

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile
Sessione di laurea del 31 Marzo 2026



**Politecnico
di Torino**

Valutazione dell'incertezza di modello nell'analisi numerica non lineare di elementi strutturali in condizioni di taglio biassiale

Relatore:

Prof. Paolo Castaldo

Correlatori:

Ing. Diego Gino

Ing. Elena Miceli

Ing. Marta Del Zoppo

Candidato:

Salvatore Oddo

“Ai miei angeli Corrado, Salvatore, Tina e Concetta”

Abstract

Le colonne strutturali rappresentano elementi fondamentali nella resistenza sismica e nella stabilità globale degli edifici. In condizioni di esercizio reale, tali elementi non sono quasi mai sollecitati da forze agenti in un'unica direzione: durante eventi dinamici, come un sisma, le colonne possono infatti essere esposte ad azioni di taglio simultanee lungo due assi ortogonali, condizione che prende il nome di taglio biassiale.

Il fenomeno del taglio biassiale riveste un ruolo fondamentale nello studio del comportamento meccanico degli elementi strutturali soggetti a combinazioni di carico complesse. A differenza del taglio monoassiale, in cui l'azione resistente è sollecitata lungo una singola direzione, nel taglio biassiale il materiale è sottoposto simultaneamente a due componenti di taglio agenti su piani ortogonali. Tale condizione produce uno stato tensionale più articolato, influenzato dall'interazione tra le due direzioni di taglio e dalle eventuali tensioni normali associate.

Il comportamento di una colonna in regime di taglio biassiale risulta sensibilmente più complesso rispetto al caso monoassiale, poiché la presenza di due componenti di taglio interagenti modifica la distribuzione delle tensioni interne, la formazione delle fessure e la capacità resistente dell'elemento. Tale interazione può determinare una riduzione significativa della resistenza e della duttilità, rendendo indispensabile uno studio approfondito del fenomeno per la corretta valutazione della sicurezza strutturale.

La risposta del calcestruzzo in regime di taglio biassiale è altamente non lineare e dipende da molteplici fattori, tra cui la fessurazione, la rigidità post-picco, il confinamento e il comportamento anisotropo indotto dalle fessure. Per questi motivi, il taglio biassiale rappresenta un caso di studio di particolare complessità sia a livello sperimentale sia numerico.

Sebbene gli elementi in calcestruzzo armato (CA) siano frequentemente soggetti a forze di taglio biassiali, le indagini sperimentali su elementi CA sottoposti a tali condizioni sono ancora limitate, e gli studi sui diversi tipi di rottura per taglio biassiale (cioè taglio-flessione e taglio fragile) sono ancora più rari.

Nella presente tesi vengono analizzati modelli numerici avanzati di colonne in calcestruzzo armato soggette a taglio biassiale, con l'obiettivo di ricostruire la risposta meccanica dell'elemento in condizioni di carico complesse e confrontarla con evidenze sperimentali. Attraverso l'utilizzo di software di analisi non lineare, vengono investigate le principali modalità di danneggiamento, la distribuzione delle fessure e la capacità ultimo-resistente, valutando l'efficacia dei modelli costitutivi adottati.

Indice

Abstract.....	1
Indice delle figure	4
Indice delle tabelle.....	7
Formulario	8
1.Introduzione dell'analisi FEM non lineari	9
1.1 Il comportamento non lineare del materiale.	10
1.2 Le non linearità geometriche e gli effetti dei grandi spostamenti.....	10
1.3 Comportamento Lineare e Non Lineare Del Materiale	10
1.4 Risoluzione problemi in campo non lineare	12
2.Taglio biassiale:Rischi e possibili soluzioni	15
2.1 Rischi che comporta il taglio biassiale	15
2.1.1 Riduzione della capacità resistente.....	15
2.1.2 Sviluppo di meccanismi di collasso fragili.....	16
2.1.3 Effetti sull'armatura e sulle condizioni di confinamento	17
2.1.4 Degrado accelerato sotto azioni cicliche	18
3. Possibili soluzioni per colonne soggette a taglio biassiale	20
3.1 Verifica analitica e scelta del criterio di progetto.....	20
3.2 Incremento delle armature trasversali (staffature/ stirrups)	22
3.3 Incamiciatura in calcestruzzo armato (concrete jacket)	23
3.4 Incamiciatura in acciaio (steel jacketing).....	24
4. Casi Studio: Colonne soggette a taglio semplice e colonne soggette a taglio biassiale .	27
4.1 Caso studio del terremoto dell'Aquila	27
4.1.1. Dati Sperimentali	28
4.1.2. Risultati sperimentali.....	30
4.2. Caso studio: colonna soggetta a taglio biassiale	32
4.2.1 Database Sperimentale.....	32
4.2.2 Configurazione del test, strumentazione e condizioni di carico.....	35
4.3 Risultati sperimentali	39
4.3.1 Modi di rottura e schemi di danneggiamento	39

4.4. Risultati ottenuti dalla prova sperimentale.....	41
4.4.1. Curve forza-spostamento	41
5. Introduzione del pacchetto ATENA 2025.....	43
6. Assegnazione delle proprietà con il software ATENA 2025.....	45
6.1. Proprietà Geometriche	45
6.1.1. Proprietà meccaniche e leggi costitutive	50
6.1.3 Condizioni al contorno	60
6.1.4 Task e dati input.....	60
6.1.5 Risultati ottenuti	62
6.2. Confronto Risultati Sperimentali-ATENA 2025	79
6.3. Fracture Energy	87
6.4. Fixed e Rotated Crack Model.....	89
6.5. Analisi dei modelli ottenuti dagli output	90
6.5.1. Modello 1[Gf /100 (FIXED)]	92
6.5.2. Modello 2[Gf calibrato (FIXED)].....	92
6.5.3. Modello 3 [Gfmax (FIXED)].....	92
6.5.4. Modello 4 [Gf/100 (ROTATED)].....	93
6.5.5. Modello 5 [Gf calibrato (ROTATED)]	93
6.5.6. Modello 6 [Gf max (ROTATED)]	93
7.Valutazione dell'incertezza di modello.....	93
7.1. Approccio locale e approccio globale	93
7.2. Definizione e caratterizzazione delle incertezze nei formati di sicurezza per le analisi numeriche non lineari (NLNA)	95
7.3. Valutazione dell'incertezza all'interno della struttura: incertezze aleatorie ed epistemiche.....	95
7.4.Valutazione dell'incertezza dei modelli: Casi studio.	98
7.4.1. Distribuzione log-normale:Inferenza Statistica.....	99
7.4.2. Valutazione e coerenza dei dati osservati e modello probabilistico : Anderson-Darling test.....	103
7.4.3. Approccio Bayesiano.....	104
7.4.4. Contributo dell'incertezza sperimentale.....	112

8. Coefficiente parziale di sicurezza per l'incertezza del modello di resistenza: Valutazione di γ_{Rd}	116
Conclusioni.....	117
Bibliografia.....	119

Indice delle figure

Figura 1:Rappresentazione grafica della legge lineare di Hooke.....	11
Figura 2:Rappresentazione di una legge elastica non lineare.....	12
Figura 3:Schematizzazione del metodo di Newton-Raphson.....	13
Figura 4: Modello bilineare del materiale.....	14
Figura 5:Riduzione della capacità resistente sotto taglio biassiale [1].	16
Figura 6:Vista assonometrica dell'incamiciatura in CA.....	26
Figura 7: Esempio di rinforzo del nodo d'angolo mediante perforazioni armate e manicotti a chiodi [5].	26
Figura 8:Collasso per taglio delle colonne dopo il terremoto dell'Aquila (2009).....	27
Figura 9:Geometria del campione " As built".....	29
Figura 10:Configurazione di prova.....	31
Figura 11:Curve sperimentali carico laterale–spostamento relativo (drift) riferito al provino S5.....	31
Figura 12:Layout generale (misura in [mm]) e disposizione dell'armatura delle colonne in calcestruzzo armato (CA) testate: passo delle staffe pari a 100 mm).	34
Figura 13: Preparazione dei campioni.....	35
Figura 14: <i>Struttura sperimentale adottata per testare le colonne in calcestruzzo armato(RC) sotto carico biassiale:schizzi illustrativi (a sinistra) e fotografia dell'apparato di laboratorio (a destra)</i>	37
Figura 15:Immagini delle colonne in calcestruzzo armato(CA) al termine della prova (lo schizzo a sinistra di ciascuna immagine riporta il nome del provino,mentre la freccia e l'indicatore evidenziano rispettivamente la condizione di carico e il punto di ripresa fotografica).....	40
Figura 16: <i>Evoluzione del danneggiamento per alcune colonne rappresentative in calcestruzzo armato (CA)</i>	41

Figura 17:Risposta sperimentale ciclica forza–spostamento delle colonne con sezione rettangolare e interasse delle staffe pari a 100 mm: (a) campione RE-FS-0 e SQ-FS-0; (b) campione RE-FS-30 e SQ-FS-45; (c) campione RE-FS-60; (d) campione RE-FS-90.	42
Figura 18:Modello della colonna soggetta a taglio semplice.	46
Figura 19:Modello della colonna soggetta a taglio semplice con mesh assegnata.....	46
Figura 20: Modellazione geometrica per colonna SQ-FS-0.....	47
Figura 21:Modellazione geometrica per colonna SQ-FS-45.....	48
Figura 22:Modellazione geometrica per colonna RE-FS-0.....	48
Figura 23:Modellazione geometrica per colonna RE-FS-30.....	49
Figura 24:Modellazione geometrica per colonna RE-FS-60.	49
Figura 25:Modellazione geometrica per colonna RE-FS-90.	50
Figura 26:Legge di sostamento di softening a compressione.....	51
Figura 27: Opposizione delle tensioni dovute all'espansione laterale del cls.....	52
Figura 28: Dati input del primo caso.	61
Figura 29:Dati input del secondo caso.....	61
Figura 30:Output colonna soggetta a taglio semplice.....	62
Figura 31:Output della colonna soggetta a taglio semplice indicandone i valori della crack width.	62
Figura 32:Output della colonna SQ-FS-0.	63
Figura 33:Output della colonna SQ-FS-0 indicandone i valori della crack width.....	63
Figura 34: Output della colonna SQ-FS-45.....	65
Figura 35:Output della colonna SQ-FS-45 indicandone i valori della crack width.	65
Figura 36:Output della colonna RE-FS-0.	68
Figura 37:Output della colonna RE-FS-0 indicandone i valori della crack width.	68
Figura 38:Output della colonna RE-FS-30.	71
Figura 39:Output della colonna RE-FS-30 indicandone i valori della crack width.	71
Figura 40:Output della colonna RE-FS-60.	74
Figura 41:Output della colonna RE-FS-60 indicandone i valori della crack width.	74
Figura 42:Output della colonna RE-FS-90.....	76
Figura 43:Output della colonna RE-FS-90 indicandone i valori della crack width.....	76
Figura 44:Confronto dei risultati ottenuti con il software ATENA 2025.	79

Figura 45: Confronto Curva Sperimentale e ATENA per colonna SQ-FS-0 (a) e colonna SQ-FS-45 (b).	80
Figura 46: Confronto Curva Sperimentale-Atena per colonna RE-FS-0 (a), RE-FS-30 (b), RE-FS-60 (c).	83
Figura 47: Diagramma del modello di energia di frattura G_f .	87
Figura 48: Relazione tensione-apertura della fessura.	87
Figura 49: Confronto dei modelli per colonna CFRP.	90
Figura 50: Confronto dei modelli per colonna SQ-FS-0 (a) e SQ-FS-45 (b).	91
Figura 51: Confronto modelli per colonna RE-FS-0 (a), RE-FS-30 (b), RE-FS-60 (c), RE-FS-90 (d).	92
Figura 52: Confronto tra analisi strutturale locale e analisi strutturale globale.	94
Figura 53: Schema di informazioni a priori.	98
Figura 54: Grafico di probabilità di θ per le informazioni a priori per ogni modello (taglio semplice).	101
Figura 55: Grafico di probabilità di θ per le informazioni a priori per ogni modello (taglio biassiale).	102
Figura 56: Grafico di probabilità di θ per le informazioni aggiornate per tutti i modelli (taglio semplice).	105
Figura 57: Grafico di probabilità di θ per le informazioni aggiornate per tutti i modelli (taglio biassiale).	106
Figura 58: Schema aggiornamento bayesiano e calcolo dei modelli a posteriori.	107
Figura 59: Distribuzioni probabilistiche associate alle informazioni a priori, di aggiornamento e posteriori: Probability Density Function (PDF) (a) e Cumulative Density Function (CDF) (b) per taglio semplice.	110
Figura 60: Distribuzioni probabilistiche associate alle informazioni a priori, di aggiornamento e posteriori: Probability Density Function (PDF) (a) e Cumulative Density Function (CDF) (b) per taglio biassiale.	111
Figura 61: Schema incertezza sperimentale e calcolo distribuzione a posteriore media "pura".	112
Figura 62: Distribuzione a posteriori media del valore "puro" dell'incertezza di modello PDF (figura (a)) e CDF (figura (b)) per taglio semplice.	113
Figura 63: Distribuzione a posteriori media del valore "puro" dell'incertezza di modello PDF (figura (a)) e CDF (figura (b)) per taglio biassiale.	114

Figura 64:Schema grafico dalla distribuzione a priori fino alla distribuzione "pura" a posteriori.
..... 115

Indice delle tabelle

Tabella 1:Sommaro del programma sperimentale.....	29
Tabella 2:Esiti delle prove sperimentali e meccanismo di rottura riscontrato.....	31
Tabella 3:Panoramica degli studi sperimentali precedenti su colonne in calcestruzzo armato (CA) soggette a condizioni di carico biassiale statico/pseudo-statico.....	38
Tabella 4:Variabili delle colonne in calcestruzzo armato testate.....	45
Tabella 5:Variabili aleatorie dell'incertezza del modello di resistenza riferito al taglio semplice.....	99
Tabella 6:Variabili aleatorie dell'incertezza del modello di resistenza riferito al taglio biassiale.....	99
Tabella 7:Risultati dei test (taglio semplice).....	104
Tabella 8:Risultati dei test (taglio biassiale).....	104
Tabella 9:Parametri statistici delle funzioni di distribuzione a priori e dell'incertezza statistica (taglio semplice).....	108
Tabella 10:Parametri statistici delle funzioni delle informazioni di aggiornamento e dell'incertezza statistica (taglio semplice).....	108
Tabella 11:Parametri statistici delle funzioni di distribuzione dell'informazione a posteriori e dell'incertezza statistica (taglio semplice).....	108
Tabella 12:Parametri Statistici medi a posteriori (taglio semplice).....	108
Tabella 13:Parametri statistici delle funzioni di distribuzione a priori e dell'incertezza statistica (taglio biassiale).....	109
Tabella 14:Parametri statistici delle funzioni delle informazioni di aggiornamento e dell'incertezza statistica (taglio biassiale).....	109
Tabella 15:Parametri statistici delle funzioni di distribuzione dell'informazione a posteriori e dell'incertezza statistica (taglio biassiale).....	109
Tabella 16:Parametri Statistici medi a posteriori (taglio biassiale).....	109
Tabella 17:Parametri statistici effettivi della variabile aleatoria di incertezza del modelli di resistenza ϑ (taglio semplice).....	113
Tabella 18:Parametri statistici effettivi della variabile aleatoria di incertezza del modelli di resistenza ϑ (taglio biassiale).....	114

Tabella 19:coefficienti parziali di sicurezza γ_{Rd} per colonne soggette a taglio semplice..... 116

Tabella 20: coefficienti parziali di sicurezza γ_{Rd} per colonne soggette a taglio biassiale.... 116

Formulario

Equazione 1 :Legge di Hooke.	10
Equazione 2: Resistenza caratteristica cilindrica del cls.....	51
Equazione 3:Resistenza media a compressione cilindrica – frattile al 50%.....	51
Equazione 4:Modulo di Young medio del calcestruzzo.....	51
Equazione 5:Deformazione corrispondente alla tensione massima di compressione.	51
Equazione 6:Deformazione ultima a compressione – nominale.....	51
Equazione 7:coefficiente di modellazione della pendenza del ramo iniziale della curva tensione–deformazione del calcestruzzo a compressione.....	51
Equazione 8: Coefficiente di normalizzazione della deformazione.....	51
Equazione 9:la legge tensione–deformazione normalizzata del calcestruzzo a compressione [CEB–FIP Model Code 90].....	52
Equazione 10:coefficiente di correzione per la resistenza a compressione del calcestruzzo.	52
Equazione 11: Valore di progetto della resistenza strutturale globale.....	96
Equazione 12: Valutazione del fattore di sicurezza parziale.....	97

1.Introduzione dell'analisi FEM non lineari

Per Analisi degli Elementi Finiti (FEA) si intende la simulazione di un determinato fenomeno fisico,utilizzando una delle più usate tecniche numeriche Metodo degli Elementi Finiti (FEM). Questo tipo di tecnica viene utilizzata per ottenere soluzioni approssimate di problemi ai valori al contorno per equazioni differenziali alle derivate parziali.

I principi base di questa analisi sono:

1.Discretizzazione e mesh

Questo è uno dei principi base dell'analisi FEM,dove viene suddivisa una struttura o un fluido in un numero finito di parti,denominate "elementi finiti". Questi elementi possono assumere diverse forme (triangoli,quadrilateri,tetraedri...). Questa geometria discretizzata prende il nome di "mesh".

2.Formulazione degli elementi finiti

Ogni elemento viene rappresentato da un insieme di equazione,descrivendone così il suo comportamento. Per l'interpolazione dei valori all'interno dell'elemento,vengono utilizzati dei punti specifici,denominati "nodi".

3.Assemblaggio del sistema di equazioni

L'intero dominio della struttura (o fluido) viene rappresentato dall'assemblaggio in un sistema globale delle equazioni di ogni singolo elemento,tenendo conto delle interazioni tra gli elementi nei nodi condivisi.

4.Condizioni al contorno

Per rappresentare i vincoli reali (supporti fissi o carichi applicati),vengono applicate al sistema globale delle opportune condizioni al contorno.

5.Risoluzione del sistema di equazione (analisi)

Per la risoluzione del sistema globale,vengono utilizzate delle tecniche numeriche (come metodi diretti o iterativi) per determinare i valori in incognito (spostamenti,temperature ecc.) nei nodi.

6.Risultati dell'analisi

Per comprendere al meglio il comportamento del sistema (distribuzione delle tensioni, i modelli di deformazione e altri parametri rilevanti), i risultati ottenuti vengono poi analizzati e visualizzati.

Tuttavia,per alcuni problemi di progettazione,valutazione e ricerca, la LEFEA (Linear Elastic Finited Element Analysis) potrebbe non essere sufficiente,questo principalmente è dovuto a questi tre fattori chiave:

- necessità di considerare il danneggiamento progressivo
- sviluppo di schemi (pattern) di fessurazione

- progressiva redistribuzione delle tensioni

Per questo motivo, abbiamo bisogno di una NLFEA (Non Linear Finited Element Analysis).

L'analisi FEM non lineare, sebbene richieda una maggiore cura nella definizione del modello e l'uso di software appropriati, sta diventando sempre più essenziale per ottenere la massima precisione nella prototipazione virtuale di strutture complesse.[13]

1.1 Il comportamento non lineare del materiale.

Spesso l'assunzione di un materiale con comportamento elastico lineare si rivela insufficiente per rappresentare correttamente il fenomeno meccanico in esame. Questo accade, ad esempio, quando le sollecitazioni in materiali duttili superano il limite di snervamento e si sviluppano zone plastiche, oppure quando il materiale mostra naturalmente una relazione non lineare tra carico e deformazione, come avviene per plastiche o gomme.

1.2 Le non linearità geometriche e gli effetti dei grandi spostamenti.

Questi fenomeni si verificano, ad esempio, quando la deformazione della struttura provoca spostamenti nei punti di applicazione del carico, alterandone intensità o direzione (quanto noto come "follower forces"). Oppure possono emergere quando un componente diventa più rigido o più cedevole sotto l'azione dei carichi ("stress-stiffening" e "stress-softening"). Nella pratica, queste diverse forme di non linearità possono presentarsi contemporaneamente nel comportamento meccanico del prodotto, perciò l'ingegnere deve saperle identificare e rappresentare correttamente all'interno del modello FEM.

1.3 Comportamento Lineare e Non Lineare Del Materiale

Come visto nel capitolo precedente, la maggior parte delle analisi FEM vengono effettuate in ambito lineare. Iniziamo quindi a introdurre la definizione del modello lineare e come questa nasce.

Tuttò inizio nel 1600, quando Robert Hooke scoprì una semplice relazione tra la forza F e lo spostamento u , relazione che fino ad oggi è ancora conosciuta come "Legge di Hooke".

$$F = k \cdot u$$

Equazione 1: Legge di Hooke.

Con:

k = costante di rigidità del materiale;

u = spostamento.

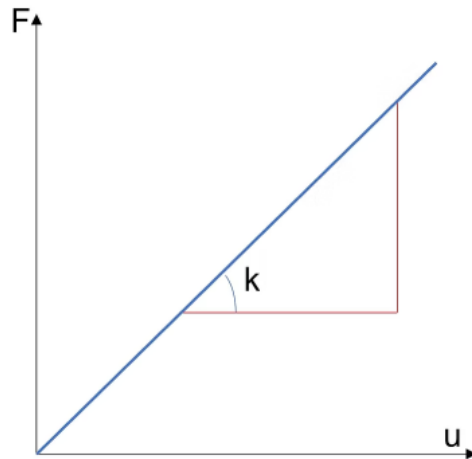


Figura 1: Rappresentazione grafica della legge lineare di Hooke.

Questo è il classico dove la struttura è lineare in quanto si nota che obbedisce ad una legge di proporzionalità diretta.

Questo tipo di strutture, basandosi principalmente sull'algebra lineare, non presentano delle complicazioni, essendo ben rappresentate dall'analisi degli elementi finiti.

Tuttavia, come detto prima, molte strutture non hanno diretta proporzionalità tra forze e spostamenti. Qui ci troviamo in un caso dove la rigidezza non si manterrà in maniera costante lungo tutto il percorso di carico della struttura, ma subirà delle variazioni.

Si può quindi affermare che quando un'applicazione dei carichi nella struttura mi induce a una variazione di rigidezza, siamo sicuramente in una condizione non lineare.

Nel caso non lineare, vi possono essere diverse variazioni lungo la struttura, dovute principalmente a:

- Superamento del limite elastico delle deformazioni della struttura, sviluppandosi una non linearità del materiale.
- Non linearità di tipo geometrico della struttura, che porta la struttura a subire grandi spostamenti.
- Struttura soggetta a una brusca variazione di stato, portandola a una non linearità di condizione al contorno.

Si deve specificare che queste tre tipologie di non linearità possono non solo svilupparsi in maniera singola tra di loro, ma anche in maniera simultanea. [33]

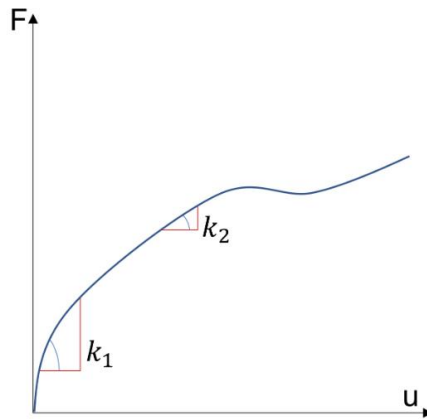


Figura 2:Rappresentazione di una legge elastica non lineare.

1.4 Risoluzione problemi in campo non lineare

Quando il problema è non lineare, la relazione tra carico applicato e spostamento non è più rappresentabile con una singola matrice di rigidezza costante. La rigidezza dipende infatti dalla configurazione corrente (per effetto di non linearità materiale, geometrica o di contatto).

Per questo motivo non possiamo risolvere il sistema con un'unica inversione matriciale, ma dobbiamo procedere per linearizzazioni successive attorno alla configurazione corrente.

Il metodo di Newton-Raphson ci viene in aiuto, basandosi proprio su questo principio: ad ogni iterazione si sostituisce il problema non lineare con una sua approssimazione lineare locale.

Per comprendere meglio il metodo consideriamo la figura 3.

Di seguito una spiegazione del metodo senza troppi formalismi matematici:

1. Si determina la rigidezza iniziale del sistema nel punto 0 assumendo un comportamento lineare, caratterizzato da una costante elastica K_0 . Tale rigidezza consente di valutare un incremento di spostamento pari a Δu_1 .
2. Si calcola il primo incremento di spostamento Δu_1 e lo si aggiunge allo spostamento noto della configurazione precedente, che nella prima iterazione è posto pari a zero. In questo modo si ottiene il nuovo valore dello spostamento totale; sulla base di tale configurazione deformata si determinano quindi le corrispondenti forze interne del sistema.
3. Se lo scarto tra la forza applicata e la forza interna risulta entro la tolleranza prefissata, l'iterazione viene interrotta. In caso contrario, si aggiorna la rigidezza alla configurazione corrente e, utilizzando tale rigidezza, si calcola un nuovo incremento di spostamento Δu_2 risolvendo il sistema con il residuo F^* .
4. Si aggiorna ulteriormente lo spostamento totale sommando il nuovo incremento ottenuto; sulla base di questa configurazione aggiornata si ricalcolano le forze

interne del sistema e si verifica nuovamente l'entità del residuo. Se il criterio di convergenza non è ancora rispettato, si prosegue con le iterazioni successive.

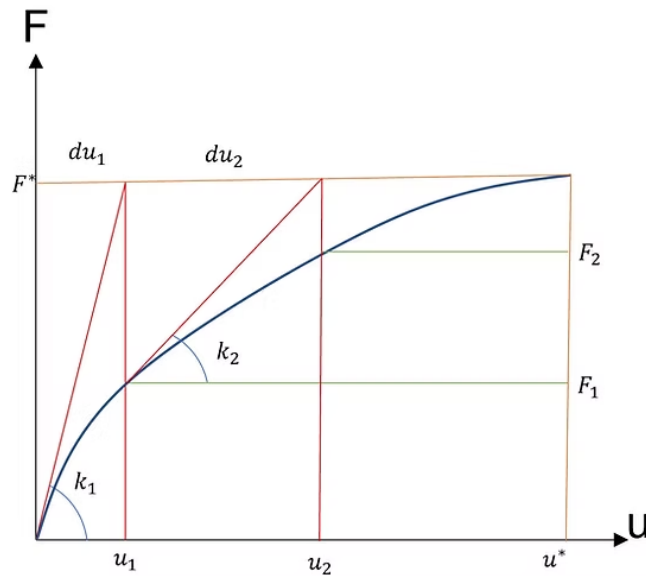


Figura 3: Schematizzazione del metodo di Newton-Raphson.

Per chiarire il funzionamento del metodo, consideriamo il caso di un materiale duttile che manifesta incrudimento al crescere del carico applicato. Supponiamo inoltre che il carico rimanga costante e che i vincoli siano idealmente rigidi. In questo scenario la non linearità deriva esclusivamente dal comportamento costitutivo del materiale. Per eseguire l'analisi, il software FEM necessita di una legge tensione-deformazione che descriva l'evoluzione del materiale, cioè di una curva di incrudimento che guidi il calcolo durante le iterazioni. Una rappresentazione semplice e comunemente adottata è il modello bilineare. In questo modello si distinguono due tratti: inizialmente il comportamento è elastico lineare fino al raggiungimento della tensione di snervamento, con pendenza pari al modulo elastico E ; oltre tale punto si assume ancora un andamento lineare, ma con pendenza ridotta, pari al modulo tangente E_t , che descrive la fase di incrudimento plastico fino alla rottura. Comportamento lineare fino a snervamento (con costante elastica E) e successivamente si ipotizza un comportamento lineare dallo snervamento fino a rottura (con costante elastica pari a E_t).

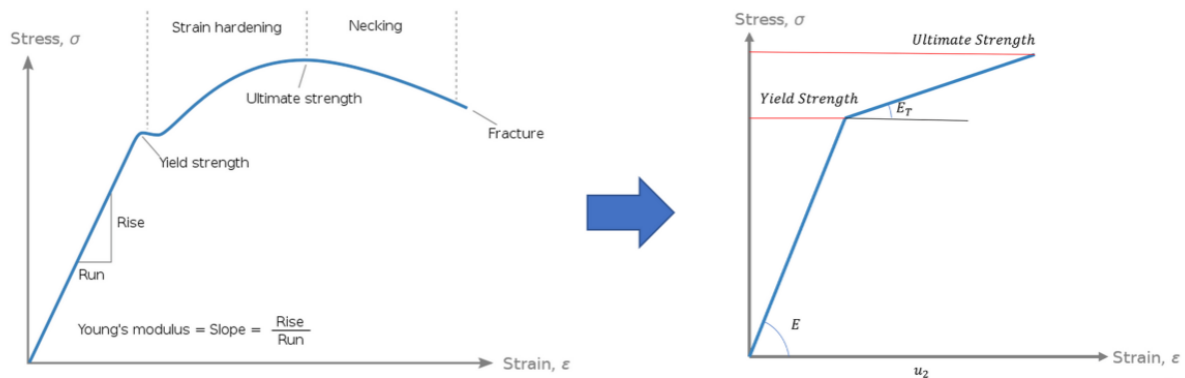


Figura 4: Modello bilineare del materiale.

È chiaro che questa rappresentazione è una semplificazione piuttosto marcata, tuttavia nella maggior parte dei casi pratici risulta comunque adeguata per descrivere in modo realistico il comportamento del materiale. Utilizzando questo modello, il metodo di Newton-Raphson può determinare progressivamente le deformazioni e gli spostamenti, aggiornandoli passo dopo passo seguendo l'andamento della curva di incrudimento.[7][33]

2.Taglio biassiale:Rischi e possibili soluzioni

2.1 Rischi che comporta il taglio biassiale

Il fenomeno del taglio biassiale nelle strutture in cemento armato si verifica quando un elemento strutturale è sollecitato contemporaneamente da due componenti di taglio ortogonali agenti nel piano della sezione trasversale. A differenza del taglio monoassiale (caso dove il taglio agisce lungo una sola direzione principale), nel caso biassiale le azioni si sviluppano lungo due assi tra loro perpendicolari, generando così uno stato tensionale più complesso e tridimensionale.

Questo fenomeno si sviluppa in maniera frequente nel campo delle strutture reali, in particolare nei pilastri e nei nodi trave-pilastro soggetti ad azioni sismiche lungo due direzioni, dove generalmente le componenti orizzontali del sisma non risultano allineate con gli assi principali della sezione. Un'altra situazione dove può verificarsi, è quando la struttura è soggetta a carichi laterali obliqui oppure quando si parla di strutture geometricamente irregolari che includono componenti di taglio distribuite su più direzioni.

Dal punto di vista meccanico, il passaggio dal caso monoassiale a quello biassiale comporta una modifica sostanziale del campo di tensioni interne. Le direzioni principali di compressione e trazione nel calcestruzzo non coincidono più con gli assi geometrici della sezione, ma si orientano secondo la risultante delle azioni applicate. Ne deriva una rotazione del sistema resistente interno e un'evoluzione della fessurazione che non è più riconducibile a un unico piano diagonale, bensì a un quadro fessurativo diffuso e multidirezionale.

Questo aspetto rende il taglio biassiale un fenomeno intrinsecamente tridimensionale, nel quale l'interazione tra le componenti di sollecitazione assume un ruolo determinante nella definizione della capacità resistente e dei meccanismi di collasso. Proprio per tale complessità, la trattazione normativa risulta spesso semplificata rispetto alla reale risposta strutturale, mentre la letteratura scientifica evidenzia la necessità di modelli di interazione più raffinati per descrivere adeguatamente il comportamento sotto carichi combinati.

2.1.1 Riduzione della capacità resistente

Il comportamento delle strutture in cemento armato soggette a taglio biassiale è uno dei più importanti fattori critici in ambito ingegneristico, questo perché la combinazione di due componenti ortogonali di taglio modifica lo stato tensionale interno della sezione. Il carico biassiale genera uno stato tridimensionale di sollecitazione che va a influenzare l'orientazione delle bielle compresse nel calcestruzzo, la sequenza di snervamento delle barre longitudinale e trasversali, coinvolgendo pure la capacità resistente complessiva dell'elemento [16][36]. Rispetto alle sezioni soggette a taglio monoassiale, molti studi sperimentali hanno dimostrato come le colonne in CA a sezione quadrata e rettangolare hanno mostrato una capacità a taglio più ridotta [32]. Questo fenomeno è dovuto al fatto

che la fessurazione diagonale non segue una direzione univoca, ma appare più diffusa e inclinata secondo diversi piani, determinando così un degrado accelerato della rigidità e una riduzione della duttilità dell'elemento [8]. Quando la disposizione delle staffe non coincide con la direzione principale di carico, questa influenza in maniera particolare l'efficienza del meccanismo a traliccio, mentre le barre iniziano a snervarsi successivamente, secondo la sequenza evidenziata nelle prove sperimentali [32]. Considerando separatamente i casi monoassiali, si nota come questi valori portino a una diminuzione della capacità resistente complessiva del 10-15% [8].

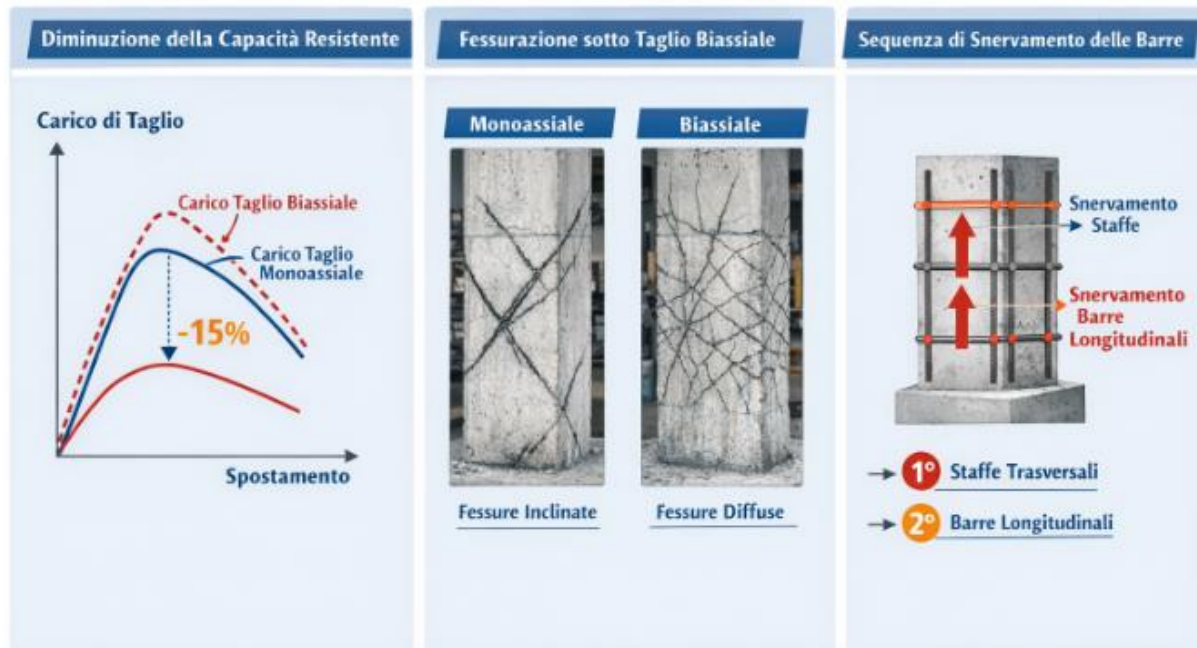


Figura 5: Riduzione della capacità resistente sotto taglio biassiale [1].

2.1.2 Sviluppo di meccanismi di collasso fragili

Un'aspetto abbastanza fondamentale da considerare è come le strutture in CA soggette a taglio biassiale subiscano a causa di questo fenomeno un'alterazione del comportamento meccanico rispetto al caso monoassiale, favorendo lo sviluppo di meccanismi di collasso di natura fragile. Questi meccanismi si manifestano con una ridotta capacità di deformazione plastica e una scarsa duttilità, determinando spesso un collasso improvviso senza preavvisi significativi [32][30].

Si possono manifestare diversi tipi di rottura: rottura per tranciamento, rottura diagonale complessa e punzonamento irregolare. La prima è un fenomeno che si osserva soprattutto in plinti, platee o nodi trave-pilastro con armatura insufficiente. Il carico biassiale induce una combinazione di tensioni diagonali che non possono essere efficacemente contrastate dalle staffe trasversali o dalle barre longitudinali, provocando un collasso rapido della sezione [8]. La seconda invece si manifesta nei pilastri e nelle travi corti, la sovrapposizione dei due campi di taglio ortogonali produce fessurazione multidirezionale. Le fessure non sono più singole e lineari, ma assumono un andamento diffuso e inclinato,

riducendo la capacità di trasferimento delle bielle compresse del calcestruzzo e portando a un collasso rapido [16]. L'ultima invece si manifesta in elementi bidimensionali come piastre o plinti sottoposti a carico obliquo, sviluppando aree di concentrazione tensionale che portano a punzonamento non uniforme. L'armatura trasversale spesso non riesce a confinare efficacemente la zona critica, determinando un collasso fragile senza segni premonitori [32][30]. Un altro fenomeno abbastanza importante è l'interazione tra taglio, flessione biassiale e torsione. La sollecitazione combinata implica una forte interazione tra i diversi effetti interni. La presenza simultanea di taglio e flessione biassiale incrementa la domanda tensionale, mentre l'eventuale componente torsionale contribuisce a una distribuzione non uniforme degli sforzi interni. Ne consegue un comportamento non lineare amplificato, caratterizzato da una minore duttilità e da un incremento della vulnerabilità in condizioni estreme, quali eventi sismici severi.

2.1.3 Effetti sull'armatura e sulle condizioni di confinamento

Le condizioni di confinamento diventano ancora più determinanti quando un elemento in calcestruzzo armato è sollecitato da taglio biassiale. Il sistema di staffe trasversali esercita una pressione laterale che contrasta la tendenza del calcestruzzo compresso ad espandersi e contribuisce a preservare il meccanismo di ingranamento degli aggregati lungo le superfici fessurate. Nel momento in cui le componenti di taglio agiscono contemporaneamente secondo due direzioni ortogonali, il nucleo in calcestruzzo è soggetto a una dilatazione spaziale tridimensionale che deve essere efficacemente contrastata dal sistema di armatura trasversale lungo entrambi gli assi principali [17]. Le evidenze sperimentali su colonne in cemento armato sottoposte a carichi ciclici bidirezionali indicano che una disposizione fitta delle staffe, opportunamente ancorate, incrementa la duttilità e rallenta la degradazione della capacità resistente [18][20], mentre una carenza di confinamento favorisce meccanismi di collasso fragile caratterizzati da distacco del copriferro e instabilità delle barre longitudinali compresse [28][30]. Il modello teorico di confinamento sviluppato da Mander dimostra che l'incremento della pressione laterale efficace comporta un aumento sia della resistenza a compressione sia della deformazione ultima del calcestruzzo confinato [23], aspetto particolarmente rilevante in presenza di uno stato tensionale tridimensionale (EN 1992-1-1, Eurocodice 2).

Sotto il profilo della progettazione strutturale, la valutazione della sicurezza deve basarsi su domini di interazione che tengano conto simultaneamente dei momenti flettenti nei due piani principali e delle componenti di taglio agenti in entrambe le direzioni (EN 1992-1-1, Eurocodice 2; ACI 318). La normativa europea prescrive inoltre che le interazioni tra taglio, torsione e azioni ortogonali siano considerate in maniera combinata (EN 1992-1-1), riconoscendo implicitamente la natura spaziale dello stato di sollecitazione. Nelle strutture in zona sismica è richiesto un incremento dell'armatura trasversale e l'adozione di dettagli costruttivi specifici per garantire un efficace confinamento del nucleo resistente (EN 1998-1, Eurocodice 8; ACI 318, capitolo sulle prescrizioni sismiche), proprio per limitare i fenomeni di degrado connessi a cicli di carico bidirezionali (ACI 374). La presenza di taglio biassiale

modifica il ruolo dell'armatura longitudinale, che non opera più soltanto come elemento resistente alla trazione flessionale ma partecipa a un sistema tridimensionale di trasferimento delle forze interne [10],[17]. Le deformazioni richieste alle barre aumentano per effetto della compatibilità con il campo fessurato inclinato [17], le componenti tangenziali associate all'azione a perno possono anticipare la condizione di snervamento dell'acciaio [36], e la capacità di trasferimento degli sforzi tramite aderenza risulta ridotta a causa dell'intersezione delle fessure [26]. Parallelamente un adeguato confinamento si configura come requisito essenziale per garantire duttilità e capacità portante in presenza di uno stato tensionale tridimensionale indotto dal taglio biassiale [23] (EN 1992-1-1).

2.1.4 Degradato accelerato sotto azioni cicliche

Uno dei fenomeni più complessi di strutture in CA soggette a taglio biassiale è il comportamento sismico della struttura stessa quando subisce un deterioramento progressivo quando sottoposta ad azioni cicliche con presenza simultanea di taglio nelle due direzioni. Quando un pilastro o una parete è investito da azioni orizzontali bidirezionali, lo stato tensionale interno evolve in maniera tridimensionale e varia continuamente nel tempo, con inversioni di segno e rotazioni successive delle tensioni principali. In questo caso specifico, non si ha semplicemente un'alternanza di compressione-trazione lungo un unico asse all'interno del materiale, ma una combinazione spaziale di flessione biassiale e taglio ortogonale che si modifica a ogni ciclo.

Le prove sperimentali condotte su colonne in cemento armato sottoposte a carichi ciclici bidirezionali hanno evidenziato che la presenza contemporanea di taglio in due direzioni accelera la degradazione della rigidezza, anticipa la riduzione della resistenza e limita la capacità dissipativa rispetto ai casi con azione unidirezionale [4][20]. Questo comportamento è strettamente connesso alla formazione di reti di fessure diagonali che si sviluppano secondo orientazioni diverse e si riattivano a ogni inversione del carico. La teoria del campo di compressione modificato spiega il comportamento del calcestruzzo fessurato considerando che il campo di compressione all'interno del materiale può ruotare al variare dello stato di deformazione. Questa rotazione determina una modifica progressiva dell'orientamento delle bielle compresse e dei tiranti tesi che rappresentano il flusso delle tensioni all'interno dell'elemento strutturale, sviluppandosi nell'armatura un progressivo accumulo di deformazioni plastiche. A differenza delle condizioni monoassiali, la compatibilità deformativa in uno stato tensionale multidirezionale comporta un aumento delle deformazioni medie nelle barre longitudinali e trasversali [17].

