

POLITECNICO DI TORINO

Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Edile e Geotecnica

Collegio di Ingegneria Edile

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Edile



**Politecnico
di Torino**

Affidabilità e robustezza di telai in calcestruzzo armato mediante analisi dinamiche non lineari

Relatore:

Prof. Ing. Paolo Castaldo

Correlatori:

Ing. Diego Gino

Ing. Elena Miceli

Candidato:

Riccardo Vitanza

17 marzo 2026

*Nonostante tu sia la mia Rondine andata via
Sei il mio volo a metà, Sei nel cielo sbagliato*

Abstract

La presente tesi affronta il tema della robustezza strutturale di telai in calcestruzzo armato soggetti a collasso progressivo, analizzando il comportamento di strutture multipiano bidimensionali attraverso un approccio probabilistico. La ricerca valuta la capacità della struttura di reagire a un evento eccezionale, simulato attraverso lo scenario di danno di pilastri di base. Tale elemento viene rimosso per rappresentare gli effetti di un violento impatto o di un'esplosione che ne annullino istantaneamente la capacità portante, obbligando il telaio a una complessa redistribuzione dei carichi attraverso percorsi alternativi.

L'edificio caso studio è stato progettato in accordo con le attuali Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC2018) e l'Eurocodice 8, ipotizzandone la collocazione nella città dell'Aquila, sito ad elevata sismicità che ha imposto una progettazione in classe di duttilità alta. L'indagine mette a confronto la risposta del telaio originale con due configurazioni migliorate, progettate per incrementare la resilienza globale. La prima variante introduce la continuità delle armature longitudinali delle travi in corrispondenza dei nodi trave-pilastro, l'infittimento delle staffe in zona dissipativa e l'inserimento di armature di parete, specificamente pensate per favorire l'attivazione dell'effetto catenaria e il controllo del danneggiamento. La seconda variante evolve ulteriormente tale approccio, estendendo l'armatura delle travi simmetrica fra corrente superiore e inferiore uniforme a tutti i piani dell'edificio per massimizzare la ridondanza e la regolarità della risposta dinamica.

L'incertezza del problema è gestita attraverso l'esecuzione di 100 simulazioni, i cui parametri di input sono generati mediante la tecnica del *Latin Hypercube Sampling* (LHS). Questo metodo permette un'esplorazione efficiente e bilanciata dello spazio probabilistico, partendo dai valori medi e adottando distribuzioni e coefficienti di variazione (CoV) conformi al *Probabilistic Model Code* del JCSS.

Dal punto di vista computazionale, le analisi non lineari dinamiche sono state condotte sviluppando script in linguaggio TCL all'interno del software OpenSees. La modellazione adotta elementi a fibre, che consentono di monitorare puntualmente lo stato di sforzo e deformazione del calcestruzzo e dell'acciaio in punti strategici, inclusi i ferri di parete aggiuntivi.

La simulazione si articola in una fase iniziale statica, in cui il telaio integro viene portato a equilibrio sotto i carichi gravitazionali, seguita da una fase dinamica transitoria che simula il rilascio istantaneo del pilastro rimosso.

I risultati vengono infine interpretati analizzando l'evoluzione temporale della risposta strutturale attraverso il monitoraggio dello stato tenso-deformativo delle fibre in corrispondenza delle sezioni adiacenti ai nodi trave-pilastro. Nello specifico, i punti di

controllo per l'acciaio sono stati collocati in corrispondenza delle armature longitudinali superiori, inferiori e dei ferri di parete, mentre per il calcestruzzo sono state analizzate le fibre del nucleo confinato. La robustezza del sistema viene quindi valutata quantificando la probabilità di collasso (*failure probability*) attraverso la convoluzione tra le distribuzioni di domanda e capacità. Tale approccio permette di determinare statisticamente la regione in cui la curva di domanda eccede le soglie limite della capacità resistente, definendo così un quadro completo sull'affidabilità della struttura di fronte a scenari di crisi imprevisti.

Indice

Abstract.....	1
Indice delle figure	9
Indice delle tabelle.....	13
1 Capitolo 1: Robustezza strutturale	15
1.1 Introduzione.....	15
1.2 Concetto di collasso sproporzionato.....	16
1.2.1 Collasso sproporzionato e collasso progressivo	16
1.2.2 Ridondanza e duttilità.....	17
1.2.3 Quadro normativo attuale	18
1.2.4 Gestione del rischio con approccio probabilistico.....	18
1.3 Concetto di rischio	18
1.3.1 Natura del rischio	18
1.3.2 Formulazione del rischio	19
1.4 Percezione del rischio	20
1.4.1 Prospettive individuali e collettive	20
1.4.2 Valutazioni economiche e criteri di accettabilità	21
1.4.3 Rischio accettabile e inquadramento analitico	21
1.5 Analisi probabilistica del rischio	22
1.5.1 Equazione fondamentale e strategie di mitigazione.....	22
1.5.2 Livelli di prevenzione.....	23
1.5.3 Calibrazione dell'indice di affidabilità	25
1.6 Rischio delle perdite annue attese	26
1.6.1 Generalizzazione multirischio e tassi di accadimento	26
1.6.2 Perdite attese e metriche di conseguenza.....	27
1.7 Riduzione del rischio e mitigazione del collasso	28
1.7.1 Progettazione per la robustezza	28
1.7.2 Quadro metodologico per la riduzione del rischio	28
1.7.3 Metodi diretti e indiretti	29
1.7.4 Minaccia specifica e minaccia generica.....	29

1.8	Concezione progettuale per la robustezza	30
1.8.1	Concetti principali	30
1.8.2	Ridondanza strutturale.....	30
1.8.3	Duttilità dei nodi e inversione delle sollecitazioni	31
1.9	Modellazione strutturale e tecniche di analisi	31
1.9.1	Collasso progressivo nel calcestruzzo armato	31
1.9.2	Effetti membranali del calcestruzzo	32
1.9.3	Analisi numerica avanzata	33
1.9.4	Sistemi di incatenamento e connettività.....	33
2	Capitolo 2: Affidabilità strutturale	35
2.1	Introduzione.....	35
2.2	Natura e classificazione delle incertezze	35
2.2.1	Incertezze aleatorie ed epistemiche	35
2.2.2	Classificazione operativa e gestione delle variabili	36
2.3	Concetto di affidabilità e probabilità di fallimento	37
2.3.1	Definizioni concettuali.....	37
2.3.2	Formulazione analitica.....	37
2.3.3	Orizzonte temporale e obiettivi normativi	39
2.4	Metodi di valutazione della sicurezza strutturale	40
2.5	Metodi per il calcolo della probabilità di fallimento.....	41
2.5.1	Metodo del Fattore Globale.....	41
2.5.2	Metodo di I livello	42
2.5.3	Metodo di II livello	44
2.5.4	Metodo di III livello	46
2.5.5	Metodo Monte Carlo.....	47
2.5.6	Latin Hypercube Sampling (LHS)	48
2.5.7	Soluzione esatta per due variabili casuali	49
3	Capitolo 3: Descrizione del caso studio	51
3.1	Introduzione.....	51
3.2	Descrizione geometrica del caso studio.....	51
3.3	Criteri di progettazione delle sezioni	52

3.3.1	Proprietà dei materiali e Fattore di Comportamento	52
3.3.2	Stati Limite Ultimo e di Esercizio	53
3.3.3	Determinazione dello Spettro di Progetto	54
3.3.4	Dimensionamento degli elementi strutturali.....	55
3.3.5	Classificazione delle sezioni	56
3.4	Descrizione dei materiali utilizzati.....	57
3.4.1	Caratteristiche del calcestruzzo	58
3.4.2	Caratteristiche dell'acciaio d'armatura	58
4	Capitolo 4: Modellazione e analisi numerica su OpenSees	59
4.1	Introduzione.....	59
4.2	Plasticità concentrata e plasticità diffusa	60
4.3	Modellazione degli elementi a fibre	61
4.4	Displacement-based e Force-based approach.....	62
4.4.1	Displacement-based approach	62
4.4.2	Force-based approach	62
4.5	Validazione del modello.....	64
4.6	Descrizione del caso studio della prova sperimentale	64
4.7	Risultati dei test Statici e Dinamici.....	65
4.8	Parallelismi e divergenze con OpenSees	67
4.9	Modellazione geometrica	68
4.10	Definizione dei materiali.....	70
4.10.1	Calcestruzzo confinato	70
4.10.2	Calcestruzzo non confinato.....	71
4.10.3	Modello costitutivo Concrete02	72
4.10.4	Acciaio per le armature.....	77
4.10.5	Modello costitutivo Steel02	77
4.10.6	Modellazione delle molle orizzontali	79
4.10.7	Modello elastico per le molle.....	81
4.11	Definizione delle sezioni.....	82
4.12	Definizione degli elementi.....	84
4.13	Definizione dei carichi permanenti e variabili	86

4.13.1	Definizione dei carichi permanenti strutturali del peso proprio	86
4.13.2	Definizione dei carichi permanenti strutturali, non strutturali e variabili.....	87
4.13.3	Combinazione eccezionale delle azioni	89
4.14	Campionamento dei valori	90
4.15	Definizione delle masse nodali	94
5	Capitolo 5: Analisi e rimozione dell'elemento strutturale	97
5.1	Analisi statica.....	97
5.2	Analisi dinamica e rimozione	97
5.2.1	Rimozione dell'elemento strutturale.....	97
5.2.2	Gestione della matrice di smorzamento	97
5.2.3	Gestione delle singolarità numeriche	99
5.3	Monitoraggio delle sezioni.....	99
5.3.1	Gestione del monitoraggio per ogni fibra.....	99
5.3.2	Implementazione dei Recorders su OpenSees	101
6	Capitolo 6: Analisi della risposta dinamica e risultati del campionamento stocastico	103
6.1	Introduzione.....	103
6.2	Analisi delle storie temporali degli spostamenti.....	103
6.2.1	Spostamento statico e spostamento dinamico	103
6.2.2	Campioni stabili e collasso strutturale.....	105
6.2.3	Vantaggi dell'approccio probabilistico	106
6.3	Teorema della Probabilità Totale.....	106
6.4	Integrale di Convoluzione	107
6.5	Analisi della probabilità di collasso condizionata	108
6.5.1	Interpretazione dei risultati	108
6.5.2	Indice di affidabilità condizionato.....	110
6.5.3	Considerazioni sui risultati.....	110
7	Capitolo 7: Prima strategia di miglioramento strutturale.....	113
7.1	Introduzione.....	113
7.2	Variazione delle armature.....	113
7.3	Variazione del modello OpenSees	115

7.4	Analisi dei risultati della seconda configurazione	116
7.4.1	Storia di spostamento del telaio della seconda configurazione.....	117
7.4.2	Analisi della probabilità di collasso condizionata della seconda configurazione del telaio	118
8	Capitolo 8: Seconda strategia di miglioramento	121
8.1	Introduzione.....	121
8.2	Variazione del modello OpenSees	122
8.3	Analisi dei risultati della seconda configurazione	123
8.3.1	Storia di spostamento del telaio della seconda configurazione.....	123
8.3.2	Analisi della probabilità di collasso condizionata del telaio migliorato	124
9	Conclusioni	127
10	Riferimenti bibliografici	129

Indice delle figure

Figura 1: Strategie per la prevenzione del rischio di collasso sproporzionato (Haberland e Starossek, 2009)	24
Figura 2: Quadro per il metodo di progettazione prescrittivo e basato sulle prestazioni (Haberland e Starossek, 2009 - CNR-DT 214/2018)	28
Figura 3: Sviluppo dell'effetto catenaria a seguito della rimozione di una colonna (Sherif El-Tawil, PhD, PE - CNR-DT 214/2018)	29
Figura 4: Sforzi membranali negli elementi strutturali (CNR-DT 214/2018)	33
Figura 5: Concetto di funzione di stato limite o di margine di sicurezza	40
Figura 6: Funzioni di densità di probabilità dell'azione E e della resistenza R come variabili casuali (Implementation of Eurocodes, handbook 2 – Reliability backgrounds)	41
Figura 7: Rappresentazione grafica del metodo di II livello con trasformazione dallo spazio non standardizzato allo spazio standardizzato	45
Figura 8: Confronto tra la distribuzione di probabilità della funzione di stato limite nello spazio originale (sinistra) e nello spazio standardizzato (destra).	46
Figura 9: Funzioni di densità di probabilità dell'azione E e della resistenza R come variabili casuali e rappresentazione dell'intervallo $[x, x + dx]$	50
Figura 10: Planimetria strutturale dell'edificio con focus sul telaio analizzato (quote espresse in metri)	51
Figura 11: Sezione strutturale dell'edificio iniziale (quote espresse in metri)	52
Figura 12: Rappresentazione dello Spettro Elastico e dello Spettro di Progetto allo SLV (E. Miceli, 2024).	55
Figura 13: Sezione trasversale tipo dei pilastri con dettaglio dell'armatura longitudinale e trasversale – sezione 1 (quote espresse in mm)	56
Figura 14: Rappresentazione dell'armatura trasversale all'interno degli elementi strutturali (quote espresse in cm)	57
Figura 15: Sezioni trasversali tipo delle travi con dettaglio dell'armatura longitudinale e trasversale – sezioni 2, 3 e 4 (quote espresse in mm)	57
Figura 16: Rappresentazione e confronto di elementi a plasticità concentrata e a plasticità diffusa (F. Di Trapani, 2017)	60
Figura 17: Rappresentazione schematica degli elementi a fibre che compongono una sezione	61
Figura 18: Rappresentazione di un elemento modellato a fibre (F. Di Trapani, 2017)	62

Figura 19: Confronto tra l'andamento reale della curva e l'approssimazione numerica secondo il displacement-based approach (F. Di Trapani, 2017)	62
Figura 20: Confronto tra l'andamento reale della curva e l'approssimazione numerica secondo il force-based approach (F. Di Trapani, 2017)	63
Figura 21: Confronto tra l'accuratezza della mesh secondo i due approcci (F. Di Trapani, 2017)	63
Figura 22: Sezione I-I e planimetria della struttura dell'esperimento di Zhao et al.	64
Figura 23: Dettagli d'armatura (quote espresse in mm) degli elementi strutturali e rappresentazione della modalità di esecuzione dei test dinamici	65
Figura 24: Curva di capacità carico-spostamento (Push Down)	65
Figura 25: Storia dello spostamento dei test dinamici nel tempo	66
Figura 26: Riproduzione della curva sperimentale di capacità relativa allo studio di ricerca di Zhao et al. (2022).....	68
Figura 27: Rappresentazione schematica del modello con visualizzazione dei nodi e delle molle orizzontali nelle pilastrate A, B, A' e B'	69
Figura 28: Rappresentazione dei materiali 1, 2, 3 e 4 all'interno delle sezioni.....	70
Figura 29: Legame costitutivo del core dei pilastri (Sez. 1).....	70
Figura 30: Legame costitutivo del core delle travi in zona non dissipativa (Sez. 2).....	71
Figura 31: Legame costitutivo del core delle travi in zona dissipativa (Sez. 3 e 4)	71
Figura 32: Rappresentazione del materiale 5 all'interno delle sezioni	71
Figura 33: Legame costitutivo della cover di ogni elemento strutturale.....	72
Figura 34: curva tensione-deformazione del modello Concrete02	73
Figura 35: Rappresentazione del materiale 6 (acciaio) all'interno delle sezioni.....	77
Figura 36: Legame costitutivo ciclico sforzo-deformazione del modello Steel02 con evidenza del comportamento isteretico	78
Figura 37: Rappresentazione schematica del modello con numerazione progressiva dei nodi del telaio e delle molle orizzontali	80
Figura 38: Legame costitutivo elastico lineare adottato per la modellazione delle molle traslazionali equivalenti. La pendenza della retta rappresenta il coefficiente di rigidezza k	82
Figura 39: Rappresentazione schematica del modello con numerazione delle sezioni assegnate a ogni elemento.....	84
Figura 40: Rappresentazione schematica del modello del telaio con numerazione progressiva degli elementi	85

Figura 41: <i>Rappresentazione schematica dei carichi distribuiti nei pilastri</i>	88
Figura 42: <i>Rappresentazione schematica dei carichi distribuiti sulle travi</i>	89
Figura 43: <i>Funzione di densità di probabilità per le variabili di base relative alle proprietà del carico (E. Miceli, 2024)</i>	93
Figura 44: <i>Rappresentazione grafica del modello con la suddivisione in masse nodali con lunghezza pari alla lunghezza d'influenza</i>	95
Figura 45: <i>Numerazione progressiva dei 29 nodi del telaio analizzati</i>	100
Figura 46: <i>Rappresentazione grafica del monitoraggio delle fibre delle sezioni</i>	101
Figura 47: <i>Storia temporale degli spostamenti relativi al nodo 209 dei 100 campionamenti</i>	104
Figura 48: <i>Rappresentazione dello spostamento dei nodi analizzati per il primo valore del campionamento (1/100)</i>	105
Figura 49: <i>Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali del calcestruzzo</i>	109
Figura 50: <i>Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali dell'acciaio</i>	110
Figura 51: <i>Rappresentazione dell'armatura trasversale all'interno degli elementi strutturali della seconda configurazione (quote espresse in cm)</i>	114
Figura 52: <i>Sezioni trasversali tipo delle travi migliorate con dettaglio dell'armatura longitudinale e trasversale – sezioni 2', 3', 4' e 5.</i>	114
Figura 53: <i>Rappresentazione grafica del monitoraggio delle fibre delle sezioni</i>	116
Figura 54: <i>Storia temporale degli spostamenti relativi al nodo 209 dei 100 campionamenti nella seconda configurazione del telaio</i>	117
Figura 55: <i>Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali del calcestruzzo della seconda configurazione del telaio</i>	118
Figura 56: <i>Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali dell'acciaio della seconda configurazione del telaio</i>	119
Figura 57: <i>Sezioni trasversali tipo delle travi con dettaglio dell'armatura longitudinale e trasversale – sezioni 2' e 3'.</i>	121
Figura 58: <i>Storia temporale degli spostamenti relativi al nodo 209 dei 100 campionamenti nella terza configurazione del telaio</i>	124
Figura 59: <i>Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali del calcestruzzo della terza configurazione del telaio</i>	125

Figura 60: <i>Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali dell'acciaio della terza configurazione del telaio</i>	125
---	-----

Indice delle tabelle

Tabella 1: Tasso di accadimento annuale medio per diverse tipologie di evento eccezionale	27
Tabella 2: Corrispondenza tra i valori di probabilità di insuccesso e indice di affidabilità ...	39
Tabella 3: Dettagli delle armature della struttura analizzata	56
Tabella 4: Caratteristiche dei materiali utilizzati.....	58
Tabella 5: Unità di misura di riferimento del modello.....	60
Tabella 6: Elenco dei valori medi delle grandezze che descrivono il calcestruzzo	74
Tabella 7: Elenco completo dei valori delle grandezze che descrivono il calcestruzzo e dei valori ultimi e di picco di tensioni e deformazioni relative a ogni materiale	76
Tabella 8: Elenco completo dei valori medi delle grandezze che descrivono l'acciaio	78
Tabella 9: Rigidezze delle molle per ogni piano	81
Tabella 10: Tabella riassuntivo dei materiali definiti sul modello OpenSees.....	82
Tabella 11: Classificazione dei sub-elementi che compongono gli elementi strutturali	87
Tabella 12: Valori medi dei carichi al metro lineare	87
Tabella 13: Valori medi e distribuzioni delle grandezze campionate	91
Tabella 14: Classificazione delle fibre monitorate.....	101
Tabella 15: Dettagli delle armature degli elementi strutturali relativi alla seconda configurazione	115
Tabella 16: Classificazione delle fibre monitorate.....	116
Tabella 17: Dettagli delle armature degli elementi strutturali relativi alla terza configurazione	122

Capitolo 1: Robustezza strutturale

1.1 Introduzione

Nell'attuale scenario dell'ingegneria civile, il patrimonio edilizio si trova esposto a una molteplicità crescente di rischi estremi, derivanti sia da fenomeni naturali che da fattori antropici. Eventi quali sismi di elevata intensità, anomalie climatiche, esplosioni accidentali, impatti veicolari o gravi errori di progettazione, sebbene possano essere considerati statisticamente rari, rappresentano eventualità possibili e, qualora si verificassero, portatori di conseguenze potenzialmente devastanti. Alla luce di tale contesto, la moderna ingegneria strutturale non può più limitare il proprio orizzonte alla garanzia della sicurezza in condizioni ordinarie di esercizio, ma è chiamata a interrogarsi profondamente sul comportamento post-critico delle strutture, ovvero sulla loro reazione in scenari di crisi impreviste.

Da questa necessità emerge il concetto fondamentale di *robustezza strutturale*. È essenziale sottolineare che tale proprietà non coincide meramente con la resistenza meccanica o con la capacità portante di un edificio; bensì, con il termine robustezza di una costruzione nei confronti di un evento eccezionale, si intende la capacità della costruzione di evitare danni sproporzionati rispetto all'entità dell'azione che innesca un danno iniziale, la quale può non essere compresa tra quelle di progetto, oppure essere presente, ma con più bassa intensità.

Una struttura viene definita robusta quando possiede l'intrinseca capacità di tollerare un danno localizzato di entità rilevante, quale può essere il collasso di un pilastro o il cedimento di un setto portante, senza che ciò inneschi una catena di cedimenti successivi che porti a un collasso progressivo e sproporzionato rispetto all'evento scatenante. L'obiettivo primario, dunque, è garantire che il danno resti confinato all'area di impatto iniziale e non si propaghi all'intero organismo strutturale.

L'analisi storica dei disastri edilizi ha purtroppo fornito evidenze contrarie: numerosi crolli avvenuti in passato hanno dimostrato come eventi traumatici, seppur circoscritti, siano stati in grado di determinare la distruzione totale dell'opera. Tali episodi hanno costituito una severa lezione per l'ingegneria moderna, inducendo ricercatori e progettisti a una revisione critica dei criteri di calcolo, dei dettagli costruttivi e, più in generale, della filosofia progettuale stessa.

Si è compreso che la robustezza non dipende linearmente dalla quantità di materiale impiegato, quanto piuttosto dalla concezione geometrica e statica della struttura. In quest'ottica, principi quali la ridondanza, la continuità strutturale e la creazione di percorsi di carico alternativi, assumono un ruolo cruciale: qualora un elemento strutturale venga meno, il sistema deve essere in grado di ridistribuire le sollecitazioni sugli elementi adiacenti,

scongiurando il collasso globale. Pertanto, l'adozione di specifici accorgimenti progettuali, anche di dettaglio, può determinare una differenza sostanziale in termini di sicurezza finale.

Recependo tali istanze, le normative tecniche vigenti — con particolare riferimento agli Eurocodici e alle Norme Tecniche per le Costruzioni italiane [5] — hanno progressivamente integrato il requisito della robustezza tra le verifiche da effettuare. Oggi la prassi progettuale non richiede più soltanto la verifica per le azioni previste da carichi standard, ma impone la considerazione di azioni eccezionali e la simulazione di scenari di danno. Tuttavia, è doveroso notare che i codici normativi forniscono indicazioni di carattere prestazionale o generale, delegando ampio spazio al giudizio esperto e alla responsabilità del progettista nella definizione delle strategie di mitigazione più idonee.

Parallelamente all'evoluzione normativa, la ricerca scientifica in questo ambito è in costante fermento. La robustezza strutturale rappresenta un campo di studio in piena evoluzione, supportato dallo sviluppo di nuovi modelli di analisi e dall'impiego di simulazioni numeriche avanzate. Un aspetto di particolare rilievo riguarda l'estensione di tali indagini: se inizialmente l'attenzione era focalizzata prevalentemente sulle strutture in calcestruzzo armato e acciaio, oggi si sottolinea l'urgenza di approfondire il comportamento di tipologie costruttive in muratura o in legno, le quali presentano meccanismi di risposta strutturale radicalmente differenti.

In conclusione, progettare strutture robuste non significa accettare passivamente l'eventualità del danno, bensì operare affinché tale danno, qualora inevitabile, non degeneri in una catastrofe. Questo cambio di paradigma rappresenta un passaggio fondamentale per garantire la realizzazione di costruzioni non solo sicure nell'immediato, ma resilienti nel lungo periodo, capaci di tutelare la vita umana anche di fronte all'imprevedibile.

1.2 Concetto di collasso sproporzionato

1.2.1 Collasso sproporzionato e collasso progressivo

Quando si fa riferimento al concetto di *collasso sproporzionato*, l'attenzione è focalizzata sulla relazione di scala tra la causa e l'effetto. Nello specifico, si intende una modalità di cedimento in cui si osserva una marcata ed evidente mancanza di proporzione tra l'entità, spesso limitata, dell'evento dannoso iniziale, che colpisce la costruzione, e le conseguenze catastrofiche che ne scaturiscono. La metrica di giudizio è l'estensione geometrica della porzione di struttura coinvolta nel crollo: in uno scenario di collasso sproporzionato, il danno non rimane confinato all'area immediatamente investita dall'azione esterna, ma si propaga ben oltre, arrivando talvolta a compromettere la stabilità dell'intero organismo edilizio.

Diverso è invece il concetto di *collasso progressivo*, che descrive non tanto il risultato finale, quanto la cinematica e l'evoluzione temporale del fenomeno. Si parla di collasso

progressivo quando il danneggiamento locale o la crisi di uno o più elementi portanti (come un pilastro o una trave principale) funge da innesco per una sequenza di cedimenti successivi. Questa reazione a catena, definita anche "effetto domino" o "collasso a catena", prevede che il carico non più supportato dall'elemento in crisi venga trasferito agli elementi adiacenti, sovraccaricandoli e portandoli a loro volta al cedimento. Il processo avanza progressivamente attraverso la struttura, diffondendosi fino a interessare una parte significativa o la totalità dell'edificio.

Sebbene le definizioni siano distinte (il termine "sproporzionato" qualifica la magnitudo del danno finale rispetto all'input iniziale e il termine "progressivo" descrive la specifica modalità dinamica di propagazione della crisi) nella pratica ingegneristica i due fenomeni tendono a sovrapporsi. Infatti, nella stragrande maggioranza dei casi, un meccanismo di collasso progressivo è il veicolo attraverso il quale si realizza un collasso sproporzionato. Il danno, inizialmente localizzato su pochi componenti a causa dell'evento scatenante, si espande attraverso la ridistribuzione delle azioni interne (momenti, tagli, sforzi normali) che la struttura non riesce più a equilibrare. Proprio per questa stretta correlazione causa-effetto, una parte rilevante della letteratura scientifica internazionale tende a utilizzare le due locuzioni come sinonimi intercambiabili.

Le origini potenziali di un collasso sproporzionato sono molteplici, eterogenee e difficilmente prevedibili in fase di progetto standard. Si tratta prevalentemente di *azioni eccezionali o accidentali* che esulano dai carichi di servizio tradizionali. Tra queste figurano eventi fisici violenti come incendi indomati, impatti di veicoli, deflagrazioni dovute a fughe di gas o esplosivi, ma anche fattori legati all'attività umana, come gravi errori in fase di progettazione strutturale, difetti occulti nell'esecuzione dell'opera, o eventi di natura dolosa come attentati terroristici. Tali sollecitazioni possono generare stati tensionali aberranti, capaci di compromettere l'equilibrio statico globale. Ne consegue che non esiste una tipologia strutturale immune a priori: ogni edificio è potenzialmente esposto al rischio, sebbene il grado di vulnerabilità vari drasticamente in funzione delle scelte costruttive adottate.

1.2.2 Ridondanza e duttilità

La risposta della struttura a tali sollecitazioni dipende intrinsecamente dalle sue caratteristiche meccaniche e geometriche. In linea generale, le strutture che possiedono elevati livelli di *ridondanza* (iper-staticità, ovvero la presenza di percorsi di carico alternativi) e di *duttilità* (capacità di deformarsi plasticamente assorbendo energia senza rompersi fragilmente) manifestano un comportamento decisamente più favorevole. Queste caratteristiche permettono al sistema di incassare il colpo, contenendo il danno locale e ridistribuendo gli sforzi sugli elementi sani.

1.2.3 Quadro normativo attuale

Analizzando il panorama normativo attuale, si nota che la maggior parte dei codici tecnici e delle linee guida internazionali affronta il tema dell'integrità strutturale e della prevenzione del collasso sproporzionato con un approccio prevalentemente qualitativo. Le norme tendono a enunciare i principi generali, come la necessità di legature efficaci o di una generica robustezza, ma spesso mancano di procedure di calcolo standardizzate e univoche per la valutazione quantitativa e la mitigazione del rischio. In questo contesto, assume un ruolo centrale il concetto di robustezza strutturale. La quantificazione della robustezza è oggi un tema di frontiera, affrontabile secondo differenti approcci analitici.

1.2.4 Gestione del rischio con approccio probabilistico

Un punto cruciale di questo tema è l'accettazione dell'impossibilità del rischio zero, per cui diventa imprescindibile individuare e definire uno stato di danno tollerabile. È tecnicamente ed economicamente insostenibile progettare edifici in grado di resistere indenni a qualsiasi evento catastrofico immaginabile, specialmente considerando la natura aleatoria e la bassissima probabilità di occorrenza di tali eventi. La società deve pertanto, attraverso i decisori e i tecnici, stabilire un livello di rischio accettabile, paragonabile ai rischi che vengono quotidianamente accettati in altri ambiti della vita civile.

Dal punto di vista prettamente tecnico e ingegneristico, la missione della comunità scientifica e degli enti normatori è duplice: da un lato, approfondire la comprensione teorica dei fenomeni; dall'altro, tradurre queste conoscenze in strumenti prescrittivi pratici e linee guida operative. Questi strumenti devono supportare i progettisti nella gestione consapevole ed efficiente del rischio, applicabile sia alla progettazione di nuove opere sia alla valutazione e al rinforzo del vasto patrimonio edilizio esistente. La letteratura specialistica offre oggi un ampio ventaglio di studi dedicati alle strategie per l'incremento della robustezza strutturale. Tra le raccomandazioni più forti che emergono dalla ricerca, vi è la necessità di abbandonare gli approcci deterministici tradizionali a favore di *approcci probabilistici*. Solo attraverso metodologie prestazionali, che tengano conto delle incertezze statistiche legate sia alle azioni eccezionali sia alla risposta dei materiali, è possibile pervenire a una gestione del rischio strutturale che sia rigorosa, moderna e affidabile.

1.3 Concetto di rischio

1.3.1 Natura del rischio

Gli eventi scatenanti un collasso di tipo sproporzionato presentano una dicotomia fondamentale: se da un lato sono caratterizzati da una frequenza di accadimento

statisticamente marginale (basse probabilità), dall'altro possiedono un potenziale distruttivo estremamente elevato. Data questa natura asimmetrica, la responsabilità di definire e attuare strategie di mitigazione del rischio non può ricadere esclusivamente sulle spalle della comunità scientifica e ingegneristica. È indispensabile, infatti, un coinvolgimento sinergico che includa anche gli attori economici e sociali, affinché le azioni normative e i percorsi formativi siano recepiti e applicati efficacemente a livello sistemico.

Nel contesto dell'affidabilità strutturale, come riportato al §1.2.4 il concetto di rischio abbandona ogni accezione deterministica per abbracciare una natura prettamente probabilistica. Esso quantifica la verosimiglianza che un determinato evento si verifichi e generi un livello specifico di danno a persone o beni materiali. La letteratura scientifica è unanime nell'affermare l'impossibilità tecnica di annullare completamente il rischio: anche una progettazione eseguita a regola d'arte non può garantire l'assenza totale di danni, proprio a causa della natura intrinsecamente aleatoria e stocastica delle azioni ambientali (come sismi o vento) che sollecitano le costruzioni.

1.3.2 Formulazione del rischio

Il rischio, dunque, nasce dall'interazione tra una sorgente di pericolo latente e la possibilità che questa evolva in un danno effettivo. Questa definizione assume sfumature differenti a seconda delle metriche di perdita, considerate dai decisori: si può parlare di rischio in termini di perdite economiche, di vite umane, di funzionalità di infrastrutture strategiche o del depauperamento del patrimonio culturale. In sostanza, la valutazione analitica del rischio si configura come il prodotto della combinazione di tre macro-fattori indipendenti ma correlati: la *Pericolosità* (P), ovvero la probabilità dell'evento; la *Vulnerabilità* (V), intesa come la predisposizione della struttura a subire danni; e l'*Esposizione* (E), che misura il valore (economico, umano o sociale) presente nell'area a rischio.

$$R = P \cdot V \cdot E \quad \text{(Equazione 1.1)}^1$$

Per una corretta e completa comprensione del concetto di rischio, è necessario chiarire in modo approfondito il significato dei tre termini che lo definiscono: pericolosità, vulnerabilità ed esposizione.

La *pericolosità* rappresenta la probabilità che un evento di assegnata intensità si verifichi in una determinata area geografica e all'interno di un prefissato intervallo di tempo; essa può essere espressa in termini di probabilità annuale di occorrenza dell'evento o, in alternativa, attraverso il suo tasso medio di accadimento.

¹ Si noti che il segno del prodotto indica una combinazione e non un prodotto vero e proprio.

La *vulnerabilità* descrive la propensione di un sistema a subire conseguenze negative in seguito al verificarsi dell'evento considerato, includendo danni agli elementi strutturali e non strutturali, il collasso della struttura, danni alle persone, perdite di vite umane, perdite economiche dirette e indirette, danni ambientali e perdita di valore culturale; anche tale grandezza può essere valutata in termini probabilistici.

L'*esposizione* quantifica infine il valore del sistema analizzato, espresso in termini di numero di persone coinvolte, beni presenti o valore delle attività economiche svolte, e rappresenta la componente del rischio che determina l'entità delle perdite, sia in termini umani sia economici e culturali, in occasione di un evento dannoso.

Il *rischio* è quindi definito come la combinazione della pericolosità dell'evento, della vulnerabilità e dell'esposizione del sistema e, in termini probabilistici, rappresenta la probabilità che si verifichi o venga superato un determinato livello di danno o di perdita economico-sociale, in una data area e in un prefissato intervallo di tempo, a seguito del verificarsi di un evento dannoso.

1.4 Percezione del rischio

1.4.1 Prospettive individuali e collettive

Il concetto di rischio non è una grandezza monolitica e oggettiva, bensì un costrutto che assume sfumature radicalmente diverse a seconda dell'attore che lo osserva, lo valuta o lo gestisce. Analizzando il comportamento individuale, si nota spesso una marcata avversione psicologica al rischio, che distorce la percezione della realtà: il singolo individuo tende a temere maggiormente l'entità delle conseguenze (ossia ciò che può accadere in termini catastrofici) piuttosto che valutare razionalmente la frequenza statistica dell'accadimento. Al contrario, le grandi realtà corporative e industriali adottano un approccio che può definirsi neutrale; esse razionalizzano il rischio trasformandolo in una voce di bilancio, gestendo le potenziali perdite attraverso strumenti finanziari come le coperture assicurative, che convertono l'incertezza di un evento avverso in un costo fisso annuale certo.

A livello collettivo, la percezione sociale del pericolo segue logiche ancora differenti, spesso guidate dall'emotività e dall'impatto mediatico piuttosto che dalla statistica attuariale. La società tende a tollerare meno gli eventi catastrofici (che colpiscono molti individui simultaneamente in un unico luogo), rispetto a eventi che, seppur globalmente più letali, colpiscono le persone singolarmente e in momenti diversi.

1.4.2 Valutazioni economiche e criteri di accettabilità

In questo panorama psicologico complesso, le normative tecniche tentano di introdurre parametri razionali, fissando livelli di sicurezza per la progettazione strutturale. Tuttavia, stabilire cosa sia un rischio accettabile per un edificio rimane una questione aperta e intrinsecamente soggettiva. Non esiste un criterio universale, a meno di non ricorrere a comparazioni economiche basate sul rapporto costi-benefici: quanto è lecito investire per ottenere una riduzione marginale del rischio? A quanto ammontano le perdite stimate se tale rischio aumentasse?

Anche la risposta economica a queste domande varia a seconda della prospettiva. Per il proprietario o l'utilizzatore finale, la sicurezza è un valore primario e qualsiasi livello di rischio inferiore alla soglia massima tollerabile è benvenuto. Per un costruttore o un investitore, invece, ogni misura di sicurezza che ecceda il minimo normativo si traduce in un costo affondato non recuperabile, riducendo i margini di profitto.

Tentare di definire l'accettabilità del rischio strutturale paragonandolo ad altri rischi della vita quotidiana è un esercizio complicato dalla variabilità dell'esposizione individuale (non tutti sono esposti agli stessi pericoli con la stessa frequenza). Un fattore cruciale è la volontarietà dell'azione: gli studi dimostrano che gli esseri umani sono disposti ad accettare livelli di rischio fino a mille volte superiori (tre ordini di grandezza) per attività scelte volontariamente (come guidare o sciare) rispetto ad attività imposte o involontarie (come abitare in un edificio o respirare aria inquinata). Questa discrepanza conferma quanto la percezione soggettiva influenzi la definizione delle soglie di sicurezza.

Applicando questi concetti alla prevenzione del collasso sproporzionato, è imperativo che la probabilità di tale evento sia contenuta entro limiti che la società ritiene tollerabili, limiti che devono essere tradotti in pratiche professionali e codici normativi. Sebbene le norme attuali trattino il collasso come un'eventualità remota e prescrivano livelli di affidabilità molto alti, manca ancora un consenso unanime su un valore numerico preciso di rischio socialmente accettabile per il crollo di strutture civili.

1.4.3 Rischio accettabile e inquadramento analitico

Per colmare questo vuoto, si fa spesso riferimento al concetto giuridico e statistico di rischio *de minimis*: una soglia di probabilità talmente bassa da essere considerata trascurabile, al punto da non richiedere interventi regolatori specifici. Secondo le stime di *Pate-Cornell* (1994), tale valore si attesta intorno a 10^{-7} per anno. Questo parametro viene assunto come riferimento tecnico, pur nella consapevolezza che la fissazione definitiva di tale soglia non è un compito esclusivamente ingegneristico, ma richiede una legittimazione sociopolitica.

Dal punto di vista analitico, il collasso sproporzionato si definisce come una sproporzione tra la causa (danno iniziale) e l'effetto (danno finale). La quantificazione di questo fenomeno richiede un approccio probabilistico rigoroso basato su probabilità condizionate. La metodologia prevede di calcolare la probabilità di collasso globale come sequenza di due stadi, *la probabilità che si verifichi un danno locale*, dato il verificarsi di un evento eccezionale; *la probabilità che tale danno locale evolva in un collasso sproporzionato* (danno globale).

Questo calcolo può essere eseguito attraverso analisi multilivello, che permettono di modellare matematicamente come le incertezze legate alla natura aleatoria delle azioni estreme interagiscano con le incertezze intrinseche della risposta strutturale.

1.5 Analisi probabilistica del rischio

1.5.1 Equazione fondamentale e strategie di mitigazione

L'adozione di decisioni consapevoli finalizzate alla mitigazione dei disastri strutturali trova il suo fondamento razionale nell'*Analisi Probabilistica del Rischio (PRA)*. Questo approccio metodologico supera le valutazioni deterministiche permettendo una quantificazione rigorosa delle incertezze. In questo contesto, è possibile disaggregare il fenomeno del collasso sproporzionato nei suoi componenti elementari per comprenderne meglio le dinamiche.

Per formalizzare il problema, si consideri uno scenario caratterizzato da un *evento dannoso H*, il quale, pur presentando una frequenza di accadimento molto bassa, porta con sé il potenziale per conseguenze catastrofiche, specificamente innescando un collasso sproporzionato. L'impatto di tale evento sulla struttura genera uno stato di *danneggiamento locale*, denotato come *SL*: se tale danno locale evolve, si giunge al *collasso sproporzionato finale*, indicato con *C*. La modellazione matematica di questa catena di eventi si traduce nella seguente equazione fondamentale per la stima del rischio:

$$P[C] \approx P[C|SL] \cdot P[SL|H] \cdot P[H] \quad (\text{Equazione 1.2})$$

dove:

- $P[C]$ è la probabilità annuale che si verifichi il collasso strutturale *C* a seguito dell'evento *H*. Questo valore è l'indicatore sintetico della resistenza al collasso dell'intero sistema.
- $P[H]$ rappresenta la pericolosità sismica o ambientale, ovvero il tasso medio annuale con cui l'evento minaccioso *H* si manifesta (λ_H).

- $P[SL|H]$ definisce la vulnerabilità locale: quantifica la probabilità condizionata che, dato l'accadimento dell'evento H , la struttura subisca un danno locale SL (es. la rottura di un pilastro).
- $P[C|SL]$ definisce la vulnerabilità globale: è la probabilità condizionata che, una volta verificatosi il danno locale SL , la struttura non riesca a ridistribuire i carichi e collassi in modo sproporzionato.

