



**Politecnico  
di Torino**

# Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Progettazione Meccanica A.A. 2025/2026

Sessione di Aprile 2026

## Tesi di Laurea Magistrale

Sperimentazione dinamica su disco palettato in  
controllo di forza mediante doppia eccitazione

Relatori:

Prof.re Christian Maria Firrone

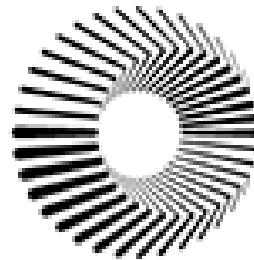
Prof.re Daniele Botto

Candidato:

David Guerrieri



**Politecnico  
di Torino**



**DIMEAS**

Dipartimento  
di Ingegneria Meccanica  
e Aerospaziale

## Abstract

In regime di funzionamento di un motore turbogas, i dischi palettati che compongono i diversi stadi sono soggetti a eccitazioni periodiche riconducibili a specifici *Engine Order (EO)*. In corrispondenza di determinate condizioni di rotazione, tali forzanti possono intercettare le frequenze proprie del sistema, inducendo fenomeni di risonanza. A queste frequenze le vibrazioni risultano particolarmente elevate e possono condurre a fenomeni di fatica ad alto numero di cicli (*High Cycle Fatigue, HCF*), con conseguente rischio di frattura delle pale, perdita di efficienza aerodinamica e quindi una riduzione della sicurezza del velivolo. La sperimentazione dinamica dei dischi palettati risulta fondamentale per individuarne il comportamento assunto in condizioni operative con il fine di progettare rotorii stabili nel range di funzionamento e valutare l'efficacia di sistemi che riducano la risposta vibratoria quali gli smorzatori sotto-pala, *Underplatform dampers (UPDs)*.

Nel corso degli anni sono state sviluppate diverse tecniche sperimentali finalizzate allo studio della risposta dinamica dei dischi palettati. Queste si dividono tra test con rotore in rotazione, onerosi e soggetti a interferenze operative e smorzamento aggiuntivo, e test su porzioni ridotte del disco, tipicamente due pale, che interrompono la simmetria ciclica della struttura non permettendo di riprodurre tutti gli (*EO*) e gli angoli di sfasamento tra le pale *Inter-Blade Phase Angle (IBPA)* associati, limitando l'analisi della risposta e del comportamento degli smorzatori.

In questa tesi si propone un metodo capace di superare tali limitazioni. A tal fine è stato progettato e realizzato un banco prova dedicato, *Double Excitation Blisk IBPA (DEBI)* che permette di eccitare in risonanza un simulacro di *Blade Integrated Disk (BLISK)* dotato di due (*UPDs*) cilindrici. Il sistema di attuazione impiega due shaker elettromagnetici, ciascuno con cella di carico piezoelettrica, mentre la risposta viene acquisita mediante vibrometro laser scanner. Essendo il disco vincolato, le forzanti associate agli (*EO*) sono replicate tramite sfasamento controllato degli attuatori secondo l'*IBPA* di ciascun diametro nodale eccitato. La tecnica di attuazione *Stepped sine*, implementata nel software *CADA-X* di *LMS*, consente un controllo in retroazione (*Response Controlled Test, RCT*) della fase relativa e dell'ampiezza della forza degli shaker al variare della frequenza di eccitazione. La catena di misura e attuazione opera come sistema *MISO* estendibile in *MIMO* a frequenza di eccitazione controllata fissa mediante il software *PSV9.5 acquisition*, permettendo di acquisire la risposta su più punti e visualizzare la distribuzione bidimensionale della velocità. L'effetto della forza centrifuga è stato replicato mediante due sistemi di tiraggio, ciascuno collegato a un peso dedicato e all'altra estremità ad uno smorzatore sotto-pala.

La sperimentazione dinamica del disco palettato in assenza di (*UPDs*) è stata validata numericamente attraverso un modello agli elementi finiti sviluppato in *ANSYS APDL*. In tale ambiente è stata condotta un'analisi modale in simmetria ciclica, imponendo le stesse condizioni di vincolo assunte nel banco prova *DEBI*. I risultati numerici ottenuti sono stati utilizzati per tracciare le famiglie modali (*diagramma FreND*) e per individuare un modo di vibrare critico ai fini dello studio del comportamento degli smorzatori sotto-pala.

# INDICE

ELENCO DELLE FIGURE.....	V
ELENCO DELLE TABELLE .....	VIII
1 Introduzione.....	1
1.1 Blade Integrated Disk - BLISK .....	1
1.1.2 Vantaggi e svantaggi .....	2
1.1.3 Applicazioni .....	3
2 Dinamica dei rotori .....	5
2.1 Fenomeni vibratori nei dischi palettati.....	5
2.2 Caratteristiche modali di un disco palettato .....	6
2.3 Analisi in simmetria ciclica .....	10
2.4 Famiglie modali e diagramma FreND .....	12
2.5 Risposta forzata.....	14
2.6 Diagramma di Campbell.....	18
2.7 Mistuning .....	20
3 Strutture non lineari .....	21
3.1 Smorzamento per attrito .....	21
3.1.1 Smorzatori sotto-pala.....	22
4 Strumentazione e modalità di eccitazione.....	26
4.1 Eccitatori .....	26
4.1.1 Martello strumentato.....	26
4.1.2 Shaker.....	27
4.2 Trasduttori .....	28
4.2.1 Vibrometro laser scanner .....	28
4.2.2 Cella di carico piezoelettrica .....	29
4.3 Acquisitori e generatori di segnale .....	30
4.4 Modalità di eccitazione .....	31
4.4.1 Confronto Stepped sine e Sweep sine.....	31
5 Test sperimentali.....	34
5.1 Hammer test .....	34
5.2 SIMO e MIMO test in Sweep sine .....	34
5.3 Stepped sine in CADA-X .....	35
5.3.1 MISO/MIMO-RCT Stepped sine.....	35
5.3.2 Definizione dei canali di acquisizione e attuazione in Stepped sine.....	37
5.3.3 Descrizione parametri di test in Stepped sine .....	38
6 Studio di fattibilità su trave .....	42

6.1 Parametri di acquisizione e testing: CADA-X .....	43
6.2 Parametri di acquisizione e testing: PSV9.5 Acquisition .....	46
6.3 Risultati MISO-RCT Stepped sine .....	47
6.4 Risultati MIMO-RCT Stepped sine .....	49
6.5 Sfasamento eccitazione e risposta non stazionaria .....	51
6.6 Conclusioni studio di fattibilità.....	54
7 Descrizione del simulacro e modellazione agli elementi finiti.....	55
7.1 Simulacro di disco palettato con pale integrate .....	55
7.2 Modellazione FEM ed analisi modale in simmetria ciclica.....	56
7.2.1 Metodo FEM .....	56
7.2.2 Formulazione matriciale del problema .....	57
7.3 Costruzione del modello CAD.....	59
7.4 Creazione del modello FEM.....	60
7.4.1 Risultati modello FEM.....	63
8 Banco prova DEBI e caratterizzazione modale BLISK .....	67
8.1 Progettazione banco prova: Double Excitation Blisk IBPA (DEBI) .....	67
8.2 Hammer test .....	71
8.2.1 Risultati in frequenza .....	73
8.2.2 Confronto numerico/sperimentale.....	75
8.2.3 Risposta vibratoria bidimensionale .....	76
8.3 SIMO test in Sweep sine .....	78
8.3.1 Risultati in frequenza .....	80
8.3.2 Confronto numerico/sperimentale.....	81
8.3.3 Risposta vibratoria bidimensionale .....	82
8.4 MIMO test in Sweep sine .....	83
8.4.1 Risultati in frequenza .....	84
8.4.2 Confronto numerico/sperimentale.....	85
8.4.3 Risposta vibratoria bidimensionale .....	86
8.5 Osservazioni prove sperimentali condotte.....	87
8.5.1 Mistuning.....	87
9 RCT Stepped sine e BLISK.....	89
9.1 Scelta dell'Engine Order da replicare .....	90
9.2 MISO- RCT Stepped sine .....	92
9.2.1 Stima mobility in test MISO-RCT Stepped sine .....	93
9.2.2 Risultati MISO- RCT Stepped sine .....	95
9.3 MIMO- RCT Stepped sine.....	98

9.4 Individuazione risposta rotante tramite IBPA .....	101
9.4.1 IBPA: 224.52Hz .....	102
9.4.2 IBPA: 224.8Hz.....	102
9.4.3 IBPA 224.3 Hz .....	103
9.4.4 IBPA: 224.7Hz.....	103
9.4.5 IBPA: 225Hz .....	104
9.5 Conclusioni .....	104
10 RCT Stepped sine e BLISK dotato di smorzatori sotto-pala.....	106
10.1 MISO-RCT Stepped sine .....	107
10.1.2 Jump phenomenon.....	108
10.1.3 MISO-RCT Stepped sine UP.....	111
10.1.4 MISO-RCT Stepped sine UP al variare del carico e dell'eccitazione .....	112
10.2 Curva di performance.....	114
10.3 MIMO RCT-Stepped sine e distribuzione IBPA.....	115
11 Conclusioni finali.....	118
Tavole supporti shaker .....	120
APPENDICE .....	122
Bibliografia .....	127

## ELENCO DELLE FIGURE

Figura 1: sx) Schema turbofan; dx) Ciclo ideale Joule-Bryton.....	2
Figura 2: a) Dettaglio innesto pala-disco; b) Disco tradizionale (sx) e BLISK (dx) .....	2
Figura 3: Struttura in simmetria ciclica .....	6
Figura 4: Esempio di modo stazionario in fase .....	7
Figura 5: Esempio di modo stazionario in antifase .....	7
Figura 6: Esempio di modo rotante.....	8
Figura 7: Onda stazionaria .....	8
Figura 8: Onda rotante.....	8
Figura 9: Esempio di modo a diametro nodale due.....	9
Figura 10: settore fondamentale .....	10
Figura 11: Suddivisione struttura a simmetria ciclica .....	10
Figura 12: Esempio di diagramma FreND.....	12
Figura 13: Modi di pala (in ordine): Edgewise, Flapwise, Flessionale, Torsionale .....	13
Figura 14: Esempio di famiglie modali in un diagramma FreND.....	13
Figura 15: Generazione delle forzanti rotanti da parte dei vani statorici .....	14
Figura 16: Forzante aerodinamica .....	14
Figura 17: Forzante armonica in un sistema di riferimento fisso.....	15
Figura 18: Scomposizione spaziale di una forzante armonica nel sistema di riferimento fisso.....	15
Figura 19: Sistema di riferimento rotante.....	16
Figura 20: Distribuzione forzante in un sistema di riferimento rotante: Forzante forward (a); Forzante backward (b).....	16
Figura 21: Engine Order e distribuzione spaziale delle forzanti.....	17
Figura 22: Esempio di EO generati nel caso di 4 forzanti che agiscono sul disco in un giro completo ..	18
Figura 23: Effetto aliasing .....	18
Figura 24: Diagramma di Campbell .....	19
Figura 25: Localizzazione di una forma modale a causa di mistuning.....	20
Figura 26: Smorzatore sotto-pala e collocazione nella piattaforma inter-palare .....	22
Figura 27: Schema smorzatore sotto-pala prismatico .....	22
Figura 28: Contatto smorzatore con le piattaforme .....	23
Figura 29: Modello di contatto .....	23
Figura 30: Cicli di isteresi: a) Stick completo; b) alternanza stick/slip; c) alternanza stick/slip/separation .....	24
Figura 31: Funzione in risposta in frequenza di una pala al variare della massa del damper .....	25
Figura 32: Schema generico di un sistema di misura di vibrazioni .....	26
Figura 33: Martello strumentato .....	27
Figura 34: Segnale nel dominio del tempo (sopra) e nel dominio della frequenza (sotto) di una forzante impulsiva [4].....	27
Figura 35: Schema shaker .....	28
Figura 36: Schema del funzionamento di un vibrometro laser .....	29
Figura 37: Schema cella di carico piezoelettrica .....	29
Figura 38: sx) Junction-Box; dx) Scadas III.....	30
Figura 39: Schema a blocchi RCT-Stepped sine con doppia forzante .....	31
Figura 40: Differenza tra Sweep sine e Stepped sine .....	32
Figura 41: Catena di misura - Hammer Test: a) Junction box; b) Vibrometro laser scanner .....	34
Figura 42: Catena di misura: a) SIMO Sine-sweep; b) MIMO Sine sweep; c) vibrometro laser scanner PSV-500.....	34
Figura 43: Icona software Cada-X e finestra Stepped-sine.....	35

Figura 44: Schema a blocchi della catena di attuazione, generazione e controllo dei segnali .....	36
Figura 45: Catena di misura e attuazione MIMO/MISO-RCT Stepped-sine .....	37
Figura 46: Definizione canali in CADA-X.....	38
Figura 47: Definizione di ampiezza e fase target degli eccitatori.....	39
Figura 48: Parametri Stepped sine Cada-x.....	41
Figura 49: Studio di fattibilità; a) Setup sperimentale DUT - BEAM; b) Dettaglio collegamento trave-shaker; c) Dettaglio trave e spot laser su patch rifrangente .....	42
Figura 50: sx) Sfasamento tra le forzanti; dx) Valore in ampiezza delle forzanti.....	48
Figura 51: Posizione dei punti di misura lungo la mezzeria della trave .....	50
Figura 52: Risposta in frequenza non lineare delle celle di carico: sx) Cella di carico shaker 1; dx) cella di carico shaker 2.....	51
Figura 53: Confronto nei vari istanti temporali tra eccitazioni in fase ( $\theta=0^\circ$ ) ed eccitazioni in quadratura ( $\theta=90^\circ$ ) .....	52
Figura 54: Risposta trave al variare dell'angolo di sfasamento tra le eccitazioni.....	53
Figura 55: Dimensioni simulacro di disco palettato con pale integrate.....	55
Figura 56: Numerazione pale .....	56
Figura 57: Suddivisione delle linee nel settore principale .....	60
Figura 58: Mesh200 - keyopt(7) .....	61
Figura 59: Solid95 in coordinate locali ed in coordinate globali.....	61
Figura 60: Discretizzazione mediante elementi finiti del settore principale .....	62
Figura 61: vincoli di simmetria ciclica.....	62
Figura 62: Espansione ciclica .....	63
Figura 63: Campagna sperimentale per taratura del modello FEM .....	64
Figura 64: Grafico FreND ottenuto dal modello agli elementi finiti .....	65
Figura 65: Grafico FreND numerico con spostamenti modali per ogni famiglia .....	66
Figura 66: a) collegamento disco-mozzo; b) collegamento mozzo-banco ottico .....	67
Figura 67: Dettaglio carrucole collegate ai damper .....	68
Figura 68: Supporto shaker: a) Parte inferiore; b) parte superiore.....	68
Figura 69: a) accoppiamento componenti supporto; b) accoppiamento supporto con lo shaker.....	69
Figura 70: Assieme banco prova .....	70
Figura 71: sx) Schema hammer test blisk; dx) Banco prova in modalità hammer test.....	71
Figura 72: Mesh punti di misura in Hammer test .....	72
Figura 73: Punto di applicazione della forza impulsiva .....	72
Figura 74: sx) Mobility del punto 1; dx) Mobility del punto 93.....	74
Figura 75: Confronto FreND numerico/ sperimentale (Hammer test) .....	75
Figura 76: Risposte vibratorie ottenute con Hammer test .....	77
Figura 77: Confronto risposta tra numerico e sperimentale (Hammer - test) .....	77
Figura 78: SIMO test in Sweep sine.....	78
Figura 79: Mesh punti di misura in SIMO test .....	79
Figura 80: Parametri di generazione Sweep sine in SIMO test .....	79
Figura 81: Confronto FreND numerico/sperimentale (SIMO test) .....	81
Figura 82: Risposte vibratorie ottenute con SIMO test in Sweep sine.....	83
Figura 83: Parametri generazione Sine sweep in MIMO test .....	84
Figura 84: Confronto FreND numerico/sperimentale (MIMO test) .....	85
Figura 85: Risposte vibratorie ottenute con MIMO test in sweep sine .....	86
Figura 86: Mistuning ND5, seconda famiglia modale.....	88
Figura 87:Rotazione dei diametri nodali a seguito del mistuning.....	88
Figura 88: Sfasamento eccitazione in accordo all'IBPA .....	89

Figura 89: Double Excitation BLISK IBPA (DEBI).....	89
Figura 90: sx) Posizione shaker; dx) Distanza angolare in termini di settori principali tra i due shaker .	90
Figura 91: Spostamento modale ND4, prima famiglia modale – Displacement Vector Sum .....	91
Figura 92: Risposta modale rotante (ND4) .....	91
Figura 93: sx) Andamento dell'ampiezza delle forzanti, dx) andamento della fase relativa tra le forzanti .....	93
Figura 94: Modulo e fase della Mobility per le pale 20,19 e 18.....	95
Figura 95: Diagramma di Nyquist .....	96
Figura 96: circonferenza di fitting per B20: sx) Attorno al primo loop 224.52 Hz; dx) attorno al secondo loop 224.8 Hz.....	97
Figura 97: circonferenza di fitting per B19: sx) Attorno al primo loop 224.52 Hz; dx) attorno al secondo loop 224.8 Hz.....	97
Figura 98: circonferenza di fitting per B18 .....	97
Figura 99: Acquisizione scanner dei modi mistuned .....	99
Figura 100: Rappresentazione grafica della presenza dei modi mistuned a ND4.....	99
Figura 101: Presenza dei modi mistunati sulle pale acquisite in MISO-RCT .....	101
Figura 102: Frequenze scannerizzazioni MIMO-RCT .....	101
Figura 103:sx) IBPA 224.52 Hz; dx) distribuzione velocità assiale 224.52 Hz .....	102
Figura 104:sx) IBPA 224.8Hz; dx) distribuzione velocità assiale 224.8Hz .....	102
Figura 105:sx) IBPA 224.3Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 224.3Hz.....	103
Figura 106:sx) IBPA 224.7Hz; Distribuzione velocità assiale 224.7 Hz .....	103
Figura 107:sx) IBPA 225Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 225Hz.....	104
Figura 108:: Vista frontale e posteriore di UPDs cilindrici e coppia di inserti .....	106
Figura 109: Posizionamento inserti e UPDs.....	106
Figura 110: Collegamento fune-UPD .....	107
Figura 111: Piattelli e carrucole.....	107
Figura 112: Convergenza ampiezza e fase eccitazioni .....	108
Figura 113: Risposte in frequenza di un sistema non lineare; la curva tratteggiata denota la condizione instabile, mentre la linea continua quella stabile. La X coincide con la frequenza di jump-up, la circonferenza con la frequenza di jump-down [12] .....	109
Figura 114: Acquisizione backbone FRF con comportamento softening: backbone analitico (linea tratteggiata); Jump-up acquisition (O-rosso), jump-down acquisition (X blu) [13].....	109
Figura 115: MISO-RCT Stepped sine UP and DOWN .....	110
Figura 116: FRF - MISO-RCT Stepped sine UP, Fc=4.51N .....	111
Figura 117: Variazione frequenze di risonanza e ampiezza al variare della forza di eccitazione in Stepped sine UP .....	111
Figura 118: Mobility MISO RCT-Stepped sine up in scala lineare .....	112
Figura 119: Mobility MISO RCT-Stepped sine up in Decibel .....	113
Figura 120: Performance Curve.....	114
Figura 121: Mobility B19 -Fc=8.24N - Fe=1.5N .....	115
Figura 122: sx) IBPA 224.35Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 224.35Hz .....	115
Figura 123: sx) IBPA 225.7Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 225.7Hz .....	116
Figura 124: sx) IBPA 224.1Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 224.1Hz .....	116
Figura 125: sx) IBPA 225Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 225Hz .....	117
Figura 126: sx) IBPA 226Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 226Hz .....	117

## ELENCO DELLE TABELLE

Tabella 1: Esempi di aeromobili dotati di BLISK.....	4
Tabella 2: Equazioni costitutive del modello di contatto .....	24
Tabella 3: Criteri di transizione del modello di contatto .....	24
Tabella 4: Sensori, attuatori, acquisitori/generatori e Software utilizzati.....	36
Tabella 5: Dimensioni trave.....	42
Tabella 6: Parametri Stepped sine in controllo di forza (BEAM) .....	43
Tabella 7: Parametri di acquisizione PSV9.5 (BEAM).....	46
Tabella 8: Test in stepped sine .....	47
Tabella 9: Risultati Stepped sine (T30_1) .....	49
Tabella 10: Acquisizioni eseguite con PSV9.5 .....	50
Tabella 11: Direzione dell'onda vibratoria in funzione del segno della fase .....	53
Tabella 12: INTER BEAM PHASE ANGLE (IBPA).....	55
Tabella 13: Esempio di Loss factor per alcuni materiali [9] .....	59
Tabella 14: Proprietà del materiale.....	64
Tabella 15: Frequenze naturali delle prime tre famiglie modali ottenute mediante ANSYS APDL.....	65
Tabella 16: Parametri di acquisizione - Hammer test.....	73
Tabella 17: Frequenze di risonanza - Hammer test.....	74
Tabella 18: Errore percentuale tra frequenze numeriche e sperimentali .....	76
Tabella 19: Parametri di acquisizione SIMO test in Sweep sine .....	80
Tabella 20: Frequenze di risonanza- Sweep sine .....	80
Tabella 21: Errore percentuale tra numerico e sperimentale (SIMO test) .....	81
Tabella 22: Parametri acquisizione MIMO test in sine sweep .....	84
Tabella 23: frequenze di risonanza - MIMO test.....	85
Tabella 24: Errore percentuale tra numerico e sperimentale (MIMO test) .....	85
Tabella 25: Analisi di sensitività .....	92
Tabella 26: Parametri di eccitazione MISO- RCT Stepped sine .....	93
Tabella 27: Risposta delle pale a 224.5 Hz.....	95
Tabella 28: Smorzamento modi a ND4 .....	98
Tabella 29: Parametri di eccitazione in MIMO-RCT Stepped sine.....	98
Tabella 30: Diametri nodali - ND4.....	100
Tabella 31 : massa di carico e relativa forza centrifuga equivalente .....	107

# 1 Introduzione

## 1.1 Blade Integrated Disk - BLISK

Il settore aeronautico è in continuo sviluppo e divenire con il fine di rendere la navigazione efficiente, sicura e con basso impatto ambientale. Le sfide ingegneristiche in questo campo riguardano ogni aspetto e componente del velivolo. I motori aeronautici sono una parte critica dell'aeromobile e sono caratterizzati da una tecnologia sofisticata, la cui fabbricazione richiede l'impiego di tecniche precise e innovative. Essi devono continuamente migliorare le proprie capacità tecniche, puntando a una maggiore efficienza in termini di riduzione dei consumi di carburante, aumento dell'affidabilità e della sicurezza, nel rispetto delle severe normative ambientali. L'innovazione nella propulsione aeronautica è principalmente rivolta all'uso di nuovi materiali più performanti e a nuove tecniche di progettazione che mirano alla riduzione del peso delle strutture senza intaccare la loro prestazione, mentre tra i requisiti fondamentali per uno sviluppo efficace rientrano la fattibilità tecnologica e l'ottimizzazione dei costi di produzione.

La maggior parte degli aerei civili utilizza motori con turbina a gas (turbomacchine) che appartengono alla categoria *Airbreathing jet engines*. La versione più moderna di questi sistemi è chiamata *Turbofan*, che è data dalla combinazione dei vecchi motori *turbo jet* e il moderno condotto del *fan*. I motori a turbina sono dotati di *dischi palettati* capaci di comprimere l'aria, stadi del compressore, per aumentarne la temperatura e quindi favorire la combustione quando l'aria calda incontra il combustibile nella camera di combustione e di altri dischi palettati di turbina che hanno lo scopo di estrarre lavoro meccanico dai gas generati a seguito della combustione. Nel compressore gli stadi vengono generalmente suddivisi in due gruppi principali. I primi sono gli stadi di bassa pressione, *Low Pressure Compressor (LPC)*, che hanno il compito di ricevere l'aria proveniente dall'ingresso e di fornire un primo incremento di pressione mantenendo elevate le portate. Successivamente l'aria passa agli stadi di alta pressione, noti come *High Pressure Compressor (HPC)*, nei quali viene realizzato un ulteriore e consistente aumento della pressione, necessario per garantire l'efficienza del ciclo termodinamico. A valle della camera di combustione, *Combustion Chamber (CC)*, il flusso caldo e ad alta energia viene espanso attraverso due sezioni principali della turbina. La prima è la turbina di alta pressione, *High Pressure Turbine (HPT)*, che ha lo scopo di estrarre l'energia necessaria ad azionare il compressore di alta pressione. Subito dopo si trova la turbina di bassa pressione, *Low Pressure Turbine (LPT)*, destinata invece a fornire la potenza meccanica per muovere il compressore di bassa pressione e altri ausiliari. Il *Fan* contribuisce in larga parte alla spinta fornita dal motore utilizzando la potenza fornitagli dalla turbina di bassa pressione, il flusso di aria fredda viene spinto verso la parte posteriore del motore con bassa velocità ma elevata portata massica. L'insieme dei processi che avvengono all'interno di un motore a turbina definisce il ciclo termodinamico *Joule-Brayton*.

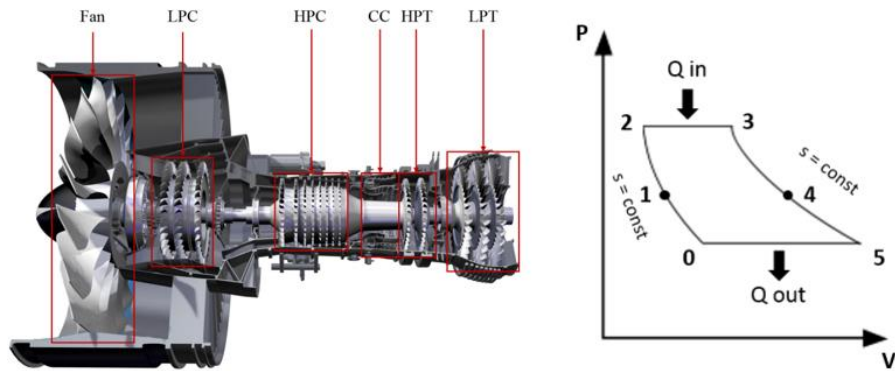


Figura 1: sx) Schema turbofan; dx) Ciclo ideale Joule-Bryton

Tradizionalmente le *palette* vengono innestate nel disco, inserendole ciascuna in un supporto scanalato realizzato su di esso tramite macchina utensile con tolleranze estremamente ridotte per garantire centratura perfetta, uniformità del carico centrifugo e rugosità superficiale controllata in modo da ridurre la concentrazione di stress ed evitare fenomeni di fatica. Le scanalature nei dischi palettati sono di diverse tipologie e forme, scelte in base al tipo di motore, ai carichi centrifughi generati e alle condizioni operative. Nel 1980 [1] nacque una nuova tecnica produttiva per i dischi palettati che consiste nel realizzare in un *unico pezzo* il disco (disk) e le pale (blades). Questa soluzione costruttiva prende il nome di disco con pale integrate, *Blade Integrated Disk*, abbreviato *BLISK*.

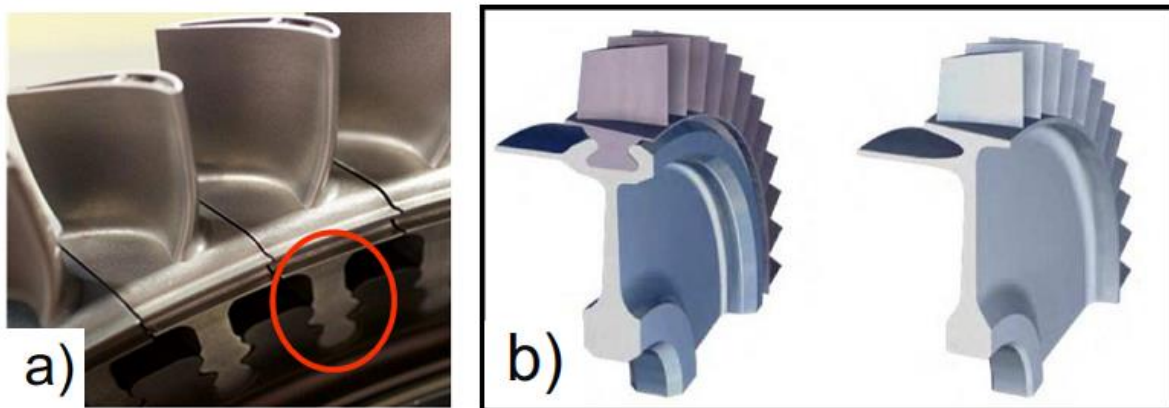


Figura 2: a) Dettaglio innesto pala-disco; b) Disco tradizionale (sx) e BLISK (dx)

### 1.1.2 Vantaggi e svantaggi

I principali *vantaggi* apportati dall'utilizzo del disco con pale integrate sono i seguenti:

- risparmio di peso: ottenuto grazie all'eliminazione delle radici delle pale e delle sedi di attacco sul disco ed è generalmente nell'ordine del 20–30% [1];
- incremento efficienza: Questa tipologia di rotori possono incrementare l'efficienza di un motore fino all'8% [1];
- elevata efficienza aerodinamica: Il BLISK riduce in modo significativo i flussi di trafilamento;
- eliminazione dell'attacco pala-disco: il cui deterioramento per fatica da sfregamento (*fretting*) rappresenta molto spesso il fattore limitante della vita utile del componente.

Gli *svantaggi* di questa tecnologia sono rappresentati dal fatto che esso è interamente di pezzo e quindi se una pala viene fortemente danneggiata è necessario cambiare l'intero disco palettato anziché

la sola paletta fallata, come è invece possibile nei classici dischi con giunzione meccanica essendo questi modulari. Tuttavia il progresso ha permesso la realizzazione di tecniche di riparazione nei BLISK, attuabili però solamente nel caso di danno superficiale o locale, come la ricostruzione per apporto di materiale tramite *additive manufacturing* o *laser cladding* oppure riparazione per sostituzione modulare di pala “*BLISK segment repair*”, dove un piccolo segmento di pala viene saldato o unito al disco. Quest’ultima tecnica è molto meno comune, perché richiede controllo metallurgico estremo e certificazioni aeronautiche severe. Inseguito alla riparazione di un disco palettato integrato sono necessari dei controlli di post-riparazione, tra i quali:

- controllo non distruttivo: ultrasuoni, radiografie e test di vibrazione;
- bilanciamento dinamico: fondamentale in quanto anche piccole differenze di massa possono creare vibrazioni critiche;
- trattamenti termici finali: per ripristinare le proprietà meccaniche del materiale.

I costi di riparazione e fabbricazione dei dischi con pale integrate sono molto elevati e attualmente gli sforzi di sviluppo mirano a ridurre questi svantaggi. Un ulteriore aspetto negativo è rappresentato dal *basso smorzamento strutturale* che lo rende quindi particolarmente suscettibile al fenomeno della fatica ad alto numero di cicli, *High Cicly Fatigue (HCF)*.

### 1.1.3 Applicazioni

A seguito dei vantaggi e gli svantaggi sopra riportati, la tecnologia BLISK viene utilizzata solamente nel compressore del motore a gas, maggiormente negli stadi ad alta pressione, le motivazioni sono le seguenti:

#### 1. **Compressore ad alta pressione (HPC – High Pressure Compressor)**

Motivo dell’uso:

- maggiore efficienza aerodinamica: eliminazione dei flussi di trafileamento tra pala e disco che sono particolarmente presenti in questi stadi essendo la pressione dell’aria molto elevata;
- riduzione del peso del rotore: nessuna radice della pala né supporti meccanici;
- migliore resistenza meccanica: Riduzione degli stress centrifughi grazie all’integrazione disco-pala;
- riduzione del rischio di fatica da fretting: Assenza dell’interfaccia pala-disco.

#### 2. **Compressore a bassa pressione (LPC – Low Pressure Compressor)**

Motivo dell’uso:

- miglior aerodinamica delle pale lunghe;
- risparmio di peso, utile soprattutto nei fan dei turbofan moderni.

Limitazioni:

- le pale sono esposte a *corpi estranei (FOD)*: danni ad un BLISK richiederebbero riparazioni costose o sostituzione dell’intero rotore;
- per motivi di manutenzione, molti motori utilizzano ancora pale modulari innestate.

Il disco con pale integrate non ha ancora applicazioni reali per il settore della *turbina* a causa delle seguenti motivazioni:

- temperature estreme: le pale richiedono raffreddamento interno e materiali differenti rispetto al disco;
- manutenzione frequente: le pale subiscono erosione, creep e fatica termica; con un BLISK la sostituzione di una singola pala sarebbe costosa;
- difficoltà produttiva: integrare pale cave raffreddate con disco in un unico pezzo è estremamente complesso.

Il disco con pale integrate viene fortemente utilizzato nei velivoli odierni. Nella tabella sottostante si riportano alcuni esempi:

<b>Motore</b>	<b>Utilizzo BLISK</b>	<b>Velivolo</b>
EJ200	3 stadi del compressore a bassa pressione 3 stadi del compressore ad alta pressione	Eurofighter Typhoon
PurePower PW1000G (Pratt & whitney)	Rotori del compressore	Airbus A320neo
LEAP (CFM international)	Settore compressore/Fan	Boeing 737 MAX
F-35B's LiftFan (Rolls-Royce/Pratt & Whitney)	Settore LiftFan	F-35B (variante a decollo corto / atterraggio verticale)

*Tabella 1: Esempi di aeromobili dotati di BLISK*

## 2 Dinamica dei rotori

I rotori sono soggetti a una continua interazione tra corrente fluida e struttura che generano carichi di elevata intensità e variabili nel tempo, responsabili di importanti problemi di carattere *vibrazionale*. L'analisi del comportamento dinamico di un rotore consente ai progettisti di studiare il campo degli spostamenti dell'intera struttura in condizioni operative. Risulta fondamentale durante l'analisi porre l'attenzione alle condizioni di risonanza, in quanto causano una risposta vibratoria caratterizzata da un'elevata ampiezza che può comportare la formazione di cricche per fatica ad alto numero di cicli, *High Cycle fatigue (HCF)*, sul disco palettato. La rottura a *HCF* è un evento improvviso dovuto alla rapida propagazione della cricca che compromette l'integrità strutturale del componente. I test sperimentali dinamici hanno il fine ultimo di individuare le frequenze naturali del sistema e le forme modali per le quali si presentano risonanze e risposte indesiderate, verificando che tali frequenze siano al di fuori dell'intervallo di funzionamento del rotore durante la sua vita operativa. Risulta quindi fondamentale studiare e validare configurazioni progettuali innovative e nuovi sistemi di analisi, misura e test che permettano di prevedere in modo accurato il comportamento dinamico della struttura per migliorarne aspetti come costo, sicurezza ed efficienza.

### 2.1 Fenomeni vibratorii nei dischi palettati

I fenomeni vibrazionali possono manifestarsi durante l'intero ciclo di vita di qualsiasi componente o struttura. Essi possono compromettere l'integrità fino a causarne il collasso; per questo motivo è fondamentale prevenirli o quantomeno ridurne l'entità. Le vibrazioni all'interno di una turbomacchina nascono dalla presenza di campi di forza instazionari generati dal moto relativo tra i componenti rotorici e statorici. Le principali cause possono essere suddivise nel seguente modo:

- Vibrazioni dovute all'instabilità della combustione;
- Vibrazioni generate da fenomeni di tipo acustico;
- Squilibrio dinamico a cui sono soggetti i componenti rotorici;
- Vibrazione delle palette.

In un motore aeronautico, le palette costituiscono uno dei componenti maggiormente esposti ai fenomeni vibrazionali a causa della loro notevole snellezza e flessibilità. Tali condizioni rappresentano un aspetto critico, poiché favoriscono l'innescò di cricche e successivi cedimenti dovuti agli elevati livelli di sollecitazione a cui sono sottoposte. L'arresto operativo anche di una singola pala può determinare conseguenze rilevanti, sia in termini economici che di sicurezza. Le vibrazioni di una turbomacchina sono anche classificate in base all'origine della sollecitazione, queste si distinguono principalmente in:

- Vibrazioni di origine meccanica;
- Vibrazioni di origine aerodinamica;
- Vibrazioni di origine termica.

Le vibrazioni di natura meccanica possono sorgere in seguito al contatto tra il tip della palette e la gondola motore oppure a rotture causate da eventuali oggetti esterni risucchiati con il flusso d'aria, mentre la generazione di vibrazioni di origine aerodinamica includono:

- L'interazione tra schiere statoriche e rotoriche (vibrazioni forzate);

- Oscillazioni autoeccitanti di natura aeroelastica (*flutter*);
- L'impatto tra le pale e i getti di raffreddamento;
- Fenomeni di pompaggio o di stallo rotante sul compressore

## 2.2 Caratteristiche modali di un disco palettato

I dischi palettati sono strutture a simmetria ciclica ovvero è possibile individuare un settore fondamentale, il quale se ripetuto  $N$  volte tante quante sono le palette, ricostruisce l'intera geometria della struttura. Si evidenzia che nel caso di un disco palettato, il settore fondamentale coincide con una pala e parte del disco.

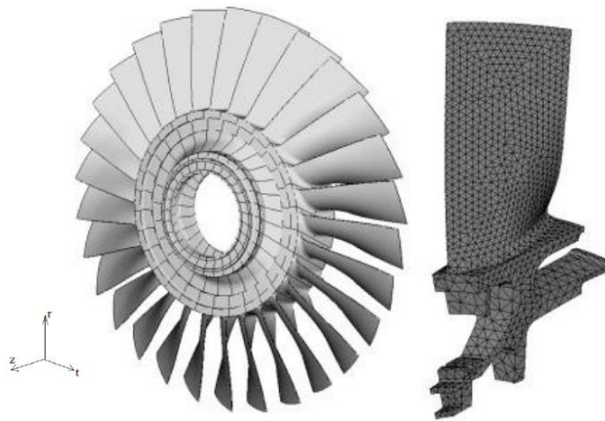


Figura 3: Struttura in simmetria ciclica

Le pale e il disco sottoposti a carichi dinamici possono deformarsi e vibrare in vari modi, caratterizzati da frequenze, forme e ampiezze diverse. La valutazione del comportamento dinamico di una struttura si avvale dell'analisi modale ovvero una tecnica numerica utilizzata per determinare le frequenze naturali e le forme modali.

Un'analisi modale parte dalla definizione dell'equazione del moto:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\}$$

Dove  $[M]$ ,  $[C]$  e  $[K]$  sono rispettivamente le *matrici di massa*, *smorzamento* e *rigidezza*,  $\{x\}$  è il *vettore degli spostamenti* dei vari gradi di libertà del sistema e  $\{f\}$  il *vettore delle forze esterne*. L'analisi modale risolve il precedente sistema algebrico lineare privo di smorzamento e forzanti esterne. Quindi l'equazione precedente si riduce al seguente problema agli autovalori:

$$([K] - \omega_i^2[M])\{u_i\} = \{0\} \quad \text{con: } i = 1, \dots, N$$

Dove  $\omega_i^2$  e  $\{u_i\}$  rappresentano l' $i$ -esimo autovalore e autovettore del sistema. L'individuazione degli autovalori permette di conoscere le *frequenze naturali*, mentre gli autovettori forniscono le *forme modali della struttura*.

Un componente a simmetria ciclica presenta modi propri di vibrare che riflettono la sua geometria periodica, perciò, si verifica che la maggior parte delle frequenze naturali sono ortogonali a coppie. Con il termine ortogonale intendiamo una caratteristica di ortogonalità modale, non geometrica, in quanto il prodotto scalare fra i due modi della coppia è nullo. Ciò significa che nei dischi la frequenza propria non cambia ruotando la deformata modale di un angolo arbitrario.

I possibili modi di una struttura di questo tipo possono essere raggruppati in *tre classi*, che dipendono dal moto relativo tra i singoli settori [2]:

1. Prima classe: tutti i settori vibrano con la stessa fase, cioè punti corrispondenti in settori diversi si sposteranno in modo identico e nello stesso istante occuperanno posizioni identiche lungo il disco. Questa deformata modale viene descritta attraverso un singolo autovalore e autovettore e si parla di *modo o onda stazionaria*.

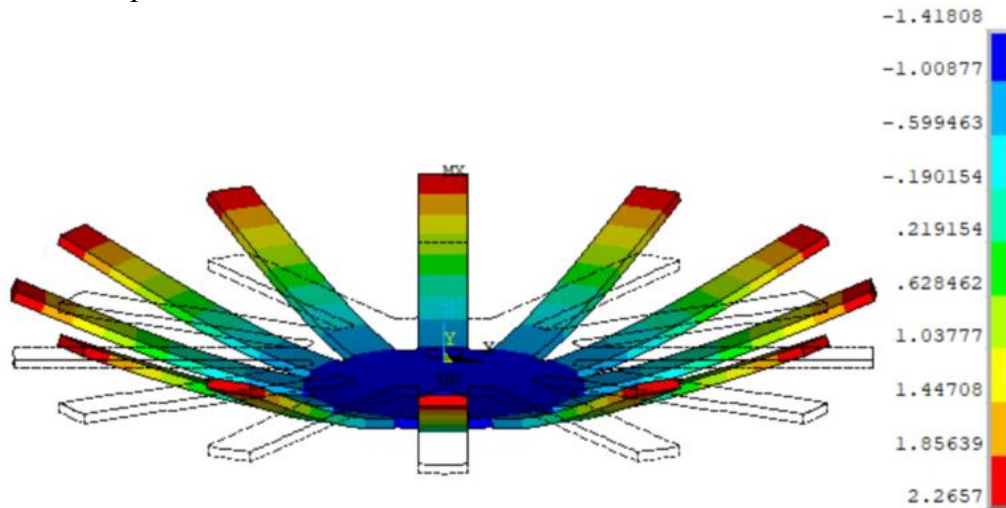


Figura 4: Esempio di modo stazionario in fase

2. Seconda classe: ogni settore ha la stessa forma modale del precedente o successivo, ma vibra in opposizione di fase, cioè quando lo spostamento di un punto di un settore è massimo, lo spostamento del punto corrispondente del settore vicino è minimo. Come nel caso precedente il *modo è stazionario* e se il numero di settori è pari è espresso con un singolo autovalore e autovettore, altrimenti se dispari gli autovettori sono due per un singolo autovalore.

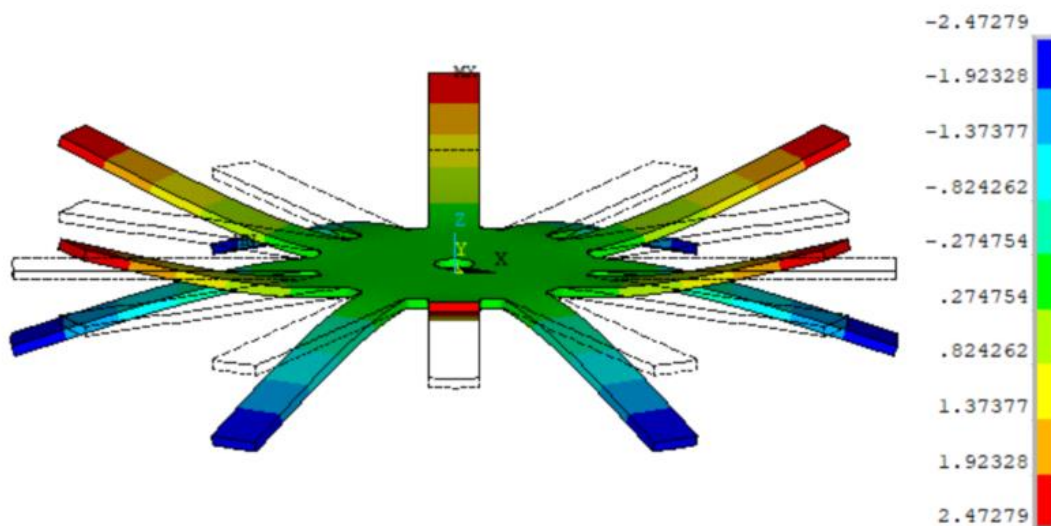


Figura 5: Esempio di modo stazionario in antifase

3. Terza classe: le restanti forme modali hanno i singoli settori che si muovono in modo sfasato rispetto a quelli vicini. Ciascuna di queste forme modali viene descritta da una coppia di autovettori ortogonali corrispondenti al medesimo autovalore. La loro combinazione determina un'onda o modo rotante.

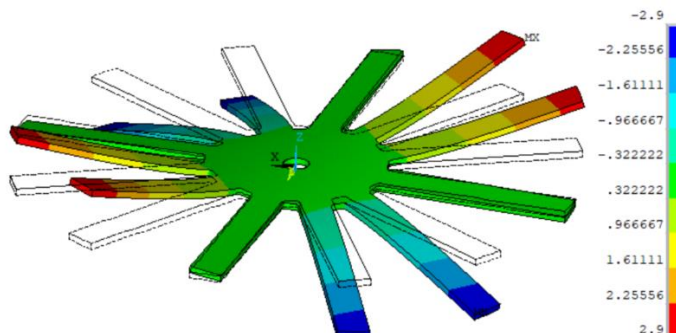


Figura 6: Esempio di modo rotante

Un'onda stazionaria nel tempo è caratterizzata dal possedere i punti nodali fissi, mentre l'ampiezza dell'onda e quindi lo spostamento è variabile. Si riporta un'immagine esplicativa del fenomeno:

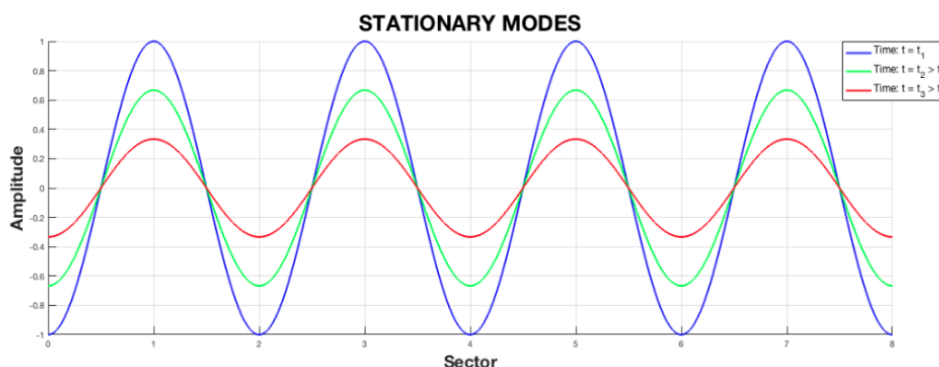


Figura 7: Onda stazionaria

Un'onda rotante, invece, si sposta sul disco in direzione circonferenziale, imponendo a tutti i punti del sistema un andamento sinusoidale con ampiezza massima. Tutti i punti vengono perciò attraversati dall'onda di ampiezza massima, mentre nel caso descritto in precedenza solamente alcuni di questi seguivano la sinusoide di massimo spostamento.

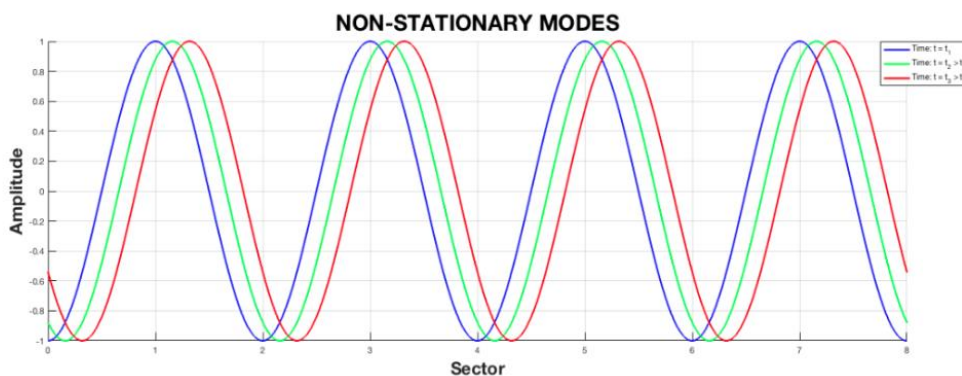


Figura 8: Onda rotante

Un parametro fondamentale per descriverne i modi è il *diametro nodale* (*Nodal Diameter, ND*). Il diametro nodale rappresenta il *numero di linee nodali diametrali* che attraversano il centro del disco, lungo le quali lo spostamento è nullo. All'aumentare di ND, la deformata diviene sempre più complessa. Oltre ai diametri nodali è possibile anche individuare sul disco una serie di *circonferenze nodali*, lungo le quali lo spostamento è nullo. L'identificazione dei diametri nodali è fondamentale durante le analisi modali di strutture cicliche, in quanto permette di comprendere rapidamente la forma modale e quindi le condizioni operative in cui il componente può andare in risonanza. Queste sono informazioni cruciali, in quanto possono essere sfruttate per i seguenti fini:

- consentono di identificare i modi critici che possono interagire con le forzanti aerodinamiche periodiche;
- rendono possibile la valutazione di fenomeni come il *flutter* o la *risonanza di ordine*;
- offre una rappresentazione sintetica e chiara del comportamento dinamico dell'intero sistema ciclico, riducendo un problema complesso a uno schema basato su pochi parametri.

Per completare ulteriormente la descrizione del campo cinematico di una data forma modale risulta necessaria l'introduzione del parametro denominato *Interblade Phase Angle (IBPA)*. Questo parametro rappresenta l'angolo di fase fra due settori o pale adiacenti del disco ed è definito come:

$$\varphi_{ND} = \frac{2\pi}{N} \cdot ND$$

Per un disco palettato costituito da  $N$  settori, il numero ND dei diametri nodali varia secondo la seguente legge:

$$\begin{cases} 0 \leq ND \leq \frac{N}{2} & \text{Se } N \text{ è pari} \\ 0 \leq ND \leq \frac{N-1}{2} & \text{Se } N \text{ è dispari} \end{cases}$$

I diametri nodali suddividono il disco palettato in settori vibranti che assumono le seguenti deformate:

- Un modo a  $ND = 0$ : corrisponde a vibrazione in fase di tutte le palette,  $\varphi_{ND} = 0$ , e quindi un modo stazionario della prima classe.
- Un modo a  $ND = N/2$ : esprime una vibrazione delle pale in opposizione di fase,  $\varphi_{ND} = \pm\pi$ , tra loro; perciò, si verifica un modo stazionario della seconda classe.
- I restanti modi, ND intermedi, appartengono alla terza classe esplicando un modo rotante.

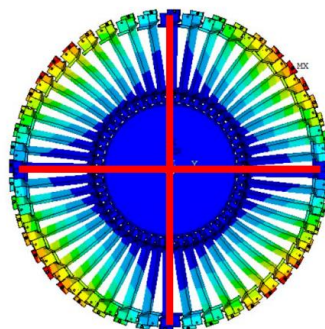


Figura 9: Esempio di modo a diametro nodale due

Quindi possiamo concludere che nel caso in cui il numero di settori di disco palettato sia *pari*, solo i modi riferiti al diametro nodale nullo e all'ultimo sono singoli, ovvero possiedono una sola frequenza naturale (autovalore) e forma modale (autovettore) e quindi esplicano un modo stazionario. I modi a ND intermedi possiedono due frequenze naturali coincidenti (due autovalori identici) e due forme modali in quadratura (due autovettori) che combinate generano una risposta rotante.

## 2.3 Analisi in simmetria ciclica

La configurazione circolare e simmetrica dei dischi palettati consente l'impiego di tecniche di riduzione del modello (*Reduced Order Modeling*), finalizzate a diminuire il numero di gradi di libertà e, di conseguenza, il costo computazionale necessario per la soluzione della risposta dinamica. Per la determinazione di quest'ultima è fondamentale conoscere le forme modali del disco, le quali possono essere ottenute analizzando un singolo settore e imponendo adeguati vincoli di simmetria ciclica. Tali condizioni consentono al settore fondamentale di riprodurre in maniera fedele il comportamento dinamico dell'intera struttura [2].

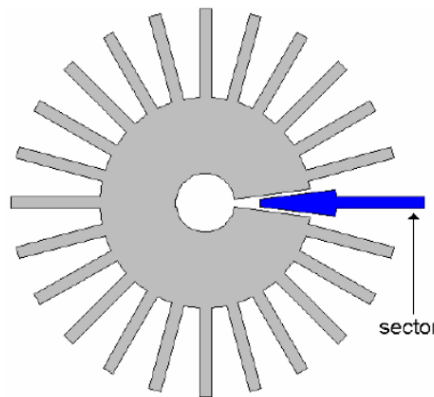


Figura 10: settore fondamentale

Individuato il settore fondamentale rappresentativo dell'intera geometria della struttura è possibile riconoscere l'interfaccia di sinistra e di destra.

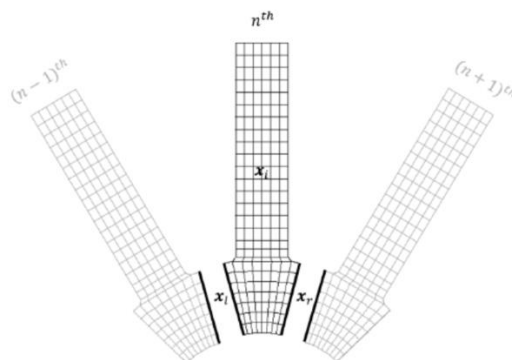


Figura 11: Suddivisione struttura a simmetria ciclica

Partizionando il vettore dei gradi di libertà *GDL* dell'intera struttura  $x_{cs}$  come segue:

$$x_{cs} = \begin{Bmatrix} x_L \\ x_I \\ x_R \end{Bmatrix}$$

Dove:

- $x_L$  sono i *GDL* appartenenti all'interfaccia sinistra del settore fondamentale e sono in numero pari a tre volte il numero di nodi dell'interfaccia di sinistra  $3n_L$
- $x_I$  sono i *GDL* interni al settore pari a tre volte il numero di nodi del settore principale  $3n_I$ ;
- $x_R$  sono i *GDL* appartenenti all'interfaccia destra e in numero tale che  $3n_R = 3n_L$  (condizione fondamentale per poter imporre il vincolo di simmetria ciclica).

Analogamente può essere suddiviso il vettore delle forzanti esterne:

$$f_{CS} = \begin{Bmatrix} f_L \\ f_I \\ f_R \end{Bmatrix}$$

Per cui nell'equazione del moto, la matrice di massa  $M$  e rigidezza  $K$  possono essere riscritte rispettando tale suddivisione:

$$M = \begin{bmatrix} M_{LL} & M_{LI} & M_{LR} \\ M_{IL} & M_{II} & M_{IR} \\ M_{RL} & M_{RI} & M_{RR} \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LI} & K_{LR} \\ K_{IL} & K_{II} & K_{IR} \\ K_{RL} & K_{RI} & K_{RR} \end{bmatrix}$$

Le condizioni al contorno da applicare al settore fondamentale dovute al vincolo di simmetria ciclica risultano quindi:

- Continuità:  $x_{R,k} = x_{L,k+1}$ ;
- Equilibrio:  $f_{R,k} = f_{L,k+1}$ ;

A causa della simmetria circolare, quando il disco assume una determinata forma modale, il moto di due nodi omologhi all'interfaccia è caratterizzato da un ritardo di fase *IBPA*, il cui comportamento è espresso dalla seguente equazione:

$$x_R = x_L e^{i\varphi_{ND}}$$

Dove  $x_L$  sono considerati i *GDL* indipendenti che vengono mantenuti dopo la riduzione e  $x_R$  i *GDL* dipendenti. Per quanto riguarda l'equilibrio, si ha che le forze sull'interfaccia destra sono in opposizione di fase rispetto a quelle agenti sull'interfaccia sinistra ( $k + 1$ ):

$$f_R = -f_L e^{i\varphi_{ND}}$$

Il vettore  $x_{CS}$  diventa quindi:

$$x_{CS} = \begin{Bmatrix} x_L \\ x_I \\ x_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ I e^{i\varphi_{ND}} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_L \\ x_I \end{Bmatrix} = T^{ND} \begin{Bmatrix} x_L \\ x_I \end{Bmatrix}$$

$T^{ND}$  è la matrice di trasformazione e  $[x_L \quad x_I]^T$  è il vettore di *GDL* ridotto sotto il vincolo di simmetria ciclica riferito al diametro nodale *ND*. Applicando tale trasformazione il problema agli autovalori calcolato per  $\varphi_{ND}$  diventa:

$$(K^{ND} - \omega_i^2 M^{ND}) z_i^2 = 0$$

Dove:

$$K^{ND} = (T^{ND})^T K T^{ND} \quad M^{ND} = (T^{ND})^T M T^{ND}$$

Il problema ridotto avrà  $3(n_L + n_I)$  gradi di libertà anziché  $3(2n_L + n_I)$  riducendo notevolmente il calcolo computazionale. Scegliere un valore di  $\varphi_{ND}$  significa imporre un determinato sfasamento tra i settori. Per ogni valore di  $\varphi_{ND}$  si possono quindi ricavare tutte le forme modali che presentano quel determinato sfasamento tra i settori. Per ogni *IBPA* ottengo autovalori e autovettori che descrivono frequenza propria e forma modale di vibrazione. Variando  $\varphi_{ND}$  all'interno dei suoi valori ammissibili, si ottengono tutte le forme modali della struttura, analizzando soltanto il singolo settore.

