



**Politecnico
di Torino**

Dipartimento di Ingegneria per l'Ambiente, il Territorio e le Infrastrutture

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio
indirizzo Tutela Ambientale

**DISTRIBUZIONE SPAZIALE DEL BILANCIO
ENERGETICO E DI MASSA DEL GHIACCIAIO DEL
RUTOR, VALLE D'AOSTA**

Elisa Bonalda
Matricola: s317361

Relatore: Prof. Carlo Vincenzo Camporeale
Correlatrice: Prof.ssa Stefania Tamea

Anno Accademico 2024/2025

Indice

Introduzione.....	4
Capitolo I: Caratterizzazione dell'area di studio e implementazione dei dati.....	6
1.1 Inquadramento geografico e caratteristiche morfologiche del ghiacciaio e della zona periglaciale	6
1.2 Implementazione dei dati morfologici.....	8
1.3 Stazione meteo e analisi dati meteorologici	14
1.4 Caricamento ed elaborazione dei dati meteorologici.....	16
Capitolo II: Calcolo delle componenti del bilancio energetico.....	19
2.1 Radiazione a onda corta incidente: contributo solare diretto	21
2.1.1 Determinazione della radiazione solare in condizioni clear-sky	21
2.1.2 Calcolo dell'angolo zenitale.....	22
2.1.3 Calcolo dei coefficienti trasmissivi.....	24
2.1.4 Effetto della pendenza e della nuvolosità sulla radiazione solare	26
2.1.5 Mappa giornaliera della radiazione short incidente	28
2.2 Radiazione a onda corta riflessa: l'effetto dell'albedo.....	32
2.2.1 Calcolo dell'albedo in funzione dei giorni dall'ultima nevicata	32
2.2.2 Considerazione della profondità dello strato superficiale	33
2.2.3 Mappa giornaliera della radiazione short riflessa	34
2.3 Radiazione a onda lunga incidente: radiazione termica in ingresso.....	35
2.3.1 Calibrazione dei parametri atmosferici tramite fitting	36
2.3.2 Mappa giornaliera della radiazione long incidente.....	37
2.4 Radiazione a onda lunga riflessa: emissione di radiazione termica.....	38
2.4.1 Flussi turbolenti: calore sensibile e latente	38
2.4.2 Coefficiente di scambio turbolento e contributo dinamico.....	40
2.4.3 Calcolo della temperatura superficiale	41
2.4.4 Mappa giornaliera della radiazione long riflessa	44
2.5 Contributi totali delle componenti radiative	45
Capitolo III: Calcolo delle componenti del bilancio di massa	47
3.1 Energia di fusione: contributo energetico allo scioglimento della massa glaciale	48
3.2 Scambio di massa per sublimazione: transizione diretta da neve/ghiaccio a vapore acqueo	50
3.3 Accumulo di neve: aggiunta di massa tramite precipitazioni nevose	51
Capitolo IV: Analisi dei risultati	58

4.1 Mappa del bilancio di massa.....	58
4.2 Mappe della radiazione netta a onde corte e lunghe.....	60
4.3 Andamento temporale del bilancio di massa.....	63
4.4 Andamento temporale del volume evaporato.....	64
4.5 Andamento temporale del deflusso	66
Capitolo V: Limitazioni dello studio e ricerche future	68
Conclusioni.....	70
Indice delle figure	72
Bibliografia.....	73

Introduzione

Lo studio dei ghiacciai riveste un ruolo cruciale nella comprensione di numerosi aspetti ambientali, tra cui le fluttuazioni del livello del mare, i cambiamenti climatici, la disponibilità di acqua per usi potabili, agricoli o per la produzione di energia idroelettrica, nonché i fenomeni valanghivi. I ghiacciai sono infatti considerati indicatori estremamente sensibili delle variazioni climatiche globali, poiché rispondono rapidamente e direttamente ai mutamenti delle condizioni atmosferiche.

In particolare, lo studio del microclima circostante un ghiacciaio assume un'importanza fondamentale. Ogni variazione climatica si traduce in una modifica delle condizioni dello strato atmosferico sovrastante, che a sua volta influenza il bilancio energetico del ghiacciaio e il comportamento del suo strato superficiale di neve e ghiaccio. Questi cambiamenti nella superficie del ghiacciaio alterano la sua dinamica complessiva e la sua massa totale, innescando potenziali meccanismi di feedback. Tali processi possono accelerare la riduzione del ghiacciaio o, in rari casi, favorirne una temporanea stabilizzazione.

L'energy budget dello strato superiore del ghiacciaio dipende dalle radiazioni a onde corte e lunghe provenienti dal sole, che vengono in parte assorbite e in parte riflesse. A queste radiazioni si aggiunge il flusso turbolento tra l'atmosfera e la superficie del ghiacciaio, che promuove scambi termici in grado di rimuovere o aggiungere calore allo strato superficiale. Questo scambio è influenzato dalla presenza di venti catabatici che scendono verso il basso, contrastati dai venti di valle che risalgono i pendii circostanti. Tali processi di trasferimento superficiale di calore sono cruciali per determinare la dinamica dell'intero ghiacciaio, mentre i processi interni, come la conduzione molecolare e la convezione del vapor d'acqua, risultano meno significativi e non verranno trattati nel presente lavoro di tesi. Dal bilancio energetico è possibile derivare il bilancio di massa del ghiacciaio. In particolare, la quantità di energia coinvolta nello scioglimento, unita alla neve che si accumula sulla superficie del ghiacciaio e alla massa che viene scambiata attraverso il processo di sublimazione, determina la variazione della massa del ghiacciaio nel tempo. Questi parametri sono fondamentali per comprendere l'evoluzione del ghiacciaio e prevedere i suoi comportamenti futuri e il loro impatto sulle risorse naturali e sulle comunità che ne dipendono.

Il ghiacciaio del Rutor, situato nelle Alpi Graie, sul confine tra Valle d'Aosta e Francia, rappresenta un caso studio particolarmente significativo per indagare queste dinamiche in un contesto alpino. Studiato da diversi anni, in particolare dal 2001, anno in cui sono stati installati i primi sensori meteorologici, il Rutor offre un contesto ideale grazie alla disponibilità di dati climatici dettagliati e tempestivi, raccolti da stazioni meteorologiche innovative e immagini satellitari di alta qualità.

L'obiettivo principale di questa tesi è lo sviluppo di un modello computazionale per stimare la distribuzione spaziale del bilancio energetico e di massa del ghiacciaio del Rutor tramite un codice di calcolo opportunamente scritto in linguaggio MATLAB. Il modello si basa sull'elaborazione di dati provenienti da due stazioni meteorologiche: una installata dal Politecnico di Torino in collaborazione con il DIATI (Dipartimento di Ingegneria dell'Ambiente, del Territorio e delle Infrastrutture) sul versante orientale del ghiacciaio, e l'altra presso la sua testa, in prossimità del bivacco Edoardo Camardella, inaugurato nel 2021. Tali dati comprendono variabili climatiche fondamentali, quali radiazione, temperatura, pressione, umidità relativa, vento e precipitazioni. Le informazioni relative all'elevazione, alla pendenza e all'esposizione sono state invece ricavate a partire da un Modello Digitale di Elevazione (DEM) contenente i dati già suddivisi in celle di 5x5 m. Sempre utilizzando il sistema informativo geografico open-source QGIS, è stato generato un poligono in formato shapefile contenente esclusivamente le celle appartenenti al ghiacciaio, a partire dalle ortofoto, immagini aeree georeferenziate che rappresentano con precisione la superficie glaciale. Tutta la parte descritta sopra è trattata nel primo capitolo di questa tesi. I dati acquisiti dalle stazioni meteorologiche sono stati interpolati linearmente per ottenere valori specifici per ciascuna cella della griglia. Questi valori sono stati successivamente utilizzati per calcolare il bilancio energetico, presentato nel secondo capitolo, e il bilancio di massa, nel terzo capitolo, entrambi distribuiti spazialmente sull'intero ghiacciaio.

Lo scopo finale di questo lavoro è quello di fornire una valutazione dettagliata del comportamento attuale del ghiacciaio, ma anche di gettare le basi per previsioni future che possano contribuire alla gestione delle risorse idriche e agli studi sui rischi legati ai cambiamenti climatici in atto.

Capitolo I: Caratterizzazione dell'area di studio e implementazione dei dati

1.1 Inquadramento geografico e caratteristiche morfologiche del ghiacciaio e della zona periglaciale

Il Ghiacciaio del Rutor (*Figura 1*) si trova nel Vallone di La Thuile, un comune situato nella parte occidentale della Valle d'Aosta, e si estende sulla montagna del Rutor, nelle Alpi Graie, che raggiunge un'altitudine di 3.486 metri, da cui il ghiacciaio prende il nome. La sua posizione geografica, relativamente vicina al confine con la Francia, gli permette di beneficiare maggiormente degli apporti delle perturbazioni atlantiche che trasportano aria umida proveniente dall'oceano; questo fenomeno determina precipitazioni invernali più abbondanti, prevalentemente sotto forma di neve, contribuendo ad un accumulo di neve invernale superiore rispetto ad altri ghiacciai situati più all'interno della regione.

L'estensione del Ghiacciaio del Rutor è di 4,68 km di lunghezza e una superficie di 8,29 km², con un'altitudine che varia dai 3.470 m s.l.m. della sua testa fino ai 2.588 m s.l.m. alla sua area terminale. La posizione del ghiacciaio all'interno di una valle stretta e profonda favorisce il flusso del ghiaccio verso il basso, dando origine a tre lingue glaciali radiali (*Figura 1*), che rappresentano una caratteristica tipica dei ghiacciai di alta montagna e degli altopiani, simili a quelli osservati in alcune aree della Norvegia.



Figura 1 - Lingua orientale del ghiacciaio



Figura 1 - Ghiacciaio del Rutor

Queste lingue possono essere descritte come flussi di ghiaccio che si diramano a partire dal bacino superiore del ghiacciaio, allungandosi e allargandosi mentre scivolano verso il basso e si espandono lateralmente in una forma radiale. Dai margini di queste lingue glaciali derivano i flussi di acqua di fusione, che si raccolgono in diversi bacini glaciali. In particolare, subito sotto una delle lingue si trova il Lago del Rutor (*Figura 3*), situato a circa 2.550 metri di altitudine, formato dal ritiro del ghiacciaio e dall'accumulo delle acque di fusione che proseguono alimentando il poco distante Lago Marginale, a 2504 m s.l.m. Più in basso si trova il Lago dei Seracchi, alimentato a fine 1800, nella fase di massima espansione glaciale, dalle acque provenienti dalla fusione dei seracchi, grandi blocchi di ghiaccio che si staccavano dalla lingua che in quel periodo giungeva a quota 2387 m s.l.m.. A 2422 m s.l.m., vicino al Rifugio Deffeyes, si trova il Lago Margherita (*Figura 4*), un altro bacino che, pur non essendo direttamente legato alla fusione glaciale, fa parte del sistema di laghi alimentati dal ghiacciaio. Questi laghi proglaciali sono caratterizzati da una tipica formazione glaciale dove l'acqua, dal colore tipico grigiastro dovuto alla presenza di sedimenti del ghiacciaio, si raccoglie nelle depressioni superficiali esistenti o create dal ghiaccio stesso in ritirata.



Figura 3 - Lago del Rutor

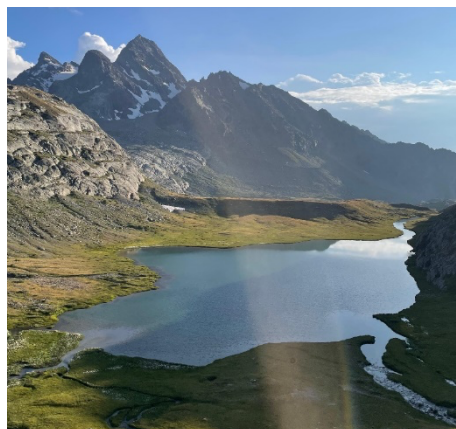


Figura 4 - Lago Santa Margherita

Il substrato roccioso del Ghiacciaio del Rutor è costituito principalmente da rocce metamorfiche, tra cui gneiss e micascisti, derivanti dalla trasformazione di rocce preesistenti sotto condizioni di alta pressione e temperatura. Queste rocce presentano una struttura compatta e resistente, modellata nel tempo dall'azione erosiva del ghiaccio, che ha dato origine a forme tipiche come valli a U e superfici levigate. In alcune zone, specialmente dove

il ghiaccio è più sottile, la roccia può emergere direttamente alla superficie, dando origine a bedrock exposures, che sono ampie aree rocciose visibili che possono essere oggetto di fratturazione e di processi di disgregazione meccanica a causa della pressione del ghiaccio e dei cicli di congelamento e disgelo.

L'interazione tra il ghiaccio e la roccia sottostante è un elemento fondamentale nella dinamica glaciale. Infatti, il tipo di roccia e la sua resistenza determinano, in parte, la velocità con cui il ghiacciaio si muove e la forma che assume. Dove la roccia è particolarmente resistente, il ghiacciaio può muoversi più lentamente e lasciare dietro di sé strutture glaciali meno evidenti. Al contrario, in zone dove la roccia è meno compatta, il ghiacciaio può erodere più velocemente, dando vita a forme morfologiche più accentuate, come valli glaciali profonde e bacini lacustri. La dinamica glaciale ha inoltre contribuito alla deposizione di sedimenti subglaciali e marginali, creando una copertura discontinua sul substrato roccioso, e influenzando l'idrologia locale e la morfologia del paesaggio circostante il ghiacciaio.

Queste caratteristiche morfologiche e la posizione geografica del Ghiacciaio del Rutor lo rendono un elemento di grande interesse per gli studi glaciologici e climatici nella regione alpina.

1.2 Implementazione dei dati morfologici

I dati di elevazione (*Figura 5*), pendenza (*Figura 4*) e esposizione della superficie (*Figura 6*) sono stati ottenuti dal Modello Digitale di Elevazione (DEM *Figura 5*) elaborato tramite QGIS. Il DEM è stato generato utilizzando dati acquisiti da voli aerei con fotocamera PhaseOne iXM-RS150F e voli con droni DJI Phantom 4 RTK. Le immagini raccolte sono state elaborate con il software Agisoft Metashape seguendo un approccio Structure-from-Motion (SfM), che ha permesso di creare una nuvola di punti densa da cui sono stati derivati il DSM e le ortofoto. La georeferenziazione è stata effettuata utilizzando punti di controllo a terra (GCP), mentre la validazione del modello è stata realizzata attraverso punti di controllo indipendenti (CP) e il confronto multitemporale dei DSM del 2020 e 2021.

Di seguito vi sono le matrici del DEM estrapolate da QGIS e con sfondo le immagini georeferenziate di Google Satellite; la zona quadrata rappresentata è più estesa rispetto al ghiacciaio del Rutor.



Figura 4 - DEM ghiacciaio 2023 con risoluzione 5m

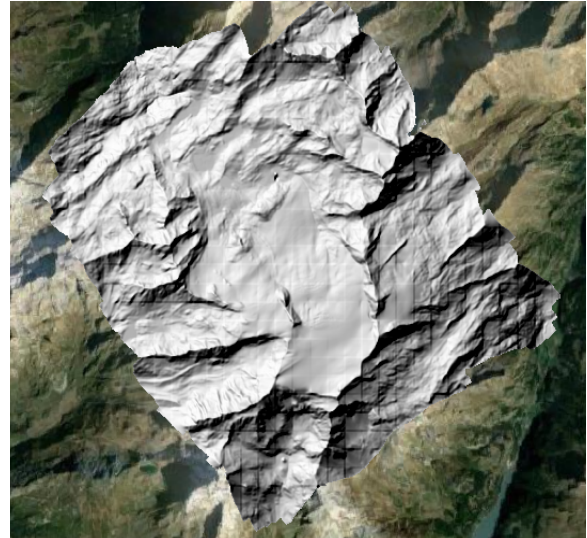


Figura 6 - Elevazione DEM ghiacciaio 2023

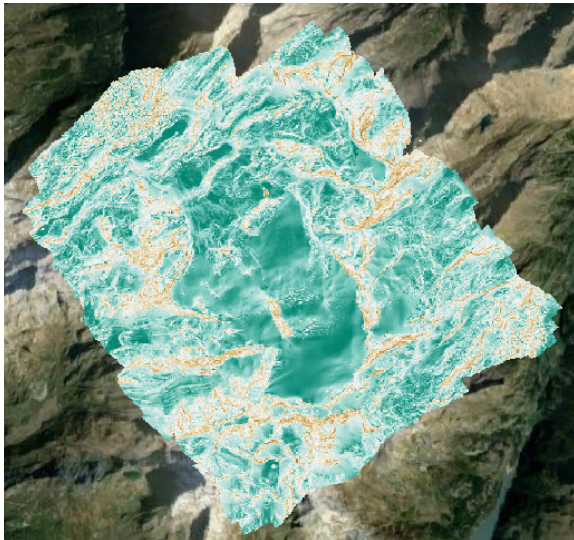


Figura 7 - Pendenza DEM ghiacciaio 2023

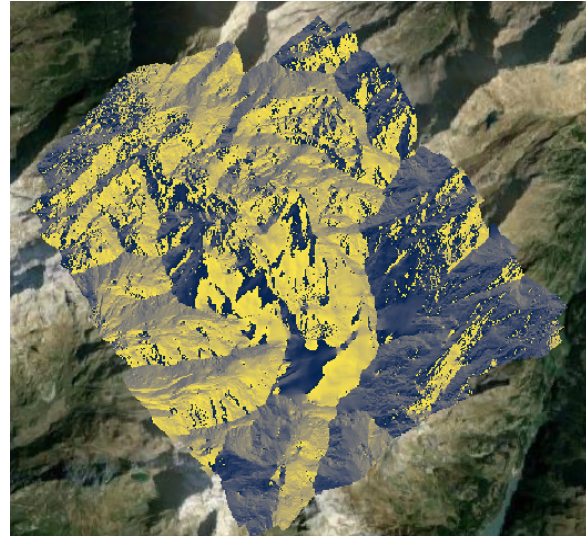


Figura 6 - Esposizione DEM ghiacciaio 2023

È stata inizialmente creata una griglia con celle quadrate aventi dimensioni pari alla risoluzione del DEM (5 m). Per isolare le celle della matrice corrispondenti al ghiacciaio, è stata creata una maschera morfologica al fine di escludere le aree non pertinenti, riducendo l'ambito di calcolo alle zone di interesse.

