\left(\frac{R_i^{body} - d_i^{wall}(\mathbf{x}_i(t))}{B_i}\right) \mathbf{n}_i^{wall}(\mathbf{x}_i(t)) & \text{se } d_i^{wall}(\mathbf{x}_i(t)) \leq R_i^{wall}; \\ \mathbf{0} & \text{altrimenti,} \end{cases} \quad (2.14)$$

dove A_i e B_i sono costanti e

$$\mathbf{n}_i^{wall}(\mathbf{x}_i(t)) = \frac{\nabla d_i^{wall}(\mathbf{x}_i(t))}{|\nabla d_i^{wall}(\mathbf{x}_i(t))|} \quad (2.15)$$

è il vettore unitario diretto dalla posizione dell'individuo i verso l'elemento non attraversabile più vicino, a distanza $d_i^{wall}(\mathbf{x}_i(t))$.

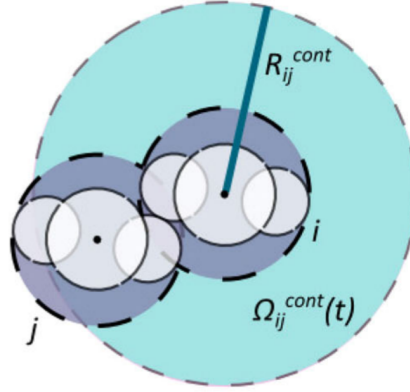


Figura 2.3: Rappresentazione dell'itorno di contatto

Interazioni Interpersonali Fisiche e Sociali

Le interazioni extrapersonali con la folla circostante sono suddivise in urti puramente fisici e forze psicologiche di evitamento sociale:

$$\mathbf{v}_i^{crowd}(t) = \mathbf{v}_i^{cont}(t) + \mathbf{v}_i^{rep}(t). \quad (2.16)$$

La velocità di contatto $\mathbf{v}_i^{cont}$ descrive le forze fisiche di spinta (forza radiale) e di attrito radente (forza tangenziale) tra due individui collidenti. Questa componente agisce in modo prettamente isotropo, poiché un individuo può subire collisioni anche da pedoni provenienti dalle sue spalle. Essa si attiva solo quando la distanza

relativa scende sotto la soglia di compenetrazione fisica $R_{ij}^{cont} = R_i^{body} + R_j^{body}$ nell'intorno di contatto

$$\Omega_{ij}^{cont}(t) = \left\{ \mathbf{x}_j \in \Omega : |\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)| \leq R_{ij}^{cont} \right\} \quad (2.17)$$

e ha equazione

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i^{cont}(t) &= \sum_{\substack{j=1 \\ \mathbf{x}_j(t) \in \Omega_{ij}^{cont}(t)}}^N \mathbf{v}_{ij}^{cont}(t) \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ \mathbf{x}_j(t) \in \Omega_{ij}^{cont}(t)}}^N \left[-C_i(R_{ij}^{cont} - |\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)|) \mathbf{n}_{ij}(\mathbf{x}_j(t), \mathbf{x}_i(t)) \right] \\ &\quad + \sum_{\substack{j=1 \\ \mathbf{x}_j(t) \in \Omega_{ij}^{cont}(t)}}^N \left[D_i(R_{ij}^{cont} - |\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)|) \mathbf{t}_{ij}(\mathbf{x}_j(t), \mathbf{x}_i(t)) \right]. \end{aligned} \quad (2.18)$$

I due addendi rappresentano le due forze in gioco considerate in caso di urto tra i pedoni i e j , rispettivamente la spinta e l'attrito radente. Qui, C_i e D_i sono termini costanti, $|\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)|$ è la distanza tra gli individui e i vettori unitari $\mathbf{n}_{ij}$ e $\mathbf{t}_{ij}$ sono definiti come

$$\mathbf{n}_{ij}(\mathbf{x}_j(t), \mathbf{x}_i(t)) = \frac{\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)}{|\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)|}, \quad (2.19)$$

$$\mathbf{t}_{ij}(\mathbf{x}_j(t), \mathbf{x}_i(t)) = \mathbf{k} \times \mathbf{n}_{ij}(\mathbf{x}_j(t), \mathbf{x}_i(t)), \quad (2.20)$$

con $\mathbf{k}$ vettore unitario perpendicolare al piano del moto.

La velocità repulsiva $\mathbf{v}_i^{rep}$, invece, riproduce la tendenza naturale in situazioni ordinarie a preservare uno spazio privato di raggio R_i^{rep} (il cosiddetto effetto territoriale) e ad anticipare le collisioni. È basata su una funzione esponenziale decrescente, ma a differenza delle forze di contatto, risulta essere fortemente anisotropa. Essa si attiva esclusivamente per gli individui che rientrano nel campo visivo del pedone

$$\Omega_i^{rep}(t) = \left\{ \mathbf{x}_j(t) \in \Omega_i^{vis}(t) \cap \Omega : |\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)| \leq R_i^{rep} \right\} \subset \Omega_i^{vis}(t), \quad (2.21)$$

rispecchiando il fatto fenomenologico che le persone raramente modificano la propria traiettoria per evitare qualcuno situato dietro di loro. La sua equazione risulta essere

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i^{rep}(t) &= \sum_{\substack{j=1 \\ \mathbf{x}_j(t) \in \Omega_i^{rep}(t)}}^N \mathbf{v}_{ij}^{rep}(t) \\ &= \sum_{\substack{j=1 \\ \mathbf{x}_j(t) \in \Omega_i^{rep}(t)}}^N -E_i \exp \left(\frac{R_{ij}^{cont} - |\mathbf{x}_j(t) - \mathbf{x}_i(t)|}{F_i} \right) \mathbf{n}_{ij}(\mathbf{x}_j(t), \mathbf{x}_i(t)). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Anche qui i termini E_i e F_i sono costanti, mentre R_{ij}^{cont} e $\mathbf{n}_{ij}(\mathbf{x}_j(t), \mathbf{x}_i(t))$ sono definiti come per $\mathbf{v}_i^{cont}$.

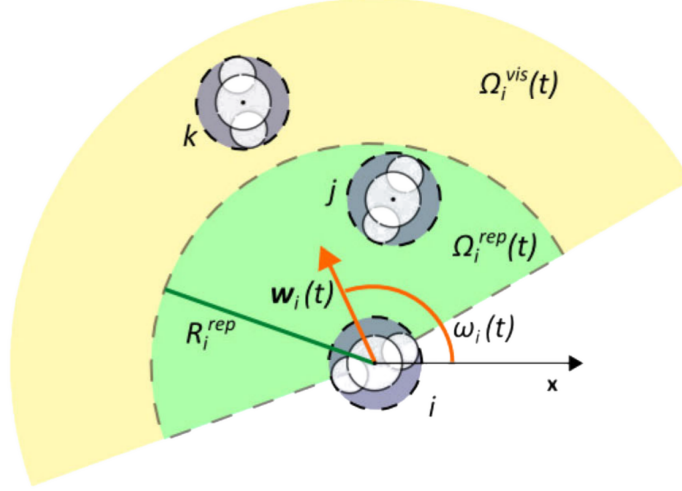


Figura 2.4: Rappresentazione dell'intorno di repulsione

2.2.2 Evoluzione della Direzione dello Sguardo

Poiché il campo visivo è essenziale sia per prevenire le collisioni sia per la scoperta di nuove destinazioni, l'introduzione di una dinamica autonoma per l'angolo di sguardo $\omega_i(t)$ è cruciale per il realismo del modello. La sua evoluzione nel tempo è regolata da:

$$\frac{d\omega_i}{dt}(t) = -G_i(\mathbf{v}_i(t) \times \mathbf{w}_i(t)) \cdot \mathbf{k} - \sum_m P_{im}(\mathbf{p}_m(t) \times \mathbf{w}_i(t)) \cdot \mathbf{k} + \zeta_i(t). \quad (2.23)$$

Questa equazione differenziale bilancia tre dinamiche distinte, definite nei tre termini dell'Eq.2.23:

- Il primo termine modella il tentativo dell'individuo di minimizzare la rotazione della testa rispetto alla direzione effettiva del proprio moto.
- Il secondo termine induce la rotazione dello sguardo per inquadrare specifici stimoli esterni o segnali ambientali posizionati in $\mathbf{p}_m$.
- Il termine $\zeta_i(t)$ rappresenta le rotazioni accidentali della testa o l'incertezza esplorativa dell'ambiente circostante. Tale rumore può essere modellato matematicamente tramite una distribuzione di probabilità uniforme (sull'intero angolo visivo) o gaussiana.

2.3 Estensione del Modello: Dinamiche di Evacuazione in Presenza di Fumo

Il modello matematico descritto nella sezione precedente 2.2 risulta efficace per simulare il movimento pedonale in condizioni ordinarie. In questo lavoro di tesi, tale impianto matematico è stato esteso per includere lo studio delle dinamiche in condizioni di emergenza, specificamente in presenza di un principio di incendio associato a un'espansione di fumo nell'ambiente. Consideriamo un dominio spaziale bidimensionale chiuso $\Omega \subset \mathbb{R}^2$, assimilabile a una grande stanza. Per semplicità, ci focalizzeremo sullo studio del comportamento di un solo pedone, in modo da poter trascurare gli effetti delle interazioni interpersonali considerati in Eq.2.16 e analizzare più nel dettaglio la reazione del singolo individuo alla presenza del fumo.

L'introduzione di questa nuova entità nel dominio altera il comportamento dell'individuo, innescando il passaggio da uno stato di quiete a uno di agitazione. Abbiamo scelto di tradurre questa condizione con l'introduzione nella dinamica di una nuova forza di repulsione che modifica la velocità di spostamento.

Dal punto di vista fisico, il pedone viene modellizzato in maniera analoga a quanto presentato in precedenza, ovvero come un punto materiale con posizione istantanea $\mathbf{x}(t)$ e raggio dello spazio fisico occupato dal suo corpo pari a R^{body} . La direzione dello sguardo $\mathbf{w}(t)$, invece, è stata allineata alla velocità per alleggerire il modello, come approfondiremo più tardi, e la sua equazione è semplicemente

$$\mathbf{w}(t) = \frac{\mathbf{v}(t)}{|\mathbf{v}(t)|} \quad . \quad (2.24)$$

La descrizione dinamica viene quindi affidata al set di tre variabili $(s(t), \mathbf{c}(t), \mathbf{v}(t))$, sufficienti per uno studio realistico del comportamento dell'individuo.

2.3.1 Modellizzazione dell'Espansione del Fumo

Per rendere il modello più semplice e ridurre il costo computazionale delle simulazioni numeriche, introduciamo la concentrazione del fumo come una funzione $f : \Omega \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ che descrive la densità in un punto dello spazio al variare del tempo. L'evoluzione di f è governata dall'equazione di diffusione con sorgente puntiforme continua:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = D \nabla^2 f + q \delta^{(2)}(\mathbf{x}_f(t)), \quad (2.25)$$

dove D è il coefficiente di diffusione, q il tasso di produzione e $\mathbf{x}_f(t) \in \Omega$ la posizione della sorgente puntiforme. Supponiamo che da tale sorgente venga emessa una quantità con tasso q costante, tale che la massa totale del fumo cresca linearmente con il tempo:

$$M_f(t) = qt \quad . \quad (2.26)$$

Consideriamo inoltre che la diffusione sia isotropa nel piano e che non ci siano flussi d'aria che spostano la sorgente. Questo implica che l'espansione del fumo abbia una forma circolare con D costante e che non siano presenti termini di avvezione nell'equazione. Per semplicità, imponiamo anche che all'interno dell'area di diffusione la densità del fumo sia uniforme. In questo modo, l'unico parametro geometrico che varia con il tempo è il raggio del disco di fumo, mentre il fronte avanza in modo netto (con densità nulla all'esterno).

Sfruttando le proprietà della soluzione analitica dell'equazione di diffusione, e imponendo l'equivalenza della dispersione spaziale (ovvero uguagliando i momenti secondi della soluzione teorica con quelli del disco uniforme introdotto per ipotesi), è possibile ricavare direttamente la legge di evoluzione del raggio:

$$R^f(t) = 2\sqrt{Dt}. \quad (2.27)$$

Generalizzando questo risultato al caso in cui l'istante di innesco del fumo $t_f \neq 0$, il raggio corrente della nube $R^f(t)$ evolve nel tempo secondo un tasso di espansione costante $\alpha = 2\sqrt{D}$:

$$R^f(t) = \begin{cases} \alpha\sqrt{t - t_f} & \text{se } t \geq t_f \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases} \quad (2.28)$$

È importante osservare che l'approssimazione introdotta risulta rigorosamente valida solo nel caso ideale $\Omega \equiv \mathbb{R}^2$, poiché in un ambiente confinato il fronte di diffusione del fumo interagirebbe con le pareti, deformando progressivamente la forma circolare della nube. Nel presente lavoro si assume che il tempo dell'evacuazione sia sufficientemente breve da impedire al fronte di raggiungere le pareti laterali; di conseguenza, per tutta la durata delle simulazioni, l'ambiente può essere assimilato a uno spazio illimitato dal punto di vista della diffusione del fumo. Qualora tale ipotesi non fosse soddisfatta, il modello mantiene comunque la stessa legge di espansione radiale, trascurando gli effetti delle pareti e consentendo alla nube di evolvere come se il dominio fosse non confinato. Grazie a questa approssimazione, risulta estremamente facile sfruttare calcoli geometrici per determinare le relazioni dinamiche tra il pedone e il fumo; per esempio, la distanza effettiva tra il pedone in posizione $\mathbf{x}(t)$ e il fronte di avanzamento del fumo si calcola banalmente come:

$$d_f(t) = |\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}_f| - R^f(t). \quad (2.29)$$

Un valore di $d_f(t) \leq 0$ indica che l'individuo è stato fisicamente inglobato dalla coltre di fumo.

2.3.2 Meccanismi di Percezione e Aggiornamento Visivo

Per mantenere un comportamento realistico del pedone, il passaggio allo stato di agitazione non deve avvenire automaticamente quando il fumo inizia a diffondersi,

ma deve dipendere dalla sua posizione e dalla capacità percettiva personale. Nello sviluppo del modello, abbiamo considerato che, in uno scenario reale, un pedone percepisce la presenza del fumo in due modi: tramite la vista e tramite l'odore o il calore, ovvero quando si trova nei pressi della coltre.

Definiamo la superficie occupata dal fumo $S^f(t)$ e la superficie fisicamente percepita dall'individuo $S^{perc}(t)$ come

$$S^f(t) = \overline{B}(\mathbf{x}^f, R^f(t)) \quad \text{e} \quad S^{perc}(t) = \overline{B}(\mathbf{x}(t), R^{perc}) \quad , \quad (2.30)$$

dove con la notazione $\overline{B}(\mathbf{c}, r)$ intendiamo l'intorno chiuso di centro $\mathbf{c}$ e raggio r . Il raggio $R^f(t)$ corrisponde con quello definito in Eq.2.28, mentre R^{perc} è il limite massimo di percezione fisica e per ipotesi è posto minore della distanza massima di visuale R^{vis} .