I valori che  $\varphi_{ND}$  può assumere differiscono a seconda che il numero di settori in cui è divisa la struttura completa sia pari o dispari. Se il numero di settori  $N$  è pari, i valori di *IBPA* per tutte le classi di modi saranno  $N/2 + 1$ :

$$\varphi_{ND} \in \left[-\pi, -\frac{2\pi\left(\frac{N}{2}-1\right)}{N}, \dots, \frac{-4\pi}{N}, \frac{-2\pi}{N}, 0, \frac{4\pi}{N}, \frac{2\pi}{N}, \dots, \frac{2\pi\left(\frac{N}{2}-1\right)}{N}, \pi\right]$$

Al contrario per un numero di settori dispari saranno  $(N+1)/2$ :

$$\varphi_{ND} \in \left[-\frac{2\pi\left(\frac{N}{2}-1\right)}{N}, \dots, \frac{-4\pi}{N}, \frac{-2\pi}{N}, 0, \frac{4\pi}{N}, \frac{2\pi}{N}, \dots, \frac{2\pi\left(\frac{N}{2}-1\right)}{N}, \pi\right]$$

## 2.4 Famiglie modali e diagramma *FreND*

Un generico campo di spostamento caratterizzato da un determinato numero di diametri nodali, per un sistema continuo, si manifesta teoricamente per infinite frequenze di risonanza avendo tale sistema infiniti gradi di libertà. Nel caso di elementi finiti invece sarà un numero finito, ma elevato. Tuttavia, nella pratica ingegneristica, si concentra l'analisi in un numero limitato di modi per ogni diametro nodale, in particolare quelli caratterizzati da frequenze di risonanza più basse e quindi da fattori di partecipazione modale elevati. Stabilito arbitrariamente il numero di modi da considerare per ogni *ND*, si può ricorrere ad una rappresentazione sintetica del comportamento dinamico del disco diagrammando le frequenze di risonanza in funzione del numero *ND* di diametri nodali (*FreND diagram*), andando così a definire le *Famiglie Modali* [2].

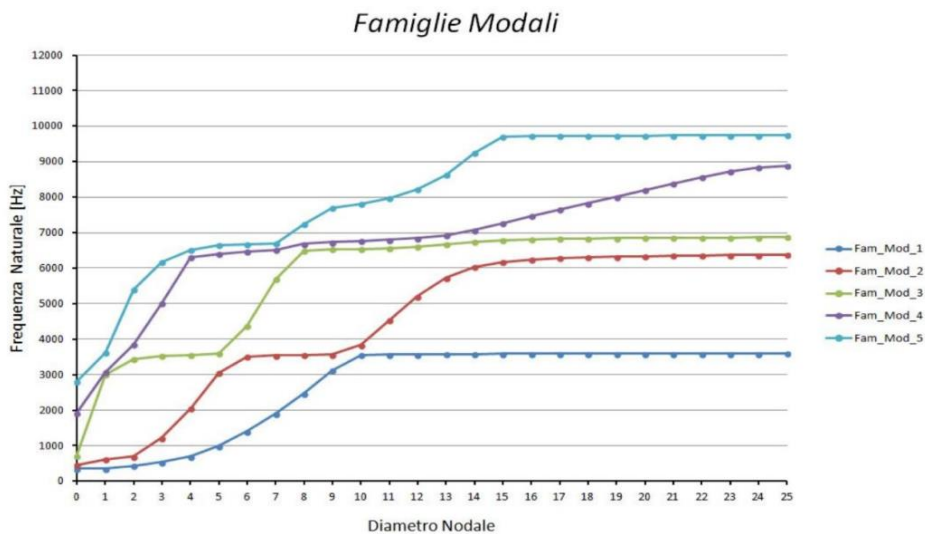


Figura 12: Esempio di diagramma *FreND*

Una *famiglia modale* è un insieme di frequenze, una per ogni diametro nodale. La prima famiglia modale, per esempio, corrisponde all'insieme delle prime frequenze di ogni modo, la seconda famiglia modale è l'insieme delle seconde frequenze per ogni modo e così via. Dal grafico sopra riportato, si può notare come le famiglie modali abbiano un andamento crescente in frequenza per bassi ND, mentre l'andamento tende generalmente ad essere asintotico all'aumentare dei diametri nodali.

I modi di vibrare per bassi ND sono tipicamente *modi di disco*, cioè modi di vibrare dove le deformazioni avvengono maggiormente sulla zona del disco, mentre la deformazione delle pale si può ritenere trascurabile. Invece per elevati valori di ND, avviene l'opposto, ovvero le pale vibrano in modo più importante rispetto al disco. Questi modi vengono comunemente chiamati *modi di pala*, in quanto il disco a tali frequenze risulta estremamente rigido, mentre le pale si deformano. I modi di pala che comunemente si riscontrano si possono distinguere in 4 principali categorie:

1. flessionali;
2. torsionali;
3. edgewise;
4. flapwise.

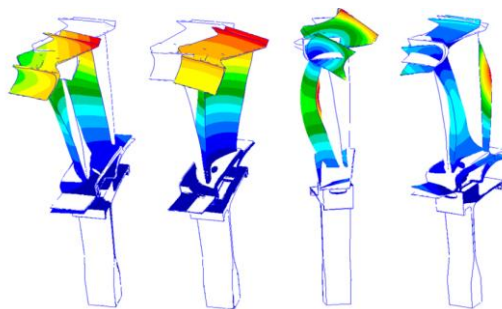


Figura 13: Modi di pala (in ordine): Edgewise, Flapwise, Flessionale, Torsionale

In alcuni casi si può avere un modo di vibrare che è dato dalla combinazione delle forme modali presentate. Infatti, salendo con l'ordine della famiglia modale si ottengono vibrazioni sempre più complesse, descrivibili tipicamente come combinazione di modi flesso-torsionali. È importante evidenziare come ciascuna famiglia raggruppa un caratteristico comportamento vibratorio.

Si riporta il seguente grafico con il fine di rendere visivamente comprensibile il fenomeno sopra descritto:

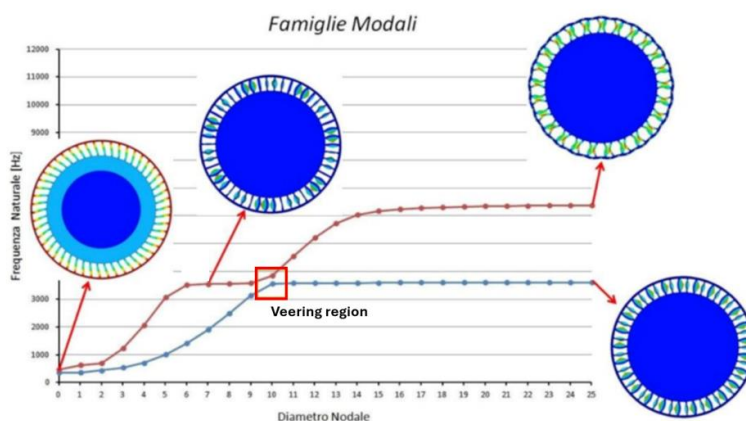


Figura 14: Esempio di famiglie modali in un diagramma FreND

Nella figura precedentemente riportata è stata evidenziata la *zona di Verring*. Questa regione evidenzia la zona dove le curve che rappresentano le famiglie modali si avvicinano. Nella zona di Verring le famiglie modali si scambiano i modi di vibrare. A causa del mescolamento dei modi, è quindi importante comprendere quale modo appartiene alla specifica famiglia modale.

## 2.5 Risposta forzata

L'analisi modale risolve il moto di una struttura a meno di una costante. Affinché si voglia predire lo spostamento che essa assume sotto l'azione di una forzante variabile nel tempo, è necessario condurre un'analisi forzata. Per poter avviare l'analisi della risposta forzata, risulta prima necessario esaminare le tipologie di eccitazioni esterne che possono agire su un disco palettato durante le condizioni operative. Se si considerasse un campo di pressione fisso nello spazio e costante nel tempo, un rotore inserito in un condotto assialsimmetrico sarebbe soggetto a un campo di pressione costante. Tuttavia, la presenza degli *statori a monte e a valle* dello stadio rotorico o di una *camera di combustione anulare*, rompe tale simmetria. In queste condizioni, un punto appartenente a un generico settore del rotore, che ruota con velocità angolare  $\Omega$  all'interno di tale campo, è soggetto ad una pressione variabile nel tempo, che si ripete ciclicamente al termine di ogni giro completo del rotore.

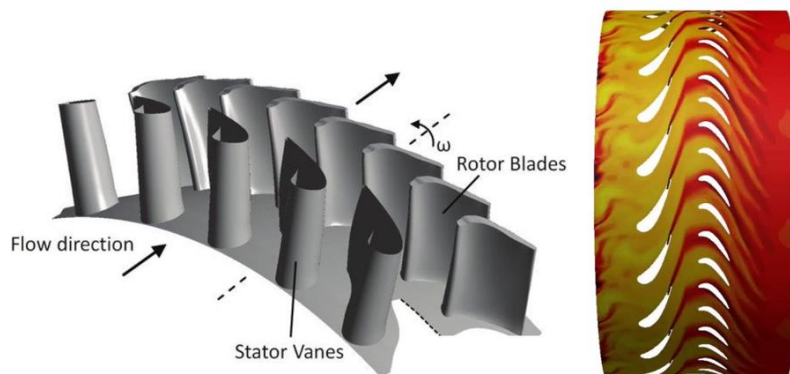


Figura 15: Generazione delle forzanti rotanti da parte dei vani statorici

L'andamento della forza aerodinamica possiede un numero di picchi pari al numero degli statori di fronte ai quali il singolo settore passa durante un giro completo.

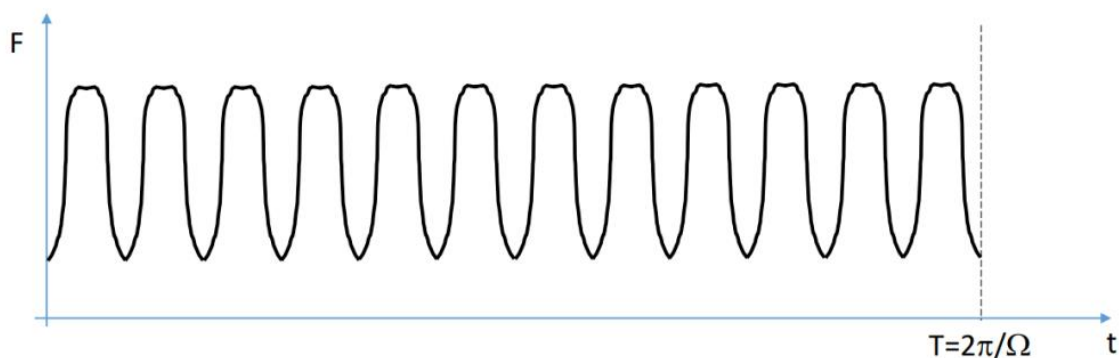


Figura 16: Forzante aerodinamica

Nel caso in cui il campo di pressioni sia stazionario, la forza agente sul rotore presenta un andamento periodico nel tempo. Inoltre, tutti i settori della struttura risultano soggetti alla medesima

sollecitazione, differenziandosi unicamente per uno sfasamento temporale pari a  $\Delta t$  tra due settori adiacenti. La seguente trattazione sfrutterà le condizioni sopra riportate.

Consideriamo una forzante armonica  $f(t)$ :

$$\begin{cases} f_{\theta^*}(t) = F_0 \cos(\omega t) = F_0 \cos(N\Omega t) \\ f_{\theta \neq \theta^*}(t) = 0 \end{cases}$$

Dove  $\omega$  rappresenta la frequenza della forzante,  $N$  il numero di pale,  $\Omega$  la velocità di rotazione del disco,  $\theta$  l'angolo di rotazione e  $\theta^*$  l'angolo tra il disco e la forzante.

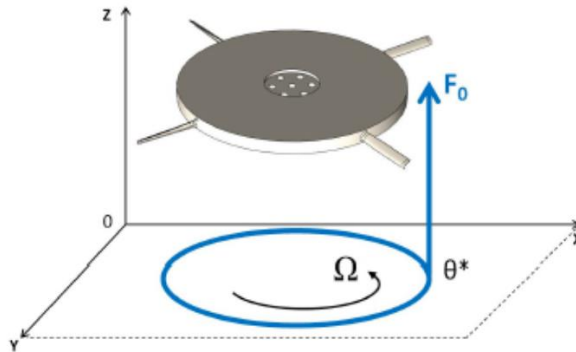


Figura 17: Forzante armonica in un sistema di riferimento fisso

La forzante in quanto periodica può essere scomposta in serie di Fourier nell'angolo giro come somma di infiniti contributi armonici:

$$f_{\theta}(t) = \frac{F_0}{\pi} \sum_{n=0}^{+\infty} \cos [n(\theta - \theta^*)] \cos (\omega t)$$

Dove  $n$  rappresenta il generico indice armonico.

La forzante viene quindi scomposta nello spazio attraverso *Fourier*. Si riporta un'immagine per rendere la trattazione maggiormente comprensibile.

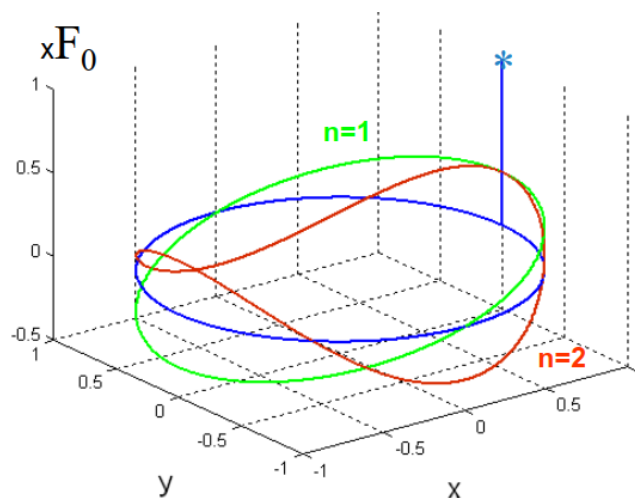


Figura 18: Scomposizione spaziale di una forzante armonica nel sistema di riferimento fisso

La scrittura precedentemente riportata è valida solamente in un sistema di riferimento fisso, mentre in uno rotante è opportuno operare un cambiamento di variabile.

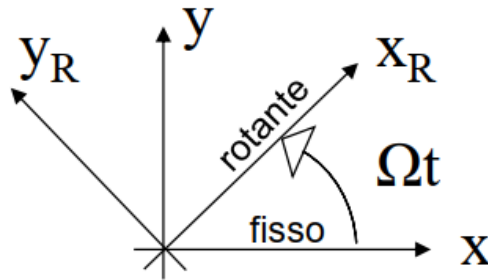


Figura 19: Sistema di riferimento rotante

Il cambiamento di variabile è del tipo  $\theta = \theta_R + \Omega t$  e si ottiene il seguente sviluppo in serie:

$$f_{\theta,R}(t) = \frac{F_0}{2\pi} \sum_{n=0}^{+\infty} \{ \cos[(\omega - n\Omega)t] \cos(n\theta_R) + \sin[(\omega - n\Omega)t] \sin(n\theta_R) + \cos[(\omega + n\Omega)t] \cos(n\theta_R) + \sin[(\omega + n\Omega)t] \sin(n\theta_R) \}$$

Dove  $\theta_R$  è l'angolo tra i due sistemi di riferimento.

Dall'equazione sopra riportata, si evince che ciascuna pala vede nel sistema di riferimento rotante due forze eccitanti rotanti aventi frequenza:

1. *Forzante forward*: termine con  $\omega_f = \omega - n\Omega$  ha verso concorde alla velocità di rotazione del disco;
2. *Forzante backward*: termine con  $\omega_b = \omega + n\Omega$  ha verso opposto a quello della velocità di rotazione del disco.

Si riporta un'immagine esplicativa dei due fenomeni:

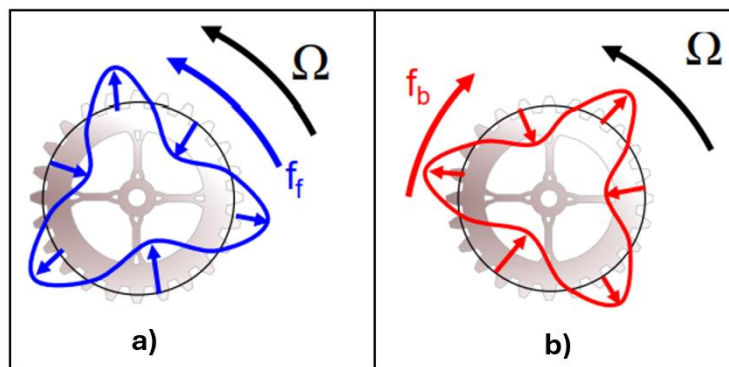


Figura 20: Distribuzione forzante in un sistema di riferimento rotante: Forzante forward (a); Forzante backward (b).

le frequenze di eccitazione nel sistema di riferimento rotante possono essere riscritte in funzione del numero di pale  $N$  e dell'indice armonico  $n$  come segue:

$$\begin{cases} \omega_f = \Omega(N - n) \\ \omega_b = \Omega(N + n) \end{cases}$$

Nell'analisi della risposta forzata è fondamentale introdurre un parametro adimensionale denominato *Engine Order (EO)* che identifica le componenti armoniche delle forzanti periodiche generate dalla rotazione di un rotore. Questo parametro viene così definito nel caso *forward* e *backward*:

$$\begin{cases} EO_f = \frac{\omega_f}{\Omega} = (N - n) \\ EO_b = \frac{\omega_b}{\Omega} = (N + n) \end{cases}$$

Inoltre, possiamo quindi riscrivere:

$$\begin{cases} \omega_f = \Omega EO_f \\ \omega_b = \Omega EO_b \end{cases}$$

L'*engine order* è quindi definito a livello matematico come un multiplo della frequenza di rotazione, ma fisicamente descrive la periodicità spaziale della forzante lungo la circonferenza del disco. Infatti, esso definisce non solo quante volte al secondo un certo evento si ripete, ma anche la forma che la distribuzione di questo carico assume nello spazio angolare. Un *EO* pari a uno corrisponde a una distribuzione della forzante che presenta un unico massimo e un minimo lungo il giro completo; un *EO* pari a due genera invece due massimi e due minimi, quindi una periodicità doppia nello spazio, e così via per ordini superiori.

Questa caratteristica è cruciale perché i modi propri dei dischi a simmetria ciclica sono caratterizzati da un certo numero di diametri nodali, ossia da una specifica periodicità spaziale: un modo con *ND* diametri nodali può essere efficacemente eccitato solo da una forzante che presenti lo stesso schema di ripetizione spaziale portando così la struttura in risonanza. Ne consegue che l'*Engine Order* non si limita a classificare le armoniche della rotazione, ma costituisce anche il parametro che permette di stabilire la compatibilità tra la distribuzione spaziale della forzante e la forma modale del sistema, condizione necessaria per l'insorgere della risonanza.

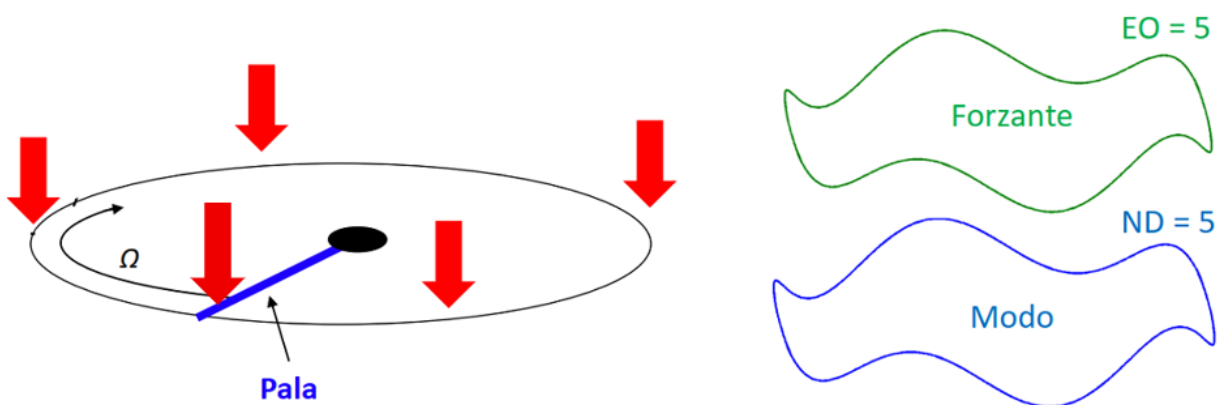


Figura 21: Engine Order e distribuzione spaziale delle forzanti

Gli EO con cui si eccita il disco si determinano tramite la seguente relazione:

$$EO = m \cdot i \quad \text{con } m = 0, 1, \dots$$

Dove  $i$  rappresenta il numero di forzanti agenti sul rotore durante una rotazione completa; in condizioni operative tale valore coincide con il numero di suddivisioni del flusso generate dai canali statorici, che interagiscono con il rotore.

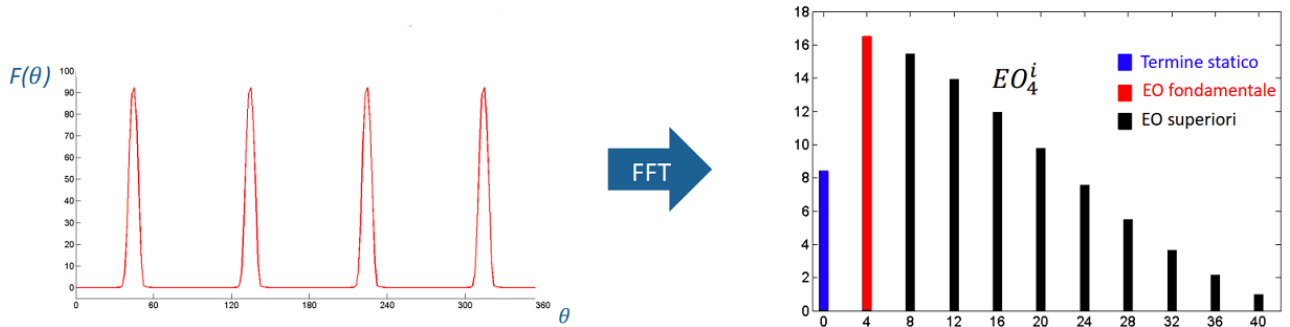


Figura 22: Esempio di EO generati nel caso di 4 forzanti che agiscono sul disco in un giro completo

## 2.6 Diagramma di Campbell

In generale l'equazione che descrive l'Engine Order, viene così definita:

$$EO = m \cdot N \pm ND \quad \forall m \in \mathbb{N}$$

L'Engine Order per  $m = 0$  è pari al numero di diametri nodali  $ND$ . Questo fenomeno può essere spiegato dal fatto che la forma della forzante rotante si adatta esattamente alla deformata modale, di conseguenza si ha la massima amplificazione della risposta quando la frequenza di eccitazione coincide con la frequenza naturale del modo. Se ad esempio si considera una forzante caratterizzata da  $EO = 2$  con frequenza prossima alla frequenza naturale, allora questa potrà eccitare in risonanza modi che presentano due diametri nodali. Tutti gli altri modi caratterizzati da  $ND \neq 2$  non possono essere eccitati. Matematicamente questo trova spiegazione nell'ortogonalità fra la forma della forzante ed il modo: la proiezione della forza sul modo, ovvero la forza modale, è nulla.

Invece per  $m \neq 0$  la condizione di risonanza è meno intuibile e risiede nel fenomeno dell'*aliasing*. In questo fenomeno la forma della forzante rotante viene campionata in modo scorretto dalle pale così da ricopiare il caso precedente ovvero  $m=0$  e quindi  $EO=ND$ .

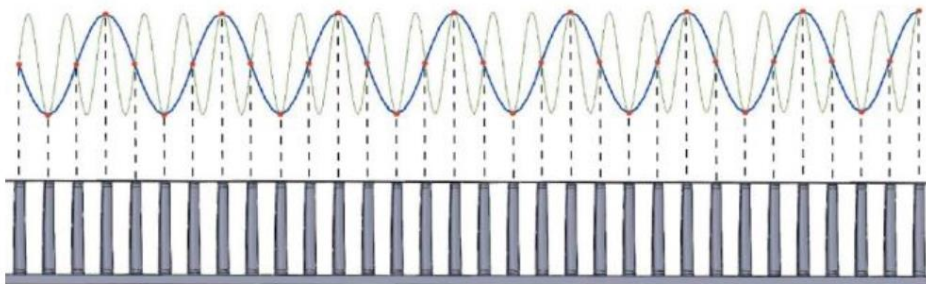


Figura 23: Effetto aliasing

La velocità di rotazione del disco determina la frequenza che assumono le forzanti. L'analisi di tali forzanti risulta fondamentale nello studio della dinamica dei rotori, in quanto consente di individuare le condizioni di risonanza che possono verificarsi durante il funzionamento dei sistemi rotanti. A questo scopo viene impiegato il *diagramma di Campbell*, un grafico che rappresenta l'andamento delle frequenze naturali del disco e delle frequenze di eccitazione associate a specifici *Engine Orders*, in funzione della velocità di rotazione.

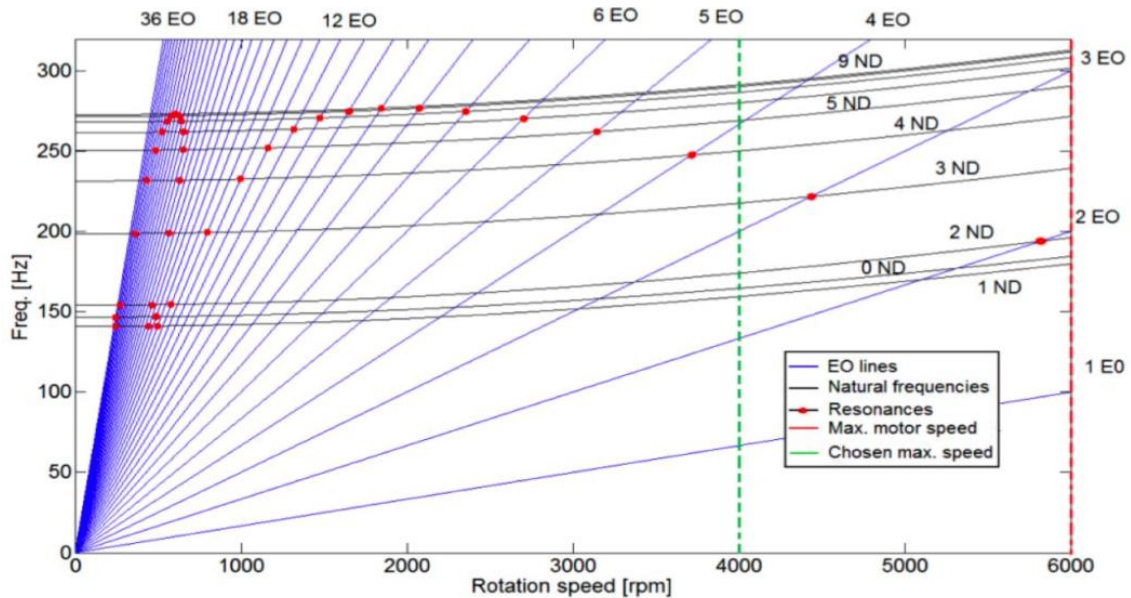


Figura 24: Diagramma di Campbell

Se consideriamo una famiglia modale per volta, possiamo costruire un diagramma nel quale le potenziali condizioni di risonanza sono individuabili da tutti gli incroci tra i due tipi di curve. Come riportato in precedenza, si verifica il fenomeno della risonanza quando la forma e la frequenza della forzante coincide con la frequenza e la forma del modo strutturale del rotore. Perciò non tutti gli incroci tra gli EO e le frequenze naturali del sistema causano una risonanza.

Nel grafico sopra riportato si sono evidenziati gli incroci che causano risonanza attraverso l'utilizzo di un pallino rosso. È evidente dalla figura che il numero di incroci tra frequenze naturali ed *engine order* è decisamente alto. Risulta doveroso evidenziare come sperimentalmente le frequenze naturali ad elevate velocità di rotazione tendono a variare e a portarsi a valori più elevati per lo stesso diametro nodale, si vedano le linee orizzontali del diagramma di Campbell sopra riportato. Questo fenomeno è causato dall'*irrigidimento delle pale* causato dalla *forza centrifuga*.

## 2.7 Mistuning

La fabbricazione di un disco palettato introduce intrinsecamente delle distorsioni che rende le pale non perfettamente uguale tra loro in termine di massa e rigidità. Anche l'usura o il possibile danneggiamento sono causa della differenza tra un settore e gli altri appartenenti al disco palettato. Le differenze intrinseche tra le palette prendono il nome di *Mistuning*.

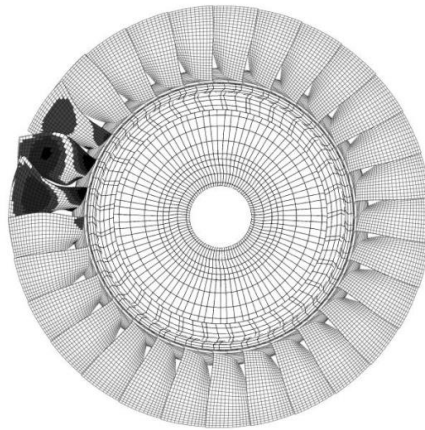


Figura 25: Localizzazione di una forma modale a causa di mistuning

Gli scostamenti fanno cadere il concetto di settore principale precedentemente introdotto. Perciò la risoluzione in simmetria ciclica non rispecchia totalmente la risposta dinamica reale del disco palettato. In particolare, gli effetti del *mistuning* sul comportamento dinamico dei dischi palettati possono essere:

- sdoppiamento delle frequenze naturali doppie;
- distorsione delle forme modali, le quali perdono il loro andamento armonico lungo la direzione circonferenziale;
- la risposta dinamica tende a localizzarsi, con alcune palette che presentano ampiezze di vibrazione significativamente superiori rispetto ad altre, e in particolare maggiori di quelle previste assumendo la validità dell'ipotesi di simmetria ciclica.

In funzione dell'intensità del mistuning si distinguono due principali condizioni. Nel caso di *small mistuning*, la forma modale del settore rimane sostanzialmente invariata, mentre varia la distribuzione delle ampiezze modali tra le diverse palette. Tale comportamento è generalmente attribuibile alle inevitabili differenze derivanti dai processi di fabbricazione e assemblaggio, nonché ai fenomeni di usura che si manifestano durante il funzionamento. Al contrario, il *large mistuning* comporta una modifica significativa sia della forma modale del settore sia della distribuzione delle ampiezze tra le palette. Questa condizione è solitamente associata a danni strutturali più gravi, quali la formazione di fessure o un'elevata usura che alterano in modo sensibile la geometria delle palette.

### 3 Strutture non lineari

Generalmente si impone la validità di linearità di un sistema (struttura), con il fine di semplificare i problemi con  $N$  gradi di libertà, in una serie di equazioni ad un singolo grado di libertà e sfruttare il principio di sovrapposizione degli effetti per poter studiare l'effetto combinato di più forzanti che agiscono contemporaneamente sul sistema.

L'ipotesi di linearità è tuttavia valida fino a quando i parametri del sistema rimangono all'interno di un dato intervallo di valori, oltre il quale manifesta un comportamento non-lineare. Le principali non-linearità possono essere dovute a:

- grandi deformazioni elastiche;
- deformazioni e tensioni in campo plastico;
- contatto – smorzamento per attrito.

Le prime due tipologie possono essere definite globali, in quanto interessano l'intero sistema o parti di esso. La terza tipologia è invece localizzata alle superfici di interfaccia tra diversi componenti della struttura.

#### 3.1 Smorzamento per attrito

Come descritto in precedenza i componenti di un motore aeronautico sono fortemente soggetti a vibrazioni che possono comportare anche la rottura di essi con conseguenza catastrofica. Per poter ridurre l'effetto delle vibrazioni si tende a progettare dischi palettati con elementi di contatto, i quali dissipano l'energia di deformazione attraverso l'attrito. Soluzioni costruttive di questa tipologia sono diverse:

- Shroud: Smorza la vibrazione al tip (punta) della pala.
- Attacco pala: Riduce le vibrazioni alla radice della pala.
- Smorzatori sotto-pala: attenuano gli spostamenti relativi tra le piattaforme di palette adiacenti.

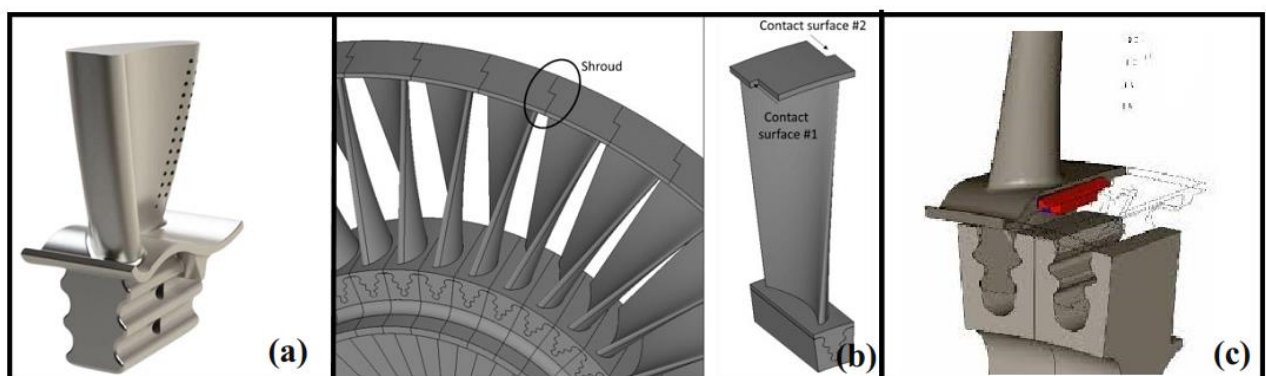


Figura 26: Tipologie di smorzatori in un disco palettato: a) attacco pala, b) Shroud e c) Smorzatore sotto pala

Il vantaggio principale dello smorzamento per attrito è che può essere applicato localmente alle aree del rotore che subiscono vibrazioni maggiori, senza influire in modo significativo sulla dinamica complessiva del sistema. Ciò rende questo approccio un mezzo molto efficace ed efficiente per controllare le vibrazioni e garantire un funzionamento affidabile delle turbomacchine. Tuttavia,

l'attrito introduce non-linearità nel sistema e dunque la modellazione e la sperimentazione, con il fine di caratterizzare la loro capacità smorzante, deve tenere conto di questa caratteristica.

### 3.1.1 Smorzatori sotto-pala

Gli smorzatori sotto-pala, *underplatform dampers (UPDs)*, rappresentano una delle tipologie di smorzamento più diffuse nel campo dei dischi palettati. Si tratta di componenti, tipicamente prismatici o cilindrici alloggiati all'interno di cave realizzate sotto le piattaforme delle pale. Per effetto della forza centrifuga, gli smorzatori vengono premuti contro le pareti della cava e a causa del moto relativo tra pale e smorzatore viene dissipata energia per attrito. Durante la rotazione, gli smorzatori subiscono cicli di carico e scarico che li portano a subire piccole deformazioni e a generare forze di attrito che si oppongono al movimento delle pale. Questo effetto può essere calibrato regolando le proprietà dei materiali dei damper, come la geometria, la massa, la rigidezza e il coefficiente di attrito [3].

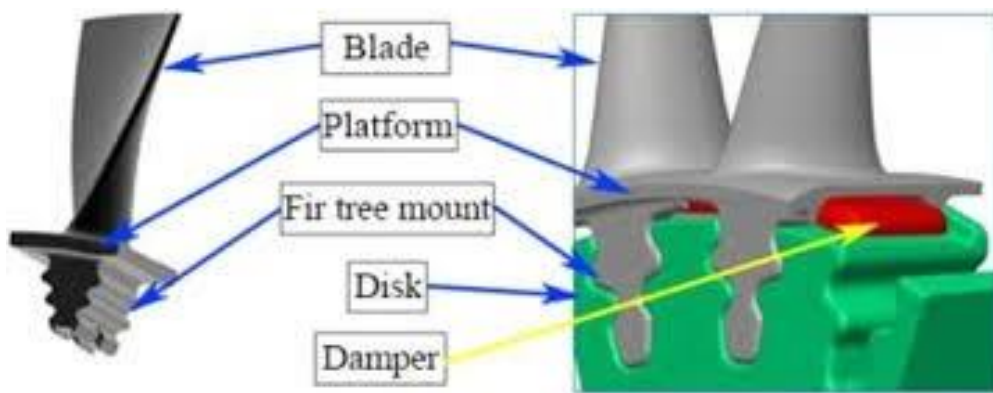


Figura 26: Smorzatore sotto-pala e collocazione nella piattaforma inter-pala

Gli smorzatori sotto-pala utilizzati per lo smorzamento delle vibrazioni delle pale possono avere la forma di un prisma retto a base triangolare. l'asse  $z$  coincide con l'asse del motore, e l'asse  $y$  con la direzione radiale. Il moto relativo avviene sul piano  $(x,y)$ , si veda lo schema sottostante:

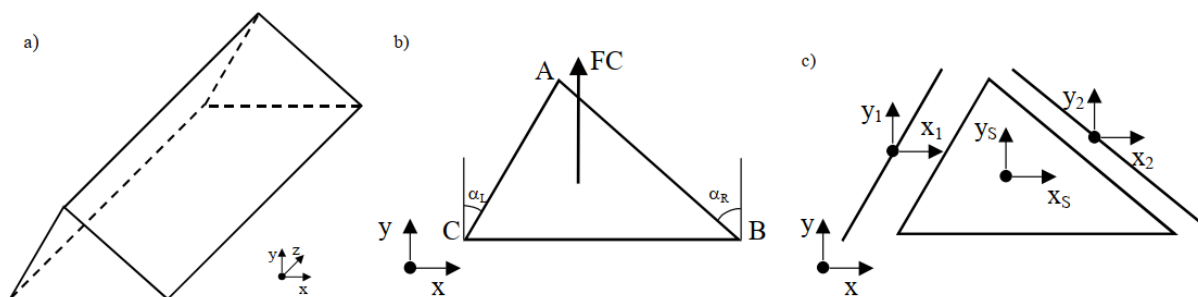


Figura 27: Schema smorzatore sotto-pala prismatico

Il contatto con le piattaforme delle pale avviene lungo i lati inclinati  $AB$  e  $AC$  del triangolo di Fig. 27b e 27c. La forza centrifuga  $F_c$  dovuta alla rotazione del disco preme il damper contro le piattaforme delle pale. Con riferimento alla Fig. 27b, i principali parametri di progetto dello smorzatore sono:

- la massa (da cui segue la forza centrifuga  $F_c$ );
- gli angoli  $\alpha_L$  e  $\alpha_R$  di inclinazione delle superfici di contatto.

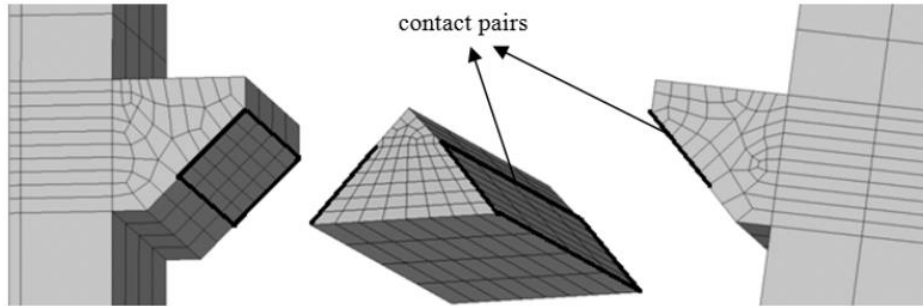


Figura 28: Contatto smorzatore con le piattaforme

In corrispondenza delle superfici di contatto delle piattaforme della pala è necessario simulare il contatto tra la pala stessa e gli smorzatori ad essa adiacenti. Il modello è caratterizzato da [3]:

- spostamento relativo  $u(t)$  tra i corpi in contatto in direzione trasversale al contatto;
- spostamento relativo  $v(t)$  tra i corpi in contatto in direzione normale al contatto;
- modello di attrito coulombiano;
- rigidzze di contatto trasversale  $K_u$  e normale  $K_v$  al contatto.
- $F(t)$  e  $N(t)$  sono le componenti tangenziale e normale della forza che il corpo 1 (pala) esercita sul corpo 2 (smorzatore) al contatto.

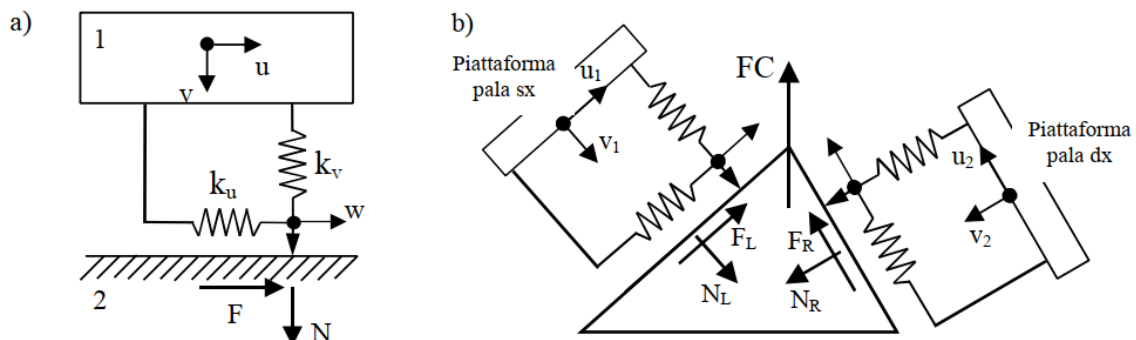


Figura 29: Modello di contatto

Ogni contatto è caratterizzato da tre possibili stati:

1. Adesione (*stick*): il modulo della forza tangenziale  $F$  è minore del limite di Coulomb  $\mu N$  dove  $\mu$  è il coefficiente di attrito;
2. scorrimento (*slip*): il modulo della forza tangenziale  $F$  è uguale al limite di Coulomb  $\mu N$ ;
3. distacco (*separation*): le forze di contatto  $F$  e  $N$  sono nulle.

Per ciascuno dei tre stati si definisce un set di relazioni costitutive per esprimere le *forze di contatto* in funzione degli spostamenti relativi e la velocità di strisciamento  $\dot{W}$  della superficie del primo corpo rispetto alla superficie del secondo corpo, come mostrato in *Tabella 2*, dove  $F_0$  e  $u_0$  rappresentano rispettivamente il valore della forza tangenziale e dello spostamento relativo in direzione trasversale al contatto all'inizio dello *stick*, mentre  $N_0$  il valore statico del carico normale.

Si evidenzia che un valore  $N_0 < 0$  indica la presenza di un gap iniziale tra le superfici di contatto.

Stato	Forza normale	Forza tangenziale	Velocità strisciamento
<i>Stick</i>	$N = N_0 + k_v \cdot v$	$F = F_0 + k_u \cdot (u - u_0)$	$\dot{w} = 0$
<i>Slip</i>	$N = N_0 + k_v \cdot v$	$F = \pm \mu \cdot N$	$\dot{w} \neq 0$
<i>Separation</i>	$N = 0$	$F = 0$	$\dot{w} = \dot{u}$

Tabella 2: Equazioni costitutive del modello di contatto

Nel corso del *ciclo di isteresi* i tre stati si alternano tra loro. Le transizioni tra uno stato e il successivo possono essere determinate mediante una serie di criteri di transizione descritti nella tabella sottostante.

Transizione	Criterio
<i>Stick-to-slip</i>	$ F(t)  = \mu \cdot N(t)$ e $ \dot{F}(t)  > \mu \cdot \dot{N}(t)$
<i>Slip-to-stick</i>	$\dot{w}(t) = 0$ e $\ddot{w}(t) < 0$ se lo scorrimento ha verso negativo $\dot{w}(t) = 0$ e $\ddot{w}(t) > 0$ se lo scorrimento ha verso positivo
<i>Separation-to-stick/slip</i>	$N(t) = 0$ e $\dot{N}(t) > 0$
<i>Stick/slip-to-separation</i>	$N(t) = 0$ e $\dot{N}(t) < 0$

Tabella 3: Criteri di transizione del modello di contatto

Note le equazioni costitutive (Tab. 2) e i criteri di transizione (Tab. 3) è possibile calcolare il ciclo di isteresi della forza di contatto tangenziale  $F(t)$  e il ciclo della forza normale  $N(t)$  in funzione degli spostamenti relativi dei punti in contatto. In Fig. 29, sono riportati tre possibili cicli di isteresi della forza tangenziale di contatto  $F(t)$ .

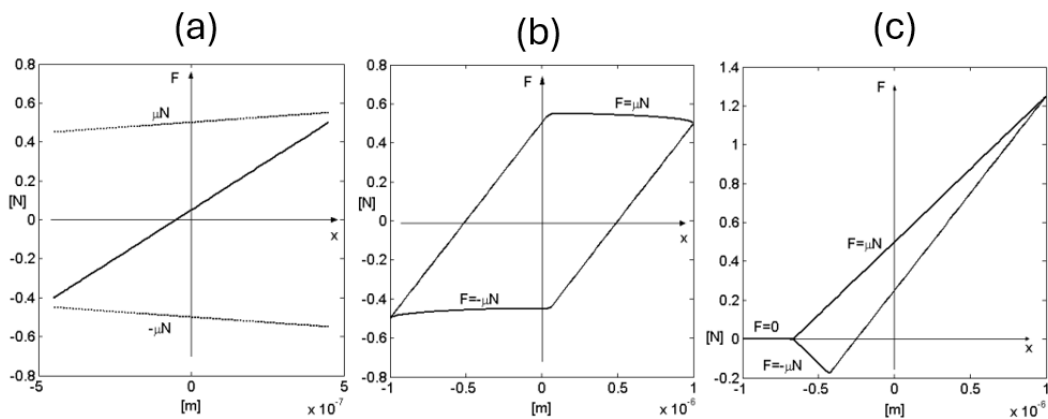


Figura 30: Cicli di isteresi: a) *Stick* completo; b) alternanza *stick/slip*; c) alternanza *stick/slip/separation*

In generale, per piccole ampiezze di vibrazione il contatto è in adesione completa, all'aumentare della componente tangenziale  $u(t)$  il contatto può alternare adesione e scorrimento, mentre all'aumentare della componente normale  $v(t)$  si può verificare il parziale distacco delle superfici. I vari tipi di cicli di isteresi influenzano la capacità di dissipare l'energia da parte del damper e quindi influenzano la sua capacità smorzante.

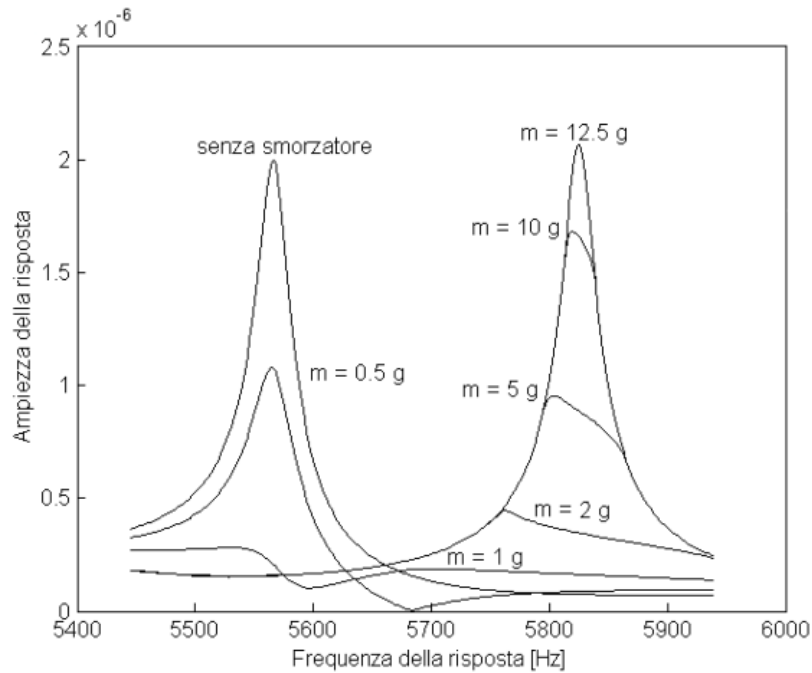


Figura 31: Funzione in risposta in frequenza di una pala al variare della massa del damper

Dalla figura sopra riportata, si possono trarre alcune considerazioni qualitative sul comportamento dinamico delle schiere di pale in presenza di UPDs. Al crescere della massa  $m$  dello smorzatore l'ampiezza di vibrazione in risonanza si riduce fino ad un valore minimo, aumentando ulteriormente la massa dello smorzatore la risposta della pala torna ad aumentare fino a raggiungere la condizione di incollaggio completo pala/smorzatore. In queste condizioni e per masse maggiori lo smorzatore non è più efficace. Inoltre, si può notare come l'introduzione degli smorzatori nelle schiere di pale determina anche un aumento della rigidità di quest'ultime. Tale rigidità aumenta (e con essa la frequenza di risonanza) al crescere della massa dello smorzatore fino ad un valore limite a cui corrisponde l'incollaggio pala/smorzatore.

## 4 Strumentazione e modalità di eccitazione

Nel contesto delle attività sperimentali risulta essenziale analizzare la strumentazione impiegata per la caratterizzazione dei sistemi dinamici. Tali strumenti consentono sia di indurre una sollecitazione controllata sul sistema in esame, sia di misurarne la risposta vibrazionale nel tempo. I segnali acquisiti possono successivamente essere elaborati per ottenere informazioni nel dominio temporale o in quello della frequenza, in funzione degli obiettivi dell'analisi sperimentale.

È opportuno classificare la strumentazione utilizzata durante le prove, così da descriverne in modo chiaro il principio di funzionamento e il ruolo svolto all'interno del banco prova. In generale, gli strumenti impiegati possono essere suddivisi nelle seguenti categorie:

- generatori di segnale;
- dispositivi di eccitazione;
- trasduttori di movimento;
- sistemi di analisi ed elaborazione dei dati.

All'interno di un banco per prove di vibrazione, i *generatori* di segnale hanno il compito di produrre segnali di riferimento a bassa ampiezza, opportunamente definiti in base alla tipologia di prova da eseguire, ad esempio con andamento armonico o a gradino. Tali segnali vengono successivamente amplificati e inviati all'eccitatore, che trasferisce l'energia al componente in esame, inducendo il moto vibratorio desiderato. La risposta dinamica del sistema viene quindi rilevata mediante opportuni *trasduttori*, in grado di misurare specifiche grandezze fisiche, il cui segnale viene infine acquisito ed elaborato dall'analizzatore per l'estrazione dei risultati sperimentali.

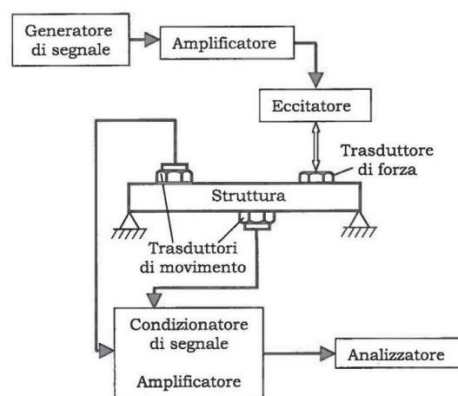


Figura 32: Schema generico di un sistema di misura di vibrazioni

### 4.1 Eccitatori

#### 4.1.1 Martello strumentato

Il *martello strumentato* è un eccitatore a contatto che permette di far vibrare il componente sotto analisi attraverso una *forza impulsiva* applicata in modo manuale. L'impulso è una forza di grande entità in un istante di tempo dell'ordine dei millesimi di secondo. Nella testa del martello è presente una cella di carico piezoelettrica che permette di misurare la forza con cui viene applicato l'impulso. Questo strumento di eccitazione viene utilizzato per realizzare un particolare tipo di prova dinamica detta *Hammer test*, con la quale è possibile individuare le frequenze di risonanza di una struttura. La

particolarità di questo strumento è quella di poter definire un preciso punto di eccitazione ed eccitare una elevata banda in frequenza, senza che l'eccitatore rimanga solidale alla struttura. Quindi con il martello strumentato è possibile eccitare correttamente una struttura replicando le condizioni di vincolo libere.



Figura 33: Martello strumentato

I martelli strumentati sono dotati di diverse punte (*tip*). Scegliendo una punta del martello più rigida come in metallo, si vanno ad eccitare maggiormente le alte frequenze; viceversa, con una punta più morbida come quella in gomma, l'eccitazione è migliore per le basse frequenze [4].

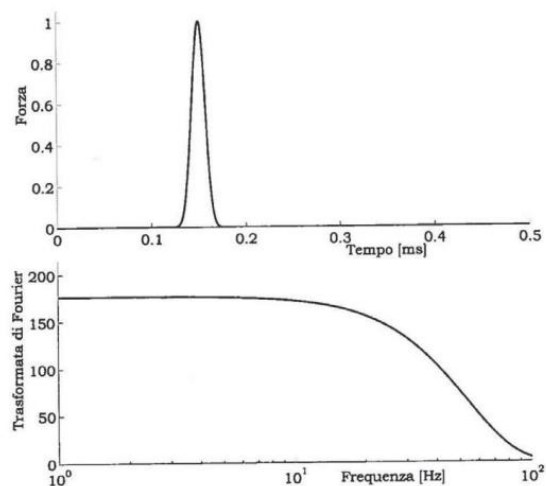


Figura 34: Segnale nel dominio del tempo (sopra) e nel dominio della frequenza (sotto) di una forzante impulsiva [4]

### 4.1.2 Shaker

Uno *shaker elettrodinamico* è un attuatore utilizzato per applicare forze dinamiche controllate a una struttura al fine di eccitarne la risposta vibratoria. Dal punto di vista costruttivo è costituito essenzialmente da un sistema magnetico permanente, da una bobina mobile (voice coil), da un elemento mobile solidale alla bobina e da un sistema di sospensioni elastiche che ne guidano il moto lungo l'asse di eccitazione.

Il principio di funzionamento si basa sull'interazione elettromagnetica tra il campo magnetico generato dal magnete permanente e la corrente che attraversa la bobina: quando una corrente alternata, opportunamente controllata in ampiezza e fase, percorre la bobina, su di essa agisce una forza di Lorentz proporzionale all'intensità della corrente stessa. Tale forza induce il moto oscillatorio della massa mobile dello shaker, che viene trasmesso alla struttura tramite uno stinger o un collegamento rigido.

Dal punto di vista fisico, lo shaker può essere modellato come un sistema dinamico accoppiato elettromeccanicamente, in cui la corrente elettrica controlla direttamente la forza applicata, mentre la reazione meccanica della struttura influisce sul comportamento dinamico dell'attuatore. Questo accoppiamento rende lo shaker particolarmente adatto a prove vibrazionali controllate, consentendo l'imposizione di varie tipologie di eccitazioni in un ampio intervallo di frequenze, con elevata precisione e ripetibilità [5].

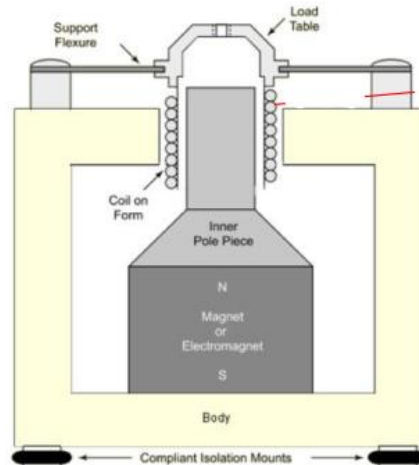


Figura 35: Schema shaker

## 4.2 Trasduttori

### 4.2.1 Vibrometro laser scanner

il *vibrometro laser* di tipo scanner è un trasduttore non a contatto in grado di emettere un fascio laser che, incidendo sulla superficie di un oggetto in movimento, consente di misurarne la risposta vibrazionale in termini di velocità (m/s). Il dispositivo è costituito da una testa di misura montata su un treppiede, responsabile della generazione e della direzione del fascio laser, collegata a un analizzatore che elabora i segnali acquisiti e ne consente la visualizzazione grafica su un computer dedicato. Il sistema offre un'elevata flessibilità nella rappresentazione dei risultati, permettendo all'utente di adattare le elaborazioni alle specifiche esigenze dell'analisi.

Il principio di funzionamento del vibrometro si basa sull'*effetto Doppler*, sfruttato per determinare istante per istante la velocità del punto misurato. In particolare, il raggio laser riflesso dalla superficie in vibrazione presenta una variazione di frequenza e di fase rispetto al segnale incidente emesso dalla testa di misura, variazione che dipende dall'ampiezza e dalla direzione del moto vibratorio locale. Come illustrato in Figura, il fascio laser generato dalla sorgente viene inizialmente suddiviso da un primo separatore di fascio: una parte viene diretta verso il punto da misurare, mentre l'altra viene deviata e utilizzata come segnale di riferimento. Quest'ultimo viene riflesso mediante uno specchio e convogliato, attraverso un terzo separatore di fascio, verso il rivelatore (*detector*). Nel frattempo, il fascio laser che ha colpito la superficie del componente ritorna alla testa di misura e, dopo aver attraversato una lente di raccolta, passa attraverso il secondo e il terzo separatore di fascio, raggiungendo anch'esso il *detector*. Il confronto tra il segnale di riferimento e quello riflesso consente quindi di determinare, punto per punto, la risposta vibrazionale dell'oggetto analizzato, espressa in termini di velocità [6].