La costruzione della maschera è avvenuta utilizzando la funzione *Crea Poligono* di QGIS, che permette di delineare manualmente, punto per punto, il contorno del ghiacciaio. Il poligono così definito è stato salvato come shapefile, un formato facilmente importabile in MATLAB e utilizzato per filtrare i dati morfologici del DEM: tutte le celle esterne al poligono sono state assegnate al valore NaN (Not a Number), escludendole automaticamente

dalle analisi. Per fare ciò è stata utilizzata la funzione *inpolygon* di MATLAB che riconosce l'appartenenza o meno delle celle al poligono. L'approccio descritto e riportato sotto, garantisce che i calcoli vengano effettuati solo sulle celle interne al ghiacciaio, evitando di includere zone prive di neve o ghiaccio, e riducendo così il rischio di errori.

```
%Carica il poligono shapefile del ghiacciaio
poligono = shaperead('PolygonRutor2023.shp');

[n, m] = size(Z); % dimensioni matrice Ghiacciaio

%Crea i vettori x_values e y_values per la griglia
risoluzione = 5; % in metri
x_values = min(R.XWorldLimits) + (0:m-1) * risoluzione;
y_values = min(R.YWorldLimits) + (0:n-1) * risoluzione;

%Crea la griglia del DEM
[xGrid, yGrid] = meshgrid(x_values, y_values); % Coordinate griglia
yGrid=flipud(yGrid);

%Crea una maschera logica per le celle all'interno del poligono
%Identifico shapefile ghiacciaio
inGlacier = 1.0*inpolygon(xGrid, yGrid, [poligono.X], [poligono.Y]);
inGlacier(inGlacier == 0) = NaN;
posnan=find(inGlacier==0);inGlaciernan=inGlacier;
inGlaciernan(posnan)=NaN;

%Filtra le celle in base alla maschera
elevazione_inGlacier = Z.* inGlacier;
esposizione_inGlacier = aspect.* inGlacier;
pendenza_inGlacier = slope.* inGlacier;
```

Di seguito (*Figura 7*) viene riportata l'Ortofoto fatta con volo Digisky sopra il ghiacciaio del Rutor 2023 con una risoluzione di 50 cm; tracciare il poligono usando le immagini di Google Satellite o del DEM era infatti troppo difficoltoso in quanto i bordi non erano abbastanza delimitati e netti.

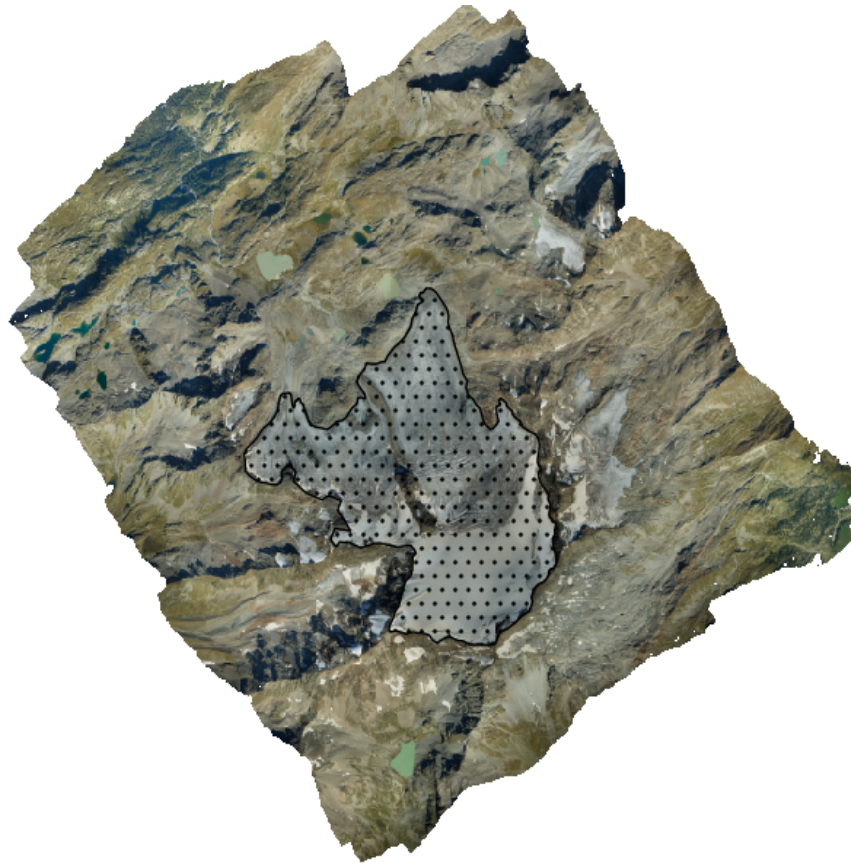


Figura 7 - Poligono del ghiacciaio 2023

Un ulteriore criterio di selezione è stato applicato utilizzando il valore della pendenza della superficie. È stata impostata una soglia massima sulla pendenza del 40% per escludere automaticamente le celle troppo acclive, ossia le zone in cui la probabilità di accumulo di neve e formazione di ghiaccio è estremamente bassa. Queste aree, caratterizzate da affioramenti rocciosi (bedrock exposures come nominato precedentemente), non contribuiscono al bilancio di massa del ghiacciaio e non sono state considerate nei calcoli.

Nelle immagini riportate sotto, *Figura 8*, *Figura 9*, *Figura 10*, create con MATLAB, è stata presa l'intera maschera (senza esclusione delle celle troppo pendenti) per completezza dell'immagine e maggior comprensione delle stesse.

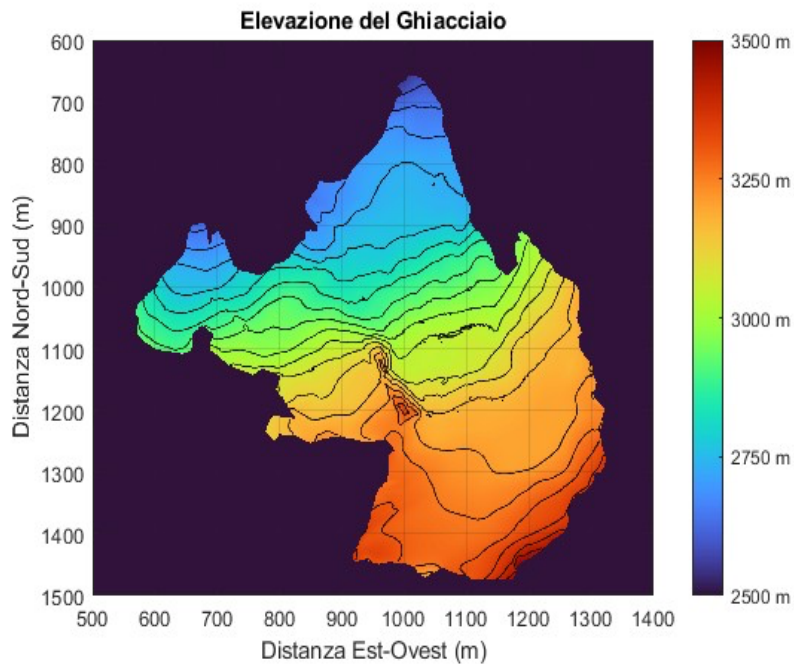


Figura 8 - Dati di elevazione del ghiacciaio Rutor 2023

Nel grafico sopra, sono rappresentati i dati di elevazione estrapolati dal DEM tramite QGIS, evidenziati dalla scala cromatica indicata nella barra laterale. Inoltre, per migliorare la comprensione della morfologia del ghiacciaio e rendere più evidenti le variazioni altimetriche, sono state sovrapposte le curve di livello, che permettono di osservare in modo più chiaro la struttura del terreno e le zone con uguale altitudine.

La *Figura 9* rappresenta i dati di esposizione del ghiacciaio del Rutor, espressi tramite il surface aspect angle, che indica l'orientamento della superficie del terreno rispetto ai punti cardinali. In altre parole, il surface aspect angle descrive la direzione verso cui è inclinata ogni porzione della superficie del ghiacciaio, fornendo informazioni importanti sulla sua esposizione solare. In questo lavoro l'angolo di esposizione viene preso pari a zero in corrispondenza di pendii orientati a Sud, $\pm\pi$ per pendii orientati a Nord, $+\pi/2$ se orientati a Est e $-\pi/2$ se orientati a Ovest.

In *Figura 10* invece si evidenzia la variazione di pendenza permettendo di identificare le zone più ripide, come pareti e creste (escluse poi dai calcoli per ipotesi di assenza di ghiaccio), a quelle più pianeggianti, come le aree di accumulo.

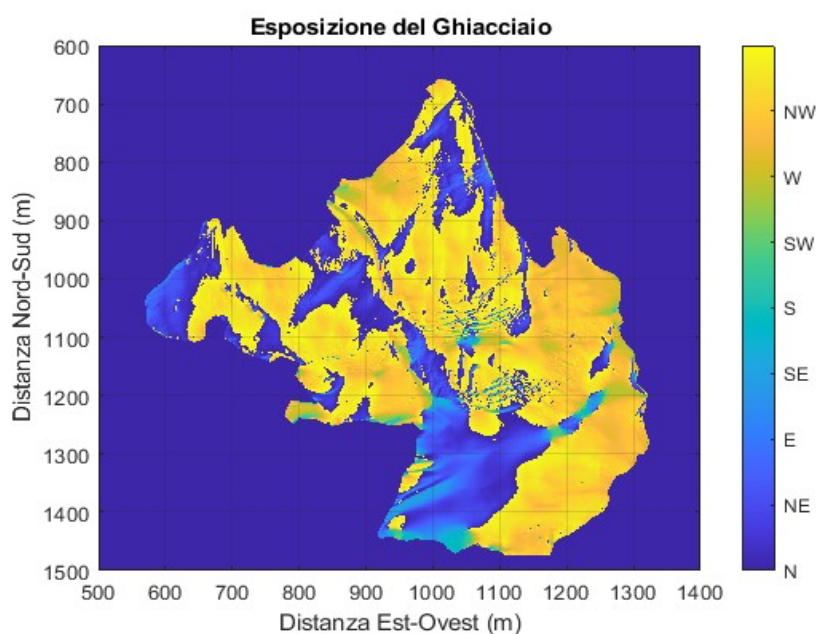


Figura 9 - Dati di esposizione del ghiacciaio Rutor 2023

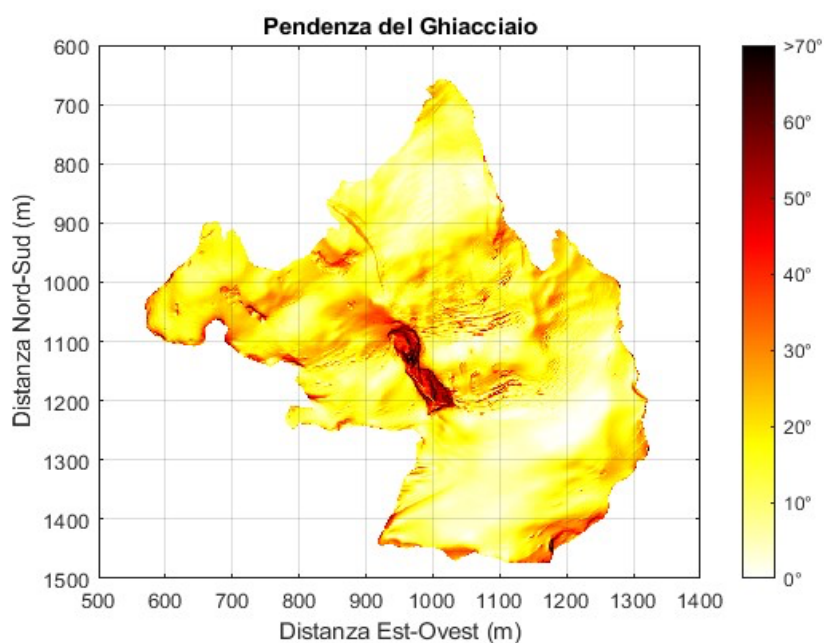


Figura 10 - Dati di pendenza del ghiacciaio Rutor 2023

Grazie a questa metodologia, i dati di elevazione, pendenza ed esposizione sono stati ottimizzati per rappresentare con precisione la morfologia del ghiacciaio del Rutor, riducendo al minimo le incertezze e garantendo un'efficienza computazionale ottimale per l'analisi del bilancio energetico e del bilancio di massa.

1.3 Stazione meteo e analisi dati meteorologici

La stazione meteorologica installata dal DIATI il 18 luglio 2022 è situata ad est del ghiacciaio, a una quota di 2610 m s.l.m. ed è dotata di strumenti all'avanguardia in grado di registrare, con intervalli di cinque minuti, i valori dei principali parametri climatologici scelti, archiviandoli nei rispettivi canali. I dati raccolti sono salvati come segnali elettrici che devono essere poi trasformati e letti in Volt attraverso un apposito codice MATLAB, che consente di estrarre i valori, calcolare i vettori temporali e applicare le necessarie correzioni.

La *temperatura dell'aria* è misurata in gradi Celsius [°C] e rappresenta il valore termico registrato a livello locale in prossimità della stazione meteorologica. Il sensore di temperatura è di tipo termistore, il quale varia la sua resistenza in funzione della temperatura, permettendo una misurazione precisa e continua. La sonda è schermata per evitare interferenze dovute alla radiazione solare diretta, garantendo letture accurate anche durante le ore diurne.

L'*umidità relativa*, espressa in percentuale [%], viene utilizzata per calcolare l'umidità specifica, ottenuta moltiplicandola per l'umidità di saturazione. Per misurare l'umidità relativa, la stazione utilizza un sensore capacitivo che sfrutta la variazione di capacità di un materiale in risposta all'umidità presente nell'aria.

La *pressione atmosferica*, invece, viene rilevata in ettopascal [hPa] tramite un sensore barometrico che utilizza il principio della compressione di una membrana in funzione della pressione atmosferica.

Le precipitazioni sono misurate tramite due pluviometri che forniscono dati come l'intensità della pioggia, la pioggia cumulata, la quantità di *pioggia ogni 5 minuti* o 24 ore oppure la *tipologia di precipitazione* grazie ad una tecnologia basata sul peso e sulla velocità delle

particelle che cadono; quest'ultimo parametro è stato utilizzato per conoscere i giorni di nevicata.

La *radiazione* è monitorata attraverso un sensore CNR1, che riceve segnali da due dispositivi: un pirgeometro (CG3) e un piranometro (CM3). Il pirgeometro misura la radiazione infrarossa (onde lunghe tra 4.5 e 50 μm) sia incidente che riflessa, mentre il piranometro rileva la radiazione solare (onde corte tra 0.3 e 2.8 μm), anch'essa sia incidente che riflessa. Entrambi i dispositivi generano un output in millivolt [mV], successivamente convertito in W/m^2 mediante un'apposita costante di calibrazione dello strumento dal valore di $0.01022 \frac{\text{mV}}{(\text{W}/\text{m}^2)}$. Inoltre, il pirgeometro CG3 considera la temperatura del sensore Pt-100, calcolata tramite una correlazione con la resistenza in ohm. Le formule utilizzate per la conversione si trovano nel manuale di istruzioni Kipp & Zonen del CNR1 fornito insieme allo strumento e al certificato di calibrazione e sono:

$$E_{CM3} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] = \frac{V [\text{mV}]}{C \left[\frac{\text{mV}}{(\frac{\text{W}}{\text{m}^2})} \right]} \quad (1.3.1)$$

$$E_{CG3} \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] = \frac{V}{C} + 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot T^4 [\text{K}] \quad (1.3.2)$$



Figura 11 - Stazione meteo DIATI

In *Figura 11* si mostra la stazione meteorologica DIATI installata accanto alla lingua orientale del ghiacciaio del Rutor; è dotata di pannelli solari, posizionati per ottimizzare l'esposizione alla radiazione solare, che forniscono l'energia necessaria al funzionamento degli strumenti anche in condizioni remote. Tra gli strumenti presenti, spicca un pluviometro cilindrico, ideale per la misurazione precisa delle precipitazioni, comprese quelle nevose. Sotto la stazione meteorologica, appoggiate a terra, sono presenti due taniche contenenti liquido antigelo, utilizzato per garantire il corretto funzionamento del pluviometro durante i mesi invernali. L'antigelo permette di sciogliere rapidamente le precipitazioni solide, come neve e grandine, assicurando una misurazione accurata anche in condizioni di temperature estremamente basse. Una cassetta posta alla base della struttura contiene il datalogger e gli altri componenti elettronici necessari per l'acquisizione e la memorizzazione dei dati rilevati.