Il progressivo indebolimento del legame tra acciaio e calcestruzzo è uno dei meccanismi più rilevanti per il fenomeno di degrado ciclico. L'apertura e la chiusura ripetuta di fessure inclinate in piani differenti genera scorrimenti localizzati lungo le barre, riducendo gradualmente la capacità di trasferimento delle tensioni tangenziali. La presenza di

fessurazione incrociata associata a stati tensionali multidirezionali comporta una diminuzione della resistenza di aderenza e un incremento dello scorrimento cumulativo delle armature [15]. Con il progredire dei cicli si assiste a una perdita dell'effetto di tension stiffening e a una maggiore concentrazione delle deformazioni plastiche nelle zone critiche.

Il ruolo del confinamento diventa quindi essenziale nel controllare tale evoluzione. In presenza di azioni cicliche bidirezionali il nucleo di calcestruzzo è soggetto a espansioni laterali alternate che si sviluppano lungo traiettorie spaziali. Le staffe devono resistere a tali richieste ripetute, mantenendo la coesione del nucleo e prevenendo l'instabilità delle barre compresse. Il modello teorico del calcestruzzo confinato dimostra che l'incremento della pressione laterale efficace determina un aumento della deformazione ultima e della capacità di dissipazione sotto carichi ciclici, mentre una riduzione del confinamento accelera la perdita di capacità resistente [23]. I documenti ACI (ACI 374) affermano come un'astaffatura fitta e correttamente dettagliata migliora la stabilità ciclica e ritarda l'insorgere di meccanismi fragili.

Un ulteriore contributo al deterioramento deriva dall'azione a perno delle barre longitudinali.

L'intersezione di fessure diagonali ortogonali genera nelle barre d'armatura sollecitazioni tangenziali alternate, che si aggiungono alle tensioni assiali già presenti a causa della flessione. Questa combinazione di sollecitazioni determina un incremento dell'energia di distorsione nel materiale metallico, condizione che può portare alla comparsa di plasticizzazioni locali anticipate. Inoltre, l'azione simultanea di tensione assiale e sforzi tangenziali nelle armature può anticipare il raggiungimento dello snervamento, soprattutto quando l'elemento è soggetto a elevati cicli di taglio. [36]. Con l'aumentare del numero di cicli si osserva un accumulo di deformazione plastica che può condurre a fenomeni di fatica a basso numero di cicli, particolarmente critici in ambito sismico.

La risposta globale della struttura risente dell'azione combinata di diversi fenomeni, ovvero la perdita di aderenza tra acciaio e calcestruzzo, il progressivo degrado del confinamento e la plasticizzazione anticipata delle armature. L'effetto congiunto di questi meccanismi provoca una sensibile diminuzione della rigidità secante e una riduzione dell'area racchiusa nei cicli isteretici, indice di una minore capacità dissipativa.

Le prove sperimentali condotte su elementi strutturali sottoposti a carichi bidirezionali evidenziano inoltre che, rispetto ai casi di sollecitazione monodirezionale, la quantità di energia dissipata a ogni ciclo tende a diminuire più rapidamente. Questo comportamento indica un degrado più accelerato della risposta ciclica quando la struttura è sollecitata simultaneamente in più direzioni [4][20]. Ciò implica che la struttura perde capacità di assorbire e dissipare energia in modo più veloce, aumentando la vulnerabilità durante sequenze sismiche prolungate.

Si può quindi affermare che il degrado accelerato sotto azioni cicliche in presenza di taglio biassiale nasce dall'interazione tra rotazione tridimensionale del campo tensionale,

fessurazione multipla incrociata, deterioramento del legame acciaio calcestruzzo, richieste spaziali sul sistema di confinamento e incremento delle sollecitazioni equivalenti nelle barre. Come suggerisce la letteratura (Modified Compression Field Theory di Vecchio e Collins 1986, modello di confinamento di Mander et al. 1988 e dalle evidenze sperimentali documentate dall'American Concrete Institute attraverso il rapporto ACI 374) Il comportamento della struttura non può essere descritto come la semplice sovrapposizione di due risposte unidirezionali indipendenti. Al contrario, deve essere analizzato come un fenomeno tridimensionale, in cui le sollecitazioni nelle diverse direzioni interagiscono tra loro influenzando la risposta complessiva dell'elemento.

3. Possibili soluzioni per colonne soggette a taglio biassiale

Come già detto in precedenza, la colonna sottoposta a taglio biassiale presenta sollecitazioni di taglio lungo due direzioni ortogonali. Frequentemente tali condizioni compaiono in corrispondenza di azioni sismiche, carichi eccentrici o condizioni geometriche non simmetriche. Le soluzioni proposte mirano a incrementare la capacità resistente al taglio, migliorare la duttilità e limitare meccanismi fragili.

3.1 Verifica analitica e scelta del criterio di progetto

Comprendere il campo tensionale tridimensionale che si sviluppa nella sezione per colonne in calcestruzzo armato soggette a taglio biassiale è uno dei passi più fondamentali. In questi elementi strutturali, i momenti flettenti agenti lungo le due direzioni principali si combinano con forze di taglio in entrambe le direzioni e, frequentemente, con carichi assiali che possono variare nel tempo, producendo una distribuzione delle tensioni particolarmente complessa.

Questo è uno dei motivi per il quale la verifica analitica deve considerare contemporaneamente l'insieme delle sollecitazioni presenti. Analizzarle separatamente non è la soluzione migliore, dato che la risposta strutturale deriva proprio dalla loro interazione reciproca.

Quando si affronta la progettazione di colonne in calcestruzzo armato soggette a taglio biassiale, la prima attenzione deve essere posta sulla comprensione dello stato tensionale tridimensionale della sezione. In queste colonne, momenti flettenti lungo due direzioni principali si combinano con forze di taglio bidirezionali e, spesso, con carichi assiali variabili, generando una distribuzione complessa delle tensioni. La verifica analitica deve quindi valutare simultaneamente tutte queste sollecitazioni, evitando di trattarle separatamente come se fossero indipendenti (EN 1992-1-1, Eurocodice 2; ACI 318). Questo approccio permette di ottenere stime più realistiche della domanda sulla sezione e riduce il rischio di sottovalutare il carico critico.

Un metodo efficace consiste nell'utilizzare superfici di interazione tridimensionali, nelle quali la resistenza della sezione è rappresentata come un volume continuo che combina i momenti biassiali e le componenti di taglio, eventualmente esteso a includere la torsione. Questa rappresentazione consente di verificare che nessuna combinazione di momenti e taglio superi la capacità resistente del nucleo in calcestruzzo e delle armature longitudinali (EN 1992-1-1; ACI 318). In pratica, ogni punto della sezione viene analizzato considerando le tensioni effettive derivanti dalla compatibilità deformativa, incluse quelle generate dalle fessure.

Per stimare con maggiore precisione la resistenza a taglio, è utile ricorrere a modelli avanzati come la *Modified Compression Field Theory (MCFT)*. La MCFT dimostra che la capacità a taglio dipende dalla compatibilità tra calcestruzzo fessurato e armature e dall'orientazione spaziale delle bielle compresse, variabile a seconda dello stato tensionale tridimensionale [17]. Questo permette di calcolare le componenti di taglio trasferite dal calcestruzzo e dalle barre in maniera integrata, evitando stime eccessivamente conservative o ottimistiche.

Un aspetto fondamentale della verifica analitica riguarda il confronto tra domanda e capacità a taglio nelle due direzioni ortogonali. Le norme prescrivono che le componenti di taglio V_x e V_y , calcolate considerando lo sviluppo completo dei momenti biassiali M_x e M_y , non superino la resistenza disponibile della sezione (EN 1998-1, Eurocodice 8; ACI 318, seismic provisions). Questo principio è alla base della progettazione in capacità, che garantisce che il collasso avvenga secondo meccanismi duttili flessionali e non per taglio fragile.

Per colonne sottoposte a carichi particolarmente gravosi o situate in edifici critici, la verifica può essere supportata da analisi non lineari tridimensionali, come pushover bidirezionale o analisi dinamiche non lineari. Questi strumenti consentono di simulare in dettaglio l'interazione tra i due piani di taglio, i momenti biassiali e la progressiva plasticizzazione delle armature [3], fornendo stime realistiche della capacità dissipativa e del degrado ciclico.

Le verifiche analitiche per colonne soggette a taglio biassiale devono fondarsi su una valutazione integrata delle azioni interne, sull'uso di modelli compatibili con il comportamento tridimensionale del calcestruzzo fessurato, sulla verifica simultanea dei tagli lungo le due direzioni e sull'applicazione dei principi della progettazione in capacità. L'integrazione tra norme come EN 1992-1-1, EN 1998-1, ACI 318 e modelli teorici avanzati [17][23] costituisce il riferimento più solido per condurre verifiche analitiche rigorose e realistiche in presenza di taglio biassiale.

3.2 Incremento delle armature trasversali (staffature/ stirrups)

L'incremento delle armature trasversali nelle colonne in calcestruzzo armato soggette a taglio biassiale costituisce una strategia progettuale fondamentale per migliorare resistenza, duttilità e comportamento globale della sezione. In tale contesto, il confinamento trasversale fornito dalle staffe non è un semplice elemento accessorio, ma gioca un ruolo centrale nel mantenimento dell'integrità e della capacità di trasferire efficacemente gli sforzi tra calcestruzzo e acciaio.

Le staffe esercitano una pressione laterale che limita l'espansione trasversale del nucleo di calcestruzzo compresso [23], aumentando sia la resistenza a compressione sia la deformazione ultima prima del collasso. Quando le colonne sono soggette a taglio biassiale, le fessure si sviluppano e ruotano secondo più direzioni. Una disposizione ravvicinata delle staffe assicura che la pressione laterale sia efficace lungo entrambe le direzioni, evitando distacchi del copriferro e limitando la concentrazione di deformazioni plastiche nelle barre longitudinali [3][20].

Non si tratta solo di aumentare la quantità di acciaio, ma anche di curare la geometria e il dettaglio costruttivo delle staffe. Ridurre il passo tra le armature trasversali nelle zone critiche consente di mantenere una pressione laterale costante e contrastare efficacemente le dilatazioni del calcestruzzo in entrambe le direzioni ortogonali (EN 1998-1, Eurocodice 8; ACI 318, seismic provisions). Le staffe devono essere adeguatamente ancorate e dimensionate per resistere a carichi ciclici senza perdita di continuità, così che il nucleo rimanga confinato anche durante l'apertura e chiusura ripetuta delle fessure. Se l'elemento in calcestruzzo armato viene confinato in maniera efficace, questo ritarda l'insorgere di meccanismi fragili, aumentandone pure la capacità dissipativa della colonna, garantendone un comportamento più prevedibile in presenza di sollecitazioni sismiche [23][28].

Le norme di progettazione forniscono indicazioni precise per l'armatura trasversale in colonne sottoposte a sollecitazioni complesse. L'Eurocodice 2 raccomanda staffe ravvicinate nelle zone di massima sollecitazione flessionale e di taglio, mentre l'Eurocodice 8 stabilisce valori minimi per la percentuale di armatura trasversale in zone sismiche (EN 1992-1-1; EN 1998-1). Allo stesso modo, l'ACI 318 prescrive passi minimi, dettagli di ancoraggio e considerazioni sui meccanismi duttili nelle sezioni soggette a carichi ciclici (ACI 318, seismic provisions).

Un ruolo chiave delle staffe riguarda anche il legame tra armatura longitudinale e trasversale. Le staffe non si limitano a confinare il calcestruzzo, ma trasferiscono parte delle sollecitazioni tangenziali e limitano lo scorrimento relativo delle barre durante cicli di carico ripetuti [15]. In presenza di taglio biassiale, l'effetto combinato di staffature ravvicinate e ben ancorate contribuisce a limitare il degrado progressivo della sezione, migliorando la capacità di assorbire energia durante eventi sismici.

Si può affermare che le armature trasversali in colonne soggette a taglio biassiale significa non solo aggiungere acciaio, ma adottare un approccio progettuale integrato che agisce sul confinamento tridimensionale del nucleo, sul trasferimento delle sollecitazioni tangenziali e sulla duttilità complessiva della colonna. Le prove sperimentali, i modelli teorici di calcestruzzo confinato [23] e le prescrizioni normative (EN 1992-1-1, EN 1998-1, ACI 318) confermano che staffature ravvicinate, ben dettagliate e correttamente ancorate sono uno degli strumenti più efficaci per garantire prestazioni sicure e durature nelle colonne in calcestruzzo armato.

3.3 Incamiciatura in calcestruzzo armato (concrete jacket)

L'incamiciatura in calcestruzzo armato (concrete jacket), rappresenta una strategia consolidata per il rinforzo e la riabilitazione di strutture in cemento armato sottoposte a sollecitazioni complesse, tra cui il taglio biassiale. Questa tecnica consiste nell'aumentare la sezione trasversale di un elemento strutturale (colonna, trave o nodo) mediante l'apposizione di uno strato aggiuntivo di calcestruzzo armato, opportunamente armato e collegato alla sezione esistente. L'obiettivo è incrementare la capacità resistente, la duttilità e il confinamento del nucleo originale, permettendo all'elemento di sopportare sollecitazioni maggiori o più complesse rispetto alla configurazione originale.

Dal punto di vista meccanico, l'incamiciatura agisce su più fronti. Il nuovo calcestruzzo e le armature aggiuntive aumentano la sezione resistente, incrementano la rigidità dell'elemento e forniscono un confinamento supplementare al nucleo esistente [30]. Questo effetto è particolarmente importante in presenza di taglio biassiale, dove le traiettorie delle fessure sono multidirezionali e la pressione laterale sulle fibre compresse del nucleo diventa cruciale per garantire integrità e duttilità. Con questo metodo si possono incrementare il numero di barre longitudinali, migliorare la distribuzione delle staffe e aumentare la capacità della colonna sia a flessione che a taglio biassiale (caso molto generico).

Un aspetto fondamentale nella progettazione di un'incamiciatura è la connessione tra la vecchia sezione e quella nuova. La continuità strutturale è garantita mediante ancoraggi adeguati delle barre esistenti in quelle nuove, l'uso di superfici di adesione trattate e, quando necessario, resine e connettori meccanici [22]. La qualità del legame è determinante per assicurare che la sezione aggiornata si comporti come un unico elemento sotto carichi biassiali e ciclici, evitando slittamenti o distacchi locali che ridurrebbero l'efficacia del rinforzo.

Dal punto di vista della verifica analitica, il jacketing permette di considerare la sezione aggiornata come un nuovo elemento con dominio di interazione aumentato, valutando la capacità a flessione e taglio secondo criteri tridimensionali [17]. In presenza di taglio biassiale, le superfici di interazione ($M_x - M_y, V_x - V_y$) devono essere calcolate sulla sezione

aumentata, includendo il contributo delle armature aggiuntive e il confinamento supplementare offerto dal nuovo calcestruzzo. Ciò consente di progettare la colonna in modo più sicuro e prevedibile, specialmente in zone sismiche o per elementi strategici soggetti a carichi ciclici.

Oltre all'incremento della capacità a taglio e a flessione, l'incamiciatura migliora significativamente la rigidità complessiva e la duttilità della colonna. Studi sperimentali su colonne rinforzate con concrete jacket hanno dimostrato aumenti sostanziali della capacità resistente a taglio biassiale e della deformazione ultima prima del collasso, con ritardo nella formazione di meccanismi fragili [22] [30]. Questo effetto è particolarmente rilevante per strutture che devono resistere a carichi sismici, dove la combinazione di momenti flettenti e taglio in due direzioni può portare rapidamente a degrado ciclico e perdita di capacità portante.

L'efficacia dell'intervento di rinforzo è strettamente legata alla qualità della connessione tra la sezione originaria e quella aggiuntiva, alla corretta progettazione delle armature longitudinali e trasversali previste nel nuovo strato e alla verifica analitica della sezione risultante mediante modelli tridimensionali. Le evidenze sperimentali e le indicazioni riportate nei principali testi di riferimento [17][22][30] mostrano che l'incamiciatura in calcestruzzo rappresenta una tecnica affidabile per il rinforzo di strutture in cemento armato sottoposte a stati di sollecitazione complessi.

3.4 Incamiciatura in acciaio (steel jacketing)

L'incamiciatura in acciaio, o rinforzo con involucri d'acciaio, è una tecnica molto utilizzata per potenziare la resistenza e la duttilità di elementi in calcestruzzo armato, in particolare colonne sottoposte a taglio biassiale. Questa strategia consiste nell'avvolgere l'elemento esistente con lamiere o profili d'acciaio, spesso collegati tramite connettori meccanici o resine adesive, in modo da integrare il comportamento della sezione originale con quello del rinforzo metallico. L'obiettivo principale è aumentare la capacità portante, migliorare il confinamento del nucleo in calcestruzzo e rendere l'elemento più resistente alle sollecitazioni multidirezionali.

Dal punto di vista strutturale, l'involucro d'acciaio fornisce un confinamento supplementare al nucleo di calcestruzzo [30], aumentando la resistenza a compressione e la deformazione ultima prima del collasso. Per elementi soggetti a taglio biassiale questo è un elemento molto rilevante, dove si ha la propagazione delle fessure in traiettorie variabili e la pressione laterale diventa essenziale per mantenere l'integrità e la duttilità della colonna. Grazie a questa applicazione, si può rinforzare l'elemento strutturale incrementando il numero di barre longitudinali e migliorare la disposizione delle staffe, aumentando così la capacità sia a flessionale che a taglio biassiale.

Il collegamento esistente tra sezione esistente e l'involucro in acciaio rappresenta uno dei punti cruciali nella progettazione dell'incamiciatura in acciaio.

Per garantire che l'elemento rinforzato si comporti come un unico sistema strutturale, si ricorre all'uso di connettori meccanici, barre di ancoraggio o resine epossidiche ad alte prestazioni [22]. Un buon collegamento è fondamentale per trasferire le sollecitazioni in modo uniforme, evitando slittamenti o distacchi locali, soprattutto quando la colonna è soggetta a carichi ciclici o multidirezionali.

Dal punto di vista analitico, l'incamiciatura in acciaio incrementa la sezione resistente e il momento d'inerzia della colonna, permettendo di considerare la sezione rinforzata come un nuovo elemento con dominio di interazione tridimensionale [17]. Per colonne sottoposte a taglio biassiale, la verifica deve includere le superfici di interazione $(M_x - M_y, V_x - V_y)$, considerando sia il contributo del nucleo originale sia quello dell'involucro d'acciaio, così da ottenere stime realistiche della capacità resistente e del comportamento duttili della sezione aggiornata.

Uno dei maggiori vantaggi di questo metodo è che a differenza del rinforzo in calcestruzzo, si ha una rapidità di applicazione molto maggiore, ingombrando anche meno l'elemento strutturale.

L'acciaio può essere installato senza aumentare significativamente la sezione della colonna, consentendo un rinforzo uniforme lungo tutta l'altezza dell'elemento [21]. Questa soluzione risulta particolarmente vantaggiosa negli interventi di riqualificazione di strutture esistenti, soprattutto quando vincoli architettonici o limitazioni geometriche rendono difficoltosa l'applicazione di tecniche di incamiciatura in calcestruzzo.

L'incamiciatura in acciaio contribuisce a migliorare la capacità dissipativa e il controllo della fessurazione. La presenza dell'involucro riduce lo scorrimento delle barre longitudinali durante cicli di carico e limita l'apertura di fessure incrociate, aumentando la resistenza complessiva della colonna [22],[30]. Questo è essenziale in presenza di taglio biassiale, dove la combinazione di momenti flettenti e forze taglianti può generare rapidamente degradazione e perdita di capacità portante.

Questo metodo è una soluzione efficace per migliorare capacità, duttilità e confinamento di colonne in calcestruzzo armato sottoposte a taglio biassiale. La sua efficacia dipende dalla progettazione dell'involucro, dalla qualità del collegamento con la sezione esistente e dalla verifica analitica della sezione aggiornata secondo criteri tridimensionali. I seguenti testi letterari [17],[21],[22],[30] confermano che l'incamiciatura rappresenta uno strumento affidabile e versatile per il rinforzo di strutture in calcestruzzo armato soggette a sollecitazioni complesse.

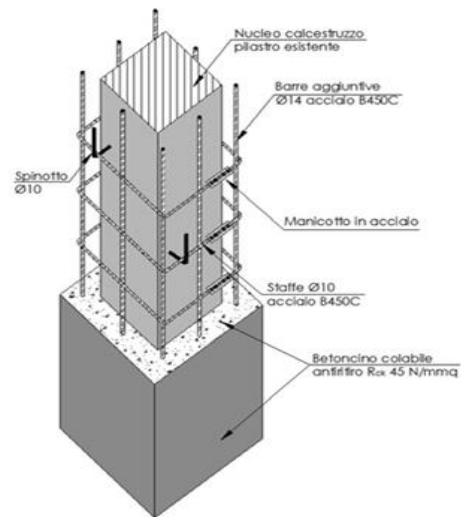


Figura 6: Vista assonometrica dell'incamiciatura in CA.



Figura 7: Esempio di rinforzo del nodo d'angolo mediante perforazioni armate e manicotti a chiodi [5].

4. Casi Studio: Colonne soggette a taglio semplice e colonne soggette a taglio biassiale

4.1 Caso studio del terremoto dell'Aquila

In questo capitolo, si vuole descrivere il primo caso studio preso in considerazione di una colonna soggetta a taglio semplice. Si è preso come caso studio il terremoto dell'Aquila (6 Aprile 2009, magnitudo 6.3), dove migliaia di strutture in calcestruzzo armato, situate fuori dai centri storici, hanno subito dei danni significativi. Da un'attenta analisi di ricostruzione post-sisma [24] si è verificato che un totale di 2799 edifici in calcestruzzo armato è stato danneggiato dall'evento sismico, dove 1738 edifici (circa il 62%) ha riportato danni lievi, principalmente a carico degli elementi non strutturali e danni limitati o pressochè assenti nei carichi strutturali. I restanti 1061 edifici (circa il 38%), invece, hanno subito gravi danni, dove gli elementi strutturali e non strutturali sono stati gravemente danneggiati.

Tra gli edifici gravemente danneggiati, si è verificato che circa 284 edifici (27%) sono stati demoliti a causa di severi danni agli elementi strutturali. Tra questi edifici si è verificato che 56 edifici (circa il 20%) presentavano collassi fragili alle colonne dovuti ad azioni di taglio. Quello che si è svolto in questa indagine è di selezionare questi edifici e simularne il collasso al taglio tramite prove sperimentali.

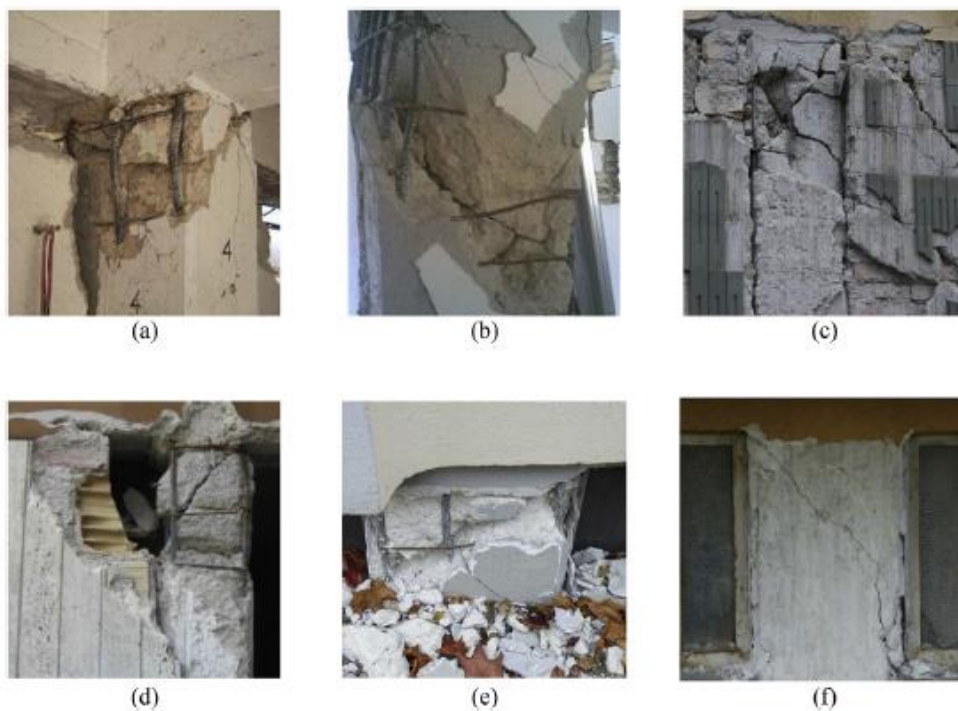


Figura 8: Collasso per taglio delle colonne dopo il terremoto dell'Aquila (2009).

4.1.1. Dati Sperimentali

Come illustrato nella Figura 9, sono state prese sette colonne corte in calcestruzzo armato e sono state progettate con le stesse caratteristiche geometriche e lo stesso dettaglio di armatura. Per indurre un meccanismo di collasso fragile governato dal taglio, si sono volutamente sovradimensionate le colonne a flessione.

Ciascun provino presentava una sezione quadrata di $300 \times 300 \text{ mm}^2$, armata con dieci barre ad aderenza migliorata di diametro 22 mm . Il rapporto geometrico di armatura longitudinale era pari a $r_l = A_s/bh = 4,2\%$, con:

- A_s = Area totale dell'armatura longitudinale;
- b, h = Dimensioni della sezione trasversale.

L'armatura longitudinale è stata disposta esclusivamente lungo la direzione di applicazione del carico, mentre non è stata prevista alcuna armatura lungo la direzione secondaria, in analogia con quanto osservato in molte colonne esistenti. Il copriferro era pari a 20 mm per tutti i provini.

L'armatura trasversale era costituita da staffe di diametro 8 mm , disposte con un passo di 300 mm (rapporto geometrico di armatura trasversale $r_w = 0,11\%$) e dotate di ganci alle estremità. Nella zona di applicazione del carico è stato adottato un passo ridotto delle staffe al fine di prevenire fenomeni di danneggiamento localizzato.

La configurazione dei provini è a mensola, composti da una colonna alta 1250 mm e il blocco di fondazione presenta dimensioni pari a $1200 \times 1200 \times 600 \text{ mm}^3$. Il getto del blocco di fondazione e quello della colonna sono stati eseguiti in due fasi distinte, in modo da riprodurre la discontinuità del calcestruzzo all'interfaccia colonna-fondazione, tipica delle procedure costruttive ordinarie. Al fine di simulare il comportamento delle colonne corte, vi è stato un carico laterale a una distanza di 900 mm dal blocco di fondazione (rapporto $L_s/h = 3$, con lunghezza di taglio $L_s = 900 \text{ mm}$).

Sono state adottate due classi di calcestruzzo:

- una a bassa resistenza a compressione per quattro provini (denominati S1, S2, S3 e S4);
- una a media resistenza a compressione per i restanti tre provini (denominati S5, S6 e S7).

Nel nostro caso abbiamo scelto in maniera arbitraria la colonna da dover esaminare, scegliendo così la colonna S5.

Per tutte le colonne è stata impiegata la stessa classe di acciaio. Dalle prove di trazione su barre campione sono stati ricavati valori medi di tensione di snervamento pari a $f_{yl} = 531 \text{ MPa}$ per l'armatura longitudinale e $f_{yw} = 525 \text{ MPa}$ per quella trasversale. Durante la preparazione di ciascun provino sono stati confezionati quattro cubetti di calcestruzzo di

lato 150 mm, maturati nelle stesse condizioni ambientali dei provini. La resistenza cilindrica media a compressione f_c , determinata per ciascun elemento, è riportata in Tabella 1.

Per ciascuna classe di calcestruzzo è stato previsto un provino non rinforzato, utilizzato come campione di controllo (provini "as built", denominati S1 per il calcestruzzo a bassa resistenza e S5 per quello a media resistenza). I restanti cinque provini sono stati rinforzati mediante fasce discontinue unidirezionali in CFRP (caso che non prendiamo in considerazione), con fibre disposte perpendicolarmente all'asse longitudinale della colonna.

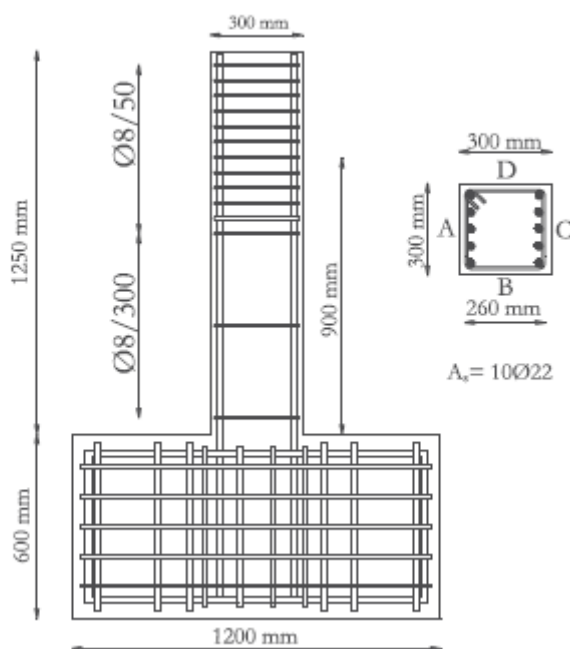


Figura 9: Geometria del campione "As built".

Test	f_{cm} [MPa]	f_{yt} [MPa]	f_{yw} [MPa]	ρ_f [%]	$E_f \rho_f$ [GPa]	n° plies	CFRP type
S1	14.3	531	525	—	—	—	—
S2	14.3			0.06	0.16	1	A
S3	16.5			0.13	0.31	1	B
S4	14.0			0.13	0.34	1	C
S5	23.9			—	—	—	—
S6	32.3			0.27	0.61	2	B
S7	36.4			0.27	0.67	2	C

Tabella 1: Sommario del programma sperimentale.

4.1.2. Risultati sperimentali

La colonna è soggetta a una forza di compressione costante e uno spostamento orizzontale ciclico. Il carico laterale viene applicato a un'altezza di 900 mm alla base della sezione utilizzando un attuatore idraulico, applicando un carico massimo di 500 kN, dove è stata integrata con una parete d'acciaio per misurare le forze laterali.

Le relazioni sperimentali "carico laterale – drift" ottenute per la colonna presa in considerazione (S5) in calcestruzzo armato sono riportate in Fig. 11.

I principali risultati sperimentali, relativi sia alla direzione positiva sia a quella negativa del carico, unitamente alla modalità di collasso osservata, sono sintetizzati in Tabella 2. In particolare, sono riportati:

- le forze di picco e i corrispondenti drift, F_{max} e ΔF_{max} ;
- i drift al collasso convenzionale, $\Delta_{0,8F_{max}}$, definiti come i valori corrispondenti all'80% della forza massima sulla curva inviluppo;
- la percentuale di incremento di resistenza dovuta al rinforzo in FRP rispetto ai provini "as built", nelle direzioni positiva e negativa del carico, ΔF_{max} ;
- la duttilità μ_{Δ} , definita come il rapporto tra drift ultimo e drift a snervamento.

Il drift a snervamento è stato determinato come il punto di intersezione tra la secante passante per il 70% della resistenza di picco e la retta orizzontale corrispondente alla resistenza massima. I quadri fessurativi e i relativi stati di danneggiamento al collasso convenzionale sono illustrati in Fig. 11.

Il provino non rinforzato ("as built") S5, ha manifestato un comportamento fragile governato dal taglio prima del raggiungimento dello snervamento flessionale. Si nota che lungo l'intera lunghezza di taglio della colonna si sono sviluppate delle fessure diagonali, sui due lati paralleli alla direzione di carico.

Come è stato riportato in Tabella 2, si è raggiunto un drift pari all' 1,6%. Successivamente, dopo il picco si è verificata una brusca riduzione della resistenza laterale, portando all'interruzione della prova. Il meccanismo di collasso è stato manifestato dallo schiacciamento dell'anima del calcestruzzo, governando tale meccanismo per tutta la durata della prova, configurando in questo modo una rottura diagonale a compressione da taglio, tipica delle colonne corte.

Dopo il collasso convenzionale, le colonne erano comunque ancora in grado di sostenere il carico assiale applicato. I valori di resistenza laterale massima registrati sono stati pari a +188,9 kN (-191,0 kN) per il provino S5 (Tabella 2).

Pertanto, un incremento del 60% della resistenza a compressione del calcestruzzo ha determinato un aumento della capacità a taglio, governata dallo schiacciamento del calcestruzzo, pari a circa il 18%. [19]

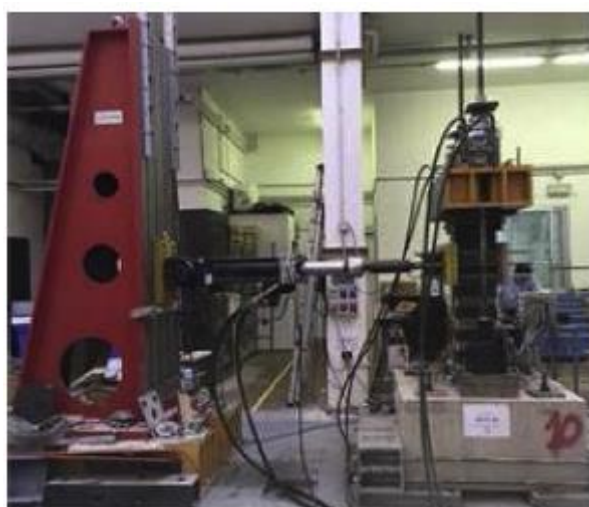


Figura 10: Configurazione di prova.

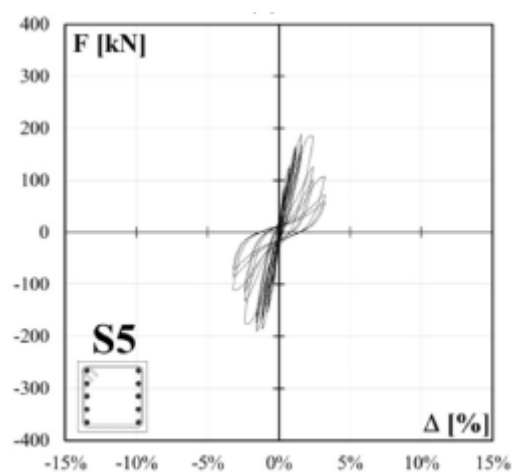


Figura 11: Curve sperimentali carico laterale–spostamento relativo (drift) riferito al provino S5.

Test	F_{max} [kN]	Δ_{Fmax} [%]	$\Delta_{0.8Fmax}$ [%]	δF_{max} [%]	μ_d [-]	Failure mode	FRP failure
S1	159.6 -151.8	1.6 -1.6	2.9 -2.8	- -	- -	shear	-
S2	256.8 -236.3	3.2 -3.2	4.3 -3.7	+61 +56	- -	shear	2 nd strip rupture
S3	249.9 -253.0	3.2 -3.2	6.2 -6.0	+57 +67	- -	shear	-
S4	286.7 -286.5	2.4 -2.4	7.5 -7.2	+80 +89	4.0 3.9	flexure-shear	local rupture
S5	188.9 -191.0	1.6 -1.6	2.7 -2.5	- -	- -	shear	-
S6	308.3 -300.6	6.4 -6.4	8.5 -8.0	+63 +57	4.8 4.6	flexure-shear	-
S7	354.0	9.1	>11	+87	>6	flexure	-

Tabella 2: Esiti delle prove sperimentali e meccanismo di rottura riscontrato.

4.2. Caso studio: colonna soggetta a taglio biassiale

L'obiettivo di questo studio sperimentale è stato quello di analizzare le modalità di rottura delle colonne in calcestruzzo armato con confinamento quando sono soggette a taglio-flessionale, testate con una forza di compressione costante e carico laterale ciclico obliquo rispetto agli assi principali della sezione trasversale. Vengono fatti dei test per sei colonne, due a sezione quadrata e quattro a sezione rettangolare, applicando poi il carico di taglio lungo diverse direzioni. Vengono poi raccolti i vari dati sperimentali ottenuti per analizzare al meglio quali sono le condizioni della colonna quando soggetta al taglio biassiale, in particolare si è valutato:

- la morfologia e distribuzione del danneggiamento;
- distribuzione nelle deformazioni nelle armature longitudinali e trasversali;
- curve forza-spostamento delle colonne;
- capacità a taglio, duttilità di spostamento;
- rigidità;
- dissipazione di energia.

4.2.1 Database Sperimentale

Geometria e materiali

Sono state progettate e testate sei colonne a sbalzo in calcestruzzo armato (CA). A seconda della sezione trasversale, le colonne sono ridistribuite in due gruppi:

Sezione "RE" (rettangolari)

Sezione "SQ" (quadrate)

Le dimensioni specifiche per ogni sezione sono:

- Per sezione rettangolare le dimensioni sono $300\text{ mm} \times 500\text{ mm}$,
- Per sezione quadrata le dimensioni sono $400\text{ mm} \times 400\text{ mm}$.

Alla base vi è un blocco di fondazione rigido di dimensioni $1200\text{ mm} \times 1200\text{ mm} \times 700\text{ mm}$, questo per garantire un ancoraggio adeguato al pavimento rigido del laboratorio. Nella parte centrale vi è la colonna (caso studio di interesse) di dimensioni 1400 mm e in sommità vi è un capitello di dimensioni $600\text{ mm} \times 600\text{ mm} \times 400\text{ mm}$, questo serve a trasferire i carichi dagli attuatori alla colonna.

I dettagli dei provini sono riportati schematicamente in Figura 12.

Le dimensioni dei provini è stata progettata in quel modo per rappresentare al meglio le colonne portanti tipiche degli edifici civili.

La luce di taglio (shear span) è stata fissata a 1600 mm , per rappresentare metà dell'altezza libera tipica di un piano.

Questa scelta si riferisce a colonne dei piani inferiori, che tendono a mostrare una deformazione di tipo tagliante, con il punto di controflessione situato a metà altezza. Ai piani superiori, tale punto tende a spostarsi più in alto; tuttavia, la scelta di una luce di 1,6 m permette di concentrarsi sulle colonne dei piani bassi, generalmente più vulnerabili.

Le dimensioni trasversali di 300 – 500 *mm* rispettano i requisiti minimi dell'Eurocodice 8 (§5.4.1.2.2).

Per tutti i provini è stato utilizzato calcestruzzo commerciale di classe C40, con aggregato massimo di 31,5 *mm*.

Sono state eseguite prove di compressione conformi alla norma GB/T 50081-2019 su cilindri di 150 *mm* di diametro e 300 *mm* di altezza.

Per ciascun provino sono stati preparati tre campioni di calcestruzzo al momento del getto.

La resistenza media a compressione dopo 28 giorni di stagionatura standard è risultata pari a 40,4 *MPa*. Tutti i provini presentano la stessa quantità di armatura longitudinale, come mostrato in Figura 12:

- Sedici barre di acciaio HRB400 ad aderenza migliorata, diametro 22 *mm*, disposte uniformemente lungo il perimetro della sezione, con copriferro di 30 *mm* e ancoraggio a 90° alle estremità.

Questo comporta un rapporto di armatura longitudinale (ρ_l) pari a 4,05% per le colonne RE e 3,80% per le colonne SQ.

Le prove a trazione sulle barre longitudinali, condotte secondo gli standard ASTM, hanno fornito i seguenti risultati medi:

- Snervamento (f_{yl}): 429,5 *MPa*
- Resistenza ultima (f_{ul}): 615,7 *MPa*
- Modulo elastico (E_{sl}): 198,9 *GPa*

L'armatura trasversale è costituita da staffe a due bracci, in acciaio HRB400, con diametro 8 *mm* e ganci a 135°.

L'area totale delle due staffe (A_{st}) è di 100,53 *mm*².

Per il caso di comportamento a taglio-flessionale, sono stati considerati passi di staffe (s) pari a 100*mm* → meccanismo più duttile di tipo flesso-tagliante ("FS series").

A questo scopo, la capacità resistente a taglio in condizioni monoassiali è stata inizialmente valutata mediante modelli analitici presenti in letteratura. Tale capacità è stata quindi messa a confronto con la sollecitazione di taglio richiesta, determinata attraverso un'analisi momento-curvatura di tipo deformativo, considerando incrementi progressivi dello spostamento laterale.[32]

Indipendentemente dal passo delle staffe nella colonna, nel blocco di fondazione e nella piastra superiore sono adottate staffe distanziate di 100 *mm*.

Sono state eseguite prove di trazione su campioni ricavati dalle staffe, conformemente agli standard ASTM.

Vengono qui riportati i risultati ottenuti:

- Snervamento (f_{yt}) = 408,7 MPa
- Resistenza ultima (f_{ut}) = 632,3 MPa
- Modulo elastico (E_{st}) = 205,6 Gpa

Per la misura delle deformazioni dell'armatura longitudinale e trasversale, vengono applicati degli estensimetri nelle barre d'acciaio.

I provini sono stati realizzati in due fasi:

1. Prima fase: realizzazione della cassaforma della fondazione, posizionamento dell'armatura e getto del calcestruzzo di fondazione.

2. Seconda fase: assemblaggio della cassaforma della colonna e successivo getto del calcestruzzo.

Come viene mostrato nella Figura 14, gli estensimetri vengono installati tra le due fasi di costruzione.

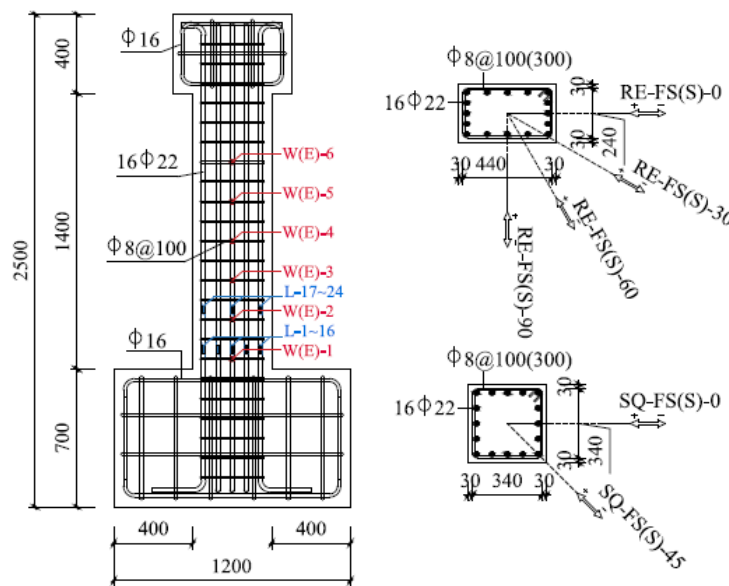


Figura 12: Layout generale (misura in [mm]) e disposizione dell'armatura delle colonne in calcestruzzo armato (CA) testate: passo delle staffe pari a 100 mm).



