



**Politecnico
di Torino**

Politecnico di Torino

Dipartimento di Ingegneria Gestionale

**Asimmetria informativa nei mercati con
esternalità di rete: un modello di
segnalazione**

Relatore:

Prof. Luigi Buzzacchi

Candidato:

Gioele Calabrese

Anno Accademico 2025–2026

Indice

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Rassegna della letteratura | 1 |
| 1.1 | L'esternalità di rete | 1 |
| 1.2 | Il modello di Rohlfs e la "massa critica" | 2 |
| 1.3 | Il modello di Katz e Shapiro (1985-1986) | 3 |
| 1.4 | Modello di Economides (1995) | 5 |
| 1.5 | Coordinamento delle aspettative | 9 |
| 1.6 | La teoria del segnale | 12 |
| 2 | Il modello | 17 |
| 2.1 | Modello con informazione completa | 21 |
| 2.1.1 | Monopolista con rete ad alta qualità | 21 |
| 2.1.2 | Monopolista con rete a bassa qualità | 22 |
| 2.1.3 | Confronto tra alta e bassa qualità | 23 |
| 2.2 | Modello con asimmetria informativa | 27 |
| 2.2.1 | Equilibrio pooling senza segnale | 28 |
| 2.2.2 | Segnale | 31 |
| 2.2.3 | Equilibrio pooling con segnale disponibile | 33 |
| 2.2.4 | Un equilibrio separating | 33 |
| 2.2.5 | Confronto tra pooling e separating | 37 |
| | Conclusioni | 41 |
| | References | 45 |

Capitolo 1

Rassegna della letteratura

1.1 L'esternalità di rete

Negli anni 70, l'economia inizia a confrontarsi con fenomeni nuovi, legati soprattutto alla diffusione di tecnologie informatiche e digitali, che non si prestano facilmente a essere compresi con il solo strumento delle esternalità pigouviane: mentre Pigou vedeva l'esternalità come un fallimento del mercato da correggere, gli economisti successivi hanno riconosciuto nelle esternalità di rete una caratteristica strutturale dei mercati digitali, capace di determinare dinamiche di crescita, competizione e dominanza tecnologica. Il passaggio dalle esternalità classiche alle esternalità di rete riflette un'evoluzione nella struttura economica: da un'economia industriale a una economia basata sull'informazione e le reti. Le esternalità di rete sono centrali per comprendere mercati digitali, piattaforme, standard tecnologici e comportamenti collettivi online. È infatti con l'emergere dell'economia dell'informazione che il concetto di esternalità si è evoluto, assumendo una dimensione dinamica, interattiva e cumulativa: nasce il concetto di esternalità di rete (*network externalities*), cioè una situazione in cui il valore che un individuo attribuisce a un bene dipende dal numero di altri soggetti che utilizzano lo stesso bene o servizio cioè quei casi in cui l'utilità marginale di un bene aumenta al crescere del numero di utenti che lo adottano. In altre parole, il valore del bene è funzione della dimensione della rete. Le reti possono essere distinte in due grandi categorie in base alla direzione dei flussi di interazione che generano differenti tipi di esternalità. Si parla di reti bidirezionali (*Two way network*) quando gli utenti comunicano in entrambe le di-

rezioni, come accade nelle reti telefoniche. In questi casi, le esternalità di rete sono dirette perché l'utilità di ogni utente cresce in modo immediato con l'aumentare del numero di altri utenti che aderiscono alla rete. Ogni nuovo partecipante accresce il valore della rete perché apporta un'aggiunta marginale di connessioni pari a $2n$, ed è proprio ciò che rende le esternalità di reti così potenti. Inoltre, fra reti diverse, anche la compatibilità diventa un elemento centrale per permettere l'interconnessione tra utenti appartenenti a reti differenti. Le reti unidirezionali (*one way network*), invece, sono quelle in cui la connessione avviene in un solo verso, come nel caso dei sistemi informativi adottati dalle carte di credito con terminali POS. In questi contesti le esternalità sono indirette perché l'aumento del numero di utenti di un lato genera esternalità sull'altro. Queste reti sono spesso controllate da un unico operatore o da pochi soggetti, poiché la gestione dell'infrastruttura fisica richiede un'elevata coordinazione tecnica e ingenti investimenti.

1.2 Il modello di Rohlfs e la "massa critica"

Il primo modello formale che descrive è il concetto di massa critica di, Rohlfs (1974). Rohlfs considera un servizio di comunicazione e mostra che l'utilità di ogni consumatore dipende dalla dimensione della rete:

$$U(\theta_i, n) = n(1 - \theta_i) - p,$$

dove n è la quota di utenti, p il prezzo e $\theta \in [0, 1]$ rappresenta la resistenza individuale all'adozione che è omogeneamente distribuita fra i consumatori. Il consumatore entra nella rete se $U(\theta, n) \geq 0$, cioè

$$\theta \leq 1 - \frac{p}{n},$$

perciò la quota di utenti che essendo normalizzati a 1 che partecipano diventa

$$n_D = 1 - \frac{p}{n}.$$

L'equilibrio, in cui vi è l'incrocio fra la curva di domanda e quella dell'offerta, soddisfa l'equazione

$$n^2 - n + p = 0.$$

Per $p \leq 1/4$ si ottengono due soluzioni: una bassa n_1 , instabile, e un'alta n_2 , stabile. Il punto n_1 è la massa critica, concetto formalizzato qui per la prima volta: rappresenta la soglia minima oltre la quale la rete diventa autosostenibile, poiché per valori inferiori ad essa, l'utilità dei consumatori è inferiore a zero e perciò nessuno si connette alla rete portandone il collasso. Per valori superiori avviene invece un circolo virtuoso che porta alla diffusione fino all'equilibrio n_2 .

Rohlfs mostra inoltre che, anche in presenza di esternalità positive, il mercato non raggiunge la copertura totale quando il prezzo è positivo. In concorrenza perfetta, infatti, se il costo marginale è ragionevolmente diverso da zero, non si riesce a raggiungere la piena copertura cioè la soluzione socialmente ottimale dove tutti si connettono. In monopolio, con performance ovviamente inferiori alla concorrenza perfetta, l'esito è migliore rispetto al caso senza esternalità, poiché ogni nuovo utente aumenta l'utilità marginale degli altri; quindi, a parità di prezzo, la rete tende a raggiungere una quota di adozione maggiore rispetto al caso senza esternalità. Il limite principale del modello è la sua natura statica e l'ipotesi di informazione perfetta. Inoltre Rohlfs mostra l'esistenza della massa critica ma non spiega come gli agenti coordinino le proprie aspettative per superarla. Il problema centrale diventa quindi quello del coordinamento, tema che sarà approfondito nei paragrafi successivi.

1.3 Il modello di Katz e Shapiro (1985-1986)

Mentre Rohlfs aveva mostrato come la domanda per un bene di rete dipenda dal numero effettivo di utenti, Katz and Shapiro (1985) introducono per la prima volta in modo formale il ruolo delle aspettative dei consumatori e il concetto di equilibri autosostenuti (*self-fulfilling equilibrium*). Ogni consumatore è descritto dalla seguente funzione di utilità, composta da una componente intrinseca R , distribuita uniformemente tra i consumatori e compresa nell'intervallo $(-\infty, A)$, e da una componente di rete, che rappresenta il beneficio aggiuntivo atteso in funzione della dimensione prevista della rete z^e :

$$U = R + v(z^e) - p$$

Per semplicità analizzeremo inizialmente il caso in cui abbiamo una singola rete gestita da un monopolista, e poi vedremo l'estensione di tali risultati. Dalla

funzione utilità otteniamo la domanda aggregata che dipende da z (endogeno) e dalla componente esogena delle aspettative,

$$P(z, z^e) = A + v(z^e) - z$$

Il profitto del monopolista nel caso in cui i costi siano nulli è

$$\pi(z, z^e) = P(z, z^e) \cdot z = [R + v(z^e) - z] \cdot z.$$

Derivando rispetto a z e ponendo uguale a zero la condizione di primo ordine, otteniamo

$$\frac{\partial \pi}{\partial z} = A + v(z^e) - 2z = 0$$

da cui si ricava la quantità ottimale del monopolista,

$$z^* = \frac{A+v(z)}{2}.$$

Se le aspettative dei consumatori risultano corrette, cioè , la condizione di equilibrio di rete diventa

$$2z^* = A + v(z).$$

Poichè la funzione $v(z)$ è crescente ma concava ($v'(z) > 0, v''(z) < 0$), l'utilità marginale generata dall'ampliamento della rete è positiva ma decrescente. Questa caratteristica implica che, graficamente, la curva $v(z)$ può intersecare la retta $2z = A + v(z)$ in più punti, generando più equilibri di rete.

Per determinare la stabilità locale di ciascun equilibrio, Katz e Shapiro analizzano il comportamento della funzione di aggiustamento dinamico:

$$z_{t+1} = f(z_t) = \frac{A+v(z_t)}{2}.$$

Un equilibrio z^* è stabile se, a seguito di una piccola deviazione, il sistema tende a ritornare verso z^* , cioè se:

$$|f'(z^*)| < 1,$$

dove

$$f'(z) = \frac{v'(z)}{2}.$$

Pertanto, la condizione di stabilità dell'equilibrio è:

$$v'(z^*) < 2.$$

Gli autori sviluppano successivamente il modello anche per mercati con più imprese in concorrenza, distinguendo tra reti compatibili e incompatibili, e introducendo, nel 1986, un'estensione di tipo dinamico (Katz and Shapiro, 1986). Tuttavia, ciò che qui assume maggiore rilevanza ai fini di questo mio lavoro, non è tanto la struttura competitiva, quanto il contributo teorico sul ruolo delle aspettative e sugli equilibri autosostenuti. Proprio queste aspettative rappresentano anche la principale criticità del modello: esso presuppone che le aspettative siano condivise e autoavveranti, senza spiegare come esse si formino né come si coordinino tra gli individui. Questo lascia aperto il problema fondamentale del coordinamento delle aspettative, che sarà affrontato nel capitolo successivo, dove si analizzerà come i meccanismi informativi e i segnali credibili possano facilitare il superamento della massa critica.

1.4 Modello di Economides (1995)

Rispetto al modello di Katz and Shapiro (1985, 1986), che aveva mostrato come le esternalità di rete possano generare equilibri multipli e problemi di coordinamento, il contributo di Economides (1996), consiste nel formalizzare in modo esplicito la relazione tra aspettative, adozione effettiva e condizioni di equilibrio di mercato. L'autore introduce la curva di domanda a aspettative soddisfatte (*fulfilled expectations demand curve*), che rappresenta la relazione tra prezzo e dimensione della rete quando le aspettative degli utenti si realizzano. Il modello inizia definendo la funzione del valore della rete, che misura l'utilità aggiuntiva derivante dalla partecipazione degli altri utenti. Essa è espressa come una trasformazione della funzione $f(n_e)$, dove $n_e \in [0, 1]$ indica la quota di utenti attesi dai consumatori

$$h(n_e) = k + \delta \cdot f(n_e)$$

con le seguenti proprietà:

$$f'(n_e) > 0, f''(n_e) \leq 0.$$

In questa formulazione, k rappresenta la componente intrinseca del valore del bene (utilità autonoma, indipendente dalla rete), mentre $\delta f(n_e)$ rappresenta la componente derivante dalle esternalità di rete, con $\delta \in 0, 1$ nel caso con e senza

esternalità. L'utilità percepita da ciascun utente aumenta dunque con la dimensione attesa della rete, ma con rendimenti marginali decrescenti. Ogni consumatore è caratterizzato da una disponibilità a pagare individuale y , distribuita secondo una funzione cumulativa definita su $G(y)$. La derivata $G'(y)$ rappresenta la densità, che nel caso di una distribuzione uniforme è di tipo lineare.

L'utilità netta del consumatore è data da

$$U(y, n_e) = y \cdot h(n_e) - p.$$

A differenza del modello di Katz e Shapiro, le esternalità di rete non sono identiche per tutti gli utenti, poiché il beneficio dipende anche dal parametro individuale y . Il consumatore indifferente y^* soddisfa la condizione

$$U(y^*, n_e) = 0 \implies y^* = \frac{p}{h(n_e)}.$$

Dato che $G(y)$ è la funzione cumulativa delle disponibilità a pagare, la quota di consumatori che effettivamente acquistano il bene, ossia la dimensione effettiva della rete, è

$$n = 1 - G(y^*) = 1 - G\left(\frac{p}{h(n_e)}\right).$$

Esplicitando rispetto al prezzo, otteniamo la curva di domanda inversa,

$$p(n, n_e) = h(n_e)G^{-1}(1 - n).$$

Questa funzione lega il prezzo al numero effettivo di partecipanti n alle aspettative n_e . Derivando rispetto alle variabili, si osserva che la domanda dipende negativamente da n come nel caso di beni normali e positivamente da n_e a causa degli effetti di rete,

$$\frac{\partial p}{\partial n} < 0, \frac{\partial p}{\partial n_e} > 0.$$

Imponendo la condizione di aspettative autoavveranti, cioè $n = n_e$, si ottiene la curva di domanda a aspettative soddisfatte,

$$p(n, n) = h(n)G^{-1}(1 - n).$$

Questa curva rappresentata in Fig. (1.1) mostra il prezzo che consente di sostenere in equilibrio una rete di dimensione n , quando le aspettative dei consumatori coincidono con la dimensione effettiva della rete. A causa della presenza di due

effetti opposti (l'aumento dell'utilità derivante dalle aspettative e la diminuzione della disponibilità a pagare dovuta all'ampliamento della base utenti) la curva $p(n, n)$ non è monotona. Essa presenta una prima parte crescente, dominata dall'effetto delle aspettative positive, e una seconda parte decrescente, dove prevale la normale legge della domanda.