La scomposizione del rischio in questi fattori moltiplicativi offre ai decisori istituzionali una mappa trasparente per la gestione della sicurezza. Intervenire su uno qualsiasi di questi fattori riduce il rischio complessivo, delineando tre macro-ambiti di azione:

1. *Mitigazione della Pericolosità $P[H]$* : Si agisce alla fonte, attraverso pianificazioni sociopolitiche volte a ridurre la frequenza degli eventi avversi.
2. *Mitigazione della Vulnerabilità Locale $P[SL|H]$* : Si interviene sulla resistenza del singolo elemento strutturale affinché sopporti l'evento senza danneggiarsi.
3. *Mitigazione della Vulnerabilità Globale $P[C|SL]$* : Si lavora sulla capacità dell'edificio di sopravvivere anche se un elemento è danneggiato.

È proprio nell'ultimo termine, $P[C|SL]$, che risiede la definizione probabilistica di *robustezza strutturale*. Valutare questo parametro è l'aspetto più sfidante dell'equazione, poiché richiede di prevedere come il sistema reagisce dopo un danno iniziale. Tale stima non può essere semplificata e necessita di metodologie di calcolo avanzate, come le analisi dinamiche non lineari su modelli numerici ad alta fedeltà. Questi modelli numerici devono essere validati da robuste campagne sperimentali che portino gli elementi strutturali fino al collasso, esplorando il comportamento fortemente non lineare sia dei materiali che della geometria.

1.5.2 Livelli di prevenzione

La Figura 1] visualizza concettualmente la catena probabilistica, evidenziando i punti di inserimento per le misure di sicurezza. Una gestione ottimale del rischio, infatti, non si affida a una sola soluzione, ma orchestra una combinazione di strategie su tre livelli difensivi:

- *Livello 1: Prevenzione dell'Evento (Riduzione di $P[H]$)*.

L'obiettivo è impedire che l'azione eccezionale colpisca la struttura. Questo si ottiene spesso tramite l'isolamento del sistema o, nel caso di minacce antropiche come gli attentati terroristici, attraverso misure non strutturali: controllo degli accessi, intelligence politica, sorveglianza e sensibilizzazione degli occupanti sui rischi legati a sostanze pericolose o accessi non autorizzati. Poiché questo parametro è spesso

indipendente dalle capacità del progettista strutturale, la sua riduzione è affidata prevalentemente a strategie organizzative e politiche.

- **Livello 2: Prevenzione del Danno Locale** (Riduzione di $P[SL|H]$).

L'obiettivo è garantire che, se l'evento accade, non provochi danni strutturali significativi che possano fungere da innesco. Si progetta l'elemento per resistere all'impatto o all'esplosione.

- **Livello 3: Prevenzione del Collasso Progressivo** (Riduzione di $P[C|SL]$).

Questa è la difesa ultima: salvaguardare la vita umana e l'integrità dell'edificio anche in presenza di un danno locale. Le tecniche progettuali includono la compartimentazione strutturale (per isolare il cedimento) o la creazione di percorsi di carico alternativi (per bypassare l'elemento rotto). A questo livello appartengono anche misure di sicurezza attiva e passiva, come la definizione di vie di fuga efficienti.

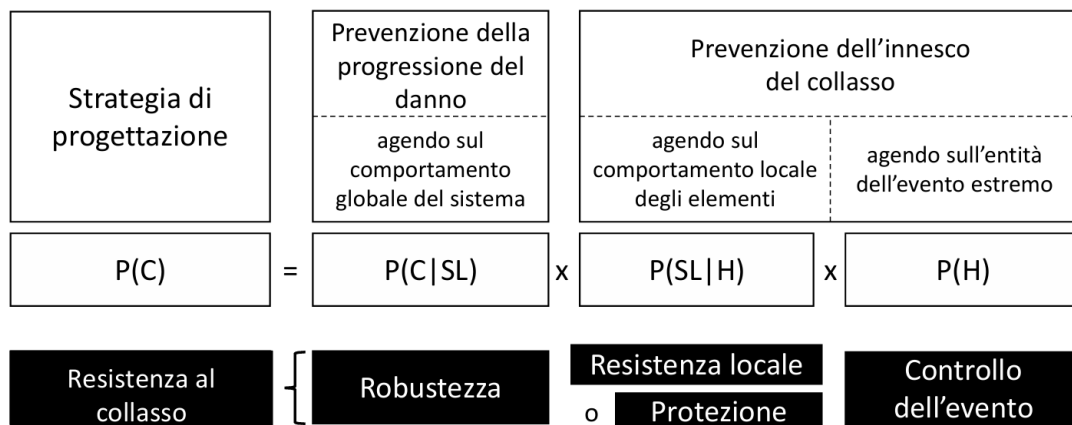


Figura 1: Strategie per la prevenzione del rischio di collasso sproporzionato (Haberland e Staros sek, 2009)

Nell'ambito della mitigazione del rischio strutturale, qualora si opti per una strategia basata sulla resistenza locale specifica, lo sforzo ingegneristico si concentra sulla riduzione del fattore $P[SL|H]$. L'obiettivo è blindare i componenti strutturali affinché l'evento eccezionale (H) non riesca a innescare il danno iniziale (SL). Tuttavia, tale approccio presenta criticità notevoli: spesso comporta oneri economici insostenibili e complessità costruttive elevate. Inoltre, focalizzarsi esclusivamente sulla prevenzione dell'innesco espone al rischio di non considerare minacce impreviste; se un evento non contemplato supera la resistenza locale prevista, o se questa non viene adeguatamente conferita agli elementi critici, la probabilità di danno locale $P[SL|H]$ tende asintoticamente all'unità (100%). In tale scenario pessimistico, la sicurezza globale del sistema collassa nella forma ridotta dell'equazione seguente:

$$P[C] \approx P[C|SL] \cdot P[H] \quad (\text{Equazione 1.3})$$

rendendo la stabilità dell'edificio dipendente esclusivamente dalla sua capacità residua post-danno.

La strategia dei *percorsi di carico alternativi* (ALP), teorizzata da Ellingwood e Leyendecker (1978), sposta, invece, il baricentro della progettazione sul controllo del termine $P[C|SL]$. Questo metodo, pilastro della moderna concezione di robustezza, accetta l'eventualità del danno locale ma mira ad annullarne la propagazione catastrofica. Per abbattere la probabilità che un danno locale evolva in collasso globale, si implementano presidi quali la continuità strutturale (iperstaticità) e la duttilità dei nodi e delle membrature. La valutazione rigorosa di $P[C|SL]$ richiede di indagare le riserve di resistenza del sistema oltre il limite elastico: in un'analisi strutturale post-danno, entrano in gioco meccanismi fisici trascurati nella progettazione ordinaria, come l'effetto catenaria nelle travi, l'effetto membrana nelle solette e l'incremento di resistenza dei materiali (strain-rate effect) sotto carichi dinamici impulsivi.

1.5.3 Calibrazione dell'indice di affidabilità

Dal punto di vista computazionale, la stima di $P[C|SL]$ impone la costruzione di un modello matematico avanzato, definito dalla funzione di stato limite $Z(\bar{X})=0$, capace di replicare fedelmente la fisica del collasso. Il vettore $\bar{X}$ raccoglie tutte le variabili aleatorie del problema: l'intensità dei carichi, le proprietà costitutive dei materiali (specialmente in campo plastico) e le variabilità geometriche. La caratterizzazione statistica di queste variabili richiede la definizione delle loro densità di probabilità (PDF), derivate da database sperimentali o, in loro assenza, dal giudizio di esperti. La probabilità di fallimento condizionato si ottiene integrando la densità di probabilità congiunta delle variabili X nel dominio di insuccesso (dove $Z(\bar{X}) < 0$).

Per semplificare il calcolo senza perdere rigore, si ricorre spesso ai metodi di affidabilità del primo ordine (FORM), trattati nei successivi capitoli, che sintetizzano la sicurezza attraverso l'indice di affidabilità condizionato β :

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} \quad (\text{Equazione 1.4})$$

dove μ_G e σ_G sono media e deviazione standard della funzione di stato limite.

La relazione biunivoca tra questo indice e la probabilità di collasso è data dalla funzione di ripartizione della normale standard Φ :

$$\beta = -\Phi^{-1}(P[C|SL]) \quad (\text{Equazione 1.5})$$

Per quanto concerne la dimensione temporale, le azioni eccezionali sono modellate come processi stocastici di Poisson. Dato che il tasso medio di accadimento annuo λ è

estremamente basso, la probabilità dell'evento nell'arco temporale di riferimento T (variabile da 1 a 50 anni in base alla destinazione d'uso e agli stakeholder) si approssima come:

$$P(H) \approx \lambda T \quad (\text{Equazione 1.6})$$

Combinando le equazioni, si ottiene una relazione che lega l'obiettivo di affidabilità al rischio accettabile nel tempo:

$$\beta = -\Phi^{-1}\left(\frac{P[C]}{\lambda T}\right) \quad (\text{Equazione 1.7})$$

Questa formula è lo strumento cardine per calibrare il valore target di β nella progettazione agli stati limite condizionati.

Analizzando gli ordini di grandezza storici e normativi, si osserva che per i singoli componenti strutturali sotto carichi gravitazionali si accetta una probabilità di crisi di circa 10^{-5} /anno. Per il sistema strutturale complessivo, grazie alla ridondanza, ci si attende una probabilità di collasso inferiore di un ordine di grandezza (10^{-6} /anno). Considerando che gli eventi eccezionali (H) hanno tipicamente un tasso di ricorrenza λ compreso tra 10^{-6} e 10^{-5} , affinché il rischio totale rimanga accettabile, la struttura deve garantire una probabilità condizionata di collasso $P[C|SL]$ compresa tra 10^{-2} e 10^{-1} (ovvero, tra l'1% e il 10% di probabilità di crollo dato l'evento). Tradotto in termini di indice di affidabilità, ciò suggerisce l'adozione di un valore target $\beta \approx 1.5$. Questo valore, inferiore a quello richiesto per i carichi ordinari (solitamente $\beta > 3.8$), riflette la natura estrema e rara dell'evento sollecitante.

1.6 Rischio delle perdite annue attese

1.6.1 Generalizzazione multirischio e tassi di accadimento

La valutazione rigorosa del rischio di collasso sproporzionato non può limitarsi all'analisi di un singolo scenario incidentale. La realtà operativa impone di considerare che una struttura è esposta a un ventaglio di potenziali minacce; pertanto, per ottenere una stima affidabile della sicurezza globale, è indispensabile integrare nel modello matematico la presenza simultanea (in termini di analisi, non necessariamente temporale) di molteplici sorgenti di pericolo ed i conseguenti stati di danno iniziale che ne possono derivare.

Sotto l'ipotesi che gli eventi considerati siano statisticamente indipendenti tra loro, l'equazione fondamentale (Equazione 1.2) deve essere evoluta in una formulazione additiva generalizzata:

$$P[C] \approx \sum_H \sum_{SL} P[C|SL] \cdot P[SL|H] \cdot \lambda_H \quad (\text{Equazione 1.8})$$

In questa espressione estesa, il termine probabilistico $P[H]$ viene sostituito dal tasso medio annuo di accadimento λ_H , una sostituzione metodologicamente valida e comunemente accettata quando si trattano eventi rari con frequenze inferiori a 10^{-2} /anno.

Tabella 1: Tasso di accadimento annuale medio per diverse tipologie di evento eccezionale

Evento	λ_H
Esplosioni di gas	$2 \cdot 10^{-5}$ /appartamento
Esplosioni di ordigni	$2 \cdot 10^{-6}$ /edificio
Impatto di veicoli	$6 \cdot 10^{-4}$ /edificio
Incendi	$5 \cdot 10^{-8}$ /m ² /edificio

Per popolare questo modello con dati numerici, la letteratura tecnico-scientifica offre una base statistica consolidata. Studi pionieristici e normative di riferimento forniscono abachi dei valori di λ_H per diverse categorie di eventi dannosi sintetizzati nella Tabella 1]. I dati statistici grezzi sono puramente indicativi: il rischio effettivo è modulato da fattori intrinseci alla struttura, come l'esposizione, l'uso e la vulnerabilità fisica.

1.6.2 Perdite attese e metriche di conseguenza

L'approccio probabilistico può essere ulteriormente raffinato spostando il focus dalla semplice probabilità di rottura al concetto più ampio di *Perdita Attesa*. Questo passaggio permette di integrare nel calcolo metriche di rischio eterogenee, che spaziano dalla valutazione puramente economica (analisi costi-benefici) a quella umanitaria (rischio di morte o lesioni gravi). L'equazione (Equazione 1.1) viene quindi espansa per calcolare la probabilità annuale di perdita $P[C]$:

$$P[C] \approx \sum_H \sum_{SL} \sum_C \sum_L P[L|C] \cdot P[C|SL] \cdot P[SL|H] \cdot \lambda_H \quad (\text{Equazione 1.9})$$

In questa formulazione, il nuovo termine $P[L|C]$ quantifica le conseguenze: esso rappresenta la probabilità di subire una determinata perdita L (economica, vite umane, danni patrimoniali o costi diretti di ricostruzione) condizionata al collasso, fungendo da filtro per la governance del rischio. Se il tasso dell'evento λ_H risulta inferiore alla soglia *de minimis*, la minaccia è considerata irrilevante; se la supera, scatta l'obbligo di analisi approfondite e interventi di mitigazione mirati.

1.7 Riduzione del rischio e mitigazione del collasso

1.7.1 Progettazione per la robustezza

La progettazione finalizzata alla riduzione del rischio di collasso sproporzionato necessita di un cambiamento di paradigma rispetto alla pratica strutturale ordinaria. Mentre la progettazione convenzionale è basata su criteri prescrittivi e coefficienti di sicurezza parziali per carichi standard, la robustezza richiede un approccio prestazionale.

Secondo le istruzioni CNR-DT 214/2018 [4], il progettista deve accettare l'impossibilità del rischio zero e operare affinché la struttura possa tollerare un danno localizzato senza subire crolli sproporzionati rispetto alla causa innescante.

1.7.2 Quadro metodologico per la riduzione del rischio

Il quadro metodologico per la riduzione del rischio è sintetizzato nel diagramma di flusso della Figura 2. Questo schema guida il progettista attraverso una sequenza di decisioni logiche:

- *Identificazione dei requisiti*: Valutazione dell'importanza dell'edificio e del grado di esposizione.
- *Definizione degli obiettivi di progetto*: Scelta tra una strategia dipendente dalla minaccia (*threat-specific*) o indipendente da essa (*threat-independent*).
- *Selezione dei metodi di progetto*: Scelta tra approccio prescrittivo (più semplice, basato su regole fisse) o approccio prestazionale (più complesso, basato su analisi numeriche).

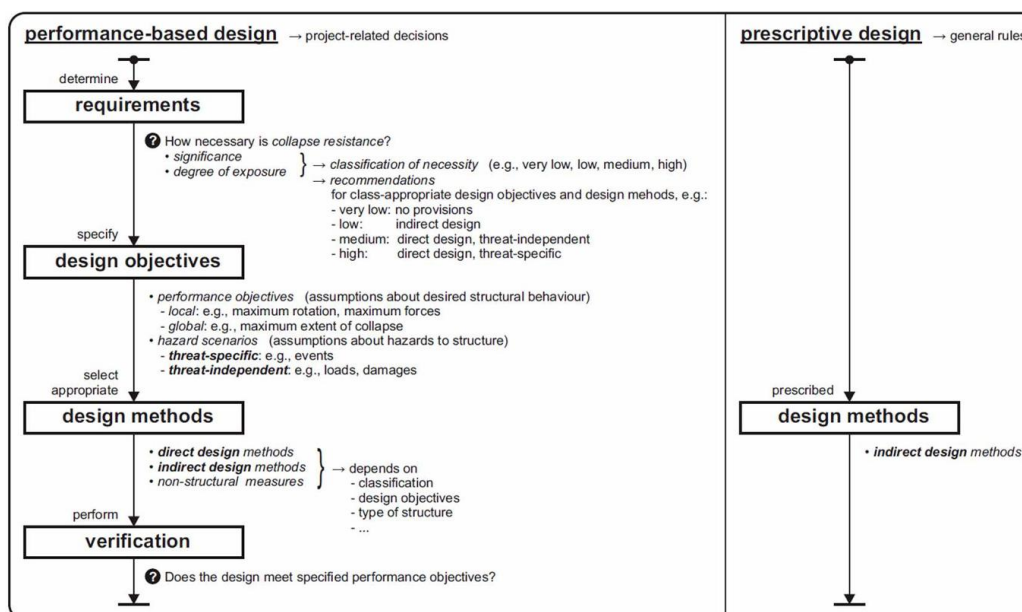


Figura 2: Quadro per il metodo di progettazione prescrittivo e basato sulle prestazioni (Haberland e Starossek, 2009 – CNR-DT 214/2018)

1.7.3 Metodi diretti e indiretti

Le procedure operative possono essere distinte in due macrocategorie:

- *Metodi diretti*: Sono metodi di tipo qualitativo che non prevedono il calcolo esplicito della risposta al collasso. Si basano sull'applicazione di presidi di robustezza minimi, come gli incatenamenti orizzontali e verticali. L'obiettivo è conferire alla struttura un livello di connettività e duttilità tale da favorire, in modo implicito, la redistribuzione dei carichi.
- *Metodi indiretti*: Richiedono una valutazione quantitativa e delle analisi strutturali avanzate. Si dividono in:
 - a. *Metodo della Resistenza Locale*: consiste nella progettazione di elementi chiave, volti a resistere a una pressione nominale definita dalla norma, garantendo la mancata provocazione del danno iniziale da parte dell'evento eccezionale.
 - b. *Metodo del Percorso Alternativo*: prevede la rimozione virtuale di un elemento portante per poi verificare se il resto della struttura è capace di trovare un nuovo equilibrio tramite meccanismi resistenti quali l'effetto arco o l'effetto catenaria.

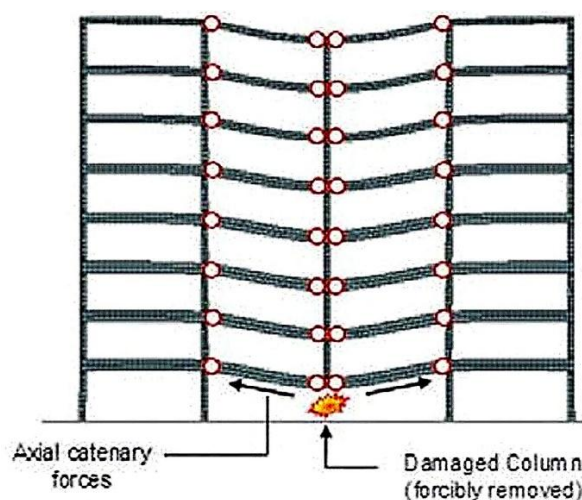


Figura 3: Sviluppo dell'effetto catenaria a seguito della rimozione di una colonna (Sherif El-Tawil, PhD, PE - CNR-DT 214/2018)

1.7.4 Minaccia specifica e minaccia generica

Un altro aspetto fondamentale è la distinzione tra progetto per minaccia specifica e generica:

- *Progetto per minaccia specifica*: Si considera un evento ben definito come un'esplosione di intensità X o un urto di un veicolo di massa M . È un approccio mirato, ma rischioso nel caso di eventi diversi da quelli ipotizzati.

- *Progetto per minaccia generica*: Si prescinde dalla causa del danno. Si assume che un elemento venga perso e si valuta la capacità di sopravvivenza del sistema. Questo approccio è quello che garantisce il più alto grado di robustezza globale.

Da tali considerazioni si evince che la robustezza non è una proprietà intrinseca del materiale, ma una caratteristica del sistema strutturale nella sua interezza. L'integrazione tra metodi diretti, come il percorso alternativo dei carichi analizzato in ambito dinamico non lineare, e la scelta di strategie a minaccia generica, costituisce la base metodologica per elevare l'indice di affidabilità della struttura e mitigare efficacemente il rischio di catastrofi sproporzionate.

1.8 Concezione progettuale per la robustezza

1.8.1 Concetti principali

La robustezza di un'opera non può essere ridotta alla mera somma delle capacità resistenti dei suoi singoli componenti; essa è, al contrario, una proprietà emergente dalla concezione globale dell'organismo strutturale. Una progettazione orientata alla resilienza post-critica deve basarsi sulla capacità del sistema di mobilitare risorse alternative a seguito di un evento danneggiante. In questo contesto, i pilastri del *Conceptual Design*, come anticipato al §1.2.2, si articolano attraverso alcuni requisiti fondamentali, i cui principali sono:

- *Ridondanza*: È la capacità del sistema di attivare percorsi di carico alternativi grazie all'iper-staticità. Una struttura ridondante evita che il fallimento di un singolo elemento porti a un meccanismo labile.
- *Duttilità*: Essenziale affinché gli elementi strutturali possano subire grandi spostamenti e rotazioni plastiche senza perdere capacità portante.
- *Inversione delle sollecitazioni*: In caso di perdita di un pilastro, le travi che prima lavoravano a momento negativo agli appoggi si trovano improvvisamente soggette a un momento positivo. La concezione robusta prevede armature adeguate a questa inversione.

1.8.2 Ridondanza strutturale

Il principio della ridondanza strutturale risiede nella disponibilità di percorsi di carico multipli e cinematicamente indipendenti. In un telaio in calcestruzzo armato, l'iper-staticità consente, in caso di perdita improvvisa di un elemento verticale portante, di ridistribuire le sollecitazioni agli elementi adiacenti. Tale fenomeno richiede che la struttura sia in grado di riconfigurarsi spazialmente: le travi originariamente soggette a flessione semplice devono

poter evolvere verso regimi di sforzo assiale, mobilitando risorse legate alla geometria deformata che non vengono sollecitate nelle condizioni di esercizio ordinario.

1.8.3 Duttilità dei nodi e inversione delle sollecitazioni

Un aspetto critico indotto dal collasso locale è la drastica inversione dei diagrammi dei momenti flettenti nelle travi superstiti. Una sezione che, in configurazione integra, reagisce a momenti negativi, si trova a dover gestire momenti positivi di entità elevata a seguito della rimozione del supporto centrale. Affinché questa redistribuzione anelastica sia possibile, i nodi trave-pilastro devono possedere non solo un'elevata capacità rotazionale, ma anche una continuità meccanica delle armature tale da impedire rotture fragili o fenomeni di sfilamento delle barre durante il transitorio dinamico. La capacità di incassare il danno locale senza innescare un meccanismo di piano dipende quindi strettamente dal dettaglio costruttivo e dalla regolarità della distribuzione delle rigidezze.

1.9 Modellazione strutturale e tecniche di analisi

1.9.1 Collasso progressivo nel calcestruzzo armato

Il comportamento di un telaio in calcestruzzo armato soggetto a una perdita repentina di un pilastro è caratterizzato da una cinematica complessa che può essere schematizzata in due fasi principali, correlate all'entità degli spostamenti verticali e al grado di danneggiamento dei materiali.

Nelle prime fasi del cinematismo, lo spostamento verticale del nodo rimosso induce una fessurazione diffusa nelle travi. L'allungamento della fibra neutra, contrastato dalla rigidità laterale delle porzioni di struttura non danneggiate, genera un regime di compressione assiale nelle travi. Questo meccanismo, noto come *effetto arco* (CAA - Compressive Arch Action), produce un incremento temporaneo della capacità portante flessionale. La corretta simulazione di questa fase richiede modelli a fibre capaci di cogliere accuratamente il comportamento a compressione del calcestruzzo confinato e l'effetto della pressione di confinamento indotta dalle staffe.

Al crescere delle deformazioni e al progredire del danneggiamento del calcestruzzo, la struttura transita verso un regime di fune o *catenaria* (CA - Tensile Catenary Action). In questa fase, la resistenza del sistema è affidata quasi esclusivamente alle armature longitudinali tese. Lo sforzo assiale nelle travi inverte il proprio segno, passando da compressione a trazione pura.

La cattura numerica di questo fenomeno è possibile solo attraverso l'impiego di trasformazioni geometriche non lineari, che consentano di considerare l'equilibrio della

struttura nella sua configurazione deformata, tenendo conto delle grandi rotazioni e del contributo delle forze membranali.

1.9.2 Effetti membranali del calcestruzzo

L'evoluzione dei meccanismi resistenti la loro influenza sulla capacità portante del sistema possono essere analizzate attraverso il confronto tra la risposta flessionale classica e quella che include gli effetti membranali, come illustrato nella Figura [4].

In particolare, la figura evidenzia la distinzione tra due scenari operativi:

- Caso [a]: Rappresenta un solaio continuo in configurazione integra sotto carichi gravitazionali. In questo stadio, lo sviluppo di sforzi membranali di compressione è localizzato e le condizioni vincolari che invariate nello sviluppo temporale dello scenario di rischio.
- Caso [b]: Descrive la risposta a seguito della rimozione di un elemento strutturale portante: un pilastro. In questa condizione, la struttura è chiamata a coprire una luce doppia, innescando una risposta cinematica di grandi spostamenti che mobilita l'intero telaio.

Il diagramma qualitativo riportato è di particolare interesse per la comprensione del fenomeno. La curva evidenzia come l'approccio di calcolo tradizionale (risposta senza effetti membranali), basato sulla teoria del primo ordine e su piccoli spostamenti, porti a una sottostima della reale capacità portante e a una descrizione incompleta del transitorio post-critico. Al contrario, la curva reale mostra due contributi essenziali:

- *Fase di compressione (CAA)*: Identificabile dal primo picco di iper-resistenza. La fessurazione delle sezioni e l'allungamento della linea d'asse, contrastati dai vincoli laterali, generano una spinta assiale che incrementa la capacità del sistema oltre il limite flessionale puro.
- *Fase di trazione (CA)*: Dopo un ramo di *softening* dovuto al danneggiamento del calcestruzzo e allo *spalling* del copriferro, la curva inverte la propria pendenza. Grazie all'impiego di una modellazione geometricamente non lineare, è possibile cogliere la risalita della resistenza. In questo stadio, la trave evolve nel meccanismo a catenaria, dove la stabilità è garantita esclusivamente dalle armature longitudinali tese che lavorano come funi.

La transizione tra queste fasi rappresenta il punto critico della stabilità strutturale: la capacità del telaio di agganciarsi al ramo teso della catenaria definisce il confine tra un collasso locale confinato e un crollo progressivo dell'intera struttura.

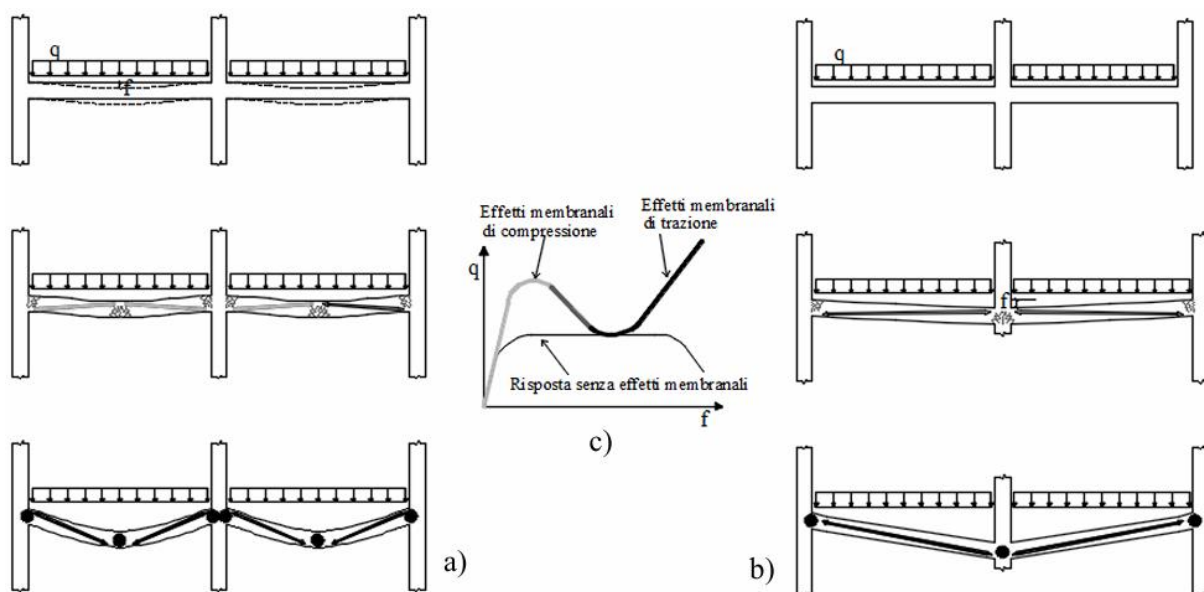


Figura 4: Sforzi membranali negli elementi strutturali (CNR-DT 214/2018)

1.9.3 Analisi numerica avanzata

La complessità dei fenomeni inerziali, legati alla rimozione istantanea di un elemento strutturale portante, rende l'analisi dinamica non lineare lo strumento principale per la valutazione della robustezza.

A differenza degli approcci statici, l'*analisi dinamica transitoria* permette di valutare il fattore di amplificazione dinamica (DAF) reale, captando le oscillazioni e le accelerazioni residue che potrebbero portare a rotture fragili per taglio o crisi dei nodi, non rilevabili in ambito quasi-statico. Pertanto, l'adozione di elementi non lineari e a fibre consente di monitorare l'evoluzione dello stato tenso-deformativo sezione per sezione. Questa tecnica permette di verificare il raggiungimento delle soglie limite di deformazione nelle armature, integrando criteri di fallimento locali che governano la stabilità globale del sistema e la sua eventuale propensione al collasso sproporzionato.

1.9.4 Sistemi di incatenamento e connettività

Il trasferimento efficace dei carichi tra le zone danneggiate e quelle integre è subordinato all'esistenza di un sistema di incatenamenti (*ties*) orizzontali e verticali. Tali elementi assicurano l'integrità strutturale necessaria per lo sviluppo delle azioni membranali descritte in precedenza. Senza una connettività ridondante, la struttura manifesterebbe una fragilità intrinseca, impedendo la formazione di cammini alternativi di carico e portando a una risoluzione prematura e catastrofica del cinematismo di crollo.

Capitolo 2: Affidabilità strutturale

2.1 Introduzione

Nella progettazione di opere civili, è impossibile eliminare totalmente le incertezze che ne influenzano il comportamento strutturale, per cui esse devono essere sistematicamente integrate nel processo decisionale. L'approccio normativo più avanzato, basato sul metodo dei coefficienti parziali, coniuga l'esperienza consolidata con i principi probabilistici dell'affidabilità strutturale. Tali principi consentono di calibrare con precisione i parametri di sicurezza e possono essere applicati direttamente attraverso software di calcolo evoluti che utilizzano dati sperimentali per la verifica.

I fondamenti dell'affidabilità strutturale sono codificati in standard internazionali quali l'ISO 2394 [8] e l'Eurocodice EN 1990 [14], supportati dalla documentazione tecnica del JCSS (*Joint Committee on Structural Safety*) [9]. Secondo tali direttive, una struttura deve essere concepita per garantire, durante tutto il suo ciclo di vita, un equilibrio ottimale tra sicurezza ed economicità. Nello specifico, l'opera deve essere in grado, non solo di resistere a tutte le sollecitazioni previste durante le fasi di costruzione e d'uso, ma anche di mantenere la piena idoneità funzionale nel tempo.

Per soddisfare questi requisiti, il progettista deve definire la vita utile nominale (generalmente fissata in 50 anni per gli edifici ordinari), analizzare le diverse situazioni di progetto (permanenti, transitorie, accidentali e sismiche) ed effettuare le verifiche agli Stati Limite Ultimi (SLU) e di Esercizio (SLE).

2.2 Natura e classificazione delle incertezze

2.2.1 Incertezze aleatorie ed epistemiche

La progettazione strutturale moderna si muove in un delicato equilibrio tra la ricerca della massima sicurezza e la necessità di sostenibilità economica e funzionale. Storicamente, l'ingegneria ha cercato di rispondere a questa sfida con approcci deterministici, ma la realtà delle opere civili è intrinsecamente complessa e soggetta a variabili imprevedibili. Da qui nasce il quesito fondamentale che regola l'intera disciplina: *Quanto è sicuro il concetto di "sicuro"?*

Nel mondo reale, il rischio zero non esiste: per quanto accurata sia la progettazione, permane sempre un margine residuo di incertezza. Ogni struttura, durante il suo ciclo di vita, è immersa in un ecosistema di aleatorietà che non possono essere eliminate, ma solo comprese e governate. Per rispondere scientificamente a questa sfida, l'ingegneria strutturale ha abbandonato la visione rigida del passato a favore di un *approccio*

probabilistico. Questo metodo non cerca di negare l'incertezza, ma la quantifica, definendo un grado di affidabilità che renda accettabile la probabilità di un fallimento.

Le incertezze possono essere suddivise in due grandi categorie differenti:

- *Inceteezze Aleatorie*: Rappresentano la variabilità naturale e intrinseca dei fenomeni e degli oggetti (come proprietà meccaniche e geometriche). Sono imprevedibili per natura e non possono essere eliminate, come ad esempio la variazione dell'intensità del vento, la magnitudo di un sisma o le naturali fluttuazioni della resistenza del calcestruzzo tra diversi lotti di produzione.
- *Inceteezze Epistemiche*: Derivano dalla limitata conoscenza dei fenomeni o dall'imprecisione degli strumenti di calcolo, relativi ad esempio alle ipotesi di modellazione (nella realtà nessun vincolo è perfetto). A differenza di quelle aleatorie, queste incertezze possono essere teoricamente ridotte attraverso una ricerca più approfondita, modelli matematici più raffinati o una maggiore raccolta di dati.

2.2.2 Classificazione operativa e gestione delle variabili

Le opere di costruzione, in particolare quelle di tipo strutturale, sono sistemi complessi, soggetti a incertezze significative in ogni fase: dal progetto, all'esecuzione, fino all'uso. A seconda della natura della struttura e delle condizioni ambientali, alcune variabili possono prevalere su altre. In generale, si identificano diverse tipologie di incertezze:

- *Variabilità naturale*: inerente alle azioni ambientali, alle proprietà dei materiali e alle tolleranze geometriche.
- *Inceteezze statistiche*: dovute alla limitata dimensione dei campioni di dati disponibili.
- *Inceteezze di modello*: derivanti dalle semplificazioni introdotte per simulare la realtà fisica.
- *Ambiguità prestazionale*: legata a definizioni non rigorose dei requisiti di sicurezza o di esercizio.
- *Errori umani*: errori o dimenticanze nella fase di progettazione, durante la costruzione o nella gestione del manufatto.
- *Limiti della conoscenza*: lacune riguardo al comportamento di nuovi materiali o azioni in condizioni ambientali estreme.

Poiché la maggior parte di queste incertezze non può mai essere eliminata in modo assoluto, esse devono essere integrate e governate attraverso il calcolo strutturale.

Per gestire il peso di queste variabili, l'ingegneria moderna si affida a strumenti matematici rigorosi: la casualità naturale e le incertezze statistiche possono essere descritte efficacemente dai metodi forniti dalla teoria della probabilità e dalla statistica. Questi

strumenti permettono di passare da una valutazione intuitiva della sicurezza a una calibrazione scientifica dei fattori di affidabilità.

2.3 Concetto di affidabilità e probabilità di fallimento

2.3.1 Definizioni concettuali

Il concetto di affidabilità strutturale viene spesso percepito in termini assoluti: una struttura è considerata *sicura* o *non sicura*, senza sfumature intermedie. Tuttavia, nella realtà ingegneristica, l'aspirazione a una sicurezza assoluta è un ideale tecnicamente irraggiungibile. Ogni opera, infatti, mantiene una probabilità di collasso, per quanto infinitesima o trascurabile, anche quando viene dichiarata formalmente affidabile.

L'accettazione di una *probabilità di fallimento* non nulla durante la vita utile dell'opera non è solo un atto di realismo fisico, ma una necessità economica: senza questo margine, la costruzione di infrastrutture civili risulterebbe impraticabile. In questo contesto, l'affidabilità non va intesa come certezza di invulnerabilità, ma come la capacità di un sistema di soddisfare determinati requisiti prestazionali, in condizioni d'uso specifiche e per un arco temporale prestabilito.

Da un punto di vista quantitativo, l'affidabilità è definita come il complemento della probabilità di fallimento. Tale definizione si articola su quattro pilastri fondamentali:

1. *Requisiti prestazionali*: identificazione di un cedimento strutturale o un malfunzionamento.
2. *Orizzonte temporale*: la definizione della vita utile nominale dell'opera.
3. *Livello di affidabilità*: la calibrazione del target di probabilità di fallimento.
4. *Condizioni d'uso*: la limitazione delle varie incertezze.

È importante notare che il grado di affidabilità richiesto non è univoco: si adottano generalmente livelli più severi per la capacità portante della struttura (direttamente collegata alla sicurezza della vita umana) e livelli più flessibili per i requisiti legati al comfort o all'estetica.

2.3.2 Formulazione analitica

Il pilastro fondamentale della teoria dell'affidabilità strutturale è la *probabilità di fallimento* P_f . Per definire analiticamente questo valore, si assume che il comportamento della struttura possa essere modellato attraverso un vettore di variabili di base $\bar{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$. Queste variabili rappresentano le diverse fonti di incertezza: azioni sollecitanti, proprietà

meccaniche dei materiali, tolleranze geometriche e incertezze intrinseche nei modelli di calcolo.

Lo stato della struttura, sia esso riferito allo Stato Limite Ultimo (SLU), di Esercizio (SLE), di durabilità o di fatica, è descritto dalla *funzione di stato limite* $Z(\bar{X})$, definita convenzionalmente come:

$$Z(\bar{X})=0 \quad \text{(Equazione 2.1)}$$

Per convenzione, la funzione è strutturata in modo da distinguere uno *stato favorevole*, che indica una zona sicura per $Z(\bar{X}) \geq 0$, dove la struttura soddisfa i requisiti, da uno *stato sfavorevole*, che indica una zona di insuccesso per $Z(\bar{X}) < 0$, dove la struttura non soddisfa i requisiti prestazionali. Di conseguenza, la probabilità di fallimento P_f è espressa come la probabilità che si verifichi la condizione di stato sfavorevole:

$$P_f = P\{Z(\bar{X}) < 0\} \quad \text{(Equazione 2.2)}$$

Se le variabili di base X sono caratterizzate da modelli probabilistici appropriati (analitici o numerici) e la loro variabilità è descritta da una funzione di densità di probabilità congiunta $\varphi_{\bar{X}}(x)$, la probabilità di fallimento può essere calcolata mediante l'integrale:

$$P_f = \int_{Z(\bar{X}) < 0} \varphi_{\bar{X}}(x) dx \quad \text{(Equazione 2.3)}$$

Inoltre, è possibile calcolare un parametro complementare al valore di P_f , definito come la *probabilità di successo* P_s :

$$P_s = 1 - P_f \quad \text{(Equazione 2.4)}$$

Un parametro equivalente e ampiamente utilizzato nella pratica normativa internazionale (ISO 2394 [8] **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**, EN 1990 [14]) è l'*indice di affidabilità* β . Esso è definito come il valore negativo dell'inversa della funzione di distribuzione normale standardizzata corrispondente alla probabilità di guasto:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad \text{(Equazione 2.5)}$$

dove Φ^{-1} rappresenta l'inversa della funzione di distribuzione normale standard. È importante sottolineare che la probabilità di fallimento e l'indice di affidabilità sono misure tra loro perfettamente equivalenti; esiste una corrispondenza biunivoca tra i due parametri, come illustrato numericamente nella Tabella [2].

Tabella 2: Corrispondenza tra i valori di probabilità di insuccesso e indice di affidabilità

Probabilità di fallimento	Indice di affidabilità
P_f	β
10^{-1}	1,3
10^{-2}	2,3
10^{-3}	3,1
10^{-4}	3,7
10^{-5}	4,2
10^{-6}	4,7
10^{-7}	5,2

2.3.3 Orizzonte temporale e obiettivi normativi

Nella realtà, le variabili di base X possono variare nel tempo (si pensi al degrado dei materiali o alla fluttuazione dei carichi ambientali). Di conseguenza, anche la probabilità di fallimento assume un carattere dinamico e deve essere sempre dipendente da un preciso periodo di riferimento T , che può differire dalla *vita nominale di progetto* T_d , ossia l'intervallo temporale in cui la struttura deve poter essere utilizzata per lo scopo previsto, previa manutenzione ordinaria, ma senza necessità di interventi straordinari o riparazioni rilevanti. Quando si valuta il livello di sicurezza di una struttura, la P_f relativa a un periodo di riferimento $T_n = n \cdot T_1$ può essere derivata dalla probabilità corrispondente a un singolo intervallo temporale unitario T_1 . Questa trasformazione è essenziale per confrontare probabilità di fallimento annuali con probabilità calcolate sull'intera vita utile dell'opera.

