

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale  
in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

**Utilizzo di materiali auxetici per lo  
sviluppo di strutture dispiegabili  
per applicazioni spaziali**



**Relatori**

prof. Enrico Zappino  
prof. Alfonso Pagani

**Candidato**

Francesco Mariano  
s318756

Anno Accademico 2025-2026

# Abstract

Le moderne missioni spaziali devono confrontarsi continuamente con i limiti di volume imposti dai lanciatori. Per superare tali vincoli, l'impiego di strutture dispiegabili ha assunto un ruolo fondamentale, permettendo al payload di occupare un volume ridotto durante il lancio e di espandersi una volta raggiunta l'orbita operativa. Tuttavia, le soluzioni tradizionali basate su meccanismi rigidi o componenti deformabili presentano criticità legate alla complessità costruttiva, al peso elevato o al rischio di malfunzionamenti nel dispiegamento. In questo contesto, i materiali auxetici, caratterizzati da un coefficiente di Poisson negativo, sono proposti come soluzione a gran parte delle problematiche che accomunano le strutture dispiegabili attuali. Tali materiali permettono di avere ottime performance meccaniche unite a grandi capacità di estensione. Il presente studio si focalizza in particolare sui materiali auxetici bistabili, che possiedono due configurazioni di equilibrio stabile. Tale proprietà consente di mantenere una struttura dispiegabile ripiegata durante il lancio senza la necessità di sistemi di precarico o ancoraggi, riducendone significativamente la complessità. Il lavoro propone lo sviluppo di un modello di simulazione dinamica multicorpo mediante il software Adams, per analizzare il comportamento di celle auxetiche bistabili. Attraverso una modellizzazione parametrica, sono state simulate prove di trazione per valutare come le variazioni geometriche dei blocchi elementari influenzino le proprietà meccaniche del materiale. Le analisi effettuate forniscono indicazioni preziose per l'ottimizzazione di geometrie auxetiche, dimostrando come la calibrazione dei parametri geometrici permetta di controllare la forza necessaria alla transizione tra gli stati di equilibrio e la rigidità complessiva della struttura. Successivamente, i risultati ottenuti a livello di cella sono stati utilizzati per estendere l'analisi a superfici costituite da celle multiple. Il modello esteso ha permesso di studiare il comportamento collettivo delle celle auxetiche bistabili e di analizzare come la variazione dei parametri locali all'interno delle celle si rifletta sulle prestazioni globali di dispiegamento della struttura.

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Le strutture spaziali dispiegabili</b>	<b>3</b>
2.1	Classificazione . . . . .	4
2.1.1	Strutture dispiegabili rigide . . . . .	4
2.1.2	Strutture dispiegabili deformabili . . . . .	7
2.2	Effetti dell'ambiente spaziale sulle strutture . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Materiali con coefficiente di Poisson negativo</b>	<b>15</b>
3.1	I metamateriali . . . . .	15
3.2	Il coefficiente di Poisson . . . . .	16
3.2.1	Il coefficiente di Poisson nei materiali elastici isotropi e omogenei	17
3.3	I materiali auxetici . . . . .	19
3.4	Classificazione geometrica dei materiali auxetici . . . . .	19
3.4.1	Strutture rientranti . . . . .	20
3.4.2	Strutture chirali . . . . .	21
3.4.3	Strutture di corpi rigidi rotanti . . . . .	22
3.4.4	Strutture a origami . . . . .	23
3.5	Considerazioni sulla scelta della geometria . . . . .	24
3.6	Produzione dei materiali auxetici . . . . .	24
3.6.1	Produzione di schiume polimeriche . . . . .	25
3.6.2	Additive Manufacturing . . . . .	25
3.6.3	Manifattura sottrattiva . . . . .	26
3.7	Proprietà generali dei materiali auxetici . . . . .	26
3.8	Applicazioni dei materiali auxetici . . . . .	28

---

<b>4</b>	<b>Geometrie auxetiche multistabili</b>	<b>32</b>
4.1	Materiali multistabili . . . . .	32
4.2	Auxetici bistabili . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Sviluppo di modelli di cella auxetica bistabile in Adams</b>	<b>37</b>
5.1	Simulazione dinamica multicorpo . . . . .	37
5.1.1	Adams . . . . .	38
5.2	Introduzione allo sviluppo della cella . . . . .	39
5.3	Creazione della geometria dei blocchi elementari in Adams . . . . .	41
5.3.1	Definizione dei vincoli geometrici della cella . . . . .	44
5.4	Creazione delle cerniere . . . . .	44
5.5	Preparazione delle prove di trazione . . . . .	46
5.5.1	Creazione delle misure di interesse . . . . .	47
5.6	Validazione del modello con prova di trazione a controllo di carico . . . . .	48
5.7	Analisi delle performance delle celle al variare dei parametri geometrici	60
5.7.1	Variazione dell'angolo delle rette di taglio del blocco elementare	60
5.7.2	Variazione dello scostamento delle rette di taglio dai vertici . . . . .	66
5.7.3	Variazione della larghezza delle cerniere . . . . .	71
5.8	Confronto tra le celle e considerazioni ulteriori sui parametri geometrici	76
<b>6</b>	<b>Analisi di modelli di superfici bidimensionali</b>	<b>77</b>
6.1	Considerazioni preliminari sulla geometria . . . . .	77
6.2	Creazione della superficie . . . . .	78
6.3	Analisi del dispiegamento di una superficie con prova di trazione a controllo di spostamento . . . . .	79
6.3.1	Dispiegamento con una singola cella per zona . . . . .	80
6.3.2	Analisi del dispiegamento di superfici multicella con prova di trazione a controllo di carico . . . . .	85
6.4	Analisi del dispiegamento delle superfici con differenti combinazioni di parametri geometrici . . . . .	92
6.5	Conclusioni sulle superfici multicella . . . . .	98
<b>7</b>	<b>Analisi di modelli di superfici tridimensionali cilindriche</b>	<b>100</b>
7.1	Analisi del dispiegamento di un cilindro con celle quadrate . . . . .	101
7.1.1	Cilindro con celle quadrate identiche . . . . .	101
7.1.2	Cilindro con celle quadrate differenti . . . . .	104

---

7.2	Analisi del dispiegamento di un cilindro con celle a parallelogramma . .	107
7.2.1	Cilindro con celle a parallelogramma identiche . . . . .	107
7.2.2	Cilindro con celle a parallelogramma differenti . . . . .	110
7.3	Conclusioni sulle superfici tridimensionali . . . . .	113
<b>8</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>115</b>

# Elenco delle figure

2.1	Configurazione dispiegata del TTM durante la fase di test, da [10] . . .	5
2.2	Esempio di struttura pantografica, da [3] . . . . .	6
2.3	Robot realizzato con strutture tensegrity, da [14] . . . . .	6
2.4	Struttura <i>CoilABLE</i> , da [15] . . . . .	7
2.5	Schema dell' ADAM dispiegato durante la missione SRTM, da [16] . .	8
2.6	Struttura <i>TRAC-boom</i> , da [15] . . . . .	8
2.7	Schema del modulo <i>TransHab</i> da [20] . . . . .	10
2.8	Schema della magnetosfera terrestre, da <i>NASA, Public domain, via Wikimedia Commons</i> . . . . .	12
3.1	Comportamento di un materiale classico sottoposto a compressione (si- nistra) o trazione (destra) . . . . .	16
3.2	Schema di alcune strutture rientranti. Da sinistra a destra: punta di freccia, esagonale rientrante, stella a 4 punte. . . . .	20
3.3	Schema di una cella esagonale rientrante, da [27] . . . . .	20
3.4	Schema di deformazione di una struttura esagonale rientrante. . . . .	21
3.6	Struttura esachirale e meccanismo di deformazione, da [27] . . . . .	22
3.7	Struttura di quadrati rigidi rotanti, da [48] . . . . .	23
3.8	Curva forza-spostamento di un materiale auxetico sotto compressione, da [26] . . . . .	27
3.9	Confronto tra il comportamento di un materiale convenzionale e quello sinclastico di una struttura esagonale rientrante, da [54] . . . . .	28
3.10	Schema di uno stent realizzato con materiali auxetici, da [26] . . . . .	29
3.11	Esempio di calzatura realizzata con struttura auxetica, da [56] . . . . .	30
3.12	Schema di un'ala trasformabile in materiale auxetico, da [56] . . . . .	30

4.4	Schema di due delle geometrie sviluppate in [49], con la configurazione ripiegata e la configurazione estesa . . . . .	35
4.5	La configurazione modificata sviluppata in [61]. . . . .	35
4.6	La struttura sviluppata in [62], nelle configurazioni ripiegata ed estesa. . . . .	36
4.7	Il BAB sviluppato da [24] durante un esperimento . . . . .	36
5.1	Schema dei blocchi elementari . . . . .	39
5.2	I blocchi elementari creati in Adams. . . . .	42
5.3	Il modello di cella quadrata ottenuto in Adams . . . . .	43
5.4	Il modello di cella a parallelogramma ottenuto in Adams . . . . .	43
5.10	Spostamento totale della cerniera della cerniera per la cella quadrata . . . . .	53
5.11	Spostamento totale della cerniera per la cella a parallelogramma . . . . .	53
5.12	Energia di deformazione lungo l'asse X della cerniera per la cella quadrata . . . . .	54
5.13	Energia di deformazione lungo l'asse X della cerniera per la cella a parallelogramma . . . . .	55
5.14	Energia di deformazione lungo l'asse Y della cerniera per la cella quadrata . . . . .	55
5.15	Energia di deformazione lungo l'asse Y della cerniera per la cella a parallelogramma . . . . .	56
5.16	Energia di deformazione lungo l'asse di rotazione della cerniera per la cella quadrata . . . . .	56
5.17	Energia di deformazione lungo l'asse di rotazione della cerniera per la cella a parallelogramma . . . . .	57
5.20	Forza sulla cella quadrata al variare dell'angolo di taglio . . . . .	61
5.21	Coefficiente di Poisson della cella quadrata al variare dell'angolo di taglio . . . . .	62
5.22	Energia di deformazione nelle cerniere della cella quadrata al variare dell'angolo di taglio . . . . .	62
5.23	Rotazione delle cerniere della cella quadrata al variare dell'angolo di taglio . . . . .	63
5.24	Rapporto tra l'area della cella quadrata nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare dell'angolo di taglio . . . . .	63
5.25	Forza sulla cella a parallelogramma al variare dell'angolo di taglio . . . . .	64
5.26	Energia di deformazione nelle cerniere della cella a parallelogramma al variare dell'angolo di taglio . . . . .	65
5.27	Rapporto tra l'area della cella a parallelogramma nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare dell'angolo di taglio . . . . .	65
5.28	Coefficiente di Poisson della cella a parallelogramma al variare dell'angolo di taglio . . . . .	66

5.29	Forza sulla cella quadrata al variare dello scostamento . . . . .	67
5.30	Rotazione delle cerniere della cella quadrata al variare dello scostamento	68
5.31	Energia di deformazione nelle cerniere della cella quadrata al variare dello scostamento . . . . .	68
5.32	Rapporto tra l'area della cella quadrata nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare dello scostamento . . . . .	69
5.33	Forza sulla cella parallelogramma al variare dello scostamento . . . . .	69
5.34	Rotazione delle cerniere della cella a parallelogramma al variare dello scostamento . . . . .	70
5.35	Energia di deformazione nelle cerniere della cella a parallelogramma al variare dello scostamento . . . . .	70
5.36	Rapporto tra l'area della cella a parallelogramma nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare dello scostamento . . .	71
5.37	Forza sulla cella quadrata al variare della larghezza della cerniera . . .	72
5.38	Energia di deformazione nelle cerniere della cella quadrata al variare della larghezza della cerniera . . . . .	73
5.39	Rotazione delle cerniere della cella quadrata al variare della larghezza della cerniera . . . . .	73
5.40	Rapporto tra l'area della cella quadrata nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare della larghezza della cerniera . .	74
5.41	Forza sulla cella a parallelogramma al variare della larghezza della cerniera	74
5.42	Energia di deformazione nelle cerniere della cella a parallelogramma al variare della larghezza della cerniera . . . . .	75
5.43	Rapporto tra l'area della cella a parallelogramma nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare della larghezza della cerniera . . . . .	75
6.1	Schema della disposizione delle zone sulla superficie . . . . .	78
6.3	Dispiegamento della superficie quadrata a 9 celle (Fase 1) . . . . .	81
6.4	Dispiegamento della superficie quadrata a 9 celle (Fase 2) . . . . .	81
6.5	Superficie con 9 celle quadrate alla fine della prova . . . . .	81
6.6	Dispiegamento della superficie quadrata a 9 celle (Fase 1) . . . . .	82
6.7	Dispiegamento della superficie quadrata a 9 celle (Fase 2) . . . . .	82
6.8	Superficie con 9 celle a parallelogramma alla fine della prova . . . . .	83
6.9	Variazione dell'area di alcune zone della superficie durante il dispiega- mento (cella quadrata) . . . . .	83

6.10	Variazione dell'area di alcune zone della superficie durante il dispiegamento (cella a parallelogramma) . . . . .	84
6.11	Forza all'incastro durante il dispiegamento (cella quadrata) . . . . .	84
6.12	Forza all'incastro durante il dispiegamento (cella a parallelogramma) . . . . .	85
6.13	Superficie multicella quadrata a 36 celle . . . . .	86
6.14	Superficie multicella a parallelogramma a 36 celle . . . . .	86
6.15	Superficie quadrata - Dispiegamento (Fase 1) . . . . .	87
6.16	Superficie quadrata - Dispiegamento (Fase 2) . . . . .	87
6.17	Superficie multicella quadrata dispiegata . . . . .	87
6.18	Variazione del rapporto tra l'area e l'area iniziale per le 9 zone della superficie quadrata . . . . .	88
6.19	Rapporto d'espansione della superficie con celle quadrate . . . . .	89
6.20	Coefficiente di Poisson della superficie con celle quadrate . . . . .	89
6.21	Superficie a parallelogramma - Dispiegamento (Fase 1) . . . . .	90
6.22	Superficie a parallelogramma - Dispiegamento (Fase 2) . . . . .	90
6.23	Superficie multicella a parallelogramma dispiegata . . . . .	90
6.27	Superficie quadrata con celle differenti nella configurazione ripiegata . . . . .	93
6.28	Superficie quadrata con celle differenti durante il dispiegamento . . . . .	93
6.29	Superficie quadrata con celle differenti nella configurazione dispiegata . . . . .	94
6.34	Superficie a parallelogramma con celle differenti durante il dispiegamento . . . . .	97
7.1	Cilindro con celle quadrate nella configurazione chiusa . . . . .	101
7.2	Cilindro con celle quadrate nella configurazione estesa . . . . .	102
7.3	Vista laterale del cilindro con celle quadrate nella configurazione chiusa . . . . .	102
7.4	Vista laterale del cilindro con celle quadrate nella configurazione estesa . . . . .	102
7.5	Il cilindro a celle quadrate all'inizio della deformazione . . . . .	103
7.6	Espansione del raggio (approssimato) delle celle per zona . . . . .	103
7.7	Rapporto d'espansione volumetrico . . . . .	104
7.8	Cilindro con celle quadrate nella configurazione chiusa . . . . .	104
7.9	Cilindro con celle quadrate nella configurazione estesa . . . . .	105
7.13	Cilindro con celle a parallelogramma nella configurazione chiusa . . . . .	107
7.14	Cilindro con celle a parallelogramma all'inizio del dispiegamento . . . . .	108
7.15	Cilindro con celle a parallelogramma nel punto di massimo dispiegamento . . . . .	108
7.16	Cilindro con celle a parallelogramma nella configurazione estesa stabile . . . . .	109
7.17	Espansione del raggio (approssimato) delle celle per zona . . . . .	109
7.18	Rapporto d'espansione volumetrico . . . . .	110

7.19	Cilindro con celle a parallelogramma nella configurazione chiusa . . . .	110
7.20	Cilindro con celle a parallelogramma all'inizio del dispiegamento . . . .	111
7.21	Cilindro con celle a parallelogramma nel punto di massimo dispiegamento	111
7.22	Cilindro con celle a parallelogramma nella configurazione estesa stabile	112
7.23	Espansione del raggio (approssimato) delle celle per zona . . . . .	112
7.24	Rapporto d'espansione volumetrico . . . . .	113

# Introduzione

Le missioni spaziali moderne si trovano costantemente a fronteggiare le limitazioni imposte dai veicoli di lancio. Fattori come la complessità nel raggiungere l'orbita terrestre o le elevate richieste di  $\Delta V$  della missione rendono lo spazio all'interno del fairing di un lanciatore una risorsa preziosa. È quindi fondamentale ottimizzarne l'utilizzo, contenendo al contempo il peso del carico utile. Di conseguenza, i progettisti si trovano di fronte a una scelta: scendere a compromessi con gli obiettivi della missione o esplorare soluzioni ingegneristiche differenti.

Le strutture dispiegabili sono da decenni la risposta alle limitazioni in termini di ingombro nel campo spaziale. L'utilizzo di equipaggiamento dispiegabile, come antenne, specchi o pannelli solari, aggira il vincolo dimensionale durante il lancio richiudendo il componente e dispiegandolo in orbita. Tuttavia, questa soluzione richiede di dover progettare meccanismi complessi, pesanti o fragili, che risultano più esposti al rischio di malfunzionamenti o cedimenti e che potrebbero portare al fallimento dell'intera missione.

La ricerca scientifica si è perciò orientata verso materiali con migliori performance meccaniche e soluzioni alternative che potessero ridurre la necessità di meccanismi.

In questo contesto, i metamateriali, creati artificialmente per possedere specifiche proprietà meccaniche, rappresentano un'area di ricerca promettente per superare le sfide legate agli ingombri nel settore spaziale. In particolare, i metamateriali con un coefficiente di Poisson negativo, noti come auxetici, sono un campo di elevato interesse. Gli auxetici si allargano trasversalmente quando vengono sottoposti a trazione e si comprimono quando soggetti a compressione. La loro risposta meccanica è opposta al comportamento dei materiali di maggior utilizzo in campo aerospaziale, come l'acciaio e l'alluminio, ed è spesso collegata a superiori performance meccaniche. Nella

loro variante bistabile porterebbero l'ulteriore vantaggio di mantenere una condizione ripiegata durante il lancio senza l'utilizzo di un precarico o altri sistemi di ancoraggio.

Strutture realizzate in materiali auxetici appositamente ingegnerizzati avrebbero quindi il vantaggio di superare i vincoli dimensionali in fase di lancio senza richiedere compromessi sulle capacità strutturali.

In quest'ottica, nel presente studio verranno analizzate le principali tipologie di auxetici, per poi concentrarsi sulle geometrie bistabili. Sarà presentato un modello dinamico multicorpo di cella auxetica bistabile e simulato il suo dispiegamento attraverso l'utilizzo del software Adams. Verrà quindi analizzata l'influenza dei parametri geometrici sulle performance della cella attraverso analisi mirate. Una volta ottenuto un riferimento per celle isolate, lo studio verrà esteso a superfici composte da multiple celle affiancate, sia bidimensionali che tridimensionali. Per ognuna verrà creato un modello dinamico multicorpo e analizzato l'effetto che la combinazione di parametri differenti ha sul dispiegamento.

# Le strutture spaziali dispiegabili

L'ingombro del payload all'interno del lanciatore è uno dei principali fattori di preoccupazione durante lo sviluppo di una missione spaziale [1]. Satelliti e habitat di grandi dimensioni richiedono di utilizzare interamente lo spazio disponibile a bordo dei più grandi vettori. Strutture ancora più imponenti, come la Stazione Spaziale Internazionale (ISS<sup>1</sup>), devono invece essere progettate e lanciate in sezioni separate, da assemblare in orbita: una soluzione problematica, poiché complessa e costosa, che può richiedere diversi lanci solo per raggiungere il livello minimo di operabilità previsto dalla missione [1].

Le limitazioni dovute all'ingombro riguardano anche strutture di dimensioni più modeste, come i *CubeSat*. I CubeSat sono piccoli satelliti, composti da una o più unità standardizzate cubiche di 10 cm di lato [2]. Per le missioni che li impiegano, l'acquisto dell'intera capacità di carico di un lanciatore risulterebbe troppo oneroso. Conviene perciò condividere lo spazio disponibile a bordo con altre missioni di simili dimensioni. Per farlo, è necessario tuttavia rispettare gli stringenti vincoli dimensionali del dispenser che contiene i satelliti durante il lancio. Sottostare a queste limitazioni risulta talvolta in conflitto con le necessità del satellite, come ad esempio l' avere un pannello solare orientabile, capace di seguire la posizione del Sole e sfruttare al meglio i momenti di luce per caricare le batterie.

L'impiego di strutture dispiegabili, capaci di modificare la loro configurazione per adattarsi alle diverse richieste che sussistono tra la fase di lancio e la vita operativa in orbita, risulta quindi una necessità sentita in tutti i campi del settore spaziale.

A tali strutture viene richiesto di soddisfare vari requisiti, che includono:

---

<sup>1</sup>International Space Station, <https://www.nasa.gov/international-space-station>

- essere in grado di cambiare configurazione in maniera affidabile con il minor rischio di malfunzionamento possibile [3];
- nella configurazione richiusa, occupare il minor spazio possibile e sopportare i carichi dovuti al lancio [4];
- sopportare, una volta terminato il dispiegamento, le condizioni dell'ambiente spaziale per la vita operativa richiesta dalla missione.

## 2.1 Classificazione

In molte occasioni, lo sviluppo di strutture spaziali dispiegabili si è fermato a studi preliminari di meccanismi e concept di architetture. In altre, dopo aver eseguito esperimenti in orbita, non si è arrivati a un'applicazione reale. Per tanti altri casi, invece, l'utilizzo di configurazioni mobili è diventata la prassi: ne sono un esempio le antenne ripiegabili e i pannelli solari orientabili [4, 3]. In letteratura scientifica, i metodi di classificazione delle soluzioni ideate sono diversi: alcuni autori hanno optato per un'analisi più strutturata, proponendo una classificazione formale. Altri, invece, hanno scelto uno stile più descrittivo, limitandosi a elencare i tipi di strutture individuati [5]. Si trovano, perciò, categorizzazioni di strutture basate su parametri differenti, come la geometria, il meccanismo di dispiegamento, la funzione del componente di cui fanno parte o il materiale di cui sono composte.

Con un raggruppamento più generale possibile, si possono identificare due gruppi [6, 7], ovvero:

- strutture composte da corpi rigidi che traslano o ruotano da una configurazione richiusa a una estesa, attraverso l'utilizzo di meccanismi;
- strutture che invece si deformano per ottenere le configurazioni di lancio e operativa, usata in orbita.

### 2.1.1 Strutture dispiegabili rigide

Il concetto di base che accomuna questa tipologia di strutture è l'essere composte principalmente da elementi non deformabili. Tali componenti sono collegati tra di loro grazie a cerniere, guide o cavi, che ne permettono il movimento relativo. Sono poi fissati in una posizione con incastri, carichi o sfruttando il bilancio delle forze che agiscono sulla struttura stessa. Il dispiegamento, di solito, avviene attraverso motori, sistemi di rilascio a molla, o similari.

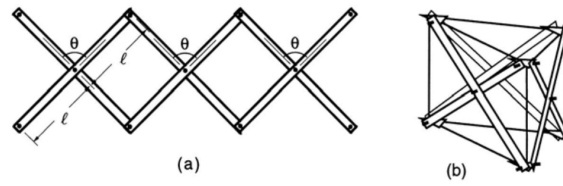
Il principale vantaggio di questa tipologia è che, usando componenti rigidi, offre un ottimo controllo sulla forma finale della struttura [4]. Tuttavia, i giunti che collegano le sezioni non deformabili sono un potenziale punto di rottura e fonte di inaccuratezze [3].

In questa categoria si trovano le strutture telescopiche. Sono composte da elementi tubolari coassiali di diametro differente [8]. I cilindri, nella configurazione ripiegata, sono contenuti ciascuno all'interno del tubo di diametro immediatamente maggiore. Il metodo di dispiegamento abituale prevede che un motorino li faccia scorrere l'uno fuori dall'altro, mettendo in rotazione una vite di manovra. Le strutture telescopiche sono generalmente resistenti e affidabili, ma piuttosto pesanti e voluminose [9]. Vengono scelte per la realizzazione di antenne o di braccia estendibili, come nel caso del *Telescopic Tubular Mast*(TTM) sviluppato da *Astro Aerospace*. La struttura (fig. 2.1) consisteva in 17 cilindri in composito, con un diametro massimo di 32 cm. Era capace di estendersi da circa 2 m a 34 [10].



**Figura 2.1:** Configurazione dispiegata del TTM durante la fase di test, da [10]

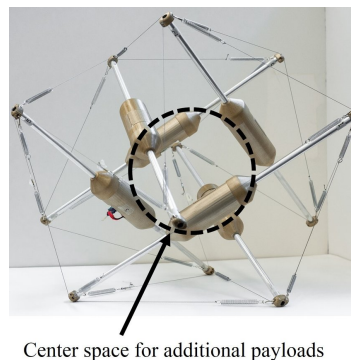
Una soluzione molto utilizzata è quella delle strutture pantografiche (o scissor-like). Consistono in assemblaggi di travi, collegate intersecandosi con cerniere, come delle forbici [7], da cui deriva il nome. In figura fig. 2.2, si può vedere come queste strutture siano unite con un angolo  $\theta$  tra di loro, che fa da unico parametro per identificare le configurazioni possibili: per il corretto assemblaggio di più sezioni, l'angolo deve essere sempre lo stesso e quindi l'intero pantografo funziona come un unico meccanismo, assicurando un dispiegamento sincrono della struttura [3].



**Figura 2.2:** Esempio di struttura pantografica, da [3]

I pantografi offrono una soluzione semplice, che richiede poco spazio, potendosi appiattare nella loro configurazione richiusa. Si possono ottenere strutture di tipo trave, ma anche assemblaggi più estesi, come strutture ad anello e cupole. Queste possono essere utilizzate per formare antenne [11] o come base su cui poggiare pannelli rigidi per realizzare specchi o altre superfici di grandi dimensioni.

Altro tipo di collegamento rigido sono le strutture *tensegrity*. Il nome deriva dalla fusione dei termini inglesi *tensile integrity* [4]. Sono composte da un insieme di componenti rigidi, come delle barre, e di flessibili, come dei cavi, il cui compito è sopportare solo i carichi di tensione [12, 13]. Con questo sistema è possibile creare strutture di varia lunghezza, anche di qualche decina di metri [9], o piccole sonde che sfruttano la loro leggerezza per muoversi, balzando sulla superficie di altri corpi celesti [14]. Presentano la maggior parte dei vantaggi richiesti per strutture dispiegabili: semplicità degli elementi che le compongono, leggerezza e, da richiuse, compattezza [4]. Il problema principale, che ne impatta l'applicazione nel campo spaziale, è la difficoltà nel bilanciare le forze all'interno della struttura, in modo che sia allo stesso tempo flessibile ma rigida [7].



**Figura 2.3:** Robot realizzato con strutture tensegrity, da [14]

## 2.1.2 Strutture dispiegabili deformabili

Al contrario dei collegamenti rigidi, sfruttano la deformazione elastica per modificare la loro configurazione. Prima del lancio, gli elementi vengono impacchettati applicando un precarico, che ne deforma la geometria in modo da rientrare nei volumi disponibili [8].

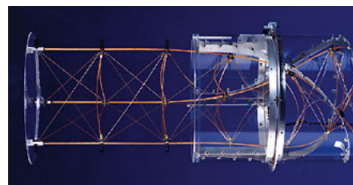
Il dispiegamento può essere:

- libero, rilasciando l'energia elastica accumulata durante l'impacchettamento;
- con cavi motorizzati che tirano la struttura;
- con un accoppiamento vite-madrevite

Il dispiegamento libero è il sistema più semplice, ma non è possibile controllarlo. L'utilizzo di cavi è invece limitato dalla necessità di dover far arrotolare il cavo in posizione. Il sistema vite-madrevite è il più robusto ma comporta un peso maggiore [8].

Esempio di strutture dispiegabili deformabili utilizzate in campo aerospaziale sono le *coilable mast*, travi avvolgibili. Come il nome lascia intendere, sono costituiti da longheroni che vengono fatti collassare su se stessi e arrotolati come una molla [9]. Il minimo numero di longheroni necessari per ottenere una struttura trave è tre, per formare un'area chiusa triangolare, collegando i longheroni tra di loro con cavi pre-tensionati [3]. I cavi di collegamento dividono la trave in sezioni, la cui altezza dipende da considerazioni geometriche ed elastiche: il meccanismo di avvolgimento infatti si basa sul collasso dovuto al buckling dei longheroni. È necessario che il carico critico locale della sezione sia più basso del carico critico globale, in modo che la trave si possa avvolgere senza che collassi interamente come un'unica colonna [3]. Il dispiegamento avviene invece rilasciando l'energia elastica immagazzinata durante l'impacchettamento.

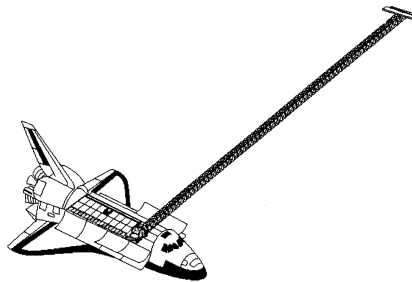
Nel caso della trave avvolgibile *CoilABLE*, la struttura è in fibra di carbonio e viene ripiegata in un contenitore, che può essere fissato alla base o alla punta della trave. Nel primo caso, ne verrà impedita la rotazione durante il dispiegamento, nel secondo invece è lasciata libera di ruotare [15].



**Figura 2.4:** Struttura *CoilABLE*, da [15]

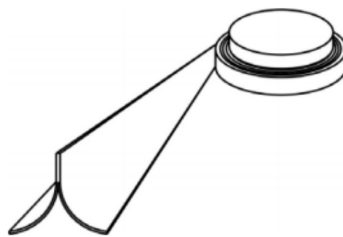
Una versione rettangolare, chiamata *Able Deployable Articulated Mast (ADAM)*, ha una rigidità maggiore, ma proprio per questo motivo risulta meno compatta e

con un peso superiore del *CoilABLE* [15]. Con questa soluzione si sono raggiunte però lunghezze considerevoli: una trave di 60 m è stata usata come supporto per l'antenna utilizzata durante la missione *Shuttle Radar Topography Mission (SRTM)*(fig. 2.5) nel 1999 [16].



**Figura 2.5:** Schema dell' ADAM dispiegato durante la missione SRTM, da [16]

Altre strutture sviluppate per sfruttare la deformazione elastica di metalli e materiali compositi sono gli *Storable Extendible Tubular Member (STEM)* e i *Triangular Rollable and Collapsible (TRAC)*. I primi sono impiegati sin dagli anni 60 [8, 15] e consistono in fogli di acciaio che fanno da parete a una struttura cilindrica. Il cilindro viene appiattito e arrotolato in un contenitore [3]. Oltre che come struttura a sé, possono trovare applicazione anche come sistema di rilascio di strutture telescopiche [15, 8, 10]. I *TRAC booms*, invece, sono strutture triangolari, composte da due fogli metallici o in composito attaccati, capaci di essere arrotolati. Hanno un elevato impacchettamento e sono di grande interesse nel campo dei piccoli satelliti [15].



**Figura 2.6:** Struttura *TRAC-boom*, da [15]

Strutture membranali, invece, mantengono la loro configurazione estesa solo se sottoposte a tensione. Diventando perciò altamente impacchettabili una volta rimosso il carico [3]. Queste strutture trovano utilità in svariate applicazioni, da coperture a pannelli riflettenti. In più, creando una membrana chiusa, possono fare da contenitore ermetico per un gas ed essere usate come strutture gonfiabili.

## Strutture gonfiabili

Le strutture gonfiabili sono composte da teli di tessuto ad alta resistenza e da un sistema di gonfiaggio che, una volta azionato, permette di pressurizzare la struttura con un gas (solitamente aria), rendendola rigida [1, 8, 17]. Vengono studiate e realizzate per creare aste, componenti o habitat [1].

Il maggiore vantaggio rispetto ad altre tipologie di strutture, che ha generato grande interesse, è il fatto che i teli siano facilmente ripiegabili e che siano per loro stessa natura molto più leggeri rispetto a una struttura rigida in metallo [8]. Inoltre, non richiedono un precarico per mantenere la loro configurazione ripiegata e usano semplici meccanismi di dispiegamento [17].

Purtroppo, i vantaggi sono controbilanciati da diversi svantaggi: è necessario sviluppare sistemi di impacchettamento efficienti, per non sprecare spazio a bordo del lanciatore, ma allo stesso tempo garantire un corretto dispiegamento. In più, bisogna garantire la rigidità della configurazione dispiegata, ma anche la difficoltà integrare sistemi e aperture necessarie all'utilizzo del gonfiabile in orbita [18]. Un altro rischio è costituito dai micrometeoroidi e dai detriti orbitali, che potrebbero forare la struttura, facendo uscire il gas pressurizzante e portando alla perdita di rigidità.

Quest'ultimo problema è risolvibile con uno strato di schiuma appositamente studiato [18] o sviluppando un meccanismo di rigidizzazione da attivare una volta dispiegata la struttura [17].

Le prime strutture gonfiabili spaziali furono i satelliti *Echo*, creati dalla NASA a metà del ventesimo secolo [1]. Si trattava di due palloni con una superficie metallizzata, che gli permetteva di riflettere microonde. Furono gonfiati in orbita grazie alla sublimazione di polveri contenuto al loro interno.

Il maggior interesse per le strutture gonfiabili è legato agli habitat extraterrestri. La NASA ha sviluppato vari design nel merito, tra cui il *TransHab* [19]. Consiste in un modulo cilindrico largo 8 metri e alto 12, con 3 livelli abitabili [20]. Il modulo ha due parti distinte: al suo centro, si trova una struttura metallica rigida, con ai capi da un lato il portellone di ingresso e dall'altro il sistema di gonfiaggio. La struttura è ottenuta con longheroni in composito ed è avvolta in un serbatoio d'acqua per schermarla dalle radiazioni. Attorno, si sviluppa la vera e propria struttura gonfiabile, ottenuta con un tessuto multi strato spesso 40 cm [19]. Il tessuto fa sia da isolante che da protezione per i micrometeoroidi. È ottenuto dalla sovrapposizione di strati in kevlar, nomex e nextel [20], con uno strato alluminizzato esterno per protezione dagli effetti dell'ossigeno atomico.

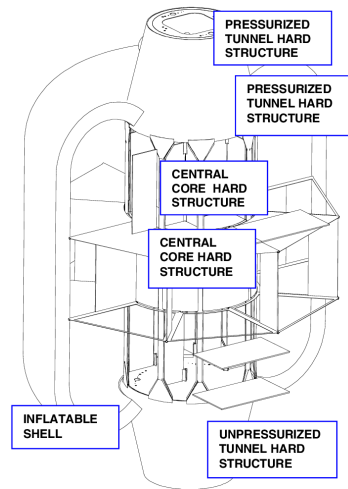


Figura 2.7: Schema del modulo *TransHab* da [20]

## 2.2 Effetti dell'ambiente spaziale sulle strutture

Nella progettazione di strutture spaziali, è necessario tener in conto delle particolari condizioni che caratterizzano l'ambiente in cui andranno a operare. Tali condizioni cambiano con l'aumentare della sua distanza dalla superficie terrestre. In linea di massima, si distinguono una zona di orbita bassa, LEO<sup>2</sup>), le orbite medie e le geostazionarie, lo spazio interplanetario e le condizioni nelle vicinanze o sulla superficie di altri corpi celesti, come Marte o Giove.

L'orbita bassa terrestre è la regione dello spazio più vicina alla superficie del pianeta Terra. Per questo motivo, sente ancora gli effetti degli strati più esterni dell'atmosfera. La maggior parte degli oggetti lanciati nell'ultimo secolo si trova proprio in questa fascia [21]: la ISS, ad esempio, orbita in media attorno ai 400 km dal suolo. Trovandosi così vicina alla superficie, questa zona è anche interamente coperta dagli effetti del campo magnetico del pianeta.

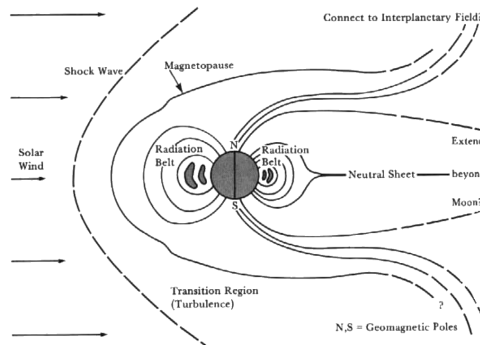
Allontanandosi, si trovano i satelliti GNSS e, più distanti, i geostazionari. L'influenza del campo magnetico terrestre scompare con l'aumentare della distanza dalla Terra, nello spazio interplanetario. Sulla superficie dei corpi celesti e nelle loro immediate vicinanze, bisogna invece tener conto della presenza o meno di atmosfera, come per la Luna o per Venere o di un campo magnetico del pianeta, come per Giove.

<sup>2</sup>Low Earth Orbit

## Vento solare, radiazioni e campi magnetici planetari

Il Sole, come ogni stella, rilascia enormi quantità di energia, particelle cariche, raggi ultravioletti e raggi x nello spazio circostante [22]. La sua attività non è costante nel tempo ma è in buona parte prevedibile, e segue un ciclo di circa 11 anni. Il materiale emesso dal Sole, noto come *vento solare*, si muove a milioni di chilometri orari e si disperde nello spazio, colpendo ogni oggetto sul suo cammino, inclusi pianeti e satelliti. La sua entità è direttamente collegata al ciclo solare: eventi come i brillamenti solari aumentano di molto i livelli di particelle espulse dalla stella [22]. Le radiazioni ultraviolette prodotte dal Sole sono uno dei punti cruciali per le strutture spaziali. Questo tipo di radiazione, tra i 100 e i 400 nm di lunghezza d'onda, è responsabile della degradazione dei materiali superficiali dei satelliti [22]. In più, collidendo con i gas negli strati superiori dell'atmosfera, li ionizzano. Gli atomi ionizzati interagiscono con le strutture in orbita bassa, generando cariche non desiderate o interferendo con la strumentazione di bordo. Oltre alle radiazioni e alle particelle cariche prodotte dal Sole, vanno considerate anche quelle dovute alle altre stelle della galassia, a cui ci si riferisce con il nome di *raggi cosmici*: consistono in un insieme di protoni, ioni di elio ed elettroni con un'ampia varietà di livelli energetici (da pochi MeV a centinaio di GeV) [22] che, proprio per questo, portano a ionizzazioni, degradazioni di materiali e rischi per la salute di un equipaggio umano all'interno di strutture abitabili. Provenendo dall'esterno del sistema solare, il loro effetto ha maggiore influenza nei momenti di minore attività della nostra stella, periodi in cui il vento solare ne contrasta di meno gli effetti [22].

La magnetosfera terrestre offre una certa protezione dagli effetti delle radiazioni e delle particelle cariche solari e galattiche. Creata dal campo magnetico del pianeta, è una regione dello spazio di forma affusolata, allungata nella direzione opposta alla posizione del Sole rispetto alla Terra: il vento solare infatti, colpendola, la deforma sensibilmente, prima di venir fermato. Si genera quindi una zona che si estende per parecchi raggi terrestri in cui l'impatto delle radiazioni e delle particelle cariche è generalmente ridotto.



**Figura 2.8:** Schema della magnetosfera terrestre, da *NASA, Public domain, via Wikimedia Commons*

La riduzione viene man mano a mancare più ci si allontana dal pianeta: i satelliti a orbite elevate rischiano quindi di essere per parte o per l'intero loro periodo orbitale esposti al vento solare [21]. In più, il campo magnetico terrestre fa sì che queste particelle sia spinte a concentrarsi in alcune regioni, chiamate fasce di Van Allen, che perciò risultano zone in cui invece la loro azione dannosa su strutture e astronauti è elevata.

Per quanto riguarda gli altri pianeti del sistema solare, non tutti possiedono un campo magnetico abbastanza forte da poter fermare il vento solare e avere una zona di concentrazione delle particelle cariche. Venere e Marte, ad esempio, non hanno una magnetosfera, anche se le interazioni con i raggi cosmici e la loro atmosfera crea zone con maggiore concentrazione di particelle cariche. Saturno, Urano e Nettuno possiedono una magnetosfera, ma intrappolano meno particelle di quella terrestre [22]. Giove invece ha una magnetosfera di dimensioni considerevoli. Le cinture di radiazioni hanno effetti decine di volte superiori a quelli terrestri [22], richiedendo misure specifiche per proteggere le strutture.