1.4 Caricamento ed elaborazione dei dati meteorologici

Essendo i parametri meteorologici acquisiti mediante strumenti differenti, si è osservata una discrepanza nella lunghezza dei vettori temporali, nonostante tutti presentassero un intervallo di campionamento (Δt) di 5 minuti. Tale discrepanza è attribuibile alla presenza di buchi nei dati, causati da malfunzionamenti o interruzioni dei segnali durante le rilevazioni. Per uniformare i vettori ed ottenere serie temporali complete e compatibili, si è applicata una procedura di *gap filling*, sia ai dati della stazione meteo sia ai dati di testa, riportata qui sotto:

%Gap filling e uniformazione

```
initial_time=max([tempi_radiazione(1), tempi_radiazione_sin(1), ...
tempi_radiazione_lin(1), tempi_PT100(1), tempi_WS100_type(1)]);
while (minute(initial_time)~=30 && ...
minute(initial_time)~=0), initial_time=initial_time+minutes(dt_min);
end
end_time=min([tempi_radiazione(end), tempi_radiazione_sin(end), ...
tempi_radiazione_lin(end), tempi_PT100(end), tempi_WS100_type(end)]);
while (minute(end_time)~=30 && ...
minute(end_time)~=0), end_time=end_time-minutes(dt_min);
end

[~,radiazione]=gapfilling2(tempi_radiazione, radiazione, ...
initial_time, end_time, dt_min);
[~,pressione]=gapfilling2(tempi_pressione, pressione, ...
```

```

initial_time, end_time,0);
[~,umidity]=gapfilling2(tempi_umidita, umidity, ...
initial_time, end_time,0);
[~,temperatura]=gapfilling2(tempi_temperatura, temperatura, ...
initial_time, end_time,0);
[~,WS100_type]=gapfilling2(tempi_WS100_type,WS100_type, ...
initial_time, end_time, dt_min);

time_Testa_old=time_Testa.';
[~,Temp_Testa]=gapfilling2(time_Testa_old,Temp_Testa.',initial_time,e
nd_time,dt_min);
[~,UR_Testa]=gapfilling2(time_Testa_old,UR_Testa.',initial_time,end_t
ime,dt_min);
[~,pressione_Testa]=gapfilling2(time_Testa_old,pressione_Testa.',init
ial_time,end_time,dt_min);
[~,radiazione_sin]=gapfilling2(tempi_radiazione_sin,radiazione_sin,in
itial_time,end_time,dt_min);
[~,radiazione_lin]=gapfilling2(tempi_radiazione_lin,radiazione_lin,in
itial_time,end_time,dt_min);
[time,T_PT100]=gapfilling2(tempi_PT100,T_PT100,initial_time,end_time,
dt_min);

```

Inoltre, il presente lavoro si concentra sull'analisi spaziale dei parametri. A differenza delle variabili di pendenza, elevazione ed angolo di esposizione, ricavate direttamente dal DEM tramite il software QGIS e quindi già descritti da matrici, per i parametri atmosferici è stato necessario integrare i dati disponibili con altre misurazioni puntuali. In particolare, alla sommità del ghiacciaio del Rutor, in corrispondenza del bivacco Camardella situato a quota 3357 m s.l.m., si trova un'altra stazione meteorologica per la rilevazione di temperatura, pressione atmosferica, umidità relativa e altri dati climatologici. Questi dati sono stati scaricati direttamente dal sito web del bivacco, che mette a disposizione un archivio storico accessibile a tutti.

È stata poi realizzata, mediante l'uso del comando Neural-Filling di MATLAB, una rete neurale che consente di colmare i dati mancanti. Tale metodo genera valori coerenti con l'andamento dei parametri circostanti, preservando così la continuità e l'affidabilità dei dataset.

%Creazione della rete neurale

```

temperatura=Neural_filling(time_Testa.',temperatura,Temp_Testa. ');
pressione=pressione.';temperatura=temperatura.';
pressione=Neural_filling(time_Testa.',pressione.',pressione_Testa. ');
qs=(380./pressione).*exp((17.625.*temperatura.')./(temperatura.'+243)

```

```
qq=umidity.*qs/100; %umidità specifica
qs_testa=(380./pressione_Testa).*exp((17.625*Temp_Testa)./(Temp_Testa
+243));
qq_Testa=UR_Testa.*qs_testa/100; %umidità specifica
qq=Neural_filling(time_Testa.',qq,qq_Testa.');
```

Nel codice sopra si mostra anche il passaggio da umidità relativa, *umidity* e *UR_Testa* in [%], a umidità specifica, *qq* e *qq_Testa*, moltiplicando l'umidità in condizioni di saturazione alla stazione meteo (*qs*) e alla Testa (*qs_Testa*). Il calcolo di questi due ultimi parametri è definito tramite la formula di August-Roche-Magnus.

Le due serie di dati temporali sono state importate nel codice MATLAB, convertite in base alle necessarie unità di misura, e utilizzate per un'interpolazione lineare lungo due rette parallele orizzontali: una passante per la stazione posta sulla sommità (a quota *Z_testa*) e l'altra per la stazione meteo alla base (a quota *Z_MS*). Questa interpolazione ha permesso di stimare poi i valori dei parametri atmosferici longitudinalmente il ghiacciaio e poi per ogni cella della griglia spaziale creando così una base di dati coerente e uniforme per le successive analisi.

Capitolo II: Calcolo delle componenti del bilancio energetico

Per la metodologia adottata nel calcolo delle componenti radiative del bilancio energetico superficiale del ghiacciaio, sono stati analizzati diversi studi scientifici. Tra questi, il modello descritto da Klok e Oerlemans (2002) nello studio "Model study of the spatial distribution of the energy balance of glaciers" è stato preso come riferimento principale, ove il bilancio netto energetico per unità di superficie è rappresentato dalla seguente equazione:

$$F = S_{in} - S_{out} + L_{in} - L_{out} + Q_H + Q_L = Q_m + G \quad (2.1)$$

Dove:

- S_{in} : radiazione a onda corta incidente, ovvero la porzione di energia solare che raggiunge direttamente la superficie del ghiacciaio.
- S_{out} : radiazione a onda corta riflessa, determinata principalmente dall'albedo della superficie glaciale.
- L_{in} : radiazione a onda lunga incidente, ovvero l'energia termica emessa dall'atmosfera e dalle nuvole verso la superficie.
- L_{out} : radiazione a onda lunga emessa dal ghiacciaio verso l'atmosfera, funzione della temperatura superficiale e delle caratteristiche emissive del ghiaccio.
- Q_H : flusso di calore sensibile, dovuto agli scambi termici tra superficie glaciale e l'aria sovrastante.
- Q_L : flusso di calore latente, associato ai processi di sublimazione o condensazione sulla superficie glaciale.

L'equazione (2.1) definisce il bilancio energetico superficiale F , che è in equilibrio tra le componenti radiative, i flussi di calore turbolenti e la risposta del ghiaccio. Quando la temperatura superficiale è inferiore a 0 °C, non si verifica scioglimento, e l'intero flusso energetico F coincide con G , flusso di calore conduttivo che si propaga attraverso il ghiaccio. Al contrario, per temperature superficiali pari o superiori a 0 °C, F corrisponde a Q_m , indicando la quantità di energia disponibile per il processo di fusione.

Il codice sviluppato comprende un arco temporale di 366 giorni, dal 1° *Settembre* 2023 al 31 *Agosto* 2024. L'approccio computazionale è strutturato attraverso due cicli temporali annidati: un ciclo esterno che itera sugli anni (yr) e un ciclo interno che elabora, per ogni anno, i dati relativi a ciascun giorno indicato da un indice progressivo (day_n). All'inizio di ogni iterazione annuale, vengono inizializzate le strutture dati, in particolare la struttura *integrated_alldata*, nella quale per ogni anno vengono preallocati vettori contenenti le serie temporali delle diverse variabili fisiche. Contestualmente, una struttura denominata *mapped_data* viene predisposta per il salvataggio dei valori medi giornalieri, che saranno utili per successive analisi comparative e visualizzazioni grafiche.

```
num_days=366; integrated_alldata = struct(); mapped_data = struct();

for yr=1:numel(years)
    current_year=years(yr);
    currentyearstr=['anno' num2str(current_year)];
    integrated_alldata.(currentyearstr).I_short_wave_in=[NaN t_hour];
    integrated_alldata.(currentyearstr).I_short_wave_out=[NaN t_hour];
    ...

for day_n = beginning_day(yr):last_day(yr)

    IclsMatrix=zeros(n,m);
    Isin_map_cum_day=IclsMatrix; IsTot_map_cum_day=IclsMatrix;
    Ilin_map_cum_day=IclsMatrix; Ilout_map_cum_day=IclsMatrix;
    Prain_cum_day=IclsMatrix;F_map_cum_day=IclsMatrix;
    ...
    day_str=['day' num2str(day_n)];
    Icls0=zeros(1,length(HH)); Isin=Icls0; Isout=Icls0;
    Ilin=Icls0; Ilout=Icls0;f=Icls0; PP=Icls0; Prain=Icls0;
    ...
    [current_month, current_day] = calcolaData(day_n, ...
        current_year);
    data=datetime(current_year, current_month,current_day);
    disp(data);

    %Maschera per selezionare tutti i dati del giorno day_n
    mask = day(time) == current_day & ...
    month(time) == current_month & year(time) == current_year;

    radiation_sin_day = radiazione_sin(mask);
    radiation_lin_day = radiazione_lin(mask);
    pressure_day = pressione(mask);
    Temperature_day = temperatura(mask); %in gradi
```

```

umidity_day = umidity(mask); %in %
qq_day=qq(mask);

pressione_Testa_day=pressione_Testa(mask);
Temp_Testa_day=Temp_Testa(mask);
qq_Testa_day=qq_Testa(mask); UR_Testa_day=UR_Testa(mask);
WS100_type_day = WS100_type(mask);
WS100_5min_day = WS100_5min(mask);

```

...

Per ciascun giorno, il codice azzerà le cumulate e i valori da integrare, procede inizializzando opportunamente i vettori temporanei che conterranno i dati giornalieri e utilizza la funzione *calcolaData* per tradurre il numero progressivo del giorno nell'anno nel corrispondente mese e giorno del calendario. Questa funzione verifica se l'anno in esame è bisestile, adattando di conseguenza il numero di giorni di febbraio, e sottrae iterativamente il numero di giorni di ogni mese fino a individuare correttamente la data. Il risultato viene quindi convertito in un oggetto *datetime* che rappresenta in maniera univoca la data corrente. Successivamente, il codice applica una maschera logica (*mask*) sui vettori contenenti i dati meteorologici, filtrando le osservazioni per selezionare esclusivamente quelle valide per il giorno in esame.

2.1 Radiazione a onda corta incidente: contributo solare diretto

2.1.1 Determinazione della radiazione solare in condizioni clear-sky

Per il calcolo della radiazione solare incidente si parte dalla determinazione della radiazione a onda corta (shortwave) in condizioni di cielo sereno (clear-sky), ossia in assenza di nuvole. La radiazione viene definita attraverso l'equazione riportata nel lavoro di Crawford (1998), dove la variabile I_0 rappresenta la costante solare effettiva, calcolata come:

$$I_0 = 1370 \left(\frac{\bar{r}}{r} \right)^2 \quad (2.1.1.1)$$

In questa equazione, 1370 W/m^2 è la costante solare, ovvero il flusso di energia attraverso un'area unitaria perpendicolare ai raggi solari e posta a una distanza media Terra-Sole pari a $\bar{r}$. La variabile r rappresenta invece la distanza effettiva Terra-Sole, che varia nel corso

dell'anno. Il rapporto $\left(\frac{\bar{r}}{r}\right)^2$, che tiene conto della variazione stagionale della distanza Terra-Sole, è descritto dal Libro di Oerlemans (2010) dalla seguente forma:

$$\left(\frac{\bar{r}}{r}\right)^2 = 1.0011 + 0.034221\cos\left(\frac{2\pi N}{365}\right) + 0.00128\sin\left(\frac{2\pi N}{365}\right) + 0.000719\cos\left(\frac{4\pi N}{365}\right) + 0.000077\sin\left(\frac{4\pi N}{365}\right) \quad (2.1.1.2)$$

In questa equazione, N rappresenta il giorno dell'anno (ad esempio, N=1 per il 1° gennaio). Questa espressione è fondamentale nel calcolo della radiazione teorica incidente alla stazione meteorologica. Per il calcolo si assumono condizioni ideali, come l'assenza di nuvole, una pendenza del terreno nulla e nessuna influenza morfologica circostante. La radiazione incidente teorica in queste condizioni è descritta dall'equazione riportata sempre nel lavoro di Crawford (1998):

$$I_{cls0} = I_0(\cos Z)T_R T_{pg} T_w T_a \quad (2.1.1.3)$$

Questa equazione sarà necessaria per calcolare la nuvolosità in corrispondenza della stazione meteo e poi estenderla su tutta l'area del ghiacciaio. Sempre nello stesso paper vengono descritti $\cos Z$ e tutti i coefficienti T utilizzati in questo lavoro di tesi; di seguito vengono perciò riportate e descritte tutte le equazioni usate per comprendere passo per passo il modello sviluppato.

2.1.2 Calcolo dell'angolo zenitale

L'angolo zenitale Z è l'angolo formato tra la direzione dei raggi solari e la verticale locale (la linea perpendicolare al suolo in un dato punto). Varia da 0°, quando il sole è esattamente sopra la testa, a 90°, quando il sole è all'orizzonte. Nel codice viene così implementato:

$$\cos Z = \sin(\varphi)\sin(\delta) + \cos(\varphi)\cos(\delta)\cos(H) \quad (2.1.2.1)$$

Dove:

- φ : latitudine, viene considerata costante in tutto il ghiacciaio, circa 45.63° .
- $\delta = 23.45 \left(\frac{\pi}{180} \right) \sin \left(2\pi \frac{284+N}{365.25} \right)$: declinazione solare in radianti, ossia l'angolo tra il piano dell'equatore terrestre e la direzione dei raggi solari (varia tra circa $+23,5^\circ$, al solstizio d'estate, e $-23,5^\circ$ al solstizio d'inverno).
- $H = \left(\frac{\pi}{12} \right) (t_{noon} - t_{hour})$: angolo orario, espresso in gradi, è l'angolo che il Sole ha percorso rispetto al meridiano locale. È positivo nel pomeriggio (verso ovest) e negativo al mattino (verso est), con 0° al mezzogiorno solare. Il t_{noon} è il mezzogiorno solare locale per il ghiacciaio del Rutor ed è stato determinato utilizzando il Solar Calculator del NOAA; risulta pari a 12:48. Il t_{hour} corrisponde invece all'orario locale, impostato come un vettore di 24 ore con passo di 5 minuti per un totale di 288 valori.

```
%Calcolo dell'angolo zenitale alla stazione meteo
phi=45.63*(pi/180); %latitudine convertita da ° a rad
t_hour=0:0.0833:24-0.083; %asse dei tempi in ore
HH=(pi/12)*(tnoon-t_hour); %angolo orario
delta=23.45*(pi/180)*sin(2*pi*(284+day_n)/365.25); %declinaz. solare
cosZ=sin(phi)*sin(delta)+cos(phi)*cos(delta)*cos(HH); %angolo zenit

for jj=1:length(cosZ)
    if cosZ(jj)<0, cosZ(jj)=0;
end
end
```

Per garantire la correttezza dei calcoli e gestire le situazioni in cui la radiazione solare diretta non raggiunge la superficie terrestre, il codice, riportato sopra in parte, include una verifica sulla positività di $\cos Z$. Se il coseno dell'angolo zenitale restituisce un valore negativo (ciò indica che il vettore dei raggi solari forma un angolo ottuso con la normale alla superficie), $\cos Z$ viene posto uguale a zero, in quanto la radiazione solare incidente è nulla. Questo si verifica per esempio quando si è oltre l'ora di alba o tramonto e quindi il ghiacciaio riceve solo luce diffusa; ciò avviene anche in caso di nuvole ma tale aspetto verrà implementato più avanti.

2.1.3 Calcolo dei coefficienti trasmissivi

I coefficienti T , che variano tra 0 e 1, rappresentano in modo sintetico la complessa interazione tra la radiazione solare incidente e l'atmosfera terrestre. Questi valori numerici tengono conto di fenomeni come l'assorbimento, la diffusione e la riflessione della radiazione solare da parte dei costituenti atmosferici, quali gas, aerosol e nuvole. In sostanza, i coefficienti T quantificano la frazione di radiazione solare che riesce a raggiungere la superficie terrestre, superando le attenuazioni atmosferiche; più tale valore è prossimo allo zero più la radiazione è 'schermata' dall'atmosfera, più T si avvicina a 1 più l'atmosfera è considerata trasparente.

T_R è il coefficiente di trasmissione per i fenomeni scattering di Rayleigh mentre T_{pg} è il coefficiente di assorbimento da parte di gas permanenti; i due termini vengono descritti come prodotto tramite la seguente equazione:

$$T_R T_{pg} = 1.021 - 0.084[m(0.000949p + 0.051)]^{\frac{1}{2}} \quad (2.1.3.1)$$

Dove:

- $m = 35 \cos Z (1224 \cos^2 Z + 1)^{-\frac{1}{2}}$: optical air mass, indica lo spessore apparente dell'atmosfera che la radiazione solare deve attraversare per raggiungere la superficie terrestre considerando una pressione di 1013 *mb*.
- p : pressione in millibar misurata in corrispondenza della stazione meteo DIATI nel giorno considerato.

Il termine relativo al coefficiente di trasmissione di Rayleigh quantifica la dispersione della luce da parte delle molecole d'aria, un fenomeno che causa il colore blu del cielo. D'altra parte, il coefficiente di assorbimento legato ai gas permanenti rappresenta l'assorbimento della radiazione da parte di molecole come l'anidride carbonica e il metano. Il prodotto di questi due coefficienti fornisce una misura complessiva dell'attenuazione, ovvero della frazione di radiazione solare che viene persa a causa di questi due processi fisici.