Supponiamo inoltre che lo stato possa cambiare solo da *calmo* ad *agitato* e non viceversa, poiché in uno scenario di evacuazione reale è improbabile che una persona che ha visto del fumo e decide di scappare da esso, cambi improvvisamente idea e riprenda a comportarsi come se nulla fosse. Allora, possiamo scrivere:

$$s(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } (\Omega^{vis}(\tau) \cup S^{perc}(\tau)) \cap S^f(\tau) \neq \emptyset \quad \text{per qualche } \tau \in [t_f, t] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.31)$$

con $t_f \in [0, T]$ istante in cui inizia la diffusione del fumo e T istante finale della simulazione.

Vediamo ora nello specifico sotto quali condizioni si verificano le condizioni sopraindicate necessarie e sufficienti affinché $s(t) = 1$.

Percezione Visiva: $\Omega^{vis}(t) \cap S^f(t) \neq \emptyset$

Questo tipo di percezione è anisotropa e dipende dal campo visivo del pedone (Fig.2.5): bisogna considerare che può essere visto solo ciò che è all'interno del cono di visuale, definito da raggio R^{vis} e angolo θ .

Il controllo sul raggio è molto semplice e riprende l'Eq.2.29:

$$|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^f| < R^{vis} + R^f(t) \quad \implies \quad d^f(t) < R^{vis} \quad (2.32)$$

Per l'angolo θ , invece, basta verificare che il prodotto scalare tra la direzione dello sguardo $\mathbf{w}(t)$ e il versore $\mathbf{u}^f(t)$ della congiungente tra il pedone e il punto di innesco sia superiore al coseno dell'angolo di visuale θ :

$$\mathbf{u}^f(t) \cdot \mathbf{w}(t) \geq \cos(\theta) \quad (2.33)$$

Nel modello implementato, abbiamo considerato la direzione dello sguardo in una versione semplificata rispetto a quella descritta in [11] e ripresa in Eq.2.23, in cui

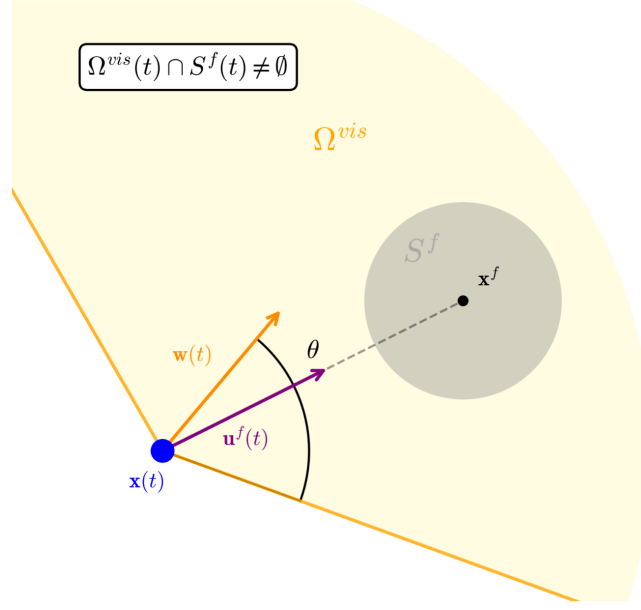


Figura 2.5: Rappresentazione dello scenario in cui il pedone percepisce il fumo all'interno del campo visivo.

$\mathbf{w}(t)$ poteva evolvere come un grado di libertà indipendente. La scelta è stata quella di allineare $\mathbf{w}(t)$ in direzione e verso con la velocità risultante $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ dell'individuo. L'angolo $\omega(t)$ formato da $\mathbf{w}(t)$ con l'asse x quindi corrisponde a quello generato dalla direzione del moto.

Questa assunzione riprende il fatto che, specialmente in condizioni di fuga, l'individuo focalizzi la propria attenzione nella direzione in cui si sta attivamente muovendo. La limitazione di questo tipo di approssimazione per la direzione dello sguardo è che si ottiene un'evoluzione più meccanica e meno smorzata, ma viene evitato il calcolo di Eq.2.23 in ogni istante, alleggerendo il costo computazionale.

Percezione di prossimità: $S^{perc}(t) \cap S^f(t) \neq \emptyset$

Rappresenta una modellizzazione dell'avvertimento del pericolo tramite calore o odore, ovvero riproduce la situazione in cui, pur non vedendo direttamente il fumo perché si trova al di fuori del suo campo visivo, l'individuo si accorge di esserci vicino e cambia il suo stato (Fig.2.6).

Supponiamo che questa percezione sia isotropa e chiamiamo R^{perc} il raggio del disco di percezione dell'individuo, con centro la sua posizione $\mathbf{x}(t)$. Come già detto, imponiamo anche che $R^{perc} < R^{vis}$. Allora, l'individuo percepisce la presenza di fumo se

$$d^f(t) < R^{perc} \quad (2.34)$$

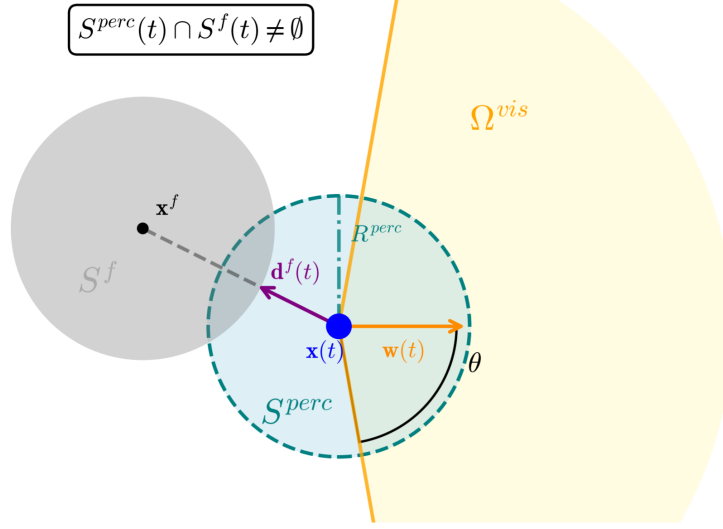


Figura 2.6: Raffigurazione dello scenario in cui il pedone si accorge della presenza del fumo all'interno del suo campo di percezione sensoriale.

2.3.3 Ostruzione delle Vie di Fuga e Aggiornamento della Conoscenza Ambientale

In condizioni di emergenza, la sola reazione dinamica di repulsione non è sufficiente a descrivere il reale comportamento di un pedone. Se un individuo nota che il percorso verso la sua porta di destinazione è ostruito da una coltre di fumo impenetrabile, è realistico assumere che egli rinunci a tale via di fuga, cercando alternative.

Nel modello matematico, questo comportamento decisionale è stato implementato agendo sul vettore della conoscenza ambientale $\mathbf{c}(t) = \{c_0(t), c_1(t), \dots, c_H(t)\}$. Ricordiamo che la componente $c_h(t)$ vale 1 se l'uscita h è nota e agibile per il pedone, e 0 altrimenti.

Nel caso in cui il pedone si trovi al di fuori della nube (ovvero $|\mathbf{x}^f - \mathbf{x}(t)| > R^f(t)$), viene controllata la percorribilità della via di fuga, determinando se il fumo blocca l'accesso alla porta di destinazione. Per fare ciò, viene valutata la posizione del fumo rispetto al percorso che il pedone desidera percorrere.

Chiamiamo $\mathbf{x}^h$ il punto medio della porta h . Definiamo il vettore dal pedone alla porta come $\mathbf{d}^h(t) = \mathbf{x}^h - \mathbf{x}(t)$ e il vettore dal pedone al centro del fumo come $\mathbf{d}^f(t) = \mathbf{x}^f - \mathbf{x}(t)$.

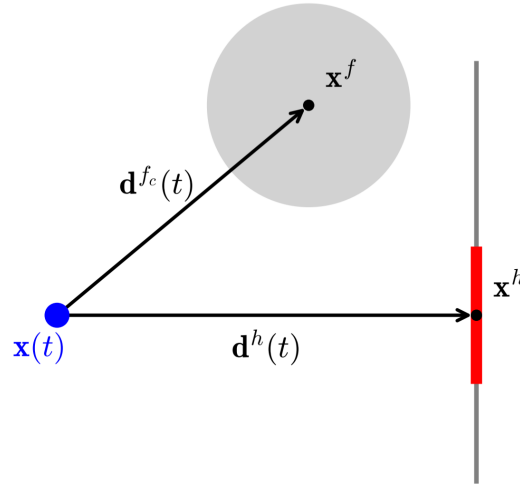


Figura 2.7: Rappresentazione degli elementi geometrici utilizzati nei calcoli per il controllo dell'ostruzione della porta da parte del fumo.

Considerando i prodotti scalari

$$C_1(t) = \mathbf{d}^{f_c}(t) \cdot \mathbf{d}^h(t) \quad (2.35)$$

$$C_2(t) = \mathbf{d}^h(t) \cdot \mathbf{d}^h(t) = |\mathbf{d}^h(t)|^2 \quad (2.36)$$

è possibile individuare le seguenti tre casistiche:

- **Fumo alle spalle del pedone ($C_1(t) \leq 0$):** L'angolo tra $\mathbf{d}^{f_c}(t)$ e $\mathbf{d}^h(t)$ è ottuso. Avendo supposto $|\mathbf{x}^f - \mathbf{x}(t)| > R^f(t)$, il fumo non ostruisce il percorso e quindi la conoscenza dell'individuo rimane invariata (Fig. 2.8).

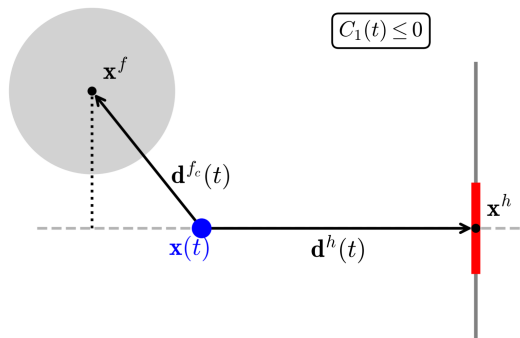


Figura 2.8: Rappresentazione del caso in cui il fumo si trova alle spalle del pedone.

- **Fumo oltre la porta** ($C_1(t) \geq C_2(t)$): La proiezione di $\mathbf{d}^{fc}(t)$ su $\mathbf{d}^h(t)$ ha un modulo superiore a $\mathbf{d}^h(t)$. Il fumo si trova fisicamente al di là dell'uscita e anche in questo caso la conoscenza non viene modificata (Fig. 2.9).

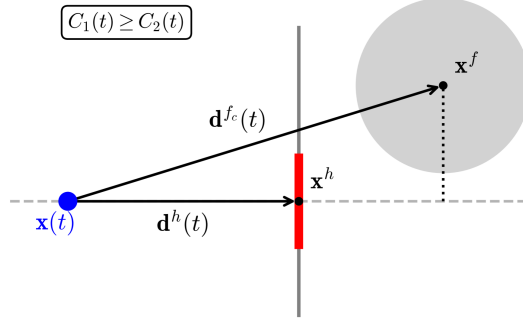


Figura 2.9: Rappresentazione del caso in cui il fumo si trova oltre la porta di destinazione.

- **Fumo accanto al percorso** ($0 < C_1(t) < C_2(t)$): Il centro dell'incendio si trova affiancato al segmento che porta all'uscita (Fig. 2.10a). In questo caso, si considera la distanza tra il centro del fumo e $\mathbf{d}^h$:

$$d^{path}(t) = \frac{|\mathbf{d}^h(t) \times \mathbf{d}^{fc}(t)|}{|\mathbf{d}^h(t)|} \quad (2.37)$$

Una volta calcolata la distanza $d^{path}(t)$, viene valutata l'ostruzione. Il percorso verso la porta h viene considerato impercorribile se il fumo invade la linea di passaggio (Fig. 2.10b), ovvero $d^{path}(t) < R^f(t)$.

In questo caso, la porta viene considerata non più raggiungibile e viene posto $c_h(t) = 0$:

$$\text{Se } (0 < C_1(t) < C_2(t) \quad \wedge \quad d^{path}(t) < R^f(t)) \implies c_h(t) = 0 \quad (2.38)$$

Con questa implementazione geometrica cerchiamo di modellizzare un comportamento estremamente realistico: se il fumo si frappone tra il pedone e la sua destinazione, egli cercherà di raggiungere un'altra porta nota che non sia bloccata. Se invece tutte le uscite note risultano bloccate, l'individuo va in stallo decisionale $\mathbf{v}^{targ}(t) = \mathbf{0}$ e il suo moto sarà guidato esclusivamente dalla repulsione per l'incendio ($\mathbf{v}^f(t)$) e dal contatto con i muri $\mathbf{v}^{wall}(t)$, simulando efficacemente uno stato di panico cieco.

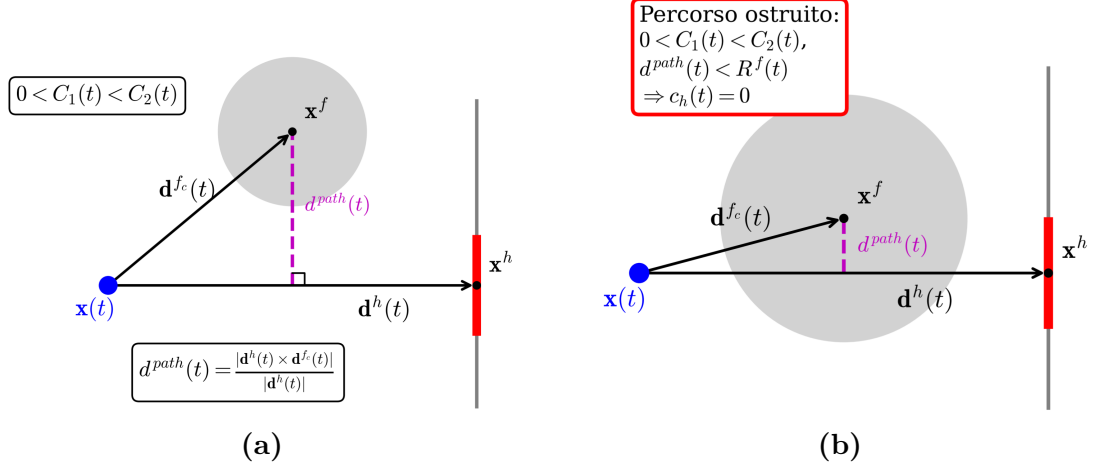


Figura 2.10: Rappresentazione del caso in cui il fumo si trova accanto al percorso (a) o ostruisce il percorso verso la porta (b).