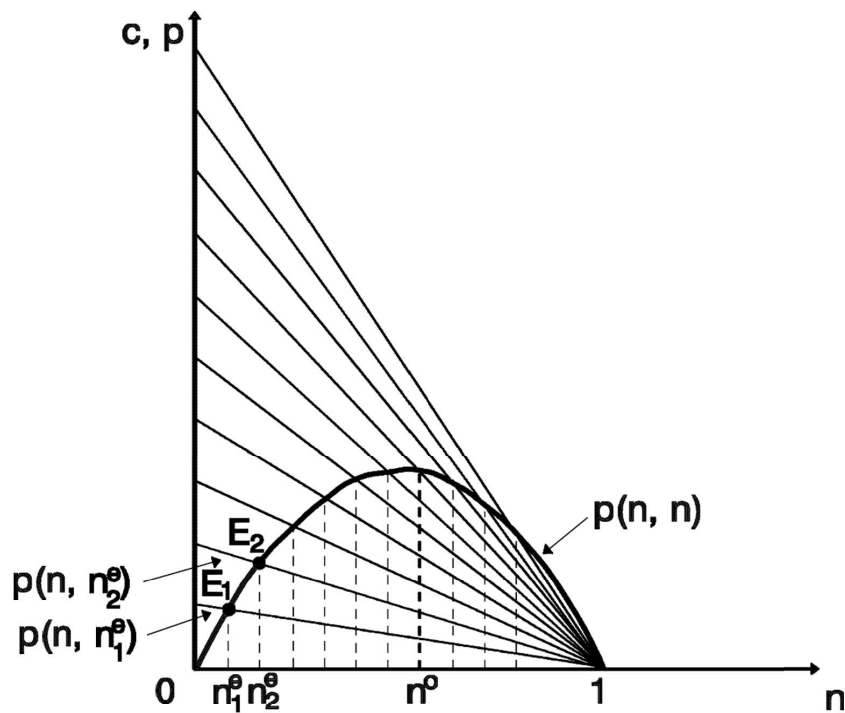


Figura 1.1: Curva di domanda $p(n, n)$ a aspettative soddisfatte nel modello di Economides (1995) con equilibri multipli, massa critica e $k = 0$.

Si noti come le rette decrescenti in figura non sono altro che le curve di iso-aspettative e assumono perciò la forma delle classiche curve di domanda. E' interessante notare come queste, all'aumentare delle aspettative, ruotino verso l'alto facendo aumentare così la disponibilità a pagare per tutti gli n tranne per il consumatore limite $n = 1$, con disponibilità a pagare per le aspettative di rete pari a zero. Il punto di massimo di questa curva, denotato con n^0 , definisce la "massa critica" della rete. Formalmente, n^0 è la dimensione per la quale la derivata prima della domanda di equilibrio si annulla,

$$\left. \frac{dp(n, n)}{dn} \right|_{n=n^0} = 0.$$

In un mercato perfettamente competitivo, dove il prezzo eguaglia il costo marginale costante c , l'equilibrio è dato dall'intersezione $p(n,n) = c$. La massa critica n^0 rappresenta la soglia minima di sostenibilità della rete. Infatti:

- se $c > c^0$, l'unico equilibrio possibile è $n = 0$;
- se $c = c^0$, la rete può formarsi con dimensione n^0 . Questo mostra la discontinuità che si ha nei beni di rete dove si passa da 0 utenti a una base installata pari alla massa critica per un piccolo abbassamento dei costi;
- se $c < c^0$, esistono tre equilibri: $n = 0$, $n_{low} < n^0$ (equilibrio instabile di dimensione intermedia) e $n_{high} > n^0$ (equilibrio stabile di dimensione elevata).

La stabilità di questi equilibri è determinata dalla dinamica delle aspettative. Gli equilibri su tratti a pendenza positiva sono intrinsecamente instabili. Un piccolo shock che riduca n al di sotto di n_{low} innesca un circolo vizioso: aspettative più basse riducono la domanda, confermando e aggravando il declino fino al collasso completo ($n = 0$). Al contrario, un equilibrio su un tratto a pendenza negativa è stabile, poiché shock di modesta entità attivano meccanismi compensativi che riportano il sistema verso l'equilibrio iniziale. È interessante analizzare, ai fini del mio studio, come il comportamento di un monopolista in un mercato con esternalità di rete produca risultati controintuitivi e chiaramente inefficienti. Un monopolista che può influenzare le aspettative dei consumatori ($n^e = n$) massimizza i profitti,

$$\pi = n(p(n, n) - c).$$

La sua scelta ottimale è data dalla seguente condizione,

$$p(n, n) + n \cdot \frac{dp(n,n)}{dn} = c.$$

Ciò che notiamo è che il monopolista fornisce sempre una rete di dimensione inferiore rispetto all'equilibrio di concorrenza perfetta con esternalità (ad eccezione del punto di massa critica n^0 , dove i due coincidono). Questa inefficienza deriva da un trade-off classico nel caso di monopolio tra due forze:

1. Incentivo all'espansione: il monopolista internalizza l'effetto rete. Egli, per vendere un'unità in più, aumenta il valore del bene per tutti gli altri utenti, spingendo la domanda verso l'alto.

2. Incentivo alla restrizione: per vendere un'unità in più, il monopolista deve abbassare il prezzo su tutte le unità già vendute.

In equilibrio, l'incentivo monopolistico a restringere l'output per mantenere un prezzo alto prevale sempre sull'incentivo ad espandere la rete per sfruttare le esternalità. Interessante è invece notare che un monopolista che, al contrario, non può influenzare le aspettative è ancora più inefficiente. In questo caso, non internalizza affatto il beneficio sociale dell'espansione della rete e si concentra solo sulla restrizione dell'output, supportando la rete più piccola di tutte le strutture di mercato analizzate. Tali risultati saranno la base per il modello creato nel mio lavoro, dove vedremo una risposta ai problemi legati alla creazione del coordinamento delle aspettative.

1.5 Coordinamento delle aspettative

Il problema del coordinamento nasce dal fatto che, in molte situazioni collettive, l'esito efficiente richiede che più individui agiscano simultaneamente nella stessa direzione. Tuttavia, l'incertezza sulle azioni altrui può bloccare le scelte, anche quando l'interesse comune è chiaro. Già Nash et al. (1950); Nash (2024), pur non trattando casistiche con esternalità di rete, con la definizione di equilibrio non cooperativo, aveva mostrato che molti giochi strategici ammettono più equilibri possibili, richiedendo un meccanismo di coordinamento per selezionare quello efficiente. Un esempio da manuale è il dilemma del prigioniero, elaborato da Rohlfs (1974), evidenzia questa tensione: due giocatori razionali non cooperano pur sapendo che la cooperazione massimizzerebbe il benessere collettivo. Il fallimento non nasce dall'irrazionalità ma dalla paura di essere traditi: ciascuno teme che l'altro scelga la strategia individualmente sicura. Si noti però che nel caso delle esternalità di rete invece, la dinamica è ben diversa. Qui non c'è timore di tradimento, ma incertezza sulle aspettative: ogni individuo decide di unirsi alla rete solo se crede che anche gli altri lo faranno. L'ostacolo non è la sfiducia verso l'altro, ma la difficoltà di credere che le scelte individuali saranno sufficienti a generare una massa critica collettiva in quanto, dato un prezzo di connessione differente da zero, il singolo individuo ha paura di connettersi alla rete sostenendo un costo spesso coincidente col prezzo non recuperabile in caso di collasso della rete stessa. Questa

logica è ben rappresentata negli esperimenti di Arthur (1994), in cui un insieme di N individui decide se partecipare a un evento che è piacevole solo se il numero dei presenti resta inferiore a una soglia C . Da notarsi come, in questo caso, la discontinuità nel payoff evidenzia la presenza di esternalità di rete negative se si supera la soglia C . In questo contesto, gli equilibri di Nash asimmetrici in strategie pure sono pari a $\binom{N}{C}$: al crescere di N , crescono molto rapidamente. Sebbene questi equilibri di Nash siano Pareto-efficienti, sono difficili da raggiungere. Esiste anche un equilibrio simmetrico in strategie miste, in cui ogni giocatore sceglie di partecipare con probabilità $p = C/N$; esso garantisce maggiore equità ma un payoff complessivo inferiore, risultando quindi complessivamente meno efficiente. Poiché ciascun giocatore non può prevedere le scelte altrui, tende ad adottare una strategia mista, che porta a una partecipazione fluttuante attorno alla soglia C . Negli esperimenti di Arthur (1994), questa variabilità è confermata sia in laboratorio sia tramite simulazioni: la partecipazione media si mantiene vicina alla soglia ma con oscillazioni continue dovute all'incertezza reciproca. Tale variabilità, tipica dei contesti di coordinamento, determina l'origine dell'inefficienza. Un'evoluzione dei risultati osservati nel caso dell'*El Farol Bar* si ritrova nell'esperimento di Devetag (2003), che analizza il coordinamento in un tipico gioco di massa critica. I risultati confermano quanto emerso nell'articolo precedente, ma aggiungono una dimensione informativa: la disponibilità di informazioni, sulle scelte altrui fra i vari round del gioco, modifica in modo significativo gli esiti aggregati. Anche in presenza di apprendimento e imitazione, che sono le strategie classiche adottate dai giocatori in risposta a l'incertezza, il sistema non converge pienamente all'equilibrio efficiente; tuttavia, quando una parte del gruppo adotta comportamenti rischiosi o subottimali, "sacrificandosi" nei primi turni, ciò funge da segnale per gli altri partecipanti. Nel tempo, questo meccanismo di segnalazione produce un aumento dei payoff complessivi, favorendo una convergenza parziale verso l'esito socialmente ottimale. Laddove pochi individui assumono un ruolo di guida segnalando la strategia efficiente, il gruppo riesce gradualmente a migliorare il payoff aggregato, "La presenza di pochi soggetti che scelgono strategie alte nelle fasi iniziali induce gli altri a rivedere verso l'alto le proprie aspettative, favorendo la convergenza verso l'equilibrio Pareto-superiore".

Un risultato simile a quello osservato da Devetag (2003) si ritrova nei progetti di Bonaccorsi and Rossi (2003). Anche qui piccoli gruppi di individui motivati

riescono a spostare le aspettative collettive e a superare il problema della massa critica, favorendo il coordinamento dell'intera comunità. La partecipazione è volontaria e priva di incentivi economici diretti: ogni programmatore decide se contribuire solo se ritiene che altri lo faranno. Questo genera un tipico problema di coordinamento, poiché la cooperazione dipende dalle aspettative reciproche e dalla fiducia nel fatto che il progetto possa raggiungere una dimensione sostenibile. Molti progetti, infatti, si fermano nelle fasi iniziali per mancanza di partecipazione, mentre solo pochi riescono a superare la soglia critica. In questi casi, un piccolo gruppo di sviluppatori esperti riesce a ridurre l'incertezza iniziale producendo codici di alta qualità, chiari e funzionali. La qualità del lavoro diventa un segnale credibile della solidità del progetto, rafforza le aspettative di successo e stimola nuovi contributi volontari. In tal modo, la comunità riesce gradualmente a coordinarsi e a raggiungere un equilibrio stabile di partecipazione. In conclusione, dagli studi analizzati emerge come l'essere umano resti strutturalmente soggetto ai problemi di coordinamento. Anche in presenza di obiettivi comuni e benefici collettivi evidenti, gli individui faticano a sincronizzare le proprie scelte quando manca una base informativa condivisa o una fiducia reciproca sufficiente. L'incertezza sulle azioni altrui, tipica dei giochi di massa critica e dei mercati di rete, rappresenta un ostacolo ricorrente alla cooperazione spontanea. Per sua natura, l'uomo tende a essere restio ad agire individualmente, poiché un'azione isolata può comportare un rischio personale e la possibilità di trovarsi "fuori dal gruppo". Questo atteggiamento, radicato nel bisogno di sicurezza e appartenenza, porta a comportamenti di gregge, dove si preferisce seguire la maggioranza piuttosto che assumersi il rischio di un'iniziativa autonoma. Tuttavia, proprio questa tendenza rende evidente che senza un leader o un gruppo guida capace di orientare le scelte collettive, il coordinamento non emerge in modo spontaneo. Le soluzioni osservate in letteratura mostrano che la ripetizione delle interazioni e l'apprendimento nel tempo possono ridurre l'incertezza, ma risultano pienamente efficaci solo in presenza di un riferimento riconoscibile che stabilizza le aspettative.