### Meteoroidi e detriti

I meteoroidi sono frammenti di comete e asteroidi che vagano nello spazio interplanetario [22]. La loro composizione è variabile: principalmente si parla di metalli, rocce o, nel caso di comete, ghiaccio. Trovandosi a orbitare il Sole, possono colpire le sonde o la superficie di un pianeta ad alta velocità, comportandosi come se fossero dei proiettili vaganti. I detriti spaziali sono invece dovuti all'attività umana: sono principalmente residui di lanci precedenti, come ultimi stadi di razzi, pezzi staccatisi in seguito a collisioni tra satelliti e altro materiale lasciato in orbita. Essendo anche loro in movimento a diversi chilometri al secondo, sono una fonte di grande preoccupazione. Soprattutto perché, essendo artificiali, si trovano nelle zone in cui sono stati lanciati più satelliti,

che sono le stesse più utilizzate per nuove missioni. Per entrambe le tipologie di oggetti spaziali, il rischio maggiore riguarda gli impatti ad alta velocità che portano alla foratura di un habitat e alla decompressione, compromettendo la sicurezza del personale a bordo. Anche per satelliti senza equipaggio, c'è sempre la possibilità che una collisione distrugga parte della strumentazione di bordo. In più, polveri e detriti di dimensione più fine, pur non essendo in grado di compromettere la struttura di un satellite, portano a erosione della superficie, con conseguente cambiamento delle sue proprietà termiche, ottiche ed elettriche [22]. Per le strutture gonfiabili, i micrometeoridi sono un problema ancora più sentito, visto che qualsiasi foratura comprometterebbe il mantenimento stesso della configurazione dispiegata, che dipende dal mantenere sotto pressione il gas al suo interno.

### **Effetti dell'atmosfera terrestre, extraterrestre e del vuoto**

Le orbite basse sono influenzate dalla presenza dei gas atmosferici che, seppur estremamente rarefatti, generano effetti non trascurabili sul satellite. I fenomeni principali includono resistenza aerodinamica, degradazione delle superfici e bagliori [22]. Per le strutture, il rischio principale è la degradazione dovuta alla presenza di ossigeno atomico. L'ossigeno atomico è creato dalla fotodissociazione delle molecole di ossigeno presenti nell'atmosfera dovuta alle radiazioni ultraviolette. Questi atomi impattano le superfici con energia sufficiente a rompere i loro legami chimici, causando l'ossidazione del materiale [21].

Sia in orbita che nello spazio interplanetario, poi, è necessario tener conto del vuoto nella progettazione. La mancanza di un'atmosfera esterna genera grosse differenze di pressione (specialmente in strutture gonfiabili), problemi nella dispersione del calore e fenomeni come l' *outgassing* e il *cold welding*. Con il primo termine ci si riferisce alla perdita di massa che un materiale subisce in condizioni di vuoto, dovuta al rilascio di molecole intrappolate nel reticolo cristallino dalla sua superficie [23]. Il secondo termine invece si riferisce a una adesione di due parti metalliche dovute al contatto in un ambiente di quasi vuoto, simile a quanto avviene per una saldatura. Ritrovandosi unite, le due parti impedirebbero a un meccanismo di muoversi come previsto, rappresentando una potenziale criticità per il corretto funzionamento delle strutture dispiegabili.

Gli effetti sulle strutture spaziali dati da atmosfere di pianeti differenti rispetto alla Terra dipendono dagli elementi che le costituiscono e dalla loro densità [22]. Per una corretta progettazione di un habitat o di una sonda, è quindi necessario adottare strategie specifiche, che variano caso per caso. Nel sistema solare, si va da atmosfere

rarefatte come quella di Marte (circa  $8 * 10^{-3}$  bar) a quella di Venere (circa 92 bar) e dei giganti gassosi come Giove.

### **Variazioni di temperatura**

L'orbita scelta influenzerà in modo differente il campo termico a cui sarà sottoposta la struttura di un satellite o di un habitat. Le fonti di calore di cui bisogna tener conto sono principalmente la radiazione solare diretta e riflessa dalla Terra e dalla Luna, la radiazione infrarossa dai corpi celesti e le fonti di calore presenti a bordo [21].

Durante il suo periodo orbitale un satellite potrebbe trovarsi in una alternanza continua di luce e di eclissi, in cui la vista diretta del Sole sarà bloccata dal pianeta o dalla Luna. Questo effetto è particolarmente rilevante in LEO, dove i periodi orbitali ridotti portano ad avere numerose volte al giorno questo passaggio: un satellite in orbita circolare a 600 km di quota, con un periodo orbitale di poco più di un'ora e mezza, si ritroverebbe ad avere il ciclo luce-eclissi 15 volte ogni giorno. Questa situazione porta a una variazione ciclica del campo di temperatura.

Le variazioni di temperatura non sono necessariamente uniformi su tutta la struttura. La missione di un satellite potrebbe prevedere di dover mantenere un assetto costante rispetto al suo obiettivo, esponendo sempre lo stesso lato alla luce. Similmente, zone più vicine a componenti attivi ne subiranno maggiormente gli effetti rispetto a strutture esterne lontane. Il risultato è il crearsi di gradienti termici che portano a deformazioni, vibrazioni e il rischio di un'impossibilità a svolgere correttamente il compito previsto [21].

Inoltre, nelle missioni con equipaggio, è necessario considerare che la struttura è una parte del meccanismo di termoregolazione e che quindi va progettata con il giusto livello di isolamento richiesto per la sopravvivenza degli astronauti.

# Materiali con coefficiente di Poisson negativo

## 3.1 I metamateriali

Un metamateriale è un materiale artificiale creato per presentare specifiche proprietà magnetiche, acustiche o meccaniche. Tali caratteristiche risultano determinate principalmente da una selezione accurata della geometria (micro- o macroscopica), in modo da ottenere qualità non riscontrabili in materiali già disponibili in natura [24]. Ciò le rende in larga parte indipendenti dal materiale di base utilizzato [25, 26]. L'ampia libertà di progettazione che ne deriva ha perciò generato un notevole interesse in molti settori dell'ingegneria, non ultimo quello spaziale.

I primi metamateriali sono stati studiati nel campo dell'elettromagnetismo [27, 28], ricercando materiali con indice di rifrazione negativo. Successivamente, la ricerca si è espansa ad altri settori come l'acustica, la termodinamica e la meccanica.

I metamateriali meccanici sono legati alla manipolazione delle quattro principali costanti elastiche, ovvero:

- il modulo di Young (o di rigidezza),  $E$ ;
- il modulo di rigidezza a taglio,  $G$ ;
- il modulo di compressibilità,  $K$ ;
- il coefficiente di Poisson,  $\nu$ .

Si identificano quindi varie classi di metamateriali meccanici [26, 25]:

- metamateriali legati al rapporto tra il modulo di Young e la densità del materiale  $\rho$ , che puntano a essere sia robusti che leggeri;
- metamateriali con rigidezza regolabile;

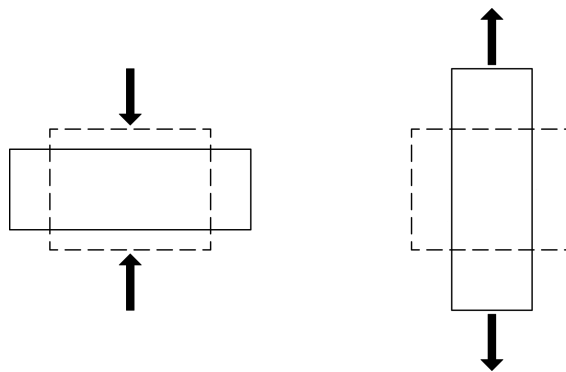
- metamateriali pentamodali, in cui la rigidezza a taglio è molto minore della compressibilità. Il nome deriva dal fatto che cinque dei sei autovalori della matrice di rigidezza sono molto piccoli, da cui deriva la scarsa resistenza a taglio. Questo implica che il materiale fluisce come un liquido, pur mantenendo una elevata resistenza alla compressione volumetrica, rappresentata dal sesto autovalore non nullo [28];
- materiali con compressibilità negativa;
- materiali con coefficiente di Poisson negativo;

Per questi ultimi l'interesse è aumentato negli ultimi decenni, grazie alla loro capacità di deformarsi in maniera differente rispetto alla stragrande maggioranza di materiali naturali.

## 3.2 Il coefficiente di Poisson

Il coefficiente di Poisson, convenzionalmente indicato con la lettera greca  $\nu$ , è un parametro elastico adimensionale di un materiale che ne descrive il suo comportamento quando soggetto a uno sforzo longitudinale. Viene definito come rapporto tra la sua deformazione trasversale e la deformazione lungo l'asse di carico.

La maggior parte dei materiali, quando sottoposta a trazione, si restringe trasversalmente. Viceversa, nel caso di un carico di compressione, si assiste a un allargamento della sezione trasversale.



**Figura 3.1:** Comportamento di un materiale classico sottoposto a compressione (sinistra) o trazione (destra)

Convenzionalmente, si usa considerare una deformazione come positiva se porta a un'espansione del materiale, mentre come negativa se risulta in una sua contrazione. Pertanto, per ottenere un valore positivo del coefficiente di Poisson nei materiali di comune impiego, la formula utilizzata per calcolarne il valore è:

$$\nu = -\frac{\epsilon_T}{\epsilon_L} \quad (3.1)$$

in cui  $\epsilon_T$  è la deformazione trasversale e  $\epsilon_L$  la deformazione nella direzione del carico.

Nei materiali isotropi, ovvero quei materiali le cui proprietà meccaniche non dipendono dalla direzione considerata, il valore del coefficiente di Poisson  $\nu$ , è univoco. A questa categoria appartengono materiali come l'alluminio, l'acciaio e il titanio. Al contrario, materiali ortotropi o anisotropi hanno, in generale, un valore del coefficiente di Poisson differente per ciascuna direzione considerata. Questo è il comportamento tipico dei materiali compositi e dei cristalli.

Materiale	$\nu$
Acciaio inossidabile 18/8	0.305
Alluminio 6061-T6	0.33
Polivinilcloruro (PVC)	0.38
Gomma naturale	0.4999

**Tabella 3.1:** Valori del coefficiente di Poisson per alcuni materiali [29]

### 3.2.1 Il coefficiente di Poisson nei materiali elastici isotropi e omogenei

Per garantire la stabilità termodinamica, un materiale elastico, isotropo e omogeneo ha un intervallo di valori ammissibili per il coefficiente di Poisson. Si può calcolare questo intervallo partendo dall'energia libera del corpo deformato:

$$W = \frac{1}{2}\lambda\epsilon_{ii}^2 + G\epsilon_{ik}^2 \quad (3.2)$$

in cui:

- $\lambda$  è il primo parametro di Lamé
- $G$  è il modulo elastico a taglio
- $\epsilon$  è il tensore delle deformazioni

Considerando il tensore delle deformazioni come la somma di una deformazione di taglio puro e di una compressione uniforme ([30]):

$$\epsilon_{ik} = (\epsilon_{ik} - \frac{1}{3}\delta_{ik}\epsilon_{nn}) + \frac{1}{3}\delta_{ik}\epsilon_{nn} \quad (3.3)$$

con

-  $\delta_{ik}$ , delta di Kronecker

Tenendo conto che il modulo di compressibilità  $K$  in funzione dei coefficienti di Lamé è:

$$K = \lambda + \frac{2}{3}G \quad (3.4)$$

si ottiene:

$$W = G(\epsilon_{ik} - \frac{1}{3}\delta_{ik}\epsilon_{nn})^2 + \frac{1}{2}K\epsilon_{nn}^2 \quad (3.5)$$

Per essere stabile, un materiale con superfici libere deve trovarsi a un minimo di energia in assenza di deformazioni, da cui si ricava che l'equazione (eq. (3.5)) è definita positiva. Come conseguenza, sia il modulo di compressibilità  $K$  che il modulo elastico a taglio  $G$  devono essere entrambi positivi [30, 31].

Per un materiale isotropo è possibile collegare l'espressione del coefficiente di Poisson (eq. (3.1)) ai moduli di compressibilità  $K$  e taglio  $G$  con la relazione:

$$\nu = \frac{1}{2} \frac{3K - 2G}{3K + G} \quad (3.6)$$

Perciò, siccome  $K$  e  $G$  sono sempre positivi, risulta che per un materiale elastico isotropo e omogeneo il valore del coefficiente di Poisson oscilla tra -1 (per  $K=0$ ) e 0.5 (per  $G=0$ ). [30, 31].

Questo risultato mostra come l'esistenza di materiali isotropi che hanno un coefficiente di Poisson negativo sia ammessa dalla teoria elastica.

Inoltre, sfruttando il modulo elastico  $E$  e l'equazione (eq. (3.6)) si possono ottenere due relazioni tra il coefficiente di Poisson e i moduli  $K$  e  $G$ :

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (3.7)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.8)$$

Dalle equazioni (eq. (3.6)), (eq. (3.7)), (eq. (3.8)) si deduce quindi che per un materiale isotropo omogeneo per avere  $\nu < 0$   $K$  deve essere molto minore di  $G$ .

Non esiste invece un intervallo limite al coefficiente di Poisson per materiali anisotropi [32, 33]. Per valori di anisotropia elevati, il range ammissibile infatti va da  $-\infty$  a  $+\infty$  [33].

### 3.3 I materiali auxetici

Gli auxetici sono un insieme materiali variegato accomunati dalla caratteristica di avere un coefficiente di Poisson negativo (NPR<sup>1</sup>). Il termine deriva dall'aggettivo greco *αὐξητικός* (accrescitivo). Il loro comportamento è opposto a quello che intuitivamente ci si aspetta da un materiale: sottoposti a compressione in una direzione, la loro sezione trasversale si riduce, mentre sottoposti a trazione si allarga. Tale risposta meccanica, come detto, non è in contrasto con la teoria elastica sia per i materiali isotropi sia per quelli anisotropi.

Materiali naturali con un tale comportamento sono molto rari, e perciò la loro effettiva esistenza è stata a lungo negata, almeno per quanto riguardava i materiali isotropi [34][30]. Tant'è che la nomenclatura stessa di *auxetici* è di recente coniazione<sup>2</sup>, essendo apparsa per la prima volta nella ricerca di Evans et al. nel 1991 [36]. Ciò nonostante, l'interesse per lo studio di materiali con NPR non è mancato.

Già dalla seconda metà del secolo scorso sono stati identificati numerosi esempi di comportamento auxetico in materiali naturali, come cristalli di Pirite [34], di Arsenico e di diossido di Silicio [37], nonché in materiali organici come la pelle di mucca [38] e di gatto [39]. Recentemente, poi, l'interesse si è diretto verso materiali artificiali appositamente ingegnerizzati per esibire comportamento auxetico. Appartengono a questo gruppo, ad esempio, le schiume di poliuretano sviluppate da Lakes [40].

In generale, il raggiungimento di una struttura auxetica viene ottenuto grazie a due fattori: un' accurata selezione delle geometrie e del meccanismo di deformazione interni al materiale. [37].

### 3.4 Classificazione geometrica dei materiali auxetici

Dato il ruolo fondamentale della geometria nell'insorgenza del comportamento auxetico, è opportuno identificare una classificazione delle varie tipologie strutturali. Nonostante in letteratura scientifica non esista una categorizzazione univoca, si possono raggruppare le geometrie in:

- strutture rientranti;
- strutture chirali;

---

<sup>1</sup>Negative Poisson Ratio

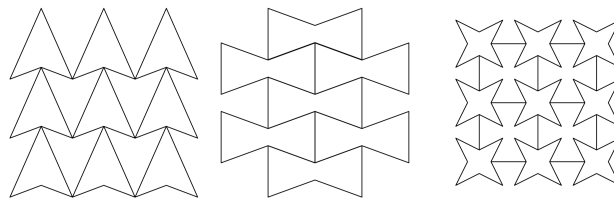
<sup>2</sup>Per confronto, il coefficiente di Poisson è stato definito nella prima metà del 19° secolo [35]

- strutture composte da unità rigide, che ruotano durante la deformazione;
- strutture ispirate alla tecnica giapponese dell'origami, basata sulle piegature.

Le varie tipologie sono accomunate dalla ripetizione di un'unità elementare su di una griglia bidimensionale o tridimensionale. Tale reticolo può avere delle geometrie interne anche complesse, sfruttate per influenzare le caratteristiche meccaniche finali del materiale.

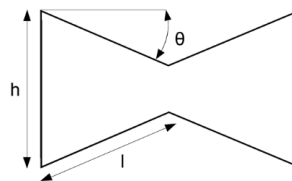
### 3.4.1 Strutture rientranti

Questa tipologia di struttura auxetica prevede celle poligonali caratterizzate da nervature concave, ripiegate verso l'interno della figura, da cui deriva il nome di *rientrante*. La cella elementare può essere di forma semplice, come un triangolo incavato (figura nota come *punta di freccia*) o più elaborata, come poligoni stellati a n-punte (fig. 3.2).



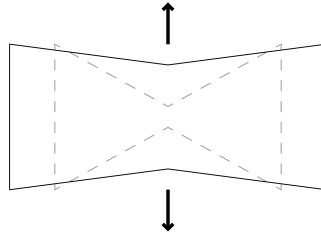
**Figura 3.2:** Schema di alcune strutture rientranti. Da sinistra a destra: punta di freccia, esagonale rientrante, stella a 4 punte.

La forma ad alveare esagonale rientrante è la più studiata [41]. In figura (fig. 3.3),  $\theta$  è l'angolo di rientranza e  $h$  e  $l$  rispettivamente le dimensioni delle nervature verticali e diagonali.



**Figura 3.3:** Schema di una cella esagonale rientrante, da [27]

Originariamente proposta da Gibson et al. nel 1982 [42], a differenza di una struttura esagonale classica (tipica di un alveare), risulta anisotropa, con valori del modulo di Young e di taglio maggiori [27]. Il comportamento auxetico è ottenuto grazie alla distorsione delle nervature diagonali sotto l'azione del carico [43], le quali si deformano orizzontalmente portano la struttura a espandersi trasversalmente [44].



**Figura 3.4:** Schema di deformazione di una struttura esagonale rientrante.

È stato osservato come l'angolo di rientranza influenzi la rigidità della cella e, conseguentemente, il valore del coefficiente di Poisson. Tenendo in considerazione anche il rapporto di lunghezza della cella  $h/l$ , ovvero il rapporto tra la dimensione dei suoi lati verticali e diagonali, la rigidità diminuisce aumentando l'angolo di rientranza  $\theta$ . Il coefficiente di Poisson raggiunge invece un punto di ottimo per valori di rapporto di lunghezza della cella di 0.5 [27]. Altro parametro che influenza valori dei moduli di  $E$ ,  $G$  e  $\nu$  è lo spessore delle nervature, con effetti differenti dovuti a una sua riduzione avvenuta sui lati orizzontali o diagonali della cella [43]: togliendo materiale dalle nervature verticali si riduce il modulo di Young e il coefficiente di Poisson trasversale, mentre una riduzione sulle diagonali aumenta solamente  $\nu$ .

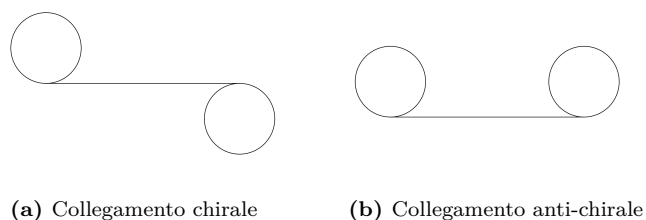
Ottenere forme tridimensionali dalle celle planari non è un'operazione semplice con la manifattura tradizionale. Si sfruttano pertanto tecniche di additive manufacturing per ottenere le complesse strutture richieste [27, 45].

### 3.4.2 Strutture chirali

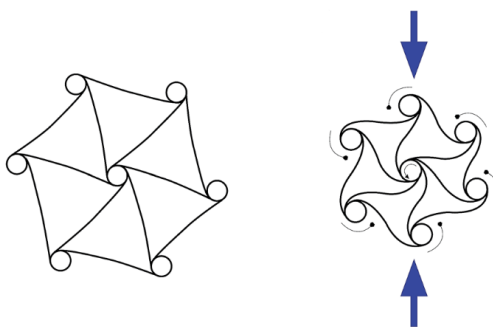
Una struttura chirale è composta da un nodo centrale cilindrico con uno o più legamenti collegati tangenzialmente [46, 27, 41]. Sotto l'effetto di un carico, il cilindro ruota e flette i legamenti [27]. I legamenti si arrotolano attorno al nodo se sottoposti a compressione e si dispiegano se sottoposti a trazione (fig. 3.6), dando alla struttura completa il comportamento auxetico [32]. A differenza delle celle rientranti, quindi, ottenere un coefficiente di Poisson negativo non dipende da alcun angolo strutturale [27].

I nodi possono essere collegati tra di loro in due maniere:

- posizionando i nodi su lati opposti del legamento, si ottiene strutture chirali propriamente dette (fig. 3.5a);
- posizionando i nodi dallo stesso lato del legamento, si ottiene strutture anti-chirali (fig. 3.5b).



Se si vuole rispettare il vincolo di simmetria rotazionale nella creazione delle celle, è possibile creare solo strutture tri, tetra o esachirali e tri e tetra anti-chirali [32, 47]. Invece, scegliendo di non rispettarlo o di rispettarlo solo in parte, si ottengono le cosiddette strutture meta-chirali [32]: strutture che hanno contemporaneamente sezioni chirali e sezioni anti-chirali.



**Figura 3.6:** Struttura esachirale e meccanismo di deformazione, da [27]

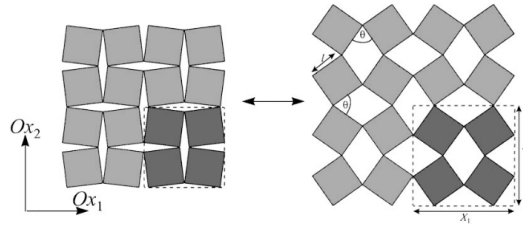
Esperimenti su strutture chirali hanno mostrato come il loro coefficiente di Poisson risulti pressoché costante anche per grandi deformazioni [27]. Il modulo elastico invece dipende dal numero di legamenti attaccati al cilindro centrale: se aumentano, anche la rigidità aumenterà [47]. In un sistema tridimensionale, i ricercatori hanno ottenuto materiali con comportamento auxetico in una sola direzione e materiali con coefficiente di espansione termica regolabile [45].

### 3.4.3 Strutture di corpi rigidi rotanti

Idealmente, consistono in forme poligonali collegate da cerniere che ruotano sotto l'effetto di un carico [48]. Le forme possono essere triangolari, quadrate, romboidali, rettangolari o parallelogrammi [27], disposte leggermente inclinate in senso orario o antiorario rispetto alle forme adiacenti [45]. Il movimento complessivo delle unità rotanti

porta il materiale a espandersi trasversalmente, e quindi ad avere un coefficiente di Poisson negativo [49].

Grima et al. [48] hanno mostrato come nel caso di strutture ottenute con quadrati rigidi, il coefficiente di Poisson sia sempre -1. Questa assunzione si basa su un caso ideale con modulo di taglio infinito e comportamento del materiale isotropo. In un caso con  $G$  di valore finito, è stato ipotizzato invece un comportamento ortotropo.



**Figura 3.7:** Struttura di quadrati rigidi rotanti, da [48]

Nel caso di rettangoli il comportamento auxetico dipende sia dalla dimensione dei lati del rettangolo che dall'angolo tra le forme nelle celle (e quindi è legato alla deformazione subita dal materiale), con valori di  $\nu$  ottenibili anche positivi [27].

Risultati simili a quelli ottenuti per i quadrati sono stati rilevati anche per triangoli equilateri [50]: un coefficiente di Poisson di -1 indipendente da direzione del carico e grandezza dei triangoli.

È stato notato come l'utilizzo di forme rigide comporti che la deformazione avvenga principalmente nei punti di cerniera, concentrando i carichi e portando a una riduzione della durabilità della struttura [45].

### 3.4.4 Strutture a origami

Le strutture a origami consistono in fogli bidimensionali di materiale che vengono ripiegati in modo da formare una struttura tridimensionale [46, 51]. Il comportamento meccanico di queste strutture può risultare anche completamente differente rispetto al foglio bidimensionale di cui sono composte, con le caratteristiche che risultano interamente dipendenti dalla geometria [27].

La forma più nota di strutture auxetiche del tipo origami [27] è la configurazione chiamata *Miura-ori*: consiste in parallelogrammi collegati e ripiegati in modo da ottenere un effetto simile a una catena montuosa, con picchi e valli [46, 51]. Le strutture *Miura-ori* assumono un valore del coefficiente di Poisson dipendente dall'angolo di piegatura, con valori che possono essere sia positivi che negativi [51] [27].

### 3.5 Considerazioni sulla scelta della geometria

Risulta evidente il ruolo centrale che la geometria della struttura ha sulle caratteristiche meccaniche del materiale. Idealmente, sarebbe opportuno scegliere forme che garantiscano contemporaneamente sia ottime performance meccaniche (ad esempio, alta rigidità), sia un valore del coefficiente di Poisson più basso possibile [27], per ottenere la maggior espansione della struttura possibile.

Valutando i valori del coefficiente di Poisson rispetto alla rigidità normalizzata, è stato notato che [27]:

- le strutture rientranti hanno valori di NPR maggiori sia delle strutture chirali che delle rotanti a parità di rigidità
- le strutture rotanti hanno valori di modulo di Young superiori e sono semplici da realizzare, oltre a essere generalmente isotrope
- le strutture rientranti esagonali risultano le migliori tra le rientranti, sia come caratteristiche meccaniche che come semplicità di produzione, ma sono anisotrope

Le strutture a origami invece soffrono di bassi valori di rigidità e della dipendenza dalla precisione con cui vengono effettuate le pieghe [46], ma offrono grandi possibilità di regolazione delle caratteristiche del materiale.

Pertanto:

- le strutture rientranti sarebbero ottime per applicazioni che richiedono alta rigidità
- le strutture rotanti per le applicazioni che richiedono isotropia
- le strutture chirali per quelle che richiedono alta flessibilità
- le strutture origami per i casi in cui una precisa regolazione delle caratteristiche meccaniche del materiale è fondamentale

### 3.6 Produzione dei materiali auxetici

La geometria necessaria a ottenere un materiale auxetico può essere ottenuta attraverso varie tecniche di manifattura. La scelta del processo di creazione è influenzata dalla morfologia scelta e dalle caratteristiche del materiale di partenza, nonché dalla struttura finale che si vuole ottenere.

### 3.6.1 Produzione di schiume polimeriche

Per ottenere le schiume inizialmente studiate da Lakes in [40], solitamente in poliuretano, viene utilizzato un sistema multi fase [41, 26]: il materiale polimerico viene compresso su tre assi, portando in buckling le nervature delle celle. A questo punto si utilizza un trattamento termico per fissare la nuova struttura. Questa tecnica funziona per strutture con celle in poliuretano, ma l'ottenimento di una geometria uniforme è complesso. Alternative riguardano l'utilizzo di solventi o anidride carboniche al posto della fase di riscaldamento-raffreddamento [41]. Ulteriori studi hanno provato a perfezionare il processo di produzione, sia per risolvere le inconsistenze nella geometria che per migliorarne l'impatto ambientale [26]. Purtroppo, la produzione di schiume non è facilmente scalabile e il metodo per ottenere quantità industriali di prodotto è ancora oggetto di studio [26].

### 3.6.2 Additive Manufacturing

Con manifattura additiva (AM<sup>3</sup>) si riferisce a quell'insieme di tecniche di produzione accomunate dal fatto che la struttura voluta viene man mano ottenuta aggiungendo strati di materiale uno sopra l'altro. Il principale vantaggio rispetto alle forme di manifattura tradizionale è la possibilità di ottenere più semplicemente strutture intricate come quelle richieste per ottenere un coefficiente di Poisson negativo.

Esistono varie tecniche di AM:

- binder jetting, in cui si usa un collante per unire polveri
- directed energy deposition, in cui si fonde del materiale con energia termica
- material extrusion, in cui si estrude il materiale da un ugello
- material jetting, in cui si depongono gocce di materiale
- powder bed fusion, in cui si fonde selettivamente un letto di polvere
- sheet lamination, in cui si legano fogli di materiale
- vat polymerization, in cui si polimerizza selettivamente un fotopolimero

La scelta della tecnica dipende sia dal materiale di base impiegato (metallo, ceramico o polimero) che dalle caratteristiche della struttura risultante.

Per i materiali polimerici viene comunemente utilizzata una tecnica di material extrusion chiamata Fused Deposition Modeling (FDM). Generalmente, vengono scelti polimeri come l'ABS<sup>4</sup>, per la sua resistenza, il PLA<sup>5</sup>, per la sua facilità d'uso e

---

<sup>3</sup>Additive Manufacturing

<sup>4</sup>Acrilnitrile Butadiene Stirene

<sup>5</sup>Acido Polilattico

biodegradabilità e il TPU<sup>6</sup> per la sua elasticità [26]. Alternative usata per le resine fotosensibili è usare la stereolitografia. Per i metalli come le leghe di titanio, invece, vengono utilizzate le tecniche di powder bed fusion come l' Electron Beam Melting (EBM).

Ogni tecnica di additive manufacturing ha i suoi pro e i suoi contro specifici. In generale, gli svantaggi includono:

- problematiche legate alla rugosità superficiale
- errori di accuratezza dimensionale
- porosità
- stress residui interni ai pezzi prodotti
- lunghi tempi di produzione
- limitazioni alle dimensioni dei pezzi dovuti ai macchinari impiegati
- anisotropie dovute alla produzione in strati

### 3.6.3 Manifattura sottrattiva

In alcuni casi è possibile ottenere le geometrie auxetiche anche perforando fogli di materiale. Pertanto, possono essere usati macchinari comuni nell'industria, come le macchine a controllo numerico(CNC<sup>7</sup>). In tali macchinari il taglio del materiale può essere effettuato con un laser, usando un getto d'acqua ad alta pressione o utilizzando ioni per incidere la superficie. Le macchine CNC vengono comunemente utilizzate per ottenere strutture auxetiche da fogli di alluminio. Rispetto alle tecniche di AM, generano più residui di materiale ma offrono una migliore precisione [26]. In più, l'ottenimento di geometrie tridimensionali particolari potrebbe risultare del tutto impossibile.

## 3.7 Proprietà generali dei materiali auxetici

Il coefficiente di Poisson negativo conferisce ai materiali auxetici caratteristiche meccaniche uniche, che offrono vantaggi significativi rispetto ai materiali convenzionali in numerosi ambiti.

Una delle loro caratteristiche più rilevanti è la resistenza alla penetrazione. In un auxetico isotropo, la resistenza alla penetrazione  $H$ , o durezza, è legata al coefficiente

---

<sup>6</sup>Poliuretano Termoplastico

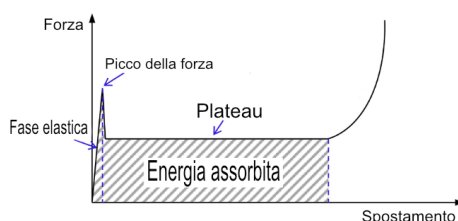
<sup>7</sup>Computerized Numerical Control

di Poisson con la relazione:

$$H \propto \left[ \frac{E}{(1 - \nu^2)} \right]^\gamma \quad (3.9)$$

, con  $\gamma$  positiva e dipendente dal tipo di penetrazione considerata [52]. Quando  $\nu$  tende a -1, valore limite per i materiali isotropi<sup>8</sup>, la resistenza alla penetrazione  $H$  tende a  $\infty$ . La motivazione della durezza superiore rispetto ai materiali convenzionali è riconducibile al fatto che, sottoposti a compressione, i materiali auxetici si restringono. Nel caso di una compressione locale generata da un urto, come una collisione con un meteoroido, questo comportamento porta a un aumento della densità del materiale nei dintorni del punto di impatto. Il risultato è quindi l'aumento della durezza [31, 26].

Esperimenti effettuati su schiume auxetiche hanno mostrato anche una superiore capacità delle strutture rientranti di assorbire energia rispetto alle celle tradizionali [41, 31]. Usando come riferimento la curva carico-deformazione, un materiale sottoposto a compressione avrà prima un tratto lineare elastico, a cui seguirà un secondo tratto circa orizzontale in cui si avrà deformazione plastica senza un aumento della forza necessaria a ottenerla. L'area sottesa a questa curva è l'energia assorbita dal materiale per deformarsi.



**Figura 3.8:** Curva forza-spostamento di un materiale auxetico sotto compressione, da [26]

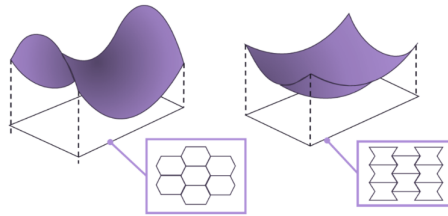
Solitamente, nel design di materiali per l'assorbimento di energia si punta ad avere alti stress per il tratto orizzontale con materiali leggeri [31], condizioni spesso in contrasto tra di loro. I materiali auxetici invece permettono di avere sia basse densità sia alti livelli di stress richiesto per una deformazione a causa dell'aumento di densità localizzato, e quindi alti livelli di energia assorbita. Queste caratteristiche rendono gli auxetici ottimi materiali quando è richiesta capacità di resistere a impatti, esplosioni o assorbire vibrazioni [26].

È stato inoltre mostrato come in schiume con celle rientranti la tenacità a frattura sia superiore a quella ottenuta in schiume con celle esagonali convenzionali [53]. La tenacità alla frattura è la capacità di un materiale di resistere alla propagazione di

<sup>8</sup>Confronta sezione:3.2.1

una cricca al suo interno. Gli esperimenti hanno rivelato valori incrementati dell' 80-160% in base al rapporto di compressione volumetrico. Questo risultato è stato anche riscontrato in laminati in fibra di carbonio [41]. A causa del coefficiente di Poisson negativo, sotto carico una frattura tenderebbe a richiudersi al posto di propagare, migliorando la resistenza del materiale [31].

I materiali auxetici presentano inoltre comportamento sinclastico: la capacità di un materiale di assumere una forma curva, simile a una cupola, quando sottoposto a una forza di flessione perpendicolare alla sua superficie [52]. Un materiale con coefficiente di Poisson positivo, al contrario, si piegherebbe in una direzione e si curverebbe nell'altra, in una forma simile a una sella. La forma a cupola degli auxetici risulta molto utile perché si adatta meglio alle forme del corpo umano [26].



**Figura 3.9:** Confronto tra il comportamento di un materiale convenzionale e quello sinclastico di una struttura esagonale rientrante, da [54]

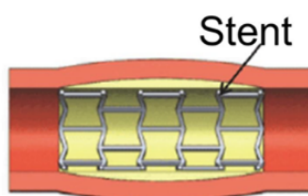
Le strutture auxetiche dimostrano anche un maggiore effetto di smorzamento di onde e vibrazioni. La periodicità di un reticolo definisce le bande di frequenza in cui le onde elastiche (come il suono o le vibrazioni) possono o non possono propagarsi. L'anisotropia dei reticoli può essere utilizzata per muovere le onde in direzioni specifiche. Assemblando più strati o celle con geometrie leggermente diverse, ogni cella funge da filtro per una specifica gamma di frequenza e l'attenuazione delle vibrazioni ne risulta aumentata. [52]

Dato che i pori presenti all'interno dei materiali auxetici si espandono sia nella direzione di carico che nella direzione trasversale, è possibile poi ottenere strutture con permeabilità variabile[31, 41].

### 3.8 Applicazioni dei materiali auxetici

Le caratteristiche trovate nei materiali auxetici hanno suscitato interesse in vari campi.

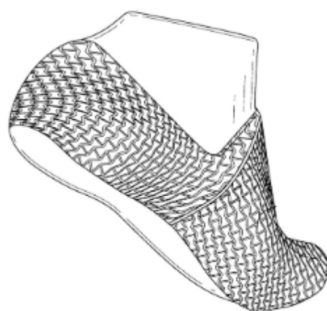
Nel settore medico, le applicazioni degli auxetici sono molteplici. I dischi intervertebrali attualmente in commercio, realizzati con materiali convenzionali, corrono il rischio di deformarsi a causa della compressione tra le vertebre allargandosi ed entrando in contatto con i nervi spinali. Studi effettuati sostituendo materiali anisotropi con coefficiente di Poisson negativo hanno mostrato come sia possibile evitare la problematica del contatto con i nervi, ma anche garantire una migliore similarità con il comportamento dei dischi naturali [55, 46, 56]. L'uso di auxetici è studiato anche per la produzione di migliori stent vascolari. Gli stent sono dispositivi medici costituiti da una struttura a rete. Vengono usati per sostenere le pareti dei vasi sanguigni stenotici, cioè quelli che presentano un restringimento anomalo. Oltre alle ottime performance meccaniche tipiche degli auxetici, l'interesse è dovuto al fatto che stent auxetici renderebbero più semplice l'inserimento e l'apertura all'interno del vaso sanguigno [54].



**Figura 3.10:** Schema di uno stent realizzato con materiali auxetici, da [26]

Il comportamento sinclastico degli auxetici risulta utile per la creazione di bende. Adattandosi meglio alle curve naturali del corpo, tali bende permetterebbero una distribuzione più uniforme della pressione sulle ferite e, di conseguenza, un'accelerazione del processo di guarigione [26].

La combinazione di alte capacità di assorbimento degli impatti e il comportamento sinclastico sono di interesse nel campo dell'abbigliamento sportivo. Negli sport di contatto, come il football americano, il rischio di infortuni per gli atleti è una costante preoccupazione, dati sia i rischi per la salute sia le conseguenti implicazioni economiche. Gli studi si sono rivolti sia allo sviluppo di protezioni più efficaci, come elmetti protettivi per evitare impatti alla testa, sia alla creazione di tute auxetiche che migliorino complessivamente l'assorbimento degli impatti da parte dell'atleta [54, 52]. Inoltre, le capacità di adattamento dei materiali auxetici permettono di ideare indumenti personalizzati, aumentando comfort e flessibilità [56].

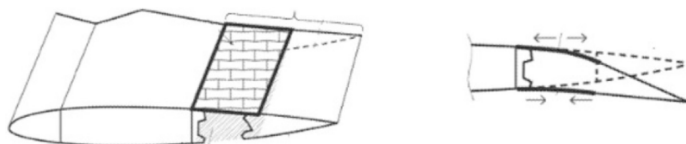


**Figura 3.11:** Esempio di calzatura realizzata con struttura auxetica, da [56]

Per l'equipaggiamento di personale militare è importante non solo avere materiali resistenti e capaci di assorbire urti, ma che siano leggeri, per non incrementare il carico che ogni soldato deve portare [57]. I materiali auxetici sono in grado sia di garantire le performance di sicurezza richieste sia quelle di leggerezza [46]. Inoltre, l'alta resistenza alla perforazione mostrata dagli auxetici è una qualità apprezzata per realizzare protezioni contro proiettili.

Nel settore automotive è costante la ricerca di materiali leggeri per migliorare l'efficienza nei consumi [54]. L'impiego di auxetici è stato proposto per paraurti, sedili, ammortizzatori e cinture di sicurezza [52]. Queste ultime, realizzate in materiali convenzionali, tendono a stringersi attorno al corpo durante un impatto, aumentando la pressione sulla gabbia toracica. Il miglior contatto garantito da materiali auxetici può mitigarne gli effetti distribuendo meglio la pressione [26].

Oltre alle capacità di assorbimento dei danni e delle vibrazioni, nel campo aeronautico si sono studiate applicazioni per strutture trasformabili. Studi effettuati su profili alari realizzati con geometrie chirali hanno mostrato migliori performance aeroelastiche [54]. Altre ricerche si sono concentrate sul modificare la geometria dell'ala per adattarla alle condizioni di volo, o per eliminare il meccanismo di attuazione delle superfici mobili come i flap [56].



**Figura 3.12:** Schema di un'ala trasformabile in materiale auxetico, da [56]

Nel campo spaziale, sono state studiate antenne dispiegabili ottenute da geometrie chirali [58]. I ricercatori hanno realizzato una struttura capace di una compattazione

estrema durante il lancio, che si dispiega grazie all'energia termica fornita dalla luce solare.

È stato mostrato, inoltre, come l'integrazione di sensori all'interno di materiali auxetici abbia portato a un miglioramento nella sensibilità delle misurazioni [26, 46].

