



**Politecnico  
di Torino**

**Politecnico di Torino**

Ingegneria aerospaziale e astronautica

A.a. 2025/2026

Sessione di laurea Marzo 2026

# Metodologia per la valutazione della vita a fatica di componenti aeronautici in materiale composito

Relatori:

Prof. Carlo Rosso

Prof.ssa Cristiana Del Prete

Ing. Daniele Catelani

Ing. Fabio Scannavino

Ing. Fabio Malgioglio

Candidati:

Alessandra Maria Rita Guarino

## Abstract

Nel contesto aeronautico, in cui l'analisi a fatica riveste un ruolo fondamentale per garantire la sicurezza e la durabilità delle strutture nel lungo periodo, si è ricercata una procedura in grado di fornire risultati accurati, riducendo tempi e costi di progettazione, nonché il ricorso a estese campagne sperimentali o alla produzione di prototipi.

L'obiettivo dello studio è la definizione e la validazione di una metodologia rapida e affidabile per la stima della vita a fatica di componenti aeronautici, realizzati in materiali compositi unidirezionali, mediante l'impiego di strumenti avanzati di simulazione numerica.

La presente tesi è stata realizzata in collaborazione con MSC Software, parte di Hexagon MI.

L'analisi a fatica deriva dall'integrazione dell'analisi agli elementi finiti (FEM), condotta tramite il software Marc Mentat<sup>(TM)</sup>, con lo studio del comportamento del materiale effettuato mediante il software Digimat<sup>(TM)</sup>. Quest'ultimo, a partire da dati sperimentali, consente la determinazione delle curve S-N (sollecitazione-numero di cicli) del materiale per qualsiasi rapporto di carico. Il criterio di rottura adottato è il criterio multidirezionale di Tsai-Hill, adattato per l'analisi a fatica.

La procedura di analisi a fatica, implementata in Digimat<sup>(TM)</sup>, è definita a partire dall'analisi statica, nella quale viene assegnata una storia di carico su più livelli, due dei quali vengono successivamente selezionati per generare una sollecitazione sinusoidale ideale.

La metodologia proposta è stata applicata a un caso studio rappresentativo di una struttura alare. Inoltre, è stata condotta una campagna di verifica su piastre di superficie unitaria, soggette a carichi unidirezionali, al fine di semplificare l'interpretazione dei risultati.

I risultati ottenuti mostrano una buona concordanza sia con le prove sperimentali sia con le curve S-N prodotte da Digimat<sup>(TM)</sup>. È quindi possibile concludere che il processo sviluppato risulta affidabile. Le simulazioni si differenziano in termini di tempo di esecuzione: per il modello complesso della struttura alare l'analisi si conclude in un ordine di grandezza di circa dieci minuti, mentre per modelli più semplici, come la piastra, i risultati sono disponibili in pochi secondi.

Infine, è stata effettuata un'ottimizzazione della struttura per evidenziare le potenzialità dell'analisi a fatica, mostrando come sia possibile migliorare le prestazioni strutturali sulla base dei risultati ottenuti dall'analisi a fatica.

# Indice

<b>Elenco delle figure</b>	III
<b>Elenco delle tabelle</b>	VI
<b>Glossario</b>	VII
<b>1 Introduzione</b>	1
1.1 Obiettivo della tesi . . . . .	1
1.2 Struttura della tesi . . . . .	2
<b>2 I materiali compositi e l'analisi a fatica</b>	3
2.1 I materiali compositi . . . . .	3
2.1.1 Impiego nel settore aerospaziale . . . . .	4
2.2 Analisi a fatica . . . . .	8
2.2.1 Proprietà meccaniche dei materiali compositi . . . . .	8
2.2.2 Analisi a fatica . . . . .	10
<b>3 Metodologia numerica per l'analisi a fatica</b>	17
3.1 Funzionamento generale e approccio multiscala . . . . .	19
3.2 Caratterizzazione del comportamento a fatica del materiale . . . . .	22
3.2.1 Analisi a fatica per materiali CFRP . . . . .	24
3.2.2 Modello teorico - caso studio . . . . .	25
3.2.3 Workflow di analisi a fatica in Digimat - caso studio . . . . .	27
3.3 Analisi a fatica di un modello strutturale FEM . . . . .	36
3.3.1 Analisi statica con criterio di rottura a fatica . . . . .	38
3.3.2 Analisi a fatica a partire dai risultati dell'analisi statica . . . . .	39
<b>4 Caso studio: struttura alare</b>	41
4.1 Modello . . . . .	41
4.2 Condizioni al contorno e casi di carico . . . . .	42
4.3 Materiale . . . . .	44

4.4	Analisi . . . . .	45
4.5	Risultati . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Analisi a fatica di una piastra di prova</b>	<b>53</b>
5.1	Prove di carico . . . . .	56
5.2	Confronto tra i risultati in Digimat-MF e i dati sperimentali . . . .	59
5.3	Confronto tra i risultati in Digimat-MF e in Digimat-MS . . . . .	61
<b>6</b>	<b>Ottimizzazione del modello</b>	<b>74</b>
6.1	Descrizione del metodo di ottimizzazione . . . . .	74
6.2	Risultati . . . . .	78
<b>7</b>	<b>Conclusioni e lavori futuri</b>	<b>84</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>86</b>

# Elenco delle figure

2.1	Percentuale di impiego di materiale composito su un velivolo commerciale [7] . . . . .	6
2.2	Impiego del materiale composito nei velivoli [2] . . . . .	7
2.3	Comportamento meccanico del materiale composito e dei suoi costituenti [3] . . . . .	9
2.4	Esempio di diagramma S-N, [11] . . . . .	11
2.5	Costant Life Diagram [11] . . . . .	13
2.6	Costant Life Diagram . . . . .	14
2.7	CLD per i materiali con UTS e UCS non coincidenti . . . . .	14
2.8	CLD per diversi cicli di carico . . . . .	15
2.9	CLD definito a tratti . . . . .	16
3.1	Design pyramid [13] . . . . .	20
3.2	Approccio multiscala [2] . . . . .	21
3.3	Struttura ad albero dei modelli in Digimat . . . . .	23
3.4	Grafico S-N per varie tipologie di materiale composito . . . . .	25
3.5	Diagramma di flusso dell'analisi a fatica in Digimat-MF [12] . . . . .	27
3.6	Proprietà elastiche delle fibre e della matrice definite in Digimat . . . . .	29
3.7	Definizione del criterio di rottura a fatica . . . . .	30
3.8	Curve S-N sperimentali utilizzate come input nell'analisi . . . . .	31
3.9	Diagrammi di vita costante generati in Digimat . . . . .	34
3.10	Schema del carico meccanico ciclico e parametri di carico . . . . .	34
3.11	Curva S-N risultante dall'analisi a fatica . . . . .	35
3.12	Flusso di lavoro dell'analisi statica con criterio di rottura a fatica . . . . .	37
3.13	Analisi statica con criterio di rottura a fatica . . . . .	38
3.14	Impostazioni per l'analisi statica su Digimat-MS . . . . .	39
3.15	Analisi a fatica a partire dai risultati dell'analisi agli elementi finiti . . . . .	40
3.16	Impostazioni per analisi a fatica e visualizzazione dei risultati . . . . .	40
4.1	Modello della semiala in Marc Mentat . . . . .	41
4.2	Esempio di definizione dello spessore e della laminazione del laminato . . . . .	42

4.3	Carico puntuale a tip alare . . . . .	43
4.4	Carico di pressione distribuito . . . . .	43
4.5	Diagramma di flusso della procedura di analisi a fatica . . . . .	45
4.6	Diagramma di flusso per l'identificazione della modalità di rottura .	47
4.7	Numero di cicli minimi sopportabili nel layer critico nel caso di carico puntuale . . . . .	49
4.8	Numero di cicli minimi sopportabili nel layer critico nel caso di carico distribuito . . . . .	50
5.1	Casi di carico . . . . .	54
5.2	Piastra di prova con carico e vincoli . . . . .	56
5.3	Laminato della piastra $[0]_{16}$ . . . . .	57
5.4	Laminato della piastra $[90]_{16}$ . . . . .	57
5.5	Laminato della piastra $[\pm 45]_{3s}$ . . . . .	58
5.6	Confronto tra i dati sperimentali e l'output in Digimat-MF . . . . .	60
5.7	$\sigma_{11}$ del <i>layer</i> 1 all'incremento di carico massimo, nel caso di trazione	61
5.8	Curva S-N per $R = 0.1$ nel caso T-T, da Digimat-MF . . . . .	62
5.9	Zoom della figura 5.13 intorno a $\sigma_a = 450MPa$ . . . . .	63
5.10	$\sigma_{11}$ del <i>layer</i> 1 all'incremento di carico massimo, nel caso di compressione . . . . .	64
5.11	Curva S-N per $R = 10$ nel caso C-C, da Digimat-MF . . . . .	65
5.12	Zoom della figura 5.16 intorno a $\sigma_a = 315$ . . . . .	66
5.13	Curva S-N per $R = 0.1$ nel caso T-T, da Digimat-MF . . . . .	67
5.14	Zoom della figura 5.13 intorno a $\sigma_a = 4.5MPa$ . . . . .	68
5.15	Zoom della figura 5.13 intorno a $\sigma_a = 9MPa$ . . . . .	68
5.16	Curva S-N per $R = 10$ nel caso C-C, da Digimat-MF . . . . .	69
5.17	Zoom della figura 5.16 intorno a $\sigma_a = 49.5MPa$ , $\sigma_a = 54MPa$ , $\sigma_a = 58.5MPa$ . . . . .	69
5.18	Zoom della figura 5.16 intorno a $\sigma_a = 63MPa$ . . . . .	70
5.19	Curva S-N per $R = 0.1$ e $R = 10$ , da Digimat-MF . . . . .	71
5.20	Zoom della curva S-N per $R = 0.1$ intorno a $\tau_a = 45MPa$ , $\tau_a =$ $40.5MPa$ , $\tau_a = 36MPa$ . . . . .	72
5.21	Zoom della curva S-N per $R = 10$ intorno a $\tau_a = 49.5MPa$ . . . . .	72
5.22	Zoom della curva S-N per $R = 10$ intorno a $\tau_a = 54MPa$ , $\tau_a =$ $58.5MPa$ . . . . .	73
6.1	Diagramma di flusso della procedura iterativa di ottimizzazione a fatica . . . . .	76
6.2	Sostituzione del materiale alla sesta ottimizzazione . . . . .	77
6.3	Miglioramento della vita a fatica tra le iterazioni . . . . .	79

6.4	Analisi delle componenti di tensione al variare dei layer per le prime quattro ottimizzazioni . . . . .	82
-----	---	----

# Elenco delle tabelle

4.1	Risultati dell'analisi a fatica . . . . .	48
5.1	Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra $[0]_{16}$ carico di trazione . . . . .	62
5.2	Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra $[0]_{16}$ carico di compressione . . . . .	65
5.3	Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra $[90]_{16}$ carico di trazione . . . . .	67
5.4	Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra $[90]_{16}$ carico di compressione . . . . .	69
5.5	Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra $[\pm 45]_{16}$ carico di trazione . . . . .	71
5.6	Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra $[\pm 45]_{16}$ carico di compressione . . . . .	72
6.1	Evoluzione dell'elemento critico e della vita a fatica durante il ciclo di ottimizzazione . . . . .	78
6.2	Analisi di fatica per configurazioni a spessore massimo di tutto il modello . . . . .	83

# Glossario

Hexagon MI	Hexagon Manufacturing Intelligence
FEM	Finite Element Methode
MF	Mean Field
MS	Multiscale Simulations
UD	UniDirectional
CLD	Costant Life Diagramm
UTS	Ultimate Tensile Strength
UCS	Ultimate Compressive Strength
CFRP	Carbon Fiber Reinforced Polymer
SFRP	Short Fiber Reinforced Polymer
FPGF	First Pseudo-Grain Failure
FFF	Fused Filament Fabrication
FDM	Fused Deposition Modeling
HCF	Hight cycle fatigue
RVE	Representative Volume element
MSS	Mean Stress Sensitivity
FEA	Finite Element Analisis

# Capitolo 1

## Introduzione

La vita a fatica rappresenta un aspetto critico nella progettazione di strutture in materiale composito, soprattutto in ambito aeronautico, dove requisiti di affidabilità, sicurezza e durabilità rivestono un ruolo fondamentale. In tale contesto, risulta essenziale disporre di metodologie di analisi in grado di fornire una previsione attendibile del comportamento a fatica, riducendo al contempo la dipendenza da campagne sperimentali estese e dispendiose.

### 1.1 Obiettivo della tesi

L'obiettivo della presente tesi è implementare e testare una metodologia diretta per la stima della vita a fatica di materiali compositi unidirezionali, mediante l'utilizzo di strumenti di simulazione numerica avanzati. In particolare, l'analisi è condotta in Digimat<sup>(TM)</sup> per il modello del materiale ed in Marc Mentat<sup>(TM)</sup> per il modello a elementi finiti, entrambi i software sono parte di MSC Software.

La metodologia adottata in questa tesi si basa sull'impiego di modelli numerici che consentono di descrivere: il comportamento elastico del materiale dal livello micromeccanico fino alla scala strutturale, e il comportamento a fatica a partire dai dati sperimentali e dalle curve sforzo-deformazione (S-N) permettendo così l'esecuzione di analisi a fatica su componenti reali. Lo scopo principale del lavoro non è l'analisi di uno specifico componente aeronautico, bensì la verifica dell'efficacia, dei limiti e delle potenzialità dell'approccio di analisi a fatica implementato nei software utilizzati. A scopo esemplificativo la metodologia viene applicata a un caso studio, costituito da una struttura alare realizzata in materiale composito, sottoposta inizialmente a un carico puntuale e successivamente a un carico distribuito. Il caso studio è utilizzato come strumento per analizzare il comportamento a fatica della struttura, individuare le zone maggiormente sollecitate e testare la fruibilità dei risultati rispetto alla metodologia. Inoltre consente di giustificare le scelte

nel contesto della simulazione numerica. Si precisa che le condizioni di carico considerate non sono necessariamente realistiche dal punto di vista operativo, in quanto l'obiettivo principale è testare la robustezza e le capacità del metodo di analisi, anche in condizioni diverse dallo scenario di progetto reale.

## 1.2 Struttura della tesi

Nel capitolo 2 viene introdotto il contesto dei materiali compositi, con particolare attenzione alla loro costituzione, alle principali proprietà meccaniche e ai campi di applicazione. L'analisi è focalizzata sull'impiego di tali materiali nel settore aerospaziale, evidenziandone vantaggi e criticità.

Successivamente vengono evidenziati gli aspetti critici legati al comportamento a fatica dei materiali compositi, illustrando le motivazioni che rendono tale analisi indispensabile. A questo scopo, vengono richiamate le nozioni fondamentali dell'analisi a fatica.

Il capitolo 3 è dedicato all'approfondimento dei modelli usati dal software Digimat per l'analisi a fatica, se ne descrivono le funzionalità generali e il ruolo nell'ambito della modellazione multiscala dei materiali compositi. Tra i diversi moduli disponibili, l'attenzione è rivolta a quelli maggiormente rilevanti per l'analisi a fatica oggetto di questo studio: Digimat-MF e Digimat-MS.

Il capitolo 4 tratta il caso studio relativo all'analisi a fatica di una struttura alare, descrivendo la costruzione del modello e del materiale soprattutto nell'ottica della laminazione e dello spessore. Si visualizzano i risultati delle analisi statiche e a fatica.

Poiché i risultati ottenuti dal caso studio possono apparire controintuitivi a causa della complessità di geometria e distribuzione di carico, viene successivamente condotta una campagna di verifica su modelli semplificati. In particolare nel capitolo 5, viene analizzata una piastra di prova di dimensioni unitarie, sottoposta a carichi monoassiali con diverse orientazioni rispetto alla direzione delle fibre. I risultati a fatica vengono poi confrontati sia con i dati presenti in letteratura [1], scaturiti da prove sperimentali, sia con le curve S-N prodotte da Digimat-MF, al fine di valutare la coerenza e l'affidabilità della metodologia impiegata.

Infine, una volta accertata la validità dell'approccio adottato, nel capitolo 6, viene esplorata una possibile applicazione dell'analisi a fatica nell'ambito dell'ottimizzazione strutturale. Considerando il caso di carico distribuito, viene ricercata una condizione critica a fatica al fine di valutare le potenzialità della metodologia in un'ottica di ottimizzazione. I risultati ottenuti hanno carattere esplorativo e teorico; un possibile sviluppo futuro del lavoro consiste nell'introduzione di condizioni di carico più realistiche e nella verifica della fattibilità delle soluzioni ottimizzate dal punto di vista produttivo.

# Capitolo 2

## I materiali compositi e l'analisi a fatica

### 2.1 I materiali compositi

<sup>1</sup> Un materiale composito è un materiale ottenuto dall'unione di due o più costituenti, detti fasi, che rimangono fisicamente e chimicamente distinti a livello macroscopico. Il principio alla base dei materiali compositi consiste nel combinare materiali con proprietà meccaniche e fisiche differenti, che singolarmente non sarebbero adatti a specifiche applicazioni ingegneristiche. Grazie a una progettazione mirata della loro interazione, è possibile ottenere un materiale con prestazioni superiori rispetto a quelle dei singoli componenti, in particolare in termini di resistenza specifica, rigidità e durabilità.

Nei materiali compositi usati per applicazioni strutturali, i principali costituenti sono la matrice e il rinforzo (costituito da fibre). Tra le fibre più diffuse si trovano le fibre di carbonio o di vetro.

La matrice può essere realizzata in materiale metallico, ceramico o polimerico, il quale è il materiale usato più frequentemente. I materiali polimerici a loro volta si distinguono in matrici termoindurenti o termoplastiche. Questo studio si focalizza con particolare attenzione sui materiali termoindurenti. In alcune applicazioni anche la matrice stessa può essere formata da più materiali.

I materiali compositi possono essere classificati in tre principali categorie, in base ai costituenti:

- Compositi rinforzati con fibre continue, costituiti da fibre incorporate all'interno di una matrice, in cui le fibre sono disposte in strati (lamine) con orientazioni

---

<sup>1</sup>Le fonti di riferimento per la stesura del capitolo 2.1 sono [2] e [3].

definite. Tra questi si distinguono i tessuti e i compositi unidirezionali (UD), solo questi ultimi sono oggetto di studio nella seguente tesi;

- Compositi rinforzati con fibre corte o discontinue, caratterizzati da fibre orientate in modo casuale o parzialmente direzionale all'interno della matrice. Rispetto a questi ultimi, i compositi con fibre continue garantiscono prestazioni meccaniche superiori.
- Compositi a particelle, costituiti da particelle disperse in una matrice continua, ulteriormente classificabili in base alla dimensione delle particelle.

Vi sono inoltre materiali compositi ottenuti dalla sovrapposizione di strati di materiali differenti; un esempio rilevante è rappresentato dai pannelli sandwich compositi.

Esempi storicamente consolidati e di largo impiego di materiali compositi sono il compensato di legno, considerato un antesignano dei compositi laminati, e il cemento armato, che può essere assimilato a una forma primitiva di composito fibroso, in cui le barre di acciaio svolgono il ruolo di rinforzo e il calcestruzzo quello di matrice.

Nel presente elaborato verranno approfonditi esclusivamente i compositi fibrosi rinforzati con fibre lunghe unidirezionali, in quanto di particolare interesse per applicazioni strutturali aeronautiche.

Nei materiali compositi fibrosi, l'elemento strutturale predominante è rappresentato dalle fibre, che sono le principali responsabili della risposta ai carichi meccanici. La matrice ha invece il compito di trasferire i carichi alle fibre, mantenerle nella posizione e nell'orientamento prescelto, proteggerle da danneggiamenti ambientali e garantire la coesione strutturale del composito.

Di conseguenza, tali materiali presentano elevata resistenza e rigidità prevalentemente lungo la direzione delle fibre, manifestando un comportamento fortemente anisotropo, ovvero proprietà meccaniche e fisiche dipendenti dalla direzione delle fibre rispetto agli assi naturali del materiale.

Nel caso dei compositi unidirezionali, tutte le fibre risultano orientate nella medesima direzione nella stessa lamina, accentuando ulteriormente la direzionalità delle proprietà meccaniche. Un vantaggio significativo dei materiali compositi risiede nella loro natura multistrato, che consente di sovrapporre più lamine con orientazioni differenti delle fibre, potendo progettare la sequenza di laminazione che risponde meglio ai carichi.

### **2.1.1 Impiego nel settore aerospaziale**

L'impiego dei materiali compositi ha registrato, nel corso del tempo, un incremento continuo e trasversale a numerosi settori industriali, fino a diventare una soluzione

tecnologica di riferimento per applicazioni ad alte prestazioni. Le loro applicazioni risultano estremamente eterogenee e spaziano dagli scafi navali agli articoli sportivi, come sci e attrezzature tecniche [3]. Come già citato, i materiali compositi maggiormente diffusi sono quelli rinforzati con fibre, in particolare fibre di carbonio e fibre di vetro [4].

I materiali compositi rinforzati con fibre di carbonio, nonostante il costo elevato, si sono progressivamente diffusi soprattutto, in ambito aerospaziale. In tali contesti, l'elevato rapporto resistenza-peso e le ottime proprietà meccaniche consentono una significativa riduzione della massa strutturale, con benefici diretti in termini di efficienza, prestazioni e consumi. In campo aeronautico, tali materiali trovano impiego in applicazioni caratterizzate da elevati requisiti di prestazione, sia strutturali che semistrutturali, come travi del pavimento, stabilizzatori e strutture primarie della fusoliera e delle ali.

I compositi rinforzati con fibre di vetro sono invece largamente utilizzati per strutture secondarie, quali carenature o estremità alari. Essi risultano particolarmente diffusi anche in altri settori industriali grazie al minor costo e alla buona versatilità, sebbene presentino limitazioni in termini di prestazioni strutturali rispetto ai compositi in fibra di carbonio.

Nel settore aerospaziale, le richieste del mercato, l'elevata concorrenza e i vincoli economici impongono una continua ricerca di nuovi materiali e di tecnologie di produzione innovative. I produttori di aeromobili sono costantemente alla ricerca di tecnologie nuove e collaudate disponibili sul mercato e sono costantemente impegnati nella ricerca per migliorare la produzione di aeromobili al fine di soddisfare le esigenze dei clienti [5].

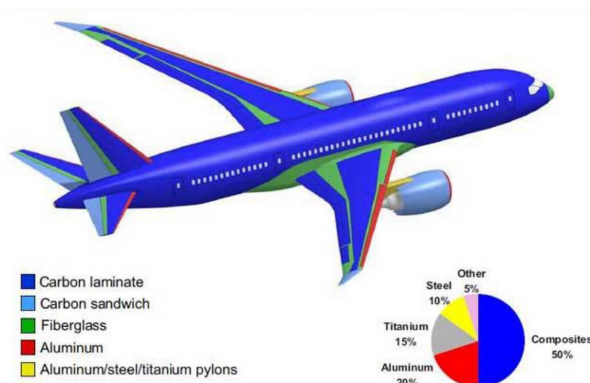
Le principali richieste del mercato aeronautico possono essere sintetizzate nei seguenti punti :

- capacità di operare a quote di volo più elevate, migliorando il comfort dei passeggeri, evitando condizioni meteorologiche avverse;
- aumento della velocità di crociera, con conseguente riduzione della durata del volo;
- incremento dell'autonomia, ovvero del range operativo del velivolo;
- riduzione dell'impatto acustico;
- riduzione dell'impatto ambientale lungo l'intero ciclo di vita del velivolo, includendo sia la fase operativa sia le problematiche legate allo smaltimento e al riciclo dei materiali a fine vita;
- miglioramento dell'efficienza energetica complessiva.

L'evoluzione dei velivoli, conseguente ai crescenti requisiti di volo, ha comportato nel tempo un cambiamento significativo dei materiali impiegati nella loro costruzione. [6] Storicamente, a partire dall'introduzione delle cabine pressurizzate, le strutture della cellula degli aeromobili erano realizzate prevalentemente in leghe di alluminio ad alta resistenza, in particolare delle serie 2xxx e 7xxx. Tuttavia, con lo sviluppo dei materiali compositi a matrice polimerica ad alte prestazioni tra la metà degli anni Sessanta e l'inizio degli anni Settanta, si è assistito a un progressivo aumento dell'impiego dei compositi in ambito aeronautico.

Le prime applicazioni si sono concentrate in ambito militare, con l'introduzione di componenti in materiale composito sugli impennaggi dei velivoli da combattimento F-14 e F-15 a partire dal 1975 [6]. A partire da tali applicazioni iniziali, l'utilizzo dei materiali compositi, prevalentemente carbonio/epossidica, è cresciuto in modo significativo, passando da percentuali dell'ordine del 2% fino a valori prossimi al 25% nelle applicazioni militari all'inizio degli anni Ottanta. Le aree di impiego si sono progressivamente estese ad ali, fusoliera anteriore e stabilizzatore orizzontale, consentendo risparmi di peso tipicamente pari a circa il 20%.

Un analogo trend di crescita si è successivamente osservato nel settore dell'aviazione commerciale. Airbus è stata tra i primi costruttori a introdurre materiali compositi su larga scala a partire dal 1972, impiegandoli con successo per gli stabilizzatori orizzontali e le derive verticali degli aeromobili della famiglia A300. Tale percorso di progressiva integrazione dei compositi ha trovato una delle sue massime espressioni nel Boeing 787, introdotto nel 2007, nel quale i materiali compositi costituiscono oltre il 50% della massa strutturale totale del velivolo.



**Figura 2.1:** Percentuale di impiego di materiale composito su un velivolo commerciale [7]

Ad oggi, l'interesse verso un impiego sempre più esteso dei materiali compositi

rimane elevato, come dimostrato dalle percentuali raggiunte in alcuni programmi aeronautici di ultima generazione. Tuttavia, l'esperienza maturata ha evidenziato come l'introduzione dei compositi debba essere valutata caso per caso, considerando non solo i benefici strutturali, ma anche gli aspetti legati ai costi, alla producibilità e alla manutenzione. In questo contesto, nonostante le premesse iniziali, alcuni costruttori hanno in parte rivisto le proprie scelte progettuali, come nel caso di Boeing, che in programmi successivi al 787 è tornata ad adottare fusoliere in lega metallica.

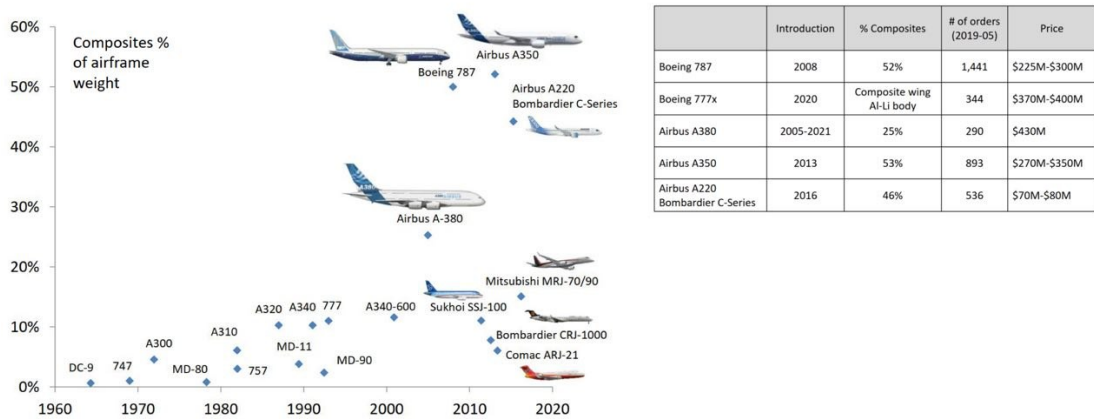


Figura 2.2: Impiego del materiale composito nei velivoli [2]

## **2.2 Analisi a fatica**

<sup>2</sup>L'analisi a fatica delle strutture aerospaziali richiede una comprensione approfondita del comportamento meccanico dei materiali impiegati, in quanto i meccanismi di danneggiamento e le modalità di rottura risultano fortemente dipendenti dalle caratteristiche intrinseche del materiale. Nel caso dei materiali compositi, tali aspetti assumono un ruolo ancora più rilevante a causa della loro natura eterogenea e anisotropa.

A differenza dei materiali metallici tradizionali, i materiali compositi presentano meccanismi di risposta e di danneggiamento complessi, che coinvolgono separatamente matrice, fibre e interfacce. Di conseguenza, la valutazione della vita a fatica non può prescindere dall'analisi delle proprietà meccaniche fondamentali e delle implicazioni che esse hanno sull'evoluzione del danno sotto carichi ciclici.

Per queste ragioni, prima di introdurre formalmente i concetti e i metodi dell'analisi a fatica, risulta opportuno richiamare le principali caratteristiche meccaniche dei materiali compositi e le differenze rispetto ai materiali metallici, al fine di inquadrare correttamente le problematiche che verranno affrontate nel seguito del capitolo.

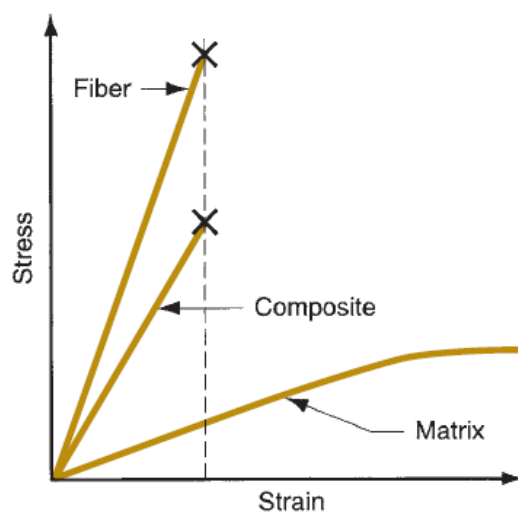
### **2.2.1 Proprietà meccaniche dei materiali compositi**

Le proprietà meccaniche di un materiale governano la risposta strutturale alle sollecitazioni applicate e rivestono un ruolo fondamentale nella progettazione aerospaziale. In tale contesto, la capacità di sostenere carichi statici e ciclici nel tempo, senza incorrere in danneggiamenti critici, influenza direttamente la sicurezza, l'affidabilità e la vita operativa dei componenti strutturali.