Un'altra possibile soluzione è rappresentata dai segnali costosi, emessi da pochi individui disposti a sostenere un costo privato per comunicare fiducia nell'esito collettivo. Questo tipo di azione riesce a sbloccare la coordinazione poiché fornisce agli altri una prova osservabile della bontà dell'iniziativa. Una tipologia di segnali costosi sono i segnali coordinativi come pubblicità, garanzie o messaggi pubbli-

ci che possono avere lo stesso effetto, purché percepiti come credibili, creando informazione comune e fiducia condivisa.

Come osservato da Schelling (1980), in alcune situazioni specifiche il coordinamento può avvenire anche senza comunicazione esplicita, grazie all'esistenza di punti focali (*focal points*), cioè soluzioni percepite come naturalmente salienti o intuitive da tutti i partecipanti. Tuttavia, questi meccanismi spontanei funzionano solo in contesti limitati, dove la convergenza cognitiva o culturale è sufficientemente forte da orientare il gruppo verso la stessa scelta.

Nei capitoli successivi analizzeremo come il segnale, in particolare quando è credibile, possa costituire una soluzione strutturale ai problemi di coordinamento e rappresenti l'elemento chiave per comprendere i meccanismi che portano al raggiungimento della massa critica.

1.6 La teoria del segnale

Nel caso delle esternalità di rete, il segnale proviene dal proprietario o gestore della rete, che ha interesse a favorire l'ingresso di nuovi partecipanti poiché l'aumento degli utenti accresce il valore complessivo del sistema. L'asimmetria informativa a cui facciamo riferimento è fra: il gestore conosce con precisione il numero effettivo di partecipanti, e i potenziali utenti che non dispongono di tale informazione e devono basarsi su segnali indiretti per formarsi aspettative.

Definiamo a questo punto due tipologie di reti, quelle ad adozione continua, cioè dove il pagamento per la connessione alla rete coincide con l'entrata dell'utente nella rete come nel caso della telefonia o dei social network. E le reti a due stadi in cui gli utenti pagano per connettersi alla rete e la rete si forma solo in un secondo momento come nel caso di eventi dove il biglietto tempo prima e poi ci si connette alla rete nel momento dell'evento, tale distinzione non è presente in letteratura e sarà cruciale ai fini del mio studio.

Nelle reti a adozione continua, come nei modelli di Katz and Shapiro (1985, 1986), il segnale ha una funzione coordinativa e di fiducia: serve a ridurre l'incertezza collettiva e a far credere che la rete possieda le condizioni per raggiungere l'equilibrio autosostenibile. Secondo Katz and Shapiro (1986), il gestore dovrebbe adottare strategie di segnalazione credibili che mostrino impegno reale e stabilità. Tra queste vi sono gli investimenti visibili in infrastruttura o compatibilità tecnica,

le politiche di prezzo dinamiche che incentivano l'ingresso iniziale, e gli annunci pubblici di standard o partnership analizzati da Farrell and Saloner (1985). Questi strumenti segnalano che la rete ha potenziale di crescita e che la partecipazione precoce potrà generare benefici futuri. Al contrario, dichiarare che la massa critica sia già stata raggiunta come mezzo per incoraggiare nuovi ingressi risulta privo di senso all'interno della logica dei modelli di adozione continua. Se la rete ha davvero superato la soglia critica, la sua diffusione dovrebbe ormai procedere in modo autosostenibile, senza bisogno di ulteriori interventi promozionali o segnali di fiducia. Un gestore che continua a inviare questo tipo di messaggio rivela quindi una contraddizione strategica, alimentando il sospetto che il segnale sia *cheap talk*, una comunicazione a costo nullo e quindi non credibile. In questo scenario emerge un chiaro rischio di azzardo morale, poiché il gestore ha l'incentivo a esagerare la solidità della rete per attrarre nuovi utenti.

Nelle reti a adozione continua, il segnale efficace non consiste dunque nel dichiarare un successo già ottenuto, ma nel mostrare azioni concrete che rendano più probabile il raggiungimento della massa critica. In questo quadro, anche il comportamento degli utenti già connessi può fungere da segnale credibile: il loro ingresso è osservabile, comporta costi reali e contribuisce a coordinare le aspettative dei nuovi partecipanti, rafforzando la fiducia collettiva nella sostenibilità della rete.

Il quadro cambia radicalmente nelle reti a due stadi che si confanno ai giochi dinamici con informazione incompleta, come nel caso di eventi, piattaforme a iscrizione o progetti collettivi a pagamento. In queste situazioni, la decisione di aderire avviene prima che la rete sia effettivamente operativa o osservabile. Gli utenti devono decidere se pagare o impegnarsi senza conoscere la partecipazione effettiva degli altri, e condividono lo stesso livello di incertezza dei potenziali nuovi entranti. In tali contesti, il segnale del gestore tende a spostarsi dal piano coordinativo a quello persuasivo. Dichiarare che la massa critica sia già stata raggiunta o che l'iniziativa avrà successo può indurre gli utenti a unirsi, ma l'informazione è difficilmente verificabile e il *cheap talk* diventa ancora più evidente. L'asimmetria informativa è più forte rispetto ai mercati di rete continua e il rischio di azzardo morale cresce: il gestore può gonfiare le aspettative o fornire dati incompleti per stimolare l'adesione.

Anche il ruolo degli utenti cambia. Nelle reti a due stadi, chi aderisce nella pri-

ma fase non possiede informazioni migliori rispetto a chi è ancora fuori, quindi il suo comportamento non rappresenta un segnale informativo credibile. Diversamente, nelle reti a adozione continua, le scelte osservabili dei primi utenti forniscono un segnale concreto della solidità del sistema, in oltre gli utenti paganti in queste fasi avranno gli stessi atteggiamenti del proprietario della rete.

Una volta chiarita la funzione generale del segnale nei mercati con esternalità di rete, è possibile distinguere le principali categorie di segnali che il gestore può adottare per orientare le aspettative e ridurre l'incertezza. La letteratura individua quattro forme principali: segnali costosi, reputazionali, istituzionali e strategici legati all'incompatibilità.

La prima categoria è quella dei segnali costosi. Spence (1978) mostra che un segnale è credibile solo se comporta un costo differenziale per chi lo emette. Nei mercati di rete, Katz and Shapiro (1986) applicano questa logica agli iniziali delle imprese che offrono beni o servizi con esternalità di rete. L'impegno in infrastrutture, campagne di comunicazione o sviluppo di compatibilità tecnica rappresenta un costo visibile e difficilmente reversibile, che comunica fiducia nel progetto. In questo modo, il gestore segnala che è disposto a sostenere costi oggi per ottenere benefici futuri, implicando che prevede una crescita reale della rete. Farrell and Saloner (1985) evidenziano come l'annuncio anticipato di standard o aggiornamenti futuri possa avere la stessa funzione: orientare le aspettative degli utenti e favorire il coordinamento nelle prime fasi di adozione.

La seconda categoria è quella dei segnali reputazionali. Kreps and Wilson (1982) mostrano che la reputazione si forma nel tempo attraverso la coerenza del comportamento e diventa un segnale cumulativo di affidabilità. Nei mercati di rete, una reputazione positiva del gestore riduce l'incertezza sulle sue intenzioni e sulla solidità del sistema, inducendo più utenti a entrare. La reputazione, a differenza dei segnali costosi, non deriva da un singolo investimento ma da una sequenza di azioni coerenti e verificabili nel tempo. In contesti ad alta interazione, la reputazione può sostituire i segnali economici espliciti, diventando il principale veicolo di fiducia. Bikhchandani et al. (1992); Banerjee (1992) mostrano che le decisioni osservabili dei primi utenti possono generare effetti imitativi (*informational cascades*) che amplificano la fiducia collettiva e accelerano il raggiungimento della massa critica. Nei contesti ripetuti di reti a due stadi, come accade per eventi periodici (ad esempio, serate organizzate ogni settimana in un locale o appuntamenti

collettivi ricorrenti), la reputazione assume un ruolo centrale. Ogni iterazione rappresenta un'occasione per confermare o smentire la fiducia accumulata. Se il gestore mantiene costanza nella qualità e nell'affidabilità dell'organizzazione, la reputazione costruita diventa un segnale forte e credibile per le occasioni successive, riducendo l'incertezza e facilitando la partecipazione. Al contrario, una singola deviazione dalle aspettative può compromettere rapidamente la fiducia e influire negativamente sulle decisioni future di adesione.

La terza categoria è costituita dai segnali istituzionali. Milgrom and Roberts (1986); Shapiro (1983) mostrano che, in mercati con informazione imperfetta, elementi esterni come certificazioni, garanzie, adesione a standard ufficiali o partnership con soggetti riconosciuti agiscono come segnali di qualità e stabilità. Nelle reti, questi meccanismi forniscono una forma di legittimazione esterna che riduce il rischio percepito dagli utenti. Il riconoscimento istituzionale trasferisce parte della credibilità da un soggetto terzo indipendente al gestore della rete e permette di mitigare l'asimmetria informativa. Questo tipo di segnale è particolarmente rilevante nelle fasi iniziali, quando la fiducia è fragile e gli utenti devono decidere se investire tempo o risorse in un sistema ancora non consolidato. Un caso particolare è rappresentato dai segnali strategici legati alla compatibilità. Kim (2002), mostrano che la scelta tra compatibilità e incompatibilità può comunicare informazioni sulla qualità e sulla forza di mercato di un'impresa. Rendere un prodotto incompatibile comporta un costo potenziale come la perdita dei benefici derivanti dalle reti esistenti, e quindi può essere interpretato come un segnale credibile di fiducia nelle proprie capacità e nel valore del prodotto. Al contrario, un'impresa con prospettive più deboli tenderà a scegliere la compatibilità per sfruttare la base utenti altrui. Tuttavia, questa strategia è efficace solo se gli utenti ritengono plausibile che la rete possa raggiungere la massa critica in modo autonomo; in caso contrario, l'incompatibilità viene percepita come un segnale negativo di rischio o isolamento.

Nonostante la loro funzione di riduzione dell'incertezza, i segnali presentano una inefficienza intrinseca. Il costo sostenuto per rendere credibile un'informazione non contribuisce direttamente alla produttività o al valore reale della rete: rappresenta una spesa dissipativa. Questo problema, già evidenziato da Spence (1978), si traduce in una perdita di efficienza collettiva. Nei mercati di rete, dove il valore dipende dalla dimensione della base utenti, tale inefficienza può essere amplificata,

poiché i segnali devono essere continuamente rinnovati per mantenere la fiducia e sostenere le aspettative.

Capitolo 2

Il modello

Si considera un monopolista che offre un bene soggetto a esternalità di rete. Il bene è puramente di rete, nel senso che il suo valore per i consumatori deriva esclusivamente dalla dimensione della rete mentre la componente intrinseca di utilità del bene, seguendo Economides (1996), è normalizzata a zero.

La rete è caratterizzata da una qualità q , che può assumere due valori in corrispondenza di due stati di natura:

$$q \in \{H, L\},$$

dove H indica una rete di alta qualità e L una rete di bassa qualità.

Sia A l'insieme di tutti i potenziali consumatori e sia $N = |A|$.

I consumatori sono eterogenei rispetto a una preferenza idiosincratICA y , interpretata come disponibilità a pagare per la partecipazione alla rete. La variabile y è distribuita uniformemente su $[0, 1]$ e misura l'intensità della preferenza individuale del consumatore per la partecipazione alla rete. Indico con y^* la preferenza del consumatore indifferente.

Sia $A^* = \{i \in A : y_i \geq y^*\}$ l'insieme dei consumatori con disponibilità non inferiore a y^* ed $N^* = |A^*|$.

Definisco la dimensione della rete, che indico con n , la proporzione dei consumatori con disponibilità non inferiore a y^* ovvero $n = N^*/N$ quindi $0 \leq n \leq 1$. In altre parole, la massa totale dei consumatori è normalizzata a uno.

Essendo n la proporzione di consumatori con $y \geq y^*$, n rappresenta l'area evidenziata in figura (2.1), dove $g(y)$ è la densità della variabile y , di equazione

$$g(y) = \begin{cases} 1 & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{altrove.} \end{cases}$$

La relativa funzione di ripartizione, $G(y)$, ha equazione

$$G(y) = \begin{cases} 0 & y < 0 \\ y & 0 \leq y \leq 1 \\ 1 & y > 1. \end{cases}$$

Poichè $G(y^*)$ rappresenta l'area staccata a sinistra di y^* sotto la curva di densità $g(y)$, si evince dalla figura (2.1) che:

$$1 - n = G(y^*),$$

ma, poichè $0 \leq y^* \leq 1$, $G(y^*) = y^*$, segue che

$$1 - n = y^*. \tag{2.1}$$

In altre parole, dato un valore soglia y^* , esiste un consumatore indifferente tale che tutti i consumatori con $y \geq y^*$ scelgono di affiliarsi alla rete, mentre quelli con $y < y^*$ non partecipano. Poiché $y \sim \mathcal{U}[0, 1]$, la quota di consumatori affiliati, che definisce la dimensione della rete, è $n = 1 - y^*$ e $n \in [0, 1]$.