Figura 13: Preparazione dei campioni.

4.2.2 Configurazione del test, strumentazione e condizioni di carico

Come detto precedentemente, nella parte sommitale del capitello viene applicata una forza di compressione costante e un carico laterale ciclico, questo viene svolto con un attuatore idraulico MTS con una capacità di 1000 kN.

Il primo step è stato quello di applicare una forza assiale lungo la direzione verticale, al centro della piastra superiore, situata in sommità del capitello.

Per tutti i provini, vi è un rapporto tra la forza assiale applicata e la capacità portante assiale di progetto della sezione in calcestruzzo pari a 0.15, denominata "n", questo corrispondente a un'applicazione di forza assiale pari a 900 kN per le colonne rettangolari (RE) e di 960 kN per le colonne quadrate (SQ).

Il valore scelto di rapporto di carico assiale risulta pressoché coincidente con la media dei valori riportati negli studi sperimentali elencati nella Tabella 3.

Tale valore è anche rappresentativo delle colonne di telai in CA italiani situati in aree sismiche soggette a moderate accelerazioni verticali (ad esempio, condizioni di sisma lontano dall'epicentro), in quanto considera soltanto i carichi gravitazionali.

Al centro della piastra superiore, vi è un attuatore orizzontale, questo serve a controllare lo spostamento quando la colonna è soggetta a carico laterale ciclico.

Di conseguenza, il braccio a taglio è pari a 1600 mm per tutti i provini, valore che può essere considerato rappresentativo della mezza altezza di colonne incastrate alle estremità tipiche degli edifici intelaiati in CA.

Viene rappresentata la prova di laboratorio svolta nella Figura 19.

Il martinetto idraulico (strumento che serve per applicare la forza assiale lungo la colonna) è libero di muoversi solo lungo la direzione orizzontale, questo grazie a rulli nella parte superiore e a una cerniera in acciaio alla base, questo per assicurarci che la forza assiale deve mantenere la sua verticalità anche quando successivamente verrà applicata oltre a questa il carico laterale ciclico con spostamento controllato.

La storia di carico della colonna sarà data da tre cicli completi che saranno alternati da uno spostamento costante e pari a 2mm per ogni step svolto.

Per vedere come possa influenzare il taglio biassiale nella colonna, per ogni prova svolta si è variato l'angolo del carico laterale applicato, denominato " α " con:

- α = angolo dello spostamento orizzontale imposto;

Questo nelle prime prove notiamo che viene applicato lungo l'asse forte, man mano che la colonna viene quindi ruotata si passa da uno spostamento all'asse più forte fino all'asse più debole della colonna.

Come si è visto negli studi sperimentali precedenti, mostrati in Tabella 3, per ottenere la condizione di carico biassiale viene applicato il carico laterale lungo una direzione diagonale rispetto all'asse principale della sezione, questo perché è uno studio abbastanza semplice e affidabile.

Per far sì che le colonne siano soggette a carico biassiale, si sono quindi ruotate di un determinato angolo α . Vengono qui riportate i vari angoli di rotazione per le colonne rettangolari e quadrate:

- Per colonne RE (rettangolari), $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ e 90° ,
- Per SQ (quadrate), $\alpha = 0^\circ$ e 45° .

Ogni provino, per essere identificato, viene siglato con "XX-YY-AA", questi parametri stanno a significare che:

- XX = forma della sezione trasversale (Es. RE = rettangolare, SQ = quadrata);
- YY = tipo di rottura attesa: (FS = flesso-tagliante);
- AA = angolo del carico laterale applicato rispetto all'asse principale della sezione ($0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$).

Il sistema servoidraulico consente di registrare la forza applicata mediante una cella di carico integrata.

Come viene mostrato nella Figura 18, per misurare gli spostamenti durante i test vengono utilizzati sei trasduttori lineari di spostamento (LDVT).

Ogni trasduttore ha la seguente funzione:

- Per misurare lo spostamento della colonna lungo la direzione del carico orizzontale, ci serviamo del LVDT1 e LVDT2, dove il primo la registra la risposta effettiva e il secondo funge da backup;
- LVDT3 controlla l'eventuale spostamento perpendicolare alla direzione del carico orizzontale;
- LVDT4, LVDT5 e LVDT6 misurano possibili movimenti del blocco di fondazione, come scorrimento o sollevamento.[32]

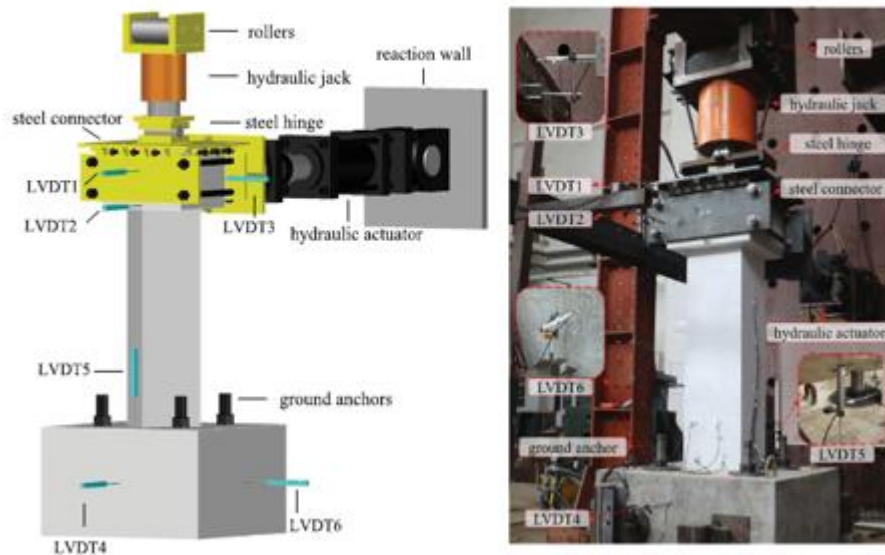


Figura 14: Struttura sperimentale adottata per testare le colonne in calcestruzzo armato(RC) sotto carico biassiale: schizzi illustrativi (a sinistra) e fotografia dell'apparato di laboratorio (a destra).

Reference	Number and type of cross-section	Lateral load	Shear span to effective depth ratio	Axial load	Failure mode
Takizawa and Aoyama (1976) [15]	5SQ	1Un+4B(o,a,b,c)	3	C	5F
Manuyama and Jirsa (1979) [16]	10SQ	1Un+9B(o,b,c,d,e,f,g)	1.49	N	10S
Otani et al. (1980) [17]	8SQ	3Un+5B(b,c)	4.5	N	8F
Ramirez and Jirsa (1980) [18]	10SQ	6Un+4Bc	1.49	C/T/N/V	8F+2S
Takiguchi et al. (1980) [19]	12SQ	6Un+6B(h,i)	2	C	12F
Woodward and Jirsa (1980) [20]	12SQ	12Bd	1.49	C/N	12S
Umehama and Jirsa (1982) [21]	10RE	6Un+4B(o,d)	1.11/1.98	C/N	10S
Joh and Shibata (1984) [22]	9SQ+4RE	5Un+8Bo	1.13/1.5/2	C/N	13S
Park et al. (1984) [23]	6SQ+2CI	4Un+4Bo	4	C	8F
Low and Moehle (1987) [24]	5RE	1Un+4B(o,g)	3.3/4.3	C	5F
Li et al. (1988) [25]	7SQ	2Un+5Bg	2.85	C/V	7F
Arakawa et al. (1989) [26]	14SQ	5Un+9Bo	1.39	C/V	14S
Mizoguchi et al. (1990) [27]	10SQ	4Un+6Bd	1.25	V	10S
Bousias et al. (1995) [28]	12SQ	1Un+11B(o,b,c,h)	6	C/V	12F
Ichinose (1996) [29]	4SQ	2Un+2Bo	2	C	4S
Kim and Lee (2000) [30]	6SQ+10RE	6Un+10Bo	2/4	C	16F
Qiu et al. (2002) [31]	7SQ	1Un+6B(o,a,b,c,g,i)	4.5	C	7F
Tsuno and Park (2004) [32]	5SQ	3Un+2B(c,g)	4.1	C	5F
Umemura and Ichinose (2004) [33]	14SQ	7Un+7Bc	1.68	C/N	14F
Nguyen (2005) [34]	4RE	2Un+2Bo	0.88/1.75	C	4S
Bechtoula et al. (2005) [35]	16SQ	8Un+8B(b,h)	2.5/2	C/V	16F
Hidenori et al. (2006) [36]	6SQ	6Bh	4.38	C	6F
Wang et al. (2008) [37]	3RE	3Bo	1.67/3.33	C	3S
Boys et al. (2009) [38]	6SQ	2Un+4Bj	3.61	C	6S
Chang (2010) [39]	2RE	1Un+1Bo	0.47	C	2F
Rodrigues et al. (2010) [40]	4SQ+12RE	7Un+9B(a,b,c,h)	3/5/7.5	C	16F
Khaled et al. (2011) [41]	4RE	4Bj	2.78/5.55	C	4F
Osorio et al. (2012) [42]	2CI	2Bj	3.64	C	2FS
Pham and Li (2013) [43]	4SQ+3RE	7Bo	1.7/2.4	C	7S
Rodrigues et al. (2013) [44]	2SQ+4RE	6B(a,b)	4.25/5.67	C	6F
Wang et al. (2013) [45]	6SQ	1Un+5Bc	4.3	C	6F
Nojavan et al. (2015) [46]	2SQ+6RE	7Un+1Bj	2.6/3.4	C	8F
Rodrigues et al. (2015) [47]	6RE	3Un+3Bo	3/5	C	6F
Rodrigues et al. (2015) [48]	2RE	2B(o,a)	3/5	C	2F
Rodrigues et al. (2016) [49]	6RE	2Un+4B(o,a,b,h)	3/5	V	6F
Dang et al. (2018) [50]	8SQ	4Un+4Ba	3	C	4F+2FS+2S
Wang et al. (2018) [51]	5RE	2Un+3Bo	3.11/4.67	C	3F+2S
Liu et al. (2021) [52]	4SQ	1Un+3Bo	4	C	4F
Hua et al. (2022) [7]	10SQ	10Bo	3.1/3.7	C	10S
Lucchini et al. (2022) [53]	18SQ	10Un+8B(h,i)	5	C	6F+12FS
Total	RE: 86 SQ: 237 CI: 4	Un: 114 Bo: 82 Bx (x = a, ..., k): 131			F: 202 FS: 16 S: 109

Type of cross-section: RE — rectangular; SQ — square; CI — circular.

Lateral load: Un — uniaxial loading, B(□) — biaxial loading, where □ denotes the adopted loading path, including loading along an oblique direction (Bo) and other load paths (Ba, Bb, ...) sketched in Fig. 1

Axial load: C — constant compression; V — variable axial load; N — no axial load; T — constant tension.

Failure mode: F — flexural failure mode; FS — flexural-shear failure mode; S — shear failure mode.

Tabella 3: Panoramica degli studi sperimentali precedenti su colonne in calcestruzzo armato (CA) soggette a condizioni di carico biassiale statico/pseudo-statico.

4.3 Risultati sperimentali

4.3.1 Modi di rottura e schemi di danneggiamento

Dopo aver effettuato le prove sperimentali, vengono successivamente riportati i risultati ottenuti nella Figura 21. Complessivamente, essi sono coerenti con gli obiettivi progettuali. Da un lato, le colonne in calcestruzzo armato della serie FS presentano crepe diagonali caratteristiche di un comportamento resistente a traliccio. Queste fessurazioni si concentrano principalmente nella parte bassa del campione e tendono ad allargarsi verso la zona della fondazione, fenomeno riconducibile alla formazione simultanea di una cerniera plastica alla base.

Nella Figura 22 viene rappresentata l'evoluzione del danneggiamento di ogni colonna soggetta a taglio biassiale fino al collasso, questo viene denominato in maniera semplificata "schema di danneggiamento".

Come visto nel capitolo precedente, per ogni prova di carico effettuata i provini vengono ispezionati e durante l'ispezione si è verificato che inizialmente compaiono delle crepe flessionali orizzontali vicino alla base della colonna, questo quando è soggetta a carichi ridotti.

Man mano che il provino è ancora soggetto a carico e questo carico incrementa lateralmente, queste crepe iniziano a propagarsi fino in sommità e si estendono dai bordi laterali della sezione trasversale verso il nucleo della colonna.

Con l'aumento delle crepe, si verifica un degrado della capacità resistente a taglio, che conseguentemente porta a uno sviluppo di crepe diagonali da taglio. Queste crepe si originano per due motivi principali:

- Rotazione delle crepe flessionali esistenti;
- Formazione di nuove crepe indipendenti;

Successivamente, si formano una o più principali crepe diagonali da taglio. Queste conducono alla perdita della capacità portante laterale, che avviene insieme allo sfaldamento del calcestruzzo agli angoli compressi opposti della colonna.

In base alle caratteristiche delle colonne, si avrà un diverso modo di rottura (nel nostro caso modo di rottura flesso-taglio), invece è indefinita da cosa sia influenzata la condizione di carico, che può essere uniassiale o biassiale.

Si nota da queste prove sperimentali che in base alla direzione del carico, si ha una determinata morfologia e distribuzione delle crepe.

Si è visto che per colonne sottoposte a carico uniassiale, le crepe sono più ripide e dense, situazione invece non verificata per le colonne sottoposte a carico biassiale, dove sono diffuse e più gradualmente inclinate.

Un'ultima considerazione è che si è verificato uno sfaldamento in tempi minori per le colonne di calcestruzzo soggette a carico biassiale rispetto a quelle soggette a carico uniassiale, con conseguente area di sfaldamento maggiore. Questo risultato è dovuto al fatto che la compressione nelle regioni angolari alla base dei provini sotto carico biassiale è maggiore rispetto al carico uniassiale. [32]

Q. Zeng et al.

Structures 70 (2024) 107747



Figura 15: Immagini delle colonne in calcestruzzo armato (CA) al termine della prova (lo schizzo a sinistra di ciascuna immagine riporta il nome del provino, mentre la freccia e l'indicatore evidenziano rispettivamente la condizione di carico e il punto di ripresa fotografica).

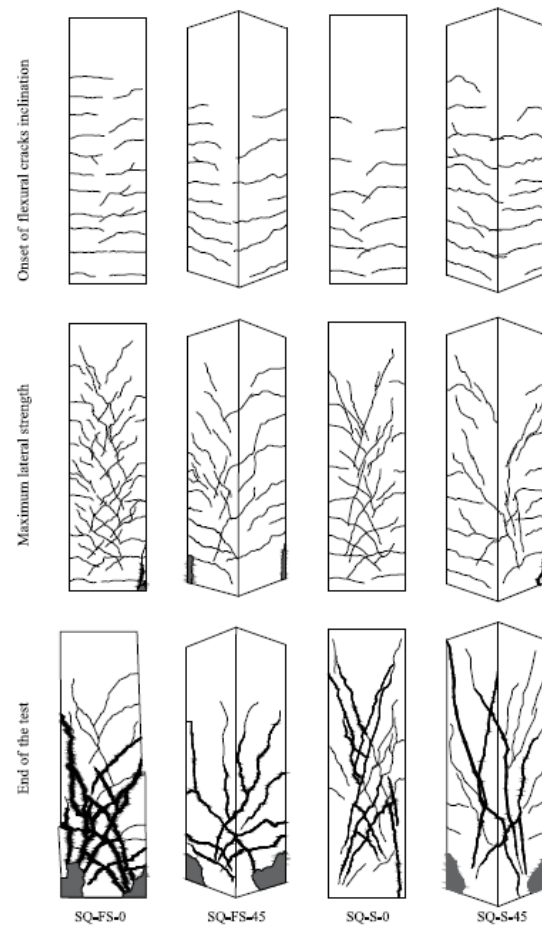


Figura 16: Evoluzione del danneggiamento per alcune colonne rappresentative in calcestruzzo armato (CA).

4.4. Risultati ottenuti dalla prova sperimentale

4.4.1. Curve forza–spostamento

Con le prove sperimentali svolte, si è stati in gradi di ricavare i grafici che mi rappresentano il comportamento della colonna quando soggetta a taglio biassiale.

Nella Figura 17 vengono rappresentate le curve sperimentali cicliche forza–spostamento, dove viene indicato con:

- F = Forza [kN];
- Δ = Spostamento [mm];

Si nota nella Figura 17 che i cicli isterici campioni della colonna soggetti a taglio–flessionale (FS) rappresentano un picco di forza arrotondato, seguito da un graduale decadimento nella fase post–picco, questo è proprio quello che si aspetta da un comportamento taglio–flessionale.

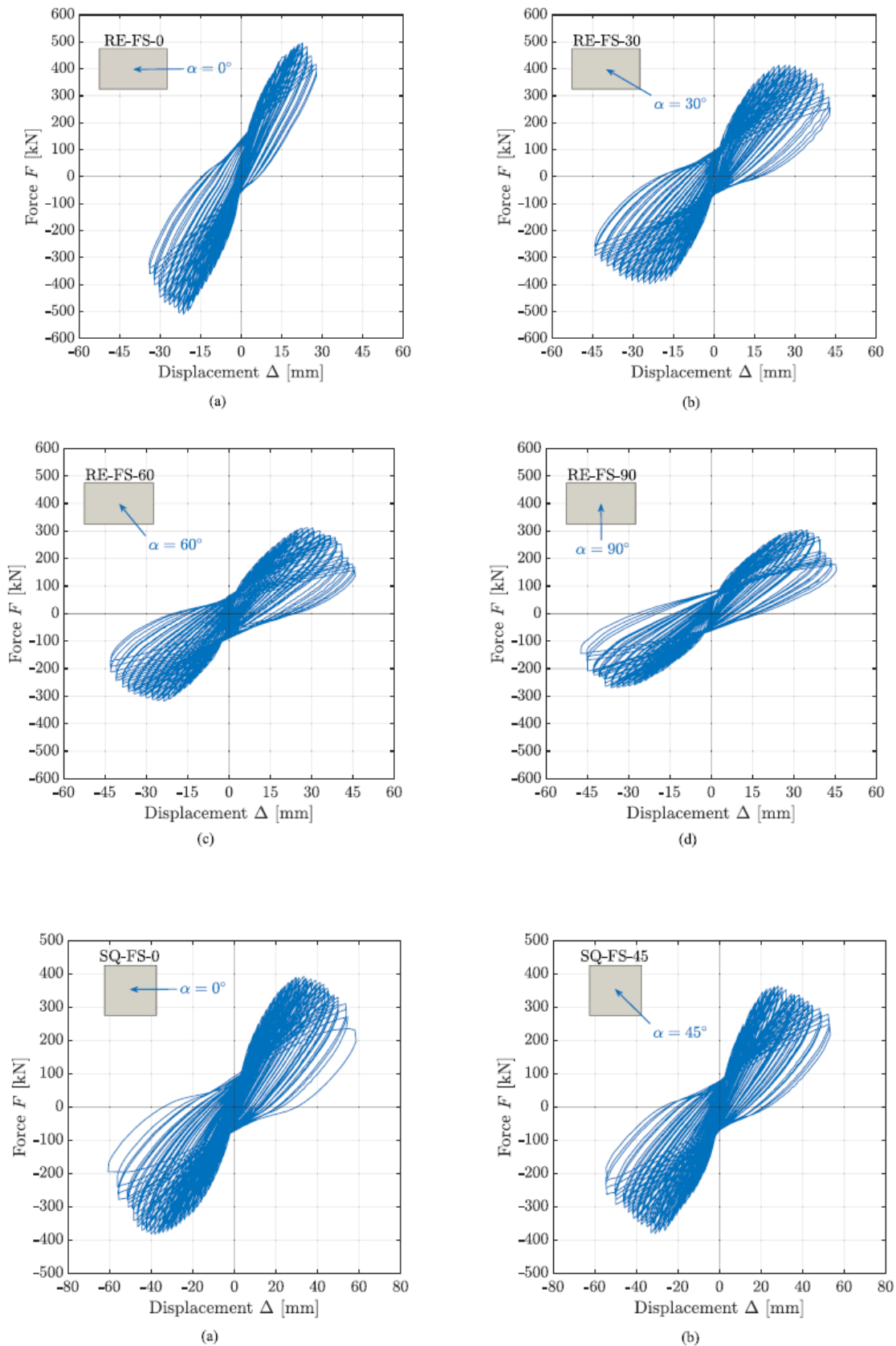


Figura 17: Risposta sperimentale ciclica forza–spostamento delle colonne con sezione rettangolare e interasse delle staffe pari a 100 mm: (a) campione RE-FS-0 e SQ-FS-0; (b) campione RE-FS-30 e SQ-FS-45; (c) campione RE-FS-60; (d) campione RE-FS-90.

Nei prossimi capitoli, si vedrà che come modello di riferimento verrà presa in considerazione solo la parte di carico a cui le varie colonne sono state soggette.[32]

5. Introduzione del pacchetto ATENA 2025

Il software di analisi strutturale ATENA, sviluppato dalla società Červenka Consulting s.r.o., è un ambiente integrato per la modellazione e l'analisi numerica non lineare di strutture in calcestruzzo armato ordinario e precompresso. Il pacchetto si compone di due moduli distinti ma complementari: ATENA Pre, destinato alla fase di pre-processing, e ATENA Studio, che svolge la funzione di solutore per le analisi non lineari e di ambiente di post-elaborazione dei risultati.

L'obiettivo del sistema è consentire la simulazione del comportamento meccanico delle strutture in calcestruzzo considerando in maniera esplicita sia le non linearità costitutive dei materiali (ad esempio fessurazione del calcestruzzo e plasticizzazione dell'acciaio), sia le eventuali non linearità geometriche. Il quadro teorico di riferimento è quello del metodo agli elementi finiti (FEM), integrato da procedure iterative per la soluzione dei problemi non lineari, come illustrato nei manuali tecnici di riferimento [34].

Nel presente lavoro di tesi, per la modellazione e l'analisi del modello numerico non lineare agli elementi finiti di una colonna in calcestruzzo armato confinata soggetta a taglio biasiale:

- ATENA Studio Preprocessor 2025u, versione 7.0.0.24694, questo ci consente di lavorare con analisi statiche e di trasporto (come trasferimento di calore, differenza di umidità e altre proprietà fisiche all'interno del materiale) in ambito tridimensionale (3D), bidimensionale (2D) e assialsimmetrico;
- ATENA Studio 2025, versione 2025.0.0.25246, impiegato per la fase di calcolo e per l'interpretazione dei risultati.

Il modulo di pre-processing rappresenta l'ambiente nel quale l'utente costruisce il modello numerico della struttura. L'interfaccia grafica si distingue per chiarezza e funzionalità, permettendo un controllo continuo dello sviluppo del progetto. La schermata principale include una finestra centrale dedicata alla visualizzazione e alla modellazione tridimensionale della geometria, nella quale è possibile operare traslazioni, rotazioni e zoom per analizzare la struttura da differenti prospettive. Accanto a questa, è presente una finestra laterale sinistra che riporta il flusso logico delle operazioni necessarie alla costruzione del modello, organizzato in forma gerarchica. Tale impostazione guida l'utente attraverso le varie fasi, riducendo la possibilità di errori o omissioni nella definizione del modello. Nella parte superiore dell'interfaccia si trova il menù principale, tramite il quale è possibile modificare le impostazioni generali del progetto – come le unità di misura o le

griglie di riferimento per il disegno – oltre a gestire le operazioni di salvataggio e creazione di nuovi file. Subito al di sotto è collocata la barra degli strumenti (toolbar), che raccoglie i comandi per la navigazione nello spazio tridimensionale e per la creazione o selezione di punti, linee, superfici e volumi. L'ambiente di lavoro è ulteriormente completato da una finestra laterale destra dedicata alla gestione dei layer grafici, utile per organizzare e visualizzare selettivamente le diverse componenti del modello, e da un riquadro inferiore contenente un riepilogo delle principali informazioni relative al modello corrente. La costruzione del modello in ATENA segue una procedura sequenziale "a cascata", concepita per garantire coerenza e completezza nella definizione del problema agli elementi finiti. Le fasi operative si sviluppano secondo il seguente ordine:

- definizione della geometria, procedendo in maniera gerarchica dalla creazione dei punti, alla generazione delle linee, quindi delle superfici e infine dei volumi;
- definizione dei materiali, quali calcestruzzo, acciaio o materiali elastici lineari;
- creazione e assegnazione degli elementi strutturali;
- definizione e inserimento delle armature;
- eventuale modellazione di molle e interfacce;
- generazione e assegnazione della mesh agli elementi finiti, con scelta della tipologia e delle dimensioni degli elementi;
- impostazione dell'analisi, comprendente la definizione dei casi di carico (load cases), delle condizioni al contorno, dei monitor di controllo, dei parametri di soluzione e dei task di calcolo.

Questa struttura metodologica consente di affrontare in modo sistematico la modellazione non lineare, assicurando che ciascun aspetto geometrico, costitutivo e numerico sia coerentemente integrato nel modello finale.

6. Assegnazione delle proprietà con il software ATENA 2025

In questo capitolo si vuole determinare la curva Forza-Spostamento, sapendo che per entrambe le colonne attraverso il martinetto idraulico lungo la direzione assiale verticale si ha una forza costante lungo tutta la prova e lungo la direzione orizzontale si ha invece uno spostamento controllato. Lo scopo principale è quello di mostrare come attraverso il seguente software si possono avere dei risultati accettabili rispetto a quelli ottenuti sperimentalmente.

Prima di procedere con l'analisi, bisogna fare la seguente considerazione. Tenendo presente che nel primo caso si assumano le proprietà meccaniche della colonna S5, anche nel secondo caso, per ogni colonna di calcestruzzo, si può notare che si ha una determinata resistenza a compressione in base all'inclinazione della colonna stessa tra il capitello e la fondazione :

Variables of the tested RC columns.

Specimen	Cross-section	Reinforcement			Concrete f_c [MPa]	Loading angle α [°]
		ρ_s [%]	s [mm]	ρ_s [%]		
RE-FS-0	300 mm × 500 mm	4.05	100	0.34	39.2	0
RE-FS-30					43	30
RE-FS-60					42.7	60
RE-FS-90					41.3	90
RE-S-0	300 mm × 500 mm	4.05	300	0.11	42.2	0
RE-S-30					43.9	30
RE-S-60					42.1	60
RE-S-90					40.5	90
SQ-FS-0	400 mm × 400 mm	3.80	100	0.25	38.2	0
SQ-FS-45					32.2	45
SQ-S-0	400 mm × 400 mm	3.80	300	0.08	39.8	0
SQ-S-45					39.6	45

Tabella 4: Variabili delle colonne in calcestruzzo armato testate.

Attraverso il software ATENA 2025, si passa quindi alla modellazione delle nostre colonne di C15, la definizione delle proprietà geometriche, meccaniche e la definizione delle condizioni al contorno.

6.1. Proprietà Geometriche

Proprietà geometriche per colonna classe S5

Per la definizione delle proprietà geometriche, si è modellata la struttura attenendosi ai dati forniti dal laboratorio. Si è inoltre fatta attenzione a rispettare il diametro delle staffe e dei rispettivi copriferri, per avere al meglio le prestazioni della struttura quando soggetta a deformazione laterale. Per la prima colonna soggetta a taglio semplice, si è imposta una deformazione ultima dell'acciaio pari al 9% e come dai test di laboratorio è stata inserita una piastra di spessore 50mm in sommità e una al lato a un'altezza di 900mm. E' inoltre di

estrema importanza l'utilizzo della mesh, ovvero la suddivisione in griglie (nel nostro caso quadrate) della sezione strutturale per definire al meglio la condizione di carico-spostamento quando la sezione è soggetta a fessurazione. In questo primo caso viene imposta una mesh di 0.01mm nella colonna (perché è proprio lì che avvengono le fessurazioni principali) e una mesh di 0.05 sulla fondazione. Viene qui riportata la colonna con le caratteristiche citate sopra:

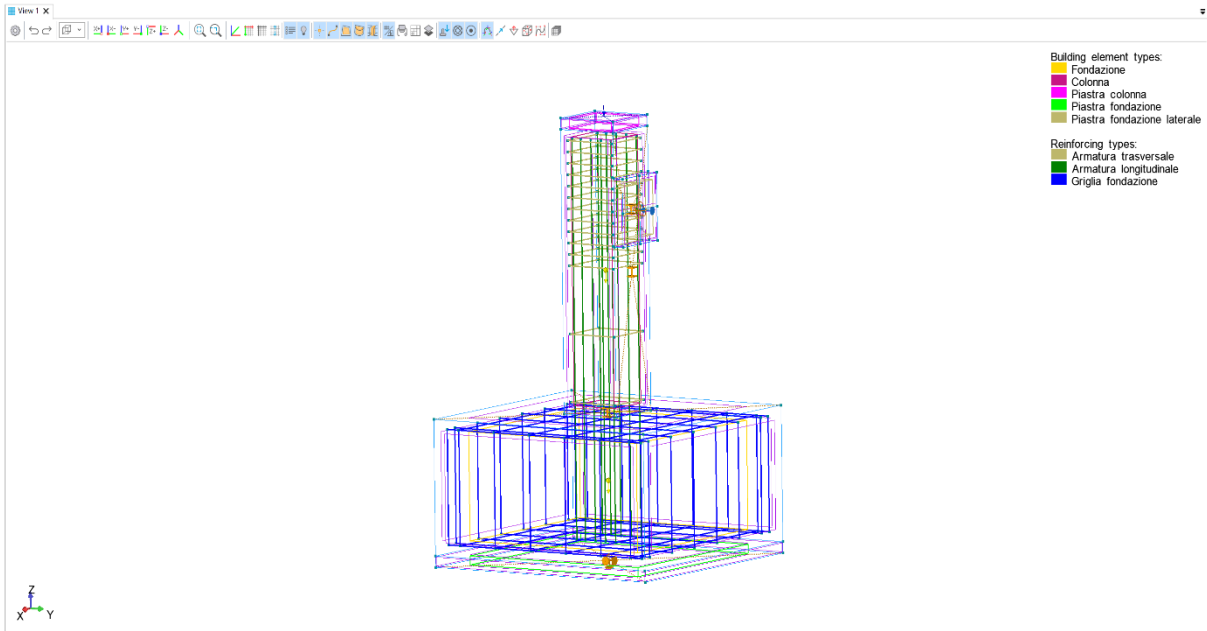


Figura 18:Modello della colonna soggetta a taglio semplice.

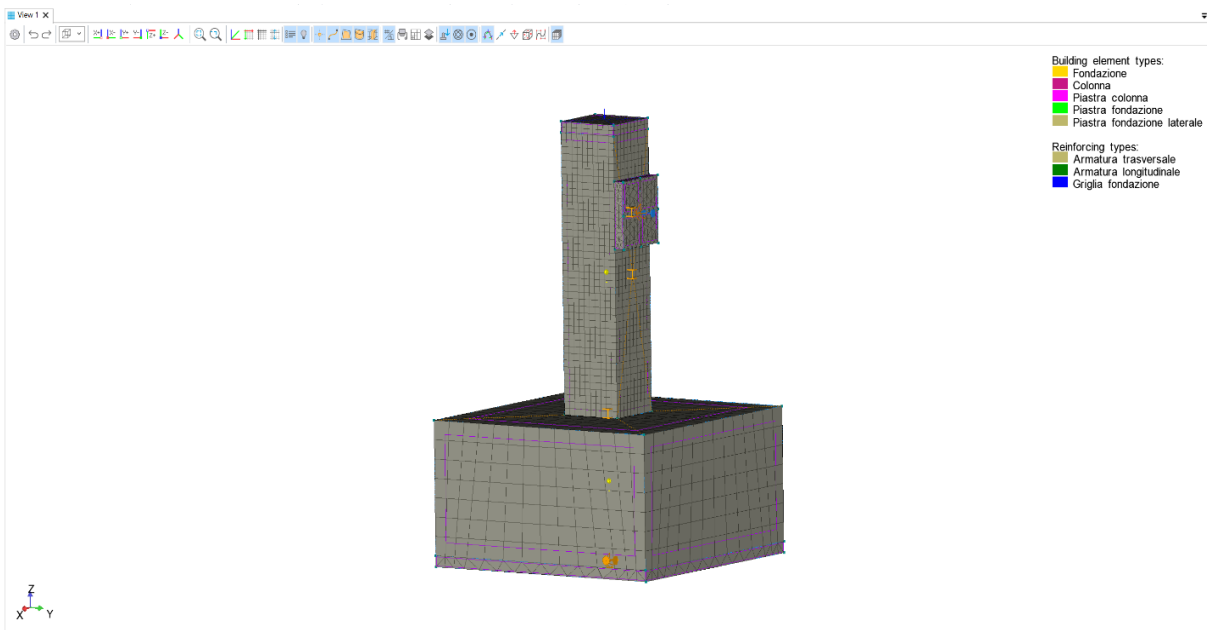


Figura 19:Modello della colonna soggetta a taglio semplice con mesh assegnata.

Proprietà geometriche per colonna soggetta a taglio biassiale

La deformazione ultima utilizzata per le armature (longitudinali e trasversale) è pari al 9%, questo perché si è utilizzato un acciaio tipo HBR400 laminati a caldo. Per evitare invece errori di convergenza durante la simulazione della prova, sono state aggiunte delle piastre in acciaio di spessore 50mm lungo la parte sommitale del capitello e lungo la parte trasversale (dove viene applicato lo spostamento della colonna).. Si è osservato che una mesh troppo grande dava risultati poco attendibili, perché non identificava al meglio il comportamento della colonna quando si stavano manifestando le prime fessurazioni e manifestazioni del taglio-flessionale. Quindi anche in questo caso di è optato per una mesh più fitta (per avere risultati più attendibili) di 0.05m per la fondazione e il capitello (zona di perno della nostra colonna) e di 0.01m per la colonna (zona più interessata alla propagazione delle fessure e al successivo collasso). Un'ulteriore aggiunta è stata fatta inserendo ai lati della parte sommitale del capitello due molle rigide di 5000 MPa, questo per simulare al meglio la forza di compressione che è stata applicata la piastra quando è stata soggetta a prova sperimentale. Vengono di seguito i vari modelli che sono stati usati sul software ATENA 2025:

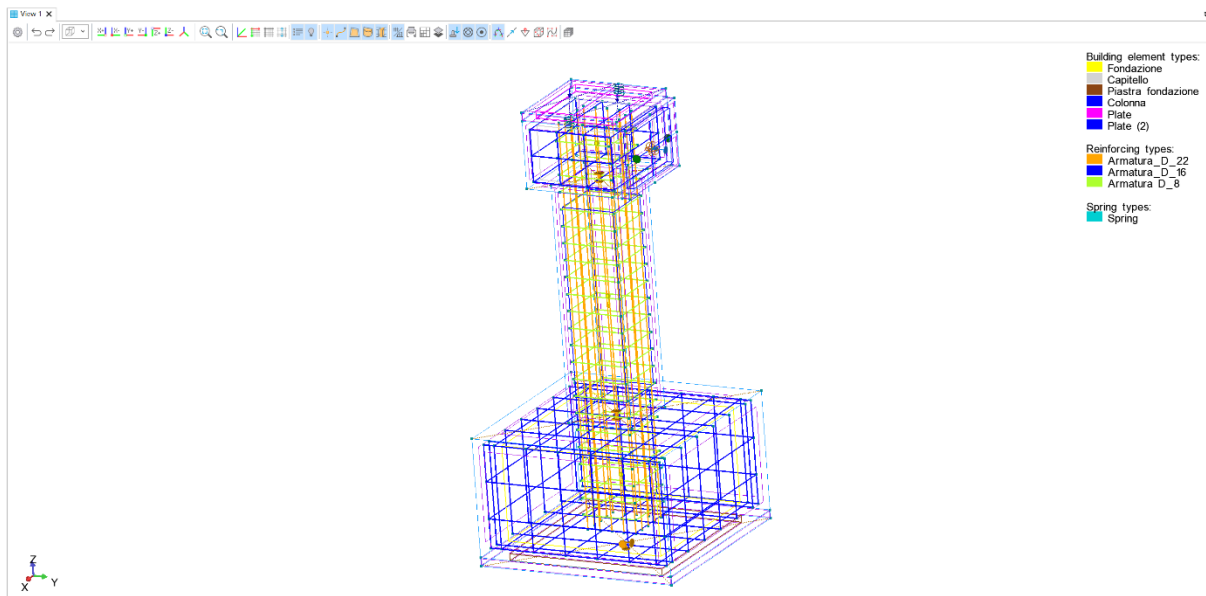


Figura 20: Modellazione geometrica per colonna SQ-FS-0.

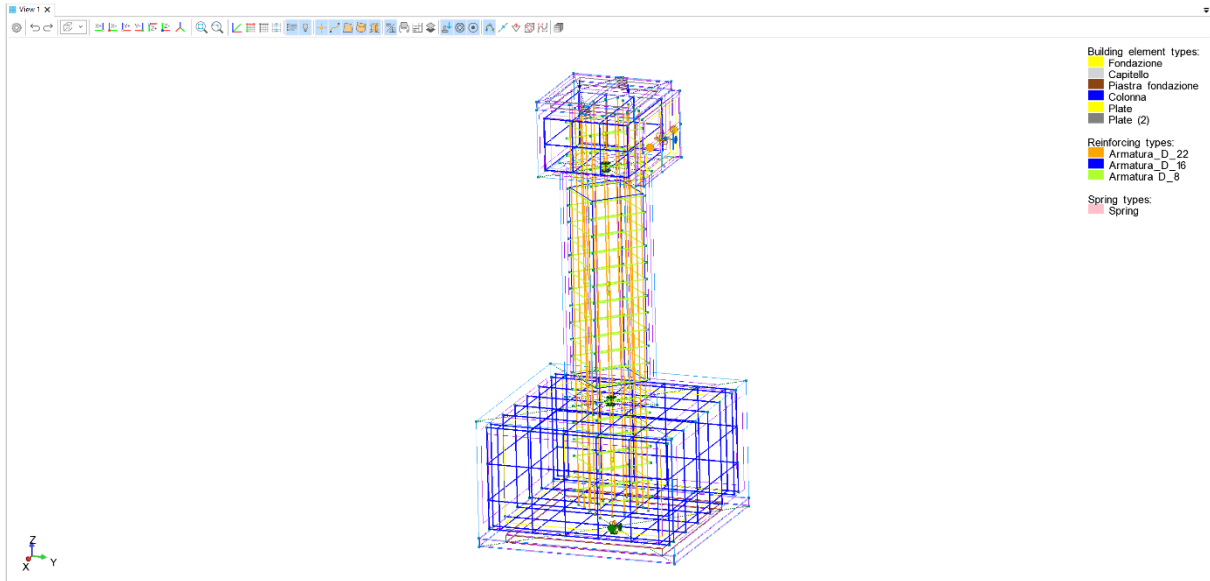


Figura 21:Modellazione geometrica per colonna SQ-FS-45.

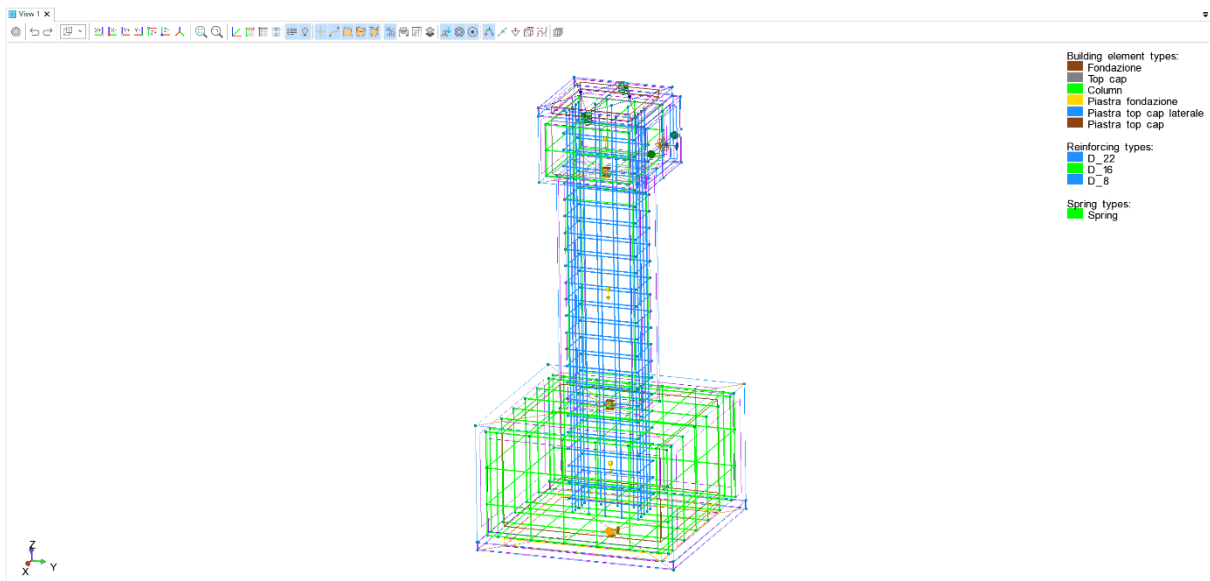


Figura 22:Modellazione geometrica per colonna RE-FS-0.