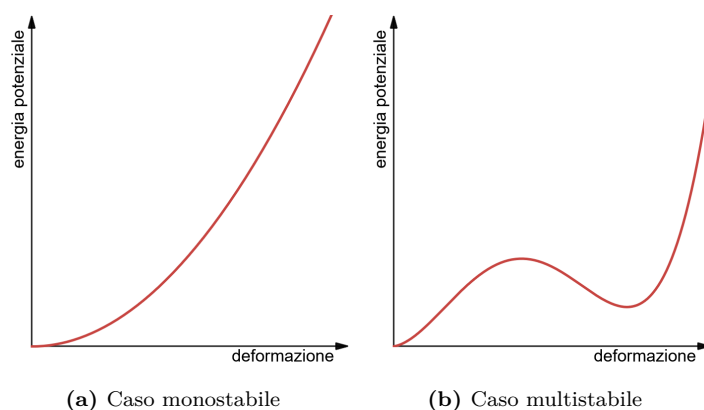
# Geometrie auxetiche multistabili

## 4.1 Materiali multistabili

Le tipologie di strutture analizzate nelle sezioni precedenti sono state, in generale, studiate in regime elastico: una volta rimosso il carico applicato, la struttura ritorna alla condizione precedente.

Nelle applicazioni spaziali, questo comporta di dover progettare la struttura in modo che la condizione di equilibrio stabile coincida con la configurazione dispiegata, in modo che nella fase operativa sia in grado di mantenere la forma prevista. La configurazione ripiegata, al contrario, è una condizione di equilibrio instabile. Deve perciò essere mantenuta, ad esempio, con l'applicazione di un precarico. Questa necessità aumenta anche il rischio di fallimento della missione, a causa della possibilità di malfunzionamenti nel sistema di rilascio e dispiegamento. Pertanto, è di grande interesse lo studio di materiali che non solo presentino caratteristiche auxetiche, ma che posseggano anche la proprietà della multistabilità.

La multistabilità è una proprietà di alcuni materiali di possedere più punti di equilibrio stabile. Se si osserva la curva dell'energia potenziale di un materiale monostabile in dipendenza dalla deformazione, si vede come l'andamento abbia un solo punto di minimo globale, che corrisponde alla configurazione indeformata (fig. 4.1a). In un materiale multistabile, invece, oltre al minimo globale si hanno anche altri punti di minimo locali. Ogni minimo locale corrisponde a un punto di equilibrio stabile, mentre ogni massimo tra di loro a un punto di equilibrio instabile. La condizione più semplice di multistabilità è quella che presenta il solo minimo globale e un minimo locale, la bistabilità (fig. 4.1b).



La transizione da una configurazione all'altra avviene solamente quando viene superata una soglia di energia potenziale a causa di uno stimolo esterno, sia esso meccanico, termico o elettromagnetico [24]. Una volta raggiunto il nuovo punto di equilibrio, anche se l'evento che ha portato alla deformazione cessa, la struttura resta nella nuova configurazione.

Finché la deformazione che ha permesso di muoversi verso il secondo punto di equilibrio è avvenuta in campo elastico, è sempre possibile ritornare alla configurazione precedente, a patto che venga fornita l'energia necessaria a superare nuovamente il punto di massimo locale con uno stimolo idoneo.

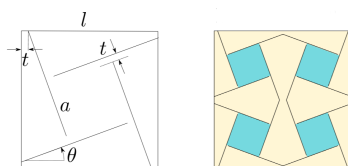
La multistabilità non è una proprietà che dipende dall'aver o meno un coefficiente di Poisson negativo. È possibile quindi ottenere materiali che siano sia auxetici sia multistabili.

## 4.2 Auxetici bistabili

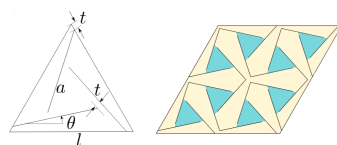
Se i materiali auxetici sono di per sé un campo ancora in evoluzione, gli auxetici multistabili sono a loro volta una nicchia ancora poco esplorata. Nonostante ciò, sono diverse le soluzioni indagate.

Silverberg et al. [59] si sono dedicati allo studio della bistabilità in strutture auxetiche a origami. La ricerca si è concentrata su fogli di carta quadrati di 2.54 cm, sottoposto a tensione uniassiale. Per ogni esperimento, è stato fatto variare l'angolo di piegatura, identificando un angolo limite  $\phi_c$  di circa 25 gradi: al di sotto di questo valore critico il materiale ha un singolo punto di equilibrio stabile e si distende scorrevolmente. Per angoli maggiori, invece, la struttura si deforma con uno scatto, rendendo stabile sia la configurazione ripiegata che quella distesa.

Nello studio di Rafsanjani e Pasini [49], la ricerca si è concentrata su una geometria a unità rigide rotanti. I motivi geometrici, ispirati da bassorilievi iraniani, sono stati ricavati tagliando in maniera schematica un singolo foglio di gomma, spesso pochi millimetri. Partendo da due differenti figure geometriche regolari, un triangolo equilatero e un quadrato, i ricercatori hanno praticato delle incisioni sul foglio di gomma a una distanza prefissata da ciascun vertice. Ogni incisione viene inclinata di un angolo  $\theta$  e incurvata di un raggio  $r$ . In questo modo si ottiene una figura geometrica centrale della stessa forma di quella da cui si è partiti, ovvero un triangolo equilatero e un quadrato, circondata da sezioni di materiale su ogni lato. Il taglio viene effettuato in modo da lasciare un punto di collegamento tra l'unità centrale e le parti esterne. Ripetendo lo schema ruotando e specchiando le figure, hanno costruito delle celle geometriche sul materiale, collegate tra di loro.



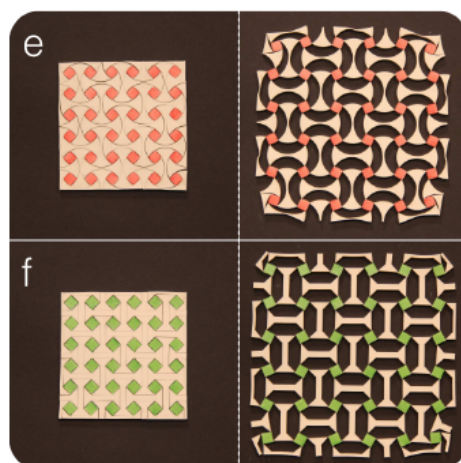
(a) Un blocco costitutivo quadrato e la sua cella [49]



(a) Un blocco costitutivo triangolare e la sua cella [49]

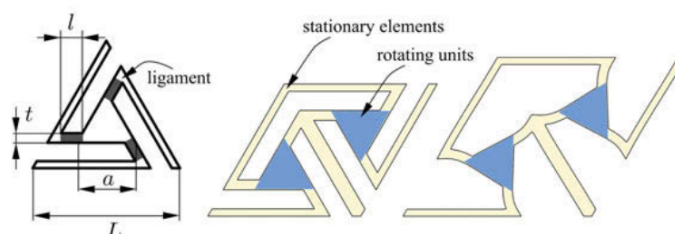
Sottoposto a uno stress uniassiale, il foglio, ora costituito da tante piccole unità, si deforma: le parti esterne di ciascun blocco mantengono il collegamento con le omologhe adiacenti, traslando. Le parti centrali, invece, si comportano da unità rotanti grazie al sottile collegamento con le parti esterne, che fa da cerniera. Il risultato è che, ruotando e traslando, le parti che costituiscono il materiale si espandono sotto trazione e richiudono sotto compressione, dando al foglio l'effetto auxetico.

Modificando l'angolo di taglio e la dimensione della cerniera, è stato verificato che il materiale, una volta dispiegato, mantiene la nuova configurazione.



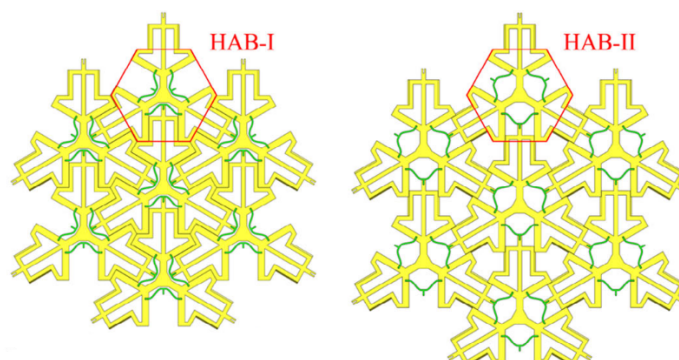
**Figura 4.4:** Schema di due delle geometrie sviluppate in [49], con la configurazione ripiegata e la configurazione estesa

Ricerche successive hanno ampliato i risultati ottenuti dallo studio, analizzando configurazioni differenti per l'accostamento dei blocchi costitutivi, come la disposizione di triangoli a formare una cella esagonale [60]. Altre invece si sono concentrate sull'ampliamento dei materiali utilizzabili come base. In particolare, è stato dimostrato che la sostituzione delle cerniere quasi puntiformi originali con legamenti più lunghi, permette una geometria auxetica bistabile in cui si possono impiegare anche materiali rigidi come la resina acetalica[61].



**Figura 4.5:** La configurazione modificata sviluppata in [61].

Nello studio di Young et al. [62] si è scelto di utilizzare due materiali differenti, uno rigido e uno iperelastico, per ottenere rispettivamente una struttura rigida di supporto e una serie di segmenti sottili collegate tra loro. Durante la deformazione, i segmenti vengono compressi, portando a instabilità a scatto, bloccando la struttura nella configurazione estesa.



**Figura 4.6:** La struttura sviluppata in [62], nelle configurazioni ripiegata ed estesa.

Lo studio di Zhang et al. [24] utilizza invece una combinazione di rettangoli rigidi in ABS collegati da cerniere in TPU per creare blocchi tridimensionali auxetici e bistabili (BAB). In ogni BAB le cerniere vengono compresse durante la rotazione, per poi estendersi nuovamente una volta passato il punto di instabilità a scatto. Modificando la lunghezza della cerniera e lo spessore è possibile programmare il punto di minimo locale dell'energia potenziale che dà luogo alla bistabilità. Unendo multipli BAB si ottiene un materiale auxetico, bistabile e isotropo con cui creare strutture più grandi.



**Figura 4.7:** Il BAB sviluppato da [24] durante un esperimento

# Sviluppo di modelli di cella auxetica bistabile in Adams

## 5.1 Simulazione dinamica multicorpo

La simulazione dinamica multicorpo (MBD<sup>1</sup>) è un tipo di analisi numerica computerizzata che permette di simulare il movimento di un sistema valutando gli effetti delle forze in gioco, dei contatti tra le sue parti e dei movimenti che queste effettuano in funzione dei vincoli e della presenza degli altri corpi.

L'uso della simulazione è uno strumento chiave durante lo sviluppo di un componente ingegneristico. La simulazione multicorpo permette di migliorare la comprensione dei movimenti per identificare possibili collisioni e selezionare le geometrie più efficaci.

Un software di simulazione dinamica multicorpo si occupa di trasformare i corpi, i vincoli e le forze presenti nell'ambiente di lavoro in un sistema di equazioni differenziali, che vengono risolte per ottenere i risultati [63]. La soluzione del sistema, composto da sei equazioni dinamiche e sei equazioni cinematiche indipendenti, è strettamente legata al numero di incognite presenti. Ciascun vincolo o movimento aggiunto a un corpo ne riduce i gradi di libertà, rendendo una o più delle sei equazioni non più indipendente dalle altre. Se i gradi di libertà rimasti sono zero, il sistema può essere risolto direttamente con un'analisi cinematica. Al contrario, con un valore positivo, è necessario definire delle equazioni ulteriori che specifichino le condizioni iniziali, per permettere al software di integrare rispetto al tempo.

---

<sup>1</sup>Multibody Dynamics

Il limite più significativo di un'analisi multicorpo è l'assunzione che ogni corpo presente sia rigido. Tale limitazione impedisce di calcolare stress, deformazioni transitorie e permanenti dovute al movimento dei corpi, perché non sono contemplate dal modello. Da un lato, ci si ritrova quindi con una semplificazione delle equazioni risolutive che garantisce una velocità di analisi che i modelli agli elementi finiti non possono raggiungere. Dall'altro, la rimozione delle deformazioni può portare a errori di stima dei contatti tra i corpi, di cui è necessario tener conto preventivamente durante la formulazione del sistema.

Un'analisi MBD si concentra infatti sull'effetto macroscopico, come la forza di reazione in un giunto, piuttosto che sull'effetto locale, come l'individuazione di punti critici per gli stress.

Inoltre, parte dell'astrazione consiste nel considerare i corpi come delle masse concentrate con un'inerzia e una geometria assegnate. Un'analisi MBD non tiene conto di plasticità, iper elasticità o comportamento dei materiali compositi.

Tuttavia, software di simulazione multicorpo moderni spesso includono integrazioni specifiche per effettuare anche un'analisi agli elementi finiti del modello. Tale implementazione congiunta permette di colmare buona parte delle criticità che differenziano un'analisi MBD da una agli elementi finiti, al costo però di un maggiore sforzo computazionale.

### 5.1.1 Adams

Adams è un software di progettazione assistita da computer (CAE<sup>2</sup>) utilizzato per la simulazione dinamica multicorpo. Il software permette di simulare l'interazione tra corpi all'interno di un ambiente tridimensionale, rendendo possibile valutare il comportamento di sistemi con elementi multipli senza dover costruire effettivamente i componenti. Grazie all'analisi dinamica, Adams permette di ottenere risultati in maniera più rapida rispetto ai modelli a elementi finiti, analizzando forze e carichi presenti nel modello. Viene utilizzato nei più disparati settori dell'ingegneria, dall'automotive all'industria aerospaziale.

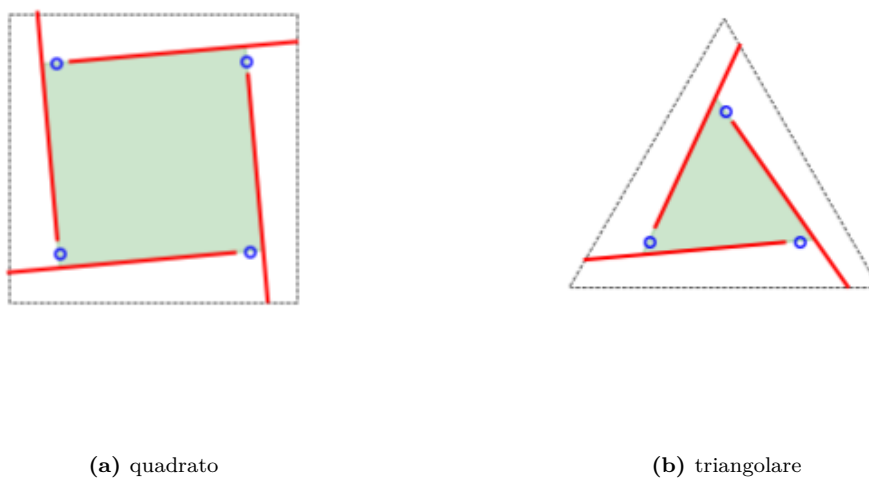
---

<sup>2</sup>Computer-Aided Engineering

## 5.2 Introduzione allo sviluppo della cella

In questo capitolo e nei successivi è presentata una modellizzazione di materiale auxetico bistabile ispirata al lavoro svolto in [49] e [61]. Ci si pone di realizzare un modello dinamico multicorpo che permetta di valutare parametricamente l'influenza delle caratteristiche geometriche sulla risposta meccanica del materiale, prima fra tutti la bistabilità. Si procede inizialmente con la modellizzazione e analisi di una singola cella isolata con due differenti geometrie. I dati ottenuti sulla singola cella saranno poi utilizzati come base per le analisi successive, quando si espanderà il modello a sistemi multicella bi e tridimensionali.

Le geometrie scelte sono un blocco quadrato e un blocco triangolare equilatero, al cui interno vengono ritagliate sezioni in modo da ricreare una figura centrale identica a quella di partenza. In figura fig. 5.1 si trova una rappresentazione schematica dei blocchi elementari presi in esame:



**Figura 5.1:** Schema dei blocchi elementari

La linea tratteggiata nera rappresenta i lati della figura che identifica ciascun blocco. I segmenti rossi rappresentano le rette di taglio utilizzate per incidere il materiale. La figura risultante, in verde, è l'elemento rotante del blocco. Infine, rappresentata con un cerchio blu, la posizione centrale della striscia di materiale di collegamento tra le sezioni, che funge da cerniera.

Si identificano quattro parametri che definiscono ogni blocco:

- la lunghezza del lato esterno;
- la posizione del punto di partenza del segmento di taglio;
- l'angolo del segmento di taglio rispetto al lato adiacente;
- la larghezza del materiale di collegamento, ovvero la cerniera.

Nello studio [49] è stato provato come le deformazioni avvengano quasi completamente nel tratto che collega i lembi esterni con la figura interna. È possibile quindi astrarre la geometria e considerare come corpi rigidi tutte le sezioni di materiale. Il lembo di collegamento, avendo una dimensione ridotta rispetto al lato del blocco, è invece assimilabile a una cerniera puntiforme, con una sua rigidità e un suo smorzamento. Il modello del blocco risulterà perciò costituito da  $N$  parti rigide esterne, con  $N$  pari al numero dei lati, e una parte rigida centrale, collegata nei vertici alle altre. Su ogni vertice si posiziona la rispettiva cerniera di collegamento.

I parametri che regolano i segmenti di taglio, ovvero l'angolo di inclinazione e la posizione del punto di partenza del segmento, sono direttamente collegati alla larghezza della figura centrale. Per garantire che una figura centrale esista, cioè che non si abbia un lato nullo, i due parametri non possono assumere qualsiasi valore né essere indipendenti tra di loro. Geometricamente, il massimo angolo possibile si avrebbe per uno scostamento dai vertici nullo, quando le rette di taglio coincidono con la bisettrice degli angoli della figura. Per un quadrato, questo valore corrisponde a un angolo di 45 gradi. Per un triangolo equilatero, invece, il valore è di 30 gradi. Con uno scostamento non nullo, invece, il valore deve essere limitato man mano che ci si allontana dal vertice.

Usando come variabile indipendente l'angolo delle rette di taglio  $\theta$ , lo scostamento massimo per il quadrato è dato dalla formula:

$$\frac{L}{2} \cdot (1 - \tan(\theta)) \quad (5.1)$$

con  $L$  lunghezza del lato della figura. Per un triangolo equilatero, invece, lo scostamento è ottenuto da:

$$L - \frac{\sqrt{3} - 3 \cdot \tan(\theta)}{3 \cdot (\sqrt{3} \cdot \tan(\theta))} \quad (5.2)$$

Dalle formule appena viste si ottengono i valori massimi dello scostamento imponendo una lunghezza del lato della figura rotante interna nulla.

Una tale condizione è incompatibile con il mantenimento della geometria scelta, eliminando di fatto la figura rotante, ed è di fatto impossibile da realizzare nella realtà. I valori teorici non vengono pertanto utilizzati come limite massimo durante la model-

lizzazione, ma si tiene da conto una tolleranza congrua a evitare la sovrapposizione dei vertici della figura e lasciare spazio ai collegamenti tra le parti.

### 5.3 Creazione della geometria dei blocchi elementari in Adams

In Adams, si rappresenta ogni sezione di un blocco elementare con un elemento piastra. L'elemento piastra è definito come un corpo rigido i cui vertici sono identificati ciascuno da un marker posizionato nell'ambiente di lavoro. La creazione di un elemento piastra viene effettuata con il comando:

```
geometry create shape plate plate_name=nome marker_name=mk1,mk2,mk3
width=m radius=n
```

Si devono specificare, perciò, i marker di riferimento per i vertici, un valore per lo spessore e un valore per il raggio di curvatura degli angoli della piastra.

Per garantire la parametrizzazione durante la creazione delle piastre, è necessario collegare la posizione di ciascun marker di riferimento ai fattori geometrici che si andranno a modificare durante le simulazioni.

La creazione dei parametri viene fatta con il comando:

```
variable create variable_name=nome real_value=m range=a,b use_range=yes
```

in cui i valori  $a$  e  $b$  permettono di definire un intervallo in cui le simulazioni andranno ad agire. Per regolare la geometria devono essere pertanto create le variabili  $L$  per la larghezza del lato del blocco, *angolo* per l'inclinazione dei segmenti di taglio, *offset* per lo scostamento da ogni vertice. Per la creazione della piastra servono invece una variabile *raggiopiastre* e una variabile *spessorepiastre*.

Per definire correttamente la posizione dei vertici delle piastre servono ancora due variabili, che corrispondono alle coordinate dell'intersezione tra le rette di taglio. L'intersezione è strettamente legata alla figura geometrica utilizzata come base per la creazione del blocco, quindi le sue coordinate sono definite in maniera differente tra quadrato e triangolo equilatero.

Data la simmetria interna al blocco, è conveniente definire la posizione dei marker di una singola parte esterna e ottenere tutte le altre per rotazione delle sue coordinate.

Si considera come primo vertice di ogni blocco l'origine, sul piano X-Y. Si numerano i vertici successivi in senso orario. La prima parte esterna da creare è quella che nello schema in figura fig. 5.1 si trova più in basso. Il primo marker viene posizionato in

(0,0). Il secondo marker si troverà a una distanza pari a *offset* lungo il lato del blocco che collega il primo e il secondo vertice. Il terzo marker, corrispondente all'intersezione tra le rette di taglio, sarà posizionato alle coordinate regolate dalle variabili *xincontro* e *yincontro*.

Per un quadrato, i valori sono ottenuti dall'equazione:

$$x = (L - t) \cdot \cos(\theta)^2 - (t) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \quad (5.3)$$

$$y = x \cdot \tan(\theta) + (t) \quad (5.4)$$

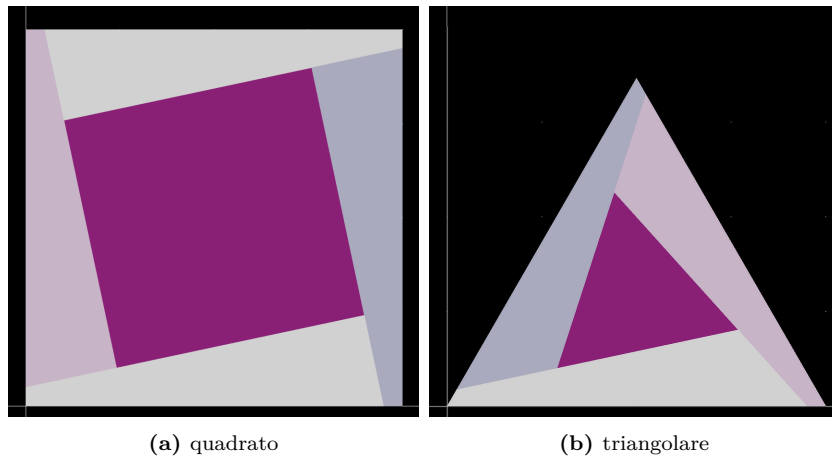
Per un triangolo le equazioni invece sono:

$$x = \frac{(\tan(\theta) \cdot \frac{t}{2} - \tan(120 + \theta) \cdot (L - t)) - (t \cdot \sin(60))}{\tan(\theta) - \tan(120 + \theta)} \quad (5.5)$$

$$y = \tan(\theta) \cdot (x - (\frac{t}{2})) + (t \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}) \quad (5.6)$$

Resta infine da posizionare il quarto marker. Questo si troverà a una distanza sull'asse delle ascisse pari a  $L - \text{offset}$ .

Ottenuta la prima parte esterna, si creano le altre ruotando le coordinate di 90 gradi per il quadrato e di 60 per il triangolo equilatero. I vertici della parte centrale, invece, sono ricavati ruotando le coordinate del punto di intersezione delle rette di taglio, che corrispondono al terzo vertice di ciascuna parte esterna. Il risultato è una figura nel primo quadrante del piano X-Y composta da N+1 parti, con N uguale al numero dei lati.



(a) quadrato

(b) triangolare

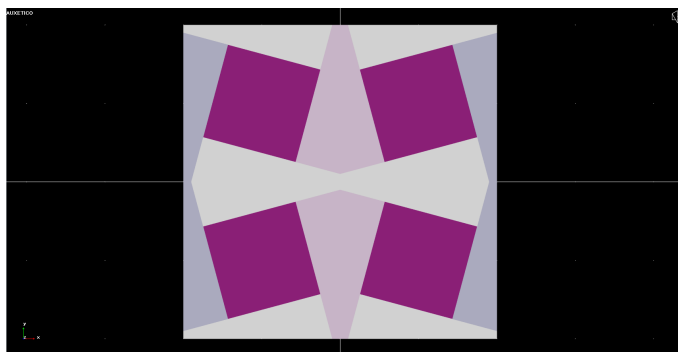
**Figura 5.2:** I blocchi elementari creati in Adams.

Lo studio si concentrerà su due tipologie differenti di cella auxetica:

- la prima è il risultato dell'accostamento di quattro blocchi elementari quadrati sul piano X-Y, specchiati rispetto all'origine;
- la seconda è una configurazione a parallelogramma, ottenuta traslando e ruotando otto blocchi triangolari.

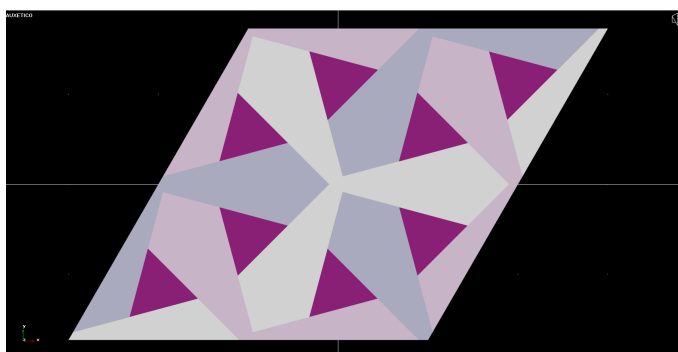
La cella quadrata viene perciò ottenuta creando altri tre identici blocchi elementari quadrati, stando attenti a modificare le coordinate dei marker di ciascuna parte che li compone per ottenere la giusta specchiatura. Per la cella a parallelogramma bisogna in aggiunta tener conto delle traslazioni dei blocchi triangolari, in modo da poter completare la figura senza buchi. Infine, si possono unire le parti esterne che, su un foglio di materiale, sono un pezzo unico delimitato dalle incisioni.

Il risultato finale per la cella quadrata è:



**Figura 5.3:** Il modello di cella quadrata ottenuto in Adams

Mentre per la cella a parallelogramma si ha:



**Figura 5.4:** Il modello di cella a parallelogramma ottenuto in Adams

### 5.3.1 Definizione dei vincoli geometrici della cella

Il modello appena visto è quello di una cella auxetica singola. Le parti esterne devono essere intese non come elementi isolati, ma come una porzione di entità più grandi, condivise tra celle adiacenti. La continuità del materiale impone quindi dei vincoli cinematici che ne limitano i movimenti. Solo le parti centrali sono infatti libere sia di traslare che di ruotare. Le altre, invece, possono soltanto traslare, mantenendo il loro orientamento iniziale nel piano.

Si utilizza pertanto un vincolo di tipo *primitive parallel*, sufficiente per ottenere lo scopo evitando il sovravincolamento della struttura. Il vincolo è ottenuto con il comando:

```
constraint create primitive_joint parallel jprim_name=nome i_part_name=
  i j_part_name=j location=x,y,z orientation=3,1,3 relative_to=mk
```

Per una corretta definizione del vincolo, si deve creare un marker di riferimento posizionato sulla parte *ground* alle stesse coordinate in cui si trova il centro di massa di ciascuna parte *i*. Poiché il *ground* è una parte non mobile durante la simulazione, l'orientamento del marker resterà bloccato, impedendo le rotazioni della parte vincolata, senza fermarne le eventuali traslazioni.

Serve assicurarsi inoltre che tutte le sezioni che fanno parte anche di un'altra cella si espandano all'unisono. Perciò va aggiunto anche un vincolo, di tipo *primitive in plane*, con il comando:

```
constraint create primitive_joint inplane jprim_name=nome i_part_name=i
  j_part_name=j location=x,y,z orientation=3,1,3
```

## 5.4 Creazione delle cerniere

Restano da definire le cerniere che collegano ciascuna parte centrale rotante di ogni blocco con le altre parti della cella. Avendole idealizzate come cerniere puntiformi, viene utilizzato un collegamento di tipo *force bushing-like* per rappresentarle in Adams.

Un collegamento *bushing* è una forza senza massa con una rigidità e uno smorzamento lineari. Viene creata definendo sei componenti, tre per la traslazione e tre per la rotazione, la cui intensità è direttamente proporzionale agli spostamenti e alle velocità (traslazionali o angolari):

```
force create element_like bushing bushing_name=nome i_marker_name=mki
j_marker_name=mkj stiffness=x,y,z damping=x,y,z tstiffness=x,y,z
tdamping=x,y,z
```

Le forze e le coppie vengono applicate nel sistema di riferimento del marker  $mkj$  su entrambi i corpi coinvolti, mentre la loro intensità dipende dalla distanza e dalla velocità tra i marker di riferimento. I marker scelti sono ciascun vertice di una parte rotante e il vertice coincidente su di una parte esterna. In una cella quadrata sono necessari quattro elementi *bushing* per blocco, per un totale di sedici cerniere. In una cella a parallelogramma, avendo otto triangoli rotanti, ne servono ventiquattro.

La cerniera reale corrisponde grosso modo a un parallelepipedo, ottenuto come risultato delle incisioni sul foglio di materiale. Come valori per il calcolo delle rigidzze ci si basa quindi sui valori che avrebbe una trave tozza.

Si ottiene il valore di rigidzza usando la formula:

$$k = \frac{E \cdot A}{L} \quad (5.7)$$

con  $E$  modulo di Young,  $A$  area della sezione e  $L$  lunghezza della cerniera.

Per la rigidzza rotazionale attorno a  $Z$ , invece, viene usata:

$$k_{\theta} = \frac{E \cdot I}{L} \quad (5.8)$$

con  $I$  momento di inerzia di una sezione rettangolare lungo lo spessore.

Sono necessarie nel modello altre quattro variabili: il modulo di Young della cerniera e le sue tre dimensioni, da cui ricavare la sezione e il momento di inerzia.

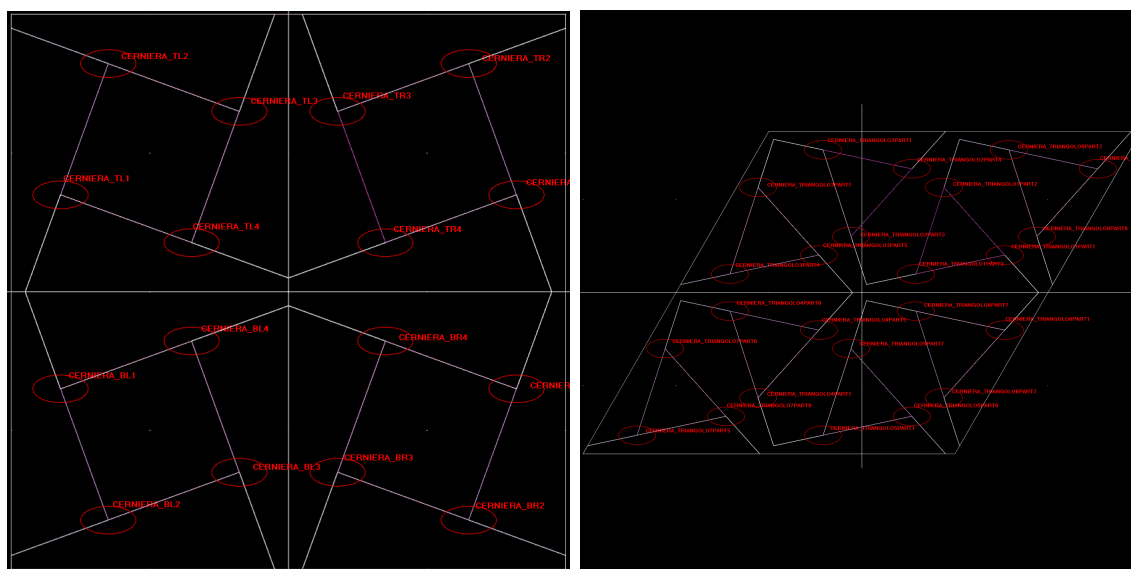
Queste vengono poi usate per parametrizzare le variabili che identificano le rigidzze traslazionali nel piano e attorno a  $Z$ , *stiffnessxy* e *rotstiffnessz*:

```
variable create variable_name = stiffnessxy real_value = ((.AUXETICO.
E_cerniera * (.AUXETICO.sezione_cerniera)) / .AUXETICO.
lunghezza_cerniera) units = stiffness
variable create variable_name = rotstiffnessz real_value = (((.AUXETICO
.E_cerniera)*(.AUXETICO.inerzia_cerniera))/(AUXETICO.
lunghezza_cerniera)) units = torsion_stiffness
```

Considerando una cella bidimensionale e volendo eseguire solo simulazioni che prevedono movimenti nel piano X-Y, le rigidzze rotazionali in X e Y e la rigidzza traslazionale in Z sono impostate su un valore elevato per agire come vincolo e impedire

movimenti non contemplati nelle rispettive direzioni. Questa assunzione non sarebbe valida se si prevedessero movimenti ortogonali allo spessore della cella o il suo spessore fosse eccessivo, violando l'ipotesi di bidimensionalità.

Gli smorzamenti sono regolati dalle variabili *damping* e *rotddamping*, impostati a un valore di riferimento pari al 12% della rigidità *stiffnessxy* e *rotstiffnessz*.



(a) Schema delle cerniere per la cella quadrata

(b) Schema delle cerniere per la cella a parallelogramma

## 5.5 Preparazione delle prove di trazione

Per preparare le prove di trazione, si deve fissare uno dei lati della cella al *ground* in modo che sia bloccato da un incastro.

Sia per la cella quadrata che per la cella a parallelogramma si posiziona un marker sul *ground* in corrispondenza di uno dei vertici più estremi, da usare come riferimento per un giunto di tipo *fixed*.

```
constraint create joint fixed joint_name=nome i_part_name=i j_part_name=j location=mk
```

Per muovere il pezzo serve invece creare un giunto traslazionale, che va posizionato sulla parte opposta a quella a cui si è posizionato l'incastro.

Si utilizza il comando:

```
constraint create joint translational joint_name=nome i_part_name=i j_part_name=j location=x,y,z orientation=3,1,3
```

per collegare un vertice della parte al *ground*, orientando in modo che l'unica direzione ammessa sia quella che si allontana dall'incastro. La direzione di trazione scelta è l'asse X.

Per creare il movimento, è necessario aggiungere un *joint motion* con il comando:

```
constraint create motion motion_name=nome joint=giunto type=
translational function=funzione
```

Si utilizza una funzione *STEP* in modo da evitare brusche variazioni e garantire un movimento continuo. Tale funzione permette infatti un passaggio dolce da un valore iniziale a uno finale in base a una variabile di riferimento: in questo caso si utilizza il tempo di simulazione, identificato dalla variabile *TIME*. La simulazione partirà dalla condizione di riposo corrispondente alla cella chiusa. Per parametrizzare l'estensione raggiunta alla fine della prova viene creata la variabile *spostamentoforzato*.

La funzione *STEP* assume dunque questa forma:

```
"STEP(TIME,0,0,(tempotrazione),(spostamentoforzato))"
```

in cui l'istante di raggiungimento del valore limite è deciso dalla variabile *tempotrazione*.

### 5.5.1 Creazione delle misure di interesse

In Adams è possibile ottenere varie misure dagli oggetti presenti nell'ambiente di lavoro. Per alcune entità, il software calcola automaticamente i valori di alcune caratteristiche cinematiche e dinamiche durante la simulazione. Tali misurazioni includono spostamenti e angoli di rotazione, velocità o componenti dei vettori di forza e coppia. Nel caso in cui si sia interessati anche a ottenere altre misurazioni, come la distanza tra due parti, è necessario utilizzare il comando *create measure* per definirle.

Per calcolare il coefficiente di Poisson della cella serve ottenere il valore dell'estensione del modello durante la simulazione nella direzione di trazione, X, e nella direzione trasversale, Y. Si crea quindi prima una misura *point to point* per ottenere il valore della larghezza della cella per ogni istante della simulazione, quindi una *function measure* per ottenere i valori delle deformazioni. Infine, per evitare il valore indeterminato  $\frac{0}{0}$  a inizio simulazione, non essendoci ancora alcuna misura calcolata dal software, si utilizza una funzione *IF* per imporre un valore di convenienza, che viene sostituito non appena la simulazione ha i primi valori misurati.

```
"IF(TIME:0,0,-.AUXETICO.ESTENSIONEY/.AUXETICO.ESTENSIONEX)"
```

Per calcolare l'energia di deformazione nelle cerniere, invece, si creano tre misure: una legata allo spostamento della cerniera rispetto all'asse X, una rispetto all'asse Y e una rispetto alla rotazione attorno a Z. Tutte e tre sono ottenute secondo la formula:

$$U = \frac{1}{2} * k * \Delta^2 \quad (5.9)$$

dove U è l'energia di deformazione,  $\Delta$  è lo spostamento o la rotazione e k la rigidezza per l'asse considerato. Per ottenere l'energia di deformazione completa della cerniera le tre componenti vengono sommate.

Infine, la dimensione dei lati delle figure rotanti viene ottenuta dalle coordinate del punto di intersezione tra le rette di taglio. Per il quadrato si usa:

```
"(SQRT((.AUXETICO.L-.AUXETICO.yincontro-.AUXETICO.xincontro)^2 + (.AUXETICO.xincontro-.AUXETICO.yincontro)^2))"
```

Per il triangolo viene usata:

```
"(SQRT((.AUXETICO.xincontro - (.AUXETICO.L / 2))^2 + (.AUXETICO.yincontro - (.AUXETICO.L * SQRT(3) / 6))^2) * SQRT(3))"
```

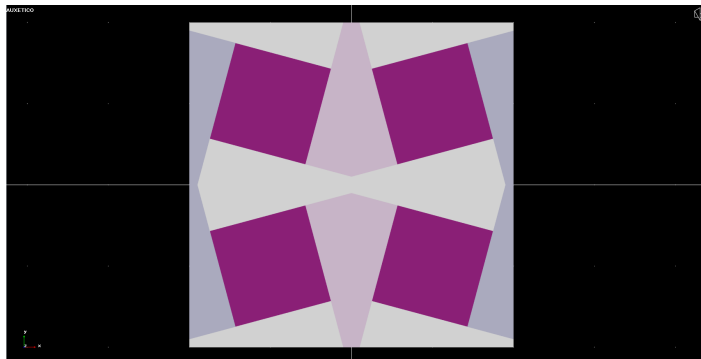
## 5.6 Validazione del modello con prova di trazione a controllo di carico

Prima di effettuare le analisi sugli effetti della variazione della geometria, è necessario assicurarsi che i modelli di cella creati mostrino le caratteristiche meccaniche attese. La validazione del modello viene portata avanti eseguendo una prima prova di trazione a controllo di spostamento con parametri prefissati.

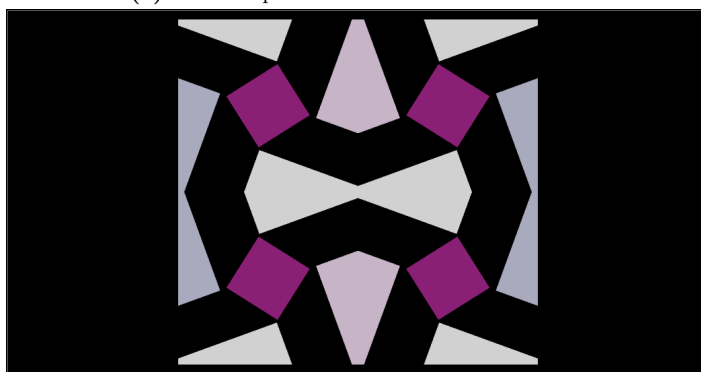
La prova è eseguita con un passo di 0.001 e uno spostamento imposto del 50% della lunghezza di una cella nella direzione di trazione per il quadrato e di un'intera lunghezza per il parallelogramma. Tale variazione corrisponde alla larghezza di un singolo blocco elementare. La variabile *spostamentoforzato* è quindi impostata su  $L$ , scegliendo come lunghezza del blocco 20 mm.