2.3.4 Dinamica del Movimento

Per studiare più nel dettaglio la dinamica di un pedone che risente della presenza di fumo nella stanza in cui si trova, è stato necessario aggiornare l'equazione per il calcolo della sua velocità Eq.2.7. Nel modello qui proposto, abbiamo mantenuto l'idea di utilizzare un'equazione differenziale ordinaria del primo ordine, mentre cambia il calcolo della velocità totale dell'individuo. Ora è data dalla combinazione della strategia individuale del pedone e della sua reazione al fumo, che si attiva solo quando viene percepita la sua presenza. Nel momento in cui questo avviene, abbiamo visto che lo stato $s(t)$ dell'individuo passa da *calmo* ($s(t) = 0$) a *agitato* ($s(t) = 1$). Quindi possiamo riscrivere il modello come

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}(t) = \tilde{\mathbf{v}}(t) = \begin{cases} \min\{\bar{v}(s(t)), |\mathbf{v}(t)|\} \mathbf{w}(t) & \text{se } |\mathbf{v}(t)| \neq 0 \\ \mathbf{0} & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.39)$$

con

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}^{des}(t) + \underbrace{\mathbf{v}^{crowd}(t)}_{=\mathbf{0}} + s(t)\mathbf{v}^f(t) = \mathbf{v}^{targ}(t) + \mathbf{v}^{wall}(t) + s(t)\mathbf{v}^f(t) \quad . \quad (2.40)$$

Poiché consideriamo la presenza di un solo individuo, in Eq.2.40 il termine $\mathbf{v}^{crowd}(t)$ che modella le interazioni tra individui assume il valore $\mathbf{0}$, mentre ritroviamo la componente $\mathbf{v}^{des}(t)$ e notiamo l'aggiunta del nuovo termine repulsivo $\mathbf{v}^f(t)$.

Come presentato nella sezione 2.2.1, il termine $\mathbf{v}^{des}(t)$ rappresenta le attrazioni e le repulsioni che coinvolgono l'individuo nella strategia personale scelta per raggiungere la destinazione. Anche in questo caso, $\mathbf{v}^{des}(t)$ è la somma della velocità di confort $\mathbf{v}^{targ}(t)$ e della repulsione dovuta alle pareti $\mathbf{v}^{wall}(t)$.

La direzione e il verso di $\mathbf{v}^{targ}(t)$ sono ancora una volta dati dalla tangente alla traiettoria ottimale verso la destinazione di interesse e sono forniti tramite la soluzione dell'equazione Eikonale Eq.2.12 (vedi 2.2.1). Il suo modulo, invece, subisce l'influenza dello stato di agitazione del pedone. In particolare, è ragionevole supporre che quando l'individuo si accorge del pericolo, ovvero della presenza di fumo sufficientemente vicino all'interno della stanza in cui si trova, desideri aumentare la velocità di raggiungimento dell'uscita per scappare nel minor tempo possibile. Nel caso in cui egli non abbia più conoscenza di nessuna porta da raggiungere, questo termine si annulla. Possiamo quindi definire $\mathbf{v}^{targ}(t)$ a partire dall'Eq.2.13 come

$$\mathbf{v}^{targ}(t) = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{se } \mathbf{c}(t) = \mathbf{0} \\ -\bar{v}(s(t))\nabla\Phi_{h(t)}(\mathbf{x}(t)) & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.41)$$

ma dal momento che lo stato del pedone $s(t)$ può assumere solo i valori 0 o 1, abbiamo

$$\bar{v}(s(t)) = \begin{cases} \bar{v}_0, & \text{se } s(t) = 0; \\ \bar{v}_1, & \text{se } s(t) = 1; \end{cases} \quad (2.42)$$

con $\bar{v}_0 < \bar{v}_1$ in generale.

Per quanto riguarda la velocità di repulsione dai muri $\mathbf{v}^{wall}(t)$, abbiamo mantenuto la descrizione fornita in Eq.2.14:

$$\mathbf{v}^{wall}(t) = \begin{cases} -A \exp\left(\frac{R^{body} - d^{wall}(\mathbf{x}(t))}{B}\right) \mathbf{n}^{wall}(\mathbf{x}(t)) & \text{se } d^{wall}(\mathbf{x}(t)) \leq R^{wall}; \\ \mathbf{0} & \text{altrimenti,} \end{cases} \quad (2.43)$$

con A e B parametri costanti, $d^{wall}(\mathbf{x}(t))$ distanza istantanea del pedone dalla parete, R^{wall} distanza dalla quale l'individuo inizia a percepire la repulsione e $\mathbf{n}^{wall}(\mathbf{x}(t))$ versore normale alla parete orientato verso l'esterno della stanza (vedi Eq.2.15).

2.3.5 Dinamica di Repulsione dal Fumo

L'attivazione della variabile di stato ($s(t) = 1$) comporta, come già anticipato, due effetti sul calcolo della velocità del pedone: l'impiego della velocità di fuga nel ricalcolo dell'impulso verso la destinazione ($\mathbf{v}^{targ}(t)$) e l'aggiunta della componente repulsiva ($\mathbf{v}^f(t)$).

La repulsione esercitata dal fumo viene modellata come un campo radiale centrato nel punto di innesco del fumo, che tende ad allontanare il pedone dalla zona di pericolo lungo la congiungente tra la sorgente e la sua posizione corrente. Il versore uscente associato a tale direzione è definito come

$$\mathbf{n}^f(\mathbf{x}(t)) = \frac{\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^f}{|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^f|}. \quad (2.44)$$

Per il modulo della velocità repulsiva adottiamo una formulazione esponenziale analoga a quella utilizzata per l'interazione con i muri in Eq. 2.43, caratterizzata dai parametri J e K . Quando il pedone si trova all'esterno della regione occupata dal fumo ($d^f(t) > 0$), l'intensità della repulsione cresce rapidamente al diminuire della distanza dal fronte del fumo, inducendo una forte deviazione della traiettoria verso l'esterno. Qualora invece il pedone venga completamente inglobato dalla regione pericolosa ($d^f(t) \leq 0$), il modello sostituisce la componente repulsiva con una perturbazione casuale di modulo pari a metà della velocità media associata allo stato corrente. Tale termine vuole rappresentare la perdita di orientamento e i movimenti disordinati che possono manifestarsi in condizioni di scarsa visibilità.

$$\mathbf{v}^f(t) = \begin{cases} J \exp\left(\frac{R^{body} - d^f(t)}{K}\right) \mathbf{n}^f(\mathbf{x}(t)) & \text{se } d^f(t) > 0, \\ \frac{1}{2} \bar{v}(s(t)) (\cos(\eta), \sin(\eta)), \quad \eta \sim \text{Unif}((0, 2\pi]) & \text{se } d^f(t) \leq 0. \end{cases} \quad (2.45)$$

Questa costruzione permette di modellare il fumo come una barriera dinamica che scoraggia l'ingresso nella zona di pericolo e favorisce l'allontanamento da essa. Inoltre, l'introduzione del termine casuale per $d^f(t) \leq 0$ evita l'insorgere di accelerazioni eccessive quando un individuo si trova all'interno della regione di fumo, garantendo una rappresentazione qualitativa della perdita di orientamento causata dalla ridotta visibilità.

2.4 Riepilogo del Modello

Giunti al termine della descrizione delle diverse componenti che costituiscono il modello proposto, risulta utile riassumerne la formulazione complessiva in un'unica rappresentazione. A tale scopo, nella pagina seguente viene riportato il sistema completo delle equazioni che ne governano la dinamica, comprensivo di tutti i meccanismi introdotti nel corso del capitolo. La presentazione unitaria del modello consente di avere una visione d'insieme delle interazioni tra le diverse componenti e costituisce un utile riferimento per l'interpretazione delle simulazioni numeriche e dei risultati discussi nel capitolo successivo.

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}(t) = \tilde{\mathbf{v}}(t) = \begin{cases} \min\{\bar{v}(s(t)), |\mathbf{v}(t)|\} \mathbf{w}(t) & \text{se } |\mathbf{v}(t)| \neq 0 \\ \mathbf{0} & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.46)$$

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}^{targ}(t) + \mathbf{v}^{wall}(t) + s(t)\mathbf{v}^f(t) \quad (2.47)$$

$$\mathbf{v}^{targ}(t) = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{se } \mathbf{c}(t) = \mathbf{0} \\ -\bar{v}(s(t)) \nabla \Phi_{\mathbf{h}(t)}(\mathbf{x}(t)) & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.48)$$

$$\mathbf{v}^{wall}(t) = \begin{cases} -A \exp\left(\frac{R^{body} - d^{wall}(\mathbf{x}(t))}{B}\right) \mathbf{n}^{wall}(\mathbf{x}(t)) & \text{se } d^{wall}(\mathbf{x}(t)) \leq R^{wall} \\ \mathbf{0} & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.49)$$

$$\mathbf{v}^f(t) = \begin{cases} J \exp\left(\frac{R^{body} - d^f(t)}{K}\right) \mathbf{n}^f(\mathbf{x}(t)) & \text{se } d^f(t) > 0, \\ \frac{1}{2} \bar{v}(s(t)) (\cos(\eta), \sin(\eta)), & \eta \sim \text{Unif}((0, 2\pi]) \text{ se } d^f(t) \leq 0. \end{cases} \quad (2.50)$$

$$s(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } (\Omega^{vis}(\tau) \cup S^{perc}(\tau)) \cap S^f(\tau) \neq \emptyset \text{ per qualche } \tau \in [t_f, t] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.51)$$

$$\mathbf{c}(t) = \{c_0(t), c_1(t), \dots, c_H(t)\} \quad (2.52)$$

$$R^f(t) = \begin{cases} \alpha \sqrt{t - t_f} & \text{se } t \geq t_f \\ 0 & \text{altrimenti,} \end{cases} \quad (2.53)$$

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \in \Omega \quad (2.54)$$

$$\mathbf{c}(0) = \mathbf{c}_0 \neq \mathbf{0} \quad (2.55)$$

$$s(0) = 0 \quad (2.56)$$

$$R^f(0) = 0 \quad (2.57)$$

per un qualche $t_f \in [0, T]$ e $\mathbf{x}^f \in \Omega$, con T tale che

$$R^f(t) < \min_{\mathbf{p} \in \partial\Omega} |\mathbf{x}^f - \mathbf{p}| \quad \forall t \in [0, T], \quad (2.58)$$

e dove $\mathbf{c}(t)$ evolve secondo le regole esposte in 2.2 e 2.3.3. Al bordo del dominio è definita una condizione di rimbalzo elastico per i pedoni, che ricalca quella già definita nel lavoro di riferimento [11].

Capitolo 3

Simulazioni Numeriche e Validazione del Modello

In questo capitolo viene presentata l'analisi numerica condotta per la validazione del modello matematico introdotto nel capitolo 2. L'obiettivo è duplice: da un lato, verificare la capacità del modello di riprodurre dinamiche di evacuazione qualitativamente realistiche in presenza di un incendio; dall'altro, effettuare un'accurata stima e calibrazione dei parametri del modello, i quali saranno riepilogati a fine capitolo fornendone il simbolo, il valore assunto e la relativa unità di misura.

Per lo svolgimento delle simulazioni numeriche è stato sviluppato un simulatore ad hoc scritto in linguaggio C++. L'architettura del codice prende le mosse dal framework implementato nello studio [11], scelto come punto di partenza per l'impostazione dell'approccio microscopico basato sul *Social Force Model* sovrasmorzato. I risultati calcolati in ogni istante di simulazione sono stati salvati in formato `.vtu` e successivamente elaborati tramite il software di visualizzazione scientifica `ParaView`. Questo strumento si è rivelato fondamentale per ottenere una chiara rappresentazione grafica bidimensionale animata, permettendo di analizzare visivamente l'evoluzione spaziale del moto del pedone e le interazioni geometriche con l'espansione del fronte di fumo.

I domini di calcolo scelti per le simulazioni sono rappresentati da insiemi $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ chiusi, delimitati da pareti di bordo $\partial\Omega$ modellate come ostacoli fisici totalmente invalicabili per il pedone. Lungo tale perimetro sono collocate delle porte che costituiscono le vie di fuga disponibili e rappresentano gli unici target h conoscibili dall'individuo. La scelta di geometrie ambientali semplici, e in particolare di stanze a pianta quadrata, è funzionale agli scopi di questa fase di validazione: in scenari reali la propagazione dei gas prodotti da un incendio è fortemente influenzata dalle pareti, che generano turbolenze e fanno variare in modo complesso sia la forma della nube sia la sua densità locale. L'adozione di stanze prive di ostacoli interni permette

di isolare la dinamica pedonale, evitando tali complicazioni fluidodinamiche, e rende legittima l'ipotesi semplificativa di un'espansione radiale e isotropa del fumo con densità spazialmente costante al suo interno.

Per quanto concerne l'agente simulato, i parametri cinematici, come le velocità di comfort e di fuga, non ricalcano quelli di un individuo adulto sano medio, ma sono stati volutamente fissati a valori inferiori. Questa scelta è di natura cautelativa: assumere velocità di spostamento ridotte permette di analizzare uno scenario più critico, simulando il comportamento di una persona che si muove più lentamente, come un anziano o un individuo con lievi difficoltà motorie, e valutando le dinamiche di evacuazione in condizioni più stringenti. La condizione iniziale fondamentale, imposta rigidamente nel codice, prevede che all'istante $t = 0$ l'individuo conosca con certezza la posizione di almeno una porta della stanza, tipicamente quella da cui vi ha fatto ingresso, e si stia muovendo in direzione di quest'ultima.

La validazione consiste nell'osservare come questa strategia iniziale venga modificata in risposta all'emergenza. I set di parametri vengono valutati come ottimali solo se capaci di simulare un comportamento coerente con l'istinto di sopravvivenza umano: assenza di compenetrazioni irrealistiche con le pareti, reattività adeguata alla percezione della nube e tempi di evacuazione logici rispetto alle velocità imposte e alle dimensioni del dominio. Si considerano invece fallimentari le configurazioni che inducono stalli eccessivi o portano il pedone a rimanere incastrato tra il perimetro della stanza e il fronte d'avanzamento del fumo.

