



**Politecnico  
di Torino**

*Tesi di laurea magistrale in ingegneria aerospaziale*

**Analisi e simulazioni numeriche  
di getti supersonici  
di endoreattori a propellente chimico**

**Candidata:**

De Marco Lara - 329571

**Relatore:**

Prof. Ing. Emanuele Martelli

**Correlatori:**

Ph.D. Francesco Battista

Ing. Daniele Cardillo

# Indice

<b>Abstract</b>	<b>4</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>5</b>
1.1 Endoreattori . . . . .	5
1.1.1 Storia . . . . .	5
1.1.2 Classificazione e funzionamento . . . . .	5
1.1.3 Endoreattori chimici . . . . .	6
1.2 Programma HYPROB . . . . .	9
1.2.1 Dimostratori . . . . .	9
1.3 Propulsion Test Facility (H-IMP) . . . . .	11
1.3.1 Test Cell . . . . .	12
1.3.2 Laser Room . . . . .	12
1.3.3 Fluids Storage . . . . .	12
1.3.4 Deflector . . . . .	12
1.4 Obiettivi e struttura della tesi . . . . .	13
<b>2 Modello numerico e strategia di analisi</b>	<b>14</b>
2.1 Obiettivi e scenari operativi . . . . .	14
2.2 Dominio di calcolo . . . . .	15
2.2.1 Geometria . . . . .	15
2.2.2 Mesh . . . . .	16
2.2.3 Modello numerico . . . . .	18
2.2.4 Condizioni al contorno . . . . .	19
<b>3 Analisi dei risultati</b>	<b>21</b>
3.1 Introduzione . . . . .	21
3.2 Confronto tra condizioni operative - First Order Upwind . . . . .	21
3.3 Second Order Upwind . . . . .	26
3.4 Convergenza di griglia . . . . .	32
<b>4 Analisi tridimensionale</b>	<b>35</b>
4.1 Obiettivi dell'analisi tridimensionale . . . . .	35
4.2 Dominio di calcolo 3D . . . . .	35
4.2.1 Geometria . . . . .	35
4.2.2 Mesh . . . . .	36
4.2.3 Modello numerico . . . . .	38
4.2.4 Condizioni al contorno . . . . .	38
4.3 Analisi dei risultati 3D . . . . .	38
4.4 Confronto tra i risultati 3D e 2D assisalsimmetrico . . . . .	41
<b>5 Conclusioni</b>	<b>47</b>

<b>Appendice A</b>	<b>49</b>
A.1 Ugelli per endoreattori termici . . . . .	49
A.1.1 Prestazioni dell'ugello ideale . . . . .	49
A.1.2 Geometrie . . . . .	54
A.1.3 Tipologie . . . . .	55
<b>Appendice B</b>	<b>57</b>
B.1 Equazioni dei fluidi e modelli di turbolenza . . . . .	57
B.2 Equazioni della meccanica dei fluidi . . . . .	57
B.3 Simulazione dei flussi turbolenti . . . . .	59
B.4 RANS . . . . .	59
B.4.1 L'ipotesi di Boussinesq . . . . .	60
B.4.2 Modelli di turbolenza . . . . .	61
B.4.3 Modello $k - \epsilon$ standard . . . . .	61
B.4.4 Modello $k - \omega$ standard . . . . .	62
B.4.5 Modello Shear Stress Transport ( <i>SST</i> ) $k - \omega$ . . . . .	63
<b>Elenco delle figure</b>	<b>65</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>66</b>

# Abstract

I motori a razzo alimentati a metano e ossigeno liquido sono oggetto di crescente interesse nel settore aerospaziale in virtù delle elevate prestazioni, della riutilizzabilità, della facilità di stoccaggio e della tossicità ridotta che li contraddistinguono.

Il presente lavoro di tesi si propone di analizzare il campo fluidodinamico generato dal getto del dimostratore di motore a razzo a propellente liquido HPRB DEMO, sviluppato presso il Centro Italiano Ricerche Aerospaziali (CIRA) nell'ambito del programma HYPROB (**HY**drocarbon **PRO**ulsion test **B**ench), di valutare gli effetti sulle strutture circostanti, e caratterizzare l'effetto di un deflettore posto a 10 [m] di distanza dall'ingresso del dimostratore.

L'analisi è stata condotta mediante simulazioni di fluidodinamica computazionale considerando due diversi scenari operativi del dimostratore LRE: la condizione nominale e la condizione operativa.

Per ciascuna condizione sono stati analizzati la struttura del getto, i campi di pressione, velocità e temperatura, nonché le principali interazioni con il deflettore e l'ambiente circostante. I risultati ottenuti consentono di valutare l'efficacia del deflettore e l'influenza delle diverse condizioni operative sull'interazione fluido-struttura.

# 1 Introduzione

## 1.1 Endoreattori

### 1.1.1 Storia

Le origini del razzo risalgono alla Cina del X secolo [1], come risultato pratico di esperimenti con polvere da sparo e tubi di bambù. Da tali esperimenti nacquero i primi razzi rudimentali, che si presentavano in due forme principali: i più semplici, dotati di un'apertura all'estremità che ne causava un moto irregolare, e quelli più elaborati, provvisti di uno stelo di bambù per garantire la stabilità, considerati i precursori dei moderni fuochi d'artificio.

Nei secoli successivi, i razzi trovarono impiego sia in ambito pirotecnico che militare. Tra le due guerre mondiali, l'interesse di appassionati e i contributi dei pionieri della propulsione — tra cui Goddard, Oberth, von Braun e Tsiolkovsky — portarono allo sviluppo del razzo moderno, aprendo la strada ai sistemi propulsivi oggi utilizzati nello spazio e nell'industria aerospaziale. Tra questi si collocano gli endoreattori, che rappresentano una delle principali soluzioni propulsive della moderna ingegneria aerospaziale.

### 1.1.2 Classificazione e funzionamento

Gli endoreattori sono sistemi di propulsione che trasportano internamente il propellente necessario alla generazione della spinta [2] [3].

A differenza degli esoreattori, che dipendono dall'ambiente esterno per il proprio funzionamento, gli endoreattori sono completamente indipendenti dall'ambiente circostante e possono pertanto operare anche nel vuoto, caratteristica che li rende particolarmente adatti alla propulsione spaziale.

Gli endoreattori generano spinta trasferendo energia e quantità di moto al propellente durante la sua espulsione dal motore e possono essere classificati in base al processo di accelerazione del fluido propulsivo e al tipo di energia primaria considerata.

Il meccanismo di accelerazione del fluido propulsivo può essere di tipo:

- **termico**, in cui il propellente viene riscaldato e successivamente accelerato dinamicamente in un ugello;
- **elettrostatico**, in cui gli ioni vengono accelerati per mezzo di campi elettrostatici;
- **elettromagnetico**, in cui il plasma viene accelerato mediante campi elettromagnetici.

Gli endoreattori termici, in cui l'energia primaria viene utilizzata per fornire energia termica al fluido propulsivo e successivamente trasformata in energia cinetica dal getto dell'ugello, possono essere ulteriormente distinti in base al tipo di energia primaria impiegata in:

- **chimici**, nei quali il riscaldamento del fluido propulsivo è ottenuto mediante reazioni di combustione che avvengono al suo interno;
- **nucleari**, in cui il fluido propulsivo viene riscaldato sfruttando l'energia generata da reazioni nucleari;
- **solari termici**, nei quali il fluido propulsivo viene riscaldato mediante l'energia solare, raccolta tramite sistemi di concentrazione della radiazione solare;
- **elettrotermici**, in cui viene impiegata l'energia elettrica disponibile a bordo per riscaldare il fluido propulsivo.

### 1.1.3 Endoreattori chimici

Gli endoreattori chimici sono ampiamente utilizzati nei sistemi di lancio spaziale e nella maggior parte dei motori destinati alle manovre orbitali e al controllo dell'assetto dei satelliti. In questi sistemi, l'energia chimica è contenuta nei propellenti stivati a bordo.

Durante la combustione, i propellenti si trasformano in gas ad alta temperatura, a seguito della conversione dell'energia chimica in energia termica. I gas vengono poi espansi e accelerati nell'ugello, trasformando l'energia termica in energia cinetica e generando la spinta.

#### Classificazione

Il propellente può essere immagazzinato a bordo allo stato liquido o solido, oppure presentarsi in configurazione ibrida. In base a tale caratteristica, gli endoreattori chimici vengono classificati come segue:

- **endoreattori a propellente liquido (LRE)**, nei quali combustibile e ossidante sono immagazzinati separatamente e in forma liquida; garantiscono elevate prestazioni e possibilità di regolare la spinta, ma richiedono sistemi complessi di alimentazione;

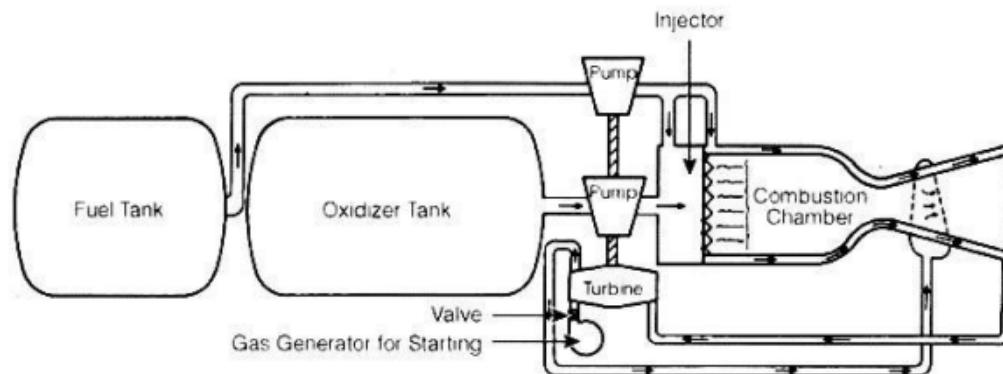


Figura 1.1: Tipica configurazione di un endoreattore a propellente liquido (LRE) [6]

- **endoreattori a propellente solido (SRM)**, nei quali combustibile e ossidante sono premiscelati all'interno di un unico blocco di propellente, detto grano, alloggiato direttamente nella camera di combustione; sono più semplici e affidabili, ma non consentono il controllo della spinta;

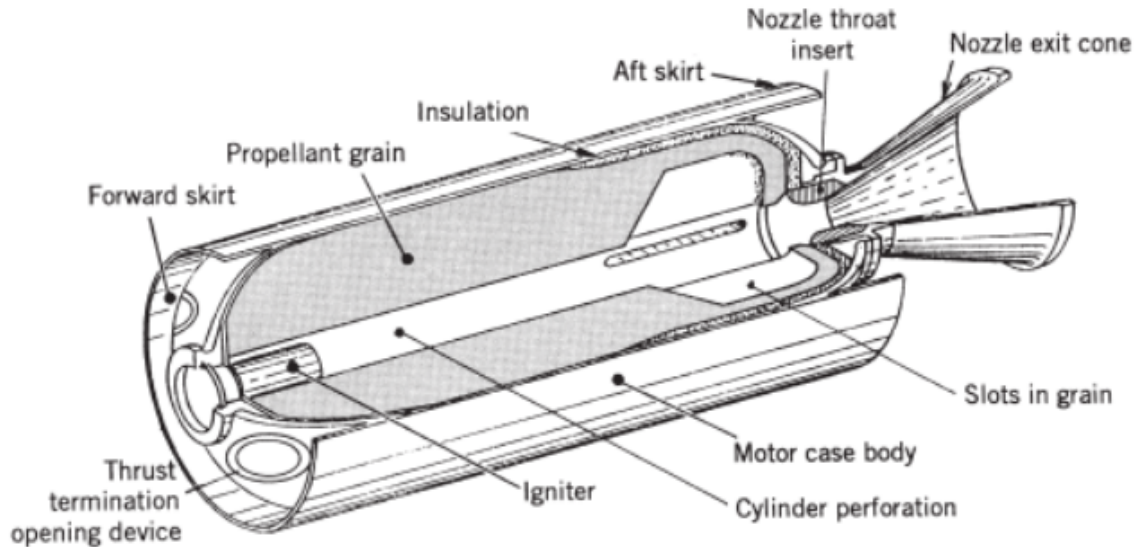


Figura 1.2: Tipica configurazione di un endoreattore a propellente solido (SRM) [6]

- **endoreattori a propellente ibrido (HRE)**, in cui il combustibile è solido mentre l'ossidante è allo stato liquido; combinano la semplicità e la sicurezza tipiche dei SRM con la possibilità di regolazione del flusso di ossidante, caratteristica dei LRE.

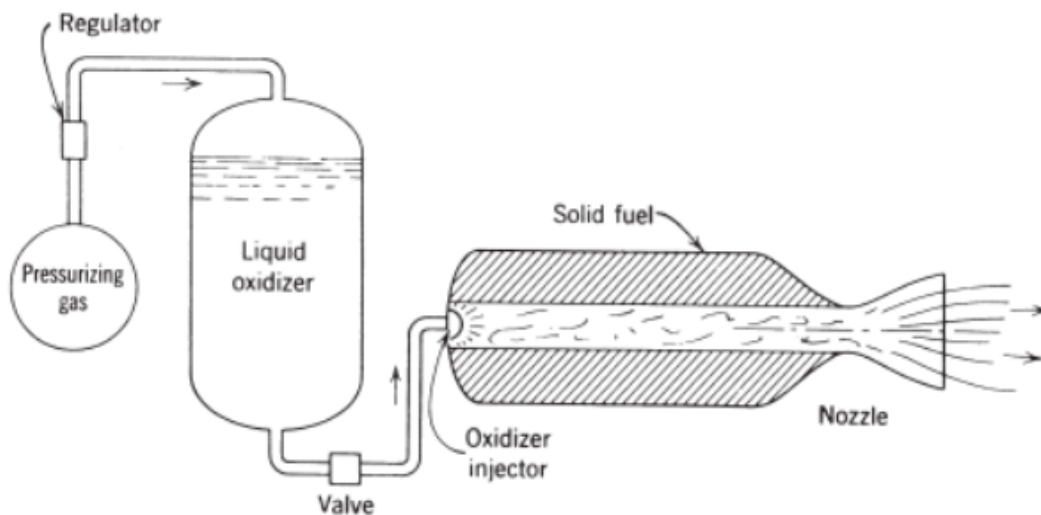


Figura 1.3: Tipica configurazione di un endoreattore a propellente ibrido (HRE) [6]

## Performance

La spinta generata da un endoreattore è il risultato della distribuzione della pressione e delle sollecitazioni agenti sulle superfici interne ed esterne del motore.

Dall'equazione fondamentale della conservazione della quantità di moto, si ricava che la spinta totale è data da due contributi principali: il termine di quantità di moto, associato al flusso di massa espulso, e il termine di pressione, dovuto alla differenza tra la pressione dei gas in uscita e la pressione ambiente. In forma compatta, la spinta può essere espressa come:

$$T = \dot{m} u_e + (p_e - p_a) A_e \quad (1.1)$$

dove  $\dot{m}$ ,  $u_e$  e  $p_e$  rappresentano, rispettivamente, la portata massica, la velocità e la pressione dei gas in uscita, grandezze che dipendono dalle condizioni in camera di combustione e dalla geometria dell'ugello, mentre  $p_a$  indica la pressione ambiente e  $A_e$  l'area della sezione di uscita. Nel caso in cui la pressione dei gas in uscita dall'ugello coincida con quella ambiente (ugello adattato), il termine di pressione si annulla; in tale condizione la spinta risulta massima e può essere espressa come:

$$T = \dot{m} u_e \quad (1.2)$$

Per semplificare l'analisi, si introducono le seguenti grandezze caratteristiche:

- **velocità caratteristica  $c^*$**  =  $\frac{p_c A_t}{\dot{m}}$ , dipende dalle condizioni in camera di combustione e costituisce un indice del contenuto energetico del propellente e dell'efficienza della combustione;
- **coefficiente di spinta  $C_F$**  =  $\frac{T}{p_c A_t}$ , dipende dal propellente, dalla geometria dell'ugello e dalla pressione ambiente ed indica il fattore di guadagno di spinta dovuto all'espansione dei gas nell'ugello;
- **velocità effettiva di scarico  $c$**  =  $\frac{T}{\dot{m}} = C_F c^*$ , rappresenta la velocità che i gas di scarico avrebbero se l'ugello fosse adattato

dove  $p_c$  è la pressione in camera di combustione e  $A_t$  è l'area della sezione di gola.

Le espressioni della spinta e delle grandezze caratteristiche mostrano come la velocità di efflusso e il contributo di pressione dipendano direttamente dal processo di espansione del propellente nell'ugello, componente fondamentale di un endoreattore chimico (vedi Appendice A).

Queste grandezze possono essere combinate in un unico indicatore di performance, l'impulso specifico:

$$I_{SP} = \frac{I_t}{\dot{m} g_0} = \frac{c}{g_0} \quad (1.3)$$

dove  $I_t$  rappresenta l'impulso totale impartito durante l'accelerazione e può essere calcolato come l'integrale della spinta nel tempo ( $I_t = \int_0^{t_b} T(t) dt$ ), mentre  $\dot{m} g_0$  è il peso del propellente sulla Terra.

L'impulso specifico indica quanta spinta può essere generata per unità di portata di peso del propellente: valori più elevati corrispondono a motori capaci di ottenere più spinta utilizzando la stessa quantità di propellente.

L'impulso specifico coincide con la velocità efficace di scarico a meno della costante  $g_0$ .

Negli endoreattori chimici, che sfruttano l'energia chimica del propellente per generare spinta, la velocità efficace di scarico è limitata dal contenuto energetico del propellente stesso, in particolare dal suo calore specifico inferiore come si evince dalla relazione:

$$c = \sqrt{2\eta H_i} \quad (1.4)$$

indicando con  $\eta$  il rendimento del processo di conversione dell'energia chimica in energia del getto.

Di conseguenza, anche l'impulso specifico non può superare i valori determinati dall'entalpia chimica associata al propellente, rappresentando un limite fondamentale alle prestazioni del motore.

Alla luce di tali limiti teorici, la ricerca nel campo aerospaziale si è orientata verso lo sviluppo e la sperimentazione di sistemi propulsivi basati su propellenti alternativi, capaci di offrire vantaggi in termini di prestazioni, affidabilità e gestione operativa.

## 1.2 Programma HYPROB

I recenti progressi nella ricerca aerospaziale hanno favorito l'interesse verso l'utilizzo degli idrocarburi liquidi come propellenti per i motori a razzo per la possibilità di ottimizzare le prestazioni e ridurre i costi di produzione.

Questi propellenti aprono la strada allo sviluppo di sistemi di propulsione spaziale innovativi, particolarmente promettenti per le applicazioni nei veicoli di futura generazione.

Tra le soluzioni di maggiore interesse si distingue il metano, combinato con l'ossigeno liquido, per le sue eccellenti prestazioni in termini di impulso specifico nel vuoto e vantaggi come facilità di stoccaggio, bassa tossicità e gestione più semplice rispetto a propellenti tradizionali come idrogeno e cherosene.

In tale contesto sono stati avviati i programmi HYPROB [15] (**HY**drocarbon **PRO**ulsion test **B**ench), e HYPROB-NEW [16], promossi dal Ministero dell'Università e della Ricerca (MUR) e gestiti dal Centro Italiano Ricerche Aerospaziali (CIRA), con l'obiettivo di sviluppare e consolidare competenze e tecnologie a livello nazionale nell'ambito dei motori a razzo a propellente liquido, con particolare enfasi sulla tecnologia *LOX/LCH<sub>4</sub>*.

Tra le attività di maggior rilievo del programma HYPROB rientra il progetto HYPROB "Dimostratori", finalizzato alla progettazione, realizzazione e test del dimostratore LRE HPRB DEMO, un motore da banco con sistema di raffreddamento rigenerativo, in grado di generare 30 [kN] di spinta e sviluppato utilizzando *LCH<sub>4</sub>* come propellente e refrigerante.

Il percorso di sviluppo del dimostratore ha previsto la realizzazione di breadboard intermedi, concepiti per risolvere le principali criticità progettuali dei processi di iniezione, combustione e raffreddamento.

### 1.2.1 Dimostratori

Nell'ambito della strategia di validazione sperimentale del motore ossigeno–metano HYPROB DEMO, tre dimostratori sub-scale (SubScale BreadBoard, SSBB) sono stati sviluppati e testati per verificare progressivamente le soluzioni progettuali adottate e ridurre il rischio tecnologico nelle fasi successive di sviluppo del motore.

Una prima configurazione di breadboard, l'Heat Sink SubScale BreadBoard (SSBB-HS), è stata dedicata allo studio del comportamento termico della camera di combustione in configurazione heat sink, permettendo di valutare le prestazioni della camera e i limiti operativi del sistema.

Su tale base è stata successivamente sviluppata una versione dotata di accesso ottico, la Windowed Heat Sink BreadBoard (SSBB-WHS), finalizzata all'impiego di tecniche diagnostiche non intrusive per l'analisi dei processi di combustione.

Parallelamente, è stato realizzato un breadboard calorimetrico, il SubScale Breadboard – Calorimetric Chamber (SSBB-CC), progettato per operare a pressioni di camera comparabili a

quelle previste per il dimostratore finale, con l'obiettivo di caratterizzare in modo più accurato lo scambio termico tra i gas combusti e le pareti della camera.

Il percorso di sviluppo dei dimostratori sub-scale ha portato alla realizzazione del dimostratore finale HYPROB DEMO, un motore con sistema di raffreddamento rigenerativo, in grado di generare una spinta di 30 [kN] e sviluppato utilizzando  $LCH_4$  come propellente e refrigerante. Il sistema comprende:

1. l'accenditore;
2. la testa d'iniezione raffreddata attivamente;
3. il collettore di uscita;
4. la camera di combustione a raffreddamento rigenerativo;
5. il collettore di ingresso.

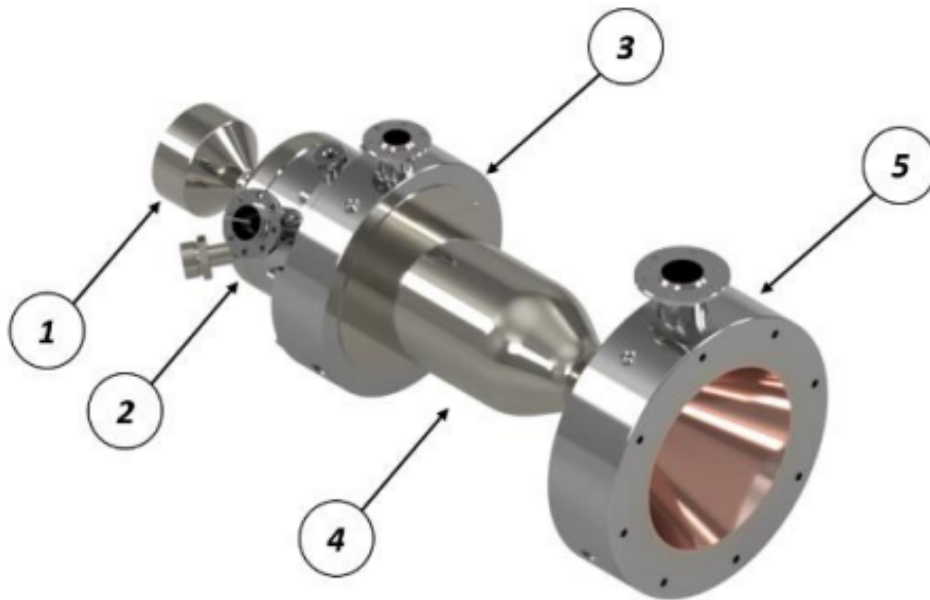


Figura 1.4: HYPROB DEMO e componenti principali [16]

La camera di spinta è dotata di una camicia di raffreddamento costituita da 96 canali con architettura a controflusso. Il metano liquido entra attraverso il collettore di ingresso, scorre lungo la gola diventando gassoso per via dello scambio termico con le pareti della camera e prosegue fino al collettore di uscita.

Successivamente, il metano in fase gassosa viene introdotto nella camera di combustione, dove reagisce con l'ossigeno liquido, svolgendo la duplice funzione di refrigerante e propellente.

La camicia di raffreddamento è stata realizzata mediante elettrodeposizione, integrando un sottile liner in lega di rame (CuCrZr) della camera di combustione con uno strato elettrodepositato di rame puro e uno strato di chiusura in nichel puro. I materiali ad alta conducibilità sono stati impiegati nel liner e nel primo strato per ottimizzare lo scambio termico, mentre il nichel puro conferisce maggiore resistenza meccanica. La configurazione finale della prima unità DEMO, denominata DEMO-0A, è riportata in Figura 1.5.



Figura 1.5: Camera di combustione della prima unità del dimostratore HYPROB DEMO (DEMO-0A) [16]

### 1.3 Propulsion Test Facility (H-IMP)

Il dimostratore verrà sottoposto a prove sperimentali all'interno della Propulsion Test Facility (H-IMP) [17], un banco prova in grado di ospitare test su piccole camere di combustione alimentate a  $OX/CH_4$ , sia in fase liquida che gassosa, progettato per sopportare una spinta massima di 10 [kN].

Tale struttura consente di eseguire campagne di prova su dimostratori con livelli di pressione dell'ordine di 70 [bar], portate fino a  $1.5 \left[ \frac{kg}{s} \right]$  di ossigeno e  $0.5 \left[ \frac{kg}{s} \right]$  di metano e durate di prova fino a 30 secondi in condizioni di portata massima.

Le attività sperimentali all'interno della facility sono, inoltre, supportate dall'impiego di avanzate tecniche di diagnostica ottica e laser, che permettono di acquisire dati dettagliati sul comportamento della combustione.

Con riferimento agli obiettivi della tesi, la descrizione che segue si concentrerà esclusivamente sugli elementi della facility direttamente coinvolti nelle prove del dimostratore.



Figura 1.6: Propulsion Test Facility (H-IMP) [17]

### 1.3.1 Test Cell

La sezione dedicata alle prove sperimentali rappresenta l'elemento centrale della struttura, in quanto ospita il motore durante le sperimentazioni. Lo spazio è delimitato su tre lati da pareti, mentre il quarto lato rimane aperto per consentire lo smaltimento dei gas di scarico generati durante il test. Al centro della cella è collocato il banco di prova.

### 1.3.2 Laser Room

La sala laser è una struttura adiacente alla Test Cell, con una parete in comune dotata di tre aperture. Queste consentono al fascio laser, emesso da un dispositivo situato nella sala laser, di raggiungere il dimostratore permettendo l'acquisizione di dati fondamentali sul comportamento della combustione.

### 1.3.3 Fluids Storage

All'interno dell'impianto H-IMP sono previste aree dedicate allo stoccaggio dei fluidi utilizzati nei test. In particolare, tre serbatoi criogenici consentono l'immagazzinamento dei fluidi criogenici di processo (ossigeno liquido, metano liquido ed azoto liquido) a bassa pressione. Prima del test, *LOX* e *LCH<sub>4</sub>* vengono trasferiti nei run tank dove la loro pressione raggiunge gli 80 [bar] ed, infine, convogliati verso il test article.

### 1.3.4 Deflector

A una distanza di 10 [m] dall'ingresso del dimostratore è stato installato un deflettore, progettato per guidare efficacemente la deviazione e lo scarico dei gas, al fine di prevenire il danneggiamento o la combustione della vegetazione oltre il perimetro della facility.

Il deflettore è costituito da un unico pannello inclinato di 45° rispetto all'asse del getto e posizionato in modo da intercettare direttamente il flusso in uscita dall'ugello. Tale configurazione consente una deviazione controllata del getto, riducendo l'impatto termico sulle aree circostanti.