Lo scostamento dei segmenti di taglio è scelto come il 5% del lato  $L$ , ovvero 1 mm. L'angolo è invece scelto per garantire una lunghezza del lato della cella rotante pari ad  $\frac{1}{2} \cdot L$ . Data la differente geometria dei blocchi, per ottenere un valore di 10 mm è necessario un angolo di circa 20 gradi per la cella quadrata e di circa 12 gradi per la cella a parallelogramma.

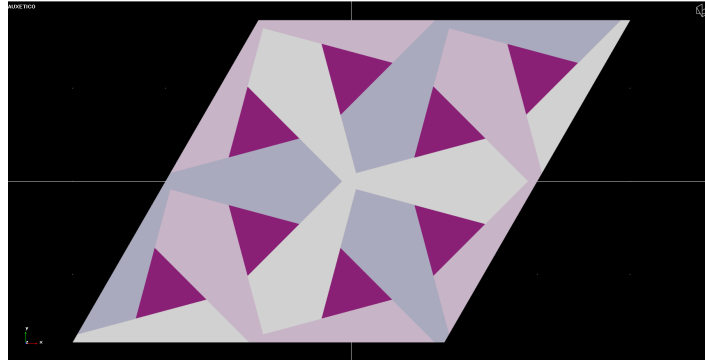
Le dimensioni della cerniera sono invece impostate sull'1% del lato per la larghezza e la lunghezza (0.2 mm) con lo spessore delle piastre a 1 mm.



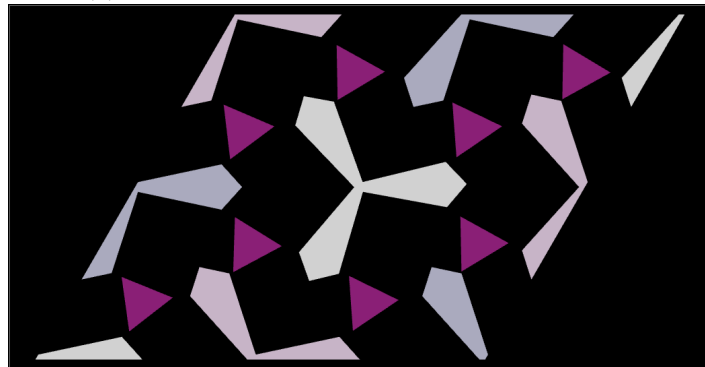
(a) La cella quadrata nella condizione iniziale



(b) La cella quadrata alla fine della prova di trazione

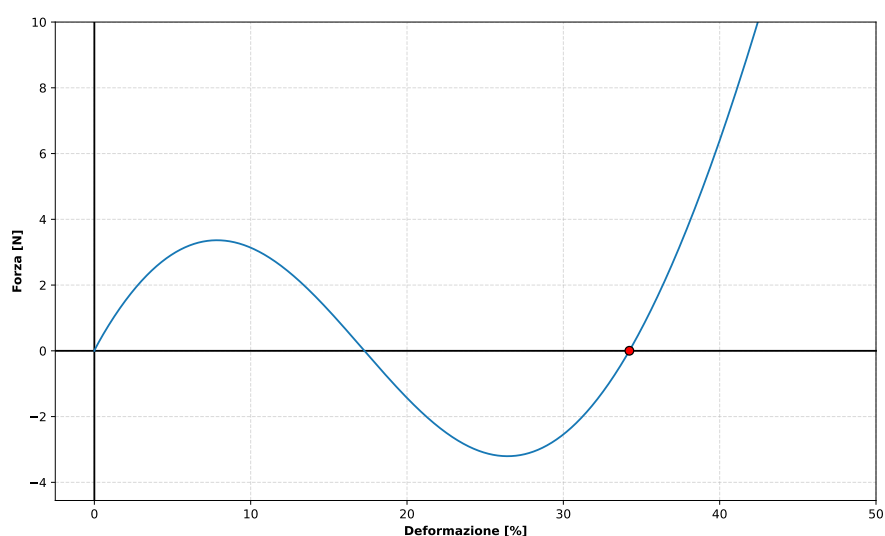


(a) La cella a parallelogramma nella condizione iniziale

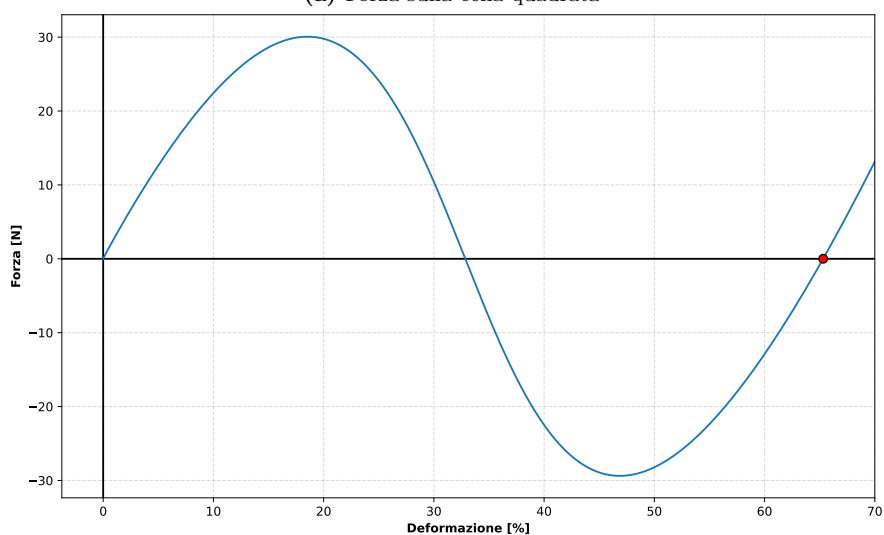


(b) La cella a parallelogramma alla fine della prova di trazione

Le figure fig. 5.6a, 5.6b, 5.7a e 5.7b mostrano la cella quadrata e la cella a parallelogramma nella condizione iniziale (richiusa) e alla fine della simulazione. Il dispiegamento avviene coerentemente ai vincoli imposti e secondo le aspettative: le unità rotanti hanno rototraslato nella nuova configurazione, mentre le sezioni a cui sono collegate sono state traslate verso l'esterno dal movimento di rotazione, senza cambiare orientamento. L'effetto è un'espansione nel piano anche della direzione trasversale allo spostamento, confermando visivamente l'auxeticità delle celle. Analizzando nel dettaglio la situazione alla fine della simulazione, si notano dei vuoti tra le parti che compongono il modello. L'effetto è causato dall'uso dei collegamenti di tipo *bushing* per simulare le cerniere. Essi si limitano infatti a generare una forza proporzionale alla separazione tra i marker che identificano il punto di giunzione, senza imporre ulteriori vincoli di posizione. Poiché la prova effettuata impone uno spostamento, questo è avvenuto indipendentemente dalle forze generate nelle cerniere, rendendo possibile il distacco delle parti.



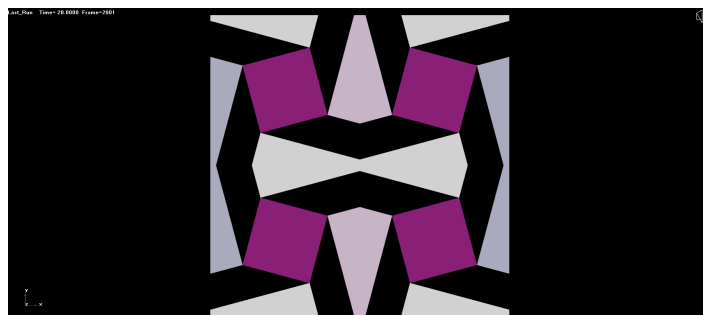
(a) Forza sulla cella quadrata



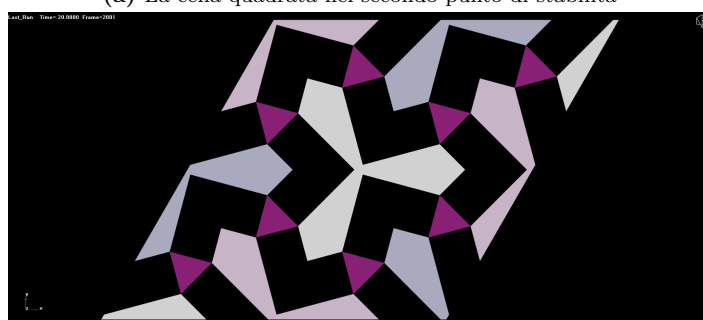
(b) Forza sulla cella a parallelogramma

La figura sezione 5.6 mostra la forza sull'intera cella al variare della deformazione percentuale, misurata all'incastro, nella direzione di trazione. La curva mostra il tipico andamento di una struttura bistabile, con una pendenza crescente fino a un massimo locale, seguita da una diminuzione dei valori. La presenza di un punto di minimo al di sotto dell'asse delle ascisse garantisce che ci siano due punti in cui la forza sulla struttura si annulla: il primo corrisponde alla configurazione instabile, mentre il secondo, evidenziato dal marker, alla seconda configurazione stabile. L'andamento risulta comparabile con quello ottenuto nello studio [49] in condizioni analoghe a quelle simulate, con il punto a forza nulla intorno al 35% della deformazione per la cella quadrata e oltre il 60% per la cella a parallelogramma. Le discrepanze possono essere imputate

alle approssimazioni intrinseche alla modellazione effettuata, come la linearità delle cerniere.

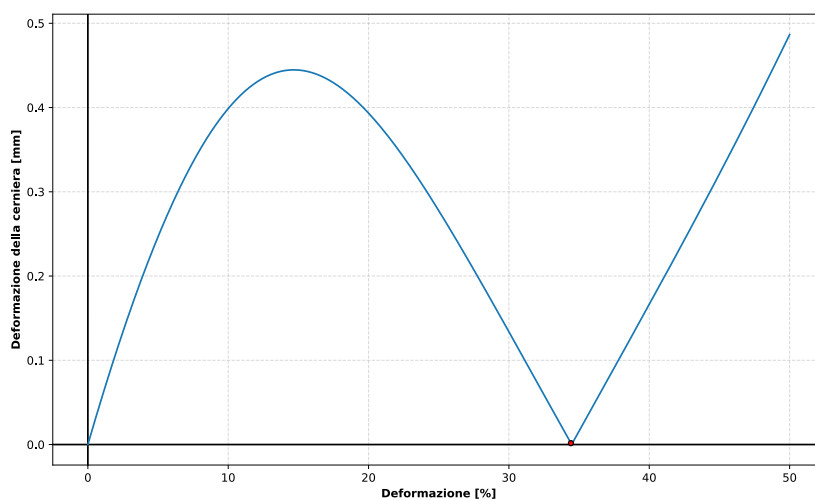


(a) La cella quadrata nel secondo punto di stabilità

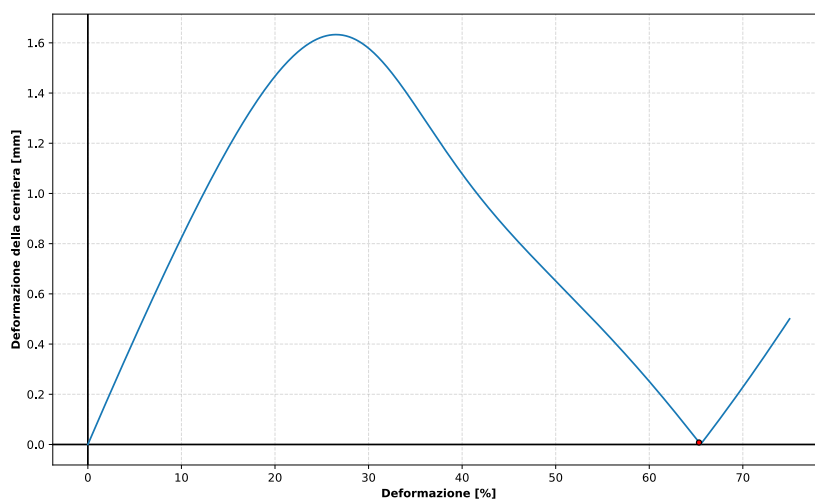


(b) La cella a parallelogramma nel secondo punto di stabilità

Per comprendere da cosa deriva l'andamento della forza agente sulla cella, è necessario analizzare nel dettaglio le cerniere. Viene presa in esame la cerniera che si trova sul primo vertice della prima unità rotante creata per le due tipologie di cella, ovvero quella che si trova nel blocco elementare con un vertice sull'origine degli assi nel semipiano  $XY$  positivo. La deformazione totale della cerniera mostra come per i parametri considerati nella cella a parallelogramma si arrivi a uno spostamento maggiore dalla condizione iniziale. Per entrambe le tipologie, una volta raggiunto il massimo spostamento si ha una riduzione, meno repentina nel caso di blocco elementare triangolare. In corrispondenza del punto di bistabilità lo scostamento dalla condizione di riposo è nullo. Subito dopo c'è invece un aumento repentino.



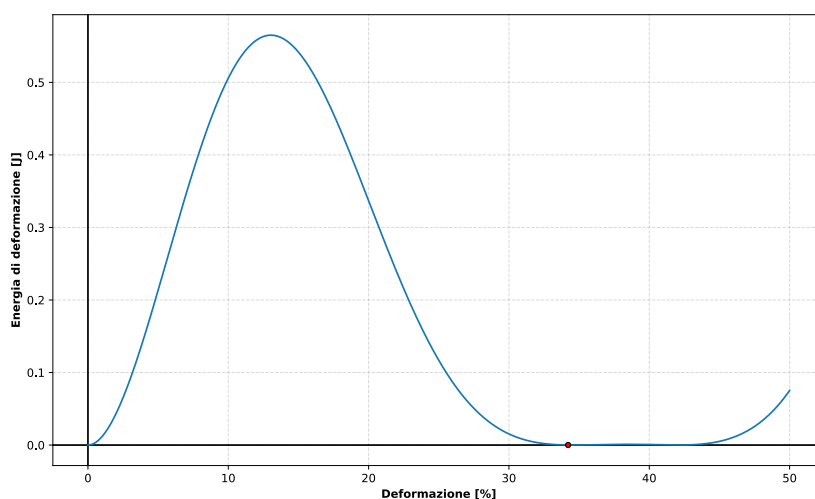
**Figura 5.10:** Spostamento totale della cerniera della cerniera per la cella quadrata



**Figura 5.11:** Spostamento totale della cerniera per la cella a parallelogramma

L'analisi delle componenti dell'energia di deformazione rivela come il contributo legato alla rotazione dell'unità centrale sia un contributo trascurabile, nonostante sotto l'effetto della trazione si abbia un aumento continuo dell'angolo. Il comportamento del sistema è invece dominato dalle due componenti dell'energia di deformazione legate alla traslazione nel piano, derivanti dall'allontanamento delle parti collegate. Nelle prime fasi del dispiegamento, infatti, l'allungamento della cerniera porta a un progressivo accumulo di energia elastica. La rigidità impedisce che tale allontanamento cresca in maniera indefinita: dopo aver contrastato l'allungamento e fermato l'ulteriore estensione della cerniera, la forza di richiamo costringe le parti a riavvicinarsi. Ciò determina una conseguente diminuzione dell'energia potenziale. Tuttavia, il rilascio di energia av-

viene quando l'unità rotante è già in una configurazione con un'angolazione differente da quella iniziale. La conseguenza è che quando la forza di richiamo si annulla e si torna in una condizione di equilibrio, la cerniera è in una posizione diversa da quella da cui si è partiti. Lo sfasamento geometrico genera quindi il profilo energetico tipico della bistabilità. In questo meccanismo, la rigidità nel piano ha un ruolo fondamentale. Un valore troppo elevato impedirebbe il dispiegamento dei blocchi, mentre uno troppo basso non produrrebbe una forza di richiamo sufficiente a ottenere la diminuzione dell'energia di deformazione. Parallelamente, la rigidità rotazionale deve mantenersi a un valore contenuto. Se fosse troppo elevata, il suo contributo aumenterebbe di importanza. Con valori eccessivi, finirebbe per contrastare la diminuzione dell'energia data dal contributo della traslazione, impedendo la formazione del secondo punto di minimo.



**Figura 5.12:** Energia di deformazione lungo l'asse X della cerniera per la cella quadrata

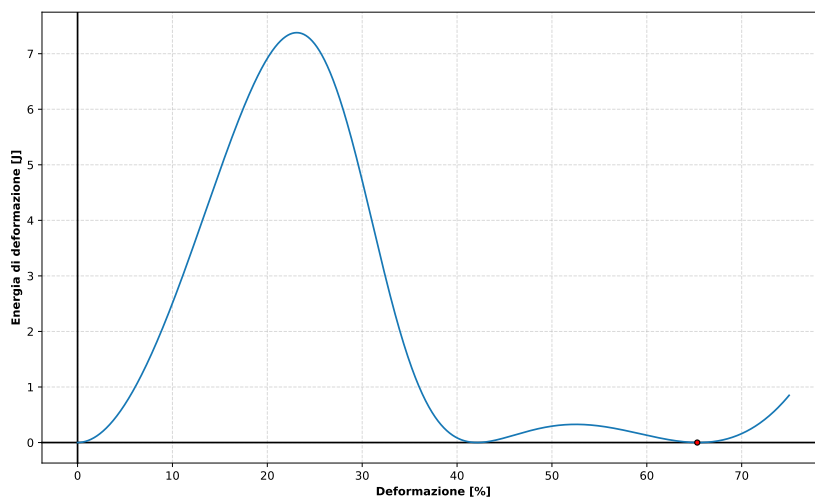


Figura 5.13: Energia di deformazione lungo l'asse X della cerniera per la cella a parallelogramma

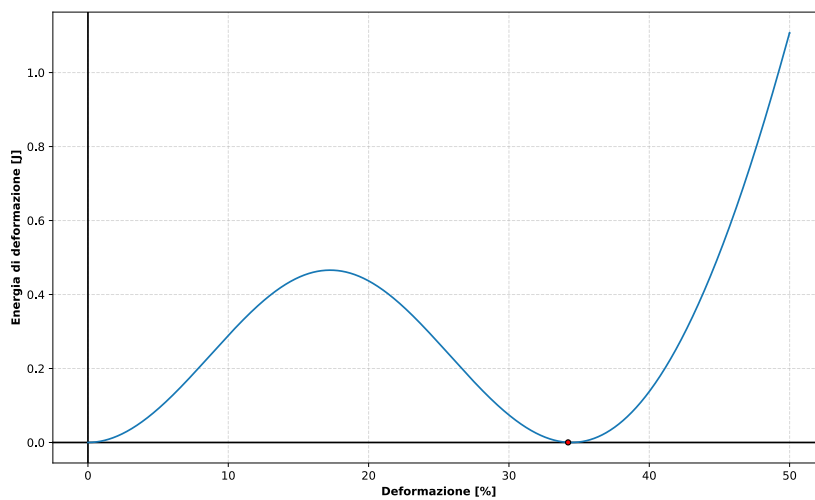


Figura 5.14: Energia di deformazione lungo l'asse Y della cerniera per la cella quadrata

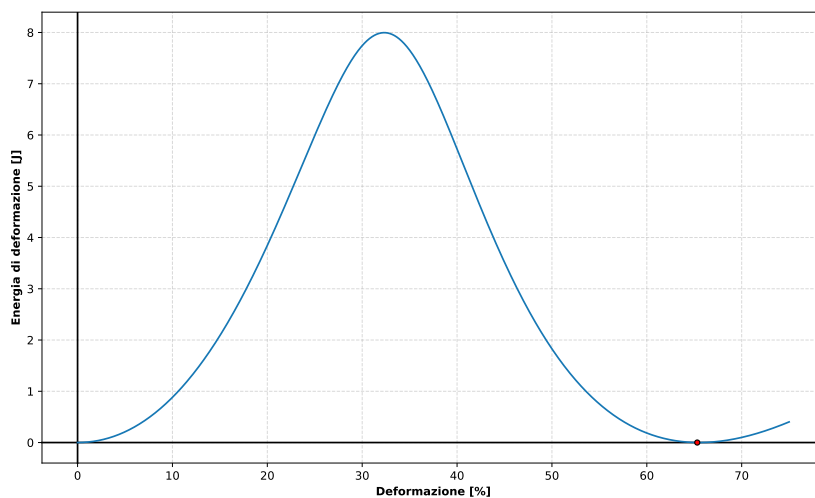


Figura 5.15: Energia di deformazione lungo l'asse Y della cerniera per la cella a parallelogramma

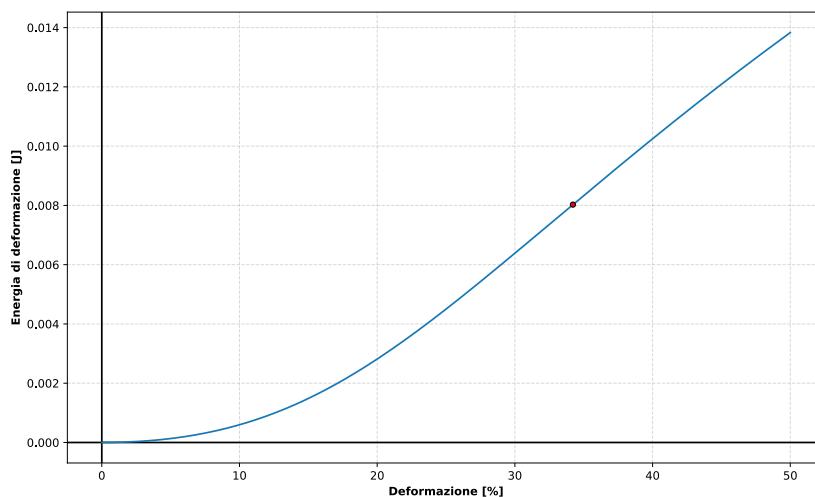
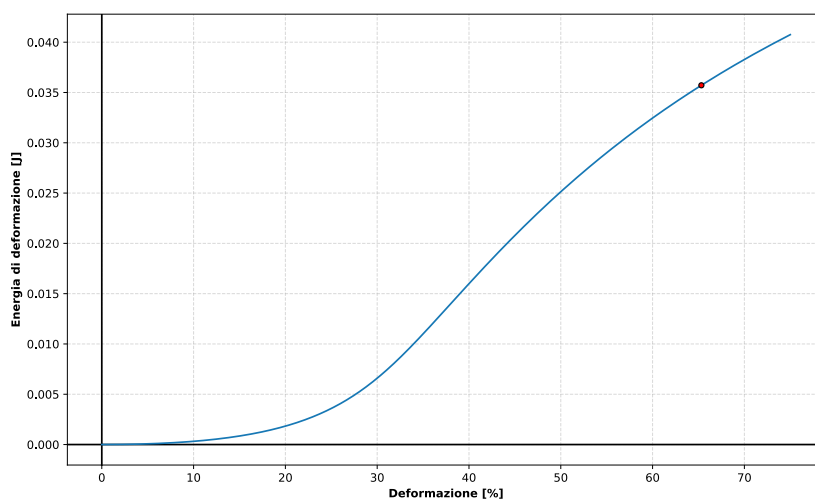
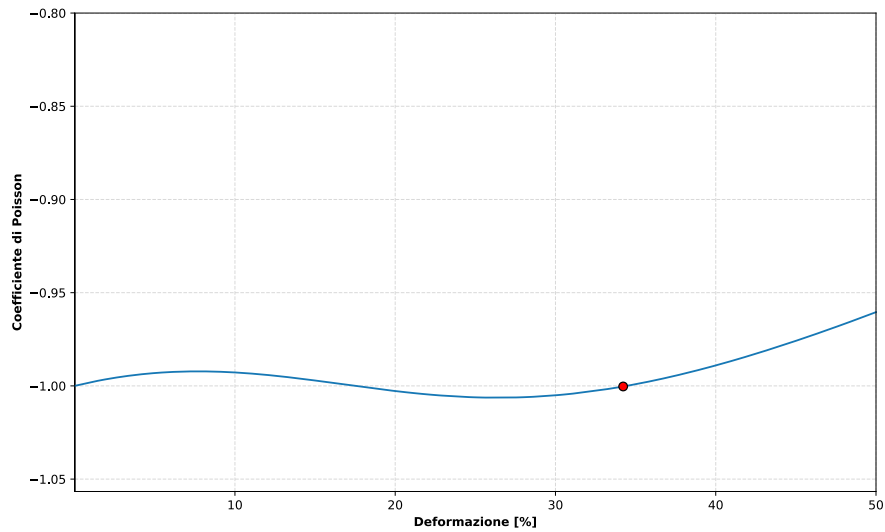


Figura 5.16: Energia di deformazione lungo l'asse di rotazione della cerniera per la cella quadrata

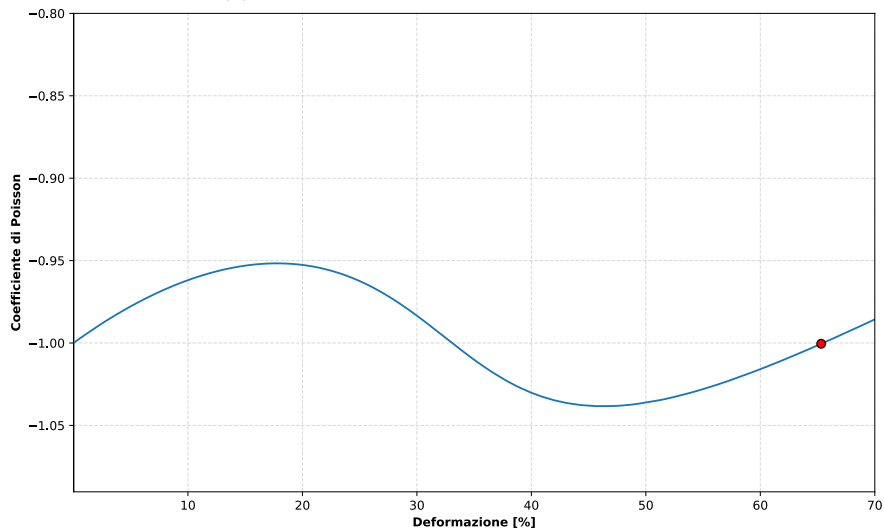


**Figura 5.17:** Energia di deformazione lungo l'asse di rotazione della cerniera per la cella a parallelogramma

Il coefficiente di Poisson mostra una similarità tra le due tipologie di cella, con un valore di -1 nel secondo punto stabile:



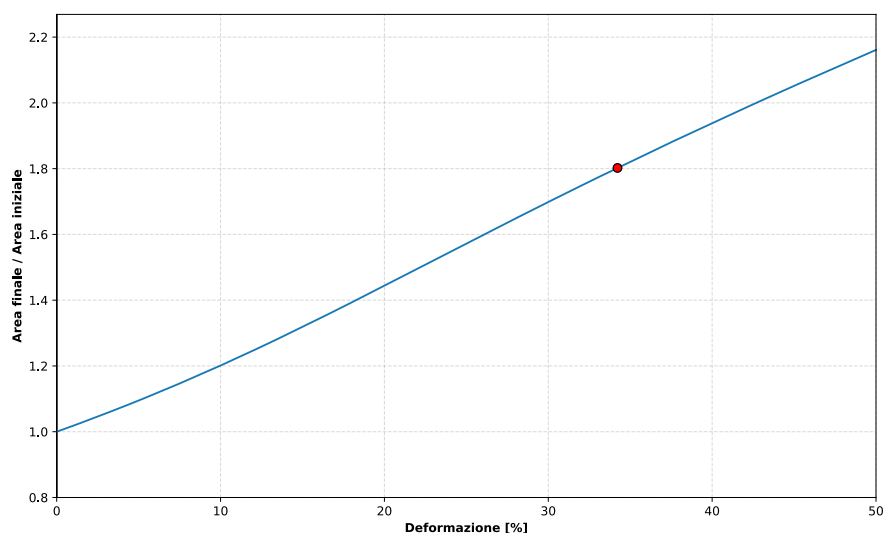
(a) Coefficiente di Poisson nella cella quadrata



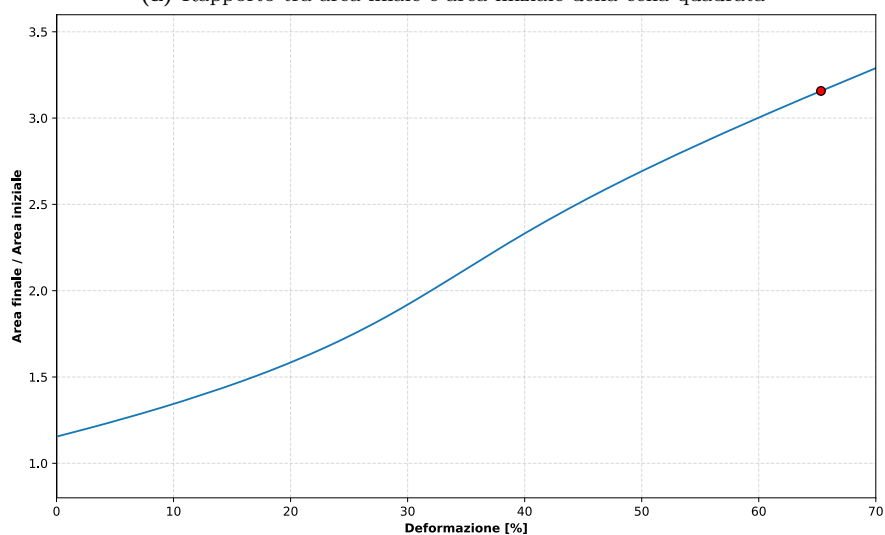
(b) Coefficiente di Poisson nella cella a parallelogramma

L'andamento non costante è da ricollegarsi a due motivazioni: il dispiegamento asincrono delle sezioni di materiale, legate alla rotazione delle celle rotanti, e il movimento imposto dalla prova di trazione. A quest'ultimo si ricollega l'incremento finale verso valori meno negativi, complice il distacco della parte trazionata e quindi una maggiore deformazione assiale non compensata da movimento trasversale.

Le variazioni nel dispiegamento lungo gli assi sono tuttavia minime e l'andamento del rapporto tra l'area finale e l'area iniziale della cella è pressoché lineare: nel punto di stabilità finale si ottiene un valore di 1.8 per la cella quadrata e di 3.16 per la cella a parallelogramma.



(a) Rapporto tra area finale e area iniziale della cella quadrata



(b) Rapporto tra area finale e area iniziale della cella parallelogramma

Nel complesso, l'analisi ha provato la validità del modello rispetto ai risultati attesi. La simulazione ha confermato non solo le caratteristiche auxetiche delle celle scelte, ma anche permesso di indagare più nel dettaglio il meccanismo che ne regola la bistabilità. Inoltre, ha mostrato come la modellizzazione permetta di osservare e valutare gli effetti della geometria sulle prestazioni della struttura: ne sono esempio la posizione del punto di equilibrio e il diverso rapporto di espansione differenti tra le due tipologie di cella. Si è perciò proceduto con analisi parametriche mirate per esplorarne meglio le differenze.

## 5.7 Analisi delle performance delle celle al variare dei parametri geometrici

Le simulazioni vengono portate avanti modificando selettivamente i principali parametri geometrici della cella. L'obiettivo è una caratterizzazione preliminare degli effetti delle variazioni da usare come fondamento per analisi successive su superfici auxetiche costituite da più celle affiancate.

Adams permette di svolgere analisi in sequenza modificando una singola variabile tramite l'opzione *design study*. È sufficiente scegliere un intervallo prefissato e il numero di campionamenti da eseguire.

### 5.7.1 Variazione dell'angolo delle rette di taglio del blocco elementare

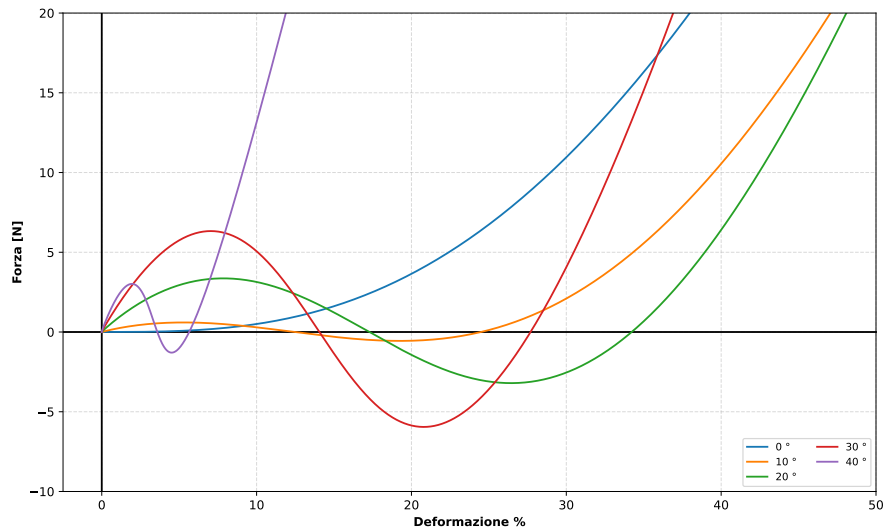
La prima prova effettuata è stata valutare come un diverso angolo di taglio influenzi il comportamento della cella. L'angolo di taglio è, come detto, l'angolo di inclinazione delle rette che identificano i segmenti di taglio del materiale in un blocco elementare, usati per ottenere l'unità rotante centrale. Nel modello decide la posizione dei marker che generano le parti esterne e, di conseguenza, il rapporto tra la loro dimensione e l'unità rotante.

Per questa prova, la dimensione del lato del blocco elementare è stata fissata a 20 mm, lo scostamento da ciascun vertice a 1 mm, lo spessore delle piastre a 1 mm. Come dimensioni per le cerniere, usate nel calcolo delle rigidezze, sono state scelte 0.2 mm di larghezza e 0.2 mm di lunghezza, ovvero un rapporto di 0.01 rispetto al lato di un blocco elementare. Come modulo di Young è stato selezionato un valore di 10 MPa, corrispondente a una gomma naturale, con un coefficiente di Poisson di 0.5.

Avendo fissato lo scostamento dal vertice, il valore massimo dell'angolo è limitato a 40 gradi per il quadrato e 30 gradi per il triangolo, in modo da evitare una parte rotante puntiforme.

#### Cella quadrata

Osservando il grafico della forza che agisce sulla cella (fig. 5.20), misurata al vincolo e in direzione dello spostamento, si nota chiaramente l'influenza dell'angolo di taglio del blocco elementare.

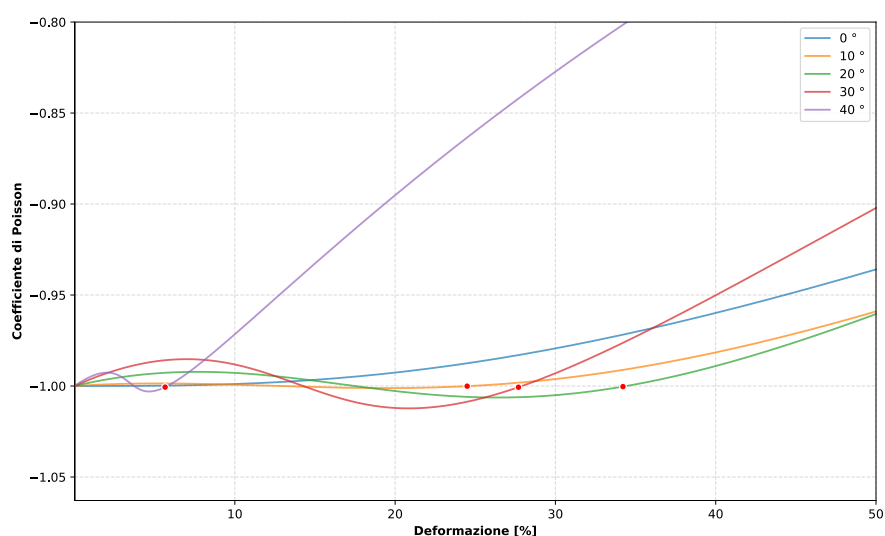


**Figura 5.20:** Forza sulla cella quadrata al variare dell'angolo di taglio

L'angolo di taglio ha un ruolo diretto nella presenza o meno di bistabilità: per valori bassi dell'angolo di taglio la cella non interseca l'asse delle ascisse. La curva mantiene quindi un andamento monotono crescente. All'aumentare dell'angolo, invece, si viene man mano a delineare un punto di massimo locale.

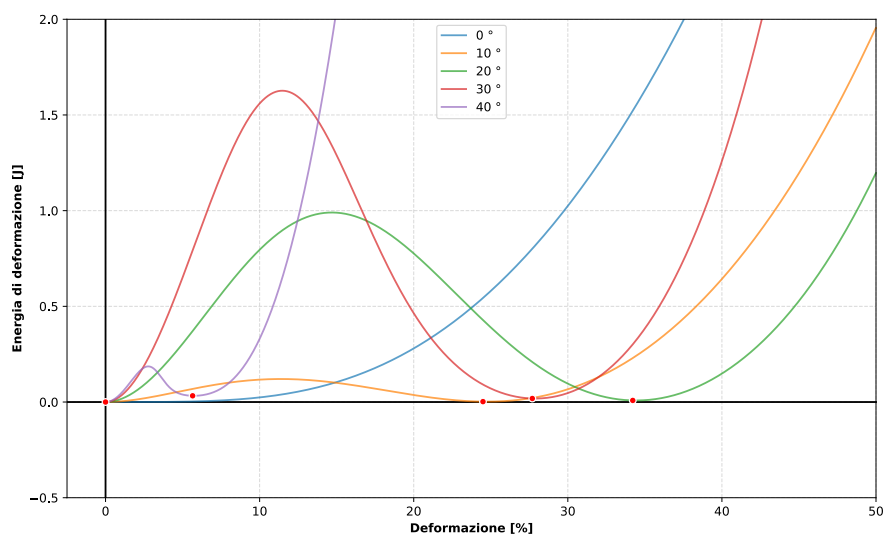
La posizione del massimo locale rispetto alla deformazione percentuale è strettamente legata alle dimensioni della cella rotante. Per il valore limite dell'angolo di taglio, 40 gradi, il quadrato centrale è così piccolo che basta una deformazione della cella contenuta per raggiungere rapidamente i punti di equilibrio. Per forzare la cella a espandersi ancora è richiesto rapidamente un valore considerevole di forza, se rapportato al carico richiesto per il dispiegamento iniziale. Per valori intermedi, invece, i punti di massimo locale si spostano prima verso deformazioni maggiori.

La riduzione delle dimensioni della parte rotante, inversamente proporzionale all'angolo, è favorevole per la bistabilità della cella fino all'intorno di 30 gradi. Oltre quel valore, si ha un andamento rapido che porterebbe ad avere nuovamente una cella non bistabile. Intorno ai 45 gradi, tuttavia, la geometria non avrebbe più un elemento rotante per l'incrocio nel baricentro delle rette di taglio.



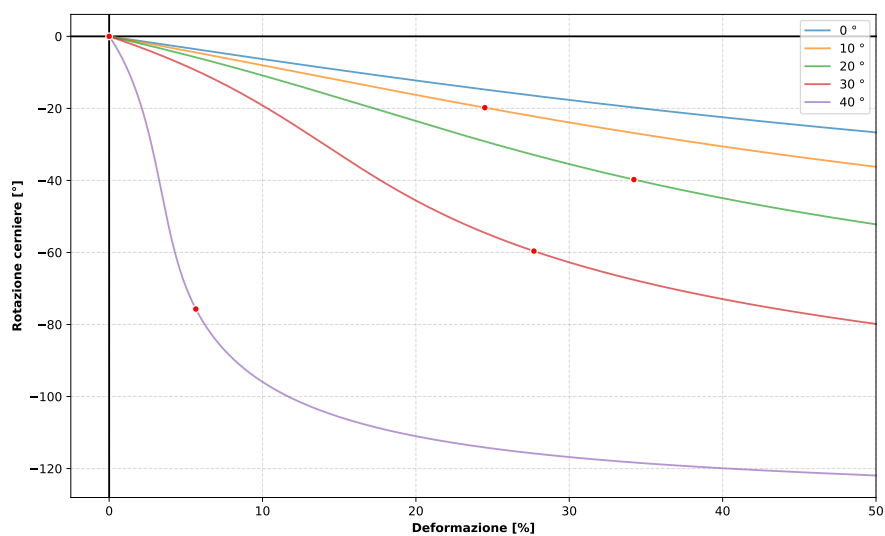
**Figura 5.21:** Coefficiente di Poisson della cella quadrata al variare dell'angolo di taglio

Il coefficiente di Poisson si mantiene su un valore nell'intorno di -1 per tutti gli angoli, almeno fino al secondo punto di stabilità (identificato dal marker rosso). Quando gli effetti della separazione dovuta alla trazione diventano preponderanti, si assiste a un rapido spostamento verso valori meno negativi.