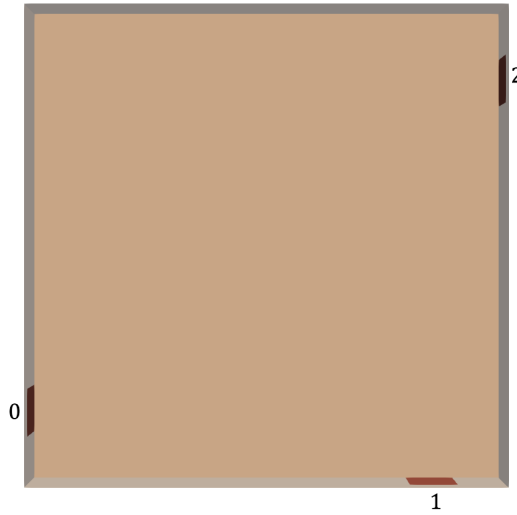


Figura 3.1: Vista della stanza utilizzata per svolgere i test. Si tratta di una stanza quadrata di dimensione $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ e l'angolo in basso a sinistra coincide con l'origine del piano cartesiano. Le porte presenti sono tre e sono identificate come $\mathbf{h} = \{0,1,2\}$.

3.1 Parametri Numerici Utilizzati

La Tabella 3.1 raccoglie tutti i parametri utilizzati nel modello esteso, con il rispettivo valore numerico, la relativa unità di misura e il riferimento bibliografico quando disponibile. I parametri senza riferimento sono stati stimati tramite la procedura di calibrazione descritta in questo capitolo.

I parametri elencati possono essere suddivisi in tre gruppi funzionali. Il primo gruppo comprende i parametri geometrici e cinematici del pedone (R^{body} , R^{vis} , θ , $\bar{v}_0$, $\bar{v}_1$), che caratterizzano le proprietà fisiche e comportamentali dell'individuo e che possono essere personalizzati per simulare diverse categorie di pedoni. Il secondo gruppo riguarda la repulsione dalle pareti (A , B , R^{wall}), indipendente dal fumo e necessaria a garantire la corretta interazione dell'individuo con i confini del dominio in qualsiasi condizione. Il terzo gruppo include i parametri specifici del fumo (J , K , R^{perc} , α), che governano la dinamica della nube e la risposta del pedone alla sua presenza, e che sono stati oggetto della calibrazione principale di questo capitolo.

Simbolo	Descrizione	Valore	Unità di misura	Rif.
R^{body}	Raggio del corpo del pedone	0.3	m	[11]
R^{vis}	Raggio visivo del pedone	50.0	m	[11]
θ	Angolo di visuale del pedone	1.48	rad	[11]
$\bar{v}_0$	Velocità desiderata dal pedone calmo	0.75	ms^{-1}	<i>supp.</i>
$\bar{v}_1$	Velocità desiderata dal pedone agitato	1.75	ms^{-1}	<i>supp.</i>
A	Coefficiente di repulsione del muro	4.0	ms^{-1}	<i>sper.</i>
B	Coefficiente di repulsione del muro	0.1	m	<i>sper.</i>
R^{wall}	Raggio di repulsione del muro	1.0	m	<i>sper.</i>
J	Coefficiente di repulsione del fumo	7.0	ms^{-1}	<i>sper.</i>
K	Coefficiente di repulsione del fumo	0.4	m	<i>sper.</i>
R^{perc}	Raggio di percezione isoropa del pedone	1.0	m	<i>supp.</i>
α	Coefficiente di evoluzione di $R^f(t)$	0.6	$\text{ms}^{-\frac{1}{2}}$	[43]

Tabella 3.1: Riassunto dei parametri utilizzati nel modello esteso per le simulazioni. Nella colonna **Rif.** (riferimento), il termine *supp.* indica un valore supposto su basi realistiche, mentre *sper.* indica un valore stimato sperimentalmente tramite test.

3.2 Stima dei Parametri

In questa sezione vengono discussi i criteri adottati per la stima di ciascun gruppo di parametri, motivandone la scelta sulla base di considerazioni fisiche, confronti con la letteratura e risultati sperimentali preliminari. La Tabella 3.1 a fine capitolo raccoglie i valori definitivi adottati in tutte le simulazioni.

3.2.1 Descrizione Geometrica del Pedone

Come già introdotto nella Sezione 2.2, il pedone viene fisicamente descritto tramite la posizione $\mathbf{x}(t)$ di un punto materiale corrispondente al centro del suo corpo, approssimato come un disco di raggio R^{body} . Considerando il riferimento in [11] e gli studi analoghi in [49, 51], è stato assegnato al corpo del pedone un raggio di 0.3 m, valore coerente con la larghezza media delle spalle di un individuo adulto. Questa scelta influenza direttamente i criteri di attivazione delle forze di contatto e di repulsione sociale, nonché la distanza minima mantenuta dalle pareti.

Il campo visivo $\Omega^{vis}(t)$, definito nell'Eq. 2.5, è descritto da una profondità visiva R^{vis} posta pari a 50.0 m e da un angolo di semi-apertura visiva θ pari a circa 85° (ovvero 1.48 rad). La profondità di 50.0 m è un valore conservativo che, in una stanza di 10 m $\times$ 10 m, garantisce che l'individuo abbia sempre visibilità sull'intera stanza in assenza di ostacoli. In uno scenario reale con fumo, la profondità visiva si ridurrebbe progressivamente, ma nel modello attuale questo effetto non è stato incluso esplicitamente per mantenere il focus sulla dinamica di repulsione. L'angolo di 85° per emilato (170° totali) è in linea con i valori tipici dell'angolo visivo periferico umano riportati in letteratura.

3.2.2 Condizioni Iniziali e Stato Interno del Pedone

All'inizio della simulazione l'individuo si trova in stato di calma, con $s(0) = 0$. Il suo vettore di conoscenza viene inizializzato in modo tale che sia nota una sola porta h , quella da cui è entrato: $\mathbf{c}(0) = \{0, \dots, 1, \dots, 0\}$ con $c_h(0) = 1$ e $c_j(0) = 0$ per $j \neq h$. Questo riflette uno scenario realistico in cui un visitatore occasionale di un edificio conosce con certezza il punto di ingresso ma non necessariamente la disposizione di tutte le uscite di emergenza.

La velocità di comfort associata allo stato calmo è $\bar{v}_0 = 0.75 \text{ ms}^{-1}$. Questo valore è inferiore rispetto alla velocità media di camminata di un adulto sano (circa $1.2\text{--}1.4 \text{ ms}^{-1}$ secondo [15]), ma è rappresentativo di una persona che si muove con cautela in un ambiente chiuso. La velocità di fuga $\bar{v}_1 = 1.75 \text{ ms}^{-1}$, che si attiva al momento della percezione del fumo ($s(t) = 1$), corrisponde a una camminata spedita o a una corsa leggera: anche in questo caso il valore è inferiore alla massima velocità di corsa umana, in accordo con la scelta cautelativa di simulare un individuo

che si muove lentamente. Aumentando questi valori, si possono facilmente simulare individui più agili, mentre riducendoli ulteriormente si replica il comportamento di persone anziane o con mobilità limitata.

3.2.3 Repulsione dalle Pareti

La componente $\mathbf{v}^{wall}(t)$ è descritta da una forza esponenziale che si attiva quando il pedone si avvicina a meno di R^{wall} da una parete. Rispetto al modello originale in [11], i parametri sono stati ricalibrati per ottenere un comportamento più naturale. In particolare:

- **Distanza di attivazione** $R^{wall} = 1.0$ m. Nel modello originale il pedone percepiva le pareti solo a distanze molto ridotte, causando traiettorie che strisciavano quasi a contatto con i bordi. Portando la distanza di attivazione a 1.0 m, ovvero circa tre volte il raggio corporeo, l'individuo comincia a deviare la propria traiettoria con anticipo sufficiente a mantenersi a una distanza fisiologicamente confortevole dagli ostacoli fissi.
- **Coefficiente** $A = 4.0 \text{ ms}^{-1}$. Questo parametro regola l'intensità massima della repulsione. Il valore è stato scelto per garantire che la spinta allontanante dalla parete sia sufficientemente forte da impedire compenetrazioni fisiche anche quando il pedone si avvicina rapidamente, senza però generare rimbalzi o oscillazioni numeriche.
- **Coefficiente** $B = 0.1$ m. Questo parametro controlla la pendenza della curva esponenziale: valori piccoli di B producono una repulsione che cresce molto rapidamente al diminuire della distanza (forza corto-raggio), mentre valori grandi la distribuiscono su distanze maggiori. Il valore $B = 0.1$ m, ottenuto per confronto con i parametri originali di [11] e calibrato tramite test preliminari, garantisce una transizione sufficientemente graduale da permettere traiettorie morbide lungo le pareti.

3.2.4 Modellizzazione della Diffusione del Fumo

Come descritto nella Sezione 2.3.1, la diffusione del fumo è approssimata da un disco circolare il cui raggio cresce nel tempo secondo la legge

$$R^f(t) = \alpha \sqrt{t - t_f}. \quad (3.1)$$

Il tasso di espansione α è stato calibrato a partire dalle curve di rilascio termico standard fornite dalla normativa NFPA 204 [43], che classifica gli incendi in tre categorie di crescita.

Poiché non esiste una corrispondenza analitica diretta tra le curve di rilascio termico tridimensionali e l'espansione geometrica bidimensionale del disco nel modello, la calibrazione di α è stata condotta in modo euristico, richiedendo che il tempo di saturazione geometrica della stanza simulata, ovvero l'istante in cui il fronte di fumo copre le pareti perimetrali, riproducesse lo stesso ordine di grandezza del tempo di saturazione di un ambiente reale di pari superficie. I valori ottenuti sono riportati nella Tabella 3.2 insieme ai tempi stimati di raggiungimento delle pareti per stanze di dimensione $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ e $20\text{ m} \times 20\text{ m}$:

- **Crescita lenta:** $\alpha = 0.6\text{ ms}^{-1/2}$. Il fronte raggiunge le pareti di una stanza $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ in circa 139 s dall'innescio, lasciando al pedone un margine di tempo ampio per evacuare.
- **Crescita media:** $\alpha = 1.2\text{ ms}^{-1/2}$. Il fronte raggiunge le pareti in circa 35 s, riducendo significativamente il tempo disponibile.
- **Crescita rapida:** $\alpha = 2.0\text{ ms}^{-1/2}$. Il fronte raggiunge le pareti in circa 13 s, un'emergenza critica che lascia pochissimo tempo di reazione.

Nelle simulazioni di validazione è stato adottato il valore $\alpha = 0.6\text{ ms}^{-1/2}$ (crescita lenta) per poter analizzare nel dettaglio l'interazione tra il pedone e il fronte di fumo in espansione senza che l'emergenza si esaurisca prima che il pedone possa reagire.

Il raggio di percezione di prossimità $R^{perc} = 1.0\text{ m}$ è stato scelto uguale alla distanza di attivazione della repulsione dalle pareti, in modo da garantire che il pedone percepisca il fumo quando si trova a una distanza di sicurezza dalla nube analoga a quella che mantiene dalle pareti. Questo valore rappresenta la distanza entro la quale si può ragionevolmente supporre che l'individuo avverta il calore e l'odore del fumo anche senza vederlo direttamente.

Stanza	Crescita	$\alpha \left[\text{ms}^{-\frac{1}{2}} \right]$	$R^f(t_{end}) \text{ [m]}$	$t_{end} - t_f \text{ [s]}$
10 m $\times$ 10 m	Lenta	0.6	7.07	~ 139
10 m $\times$ 10 m	Media	1.2	7.07	~ 35
10 m $\times$ 10 m	Rapida	2.0	7.07	~ 13
20 m $\times$ 20 m	Lenta	0.6	14.14	~ 556
20 m $\times$ 20 m	Media	1.2	14.14	~ 139
20 m $\times$ 20 m	Rapida	2.0	14.14	~ 50

Tabella 3.2: Tempi stimati di saturazione della stanza da parte del fumo al variare delle dimensioni dell'ambiente e del parametro α . Per entrambi i casi mostrati, si suppone che il punto di innesco si trovi nel punto centrale della stanza e con t_{end} viene indicato l'istante in cui la stanza è completamente satura.

3.2.5 Repulsione dal Fumo: Calibrazione di J e K

I parametri J e K della componente repulsiva $\mathbf{v}^f(t)$ in Eq.2.45 controllano rispettivamente l'intensità massima e la lunghezza caratteristica della repulsione esercitata dal fumo sul pedone. Il punto di partenza sono stati i valori A e B già calibrati per $\mathbf{v}^{wall}(t)$, con il presupposto che la minaccia per l'incolumità fisica generata dal fumo di un incendio dovrebbe produrre una risposta repulsiva più intensa rispetto alla semplice presenza di un ostacolo fisso.

La calibrazione di J e K è stata condotta analizzando sistematicamente il tempo di evacuazione al variare dei due parametri in due scenari distinti, progettati per mettere alla prova dinamiche complementari. Per ciascuna coppia (J, K) con $J \in \{4, 5, 6, 7, 8, 9\} \text{ ms}^{-1}$ e $K \in \{0.1, 0.2, \dots, 1.0\} \text{ m}$, il simulatore ha calcolato il tempo di evacuazione del pedone, ossia l'istante in cui l'individuo raggiunge e attraversa una porta di uscita. I risultati di questa analisi parametrica sono riportati nelle Figure 3.4 (per intero) e 3.7 (solo $J = 7$ e $J = 8$).

3.3 Scenario 1: Fumo sulla Traiettoria Diretta Verso l'Uscita Nota

Il primo scenario è stato progettato per testare la capacità del modello di gestire la situazione più critica: quella in cui il fumo si sviluppa esattamente lungo il percorso diretto che il pedone intenderebbe percorrere verso l'uscita che conosce, ostruendola completamente e costringendo l'individuo ad abbandonare la strategia iniziale e a cercare un'uscita alternativa.

Le condizioni iniziali del pedone sono $\mathbf{x}(0) = \{0.67, 1.27\}$ m, con vettore di conoscenza $\mathbf{c}(0) = \{0, 1, 0\}$ (ovvero l'individuo conosce solo l'uscita $h = 1$, collocata sul bordo inferiore della stanza, e si sta dirigendo verso di essa). La sorgente del fumo è posizionata in $\mathbf{x}^f = \{6.0, 1.0\}$ m, a circa 5.3 m dal pedone e quasi sulla retta che lo congiunge all'uscita. L'innesco avviene dopo $t_f = 3$ s dall'inizio della simulazione, lasciando all'individuo un breve periodo iniziale di moto indisturbato verso la destinazione. Il tasso di espansione è $\alpha = 0.6 \text{ ms}^{-1/2}$.

Con questo posizionamento, il fumo nasce e si espande progressivamente nel mezzo della traiettoria desiderata: il pedone, che inizialmente si muove verso l'uscita $h = 1$, si trova dopo pochi secondi dall'innesco a dover reagire alla presenza della nube che si interpone tra lui e la destinazione. Il meccanismo di ostruzione implementato nell'Eq.2.38 fa sì che, non appena il fronte del fumo interseca il segmento che congiunge il pedone all'uscita $h = 1$, il corrispondente elemento del vettore di conoscenza venga posto a zero. In questo modo, l'individuo dimentica forzatamente quella via di fuga e ricalcola la propria strategia sulla base delle uscite ancora note e raggiungibili.