Sebbene le norme internazionali forniscano valori indicativi per la vita nominale di progetto T_d , le normative nazionali possono prescrivere durate superiori, come 100 anni per edifici residenziali e uffici, 120 o più per infrastrutture, 50 per strutture agricole e 15 anni per strutture temporanee.

Le P_f di progetto, indicate con P_d , sono definite in funzione delle conseguenze socioeconomiche attese. La norma EN 1990 [14] classifica l'affidabilità target in tre classi (alta, media e bassa), specificando, dunque, i relativi indici β per orizzonti temporali di 1 anno e 50 anni. Sebbene la norma non stabilisca un legame esplicito con la vita nominale di progetto T_d , i valori di β raccomandati per i due periodi di riferimento garantiscono il medesimo livello di sicurezza strutturale.

Nella verifica operativa, la scelta del periodo di riferimento T_o non deve necessariamente coincidere con T_d , ma dipende solitamente dalla natura dei dati statistici disponibili per le variabili di base $\bar{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$. È dunque possibile raggiungere il livello di affidabilità richiesto adottando l'indice β coerente con l'intervallo temporale scelto per la modellazione delle incertezze.

2.4 Metodi di valutazione della sicurezza strutturale

Nel quadro dell'affidabilità strutturale, tutte le variabili di base (azioni, proprietà dei materiali, parametri geometrici e incertezze di modello) sono trattate come grandezze aleatorie definite da specifiche distribuzioni di probabilità. Il requisito fondamentale di sicurezza è espresso dalla disuguaglianza:

$$E < R \quad (\text{Equazione 2.6})$$

dove E rappresenta l'effetto delle azioni e R la resistenza strutturale. Lo *stato limite*, che segna il confine teorico tra zona sicura e zona non sicura, è definito dalla funzione *marginale di sicurezza* o *funzione di stato limite*:

$$Z = Z(\bar{X}) = Z(R, E) = R - E = 0 \quad (\text{Equazione 2.7})$$

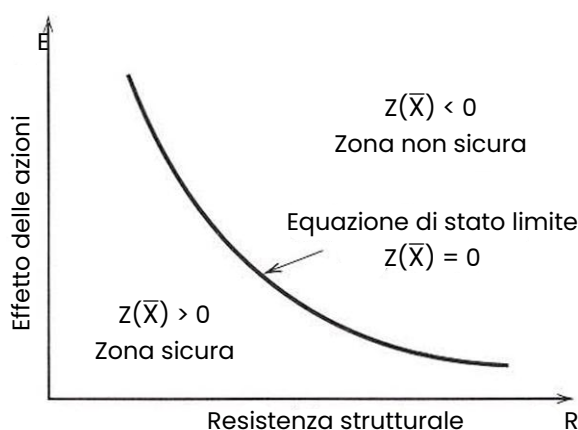


Figura 5: Concetto di funzione di stato limite o di margine di sicurezza

Sebbene tale distinzione netta sia spesso una semplificazione convenzionale della realtà fisica, essa costituisce la base per il calcolo probabilistico. Inoltre, poiché E e R sono variabili casuali, la condizione $E < R$ non può essere garantita con certezza assoluta: esiste sempre una probabilità residua, per quanto minima, che lo stato limite venga superato. L'obiettivo dell'analisi di affidabilità è quantificare e limitare questa probabilità di fallimento P_f , definita come:

$$P_f = P(E > R) \quad (\text{Equazione 2.8})$$

Le variabili E e R sono descritte dalle rispettive *funzioni di densità* $\varphi_E(x), \varphi_R(x)$ e di *ripartizione* $\Phi_E(x), \Phi_R(x)$, caratterizzate da parametri statistici quali il valore medio μ e lo scarto quadratico medio σ .

Analiticamente, il fallimento si verifica nella regione di sovrapposizione delle due funzioni di densità, dove le realizzazioni dell'effetto delle azioni superano quelle della resistenza, quindi

dove $E > R$. Per mantenere la probabilità di fallimento P_f entro i limiti normativi accettabili, è necessario intervenire sulla posizione reciproca delle distribuzioni (distanza tra i valori medi) e sul contenimento delle loro dispersioni (varianze).

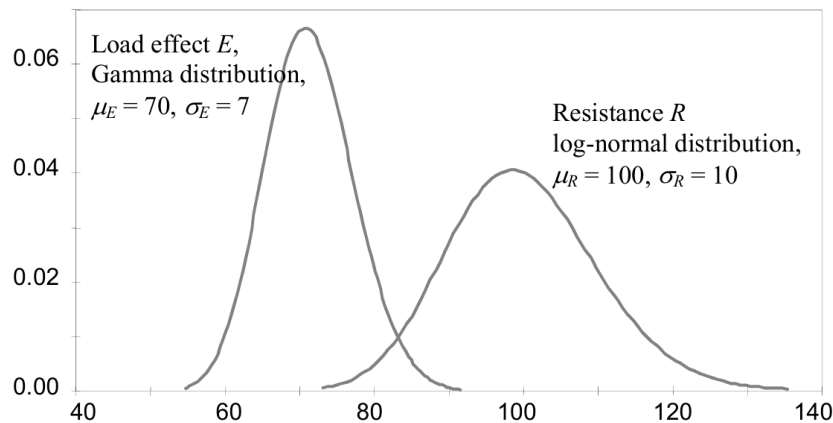


Figura 6: Funzioni di densità di probabilità dell'azione E e della resistenza R come variabili casuali
(Implementation of Eurocodes, handbook 2 – Reliability backgrounds)

2.5 Metodi per il calcolo della probabilità di fallimento

In ingegneria strutturale, il calcolo della sicurezza di un'opera e della *probabilità di fallimento* associata a uno stato limite, viene classificato in diversi livelli in base alla complessità del modello statistico utilizzato e alla quantità di informazioni sulle variabili aleatorie (carichi, resistenze, geometrie). Generalmente possono essere distinti quattro diversi metodi di calcolo della probabilità di fallimento relativa all'affidabilità strutturale:

- Metodo di III livello (metodo probabilistico completo)
- Metodo di II livello (metodo probabilistico di affidabilità del primo ordine - FORM)
- Metodo di I livello (metodo semi-probabilistico)
- Metodo del fattore globale (metodo deterministico)

All'interno dell'Appendice C dell'Eurocodice 0 (UNI EN 1990) [14], vengono definiti i criteri su cui essi si basano.

2.5.1 Metodo del Fattore Globale

Il *Metodo del Fattore di Sicurezza Globale* rappresenta l'approccio deterministico tradizionale della sicurezza strutturale, storicamente identificato con il *Metodo delle Tensioni Ammissibili*. In questo schema, la sicurezza della struttura è garantita da una verifica puntuale che mette in relazione la capacità resistente e l'effetto delle azioni attraverso un unico parametro sintetico rappresentato da un *Coefficiente di Sicurezza Globale*. La verifica si basa sul soddisfacimento della seguente disequazione:

$$s = \frac{R_n}{E_n} \geq s_0 \quad (\text{Equazione 2.9})$$

dove s e s_0 sono rispettivamente il fattore di sicurezza calcolato e il fattore di sicurezza globale minimo fissato dalle norme, mentre R_n ed E_n sono rispettivamente i valori nominali della resistenza strutturale e dell'effetto delle azioni.

Per *resistenza strutturale nominale* R_n si intende il valore minimo di resistenza dell'elemento garantito dal produttore o specificato dalle tabelle normative. Non tiene conto della variabilità statistica della produzione, se non in modo implicito attraverso un margine cautelativo prefissato.

Per *effetto nominale delle azioni* E_n si intende il carico massimo atteso durante la vita utile, calcolato sulla base di configurazioni standard. È un valore deterministico: si assume che il carico sia esattamente quello, senza considerare la probabilità che possa essere superato.

Oggigiorno, il metodo di livello a Fattore Globale non è molto utilizzato: sebbene sia semplice e immediato per il calcolo manuale, la sua incapacità di trattare separatamente le incertezze delle singole variabili di base rende difficile una valutazione accurata dell'affidabilità delle strutture moderne.

2.5.2 Metodo di I livello

Il *Metodo di I Livello* o *Metodo ai Fattori Parziali*, è un approccio semi-probabilistico che rappresenta lo standard operativo attuale per la progettazione strutturale. Esso si basa sul concetto di *Stato Limite*, ovvero una condizione oltre la quale la struttura non soddisfa più le esigenze prestazionali richieste. Sebbene il metodo utilizzi parametri deterministici (i coefficienti), la sua calibrazione è di natura probabilistica, mirata a garantire che l'indice di affidabilità β rimanga superiore a un valore target prefissato.

La sicurezza è verificata quando il *valore di progetto dell'effetto delle azioni* E_d è inferiore al *valore di progetto della resistenza* R_d :

$$E_d < R_d \quad (\text{Equazione 2.10})$$

dove il pedice 'd' indica il valore di progetto (*design*). Nello specifico, i valori di *progetto dell'effetto delle azioni* E_d e *della resistenza strutturale* R_d vengono calcolati a partire dalle variabili di base che descrivono le azioni F_d , le proprietà del materiale f_d , le dimensioni a_d e le incertezze del modello θ_d (introdotte per compensare le discrepanze tra il comportamento reale della struttura e le semplificazioni dei modelli teorici adottati), applicando opportuni coefficienti che tengono conto delle diverse fonti di incertezza:

$$E_d(F_d, f_d, a_d, \theta_d) < R_d(F_d, f_d, a_d, \theta_d) \quad (\text{Equazione 2.11})$$

Il passaggio dai valori caratteristici (caratterizzati dal pedice 'k') ai valori di progetto (caratterizzati dal pedice 'd') avviene secondo le seguenti relazioni:

$$F_d = \gamma_F \cdot \psi \cdot F_k \quad (\text{Equazione 2.12})$$

dove:

- F_d indica il valore di progetto delle azioni come G_d o Q_d ;
- F_k rappresenta il valore caratteristico della sollecitazione come G_k o Q_k ;
- γ_F è il coefficiente parziale della sollecitazione come γ_G o γ_Q ;
- ψ è il coefficiente di combinazione.

$$f_d = \eta \frac{f_k}{\gamma_m} \quad (\text{Equazione 2.13})$$

nella quale:

- f_d indica il valore di progetto delle resistenze;
- f_k rappresenta il valore caratteristico del materiale che è solitamente il frattile del 5% (resistenza che ha il 95% di probabilità di essere superata);
- γ_m è il coefficiente parziale applicato al valore caratteristico del materiale;
- η indica il fattore di conversione che tiene conto di effetti a lungo termine.

$$\alpha_d = \alpha_{nom} \pm \Delta\alpha \quad (\text{Equazione 2.14})$$

in cui:

- α_d è il valore di progetto ossia la dimensione che usa nelle formule di verifica;
- α_{nom} indica il valore nominale della dimensione indicata nei disegni di progetto;
- $\Delta\alpha$ rappresenta l'incertezza geometrica o l'errore massimo atteso in fase di costruzione.

Valore di progetto della Resistenza

La resistenza è calcolata andando a ridurre le proprietà dei materiali e considerando le incertezze geometriche:

$$R_d = \frac{R}{\gamma_{Rd}} [f_d, \alpha_d] \quad (\text{Equazione 2.15})$$

$$R_d = \frac{R}{\gamma_{Rd}} \left[\eta \frac{f_k}{\gamma_m}, \alpha_d \right] \quad (\text{Equazione 2.16})$$

dove:

- γ_{RD} rappresenta il fattore parziale che tiene conto delle incertezze nel modello di calcolo della resistenza. Esso va a ridurre il valore della resistenza.

Valore di progetto delle sollecitazioni

L'effetto delle azioni è calcolato combinando i carichi moltiplicati per i rispettivi coefficienti di amplificazione:

$$E_d = \gamma_{Sd} \cdot E [G_d, Q_d, a_d] \quad (\text{Equazione 2.17})$$

$$E_d = \gamma_{Sd} \cdot E [\sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_Q Q_{k,l} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}, a_d] \quad (\text{Equazione 2.18})$$

nelle quali:

- G_k indica il valore caratteristico dei carichi permanenti. È solitamente il frattile del 95% (c'è solo il 5% di probabilità che il carico sia maggiore);
- Q_k indica il valore caratteristico dei carichi variabili, genericamente riferito a un periodo di ritorno. È solitamente il frattile del 95% (c'è una probabilità del 5% che il carico venga superato almeno una volta nei 50 anni di vita nominale della struttura);
- γ_G è il fattore parziale riferito ai carichi permanenti;
- γ_Q è il fattore parziale riferito ai carichi variabili;
- ψ è il fattore di combinazione, un coefficiente che riduce i carichi variabili che agiscono contemporaneamente, data la bassa probabilità che tutte le azioni massime si verifichino nello stesso istante;
- γ_{Sd} è il fattore che tiene conto delle incertezze nella modellazione delle azioni e dell'analisi strutturale e va ad amplificare il valore delle sollecitazioni.

2.5.3 Metodo di II livello

Il *Metodo di II Livello* è un approccio probabilistico avanzato per il calcolo dell'affidabilità strutturale. A differenza dei metodi di I livello (semi-probabilistici), che utilizzano coefficienti parziali di sicurezza predefiniti dalle norme, il II livello opera direttamente sulle proprietà statistiche delle variabili aleatorie (azioni e resistenze), caratterizzandole attraverso i primi due momenti statistici: la media e la varianza.

Questo approccio si basa sulla famiglia dei Metodi di Affidabilità del Primo Ordine FORM (*First Order Reliability Methods*), che possono essere suddivisi in due categorie principali in base all'evoluzione del calcolo dell'indice di affidabilità:

- FOSM (*First Order Second Moment*), approccio di *Cornell*;
- AFOSM (*Advanced First Order Second Moment*), evoluzione di *Hasofer-Lind*.

First Order Second Moment (FOSM)

L'origine del II livello risiede nel metodo FOSM, introdotto da C. Allin Cornell nel 1969. Cornell ebbe l'intuizione rivoluzionaria di misurare la sicurezza non più tramite un coefficiente deterministico, ma attraverso l'indice di affidabilità β .

Le variabili aleatorie, rappresentate da resistenze e azioni, vengono trasformate in variabili normali standardizzate con media nulla e scarto unitario. In questo nuovo spazio standardizzato, l'indice di affidabilità β rappresenta la distanza media della funzione di densità di probabilità congiunta dallo stato limite.

Il nome deriva dall'uso di un'approssimazione del *Primo Ordine* (sviluppo in serie di Taylor) della funzione di stato limite, applicata nel punto corrispondente ai valori medi delle variabili, e dall'impiego dei soli *Secondi Momenti* statistici (media e varianza).

Questo metodo ha permesso per la prima volta di effettuare analisi di sicurezza strutturale senza dover conoscere l'intera e complessa funzione di densità di probabilità congiunta (J-PDF), definendo lo standard concettuale per l'ingegneria della sicurezza moderna.

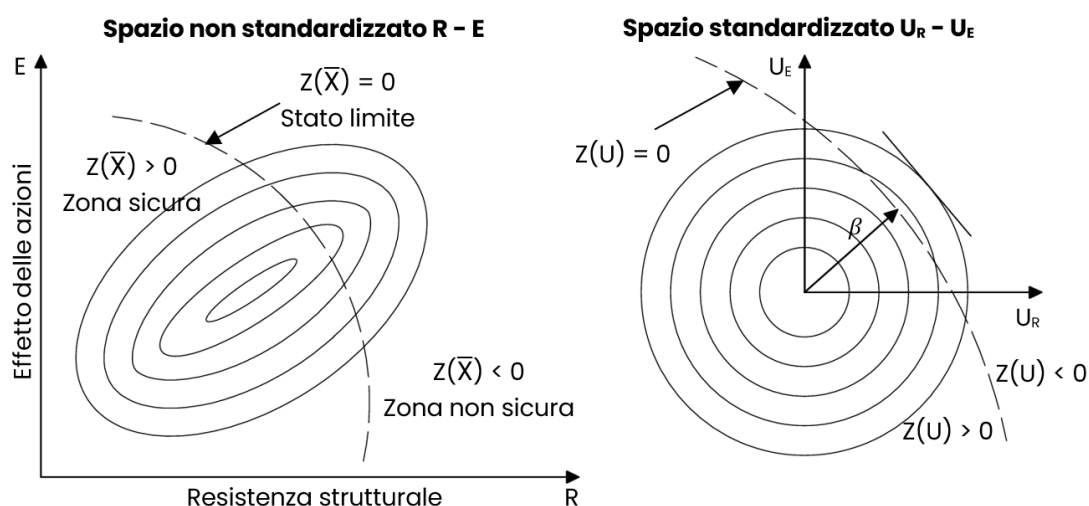


Figura 7: Rappresentazione grafica del metodo di II livello con trasformazione dallo spazio non standardizzato allo spazio standardizzato

Assumendo una distribuzione normale secondo la gaussiana, i valori di *media* μ_z e *deviazione standard* σ_z , la quale indica la radice quadrata della varianza, sono definiti come segue:

$$\mu_z = \mu_R - \mu_E \quad (\text{Equazione 2.19})$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2} \quad (\text{Equazione 2.20})$$

dove μ_R e μ_E indicano, rispettivamente, la media della distribuzione di resistenza strutturale e della distribuzione delle azioni, mentre σ_R e σ_E indicano, rispettivamente, la deviazione

standard della distribuzione di resistenza strutturale e della distribuzione delle azioni. Definite tali grandezze, l'indice di affidabilità, indicato anche come *indice di Cornell*, viene calcolato come segue:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R - \mu_E}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_E^2}} \quad (\text{Equazione 2.21})$$

Assumendo che la funzione di stato limite segua una distribuzione di probabilità normale (o gaussiana), la sua funzione di densità di probabilità (PDF), caratterizzata dai parametri media e scarto quadratico medio, è definita dall'espressione:

$$f_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} e^{-\frac{(z-\mu_Z)^2}{2\sigma_Z^2}} \quad (\text{Equazione 2.22})$$

Attraverso un processo di standardizzazione, è possibile passare allo spazio delle variabili normali standardizzate u_z , dove la probabilità di fallimento P_f viene calcolata come l'area sottesa alla coda della distribuzione per valori di $u_z < -\beta$:

$$z \rightarrow u_z = \frac{z - \mu_Z}{\sigma_Z} \quad (\text{Equazione 2.23})$$

$$u_z(z = \mu_Z) = 0 \quad (\text{Equazione 2.24})$$

$$u_z(z = \mu_Z + \sigma_Z) = 1 \quad (\text{Equazione 2.25})$$

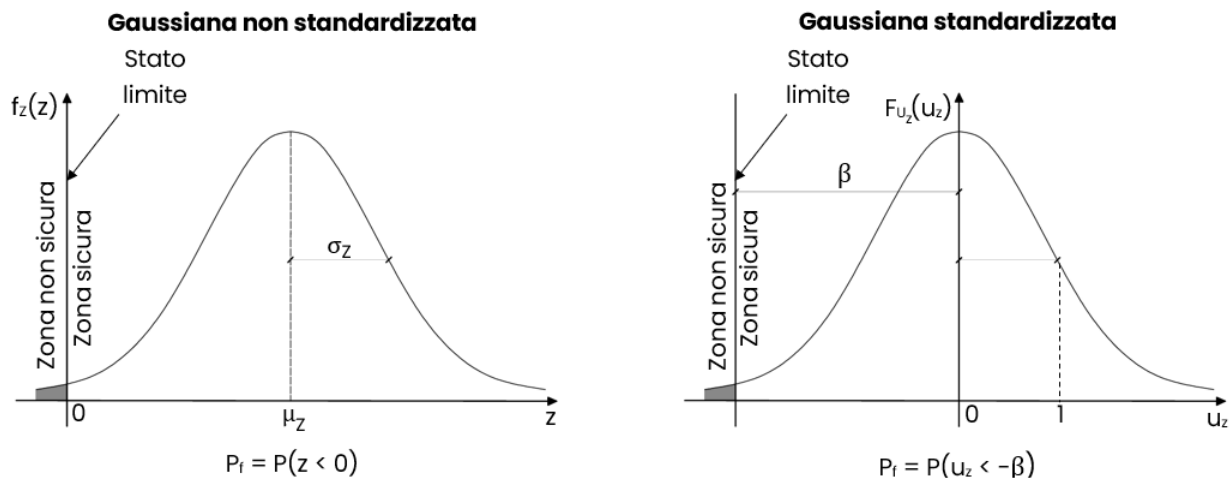


Figura 8: Confronto tra la distribuzione di probabilità della funzione di stato limite nello spazio originale (sinistra) e nello spazio standardizzato (destra).

2.5.4 Metodo di III livello

La norma definisce il *Metodo di III Livello* come probabilistico integrale. A differenza del II livello (che approssima la realtà linearizzandola), il III livello deve considerare

l'intera funzione di densità di probabilità congiunta (J-PDF) di tutte le variabili aleatorie coinvolte (carichi, resistenze, geometrie, incertezze di modello).

Secondo la norma, il calcolo della probabilità di fallimento P_f in un approccio di III livello avviene attraverso la risoluzione dell'*integrale multidimensionale di convoluzione*:

$$P_f = \int \int \dots \int_{Z(\bar{X}) < 0} f_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (\text{Equazione 2.26})$$

dove f_X è la *densità di probabilità congiunta* che tiene conto anche delle eventuali correlazioni tra le variabili e $Z(\bar{X}) \leq 0$ è il dominio di fallimento, dove la resistenza è minore dell'effetto delle azioni.

La norma specifica che il III livello non è destinato alla progettazione ordinaria (per la quale si usa il I livello), ma serve principalmente per la calibrazione dei coefficienti parziali (per verificare che i coefficienti del I livello garantiscano davvero il target), per le strutture di eccezionale importanza (come dighe o centrali nucleari) o per la validazione di nuovi modelli.

La norma riconosce che l'integrale di cui sopra (Equazione 2.26) è spesso impossibile da risolvere analiticamente per strutture reali. Pertanto, nel contesto del III livello, la norma ammette e suggerisce l'uso di soluzioni numeriche, incluse le tecniche di simulazione come il *Metodo Monte Carlo* e le sue varianti (*Importance Sampling* o il *Latin Hypercube Sampling*).

La probabilità di fallimento P_f può essere, dunque, ottenuta tramite il calcolo di una frequenza probabilistica mediante un campionamento molto fitto. Il campionamento deve essere più denso nel centro della campana poiché bisogna tener conto della forma della J-PDF.

2.5.5 Metodo Monte Carlo

Il *Metodo di Monte Carlo* è una tecnica numerica utilizzata per stimare la probabilità di fallimento P_f di un sistema strutturale, specialmente quando la funzione dello stato limite è complessa o non lineare. Il problema centrale della robustezza strutturale è calcolare l'integrale multidimensionale:

$$P_f = \int_{\Omega} \mathbb{I}[Z(\bar{X}) \leq 0] f(\bar{X}) d\bar{X} \quad (\text{Equazione 2.27})^2$$

dove:

- $\bar{X}$ è il vettore delle variabili aleatorie (carichi, resistenze, geometrie).

² Forma condensata dell'equazione (2.26)

- $f(\bar{X})$ è la funzione di densità di probabilità congiunta J-PDF.
- $Z(\bar{X})$ è la funzione dello stato limite.
- $\mathbb{I}$ è la funzione indicatrice (vale 1 se la condizione è vera, 0 se non lo è).

Lo stimatore di Monte Carlo approssima questo integrale attraverso la media aritmetica di n simulazioni indipendenti:

$$P_f(n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbb{I}[Z(\bar{X}_k) \leq 0] \quad (\text{Equazione 2.28})$$

dove ogni $\bar{X}_k$ è un campione estratto casualmente dalla distribuzione $f(\bar{X})$. Secondo la *legge dei grandi numeri*, lo stimatore converge al valore reale per $n \rightarrow \infty$ e, per il *teorema del limite centrale*, l'errore di stima viene definito come:

$$\sqrt{n}(P_f(n) - P_f) \xrightarrow{\mathcal{L}} N(0, P_f(1 - P_f)) \quad (\text{Equazione 2.29})$$

La procedura prevede il campionamento di un vettore di variabili casuali per valutare sistematicamente la funzione di stato limite. La probabilità di fallimento viene quindi calcolata semplicemente come il rapporto tra il numero di casi in cui si verifica un guasto e il totale dei tentativi effettuati.

Il principale vantaggio è che il tasso di convergenza, proporzionale a $1/\sqrt{n}$, dipende strettamente dal numero di campioni e non dalla dimensione del problema. Tuttavia, per tale ragione, questo metodo presenta anche forti limiti applicativi: quando la probabilità di fallimento è molto bassa, il numero di simulazioni necessarie diventa talmente elevato da rendere il processo, per la maggior parte dei problemi pratici, insostenibile a livello computazionale.

Per superare queste criticità, sono stati sviluppati metodi di simulazione avanzati che puntano a migliorare l'efficienza riducendo la varianza della stima senza richiedere un numero eccessivo di campioni.

2.5.6 Latin Hypercube Sampling (LHS)

Il *Latin Hypercube Sampling* è una tecnica di riduzione della varianza introdotta per migliorare l'efficienza del campionamento casuale semplice, garantendo una copertura più uniforme dello spazio probabilistico. A differenza del Metodo di Monte Carlo grezzo, dove i punti sono scelti in modo puramente casuale (col rischio di avere zone non campionate), l'LHS suddivide la distribuzione di ogni variabile in intervalli equiprobabili e, per tale ragione, è considerato una forma di campionamento stratificato.

Il range di ogni variabile aleatoria X_j viene diviso in n intervalli, ognuno con probabilità $1/n$, e si seleziona un valore casuale all'interno di ciascuno degli n intervalli per ogni variabile. I

valori selezionati per le diverse variabili vengono accoppiati casualmente per formare gli n vettori di input (ipercubo). Dividendo lo spazio in M strati non sovrapposti, la probabilità di fallimento può essere scritta come la somma pesata delle probabilità in ogni strato:

$$P_f = \sum_{m \in M} \lambda_m P_m \quad (\text{Equazione 2.30})$$

in cui:

- P_m è definita come la media dello strato, ossia la probabilità condizionata che il sistema fallisca.
- λ_m è la probabilità che le variabili cadano in quello strato m (nell'LHS classico equivale a $1/n$ per n campioni)

Per l'LHS lo stimatore riduce la varianza assicurando che ogni parte della distribuzione marginale sia rappresentata esattamente una volta. Tale varianza del campionamento stratificato può essere definita come segue:

$$\text{Var}(P_f^{(ss)}(n)) = \sum_{m \in M} \frac{(\lambda_m \sigma_m)^2}{n_m} \quad (\text{Equazione 2.31})$$

La varianza dell'LHS è sempre minore o uguale a quella del Metodo Monte Carlo grezzo perché elimina la varianza tra gli strati, mantenendo solo quella all'interno.

Rispetto al classico Metodo di Monte Carlo, l'LHS richiede meno campioni per lo stesso livello di precisione e fornisce stime molto più stabili delle medie e delle varianze delle risposte strutturali, poiché evita zone vuote nello spazio delle variabili di input. Per tale ragione questo metodo è preferibile nelle applicazioni in cui l'onere computazionale è eccessivamente elevato.

2.5.7 Soluzione esatta per due variabili casuali

Nel caso in cui le variabili casuali E ed R presentino distribuzioni arbitrarie, la probabilità di fallimento P_f può essere determinata analiticamente attraverso un integrale di probabilità. Assumendo che E e R siano stocasticamente indipendenti, il calcolo si basa sulla probabilità dell'occorrenza simultanea di due eventi A e B :

- L'evento A rappresenta l'effetto delle azioni E all'interno dell'intervallo infinitesimo $[x, x + dx]$. La sua probabilità è definita dalla funzione di densità:

$$P(A) = P(x < E < x + dx) = \varphi_E(x) dx \quad (\text{Equazione 2.32})$$

- L'evento B, indica che la resistenza R è inferiore al valore sollecitante, dunque $R < x$, condizione che identifica l'insuccesso e assume significato nell'intervallo $[-\infty, x]$. La probabilità è data dalla funzione di ripartizione:

$$P(B) = P(R < x) = \Phi_R(x) \quad (\text{Equazione 2.33})$$

L'incremento differenziale della probabilità di fallimento dP_f , relativo alla singola realizzazione di E in $[x, x + dx]$, è pari alla probabilità dell'intersezione dei due eventi $A \cap B$. Applicando il principio di moltiplicazione per variabili indipendenti, si ottiene:

$$dP_f = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = P(x < E < x + dx) \cdot P(R < x) = \Phi_R(x) \cdot \varphi_E(x) \quad (\text{Equazione 2.34})$$

Integrando tale espressione su tutto il dominio di esistenza delle variabili, generalmente $[-\infty, +\infty]$, si ricava la formula generale per la probabilità di fallimento:

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_R(x) \varphi_E(x) dx \quad (\text{Equazione 2.35})$$

Poiché nella maggior parte delle applicazioni ingegneristiche questo integrale non ammette una soluzione in forma chiusa, la sua valutazione avviene solitamente tramite metodi di integrazione numerica o tecniche di simulazione stocastica come il metodo *Monte Carlo* sopracitato (vedi §2.5.5).

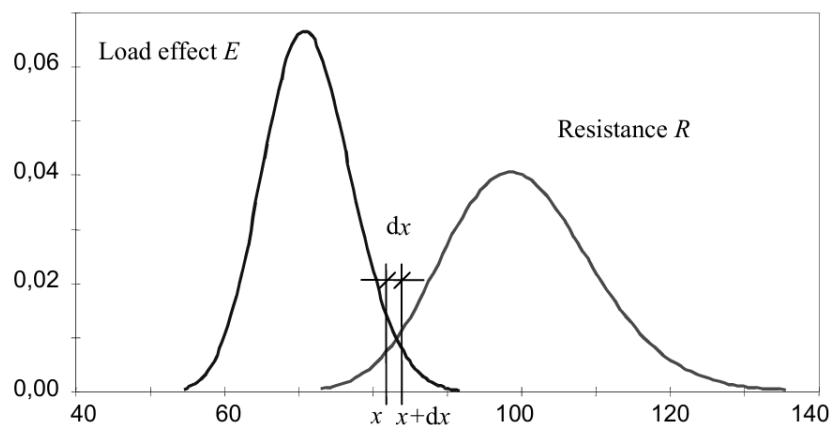


Figura 9: Funzioni di densità di probabilità dell'azione E e della resistenza R come variabili casuali e rappresentazione dell'intervallo $[x, x + dx]$
(Implementation of Eurocodes, handbook 2 – Reliability backgrounds)

Definito il quadro teorico dell'affidabilità e della robustezza strutturale, si rende necessario validare lo strumento di calcolo scelto affinché i risultati numerici siano rappresentativi della realtà fisica del collasso progressivo. Il Capitolo seguente espone tale processo di validazione.

Capitolo 3: Descrizione del caso studio

3.1 Introduzione

Il presente Capitolo illustra le caratteristiche geometriche e meccaniche del caso studio analizzato. La struttura in esame è un edificio multipiano con telaio in calcestruzzo armato, descritto e adottato da E. Miceli (2024) [11] per finalità di ricerca sulla robustezza strutturale. Sebbene l'edificio sia una struttura ipotetica, i criteri di dimensionamento e i dettagli costruttivi seguono rigorosamente le normative vigenti, al fine di rappresentare fedelmente il comportamento di un organismo strutturale reale soggetto a scenari di danno locale improvviso.

3.2 Descrizione geometrica del caso studio

L'edificio oggetto di studio presenta una configurazione regolare sia planimetrica che altimetrica, scelta dettata dalla necessità di isolare i fenomeni di ridistribuzione dei carichi senza l'influenza di irregolarità macroscopiche.

La struttura si sviluppa su cinque impalcati fuori terra, con un'altezza interpiano costante pari a 3 m. A livello planimetrico, la maglia strutturale è simmetrica, composta da 4 campate di luce pari a 5 m in entrambe le direzioni, longitudinale e trasversale (Figura 10).

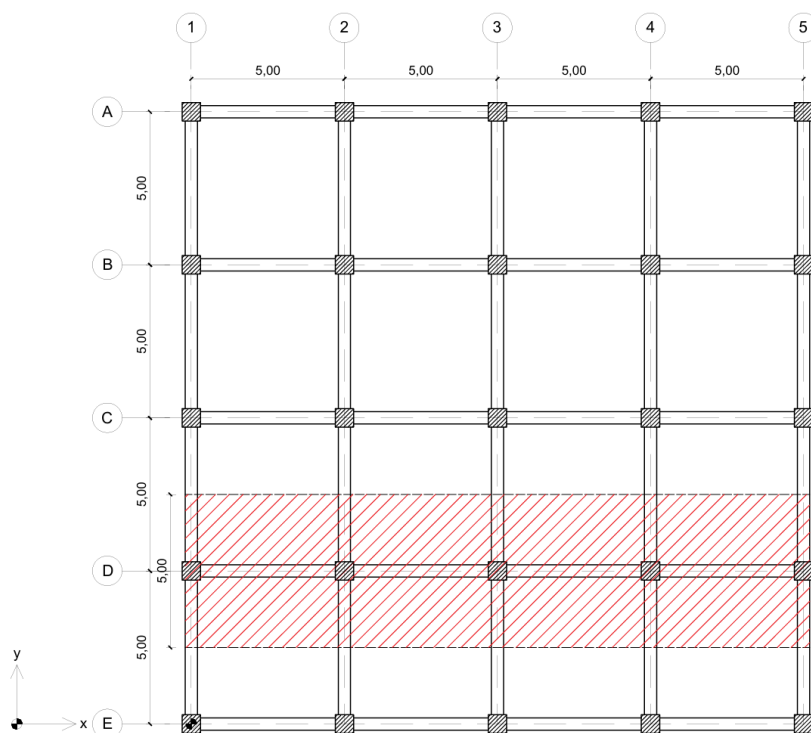


Figura 10: Planimetria strutturale dell'edificio con focus sul telaio analizzato (quote espresse in metri)

Si specifica che tutte le dimensioni riportate, sia per le luci orizzontali che per le altezze interpiano, sono calcolate con riferimento alle linee medie degli elementi strutturali, rappresentando quindi gli interassi effettivi tra i baricentri di travi e pilastri.

Ai fini dell'analisi non-lineare della presente tesi, è stato estratto un telaio bidimensionale interno (Figura 11), ritenuto rappresentativo della risposta globale dell'edificio in termini di robustezza a seguito della rimozione di un elemento strutturale al piano terra.

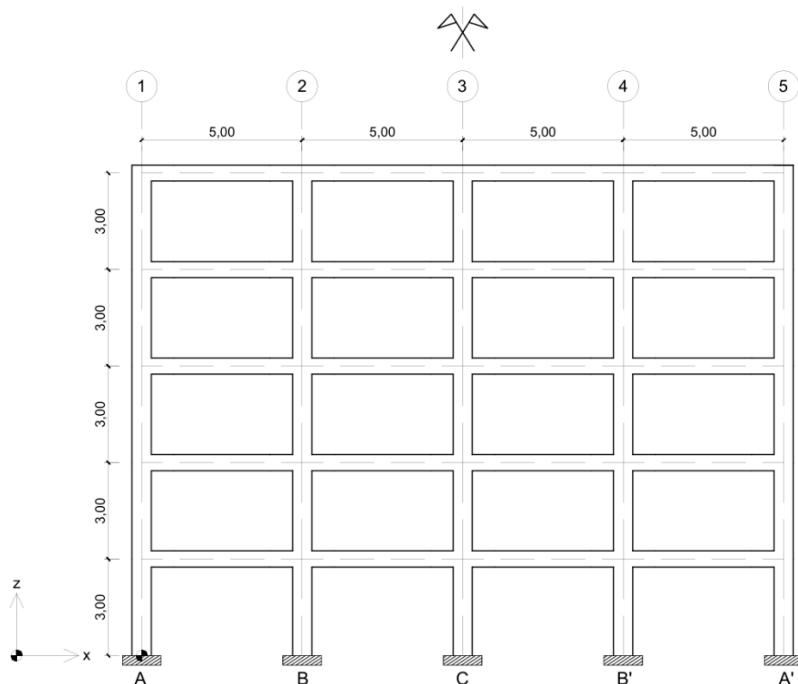


Figura 11: Sezione strutturale dell'edificio iniziale (quote espresse in metri)

3.3 Criteri di progettazione delle sezioni

La progettazione strutturale è stata condotta assumendo l'ubicazione dell'edificio in un'area ad alta sismicità (L'Aquila, Italia), seguendo le prescrizioni delle Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC2018) [5] e degli Eurocodici (EC2 [15] ed EC8 [16]).

3.3.1 Proprietà dei materiali e Fattore di Comportamento

I materiali adottati nella struttura riflettono le specifiche di progetto per edifici in *Classe di Duttività Alta* (CD "A"):

- Calcestruzzo: Classe C25/30 ($f_{ck} = 25 \text{ MPa}$)
- Acciaio: Barre ad aderenza migliorata tipo B450C ($f_{yk} = 450 \text{ MPa}$).

Per la realizzazione dello spettro di progetto della struttura è stato necessario calcolare il valore del *Fattore di Comportamento* q , un parametro che tiene conto della capacità della struttura di dissipare energia attraverso deformazioni plastiche senza collassare. Esso consente di ridurre le forze sismiche da considerare nel progetto rispetto a quelle che verrebbero calcolate assumendo un comportamento elastico lineare. Il fattore di comportamento influisce direttamente sulla costruzione dello spettro di progetto, il quale viene ricavato dallo spettro elastico mediante la divisione per tale fattore q , riducendo le accelerazioni di progetto in funzione della capacità dissipativa della struttura.

Il fattore di comportamento è determinato mediante la seguente equazione:

$$q = q_0 \cdot (\alpha_u/\alpha_1) \cdot K_r \quad \text{(Equazione 3.1)}$$

dove:

- q_0 è il *Fattore di Duttilità*, ossia è il valore base del fattore di comportamento allo SLV che, per le strutture in cemento armato ad alta duttilità, è pari a 4,5 (tabella 7.3.11 delle NTC2018 [5]).
- α_u/α_1 è il *Fattore di Sovraresistenza*, che corrisponde a un valore di 1,3 nel caso di strutture a telaio con più piani e più campate (estratto dal §7.4.3.2 delle NTC2018 [5]).
- K_r è il *Fattore di Regolarità in Altezza*, che dipende dalle caratteristiche di regolarità almetriche della struttura, con valore pari a 1,0 per costruzioni regolari in altezza (estratto dal §7.3.1 delle NTC 2018 [5]).

Per i valori determinati per la struttura in esame si ottiene che il valore del fattore di comportamento è pari a:

$$q = 4,5 \cdot 1,3 \cdot 1,0 = 5,85$$

3.3.2 Stati Limite Ultimo e di Esercizio

Quando si progetta per il sisma, le Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC2018 [5]) suddividono SLU e SLE in base all'intensità del terremoto e al livello di danno accettabile. Nell'ambito di Stato Limite di Esercizio si vuole che l'edificio rimanga intatto (o quasi) dopo il sisma, mentre in ambito di Stato Limite Ultimo si accetta che l'edificio si danneggi seriamente, purché non si perdano delle vite. Per cui, gli Stati Limite Ultimo e di Esercizio sono fondamentali nella progettazione strutturale per garantire che gli edifici siano sicuri e funzionali durante la loro vita utile, anche in presenza di eventi eccezionali. Si distinguono:

- *Stato Limite di Operatività (SLO)*: Questo stato limite riguarda la funzionalità e l'operatività della struttura durante la sua vita di servizio. L'obiettivo è assicurare che la struttura mantenga la sua capacità di servizio sotto le normali condizioni di carico, senza subire danni o deformazioni che ne pregiudicherebbero l'uso.

- *Stato Limite di Danno (SLD)*: Questo stato limite si riferisce ai danni tollerabili che la struttura può subire senza compromettere significativamente la sicurezza o la funzionalità. Si considerano le deformazioni e le fessurazioni accettabili sotto carichi accidentali come sismi di modesta entità.
- *Stato Limite di Salvaguardia della Vita (SLV)*: In questo caso, l'obiettivo è garantire la sicurezza degli occupanti della struttura durante eventi eccezionali come terremoti di elevata intensità. La struttura può subire danni significativi, ma deve rimanere in piedi e non collassare, permettendo l'evacuazione sicura.
- *Stato Limite di Collasso (SLC)*: Questo stato limite è il più severo e riguarda la prevenzione del collasso strutturale sotto carichi estremi, come terremoti molto forti o altri eventi catastrofici. La struttura deve mantenere un margine di sicurezza contro il collasso, anche se subisce danni molto gravi.