T_w è il coefficiente di assorbimento del vapor d'acqua e descrive la capacità delle molecole d'acqua di assorbire la radiazione solare. Questo fenomeno è fondamentale per comprendere l'effetto serra, il bilancio energetico terrestre e la formazione delle nuvole e viene definito come:

$$Tw = 1 - 0.077(um)^{0.3} \quad (2.1.3.2)$$

Dove:

- $u = \exp [0.1133 - \ln(G + 1) + 0.0393Td]$: acqua precipitabile, è la quantità massima di precipitazione, espressa in millimetri, che potrebbe derivare dalla condensazione di tutto il vapore acqueo contenuto in una colonna d'aria. G è una costante empirica presa pari a 2.77 secondo la tabella del valore annuale di Smith (1966).
- $Td = \frac{30 \cdot \ln\left(\frac{q \cdot p}{380}\right) - 4811}{\ln\left(\frac{q \cdot p}{380}\right) - 17.625}$: punto di rugiada, espresso in K (convertiti in °F per il calcolo di u), è la temperatura alla quale l'aria, a pressione costante, diventa satura di vapore acqueo e inizia a condensare; q rappresenta l'umidità relativa e p la pressione alla stazione meteo. Tale equazione è stata trovata a partire dalla formula di August-Roche-Magnus e sostituendo a p_s il termine $\frac{q \cdot p}{0.622}$.

Infine, vi è Ta , coefficiente di assorbimento e scattering degli aerosol, che misura la loro capacità di assorbire la radiazione elettromagnetica, convertendola in altre forme di energia. Nel codice viene implementato secondo la seguente equazione:

$$Ta = 0.935^m \quad (2.1.3.3)$$

L'equazione (2.1.1.3) viene calcolata all'interno di un ciclo temporale annidato nel ciclo principale sui giorni. Questo ciclo temporale si estende da 1 fino alla lunghezza del vettore dell'angolo orario, con un passo di 5 minuti, corrispondente alla frequenza delle misurazioni effettuate dalla stazione meteorologica. Ad ogni iterazione del ciclo temporale, si ottiene il valore di I_{cls0} , che rappresenta la radiazione solare incidente a onde corte in condizioni di cielo sereno presso la stazione meteorologica.

Per ottenere una distribuzione spaziale della radiazione incidente appena calcolata, si esegue come primo passo un'interpolazione lineare tra i dati rilevati alla Testa e quelli della stazione meteorologica utilizzando il comando `interp1` di MATLAB. In questo modo si ricavano i dati di pressione, temperatura e umidità relativa per ciascuna cella della matrice che rappresenta il ghiacciaio.

```

% Ciclo intervalli 5 minuti giornaliero
for th = 1: length (HH)
    HH_th=HH (th);

%Sin teorica
Icls0 = I0 * cosZ(th) * TrTpg(th) *Tw(th) * Ta(th);% alla staz. meteo

T_interp = interp1([Z_MS, Z_testa], [Temperature_day(th), ...
Temp_Testa_day(th)], Z, 'linear', 'extrap');

P_interp = interp1([Z_MS, Z_testa], [pressure_day(th), ...
pressione_Testa_day(th)], Z, 'linear', 'extrap');

qq_interp = interp1([Z_MS, Z_testa], [qq_day(th), ...
qq_Testa_day(th)], Z, 'linear', 'extrap');

```

Questi dati vengono poi utilizzati per ricalcolare localmente, su tutto il ghiacciaio, i coefficienti trasmissivi T precedentemente descritti, in quanto prima relativi solo alle condizioni inerenti alla stazione meteo.

2.1.4 Effetto della pendenza e della nuvolosità sulla radiazione solare

Sempre considerando una matrice di valori estesa su tutto il ghiacciaio, al posto di $\cos Z$, si introduce una nuova variabile che tiene conto anche dell'effetto della pendenza in ogni cella, definita sulla base delle indicazioni riportate nel lavoro di Allen (2006) come segue:

$$\begin{aligned}
 \cos\theta = & \sin(\delta)\sin(\varphi)\cos(s) - \sin(\delta)\cos(\varphi)\sin(s)\cos(\gamma) + \\
 & + \cos(\delta)\cos(\varphi)\cos(s)\cos(H) + \cos(\delta)\sin(\varphi)\sin(s)\cos(\gamma)\cos(H) + \\
 & + \cos(\delta)\sin(\gamma)\sin(s)\sin(H)
 \end{aligned} \tag{2.1.4.1}$$

Dove:

- δ, φ, H : declinazione solare, latitudine e angolo orario già definiti.
- s : pendenza del terreno in radianti. Ricavata come matrice dal DEM.
- γ : surface aspect angle, ossia l'angolo di esposizione, espresso in radianti.

Anche in questo caso vengono imposte specifiche condizioni per rappresentare accuratamente la situazione fisica. Prima dell'alba e dopo il tramonto, la radiazione è considerata nulla e quindi $\cos\theta$ posto uguale a zero. Quando il sole è sopra l'orizzonte, e

quindi $\cos Z > 0$, ma oscurato dai pendii circostanti, la radiazione diretta non raggiunge la superficie; in questo caso, ossia $\cos \theta \leq 0$, viene imposto $\cos \theta = f_{dif} \cdot \cos Z$ in quanto valgono ovunque le condizioni alla stazione meteo e la componente diffusa rappresenta l'unica radiazione presente. In tutti gli altri casi, $\cos \theta > 0$ e $\cos Z > 0$, la radiazione totale è data dalla somma delle componenti diretta e diffusa e quindi $\cos \theta = f_{dir} \cdot \cos \theta + f_{dif} \cdot \cos Z$. Le frazioni di radiazione solare a onde corte, secondo il lavoro di Oerlemans (1992), possono essere descritte come segue:

$$f_{dir} = 0.2 + 0.65(1 - n) \quad (2.1.4.2)$$

$$f_{dif} = 0.8 - 0.65(1 - n) \quad (2.1.4.3)$$

Le due componenti dipendono da n , nuvolosità, che viene ricavata invertendo la formula riportata da Oerlemans (2010) che descrive la trasmissione nuvolosa:

$$\tau_{cl} = 1 - (0.41 - 6.5 \cdot 10^{-5}h)n - 0.37n^2 \quad (2.1.4.4)$$

Dove:

- h : altitudine, ossia quota della stazione meteo.
- τ_{cl} : valore teorico calcolato inizialmente come rapporto tra la radiazione incidente misurata dal piranometro e la I_{cls0} alla stazione meteo.

%Calcolo nuvolosità

```
a_MS=0.41 - Z_MS*6.5e-5;
if (isnan(Icls0)==0 && isinf(Icls0)==0)
    Tcl_MS= min(radiation_sin_day(th)/ Icls0,1);
    n2_day(th)=0.270270*(-5*a_MS+sqrt(37+25*a_MS^2-37*Tcl_MS));
    if n2_day(th)>1, n2_day(th)=1; end
else n2_day(th)=NaN;Tcl=0; end
```

%Calcolo frazione diretta e diffusa

```
f_dir=0.2+0.65*(1-n2_day(th));
f_dif=0.8-0.65*(1-n2_day(th));
```

```

%Calcolo coseno angolo rispetto allo zenit della radiazione incidente
locale
cosTeta=sin(delta)*sin(phi)*cos(slopeRad)- ...
    sin(delta)*cos(phi)*sin(slopeRad).*cos(aspectRad)+ ...
    cos(delta)*cos(phi)*cos(slopeRad).*cos(HH_th)+ ...
    cos(delta)*sin(phi)*sin(slopeRad).*cos(aspectRad).*cos(HH_th)+ ...
    cos(delta)*sin(aspectRad).*sin(slopeRad).*sin(HH_th);
% individua NaN o zero cosZ(th)
mask_invalid = isnan(cosTeta) | (cosZ(th) == 0);
cosTeta(mask_invalid) = 0;

% Verifica le condizioni
mask_dif = (cosZ(th) > 0) & (cosTeta <= 0);
cosTeta(mask_dif) = f_dif * cosZ(th);

mask_dir_dif = (cosZ(th) > 0) & (cosTeta > 0);
cosTeta(mask_dir_dif) =f_dir *cosTeta(mask_dir_dif)+f_dif * cosZ(th);

IclsMatrix = I0 * cosTeta.* TrTpg_local.*Tw_local * Ta_local;
%in ogni cella

```

Nel codice sopra riportato viene calcolata la nuvolosità n risolvendo l'equazione di secondo grado (2.1.4.4), ipotizzando un $T_{cl} = \frac{Sin_{misurata}}{I_{cls0}}$ e considerando esclusivamente la soluzione positiva (n_2). Successivamente, viene determinata la frazione di radiazione solare diretta o diffusa in base alla posizione del sole e alla pendenza locale e applicate le condizioni per il calcolo corretto di $cos\theta$ come spiegato dopo la formula (2.1.4.1). Il risultato finale, $I_{clsMatrix}$, è una matrice che rappresenta il ghiacciaio, in cui ogni cella contiene il valore della radiazione solare incidente, calcolato in funzione dei parametri ambientali locali.

2.1.5 Mappa giornaliera della radiazione short incidente

È ora possibile aggiungere l'ultima componente che tiene in conto della presenza di nuvole; viene utilizzato il valore di nuvolosità ($n2_day$), calcolato a partire dal T_{cl} teorico alla stazione meteo, e riutilizzata la (2.1.4.4) per trovare il T_{cl} effettivo in ogni cella, sostituendo

ad h la matrice delle elevazioni. La nuova matrice dei coefficienti di trasmissione nuvolosa viene moltiplicata per l'equazione (2.1.1.3):

$$I_{\sin_map_day} = T_{cl} I_{clsMatrix} \cos^{-1}(\text{slope}) \quad (2.1.5.1)$$

Con $I_{\sin_map_day}$ si ottiene una mappa giornaliera della radiazione solare incidente; la $I_{clsMatrix}$ corrisponde alla componente I_0 , moltiplicata per $\cos\theta$ e per i coefficienti trasmissivi locali, ovvero la radiazione solare a onde corte incidente calcolata per ogni cella, tenendo conto delle diverse inclinazioni locali del terreno. Il termine T_{cl} considera l'effetto delle nuvole, mentre $\cos^{-1}(\text{slope})$ rappresenta il fattore correttivo legato alla pendenza locale della superficie per correggere l'area effettivamente esposta all'atmosfera. Sebbene il tasso di bilancio di massa sia definito rispetto alla verticale, l'area reale in contatto con l'atmosfera varia in funzione della pendenza della superficie glaciale; questo influisce sui flussi di energia superficiale, inclusi le componenti del bilancio radiativo e dei flussi turbolenti.

In Oerlemans (2010), tale correzione è espressa dal fattore $f_{sl} = \cos(\eta)^{-1}$, dove η rappresenta l'angolo di pendenza. Ad esempio, per una pendenza di 10° , il valore di f_{sl} è circa 1.015, mentre per pendenze maggiori, l'effetto diventa più significativo (ad esempio, 1.305 per una pendenza di 40°). Questo indica che, su ghiacciai con superfici ripide, l'area esposta più ampia comporta un impatto non trascurabile sui flussi energetici.

Di seguito vengono descritti i passaggi che verranno poi eseguiti per ogni componente del bilancio radiativo; per semplicità viene spiegato e descritto solo per la radiazione incidente a onda corta che è trattata in questo capitolo.

- Calcolo della matrice giornaliera :

```
Isin_map_day=Tcl.*IclsMatrix.*(cos(slopeRad).^(-1));
```

Per ogni intervallo temporale di 5 minuti, viene calcolata una matrice bidimensionale che rappresenta la distribuzione spaziale del valore che, in questo caso, corrisponde alla radiazione solare incidente su ogni cella del ghiacciaio riportata nel sottocapitolo (2.1.5); questo calcolo chiaramente varia per ogni componente di bilancio radiativo.

- Calcolo della cumulata giornaliera :

```
Isin_map_cum_day=Isin_map_cum_day+Isin_map_day;
```

Durante la giornata, i valori di *Isin_map_day* calcolati per ciascun intervallo temporale vengono sommati iterativamente all'interno del ciclo temporale. Questa operazione restituisce la distribuzione spaziale della radiazione solare cumulativa incidente sulla superficie del ghiacciaio nell'arco di un giorno.

- Integrazione spaziale :

```
Isin(th)=trapz(y_values,trapz(x_values,Isin_map_day,2));
```

Dopo aver calcolato *Isin_map_day*, la matrice viene integrata spazialmente per ottenere un valore scalare che rappresenta l'energia totale incidente sull'intero ghiacciaio per un determinato istante temporale. L'integrazione viene eseguita con la funzione *trapz* di MATLAB, che calcola l'area sotto la curva lungo una dimensione (x) e successivamente lungo l'altra (y). Questo passaggio permette di ridurre i dati spaziali a un valore sintetico utilizzabile per analisi globali e confronti.

- Calcolo della media giornaliera :

```
Isin_map_mean_day=Isin_map_cum_day/length(HH);
```

Una volta completato il ciclo temporale, viene calcolata la media giornaliera della matrice *Isin_map_day* dividendo la cumulata giornaliera (*Isin_map_cum_day*) per il numero totale di intervalli temporali (ossia la lunghezza del vettore che descrive l'angolo orario). Questo valore medio rappresenta una sintesi spaziale della radiazione incidente durante l'intera giornata, utile per analisi che non richiedono il dettaglio dei singoli intervalli temporali.

- Aggiornamento della cumulata annuale :

```
Isin_map_cum_year=Isin_map_cum_year+Isin_map_mean_day;
```

La media giornaliera calcolata (*Isin_map_mean_day*) viene aggiunta iterativamente alla cumulata annuale (*Isin_map_cum_year*). Questo aggiornamento permette di ottenere il

totale annuale della radiazione incidente sulla superficie glaciale, utile per analisi a lungo termine.

- Salvataggio del dato integrato giornaliero :

```
Isin_old=integrated_alldata.(currentyearstr).I_short_wave_in;  
Integrated_alldata.(currentyearstr).I_short_wave_in=[Isin_old;day_n  
Isin];
```

Al termine del ciclo giornaliero, il codice aggiorna la struttura dati *integrated_alldata*, salvando i valori giornalieri delle variabili del bilancio energetico e di massa per l'anno corrente. Per ciascun parametro, come la radiazione solare entrante, vengono recuperati i dati pregressi e viene aggiunto il valore calcolato per il giorno attuale, associandolo alla data corrispondente *day_n*. Questa operazione garantisce che i dati siano archiviati in modo ordinato e facilmente accessibili per analisi successive, come il confronto tra giorni o stagioni diverse; in tal modo non è necessario salvare variabili di dimensioni eccessive.

- Media annuale :

```
Isin_map_mean_year=Isin_map_cum_year/num_days;
```

A fine anno, quindi all'esterno di tutti i cicli, i dati cumulativi giornalieri (*Isin_map_cum_year*) vengono utilizzati per calcolare la media annuale, dividendo il totale per il numero di giorni dell'anno. Questa media rappresenta, sempre e solo in questo caso, una misura della radiazione incidente media su base annuale per ogni cella del ghiacciaio, fornendo un indicatore utile per confronti interannuali o per analisi a lungo termine.

Al termine del ciclo temporale le celle esterne al ghiacciaio o prive di dati validi sono state escluse tramite un mascheramento basato sulla variabile *inGlacier*.
(*Isin_map_day(isnan(Isin_map_day)==1)=0; %Trasforma NAN in zero*).

Questa sequenza di passaggi consente di gestire in modo sistematico e coerente ogni componente del bilancio energetico, ottimizzando il calcolo e riducendo la complessità nella gestione dei dati. La struttura modulare facilita inoltre eventuali adattamenti o estensioni del modello.

2.2 Radiazione a onda corta riflessa: l'effetto dell'albedo

2.2.1 Calcolo dell'albedo in funzione dei giorni dall'ultima nevicata

La radiazione solare incidente viene in parte assorbita dalla superficie del ghiacciaio e in parte riflessa tornando in atmosfera. Quest'ultima componente dipende principalmente dall'albedo, che varia notevolmente in base a superficie, struttura cristallina, elevazione solare, nuvolosità, ecc. Per il calcolo dell'albedo in ogni cella del ghiacciaio si è partiti dalla situazione di neve in superficie, secondo la relazione di Oerlemans e Knap (1998):

$$\alpha_{snow}^i = \alpha_{firn} + (\alpha_{frsnow} - \alpha_{firn}) \exp\left(\frac{s-i}{t^*}\right) \quad (2.2.1.1)$$

Dove:

- $\alpha_{firn} \cong 0.53$ è l'albedo del firn, ovvero la neve granulare e compatta che rappresenta uno stadio intermedio tra la neve fresca e il ghiaccio.
- $\alpha_{frsnow} \cong 0.9$ è l'albedo della neve fresca.
- s : numero di giorni dall'ultima nevicata.
- i : giorno preso in esame.
- t^* : scala temporale assunta di 21.9 giorni.

Per determinare i giorni trascorsi dall'ultima nevicata, sono stati analizzati i dati relativi alla tipologia di precipitazione, acquisiti tramite un pluviometro dotato di sensore WS100, che utilizza la tecnologia radar Doppler a 24 GHz per identificare la tipologia di precipitazione in base alla velocità della particella. I dati registrati permettono di distinguere tre condizioni: assenza di precipitazioni (0), pioggia (60) e neve (70). Il codice implementato di seguito converte le date di nevicata in un formato numerico rispetto al Capodanno dell'anno considerato, sostituisce eventuali valori NaN con zero e verifica se il giorno in esame (`day_n`) è presente nei dati; in caso di nevicata, aggiorna il riferimento temporale, in caso contrario, calcola i giorni trascorsi dall'ultima nevicata registrata. Se il giorno attuale corrisponde a un giorno di nevicata, il contatore viene azzerato.