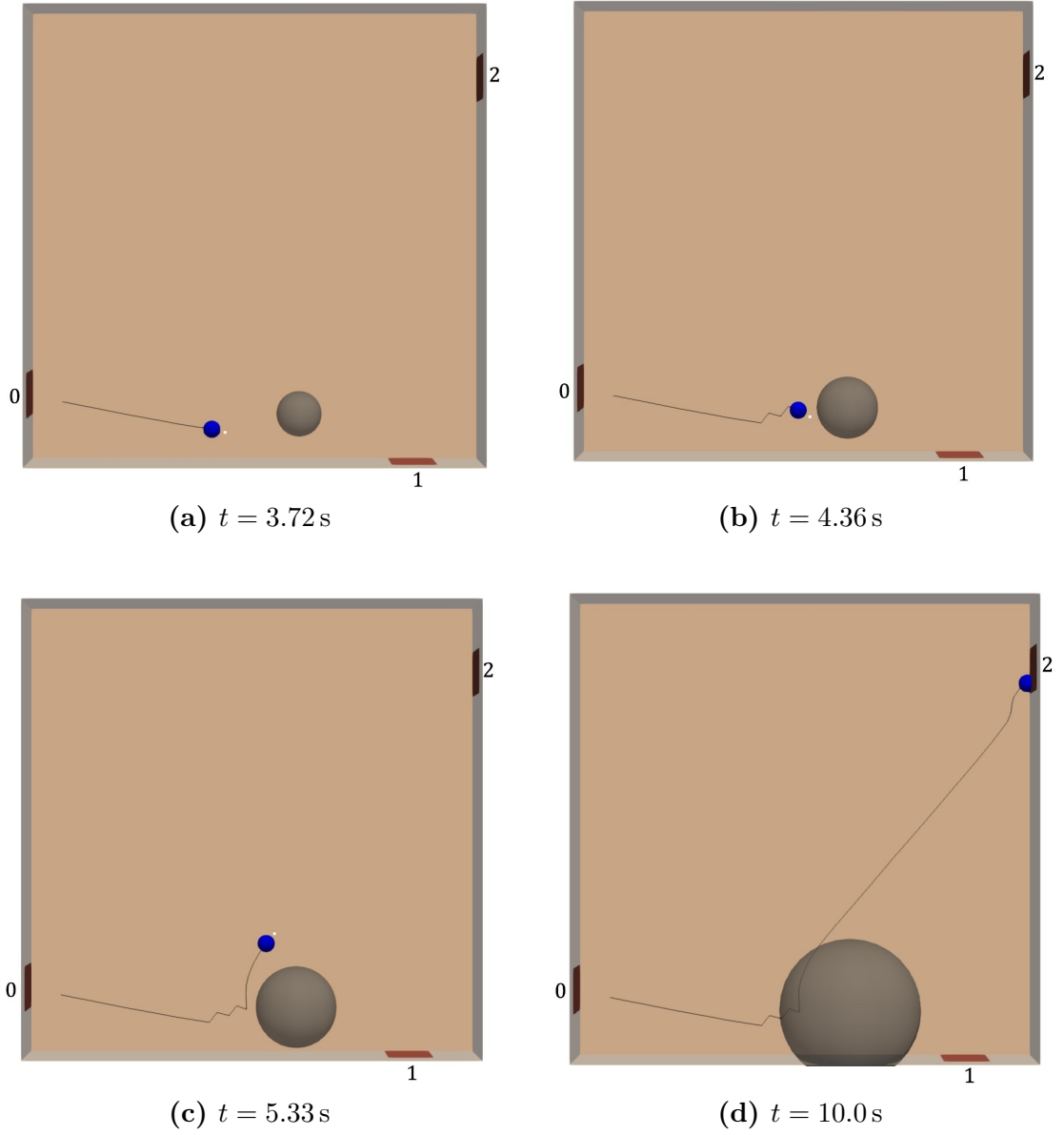


Figura 3.2: Visualizzazione di alcuni istanti di simulazione del primo scenario con $J = 4 \text{ ms}^{-1}$ e $K = 0.1 \text{ m}$. Le condizioni iniziali del pedone sono $\mathbf{x}(0) = \{0.67, 1.27\} \text{ m}$, $\mathbf{c}(0) = \{0, 1, 0\}$; per il fumo $\mathbf{x}^f = \{6.0, 1.0\} \text{ m}$, $t_f = 3 \text{ s}$, $\alpha = 0.6 \text{ ms}^{-\frac{1}{2}}$

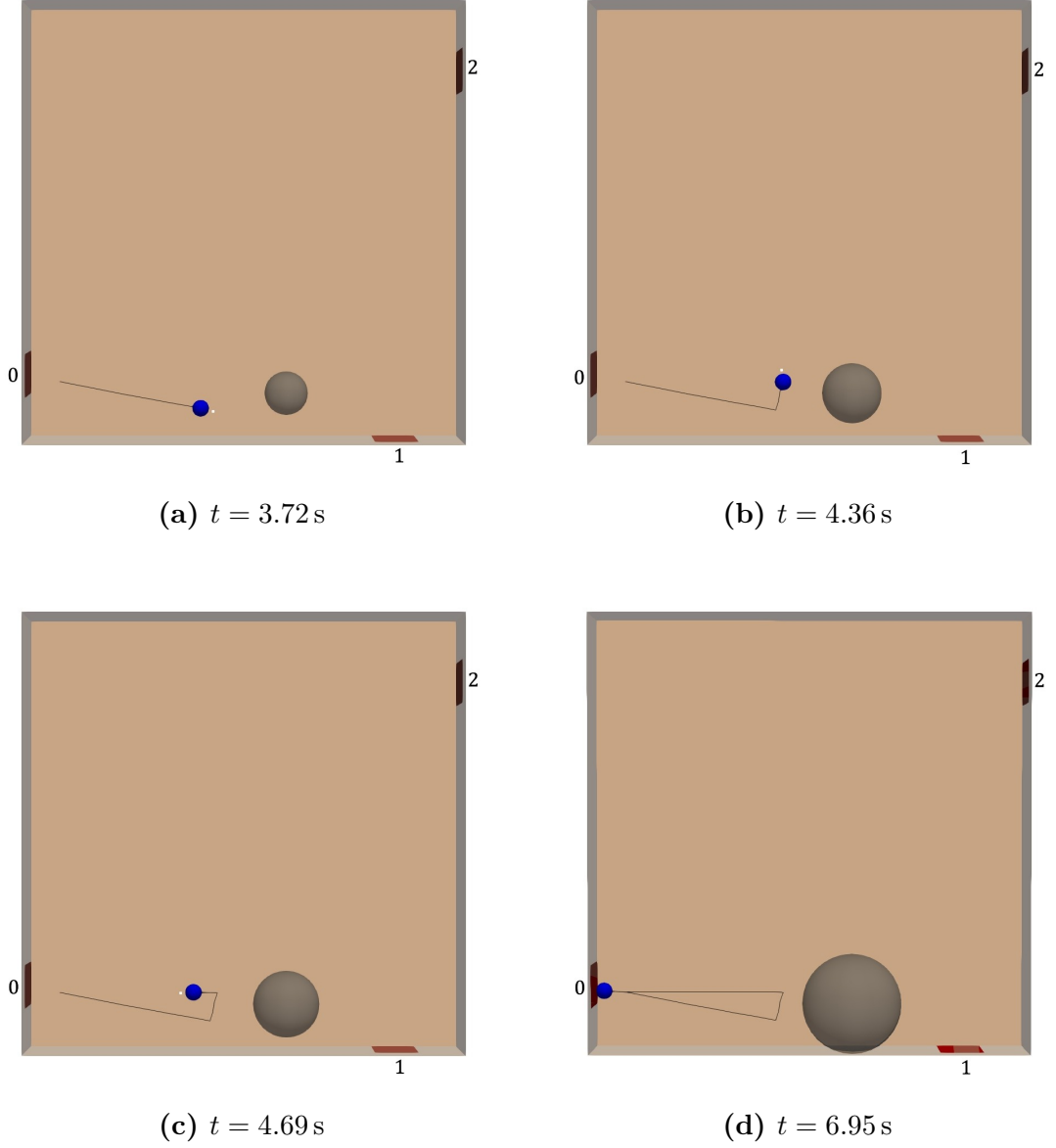


Figura 3.3: Visualizzazione di alcuni istanti di simulazione del primo scenario con $J = 7 \text{ ms}^{-1}$ e $K = 0.4 \text{ m}$. Le condizioni iniziali del pedone sono $\mathbf{x}(0) = \{0.67, 1.27\} \text{ m}$, $\mathbf{c}(0) = \{0, 1, 0\}$; per il fumo $\mathbf{x}^f = \{6.0, 1.0\} \text{ m}$, $t_f = 3 \text{ s}$, $\alpha = 0.6 \text{ ms}^{-\frac{1}{2}}$

3.3.1 Analisi Comparativa: $J = 4$, $K = 0.1$ contro $J = 7$, $K = 0.4$

Le Figure 3.2 e 3.3 mostrano l'evoluzione temporale del primo scenario rispettivamente per la coppia ($J = 4$, $K = 0.1$) e per la coppia ($J = 7$, $K = 0.4$).

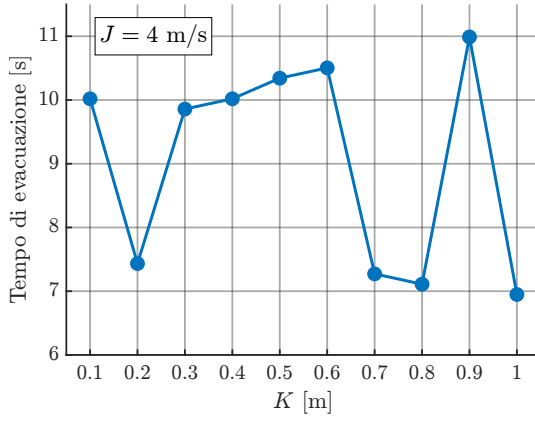
Con i parametri $J = 4 \text{ ms}^{-1}$ e $K = 0.1 \text{ m}$ (Fig. 3.2), la repulsione è relativamente debole e a corto raggio: l'individuo percepisce la nube solo quando si trova molto vicino al suo fronte, e la deviazione della traiettoria è lenta. Agli istanti $t = 3.72 \text{ s}$ e $t = 4.36 \text{ s}$ il pedone è ancora vicino alla sua posizione iniziale e inizia a percepire la nube; a $t = 5.33 \text{ s}$ ha già aggiornato la propria conoscenza e si è orientato verso una nuova destinazione, ma la traiettoria è ondulata e poco efficiente. A $t = 10.0 \text{ s}$ l'individuo si trova finalmente nei pressi di un'uscita.

Con $J = 7 \text{ ms}^{-1}$ e $K = 0.4 \text{ m}$ (Fig. 3.3), la repulsione è significativamente più intensa e si estende su una distanza maggiore: il pedone comincia a deviare la propria traiettoria già prima che il fronte di fumo si avvicini in modo pericoloso. A $t = 3.72 \text{ s}$ la situazione è analoga al caso precedente. Tuttavia, a $t = 4.36 \text{ s}$, la deviazione è già più marcata. A $t = 4.69 \text{ s}$ il pedone ha già aggirato la nube e si dirige verso la parete sinistra della stanza in cerca dell'uscita $h = 0$; a $t = 6.95 \text{ s}$ ha già raggiunto l'uscita alternativa. Il tempo di evacuazione è sensibilmente inferiore rispetto al caso ($J = 4$, $K = 0.1$), e la traiettoria risultante è più efficace.

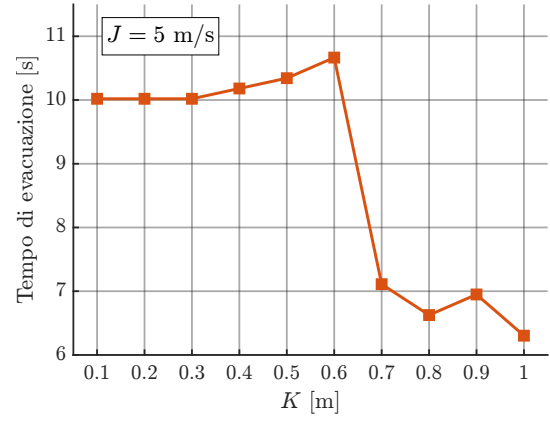
3.3.2 Analisi Parametrica dei Tempi di Evacuazione

La Fig. 3.4 riassume i tempi di evacuazione al variare di K per diversi valori di J , nel primo scenario. Dall'analisi emergono alcune tendenze significative:

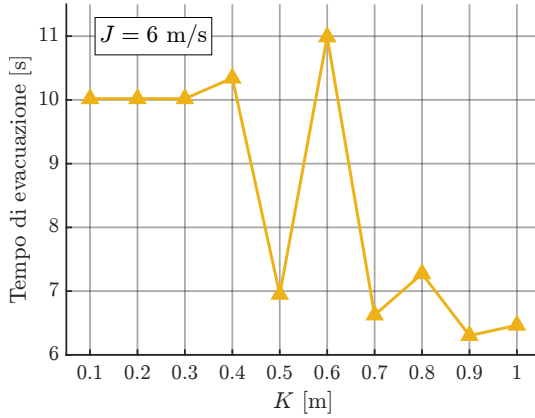
- Per J bassi ($J = 4\text{--}5 \text{ ms}^{-1}$), i tempi di evacuazione presentano un andamento irregolare al variare di K , con picchi elevati in corrispondenza di valori intermedi di K (intorno a $0.6\text{--}0.7 \text{ m}$). Questo comportamento è attribuibile al fatto che, con una repulsione debole, la traiettoria del pedone è fortemente influenzata dalla direzione esatta in cui il fumo si espande rispetto alla sua posizione: piccole variazioni di K cambiano la traiettoria in modo discontinuo, portando a scelte di percorso sensibilmente diverse.
- Per J medi ($J = 6\text{--}7 \text{ ms}^{-1}$), i tempi di evacuazione mostrano un andamento più regolare e decrescente con K a partire da un certo valore soglia. Il pedone riesce a evitare il fumo con sufficiente anticipo e a raggiungere una delle uscite alternative in tempi contenuti. Per $J = 7 \text{ ms}^{-1}$ e $K \geq 0.4 \text{ m}$ i tempi si stabilizzano attorno ai $6\text{--}7 \text{ s}$.
- Per J alti ($J = 8\text{--}9 \text{ ms}^{-1}$), la repulsione è molto intensa ma nel primo scenario, dove il fumo si trova prevalentemente al centro della stanza, i tempi di evacuazione per $J \geq 8$ tendono comunque a essere contenuti.