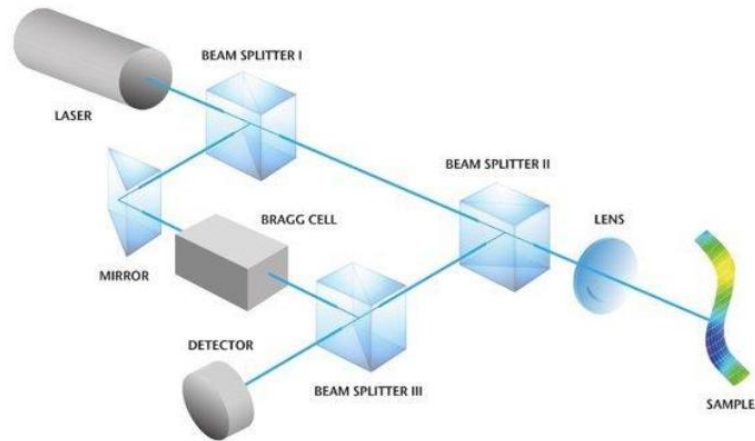


Figura 36: Schema del funzionamento di un vibrometro laser

### 4.2.2 Cella di carico piezoelettrica

Una *cella di carico piezoelettrica* è un trasduttore di forza. Dal punto di vista costruttivo, è costituita da uno o più elementi piezoelettrici, generalmente in quarzo o materiali ceramici, inseriti tra superfici di carico e precaricati meccanicamente all'interno di un corpo metallico rigido. Il principio di funzionamento si basa sull'*effetto piezoelettrico diretto*: quando il materiale piezoelettrico è sottoposto a una sollecitazione meccanica, genera una carica elettrica proporzionale alla forza applicata. Tale carica viene convertita in un segnale di tensione mediante un amplificatore di carica, consentendo una misura accurata della forza nel dominio del tempo e della frequenza. Dal punto di vista fisico, la cella di carico piezoelettrica presenta un'elevata rigidità e una massa contenuta, caratteristiche che ne limitano l'influenza sulla dinamica del sistema eccitato e la rendono particolarmente idonea per misure dinamiche [7].

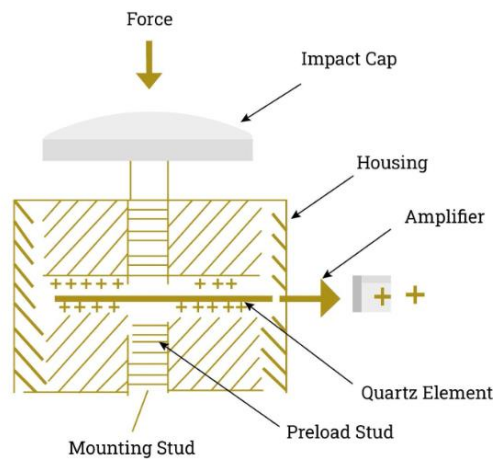


Figura 37: Schema cella di carico piezoelettrica

### 4.3 Acquisitori e generatori di segnale

Un sistema di acquisizione e generazione di segnale rappresenta l'elemento centrale di una catena sperimentale per prove dinamiche, in quanto consente sia la generazione dei segnali di eccitazione destinati agli eccitatori, sia l'acquisizione e la digitalizzazione delle grandezze misurate dai sensori. L'unità di acquisizione/generazione è dotata di moduli hardware dedicati, organizzati in schede di ingresso e di uscita, ciascuna associata a specifiche funzioni di condizionamento e conversione analogico-digitale (*ADC*) o digitale-analogico (*DAC*).

I segnali generati dai sensori, quali celle di carico e vibrometri, sono convogliati tramite cavi BNC agli ingressi analogici delle schede di acquisizione. Analogamente, i segnali di comando destinati agli attuatori (shaker) vengono generati dalle schede di uscita dell'acquisitore sotto forma di tensione analogica, anch'essa trasmessa tramite connessioni *BNC* verso gli amplificatori di potenza e successivamente agli shaker. Ne consegue che ogni cavo *BNC* relativo ad attuatori e sensori deve essere correttamente collegato alla rispettiva scheda di ingresso o di uscita, in modo coerente con la configurazione definita nel software di controllo e acquisizione.

Nel caso del vibrometro laser scanner *Polytec PSV-500*, il sistema è costituito da una testa ottica e da un'unità di controllo front-end, denominata *Junction Box*, che rappresenta un acquisitore e generatore di segnale. Infatti, oltre a gestire il segnale del vibrometro, il front-end può acquisire il segnale di sensori esterni e generare segnali in tensione da destinare agli eccitatori.

In questa attività di tesi è stato utilizzato un ulteriore acquisitore e generatore di segnale; *SCADAS III* della *Siemens LMS*. Il sistema è composto da moduli che includono ingressi analogici con condizionamento integrato (ICP/IEPE, tensione, carica, ecc.) e uscite analogiche per la generazione di segnali di eccitazione. L'acquisitore/generatore in questione, si occupa della conversione analogico-digitale e della sincronizzazione dei canali, inviando i dati al software di controllo per l'elaborazione, il controllo in tempo reale e la memorizzazione dei risultati.



Figura 38: sx) *Junction-Box*; dx) *Scadas III*

## 4.4 Modalità di eccitazione

Gli shaker elettrodinamici permettono di applicare diverse modalità di eccitazione, ciascuna adatta a specifici tipi di analisi dinamica. Tra le più comuni vi sono:

- *Sine sweep (o swept-sine)*: un segnale sinusoidale la cui frequenza varia progressivamente nell'intervallo di interesse. Questo tipo di eccitazione è utile per identificare le frequenze naturali e i comportamenti in risonanza della struttura.
- *Random (o broadband)*: un segnale a contenuto spettrale continuo su una banda di frequenze prefissata. Viene utilizzato per stimare funzioni di risposta in frequenza (FRF) e valutare la risposta statistica della struttura a eccitazioni simili a quelle operative reali.
- *Stepped sine*: la frequenza cambia per step discreti e si mantiene costante per ciascun step fino a stabilizzare ampiezza e fase dell'eccitazione a valori stabili. Questa modalità rappresenta un test a *risposta controllata (RCT)*, in quanto possiede un algoritmo di controllo capace di gestire la risposta costringendola a rimanere all'interno di valori prefissati al variare della frequenza.
- *Burst (o transient)*: applica impulsi o pacchetti di cicli sinusoidali limitati nel tempo. Questa modalità è utile per analisi temporali, misure di smorzamento o valutazioni di risposta a disturbi brevi.

In generale, la scelta della modalità di eccitazione dipende dall'obiettivo della prova, dalla natura della struttura e dal tipo di risposta che si intende acquisire.

### 4.4.1 Confronto Stepped sine e Sweep sine

Un test di tipo *Stepped sine* in controllo di ampiezza e fase delle eccitazioni è una procedura di eccitazione armonica in cui la struttura sottoposta ad analisi, viene sollecitata da più sinusoidi a frequenze discrete. Durante la prova il sistema imposta una frequenza  $f_k$ , verifica che l'attuazione rispetti i valori desiderati in termini di ampiezza [N] e fase [°] e che questi siano sufficientemente stabili, se ciò avviene acquisisce i dati e poi passa alla frequenza successiva  $f_{k+1}$ . Quindi a ciascuna frequenza regola, attraverso un controllo, iterativamente il valore di tensione da fornire agli shaker affinché l'ampiezza e fase relativa delle eccitazioni rientri nella tolleranza richiesta.

Il controllore può essere semplificato in una rappresentazione a blocchi di questo tipo:

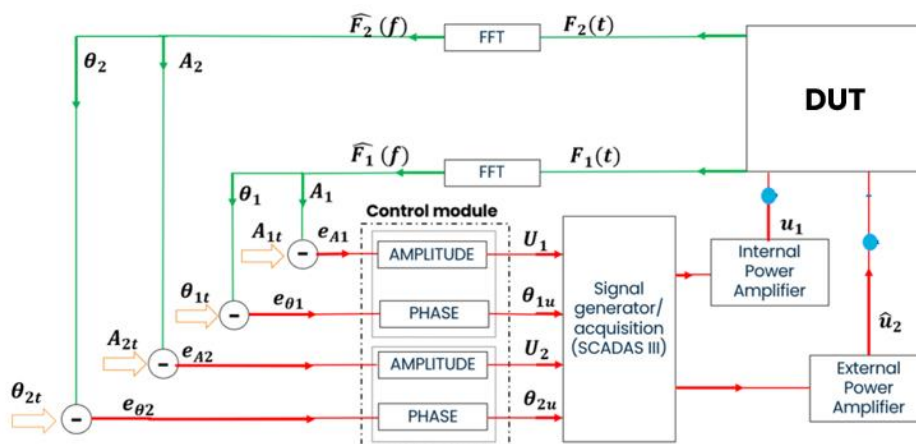


Figura 39: Schema a blocchi RCT-Stepped sine con doppia forzante

In termini operativi, a ogni iterazione il controllo misura le forzanti,  $\hat{F}_i = A_i e^{j\theta_i}$ , ne estrae la componente alla frequenza di eccitazione, confronta l'ampiezza ( $A_i$ ) e la fase ( $\theta_i$ ) con i target ( $A_{it}$ ) e ( $\theta_{it}$ ) calcolandone l'errore relativo per ciascuna fase ( $e_{\theta_i}$ ) e ciascuna ampiezza ( $e_{A_i}$ ). In base all'errore ottenuto il controllore aggiorna il valore in ampiezza e fase della tensione da destinare a ciascun eccitatore, ovvero ( $U_i$ ) e ( $\theta_{iu}$ ). Una delle due sinusoidi in tensione viene presa come riferimento e amplificata ( $u_1$ ), rispetto ad essa vengono individuate tutte le fasi temporali. L'altra sinusoidale in tensione viene anch'essa amplificata ( $\hat{u}_2$ ). L'iterazione termina correttamente quando i valori di ampiezza e fase delle forzanti rientrano all'interno di una tolleranza impostata.

Questa tecnica di attuazione si differenzia dal più classico *Sweep sine* (o *sine sweep*), in cui la frequenza della sinusoidale viene fatta variare in modo continuo nel tempo secondo una legge di sweep, con una velocità di variazione della frequenza di eccitazione (sweep rate:  $df/dt$ ) assegnata, senza avere la possibilità di controllare le eccitazioni in ampiezza e fase. Il risultato di un test condotto in *Sine sweep* dipende fortemente dalla velocità di sweep e dalla risposta dinamica della struttura sull'attuatore stesso o viceversa.

Lo *Stepped sine*, invece, sostituisce la variazione continua della frequenza con una sequenza di frequenze discrete. A ciascuna di essa, l'eccitazione può essere controllata in ampiezza e fase e mantenuta costante per un intervallo (*dwell*), durante il quale la risposta può stabilizzarsi e solo dopo tale fase vengono acquisiti i dati.

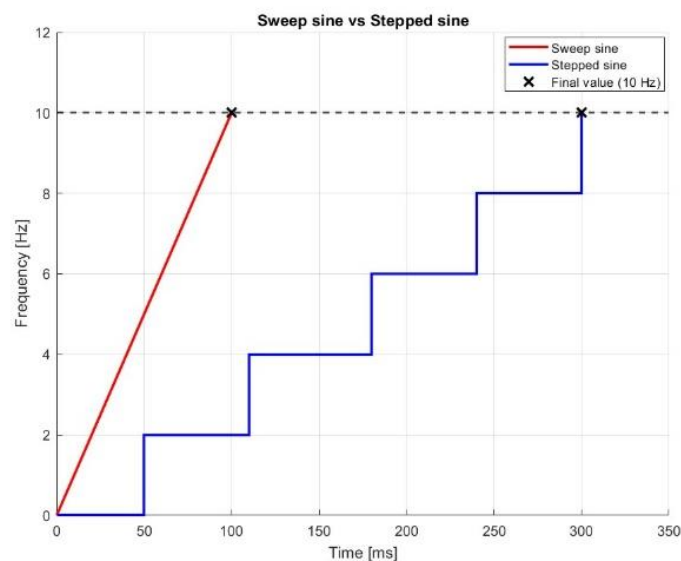


Figura 40: Differenza tra Sweep sine e Stepped sine

Questa differenza è fondamentale perché rende lo *Stepped sine* un test a risposta controllata (*RCT*), in quanto è capace di gestire la risposta delle forzanti immesse nella struttura. Sostanzialmente è un controllo chiuso sull'attuazione in cui l'algoritmo ha il tempo di iterare sui valori di tensione (*drive*) degli eccitatori finché ampiezza e fase delle forzanti rientrano nelle tolleranze richieste per ogni frequenza di eccitazione, utilizzando tempi di assestamento e limiti di incremento del *drive* per evitare overshoot e instabilità. Attraverso questa metodologia di eccitazione, si acquisiscono dati stabili in frequenza, ottimali per ricostruire una funzione di risposta in frequenza (*FRF*) robusta e ben definita.

Prove in *Stepped sine* sono particolarmente utili quando il dispositivo sotto test mostra non linearità e isteresi. In un sistema lineare, infatti, l'ampiezza della risposta a una data frequenza è proporzionale alla forzante e indipendente dal percorso con cui si raggiunge quella condizione; in un sistema non

lineare, invece, la risposta può dipendere dalla storia di eccitazione e dal livello di carico. Per tali motivi, il controllo accurato dell'ampiezza della forzante risulta fondamentale per garantire la ripetibilità delle prove e la confrontabilità dei risultati sperimentali, consentendo una corretta caratterizzazione del comportamento dissipativo e della rigidità equivalente introdotta dagli smorzatori. Analogamente, il controllo della fase relativa tra le eccitazioni assume un ruolo determinante per la riproduzione di forzanti equivalenti a specifici Engine Order (*EO*), come verrà discusso nei capitoli successivi.

## 5 Test sperimentali

### 5.1 Hammer test

Per l'esecuzione dell'analisi modale mediante Hammer Test è stato impiegato un *martello strumentato Piezotronics modello 086C03*, avente sensibilità di  $2.37 \text{ mV/N}$ , collegato al Junction Box Polytec. La risposta della struttura è stata acquisita dal vibrometro laser scan PSV-500. L'intera prova sperimentale viene gestita dal software PSV9.5 acquisition. Questa configurazione ha consentito di acquisire la distribuzione spaziale bidimensionale della componente assiale della velocità nei punti di misura del DUT. Il segnale di forza del martello è stato utilizzato come trigger di riferimento per ogni punto di acquisizione.

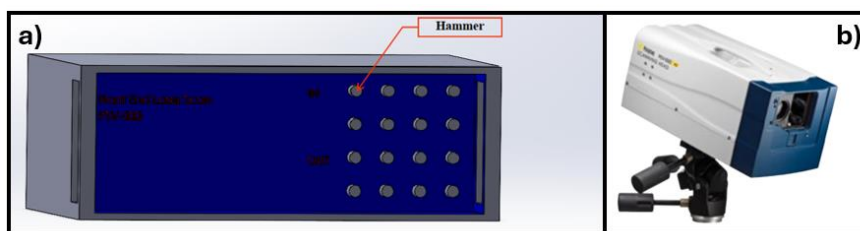


Figura 41: Catena di misura - Hammer Test: a) Junction box; b) Vibrometro laser scanner

### 5.2 SIMO e MIMO test in Sweep sine

Nei test in Sweep sine, condotti sia con un singolo shaker (*SIMO*) sia con due shaker (*MIMO*), gli attuatori sono stati collegati tramite *BNC* all'uscita del *Junction Box*. Le celle di carico (*LD*) associate a ciascun shaker sono state connesse agli ingressi del front-end. La risposta della struttura è stata acquisita dal vibrometro laser scan *PSV-500*. L'intera prova sperimentale viene gestita dal software PSV9.5 acquisition.

Il segnale di una delle celle di carico è stato utilizzato come trigger di riferimento, garantendo la sincronizzazione temporale delle acquisizioni e assicurando che tutti i punti di misura fossero acquisiti sotto la medesima condizione armonica di eccitazione.

Le diverse configurazioni di prova e le relative procedure sperimentali saranno descritte in dettaglio nei capitoli successivi, insieme all'analisi dei risultati ottenuti e alla discussione dei rispettivi vantaggi e limiti operativi.

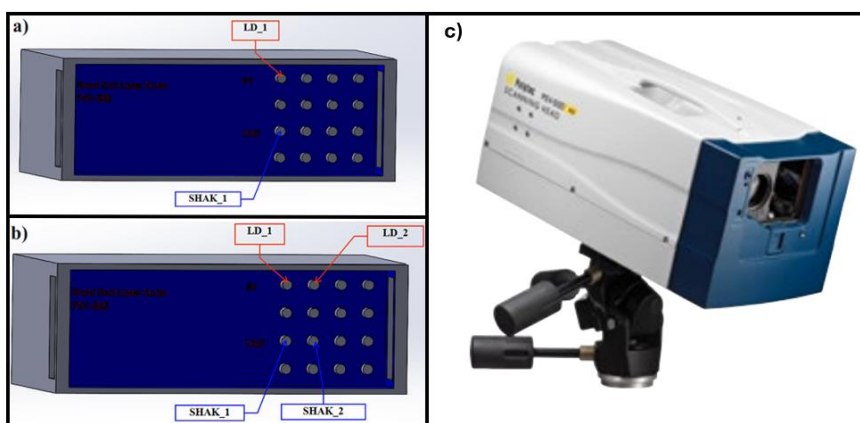


Figura 42: Catena di misura: a) SIMO Sine-sweep; b) MIMO Sine sweep; c) vibrometro laser scanner PSV-500

## 5.3 Stepped sine in CADA-X

I test in *Stepped sine* sono stati eseguiti mediante software *CADA-X* di *LMS (Leuven Measurement Systems)*, precursore del più recente ambiente *LMS Test.Lab*. Questo software comunica con il DAQ con il fine di generare segnali controllati agli eccitatori ed acquisire i dati dei sensori. I trasduttori che vengono utilizzati per controllare l'ampiezza e la fase della forza trasmessa alla struttura dagli shaker sono le loro rispettive celle di carico, mentre il segnale in tensione dello shaker di riferimento viene utilizzato per individuare la fase dei segnali acquisiti rispetto ad esso.

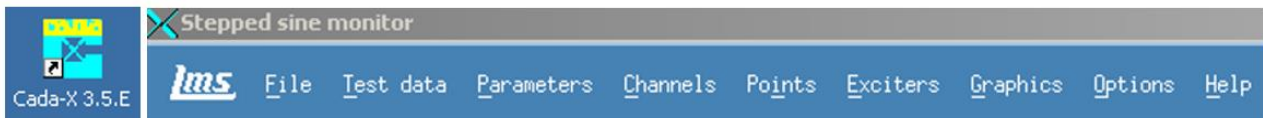


Figura 43: Icona software Cada-X e finestra Stepped-sine

### 5.3.1 MISO/MIMO-RCT Stepped sine

Nella presente attività di tesi per questa tipologia di prova sperimentale sono stati utilizzati due eccitatori (*shaker*):

1. *ModalShop K2007E01*: dotato di amplificatore integrato con tre livelli di amplificazione selezionabili;
2. *G&W*: accoppiato ad un amplificatore esterno della stessa casa, in grado di fornire un'amplificazione analogica più flessibile.

Gli eccitatori sono dotati di *stinger* che permettono la trasmissione dell'eccitazione in modo puntuale. All'estremità libera di ciascuno stinger è avvitata una *cella di carico*, a sua volta collegata al dispositivo sotto test (*Device Under Test, DUT*). Le celle di carico utilizzate sono di tipo piezoelettrico, *PCB Piezotronics* modello C02208, e sono dotate di elettronica integrata ICP®, finalizzata alla riduzione del rumore di fondo e al miglioramento della qualità del segnale acquisito.

Per la misura della risposta dinamica della struttura è stato impiegato un vibrometro laser a scansione *Polytec PSV-500*, in grado di acquisire la velocità in corrispondenza di punti rifrangenti appositamente applicati sulla superficie del *DUT*. Tutti i sensori e gli attuatori sono collegati al sistema *SCADAS III* di *LMS Instruments*, che consente sia l'acquisizione dei segnali provenienti dai trasduttori sia la generazione dei segnali per gli attuatori: *DAQ (Data Acquisition system)*. Allo *SCADAS III* è collegato in ingresso il segnale *BNC* della tensione dello shaker *K2007E01*, utilizzato come riferimento per la fase di tutti i segnali acquisiti. Il modulo di acquisizione/generazione dati è gestito da un computer fisso tramite un software dedicato: *CADA-X* versione *3.5E*, il quale permette di attuare *test a risposta controllata (RCT)* in *Stepped sine*.

Il vibrometro laser, oltre a essere interfacciato con lo *SCADAS III*, è dotato di un proprio *front-end*, la *Junction Box Polytec*, in grado di ricevere, tramite collegamenti *BNC a T*, il segnale proveniente dalle celle di carico collegate allo *Scadas III*. L'acquisitore della *Polytec* viene gestito da un altro *PC portatile* attraverso il software della stessa casa: *PSV9.5 Acquisition*. Grazie a tale configurazione, è possibile utilizzare il segnale di una delle celle di carico come trigger di riferimento, consentendo l'acquisizione sincrona della storia del carico in ogni punto di misura della struttura, permettendo di ricostruire la sua risposta assiale in una distribuzione spaziale bidimensionale.

Sensori	Attuatori	Acquisitori/Generatori	Software
Load Cell: SN20649 C02208 (LD1)	K2007E01 (SHAK_1)	SCADAS III	CADA-X
Load Cell: SN28579 C02208 (LD2)	G&W (SHAK_2)	Junction Box	PSV9.5 Acquisition
Laser Vibrometer Scan PSV-500			
Tension signal (PHASE_SHAK_1)			

Tabella 4: Sensori, attuatori, acquisitori/generatori e Software utilizzati

Dal punto di vista del dispositivo sotto test, il sistema sperimentale può essere modellato come *Multi-Input Single-Output (MISO)* quando viene gestito dal software *CADA-X* che può essere esteso ad un sistema *Multi-Input Multi-Output (MIMO)* attraverso il software *PSV9.5 acquisition*. In particolare, è possibile impiegare il software *CADA-X* per il controllo della prova in Stepped sine ed estrarre i dati direttamente al termine del test. In questa configurazione, tuttavia, il vibrometro laser rimane fisso su un singolo punto di misura della struttura; di conseguenza, l'output è costituito dalla velocità di un solo punto, riducendo il sistema a una configurazione *MISO*.

In alternativa, è possibile mettere in pausa il test avviato tramite *CADA-X* e utilizzare il software *PSV9.5 acquisition*, per acquisire la risposta della struttura a frequenza di eccitazione controllata fissata. In questa modalità, l'acquisizione viene eseguita su tutti i punti di misura del dispositivo sotto test (*DUT*), sfruttando il segnale di una delle due celle di carico come trigger di riferimento, con il fine di acquisire la stessa storia di carico su tutti i punti di misura. In tal caso, il sistema opera in configurazione *MIMO*, con due ingressi e un numero di uscite pari al numero di punti di misura definiti sulla struttura, ciascuno dei quali fornisce una misura di velocità. Questa modalità è fondamentale per visualizzare la distribuzione bidimensionale della risposta della struttura a frequenza fissata e con doppia eccitazione controllata.

Si riporta la rappresentazione a blocchi della catena di controllo, attuazione e misurazione:

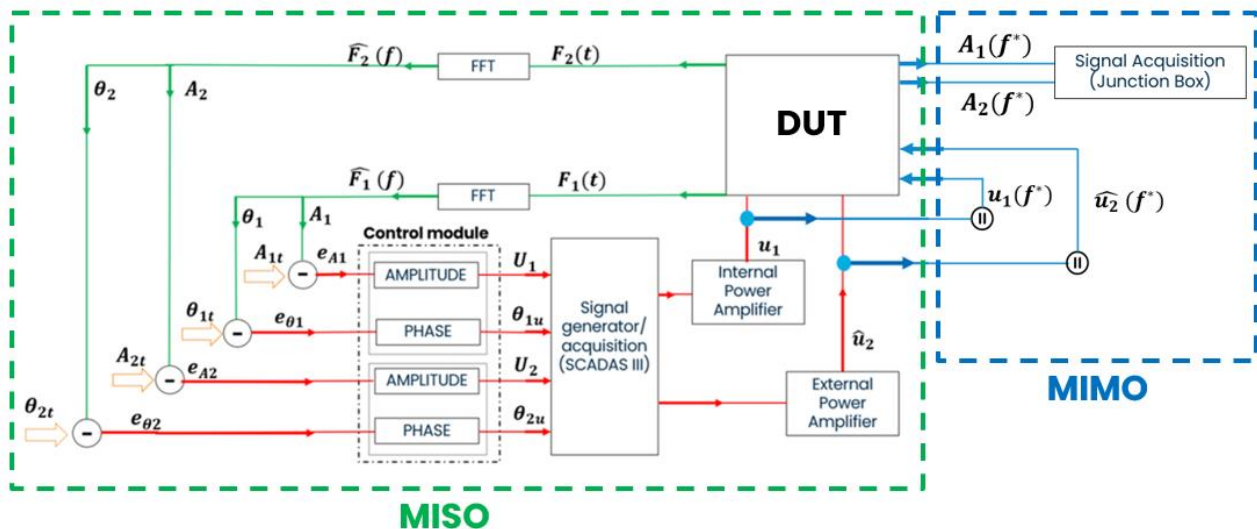


Figura 44: Schema a blocchi della catena di attuazione, generazione e controllo dei segnali

È tuttavia possibile mettere in pausa il test in Stepped sine solamente poco prima della convergenza dei valori del drive per poi attivare la modalità scanner a frequenza fissa. Al fine di ridurre l'errore introdotto dall'interruzione manuale del test in Stepped sine prima della completa convergenza dei valori di tensione necessari a soddisfare le condizioni di eccitazione imposte, è stata adottata la seguente procedura operativa:

1. *Test preliminare in Stepped sine*

In una prima fase viene eseguito un test preliminare in Stepped sine, durante il quale si registra, per ciascuna frequenza di eccitazione, il numero di iterazioni necessarie al controllore per raggiungere la convergenza dei parametri di ampiezza e fase.

2. *Ripetizione del test e arresto controllato*

Il test viene quindi ripetuto e interrotto alla frequenza di interesse nel momento in cui il numero di iterazioni raggiunge il valore massimo precedentemente osservato per quella specifica frequenza.

3. *Acquisizione preliminare con laser scanner*

A questo punto viene avviata un'acquisizione mediante vibrometro laser scanner su un numero limitato di punti della struttura (tre punti), con l'obiettivo di verificare l'ampiezza della forza applicata e lo sfasamento tra le eccitazioni.

4. *Verifica di coerenza dei parametri controllati*

I dati acquisiti vengono utilizzati per valutare la coerenza dei parametri misurati rispetto ai valori target di ampiezza e fase imposti dal controllo.

5. *Decisione sulla procedura di acquisizione*

- Se i risultati risultano sufficientemente aderenti alle condizioni desiderate, si procede con l'acquisizione completa su tutti i punti di misura definiti sulla struttura.
- In caso contrario, il test in stepped sine viene riavviato e interrotto a un numero di iterazioni successivo, ripetendo la procedura di verifica preliminare.

6. *Acquisizione finale e analisi della risposta*

Questa metodologia consente di acquisire in modo affidabile la risposta del dispositivo sotto test nel dominio della frequenza e di visualizzare, anche mediante animazioni, la risposta assunta dalla struttura alla frequenza di eccitazione analizzata.

### 5.3.2 Definizione dei canali di acquisizione e attuazione in Stepped sine

Per l'esecuzione del test a risposta controllata (RCT), le celle di carico collegate agli shaker vengono utilizzate come input per il controllore che elabora questi segnali per regolare in tempo reale il comando. In questo contesto, tali segnali non costituiscono uscite del sistema dinamico vero e proprio, ma rappresentano le grandezze su cui il controllore si basa per mantenere costante ampiezza e fase della forza applicata.

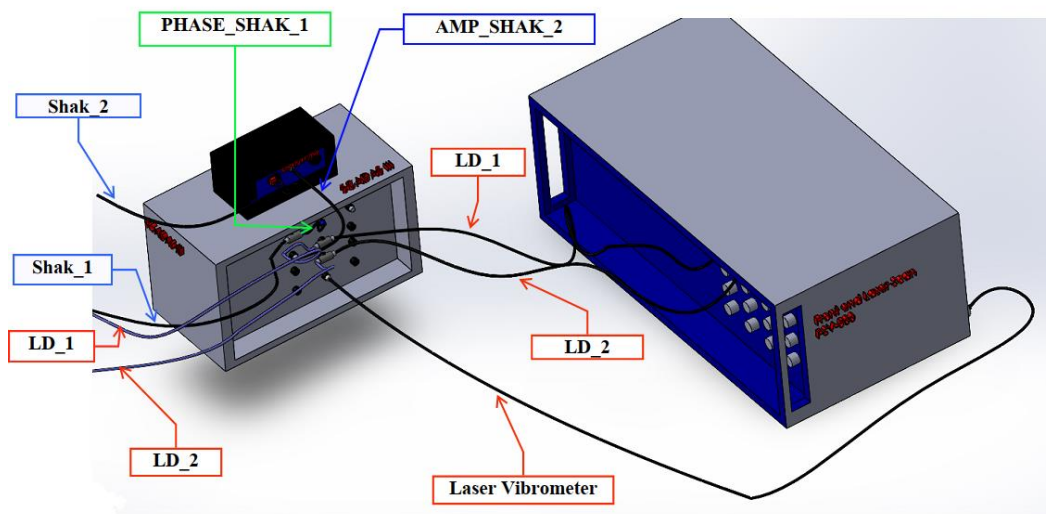


Figura 45: Catena di misura e attuazione MIMO/MISO-RCT Stepped-sine

Il segnale di alimentazione dello shaker ModalShop K2007E01 è stato collegato al primo canale della scheda generatore dello SCADAS III, mentre lo shaker G&W è stato connesso al secondo canale della medesima scheda. L'attuatore K2007E01 è stato configurato nel software CADA-X come shaker di riferimento; pertanto, mediante un giunto BNC a T, il relativo segnale in tensione è stato prelevato e indirizzato al primo canale della scheda di acquisizione del sistema DAQ.

La cella di carico associata allo shaker di riferimento è stata collegata al secondo canale di acquisizione, mentre quella relativa al secondo shaker è stata connessa al terzo canale. Come ultimo passaggio, è stata indicata la presenza di un sensore aggiuntivo, pari a uno nel caso in esame, corrispondente al vibrometro laser, collegato al quarto canale di acquisizione. Tale sensore consente la misura puntuale della velocità di vibrazione della struttura.

Tutti i sensori collegati allo SCADAS III nei rispettivi canali sono stati opportunamente denominati nella sezione *Channel* del software ed associati i relativi fattori di calibrazione.

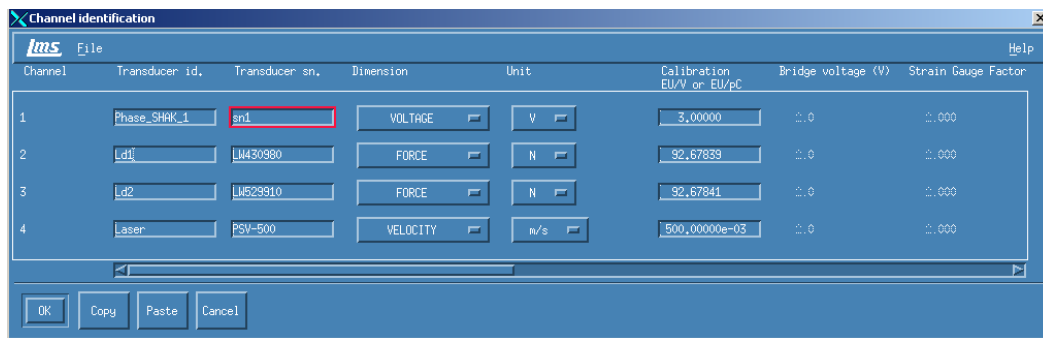
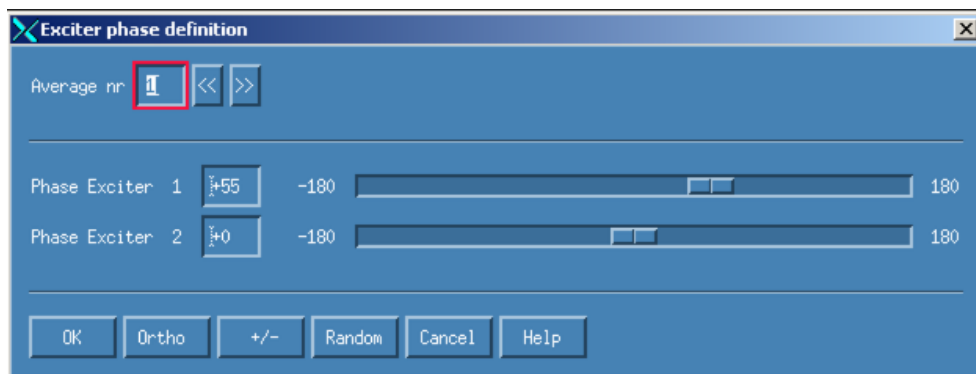


Figura 46: Definizione canali in CADA-X

I medesimi sensori, ad eccezione del segnale di tensione associato allo shaker, devono essere configurati anche all'interno del software PSV 9.5 Acquisition. In particolare, mediante giunti BNC a T posizionati sui canali dello SCADAS III dedicati alle celle di carico, il segnale in tensione proporzionale alla forza misurata dalla prima cella di carico viene prelevato e inviato al primo canale di acquisizione del Junction Box, mentre il segnale in tensione relativo alla seconda cella di carico viene immesso nel secondo canale di ingresso del medesimo sistema.

### 5.3.3 Descrizione parametri di test in Stepped sine

Attraverso il software CADA-X è possibile settare i valori target in termine di ampiezza e fase delle forzanti per ciascuna cella di carico. La fase di ciascun segnale è definita rispetto alla sinusoide fondamentale di riferimento.



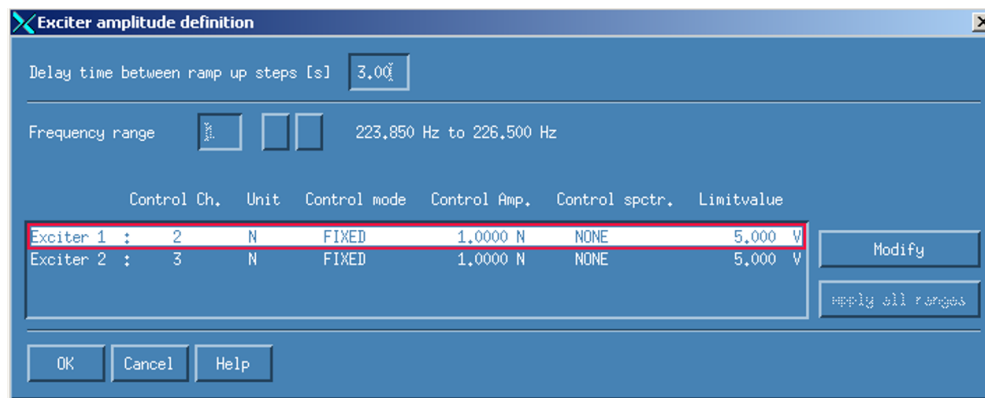


Figura 47: Definizione di ampiezza e fase target degli eccitatori

Affinché si voglia effettuare un test in *Stepped sine* con due o più shaker oltre ad impostare il valore dell'ampiezza della forzante per ciascun shaker e la fase tra le eccitazioni, bisogna anche attentamente settare numerosi altri parametri definiti all'interno del software. Questi ulteriori parametri sono fondamentali in presenza di eccitazione multipla, in quanto il sistema diventa intrinsecamente accoppiato: una variazione di tensione in ampiezza e fase del drive su uno shaker influenza l'altro eccitatore e lo fa in modo diverso al variare della frequenza e delle condizioni al contorno. Per questo il controllore a ciascuna frequenza deve disporre di una relazione locale tra piccole variazioni dei drive e variazioni della risposta controllata ovvero l'ampiezza e la fase tra le forzanti.

Questa relazione viene rappresentata, nella pratica dei sistemi *MIMO*, da una *matrice complessa di sensibilità/controllo* (spesso assimilabile a una matrice di *FRF* locale o a una *Jacobiana complessa*). La matrice di sensibilità lega  $\Delta U$  (variazioni dei drive degli eccitatori) a  $\Delta R$  (variazioni delle risposte/condizioni controllate). Nel controllo "*Amplitude & Phase*" di *CADA-X*, vengono applicate perturbazioni ai drive per costruire la matrice di sensibilità necessaria a stimare le tensioni richieste a soddisfare le condizioni di controllo. Tali perturbazioni vengono gestite da due parametri, i quali definiscono l'entità degli spostamenti di prova con cui il software eccita intenzionalmente il sistema attorno al punto di lavoro:

1. *Amplitude perturbation*: gestisce le variazioni relative al modulo del drive.
2. *Phase perturbation*: gestisce le variazioni in gradi della fase del drive.

Misurando come cambia la risposta complessa a seguito di queste variazioni, il controllore stima per differenze finite le sensibilità necessarie per calcolare l'aggiornamento dei drive. L'entità delle perturbazioni è importante, in quanto:

- perturbazioni trascurabili: la variazione indotta sulla risposta può risultare comparabile al rumore e la matrice stimata diventa numericamente instabile, rallentando o impedendo la convergenza;
- perturbazioni eccessive: rischia di uscire dalla convergenza e di introdurre errori o instabilità perché la sensibilità stimata non rappresenta più correttamente il comportamento nel punto di lavoro.

All'interno di un test *Stepped sine* a controllo di ampiezza e fase, entrano poi in gioco numerosi parametri che determinano la qualità della misura, la stabilità del controllo e la sicurezza della prova.

In primo luogo, per l'inizializzazione dell'eccitazione è necessario definire i seguenti parametri:

1. *Initial source level*: è il livello iniziale di tensione, deliberatamente basso, con cui il sistema aggancia il controllo riducendo il rischio di sovraeccitare la struttura.
2. Dal livello iniziale di tensione, il sistema porta l'eccitazione al livello operativo mediante una *rampa del drive voltage* realizzata per incrementi discreti. In questa fase il parametro *delay time between ramp-up steps* definisce il tempo di attesa tra due incrementi consecutivi della rampa iniziale, cioè durante la transizione dal livello attenuato al livello di sorgente richiesto per avviare il controllo.

Una volta entrati nel ciclo di iterazione, la tensione non viene necessariamente aggiornata con un singolo salto verso il nuovo valore calcolato dal controllore, ma può essere applicata tramite una successione di micro-step; in tal caso il parametro *delay time between two steps* governa il tempo di attesa tra micro-step consecutivi durante gli aggiustamenti del drive necessari a inseguire il target di ampiezza e fase.

A ciascuna frequenza è inoltre previsto un ritardo a frequenza, definito da due parametri:

1. *Delay mode*: definisce il tipo di ritardo da applicare a ciascuna frequenza. Può essere espresso in modo assoluto (in secondi) o relativo (in numero di periodi della frequenza considerata).
2. *Delay value*: indica il valore effettivo del ritardo corrispondente al *Delay mode* selezionato. Rappresenta il tempo di permanenza a frequenza costante prima di:
  - Eseguire la stima di ampiezza e fase che alimenta l'algoritmo di controllo;
  - validare e registrare la misura come dato rappresentativo del punto  $f_k$ .

La qualità con cui ampiezza e fase vengono stimate dipende dai parametri di acquisizione che determinano la durata effettiva del record ovvero *numero di periodi e/o campioni acquisiti*, i quali aumentando la lunghezza del segnale analizzato riducono la varianza della stima, migliorando robustezza e ripetibilità, a fronte di un incremento del tempo complessivo di prova.

La convergenza del controllo è governata dai limiti sull'aggiornamento del drive tra un'iterazione e la successiva. Compiono tre parametri che hanno un impatto diretto sull'aggressività del controllo:

1. *Max amplitude variation of one step [%V]*: limita la variazione massima della *drive voltage* applicabile in un singolo micro-step rispetto al valore corrente. Valori ridotti impongono incrementi di tensione più piccoli, migliorando la stabilità del controllo e riducendo il rischio di overshoot, in particolare in prossimità delle risonanze, a fronte di un aumento del numero di micro-step necessari per la convergenza.
2. *Exponential limiting of target voltage [%ΔV]*: definisce un fattore di limitazione che riduce, a ogni iterazione, la frazione della differenza tra la tensione di drive corrente e la tensione di drive calcolata dal controllore che viene effettivamente applicata. In questo modo l'aggiornamento della tensione avviene in maniera progressiva, attenuando variazioni brusche del comando e contribuendo alla stabilità del controllo in condizioni di elevata sensibilità dinamica o di grande errore iniziale.
3. *Maximum increase of drive voltage [%V]*: impone un limite superiore all'incremento massimo consentito della *drive voltage* per aggiornamento, indipendentemente dal valore calcolato dal controllore. Questo parametro agisce come vincolo di sicurezza per prevenire richieste di tensione eccessive, tutelando l'amplificatore, lo shaker e il componente in prova.

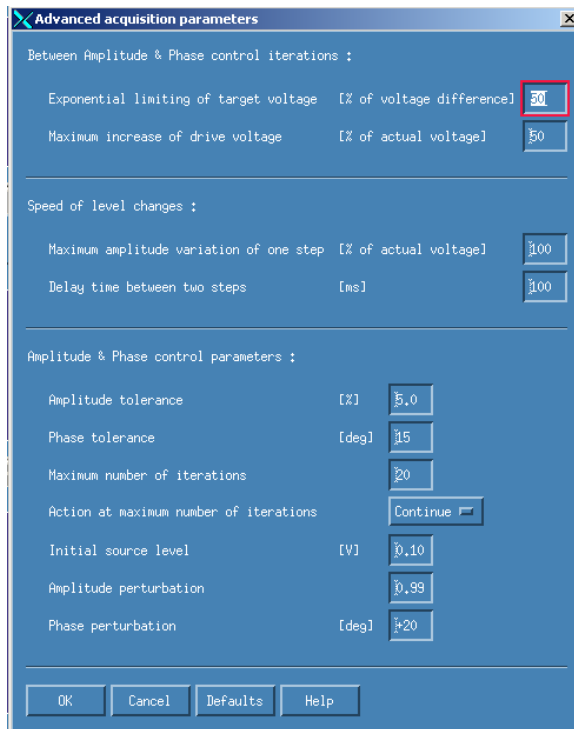


Figura 48: Parametri Stepped sine Cada-x

Le tolleranze di ampiezza e fase definiscono la condizione di arresto dell'iterazione a una data frequenza, mentre il numero massimo di iterazioni e l'azione al raggiungimento di tale limite (ad esempio proseguire, fermarsi o interrompere) determinano il comportamento del test quando la convergenza non è ottenibile per vincoli fisici o per condizioni di eccitazione sfavorevoli. Un ulteriore parametro riguarda l'acquisizione e la robustezza del segnale gestito dall'autorange che può essere impostato in modalità ottimizzata o fissa e serve a mantenere un buon rapporto segnale/rumore evitando saturazioni durante la prova, specialmente in presenza di variazioni ampie della risposta in corrispondenza delle risonanze.

## 6 Studio di fattibilità su trave

Al fine di investigare le potenzialità e i limiti di un test in Stepped sine con due eccitazioni controllate in ampiezza e fase, condotto mediante software *CADA-X*, è stata inizialmente analizzata una struttura più semplice rispetto a un disco palettato: una trave in alluminio a sezione rettangolare che ha le seguenti dimensioni:

Lunghezza (L)	42.8 cm
Spessore (h)	2 cm
Larghezza (b)	0.2 cm



Tabella 5: Dimensioni trave

Sulla superficie superiore è stata applicata una striscia di patch rifrangente, al fine di acquisire la velocità dei punti lungo la trave mediante un *vibrometro laser di tipo scan* posizionato sopra di essa in direzione perpendicolare.

Sono stati praticati due fori lungo la mezziera della trave, equidistanti dal centro, con un interasse di 37 cm, utilizzati per il collegamento delle celle di carico degli shaker. La connessione è stata realizzata mediante una vite priva di testa avvitata nella cella di carico e un dado. Gli shaker, a loro volta, sono stati fissati al banco ottico mediante viti, assicurando stabilità durante l'eccitazione. Le modalità di acquisizione e generazione dei segnali sono le stesse descritte in precedenza per un test in MISO/MIMO RCT-Stepped sine.

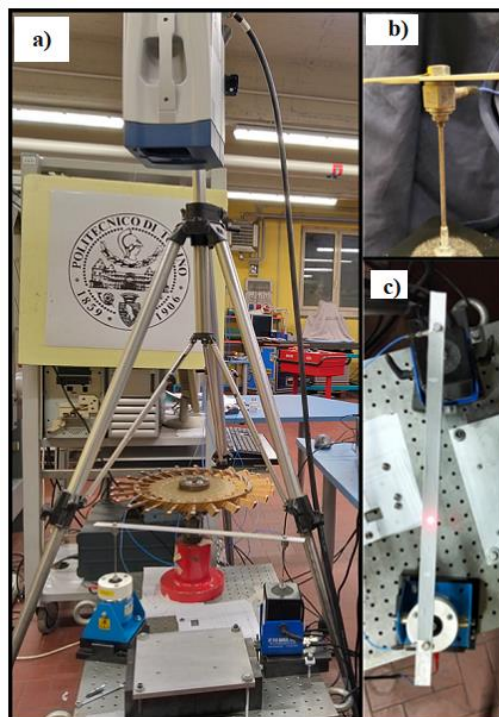


Figura 49: Studio di fattibilità; a) Setup sperimentale DUT - BEAM; b) Dettaglio collegamento trave-shaker; c) Dettaglio trave e spot laser su patch rifrangente

## 6.1 Parametri di acquisizione e testing: CADA-X

Una volta definiti i canali di acquisizione, è necessario impostare i principali parametri di prova al fine di garantire l'esecuzione di un test robusto e affidabile. I parametri nel software proprietario *LMS* sono stati selezionati sulla base di considerazioni legate all'analisi dei segnali, nonché mediante un approccio iterativo di tipo *trial-and-error*. Tali parametri sono riportati di seguito:

<b>Min number of samples per period</b>	32
<b>Min number of periods</b>	128
<b>Limit value [V]</b>	5
<b>Delay time between ramp-up steps [s]</b>	3
<b>Autorange</b>	Optimized
<b>Delay mode</b>	Absolute
<b>Delay value [s]</b>	0.5
<b>Amplitude perturbation</b>	0.9
<b>Phase perturbation</b>	1
<b>Amplitude tolerance [%]</b>	5
<b>Phase tolerance [%]</b>	3
<b>Max. amplitude Variation of one step [%V]</b>	40
<b>Delay time between two step [ms]</b>	1000
<b>Exp. Limiting of target value [% ΔV]</b>	40
<b>Max. increase of drive voltage [%V]</b>	40
<b>Max. number of iterations</b>	10

Tabella 6: Parametri Stepped sine in controllo di forza (BEAM)

Nel test Stepped sine in controllo di forza, la corretta esecuzione della prova dipende dalla coerenza tra tre aspetti:

1. la qualità della stima della componente fondamentale (ampiezza e fase) della forza controllata;
2. la gestione dei transitori tramite tempi di assestamento;
3. i vincoli imposti all'aggiornamento della tensione di comando (drive voltage) tra iterazioni successive del controllo.

Nel caso in esame, la stabilità della stima di ampiezza e fase è garantita principalmente dalle impostazioni di acquisizione scelti:

- *Min number of samples per period = 32*  
garantisce una discretizzazione sufficientemente fine della sinusoide di eccitazione;
- *Min number of periods = 128*  
impone una durata minima del record di acquisizione, riducendo la varianza della stima di ampiezza e fase. Aspetto che risulti particolarmente rilevante nel controllo di fase, dove anche piccole incertezze di stima possono generare correzioni non ottimali dei drive e aumentare il numero di iterazioni necessarie alla convergenza.

Dal punto di vista della sicurezza operativa e della ripetibilità del comando, la configurazione del controllo prevede l'introduzione di vincoli espliciti sulla tensione di pilotaggio e di accorgimenti volti a rendere graduale la fase di avvio, attraverso i seguenti parametri adottati:

- *Limit value = 5 V*  
vincola superiormente la tensione di pilotaggio, tutelando shaker, amplificatore e DUT da richieste eccessive del controllore;
- *Delay between ramp-up steps = 3 s*  
rende graduale l'incremento iniziale del drive, favorendo la stabilizzazione della risposta prima dell'attivazione del controllo iterativo;
- *Autorange = optimized*  
adatta dinamicamente la scala di acquisizione solo quando necessario, preservando il rapporto segnale/rumore senza introdurre rallentamenti sistematici.

A ciascuna frequenza  $f_k$ , la corretta separazione tra la fase transitoria e la risposta a regime è garantita dal meccanismo di *settling* implementato tramite un ritardo a frequenza. In particolare, la permanenza a frequenza costante prima della valutazione e validazione del punto consente al controllore di stimare ampiezza e fase solo quando la risposta dinamica risulta effettivamente assestata, evitando che transitori legati al cambio di frequenza o all'ultimo aggiornamento del drive vengano erroneamente interpretati come errori di controllo. In modo coerente, anche durante la fase iterativa di convergenza gli aggiornamenti del comando non vengono applicati in maniera impulsiva, ma opportunamente distanziati nel tempo, così da permettere alla struttura di stabilizzarsi tra correzioni successive e ridurre il rischio di oscillazioni del controllo o di sovra correzioni.

I parametri adottati sono:

- *Delay mode = Absolute*  
definisce un tempo di permanenza a frequenza costante espresso in secondi, indipendente dal valore della frequenza di eccitazione;
- *Delay value=0.5 s*  
imposta il tempo di assestamento necessario prima della stima di ampiezza e fase e della validazione del punto  $f_k$ ;
- *Delay time between two steps = 1000 ms*  
introduce un intervallo temporale tra micro-aggiornamenti consecutivi del drive durante la convergenza, favorendo la stabilità del controllo e limitando sovra correzioni.

La convergenza del controllo è poi governata dai parametri che limitano l'aggressività dell'aggiornamento del drive:

- *Max. amplitude variation of one step*: impostato a 40% del valore di tensione in volt precedentemente emesso;
- *Exponential limit target value*: di 40%  $\Delta V$
- *Max increase of drive voltage*: del 40% V.

Considerati congiuntamente, questi valori configurano un controllo moderatamente conservativo, in quanto la tensione non può variare eccessivamente in un singolo micro-step, la correzione verso il valore di tensione calcolato viene applicata in modo progressivo e l'incremento massimo rimane comunque vincolato. Questo set riduce l'overshoot e limita la probabilità che il sistema entri in

condizioni di richiesta di drive non sostenibili, soprattutto in prossimità di risonanze dove la sensibilità dinamica è elevata.

La selezione delle perturbazioni e delle tolleranze è stata effettuata in modo coerente con l'obiettivo di garantire una convergenza stabile del controllo, evitando al contempo l'inseguimento della rumorosità di misura, in particolare:

- *Amplitude tolerance = 5%*  
definisce una banda di accettazione sull'ampiezza della risposta controllata sufficientemente ampia da evitare un'eccessiva sensibilità al rumore, ma adeguata a garantire il rispetto delle condizioni di prova;
- *Phase tolerance = 3%*  
stabilisce un criterio di convergenza sulla fase che bilancia accuratezza e stabilità del controllo, riducendo il rischio di iterazioni inutili dovute a incertezze di stima;
- *Amplitude perturbation = 0.9*  
introduce una variazione intenzionale del modulo del drive tale da produrre variazioni misurabili della risposta anche in presenza di rumore, migliorando la robustezza della stima delle sensibilità;
- *Phase perturbation = 1°*  
applica una perturbazione di fase contenuta, sufficiente a identificare la dipendenza locale della risposta dalla fase del drive, mantenendo il sistema in prossimità del punto di lavoro e senza alterare significativamente la condizione dinamica durante la costruzione della relazione ingresso-uscita utilizzata dal controllore.

Il numero massimo di 10 iterazioni per ciascun punto in frequenza è stato scelto come compromesso tra robustezza del controllo e durata complessiva della prova. Un numero troppo elevato di iterazioni, pur aumentando la probabilità di rispettare le tolleranze su ampiezza e fase, può prolungare eccessivamente il test, soprattutto in prossimità di risonanze marcate o in presenza di non linearità, dove la convergenza può risultare difficoltosa. Il limite imposto consente quindi di evitare stalli su frequenze critiche, garantendo tempi sperimentali sostenibili senza compromettere l'affidabilità delle stime nei punti in cui la convergenza è effettivamente raggiungibile.

Nel complesso, l'insieme dei parametri indica una strategia sperimentale in cui l'esecuzione corretta del test è garantita dalla combinazione di: stima robusta della forza controllata (32 campioni/periodo, 128 periodi), prevenzione di saturazioni e sovraeccitazione (autorange ottimizzato e limite di 5 V), gestione esplicita dei transitori (delay a frequenza e delay tra micro-step), e aggiornamenti del drive vincolati (limiti al salto e alla crescita della tensione). Questa impostazione tende a produrre una prova ripetibile e stabile, particolarmente adatta quando la risposta varia rapidamente con la frequenza o quando sono presenti non linearità che rendono il controllo più sensibile a overshoot e a interpretazioni errate della risposta durante i transitori.

## 6.2 Parametri di acquisizione e testing: PSV9.5 Acquisition

Una volta messo in pausa il test Stepped sine alla frequenza desiderata con ampiezza e fase della forzante aderente al target, l'acquisizione della velocità vibrazionale dei punti della trave lungo la mezzzeria è stata effettuata mediante il software *PSV 9.5 Acquisition*, utilizzando i parametri di acquisizione riportati di seguito.

<b>Bandwidth [Hz]</b>	500
<b>FFT lines</b>	6400
<b>Sample time [s]</b>	12.8
<b>Frequency resolution [mHz]</b>	78.125
<b>Vibrometer range [mm/s]</b>	500
<b>Trigger type</b>	Analog - rising
<b>Trigger Level [%]</b>	2
<b>Reference</b>	REF2-LD2

Tabella 7: Parametri di acquisizione PSV9.5 (BEAM)

I parametri di acquisizione del laser scanner impostati nel software, sono stati selezionati con il fine di garantire un'elevata qualità della misura dinamica. L'eccitazione è stata applicata mediante un segnale sinusoidale a frequenza fissata, in ogni caso non superiore a 200 Hz. Si riportano i parametri impostati:

- **Bandwidth = 500 Hz**  
La banda di acquisizione è stata estesa fino a 500 Hz al fine di monitorare non solo la risposta alla frequenza di eccitazione, ma anche eventuali componenti spettrali a frequenze diverse, quali armoniche superiori, contributi modali secondari o effetti non lineari indotti dalla dinamica del sistema o dall'interazione con gli attuatori.
- **Number of FFT lines=6400**  
Il numero di linee FFT, è stato impostato in modo da ottenere una discretizzazione spettrale particolarmente fine, coerente con l'obiettivo di acquisire con accuratezza variazioni di ampiezza e fase in prossimità delle frequenze di interesse.
- **Frequency resolution = 78.125 mHz**  
La risoluzione in frequenza impostata consente di distinguere in modo accurato componenti spettrali molto ravvicinate, aspetto fondamentale in presenza di risonanze poco smorzate e fenomeni di separazione modale.
- **Sample time = 12.8 s**

Lungo la trave è stata definita una fila di 46 punti di misura disposta lungo la mezzzeria, sui quali il laser scanner ha acquisito la risposta vibrazionale.

- **Range del vibrometro:** è stato impostato a 500 mm/s al fine di evitare fenomeni di saturazione in prossimità delle risonanze e garantire un'adeguata misura su tutto l'intervallo di prova.

L'acquisizione è stata sincronizzata mediante un *trigger analogico*, ovvero un meccanismo di avvio dell'acquisizione basato sul superamento di una soglia prefissata di un segnale analogico di riferimento. In questo caso, il trigger è stato applicato sul *fronte di salita del segnale (rising)* di forza misurato dalla cella di carico del secondo shaker *G&W*. Tale scelta consente di sincronizzare l'inizio dell'acquisizione con condizioni di eccitazione riproducibili e fisicamente significative, migliorando la ripetibilità della misura e la coerenza temporale e di fase tra eccitazione e risposta. L'utilizzo della cella di carico come segnale di trigger permette inoltre di confrontare in modo consistente le risposte

misurate nei diversi punti della scansione laser, assicurando che ciascun record di acquisizione sia riferito alle medesime condizioni di forzante. Questo aspetto risulta particolarmente rilevante nelle misure multipunto, in cui la coerenza tra acquisizioni successive è un requisito fondamentale per la corretta ricostruzione del campo di risposta.

Il *livello di trigger*, fissato al 2%, è stato scelto per evitare l'attivazione dell'acquisizione in presenza di rumore o fluttuazioni di fondo, garantendo che il segnale acquisito corrisponda a condizioni di eccitazione effettiva.

### 6.3 Risultati MISO-RCT Stepped sine

Puntando il vibrometro laser su un punto della trave (*MISO*) ed eseguendo un test in *RCT stepped sine* con i parametri precedentemente definiti, è stato analizzato un intervallo di frequenze compreso tra 99.12 Hz e 100.17 Hz, con un passo in frequenza di 0.07 Hz. All'interno di tale intervallo sono stati condotti diversi test, variando sia l'angolo di sfasamento ( $\theta$ ) tra le eccitazioni sia le rispettive ampiezze. Le configurazioni di prova considerate sono riportate di seguito:

TEST	$\theta_{1t}$ [°]	$\theta_{2t}$ [°]	$A_{1t}$ [N]	$A_{2t}$ [N]
T0_1	0	0	1	1
T30_1	30	0	1	1
T30_2	0	30	1	1
T60_1	60	0	1	1
T90_1	-45	45	1	1
T90_2	-30	60	1	1
T90_3	45	-45	1	1
T90_4	90	0	1	1
T120_1	120	0	1	1
T150_1	150	0	1	1
T180_1	180	0	1	1
T0_F2	0	0	2	2
T30_F2	30	0	2	2
T90_F2	90	0	2	2
T150_F2	150	0	2	2
T0_F3	0	0	3	3
T30_F3	30	0	3	3
T90_F3	90	0	3	3
T150_F3	150	0	3	3

Tabella 8: Test in stepped sine

I test sperimentali sono stati condotti esplorando differenti combinazioni di fase tra le due celle di carico. Con il fine di verificare il comportamento del controllo, è stato applicato uno sfasamento di 30° a una singola cella di carico: nel test denominato *T30\_1* la fase di 30° è stata assegnata alla cella di carico del primo shaker, che risulta quindi in anticipo rispetto al secondo, mantenuto a fase nulla; nel test *T30\_2*, invece, è stato fatto l'opposto del test precedentemente descritto.