%Individuazione dei giorni di nevicata

```
capodanno = datetime(years(1), 1, 1); %start time
giorni_nevicata = time(WS100_type == 70);
giorni_nevicata_numeric= floor(days(giorni_nevicata - ...
```

```

    capodanno + 1)) %converte in formato numerico
    inGlacier(isnan(inGlacier)) = 0; % Sostituire NaN con 0
    abs_day=day_n+cont*365;
    s = abs_day - giorno_dell_ultima_nevicata; % ip. no neve
    if ismember(abs_day, giorni_nevicata_numeric)% Verifica neve
        giorno_ultima_nevicata = abs_day; % aggiorna il giorno
        dell'ultima nevicata
        s=0;
    else
        s= abs_day - giorno_ultima_nevicata; % numero giorni
        dall'ultima nevicata
    end
    % Calcolo di alpha_snow solo per le celle dentro il ghiacciaio

    alpha_snow(inGlacier == 1) = alpha_firn + ...
        (alpha_frnsnow - alpha_firn) * exp(-s/ t_star);

```

Infine, per le celle appartenenti al ghiacciaio, viene calcolato il coefficiente di riflettanza della neve (α_{snow}) in base a un modello esponenziale che tiene conto dell'invecchiamento della neve.

2.2.2 Considerazione della profondità dello strato superficiale

A questo punto è possibile ricavarsi l'albedo effettivo in ogni cella del ghiacciaio che dipende non solo dalla superficie in sé (neve, neve fresca, ghiaccio) come ricavato nella (2.2.1.1) ma anche dalla profondità dello strato superficiale. Si è usata a questo scopo la successiva equazione dello stesso paper di Oerlemans e Knap (1998):

$$\alpha_{Matrix}^i = \alpha_{snow}^i + (\alpha_{ice} - \alpha_{snow}^i) \exp\left(-\frac{d}{d^*}\right) \quad (2.2.2.1)$$

Dove:

- $\alpha_{ice} \cong 0.34$ è l'albedo del ghiaccio.
- d : è la profondità effettiva di neve.
- d^* : scala spaziale caratteristica assunta di 0.011 m.

Inizialmente, la profondità dello strato nevoso viene impostata a 0 m; tuttavia, il valore effettivo varia nel tempo e spazialmente in funzione delle precipitazioni nevose e dell'energia scambiata tramite i flussi di calore latente e di scioglimento. Nel codice, tale dinamica viene gestita identificando innanzitutto le celle in cui è presente neve e quelle in

cui la somma dei flussi termici è negativa, condizione che indica un trasferimento netto di energia in uscita. L'intersezione tra queste due condizioni definisce le celle per le quali la variazione della profondità nevosa deve essere calcolata, tenendo conto del bilancio energetico, del passo temporale e della densità della neve. I dettagli di questo procedimento e le modalità di aggiornamento iterativo della variabile sono riportati nel capitolo 3.

Affinché la matrice di albedo calcolata sia fisicamente rappresentativa, è fondamentale applicare due condizioni: `inGlacier == 1` e `depth_snow > 0`. La prima garantisce che il calcolo venga effettuato solo nelle celle appartenenti al ghiacciaio, escludendo quindi aree esterne o prive di significato glaciologico. La seconda condizione assicura che la formula dell'albedo venga utilizzata solo in presenza di uno strato di neve, anche minimo. Per garantire l'accuratezza anche in caso contrario, viene aggiunta una riga di codice che impone alla matrice l'albedo del ghiaccio quando `depth_snow = 0`. Questo permette di ottenere un risultato più accurato, interpolando correttamente l'albedo tra le condizioni di superficie innevata e quella ghiacciata, evitando distorsioni laddove la neve sia assente.

2.2.3 Mappa giornaliera della radiazione short riflessa

Si ottiene così una matrice di albedo che, moltiplicata alla matrice della radiazione solare incidente, restituisce la mappa di radiazione a onde corte riflessa:

$$I_{\text{sout_map_day}} = I_{\text{sin_map_day}} \alpha_{\text{Matrix}} \cos^{-1}(s) \quad (2.2.3.1)$$

La matrice contenente la mappa giornaliera dei valori di shortwave in uscita, viene poi cumulata nel ciclo temporale per avere i dati cumulativi giornalieri e annuali, i valori medi giornalieri e annuali e l'integrazione spaziale per il singolo valore scalare di radiazione. I calcoli sono gli stessi spiegati nel sottocapitolo (2.1.5) e vengono riportati qui sotto:

%RADIAZIONE SHORT RIFLESSA

- `Isout_map_day=Isin_map_day.*AlbedoMatrix.*(cos(slopeRad)^(-1));`
- `Isout_map_cum_day=Isout_map_cum_day+Isout_map_day;`
- `Isout(th)=trapz(y_values,trapz(x_values,Isout_map_day,2));`
- `Isout_map_mean_day=Isout_map_cum_day/length(HH);`
- `Isout_map_cum_year=Isout_map_cum_year+Isout_map_mean_day;`

- Isout_old=integrated_alldata.(currentyearstr).I_short_wave_out;
- integrated_alldata.(currentyearstr).I_short_wave_out = ...
[Isout_old;day_n Isout];
- Isout_map_mean_year=Isout_map_cum_year/num_days;

2.3 Radiazione a onda lunga incidente: radiazione termica in ingresso

La radiazione longwave in ingresso al ghiacciaio è l'energia termica ricevuta dalla superficie glaciale, emessa principalmente dall'atmosfera, dalle nuvole e dalle superfici circostanti; quest'ultima variabile non verrà considerata in questo modello. La componente radiativa viene calcolata tramite un processo iterativo di calibrazione dei parametri ε_{cl} e b delle seguenti equazioni:

$$L_{in} = \varepsilon \sigma T_a^4 \quad (2.3.1)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{cs}(1 - n^p) + \varepsilon_{cl}n^p \quad (2.3.2)$$

$$\varepsilon_{cs} = 0.23 + b \left(\frac{e_a}{T_a} \right)^{\frac{1}{8}} \quad (2.3.3)$$

Dove:

- ε : emissività del cielo, descritta dalla (2.3.2) secondo Konzelmann (1994).
- $\sigma \cong 5.67 * 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right]$ costante di Stefan-Boltzmann.
- T_a : temperatura dell'aria.
- ε_{cs} : emissività in condizione di cielo sereno.
- n^p : nuvolosità elevata ad un esponente p pari a 2, ricavato dagli studi di Greuell (1997).
- ε_{cl} : emissività delle nuvole.
- e_a : pressione di vapore acqueo.

2.3.1 Calibrazione dei parametri atmosferici tramite fitting

Per eseguire il fitting viene minimizzata la differenza quadratica tra la radiazione osservata alla stazione meteo e quella calcolata con la (2.3.1), tramite un'ottimizzazione iterativa con la funzione *fminsearch*. I parametri iniziali, definiti *params0* nel codice riportato sotto, sono stati scelti in base a valori rappresentativi della letteratura, mentre l'algoritmo ha regolato tali valori per adattare il modello alle osservazioni. La pressione del vapore acqueo (*e_v_day*) è stata stimata in funzione dell'umidità specifica e della pressione dell'aria.

```
%Funzione obiettivo per il fitting dei parametri di calibrazione
della formula per la lin
e_v_day = qq_day.*pressure_day/0.622; %Pressione vapore acqueo [Pa]
params0 = [1, 0.8]; %Stima iniziale per i parametri [bb, eps_cl]

    fun = @(x) ...
        sum((radiation_lin_day- sigma *
(Temperature_day+273).^4.*((0.23 + x(1) .* (e_v_day.' ./ ...
        (Temperature_day+273)).^(1/8))) .* (1 - n2_day.^2) +
x(2)* n2_day.^2)).^2);

% Ottimizzazione (minimizzo la differenza quadratica)
options = optimset('Display', 'off', 'TolFun', 1e-6);
params_opt = fminsearch(fun, params0, options);
if params_opt(1)<0,params_opt(1)=0.433;end
if params_opt(2)<0 || params_opt(2)>1,params_opt(2)=1;end

%Risultati
bb_opt = params_opt(1);
eps_cl_opt = params_opt(2);
```

Vengono applicati due controlli sui parametri ottimizzati per garantire che assumano valori fisicamente coerenti. In particolare, il primo if verifica se il parametro relativo a *b* è negativo; in tal caso, viene forzatamente impostato a 0,433, poiché un valore negativo non avrebbe senso fisico. Il secondo if, invece, assicura che il parametro ε_{cl} sia compreso tra 0 e 1: se il valore ottimizzato risulta inferiore a 0 o superiore a 1, viene riportato a 1, mantenendo così il parametro all'interno dei limiti logici del modello.

La funzione *calculate_Ilin* implementa le tre equazioni, (2.3.1), (2.3.2) e (2.3.2), utilizzando i parametri ottimizzati (*params_opt*) appena calcolati, ossia quelli tali per cui la differenza quadratica media è minima.

```

function Ilin = calculate_Ilin(T, e_v, n2, params, sigma)

Tk=T+273; % T (temperature) in Kelvin

    bb = params(1);
    eps_cl = params(2);

    % Calcolo eps_cs
    eps_cs = 0.23 + bb .* (e_v ./ Tk).^(1/8);

    % Calcolo emissività
    pp = 2; % Esponente per la copertura nuvolosa
    eps = eps_cs .* (1 - n2.^pp) + eps_cl .* n2.^pp;

    % Calcolo L_in
    Ilin = eps .* sigma .* Tk.^4;

end

```

Nel codice sopra, T corrisponde alla matrice di temperature interpolate mentre e_v e $n2$ corrispondono ai valori giornalieri di pressione di vapor d'acqua e nuvolosità; nel sottocapitolo seguente viene mostrato il richiamo della funzione direttamente nel calcolo di *Ilin_map_day*.

2.3.2 Mappa giornaliera della radiazione long incidente

Il calcolo di L_{in} è stato a questo punto esteso alla griglia rappresentativa del ghiacciaio (*inGlacier*), utilizzando le variabili atmosferiche interpolate verticalmente e tenendo conto della pendenza locale per correggere l'incidenza della radiazione. Come per le altre componenti, l'output è stato integrato nel tempo per ottenere le cumulate giornaliere, aggiornando progressivamente il contributo di ogni ora. Vi sono inoltre le cumulate annuali, le medie giornaliere e annuali e il salvataggio nella struttura *integrated_alldata*, come per gli altri contributi energetici.

%RADIAZIONE LONG INCIDENTE

- `Ilin_map_day = inGlacier.*calculate_Ilin(T_interp, e_v_day, ...
n2_day(th), params_opt, sigma).*(cos(slopeRad).^(-1));`
- `Ilin_map_cum_day=Ilin_map_cum_day+Ilin_map_day;`
- `Ilin(th)=trapz(y_values,trapz(x_values,inGlacier.*Ilin_map_day,2);`
- `Ilin_map_mean_day=Ilin_map_cum_day/length(HH);`

- `Ilin_map_cum_year=Ilin_map_cum_year+Ilin_map_mean_day;`
- `Ilin_old=integrated_alldata.(currentyearstr).I_long_wave_in;`
- `integrated_alldata.(currentyearstr).I_long_wave_in = ...`
`[Ilin_old;day_n Ilin];`
- `Ilin_map_mean_year=Ilin_map_cum_year/num_days;`

2.4 Radiazione a onda lunga riflessa: emissione di radiazione termica

Per calcolare la frazione di radiazione termica che raggiunge la superficie del ghiacciaio e, invece di essere assorbita, viene riflessa sotto forma di radiazione infrarossa, è stato necessario determinare non solo la temperatura superficiale, ma anche i flussi turbolenti che contribuiscono agli scambi di calore e, successivamente, al bilancio di massa del ghiacciaio. Partendo dalla definizione di radiazione longwave in uscita, come funzione della temperatura della superficie glaciale e della sua emissività, la formula adottata per tale calcolo è:

$$L_{out} = \sigma T_s^4 \quad (2.4.1)$$

Questa equazione coincide con la (2.3.1) ma, l'emissività ε della superficie glaciale non compare in quanto viene generalmente considerata prossima a 1, dato che il ghiaccio e la neve sono eccellenti emettitori di radiazione infrarossa; inoltre, la temperatura in questione non è più quella dell'aria ma quella superficiale del ghiacciaio. T_s è influenzata non solo dall'energia assorbita, ma anche dai flussi di calore sensibile e latente, che dipendono dalle condizioni atmosferiche locali e dai gradienti di temperatura e umidità sopra il ghiacciaio.

2.4.1 Flussi turbolenti: calore sensibile e latente

Per implementare i calcoli di questa parte è stato necessario creare un'ulteriore funzione, *calculate_llout*, che restituisce le mappe giornaliere di Q_L flusso di calore latente, Q_m flusso di calore di fusione, *llout_map_day* radiazione a onda lunga riflessa, G flusso di calore glaciale e L_{vs} calore latente di evaporazione o sublimazione a seconda dei casi. All'interno di essa vengono inizialmente definiti i parametri fisici fondamentali, come le costanti atmosferiche, le proprietà del ghiaccio e della neve e tutte le costanti empiriche. Per il calcolo del flusso di calore sensibile (2.4.1.1) si utilizza l'equazione di Oerlemans e Grisogono

(2002) mentre per il calore latente (2.4.1.2) si fa riferimento al libro di Cuffey e Paterson ‘*The Physics of Glaciers*’:

$$Q_H = \rho c_p C^* (T_a - T_{surf}) \quad (2.4.1.1)$$

$$Q_L = \frac{0.622 \rho L_{vs} C^* (e_v - e_s)}{P} \quad (2.4.1.2)$$

Dove:

- $\rho \cong 1.225 \left[\frac{Kg}{m^3} \right], c_p \cong 1005 \left[\frac{J}{KgK} \right]$: densità e calore specifico dell’aria.
- C^* : coefficiente di scambio turbolento calcolato in base alle condizioni presenti, come spiegato di seguito.
- L_{vs} : calore latente di evaporazione o di sublimazione in base alle condizioni presenti, come descritto sotto.
- T_a, T_{surf} : matrici dei valori di temperatura dell’aria e temperatura superficiale interpolati su tutto il ghiacciaio.
- e_v, e_s : pressione di vapor d’acqua interpolato e pressione di vapor d’acqua di saturazione alla superficie ricavato dall’equazione (3.2.2).

Per definire Q_L si è quindi preferito sostituire all’umidità specifica qq l’espressione $\frac{0.622 \cdot e}{P}$ per un risultato più accurato in quanto la pressione di vapor d’acqua risulta in funzione della temperatura dell’aria .

Bisogna inoltre distinguere le due situazioni per assegnare il giusto valore di calore latente e di coefficiente di scambio turbolento:

1. $(T_a - T_{surf}) < 0$: Se l’aria è più fredda della superficie, il gradiente termico riduce il trasporto di calore per convezione turbolenta. In questo caso, il contributo dinamico non è significativo e $C^* = C_b$, riflettendo una turbolenza meno sviluppata. In questo caso, il vapore acqueo tende a passare direttamente dallo stato solido a quello gassoso. Questo processo, noto come sublimazione, richiede più energia rispetto all’evaporazione, poiché include sia il calore latente di fusione (ghiaccio $\rightarrow$ acqua)

che quello di evaporazione (acqua $\rightarrow$ vapore) e quindi il valore di L_{vs} coincide con il calore latente di sublimazione $L_s = 2.83 * 10^6 \left[\frac{J}{Kg} \right]$.

2. $(T_a - T_{surf}) \geq 0$: Quando l'aria è più calda o alla stessa temperatura della superficie, il vapore acqueo passa principalmente dallo stato liquido (acqua) a quello gassoso (vapore). Questo processo, noto come evaporazione, richiede meno energia rispetto alla sublimazione, utilizzando solo il calore latente di evaporazione $L_v = 2.5 * 10^6 \left[\frac{J}{Kg} \right]$. Inoltre, il gradiente termico positivo favorisce una convezione turbolenta più intensa. In questa situazione, C^* è dato dalla somma del coefficiente di base ($C_b = 0.0037$) e di un contributo dinamico (C_{kat} definito sotto), che dipende dal gradiente termico e dal comportamento del flusso laminare o turbolento sopra la superficie. Questo aumento riflette un maggiore trasferimento di calore dall'aria più calda alla superficie più fredda.