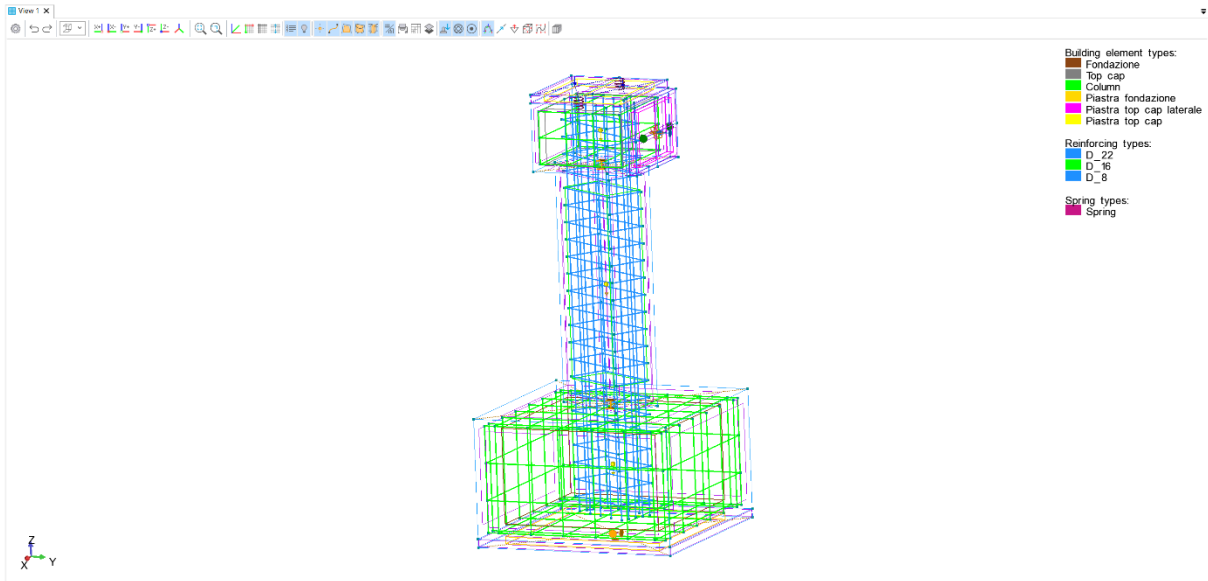


Figura 23:Modellazione geometrica per colonna RE-FS-30.

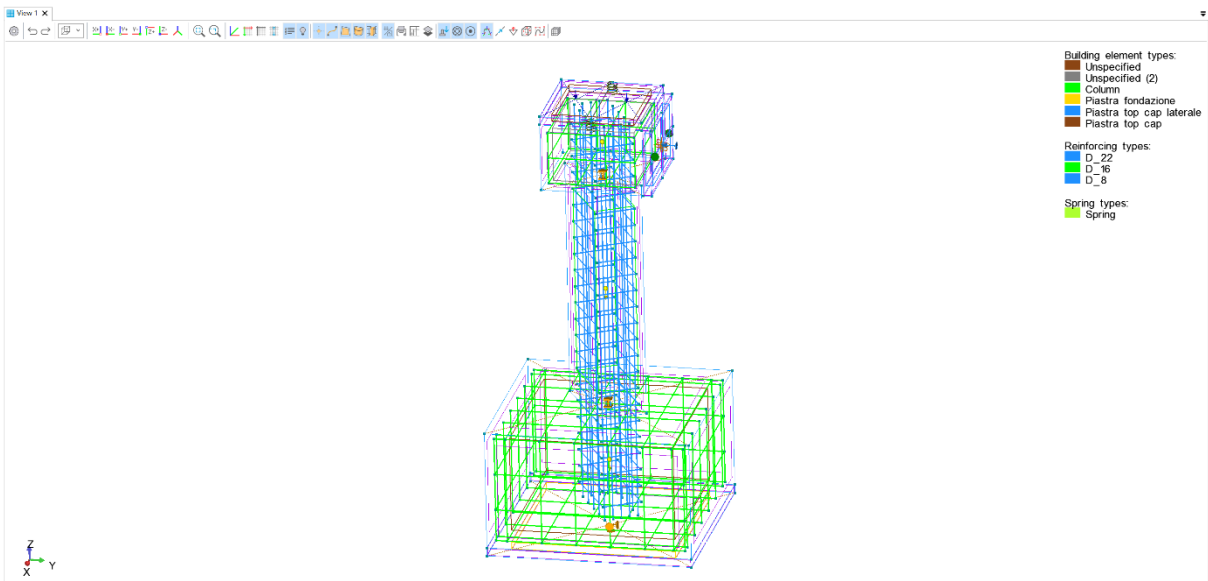


Figura 24:Modellazione geometrica per colonna RE-FS-60.

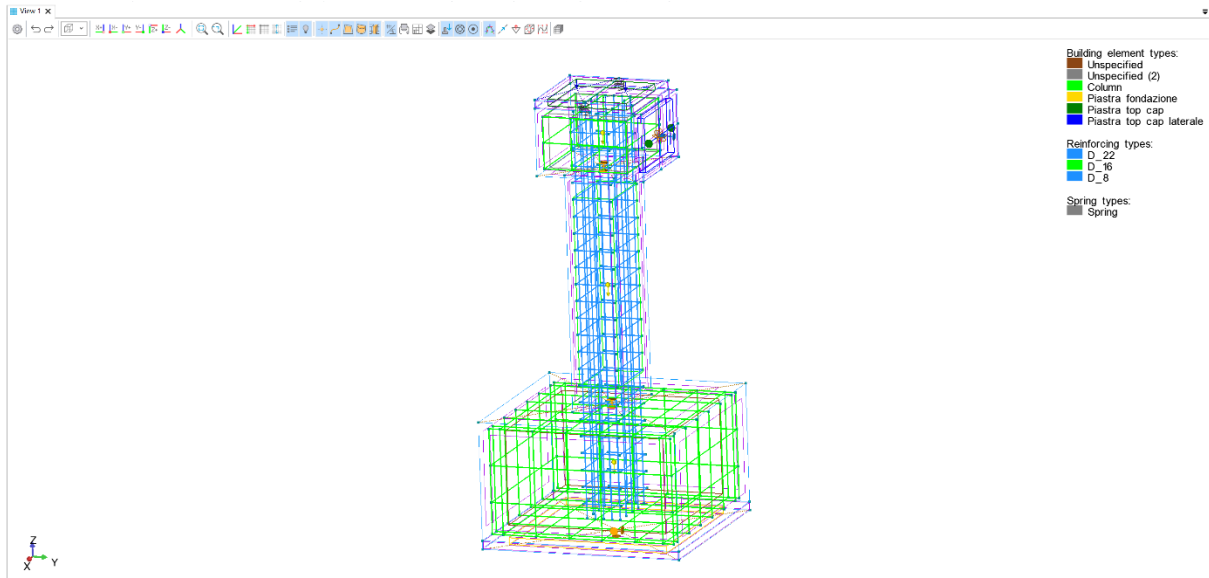


Figura 25:Modellazione geometrica per colonna RE-FS-90.

6.1.1. Proprietà meccaniche e leggi costitutive

Riguardo le proprietà meccaniche invece, si è definito un CC3DnonLinCementitious2 (Model Code 2010 (fib)) questo perché questo tipo di calcestruzzo mi definisce al meglio la resistenza di progetto, tenendo conto del confinamento, duttilità e degradazione ciclica, progettato per rappresentare in modo realistico tutte le principali fasi di risposta del materiale: fessurazione, trazione, compressione, softening e danneggiamento. È importante inoltre definire la legge costitutiva Sforzo-deformazione, che definisce al meglio il comportamento del calcestruzzo quando soggetto a compressione e trazione. Si avrà un graico parabolico-lineare. Il primo tratto (parabolico) identifica la massima resistenza a compressione. Una volta raggiunta la massima resistenza a compressione, si avrà un andamento decrescente lineare (softening) che indica come ci sia un calo di resistenza a compressione all'aumentare delle deformazioni, quindi con conseguente aumento delle deformazioni plastiche fino a raggiungere un valore pari a zero. [34]

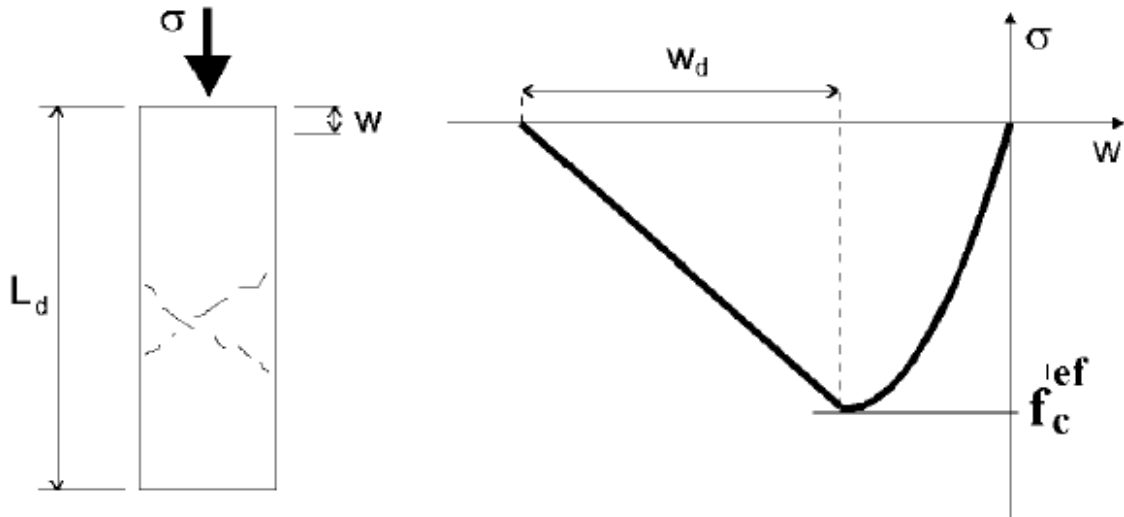


Figura 26: Legge di sostamento di softening a compressione.

Per trovarci questo legame costitutivo, il software ATENA 2025 implementa in automatico le seguenti formulazioni:

$$f_{ck} \text{ [MPa]}$$

Equazione 2: Resistenza caratteristica cilindrica del cls.

$$f_{ck} = f_{cm} + 8 \text{ [MPa]}$$

Equazione 3: Resistenza media a compressione cilindrica – frattile al 50%.

$$E_{cm} = 2200 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{0.3} \text{ [GPa]}$$

Equazione 4: Modulo di Young medio del calcestruzzo.

$$\varepsilon_{c1} = 0.7 \cdot f_{cm}^{0.31} < 2.8 \text{ [‰]}$$

Equazione 5: Deformazione corrispondente alla tensione massima di compressione.

$$\varepsilon_{cu1} = 3.5 \text{ [‰]}$$

$$\varepsilon_{cu1} = 2.8 + 27 \left[\frac{98-f_{cm}}{100}\right]^4 \text{ [‰]} \text{ per } f_{ck} \geq 50 \text{ MPa}$$

Equazione 6: Deformazione ultima a compressione – nominale.

$$k = 1,05 E_{cm} \cdot \frac{|\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \text{ [-]}$$

Equazione 7: coefficiente di modellazione della pendenza del ramo iniziale della curva tensione–deformazione del calcestruzzo a compressione.

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_{c1}$$

Equazione 8: Coefficiente di normalizzazione della deformazione.

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta}$$

Equazione 9: la legge tensione-deformazione normalizzata del calcestruzzo a compressione [CEB-FIP Model Code 90].

$$\alpha_{cc} = 0.8 \text{ [EC2]}$$

Equazione 10: coefficiente di correzione per la resistenza a compressione del calcestruzzo.

In questo caso, essendo il calcestruzzo confinato perché vi sono staffe chiuse, queste possono raggiungere la loro tensione di snervamento a causa dell'espansione laterale del calcestruzzo stesso, alla quale esse tendono a opporsi. Con il calcestruzzo confinato si possono raggiungere valori di resistenza a compressione e trazione maggiori rispetto a quelle del calcestruzzo senza staffe chiuse. Ci troviamo quindi nel caso di calcestruzzo confinato. [14]

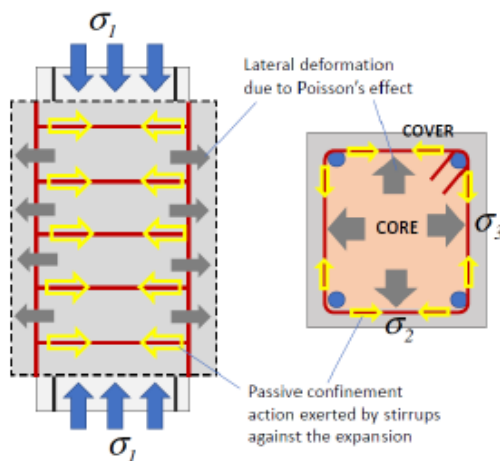


Figura 27: Opposizione delle tensioni dovute all'espansione laterale del cls.

Verranno di seguito riportati e definiti in maniera dettagliata i vari modelli delle sezioni rettangolari e quadrate:

Colonna classe S5

Generate material _ □ ×

Prototype Change prototype (for expert)

Generate according to

StrengthType

StrengthValue

Generate for

Name

Basic

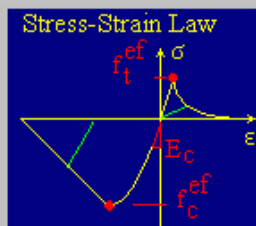
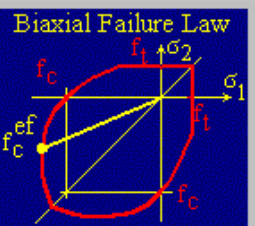
Material prototype

Young's modulus E_c

Poisson's ratio μ

Tension strength f_t

Compression strength f_c

Name

Basic

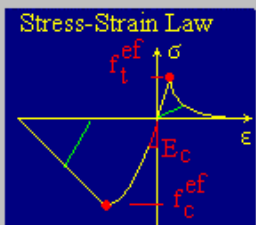
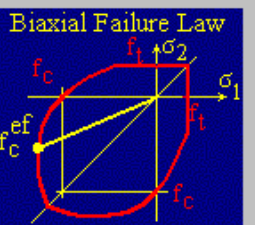
Material prototype

Young's modulus E_c


Poisson's ratio μ

Tension strength f_t

Compression strength f_c

Colonna SQ-FS-0

 Generate material

Prototype Change prototype (for expert)
Generate according to

StrengthType
StrengthValue
Generate for


Name

Basic

Material prototype

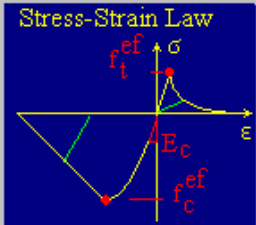
Young's modulus E_c

Poisson's ratio μ

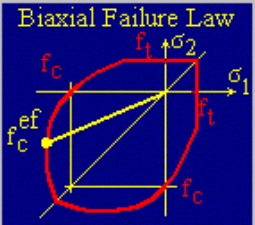
Tension strength f_t 

Compression strength f_c

Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law




Name

Basic

Material prototype

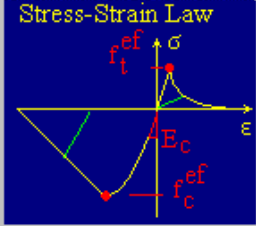
Young's modulus E_c

Poisson's ratio μ

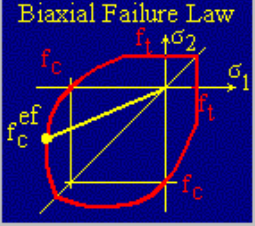
Tension strength f_t 

Compression strength f_c

Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law




Name

Basic

Material prototype

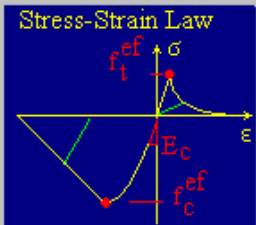
Young's modulus E_c

Poisson's ratio μ

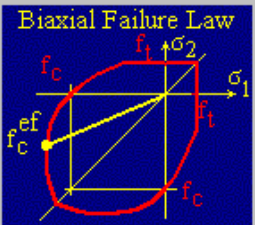
Tension strength f_t 

Compression strength f_c


Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law



Colonna SQ-FS-45

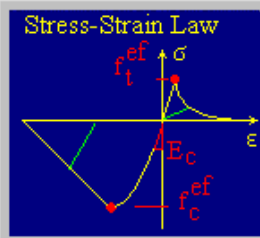
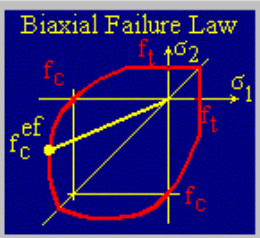
 Generate material

Prototype Change prototype (for expert)
 Generate according to

StrengthType
 StrengthValue
 Generate for

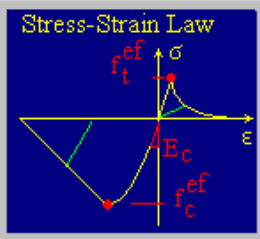
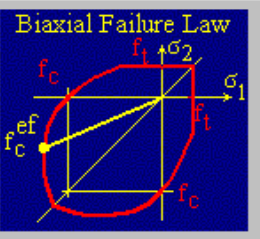
Name

Basic	Tensile	Compressive	Miscellaneous	IFC	<Generated from>
Material prototype	<input type="text" value="CC3DNonLinCementitious2"/>				
Young's modulus E_c	<input type="text" value="31.749"/>	<input type="text" value="GPa"/>			
Poisson's ratio μ	<input type="text" value="0.2"/>				
Tension strength f_t	<input type="text" value="2.5099"/>	<input type="text" value="MPa"/>			
Compression strength f_c	<input type="text" value="-32.2"/>	<input type="text" value="MPa"/>			

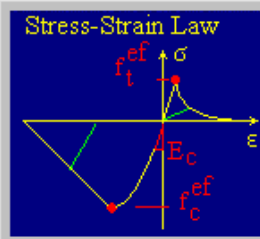
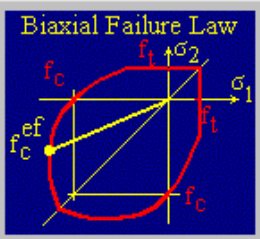
Name

Basic	Tensile	Compressive	Miscellaneous	IFC	<Generated from>
Material prototype	<input type="text" value="CC3DNonLinCementitious2"/>				
Young's modulus E_c	<input type="text" value="31.749"/>	<input type="text" value="GPa"/>			
Poisson's ratio μ	<input type="text" value="0.2"/>				
Tension strength f_t	<input type="text" value="2.5099"/>	<input type="text" value="MPa"/>			
Compression strength f_c	<input type="text" value="-32.2"/>	<input type="text" value="MPa"/>			





Name

Basic	Tensile	Compressive	Miscellaneous	IFC	<Generated from>
Material prototype	<input type="text" value="CC3DNonLinCementitious2"/>				
Young's modulus E_c	<input type="text" value="31.749"/>	<input type="text" value="GPa"/>			
Poisson's ratio μ	<input type="text" value="0.2"/>				
Tension strength f_t	<input type="text" value="2.5099"/>	<input type="text" value="MPa"/>			
Compression strength f_c	<input type="text" value="-32.2"/>	<input type="text" value="MPa"/>			

Colonna RE-FS-0

 Generate material

Prototype Change prototype (for expert)
Generate according to

StrengthType
StrengthValue
Generate for


Name

Basic

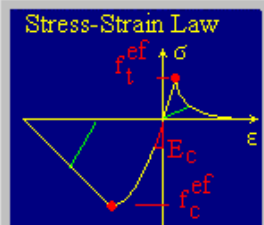
Material prototype

Young's modulus E_c

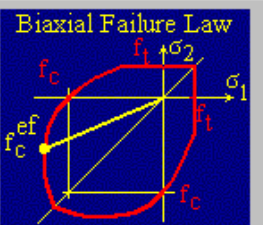
Poisson's ratio μ

Tension strength f_t 

Compression strength f_c



Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law


Name

Basic

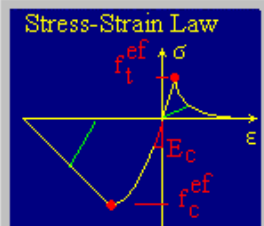
Material prototype

Young's modulus E_c

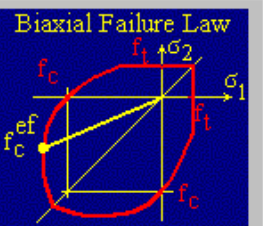
Poisson's ratio μ

Tension strength f_t 

Compression strength f_c



Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law


Name

Basic

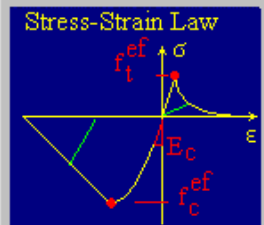
Material prototype

Young's modulus E_c

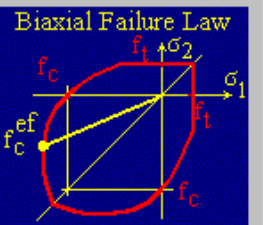
Poisson's ratio μ

Tension strength f_t 

Compression strength f_c




Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law

Colonna RE-FS-30

 Generate material

Prototype Change prototype (for expert)
Generate according to

StrengthType
StrengthValue MPa
Generate for


Name

Basic

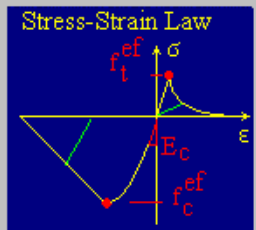
Material prototype

Young's modulus E_c GPa

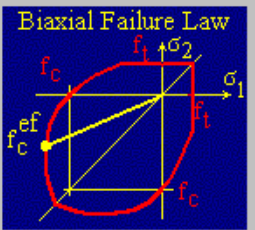
Poisson's ratio μ

Tension strength f_t MPa 

Compression strength f_c MPa



Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law


Name

Basic

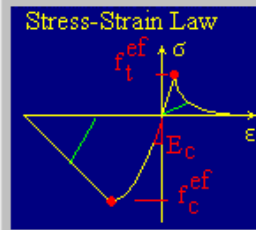
Material prototype

Young's modulus E_c GPa

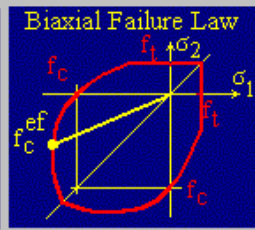
Poisson's ratio μ

Tension strength f_t MPa 

Compression strength f_c MPa



Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law


Name

Basic

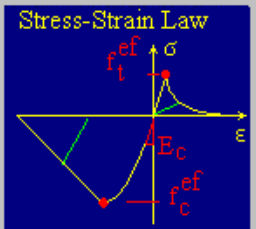
Material prototype

Young's modulus E_c GPa

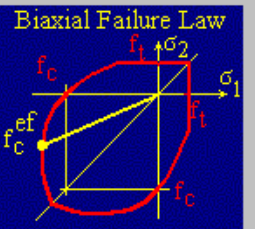
Poisson's ratio μ

Tension strength f_t MPa 

Compression strength f_c MPa




Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law

Colonna RE-FS-60

 Generate material

Prototype Change prototype (for expert)
 Generate according to

StrengthType
 StrengthValue MPa
 Generate for


Name

Basic

Material prototype

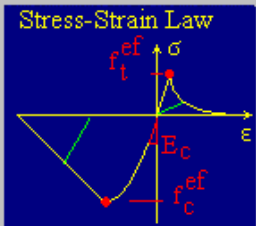
Young's modulus E_c GPa

Poisson's ratio μ

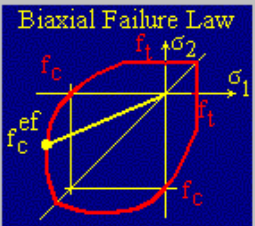
Tension strength f_t MPa 

Compression strength f_c MPa

Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law




Name

Basic

Material prototype

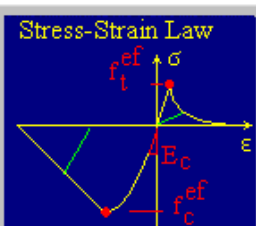
Young's modulus E_c GPa

Poisson's ratio μ

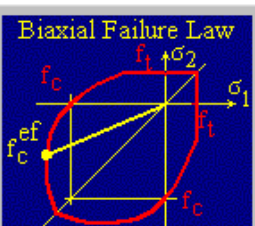
Tension strength f_t MPa 

Compression strength f_c MPa

Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law




Name

Basic

Material prototype

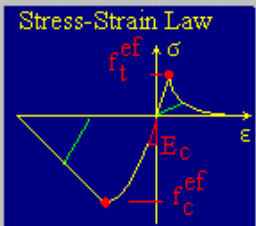
Young's modulus E_c GPa

Poisson's ratio μ

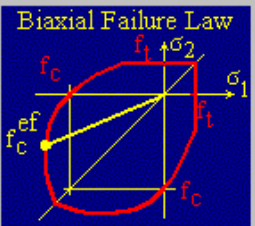
Tension strength f_t MPa 

Compression strength f_c MPa


Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law



Colonna RE-FS-90

 Generate material

Prototype Change prototype (for expert)
Generate according to

StrengthType
StrengthValue
Generate for


Name

Basic

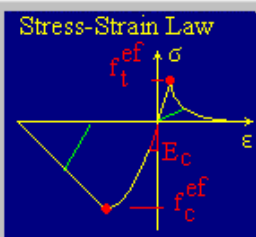
Material prototype

Young's modulus E_c

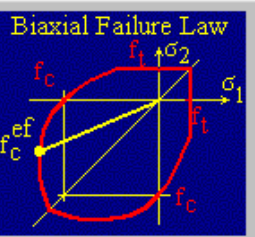
Poisson's ratio μ

Tension strength f_t 

Compression strength f_c



Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law


Name

Basic

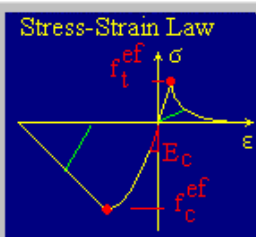
Material prototype

Young's modulus E_c

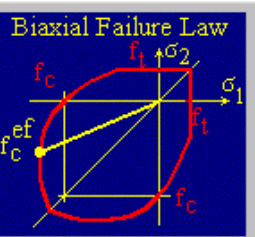
Poisson's ratio μ

Tension strength f_t 

Compression strength f_c



Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law


Name

Basic

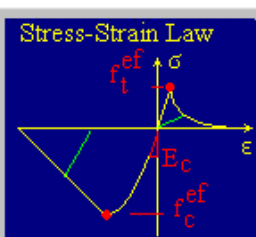
Material prototype

Young's modulus E_c

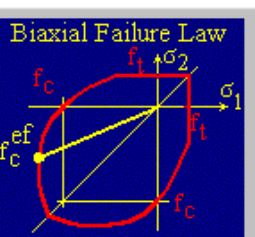
Poisson's ratio μ

Tension strength f_t 

Compression strength f_c



Stress-Strain Law



Biaxial Failure Law

6.1.3 Condizioni al contorno

Un altro aspetto fondamentale è stato l'implementazione delle condizioni al contorno. Per il primo caso studio, si è inserito un incastro alla base della fondazione con l'inserimento di una piastra d'acciaio dallo spessore di 50 mm (lo stesso identico procedimento è stato fatto per il secondo caso). La seconda considerazione è stata invece inserire la connessione delle colonne, dove nel primo caso era riferita tra colonna-fondazione e colonna-piastra laterale, mentre nel secondo caso tra colonna-fondazione e colonna-capitello. Si è utilizzato un contatto di tipo Master-Slave. Tale contatto ci permette di individuare quale sezioni si muovono in maniera indipendente e quali invece dipendano dalle sezioni adiacenti. In questo caso si è imposto per la colonna soggetta solo a taglio semplice un contatto slave tra colonna-fondazione e colonna-piastra laterale, invece per la colonna soggetta a taglio biassiale un contatto slave tra colonna-fondazione e colonna-capitello, questo perché la colonna è fortemente influenzata dalle sollecitazioni che subiscono la fondazione e il capitello. Si è invece imposto un contatto master tra fondazione-colonna piastra laterale-colonna (capitello-colonna per l'altro caso), perché queste due sezioni dipendono solamente dalle sollecitazioni esterne che subisce la struttura (in questo caso compressione assiale e spostamento trasversale). Il terzo step è stato aggiungere il peso proprio per ogni sezione contenente il provino, pari a $25 \text{ kN}/\text{m}^3$. Successivamente si è inserita la deformazione imposta (pari a 1 mm). Nel caso della colonna soggetta a taglio biassiale, si è applicato un vincolo orizzontale al lato della piastra del capitello, questo per dare solo uno spostamento orizzontale più marcato. Come ultimo step, invece, si è applicata una forza lungo l'asse z, dove nel secondo caso è stata divisa in due parti (come viene evidenziato nella modellazione geometrica) questo perché per l'inserimento delle molle si è dovuta dividere la sezione in due aree.

6.1.4 Task e dati input

Dopo aver inserito tutti i parametri, si è poi passato alla fase applicativa del modello. Sono stati imposti due intervalli, dove il primo intervallo è definito da 10 step, dove vengono inseriti il peso proprio, il supporto alla base e l'applicazione della forza. Questo per imporre che inizialmente abbiamo un'incremento di forza e del peso proprio, entrando subito in gioco il vincolo alla base. Una volta raggiunto il decimo step, abbiamo la massima forza di compressione applicata al provino e il peso proprio assegnato nelle condizioni al contorno. Dopo i primi 10 step, si passa al secondo intervallo, definito in media da 110 step per il primo caso e 200 step per il secondo (generalmente sono stati un po' meno perché si è verificato che la struttura collassa prima in ogni caso preso in considerazione) dove entrano in gioco la deformazione imposta, il vincolo in sommità e il vincolo alla base (imposta già nel primo intervallo). In quest'ultimo intervallo si ha uno step multiplier pari a 0.5, questo significa che per ogni step viene considerato uno spostamento di 0.5 mm, dato che si ha una deformazione imposta pari a 1 mm, nel primo invece è stato imposto uno step multiplier pari a 0.25.

Vengono qui mostrati le impostazioni dei dati input dei due intervalli:

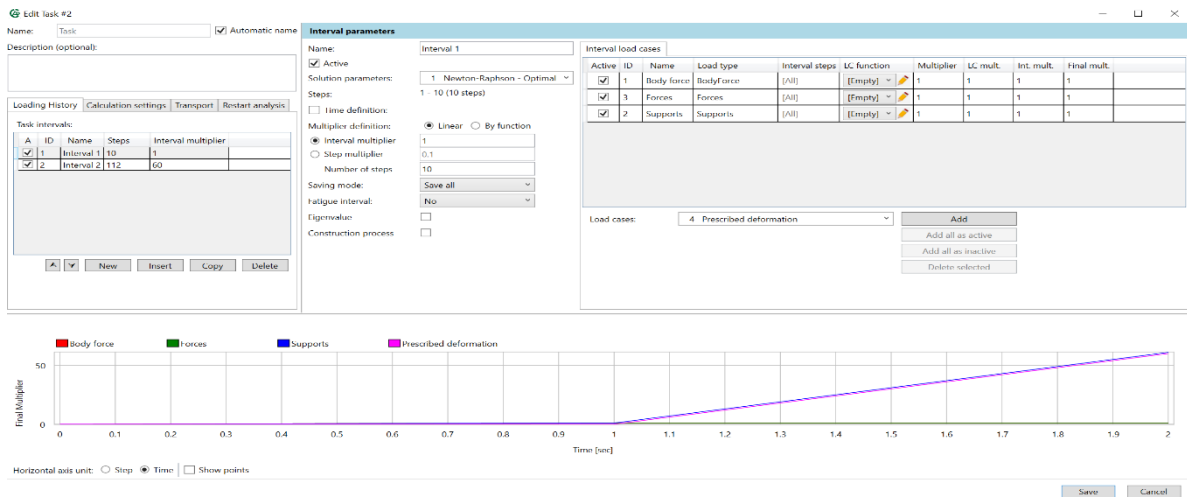


Figura 28: Dati input del primo caso.

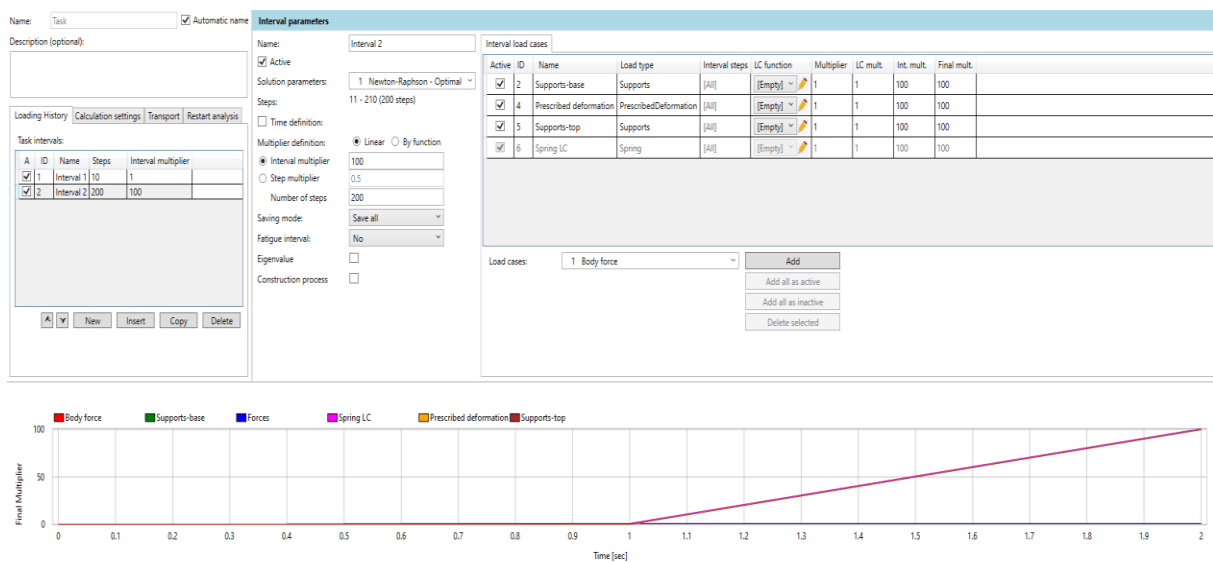


Figura 29: Dati input del secondo caso.

6.1.5 Risultati ottenuti

In questo capitolo vengono analizzati tutti i dati output ottenuti:

Colonna CFRP

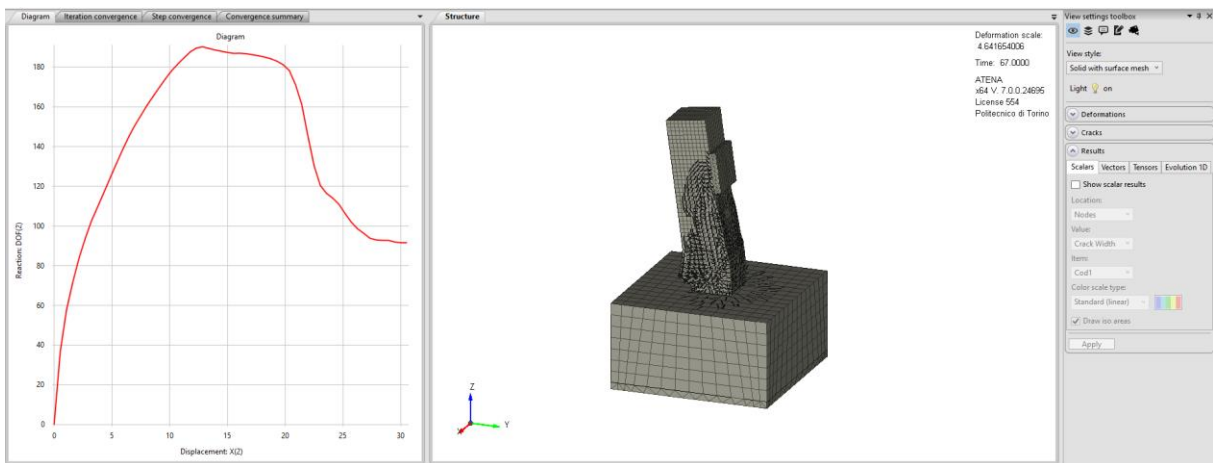


Figura 30: Output colonna soggetta a taglio semplice.

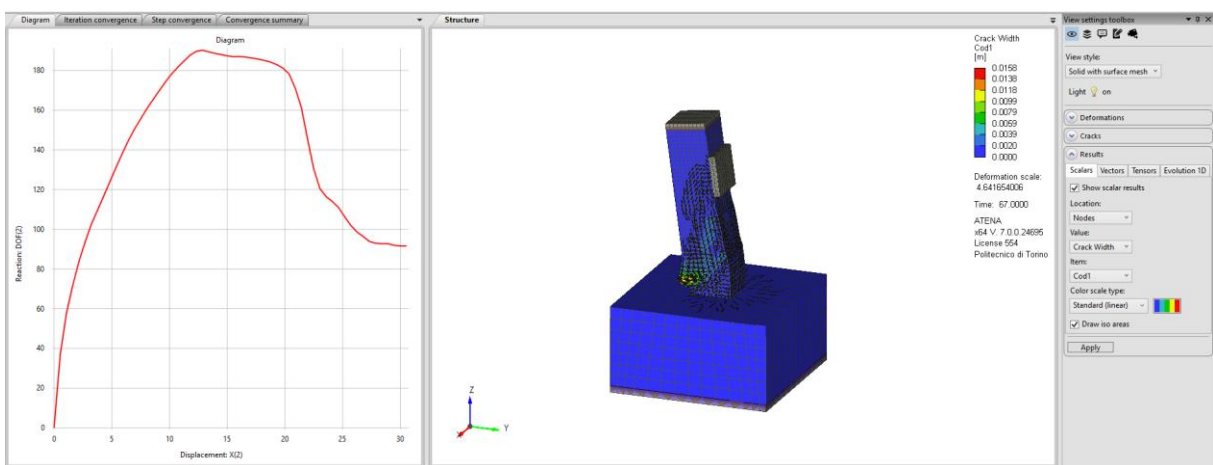


Figura 31: Output della colonna soggetta a taglio semplice indicandone i valori della crack width.

Colonna SQ-FS-0

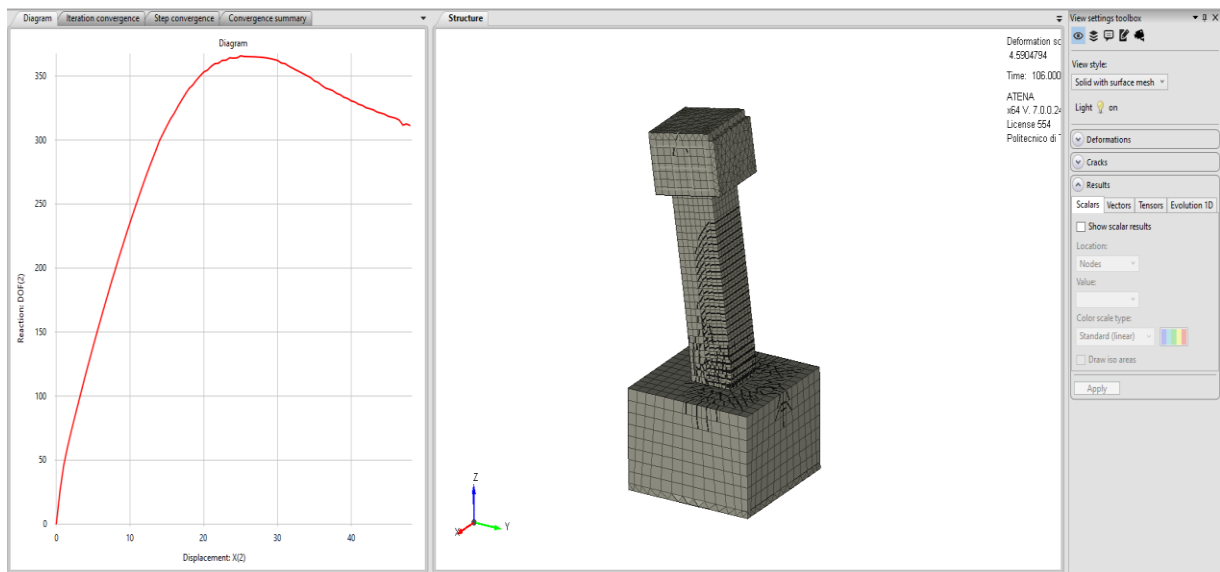


Figura 32: Output della colonna SQ-FS-0.

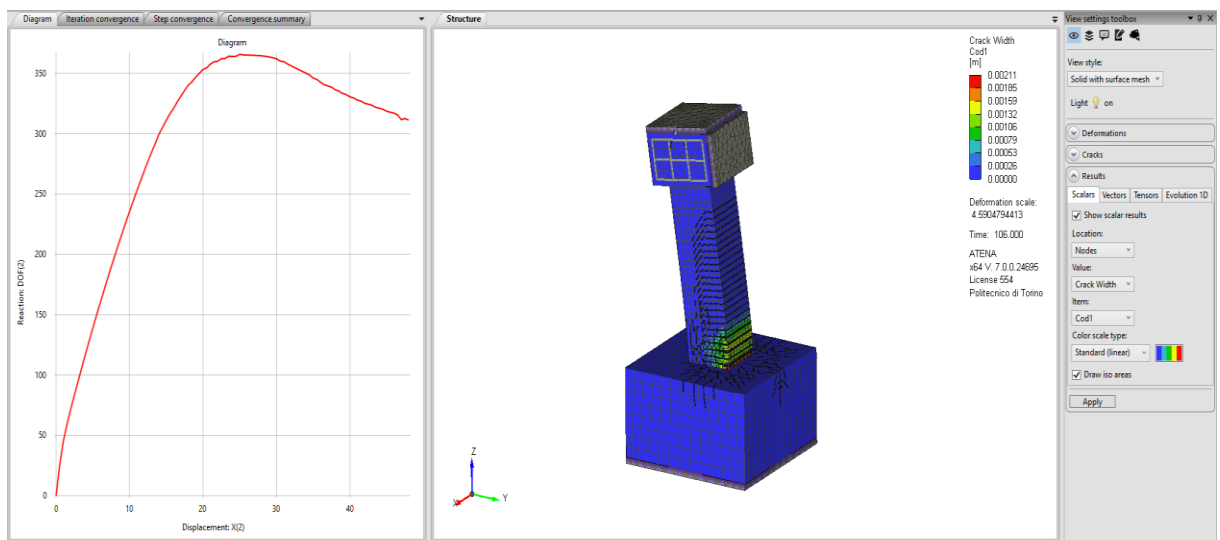


Figura 33: Output della colonna SQ-FS-0 indicandone i valori della crack width.

Nel seguente output, si può notare come nella fase iniziale del caricamento la colonna manifesta un comportamento prevalentemente elastico. La curva forza–spostamento presenta infatti un andamento lineare, indicativo di una rigidità globale elevata e costante. In questa fase le tensioni di taglio si distribuiscono in modo uniforme lungo la colonna con deformazioni contenute, essendo che lavoriamo con uno spostamento controllato. Lo stato tensionale è tridimensionale, questo è dovuto al fatto che il taglio agisce simultaneamente lungo la direzione verticale e trasversale, generando componenti di tensione combinate.