3.3.3 Determinazione dello Spettro di Progetto

Lo Spettro di Progetto è definito come la rappresentazione della risposta massima della struttura a una sollecitazione sismica in funzione del proprio periodo di vibrazione (§3.2.3 delle NTC2018 [5]**Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**). Per la definizione dello Spettro di Progetto della struttura in esame è necessario conoscere:

- la *Posizione del sito*.
- il *Periodo di Riferimento di progetto*: $V_R = 50$ anni.
- Il *Tipo di terreno*: tipo B "Depositi di sabbia molto densa, ghiaia o argilla molto rigida, di spessore minimo di diverse decine di metri, caratterizzati da un aumento graduale delle proprietà meccaniche con la profondità".
- La *Classe Topografica*: classe T3 "Ubicazione dell'intervento sulla cima di un rilievo con pendenza media minore o uguale al 30°".
- Il *Coefficiente di smorzamento viscoso*: $\zeta = 5\%$.

Una volta ricavati tutti i parametri, applicando il Fattore di Comportamento calcolato precedentemente, è possibile generare lo Spettro di Progetto allo Stato Limite di Salvaguardia della Vita (SLV) (Figura 12).

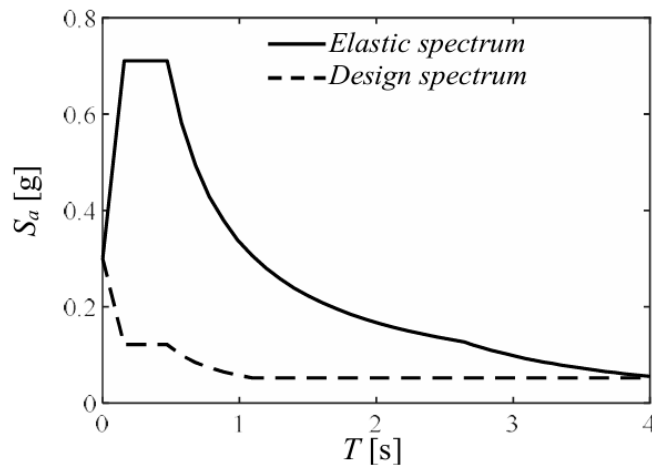


Figura 12: Rappresentazione dello Spettro Elastico e dello Spettro di Progetto allo SLV (E. Miceli, 2024).

In linea con le prescrizioni delle Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC2018 [5]), le accelerazioni di picco al suolo considerate (PGA) sono pari a 0.104g per lo Stato Limite di Operatività (SLO) e a 0.261g per lo Stato Limite di Salvaguardia della Vita (SLV).

3.3.4 Dimensionamento degli elementi strutturali

Le scelte progettuali di seguito sintetizzate sono il risultato delle combinazioni tra SLE e SLU, condotte in accordo con i principi della *Gerarchia delle Resistenze* (o *Capacity Design*), al fine di garantire un comportamento duttile e prevenire meccanismi di collasso fragili e locali. Le sezioni trasversali, quindi, sono state ottimizzate non solo per i carichi gravitazionali e sismici, ma anche per favorire un comportamento più duttile e l'attivazione di meccanismi resistenti come l'effetto a catenaria.

Nello specifico, si è giunti alle seguenti configurazioni:

- *Pilastri*: sezioni quadrate da 60 x 60 cm², con barre d'armatura longitudinale $\phi 20$. La scelta di una sezione robusta è volta a garantire la stabilità globale e la Gerarchia delle Resistenze.
- *Travi*: sezioni rettangolari da 40 x 50 cm², con barre d'armatura longitudinale $\phi 18$. Il rapporto altezza/larghezza è stato scelto per massimizzare la rigidezza flessionale e la duttilità in fase post-picco, facilitando la transizione verso il regime di grandi spostamenti.
- *Copriferro*: Il valore del copriferro è stato fissato a 35 mm per tutti gli elementi, garantendo la protezione delle armature coerentemente con una classe di esposizione XC2 e una classe strutturale S2.

Tabella 3: Dettagli delle armature della struttura analizzata

Elemento	Piano [-]	Dimensioni [mm ²]	Armature Longitudinali ³ [mm]	Armature Trasversali [mm]	Sezione
Pilastrì	1°/5°	600x600	$4\phi_s20 + 2\phi_{ps}20 + \phi_{pi}20 + 4\phi_i20$	4-leg $\phi8/100$	1
Travi	1° 2° 3°	400x500	$5\phi_s18 + 3\phi_i18$ (D)	2-leg $\phi8/100$	3
			$2\phi_s18 + 3\phi_i18$ (ND)	2-leg $\phi8/150$	2
	4° 5°	400x500	$4\phi_s18 + 3\phi_i18$ (D)	2-leg $\phi8/100$	4
			$2\phi_s18 + 3\phi_i18$ (ND)	2-leg $\phi8/150$	2
Nodi	1°/5°	-	-	4-leg $\phi8/50$	-

3.3.5 Classificazione delle sezioni

La progettazione delle sezioni degli elementi strutturali ha previsto un approccio differenziato tra elementi verticali e orizzontali, volto a bilanciare la regolarità strutturale con l'ottimizzazione delle prestazioni locali.

Tutti i pilastri dell'edificio, per l'intera altezza dei cinque impalcati, presentano una sezione trasversale uniforme (*sezione 1*) e un'armatura longitudinale e trasversale costante. Questa scelta è finalizzata a garantire una elevata rigidezza torsionale e a semplificare la regolarità della struttura.

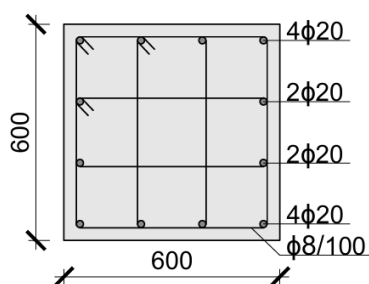


Figura 13: Sezione trasversale tipo dei pilastri con dettaglio dell'armatura longitudinale e trasversale – sezione 1 (quote espresse in mm)

Mentre i pilastri mantengono un'armatura uniforme, le travi, pur conservando una sezione costante, presentano una distribuzione differenziata dei dettagli d'armatura sia in senso longitudinale che altimetrico (*sezioni 2, 3 e 4*). In accordo con i principi del *Capacity Design*,

³ La sigla 'D' indica la quantità di armature longitudinali in Zona Dissipativa mentre la sigla 'ND' indica la quantità di armature longitudinali in Zona Non Dissipativa. I simboli ϕ_s e ϕ_i indicano rispettivamente l'armatura del corrente superiore e l'armatura del corrente inferiore della sezione. I simboli ϕ_{ps} e ϕ_{pi} indicano rispettivamente l'armatura di parete superiore e l'armatura di parete inferiore della sezione.

sono state identificate delle *regioni dissipative* alle estremità di ogni trave, estese per una lunghezza 1 m dalle facce dei pilastri.

Il dettaglio delle armature delle travi riflette la distinzione tra regioni dissipative e non dissipative, manifestandosi attraverso variazioni sia nel quantitativo di armatura longitudinale che nella configurazione di quella trasversale. In particolare, per quest'ultima è stato adottato un interasse differenziato, caratterizzato da un passo più serrato di 10 cm nelle zone dissipative e un interasse di 15 cm in quelle non dissipative (Figura 14).

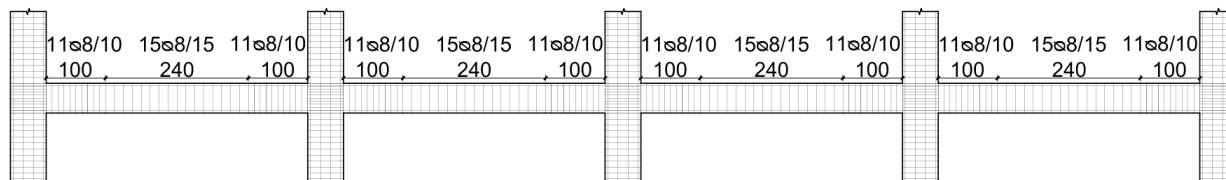


Figura 14: Rappresentazione dell'armatura trasversale all'interno degli elementi strutturali (quote espresse in cm)

In queste zone, caratterizzate da una maggiore densità di armatura trasversale, è prevista la localizzazione delle deformazioni anelastiche e la conseguente formazione di cerniere plastiche. Altimetricamente, la dotazione di armatura longitudinale viene ulteriormente modulata in funzione della quota dell'impalcato, rispondendo alla naturale variazione delle sollecitazioni.

Infine, le zone relative ai nodi strutturali sono caratterizzate da un infittimento dell'armatura trasversale, passando un passo delle staffe di 10 cm a uno di 5 cm.

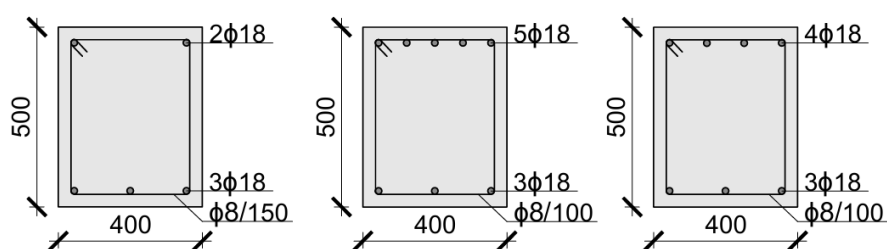


Figura 15: Sezioni trasversali tipo delle travi con dettaglio dell'armatura longitudinale e trasversale – sezioni 2, 3 e 4 (quote espresse in mm).

3.4 Descrizione dei materiali utilizzati

Per la valutazione della risposta strutturale in scenari di danno accidentale, sono state inizialmente assunte proprietà dei materiali basate sui valori medi delle resistenze, coerentemente con i dati riportati da E. Miceli (2024) [11]. Tale scelta è motivata dalla

necessità di rappresentare il comportamento fisico più probabile dell'organismo strutturale, superando l'approccio cautelativo tipico della progettazione ordinaria agli Stati Limite.

Partendo da tali valori medi, l'analisi è stata successivamente estesa attraverso un campionamento su cento simulazioni, volto a investigare la variabilità statistica della risposta e la robustezza del sistema; i dettagli di tale procedura stocastica e i relativi risultati verranno approfonditi e discussi nei prossimi capitoli.

3.4.1 Caratteristiche del calcestruzzo

Per tutti gli elementi strutturali è stato previsto l'impiego di un calcestruzzo a prestazione garantita di classe C25/30, con *resistenza caratteristica cilindrica a compressione* di circa 25 MPa e una *resistenza caratteristica cubica a compressione* di circa 30 MPa. Ai fini dell'analisi non lineare, sono state assunte una *resistenza media a compressione cilindrica* pari a 31.87 MPa e una *massa volumica* di 2500 kg/m³, riferita al valore della densità del calcestruzzo armato.

3.4.2 Caratteristiche dell'acciaio d'armatura

In linea con l'impiego di valori medi, per le armature longitudinali e trasversali è stato adottato acciaio tipo B450C che, per le simulazioni dinamiche, fa riferimento a una *tensione di snervamento media* pari a 488.57 MPa, superiore al valore caratteristico nominale di 450 MPa, per riflettere le reali proprietà delle barre da carpenteria. La classe di duttilità C indica una duttilità alta, fondamentale per permettere le ampie rotazioni delle cerniere plastiche nelle travi superstiti dopo la rimozione del pilastro. Il valore del *Modulo Elastico* è stato assunto pari a 210 GPa, coerentemente con i test sperimentali su barre B450C, mentre *tensione ultima di snervamento* e *deformazione ultima di rottura* sono state assunte rispettivamente pari a 589.766 Mpa e 14%.

Tabella 4: Caratteristiche dei materiali utilizzati

Materiale	Grandezza	Valore	Unità di misura
Calcestruzzo C25/30	f_{cm}	31.87	MPa
	ϵ_{c0}	0.002	-
	ρ	2500	Kg/m ³
Acciaio B450C	f_y	488.57	MPa
	f_u	589.766	MPa
	E_s	210000	MPa
	ϵ_{su}	0.14	-

Capitolo 4: Modellazione e analisi numerica su OpenSees

4.1 Introduzione

La modellazione della struttura è stata eseguita mediante il software OpenSees (*Open System for Earthquake Engineering Simulation*), un codice di calcolo sviluppato presso l'Università della California, Berkeley, specificamente concepito per l'analisi sismica non lineare delle costruzioni. OpenSees costituisce un framework software per la realizzazione di applicazioni agli elementi finiti, sia sequenziali sia parallele, nell'ambito dell'ingegneria sismica.

Il programma è scritto principalmente in linguaggio C++, secondo un paradigma di programmazione orientata agli oggetti, e mette inoltre a disposizione wrapper C++ che consentono l'utilizzo di procedure sia legacy sia di nuova generazione (quali elementi, materiali e routine numeriche) sviluppate in altri linguaggi della famiglia C.

Una caratteristica peculiare del software risiede nel fatto che la definizione del modello avviene esclusivamente tramite file di testo, essendo privo di interfaccia grafica. OpenSees supporta elementi monodimensionali, bidimensionali e tridimensionali, sia elastici sia non lineari, e genera come output un insieme di parametri monitorati durante l'analisi attraverso specifici *recorder*. Il programma è Open Source, dunque liberamente accessibile e modificabile: gli utenti possono sviluppare e integrare nuovi modelli e librerie. Esso include inoltre un'ampia collezione di materiali e modelli meccanici avanzati già implementati.

Per la modellazione è stato utilizzato il linguaggio TCL (*Tool Command Language*), un linguaggio di scripting ad alto livello, interpretato e multipiattaforma, sviluppato da John Ousterhout. Poiché, come già evidenziato, OpenSees non dispone di un'interfaccia grafica, ogni elemento è stato definito e descritto tramite file di testo, seguendo una struttura logica prestabilita.

Il software non consente l'impostazione diretta del sistema di unità di misura; pertanto, tutte le grandezze sono state introdotte mantenendo coerenza con un sistema di unità scelto preliminarmente, riportato nella Tabella [5].

Tabella 5: Unità di misura di riferimento del modello

Grandezza	Unità di misura
Massa	kg
Lunghezza	m
Tempo	s
Forza	N
Momento	N/m
Sforzo	N/m ² [Pa]

4.2 Plasticità concentrata e plasticità diffusa

Nel comportamento non lineare delle strutture, la plasticità descrive la capacità del materiale di sviluppare deformazioni permanenti una volta superato il limite elastico. Dal punto di vista della modellazione numerica, la plasticità può essere rappresentata secondo due approcci concettualmente diversi: plasticità concentrata e plasticità diffusa.

La *plasticità concentrata* si basa sull'ipotesi che le deformazioni plastiche si localizzino in regioni molto ristrette, generalmente in corrispondenza delle sezioni critiche come nodi trave-pilastro, estremità o zone di massimo momento flettente. Tali regioni sono modellate come cerniere plastiche, mentre il resto dell'elemento rimane elastico.

La *plasticità diffusa* assume che, una volta superato il limite elastico, le deformazioni plastiche si estendano progressivamente lungo una lunghezza finita dell'elemento, detta zona plastica. Questa rappresentazione è più aderente al reale comportamento di travi e pilastri. Dal punto di vista della modellazione numerica, il materiale è non lineare a livello di sezione dove quest'ultime vengono discretizzate in *fibre*. La risposta è calcolata in più punti di integrazione distribuiti lungo l'elemento (metodo di integrazione di Gauss).

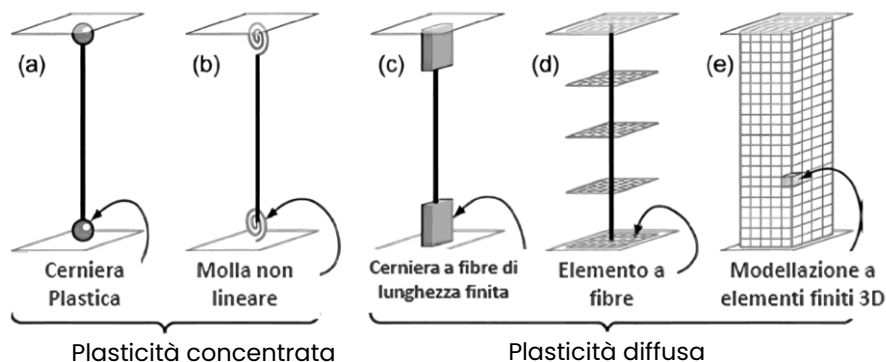


Figura 16: Rappresentazione e confronto di elementi a plasticità concentrata e a plasticità diffusa (F. Di Trapani, 2017)

4.3 Modellazione degli elementi a fibre

L'adozione di un modello a plasticità diffusa risulta più coerente con la realtà fisica del problema, in quanto consente di cogliere la distribuzione delle deformazioni plastiche lungo l'elemento, in accordo con la formulazione agli elementi finiti utilizzata. Per tale ragione la modellazione mediante plasticità diffusa è stata privilegiata rispetto a una modellazione a plasticità concentrata.

I principi su cui si basa la costruzione del modello numerico del telaio con elementi a plasticità diffusa si fondano sulla non linearità geometrica dei materiali: il modello adottato prevede un insieme articolato di materiali non lineari, per ciascuno dei quali sono state definite specifiche grandezze di riferimento legate alle relative proprietà meccaniche. Nel software ogni elemento strutturale è suddiviso in sezioni trasversali di controllo, che a loro volta sono discretizzate in fibre, alle quali vengono assegnati direttamente i legami costitutivi. Questo consente di assegnare a ogni fibra dei materiali che non presentano un comportamento puramente elastico, permettendo, di conseguenza, un'analisi di tipo non lineare. Per ogni sezione trasversale di un elemento strutturale è necessario effettuare una distinzione tra le fibre in calcestruzzo e le fibre d'armatura. In particolare, presenta una suddivisione in tre tipologie di fibre differenti: fibre di calcestruzzo non confinato, fibre di calcestruzzo confinato e fibre delle armature in acciaio.

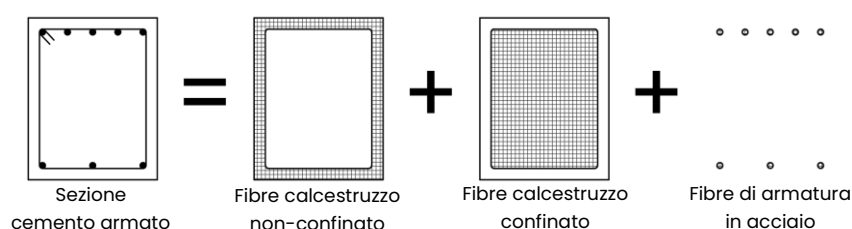


Figura 17: Rappresentazione schematica degli elementi a fibre che compongono una sezione

Il calcestruzzo non confinato costituisce quella parte di calcestruzzo che corrisponde al copriferro, la *cover*, mentre il calcestruzzo confinato rappresenta quella parte del materiale che si trova all'interno dell'armatura trasversale delle staffe, il *core*. A differenza del calcestruzzo non confinato, le cui proprietà risultano inalterate in ogni suo punto, le proprietà meccaniche del core risultano influenzate dal confinamento esercitato dall'armatura trasversale: in funzione del passo delle staffe, tali proprietà possono essere variate in misura più o meno significativa.

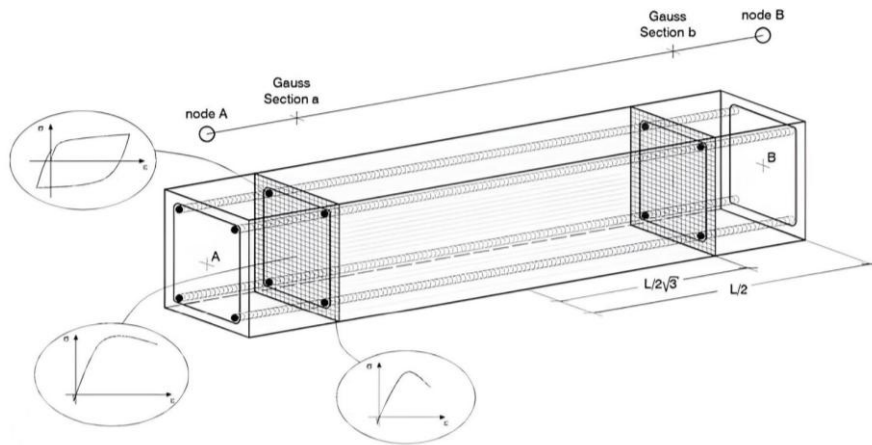


Figura 18: Rappresentazione di un elemento modellato a fibre (F. Di Trapani, 2017)

4.4 Displacement-based e Force-based approach

4.4.1 Displacement-based approach

L'approccio *displacement-based* segue la formulazione classica del metodo degli elementi finiti, in cui le deformazioni di sezione vengono ricavate a partire da un campo di spostamenti approssimato, utilizzando il PVD per definire le equazioni di equilibrio dell'elemento. Al fine di rappresentare il comportamento non lineare, si assume una deformazione assiale costante e una distribuzione lineare della curvatura lungo la lunghezza dell'elemento, ipotesi che risultano esatte unicamente nel caso di elementi elastici lineari prismatici. Per descrivere in modo più accurato distribuzioni di deformazione di ordine superiore, si rende pertanto necessario un adeguato raffinamento della mesh.

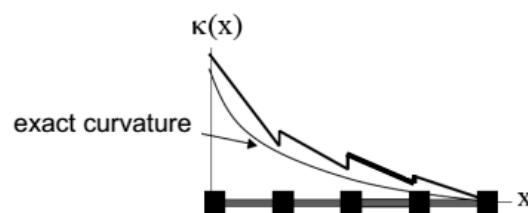


Figura 19: Confronto tra l'andamento reale della curva e l'approssimazione numerica secondo il *displacement-based approach* (F. Di Trapani, 2017)

4.4.2 Force-based approach

L'approccio *force-based* si fonda sulla disponibilità di una soluzione di equilibrio esatta all'interno del sistema di riferimento di un elemento trave-colonna. In tale formulazione, l'equilibrio tra le forze dell'elemento e quelle di sezione è soddisfatto in modo rigoroso, anche nel campo della non linearità costitutiva. Le forze di sezione sono ricavate a partire dalle forze di base dell'elemento mediante un'opportuna interpolazione lungo la sua lunghezza.

Tale interpolazione, derivata dalle condizioni di equilibrio statico, restituisce una distribuzione costante dello sforzo normale e una distribuzione lineare del momento flettente in assenza di carichi distribuiti sull'elemento. La compatibilità delle deformazioni tra le sezioni e l'elemento è infine garantita mediante l'applicazione del PVF.

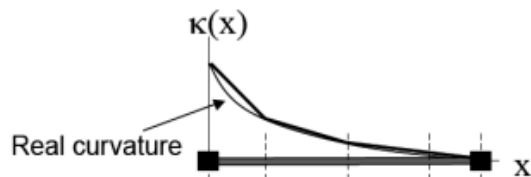
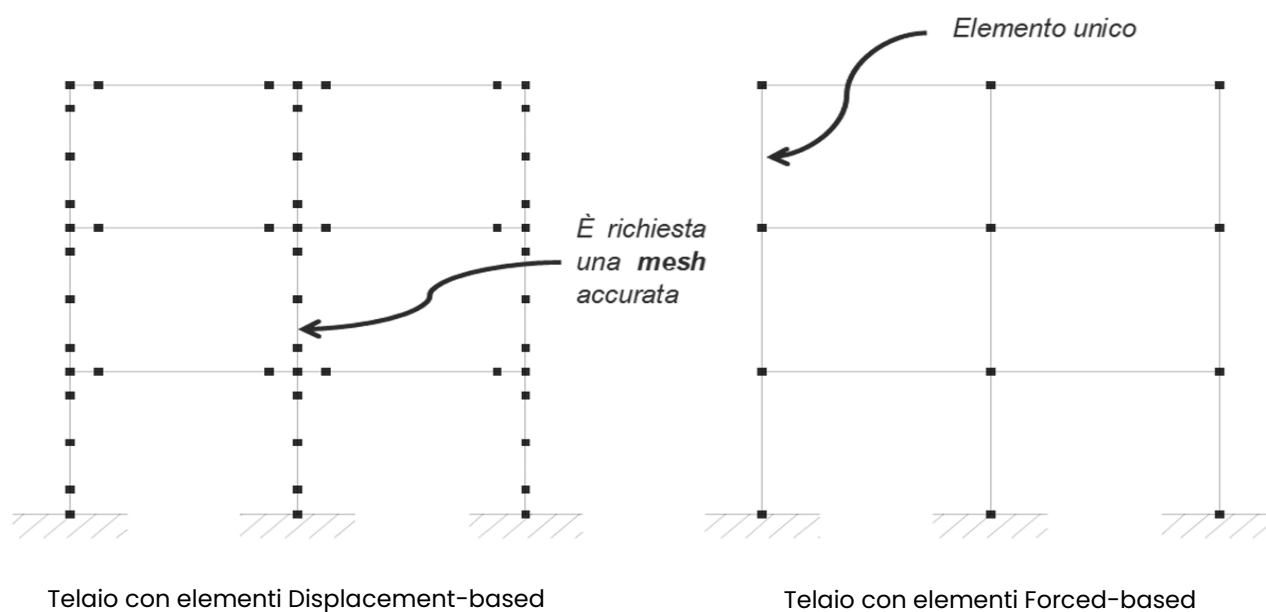


Figura 20: Confronto tra l'andamento reale della curva e l'approssimazione numerica secondo il force-based approach (F. Di Trapani, 2017)

Nel metodo displacement-based, poiché le deformazioni e le tensioni vengono ricavate dagli spostamenti nodali, è necessario un raffinamento della mesh per rappresentare correttamente curvature elevate, distribuzioni non lineari di deformazione e zone di plasticità, garantendo così una valutazione accurata della risposta interna della struttura. Nella presente tesi si è scelto di adottare questo approccio, in quanto consente una formulazione più accurata e coerente con le procedure standard del metodo agli elementi finiti. Di conseguenza, gli elementi strutturali del modello sono stati suddivisi in più porzioni: le travi sono state discretizzate in quattro segmenti, con i nodi posizionati in mezzzeria e nei punti di transizione tra zona dissipativa e zona non dissipativa, mentre i pilastri sono stati suddivisi in tre segmenti, con nodi disposti in corrispondenza di ogni terzo della lunghezza del pilastro.



Telaio con elementi Displacement-based

Telaio con elementi Forced-based

Figura 21: Confronto tra l'accuratezza della mesh secondo i due approcci (F. Di Trapani, 2017)

4.5 Validazione del modello

Dopo aver delineato il quadro teorico della robustezza e dell'affidabilità (Capitoli 1 e 2), emerge la necessità di uno strumento numerico capace di simulare i complessi meccanismi post-critici della struttura. Prima di procedere alla modellazione della struttura oggetto di studio, è stata condotta una fase di validazione preliminare attraverso un modello più semplice. L'obiettivo di questa attività è duplice: da un lato è stata verificata la capacità del software OpenSees di cogliere i fenomeni non lineari legati al collasso progressivo; dall'altro, sono stati calibrati i parametri meccanici e geometrici necessari per simulare correttamente i meccanismi che si innescano dopo la rimozione di un elemento strutturale, permettendo la comparazione con prove sperimentali e risultati reali.

Per la validazione è stato scelto di riprodurre l'analisi numerica dello studio sperimentale condotto da Zhao et al. (2022) [17], *"Experimental and numerical investigation of dynamic progressive collapse of reinforced concrete beam-column assemblies under a middle-column removal scenario"* che rappresenta un'indagine sperimentale e numerica del collasso progressivo dinamico degli assemblaggi di travi in cemento armato e colonne in uno scenario di rimozione della colonna centrale. Questo paper rappresenta un punto di riferimento ideale in quanto analizza nel dettaglio il passaggio tra la fase di Compressive Arch Action (CAA) e quella di Catenary Action (CA), fenomeni importanti nell'ambito della robustezza strutturale (vedi §1.9.1 e §1.9.2).

4.6 Descrizione del caso studio della prova sperimentale

Il test di riferimento utilizzato nella prova sperimentale di Zhao et al. (2022) [17] (provino ST - Statico) consiste in un assemblaggio trave-colonna a due campate dove ciascuna trave, con luce netta di 1900 mm, è incastrata a una trave di confine vincolata a sua volta a un supporto esterno. Il pilastro invece è rappresentato da un elemento verticale vincolato superiormente da un dispositivo a rilascio rapido che andrà a simulare, nelle fasi successive, la rimozione dell'elemento strutturale. La sezione trasversale delle travi è di 85x170 mm, mentre il pilastro centrale ha una sezione di 200x200 mm.

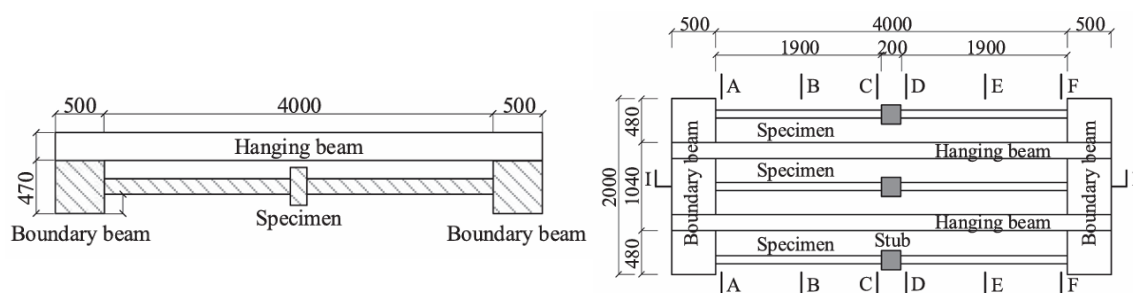


Figura 22: Sezione I-I e planimetria della struttura dell'esperimento di Zhao et al.

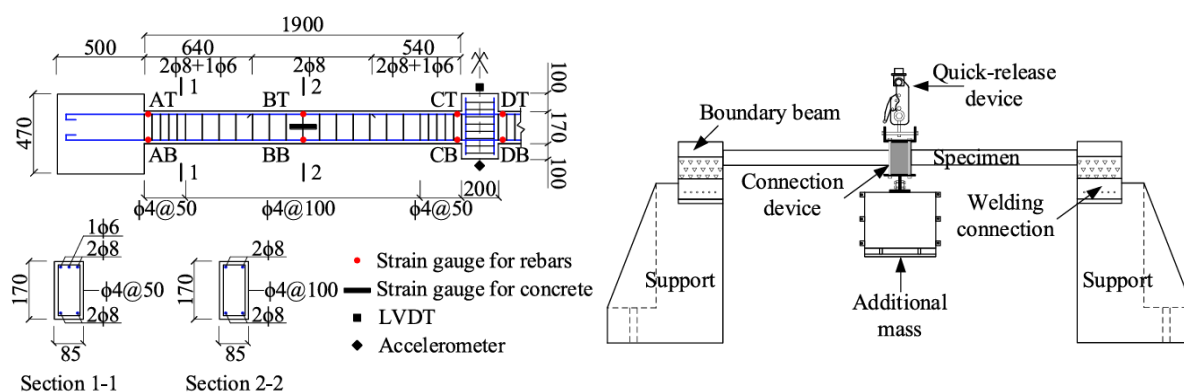


Figura 23: Dettagli d'armatura (quote espresse in mm) degli elementi strutturali e rappresentazione della modalità di esecuzione dei test dinamici

I parametri meccanici dei materiali rilevati nel test e adottati per la simulazione numerica sono i seguenti:

- *Calcestruzzo*: Classe C30, con una resistenza cubica di 35 MPa, e una resistenza cilindrica efficace di circa 28 MPa.
- *Acciaio*: Barre HRB400 di due tipologie: da 8 mm con tensione di snervamento pari a 292 MPa e da 6 mm con tensione di snervamento di 336 MPa.

4.7 Risultati dei test Statici e Dinamici

Il test di Push-down ha mostrato un primo picco di resistenza di 28 kN a uno spostamento di 31 mm. Successivamente, dopo una fase di distacco superficiale del calcestruzzo e degrado, la struttura attiva il meccanismo a catenaria raggiungendo un secondo picco di 35 kN a circa 400 mm, momento in cui si verifica la rottura delle armature tese.

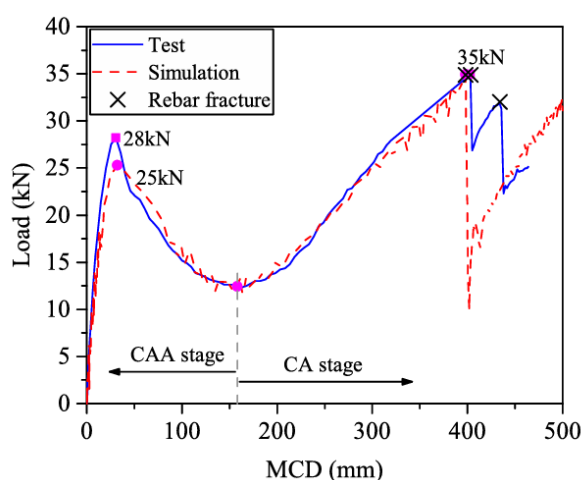


Figura 24: Curva di capacità carico-spostamento (Push Down)

Oltre al test di Push-down, gli autori del paper hanno eseguito 4 test dinamici a caduta libera, applicando delle masse addizionali crescenti (da 1.44 tonnellate fino a 2.86 tonnellate) sul nodo centrale (quindi sul pilastro), tenuto fermo dal supporto temporaneo. Sganciando di colpo il supporto tramite il dispositivo a rilascio rapido, è stata simulata la perdita improvvisa del pilastro in quattro configurazioni di peso differenti (una per ogni massa).

Nel test Statico (ST), che ha permesso di costruire la curva di capacità, le armature si sono spezzate in corrispondenza di 405 mm di spostamento verticale del pilastro. Nel test Dinamico più severo (DT-4), il quale simula il vero e proprio evento dinamico come un'esplosione o un urto, il nodo è sceso fino a 624 mm (1.55 volte di più!) e le barre *non* si sono spezzate. La dinamica, pur essendo più gravosa per le forze in gioco, ritarda la rottura locale dell'acciaio distribuendo meglio le deformazioni.

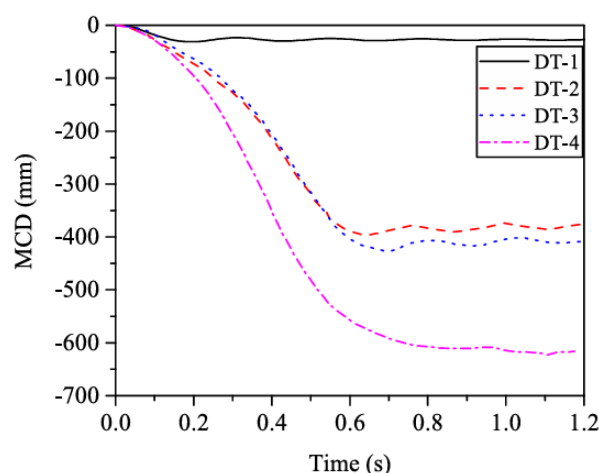


Figura 25: Storia dello spostamento dei test dinamici nel tempo

Gli autori spiegano il motivo del punto precedente introducendo i *Dynamic stress distribution characteristics*. In dinamica succedono tre cose che in statica non si vedono:

1. Danno al calcestruzzo aggravato: Si formano fessure molto più larghe lungo le travi (fino a 58 mm nel test DT-4). Questo "allunga" fisicamente la trave.
2. Sviluppo incompleto dello sforzo assiale: Poiché il collasso è velocissimo, le forze assiali non fanno in tempo a distribuirsi perfettamente come in statica.
3. *Bond-Slip*: C'è uno scorrimento massiccio tra le barre d'acciaio e il calcestruzzo. Questo scorrimento fa sì che la deformazione dell'acciaio non si concentri in un solo punto (che porterebbe a rottura), ma si spalmi su un tratto più lungo.

I materiali, se caricati a velocità estreme, diventano temporaneamente più resistenti: infatti, nel paper, l'acciaio raggiunge una velocità di deformazione (strain rate) di 0.28 / s. Questo effetto fa sì che durante la fase di Catenaria (CA), la resistenza dinamica della struttura sia

superiore a quella statica. Gli autori calcolano che il picco di resistenza equivalente in dinamica arriva a 47 kN, ben il 34% in più rispetto ai 35 kN del test statico.

Nel design contro il collasso progressivo, le normative richiedono di raddoppiare i carichi statici. Gli autori dimostrano, invece, che questo approccio è troppo grossolano, infatti sviluppando una procedura migliorata (IAP - Improved Assessment Procedure) basata sull'energia, si dimostra che il DAF (Dynamic Amplification Factor) varia a seconda della fase: nella fase CAA, il DAF reale è circa 1.52; nella fase CA (verso il collasso), il DAF sale a circa 1.75 e in nessun caso viene raggiunto il 2.0 teorico.

4.8 Parallelismi e divergenze con OpenSees

Mentre nello studio di riferimento (Zhao et al., (2022) [17]) la modellazione numerica è stata affidata a codici di calcolo a elementi finiti 3D espliciti ad altissimo costo computazionale, nel presente lavoro di tesi si è dimostrato come l'adozione di un approccio a macro-elementi a fibre in OpenSees consenta di abbattere drasticamente i tempi di calcolo. Pur non potendo cogliere fenomeni locali tridimensionali come lo scorrimento barra-calcestruzzo descritto dagli autori, il modello in OpenSees si rivela uno strumento ingegneristico estremamente efficace, in grado di tracciare con ottima approssimazione la curva di capacità globale CAA-CA e di gestire le non-linearità geometriche e di materiale necessarie per lo studio del collasso progressivo a livello di intero telaio.

Sebbene il modello numerico implementato in OpenSees sia in grado di cogliere l'andamento fenomenologico globale della prova, il confronto quantitativo rivela alcune divergenze, in particolare in corrispondenza dei punti di inversione della risposta. Si osserva che la simulazione non intercetta con precisione il primo picco di resistenza legato alla Compressive Arch Action: il valore numerico risulta sottostimato rispetto ai 28 kN rilevati sperimentalmente. Tale scostamento è riconducibile alla semplificazione intrinseca dei macro-elementi a fibre, che faticano a riprodurre l'esatto stato tensionale triassiale che si genera nel nodo trave-pilastro e l'istantaneo incremento di rigidità dovuto al confinamento del calcestruzzo nel momento della crisi flessionale.

Una seconda diversità si riscontra nel ramo di softening e nella successiva attivazione della fase di catenaria. La curva sperimentale presenta un andamento più irregolare e, segno di una degradazione del materiale non lineare e asimmetrica (microfessurazioni, distacchi localizzati), mentre la curva di OpenSees segue un profilo più fluido e idealizzato. Anche il secondo picco di resistenza mostra uno scarto: la capacità portante ultima del modello numerico si attesta su valori inferiori rispetto ai 35 kN del paper. Questa differenza è imputabile principalmente all'assenza della modellazione del bond-slip e degli effetti di strain-rate nel modello semplificato. Nella realtà, lo scorrimento delle armature permette una redistribuzione delle deformazioni su una lunghezza maggiore, ritardando la crisi locale,

mentre l'ipotesi di perfetta aderenza del modello a fibre tende ad accelerare il raggiungimento delle soglie limite nelle sezioni critiche. Nonostante queste imprecisioni nel cogliere i valori di picco, il modello è ritenuto validato, poiché traccia correttamente il limite inferiore della resistenza e descrive in modo conservativo la fisica della redistribuzione dei carichi.

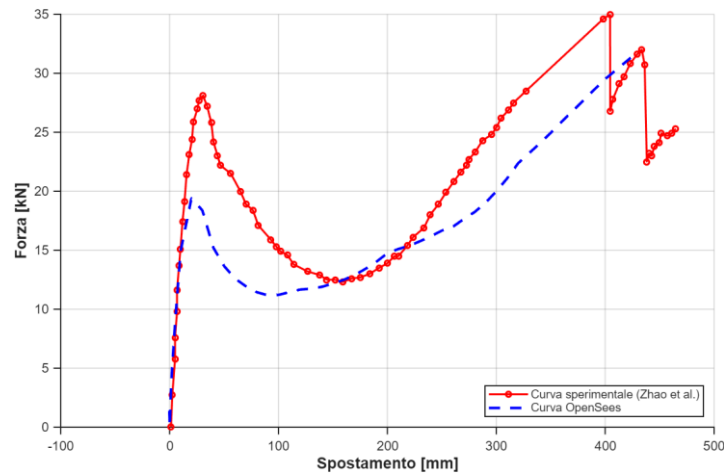


Figura 26: Riproduzione della curva sperimentale di capacità relativa allo studio di ricerca di Zhao et al. (2022)

Una volta validato il modello numerico su un caso sperimentale semplificato, si procede all'applicazione della metodologia sul caso studio progettato secondo le attuali normative, descritto nei paragrafi successivi.