Nei materiali compositi fibrosi unidirezionali, il comportamento meccanico è caratterizzato dall'assenza di un regime plastico significativo. La risposta risulta prevalentemente elastica fino alla rottura, che avviene in modo improvviso e fragile una volta superato il limite elastico. A differenza dei materiali metallici, non sono presenti deformazioni plastiche macroscopiche in grado di fornire un preavviso del collasso.

---

<sup>2</sup>Le fonti di riferimento per la stesura del capitolo 2.2 sono [8], [9] e [10].



**Figura 2.3:** Comportamento meccanico del materiale composito e dei suoi costituenti [3]

Questa peculiarità comporta una maggiore sensibilità alle condizioni di carico prossime ai limiti di progetto e introduce criticità nella valutazione della vita strutturale. Nei materiali compositi, il danneggiamento può svilupparsi in modo non immediatamente visibile, sotto forma di microcricche nella matrice, delaminazioni tra i laminati o rottura locale delle fibre. Sebbene inizialmente tali fenomeni non compromettano la capacità portante globale, essi possono evolvere sotto carichi ciclici fino a determinare una significativa riduzione delle prestazioni residue.

Per tali ragioni, la progettazione di strutture in materiale composito deve basarsi su criteri di tolleranza al danno (*damage tolerance*), che tengano conto della presenza statistica di difetti iniziali e della loro evoluzione durante il servizio. Tale filosofia prevede che il danneggiamento non comprometta la sicurezza del sistema fino alla sua individuazione mediante ispezioni o sistemi di monitoraggio.

In questo contesto, l'analisi a fatica assume un ruolo centrale, poiché consente di valutare l'evoluzione del danneggiamento sotto carichi ciclici e la conseguente riduzione delle proprietà meccaniche nel tempo. Solo un approccio integrato, che combini modellazione numerica, prove sperimentali e monitoraggio in servizio, consente di garantire adeguati livelli di sicurezza strutturale.

Nonostante tali criticità, i materiali compositi rappresentano una soluzione strategica nel settore aerospaziale grazie all'elevato rapporto resistenza/peso. La possibilità di ottimizzare il comportamento meccanico mediante la scelta dell'orientamento delle fibre, della sequenza di laminazione e della geometria del componente consente di realizzare strutture leggere ed efficienti, a fronte di una maggiore complessità progettuale rispetto ai materiali metallici.

## 2.2.2 Analisi a fatica

La maggior parte delle strutture aerospaziali è soggetta a carichi ciclicamente variabili e fortemente dipendenti dal tempo. Sotto l'azione di tali carichi, un componente strutturale può accumulare progressivamente danno fino a raggiungere la rottura dopo un determinato numero di cicli, anche quando la sollecitazione massima applicata risulta inferiore al limite di snervamento del materiale. Questo fenomeno è noto come fatica.

In ambito aeronautico, i fenomeni di fatica interessano numerosi componenti strutturali, quali ali e impennaggi, soggetti a fluttuazioni del carico aerodinamico, la fusoliera, sottoposta a cicli di pressurizzazione, nonché carrelli di atterraggio e supporti motore. Ancora oggi, una percentuale significativa delle rotture strutturali è attribuibile alla fatica, confermandone la rilevanza nella progettazione.

Nell'analisi statica, la resistenza del componente alle condizioni di carico è determinata a partire dalla tensione di snervamento, su cui si applica un fattore di sicurezza, al fine di prevenire la rottura. La rottura a fatica, invece, è dipendente dalla ripetizione ciclica delle condizioni locali di sforzo, pur al di sotto del limite di snervamento. Pertanto, un dimensionamento statico, anche se conservativo, non può sostituire una verifica a fatica, ma rappresenta unicamente un criterio preliminare.

La rottura per fatica si manifesta generalmente in corrispondenza di zone di concentrazione di tensione, dopo un elevato numero di cicli di carico. Qualsiasi discontinuità geometrica o irregolarità superficiale che determini un incremento locale delle sollecitazioni costituisce un potenziale innesco del danno.

Si definisce ciclo di sollecitazione (*stress cycle*) la più piccola porzione della storia temporale della sollecitazione che si ripete periodicamente in modo identico. Per descrivere quantitativamente un ciclo di carico sinusoidale ad ampiezza costante, come quello trattato di seguito, si introducono i seguenti parametri:

- $\sigma_{max}$ : sollecitazione massima;
- $\sigma_{min}$ : sollecitazione minima,

assumendo positive le sollecitazioni di trazione e negative quelle di compressione. Da tali grandezze si ricavano:

- sollecitazione alternata

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}, \quad (2.1)$$

- sollecitazione media

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}, \quad (2.2)$$

- rapporto di sollecitazione (*stress ratio*)

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}. \quad (2.3)$$

## Diagrammi S-N

Una delle principali rappresentazioni del comportamento a fatica di un materiale è fornita dai diagrammi S-N, noti anche come curve di *Wöhler*, nei quali la sollecitazione alternata è riportata in funzione del numero di cicli a rottura. In questi diagrammi, il numero di cicli  $N$  è generalmente rappresentato sull'asse delle ascisse in scala logaritmica, mentre la sollecitazione alternata è riportata sull'asse delle ordinate in scala aritmetica.

Le curve S-N costituiscono pertanto uno strumento fondamentale per la valutazione della resistenza a fatica di materiali e componenti strutturali, fornendo la base sperimentale per il dimensionamento e la verifica a fatica delle strutture aerospaziali. Ogni curva è costruita a parità rapporto di carico ( $R$ ).

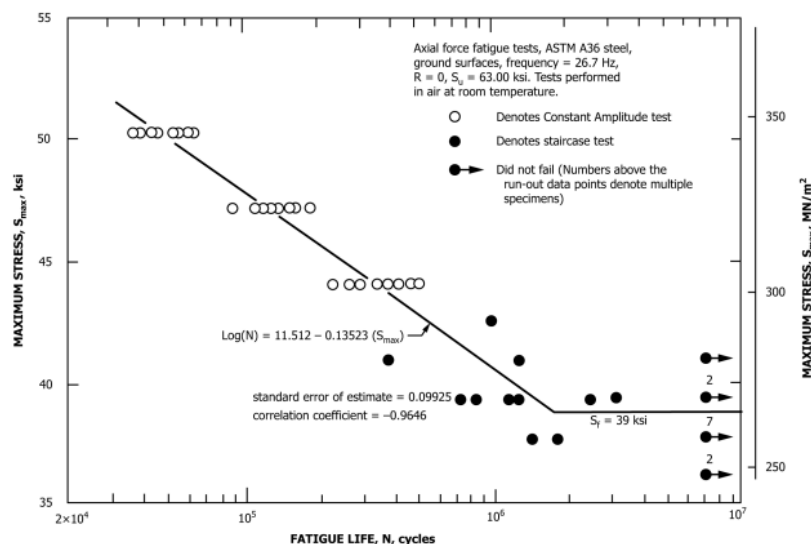


Figura 2.4: Esempio di diagramma S-N, [11]

La curva sperimentale è ottenuta dall'interpolazione mediante curve di regressione dei dati sperimentali ottenuti tramite prove a fatica ad ampiezza costante, in modo da rappresentare anche la dispersione intrinseca dei risultati. Qualora un provino non raggiunga la rottura entro il numero massimo di cicli previsto dalla prova, il risultato viene indicato come *run-out* e rappresentato sul diagramma con apposita simbologia, come in figura 2.4.

È importante sottolineare che il numero di cicli non fornisce direttamente una

misura della durata temporale della prova, la quale dipende anche dalla frequenza del carico applicato. Questo aspetto può diventare significativo nei materiali compositi, caratterizzati da bassa conducibilità termica, per i quali la frequenza di carico può influenzare il comportamento a fatica a causa di effetti termici locali. Quando la curva presenta un asintoto orizzontale, come accade negli acciai, il valore corrispondente è denominato limite a fatica<sup>3</sup>.

### Diagrammi CLD

Il CLD (*Constant Life Diagram*) è un'altra rappresentazione grafica della vita a fatica di un materiale, ottenuta disponendo sull'asse delle ascisse la sollecitazione media  $\sigma_m$  e sull'asse delle ordinate la sollecitazione alternata  $\sigma_a$  (*stress amplitude*). Ogni curva rappresenta una combinazione di  $\sigma_m$  e  $\sigma_a$  che garantisce una vita a fatica costante, corrispondente a un numero di cicli  $N_f$  prefissato.

---

<sup>3</sup>Il limite a fatica è il valore massimo di sollecitazione alternata al di sotto del quale un materiale non subisce mai rottura per fatica, indipendentemente dal numero di cicli a cui è sottoposto. Non tutti i materiali possiedono un limite a fatica definito; in alcuni casi, il valore è così basso da essere trascurabile.

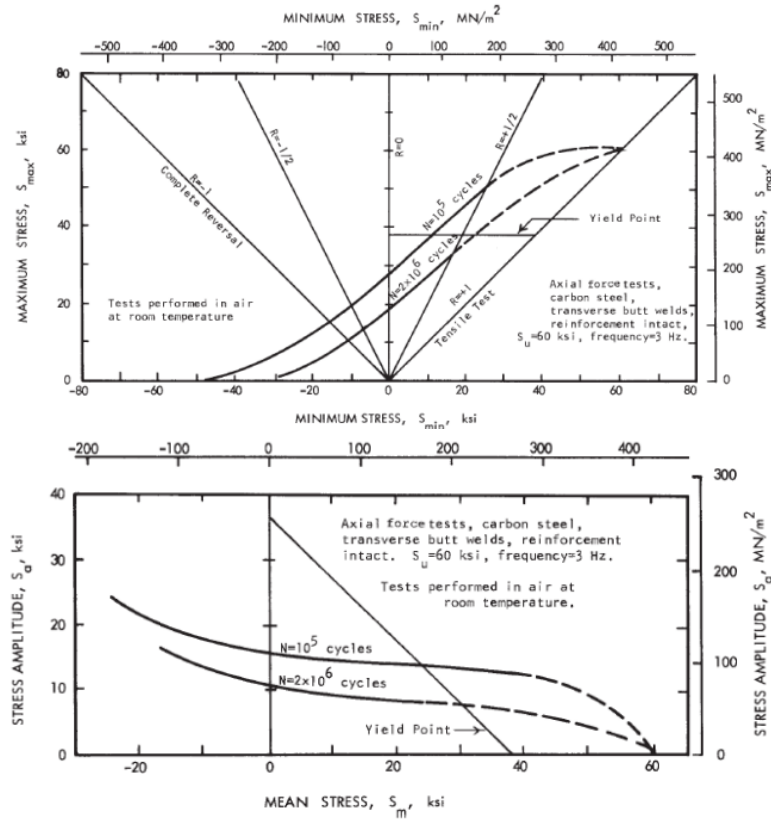


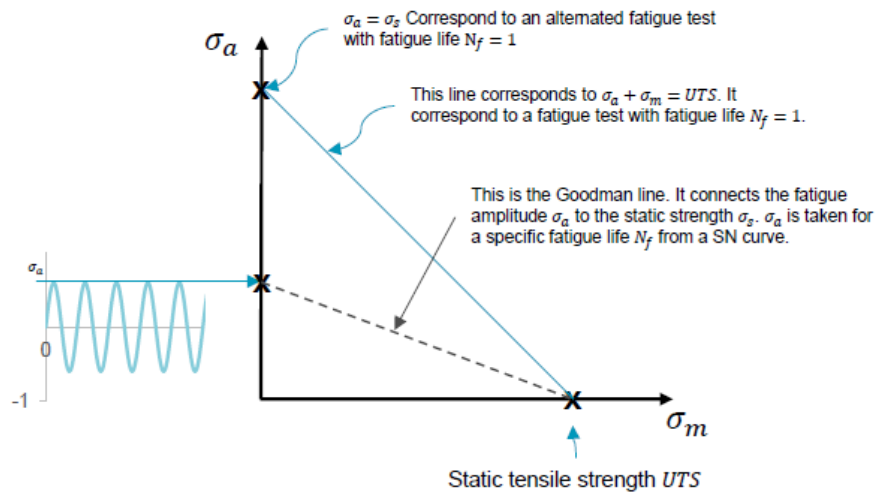
Figura 2.5: Costant Life Diagram [11]

L'area del diagramma può essere delimitata dalla linea di rottura statica (linea azzurra nella figura 2.6), costruita considerando i casi di rottura a carico statico, ovvero quando:

$$\sigma_a + \sigma_m = UTS \text{ (ultimate tensile strength)} \quad (2.4)$$

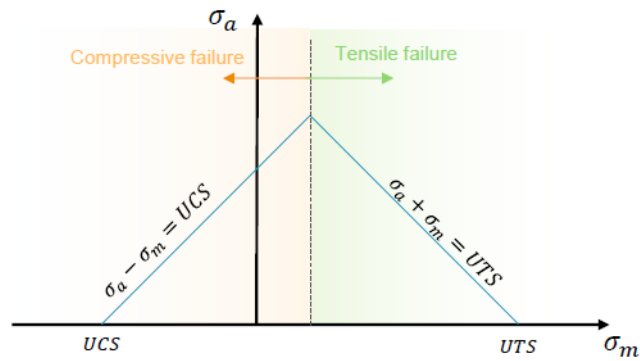
Questa linea può essere interpretata anche come la linea di vita costante per  $N_f = 1$ , rappresentando il massimo teorico per la fatica.

Un CLD semplice può essere costruito a partire da un singolo test di fatica (tipicamente per  $R = -1$ ). Per un dato  $N_f$ , il valore di  $\sigma_a$  può essere ricavato da una curva S-N. Il punto corrispondente sull'asse verticale può essere collegato alla  $UTS$  sull'asse orizzontale tramite la cosiddetta linea di *Goodman* (linea tratteggiata nella figura 2.6). In questo modo il CLD può essere visto come una trasformazione grafica delle curve S-N, utile per sintetizzare i risultati sperimentali e interpolare i dati di ampiezza e numero di cicli.



**Figura 2.6:** Costant Life Diagram

Per materiali con diversa resistenza a trazione e compressione, come molti compositi, il diagramma CLD si suddivide in due regioni: una relativa alla rottura per trazione e una per compressione (figura 2.7). In questo caso, il carico massimo a compressione è indicato da UCS (*ultimate compressive strength*).

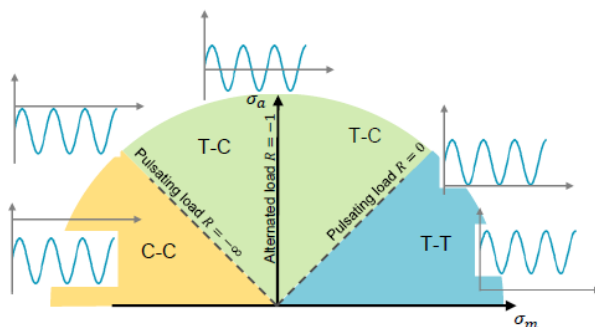


**Figura 2.7:** CLD per i materiali con UTS e UCS non coincidenti

Per valutare l'effetto del rapporto di carico  $R$ , è possibile tracciare linee iso- $R$  all'interno del CLD secondo l'equazione:

$$\sigma_a = \frac{1 - R}{1 + R} \cdot \sigma_m \quad (2.5)$$

Il rapporto di carico influenza la posizione delle linee iso-R e quindi la combinazione di  $\sigma_m$  e  $\sigma_a$  ammissibile. Questa informazione è cruciale nei compositi, dove la sollecitazione media può accelerare fenomeni di delaminazione o microcricche.



**Figura 2.8:** CLD per diversi cicli di carico

In base alla tipologia di carico sinusoidale applicato, si possono distinguere diverse regioni del CLD:

- Fatica trazione-trazione (T-T)
- Fatica trazione-compressione (T-C)
- Fatica compressione-compressione (C-C)

Per ottenere diagrammi CLD più accurati, il materiale viene testato con diversi rapporti di carico  $R$ . Per ciascun  $R$  si costruisce una curva S-N, dalla quale si ricavano i valori di  $\sigma_a$  per un numero di cicli fissato  $N$ . Collegando questi valori a  $\sigma_m$  tramite la formula 2.5, e interpolando i punti ottenuti per diversi  $R$ , si definisce un'area di vita a fatica più precisa, inferiore ai limiti teorici di UTS e UCS (figura 2.9).

In questo modo, il CLD non solo sintetizza i dati sperimentali delle curve S-N, ma rappresenta uno strumento pratico per il design aerospaziale, consentendo di determinare rapidamente le combinazioni di carico medio e alternato ammissibili per un componente e ottimizzare la progettazione dei materiali compositi o metallici soggetti a fatica.

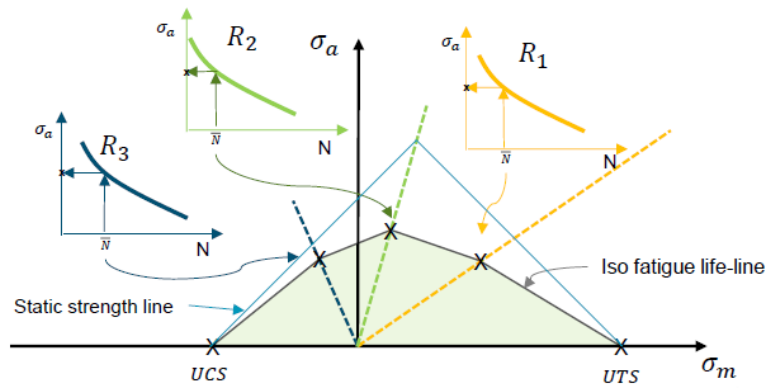


Figura 2.9: CLD definito a tratti

## Capitolo 3

# Metodologia numerica per l'analisi a fatica

<sup>1</sup>Alla luce delle criticità associate al comportamento a fatica dei materiali compositi, l'analisi della vita a fatica riveste un ruolo centrale nella progettazione delle strutture aerospaziali. In particolare, per componenti soggetti a un elevato numero di cicli di carico, è importante una valutazione accurata delle prestazioni a fatica già nelle fasi iniziali del processo di progettazione. Ciò è ancor più rilevante alla luce dei requisiti stringenti di affidabilità e di contenimento del peso a cui i suddetti componenti sono sottoposti.

In questo elaborato, l'attenzione è rivolta allo studio a fatica di un materiale composito rinforzato con fibre di carbonio unidirezionali (CFRP), tipicamente impiegato in applicazioni strutturali aeronautiche ad alte prestazioni.

L'analisi a fatica potrebbe essere affrontata mediante campagne sperimentali dedicate<sup>2</sup>; tuttavia, un approccio esclusivamente sperimentale risulta spesso poco sostenibile dal punto di vista dei costi, dei tempi di sviluppo e del numero di configurazioni da investigare. Tali criticità sono particolarmente rilevanti nelle fasi preliminari del design, in cui è necessario valutare numerose soluzioni progettuali e parametri di carico.

Per rispondere a queste esigenze, l'analisi a fatica dei materiali compositi viene sempre più frequentemente affrontata mediante strumenti di simulazione numerica, con l'obiettivo di prevedere la vita a fatica delle strutture già in fase di progetto, riducendo il ricorso a test fisici estensivi e aumentando la flessibilità del processo di progettazione.

---

<sup>1</sup>Le fonti di riferimento per la stesura del capitolo 3 sono [12], [10].

<sup>2</sup>Le prove di fatica sui materiali compositi sono regolamentate dalle normative ASTM D3479 e ISO 13003

La modellazione numerica della vita a fatica dei CFRP presenta tuttavia notevoli complessità. Il comportamento a fatica è fortemente influenzato dalla natura anisotropa del materiale, dall'orientamento delle fibre, dalla sequenza di laminazione e dai meccanismi di danneggiamento progressivo, quali il degrado della matrice, la rottura delle fibre e la delaminazione. Inoltre, i modelli di fatica richiedono spesso un numero elevato di parametri di materiale, la cui identificazione avviene tramite procedure sperimentali articolate e onerose. A ciò si aggiungono i costi computazionali associati alle simulazioni, dovuti all'elevato numero di cicli di carico e alla necessità di descrivere accuratamente l'evoluzione del danno nel tempo.

Nonostante tali difficoltà, la capacità predittiva, la riduzione dei costi di sviluppo e l'ottimizzazione del processo di progettazione rendono la simulazione numerica uno strumento ormai indispensabile, soprattutto per strutture soggette a fatica ciclica elevata (HCF).

In questo contesto si collocano software di simulazione avanzata come Digimat, dedicati alla modellazione multiscala dei materiali compositi e in grado di integrare modelli di materiale e analisi strutturali all'interno di un'unica catena di calcolo. Tali strumenti consentono di affrontare il problema della fatica in modo efficiente, mantenendo un adeguato livello di accuratezza.

In letteratura sono stati proposti diversi approcci per la modellazione della fatica nei materiali compositi, che differiscono per livello di dettaglio fisico, complessità computazionale e ambito di applicazione.

Una prima categoria è rappresentata dai cosiddetti *modelli di vita a fatica*, il cui obiettivo principale è la previsione della durata a fatica  $N_f$  a partire da curve sperimentali S-N e diagrammi di vita costante (CLD). Tali modelli risultano particolarmente adatti per una valutazione rapida della vita a fatica di componenti e strutture, soprattutto nelle fasi preliminari di progettazione, ma presentano limitazioni in termini di accuratezza, in quanto non descrivono esplicitamente l'evoluzione del danneggiamento durante il caricamento ciclico.

Un secondo gruppo di approcci si basa sul concetto di *deformazione o resistenza residua*, in cui l'effetto della fatica viene descritto attraverso la degradazione progressiva delle proprietà meccaniche del materiale a seguito del carico ciclico. Questi modelli, generalmente di tipo fenomenologico, sono anch'essi formulati a partire da dati sperimentali quali curve S-N e CLD, e consentono di stimare la resistenza residua del materiale dopo un determinato numero di cicli.

Una terza metodologia è rappresentata dai modelli basati sulla *tensione o rigidità residua*, nei quali la fatica viene modellata attraverso leggi di evoluzione del danno che descrivono il degrado progressivo della rigidità del materiale. Sebbene questi approcci permettano una rappresentazione più dettagliata del comportamento a fatica, essi risultano particolarmente onerosi sia in termini di caratterizzazione sperimentale dei parametri di materiale sia in termini di costi computazionali, rendendone complessa l'applicazione a strutture di grandi dimensioni.

Infine, i cosiddetti *modelli meccanicistici* mirano a descrivere esplicitamente i meccanismi fisici di danneggiamento, quali la degradazione della matrice, la rottura delle fibre e la delaminazione, spesso mediante approcci micro- o meso-scopici. Tali modelli offrono un'elevata accuratezza predittiva, ma richiedono un impegno computazionale significativo e una calibrazione complessa, limitandone l'impiego a casi di studio specifici o a componenti di scala ridotta.

Nel presente lavoro si fa riferimento a un modello di fatica basato su CLD e criteri di rottura multiassiale per materiali compositi unidirezionali, attualmente implementato all'interno di Digimat . I modelli di vita a fatica basati sui diagrammi di vita costante (CLD) rappresentano una soluzione particolarmente diffusa, grazie alla loro relativa semplicità e alla capacità di tenere conto degli effetti combinati della sollecitazione alternata e della sollecitazione media. I CLD consentono di stimare la vita a fatica anche per condizioni di carico non direttamente investigate sperimentalmente. Tale approccio consente di coniugare l'efficienza computazionale con una descrizione realistica del comportamento a fatica dei laminati compositi, rappresentando un compromesso efficace tra accuratezza e applicabilità industriale.

### 3.1 Funzionamento generale e approccio multi-scala

<sup>3</sup>L'analisi meccanica dei materiali compositi può essere affrontata a differenti livelli di scala, ciascuno caratterizzato da un diverso grado di dettaglio e da specifici obiettivi di modellazione. In particolare, è possibile distinguere tre principali livelli di analisi: macroscopico, mesoscopico e microscopico.

A scala macroscopica, il composito viene trattato come un materiale omogeneo, descritto mediante proprietà meccaniche efficaci. Questo approccio è comunemente adottato per l'analisi strutturale di componenti equivalenti, grazie all'elevata efficienza computazionale. Tuttavia, esso introduce inevitabili semplificazioni, poiché la microstruttura del materiale e i meccanismi locali di danneggiamento non vengono esplicitamente rappresentati, rendendo necessaria una calibrazione sperimentale estesa delle leggi costitutive anisotrope.

A livello mesoscopico, l'attenzione si concentra sui singoli strati del laminato, consentendo una descrizione più accurata delle interazioni tra i layer e dei fenomeni di danneggiamento locali, quali la fessurazione della matrice o l'innescò della delaminazione. Anche in questo caso, tuttavia, la reale distribuzione di fibre e matrice è rappresentata in modo semplificato e tramite modelli prevalentemente fenomenologici.

---

<sup>3</sup>La fonte di riferimento per la stesura della sezione 3.1 è [9].

L'approccio micromeccanico, invece, analizza esplicitamente le fasi costituenti del composito, fibre, matrice e interfaccia, all'interno di una cella unitaria rappresentativa. Tale cella, opportunamente definita e ripetuta nello spazio, consente di collegare direttamente le proprietà e i meccanismi di danneggiamento delle singole fasi alle proprietà effettive del materiale composito. Questo livello di descrizione permette di catturare in modo più realistico l'influenza della microstruttura sul comportamento meccanico e a fatica, a fronte di un maggiore costo computazionale e della necessità di dati di input più dettagliati.

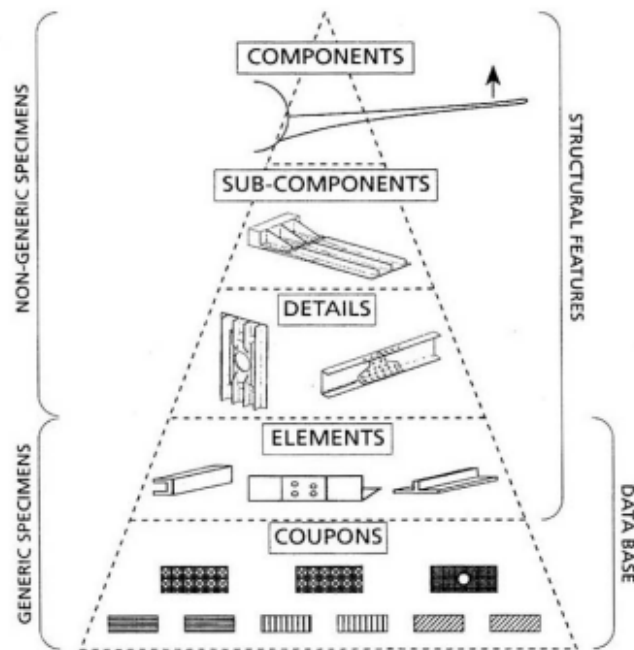
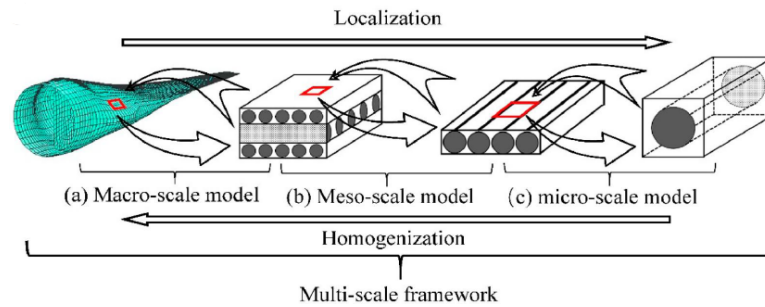


Figura 3.1: Design pyramid [13]

Il collegamento tra le diverse scale è reso possibile dall'approccio multiscala. Un esempio, adottato nei test sperimentali, è rappresentato dalla *design pyramid*, come in figura 3.1. Secondo questo procedimento, nella base della piramide sono indicati i test su geometrie semplici, e man mano che si sale si aumenta la complessità della geometria e si riduce il numero di test. La riduzione del numero di test è giustificata dall'elevata conoscenza del materiale maturata nella base della piramide[13]. Nel contesto dello studio dei materiali compositi, il passaggio da una scala all'altra è basato sui concetti di omogeneizzazione e localizzazione, come raffigurato in figura 3.2



**Figura 3.2:** Approccio multiscale [2]

Attraverso il processo di omogeneizzazione, la risposta micromeccanica viene mediata per ottenere proprietà equivalenti utilizzabili a scala macroscopica, mentre la localizzazione consente di risalire dalla risposta globale alle sollecitazioni locali all'interno della microstruttura, fondamentali per l'analisi del danneggiamento e della fatica. Un elemento chiave di questo approccio è l'Elemento di Volume Rappresentativo (RVE), definito come la più piccola porzione di materiale in grado di riprodurre in modo statisticamente e meccanicamente rappresentativo la microstruttura del composito.

In questo contesto si inserisce il software Digimat : una piattaforma di simulazione dedicata alla modellazione multiscale dei materiali compositi, che consente di integrare modelli micromeccanici, analisi strutturali e criteri di danneggiamento all'interno di un'unica catena di calcolo. Digimat è ampiamente utilizzato in ambito industriale per la previsione del comportamento meccanico non lineare di materiali multifase complessi.

Digimat comprende diversi moduli, ciascuno dedicato a specifiche attività di modellazione. In particolare, Digimat-MF si basa su tecniche di omogeneizzazione a campo medio per prevedere il comportamento costitutivo non lineare dei materiali compositi a partire dalle proprietà delle fasi costituenti e dalla loro morfologia. Digimat-MS, invece, è orientato all'integrazione con codici agli elementi finiti e consente l'esecuzione di analisi strutturali accoppiate, includendo effetti di processo e comportamento del materiale.

Per quanto riguarda l'analisi a fatica, Digimat-MF consente la definizione delle proprietà a fatica del materiale mediante modelli basati sui diagrammi di vita costante (CLD) e su criteri di rottura multiassiale. Tali modelli, calibrati a partire da dati sperimentali, permettono di tenere conto dell'influenza combinata della sollecitazione alternata e della sollecitazione media sulla vita a fatica, risultando particolarmente adatti alla descrizione del comportamento anisotropo dei materiali compositi.

In Digimat-MS è possibile eseguire analisi di fatica accoppiate, nelle quali la previsione della vita a fatica viene integrata direttamente all'interno del modello agli

elementi finiti e, se disponibile, correlata agli effetti del processo di produzione.