Il monopolista fissa un prezzo uniforme p per l'accesso alla rete, osservabile da tutti i consumatori prima della decisione di affiliazione. Si analizza dapprima il benchmark di informazione completa e successivamente il caso di informazione asimmetrica. Nel benchmark di informazione completa il prezzo non ha contenuto informativo, mentre nel caso di informazione asimmetrica esso rappresenta l'unica variabile osservabile dai consumatori.

Funzione di domanda

L'utilità del consumatore i associata all'affiliazione a una rete di dimensione $n \in [0, 1]$ è data da

$$U_i(y_i, n; q) = y_i h_q(n) - p,$$

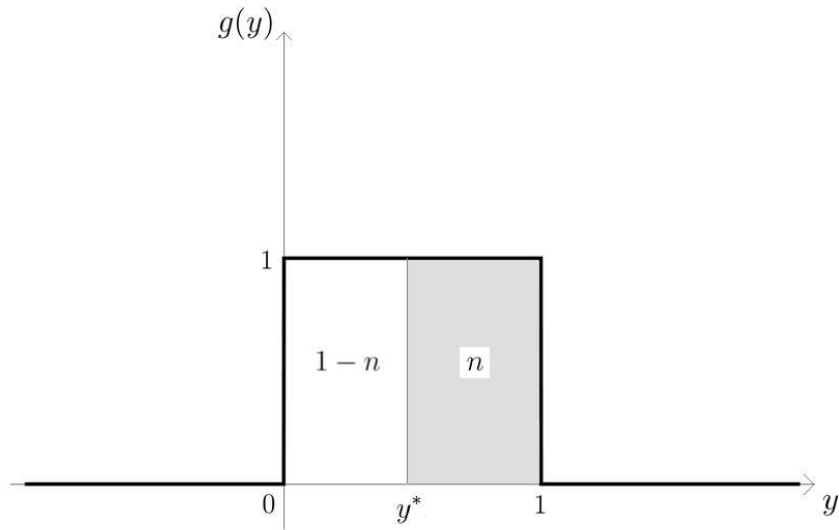


Figura 2.1: Distribuzione uniforme delle preferenze e dimensione della rete. La soglia y^* separa i consumatori partecipanti, n (area grigia) da quelli non partecipanti, $1 - n$ (area bianca).

dove p è il prezzo fissato dal monopolista e n rappresenta la quota di consumatori affiliati. L'utilità di riserva è normalizzata a zero.

La funzione $h_q(n)$ rappresenta il valore della rete ed è crescente in n , riflettendo esclusivamente la presenza di esternalità di rete. A differenza del modello standard di Economides (1996), in cui il valore della rete è unico, si consente alla qualità della rete di variare tra stati di natura.

Si assume, per semplicità, che

$$h_H(n) = 2n, \quad h_L(n) = n,$$

così che lo stato H sia associato a un'esternalità di rete più intensa rispetto allo stato L . L'ipotesi di linearità consente di isolare il ruolo della qualità senza introdurre ulteriori fonti di non linearità.

Questa specificazione rende esplicito il legame con il modello di Economides: la struttura dell'utilità è la stessa, ma la qualità della rete influenza direttamente l'intensità dell'esternalità di rete.

Dato un prezzo p e una qualità q , il comportamento ottimale dei consumatori è descritto da una regola di soglia. Esiste un consumatore indifferente y^* tale che

$$U_i(y^*, n, q) = 0,$$

da cui segue

$$y^* = \frac{p}{h_q(n)}.$$

Poiché la quota di consumatori affiliati è pari a $n = 1 - y^*$, la domanda può essere espressa in forma inversa come

$$p(n, q) = (1 - n)h_q(n), \quad (2.2)$$

che individua il prezzo compatibile con una data dimensione della rete, condizionatamente alla qualità q .

Funzione di costo e profitto

Il monopolista sostiene un costo proporzionale alla dimensione della rete. In particolare, si assume una funzione di costo lineare

$$C(n) = cn,$$

dove $c > 0$ rappresenta il costo marginale associato alla gestione della rete.

Il costo è assunto indipendente dalla qualità della rete. Questa ipotesi riflette la natura puramente di rete del bene considerato: la qualità non riguarda il bene in sé né la tecnologia produttiva, ma si manifesta esclusivamente attraverso l'intensità delle esternalità di rete.

Il payoff del monopolista è dato dal profitto. Dato un prezzo p e una dimensione della rete n indotta endogenamente dalle decisioni dei consumatori, il profitto è

$$\pi(p, n) = (p - c)n. \quad (2.3)$$

Timing del gioco

Il gioco si svolge in un unico periodo. La qualità della rete $q \in \{H, L\}$ è determinata all'inizio del gioco. Il monopolista osserva la qualità della rete e sceglie un prezzo p per l'accesso alla rete. Successivamente, i consumatori osservano il prezzo e decidono se affiliarsi o meno alla rete. La dimensione della rete n è determinata dalle decisioni di affiliazione dei consumatori e i payoff sono infine realizzati.

2.1 Modello con informazione completa

Nel caso di informazione completa, la qualità della rete è osservata dai consumatori. Di conseguenza, per ciascun livello di qualità il monopolista affronta una funzione di domanda ben definita e i consumatori, osservando sia il prezzo sia la qualità della rete, decidono se affiliarsi o meno in base alla propria disponibilità a pagare.

2.1.1 Monopolista con rete ad alta qualità

Quando la qualità della rete è alta, la funzione di domanda inversa in (2.2) è data da

$$p_H(n) = 2n(1 - n). \quad (2.4)$$

Il monopolista sceglie il prezzo (equivalentemente, la dimensione della rete indotta) al fine di massimizzare il profitto. Sostituendo (2.4) in (2.3), il problema del monopolista può essere scritto come

$$\max_{n \in [0,1]} \pi_H(n) = n [2n(1 - n) - c] = -2n^3 + 2n^2 - cn.$$

La condizione del primo ordine è

$$\frac{d\pi_H}{dn} = -6n^2 + 4n - c = 0,$$

da cui si ottengono due soluzioni. La condizione del secondo ordine,

$$\frac{d^2\pi_H}{dn^2} = -12n + 4 < 0,$$

seleziona la soluzione internamente stabile

$$n_H^*(c) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\sqrt{4 - 6c}.$$

Sostituendo nella funzione di domanda si ottiene il prezzo ottimale:

$$p_H^*(c) = 2n_H^*(1 - n_H^*) = \frac{2 + 3c + \sqrt{4 - 6c}}{9}.$$

Il prezzo ottimale è una funzione crescente del costo marginale. In particolare, per $c = 0$ si ha $p_H^* = 4/9$, mentre il prezzo cresce fino a $p_H^* = 1/2$ quando

$c = 1/2$. Questo riflette il fatto che, in presenza di esternalità di rete intense, il monopolista può sostenere prezzi relativamente elevati senza ridurre eccessivamente la dimensione della rete.

Dato il prezzo $p_H^*(c)$, i consumatori confrontano l'utilità derivante dall'affiliazione con l'utilità di riserva, normalizzata a zero. Il prezzo ottimale determina una soglia $y_H^* = 1 - n_H^*(c)$ tale che tutti i consumatori con $y \geq y_H^*$ scelgono di affiliarsi, mentre quelli con disponibilità inferiore rinunciano. La dimensione della rete è quindi endogenamente determinata dalla scelta di prezzo del monopolista.

Il fatto che il monopolista massimizzi il profitto non implica, tuttavia, che il profitto sia positivo. Sostituendo $n_H^*(c)$ nella funzione di profitto, si ottiene che: per $c < 1/2$, il profitto è positivo e il monopolista opera; per $c = 1/2$, il profitto è nullo e il monopolista è indifferente tra operare e uscire; per $c > 1/2$, il profitto è negativo e il monopolista esce dal mercato.

La presenza di un limite superiore sul costo marginale evidenzia che, anche in presenza di esternalità di rete, il mercato non si attiva se i costi sono troppo elevati. Tuttavia, come si vedrà nel confronto con il caso di bassa qualità, una maggiore intensità delle esternalità amplia l'insieme dei costi per i quali l'attività è profittevole.

2.1.2 Monopolista con rete a bassa qualità

Quando la qualità della rete è bassa, la funzione di domanda inversa (2.2) diventa

$$p_L(n) = n(1 - n).$$

Il profitto del monopolista è

$$\pi_L(n) = n [n(1 - n) - c] = -n^3 + n^2 - cn,$$

e la condizione del primo ordine è

$$\frac{d\pi_L}{dn} = -3n^2 + 2n - c = 0.$$

La soluzione internamente stabile è

$$n_L^*(c) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{1 - 3c},$$

da cui segue il prezzo ottimale

$$p_L^*(c) = n_L^*(1 - n_L^*) = \frac{1 + 3c + \sqrt{1 - 3c}}{9}.$$

Nel caso di rete a bassa qualità, il prezzo di equilibrio varia in un intervallo relativamente ristretto: per $c = 0$ si ha $p_L^* \simeq 0.22$, mentre il prezzo cresce fino a $p_L^* = 0.25$ quando $c = 1/4$.

Anche in questo caso, il prezzo ottimale induce una soglia $y_L^* = 1 - n_L^*(c)$ che determina la dimensione della rete. Tuttavia, la minore intensità delle esternalità di rete limita la capacità del monopolista di sostenere prezzi elevati. In particolare: per $c < 1/4$, il profitto è positivo e il monopolista opera; per $c \geq 1/4$, il profitto è non positivo e il monopolista esce dal mercato.¹

2.1.3 Confronto tra alta e bassa qualità

La Figura 2.2 confronta i prezzi di equilibrio nei due stati di qualità al variare del costo marginale. Il grafico evidenzia come, a parità di costo, il prezzo di equilibrio sia sistematicamente più elevato nel caso di rete ad alta qualità.² Ciò riflette la maggiore intensità delle esternalità di rete nello stato H , che consente al monopolista di sostenere prezzi più elevati senza ridurre eccessivamente la dimensione della rete.

Un aspetto particolarmente rilevante riguarda il dominio di esistenza dell'equilibrio. Mentre il monopolista con rete di bassa qualità genera profitti positivi solo per $c < 1/4$, una rete di alta qualità rimane attiva fino a $c < 1/2$. Nell'intervallo $c \in [1/4, 1/2)$ il monopolista di tipo alto è dunque l'unico in grado di operare sul mercato.

Per completare l'analisi del caso di informazione completa, è utile confrontare gli esiti di equilibrio associati ai due stati di qualità lungo le principali variabili di interesse. A tal fine, si considera innanzitutto l'intervallo di valori del costo

¹La soglia $c = 1/3$ emerge unicamente come vincolo di esistenza della soluzione interna del problema di massimizzazione, mentre la soglia economicamente rilevante è $c = 1/4$, oltre la quale il tipo L esercita l'opzione di uscita e il profitto di equilibrio è nullo.

²L'assunzione specifica $h_H(n) = 2n$ e $h_L(n) = n$ non è restrittiva. Gli stessi risultati qualitativi si otterrebbero assumendo funzioni del tipo $h_H(n) = \lambda_H n$ e $h_L(n) = \lambda_L n$, con $\lambda_H > \lambda_L$, poiché ciò che conta è l'ordinamento dell'intensità delle esternalità di rete nei due stati, non il valore specifico dei coefficienti.

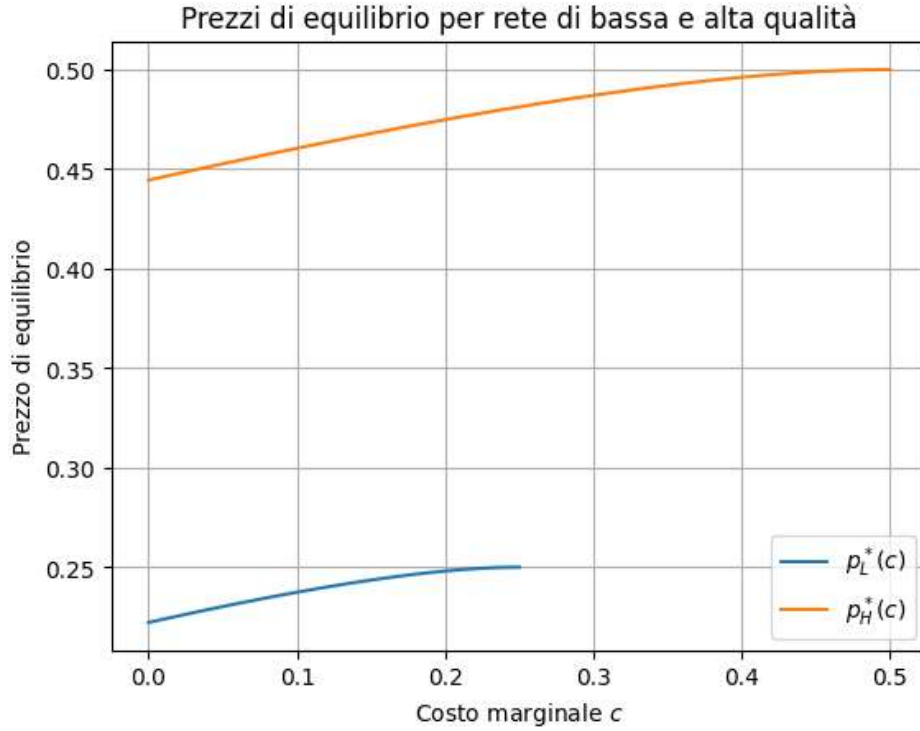


Figura 2.2: Confronto tra i prezzi di equilibrio $p_L^*(c)$ e $p_H^*(c)$ nel caso di rete a bassa e alta qualità. Il monopolista con rete di bassa qualità opera per $c < 1/4$, mentre quello con rete di alta qualità genera profitti positivi fino a $c < 1/2$.

marginale in cui entrambi i tipi di monopolista sono attivi, ossia $0 \leq c < 1/4$, così da rendere il confronto economicamente significativo.