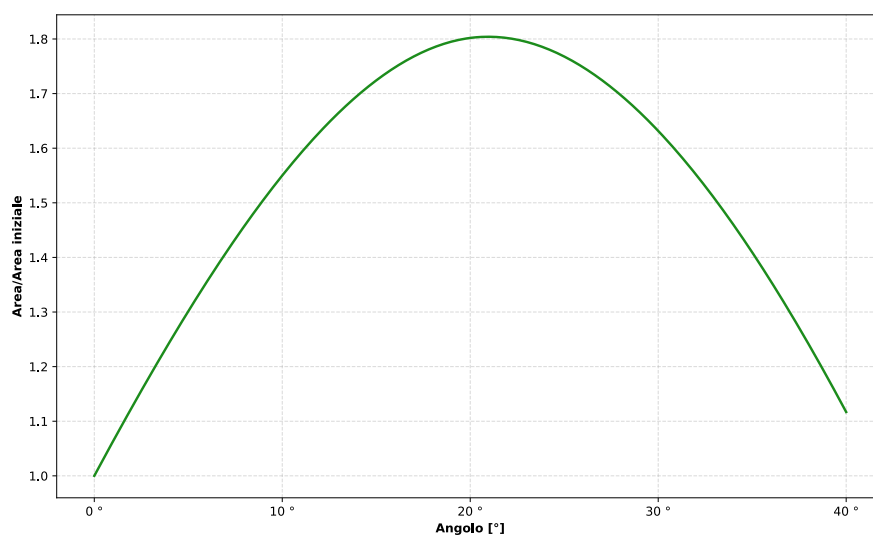
**Figura 5.22:** Energia di deformazione nelle cerniere della cella quadrata al variare dell'angolo di taglio

L'energia di deformazione delle cerniere segue variazioni simili a quelle osservate per la forza sull'intera cella: aumentando l'angolo di taglio, si assiste a un aumento della pendenza delle curve e a uno spostamento a valori di deformazione inferiore.



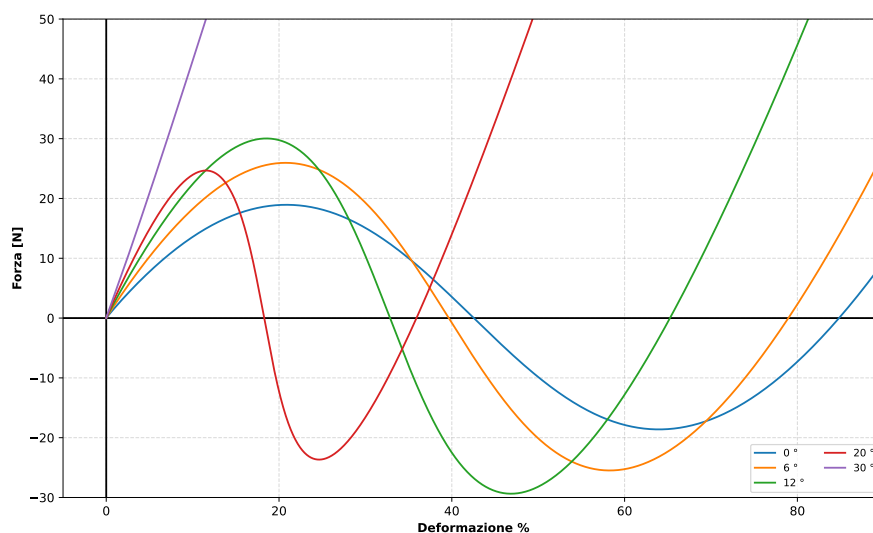
**Figura 5.23:** Rotazione delle cerniere della cella quadrata al variare dell'angolo di taglio

L'angolo di rotazione nel punto di bistabilità mostra nuovamente come questo si sposti inizialmente verso deformazioni maggiori. Ciò si riflette nel rapporto tra l'area coperta dalla cella nelle configurazioni stabili chiusa ed estesa.



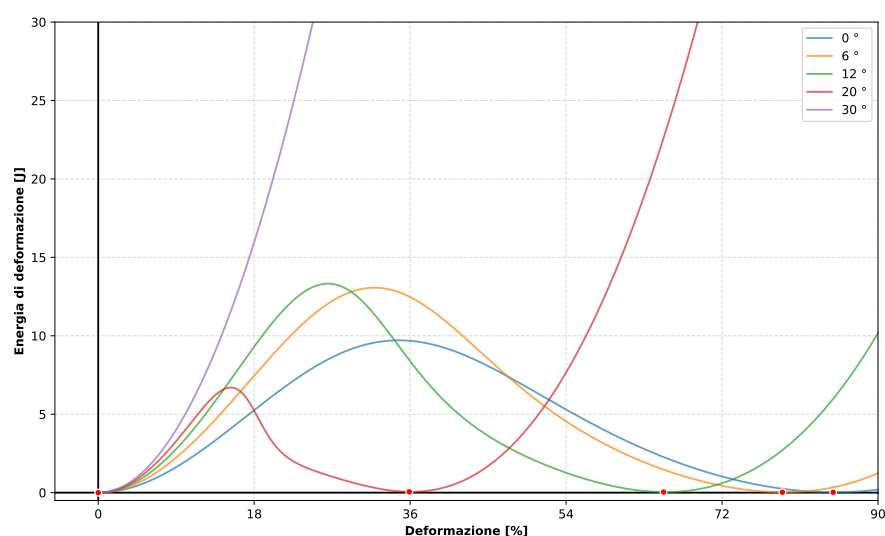
**Figura 5.24:** Rapporto tra l'area della cella quadrata nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare dell'angolo di taglio

### Cella a parallelogramma



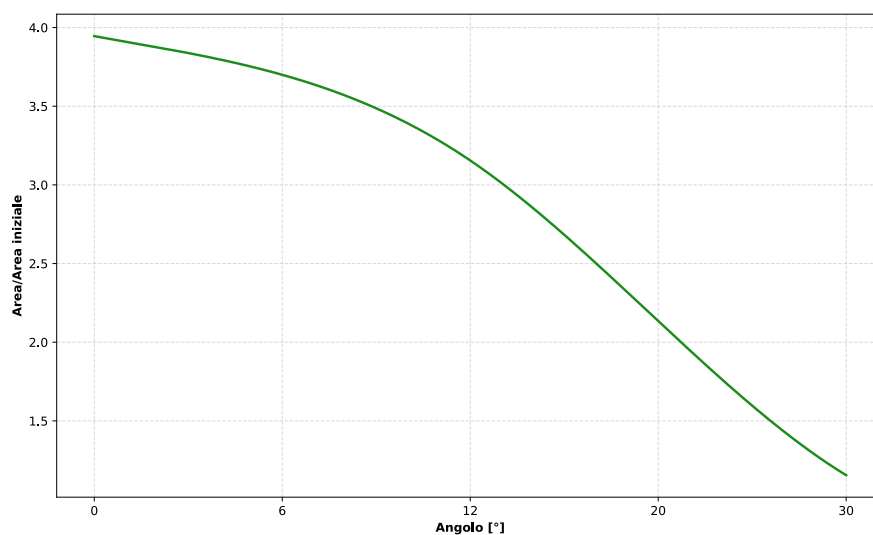
**Figura 5.25:** Forza sulla cella a parallelogramma al variare dell'angolo di taglio

L'analogia prova effettuata sulla cella a parallelogramma mostra risultati differenti. A differenza della cella quadrata, la cella a parallelogramma presenta un andamento con un minimo e un massimo locale ben definiti sin da un angolo di taglio nullo. Man mano che l'angolo aumenta, i punti a forza nulla si spostano a deformazione percentuali della cella inferiori, con il massimo locale e il minimo che si avvicinano. Questo porta ad avere pendenze delle curve maggiori e valori assoluti della forza più elevati. Per angoli eccessivi, la cella non riesce a mantenere la sua geometria integra, portando a un aumento repentino della forza agente e alla scomparsa di qualsiasi punto di stabilità che non sia la configurazione indeformata. L'andamento è visibile anche nell'energia di deformazione delle cerniere:



**Figura 5.26:** Energia di deformazione nelle cerniere della cella a parallelogramma al variare dell'angolo di taglio

Lo spostamento del punto di stabilità a deformazioni inferiori si riflette anche nell'estensione massima della cella. Come per la cella quadrata, un valore piccolo del lato dell'unità rotante è deleterio per il rapporto tra area massima e minima. Tuttavia nel caso della cella a parallelogramma non si assiste a una curva a cupola, ma a una diminuzione costante. In più, i valori raggiunti sono ben superiori, con il picco per un angolo di 0 gradi di quasi due volte superiore.



**Figura 5.27:** Rapporto tra l'area della cella a parallelogramma nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare dell'angolo di taglio

Anche il coefficiente di Poisson della cella a parallelogramma si mantiene nell'intor-

no di -1 durante la simulazione, mostrando tuttavia maggiori variazioni. Queste sono imputabili al fatto che la cella non è doppiamente simmetrica come la cella quadrata e possiede un numero di unità rotanti differenti, che ne cambiano il meccanismo di dispiegamento.

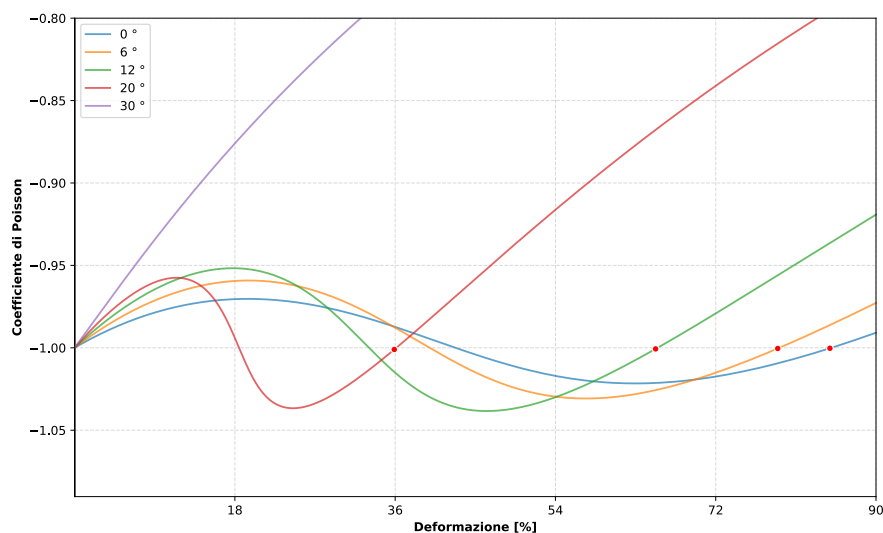


Figura 5.28: Coefficiente di Poisson della cella a parallelogramma al variare dell'angolo di taglio

### 5.7.2 Variazione dello scostamento delle rette di taglio dai vertici

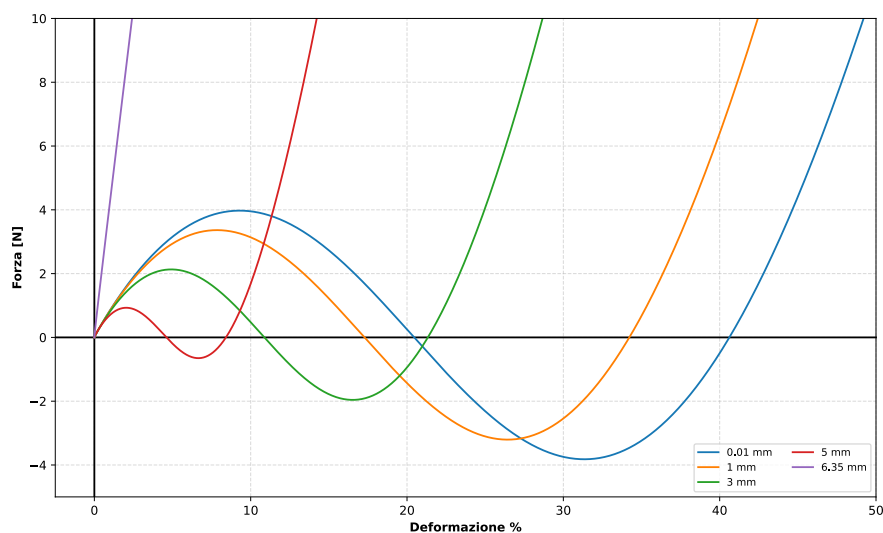
La seconda prova effettuata consiste nella variazione dello scostamento tra ciascun vertice e il punto iniziale di una retta di taglio. Nel modello questo valore definisce il lato più corto di una delle parti non rotanti di un blocco, che fa da interfaccia di giunzione quando due blocchi adiacenti sono accostati. Per effettuare la prova sono state usate condizioni analoghe alla prova precedente: 0.2 mm di larghezza e 0.2 mm di lunghezza per le cerniere, lato del blocco elementare mantenuto a 20 mm, spessore delle piastre a 1 mm. L'angolo è analogo alla prova preliminare: 20 gradi per la cella quadrata, 12 per la cella a parallelogramma.

La prova è stata effettuata valutando gli effetti dello scostamento rispetto alla configurazione di base, ovvero un angolo di 20 gradi per la cella quadrata e di 12 gradi per la cella a parallelogramma.

La variabile *offset* è stata fatta variare da di 0.01 mm, valore minimo per permettere la costruzione della geometria delle piastre in Adams, al massimo previsto per il lato del blocco e l'angolo, ovvero:

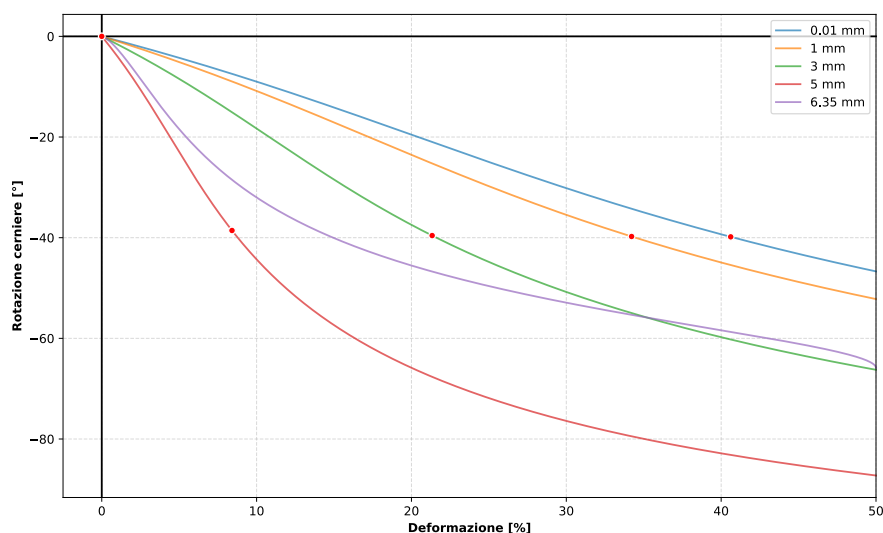
- 6.35 mm per la cella quadrata
- 4.79 mm per la cella a parallelogramma

### Cella quadrata



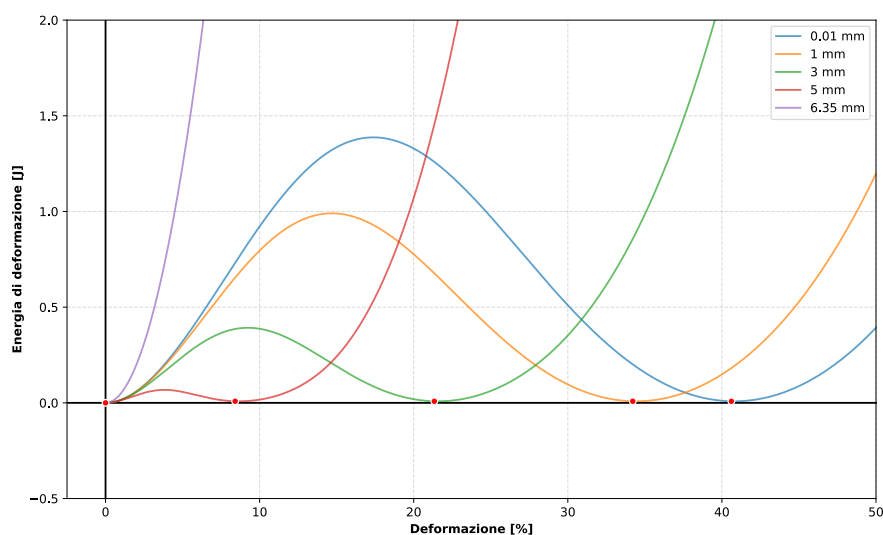
**Figura 5.29:** Forza sulla cella quadrata al variare dello scostamento

L'aumento dello scostamento riduce la lunghezza dei lati della figura rotante interna in ciascun blocco. L'effetto sulla forza nel vincolo è duplice: da un lato si assiste a una diminuzione dei valori del massimo locale e del valore assoluto del minimo. A differenza della variazione di angolo, infatti, l'aumento dello scostamento non incrementa la pendenza. Dall'altro, si nota un progressivo spostamento delle curve verso deformazioni percentuali inferiori. Per scostamenti che si avvicinano al valore limite la geometria perde l'andamento tipico di una struttura bistabile.



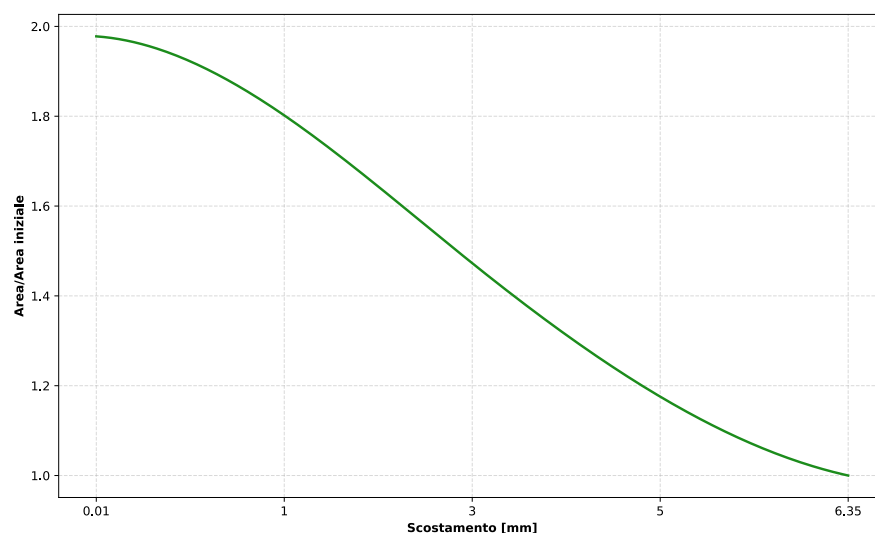
**Figura 5.30:** Rotazione delle cerniere della cella quadrata al variare dello scostamento

La similarità tra le curve si nota guardando la posizione del secondo punto di stabilità rispetto alla rotazione delle cerniere (marker rosso in figura fig. 5.30). L'angolo costante porta ad avere sempre la stessa rotazione necessaria per arrivare al massimo e al minimo assoluto, e di conseguenza al punto stabile. Compattandosi verso deformazioni inferiori, l'energia della cerniera diminuisce.



**Figura 5.31:** Energia di deformazione nelle cerniere della cella quadrata al variare dello scostamento

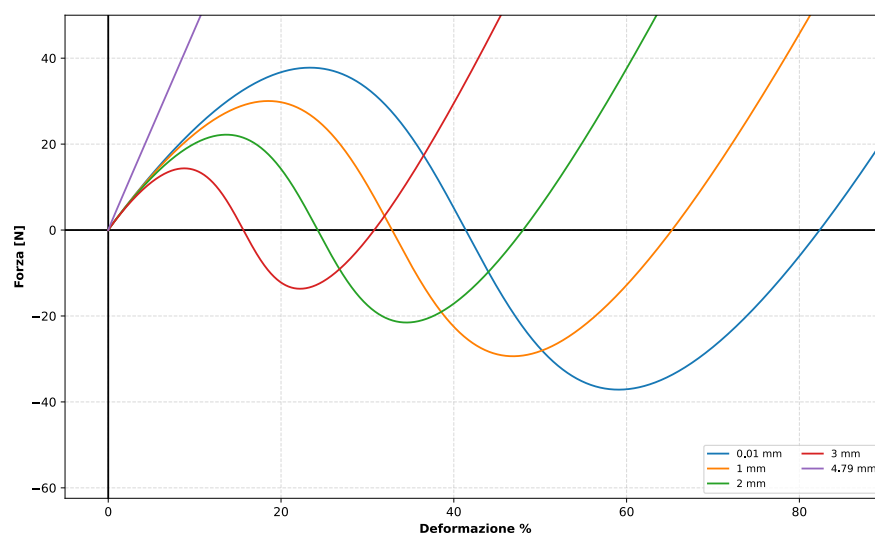
Infine, l'andamento dell'estensione della cella è decrescente man mano che lo scostamento aumenta, coerentemente alla minor deformazione raggiunta nel punto di stabilità.



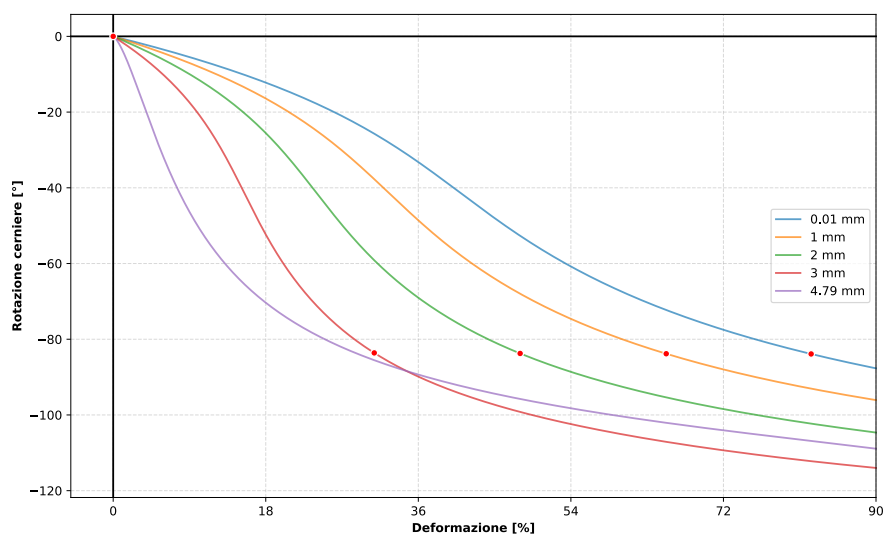
**Figura 5.32:** Rapporto tra l'area della cella quadrata nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare dello scostamento

### Cella a parallelogramma

Per limiti della geometria, il valore massimo dello scostamento nel caso di blocco triangolare è inferiore, ma l'andamento è analogo a quanto osservato nella cella quadrata. Il massimo locale e il minimo si spostano man mano a valori di deformazione percentuale inferiore, con il punto di stabilità che appare alla stessa rotazione dell'unità rotante. Come già visto per la variazione dell'angolo, le deformazioni percentuali a cui appare il minimo assoluto sono maggiori rispetto alla cella quadrata.

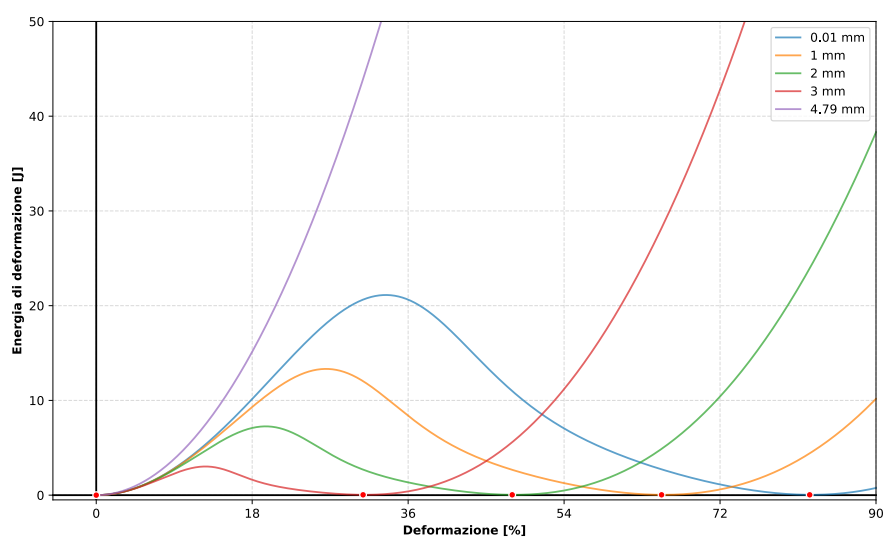


**Figura 5.33:** Forza sulla cella parallelogramma al variare dello scostamento



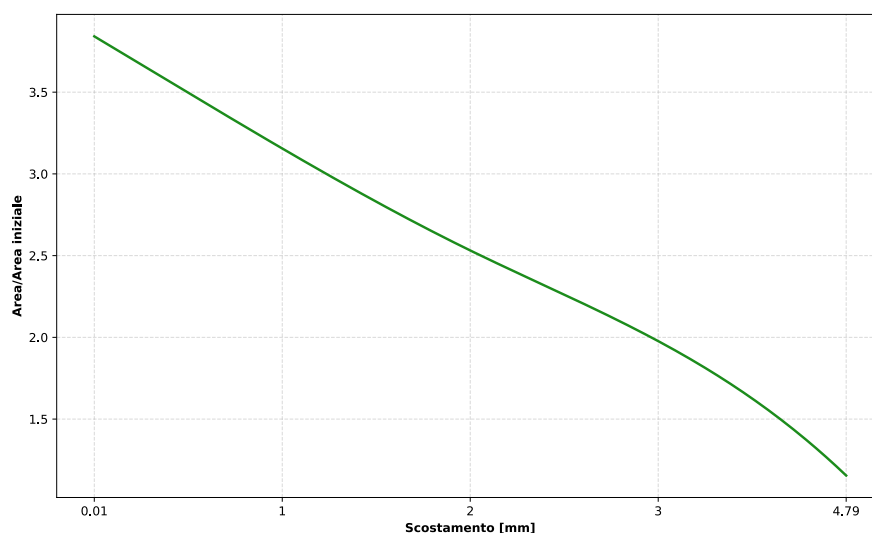
**Figura 5.34:** Rotazione delle cerniere della cella a parallelogramma al variare dello scostamento

Andamento analogo anche per l'energia di deformazione, che diminuisce con l'aumentare dello scostamento, almeno fino al punto in cui la geometria si rompe e l'unità rotante diventa troppo piccola per garantire la bistabilità.



**Figura 5.35:** Energia di deformazione nelle cerniere della cella a parallelogramma al variare dello scostamento

Riduzione delle deformazioni che si riflette poi nell'espansione massima raggiunta.



**Figura 5.36:** Rapporto tra l'area della cella a parallelogramma nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare dello scostamento

### 5.7.3 Variazione della larghezza delle cerniere

L'obiettivo della prova è indagare come la variazione della rigidità influenzi il dispiegamento della cella e la presenza o meno di bistabilità. Durante questa prova l'angolo di taglio è stato mantenuto costante a 15 gradi, mentre lo scostamento dai vertici è stato impostato al 5% della larghezza del blocco, 1 mm.

La lunghezza di ogni cerniera è stata mantenuta costante a 0.2 mm, così come lo spessore e il modulo di Young.

Il parametro modificato, invece, è stata la larghezza di ciascuna cerniera. Modificare la larghezza comporta che si modificano contemporaneamente non solo le due rigidità traslazionali nel piano di deformazione, ma anche la rigidità rotazionale attorno all'asse uscente dal piano, a causa dell'aumento di inerzia.

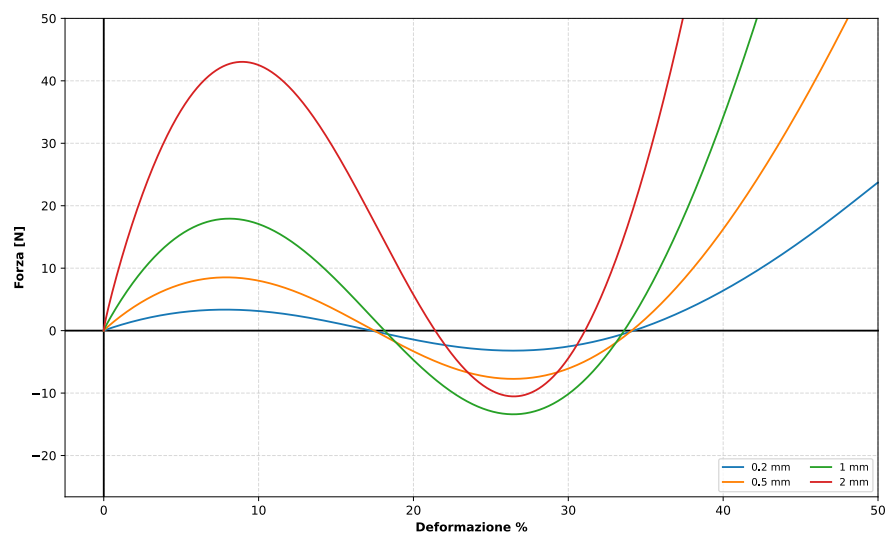
La larghezza della cerniera è stata quindi fatta variare da 0.2 mm a 2 mm, ovvero un rapporto con la lunghezza del lato del blocco che va dal 1% al 10%, per mantenere valida l'astrazione di cerniera puntiforme. Con un modulo di Young di 10 MPa, si ha per entrambe le tipologie di celle che:

- la rigidità nel piano varia da  $10 \frac{N}{mm}$  a  $100 \frac{N}{mm}$
- la rigidità rotazionale varia da  $3.3 * 10^{-2} \frac{N*mm}{deg}$  a  $33 \frac{N*mm}{deg}$

Ovvero la rigidità rotazionale in Z ha un'escursione di 3 ordini di grandezza, mentre la rigidità nel piano di uno solo. L'effetto che si ha è che all'aumentare della larghezza sua larghezza, la cerniera opporrà una maggiore resistenza alla rotazione delle parti centrali.

## Cella quadrata

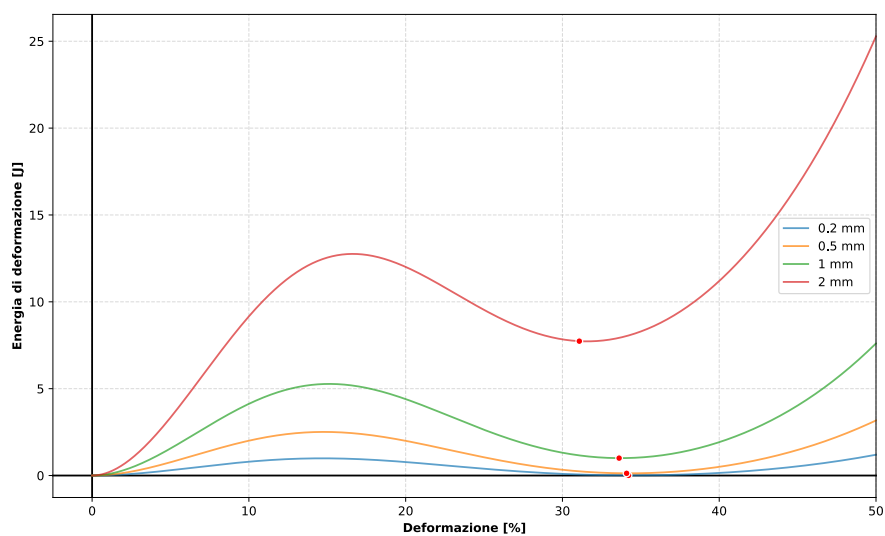
Simulando in Adams per la cella quadrata si ottiene:



**Figura 5.37:** Forza sulla cella quadrata al variare della larghezza della cerniera

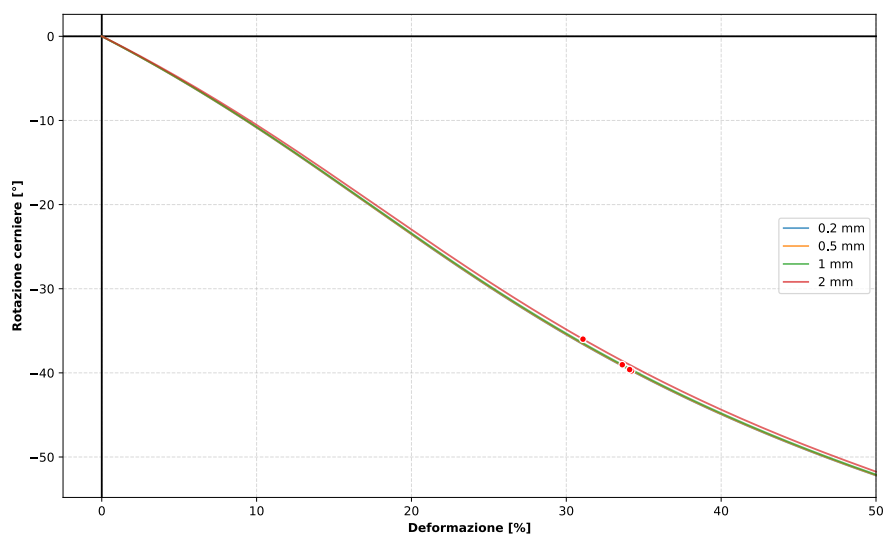
L'aumento della rigidità porta ad avere valori del massimo locale della forza all'incastro maggiori e un andamento con pendenze più elevate. Tuttavia, l'effetto non è univoco. Stando il diverso incremento tra rigidità rotazionale e rigidità nel piano, il loro rapporto non rimane costante. Per valori elevati la rigidità rotazionale ha un effetto preponderante, contrastando la rotazione delle celle rotanti. Si assiste quindi a un innalzamento progressivo del minimo con l'eventuale perdita della condizione di bistabilità. È comunque da tenere presente che con una cerniera molto larga l'astrazione di puntiforme non risulterebbe più valida, e sarebbe necessario considerarla come un corpo a sé stante.

L'aumento della rigidità è ben visibile nella curva dell'energia di deformazione: si assiste a un graduale appiattimento tra i valori del massimo e del minimo, con eventuale trasformazione in curva monotona.

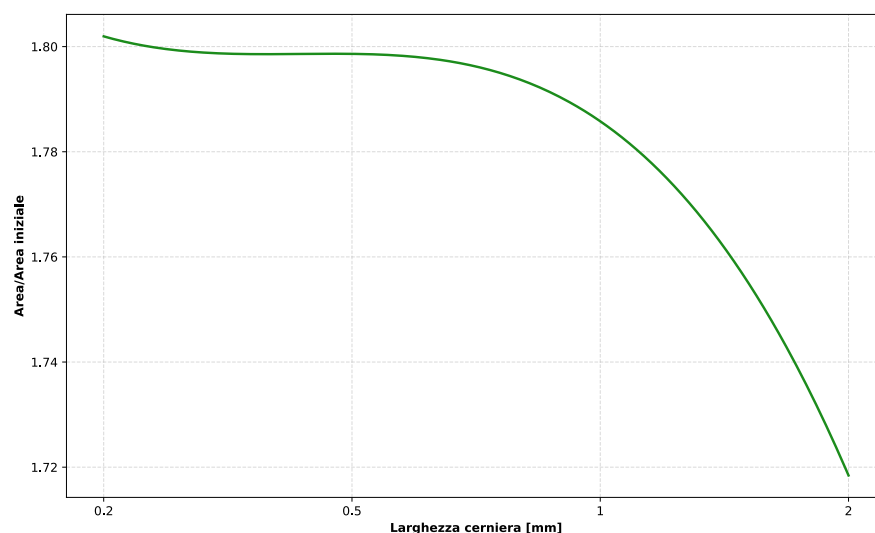


**Figura 5.38:** Energia di deformazione nelle cerniere della cella quadrata al variare della larghezza della cerniera

Il fatto che i punti di stabilità si mantengano nell'intorno della stessa deformazione percentuale porta non solo ad avere rotazioni delle cerniere sovrapponibili, ma anche una diminuzione più contenuta dei valori di estensione finale.

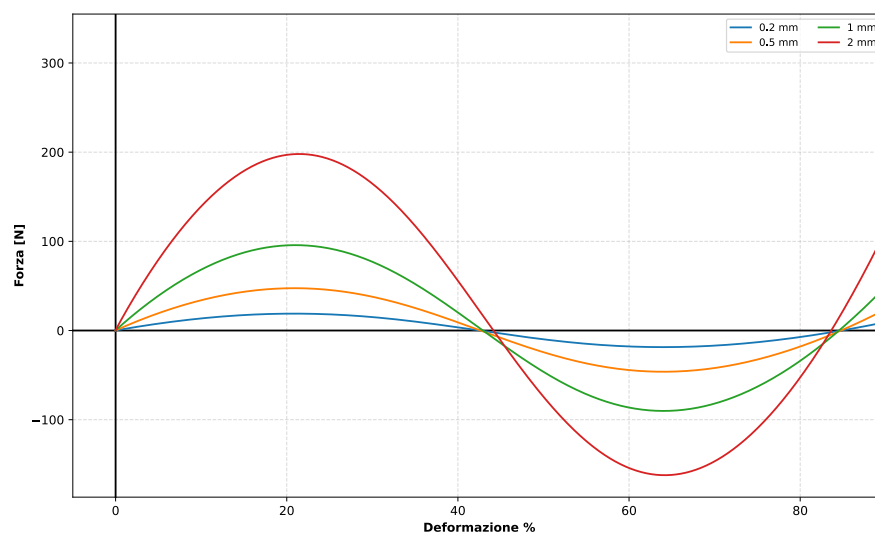


**Figura 5.39:** Rotazione delle cerniere della cella quadrata al variare della larghezza della cerniera



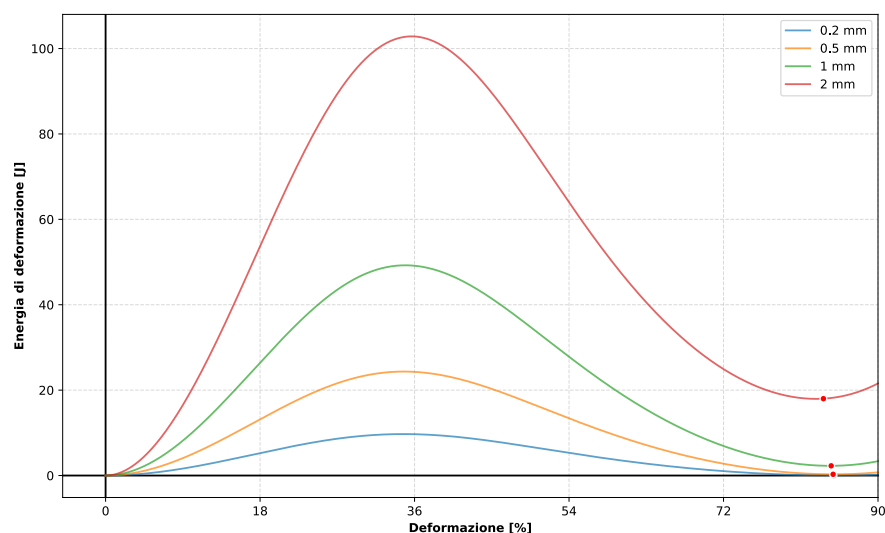
**Figura 5.40:** Rapporto tra l'area della cella quadrata nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare della larghezza della cerniera

### Cella a parallelogramma



**Figura 5.41:** Forza sulla cella a parallelogramma al variare della larghezza della cerniera

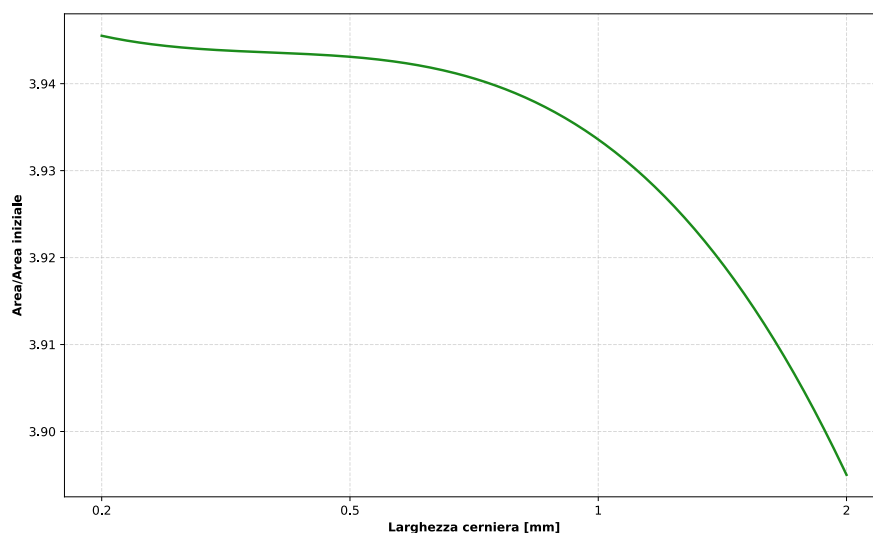
La cella a parallelogramma mostra un andamento della forza simile. La principale differenza, oltre alle già citate deformazioni maggiori come per i casi di variazione dell'angolo e dello scostamento, è che il blocco triangolare non mostra per l'angolo considerato (12 gradi) l'appiattimento del massimo locale e del minimo. Nell'intervallo analizzato infatti il minimo assoluto si sposta sempre verso valori inferiori, garantendo la bistabilità anche per rigidzze elevate.