Figura 1.7: Dettaglio del deflettore

## 1.4 Obiettivi e struttura della tesi

Il presente lavoro si propone di analizzare il campo fluidodinamico generato dal getto del dimostratore a razzo a propellente liquido HPRB DEMO, sviluppato presso il Centro Italiano Ricerche Aerospaziali (CIRA) nell'ambito del programma HYPROB (**HY**drocarbon **PRO**ulsion test **B**ench) e destinato a essere sottoposto a prove sperimentali all'interno della Propulsion Test Facility (H-IMP).

Il lavoro si concentra sullo studio delle caratteristiche del getto e sul loro impatto sulla Propulsion Test Facility, nonché sulla valutazione dell'influenza di un deflettore posto a 10 [m] dall'ingresso del dimostratore.

L'analisi considera due differenti scenari operativi del dimostratore, per valutare l'influenza delle variazioni di regime sulle caratteristiche del getto, sulle interazioni fluido-struttura e sull'efficacia delle soluzioni progettuali adottate, fornendo indicazioni utili per l'ottimizzazione delle prestazioni e la sicurezza operativa.

Lo studio prende avvio con la definizione del modello numerico e della strategia di analisi, illustrate nel Capitolo 2. Nel Capitolo 3, l'attenzione si concentra sull'analisi dei risultati, con il confronto tra i due scenari operativi, la valutazione degli effetti introdotti dall'impiego di schemi numerici di primo e secondo ordine e, infine, la verifica della convergenza di griglia.

Il Capitolo 4 è dedicato all'analisi tridimensionale, finalizzata a valutare la corrispondenza tra le simulazioni 2D assialsimmetriche e i risultati ottenuti con il modello 3D. In particolare vengono valutate eventuali differenze nelle caratteristiche del flusso e la coerenza delle strutture fluidodinamiche osservate.

A completamento del lavoro, le Appendici riportano informazioni di dettaglio a supporto delle analisi presentate nei capitoli principali. In particolare, l'Appendice A è dedicata agli ugelli per endoreattori termici, con riferimento a prestazioni, geometrie e tipologie, mentre l'Appendice B riporta le equazioni di governo del flusso e i modelli di turbolenza.

# 2 Modello numerico e strategia di analisi

## 2.1 Obiettivi e scenari operativi

Il campo fluidodinamico generato dal getto del dimostratore HPRB DEMO all'esterno dell'ugello viene analizzato concentrandosi su due aspetti fondamentali:

- l'effetto sulle strutture circostanti, con particolare attenzione alle pareti della Test Cell;
- l'influenza del deflettore, per verificare se il getto deviato dal pannello possa generare onde di pressione significative sulla parete della Test Cell, che presenta tre aperture con vetrini non blindati, attraversati dai fasci laser della Laser Room adiacente.

Lo studio si concentra, quindi, sulla propagazione del getto e sulla possibile riflessione delle onde di pressione verso le strutture sensibili, al fine di comprenderne i rischi associati e valutare la sicurezza della facility.

Sono state condotte simulazioni numeriche di fluidodinamica computazionale basate su un modello di turbolenza RANS (vedi Appendice B), considerando due diversi scenari operativi del dimostratore:

- **condizione operativa:** rappresenta le condizioni reali di test del dimostratore, corrispondenti ad una spinta di 14 [kN], compatibile con il massimo livello di spinta sopportabile dal banco di prova (10 [kN]) con margine, e pari a circa il 50% della spinta prevista nella condizione nominale;
- **condizione nominale:** corrisponde alle condizioni previste dalle specifiche progettuali, che vengono simulate come riferimento per eventuali test futuri, in vista di un upgrade del banco di prova.

Condizione	$\dot{m}$ [ $\frac{kg}{s}$ ]	$p_c$ [bar]	$T_c$ [K]	Spinta [kN]	NPR
<b>Condizione operativa</b>	4.3086	28	3465.89	14	28
<b>Condizione nominale</b>	8.45	55	3558.49	30	54

Tabella 2.1: Confronto tra condizione operativa e condizione nominale

Nel Capitolo 3 dedicato all'analisi dei risultati, le soluzioni saranno presentate separatamente per ciascuna condizione, identificata dal corrispondente Nozzle Pressure Ratio (NPR).

## 2.2 Dominio di calcolo

Nelle seguenti sezioni viene descritta la configurazione del dominio di calcolo usata per le simulazioni CFD. In particolare, vengono illustrate la geometria, le scelte di discretizzazione, i modelli numerici e le condizioni al contorno scelti per garantire l'accuratezza numerica e la coerenza fisica dei risultati.

### 2.2.1 Geometria

L'analisi del campo fluidodinamico generato all'uscita dell'ugello è stata condotta definendo un dominio computazionale bidimensionale basato sull'ipotesi di simmetria assiale.

Sebbene tale approssimazione rappresenti una semplificazione rispetto alla reale natura tridimensionale del flusso, essa è ampiamente adottata in letteratura, in particolare nelle fasi preliminari di analisi.

Questa scelta permette, infatti, di ridurre notevolmente il costo computazionale rispetto ad un approccio tridimensionale. Inoltre, consente l'impiego di griglie ad elevata risoluzione e l'esecuzione di simulazioni in tempi significativamente ridotti, mantenendo al contempo un livello di accuratezza sufficiente nella rappresentazione del campo di moto e delle principali strutture di flusso.

Il dominio di calcolo è una rappresentazione bidimensionale in scala 1:1 della facility e del dimostratore, modellato per includere l'intero percorso del getto dal dimostratore al deflettore e le pareti posteriore e superiore della Test Cell.

Tale configurazione permette di analizzare con precisione la propagazione del getto, le eventuali onde di pressione riflesse sulla facility e l'interazione del campo fluidodinamico con il deflettore.

La geometria comprende:

- il dimostratore, posizionato secondo la configurazione sperimentale reale all'interno della Test Cell;
- la parete posteriore e superiore della Test Cell, che delimitano il dominio nella direzione opposta all'espulsione dei gas di scarico;
- il deflettore, rappresentato come un pannello inclinato di  $45^\circ$  rispetto all'asse del getto e posizionato a 10 [m] dall'ingresso del dimostratore;
- un'area di dominio esterna che si estende oltre la regione di interesse principale.

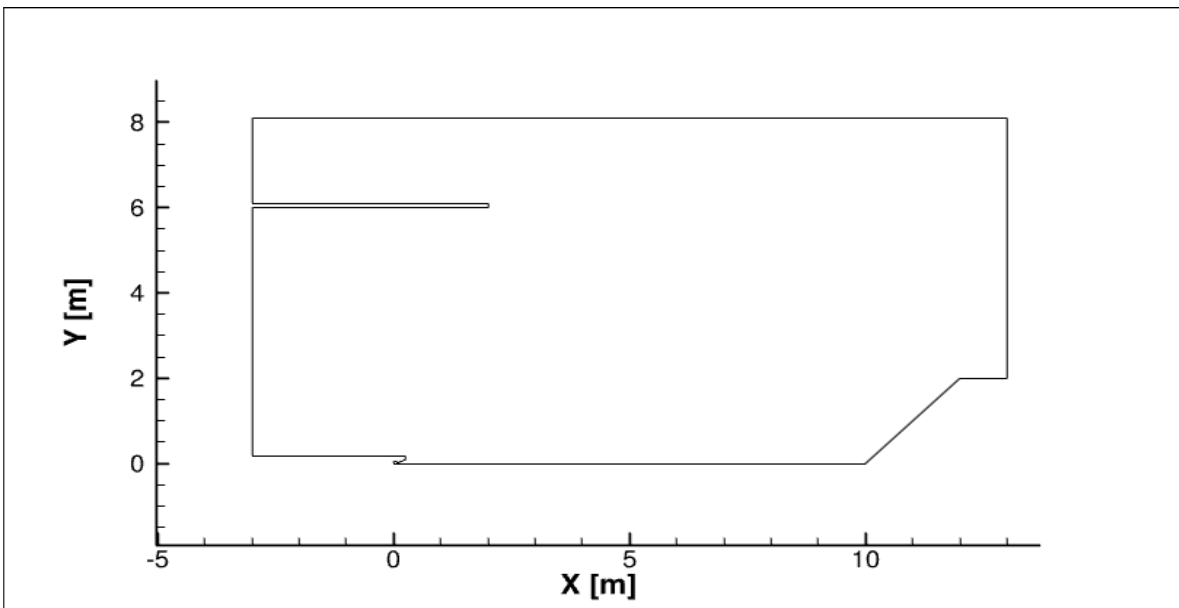


Figura 2.1: Geometria del dominio di calcolo

### 2.2.2 Mesh

Il dominio numerico utilizzato per le simulazioni è stato discretizzato mediante una griglia interamente strutturata, generata con il software *Ansys ICEM CFD* [18], scelta per garantire una migliore risoluzione delle onde d'urto associate al getto.

La mesh è composta da 3824600 elementi quadrilateri ed è stata definita in modo da garantire un'adeguata accuratezza dei risultati, mantenendo al contempo un costo computazionale contenuto.

Per garantire l'affidabilità della simulazione, è stata generata un'ulteriore mesh con un diverso livello di infittimento, utilizzata per verificare l'effetto della risoluzione di griglia e confermare l'indipendenza della soluzione dalla discretizzazione spaziale.

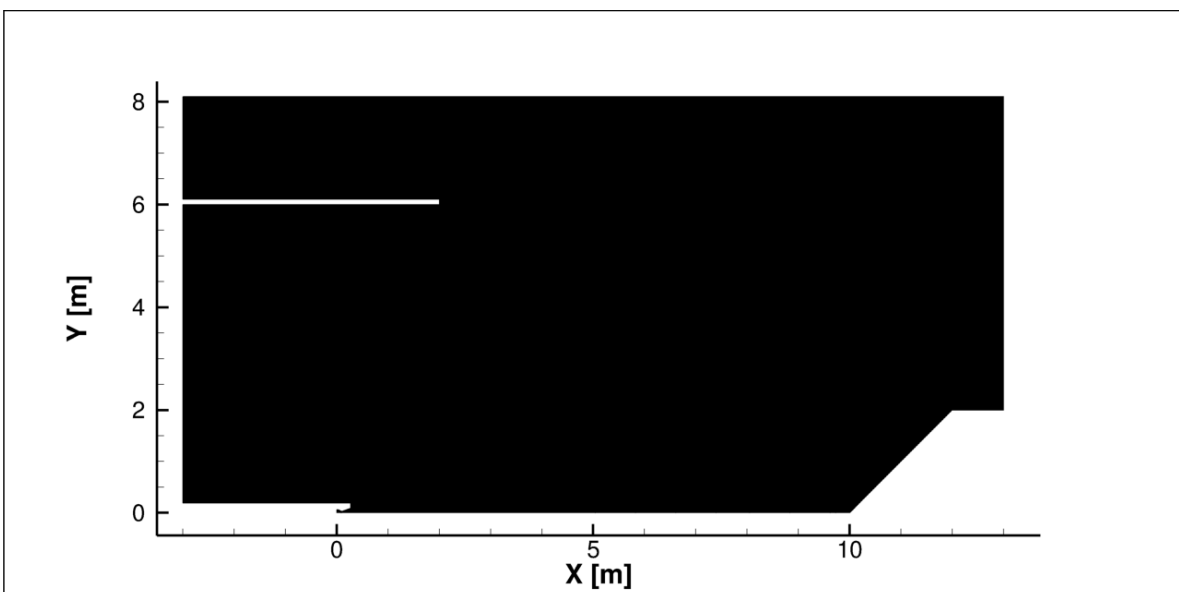


Figura 2.2: Mesh del dominio di calcolo

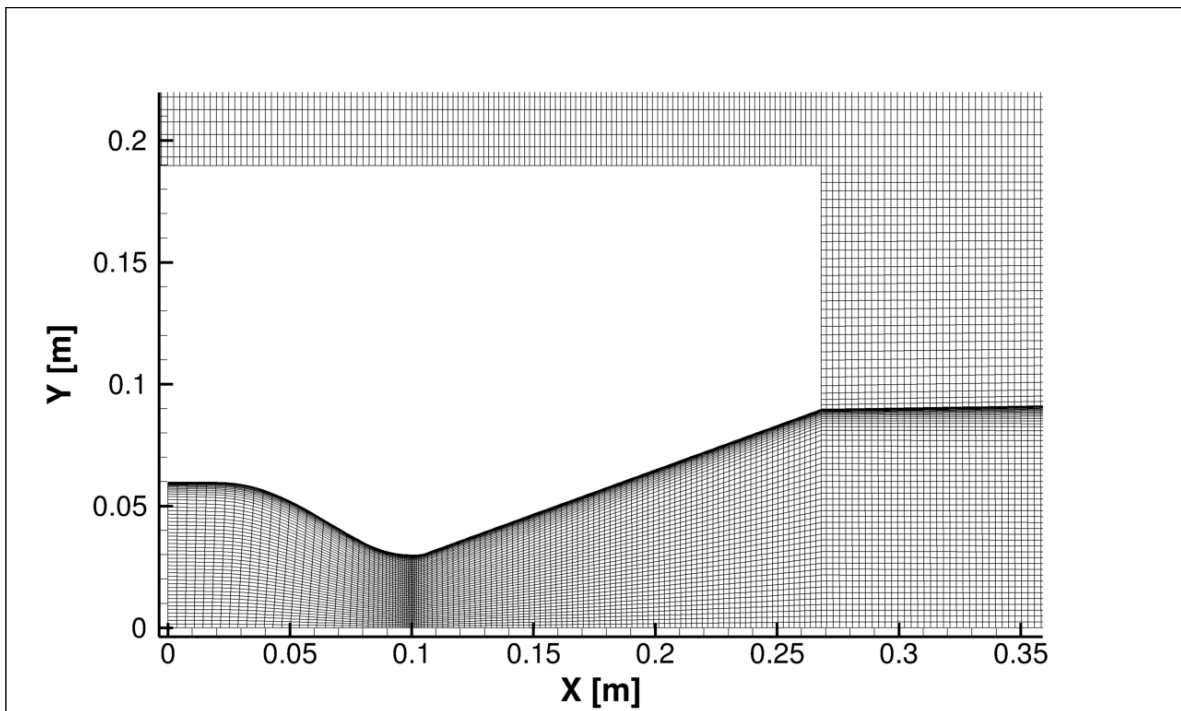


Figura 2.3: Dettaglio della mesh nella regione dell'ugello

Come mostrato nella figura 2.3, la mesh è stata opportunamente raffinata in corrispondenza della parete dell'ugello e nella zona di interazione tra il getto e l'ambiente esterno.

La qualità della mesh generata è stata successivamente verificata mediante il criterio del *Quality*, comunemente impiegato per valutare la regolarità e la distorsione degli elementi.

Tale indice consente di individuare eventuali celle caratterizzate da una scarsa qualità geometrica, che potrebbero compromettere la stabilità e l'accuratezza della soluzione numerica.

In figura 2.4 è riportato l'istogramma che mostra la qualità delle singole celle: tutti gli elementi presentano valori di qualità compresi tra 0.961 e 1. La griglia risulta, pertanto, estremamente regolare e priva di celle deformate o distorte.

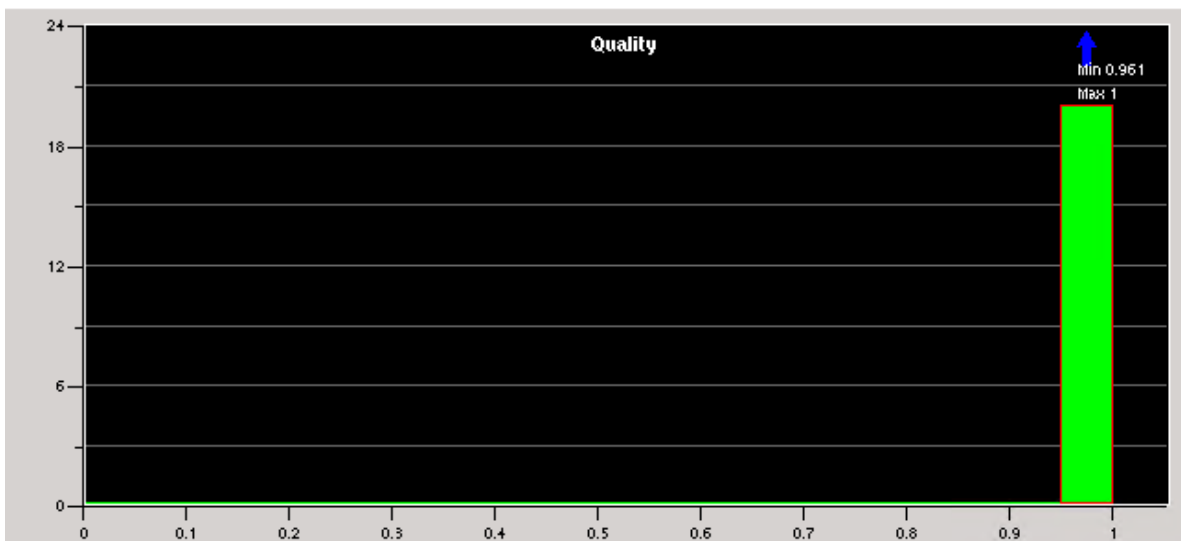


Figura 2.4: Distribuzione della qualità degli elementi della mesh

### 2.2.3 Modello numerico

Per la descrizione della turbolenza è stato adottato il modello *Shear Stress Transport  $k - \omega$*  (vedi Appendice B), ampiamente validato nel settore aerospaziale per la sua capacità di descrivere fedelmente i fenomeni turbolenti, combinando una risoluzione accurata dei gradienti di velocità nella regione vicina a parete ed un'elevata stabilità numerica nelle regioni di flusso libero.

Le simulazioni sono state condotte assumendo un regime a composizione congelata (*frozen flow*), in cui il trasporto delle specie chimiche avviene senza variazioni temporali delle loro concentrazioni.

Tale semplificazione si basa sulla discrepanza tra le scale temporali del trasporto e quelle delle reazioni chimiche, essendo quest'ultime troppo lente per incidere significativamente sul comportamento del fluido durante il tempo di permanenza nell'ugello.

Il modello chimico è stato semplificato includendo esclusivamente le specie derivanti dalla reazione tra metano ed ossigeno liquidi con frazione molare superiore a  $10^{-5}$ , riducendo così il sistema da dodici a nove specie chimiche.

Le loro concentrazioni sono state calcolate attraverso il software NASA CEA (Chemical Equilibrium Applications) [19], che fornisce la composizione chimica all'equilibrio termodinamico.

Specie	Frazione in massa
CO	0.2436
CO <sub>2</sub>	0.2406
H	0.0015
HO <sub>2</sub>	0.0002
H <sub>2</sub>	0.0084
H <sub>2</sub> O	0.3895
O	0.0109
OH	0.0617
O <sub>2</sub>	0.0436

Tabella 2.2: Frazioni in massa delle specie chimiche

Per la risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes si è adottato lo schema di accoppiamento pressione-velocità SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*), noto per la sua robustezza ed affidabilità numerica.

La discretizzazione spaziale dei termini convettivi è stata inizialmente effettuata utilizzando uno schema *First Order Upwind*, caratterizzato da elevata stabilità numerica ed impiegato nelle prime fasi della simulazioni per favorire la convergenza e, successivamente, uno schema *Second Order Upwind* per migliorare l'accuratezza e ridurre la diffusione numerica delle soluzioni.

## 2.2.4 Condizioni al contorno

Con riferimento alle parti in cui sono stati suddivisi i lati del volume di controllo riportate nelle figure 2.5 e 2.6, sono state assegnate le seguenti condizioni al contorno:

- **Mass-flow inlet:** alla sezione d'ingresso sono state assegnate le condizioni immediatamente a valle della camera di combustione che differiscono a seconda della condizione in esame, ad eccezione delle frazioni massiche delle specie, come riportato in tabella:

Condizione	$\dot{m}$ [ $\frac{kg}{s}$ ]	$p_c$ [bar]	$T_c$ [K]	Species Mass Fraction
<b>Condizione operativa NPR = 28</b>	4.3086	28	3465.89	CO = 0.2436 CO <sub>2</sub> = 0.2406 H = 0.0015 HO <sub>2</sub> = 0.0002 H <sub>2</sub> = 0.0084 H <sub>2</sub> O = 0.3895 O = 0.0109 OH = 0.0617 O <sub>2</sub> = 0.0436
<b>Condizione nominale NPR = 54</b>	8.45	55	3558.49	CO = 0.2436 CO <sub>2</sub> = 0.2406 H = 0.0015 HO <sub>2</sub> = 0.0002 H <sub>2</sub> = 0.0084 H <sub>2</sub> O = 0.3895 O = 0.0109 OH = 0.0617 O <sub>2</sub> = 0.0436

Tabella 2.3: Parametri di ingresso e frazioni massiche delle specie

- **Wall nozzle:** alla parete dell'ugello è stata assegnata la condizione di parete stazionaria (*stationary wall*), no-slip, con temperatura pari a 300 [K] e condizioni al contorno per le specie chimiche a flusso diffusivo nullo (*zero diffusive flux*);
- **Deflector:** al deflettore è stata assegnata la medesima condizione al contorno attribuita alla parete dell'ugello;
- **Wall hangar:** alle pareti dell'hangar è stata associata la medesima condizione al contorno attribuita alla parete dell'ugello ed al deflettore;
- **Axis:** essendo il problema assialsimmetrico, al bordo inferiore è stata assegnata la condizione al contorno di *axis*;
- **Pressure outlet:** alle restanti superfici del volume di controllo è stata attribuita la condizione di *pressure-outlet* con *gauge pressure* pari a 101325 [Pa] (impostando la pressione operativa a 0 [Pa]) e una *backflow total temperature* di 300 [K].

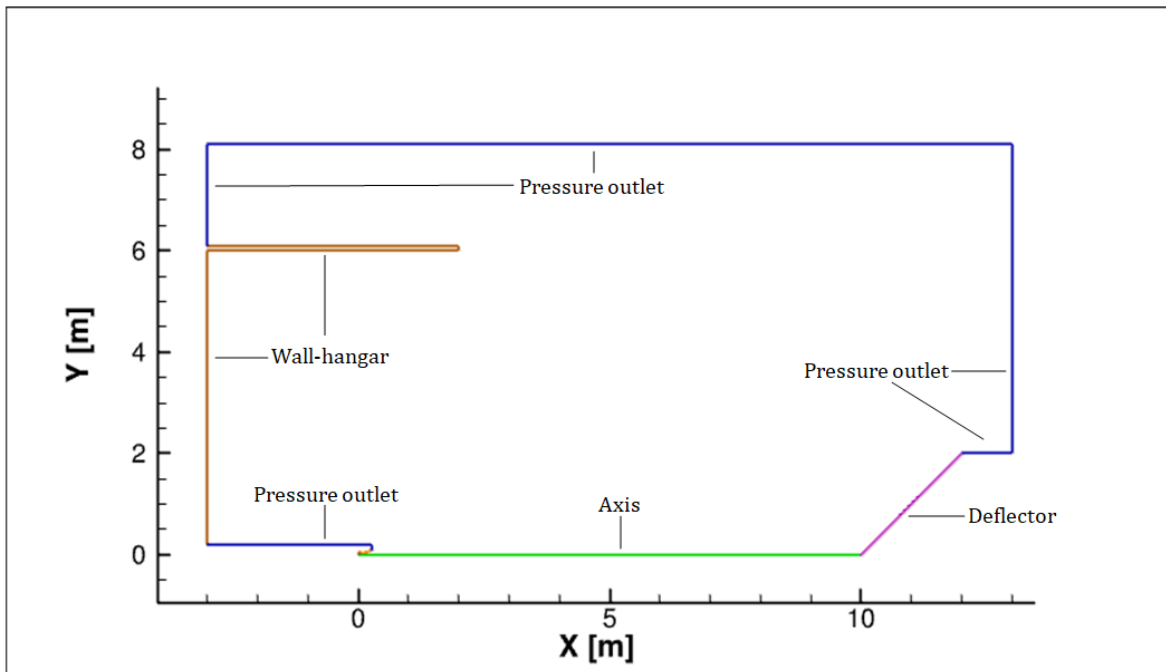


Figura 2.5: Dominio di calcolo e condizioni al contorno

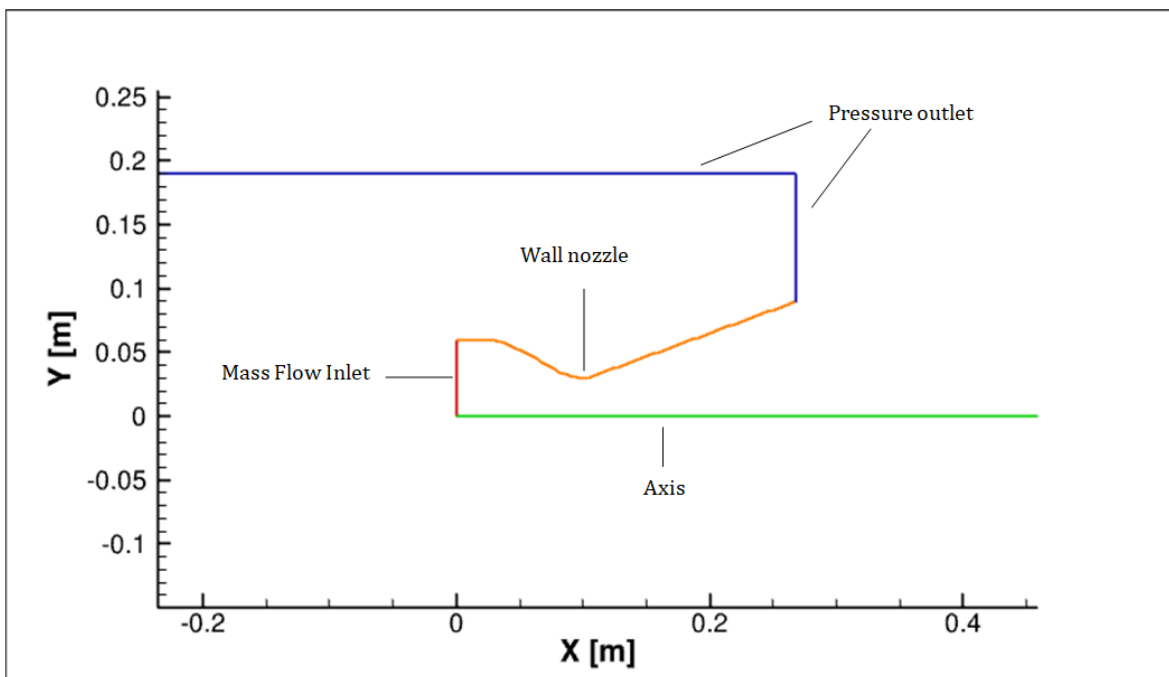


Figura 2.6: Zoom del dominio di calcolo e condizioni al contorno

# 3 Analisi dei risultati

## 3.1 Introduzione

Il presente capitolo è dedicato all'analisi e all'interpretazione dei risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche svolte.

Inizialmente, i risultati vengono confrontati considerando le diverse condizioni operative a parità di schema di discretizzazione spaziale, con l'obiettivo di valutare l'influenza delle condizioni di funzionamento sul campo fluidodinamico.

L'attenzione è rivolta in particolare ai principali parametri fluidodinamici, quali i campi di velocità, pressione e temperatura, nonché alla risposta del flusso alla presenza del deflettore e delle strutture della facility poste dietro il motore.

Questo confronto permette di evidenziare eventuali variazioni nella distribuzione dei campi di moto, fornendo indicazioni utili sulla sensibilità del sistema alle condizioni operative.

Successivamente, a parità di condizioni operative, viene analizzato l'effetto dell'impiego di differenti schemi di discretizzazione spaziale, nello specifico First Order Upwind e Second Order Upwind, al fine di valutarne l'influenza sull'accuratezza della soluzione numerica e sulla capacità di riprodurre in modo fedele il comportamento fisico del sistema.