Dimensione della rete. Nel dominio $0 \leq c < 1/4$ si ha

$$n_H^*(c) - n_L^*(c) = \frac{\sqrt{4-6c}}{6} - \frac{\sqrt{1-3c}}{3} \geq 0,$$

Pertanto, una rete di qualità alta genera sempre una dimensione di equilibrio maggiore rispetto a una rete di qualità bassa. Quando $c \geq 1/4$, il monopolista di bassa qualità esce dal mercato, mentre il monopolista di alta qualità continua a operare fino a $c = 1/2$.

Prezzo. Poiché per ogni $n \in (0, 1)$ vale

$$p_H(n) = 2n(1-n) > n(1-n) = p_L(n),$$

segue che, nei rispettivi equilibri,

$$p_H^*(c) > p_L^*(c).$$

La maggiore qualità della rete consente quindi al monopolista di fissare prezzi più elevati in equilibrio, riflettendo il maggiore valore che i consumatori attribuiscono alla partecipazione a una rete più ampia.

Profitto. Infine, per ogni $n \in (0, 1)$ si ha

$$\pi_H(n) = n[2n(1-n) - c] > n[n(1-n) - c] = \pi_L(n),$$

da cui segue che, a parità di costo marginale,

$$\pi_H^*(c) > \pi_L^*(c).$$

Una rete di qualità più elevata genera dunque profitti monopolistici maggiori, nonostante i costi marginali siano identici nei due stati.

In entrambi gli stati di qualità, il profitto del monopolista può essere scritto come

$$\pi_q(n, c) = n[p_q(n) - c], \quad q \in \{H, L\},$$

dove $p_H(n) = 2n(1-n)$ e $p_L(n) = n(1-n)$. Indichiamo con $n_q^*(c)$ la scelta ottimale (interna) di n e con $\pi_q^*(c) \equiv \pi_q(n_q^*(c), c)$ il profitto ottimale.

Per il teorema dell'envelope, lungo la scelta ottima vale

$$\frac{d\pi_q^*(c)}{dc} = \left. \frac{\partial \pi_q(n, c)}{\partial c} \right|_{n=n_q^*(c)} = -n_q^*(c) < 0, \quad (2.5)$$

poiché $n_q^*(c) > 0$ quando il tipo q opera. Ne segue che $\pi_q^*(c)$ è decrescente in c sul suo dominio di attività (in particolare, per L su $c \in [0, 1/4)$ e per H su $c \in [0, 1/2)$).

Derivando ancora (2.5) otteniamo

$$\frac{d^2\pi_q^*(c)}{dc^2} = -\frac{dn_q^*(c)}{dc} > 0, \quad (2.6)$$

poiché un aumento di c riduce la dimensione ottimale della rete, ovvero $\frac{dn_q^*(c)}{dc} < 0$. Quindi il profitto ottimale è una funzione convessa in c . L'intuizione economica

è che la perdita marginale di profitto dovuta a un aumento di c è pari a $n_q^*(c)$, siccome $n_q^*(c)$ diminuisce al crescere di c , l'effetto di ulteriori aumenti di costo si applica a una base utenti sempre più piccola, rendendo la pendenza $\frac{d\pi_q^*(c)}{dc}$ meno negativa.

Nel nostro caso,

$$n_H^*(c) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\sqrt{4-6c}, \quad n_L^*(c) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{1-3c}.$$

Pertanto,

$$\frac{dn_H^*(c)}{dc} = -\frac{1}{2\sqrt{4-6c}}, \quad \frac{dn_L^*(c)}{dc} = -\frac{1}{2\sqrt{1-3c}}.$$

Usando (2.6),

$$\pi_H^{*''}(c) = \frac{1}{2\sqrt{4-6c}}, \quad \pi_L^{*''}(c) = \frac{1}{2\sqrt{1-3c}}. \quad (2.7)$$

Per ogni $c < 1/4$ vale $4-6c > 1-3c$, quindi $\sqrt{4-6c} > \sqrt{1-3c}$ e dunque

$$\pi_L^{*''}(c) = \frac{1}{2\sqrt{1-3c}} > \frac{1}{2\sqrt{4-6c}} = \pi_H^{*''}(c), \quad \forall c \in [0, 1/4]. \quad (2.8)$$

In altri termini, al crescere di c la rete di bassa qualità riduce più rapidamente la dimensione ottimale $n_L^*(c)$ (in valore assoluto) rispetto alla rete di alta qualità, il che rende la funzione $\pi_L^*(c)$ più convessa: la perdita marginale di profitto $|\pi_L^{*'}(c)| = n_L^*(c)$ si attenua più velocemente.

In sintesi, nel caso di informazione completa una rete di qualità elevata genera una dimensione della rete più ampia, un prezzo di equilibrio più alto e un profitto monopolistico maggiore rispetto a una rete di qualità bassa, a parità di costo marginale. Tuttavia, questo risultato non dipende soltanto da una maggiore disponibilità a pagare dei consumatori, ma dal meccanismo di amplificazione indotto dalle esternalità di rete. Una qualità più elevata riduce la soglia del consumatore indifferente, rendendo profittevole l'affiliazione anche per consumatori con una disponibilità a pagare relativamente più bassa. L'ingresso di questi consumatori accresce la dimensione della rete, aumentando a sua volta il valore della partecipazione per tutti gli altri utenti. Questo processo di auto-rafforzamento consente al monopolista di sostenere prezzi più elevati senza compromettere la partecipazione e di estrarre profitti maggiori in equilibrio.

A titolo esemplificativo, si può pensare a un evento in discoteca. A parità di prezzo del biglietto, un evento percepito come di alta qualità attrae un numero

maggiore di partecipanti non solo perché i consumatori attribuiscono un valore individuale più elevato all'evento, ma anche perché ogni partecipante in più aumenta il valore dell'evento per gli altri, amplificando l'effetto iniziale della qualità. Questa dinamica consente al gestore sia di ampliare la base dei partecipanti sia, in equilibrio, di fissare un prezzo più elevato ed estrarre un profitto maggiore.

Un altro aspetto rilevante del modello riguarda il vincolo sul costo marginale. In presenza di esternalità di rete, la redditività dell'impresa non dipende soltanto dall'esistenza di consumatori con disponibilità a pagare superiore al costo, come nei modelli standard senza esternalità, ma anche dalla capacità della rete di raggiungere una massa critica di utenti. Una rete di qualità più elevata attenua l'impatto negativo dei costi marginali, rendendo il mercato più robusto e ampliando l'intervallo di costi per cui l'attività è sostenibile.

2.2 Modello con asimmetria informativa

In questa sezione si introduce l'asimmetria informativa sulla qualità della rete. La qualità $q \in \{H, L\}$ è osservata dal monopolista ma non dai consumatori, i quali formano credenze a priori:

$$P(q = H) = \theta, \quad P(q = L) = 1 - \theta.$$

Il prezzo fissato dal monopolista è l'unica variabile osservabile dai consumatori prima della decisione di affiliazione.

Si dimostra innanzitutto che non esistono equilibri separating in strategie pure. Supponiamo per assurdo che esista un equilibrio separating caratterizzato da una coppia di prezzi (p_H, p_L) con $p_H \neq p_L$, dove p_H è il prezzo fissato dal monopolista nello stato di alta qualità e p_L quello fissato nello stato di bassa qualità. Poiché i costi marginali sono identici nei due stati e la disponibilità a pagare dei consumatori è maggiore nello stato di alta qualità, un equilibrio separating richiederebbe necessariamente $p_H > p_L$.

Consideriamo ora il comportamento del monopolista di tipo L . Se tale monopolista deviasse dalla strategia p_L e fissasse il prezzo p_H , i consumatori, osservando p_H , attribuirebbero probabilità uno allo stato di alta qualità e reagirebbero di conseguenza. A parità di prezzo, il profitto associato allo stato di alta qualità è sempre maggiore di quello associato allo stato di bassa qualità, poiché la domanda indotta

è più elevata. Ne segue che, per il monopolista di tipo L , deviare da p_L a p_H aumenta il profitto. Pertanto, la strategia p_L non è una miglior risposta e la coppia (p_H, p_L) non può costituire un equilibrio. Ne consegue che in questo modello non esistono equilibri separating e l'analisi può concentrarsi esclusivamente sugli equilibri pooling.

2.2.1 Equilibrio pooling senza segnale

Si consideri ora un profilo di strategie in cui il monopolista, indipendentemente dal tipo, fissa lo stesso prezzo p^{pool} . In tal caso, il prezzo osservato non trasmette informazione sulla qualità della rete e i consumatori mantengono le credenze a priori.

Dato il prezzo p^{pool} , l'utilità attesa del consumatore di tipo y è:

$$U^e(y) = \theta(2yn - p^{\text{pool}}) + (1 - \theta)(yn - p^{\text{pool}}) = y(1 + \theta)n - p^{\text{pool}}.$$

Poiché l'utilità è crescente in y , la miglior risposta dei consumatori è una regola di soglia: esiste un valore y^* tale che i consumatori con $y \geq y^*$ si affiliano alla rete, mentre quelli con $y < y^*$ non partecipano. La condizione di indifferenza del consumatore marginale implica:

$$y^* = \frac{p^{\text{pool}}}{(1 + \theta)n}.$$

Dato che $y \sim \mathcal{U}(0, 1)$, la dimensione della rete è $n = 1 - y^*$, da cui segue la relazione di coerenza tra prezzo e quantità:

$$p^{\text{pool}} = (1 + \theta)n(1 - n).$$

Anticipando il comportamento dei consumatori, il monopolista risolve in entrambi gli stati di natura il medesimo problema di massimizzazione:

$$\max_{n \in [0,1]} ((1 + \theta)n(1 - n) - c)n.$$

Il problema ammette una soluzione unica, data da:

$$n^{\text{pool}}(c) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{1 - \frac{3c}{1 + \theta}}, \quad (2.9)$$

da cui segue il prezzo di equilibrio di pooling:

$$p^{\text{pool}}(c) = (1 + \theta)n^{\text{pool}}(c)(1 - n^{\text{pool}}(c)). \quad (2.10)$$

Poiché la domanda dipende unicamente dalla qualità attesa della rete, il prezzo $p^{\text{pool}}(c)$ costituisce una miglior risposta sia per il monopolista di tipo H sia per quello di tipo L . Insieme alla strategia ottima dei consumatori, il profilo di strategie descritto definisce un equilibrio di pooling del gioco.

Il profitto di pooling è dato da:

$$\pi^{\text{pool}}(c) = (p^{\text{pool}}(c) - c)n^{\text{pool}}(c).$$

Valutando il profitto al punto ottimo $n^{\text{pool}}(c)$ si ottiene che

$$\pi^{\text{pool}}(c) > 0 \iff c < \frac{1 + \theta}{4}. \quad (2.11)$$

Ne segue che, a differenza del benchmark di informazione completa, nel pooling il monopolista può ottenere profitti positivi anche per valori del costo marginale superiori a $1/4$. In particolare, per

$$c \in \left(\frac{1}{4}, \frac{1 + \theta}{4} \right)$$

il monopolista di tipo L , che in informazione completa uscirebbe dal mercato, in un equilibrio pooling con asimmetria informativa può continuare ad operare anche per un intorno destro di $c = 1/4$.

La Figura 2.3 mostra che, in presenza di asimmetria informativa, il monopolista massimizza una funzione di profitto basata sulla qualità attesa della rete. Il profitto di equilibrio nel pooling risulta pertanto inferiore a quello ottenibile nel caso di informazione completa con rete di alta qualità, ma superiore a quello associato a una rete di bassa qualità osservabile. Questo riflette il ruolo delle credenze dei consumatori: l'asimmetria informativa attenua l'intensità percepita delle esternalità di rete, ma non la elimina, consentendo al monopolista di sostenere una dimensione della rete e un livello di profitto intermedi rispetto ai due casi di informazione completa.