Con l'incremento del carico si osserva una progressiva deviazione dalla linearità. Tale comportamento segnala l'ingresso del materiale nel campo non lineare, dove iniziano a svilupparsi fenomeni di danneggiamento o plasticizzazione, con una riduzione della rigidità. Dal punto di vista meccanico, l'aumento delle tensioni principali porta al superamento della resistenza del materiale nelle zone più sollecitate, favorendo l'innescò di microfessurazioni e la concentrazione delle deformazioni in una regione localizzata della colonna. Si nota infatti dalla fracture energy come si ottenga il massimo punto di rottura critica della colonna nella parte più vicina alla fondazione, dove con l'aumentare degli step si ha successivamente una propagazione di queste fessure, portando a un incremento delle deformazioni anche verso la parte sommitale della colonna stessa.

Proseguendo nell'incremento dello spostamento imposto, la struttura raggiunge un valore massimo della reazione, corrispondente al picco della curva. Questo punto rappresenta la capacità resistente ultima a taglio-flessionale della colonna. In tale configurazione il meccanismo resistente è completamente sviluppato, dove il trasferimento degli sforzi avviene attraverso un campo tensionale inclinato, assimilabile a un puntone compresso diagonale che si forma all'interno della colonna. Le zone maggiormente sollecitate evidenziano una marcata distorsione della mesh, questo indica che si hanno elevate deformazioni locali.

Successivamente si nota un ramo discendente nella fase post-picco, questo è caratterizzato da una progressiva riduzione della forza resistente all'aumentare dello spostamento.

Questo comportamento viene denominato "softening" e indica la perdita di capacità portante dovuta alla propagazione del danneggiamento. La deformazione non è più distribuita in modo diffuso, ma si concentra in una banda localizzata che funge da cerniera deformativa. Si osserva infatti una rotazione relativa tra il blocco superiore e la base, evidenziando la formazione di un meccanismo di collasso governato dal taglio-flessionale.

Colonna SQ-FS-45

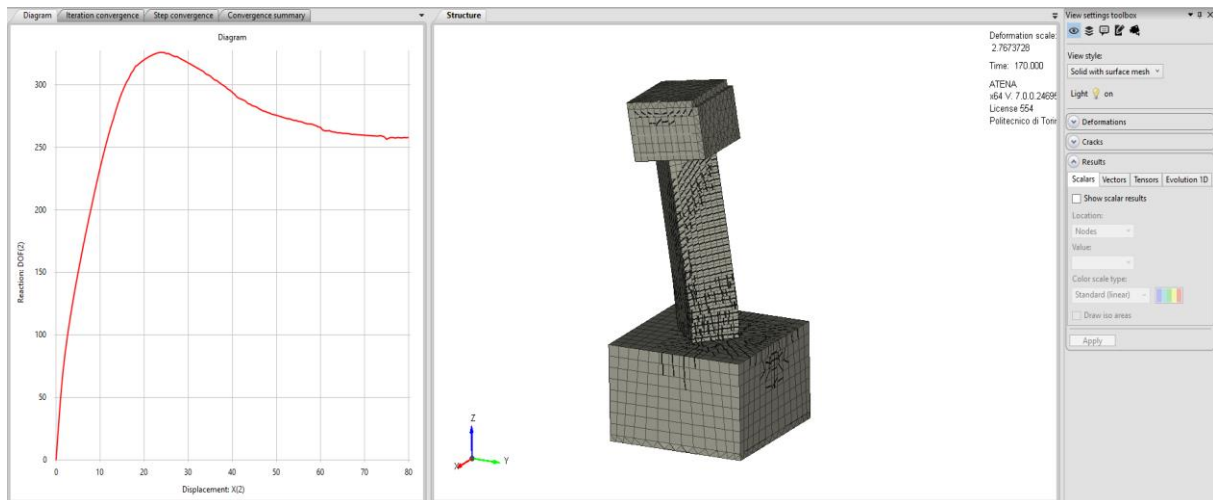


Figura 34: Output della colonna SQ-FS-45.

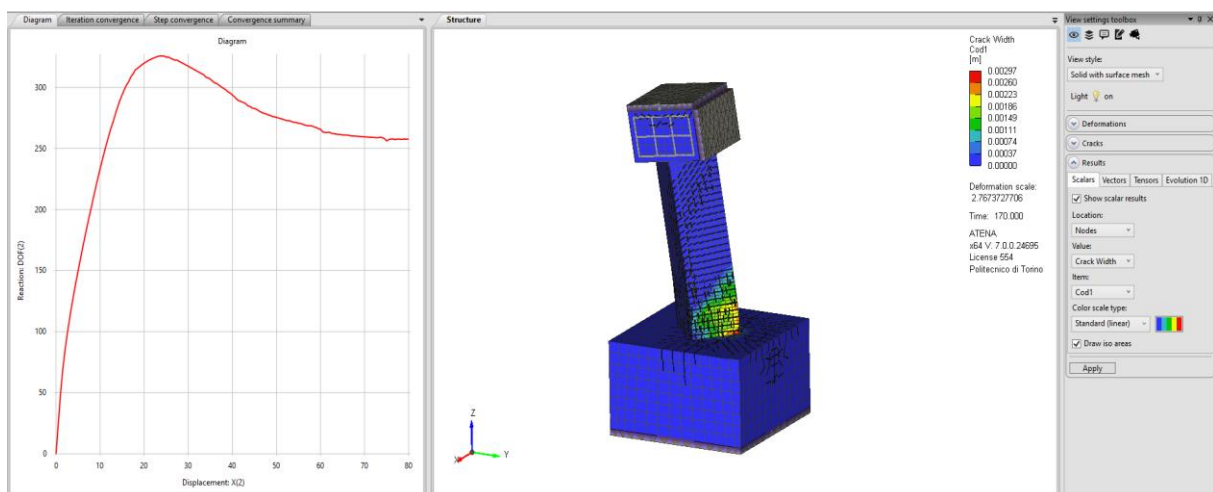


Figura 35: Output della colonna SQ-FS-45 indicandone i valori della crack width.

Questo è il caso dove la colonna viene ruotata di 45° rispetto al sistema di riferimento globale, e caricata con spostamento controllato.

Nella fase iniziale del caricamento, come nel caso precedente, la colonna manifesta un comportamento elastico. La curva forza-spostamento presenta un andamento lineare, indicativo di rigidezza globale elevata e distribuzione ancora uniforme delle tensioni interne. In questa fase le deformazioni sono contenute, questo è un segno che sta a indicare che il materiale non è ancora soggetto a danneggiamento. Tuttavia, la rotazione della sezione di 45° comporta che le direzioni principali di tensione non coincidano con gli assi geometrici

della colonna. Lo stato tensionale risulta pertanto tridimensionale e caratterizzato da un'interazione marcata tra le componenti di taglio nelle due direzioni ortogonali. Tale configurazione determina la progressiva crescita di tensioni principali di trazione inclinate rispetto alle facce della sezione.

Man mano che si ha un incremento dello spostamento, si può notare come si passa da un regime lineare a un regime non lineare. Qui si sta già entrando in una fase critica della prova, dove iniziano a propagarsi le microfessurazioni, localizzate prevalentemente nella parte inferiore della colonna (vicino la fondazione), questo perché in questa zona si ha un gradiente di taglio maggiore.

La rigidità diminuisce progressivamente, dando luogo all'attivazione di meccanismi dissipativi interni.

Proseguendo nel caricamento, la deformazione tende a concentrarsi sempre più in una banda inclinata, corrispondente alla direzione delle tensioni principali. Come nel caso precedente, inizierà a svilupparsi un meccanismo resistente assimilabile a un puntone compresso diagonale, che trasferisce gli sforzi tra la base e la parte superiore della colonna. La distribuzione del danno diventa progressivamente meno diffusa e più concentrata, segnando il passaggio da una fase di microfessurazione distribuita a una fase di localizzazione.

Il punto di massimo della curva forza-spostamento rappresenta la capacità portante ultima a taglio combinato della colonna nella configurazione ruotata. In tale stato, la banda di taglio è completamente sviluppata e le aperture di fessura raggiungono i valori massimi nella zona inferiore della colonna. Il materiale in trazione risulta ormai completamente fessurato, mentre la resistenza residua è garantita prevalentemente dal contributo della compressione diagonale lungo il puntone interno. In questo caso si avrà un'instabilità di tipo materiale, non riconducibile a fenomeni di instabilità globale della struttura.

Nella fase post-picco, invece, si avrà un ramo discendente. La riduzione della forza al crescere dello spostamento indica la progressiva perdita di capacità portante dovuta alla propagazione della frattura. La deformazione si concentra ulteriormente nella banda di taglio, che assume il ruolo di cerniera deformativa. Si osserva una rotazione relativa tra il blocco superiore e la base, con significativa distorsione degli elementi nella zona danneggiata. L'apertura di fessura aumenta sensibilmente, segno dell'evoluzione del danneggiamento e della progressiva separazione delle porzioni strutturali.

Nella fase post-picco, invece, si nota una resistenza limitata, dove la reazione tende a stabilizzarsi su valori più bassi rispetto al picco raggiunto. La zona fessurata non è più in grado di contribuire in maniera efficace alla resistenza e il trasferimento degli sforzi avviene attraverso una ristretta porzione di materiale compresso.

Si nota quindi che il meccanismo di collasso è prevalentemente governato da una formazione di banda di taglio inclinata, che si propaga sempre di più lungo la colonna fino

al collasso della colonna stessa. Questa formazione e propagazione di banda di taglio è dovuto fondalmente dall'interazione biassiale delle sollecitazioni e dall'orientazione ruotata della sezione.

Facendo un paragone al caso precedente (colonna inclinata di 0°), si può notare come la rotazione della colonna di 45° amplifica la complessità del campo tensionale, influenzando di più sulla propagazione delle fessure, ottenendo una risposta di taglio-flessionale più marcata in regime non lineare.

Colonna RE-FS-0

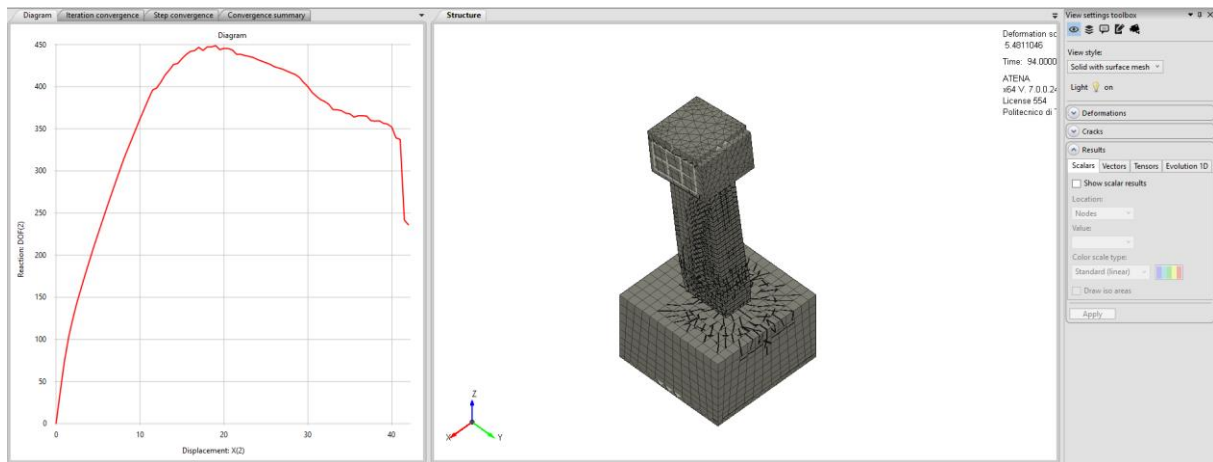


Figura 36: Output della colonna RE-FS-0.

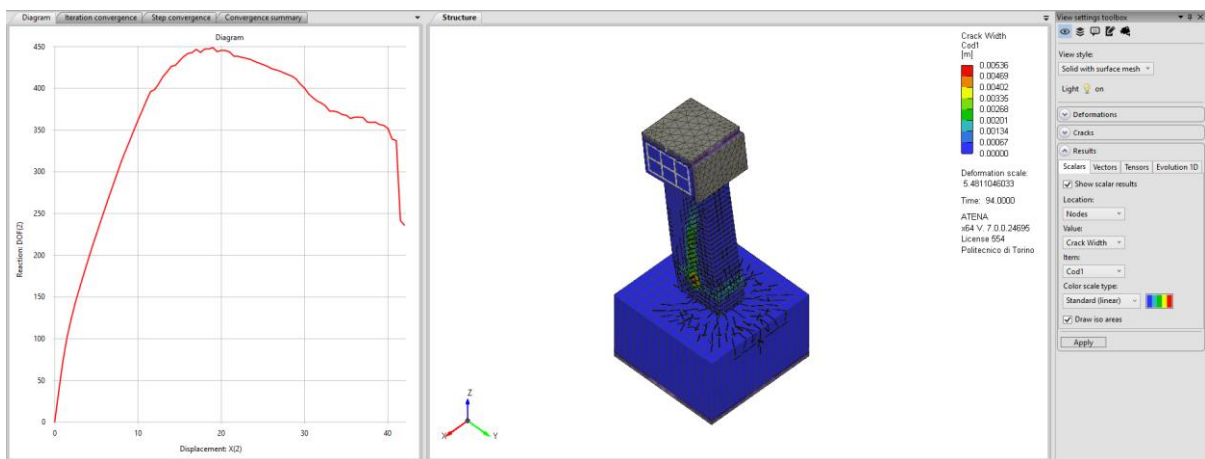


Figura 37: Output della colonna RE-FS-0 indicandone i valori della crack width.

In questa analisi numerica viene analizzato il caso di una colonna rettangolare non ruotata soggetta anch'essa a taglio baissiale, con applicazione di carico con spostamento controllato. Essendo la colonna di sezione rettangolare, si ha un'anisotropia geometrica, il quale influenza in maniera significativa la distribuzione delle tensioni interne, la rigidità globale e il suo meccanismo di collasso.

Nella fase iniziale di caricamento, si ha prevalentemente un comportamento elastico della colonna. Si nota che la curva forza-spostamento presenta un andamento lineare e progressivo, questo indica un'incremento della rigidità globale e l'assenza di danneggiamento della colonna.

A differenza dei casi precedenti (colonne a sezione quadrata), la sezione rettangolare presenterà diversi momenti d'inerzia lungo gli assi principali, che porteranno ad avere una

diversa rigidità flessionale, con conseguente comportamento diverso della colonna quando sarà soggetta a taglio-flessionale, questo perché si avrà una distribuzione delle tensioni diversa rispetto le colonne a sezione quadrata.

Si nota che nelle prime fasi di caricamento si ha una concentrazione tensionale lungo l'asse di minore rigidità, questo perché essendo l'asse più debole si ha subito l'innescò della non linearità.

Man mano che lo spostamento imposto aumenta, si inizia ad avere una progressiva non linearità della curva, questo è sintomo di regime elastico non lineare.

In questa fase si ha subito l'innescò di microfessurazioni nella parte inferiore della colonna, dove la zona più concentrata da queste microfessurazioni è tra la colonna inferiore e la fondazione, dove si ha un gradiente al taglio massimo.

A causa dell'innescò dei meccanismi di fessurazione e deformazione irreversibile, si ha una dissipazione di energia che porta a una riduzione graduale della rigidità della colonna.

Con il proseguire del carico lungo la piastra d'acciaio, poggiata sulla parte sommitale del capitello, le deformazioni tendono a localizzarsi in una banda inclinata che si sviluppa nella regione inferiore della colonna, con una direzione coerente con l'orientazione delle tensioni principali (stesso caso che si verifica nella prova sperimentale).

Inizia così a formarsi un meccanismo resistente interno simile a un puntone compresso diagonale, che conduce al trasferimento degli sforzi tra la base e il blocco superiore.

Il picco che viene raggiunto nella curva forza-spostamento sta a indicare l'ormai resistenza massima raggiunta della colonna, dove la resistenza ormai è garantita prevalentemente dal campo di compressione inclinato, dato che ormai la resistenza a trazione del materiale è completamente esaurita, portandolo a un'ampia fessurazione.

Una differenza che si nota rispetto le colonne quadrate è che la geometria della sezione rettangolare porta ad avere una diversa distribuzione del danno (in questo caso meno simmetrica), con una marcata localizzazione lungo la direzione, questo dovuto al fatto che vi è minor rigidità sezionale.

Superato il picco massimo di forza, la curva presenterà un ramo discendente, caratteristico dei fenomeni di softening.

La riduzione della forza al crescere dello spostamento indica la progressiva perdita resistenza dovuta alla propagazione della frattura. La banda di taglio si intensifica e si comporta come una cerniera deformativa, concentrando la rotazione relativa tra la parte superiore della colonna e la base. L'apertura di fessura aumenta sensibilmente, mentre la porzione di materiale ancora in grado di trasferire compressione si riduce progressivamente.

Nella fase post-picco si osserva una caduta marcata della reazione, associata alla perdita di stabilità del meccanismo resistente interno e al totale esaurimento della capacità di

trasferimento degli sforzi lungo il puntone compresso. le fessure si concentrano in modo simmetrico lungo la direzione del taglio principale, con crack width più uniformi e un picco di resistenza più marcato e localizzato. La risposta è più prevedibile, con minori asimmetrie nella distribuzione delle fessurazioni.

Colonna RE-FS-30

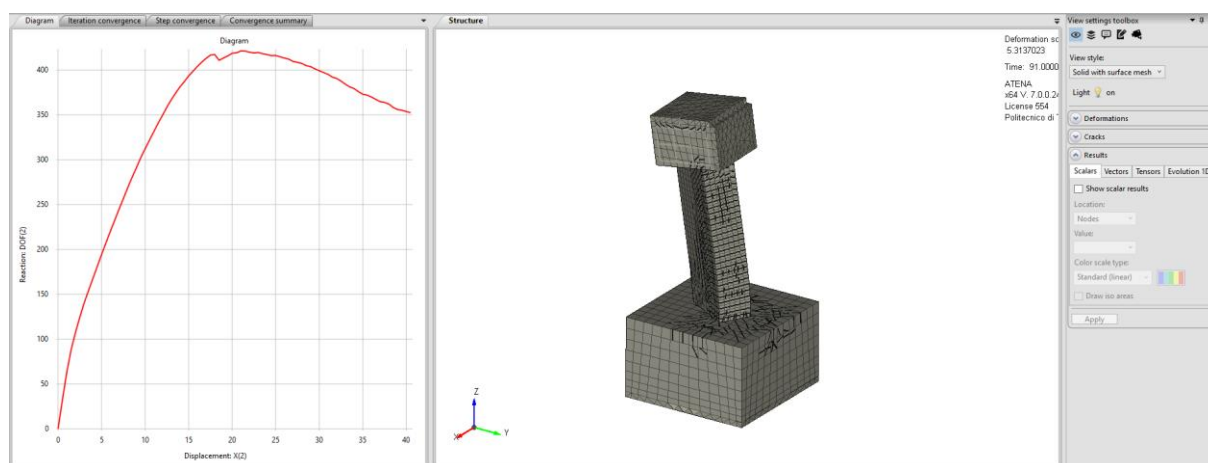


Figura 38: Output della colonna RE-FS-30.

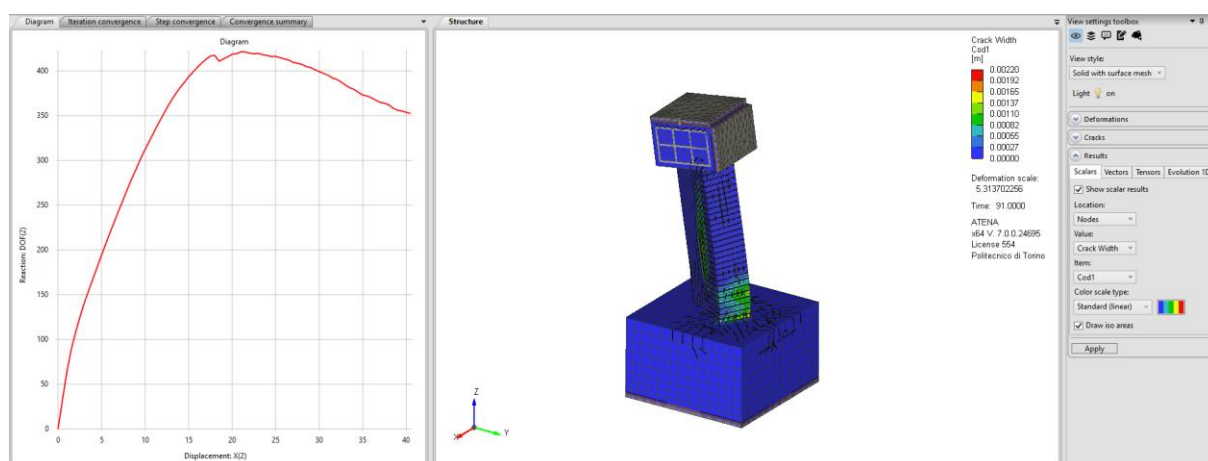


Figura 39: Output della colonna RE-FS-30 indicandone i valori della crack width.

In questo caso si analizza una colonna rettangolare inclinata di 30° soggetta a taglio biassiale e spostamenti controllati.

Nella fase iniziale di carico, la colonna presenta un comportamento prevalentemente elastico, con aumento progressivo di rigidità, segno che ancora ci troviamo in una condizione di non danneggiamento.

Man mano che lo spostamento imposto aumenta lungo il tempo, iniziano a svilupparsi le prime microfessurazioni alla base tra la colonna e la fondazione, con elevato gradiente al taglio localizzato in quella zona, che porta allo sviluppo dei massimi momenti flettenti.

Come nei casi mostrati prima, ci troviamo in una condizione di azione biassiale, dove la colonna è sollecitata contemporaneamente a flessione nei due piani ortogonali e a taglio nelle due direzioni.

In questo caso gli assi principali d'inerzia non coincidono con le direzioni di carico, questo perché la colonna è ruotata di 30° , determinando così un accoppiamento tra flessione e torsione.

Di conseguenza, lo stato tensionale interno risulta più complesso, si ha un orientamento delle tensioni principali in direzioni inclinate rispetto ai lati della sezione, con una propagazione delle fessure in maniera diagonale e non perfettamente simmetrico.

Man mano che le fessure si propagano, si avrà una riduzione della rigidità globale, nonostante si ha l'incremento della forza resistente.

Con l'incremento dello spostamento, si raggiunge il valore massimo della forza, dove la base è ampiamente fessurata e il meccanismo resistente si riconduce a uno schema assimilabile al modello a traliccio.

In questo caso, la risultante delle reazioni, data dall'azione biassiale, non comprime lungo le direzioni principali, ma si dispone lungo una direzione spaziale, questo perché è influenzata dalla combinazione di flessione e taglio biassiale.

Questo comporta una distribuzione delle tensioni meno uniforme e una maggiore concentrazione degli sforzi in specifiche zone della sezione, in particolare in prossimità di uno spigolo.

Il raggiungimento del picco segna l'inizio della localizzazione del danno: le deformazioni plastiche si concentrano in una regione limitata alla base, configurando la formazione di una cerniera plastica incipiente.

Superato il picco, si entra nella fase post-critica. La curva mostra una progressiva diminuzione della forza al crescere dello spostamento, con una diminuzione della rigidità.

Le fessure iniziano sempre di più a concentrarsi in bande localizzate (fenomeno di localizzazione della deformazione) e a propagarsi lungo il tempo in tutta la colonna.

Nella zona compressa dalla reazione delle componenti del taglio biassiale, il calcestruzzo può andare incontro a uno schiacciamento, invece l'aderenza tra acciaio e calcestruzzo diminuisce in maniera progressiva.

Grazie all'armatura trasversale, si ha un contenimento dell'apertura delle fessure, garantendo un grado di duttilità, si nota però che la presenza della componente torsionale (entrata in gioco a causa della rotazione della sezione), evidenzia un comportamento più fragile.

La propagazione delle cricche è governata dallo stato tensionale principale: esse si sviluppano ortogonalmente alla direzione della tensione principale di trazione e si

propagano nelle zone caratterizzate da maggiore concentrazione deformativa e minore confinamento.

In questo caso, l'interazione tra taglio biassiale e torsione modifica continuamente l'orientamento delle tensioni principali, rendendo il percorso di propagazione più complesso e meno regolare.

Differenza tra colonna ruotata di 0° e 30°

Confrontando questo comportamento con quello della colonna rettangolare non ruotata, vi sono delle differenze significative. Nel caso non ruotato gli assi principali della sezione coincidono con quelli del carico e il comportamento risulta più regolare e simmetrico. Le tensioni si distribuiscono in maniera più uniforme, il meccanismo resistente è riconducibile principalmente alla combinazione di flessione biassiale e taglio e la fessurazione presenta un andamento più prevedibile. La rotazione di 30°, invece, introduce un accoppiamento tra i diversi meccanismi resistenti, altera la distribuzione delle tensioni interne e favorisce concentrazioni locali di danneggiamento. Questo può comportare una leggera riduzione della rigidità iniziale, un raggiungimento del picco con maggiore localizzazione del danno e una risposta post-picco potenzialmente meno duttile. In questa colonna si osserva una distribuzione delle crepe più sfalsata e una riduzione marginale della resistenza massima rispetto al caso a 0°. Si nota infine che la crack width massima tende a essere leggermente più elevata nelle zone di sovrapposizione dei tagli.

Colonna RE-FS-60

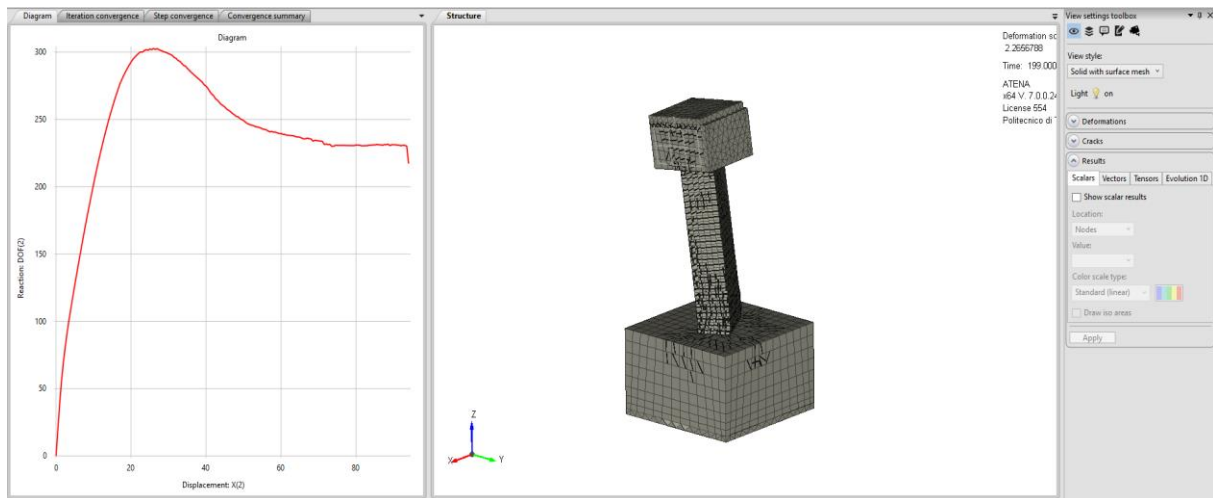


Figura 40:Output della colonna RE-FS-60.

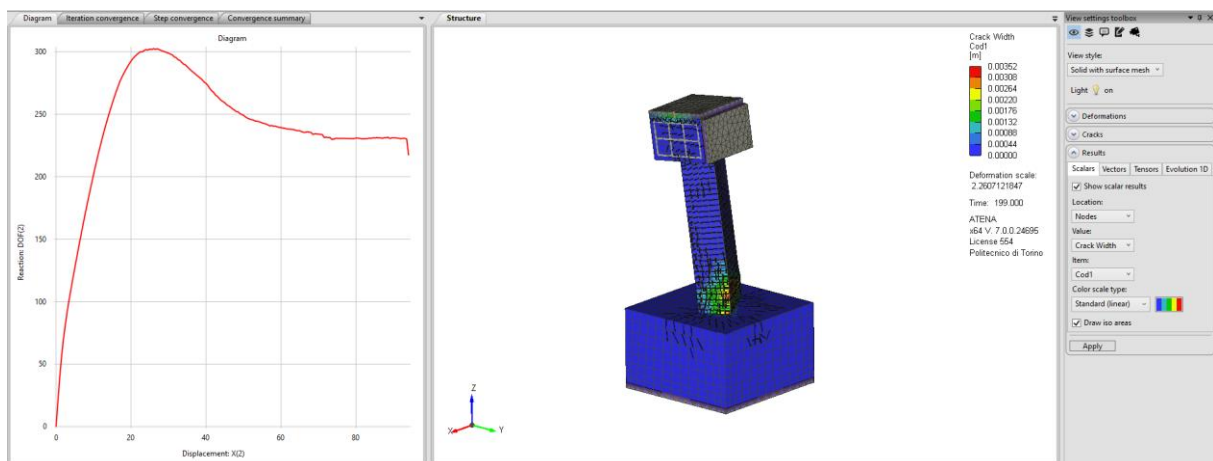


Figura 41:Output della colonna RE-FS-60 indicandone i valori della crack width.

Analizziamo adesso il caso della colonna ruotata di 60° con carico applicato costante e spostamento controllato

Nella fase iniziale di caricamento, si nota un regime prevalentemente elastico lineare fino a 20mm di spostamento della colonna, con incremento della rigidezza della sezione, questo sta a indicare che ci troviamo ancora in una fase di non danneggiamento del materiale.

Come negli altri casi analizzati prima, le deformazioni si concentrano principalmente nella zona inferiore della colonna, ovvero nel suo piano d'appoggio con la fondazione, dove subisce maggiori gradienti di sforzo.

Trovandoci in una zona non ancora soggetta a fessurazione, la crack width mi indica valori relativamente bassi, inferiori a $0.001m$, indicando che non ho ancora una propagazione delle

fessurazioni, ma una formazione locale di punti con maggior concentrazione di taglio-flessionale.

Arrivati nella fase di picco, si nota che la resistenza massima della colonna è pari a $300kN$, con uno spostamento pari a $30 - 35mm$. Qui ci troviamo in una condizione critica, dove il materiale inizia a mostrare segni di danneggiamento non lineare, con diffusione delle fessurazioni lungo tutta la sezione trasversale, soprattutto nei nodi critici.

Il grafico ci mostra inoltre come le crack width subiscano un aumento significativo, dove le fessure principali si concentrano maggiormente lungo la base della colonna poggiante sulla fondazione e la sua zona inferiore, dove si ha la combinazione di taglio e momento flettente. In questa zona, le larghezze delle crepe superano i $0.002m$, questo vuol dire che siamo in una condizione di danneggiamento strutturale avanzato rispetto alla fase iniziale.

La curva forza-spostamento tende ad appiattirsi, indicando così il passaggio da regime elastico a quello plastico.

Superato il picco, si avrà una diminuzione graduale della resistenza della colonna, segnalando così un softening strutturale. Questa diminuzione di resistenza porterà a una maggiore diffusione delle fessurazioni lungo la colonna, dove le zone dove prima il fenomeno del taglio-flessionale era più localizzato adesso è più esteso e nelle zone dove prima vi erano delle crack width relativamente basse adesso si sono registrati valori pari a $0.003m$.

L'ultima considerazione da fare è che la deformazione globale della colonna mostra un comportamento non lineare marcato, con possibili meccanismi locali di instabilità.

Differenze tra le colonne citate prima e quella attuale

Rispetto alle colonne rettangolare viste in precedenza, la colonna di 60° sembra accentuare in maniera più impattante la distribuzione delle crepe, questo vuol dire che l'orientamento dei piani principali di taglio influenza la localizzazione delle fessurazioni.

Una differenza più marcata rispetto ai casi precedenti è come un'ulteriore rotazione della colonna abbia portato ad avere una distribuzione delle fessure più asimmetrica con conseguente spostamento della zona di massimo danno.

Inoltre, la fase post-picco mostra un'incremento più rapido della crack width, questo significa come una rotazione più accentuata abbia portato a una maggior degradazione strutturale e maggior vulnerabilità ai meccanismi di taglio biassiale.

Si può quindi dire che il comportamento della colonna è governato da un meccanismo di taglio-flessionale con forte concentrazione di danno localizzato alla base, caratterizzato da una buona capacità di redistribuzione degli sforzi prima del raggiungimento del collasso progressivo.

Colonna RE-FS-90

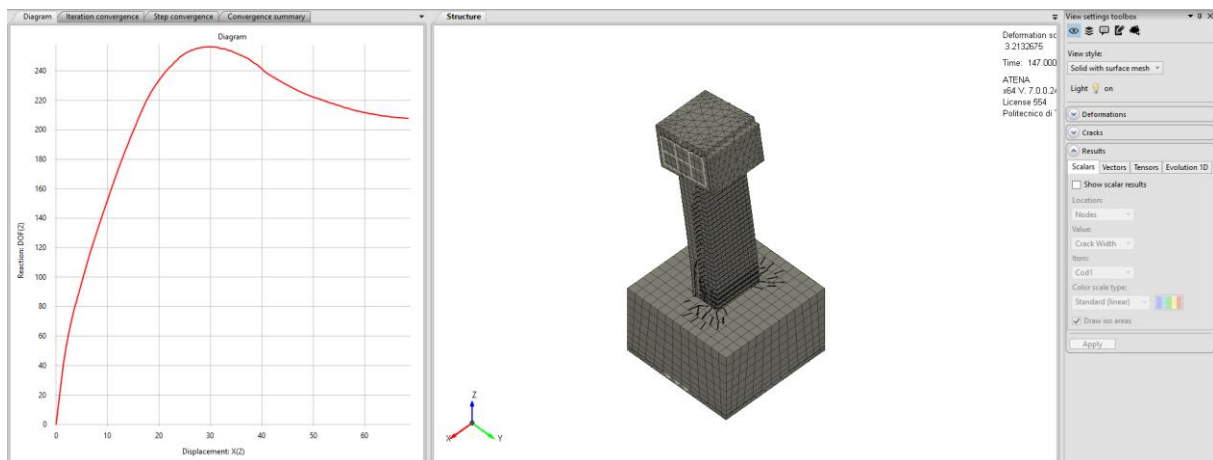


Figura 42: Output della colonna RE-FS-90.

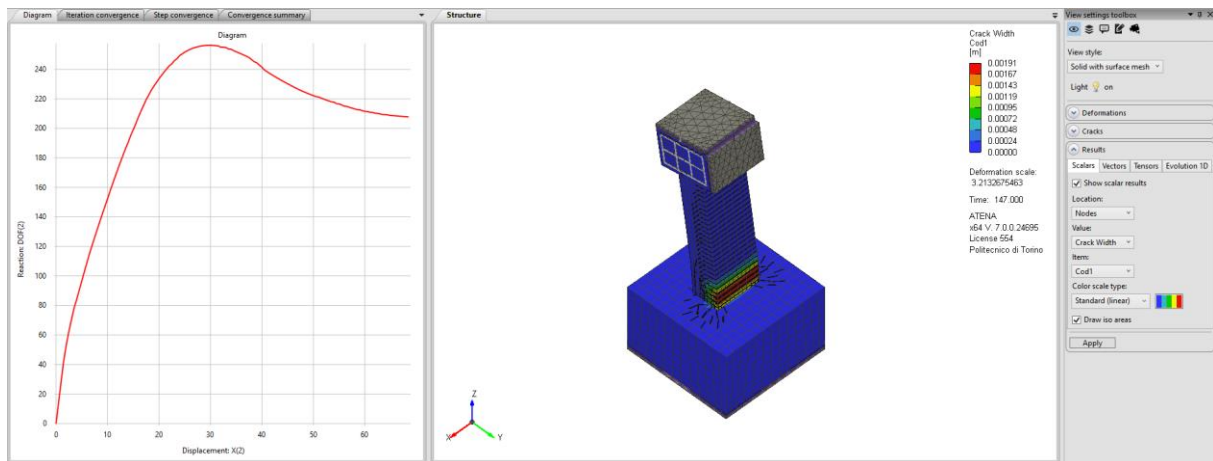


Figura 43: Output della colonna RE-FS-90 indicandone i valori della crack width.

Analizziamo adesso l'ultimo caso, ovvero la colonna rettangolare ruotata di 90° con carico applicato in sommità della piastra sopra al capitello costante e spostamento laterale controllato.

Come visto in tutti gli altri casi, il comportamento è simile, ovvero si ha la fase iniziale di caricamento con comportamento della struttura totalmente in regime elastico, con un andamento del diagramma forza-spostamento di tipo lineare.

In questa prima fase, il capo tensionale è distribuito lungo tutto l'altezza della colonna, con presenza di un elevato gradiente di taglio lungo la parte di collegamento tra la colonna e la fondazione, con presenza anche di momenti flettenti, indotti dall'eccentricità del carico risultante. In questa parte, si hanno l'insorgere delle prime fessurazioni, trovandoci nel

regime elastico con un progredire della rigidezza,notiamo che sono ancora relativamente limitate sia in estensione che in ampiezza.

Notiamo dei valori di crack width molto contenuti e sono distribuiti in maniera uniforme lungo la sezione sollecitata. In questa prima fase, non vi è presenza di danneggiamento della struttura, ma questo rappresenta l'inizio di una degradazione in termini di rigidezza.

Successivamente si nota che con l'aumentare dello spostamento si entra in un regime non lineare,con decremento della resistenza non appena la struttura raggiunge un valore di picco massimo,pari a 260 kN . In prossimità del picco,iniziano a incrementare sempre di più le microfessurazioni all'interno della colonna,dove si osserva una localizzazione del danno,con concentrazione della banda delle fessurazioni alla base della colonna, configurandosi sempre di più a un meccanismo di cerniera plastica.

Il parametro di crack width evidenzia un incremento significativo delle aperture nella zona critica, con valori massimi prossimi a 0.0019 m . Rispetto alla fase precedente, non si osserva solo un aumento quantitativo delle aperture, ma anche una maggiore stabilizzazione del percorso fessurativo, che si orienta secondo le direzioni principali di trazione generate dalla combinazione di taglio biassiale e flessione composta.

Nella zona di picco, non si ha un comportamento fragile. In questa zona,si nota come la curva forza-spostamento presenti una sommità pressochè arrotondata, questo sta a significare che vi è una progressiva riduzione della resistenza,ma non un collasso immediato.

Superato il massimo valore di picco,si entra nel ramo del softening, con graduale riduzione della resistenza. Lungo la fondazione si nota una perdita di capacità portante,questa è dovuta al fatto che dopo la fase di picco le microfessurazioni si fanno sempre più intense,propagandosi lungo tutta la struttura,non si nota però una significativa propagazione verticale del quadro fessurativo lungo tutta la colonna.

Il danneggiamento rimane quindi fortemente alla base e questo sta a significare che il meccanismo resistente rimanente prevalentemente nella zona di attacco tra la base della colonna e il plinto di fondazione.

L'evoluzione della crack width in post-picco risulta più lenta rispetto alla fase di avvicinamento al massimo: l'incremento delle aperture avviene principalmente per amplificazione delle fessure esistenti, piuttosto che per formazione di nuove discontinuità. Questo comportamento suggerisce una dissipazione energetica progressiva e relativamente stabile, senza evidenze di instabilità improvvise o meccanismi di collasso localizzati lungo l'altezza.

Differenza tra la colonna di 0° e quella di 90°

Confrontando le due colonne, notiamo come l'applicazione della deformazione lungo l'asse forte/debole della colonna sia molto influente, sia in termini di risposta globale forza-spostamento che in termini di meccanismi di danneggiamento.

Nel primo caso (colonna di 0°) si nota come si ha una rigidezza iniziale molto più elevata rispetto alla colonna ruotata di 90°, con ulteriore incremento di carico più rapido al crescere dello spostamento, raggiungendo un valore di picco pari a 440 – 450 kN. In questa sezione, si nota che il collasso avviene a uno spostamento relativamente contenuto e la fase post-picco mostra un decadimento critico della capacità portante, questo ci sta a indicare che la struttura ha raggiunto un comportamento fragile.

Da un punto di vista fessurativo, si ha un danneggiamento alla base che non è fortemente concentrato lungo quella zona, ma si è fortemente diffuso lungo la colonna, questo vuol dire che si ha una distribuzione delle tensioni che è molto equilibrata.

Viceversa, nella sezione ruotata di 90°, si ha un valore della capacità portante molto più basso, che ci porta a un massimo valore di reazione pari a 260 kN. Qui iniziamo a notare che rispetto al caso citato prima, la rigidezza iniziale della struttura è molto più bassa e nella fase post-picco non si ha una perdita di capacità portante immediata, questo è dovuto al fatto che nella fase post-picco la perdita di resistenza è più graduale.

Da un punto di vista fessurativo, il danno non si propaga lungo tutta la struttura, ma è più localizzato lungo bande di taglio che si sviluppano tra la base della colonna e la fondazione, dove vengono indicati in quella zona concentrazioni degli sforzi ben definiti.

La differenza tra le due configurazioni è riconducibile alla variazione dell'orientamento degli assi principali d'inerzia rispetto alla direzione del carico. Con la rotazione di 90°, gli assi di maggiore rigidezza flessionale non risultano più allineati con la direzione principale di sollecitazione. Questo disallineamento altera la distribuzione degli sforzi interni e ne modifica la direzione del puntone compresso principale all'interno del materiale. Ne consegue una riduzione dell'efficienza resistente della sezione e una maggiore tendenza alla localizzazione del danno.

Possiamo concludere dicendo che la sezione rettangolare di 0° presenta una maggiore capacità ma un comportamento più fragile, a differenza della sezione rettangolare di 90°, dove si avrà un comportamento meno rigido in regime elastico, ma è più deformabile, con un meccanismo di collasso che manifesta la concentrazione delle tensioni prevalentemente lungo la base della colonna.

6.2. Confronto Risultati Sperimentali- ATENA 2025

Dopo aver ottenuto i risultati delle varie sezioni sul software ATENA 2025, si è voluto confrontare i risultati ottenuti con le prove sperimentali. Da un punto di vista meccanico, si è notato come gli output del software combaciassero perfettamente con le prove sperimentali, dove si è verificato per ogni sezione prima un regime completamente elastico lineare, poi il subentro del campo non lineare, con la maggior parte dei casi con propagazioni delle microfessurazioni in tutta la colonna.