4.9 Modellazione geometrica

Il dominio di analisi per il modello è stato definito in regime bidimensionale con tre gradi di libertà per nodo, corrispondenti alle traslazioni lungo le direzioni x-y e alla rotazione rispetto all'asse perpendicolare al piano del telaio.

I principali valori geometrici per la modellazione del telaio che sono stati definiti sono, l'altezza dell'interpiano e la luce delle campate, rispettivamente di 3 e 5 metri. Inoltre, sono stati definiti anche altri valori per permettere la suddivisione in sub-elementi di travi e pilastri. Infine, è stato definito un valore fittizio per permettere la modellazione degli elementi *zero-length* necessaria per la definizione delle molle senza incorrere in instabilità computazionali.

A partire dai valori geometrici appena definiti, sono state inserite le coordinate nodali. Per ogni campata e per ogni piano sono stati generati dei nodi principali posti in corrispondenza degli incroci trave-colonna; dei nodi intermedi sulle travi, dei nodi intermedi sui pilastri e infine dei nodi fittizi dedicati all'inserimento delle molle. La numerazione dei

nodì, il cui totale ammonta a 160 unità, è stata impostata secondo uno schema incrementale organizzato per piani e campate, con differenziazione delle coordinate nel caso dei nodi dedicati alle molle. Questa scelta di modellazione consente di introdurre dispositivi elastici esterni al telaio senza alterare la numerazione della geometria principale della struttura, garantendo al contempo una definizione chiara dei percorsi di forza nelle molle.

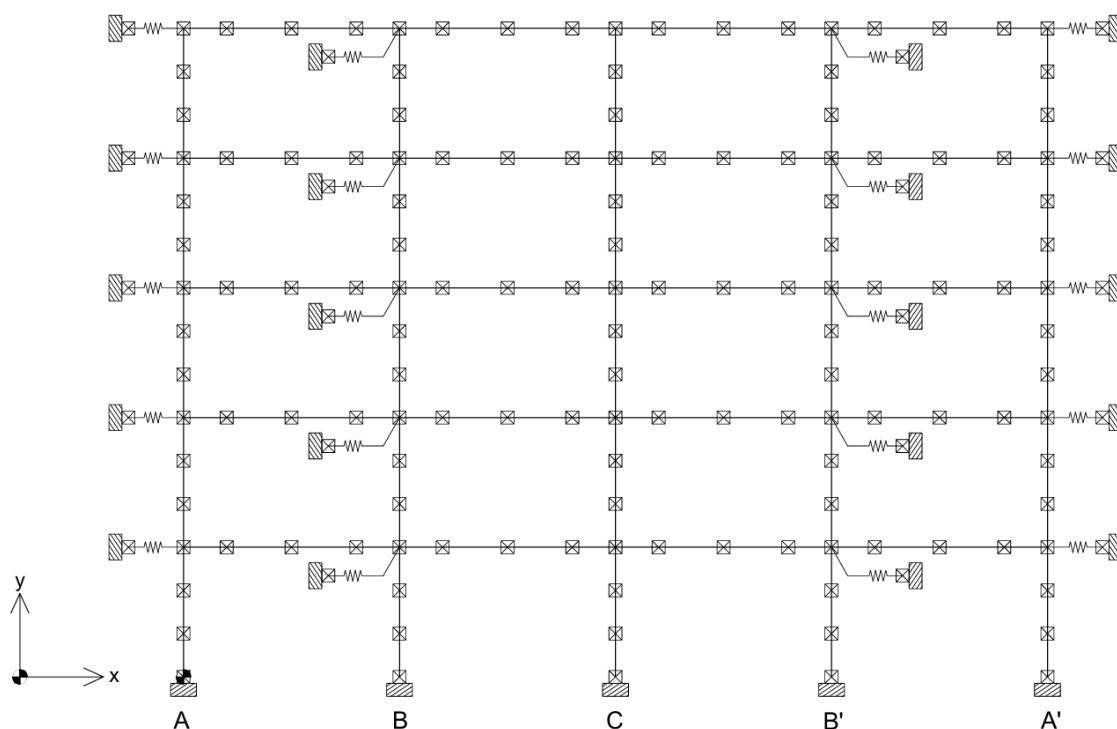


Figura 27: *Rappresentazione schematica del modello con visualizzazione dei nodi e delle molle orizzontali nelle pilastrate A, B, A' e B'*

Riguardo alle condizioni dei vincoli, tutti i nodi situati al livello del piano campagna, ossia i nodi del primo livello delle colonne) sono incastrati: la scelta riflette l'ipotesi di fondazioni rigide e impedisce qualsiasi grado di libertà in traslazione e rotazione. Tutti i nodi esterni alla struttura ai quali sono collegate le molle, sono anch'essi interamente vincolati. Essi fungono da punti di ancoraggio rigidi per gli elementi *zero-length* che modellano i dispositivi elastici e permettono di tener conto degli effetti tridimensionali della struttura nonostante l'approccio analitico sia di tipo bidimensionale.

4.10 Definizione dei materiali

All'interno del modello, in linea con quanto riportato al §4.3, è stata considerata la diversa risposta meccanica che restituisce il calcestruzzo sulla base del confinamento e a seconda della quantità di armature presenti all'interno. Pertanto, sono stati definiti sei materiali differenti: uno per il calcestruzzo non confinato, quattro per il calcestruzzo confinato e uno per l'acciaio.

4.10.1 Calcestruzzo confinato

I quattro differenti materiali definiti per il calcestruzzo confinato sono relativi alle quattro sezioni corrispondenti, destinati alle zone del core di travi e pilastri. Ogni materiale presenta parametri leggermente differenti, calibrati in funzione delle proprietà dei diversi elementi strutturali e del confinamento dell'armatura trasversale.

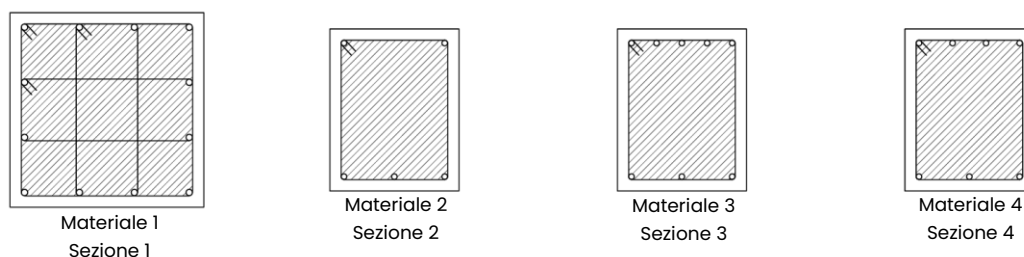


Figura 28: Rappresentazione dei materiali 1, 2, 3 e 4 all'interno delle sezioni

Si illustrano di seguito i diagrammi tensione-deformazione associati ai legami costitutivi definiti per le diverse tipologie di calcestruzzo confinato presenti nel modello.

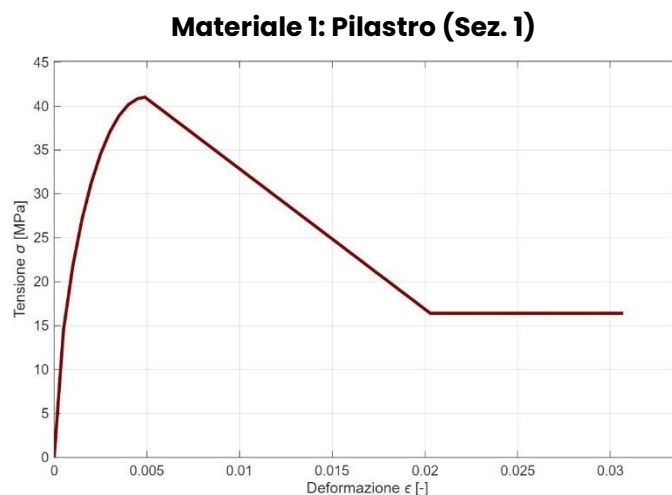


Figura 29: Legame costitutivo del core dei pilastri (Sez. 1)

Materiale 2: Trave in zona ND (Sez. 2)

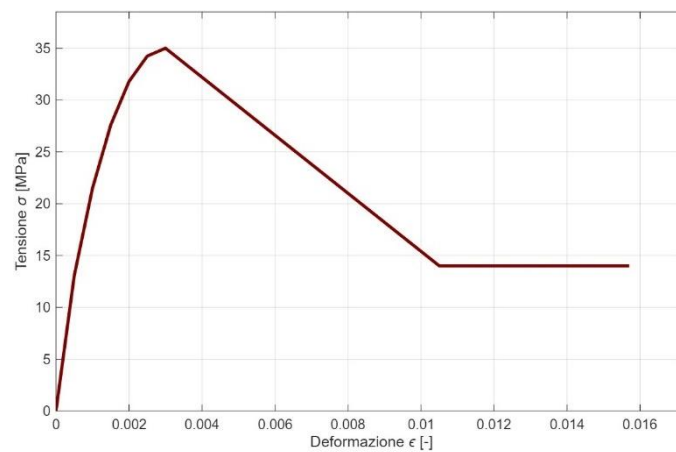


Figura 30: Legame costitutivo del core delle travi in zona non dissipativa (Sez. 2)

Materiale 3 e 4: Trave in zona D (Sez. 3 e 4)

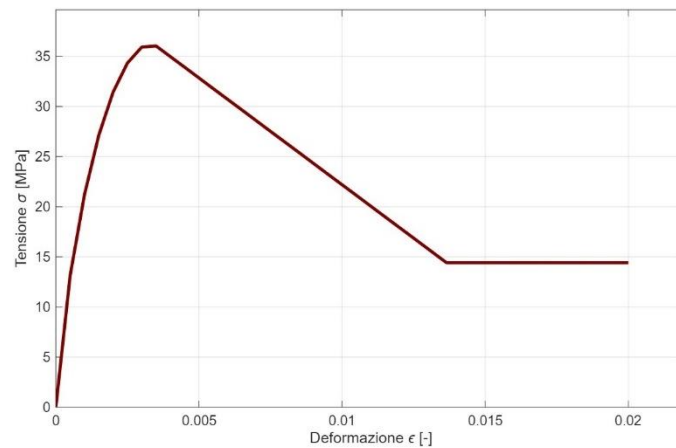


Figura 31: Legame costitutivo del core delle travi in zona dissipativa (Sez. 3 e 4)

4.10.2 Calcestruzzo non confinato

Per il calcestruzzo non confinato, materiale relativo al copriferro di ogni sezione, è stato definito un unico materiale con proprietà meccaniche inalterate.

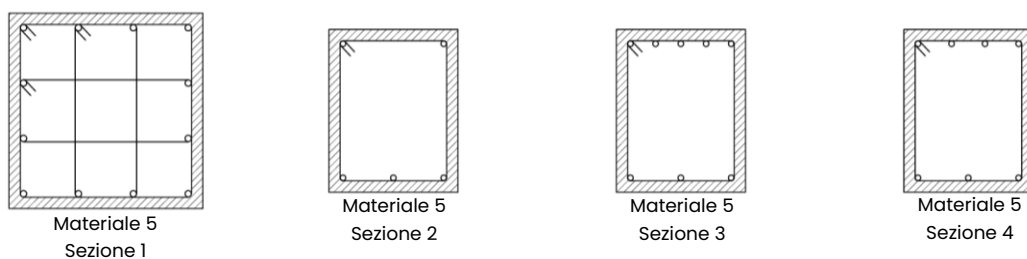


Figura 32: Rappresentazione del materiale 5 all'interno delle sezioni

Si illustra di seguito il diagramma tensione-deformazione associato al legame costitutivo definito per il calcestruzzo non confinato.

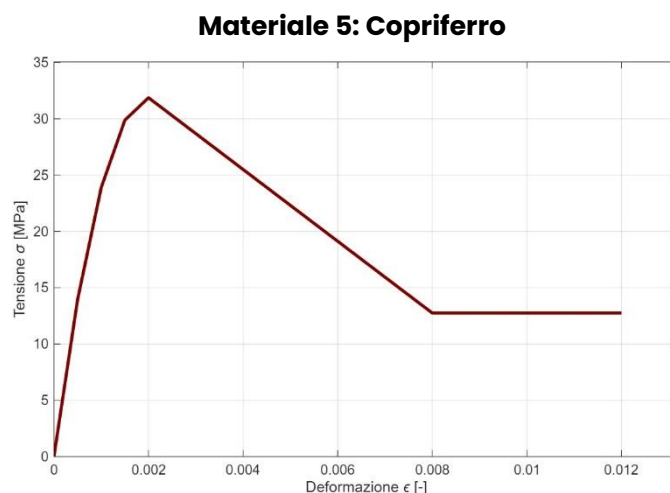


Figura 33: Legame costitutivo della cover di ogni elemento strutturale

4.10.3 Modello costitutivo Concrete02

Entrambi i materiali calcestruzzo relativi a core e cover sono stati definiti all'interno di OpenSees tramite la funzione *uniaxialMaterial* secondo il modello costitutivo del calcestruzzo *Concrete02*, il quale è stato preferito al *Concrete01* poiché più adatto alle analisi locali e dettagliate e non trascura il comportamento a trazione del calcestruzzo (seppur minimo), e si presenta nella seguente forma:

```
uniaxialMaterial Concrete02 $matTag $fpc $epsc0 $fpcu $epsU $lambda $ft $Ets
```

La funzione *uniaxialMaterial Concrete02* richiede in input i seguenti parametri:

- **\$matTag**: numero intero che assegna un'etichetta univoca al materiale all'interno del modello
- **\$fpc**: resistenza massima di compressione del calcestruzzo.
- **\$epsc0**: deformazione corrispondente alla resistenza massima a compressione.
- **\$fpcu**: valore della tensione di compressione quando il calcestruzzo si schiaccia completamente (post-picco).
- **\$epsU**: deformazione ultima del calcestruzzo.
- **\$lambda**: Rapporto tra la pendenza del ramo di scarico a ϵ_{psU} e la pendenza iniziale.
- **\$ft**: la massima tensione che il calcestruzzo può sopportare in trazione prima della fessurazione.
- **\$Ets**: rigidità del softening in trazione, ossia il valore assoluto della pendenza del ramo discendente dopo la fessurazione, cioè quanto velocemente il materiale perde capacità resistente in trazione.

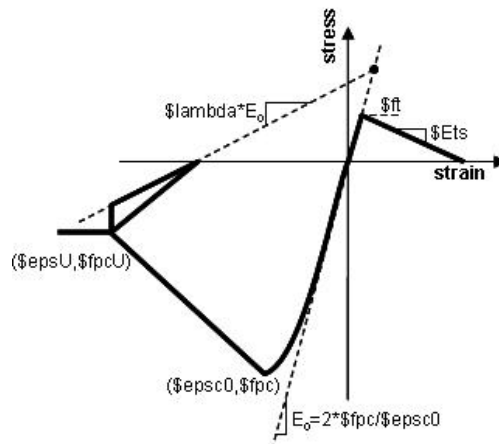


Figura 34: curva tensione-deformazione del modello Concrete02

I parametri da inserire nel software sono stati determinati sulla base delle proprietà dei materiali impiegati, in conformità alle disposizioni dell'Eurocodice 2 [15], come illustrato di seguito. A partire dalle caratteristiche del calcestruzzo, sono quindi state ricavate quelle del materiale confinato, applicando i suddetti legami costitutivi.

In primo luogo, procedendo a ritroso, è stato calcolato il valore della resistenza a compressione caratteristica cilindrica del calcestruzzo, necessaria per il successivo calcolo della resistenza media cilindrica a trazione. Il valore di 8 MPa è un incremento che tiene conto della differenza statistica tra valore caratteristico e medio:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \quad (\text{Equazione 4.1})$$

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 = 31.87 - 8 = 23.87 \text{ Mpa} \quad (\text{Equazione 4.2})$$

In secondo luogo, è stata calcolata la resistenza media cilindrica a trazione:

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{Equazione 4.3})$$

$$f_{ctm} = 0.3 \cdot 23.9^{2/3} = 2.49 \text{ Mpa}$$

Successivamente si è proceduto con il calcolo del modulo elastico del calcestruzzo secondo la seguente formula:

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} \quad (\text{Equazione 4.4})$$

$$E_{cm} = 22000 \cdot \left(\frac{31.9}{10} \right)^{0.3} = 31157.3 \text{ Mpa}$$

Riguardo la parte di trazione, è stata calcolata la rigidezza post-picco, un valore che descrive l'attitudine del calcestruzzo di conservare una capacità resistente residua a

trazione dopo l'innesco della fessurazione, fenomeno noto come *softening*. Piuttosto che manifestare un collasso istantaneo, dunque presentare una rottura fragile, la risposta del materiale è caratterizzata da una riduzione graduale della capacità portante. Graficamente, ciò si traduce in un ramo a pendenza negativa correlato ai processi di danneggiamento e all'ampiezza di apertura delle fessure.

$$E_{ctm} = E_{cm} \cdot 0.1 \quad (\text{Equazione 4.5})$$

$$E_{ctm} = 31157.3 \cdot 0.1 = 3115.73 \text{ Mpa}$$

Infine, dal rapporto tra la resistenza media cilindrica a trazione e la rigidezza post-picco, è stata calcolata la deformazione ultima a trazione:

$$\varepsilon_{tu} = \frac{f_{ctm}}{E_{ctm}} \quad (\text{Equazione 4.6})$$

$$\varepsilon_{tu} = \frac{2.49}{3115.73} = 0.0008$$

Tabella 6: Elenco dei valori medi delle grandezze che descrivono il calcestruzzo

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità di misura
Resistenza caratteristica cilindrica a compressione	f_{ck}	23.90	MPa
Resistenza media cilindrica a compressione	f_{cm}	31.90	MPa
Deformazione alla massima resistenza a compressione	ε_{c0}	0.002	-
Modulo Elastico del calcestruzzo	E_{cm}	31157.30	MPa
Resistenza media cilindrica a trazione	f_{ctm}	2.49	MPa
Rigidezza post-picco	E_{ctm}	3115.73	MPa
Deformazione ultima a trazione	ε_{tu}	0.0008	-
Unità di massa per volume del calcestruzzo armato	ρ	2500.00	kg/m ³

I valori della resistenza cilindrica media a compressione, come mostrato nel §4.10.1 varia a seconda del legame costitutivo che tiene conto del confinamento e della quantità di armatura trasversale presente nella sezione. Pertanto, ai fini dei calcoli, si riportano di seguito i valori medi di picco della curva tensione-deformazione, corrispondenti ai valori medi di resistenza cilindrica media a compressione relativa a ciascun materiale, e i corrispondenti valori medi di deformazione:

Materiale 1: $f_{cc1} = 41.01 \text{ MPa}$, $\varepsilon_{cc1} = 0.49\%$

Materiale 2: $f_{cc2} = 35.00 \text{ MPa}$, $\varepsilon_{cc2} = 0.30\%$

Materiale 3: $f_{cc3} = 36.04 \text{ MPa}$, $\varepsilon_{cc3} = 0.35\%$

Materiale 4: $f_{cc4} = 36.04 \text{ MPa}$, $\varepsilon_{cc4} = 0.35\%$

Materiale 5: $f_{cc5} = 31.87 \text{ MPa}$, $\varepsilon_{cc5} = 0.20\%$

I parametri ultimi del calcestruzzo sono stati determinati assumendo una resistenza residua pari al 40% della tensione di picco:

$$f_{cu} = f_{cm} \cdot 0.4 \quad (\text{Equazione 4.7})$$

$$f_{cu1} = 41.01 \cdot 0.4 = 16.40 \text{ Mpa}$$

$$f_{cu2} = 35.00 \cdot 0.4 = 14.00 \text{ Mpa}$$

$$f_{cu3} = 36.04 \cdot 0.4 = 14.42 \text{ Mpa}$$

$$f_{cu4} = 36.04 \cdot 0.4 = 14.42 \text{ Mpa}$$

$$f_{cu5} = 31.87 \cdot 0.4 = 12.75 \text{ Mpa}$$

Tale assunzione definisce l'andamento del ramo discendente del legame costitutivo e permette di calcolare la deformazione ultima in corrispondenza del raggiungimento di tale plateau di tensione:

$$\varepsilon_{cu1} = 2.04 \%$$

$$\varepsilon_{cu2} = 1.05 \%$$

$$\varepsilon_{cu3} = 1.37 \%$$

$$\varepsilon_{cu4} = 1.37 \%$$

$$\varepsilon_{cu5} = 0.80 \%$$

Tabella 7: Elenco completo dei valori delle grandezze che descrivono il calcestruzzo e dei valori ultimi e di picco di tensioni e deformazioni relative a ogni materiale

Materiale	Grandezza	Valore	Unità di misura
Resistenza caratteristica cilindrica a compressione	f_{ck}	23.90	MPa
Resistenza media cilindrica a compressione	f_{cm}	31.90	MPa
Deformazione alla massima resistenza a compressione	ϵ_{c0}	0.002	-
Modulo Elastico del calcestruzzo	E_{cm}	31157.30	MPa
Resistenza media cilindrica a trazione	f_{ctm}	2.49	MPa
Rigidezza post-picco	E_{ctm}	3115.73	MPa
Unità di massa per volume del calcestruzzo armato	ρ	2500.00	Kg/m ³
Resistenza media cilindrica a compressione - Mat. 1	f_{cc1}	41.01	MPa
Deformazione di picco - Mat. 1	ϵ_{cc1}	0.49	%
Resistenza ultima a compressione - Mat. 1	f_{cu1}	16.40	MPa
Deformazione ultima - Mat. 1	ϵ_{cu1}	2.04	%
Resistenza media cilindrica a compressione - Mat. 2	f_{cc2}	35.00	MPa
Deformazione di picco - Mat. 2	ϵ_{cc2}	0.30	%
Resistenza ultima a compressione - Mat. 2	f_{cu2}	14.00	MPa
Deformazione ultima - Mat. 2	ϵ_{cu2}	1.05	%
Resistenza media cilindrica a compressione - Mat. 3/4	$f_{cc3/4}$	36.04	MPa
Deformazione di picco - Mat. 3/4	$\epsilon_{cc3/4}$	0.35	%
Resistenza ultima a compressione - Mat. 3/4	$f_{cu3/4}$	14.42	MPa
Deformazione ultima - Mat. 3/4	$\epsilon_{cu3/4}$	1.37	%
Resistenza media cilindrica a compressione - Mat. 5	f_{cc5}	31.90	MPa
Deformazione di picco - Mat. 5	ϵ_{cc5}	0.2	%
Resistenza ultima a compressione - Mat. 5	f_{cu5}	12.75	MPa
Deformazione ultima - Mat. 5	ϵ_{cu5}	0.80	%

Per le fibre di calcestruzzo (sia confinato che non confinato) il controllo del superamento delle deformazioni ultime è stato controllato da una fase di post-processing condotta in ambiente MATLAB. Attraverso script dedicati, i vettori di deformazione estratti dai *records* di OpenSees sono stati analizzati a posteriori, verificando puntualmente il raggiungimento dei limiti di schiacciamento definiti nel modello probabilistico. Questo approccio ha permesso di monitorare l'evoluzione del danno in modo rigoroso senza compromettere la convergenza del calcolo durante la transizione dinamica.

4.10.4 Acciaio per le armature

Per le armature longitudinali delle sezioni è stato definito un unico materiale corrispondente all'acciaio di classe B450C, facendo una distinzione geometrica tra i diametri delle armature dei pilastri ($\phi 20$) e i diametri delle armature delle travi ($\phi 18$).

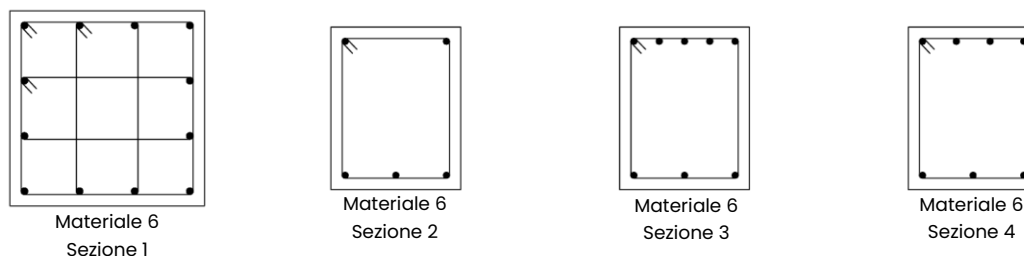


Figura 35: Rappresentazione del materiale 6 (acciaio) all'interno delle sezioni

4.10.5 Modello costitutivo Steel02

Per l'acciaio delle armature longitudinali viene impiegato un materiale elastoplastico con incrudimento isotropo, calibrato per acciaio B450C. Le armature trasversali invece, poiché OpenSees opera adottando un modello a sezioni trasversali, non vengono modellate ma se ne tiene traccia nei legami costitutivi del calcestruzzo confinato. Tramite l'ausilio di *uniaxialMaterial*, l'acciaio per le armature viene definito tramite *Steel02*, un modello costitutivo per l'acciaio utilizzato nelle analisi non lineari perché riproduce in modo realistico il comportamento isteretico dell'acciaio da armatura. Il comando si presenta con la seguente forma:

```
uniaxialMaterial Steel02 $matTag $Fy $E $b $R0 $cR1 $cR2
```

La funzione *uniaxialMaterial Concrete02* richiede in input i seguenti parametri:

- **\$matTag**: numero intero che assegna al materiale un'etichetta univoca nel modello.
- **\$Fy**: valore di snervamento, ossia il valore della tensione a cui l'acciaio passa dal comportamento elastico a quello plastico.
- **\$E0**: rigidezza iniziale del materiale, cioè la pendenza del tratto elastico del diagramma tensione-deformazione.
- **\$b**: rapporto di incrudimento, indica quanto è rigido il materiale dopo lo snervamento. Rappresenta il rapporto tra la pendenza del ramo post-snervamento e quella del ramo elastico iniziale.
- **\$R0, \$cR1, \$cR2**: Parametri che controllano la transizione tra il ramo elastico e quello plastico. Determinano quanto la curva è morbida o netta nel passaggio dallo stato elastico a quello plastico e influenzano anche il comportamento ciclico (effetto Bauschinger). All'interno del modello sono stati inseriti i valori di default di R0, cR1 e cR2 che valgono rispettivamente 15, 0.925 e 0.15.

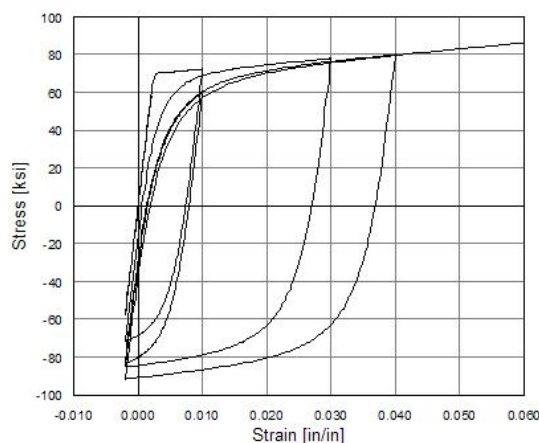


Figura 36: Legame costitutivo ciclico sforzo-deformazione del modello Steel02 con evidenza del comportamento isteretico

Per il calcolo del rapporto di incrudimento bisogna effettuare il rapporto tra la pendenza del ramo post-snervamento e quella del ramo elastico iniziale:

$$b = \frac{E_{\text{post}}}{E_s} \quad (\text{Equazione 47})$$

A sua volta, il valore di E_{post} , si determina come indicato di seguito:

$$E_{\text{post}} = \frac{f_u - f_y}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}} \quad (\text{Equazione 48})$$

dove, la deformazione di snervamento viene calcolata tramite il rapporto tra la tensione di snervamento e il modulo elastico dell'acciaio:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s} = 0.002 \quad (\text{Equazione 49})$$

Tabella 8: Elenco completo dei valori medi delle grandezze che descrivono l'acciaio

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità di misura
Tensione di snervamento	f_y	488.60	MPa
Tensione ultima di snervamento	f_u	589.80	MPa
Modulo Elastico dell'acciaio	E_s	210000.00	MPa
Deformazione di snervamento	ε_{sy}	0.002	–
Deformazione ultima di rottura	ε_{su}	0.14	–

Al fine di modellare esplicitamente la rottura fisica delle barre di armatura, il materiale *Steel02* è stato integrato all'interno del wrapper *MinMax*. Questa funzionalità di OpenSees permette di definire una soglia di deformazione ultima, sia in trazione che in compressione, oltre la quale la fibra metallica perde istantaneamente ogni capacità resistente. L'impiego del comando *MinMax* è risultato fondamentale per catturare la crisi delle barre d'acciaio durante l'attivazione dell'effetto catenaria, garantendo che, una volta superato il limite di duttilità del materiale, l'elemento non contribuisca più alla rigidezza e alla resistenza della sezione. Il wrapper *MinMax* si presenta nella seguente forma:

```
uniaxialMaterial MinMax $matTag $otherTag -min $minStrain -max $maxStrain
```

dove:

- *\$matTag*: numero intero che assegna al materiale un'etichetta univoca nel modello.
- *\$otherTag*: tag dell'altro materiale (in questo caso dell'acciaio – *Steel02*).
- *\$minStrain*: minimo valore di deformazione ultima del materiale.
- *\$maxStrain*: massimo valore di deformazione ultima del materiale.

4.10.6 Modellazione delle molle orizzontali

Al fine di garantire una rappresentazione realistica del comportamento strutturale, il modello bidimensionale è stato integrato con l'inserimento di molle traslazionali equivalenti in corrispondenza di ciascun nodo trave-colonna di ogni pilastrata (esclusa quella centrale), per un totale di 20 elementi. Questi elementi hanno il compito di simulare il contributo di rigidezza offerto dal sistema strutturale ortogonale al piano del telaio analizzato, trasformando di fatto l'analisi piana in una modellazione capace di cogliere gli effetti della tridimensionalità dell'edificio. La funzione primaria di queste molle risiede nel fornire un vincolo elastico laterale (*out-of-plane stiffness*) che contrasti lo spostamento dei nodi verso l'interno della campata nel momento in cui viene rimossa la colonna portante. Questo confinamento laterale è la condizione meccanica necessaria per permettere il corretto sviluppo delle azioni membranali e, in particolare, per l'attivazione della fase catenaria, durante la quale le travi reagiscono alle grandi deformazioni lavorando prevalentemente a trazione.

La determinazione della rigidezza di queste molle è scaturita da una rigorosa procedura di calibrazione eseguita nel lavoro di E. Miceli (2024) [11] attraverso l'impiego di un modello tridimensionale completo sviluppato in ambiente SAP2000. La metodologia ha previsto la rimozione della colonna soggetta a scenario di crisi e la successiva applicazione di forze orizzontali unitarie in corrispondenza di ogni nodo del telaio oggetto di indagine. Misurando lo spostamento ortogonale indotto da tali forze, è stato possibile ricavare il coefficiente di rigidezza elastica come rapporto tra il carico applicato e la deformazione risultante.

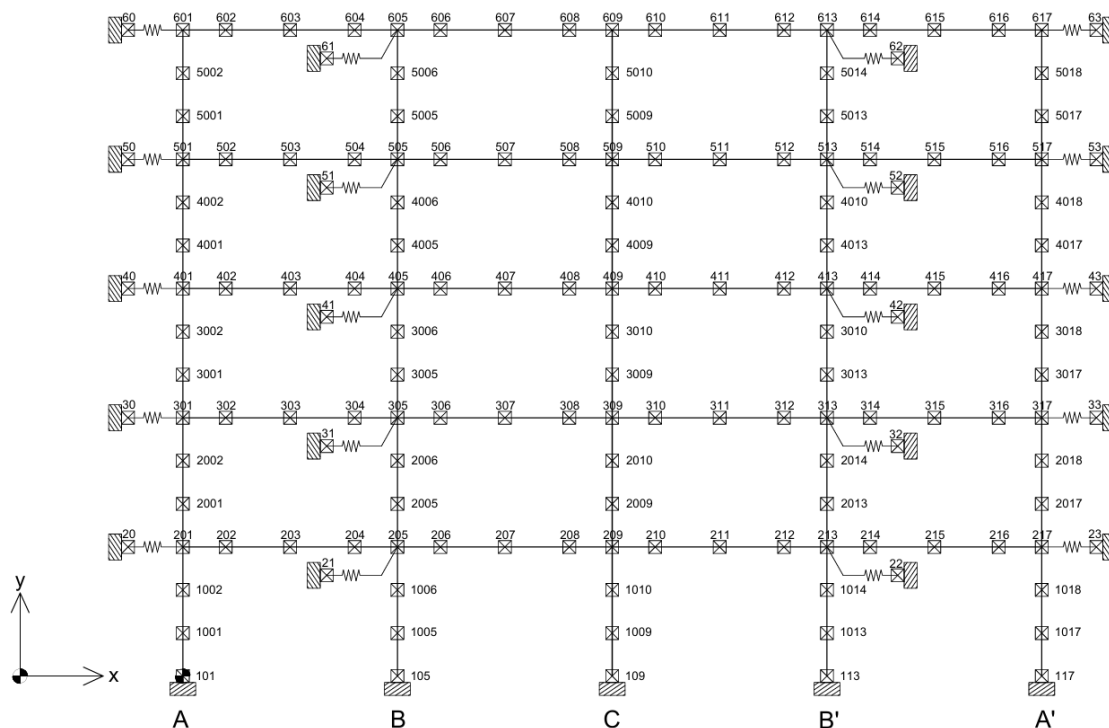


Figura 37: Rappresentazione schematica del modello con numerazione progressiva dei nodi del telaio e delle molle orizzontali

L'esame dei valori ottenuti permette di evidenziare una chiara tendenza fisica coerente con il comportamento globale del fabbricato: la rigidezza delle molle decresce progressivamente all'aumentare dell'altezza del piano, riflettendo il minor grado di vincolo laterale che caratterizza le porzioni sommitali dell'edificio rispetto a quelle basali, che risentono della vicinanza alle fondazioni e dell'effetto d'insieme dei pilastri sottostanti. Allo stesso tempo, i valori riflettono l'influenza della diversa tipologia delle membrature ortogonali, mostrando una rigidezza superiore laddove sono presenti travi sismiche ad alta sezione rispetto ai telai costituiti da travi larghe.

Nel contesto della presente tesi, i valori di rigidezza delle molle traslazionali, sebbene derivati dalla calibrazione iniziale effettuata nel lavoro di Miceli, E., Gino, D., e Castaldo, P. (2025), *Reliability assessment of robustness for reinforced concrete moment resisting frames, Developments in the Built Environment* [12], sono stati oggetto di una specifica procedura di ritaratura. Nella modellazione originale in ambiente SAP2000, il contributo dei sistemi ortogonali era stato valutato impiegando elementi di tipo plane-stress (stato di tensione piana). Tali elementi sono formulazioni bidimensionali utilizzate per modellare componenti strutturali in cui lo stato tensionale lungo lo spessore è trascurabile rispetto a quello nel piano.

Tuttavia, il passaggio alla modellazione in ambiente OpenSees basata su elementi a fibre ha richiesto un adeguamento di tali parametri. Per garantire una rigorosa

corrispondenza tra le curve di capacità (Push-Down) ottenute dai due differenti approcci numerici e compensare le diverse assunzioni di calcolo, le rigidezze sono state ritirate applicando un fattore moltiplicativo pari a 3.5 a ogni valore di input iniziale. Questa operazione ha permesso di allineare la risposta globale del modello a fibre con quella del sistema tridimensionale di riferimento, garantendo che il telaio 2D catturi correttamente l'effetto di confinamento laterale offerto dalle strutture ortogonali durante la redistribuzione dei carichi.

Tabella 9: Rigidezze delle molle per ogni piano

Piano	Materiale	Rigidezza delle molle	Rigidezza delle molle
		nella pilastrata A-A'	nella pilastrata B-B'
		[N/m]	[N/m]
1°	7-8	$3.5 \cdot 97750000$	$3.5 \cdot 96340000$
2°	9-10	$3.5 \cdot 71430000$	$3.5 \cdot 70620000$
3°	11-12	$3.5 \cdot 52910000$	$3.5 \cdot 52470000$
4°	13-14	$3.5 \cdot 41220000$	$3.5 \cdot 40950000$
5°	15-16	$3.5 \cdot 32910000$	$3.5 \cdot 32700000$

4.10.7 Modello elastico per le molle

Le molle elastiche orizzontali sono state modellate tramite un materiale elastico lineare con rigidezze differenziate per ciascun piano e per ciascun lato della struttura, fatta eccezione per la pilastrata centrale, che ne è priva. A ogni piano e a ogni pilastrata è associata una molla con una specifica rigidezza elastica, definita in fase di calibrazione. Poiché la struttura è simmetrica, le pilastrate A-A' e B-B' presentano molle speculari con la stessa rigidezza. In totale sono stati definiti dieci materiali per le molle elastiche, quattro per piano, organizzati in coppie simmetriche. Tale configurazione consente di rappresentare in modo efficace dispositivi caratterizzati da rigidezze variabili lungo l'altezza.

In OpenSees, mediante l'ausilio *uniaxialMaterial*, vengono definiti secondo il modello *Elastic* i materiali relativi alle molle elastiche. Si presenta con la seguente forma:

uniaxialMaterial Elastic \$matTag \$E

La funzione *uniaxialMaterial Concrete02* richiede in input i seguenti parametri:

- \$matTag: numero intero che assegna al materiale un'etichetta univoca nel modello.
- \$E: valore della rigidezza elastica k del materiale, ossia l'inclinazione della retta.

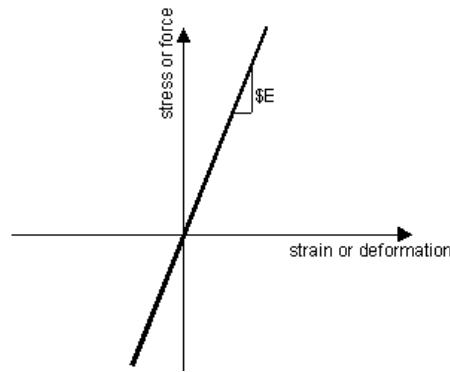


Figura 38: Legame costitutivo elastico lineare adottato per la modellazione delle molle traslazionali equivalenti. La pendenza della retta rappresenta il coefficiente di rigidezza k

Tabella 10: Tabella riassuntivo dei materiali definiti sul modello OpenSees

Tag	Materiale	Descrizione	Modello costitutivo
1	Calcestruzzo confinato	Core della sezione 1	Concrete02
2	Calcestruzzo confinato	Core della sezione 2	Concrete02
3	Calcestruzzo confinato	Core della sezione 3	Concrete02
4	Calcestruzzo confinato	Core della sezione 4	Concrete02
5	Calcestruzzo non confinato	Copriferro (Cover)	Concrete02
6	Armature d'acciaio	Barre d'armatura	Steel02
7/16	Materiale elastico	Molle elastiche	Elastic

4.11 Definizione delle sezioni

Le sezioni in calcestruzzo dei pilastri e delle travi sono modellate tramite l'approccio delle sezioni a fibre, che permette di rappresentare il comportamento non lineare distribuito lungo l'elemento. Nel software, le sezioni rettangolari vengono ulteriormente suddivise in sotto-rettangoli: quattro relativi alla *cover* e uno al *core*. Ognuno di questi sottodomini è definito con il comando *patch rect*, specificando le coordinate locali y e z dei due vertici appartenenti alla stessa diagonale (quello in basso a sinistra e quello in alto a destra). Questa discretizzazione consente di descrivere accuratamente la risposta materiale all'interno della sezione. Il comando si presenta nella seguente forma:

```
patch rect $matTag $numSubdivZ $numSubdivY $zI $yI $zJ $yJ
```

Il comando *patch rect* richiede in input i seguenti parametri:

- \$matTag: numero intero che assegna al materiale un'etichetta univoca nel modello.
- \$numSubdivZ: È il numero di suddivisioni in fibre lungo la direzione z della sezione.
- \$numSubdivY: È il numero di suddivisioni in fibre lungo la direzione y della sezione.
- \$zI \$yI: Coordinate locali del primo vertice della sezione rettangolare, nel sistema di coordinate locali.
- \$zJ \$yJ: Coordinate locali del secondo vertice della sezione rettangolare, nel sistema di coordinate locali.

Per la struttura in esame sono state modellate quattro sezioni, una per i pilastri e tre per le travi. Le sezioni di quest'ultime si differenziano tra loro per il numero di barre longitudinali superiori, al fine di modellare le differenti richieste di armatura nei vari elementi.