Funzioni di reazione nel pooling. Dato un prezzo p , la miglior risposta dei consumatori è una regola di soglia che induce una dimensione della rete coerente con

$$p = (1 + \theta)n(1 - n).$$

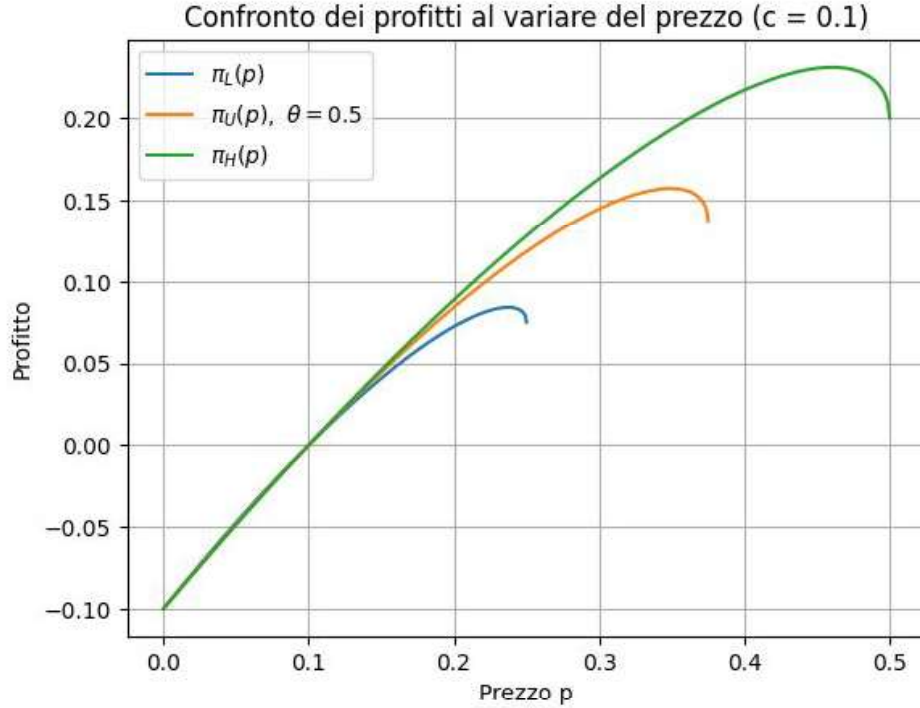


Figura 2.3: Profitti del monopolista in funzione del prezzo nel caso di rete a bassa qualità $\pi_L(p)$, di rete a qualità attesa $\pi_{\text{pool}}(p)$ e di rete ad alta qualità $\pi_H(p)$, per un dato livello del costo marginale. La funzione di profitto nel pooling è intermedia tra i due casi di informazione completa e ammette un massimo interno che identifica il prezzo di equilibrio p^{pool} .

Anticipando tale relazione, il monopolista sceglie n per massimizzare

$$\pi(n) = ((1 + \theta)n(1 - n) - c)n.$$

La funzione di reazione del monopolista è quindi data dal valore di n che massimizza $\pi(n)$, ossia $n = n^{\text{pool}}(c)$.

L'equilibrio di pooling può essere rappresentato in modo grafico attraverso la relazione di coerenza imposta dal comportamento dei consumatori e il problema di massimizzazione del monopolista. Per ogni prezzo fissato dall'impresa, i consumatori determinano endogenamente la dimensione della rete secondo la relazione $p = (1 + \theta)n(1 - n)$. Anticipando tale relazione, il monopolista sceglie il prezzo in modo da indurre una dimensione della rete che massimizza il profitto. In modo equivalente, il problema può essere riscritto in termini di scelta della dimensione della rete indotta. La Figura 2.4 illustra questo meccanismo per un dato valore delle credenze a priori e del costo marginale.

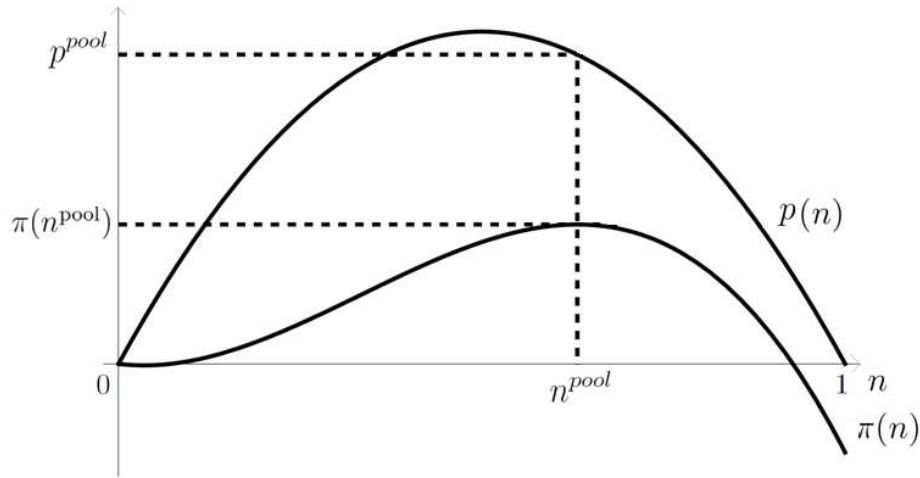


Figura 2.4: Funzioni di reazione nell'equilibrio di pooling per $\theta = 0.5$ e $c = 0.1$. La curva superiore rappresenta la domanda inversa dei consumatori $p(n) = (1 + \theta)n(1 - n)$, mentre la curva inferiore rappresenta il profitto del monopolista $\pi(n) = ((1 + \theta)n(1 - n) - c)n$. La dimensione della rete di equilibrio n^{pool} è individuata dal massimo della funzione di profitto. Il corrispondente prezzo di pooling p^{pool} è determinato sulla curva di domanda.

Esempio numerico

Per $\theta = 0.5$ e $c = 0.1$ si ottiene:

$$n^{\text{pool}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{1 - \frac{0.3}{1.5}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \sqrt{0.8} \simeq 0.63, \quad p^{\text{pool}} \simeq 1.5 \cdot 0.63 \cdot (1 - 0.63) \simeq 0.35$$

Quindi la funzione di utilità attesa del consumatore nel pooling è:

$$U^e(y) = y(1 + \theta)n^{\text{pool}} - p^{\text{pool}} \simeq 0.95y - 0.35$$

La soglia di indifferenza y^* è definita da $U^e(y^*) = 0$, quindi:

$$y^* = \frac{p^{\text{pool}}}{(1 + \theta)n^{\text{pool}}} = 1 - n^{\text{pool}} \simeq 1 - 0.63 = 0.37$$

In equilibrio, quindi, circa il 63% dei consumatori si affilia alla rete.

2.2.2 Segnale

Si estende il modello introducendo, oltre al prezzo, una decisione osservabile del monopolista che può fungere da segnale della qualità della rete. Come nella sezione

precedente, la qualità $q \in \{H, L\}$ è osservata dall'impresa ma non dai consumatori, che possono inferire qualche informazione su q osservando le azioni del monopolista.

Oltre al prezzo p , il monopolista può scegliere se inviare un segnale ($s = 1$), o non inviarlo ($s = 0$). Il segnale $s \in \{0, 1\}$ è puramente informativo, nel senso che è osservabile e verificabile ma non entra direttamente nella funzione di utilità dei consumatori e non modifica né il valore intrinseco della rete né l'intensità delle esternalità di rete. Il suo unico ruolo è influenzare le credenze dei consumatori sulla qualità.

Nel contesto di eventi con esternalità di partecipazione, $s = 1$ può essere interpretato come l'adozione di una garanzia/penale/assicurazione resa pubblica ex ante (ad esempio una garanzia che espone l'organizzatore a una perdita monetaria in caso di bassa partecipazione). Tale impegno non aumenta direttamente l'utilità del consumatore, ma è più oneroso per un organizzatore di bassa qualità.

Il costo del segnale è tipo-dipendente e dato da

$$\psi_q(s) = \begin{cases} 0 & \text{se } s = 0, \\ x_q & \text{se } s = 1, \end{cases} \quad \text{con} \quad x_L > x_H > 0,$$

dove x_q rappresenta il costo (o l'esposizione attesa alla perdita) associato all'adozione dell'impegno per il tipo q . La disuguaglianza $x_L > x_H$ formalizza la proprietà di *single-crossing*: a parità di segnale, esso è relativamente più costoso per il tipo L .

Il costo totale dell'impresa è quindi

$$C(n, s; q) = cn + \psi_q(s),$$

e il profitto è

$$\pi = (p - c)n - \psi_q(s).$$

Un equilibrio Bayesiano perfetto (PBE) è costituito da: (i) una strategia del monopolista (p_q, s_q) per ciascun tipo $q \in \{H, L\}$; (ii) una regola di affiliazione dei consumatori (equivalentemente una soglia $y^*(p, s)$); (iii) credenze dei consumatori $\mu(p, s) \equiv \Pr(q = H \mid p, s)$ tali che le strategie siano ottime e le credenze siano coerenti lungo il sentiero di equilibrio.

Dato un osservabile (p, s) e una credenza $\mu(p, s)$, l'utilità attesa del consumatore di tipo y è

$$U^e(y) = \mu(p, s)(2yn - p) + (1 - \mu(p, s))(yn - p) = y(1 + \mu(p, s))n - p.$$

Come nei casi precedenti, la miglior risposta dei consumatori è una regola di soglia e la domanda inversa indotta dalle credenze è

$$p = (1 + \mu(p, s)) n(1 - n). \quad (2.12)$$

2.2.3 Equilibrio pooling con segnale disponibile

In un equilibrio pooling, i due tipi scelgono lo stesso prezzo e lo stesso segnale. Poiché $s = 1$ è costoso per entrambi i tipi e non modifica direttamente la domanda (se lungo il sentiero non cambia le credenze rispetto al pooling), nessun tipo ha incentivo a sostenere il costo del segnale in pooling. Ne segue che in ogni equilibrio pooling vale

$$s_H^{\text{pool}} = s_L^{\text{pool}} = 0,$$

e i consumatori mantengono le credenze a priori $\mu = \theta$ lungo il sentiero. Pertanto l'esito di pooling coincide con quello della sezione precedente:

$$p^{\text{pool}}(c) = (1 + \theta) n^{\text{pool}}(c)(1 - n^{\text{pool}}(c)), \quad \pi^{\text{pool}}(c) = (p^{\text{pool}}(c) - c)n^{\text{pool}}(c),$$

con $\pi^{\text{pool}}(c) > 0$ se e solo se $c < (1 + \theta)/4$.

2.2.4 Un equilibrio separating

Consideriamo il seguente candidato PBE separating:

$$(p_H, s_H) = (p_H^*(c), 1), \quad (p_L, s_L) = (p_L^*(c), 0),$$

dove $p_H^*(c)$ e $p_L^*(c)$ sono i prezzi di equilibrio nel benchmark di informazione completa (e $\pi_L^*(c) = 0$ per $c \geq 1/4$ perché il tipo L esce).

Le credenze dei consumatori sono specificate come:

$$\mu(p, s) = \begin{cases} 1 & \text{se } s = 1, \\ 0 & \text{se } s = 0. \end{cases}$$

Affinché la separazione sia sostenibile, devono valere i vincoli di incentivo.

Se L imitasse H scegliendo $s = 1$ verrebbe creduto H e otterrebbe la domanda di alta qualità, pagando però il costo x_L . La condizione di non imitazione è:

$$\pi_L^*(c) \geq \pi_H^*(c) - x_L \quad (\text{IC}_L)$$

Dato che nel candidato separating l'alternativa naturale per H è non segnalare e ottenere il payoff del tipo L (perché i consumatori credono $\mu = 0$ quando $s = 0$), il vincolo è:

$$\pi_H^*(c) - x_H \geq \pi_L^*(c) \quad (\text{IC}_H)$$

Infine, perché il separating sia economicamente rilevante occorre:

$$\pi_H^*(c) - x_H \geq 0 \quad \iff \quad \pi_H^*(c) \geq x_H. \quad (\text{PC}_H)$$

Definendo il differenziale di profitto nel benchmark

$$\Delta\pi(c) \equiv \pi_H^*(c) - \pi_L^*(c) \geq 0,$$

i vincoli (IC_H) – (IC_L) sono equivalenti a:

$$x_H \leq \Delta\pi(c) \leq x_L. \quad (2.13)$$

In altre parole, la separazione è sostenibile se esiste una finestra di costi del segnale tale per cui: (i) il segnale non è troppo costoso per H ($x_H \leq \Delta\pi$), e (ii) è sufficientemente costoso per scoraggiare L ($\Delta\pi \leq x_L$).

Nel separating, i profitti netti sono:

$$\pi_H^{\text{sep}}(c) = \pi_H^*(c) - x_H, \quad \pi_L^{\text{sep}}(c) = \pi_L^*(c).$$

Esistenza del separating

Le condizioni (IC_L) – (IC_H) implicano che la separazione è possibile soltanto quando il differenziale di profitto cade nell'intervallo:

$$x_H \leq \Delta\pi(c) \leq x_L,$$

con in aggiunta (PC_H) .

Poiché $\Delta\pi(c)$ è una funzione decrescente in c , questa condizione genera tipicamente un intervallo (eventualmente vuoto) di costi marginali per cui la separazione è sostenibile. In particolare, definiamo c_L come la soluzione (se esiste) di

$$\Delta\pi(c_L) = x_L.$$

Per $c < c_L$ si ha $\Delta\pi(c) > x_L$ e quindi (IC_L) non è rispettato: L imitrebbe. La separazione può quindi iniziare soltanto per $c \geq c_L$.