Successivamente, sono state investigate configurazioni in cui lo sfasamento relativo desiderato tra i due attuatori è stato ottenuto distribuendo la fase su entrambe le celle di carico. Ad esempio, nel test *T90\_3*, anziché impostare direttamente una fase di 90° è stata assegnata una fase di +45° alla prima cella di carico e di -45° alla seconda, ottenendo in tal modo uno sfasamento relativo complessivo pari a 90°. La distribuzione della fase su entrambi gli shaker, anziché l'impostazione diretta dello sfasamento, non ha mostrato benefici né in termini di controllo né in termini di convergenza dei valori di tensione. Per quanto riguarda l'ampiezza della forzante, i valori considerati nelle diverse prove sono stati pari a 1 N, 2 N e 3 N.

La fase relativa tra i due attuatori è stata determinata a partire dal *cross-spettro* delle forzanti, individuato dal software tra i segnali delle celle di carico, denotati come  $F_1$  e  $F_2$ . Definendo il cross-spettro fornito dal software come  $S_{12}(f)$  [4]:

$$S_{12}(f) = F_1^*(f) \cdot F_2(f)$$

dove  $F_1^*(f)$  è il complesso coniugato della trasformata di Fourier di  $F_1(t)$ . La fase relativa tra i due attuatori,  $\theta_{12}(f)$ , è stata quindi ottenuta come argomento del cross-spettro, usando la funzione atan2 per preservare il segno corretto, centrandola tra  $-180^\circ$  e  $180^\circ$ :

$$\theta_{12}(f) = \arg(S_{12}(f)) = \text{atan2}(\Im\{S_{12}(f)\}, \Re\{S_{12}(f)\})$$

In questo modo si ottiene la fase relativa tra i due shaker alla frequenza di interesse.

L'ampiezza della forza applicata da ciascuno shaker, invece, è stata ottenuta calcolando la radice quadrata dell'*auto-spettro* del segnale di ciascuna cella di carico, per ogni frequenza di eccitazione. Definendo l'auto-spettro della prima cella di carico come  $S_{11}(f)$ :

$$S_{11}(f) = F_1^*(f) \cdot F_1(f)$$

Per cui:

$$|A_1(f)| = \sqrt{S_{11}(f)}$$

Analogamente per l'auto-spettro della seconda cella di carico.

Nel range di frequenza analizzato, la maggior parte dei test ha mostrato una buona convergenza dei parametri di controllo al variare della frequenza, rientrando nella tolleranza prefissata. Tuttavia, sono state individuate alcune frequenze per le quali i valori di ampiezza della forzante e/o di fase risultano fuori tolleranza. Anche ripetendo le prove con gli stessi parametri di configurazione, il controllore non è in grado, a tali frequenze specifiche, di soddisfare simultaneamente i valori di ampiezza e di fase richiesti. Questo comportamento è imputabile alla risposta dinamica del dispositivo sotto test (DUT) in corrispondenza di determinate frequenze. In particolare, nel caso in esame, la struttura può manifestare un'eccessiva flessibilità locale o globale, tale per cui il controllore non riesce a individuare valori di tensione adeguati a garantire il corretto inseguimento della forzante. In queste condizioni, la bassa rigidezza strutturale impedisce al sistema di seguire in modo efficace l'eccitazione imposta dagli shaker.

Dai risultati emerge come, nella maggior parte dei casi, il sistema di controllo sia in grado di mantenere i valori di ampiezza della forzante e di sfasamento prossimi a quelli imposti. Un esempio rappresentativo di tale comportamento è riportato nei risultati del test *T30\_I*, presentati di seguito:

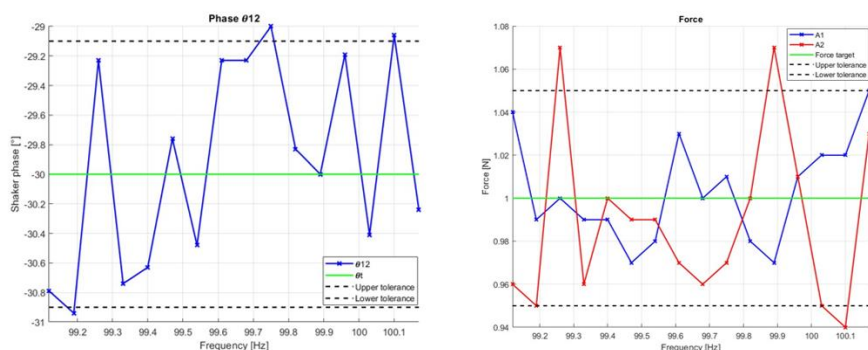


Figura 50: sx) Sfasamento tra le forzanti; dx) Valore in ampiezza delle forzanti

La tolleranza sulla fase è stata fissata pari al 3%, valore volutamente restrittivo, in quanto il controllo accurato della fase riveste un ruolo cruciale per le successive attività di studio e sperimentazione. Come evidenziato dal grafico dell'andamento della fase in funzione della frequenza, il valore dello sfasamento rimane entro la tolleranza impostata per la quasi totalità del range di eccitazione, fatta eccezione per tre specifiche frequenze. Tuttavia, anche in tali casi, lo scostamento dalla tolleranza risulta contenuto e di entità limitata.

Analizzando invece l'andamento delle forzanti in funzione della frequenza, si osserva che, per la maggior parte dei punti analizzati, i valori rientrano all'interno della tolleranza selezionata. Fanno eccezione tre frequenze, per le quali la forza applicata dal secondo shaker supera la soglia di tolleranza del 5%.

f [Hz]	$\theta_{12}$ [°]	A <sub>1</sub> [N]	A <sub>2</sub> [N]
99.12	-30.79	1.04	0.96
99.19	<b>-30.94</b>	0.99	<b>0.95</b>
99.26	-29.23	1	1.07
99.33	-30.74	0.99	0.96
99.4	-30.63	0.99	1
99.47	-29.76	0.97	0.99
99.54	-30.48	0.98	0.99
99.61	-29.23	1.03	0.97
99.68	-29.23	1	0.95
99.75	<b>-29</b>	1.01	0.97
99.82	29.83	0.98	1
99.89	-30	0.97	<b>1.07</b>
99.96	-29.19	1.01	1.01
100.03	-30.41	1.02	0.95
100.1	<b>-29.06</b>	1.02	<b>0.94</b>
100.17	30.24	1.05	1.03

Tabella 9: Risultati Stepped sine (T30\_1)

Alla luce di questi risultati, è possibile concludere che il controllore mostra complessivamente un comportamento efficace.

## 6.4 Risultati MIMO-RCT Stepped sine

Come descritto in precedenza, il setup sperimentale adottato consente anche l'acquisizione della velocità in più punti della struttura, al fine di ricostruire e visualizzare la risposta assunta dal Device Under Test (DUT) alla specifica frequenza di eccitazione di interesse. Tale acquisizione viene effettuata tramite il software *PSV 9.5 Acquisition*, gestito da un computer portatile dedicato al vibrometro laser a scansione e connesso al *Junction Box Polytec*, il quale riceve in ingresso i segnali provenienti dalle celle di carico associate a ciascuno shaker, tramite collegamenti BNC a T realizzati a livello dello *SCADAS III*. In particolare, il segnale della cella di carico del secondo shaker (*G&W*) viene utilizzato come *trigger*, al fine di garantire che la storia di carico sia identica per tutti i punti acquisiti sulla struttura.

Il segnale della prima cella di carico, riferita allo shaker *K2007E01*, viene invece impiegato in fase di post-processing per determinare, punto per punto, l'angolo di sfasamento tra le due forzanti applicate, nonché il valore dell'ampiezza della forza impartita. Il software consente inoltre la visualizzazione delle *funzioni di risposta in frequenza (FRF)* rispetto a entrambe le celle di carico,

permettendo di analizzare grandezze quali *mobility*, *inertance* e *receptance*, nonché la risposta in termini di velocità, accelerazione o spostamento in funzione della frequenza. L'aspetto principale è che attraverso il software possiamo visualizzare la risposta vibratoria in una distribuzione bidimensionale assunta ad ogni frequenza di eccitazione.

Mediante questa metodologia sono state eseguite diverse acquisizioni, tutte alla medesima frequenza di eccitazione: 99.4 Hz, variando opportunamente l'ampiezza e la fase relativa delle forzanti applicate dagli shaker per ogni test interrotto poi alla frequenza di interesse prima della convergenza dei valori.

Acquisition	A1 [N]	A2 [N]	$\theta_{12}$ [°]	$A_t$ [N]	$\theta_{12t}$ [°]	$e_{A1}$ [N]	$e_{A2}$ [N]	$e_{\theta12}$ [°]
Scan0_F1	0.39	0.32	1.9	1	0	0.61	0.68	1.9
Scan30_F1	0.94	0.80	28.7	1	30	0.06	0.2	1.3
Scan60_F1	0.98	0.53	57.3	1	60	0.02	0.47	2.7
Scan90_F1	0.91	0.74	87.8	1	90	0.09	0.26	2.2
Scan120_F1	0.89	0.68	116.2	1	120	0.10	0.32	3.8
Scan150_F1	0.85	0.76	148.2	1	150	0.15	0.24	1.8
Scan180_F1	0.94	0.99	177.6	1	180	0.07	0.003	2.4
Scan0_F2	1.82	1.63	2.3	2	0	0.18	0.37	2.3
Scan30_F2	1.89	1.42	28.5	2	30	0.11	0.58	1.5
Scan90_F2	1.84	1.56	86.8	2	90	0.16	0.44	3.2
Scan150_F2	1.82	1.62	147.6	2	150	0.18	0.38	2.4
Scan0_F3	2.67	2.19	1.6	3	0	0.33	0.81	1.6
Scan30_F3	2.58	2.72	31.19	3	30	0.42	0.28	1.19
Scan150_F3	2.62	2.64	148.42	3	150	0.38	0.36	1.58

Tabella 10: Acquisizioni eseguite con PSV9.5

I valori della forza trasmessa dai due attuatori e dell'angolo di fase relativo tra essi, riportati nella tabella precedentemente riportata, rappresentano i valori medi calcolati sull'insieme dei punti acquisiti lungo la trave. Gli errori associati sono stati valutati in termini di *errore assoluto*, definito come la differenza tra il valore misurato della grandezza fisica e il corrispondente valore target, ovvero quello imposto in fase di test.

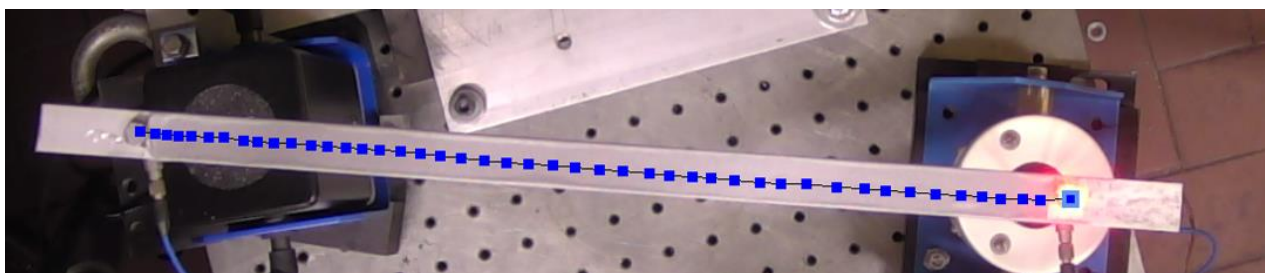


Figura 51: Posizione dei punti di misura lungo la mezzeria della trave

Dalla risposta in frequenza delle celle di carico si è notato come una piccola parte di energia immessa nella struttura sia stata utilizzata anche per eccitare a frequenze multiple a quella selezionata (99.4 Hz); quindi, una parte del valore della forza è stata utilizzata per eccitare anche a queste frequenze, motivo per cui il valore dell'ampiezza delle eccitazioni possono discostarsi dal valore target. La presenza di componenti *superarmoniche* nella risposta, osservata nonostante l'eccitazione sinusoidale a frequenza fissa, è indicativa di un comportamento non lineare del sistema.

Nel caso in esame, tali effetti sono attribuibili principalmente alla presenza di collegamenti imbullonati tra la cella di carico e trave, che introducono *non linearità di contatto* quali microslittamenti e attrito. L'analisi spettrale evidenzia la presenza di componenti armoniche già a livello di attuazione. Ciò indica che la forza applicata alla struttura non è più una sinusoidale pura a frequenza  $f_0$ , ma un segnale periodico multi-armonico, generato dalle non linearità introdotte dai collegamenti imbullonati tra shaker e struttura. Di conseguenza, il segnale può essere rappresentato mediante una serie di Fourier, in cui compaiono frequenze multiple intere della frequenza fondamentale di eccitazione, ovvero superarmoniche del tipo  $nf_0$ .

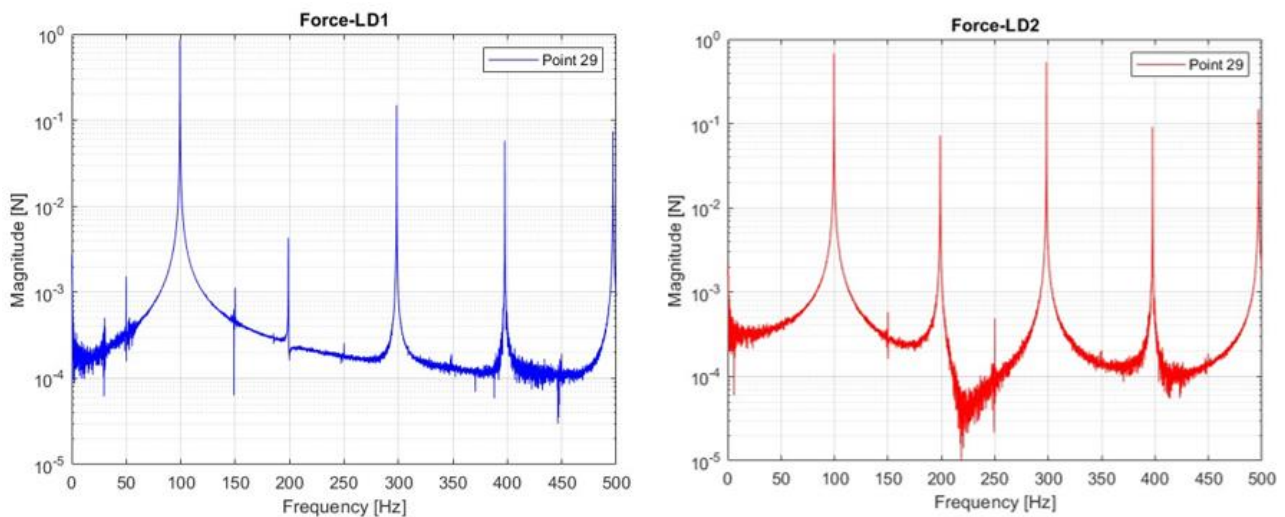


Figura 52: Risposta in frequenza non lineare delle celle di carico: sx) Cella di carico shaker 1; dx) cella di carico shaker 2

## 6.5 Sfasamento eccitazione e risposta non stazionaria

Dall'animazione della risposta, ottenuta a seguito dei test MIMO-RCT *Stepped Sine*, relativa agli spostamenti assunti dai punti di misura nelle diverse acquisizioni, sono state effettuate alcune osservazioni. Si è notato che, se gli shaker sono sfasati nel tempo tra loro, la risposta lungo la trave non è *stazionaria*.

Quando una struttura viene eccitata con più sorgenti in fase, la risposta risultante è stazionaria: in questo caso i punti di massimo e minimo spostamento, corrispondenti ai picchi e ai nodi della deformata, rimangono fissi nello spazio e oscillano solo in ampiezza nel tempo, senza modificare la loro posizione relativa lungo la struttura; tutti i punti della struttura passano per la configurazione indeformata nello stesso istante di tempo. Al contrario, quando le eccitazioni sono sfasate tra loro, la sovrapposizione delle risposte modali genera una deformata che non mantiene più punti fissi di massimo spostamento: i picchi della deformata si spostano lungo la struttura seguendo lo sfasamento, producendo ciò che viene definito una risposta *non stazionaria*. In questo caso, pur mantenendo la periodicità temporale imposta dall'eccitazione, i punti lungo la struttura non passano simultaneamente per la situazione indeformata, e la distribuzione spaziale della deformata varia continuamente nel tempo.

Nella *figura 53*, si riporta la risposta della trave nel tempo, tali istanti non sono associati a un'unità di misura fisica, poiché definiti per convenzione al solo scopo di rappresentare l'evoluzione spaziale della risposta e non il tempo reale del fenomeno. I punti lungo la mezzeria della trave, rappresentati in blu presentano una velocità positiva fuori dal piano, lungo l'asse  $Z$ , mentre quelli in rosso evidenziano una velocità negativa; i punti verdi, invece hanno velocità nulla.

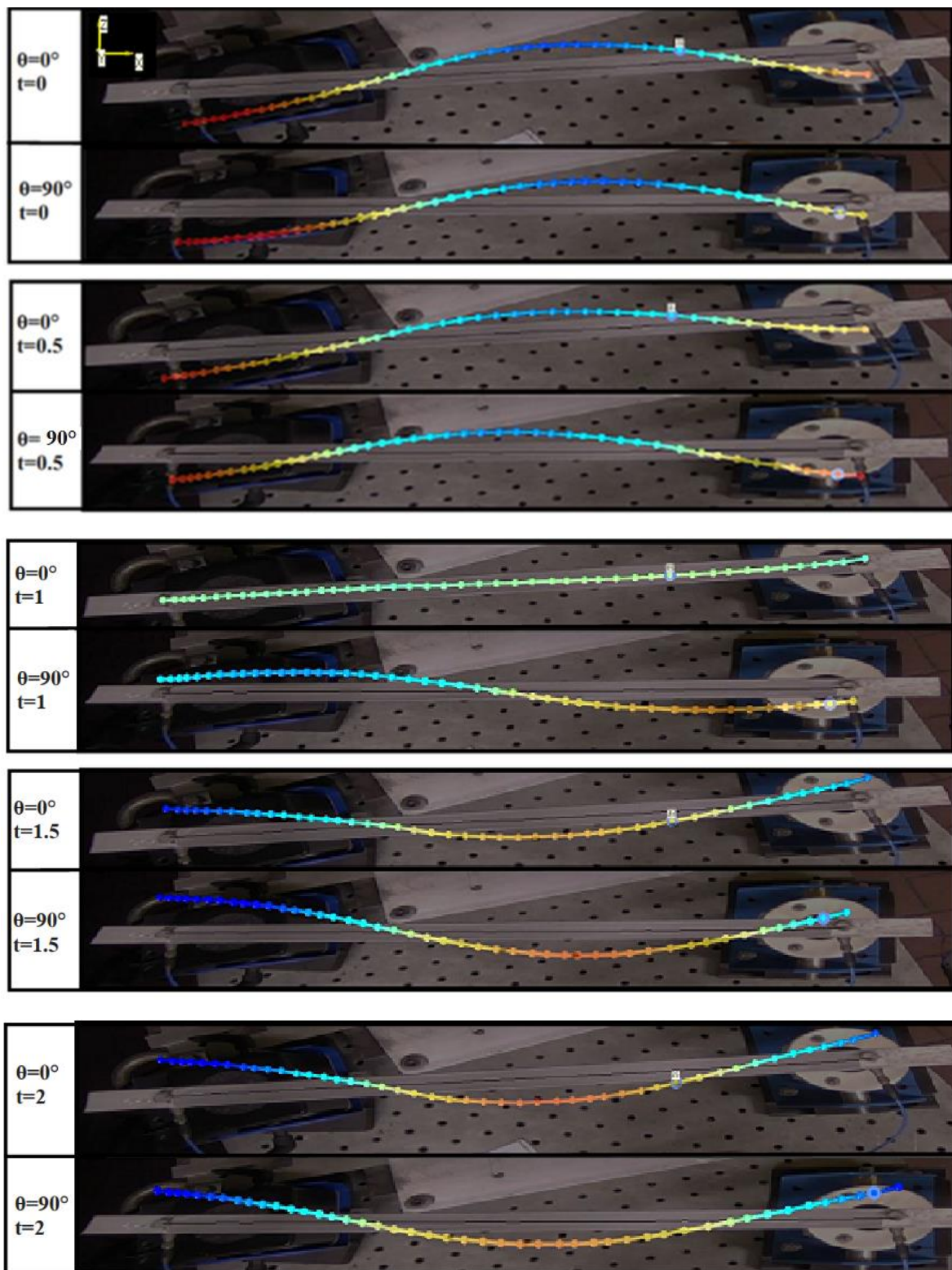


Figura 53: Confronto nei vari istanti temporali tra eccitazioni in fase ( $\theta=0^\circ$ ) ed eccitazioni in quadratura ( $\theta=90^\circ$ )

Come mostrato in *Figura 53*, nel caso di eccitazione con sfasamento tra le forzanti pari a  $\theta_{12} = 90^\circ$  e ampiezza  $1\text{ N}$  (*Scan90\_F1*), l'onda vibratoria evidenzia un lieve spostamento lungo la trave al variare degli istanti temporali  $t$ .

Nel caso di eccitazione in fase  $\theta_{12} = 0^\circ$  (*Scan0\_F1*), la risposta è caratterizzata dalla presenza di due nodi strutturali stazionari, compatibili con una risposta dominata dal *secondo modo flessionale*.

Tale comportamento è tipico di una *onda stazionaria*, nella quale la distribuzione spaziale della risposta rimane invariata nel tempo. Al contrario, in presenza di eccitazione in quadratura, i nodi non risultano più fissi nello spazio e tutti i punti della struttura partecipano al moto vibratorio, raggiungendo il massimo spostamento in istanti differenti. Questo comportamento è riconducibile alla formazione di una *onda viaggiante (travelling wave)*, in cui la deformata si propaga lungo la struttura con una direzione preferenziale.

Tale differenza risulta particolarmente evidente all'istante  $t = 1$ : mentre nel caso  $\theta_{12} = 0^\circ$  tutti i punti attraversano simultaneamente la configurazione indeformata, nel caso  $\theta_{12} = 90^\circ$  tale condizione è raggiunta in modo progressivo lungo la trave, confermando la natura non stazionaria del modo.

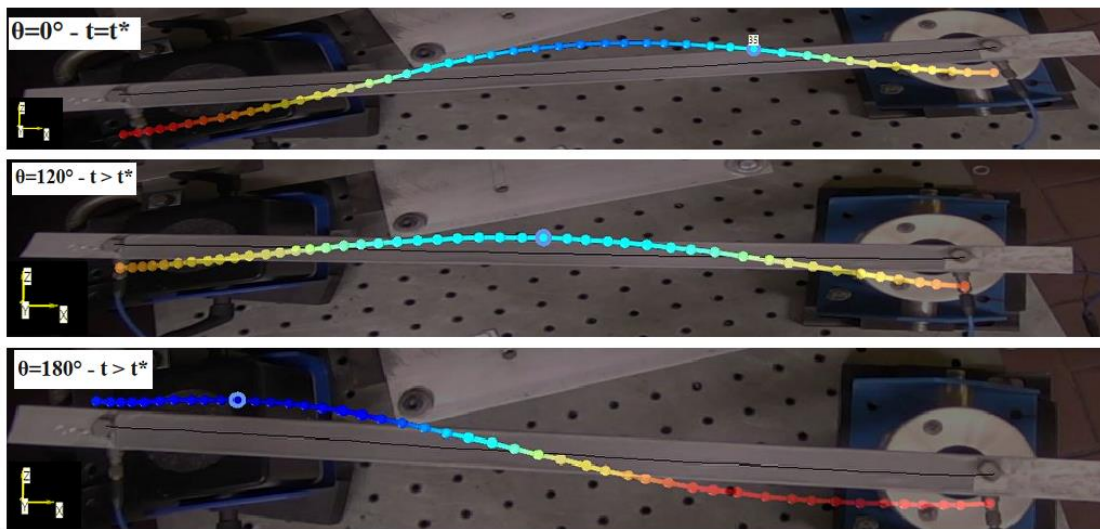


Figura 54: Risposta trave al variare dell'angolo di sfasamento tra le eccitazioni

La numerazione dei punti di misura lungo la trave: *point index*, è assegnata in modo crescente da sinistra verso destra, a partire da uno. Come si nota dalla *Figura 54*, nel caso di eccitazione in fase i nodi significativi si trovano ai point index 18 e 38 e mantengono la loro posizione costante nel tempo. Al contrario, per un'eccitazione con sfasamento di  $120^\circ$ , i nodi inizialmente si spostano, raggiungendo rispettivamente i point index 15 e 35 dopo un determinato intervallo temporale.

Infine, per l'eccitazione in opposizione di fase, si osserva un unico nodo significativo situato approssimativamente a metà della trave, corrispondente al point index 26. Nel caso di eccitazioni con fase di  $180^\circ$ , la forzante antisimmetrica sopprime il contributo simmetrico del modo, dando luogo a una risposta stazionaria caratterizzata da un singolo nodo in posizione centrale. Questi comportamenti sono visibili nella figura sopra riportata. Infine, si è notato che cambiando il segno dell'angolo di fase imposto ad una delle due celle di carico, l'onda vibratoria cambia direzione di propagazione.

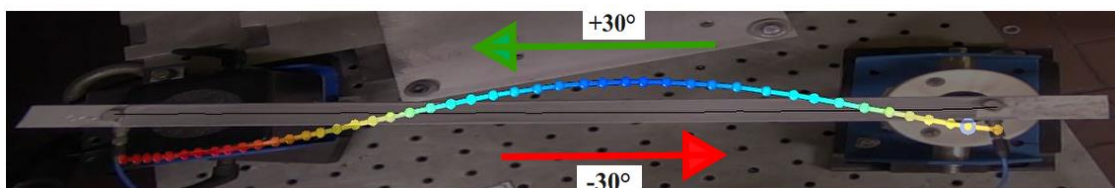


Tabella 11: Direzione dell'onda vibratoria in funzione del segno della fase

## 6.6 Conclusioni studio di fattibilità

Con il fine di dimostrare ulteriormente che per eccitazioni sfasate tra loro, la deformata non è stazionaria, si riporta nella tabella sottostante i valori della fase relativa tra due punti successivi lungo la trave. Lo sfasamento tra un punto di misura e il successivo è stato quantificato utilizzando la fase della *mobility* fornita dal software di acquisizione, rispetto alla cella di carico del secondo shaker. È stato definito un nuovo parametro, l'*Inter Beam Phase Angle (IBPA)*, corrispondente alla fase tra due punti consecutivi lungo la trave.

Il valore di *IBPA* [ ° ] è stato calcolato sottraendo la fase della *mobility* del punto precedente a quella del punto successivo e riportando l'angolo risultante nell'intervallo compreso tra -180° e 180°.

$$IBPA_{(i+1)-i}^{[-180,180]} = IBPA_{(i+1)-i}^{[-360,360]} - 360^\circ \cdot \text{round}\left(\frac{IBPA_{(i+1)-i}^{[-360,360]}}{360}\right)$$

Si riporta il valore di tutti gli IBPA per ogni test:

IBPA [ ° ]	Scan0_F1	Scan30_F1	Scan60_F1	Scan90_F1	Scan120_F1	Scan150_F1	Scan180_F1
IBPA2-1	0.48	-2.35	1.14	1.64	1.92	18.85	-0.88
IBPA3-2	-0.03	0.71	1.05	1.42	1.53	17.35	-0.63
IBPA4-3	0.24	0.74	1.08	1.5	1.53	0.82	-0.6
IBPA5-4	0.11	0.98	1.31	1.84	2.02	1.01	-0.74
IBPA6-5	0.37	1.35	1.74	2.34	2.39	1.17	-1.63
IBPA7-6	0.4	1.48	1.77	2.43	2.27	1.06	-0.21
IBPA8-7	0.38	2.07	2.38	3.31	2.88	1.24	-1.04
IBPA9-8	0.41	1.79	2.01	2.47	2.07	4.96	-0.67
IBPA10-9	0.58	2.63	2.6	3.27	2.6	2.97	-0.81
IBPA11-10	0.63	3.32	2.96	3.56	2.68	1.05	-0.77
IBPA12-11	0.97	4.85	3.94	4.36	3.08	1.15	-1.05
IBPA13-12	1.08	5.7	4	4.85	2.65	0.97	-0.49
IBPA14-13	1.95	9.55	5.69	5.93	3.25	1.1	-0.81
IBPA15-14	2.7	12.46	6.25	5.64	3.02	1.03	-0.74
IBPA16-15	5	22.51	9.15	7.39	3.75	1.22	-0.86
IBPA17-16	18.31	31.23	13.99	9.22	4.61	1.44	13
IBPA18-17	79.6	25.07	17.83	10.12	5.3	1.72	15
IBPA19-18	26.54	15.15	19.74	10.89	6.39	1.86	-1.25
IBPA20-19	28.92	10.17	20.46	12	8.46	2.56	-1.53
IBPA21-20	3.37	6.78	16.65	12.88	11.41	3.89	-2.21
IBPA22-21	2.55	4.57	11.68	12.16	14.31	5.46	-3.08
IBPA23-22	1.38	3.45	8.23	10.37	16.68	9.45	-4.72
IBPA24-23	0.99	3.15	6.63	18.82	18.73	20.79	-9.52
IBPA25-24	1.1	2.38	4.92	8.3	16.31	43.18	-22.87
IBPA26-25	0.29	2.38	4.31	6.98	14.67	42.79	-58.88
IBPA27-26	0.74	1.97	3.49	7.38	10.63	17.85	-36.97
IBPA28-27	0.17	2.22	3.57	5.13	9.14	9.73	-14.89
IBPA29-28	0.32	1.64	2.59	5.99	5.78	4.41	-5.34
IBPA30-29	0.48	2.2	3.05	4.59	6.11	3.83	-3.76
IBPA31-30	0.34	1.84	2.38	6.05	4.12	2.26	-2
IBPA32-31	0.47	2.57	3.32	0	1.96	2.48	-1.89
IBPA33-32	0.48	3.37	3.86	6.7	8	2.34	-1.44
IBPA34-33	0.55	3.59	3.71	6.03	4.14	1.85	-0.91
IBPA35-34	0.71	5.9	5.16	7.82	4.98	2.21	-0.81
IBPA36-35	1.4	11.81	8.11	10.41	6.21	2.64	-0.73
IBPA37-36	3.34	21.42	10.51	10.83	6.22	2.61	-0.52
IBPA38-37	17.66	27.74	11.08	8.77	5.07	2.18	-0.06
IBPA39-38	149.42	37.23	19.06	11.31	6.81	3.01	-0.02
IBPA40-39	6.19	22.97	22.9	11.55	7.52	3.32	0.21

<b>IBPA41-40</b>	1.24	11.93	20.93	10.9	8.34	3.8	0.53
<b>IBPA42-41</b>	1.28	5.84	13.75	8.35	3.79	3.4	0.59
<b>IBPA43-42</b>	1.03	3.65	9.34	6.86	9.52	3.5	0.89
<b>IBPA44-43</b>	1.16	3.92	8.03	6.89	7.54	4.45	1.25
<b>IBPA45-44</b>	0.51	2.13	5.04	4.85	5.54	3.53	1.3
<b>IBPA46-45</b>	1.34	3.02	6.35	6.67	8.6	6.22	2.72

Tabella 12: INTER BEAM PHASE ANGLE (IBPA)

Si osserva che, nel caso di eccitazione in fase, l'*Inter Beam Phase Angle (IBPA)* risulta prossima allo zero. Un comportamento analogo si riscontra anche nel caso di eccitazione in opposizione di fase tra gli shaker: in tale configurazione la forzante risulta antisimmetrica e la risposta della struttura assume una deformata stazionaria. Di conseguenza, tutti i punti della struttura attraversano simultaneamente la configurazione indeformata, poiché non si instaura una propagazione spaziale della fase. Al contrario, nel caso di eccitazioni con sfasamento diverso da  $0^\circ$  e  $180^\circ$ , l'IBPA assume valori diversi da zero lungo la trave, indicando la presenza di una risposta viaggiante.

Tali osservazioni consentono di concludere che il sistema di eccitazione in Stepped sine implementato tramite *CADA-X* è in grado di generare una *risposta non stazionaria*, mentre il sistema di acquisizione *PSV 9.5 Acquisition* risulta efficace nel visualizzarne l'evoluzione spaziale lungo la struttura.

## 7 Descrizione del simulacro e modellazione agli elementi finiti

### 7.1 Simulacro di disco palettato con pale integrate

L'oggetto di studio è un simulacro di disco palettato con pale integrate (*Dummy BLISK*). Il componente è stato realizzato mediante asportazione di materiale su macchine utensili, partendo da un blocco pieno in acciaio, al fine di ottenere una geometria rappresentativa di un disco palettato reale. Il simulacro è progettato per riprodurre le caratteristiche geometriche e strutturali di un disco palettato di un motore aeronautico turbogas operante nella sezione del compressore, garantendo al contempo costi di realizzazione significativamente inferiori rispetto a quelli di uno reale.

Il componente è costituito da un disco sul quale sono integrate 24 pale. Ciascuna pala è dotata di una piattaforma per lato. Tali cavità sono destinate all'alloggiamento di inserti, i quali, a loro volta, ospitano gli smorzatori sotto-pala (*underplatform dampers UPDs*) impiegati.

Il disco presenta un diametro pari a 25 cm. Il diametro esterno misurato tra una piattaforma e quella diametralmente opposta risulta pari a 34 cm, mentre il diametro misurato tra il *tip* di una pala e quello della pala diametralmente opposta è pari a 46 cm. Ne consegue che la lunghezza di ciascuna pala è pari a 6 cm.

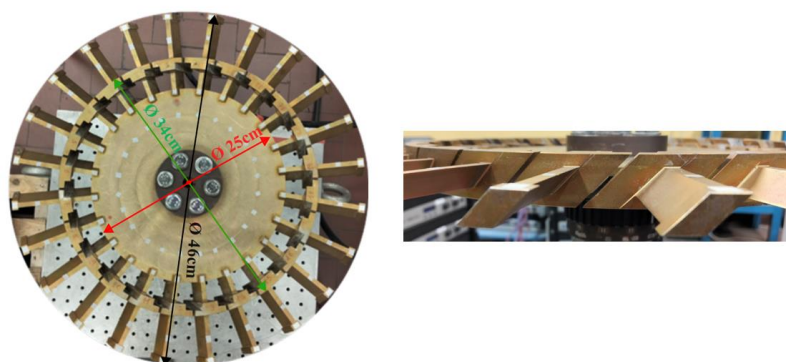


Figura 55: Dimensioni simulacro di disco palettato con pale integrate

Le pale sono state convenzionalmente numerate in questo modo:

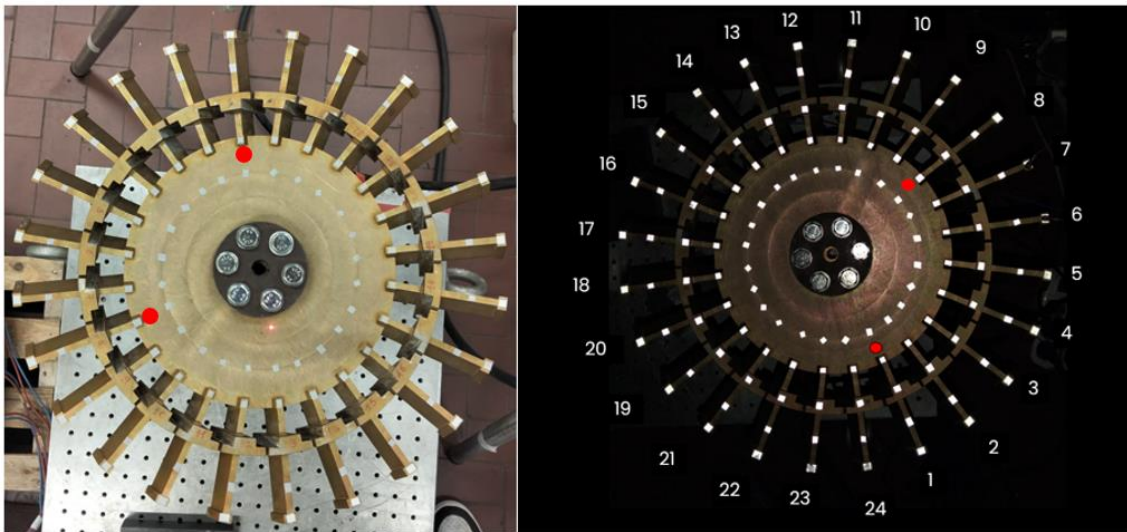


Figura 56: Numerazione pale

Dalla figura riportata si osserva che la numerazione delle pale è stata assegnata in senso antiorario. Tale numerazione è stata riportata sulla superficie superiore delle piattaforme delle pale mediante l'utilizzo di un pennarello di colore rosso. Come evidenziato nella foto di sinistra della *figura 56*, sulla superficie del disco sono inoltre state applicate patch rifrangenti, le quali costituiscono i punti di misura utilizzati dal vibrometro laser scanner per l'acquisizione delle risposte vibrazionali.

## 7.2 Modellazione FEM ed analisi modale in simmetria ciclica

In questo capitolo viene affrontata l'analisi vibrazionale del simulacro di BLISK con un approccio numerico. Dopo un accenno al software utilizzato per la realizzazione del modello agli elementi finiti, si descrivono tutte le fasi effettuate alla definizione di quest'ultimo, per poi concludere con l'ottenimento dei risultati numerici legati all'analisi modale in simmetria ciclica.

### 7.2.1 Metodo FEM

L'analisi combinata di tipo numerico e sperimentale richiede, come prerequisito fondamentale, una solida comprensione dei principi teorici che governano le tecniche di simulazione numerica. Tali strumenti consentono infatti di modellare il comportamento dei sistemi ingegneristici con un elevato grado di accuratezza, rendendo possibile un confronto affidabile con i risultati ottenuti mediante prove sperimentali. In questo contesto, il metodo agli elementi finiti rappresenta uno degli approcci più diffusi per la modellazione e la risoluzione di problemi ingegneristici complessi. Il metodo consente di affrontare in maniera approssimata la soluzione di equazioni differenziali alle derivate parziali, che descrivono i fenomeni fisici di interesse, attraverso una formulazione basata su grandezze integrali definite su domini finiti. L'idea alla base del metodo consiste nella suddivisione del continuo in un numero limitato elementi, denominati elementi finiti, che risultano tra loro connesse mediante punti discreti, detti nodi. Le variabili di stato vengono assunte note esclusivamente in corrispondenza di tali nodi, mentre il loro andamento all'interno di ciascun elemento viene ricostruito mediante funzioni di interpolazione opportunamente definite.

L'introduzione delle *funzioni di forma* all'interno del *funzionale integrale* conduce alla discretizzazione del problema continuo e alla successiva formulazione di un sistema di equazioni in forma matriciale.

Nel caso del campo degli spostamenti, tale formulazione può essere ricondotta al principio dei lavori virtuali, che fornisce il quadro teorico generale su cui si basa la derivazione del problema agli elementi finiti, come illustrato nella formulazione seguente [8].

$$\{u\} = [n]\{s\}$$

Con  $\{s\}$  vettore che rappresenta gli spostamenti nodali, mentre  $[n]$  matrice che rappresenta le funzioni di forma.

Nel caso del progetto di tesi, ogni nodo ha tre gradi di libertà nello spazio; pertanto, possiamo riscrivere le equazioni, relative ad ogni asse cartesiano come segue:

$$u = \sum_{i=1}^k n_i(\xi, \eta, \zeta) u_i \quad v = \sum_{i=1}^k n_i(\xi, \eta, \zeta) v_i \quad w = \sum_{i=1}^k n_i(\xi, \eta, \zeta) w_i$$

Dove:

- $u$  indica lo spostamento lungo l'asse  $x$ ,  $v$  lungo l'asse  $y$  mentre  $w$  in direzione  $z$ ;
- $k$  è relativo al numero di nodi;
- $n$  sono le funzioni di forma, le quali sono espresse in forma isoparametrica; quindi, per ogni asse cartesiano  $x, y, z$  corrisponde rispettivamente il parametro  $\xi, \eta, \zeta$ .

## 7.2.2 Formulazione matriciale del problema

Al fine di pervenire alla formulazione del problema in forma matriciale, è necessario fare riferimento all'equazione di Lagrange, che rappresenta l'estensione del principio dei lavori virtuali al caso dinamico. Tale formulazione si fonda sull'equilibrio tra il contributo del lavoro interno e quello del lavoro esterno agente sul sistema.

Il lavoro interno può essere interpretato come la quantità di energia virtuale associata all'azione delle tensioni interne in risposta a una deformazione virtuale imposta al corpo. Esso risulta pertanto legato allo stato tensionale del sistema e alla variazione virtuale del campo deformativo, e può essere espresso secondo la relazione seguente [8]:

$$\delta L_{\text{int}} = \int \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV + \int \{\delta u\}^T \rho \{\ddot{u}\} dV + \int \{\delta u\}^T C_s \{\ddot{u}\} dV$$

Dove tale formulazione integrale definisce:

- $\int \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV$ , il contributo della rigidità;
- $\int \{\delta u\}^T \rho \{\ddot{u}\} dV$ , il contributo dell'inerzia;
- $\int \{\delta u\}^T C_s \{\ddot{u}\} dV$ , il contributo dello smorzamento.

Il lavoro esterno è definito come l'energia spesa dalle forze esterne che agiscono sul continuo e si esprime come:

$$\delta L_{\text{est}} = \{\delta u\}^T \{f\} + \int \{\delta u\}^T \{t_o\} dA + \int \{\delta u\}^T \{\phi\} dV$$

Dove:

- $\{\delta u\}^T \{f\}$ , il contributo delle forze nodali esterne;
- $\int \{\delta u\}^T \{t_o\} dA$ , il contributo delle forze esterne di superficie;
- $\int \{\delta u\}^T \{\phi\} dV$ , il contributo delle forze esterne di volume.

Le funzioni di forma insieme alle *leggi costitutive* che descrivono il comportamento del materiale, consentono di pervenire alla formulazione discreta del problema dinamico. Tale passaggio conduce alla definizione del modello in forma matriciale, nel quale vengono individuati i principali contributi che caratterizzano il sistema [8]:

- Matrice di massa,  $[M] = \rho \int [n]^T [n] dV$ ;
- Matrice di rigidezza,  $[K] = \int [b]^T [E] [b] dV$ ;
- Matrice di smorzamento,  $[C] = C_s \int [n]^T [n] dV$ ;
- Vettore delle forze nodali,  $\{f\}$ ;
- Vettore delle forze di superficie,  $\{f_{t0}\} = \int [n]^T [t_0] dA$ ;
- Vettore delle forze di volume,  $\{f_\phi\} = \int [n]^T [\phi] dV$ .

Si osserva inoltre che la matrice  $[b]$  è direttamente ottenuta come derivata spaziale delle funzioni di forma  $[n]$ . Tale relazione deriva dalla definizione del campo di deformazione espressa in forma integrale, dalla quale è possibile ricavare il legame tra gli spostamenti interpolati e le deformazioni associate, come riportato nella relazione seguente:

$$\{\varepsilon\} = \{u'\} = [n'] \{s'\} \text{ da cui: } \{\varepsilon\} = [b] \{s\}$$

Quindi, ora è possibile riscrivere in forma estesa l'equazione del moto in forma matriciale per sistemi lineari come segue:

$$[M]\{\ddot{s}\} + [C]\{\dot{s}\} + [K]\{s\} = \{f\} + \{f_{t0}\} + \{f_\phi\}$$

L'ordine delle matrici coinvolte, e di conseguenza la dimensione del problema agli autovalori associato, risulta funzione sia del numero di gradi di libertà assegnati a ciascun nodo del modello sia del numero complessivo di nodi che compongono la discretizzazione. Nel caso di un modello tridimensionale, tale dipendenza conduce alle seguenti considerazioni:

$$N = 3 \cdot \text{numero di nodi}$$

Da cui:

- $[M], [C], [K] \in R^{N \times N}$
- $\{f\}, \{f_{t0}\}, \{f_\phi\} \in R^{N \times 1}$
- $\{\ddot{s}\}, \{\dot{s}\}, \{s\} \in R^{N \times 1}$

Sulla base delle considerazioni precedenti, risulta opportuno approfondire la definizione integrale della matrice di massa  $M$ . L'approccio utilizzato per la sua determinazione è noto come *consistent*, in cui la massa è distribuita uniformemente e la matrice risultante è piena. In alternativa, è possibile adottare una formulazione *lumped*, in cui la matrice di massa assume una forma diagonale e non piena, comportando una riduzione significativa del costo computazionale durante le analisi strutturali, sebbene l'approccio *consistent* garantisca risultati più accurati e maggiormente confrontabili con le osservazioni sperimentali.

Un'ulteriore puntualizzazione riguarda la matrice di smorzamento. L'analisi agli elementi finiti effettuato per il presente lavoro di tesi è stato eseguito non considerando la presenza di smorzatori sotto-pala; quindi modellando il simulacro nella condizione senza smorzatori. Perciò, lo smorzamento del sistema è determinato esclusivamente dal comportamento interno del materiale del BLISK, noto come smorzamento isteretico. Tale fenomeno è tipico di molti materiali sottoposti a carichi ciclici, in cui l'energia dissipata per ciclo risulta proporzionale al quadrato dell'ampiezza delle deformazioni e

praticamente indipendente dalla frequenza. Assumendo che il sistema sia sottoposto a carichi ciclici armonici, e che le deformazioni e il materiale si comportino linearmente, si considera che tensioni e deformazioni siano sfasate tra loro di un angolo  $\phi$ , da cui consegue che [9]:

$$\begin{cases} \epsilon = \epsilon_0 \cos(\omega t) \\ \sigma = \sigma_0 \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$$

Quindi, passando in notazione euleriana e considerando il campo di elasticità si ottiene che:

$$E^* = \frac{\sigma}{\epsilon} = E e^{i\phi} = E (\cos \phi + i \sin \phi) = E' + iE''$$

Da questa formulazione complessa del modulo elastico si ottengono due termini che rappresentano:

- $E'$ , la rigidità elastica del materiale
- $E''$ , il contributo collegato allo smorzamento isteretico

Si può dunque introdurre il *fattore di perdita*, o *loss factor*, che si esprime come rapporto dei due contributi precedentemente illustrati:

$$\eta = \frac{E''}{E'} = \tan \phi \cong \phi$$

Si nota che quest'approssimazione è corretta solo nel caso di basso smorzamento interno. Sono riportati nella tabella successiva, un esempio di alcuni valori indicativi per diversi materiali di fattori di perdita:

Material	$\eta$
Aluminium alloy	0.0001 - 0.001
Copper and copper alloys	0.001 - 0.005
Cast iron	0.001 - 0.08
Steel	0.01 - 0.06
Rubber	0.01 - 3

Tabella 13: Esempio di Loss factor per alcuni materiali [9]

Dunque, nell'equazione del moto espressa nel dominio della frequenza è possibile riscriverla come segue:

$$[-\omega^2 [M] + [K](1 + i\eta)]\{X_0\} = \{f\} + \{f_{t0}\} + \{f_\phi\}$$

In sintesi, il problema può essere descritto mediante una *rigidezza complessa*, in cui la componente reale rappresenta la rigidità effettiva del modello, mentre quella immaginaria è associata allo smorzamento isteretico del sistema.

## 7.3 Costruzione del modello CAD

In ambiente Solidworks è stato riprodotto un settore del simulacro di disco. Ovvero è stato disegnato in 3D una pala e 15° di disco. Non sono stati ricreati i 6 fori presenti sul disco in modo da evitare la distorsione della mesh nella loro prossimità.

## 7.4 Creazione del modello FEM

Il software impiegato per lo svolgimento delle analisi agli elementi finiti è stato *ANSYS Mechanical APDL*, un programma sviluppato da una società statunitense. Questo strumento consente di modificare la geometria dei componenti, generare mesh sia di superfici che di volume e, soprattutto, di condurre analisi agli elementi finiti per la simulazione di una vasta gamma di problemi ingegneristici. Tali analisi possono riguardare fenomeni di natura meccanica, come quelli statici o dinamici, ma anche termica. L'obiettivo principale di questo tipo di strumenti consiste nel riprodurre il comportamento reale dei componenti studiati, a partire dalla conoscenza preliminare della loro geometria e delle proprietà del materiale.

Nel contesto del presente lavoro di tesi, *ANSYS Mechanical APDL* è stato utilizzato per la generazione della mesh, mediante la selezione di elementi 2D per le superfici e di elementi 3D per i volumi ed ottenere la soluzione modale, autovalori ed autovettori, del BLISK mediante l'algoritmo Block Lanczos in simmetria ciclica, con il fine di ricostruire il diagramma *FreND* ed osservare la deformata modale relativa ad ogni dimetro nodale per ogni famiglia modale di interesse.

Per prima cosa, è stato importato in *ANSYS APDL* il modello del settore principale del disco palettato, creato in *SolidWorks* e salvato in formato *Parasolid*. Successivamente, si è proceduto alla *divisione delle linee* che compongono la geometria. Questo passaggio consente nel definire punti di suddivisione lungo i bordi, che diventeranno i nodi della mesh, ed è fondamentale per garantire il *controllo sulla densità, la regolarità e la qualità degli elementi* sia sulle superfici che nel volume. La divisione delle linee fornisce la topologia di base necessaria ad ANSYS per costruire una mesh accurata e coerente anche per geometrie complesse.

Nel modello, le linee sono state suddivise in modo *simmetrico* rispetto alla direzione radiale, con un numero di suddivisioni bilanciato per non appesantire eccessivamente la discretizzazione. Una maggiore densità di suddivisione è stata applicata nella zona della piattaforma, poiché quest'area rappresenta l'interfaccia con la pala ed è caratterizzata da una geometria più complessa; in questo modo si è potuto affinare la mesh e ridurre il rischio di forti distorsioni degli elementi.

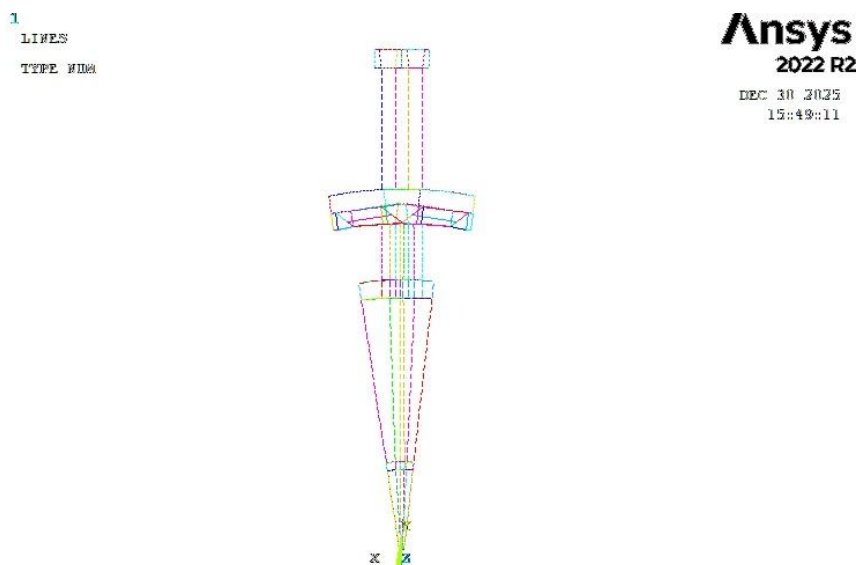


Figura 57: Suddivisione delle linee nel settore principale

Per discretizzare le superfici è stato utilizzato l'elemento *MESH200* (*Keyopt* (7)), che corrisponde all'elemento 3D quadrangolare ad otto nodi [10].

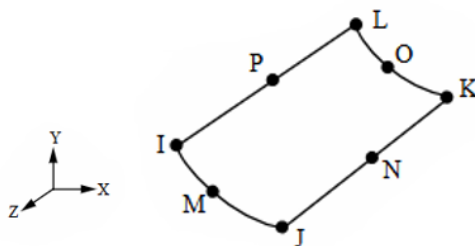


Figura 58: Mesh200 - keyopt(7)

La mesh di superficie non è importante ai fini della soluzione del problema dinamico, ma funge da guida sulla quale si aggrappa la discretizzazione di volume che nel nostro caso è rappresentata dall'elemento *SOLID95* [11].

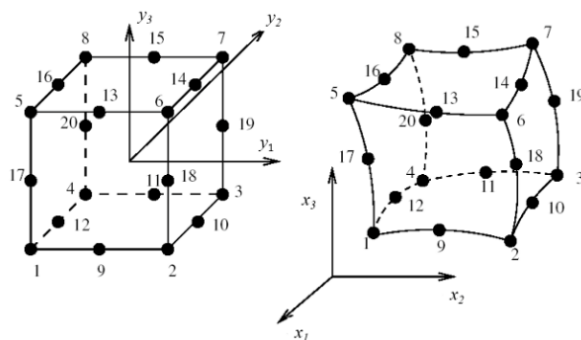


Figura 59: Solid95 in coordinate locali ed in coordinate globali

La discretizzazione del dominio è stata effettuata mediante elementi solidi tridimensionali quadratici di tipo *SOLID95* in configurazione *esaedrica* (*brick*). Tale elemento appartiene alla famiglia degli elementi isoparametrici e presenta 20 nodi, di cui otto ai vertici e dodici nodi intermedi sugli spigoli, consentendo l'impiego di funzioni di forma quadratiche per l'interpolazione del campo degli spostamenti. Ogni nodo è caratterizzato da tre gradi di libertà traslazionali, corrispondenti agli spostamenti lungo le direzioni cartesiane, per un totale di 60 gradi di libertà per elemento. La formulazione quadratica consente una rappresentazione più accurata dei campi di deformazione e tensione rispetto agli elementi lineari, risultando particolarmente efficace in presenza di gradienti elevati, curvature geometriche e discontinuità cinematiche, anche con una discretizzazione relativamente grossolana.

L'elemento *SOLID95* utilizza uno schema di integrazione numerica, che garantisce una corretta valutazione della matrice di rigidità e della matrice di massa, aspetti fondamentali nelle analisi dinamiche. In particolare, la formulazione quadratica permette una descrizione più fedele della distribuzione di massa e della rigidità strutturale, migliorando l'accuratezza nella previsione delle frequenze naturali e delle forme modali, soprattutto per i modi di vibrare di ordine medio-alto. Per tali ragioni, l'elemento scelto risulta adeguato all'esecuzione di analisi modali, in quanto consente di limitare fenomeni di stiffening numerico tipici degli elementi solidi lineari e di ottenere una migliore convergenza delle soluzioni modali al raffinamento della mesh.

Utilizzando questi elementi si è ottenuto il settore principale discretizzato come in figura:

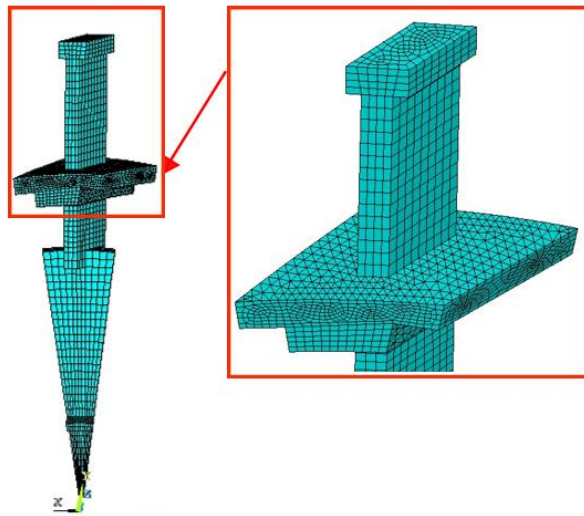


Figura 60: Discretizzazione mediante elementi finiti del settore principale

Si è definito un sistema di coordinate locale cilindrico, centrato sull'asse di rotazione del disco. Questo permette di descrivere le posizioni dei nodi in termini di raggio, angolo e altezza, facilitando l'applicazione delle condizioni di simmetria ciclica e la correlazione tra le facce opposte del settore. Successivamente, si identificano le facce opposte del settore che saranno sottoposte al vincolo di simmetria ciclica, definendo i confini del settore e i nodi da vincolare tramite il fattore di fase, corrispondente all'Interblade Phase Angle (IBPA -  $\varphi$ ). Questo angolo di fase determina come le deformate del settore fondamentale si ripetono negli altri settori, garantendo la continuità modale lungo tutto il disco.