## 3.2 Confronto tra condizioni operative - First Order Upwind

In questa sottosezione viene presentato il confronto tra le due condizioni operative considerate, mantenendo fisso lo schema di discretizzazione spaziale First Order Upwind.

L'analisi è rivolta all'evoluzione dei campi fluidodinamici e alle principali differenze indotte dalle condizioni di funzionamento, attraverso l'esame delle mappe di contorno di velocità, pressione e temperatura, nonché dei profili lungo il deflettore di pressione relativa e flusso termico totale a parete.

## Mach Contours a confronto

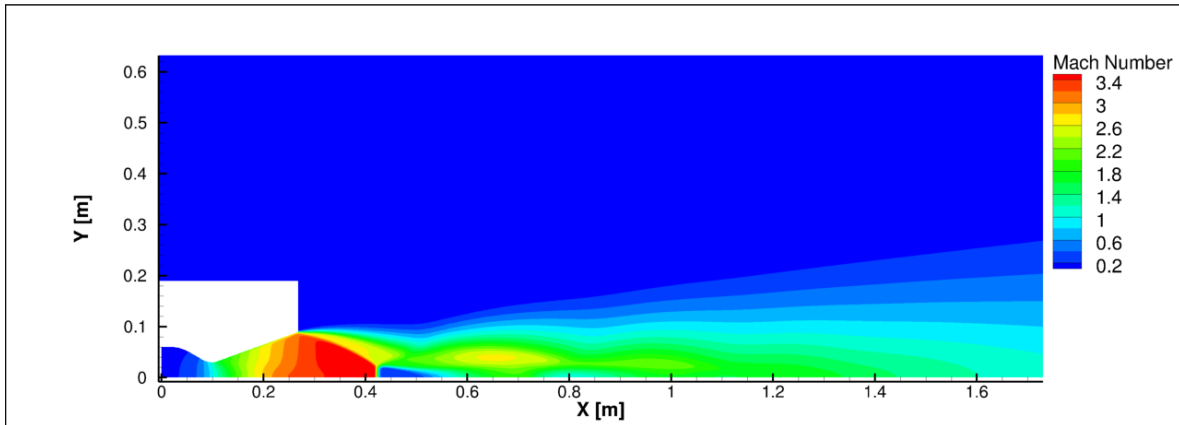


Figura 3.1: Mach Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28

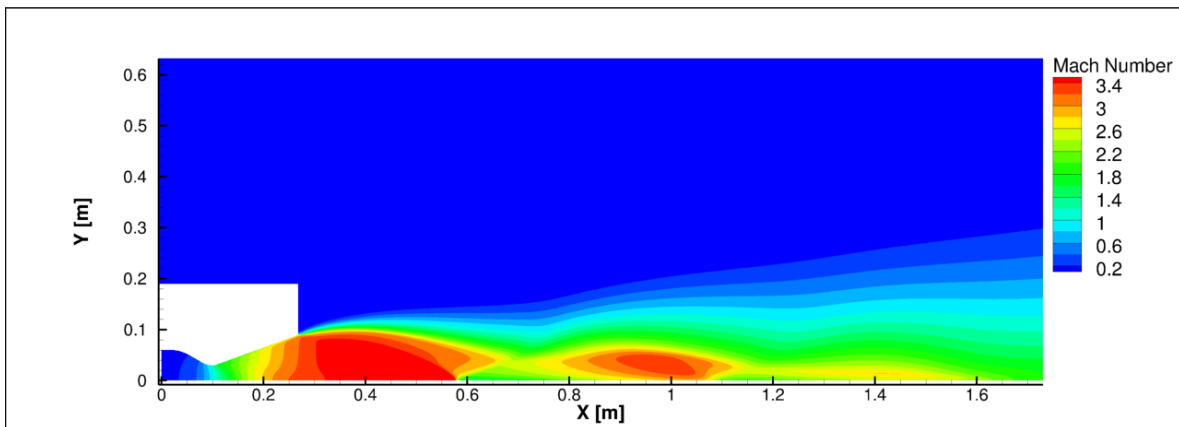


Figura 3.2: Mach Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54

Dall'analisi dei contour del numero di Mach emerge che entrambi gli scenari operativi presentano una struttura globale analoga, caratterizzata dalla presenza di due regioni principali: una zona ad elevato numero di Mach associata al getto in uscita dall'ugello e una regione a basso numero di Mach localizzata nella parte superiore del dominio di calcolo, indicativa di un flusso sostanzialmente indisturbato.

La figura 3.1, relativa a NPR = 28, evidenzia come la sovra-espansione del getto determini la formazione di un urto conico in prossimità della sezione di uscita. Poiché attorno all'asse del getto la corrente deve assumere la direzione orizzontale, l'urto conico degenera in un urto normale, noto come Disco di Mach, localizzato a  $x = 0.42$  [m]. Dall'interazione tra il primo urto conico ed il Disco di Mach si genera un ulteriore urto conico, dando origine a un punto triplo (*Shock Triple Point*).

A valle del Disco di Mach, la significativa perdita di pressione totale e la conseguente riduzione di velocità favoriscono la formazione di una zona di ricircolo, denominata bolla di stagnazione, chiaramente visibile nella figura 3.1 .

Nella figura 3.2, relativa a NPR = 54, il Disco di Mach risulta meno visibile e si sposta più a valle, ad una distanza pari a  $x = 0.58$  [m]. In questa configurazione, si osserva l'assenza della bolla di ricircolo, con conseguente sviluppo di un flusso più uniforme lungo l'asse del

getto. Dalla figura si osserva inoltre che, per  $\text{NPR} = 54$ , il getto presenta uno sviluppo assiale sensibilmente più esteso rispetto al caso con  $\text{NPR} = 28$ .

Poiché i contour del numero di Mach adottano la stessa scala cromatica per entrambe le condizioni, le differenze nella colorazione evidenziano che il campo di Mach a  $\text{NPR} = 54$  raggiunge valori complessivamente maggiori rispetto a quello a  $\text{NPR} = 28$ .

### Pressure Contours a confronto

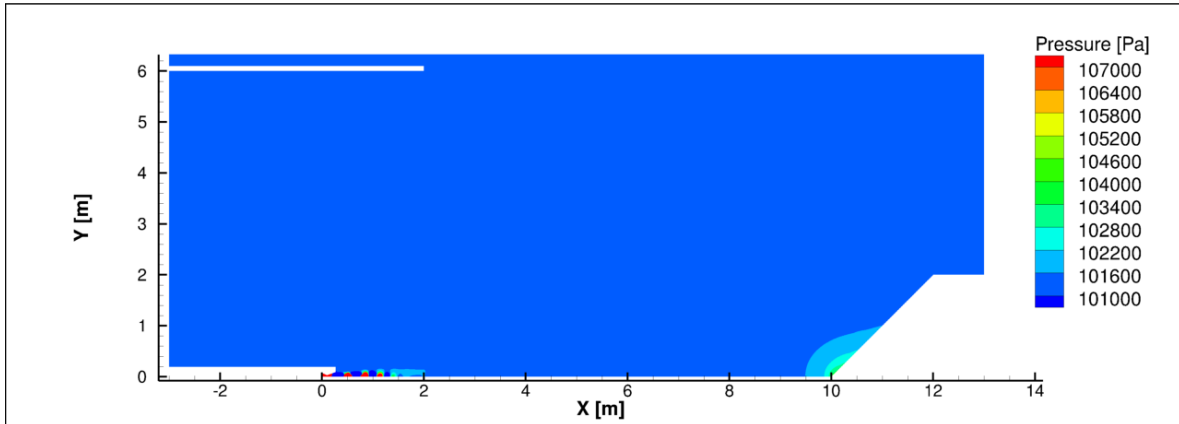


Figura 3.3: Pressure Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio  $\text{NPR} = 28$

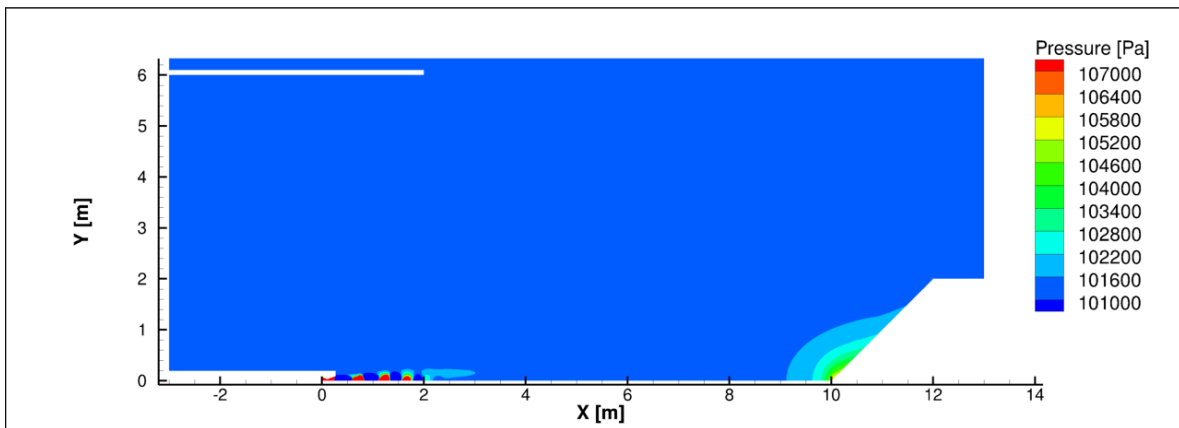


Figura 3.4: Pressure Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio  $\text{NPR} = 54$

Dallo studio dei contour di pressione riportati nelle figure 3.3 e 3.4 si osserva che, in entrambe le condizioni, il getto, una volta deviato dal deflettore, non genera onde di pressione significative sulle pareti della Test Cell, che rimangono sostanzialmente alla pressione ambiente. La facility può, quindi, operare in condizioni di sicurezza, poiché i vetri non blindati attraversati dai fasci laser provenienti dalla Laser Room non sono soggetti a variazioni significative di pressione.

Per valutare l'influenza del deflettore sul campo di pressione, si è effettuato un ingrandimento del contour di pressione nella regione adiacente al deflettore, al fine di evidenziare in dettaglio le variazioni locali di pressione.

Dal confronto tra le figure 3.5 e 3.6 emerge che, per il caso con  $\text{NPR} = 54$ , i livelli di pressione raggiunti sono significativamente più elevati rispetto a quelli osservati per  $\text{NPR} = 28$ .

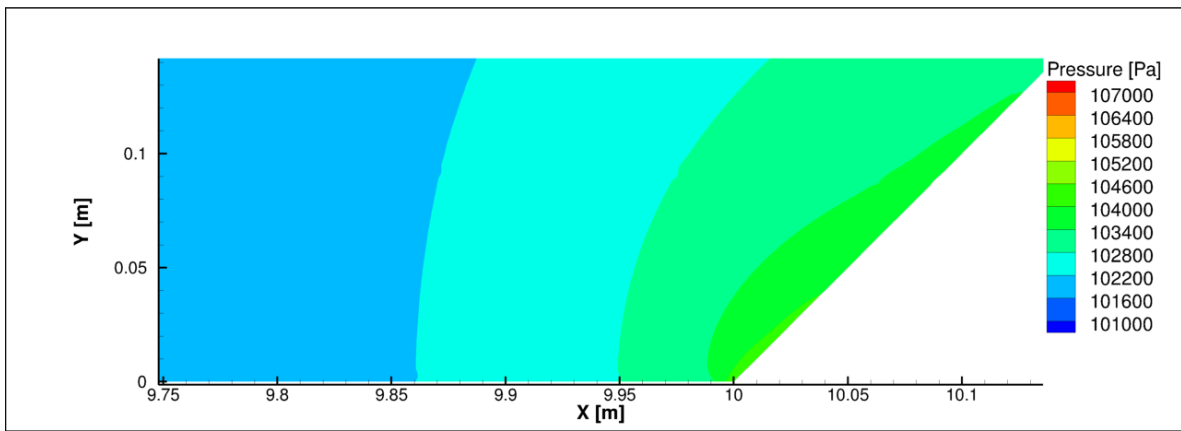


Figura 3.5: Zoom sul deflettore - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28

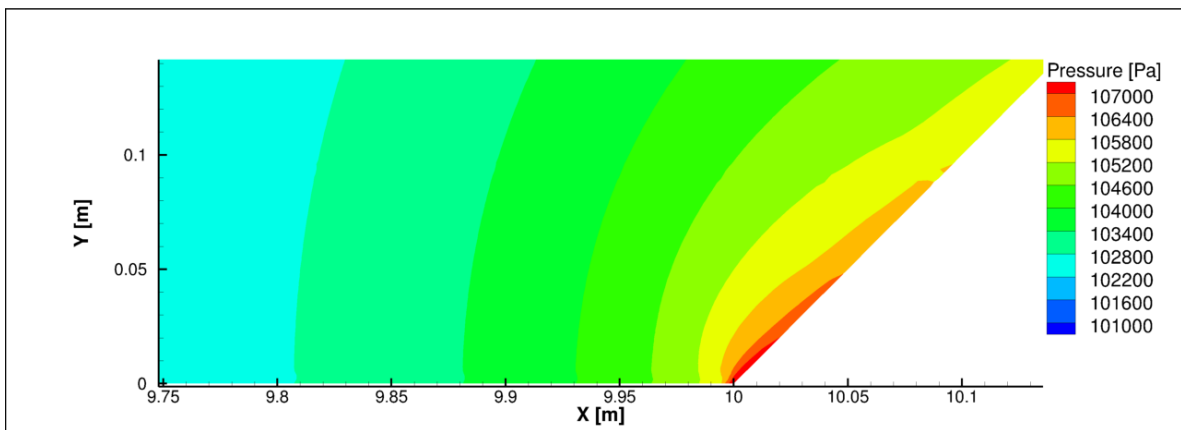


Figura 3.6: Zoom sul deflettore - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54

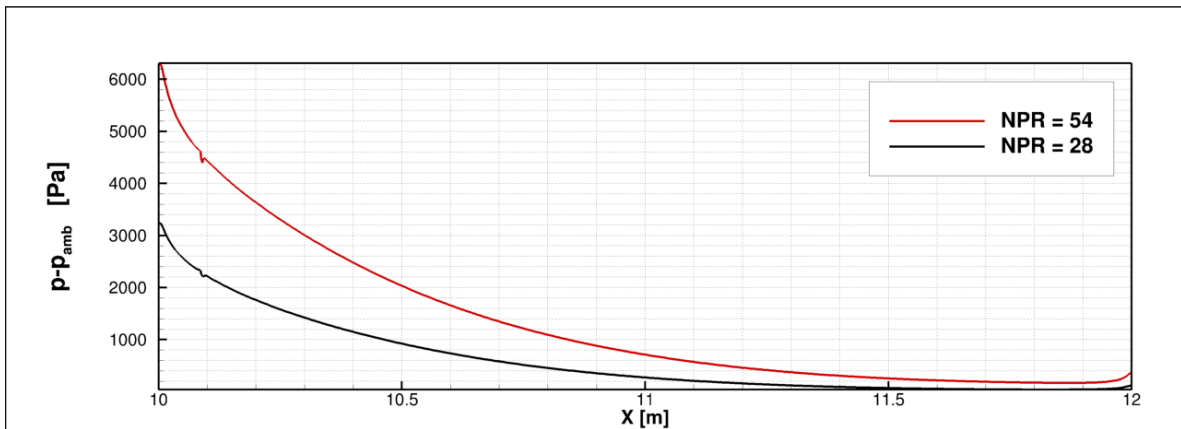


Figura 3.7: Static pressure difference  $p - p_{amb}$  along the deflector - First Order Upwind

Dal grafico della pressione relativa lungo la superficie del deflettore riportato in figura 3.7 si osserva come, per entrambe le condizioni, il valore massimo di  $p - p_{amb}$  si collochi in corrispondenza del vertice del deflettore ( $x = 10$  [m]). In tale regione, il caso con  $NPR = 54$  presenta livelli di pressione relativa sensibilmente più elevati rispetto al caso con  $NPR = 28$ , risultando in carichi aerodinamici maggiori.

Procedendo lungo la superficie del deflettore, la pressione relativa decresce in entrambi i casi, indicando una progressiva riduzione dei sovraccarichi aerodinamici con l'espansione e il riallineamento del flusso. Il decadimento risulta più marcato per  $NPR = 54$ , coerentemente con i più elevati livelli iniziali di pressione relativa osservati in prossimità del vertice. Verso l'estremità del deflettore, i valori di  $p - p_{amb}$  tendono a ridursi fino a livelli prossimi allo zero, indicando un progressivo adattamento della pressione locale con quella ambiente.

### Temperature Contours a confronto

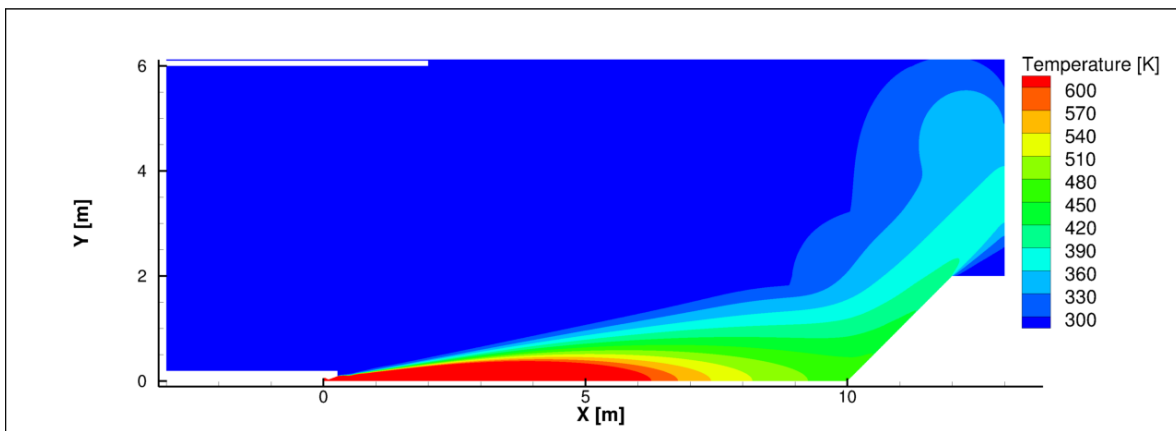


Figura 3.8: Temperature Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio  $NPR = 28$

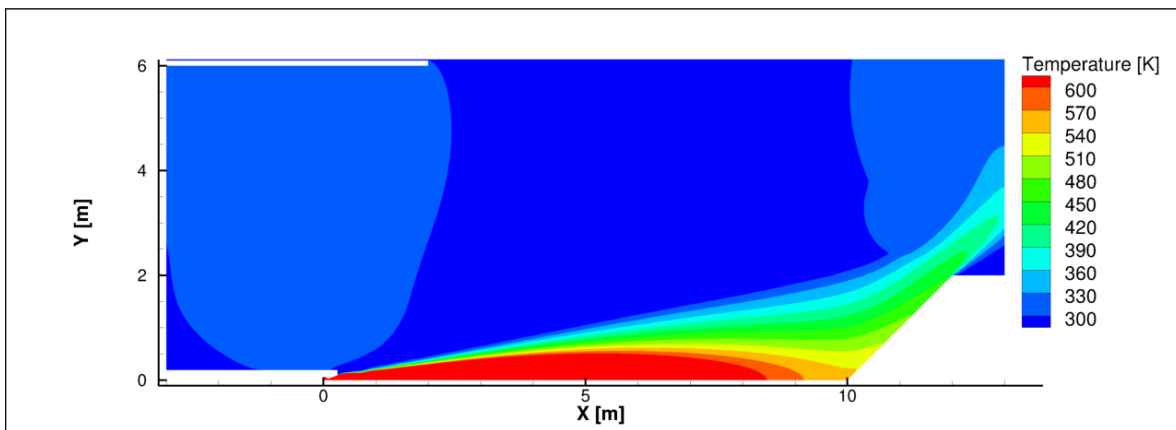


Figura 3.9: Temperature Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio  $NPR = 54$

Dalla valutazione dei contour di temperatura si osserva che, in entrambe le condizioni, il deflettore assorbe una parte significativa del calore del getto, garantendo che la propagazione termica al di fuori del perimetro della facility sia limitata e prevenendo così il danneggiamento o la combustione della vegetazione circostante.

L'analisi conferma, pertanto, l'efficacia del deflettore nel deviare i gas verso l'alto, limitando sensibilmente l'esposizione termica diretta della vegetazione.

Dalle figure 3.8 e 3.9 si riscontra che, per  $\text{NPR} = 28$ , il profilo termico lungo il deflettore risulta essenzialmente uniforme, mentre per  $\text{NPR} = 54$  appare molto più complesso, con variazioni significative della temperatura lungo la superficie. Complessivamente, la temperatura lungo il deflettore risulta più elevata per  $\text{NPR} = 54$  rispetto al caso con  $\text{NPR} = 28$ .

Per completare l'analisi termica, la figura 3.10 riporta il flusso termico totale a parete lungo il deflettore, evidenziando come, per  $\text{NPR} = 54$ , la superficie assorba circa  $200 \left[ \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \right]$ , rispetto ai circa  $100 \left[ \frac{\text{kW}}{\text{m}^2} \right]$  del caso con  $\text{NPR} = 28$ .

Tali valori confermano le osservazioni ricavate dai contour di temperatura e attestano che, nel caso a  $\text{NPR} = 54$ , il deflettore è inequivocabilmente soggetto a un carico termico più intenso, che comporta uno stress termico maggiore lungo le zone più sollecitate, rispetto al caso con  $\text{NPR} = 28$ .

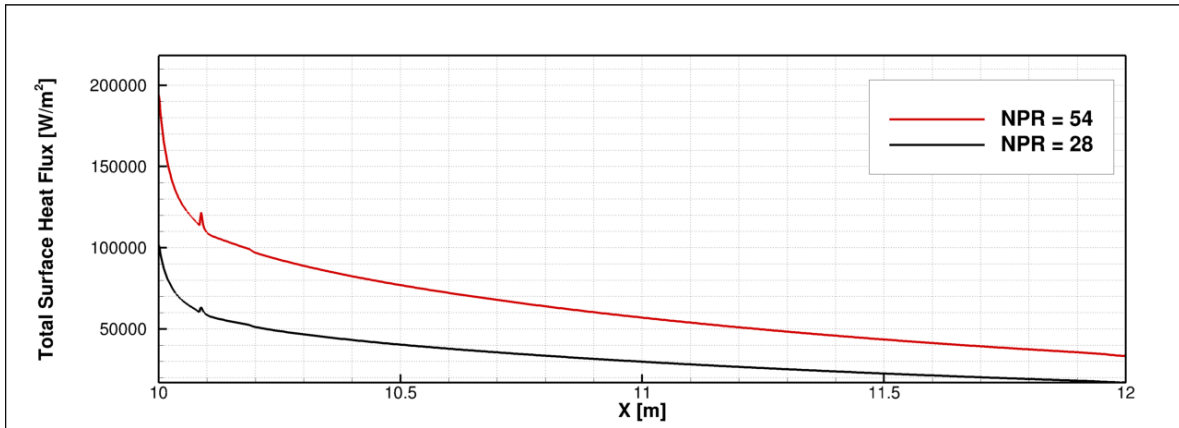


Figura 3.10: Total Surface Heat Flux along the Deflector - First Order Upwind

### 3.3 Second Order Upwind

L'influenza della precisione della discretizzazione numerica sui risultati è stata studiata confrontando schemi spaziali di primo e secondo ordine.

Gli schemi spaziali di primo ordine sono spesso scelti per la loro affidabilità numerica, poiché garantiscono una convergenza stabile anche in condizioni critiche, come in presenza di discontinuità marcate o forti variazioni del campo di moto. Tuttavia, tale robustezza numerica comporta un'eccessiva dissipazione artificiale, che riduce significativamente la capacità del modello di riprodurre correttamente le strutture caratteristiche del flusso, smorzando le onde d'urto e attenuando i gradienti di velocità e di temperatura a parete.

Gli schemi di secondo ordine, al contrario, superano queste limitazioni, grazie alla minore diffusione numerica, assicurando una rappresentazione più accurata dei profili di velocità, pressione e temperatura e, di conseguenza, una riproduzione più fedele del campo fluidodinamico.