**Figura 5.42:** Energia di deformazione nelle cerniere della cella a parallelogramma al variare della larghezza della cerniera

Guardando il grafico dell'energia di deformazione, è visibile l'innalzamento del minimo a energie più elevate, anche se l'appiattimento della curva è ancora compensato dall'aumento generale dei valori.

Infine, anche l'andamento dell'area totale è condizionato dall'aver il punto di stabilità a circa la stessa deformazione, quindi la sua riduzione è in un intervallo di valori inferiore rispetto alle altre analisi.



**Figura 5.43:** Rapporto tra l'area della cella a parallelogramma nel secondo punto di stabilità e all'inizio della simulazione al variare della larghezza della cerniera

## 5.8 Confronto tra le celle e considerazioni ulteriori sui parametri geometrici

Dalle analisi svolte risulta chiaro il ruolo che i parametri geometrici svolgono rispetto alle performance della cella auxetica. Viene innanzitutto confermata la presenza di bistabilità nella maggior parte delle condizioni, purché queste si mantengano vicine all'assunzione di cerniera puntiforme. Viene inoltre confermata la capacità del modello di mostrare gli effetti delle variazioni parametriche, ponendo le basi per approfondimenti futuri. Valori elevati di rigidità rotazionale o geometrie che riducono eccessivamente la proporzione tra lato del blocco elementare e unità rotante portano il sistema a non mostrare comportamento bistabile.

Sebbene entrambe le geometrie studiate mostrino un comportamento auxetico bistabile, la cella a parallelogramma presenta caratteristiche che la rendono più promettente da un punto di vista applicativo. Essa mostra un ampio intervallo per la posizione del secondo punto di equilibrio stabile rispetto alla deformazione percentuale, garantendo una maggiore flessibilità nel design della configurazione dispiegata di una superficie multicella. Inoltre, a parità di superficie iniziale, tale geometria consente rapporti di espansione più elevati: un fattore non trascurabile in un campo come quello spaziale.

Se è vero che anche per la cella quadrata ci sia un esteso intervallo di parametri che rendono la cella bistabile, molte di queste configurazioni presentano una curva della forza molto appiattita. È richiesta perciò una forza minima per passare da una configurazione all'altra. Da un lato, il dispiegamento ne risulta avvantaggiato. Dall'altro, le condizioni di carico in cui si troverà a operare la struttura potrebbero comportare il rischio che un disturbo anche minimo sia sufficiente a muoverla dalla condizione di equilibrio dispiegata. La cella a parallelogramma, con valori delle forze in generale più elevate, garantisce una maggiore sicurezza in tal senso, al prezzo di un dispiegamento più dispendioso dal punto di vista energetico.

I criteri di scelta di una geometria specifica possono cambiare se si considerano superfici multicella. L'integrazione di celle a bassa espandibilità con moduli ad alta deformazione, ad esempio, potrebbe permettere di ottenere configurazioni che meglio soddisfino i requisiti della struttura o che permettano un controllo più preciso della fase di dispiegamento. Resta inoltre da chiarire il ruolo che la presenza di simmetrie specifiche possa avere sul dispiegamento. Pertanto, nei capitoli successivi si procederà con l'estensione della modellizzazione a superfici composte da più celle e si studieranno gli effetti della combinazione di celle con parametri differenti.

# Analisi di modelli di superfici bidimensionali

Come prosiegua della ricerca, si è passati a una modellizzazione di una superficie multi cella, utilizzando le due tipologie studiate nel capitolo precedente. L'obiettivo è indagare come le variazioni geometriche impattino sulle caratteristiche di una struttura più ampia, composta da celle differenti. L'analisi auspica di fornire le basi per futuri studi su strutture tridimensionali.

## 6.1 Considerazioni preliminari sulla geometria

La generazione di un modello di superficie multi cella comporta di dover effettuare considerazioni preliminari sulla congruenza geometrica delle celle.

Il modello creato nel capitolo precedente si basa su di una cella bistabile ottenuta incidendo un foglio di materiale elastico. L'astrazione ha previsto di dividere le sezioni di materiale e considerarle come corpi rigidi separati, collegati da cerniere e vincolati a muoversi in dipendenza dagli altri. Al modello era perciò permessa la più ampia libertà nella scelta dei valori dei parametri geometrici, non dovendo rispettare alcun collegamento con sezioni di materiale esterne alla cella. Tale libertà viene ridotta se invece si considera una superficie multi cella. Le parti esterne, infatti, ora non sono più lembi scollegati di materiale, ma sono parte integrante di due celle limitrofe. Ne risulta che, per congruenza, le due celle devono avere necessariamente lo stesso scostamento della retta di taglio di un blocco. Mancando questa condizione, infatti, si romperebbe la geometria dei blocchi creando figure con vertici multipli e incastrati.

Lo studio pertanto è proseguito con l'assunzione di mantenere costante lo scostamento tra tutte le celle presenti sulla superficie, considerando come variabile l'angolo di inclinazione delle rette di taglio dei blocchi e le caratteristiche delle cerniere.

## 6.2 Creazione della superficie

Basandosi sul lavoro svolto per la singola cella, si crea uno script il cui compito è gestire la generazione della geometria, la creazione dei vincoli tra le celle, le cerniere e l'impostazione delle prove di trazione.

La superficie da ricreare è una superficie bidimensionale. Volendo studiare gli effetti delle variazioni indotte nei parametri, si suddivide la superficie in nove zone. Ciascuna zona sarà composta da un numero  $m$  di righe e di  $n$  colonne. Le zone verranno disposte secondo lo schema in figura fig. 6.1, ovvero una griglia 3x3.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

**Figura 6.1:** Schema della disposizione delle zone sulla superficie

Potendo modificare liberamente il numero delle colonne rispetto alle righe, la superficie può essere quadrata, rettangolare o, nel caso di cella a parallelogramma, avere lati obliqui. Il numero minimo di celle possibili nel modello è nove celle, con ciascuna zona parametrizzata indipendentemente.

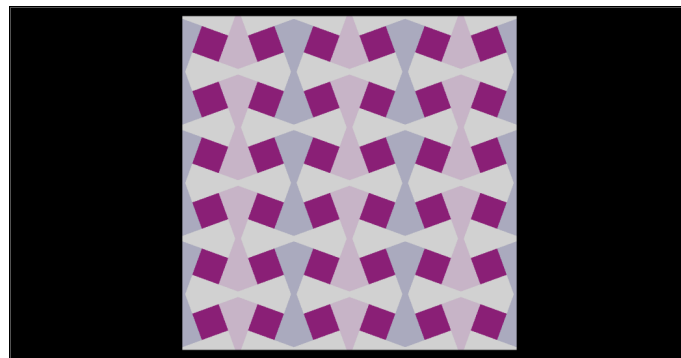
Si procede con la creazione dello script in maniera analoga a quanto fatto con la cella singola. La cella base di ogni zona viene generata tante volte quante sono le righe e le colonne selezionate per il singolo tipo. Quindi viene spostata in base all'effettiva posizione che deve assumere all'interno della superficie. Per una superficie multicella con celle quadrate, questo significa dover spostare lungo l'asse X di due volte la larghezza totale di una cella la successiva e di una quantità identica lungo l'asse Y, nella direzione negativa. Per una superficie multicella con celle a parallelogramma invece bisogna tener

conto del lato obliquo della cella e del fatto che l'altezza è data dai triangoli equilateri che la compongono.

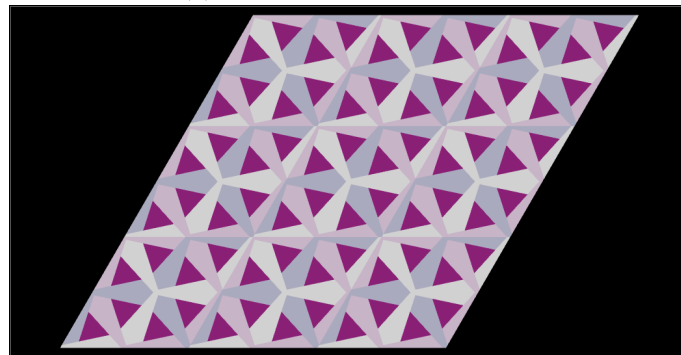
È poi necessario vincolare opportunamente le celle. I lembi esterni di una cella singola sono anche le sezioni esterne di un'altra adiacente, e pertanto si devono muovere insieme alle loro controparti.

Si utilizzano quindi dei *fixed joint* per assicurarsi che, per il solutore, si debba sempre mantenere il contatto tra i vertici che combaciano tra le due sezioni adiacenti. La creazione va fatta sia per le righe che per le colonne, collegando anche l'ultima cella di una zona con la prima della successiva, per garantire una superficie unica.

Il risultato finale, con una singola cella per zona, è:



(a) Superficie multicella quadrata



(b) Superficie multicella a parallelogramma

### 6.3 Analisi del dispiegamento di una superficie con prova di trazione a controllo di spostamento

In maniera analoga a quanto visto per la cella isolata, si procede con una prova di trazione a parametri fissi per analizzare il dispiegamento delle superfici.

Entrambe le tipologie vengono vincolate solamente sulla prima colonna della tipologia 4, nel vertice centrale più a sinistra. Viceversa, il vincolo di traslazione viene posizionato sull'ultima colonna della tipologia 6, nel vertice più a destra. Questa disposizione garantisce una simmetria rispetto all'asse X delle forze agenti sulla superficie, permettendo di valutarne il dispiegamento senza l'influenza delle asimmetrie dovute ai carichi.

Il vincolo che fa da incastro è l'unico vincolo presente tra il modello e l'ambiente di lavoro. A differenza della cella isolata, non sono state introdotte altre tipologie di vincolo per guidare il dispiegamento delle parti libere esterne. La mancanza di elementi come le forze di contatto, che imporrebbero autonomamente vincoli ulteriori, impedisce di garantire la precisione del modello in corrispondenza dei bordi. Tuttavia, trattandosi di superfici isolate, che non interagiscono con altri corpi, è stato ritenuto un errore accettabile e compatibile con le analisi previste. L'aggiunta di vincoli espliciti, infatti, avrebbe trasformato il modello in una sezione di una superficie più grande, con il risultato che si sarebbe perso comunque ogni fedeltà fisica al bordo reale e i risultati sarebbero stati influenzati dall'espansione guidata del perimetro.

### 6.3.1 Dispiegamento con una singola cella per zona

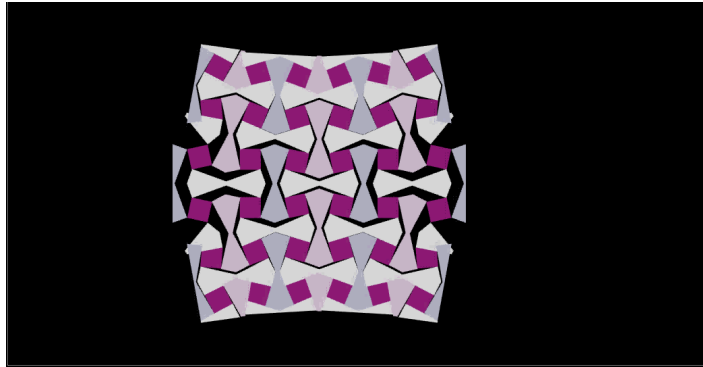
Nella prima prova ci si è limitati a confrontare il dispiegamento di una superficie composta da sole 9 celle, ovvero una singola riga e una sola colonna per zona. Le limitazioni di una configurazione simile sono evidenti: Ogni cella condivide uno o più lati con il perimetro esterno, e quindi non possiede vincoli che ne agevolino il dispiegamento in quella direzione. Inoltre, la dimensione contenuto porta ad avere un legame più stretto tra le zone, dato il numero limitato di celle presenti.

Di seguito i parametri utilizzati per la prova:

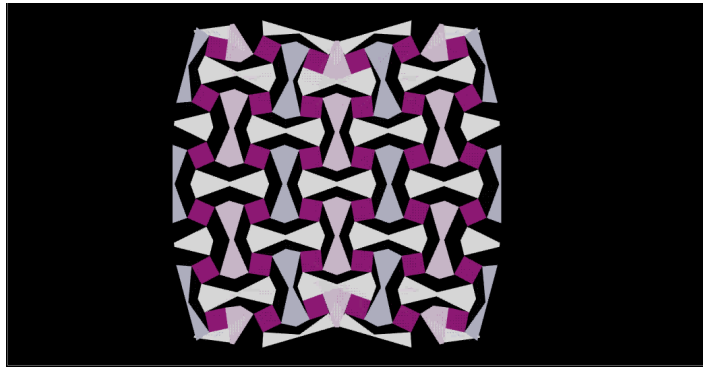
<b>Lunghezza del lato di un blocco</b>	20 mm
<b>Angolo di inclinazione</b>	20° (quadrato) / 12° (parallelogramma)
<b>Scostamento</b>	1 mm
<b>Larghezza cerniera</b>	0.2 mm
<b>Lunghezza cerniera</b>	0.2 mm
<b>Modulo di Young</b>	10 MPa
<b>Spessore piastre</b>	1 mm
<b>Modulo di Young</b>	10 MPa

**Tabella 6.1:** Parametri geometrici di base utilizzati durante la prova di trazione

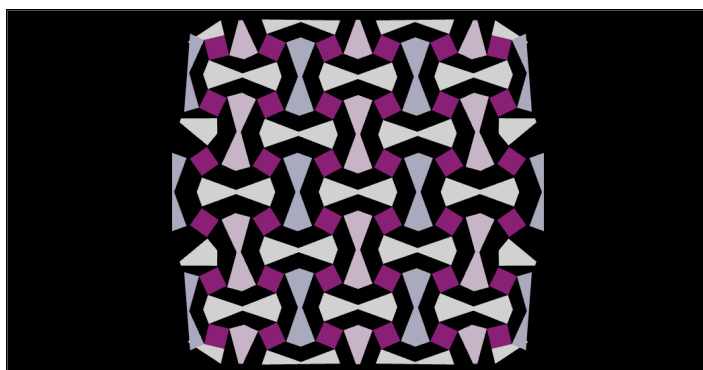
Analizzando il dispiegamento, si nota una perfetta simmetria per la superficie con celle quadrate.



**Figura 6.3:** Dispiegamento della superficie quadrata a 9 celle (Fase 1)



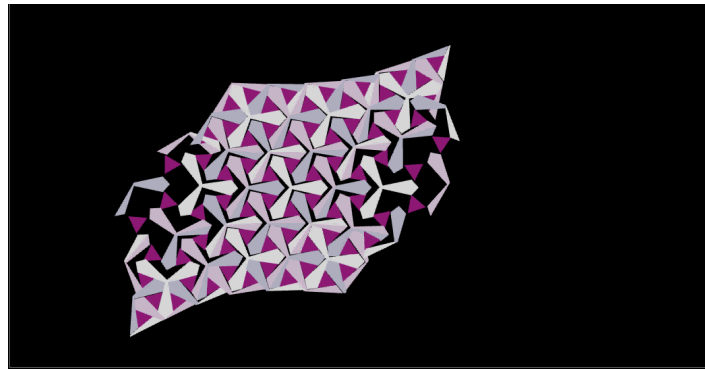
**Figura 6.4:** Dispiegamento della superficie quadrata a 9 celle (Fase 2)



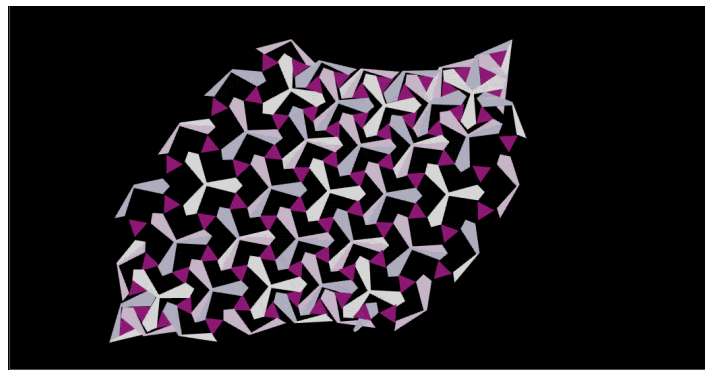
**Figura 6.5:** Superficie con 9 celle quadrate alla fine della prova

L'apertura parte nella fascia contenente i vincoli, per poi estendersi alle celle nella fascia superiore e inferiore. In particolare, sono le celle centrali, più lontane dai vincoli, a dispiegarsi per ultime.

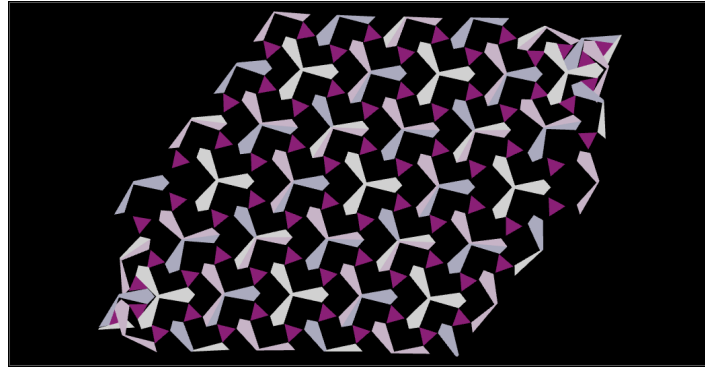
Anche il dispiegamento del parallelogramma parte dalle zone attorno ai vincoli, ma la spiccata asimmetria e il maggior numero di unità rotanti rende l'effetto più evidente. Inoltre, durante l'apertura la superficie assume una evidente curva, complice l'assenza di vincoli sul perimetro inferiore e superiore. Alla fine della prova, la cella è quasi completamente dispiegata, con una simmetria diagonale. Le zone più lontane dai vincoli, ovvero le punte del parallelogramma, non sono del tutto estese e mostrano con evidenza le limitazioni del modello, con penetrazioni impossibili da replicare nella realtà.



**Figura 6.6:** Dispiegamento della superficie quadrata a 9 celle (Fase 1)

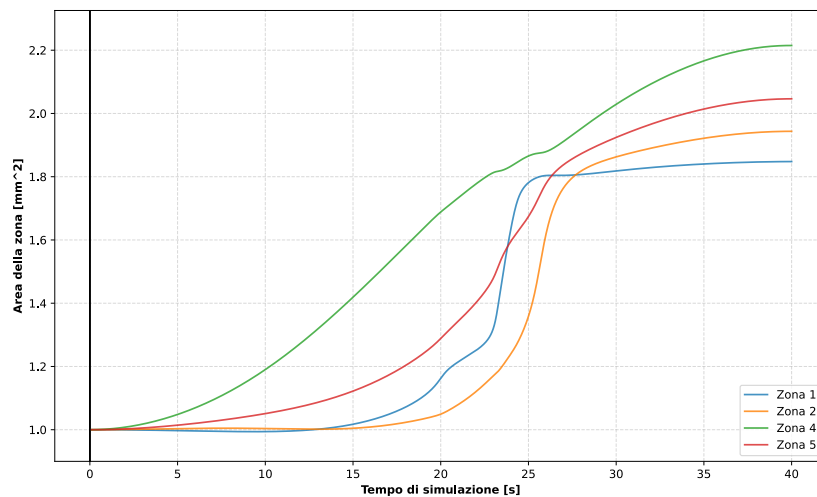


**Figura 6.7:** Dispiegamento della superficie quadrata a 9 celle (Fase 2)

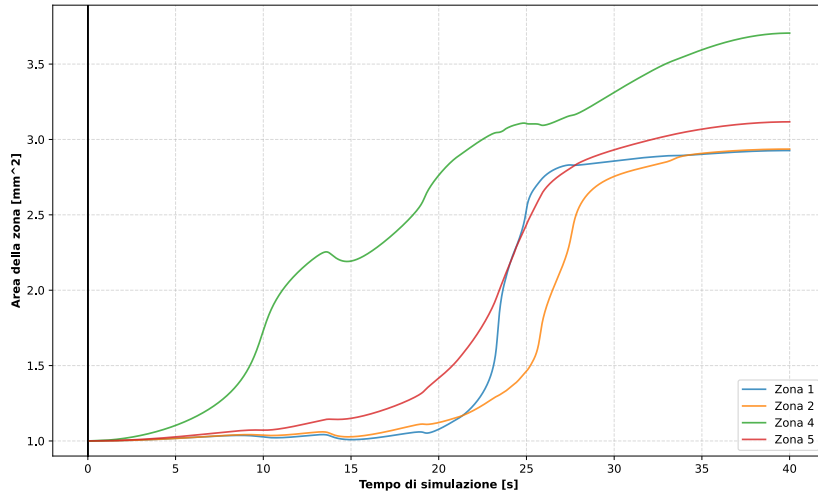


**Figura 6.8:** Superficie con 9 celle a parallelogramma alla fine della prova

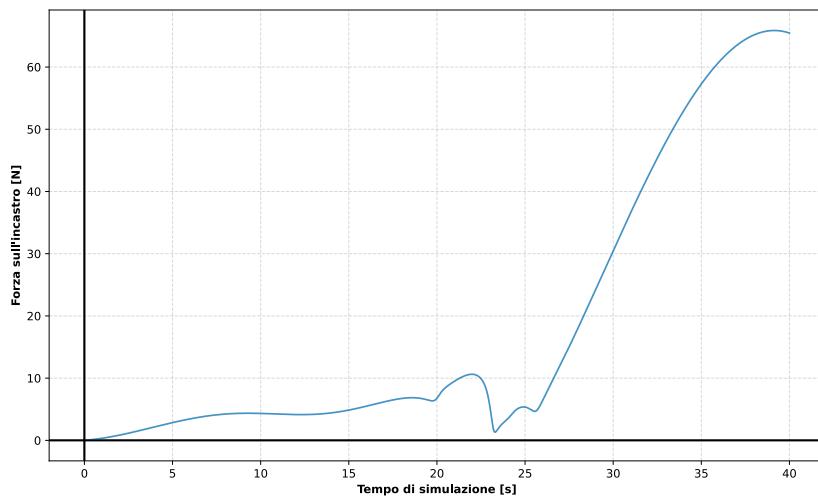
Osservando i grafici dell'andamento delle dimensioni di ogni zona, si nota nuovamente come la cella a parallelogramma garantisca maggiori rapporti d'espansione anche per le superfici.



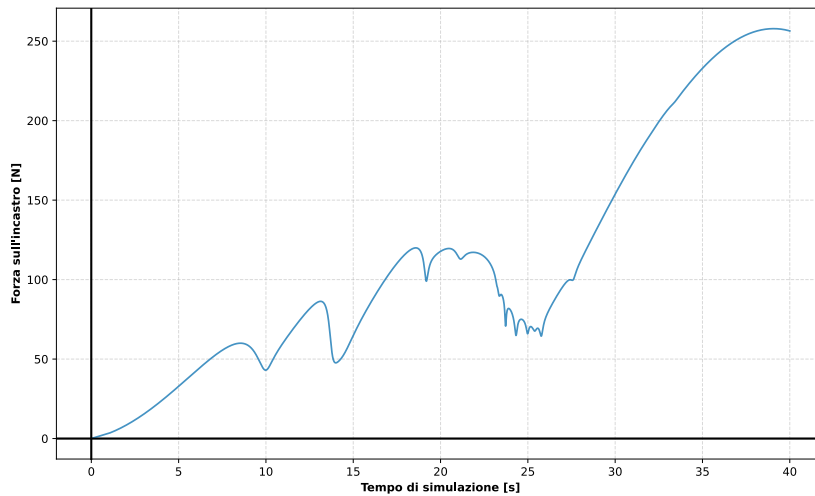
**Figura 6.9:** Variazione dell'area di alcune zone della superficie durante il dispiegamento (cella quadrata)



**Figura 6.10:** Variazione dell'area di alcune zone della superficie durante il dispiegamento (cella a parallelogramma)



**Figura 6.11:** Forza all'incastro durante il dispiegamento (cella quadrata)



**Figura 6.12:** Forza all'incastro durante il dispiegamento (cella a parallelogramma)

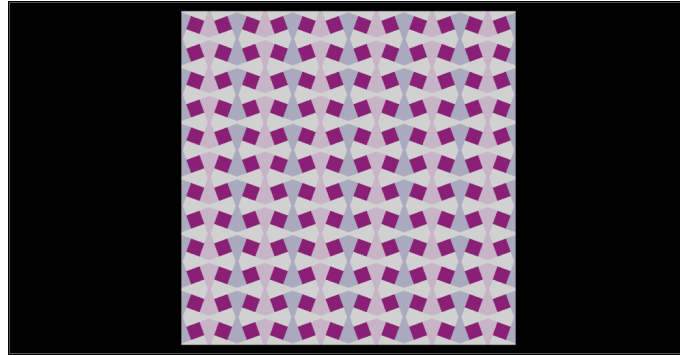
L'andamento della forza all'incastro mostra il differente meccanismo di dispiegamento delle due superfici: la superficie quadrata comprende poche unità rotanti simmetriche, che portano a un dispiegamento con pochi picchi (fig. 6.11). Al contrario, ogni cella a parallelogramma ha un dispiegamento a più fasi, che porta a una forza complessiva più frastagliata (fig. 6.12).

### 6.3.2 Analisi del dispiegamento di superfici multicella con prova di trazione a controllo di carico

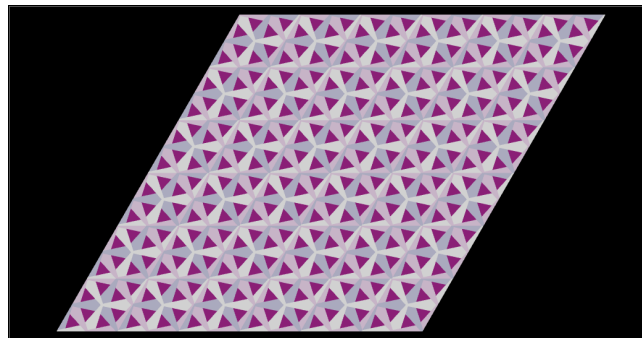
Data l'influenza che la presenza dei vincoli ha sul dispiegamento, per le successive prove è stato ritenuto opportuno abbandonare il controllo dello spostamento sotto forma di giunto di traslazione e utilizzare invece un carico di trazione posizionato nello stesso punto.

L'intensità del carico è stata selezionata per garantire il dispiegamento nelle diverse condizioni analizzate, usando un andamento a campana ottenuto con due funzioni *STEP* in successione. Questa soluzione permette un'espansione senza brusche accelerazioni dei pezzi e permette di verificare la stabilità della configurazione estesa una volta rimosso il carico.

In questa serie di analisi, ogni zona è composta da 4 celle, per un totale nella superficie di 36.



**Figura 6.13:** Superficie multicella quadrata a 36 celle



**Figura 6.14:** Superficie multicella a parallelogramma a 36 celle

Come nell'analisi precedente, la superficie risultante dalla cella quadrata fig. 6.13 è una figura doppiamente simmetrica, con i vincoli posizionati nella fascia centrale. Al contrario, la superficie ottenuta dalla cella a parallelogramma è essa stessa un parallelogramma, e presenta una simmetria diagonale.

<b>Lunghezza del lato di un blocco</b>	20 mm
<b>Angolo di inclinazione</b>	20° (quadrato) / 12° (parallelogramma)
<b>Scostamento</b>	1 mm
<b>Larghezza cerniera</b>	0.2 mm
<b>Lunghezza cerniera</b>	0.2 mm
<b>Modulo di Young</b>	10 MPa
<b>Spessore piastre</b>	1 mm
<b>Modulo di Young</b>	10 MPa

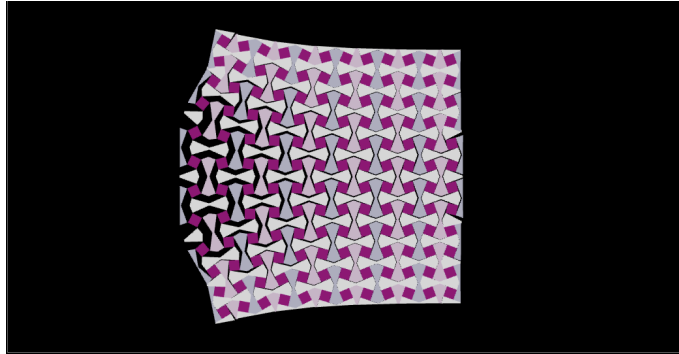
**Tabella 6.2:** Parametri utilizzati per le prove di trazione

Per la superficie quadrata è stato utilizzato un carico di 30 N, mentre per quella con celle a parallelogramma uno di 200 N. Per entrambe le tipologie il tempo di attuazione è stato di 10 secondi.

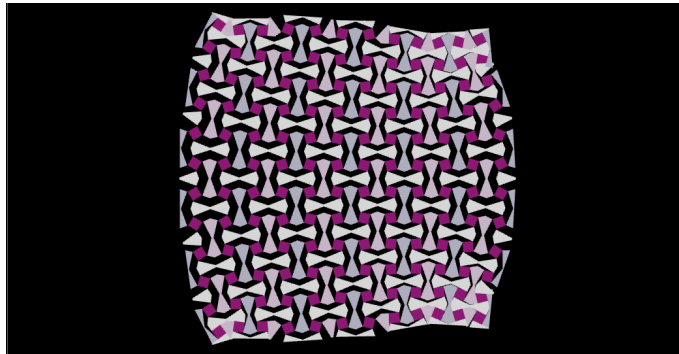
### Superficie con cella quadrata

La cella quadrata (fig. 6.17) mostra un dispiegamento analogo al caso con una singola cella per zona.

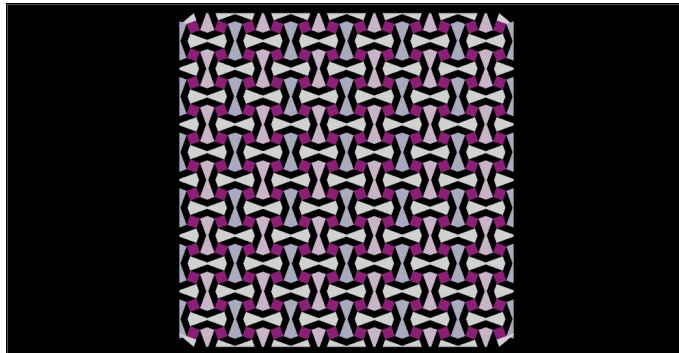
Il dispiegamento parte dalla zona più vicina all'incastro e si espande radialmente dalla retta che congiunge il vincolo al carico.



**Figura 6.15:** Superficie quadrata - Dispiegamento (Fase 1)



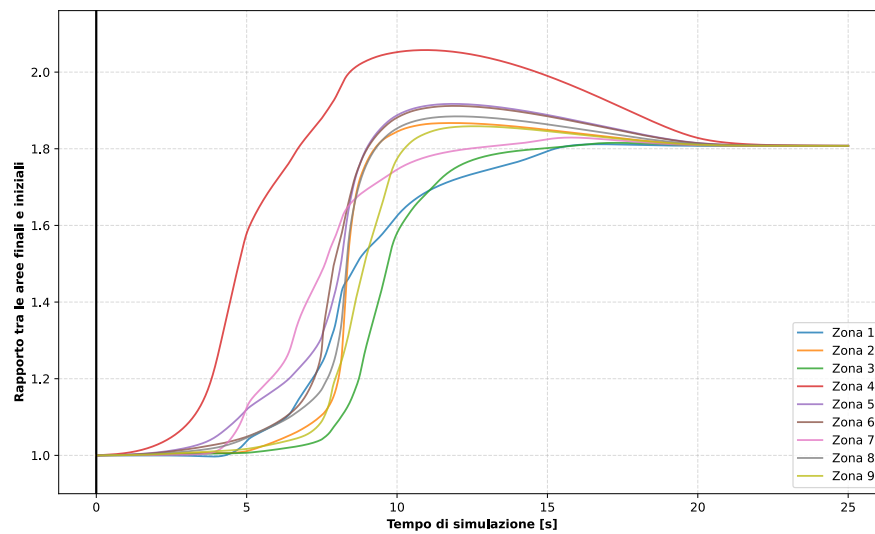
**Figura 6.16:** Superficie quadrata - Dispiegamento (Fase 2)



**Figura 6.17:** Superficie multicella quadrata dispiegata

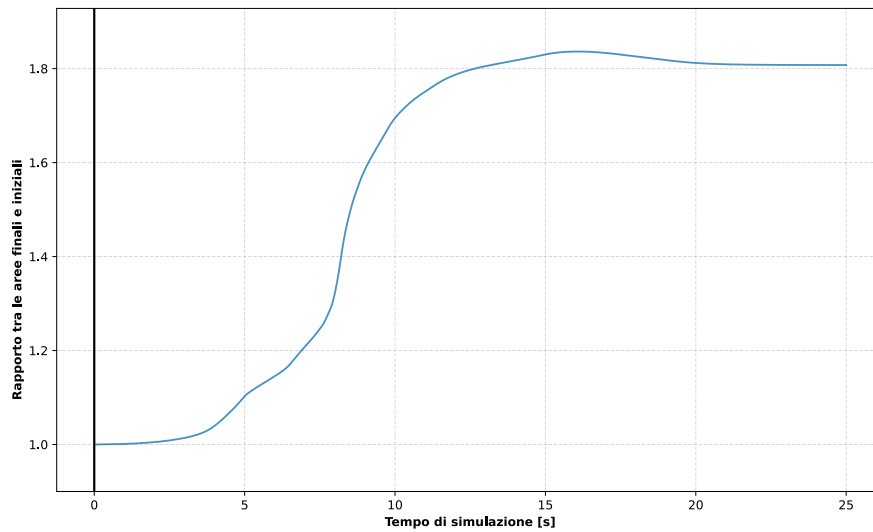
Le ultime celle a dispiegarsi sono quelle più lontane dall'incastro, ovvero la seconda colonna delle zone 3 e 9.

Osservando le variazioni dell'estensione delle zone durante la simulazione, si conferma come le prime celle a dispiegarsi siano quelle della zona 4, mentre le ultime sono le zone 3 e 9, cioè le più esterne dal lato opposto all'incastro. Ad ogni modo, una volta rimosso il carico, ogni zona si allinea sulle dimensioni massime permesse dal punto di stabilità delle celle che la compongono. Avendo usato celle identiche, le estensioni coincidono.



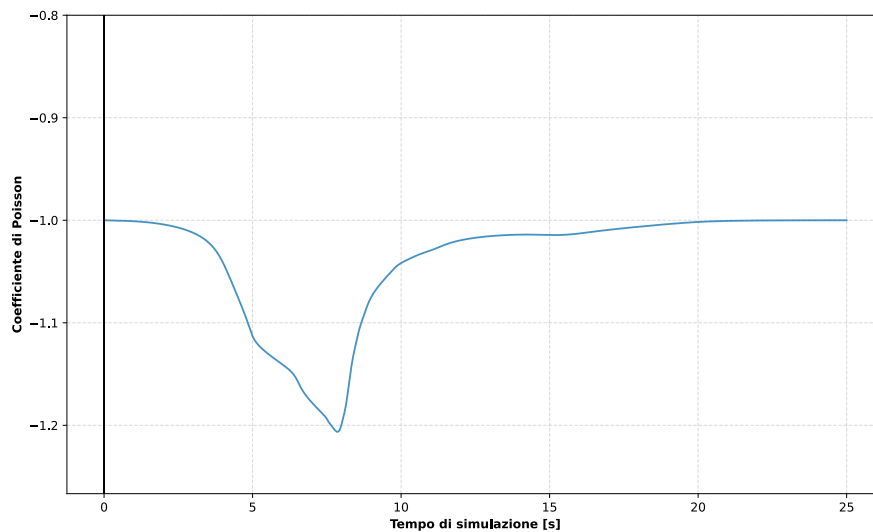
**Figura 6.18:** Variazione del rapporto tra l'area e l'area iniziale per le 9 zone della superficie quadrata

Nel complesso, la superficie, grazie alla sua simmetria, ha un rapporto d'espansione di poco inferiore a 2, in linea con quello ottenuto per una cella isolata.



**Figura 6.19:** Rapporto d'espansione della superficie con celle quadrate

Anche il coefficiente di Poisson è in linea con i risultati della cella isolata, fatto salvo il momento in cui, a causa dei differenti tempi di dispiegamento delle zone, il suo valore scende sotto -1.

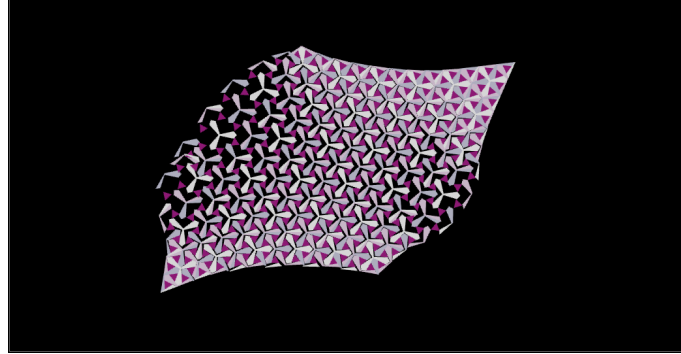


**Figura 6.20:** Coefficiente di Poisson della superficie con celle quadrate

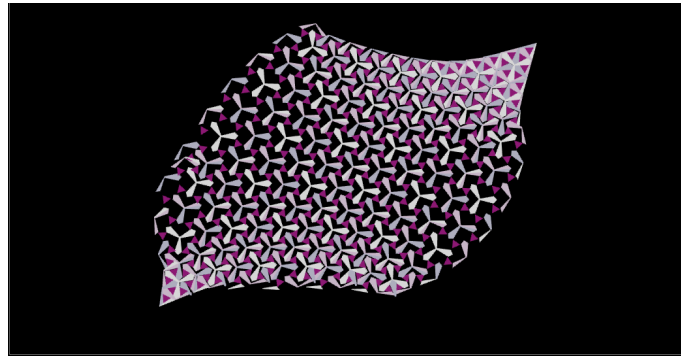
### Superficie con cella a parallelogramma

La superficie a parallelogramma mostra un dispiegamento più omogeneo rispetto a quella con solo 9 celle. Ancora un volta il dispiegamento parte dalla zona più vicina all'incastro e si espande radialmente dalla retta che congiunge il vincolo al carico. Nel

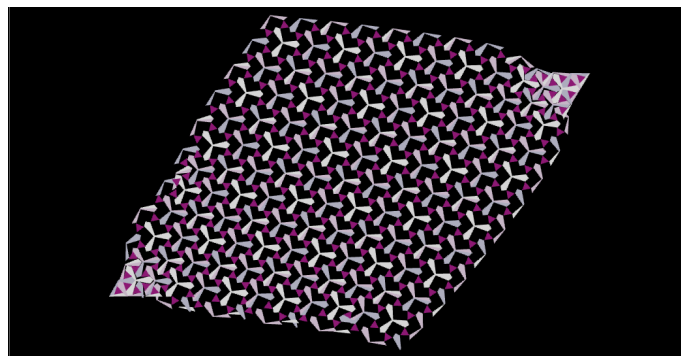
farlo, la superficie si deforma visibilmente e si inclina verso l'asse Y negativo, a causa dell'orientamento dei lati obliqui.