## **3.2 Caratterizzazione del comportamento a fatica del materiale**

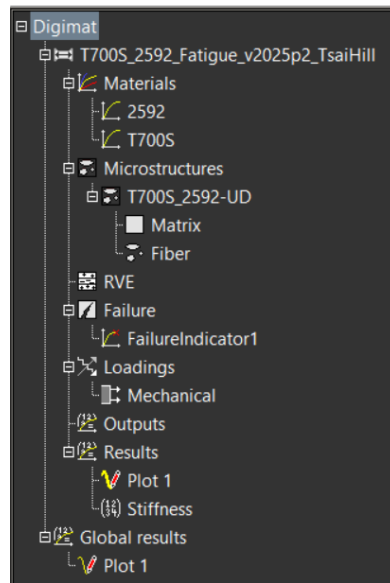
<sup>4</sup>I fondamenti teorici di Digimat-MF si basano sull'approccio multiscala alla modellazione dei materiali compositi e, in particolare, sulla micromeccanica fondata sull'Elemento di Volume Rappresentativo (RVE). In questo contesto, Digimat-MF opera su un modello di materiale, finalizzato alla previsione del comportamento meccanico effettivo del composito, e non come un solutore strutturale.

Il materiale composito non viene quindi trattato come un mezzo omogeneo equivalente definito a priori, ma viene ricostruito a partire dalla sua microstruttura, modellando esplicitamente le fasi costituenti, fibre e matrice, e le loro interazioni. In Digimat-MF, la descrizione del materiale avviene mediante la definizione delle proprietà costitutive delle singole fasi, delle frazioni volumetriche, dell'orientamento e della distribuzione spaziale delle fibre all'interno della matrice, presi dalla letteratura o da campioni sperimentali.

L'RVE può rappresentare una singola lamina, costituita da fibre immerse nella matrice, oppure una configurazione multistrato, ottenuta mediante l'impilamento di più lamine secondo una sequenza di laminazione assegnata. In questo modo è possibile descrivere, già a livello micromeccanico, l'anisotropia intrinseca del materiale composito.

---

<sup>4</sup>La fonte di riferimento per la stesura della sezione 3.2 è [1].



**Figura 3.3:** Struttura ad albero dei modelli in Digimat

L'RVE costituisce il punto di partenza del processo di omogeneizzazione. Attraverso l'applicazione di condizioni al contorno equivalenti e l'impiego di modelli micromeccanici, Digimat-MF consente di calcolare le proprietà statiche e a fatica del composito, trasferendo le informazioni dalla microscala alla mesoscala. Questo processo permette di ottenere proprietà effettive del materiale, quali rigidità, resistenza e comportamento non lineare, mantenendo un legame diretto con la microstruttura.

Su tale base è possibile introdurre criteri di danneggiamento, rottura e fatica definiti a livello delle singole fasi e delle interfacce. Digimat-MF rappresenta, pertanto, il punto di partenza fondamentale per la definizione del comportamento del materiale, successivamente impiegato nelle analisi strutturali e di fatica accoppiate a livello macroscopico.

### 3.2.1 Analisi a fatica per materiali CFRP

Il modello implementato in Digimat-MF per l'analisi a fatica ad alto numero di cicli dei materiali polimerici rinforzati con fibre si basa su un approccio multiscala. Digimat mette a disposizione diversi modelli fenomenologici di materiale, applicabili alla stima della vita a fatica, differenziati in funzione della tipologia di rinforzo e del campo applicativo:

- Compositi rinforzati con fibre corte (SFRP) sottoposti a elevato numero di cicli. Per questa classe di materiali sono disponibili diversi modelli di fatica:
  - il modello di fatica a pseudo-grano, che utilizza un indicatore di rottura macroscopico definito a livello di pseudo-grano e che può includere la sensibilità allo sforzo medio;
  - il modello Gerber modificato, basato su un criterio di fatica in termini di sforzo, nel quale l'effetto dello sforzo medio è intrinsecamente considerato;
  - il criterio di fatica basato sull'energia, che combina la densità di energia di creep con la densità di energia ciclica, incorporando implicitamente anche gli effetti dello sforzo medio.

Tali approcci consentono la previsione delle curve S-N per qualsiasi orientamento delle fibre e per stati di carico multiassiali, a partire da un numero limitato di dati sperimentali, quali curve S-N unidirezionali e diagrammi di vita costante. Inoltre, per i compositi rinforzati con fibre corte, Digimat fornisce una soluzione di fatica dedicata per materiali (FFF, FDM) non riempiti, utilizzati nelle applicazioni di produzione additiva.

- Compositi rinforzati con fibre continue. Per i materiali rinforzati con fibre continue, il modello di fatica a pseudo-grano è opportunamente adattato alla valutazione del comportamento a fatica. In questo caso, sono supportati due criteri di rottura fenomenologici per la fatica, derivati dalle rispettive formulazioni statiche:
  - criterio di rottura a fatica trasversalmente isotropo di Tsai-Hill;
  - criterio di rottura a fatica ortotropo di Tsai-Wu.

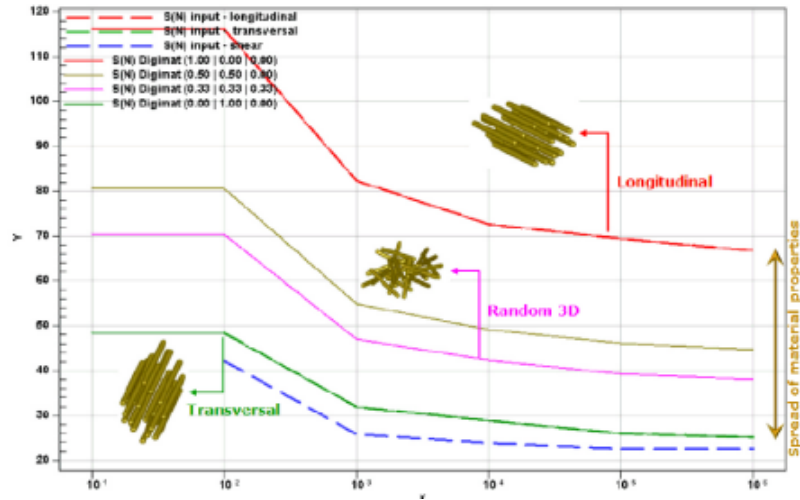


Figura 3.4: Grafico S-N per varie tipologie di materiale composito

### 3.2.2 Modello teorico - caso studio

Per l'analisi a fatica del materiale oggetto di studio, costituito da un composito polimerico rinforzato con fibre continue (CFRP), è stato adottato il modello di fatica a pseudo-grano adattato, in combinazione con il criterio di rottura per fatica trasversalmente isotropo di Tsai-Hill. Tale scelta risulta coerente con la natura del materiale analizzato. Il modello a pseudo-grano per la fatica ad alto numero di cicli (HCF) si fonda sull'ipotesi che lo stato meccanico macroscopico del composito oscilli ciclicamente tra una tensione massima  $\sigma_{max}$  e una tensione minima  $\sigma_{min}$ , imposte dal carico applicato. Contestualmente, la resistenza apparente del materiale diminuisce progressivamente con l'aumentare del numero di cicli, fino al raggiungimento della condizione di rottura dopo un numero critico di cicli  $N_c$ . Questo approccio non descrive in modo esplicito i singoli meccanismi di danneggiamento (quali fessurazione della matrice, decoesione fibra-matrice o rottura delle fibre), ma ne cattura l'effetto a livello della singola lamina attraverso un indicatore di rottura dipendente dal numero di cicli.

Dal punto di vista concettuale, il modello può essere interpretato come una degradazione progressiva dei parametri di resistenza del materiale, mentre lo stato di sollecitazione ciclico rimane invariato. Ciò rende naturale l'introduzione di un indicatore di rottura a fatica i cui parametri evolvono con il numero di cicli e che può essere espresso in termini di ampiezze di sollecitazione  $S_a$  oppure di sollecitazioni massime  $S_{max}$ .

Nel contesto del modello a pseudo-grano, la microstruttura effettiva del composito viene rappresentata mediante un insieme di pseudo-grani virtuali, ciascuno dei quali

è assimilabile a un composito unidirezionale bifase. Tale decomposizione consente di tenere conto dell'orientamento delle fibre attraverso una distribuzione statistica, mantenendo al contempo una formulazione computazionalmente efficiente. Nel caso di compositi unidirezionali, il modello si riduce naturalmente a un singolo pseudo-grano.

L'applicazione dell'indicatore di rottura a fatica per un dato stato di sollecitazione macroscopico rappresentativo dell'ampiezza del carico ciclico avviene secondo una procedura concettuale articolata. In primo luogo, lo stato di deformazione macroscopico viene determinato tramite una procedura di omogeneizzazione. Successivamente, le tensioni nei singoli pseudo-grani vengono calcolate secondo l'ipotesi di Voigt<sup>5</sup>. Su tali tensioni viene quindi valutato il criterio di rottura a fatica di Tsai-Hill (equazione 3.2.3), assumendo una stima del numero di cicli  $N$ . L'indicatore di rottura macroscopico è infine ottenuto come media pesata degli indicatori dei singoli pseudo-grani, utilizzando i pesi associati alla distribuzione di orientamento delle fibre. Il numero critico di cicli  $N_c$  è determinato in modo iterativo, variando la stima di  $N$  fino al raggiungimento della condizione di rottura. Un aspetto fondamentale dell'analisi a fatica dei compositi riguarda la sensibilità alla tensione media, che descrive la variazione della resistenza apparente del materiale al variare della tensione media  $S_m$  attorno alla quale è applicato il carico ciclico. Tale effetto è particolarmente rilevante nei materiali polimerici e nei compositi, nei quali fenomeni di creep e rilassamento possono influenzare significativamente la vita a fatica. La sensibilità alla tensione media è comunemente rappresentata mediante diagrammi di vita costante (Constant Life Diagrams, CLD), che racchiudono le stesse informazioni di un insieme di curve S-N definite a diversi rapporti di carico  $R$ .

Nel modello a pseudo-grano, la sensibilità alla tensione media viene introdotta attribuendo ai parametri di resistenza dell'indicatore di rottura una dipendenza dal rapporto di carico  $R$ .

Per quanto riguarda il criterio di rottura adottato, è stato selezionato il criterio di Tsai-Hill nella sua formulazione trasversalmente isotropa. Esso è valido per compositi unidirezionali e si basa sull'ipotesi che il comportamento meccanico nelle direzioni trasversali alla fibra sia equivalente. Questa assunzione risulta appropriata per laminati in CFRP, nei quali è ragionevole considerare una risposta simile nelle direzioni  $Y$  e  $Z$  a livello di lamina.

Nel contesto dell'analisi a fatica, il criterio di Tsai-Hill non distingue esplicitamente tra stati di trazione e compressione; tale aspetto è compensato dall'introduzione

---

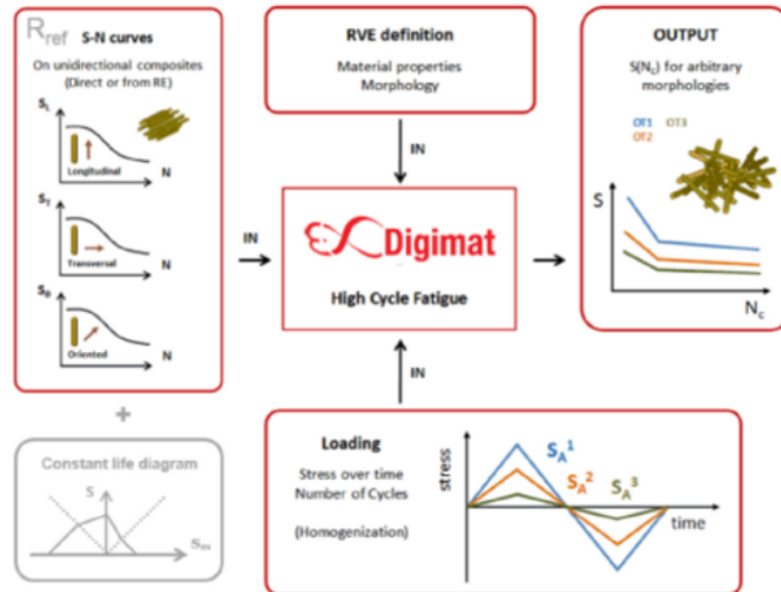
<sup>5</sup>L'ipotesi di Voigt assume che il campo di deformazione sia uniforme in tutte le fasi del materiale composito, imponendo l'uguaglianza delle deformazioni macroscopiche e microscopiche. Le tensioni risultanti nelle singole fasi sono quindi determinate in funzione delle rispettive proprietà elastiche.

della sensibilità alla tensione media, che consente di includere indirettamente l'effetto del segno della sollecitazione. Rispetto al criterio di Tsai-Wu, che prevede una formulazione completamente ortotropa e una distinzione diretta tra trazione e compressione, il criterio di Tsai-Hill risulta più coerente con le ipotesi di modellazione adottate nel presente lavoro e meglio allineato alla disponibilità dei dati sperimentali.

Alla luce di queste considerazioni, il criterio di Tsai-Hill è stato scelto come riferimento per la valutazione della vita a fatica del composito analizzato.

### 3.2.3 Workflow di analisi a fatica in Digimat - caso studio

La presente sezione descrive la procedura pratica adottata per l'implementazione del modello di fatica a pseudo-grano in ambiente Digimat, finalizzata alla caratterizzazione a fatica del materiale composito oggetto di studio. In continuità con l'impostazione teorica illustrata nella sezione precedente, l'attenzione è rivolta alla definizione sistematica degli input richiesti dal modello e alle scelte metodologiche effettuate per il caso studio considerato. In figura 3.5 è riportato il diagramma di flusso dell'analisi a fatica in Digimat-MF, che fornisce una visione d'insieme delle principali fasi necessarie alla costruzione del modello e alla successiva generazione della curva S-N del materiale.



**Figura 3.5:** Diagramma di flusso dell'analisi a fatica in Digimat-MF [12]

Come mostrato nel diagramma, l'esecuzione di un'analisi a fatica in Digimat richiede la definizione di diversi elementi di input fondamentali, che possono essere

sintetizzati come segue:

1. definizione delle proprietà elastiche e della microstruttura del materiale;
2. definizione dell'indicatore di rottura per fatica;
3. eventuale introduzione della sensibilità alla sollecitazione media mediante diagrammi di vita costante (CLD);
4. definizione del carico di fatica.

L'output principale dell'analisi è rappresentato dalla curva S–N del materiale, calcolata per una specifica microstruttura e per un rapporto di carico qualsiasi. Per tutte le analisi a fatica condotte in Digimat-MF si assume un comportamento isoterma del materiale.

Nel seguito, ciascun elemento dell'analisi viene descritto nel dettaglio con riferimento al caso studio analizzato.

**Definizione delle proprietà statiche del materiale** Il modello adottato è un modello multiscala che tiene conto del contributo dei costituenti del materiale, ovvero fibre e matrice, e della risposta meccanica complessiva del materiale composito attraverso un processo di omogeneizzazione. Di conseguenza, il modello richiede in ingresso le proprietà meccaniche dei singoli costituenti alla microscala. Nel presente studio, le proprietà elastiche dei costituenti sono state assunte a partire dal lavoro riportato nell'articolo [1], nel quale viene descritta nel dettaglio la procedura per ottenerli.

Tali proprietà, infatti, non sono generalmente disponibili in forma diretta. Al contrario, le proprietà meccaniche della lamina possono essere identificate sperimentalmente mediante prove standard condotte su laminati con opportune sequenze di orientamento. In particolare, vengono tipicamente eseguite prove di trazione su laminati  $[0]_n$ ,  $[90]_n$  e  $[\pm 45]_{ns}$ , al fine di determinare rispettivamente le proprietà elastiche longitudinali, trasversali e di taglio della lamina.

Una volta note le proprietà elastiche della lamina, è possibile risalire alle proprietà delle fibre attraverso una procedura di *reverse engineering*. Tale procedura richiede la conoscenza delle proprietà meccaniche della matrice e della frazione volumica delle fibre  $V_f$ .

In seguito, tramite l'omogeneizzazione su Digimat-MF, sono state ottenute le proprietà elastiche finali del materiale composito che risultano coerenti sia con i dati sperimentali disponibili sia con l'approccio micromeccanico adottato.

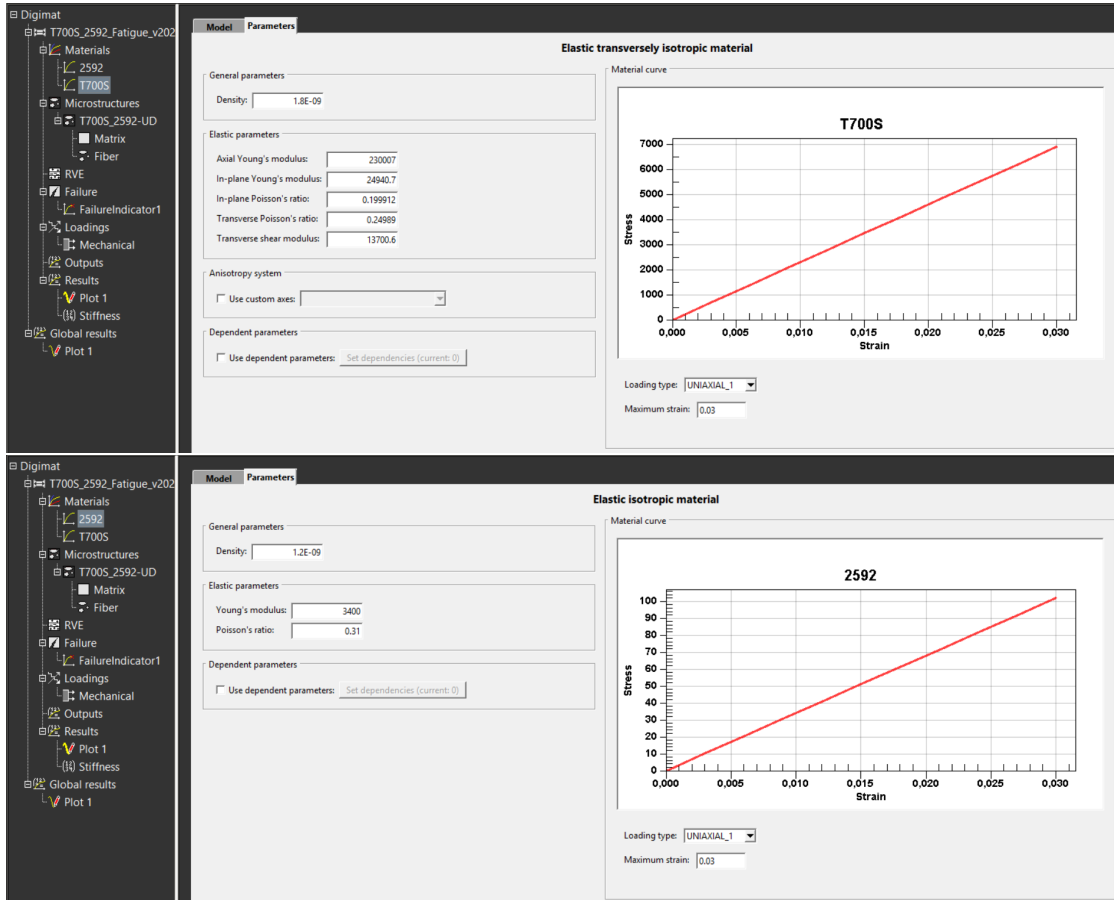


Figura 3.6: Proprietà elastiche delle fibre e della matrice definite in Digimat

**Indicatore di rottura a fatica** Per la valutazione della resistenza a fatica del materiale composito, è stato adottato il criterio di rottura a fatica trasversalmente isotropo di Tsai-Hill. Tale criterio consente di descrivere la rottura sotto stati di sollecitazione multiassiali ed è particolarmente indicato per l'analisi di laminati multidirezionali soggetti a carichi complessi.

L'indicatore di rottura a fatica implementato in Digimat deriva direttamente dalla formulazione tridimensionale del criterio di Tsai-Hill basato sulle sollecitazioni.

L'espressione del criterio di rottura è riportata di seguito:

$$F(\sigma) = \frac{\sigma_{11}^2}{X^2} - \frac{\sigma_{11}(\sigma_{22} + \sigma_{33})}{X^2} + \frac{\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2}{Y^2} + \left(\frac{1}{X^2} - \frac{2}{Y^2}\right) \sigma_{22}\sigma_{33} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S^2} + \left(\frac{4}{Y^2} - \frac{1}{X^2}\right) \sigma_{23}^2 \quad (3.1)$$

dove  $F(\sigma)$  rappresenta l'indice di rottura a fatica, che assume valore unitario al raggiungimento della rottura,  $\sigma_{ij}$  sono le componenti del tensore degli sforzi nel sistema di riferimento del materiale, mentre  $X$ ,  $Y$  e  $S$  indicano le resistenze a fatica nelle direzioni longitudinale, trasversale e di taglio nel piano.

Nel contesto dell'analisi a fatica, le resistenze statiche del materiale vengono sostituite da sollecitazioni critiche dipendenti dal numero di cicli a rottura  $N_c$ , espresse in termini di ampiezza della sollecitazione oppure di sollecitazione massima.

Failure indicator definition    Dependency    Mean stress sensitivity

Name: FailureIndicator1

Model: Tsai-Hill 3D Transversely Isotropic    Stress    formulated with stress ( $\sigma$ ) and strengths ( $X, Y, S$ ) expressed in terms of stress amplitude

Axis system: local axes

Failure indicator outputs

$f_i = F_i(\boldsymbol{\sigma})$ , with:

$$F_A(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{\sigma_{11}^2}{X^2} - \frac{\sigma_{11}(\sigma_{22} + \sigma_{33})}{X^2} + \frac{\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2}{Y^2} + \left(\frac{1}{X^2} - \frac{2}{Y^2}\right)\sigma_{22}\sigma_{33} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S^2} + \left(\frac{4}{Y^2} - \frac{1}{X^2}\right)\sigma_{23}^2$$

when the normal to the plane of isotropy corresponds to axis 1

Parameters

Axial tensile strength (X): 1    Kelly-Tyson estimation...

In-plane tensile strength (Y): 1

Transverse shear strength (S): 0.7

Dependent parameters

Use dependent parameters

High cyclic fatigue

Use mean stress sensitivity

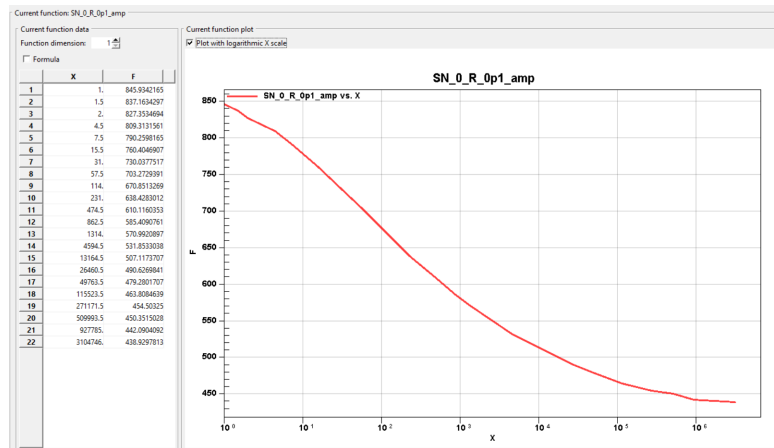
Reference load ratio: 0.1     $\neq 1$

Figura 3.7: Definizione del criterio di rottura a fatica

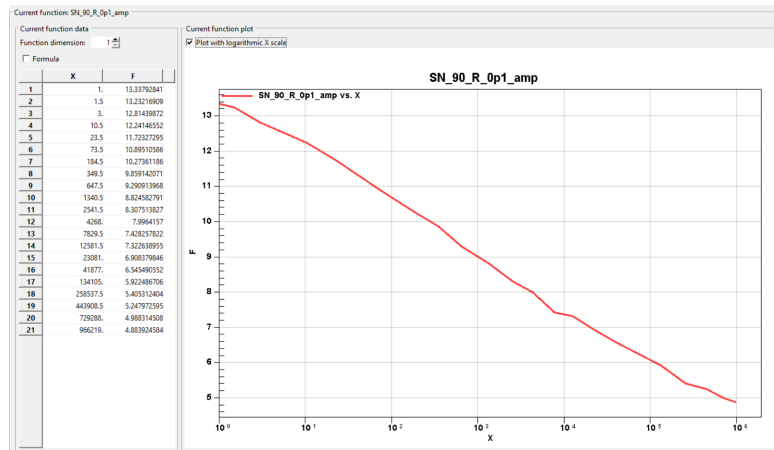
Il modello di Tsai-Hill a fatica fornisce come output la previsione della rottura, indipendentemente dalla specifica modalit  di danneggiamento che ha condotto al collasso.

Per alimentare il modello di fatica trasversalmente isotropo di Tsai-Hill, sono state considerate le curve sperimentali tratte dalla letteratura [1], relative ai laminati unidirezionali  $[0]_n$ ,  $[90]_n$  e ai laminati  $[\pm 45]_{ns}$ , tutte riferite a un rapporto di carico pari a  $R = 0.1$  (questi dati sperimentali, insieme alle curve S-N sperimentali, saranno usati come riferimento per il confronto condotto al capitolo 5).

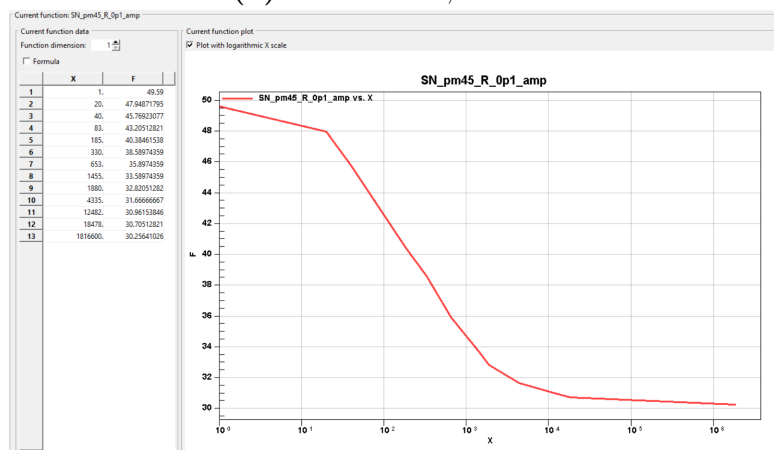
I coefficienti moltiplicativi delle resistenze a fatica  $X$ ,  $Y$  e  $S$  sono stati impostati pari a 1 (0.8 per la direzione S), in quanto la dipendenza di  $X$ ,  $Y$  e  $S$  dal numero di cicli a fatica   interamente descritta mediante le curve S-N.



(a) Carico a  $0^\circ$ ,  $R = 0.1$



(b) Carico a  $90^\circ$ ,  $R = 0.1$



(c) Carico a  $45^\circ$ ,  $R = 0.1$

Figura 3.8: Curve S–N sperimentali utilizzate come input nell'analisi

**Sensibilità alla sollecitazione media e diagrammi CLD** Al fine di migliorare l'accuratezza della previsione della vita a fatica, è stata introdotta la sensibilità alla sollecitazione media (*mean stress sensitivity*, MSS). Tale effetto risulta particolarmente rilevante nei materiali compositi, nei quali la tensione media influisce in maniera significativa sui meccanismi di danneggiamento a fatica.

La definizione della sensibilità alla sollecitazione media attraverso l'uso dei diagrammi di vita costante (CLD) rappresenta uno step facoltativo. Le modalità con cui i CLD possono essere definiti dipendono sia dalla quantità e tipologia dei dati sperimentali disponibili, sia dal livello di accuratezza richiesto. In Digimat sono previste tre differenti formulazioni dei CLD:

- Lineare simmetrico. Il CLD lineare simmetrico consente di includere la sensibilità alla sollecitazione media a partire da un numero limitato di dati sperimentali. È applicabile nei casi in cui il comportamento a trazione e a compressione può essere assunto simmetrico, oppure in scenari di fatica semplici, ad esempio per cicli di fatica trazione-trazione (T-T).
- Lineare con scala di compressione. Questa formulazione è analoga al modello lineare simmetrico, ma introduce una scala correttiva per la compressione. È suggerita quando i dati di fatica disponibili sono limitati, ma è comunque prevista una differenza tra il comportamento a trazione-trazione (T-T) e compressione-compressione (C-C).
- Lineare a tratti. Rappresenta l'opzione più completa e al tempo stesso più complessa per la definizione della MSS. In questo caso è possibile includere più rapporti di carico  $R$  e più curve S-N. La funzione bidimensionale deve essere fornita direttamente dall'utente.

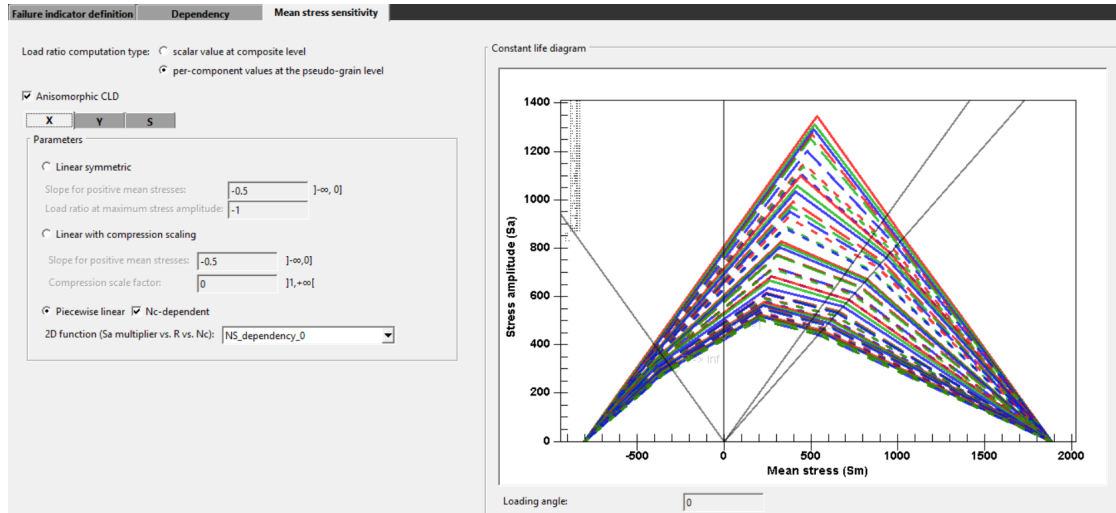
Nel presente lavoro è stata adottata la formulazione più completa, ovvero il CLD lineare a tratti, che consente di introdurre una dipendenza esplicita dell'ampiezza di sollecitazione dal rapporto di carico  $R$ . La sensibilità allo stress medio è stata modellata mediante diagrammi di vita costante anisomorfici, definiti separatamente per i contributi longitudinale ( $X$ ), trasversale ( $Y$ ) e di taglio ( $S$ ).