## Mach Contours a confronto

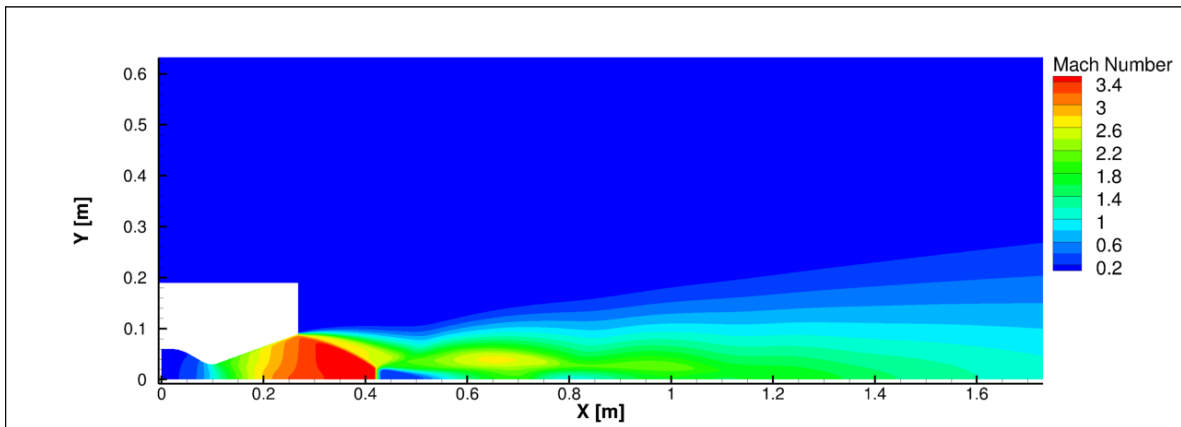


Figura 3.11: Mach Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28

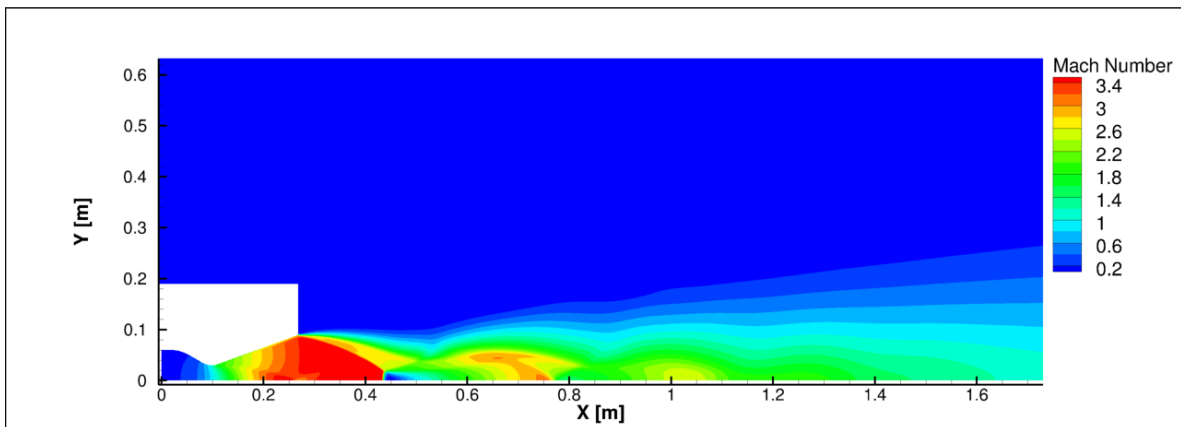


Figura 3.12: Mach Contour - Second Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28

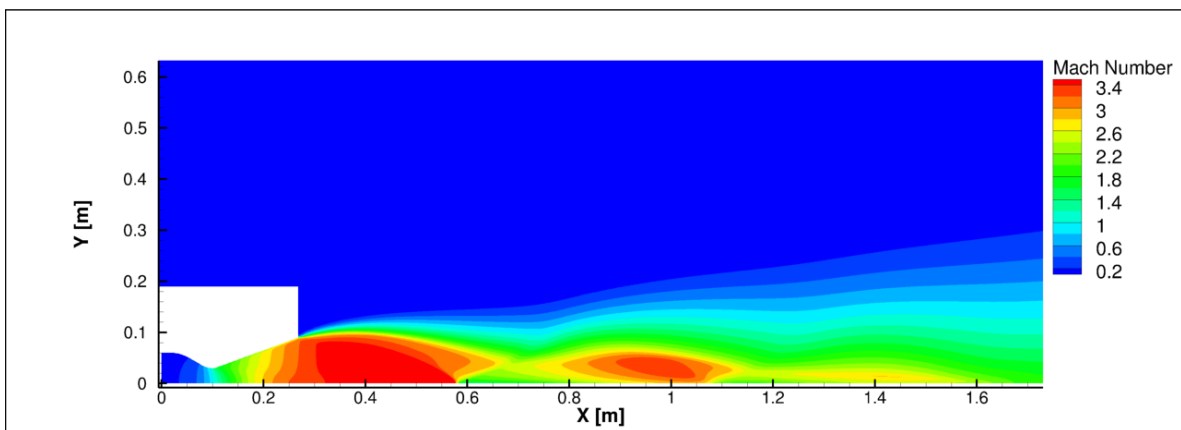


Figura 3.13: Mach Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54

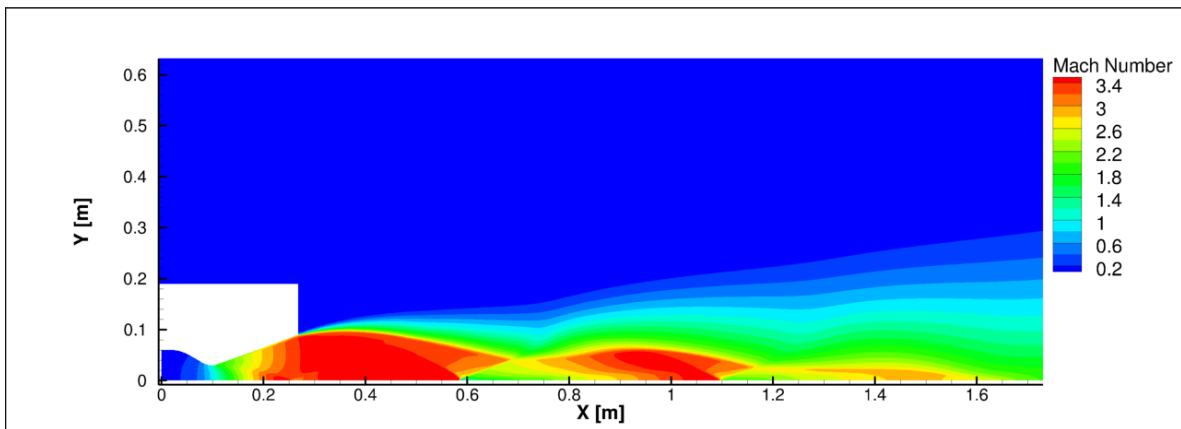


Figura 3.14: Mach Contour - Second Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54

Per entrambe le condizioni, l'impiego dello schema di secondo ordine consente una maggiore definizione delle strutture complesse del flusso, come evidenziato dai contour di velocità nelle figure 3.12 e 3.14.

Inoltre, per NPR = 28, la bolla di stagnazione a valle del Disco di Mach è significativamente più piccola rispetto al caso di primo ordine.

### Pressure Contours a confronto

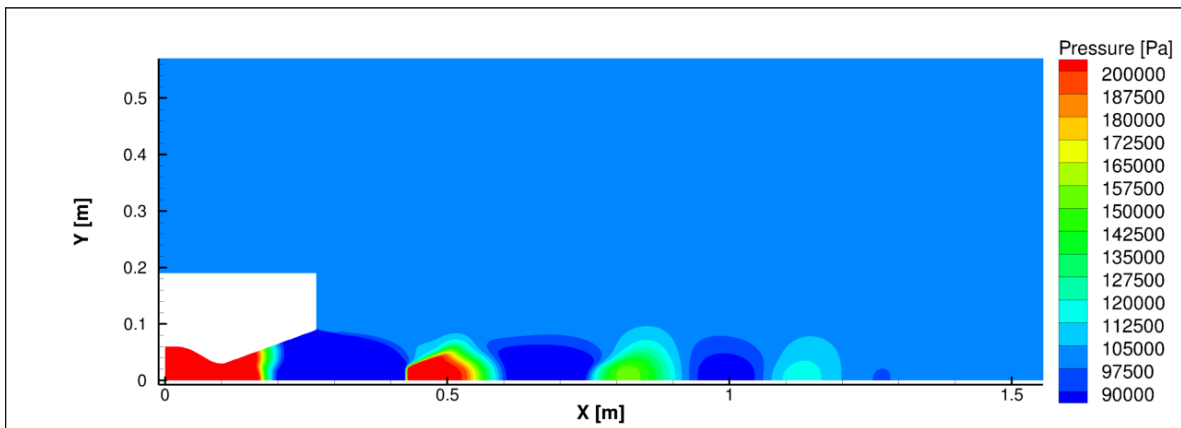


Figura 3.15: Pressure Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28

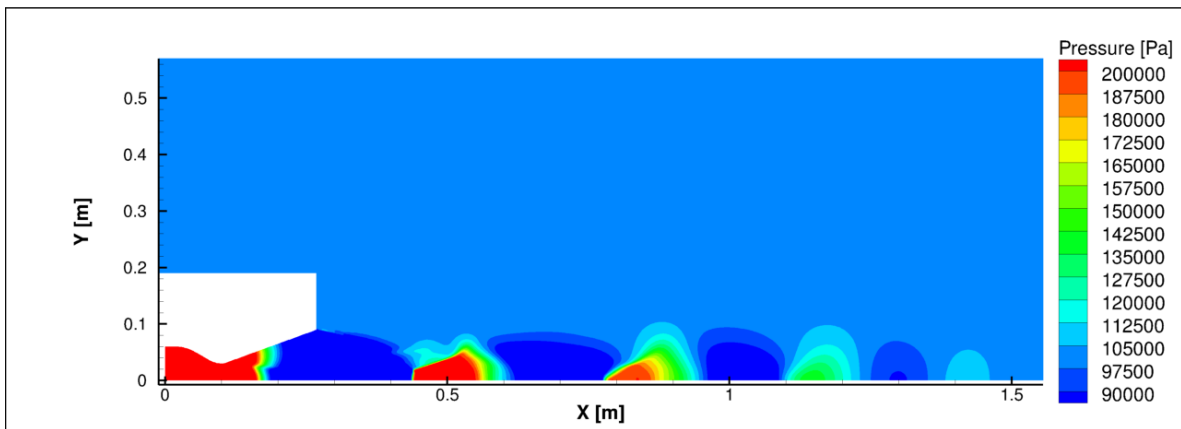


Figura 3.16: Pressure Contour - Second Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio  $NPR = 28$

Dal confronto tra le figure 3.15 e 3.16 emerge che la soluzione ottenuta con lo schema Upwind di secondo ordine presenta un getto maggiormente sviluppato in direzione longitudinale, caratterizzato da un numero più elevato di strutture alternate di compressione ed espansione. Tali strutture mostrano, inoltre, variazioni di pressione di maggiore intensità rispetto a quanto osservato nel caso al primo ordine, in cui le strutture tendono ad attenuarsi più rapidamente procedendo verso valle, con una distribuzione di pressione più smussata.

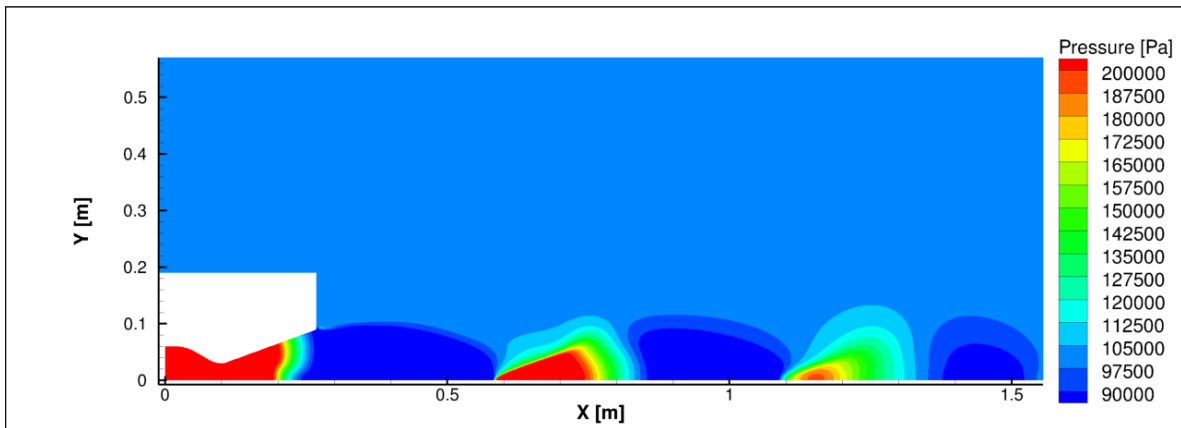


Figura 3.17: Pressure Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio  $NPR = 54$

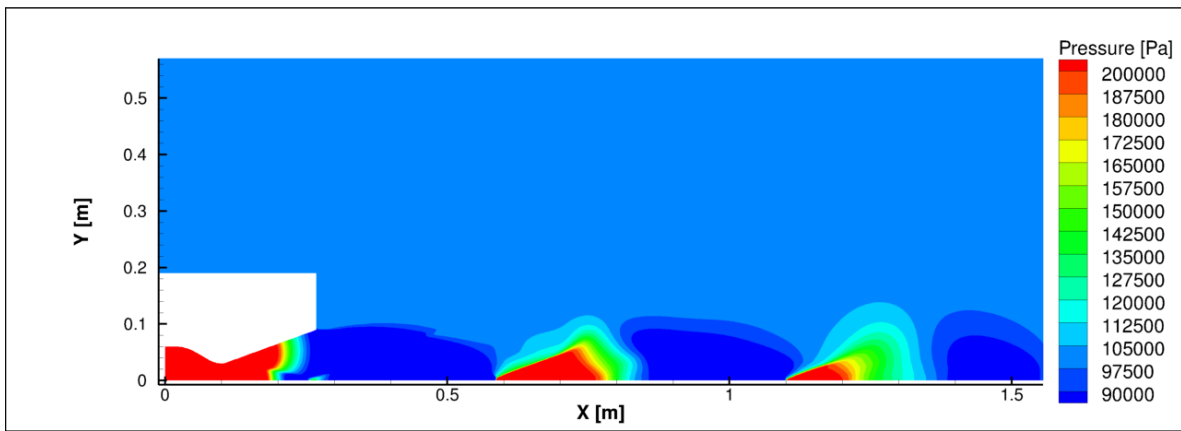


Figura 3.18: Pressure Contour - Second Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio  $NPR = 54$

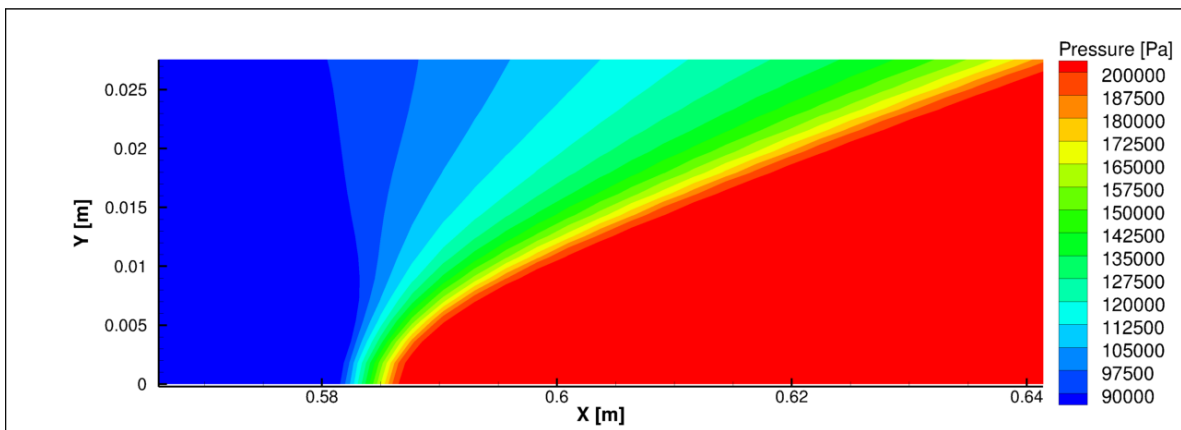


Figura 3.19: Zoom del Pressure Contour in prossimità del Disco di Mach - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio  $NPR = 54$

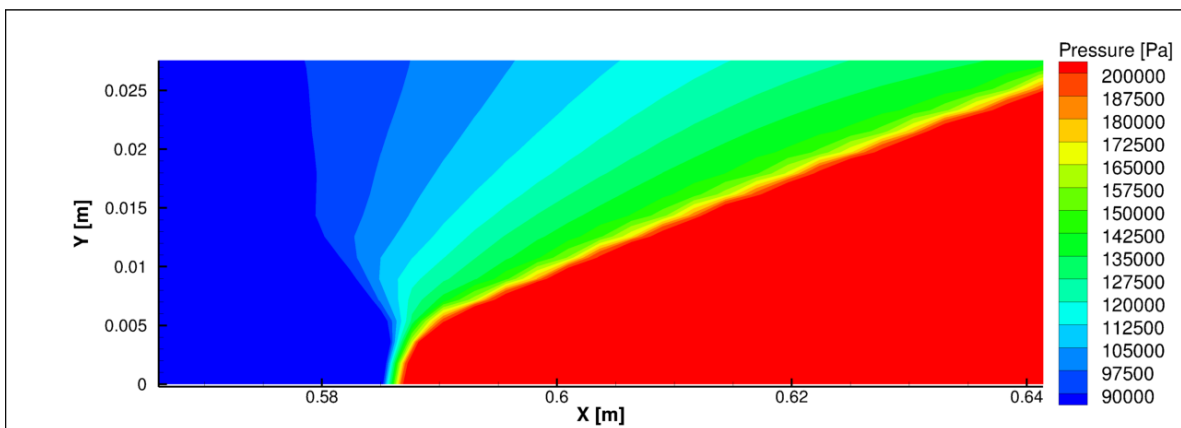


Figura 3.20: Zoom del Pressure Contour in prossimità del Disco di Mach - Second Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio  $NPR = 54$

L'analisi delle figure 3.17 e 3.18 e 3.19 e 3.20 mette in evidenza tre differenze sostanziali tra le soluzioni ottenute con gli schemi Upwind di primo e secondo ordine.

La prima differenza riguarda la non uniformità del campo di pressione statica osservabile in corrispondenza di  $0.2 < x < 0.3$  nella figura 3.18, dove si nota un parziale recupero di pressione rispetto al profilo di espansione atteso.

La presenza di tale struttura esclusivamente nella soluzione Second Order Upwind suggerisce che essa sia legata alla riduzione di diffusione numerica e alla conseguente capacità di catturare fenomeni di compressione anche di ridotta intensità.

In questo caso, la compressione potrebbe derivare da piccole irregolarità nel dominio computazionale o dal fatto che l'ugello utilizzato non corrisponda esattamente a quello ideale previsto dalla teoria delle caratteristiche.

La seconda differenza riguarda l'ultima struttura di compressione osservabile nelle figure: nella soluzione di secondo ordine è caratterizzata da valori di pressione più elevati, visivamente rappresentati da una zona uniformemente rossa, mentre nella soluzione di primo ordine la struttura appare più sfumata e variegata cromaticamente, indicando una distribuzione di pressione meno definita e più diffusa.

La terza differenza è relativa allo spessore con cui viene catturato il Disco di Mach: nel caso di secondo ordine, il disco appare più sottile e meglio definito, mentre nel caso di primo ordine risulta più spesso e sfumato ad indicare una maggiore diffusività numerica del metodo.

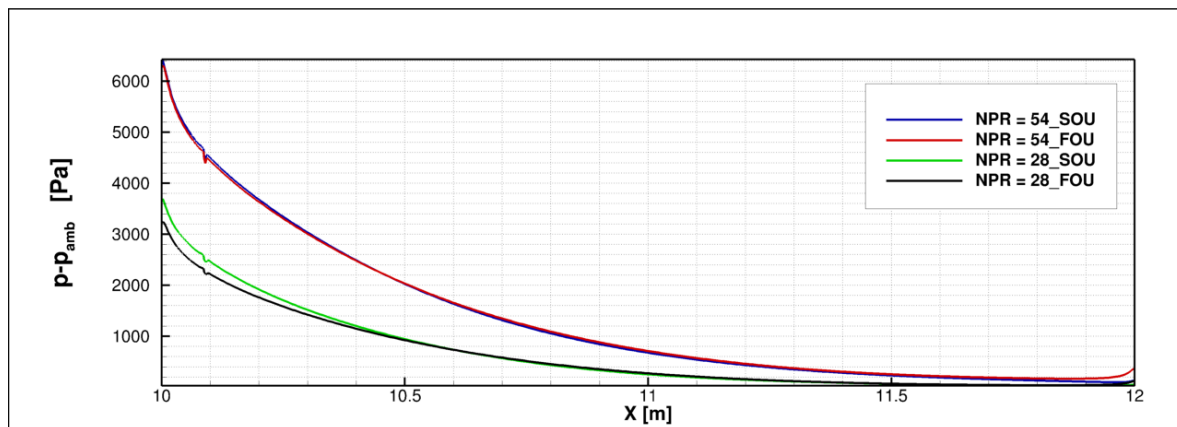


Figura 3.21: Static pressure difference  $p - p_{amb}$  along the Deflector - First Order Upwind vs Second Order Upwind

Dalla figura 3.21, si deduce che la distribuzione di pressione relativa lungo il deflettore risulta sostanzialmente simile tra la soluzione First Order Upwind (FOU) e Second Order Upwind (SOU) per il caso con  $NPR = 54$ . Per  $NPR = 28$ , invece, si nota una lieve differenza, con la soluzione di secondo ordine che mostra variazioni di pressione leggermente più marcate nella prima parte del deflettore.

## Heat Flux Distribution

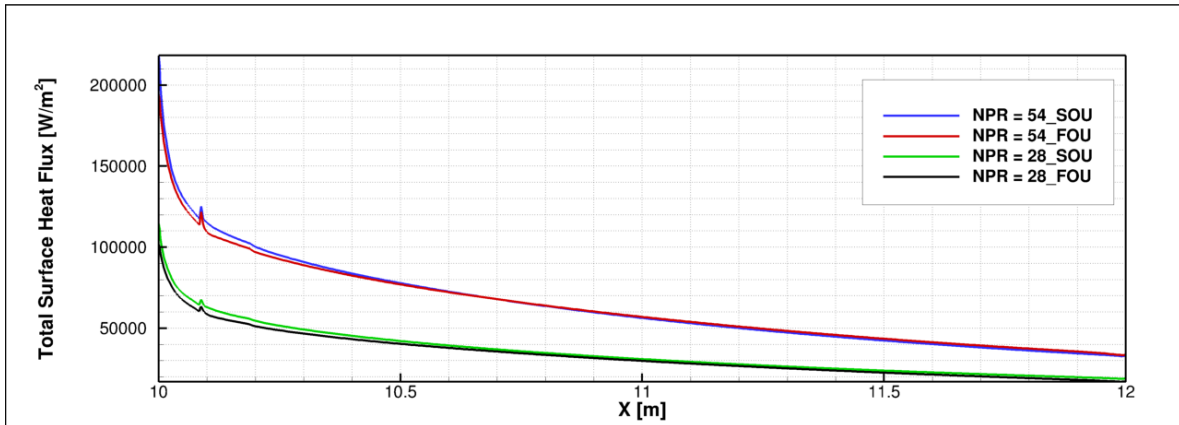


Figura 3.22: Total Surface Heat Flux along the Deflector - First Order Upwind vs Second Order Upwind

La figura 3.22 mostra la distribuzione del flusso termico a parete lungo il deflettore per le soluzioni First Order Upwind (FOU) e Second Order Upwind (SOU). In entrambe le condizioni,  $NPR = 28$  e  $NPR = 54$ , le differenze tra i due schemi risultano complessivamente contenute. Tuttavia, la soluzione SOU tende a restituire valori leggermente superiori di heat flux lungo la superficie del deflettore, suggerendo una maggiore capacità del secondo ordine di catturare i gradienti di temperatura a parete.

### 3.4 Convergenza di griglia

Per analizzare l'effetto della risoluzione della griglia sui risultati della simulazione, è stato condotto uno studio di convergenza di griglia, poiché una soluzione numerica può essere considerata affidabile solo se risulta sufficientemente indipendente dalla discretizzazione del dominio computazionale.

A tal fine, è stata generata una mesh alternativa a partire dalla griglia di riferimento, dimezzando il numero di celle nelle due direzioni spaziali, per un totale di 956150 celle, mantenendo inalterata la geometria del dominio e le condizioni al contorno.

Le simulazioni sono state eseguite per il caso con  $NPR = 28$ , utilizzando le stesse impostazioni numeriche e lo schema First Order Upwind, al fine di isolare esclusivamente l'effetto della discretizzazione spaziale.

Il confronto tra i risultati ottenuti con le diverse griglie è stato effettuato analizzando la distribuzione di pressione relativa e il flusso termico totale a parete lungo la superficie del deflettore, al fine di valutarne la dipendenza dalla risoluzione della mesh.

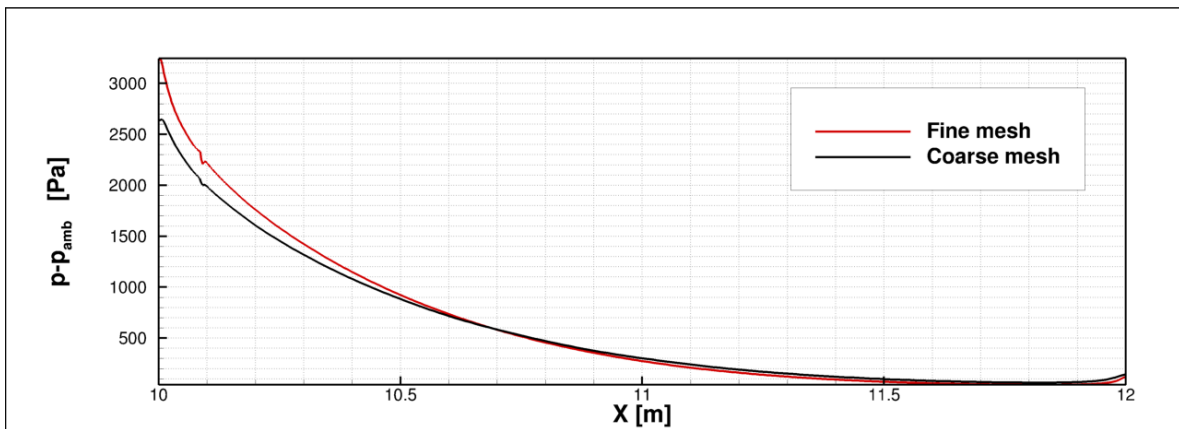


Figura 3.23: Static pressure difference  $p - p_{amb}$  along the Deflector - Fine vs Coarse Mesh

Dall'analisi della figura 3.23, si osserva che per entrambe le mesh la distribuzione di pressione relativa lungo la superficie del deflettore segue un andamento decrescente simile.

In corrispondenza del punto di ristagno, la discrepanza tra le due discretizzazioni risulta più marcata, con un picco di circa 3200 [Pa] per la mesh fine e di circa 2650 [Pa] per la mesh meno fitta (coarse).

La differenza tra le due curve si riduce progressivamente fino a  $x = 10.65$  [m]; oltre tale posizione, le curve si sovrappongono quasi completamente, evidenziando come la distribuzione di pressione relativa sia pressoché indipendente dalla variazione della discretizzazione spaziale del dominio.

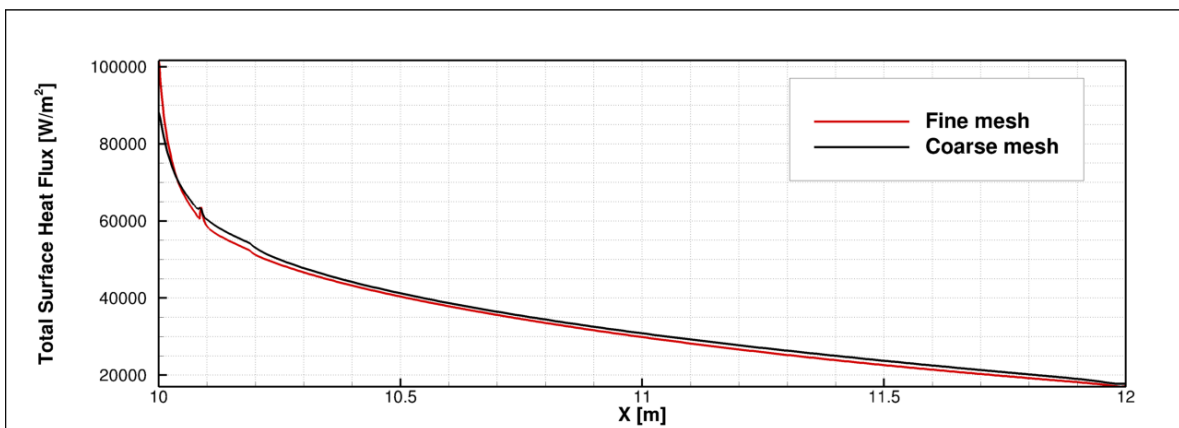


Figura 3.24: Total Surface Heat Flux along the Deflector - Fine vs Coarse Mesh

Osservando la figura 3.24, si evince che al vertice del deflettore il flusso termico stimato con la mesh meno fitta è di circa  $80500 \left[ \frac{W}{m^2} \right]$ , mentre quello calcolato con la mesh fine è di circa  $100000 \left[ \frac{W}{m^2} \right]$ . Tale discrepanza è dovuta al fatto che la mesh meno fitta media le variazioni di flusso termico su celle di dimensioni maggiori: in presenza di gradienti ripidi, le celle più grandi distribuiscono tali variazioni su un volume maggiore, producendo un gradiente locale inferiore rispetto al valore reale.

Procedendo lungo la direzione  $x$ , dove il flusso termico superficiale varia progressivamente in maniera più graduale, le due soluzioni mostrano una buona convergenza, con scostamenti via via meno significativi.

Questi risultati confermano che l'influenza della discretizzazione diventa meno rilevante nelle

zone caratterizzate da variazioni spaziali meno significative della grandezza analizzata e sottolineano l'importanza di un adeguato raffinamento della mesh nelle regioni a forte gradiente per garantire l'accuratezza dei risultati numerici.

# 4 Analisi tridimensionale

## 4.1 Obiettivi dell'analisi tridimensionale

Le analisi presentate nei capitoli precedenti sono state condotte utilizzando un modello bidimensionale assialsimmetrico, adottato come compromesso efficace tra accuratezza numerica e costo computazionale nello studio del campo fluidodinamico generato dal getto del dimostratore.

Per verificare le ipotesi alla base di tale modello semplificativo, è stato realizzato un modello tridimensionale per il caso con  $NPR = 28$ , al fine di valutare eventuali effetti tridimensionali del flusso e confermare la validità delle analisi precedenti.