**Figura 6.21:** Superficie a parallelogramma - Dispiegamento (Fase 1)



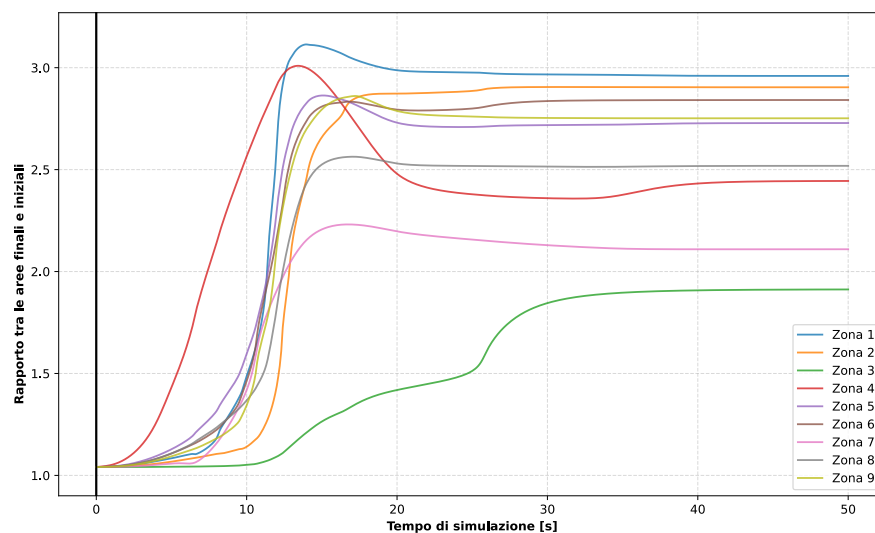
**Figura 6.22:** Superficie a parallelogramma - Dispiegamento (Fase 2)



**Figura 6.23:** Superficie multicella a parallelogramma dispiegata

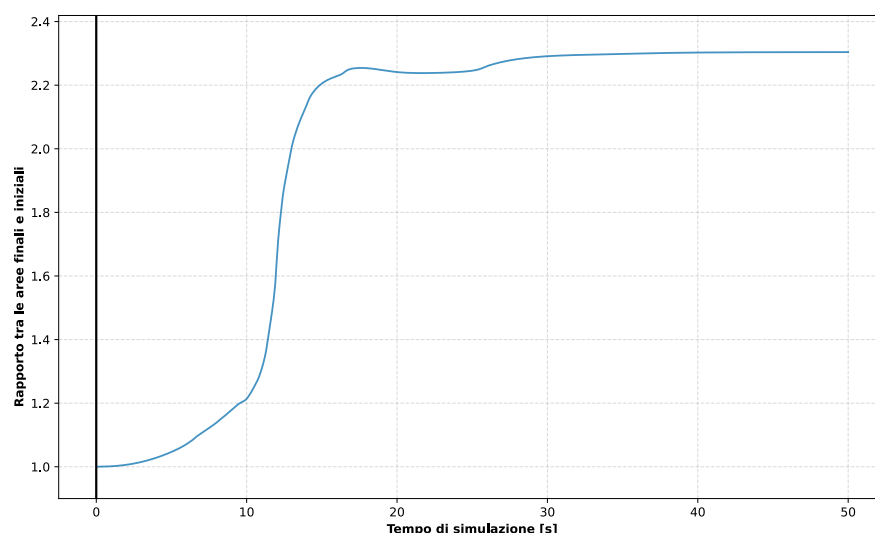
Alla fine del dispiegamento, solamente la punta delle zone 3 e 7 non risulta dispiegata, confermando che l'assenza di vincoli laterali è svantaggiosa per la corretta espansione. Le celle delle stesse zone in posizione più interna, infatti, riescono a raggiungere la loro estensione massima anche se posizionate lontano dall'incastro. Osservando

il grafico con i rapporti di espansione per zona, si nota la grande variabilità in base alla posizione relativa sulla superficie, nonchè gli effetti che la curvatura durante il dispiegamento ha sull'estensione finale di celle centrali come la zona 4.



(a) Variazione del rapporto tra l'area e l'area iniziale per le 9 zone della superficie a parallelogramma

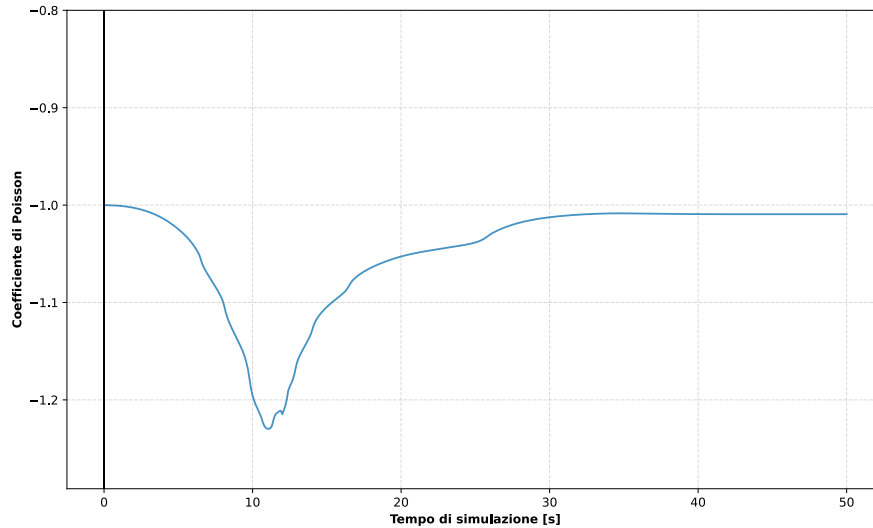
Nonostante il mancato dispiegamento, la superficie mantiene il vantaggio tipico del blocco triangolare su quello quadrato in termini di area coperta, con ha un rapporto d'espansione di circa 2.2. Per confronto, una cella a parallelogramma isolata con le stesse caratteristiche ne mostrava uno intorno a 3.



(a) Rapporto d'espansione della superficie con celle a parallelogramma

Il coefficiente di Poisson mostra maggiore variabilità della superficie quadrata, a

causa del dispiegamento asincrono delle celle e dell'asimmetria rispetto agli assi X e Y, ma si stabilizza attorno ad -1.



(a) Coefficiente di Poisson della superficie con celle a parallelogramma

### Commento alle prove

Le prove fanno emergere che anche una superficie multicella garantisce un comportamento auxetico e la bistabilità. Dalle analisi risulta chiaro, ancora un volta, come la geometria sia un fattore fondamentale per definire il comportamento dell'espansione del materiale. Non solo le caratteristiche intrinseche delle celle vengono passate al sistema multi cella, ma anche la loro disposizione è un parametro da valutare in fase di design. Si prenda ad esempio la superficie a parallelogramma: questa mostra i già espressi vantaggi in termini di rapporto d'espansione, ma soffre a causa delle asimmetrie. L'accostamento di superfici con orientamenti specchiati potrebbe sopperire alla mancanza di simmetria. In alternativa, un maggior numero di celle potrebbero garantire una zona utile ben dispiegata e ridurre gli effetti complessivi delle condizioni al contorno.

## 6.4 Analisi del dispiegamento delle superfici con differenti combinazioni di parametri geometrici

Dopo aver analizzato il dispiegamento di una superficie composta da celle identiche, lo studio si è concentrato sulla combinazione di parametri geometrici differenti per

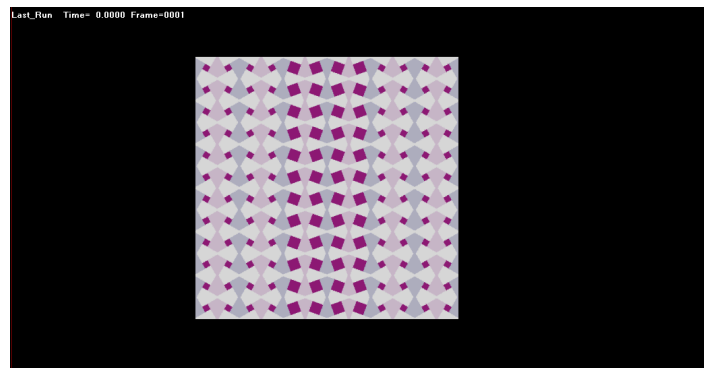
guidare l'espansione della struttura.

Poiché nella sezione precedente è stato osservato come l'espansione parta nelle vicinanze dell'incastro, prima di estendersi alle celle che si trovano nella fascia centrale (zone 2,5 e 8), l'analisi si è concentrata proprio su quest'ultime. Nello specifico, si è cercata una combinazione di parametri che garantisca un dispiegamento maggiore della sezione centrale anticipato rispetto alle altre zone.

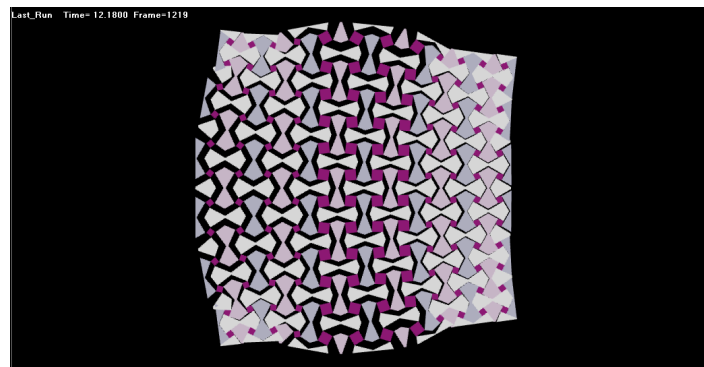
Basandosi sui risultati ottenuti sulla cella isolata, sono state quindi scelte queste combinazioni di parametri:

- un angolo di inclinazione di  $30^\circ$  per le zone esterne, con una larghezza della cerniera di 1 mm nel caso di una cella quadrata, mantenendo la zona centrale a un angolo di  $20^\circ$ ;
- un angolo di inclinazione di  $0^\circ$  per la zona centrale e una larghezza di 1 mm della cerniera per le celle esterne nel caso di cella a parallelogramma.

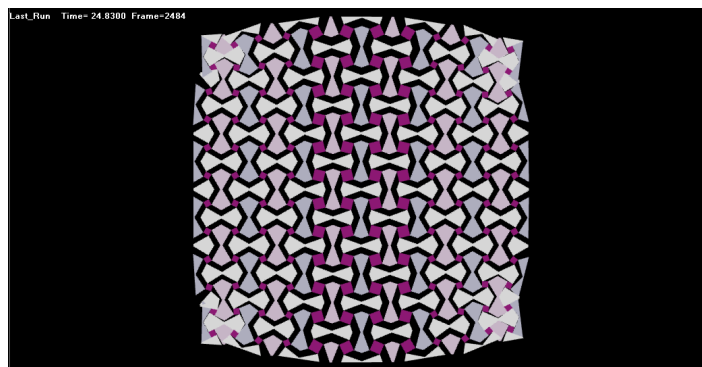
### Superficie con cella quadrata



**Figura 6.27:** Superficie quadrata con celle differenti nella configurazione ripiegata

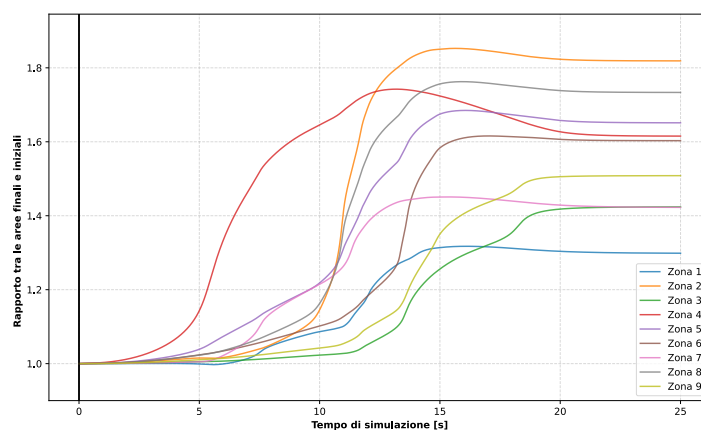


**Figura 6.28:** Superficie quadrata con celle differenti durante il dispiegamento



**Figura 6.29:** Superficie quadrata con celle differenti nella configurazione dispiegata

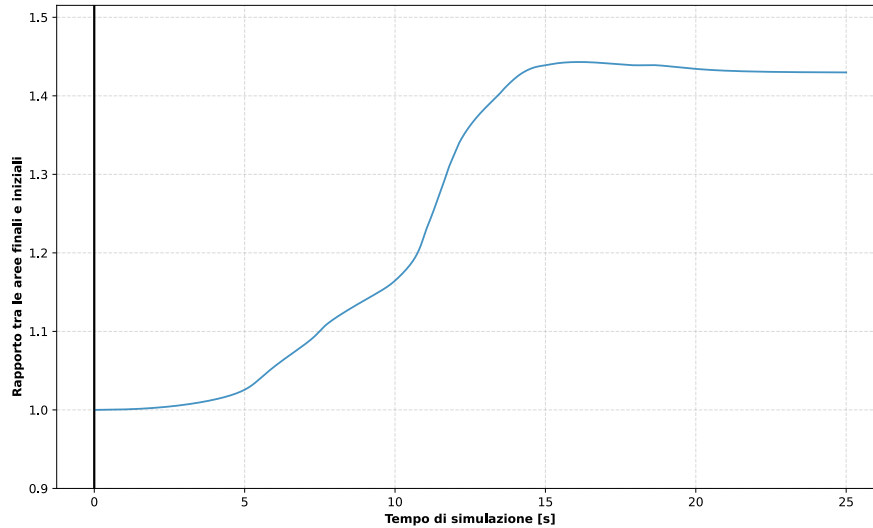
L'intervento sulla geometria della superficie quadrata ha ottenuto gli effetti attesi. Complice la maggiore espansione delle celle con angoli di 20 gradi, la zona centrale mostra un rigonfiamento rispetto alle zone laterali una volta rimossa la forma e stabilizzato il sistema. Osservando cosa avviene durante l'espansione, si vede come le zone centrali siano già espansive mentre ancora le zone 1 e 3, sul lato sinistro, sono in fase di dispiegamento. L'effetto è tuttavia ottenuto completamente solo per le celle d'estremità: infatti, lo stesso dispiegamento della zona centrale e la presenza della zona 4 già dispiegata porta le celle più vicine ad aprirsi nonostante la rigidità maggiore. La prova suggerisce quindi che per un numero maggiore di celle sia possibile ottenere un perfetto dispiegamento sequenziale.



**(a)** Rapporto d'espansione di ciascuna zona della superficie con celle quadrate differenti

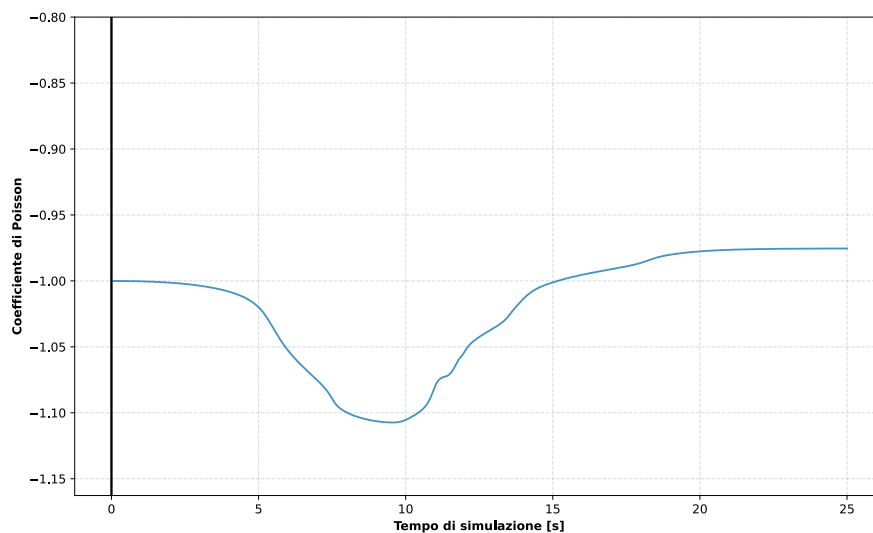
Il grafico dei rapporti d'espansione per le differenti zone conferma come le zone centrali (2,5 e 8) raggiungano un'estensione maggiore e prima delle altre zone. Seppur la superficie nel suo totale mantenga una simmetria nel piano rispetto a entrambi gli assi, limitandosi alle singole zone si possono notare differenze causate da come ogni

cella al loro interno è riuscita a espandersi. La minore espansione delle celle esterne, tuttavia, si riflette negativamente sull'espansione complessiva, con un valore inferiore rispetto al caso di celle identiche.



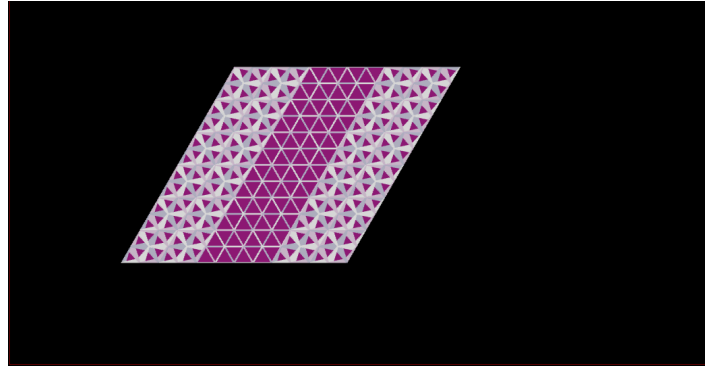
(a) Rapporto d'espansione della superficie con celle quadrate differenti

L'effetto è visibile anche sul coefficiente di Poisson, che seppur rimanga vicino a -1, ha un valore meno negativo.

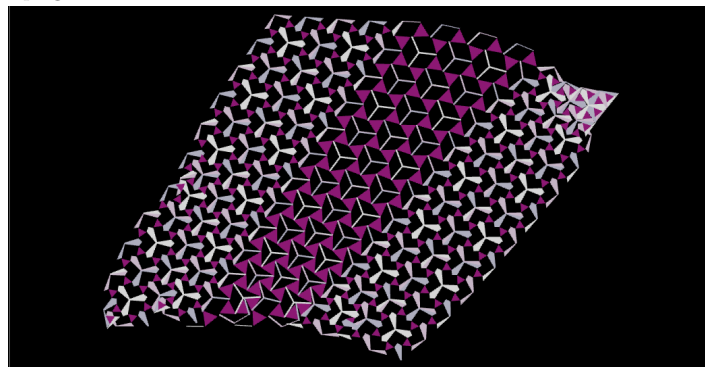


(a) Coefficiente di Poisson della superficie con celle quadrate differenti

### Superficie con cella a parallelogramma

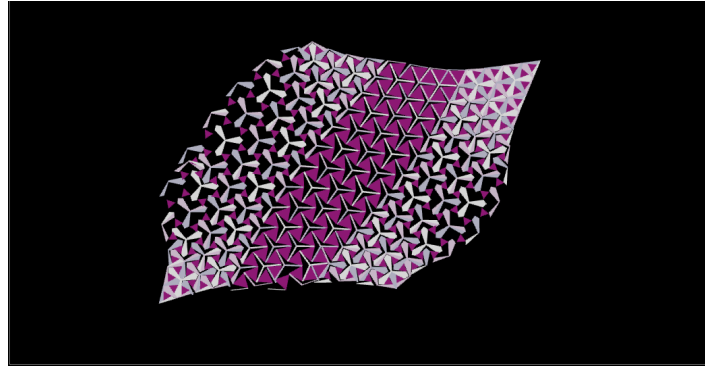


(a) Superficie a parallelogramma con celle differenti nella configurazione ripiegata



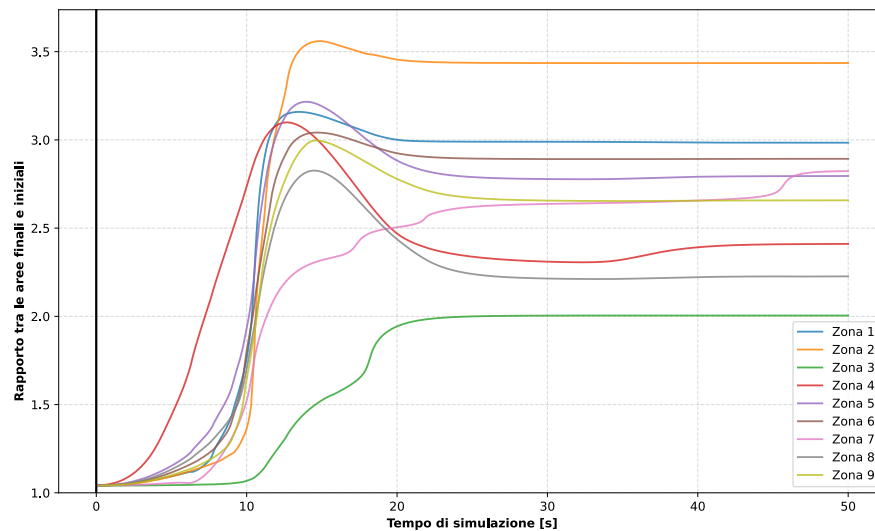
(b) Superficie a parallelogramma con celle differenti completamente estesa

L'analogo intervento sulla geometria della superficie a parallelogramma mostra una situazione meno evidente rispetto alla tipologia quadrata. Se la parte centrale, con un angolo di 0 gradi, si espande effettivamente di più delle altre, la forte asimmetria della struttura porta a un dispiegamento successivo alla zona con maggiore rigidità e a una vistosa inclinazione. Il risultato è che la zona sinistra della struttura si espande quasi completamente, mentre la zona destra trova ancora la punta estrema non dispiegata. Osservando cosa avviene durante l'espansione, si notano le celle centrali ancora non del tutto dispiegate circondate da celle con angoli maggiori già estese. L'effetto può essere spiegato con la differente variazione dell'area della cella rispetto all'angolo notata studiando la cella isolata. Se infatti la cella a 0 gradi di inclinazione è quella con maggior rapporto d'espansione, come per la quadrata era quella a 20 gradi, il suo dispiegamento avviene a deformazioni percentuali maggiori delle celle con angoli maggiori. L'aumento di rigidità delle celle esterne quindi non è sufficiente a compensare il maggior tempo necessario alla fascia centrale per dispiegarsi e il suo effetto è smorzato.



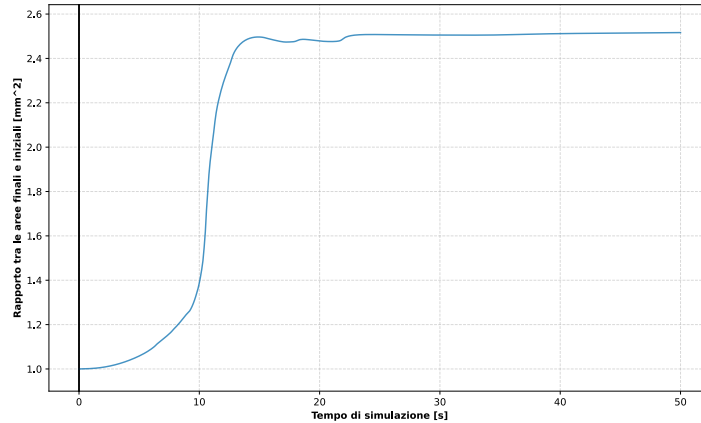
**Figura 6.34:** Superficie a parallelogramma con celle differenti durante il dispiegamento

Guardando infatti il rapporto d'espansione di ciascuna zona, si nota come queste si espandano nello stesso momento, se si escludono le celle rallentate dalla curvatura formatasi durante l'apertura della superficie.



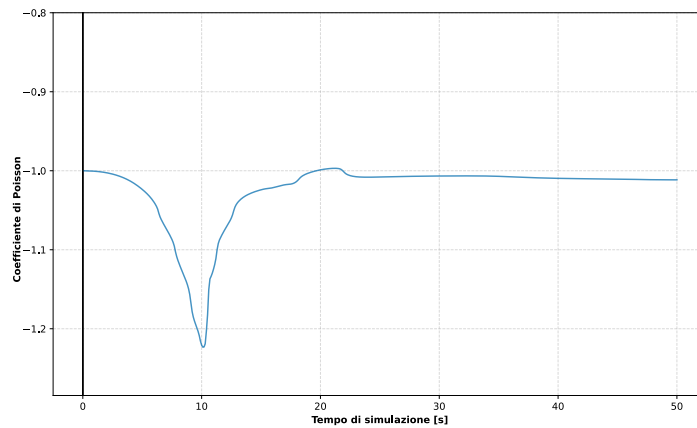
**(a)** Rapporto d'espansione di ciascuna zona della superficie con celle a parallelogramma differenti

Come ci si aspettava, la presenza della zona centrale più espansa porta l'area totale occupata dalla struttura a superare quella ottenuta con celle identiche dall'angolazione maggiore ma meno espandibili.



(a) Rapporto d'espansione della superficie con celle a parallelogramma differenti

Al contrario il coefficiente di Poisson non mostra sostanziali differenze con la superficie a celle identiche.



(a) Coefficiente di Poisson della superficie con celle a parallelogramma differenti

## 6.5 Conclusioni sulle superfici multicella

Le prove analizzate dimostrano come il modello di superficie permetta l'analisi di strutture multicella composte da elementi in numero e caratteristiche differenti. Le simulazioni hanno rivelato come la presenza o la mancanza di vincoli influenzi grandemente i risultati, specialmente nel caso in cui si utilizzi un numero di celle che non permette di diluirne gli effetti su superfici estese. Inoltre, risulta chiaro che la geometria di una cella sia capace di influenzare il comportamento anche di una superficie a celle multiple, aprendo la strada a future analisi parametriche più mirate. Nelle simulazioni intraprese, si è visto come sia possibile selezionare caratteristiche specifiche

per guidare il dispiegamento, seppur con risultati non sempre ottimali. In particolare, una superficie simmetrica è favorita per la miglior distribuzione delle forze, che ne regolano il dispiegamento interno. Il limitato numero di prove eseguite non permette di identificare in maniera definitiva una configurazione migliore tra superficie a parallelogramma e quadrata. Tuttavia, le prove mostrano come gran parte dei vantaggi della cella isolata vengano trasposti alla superficie, come il maggior rapporto d'espansione della cella con blocchi triangolari. La conclusione che ne segue è che una disposizione differente dei blocchi in modo da ottenere una simmetria più evidente possa permettere una comparazione più diretta tra le due nel caso di superfici a celle multiple.

# Analisi di modelli di superfici tridimensionali cilindriche

Dopo aver analizzato una superficie piana, lo studio si è concentrato sull'analisi di un modello tridimensionale cilindrico. Il modello è basato sulla struttura multicella usata nel capitolo precedente, con cui condivide l'impostazione in 9 zone da  $m$  righe e  $n$  colonne. Le celle sono ora posizionate attorno a un cilindro di raggio  $R$ , con  $R$  calcolato in modo che la superficie piana possa essere arrotolata attorno a una circonferenza senza sovrapposizioni, ovvero che:

$$R = \frac{2 \cdot L \cdot n \cdot 3}{2 \cdot \pi} \quad (7.1)$$

La costruzione della superficie tridimensionale in questa maniera comporta che le celle siano allineate su un'approssimazione della circonferenza. Un maggior numero di colonne porta perciò a una migliore coincidenza con la superficie laterale del cilindro, e viceversa. Inoltre, nel caso di cella a parallelogramma, per evitare un eccessivo scostamento dal segmento su cui è allineata la zona 1 a causa del lato obliquo, la disposizione è stata rivista in modo che ogni riga sia subito sotto la precedente, anziché trovarsi traslata. Questa soluzione non garantisce la continuità dei lati obliqui, ma migliora l'aderenza alla figura cilindrica ideale nel caso si utilizzi un numero di colonne ridotto.

I giunti sono stati vincolati nelle parti inferiori delle zone 7,8 e 9, che fanno da base della struttura. I giunti impediscono la traslazione lungo l'asse del cilindro, ma ne lasciano libero il movimento sul piano di base. Questo permette alla superficie tridimensionale di deformarsi allargandosi e aumentando di raggio quando le celle che la compongono si dispiegano.

Le prove effettuate sui cilindri sono prove di trazione a controllo di carico, con le

forze posizionate in maniera speculare ai giunti, ovvero sulle parti superiori delle zone 1,2 e 3.

Trattandosi di strutture che devono essere libere di traslare e ruotare rispetto al piano identificato da ogni cella, la rigidità rotazionale rispetto agli assi relativi X e Y e la rigidità traslazionale normale alla cella sono state impostate agli stessi valori delle altre componenti di rigidità.

<b>Lunghezza del lato di un blocco</b>	20 mm
<b>Angolo di inclinazione</b>	20° (quadrato) / 12° (parallelogramma)
<b>Scostamento</b>	1 mm
<b>Larghezza cerniera</b>	0.2 mm
<b>Lunghezza cerniera</b>	0.2 mm
<b>Modulo di Young</b>	10 MPa
<b>Spessore piastre</b>	1 mm
<b>Modulo di Young</b>	10 MPa

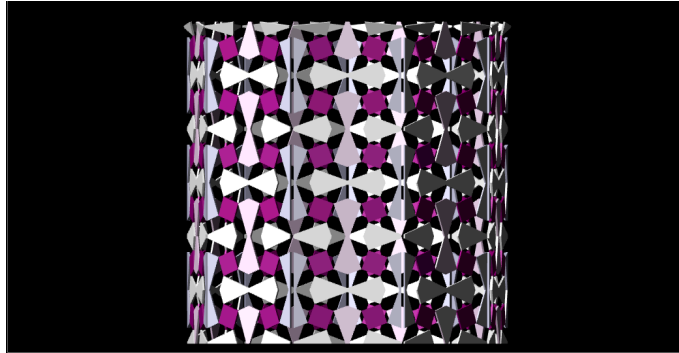
Tabella 7.1: Parametri utilizzati per le prove di trazione

## 7.1 Analisi del dispiegamento di un cilindro con celle quadrate

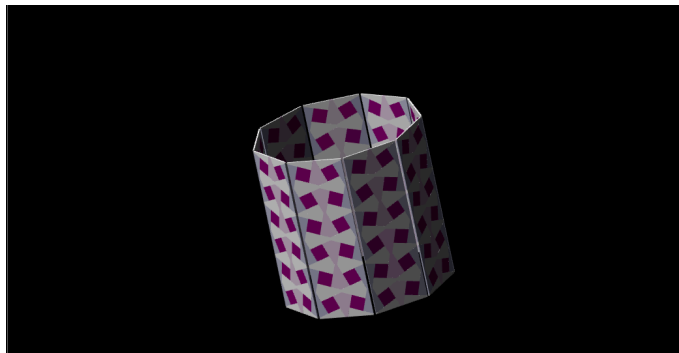
### 7.1.1 Cilindro con celle quadrate identiche



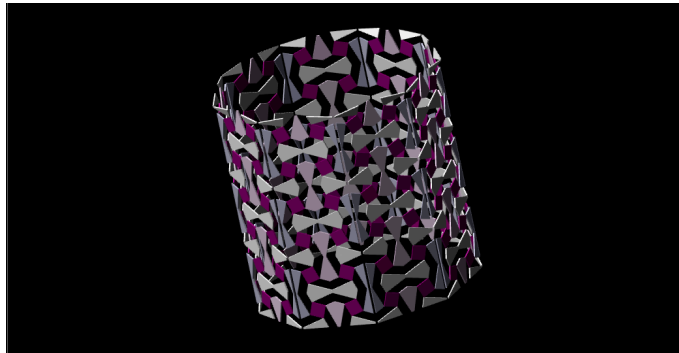
Figura 7.1: Cilindro con celle quadrate nella configurazione chiusa



**Figura 7.2:** Cilindro con celle quadrate nella configurazione estesa

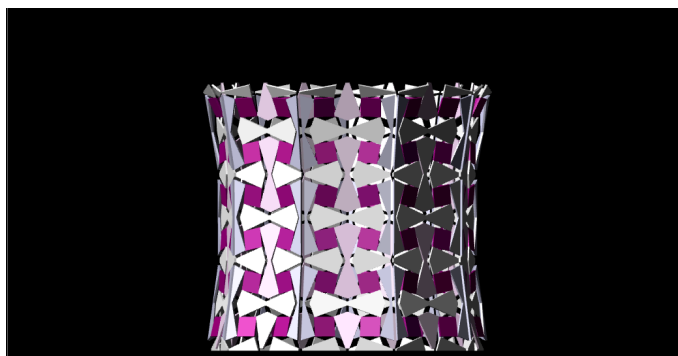


**Figura 7.3:** Vista laterale del cilindro con celle quadrate nella configurazione chiusa



**Figura 7.4:** Vista laterale del cilindro con celle quadrate nella configurazione estesa

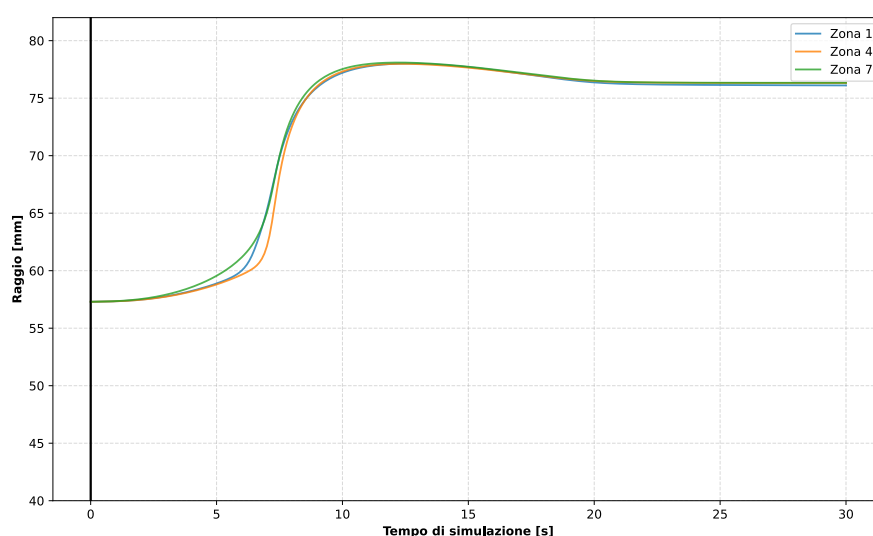
Sotto trazione lungo l'asse del cilindro, le celle si aprono e ne allargando l'area di base. Inizialmente ciò comporta che la superficie assuma una forma incurvata, dato che le celle della fascia centrale, ancora chiuse, costringono la zona inferiore e superiore a ruotare verso l'interno per mantenere la connessione tra le parti.



**Figura 7.5:** Il cilindro a celle quadrate all'inizio della deformazione

L'effetto viene velocemente compensato dal dispiegamento delle fasce 4,5, e 6 che portano la struttura finale ad avere un'estensione uniforme, senza rigonfiamenti.

Calcolando il raggio dal centro del cilindro del punto centrale della prima cella della colonna 1-4-7, si nota come la fascia centrale (curva della zona 4) abbia un dispiegamento leggermente ritardato rispetto alle altre, ma segua lo stesso andamento.



**Figura 7.6:** Espansione del raggio (approssimato) delle celle per zona

Il volume mostra un andamento quasi lineare durante la fase di dispiegamento. Poco prima di stabilizzarsi su un valore vicino a 2.25, si nota un ingobbamento: questo è dovuto al fatto che la forza di trazione dispiega la struttura oltre il punto di stabilità, e una volta rimosso il carico la superficie si porta alla condizione di equilibrio più vicina, a un'espansione inferiore. Il valore del rapporto d'espansione è un dato approssimato, ottenuto immaginando la superficie come coincidente con quella del cilindro ideale su cui sono costruite le celle. Come detto, questa ipotesi è totalmente corretta solamente

per un numero sufficiente di celle, e perde di precisione quando si utilizza un numero di colonne inferiore.

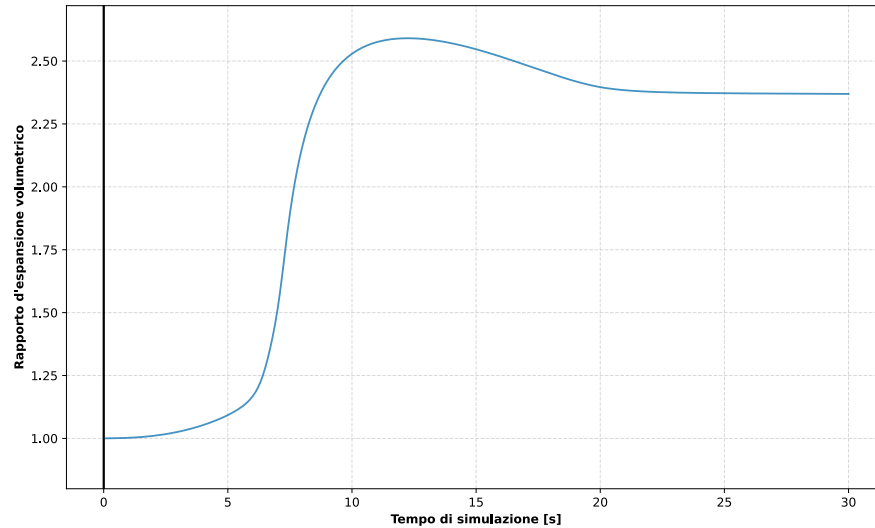


Figura 7.7: Rapporto d'espansione volumetrico

### 7.1.2 Cilindro con celle quadrate differenti

Come seconda prova sul cilindro, è stato deciso effettuare una modifica analoga a quanto visto per le superfici, cambiando selettivamente l'angolo di inclinazione delle rette di taglio e la larghezza delle cerniere. Nello specifico, l'obiettivo era ottenere un dispiegamento maggiore nella fascia orizzontale centrale, e perciò una figura ad anfora nel punto di stabilità della configurazione estesa. Pertanto è stato scelto di utilizzare un angolo di 5 gradi per le fasce esterne, con una larghezza delle cerniere di 1 mm.

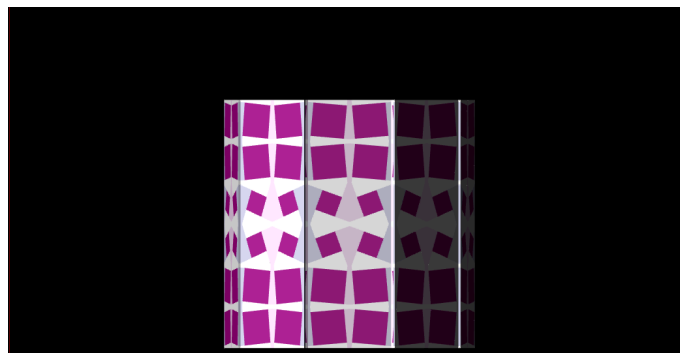
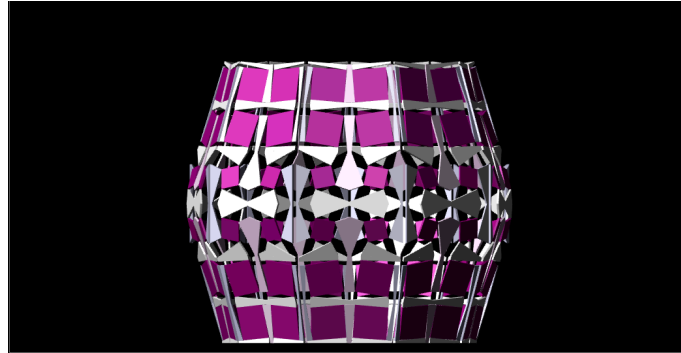


Figura 7.8: Cilindro con celle quadrate nella configurazione chiusa

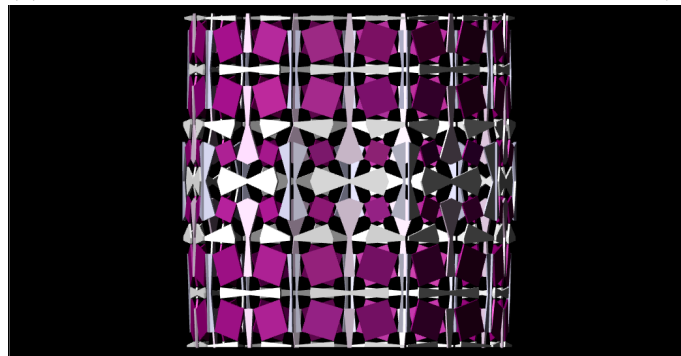


**Figura 7.9:** Cilindro con celle quadrate nella configurazione estesa

Il cilindro segue inizialmente un andamento simile alla superficie con celle identiche (fig. 7.10a). La zona centrale si dispiega per ultima, formando un cilindro incavato. La concavità del cilindro è maggiore rispetto al caso con celle identiche a causa del più rapido dispiegamento delle celle con angolo di 5 gradi. La trazione tende poi a estendere tutte le celle, allineandole, prima di cessare (fig. 7.10b). Tuttavia, questa configurazione non coincide con il punto di stabilità delle celle ad angolo inferiore, che si richiudono. Avendo un'espansione inferiore, l'effetto finale è una figura bombata, con le aree di base ridotte (fig. 7.9).