Per ciascun laminato sono stati considerati tre differenti rapporti di carico a fatica  $R$ :

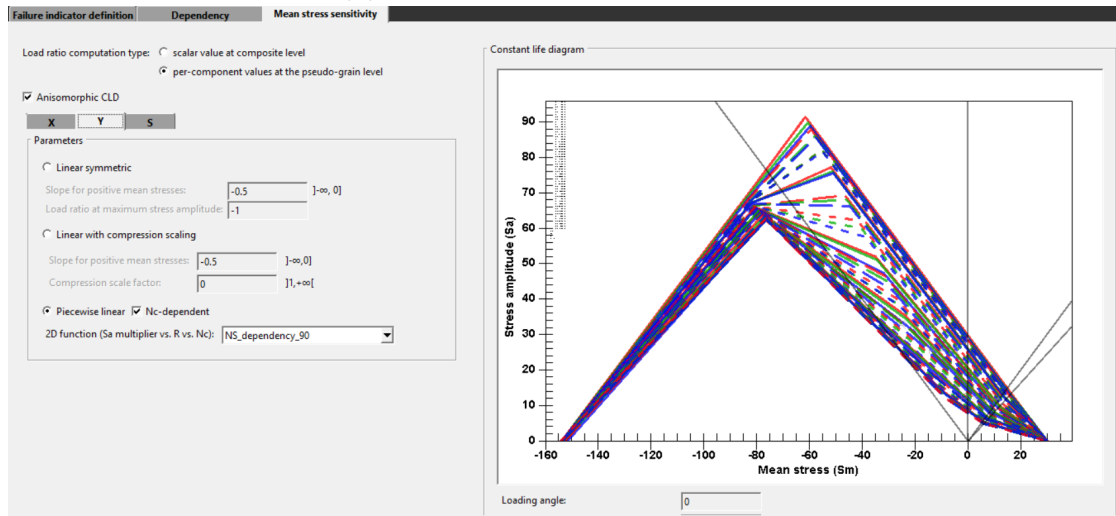
- fatica trazione-trazione, con  $R = 0.1$ ;
- fatica compressione-compressione, con  $R = 10$ ;
- fatica trazione-compressione al punto critico, con

$$R_{\text{crit}} = X = \frac{\text{UCS}}{\text{UTS}}.$$

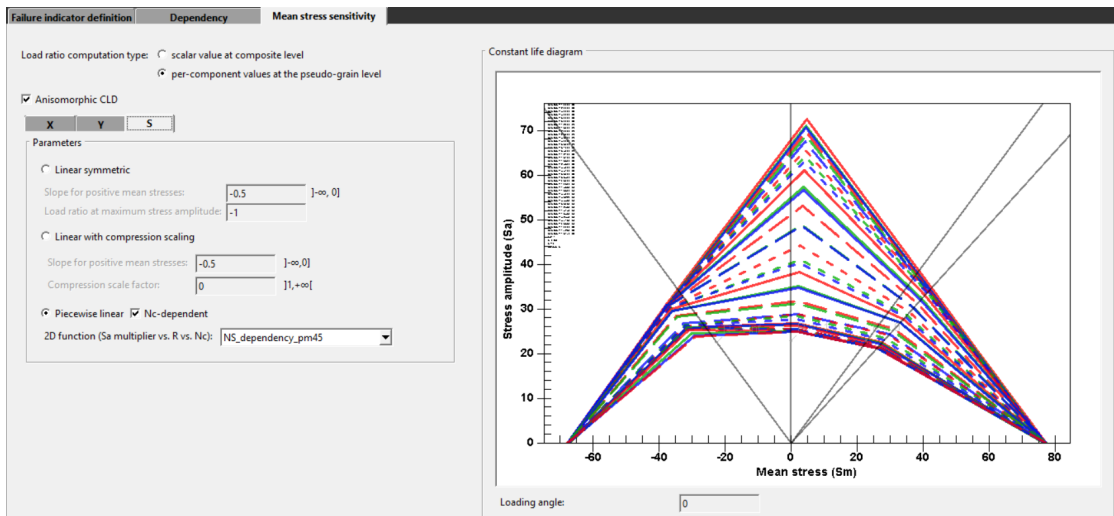
Questi valori, sono stati utilizzati per la costruzione delle funzioni di sensibilità allo stress medio in Digimat. I diagrammi CLD sono stati quindi ricostruiti all'interno del software a partire da tali informazioni. Tutti i dati necessari per la definizione dei CLD sono stati ricavati dal lavoro riportato in [1], [14].



(a) CLD in direzione longitudinale



(b) CLD in direzione trasversale



(c) CLD in direzione di taglio

Figura 3.9: Diagrammi di vita costante generati in Digimat

**Definizione del carico a fatica** L'analisi a fatica in *Digimat-MF* ha l'obiettivo di determinare una curva S-N coerente con quella ottenuta da una campagna di prove sperimentali su campioni di materiale. In *Digimat-MF*, l'unica condizione al contorno applicabile al punto materiale o all'elemento di volume rappresentativo (RVE) è un carico di sollecitazione monoassiale. All'RVE viene quindi imposto uno stato di sollecitazione macroscopico ciclico lungo una direzione assegnata, descritto dai parametri di carico illustrati in figura 3.10. Una prima modalità per il calcolo della curva S-N consiste nella definizione di un intervallo target del numero di cicli, specificando valori minimo e massimo strettamente positivi.

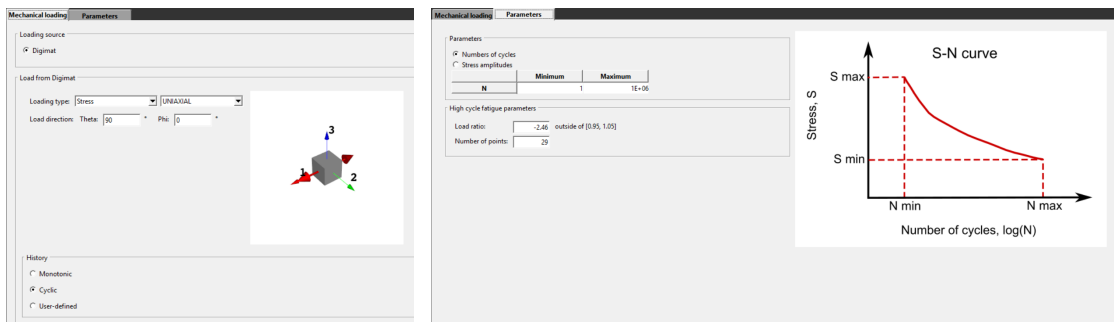


Figura 3.10: Schema del carico meccanico ciclico e parametri di carico

**Curva S-N risultante** L'output dell'analisi a fatica è rappresentato dalla curva S-N, che può essere calcolata imponendo un intervallo predefinito di numeri di

cicli oppure un insieme di ampiezze di sollecitazione, secondo quanto descritto nel paragrafo precedente.

La curva S-N risultante è definita mediante l'impostazione dei seguenti parametri (come riportato in figura 3.10):

- un rapporto di carico qualunque, indipendentemente dai dati sperimentali;
- la frequenza di carico, nel caso in cui l'analisi preveda una matrice con comportamento viscoelastico;
- il numero di punti della curva, distribuiti uniformemente su scala logaritmica tra il numero minimo e massimo di cicli.

Per ciascun punto, l'ampiezza della sollecitazione viene calcolata sulla base dell'indicatore di rottura per fatica selezionato, ottenendo così una curva S-N rappresentativa della microstruttura considerata.

Nel presente lavoro, la curva S-N finale è stata determinata assumendo come variabile dipendente il numero di cicli a rottura  $N_c$ , in un intervallo compreso tra  $10^0$  e  $10^6$  cicli.

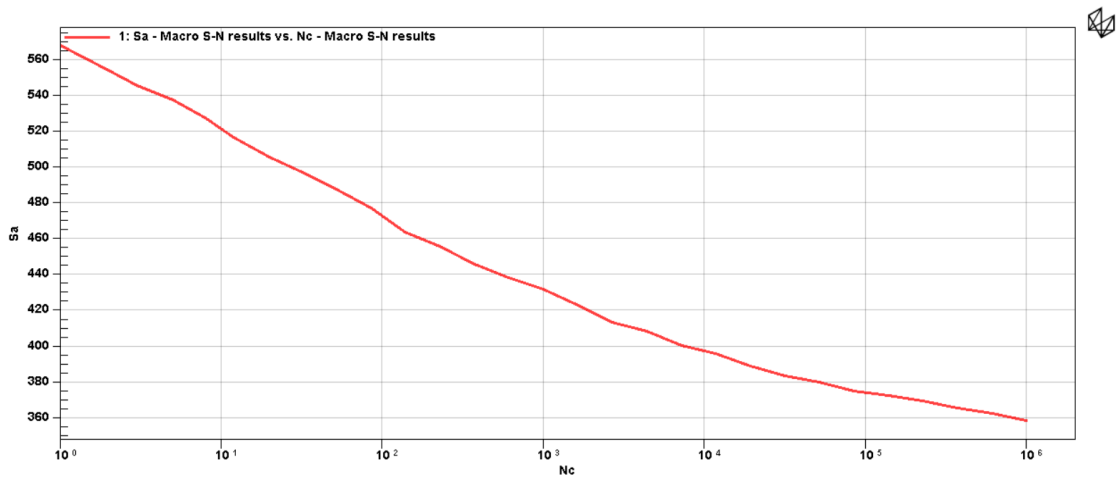


Figura 3.11: Curva S-N risultante dall'analisi a fatica

### 3.3 Analisi a fatica di un modello strutturale FEM

Digmat-MS è un modulo del software Digimat progettato per effettuare l'ultimo step dell'approccio multiscale, passando dalla mesoscale alla macroscale. A tale scopo, vengono effettuate analisi accoppiate, unendo la caratterizzazione del materiale (Digimat-MF) e l'analisi agli elementi finiti (Marc Mentat) in cui sono definiti geometria e distribuzione dei carichi del componente studiato (capitolo 4.1). Questo approccio consente di condurre un'analisi multiscale accurata, tenendo conto della microstruttura del materiale indotta dal processo produttivo e del suo effetto sul comportamento strutturale finale del componente.

Per l'impostazione di un'analisi di fatica in Digimat-MS, devono essere definite tre scelte principali. In primo luogo, è necessario selezionare il flusso di lavoro di fatica, che definisce la modalità con cui verrà effettuato il calcolo della durata del componente. In secondo luogo, occorre scegliere lo scenario di fatica, che identifica la tipologia di carico ciclico considerata. Infine, deve essere specificata l'interfaccia di fatica, ovvero il codice di calcolo utilizzato per la valutazione della vita a fatica. L'ambiente di lavoro di Digimat-MS è organizzato per progetti e consente di adottare diversi flussi operativi, che spaziano da un approccio completamente integrato, in cui l'analisi strutturale e quella a fatica vengono eseguite nello stesso progetto, fino a procedure dedicate esclusivamente al post-processing di fatica e di danneggiamento. Questa flessibilità permette di adattare il workflow sia a studi preliminari sia ad analisi più avanzate.

Per quanto riguarda l'analisi a fatica, Digimat-MS mette a disposizione quattro principali flussi di lavoro:

- *Run static and fatigue FEA*, che consente di eseguire una simulazione statica seguita direttamente dal calcolo della fatica all'interno dello stesso progetto;
- *Run fatigue FEA from FEA results*, che permette di valutare la risposta a fatica a partire da risultati FEA già disponibili;
- *Run static FEA with fatigue failure criteria*, che consente di eseguire una singola analisi statica includendo indicatori di rottura a fatica, ed è limitato a scenari di carico ad ampiezza costante;

Analogamente, sono disponibili diversi scenari di fatica, che definiscono la tipologia di carico ciclico considerata:

- *Constant loading amplitude*, per il calcolo della vita utile in presenza di carichi ciclici semplici con rapporto di carico noto;
- *Time transient*, basato sull'estrazione del segnale temporale direttamente dalla simulazione FEA;

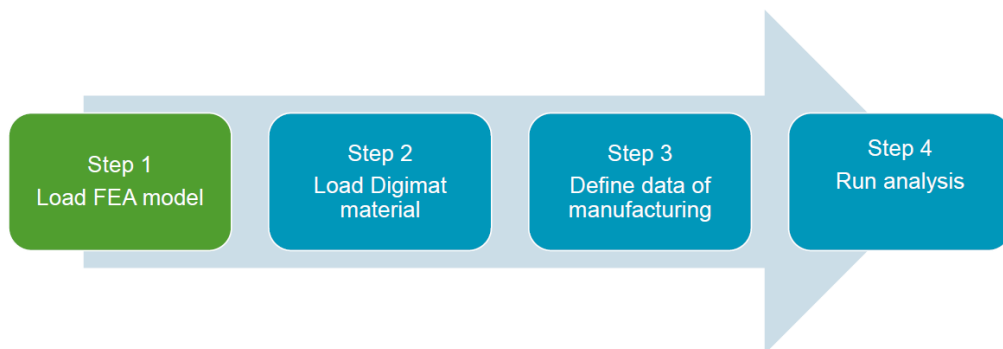
- *Varying loading amplitude*, dedicato all'analisi di segnali complessi definiti mediante file esterni;
- *Vibrational*, per analisi di tipo vibrazionale.

Infine, per il calcolo della durata a fatica, Digimat-MS supporta tre diverse interfacce, ma per lo studio in questione si è preferito usare lo strumento interno Digimat-MS/Post-processing Fatigue, utilizzato per il calcolo della vita in scenari ad ampiezza di carico costante.

L'analisi a fatica in Digimat-MS si fonda su due ambiti complementari. Da un lato vi è il comportamento strutturale, descritto dagli stati di tensione e deformazione reali della geometria sotto carico, ottenuti tramite simulazione FEA in Marc Mentat. Dall'altro lato vi è il comportamento a fatica del materiale, definito nel modulo Digimat-MF, che fornisce la resistenza ciclica del materiale sotto forma di curve S-N.

Nel workflow adottato in questo studio, l'analisi a fatica si articola in due fasi principali: una fase di analisi, corrispondente al flusso *Run static FEA with fatigue failure criteria*, e una fase di post-processing, corrispondente al flusso *Run fatigue FEA from FEA results*. Sebbene entrambe le fasi facciano riferimento alla fatica, esse svolgono ruoli differenti e complementari, come verrà discusso nei paragrafi successivi.

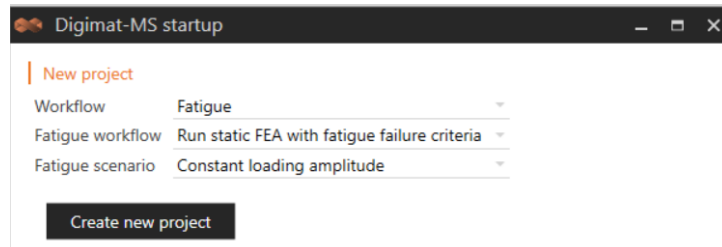
Durante la fase di analisi, vengono importati il materiale precedentemente caratterizzato in Digimat-MF, il modello strutturale derivante dalla simulazione FEA e, se disponibili, le informazioni relative al processo produttivo. La fase di post-processing consente invece di analizzare e interpretare i risultati, identificando le aree critiche e valutando la vita a fatica del componente.



**Figura 3.12:** Flusso di lavoro dell'analisi statica con criterio di rottura a fatica

### 3.3.1 Analisi statica con criterio di rottura a fatica

Il primo passaggio consiste nell'esecuzione di una *Run static FEA with fatigue failure criteria*.



**Figura 3.13:** Analisi statica con criterio di rottura a fatica

In questa fase si effettua l'analisi statica a partire da un modello preesistente, a cui è attribuito un materiale in preparazione all'analisi a fatica. Le operazioni principali sono:

- importare l'analisi statica FEA del modello effettuata su un software come Marc Mentat;
- importare il materiale precedentemente caratterizzato in Digimat-MF tramite un file di output dedicato;
- fornire informazioni sul processo produttivo, laddove si applica (per esempio per materiali a fibra corta).

A livello del modello, i materiali originari delle singole lamine vengono sostituiti con quelli provenienti da Digimat-MF, mantenendo invariati spessore e sequenza di laminazione. Geometria e distribuzione dei carichi rimangono inalterate rispetto al modello FEM, già definite in termini di intensità, distribuzione spaziale e andamento temporale articolato su più step di carico.

Una volta integrato il materiale, viene eseguita una nuova analisi FEA statica sul modello aggiornato, generando un file di output `.t16`, contenente tutti i risultati dello stato tensionale e deformativo. Questo file costituisce la base per l'analisi a fatica successiva (*Run fatigue from FEA results*), memorizzando tutte le informazioni necessarie senza eseguire calcoli ciclici.

Nell'analisi condotta è stata scelta l'impostazione *micro*, in cui Digimat calcola le proprietà del materiale e comunica con il codice strutturale a ogni iterazione del calcolo complessivo per calcolare la risposta allo stress macroscopico, utilizzando tecniche di omogeneizzazione, e aggiorna la rigidità tangenziale del composito. Questo metodo supporta materiali anisotropi, non lineari e dipendenti da velocità di deformazione o temperatura, ed è compatibile con tutti gli indicatori di rottura

disponibili in Digimat-MS.

In questa fase si può anche impostare lo scenario di fatica, ad esempio con rapporto di carico spazialmente variabile (*Spatially Variable Load Ratio*), senza definire ancora il metodo di ricostruzione del ciclo di carico. Un vantaggio di questo approccio consiste nel fatto che ampiezza e sforzo medio del ciclo a fatica non sono uguali in tutti i punti. Ciò consente di simulare con maggiore precisione le condizioni di carico su componenti che presentano aree sottoposte a trazione e altre in compressione.

Digmat-MS memorizza tutti i campi di tensione e deformazione per ciascun incremento della simulazione FEA, senza combinare step o generare cicli. Ciò consente una piena flessibilità nel post-processing, permettendo di costruire cicli di carico successivamente, in funzione delle esigenze dell'analisi a fatica.

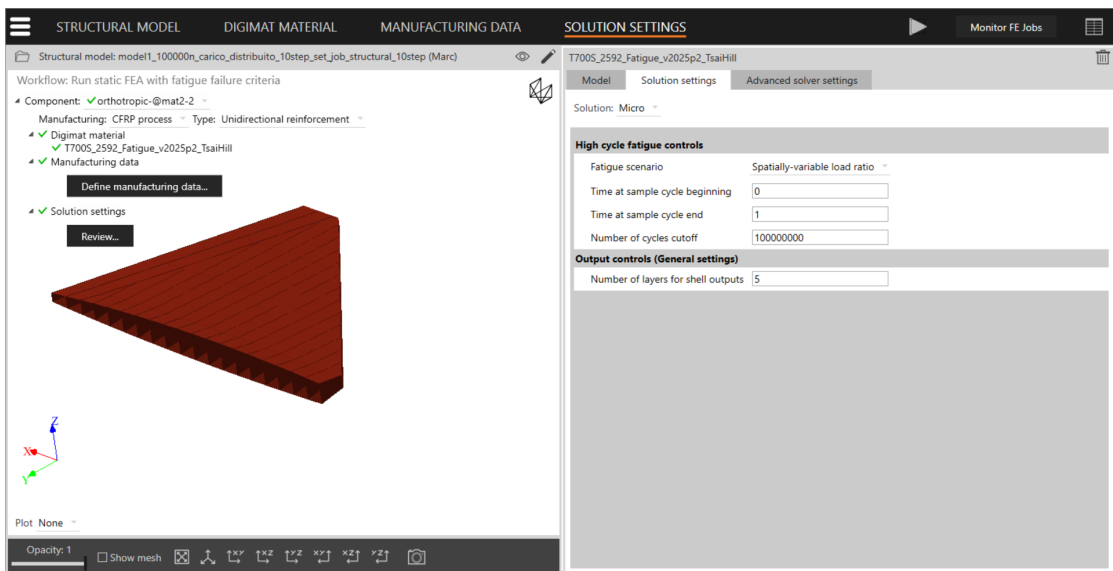


Figura 3.14: Impostazioni per l'analisi statica su Digimat-MS

### 3.3.2 Analisi a fatica a partire dai risultati dell'analisi statica

A partire dai risultati della simulazione strutturale, l'analisi *Run Fatigue from FEA Results* consente di valutare la risposta a fatica dell'intero modello senza eseguire ulteriori calcoli FEA, reinterpretando i campi di sollecitazione già disponibili.

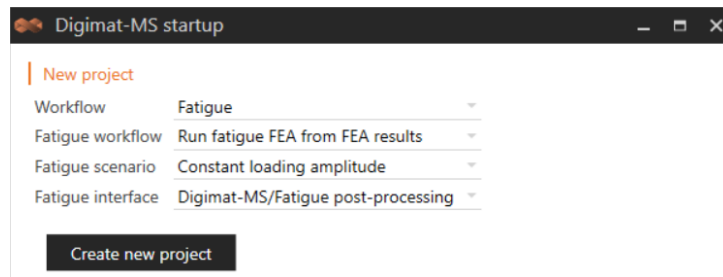


Figura 3.15: Analisi a fatica a partire dai risultati dell'analisi agli elementi finiti

In questo flusso di lavoro, Digimat-MS applica carichi ciclici, ricostruendo un ciclo di fatica ideale combinando due step della storia di carico, rappresentativi dei livelli di carico minimo e massimo.

Al fine di ottenere i risultati dell'analisi a fatica con rapporto di carico spazialmente variabile, è necessario importare l'output dello step precedente e selezionare manualmente due step per definire gli estremi del ciclo (*Spatially Variable Load Ratio with Result Assembly*). Solo questi stati influenzano il calcolo della vita. Tutti gli altri step intermedi risultano irrilevanti a meno che non vengano esplicitamente scelti. Il ciclo considerato è quindi equivalente a due livelli di carico, indipendentemente dalla storia temporale reale del carico.

Da questi estremi, Digimat calcola per ogni elemento l'ampiezza di sollecitazione, variabile nello spazio a causa della non uniformità dei campi di tensione. Questi parametri vengono interpretati tramite il modello di materiale in Digimat-MF, che fornisce la resistenza ciclica sotto forma di curve S-N. In questo modo, per ogni elemento viene determinato il numero di cicli a rottura, identificando le zone critiche e l'elemento con vita minima.

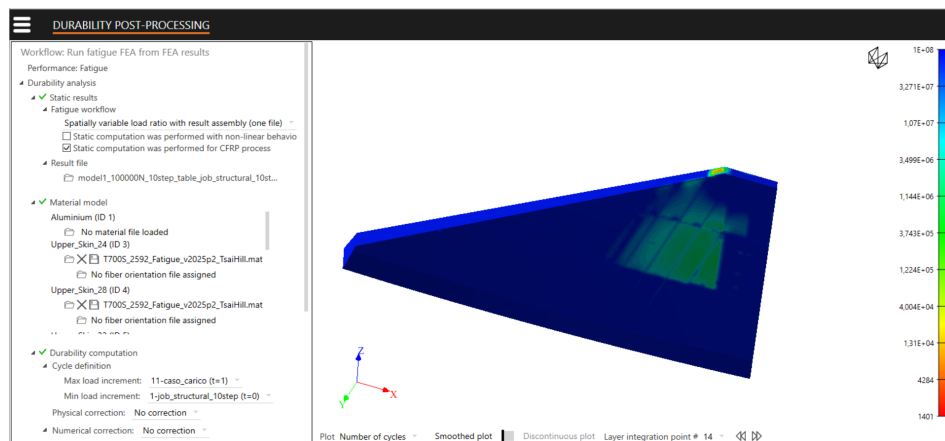


Figura 3.16: Impostazioni per analisi a fatica e visualizzazione dei risultati

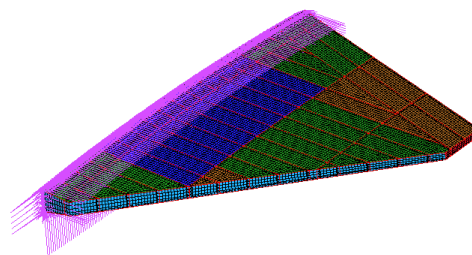
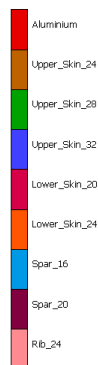
# Capitolo 4

## Caso studio: struttura alare

Come anticipato nei capitoli precedenti, al fine di validare operativamente le metodologie di analisi descritte è stato approfondito un caso studio rappresentativo. In particolare, è stata considerata la struttura alare di un velivolo da combattimento caratterizzato da basso allungamento alare.

### 4.1 Modello

Il modello adottato per l'analisi è stato sviluppato mediante il software Marc Mentat. La configurazione considerata è quella di una semiala, illustrata in figura 4.1.



**Figura 4.1:** Modello della semiala in Marc Mentat

La struttura è costituita da un rivestimento superiore (*upper skin*) e uno inferiore (*lower skin*), che racchiudono le componenti strutturali interne, ossia i longheroni (*spar*), i rinforzi trasversali (*rib*) e lo scheletro interno. Ciascuna di queste parti può

essere suddivisa in diverse zone, ognuna caratterizzata da uno specifico materiale. In particolare, l'intera ala è realizzata in materiale composito, ad eccezione dello scheletro reticolato interno modellato in alluminio. Le diverse zone strutturali in composito sono costituite a partire dalla stessa lamina, ma ciascuna zona si differenzia nella definizione del laminato, in funzione del numero di strati (e quindi dello spessore complessivo) e delle sequenze di laminazione.

Al fine di semplificare la gestione del modello, per ogni laminato è stato creato uno specifico insieme di elementi. La denominazione adottata per i materiali riporta esplicitamente il numero di strati che li compongono, facilitando così l'identificazione delle diverse configurazioni laminate.

La procedura dettagliata di costruzione del modello di materiale non rientra negli obiettivi della presente tesi. Il materiale inizialmente definito in Marc Mentat rappresenta infatti un materiale fittizio, successivamente sostituito con il materiale di interesse modellato tramite il software *Digmat-MF*. In figura 4.2 è riportato un esempio di definizione dello spessore complessivo e della sequenza di laminazione.

Material Properties

Name: Upper\_Skin\_28  
 Type: composite  
 Color: [green square] Edit

Region Type: Finite Stiffness

General Properties

Reference Plane: -2.604 [L]

Single Layer: Append Insert Copy Remove Material

Layer Range: Copy Remove

Layers: 28 Settings Auto ID Absolute Thickness

Index	ID	Material	Thickness	Angle
1	1	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	45 [deg]
2	2	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	90 [deg]
3	3	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	-45 [deg]
4	4	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	0 [deg]
5	5	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	45 [deg]
6	6	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	0 [deg]
7	7	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	-45 [deg]
8	8	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	0 [deg]
9	9	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	90 [deg]
10	10	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	0 [deg]
11	11	UD_Tape_IMS_977-2(B-basis)	0.186 [L]	45 [deg]

Total Thickness: 5.208 [L]

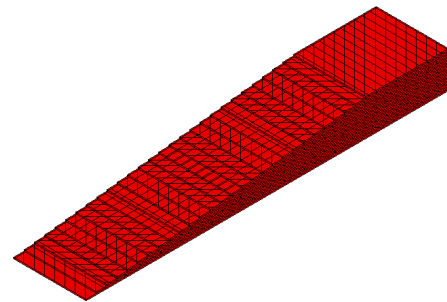


Figura 4.2: Esempio di definizione dello spessore e della laminazione del laminato

## 4.2 Condizioni al contorno e casi di carico

Per tutte le configurazioni analizzate, la semiala è stata modellata con vincolo di incastro alla radice. Sono state considerate due differenti tipologie di carico,

entrambe applicate lungo la direzione negativa dell'asse  $Z$  globale. In tale configurazione, alla radice il rivestimento superiore risulta soggetto a trazione. I casi di carico analizzati sono i seguenti:

- Carico puntuale alla *tip* alare: applicazione di una forza pari a 100 N su 100 punti distinti, per una forza totale pari a 100 kN (figura 4.3).
- Carico di pressione distribuito: applicazione di una pressione uniforme sull'intera superficie alare (figura 4.4), per una forza applicata complessiva di 100 kN.

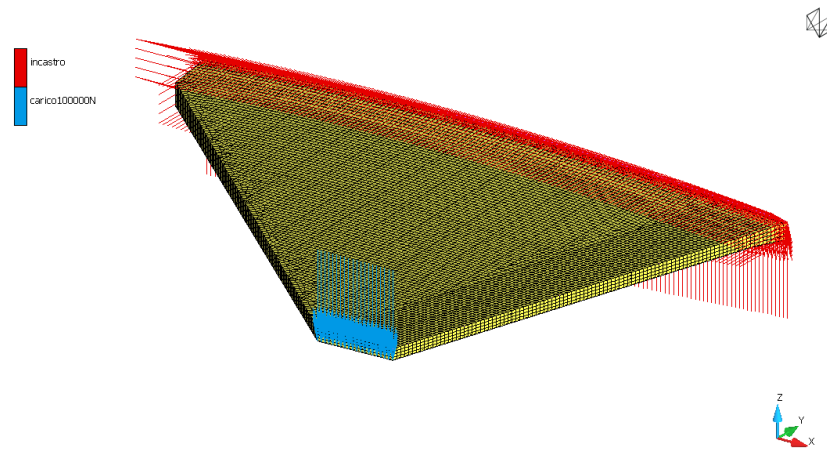


Figura 4.3: Carico puntuale a tip alare

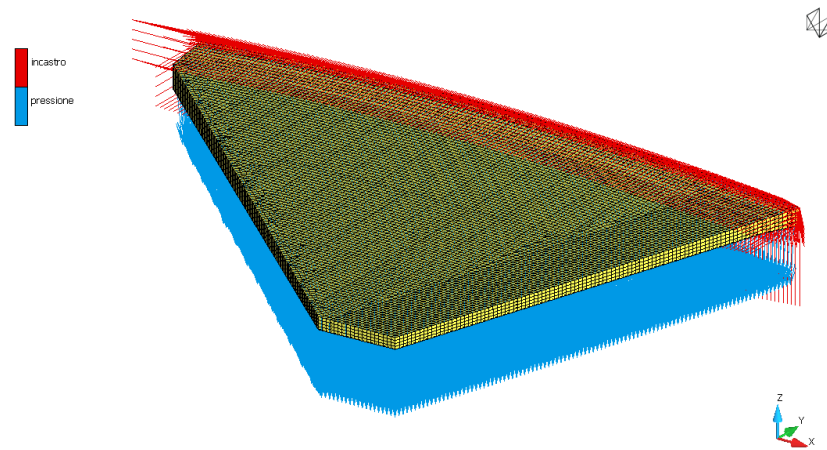


Figura 4.4: Carico di pressione distribuito

In entrambi i casi è stata definita una storia di carico lineare suddivisa in dieci step incrementali. Tale scelta risulta particolarmente vantaggiosa ai fini dell'analisi a fatica, in quanto consente la definizione del ciclo di carico a fatica come descritto nella sezione 3.3.