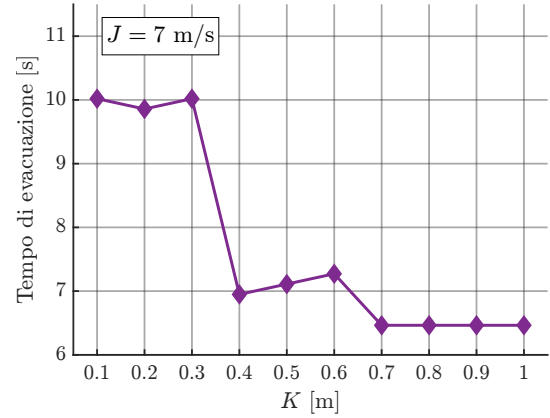
(a) Andamento per $J = 4 \text{ m/s}$



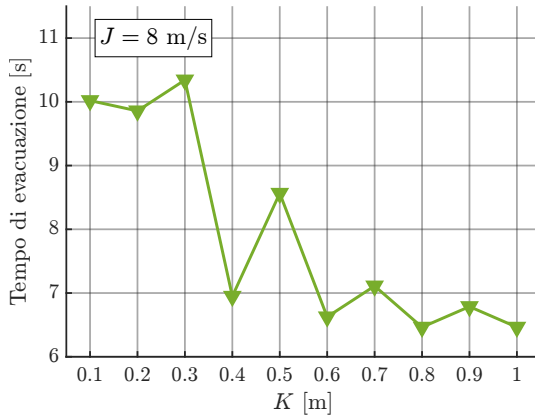
(b) Andamento per $J = 5 \text{ m/s}$



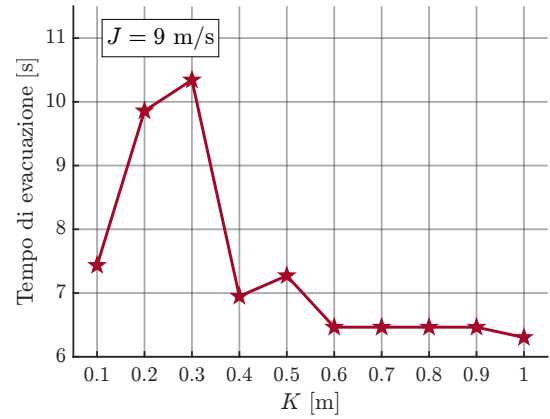
(c) Andamento per $J = 6 \text{ m/s}$



(d) Andamento per $J = 7 \text{ m/s}$



(e) Andamento per $J = 8 \text{ m/s}$



(f) Andamento per $J = 9 \text{ m/s}$

Figura 3.4: Tempi di evacuazione del pedone dalla stanza in Fig. 3.1 al variare del parametro K nello scenario 1.

3.4 Scenario 2: Fumo Laterale Rispetto alla Traiettoria Desiderata

Il secondo scenario è stato progettato per testare una situazione complementare al primo: il fumo si sviluppa lateralmente rispetto alla traiettoria ottimale del pedone, perturbandola senza necessariamente ostruire completamente la linea di vista verso l'uscita nota. Questa configurazione mette alla prova la capacità del modello di produrre deviazioni graduali e proporzionate alla minaccia, anziché cambiamenti bruschi di destinazione.

Le condizioni iniziali del pedone sono $\mathbf{x}(0) = \{5.87, 6.47\}$ m, ovvero una posizione più centrale rispetto allo scenario precedente. Il vettore di conoscenza è ancora $\mathbf{c}(0) = \{0, 1, 0\}$. La sorgente del fumo è in $\mathbf{x}^f = \{7.0, 1.0\}$ m, con gli stessi parametri temporali del primo scenario ($t_f = 3$ s, $\alpha = 0.6$ ms^{-1/2}). In questo caso il fumo si trova in un angolo della stanza, lateralmente rispetto al percorso che il pedone percorrerebbe per raggiungere l'uscita $h = 1$: la traiettoria desiderata non è direttamente ostruita nelle fasi iniziali, ma man mano che il disco di fumo si espande diventa progressivamente più difficile ignorarne la presenza.

Anche in questo scenario sono stati analizzati gli stessi valori dei parametri J e K considerati nello Scenario 1. Tuttavia, i risultati ottenuti nel caso precedente hanno evidenziato come valori troppo bassi di J producano comportamenti poco realistici. Per questo motivo, nel seguito vengono presentati soltanto i casi caratterizzati da valori più elevati di J, ritenuti maggiormente significativi ai fini del confronto.

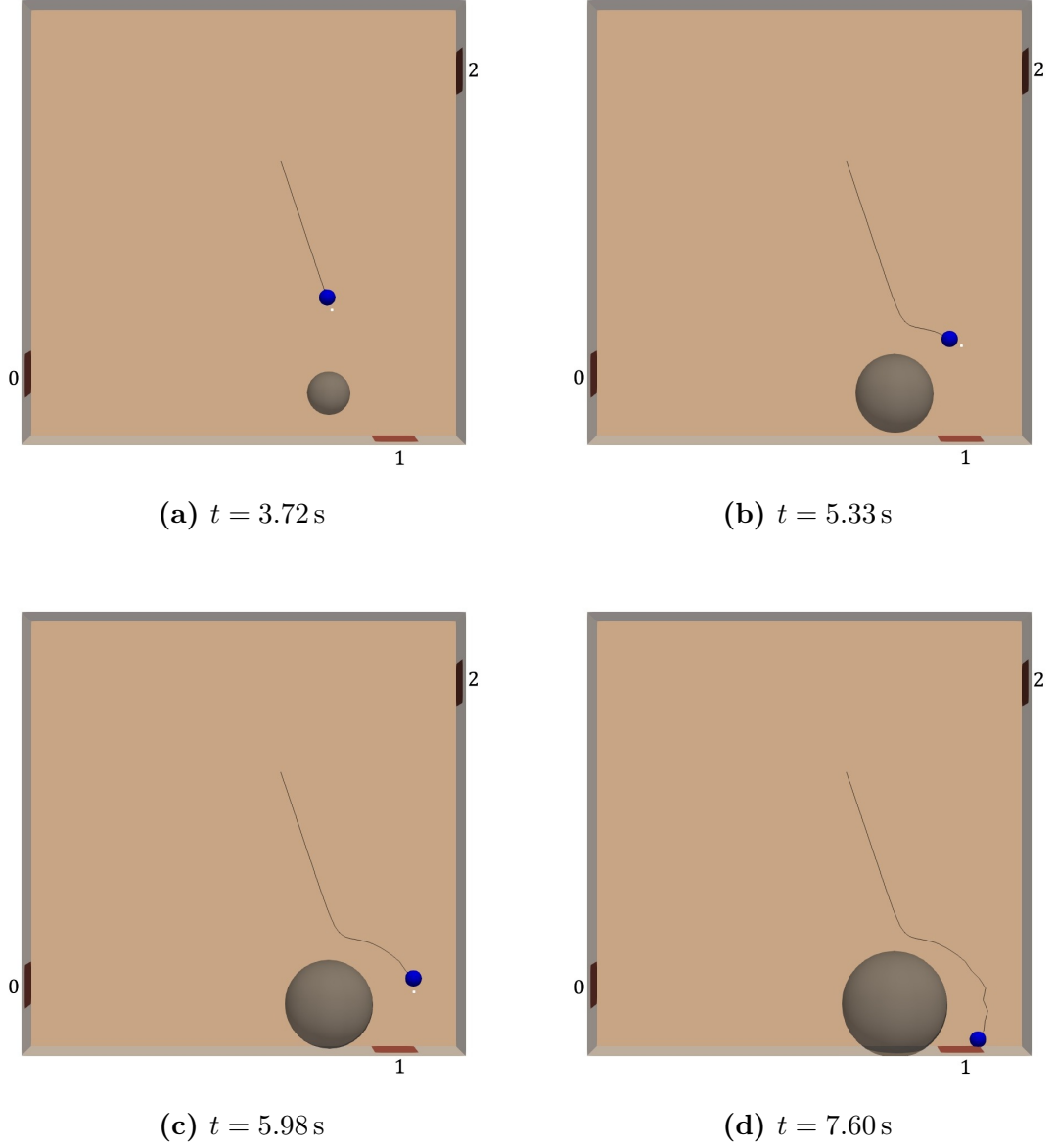


Figura 3.5: Visualizzazione di alcuni istanti di simulazione del secondo scenario con $J = 7 \text{ ms}^{-1}$ e $K = 0.4 \text{ m}$. Le condizioni iniziali del pedone sono $\mathbf{x}(0) = \{5.87, 6.47\} \text{ m}$, $\mathbf{c}(0) = \{0, 1, 0\}$; per il fumo $\mathbf{x}^f = \{7.0, 1.0\} \text{ m}$, $t_f = 3 \text{ s}$, $\alpha = 0.6 \text{ ms}^{-\frac{1}{2}}$

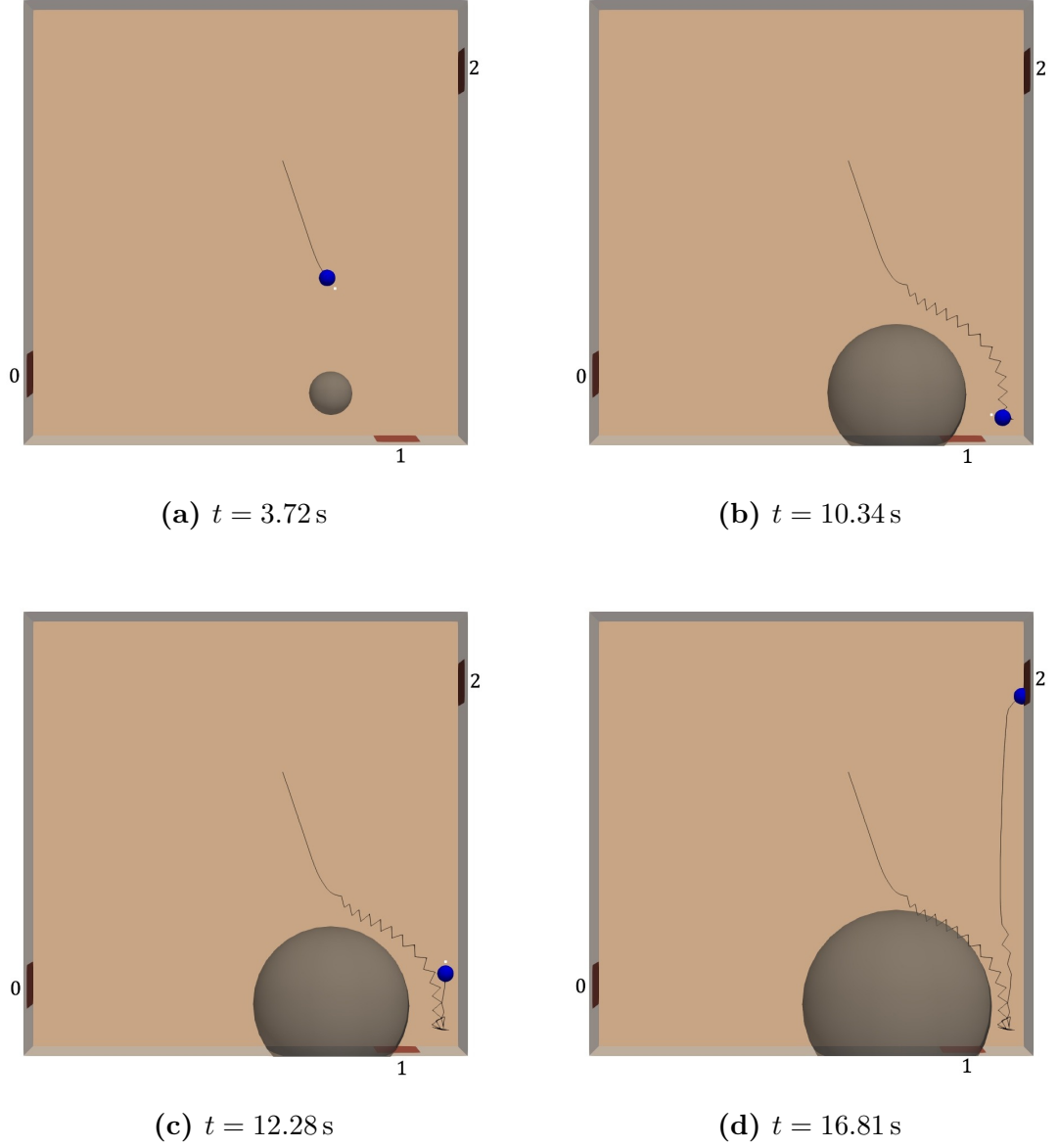


Figura 3.6: Visualizzazione di alcuni istanti di simulazione del secondo scenario con $J = 8 \text{ ms}^{-1}$ e $K = 1.0 \text{ m}$. Le condizioni iniziali del pedone sono $\mathbf{x}(0) = \{5.87, 6.47\} \text{ m}$, $\mathbf{c}(0) = \{0, 1, 0\}$; per il fumo $\mathbf{x}^f = \{7.0, 1.0\} \text{ m}$, $t_f = 3 \text{ s}$, $\alpha = 0.6 \text{ ms}^{-\frac{1}{2}}$

3.4.1 Analisi Comparativa: $J = 7$, $K = 0.4$ contro $J = 8$, $K = 1.0$

Le Figure 3.5 e 3.6 mostrano l'evoluzione temporale del secondo scenario rispettivamente per le coppie $(J = 7, K = 0.4)$ e $(J = 8, K = 1.0)$.

Con $J = 7 \text{ ms}^{-1}$ e $K = 0.4 \text{ m}$ (Fig. 3.5), il pedone reagisce in modo proporzionato alla minaccia laterale: la traiettoria verso l'uscita $h = 1$ viene progressivamente deviata verso sinistra per mantenersi a distanza di sicurezza dalla nube in espansione, senza abbandonare del tutto la destinazione iniziale. A $t = 3.72 \text{ s}$ il pedone ha già percorso circa la metà del cammino verso l'uscita e la nube è ancora piccola; a $t = 5.33 \text{ s}$ la deviazione diventa apprezzabile; a $t = 5.98 \text{ s}$ il pedone ha completato la deviazione e si dirige verso la parete inferiore con una traiettoria curva. A $t = 7.60 \text{ s}$ raggiunge con successo l'uscita $h = 1$ con un tempo di evacuazione di poco superiore a quello che avrebbe avuto in assenza di fumo.