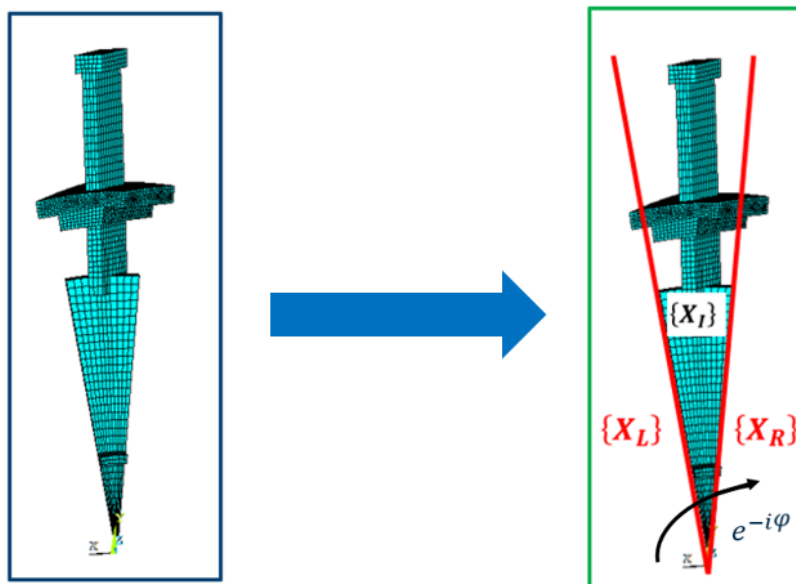


Figura 61: vincoli di simmetria ciclica

La zona superiore ed inferiore del settore fondamentale viene vincolata, in una zona di raggio 4 cm dal centro, in modo da bloccare tutti e tre i gradi di libertà principali (radiale, circonferenziale e

assiale), rappresentando le condizioni reali del Blisk all'interno del banco prova (*DEBI*) che verrà descritto successivamente.

Poiché il settore fondamentale rappresenta una porzione di  $15^\circ$  del disco, ANSYS calcola automaticamente che per ricostruire l'intero disco palettato è necessario replicare questo settore 24 volte ( $360^\circ/15^\circ$ ). Attivando la simmetria ciclica automatica tramite *CYCLIC,OPTION,AUTO,CYC EXPANSION* il software crea virtualmente gli altri settori. Si tiene precisare che la mesh negli altri settori è fittizia, ma nodi, elementi e vincoli del settore fondamentale vengono replicati automaticamente e le risposte sono trasferite in base all'IBPA. In questo modo si ottiene la risposta globale del disco senza dover discretizzare fisicamente tutti i settori, riducendo così il problema e quindi il calcolo computazionale (analisi in simmetria ciclica).

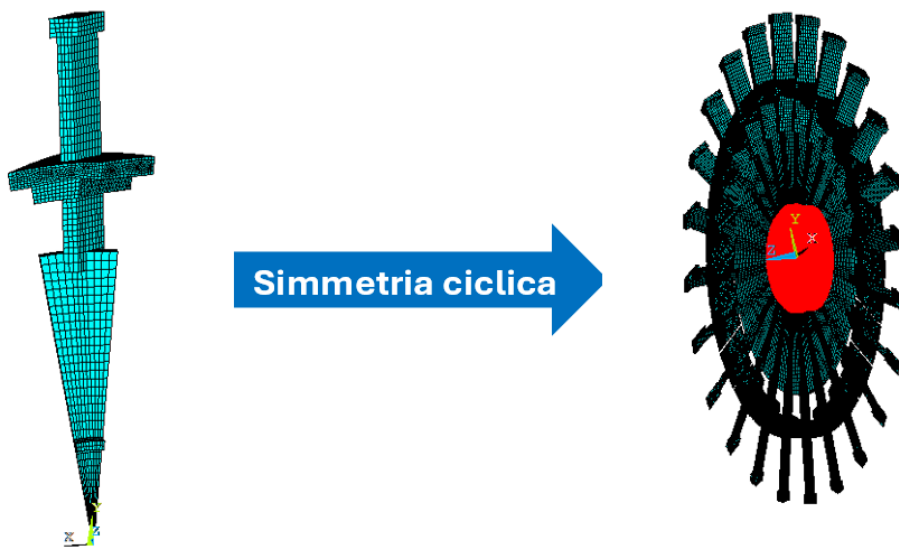


Figura 62: Espansione ciclica

Infine, si definisce l'analisi modale, tramite *SOLUTION,NEW ANALYSIS, MODAL*, sul settore fondamentale. Il metodo di estrazione dei modi utilizzato è il Block Lanczos e ne sono stati estratti 6. Quindi per diametro nodale pari a zero e per il valore massimo (la metà dei settori), si avranno i primi 6 modi associati a 6 famiglie modali distinte, in quanto possiedono un singolo autovalore, mentre per i diametri nodali intermedi si hanno modi ripetuti (doppi), quindi il software calcolerà le prime 3 coppie di modi ripetuti per le prime 3 famiglie modali. L'analisi si attiva tramite i comandi *SOLUTION, ANALYSIS TYPE, ANALYSIS OPTIONS*. Infine per ottenere i risultati ordinati in base al diametro nodale crescente è necessario selezionare *SOLVE, CYCLIC OPTIONS, HARMONIC INDEX*.

### 7.4.1 Risultati modello FEM

Prima di lanciare la risoluzione modale è doveroso definire le proprietà del materiale, *densità* ( $\rho$ ), *modulo di Young* ( $E$ ) e *coefficiente di Poisson* ( $\nu$ ), in modo da definire la matrice di massa e di rigidezza del settore fondamentale discretizzato. Queste proprietà sono state individuate attraverso una attenta taratura dei valori utilizzando i risultati di una precedente campagna sperimentale, durante la quale il simulacro di disco palettato è stato sottoposto ad una condizione di vincolo libera (*free*) sfruttando due cavi fatti passare all'interno dei fori presenti sul simulacro.

Questi cavi sono stati distanziati dal disco in modo da non influenzarne la sua dinamica e la loro estremità è stata legata ad un telaio rigido in modo da sostenerlo. Il disco è stato eccitato utilizzando

uno shaker che attraverso uno stinger ha sollecitato una zona puntuale su di esso. La risposta dinamica è stata acquisita sfruttando il vibrometro laser scan-500, accoppiato al software PSV9.5 Acquisition. Sulla superficie del disco sono state posizionate dei patch rifrangenti con il fine di acquisire la velocità in quei punti di misura. La risposta è stata acquisita in ogni punto con la stessa storia di carico in quanto è stato utilizzato la cella di carico avvitata nello stinger dello shaker come trigger. La generazione del segnale per lo shaker e l'acquisizione della velocità e del segnale della cella di carico è a carico del front-end PSV-500.

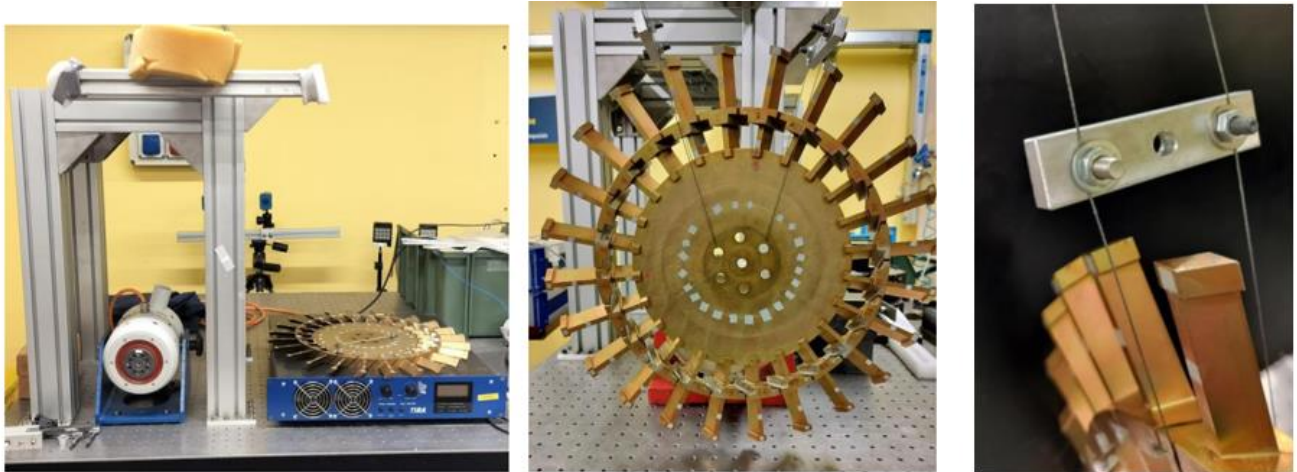


Figura 63: Campagna sperimentale per taratura del modello FEM

I risultati sperimentali relativi alle frequenze di risonanza per ogni diametro nodale sono stati utilizzati per tarare i valori di densità e modulo di Young con il fine di far comunicare il modello agli elementi finiti privo di vincoli con il disco in condizioni free.

In seguito ad un'attenta taratura si è pervenuto ai seguenti valori riportati nella tabella sottostante:

Proprietà del materiale	BLISK
$\rho$ [ $kg/m^3$ ]	7800
E [GPa]	209
$\nu$ [-]	0.3

Tabella 14: Proprietà del materiale

Utilizzando questi valori di *densità*, *modulo di Young* e *coefficiente di Poisson* nell'analisi modale condotta con ANSYS APDL, con il disco dotato di vincoli di incastro nella zona del mozzo, si ottengono le frequenze naturali per ogni diametro nodale riportate nella tabella sottostante. Si evidenzia come per il diametro nodale zero e dodici si siano riportati solo i valori delle prime *tre famiglie modali*, non sei, in quanto solamente le prime tre saranno oggetti di studio.

SET	FREQ [Hz]	NODAL DIAMETER
1	131.89	0
2	382.59	0
3	947.89	0
4	130.68	1
5	130.68	1
6	386.62	1
7	386.62	1
8	984.03	1
9	984.03	1
10	144.06	2
11	144.06	2
12	394.24	2
13	394.24	2
14	1021.8	2
15	1021.8	2
16	184.75	3
17	184.75	3
18	422.33	3
19	422.33	3
20	1074	3
21	1074	3
22	221.95	4
23	221.95	4
24	471.62	4
25	471.62	4
26	1118.7	4
27	1118.7	4
28	243.71	5
29	243.71	5
30	527.12	5
31	527.12	5
32	1147.6	5
33	1147.6	5
34	255.75	6
35	255.75	6
36	577.73	6
37	577.73	6
38	1166.2	6

SET	FREQ [Hz]	NODAL DIAMETER
39	1166.2	6
40	262.77	7
41	262.77	7
42	619.83	7
43	619.83	7
44	1179	7
45	1179	7
46	267.08	8
48	652.97	8
49	652.97	8
50	1188.4	8
51	1188.4	8
52	269.79	9
53	269.79	9
54	677.71	9
55	677.71	9
56	1195.5	9
57	1195.5	9
58	271.45	10
59	271.45	10
60	694.77	10
61	694.77	10
62	1200.7	10
63	1200.7	10
64	272.36	11
65	272.36	11
66	704.76	11
67	704.76	11
68	1203.9	11
69	1203.9	11
70	272.65	12
71	708.04	12
72	1205	12

Tabella 15: Frequenze naturali delle prime tre famiglie modali ottenute mediante ANSYS APDL

Si nota come per i diametri nodali intermedi ci siano le *frequenze doppie* ovvero due risonanze per la stessa frequenza naturale. Ciò è tipico delle strutture in simmetria ciclica, come descritto in precedenza.

Disponendo le frequenze naturali e i relativi diametri nodali corrispettivi è possibile realizzare il grafico *FreND numerico*.

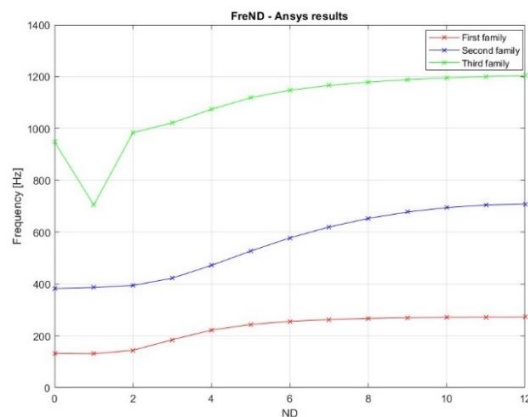


Figura 64: Grafico *FreND* ottenuto dal modello agli elementi finiti

Il diagramma *FreND* ottenuto dall'analisi numerica è stato utilizzato come riferimento per il confronto con i dati sperimentali ottenuti dal banco prova *DEBI*, che verranno successivamente analizzati e interpretati. Le risposte modali visualizzate mediante il software ANSYS sono state inoltre confrontate con le acquisizioni fornite dal laser scanner, al fine di identificare i diversi diametri nodali e di confermare la natura del fenomeno vibratorio osservato alle specifiche frequenze di interesse.

La possibilità di visualizzare le risposte modali tridimensionali tramite ANSYS Mechanical APDL ha infine consentito l'identificazione di un modo di vibrazione associato a un determinato diametro nodale e appartenente a una specifica famiglia modale, caratterizzata da un coinvolgimento significativo della zona della piattaforma della pala. L'identificazione è finalizzata all'individuazione di un moto in cui le pale oscillano in controfase lungo la direzione circonferenziale. Tale condizione dinamica riveste un particolare interesse, in quanto favorisce una maggiore efficacia degli *underplatform damper*, che in questa configurazione mostra una capacità smorzante più elevata. L'analisi approfondita di questo comportamento costituisce uno degli obiettivi principali del presente lavoro di tesi e verrà successivamente descritto.

Per visualizzare risultati ottenuti, a valle dello svolgimento delle analisi modali da parte del programma *ANSYS MECHANICAL APDL*, è stato utilizzato il comando *General Postproc, Read Results, By Pick*, per scegliere un modo nello specifico e successivamente il comando *General Postproc, Plot Results, Contour Plot, Nodal Solu, DOF Solution* che permette di mostrare il modo di vibrare scelto precedentemente, visualizzando uno spostamento modale e non reale, quindi determinato da uno *Scale Factor* arbitrario, mostrando in tal modo qualitativamente il comportamento del componente ad una determinata frequenza naturale. Il software permette di visualizzare la risposta modale con animazione ovvero che si muove nel tempo. Scegliendo il modo di vibrare che si vuole osservare e cliccando successivamente *Animate, Mode shape* è possibile visualizzare l'animazione della deformata, ma in modo stazionario per ciascuno diametro nodale anche per quelli intermedi. Invece per osservare lo spostamento rotante, per i per i modi a diametro nodali intermedi, bisogna cliccare su *animate, Cyc travelling wave*.

Il diagramma *FreND* ottenuto rispecchia il comportamento vibratorio di un disco palettato. Dalla figura sotto riportata, si nota infatti come per diametri nodali maggiori l'andamento della singola famiglia modale tende ad appiattirsi. Inoltre, dagli spostamenti modali ottenuti è possibile verificare come per diametri nodali bassi, il modo di vibrare interessa particolarmente la zona del disco, mentre per diametri nodali elevati abbiamo una vibrazione che si concentra maggiormente nella zona delle pale. Ogni famiglia modale possiede un proprio modo di vibrare che caratterizza quella specifica famiglia. Si riporta il grafico *FreND* relativo alla prime tre famiglie modali con la presenza delle deformate modali in direzione z, direzione assiale, ai diametri nodali 0, 6 e 12 per ciascuna famiglia modale.

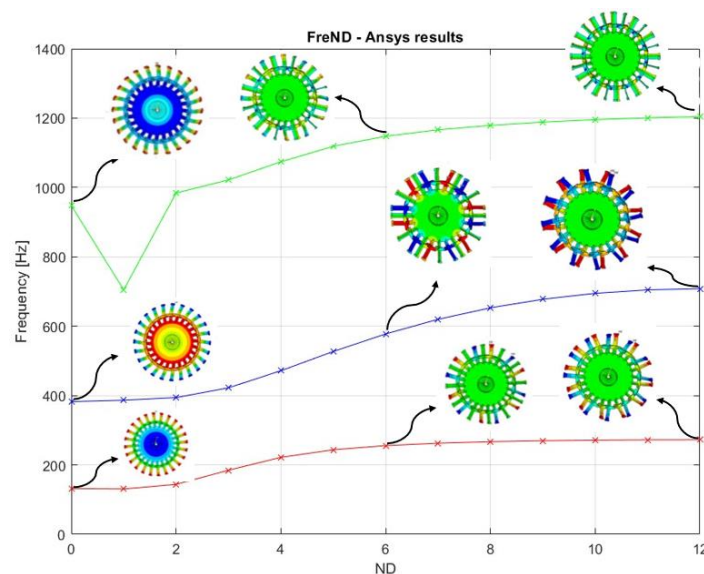


Figura 65: Grafico *FreND* numerico con spostamenti modali per ogni famiglia

## 8 Banco prova DEBI e caratterizzazione modale BLISK

### 8.1 Progettazione banco prova: Double Excitation Blisk IBPA (DEBI)

Presso il laboratorio *AER-MEC*, con l'obiettivo di studiare la dinamica di un disco palettato per uso aeronautico, è stato allestito un banco prova denominato *Double Excitation Blisk IBPA (DEBI)*. Il sistema sperimentale è costituito da un banco ottico, di dimensioni 75X55X38 cm sopra il quale, in prossimità del lato minore, è stato imbullonato un mozzo di supporto destinato a sostenere il simulacro del disco palettato. Affinché il disco fosse ben saldo al mozzo è stato serrato tra una piastra circolare inferiore ed una superiore mediante collegamento bullonato costituito da sei viti M6X30.

Il mozzo presenta al suo interno una vite di regolazione, la quale svitando il dado di contrasto sottostante, consente la variazione dell'altezza del BLISK rispetto al banco ottico. Questa possibilità di regolazione risulta essenziale per garantire lo spazio necessario al collegamento degli eccitatori posizionati al di sotto del disco. Il collegamento bullonato del disco influenza la dinamica della struttura essendo una condizione di vincolo che blocca idealmente tutti gli spostamenti nella zona in cui si trova la piastra circolare di diametro 4cm. Invece l'altezza rispetto al banco non influenza particolarmente il comportamento dinamico ad eccezione del modo di risonanza a diametro nodale uno, il quale tende a far flettere la vite di regolazione. Per questo motivo, al fine di assicurare un adeguato livello di rigidità del sistema di sostegno ed evitare l'insorgere di fenomeni indesiderati legati alla flessibilità del supporto, si è scelto di limitare l'innalzamento del simulacro rispetto al banco ottico, mantenendo la quota il più contenuta possibile compatibilmente con le esigenze di ingombri degli attuatori.

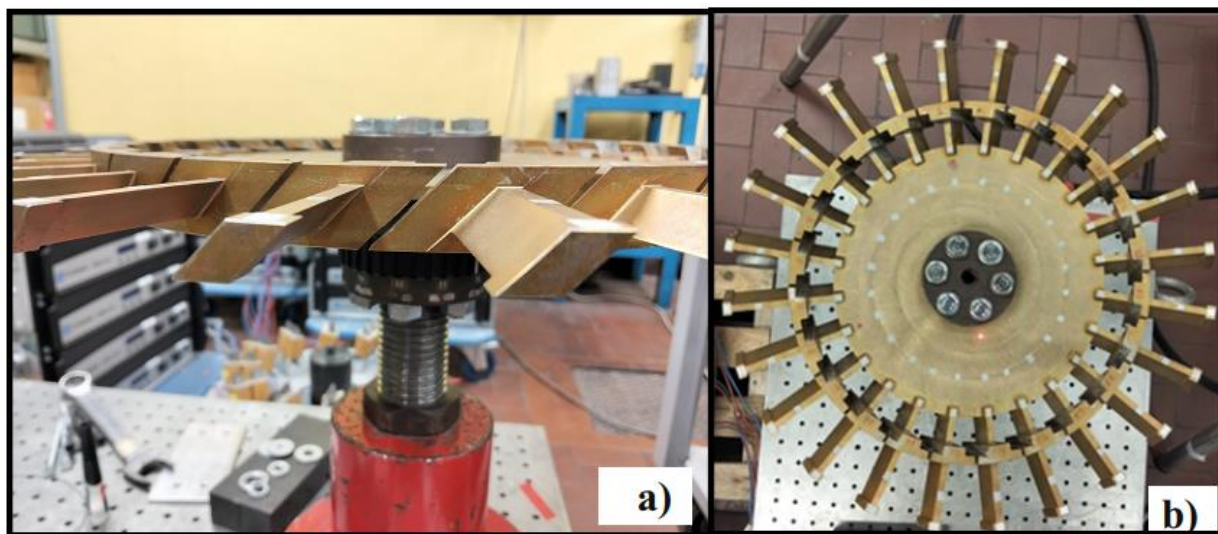


Figura 66: a) collegamento disco-mozzo; b) collegamento mozzo-banco ottico

Sul lato opposto del banco prova sono state installate due carrucole, opportunamente rialzate mediante un basamento, al fine di portarle alla stessa altezza del disco palettato. Tali carrucole hanno la funzione di sostenere il carico collegato agli smorzatori sotto-pala tramite un sistema di cavi, i quali applicano una trazione in direzione radiale. Questa configurazione consente di riprodurre in maniera statica l'effetto della forza centrifuga.

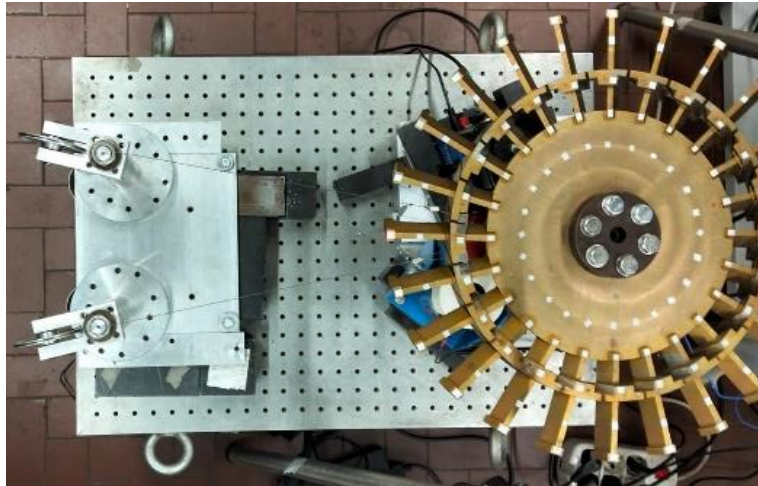


Figura 67: Dettaglio carrucole collegate ai damper

Affinché l'eccitazione sia ottimale, gli shaker devono trasmettere la forzante in una regione del BLISK caratterizzata da un'elevata rigidità strutturale. Per tale motivo, il collegamento diretto alle pale è stato escluso, in quanto queste ultime presentano una elevata flessibilità, ma sono stati collegati nella zona del disco in prossimità della radice delle pale, area significativamente più rigida e quindi in grado di seguire in modo più efficace l'eccitazione imposta. Inoltre, la vicinanza alle pale garantisce una trasmissione efficiente della vibrazione verso queste ultime, tale aspetto risulta fondamentale per i seguenti studi. Tuttavia, affinché gli shaker potessero raggiungere tale zona è stato necessario progettare dei supporti che fossero in grado di superare lo spessore della base del mozzo e che fossero capaci di essere avvitate sul banco ottico per ogni direzione radiale del disco in corrispondenza della radice di qualsiasi pala. Si è progettato una soluzione costruttiva, costituita da due pezzi, di questo tipo:

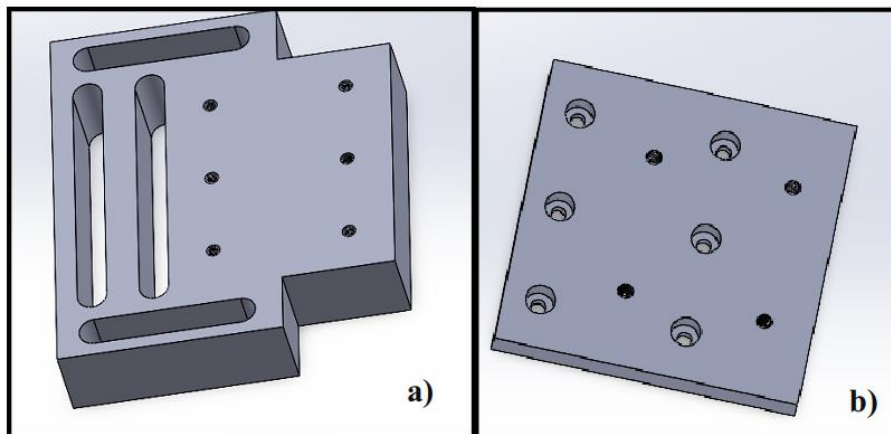


Figura 68: Supporto shaker: a) Parte inferiore; b) parte superiore

La parte superiore del supporto presenta uno spessore di 15 mm, una lunghezza di 125 mm e una larghezza di 120 mm (si rimanda alla messa in tavola per i dettagli dimensionali completi – capitolo: *Tavole supporti shaker*). Su di essa sono ricavati quattro fori filettati passanti M6, destinati al collegamento dello shaker mediante viteria. Sono inoltre presenti sei fori passanti di diametro 6 mm, opportunamente lamati fino a un diametro di 12 mm per una profondità di 10 mm. Tale soluzione consente l'alloggiamento della testa delle viti all'interno del supporto superiore, evitando interferenze con il basamento dello shaker e permettendo un corretto accoppiamento, rendendo al contempo il supporto compatto. I fori consentono il passaggio delle viti necessarie al collegamento tra la parte

superiore e quella inferiore del supporto; quest'ultima è infatti dotata di sei fori corrispondenti, filettati M6.

La parte inferiore del supporto presenta inoltre sei asole rettilinee, due orientate verticalmente e due orizzontalmente. La geometria e la posizione di tali asole sono state accuratamente progettate in modo da consentire l'allineamento con i fori filettati presenti sul banco ottico in corrispondenza di ciascuna pala. Questa configurazione permette di fissare il supporto in modo rigido al banco ottico e, conseguentemente, lo shaker al di sopra di esso. La rigidità del collegamento risulta essenziale affinché le vibrazioni generate dallo shaker non inducano spostamenti indesiderati del supporto, che potrebbero compromettere l'affidabilità dei risultati sperimentali. Inoltre, tale disposizione consente una corretta attuazione dell'eccitazione, poiché gli shaker risultano posizionati parallelamente al banco ottico, permettendo l'applicazione di una forza di eccitazione perpendicolare al disco palettato nella zona di interesse. In fase di progettazione è stata inoltre considerata la differenza di ingombro tra le due tipologie di attuatori impiegate, al fine di garantire per entrambe la stessa distanza radiale dal centro del BLISK, condizione fondamentale per ottenere un'eccitazione corretta.

La parte frontale del componente inferiore del supporto è stata inoltre rastremata per consentire l'avvicinamento dei due attuatori il più possibile senza interferenze fisiche. A causa delle dimensioni degli shaker, la distanza minima raggiungibile corrisponde a cinque settori fondamentali ovvero 5 pale.

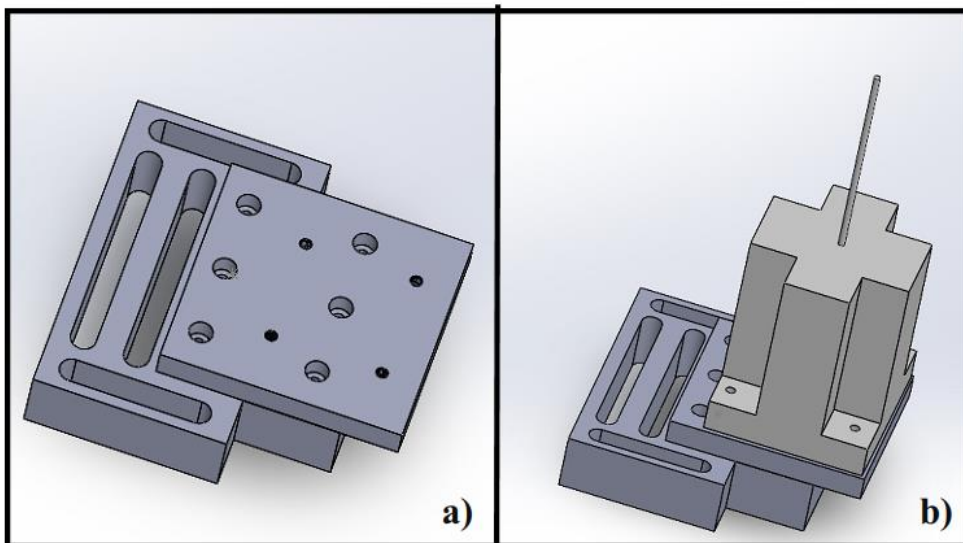
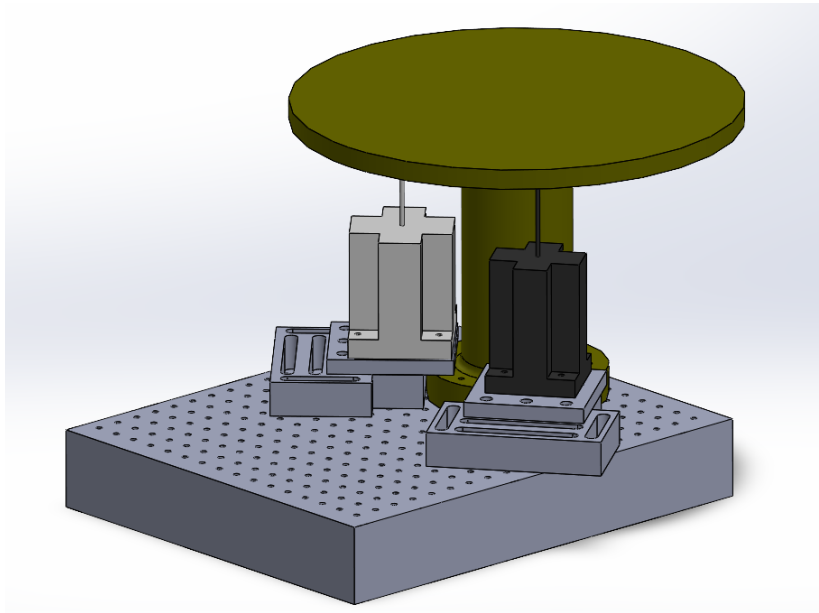


Figura 69: a) accoppiamento componenti supporto; b) accoppiamento supporto con lo shaker

Le dimensioni dei supporti e la geometria delle asolature, necessarie a garantire il corretto posizionamento e collegamento degli attuatori in corrispondenza di ciascun angolo di settore, sono state definite mediante la modellazione del banco ottico e del mozzo del disco, includendo la valutazione degli spazi disponibili per l'alloggiamento degli shaker e il loro corretto posizionamento nella zona precedentemente individuata. Tale modellazione è stata realizzata utilizzando il *software CAD SolidWorks*. Durante la fase di progettazione sono stati considerati gli ingombri reali del disco palettato e del mozzo e gli interassi dei fori filettati presenti sul banco ottico, al fine di rispettare gli ingombri e rendere quindi i supporti funzionali. Particolare attenzione è stata inoltre rivolta agli aspetti di producibilità del componente, valutando la semplicità delle operazioni di lavorazione, il

contenimento dei costi di realizzazione e la riduzione degli sprechi di materiale, così da ottenere una soluzione strutturalmente efficace e industrialmente sostenibile.



*Figura 70: Assieme banco prova*

## 8.2 Hammer test

Con il fine di individuare le caratteristiche modali del simulacro di disco palettato vincolato nel banco prova *DEBI*, è stato effettuato un *hammer test*. Questa tipologia di test dinamico è stata effettuata mediante un martello strumentato *Piezotronics modello 086C03* con tip in acciaio collegato al primo ingresso del *Junction box polytec PSV500* attraverso un cavo *BNC*, mentre la risposta del disco palettato è stata acquisita mediante il vibrometro laser scanner *PSV500*, collegato di default al junction box. La testa del laser è stata posizionata sopra al *BLISK* in posizione perpendicolare ad esso. La definizione dei parametri di acquisizione e il postprocessing dei segnali è affidato al software *PSV9.5 acquisition*.

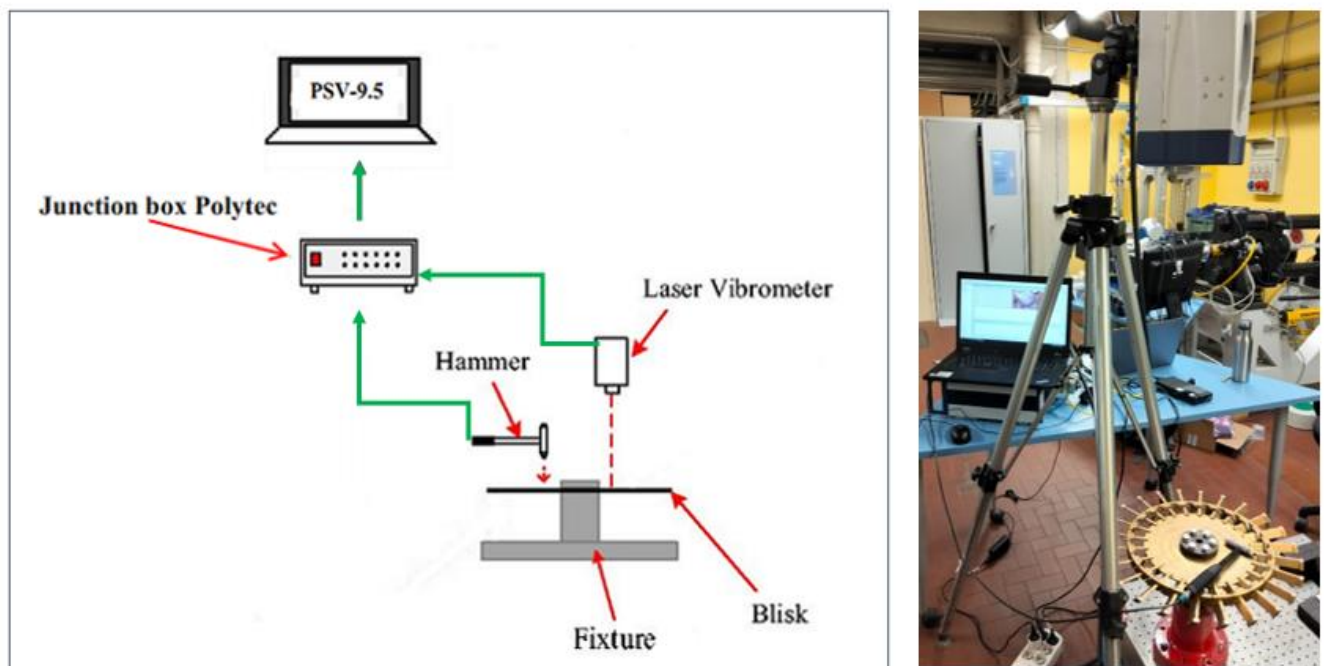


Figura 71: sx) Schema hammer test blisk; dx) Banco prova in modalità hammer test

Il software permette di eseguire la misura della velocità di vibrazione del blisk su più punti spostando il laser in modo automatico su di essi dopo aver acquisito completamente la risposta del punto di misura precedentemente analizzato. Tali punti coincidono con patch rifrangenti accuratamente posizionati sul disco palettato con il fine di individuare la risposta fuori dal piano (assiale) in una distribuzione spaziale bidimensionale.

Dopo aver definito il piano medio attraverso il comando *Perform 2D alignment*, è necessario creare la mesh di punti di misura attraverso il comando *Define scan points*. È importante che i punti definiti si trovino circa al centro del patch, verificando che il segnale ritorni alla testa del laser mediante la barra di sensibilità di quest'ultimo, in modo tale che anche in presenza di forti spostamenti, il laser incontra continuamente una zona rifrangente.

I punti di misura vengono successivamente collegati tra loro per definire una geometria di riferimento che consenta una più agevole interpretazione degli spostamenti del disco. Lungo tali collegamenti, il software esegue un'interpolazione lineare dei risultati associati ai singoli punti, al fine di ricostruire in modo continuo la risposta e visualizzare l'andamento degli spostamenti lungo la geometria definita.

Per l'acquisizione della risposta del simulacro di disco palettato a seguito dell'hammer test sono stati generati 96 punti di acquisizione distribuiti come in figura:

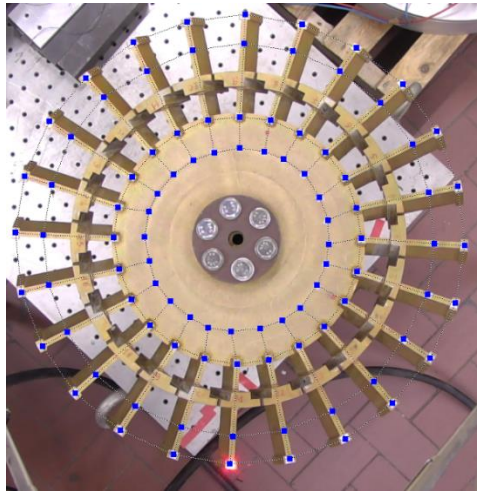


Figura 72: Mesh punti di misura in Hammer test

Una volta definita la mesh di acquisizione, il software numera i punti generati in ordine cronologico. Successivamente, viene eseguita una procedura di *autofocus automatico* su tutti i punti di misura, con l'obiettivo di ottimizzare la messa a fuoco del fascio laser sulla superficie del componente. Tale operazione consente di migliorare la qualità del segnale rilevato dalla testa del laser scanner, incrementando l'affidabilità e la precisione delle misurazioni. Il punto di applicazione della forza impulsiva, generata mediante martello strumentato, si trova ad una distanza di circa 6 cm rispetto al centro del disco palettato nella posizione circonferenziale in cui è presente la pala numero 1 (B1). Questa zona di impatto è stata scelta in quanto è piuttosto rigida e quindi si possono evitare fenomeni di doppi colpi. si veda la figura sottostante:

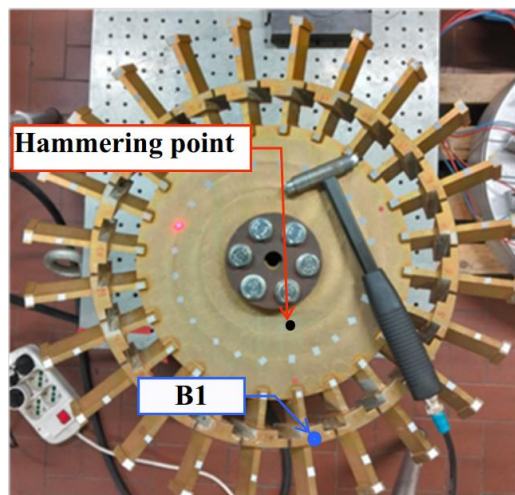


Figura 73: Punto di applicazione della forza impulsiva

Prima di procedere con le acquisizioni, è necessario definire la sensibilità sia del martello strumentato sia del vibrometro laser. È inoltre fondamentale specificare la banda di frequenza da acquisire e la risoluzione in frequenza desiderata. Essendo il test di tipo *hammer*, è indispensabile impostare un trigger riferito al canale collegato al martello strumentato, in modo che l'acquisizione inizi al superamento di una soglia prestabilita del segnale generato dall'impulso.

Nel presente setup, la banda di acquisizione è stata selezionata in modo da catturare integralmente le prime *tre famiglie modali* oggetto dello studio. La discretizzazione in frequenza è stata scelta sufficientemente fine per consentire l'individuazione di modi doppi, che possono presentare frequenze leggermente differenti a causa del fenomeno di *mistuning*. La sensibilità del vibrometro laser è stata impostata come compromesso tra la corretta rilevazione di piccoli spostamenti e la prevenzione della saturazione del segnale.

Poiché l'impulso viene generato manualmente, possono verificarsi deviazioni rispetto all'impulso ideale, come doppi colpi, slittamento della punta durante l'impatto o martellate troppo intense in grado di provocare la saturazione del segnale del martello strumentato. Per minimizzare gli effetti di tali irregolarità, il trigger è stato impostato in modo da escludere la parte iniziale del segnale, potenzialmente disturbata. Inoltre, per ogni punto di misura sono state eseguite tre martellate consecutive, al fine di calcolare una media dei segnali acquisiti e garantire una maggiore robustezza della risposta sperimentale. Il tutto viene gestito dal software.

<b>n. of measurements per point (AVG)</b>	3
<b>Bandwidth [Hz]</b>	2500
<b>FFT lines</b>	25600
<b>Sample time [s]</b>	10.24
<b>Frequency resolution [mHz]</b>	97.65
<b>Vibrometer range [mm/s]</b>	500
<b>Trigger type</b>	Analog-Rising
<b>Trigger Level [%]</b>	5
<b>Reference</b>	Hammer (REF1)

Tabella 16: Parametri di acquisizione - Hammer test

## 8.2.1 Risultati in frequenza

Una volta completate le acquisizioni sperimentali, eseguendo tre martellate per ciascuno dei 96 punti di misura, per un totale di 288 impatti, si è proceduto all'analisi dei dati tramite la modalità *Presentation Mode* del software *PSV 9.5 Acquisition*. In tale ambiente è possibile visualizzare, per ogni punto di misura, le risposte in frequenza della forza applicata, della velocità e della *mobility*. Inoltre, per ciascuna frequenza analizzata, il software consente di rappresentare la risposta bidimensionale del disco lungo la mesh precedentemente creata.

Queste informazioni risultano fondamentali per l'identificazione delle frequenze di risonanza associate alle diverse famiglie modali e ai relativi diametri nodali. In particolare, l'analisi è stata condotta osservando inizialmente la *mobility* dei punti di misura localizzati in prossimità del disco, con l'obiettivo di individuare le risonanze caratterizzate dai primi diametri nodali, maggiormente presenti in entità nella zona del disco stesso. Per ciascun picco individuato nella *mobility*, è stata analizzata la variazione di fase tra il segnale di ingresso, rappresentato dalla forza impulsiva, e il segnale di uscita, ovvero la velocità del punto in esame. Variazioni di fase prossimi a  $\pm 180^\circ$  in corrispondenza di un picco sono stati considerati indicativi della presenza di una risonanza strutturale. Contestualmente, la deformata bidimensionale fornita dal software di acquisizione è stata confrontata con la deformata modale ottenuta mediante analisi numerica in ANSYS a una frequenza prossima a quella osservata sperimentalmente.

Il confronto tra le risposte è stato condotto in modo qualitativo, considerando che la deformata modale numerica è definita a meno di una costante di scala. Nonostante ciò, il confronto si è rivelato utile per attribuire ciascuna risonanza a uno specifico diametro nodale e alla corrispondente famiglia modale.

Un’analoga procedura è stata adottata per l’identificazione delle risonanze associate a diametri nodali più elevati; in questo caso, l’analisi si è concentrata prevalentemente sui punti di misura localizzati nella zona delle pale, in quanto possiedono una risposta più accentuata a diametri nodali elevati.

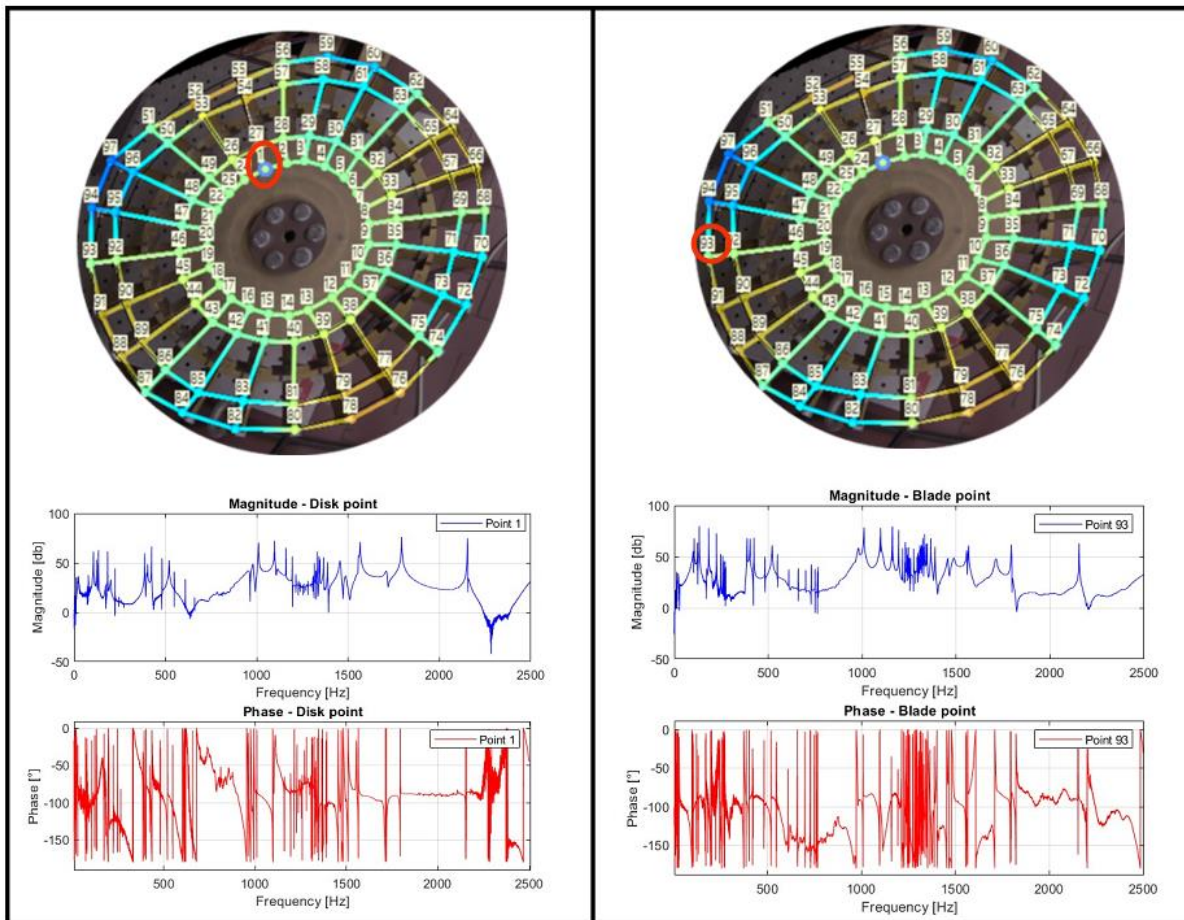


Figura 74: sx) Mobility del punto 1; dx) Mobility del punto 93

In questo modo è possibile individuare le frequenze di risonanze reali del BLISK nelle condizioni di vincolo del banco prova. Per ciascuna delle prime tre famiglie modali di interesse è stato possibile identificare in modo chiaro otto frequenze di risonanza, corrispondenti ai diametri nodali fino a ND8. Fa eccezione la prima famiglia modale, per la quale la risposta sperimentale risulta individuabile in modo affidabile fino al settimo diametro nodale ND7.

ND	Freq-FAM1 [Hz]	Freq-FAM2 [Hz]	Freq-FAM3 [Hz]
0	122.92	520.26	1119.82
1	106.08	403.32	893.46
2	131.47	387.5	1009.57
3	183.84	422.07	1096.48
4	224.73	481.93	1159.57
5	246.19	547.95	1193.75
6	258.3	608.89	1214.84
7	265.14	659.06	1229.06
8	-	699.71	1236.94

Tabella 17: Frequenze di risonanza - Hammer test

La difficoltà nell'identificazione dei diametri nodali di ordine superiore è riconducibile a diversi fattori. Tra questi rientrano la presenza di rumore intrinseco nelle prove sperimentali, il metodo di eccitazione adottato e la posizione del punto di eccitazione, che può non risultare ottimale per eccitare in modo efficace tali risonanze. Inoltre, i modi associati a diametri nodali elevati presentano configurazioni di vibrazione più complesse, rendendo la loro individuazione meno immediata. Un'ulteriore criticità è rappresentata dalla possibile vicinanza in frequenza di risonanze appartenenti a famiglie modali differenti, che può influenzare la risposta dinamica del disco e compromettere una chiara separazione dei contributi modali. Ai fini del presente lavoro, l'identificazione delle frequenze di risonanza ottenuta risulta comunque adeguata e sufficiente per lo sviluppo delle successive analisi.

## 8.2.2 Confronto numerico/sperimentale

È possibile confrontare le frequenze di risonanza individuate con le frequenze naturali estrapolate dal software *ANSYS* a seguito dell'analisi modale in simmetria ciclica effettuata dopo la taratura del modello. Infatti, per componenti con un basso smorzamento isteretico, come nel caso del simulacro di disco palettato, la frequenza di risonanza letta sulle ascisse del picco sperimentale, detta  $\omega_{d,exp}$ , è approssimabile alla frequenza naturale reale, ovvero la  $\omega_{n,exp}$ , poiché la relazione che le lega è la seguente:

$$\omega_{d,exp} = \omega_{n,exp} \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Quindi per  $\zeta \ll 1$ , che è il fattore di smorzamento isteretico del componente, si può ottenere la seguente approssimazione:

$$\omega_{d,exp} \approx \omega_{n,exp}$$

Si evidenzia che il modello agli elementi finiti realizzato con *ANSYS* debba essere in grado di simulare al meglio la risposta dinamica del componente reale, considerando consciamente che, seppure la differenza tra i due risultati debba essere molto bassa questa non potrà mai essere nulla per via della discretizzazione del modello numerico e degli effetti del rumore sui risultati sperimentali.

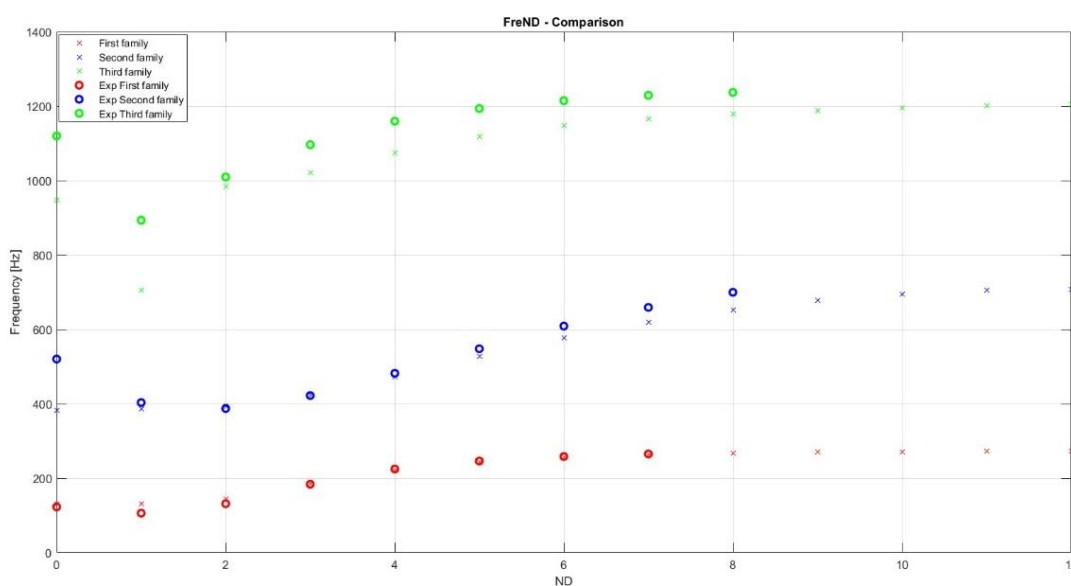


Figura 75: Confronto FreND numerico/ sperimentale (Hammer test)

Come si nota dal grafico *FreND* sopra riportato, dove con il simbolo ‘O’ si indicano i risultati sperimentali mentre con ‘X’ i risultati numerici, il modello agli elementi finiti è aderente al comportamento fisico reale del disco nelle condizioni di vincolo reale del banco prova. Ciò indica che il *FEM* è stato correttamente discretizzato e tarato.

È stato determinato l’errore percentuale tra le frequenze naturali ottenute dal modello agli elementi finiti e le frequenze di risonanza identificate sperimentalmente mediante *hammer test*. Tale errore è stato calcolato secondo la seguente espressione:

$$E_{FAMi,NDj} = \frac{\omega_{n,Fami,NDj}^{Modello} - \omega_{d,Fami,NDj}^{hammer\ test}}{\omega_{n,Fami,NDj}^{Modello}} \cdot 100 \quad \forall i = 1,2,3 ; \forall j = 1,2, \dots,8$$

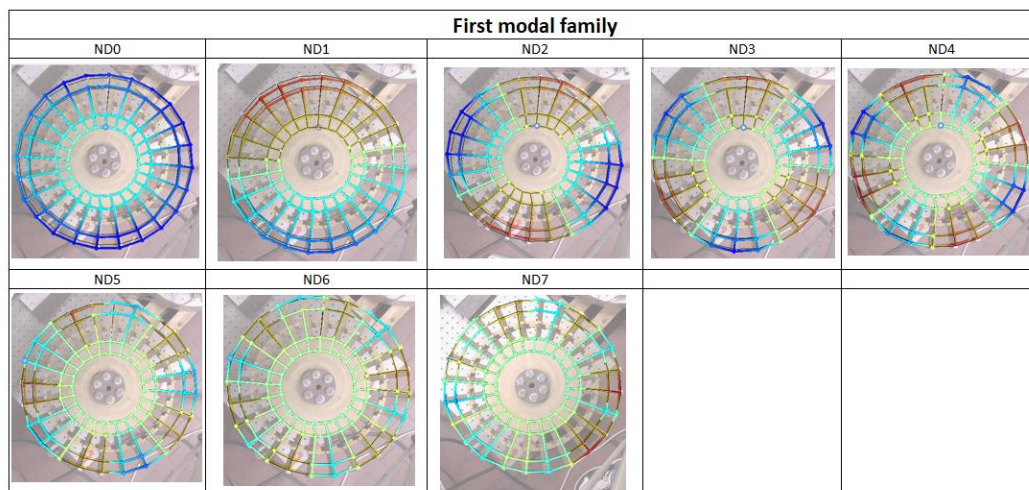
Ottenendo i seguenti risultati:

ND	$E_{FAM1,NDj}$ [%]	$E_{FAM2,NDj}$ [%]	$E_{FAM3,NDj}$ [%]
0	6.80	-35.98	-18.14
1	18.82	-4.32	-26.77
2	8.74	1.71	-2.60
3	0.49	0.06	-7.31
4	-1.25	-2.19	-7.97
5	-1.02	-3.95	-6.71
6	-1.00	-5.39	-5.86
7	-0.90	-6.33	-5.39
8	-	-7.16	-4.91

Tabella 18: Errore percentuale tra frequenze numeriche e sperimentali

### 8.2.3 Risposta vibratoria bidimensionale

Si riporta la distribuzione spaziale bidimensionale della velocità in direzione assiale, acquisita durante l’*hammer test* per ogni diametro nodale e per ciascuna famiglia modale analizzata.



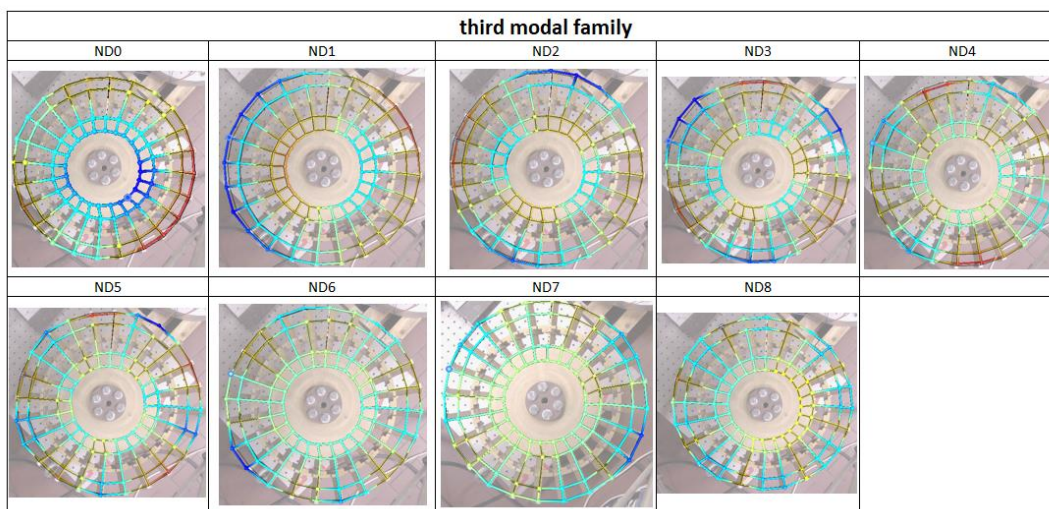
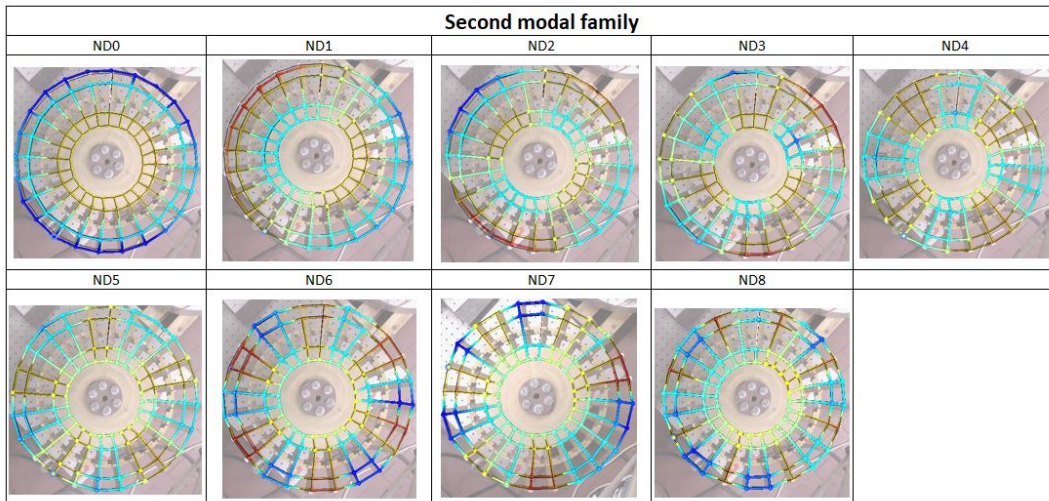


Figura 76: Risposte vibratorie ottenute con Hammer test

Le risposte acquisite sperimentalmente concordano con gli spostamenti modali assunti dal disco ricavate a seguito dell'analisi modale in ANSYS. Si riportano due esempi esplicativi:

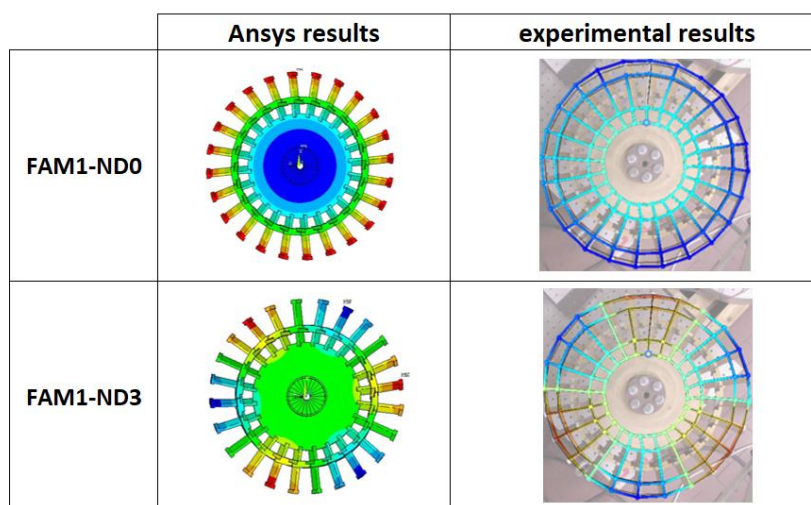


Figura 77: Confronto risposta tra numerico e sperimentale (Hammer - test)

È importante evidenziare che tutte le acquisizioni in risonanza a seguito dell'hammer test sono *stazionarie* essendo l'eccitazione impulsiva fissa nello spazio e il disco fermo, non è possibile innescare una risposta rotante.