### 4.3 Materiale

Come anticipato nelle sezioni precedenti, il modello strutturale è inizialmente associato a un materiale che non costituisce oggetto di analisi nel presente lavoro, in quanto successivamente sostituito con il materiale modellato mediante *Digimat-MF*. Quest'ultimo risulta di maggiore interesse, poiché per esso sono disponibili non solo le proprietà elastiche dei costituenti, ma anche i dati sperimentali necessari allo svolgimento dell'analisi a fatica.

Il materiale considerato è un composito unidirezionale denominato *T700S/2592*<sup>1</sup>, costituito da fibre di carbonio T700S immerse in una matrice polimerica epossidica 2592. Tale combinazione è ampiamente impiegata in applicazioni strutturali ad alte prestazioni e rappresenta un caso di studio particolarmente significativo per l'analisi a fatica di materiali compositi[15][16].

Le fibre T700S appartengono alla categoria delle fibre di carbonio e sono caratterizzate da elevata resistenza meccanica e buone proprietà di processabilità, in particolare nei processi di avvolgimento dei filamenti e nella produzione di materiali preimpregnati.

La matrice è costituita da un sistema epossidico preimpregnato 2592, progettato per cicli di polimerizzazione a temperature comprese tra 120°C e 135°C. Tale sistema è comunemente utilizzato in combinazione con fibre ad alta resistenza ed è disponibile in diverse configurazioni, tra cui fogli unidirezionali e tessuti.

I dati necessari per la costruzione della lamina composita e per la definizione del criterio di rottura sono stati ricavati dalla letteratura. In particolare, dal lavoro riportato in [1], sono state assunte le informazioni relative alla microstruttura del materiale, tra cui una frazione volumica di fibra pari al 56.7%, nonché i dati sperimentali per la caratterizzazione a fatica. Tali informazioni costituiscono la base per la modellazione del materiale in *Digimat-MF*.

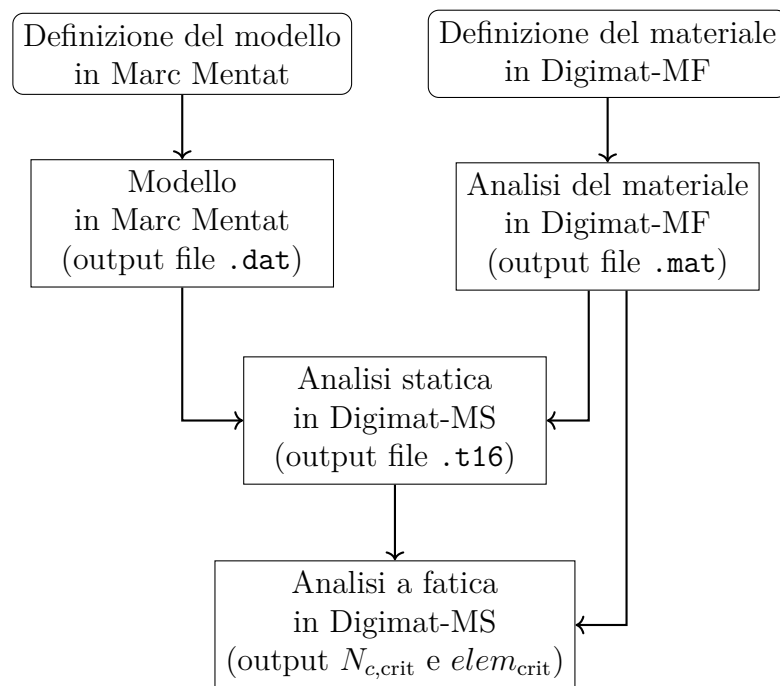
---

<sup>1</sup>Ulteriori informazioni sul materiale composito e sui suoi costituenti sono reperibili nelle schede tecniche dell'azienda produttrice Toray Carbon Fibers America, citate come [15] e [16].

## 4.4 Analisi

Una volta definito il modello numerico, l'analisi a fatica si articola in una sequenza strutturata di passaggi che coinvolge in maniera integrata i software *Marc Mentat* e *Digimat*. Il funzionamento delle singole analisi eseguite nei diversi software è stato illustrato nel capitolo 3; in questa sezione l'attenzione è invece rivolta alla descrizione organica della catena di operazioni che conduce alla valutazione della vita a fatica della struttura.

Al fine di rendere più chiaro il flusso di lavoro adottato, è stato costruito il diagramma di flusso riportato in figura 4.5, che sintetizza gli step principali del processo e i relativi file di scambio tra i diversi ambienti di calcolo.



**Figura 4.5:** Diagramma di flusso della procedura di analisi a fatica

I due punti di partenza del processo sono:

- il modello strutturale, definito in *Marc Mentat*;
- il materiale, modellato in *Digimat-MF*.

Il modello geometrico in *Marc Mentat*, in cui è ancora presente il materiale fittizio, viene salvato al fine di generare il file `.dat` che rappresenta l'output di interesse, poiché costituisce l'input per l'analisi successiva in *Digimat-MS*.

Parallelamente, il materiale composito di interesse viene definito e analizzato in

*Digimat-MF*. Ad ogni livello di carico, *Digimat-MF* effettua l'omogenizzazione del materiale e produce un file `.mat`, contenente tutte le informazioni del materiale (fibra, matrice, frazione volumetrica e criteri di rottura a fatica).

I file `.dat` e `.mat`, insieme alla definizione del processo produttivo, costituiscono gli input per l'analisi statica accoppiata in *Digimat-MS*. In questo passaggio il modello FEM viene associato al materiale precedentemente definito in *Digimat-MF*, ottenendo così il modello integrato di interesse. Viene quindi eseguita un'analisi statica (*Run static from failure criteria*), il cui output principale è il file `.t16`. Tale file contiene lo stato tensionale e deformativo dell'intera struttura e rappresenta l'input diretto per la successiva analisi a fatica.

L'impostazione dettagliata dell'analisi a fatica in *Digimat-MS* è descritta nella sezione 3.3. In questa fase, oltre al file `.t16`, viene importata la definizione del materiale dal file `.mat`, che viene assegnata alle diverse zone del modello. Vengono inoltre specificati i valori massimo e minimo della sollecitazione ciclica applicata, individuati tra gli step di carico definiti nell'analisi statica precedente.

L'analisi a fatica fornisce come output il numero di cicli sopportabili dalla struttura, valutato sia in termini di distribuzione spaziale sugli elementi strutturali, sia in funzione dei singoli layer del laminato. In alternativa, è possibile visualizzare la distribuzione spaziale della sollecitazione alternata sui vari elementi del modello. Essa consente inoltre di individuare l'elemento e il layer in cui si manifesta la condizione più critica, ossia quello associato al minimo numero di cicli a rottura  $N_{c,crit}$ .

Nel diagramma di flusso riportato in figura 4.5 sono sintetizzati tutti gli step necessari all'esecuzione dell'analisi a fatica; per ciascun blocco sono indicati il software utilizzato e il file di output richiesto per il passaggio successivo.

### Modalità di rottura

L'analisi a fatica descritta nella sezione precedente consente di individuare l'elemento e il layer più critici in termini di numero di cicli a rottura, fornendo quindi un'indicazione quantitativa della vita utile della struttura. Tuttavia, essa non restituisce in modo diretto informazioni sulla modalità di rottura associata alla condizione critica individuata. Infatti, il criterio di Tsai-Hill modificato per la fatica restituisce unicamente un valore che, se superiore all'unità, implica l'accadimento della rottura.

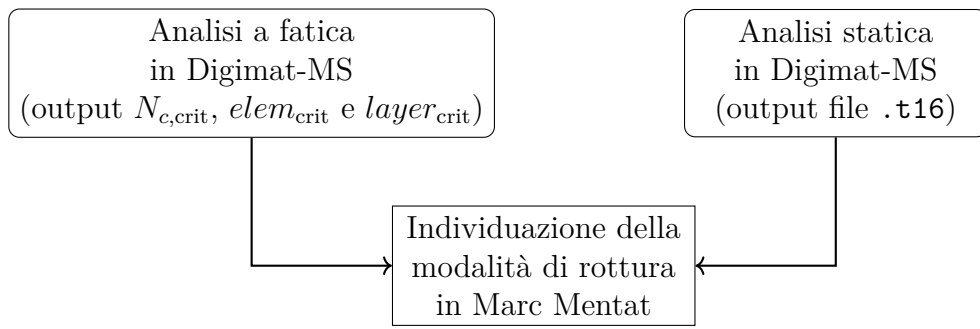
Al fine di approfondire tale aspetto, la procedura può essere estesa con l'identificazione della componente di sollecitazione maggiormente responsabile del comportamento critico osservato.

Poiché il fenomeno della fatica è strettamente correlato allo stato tensionale locale, l'analisi della modalità di rottura avviene attraverso lo studio dei risultati dell'analisi statica.

L'analisi statica precedentemente eseguita in *Digimat-MS* può essere visualizzata sia direttamente in *Digimat-MS*, sia attraverso l'interfaccia grafica di *Marc Mentat*. Conoscendo il codice identificativo dell'elemento critico ( $elem_{crit}$ ), è possibile risalire in *Marc Mentat* al set di appartenenza e al materiale associato. Inoltre, noto il layer più critico ( $layer_{crit}$ ), si possono analizzare le componenti di sollecitazione espresse nel sistema di riferimento locale del materiale. La componente che risulta, nell'analisi statica, proporzionalmente più vicina al corrispondente valore di resistenza statica del materiale, è individuata come la componente maggiormente responsabile del danneggiamento.

Questa valutazione consente di formulare una prima interpretazione della modalità di rottura, a partire dall'individuazione dell'elemento critico a fatica.

Il diagramma di flusso riportato in figura 4.6 riassume i passaggi necessari per l'identificazione della modalità di rottura a partire dai risultati dell'analisi a fatica.



**Figura 4.6:** Diagramma di flusso per l'identificazione della modalità di rottura

In tal modo, l'analisi a fatica viene completata da una valutazione qualitativa del meccanismo di danneggiamento, permettendo di collegare il dato numerico sulla vita a rottura alla causa fisica che governa il cedimento del materiale nel punto più sollecitato della struttura.

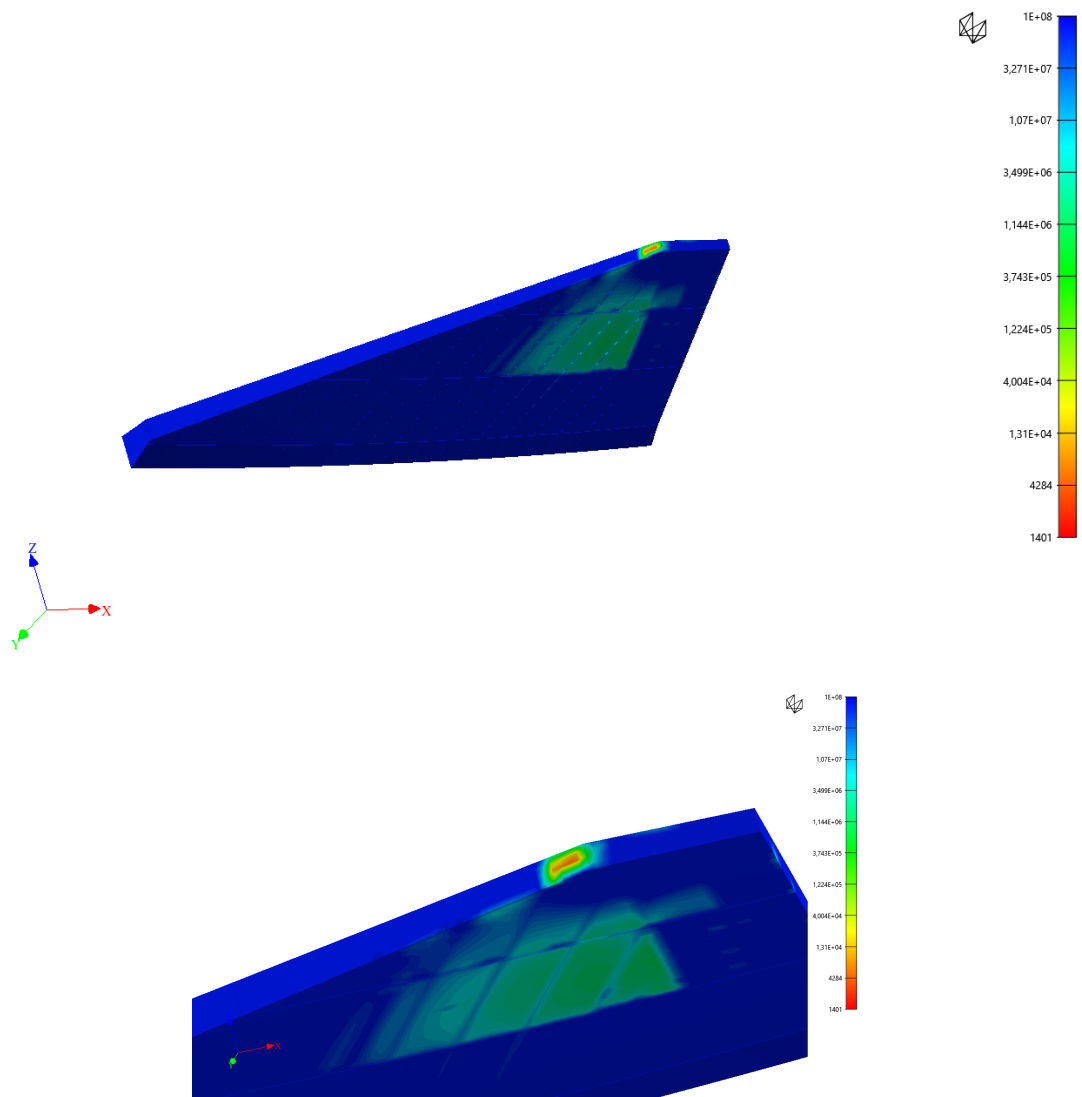
## 4.5 Risultati

Di seguito sono riportati i risultati dell'analisi a fatica condotta sulla struttura alare, utilizzando la procedura descritta nelle sezioni precedenti congiungendo il modello numerico in Marc Mentat e la definizione del materiale in Digimat-MF. I risultati presentano il numero minimo di cicli sopportabili per ciascuna configurazione di carico considerata, l'individuazione dell'elemento critico e del layer più sollecitato. Le due configurazioni di carico (puntuale alla *tip* alare e distribuito sull'intera superficie) sono state scelte rispettivamente per evidenziare concentrazioni locali di sollecitazione e per simulare una condizione più rappresentativa della distribuzione reale.

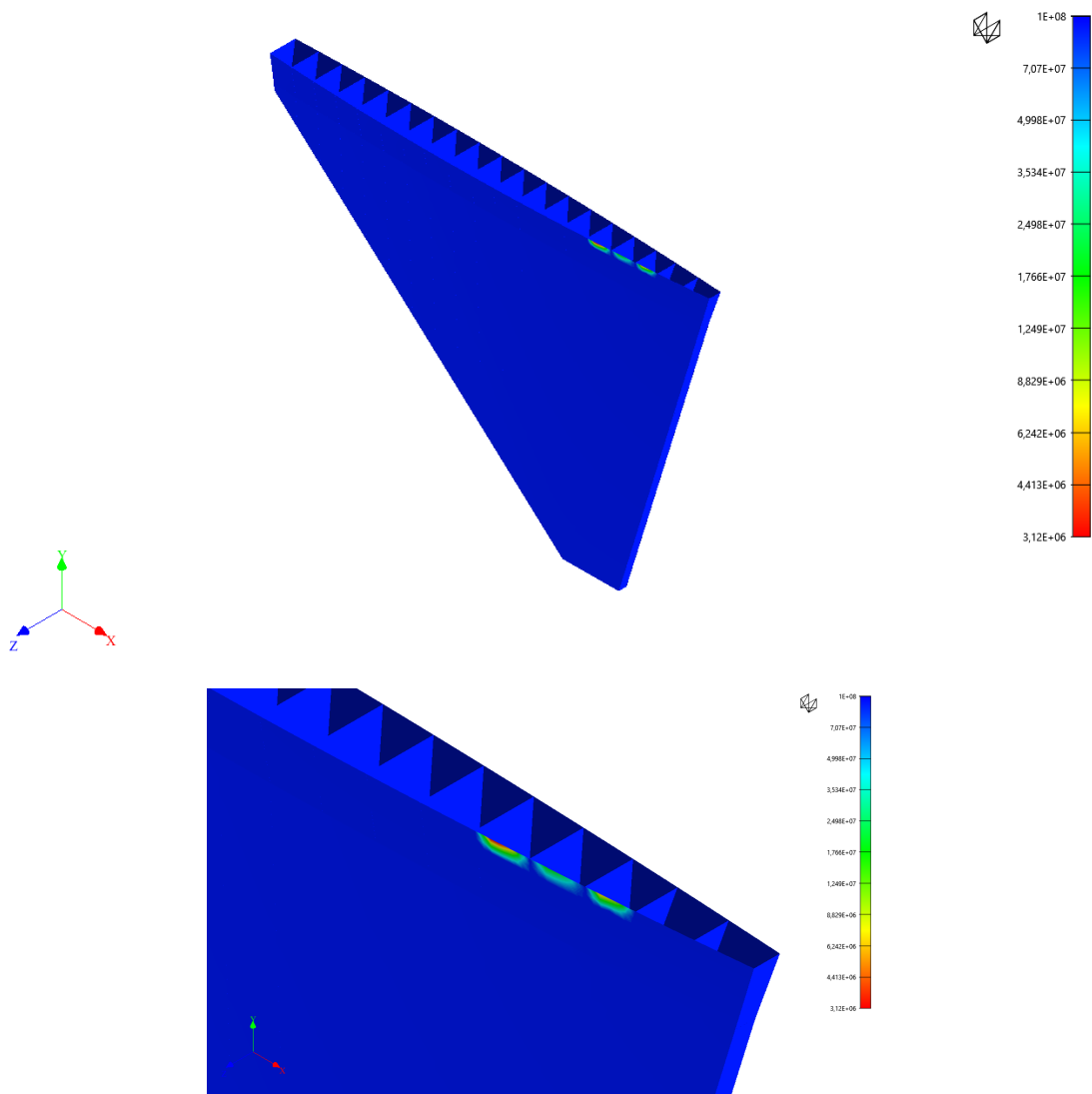
Caso di carico	ID elem. critico	Layer critico	Area	$N_{c,\min}$
Carico puntuale	1021824	layer 14, $-45^\circ$	spar_16	$1.401 \cdot 10^3$
Carico distribuito	1008029	layer 25, $0^\circ$	upper_skin_28	$3.120 \cdot 10^6$

**Tabella 4.1:** Risultati dell'analisi a fatica

Le figure 4.7 e 4.8 mostrano la distribuzione spaziale del numero di cicli a rottura per le due configurazioni, evidenziando la localizzazione delle zone critiche.



**Figura 4.7:** Numero di cicli minimi sopportabili nel layer critico nel caso di carico puntuale



**Figura 4.8:** Numero di cicli minimi sopportabili nel layer critico nel caso di carico distribuito

**Confronto quantitativo tra le configurazioni di carico** Il confronto tra i risultati evidenzia una differenza di circa tre ordini di grandezza nel numero minimo di cicli sopportabili. Tale scarto non rappresenta una semplice variazione numerica, ma riflette una sostanziale modifica dello stato tensionale globale e locale indotto dalle due modalità di carico.

Nel caso di carico puntuale, la forza concentrata alla *tip* genera una distribuzione delle sollecitazioni caratterizzata da forti gradienti locali e da effetti di concentrazione che si riflettono direttamente sulla vita a fatica. Al contrario, il carico di

pressione uniformemente distribuito produce una risposta strutturale più coerente con il comportamento flessionale atteso per una configurazione a sbalzo, con una distribuzione più regolare dei momenti lungo l'apertura alare. È importante definire correttamente le condizioni al contorno che impattano sui risultati ottenuti, dato che il modello è sensibile ai gradienti.

**Localizzazione della zona critica** Un aspetto di particolare interesse riguarda la diversa collocazione dell'elemento critico nei due casi analizzati.

Nel caso di carico puntuale, la zona critica non risulta localizzata in prossimità della radice, come intuitivamente atteso per una struttura a sbalzo, bensì in una regione più distante. Questo risultato, a un primo esame, potrebbe apparire controintuitivo. Tuttavia, l'analisi dello stato tensionale statico dell'elemento critico mostra la presenza di tensioni elevate nella direzione trasversale alle fibre, ovvero nella direzione in cui il materiale composito presenta la minore capacità resistente. Il cedimento a fatica risulta pertanto governato non tanto dall'entità del momento flettente globale, quanto dalla combinazione locale tra orientazione del laminato e stato tensionale indotto dal carico concentrato. Questo evidenzia il ruolo determinante della stratificazione nella risposta a fatica della struttura.

Nel caso di carico distribuito, la zona critica si localizza invece in prossimità della radice. In questa configurazione, la risposta strutturale risulta maggiormente governata dal comportamento globale della semiala, e la criticità emerge dove la tensione raggiunge il valore massimo.

**Significato metodologico dei risultati** È importante sottolineare che le condizioni di carico adottate non sono rappresentative di uno scenario operativo realistico, ma sono state volutamente amplificate al fine di generare condizioni prossime alla criticità a fatica. Questa scelta ha permesso di:

- evidenziare differenze marcate tra configurazioni di carico differenti;
- mettere in luce la sensibilità della vita a fatica alla distribuzione delle sollecitazioni;
- verificare la coerenza tra stato tensionale statico e previsione a fatica.

In un caso realistico la struttura risulterebbe presumibilmente lontana da condizioni critiche, rendendo meno significativa l'analisi comparativa e la valutazione della robustezza metodologica.

Un fattore non trascurabile riguarda il costo computazionale del processo per effettuare l'analisi a fatica su un modello come la struttura alare mostrata, il parametro che si tiene conto è il tempo di esecuzione del processo. Ogni step ha un certo tempo di esecuzione, ma come riferimento si considera l'analisi statica

preliminare a quella a fatica effettuata su Digimat-MS che già tiene conto del modello FEM, del materiale effettivo e degli input richiesti, si può constatare che il tempo di esecuzione è di circa dieci minuti. L'analisi è stata effettuata con 4 processori in parallelo.

Nel complesso, i risultati ottenuti mostrano come l'approccio adottato sia in grado di:

- identificare l'elemento e il layer maggiormente sollecitati;
- fornire una mappatura spaziale coerente della vita a fatica;
- collegare il dato numerico di vita a rottura allo stato tensionale locale e alla stratificazione del materiale.

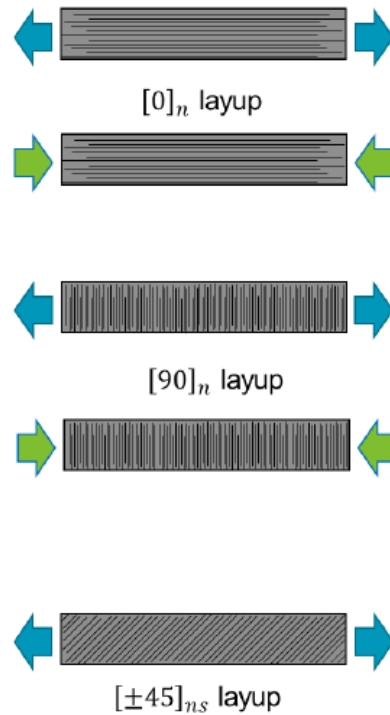
Tuttavia, la complessità geometrica della struttura alare e l'elevato numero di variabili progettuali rendono talvolta difficile isolare in modo chiaro il contributo dei singoli parametri. Per questo motivo, nel capitolo successivo la medesima metodologia verrà applicata a una configurazione strutturale semplificata, costituita da una piastra di dimensione unitaria soggetta a carico simmetrico e unidirezionale (capitolo 5). Tale caso consentirà di analizzare in modo più controllato l'influenza dei parametri del materiale e di validare ulteriormente la coerenza e la sensibilità dell'approccio proposto.

## Capitolo 5

# Analisi a fatica di una piastra di prova

Al fine di verificare e validare la metodologia di analisi a fatica precedentemente descritta, è stata condotta una campagna di simulazioni numeriche. L'obiettivo è duplice: da un lato riprodurre il più fedelmente possibile le condizioni sperimentali disponibili, così da consentire un confronto diretto tra risultati numerici ed evidenze sperimentali; dall'altro valutare la coerenza tra la scala mesoscopica e quella macroscopica, verificando l'affidabilità dell'approccio accoppiato materiale-struttura. L'oggetto di studio è una piastra di superficie unitaria, del medesimo materiale delle prove sperimentali citate nella sezione 3.2, modellata mediante Marc Mentat e sottoposta a un carico unidirezionale applicato secondo tre diverse direzioni rispetto all'orientamento delle fibre del materiale: lungo le fibre ( $0^\circ$  nel sistema di riferimento del materiale), trasversalmente alle fibre ( $90^\circ$ ) e a  $45^\circ$  rispetto ad esse. Il materiale impiegato rimane invariato in tutte le simulazioni, così da isolare esclusivamente l'effetto della direzione del carico sulla risposta a fatica. La geometria e le condizioni di carico sono state definite in modo da risultare quanto più possibile assimilabili a quelle del RVE, così da rendere significativo il confronto tra le due scale di modellazione.

Un ulteriore vantaggio delle simulazione sul modello della piastra risiede nella velocità di esecuzione, aspetto considerato anche per il modello della struttura alare. Considerando, anche in questo caso, l'analisi statica preliminare a quella di fatica in Digimat-MS in cui è già accoppiato il modello FEM con il materiale effettivo, il tempo di compilazione si attesta su un paio di secondi permettendo così di effettuare le analisi con risultati immediati.



**Figura 5.1:** Casi di carico

I dati sperimentali considerati, descritti in [1] e richiamati nella sezione 3.2.3, fanno riferimento alla condizione di trazione–trazione con rapporto di carico  $R = 0.1$ . Di conseguenza, la modellazione della piastra è stata impostata in modo da riprodurre tale configurazione, permettendo una validazione diretta del modello numerico rispetto ai risultati sperimentali.

Per ciascuna direzione di carico vengono quindi analizzate due condizioni di sollecitazione:

- trazione–trazione (T–T), con  $R = 0.1$ , per cui sono disponibili le curve S-N ottenute sperimentalmente per tutte le condizioni;
- compressione–compressione (C–C), con  $R = 10$ .

Nell’ottica di predisporre un confronto tra dati sperimentali, risultati di Digimat-MS e Digimat-MF vengono effettuate due analisi.

La prima è condotta in *Digimat-MF*, dove le condizioni di carico sono applicate direttamente a livello di materiale, mediante la definizione di un RVE rappresentativo del laminato. Sulla base dei modelli costitutivi, dei criteri di danneggiamento a fatica e dei dati sperimentali a disposizione (illustrati nel capitolo 3.2), il software

consente la costruzione delle curve S–N anche per rapporti di carico differenti rispetto a quelli testati sperimentalmente.

La seconda analisi è svolta in *Digimat-MS*, in cui la piastra viene associata alle proprietà omogeneizzate ricavate dall'analisi mesoscopica; si procede quindi alla simulazione strutturale e alla mappatura del numero di cicli a fatica sulla geometria. Nel caso  $R = 0.1$ , il confronto viene effettuato su tre livelli:

- dato sperimentale;
- previsione a livello mesoscopico (*Digimat-MF*);
- simulazione strutturale macroscopica (*Digimat-MS*).

Nel caso  $R = 10$ , il confronto è limitato ai due livelli numerici (*Digimat-MF* e *Digimat-MS*) ed è finalizzato alla verifica della coerenza interna dell'approccio multi-scala.

Il confronto tra scala mesoscopica e macroscopica viene effettuato considerando, per ciascuna simulazione strutturale, il numero minimo di cicli a rottura. Nel caso della piastra analizzata, soggetta a carico unidirezionale uniforme e priva di concentrazioni di tensione, il campo tensionale risulta omogeneo; di conseguenza, il numero di cicli previsto è uniforme su tutta la superficie. Ciò consente un confronto diretto con la corrispondente curva S–N ottenuta a livello di materiale. Poiché le curve S–N sono definite per punti discreti, il confronto viene eseguito selezionando il punto più vicino in termini di livello di tensione applicato.

In questo modo è possibile distinguere chiaramente tra:

- una fase di validazione rispetto al dato sperimentale (possibile per  $R = 0.1$ );
- una fase di verifica della consistenza tra scala mesoscopica e macroscopica (condotta per entrambe le condizioni di carico).

Per ottenere i rapporti di carico desiderati ( $R = 0.1$  e  $R = 10$ ), sono state definite storie di carico differenti per i casi di trazione e compressione, variando sia il numero di step sia l'intensità dei livelli di carico in funzione della direzione rispetto alle fibre.