Con $J = 8 \text{ ms}^{-1}$ e $K = 1.0 \text{ m}$ (Fig. 3.6), il comportamento è invece disfunzionale. La repulsione è talmente intensa e a lungo raggio che il pedone inizia a essere respinto dalla nube anche quando questa è ancora piccola e distante. A $t = 10.34 \text{ s}$ il pedone è rimasto intrappolato nell'angolo in basso a destra della stanza, compresso tra il fumo che avanza da sinistra e la parete a destra. La traiettoria mostra un andamento a zig-zag molto pronunciato (ben visibile in Figg. 3.6b), indicativo di oscillazioni numeriche causate da forze competitive di grande entità che si equilibrano in prossimità della parete. Il pedone impiega 16.81 s per trovare la via d'uscita, con un incremento del tempo di evacuazione di oltre il 100% rispetto al caso $(J = 7, K = 0.4)$. Questo risultato evidenzia chiaramente come una repulsione eccessiva possa essere controproducente: anziché guidare l'individuo verso la sicurezza, lo spinge verso angoli senza via d'uscita e genera comportamenti caotici privi di realismo fisico.

3.4.2 Analisi Parametrica dei Tempi di Evacuazione

La Fig. 3.7 illustra i tempi di evacuazione nel secondo scenario per $J = 7$ e $J = 8$ al variare di K . L'andamento è qualitativamente diverso rispetto al primo scenario:

- Per $J = 7 \text{ ms}^{-1}$, i tempi di evacuazione sono contenuti (attorno a 6–8 s) per $K \leq 0.4 \text{ m}$, poi crescono rapidamente per $K \geq 0.5 \text{ m}$. Questo indica che una lunghezza caratteristica di repulsione troppo grande porta il pedone a percepire il fumo come una minaccia rilevante anche quando è ancora distante, modificando la traiettoria in modo non necessario e portando a percorsi sub-ottimali.

- Per $J = 8 \text{ ms}^{-1}$, il salto si verifica già a $K \geq 0.4 \text{ m}$, con tempi che superano i 16 s per K elevati. Il comportamento indesiderato di intrappolamento nell'angolo della stanza si manifesta sistematicamente.

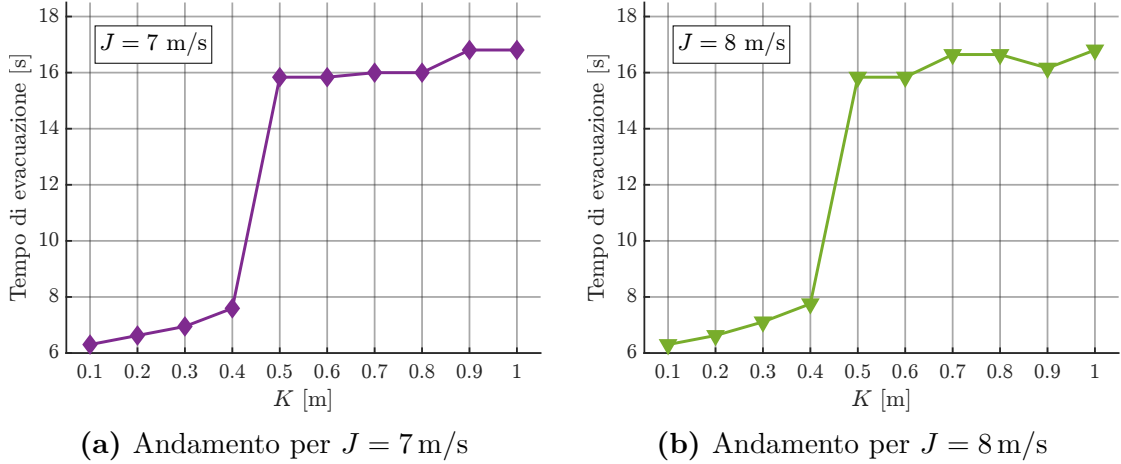


Figura 3.7: Tempi di evacuazione del pedone nella stanza in Fig. 3.1 al variare del parametro K nello scenario 2.

3.5 Scelta dei Parametri Ottimali

Dall'analisi congiunta dei due scenari emerge che la scelta ottimale dei parametri di repulsione dal fumo deve essere un compromesso tra due esigenze contrastanti: da un lato, una repulsione sufficientemente intensa da garantire una reazione rapida e un'adeguata deviazione della traiettoria in presenza di fumo; dall'altro, una repulsione non eccessiva, che eviti di spingere il pedone verso situazioni di intrappolamento contro le pareti e non produca traiettorie oscillanti irrealistiche.

La coppia $J = 7 \text{ ms}^{-1}$ e $K = 0.4 \text{ m}$ si è dimostrata la più robusta tra quelle testate: nel primo scenario garantisce tempi di evacuazione ridotti con traiettorie fluide e naturali; nel secondo scenario produce una deviazione proporzionata alla minaccia senza causare intrappolamenti. Questi valori sono coerenti con l'interpretazione fisica dei parametri: $J = 7 \text{ ms}^{-1}$ è quasi il doppio del coefficiente $A = 4 \text{ ms}^{-1}$ della repulsione dalle pareti, riflettendo il fatto che l'avversione al fumo è maggiore rispetto all'avversione a un ostacolo fisso; $K = 0.4 \text{ m}$ è quattro volte il valore $B = 0.1 \text{ m}$, indicando che la repulsione dal fumo agisce su una scala spaziale più ampia rispetto a quella delle pareti, coerentemente con il fatto che il fumo è percepibile a distanza attraverso la vista e l'olfatto.

È importante sottolineare che i valori ottimali di J e K dipendono in generale dalla geometria del dominio, dalla posizione relativa del pedone e della sorgente, e

dalla velocità di espansione del fumo. I valori qui individuati sono stati calibrati su scenari specifici con $\alpha = 0.6 \text{ ms}^{-1/2}$ e una stanza di $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$; per scenari con incendi a crescita più rapida o ambienti di dimensioni diverse potrebbero essere necessari aggiustamenti. Un'analisi sistematica della dipendenza dei parametri ottimali da queste variabili sarebbe un ottimo esempio per uno sviluppo futuro di questo lavoro.

Capitolo 4

Conclusioni

4.1 Riepilogo del Lavoro Svolto

In questo lavoro di tesi è stato sviluppato e validato un modello matematico microscopico per la simulazione del comportamento di un individuo durante una evacuazione di emergenza in presenza di fumo. Il punto di partenza è stato il modello particellare sovrasmorzato proposto in [11], che descrive la dinamica pedonale in condizioni ordinarie attraverso un sistema di equazioni differenziali ordinarie del primo ordine. Tale impianto è stato esteso con l'introduzione di nuove componenti fisiche e percettive atte a riprodurre la complessità di uno scenario con presenza di fumo.

Il contributo originale del lavoro si articola principalmente su tre livelli. In primo luogo, è stata introdotta una modellizzazione geometrica semplificata della diffusione del fumo, derivata analiticamente dalla soluzione dell'equazione di diffusione con sorgente puntiforme continua: la nube è rappresentata come un disco circolare a densità uniforme il cui raggio evolve nel tempo proporzionalmente alla radice quadrata del tempo trascorso dall'innescio. In secondo luogo, sono stati definiti i meccanismi di percezione del fumo da parte dell'individuo, sia visiva, attraverso il campo visivo del pedone, sia di prossimità, tramite l'odore o il calore, che governano il passaggio dallo stato di calma a quello di agitazione. In terzo luogo, è stata introdotta una componente repulsiva che allontana il pedone dalla regione pericolosa e un meccanismo di aggiornamento della conoscenza ambientale che forza il pedone a escludere le vie di fuga ostruite dal fumo, simulando un comportamento decisionale realistico in condizioni di emergenza.

La validazione qualitativa del modello è stata condotta mediante simulazioni numeriche bidimensionali realizzate con un simulatore sviluppato ad hoc in C++. I risultati sono stati visualizzati tramite il software **ParaView**. Due scenari principali sono stati analizzati: uno in cui il fumo si interpone direttamente tra il pedone

e l'uscita nota, costringendolo a cercare una via di fuga alternativa, e uno in cui la traiettoria desiderata viene perturbata dalla nube in espansione senza ostruire completamente il passaggio.

4.2 Punti di forza del modello

Il modello proposto presenta diversi elementi di originalità e di interesse rispetto alla letteratura esistente, che possono essere sintetizzati come segue.

- **Efficienza computazionale.** La scelta di approssimare la nube di fumo con un disco uniforme a densità costante, il cui raggio evolve secondo una legge analitica derivata dai momenti secondi della soluzione diffusiva, permette di evitare la risoluzione numerica di equazioni alle derivate parziali per il campo di concentrazione. Questo riduce drasticamente il costo computazionale rispetto agli approcci che integrano un solutore fluidodinamico (come FDS) con il modello pedonale, rendendo il simulatore adatto ad analisi parametriche estese.
- **Coerenza fisica dell'approssimazione del fumo.** Nonostante la sua semplicità, la legge di evoluzione del raggio $R^f(t) = \alpha\sqrt{t - t_f}$ è derivata in modo rigoroso, imponendo l'uguaglianza dei momenti secondi tra la soluzione teorica dell'equazione di diffusione con sorgente continua e il disco uniforme ipotizzato. L'approssimazione è quindi ancorata a una giustificazione matematica precisa e non puramente euristica.
- **Modellizzazione realistica della percezione sensoriale.** Il modello distingue tra tipologie di percezione: la percezione visiva, anisotropa e dipendente dal campo visivo del pedone, e la percezione di prossimità, isotropa e legata alla distanza fisica dalla nube. In questo modo viene replicata la complessità della risposta sensoriale umana in presenza di fumo. Questo approccio consente di modellizzare situazioni in cui l'individuo si accorge del pericolo pur non vedendolo direttamente, ad esempio quando si trova nelle vicinanze di una sorgente nascosta da un ostacolo.
- **Aggiornamento dinamico della conoscenza ambientale.** Il vettore di conoscenza $\mathbf{c}(t)$ viene aggiornato in tempo reale non solo in risposta alle informazioni visive acquisite dal pedone durante il movimento, ma anche in funzione della percorribilità delle traiettorie verso le uscite note. Il meccanismo di ostruzione implementato è basato sul calcolo della distanza minima tra il centro del fumo e il segmento che congiunge il pedone alla porta. Questo consente di simulare in modo credibile la rinuncia dell'individuo a una via di fuga ostruita e la successiva ricerca di un'alternativa.

- **Modularità e flessibilità del modello.** Il modello è stato concepito in modo modulare: ciascuna componente, ovvero la strategia individuale, la repulsione dalle pareti, la repulsione dal fumo e la gestione della conoscenza ambientale, è descritta da un'equazione indipendente che può essere modificata o sostituita senza alterare la struttura complessiva del sistema. Questo rende il modello facilmente adattabile a scenari diversi e lo lascia aperto a future estensioni.

4.3 Sviluppi Futuri

Il modello presentato costituisce un primo passo verso una descrizione matematica più completa dei fenomeni di evacuazione in presenza di pericoli ambientali evolutivi. La scelta di focalizzarsi su un singolo individuo è stata dettata dalla necessità di isolare e analizzare nel dettaglio la risposta del pedone al fumo, senza le complicazioni aggiuntive introdotte dalle interazioni interpersonali. Tuttavia, il modello proposto è stato progettato sin dall'inizio in modo da essere naturalmente estendibile a una folla di N pedoni, e numerose direzioni di sviluppo futuro risultano di grande interesse scientifico e applicativo.

4.3.1 Estensione a N Pedoni

L'estensione più naturale e immediata del modello consiste nell'introdurre una folla composta da N individui che evacuano simultaneamente lo stesso ambiente. Dal punto di vista matematico, il sistema diventa un insieme di N equazioni differenziali ordinarie accoppiate, in cui ciascun pedone $i = 1, \dots, N$ è descritto dalle proprie variabili di stato $(s_i(t), \mathbf{c}_i(t), \mathbf{v}_i(t))$ e dalla propria posizione $\mathbf{x}_i(t)$. Le equazioni di movimento, già presentate nella sezione 2.3, si generalizzano reintroducendo il termine $\mathbf{v}_i^{crowd}(t)$ che nel caso del singolo individuo risulta pari a zero:

$$\mathbf{v}_i(t) = \mathbf{v}_i^{targ}(t) + \mathbf{v}_i^{wall}(t) + s_i(t) \mathbf{v}_i^f(t) + \mathbf{v}_i^{crowd}(t), \quad (4.1)$$

dove il termine $\mathbf{v}_i^{crowd}(t)$ comprende le forze di contatto fisico $\mathbf{v}_i^{cont}(t)$ e le forze di repulsione sociale $\mathbf{v}_i^{rep}(t)$, come descritto in Eq.2.16. In questo contesto, la presenza del fumo aggiunge un ulteriore strato di complessità: i diversi individui possono percepire il pericolo in istanti diversi a seconda della loro posizione e della direzione del loro sguardo, e possono adottare strategie di percorso differenti in funzione del proprio vettore di conoscenza $\mathbf{c}_i(t)$. Questo porta a fenomeni collettivi di grande interesse, come la formazione di code alle uscite, l'effetto gregge in risposta alla paura, e i conflitti tra individui che si dirigono verso uscite diverse.

La reintroduzione di $\mathbf{v}_i^{crowd}(t)$ solleva tuttavia alcune questioni non banali legate alla presenza del fumo. La componente di repulsione sociale $\mathbf{v}_i^{rep}(t)$, definita nel

modello originale come anisotropa e limitata al campo visivo del pedone $\Omega_i^{vis}(t)$, deve fare i conti con il fatto che la nube riduce la visibilità: un individuo immerso nel fumo non è in grado di percepire la posizione degli altri pedoni oltre una certa distanza, e quindi la sua capacità di anticipare le collisioni è compromessa. Questo suggerirebbe di introdurre un raggio visivo effettivo che possa variare dinamicamente in base alla presenza del fumo, e che vada a influenzare sia la conoscenza delle nuove uscite sia la repulsione $\mathbf{v}_i^{rep}(t)$. La componente di contatto fisico $\mathbf{v}_i^{cont}(t)$, essendo isotropa e attivata solo alla distanza di compenetrazione R_{ij}^{cont} , resta invece invariata dalla presenza del fumo, ma assume un ruolo più rilevante proprio nei casi in cui la ridotta visibilità impedisce di anticipare le collisioni tramite la repulsione sociale. Inoltre, lo stato di agitazione $s_i(t) = 1$ indotto dal fumo comporta un aumento della velocità desiderata $\bar{v}_1 > \bar{v}_0$ per tutti gli individui che hanno percepito il pericolo: questo incremento simultaneo delle velocità tende ad aumentare la frequenza e l'intensità degli urti fisici, rendendo la componente $\mathbf{v}_i^{cont}(t)$ potenzialmente dominante rispetto alla repulsione sociale nelle fasi più critiche dell'evacuazione. Alcuni effetti analoghi sono stati già osservati nei modelli di panico di Helbing per esempio in [20].