### 8.3 SIMO test in Sweep sine

In corrispondenza della radice della diciassettesima pala (*B17*) è stata incollata una testina filettata, utilizzata per il collegamento di un'estremità della cella di carico. L'estremità opposta della cella è stata invece connessa allo shaker tramite uno *stinger*, il quale è diretto lungo la perpendicolare del disco al fine di garantire una trasmissione della forza quanto assiale. Lo shaker impiegato per la prova è della casa *G&W*, dotato del relativo amplificatore esterno, ed è stato fissato sul supporto realizzato, solidamente avvitato al banco ottico.

Il segnale proveniente dalla cella di carico è stato trasmesso, mediante cavo *BNC*, al primo canale della sezione di acquisizione (*rif1*) del *junction box* Polytec. Lo shaker è stato collegato al proprio amplificatore, il quale, a sua volta, è stato connesso tramite cavo *BNC* al primo canale della scheda generatore. La testa del vibrometro laser *PSV-500* è stata posizionata al di sopra del disco, con orientamento perpendicolare alla sua superficie. Le operazioni di generazione dei segnali e di acquisizione dei dati sono state gestite mediante il software *PSV 9.5 Acquisition*.

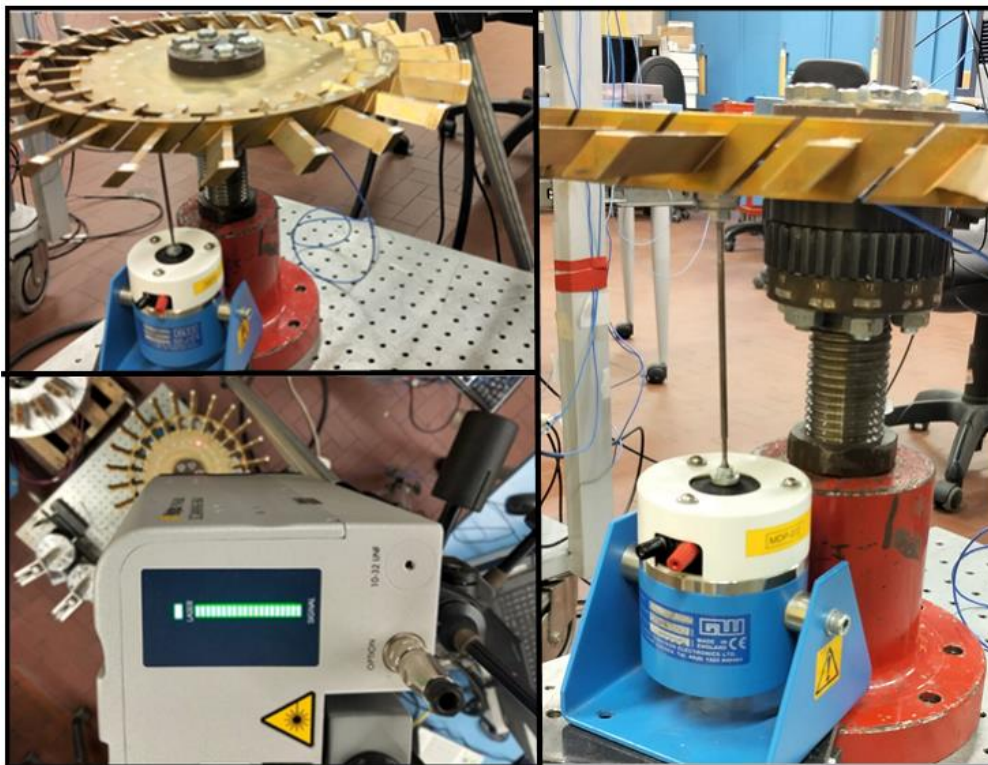


Figura 78: SIMO test in Sweep sine

Alla mesh dei punti di misura rispetto al test precedentemente condotto sono stati aggiunti 24 punti di misura equi spaziatati lungo la circonferenza in corrispondenza delle piattaforme. I punti aggiuntivi permettono di visualizzare maggiormente le deformazioni assunte dal disco.

L'introduzione di questi punti aggiuntivi è stata adottata in quanto, a differenza dell'hammer test, non comporta un incremento significativo della durata complessiva della prova e permette una maggiore comprensione del fenomeno vibratorio.

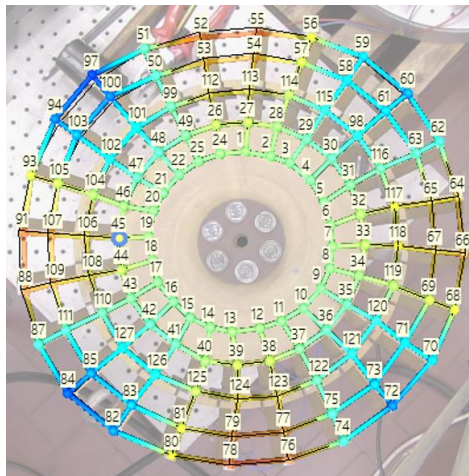


Figura 79: Mesh punti di misura in SIMO test

In questa tipologia di prova il sensore di forza è una cella di carico *SN20649* della quale quindi deve essere definita la sua specifica sensibilità, oltre ovviamente a quella del vibrometro laser.

Per definire l'attuazione dell'eccitazione è stato necessario attivare la finestra *Generator* nelle impostazioni del software. All'interno di questo ambiente è possibile definire differenti tipologie di forzante e forme d'onda, oltre alla possibilità di generare segnali customizzati a seconda delle proprie esigenze.

Nel presente studio, il disco palettato è stato eccitato mediante un *sine sweep* a variazione lineare della frequenza. I parametri di generazione del segnale sono stati selezionati con l'obiettivo di coprire interamente l'intervallo di frequenze associato alle prime tre famiglie modali di interesse. In particolare, è stata adottata una *velocità di sweep* sufficientemente ridotta, in modo da consentire al sistema dinamico di raggiungere e mantenere una risposta prossima al regime stazionario per ciascun valore di frequenza di eccitazione. Tale scelta ha permesso di limitare gli effetti transitori, riducendo il rischio di distorsioni nella risposta misurata. Inoltre bisogna definire il valore di voltaggio che alimenta l'eccitatore per tutte le frequenze spazzolate.

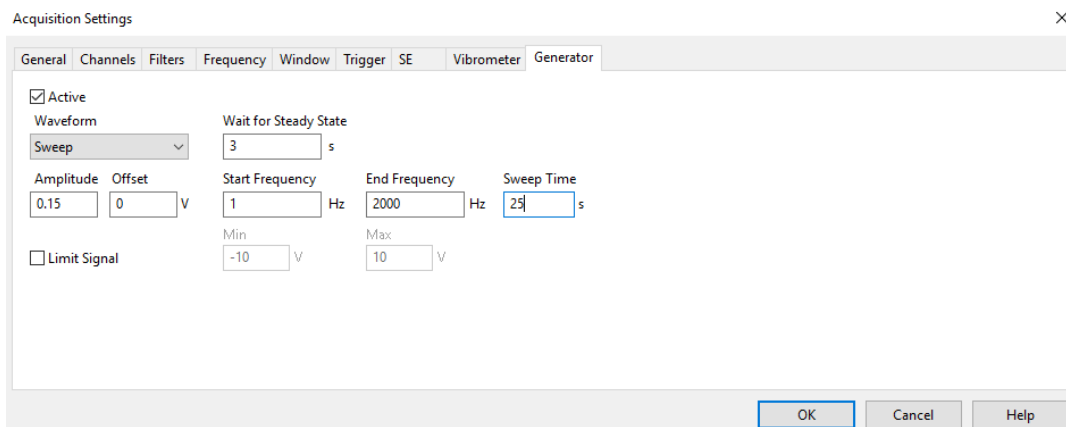


Figura 80: Parametri di generazione Sweep sine in SIMO test

Per quanto riguarda i parametri di acquisizione, sono stati scelti con il fine di acquisire in modo ottimale la risposta del simulacro di disco per tutte le frequenze di eccitazione. Infatti, è stata scelta una lunghezza di banda in frequenza tale per cui viene acquisita l'intera eccitazione ed è stato selezionato un passo di discretizzazione in frequenza piuttosto fino in modo da visualizzare correttamente la risposta ed essere in grado di osservare anche la presenza di possibili modi doppi. Il *trigger* impostato ha lo scopo di acquisire la stessa storia di carico in ogni punto di misura ed è riferito al segnale della cella di carico dello shaker (*LD2*). Si riportano i parametri di acquisizione nella tabella sottostante:

<b>Bandwidth [Hz]</b>	2000
<b>FFT lines</b>	25600
<b>Sample time [ms]</b>	12.8
<b>Frequency resolution [mHz]</b>	78.125
<b>Vibrometer range [mm/s]</b>	500
<b>Trigger type</b>	Analog - rising
<b>Trigger Level [%]</b>	2
<b>Reference</b>	Ref1 - LD2

Tabella 19: Parametri di acquisizione SIMO test in Sweep sine

### 8.3.1 Risultati in frequenza

I risultati ottenuti a seguito del test sono stati processati con il fine di individuare le frequenze di risonanza delle prime tre famiglie modali. Il procedimento di analisi è identico al caso di hammer test ovvero si è osservata la mobility dei punti della zona del disco e della zona delle pale e nei picchi della risposta si è osservato la deformata ottenuta. Tali risposte sono state confrontate con quelle mostrate su *ANSYS* con il fine di individuare i diametri nodali corretti e la famiglia modale di appartenenza. Si ottengono quindi i seguenti risultati relativi alle frequenze di risonanza sperimentali ottenuti con *SIMO test in sweep sine*:

<b>ND</b>	<b>Freq-FAM1 [Hz]</b>	<b>Freq-FAM2 [Hz]</b>	<b>Freq-FAM3 [Hz]</b>
0	122.73	520.31	1111.41
1	102.81	406.33	863.28
2	131.09	386.64	1004.53
3	183.59	421.95	1096.25
4	224.53	481.88	1159.14
5	246.17	548.13	1193.36
6	258.28	609.22	1213.83
7	265.16	659.14	1229.14
8	269.14	699.06	1240.16
9	271.02	728.52	
10		749.84	
11		761.72	

Tabella 20: Frequenze di risonanza- Sweep sine

### 8.3.2 Confronto numerico/sperimentale

È possibile confrontare le frequenze naturali ottenute dal modello agli elementi finiti con le frequenze di risonanza identificate sperimentalmente mediante il test *SIMO in sweep sine*.

Dal diagramma *FreND* riportato si osserva come l'andamento delle frequenze sperimentali segua in modo coerente quello previsto dal modello *FEM*, evidenziando una buona sovrapposizione lungo l'intero intervallo analizzato.

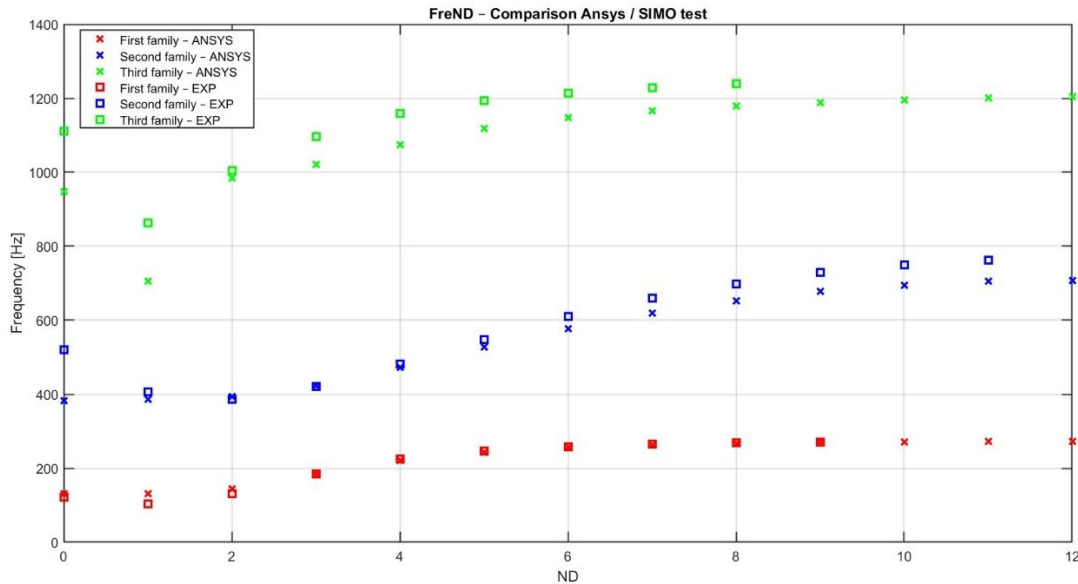


Figura 81: Confronto *FreND* numerico/sperimentale (*SIMO* test)

Si è calcolato *l'errore percentuale* tra i risultati dell'analisi modale in simmetria ciclica e quelli ottenuti sperimentalmente. Come si nota dalla tabella sottostante, gli errori ottenuti alle varie frequenze sono per lo più negativi, ciò indica che le frequenze sperimentali sono generalmente maggiori di quelle numeriche.

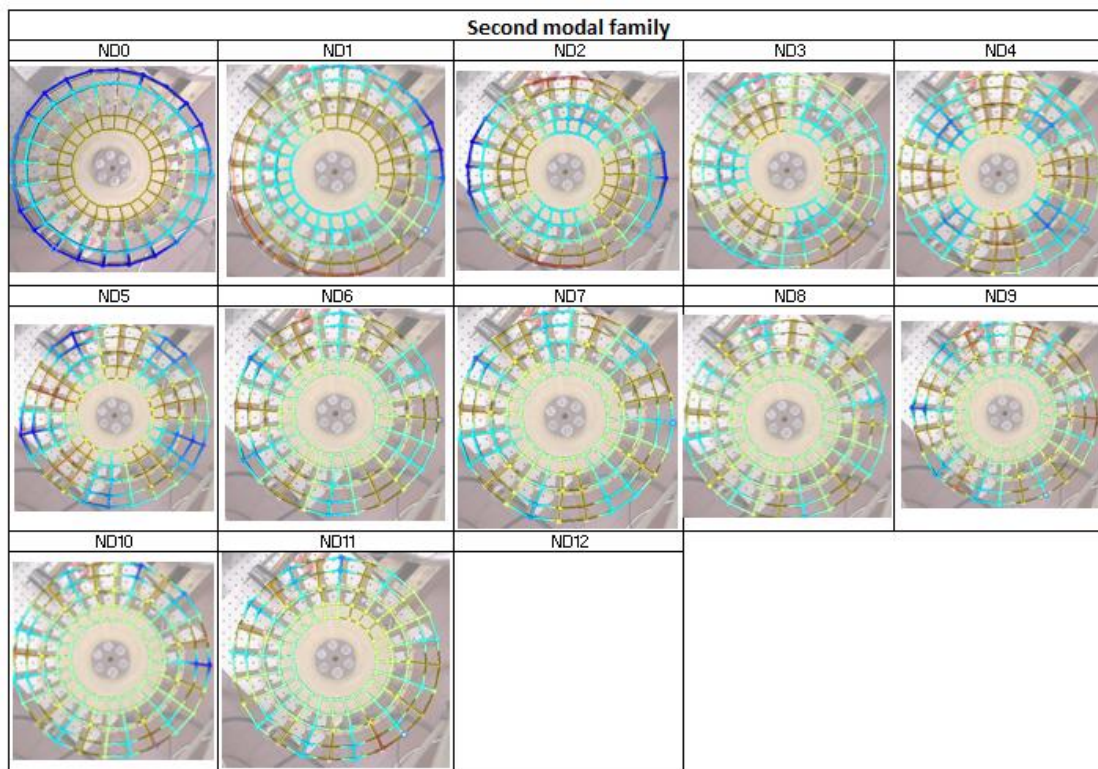
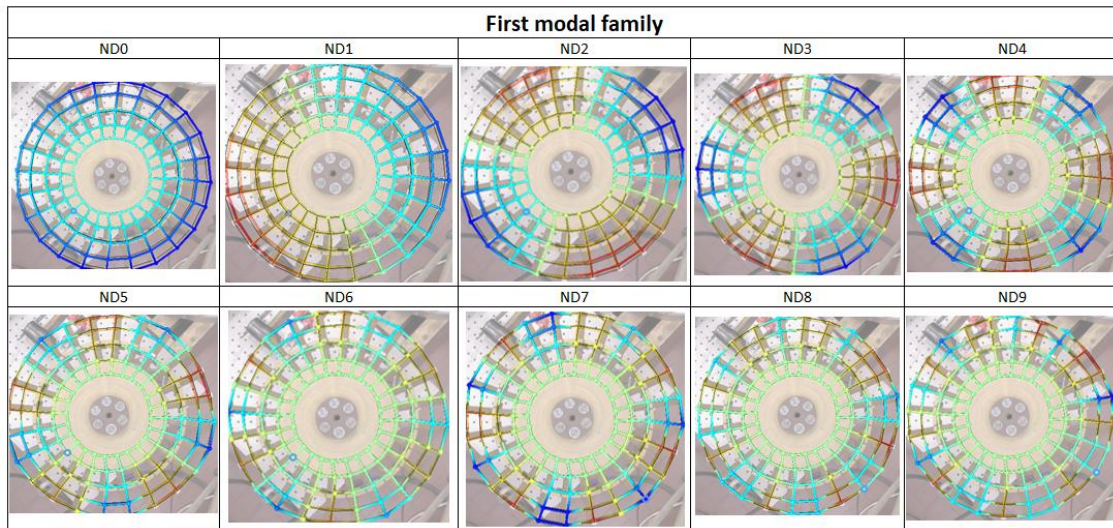
Tale scostamento può essere interpretato come l'effetto di una *rigidezza aggiuntiva* introdotta nel sistema dinamico dall'accoppiamento tra lo shaker e la struttura, non modellata nell'analisi agli elementi finiti. La presenza dello shaker modifica le condizioni al contorno della struttura reale, incrementandone la rigidezza effettiva e determinando un conseguente aumento delle frequenze di risonanza misurate sperimentalmente.

ND	$E_{FAM1,NDj}$ [%]	$E_{FAM2,NDj}$ [%]	$E_{FAM3,NDj}$ [%]
0	6.95	-36.00	-17.25
1	21.33	-5.10	-22.49
2	9.00	1.93	-2.09
3	0.63	0.09	-7.29
4	-1.16	-2.18	-7.93
5	-1.01	-3.99	-6.67
6	-0.99	-5.45	-5.77
7	-0.91	-6.34	-5.40
8	-0.77	-7.06	-5.19
9	-0.46	-7.50	
10		-7.93	
11		-8.08	

Tabella 21: Errore percentuale tra numerico e sperimentale (*SIMO* test)

### 8.3.3 Risposta vibratoria bidimensionale

Rispetto all'*hammer test* con il *SIMO test in sweep sine* sono state ottenute delle deformazioni più visibili e chiare sul disco. Le deformazioni sperimentali identificate per le tre famiglie modali risultano coerenti con le corrispondenti deformate modali espresse dal modello agli elementi finiti.



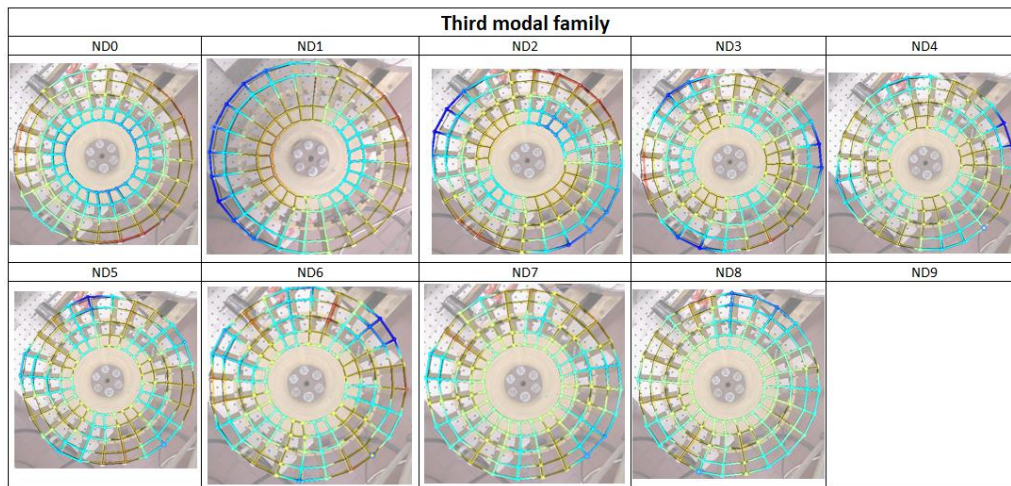


Figura 82: Risposte vibratorie ottenute con SIMO test in Sweep sine

Si osserva che tutte le risposte individuate risultano di tipo *stazionario*. Poiché l'eccitazione è applicata in una posizione fissa nello spazio e il disco è fisso, non è quindi possibile innescare un'onda rotante; di conseguenza, la risposta dinamica del simulacro si manifesta esclusivamente attraverso in maniera stazionaria e non rotante.

## 8.4 MIMO test in Sweep sine

Il test *Multi input multi-output (MIMO)* è stato condotto utilizzando i due shaker in dotazione; shaker *K207E01 (SHAK\_1)* e Shaker *G&W (SHAK\_2)*. Entrambi gli eccitatori sono stati uniti ad una uscita della scheda generator del *junction box* mediante cavo *BNC*. Lo shaker uno (*Shak\_1*) è stato direttamente collegato al generatore/acquisitore essendo dotato di amplificatore integrato, mentre l'altro shaker è stato connesso al suo relativo amplificatore esterno. Ciascun attuatore è dotato di stinger dove la sua estremità è stata posizionata una cella di carico piezoelettrica collegata all'ingresso del *front end* nella scheda acquisizione. In particolare, la cella di carico del primo shaker (*LD1*) è stata collegata nel primo ingresso (*Ref1*), mentre la seconda cella di carico (*LD2*) del secondo shaker nel secondo ingresso (*Ref2*), mediante cavo *BNC*. Entrambi gli eccitatori sono stati collegati al simulacro mediante l'utilizzo di una testina filettata incollata sul disco. In particolare, il primo attuatore è stato posizionato in prossimità della radice della quindicesima pala (*B15*), mentre il secondo in prossimità della radice della ventiduesima pala (*B22*). Con il fine di acquisire la risposta del disco è stato utilizzato il vibrometro scanner *PSV500* direttamente collegato al suo *front end*. Anche per questa prova sperimentale i parametri di acquisizione e generazione sono stati gestiti dal software *PSV9.5 acquisition*. Quindi è stata definita la sensibilità di ciascun sensore.

Il test è stato condotto in *sine sweep* e per quanto riguarda i parametri d'eccitazione in modalità *MIMO* è possibile scegliere il valore di tensione che viene applicata uguale per entrambi gli shaker a tutte le frequenze di eccitazione. Quindi i due attuatori sono sincronizzati ovvero spazzolano allo stesso tempo le stesse frequenze con la stessa fase, in quanto ricevono lo stesso valore di tensione nel tempo. Valore di tensione che però viene amplificata in modo differente in quanto l'amplificatore dei due shaker è diverso, nello specifico quello integrato nel primo attuatore ha solamente tre livelli di settaggio. I parametri di generazione del sine sweep sono stati definiti considerando di voler eccitare interamente le prime tre famiglie modali con una velocità di variazione in frequenza non repentina.

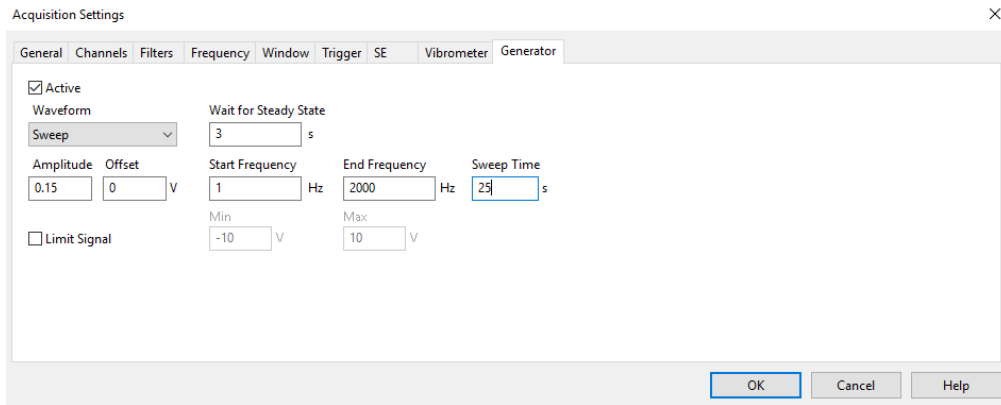


Figura 83: Parametri generazione Sine sweep in MIMO test

I parametri di acquisizione di tutti i segnali sono stati definiti con il fine di catturare correttamente la risposta del disco a tutte le frequenze di eccitazione ed evitare saturazioni del segnale. Per sincronizzare la risposta su ogni punto di misura ovvero acquisire la stessa storia di carico è stato considerato come *trigger* la cella di carico dello shaker *G&W (LD2)*.

<b>Bandwidth [Hz]</b>	2000
<b>FFT lines</b>	25600
<b>Sample time [ms]</b>	12.8
<b>Frequency resolution [mHz]</b>	78.125
<b>Vibrometer range [mm/s]</b>	500
<b>Trigger type</b>	Analog - rising
<b>Trigger Level [%]</b>	2
<b>Reference</b>	Ref2 - LD2

Tabella 22: Parametri acquisizione MIMO test in sine sweep

La mesh dei punti di misura è la stessa del *SIMO test in sweep sine*. Si tiene precisare che ricevendo il segnale di entrambe le celle di carico, il software a seguito del test fornisce il valore di forza impartita da ciascuno shaker alla struttura ed inoltre è possibile individuare la fase relativa tra le forzanti trasmesse dai due eccitatori. Inoltre, *PSV9.5* in questa tipologia di test fornisce la mobility riferita a ciascuna cella di carico singolarmente. Tutti i risultati sono forniti al variare della frequenza di eccitazione per tutti i punti di misura.

### 8.4.1 Risultati in frequenza

I risultati ottenuti a seguito del test sono stati processati con il fine di individuare le frequenze di risonanza delle prime tre famiglie modali. Il procedimento di analisi è identico ai test condotti in precedenza. Si ottengono quindi i seguenti risultati relativi alle frequenze di risonanza sperimentali ottenuti con *MIMO test in sweep sine*:

<b>ND</b>	<b>FAM1 [Hz]</b>	<b>FAM2 [Hz]</b>	<b>FAM3 [Hz]</b>
0	123.28	521.64	1111.56
1	108.05	406.33	864.06
2	131.95	386.64	1004.30
3	183.52	422.50	1096.48
4	224.66	481.88	1160.63
5	246.56	550.47	1193.36

6	258.83	609.22	1214.45
7	265.45	659.92	1230.03
8	269.84	699.06	1240.16
9	271.02	728.83	
10	-	749.84	-
11			

Tabella 23: frequenze di risonanza - MIMO test

## 8.4.2 Confronto numerico/sperimentale

È possibile confrontare le frequenze naturali ottenute dal modello agli elementi finiti con le frequenze di risonanza identificate sperimentalmente mediante il test *MIMO in sweep sine*.

Dal diagramma *FreND* riportato si osserva come l'andamento delle frequenze sperimentali segua in modo coerente quello previsto dal modello *FEM*.

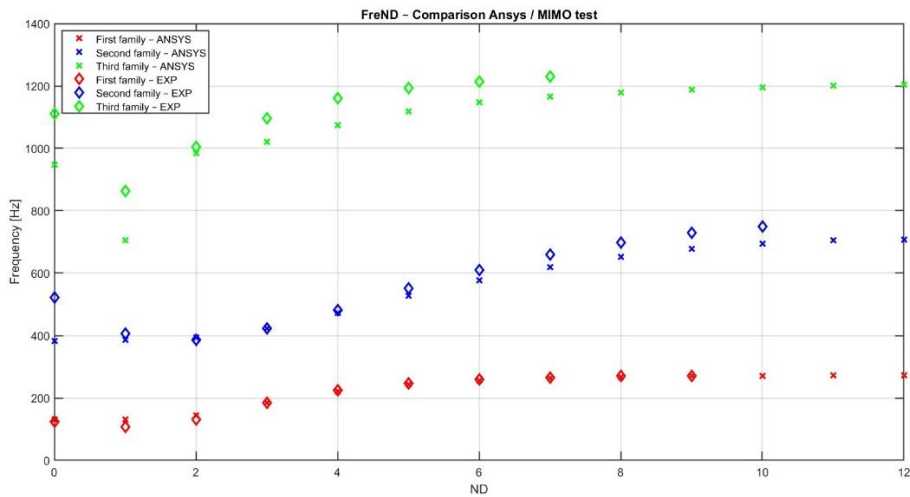


Figura 84: Confronto *FreND* numerico/sperimentale (*MIMO test*)

Si è calcolato l'errore percentuale tra i risultati dell'analisi modale in simmetria ciclica e quelli ottenuti sperimentalmente. Come si nota dalla tabella sottostante, gli errori ottenuti alle varie frequenze sono per lo più negativi, ciò indica che le frequenze sperimentali sono generalmente maggiori di quelle numeriche. Proprio come si è notato nel *SIMO test in sine sweep*, l'aggiunta di un ulteriore shaker collegata alla struttura, necessario per poter condurre il test nella modalità *MIMO* ha incrementato ulteriormente il sistema dinamico e quindi le frequenze di risonanza hanno subito un ulteriore aumento in valore rispetto al test condotto in precedenza, di entità variabile alle varie frequenze.

ND	$E_{FAM1,NDj}$ [%]	$E_{FAM2,NDj}$ [%]	$E_{FAM3,NDj}$ [%]
0	6.53	-36.34	-17.27
1	17.32	-5.10	-22.60
2	8.41	1.93	-2.06
3	0.67	-0.04	-7.31
4	-1.22	-2.18	-8.07
5	-1.17	-4.43	-6.67
6	-1.20	-5.45	-5.83
7	-1.02	-6.47	-5.47
8	-1.03	-7.06	-5.19
9	-0.46	-7.54	
10		-7.93	

Tabella 24: Errore percentuale tra numerico e sperimentale (*MIMO test*)

### 8.4.3 Risposta vibratoria bidimensionale

Rispetto al *SIMO test in Sweep sine* non sono stati ottenuti delle risposte maggiormente visibili e non ci sono stati neanche mutamenti importanti sul modo di vibrare assunto dal disco alle varie frequenze di risonanza. Le risposte sperimentali identificate per le tre famiglie modali risultano coerenti con le corrispondenti deformate modali espresse dal modello agli elementi finiti.

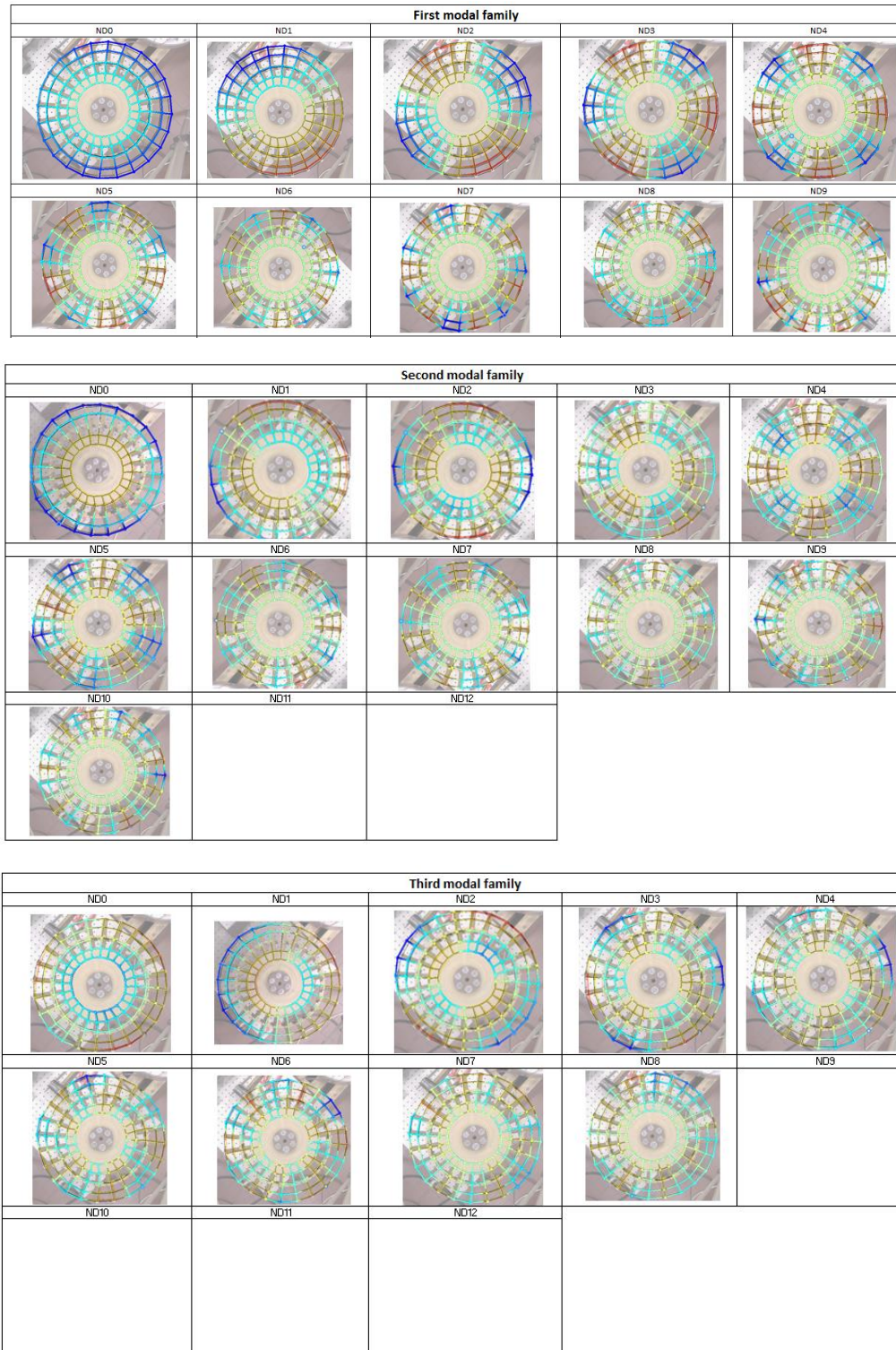


Figura 85: Risposte vibratorie ottenute con MIMO test in sweep sine

## 8.5 Osservazioni prove sperimentali condotte

Tutte le prove sperimentali condotte in precedenza non riproducono le condizioni operative di un disco palettato aeronautico. In un turbogas, infatti, la rotazione del rotore fa sì che le perturbazioni del campo di pressione stazionario, generate dagli stadi statorici precedenti, dagli indirizzatori di flusso o dalle camere di combustione anulari, diventino *forzanti rotanti* nel sistema solidale al disco (s.d.r rotante). Nel sistema di riferimento fisso, queste forzanti sono invece spazialmente fisse, ma per il disco in rotazione risultano come una distribuzione di carico che si propaga lungo la circonferenza, generando risposte rotanti coerenti con l'ordine spaziale delle forzanti.

Nei test sperimentali precedenti, invece, il BLISK è vincolato ed inoltre le forzanti applicate risultavano fisse nello spazio, impedendo la generazione di forzanti rotanti e determinando così esclusivamente risposte stazionarie. Tuttavia, i test condotti sono stati utili per individuare le frequenze di risonanza del disco per i vari diametri nodali e le famiglie modali.

Nessuno dei test condotti permette di controllare la forza impartita e quindi l'energia immessa nel sistema. Infatti, nell'Hammer test l'eccitazione viene trasmessa in modo manuale dallo sperimentatore e quindi non c'è possibilità di controllo. Nei test condotti in modalità *SIMO* e *MIMO* c'è la possibilità di scegliere il valore di tensione, che rimane fissa a tutte le frequenze d'eccitazione, da fornire agli shaker. La forza trasmessa dagli shaker è proporzionale a tale valore di tensione; quindi, si può conoscere il valore di eccitazione; tuttavia, a causa della risposta della struttura assunta al variare della frequenza durante il sine sweep, questo può cambiare. Infatti, il *DUT* risponde con diversa rigidezza e massa dinamica al variare della frequenza e quindi lo shaker alimentato da tensione costante non riesce a dare lo stesso quantitativo di energia ad ogni frequenza da fornire alla struttura.

Le condizioni di eccitazione in cui la forza trasmessa dallo shaker può variare significativamente senza un controllo attivo corrispondono principalmente a due casi. Il primo si verifica in prossimità delle *risonanze*: a queste frequenze la struttura assume grandi ampiezze di vibrazione. In tale situazione lo shaker può essere trascinato dal sistema, rendendo la forzante effettivamente applicata non costante. Il secondo caso riguarda frequenze in cui la risposta della *DUT* è debole e la struttura possiede una rigidezza dinamica bassa anche se gli spostamenti sono contenuti, l'energia trasferita dallo shaker non corrisponde più esattamente al valore nominale, poiché la bassa rigidezza dinamica impedisce un trasferimento corretto della forza. In entrambe le condizioni, senza un sistema di controllo dell'ampiezza della forzante, la forza realmente impartita varia al variare della frequenza di eccitazione, rendendo difficoltosa l'analisi comparativa della risposta di un sistema non lineare. Mantenere costante la forza applicata, al valore di ampiezza desiderato, permette di generare le stesse condizioni di test per il sistema in diverse condizioni di non linearità e quindi questo permette il confronto e la caratterizzazione di diverse tipologie di smorzatori sotto-pala, dalle diverse forme e tipologie.

### 8.5.1 Mistuning

Nel caso di un disco palettato idealmente *tuned*, ovvero perfettamente ciclico e periodico, la risoluzione del problema agli autovalori porta alla presenza di *modi doppi* associati ai diametri nodali intermedi: per ciascun diametro nodale intermedio, esistono due forme modali indipendenti ma fisicamente equivalenti, caratterizzate dalla stessa frequenza propria. Questa coincidenza è una conseguenza diretta della simmetria ciclica della struttura, che rende il sistema invariabile rispetto a rotazioni discrete. Nella realtà, le inevitabili piccole differenze sul disco dovute alla sua realizzazione, fa sì che il sistema non sia più perfettamente periodico; di conseguenza, la coincidenza teorica dei

modi doppi viene eliminata. Questa separazione delle frequenze è una manifestazione diretta del mistuning ed è stato osservato a seguito di tutti i test condotti, per svariate risonanze a diversi diametri nodali centrali delle diverse famiglie. Si riporta come esempio il modo *mistunato* riferito al diametro nodale cinque (*ND5*) della seconda famiglia modale.

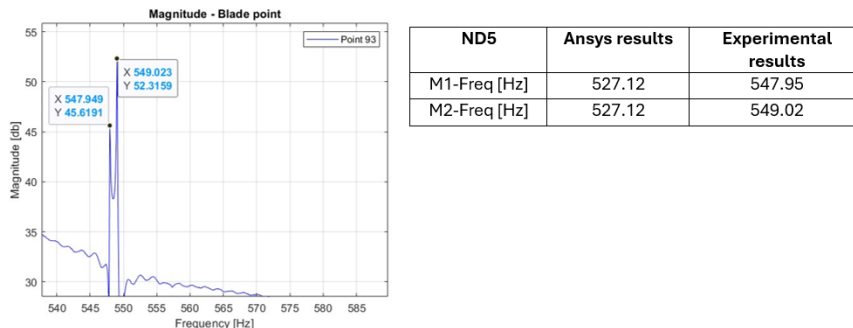


Figura 86: Mistuning ND5, seconda famiglia modale

Dalla mobility, riferita al *punto 93*, ricavata dall’hammer test, sopra riportata, si nota come le frequenze doppie non sono più coincidenti, ma il picco in risonanza si è diviso in due parti, il primo modo mistunato M1 a 547.95 Hz e il secondo modo mistunato M2 a 549.02 Hz; quindi, i due picchi sono separati da 1.07 Hz. Quando il mistuning introduce la separazione delle frequenze in due valori distinti, i due modi non sono più coincidenti e diventano modi fisicamente distinti, ciascuno associato a una propria frequenza e a un orientamento spaziale preferenziale, determinato dalla particolare distribuzione di rigidzze e masse introdotta dal mistuning. Tuttavia, entrambi i modi continuano a manifestare una deformata relativa allo stesso diametro nodale, cioè la forma modale conserva la struttura nodale caratteristica del diametro considerato, in questo caso; il diametro nodale 5 (*ND5*) della seconda famiglia modale.

Di conseguenza, quando il disco viene eccitato a una delle due frequenze separate, la risposta è dominata da uno specifico modo e la risposta osservata si sviluppa principalmente secondo il piano associato a quel modo. Eccitando l’altra frequenza, invece, la struttura vibra secondo l’altro modo, ruotato nello spazio rispetto al precedente, ma sempre relativo allo stesso diametro nodale. In questo senso, la separazione delle frequenze modali non comporta solo una differenza in termini di valore numerico della frequenza, ma anche una variazione della risposta in termini di orientamento spaziale. Questo fenomeno è osservabile anche per ND5 della seconda famiglia modale:

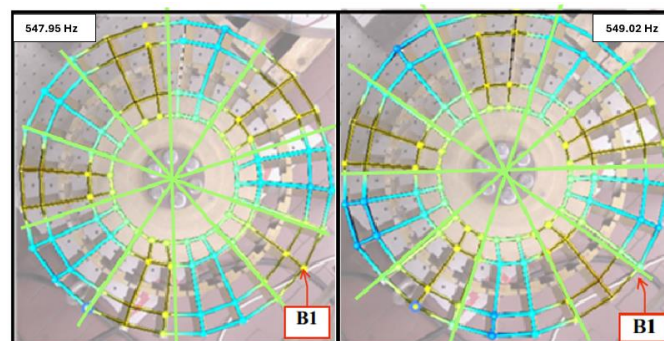


Figura 87: Rotazione dei diametri nodali a seguito del mistuning

Nella figura sono stati ricalcati i diametri nodali attraverso delle linee verdi e si nota come per il modo M1 a 547.95Hz il diametro nodale non passa lungo la pala 1 (B1) mentre per il modo mistunato M2 ciò accade. Perciò tra i due modi mistunati c’è una variazione dell’orientamento spaziale della risposta.

## 9 RCT Stepped sine e BLISK

L'idea per generare una forzante a qualsiasi Engine Order con un rotore fisso è quella di non replicarla nello spazio, essendo anche gli attuatori saldamente imbullonati in una posizione fissa, ma di imitarla nel tempo. Infatti, il disco discretizza l'Engine order in funzione del numero totale di pale e quindi la risposta di un settore fondamentale è pari a quello successivo, ma sfasato di un angolo determinato in accordo all'IBPA. Perciò imponendo una fase relativa tra gli shaker è possibile forzare il BLISK come nell'Engine Order desiderato e quindi dar vita ad una risposta rotante. Lo sfasamento tra le eccitazioni è possibile attuarlo in maniera controllata mediante il RCT-Stepped sine come discusso in precedenza.

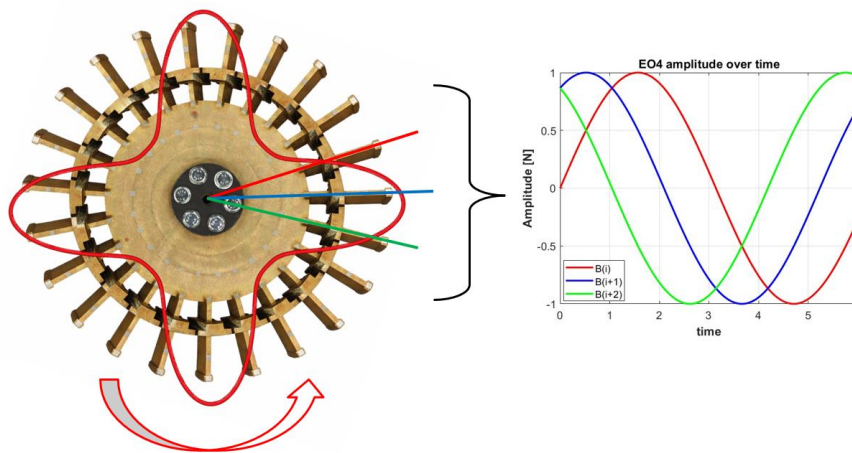


Figura 88: Sfasamento eccitazione in accordo all'IBPA

Il test MISO/MIMO RCT-Stepped sine è stato condotto mediante banco prova Double Exctation Blisk IBPA (DEBI), la cui configurazione e metodologia di eccitazione sono stati descritti nei capitoli precedenti. I parametri di controllo impostati nel software CADA-X sono gli stessi dello studio di fattibilità su trave, in quanto si sono dimostrati efficaci anche nel caso del simulacro di disco palettato, garantendo una corretta convergenza dei livelli di tensione inviati agli shaker ai fini del controllo in forza. Analogamente, i parametri di acquisizione selezionate nel software PSV9.5 Acquisition coincidono con quelli precedentemente. Nella fase iniziale di testing il disco palettato è privo di smorzatori sotto-pala.

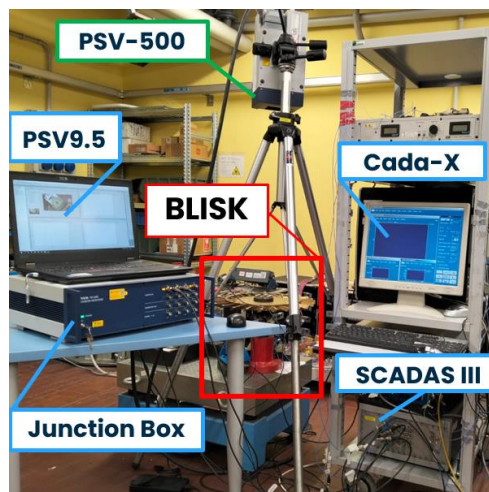


Figura 89: Double Excitation BLISK IBPA (DEBI)

L'obiettivo del test in controllo di forza è generare un'eccitazione in grado di riprodurre un determinato Engine Order di interesse, mediante l'introduzione di uno sfasamento temporale tra le due forzanti armoniche applicate dai rispettivi shaker, al fine di instaurare una risposta rotante del disco in condizioni di risonanza. Tale sfasamento è definito in accordo con l'*Interblade Phase Angle (IBPA)* associato allo specifico diametro nodale eccitato.

Gli shaker sono stati posizionati in corrispondenza della radice di due pale distanti sette settori principali ( $Z = 7$ ), come riportato nella figura seguente:

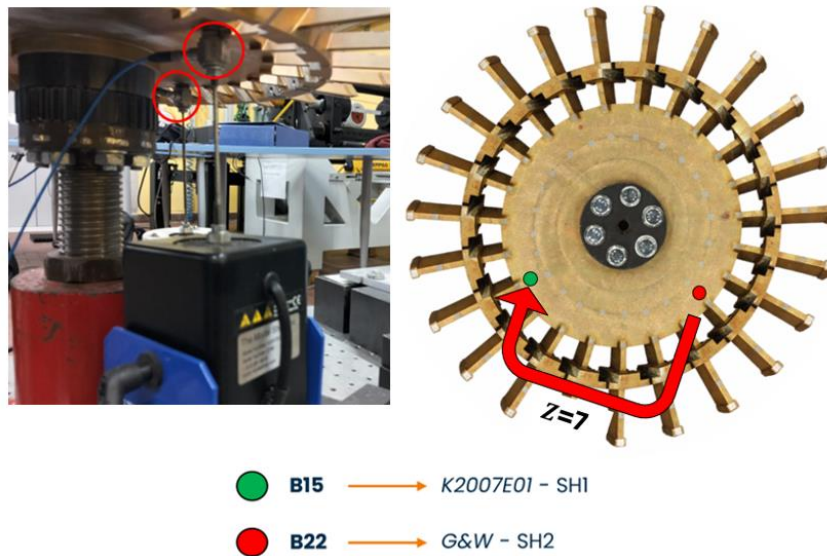


Figura 90: sx) Posizione shaker; dx) Distanza angolare in termini di settori principali tra i due shaker

Nello specifico, lo shaker di riferimento *ModalShop K2007E01* è stato posizionato in corrispondenza della radice della quindicesima pala (B15), mentre il secondo eccitatore *G&W* è stato collocato alla radice della ventiduesima pala (B22). Essendo un settore principale distante dal successivo di  $15^\circ$  ( $360^\circ/24$ ) allora i due attuatori sono distanti tra loro di un angolo fisico nominale  $\varphi_n$  di:

$$\varphi_n = 15^\circ \cdot Z = 105^\circ$$

## 9.1 Scelta dell'Engine Order da replicare

Mediante l'analisi modale in simmetria ciclica condotta in ANSYS APDL, è stato ricercato un modo di vibrare a diametro nodale interno, tra le prime tre famiglie modali sperimentalmente individuate, capace di interessare particolarmente la zona della piattaforma del disco palettato, in quanto tale configurazione rappresenta una condizione operativa particolarmente gravosa per l'Underplatform Damper (UPD) che verrà successivamente installato. In particolare, affinché la capacità smorzante dell'UPD sia efficace, la piattaforma di una pala deve allontanarsi/avvicinarsi in direzione circonferenziale rispetto la pala successiva e lo deve compiere in assenza di torsione. In tal modo, il sotto-pala striscia lungo l'intera superficie inclinata del damper, determinando una significativa riduzione dell'ampiezza di spostamento delle pale. Questo comportamento è caratteristico della prima famiglia modale, come si evince dal grafico *FreND* riportato nella *figura 60* del *capitolo 7*.

Dopo aver osservato la risposta modale rotante in ANSYS per tutti i diametri nodali interni della prima famiglia, si è scelto di riprodurre sperimentalmente l'Engine Order 4, corrispondente alla risonanza a diametro nodale 4. Tale scelta è motivata dal fatto che la frequenza associata risulta

sufficientemente isolata rispetto a quelle della stessa famiglia e delle famiglie modali superiori riducendo il rischio di interferenza di altri modi di vibrare nell'intorno della risonanza di interesse. Inoltre, in questa configurazione, si ha un comportamento delle piattaforme simile a quello ricercato e descritto in precedenza.

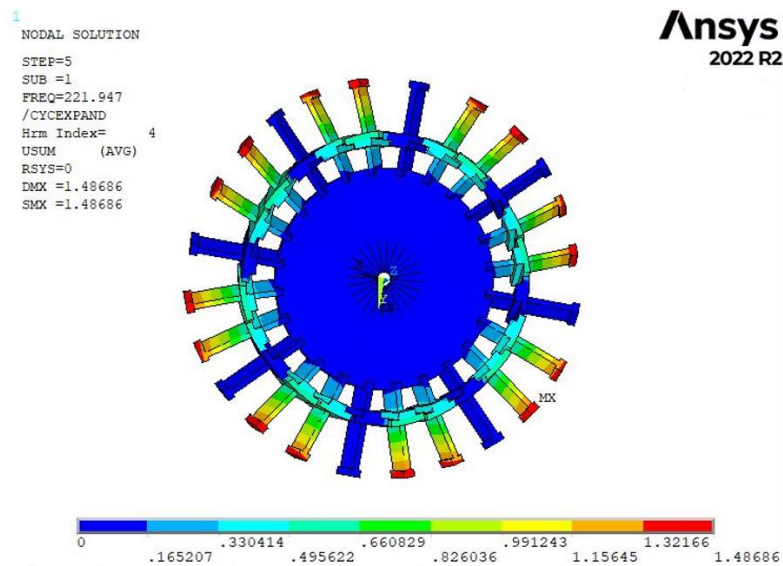


Figura 91: Spostamento modale ND4, prima famiglia modale – Displacement Vector Sum

Nella figura sopra riportata, viene mostrato la risposta modale di tipo; “Displacement Vector Sum” per il diametro nodale quattro ND4 della prima famiglia modale. Questa rappresentazione mostra il modulo del vettore spostamento nodale, calcolato come radice quadrata della somma dei quadrati delle componenti cartesiane. Nell’ambito dell’analisi modale, tale grandezza descrive esclusivamente la distribuzione relativa della deformazione associata alla forma modale, essendo l’ampiezza normalizzata. Visualizzando la risposta del BLISK a diametro nodale 4 (ND4) della prima famiglia, notiamo come ci sia la presenza di quattro diametri nodali; infatti, otto ( $2 \cdot ND4$ ) pale su 24 hanno lo spostamento modale che è nullo e quindi queste si trovano lungo un diametro nodale.

La figura sopra riportata mostra il risultato della prima frequenza naturale doppia, 221.94 Hz, perciò riporta un comportamento stazionario. Affinché sia possibile osservare un andamento rotante della risposta, data dall’unione della coppia di autovettori alla stessa frequenza, è necessario cliccare su *animate*, *Cyc travelling wave*, *DOF solution*, *Deformed shape* per i modi a diametri nodali interni come ND4.

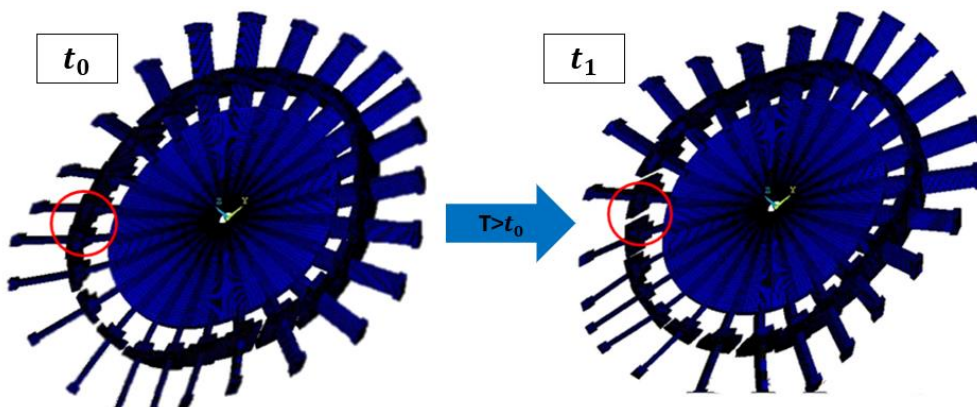


Figura 92: Risposta modale rotante (ND4)

L'immagine sopra riportata evidenzia come il modo di vibrare considerato, appartenente alla prima famiglia modale, coinvolga in modo significativo le piattaforme del disco, determinandone un moto alternato di avvicinamento e allontanamento in direzione circonferenziale tra pale adiacenti. Tale configurazione dinamica rappresenta il comportamento oggetto della presente analisi.

In un disco palettato costituito da 24 pale ( $N$ ), la riproduzione di un Engine Order pari a 4, corrispondente a una forma modale a diametro nodale 4 ( $ND$ ), richiede che le forzanti armoniche applicate dai due shaker siano opportunamente sfasate nel tempo ( $\theta$ ). Tale sfasamento deve essere definito in accordo con l'Interblade Phase Angle ( $IBPA$ ) associato al modo considerato, ossia con lo sfasamento della risposta in direzione assiale tra pale adiacenti, e tenendo conto della distanza, espressa in termini di settori principali ( $Z$ ), tra i due attuatori.

Nella configurazione in esame si ha pertanto:

$$\theta_n = IBPA \cdot Z = \frac{360^\circ \cdot ND}{N} \cdot Z = 420^\circ$$

Che riportato tra  $[-180, +180]$ , come il software *CADA-X* impone:

$$\theta_n = 60^\circ$$

## 9.2 MISO- RCT Stepped sine

L'angolo di sfasamento tra le forzanti deve essere imposto per tutte le frequenze di eccitazione nell'intorno della risonanza associata al diametro nodale  $ND_4$  della prima famiglia modale. Sulla base dei risultati ottenuti mediante test MIMO Sweep Sine, condotto con due shaker come nella presente configurazione, tale frequenza risulta collocarsi in prossimità di 224,66 Hz.