## 5.1 Prove di carico

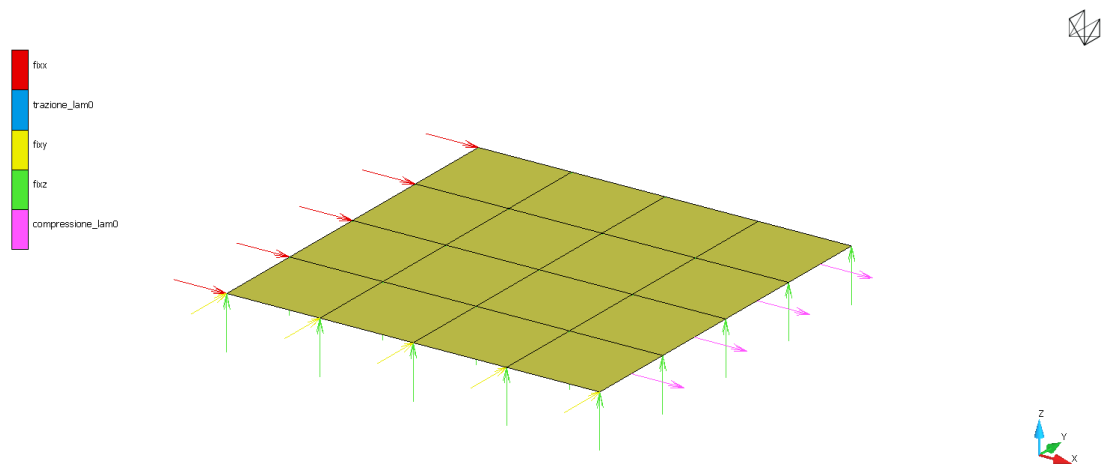
Si analizzano di seguito le tre configurazioni considerate nella campagna di simulazioni. È opportuno precisare che, per ottenere le tre diverse condizioni di sollecitazione rispetto all'orientamento delle fibre ( $0^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $\pm 45^\circ$ ), non è stata modificata la configurazione di carico applicata alla piastra, bensì la laminazione del composito. Questa scelta consente di mantenere invariato lo stato tensionale macroscopico imposto alla struttura, variando esclusivamente l'orientazione del materiale rispetto alla direzione della sollecitazione. In tal modo è possibile isolare l'effetto dell'anisotropia del laminato sulla risposta a fatica, evitando di introdurre ulteriori variabili legate alla modifica delle condizioni al contorno.

La piastra considerata è quadrata, di superficie unitaria, costituita da 16 strati (layer) di uguale spessore.

**Piastra con fibre orientate a  $0^\circ$**  Nel primo caso la piastra presenta laminazione  $[0]_{16}$ , con tutti gli strati orientati lungo la medesima direzione. La sollecitazione applicata risulta quindi parallela alle fibre.

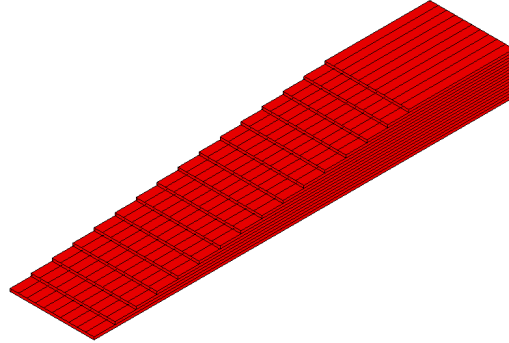
Alla piastra sono stati applicati vincoli tali da garantire una deformazione nel piano (indicati in Figura 5.2). Il carico è di tipo unidirezionale e viene applicato per  $R = 0.1$  con segno positivo e per  $R = 10$  con segno negativo per riprodurre rispettivamente le condizioni di trazione e compressione.

In questa configurazione, la deformazione principale avviene lungo la direzione delle fibre, rappresentando il caso di sollecitazione longitudinale del materiale composito. Si sottolinea che è, inoltre, presente una deformazione sul piano della piastra, nella direzione perpendicolare alle fibre.



**Figura 5.2:** Piastra di prova con carico e vincoli

In figura 5.3 è riportata la configurazione del laminato.

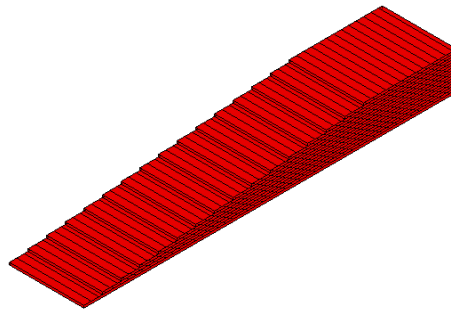


**Figura 5.3:** Laminato della piastra  $[0]_{16}$

**Piastra con fibre orientate a  $90^\circ$**  Per ottenere una sollecitazione trasversale rispetto alle fibre, si è mantenuta invariata la configurazione di carico e si è modificata la laminazione in  $[90]_{16}$ .

In questo modo, la direzione del carico risulta ortogonale alle fibre, rappresentando il caso di sollecitazione trasversale, tipicamente caratterizzato da una rigidità e una resistenza inferiori rispetto al caso longitudinale.

La configurazione del laminato è riportata in figura 5.4.

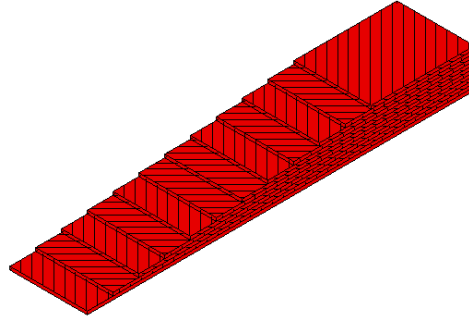


**Figura 5.4:** Laminato della piastra  $[90]_{16}$

**Piastra con fibre orientate a  $\pm 45^\circ$**  Nel terzo caso è stata adottata una laminazione  $[\pm 45]_{3s}$ , con alternanza simmetrica di strati orientati a  $+45^\circ$  e  $-45^\circ$ .

Anche in questo caso, il carico applicato rimane invariato. La variazione dell'orientazione degli strati comporta tuttavia che la sollecitazione macroscopica si traduca, a livello del singolo strato, in una combinazione di tensioni normali e tangenziali. Questa configurazione rappresenta quindi un caso dominato da effetti di taglio nel sistema di riferimento del materiale.

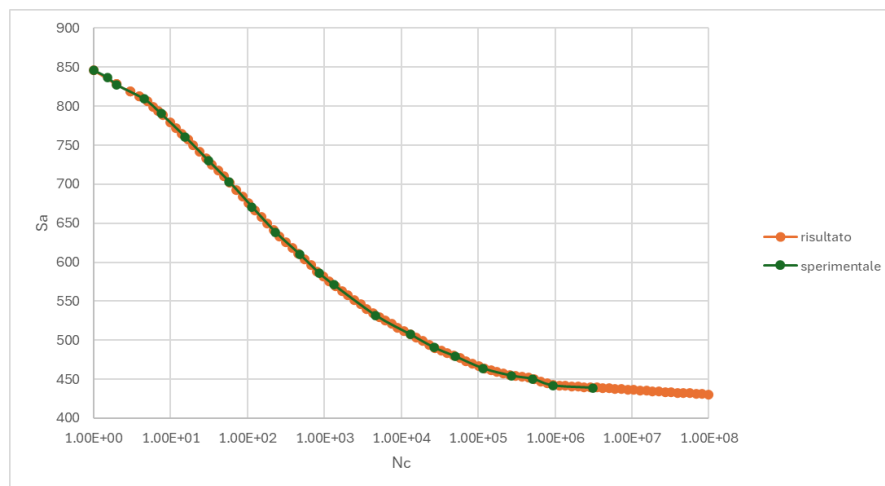
La rappresentazione del laminato è riportata in figura 5.5.



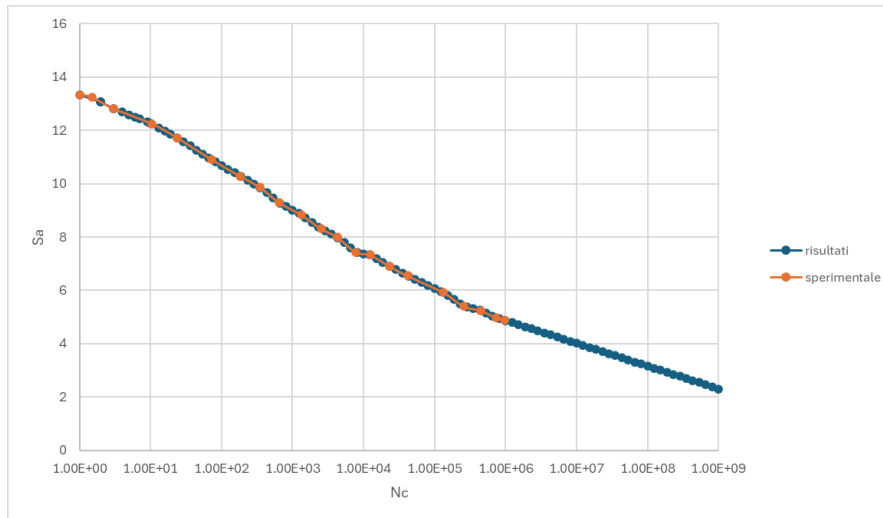
**Figura 5.5:** Laminato della piastra  $[\pm 45]_{3s}$

## 5.2 Confronto tra i risultati in Digimat-MF e i dati sperimentali

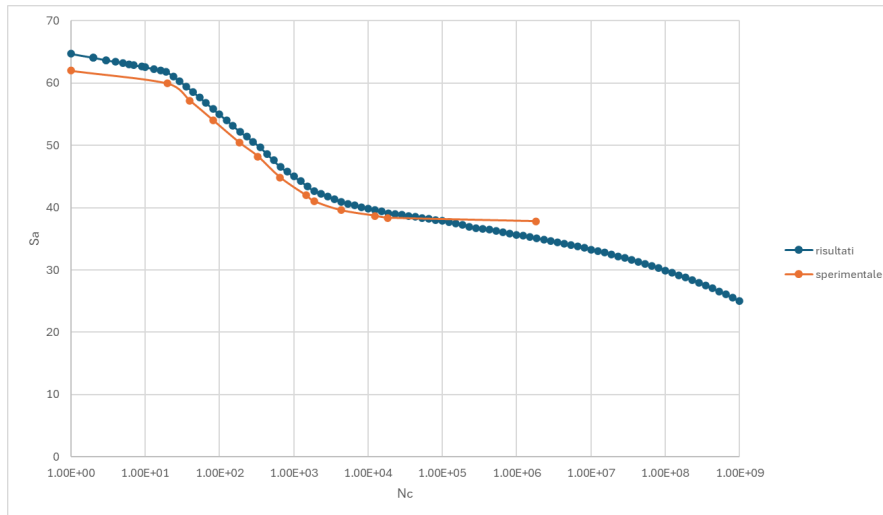
Nel caso di  $R = 0.1$ , come anticipato in precedenza, i risultati dei test sperimentali a fatica sono assunti come dato di input. Ciò consente di ricostruire un'approssimazione della curva S-N mediante interpolazione dei dati sperimentali disponibili. Parallelamente, grazie al criterio di rottura a fatica implementato in *Digimat-MF*, è possibile calcolare, per un qualsiasi numero di cicli  $N$ , la sollecitazione alternata corrispondente. Al fine di distinguere la curva sperimentale da quella numerica, le simulazioni numeriche si sono svolte su un range di numero di cicli più esteso e con un numero di punti maggiore. Da tale procedura si ottiene una seconda curva, anch'essa ricavata per interpolazione basata su valori calcolati numericamente. Le due curve possono essere confrontate mediante sovrapposizione nello stesso grafico, come mostrato nelle figure 5.6a, 5.6b e 5.6c, rispettivamente per i laminati  $[0]_{16}$ ,  $[90]_{16}$  e  $[\pm 45]_{3s}$ .



(a) Prova di carico di trazione con  $R = 0.1$  a  $0^\circ$  rispetto alle fibre



(b) Prova di carico di trazione con  $R = 0.1$  a  $90^\circ$  rispetto alle fibre



(c) Prova di carico di trazione con  $R = 0.1$  a  $\pm 45^\circ$  rispetto alle fibre

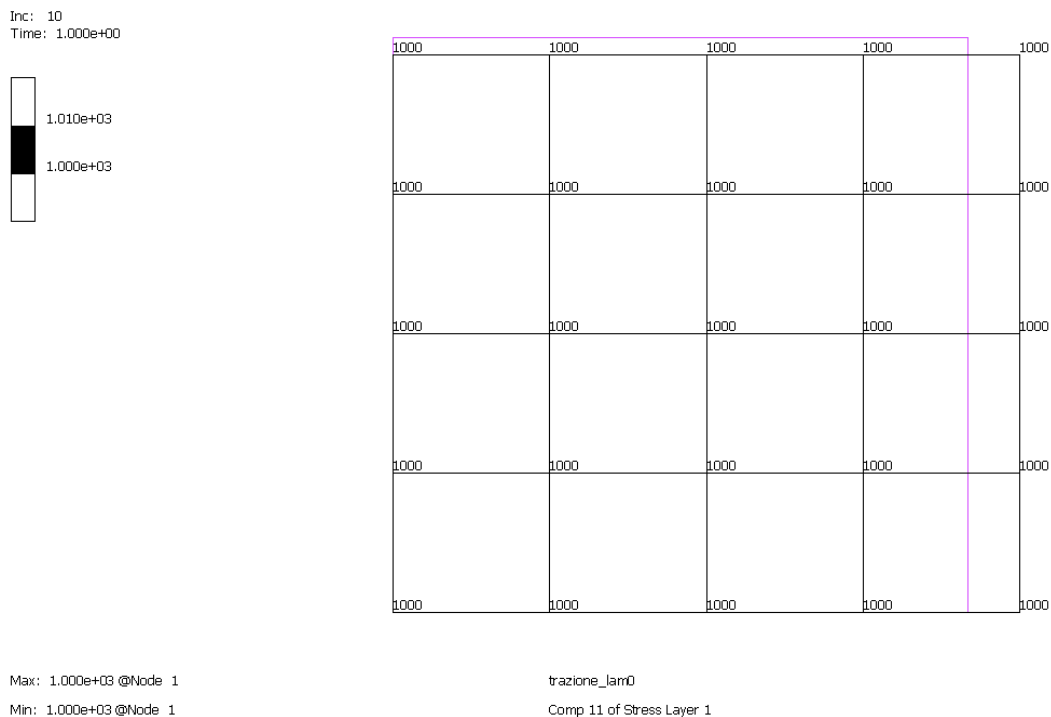
**Figura 5.6:** Confronto tra i dati sperimentali e l'output in Digimat-MF

Dall'analisi dei risultati si osserva che, per tutti i casi di carico, le curve ottenute dai dati sperimentali e quelle fornite dal modello numerico risultano sostanzialmente sovrapposte, in accordo con le ipotesi iniziali. Tale evidenza conferma l'affidabilità del metodo di calcolo adottato. La discrepanza visibile nella figura 5.6c è imputabile alla mancanza di dati sperimentali diretti relativi alla curva S-N del laminato  $[\pm 45]_{ns}$  per il materiale T700S/2592. In assenza di tali informazioni, sono stati utilizzati dati riferiti a un materiale con caratteristiche analoghe, come riportato nel paper [1]. Questa approssimazione giustifica la differenza osservata tra le due curve.

### 5.3 Confronto tra i risultati in Digimat-MF e in Digimat-MS

**Prova di trazione a 0° con rapporto di carico  $R = 0.1$**  La simulazione numerica della prova di trazione è stata implementata in dieci step di carico, con forza applicata linearmente da 0 N fino a 1000 N. Queste analisi costituiscono un input per la simulazione numerica della vita a fatica tramite Digimat-MS.

In figura 5.7 è mostrata la distribuzione della tensione  $\sigma_{11}$  nel primo *layer* della piastra all'incremento di carico massimo. Poiché il carico è applicato in modo uniformemente distribuito e il modello presenta simmetria geometrica e di laminazione, il comportamento del primo *layer* risulta rappresentativo dell'intero laminato.



**Figura 5.7:**  $\sigma_{11}$  del *layer* 1 all'incremento di carico massimo, nel caso di trazione

La configurazione indeformata della piastra è evidenziata in colore viola, mentre la configurazione deformata mostra un'evidente deformazione nella direzione del carico applicato, confermando la natura di trazione della sollecitazione. In accordo con la convenzione adottata, la tensione risulta positiva poiché la deformazione è concorde con l'asse globale di riferimento.

Al fine di confrontare i risultati ottenuti mediante Digimat-MF e Digimat-MS, è necessario ricostruire una condizione di carico ciclico equivalente nell'analisi a

fatica. In tabella 5.1 sono riportati i livelli di tensione massima e minima impostati per ottenere un rapporto di carico pari a  $R = 0.1$ , insieme ai corrispondenti valori di tensione media  $\sigma_m$ , tensione alternata  $\sigma_a$  e al numero minimo di cicli a rottura previsto dai due approcci di simulazione.

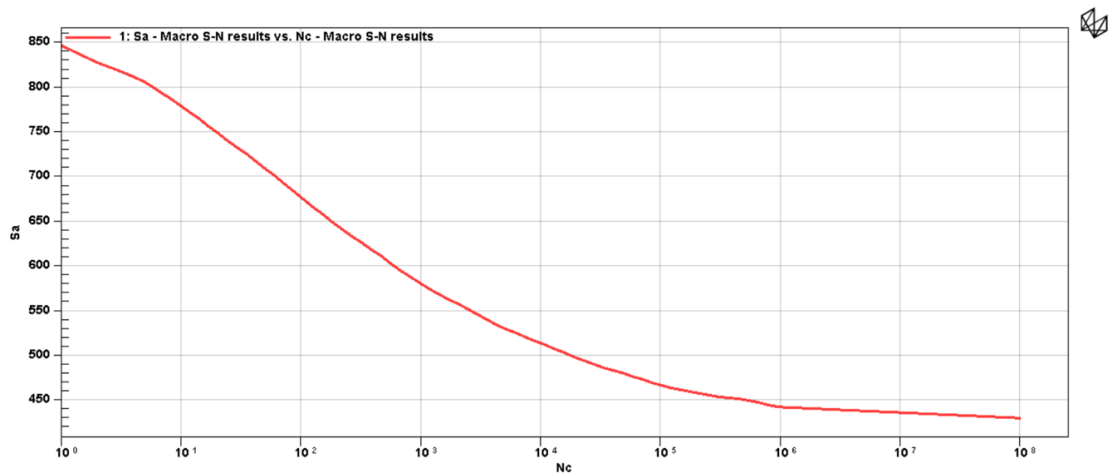
La curva S-N relativa al rapporto di carico  $R = 0.1$ , generata come output dal modulo di fatica di Digimat, è riportata in figura 5.13, in cui è presente anche un ingrandimento nell'intorno della sollecitazione alternata simulata su Digimat-MS.

$\sigma_{max}[MPa]$	$\sigma_{min}[MPa]$	$\sigma_m[MPa]$	$\sigma_a[MPa]$	$R$	$N_{c,MS}$	$N_{c,MF}$
1000	100	550	450	0.1	$5.23 \cdot 10^5$	$5.23 \cdot 10^5$

**Tabella 5.1:** Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra [0]<sub>16</sub> carico di trazione

Come mostrato in tabella, per il caso in esame ( $\sigma_{max} = 1000$  MPa e  $\sigma_{min} = 100$  MPa), il numero di cicli a rottura calcolato mediante Digimat-MS risulta coincidente con quello fornito da Digimat-MF, pari a  $N_c = 5.23 \cdot 10^5$  cicli.

Il confronto viene effettuato accedendo alla curva S-N per  $R = 0.1$  e individuando, in corrispondenza della tensione alternata  $\sigma_a = 450$  MPa, il numero di cicli a rottura previsto. Tale valore viene quindi confrontato con il risultato ottenuto tramite l'analisi a fatica condotta in Digimat-MS.



**Figura 5.8:** Curva S-N per  $R = 0.1$  nel caso T-T, da Digimat-MF

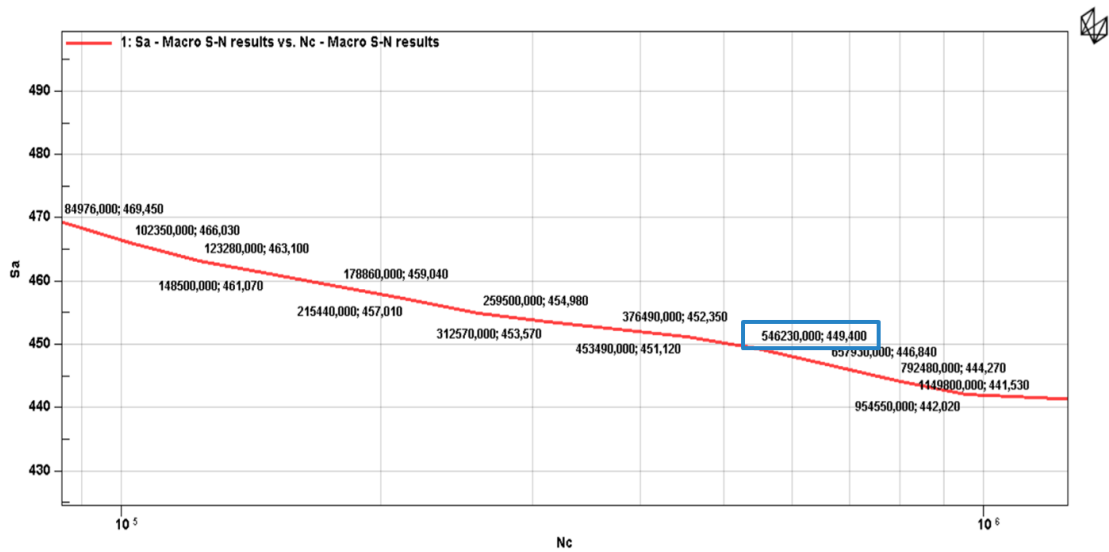
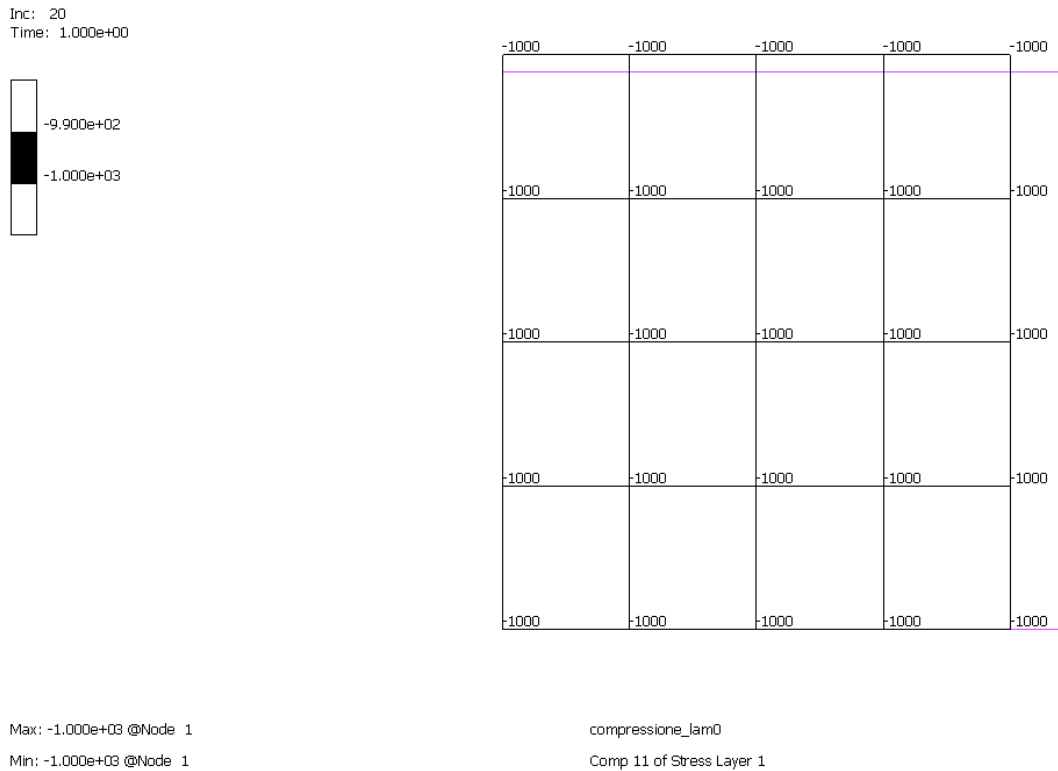


Figura 5.9: Zoom della figura 5.13 intorno a  $\sigma_a = 450\text{MPa}$

Come evidenziato in figura 5.13, sia nella rappresentazione globale sia nello zoom locale attorno a  $\sigma_a = 450\text{MPa}$ , i risultati dei due metodi risultano pienamente coerenti. Questo conferma la correttezza dell'impostazione del carico ciclico e la consistenza tra l'approccio multiscala basato su MF e quello strutturale implementato in MS per il caso di trazione-trazione su laminato  $[0]_{16}$ .

**Prova di compressione a  $0^\circ$  con rapporto di carico  $R = 10$**  In modo analogo a quanto discusso per il caso di trazione, è stata condotta un'analisi numerica della prova di compressione con orientazione delle fibre pari a  $0^\circ$ . A parità di intensità del carico applicato, la distribuzione delle sollecitazioni risulta formalmente identica a quella osservata nel caso di trazione; tuttavia, come mostrato in figura 5.10, la deformazione lungo la direzione di applicazione del carico presenta segno opposto, risultando coerente con un regime di compressione.



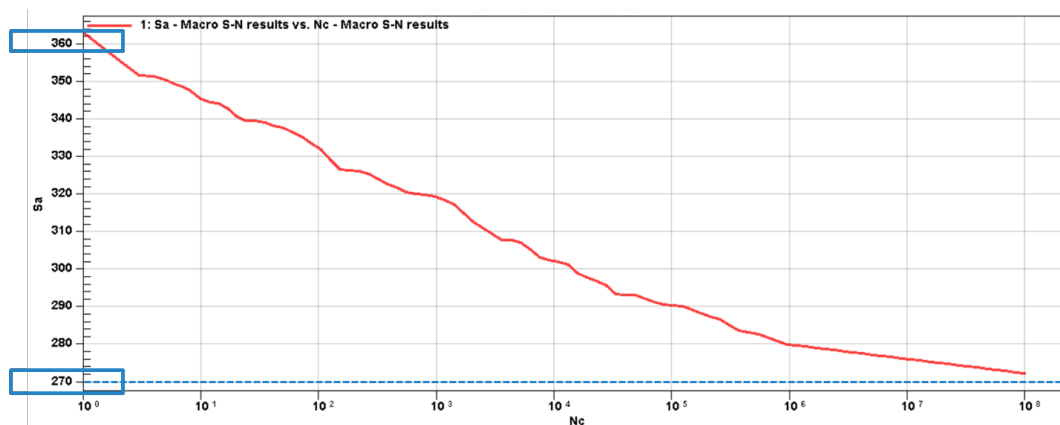
**Figura 5.10:**  $\sigma_{11}$  del *layer* 1 all'incremento di carico massimo, nel caso di compressione

È opportuno sottolineare che, trattandosi di un materiale composito, il comportamento meccanico non è necessariamente simmetrico tra trazione e compressione. Tale asimmetria è chiaramente evidenziata dal CLD in direzione longitudinale, riportato in figura 3.9, nel quale la risposta del materiale risulta differente nei due regimi di carico, sia in termini di resistenza che di meccanismi di danneggiamento. Alla luce di questa asimmetria, per ottenere risultati significativi nell'analisi a fatica in compressione è stato necessario definire opportunamente la storia di carico. Nel caso in esame sono stati introdotti venti livelli di carico complessivi, distribuiti in modo non uniforme: una prima fase compresa tra 0 N e  $-100$  N e una seconda fase tra  $-100$  N e  $-1000$  N. Tale scelta consente una definizione semplice e coerente del rapporto di carico, fissato pari a  $R = 10$ , mantenendo al contempo un'adeguata risoluzione nelle regioni di maggiore interesse dal punto di vista del danneggiamento.

$\sigma_{max}[MPa]$	$\sigma_{min}[MPa]$	$\sigma_m[MPa]$	$\sigma_a[MPa]$	$R$	$N_{c,MS}$	$N_{c,MF}$
-90	-900	-495	405	10	1	—
-80	-800	-440	360	10	1.31	1
-70	-700	-385	315	10	$1.7 \cdot 10^3$	$1.708 \cdot 10^3$
-60	-600	-330	270	10	$1 \cdot 10^8$	—

**Tabella 5.2:** Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra  $[0]_{16}$  carico di compressione

In tabella 5.2 sono riportati i risultati delle analisi a fatica per diverse configurazioni di carico ciclico, selezionate in modo da coprire un ampio intervallo di comportamento del materiale. In particolare, le condizioni analizzate spaziano da uno stato di assoluta sicurezza, in cui il punto di lavoro si colloca al di sotto della campana del CLD, fino a condizioni di rottura, per le quali la sollecitazione risulta esterna alla curva limite di danneggiamento.



**Figura 5.11:** Curva S-N per  $R = 10$  nel caso C-C, da Digimat-MF

Le due condizioni estreme sono chiaramente osservabili nella rappresentazione globale della curva S-N riportata in figura 5.11. Nel caso di rottura immediata, il numero di cicli a rottura viene convenzionalmente posto pari a  $N_c = 1$  nell'analisi condotta con Digimat-MS; coerentemente, la tensione alternata associata risulta esterna al dominio definito dalla curva S-N. All'estremo opposto, per le condizioni caratterizzate da un'elevata sicurezza a fatica, il numero di cicli previsto supera il limite superiore del range di analisi; in tali casi, per convenzione, viene assegnato il valore massimo considerato, pari a  $N_c = 10^8$ , che rappresenta un valore conservativo per la vita a fatica.

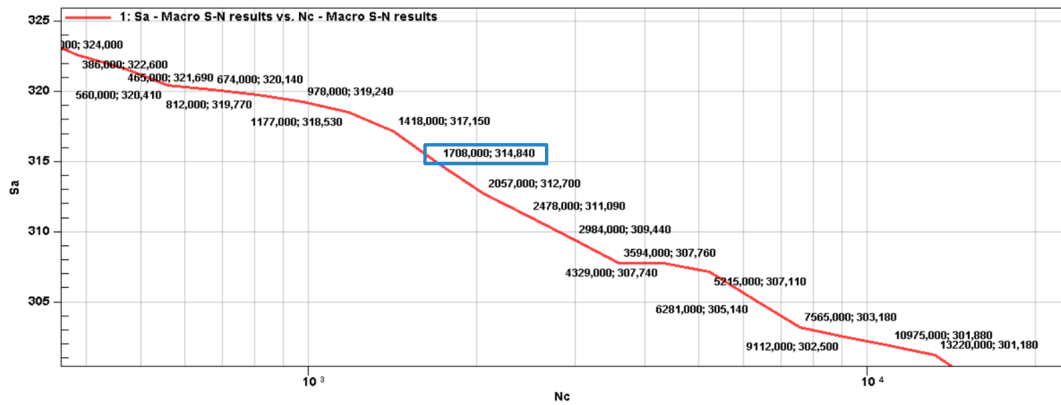


Figura 5.12: Zoom della figura 5.16 intorno a  $\sigma_a = 315$

Le due configurazioni intermedie sono state confrontate seguendo la medesima procedura adottata per il caso di trazione: il numero di cicli a rottura ottenuto mediante l'analisi strutturale in Digimat-MS è stato confrontato con quello ricavato dalla curva S–N generata tramite Digimat-MF. Come mostrato in tabella 5.2 e confermato dallo zoom locale in figura 5.12, i risultati ottenuti risultano concordi, evidenziando una buona coerenza tra i due approcci anche nel caso di compressione–compressione su laminato  $[0]_{16}$ .