2.4.2 Coefficiente di scambio turbolento e contributo dinamico

Il contributo dinamico del coefficiente di scambio turbolento viene così definito:

$$C_{kat} = k(T_a - T_{surf}) \left(\frac{g}{T_0 \gamma P_r} \right) \quad (2.4.2.1)$$

Dove:

- $k = 0.0004$: costante empirica.
- $g = 9.81 \left[\frac{m}{s^2} \right]$: accelerazione di gravità.
- $T_0 = 273.15 [K]$: temperatura di riferimento.
- $P_r = 5$: numero di Prandtl turbolento.
- γ : gradiente verticale della temperatura potenziale, calcolato come derivata negativa della temperatura potenziale ϑ rispetto alla coordinata spaziale z . Ad esso è stato imposto un limite minimo di $0.0015 \left[\frac{K}{m} \right]$ per evitare che il calcolo di C_{kat} risulti impossibile da svolgere.

$$\vartheta(z) = T(z) \left(\frac{p0}{p(z)} \right)^R \quad \text{con } R = 0.286 \quad (2.4.2.2)$$

$$\gamma = -\frac{\partial \vartheta}{\partial z} = -\frac{\partial T}{\partial z} \left(\frac{p0}{p(z)} \right)^R + RT(z) \left(\frac{p0}{p(z)} \right)^R \frac{\partial p}{\partial z} \frac{1}{p(z)} \quad (2.4.2.3)$$

La (2.4.2.3) rappresenta la derivata della (2.4.2.2), dove $p0$ è considerata una pressione di riferimento costante pari a $10^5 [Pa]$. In questa formulazione, $p(z)$ e $T(z)$ indicano rispettivamente le matrici di pressione e temperatura interpolate spazialmente sull'intera superficie del ghiacciaio. I termini $\frac{\partial p}{\partial z}$ e $\frac{\partial T}{\partial z}$ sono discretizzati e calcolati come $\frac{\Delta p}{\Delta z}$ e $\frac{\Delta T}{\Delta z}$ ossia come rapporto tra la differenza di pressione o temperatura misurata alla testa del ghiacciaio e quella registrata presso la stazione meteorologica, diviso per la differenza di quota tra la testa del ghiacciaio e la stazione meteorologica. Tale semplificazione è resa possibile assumendo che i gradienti verticali di pressione e temperatura rimangano costanti all'interno di ogni cella della griglia spaziale considerata.

2.4.3 Calcolo della temperatura superficiale

Per la temperatura superficiale, è stato necessario utilizzare un modello semplificato a due strati del sottosuolo. Questo approccio si basa sulla risoluzione di un sistema di due equazioni in due incognite, che collega la temperatura e lo spessore dello strato superficiale con quelli dello strato sottostante. Si ipotizza che il flusso di calore tra gli strati sia proporzionale alla differenza di temperatura tra di essi, secondo la legge della conduzione termica. Si mettono perciò a sistema le due equazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c_p \frac{\partial T_{surf}}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T_{surf}}{\partial^2 z} + \frac{G}{d_{surf}} \end{array} \right. \quad (2.4.3.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c_p \frac{\partial T_2}{\partial t} = k \frac{\partial^2 T_2}{\partial^2 z} - \frac{\partial T_{surf}}{d_2^2} \end{array} \right. \quad (2.4.3.2)$$

Per svolgerle viene utilizzato il metodo delle differenze finite all'indietro (o metodo di Eulero all'indietro) che permette di discretizzare le derivate temporali in modo implicito; ciò

permette una maggior stabilità, anche per passi temporali maggiori. Ciò che si ottiene sono le seguenti equazioni:

$$\frac{T_{surf}^i - T_{surf}^{i-1}}{\Delta t} = \alpha \frac{(T_2^{i-1} - T_{surf}^{i-1})}{d_{surf}^2} + \frac{G}{\rho c_p d_{surf}} \quad \text{con } \alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (2.4.3.3)$$

$$\frac{T_2^i - T_2^{i-1}}{\Delta t} = \alpha \frac{(T_3 - T_2^{i-1}) - (T_2^{i-1} - T_{surf}^{i-1})}{d_2^2} \quad (2.4.3.4)$$

Di seguito viene riportato il codice con le soluzioni finali di T_{surf}^i e T_2^i ; prima è però necessario ricavarsi il flusso di calore G del ghiacciaio, che compare nella (2.4.3.1). Se la temperatura superficiale T_{surf} è uguale o superiore al punto di fusione T_0 , l'energia totale F viene interamente destinata alla fusione e posta pari a Q_m . In questo caso, non c'è conduzione di calore verso l'interno del ghiaccio. Al contrario, se T_{surf} è inferiore a T_0 , l'energia totale F viene associata al flusso conduttivo G , che alimenta il trasferimento di calore all'interno del ghiaccio. T_{surf} viene stimato inizialmente con temperature di 5°C in meno della temperatura dell'aria, T_2 inizializzato a T_0 , mentre $d_{surf} = 0.22 \text{ m}$ e $d_2 = 2.78 \text{ m}$. L'assegnazione di L_{vs} e di C^* avviene invece come descritto sotto l'equazione (2.4.1.2).

Per T_3 il modello ipotizza una temperatura decrescente linearmente con l'altitudine rispetto al valore minimo di elevazione seguendo un gradiente termico standard pari a 5 K/ogni 1000 m di altitudine. La densità ρ e la diffusività termica α vengono calcolati combinando i contributi di neve e ghiaccio in base alla loro proporzione relativa sulla superficie in modo da rappresentare anche situazioni miste. Se la neve copre completamente la profondità considerata ($depth_{snow} > d_{surf}$), entrambi i parametri vengono impostati ai valori tipici della neve. Se invece $depth_{snow} < d_{surf}$, i parametri sono calcolati come media ponderata tra neve e ghiaccio, in base alla proporzione della neve $\left(\frac{depth_{snow}}{d_{surf}}\right)$ rispetto alla profondità complessiva. La frazione residua $(d_{surf} - depth_{snow})$ rappresenta il contributo del ghiaccio. Di seguito è riportata solo la parte di funzione che esegue le iterazioni per mostrare come vengono assegnati i valori di C^* , L_{vs} , Q_m e G descritti in precedenza e come vengono calcolati tutti gli output della funzione.

```

function [Qm, QL, Ilout_map_day, G, Lvs]=calculate_Ilout(dpdz, ...
dTdz, Qp, P_interp, T_interp, Isin_map_day, Isout_map_day, ...
Ilin_map_day, elevazione, depth_snow, InGlacier, e_v_interp)
...

while err>err_max
    diff_Tas=T_interp+T0-Ts;
    Ckat=k*(diff_Tas).*(g./(T0*gamma*Pr)).^(1/2);
    pos_gamma=find(gamma<0.0015);Ckat(pos_gamma)=0;
    Cstar=Cb*ones(n,m);
    pos_a_s=find(diff_Tas>0);
    Cstar(pos_a_s)=Cb+Ckat(pos_a_s);
    QH =rho_air*cp_air*Cstar.*diff_Tas.*inGlacier;
    e_sat_surf=3.69*(10^12)*exp(-6150./(T_interp+T0));
    QL =0.622.*rho_air*Lvs.*Cstar.*((e_v_interp - ...
e_sat_surf)./P_interp);

    % Calcolo di L_out
    Ilout_map_day = sigma * Ts.^4;

    % Calcolo del flusso energetico superficiale F
    F=Isin_map_day-Isout_map_day+Ilin_map_day-Ilout_map_day+QH+QL+Qp;

    pos_0 = find((Ts >= T0 - 0.1) & (F > 0));
    Qm=zeros(n,m);Qm(pos_0)=-F(pos_0);Lvs(pos_0)=Lv;
    pos_neg=find(Ts<T0-0.1);
    G=zeros(n,m);G(pos_neg)=F(pos_neg);Lvs(pos_neg)=Ls;

    Tsv=Ts;T2v=T2;
    alpha=alpha_snow*depth_snow/dsurf + alpha_ice*(dsurf- ...
depth_snow)/dsurf;
    rho=rho_snow*depth_snow/dsurf+rho_ice*(dsurf-depth_snow)/dsurf;
    pos_sn=find(depth_snow>dsurf);
    alpha(pos_sn)=alpha_snow;rho(pos_sn)=rho_snow;

    Ts =(alpha.*dt.*(T2v - Tsv))/dsurf^2 + Tsv + ...
(alpha.*dt.*G)./(dsurf*rho*(cp_ice));
    T2 =T2v + (alpha.*dt.*(-2*T2v + T3 + Tsv))/d2^2;

    pos_0=find(Ts>=T0);Ts(pos_0)=T0;Lvs(pos_0)=Lv;
    pos_neg=find(Ts<T0);Lvs(pos_neg)=Ls;
    pos_0_2=find(T2>=T0);T2(pos_0_2)=T0;

    err=max(max(abs(Ts-Tsv)));

end
end

```

Nel calcolo del flusso energetico superficiale F , descritto dall'equazione (2.1), viene aggiunto un contributo Q_p dovuto al calore sensibile rilasciato dalla pioggia caduta sul ghiacciaio e calcolato come $Q_p = inGlacier.* cp_water.* Prain_map.* abs(T_interp)/dt$.

La temperatura superficiale T_{surf} e quella dello strato intermedio T_2 vengono quindi aggiornate iterativamente fino a quando la variazione massima della temperatura superficiale tra due iterazioni successive (err) scende al di sotto di una soglia definita ($err_max=1$), garantendo la convergenza del modello.

2.4.4 Mappa giornaliera della radiazione long riflessa

In uscita da questa funzione si ottiene quindi la mappa giornaliera delle radiazioni a onde lunghe emesse dal ghiacciaio, poi cumulata nel tempo, e i flussi di calore che verranno utilizzati successivamente per il bilancio di massa. Anche per quest'ultima componente i valori di radiazione calcolati vengono filtrati con la maschera $inGlacier$ e moltiplicati per la pendenza locale della cella in questione. Per il resto i dati vengono cumulati giornalmente e annualmente e i dati salvati sottoforma di integrazione spaziale.

%RADIAZIONE LONG RIFLESSA

- $Ilout_map_day = sigma * Ts.^4;$
- $Ilout_map_day = inGlacier.* Ilout_map_day.* (cos(slopeRad).^(-1));$
- $Ilout_map_cum_day=Ilout_map_cum_day+Ilout_map_day;$
- $Ilout(th)=trapz(y_values,trapz(x_values,inGlacier.*Ilout_map_day,2$
- $Ilout_map_mean_day=Ilout_map_cum_day/length(HH);$
- $Ilout_map_cum_year=Ilout_map_cum_year+Ilout_map_mean_day;$
- $Ilout_old=integrated_alldata.(currentyearstr).I_long_wave_out;$
- $integrated_alldata.(currentyearstr).I_long_wave_out = ...$
 $[Ilout_old;day_n Ilout];$
- $Ilout_map_mean_year=Ilout_map_cum_year/num_days;$

2.5 Contributi totali delle componenti radiative

A seguito del calcolo delle componenti di radiazione solare e a onda lunga, vengono aggiornati i bilanci radiativi giornalieri, cumulativi e annuali su una mappa spaziale, tenendo conto della somma delle radiazioni entranti e uscenti.

Nella prima parte, viene determinato il bilancio giornaliero della radiazione solare netta (*IsTot_map_day*) come differenza tra la radiazione solare entrante (*Isin_map_day*) e quella uscente (*Isout_map_day*); si ottiene un valore netto che rappresenta il flusso di energia radiante che il sistema riceve o perde per ogni cella della mappa spaziale durante il giorno. Questo valore viene accumulato sia per il giorno (*IsTot_map_cum_day*) sia per l'anno (*IsTot_map_cum_year*), mentre si calcola anche una media giornaliera usando valori medi spaziali (*IsTot_map_mean_day*).

```
IsTot_map_day=Isin_map_day-Isout_map_day;  
IsTot_map_cum_day=IsTot_map_cum_day+IsTot_map_day;  
IsTot_map_mean_day=Isin_map_mean_day-Isout_map_mean_day;  
IsTot_map_cum_year=IsTot_map_cum_year+IsTot_map_mean_day;
```

Lo stesso schema viene applicato alla radiazione a onda lunga, considerando la radiazione totale, i valori cumulativi giornalieri e annuali e le medie giornaliere.

```
IlTot_map_day=Ilin_map_day-Ilout_map_day;  
IlTot_map_cum_day=IlTot_map_cum_day+IlTot_map_day;  
IlTot_map_mean_day=Ilin_map_mean_day-Ilout_map_mean_day;  
IlTot_map_cum_year=IlTot_map_cum_year+IlTot_map_mean_day;
```

Infine, la parte relativa al calcolo delle medie annuali divide le radiazioni cumulative annuali per il numero totale di giorni (*num_days*). Questo passaggio produce matrici contenenti i valori medi annuali delle radiazioni entranti, uscenti e nette, sia per la componente solare sia per quella a onda lunga.

```
Isin_map_mean_year=Isin_map_cum_year/num_days;  
Isout_map_mean_year=Isout_map_cum_year/num_days;
```

```

Ilin_map_mean_year=Ilin_map_cum_year/num_days;
Ilout_map_mean_year=Ilout_map_cum_year/num_days;

IsTot_map_mean_year=IsTot_map_cum_year/num_days;
IlTot_map_mean_year=IlTot_map_cum_year/num_days;

```

Per le matrici di dati medi giornalieri delle radiazioni a onde corte e lunghe nette, e del flusso energetico totale, avviene il salvataggio tramite la struttura *mapped_data* per ognuno dei 366 giorni di analisi.

```

name_map=['maps' currentyearstr day_str];
inGlaciernan(slope > soglia_pendenza)=NaN;
mapped_data.mass_bal_map = M_map_day.*inGlaciernan;
mapped_data.F_map_mean_day = F_map_mean_day;
mapped_data.IsTot_map_mean_day = IsTot_map_mean_day;
mapped_data.IlTot_map_mean_day = IlTot_map_mean_day;
save(name_map, 'mapped_data');

```

Questo approccio consente di analizzare il bilancio radiativo su diverse scale temporali, includendo sia le fluttuazioni giornaliere sia gli accumuli su periodi più estesi. Attraverso questa metodologia, è possibile ottenere una sintesi dell'andamento medio delle componenti radiative, quantificando l'energia netta mediamente acquisita o dispersa in ciascuna cella della griglia che rappresenta il ghiacciaio. Questo processo riduce l'influenza delle variazioni ad alta frequenza, come quelle giornaliere, migliorando la leggibilità dei risultati e facilitandone l'interpretazione. Inoltre, l'aggregazione spaziale dei dati consente un confronto più efficace tra le diverse aree del ghiacciaio, permettendo di identificare le zone che, in media, ricevono un maggiore o minore apporto energetico.

Capitolo III: Calcolo delle componenti del bilancio di massa

Il bilancio di massa di un ghiacciaio quantifica la variazione netta della massa nel tempo, risultante dalla differenza tra i processi di accumulo e quelli di ablazione. L'accumulo avviene principalmente attraverso le precipitazioni nevose e la successiva compattazione della neve in ghiaccio, mentre l'ablazione comprende la fusione superficiale, la sublimazione e il distacco di masse glaciali (calving). Se il bilancio di massa assume un valore positivo ($M > 0$), significa che il ghiacciaio sta guadagnando massa, indicando una fase di crescita. Al contrario ($M < 0$), un valore negativo implica che le perdite per ablazione superano l'accumulo, determinando un progressivo arretramento e assottigliamento del ghiacciaio. Per determinare il bilancio di massa del Rutor, si utilizza il modello proposto da Oerlemans (2002), che esprime il bilancio di massa attraverso l'integrazione nel tempo delle seguenti componenti:

$$M = \int \left(\frac{Q_m}{L_m} + P + \frac{Q_L}{L_{vs}} \right) dt \quad (3.1)$$

Dove:

- Q_m, Q_L : sono il flusso di calore di fusione e il flusso di calore latente in $\left[\frac{W}{m^2} \right]$.
- P : accumulo neve in $\left[\frac{Kg}{m^2} \right]$.
- $L_m = 3.34 \cdot 10^5 \left[\frac{J}{Kg} \right]$: calore latente di scioglimento.
- $L_{vs} = 2.56 \cdot 10^6 \left[\frac{J}{Kg} \right]$: se calore latente di evaporazione, $2.83 \cdot 10^6 \left[\frac{J}{Kg} \right]$ se calore latente di sublimazione.

Questa formulazione permette di valutare come le diverse componenti energetiche e di massa contribuiscano al bilancio complessivo del ghiacciaio. Nei sottocapitoli successivi, verranno analizzate in dettaglio ciascuna di queste componenti, al fine di comprendere le dinamiche che regolano questo processo.

3.1 Energia di fusione: contributo energetico allo scioglimento della massa glaciale

L'energia di fusione rappresenta la quantità di energia termica necessaria per trasformare la neve o il ghiaccio dallo stato solido a quello liquido, processo che si verifica quando la temperatura superficiale del ghiacciaio raggiunge il punto di fusione. In queste condizioni il flusso di energia superficiale diventa positivo, mentre il flusso di calore interno al ghiacciaio è nullo, indicando che l'energia in eccesso viene utilizzata esclusivamente per la fusione. Da Oerlemans (2002) e Cuffey & Paterson (2010), si evidenzia come l'energia di fusione sia una componente cruciale nel bilancio energetico dei ghiacciai, determinando la quantità di massa convertita in acqua e, di conseguenza, influenzando il comportamento dinamico del sistema glaciale.

Per calcolare l'energia di fusione Q_m all'interno del modello numerico in MATLAB, è stata creata la funzione denominata *calculate_Ikout*, già menzionata nel sottocapitolo (2.4.1). In questa funzione, il flusso energetico superficiale F viene determinato come la differenza tra la radiazione solare incidente, la radiazione longwave in ingresso e uscita, e i contributi dei flussi di calore sensibile (Q_H e Q_P) e latente (Q_L). Successivamente, viene verificata la condizione in cui la temperatura superficiale T_s raggiunge o supera il valore di riferimento T_0 (il melting point), e per le celle in cui ciò avviene il valore di F viene assegnato a Q_m , come già mostrato nel sottocapitolo (2.4.3).