Le armature longitudinali delle sezioni sono state modellate tramite il comando *layer straight*, disponendo le barre lungo l'asse dei correnti, in corrispondenza delle loro reali linee di disposizione. Il comando si presenta nella seguente forma:

```
layer straight $matTag $numFiber $areaFiber $zStart $yStart $zEnd $yEnd
```

Il comando richiede in input i seguenti valori:

- \$matTag: numero intero che assegna al materiale un'etichetta univoca nel modello.
- \$numFiber: numero di armature longitudinali disposti lungo la l'asse del corrente.
- \$areaFiber: area di ogni barra.
- \$zStart \$yStart: coordinate locali z e y della prima fibra dell'asse.
- \$zEnd \$yEnd: coordinate locali z e y dell'ultima fibra dell'asse.

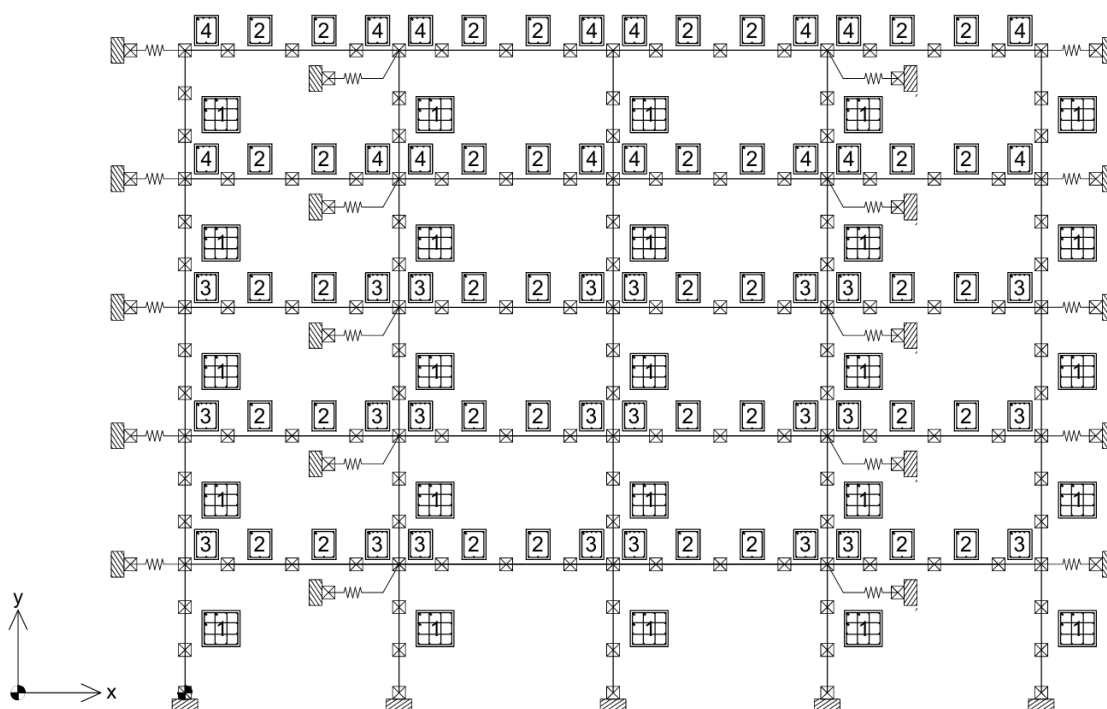


Figura 39: Rappresentazione schematica del modello con numerazione delle sezioni assegnate a ogni elemento

4.12 Definizione degli elementi

La modellazione degli elementi strutturali è stata eseguita utilizzando la funzione *element nonlinearBeamColumn* disponibile nel software OpenSees. Tale elemento, permette di cogliere la non-linearità materiale diffusa lungo l'intera luce del componente. Per garantire un'accurata descrizione del comportamento non lineare e della distribuzione delle masse, i pilastri sono stati discretizzati in tre elementi, mentre le travi sono state suddivise in quattro elementi. Per ogni singolo elemento è stato adottato uno schema di integrazione numerica con cinque punti di integrazione, garantendo così una corretta valutazione dello stato di sforzo e deformazione e l'eventuale formazione di zone plastiche alle estremità o lungo lo sviluppo dei membri. Il comando si presenta nella seguente forma:

```
element nonlinearBeamColumn $eleTag $iNode $jNode $numIntgrPts $secTag
                                $transfTag
```

Il comando richiede in input i seguenti valori:

- \$eleTag: Identificativo univoco dell'elemento.
- \$iNode \$jNode: I nodi d'estremità dell'elemento.
- \$numIntgrPts: Numero di punti di integrazione lungo l'elemento.

- \$secTag: Il tag della sezione (precedentemente definita).
- \$transfTag: Il tag della trasformazione geometrica (Linear, PDelta o Corotational).

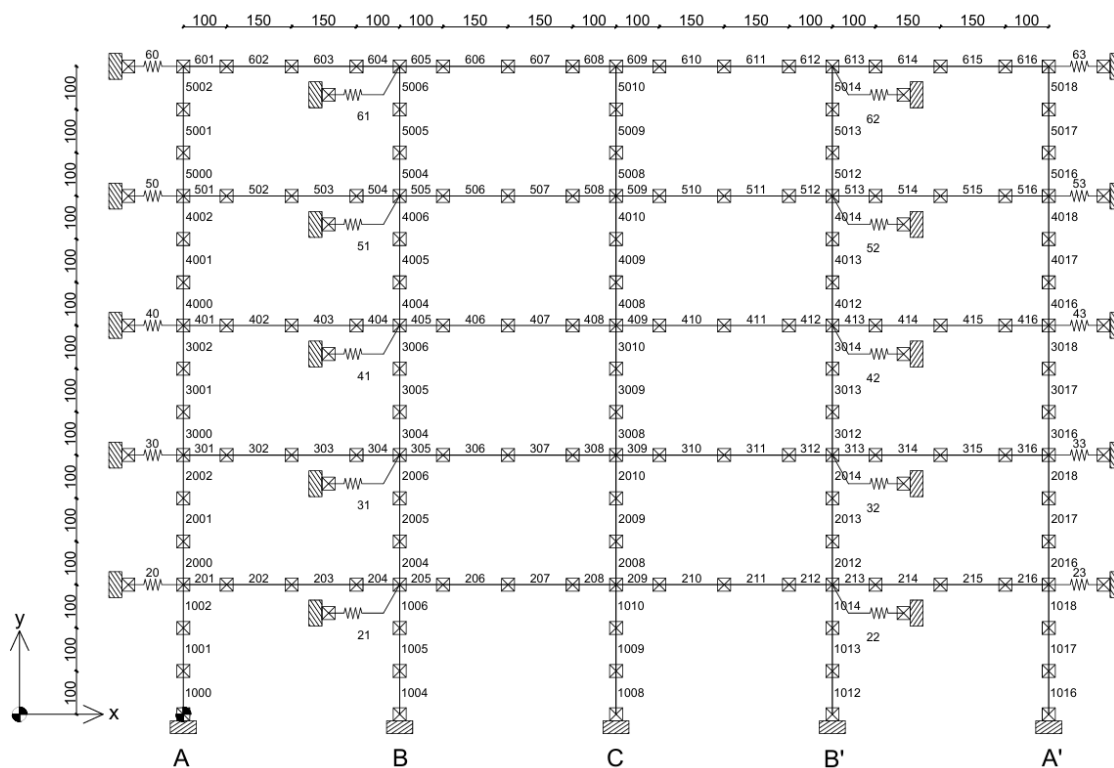


Figura 40: Rappresentazione schematica del modello del telaio con numerazione progressiva degli elementi

In OpenSees (e nel calcolo strutturale in generale), le trasformazioni geometriche servono a definire come il sistema di riferimento locale dell'elemento (quello che segue l'asse della trave) si interfaccia con il sistema di riferimento globale del modello, dunque le coordinate X, Y, Z globali. Queste trasformazioni determinano come l'analisi terrà conto degli effetti del secondo ordine e delle non-linearità geometriche. Le trasformazioni possono essere:

- *Linear Transformation*: è la trasformazione che si basa sull'ipotesi di piccoli spostamenti e piccole rotazioni. Assume che la geometria della struttura non cambi significativamente durante il carico. La matrice di rigidezza viene calcolata una volta e non viene aggiornata per tenere conto della posizione deformata.
- *P-Delta Transformation*: è la trasformazione che tiene conto degli effetti P- Δ , è stata utilizzata per gli elementi che compongono i pilastri all'interno del modello. Quando un pilastro è soggetto a un carico assiale e subisce uno spostamento laterale, si genera un momento flettente aggiuntivo pari a $P \times \Delta$.
- *Corotational Transformation*: è la trasformazione più complessa e rigorosa dal punto di vista matematico, utilizzata per descrivere gli elementi che compongono

le travi all'interno del modello poiché è in grado di gestire grandi spostamenti e grandi rotazioni. Mentre la P-Delta è un'approssimazione ottima per gli edifici (dove gli spostamenti sono significativi ma non estremi), la Corotational è esatta anche se l'elemento ruota di 90 gradi.

4.13 Definizione dei carichi permanenti e variabili

La definizione dei carichi all'interno del modello numerico è stata effettuata distinguendo il contributo del peso proprio, calcolato in base alle dimensioni degli elementi, e il contributo dei carichi permanenti non strutturali e dei carichi variabili, i cui valori medi sono stati presi da quelli definiti da E. Miceli (2024) [11] **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata..**

4.13.1 Definizione dei carichi permanenti strutturali del peso proprio

Il peso proprio degli elementi strutturali è stato definito analiticamente a partire dalle proprietà geometriche e dei materiali. Per ogni trave e per ogni pilastro è stato calcolato il volume moltiplicando l'area della sezione trasversale per la lunghezza dell'elemento, dove, per ciascun pilastro si avranno tre elementi (di altezza pari a 1 metro) mentre per ciascuna trave si avranno quattro elementi (di lunghezza rispettivamente 1, 1,5, 1,5 e 1 metro). La massa degli elementi è stata determinata tramite il prodotto tra il volume e il valore della densità del calcestruzzo armato. Infine, il valore della massa è stato moltiplicato per l'accelerazione gravitazionale $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

$$V_{\text{Pilastro}} = b_{\text{sez, pilastro}} \cdot h_{\text{sez, pilastro}} \cdot H_{\text{Pilastro}} \quad (\text{Equazione 4.8})$$

$$m_{\text{Pilastro}} = \rho \cdot V_{\text{Pilastro}} \quad (\text{Equazione 4.9})$$

$$W_{\text{Gl_Pilastro}} = g \cdot m_{\text{Pilastro}} \quad (\text{Equazione 4.10})$$

$$V_{\text{Trave}} = b_{\text{sez, trave}} \cdot h_{\text{sez, trave}} \cdot L_{\text{Trave}} \quad (\text{Equazione 4.11})$$

$$m_{\text{Trave}} = \rho \cdot V_{\text{Trave}} \quad (\text{Equazione 4.12})$$

$$W_{\text{Gl_Trave}} = g \cdot m_{\text{Trave}} \quad (\text{Equazione 4.13})$$

Per l'assegnazione dei carichi agli elementi del modello è necessario trasformarli in carichi distribuiti; pertanto, è stato necessario dividere il valore del peso proprio dell'elemento per la sua lunghezza d'influenza:

$$Q_{Wp} = \frac{W_{G1_Pilastro}}{H_{Pilastro}}$$
(Equazione 4.14)

$$Q_{Wt} = \frac{W_{G1_Trave}}{L_{Trave}}$$
(Equazione 4.15)

Tabella 11: Classificazione dei sub-elementi che compongono gli elementi strutturali

	Elemento 1 [m]	Elemento 2 [m]	Elemento 3 [m]	Elemento 4 [m]	Totale [m]
Pilastro	1	1	1	-	3
Trave	1	1.5	1.5	1	5

Data la discretizzazione dei pilastri (tre elementi) e delle travi (quattro elementi), il peso è stato calcolato per ogni singolo segmento, garantendo una distribuzione delle masse coerente con la geometria del telaio.

4.13.2 Definizione dei carichi permanenti strutturali, non strutturali e variabili

I valori medi relativi ai carichi permanenti strutturali e non strutturali e ai carichi variabili sono stati desunti dalla Tabella 5.1 della tesi di E. Miceli (2024) [11]. Tali carichi, espressi in kN/m, sono stati implementati nel modello numerico secondo le unità di misura coerenti con l'analisi.

Tabella 12: Valori medi dei carichi al metro lineare

Grandezza	Simbolo	Valore	Unità di misura
Permanenti strutturali	G ₁	16.00	kN/m
Permanenti non strutturali	G ₂	13.00	kN/m
Carico accidentale d'uso dei piani abitabili	Q _p	7.30	kN/m
Carico variabile di copertura	Q _c	1.80	kN/m
Carico da neve	Q _n	4.70	kN/m

I carichi sono stati applicati attraverso il comando *pattern Plain* associato a una serie temporale di tipo Lineare. L'applicazione effettiva sugli elementi è stata eseguita tramite il

comando *eleLoad*, definendo un carico di tipo *beamUniform*. Il comando si presenta nella seguente forma:

```
pattern Plain $patternTag Linear {
    eleLoad -ele $eleTag1 <$eleTag2 ...> -type -beamUniform $Wy $Wx <$Wz>
}
```

Nello specifico:

- Sui pilastri è stato applicato il solo carico verticale derivante dal peso proprio lungo l'asse dell'elemento (W_y).
- Sulle travi è stato applicato un carico risultante dalla combinazione del peso proprio strutturale e di tutti i carichi (permanententi e variabili) gravanti sull'area di influenza della trave stessa. Questa procedura ha permesso di differenziare correttamente il carico tra i piani intermedi e il piano di copertura (W_x).

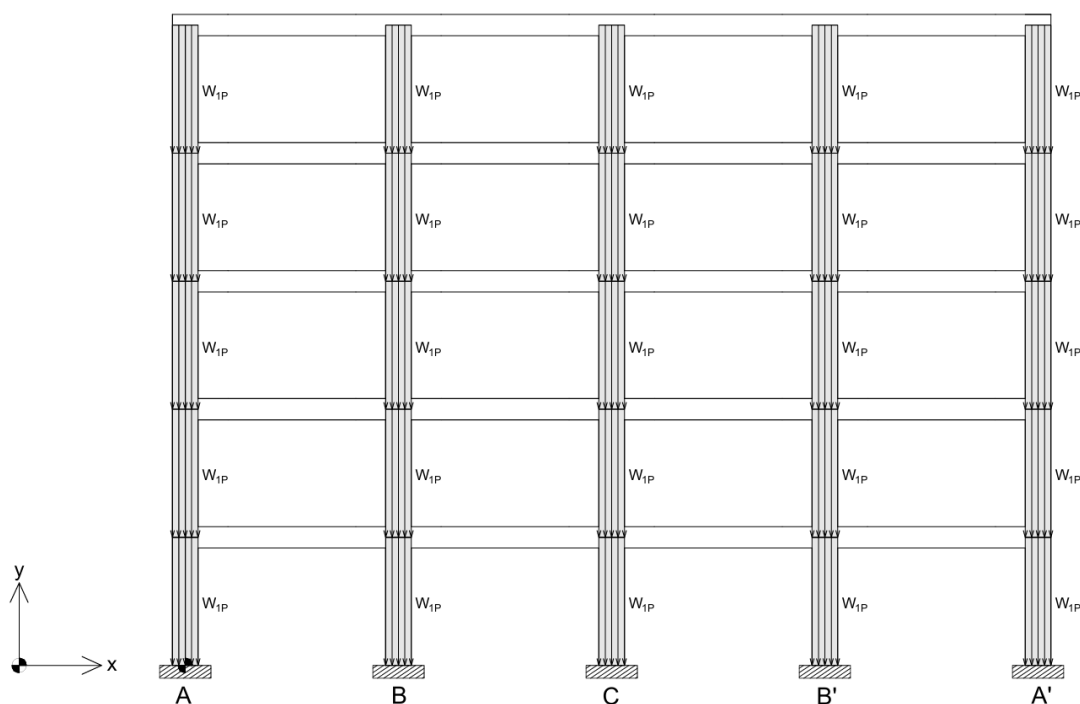


Figura 41: Rappresentazione schematica dei carichi distribuiti nei pilastri

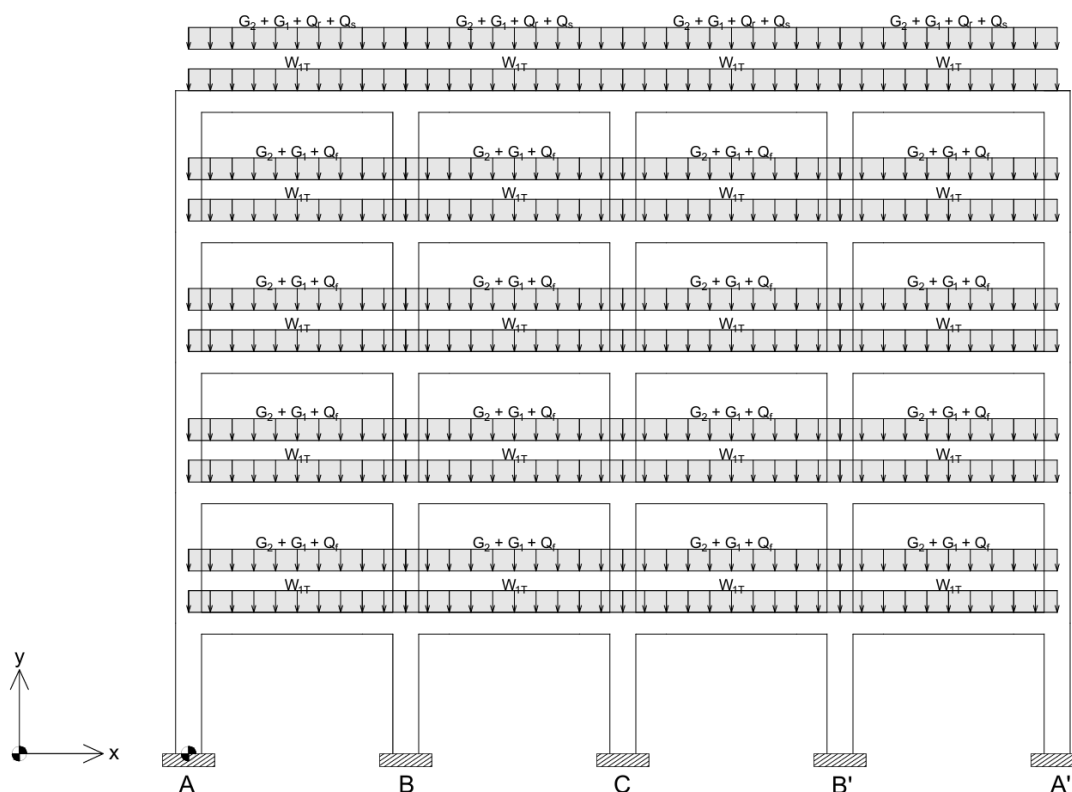


Figura 42: *Rappresentazione schematica dei carichi distribuiti sulle travi*

I Valori richiesti in input dal comando sono:

- \$patternTag: è il tag del pattern che si sta creando.
- \$eleTag: è il tag di ogni elemento al quale si vuole attribuire il carico.
- \$Wx (\$Wy, \$Wz): è il valore del carico al metro lineare che si sta assegnando lungo una certa direzione.

4.13.3 Combinazione eccezionale delle azioni

Un aspetto cruciale nella valutazione della robustezza riguarda la definizione dello scenario di carico agente al momento della rimozione dell'elemento strutturale. Diversamente dalle verifiche agli Stati Limite Ultimi convenzionali, l'analisi effettuata richiede un approccio più aderente alla probabile realtà fisica dell'evento eccezionale.

Per tale ragione, nel modello OpenSees, i carichi gravitazionali sono stati applicati seguendo la combinazione eccezionale, prevista dalle NTC 2018 [5] e dall'Eurocodice 0 [14]. La logica di tale combinazione è quella di valutare la capacità portante residua della struttura danneggiata sotto i carichi che effettivamente possono essere presenti durante l'evento, senza le amplificazioni statistiche tipiche della progettazione ordinaria.

In accordo con quanto implementato nel codice di calcolo Tcl, il vettore delle forze applicate ai nodi e agli elementi segue una formulazione secondo la quale vengono applicati dei

coefficienti parziali: tutti i carichi, sia permanenti che variabili, sono stati assunti con il loro valore nominale. Infatti, l'utilizzo del coefficiente unitario permette di analizzare la risposta nominale del sistema, coerentemente con l'approccio probabilistico stocastico che già prevede la variabilità dei parametri tramite campionamento Latin Hypercube.

Questo approccio di carico garantisce che l'energia potenziale gravitazionale trasformata in energia cinetica durante la transizione dinamica (post-rimozione dell'elemento strutturale) sia rappresentativa di una condizione di esercizio reale.

4.14 Campionamento dei valori

La valutazione della sicurezza strutturale nei confronti del collasso richiede un passaggio fondamentale dall'approccio deterministico tradizionale a un approccio probabilistico avanzato. Sebbene i valori medi forniscano una base di partenza per la comprensione del comportamento del telaio, essi non sono in grado di descrivere l'influenza delle incertezze aleatorie intrinseche ai materiali e alle condizioni di carico, che giocano un ruolo cruciale nella risposta non lineare della struttura sottoposta all'azione dei carichi.

Per tale ragione, nella presente tesi, tutti i parametri di input sono stati trattati come variabili stocastiche indipendenti, caratterizzate da specifiche distribuzioni di probabilità. Le variabili oggetto di aleatorietà includono sia i parametri relativi alla domanda gravitazionale, dunque carichi permanenti strutturali, non strutturali e variabili, sia quelli relativi alla capacità resistente del sistema, quindi, in primo luogo l'unità di massa volumetrica del calcestruzzo armato che influenza direttamente le forze d'inerzia durante le analisi dinamiche, in secondo luogo il modulo elastico dell'acciaio e, infine, le resistenze e le deformazioni, ultime e di picco, sia dell'acciaio che del calcestruzzo confinato e non confinato.

Al fine di esplorare lo spazio campionato in modo efficiente e rigoroso, si è adottata la tecnica del Latin Hypercube Sampling (approfondita nel §2.5.6). A differenza del campionamento casuale semplice (metodo Monte Carlo standard), l'LHS opera attraverso una partizione della distribuzione di probabilità di ciascuna variabile in intervalli di uguale probabilità. Questo garantisce che ogni porzione della distribuzione, incluse le code (dove risiedono i valori più estremi e critici per la stabilità), sia rappresentata in modo equo nel campione finale.

Attraverso questa tecnica, sono state generate cento diversi campioni (o vettori di input), dove, ogni set di parametri rappresenta una possibile configurazione fisica dell'edificio, permettendo di trasformare un singolo modello deterministico in una popolazione di modelli statisticamente significativi.

Questa metodologia di campionamento bilanciato costituisce il presupposto necessario per le successive analisi non lineari, permettendo di propagare l'incertezza dei dati di input fino ai risultati finali. L'output di tale processo non sarà quindi un singolo valore di resistenza, bensì una distribuzione della risposta strutturale che consentirà di quantificare con rigore scientifico la probabilità di collasso dell'edificio e di definirne accuratamente le curve di fragilità.

La definizione delle distribuzioni di probabilità per ciascuna variabile stocastica ha richiesto, oltre all'individuazione dei valori medi, la determinazione dei relativi Coefficienti di Variazione (CoV). Questi indici adimensionale sono stati utilizzati per quantificare il grado di dispersione e di incertezza intrinseca di ogni parametro, permettendo di calcolare la deviazione standard necessaria per il processo di campionamento. L'impiego del CoV risulta particolarmente efficace in quanto consente di pesare l'ampiezza dell'incertezza in modo proporzionale al valore medio della grandezza considerata, garantendo una coerenza statistica tra parametri di diversa natura fisica.

I Coefficienti di variazione vengono calcolati come il rapporto tra lo scarto quadratico medio e la media; quindi, esprime lo scarto quadratico medio come percentuale della media, rendendo confrontabili le incertezze di grandezze fisiche diverse:

$$\text{CoV} = \frac{\sigma}{\mu} \qquad \qquad \qquad (\text{Equazione 4.16})$$

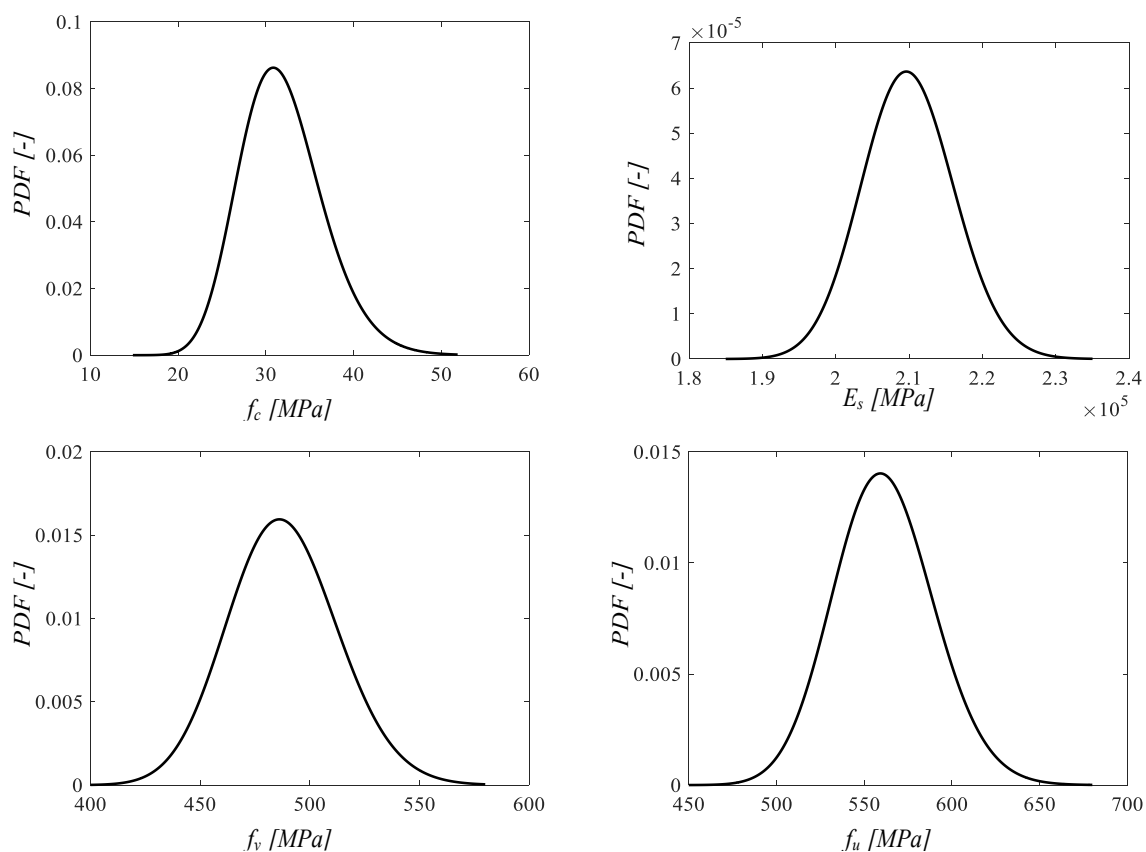
Tabella 13: Valori medi e distribuzioni delle grandezze campionate

Distribuzione	Simbolo	Valore medio	Unità di misura	CoV
Log-normale	f _c	31.90	MPa	0.15
Log-normale	E _s	210000.00	MPa	0.03
Log-normale	f _y	488.60	MPa	0.05
Log-normale	f _u	589.80	MPa	0.05
Log-normale	ε _{su}	0.14	-	0.09
Normale	ρ	2500.00	kg/m³	0.05
Normale	G ₁	16.00	kN/m	0.05
Normale	G ₂	13.00	kN/m	0.05
Gumbel	Q _p	7.30	kN/m	0.20
Gumbel	Q _c	1.80	kN/m	0.20
Gumbel	Q _n	4.70	kN/m	0.20

Per la selezione dei valori dei CoV, si è fatto riferimento alla letteratura tecnico-scientifica e alle indicazioni fornite nella tesi di E. Miceli (2024) [11], assumendo valori differenziati in base alla predicibilità della variabile. In particolare, sono stati adottati coefficienti più contenuti

per le proprietà dell'acciaio, caratterizzato da un processo produttivo industriale controllato e quindi da una minore dispersione, e coefficienti più elevati per le resistenze del calcestruzzo e per i carichi variabili, che presentano tipicamente una variabilità naturale e ambientale più marcata. Questa calibrazione dei coefficienti di variazione ha permesso al metodo Latin Hypercube Sampling di generare un set di cento realizzazioni che rispecchia fedelmente la realtà fisica del costruito, dove ogni parametro fluttua attorno alla propria media con un'ampiezza statisticamente rappresentativa del suo reale livello di incertezza.

Al fine di visualizzare concretamente l'esito del processo di campionamento e la dispersione statistica impressa alle diverse grandezze fisiche, vengono di seguito riportate le Funzioni di Densità di Probabilità (PDF) relative alle principali variabili di input. Tali grafici illustrano visivamente come la popolazione dei cento valori stocastici si distribuisca attorno ai valori nominali di progetto, fornendo un riscontro grafico immediato dell'incertezza modellata per i materiali e per le azioni agenti.



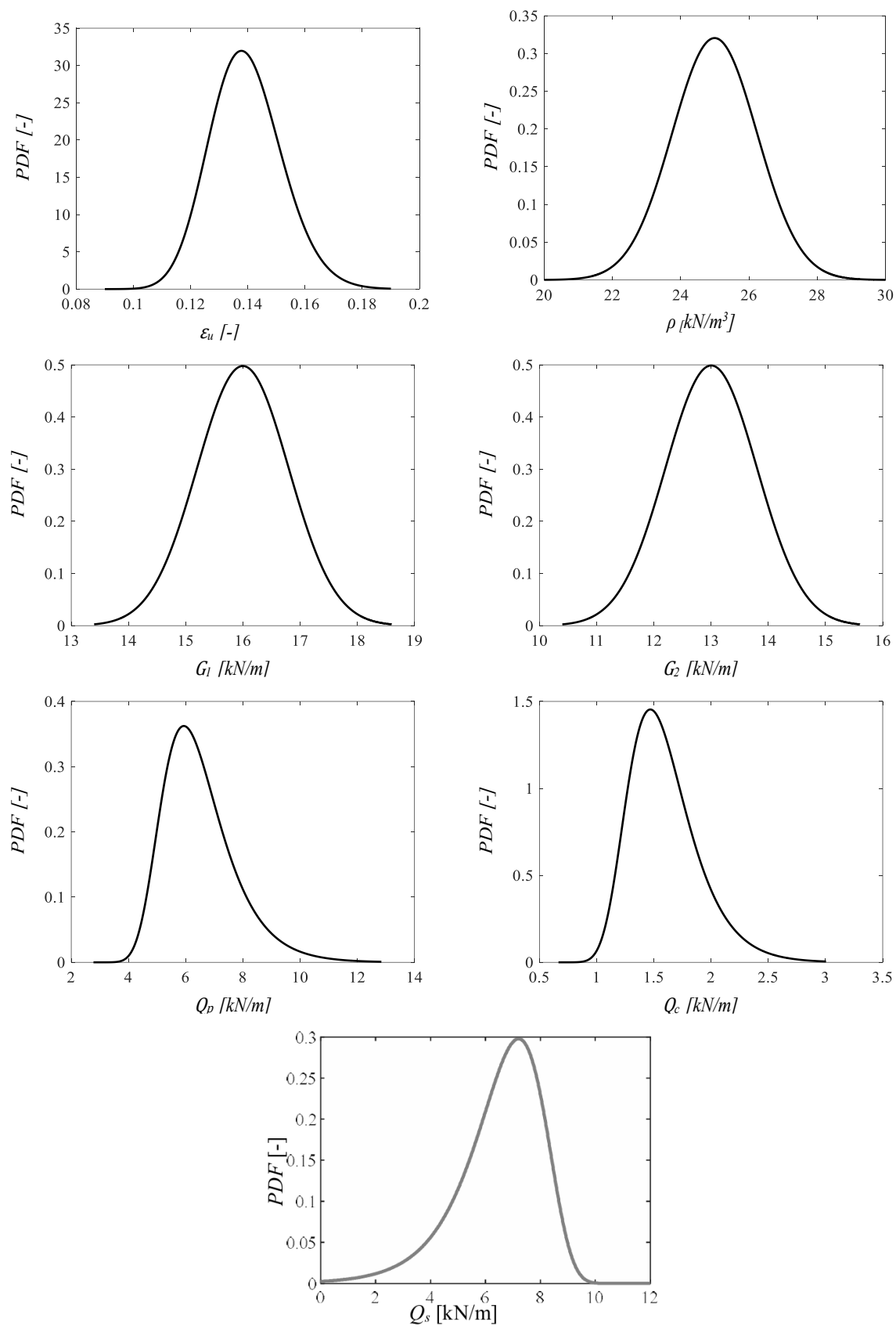


Figura 43: Funzione di densità di probabilità per le variabili di base relative alle proprietà del carico (E. Miceli, 2024)

4.15 Definizione delle masse nodali

Le masse nodali della struttura sono state modellate come masse concentrate (*Lumped Masses*) in corrispondenza dei nodi del telaio. Tale approccio permette una corretta valutazione delle forze d'inerzia durante le analisi dinamiche e una definizione accurata dei periodi propri di vibrare del sistema.

L'assegnazione nel modello è stata effettuata calcolando la massa relativa a ogni singolo nodo, distinguendo tra i diversi contributi strutturali e non strutturali:

- Nodi d'impalcato: nei nodi d'impalcato, ossia i nodi appartenenti ai livelli dal secondo al sesto, la massa è stata determinata considerando la lunghezza d'influenza di ogni nodo lungo la trave. Infatti, è stata fatta una distinzione tra i nodi d'estremità del telaio, i nodi di mezzeria e i nodi trave-pilastro intermedi (che ricevono la massa relativa alle porzioni di due travi), applicando i valori delle masse calcolate come prodotto tra i valori delle masse al metro lineare e le relative lunghezze d'influenza. A questo contributo è stata sommata, ai nodi trave-pilastro, l'aliquota della massa dei pilastri afferenti al nodo, considerando la propria altezza d'influenza.
- Nodi intermedi dei pilastri: data la discretizzazione in più elementi, la massa è stata ripartita sui nodi intermedi. Ad ogni nodo è stata assegnata una massa corrispondente alla propria lunghezza di influenza pari a 1 m.
- Nodi di base: per i nodi di base è stata assegnata la massa relativa alla porzione inferiore dei pilastri del primo piano la cui lunghezza di influenza è pari a 0.5 m.

Le masse sono state assegnate ai gradi di libertà di traslazione orizzontale e verticale X e Y. Per quanto concerne il grado di libertà rotazionale, è stato inserito un valore trascurabile, necessario per evitare singolarità numeriche nella matrice delle masse senza influenzare la risposta dinamica globale. Il comando per l'assegnazione delle masse all'interno del modello si presenta nella seguente forma:

```
mass $nodeTag $massValueX $massValueY $massValueθ
```

I Valori richiesti in input dal comando sono:

- \$nodeTag: tag relativo al nodo al quale attribuire i valori della massa.
- \$massValueX: valore della massa traslazionale lungo la direzione X associata alla risposta sismica orizzontale.
- \$massValueY: valore della massa traslazionale lungo la direzione Y associata alle vibrazioni verticali e alla componente gravitazionale.
- \$massValueθ: valore dell'inerzia rotazionale del nodo nel piano.

All'interno del modello sono stati attribuiti gli stessi valori di massa traslazionale sia in direzione X che in direzione Y. Questo significa che il nodo ha la stessa inerzia in entrambe le direzioni; dunque, sia se si muove in direzione orizzontale, sia se si muove in direzione verticale.

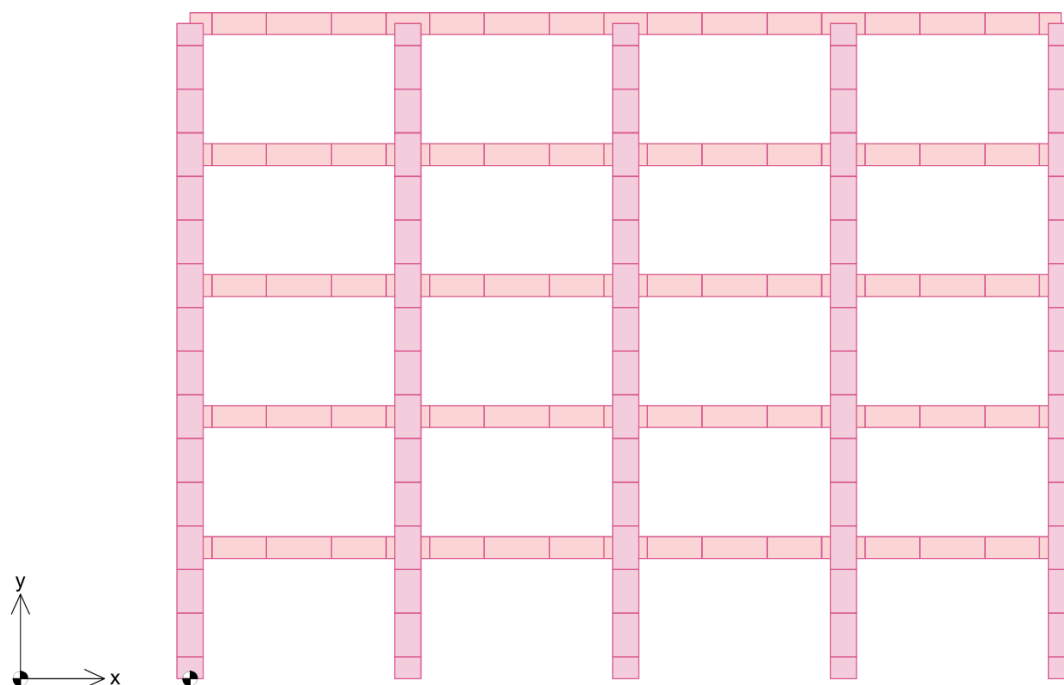


Figura 44: Rappresentazione grafica del modello con la suddivisione in masse nodali con lunghezza pari alla lunghezza d'influenza

Capitolo 5: Analisi e rimozione dell'elemento strutturale

5.1 Analisi statica

La prima fase della procedura numerica prevede l'esecuzione di un'analisi statica non lineare finalizzata a stabilire lo stato tensionale e deformativo della struttura sotto l'azione dei carichi gravitazionali (peso proprio, carichi permanenti e sovraccarichi variabili). I carichi sono stati applicati gradualmente attraverso un algoritmo di controllo del carico (*LoadControl*) suddiviso in dieci incrementi, utilizzando il metodo di *Newton-LineSearch* per garantire la convergenza in presenza di non-linearità materiale delle sezioni a fibre. In questa fase, la struttura è stata modellata nella sua configurazione integra, permettendo al software di risolvere l'equilibrio globale e di registrare le reazioni vincolari alla base. Al termine di questa fase, i carichi sono stati mantenuti costanti (*loadConst*) e il tempo di analisi è stato azzerato, definendo così la condizione di zero da cui far partire l'evento dinamico.

5.2 Analisi dinamica e rimozione

5.2.1 Rimozione dell'elemento strutturale

La valutazione della robustezza viene effettuata mediante l'analisi della risposta dinamica a seguito della rimozione improvvisa di un elemento strutturale. Tale scenario rappresenta una condizione di carico eccezionale finalizzata a verificare la capacità del sistema di travi di piano di ridistribuire le forze verso i pilastri superstiti senza incorrere in crolli progressivi.

La simulazione dell'evento eccezionale è stata effettuata attraverso la tecnica della rimozione improvvisa degli elementi 1008, 1009 e 1010, corrispondenti al pilastro centrale del piano terra. Tale operazione induce uno sbilanciamento istantaneo delle forze interne, innescando una risposta dinamica transitoria governata dalle equazioni del moto. Per risolvere tale fase, è stata impostata un'analisi *Transient* basata sul metodo di integrazione di Newmark che garantisce stabilità numerica per l'integrazione delle accelerazioni costanti.