## 4.2 Dominio di calcolo 3D

Nelle seguenti sezioni viene descritta la configurazione del dominio di calcolo tridimensionale impiegata per le simulazioni CFD. In particolare, vengono presentate la geometria, le scelte di discretizzazione, i modelli numerici e le condizioni al contorno adottati per garantire l'accuratezza dei risultati e permettere un confronto diretto con le simulazioni 2D.

### 4.2.1 Geometria

Il dominio di calcolo tridimensionale riproduce fedelmente la configurazione reale della facility e del dimostratore, estendendo il modello 2D lungo la direzione trasversale per una profondità pari a 3 [m], così da catturare gli effetti tridimensionali del flusso.

Rispetto al modello bidimensionale, il dominio 3D presenta alcune differenze principali:

- la superficie inferiore del dominio coincide con il suolo, in accordo con l'altezza effettiva del motore sul banco di prova, anziché essere definita dall'asse di simmetria come nel caso 2D;
- la parte superiore del dominio esclude sia lo spessore del tetto della Test Cell sia l'area di dominio esterna oltre la regione di interesse principale, al fine di semplificare la definizione del dominio e la generazione della mesh; dalle simulazioni 2D è, infatti, emerso che in tale zona il flusso rimane sostanzialmente indisturbato e non si osservano effetti significativi.

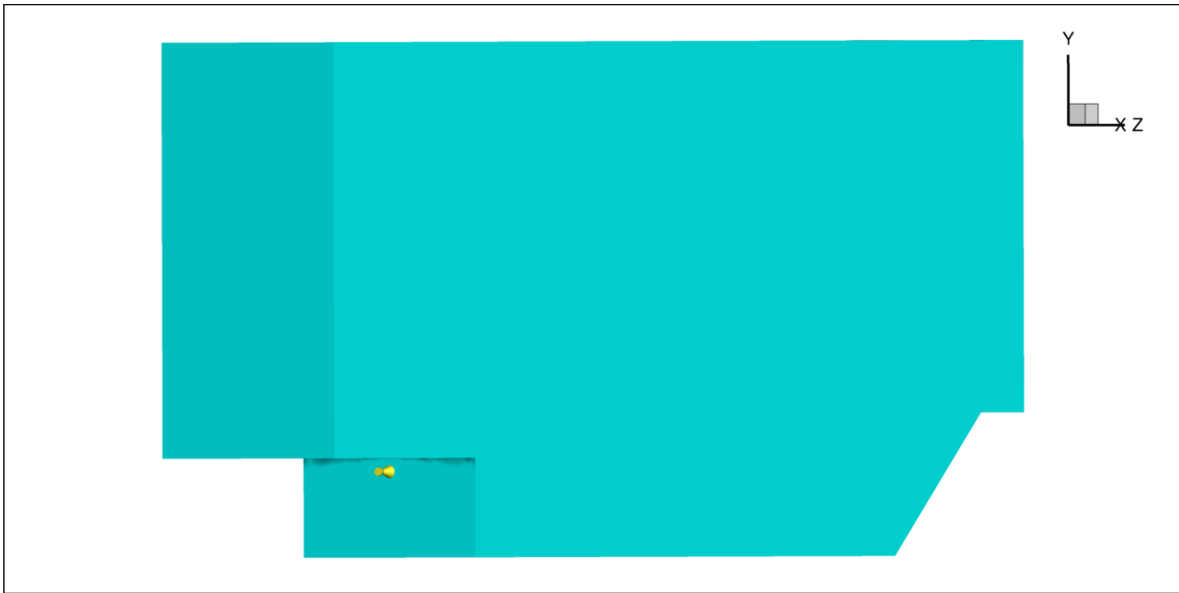


Figura 4.1: Geometria del dominio di calcolo

#### 4.2.2 Mesh

La discretizzazione del dominio tridimensionale è stata realizzata mediante una griglia non strutturata generata con *Ansys ICEM CFD* [18].

La mesh è composta prevalentemente da elementi tetraedrici a quattro nodi, per un totale di circa  $4.08 \times 10^6$ . In prossimità delle pareti solide sono stati introdotti elementi prismatici a sei nodi (circa  $4.33 \times 10^5$ ), disposti in 5 strati con fattore di crescita pari a 1.2, al fine di garantire un'adeguata risoluzione dei gradienti a parete.

La transizione tra le regioni prismatiche e tetraedriche è stata realizzata mediante elementi piramidali a cinque nodi, mentre le superfici di contorno sono state discretizzate con elementi triangolari e quadrangolari. Il numero complessivo di elementi della mesh risulta pari a circa  $4.65 \times 10^6$ .

Nelle zone di maggiore interesse fluidodinamico, in particolare in prossimità dell'uscita dell'ugello, sono state definite due regioni a maggiore densità di discretizzazione, così da descrivere accuratamente i gradienti di velocità e di pressione del getto.

Nelle regioni più distanti dal getto, dove il flusso è uniforme e i gradienti sono deboli, la dimensione delle celle aumenta progressivamente, fino a un massimo di 80 [mm] per l'elemento più grande, ottimizzando così il numero totale di elementi e contenendo il costo computazionale. Tale strategia permette di concentrare la risoluzione numerica nelle aree critiche senza compromettere la qualità globale della simulazione.

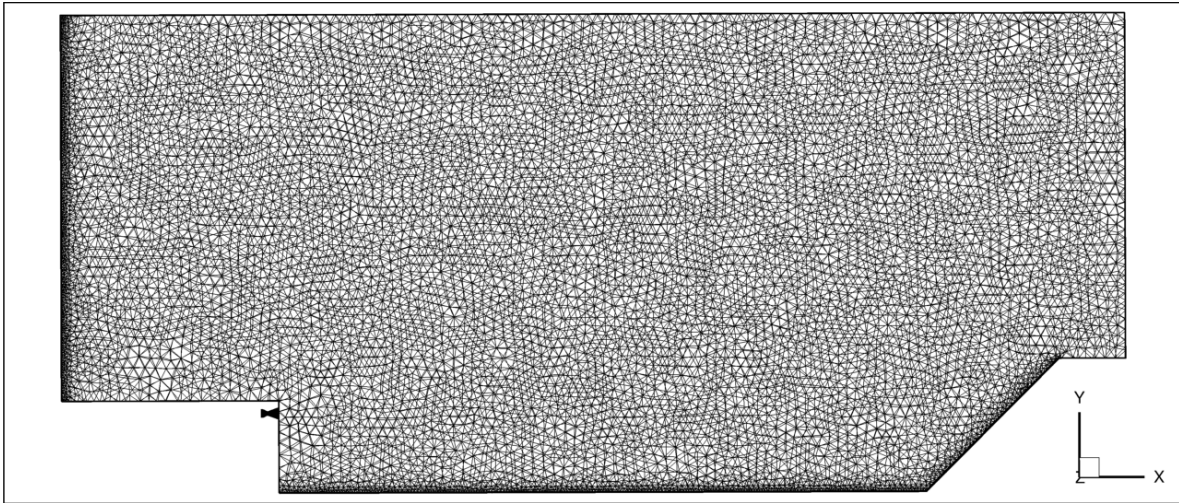


Figura 4.2: Mesh non strutturata del dominio 3D

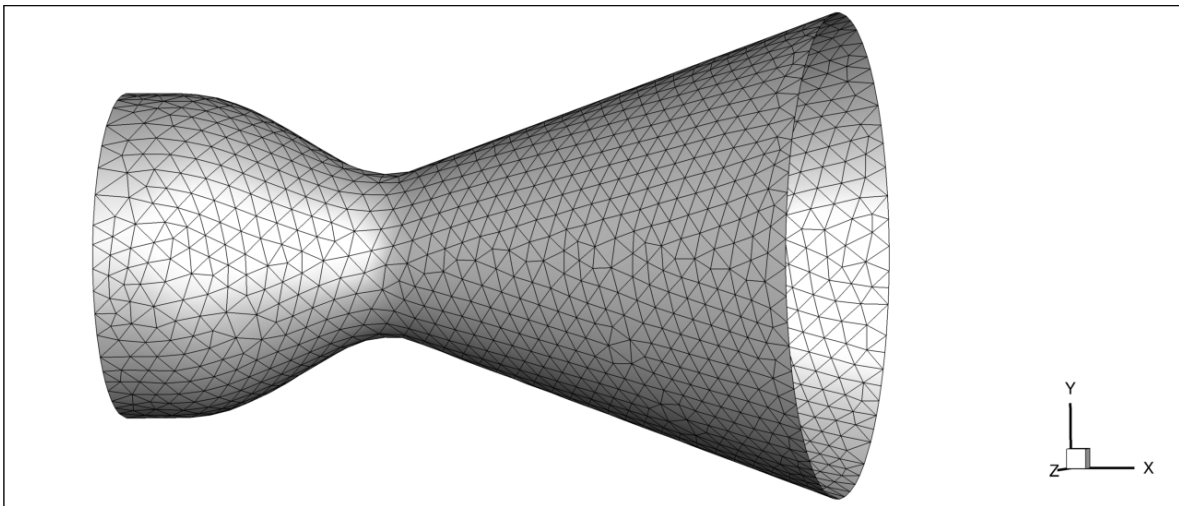


Figura 4.3: Dettaglio dell'ugello e della griglia computazionale

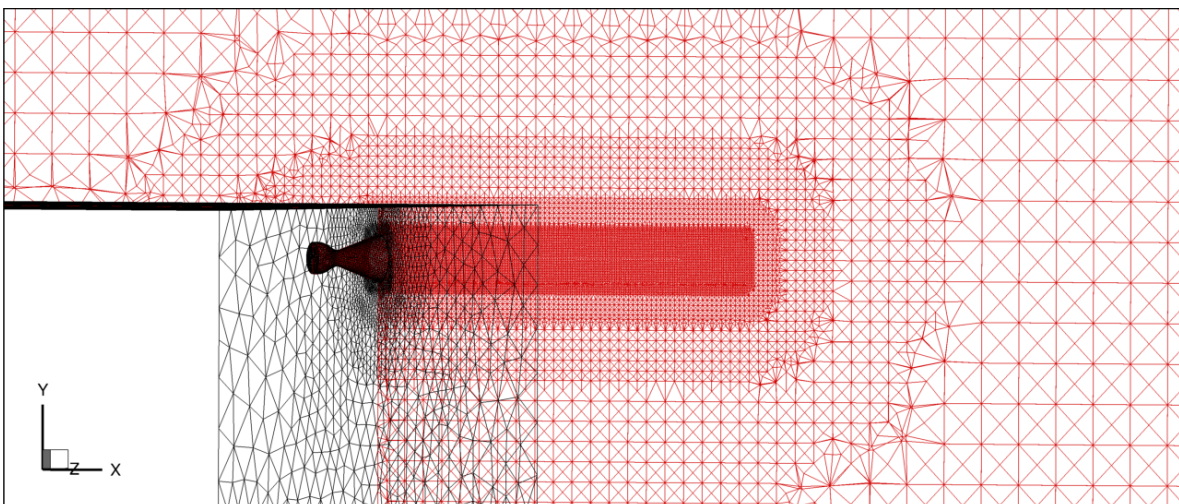


Figura 4.4: Dettaglio delle regioni a maggiore mesh density in prossimità dell'uscita dell'ugello

### 4.2.3 Modello numerico

La simulazione tridimensionale è stata eseguita adottando le stesse impostazioni numeriche impiegate nel modello bidimensionale, al fine di garantire un confronto diretto tra i risultati 2D e 3D. Tutti i modelli fisici, gli schemi numerici e le proprietà del fluido sono stati mantenuti invariati.

I principali parametri numerici adottati per il modello 3D sono sintetizzati nella seguente tabella:

Parametro	Impostazione
Modello di turbolenza	<i>Shear Stress Transport <math>k - \omega</math></i> (vedi Appendice B)
Regime di flusso	Frozen flow (composizione congelata)
Modello chimico	9 specie chimiche calcolate con il software NASA CEA (vedi tabella 2.2)
Schema di accoppiamento pressione-velocità	SIMPLE
Discretizzazione spaziale convettiva	First Order Upwind

Tabella 4.1: Setup numerico adottato per il modello tridimensionale.

### 4.2.4 Condizioni al contorno

Le condizioni al contorno sono state definite in continuità con quelle adottate nel modello bidimensionale (vedi paragrafo 2.2.4), estendendole alle superfici aggiuntive introdotte nel dominio 3D. In particolare:

- **Suolo:** è stata assegnata la condizione di parete stazionaria (*stationary wall*), no-slip, con temperatura pari a 300 [K] e condizioni al contorno per le specie chimiche a flusso diffusivo nullo (*zero diffusive flux*);
- **Superfici laterali e superiore:** è stata impostata una condizione di *pressure-outlet* con *gauge pressure* pari a 101325 [Pa] (impostando la pressione operativa a 0 [Pa]) e una *backflow total temperature* di 300 [K].

## 4.3 Analisi dei risultati 3D

In questa sezione vengono riportati i risultati della simulazione tridimensionale, con particolare attenzione ai campi del numero di Mach, di pressione e temperatura.

Il campo del numero di Mach in figura 4.5 mostra lo sviluppo del getto in uscita dall'ugello, con numeri di Mach massimi nella zona iniziale del getto e una progressiva riduzione lungo l'asse del flusso. Nel campo di moto sono inoltre riconoscibili strutture periodiche, corrispondenti all'alternanza di regioni di accelerazione e decelerazione, che diventano meno intense procedendo verso valle.

Il campo di pressione statica nel piano xy, riportato in figura 4.6, presenta un andamento coerente con quanto osservato nel campo del numero di Mach, con una successione di strutture di compressione ed espansione lungo l'asse del getto e un graduale rilassamento della pressione verso le condizioni ambiente.

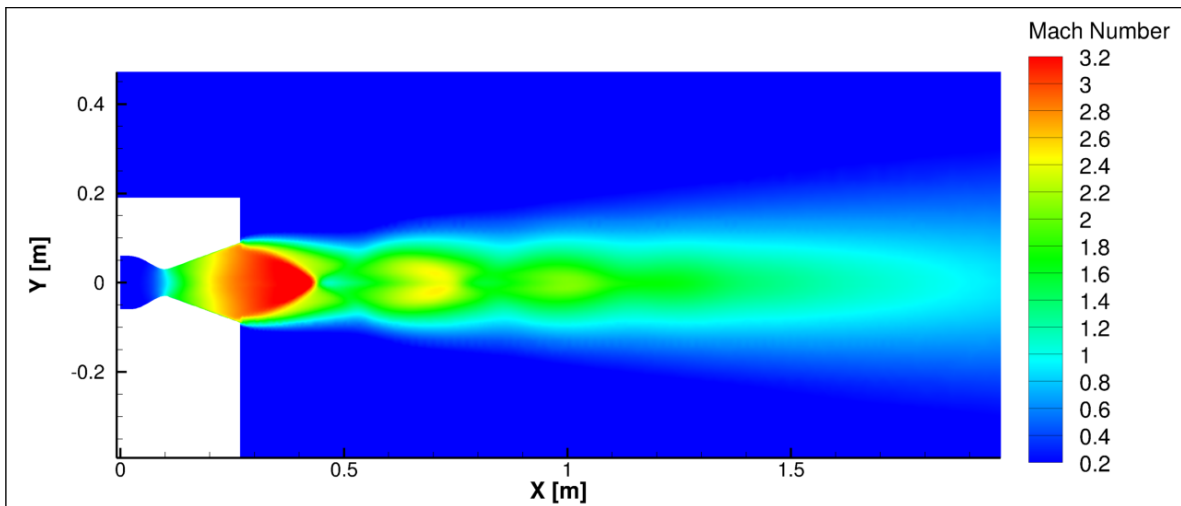


Figura 4.5: Mach Contour - vista nel piano xy

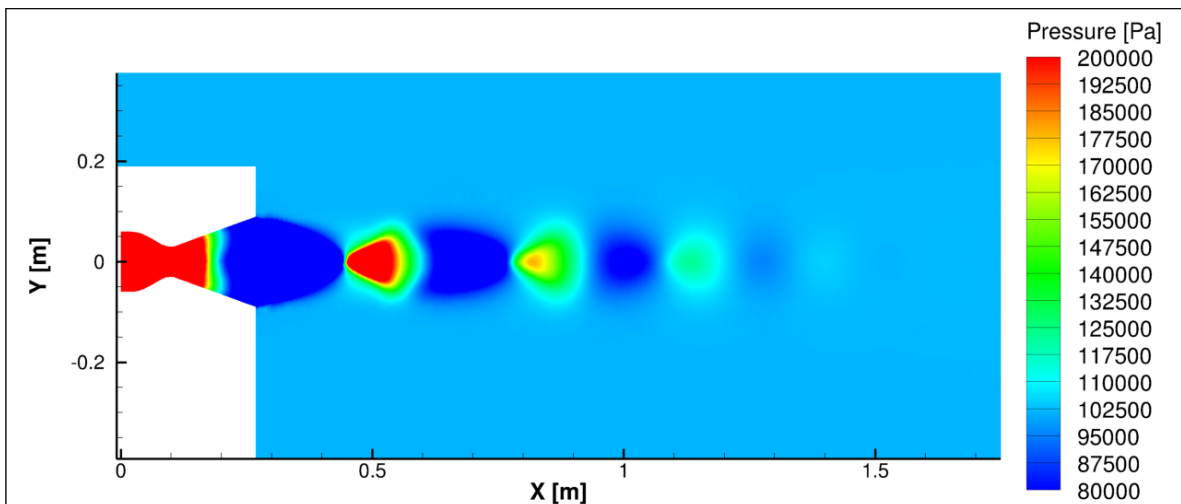


Figura 4.6: Static Pressure Contour - vista nel piano xy

In figura 4.7 è mostrato il campo di pressione statica in vista tridimensionale.

Si osserva come la pressione risulti sostanzialmente uniforme nella maggior parte del dominio, con valori prossimi a quelli della pressione ambiente, mentre si evidenziano gradienti di pressione localizzati in prossimità dell'uscita dell'ugello e del deflettore. In particolare, l'aumento di pressione lungo la superficie inclinata del deflettore è riconducibile alla decelerazione del flusso e all'effetto di ristagno.

Analogamente al caso 2D assialsimmetrico, tali variazioni risultano confinate e il getto, una volta deviato dal deflettore, non genera onde di pressione significative sulla parete della Test Cell, che rimane sostanzialmente alla pressione ambiente e può pertanto operare in condizioni di sicurezza.

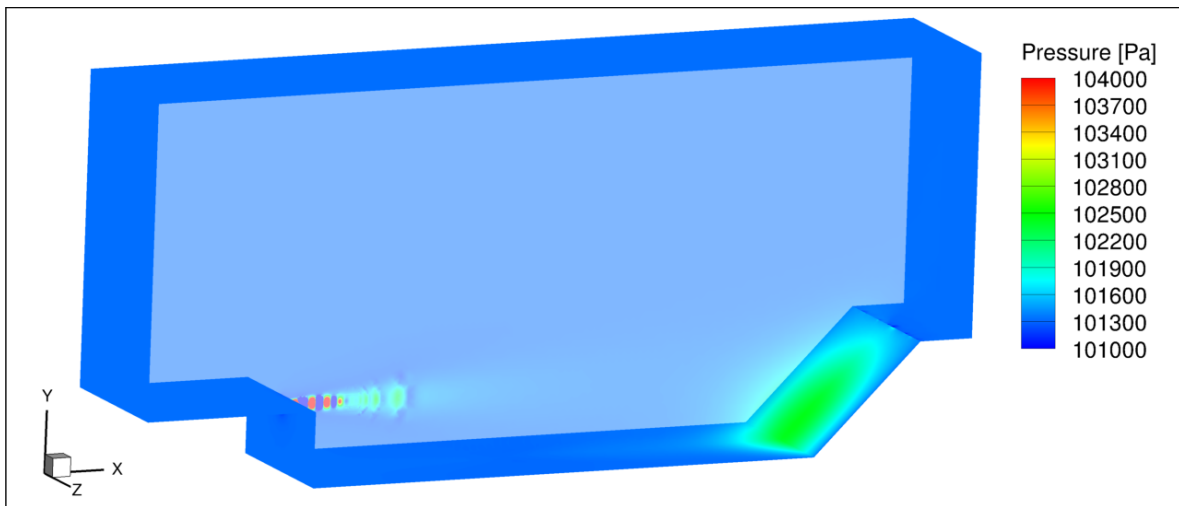


Figura 4.7: Static Pressure Contour - vista 3D

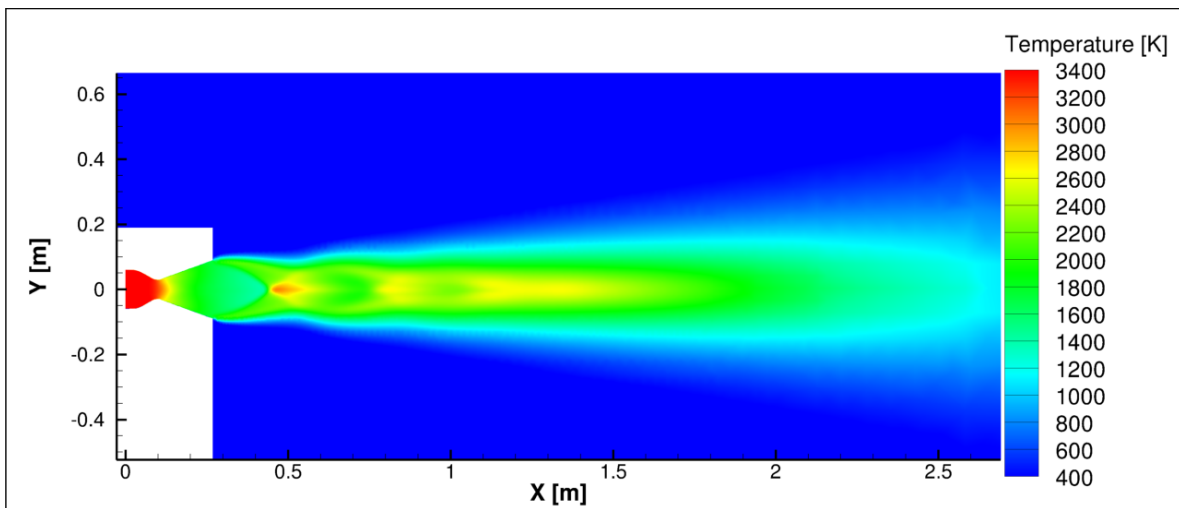


Figura 4.8: Static Temperature Contour - vista nel piano xy

La figura 4.8 riporta il contour della temperatura statica nel piano xy. È chiaramente visibile il getto in uscita dall'ugello, caratterizzato da temperature elevate nella regione centrale e da una progressiva riduzione dei valori di temperatura procedendo in direzione assiale.

Le zone più calde rimangono confinate lungo la traiettoria del flusso, mentre il resto del dominio presenta valori prossimi a quelli dell'ambiente esterno.

Il getto caldo si sviluppa con un angolo di apertura tale da interagire inizialmente con il suolo e successivamente con la superficie inclinata del deflettore; in corrispondenza di queste superfici si osservano i valori di temperatura più elevati, come mostrato in figura 4.9.

Come nel caso 2D assialsimmetrico, le pareti della Test Cell non risultano direttamente coinvolte né sottoposte a carichi termici significativi. Al contrario, il deflettore, deviando il flusso verso l'alto, assorbe gran parte del calore del getto, limitando la propagazione termica al di fuori della struttura e contribuendo a prevenire eventuali danni o rischi di combustione della vegetazione circostante.

La distribuzione di temperatura statica viene riportata anche in vista tridimensionale in figura 4.10, al fine di fornire una rappresentazione complessiva del campo termico all'interno del dominio di calcolo.

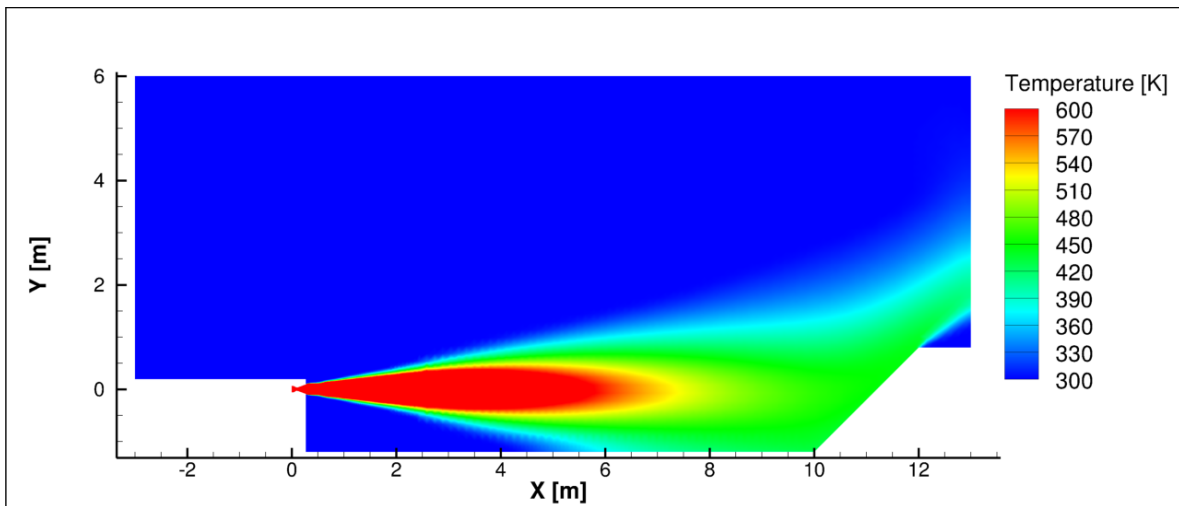


Figura 4.9: Static Temperature Contour - Zoom sul deflettore - vista nel piano xy

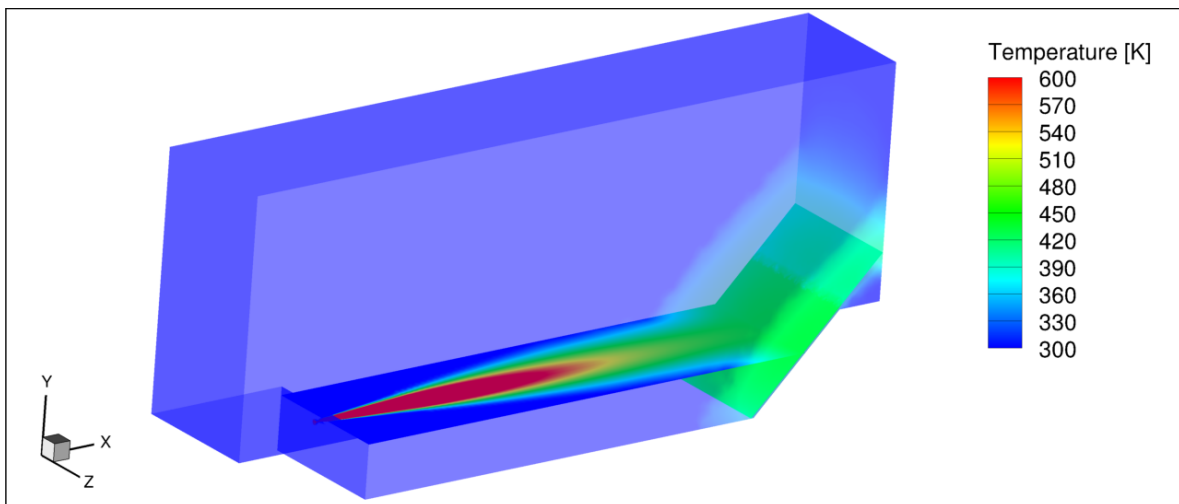


Figura 4.10: Static Temperature Contour - vista 3D

#### 4.4 Confronto tra i risultati 3D e 2D assisalsimmetrico

Al fine di valutare gli effetti dell'uso del modello tridimensionale sul comportamento del getto e sulle principali interazioni con il deflettore e l'ambiente circostante, nelle successive sottosezioni i risultati della simulazione tridimensionale vengono confrontati con quelli ottenuti dal modello bidimensionale, mediante l'analisi dei contour del numero di Mach, della pressione e della temperatura.