Nel codice principale riportato sotto, viene quindi richiamata la funzione per ottenere Q_m , che viene poi utilizzata per aggiornare la profondità di neve. In particolare, ad ogni iterazione temporale (di 5 minuti), viene sottratto un *delta_depth* di profondità della neve calcolato come rapporto tra il flusso di fusione sommato al calore latente ($Q_m + Q_L$) e il calore latente di fusione (L_m), scalato correttamente in funzione della densità della neve.

```
for th = 1:length(HH)
...
%Calcolo neve fresca accumulata e profondità neve aggiunta in th
[PP_cum, ds, Prain_map] = calculate_snow(n, m, th, T_interp, ...
P_interp, UR_interp, WS100_5min_day, WS100_type_day, inGlacier, ...
rho_frsnow, inBasin);

% Aggiornamento delle cumulate
depth_snow=depth_snow+ds/1000; %[m]
```

```

PP_cum_day=PP_cum_day+PP_cum;
Prain_cum_day=Prain_cum_day+Prain_map;

%Richiamo della funzione
[Qm, QL, Ilout_map_day, G, Lvs] = calculate_Ilout (dpdz, dTdz, ...
Qp, qq_interp, P_interp, T_interp, Isin_map_day, Isout_map_day, ...
Ilin_map_day, elevazione, depth_snow, inGlacier, e_v_interp);

%Aggiorno profondità neve
pos_sn=find(depth_snow>0);pos_flux=find(Qm+QL<0);
pos_sn_flux=intersect(pos_sn,pos_flux);
delta_depth = -((Qm + QL) / Lm) * dt / rho_snow;
depth_snow(pos_sn_flux) = depth_snow(pos_sn_flux) - ...
delta_depth(pos_sn_flux);
depth_snow(depth_snow<0)=0;
...
end

```

Dal pezzo di codice sopra riportato si mostra come questa profondità di neve ds viene prima definita nella funzione *calculate_snow*, richiamata, e cumulata istante per istante aggiornando la *depth_snow* all'interno del ciclo orario. I passaggi esatti svolti all'interno della funzione sono stati utili anche al calcolo della neve cumulata e vengono quindi spiegati nel sottocapitolo (3.3).

Nell'equazione (3.1) in particolare compare il termine $\frac{Q_m}{L_m}$, che rappresenta la quantità di massa fusa per unità di energia disponibile. Infatti, dividendo il flusso di fusione Q_m (in $[W/m^2]$) per il calore latente di scioglimento L_m (in $[J/kg]$), si ottiene il contributo in termini di massa (in $[kg/m^2]$) che, integrato nel tempo, indica la variazione netta della massa glaciale dovuta alla fusione. Questo approccio consente di collegare il bilancio energetico, basato su flussi radiativi e convettivi, al bilancio di massa del ghiacciaio, evidenziando come la fusione determini sia la riduzione della profondità della neve sia la modifica delle proprietà superficiali (ad esempio, l'albedo), influenzando ulteriormente il trasferimento di energia solare.

3.2 Scambio di massa per sublimazione: transizione diretta da neve/ghiaccio a vapore acqueo

Lo scambio di massa per sublimazione quantifica la trasformazione diretta della neve o del ghiaccio in vapore acqueo, senza passare dallo stato liquido. In condizioni in cui la temperatura dell'aria è al di sotto del punto di fusione, la sublimazione diventa il meccanismo prevalente di perdita di massa, contribuendo a ridurre il volume del ghiacciaio.

Nel modello numerico, il flusso di calore latente per sublimazione, indicato con Q_L , viene calcolato utilizzando la differenza tra la pressione del vapore acqueo reale e quella di saturazione mostrata in seguito:

$$Q_L = 0.622 \rho_{air} L_{vs} C^* \left(\frac{e_a - e_{surf}}{P_{interp}} \right) \quad (3.2.1)$$

dove ρ_{air} rappresenta la densità dell'aria, L_{vs} il calore latente (che assume il valore del calore latente di sublimazione quando $T_a < T_{surf}$), C^* il coefficiente di scambio turbolento e P_{interp} la pressione interpolata, come già descritto per l'equazione (2.4.1.2).

La pressione di saturazione e_{surf} viene ottenuta mediante la formula del libro di Cuffey (2010):

$$e_{surf} = 3.69 \cdot 10^{12} \cdot \exp(-6150T_{interp}) \quad (3.2.2)$$

Con questa equazione si calcola il valore di riferimento per il vapore acqueo sulla superficie glaciale in equilibrio termodinamico alla temperatura dell'aria.

Dividendo Q_L per il calore latente L_{vs} , si ottiene il contributo in termini di massa persa per sublimazione o evaporazione, espresso in $[\text{kg}/\text{m}^2]$. Il termine $\frac{Q_L}{L_{vs}}$ rappresenta quindi la quantità di massa che il ghiacciaio perde attraverso la transizione diretta da stato solido a vapore (sublimazione) o da stato liquido a vapore (evaporazione), in funzione della temperatura superficiale. Questo termine, integrato nel tempo, contribuisce al bilancio di massa complessivo del ghiacciaio. Sia la sublimazione che l'evaporazione, insieme alla

fusione e all'accumulo, determinano l'evoluzione dinamica del ghiacciaio, collegando i flussi energetici con la variazione di massa glaciale.

3.3 Accumulo di neve: aggiunta di massa tramite precipitazioni nevose

Per calcolare la componente P nel bilancio di massa, è stata sviluppata la funzione *calculate_snow*, che implementa il calcolo dell'accumulo nevoso espresso in kg/m² e la conversione della pioggia in neve equivalente in millimetri.

Il procedimento si basa sui dati di precipitazione acquisiti alla stazione meteorologica: se il parametro WS100_type assume il valore 70, ciò indica che si registra una nevicata e, di conseguenza, si ipotizza che in tutte le celle del ghiacciaio avvenga la precipitazione nevosa; se il valore è 0, non si registrano precipitazioni, e le matrici rimangono invariate. Quando invece WS100_type risulta pari a 60, indicativo di pioggia, il modello valuta le condizioni ambientali locali per verificare se, nonostante la precipitazione liquida alla stazione, in alcune celle del ghiacciaio i parametri di pressione, temperatura e umidità siano tali da favorire il passaggio dello stato liquido a quello solido. Per questa fase, vengono utilizzate due condizioni, la temperatura di bulbo umido e una soglia critica:

$$\begin{aligned}
 T_{wetbulb} = & T_a \cdot \tan^{-1} \left(0.151977 \sqrt{UR\% + 8.313659} \right) \\
 & + \tan^{-1}(T_a + UR\%) \\
 & - \tan^{-1}(UR\% - 1.676331) \\
 & + 0.00391838 \cdot UR^{\frac{3}{2}} \cdot \tan^{-1}(0.023101 * UR\%) \\
 & - 4.686035
 \end{aligned} \tag{3.3.1}$$

$$T_{critica} = 0.5 (p - 1000) - 10 \tag{3.3.2}$$

L'equazione (3.3.1) rappresenta la temperatura che una massa d'aria raggiunge quando è raffreddata per l'evaporazione in presenza di umidità, e costituisce un indicatore critico per la transizione delle precipitazioni liquide in precipitazioni solide. Questa formula integra, attraverso funzioni arcotangenti, l'effetto congiunto della temperatura dell'aria e

dell'umidità relativa sulla capacità dell'aria di raffreddarsi per evaporazione, come descritto da Stull (2011) in "Meteorology for Scientists and Engineers". Il risultato è una stima della temperatura a cui l'aria, in condizioni di evaporazione, si avvicina al punto in cui le precipitazioni liquide possono trasformarsi in neve ($T_{wetbulb} \leq 0$).

L'equazione (3.3.2), invece, è una semplificazione empirica che introduce la temperatura critica, una soglia termica che varia in funzione della pressione: quando la pressione è superiore a 1000 hPa, il valore critico aumenta, mentre per pressioni inferiori diminuisce. La condizione favorevole alla formazione di neve, sia per sublimazione che per congelamento delle precipitazioni evaporative, si verifica in casi di temperatura dell'aria inferiore alla temperatura critica ($T_{aria} \leq T_{critica}$).

Il verificarsi di queste due condizioni contemporaneamente, consente di identificare le `snow_cells` nel modello, ovvero quelle celle del ghiacciaio in cui, in presenza di precipitazioni liquide, le condizioni locali favoriscono la formazione diretta di neve; solo per queste celle vengono calcolati i valori di accumulo nevoso e neve equivalente. Per l'accumulo nevoso, il modello legge i valori di pioggia caduti in 5 minuti misurati alla stazione meteo (`WS100_5min_day`) e li applica a tutte le celle del dominio. In caso invece di temperatura di bulbo umido maggiore di zero o di temperatura dell'aria maggiore di quella critica, vengono definite le `rain_cells`.

Per la neve equivalente (`ds`), si trasforma la precipitazione liquida in neve equivalente sulla base del rapporto tra la densità dell'acqua ($\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$) e quella della neve fresca ($\rho_{frs} = 100 \text{ Kg/m}^3$), secondo la relazione:

$$h_{frs} = h_w \frac{\rho_w}{\rho_{frs}} \quad (3.3.3)$$

Dove h_w coincide con l'altezza di acqua nel pluviometro misurata nei 5 minuti.

Di seguito viene riportata la funzione `calculate_snow` che esegue i calcoli sopra descritti determinando quali celle ricevono neve in base alla tipologia di precipitazione e alle condizioni atmosferiche. In presenza di precipitazioni solide, la funzione calcola l'accumulo

di neve sia in millimetri equivalenti sia in kg/m^2 , aggiornando iterativamente i valori cumulativi di precipitazione (PP_cum in kg/m^2) e profondità della neve (ds in mm), che vengono poi utilizzati nel codice principale per il bilancio di massa. Viene inoltre gestita la frazione di precipitazione che rimane in forma liquida attraverso la variabile Prain_map, che rappresenta la matrice di valori di pioggia in mm. Quando le condizioni atmosferiche non permettono la transizione allo stato solido, l'acqua precipitata rimane sotto forma liquida e viene assegnata alle celle corrispondenti, contribuendo al bilancio idrologico superficiale del ghiacciaio.

```
function [PP_cum, ds, Prain_map] = calculate_snow(n, m, th, ...
T_interp, P_interp, UR_interp, WS100_5min_day, WS100_type_day, ...
inGlacier, rho_frsnow, inBasin)

% Inizializza le matrici per il giorno corrente
PP_cum= zeros(n, m);           % Massa neve
Prain_map=zeros(n, m);         % mm pioggia
ds = zeros(n, m);             % Profondità neve ( $\text{kg/m}^2$ )
rho_water = 1000;              % Densità dell'acqua ( $\text{kg/m}^3$ )

current_WS = WS100_5min_day(th); %mm
current_type= WS100_type_day(th);

if current_type == 0 % Nessuna precipitazione
    return; % Le matrici restano come sono

elseif current_type == 70 % Nevica ovunque

    PP_cum(inGlacier == 1) = current_WS; %  $\text{kg/m}^2$ 
    ds = current_WS * (rho_water / rho_frsnow);

elseif current_type == 60 %verifica condizioni per la neve

    T_wetbulb = T_interp .* atan(0.151977 * sqrt(UR_interp + ...
8.313659)) + 0.00391838 * UR_interp.^3.2*atan(0.023101*UR_interp) ...
        - atan(UR_interp - 1.676331) ...
        + atan(T_interp + UR_interp) ...
        - 4.686035; %temp bulbo umido [ $^{\circ}\text{C}$ ]
    T_critica = 0.5 * (P_interp - 1000) - 10; %soglia critica

    % Identifica le celle dove si verifica la nevicata
    snow_cells = (T_wetbulb <= 0 & T_interp <= T_critica);
    rain_cells = (T_wetbulb > 0 | T_interp > T_critica);

    % Calcola neve per le celle che rispettano le condizioni
```

```

PP_cum(snow_cells) = current_WS; % kg/m2
Prain_map(rain_cells) = current_WS; % kg/m2
ds(snow_cells) = current_WS * (rho_water/rho_frsnow);
end
Prain_map=Prain_map.*inBasin;
PP_cum=PP.*inGlacier;
ds=ds.*inGlacier;
end

```

In particolare, per selezionare solo la pioggia che colpisce il ghiacciaio, la matrice di `Prain_map` viene moltiplicata per la maschera `inBasin`, creata nel codice principale. Questa rappresenta su MATLAB il poligono disegnato su QGIS e corrisponde al bacino idrografico complessivo del ghiacciaio del Rutor, come mostrato in Figura 12.

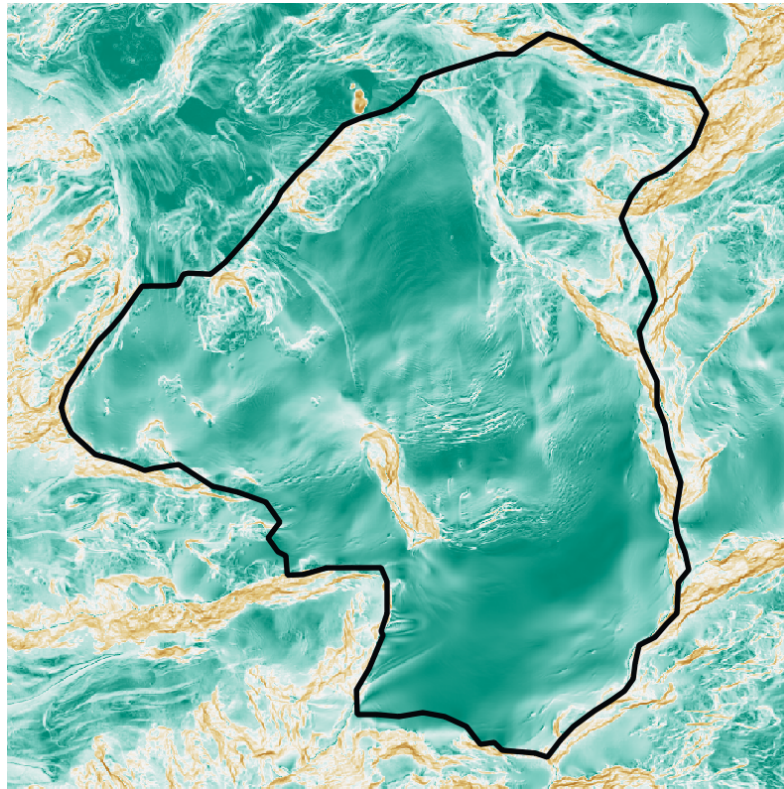


Figura 12 - Bacino idrografico Rutor2023

Il poligono nero corrisponde al perimetro del bacino idrografico, ed è stato tracciato seguendo le creste delle montagne evidenziate dal DEM di pendenze sottostante.

I valori ottenuti da questa funzione vengono poi richiamati e cumulati nel codice principale, aggiornando iterativamente, ad intervalli di 5 minuti, la matrice `depth_snow`, `PP_cum_day` e `Prain_cum_day`, per ogni cella del ghiacciaio. Tale integrazione temporale permette di

ricostruire l'andamento giornaliero dell'accumulo nevoso e dello spessore dello strato superficiale, che possono essere ulteriormente sommati per valutare le evoluzioni annuali del bilancio di massa.

Avendo calcolato tutte le componenti utili ai bilanci totali, è ora possibile definire il bilancio energetico (F) secondo l'equazione (2.1), sommando il flusso di calore del ghiacciaio (G), l'energia di fusione (Qm) e anche il flusso di calore sensibile dovuto alla pioggia (Qp). Per il bilancio di massa invece si implementa l'equazione (3.1) andando a creare la variabile `f_map` e considerando che l'integrazione numerica in MATLAB, quando i dati sono discreti, si può eseguire sommando i contributi a ogni intervallo di tempo *dt*.

```
%Calcolo bilancio energetico
F_map_day = Qm + G + Qp;
F_map_cum_day = F_map_cum_day + F_map_day;

%Calcolo del bilancio di massa
f_map = (Qm./Lm)*dt + PP_cum + (QL./Lvs)*dt; %[kg/m^2]
M_map_day = M_map_day + f_map;
```

Anche per i contributi totali si andrà a calcolare le integrazioni spaziali, salvate su scala temporale come già mostrato per le variabili radiative.

```
%integrazione spaziale
f(th)=trapz(y_values,trapz(x_values,inGlacier.*f_map,2));
PP(th)=trapz(y_values,trapz(x_values,inGlacier.*PP_cum,2));
Prain(th)=trapz(y_values,trapz(x_values,inGlacier.*Prain_map,2));
QLneg=QL;posval=find(QLneg>0);QLneg(posval)=0;
M_evap(th)=-trapz(y_values,trapz(x_values,(inGlacier.*QLneg./ ...
Lvs)*dt,2));
Runoff(th)=max(Prain(th)-f(th)-M_evap(th),0)/1000; %volume liquid m^3

end

%salvataggio dati integrati spazialmente a scala dt_min
...
f_old=integrated_alldata.(currentyearstr).mass_bal;
PP_old=integrated_alldata.(currentyearstr).P_snow;
Prain_old=integrated_alldata.(currentyearstr).P_rain;
M_evap_old=integrated_alldata.(currentyearstr).M_evap;
Runoff_old=integrated_alldata.(currentyearstr).Runoff;
...
```

```

integrated_alldata.(currentyearstr).mass_bal = [f_old;day_n f];
integrated_alldata.(currentyearstr).P_snow = [PP_old;day_n PP];
integrated_alldata.(currentyearstr).P_rain = [Prain_old;day_n Prain];
integrated_alldata.(currentyearstr).M_evap = [M_evap_old;day_n ...
M_evap];
integrated_alldata.(currentyearstr).Runoff = [Runoff_old;day_n ...
Runoff];

save('int_data.mat', 'integrated_alldata');

    end
end

```

La precipitazione liquida, salvata nella matrice *Prain*, rappresenta la quantità totale di pioggia che cade sulla superficie del ghiacciaio in un intervallo temporale di 5 minuti. Questo valore viene calcolato mediante integrazione numerica della mappa spaziale della precipitazione liquida, ottenuta come output della funzione *calculate_snow*, limitandola all'area effettiva del ghiacciaio. L'integrazione viene eseguita numericamente lungo le coordinate spaziali *x* e *y* utilizzando la funzione *trapz*. Il risultato rappresenta la precipitazione liquida totale ricevuta dal ghiacciaio nel passo temporale *t*, espressa in chilogrammi.