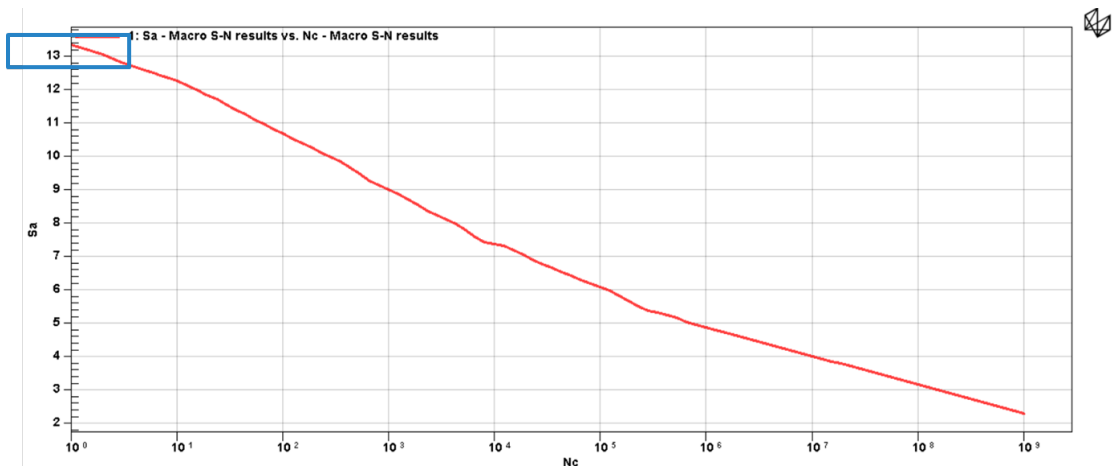
Il perfetto allineamento tra il numero di cicli a rottura ottenuto in Digimat-MS e quello ricavato dalla curva S–N generata in Digimat-MF conferma che, in assenza di gradienti tensionali e per un laminato omogeneo  $[0]_{16}$ , il trasferimento delle proprietà a fatica dalla scala mesoscopica a quella macroscopica non introduce errori significativi.

Dopo avere analizzato il caso sia in trazione che in compressione, si può concludere che nel caso di carico longitudinale l'approccio multiscala risulta efficace.

**Prova di trazione e compressione a 90° rispetto alle fibre** Il confronto tra i casi  $[0]_{16}$  e  $[90]_{16}$  evidenzia una marcata riduzione dei livelli di sollecitazione ammissibili, dell'ordine di una grandezza. Tale comportamento è coerente con la natura ortotropa del materiale composito, in cui la resistenza e la rigidità risultano massime lungo la direzione delle fibre e significativamente inferiori in direzione trasversale. La direzione trasversale delle fibre è quella meno resistente, infatti il modulo del carico diminuisce di circa un ordine di grandezza. L'analisi statica a trazione viene effettuata su venti livelli di carico, di cui dieci tra 0 N e 10 N e gli altri dieci tra 10 N e 100 N. Anche l'analisi a compressione ha carichi inferiori di un ordine di grandezza rispetto alla prova di carico longitudinale. La storia di carico è anch'essa suddivisa in venti step, questa volta dieci tra 10 N e 20 N e gli altri dieci tra 100 N e 200 N.

$\sigma_{max}[MPa]$	$\sigma_{min}[MPa]$	$\sigma_m[MPa]$	$\sigma_a[MPa]$	$R$	$N_{c,MS}$	$N_{c,MF}$
10	1	5.5	4.5	0.1	$2.72 \cdot 10^6$	$2.31 \cdot 10^6$
20	2	11	9	0.1	$1.02 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^3$
30	3	16.5	13.5	0.1	1.0	—

**Tabella 5.3:** Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra  $[90]_{16}$  carico di trazione



**Figura 5.13:** Curva S-N per  $R = 0.1$  nel caso T-T, da Digimat-MF

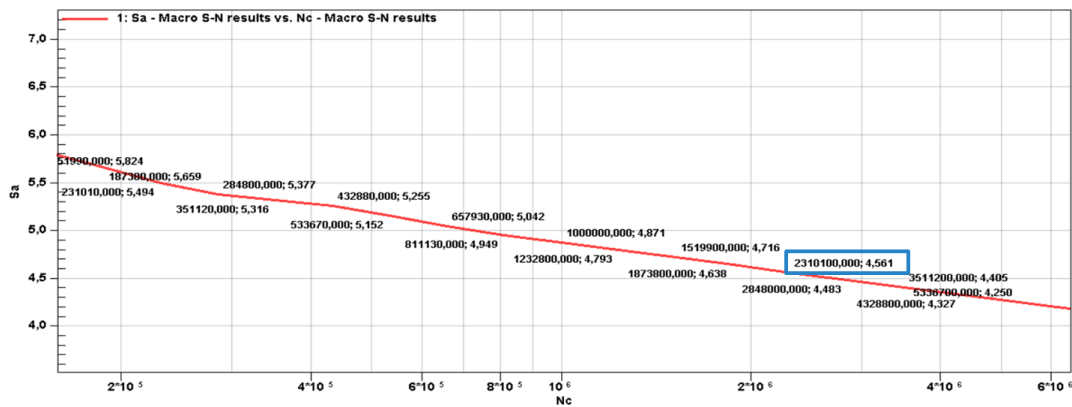


Figura 5.14: Zoom della figura 5.13 intorno a  $\sigma_a = 4.5MPa$

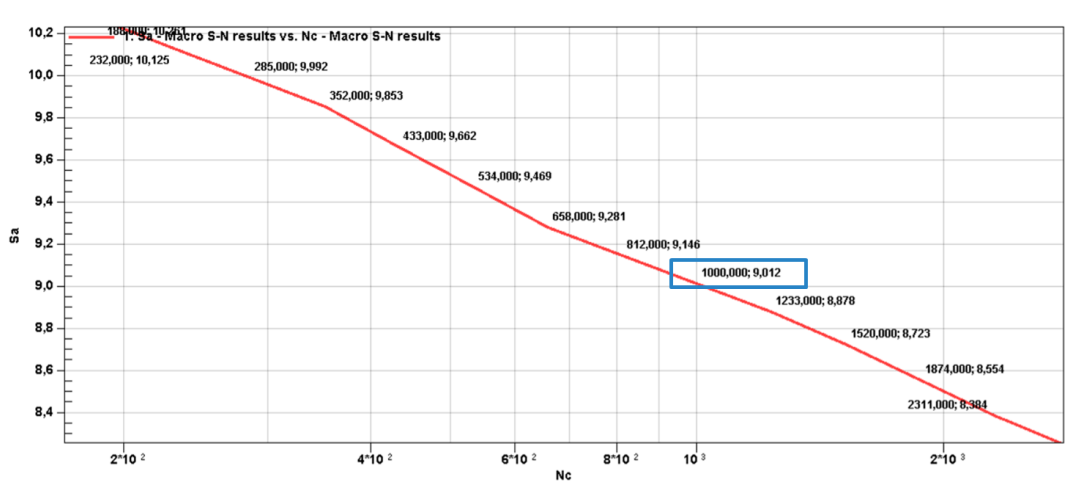
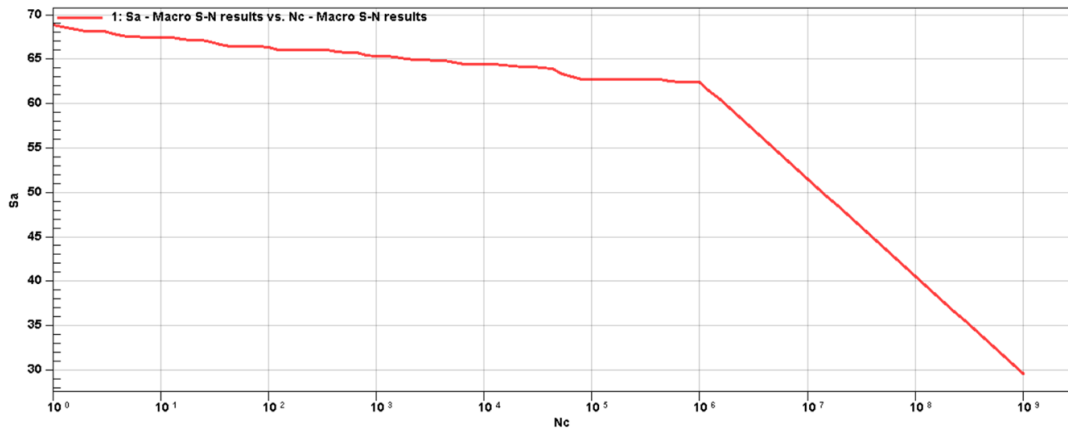


Figura 5.15: Zoom della figura 5.13 intorno a  $\sigma_a = 9MPa$

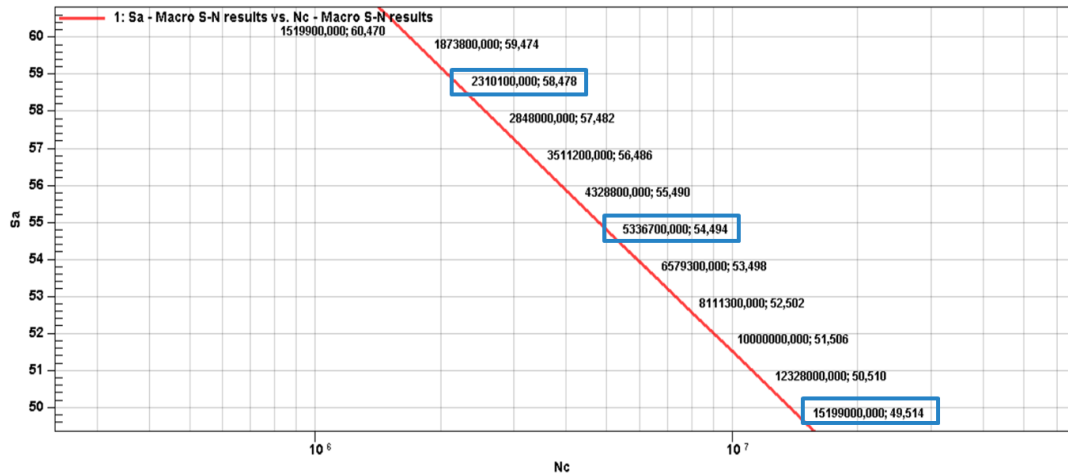
Nella condizione con rapporto di carico  $R = 0.1$ , le tre casistiche esaminate descrivono un ampio intervallo di comportamento del materiale, dalla rottura certa per  $\sigma_a = 13.5$  fino a un numero di cicli a fatica accettabile per  $\sigma_a = 4.5$ . Si può intuire da questi risultati numerici ma anche dal CLD in figura 3.9b che la sollecitazione alterna a cui si verifica la rottura è sensibilmente inferiore rispetto al caso di carico longitudinale alle fibre. Come nei casi precedenti, i risultati estratti da Digimat-MS risultano coerenti con quelli di Digimat-MF.

$\sigma_{max}[MPa]$	$\sigma_{min}[MPa]$	$\sigma_m[MPa]$	$\sigma_a[MPa]$	$R$	$N_{c,MS}$	$N_{c,MF}$
-11	-110	-60.5	49.5	10	$1.53 \cdot 10^7$	$1.52 \cdot 10^7$
-12	-120	-66	54	10	$5.94 \cdot 10^6$	$5.337 \cdot 10^6$
-13	-130	-71.5	58.5	10	$2.31 \cdot 10^6$	$2.31 \cdot 10^6$
-14	-140	-77	63	10	$6.61 \cdot 10^4$	$6.58 \cdot 10^4$

**Tabella 5.4:** Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra  $[90]_{16}$  carico di compressione



**Figura 5.16:** Curva S-N per  $R = 10$  nel caso C-C, da Digimat-MF



**Figura 5.17:** Zoom della figura 5.16 intorno a  $\sigma_a = 49.5MPa$ ,  $\sigma_a = 54MPa$ ,  $\sigma_a = 58.5MPa$

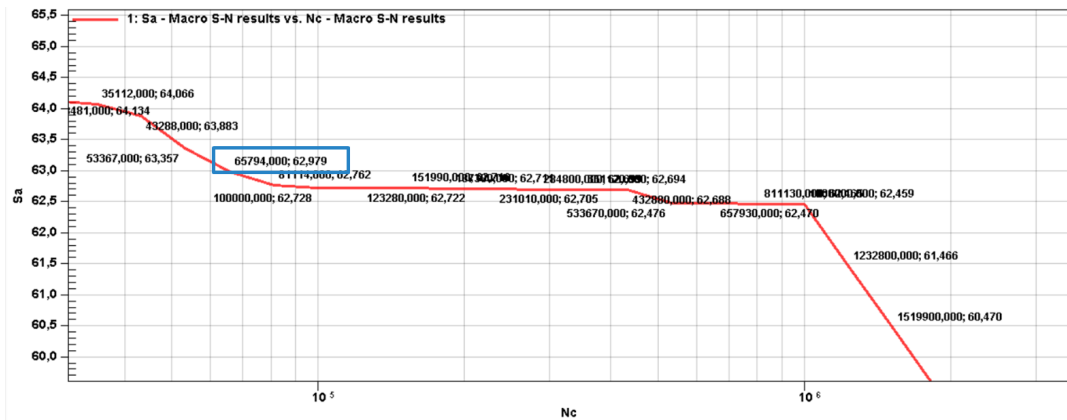
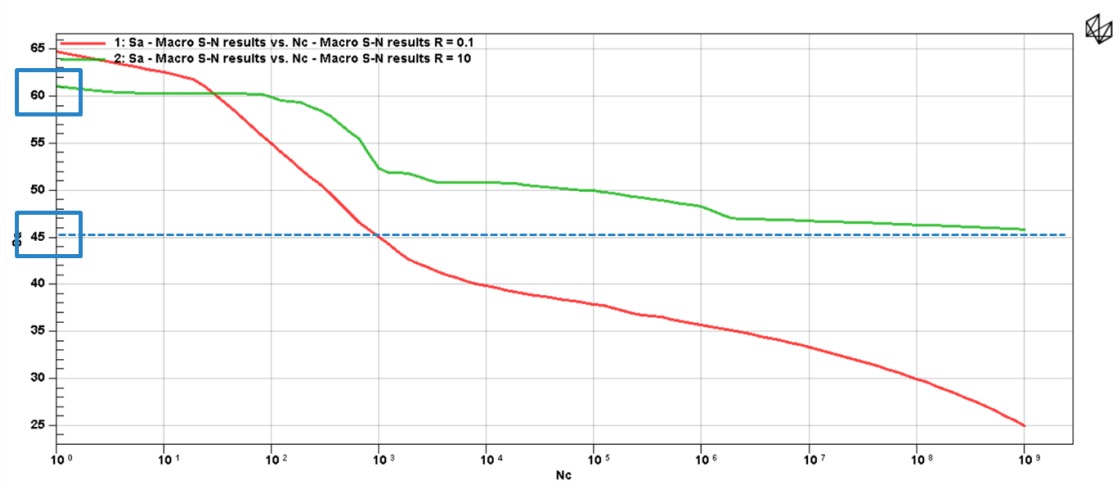


Figura 5.18: Zoom della figura 5.16 intorno a  $\sigma_a = 63MPa$

Per il rapporto di carico  $R = 10$ , in tutte le casistiche analizzate, l'output di Digimat-MS è coerente con quello di Digimat-MF. Inoltre, dalla curva S-N (figura 5.16) si può osservare che per elevati numeri di cicli la curva assume un andamento lineare con pendenza elevata. Ciò dimostra che in compressione con  $R = 10$  il laminato a  $90^\circ$  risulta più sensibile, dunque un piccolo incremento di ampiezza della sollecitazione  $S_a$  comporta una considerevole diminuzione del numero di cicli a rottura.

**Prova di trazione e compressione a  $\pm 45^\circ$  rispetto alle fibre** Nel caso del laminato  $[\pm 45]_{16}$  soggetto a trazione monoassiale lungo la direzione globale  $X$ , il carico assiale applicato si traduce in una sollecitazione di taglio nel sistema materiale della lamina. In particolare, l'analisi si concentra sulla componente locale di taglio  $\sigma_{12} = \tau = \frac{\sigma_{11}}{2}$ .

Ne consegue che la curva S-N del laminato  $[\pm 45]_{ns}$  può essere interpretata come una relazione tra ampiezza della tensione di taglio  $\tau_{12}$  e numero di cicli a rottura, risultando quindi rappresentativa di un comportamento a fatica dominato dalla risposta a taglio della matrice e dall'interazione fibra-matrice (il grafico 5.19 infatti mostra la relazione  $\tau_a - N_c$ ). L'analisi è stata effettuata utilizzando un approccio simile a quello dei casi di carico longitudinale e trasversale alle fibre.



**Figura 5.19:** Curva S-N per  $R = 0.1$  e  $R = 10$ , da Digimat-MF

$\tau_{max}[MPa]$	$\tau_{min}[MPa]$	$\tau_m[MPa]$	$\tau_a[MPa]$	$R$	$N_{c,MS}$	$N_{c,MF}$
100	10	55	45	0.1	$1.01 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^3$
90	9	49.5	40.5	0.1	$5.94 \cdot 10^3$	$5.34 \cdot 10^3$
80	8	44	36	0.1	$6.85 \cdot 10^5$	$6.58 \cdot 10^5$

**Tabella 5.5:** Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra  $[\pm 45]_{16}$  carico di trazione

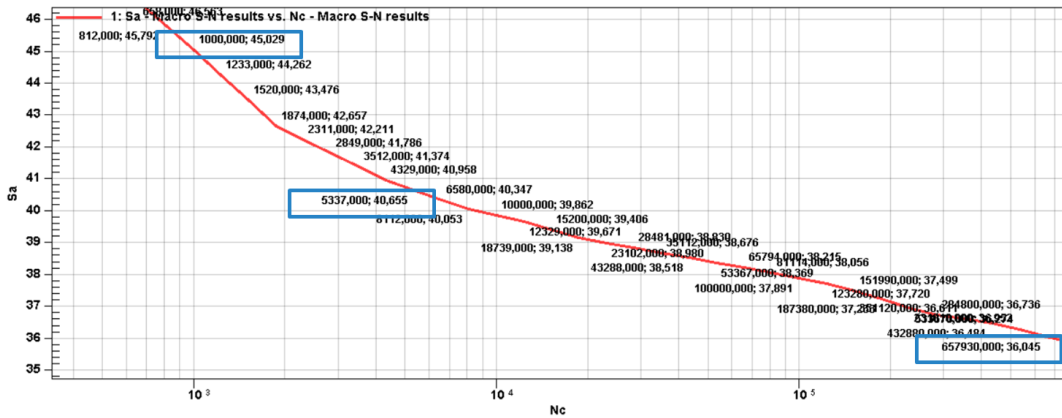


Figura 5.20: Zoom della curva S-N per  $R = 0.1$  intorno a  $\tau_a = 45MPa$ ,  $\tau_a = 40.5MPa$ ,  $\tau_a = 36MPa$

$\tau_{max}[MPa]$	$\tau_{min}[MPa]$	$\tau_m[MPa]$	$\tau_a[MPa]$	$R$	$N_{c,MS}$	$N_{c,MF}$
-10	-100	-55	45	10	$1 \cdot 10^8$	—
-11	-110	-60.5	49.5	10	$1.91 \cdot 10^5$	$1.76 \cdot 10^5$
-12	-120	-66	54	10	$8.02 \cdot 10^2$	$7.85 \cdot 10^2$
-13	-130	-71.5	58.5	10	$2.89 \cdot 10^3$	$2.77 \cdot 10^3$
-14	-140	-77	63	10	1	—

Tabella 5.6: Risultati analisi a fatica Digimat-MS vs Digimat-MF, caso studio: piastra  $[\pm 45]_{16}$  carico di compressione

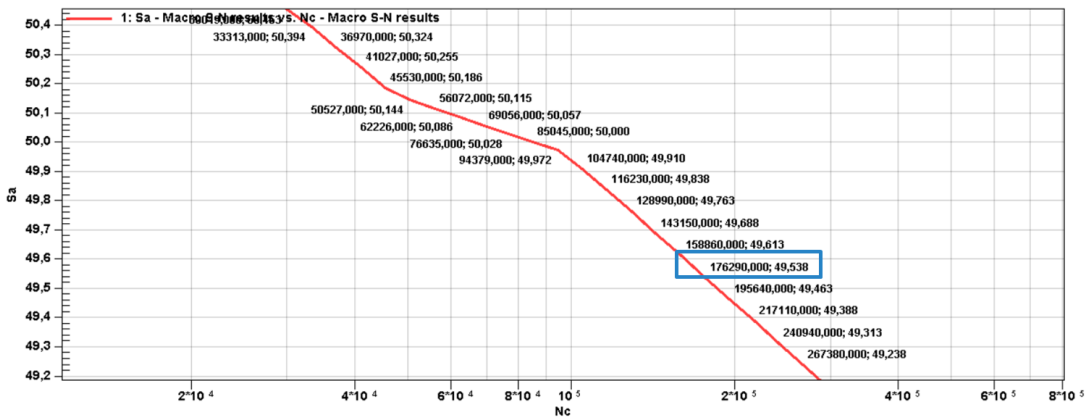
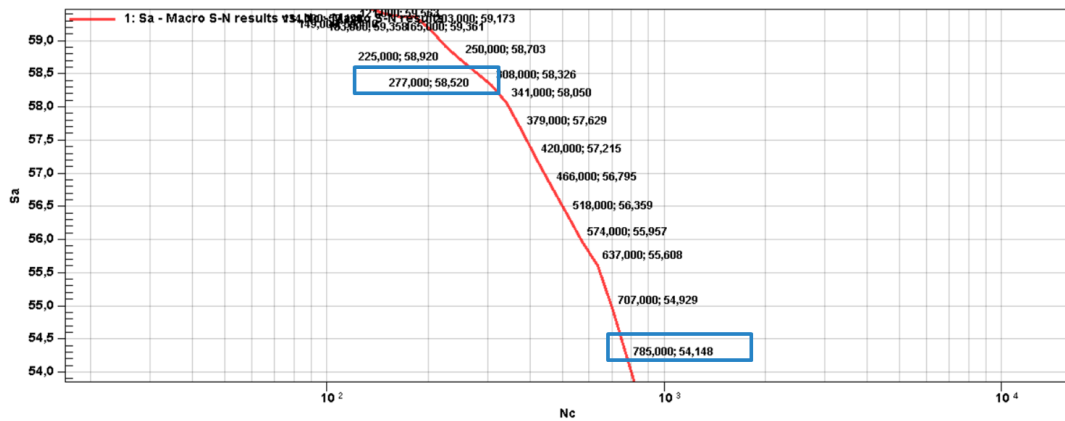


Figura 5.21: Zoom della curva S-N per  $R = 10$  intorno a  $\tau_a = 49.5MPa$



**Figura 5.22:** Zoom della curva S-N per  $R = 10$  intorno a  $\tau_a = 54MPa$ ,  $\tau_a = 58.5MPa$

La buona concordanza tra Digimat-MF e Digimat-MS, anche in questa configurazione, conferma la validità dell'approccio multiscala scelto per l'analisi a fatica dei materiali compositi.

Avendo verificato che la procedura adottata per l'analisi a fatica fornisce risultati coerenti e in accordo con la campagna di simulazione condotta, è possibile estendere con ragionevole affidabilità l'applicazione della medesima metodologia anche a strutture più complesse, caratterizzate da stati tensionali e distribuzioni di carico non uniformi.

## Capitolo 6

# Ottimizzazione del modello

Una volta verificata l'affidabilità della metodologia adottata per l'analisi a fatica, si è proceduto con una sua applicazione diretta: l'ottimizzazione del componente. L'obiettivo del processo è intervenire in modo mirato nelle zone più critiche a fatica, incrementando la resistenza a fatica senza introdurre un aumento eccessivo della massa complessiva. Un approccio localizzato consente infatti di rinforzare esclusivamente le aree critiche, evitando un sovradimensionamento globale della struttura.

Nel caso di materiali compositi, il comportamento a fatica dipende da molteplici parametri, tra cui il numero di layer, l'orientamento delle fibre, le proprietà della matrice e l'interazione fibra-matrice. L'ottimizzazione avrebbe potuto quindi coinvolgere uno o più di questi aspetti. In questo lavoro si è scelto di intervenire sullo spessore del laminato, variando il numero di layer, noto che per ciascuno strato lo spessore è costante.

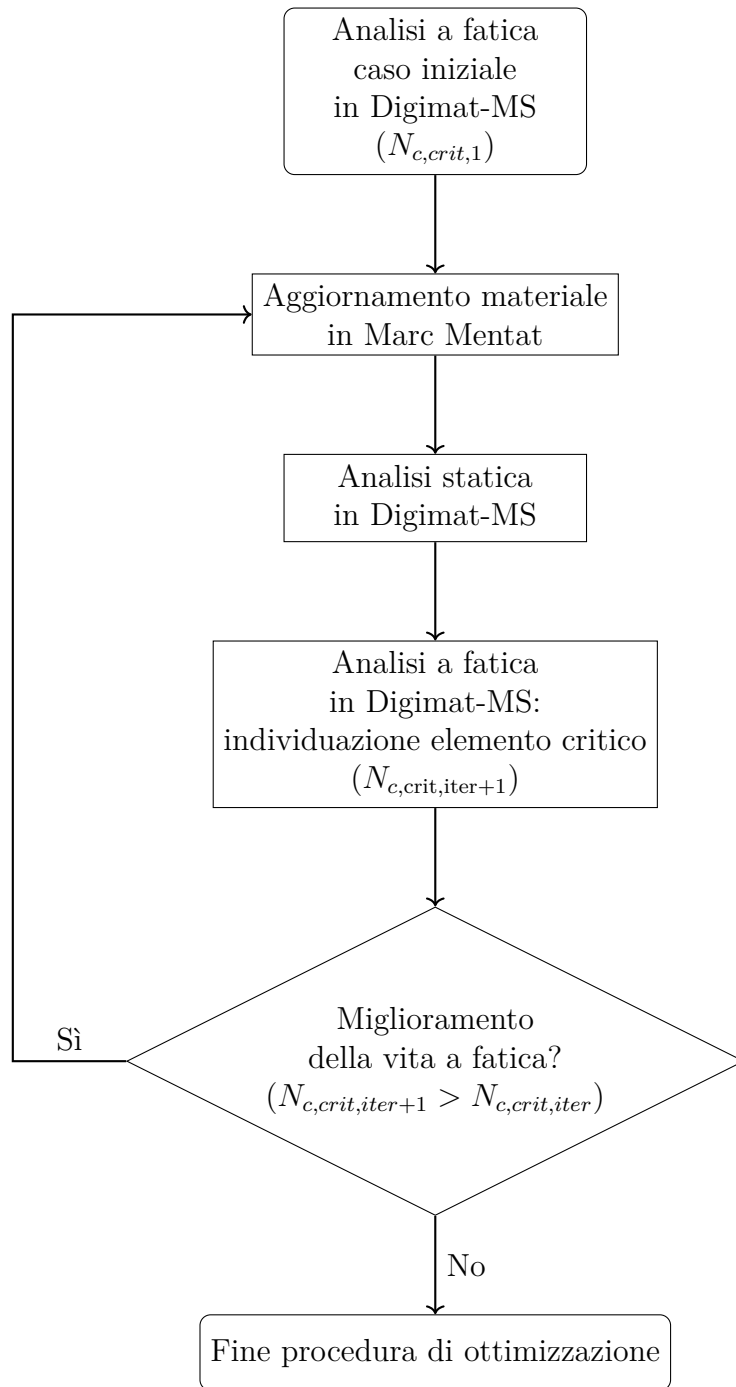
In una fase preliminare, si è verificata l'esistenza e l'entità della correlazione tra lo spessore del laminato e la vita a fatica nella regione caratterizzata dal numero minimo di cicli a rottura.

Nella configurazione iniziale, il modello era suddiviso in set di materiale distinti, corrispondenti a regioni di estensione relativamente ampia. Per consentire un'ottimizzazione più selettiva, è stata introdotta una discretizzazione più fitta del modello, così da poter modificare localmente il numero di strati nelle sole zone effettivamente critiche.

### 6.1 Descrizione del metodo di ottimizzazione

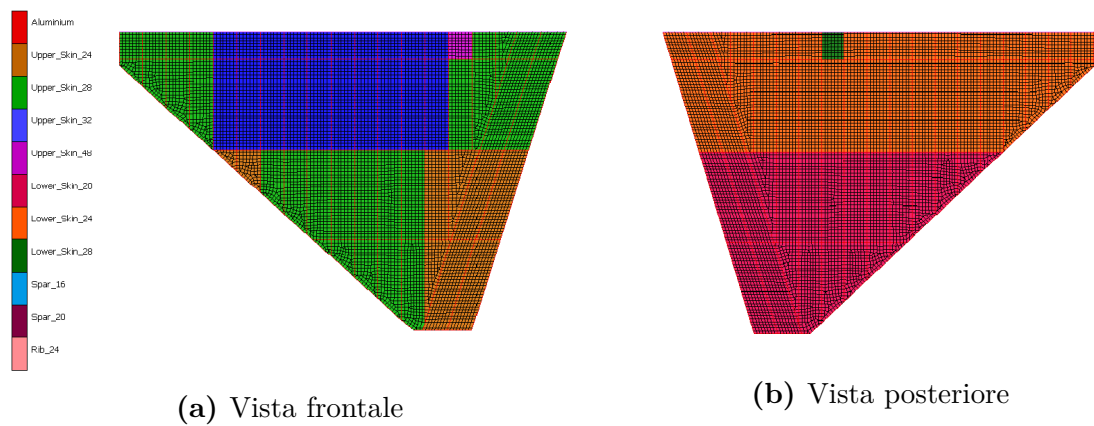
Il procedimento è stato strutturato come un ciclo iterativo, a valle dell'analisi iniziale descritta nel capitolo 4. L'approccio è schematizzato nel diagramma di flusso in figura 6.1 ed è articolato nei seguenti passaggi:

1. Aggiornamento del modello in Marc Mentat, volto a identificare il set di appartenenza dell'elemento critico e il materiale associato. Nella regione individuata, il materiale viene sostituito con un materiale con numero di ply superiore, selezionato tra quelli disponibili per l'area specifica del modello.
2. Analisi statica mediante Digimat-MS.
3. Analisi a fatica in Digimat-MS, per l'individuazione dell'elemento più critico e il corrispondente numero di cicli a rottura  $N_{c,crit}$ .
4. Criterio di arresto, il valore minimo di cicli a rottura viene confrontato con quello dell'iterazione precedente. Il ciclo si interrompe quando l'incremento locale di spessore non produce un miglioramento significativo della vita a fatica, valutato in termini di aumento del numero minimo di cicli.