## Mach Contours a confronto

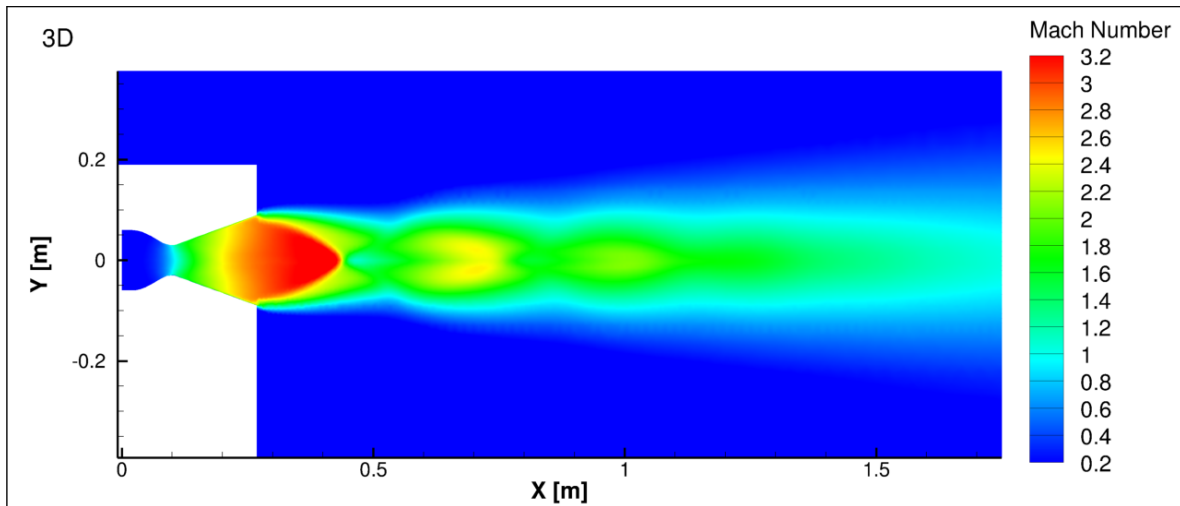


Figura 4.11: Mach Contour - simulazione 3D

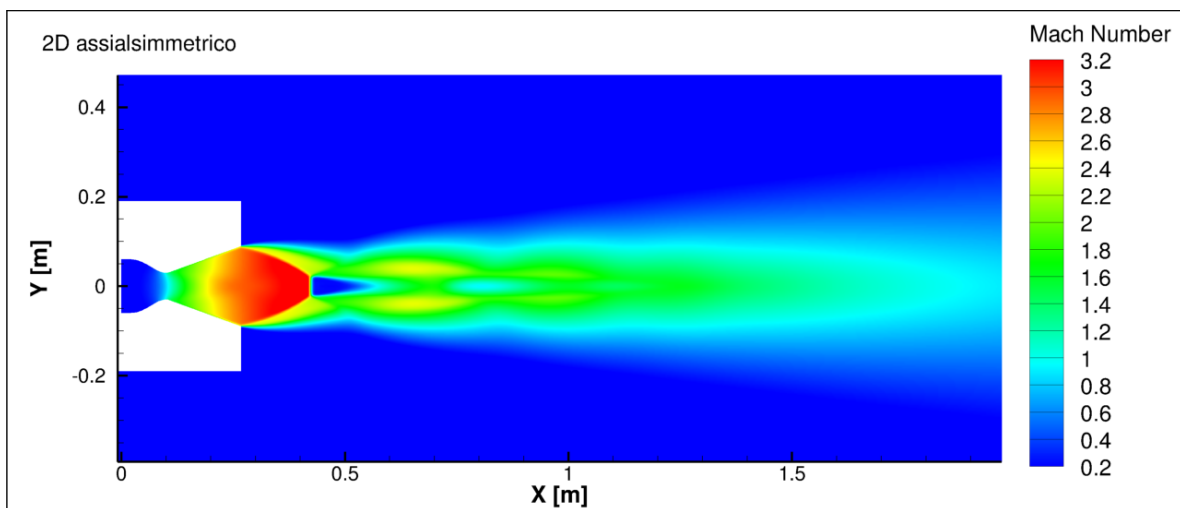


Figura 4.12: Mach Contour - simulazione 2D assialsimmetrica (dominio specchiato rispetto all'asse x)

Le figure 4.11 e 4.12 riportano il campo del numero di Mach ottenuto, rispettivamente, dalle simulazioni tridimensionale e bidimensionale assialsimmetrica, quest'ultima rappresentata specchiando il dominio rispetto all'asse x per consentire un confronto diretto con il caso 3D. Nel caso 2D assialsimmetrico, il punto triplo risulta posizionato leggermente più in alto rispetto alla simulazione 3D. Tale spostamento è associato a una diversa interazione tra l'onda d'urto obliqua e l'onda riflessa, che nel modello assialsimmetrico tende a essere più intensa e geometricamente regolare. Coerentemente, l'urto normale che si sviluppa in prossimità dell'asse del getto appare più marcato rispetto al 3D, indicando una compressione più forte del flusso e una notevole riduzione del numero di Mach, che determina la formazione di una bolla di ricircolazione, non osservabile nel caso tridimensionale.

Nel caso 3D, la riflessione delle onde d'urto risulta più debole e graduale, con conseguente maggiore continuità del campo di Mach: le due regioni ad alto numero di Mach (evidenziate in

giallo) appaiono più ravvicinate e parzialmente connesse, mentre nel caso 2D assialsimmetrico risultano più separate e distinte.

Un'ulteriore differenza riguarda la scia: nel caso 2D assialsimmetrico essa risulta leggermente più estesa e definita, mentre nel modello tridimensionale appare più smorzata.

Le differenze osservate nella struttura della scia e nell'intensità delle onde d'urto tra le due simulazioni possono essere ricondotte alla discretizzazione spaziale adottata, come evidenziato nelle figure 4.13 e 4.14, in cui sono riportati i contours del numero di Mach per i casi 2D assialsimmetrico e 3D, con sovrapposta la rispettiva mesh di calcolo.

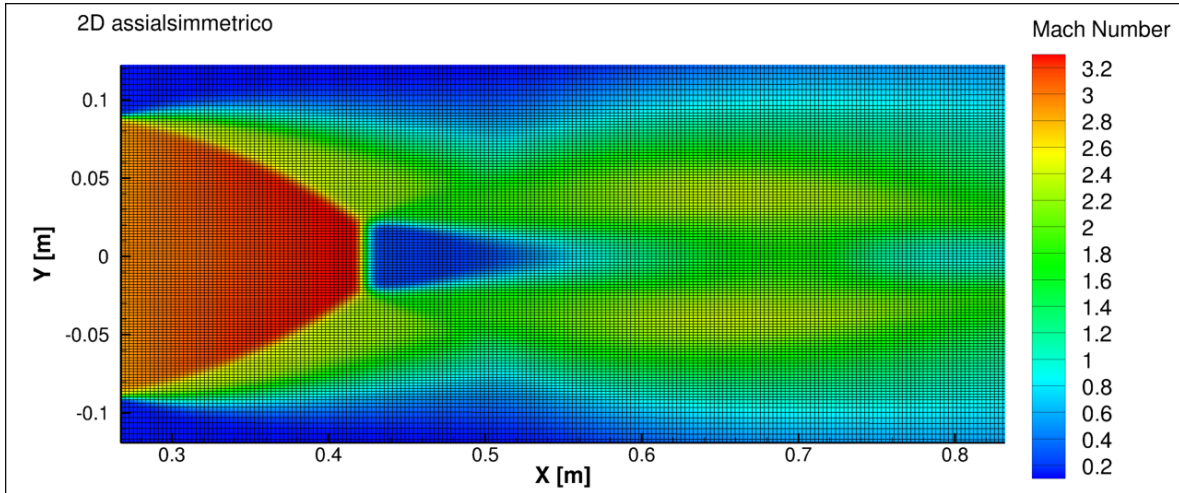


Figura 4.13: Mach Contour con sovrapposta la mesh di calcolo - simulazione 2D assialsimmetrica

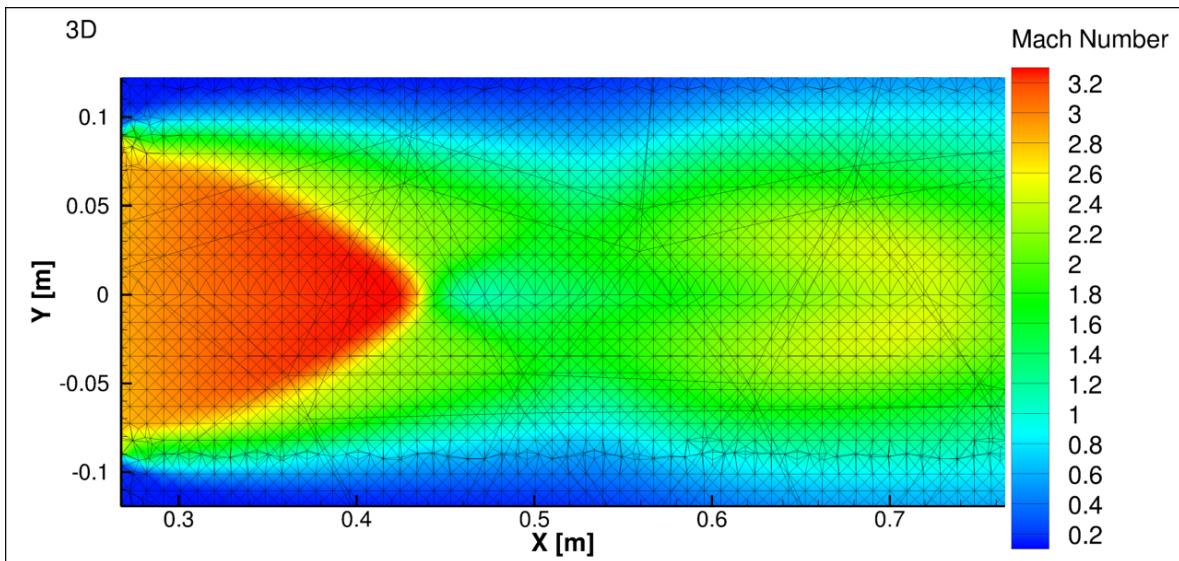


Figura 4.14: Mach Contour con sovrapposta la mesh di calcolo - simulazione 3D

In particolare, l'impiego di una mesh non strutturata introduce una maggiore viscosità numerica che tende a smorzare le discontinuità del campo di moto e ad attenuare l'intensità delle onde d'urto.

Al contrario, le differenze osservate non sembrano essere significativamente influenzate dalle condizioni al contorno, in particolare dalla presenza del suolo. La scia, infatti, si sviluppa

a una distanza tale da non risentire in modo apprezzabile dell'interazione con il suolo, che risulta sufficientemente lontano rispetto all'angolo di apertura del getto.

### Pressure Contours a confronto

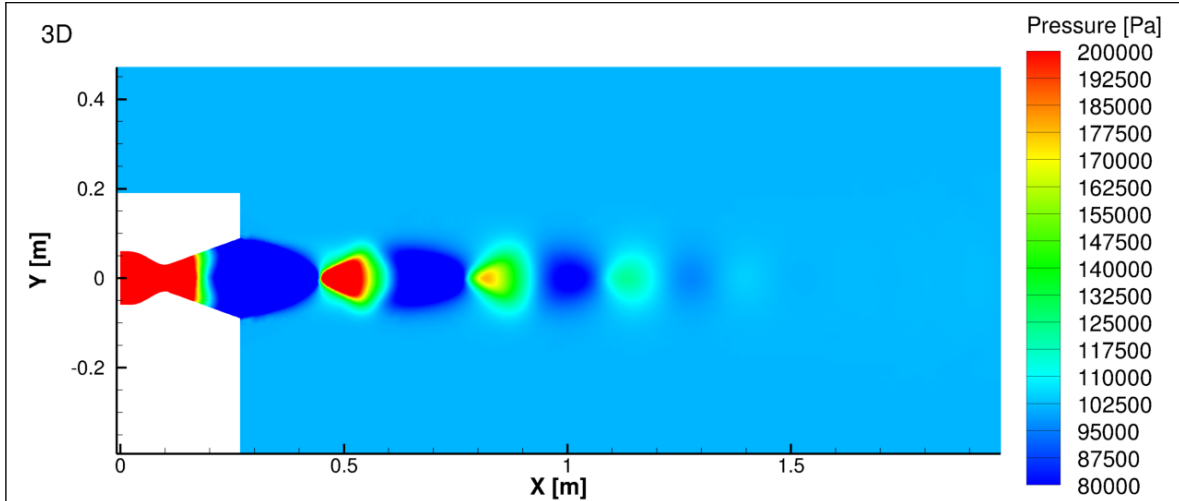


Figura 4.15: Static Pressure Contour - simulazione 3D

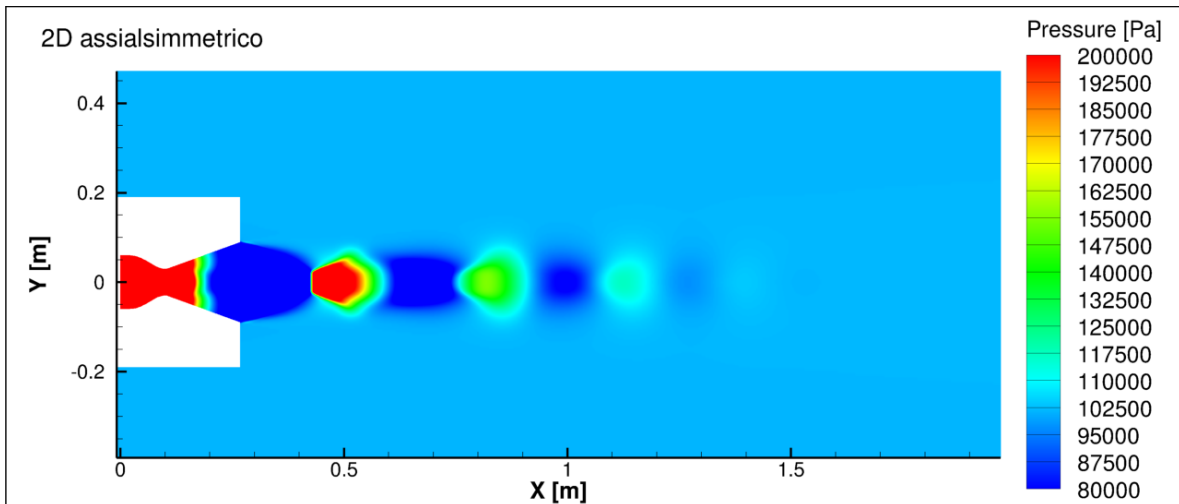


Figura 4.16: Static Pressure Contour - simulazione 2D assialsimmetrica (dominio specchiato rispetto all'asse x)

Le figure 4.15 e 4.16 mostrano il campo di pressione statica ottenuto, rispettivamente, dalle simulazioni tridimensionale e bidimensionale assialsimmetrica.

Nel caso bidimensionale assialsimmetrico le discontinuità di pressione appaiono più marcate e localizzate, con regioni ad alta pressione maggiormente definite lungo l'asse del getto. Al contrario, nella simulazione tridimensionale tali strutture risultano più smorzate e distribuite, con una graduale attenuazione delle oscillazioni di pressione.

Queste differenze sono coerenti con quanto osservato nel campo del numero di Mach e possono essere ricondotte agli effetti di viscosità numerica introdotti dalla discretizzazione tridimensionale non strutturata, che tende a smorzare le discontinuità del campo di moto.

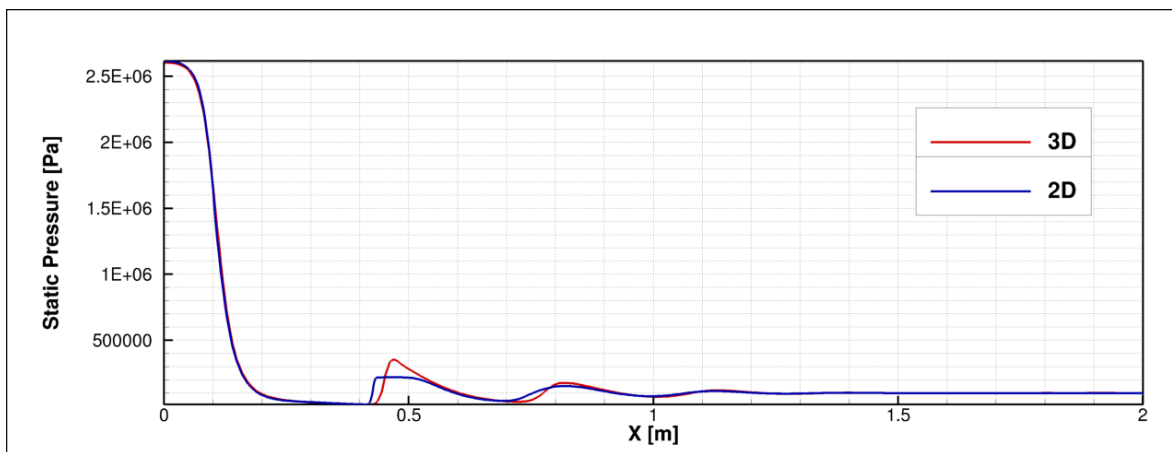


Figura 4.17: Distribuzione della pressione statica lungo l'asse del getto

La figura 4.17 riporta la distribuzione della pressione statica lungo l'asse del getto per le simulazioni tridimensionale e bidimensionale assialsimmetrica. Nel primo tratto, corrispondente alla regione interna all'ugello, le due curve risultano praticamente sovrapposte, indicando che il processo di accelerazione e la conseguente espansione del flusso, così come le condizioni di uscita dall'ugello, sono riprodotte in modo coerente dai due modelli.

A valle dell'ugello, tuttavia, le due soluzioni iniziano a discostarsi. La simulazione 2D assialsimmetrica presenta oscillazioni di pressione più nette e concentrate. In particolare, la prima ricomprensione del getto si manifesta attraverso un un gradiente molto ripido, che si traduce in una salita quasi verticale della curva, a indicare una discontinuità ben definita e fortemente localizzata lungo l'asse del getto.

Nella simulazione tridimensionale, invece, la prima ricomprensione del getto si verifica leggermente più a valle, con una salita della pressione meno ripida rispetto al caso 2D. Pur raggiungendo un valore massimo leggermente superiore, l'incremento di pressione è distribuito su un intervallo spaziale maggiore, indicando una struttura d'urto meno concentrata lungo l'asse. Questo comportamento è coerente con la maggiore diffusione intrinseca alla discretizzazione tridimensionale non strutturata, che tende a smorzare le discontinuità e a diluire le oscillazioni rispetto al modello assialsimmetrico.

## Temperature Contours a confronto

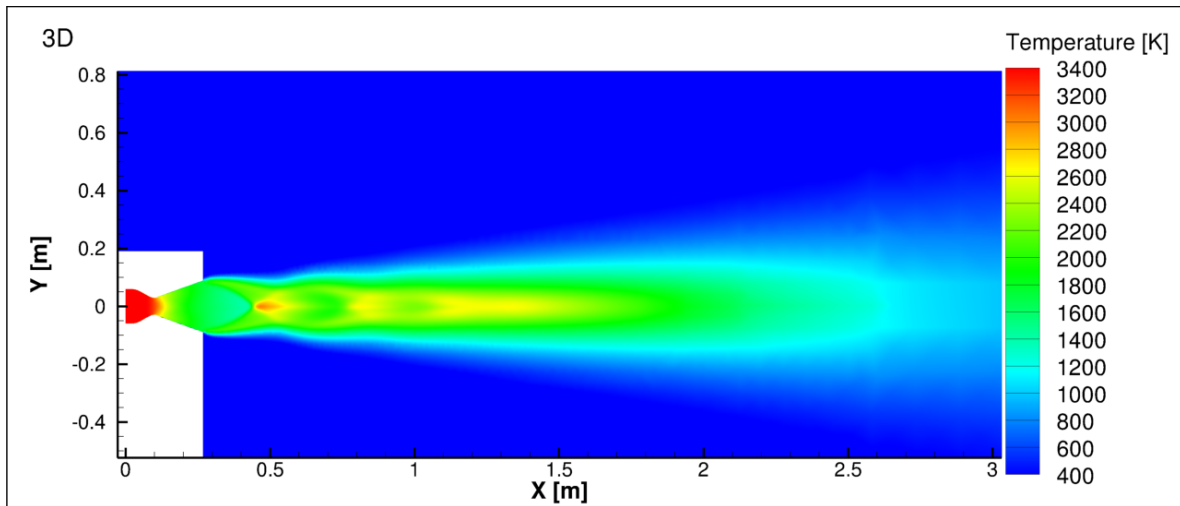


Figura 4.18: Static Temperature Contour - simulazione 3D

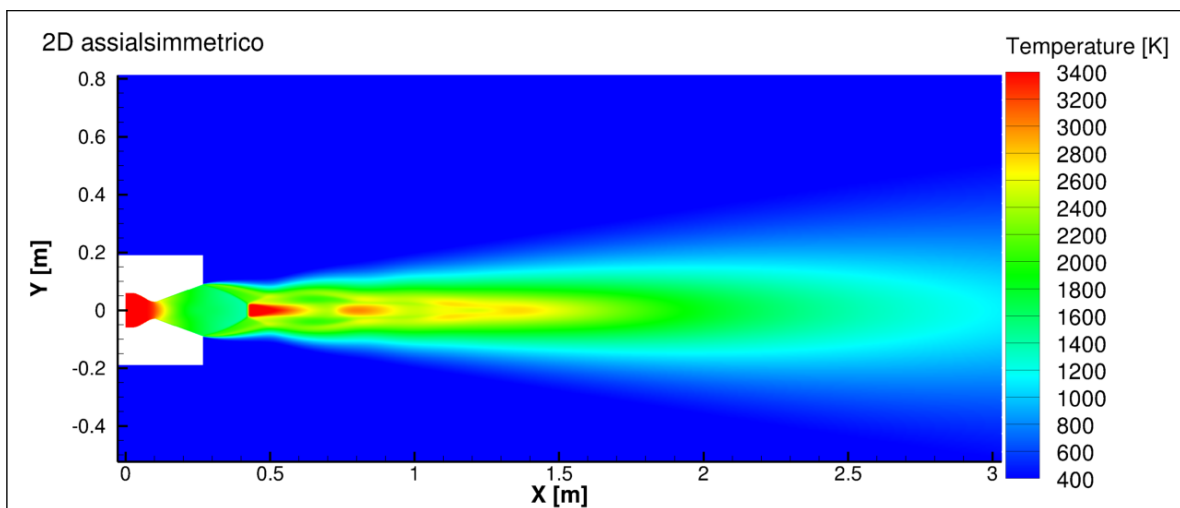


Figura 4.19: Static Temperature Contour - simulazione 2D assialsimmetrica (dominio specchiato rispetto all'asse x)

Le figure 4.18 e 4.19 mostrano il campo di temperatura ottenuto, rispettivamente, dalle simulazioni tridimensionale e bidimensionale assialsimmetrica.

Nel caso tridimensionale, il campo di temperatura appare relativamente uniforme lungo l'asse del getto, con gradienti moderati e transizioni graduali tra le zone più calde e più fredde. Le variazioni di temperatura lungo il getto sono diffuse, senza regioni a forte contrasto termico chiaramente riconoscibili.

Nel caso 2D assialsimmetrico, al contrario, le regioni ad alta e bassa temperatura risultano nettamente definite, con gradienti più accentuati e netti rispetto al campo 3D. In particolare, si osservano regioni molto calde, evidenziate in rosso, caratterizzate da livelli di temperatura elevati, assenti nella simulazione tridimensionale.

La scia si estende, inoltre, su una distanza maggiore rispetto al caso 3D e il campo di temperatura risulta complessivamente più strutturato.

## 5 Conclusioni

La presente tesi aveva come obiettivo principale l'analisi del campo fluidodinamico generato dal getto del dimostratore di motore a razzo a propellente liquido HPRB DEMO, sviluppato presso il CIRA nell'ambito del programma HYPROB.

Lo studio si è concentrato sull'interazione del getto con le strutture circostanti, in particolare le pareti della Test Cell, e sull'effetto del deflettore posizionato a 10 [m] dall'ingresso del dimostratore.

L'attenzione è stata rivolta alla propagazione del getto e alla possibile riflessione delle onde di pressione verso le strutture sensibili, al fine di valutare i rischi associati e la sicurezza della facility.

Per raggiungere questi obiettivi, sono state condotte simulazioni numeriche di fluidodinamica computazionale basate su un modello di turbolenza RANS, considerando due scenari operativi del dimostratore e analizzando i campi di velocità, pressione e temperatura, nonché le principali interazioni tra getto, deflettore e ambiente circostante.

Dall'analisi delle simulazioni numeriche è emerso che le diverse condizioni operative influenzano in modo significativo il comportamento del getto.

Nelle due condizioni sono state osservate differenze rilevanti nei campi di velocità, pressione e temperatura.

Per quanto riguarda la velocità, nella condizione operativa ( $NPR = 28$ ) la sovra-espansione del getto ha determinato la formazione di urti conici e del Disco di Mach vicino all'ugello, favorendo la comparsa di una bolla di ricircolo a valle. Nella condizione nominale ( $NPR = 54$ ), il disco di Mach risulta meno evidente, in quanto il punto triplo si colloca più in prossimità dell'asse del getto e risulta maggiormente traslato verso valle; in queste condizioni non si osserva la formazione della bolla di ricircolo e il flusso risulta più uniforme lungo l'asse, con valori complessivamente maggiori di velocità.

Per quanto riguarda la pressione, i risultati mostrano che, in entrambe le condizioni, il getto deviato dal deflettore non genera onde di pressione significative sulle pareti della Test Cell, che rimangono sostanzialmente alla pressione ambiente. Questo conferma che la facility può operare in condizioni di sicurezza, poiché i vetri non blindati attraversati dai fasci laser non subiscono variazioni rilevanti di pressione.

L'analisi lungo la superficie del deflettore evidenzia, inoltre, che nella condizione nominale ( $NPR = 54$ ) i livelli di pressione sono complessivamente più alti.

L'analisi termica conferma l'efficacia del deflettore nella deviazione del getto. In entrambe le condizioni, il pannello assorbe una parte significativa del calore del getto, limitando la propagazione termica e prevenendo potenziali danni alla vegetazione circostante.

Nella condizione operativa ( $NPR = 28$ ) il profilo termico lungo il deflettore risulta sostanzialmente uniforme, mentre nella condizione nominale ( $NPR = 54$ ) presenta variazioni più marcate con valori complessivamente più elevati, evidenziando un maggior carico termico pur garantendo una protezione efficace delle aree circostanti.

È stata, successivamente, valutata l'influenza dello schema di discretizzazione spaziale sulle soluzioni numeriche: pur conservando le caratteristiche principali del campo fluidodinamico, lo schema Second Order Upwind consente una rappresentazione più precisa delle strutture del flusso e dei gradienti delle grandezze di interesse.

L'analisi di convergenza di griglia, inoltre, ha confermato la stabilità e l'indipendenza delle soluzioni dalla risoluzione della mesh, garantendo risultati affidabili e in grado di rappresentare fedelmente il comportamento reale del getto e del deflettore.