Si vuole adesso vedere se effettivamente i picchi ottenuti su ATENA 2025 siano pressochè simili o meno ai risultati sperimentali.

Vengono qui riportati i seguenti grafici, che mettono a confronto i due output:

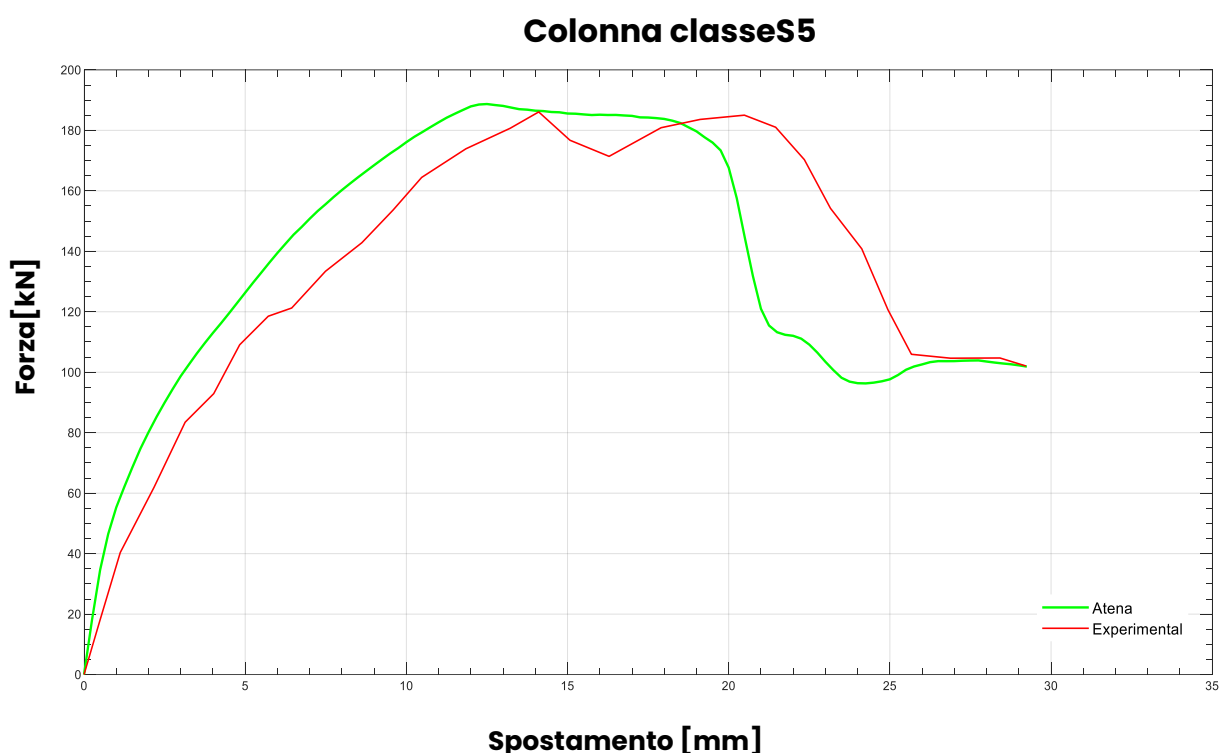


Figura 44: Confronto dei risultati ottenuti con il software ATENA 2025.

1. Colonna classe S5

In questo modello si può notare come vi sia una leggera variazione di rigidezza ottenuta col software ATENA 2025 rispetto la curva sperimentale. Riguardi ai picchi di forza, invece, si è riusciti a raggiungere il valore massimo ottenuto dalla prova sperimentale (180 kN) con ulteriore raggiungimento dello spostamento massimo del campione, notando sulla simulazione del software che dopo vari step il campione collassava.

Questa piccola prova si è voluta fare per verificare quando per il caso studio della colonna soggetta a taglio biassiale possano essere attendibili i risultati ottenuti, procedendo poi

successivamente a una calibrazione dei modelli per poterci condurre il più vicino possibile ai risultati che si otterranno con le varie prove sperimentali.

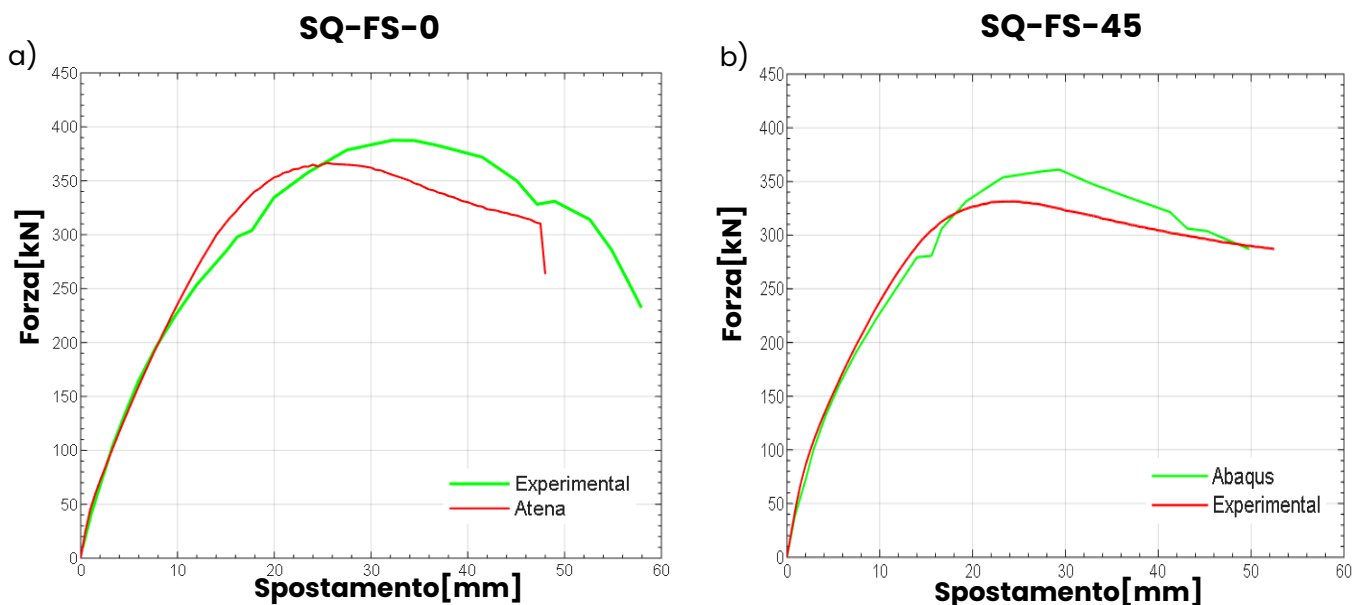


Figura 45: Confronto Curva Sperimentale e ATENA per colonna SQ-FS-0 (a) e colonna SQ-FS-45 (b).

2.Colonna SQ-FS-0

Confrontando le due curve, si nota come nella fase iniziale, per spostamenti che vanno dagli 8 ai 10 mm, siano quasi perfettamente sovrapposte, con crescita del carico in maniera proporzionale in entrambe le curve.

La prima differenza sta sulla rigidità del modello, dove la simulazione numerica presenta una rigidità leggermente maggiore, portando l'analisi del modello ad avere assenza di microfessurazioni nella parte iniziale, che magari invece si sono verificate nella prova sperimentale.

Con il progredire dello spostamento, si entra nel campo non lineare, dove in questa fase notiamo come nella simulazione del modello venga anticipata questa fase, mostrando già una riduzione della rigidità rispetto al modello sperimentale. Arrivati a circa 10-20 mm di spostamento, notiamo però come il modello analitico presenta una capacità portante superiore rispetto al modello sperimentale.

La differenza più significativa la si nota in prossimità del carico massimo, dove il provino sperimentale raggiunge un carico massimo di circa 390 kN a uno spostamento di circa 32-33 mm, cosa invece un po' differente nel modello analitico, che presenta un carico massimo di 370 kN per uno spostamento intorno ai 23-25 mm. Questo indica una sottostima del modello numerico rispetto al provino della prova sperimentale.

Nella fase post-picco, la prova sperimentale mostra un comportamento più graduale e duttile. Inoltre presenta una progressiva riduzione del carico al crescere dello spostamento.

Dopo il raggiungimento del picco, nella fase post-picco, la prova sperimentale mostra un comportamento più graduale e duttile, con una riduzione progressiva del carico al crescere dello spostamento e la capacità di sostenere valori di carico relativamente elevati anche per spostamenti superiori ai 40–50 mm. La curva sperimentale presenta inoltre alcune piccole irregolarità e variazioni locali di pendenza, tipiche dei fenomeni di propagazione delle fessure e di redistribuzione interna degli sforzi.

Con ATENA, invece, si nota una perdita più rapida della capacità portante e un comportamento più fragile, questo lo si nota dal calo improvviso del carico a spostamenti inferiori rispetto a quelli osservati nella prova sperimentale.

Infine, si nota che nella simulazione numerica la curva appare più liscia, questo perché il modello numerico tende a rappresentare il danneggiamento del materiale in modo più continuo e meno irregolare rispetto a quello che accade nella prova sperimentale.

La curva ottenuta con ATENA, invece, evidenzia una perdita di capacità portante più rapida dopo il picco e un comportamento complessivamente più fragile. La discesa della curva è più marcata e termina con un calo improvviso del carico a spostamenti inferiori rispetto a quelli osservati nella prova sperimentale. Inoltre, la curva numerica appare più regolare e liscia, poiché il modello numerico tende a rappresentare il danneggiamento del materiale in modo più continuo e meno irregolare rispetto a quanto accade nella realtà sperimentale.

3.Colonna SQ-FS-45

Nella fase iniziale, si ha in entrambe le curve un comportamento abbastanza simile nel regime lineare, dove il carico cresce proporzionalmente fino a valori di spostamento che vanno dagli 8 ai 10 mm, indicando una buona rappresentazione di rigidità del software ATENA 2025 rispetto al modello sperimentale nelle prime fasi di carico. Entrando nel dettaglio, si nota una leggera differenza delle rigidità, questo può essere dovuto al fatto che nella prova sperimentale si presentano subito delle piccole imperfezioni geometriche e disomogeneità nel modello.

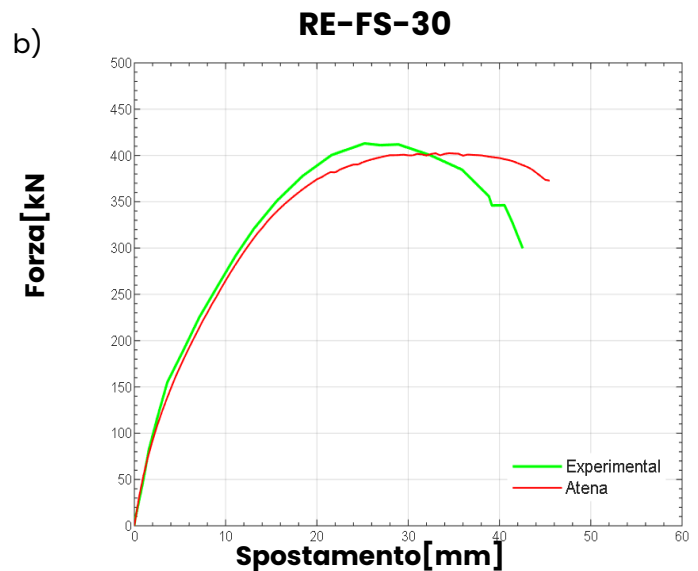
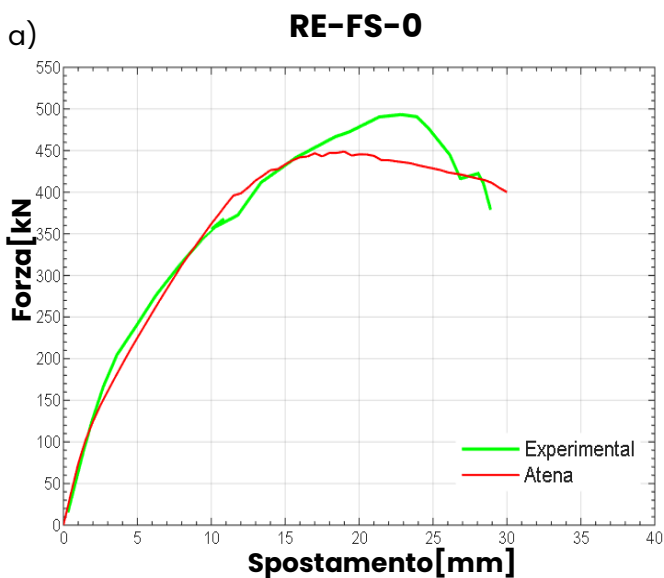
Con l'aumentare dello spostamento, si entra in regime non lineare, manifestandosi i primi fenomeni di danneggiamento, notando subito delle differenze tra i due grafici. Si nota come nella fase di softening, arrivati a uno spostamento tra i 10 e 20 mm circa, il modello numerico sottostima leggermente la resistenza del provino, tendendo a sviluppare valori di carico leggermente più bassi rispetto alla curva sperimentale.

Nella fase di picco si hanno invece differenze più evidenti, dove il carico raggiunge un valore di circa 360 kN, una volta che ha raggiunto uno spostamento di circa 29 mm. Nella simulazione numerica, invece, si raggiunge un valore di picco di circa 330 kN per uno

spostamento di circa 22-24 mm, questo sta a significare come il valore numerico sottostima il valore massimo del carico ottenuto nel modello sperimentale.

Entrati nella fase post-picco, nonostante entrambi le curve presentino una progressiva riduzione all'aumentare del carico, vi sono delle piccole differenze. La curva sperimentale mostra riduzione più graduale del carico, cosa che invece non si verifica nel modello numerico, dove nella fase post-picco si ha una diminuzione del carico leggermente più rapida, questo ci dice come otteniamo un comportamento leggermente più fragile nella modellazione numerica rispetto quella sperimentale.

Un'ultima osservazione si ha nella regolarità delle curve, dove la curva sperimentale ha delle piccole irregolarità, dovute ai fenomeni di propagazione delle fessure e alla distribuzione degli sforzi all'interno del materiale. Si nota invece come la modellazione numerica abbia una curva più liscia e regolare, dovuta al fatto che gli sforzi all'interno del materiale vengono e la propagazione delle microfessure siano distribuiti in modo più continuo.



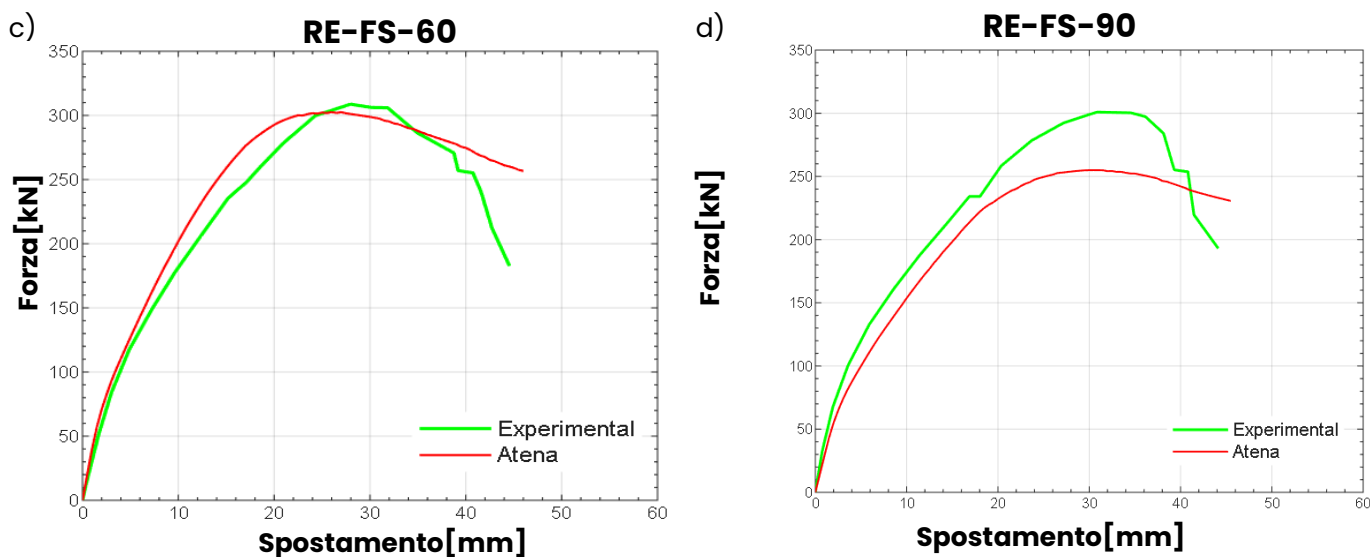


Figura 46: Confronto Curva Sperimentale-Atena per colonna RE-FS-0 (a), RE-FS-30(b), RE-FS 60(c), RE-FS-90(d).

3. Colonna RE-FS-0

Nella prima fase si carico, si può notare come tra i primi 10 mm di spostamento ci sia molta somiglianza della rigidezza ottenuta con il software ATENA 2025 e la curva sperimentale, con una leggera sovrastima di rigidezza nella curva sperimentale, dovuta magari a piccole imperfezioni del modello.

Una volta entrati in regime non lineare, inizia la fase di propagazione delle fessure all'interno del calcestruzzo armato confinato, dove si ha una riduzione progressiva di rigidezza e una redistribuzione degli sforzi interni. In questa regione il carico delle curve cresce fino a un carico massimo, pari a 490 kN e spostamento pari a 23 mm per la curva sperimentale, rispettivamente si ha una reazione massima pari a circa 450 kN per uno spostamento di 19 mm nel caso della simulazione analitica

Questo comportamento indica che il modello numerico tende a sottostimare leggermente la capacità portante massima della struttura, pur riproducendo correttamente la forma generale della curva.

Nella fase post-picco, entrambe le sezioni presentano una propagazione delle microfessure con conseguente aumento delle bande di taglio localizzate, la differenza sta che la curva sperimentale presenta un comportamento più fragile rispetto alla curva ottenuta con il software ATENA 2025, dove la diminuzione di carico è più graduale, dovuta al fatto che nella modellazione numerica le tensioni siano diffuse in maniera più distribuita e meno localizzata (nonostante la localizzazione al taglio si verificasse, ma nella realtà si propaga in maniera leggermente differente), cosa che invece nella realtà non si è verificata.

4.Colonna RE-FS-30

Anche in questo grafico possiamo notare come le due curve presentino nella prima fase una rigidità pressochè simile, questo vuol dire che con il software ATENA 2025 si è riusciti a rappresentare perfettamente la fase iniziale in regime lineare, dove l'andamento delle curve ci dice come ancora il provino non sia soggetto a fenomeni di danneggiamento.

Si nota però, verso uno spostamento che va tra i 10 e 15mm, come nella prova sperimentale vi sia un piccolo incremento della rigidità, questo può essere dovuto al fatto che nella prova reale vi possano essere fenomeni come la chiusura di microvuoti o piccole imperfezioni iniziali che danno il contributo all'aumento della rigidità apparente del sistema.

Entrando nel regime non lineare, iniziano a manifestarsi le prime fessurazioni nella sezione, con conseguente riduzione della rigidità e redistribuzione degli sforzi interni. Si nota come nel tratto compreso tra i 10 e 25 mm entrambe le curve tendono ad aumentare, con una pendenza che va a diminuire in maniera progressiva, dove nella curva sperimentale si ha un incremento di carico leggermente più rapido nella fase iniziale nella prima fase di regime non lineare, mentre la curva numerica mostra una transizione più graduale durante la fase di transizione da regime elastico a regime non lineare. Questo è dovuto al fatto che in questa sezione la formazione delle fessure viene rappresentata in maniera distribuita, cosa che invece non è avvenuta durante la prova sperimentale, dove tende a localizzarsi in zone specifiche della struttura (localizzazione che si è osservata nell'output precedente, ma magari situata in una zona differente nella prova sperimentale).

Si nota come si è riusciti a centrare appieno il carico massimo della struttura, con un picco circa pari a 402 kN, la differenza sta che nella prova sperimentale il picco viene raggiunto prima rispetto alla modellazione numerica.

Differenze più evidenti si notano nella fase post-picco, dove la curva ha una diminuzione più marcata nel caso sperimentale, questo comportamento indica una progressiva perdita di capacità portante della struttura, dovuta alla propagazione e localizzazione delle fessure e alla possibile formazione di meccanismi di danneggiamento più pronunciati. Al contrario sul software ATENA 2025, dove si ha una riduzione più graduale, questo comporta un comportamento più duttile della sezione, mantenendo una capacità resistente più elevata rispetto al caso sperimentale.

5.Colonna RE-FS-60

Nella prima fase iniziale, si nota come negli altri casi un leggero scostamento della rigidezza nella modella numerica rispetto al caso sperimentale, che può essere dovuta a diversi fattori, come assenza di imperfezioni geometriche (nonostante siano state inserite le stesse proprietà meccaniche del modello sperimentale) nel modello analitico rispetto a quello sperimentale (dove vi possono essere delle piccole discontinuità o difetti nel materiale) oppure dall'idealizzazione delle condizioni di vincolo. In questa fase ci troviamo ancora in una condizione di non fessurazione della sezione fino a uno spostamento di circa 10 – 12 mm.

Entrando nella fase non lineare della colonna, si osserva una curva più marcata nel modello sperimentale, a differenza del modello numerico, dove si ha una variazione della pendenza più graduale, dovuta al fatto che la fessurazione del materiale viene rappresentata in maniera distribuita nel modello di analisi non lineare, dove la fessurazione può localizzarsi in punti specifici della struttura.

Col proseguire dell'analisi, si nota come in questo modello riusciamo ad avvicinarci al picco massimo della colonna rispetto al modello sperimentale, pari a 302 kN, indicando come il modello numerico abbia ricreato in maniera accurata il campione soggetto a taglio biassiale. L'unica differenza in questa fase sta nel raggiungimento del picco, dove nel modello analitico si ha per uno spostamento minore rispetto al modello sperimentale, suggerendoci che col modello simulato si ha una deformabilità leggermente inferiore nella fase precedente al collasso.

Infine, nella fase post-picco si ha una riduzione rapida dello spostamento nel modello sperimentale, dovuta al fatto che si ha un degrado brusco della capacità resistente della struttura, dovuto principalmente alla localizzazione delle fessure, allo schiacciamento del calcestruzzo nelle zone maggiormente sollecitate e alla perdita progressiva dei meccanismi resistenti. Nel modello numerico invece si ha una perdita graduale dello spostamento, indicando una maggiore capacità resistente.

6.Colonna RE-FS-90

Nonostante entrambe le curve hanno un andamento lineare, si può notare come nella fase iniziale si hanno subito delle differenze, dove si ha una rigidezza del modello sperimentale maggiore rispetto al modello analitico, questa discrepanza può essere dovuta alle modalità di interazione tra i diversi componenti strutturali.

Col progredire dello spostamento, iniziano a svilupparsi fenomeni di fessurazione nel calcestruzzo, che comportano una riduzione della struttura, portando a non avere più proporzionalità tra carico e spostamento. Questa transizione avviene in maniera più marcata nel grafico sperimentale e in maniera più graduale nel grafico ottenuto con ATENA 2025, questo perché si ha la fessurazione del materiale come un fenomeno distribuito.

Notiamo che nella fase di picco si hanno picchi di carico diversi,raggiungendo i 300 kN nel modello sperimentale e i 260 kN nel modello analitico, evidenziando quindi una maggiore sottostima delle proprietà meccaniche,raggiungendo subito la fessurazione della colonna col modello analitico rispetto quello sperimentale.

Le differenze tra le due curve diventano ancora più evidenti nella fase successiva al picco di carico, ovvero nella fase di post-picco. Nel caso sperimentale si osserva inizialmente una leggera riduzione del carico seguita da un calo piuttosto rapido della capacità resistente intorno ai $40 - 42\text{ mm}$ di spostamento. Questo comportamento indica la presenza di fenomeni di localizzazione del danneggiamento, come la formazione di fessure dominanti o lo schiacciamento del calcestruzzo nelle zone maggiormente sollecitate, che portano a una perdita relativamente improvvisa della capacità portante. Al contrario, la curva numerica mostra una riduzione molto più graduale del carico, mantenendo una capacità resistente residua più elevata rispetto a quella osservata sperimentalmente. Ciò suggerisce che il modello numerico prevede un comportamento più duttile della struttura e una distribuzione più uniforme del danneggiamento.

6.3. Fracture Energy

Per energia di frattura (Fracture Energy) G_f [N/m] si intende l'energia richiesta affinché una cricca si propaghi nel materiale per unità di superficie della frattura. Per i calcestruzzi ordinari, il valore della fracture energy dipende da tre principali fattori. Il primo è il rapporto acqua/cemento (a/c), il secondo dalla dimensione massima dell'aggregato (d_{max}) e l'ultimo è l'età del calcestruzzo.

Inoltre, l'energia di frattura è influenzata dalla tipologia di aggregato (utilizzato per il confezionamento), dove questa ha un'influenza maggiore e la tipologia dell'aggregato grosso. [29]

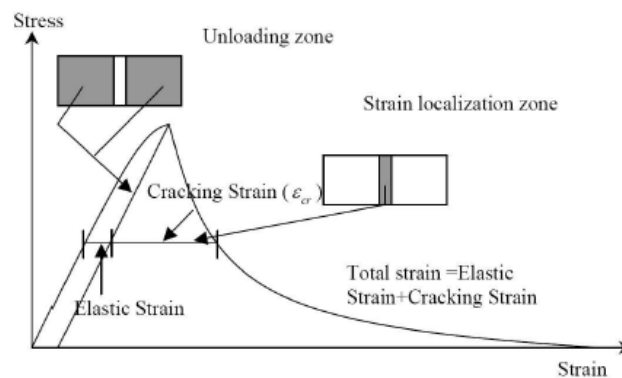


Figura 47:Diagramma del modello di energia di frattura G_f .

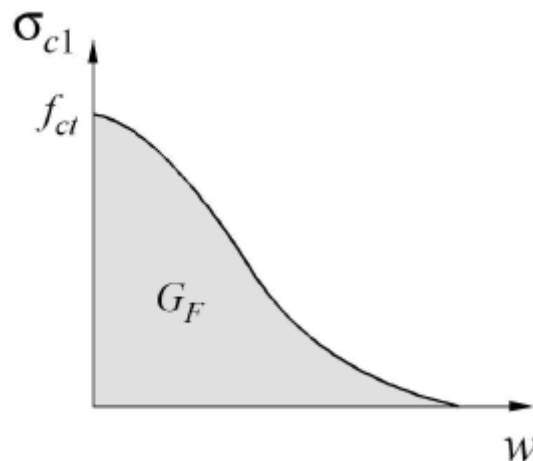


Figura 48:Relazione tensione-apertura della fessura.

Si nota come il calcestruzzo abbia un comportamento lineare fino alla resistenza ultima. Successivamente, una volta che raggiunge il suo valore di picco massimo, inizia la fessurazione del calcestruzzo stesso. La tensione non si riduce istantaneamente (cosa che invece si verifica nei materiali fragili), ma diminuisce all'aumentare dell'allungo. Questo fenomeno, nella letteratura, viene chiamato con il nome di "deformazione di softening a trazione". In questa fase, lungo il provino, non si ha più una deformazione omogenea, ma si localizza in una zona denominata "fracture zone", mentre il resto della struttura si scarica.

La deformazione totale è somma di due componenti distinti, la prima è la deformazione elastica del calcestruzzo compreso tra le microfessure e la seconda è la deformazione associata al rilascio di tensione che agisce su una larghezza pari alla larghezza della fracture zone (Figura 47).

Da vari test svolti in laboratorio, molti studi hanno rilevato come la relazione tensione-deformazione dipenda dalla dimensione dell'elemento, indicando opportunamente il comportamento fessurativo con una relazione tensione-apertura della fessura (Fig.48). L'area sottesa della curva rappresenta l'energia specifica a trazione G_f (com detto prima, indica la quantità di energia richiesta per creare l'unità di area di una fessura continua). Essendo considerata G_f come proprietà del materiale, l'energia dissipata a rottura è costante, ottenendo così una discretizzazione della risposta materiale indipendente dalla dimensione dell'elemento.[29]

6.4. Fixed e Rotated Crack Model

Nell'analisi di modellazione non lineare del calcestruzzo col software ATENA 2025, un aspetto importante riguarda come impostazione il modello di fessurazione per descrivere il comportamento del materiale quando soggetto a trazione dopo il raggiungimento della resistenza limite. Una peculiarità del software è quella di consentire di impiegare differenti formulazioni denominate Fixed Crack Model e Rotated Crack Model. La differenza dei due modelli sta fondamentalmente nella rappresentazione delle fessure e dell'anisotropia indotta dal danneggiamento.

Nel modello Fixed Crack Model, quando il materiale raggiunge la sua massima tensione di trazione, si innesca una fessurazione coincidente con quella deformazione principale di trazione al momento dell'inesco, questa rimarrà invariata per tutta la durata dell'analisi successiva.

In altre parole, l'orientazione del piano di fessura non varia e non segue eventuale rotazione del campo tensionale quando esso è soggetto a variazione di carico.

Se verificiamo il tutto da un punto di vista meccanico, possiamo affermare che il materiale acquista un'anisotropia permanente.

Questa formulazione è stabile da un punto di vista numerico e si usa principalmente per problemi con stati tensionali con direzione principale costante, caratterizzati principalmente da carichi monotoni unidirezionali. Se però il modello subisce significative rotazioni nel corso dell'analisi, questa formulazione mi dà una rappresentazione meno realistica del comportamento, dato che la fessura non si riallinea alla nuova direzione massima di trazione.

Nel Rotated Crack Model, invece, l'orientazione della fessura viene aggiornata costantemente e in maniera incrementale durante lo svolgimento dell'analisi, rimanendo quindi sempre allineata con la direzione istantanea della deformazione principale di trazione.

Così facendo, il modello è in costante aggiornamento del campo tensionale e descrive un comportamento del modello che si adatta alle continue variazioni di sforzo, nonostante questo rimanga anisotropo a livello locale.

Quindi, come nel nostro caso, se ci troviamo nella condizione dove il modello è soggetto a continue variazioni delle tensioni principali nel corso del caricamento, conviene utilizzare questo tipo di modello.

Da un punto di vista strutturale, questa formulazione viene perlopiù utilizzata per modelli soggetti ad analisi cicliche e sismiche, o come nel caso seguente per modelli con stati tensionali complessi (Taglio biassiale), dove si ha che la variazione delle tensioni principali può variare sensibilmente lungo la fase di carico del modello. Quindi in questi casi descritti il modello può darci una rappresentazione più precisa e accurata.[34]

6.5. Analisi dei modelli ottenuti dagli output

Dai capitoli mostrati in precedenza, vogliamo adesso soffermarci di come siano importanti i parametri di modellazione da inserire sul software, allo scopo di essere abbastanza fedeli alle proprietà del campione sperimentale. Siamo stati in grado di ricreare in maniera simile, l'andamento dei grafici dei vari campioni, idealizzando in maniera dettagliata l'andamento delle curve nella fase lineare, fase non lineare di picco e fase post-picco. Tuttavia, si sono notate delle incertezze di modellazione (soprattutto nel picco e nello spostamento ultimo), portandoci a dubitare se siano state inserite le proprietà del materiale in maniera corretta o meno. Per trovare un risultato che combaci il più possibile con il risultato sperimentale, bisogna avere più modelli possibili, affinché successivamente si possa raggiungere un risultato più accurato. Si è quindi voluto prendere per ogni modello calibrato i suoi due estremi, creandoci così 6 modelli per ogni colonna.

Di seguito verranno qui riportati tutti gli schemi grafici ottenuti per ogni modello:

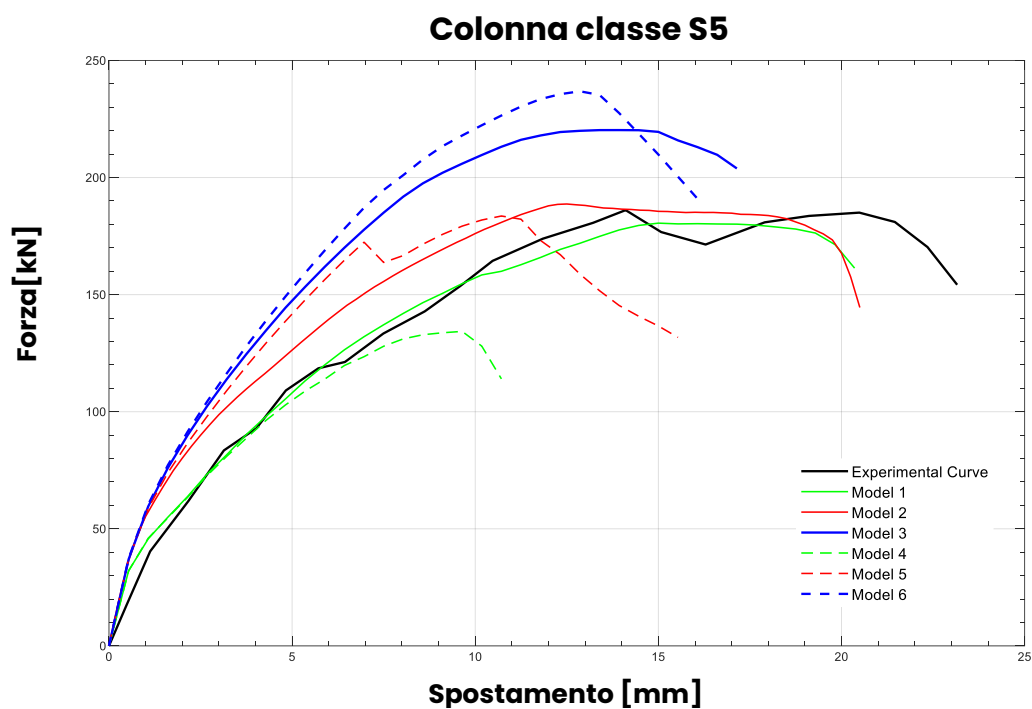


Figura 49: Confronto dei modelli per colonna CFRP.

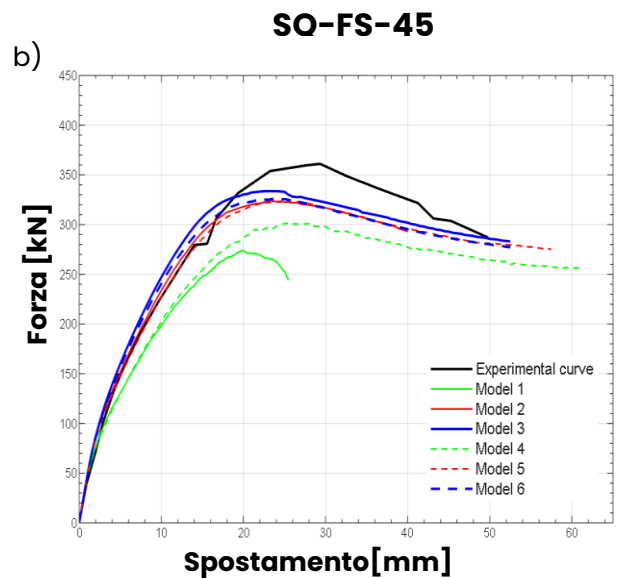
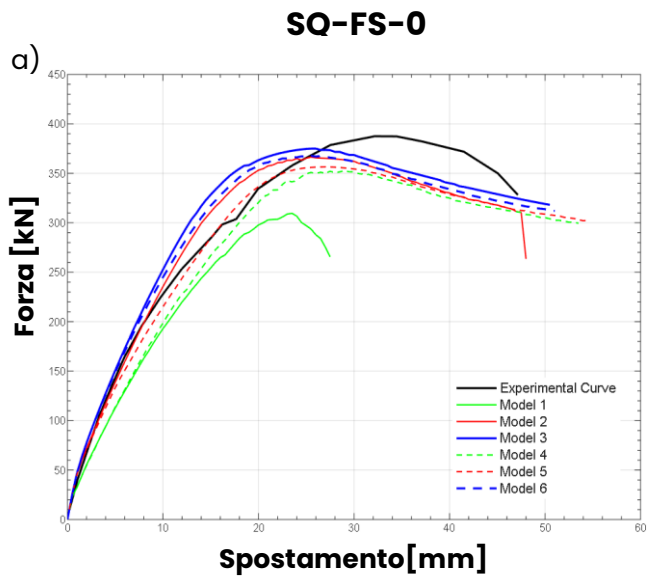
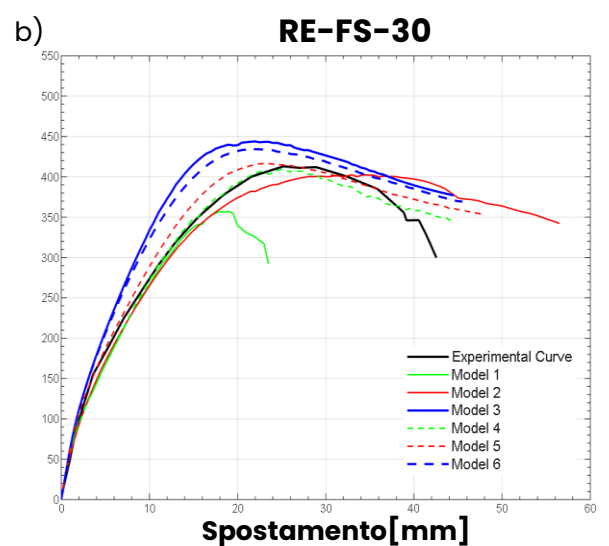
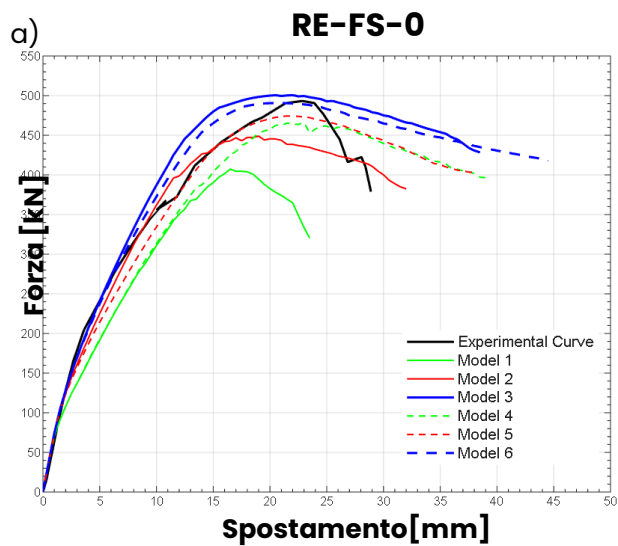


Figura 50: Confronto dei modelli per colonna SQ-FS-0 (a) e SQ-FS-45 (b).



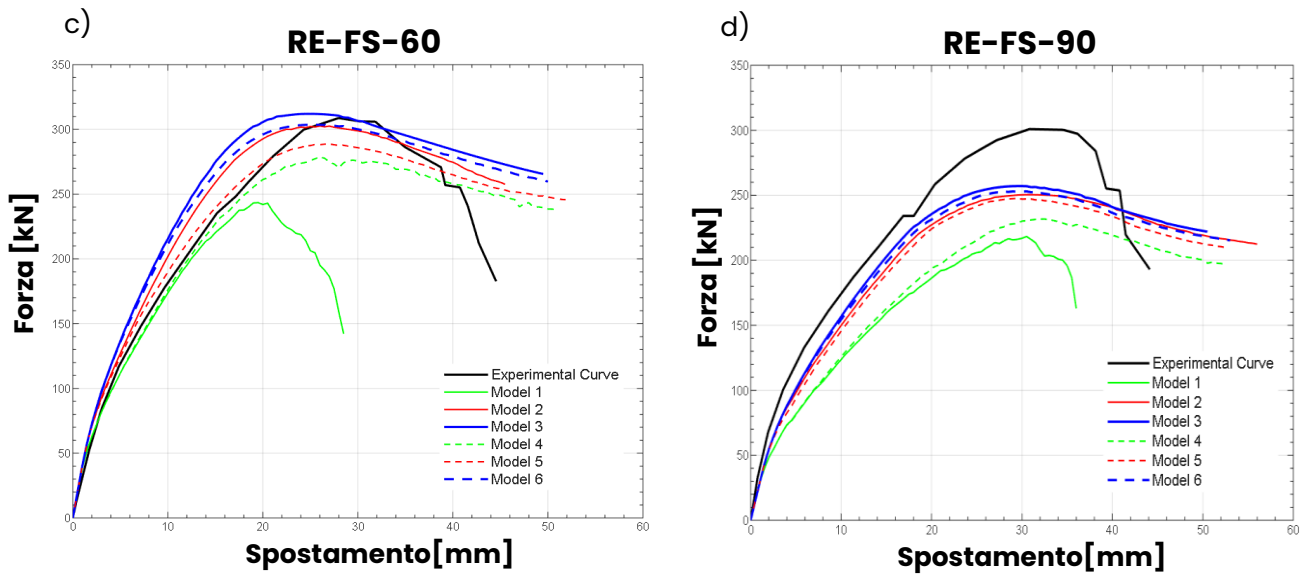


Figura 51: Confronto modelli per colonna RE-FS-0 (a), RE-FS-30 (b), RE-FS-60 (c), RE-FS-90 (d).

6.5.1. Modello 1 [$G_f/100$ (FIXED)]

In questo modello si è voluto rappresentare il campione con una Fracture Energy cento volte inferiore rispetto al modello calibrato. Si nota come il campione sia tendenzialmente molto più fragile, mostrando presenza di microfessurazioni per carichi molto più bassi rispetto a quelli ottenuti dalla prova sperimentale, raggiungendo il picco a una bassa condizione di carico a spostamenti non eccessivi.

6.5.2. Modello 2 [G_f calibrato (FIXED)]

Classico modello analitico, dove la Fracture Energy viene calcolata in automatico dal software. Il comportamento della curva forza-spostamento per ogni tipo di colonna è già stato commentato nei capitoli precedenti.

6.5.3. Modello 3 [G_{fmax} (FIXED)]

Modello con Fracture Energy molto alta, dove mostra un campione molto più resistente. In questi modelli si aspetta di avere un picco più alto rispetto al modello 2, anche se non sarà eccessivamente molto più alto, questo perché una volta che si hanno microfessurazioni all'interno della colonna, queste si propagano generando successivamente il collasso della colonna stessa. Essendo quindi più resistente, ci si aspetta di avere un picco più alto, ma anche degli spostamenti molto più grandi prima del raggiungimento del collasso.