Definiamo c_H come la soluzione (se esiste) di

$$\Delta\pi(c_H) = x_H.$$

Per $c > c_H$ si ha $\Delta\pi(c) < x_H$ e quindi (IC_H) non è rispettato: per H è troppo costoso segnalare rispetto al beneficio informativo. Dunque, oltre c_H , H non segnala più perchè, quando c è alto, la rendita da essere percepiti come alta qualità (misurata da $\Delta\pi(c)$) si riduce e non giustifica più il costo fisso x_H .

Infine, definiamo c_P come la soluzione (se esiste) di

$$\pi_H^*(c_P) = x_H.$$

Per $c > c_P$ il profitto netto di H diventerebbe negativo, ovvero (PC_H) non sarebbe rispettato e il tipo H non opererebbe.

In sintesi, in un separating con segnale discreto la segnalazione del tipo H è sostenibile in un intervallo di costi marginali del tipo

$$c \in [c_L, \min\{c_H, c_P\}].$$

È utile chiarire la relazione tra la soglia c_H e la soglia c_P . Nel modello il differenziale di profitto è

$$\Delta\pi(c) = \pi_H^*(c) - \pi_L^*(c),$$

con la proprietà che $\pi_L^*(c) = 0$ per $c \geq 1/4$ e $\pi_H^*(c) = 0$ per $c \geq 1/2$.

Ne segue che:

- Per $1/4 \leq c \leq 1/2$, vale $\Delta\pi(c) = \pi_H^*(c)$. In questo intervallo le due equazioni

$$\Delta\pi(c) = x_H \quad \text{e} \quad \pi_H^*(c) = x_H$$

coincidono. Di conseguenza, se la soglia di uscita dalla segnalazione c_H cade nella regione $1/4 \leq c \leq 1/2$, si ha necessariamente

$$c_H = c_P.$$

In tal caso, la perdita dell'incentivo a segnalare e la perdita di redditività della segnalazione avvengono simultaneamente.

- Per $c < 1/4$, invece, si ha $\pi_L^*(c) > 0$ e dunque

$$\Delta\pi(c) = \pi_H^*(c) - \pi_L^*(c) < \pi_H^*(c).$$

Le due equazioni sopra non sono più equivalenti e, in generale, $c_H \neq c_P$. In questo intervallo l'incentivo a segnalare può venire meno prima rispetto alla condizione di partecipazione.

Nel nostro caso, la soglia rilevante si colloca tipicamente nella regione $1/4 \leq c \leq 1/2$, cosicché le due soglie coincidono. Economicamente, ciò riflette il fatto che, quando il tipo L è già fuori dal mercato in informazione completa, la rendita da separazione coincide con il profitto del tipo H in alta qualità: la segnalazione perde convenienza esattamente quando il profitto netto di H si annulla.

La Figura (2.5) illustra graficamente le condizioni di esistenza dell'equilibrio separating nel caso di segnale discreto, per una parametrizzazione esemplificativa $x_H = 0.05$ e $x_L = 0.13$.

Nel pannello superiore è rappresentato l'andamento del differenziale di profitto $\Delta\pi(c)$, funzione decrescente in c e definita a tratti: per $c < 1/4$ essa coincide con $\pi_H^*(c) - \pi_L^*(c)$, mentre per $c \geq 1/4$, poiché $\pi_L^*(c) = 0$, si ha $\Delta\pi(c) = \pi_H^*(c)$. Nello stesso grafico sono riportati i due costi esogeni di segnalazione x_H e x_L .

Le intersezioni tra $\Delta\pi(c)$ e le soglie x_L e x_H individuano rispettivamente i valori c_L e c_H che delimitano l'intervallo in cui la separazione è sostenibile, ossia il dominio in cui vale $x_H \leq \Delta\pi(c) \leq x_L$.

Nel pannello inferiore sono riportati i profitti di equilibrio nel separating, che esiste esclusivamente per $c \in [c_L, c_H]$. In particolare, in questo caso $c_H = c_P$, poiché il valore di x_H interseca $\Delta\pi(c)$ nel tratto $c \in (1/4, 1/2)$ in cui $\Delta\pi(c) = \pi_H^*(c)$.

Nel caso specifico rappresentato in figura (2.5), la finestra di separazione $c \in [c_L, c_H]$ si colloca interamente nel tratto $c \in (1/4, 1/2)$. In questa regione $\pi_L^*(c) = 0$ e dunque il tipo L non opera nemmeno in informazione completa. L'equilibrio separating assume quindi la forma seguente: il tipo H invia il segnale ($s = 1$) sostenendo il costo x_H , mentre il tipo L rimane fuori dal mercato. La separazione è sostenibile fino al valore $c = c_H$, oltre il quale la rendita da separazione $\Delta\pi(c)$ diventa inferiore a x_H e il tipo H non ha più incentivo a segnalare.

Questo esito dipende dalla posizione relativa di x_L rispetto a $\Delta\pi(c)$. Se il valore di x_L fosse stato più elevato, l'intersezione tra x_L e $\Delta\pi(c)$ sarebbe potuta avvenire

in corrispondenza di valori più bassi di c , eventualmente nel tratto $c < 1/4$. In tal caso, la separazione sarebbe stata sostenibile anche in una regione in cui $\pi_L^*(c) > 0$, ossia L entra nel mercato e non segnala ($s = 0$).

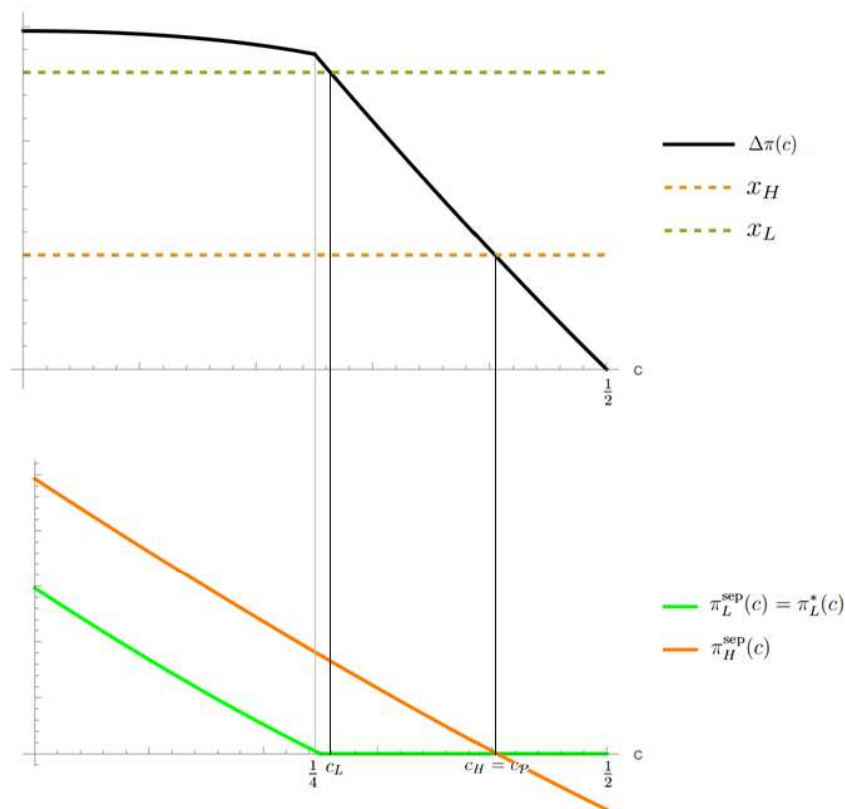


Figura 2.5: Condizioni di esistenza dell'equilibrio separating con segnale discreto ($x_H = 0.05$, $x_L = 0.13$). Nel pannello superiore è rappresentato il differenziale di profitto $\Delta\pi(c)$ e le soglie esogene di segnalazione x_H e x_L . Le intersezioni individuano i valori c_L e c_H tali che $x_H \leq \Delta\pi(c) \leq x_L$. Nel pannello inferiore sono riportati i profitti di equilibrio nel separating, che esiste soltanto per $c \in [c_L, c_H]$. In questa parametrizzazione si osserva che $c_H = c_P$, poiché l'intersezione tra $\Delta\pi(c)$ e x_H avviene nel tratto in cui $\Delta\pi(c) = \pi_H^*(c)$.

2.2.5 Confronto tra pooling e separating

Anche quando un equilibrio separating è tecnicamente sostenibile, è necessario verificare quale equilibrio venga effettivamente selezionato, ossia se al tipo H convenga separare oppure rimanere nel pooling.

Nel pooling, lungo il sentiero di equilibrio, le credenze dei consumatori coincidono con la probabilità a priori $\theta = \Pr(q = H)$. Il payoff del tipo H è quindi $\pi^{\text{pool}}(c)$. Nel separating, invece, il tipo H è correttamente identificato e ottiene il profitto netto $\pi_H^*(c) - x_H$.

Il tipo H preferisce separare se

$$\pi_H^*(c) - x_H \geq \pi^{\text{pool}}(c).$$

Questa condizione rende esplicito il trade-off.

- Un valore elevato della probabilità a priori θ implica che, anche in assenza di segnalazione, i consumatori attribuiscono alta qualità con probabilità elevata. La domanda in pooling risulta quindi relativamente vicina a quella di alta qualità, rendendo il pooling più attraente per il tipo H .
- Un valore basso di θ , al contrario, penalizza il tipo H nel pooling: i consumatori sottostimano l'intensità delle esternalità di rete e la dimensione della rete risulta inefficiente. In questo caso, la segnalazione consente di ripristinare la domanda di alta qualità e diventa più conveniente.
- Un costo di segnalazione x_H elevato riduce il profitto netto del separating e rende meno probabile la sua selezione.

Ne segue che il ruolo della probabilità a priori θ è cruciale nel determinare quale equilibrio venga selezionato.

Per valori sufficientemente elevati di θ , il pooling risulta relativamente attraente per il tipo H , poiché i consumatori attribuiscono alta qualità con probabilità elevata anche in assenza di segnalazione. In tal caso, il profitto $\pi^{\text{pool}}(c)$ può dominare $\pi_H^*(c) - x_H$ nell'intero intervallo in cui il pooling è profittevole. La Figura 2.6 illustra questo scenario per $\theta = 0.8$: si osserva che il payoff del tipo H nel pooling è sempre superiore a quello ottenibile nel separating, cosicché il pooling è l'unico equilibrio selezionato.

Viceversa, per valori sufficientemente bassi di θ , l'asimmetria informativa penalizza maggiormente il tipo H nel pooling: i consumatori sottostimano l'intensità delle esternalità di rete e la dimensione della rete risulta inefficiente. In questo caso il guadagno informativo derivante dalla segnalazione diventa rilevante e può

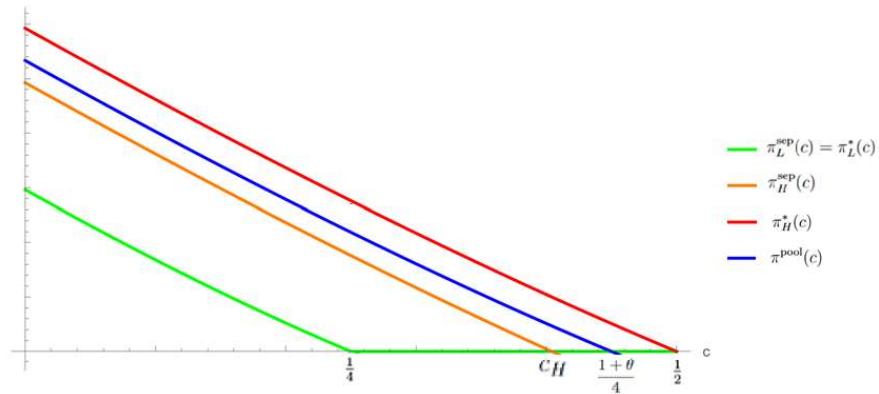


Figura 2.6: Confronto tra pooling e separating per $\theta = 0.8$ ($x_H = 0.05$, $x_L = 0.13$). Il profitto del tipo H nel pooling (curva blu) domina il profitto netto nel separating (curva arancione) nell'intero intervallo in cui il pooling è profittevole ($c < (1 + \theta)/4$). In questo scenario, l'elevata probabilità a priori di alta qualità rende il pooling sufficientemente remunerativo, e la segnalazione non viene selezionata.

compensare il costo x_H . La Figura 2.7, relativa al caso $\theta = 0.3$, mostra che, quando la separazione è sostenibile, $\pi_H^*(c) - x_H$ domina sempre $\pi^{\text{pool}}(c)$, cosicché il separating è l'esito selezionato.