Infine, è stata eseguita una simulazione tridimensionale per il caso con  $NPR = 28$ , al fine di verificare le ipotesi alla base del modello bidimensionale assialsimmetrico utilizzato per l'analisi del getto.

Il confronto ha confermato che le principali caratteristiche del campo di moto e le interazioni con il deflettore e l'ambiente circostante sono riprodotte correttamente dal modello 2D assialsimmetrico.

Le differenze osservate nella struttura della scia e nei campi di pressione e temperatura tra le due simulazioni possono essere ricondotte principalmente alla discretizzazione spaziale: l'impiego di una mesh non strutturata nel caso 3D introduce una maggiore viscosità numerica, che tende a smorzare le discontinuità del campo di moto e ad attenuare l'intensità delle onde d'urto. Al contrario, tali differenze non sembrano essere significativamente influenzate dalle condizioni al contorno, in particolare dalla presenza del suolo, che si trova sufficientemente distante dall'angolo di apertura della scia da non interagire in modo apprezzabile con il getto. Gli effetti tridimensionali risultano, quindi, di entità limitata e non alterano significativamente le grandezze di interesse ai fini della presente analisi.

Il modello bidimensionale può, pertanto, essere considerato adeguato allo scopo, rappresentando una soluzione efficace sia in termini di accuratezza che di costo computazionale.

# Appendice A

## A.1 Ugelli per endoreattori termici

Negli endoreattori termici, la spinta viene prodotta convertendo in energia cinetica l'energia termica fornita al fluido propulsivo dalle reazioni di combustione interne o da riscaldamento esterno.

Il componente che consente l'espansione del fluido propulsivo e la trasformazione dell'energia termica in energia cinetica del getto è l'ugello [4].

### A.1.1 Prestazioni dell'ugello ideale

Per studiare le prestazioni degli endoreattori in relazione alle caratteristiche dell'ugello, si fa riferimento al modello di ugello ideale (o endoreattore ideale), ovvero a una configurazione che soddisfa le seguenti ipotesi semplificative:

- fluido omogeneo;
- equilibrio chimico in camera di combustione;
- gas perfetto con  $\gamma$  costante;
- fluido con composizione costante (frozen equilibrium);
- espansione adiabatica;
- si trascurano gli effetti di onde d'urto e altre discontinuità;
- si trascurano gli effetti dello strato limite;
- flusso unidimensionale in uscita;
- velocità in uscita assiale;
- flusso stazionario.

Sperimentalmente si osserva che le prestazioni calcolate dal modello si discostano dai valori realmente ottenuti con un errore dell'ordine del 5%.

Sotto tali ipotesi, dal primo principio della termodinamica si trova che:

$$Q + L_i = \Delta H \implies \Delta H = 0 \quad (1)$$

da cui risulta che è valida la conservazione dell'entalpia totale. Applicando l'equazione (1) tra l'ingresso dell'ugello, coincidente con l'uscita della camera di combustione, e l'uscita si ottiene che:

$$h_c = h_e + \frac{u_e^2}{2} \quad (2)$$

avendo supposto la velocità del flusso trascurabile nella sezione di ingresso dell'ugello. Ne consegue che, il valore costante dell'entalpia totale, e quindi della temperatura e della pressione totali, è ovunque pari a quello della sezione di ingresso, cioè ai valori statici presenti all'interno della camera di combustione.

Dalla relazione (2) si ricava la velocità di efflusso dei gas:

$$u_e = \sqrt{2(h_c - h_e)} = \sqrt{2(c_p T_c - c_p T_e)} = \sqrt{2c_p T_c \left(1 - \frac{T_e}{T_c}\right)} \quad (3)$$

Sostituendo la relazione dell'isoentropica:

$$\frac{T_e}{T_c} = \frac{1}{\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \quad (4)$$

nell'equazione (3), la velocità di efflusso dei gas può essere riscritta come:

$$u_e = \sqrt{2c_p T_c \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{\mathcal{R} T_c}{\mathcal{M}} \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)} \quad (5)$$

dove  $\beta$  è il rapporto di espansione,  $\mathcal{R}$  la costante universale dei gas,  $\mathcal{M}$  il peso molecolare medio della miscela e  $c_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}}$  il calore specifico a pressione costante.

Essendo il flusso stazionario e unidimensionale, dal principio di conservazione della massa si trova che la portata è costante, per cui si può scrivere che:

$$\dot{m}_t = \dot{m}_e \quad (6)$$

indicando con  $\dot{m}_t$  la portata attraverso la sezione di gola e con  $\dot{m}_e$  la portata nella sezione d'uscita.

Esprimendo le portate in funzione delle condizioni totali di camera ed assumendo di essere in condizione di saturazione ( $M_t = 1$ ), il bilancio di portata mette in relazione  $\frac{p_e}{p_c}$ ,  $\gamma$  e il rapporto di espansione  $\epsilon$ . Si trova, infatti, che:

$$\epsilon = \frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma}{\sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]}} \quad (7)$$

definendo il termine  $\Gamma = \sqrt{\gamma} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}$

## Coefficiente di spinta

Considerando il modello di endoreattore ideale, il coefficiente di spinta è definito come:

$$C_F = \frac{T}{p_c A_t} \quad (8)$$

Sostituendo nella definizione (8) le espressioni della spinta (1.1), della velocità di efflusso dei gas (5) e della portata nella sezione di gola, la relazione diventa:

$$C_F = \Gamma \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma-1} \left[ 1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} + \epsilon \left( \frac{p_e}{p_c} - \frac{p_0}{p_c} \right) \quad (9)$$

Il coefficiente di spinta, pertanto, è funzione di  $\epsilon$ ,  $\gamma$  e  $\frac{p_0}{p_c}$ , ma non dipende dal rapporto  $\frac{p_e}{p_c}$ , definito da  $\gamma$  e  $\epsilon$ .

### Effetto del rapporto di espansione sul coefficiente di spinta

Fissati  $\gamma$  e  $\frac{p_0}{p_c}$ , e dunque la composizione del propellente e la quota, si può diagrammare il coefficiente di spinta in funzione del rapporto di espansione  $\epsilon$ .

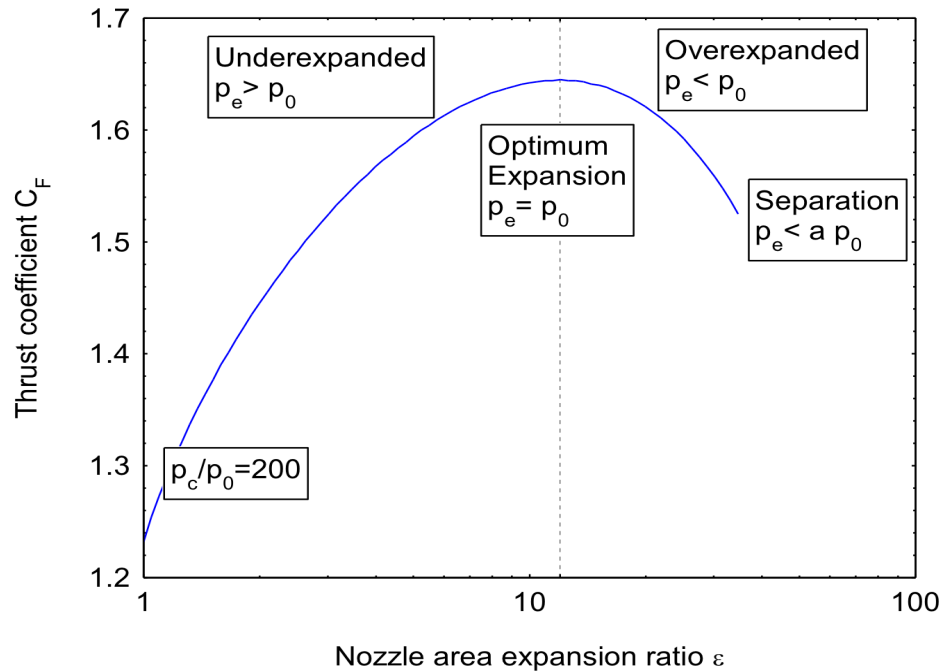


Figura 1: Effetto del rapporto di espansione sul coefficiente di spinta [5]

Il valore massimo è raggiunto in condizioni di adattamento, ovvero per quel rapporto di espansione tale da rendere la pressione di uscita coincidente con quella ambiente. Nella regione a sinistra del massimo la pressione di uscita risulta superiore a quella ambiente e il getto è definito *sottoespanso*; nella regione a destra, invece, la pressione di uscita è inferiore a quella ambiente e il getto è detto *sovraespanso*. Per tale condizione, esiste un valore limite del rapporto di espansione oltre il quale la sovraespansione è tale da determinare la separazione del flusso all'interno del divergente.

In un ugello sottoespanso, il fluido esce a una pressione superiore a quella esterna, poiché l'area di uscita è più piccola di quella ottimale. In queste condizioni, l'espansione all'interno del divergente non è completa e prosegue al di fuori dell'ugello. Sulla sezione d'uscita, si genera pertanto un fascio conico di espansione che si riflette sull'asse del getto provocando un'ulteriore espansione e un incremento di volume, con conseguente allargamento del confine esterno del getto (slip line curva).

In seguito alle due successive espansioni, la pressione scende al di sotto di quella esterna e la corrente deve comprimersi. La prima compressione avviene attraverso onde elementari riflesse sulla slip line che coalescono a formare un urto conico che, a sua volta, degenera in un Disco di Mach.

Dall'interazione tra il primo urto conico ed il Disco di Mach si origina un secondo urto conico, dando luogo a un punto triplo. A valle di quest'ultimo, la pressione supera quella ambiente; nasce, quindi, un nuovo fascio di espansione e si crea così una struttura a lobi di espansione

e compressione che si ripete lungo il getto.

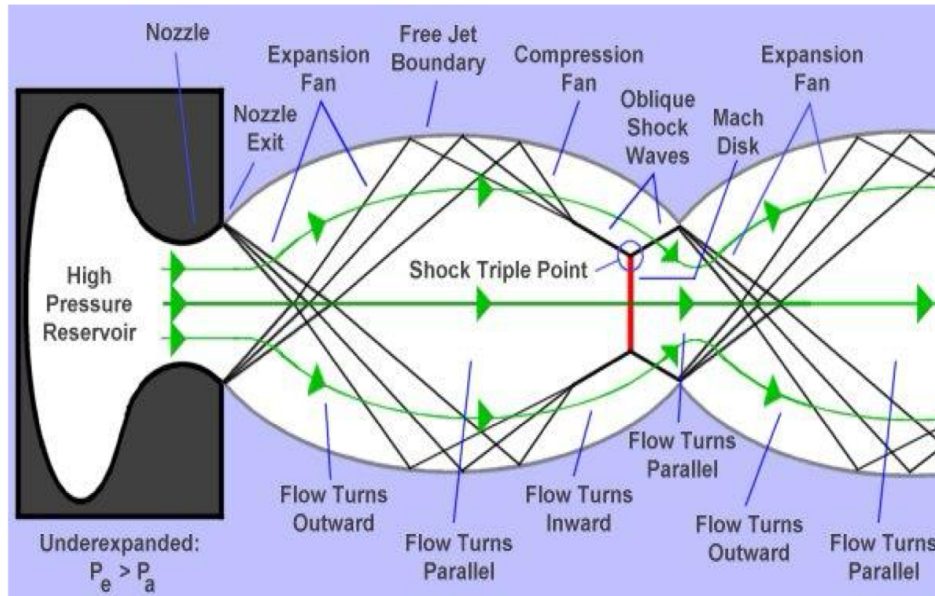


Figura 2: Getto sottoespanso [5]

In un ugello sovraespanso, il fluido esce a una pressione inferiore a quella esterna, poiché l'area di uscita è più grande di quella ottimale. A causa della sovra-espansione, sulla sezione di uscita si genera un urto conico che dà origine a un Disco di Mach. Nel punto di intersezione tra questi due urti si genera un ulteriore urto conico.

In seguito alle compressioni, la pressione del getto supera quella ambiente e si innesca un fascio di espansione che si riflette sull'asse e incide sul confine esterno del lobo. Le due espansioni determinano una marcata riduzione della pressione; le onde riflesse che si originano sulla slip line sono di compressione e coalescono a formare un urto conico. Questo degenera in un Disco di Mach e la sequenza di lobi di compressione e espansione si ripete lungo il getto.

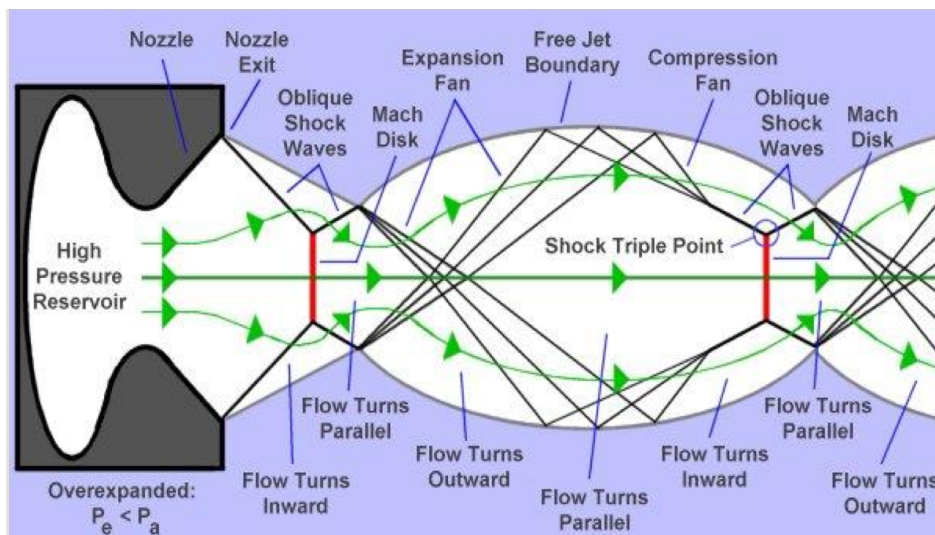


Figura 3: Getto sovraespanso [5]

### Effetto di $\frac{p_c}{p_0}$

Valutando l'effetto del rapporto  $\frac{p_c}{p_0}$  sul coefficiente di espansione  $\epsilon$ , come mostrato in figura 4 [6], si osserva che, all'aumentare di tale rapporto, i massimi si spostano verso valori maggiori di  $\epsilon$ , poiché a pressioni ambiente più basse il flusso deve espandere maggiormente per raggiungere la condizione di adattamento. Il massimo teorico si otterrebbe nel limite in cui il rapporto  $\frac{p_c}{p_0}$  tende all'infinito, cioè nel vuoto, qualora fosse possibile espandere completamente il flusso fino a  $p_e = 0$ , corrispondente a un rapporto di espansione non realizzabile nella pratica. Gli ugelli, solitamente, vengono progettati in modo da essere adattati a una certa quota.

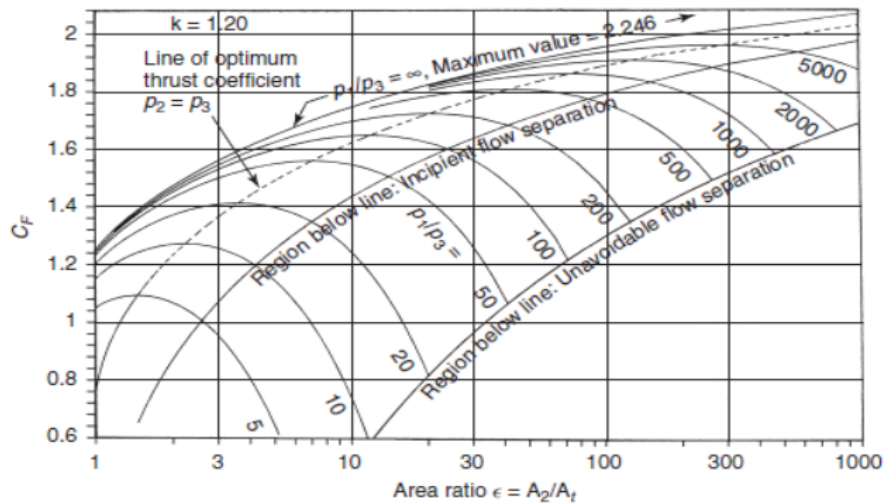


Figura 4: Effetto del rapporto di pressione su  $C_F$  al variare di  $\epsilon$  per  $\gamma = 1.2$  [6]

### Effetto di $\gamma$

Fissato  $\frac{p_c}{p_e}$ , si può diagrammare il coefficiente di spinta in funzione del rapporto dei calori specifici  $\gamma$  per il caso adattato.

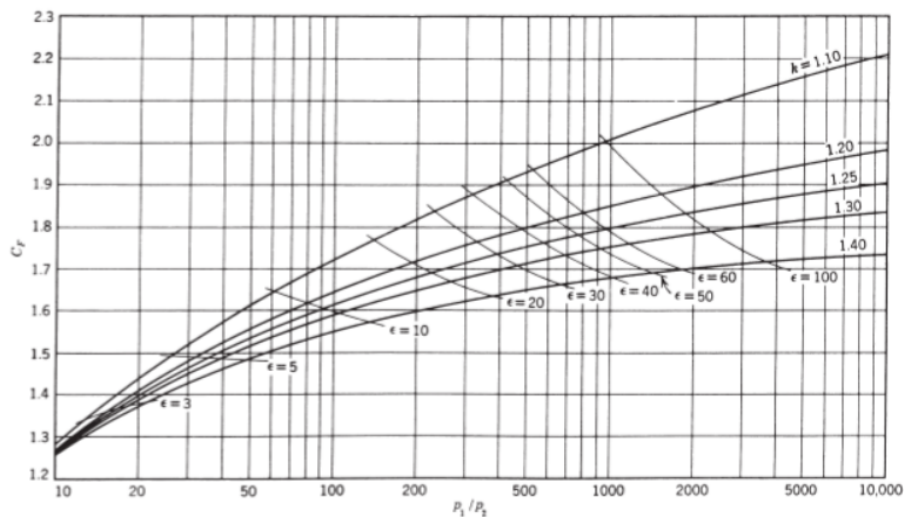


Figura 5:  $C_F$  in funzione del rapporto di pressione, del rapporto di espansione e del rapporto tra i calori specifici nella condizione adattata [6]

Dal grafico si osserva che  $C_F$  cresce al diminuire di  $\gamma$ . Tale comportamento si deve al fatto che al diminuire di  $\gamma$  crescono i gradi di libertà delle molecole e la velocità di efflusso dei gas è maggiore a parità di pressione. Inoltre, fissato  $\frac{p_c}{p_e}$ , il rapporto di espansione  $\epsilon$ , cresce al diminuire di  $\gamma$ .

### Effetto della quota

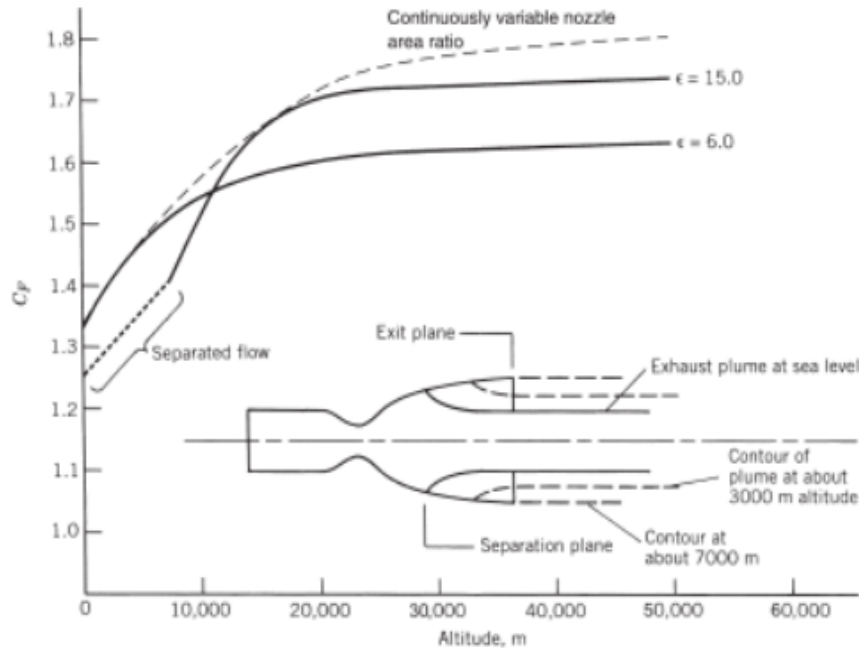


Figura 6: Effetto della quota sul coefficiente di spinta per due ugelli con diverso rapporto di espansione [6]

La figura 6 evidenzia l'effetto della quota sul coefficiente di spinta in funzione del rapporto di espansione. Un rapporto di pressioni più elevato risulta vantaggioso a quote maggiori, ma svantaggioso a quote basse, dove la sovraespansione iniziale può provocare la separazione del flusso.

### A.1.2 Geometrie

Supponendo che il flusso all'interno di un ugello sia unidimensionale e isentropico, la variabile geometrica di principale interesse è rappresentata dall'area della sezione trasversale. Tuttavia, nei flussi reali, l'ipotesi di unidimensionalità non è mai pienamente rispettata e la geometria delle pareti dell'ugello gioca un ruolo cruciale nella determinazione delle prestazioni.

La progettazione di un ugello reale richiede pertanto la definizione dell'intero profilo, tenendo conto delle variazioni di velocità e pressione sulle superfici perpendicolari alle linee di flusso, nonché degli effetti dovuti all'attrito, al trasferimento di calore, ai cambiamenti di composizione chimica e alla presenza di onde d'urto.

Nella sezione subsonica o convergente dell'ugello, caratterizzata da un gradiente di pressione favorevole, un contorno sufficientemente uniforme garantisce il corretto sviluppo del flusso subsonico, rendendo la precisione geometrica meno critica. Al contrario, il profilo della sezione

supersonica o divergente dell'ugello è particolarmente rilevante poiché, anche se si trascurano gli effetti dello strato limite, una forma inadeguata può causare la formazione di onde d'urto e una significativa perdita di prestazioni.

### A.1.3 Tipologie

Sono stati sviluppati e adottati diversi profili per la sezione divergente supersonica; di seguito verranno considerati esclusivamente quelli di maggiore rilevanza.

#### Ugello conico

La soluzione geometrica più semplice per la sezione divergente di un ugello è quella conica, poiché facilita la realizzazione e risulta particolarmente adatta quando l'obiettivo prioritario è garantire affidabilità e contenere i costi del progetto, piuttosto che massimizzare le prestazioni.

Una volta stabilito il rapporto delle aree e definita la sezione di gola, la geometria del divergente conico è determinata da un unico parametro: l'angolo di semiapertura  $\alpha$  del cono.

Nonostante la semplicità costruttiva, il flusso all'interno degli ugelli conici non risulta perfettamente assiale. Angoli di semiapertura elevati comportano perdite significative dovute al disallineamento del getto, mentre una riduzione di  $\alpha$ , volta a migliorare l'allineamento del flusso, richiederebbe ugelli più lunghi e pesanti per ottenere la stessa espansione. Per bilanciare questi effetti, minimizzando sia le perdite dovute alla divergenza sia l'ingombro e il peso dell'ugello, gli angoli di semiapertura sono limitati in un range compreso tra i  $12^\circ$  e i  $18^\circ$ , considerato un compromesso ottimale tra riduzione delle perdite e compattezza.

#### Ugelli a campana

Negli ugelli a campana, il profilo del divergente è progettato per ridurre le perdite di spinta dovute alla divergenza, tipiche degli ugelli conici, senza richiedere un incremento eccessivo della lunghezza dell'ugello. In tal modo si ottiene un flusso più assiale e prestazioni elevate, mantenendo contenuti il peso e l'ingombro del motore.

Negli ugelli a campana si ha una rapida espansione subito a valle della gola e poi una compressione che raddrizza il flusso. Se l'ugello è ben progettato, le onde di espansione incontrano in modo opportuno quelle di compressione attenuandole e riducendo gli urti all'interno dell'ugello stesso. Nell'ugello conico, invece, l'eventuale ri-compressione è tutta concentrata all'uscita. Si riesce in tal modo, a parità di lunghezza con l'ugello conico o anche a lunghezze inferiori, ad avere angoli di divergenza minori e prestazioni maggiori.

Per fissati lunghezza e rapporto di espansione geometrico, esiste una forma univocamente determinabile che massimizza il coefficiente di spinta  $C_F$  e l'ugello che l'adotta è noto come TOC (Thrust Optimized Contoured nozzle). Questa forma è, inoltre, ben approssimata da un profilo parabolico, alla base del TOP (Thrust Optimized Parabolic nozzle), una versione semplificata del TOC che mantiene prestazioni ottimali riducendo ulteriormente la complessità costruttiva.

## Ugelli non convenzionali

Lo sviluppo degli ugelli tradizionalmente impiegati, come quelli conici e a campana, ha consentito di ottenere livelli di prestazione molto elevati, vicini ai limiti strutturali e funzionali di queste soluzioni.

Di conseguenza, per ottenere ulteriori incrementi prestazionali diventa indispensabile analizzare e sviluppare configurazioni di ugelli non convenzionali.

Gli ugelli convenzionali presentano diverse limitazioni significative. Essi sono infatti progettati per operare in modo ottimale a un'unica quota di adattamento, con una conseguente riduzione delle prestazioni al variare dell'altitudine. Sebbene un parziale adattamento possa verificarsi in regime di sovraespansione, tale condizione può indurre la separazione del flusso, la cui marcata instabilità rende il funzionamento dell'ugello non accettabile nelle condizioni operative stazionarie.

A queste criticità si aggiunge il fatto che soltanto ugelli convenzionali di grandi dimensioni sono in grado di garantire gli elevati rapporti di espansione necessari per massimizzare l'impulso specifico nel vuoto.

Nel tentativo di superare tali limitazioni e per compensare la perdita di spinta associata alla sovraespansione, sono allo studio diverse soluzioni alternative, tra cui:

- ugelli con capacità di adattamento alla quota: ugelli a spina (troncata/aerospike) e ugelli a espansione-deflessione;
- ugelli con diverse modalità di funzionamento: ugelli a doppia campana e ugelli dual mode.

## Ugelli reali

Nella trattazione precedente l'analisi degli ugelli è stata condotta facendo riferimento a un modello ideale; negli endoreattori reali, tuttavia, entrano in gioco diversi fenomeni fisici che modificano il comportamento del flusso, determinando perdite e deviazioni rispetto alle condizioni ideali. In particolare, per la camera di combustione si considerano:

- perdite dovute al mixing;
- perdite dovute a combustione incompleta;

mentre, per gli ugelli, si considerano:

- perdite dovute alla cinetica chimica;
- perdite flusso multi-fase;
- perdite flusso diabatico;
- perdite per strato limite
- perdite per divergenza.

Pur essendo alcune perdite, come quelle per divergenza, riducibili in modo significativo, le perdite dovute alla cinetica chimica risultano inevitabili.

# Appendice B

## B.1 Equazioni dei fluidi e modelli di turbolenza

Lo studio del moto turbolento rappresenta una delle sfide fondamentali ancora aperte nel campo della fisica classica.

La turbolenza è uno stato di moto dei fluidi caratterizzato dalla presenza di fluttuazioni spaziali e temporali che rendono il moto non stazionario e tridimensionale, di vorticità, di alti livelli di dissipazione e diffusività ed elevata non linearità [7].

In qualsiasi flusso turbolento sono presenti perturbazioni nelle condizioni iniziali, nelle condizioni al contorno e nelle proprietà del materiale.

Per valori elevati del numero di Reynolds, tipici dei flussi turbolenti di interesse propulsivistico, l'evoluzione del campo di moto mostra un'elevata sensibilità a tali perturbazioni, rendendo lo stato del sistema non prevedibile se non attraverso una descrizione statistica.