Un altro aspetto particolarmente rilevante nell'estensione a N pedoni riguarda la trasmissione dell'informazione all'interno della folla. Nel modello attuale, ogni individuo aggiorna la propria conoscenza ambientale $\mathbf{c}_i(t)$ esclusivamente attraverso la propria esperienza visiva e di prossimità. In un contesto collettivo, sarebbe realistico introdurre un meccanismo di comunicazione sociale, in cui un pedone che ha già scoperto una nuova uscita o ha percepito il fumo può trasmettere queste informazioni agli individui nelle sue immediate vicinanze, accelerando la diffusione della conoscenza all'interno del gruppo. Tale meccanismo potrebbe essere ispirato ai modelli di contagio comportamentale già studiati nella letteratura sulle dinamiche di folla.

4.3.2 Scenari Ambientali più Complessi

Le simulazioni presentate in questo lavoro sono state condotte in una stanza quadrata priva di ostacoli interni, una scelta dettata dalla necessità di isolare la dinamica pedonale e di rendere applicabile l'ipotesi di espansione radiale e isotropa del fumo. Un passo successivo fondamentale consiste nell'estendere il modello a geometrie più complesse e realistiche, come corridoi stretti, ambienti con pareti divisorie, colonne o arredi. In questi scenari, la soluzione dell'equazione Eikonale per il calcolo del percorso ottimale rimane applicabile, ma le traiettorie risultanti sono più articolate e i conflitti tra individui alle intersezioni diventano determinanti per l'esito dell'evacuazione.

In presenza di ostacoli interni, inoltre, l'ipotesi di espansione circolare del fumo non è più adeguata: la nube si diffonde lungo i corridoi, si accumula nelle zone poco

ventilate e viene deviata dagli ostacoli fisici. Una modellizzazione più accurata della diffusione richiederebbe l'adozione di un approccio fluidodinamico più sofisticato, ad esempio tramite l'integrazione dei risultati prodotti da simulatori come FDS, mantenendo al contempo la semplicità del modello pedonale. In alternativa, si potrebbe sviluppare un'approssimazione geometrica della diffusione in ambienti con ostacoli, basata su una generalizzazione della legge di evoluzione del raggio a domini non convessi.

4.3.3 Calibrazione Sperimentale dei Parametri

I parametri del modello, tra cui in particolare le velocità di comfort e di fuga, i coefficienti di repulsione dal fumo J e K , e il raggio di percezione di prossimità R^{perc} , sono stati stimati su base euristica e confrontati con i valori presenti in letteratura. Una validazione quantitativa più robusta richiederebbe il confronto sistematico dei risultati delle simulazioni con dati sperimentali provenienti da esperimenti controllati di evacuazione in presenza di fumo, come quelli di [14] e [48], che misurano l'impatto del fumo sulla velocità di camminata degli individui. Tecniche di ottimizzazione o di calibrazione bayesiana dei parametri potrebbero essere impiegate per adattare il modello a dataset specifici, migliorando la capacità predittiva quantitativa oltre quella qualitativa già dimostrata.

4.3.4 Dinamiche di Panico Collettivo e Comportamento di Gregge

Il modello attuale prevede due soli stati interni per il pedone: calmo ($s(t) = 0$) e agitato ($s(t) = 1$). Un arricchimento significativo potrebbe consistere nell'introduzione di stati aggiuntivi e di transizioni più graduate tra di essi, al fine di riprodurre la progressione psicologica osservata negli esseri umani in situazioni di emergenza: dalla calma alla preoccupazione, fino al panico conclamato. In particolare, il panico collettivo, in cui la reazione emotiva di un individuo si propaga agli altri pedoni nelle sue vicinanze, aumentando il livello di agitazione dell'intera folla, è un fenomeno di grande rilevanza pratica e ben documentato negli scenari reali, ma risulta difficile da catturare con i modelli microscopici esistenti. L'integrazione di un modello di contagio del panico, ispirato per esempio ai modelli SIS o SIR della diffusione epidemica già esplorati in letteratura (vedi [34]), costituirebbe un'estensione di grande interesse.

Bibliografia

- [1] A. Alahi, K. Goel, V. Ramanathan, A. Robicquet, L. Fei-Fei e S. Savarese. «Social LSTM: Human Trajectory Prediction in Crowded Spaces». In: *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. 2016, pp. 961–971.
- [2] N. Bellomo. *Modeling Complex Living Systems: A Kinetic Theory and Stochastic Game Approach*. Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology. Boston: Birkhäuser, 2008. ISBN: 978-0-8176-4510-6.
- [3] N. Bellomo e A. Bellouquid. «On the modeling of crowd dynamics: looking at the beautiful shapes of swarms». In: *Networks & Heterogeneous Media* 6.3 (2011), pp. 383–399.
- [4] N. Bellomo e A. Bellouquid. «On the Modeling of Vehicular Traffic and Crowds by Kinetic Theory of Active Particles». In: *Mathematical Modeling of Collective Behavior in Socio-Economic and Life Sciences*. A cura di G. Naldi, L. Pareschi e G. Toscani. Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology. Boston: Birkhäuser, 2010, pp. 273–296.
- [5] A. Bellouquid, E. De Angelis e L. Fermo. «Towards the modeling of vehicular traffic as a complex system: a kinetic theory approach». In: *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences* 22.09 (2012), p. 1140003.
- [6] V. J. Blue et al. «Cellular Automata Modeling of Pedestrian Movements». In: *IEEE Proceedings*. IEEE, 1997, pp. 2320–2323.
- [7] C. Burstedde et al. «Cellular Automaton Approach to Pedestrian Dynamics Applications». In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* (2001).
- [8] C. Burstedde et al. «Simulation of pedestrian dynamics using a 2-dimensional cellular automaton». In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* (2001).
- [9] S. Cao et al. «Simulation of Pedestrian Evacuation in a Room under Fire Emergency». In: *Procedia Engineering* 71 (2014), pp. 403–409.

- [10] H. Chen, S. Wu, R. Yan, Z. Fan, X. Lu e B. Du. «Social Physics Informed Diffusion Model for Crowd Simulation». In: *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. Vol. 38. 1. 2024, pp. 100–108.
- [11] A. Colombi et al. «A discrete mathematical model for the dynamics of a crowd of gazing pedestrians with and without an evolving environmental awareness». In: *Computational and Applied Mathematics* (2016).
- [12] D. C. Duives et al. «State-of-the-art crowd motion simulation models». In: *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 37 (2013), pp. 193–209.
- [13] H. Frantzich et al. «Evacuation experiments in a smoke filled tunnel». In: (2003).
- [14] K. Fridolf et al. «The impact of smoke on walking speed». In: *Fire and Materials* 38 (2013), pp. 744–759.
- [15] J. J. Fruin. *Pedestrian Planning and Design*. New York: Metropolitan Association of Urban Designers e Environmental Planners, 1971.
- [16] P.G. Gipps e B. Marksjö. «A micro-simulation model for pedestrian flows». In: *Mathematics and Computers in Simulation* 27.2 (1985), pp. 95–105. ISSN: 0378-4754.
- [17] A. Gupta, J. Johnson, L. Fei-Fei, S. Savarese e A. Alahi. «Social GAN: Socially Acceptable Trajectories with Generative Adversarial Networks». In: *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. 2018, pp. 2255–2264.
- [18] B. D. Hankin e R. A. Wright. «Passenger flow in subways». In: *Operational Research Quarterly* 9.2 (1958), pp. 81–88.
- [19] S. He, K. Shin, Z. Hou, J. Lu, J. Yan e R. Wattenhofer. «STDCformer: A Transformer-Based Model with a Spatial-Temporal Causal De-confounding Strategy for Crowd Flow Prediction». In: *Information Sciences* 662 (2024), p. 120224.
- [20] D. Helbing et al. «Simulating Dynamical Features of Escape Panic». In: *Nature* (2000).
- [21] D. Helbing et al. «Simulation of Pedestrian Crowds in Normal and Evacuation Situations». In: *Pedestrian and Evacuation Dynamics* (2002).
- [22] D. Helbing et al. «Social force model for pedestrian dynamics». In: *Physical Review E* 51.5 (1995), pp. 4282–4286.
- [23] L. F. Henderson. «The Statistics of Crowd Fluids». In: *Nature* 229.5284 (1971), pp. 381–383.

- [24] L.F. Henderson. «On the fluid mechanics of human crowd motion». In: *Transportation Research* 8.6 (1974), pp. 509–515. ISSN: 0041-1647.
- [25] Kiran Ijaz, Shaleeza Sohail e Sonia Hashish. «A Survey of Latest Approaches for Crowd Simulation and Modeling Using Hybrid Techniques». In: *2015 17th UKSim-AMSS International Conference on Modelling and Simulation (UKSim)*. Cambridge, UK: IEEE, 2015, pp. 111–116.
- [26] T. Jin et al. «Irritating effects of fire smoke on visibility». In: *Fire Science and Technology* 5.1 (1985), pp. 79–90.
- [27] T. Jin. «Studies on Human Behavior and Tenability in Fire Smoke». In: *Fire Safety Science* (1997).
- [28] A. Johansson et al. «Specification of a Microscopic Pedestrian Model by Evolutionary Adjustment to Video Tracking Data». In: *Advances in Complex Systems* (2007).
- [29] R. Kimmel e J. A. Sethian. «Computing geodesic paths on manifolds». In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 95.15 (1998), pp. 8431–8435.
- [30] R. Kimmel e J. A. Sethian. *Fast Marching Methods for Computing Distance Maps and Shortest Paths*. Rapp. tecn. LBL-38451. Preprint. Physics Division and Mathematics Department. Berkeley, CA: Lawrence Berkeley National Laboratory, University of California, feb. 1996.
- [31] A. Kirchner et al. «Simulation of evacuation processes using a bionics-inspired cellular automaton model for pedestrian dynamics». In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 312 (2002), pp. 260–276.
- [32] T. Korhonen et al. «FDS+Evac: An Agent Based Fire Evacuation Model». In: *Proceedings of the 4th International Conference on Pedestrian and Evacuation Dynamics*. 2008.
- [33] T. Korhonen et al. «Fire Dynamics Simulator with Evacuation: FDS+Evac Technical Reference and User’s Guide». In: (2009).
- [34] Y. Li et al. «Evacuation model considering pedestrian panic in smoke scenario». In: *Proceedings of the 2022 2nd International Conference on Business Administration and Data Science (BADs 2022)*. 2022.
- [35] Y. Liu et al. «Cellular Automaton Model for Pedestrian Evacuation Considering Impacts of Fire Products». In: *Fire (MDPI)* (2023).
- [36] Z. Liu, L. Wang, H. Zhang e X. Chen. «STDDN: A Physics-Guided Deep Learning Framework for Crowd Simulation». In: *Expert Systems with Applications* 285 (2026), p. 123045.
- [37] J. López et al. «An evacuation simulator for pedestrian dynamics based on the Social Force Model». In: (2025).

- [38] J. Makmul. «A Cellular Automaton Model for Pedestrians' Movements Influenced by Gaseous Hazardous Material Spreading». In: *Modelling and Simulation in Engineering* 2020 (2020).
- [39] J. Makmul. «A pedestrians flow model during propagation of smoke: Microscopic and macroscopic approaches». In: *Safety Science* 133 (2021), p. 105006.
- [40] J. Makmul. «A Social Force Model for Pedestrians' Movements Affected by Smoke Spreading». In: *Modelling and Simulation in Engineering* 2020 (2020).
- [41] A. Mohamed, K. Qian, M. Elhoseiny e C. Claudel. «Social-STGCNN: A Social Spatio-Temporal Graph Convolutional Neural Network for Human Trajectory Prediction». In: *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. 2020, pp. 14424–14432.
- [42] M. Moussaïd et al. «The Walking Behaviour of Pedestrian Social Groups and Its Impact on Crowd Dynamics». In: *PLoS ONE* (2010).
- [43] National Fire Protection Association. *NFPA 204: Standard for Smoke and Heat Venting*. NFPA. 2021.
- [44] Ngoc-Anh T. Nguyen, Jean-Daniel Zucker, Huu-Du Nguyen, Alexis Drogoul e Duc An Vo. «A Hybrid macro-micro pedestrians evacuation model to speed up simulation in road networks». In: *Proceedings of the 10th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS 2011)*. Taipei, Taiwan: International Foundation for Autonomous Agents e Multiagent Systems, 2011, pp. 281–294.
- [45] E. Ronchi et al. «Representation of the Impact of Smoke on Agent Walking Speeds in Evacuation Models». In: *Fire Technology* 49 (2013), pp. 411–431.
- [46] A. Schadschneider et al. «Evacuation Dynamics: Empirical Results, Modeling and Applications». In: (2009).
- [47] S. Seer et al. «Validating social force based models with comprehensive real world motion data». In: *Transportation Research Procedia* 2 (2014), pp. 724–732.
- [48] M. Seike et al. «Experiments of evacuation speed in a smoke-filled tunnel». In: *Tunnelling and Underground Space Technology* 53 (2016), pp. 61–67.
- [49] Armin Seyfried, Bernhard Steffen, Wolfram Klingsch e Maik Boltes. «The Fundamental Diagram of Pedestrian Movement Revisited». In: *arXiv:physics/0506170* (2005).
- [50] A. Varas et al. «Cellular automaton model for evacuation process with obstacles». In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 382 (2007), pp. 631–642.

- [51] Fiammetta Venuti e Luca Bruno. «An interpretative model of the pedestrian fundamental relation». In: *C. R. Mecanique* (2008).
- [52] X. Wei, M. Xiong, D. Chen e X. Zhang. «A Hybrid Simulation of Large Crowd Evacuation». In: *Parallel and Distributed Systems, International Conference on*. IEEE Computer Society, 2011, pp. 971–975.
- [53] M. Xiong, M. Lees, W. Cai, S. Zhou e M. Y. H. Low. «Hybrid modelling of crowd simulation». In: *Procedia Computer Science* 1.1 (2010), pp. 57–65.
- [54] J. Zhang et al. «An improved social force model (ISFM)-based crowd evacuation simulation method in virtual reality with a subway fire as a case of study». In: *International Journal of Digital Earth* 16.1 (2023), pp. 1186–1204.
- [55] Y. Zheng et al. «Evacuation dynamics considering pedestrians’ movement behavior change with fire and smoke spreading». In: *Safety Science* 92 (2017), pp. 180–189.
- [56] Y. Zheng et al. «Evacuation dynamics with fire spreading based on cellular automaton». In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 390 (2011), pp. 3147–3156.
- [57] Y. Zheng et al. «Evacuation dynamics with smoking diffusion in three dimension based on an extended Floor-Field model». In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 507 (2018), pp. 414–426.