5.2.2 Gestione della matrice di smorzamento

La dissipazione energetica è stata modellata tramite uno *smorzamento viscoso alla Rayleigh*, calibrato sul primo modo di vibrare della struttura per riflettere lo smorzamento

intrinseco dei materiali. OpenSees risolve ad ogni passo è l'equazione del moto riportata di seguito:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + \{f_{int}(u)\} = \{f_{ext}(t)\} \quad (\text{Equazione 5.1})$$

dove:

- $[M]$ è la matrice di massa globale. In questo caso, avendo usato masse concentrate, è una matrice diagonale.
- $[C]$ è la matrice di smorzamento globale, costruita con il comando *Rayleigh*.
- $\{u\}$ è il vettore degli spostamenti nodali.
- $\{\dot{u}\}$ è il vettore delle velocità nodali.
- $\{\ddot{u}\}$ è il vettore delle accelerazioni nodali.
- $\{f_{int}(u)\}$ è il vettore delle forze interne resistenti (forze e momenti che gli elementi esercitano sui nodi).
- $\{f_{ext}(t)\}$ è il vettore delle forze esterne applicate (carichi gravitazionali e, nel caso di analisi sismica, le forze d'inerzia trascinate).

I modi di vibrare sono determinati calcolando le frequenze naturali della struttura e i corrispondenti modi di oscillazione, noti come modi modali. Ogni modo modale ha una frequenza naturale (ω_i) associata e un vettore di modo (φ_i) che descrive la forma e l'ampiezza del movimento della struttura in quel modo specifico. Questi parametri sono ottenuti risolvendo il problema agli autovalori e agli autovettori dell'equazione del moto strutturale.

Per simulare la dissipazione di energia durante la fase dinamica, è stato adottato un modello di smorzamento viscoso alla *Rayleigh* proporzionale alla sola rigidezza. L'equazione delle forze dissipative risolta dal sistema è definita come:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (\text{Equazione 5.2})$$

dove, α e β sono costanti scalari che determinano quanto la matrice di smorzamento $[C]$ sia influenzata dalla distribuzione delle masse e dalla distribuzione delle rigidezze della struttura. Nel caso specifico, è stato annullato il contributo della massa (ponendo $\alpha = 0$) per evitare l'insorgere di forze di smorzamento spurie legate ai moti di corpo rigido, concentrando la dissipazione sulla sola matrice di rigidezza tangente $[K]$ tramite il coefficiente β . La relazione che lega il coefficiente di smorzamento ζ (assunto pari al 5%) alla frequenza angolare ω del primo modo di vibrare è espressa dalla seguente equazione:

$$\beta = \frac{2\zeta}{\omega} \quad (\text{Equazione 5.3})$$

Questo approccio garantisce che la dissipazione energetica sia coerente con le caratteristiche dinamiche della struttura nel momento immediatamente successivo alla rimozione del pilastro. L'Equazione 5.3) deriva dall'equazione generale di smorzamento modale, assumendo un coefficiente $\alpha = 0$:

$$\zeta = \frac{\alpha}{2\omega} + \frac{\beta\omega}{2} \quad (\text{Equazione 5.4})$$

5.2.3 Gestione delle singolarità numeriche

Un aspetto critico nella modellazione del collasso progressivo è la possibile formazione di meccanismi labili o instabilità globali che rendono la matrice di rigidezza singolare. Nel codice, tale criticità è gestita preventivamente attraverso un controllo rigoroso sul valore dell'autovalore $\lambda = \omega^2$. Prima di procedere alla divisione per il calcolo di β , il software verifica che λ sia strettamente positivo: questa precauzione è fondamentale per evitare errori di divisione per zero o l'estrazione della radice quadrata di numeri negativi, situazioni che si verificherebbero nel caso in cui la struttura fosse già labile al termine della fase statica. Qualora l'analisi degli autovalori restituisse un valore nullo o negativo, indicando che la struttura è un meccanismo instabile, il codice è istruito per interrompere la procedura dinamica, registrando lo stato di instabilità. Inoltre, per incrementare la robustezza numerica durante le forti non-linearità della dinamica transitoria, è stato impiegato il solutore *Krylov-Newton*. A differenza del metodo di *Newton-Raphson* standard, l'algoritmo di *Krylov-Newton* utilizza sottospazi di Krylov per accelerare la convergenza e stabilizzare la soluzione quando la matrice tangente è mal condizionata o prossima alla singolarità, garantendo la continuità del calcolo anche in presenza di un marcato danneggiamento delle sezioni a fibre. Inoltre, l'algoritmo *Krylov-Newton* viene supportato da un sistema di risoluzione delle matrici di tipo *BandGeneral*, volto a prevenire instabilità numeriche derivanti da eventuali singolarità della matrice di rigidezza.

L'analisi è stata condotta per un intervallo temporale di 10 secondi con un passo d'integrazione di 0.001 s, monitorando costantemente lo spostamento verticale del nodo sovrastante il pilastro rimosso per identificare l'eventuale innesco di un collasso progressivo.

5.3 Monitoraggio delle sezioni

5.3.1 Gestione del monitoraggio per ogni fibra

La valutazione della robustezza strutturale a seguito della rimozione improvvisa di un elemento strutturale deve essere affiancata da un'analisi dettagliata della risposta locale. Il controllo dei parametri globali, come lo spostamento del nodo di controllo (posto in corrispondenza del nodo trave-pilastro appena sopra l'elemento rimosso), forniscono una

misura globale dell'andamento della struttura e dell'eventuale collasso. Tuttavia, per poter andare a indagare sui meccanismi di redistribuzione delle forze interne verificando l'andamento delle tensioni e delle deformazioni, è necessario effettuare il monitoraggio delle sezioni interne degli elementi. Il monitoraggio è finalizzato all'osservazione dello stato tenso-deformativo dei materiali (calcestruzzo e acciaio) nei punti strategici della struttura, ossia le sezioni di travi e pilastri in corrispondenza di ogni nodo.

Al fine di ottenere una mappatura completa del danneggiamento, è stata definita una lista di monitoraggio all'interno del modello (*monitorList*) che comprende tutti i 29 nodi distribuiti sui cinque impalcati del telaio. Per ogni nodo, sono state analizzate, quindi, le sezioni d'estremità degli elementi afferenti, identificando le quattro posizioni chiave per ogni nodo:

- Sezione 1: sezione del pilastro superiore
- Sezione 2: sezione della trave destra
- Sezione 3: sezione del pilastro inferiore
- Sezione 4: sezione della trave sinistra

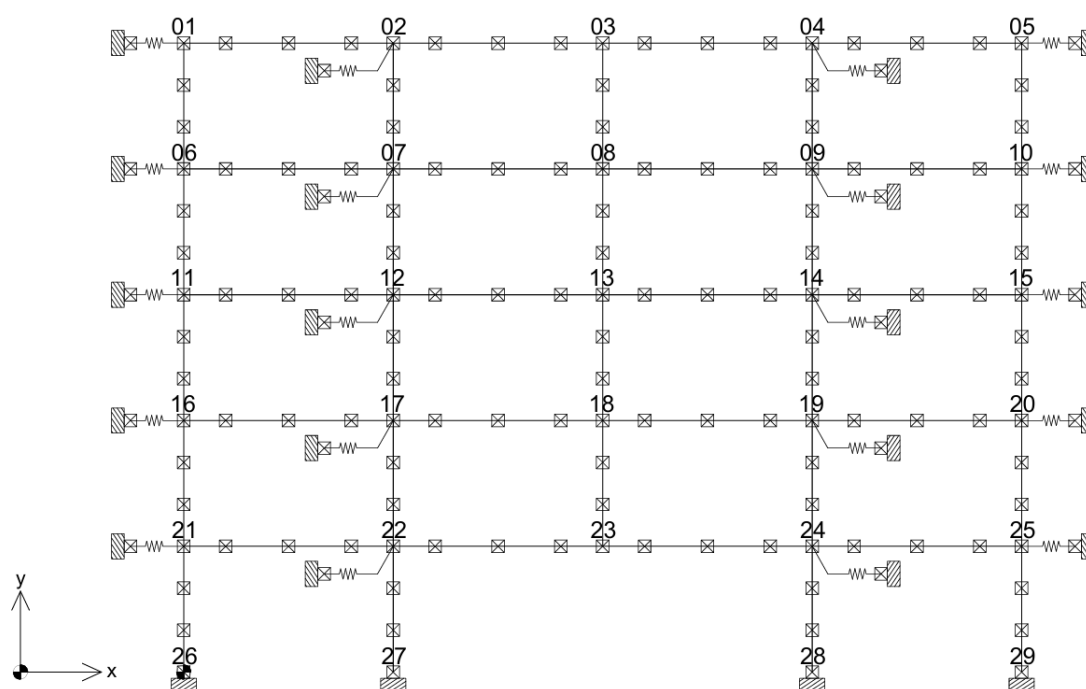


Figura 45: Numerazione progressiva dei 29 nodi del telaio analizzati

La discretizzazione a fibre delle sezioni ha permesso di scendere a un livello di dettaglio sufficiente per verificare l'andamento dello stato tenso-deformativo. Per ogni sezione monitorata, sono stati selezionati cinque fibre di controllo, due per le armature longitudinali superiori e inferiori e tre per il calcestruzzo confinato (una per la fibra centrale e fibre intermedie nel core).

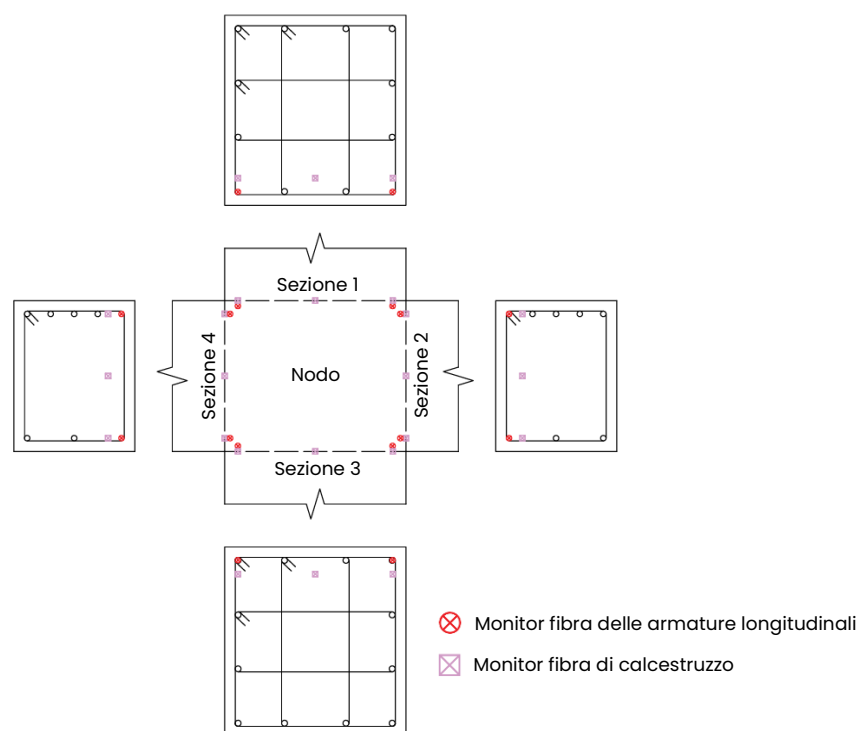


Figura 46: Rappresentazione grafica del monitoraggio delle fibre delle sezioni

Tabella 14: Classificazione delle fibre monitorate

Campionamento	Nodo	Sezione	Fibra	Simbolo	Materiale monitorato
1/100	1/29	1/4	1	⊗	Acciaio - Armatura superiore
			2	⊗	Calcestruzzo - Fibra intermedia superiore
			3	⊗	Calcestruzzo - Fibra centrale
			4	⊗	Calcestruzzo - Fibra intermedia inferiore
			5	⊗	Acciaio - Armatura inferiore

5.3.2 Implementazione dei Recorders su OpenSees

L'estrazione dei dati è stata effettuata mediante il comando *recorder Element* di OpenSees, configurato per registrare la risposta in termini di sforzo e deformazione (*stressStrain*). Per gestire l'elevata mole di dati derivante dai cento campionamenti stocastici, è stata implementata una procedura automatizzata in linguaggio Tcl.

Per ogni campione, il software ha generato file temporanei per ogni singola fibra. Tale approccio ha permesso di catturare l'intera storia temporale della risposta dinamica, con

un passo di $\Delta t = 0,001$ s, dal momento della rimozione del pilastro fino alla stabilizzazione o al crollo della struttura.

Al fine di garantire l'estrazione di dati di deformazione fisicamente rappresentativi, il monitoraggio della risposta strutturale è stato condotto scegliendo il terzo punto di integrazione di ciascun elemento prossimo al nodo. Tale scelta risulta metodologicamente necessaria per analizzare l'effettivo comportamento della luce netta dei componenti strutturali, evitando le regioni di sovrapposizione geometrica tra travi e pilastri. Poiché il modello per l'analisi agli elementi finiti non lineare è costruito sulle linee d'asse, l'impiego dei punti di integrazione d'estremità comporterebbe l'analisi di sezioni che, nel modello matematico, ricadono all'interno dell'ingombro dei nodi; ricorrere al punto di integrazione centrale permette, invece, di monitorare l'evoluzione del danneggiamento per flessione e catenaria nelle regioni effettivamente libere di deformarsi. Questo approccio assicura una valutazione della probabilità di fallimento più stabile e aderente alla realtà fisica del sistema, evitando che i risultati siano alterati da effetti locali legati alla rigidità del nodo.

Data la natura dei file di output di OpenSees (un file per ogni fibra), è stata sviluppata una routine di post-processing per consolidare le informazioni. Per ogni sezione monitorata, i dati delle singole fibre sono stati fusi in un unico file di sezione associando a ogni istante temporale il vettore completo delle tensioni e delle deformazioni.

Questo processo di riorganizzazione dei dati è stato fondamentale per la successiva fase analitica, consentendo di verificare immediatamente il raggiungimento dello snervamento dell'acciaio o la fessurazione del calcestruzzo in funzione della variabilità statistica dei materiali introdotta con il Latin Hypercube Sampling.

Capitolo 6: Analisi della risposta dinamica e risultati del campionamento stocastico

6.1 Introduzione

In questo capitolo vengono riportati e discussi i risultati della procedura strain-based applicata ai telai in calcestruzzo armato oggetto di studio. L'obiettivo fondamentale è superare l'approccio deterministico tradizionale, introducendo una quantificazione rigorosa della robustezza attraverso l'indice di affidabilità β e la probabilità di fallimento P_f .

Come suggerito da Haldar e Mahadevan (2000) [6], la progettazione ingegneristica è intrinsecamente affetta da incertezze aleatorie (variabilità naturale dei materiali e dei carichi). Pertanto, la risposta strutturale a un evento eccezionale, come la perdita improvvisa di un elemento portante, non può essere descritta da un unico valore, ma da una distribuzione di probabilità delle risposte.

Il primo passo riguarda la modellazione delle variabili base. Ogni variabile, quali la resistenza del calcestruzzo, lo snervamento dell'acciaio, i moduli elastici e i carichi, è stata trattata come una variabile casuale con una specifica funzione di densità di probabilità (PDF).

Utilizzando la tecnica del Latin Hypercube Sampling (LHS) (vedi §2.5.6) che, rispetto al metodo Monte Carlo tradizionale, permette una copertura più efficiente dello spazio campionario con un numero inferiore di simulazioni ($N = 100$ per telaio), si garantisce che anche le code delle distribuzioni (dove risiedono i valori estremi pericolosi) siano adeguatamente rappresentate.

6.2 Analisi delle storie temporali degli spostamenti

6.2.1 Spostamento statico e spostamento dinamico

In questa sezione viene analizzata la risposta dinamica del telaio a seguito della rimozione improvvisa del pilastro centrale del piano terra, in particolare focalizzandosi sulla risposta dinamica del nodo 209, identificato come fulcro di tale risposta, in quanto rappresenta il punto di applicazione diretta dello scenario di perdita del supporto verticale. Il grafico riportato nella Figura 47 illustra le storie temporali degli spostamenti verticali per i 100 campionamenti effettuati, coprendo un intervallo temporale totale di 10 secondi.

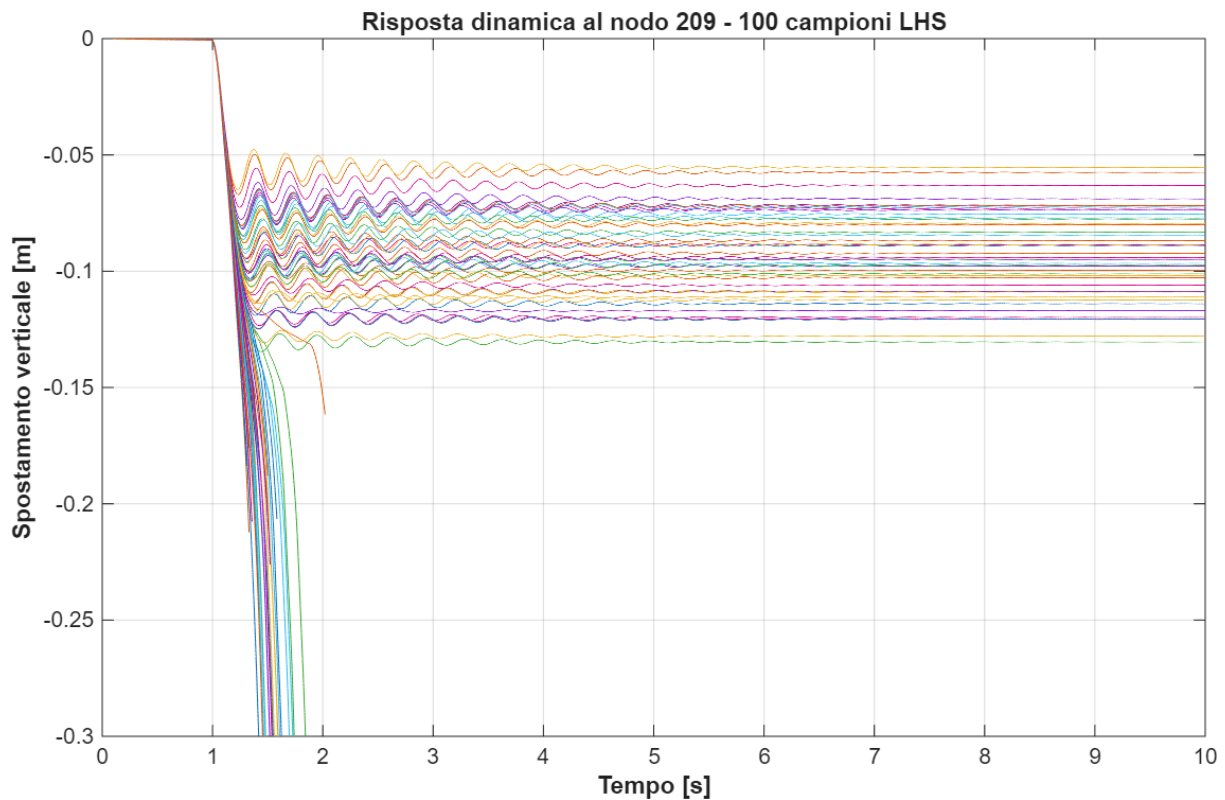


Figura 47: Storia temporale degli spostamenti relativi al nodo 209 dei 100 campionamenti

L'andamento delle curve permette di distinguere chiaramente due fasi fenomenologiche principali:

1. *Fase Statica Iniziale* ($t < t_{\text{rimozione}}$): Nel primo secondo di analisi, la struttura si trova in una condizione di equilibrio statico sotto i carichi gravitazionali nominali. In questa fase, gli spostamenti registrati sono estremamente contenuti e uniformi per tutti i campioni. Tale stabilità numerica conferma la corretta applicazione dei carichi e la congruenza del modello prima dell'evento di danneggiamento.
2. *Transizione Dinamica e Risposta Oscillatoria* ($t > t_{\text{rimozione}}$): Al tempo $t_{\text{rimozione}} = 1$ s, avviene la rimozione istantanea degli elementi il pilastro centrale. Questo evento innesca una risposta dinamica violenta: il nodo, non più sostenuto, subisce un rapido incremento dello spostamento verticale. Come si evince dal grafico, la maggior parte dei campioni esibisce un andamento ondulatorio: si tratta della vibrazione libera della struttura che tenta di ridistribuire il carico verso le campate adiacenti. Le oscillazioni tendono a smorzarsi progressivamente nel tempo grazie all'introduzione dello smorzamento viscoso di tipo Rayleigh (vedi §5.2.2), portando i campioni superstiti verso una nuova configurazione di equilibrio deformata.

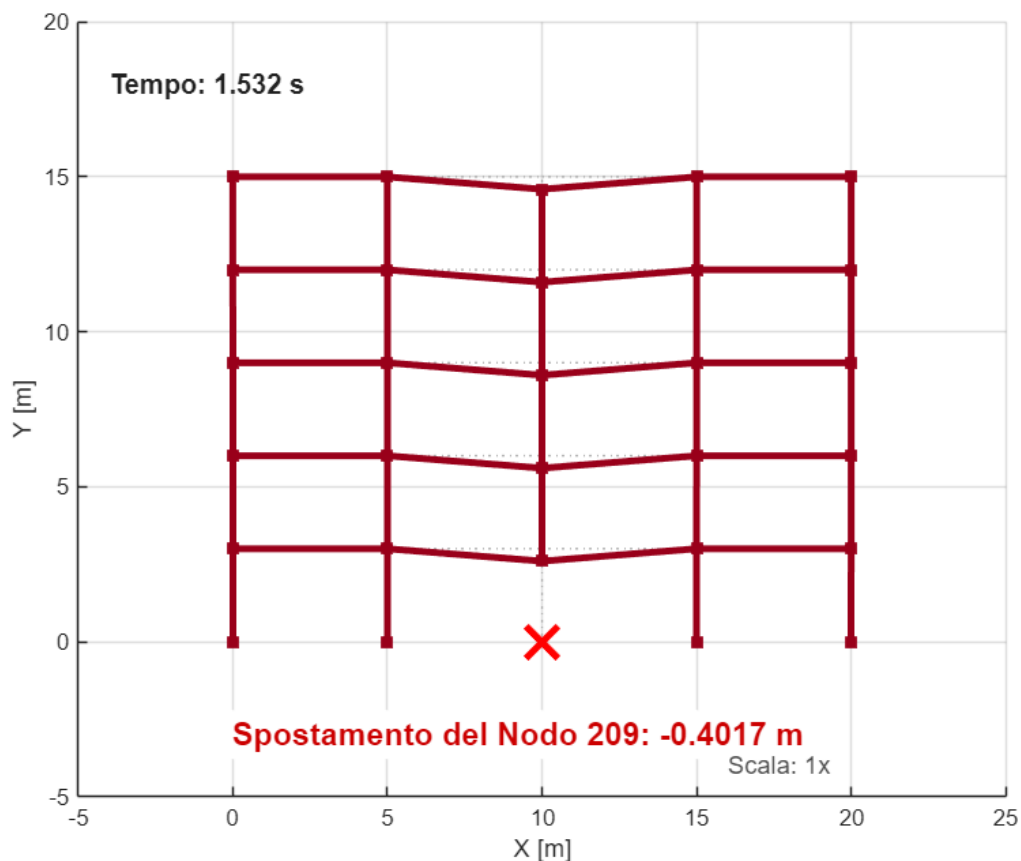


Figura 48: Rappresentazione dello spostamento dei nodi analizzati per il primo valore del campionamento (1/100)

6.2.2 Campioni stabili e collasso strutturale

L'aspetto più significativo del grafico è la dispersione dei risultati, derivante dalla combinazione sia della variabilità dei carichi, sia dalla variabilità delle proprietà meccaniche dei materiali (calcestruzzo e acciaio) assegnate in fase di campionamento.

Una parte della nuvola di curve riesce a stabilizzarsi su valori di spostamento finale compresi tra 0.05 m e 0.2 m, dimostrando che la struttura possiede sufficienti riserve di robustezza per attivare meccanismi resistenti alternativi (come l'effetto arco o l'azione catenaria) e, di conseguenza, portando a termine l'analisi per i 10 secondi. Queste curve rappresentano nel complesso i campioni stabili.

D'altra parte, si osserva un gruppo di curve che diverge drasticamente verso il basso, superando rapidamente spostamenti elevati. Questi casi rappresentano il collasso strutturale, dove la combinazione di basse resistenze dei materiali e instabilità geometrica impedisce il raggiungimento di una nuova configurazione di equilibrio.

Inoltre, dal grafico si osserva che alcune curve si interrompono bruscamente prima del termine dei 10 secondi. Questo fenomeno è riconducibile alla rottura fragile delle fibre di calcestruzzo o allo snervamento dell'acciaio definiti tramite il comando MinMax. Quando il

danneggiamento locale diventa troppo esteso, la matrice di rigidezza del sistema diventa singolare o l'algoritmo di Newton-Raphson non riesce a trovare l'equilibrio entro le tolleranze stabilite, portando all'arresto prematuro dell'analisi per mancata convergenza.

6.2.3 Vantaggi dell'approccio probabilistico

Il grafico evidenzia che la rimozione del pilastro non porta necessariamente al collasso globale, ma la probabilità di sopravvivenza della struttura è strettamente correlata alla capacità delle sezioni di sopportare l'incremento di carico dinamico. La presenza di curve che si interrompono o che crollano drasticamente sottolinea l'importanza di un approccio probabilistico: l'analisi deterministica basata sui valori medi non sarebbe stata in grado di catturare questi scenari critici di instabilità dinamica.

6.3 Teorema della Probabilità Totale

L'obiettivo principale dell'analisi è quello di quantificare l'affidabilità del sistema strutturale a seguito della perdita improvvisa di un elemento portante verticale.

La valutazione della sicurezza strutturale non può prescindere da una formulazione che tenga conto delle incertezze intrinseche sia della domanda (sollecitazione/deformazione) che della capacità (resistenza ultima). In questo contesto, la valutazione della robustezza viene definita attraverso la *probabilità condizionata di collasso dato il danno locale*, indicata come $P[C|SL]$ (vedi §1.5). Il calcolo di $P[C|SL]$ deve tenere conto di due gruppi distinti di eventi stocastici emersi durante le simulazioni:

1. *Casi di collasso immediato*: rappresentano i casi in cui le curve di energia interna ed esterna non mostrano alcuna intersezione. In queste istanze, la struttura perde stabilità istantaneamente a causa di un softening prematuro; per tali campioni non è possibile definire un fattore di amplificazione dinamica e la probabilità di collasso è assunta pari all'unità.
2. *Casi stabili*: rappresentano i casi in cui è stato raggiunto l'equilibrio energetico. Per questi campioni, il rischio di fallimento è legato al superamento delle deformazioni ultime dei materiali sotto i carichi gravitazionali.

Queste due condizioni vengono combinate attraverso il *Teorema della Probabilità Totale*, portando alla seguente espressione per il calcolo della probabilità di collasso condizionata:

$$P[C|SL] = \frac{N_{\text{non-collapse}}}{N_{\text{tot}}} \cdot p_f^{\text{strain}} + \frac{N_{\text{collapse}}}{N_{\text{tot}}} \cdot 1 \quad (\text{Equazione 6.1})$$

dove:

- $N_{collapse}$ rappresenta il numero di casi che hanno subito un crollo immediato;
- $N_{non-collapse}$ rappresenta il numero di casi che hanno raggiunto l'equilibrio energetico;
- p_f^{strain} rappresenta la probabilità che la domanda di deformazione ecceda la capacità ultima dei materiali.

6.4 Integrale di Convoluzione

Per i campioni che sopravvivono alla fase dinamica iniziale, la verifica viene condotta confrontando, in ogni punto critico delle sezioni monitorate, la domanda di deformazione di picco (S) con la capacità ultima del materiale (C). La probabilità p_f^{strain} è determinata mediante l'*integrale di convoluzione*:

$$p_f^{strain} = P(C < S) = \int_0^{\infty} F_C(s) \cdot f_s(s) ds \quad (\text{Equazione 6.2})$$

dove:

- $F_C(s)$ è la *Funzione di Distribuzione Cumulata (CDF) della Capacità*;
- $f_s(s)$ è la *Funzione di Densità di Probabilità (PDF) della Domanda*.

Dalla combinazione dell' (Equazione 6.1) e dell' (Equazione 6.2) si ottiene la formula finale del Teorema delle Probabilità Totali:

$$P[C|SL] = \frac{N_{non-collapse}}{N_{tot}} \cdot \left[\int_0^{\infty} F_C(s) \cdot f_s(s) ds \right] + \frac{N_{collapse}}{N_{tot}} \cdot 1 \quad (\text{Equazione 6.3})$$

Per quanto riguarda la capacità ultima, per l'acciaio si è fatto riferimento ai valori campionati, mentre per il calcestruzzo confinato la deformazione ultima è stata derivata indirettamente dalla resistenza a compressione, assumendo come soglia limite il raggiungimento di una riduzione del 40% della resistenza di picco.

Per i campioni non crollati, la verifica è stata condotta a livello della singola fibra, dove, la variabile di stato limite è rappresentata dalla deformazione. L'affidabilità è stata calcolata verificando quanto la domanda (deformazioni di picco monitorati in OpenSees) si sovrapponga alla capacità (deformazioni ultime teoriche).

L'utilizzo delle deformazioni invece delle tensioni permette di catturare meglio il comportamento oltre lo snervamento, tipico dei fenomeni di catenaria.

6.5 Analisi della probabilità di collasso condizionata

Una volta calcolato l'integrale di convoluzione e applicato il teorema delle probabilità totali per ogni sezione monitorata (Equazione 6.3), i risultati sono stati mappati sulla geometria del telaio per identificare le zone a maggiore suscettibilità di danno. Questo passaggio è cruciale per comprendere se il meccanismo di crisi sia di tipo locale o se si verifichi una progressione del danno verso il collasso globale, violando i principi di robustezza definiti dal CNR-DT 214/2018 [4].

6.5.1 Interpretazione dei risultati

Le figure [Figura 49] e [Figura 50] mostrano la distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata $P[C|SL]$ nei nodi strutturali, che sintetizza la risposta globale della struttura a valle del danno locale. I cerchi colorati rappresentano le sezioni di monitoraggio (corrispondenti alle sezioni dei nodi di OpenSees come descritto al §5.3.1).

Dall'analisi dei grafici si osserva che le probabilità di collasso condizionato $P[C|SL]$ più elevate, calcolate per le zone più critiche del telaio (quelle in prossimità della pilastrata che ha subito la rimozione), sono strettamente concentrate lungo la colonna verticale interessata dalla rimozione del supporto e nei nodi immediatamente adiacenti. Questo indica che, sebbene la struttura attivi dei meccanismi di redistribuzione, l'incremento di sollecitazione sui nodi superstiti è tale da portare la probabilità di superamento dello stato limite a valori prossimi a 0.55 (55%). Questo risultato va interpretato alla luce dei dati di campionamento:

- *Domini di fallimento*: Dei 100 campioni analizzati, 55 hanno subito un crollo dinamico immediato ($N_{collapse} = 55$), ovvero non hanno trovato un'intersezione tra le curve di energia interna ed esterna, non riuscendo a trovare l'equilibrio dopo aver subito la rimozione. In questi casi, il collasso è certo data la perdita del pilastro.
- *Resilienza delle sezioni residue*: Il fatto che il valore finale di $P[C|SL]$ sia rimasto pressoché 0.55 (con contributi dell'integrale di convoluzione piccolissimi) dimostra che, se la struttura riesce a superare la fase d'urto dinamica iniziale, le sezioni superstiti ($N_{non-collapse} = 45$) riescono a ridistribuire le sollecitazioni trovando una nuova configurazione di equilibrio.

Sebbene entrambi i materiali mostrino un valore di probabilità di collasso condizionata di 0.55, dettato dal collasso dinamico globale dei 55 campioni, le micro-variazioni nei campioni stabili rivelano fenomeni fisici distinti.

Per il calcestruzzo (Figura 49), le zone a maggiore probabilità di superamento dello stato limite di deformazione si concentrano prevalentemente nei nodi delle campate adiacenti a quella rimossa. L'improvvisa flessione della trave genera elevate deformazioni di compressione al lembo superiore in corrispondenza del nodo centrale e al lembo inferiore presso i nodi laterali. In alcuni campioni stocastici, pur essendo stato raggiunto l'equilibrio energetico, le fibre di calcestruzzo confinato hanno superato la soglia di deformazione ultima. Questo indica che la matrice cementizia agisce come prima linea di difesa, ma è soggetta a danneggiamenti fragili locali che riducono la rigidità globale del telaio prima ancora dell'attivazione dei meccanismi tensili.

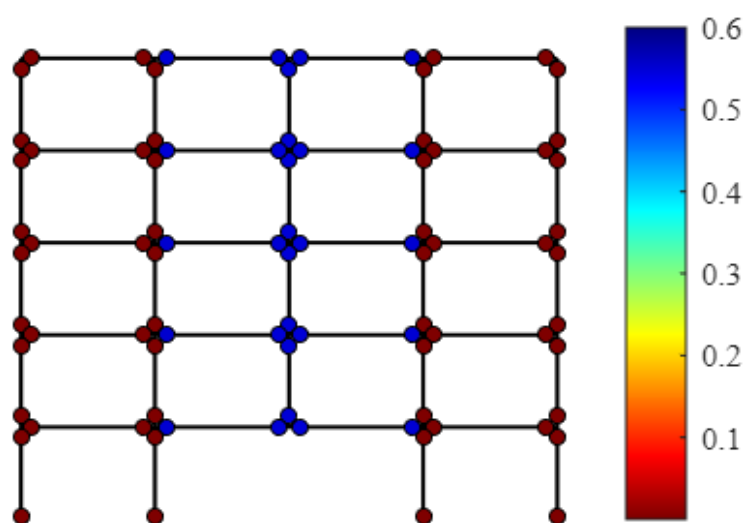


Figura 49: Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali del calcestruzzo

L'acciaio (Figura 50) mostra una distribuzione delle probabilità più legata alla geometria della deformata catenaria. I picchi di deformazione si riscontrano nelle armature longitudinali in prossimità del pilastro rimosso. L'armatura è l'unico componente in grado di gestire la fase di azione catenaria e, la sua vulnerabilità, è correlata alla richiesta di duttilità estrema: nei casi in cui lo spostamento verticale è risultato più marcato, la deformazione nelle barre ha superato i limiti ultimi campionati. È significativo notare come la probabilità di collasso condizionata dell'acciaio risulti, in alcune sezioni, leggermente inferiore a quella del calcestruzzo. Ciò suggerisce che, per questo telaio, la crisi dei campioni superstiti inizia quasi sempre per schiacciamento del calcestruzzo piuttosto che per rottura dei tondini, a meno di non raggiungere spostamenti tali da mobilitare interamente l'armatura come una catena pura.

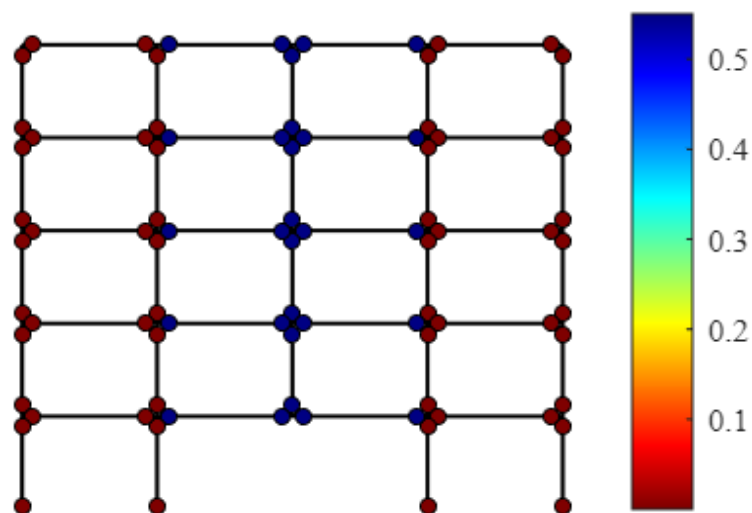


Figura 50: Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali dell'acciaio

6.5.2 Indice di affidabilità condizionato

Traducendo la probabilità di collasso condizionata $P[C|SL]$ in termini di affidabilità, bisogna fare riferimento all' (Equazione 1.5) da cui si ottiene l'indice di affidabilità condizionato bassissimo.

È essenziale sottolineare che, mentre nella progettazione convenzionale si ricercano indici elevati nel campo della robustezza strutturale le Linee Guida CNR-DT 214 [4] indicano come valore target per il sistema danneggiato un indice di affidabilità superiore a 1.5. Tradotto in termini di indice di affidabilità, come riportato al §1.5.3, ciò significa che tale valore, inferiore a quello richiesto per i carichi ordinari (solitamente $\beta > 3.8$), riflette la natura estrema e rara dell'evento sollecitante.

Il valore ottenuto indica formalmente che, per il telaio analizzato, il verificarsi dello scenario di danno locale rende il collasso globale l'esito statisticamente più probabile rispetto alla stabilizzazione.

6.5.3 Considerazioni sui risultati

Il valore elevato di $P[C|SL]$ riscontrato nelle zone centrali suggerisce che il meccanismo di effetto arco non è stato sufficiente a stabilizzare i campioni stocastici più deboli e la struttura mostra difficoltà nell'attivazione completa della fase catenaria.

Poiché le armature longitudinali non sono state progettate per garantire la continuità necessaria allo sviluppo di grandi deformazioni senza rottura, la domanda di deformazione S nell'integrale di convoluzione si sovrappone significativamente alla capacità C , portando alla criticità riscontrata.

I risultati ottenuti indicano, quindi, che per questo specifico telaio lo scenario di rimozione della colonna centrale rappresenta un evento catastrofico non controllato. Questo conferma la necessità di introdurre modifiche al dettaglio costruttivo come la continuità dell'armatura longitudinale in zona dissipativa e non dissipativa e l'inserimento di armatura di parete, per incrementare la riserva energetica nella transizione dalla fase flessionale alla fase catenaria.

L'indice di ottenuto evidenzia la necessità critica di intervenire sul dettaglio costruttivo. Nel Capitolo seguente viene proposta e analizzata una prima variante progettuale volta a migliorare la risposta della struttura.

Capitolo 7: Prima strategia di miglioramento strutturale

7.1 Introduzione

La prima strategia di miglioramento rappresenta la prima evoluzione del telaio rispetto all'edificio originale. L'obiettivo primario di questa variante non è semplicemente l'aumento della resistenza flessionale, bensì la modifica della risposta strutturale nelle fasi di grande spostamento che seguono la rimozione dell'elemento strutturale.

Mentre la progettazione da normativa standard si focalizza sulla dissipazione energetica tramite gerarchia delle resistenze, tale configurazione introduce accorgimenti specifici per facilitare la transizione dal meccanismo di arco compresso a quello di catenaria. In quest'ultimo regime, le travi non lavorano più prevalentemente a flessione, per cui è necessario garantire un'elevata integrità strutturale e una capacità di trazione assiale residua nelle sezioni trave.

7.2 Variazione delle armature

La principale modifica apportata nella seconda configurazione riguarda il dettaglio costruttivo delle armature trasversali e longitudinali delle travi. Nella progettazione sismica ordinaria, le barre d'armatura possono essere interrotte o sovrapposte in zone non critiche: infatti, nella configurazione originale, nel passaggio dalla zona dissipativa a quella non dissipativa si presentava una variazione delle armature superiori, passando da 2 barre a 5 nelle le travi dei primi tre piani e da 2 barre a 4 nelle travi degli ultimi due. La configurazione migliorata impone invece la piena continuità meccanica di tutti i correnti longitudinali superiori e inferiori, mantenendo lo stesso numero di barre d'armatura presenti nelle zone dissipative di ogni piano anche nelle zone non dissipative, e l'infittimento dell'armatura trasversale in zona dissipativa. Infatti, per sostenere le rotazioni plastiche imposte dalla rimozione di un elemento strutturale, che superano di gran lunga quelle previste in un evento sismico di progetto, la configurazione migliorata del telaio prevede un potenziamento del confinamento trasversale riducendo il passo delle staffe nelle zone dissipative da 10 cm a 7.5 cm.

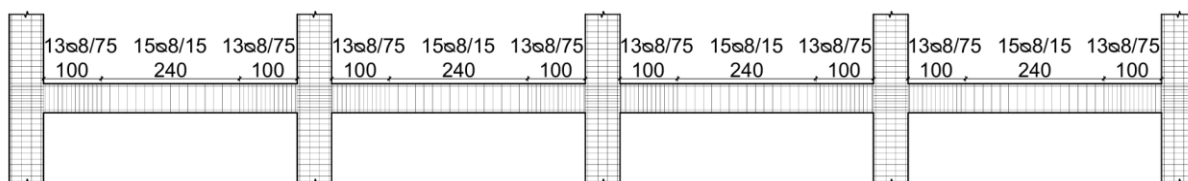


Figura 51: Rappresentazione dell'armatura trasversale all'interno degli elementi strutturali della seconda configurazione (quote espresse in cm)

Questo incremento della pressione di confinamento modifica direttamente i parametri del materiale *Concrete02* utilizzato in OpenSees. A livello numerico, ciò si traduce in un aumento della deformazione di picco e, soprattutto, della deformazione ultima nel nucleo di calcestruzzo. Un nucleo più confinato garantisce che il calcestruzzo non si sbricioli prematuramente, mantenendo la stabilità della sezione e impedendo l'instabilità delle barre longitudinali compresse.