Per consentire l'analisi e la previsione dei flussi turbolenti, si ricorre alla *Computational Fluid Dynamics (CFD)*, che permette di risolvere numericamente le equazioni di Navier-Stokes, un sistema di equazioni alle derivate parziali non lineari e fortemente accoppiate non risolvibile analiticamente nel caso di flussi turbolenti ad alto  $Re$  e geometrie complesse.

## B.2 Equazioni della meccanica dei fluidi

La formulazione delle equazioni fondamentali della fluidodinamica si basa sull'assunzione che l'evoluzione dinamica di un fluido è governata dalle leggi di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia [8].

### Conservazione della massa

Considerando la massa per unità di volume  $\rho$ , in assenza di sorgenti di massa volumiche e superficiali, l'equazione di conservazione della massa in forma differenziale o equazione di continuità può essere scritta come:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \bar{V}) = 0 \quad (10)$$

dove  $\bar{V}$  rappresenta la velocità del fluido.

## Conservazione della quantità di moto

La conservazione della quantità di moto, basata sulla seconda legge di Newton, mette in relazione l'accelerazione della particella fluida con le forze di superficie e le forze di volume esercitate sul fluido. In forma differenziale può essere espressa come:

$$\frac{\partial(\rho\bar{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\bar{V} \bar{V}) = \nabla \cdot \bar{\sigma} + \rho\bar{f}_e \quad (11)$$

dove  $\bar{\sigma}$  è il tensore degli sforzi mentre  $\bar{f}_e$  rappresenta la forza per unità di massa esercitata sul fluido.

Il tensore degli sforzi  $\bar{\sigma}$  è costituito da due contributi: una componente di pressione isotropa ed un tensore degli stress viscosi:

$$\bar{\sigma} = -p\bar{I} + \bar{\tau} \quad (12)$$

indicando con  $\bar{I}$  il tensore identità.

## Conservazione dell'energia

La derivazione dell'equazione dell'energia si basa sull'applicazione del *Primo Principio della Termodinamica*, secondo cui la variazione di energia interna è pari alla differenza tra il calore assorbito e il lavoro compiuto da un sistema chiuso durante una trasformazione.

Indicando con  $E$  l'energia totale per unità di massa, la forma differenziale conservativa o di divergenza dell'equazione dell'energia è:

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \bar{V}) = \nabla \cdot (\bar{\sigma} \bar{V}) + \rho\bar{f}_e \cdot \bar{V} - \nabla \cdot \bar{q}_t \quad (13)$$

dove  $\bar{q}_t$  rappresenta il flusso termico vettoriale.

## Equazioni di Navier-Stokes

Il sistema di equazioni (10), (11), (13) contiene come incognite, oltre alle variabili  $\rho$ ,  $\bar{V}$ ,  $p$  ed  $E$ , anche il tensore degli sforzi viscosi  $\bar{\tau}$  ed il flusso termico  $\bar{q}_t$ .

Per chiudere il sistema occorre introdurre le seguenti relazioni esplicite:

- $\bar{\tau}$  → considerando un fluido newtoniano, ossia un fluido che soddisfa una relazione lineare tra sforzi viscosi ed il gradiente delle velocità, ed assumendo l'ipotesi di *Stokes*, le componenti del tensore degli sforzi viscosi vengono calcolate secondo la relazione:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (14)$$

- $\bar{q}_t$  → il flusso di calore viene calcolato secondo la *legge di Fourier*:

$$\bar{q}_t = -k \nabla T \quad (15)$$

indicando con  $k$  la conducibilità termica

- equazione di stato dei gas perfetti:

$$p = \rho R T \quad (16)$$

- gas caloricamente perfetto:

$$e = c_v T \quad (17)$$

indicando con  $e$  l'energia interna per unità di massa e con  $c_v$  il calore specifico a volume costante

Introducendo tali relazioni costitutive nelle equazioni del moto (10), (11), (13), si ottengono le *equazioni di Navier-Stokes*.

### B.3 Simulazione dei flussi turbolenti

Le principali strategie numeriche usate per la simulazione dei flussi turbolenti sono:

- la *Direct Numerical Simulation (DNS)* [9];
- la *Large-Eddy Simulation (LES)* [10];
- i modelli basati sulle *Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)* [11].

La DNS consente di risolvere le equazioni di Navier-Stokes originali per determinare l'intero campo di moto. Poichè permette di risolvere tutte le scale spaziali e temporali, dalle più grandi scale della turbolenza dettate dalla dimensione dei corpi all'interno del dominio di calcolo alle più piccole dettate dalla scala di Kolmogorov, una DNS risulta computazionalmente molto onerosa, essendo il costo computazionale proporzionale a  $Re^3$ . Quest'approccio, nonostante consenta di descrivere accuratamente la fisica del problema, non è applicabile alla maggior parte dei problemi di interesse propulsivistico essendo i numeri di Reynolds molto elevati. La LES permette di risolvere le equazioni di Navier-Stokes filtrate in modo da descrivere soltanto le più grandi scale della turbolenza in cui è concentrata la maggior parte dell'energia; le scale più piccole vengono, invece, modellate tramite un modello di sotto-griglia [12]. L'approccio RANS prevede di risolvere le equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds per determinare il campo di moto medio; l'effetto delle fluttuazioni turbolente sul moto medio è rappresentato dagli stress di Reynolds, modellati attraverso un modello di viscosità turbolenta.

### B.4 RANS

L'approccio RANS è il più diffuso nelle applicazioni di interesse pratico poichè costituisce un ottimo compromesso tra accuratezza della descrizione del fenomeno e costo computazionale. Consente, infatti, di ottenere una rappresentazione efficace del comportamento medio del campo di moto senza risolvere tutte le scale della turbolenza, permettendo in tal modo di ridurre drasticamente il costo computazionale rispetto ad una DNS o una LES.

Per determinare il campo di moto medio, si applica alle equazioni di Navier-Stokes la *decomposizione di Reynolds*, che consiste nel suddividere le variabili del campo nella somma di una componente media e di una fluttuazione:

$$\psi(x, t) = \bar{\psi}(x, t) + \psi'(x, t) \quad (18)$$

Si introducono, poi, le variabili di campo così definite all'interno delle equazioni del moto che vengono, successivamente, mediate.

La scelta dell'operatore di media dipende dal caso di studio considerato [8]:

- **Problema statisticamente stazionario:** si osservano fluttuazioni nel tempo ma, considerando una finestra temporale di osservazione sufficientemente ampia, il valore medio non evolve nel tempo. In questo caso si utilizza la media temporale:

$$\bar{\psi}(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \psi(x, t') dt' \quad (19)$$

- **Problema con turbolenza omogenea nello spazio:** le proprietà medie non variano nello spazio; si applica quindi la media spaziale:

$$\bar{\psi}(t) = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \psi(x, t) d\Omega \quad (20)$$

- **Problema generico:** si utilizza la media d'insieme, svolta su più realizzazioni dello stesso evento:

$$\bar{\psi}(x, t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \psi_n(x, t) \quad (21)$$

Applicando la decomposizione di Reynolds alle equazioni di Navier-Stokes per un fluido incomprimibile ed effettuando la media d'insieme, si ottiene un nuovo sistema di equazioni che descrive l'evoluzione del campo medio:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (22)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \bar{u}_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (23)$$

Per i fluidi comprimibili, si usa la media alla Favre che tiene conto delle variazioni di densità pesando opportunamente le medie. In questo caso, le equazioni (22) e (23) prendono il nome di equazioni di Navier-Stokes mediate alla Favre (*Favre-Averaged Navier-Stokes, FANS*), in cui le velocità rappresentano valori medi pesati sulla massa.

Le RANS mantengono la stessa forma generale delle equazioni di Navier-Stokes, ma includono termini aggiuntivi che derivano dalla media delle quantità non lineari e rappresentano l'effetto delle fluttuazioni turbolente sul moto medio.

Tali termini costituiscono le componenti del *tensore degli stress di Reynolds*:

$$\tau_{ij}^R = -\overline{\rho u'_i u'_j} \quad (24)$$

Poiché introducono incognite aggiuntive, è necessario modellarli per chiudere il sistema delle equazioni mediate.

Una delle ipotesi più comuni per la chiusura è l'*ipotesi di Boussinesq*.

#### B.4.1 L'ipotesi di Boussinesq

Uno dei contributi più rilevanti alla modellazione della turbolenza è stato proposto nel 1877 da Boussinesq [13].

L'ipotesi di Boussinesq assume che lo sforzo di taglio turbolento sia linearmente proporzionale al tensore del tasso di deformazione medio, con un coefficiente di proporzionalità pari alla viscosità turbolenta.

L'ipotesi di Boussinesq per un flusso incomprimibile mediato alla Reynolds può essere scritta come:

$$\tau_{ij}^R = -\overline{\rho u'_i u'_j} = 2\mu_t \bar{S}_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (25)$$

dove:

- $\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i})$  rappresenta il tensore del tasso di deformazione mediato alla Reynolds;
- $\mu_t$  rappresenta la viscosità turbolenta, funzione delle caratteristiche locali del fluido e della sua storia;
- $k = \frac{1}{2}\overline{u'_i u'_j}$  rappresenta l'energia cinetica turbolenta;
- $\delta_{ij}$  rappresenta il Delta di Kronecker.

L'ipotesi di Boussinesq risulta molto efficace dal punto di vista ingegneristico perchè richiede la determinazione della sola viscosità turbolenta, che viene calcolata mediante modelli di turbolenza.

#### B.4.2 Modelli di turbolenza

I modelli di turbolenza possono essere classificati in base al numero di equazioni di trasporto aggiuntive che introducono per descrivere l'evoluzione delle grandezze turbolente in:

- **Modelli a zero equazioni:** non introducono equazioni aggiuntive e la turbolenza viene rappresentata usando formule empiriche basate su proprietà geometriche del flusso;
- **Modelli ad un'equazione di trasporto:** prevedono la risoluzione di un'unica equazione aggiuntiva per una grandezza turbolenta, generalmente l'energia cinetica turbolenta  $k$ , per calcolare la viscosità turbolenta;
- **Modelli a due equazioni di trasporto:** prevedono la risoluzione di due equazioni aggiuntive, tipicamente per l'energia cinetica turbolenta  $k$  e per una scala temporale  $\omega$  o dissipativa  $\epsilon$ , per calcolare la viscosità turbolenta;
- **RSM:** risolvono direttamente le equazioni di trasporto per ciascuna componente del tensore degli stress di Reynolds senza ricorrere all'ipotesi di Boussinesq.

#### B.4.3 Modello $k - \epsilon$ standard

Il modello  $k - \epsilon$  standard è il modello di turbolenza a due equazioni di trasporto più utilizzato. Si basa sulla soluzione delle equazioni per l'energia cinetica turbolenta  $k$  e per il suo rateo di dissipazione  $\epsilon$ .

Le equazioni di trasporto sono [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = P - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j}[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial x_j}] \quad (26)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \epsilon) = \frac{C_{\epsilon 1} P - C_{\epsilon 2} \rho \epsilon}{T} + \frac{\partial}{\partial x_j}[(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon}) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j}] \quad (27)$$

Il termine  $P$  rappresenta la produzione di energia cinetica turbolenta dovuta ai gradienti di velocità media:

$$P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (28)$$

dove:

$$\tau_{ij} = \mu_t [2(\frac{1}{2} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}] - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (29)$$

Il termine  $-\rho\epsilon$  tiene conto, invece, dell'effetto della dissipazione di energia cinetica turbolenta, trasferita su scale via via sempre più piccole fino a raggiungere la Scala di Kolmogorov.

La scala temporale è espressa come:

$$T = \frac{k}{\epsilon} \quad (30)$$

Integrando nello spazio e nel tempo le due equazioni di trasporto, si determinano i campi di  $k$  ed  $\epsilon$ , combinandoli tra loro, è possibile ottenere la viscosità turbolenta calcolata come:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\epsilon} \quad (31)$$

Inserendo la viscosità turbolenta così calcolata nella definizione degli stress secondo il modello di Boussinesq, è possibile determinare gli stress di Reynolds e chiudere il problema.

$C_\mu$	0.09
$C_{\epsilon 1}$	1.44
$C_{\epsilon 2}$	1.92
$\sigma_k$	1.00
$\sigma_\epsilon$	1.30

Tabella 1: Costanti del modello k- $\epsilon$  standard

Il modello  $k - \epsilon$  è robusto ed economico dal punto di vista computazionale, tuttavia risulta accurato solo per flussi interamente turbolenti e nell'ipotesi di viscosità molecolare trascurabile.

Nella regione vicino a parete richiede, infatti, l'introduzione di una funzione di smorzamento per evitare di sovrastimare i termini turbolenti ed adattare il comportamento del modello in regioni a basso numero di Reynolds o l'implementazione delle wall functions.

#### B.4.4 Modello $k - \omega$ standard

Il modello  $k - \omega$  standard è un modello empirico basato sulla soluzione delle equazioni di trasporto dell'energia cinetica turbolenta  $k$  ed il suo rateo di dissipazione specifico  $\omega$ , calcolato come  $\omega = \frac{\epsilon}{k}$ .

Le equazioni di trasporto [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = P - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j}[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}] \quad (32)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega) = \frac{\gamma}{\nu_t} P - \beta \rho \omega^2 k + \frac{\partial}{\partial x_j}[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_\omega 2}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (33)$$

Il termine di produzione di energia cinetica turbolenta  $P$  viene calcolato come nel modello  $k - \epsilon$  standard, mentre la viscosità turbolenta si determina come:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (34)$$

Ciascuna costante viene ottenuta attraverso l'interpolazione di una costante interna ( $\phi_1$ ) ed una esterna ( $\phi_2$ ), attraverso la funzione:

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (35)$$

dove:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (36)$$

$$\arg_1 = \min[\max(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega d}, \frac{500\nu}{d^2\omega}), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}d^2}] \quad (37)$$

$$CD_{k\omega} = \max(2\rho\sigma_{\omega 2}\frac{1}{\omega}\frac{\partial k}{\partial x_j}\frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20}) \quad (38)$$

con densità  $\rho$ , viscosità cinematica turbolenta  $\nu_t$ , viscosità dinamica molecolare  $\mu$  e distanza da parete  $d$ .

Le costanti del modello vengono riportate nella seguente tabella:

$\sigma_{k1}$	0.5
$\sigma_{k2}$	1
$\sigma_{\omega 1}$	0.5
$\sigma_{\omega 2}$	0.856
$\beta^*$	0.09
$\gamma_1$	0.553
$\gamma_2$	0.44

Tabella 2: Costanti del modello  $k - \omega$  standard

Il modello  $k-\omega$  standard risulta estremamente sensibile alla condizione al contorno assegnata per  $\omega$ , ovvero la frequenza specifica di dissipazione turbolenta. La viscosità turbolenta  $\mu_t$  è infatti inversamente proporzionale a  $\omega$ , ma stimare correttamente quest'ultima risulta complesso, proprio in virtù della sua natura.

Poiché piccoli errori o valori non fisici nelle condizioni al contorno di  $\omega$  tendono a propagarsi rapidamente all'interno del dominio computazionale influenzando l'intero campo di flusso e compromettendo la stabilità e la convergenza della simulazione, una stima errata di  $\omega$ , sia per difetto che per eccesso, può portare a un'eccessiva dissipazione o sottostima della turbolenza, con conseguenze rilevanti sull'accuratezza del modello.

#### B.4.5 Modello Shear Stress Transport (*SST*) $k - \omega$

Uno dei modelli di turbolenza più diffusi è lo *Shear Stress Transport*  $k - \omega$  che combina i modelli  $k - \epsilon$  e  $k - \omega$ .

Sviluppato da Menter per coniugare la robustezza e l'accuratezza della soluzione ottenuta con il modello  $k - \omega$  nella regione vicina a parete e l'indipendenza della soluzione per il free-stream del modello  $k - \epsilon$  nella regione lontana da parete, il modello *SST* mantiene le equazioni del modello  $k - \omega$  invariate e riscrive l'equazione per  $\epsilon$  del modello  $k - \epsilon$  come se fosse un'equazione per  $\omega$ , sfruttando la relazione  $\epsilon = k\omega$ .

Menter introduce, inoltre, una funzione di blending che fa variare le costanti del modello da una versione all'altra a seconda della regione del dominio computazionale in cui ci si trova: vicino a parete la funzione di blending attiva le costanti del modello  $k - \omega$  molto accurato nella risoluzione a parete, mentre lontano da parete attiva il modello  $k - \epsilon$  riscritto per  $\omega$ , la cui soluzione è meno influenzata dalle condizioni al contorno per il free-stream.

Le due equazioni di trasporto del modello *SST*  $k - \omega$  sono [14]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = P - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j}[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j}] \quad (39)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega) = \frac{\gamma}{\nu_t} P - \beta \rho \omega^2 k + \frac{\partial}{\partial x_j}[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (40)$$

Il termine di produzione di energia cinetica turbolenta  $P$  viene calcolato come nel modello  $k - \epsilon$  standard mentre la viscosità turbolenta è definita come:

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (41)$$

Le costanti vengono determinate con le stesse equazioni del modello  $k - \omega$  standard a cui si aggiungono le seguenti espressioni:

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (42)$$

$$\arg_2 = \max\left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega}\right) \quad (43)$$

mentre  $\Omega$  rappresenta l'intensità della vorticità e viene calcolata come:

$$\sqrt{2W_{ij}W_{ij}} \quad W_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (44)$$

Le costanti del modello vengono riportate nella seguente tabella:

$\sigma_{k1}$	0.85
$\sigma_{k2}$	1
$\sigma_{\omega 1}$	0.5
$\sigma_{\omega 2}$	0.856
$\beta^*$	0.09
$\gamma_1$	0.553
$\gamma_2$	0.44
$a_1$	0.31

Tabella 3: Costanti del modello  $SST k - \omega$

Il modello  $SST$  risulta, quindi, quasi identico all'  $k - \omega$  standard ma differisce nella definizione della costante  $\sigma_{k1}$  e della viscosità turbolenta.

### Condizioni al contorno

Le condizioni al contorno per l'energia cinetica turbolenta  $k$  e per la dissipazione specifica  $\omega$  su una parete solida sono [14]:

$$k_{wall} = 0 \quad \omega_{wall} = 10 \frac{6\nu}{\beta_1 (\Delta d_1)^2} \quad (45)$$

dove  $d_1$  rappresenta la distanza della prima cella da parete.

Per il *far-field* si assume, invece, che [14]:

$$\frac{U_\infty}{L} < \omega_{farfield} < 10 \frac{U_\infty}{L} \quad \frac{10^{-5} U_\infty^2}{Re_L} < k_{farfield} < \frac{0.1 U_\infty^2}{Re_L} \quad (46)$$

dove  $U_\infty$  è la velocità del flusso indisturbato,  $L$  rappresenta la lunghezza del dominio computazionale e  $Re_L$  è il numero di  $Re$  calcolato con  $U_\infty$  e  $L$ .

# Elenco delle figure

1.1	Tipica configurazione di un endoreattore a propellente liquido (LRE) [6]	6
1.2	Tipica configurazione di un endoreattore a propellente solido (SRM) [6]	7
1.3	Tipica configurazione di un endoreattore a propellente ibrido (HRE) [6]	7
1.4	HYPROB DEMO e componenti principali [16]	10
1.5	Camera di combustione della prima unità del dimostratore HYPROB DEMO (DEMO-0A) [16]	11
1.6	Propulsion Test Facility (H-IMP) [17]	11
1.7	Dettaglio del deflettore	12
2.1	Geometria del dominio di calcolo	16
2.2	Mesh del dominio di calcolo	16
2.3	Dettaglio della mesh nella regione dell'ugello	17
2.4	Distribuzione della qualità degli elementi della mesh	17
2.5	Dominio di calcolo e condizioni al contorno	20
2.6	Zoom del dominio di calcolo e condizioni al contorno	20
3.1	Mach Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28	22
3.2	Mach Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54	22
3.3	Pressure Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28	23
3.4	Pressure Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54	23
3.5	Zoom sul deflettore - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28	24
3.6	Zoom sul deflettore - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54	24
3.7	Static pressure difference $p - p_{amb}$ along the deflector - First Order Upwind	24
3.8	Temperature Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28	25
3.9	Temperature Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54	25
3.10	Total Surface Heat Flux along the Deflector - First Order Upwind	26
3.11	Mach Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28	27
3.12	Mach Contour - Second Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28	27
3.13	Mach Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54	27
3.14	Mach Contour - Second Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54	28
3.15	Pressure Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28	28
3.16	Pressure Contour - Second Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 28	29
3.17	Pressure Contour - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54	29
3.18	Pressure Contour - Second Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54	30
3.19	Zoom del Pressure Contour in prossimità del Disco di Mach - First Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54	30
3.20	Zoom del Pressure Contour in prossimità del Disco di Mach - Second Order Upwind - Nozzle Pressure Ratio NPR = 54	30
3.21	Static pressure difference $p - p_{amb}$ along the Deflector - First Order Upwind vs Second Order Upwind	31

3.22	Total Surface Heat Flux along the Deflector - First Order Upwind vs Second Order Upwind . . . . .	32
3.23	Static pressure difference $p - p_{amb}$ along the Deflector - Fine vs Coarse Mesh . . . . .	33
3.24	Total Surface Heat Flux along the Deflector - Fine vs Coarse Mesh . . . . .	33
4.1	Geometria del dominio di calcolo . . . . .	36
4.2	Mesh non strutturata del dominio 3D . . . . .	37
4.3	Dettaglio dell'ugello e della griglia computazionale . . . . .	37
4.4	Dettaglio delle regioni a maggiore mesh density in prossimità dell'uscita dell'ugello . . . . .	37
4.5	Mach Contour - vista nel piano xy . . . . .	39
4.6	Static Pressure Contour - vista nel piano xy . . . . .	39
4.7	Static Pressure Contour - vista 3D . . . . .	40
4.8	Static Temperature Contour - vista nel piano xy . . . . .	40
4.9	Static Temperature Contour - Zoom sul deflettore - vista nel piano xy . . . . .	41
4.10	Static Temperature Contour - vista 3D . . . . .	41
4.11	Mach Contour - simulazione 3D . . . . .	42
4.12	Mach Contour - simulazione 2D assialsimmetrica (dominio specchiato rispetto all'asse x) . . . . .	42
4.13	Mach Contour con sovrapposta la mesh di calcolo - simulazione 2D assialsimmetrica . . . . .	43
4.14	Mach Contour con sovrapposta la mesh di calcolo - simulazione 3D . . . . .	43
4.15	Static Pressure Contour - simulazione 3D . . . . .	44
4.16	Static Pressure Contour - simulazione 2D assialsimmetrica (dominio specchiato rispetto all'asse x) . . . . .	44
4.17	Distribuzione della pressione statica lungo l'asse del getto . . . . .	45
4.18	Static Temperature Contour - simulazione 3D . . . . .	46
4.19	Static Temperature Contour - simulazione 2D assialsimmetrica (dominio specchiato rispetto all'asse x) . . . . .	46
1	Effetto del rapporto di espansione sul coefficiente di spinta [5] . . . . .	51
2	Getto sottoespanso [5] . . . . .	52
3	Getto sovraespanso [5] . . . . .	52
4	Effetto del rapporto di pressione su $C_F$ al variare di $\epsilon$ per $\gamma = 1.2$ [6] . . . . .	53
5	$C_F$ in funzione del rapporto di pressione, del rapporto di espansione e del rapporto tra i calori specifici nella condizione adattata [6] . . . . .	53
6	Effetto della quota sul coefficiente di spinta per due ugelli con diverso rapporto di espansione [6] . . . . .	54

# Bibliografia

- [1] Turner, Martin J.L. *Rocket and spacecraft propulsion: principles, practice and new developments*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [2] Hill, Philip G. (Philip Graham), 1932, 2nd ed. *Mechanics and thermodynamics of propulsion* / Philip G. Hill, Carl R. Peterson.
- [3] Cornelisse, J.W., Schöyer, H.F.R., and Wakker, K.F., *Rocket propulsion and Spaceflight Dynamics*, Pitman, London, 1979.
- [4] M. Di Giacinto. *Dispense del corso di Endoreattori*. Università di Roma "La Sapienza", Roma.
- [5] *Materiale didattico del corso di Motori per Aeromobili*, Prof. D. Pastrone, Politecnico di Torino, corso di laurea Magistrale in Endoreattori, A.A. 2022-2023
- [6] Sutton, G.P., Biblarz, O., 2016. *Rocket Propulsion Elements*, 9th ed. Hoboken, NJ: Wiley.
- [7] Arina, Renzo, 2015. *Fondamenti di aerodinamica*. Levrotto & Bella.
- [8] Blazek J., 2005, 2nd ed. *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*, Elsevier.
- [9] Moin, P., Mahesh, K., 1998. *Direct numerical simulation: a tool in turbulence research*. Annual review of fluid mechanics, 30(1), 539-578.
- [10] Sagaut, P., 2006. *Large eddy simulation for incompressible flows: an introduction*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- [11] Reynolds, O, 1895. IV. *On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion*. Philosophical transactions of the royal society of London.(a.), (186), 123-164.
- [12] Pope, S.B, 2000. *Turbulent Flows*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [13] J.O.Hinze, 1975. *Turbulence*. McGraw-Hill Publishing Co., New York.
- [14] <https://turbmodels.larc.nasa.gov>
- [15] Battista F., Ricci D., Natale P., Cardillo D., Fragiaco M., Ferraiuolo M., Borrelli R., Salvatore, V. (2019, July). *The HYPROB demonstrator line: status of the LOX/LCH<sub>4</sub> propulsion activities*. 8th European Conference for Aeronautics and Space Sciences, EUCASS2019-FP0621, Madrid, Spain.
- [16] Battista, F., Ricci, D., Fragiaco, M., Natale, P., Romano, A., Ferraiuolo, M..*Recent Research Activities on HYPROB OX/CH<sub>4</sub> DEMO Demonstrators Line*.

- [17] Federico De Filippisa, Fabio Leporanicoa, Manrico Fragiacomio, Sandro Lippiello, Francesco Cascone. *H-IMP: a new propulsion test facility for Lox/LCH<sub>4</sub> liquid rocket engines with advanced optics/laser diagnostics.*
- [18] ANSYS, Inc., *ANSYS Meshing User's Guide*, Release 13.0, November 2010.
- [19] G. P. McBride and S. Gordon, *NASA CEA: Chemical Equilibrium with Applications*, NASA Glenn Research Center, Cleveland, OH, USA.

# Ringraziamenti

Desidero esprimere la mia più sincera gratitudine al mio relatore, il Professor Emanuele Martelli, per l'opportunità di svolgere questo lavoro di tesi e per l'attenzione e l'interesse dimostrati.

Un sentito ringraziamento va al mio tutor, l'ingegner Daniele Cardillo, per il supporto costante, la guida e i preziosi consigli che hanno accompagnato ogni fase di questa tesi. La sua disponibilità e il continuo confronto sono stati fondamentali per completare il progetto.

Ringrazio il dottor Francesco Battista per avermi consentito di svolgere il tirocinio presso il CIRA, e tutti i colleghi incontrati durante la mia esperienza, per la collaborazione e il contributo fornito.

Infine, desidero ringraziare la mia famiglia che ha reso possibile il raggiungimento di questo traguardo.

Un grazie speciale va a Mattia, da sempre la mia più grande ispirazione, che mi incoraggia a credere in me stessa e a seguire i miei sogni, senza dimenticare di fermarmi ad apprezzare quello che mi circonda.

Un ringraziamento affettuoso al mio papà, per non aver mai mancato un "in bocca al lupo" prima di ogni esame e per avermi sempre sostenuta lungo tutto il percorso.

Ed il grazie più grande alla mia mamma, per sempre e per tutto.