Considerando che il posizionamento degli shaker alla radice delle pale è stato effettuato manualmente e che, pertanto, la loro distanza relativa in termini di settori principali potrebbe non essere esattamente pari a  $Z = 7$ , è stata condotta un'analisi di sensitività variando l'angolo di sfasamento tra le eccitazioni,  $\theta_t$ , impostato nel software *CADA-X*. L'effetto di tale variazione è stato valutato osservando la *Mobility*, ossia la funzione di risposta in frequenza velocità/forza, riferita alla pala diciannovesima (B19). Sono state quindi eseguite cinque prove MISO RCT-Stepped sine, ciascuna caratterizzata da un diverso angolo di sfasamento, nell'intervallo di frequenza compreso tra  $f_{in} = 224,1 \text{ Hz}$  e  $f_{fin} = 225,15 \text{ Hz}$ , con passo  $\Delta f = 0,07 \text{ Hz}$  e ampiezza di forza  $A = 1,5 \text{ N}$  per entrambi gli eccitatori.

Si riporta nelle tabelle sottostanti il massimo della funzione in risposta in frequenza rispetto alla cella di carico uno (LD1) collegata allo shaker reference.

$\theta_t$ [°]	Circular distance [sect]	Mobility- LD1 [m/s/N]
67	7.12	2.56
65	7.08	2.34
60	7.00	2.4
<b>55</b>	<b>6.92</b>	<b>3.23</b>
53	6.88	2.46

Tabella 25: Analisi di sensitività

Si nota come la struttura risponde in maniera notevole per un angolo di sfasamento tra le eccitazioni pari a  $55^\circ$ , corrispondente a 6.92 settori fondamentali anziché i 7 settori nominali. Pertanto, i successivi test finalizzati allo studio della risposta dinamica in risonanza all'Engine Order 4 del

BLISK in configurazione priva di UPD, mediante procedura RCT Stepped sine, sono stati condotti adottando i seguenti parametri di eccitazione:

$\theta_t$	55°
$f_{in}$	224.1 Hz
$f_{fin}$	225.15 Hz
$\Delta f$	0.07 Hz
<b>A</b>	1.5 N

Tabella 26: Parametri di eccitazione MISO- RCT Stepped sine

Imponendo una tolleranza del 4% sul valore target dello sfasamento tra le eccitazioni e del 5% per l'ampiezza delle forzanti, si è mostrato che il controllo converge per il 93.75% delle frequenze eccitate, come viene mostrato nei grafici successivi per un'acquisizione sulla pala diciannove (B19):

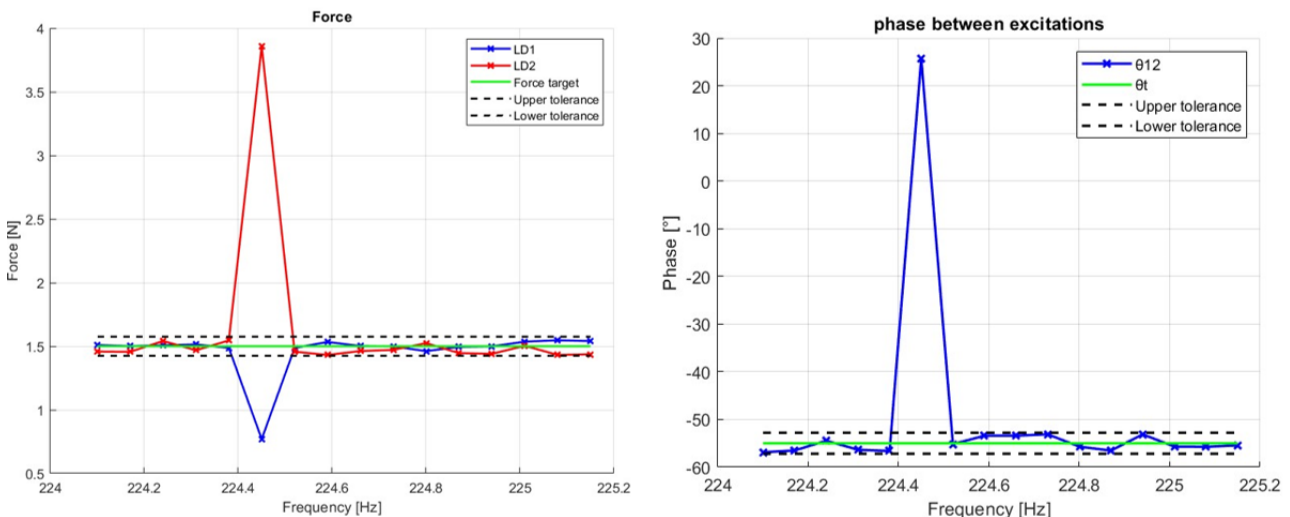


Figura 93: sx) Andamento dell'ampiezza delle forzanti, dx) andamento della fase relativa tra le forzanti

Dai grafici sopra riportati si nota come solamente per un'unica frequenza di eccitazione, 224.45 Hz, il controllore non è riuscito a portare né la fase né l'ampiezza all'interno della tolleranza scelta.

Questo andamento è simile alle altre acquisizioni condotte su altre pale, con gli stessi valori di controllo e di attuazione. Si può pertanto concludere che l'eccitazione applicata consente di sollecitare la struttura nelle condizioni previste, risultando efficace rispetto all'obiettivo prefissato.

### 9.2.1 Stima mobility in test MISO-RCT Stepped sine

Nei test *Multiple Input* finalizzati all'identificazione della funzione di risposta in frequenza (FRF), nel caso di strutture lineari tempo-invarianti è necessario disporre di un numero di eccitazioni indipendenti almeno pari al numero degli ingressi al fine di determinare in maniera univoca la matrice delle FRF. In tali condizioni, la relazione tra vettore degli ingressi e vettore delle risposte nel dominio della frequenza può essere espressa nella forma matriciale:

$$\mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{X}(\omega)$$

dove  $\mathbf{X}(\omega) \in \mathbb{C}^n$  rappresenta il vettore degli ingressi,  $\mathbf{Y}(\omega) \in \mathbb{C}^m$  il vettore delle uscite misurate e  $\mathbf{H}(\omega) \in \mathbb{C}^{m \times n}$  la matrice delle FRF che descrive le proprietà dinamiche della struttura. Nel caso di due ingressi e  $m$  uscite la relazione può essere esplicitata come segue:

$$\begin{bmatrix} Y_1(\omega) \\ Y_2(\omega) \\ \vdots \\ Y_m(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega) & H_{12}(\omega) \\ H_{21}(\omega) & H_{22}(\omega) \\ \vdots & \vdots \\ H_{m1}(\omega) & H_{m2}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(\omega) \\ X_2(\omega) \end{bmatrix}.$$

L'identificazione della matrice  $\mathbf{H}(\omega)$  richiede che le eccitazioni applicate costituiscano un insieme *linearmente indipendente*, in modo tale che la matrice degli ingressi risulti invertibile. In presenza di più condizioni di eccitazione indipendenti è quindi possibile scrivere:

$$\mathbf{H}(\omega) = \mathbf{Y}(\omega)\mathbf{X}^{-1}(\omega),$$

garantendo l'identificazione univoca delle FRF. Questo requisito viene generalmente soddisfatto eseguendo più prove con configurazioni di ingresso differenti oppure applicando eccitazioni simultanee non correlate tra loro.

Nel caso in esame la struttura presenta un comportamento fortemente *non lineare* se dotata di smorzatori sotto-pala e anche in assenza di essi a causa della sua natura ciclica, la risposta dipende sensibilmente dalla fase relativa tra gli ingressi.

Nel presente studio, l'eccitazione è stata applicata con una fase relativa determinata al fine di riprodurre uno specifico EO e perciò condurre un secondo test con un valore di fase differente, per rendere il sistema di equazioni linearmente indipendente, avrebbe comportato una distorsione della funzione in risposta in frequenza. Tuttavia, il software CADA-X permette di estrapolare la FRF direttamente solamente a termine di entrambi i test. Per aggirare la problematica, la mobility è stata stimata a partire da un singolo test MISO condotto con valori di ampiezza e fase di interesse, utilizzando gli *auto-spettri* e i *cross-spettri* forniti dal software CADA-X al termine di tale test. La FRF è stata stimata mediante stimatore *Shin-Hammond*, capace di attenuare il rumore nei segnali di ingresso e in uscita:

$$H_v = \frac{(S_{yy} - S_{xx}) + \sqrt{(S_{xx} - S_{yy})^2 + 4 \cdot |S_{xy}|^2}}{2 \cdot S_{yx}}$$

Dove:

$S_{xx}$ : auto-spettro forzante [ $N^2$ ]

$S_{yy}$ : auto-spettro velocità [ $\frac{m^2}{s^2}$ ]

$S_{xy}$ : cross-spettro forzante-velocità [ $\frac{m \cdot N}{s}$ ]

$S_{yx}$ : cross-spettro velocità-forzante [ $\frac{m \cdot N}{s}$ ]

Avendo a disposizione due celle di carico, è possibile ottenere due FRF distinte: una riferita alla cella di carico LD1 e l'altra alla cella LD2. Per ciascuna FRF, è sufficiente sostituire nell'equazione sopra riportata lo spettro della forza con quello della cella di carico di interesse.

La mobility così ottenuta rappresenta pertanto una descrizione dinamica riferita esclusivamente a quella particolare configurazione di eccitazione, ampiezza e fase relativa tra gli shaker, e non può essere interpretata come una caratteristica globale della struttura, nel senso che non può essere utilizzata per predire il comportamento del sistema sotto differenti condizioni di carico o combinazioni di ingressi. In particolare, variando la fase relativa tra gli shaker si ecciterebbero combinazioni modali diverse, e la FRF risultante non rappresenterebbe più la risposta associata al diametro nodale di interesse; per tale motivo, combinare test con fasi differenti condurrebbe a risultati non coerenti con l'obiettivo specifico dello studio.

Nell'appendice è stato riportato il codice MATLAB utilizzato per estrapolare i dati di interesse dal file .txt fornito dal software CADA-X a seguito di un solo test condotto.

### 9.2.2 Risultati MISO- RCT Stepped sine

Utilizzando i parametri di controllo e di attuazione descritti in precedenza, sono stati effettuati tre test in modalità MISO-RCT Stepped sine, uno per ciascun pala; pala 20 (B20), pala 19 (B19) e pala 18 (B18). Nella figura sottostante, si riporta il modulo della mobility e la fase nel dominio della frequenza per ciascuna pala acquisita, rispetto alla cella di carico (LD1) collegata allo shaker reference.

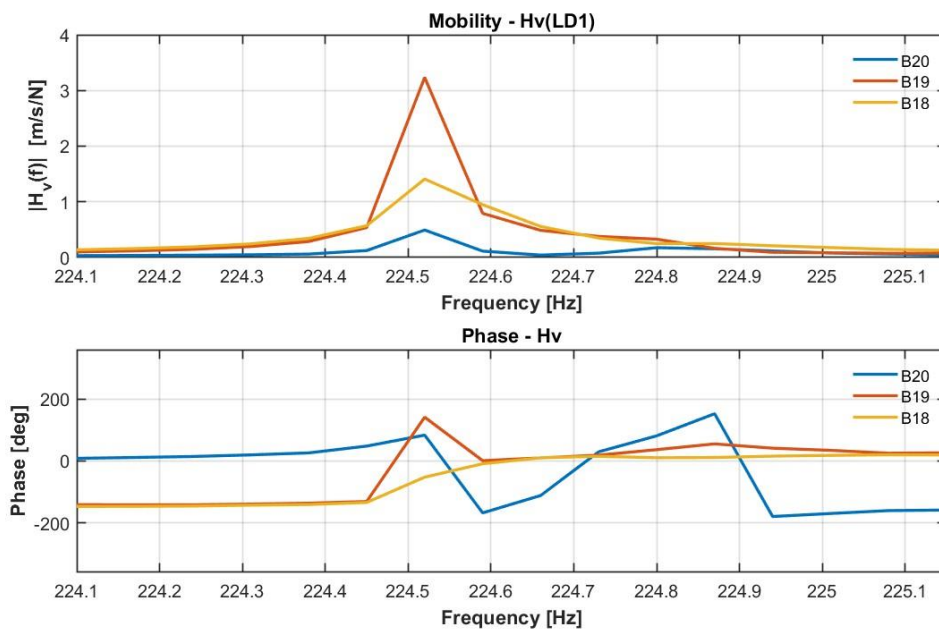


Figura 94: Modulo e fase della Mobility per le pale 20,19 e 18

Dal modulo della FRF si nota un picco della risposta di tutte e tre le pale analizzate, nell'intorno di 224.52 Hz. Si evidenzia che la pala 20, nonostante manifesti un picco alla stessa frequenza di risonanza, è caratterizzata da un'ampiezza sensibilmente più contenuta rispetto alle altre.

<b>B20- Hv(224.52) </b>	0.49 m/s/N
<b>B19- Hv(224.52) </b>	3.23 m/s/N
<b>B18- Hv(224.52) </b>	1.41 m/s/N

Tabella 27: Risposta delle pale a 224.5 Hz

Alla frequenza considerata, la fase delle pale acquisite evidenzia una variazione coerente con la presenza di una risonanza; pertanto, è ragionevole concludere che la struttura si trovi in condizioni di risonanza.

L'andamento della fase mostra inoltre un'ulteriore variazione in prossimità di 224,8 Hz. In particolare, la pala B20 presenta una marcata variazione di fase accompagnata da un incremento significativo della risposta vibratoria; la pala B19 evidenzia invece una variazione di fase più contenuta, associata a un modesto aumento dell'ampiezza, mentre la pala B18 non mostra variazioni apprezzabili né in fase né in ampiezza.

I risultati dell'hammer test condotto in precedenza hanno evidenziato la presenza di mistuning anche per il modo a diametro nodale 4; pertanto, in prossimità di 224,8 Hz è plausibile l'esistenza del secondo modo mistuned ( $M2$ ) associato a tale diametro nodale.

Con il fine di investigare in maniera più accurata la possibilità della presenza del secondo modo mistunato si decide di tracciare il diagramma di *Nyquist* ovvero una rappresentazione della funzione di risposta in frequenza complessa  $H(f)$  nel piano complesso, in cui in ascissa è presente la sua parte reale  $\Re\{H(f)\}$ , mentre in ordinata la sua parte immaginaria  $\Im\{H(f)\}$ . A differenza dei grafici modulo-fase, questa rappresentazione mette in evidenza direttamente la rotazione della risposta complessa e consente di riconoscere la presenza di risonanze attraverso archi/loop caratteristici associati ai poli della *FRF*, risultando particolarmente utile quando sono presenti modi ravvicinati o contributi modali sovrapposti.

Nella figura sottostante si è aggiunto al classico diagramma di *Nyquist* dei punti colorati in base al valore della frequenza riferita ad ogni coppia di valori reale ed immaginario della mobility, con il fine di rendere più chiara la trattazione.

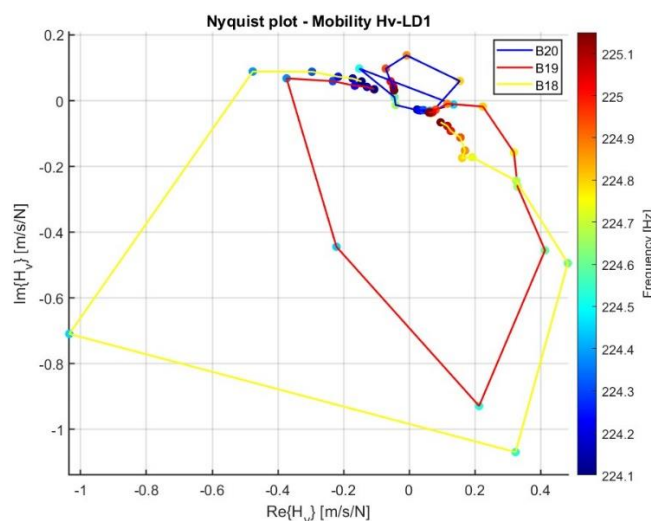


Figura 95: Diagramma di Nyquist

La frequenza di risonanza associata nel diagramma di *Nyquist* può essere stimata attraverso il metodo di *Kennedy-Pancu* [4]. Questo si basa sulla generazione di una circonferenza, mediante il criterio dei minimi quadrati, in grado di approssimare i dati sperimentali in prossimità di un loop. Attraverso la circonferenza di fitting, la frequenza di risonanza viene determinata analizzando la variazione dell'angolo  $\psi(f)$  del vettore che congiunge il centro del cerchio al punto  $H(f)$  nel piano immaginario. La risonanza corrisponde al punto in cui  $\psi(f)$  presenta la variazione più rapida rispetto alla frequenza, ovvero dove la derivata di  $\psi(f)$  assume il valore massimo.

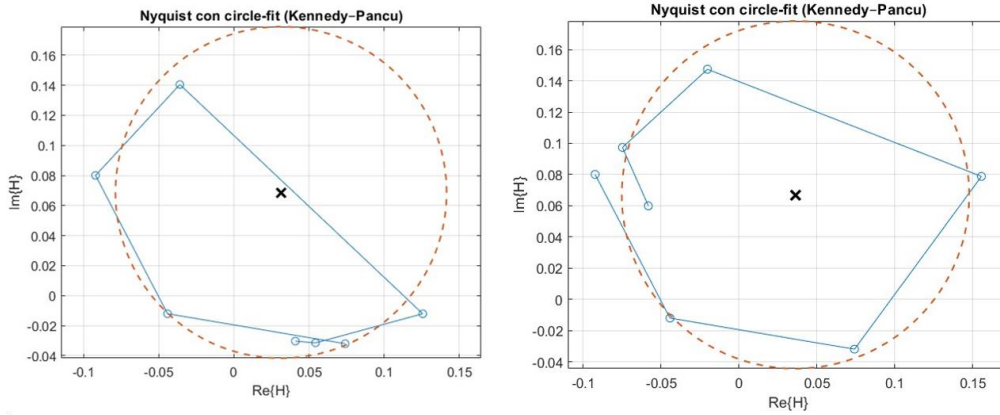


Figura 96: circonferenza di fitting per B20: sx) Attorno al primo loop 224.52 Hz; dx) attorno al secondo loop 224.8 Hz

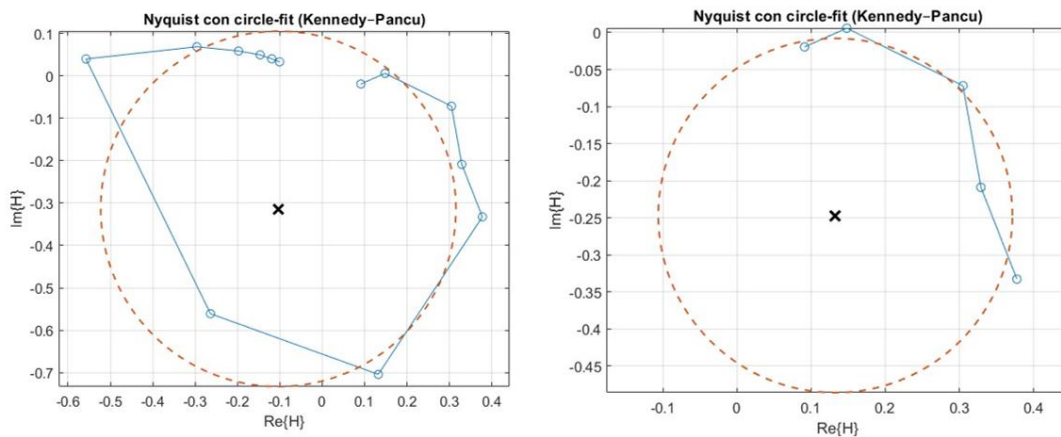


Figura 97: circonferenza di fitting per B19: sx) Attorno al primo loop 224.52 Hz; dx) attorno al secondo loop 224.8 Hz

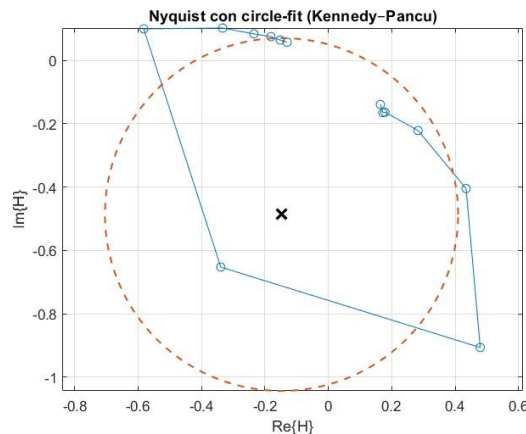


Figura 98: circonferenza di fitting per B18

L'analisi secondo il metodo *Kennedy-Pancu* ha permesso di escludere la frequenza di 224,8 Hz per la pala B18, in quanto le componenti reale e immaginaria della sua mobility fittano una singola circonferenza, anche restringendo il campo dei dati sperimentali attorno a 224,8 Hz, come mostrato nella figura sopra. La variazione massima dell'angolo si registra a 224,52 Hz, confermando che questa è una frequenza di risonanza per la diciottesima pala.

Per la pala B19, invece, il metodo evidenzia la presenza di entrambe le risonanze, a 224,52 Hz e 224,8 Hz. Analogamente, anche per la pala B20 si riscontra la presenza dei due modi; tuttavia, considerando

il modulo della FRF corrispondente, risulta necessaria un'ulteriore verifica mediante il software *PSV 9.5 Acquisition* per confermare la contemporanea presenza di entrambi i modi sia per la ventesima pala che per la diciannovesima.

Attraverso il metodo di *Kennedy-Pancu* è possibile individuare lo smorzamento riferito a quella specifica risonanza. Assumendo comportamento mono-modale, si possono definire due frequenze  $f_1$  e  $f_2$  tali che:

$$\psi(f_1) = \psi(f_r) - \frac{\pi}{4}, \quad \psi(f_2) = \psi(f_r) + \frac{\pi}{4}$$

Quindi si considerano due punti simmetrici in angolo attorno alla condizione di massima rotazione che avviene alla frequenza di risonanza  $f_r$ . In approssimazione SDOF e per smorzamento contenuto, si dimostra che la distanza in frequenza tra tali punti risulta proporzionale allo smorzamento, portando alla seguente relazione [4]:

$$\zeta \approx \frac{f_2 - f_1}{2f_r}$$

Implementando il metodo si sono individuati i seguenti smorzamenti:

Freq [Hz]	B20	B19	B18
224.52	$\zeta = 0.0207\%$	$\zeta = 0.0185\%$	$\zeta = 0.0141\%$
224.8	$\zeta = 0.0151\%$	$\zeta = 0.0410\%$	

Tabella 28: Smorzamento modi a ND4

È importante sottolineare che le stime risultano poco affidabili, a causa della limitata quantità di valori sperimentali della FRF disponibili lungo l'intervallo in frequenza di eccitazione e della vicinanza molto ridotta dei modi considerati.

### 9.3 MIMO- RCT Stepped sine

Al fine di analizzare il comportamento dinamico del BLISK alle frequenze di 224.52 Hz e 224.8 Hz, il test in modalità MISO RCT-Stepped Sine è stato messo in pausa in corrispondenza di tali frequenze. In queste condizioni è stata attivata la modalità MIMO tramite il software *PSV9.5 Acquisition*, così da acquisire la risposta vibratoria assiale del disco palettato su una distribuzione bidimensionale di punti di misura.

La pausa del test è stata effettuata in prossimità della convergenza ai valori target di eccitazione impostati, garantendo il mantenimento delle condizioni di controllo in forza. Si riportano pertanto i valori di eccitazione relativi a entrambe le frequenze considerate.

$f$ [Hz]	$\theta_{12}$ [grad]	$e_{\theta_t}$ [grad]	$A_1$ [N]	$A_2$ [N]	$e_{A_{1t}}$ [N]	$e_{A_{2t}}$ [N]
224.52	55.3	0.3	1.44	1.64	-0.06	0.14
224.8	56.2	1.2	1.57	1.61	0.07	0.11

Tabella 29: Parametri di eccitazione in MIMO-RCT Stepped sine

L'errore per ogni specifica grandezza è stato determinato come scostamento relativo tra il valore misurato e il valore target di riferimento, secondo la relazione:

$$e = V_{\text{reale}} - V_{\text{target}}$$

Dall'analisi dei risultati si osserva che l'errore relativo risulta contenuto. Si può pertanto concludere che l'eccitazione è applicata con adeguata accuratezza e che l'aderenza al riferimento impostato è soddisfacente. Dalle scannerizzazioni ottenute mediante vibrometro laser, si notano le seguenti risposte del disco palettato:

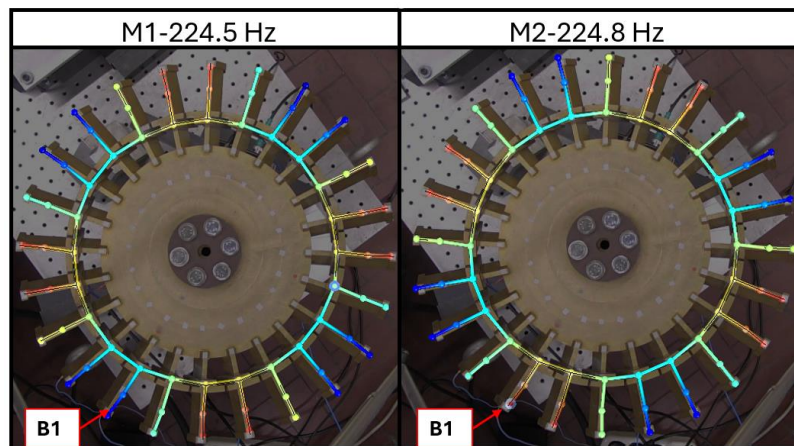


Figura 99: Acquisizione scanner dei modi mistuned

Si ricorda che la numerazione delle pale del disco viene assegnata in senso antiorario. Come si nota dalla scannerizzazione ad entrambe le frequenze, il disco esplica una risposta vibratoria compatibile con un diametro nodale quattro (ND4), infatti si notano otto pale in cui la velocità è pressochè nulla (colore verde), otto pale con velocità positiva, uscente dal piano (colore blu) e otto pale con velocità negativa, entrante nel piano (colore rosso). Le acquisizioni mostrano una rotazione dei diametri nodali, compatibile con la presenza di due modi mistunati a ND4.

Con il fine di essere maggiormente chiari, si riporta il valore della componente reale della mobility in funzione delle pale per 224.52 Hz e 224.8Hz. La componente reale della mobility, permette di evidenziare risposte positive e negative delle pale ed inoltre, il suo attraversamento nello zero consente l'individuazione dei nodi strutturali.

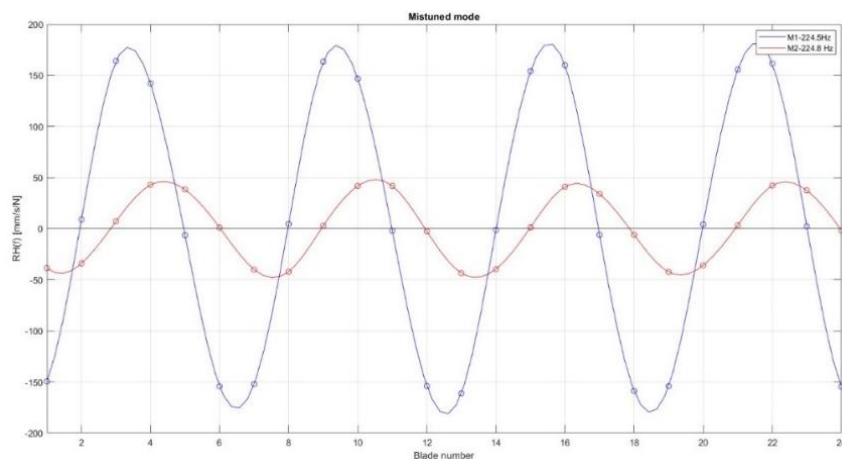


Figura 100: Rappresentazione grafica della presenza dei modi mistuned a ND4

La figura precedentemente riportata mostra una rotazione dei diametri nodali pari ad un settore principale (pala) ovvero ad un angolo fisico di  $15^\circ$ , tra la frequenza 224.52 Hz e 224.8 Hz. Possiamo quindi concludere che entrambe le frequenze sono due risonanze del sistema mistuned a diametro nodale quattro. Inoltre, si nota come la curva rossa appartenente a 224.8 Hz abbia una componente

reale della mobility più bassa rispetto alla curva blu a 224.52 Hz, questo suggerisce che il secondo modo mistunato è stato eccitato in maniera ridotta.

Nella tabella sottostante si riportano le pale del disco che si trovano lungo un diametro nodale:

M1-224.52 Hz	M2-224.8 Hz
B2	B3
B5	B6
B8	B9
B11	B12
B14	<b>B15</b>
B17	<b>B18</b>
<b>B20</b>	B21
B23	B24

Tabella 30: Diametri nodali - ND4

Si nota che la quindicesima pala, B15 appartiene al diametro nodale del secondo modo mistunato M2-224.8Hz. Si ricorda che lo shaker reference *K2007E01*, è stato proprio posizionato in corrispondenza della radice della quindicesima pala e quindi l'eccitazione di questo modo non è ottimale e perciò poco marcata nella mobility ricavata dai MISO-RCT Stepped sine precedentemente riportate per le pale; B20, B19, mentre per la diciottesima pala B18 è naturale non osservare un incremento della risposta trovandosi lungo il diametro nodale del secondo modo mistunato.

La ridotta evidenza del secondo modo mistunato nelle FRF ricavate dai MISO-RCT non è attribuibile a una mancanza di risposta locale delle singole pale al di fuori dei diametri nodali, bensì a una limitazione di attuazione: lo shaker reference risulta collocato in prossimità di un diametro nodale del secondo modo, riducendo la proiezione della forza applicata sulla coordinata modale e quindi l'energia effettivamente trasferita a tale modo. Ne consegue una forza modale equivalente contenuta e, quindi, un contributo del secondo modo poco marcato nelle curve di modulo e fase.

Al contrario, il primo modo risulta efficacemente eccitato e si manifesta in modo chiaro anche in posizioni prossime a un diametro nodale: nella struttura reale i nodi non sono perfettamente nulli e l'accoppiamento elastico della struttura comporta una risposta globale che rende apprezzabile la componente armonica anche in punti a bassa partecipazione modale. Questo comportamento è apprezzabile per la B20 in quanto si nota un leggero incremento della risposta per il primo modo mistunato M1-224.52 Hz, quando in realtà a questa frequenza la ventesima pala cade in un diametro nodale.

Quindi possiamo concludere che le due frequenze 224.52Hz e 224.8 Hz sono due risonanze mistunate a diametro nodale 4 per il disco palettato. Tuttavia, il secondo modo è poco eccitato a causa dell'attuazione lungo un diametro nodale (B15) da parte di uno shaker. Si può concludere che alcune pale rispondono in risonanza per entrambe i modi mentre altre pale rispondono solo ad un modo dei due essendo nell'altro un diametro nodale.

In conclusione, si riportano le risonanze delle pale acquisite in MISO-RCT:

Blade	M1-224.52Hz	M2-224.8Hz
B20	×	✓
B19	✓	✓
B18	✓	×

Figura 101: Presenza dei modi mistunati sulle pale acquisite in MISO-RCT

Essendo in simmetria ciclica possiamo concludere che le pale:

$$\begin{cases} B_j & \text{con } j = 2,5,8,11,14,17,20,23 \xrightarrow{\text{red}} \in \text{M1-ND} \\ B_k & \text{con } k = 3,6,9,12,15,18,21,24 \xrightarrow{\text{red}} \in \text{M2-ND} \\ B_i & \text{con } i = 4,7,10,13,16,19,22 \xrightarrow{\text{green}} \text{NO-ND4} \end{cases}$$

## 9.4 Individuazione risposta rotante tramite IBPA

Il valore degli *Interblade Phase Angle (IBPA)* comunicano la presenza della risposta vibratoria di tipo rotante, in quanto per lo specifico caso ND4 su un disco avente 24 pale, lo sfasamento delle pale al di fuori del piano deve essere pari a  $60^\circ$  tra tutte le pale, in accordo alla forzante ad EO4.

$$\begin{cases} IBPA_{i+1,i} = 60^\circ & \text{con } i = 1,2, \dots, 23 \\ IBPA_{1,24} = 60^\circ \end{cases}$$

Per l'identificazione dell'IBPA [ $^\circ$ ] si è utilizzato la fase  $\psi$  [ $^\circ$ ] della mobility della cella di carico uno (LD1), ricavata dal software *PSV9.5 acquisition* per il punto di misura situato al tip di ogni pala, come segue:

$$\begin{cases} IBPA_{i+1,i} = \psi_{i+1} - \psi_i & \text{con } i = 1,2, \dots, 23 \\ IBPA_{1,24} = \psi_1 - \psi_{24} \end{cases}$$

In questo modo è stata determinata la differenza di fase calcolando lo sfasamento tra una pala e la precedente. Tale procedura è stata ripetuta per ogni scannerizzazione effettuata a frequenza di eccitazione controllata e mantenuta costante. Oltre alle frequenze di risonanza, è stata acquisita la risposta del BLISK per un totale di 21 frequenze comprese tra 224.1 Hz e 225.15 Hz, con un passo in frequenza pari a 0.05 Hz, al fine di descrivere in maniera dettagliata l'evoluzione del comportamento dinamico nell'intorno della risonanza. Nel presente elaborato, tra tutte le acquisizioni effettuate, vengono riportate esclusivamente quelle ritenute maggiormente rappresentative del comportamento del disco in corrispondenza delle risonanze e nelle loro immediate vicinanze, ovvero: una frequenza posta a sinistra del primo modo (224.3 Hz), una frequenza intermedia tra i due modi (224.7 Hz) e una frequenza situata a destra del secondo modo (225 Hz).

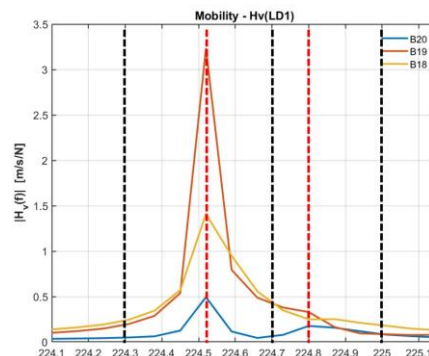


Figura 102: Frequenze scannerizzazioni MIMO-RCT

### 9.4.1 IBPA: 224.52Hz

In corrispondenza del primo modo mistunato M1-224.52Hz, il calcolo dell'IBPA mostra il seguente andamento:

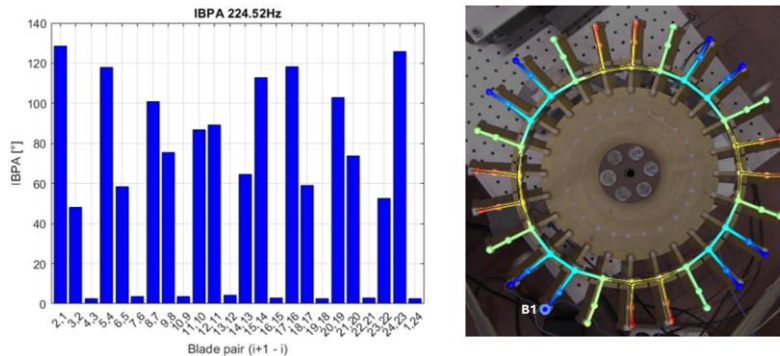


Figura 103: sx) IBPA 224.52 Hz; dx) distribuzione velocità assiale 224.52 Hz

Si ricorda che per questo modo le pale:

$$\begin{cases} B_j & \text{con } j = 2,5,8,11,14,17,20,23 \rightarrow \text{E M1-ND} \\ B_k & \forall k \neq j \rightarrow \text{NO-ND4} \end{cases}$$

Per cui gli IBPA riferiti a:

$$IBPA_{i,j} \text{ con } i = 4,7,10,13,16,19,22,1 \text{ e } j = 3,6,9,12,15,18,21,24$$

Appartengono a coppie di pale al di fuori dei diametri nodali. Come evidenziato nella figura sopra riportata, i relativi valori di IBPA tendono a zero; ciò indica che le pale risultano approssimativamente in fase tra loro, evidenziando la natura stazionaria del modo di vibrare considerato. Diversamente, l'IBPA tra una pala non appartenente al diametro nodale e la pala precedente appartenente ad esso tende a circa 60°. Viceversa, qualora la pala successiva appartenga al diametro nodale e la precedente no, lo sfasamento risulta prossimo a 120°. Tale distribuzione degli sfasamenti non costituisce indicazione di una risposta rotante. Dall'animazione della risposta vibratoria acquisita si osserva infatti che i diametri nodali rimangono fissi nello spazio e che la velocità di tutti i punti misurati sul disco attraversa lo zero nel medesimo istante temporale, confermando il carattere stazionario del modo.

### 9.4.2 IBPA: 224.8Hz

In corrispondenza del secondo modo mistunato M2-224.8Hz, il calcolo dell'IBPA mostra il seguente andamento:

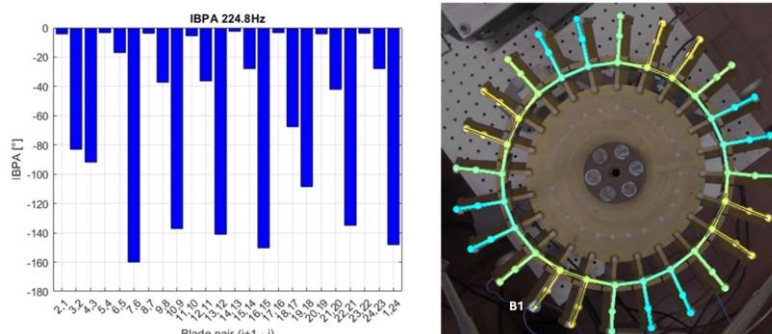


Figura 104: sx) IBPA 224.8Hz; dx) distribuzione velocità assiale 224.8Hz

Si ricorda che rispetto al modo precedente, in questo caso i diametri nodali hanno ruotato di un settore principale e quindi gli IBPA riferiti a:

$$IBPA_{i,j} \text{ con } i = 2,5,8,11,14,17,20,23 \text{ e } j = 1,4,7,10,13,16,19,22$$

Appartengono a coppie di pale che si trovano al di fuori dei diametri nodali. La figura sopra riportata mostra un andamento simile al modo precedente confermando la natura stazionaria e quindi non rotante anche in questo caso.

### 9.4.3 IBPA 224.3 Hz

A sinistra del primo modo mistunato, 224.3 Hz, l'IBPA mostra tale andamento:

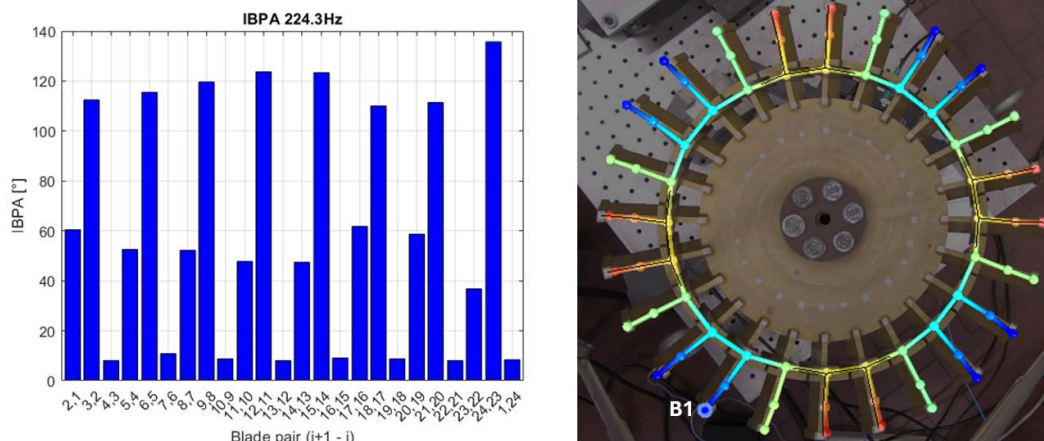


Figura 105: sx) IBPA 224.3Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 224.3Hz

Si nota un andamento simile a quello assunto nel primo modo mistuned ad eccezione di un leggero incremento dello sfasamento tra le pale che si trovano all'interno dei diametri nodali. Quest'ultimi rimangono fissi nello spazio, confermando la natura stazionaria della risposta a questa frequenza.

### 9.4.4 IBPA: 224.7Hz

Al centro dei due modi, 224.7Hz, l'IBPA assume tale andamento:

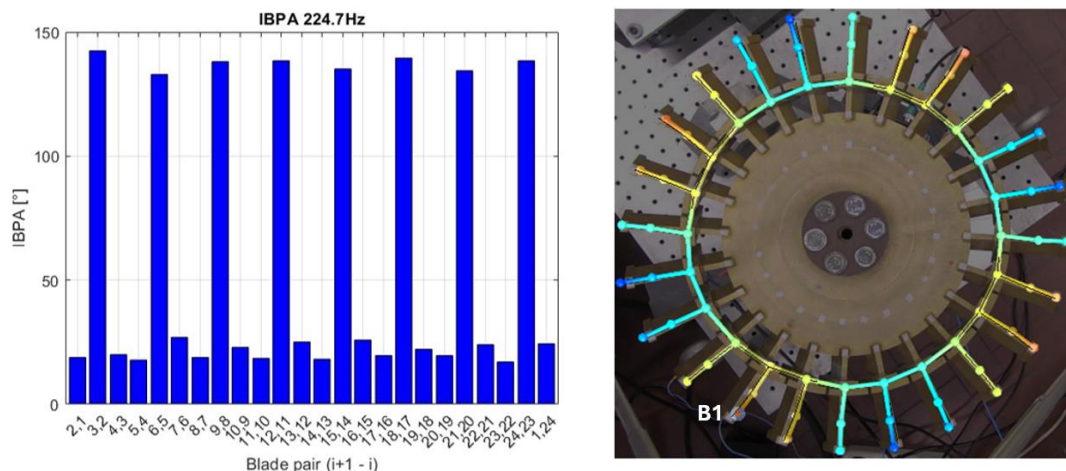


Figura 106: sx) IBPA 224.7Hz; Distribuzione velocità assiale 224.7Hz

Si osserva un incremento significativo dello sfasamento per le coppie di pale localizzate al di fuori dei diametri nodali del primo modo. Inoltre, l'IBPA tra un diametro nodale e la pala precedente non

appartenente ad esso assume valori analoghi a quelli dello sfasamento tra pale interne ai diametri nodali del primo modo mistunato, mentre lo sfasamento tra una pala non appartenente al diametro nodale e una appartenente ad esso tende a raggiungere circa  $140^\circ$ .

Dall'analisi dell'animazione della risposta bidimensionale si rileva che i diametri nodali non risultano più perfettamente allineati con le pale del disco, ma si collocano all'interno delle stesse. Tale comportamento può essere attribuito alla concomitante influenza di entrambi i modi sulla risposta dinamica, che determina una configurazione intermedia tra le due forme modali.

Inoltre, la velocità non si annulla simultaneamente per tutti i punti acquisiti sul disco. Si può pertanto concludere che non si manifesta una rotazione completa della risposta; il comportamento osservato può essere più correttamente descritto come una risposta di tipo "pulsante".

### 9.4.5 IBPA: 225Hz

A destra del secondo modo, 225 Hz, l'IBPA assume tale andamento:

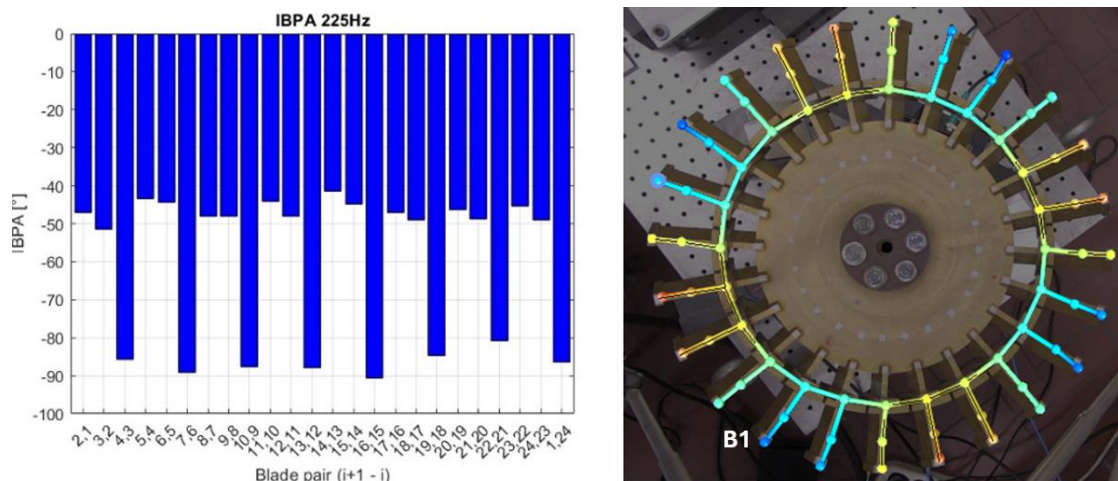


Figura 107: sx) IBPA 225Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 225Hz

Si osserva un marcato incremento dello sfasamento tra le pale interne ai diametri nodali del secondo modo mistunato. Inoltre, anche lo sfasamento tra una pala precedentemente coincidente con un diametro nodale e la pala adiacente non appartenente ad esso assume valori dello stesso ordine di grandezza. Dall'analisi dell'animazione della risposta nel piano del disco si rileva che i diametri nodali non risultano più fissi nello spazio; al contrario, le pale raggiungono la massima velocità con uno sfasamento reciproco progressivo. Si può pertanto concludere che, a destra del secondo picco di risonanza, la risposta assuma carattere *rotante*.

Tuttavia, la rotazione osservata non coincide con quella teoricamente attesa: per il diametro nodale in esame, infatti, lo sfasamento tra pale adiacenti dovrebbe risultare pari a  $60^\circ$  per tutte le pale, condizione che non risulta pienamente soddisfatta nei dati sperimentali.

## 9.5 Conclusioni

Calcolando, per ciascuna frequenza di eccitazione acquisita in modalità MIMO, la media degli IBPA assunti in valore assoluto, si osserva una tendenza verso  $60^\circ$ , in accordo con la corretta riproduzione dell'Engine Order 4 (EO4) su un disco palettato costituito da 24 pale.

Inoltre, eccitando nell'intorno della frequenza di risonanza associata al diametro nodale ND4 con uno sfasamento significativamente diverso da quello target, ad esempio  $15^\circ$ , valore appropriato per

l'eccitazione di ND7, si registra una riduzione della risposta del 23,61% sul primo modo mistunato e del 46,9% sul secondo. Tale evidenza conferma il ruolo determinante del corretto sfasamento temporale tra le forzanti armoniche nell'eccitare selettivamente il diametro nodale desiderato mediante l'imitazione dell'Engine Order corretto.

Confrontando i risultati con le prove precedenti, si rileva un incremento della risposta del 37,75% rispetto all'Hammer test, del 33,47% rispetto al test SIMO in Sweep sine e del 26,34% rispetto al test MIMO in Sweep sine. Risultati che evidenzia l'importanza nell'eccitare la struttura correttamente imitando il rispettivo EO. Si sottolinea inoltre che la metodologia RCT-Stepped sine consente il controllo diretto della forza immessa nella struttura, prerogativa non disponibile nei test precedenti e particolarmente rilevante nello studio di sistemi a comportamento non lineare.

Tuttavia, la risposta del BLISK in condizioni di risonanza non evidenzia un andamento puramente rotante, a causa della separazione in frequenza delle risonanze indotta dal mistuning. Sebbene i due modi risultino ravvicinati ( $\Delta f = 0,3$  Hz), l'eccitazione in corrispondenza della frequenza propria di ciascuno determina la prevalenza del relativo fattore di partecipazione modale sull'altro, eliminando l'indeterminazione dei piani modali e producendo un comportamento stazionario con diametri nodali fissi per il modo mistunato considerato.

A sinistra del primo modo, la risposta del disco è dominata da quest'ultimo, mentre il secondo modo risulta scarsamente partecipante sia per la distanza in frequenza sia per la non perfetta eccitazione, determinando una risposta *stazionaria* coerente con il primo modo.

Nella regione intermedia tra i due picchi si instaura invece una condizione asimmetrica dei fattori di partecipazione modale, che comporta uno spostamento dei diametri nodali all'interno delle pale anziché lungo di esse, generando un comportamento di tipo *pulsante*, intermedio tra stazionario e rotante.

Infine, a destra del secondo modo si osserva una regione in cui i fattori di partecipazione risultano comparabili, condizione che porta a una risposta di tipo *rotante*. Tuttavia, tale rotazione non è pienamente compatibile con quella teorica associata al diametro nodale quattro, poiché gli angoli di sfasamento tra pale adiacenti non raggiungono uniformemente il valore atteso di  $60^\circ$ .

## 10 RCT Stepped sine e BLISK dotato di smorzatori sotto-pala

Lo studio della dinamica del BLISK dotato di smorzatori sotto-pala (Underplatform damper UPDs) che rendono la struttura non lineare è stato effettuato nel banco prova *DEBI*. Gli smorzatori sotto-pala utilizzati nella seguente attività di tesi, sono di tipo cilindrico, il loro comportamento dinamico e funzionamento è stato largamente discusso nel capitolo precedente. Si riporta nella figura seguente, gli UPDs utilizzati:



Figura 108:: Vista frontale e posteriore di UPDs cilindrici e coppia di inserti

Gli smorzatori sono alloggiati all'interno di cavità ricavate mediante l'impiego di inserti incollati sulle piattaforme delle pale. In particolare, è stato applicato un inserto sulla piattaforma della pala diciottesima (B18), due inserti, uno per ciascun lato della piattaforma, sulla pala diciannovesima (B19) e un ulteriore inserto sulla piattaforma della pala ventesima (B20). Sono state pertanto realizzate due coppie di inserti contrapposti, ciascuna delle quali ospita uno smorzatore cilindrico, per un totale di due smorzatori. La pala B19 risulta interposta tra i due UPDs e, per tale configurazione, costituisce l'elemento di maggiore interesse nell'analisi del comportamento dinamico del sistema.

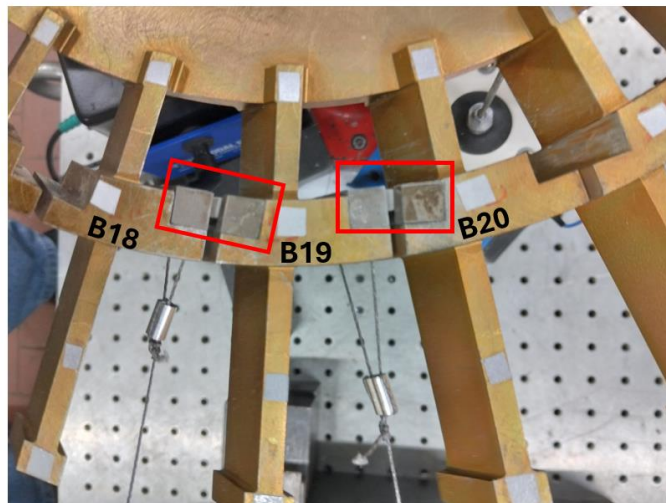


Figura 109: Posizionamento inserti e UPDs

Essendo il disco vincolato, la riproduzione della forza centrifuga che agisce sui damper è stata realizzata mediante un sistema di tiraggio in direzione radiale. Un'estremità della fune è stata collegata ai due fori presenti nell'UPD.



Figura 110: Collegamento fune-UPD

L'altra estremità è collegata ad un piattello che ospita i pesi. La corda è messa in trazione da una carrucola.



Figura 111: Piattelli e carrucole

Sono stati condotti dei test caricando ciascun UPD con il valore di massa ( $m$ ) che genera la relativa forza centrifuga ( $F_c$ ), come riportato in tabella:

$m$ [Kg]	$F_c$ [N]
0.46	4.51
0.84	8.24
2.3	22.56
3.3	32.37
5.3	51.99
6.3	61.80
10.3	101.04

Tabella 31 : massa di carico e relativa forza centrifuga equivalente

## 10.1 MISO-RCT Stepped sine

I parametri di acquisizione e di controllo adottati sono gli stessi impiegati nello studio del disco palettato in assenza di smorzatori sotto-pala, descritto nel capitolo precedente. Fa eccezione il valore dell'ampiezza delle eccitazioni ( $F_e$ ), che è stato opportunamente variato nei diversi test al variare del carico applicato ai piattelli ( $F_c$ ).

Tale variazione è stata introdotta al fine di analizzare il comportamento dinamico degli smorzatori in relazione alla loro condizione di aderenza con le piattaforme, valutandone la risposta al variare del livello di precarico.

Si riportano le condizioni di aderenza dell'UPD:

1. Adesione (*stick*);
2. scorrimento (*slip*);
3. distacco (*separation*).

I parametri di controllo adottati hanno garantito un'elevata qualità di convergenza dei valori imposti in tutti i test, al variare sia del carico applicato sia del livello di eccitazione. Si riporta, a titolo esemplificativo, l'andamento della fase e dell'ampiezza delle forzanti relative al test condotto con carico sui piattelli che genera una forza centrifuga  $F_c$  di 101,04 N e ampiezza delle forzanti target  $F_e$  di 1,5 N, con riferimento alla pala B19.

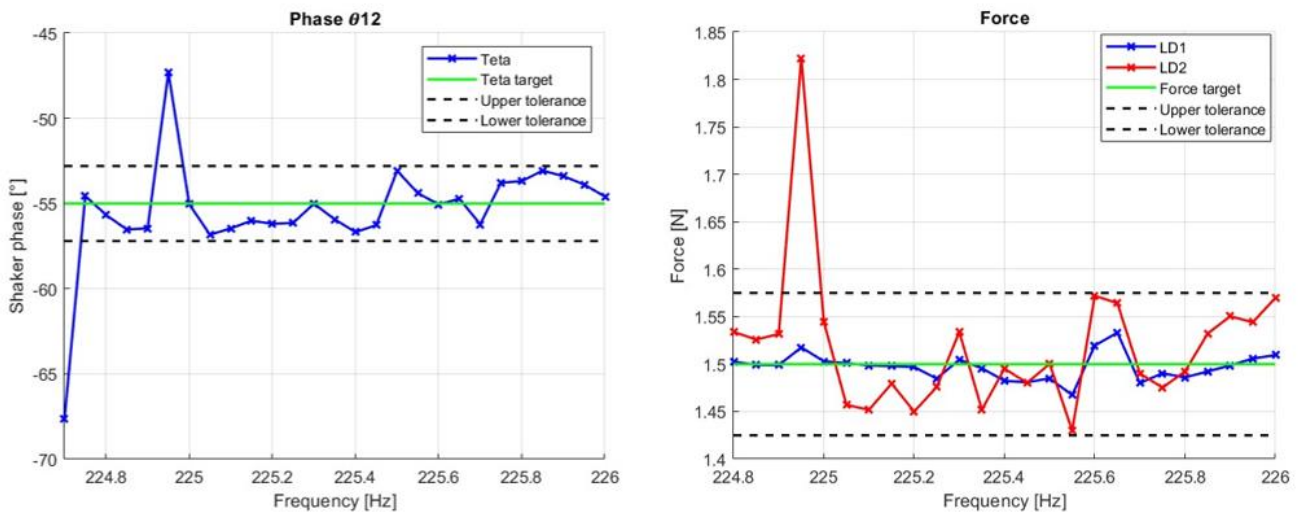


Figura 112: Convergenza ampiezza e fase eccitazioni

### 10.1.2 Jump phenomenon

Nei sistemi lineari la funzione di risposta in frequenza (*FRF*) assume un andamento pressoché simmetrico attorno alla frequenza di risonanza. Ciò avviene in quanto la risposta del sistema dipende univocamente dalla frequenza di eccitazione, ossia  $H_v = H_v(f)$ .

Nel caso di sistemi non lineari, come un BLISK dotato di smorzatori sotto-pala (UPDs), il comportamento cambia radicalmente. La presenza dello smorzamento di tipo Coulombiano introduce una dipendenza della risposta anche dall'ampiezza della vibrazione, poiché lo stato di aderenza o scorrimento del damper varia con il livello di vibrazione della struttura. La FRF non risulta quindi più funzione della sola frequenza, ma anche dell'ampiezza della risposta diventando  $H_v = H_v(f, A)$ .

In tali condizioni la curva di risposta può assumere un andamento piegato (*backbone curve*), caratterizzato da regioni di multistabilità, nelle quali per una stessa frequenza coesistono più soluzioni di regime. Quando la frequenza di eccitazione viene variata gradualmente, la risposta segue un ramo stabile fino al punto di perdita di stabilità; oltre tale punto la soluzione non è più sostenibile e il sistema passa bruscamente in un differente ramo stabile. Questo fenomeno prende il nome di *jump-up* (salto verso ampiezze maggiori) o *jump-down* (salto verso ampiezze minori).

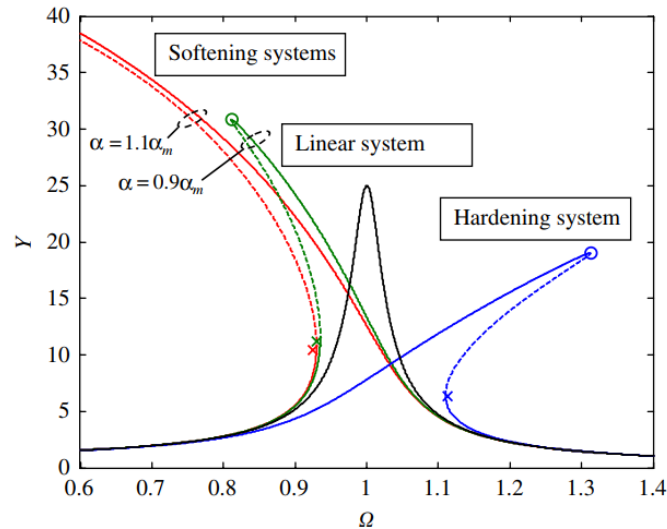


Figura 113: Risposte in frequenza di un sistema non lineare; la curva tratteggiata denota la condizione instabile, mentre la linea continua quella stabile. La X coincide con la frequenza di jump-up, la circonferenza con la frequenza di jump-down [12]

La risposta dinamica del sistema con smorzatore a frizione può essere interpretata come una successione di configurazioni dinamiche equivalenti, dipendenti dall'ampiezza della risposta della struttura stessa. In particolare, se la rigidità equivalente aumenta all'aumentare dell'ampiezza della risposta allora si ha un comportamento di tipo hardening, curva blu della figura precedente, se invece succede il contrario allora si ha una risposta di tipo softening, curva rossa. Inoltre, dalla figura riportata in precedenza è evidente che per certe frequenze il sistema ammette:

- una soluzione a bassa ampiezza (stabile);
- una soluzione ad alta ampiezza (stabile);
- una soluzione intermedia (instabile).