Tuttavia, l'elemento di innovazione principale è l'inserimento delle armature di parete (ferri di anima). Infatti, come descritto nella

Tabella 15], sono stati aggiunti due correnti in ogni sezione, ognuno con due barre d'armatura intermedie di diametro pari a 16 mm, la cui funzione è duplice:

- Distribuzione delle deformazioni: In fase di grandi spostamenti, l'asse neutro della sezione subisce spostamenti significativi. La presenza di acciaio distribuito lungo tutta l'altezza della sezione evita che la deformazione si concentri esclusivamente sui correnti estremi, ritardandone lo snervamento e la successiva rottura.
- Incremento della capacità di trazione: Durante l'attivazione dell'effetto catenario, la sezione trasversale della trave è soggetta a trazione pura. L'aggiunta delle armature di parete incrementa l'area totale di acciaio efficace nel resistere a tali sforzi, permettendo al telaio di sostenere carichi gravitazionali superiori anche dopo la perdita del supporto verticale.

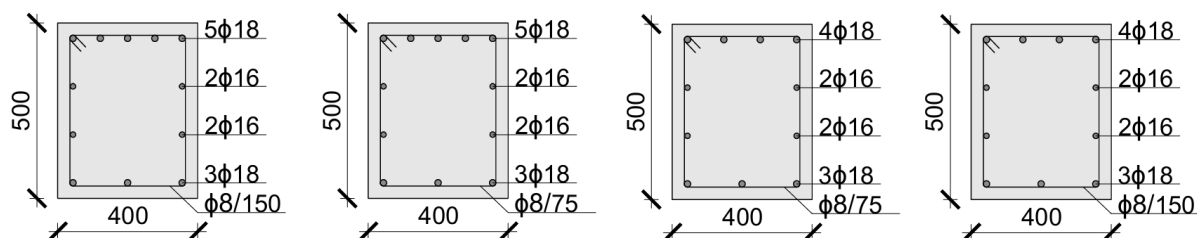


Figura 52: Sezioni trasversali tipo delle travi migliorate con dettaglio dell'armatura longitudinale e trasversale – sezioni 2', 3', 4' e 5.

Tabella 15: Dettagli delle armature degli elementi strutturali relativi alla seconda configurazione

Elemento	Piano [-]	Dimensioni [mm ²]	Armature Longitudinali ⁴	Armature Trasversali	Sezione
Pilastri	1°/5°	600x600	$4\phi_s20 + 2\phi_{ps}20 + \phi_{pi}20 + 4\phi_i20$	4-leg ϕ 8/100	1
Travi	1° 2° 3°	400x500	$5\phi_s18 + 2\phi_{ps}16 + 2\phi_{pi}16 + 3\phi_i18$ (D)	2-leg ϕ 8/75	3'
			$5\phi_s18 + 2\phi_{ps}16 + 2\phi_{pi}16 + 3\phi_i18$ (ND)	2-leg ϕ 8/150	2'
	4° 5°	400x500	$4\phi_s18 + 2\phi_{ps}16 + 2\phi_{pi}16 + 3\phi_i18$ (D)	2-leg ϕ 8/75	4'
			$4\phi_s18 + 2\phi_{ps}16 + 2\phi_{pi}16 + 3\phi_i18$ (ND)	2-leg ϕ 8/150	5
Nodi	1°/5°	-	-	4-leg ϕ 8/50	-

7.3 Variazione del modello OpenSees

A livello di modello numerico all'interno del software OpenSees, le modifiche di miglioramento della seconda configurazione ha comportato una riscrittura della section Fiber. All'interno del comando, sono state aggiunte nuove istruzioni layer straight per includere le armature di parete. Inoltre, gli array delle variabili dei materiali cementizi relativi alle travi sono stati ricalibrati e ricampionati utilizzando i valori di confinamento derivanti dal passo delle staffe ridotto. Questa precisione nella modellazione consente di catturare con estremo dettaglio il softening della struttura, permettendo all'analisi dinamica di proseguire oltre il primo picco CAA e di esplorare correttamente la risalita della curva di capacità dovuta all'effetto catenaria delle armature di parete.

Parallelamente, per garantire una risposta cinematica e deformativa coerente, il monitoraggio delle fibre lungo l'altezza della sezione delle travi è stato incrementato, passando da 5 a 7 fibre. Questo incremento della densità di discretizzazione è finalizzato a mappare con estrema precisione anche il gradiente deformativo nei ferri di parete, permettendo di intercettare puntualmente il superamento dello snervamento e il successivo incrudimento di ogni singolo strato di armatura.

⁴ La sigla 'D' indica la quantità di armature longitudinali in Zona Dissipativa mentre la sigla 'ND' indica la quantità di armature longitudinali in Zona Non Dissipativa. I simboli ϕ_s e ϕ_i indicano rispettivamente l'armatura del corrente superiore e l'armatura del corrente inferiore della sezione. I simboli ϕ_{ps} e ϕ_{pi} indicano rispettivamente l'armatura di parete superiore e l'armatura di parete inferiore della sezione.

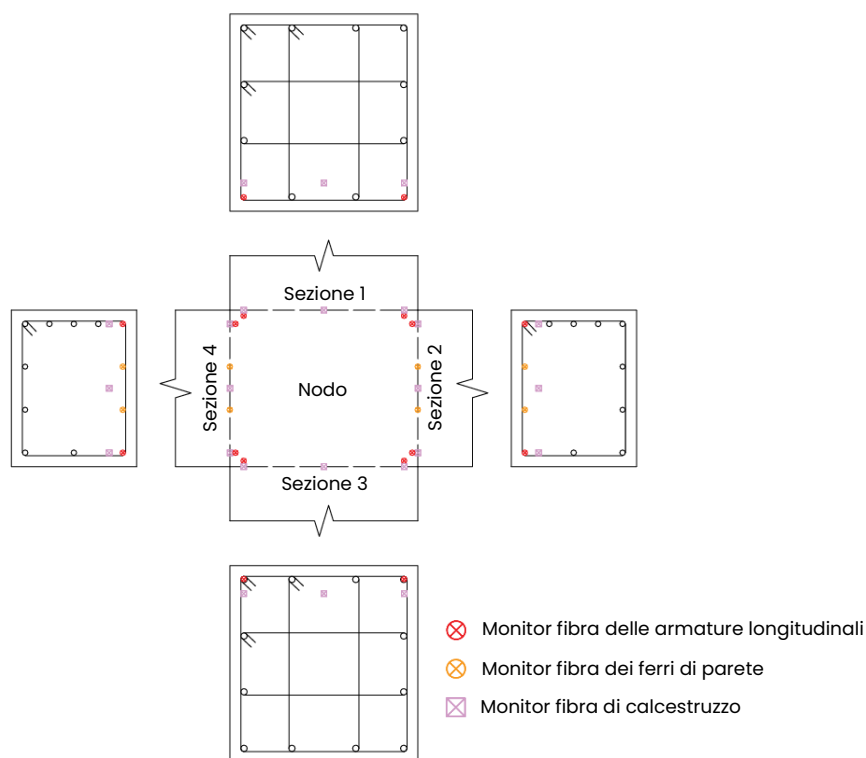


Figura 53: Rappresentazione grafica del monitoraggio delle fibre delle sezioni

Tabella 16: Classificazione delle fibre monitorate

Campionamento	Nodo	Sezione	Fibra	Simbolo	Materiale monitorato
1/100	1/29	1/4	1	⊗	Acciaio – Armatura superiore
			2	⊗	Acciaio – Armatura di parete superiore
			3	⊗	Calcestruzzo – Fibra intermedia superiore
			4	⊗	Calcestruzzo – Fibra centrale
			5	⊗	Calcestruzzo – Fibra intermedia inferiore
			6	⊗	Acciaio – Armatura di parete inferiore
			7	⊗	Acciaio – Armatura inferiore

7.4 Analisi dei risultati della seconda configurazione

L'introduzione della prima strategia di miglioramento ha prodotto un mutamento radicale nella risposta strutturale del telaio. Mentre nella configurazione originale la struttura mostrava una marcata fragilità, con un'elevata percentuale di collassi dinamici immediati, la seconda configurazione esibisce una robustezza superiore, derivante principalmente

dalla capacità di mobilitare le riserve plastiche e di trazione fornite dalle armature di parete e dalla continuità meccanica dei correnti. I risultati evidenziano come la modifica del dettaglio costruttivo non influisca solo sulla resistenza ultima, ma sulla capacità del sistema di assorbire l'energia cinetica sprigionata dalla rimozione del pilastro.

7.4.1 Storia di spostamento del telaio della seconda configurazione

Analizzando la storia temporale degli spostamenti del nodo 209 (Figura 54), il confronto con il caso base (Figura 47) rivela un dato numerico e fenomenologico di estrema rilevanza, ovvero la quasi totale scomparsa delle curve divergenti.

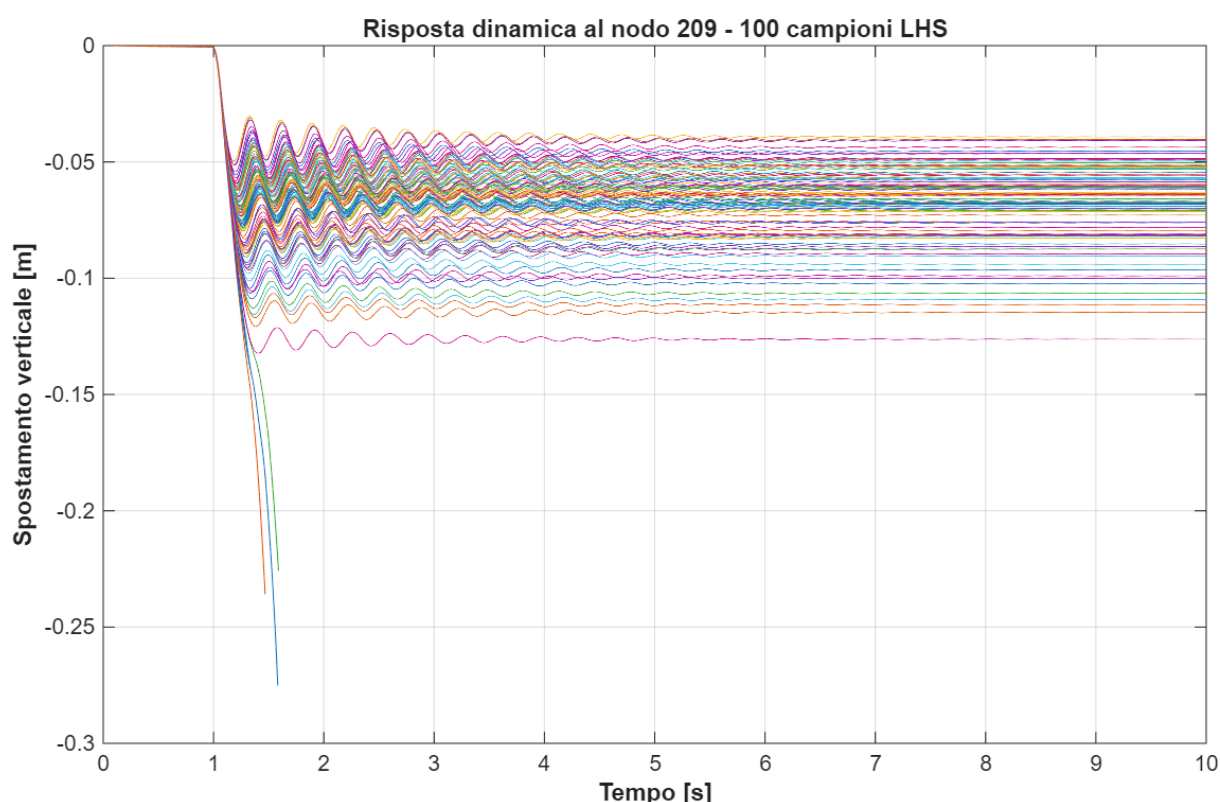


Figura 54: Storia temporale degli spostamenti relativi al nodo 209 dei 100 campionamenti nella seconda configurazione del telaio

Mentre nel telaio originale il 55% dei campioni LHS andava incontro a un collasso immediato, nella seconda configurazione la quasi totalità dei campioni riesce a trovare un nuovo equilibrio dopo la fase oscillatoria transitoria. Gli spostamenti residui si stabilizzano in un range compreso tra 0.03 m e 0.14 m, con un'ampiezza delle oscillazioni notevolmente smorzata. Questo comportamento dimostra che l'incremento di armatura longitudinale e l'inserimento dei ferri di parete hanno impedito il raggiungimento delle deformazioni limite nelle fibre critiche, permettendo al meccanismo di effetto arco di evolvere verso un'azione catenaria stabile senza soluzione di continuità.

7.4.2 Analisi della probabilità di collasso condizionata della seconda configurazione del telaio

Nella seconda configurazione, l'introduzione delle armature di parete e della continuità meccanica dei correnti ha drasticamente ridotto la vulnerabilità globale. Il calcolo della probabilità di collasso condizionata $P[C|SL]$ è stato eseguito nuovamente applicando il Teorema della Probabilità Totale (TPT), integrando il numero di campioni instabili (4 collassi su 100) con l'analisi stocastica dei 96 campioni stabili. La valutazione è stata circoscritta alla zona direttamente interessata dalla rimozione del pilastro (campate centrali e nodi adiacenti), dove la ridistribuzione dinamica è più severa.

L'analisi spaziale (Figura 55) evidenzia una significativa riduzione dello stato di danneggiamento delle fibre del nucleo confinato del calcestruzzo rispetto alla configurazione originale. Grazie all'infittimento delle staffe, esso ha beneficiato di un incremento della capacità deformativa ultima e di una maggiore resistenza di picco. Sebbene in alcune sezioni di estremità delle travi si osservino ancora probabilità di superamento della soglia di schiacciamento prossime al 4-5%, queste rimangono localizzate e non innescano meccanismi di crollo progressivo. Il calcestruzzo riesce a mantenere la propria integrità strutturale limitando la caduta del nodo.

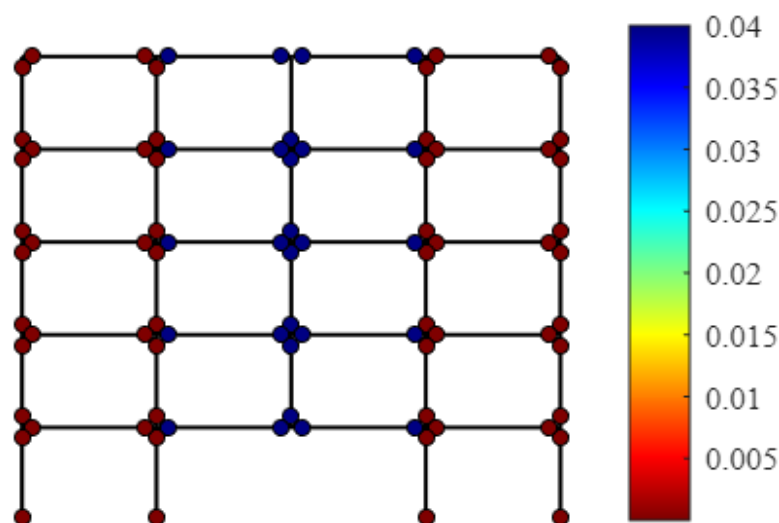


Figura 55: Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali del calcestruzzo della seconda configurazione del telaio

Per quanto riguarda l'acciaio (Figura 56), l'armatura di parete ha svolto un ruolo determinante nel controllo del gradiente deformativo. La probabilità di superamento dei limiti di snervamento e rottura nelle barre $\phi 18$ e $\phi 16$ è risultata estremamente contenuta. L'acciaio non è più chiamato a lavorare come un'unica catena isolata al lembo teso, ma la sollecitazione è ripartita su più livelli di armatura lungo l'altezza della sezione. Questo ha permesso di evitare picchi di deformazione plastica che, nella configurazione originale, portavano alla crisi del materiale. La continuità delle barre ha inoltre scongiurato fenomeni

di sfilamento, garantendo che il materiale potesse sfruttare appieno il proprio incrudimento durante le ampie oscillazioni dinamiche.

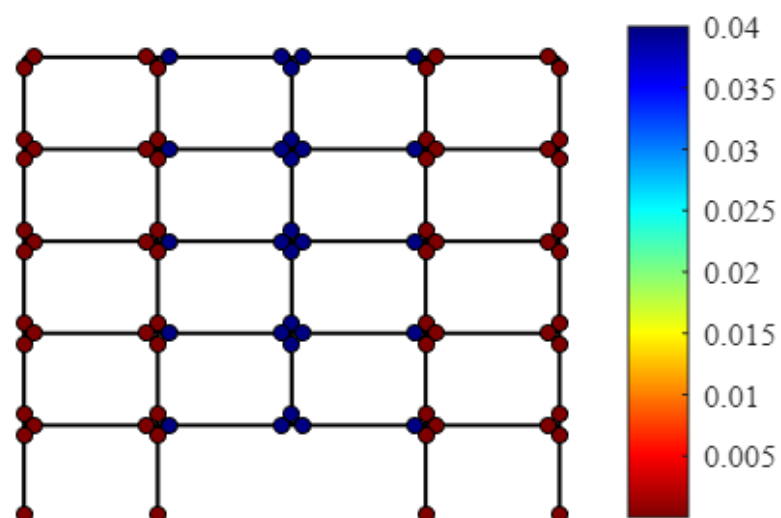


Figura 56: *Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali dell'acciaio della seconda configurazione del telaio*

Capitolo 8: Seconda strategia di miglioramento

8.1 Introduzione

La terza configurazione rappresenta l'ultimo stadio della ricerca sulla robustezza strutturale condotta. La seconda configurazione del telaio, pur essendo estremamente performante e migliorata rispetto al telaio originale, grazie all'inserimento delle armature di parete e alla riduzione del passo delle staffe in zona dissipativa, non era ancora completamente simmetrica rispetto ai piani. Infatti, gli ultimi due piani possedevano un'armatura longitudinale superiore delle travi leggermente ridotto, con 4 barre d'acciaio contro le 5 dei piani inferiori, coerentemente con la diminuzione dei carichi gravitazionali e sismici agenti sulle porzioni sommitali del fabbricato.

La terza configurazione nasce quindi per eliminare questa differenza dei piani alti, estendendo la massima capacità flessionale negativa a tutta l'altezza del telaio. Infatti, l'intervento cardine che distingue l'ulteriore miglioria dalla precedente è l'omogeneizzazione altimetrica del corrente superiore. Mentre nella configurazione precedente i due piani in sommità subivano un decremento del 20% delle barre superiori, in quella attuale si è scelto di mantenere costanti le 5 barre d'armatura costanti per tutti i cinque impalcati.

Questa scelta non è una semplice ridondanza di materiale, ma risponde a precise esigenze cinematiche post-critiche, come l'inversione del momento e trazione assiale, poiché, nelle fasi iniziali della rimozione dell'elemento strutturale, le travi dei piani alti subiscono una violenta flessione negativa per appigliarsi alle pilastrate rimaste integre. Avere 5 barre anziché 4 garantisce una sezione reagente all'estradosso più rigida e resistente, capace di limitare la rotazione plastica iniziale del nodo.

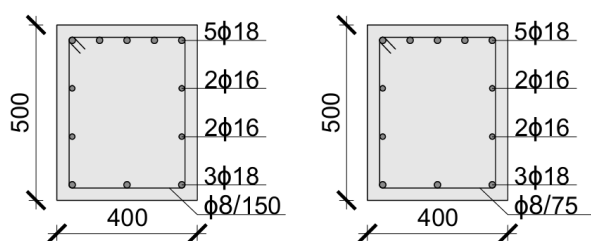


Figura 57: Sezioni trasversali tipo delle travi con dettaglio dell'armatura longitudinale e trasversale – sezioni 2' e 3'.

È fondamentale sottolineare che la terza configurazione eredita integralmente tutte le innovazioni introdotte con la seconda, senza alterarle ma potenziandone l'applicazione:

- Confinamento trasversale invariato: Si mantiene il passo delle staffe a 7.5 cm nelle zone dissipative e a 15 cm nelle zone non dissipative. Questo assicura che il calcestruzzo del nucleo mantenga quell'elevata duttilità e capacità di deformazione ultima già calibrata e validata.
- Armature di parete costanti: Le armature di parete restano presenti in ogni sezione delle travi. Questo garantisce che la transizione verso il regime di catenaria possa avvenire con la stessa efficienza su ogni piano, supportando l'armatura superiore potenziata.
- Continuità longitudinale: La continuità delle barre tra la zona dissipativa e quella non dissipativa viene qui applicata a una sezione superiore ancora più robusta, eliminando qualsiasi rischio di sfilamento o crisi di aderenza durante le oscillazioni dinamiche.

Tabella 17: Dettagli delle armature degli elementi strutturali relativi alla terza configurazione

Elemento	Piano [-]	Dimensioni [mm ²]	Armature Longitudinali ⁵	Armature Trasversali	Sezione
Pilastri	1°/5°	600x600	$4\phi_s20 + 2\phi_{ps}20 + \phi_{pi}20 + 4\phi_i20$	4-leg ϕ 8/100	1
Travi	1°/5°	400x500	$5\phi_s18 + 2\phi_{ps}16 + 2\phi_{pi}16 + 3\phi_i18$ (D)	2-leg ϕ 8/75	3'
			$5\phi_s18 + 2\phi_{ps}16 + 2\phi_{pi}16 + 3\phi_i18$ (ND)	2-leg ϕ 8/150	2'
Nodi	1°/5°	-	-	4-leg ϕ 8/50	-

8.2 Variazione del modello OpenSees

Dal punto di vista della modellazione in OpenSees, tale intervento di miglioramento rappresenta lo scenario di massima regolarità strutturale. Nel codice TCL, l'assegnazione della section Fiber per le travi diventa uniforme su tutta l'altezza del telaio.

Questa uniformità ha un impatto diretto sulla stabilità del calcolo non lineare: nella nuova configurazione finale, la rigidezza flessionale è costante per tutta la trave e in ogni piano; di conseguenza, l'energia dell'impatto dovuta rimozione istantanea di un elemento strutturale

⁵ La sigla 'D' indica la quantità di armature longitudinali in Zona Dissipativa mentre la sigla 'ND' indica la quantità di armature longitudinali in Zona Non Dissipativa. I simboli ϕ_s e ϕ_i indicano rispettivamente l'armatura del corrente superiore e l'armatura del corrente inferiore della sezione. I simboli ϕ_{ps} e ϕ_{pi} indicano rispettivamente l'armatura di parete superiore e l'armatura di parete inferiore della sezione.

viene spalmata in modo più fluido su più piani, evitando concentrazioni di deformazione plastica che spesso portano al fallimento numerico delle simulazioni.

Attraverso le 100 simulazioni del campionamento Latin Hypercube, la terza configurazione del telaio mira a dimostrare che la stabilità del sistema non dipende dalla forza bruta di un singolo piano, ma dall'assenza di discontinuità. L'eliminazione della differenza delle armature tra il terzo e il quarto piano garantisce un flusso delle tensioni più lineare verso le fondazioni.

Per quanto riguarda il monitoraggio delle fibre, è stata mantenuta la medesima tipologia utilizzata per la seconda configurazione del telaio: per i pilastri sono state monitorate 5 fibre, mentre per le travi 7, permettendo una visualizzazione dello stato tenso-deformativo anche nei ferri di parete.

8.3 Analisi dei risultati della seconda configurazione

La terza configurazione rappresenta il punto di arrivo della ricerca, dove la massima regolarità strutturale viene perseguita attraverso l'omogeneizzazione dell'armatura superiore su tutti i piani. Il confronto dei dati evidenzia un successo progettuale netto: dai 55 collassi della prima configurazione e i 4 collassi della seconda, si è giunti a un solo caso di collasso dinamico (1%) nella terza.

Questo unico fallimento numerico è riconducibile in corrispondenza di un campione LHS caratterizzato da una combinazione di resistenze del calcestruzzo e dell'acciaio ai minimi termini del dominio probabilistico. Tuttavia, la riduzione del tasso di fallimento globale dal 55% all'1% conferma che la regolarità delle armature lungo l'altezza è la chiave per una ridistribuzione fluida delle sollecitazioni dinamiche.

8.3.1 Storia di spostamento del telaio della seconda configurazione

L'analisi temporale del nodo 209 nella figura seguente mostra una risposta estremamente regolare. La nuvola delle storie di spostamento è molto più densa e concentrata rispetto ai casi precedenti, segno che la variabilità dei materiali ha un impatto minore sulla stabilità globale quando la struttura è correttamente armata, infatti, la fase oscillatoria che segue la rimozione del pilastro è caratterizzata da ampiezze estremamente ridotte. L'uniformità delle armature superiori su tutti i piani ha permesso al telaio di reagire come un unico organismo, spalmando l'energia cinetica dell'impatto non solo sulle travi del primo impalcato, ma coinvolgendo attivamente anche i piani superiori già dai primi millisecondi. Gli spostamenti residui si sono stabilizzati in un intervallo molto stretto, dimostrando che il sistema ha raggiunto un equilibrio post-critico robusto e affidabile.

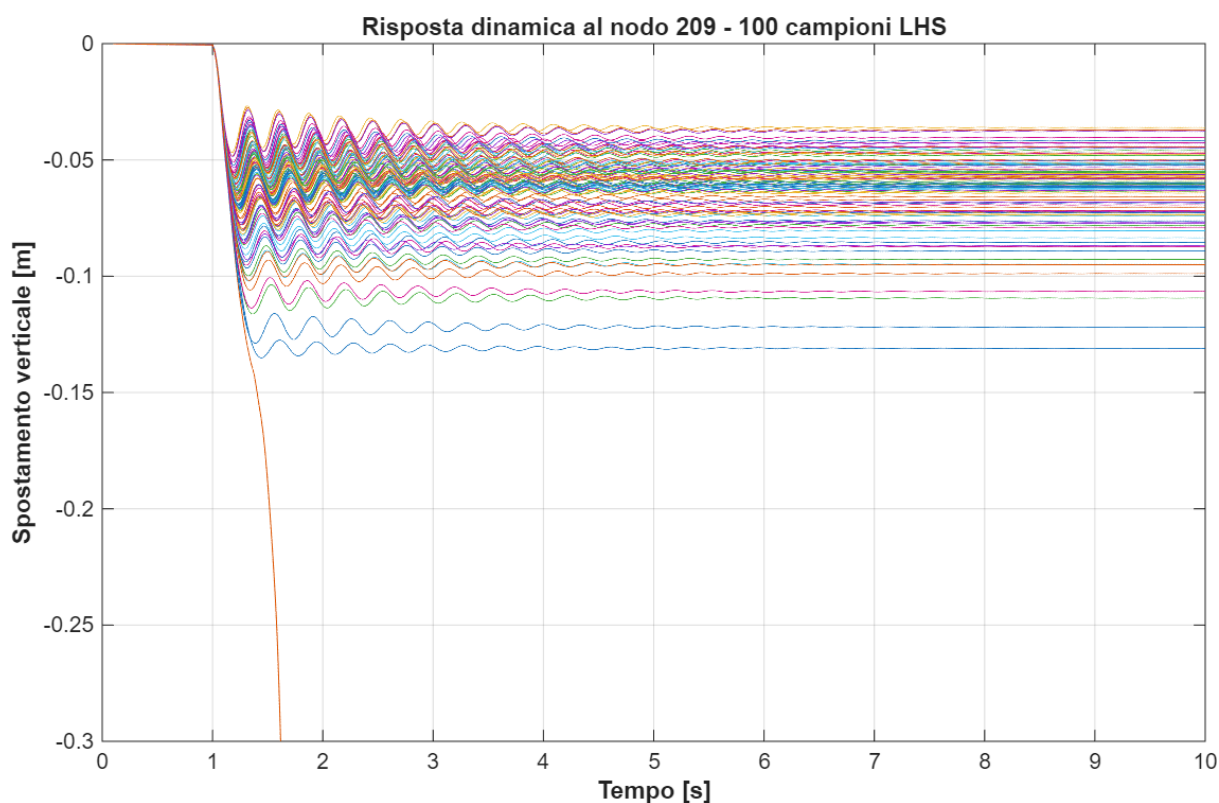


Figura 58: Storia temporale degli spostamenti relativi al nodo 209 dei 100 campionamenti nella terza configurazione del telaio

8.3.2 Analisi della probabilità di collasso condizionata del telaio migliorato

In questa fase finale, come in precedenza, il Teorema della Probabilità Totale è stato applicato concentrando l'attenzione sulla zona critica interessata dalla rimozione. Il valore della probabilità di collasso condizionata $P[C|SL]$ crolla drasticamente raggiungendo un valore unitario di $N_{collapse}$. Il peso del termine relativo al crollo immediato nell' (Equazione 6.3) è quasi nullo e il rischio residuo è dunque affidato all'integrale di convoluzione tra domanda e capacità sulle fibre dei campioni stabili.

Il calcestruzzo confinato in questa configurazione (Figura 59) non mostra quasi alcuna probabilità di fallimento locale, poiché la regolarità delle travi ha impedito concentrazioni di tensioni anomale nei nodi. Anche sotto le oscillazioni più severe, le fibre del core rimangono ampiamente all'interno del ramo stabile del legame costitutivo *Concrete02*. La capacità del calcestruzzo di sopportare le sollecitazioni di compressione indotte dall'effetto arco è risultata sufficiente, garantendo che le cerniere plastiche si formino in modo controllato senza fenomeni di sbriciolamento prematuro.

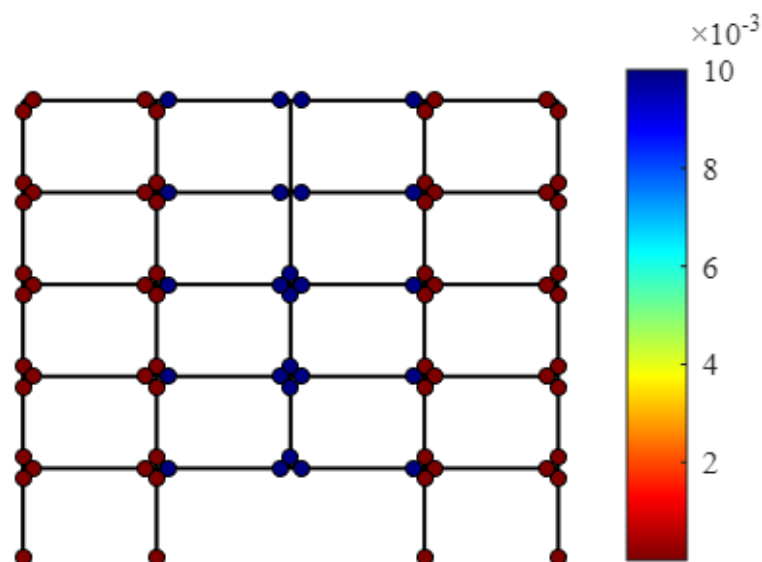


Figura 59: Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali del calcestruzzo della terza configurazione del telaio

L'acciaio (Figura 60) beneficia in modo decisivo delle 5 barre $\phi 18$ continue al corrente superiore su ogni piano. Durante la violenta inversione del momento flettente e la successiva transizione verso l'effetto catenaria, la domanda deformativa sulle barre è risultata sensibilmente inferiore rispetto alla configurazione precedente. L'analisi tramite il wrapper *MinMax* ha confermato che nessuna fibra metallica ha raggiunto il limite di rottura del 14% nei campioni stabili. L'omogeneizzazione delle armature ha garantito un flusso di tensioni fluido: l'acciaio ai piani alti ha aiutato quello dei piani bassi, creando un sistema di ridistribuzione verticale che ha neutralizzato il rischio di collasso localizzato.

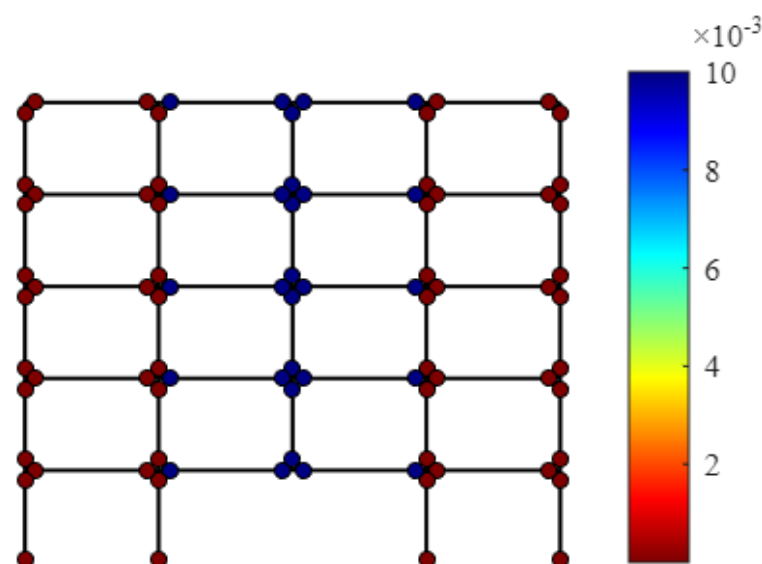


Figura 60: Distribuzione spaziale della probabilità di collasso condizionata nei nodi strutturali dell'acciaio della terza configurazione del telaio

Conclusioni

Il presente lavoro di tesi ha avuto come obiettivo l'indagine della robustezza strutturale e dell'affidabilità di telai in calcestruzzo armato soggetti a scenari di collasso progressivo, attraverso un approccio probabilistico avanzato basato su analisi dinamiche non lineari. Il cuore della ricerca si è focalizzato sulla capacità della struttura di attivare percorsi di carico alternativi a seguito della rimozione improvvisa di un pilastro portante al piano terra, simulando un evento eccezionale non contemplato nella progettazione ordinaria.

Dalle analisi condotte, emerge con estrema chiarezza come la progettazione sismica convenzionale, seppur rigorosa nel rispetto delle Norme Tecniche per le Costruzioni (NTC 2018), non sia di per sé adeguata nei confronti del collasso progressivo. Il telaio originario, progettato in classe di duttilità alta, ha mostrato una vulnerabilità intrinseca significativa: la probabilità di collasso condizionata elevata e un indice di affidabilità condizionata inadatto, evidenziano che, in caso di perdita del pilastro, il collasso globale risulterebbe l'esito più probabile. Questo risultato sottolinea un limite fondamentale della pratica corrente: la mancanza di continuità meccanica delle armature e l'assenza di armatura di parete impediscono l'attivazione efficace dell'effetto catenaria, portando alla rottura fragile dei nodi e al rapido deterioramento della capacità portante.

Il punto di svolta della ricerca è rappresentato dall'utilizzo di strategie di miglioramento strutturale. La prima variante progettuale ha dimostrato che interventi mirati sul dettaglio costruttivo possono produrre benefici sproporzionati rispetto all'incremento di materiale utilizzato. L'introduzione della piena continuità delle armature longitudinali, l'infittimento delle staffe e, soprattutto, l'inserimento dei ferri di parete hanno permesso di abbattere drasticamente il tasso di fallimento. L'armatura di parete, in particolare, si è rivelata determinante nel distribuire il gradiente deformativo lungo l'altezza della sezione, impedendo che le deformazioni plastiche si concentrassero esclusivamente sui correnti estremi, ritardandone così lo snervamento e la rottura.

L'ulteriore raffinamento introdotto con la seconda strategia di miglioramento (configurazione di massima regolarità) ha confermato l'importanza della simmetria altimetrica. Estendendo la massima armatura superiore a tutti i piani, si è ridotto ulteriormente il tasso di fallimento. Questo risultato non è frutto di una sovrarresistenza, ma di una migliore ridistribuzione verticale delle sollecitazioni dinamiche: la struttura ha smesso di reagire come un insieme di piani isolati per comportarsi come un unico organismo resiliente, capace di aggrapparsi alle pilastrate integre attraverso un flusso di tensioni fluido e privo di discontinuità.

Dal punto di vista metodologico, l'impiego della tecnica del *Latin Hypercube Sampling* (LHS) all'interno dell'ambiente OpenSees ha dimostrato l'efficacia degli approcci probabilistici nella gestione dell'incertezza. La capacità di trasformare un singolo modello deterministico

in una popolazione di cento campioni statisticamente significativi ha permesso di catturare scenari critici che un'analisi basata sui soli valori medi avrebbe ignorato. L'utilizzo di elementi a fibre si è confermato uno strumento ingegneristico potente, capace di bilanciare l'onere computazionale con la necessità di monitorare lo stato tenso-deformativo locale, fondamentale per intercettare i meccanismi di crisi (schiacciamento del calcestruzzo e rottura dell'acciaio) che governano il collasso.

In conclusione, la ricerca evidenzia che la robustezza non è una proprietà intrinseca del materiale, ma un attributo della concezione strutturale. Per garantire la resilienza di un edificio multipiano di fronte all'imprevedibile, non è sufficiente aumentare la forza delle sezioni, ma è necessario progettare la connettività e la continuità. I risultati ottenuti suggeriscono che l'integrazione di semplici accorgimenti, come l'omogeneizzazione delle armature lungo l'altezza e l'inserimento di ferri di parete, dovrebbe evolvere in una prassi consolidata, specialmente per edifici di importanza strategica.

Riferimenti bibliografici

- [1] Castaldo, P. (2022/2023). *Appunti del corso "Tecnica delle costruzioni" tenuto presso il Politecnico di Torino*. Torino.
- [2] Chenxiao Song, Reiichiro Kawai. (2023). *Monte Carlo and variance reduction methods for structural reliability analysis: A comprehensive review*, vol. 73, p. 103479. Sydney, Tokyo.
- [3] Circolare 21 gennaio 2019, n. 7 - C.S.LL.PP. (2019). *Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle Norme tecniche per le costruzioni» di cui al D.M. 17 gennaio 2018*. Roma: Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana n. 35 del 11 febbraio 2019.
- [4] CNR Consiglio Nazionale delle Ricerche, Commissione di studio per la predisposizione e l'analisi di norme tecniche relative alle costruzioni. (23 ottobre 2018). *Istruzioni per la valutazione della robustezza delle costruzioni*. Roma.
- [5] D.M. 17 gennaio 2018 - NTC 2018. (17 gennaio 2018). *Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni»*. Roma: Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana n. 42 del 20 febbraio 2018.
- [6] Haldar Achintya e Mahadevan Sankaran. (Maggio 2000). *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*. New York: John Wiley.
- [7] Ing. Fabio Di Trapani, Prof. V. I. Carbone. (Novembre 2017). *Analisi non lineare per l'ingegneria sismica*. Torino.
- [8] ISO 2394 - International Organization for Standardization. (2015). *General principles on reliability for structures*. Ginevra.
- [9] JCSS - Joint Committee on Structural Safety. (2001). *Probabilistic Model Code*. Zurigo.
- [10] Leonardo da Vinci Pilot Project CZ/02/B/F/PP-134007. (2005). *Implementation of Eurocodes - Handbook 2 - Reliability Backgrounds*. Praga.
- [11] Miceli, E. (15 luglio 2024). *Advances in structural robustness of reinforced concrete moment resisting frames - Tesi di Dottorato, Programma di Dottorato in Ingegneria Civile e Ambientale (36° Ciclo)*. Torino.
- [12] Miceli, E., Gino, D., e Castaldo, P. (2025). *Reliability assessment of robustness for reinforced concrete moment resisting frames, Developments in the Built Environment*, vol. 21, p. 100639. Torino.
- [13] Parisi, F. (2025). *Robustezza strutturale contro pericoli estremi: progressi e sfide, Evento IF CRASC '25*. Napoli.

- [14]UNI EN 1990 - Eurocodice 0. (2006). *Basi di progettazione strutturale*. Milano: Ente Nazionale Italiano di Unificazione.
- [15]UNI EN 1992-1-1 - Eurocodice 2. (2005). *Progettazione delle strutture di calcestruzzo. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici*. Milano: Ente Nazionale Italiano di Unificazione.
- [16]UNI EN 1998-1 - Eurocodice 8. (2005). *Progettazione delle strutture per la resistenza sismica. Parte 1: Regole generali, azioni sismiche e regole per gli edifici*. Milano: Ente Nazionale Italiano di Unificazione.
- [17]Zhao, Z., Liu, Y., Li, Y., Guan, H., Yang, Z., Ren, P., & Xiao, Y. . (2022). *Experimental and numerical investigation of dynamic progressive collapse of reinforced concrete beam-column assemblies under a middle-column removal scenario*. *Structures*, 38, 979-992.