**Figura 6.1:** Diagramma di flusso della procedura iterativa di ottimizzazione a fatica

Al fine di rendere più evidente l'effetto dell'ottimizzazione e ottenere variazioni apprezzabili della vita a fatica, il carico distribuito applicato è stato raddoppiato rispetto al caso precedentemente analizzato, portandolo a  $20kN$ . Tale valore non rappresenta una condizione di esercizio realistica, ma è stato introdotto con finalità metodologiche, per accentuare la criticità della sollecitazione. In condizioni di carico realistiche, infatti, il modello avrebbe raggiunto valori di vita a fatica accettabili dopo un numero limitato di iterazioni, rendendo meno evidente l'andamento del miglioramento progressivo ottenuto tramite l'incremento locale di spessore.



**Figura 6.2:** Sostituzione del materiale alla sesta ottimizzazione

## 6.2 Risultati

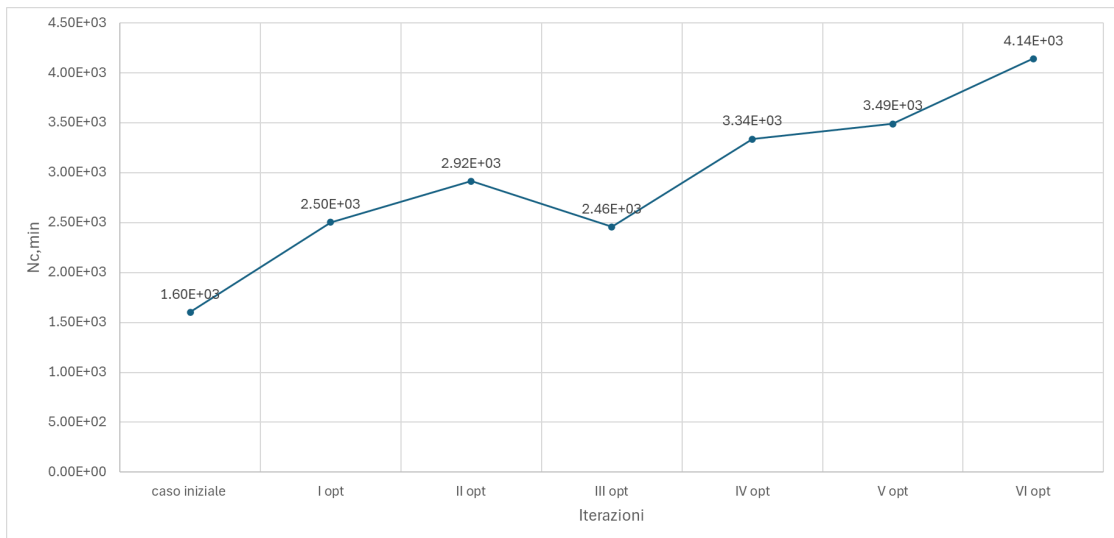
Applicando la procedura di ottimizzazione descritta, nelle prime due iterazioni, l'incremento locale di spessore comporta un aumento del numero minimo di cicli a rottura, mantenendo invariato l'ordine di grandezza della vita a fatica. L'elemento maggiormente sollecitato rimane invariato, e di conseguenza l'ispessimento interessa sempre la stessa area.

Alla terza iterazione si osserva un calo della vita a fatica rispetto al caso precedente, nonostante l'ulteriore aumento dello spessore del laminato. Questo fenomeno interrompe temporaneamente l'andamento crescente del numero di cicli a rottura. Poiché il decremento risulta comunque contenuto, si è deciso di proseguire con il ciclo di ottimizzazione introducendo una tolleranza nel criterio di arresto, consentendo lievi scostamenti dall'andamento monotono.

Dalla quarta iterazione in poi, emerge nuovamente un miglioramento significativo della vita a fatica complessiva, fino alla sesta iterazione, nella quale si raggiunge  $N_{c,\min} = 4.142 \cdot 10^3$ . Si osserva inoltre che l'elemento critico tende ad alternarsi tra la regione dell'*upper skin* e quella del *lower skin*, evidenziando il ruolo della redistribuzione delle sollecitazioni nel processo di ottimizzazione. L'andamento complessivo della vita a fatica tra le iterazioni è riportato in figura 6.3, mentre i valori numerici sono riassunti in tabella 6.1.

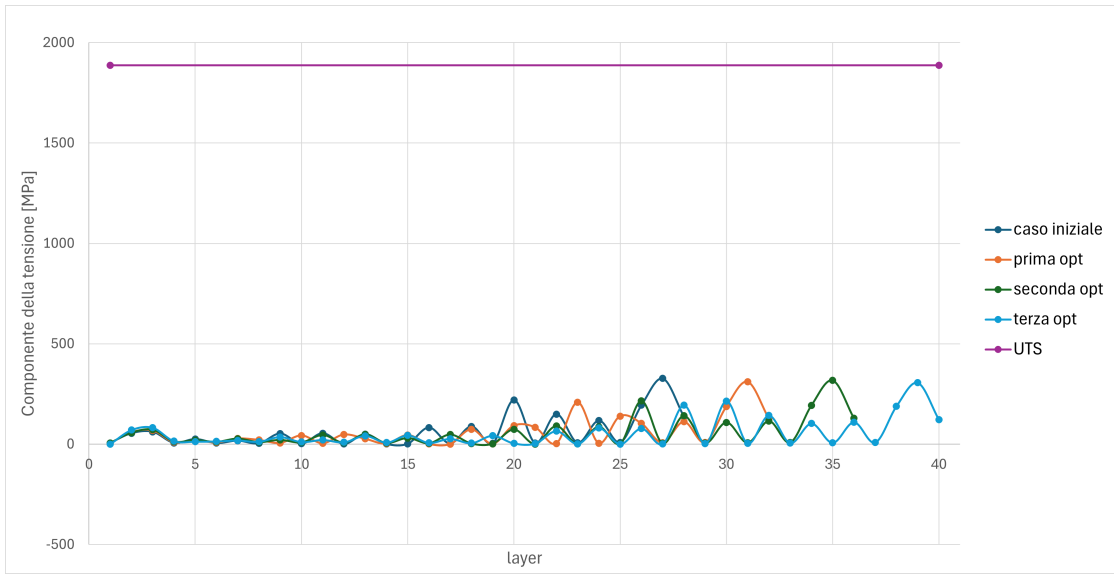
Iter.	ID elem. critico	$N_{c,\min}$	Layer critico	Materiale iniziale	Aggiornamento materiale
0	1008029	$1.604 \cdot 10^3$	layer 25, 0°	upper_skin_28	upper_skin_32
1	1008029	$2.503 \cdot 10^3$	layer 29, 0°	upper_skin_32	upper_skin_36
2	1008029	$2.916 \cdot 10^3$	layer 33, 0°	upper_skin_36	upper_skin_40
3	1008029	$2.458 \cdot 10^3$	layer 37, 0°	upper_skin_40	upper_skin_44
4	1007109	$3.338 \cdot 10^3$	layer 23, 90°	lower_skin_24	lower_skin_28
5	1008028	$3.491 \cdot 10^3$	layer 41, 0°	upper_skin_44	upper_skin_48
6	–	$4.142 \cdot 10^3$	layer 27, 90°	lower_skin_28	–

**Tabella 6.1:** Evoluzione dell'elemento critico e della vita a fatica durante il ciclo di ottimizzazione

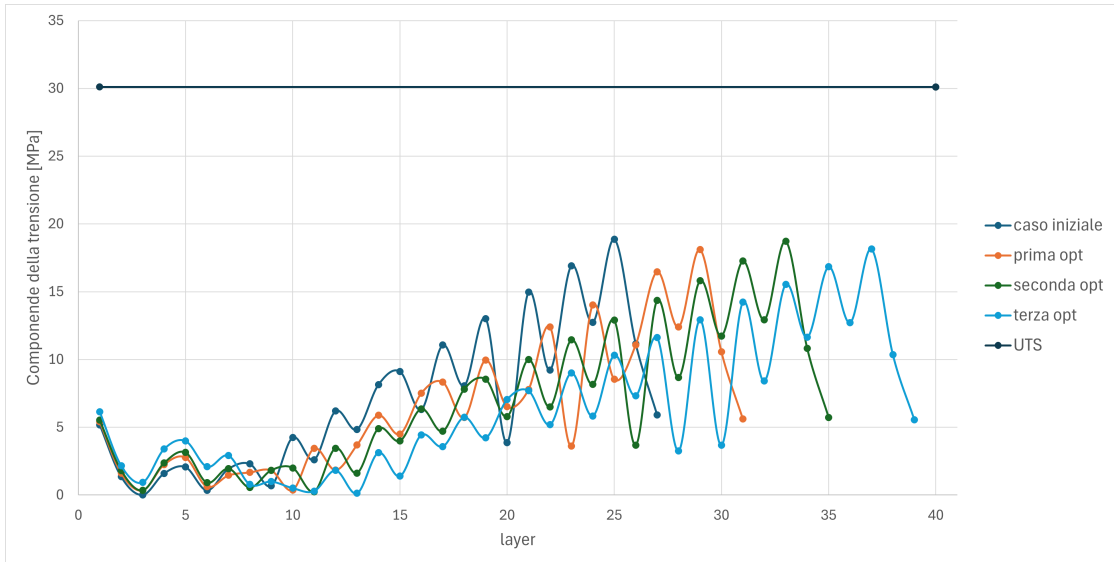


**Figura 6.3:** Miglioramento della vita a fatica tra le iterazioni

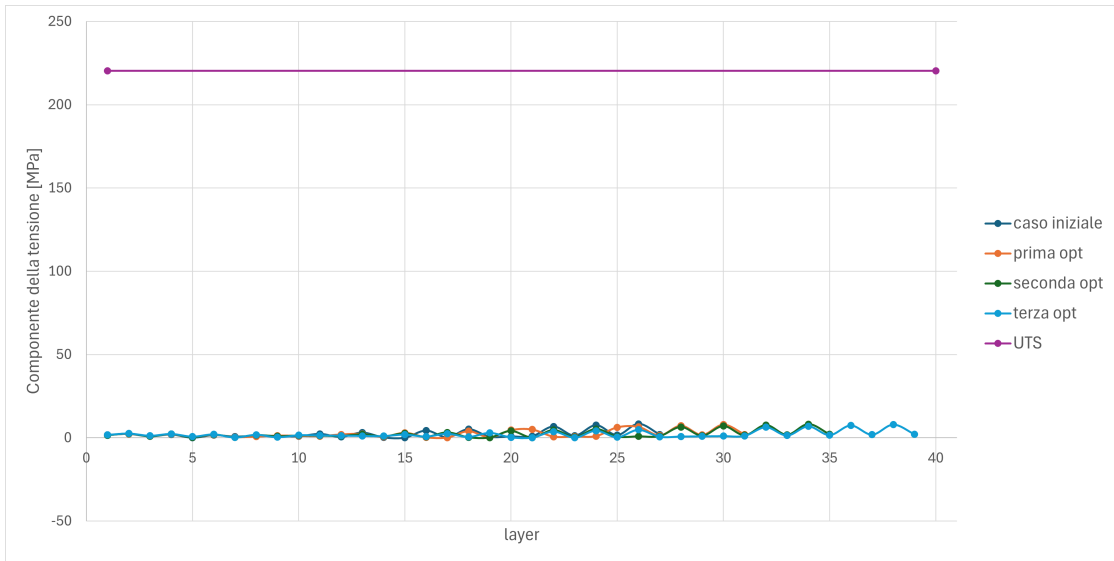
Per comprendere il peggioramento osservato alla terza iterazione, è stata condotta un'analisi approfondita del criterio di rottura, come descritta nella sezione 4.4. Il metodo di fatica adottato in Digimat-MS è multidirezionale e considera simultaneamente tutte le componenti di sollecitazione, senza consentire l'identificazione diretta del meccanismo di rottura dominante. Poiché il danneggiamento a fatica è strettamente correlato allo stato tensionale derivante dall'analisi statica, sono state esaminate le sollecitazioni nei diversi layer del laminato per le prime quattro iterazioni.



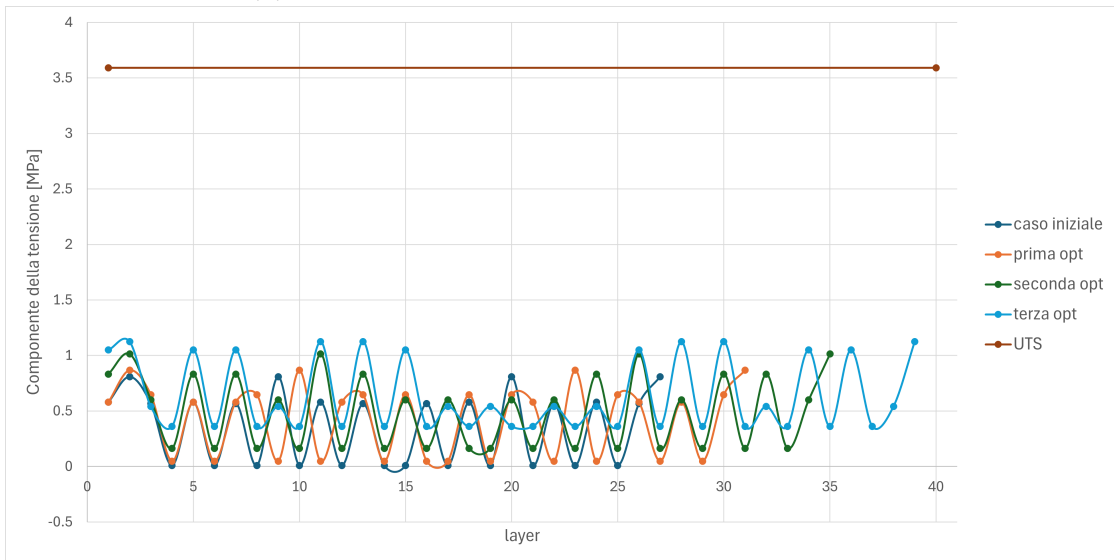
(a)  $\sigma_{11}$  in funzione dei layer nell'elemento critico



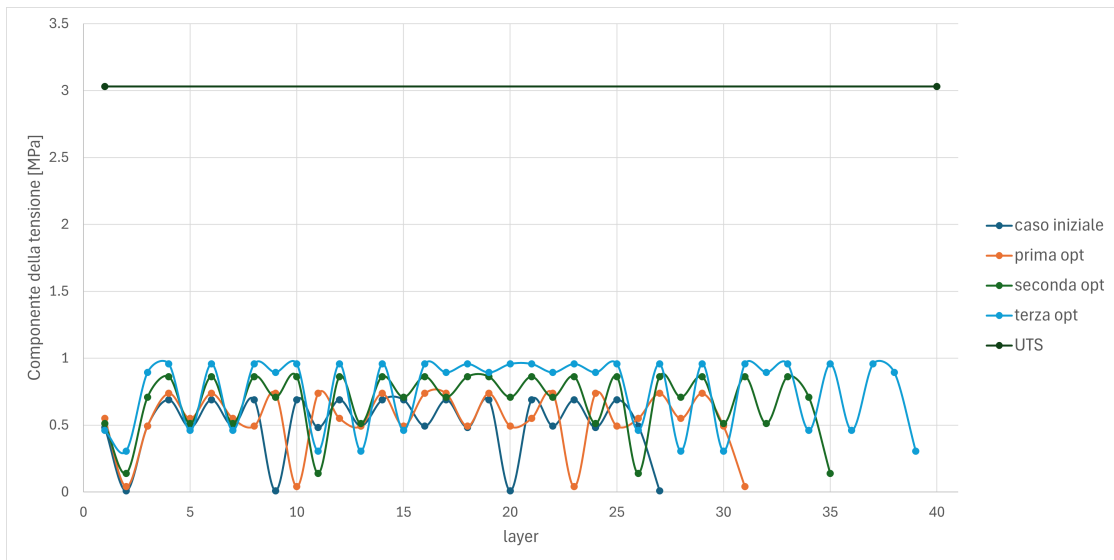
(b)  $\sigma_{22}$  in funzione dei layer nell'elemento critico



(c)  $\sigma_{12}$  in funzione dei layer nell'elemento critico



(d)  $\sigma_{13}$  in funzione dei layer nell'elemento critico

(e)  $\sigma_{23}$  in funzione dei layer nell'elemento critico**Figura 6.4:** Analisi delle componenti di tensione al variare dei layer per le prime quattro ottimizzazioni

L'analisi evidenzia che la sollecitazione più vicina ai limiti del materiale è quella lungo la direzione 22 del sistema di riferimento del materiale, confermando che il meccanismo di danneggiamento dominante è la trazione perpendicolare alle fibre. I layer più sollecitati nella direzione 22 coincidono con quelli individuati dall'analisi a fatica come layer critici per ciascuna iterazione (layer 25, 29, 33, 37).

Il peggioramento della terza iterazione è spiegabile considerando l'orientamento dei nuovi ply aggiunti: l'incremento consisteva in due layer a  $0^\circ$  disposti simmetricamente, poco efficaci nel contrastare la trazione trasversale dominante. L'aumento di spessore, pur incrementando la massa del laminato, non migliora la resistenza a fatica secondo il meccanismo dominante, giustificando la temporanea diminuzione di  $N_{c,min}$ . Dalla quarta iterazione, invece, il miglioramento della vita a fatica è accompagnato da una redistribuzione delle sollecitazioni, con alternanza della regione critica tra *upper skin* e *lower skin*, e occasionalmente layer critici orientati a  $90^\circ$ , suggerendo una variazione del meccanismo di danneggiamento.

Questi risultati confermano che non esiste una relazione diretta e monotona tra incremento di spessore e vita a fatica: l'orientamento dei ply e la redistribuzione delle sollecitazioni giocano un ruolo fondamentale, determinando sia miglioramenti sia peggioramenti a seconda del meccanismo di danneggiamento dominante.

Iter.	$N_{c,\min}$	Materiale
6	$4.142 \cdot 10^3$	upper_skin_27 upper_skin_80
Max spessore in tutto il modello	$8.699 \cdot 10^6$	lower_skin_80 rib_24 spar_80

**Tabella 6.2:** Analisi di fatica per configurazioni a spessore massimo di tutto il modello

Un test aggiuntivo ha verificato l'ipotesi teorica secondo cui un incremento generalizzato dello spessore del laminato aumenti la resistenza a fatica. In questa analisi, seppur poco rappresentativa di una configurazione realistica, sono stati adottati i materiali a spessore massimo disponibili per ciascuna zona del modello.

In questo caso si è osservato un incremento estremamente significativo della vita a fatica, con un valore pari a  $N_{c,\min} = 8.699 \cdot 10^6$ . Tale risultato conferma l'ipotesi teorica ma evidenzia al contempo il carattere fortemente sovradimensionato e scarsamente ottimizzato di questa soluzione.

Il risultato del test descritto è riassunto in tabella 6.2, che mette a confronto il miglioramento a fatica alla sesta iterazione dell'ottimizzazione con la configurazione a spessore massimo esteso all'intero modello.

L'ottimizzazione iterativa si conferma come la strategia più efficace, poiché permette di ottenere miglioramenti significativi rispettando la complessità dei meccanismi di danneggiamento e la variabilità della regione critica.

# Capitolo 7

## Conclusioni e lavori futuri

Nel presente studio è stata testata e validata una metodologia per l'analisi a fatica di componenti in materiale composito unidirezionale, basata su strumenti di simulazione avanzata che adottano un approccio multiscala. Grazie ai metodi implementati nel software Digimat<sup>(TM)</sup>, è stato possibile analizzare a fatica diversi componenti in materiale composito.

Come illustrato nel capitolo 2, tali materiali rivestono un ruolo di particolare interesse in vari settori, tra cui quello aerospaziale, dove i componenti sono soggetti a carichi ciclici e richiedono elevati standard di sicurezza e affidabilità. L'analisi a fatica dei compositi risulta numericamente complessa; pertanto, l'obiettivo del lavoro è stato quello di validare una metodologia in grado di garantire un buon compromesso tra accuratezza dei risultati ed efficienza computazionale.

Nel capitolo 3 è descritta la metodologia adottata per l'analisi a fatica di un componente. In primo luogo, è stata effettuata la caratterizzazione a fatica della lamina, mediante la generazione delle curve S-N a partire dalle proprietà dei costituenti, dai dati sperimentali disponibili in letteratura e dal criterio di rottura a fatica di Tsai-Hill modificato. Successivamente, è stato analizzato l'accoppiamento tra il modello FEM del componente e il materiale caratterizzato a fatica. Il risultato è la distribuzione spaziale del numero di cicli sopportabili, con particolare attenzione all'individuazione dell'elemento e del layer più critici.

Nel capitolo 4, la metodologia è stata applicata a una struttura alare soggetta a due tipologie di carico: concentrato e distribuito. I risultati evidenziano come il carico puntuale conduca a una rottura più precoce ( $N_c = 1.4 \cdot 10^3$ ) rispetto al carico distribuito ( $N_c = 3.1 \cdot 10^6$ ), oltre a determinare una diversa localizzazione dell'elemento critico, in funzione della distribuzione delle sollecitazioni.

Nel capitolo 5, al fine di testare l'affidabilità della metodologia, è stata condotta una campagna di simulazioni su piastre di superficie unitaria. Le piastre sono state modellate con condizioni di carico analoghe a quelle di prove sperimentali presenti in letteratura, in modo da effettuare un confronto tra le simulazioni (sia a

livello materiale che a livello componente) e le evidenze sperimentali. Sono state considerate tre direzioni di carico (longitudinale, trasversale e  $\pm 45^\circ$  rispetto alle fibre) e due rapporti di carico: T-T con  $R = 0.1$  e C-C con  $R = 10$ .

Il confronto tra la simulazione del comportamento a fatica del materiale e i dati sperimentali è stato effettuato graficamente tramite la sovrapposizione delle curve S-N, risultate coincidenti in tutti i casi. Analogamente, il confronto tra la simulazione del comportamento a fatica del materiale e del componente, basato sul numero di cicli a rottura nell'elemento più critico, ha mostrato una buona concordanza. Questi risultati confermano l'affidabilità della metodologia nello scenario analizzato e ne supportano l'applicazione a casi più complessi, come la struttura alare.

Oltre all'affidabilità dei risultati, è importante tenere conto del costo computazionale che, in questo caso, è stato valutato in funzione del tempo di esecuzione dell'analisi. Inevitabilmente, i tempi sono influenzati dalla complessità della geometria e del materiale del modello, dalla distribuzione di carico, dal numero di elementi del modello e dalla tipologia di computer utilizzato (in questo caso laptop). Considerando l'analisi statica preliminare all'analisi a fatica, in cui sono già integrati il modello FEM e il materiale composito, e in cui si predispongono tutti i risultati per effettuare l'analisi a fatica, il tempo di esecuzione per la struttura alare è nell'ordine di dieci minuti, mentre per la piastra di pochi secondi. Da questo si può concludere che i tempi computazionali sono accettabili in relazione all'analisi effettuata.

Nel capitolo 6 si è potuto verificare il potenziale della metodologia per l'analisi a fatica nell'ambito dell'ottimizzazione strutturale. È stato implementato un processo iterativo basato sull'identificazione dell'elemento critico, sull'ispessimento locale e sul ricalcolo della vita a fatica. Questo ha portato a un incremento del numero di cicli a rottura ( $N_c = 1.6 \cdot 10^3$  alla sesta iterazione) rispetto alla configurazione iniziale ( $N_c = 1.6 \cdot 10^3$ ), evidenziando l'efficacia del metodo come strumento di supporto alla progettazione.

A partire da quanto analizzato in questo studio, è possibile ampliare alcuni aspetti. Avendo testato e validato l'aspetto metodologico, si potrebbe replicare il metodo su materiale, geometria e condizioni di carico reale, partendo da risultati sperimentali. Inoltre, sarebbe possibile estendere l'analisi ad ulteriori casi studio con altri materiali e verificare l'affidabilità del metodo al variare della tipologia di materiale composito unidirezionale. Infine, si potrebbe definire un processo di ottimizzazione automatizzato che non preveda di effettuare le iterazioni manualmente. In questo caso, impostati i criteri a fatica, si potrebbe ricevere come output direttamente il modello ottimizzato in termini di resistenza a fatica, prevedendo anche dei vincoli relativi alla fattibilità dell'ottimizzazione da un punto di vista produttivo e industriale.

# Bibliografia

- [1] Fabio Malgioglio, Pierre Yves Lavertu, Gourab Ghosh e Marieme El Ghezal. «Intralaminar Fatigue Modeling of Continuous Fiber-reinforced Plastics with Digimat: From Material Parameter Identification to Structural Applications». Hexagon Manufacturing Intelligence, Design and Engineering business unit, Mont St Guibert, Belgium (cit. alle pp. 2, 22, 28, 30, 33, 44, 54, 60).
- [2] E. Zappino. *Materiali compositi*. Slide del corso di tecnologie aerospaziali, Politecnico di Torino. 2025 (cit. alle pp. 3, 7, 21).
- [3] Mikell P. Grover. *Fundamentals of Modern Manufacturing: Materials, Processes, and Systems*. Wiley, 2012 (cit. alle pp. 3, 5, 9).
- [4] European Aviation Safety Agency (EASA). *Module 06: Materials and Hardware*. Sezione 3.12. European Aviation Safety Agency. Cologne, Germany, 2016. URL: <https://iaepune.org/myimg/EASA%20Module%2006%20Materials%20and%20Hardware.pdf> (cit. a p. 5).
- [5] Pradip K. Saha. *Aerospace Manufacturing Processes*. sezione 2.2 Market requirement. Boca Raton, FL, USA: Taylor & Francis / CRC Press, 2016. ISBN: 9781498756044 (cit. a p. 5).
- [6] Adrian P. Mouritz. *Introduction to Aerospace Materials*. Introduction. Cambridge, UK: Woodhead Publishing, 2012 (cit. a p. 6).
- [7] T. Nguyen et al. «Carbon Fibre Polymer Matrix Structural Composites». In: *ResearchGate* (2016). URL: [https://www.researchgate.net/publication/309962841\\_Carbon\\_Fibre\\_Polymer\\_Matrix\\_Structural\\_Composites](https://www.researchgate.net/publication/309962841_Carbon_Fibre_Polymer_Matrix_Structural_Composites) (cit. a p. 6).
- [8] E. Carrera. *Progettazione a fatica*. Appunti del corso di progettazione di veicoli aerospaziali, Politecnico di Torino. 2025 (cit. a p. 8).
- [9] G. Frulla. *Le prove sperimentali*. Slide del corso di sperimentazione su strutture aerospaziali, Politecnico di Torino. 2025 (cit. alle pp. 8, 19).
- [10] Fabio Malgioglio e Shaun Gill. «CFRP training Digimat 2025.2». In: ott. 2025 (cit. alle pp. 8, 17).

- 
- [11] *Standard Practice for Presentation of Constant Amplitude Fatigue Test Results for Metallic Materials*. [https://www.astm.org/e468\\_e468m-23.html](https://www.astm.org/e468_e468m-23.html). West Conshohocken, PA, USA: ASTM International, 2023 (cit. alle pp. 11, 13).
- [12] Hexagon Desing e Engineering. *Digimat User's Manual, version 2025.2* (cit. alle pp. 17, 27).
- [13] U.S. Department of Transportation Federal Aviation Administration. «Advisory Circular: change 1 to composite aircraft structure». In: ago. 2010 (cit. a p. 20).
- [14] M. Kawai e N. Itoh. «A failure-mode based anisomorphic constant life diagram for a unidirectional carbon/epoxy laminate under off-axis fatigue loading at room temperature». In: *Journal of Composite Materials* 48.6 (2014), pp. 571–592. URL: <https://doi.org/10.1177/0021998313476324> (cit. a p. 33).
- [15] Inc. Toray Carbon Fibers America. *T700S Technical Data Sheet, No. CFA-005*. Rock West Composites-Toray Carbon Fibers America. 2025. URL: <https://www.rockwestcomposites.com/on/demandware.static/Sites-RWC-Site/Sites-rwc-master-catalog/-/downloads/T700SDataSheet.pdf> (cit. a p. 44).
- [16] Toray Composite Materials. *Datasheets 2592/2593 Prepreg System*. Toray Composite Materials Co., Ltd. 2021. URL: [https://www.cf-composites.toray/resources/data\\_sheets/pdf/datasheets\\_2592\\_2593.pdf](https://www.cf-composites.toray/resources/data_sheets/pdf/datasheets_2592_2593.pdf) (cit. a p. 44).
- [17] Benjamin Raju e Shashishekarayya R Hiremath D. Roy Mahapatra. «A Review of Micromechanics based Models for Effective Elastic Properties of Reinforced Polymer Matrix Composites». In: ago. 2018.
- [18] Jacob Aboudi, Steven M. Arnold e Brett A. Bednarczyk. *Practical Micromechanics of Composite Materials*. Butterworth Heinemann, 2021.
- [19] Eng. Raffaele Russo. *Digimat Training, Digimat-RP*. 2022.



# Ringraziamenti

Al termine di questo lavoro desidero ringraziare i professori Carlo Rosso e Cristiana Del Prete, l'Ing. Daniele Catelani, l'Ing. Fabio Scannavino e l'Ing. Fabio Malgioglio per la guida attenta e il supporto offerto durante la stesura di questa tesi.