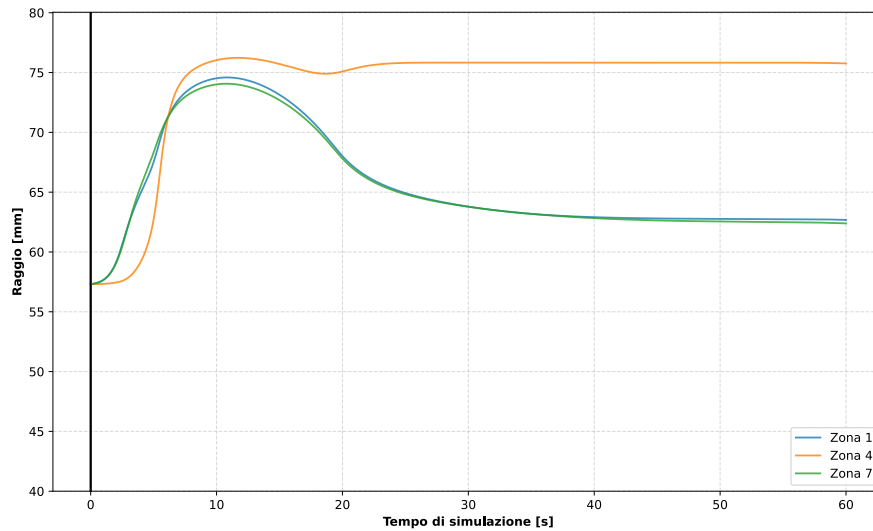


(a) Vista del cilindro con celle quadrate durante il dispiegamento (1)



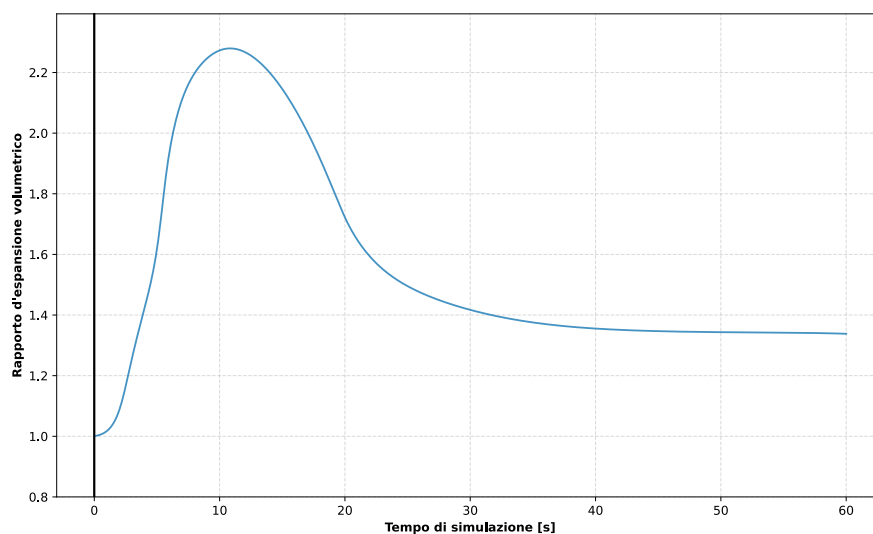
(b) Vista del cilindro con celle quadrate durante il dispiegamento (2)

Le fasi del dispiegamento sono ben visibili guardando il raggio del cilindro per fascia di celle. Per primo, si nota come la zona centrale (4) si dispieghi ancora un volta dopo le altre, ma segua poi lo stesso andamento fino al massimo. Dopodiché, la diversa rigidezza e distanza dal punto di equilibrio fa rapidamente diminuire il valore delle zone inferiori e superiori. La zona centrale, al contrario, ha una riduzione più dolce e meno marcata.



(a) Espansione del raggio (approssimato) delle celle per zona

Nel complesso, l'espansione è di gran lunga inferiore rispetto al caso con celle identiche. L'effetto è atteso ed è una naturale conseguenza di aver scelto celle meno espandibili.



(a) Rapporto d'espansione volumetrico

## 7.2 Analisi del dispiegamento di un cilindro con celle a parallelogramma

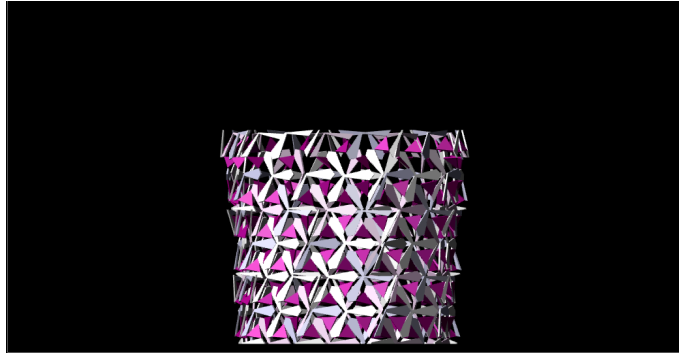
### 7.2.1 Cilindro con celle a parallelogramma identiche



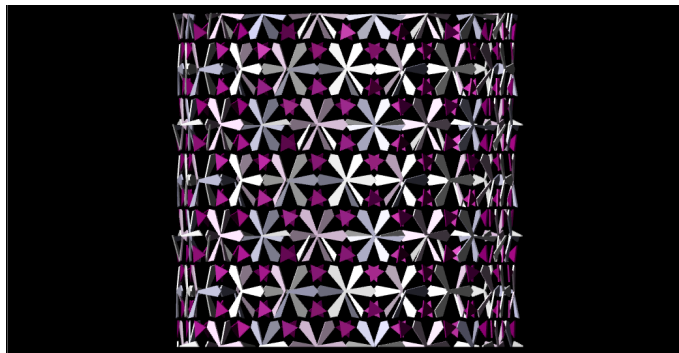
**Figura 7.13:** Cilindro con celle a parallelogramma nella configurazione chiusa

La figura fig. 7.13 mostra il cilindro a celle a forma di parallelogramma nella configurazione richiusa. Si nota subito una prima complicazione data dal posizionamento delle celle: se infatti l'accostamento di celle quadrate creava una superficie continua rettangolare tangente al segmento di approssimazione sulla superficie del cilindro, nel caso di un parallelogramma si hanno degli evidenti tagli nel materiale. Le celle sono infatti pensate per essere disposte su un piano, e non possono curvare per coprire meglio la superficie laterale del cilindro. Se quindi la zona centrale di una cella ha un errore di posizionamento minimo, non si può dire lo stesso delle punte del parallelogramma. I risultati ottenuti vanno quindi valutati tenendo presente l'influenza che l'approssimazione ha sul dispiegamento delle celle.

Infatti, analizzando le fasi del dispiegamento, si osserva un comportamento differente rispetto al cilindro a celle quadrate:

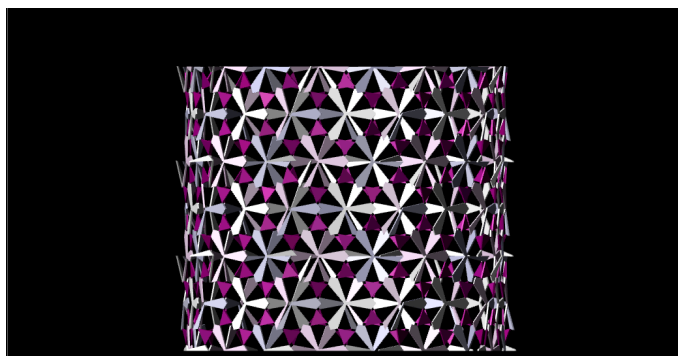


**Figura 7.14:** Cilindro con celle a parallelogramma all'inizio del dispiegamento



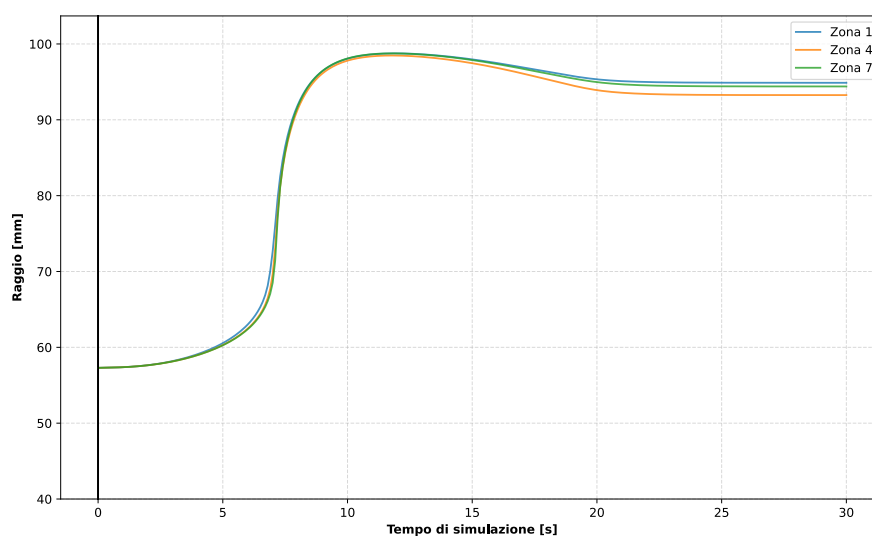
**Figura 7.15:** Cilindro con celle a parallelogramma nel punto di massimo dispiegamento

Le prime celle a dispiegarsi sono le celle superiori, più vicine al carico. Dispiegandosi, l'area superiore del cilindro si espande, comportando la rotazione delle celle centrali e iniziando il loro dispiegamento. Nel cilindro a celle quadrate anche le celle più vicine ai vincoli erano spinte a dispiegarsi prima delle celle centrali, creando una fase con un evidente incavo sulla superficie. Ciò non avviene nel cilindro con celle a parallelogramma, che assume una forma rastremata verso la base (fig. 7.14). Anche in questo caso, il carico finisce per allineare ogni cella e deformarle oltre il punto di equilibrio stabile (fig. 7.15), con il risultato che quando questo cessa il cilindro si comprime verso una configurazione stabile (fig. 7.16). A differenza delle celle quadrate, poi, i triangoli rotanti ruotano anche vistosamente fuori dal piano.



**Figura 7.16:** Cilindro con celle a parallelogramma nella configurazione estesa stabile

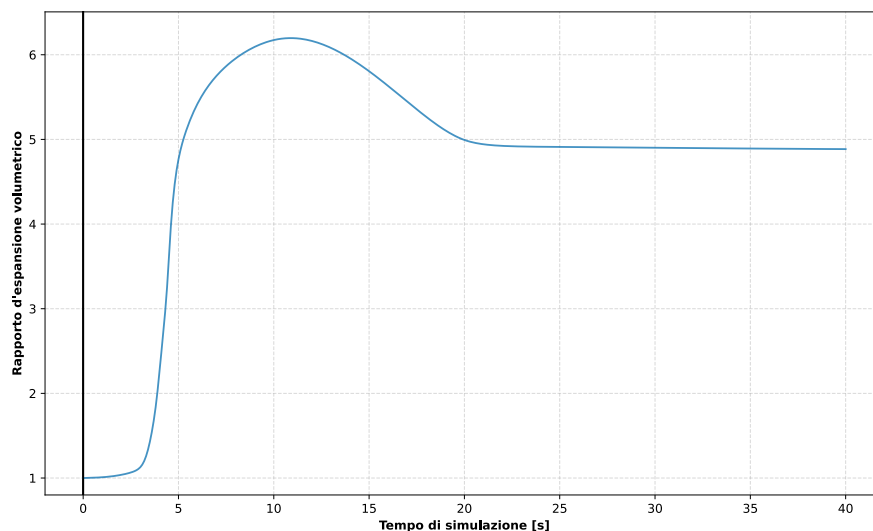
Infatti, osservando il grafico che mostra l'espansione di una fascia verticale di zone di celle, si nota come l'aumento del raggio del cilindro segua lo stesso andamento lungo tutta la sua altezza, con le celle della zona 7 alla base che si espandono allo stesso modo delle celle della zona 4 (centrale) e 1 (fascia superiore). Bisogna inoltre notare come le celle centrali, alla fine del dispiegamento, abbiano un'espansione leggermente inferiore. La motivazione è da ricercarsi nelle asimmetrie intrinseche al modello, che portano le celle centrali a ruotare fuori dal piano della cella e, pertanto, a non espandersi del tutto.



**Figura 7.17:** Espansione del raggio (approssimato) delle celle per zona

Il confronto con i risultati per il cilindro a cella quadrate conferma come la cella a parallelogramma porti a superfici multicella di un'estensione maggiore anche nel caso tridimensionale. Il rapporto d'espansione volumetrico raggiunge infatti qui un valore prossimo a 5, rispetto al valore di poco superiore a due del cilindro a celle quadrate identiche. Tale risultato, inoltre, non rappresenta la massima espansione possibi-

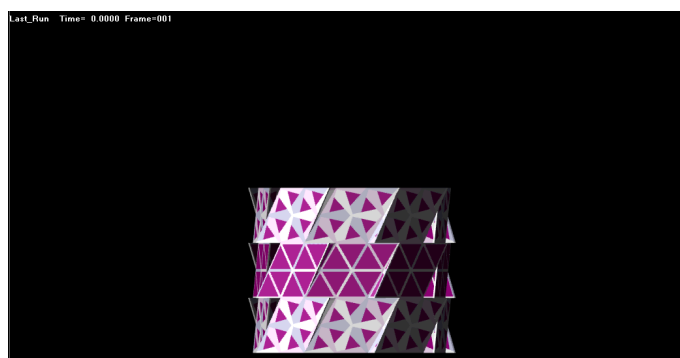
le per la tipologia di cella considerata, che come visto analizzando la cella isolata a parallelogramma si avrebbe per un angolo di 0 gradi.



**Figura 7.18:** Rapporto d'espansione volumetrico

## 7.2.2 Cilindro con celle a parallelogramma differenti

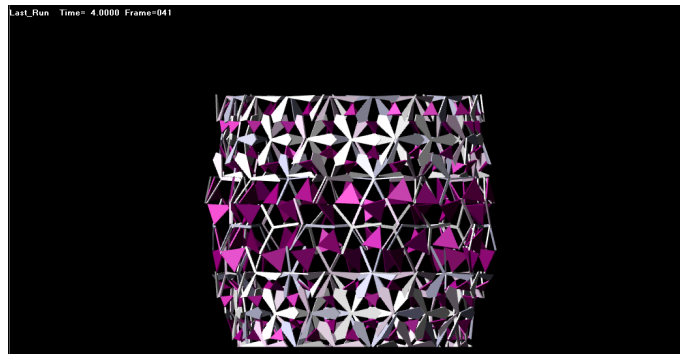
Dato il diverso andamento dell'area della cella a parallelogramma variando l'angolo di inclinazione rispetto alla cella quadrata, per questa analisi è stato scelto di modificare il valore della fascia centrale rispetto al cilindro di riferimento visto nella sezione precedente. Si utilizza perciò un angolo nullo, che per la cella isolata ha garantito espansioni superiori.



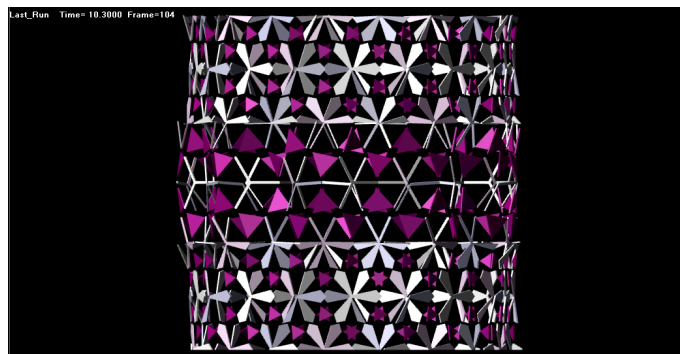
**Figura 7.19:** Cilindro con celle a parallelogramma nella configurazione chiusa

La presenza di una fascia di celle differente cambia la fase iniziale di dispiegamento. Dato che le celle scelte si dispiegano di più e a deformazioni maggiori, l'espansione non

crea più la forma rastremata verso il basso. Si inizia infatti a vedere una bombatura, che viene presto compensata dall'espansione delle celle inferiori. Nel punto di massimo dispiegamento, con ancora il carico presente, si può notare durante un dispiegamento superiore rispetto al caso con celle identiche, grazie alla presenza della fascia più espansa (fig. 7.21).

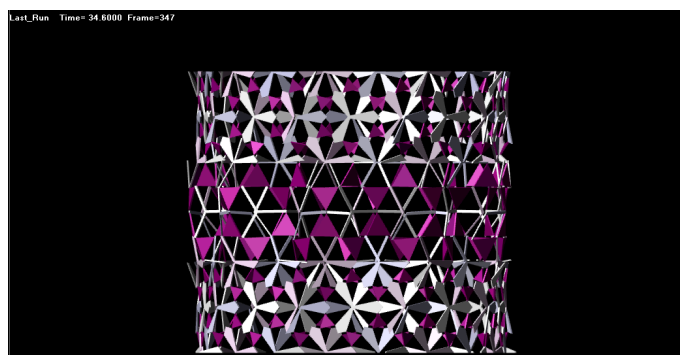


**Figura 7.20:** Cilindro con celle a parallelogramma all'inizio del dispiegamento



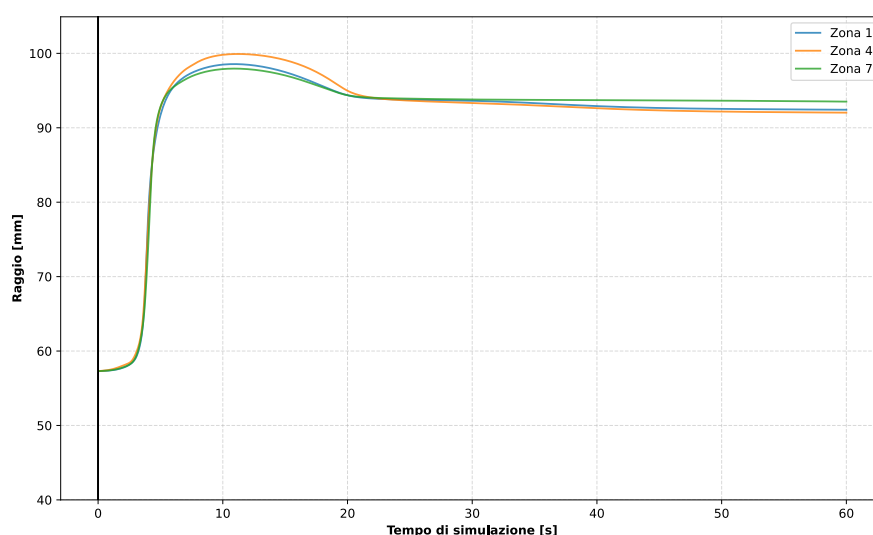
**Figura 7.21:** Cilindro con celle a parallelogramma nel punto di massimo dispiegamento

Tuttavia la configurazione non è d'equilibrio e il cilindro si comprime non appena la forza di trazione cessa. Durante la compressione le unità rotanti si inclinano in maniera evidente fuori dal piano delle celle, in special modo per la fascia centrale. L'effetto finale è che quindi, nonostante ci siano celle dalla maggiore espansione, questa sia completamente compensata dal movimento sfavorevole attorno alle cerniere, portando a un'espansione totale inferiore rispetto al caso precedente.



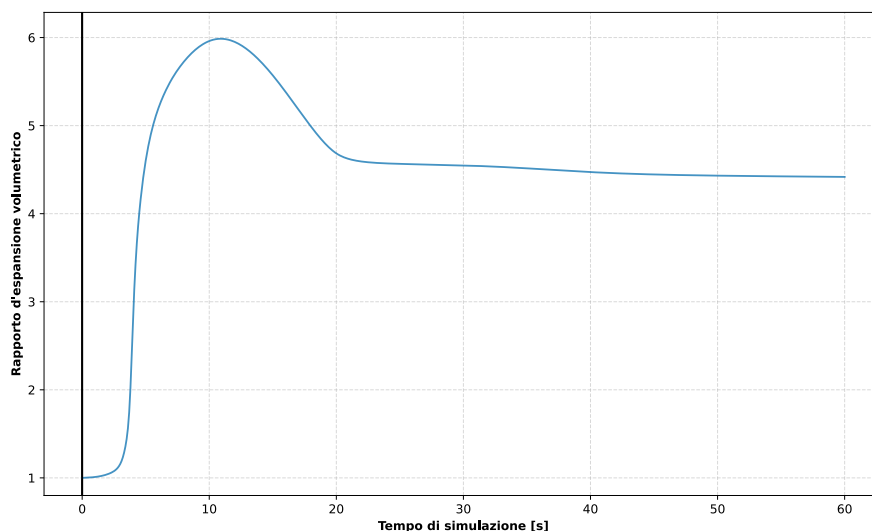
**Figura 7.22:** Cilindro con celle a parallelogramma nella configurazione estesa stabile

Osservando il grafico che mostra l'espansione di una fascia verticale di zone di celle, si nota la maggiore espansione intermedia della fascia centrale (zona 4), ma anche come questa poi si richiuda e raggiunga la configurazione stabile a un valore inferiore delle esterne a causa delle rotazioni dei triangoli rotanti.



**Figura 7.23:** Espansione del raggio (approssimato) delle celle per zona

Confrontando quindi il volume con il valore dell'analisi precedente, si ha una importante diminuzione: si passa da un valore di 4.88 a circa 4.2 L'espansione volumetrica si mantiene superiore di gran lunga rispetto a entrambi i casi con cella quadrata, specialmente per il caso a celle differenti. Tuttavia, non si ottiene la chiara forma bombata vista per il cilindro a celle quadrate.



**Figura 7.24:** Rapporto d'espansione volumetrico

### 7.3 Conclusioni sulle superfici tridimensionali

Le prove sui cilindri hanno mostrato come anche nel caso di superfici tridimensionali le caratteristiche delle singole celle si trasmettano al sistema multicella. Le analisi dimostrano, inoltre, la possibilità di guidare il dispiegamento variando solamente la geometria dei blocchi elementari.

Durante le prove sono emerse due criticità legate alla modellizzazione: la prima riguarda l'assenza di vincoli che forzassero le celle a espandersi nel loro piano. Tale ruolo era svolto, per i casi bidimensionali, dalla presenza di una rigidità elevata nelle direzioni perpendicolari alla superficie. La mancanza di una costrizione chiara ha portato a movimenti deleteri per l'espansione complessiva nei casi che hanno utilizzato la cella a parallelogramma, vanificando in parte le modifiche geometriche apportate. Al contrario, i cilindri a celle quadrate evidenziano una superiore capacità nel mantenere l'espansione coplanare, garantendo un risultato più vicino a quello atteso.

La seconda criticità emersa è legata all'approssimazione della superficie cilindrica con celle piane. Nel caso del parallelogramma ciò ha portato a incongruenze sia interne alla cella che all'interfaccia tra sezioni adiacenti, penalizzando la precisione del dispiegamento. Per il cilindro a celle quadrate, invece, l'effetto è stato mitigato dalla geometria del blocco, che garantisce una simmetria sia rispetto alla circonferenza di base che rispetto al segmento laterale su cui è posizionata ciascuna cella. L'effetto è una migliore approssimazione della curvatura, con la superficie risultante più vicina alla configurazione ideale anche con un numero limitato di celle.

Le analisi si sono concentrate su casi specifici in cui la superficie multicella è composta da 3 fasce distinte, ciascuna con numero ridotto di celle. I risultati suggeriscono che sia possibile assemblare insieme più sezioni cilindriche tra di loro. Queste agirebbero come se fossero unità autonome, permettendo di ottenere forme più complesse. L'approccio modulare sfrutterebbe appieno la possibilità di guidare il dispiegamento regolando i parametri geometrici. A ciò si aggiungono le caratteristiche intrinseche delle celle auxetiche studiate, come il grande rapporto d'espansione e la bistabilità. La combinazione di questi fattori garantisce una notevole libertà di progettazione. Si tratta pertanto di un aspetto di sicuro interesse per lo sviluppo di future applicazioni spaziali.

# Conclusioni

Lo studio ha condotto allo sviluppo di tre modelli parametrici, volti ad analizzare come le variazioni geometriche influenzino la risposta di strutture auxetiche bistabili. L'obiettivo principale è stato delineare il comportamento del sistema durante e dopo il dispiegamento, passando dalla singola cella isolata a configurazioni bidimensionali e tridimensionali.

La fase iniziale della ricerca si è focalizzata sulla modellazione di una singola unità fondamentale. Il modello che è stato ottenuto ha permesso un'indagine parametrica dettagliata del comportamento di una cella isolata, confermando i risultati attesi dal processo di dispiegamento. La corrispondenza resta valida entro i limiti delle ipotesi preliminari, ovvero una cerniera puntiforme e il mantenimento di una specifica geometria di base. L'analisi ha evidenziato come la bistabilità della geometria sia legata alla possibilità delle cerniere di estendersi e comprimersi durante il dispiegamento della cella. La deformazione a cui è sottoposta la cerniera comporta una variazione dell'energia di deformazione caratterizzato dal tipico andamento con massimi e minimi locali. L'analisi parametrica ha confermato come le variazioni geometriche influenzino in maniera diretta le proprietà meccaniche della cella, prima fra tutte la stabilità. Il confronto tra le configurazioni ha mostrato come la cella a parallelogramma garantisca una maggiore flessibilità, un rapporto d'espansione maggiore e un comportamento bistabile più netto. Tuttavia, l'asimmetria intrinseca rappresenta una criticità che deve essere opportunamente considerata in fase di progettazione.

L'estensione della ricerca a una superficie multicella bidimensionale ha rivelato effetti non visibili nel modello di unità isolata. Il dispiegamento della struttura è risultato fortemente influenzato dall'interazione tra le celle e dalla presenza dei vincoli cinematici. L'analisi ha confermato che l'assenza di simmetrie ortogonali, come nel caso di

una superficie che usa blocchi triangolari, assuma un ruolo fondamentale durante il dispiegamento, smorzando o accentuando gli effetti dei cambiamenti geometrici. In particolare, la combinazione tra la mancanza di vincoli al contorno e il posizionamento asimmetrico ha compromesso il corretto dispiegamento della superficie a parallelogramma, con la creazione di forti curvature. La superficie con celle quadrate invece, grazie alla sua doppia simmetria, ha mostrato un dispiegamento uniforme, non influenzato dal numero di celle presenti.

Infine, lo sviluppo di un modello tridimensionale ha permesso di analizzare le geometrie in applicazioni più vicine a realizzazioni spaziali. Le strutture hanno mostrato risultati promettenti: non solo è stato possibile ottenere grandi espansioni con un minimo ingombro iniziale, ma anche forme irregolari. Modulando i parametri geometrici a zone, infatti, si è riusciti a ottenere un dispiegamento differente per le sezioni della superficie. Il modello mostra maggiormente i suoi limiti con un numero di celle limitato. Allontanandosi dalla condizione di aderenza perfetta al cilindro ideale attorno al quale è generata la struttura, si introducono effetti di asimmetrie e approssimazioni che possono condizionare i risultati finali.

Nonostante l'efficacia dei modelli, restano presenti delle semplificazioni rispetto alla realtà fisica. La principale riguarda la modellazione delle cerniere, assunte come puntiformi e lineari. Tale scelta non tiene infatti conto della variazione della rigidità dovuta alla deformazione. L'approssimazione risulta pienamente accettabile nel regime di piccoli spostamenti e rotazioni, ma costituisce un elemento di incertezza in scenari di espansione estrema, dove la fisica del collegamento potrebbe influenzare la risposta globale.

Le analisi effettuate si sono limitate a prove di trazione con simulazioni dinamiche multicorpo. Questo approccio ha permesso di caratterizzare le traiettorie di dispiegamento e le configurazioni di equilibrio, ma per definizione esclude la valutazione degli stress interni e delle deformazioni strutturali dei singoli componenti. Non sono quindi stati valutati in maniera approfondita gli effetti dovuti alle vibrazioni né sono state eseguite prove di fatica, per confermare che l'apertura e chiusura delle superfici possa avvenire senza rotture più volte. Analisi future potrebbero indagare, poi, differenti tipi di carico a cui sottoporre la struttura. Ad esempio, valutare l'efficacia di un carico di pressione non uniforme su una superficie tridimensionale, per ottenere l'apertura delle celle con una sequenza di dispiegamento specifica.

In definitiva, la ricerca conferma il potenziale delle strutture auxetiche bistabili come soluzione versatile ai problemi di ingombro nel campo aerospaziale. I modelli

sviluppati costituiscono una base metodologica per l'analisi di superfici adattabili a differenti requisiti, dimostrando che la risposta macroscopica del sistema può essere programmata agendo sulla geometria degli elementi che compongono la struttura. Il superamento delle attuali semplificazioni numeriche e l'estensione a scenari di carico differenti rappresentano il passo necessario per traslare questi risultati da una simulazione teorica alla prototipazione di componenti aerospaziali di prossima generazione.

# Bibliografia

- [1] Douglas A Litteken. “Inflatable technology: using flexible materials to make large structures”. In: *Electroactive polymer actuators and devices (EAPAD) XXI*. Vol. 10966. SPIE. 2019, p. 1096603.
- [2] NASA CubeSat Launch Initiative et al. “Cubesat 101: Basic concepts and processes for first-time cubesat developers”. In: *NASA 2017* (2017), p. 96.
- [3] Sergio Pellegrino. “Deployable structures in engineering”. In: *Deployable structures*. Springer, 2001, pp. 1–35.
- [4] Gokhan Kiper e Eres Soylemez. “Deployable space structures”. In: *2009 4th International conference on recent advances in space technologies*. IEEE. 2009, pp. 131–138.
- [5] Giulia E Fenci e Neil GR Currie. “Deployable structures classification: A review”. In: *International journal of space structures* 32.2 (2017), pp. 112–130.
- [6] J Santiago-Prowald e Horst Baier. “Advances in deployable structures and surfaces for large apertures in space”. In: *CEAS Space Journal* 5.3 (2013), pp. 89–115.
- [7] Suyeon Seo e Min-Woo Han. “A Review on Deployable Structures in Space Industry”. In: *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Smart Technology* 3.1 (2025), pp. 83–96.
- [8] Bing Wang et al. “Space deployable mechanics: A review of structures and smart driving”. In: *Materials & Design* 237 (2024), p. 112557.
- [9] L Puig, A Barton e N Rando. “A review on large deployable structures for astrophysics missions”. In: *Acta astronautica* 67.1-2 (2010), pp. 12–26.
- [10] Mehran Mobrem e Chris Spier. “Design and performance of the telescopic tubular mast”. In: *Proceedings of the 41st Aerospace Mechanisms Symposium*. NASA Washington DC. 2012, pp. 127–140.

- 
- [11] Hyeongseok Kang et al. “Design of a Deployable Pantograph Rib Structure-Based Parabolic Antenna”. In: *Aerospace* 12.12 (2025), p. 1055.
- [12] Andrea Micheletti e Paolo Podio-Guidugli. “Seventy years of tensegrities (and counting)”. In: *Archive of Applied Mechanics* 92.9 (2022), pp. 2525–2548.
- [13] Cornel Sultan e Robert Skelton. “Deployment of tensegrity structures”. In: *International Journal of Solids and Structures* 40.18 (2003), pp. 4637–4657.
- [14] Kyunam Kim et al. “Hopping and rolling locomotion with spherical tensegrity robots”. In: *2016 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (IROS)*. IEEE. 2016, pp. 4369–4376.
- [15] W Keith Belvin et al. “Advanced deployable structural systems for small satellites”. In: *NATO CSO STO Specialist Meeting AVT-257/RSM-041 on Best Practices for Risk Reduction for Overall Space Systems*. 2016.
- [16] Dave Gross e Dave Messner. “The Able deployable articulated mast—enabling technology for the Shuttle Radar Topography Mission”. In: *Proceedings of the 33rd Aerospace Mechanisms Symposium*. National Aeronautics e Space Administration, Pasadena, CA. 1999, pp. 15–30.
- [17] Mark Schenk et al. “Review of inflatable booms for deployable space structures: packing and rigidization”. In: *Journal of Spacecraft and Rockets* 51.3 (2014), pp. 762–778.
- [18] Gerard D Valle et al. “System Integration Comparison Between Inflatable and Metallic Spacecraft Structures”. In: *2019 IEEE Aerospace Conference*. IEEE. 2019, pp. 1–14.
- [19] Horacio De la Fuente et al. “TransHab-NASA’s large-scale inflatable spacecraft”. In: *41st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit*. 2000, p. 1822.
- [20] Kriss J Kennedy. *ISS TransHab: Architecture Description*. Rapp. tecn. SAE Technical Paper, 1999.
- [21] Yifan Lu et al. “A review of the space environment effects on spacecraft in different orbits”. In: *IEEE access* 7 (2019), pp. 93473–93488.
- [22] Janet L Barth. “Space and atmospheric environments: from low earth orbits to deep space”. In: *Protection of Materials and Structures from Space Environment: ICPMSE-6*. Springer, 2004, pp. 7–29.

- 
- [23] Zilong Jiao et al. “Outgassing environment of spacecraft: An overview”. In: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 611. IOP Publishing, 2019, p. 012071.
- [24] Bojian Zhang, Zhiqiang Meng e Yifan Wang. “3D auxetic metamaterials with tunable multistable mechanical properties”. In: *Mechanics of Materials* 201 (2025), p. 105217.
- [25] Xianglong Yu et al. “Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: A brief review”. In: *Progress in Materials Science* 94 (2018), pp. 114–173.
- [26] Lujie Zhang et al. “Mechanical metamaterials with negative Poisson’s ratio: A review”. In: *Engineering Structures* 329 (2025), p. 119838.
- [27] H MA Kolken e AA Zadpoor. “Auxetic mechanical metamaterials”. In: *RSC advances* 7.9 (2017), pp. 5111–5129.
- [28] Amir A Zadpoor. “Mechanical meta-materials”. In: *Materials Horizons* 3.5 (2016), pp. 371–381.
- [29] PH Mott e CM Roland. “Limits to Poisson’s ratio in isotropic materials”. In: *Physical Review B—Condensed Matter and Materials Physics* 80.13 (2009), p. 132104.
- [30] Lev Davidovich Landau et al. *Theory of elasticity: volume 7*. Vol. 7. Elsevier, 2012.
- [31] Hong Hu, Minglonghai Zhang e Yanping Liu. *Auxetic textiles*. Woodhead Publishing, 2019.
- [32] Joseph N Grima, Ruben Gatt e Pierre-Sandre Farrugia. “On the properties of auxetic meta-tetrachiral structures”. In: *physica status solidi (b)* 245.3 (2008), pp. 511–520.
- [33] Roderic S Lakes. “Negative-Poisson’s-ratio materials: auxetic solids”. In: *Annual review of materials research* 47.1 (2017), pp. 63–81.
- [34] Augustus Edward Hough Love. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. Cambridge university press, 2013.
- [35] SD Poisson. “Note sur l’extension des fils et des plaques élastiques”. In: *Ann. Chim. Phys.* 36 (1827), p. 384.
- [36] Kenneth E Evans et al. “Molecular network design”. In: *Nature* 353.6340 (1991), pp. 124–124.

- 
- [37] Kenneth E Evans e Andrew Alderson. “Auxetic materials: functional materials and structures from lateral thinking!” In: *Advanced materials* 12.9 (2000), pp. 617–628.
- [38] Caroline Lees, Julian FV Vincent e J Eric Hillerton. “Poisson’s ratio in skin”. In: *Bio-medical materials and engineering* 1.1 (1991), pp. 19–23.
- [39] DR Veronda e RA Westmann. “Mechanical characterization of skin—finite deformations”. In: *Journal of biomechanics* 3.1 (1970), pp. 111–124.
- [40] Roderic Lakes. “Foam structures with a negative Poisson’s ratio”. In: *Science* 235.4792 (1987), pp. 1038–1040.
- [41] Neetu Tripathi, Dibyendu S Bag e Mayank Dwivedi. “A Review on Auxetic Polymeric Materials: Synthetic Methodology, Characterization and their Applications.” In: *Journal of Polymer Materials* 40 (2023).
- [42] Lorna J Gibson et al. “The mechanics of two-dimensional cellular materials”. In: *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 382.1782 (1982), pp. 25–42.
- [43] JPM Whitty, F Nazare e Andrew Alderson. “Modelling the effects of density variations on the in-plane Poisson’s ratios and Young’s moduli of periodic conventional and re-entrant honeycombs-Part 1: Rib thickness variations”. In: *Cellular Polymers* 21.2 (2002), pp. 69–98.
- [44] Yunan Prawoto. “Seeing auxetic materials from the mechanics point of view: a structural review on the negative Poisson’s ratio”. In: *Computational Materials Science* 58 (2012), pp. 140–153.
- [45] Yangzuo Liu et al. “Auxetic meta-materials and their engineering applications: a review”. In: *Engineering Research Express* 5.4 (2023), p. 042003.
- [46] Nur Fatin Mohamad Razali et al. “Recent developments of auxetic metamaterials”. In: *Advances in Physics: X* 10.1 (2025), p. 2548208.
- [47] Andrew Alderson et al. “Elastic constants of 3-, 4-and 6-connected chiral and anti-chiral honeycombs subject to uniaxial in-plane loading”. In: *Composites Science and Technology* 70.7 (2010), pp. 1042–1048.
- [48] Joseph N Grima e Kenneth E Evans. “Auxetic behavior from rotating squares”. In: *Journal of materials science letters* 19.17 (2000), pp. 1563–1565.

- 
- [49] Ahmad Rafsanjani e Damiano Pasini. “Bistable auxetic mechanical metamaterials inspired by ancient geometric motifs”. In: *Extreme Mechanics Letters* 9 (2016), pp. 291–296.
- [50] Joseph N Grima e Kenneth E Evans. “Auxetic behavior from rotating triangles”. In: *Journal of materials science* 41.10 (2006), pp. 3193–3196.
- [51] Cheng Lv et al. “Origami based mechanical metamaterials”. In: *Scientific reports* 4.1 (2014), p. 5979.
- [52] Krishna Kumar Saxena, Raj Das e Emilio P Calius. “Three decades of auxetics research- materials with negative Poisson’s ratio: a review”. In: *Advanced Engineering Materials* 18.11 (2016), pp. 1847–1870.
- [53] JB Choi e RS Lakes. “Fracture toughness of re-entrant foam materials with a negative Poisson’s ratio: experiment and analysis”. In: *International Journal of fracture* 80.1 (1996), pp. 73–83.
- [54] Madhu Balan, Johnney Mertens e MVA Raju Bahubalendruni. “Auxetic mechanical metamaterials and their futuristic developments: A state-of-art review”. In: *Materials Today Communications* 34 (2023), p. 105285.
- [55] Vladislav A Lvov et al. “Auxetic metamaterials for biomedical devices: current situation, main challenges, and research trends”. In: *Materials* 15.4 (2022), p. 1439.
- [56] Mustafa Sengul, H Abdullah Tasdemir e Aykut Tamer. “Real-world applications of auxetic structures in engineering: A review”. In: 80 (2025), p. 109673.
- [57] Hoa Nguyễn et al. “Auxetic materials and structures for potential defense applications: An overview and recent developments”. In: *Textile Research Journal* 93.23-24 (2023), pp. 5268–5306.
- [58] F Scarpa et al. “Auxetic shape memory alloy cellular structures for deployable satellite antennas: design, manufacture and testing”. In: *EPJ Web of Conferences*. Vol. 6. EDP Sciences. 2010, p. 27001.
- [59] Jesse L Silverberg et al. “Origami structures with a critical transition to bistability arising from hidden degrees of freedom”. In: *Nature materials* 14.4 (2015), pp. 389–393.
- [60] Tian Chen et al. “Bistable auxetic surface structures”. In: *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 40.4 (2021), pp. 1–9.

- [61] Xiao Shang et al. “Durable bistable auxetics made of rigid solids”. In: *Journal of Materials Research* 33.3 (2018), pp. 300–308.
- [62] Hang Yang e Li Ma. “Angle-dependent transitions between structural bistability and multistability”. In: *Advanced Engineering Materials* 22.5 (2020), p. 1900871.
- [63] Reiner Anderl e Peter Binde. *Simulationen mit NX/Simcenter 3D: Kinematik, FEM, CFD, EM und Datenmanagement*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2022.