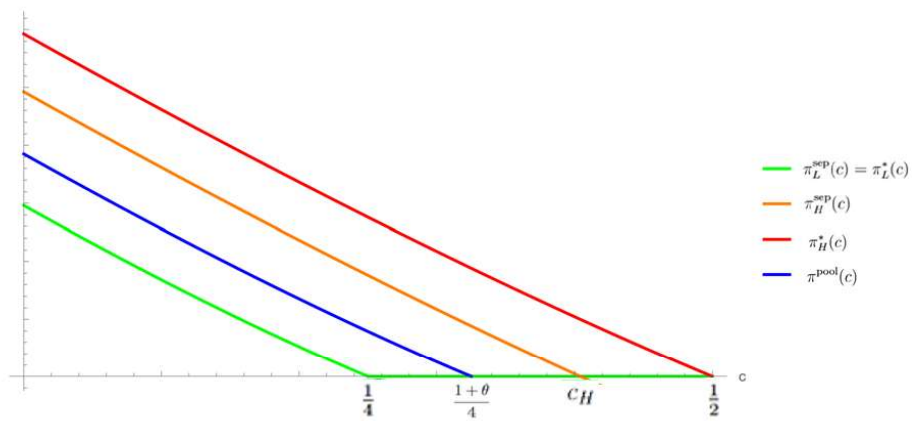


Figura 2.7: Confronto tra pooling e separating per $\theta = 0.3$ ($x_H = 0.05$, $x_L = 0.13$). Il profitto netto del tipo H nel separating ($\pi_H^*(c) - x_H$) domina il payoff in pooling nell'intervallo in cui la separazione è sostenibile. Con una probabilità a priori bassa di alta qualità, il pooling penalizza il tipo H , mentre la segnalazione consente di ripristinare la domanda associata alla qualità elevata.

Conclusioni

Questo lavoro ha analizzato il ruolo dell'informazione e della segnalazione nei mercati caratterizzati da esternalità di rete, con particolare attenzione al problema del coordinamento delle aspettative nei processi di adozione collettiva.

La letteratura economica ha mostrato come i mercati di rete presentino caratteristiche profondamente diverse rispetto ai mercati tradizionali. In presenza di esternalità di rete, il valore di un bene dipende dalla dimensione della base utenti, generando potenziali equilibri multipli e problemi di coordinamento. I contributi classici di Rohlfs (1974), Katz e Shapiro (1985, 1986) ed Economides (1996) hanno evidenziato come l'esistenza di una massa critica renda possibile sia il fallimento della diffusione di una tecnologia sia il suo rapido successo una volta superata una soglia minima di adozione. Tuttavia, tali modelli assumono generalmente che le aspettative dei consumatori siano corrette o coordinate, senza spiegare in modo esplicito come questo coordinamento possa emergere in presenza di informazione imperfetta.

Partendo da questo limite della letteratura, il presente lavoro ha sviluppato un modello di monopolio con esternalità di rete in cui la qualità della rete è informazione privata dell'impresa. I consumatori osservano soltanto il prezzo e formano credenze sulla qualità della rete, mentre la dimensione della rete emerge endogenamente dalle decisioni di affiliazione. Il modello introduce inoltre la possibilità per l'impresa di inviare un segnale osservabile ma costoso, il cui costo è differenziale tra i due tipi di qualità.

L'analisi è stata condotta in tre passaggi principali.

Nel benchmark di informazione completa si è mostrato che una rete di qualità elevata genera una dimensione di equilibrio maggiore, un prezzo più elevato e profitti monopolistici più alti rispetto a una rete di qualità bassa. Questo risultato deriva dal meccanismo di amplificazione tipico delle esternalità di rete:

una maggiore intensità delle esternalità riduce la soglia del consumatore indifferente e consente alla rete di espandersi ulteriormente, rafforzando il valore della partecipazione per tutti gli utenti.

Nel caso di informazione incompleta senza segnale emerge invece un equilibrio di pooling. In questo equilibrio i consumatori valutano la rete sulla base della qualità attesa e il monopolista massimizza il profitto rispetto a tale qualità media. Il risultato è un esito intermedio tra i due stati di informazione completa: la dimensione della rete e i profitti risultano inferiori rispetto al caso di alta qualità osservabile ma superiori rispetto al caso di bassa qualità. Inoltre, l'asimmetria informativa può permettere al monopolista di bassa qualità di rimanere attivo nel mercato anche per valori del costo marginale per cui, in informazione completa, uscirebbe.

L'introduzione di un segnale costoso consente invece l'emergere di equilibri separating. Quando il costo del segnale è sufficientemente basso per il tipo di alta qualità e sufficientemente elevato per scoraggiare l'imitazione del tipo di bassa qualità, la segnalazione permette ai consumatori di distinguere tra i due stati di natura. La separazione è sostenibile solo in un intervallo di valori del costo marginale, determinato dal differenziale di profitto tra i due tipi. In particolare, quando il costo marginale è troppo basso il tipo di bassa qualità ha incentivo a imitare, mentre quando è troppo alto il tipo di alta qualità non ha più incentivo a sostenere il costo del segnale.

Il confronto tra pooling e separating mostra inoltre che la probabilità a priori di alta qualità svolge un ruolo centrale nella selezione dell'equilibrio. Quando tale probabilità è elevata, il pooling risulta relativamente efficiente perché i consumatori attribuiscono già una probabilità alta alla qualità elevata e il beneficio informativo della segnalazione è limitato. Al contrario, quando la probabilità a priori è bassa, l'asimmetria informativa penalizza fortemente il tipo di alta qualità nel pooling e la segnalazione diventa uno strumento efficace per ristabilire la domanda associata alla qualità elevata.

Dal punto di vista economico, il modello evidenzia come i segnali possano svolgere una duplice funzione nei mercati con esternalità di rete. Da un lato, essi riducono l'asimmetria informativa tra impresa e consumatori, consentendo una migliore allocazione delle decisioni di affiliazione. Dall'altro, contribuiscono indirettamente al coordinamento delle aspettative, rendendo più credibile la prospettiva che la

rete raggiunga una dimensione sufficiente a generare benefici collettivi. In questo senso, la segnalazione può essere interpretata come uno strumento che facilita il superamento della massa critica nei mercati caratterizzati da forte interdipendenza tra le decisioni individuali.

Allo stesso tempo, il modello conferma che i segnali costosi comportano un costo sociale. Il costo sostenuto per rendere credibile l'informazione non contribuisce direttamente alla produttività della rete, ma rappresenta una perdita di risorse necessaria per superare il problema informativo. Questo risultato è coerente con la letteratura classica sulla teoria del segnale, secondo cui la credibilità dell'informazione richiede un investimento dissipativo.

Il lavoro apre infine alcune possibili linee di ricerca future. In primo luogo, il modello potrebbe essere esteso a contesti dinamici, in cui la dimensione della rete evolve nel tempo e i segnali possono essere osservati ripetutamente dai consumatori. In secondo luogo, sarebbe interessante analizzare il ruolo della concorrenza tra più reti, dove la segnalazione potrebbe interagire con strategie di compatibilità e standardizzazione. Infine, un'estensione naturale riguarda l'introduzione di meccanismi reputazionali, che potrebbero ridurre la necessità di segnali costosi e modificare la selezione degli equilibri nel lungo periodo.

Un ulteriore aspetto da sottolineare riguarda i limiti del modello, che derivano direttamente dalle ipotesi semplificatrici adottate nell'analisi e che, allo stesso tempo, suggeriscono alcune naturali linee di estensione.

Un primo limite concerne la struttura dei costi. Nel modello si assume che il costo marginale sia identico per una rete di alta qualità e per una rete di bassa qualità. Tale ipotesi è coerente con l'idea di bene puramente di rete adottata nel lavoro: la differenza tra i due stati di qualità non riguarda la componente intrinseca del bene né la tecnologia produttiva, ma esclusivamente l'intensità delle esternalità di rete. In questa prospettiva, il costo marginale può essere interpretato come un costo operativo o organizzativo che, almeno entro certi limiti, non dipende direttamente dalla qualità della rete. Si tratta tuttavia di una semplificazione. In molti contesti reali, una rete di qualità più elevata può richiedere standard organizzativi, investimenti o input complementari diversi da quelli di una rete di qualità bassa. Un'estensione naturale del modello consisterebbe dunque nel consentire costi marginali differenziati tra i due tipi. Ciò renderebbe il problema più ricco, poiché la qualità influenzerebbe non solo la domanda attraverso le esternalità di rete, ma

anche la struttura dei costi dell'impresa, modificando sia gli esiti di informazione completa sia gli incentivi alla segnalazione.

Un secondo limite riguarda il processo di adozione della rete. Il modello assume che i consumatori prendano la decisione di partecipare prima di poter osservare direttamente la qualità effettiva del servizio. Questa ipotesi è particolarmente adatta a contesti in cui la qualità si rivela solo *ex post*, come nel caso di un evento o di un'iniziativa collettiva che si realizza in un secondo momento: quando si acquista il biglietto o si aderisce all'iniziativa, la qualità dell'esperienza non è ancora osservabile con certezza. Tuttavia, non tutti i mercati di rete presentano questa struttura. In molte situazioni, come nella diffusione di un social network o di una piattaforma digitale, l'adozione avviene in modo graduale e gli utenti che hanno già aderito possono trasmettere informazioni a quelli che devono ancora decidere se entrare. In questi casi, l'asimmetria informativa tra impresa e consumatori tende a ridursi nel tempo, poiché l'esperienza dei primi adottanti genera un flusso informativo che modifica le credenze dei successivi. Il modello sviluppato in questo lavoro risulta quindi più coerente con contesti di adozione a due stadi, in cui la partecipazione precede l'osservazione della qualità, che non con processi di diffusione progressiva e apprendimento graduale.

Un'ulteriore estensione interessante riguarda la natura del segnale considerato nel modello. Nell'analisi sviluppata in questo lavoro il segnale è rappresentato come un costo fisso sostenuto dall'impresa, più elevato per una rete di bassa qualità che per una rete di alta qualità. Questa formulazione segue la struttura classica della teoria del segnale e consente di isolare in modo semplice il meccanismo di rivelazione dell'informazione. In contesti reali, tuttavia, la segnalazione potrebbe assumere forme diverse. In particolare, nei mercati in cui il valore del bene dipende dalla partecipazione collettiva, un segnale plausibile potrebbe consistere in un impegno contrattuale legato alla dimensione finale della rete. L'impresa potrebbe ad esempio offrire forme di rimborso o di compensazione nel caso in cui la partecipazione finale non raggiunga una determinata soglia. Un meccanismo di questo tipo svolgerebbe una duplice funzione. Da un lato, costituirebbe un segnale credibile della qualità della rete, poiché un'impresa di alta qualità ha una probabilità minore di dover effettivamente sostenere il costo del rimborso. Dall'altro lato, ridurrebbe il rischio individuale associato alla partecipazione, attenuando il problema di coordinamento tipico dei mercati con esternalità di rete. In questo modo il segnale

non agirebbe soltanto come strumento di rivelazione dell'informazione privata, ma anche come meccanismo di assicurazione contro il fallimento della rete.

Bibliografia

- Arthur, B. (1994). Inductive reasoning and bounded rationality. *The American economic review*, 84:406–411.
- Banerjee, A. (1992). A simple model of herd behavior. *The quarterly journal of economics*, 107:797–817.
- Bikhchandani, S., Hirshleifer, D., and Welch, I. (1992). A theory of fads, fashion, custom, and cultural change as informational cascades. *Journal of political Economy*, 100:992–1026.
- Bonaccorsi, A. and Rossi, C. (2003). Why open source software can succeed. *Research policy*, 32:1243–1258.
- Devetag, G. (2003). Coordination and information in critical mass games: an experimental study. *Experimental economics*, 6:53–73.
- Economides, N. (1996). The economics of networks. *International journal of industrial organization*, 14:673–699.
- Farrell, J. and Saloner, G. (1985). Standardization, compatibility, and innovation. *the RAND Journal of Economics*, pages 70–83.
- Katz, M. and Shapiro, C. (1985). Network externalities, competition, and compatibility. *The American economic review*, 75:424–440.
- Katz, M. and Shapiro, C. (1986). Technology adoption in the presence of network externalities. *Journal of political economy*, 94:822–841.

- Kim, J.-Y. (2002). Product compatibility as a signal of quality in a market with network externalities. *International journal of industrial organization*, 20:949–964.
- Kreps, D. and Wilson, R. (1982). Reputation and imperfect information. *Journal of economic theory*, 27:253–279.
- Milgrom, P. and Roberts, J. (1986). Price and advertising signals of product quality. *Journal of political economy*, 94:796–821.
- Nash, J. (2024). Non-cooperative games. In *The Foundations of Price Theory Vol 4*, pages 329–340. Routledge.
- Nash, J. et al. (1950). The bargaining problem. *Econometrica*, 18:155–162.
- Rohlf's, J. (1974). A theory of interdependent demand for a communications service. *The Bell journal of economics and management science*, pages 16–37.
- Schelling, T. (1980). *The Strategy of Conflict: with a new Preface by the Author*. Harvard university press.
- Shapiro, C. (1983). Premiums for high quality products as returns to reputations. *The quarterly journal of economics*, 98:659–679.
- Spence, M. (1978). Job market signaling. In *Uncertainty in economics*, pages 281–306. Elsevier.