Matematicamente il ramo instabile esiste e può essere individuato mediante il modello dell'oscillatore di Duffing forzato [12], fisicamente però non è osservabile in test controllati in frequenza, in quanto piccole perturbazioni fanno divergere la soluzione e il sistema non può mantenersi in equilibrio su quel ramo. Il jump della risposta è causato proprio dal passaggio da un ramo stabile con bassa/alta ampiezza ad un altro ramo stabile con alta/bassa ampiezza di risposta.

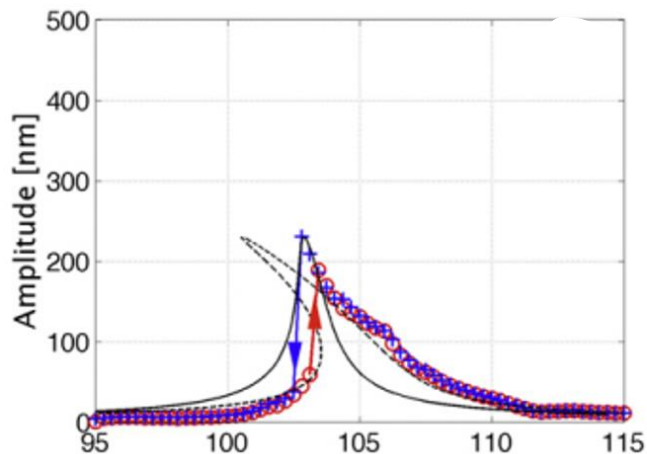


Figura 114: Acquisizione backbone FRF con comportamento softening: backbone analitico (linea tratteggiata); Jump-up acquisition (O-rosso), jump-down acquisition (X blu) [13]

Il jump phenomenon si manifesta nel caso di smorzatori sotto-pala (UPD), a causa di:

- variazione dello stato di scorrimento al variare dell'ampiezza di risposta delle pale, transizione stick-slip e viceversa;
- perdita e riattacco del contatto.

Il damper non introduce solo smorzamento, ma modifica anche la rigidità equivalente del sistema in funzione del suo stato di contatto variabile al variare della frequenza di eccitazione e dell'ampiezza della risposta delle pale del BLISK. A basse ampiezze il contatto può restare prevalentemente in stick causando bassa dissipazione e rigidità tangenziale elevata, mentre all'aumentare dell'ampiezza si attiva lo slip, con incremento della dissipazione e riduzione della rigidità tangenziale equivalente. La conseguenza è una risposta non lineare di tipo *softening* con conseguente spostamento della risonanza verso frequenze minori e isteresi/jump associati alla perdita di stabilità di un ramo di soluzione.

Il comportamento softening descritto è stato individuato sperimentalmente nel primo modo di vibrare (M1) a diametro nodale quattro, del simulacro di disco palettato dotato di smorzatori sotto-pala. Il grafico seguente riporta l'acquisizione sulla pala diciannove con una forza centrifuga di 4.51 N e un'ampiezza delle forzanti target di 3 e 4 N.

Eseguendo uno Stepped sine con step crescenti in frequenza di eccitazione (RCT Stepped sine UP) si nota un jump-up tra due rami stabili, curva continua, mentre quando lo stepped sine viene effettuato con step decrescenti in frequenza (RCT Stepped sine DOWN) si ha un jump-down, curva tratteggiata.

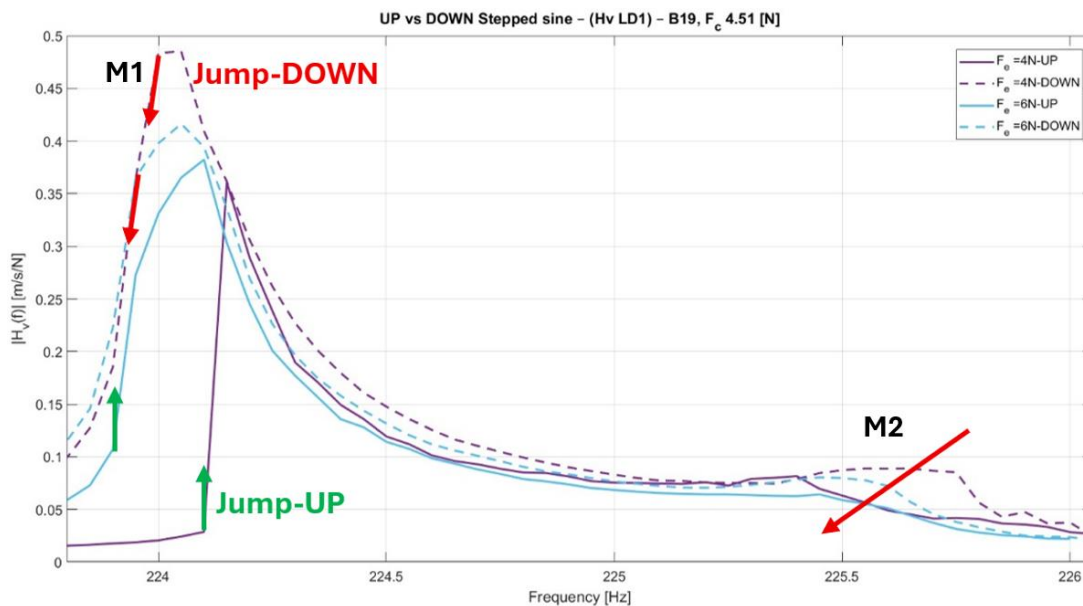


Figura 115: MISO-RCT Stepped sine UP and DOWN

Al contrario, il secondo modo mistuned (M2) suggerisce un comportamento non lineare dominato prevalentemente dall'incremento di dissipazione, slip, senza sviluppo marcato di ramo instabile. Tale differenza evidenzia come i due modi attivino in maniera differente la cinematica locale del contatto degli underplatform dampers a causa della diversa condizione iniziale in termini di ampiezza della risposta prima di entrare in risonanza e della scarsa eccitazione del secondo modo. Il comportamento di tipo slip nell'intorno della risonanza non satura la capacità smorzante dell'UPD per i valori in ampiezza di eccitazione testati causando uno shift in frequenza per valori minori e una riduzione dell'ampiezza della risposta all'aumentare della forza di eccitazione.

Pertanto, la differente inclinazione delle curve di risposta osservata tra primo e secondo modo non implica una variazione intrinseca della natura modale del sistema, bensì riflette il fatto che i due modi operano in differenti regimi stick-slip dello smorzatore, con conseguente variazione della rigidezza e dello smorzamento equivalenti al variare del livello di vibrazione.

### 10.1.3 MISO-RCT Stepped sine UP

Nella figura successiva è riportata la mobility, riferita alla cella di carico dello shaker di riferimento e misurata sulla pala diciannovesima (B19), ottenuta a seguito di test MISO-RCT Stepped Sine UP. Le prove sono state condotte mantenendo costante il carico applicato al piattello, corrispondente a una forza centrifuga equivalente pari a 4,51 N, mentre l'ampiezza dell'eccitazione applicata dagli shaker è stata variata tra i diversi test.

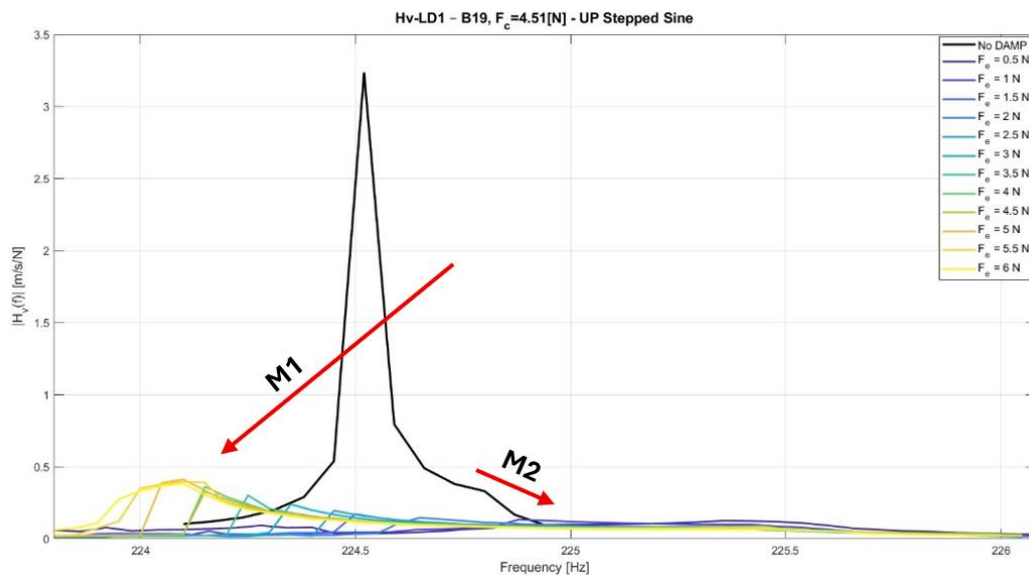


Figura 116: FRF - MISO-RCT Stepped sine UP,  $F_c=4.51N$

Dalla figura, si nota una riduzione consistente della risposta per entrambi i modi mistuned e una variazione della frequenza di risonanza a causa dello smorzamento e della diversa rigidezza equivalente introdotta dalle condizioni di aderenza variabili dello smorzatore sotto-pala in funzione dell'ampiezza dell'eccitazione.

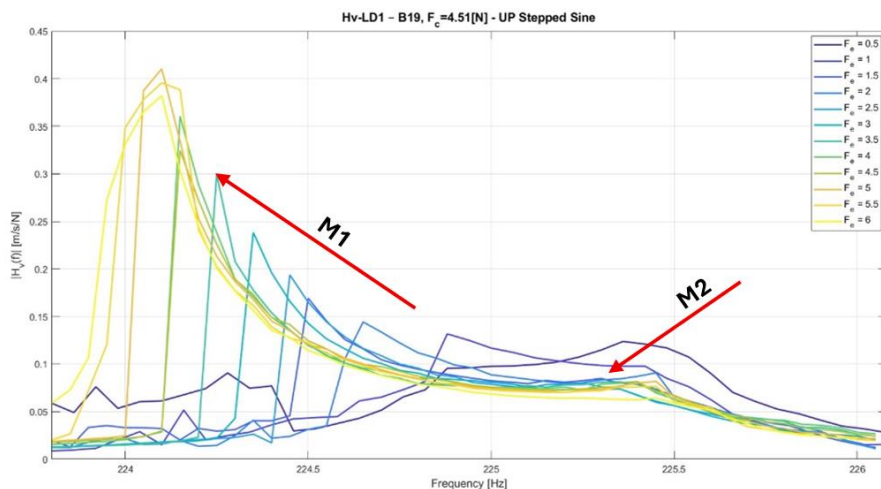


Figura 117: Variazione frequenze di risonanza e ampiezza al variare della forza di eccitazione in Stepped sine UP

In particolare, il primo modo mistuned si manifesta a frequenze più elevate rispetto al caso privo di smorzatori, per ampiezze di eccitazione inferiori a 1,5 N. Tale comportamento è attribuibile all'aumento della rigidità equivalente introdotto dalla presenza degli smorzatori sotto-pala (UPD), i quali per bassi livelli di eccitazione, tendono a operare prevalentemente in regime di *stick*, incrementando la rigidità del sistema e determinando uno spostamento della frequenza di risonanza verso valori maggiori. Nonostante ciò, anche per bassi livelli di eccitazione gli UPD esercitano un effetto smorzante, contribuendo alla riduzione dell'ampiezza della risposta della pala.

Per ampiezze delle forzanti superiori a 1,5 N si osserva invece una riduzione della rigidità equivalente del sistema: il maggiore livello di energia immessa favorisce infatti l'insorgenza di condizioni di *slip* negli smorzatori già a frequenze inferiori, causando uno spostamento della risonanza verso frequenze più basse rispetto al caso precedente. Contestualmente, si registra un incremento dell'ampiezza della risposta all'aumentare del livello di eccitazione, fenomeno riconducibile alla progressiva saturazione della capacità smorzante degli smorzatori sotto-pala.

Per valori di eccitazione superiori a 5 N, la frequenza di risonanza tende a concentrarsi nell'intorno di 224,1 Hz; pertanto, rispetto alla configurazione iniziale priva di smorzatori, il primo modo mistuned risulta ridotto in frequenza di circa 0,42 Hz.

Il secondo modo mistunato invece possiede una rigidità equivalente iniziale maggiore rispetto al caso senza smorzatori; infatti, la frequenza di risonanza passa da 224.8Hz a 225.45Hz. Inoltre, avendo una risposta ridotta rispetto al primo modo, la capacità smorzante non si satura, ma è presente una riduzione della risposta consistente fino a 6N di livello di eccitazione.

### 10.1.4 MISO-RCT Stepped sine UP al variare del carico e dell'eccitazione

Si riportano le mobility ottenute dalle prove MISO RCT–Stepped Sine (UP) condotte per diversi valori di forza centrifuga equivalente e di ampiezza di eccitazione. Le FRF sono riferite alla pala diciannovesima (B19) e sono calcolate rispetto alla cella di carico dello shaker di riferimento. Nel grafico, le prove caratterizzate dallo stesso valore di forza centrifuga equivalente  $F_c$  sono rappresentate con la medesima colorazione, mentre la gradazione del colore varia in funzione dell'ampiezza della forzante  $F_e$ .

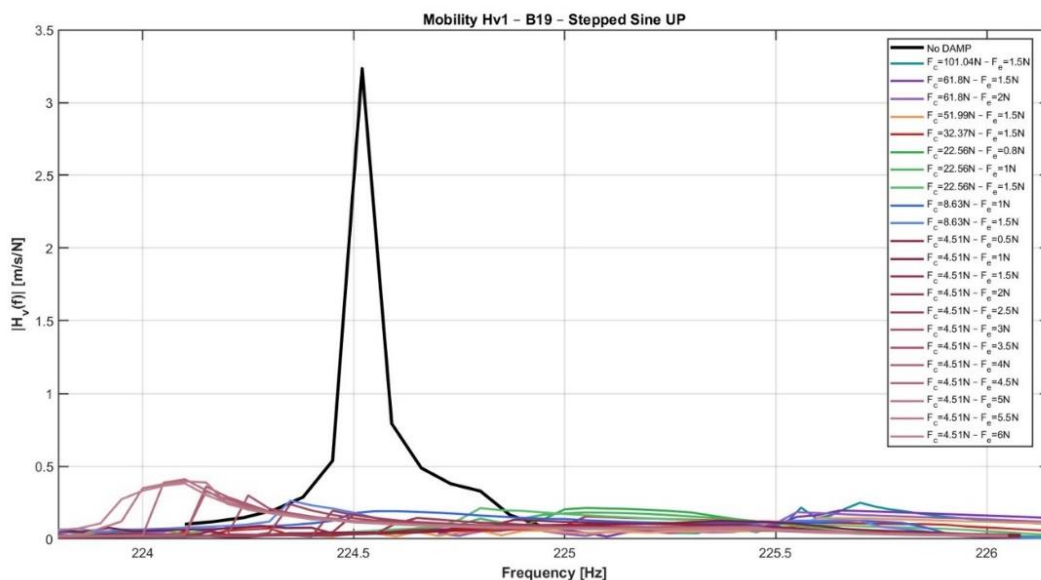


Figura 118: Mobility MISO RCT-Stepped sine up in scala lineare

La figura precedentemente riportata è rappresentata in scala lineare. Da essa si osserva come l'introduzione degli smorzatori cilindrici determini una riduzione della risposta vibratoria per tutti i valori di forza centrifuga equivalente e di ampiezza di eccitazione considerati.

Al fine di analizzare in modo più chiaro l'andamento della risposta della pala, risulta tuttavia opportuno rappresentare la FRF in scala logaritmica, espressa in decibel (dB). Tale rappresentazione è riportata nella figura successiva.

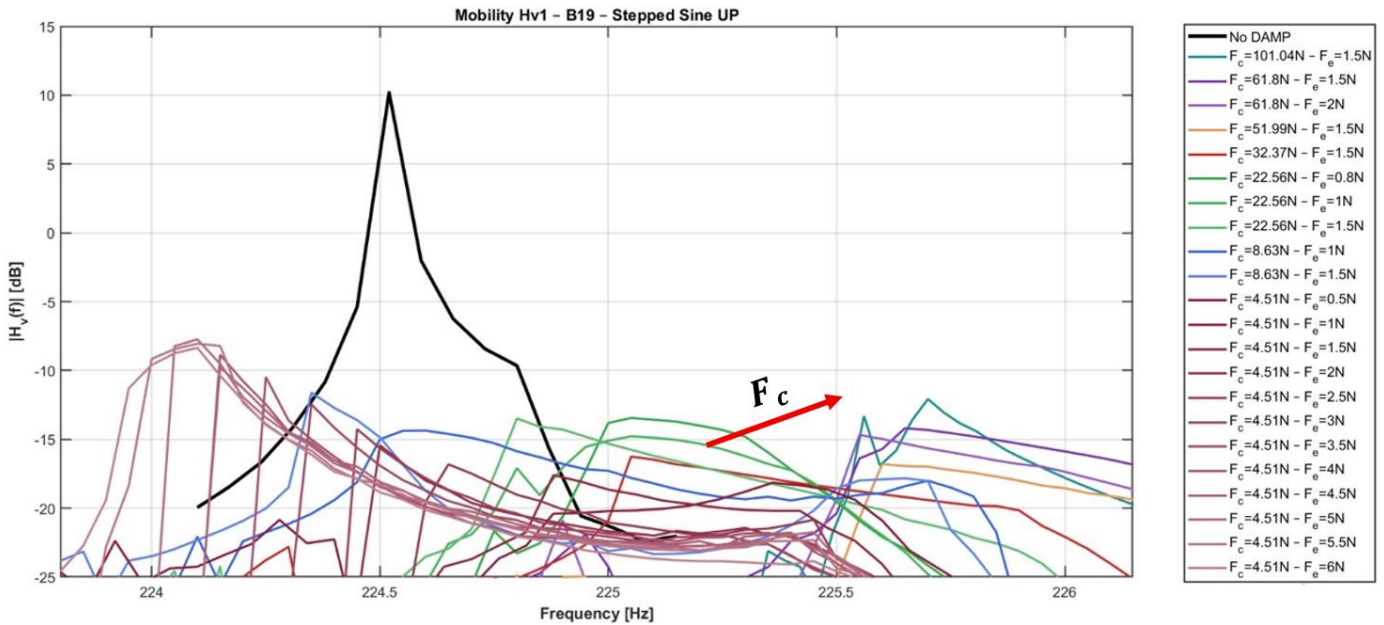


Figura 119: Mobility MISO RCT-Stepped sine up in Decibel

La rappresentazione in decibel evidenzia come, all'aumentare della forza centrifuga equivalente, la risonanza si sposti verso frequenze più elevate, determinando una nuova configurazione di risonanza nell'intorno di 225,65 Hz. Tale comportamento è attribuibile all'aumento del carico applicato ai piattelli, che induce gli under-platform dampers (UPD) a mantenere un'elevata aderenza alle piattaforme delle pale. In queste condizioni gli smorzatori operano prevalentemente in regime di *stick*, incrementando la rigidità equivalente del sistema. Di conseguenza, la frequenza di risonanza si sposta verso valori più elevati e l'ampiezza della risposta tende ad aumentare, in quanto la riduzione dei fenomeni di *slip* comporta una diminuzione dell'effetto smorzante.

Questo comportamento risulta evidente a partire da  $F_c = 51,99$  N; per valori di forza centrifuga maggiori o uguali a tale soglia, la risonanza si colloca stabilmente nell'intorno di 225,65 Hz e, a parità di ampiezza di eccitazione, la risposta cresce con l'aumentare del carico applicato. Tale tendenza è ben visibile, ad esempio, nella curva di colore verde acqua, che rappresenta la FRF ottenuta con il valore massimo di carico impiegato nelle prove.

## 10.2 Curva di performance

Considerando il valore massimo delle curve di *mobility* precedentemente riportate e rappresentandolo in funzione del rapporto tra forza centrifuga equivalente e forza di eccitazione  $F_c/F_e$ , è possibile ottenere la curva di performance, che descrive la capacità smorzante del sistema al variare delle condizioni operative. Si sottolinea che, nella curva di performance sperimentale riportata di seguito, è stata mantenuta la stessa codifica cromatica associata ai diversi valori di forza centrifuga equivalente utilizzata per le *mobility* presentate nel paragrafo precedente, al fine di agevolare la lettura e l'interpretazione dei risultati.

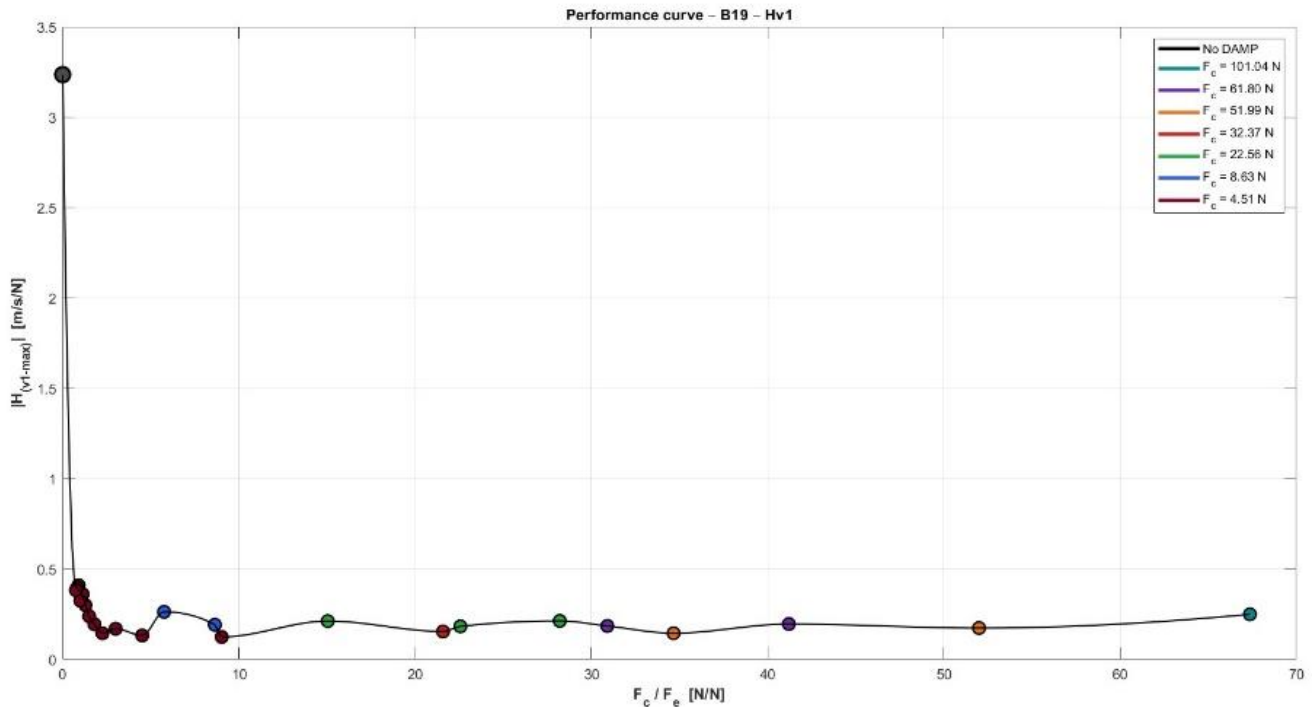


Figura 120: Performance Curve

Il valore corrispondente a un rapporto tra le forzanti pari a zero si riferisce alla configurazione di BLISK privo di smorzatori sotto-pala, condizione nella quale la forza centrifuga risulta nulla.

Dalla figura si osserva che tutte le risposte risultano inferiori a 0,41 m/s/N, valore registrato per un rapporto  $F_c/F_e = 0,90$ . Ne consegue che la riduzione minima della risposta rispetto alla configurazione senza damper è pari a:

$$c_{min} = \frac{|H_{v1-max}^{NO\_DAMP}| - |H_{v1-max}^{with\_DAMP}|}{|H_{v1-max}^{NO\_DAMP}|} \cdot 100 = 87.3\%$$

Confermando l'efficacia dell'utilizzo degli smorzatori sotto pala.

Mentre la riduzione massima della risposta si è registrata per un rapporto tra le forzanti di 9.03, registrando una riduzione percentuale di:

$$c_{max} = 96.19\%$$

Si nota che per valori maggiori di  $F_c/F_e = 34.66$ , la risposta tende a crescere, in quanto l'aumento della forza centrifuga riduce il comportamento slip degli smorzatori, come descritto in precedenza.

### 10.3 MIMO RCT-Stepped sine e distribuzione IBPA

La modalità scanner, MIMO RCT Stepped sine è stata attivata per cinque frequenze specifiche con il fine di comprendere la risposta assiale dei punti di misura del disco palettato. Le acquisizioni sono state effettuate con una forza centrifuga equivalente  $F_c=8.24N$  e un'eccitazione  $F_e=1.5N$ . Si riporta la mobility acquisita sotto tali condizioni per la pala diciannove (B19).

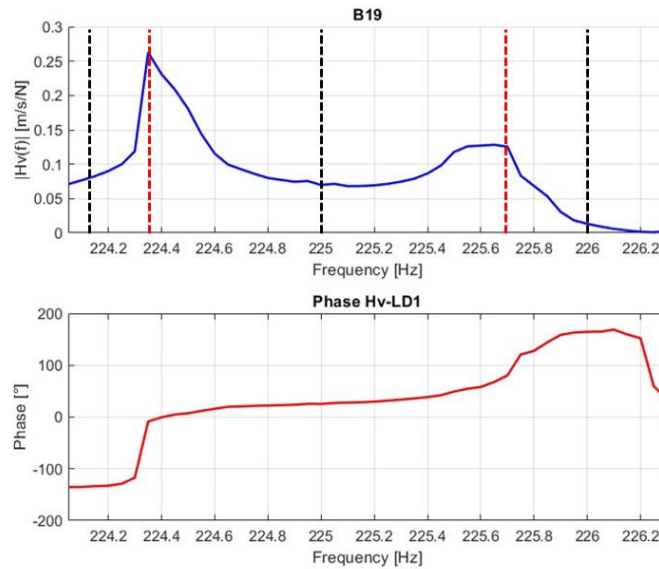


Figura 121: Mobility B19 -Fc=8.24N - Fe=1.5N

La scannerizzazione della risposta è avvenuta nello specifico, nel primo modo mistunato a 224.35Hz e nel secondo modo mistunato a 225.7Hz. I modi sono stati individuati attraverso il cambiamento di fase assunto dalla mobility sopra riportata. Inoltre, è stato acquisito a frequenza minore del primo modo; 224.1Hz, intermedia tra i due modi; 225Hz e maggiore del secondo modo; 226Hz.

La scannerizzazione sui due modi ha mostrato che questi non sono cambiati rispetto al caso di BLISK privo di UPDs. Ciò significa che l'introduzione di smorzatori sotto-pala localizzati in una zona limitata del disco non ha introdotto un forte mistuning che ha causato la nascita di due nuovi modi mistunati rispetto ad altri nuovi piani.

In corrispondenza del primo modo mistunato M1-224.35Hz, il calcolo dell'IBPA mostra il seguente andamento:

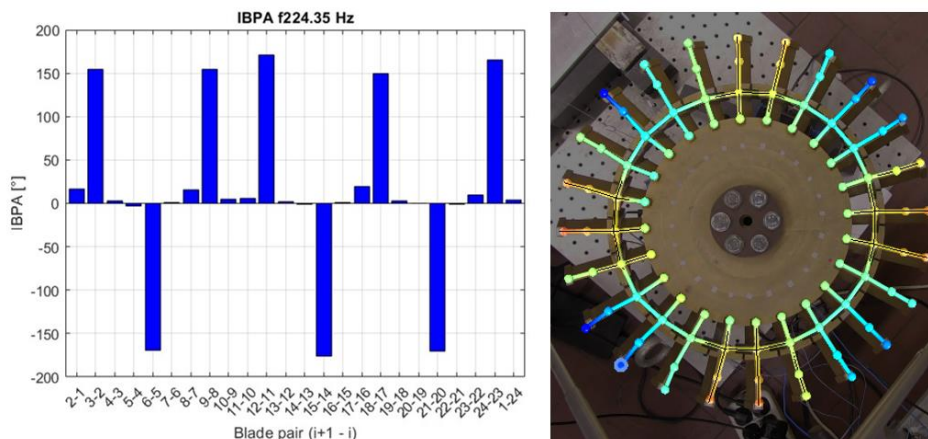


Figura 122: sx) IBPA 224.35Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 224.35Hz

Si ricorda che per il primo modo mistuned:

$$IBPA_{i,j} \text{ con } i = 4,7,10,13,16,19,22,1 \text{ e } j = 3,6,9,12,15,18,21,24$$

Appartengono a coppie di pale al di fuori dei diametri nodali. Come evidenziato nella figura sopra riportata, i relativi valori di IBPA tendono a zero; ciò indica che le pale risultano approssimativamente in fase tra loro, evidenziando la natura stazionaria del modo di vibrare considerato. La stazionarietà del moto è confermata dalla distribuzione bidimensionale della velocità assiale assunta dai punti di misura acquisiti sul disco.

In corrispondenza del secondo modo mistunato M2-225.7Hz, il calcolo dell'IBPA mostra il seguente andamento:

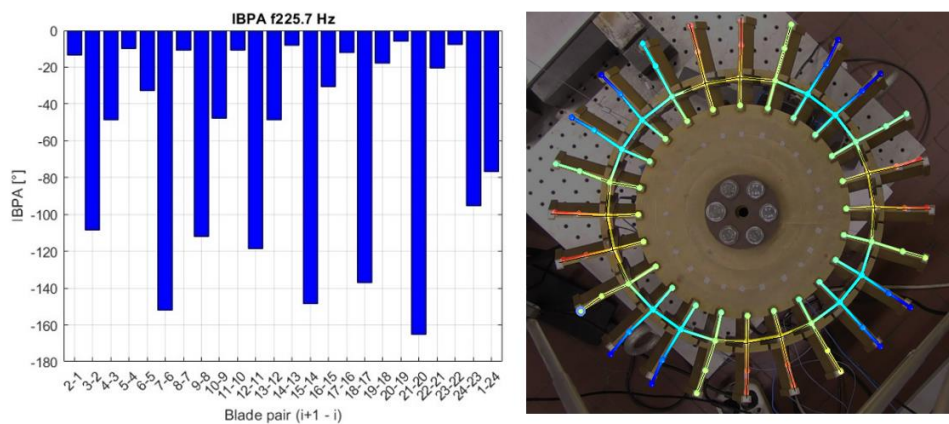


Figura 123: sx) IBPA 225.7Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 225.7Hz

Si ricorda che per il primo modo mistuned:

$$IBPA_{i,j} \text{ con } i = 4,7,10,13,16,19,22,1 \text{ e } j = 3,6,9,12,15,18,21,24$$

Appartengono a coppie di pale al di fuori dei diametri nodali. Come evidenziato nella figura sopra riportata, i relativi valori di IBPA sono bassi; ciò indica che le pale risultano approssimativamente in fase tra loro, evidenziando la natura stazionaria del modo di vibrare considerato. La stazionarietà del moto è confermata dalla distribuzione bidimensionale della velocità assiale assunta dai punti di misura acquisiti sul disco.

A sinistra del primo modo mistunato, 224.1 Hz, l'IBPA mostra tale andamento:

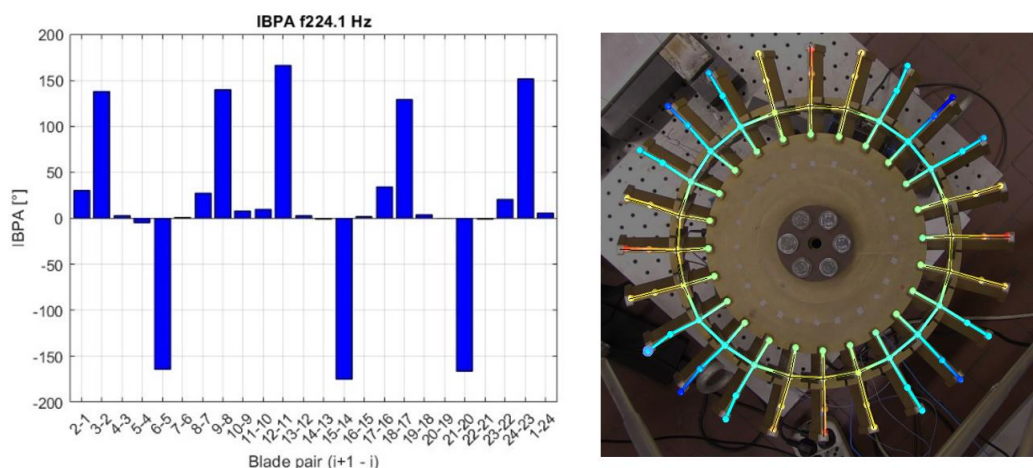


Figura 124: sx) IBPA 224.1Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 224.1Hz

Si nota un andamento simile a quello assunto nel primo modo mistuned. La natura del moto si riconferma essere stazionaria.

Al centro tra i due modi, 225 Hz, l'IBPA mostra tale andamento:

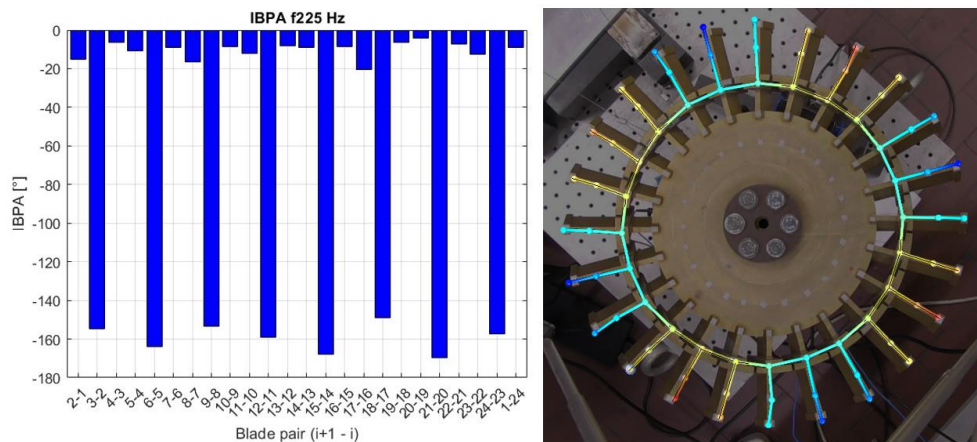


Figura 125: sx) IBPA 225Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 225Hz

Si nota un leggero incremento dello sfasamento tra pale adiacenti. Dall'analisi dell'animazione della risposta bidimensionale si rileva che i diametri nodali non risultano più perfettamente allineati con le pale del disco, ma si collocano all'interno delle stesse. Tale comportamento può essere attribuito alla concomitante influenza di entrambi i modi sulla risposta dinamica, che determina una configurazione intermedia tra le due forme modali.

Inoltre, la velocità non si annulla simultaneamente per tutti i punti acquisiti sul disco. Si può pertanto concludere che non si manifesta una rotazione completa della risposta; il comportamento osservato può essere più correttamente descritto come una risposta di tipo "pulsante".

A destra del secondo modo mistunato, 226Hz, l'IBPA mostra tale andamento:

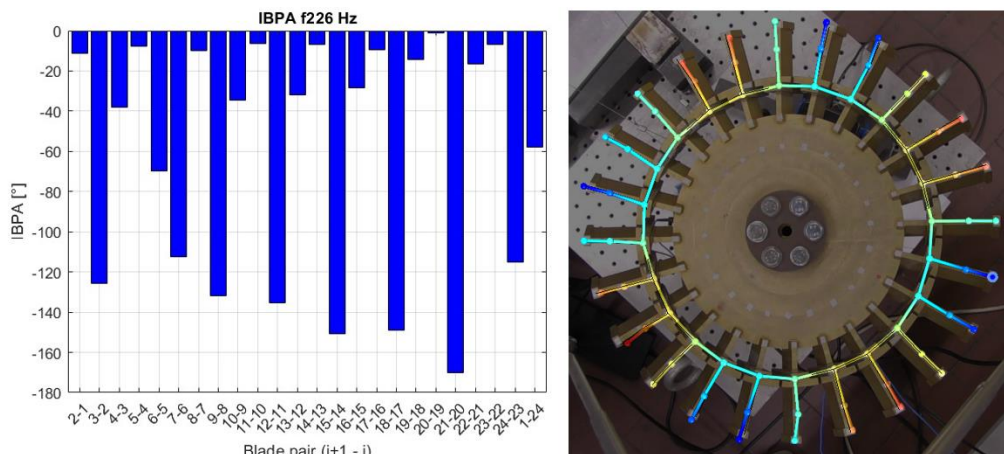


Figura 126: sx) IBPA 226Hz; dx) Distribuzione velocità assiale 226Hz

Come in precedenza, si nota un leggero incremento dello sfasamento tra pale adiacenti. La distribuzione bidimensionale della velocità non mostra un allineamento dei diametri nodali lungo le pale ed inoltre la risposta non si annulla simultaneamente per tutti i punti acquisiti sul disco. Perciò anche a questa frequenza il comportamento osservato può essere più correttamente descritto come una risposta di tipo "pulsante".

## 11 Conclusioni finali

La tecnica di attuazione in *Stepped Sine* si è dimostrata efficace e precisa nel controllo dell'ampiezza e della fase temporale delle forze trasmesse dagli shaker al variare della frequenza di eccitazione. Tale comportamento è stato inizialmente osservato nello studio di fattibilità condotto su una struttura semplice, come la trave, ed è stato successivamente confermato anche su sistemi più complessi, quali il BLISK. In quest'ultimo caso, il controllo delle forzanti è risultato entro le tolleranze per il 93,33% delle frequenze eccitate. Questi risultati indicano che la tecnica può essere impiegata per replicare forzanti corrispondenti a diversi *Engine Orders* (EO), mediante l'introduzione di uno sfasamento controllato tra le eccitazioni in funzione dell'*Inter-Blade Phase Angle* (IBPA) specifico. In questo modo è possibile riprodurre la forma modale associata al relativo diametro nodale ed eccitare correttamente la struttura in simmetria ciclica in condizioni di risonanza, replicando le condizioni operative di un disco palettato aeronautico.

L'applicazione di questa strategia di eccitazione ha evidenziato un incremento della risposta del disco palettato rispetto ad altre tecniche sperimentali. In particolare, si registra un aumento della risposta pari al 37,75% rispetto all'*Hammer Test*, al 33,47% rispetto al test SIMO in *Sweep Sine* e al 26,34% rispetto al test MIMO in *Sweep Sine*. Questo risultato indica che l'energia fornita dagli shaker viene trasferita alla struttura in modo più efficace, poiché la distribuzione delle forzanti riproduce l'EO di interesse e quindi eccita in maniera più efficiente il corrispondente modo di vibrare. Un ulteriore vantaggio della tecnica *Stepped Sine* risiede nella possibilità di mantenere l'ampiezza delle eccitazioni entro tolleranze ristrette, garantendo un controllo accurato dell'energia immessa nella struttura. Questo aspetto risulta particolarmente rilevante nello studio della dinamica di dischi palettati dotati di *under-platform dampers* (UPDs), che introducono comportamenti fortemente non lineari nel sistema.

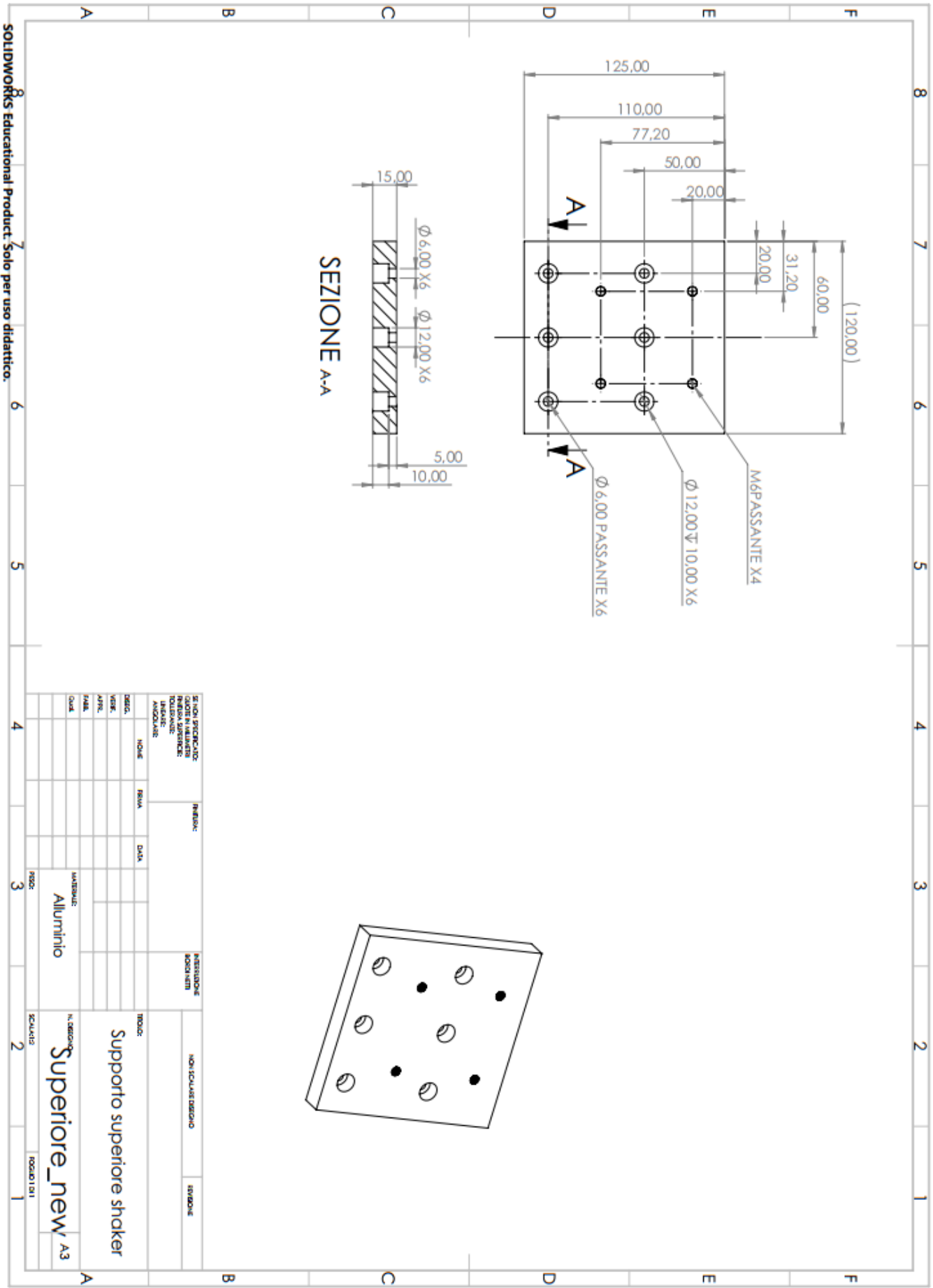
Dal punto di vista teorico, un'eccitazione non in fase applicata a una struttura in simmetria ciclica, come il BLISK, dovrebbe generare una risposta rotante, caratterizzata dal raggiungimento del massimo spostamento da parte delle pale in istanti temporali differenti, in accordo con l'IBPA associato al diametro nodale eccitato. Tuttavia, come osservato nella presente attività di tesi, la presenza di *mistuning* provoca una separazione delle forme modali in due distinte frequenze di risonanza, eliminando l'indeterminazione del piano modale attorno al quale avviene il moto. Di conseguenza, la risposta della struttura risulta prevalentemente stazionaria in prossimità delle due frequenze di risonanza mistunate. La rotazione della risposta può invece manifestarsi alle frequenze per le quali i fattori di partecipazione dei due modi risultano confrontabili; in tali condizioni, tuttavia, l'IBPA tra pale adiacenti non coincide con quello del modo eccitato.

La corretta replica dell'EO di interesse mediante il banco prova sviluppato in questa attività di tesi è confermata dalla distribuzione media della fase tra le pale del disco, che tende al valore di IBPA associato al diametro nodale eccitato. Tuttavia, come evidenziato in studi recenti [14], la fase interpalare può presentare un ritardo rispetto a quella della forza trasmessa dagli shaker, con un valore che dipende dalla frequenza di eccitazione.

Alla luce di queste considerazioni, è ragionevole ipotizzare che, al di fuori delle frequenze di risonanza mistunate, sia possibile innescare una risposta rotante della struttura, purché venga adottata una logica di controllo più avanzata. A tal fine, come sviluppo futuro, si propone l'implementazione di un controllo PID sull'ampiezza delle forzanti applicate e sulla fase assunta dalla risposta tra due pale adiacenti. In tale configurazione la fase delle eccitazioni non dovrebbe essere imposta a priori,

ma lasciata variare con l'obiettivo di portare l'IBPA tra le pale controllate in prossimità del valore target associato al diametro nodale di interesse.





SEZIONE A-A

SE NON PRECISATE INDICARE IL MODELLO DELLA STRUTTURA TOLLERANZE		REVISIONI		AUTOREVISIONI		NON SCALARE DIMENSIONI		RIPRODUZIONE	
DESCR.	NOTE	REVISIONI	DATA	NOTE	REVISIONI	PRODOTTORE	PRODOTTORE	PRODOTTORE	PRODOTTORE
DESIGN									
WORK									
APPROV.									
FILE									
QUALI									
MATERIALE				MATERIALE				MATERIALE	
Alluminio				Alluminio				Alluminio	
PRODOTTORE				PRODOTTORE				PRODOTTORE	
Supporto superiore shaker				Supporto superiore shaker				Supporto superiore shaker	
N. CATEGORIA				N. CATEGORIA				N. CATEGORIA	
Superiore_new A3				Superiore_new A3				Superiore_new A3	
SCALARE				SCALARE				SCALARE	
10000101				10000101				10000101	

## APPENDICE

Si riporta il codice MATLAB utilizzato per la stima della mobility utilizzando i dati forniti dal software CADA-X (.txt) a seguito di un test in MISO-RCT Stepped sine.

```
%%  
  
clc; clear all; close all;  
  
%% crosspettri  
  
fileName = 'B19_phi55.txt';  
  
nHeaderLines = 10;  
  
blocks = { 'crosspower_spect (peak_power) for Channel3 / Channel2', 'LD2_LD1';LD1';  
          'crosspower_spect (peak_power) for Channel4 / Channel2', 'V1_LD1';LD1';  
          'crosspower_spect (peak_power) for Channel4 / Channel3', 'V1_LD2';LD2'};};  
  
CSP = struct;  
  
for k = 1:size(blocks,1)  
  
    targetHeader = blocks{k,1};  
  
    acName = blocks{k,2};  
  
    ldName = blocks{k,3};  
  
    % read Re e Im  
  
    [Re, Im] = read_csp_block(fileName, targetHeader, nHeaderLines);  
  
    % save  
  
    CSP.(ldName).(acName).Re = Re;  
  
    CSP.(ldName).(acName).Im = Im;  
  
    CSP.(ldName).(acName).H = Re + 1i*Im;  
  
    CSP.(ldName).(acName).mag = abs(Re + 1i*Im);  
  
    CSP.(ldName).(acName).phi = atan2(Im,Re) * 180/pi;  
  
end  
  
[fin, deltaf]=readfreq(fileName); %tiro fuori freq iniziale e finale  
  
fields = {'mag','Re','Im','phi','H'}; % tutte le proprietà da controllare  
  
for k = 1:size(blocks,1)  
  
    targetHeader = blocks{k,1};  
  
    acName = blocks{k,2};  
  
    ldName = blocks{k,3};  
  
  
    for j = 1:length(fields)  
  
        fieldName = fields{j};  
  
        data = CSP.(ldName).(acName).(fieldName);
```

```

% trova l'ultima riga non nulla nella colonna 1
lastNonZeroRow = find(data(:,1) ~= 0, 1, 'last');
if ~isempty(lastNonZeroRow)
    CSP(ldName).(acName).(fieldName) = data(1:lastNonZeroRow, :);
else
    CSP(ldName).(acName).(fieldName) = [];
end
end
end
%lettura frequenze
nPoints = length(CSP.LD1.V1_LD1.mag); % numero di punti
f = fin + (0:nPoints-1)*deltaf; %vettore frequenza automatico
%% Autospettri
blocks = {
    'autopower_spectr (peak_power) for Channel2', 'LD1';LD1';
    'autopower_spectr (peak_power) for Channel3', 'LD2';LD2';
    'autopower_spectr (peak_power) for Channel4', 'V1';V1';
};
ASP = struct;
Amp=[];
for k = 1:size(blocks,1)
    targetHeader = blocks{k,1};
    acName = blocks{k,2};
    ldName = blocks{k,3};
    % legge Re e Im
    [Amp] = read_asp_block(fileName, targetHeader, nHeaderLines);

    % save
    ASP(ldName).(acName).Ampiezza =Amp;
end
for k = 1:size(blocks,1)
    targetHeader = blocks{k,1};
    acName = blocks{k,2};
    ldName = blocks{k,3};
    for j = 1:length(fields)
        fieldName = ('Ampiezza');

```

```

data = ASP.(ldName).(acName).(fieldName);
% trova l'ultima riga non nulla nella colonna 1
lastNonZeroRow = find(data(:,1) ~= 0, 1, 'last');
if ~isempty(lastNonZeroRow)
    ASP.(ldName).(acName).(fieldName) = data(1:lastNonZeroRow, :);
else
    ASP.(ldName).(acName).(fieldName) = [];
end
end
end
%% FRF
%crosspettri
%LD1
S_V1_LD1=CSP.LD1.V1_LD1.Re+1i*CSP.LD1.V1_LD1.Im; %Syx
S_LD1_V1=conj(S_V1_LD1); %Sxy
%LD2
S_V1_LD2=CSP.LD2.V1_LD2.Re+1i*CSP.LD2.V1_LD2.Im; %Syx
S_LD2_V1=conj(S_V1_LD2); %Sxy
%autospettri
S_LD1_LD1=ASP.LD1.LD1.Ampiezza; %Sxx
S_LD2_LD2=ASP.LD2.LD2.Ampiezza; %Sxx

S_V1_V1=ASP.V1.V1.Ampiezza; %Syy
%stimatore Hv
%LD1
Hv_1_LD1=((S_V1_V1-S_LD1_LD1)+sqrt((S_LD1_LD1-S_V1_V1).^2+4*(abs(S_LD1_V1)).^2))./(2.*S_V1_LD1);
%LD2
Hv_1_LD2=((S_V1_V1-S_LD2_LD2)+sqrt((S_LD2_LD2-S_V1_V1).^2+4*(abs(S_LD2_V1)).^2))./(2.*S_V1_LD2);
%PHASE
%LD1
phi1=atan2(imag(Hv_1_LD1),real(Hv_1_LD1)).*(180/pi);
%LD2
phi1_2=atan2(imag(Hv_1_LD2),real(Hv_1_LD2)).*(180/pi);
phi1_neg = phi1;
idx = phi1_neg > 0;
phi1_neg(idx) = phi1_neg(idx) - 180;

```

```

%plot Hv
figure(5);
subplot(2,1,1);
hold on; grid on;
plot(f,abs(Hv_1_LD1) ,'b', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('Frequency [Hz]');
ylabel('|Hv(f)| [m/s/N]');
title('Mobility estimator Hv-LD1');
legend('V1/LD1');
subplot(2,1,2)
plot(f,phi1_neg ,'r', 'LineWidth', 1.5); hold on; grid on;
xlabel('Frequency [Hz]');
ylabel('Phase [°]');
title('Phase Hv-LD1');
legend('phi1');

phi1_2_neg = phi1_2;
idx = phi1_2_neg > 0;
phi1_2_neg(idx) = phi1_2_neg(idx) - 180;
%LD2
figure(6); subplot(2,1,1); hold on; grid on;
plot(f,abs(Hv_1_LD2) ,'b', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('Frequency [Hz]');
ylabel('|Hv(f)| [m/s/N]');
title('Mobility estimator Hv-LD2');
legend('V1/LD2');
subplot(2,1,2)
plot(f,phi1_2_neg ,'r', 'LineWidth', 1.5); hold on; grid on;
xlabel('Frequency [Hz]');
ylabel('Phase [°]');
title('Phase Hv-LD2');
legend('phi1');

%% Sfasamento tra i due shaker
teta=CSP.LD1.LD2_LD1.phi;
tetatarget=-55;
tetatarget=tetatarget*ones(size(teta,1), 1);

```

```

tol=0.04; %cambiare la tolleranza
teta_sup_tolerance=tetatarget+tol*tetatarget;
teta_inf_tolerance=tetatarget-tol*tetatarget;
figure(7); hold on; grid on;
plot(f,teta,'-Xb','LineWidth',1.5);
plot(f,tetatarget,'g','LineWidth',1.5);
plot(f, teta_sup_tolerance, '--k', 'LineWidth', 1.5);
plot(f, teta_inf_tolerance, '--k', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('Frequency [Hz]');
ylabel('Phase [°]');
title('phase between excitations');
legend('θ12;θt;Upper tolerance;Lower tolerance');

%% Valore forzante al variare della freq

Force=1.5;
Tolerance=0.05;
Force=Force*ones(size(ASP.LD1.LD1.Ampiezza,1), 1);
Forcetp=Force+Tolerance*Force;
Forcetm=Force-Tolerance*Force;
figure(8); hold on; grid on;
plot(f,sqrt(ASP.LD1.LD1.Ampiezza),'-Xb','LineWidth',1.5);
plot(f,sqrt(ASP.LD2.LD2.Ampiezza),'-Xr','LineWidth',1.5);
plot(f,Force,'g','LineWidth',1.5);
plot(f, Forcetp, '--k', 'LineWidth', 1.5);
plot(f, Forcetm, '--k', 'LineWidth', 1.5);
xlabel('Frequency [Hz]');
ylabel('Force [N]');
title('Force');
legend('LD1;LD2;Force target;Upper tolerance;Lower tolerance');

```

## Bibliografia

- [1] B. V. R. Kumar, "A review on blisk technology," *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*, vol. 2, no. 5, pp. 1353, May 2013.
- [2] Battiato G. "Vibrations Prediction and Measurement of Multi-Stage Bladed Disks with non-Linear Behavior due to Friction Contacts". Tesi di dott. Politecnico di Torino, 2018.
- [3] Smorzatori sotto-pala per turbomacchine: un nuovo metodo basato sul calcolo simultaneo delle forze statiche e dinamiche di contatto. / Zucca S.; Fironne C.M.; Gola M.
- [4] A. Fasana and S. Marchesiello, *Meccanica delle vibrazioni*. Torino, Italy: CLUT, 2006.
- [5] Amade-Tech, "Electrodynamic shaker – Working principle," Amade-Tech, [Online]. Available: <https://www.amade-tech.com/product/electrodynamic-shaker/>
- [6] Polytec, "Laser Doppler vibrometry," *Polytec*, [Online]. Available: <https://www.polytec.com/eu/vibrometry/technology/laserdopplervibrometry>
- [7] PCB Piezotronics, "Introduction to Piezoelectric Force Sensors," PCB Piezotronics, [Online]. Available: <https://www.pcb.com/resources/technical-information/introduction-to-force-sensors>
- [8] A. Gugliotta, A. Somà, N. Zampieri. *Elementi finiti*. Torino, Italy: Quine, 2022.
- [9] Genta, Giancarlo. *Vibration of structures and machines*: Springer, 1993.
- [10] ANSYS, "MESH200 Element Description", ANSYS Help, [Online]. Available: [https://ansyshelp.ansys.com/Views/Secured/corp/v242/en/ans\\_elem/Hlp\\_E\\_MESH200.html](https://ansyshelp.ansys.com/Views/Secured/corp/v242/en/ans_elem/Hlp_E_MESH200.html)
- [11] ANSYS, "SOLID95 Element Description", ANSYS Help, [Online]. Available: [https://ansyshelp.ansys.com/Views/Secured/corp/v242/en/ans\\_arch/Hlp\\_E\\_SOLID95.html](https://ansyshelp.ansys.com/Views/Secured/corp/v242/en/ans_arch/Hlp_E_SOLID95.html)
- [12] Brennan M.J., Kovacic I., Carrella A., Waters T.P. (2008). *On the jump-up and jump-down frequencies of the Duffing oscillator*.
- [13] Cho H., Bongwon J., Alexander F., Lawrence A.B. (2012), *Nonlinear hardening and softening resonances in microcromechanical cantilever-nanotube systems originated from nanoscale*.
- [14] Wang P., Fan Y., Li J., Li T., Gao Q., Wu Y., *Vibration Testing Technology for Aeroengine Blades: Control of Simulated Engine Order Excitation*, Proc. ASME Turbo Expo, 2022.