6.5.4. Modello 4 [Gf/100 (ROTATED)]

A differenza del modello 1, in questo tipo di modello le fessurazioni si adattano in ogni variazione di sforzo, consentendo al modello di avere delle microfessurazioni più distribuite rispetto al modello fixed (dove si verificano gradienti al taglio meno localizzati), consentendo quindi di avere un picco di forza più alto, con avvenimento del collasso per spostamenti molto maggiori rispetto al caso fixed.

6.5.5. Modello 5 [Gf calibrato (ROTATED)]

Rispetto al modello 2, si ha un picco di forza più basso, dovuto al fatto che le tensioni sono più distribuite lungo la colonna, impiegando quindi più tempo a fessurarsi e con deformazioni maggiori.

6.5.6. Modello 6 [Gf max (ROTATED)]

Rappresenta il modello con più resistente e con la direzione della fessura che seguono lo stato tensionale principale. Si nota che in ogni colonna analizzata è sempre minore del fixed, dovuto a una distribuzione dei gradienti di taglio meno localizzata rispetto al modello fixed, dato che in quel modello le microfessurazioni non sono libere di muoversi si distribuiscono in un punto ben preciso, generando così una reazione al taglio maggiore. Essendo quindi le microfessurazioni libere di muoversi, il collasso della colonna avverrà dopo rispetto al modello fixed.

7. Valutazione dell'incertezza di modello

7.1. Approccio locale e approccio globale

La progettazione e valutazioni di strutture nuove o esistenti, nella pratica corrente e nelle normative tecniche viene effettuata tramite analisi di sezione, dove vengono confrontate le azioni interne di progetto agenti (E_d) con quelle resistenti (sforzo normale, taglio e momento flettente) tramite la seguente disuguaglianza:

$$E_d < R_d$$

L'approccio più utilizzato è "L'approccio agli stati limite", in linea con il metodo dei coefficienti parziali di sicurezza. Per la valutazione delle azioni interne E_d , si ricorre all'analisi elastica lineare, combinando gli effetti dei carichi esterni tramite sovrapposizione lineare. Per la valutazione della resistenza interna di sezione R_d , si ricorre invece alla valutazione in relazione allo stato limite ultimo considerato.

Questo approccio viene definito "locale" perché considera solo le verifiche di sezione degli elementi strutturali, trascurando il comportamento globale reale della struttura e la

redistribuzione progressiva delle forze interne all'interno della struttura in calcestruzzo armato.

Quando vengono adottate ipotesi semplificate per la definizione del modello strutturale, delle leggi costitutive dei materiali e dei meccanismi resistenti, questo tipo di analisi è molto efficiente. Per livelli di approssimazione più elevati con analisi non lineari avanzate, invece, la capacità globale della struttura in calcestruzzo armato di redistribuire le forze interne sotto una determinata condizione di carico non può essere trascurata.

In questo caso, riferendoci all'analisi non lineari agli elementi finiti (NLFEA), bisogna adottare un approccio "globale", dove vengono confrontati l'azione esterna globale sotto una specifica combinazione di carico e la resistenza globale della struttura, secondo la seguente equazione:

$$F_d \leq R_d$$

Con:

F_d = valore di progetto delle azioni esterne;

R_d = resistenza globale di progetto;

In questo modo, il danneggiamento progressivo della struttura e la redistribuzione delle forze interne vengono considerati all'interno della verifica globale, giustificando anche l'adozione di modelli non lineari complessi.[27]

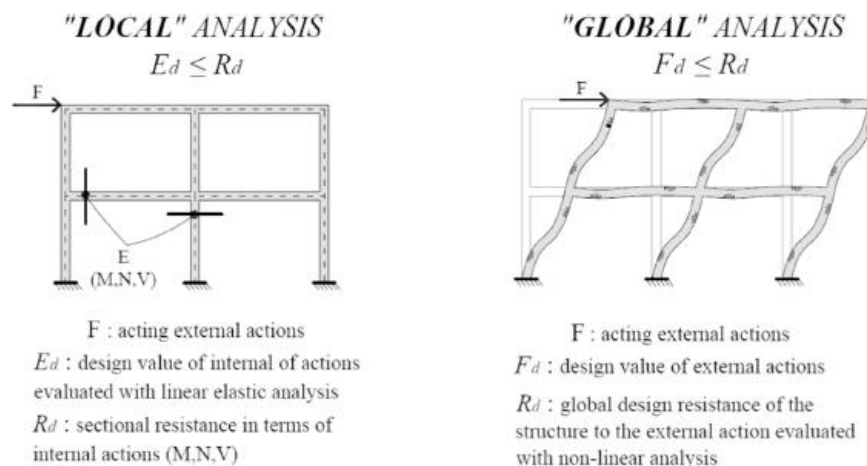


Figura 52: Confronto tra analisi strutturale locale e analisi strutturale globale.

7.2. Definizione e caratterizzazione delle incertezze nei formati di sicurezza per le analisi numeriche non lineari (NLNA)

La resistenza globale di una struttura può essere determinata mediante analisi numeriche non lineari (NLNA). Il relativo valore di progetto viene poi calcolato tenendo conto dell'effetto delle incertezze aleatorie (legate alla variabilità intrinseca di materiali, geometria e carichi) e delle incertezze epistemiche (associate al modello numerico). Questo avviene attraverso l'introduzione di opportuni coefficienti parziali di sicurezza, calibrati in modo da rispettare livelli di affidabilità target prestabiliti, con una distinzione tra strutture di nuova realizzazione e strutture esistenti.

Diversi studi presenti in letteratura hanno analizzato come l'incertezza aleatoria e la variabilità dei meccanismi di collasso influenzino i risultati delle analisi di affidabilità effettuate tramite NLNA. Altri lavori hanno invece approfondito l'importanza e la quantificazione dell'incertezza del modello di resistenza, ovvero l'incertezza epistematica. Tuttavia, tali ricerche non affrontano in modo esplicito il caso di elementi strutturali snelli, nei quali la non linearità geometrica gioca un ruolo particolarmente rilevante.

Riguardo la quantificazione dell'incertezza epistematica associata a una simulazione numerica non lineare, questa può essere effettuata mediante la valutazione della variabile aleatoria di incertezza del modello di resistenza ϑ .

7.3. Valutazione dell'incertezza all'interno della struttura: incertezze aleatorie ed epistemiche

Le incertezze che interessano l'ingegneria strutturale possono derivare da diverse cause. Se si considerano in particolare quelle legate ai modelli di resistenza, esse dipendono da due principali fattori: da un lato la variabilità naturale delle caratteristiche geometriche degli elementi strutturali e delle proprietà meccaniche dei materiali (come la resistenza a compressione del calcestruzzo o la tensione di snervamento dell'acciaio d'armatura), dall'altro lato le limitazioni nella conoscenza del fenomeno, insieme alle semplificazioni e alle ipotesi adottate durante la formulazione del modello di resistenza stesso.

Le prime vengono definite come incertezze aleatorie, mentre le seconde si definiscono come "epistemiche". Sebbene non sia possibile stabilire una separazione netta tra queste due tipologie di incertezza, tale distinzione risulta comunque utile per considerare i loro effetti all'interno delle prescrizioni dei codici di progettazione.

Per quanto riguarda l'impiego delle NLNA (analisi non lineari) nelle attività di progettazione e di verifica, diversi studi propongono specifici formati di sicurezza capaci di tenere conto in modo efficace sia delle incertezze aleatorie sia di quelle epistemiche, nonché del loro impatto sul comportamento globale della struttura. Facendo riferimento al formato di resistenza globale e adottando l'approccio semiprobabilistico, il valore di progetto della

resistenza strutturale globale R_d viene confrontato con il valore di progetto delle azioni applicate F_d , secondo la seguente relazione.:

$$R_d \geq F_d$$

Il valore di progetto delle azioni F_d può essere valutato in linea con le specifiche di riferimento, mentre il valore di progetto della resistenza strutturale globale R_d può essere valutato attraverso le NLNA secondo i formati di sicurezza menzionati, con riferimento alla seguente espressione:

$$R_d = \frac{R_{NLNA}(x_{rep})}{\gamma_R \gamma_{Rd}}$$

Equazione 11: Valore di progetto della resistenza strutturale globale

Con:

$R_{NLNA}(x_{rep})$ = Resistenza strutturale globale valutata tramite la NLNA utilizzando i valori x_{rep} per le proprietà geometriche e dei materiali, coerenti col formato di sicurezza utilizzato;

Per la definizione del livello di affidabilità strutturale, vengono considerati due fattori parziali di sicurezza:

- γ_R : fattore di sicurezza della resistenza globale che tiene conto dell'influenza delle incertezze aleatorie relative alle proprietà dei materiali e alla geometria.
- γ_{Rd} : fattore di sicurezza per l'incertezza del modello di resistenza che considera l'incertezza epistemica relativa alla definizione del modello numerico non lineare. Questo fattore parziale è orizzontale e indipendente dal formato di sicurezza selezionato per effettuare la verifica strutturale.

Questo studio è finalizzato ad analizzare e descrivere l'incertezza epistemica legata alle analisi non lineari (NLNA) applicata a colonne in calcestruzzo armato (CA), nonché a determinare il corrispondente fattore globale di sicurezza del modello di resistenza γ_{Rd} .

Nelle NLNA, l'incertezza epistemica deriva principalmente da lacune nella conoscenza, dalle ipotesi adottate e dalle semplificazioni introdotte nella modellazione. Questi aspetti riguardano, ad esempio, la scelta delle leggi costitutive dei materiali, le condizioni di compatibilità cinematica, l'equilibrio delle forze, oltre alle assunzioni relative a variabili ausiliarie non direttamente fisiche o a decisioni legate all'esperienza del modellatore.

Dai testi letterari, si è noto che, per valutare l'incertezza epistemica dei modelli di incertezza, se ne valuta prima la sua variabile aleatoria di incertezza del modello di resistenza ϑ , definita con la seguente formula:

$$\vartheta \approx \frac{R_{Exp}(X, Y)}{R_{NLNA}(X)}$$

Con:

$R_{Exp}(X, Y)$ = Resistenza globale stimata da un test sperimentale;

NLNA $R_{NLNA}(X)$ =Resistenza stimata tramite l'analisi non lineare (NLNA);

X = Vettore di variabili inclusa nel modello Non Lineare (NLN);

Y =Vettore di variabili che possono influenzare il meccanismo resistente,ma sono trascurate; nel modello, sono incorporati in maniera indiretta,definendo la variabile aleatoria ϑ ;

Per la valutazione del fattore di sicurezza globale γ_{Rd} , bisogna avere un'approfondita caratterizzazione probabilistica della variabile ϑ . Questo fattore di sicurezza deve essere considerato tenendo conto sia della varietà di ipotesi di modellazione che possono essere adottate da ingegneri e professionisti, sia dei diversi livelli di affidabilità richiesti nel caso di strutture di nuova progettazione rispetto a strutture esistenti.

Per la calibrazione del fattore di sicurezza γ_{Rd} vengono effettuati i seguenti step:

1. Selezione dei test sperimentali di riferimento: i vari test sperimentali devono considerare diverse geometrie e proprietà dei materiali.
2. Differenziazione tra ipotesi di modellazione: tutte le varie ipotesi di modellazione della struttura tramite analisi non lineare devono essere prese in considerazione per la procedura di calibrazione, per quantificare in modo completo le incertezze del modello di resistenza.
3. Valutazione del fattore di sicurezza γ_{Rd} : una volta aver stimato le variabili aleatorie ϑ basandosi sul modello probabilistico appropriato per rappresentare ϑ , il fattore di sicurezza parziale γ_{Rd} può essere ricavato tramite la seguente equazione:

$$\gamma_{Rd} = \frac{1}{F^{-1}(\Phi(-\alpha_R\beta))};$$

oppure si può riscrivere nel seguente modo:

$$\gamma_{Rd} = \frac{1}{\mu_\theta \cdot e^{(-\alpha_r\beta V_\theta)}}$$

Equazione 12: Valutazione del fattore di sicurezza parziale.

Con:

μ_θ = Valor medio a posteriori puro (in assenza di incertezza sperimentale);

V_θ =Variazione media pura (in assenza di incertezza sperimentale);

$F(\vartheta)$ = Funzione di distribuzione cumulativa più probabile per descrivere la variabile aleatoria di incertezza del modello di resistenza;

Φ =Funzione di distribuzione cumulativa normale standard;

α_R =Fattore di sensibilità del metodo di affidabilità di primo ordine (FORM), assunto pari a 0,8 e 0,32 come suggerito per variabili di resistenza dominanti e non dominanti;

β = Indice di affidabilità (valore solitamente pari a 3.8).[11]

7.4.Valutazione dell'incertezza dei modelli: Casi studio.

Al fine di avere dei risultati che si riconducano al modello sperimentale, si sono voluti dividere due topologie di casi: Taglio Semplice e Taglio Biassiale. A tale scopo, si sono quindi accomunati i due casi, prendendo in considerazione prima solo i modelli soggetti a taglio semplice e successivamente i modelli soggetti a taglio biassiale.

In questo caso, pertanto, sono stati definiti 6 diversi modelli strutturali, M_j , per ciascuna colonna, con j che varia da 1 a 6. Il risultato è una matrice $[4 \times 6]$ per il caso di taglio semplice e una matrice $[3 \times 6]$ per il caso di taglio biassiale, come mostrato nelle Tabella 5 e 6.

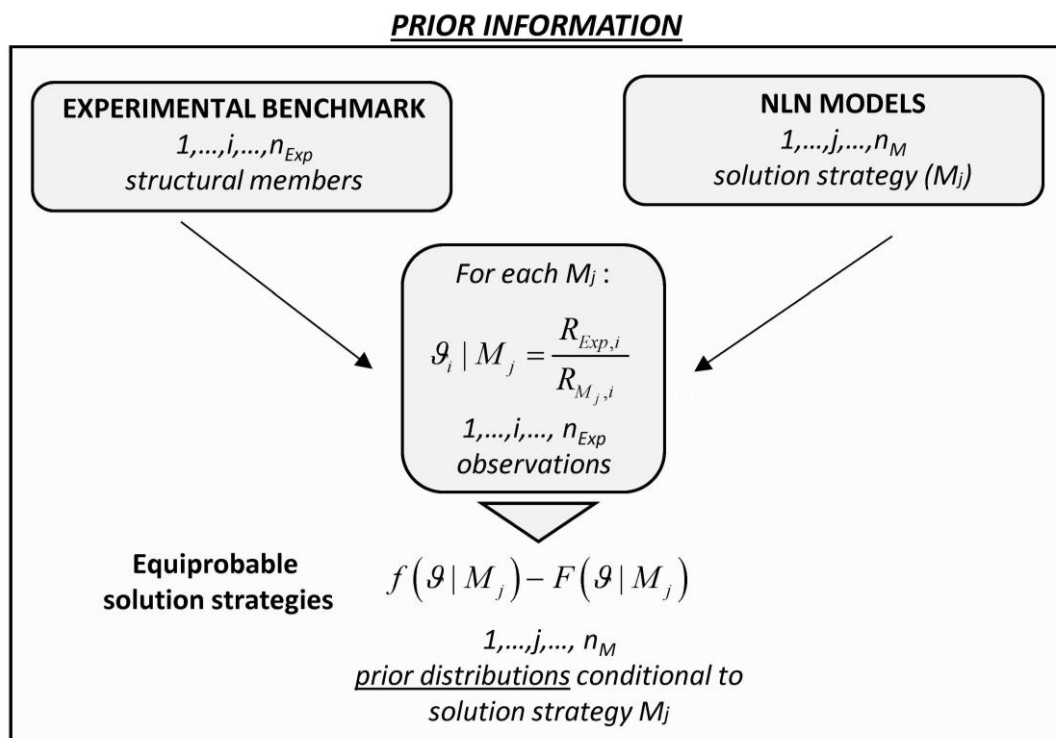


Figura 53: Schema di informazioni a priori.

Le Tabelle 5 e 6 mostrano che, anche considerando le ipotesi teoriche estreme sul comportamento a trazione del calcestruzzo, esse non sono completamente sufficienti a comprendere il carico di picco sperimentale.

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
SQ-FS-0	1.25	1.06	1.03	1.10	1.09	1.05
RE-FS-0	1.21	1.10	0.99	1.06	1.04	1.01
RE-FS-90	1.38	1.20	0.90	1.00	0.93	0.92
S5	1.03	0.99	0.84	1.39	1.01	0.79

Tabella 5:Variabili aleatorie dell'incertezza del modello di resistenza riferito al taglio semplice.

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6
SQ-FS-45	1.32	1.12	1.08	1.20	1.12	1.11
RE-FS-30	1.16	1.03	0.93	1.01	0.99	0.95
RE-FS-60	1.27	1.02	0.99	1.11	1.07	1.02

Tabella 6:Variabili aleatorie dell'incertezza del modello di resistenza riferito al taglio biassiale.

Come possiamo vedere in questi risultati, il valore θ è quasi sempre superiore a 1, dovuto al fatto che in quasi tutte le prove si ha una sottostima del modello analitico rispetto quello sperimentale. Questo ci porta a dire che con il software otteniamo un materiale con comportamento più elasto-fragile. Notiamo che le discrepanze ottenute variano in base alla strategia di proprietà del materiale adottata dove sono nettamente alte per il primo modello, viceversa il modello 6, che assume un modello di colonna meno fragile. Questo ci porta a dire che non sempre i modelli agli elementi finiti riescono a riprodurre accuratamente il comportamento sperimentale e per rivelarne le cause bisogna per forza adottare un'analisi di post-processing.

Per questo motivo si è voluto lavorare con più modelli, per trarre conclusioni che ci possono condurre a una regola generale. Possiamo inoltre affermare di aver ottenuto risultati più che ragionevoli col modello calibrato (modello 2) dove affermano valori di discrepanza non troppo scostanti dall'unità.

7.4.1. Distribuzione log-normale: Inferenza Statistica

Come mostrato nelle Tabelle 5 e 6, il processo porta a 24 simulazioni non lineari per taglio semplice e 18 simulazioni non lineari per taglio biassiale. I risultati di queste analisi forniscono i valori R_{NLNA} , dove vengono utilizzati successivamente come dati input nel prossimo step. Attraverso il rapporto tra la resistenza sperimentale (R_{exp}), data da ogni prova sperimentale svolta, e la resistenza ottenuta dall'analisi non lineare (R_{NLNA}), possiamo ricavare la variabile aleatoria dell'incertezza del modello di resistenza (θ).

Per descrivere la variabilità, si assume comunemente una distribuzione lognormale. Tuttavia, affinché non vi siano formulazioni di ipotesi non verificate, attraverso l'avvio dell'inferenza statistica vengono svolti una serie di test sequenziali, garantendo così al campione di seguire l'andamento generale. [19]

Tali test confermano o respingono l'ipotesi che la distribuzione lognormale possa adattarsi adeguatamente alla variabile aleatoria θ prima di procedere con l'analisi probabilistica [25].

La procedura di inferenza statistica mira ad adattare il modello probabilistico ai dati del campione. A tal fine si procede con un processo di ottimizzazione, finalizzato a individuare la distribuzione più appropriata mediante una stima accurata dei suoi parametri. Poiché questa operazione può risultare computazionalmente impegnativa, è opportuno, in una fase preliminare, rappresentare un grafico di probabilità normale per ciascuna delle distribuzioni considerate.

Si utilizza questo strumento grafico perché consente di valutare visivamente quanto un modello probabilistico si adatti al campione di dati. Esso è un grafico quantile-quantile (Q-Q plot), dove viene confrontata la distribuzione empirica con quella teorica. Il grafico può apparire come una linea retta se vi è una differenza dovuta alla posizione e alla scala dei due parametri [25].

Vengono qui di seguito mostrate le equazioni generali della distribuzione lognormale:

$$P(\theta) = \frac{1}{\lambda_2 \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\theta} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(\theta) - \lambda_1}{\lambda_2} \right)^2} d\theta;$$

$$p(\theta) = \frac{1}{\lambda_2 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(\theta) - \lambda_1}{\lambda_2} \right)^2}, \quad \theta > 0$$

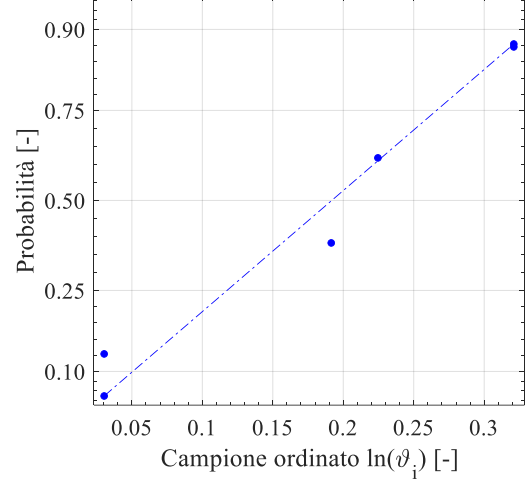
$$\theta(F) = e^{\lambda_1 + \lambda_2 \Phi^{-1}(F)}, \quad \lambda_2 > 0$$

Si può notare come i grafici di probabilità normale diano una sequenza di punti allineati. Questo procedimento viene fatto per ogni modello, dove l'insieme di tutti questi dati fornisce un set di informazioni a priori.

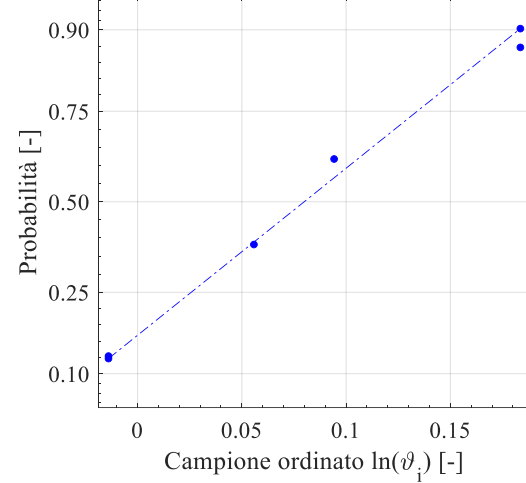
Lo stesso test è stato effettuato sovrapponendo per ogni tipo di colonne i sei modelli individuati, generando così 36 variabili casuali, verificando anche qui che tutti i punti siano allineati. Un'eventuale disallineamento porterebbe alla modifica del modello e quindi al riavvio del processo di inferenza statistica.

Nonostante l'allineamento dei grafici di probabilità normale, questo non garantisce ancor il superamento dei test statistici. Viene effettuato nel nostro caso un test di adattamento, denominato "Anderson-Darling test".

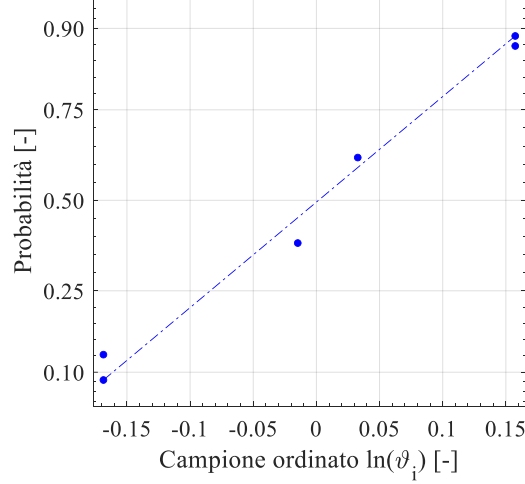
a) **Normal Probability Plot : MODEL 1**



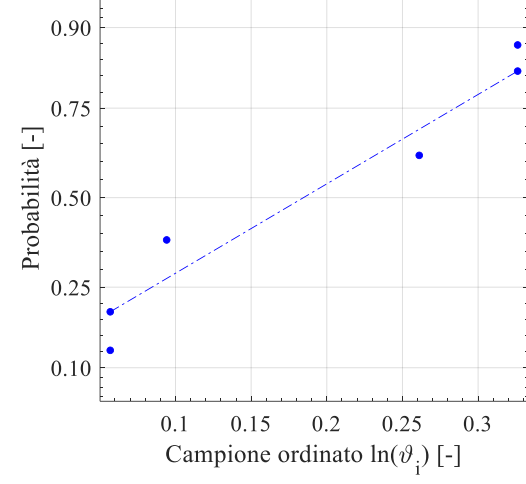
b) **Normal Probability Plot : MODEL 2**



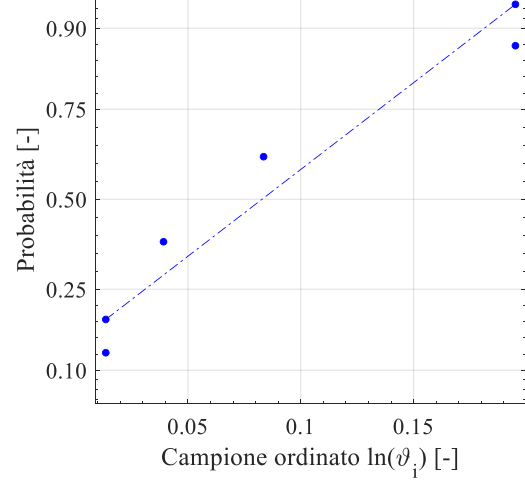
c) **Normal Probability Plot : MODEL 3**



d) **Normal Probability Plot : MODEL 4**



e) **Normal Probability Plot : MODEL 5**



f) **Normal Probability Plot : MODEL 6**

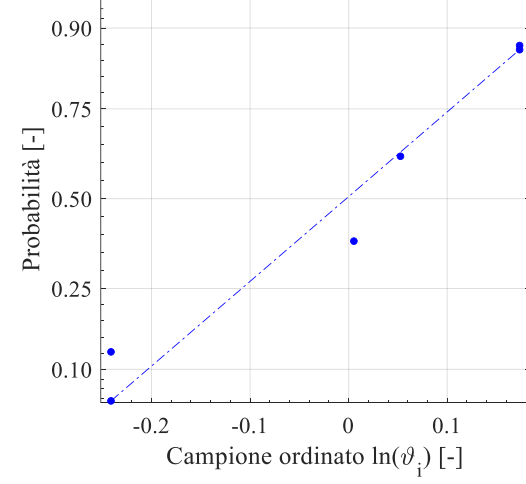


Figura 54: Grafico di probabilità di θ per le informazioni a priori per ogni modello (taglio semplice).

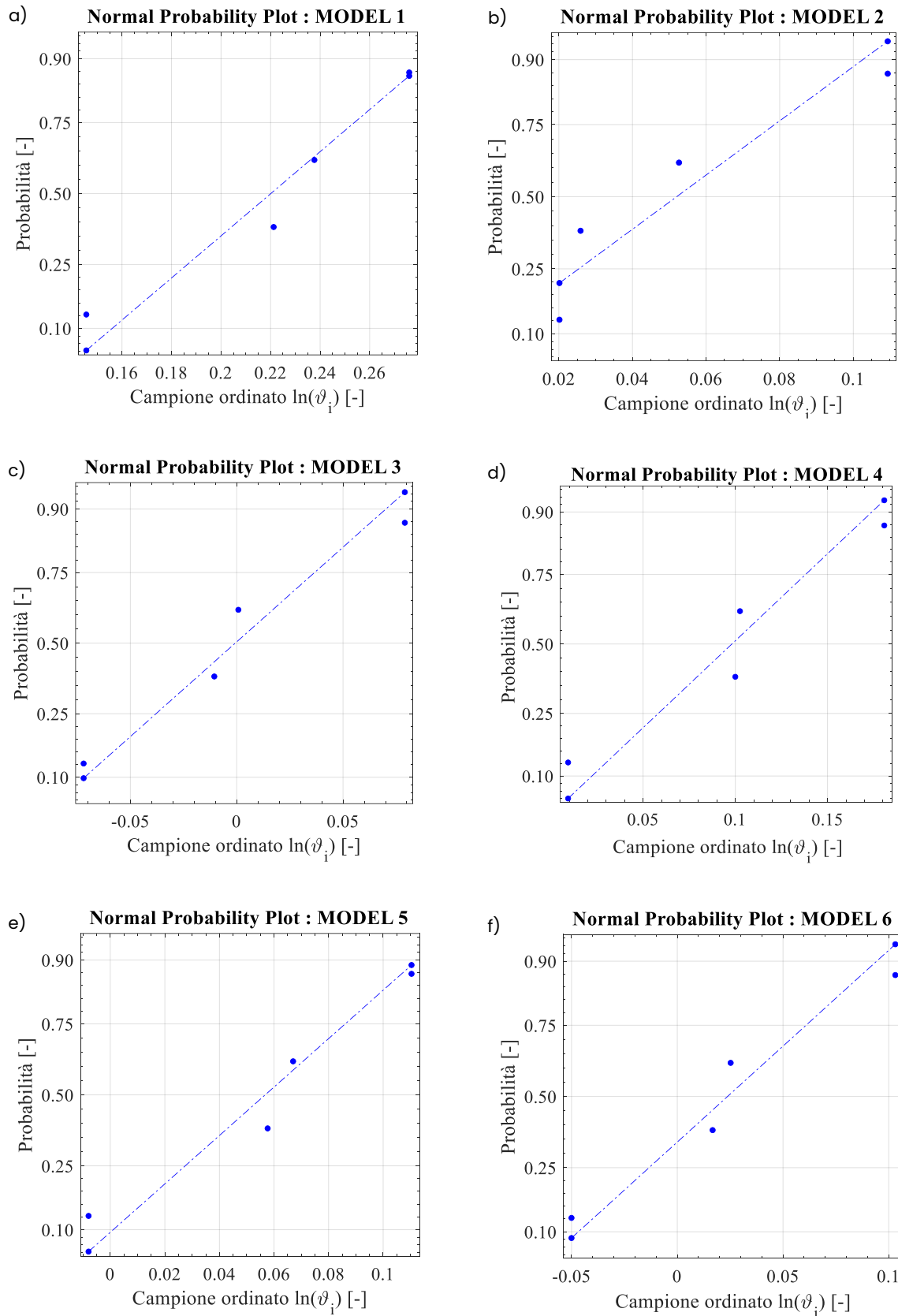


Figura 55: Grafico di probabilità di θ per le informazioni a priori per ogni modello (taglio biassiale).

7.4.2. Valutazione e coerenza dei dati osservati e modello probabilistico : Anderson-Darling test

L'Anderson-Darling test viene applicato alle distribuzioni che risultano accettabili al test del Chi-quadrato, per valutare in modo più dettagliato quanto le curve si discostano tra loro. A differenza del Chi-quadrato, questo test non richiede la suddivisione dei dati in classi, evitando così la perdita di informazioni [25].

La statistica del test è definita come segue:

$$A^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[P(x) - F(x)]^2}{P(x) \cdot [1 - P(x)]} \cdot p(x) dx$$

Per approssimare numericamente questo integrale, si sostituisce la frequenza F con la posizione di plotting nell'espressione analitica:

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \{(2i - 1) \cdot \ln [P(x_{(i)})] + (2n + 1 - 2i) \cdot \ln [1 - P(x_{(i)})]\}$$

Con:

- $x_{(i)}$ = elementi del campione ordinato in ordine crescente;
- $P_{(x_{(i)})}$ = è la probabilità cumulativa in corrispondenza di $x_{(i)}$ secondo la distribuzione in esame.

L'analisi delle informazioni a priori coinvolge questo test statistico, dove viene applicato separatamente per ciascun modello strutturale e collettivamente a tutti i modelli combinati. Bisogna verificare che la distribuzione delle probabilità superi tutti i test in sequenza, partendo dal caso meno critico al caso più critico. Inoltre, i test sono stati ripetuti sulle informazioni a posteriori utilizzando l'aggiornamento Bayesiano.

Prendendo come riferimento un parametro α (assunto pari a 0.05), se il p_{value} è minore o uguale al parametro α scelto, significa che il campione contiene elementi sufficienti per escludere l'ipotesi che provenga da una distribuzione lognormale. Invece, se il p_{value} supera il parametro α , i dati non forniscono elementi sufficienti per scartare l'ipotesi nulla. La tabella 2 mostra come il p_{value} di ogni elemento sia maggiore del parametro α , questo risulta coerente con quello riportato nel seguente riferimento [9], che mostra come la distribuzione lognormale sia in grado di descrivere accuratamente la variabilità statistica della variabile θ . Viene successivamente implementato un approccio di aggiornamento Bayesiano, affinché le informazioni a priori già esistenti siano aggiornate con nuove informazioni per rafforzare il modello. Questo metodo fornisce una distribuzione media di θ , il valore medio μ_θ e la deviazione standard σ_θ .

Modelli	Anderson-Darling test	
	p_{value}	Verificato
Modello 1	0.707	SI
Modello 2	0.936	SI
Modello 3	0.880	SI
Modello 4	0.464	SI
Modello 5	0.450	SI
Modello 6	0.595	SI

Tabella 7:Risultati dei test (taglio semplice).

Modelli	Anderson-Darling test	
	p_{value}	Verificato
Modello 1	0.646	SI
Modello 2	0.290	SI
Modello 3	0.714	SI
Modello 4	0.547	SI
Modello 5	0.663	SI
Modello 6	0.680	SI

Tabella 8:Risultati dei test (taglio biassiale).

7.4.3. Approccio Bayesiano

L'approccio bayesiano fornisce all'analista una visione probabilistica completa e robusta della variabile casuale θ . Il processo si articola in più fasi, ognuna strettamente collegata alla precedente. L'idea centrale consiste nel valutare la probabilità che si verifichi un evento A , a partire dall'osservazione di un altro evento B [37]. La prima fase consiste nel definire sei distribuzioni logonormali, ciascuna associata a una diversa ipotesi di modello, indicate come $f(\vartheta|M_j) - F(\vartheta|M_j)$, con $j = 1, \dots, 6$. Tutti i modelli sono considerati equiprobabili, senza alcuna preferenza per uno rispetto agli altri. La seconda fase riguarda invece la stima delle informazioni di aggiornamento, dove dato un modello M_j , le informazioni vengono ricavate dai dati derivati e provenienti da altri modelli, non considerando il modello M_j stesso. Questo viene svolto calcolando il vettore M_{-j} , che rappresenta i parametri statistici medi, derivati dalle distribuzioni degli altri modelli, questo viene eseguito adottando un approccio leave-me-out.

Successivamente si rafforzano i modelli M_j , questo viene fatto allargando il campione di dati da cui vengono tratte le informazioni e validandoli anche rispetto a dati esterni. Si ottiene così una funzione di probabilità $f(\vartheta|M_{-j}) - F(\vartheta|M_{-j})$ per ciascun modello $j = 1, \dots, 6$, questa funzione rappresenta le informazioni aggiornate relative al modello corrispondente.

E' stato utilizzato il metodo della massima sorveglianza (ML) (che ci ha fornito i massimi stimatori di verosimiglianza (MLEs)) per la stima delle informazioni a priori e quelle aggiornate dei parametri delle distribuzioni lognormali.

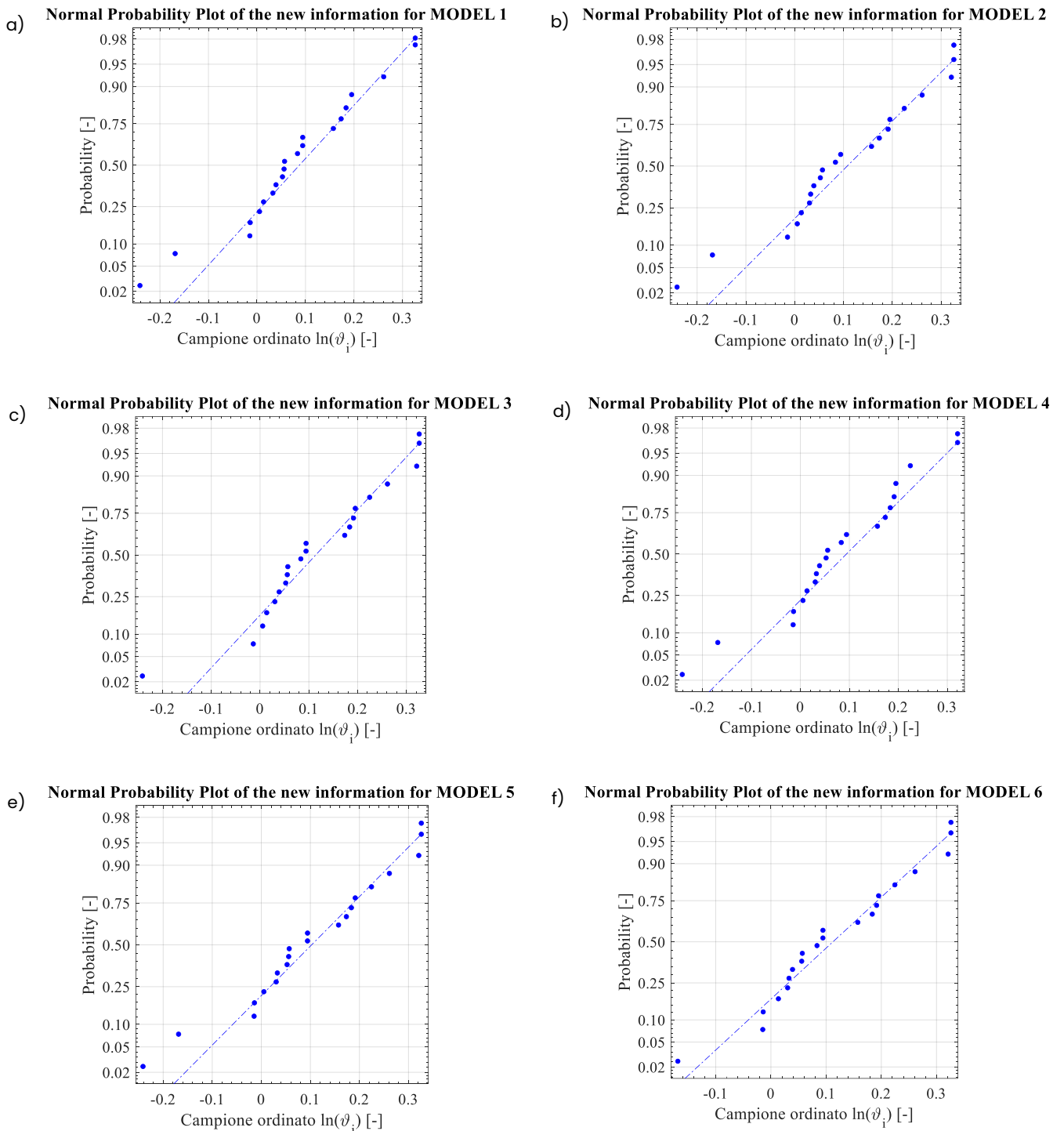


Figura 56: Grafico di probabilità di θ per le informazioni aggiornate per tutti i modelli (taglio semplice).

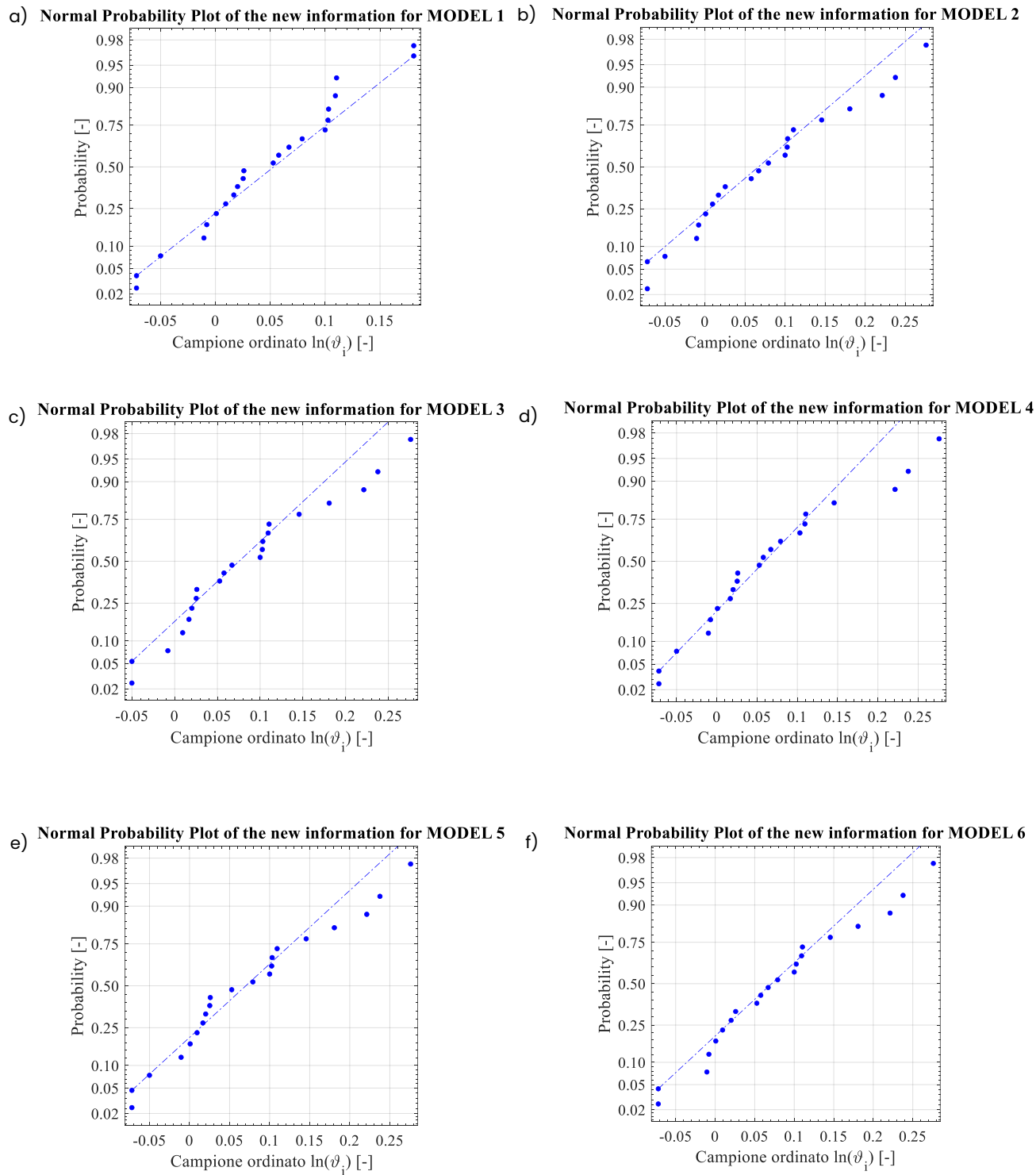


Figura 57: Grafico di probabilità di θ per le informazioni aggiornate per tutti i modelli (taglio biassiale).

Il processo bayesiano è quindi un processo di aggiornamento che consente di definire una distribuzione lognormale a posteriori $f''(\vartheta|M_j, M_{-j}) - F''(\vartheta|M_j, M_{-j})$, dove vengono integrate sia le informazioni a priori sia i nuovi dati. I parametri di questa distribuzione sono stati calcolati in forma chiusa mediante una distribuzione congiunta preliminare della stessa forma della funzione di verosimiglianza, nota come distribuzione a priori coniugata (conjugate prior distribution) [6].

Successivamente è stato costruito un vettore M , contenente le principali caratteristiche statistiche dei sei modelli a posteriori, come media e deviazione standard. Questo permette all'analista di stimare la distribuzione lognormale media a posteriori $F(\theta | M)$, utilizzata per rappresentare la variabile aleatoria dell'incertezza di modellazione della resistenza θ .

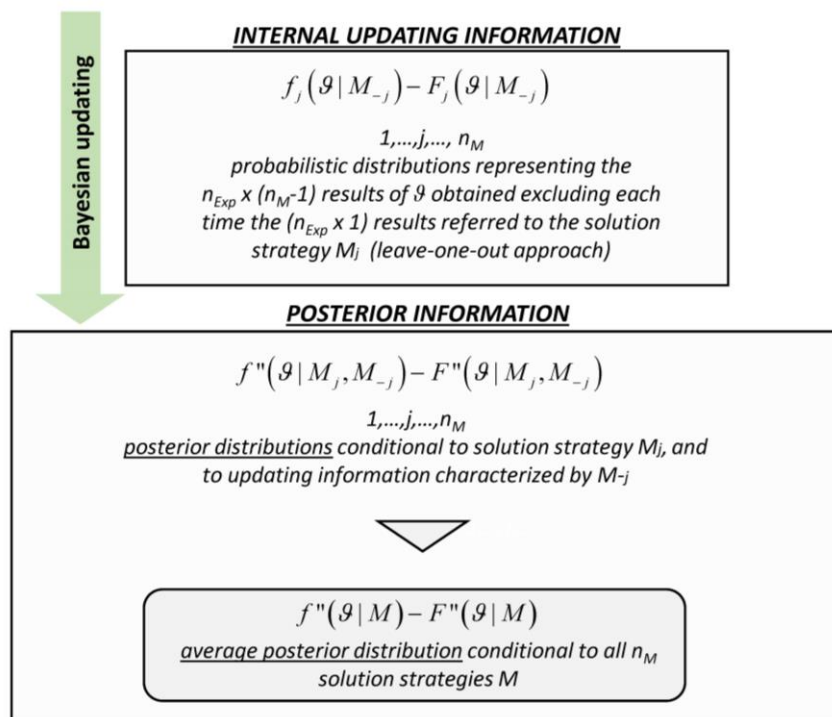


Figura 58: Schema aggiornamento bayesiano e calcolo dei modelli a posteriori.

In pratica, i parametri della distribuzione finale $F(\theta | M)$ sono ottenuti mediando quelli delle singole distribuzioni lognormali a posteriori dei modelli.

$$\mu_{LN,POST} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \mu_{LN,post,i}$$

$$\sigma_{LN,POST} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \sigma_{LN,post,i}$$

Modelli	Distribuzioni a priori $f(\vartheta M_j) - F(\vartheta M_j)$		
	$\mu_\theta[-]$	$\sigma_\theta[-]$	$CV_\theta[-]$
1	1.22	0.15	0.12
2	1.09	0.09	0.08
3	1.01	0.14	0.13
4	1.21	0.16	0.13
5	1.09	0.09	0.08
6	1.01	0.18	0.17

Tabella 9: Parametri statistici delle funzioni di distribuzione a priori e dell'incertezza statistica (taglio semplice).

Modelli	Informazioni di aggiornamento $f(\vartheta M_{-j}) - F(\vartheta M_{-j})$		
	$\mu_\theta[-]$	$\sigma_\theta[-]$	$CV_\theta[-]$
1	1.08	0.14	0.13
2	1.11	0.16	0.15
3	1.12	0.15	0.13
4	1.08	0.14	0.13
5	1.11	0.16	0.15
6	1.12	0.14	0.12

Tabella 10: Parametri statistici delle funzioni delle informazioni di aggiornamento e dell'incertezza statistica (taglio semplice).

Modelli	Distribuzioni a posteriori $f''(\vartheta M_j, M_{-j}) - F''(\vartheta M_j, M_{-j})$		
	$\mu_\theta[-]$	$\sigma_\theta[-]$	$CV_\theta[-]$
1	1.15	0.16	0.14
2	1.1	0.13	0.12
3	1.07	0.15	0.14
4	1.15	0.16	0.14
5	1.1	0.13	0.12
6	1.07	0.17	0.16

Tabella 11: Parametri statistici delle funzioni di distribuzione dell'informazione a posteriori e dell'incertezza statistica (taglio semplice).

Parametri Statistici medi	Distribuzioni a posteriori media $f''(\vartheta M) - F''(\vartheta M)$		
	$\mu_\theta[-]$	$\sigma_\theta[-]$	$CV_\theta[-]$
	1.10	0.15	0.14

Tabella 12: Parametri Statistici medi a posteriori (taglio semplice).

Modelli	Distribuzioni a priori $f(\vartheta M_j) - F(\vartheta M_j)$		
	$\mu_\theta[-]$	$\sigma_\theta[-]$	$CV_\theta[-]$
1	1.25	0.07	0.05
2	1.05	0.04	0.04
3	1.00	0.06	0.06
4	1.10	0.08	0.07
5	1.06	0.05	0.05
6	1.03	0.06	0.06

Tabella 13: Parametri statistici delle funzioni di distribuzione a priori e dell'incertezza statistica (taglio biassiale).

Modelli	Informazioni di aggiornamento $f(\vartheta M_{-j}) - F(\vartheta M_{-j})$		
	$\mu_\theta[-]$	$\sigma_\theta[-]$	$CV_\theta[-]$
1	1.05	0.06	0.06
2	1.09	0.1	0.1
3	1.1	0.09	0.09
4	1.08	0.1	0.09
5	1.09	0.1	0.09
6	1.09	0.1	0.09

Tabella 14: Parametri statistici delle funzioni delle informazioni di aggiornamento e dell'incertezza statistica (taglio biassiale).

Modelli	Distribuzioni a posteriori $f''(\vartheta M_j, M_{-j}) - F''(\vartheta M_j, M_{-j})$		
	$\mu_\theta[-]$	$\sigma_\theta[-]$	$CV_\theta[-]$
1	1.15	0.12	0.10
2	1.07	0.08	0.07
3	1.05	0.09	0.09
4	1.09	0.09	0.08
5	1.07	0.08	0.08
6	1.06	0.09	0.08

Tabella 15: Parametri statistici delle funzioni di distribuzione dell'informazione a posteriori e dell'incertezza statistica (taglio biassiale).

Parametri Statistici medi	Distribuzioni a posteriori media $f''(\vartheta M) - F''(\vartheta M)$		
	$\mu_\theta[-]$	$\sigma_\theta[-]$	$CV_\theta[-]$
	1.08	0.09	0.08

Tabella 16: Parametri Statistici medi a posteriori (taglio biassiale).

Si nota come le Tabelle 9,10,11,13,14,15 riassumano le informazioni, rappresentando i parametri statistici a priori, di aggiornamento e posteriori delle distribuzioni probabilistiche correlate.

In generale, vale l'approccio dell'aggiornamento bayesiano, dove i valori medi a posteriori tendono a collocarsi tra i valori a priori e quelli derivanti dall'aggiornamento, integrando così le informazioni precedenti e le nuove informazioni.

Si può osservare come i valori delle distribuzioni a priori siano più dispersi rispetto ai valori di distribuzione a posteriori, cosa più che valida come viene dimostrato dalla regola generale. Il valore più basso di σ_θ nelle distribuzioni log-normali posteriori indica una riduzione significativa dell'incertezza rispetto alle informazioni di aggiornamento.

Un altro aspetto importante è come i coefficienti di variazione a posteriori siano più alti dei coefficienti di variazione di distribuzione a priori ma leggermente più bassi dei coefficienti di aggiornamento, questo indica come vi sia un'integrazione equilibrata dell'incertezza. Un valore basso di CV_θ indica una dispersione minima dei dati, questo vuol dire che avendo dei valori leggermente più alti nell'analisi a posteriori, questi possono andar bene per il semplice motivo che vi sono più dati rispetto la fase a priori.

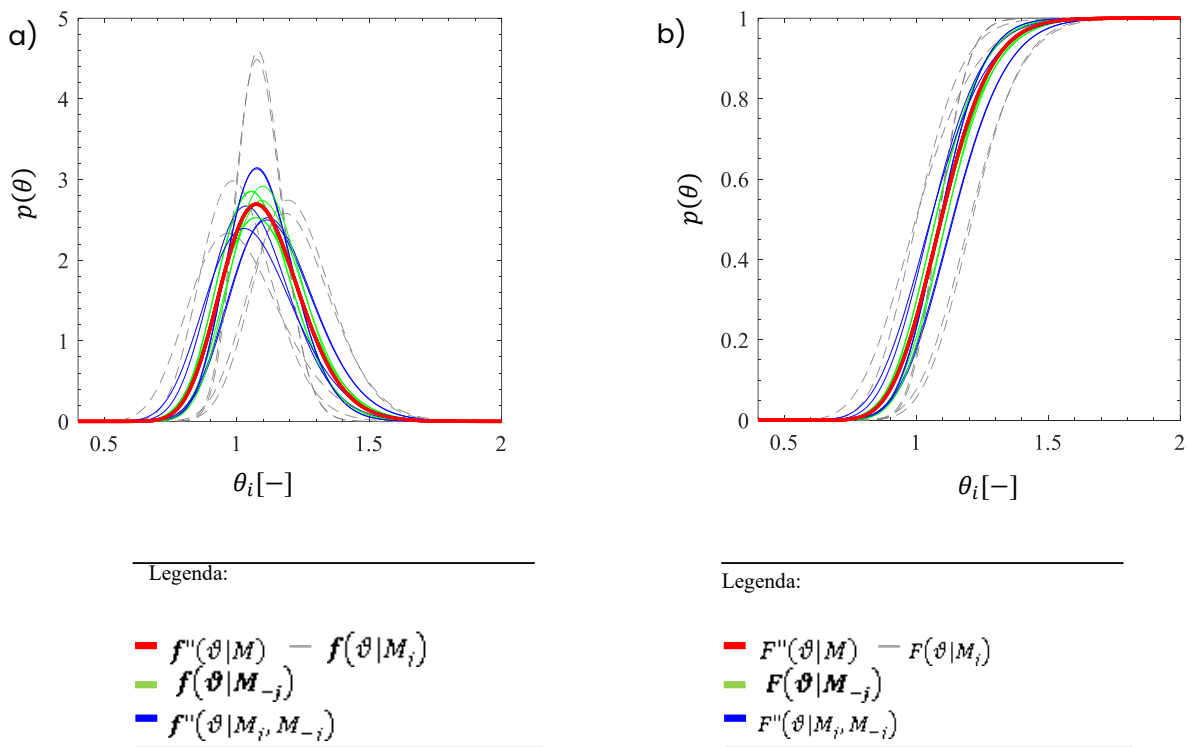


Figura 59: Distribuzioni probabilistiche associate alle informazioni a priori, di aggiornamento e posteriori: Probability Density Function (PDF) (a) e Cumulative Density Function (CDF) (b) per taglio semplice.

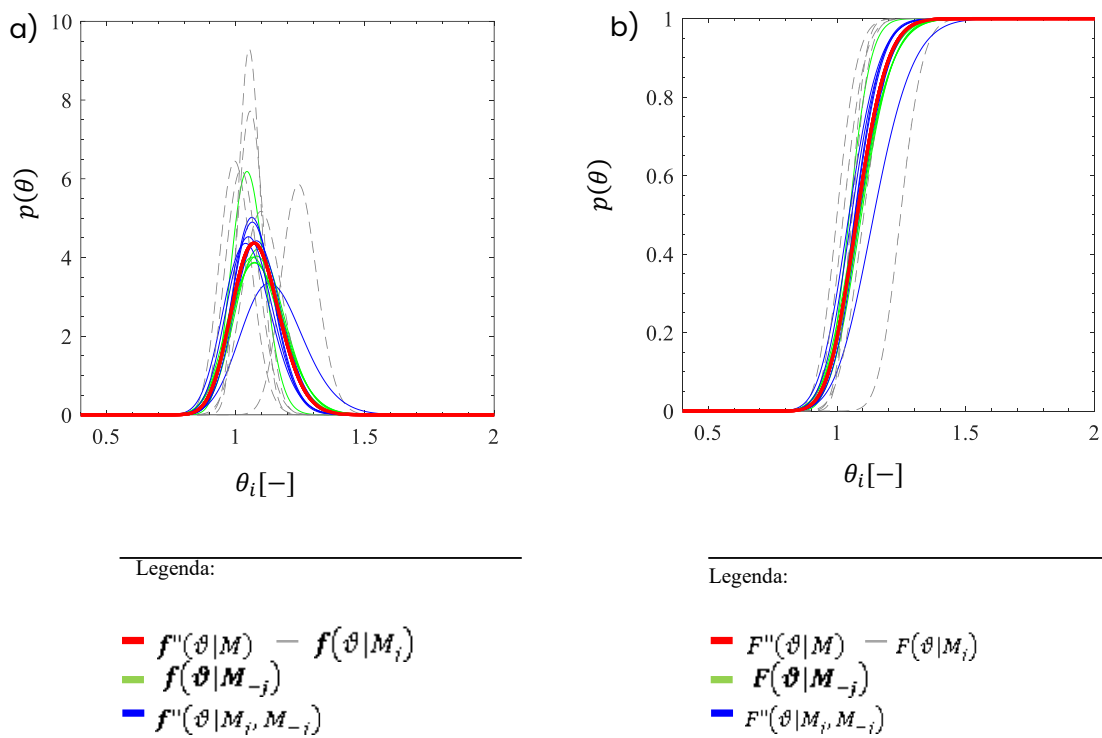


Figura 60: Distribuzioni probabilistiche associate alle informazioni a priori, di aggiornamento e posteriori: Probability Density Function (PDF) (a) e Cumulative Density Function (CDF) (b) per taglio biassiale.

Nelle Figure 59 e 60 vengono illustrati gli interi processi, che partono dalle distribuzioni di probabilità iniziali fino alle distribuzioni di aggiornamento e posteriori. Il grafico in rosso rappresenta la distribuzione di finalità log-normale in rosso e nelle tabelle 12 e 16 vengono riportati i principali risultati statistici. Questi valori verranno poi utilizzati per il calcolo del coefficiente γ_{Rd} .

Vengono dimostrate in blu le distribuzioni a posteriori, dove sono collocate tra le distribuzioni di aggiornamento più concentrate (verde) e quelle più disperse (grigio tratteggiato). Questo comportamento ce lo aspettava, questo perché le distribuzioni a posteriori rappresentano una media pesata tra le informazioni a priori e le nuove informazioni, proprio come avviene nel "baesian updating".

Per la calibrazione del fattore di sicurezza dell'incertezza del modello di resistenza (γ_{Rd}), verranno utilizzati i valori trovati nelle Tabelle 12 e 16. Si nota che abbiamo un μ_θ pari a 1.10 e 1.08, questo indica come ci troviamo in una condizione di sottostima del modello, quindi in una condizione a favore di sicurezza. Il CV_θ pari a 0.14 per il caso di taglio semplice indica invece come i dati siano non tanto abbastanza concentrati sul valor medio trovato, viceversa, per un CV_θ pari a 0.09 abbiamo dei dati concentrati sul valor medio.

Inoltre, bisogna considerare che l'utilizzo di queste operazioni non implica una sovrastima degli elementi strutturali, perché bisogna considerare pure altri effetti (per esempio il confinamento).

7.4.4. Contributo dell'incertezza sperimentale

L'obiettivo principale è quello di ridurre l'impatto dell'incertezza di modello, conosciuta come "incertezza epistemica", nella valutazione dell'incertezza globale. Lo scopo principale è quello di trovare un coefficiente parziale di sicurezza, questo per mitigare gli effetti della soggettività nel processo di modellazione. È fondamentale tener conto dell'incertezza dei dati sperimentali raccolti, comprese quelle derivanti da imprecisioni sperimentali [37], che possono influenzare l'affidabilità dei risultati delle prove.

Tramite il Global Resistent Format, si è in grado di studiare ogni tipo di incertezza in modo indipendente, eliminandole tutte attraverso un coefficiente di sicurezza, in modo tale da ottenere alla fine risultati abbastanza precisi.

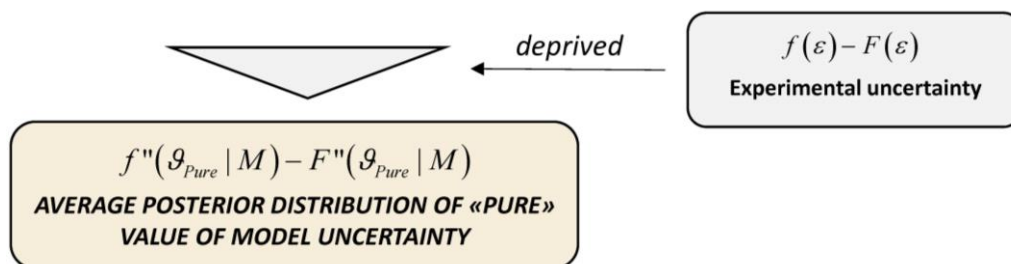


Figura 61: Schema incertezza sperimentale e calcolo distribuzione a posteriore media "pura".

Si parla di incertezza sperimentale ε perché è un'incertezza in grado di comprendere tutte le incertezze legate alla prova (variazioni procedurali, accuratezza dei metodi, errori di misura e deviazione geometrica dei provini). Questi sono tutti fattori che possono portare a un'incertezza sperimentale.

Affinchè si possa avere un valore ben stimato dell'incertezza sperimentale e valutare in maniera esatta i valori effettivi dell'incertezza del modello di resistenza θ , bisogna separare la componente di incertezza sperimentale dei valori medi stimati (μ_θ) e quella del coefficiente di variazione CV_θ . Per l'isolamento dell'incertezza sperimentale ε , bisogna verificare che segua una distribuzione di probabilità lognormale, con valore medio μ_ε e coefficiente di variazione CV_ε .

Alla fine del processo, si otterrà un coefficiente parziale di sicurezza γ_{Rd} che tiene solamente conto dell'incertezza legata alla modellazione. Questo è uno dei modi più standardizzati di presentare i risultati ottenuti e poterli in caso confrontare con i risultati disponibili in letteratura. Bisogna inoltre tener conto di non trascurar nessuna componente che ha

contribuito alla determinazione dei risultati ottenuti, soprattutto quando vengono confrontati risultati simili tra loro, questo successivamente potrebbe portare a un errore di stima della modellazione, dato che i risultati sperimentali sono inevitabilmente soggetti a errori di incertezza, tra cui quelle derivanti da imprecisioni sperimentali [37].

L'obiettivo principale è quindi quello di calcolarci il valor medio $\mu_{\theta,act}$ e il coefficiente di variazione $CV_{\theta,act}$, dati dalle seguenti equazioni:

$$\mu_{\theta,act} \approx \frac{\mu_{\theta}}{\mu_{\varepsilon}};$$

$$CV_{\theta,act} \approx \sqrt{CV_{\theta}^2 - CV_{\varepsilon}^2};$$

Convenzionalmente, μ_{ε} viene posto pari a 1, quindi si ha che $\mu_{\theta,act} \approx \mu_{\theta}$. Per la valutazione del coefficiente CV_{ε} , questo viene assunto per un valore tra 0.05 e 0.15 [37]. Una volta trovati questi parametri, si può togliere l'incertezza sperimentale dalla variabile aleatoria θ .

Si sono infine ottenuti i seguenti risultati:

Parametri statistici effettivi della variabile aleatoria di incertezza del modello di resistenza θ.		
Incertezza Sperimentale ε	$\mu_{\theta,act}$	$CV_{\theta,act}$
$V_{\varepsilon} \leq 0.05$	1.10	0.13

Tabella 17: Parametri statistici effettivi della variabile aleatoria di incertezza dei modelli di resistenza θ (taglio semplice).

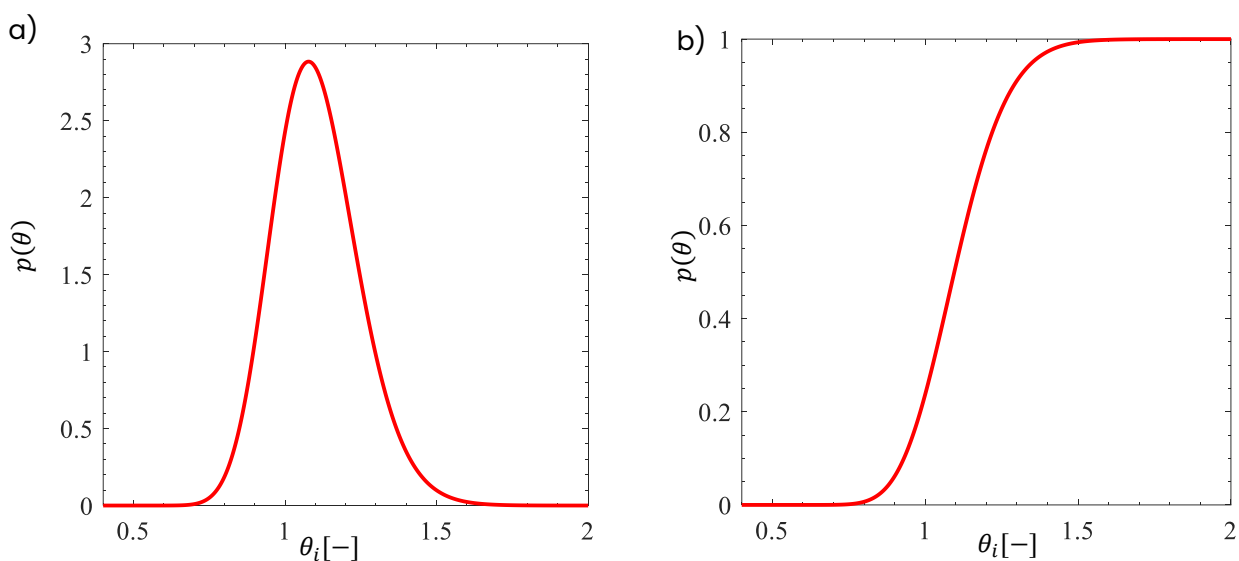


Figura 62: Distribuzione a posteriori media del valore "puro" dell'incertezza di modello PDF (figura (a)) e CDF (figura (b)) per taglio semplice.

Parametri statistici effettivi della variabile aleatoria di incertezza del modello di resistenza ϑ .		
Incertezza Speimentale ε	$\mu_{\theta,act}$	$CV_{\theta,act}$
$V_\varepsilon \leq 0.05$	1.08	0.07

Tabella 18: Parametri statistici effettivi della variabile aleatoria di incertezza del modelli di resistenza ϑ (taglio biassiale).

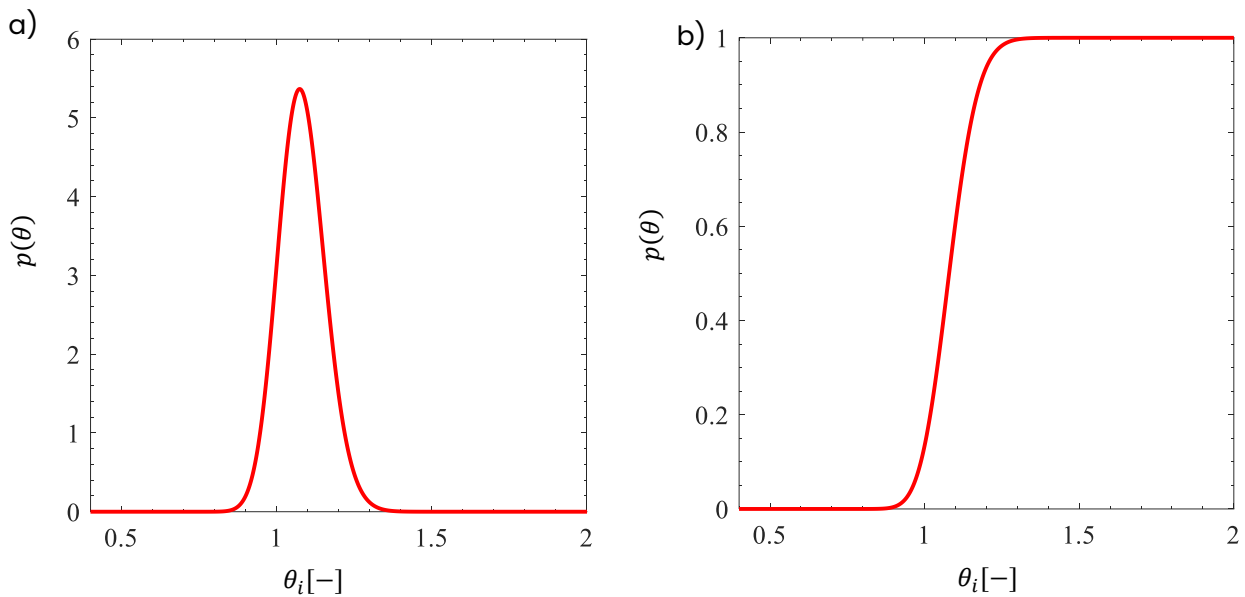


Figura 63: Distribuzione a posteriori media del valore "puro" dell'incertezza di modello PDF (figura (a)) e CDF (figura (b)) per taglio biassiale.

Le Tabella 17 e 18 rappresentano le variabili aleatorie dell'incertezza θ senza considerare l'incertezza sperimentale. Possiamo notare come in entrambi i casi il valore di $CV_{\theta,act}$ è pressochè simile al valore $CV_{\theta,medio}$. Tuttavia, affinché si possano ottenere risultati attendibili, bisogna tener conto del contributo dell'incertezza sperimentale [12].

Viene fatta fatta una breve ricapitolazione delle operazioni svolte per arrivare al risultato finale:

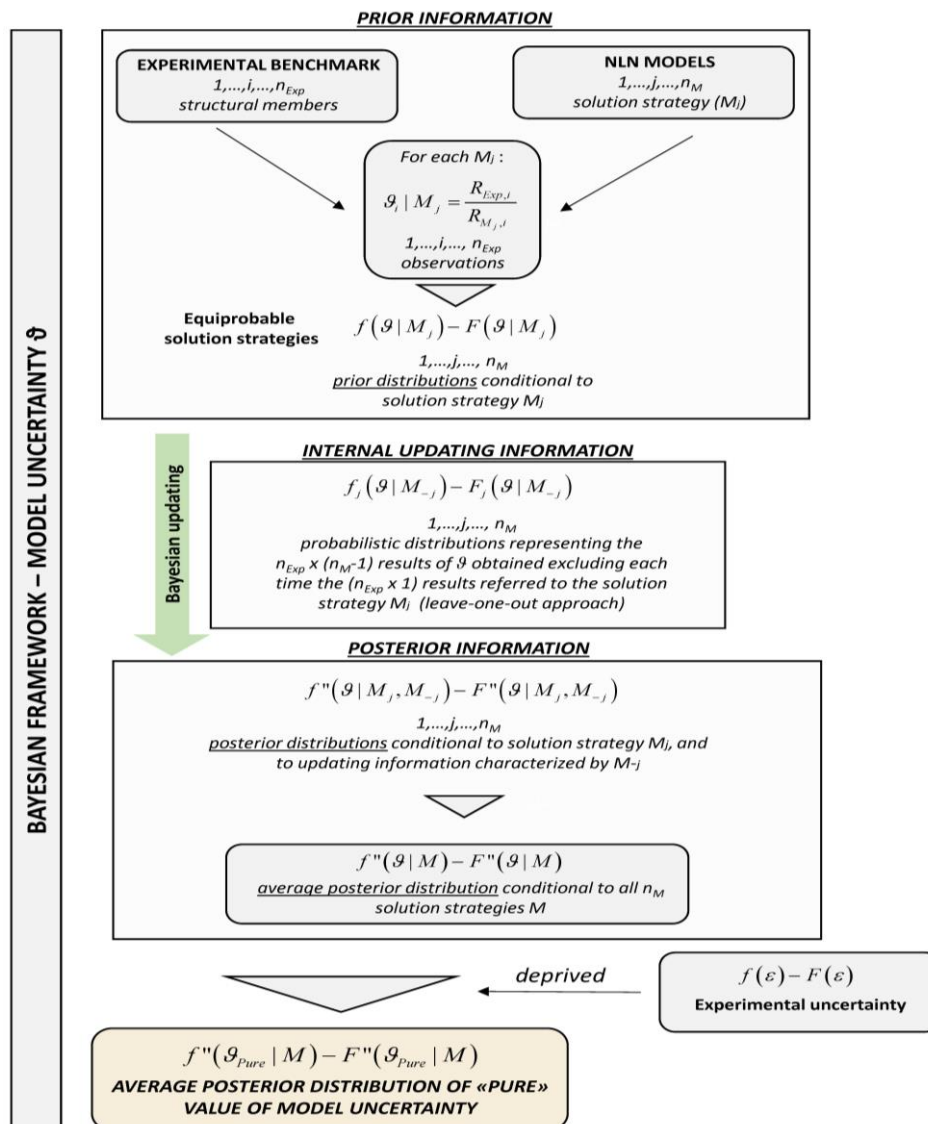


Figura 64: Schema grafico dalla distribuzione a priori fino alla distribuzione "pura" a posteriori.

8. Coefficiente parziale di sicurezza per l'incertezza del modello di resistenza: Valutazione di γ_{Rd} .

L'ultimo step da eseguire per avere una buona stima dei risultati ottenuti riguarda la valutazione del coefficiente parziale di sicurezza legato alla modellazione delle colonne (γ_{Rd}). Questo coefficiente è determinato dal fattore di sensibilità del metodo di affidabilità di primo ordine (FORM) (α_r), dove i valori variano tra 0.8 e 0.32. Attraverso l'equazione 12, si valutano i coefficienti γ_{Rd} . Vengono qui di seguito riportati i valori di γ_{Rd} per taglio semplice e taglio biassiale, ipotizzando il caso più generico, ipotizzando una struttura esistente con un indice di affidabilità pari a 3.8:

	Vita utile [anni]	Causa di collasso [-]	Indice di affidabilità β [-]	Coefficiente FORM α_R [-]	Coefficiente parziale di sicurezza γ_{Rd} [-]
Struttura Esistente	50	Moderata	3.8	N.D 0.32	1.06
	50	Moderata	3.8	D. 0.8	1.33

Tabella 19: coefficienti parziali di sicurezza γ_{Rd} per colonne soggette a taglio semplice.

	Vita utile [anni]	Causa di collasso [-]	Indice di affidabilità β [-]	Coefficiente FORM α_R [-]	Coefficiente parziale di sicurezza γ_{Rd} [-]
Struttura Esistente	50	Moderata	3.8	N.D 0.32	1.01
	50	Moderata	3.8	D. 0.8	1.14

Tabella 20: coefficienti parziali di sicurezza γ_{Rd} per colonne soggette a taglio biassiale.

Le Tabelle 19-20 mostrano i valori ottenuti dei coefficienti di resistenza parziali γ_{Rd} . Si può notare come esso dipenda molto dal coefficiente di affidabilità β , dalla variabile di resistenza α_R e dalla vita utile della struttura. Imponendo una variabile dominante ($\alpha_R = 0.8$), si considera che l'incertezza di modellazione prevalga su quella del materiale, ovvero che vanno più considerate le variabili epistemiche rispetto quelle aleatorie. Viceversa, se consideriamo una variabile non dominante ($\alpha_R = 0.32$), vuol dire che bisogna considerare più l'incertezza associata alle proprietà del materiale rispetto a quella di modellazione. E'

compito del progettista saper essere in grado di scegliere quale coefficiente parziale di resistenza sia più adatto utilizzare, tenendo conto che l'utilizzo di un parametro α_R dominante indica che si può ridurre il numero delle armature nella struttura, riducendone i costi, viceversa se viene utilizzato un parametro non dominante, dove tiene conto della mancata resistenza del materiale in funzione delle sue proprietà, in questo caso è necessario rafforzare la struttura.

Conclusioni

Possiamo dedurre come si è ormai in grado di analizzare in maniera simile il comportamento della struttura con i software (in particolare il software ATENA 2025) di analisi non lineare. In particolare, si è osservato come nel modello analitico si è ottenuta la stessa storia di carico rispetto al modello sperimentale. Si è voluto utilizzare il Global Resistant Format (GRF) affinché si possa stimare l'esatto valore della resistenza strutturale globale (R_d) per colonne in calcestruzzo armato con confinamento soggette a taglio semplice e taglio biassiale. L'approccio globale ai meccanismi resistenti, basato sull'impiego di metodi numerici avanzati come le analisi non lineari agli elementi finiti (NLFEA), consente di rappresentare l'evoluzione del danno nel tempo e la capacità della struttura di ridistribuire gli sforzi interni al variare delle condizioni di carico.

Tuttavia, si è accorti di come vi siano delle discrepanze tra le massime reazioni di carico ottenute col modello analitico e quelle ottenute col modello sperimentale. Ottenendo quindi delle variabili aleatorie date dal rapporto delle massime reazioni di carico tra i risultati sperimentali e quelli ottenuti da ogni modello analitico, siamo stati in grado di ottenere una distribuzione logonormale (verificata si lineare) per poi procedere all'aggiornamento bayesiano, questo al fine di poter trovare delle variabili epistemiche, necessaria per ricalibrare la resistenza del modello ottenuto.

Assumendo tre ipotesi di modello ($G_f/100$, G_f calibrato sul software e G_{fmax}) con capacità di fessurazione sia fixed che rotated, siamo stati in grado di ottenere 42 modellazioni differenti (24 per taglio semplice e 18 per taglio biassiale).

Infine, si è arrivati a calcolare la funzione di probabilità a posteriore, notando come un valore $\mu_\theta = 1.10$ che si lavorava in condizioni di sicurezza sul software. Successivamente, per poter avere un'informazione a priori "pura" è stato necessario valutare anch' l'incertezza sperimentale del modello.

Una volta ottenuta la variabile pura, si è subito passati al calcolo del coefficiente parziale di resistenza γ_{Rd} , valore che può variare in base all'indice di affidabilità richiesto nella struttura.

Dai risultati ottenuti, per una struttura soggetta a condizioni standard ($\beta = 3.8$) e una vita utile di 50 anni, otteniamo un γ_{Rd} con valori tra 1.01 e 1.33 (riferiti al caso di strutture esistenti).

Si è voluto dimostrare come la valutazione dell'incertezza del modello attraverso il coefficiente parziale di resistenza γ_{Rd} sia veramente importante per il calcolo delle incertezze. Tuttavia, vi sono varie considerazioni da fare. La prima è come la scarsa quantità di informazioni possa darci risultati non del tutto attendibili, sarebbe stato necessario avere più variabili aleatorie, dove queste equivalgono ad avere più informazioni, a questo punto avremmo avuto dei valori γ_{Rd} più affidabili. Una seconda osservazione è come sia importante confrontare queste variabili mediante più tipi di software, in modo tale da avere un valore definito e adottare un coefficiente di riduzione più coerente possibile. Un'operazione che si è omessa in questi studi da noi svolti è di confrontare i risultati ottenuti con i test letterari. Un'ultima considerazione è quella di calibrare meglio la resistenza di progetto con un'ulteriore coefficiente γ_R riferito all'incertezza del materiale e come la combinazione dei due parametri possa fornirci una soluzione più esatta, lasciando al progettista il compito di saper scegliere accuratamente il giusto parametro che dia ottima sicurezza alla struttura con costi sufficientemente moderati.

Bibliografia

- [1] *Engineering Structures*, 2016.
- [2] A. Trimboli, E. Nespolo, F. Guidolin. *Giunzioni meccaniche per le staffe nell'incamiciatura in c.a dei pilastri e dei nodi trave-pilastro*. Cosenza, Bassano del Grappa (VI), Italy, s.d.
- [3] ACI 374.1-05 [R2019]. *Acceptance Criteria for Moment Frames Based on Structural Testing and Commentary*. American Concrete Institute, 2005 (con revisione R2019).
- [4] ACI Committee 374 (American Concrete Institute). *ACI 374.2R-13 – Guide for Testing Reinforced Concrete Structural Elements under Slowly Applied Simulated Seismic Loads*. American Concrete Institute (ACI), 2013.
- [5] –. *Guide for Testing Reinforced Concrete Structural Elements under Slowly Applied Simulated Seismic Loads*. American Concrete Institute (ACI), 2013.
- [6] Alessandro Dorato. «Valutazione del coefficiente parziale di sicurezza per l'incertezza di modello in analisi non lineari agli elementi finiti di strutture in cemento armato soggette a caricamento ciclico.» Torino: Politecnico di Torino, 2019.
- [7] «ANALYST, FG CAE ANALYST.» 7 Giugno 2022. <https://www.fgcaeanalyst.com/post/analisi-non-lineare-del-materiale>.
- [8] Andrea Tinini, Fausto Minelli, Beatrice Belletti, Matteo Scolari. *Biaxial shear in RC square beams: Experimental, numerical and analytical program*. 2016.
- [9] Cheung, Chang-Koon Choi and Sung-Hoon. «Tension stiffening model for planar reinforced concrete members.» Pergamon, 1994.
- [10] Collins, Michael P., e David Mitchell. *Prestressed Concrete Structures*. Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice Hall / Chapman & Hall, 1991.
- [11] Diego Gino, Paolo Castaldo, Luca Giordano, Giuseppe Mancini. «Model uncertainty in non-linear numerical analyses of slender reinforced concrete members.» *TECHNICAL PAPER*, 2020.
- [12] Diego Gino, Paolo Castaldo, Luca Giordano, Giuseppe Mancini. «Exact and invariant second-moment code format.» ASCE, 1974.
- [13] Diego Gino, PhD. «NLFEA FOR THE SAFETY ASSESSMENT OF RC STRUCTURES: FROM RESEARCH TO PRACTICE (Basic Concepts).» Torino: POLITECNICO DI TORINO, Department of Structural, Geotechnical and Buildings Engineering (DISEG), s.d.
- [14] Diego Gino, PhD. «RC STRUCTURES: Durability and materials (DISEG).» Torino: Department of Structural, Geotechnical and Buildings Engineering, s.d.

- [15] fib Bulletin, No.10. *Bond of Reinforcement in Concrete – State-of-Art Report*. Lausanne, Switzerland, 2000.
- [16] FIB BULLETIN, NO. 85. *Towards a rational understanding of shear in beams and slabs*. 2018.
- [17] Frank J. Vecchio & Michael P. Collins. «The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear.» (ACI Journal Proceedings) 1986.
- [18] *Guide for Testing Reinforced Concrete Structural Elements Under Slowly Applied Simulated Seismic Loads*. Farmington Hills, Michigan, USA: American Concrete Institute, 2013.
- [19] JCSS. «Jcss probabilistic model code.» 2001.
- [20] L. N. Lowes & A. Altoontash. «Modeling Reinforced-Concrete Beam-Column Joints Subjected to Cyclic Loading.» *Journal of Structural Engineering (ASCE – American Society of Civil Engineers)*, 2003: 1686–1697.
- [21] M, El-Amoury. *Steel Jacketing of Reinforced Concrete Columns*. 1990.
- [22] M., Youssef, e Soudki K. *Reinforced Concrete Jacket Retrofit Techniques*. 2008.
- [23] Mander, J. B., M. J. N. Priestley, e R. Park. «Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete.» *Journal of Structural Engineering (ASCE)*, 1988: 1804–1826.
- [24] Marta Del Zoppo, Marco Di Ludovico , Alberto Balsamo , Andrea Prota. «FRP for seismic strengthening of shear controlled RC columns: Experience from earthquakes and experimental analysis.» *Elsevier*, 2017.
- [25] Nathabandu, T.Kottegoda and Renzo Rosso. «Applied statistics for Civil and Environmental engineers.» McGraw-Hill, 1997.
- [26] No.10, fib Bulletin. *Bond of Reinforcement in Concrete – State-of-Art Report*. Lausanne, Switzerland: Fédération Internationale du Béton (fib) – International Federation for Structural Concrete, 2000.
- [27] Paolo Castaldo, Diego Gino, Giuseppe Mancini. «Safety formats for non-linear finite element analysis of reinforced concrete.» *Elsevier (Elsevier)*, 2019.
- [28] Paulay, R. Park & T. *Reinforced Concrete Structures*. New York, USA: John Wiley & Sons, 1975.
- [29] *Pietro Pedferri e la scuola di corrosione e protezione dei materiali*. Politecnico di Milano, 2013.
- [30] Priestley, Thomas Paulay & M. J. N. *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*. New York : Wiley: John Wiley & Sons, Inc., 1992.

- [31] Qingcong Zeng, Dario De Domenico , Giuseppe Quaranta , Giorgio Monti. «Experimental investigation on the cyclic behaviour of full-scale reinforced.» *Elsevier (Science Direct)*, 2024: 24.
- [32] Qingcong Zeng, Dario De Domenico, Giuseppe Quaranta, Giorgio Monti. *Experimental investigation on the cyclic behaviour of full-scale reinforced concrete columns under biaxial shear loading*. 2024.
- [33] «SmartCAE s.r.l.» 2017. <https://www.smartcae.com/marketing/whitepaper-analisi-non-lineare-smartcae.pdf>.
- [34] Vladimír Červenka, Libor Jendele e Jan Červenka. *ATENA Program Documentation (THEORY)*. Prague: Červenka Consulting s.r.o., 2025.
- [35] Wight, J. K., & MacGregor, J. G. *Reinforced Concrete: Mechanics and Design (7th Edition)*. Pearson, 2019.
- [36] Wight, James K., e James G. MacGregor. *Reinforced Concrete: Mechanics and Design*. Boston / New York, USA: Pearson, 2019.
- [37] YKORA Miroslava e HOLICKY Milan. «Assessment of uncertainties in mechanical models.» ResearchGate, 2013.