Per il calcolo di *M_evap*, si considera il flusso di calore latente *QL*, responsabile dei processi di cambiamento di fase dell'acqua sulla superficie del ghiacciaio. In particolare, si prendono in considerazione esclusivamente i valori negativi di *QL*, ovvero i casi in cui si verifica sublimazione o evaporazione. Anche in questo caso, il calcolo viene effettuato tramite integrazione numerica, dividendo il flusso di calore per il calore latente di sublimazione *Lvs* e moltiplicando per la durata del passo temporale. Il valore ottenuto rappresenta la massa d'acqua persa per sublimazione ed evaporazione, anch'essa espressa in chilogrammi.

Infine, il deflusso superficiale (*runoff*) indica il volume di acqua liquida che lascia il ghiacciaio dopo aver sottratto l'evaporazione e la frazione di pioggia eventualmente trattenuta nella neve o nel ghiaccio. Il calcolo avviene applicando la funzione *max*, che garantisce che il *runoff* non assuma valori negativi. Il valore finale viene diviso per 1000 per convertire l'unità di misura da chilogrammi a metri cubi, assumendo una densità dell'acqua pari a 1000 kg/m³. Il risultato ottenuto rappresenta il volume di acqua liquida che esce dal ghiacciaio nel tempo step *t*, espresso in metri cubi.

Anche in questo caso si calcolano le cumulate e le medie annuali utili alle successive analisi.

```
...  
  
PP_cum_year = PP_cum_year + PP_cum_day;  
depth_snow_year = depth_snow_year + depth_snow;  
F_map_cum_year = F_map_cum_year + F_map_cum_day;  
M_cum_year = M_cum_year + M_map_day;  
...  
    end %chiusura ciclo giornaliero  
end    %chiusura ciclo annuale  
...  
  
PP_map_mean_year = PP_cum_year/num_days;  
ds_map_mean_year=depth_snow_year/num_days;  
F_map_mean_year = F_map_cum_year / num_days;
```

Fuori dai cicli viene poi effettuato il salvataggio delle mappe con le medie annuali di tutti i contributi energetici e di massa.

```
%salvataggio medie annuali  
map_period_data.Isin_map=Isin_map_mean_year.*inGlaciernan;  
map_period_data.Isout_map=Isout_map_mean_year.*inGlaciernan;  
map_period_data.Ilin_map=Ilin_map_mean_year.*inGlaciernan;  
map_period_data.IsTot_map=IsTot_map_mean_year.*inGlaciernan;  
map_period_data.Ilout_map=Ilout_map_mean_year.*inGlaciernan;  
map_period_data.IlTot_map=IlTot_map_mean_year.*inGlaciernan;  
map_period_data.Flux=F_map_mean_year.*inGlaciernan;  
map_period_data.mass_bal=M_cum_year.*inGlaciernan;  
  
annualname='annualmaps';  
save(annualname, 'map_period_data');
```

In seguito al salvataggio di tutte le variabili utili, vengono implementati i comandi per la visualizzazione grafica, discussa e analizzata nei prossimi capitoli.

Capitolo IV: Analisi dei risultati

A seguito dell'elaborazione del codice, sono stati generati una serie di grafici che rappresentano in modo dettagliato l'andamento spaziale e temporale delle diverse grandezze calcolate nel modello. L'analisi di tali grafici ha permesso di interpretare le variazioni dei parametri in relazione alle condizioni locali e alle modifiche che si verificano in funzione di esse. Nei sottocapitoli che seguono, verranno presentati i grafici relativi alle diverse grandezze analizzate. Le variazioni spaziali e temporali dei parametri saranno analizzate in dettaglio, cercando di identificare pattern significativi e di comprendere il comportamento del ghiacciaio in risposta a fattori locali, come l'esposizione solare e le condizioni meteorologiche.

Le conclusioni finali, basate su questa analisi, forniranno una sintesi delle principali osservazioni emerse e delle implicazioni scientifiche derivanti dallo studio del bilancio di massa e di energia del ghiacciaio.

4.1 Mappa del bilancio di massa

L'analisi del bilancio di massa si concentra sui valori cumulati, poiché per una valutazione su scala annuale è più significativo considerare l'accumulo totale piuttosto che i valori istantanei. Il bilancio di massa è stato calcolato sommando i contributi in ciascuna cella del ghiacciaio con un passo temporale di 5 minuti per tutta la durata dell'analisi, pari a 366 giorni. La mappa finale di Figura 13 rappresenta quindi il bilancio cumulato al termine del periodo di studio.

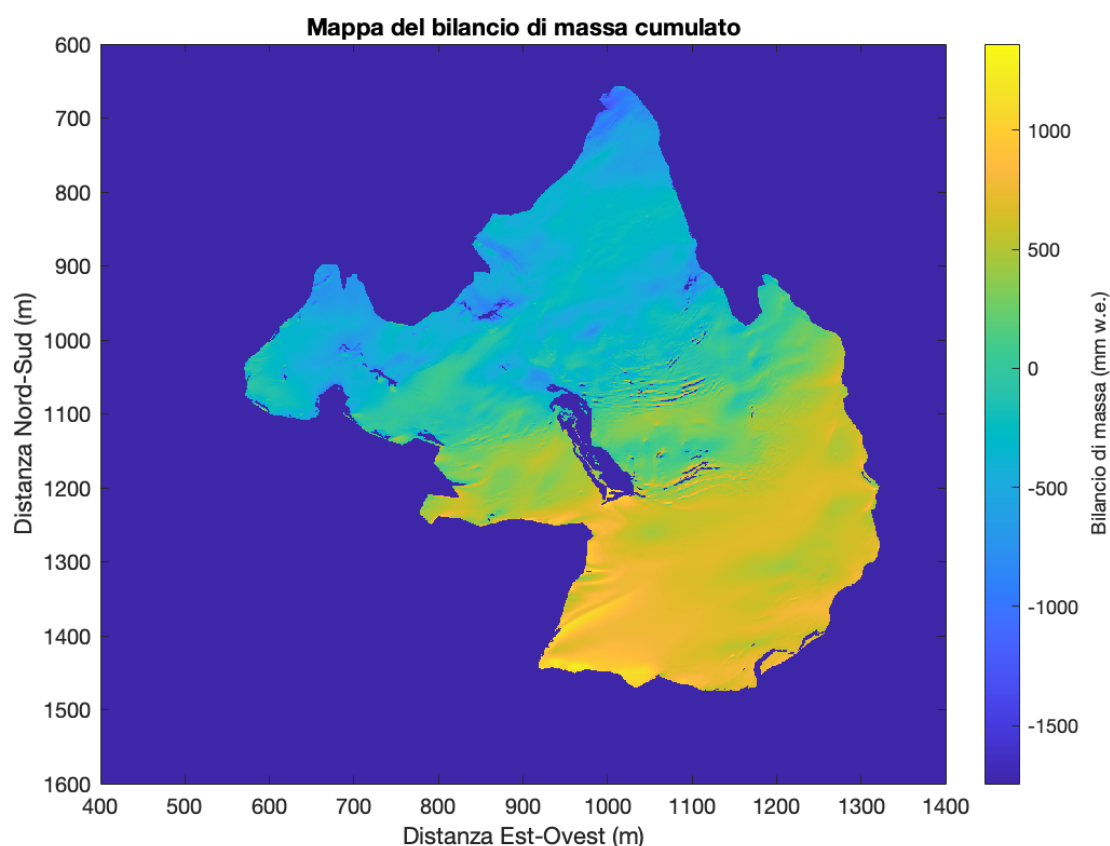


Figura 13 - Bilancio di massa cumulado

Dalla distribuzione spaziale emerge un gradiente altimetrico evidente: le zone superiori del ghiacciaio mostrano valori di bilancio più elevati, mentre verso valle la massa tende a diminuire. Questo riflette l'influenza della temperatura, con condizioni più fredde in quota che favoriscono l'accumulo e temperature più alte a quote inferiori che promuovono la fusione.

Per ottenere il valore medio del bilancio di massa, i dati cumulati di ogni cella sono stati sommati e poi divisi per l'area totale del ghiacciaio, esprimendo il risultato in millimetri di equivalente d'acqua (mm w.e.). Confrontando questo valore con i rilievi glaciologici dell'ARPA Valle d'Aosta, emerge una discrepanza di circa 600 mm. Tuttavia, il confronto è solo indicativo, poiché i rilievi ARPA si basano su misure palinometriche, che possono avere limiti di rappresentatività rispetto al modello utilizzato.

Un'ulteriore verifica è stata effettuata utilizzando il DoD (DEM of Difference), ottenuto dalla differenza tra i modelli digitali di elevazione del ghiacciaio per il 2024 e il 2023. Il DoD permette di stimare la variazione di spessore del ghiaccio e, ipotizzando una densità

media, di ricavare una stima della massa persa. Tuttavia, il confronto tra il DoD e il modello di bilancio di massa evidenzia una differenza di circa tre ordini di grandezza. Questa discrepanza può essere attribuita, ad esempio, alla diversa densità tra neve e ghiaccio o ai processi di assestamento e compattazione del firn, che possono ridurre lo spessore del ghiacciaio senza una reale perdita di massa, portando così a una sovrastima della variazione di massa.

4.2 Mappe della radiazione netta a onde corte e lunghe

Per avere una visione d'insieme della distribuzione spaziale dei flussi radiativi, le Figura 15 e Figura 15 mostrano la radiazione netta, ottenuta sottraendo la componente uscente da quella entrante sia per la radiazione a onda lunga che per quella a onda corta. I valori rappresentano la quantità di radiazione per metro quadrato di superficie; considerando l'intera area del ghiacciaio, $8,29 \text{ Km}^2$, l'ordine di grandezza della radiazione totale netta risulterebbe circa 10^6 volte superiore.

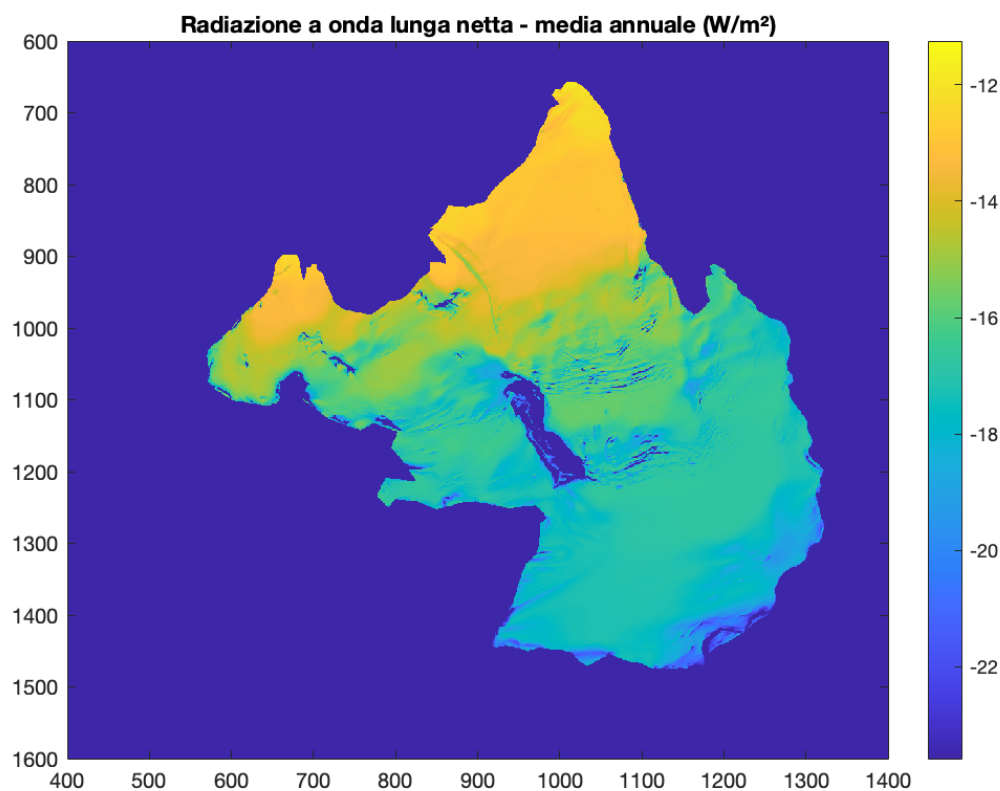


Figura 14 - Radiazione Long netta

La mappa di Figura 14 mostra in particolare la radiazione a onda lunga netta. Questi dati sono stati ottenuti cumulando i valori istantanei e calcolando successivamente la media sull'intero periodo di analisi, restituendo quindi una mappa della media annuale, rappresentativa delle condizioni tipiche giornaliere sul ghiacciaio.

I valori negativi indicano che la radiazione a onde lunga emessa dal ghiacciaio, in funzione della temperatura superficiale, supera quella in ingresso, che dipende invece da fattori atmosferici quali temperatura dell'aria e copertura nuvolosa. Nella parte superiore del ghiacciaio si registrano i valori più bassi, segno che la temperatura dell'aria ha un'influenza maggiore rispetto alla temperatura superficiale del ghiaccio.

I valori della radiazione netta a onda corta risultano invece positivi, poiché la radiazione solare incidente, influenzata dalle condizioni atmosferiche, è sempre superiore alla radiazione riflessa, che dipende dall'albedo superficiale. Quest'ultima varia significativamente in base alle condizioni della neve, alla presenza di ghiaccio sporco e alla sua densità.

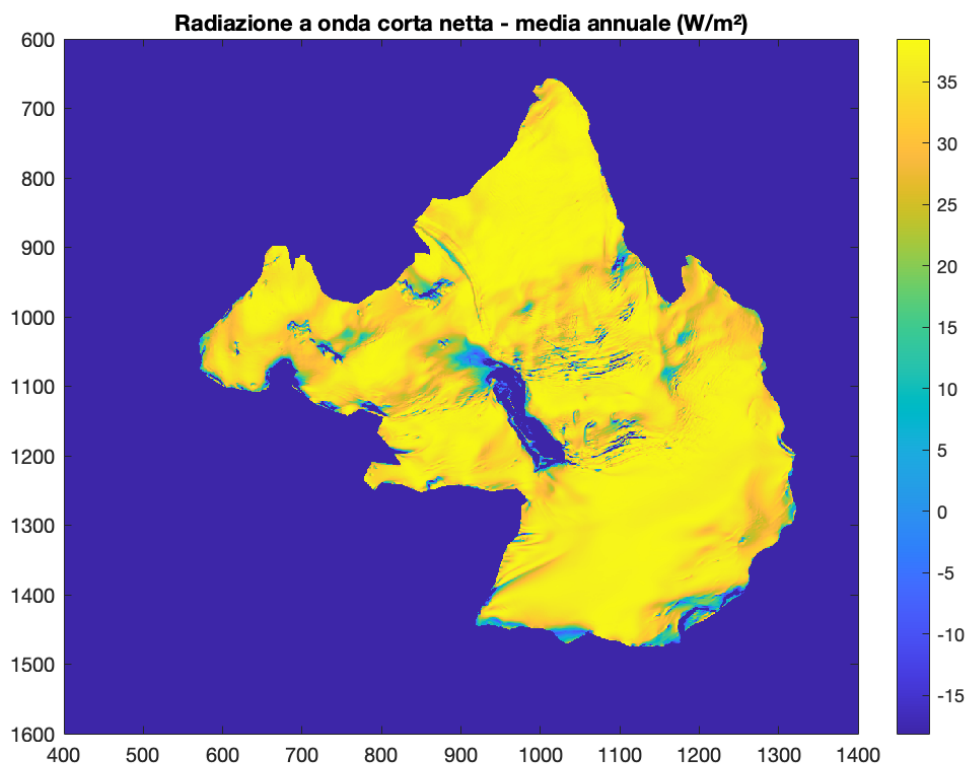


Figura 15 - Radiazione Short netta

Durante l'analisi del codice, è emerso che i valori della radiazione uscente per il 2024 presentano alcune incongruenze fisicamente non plausibili, compromettendo così anche il calcolo della radiazione netta a onda corta. Nella mappa della Figura 15, la distribuzione spaziale dei valori non appare chiaramente definita, sebbene i valori medi intorno a 35 W/m^2 risultino plausibili. Il problema, che per limiti di tempo non è stato risolto, potrebbe derivare da un calcolo non del tutto corretto della matrice di albedo, che potrebbe non aver considerato alcuni fattori chiave.

I flussi radiativi, insieme ai flussi di calore latente e sensibile, giocano un ruolo fondamentale nel bilancio energetico del ghiacciaio. In particolare, quando la temperatura superficiale è inferiore a 0°C , questi fattori influenzano direttamente il bilancio di massa. Pertanto, l'accuratezza della radiazione netta è cruciale per ottenere risultati affidabili, e il modello necessita di ulteriori miglioramenti in questo aspetto.

4.3 Andamento temporale del bilancio di massa

All'interno della struct di MATLAB *integrated_alldata*, sono contenute matrici in cui le righe rappresentano i giorni e le colonne i minuti. Per evidenziare le variazioni temporali vengono selezionate le celle centrali (esclusione della prima riga e della prima colonna) e messe in serie le righe, concatenando poi i valori del 2023 con quelli del 2024.

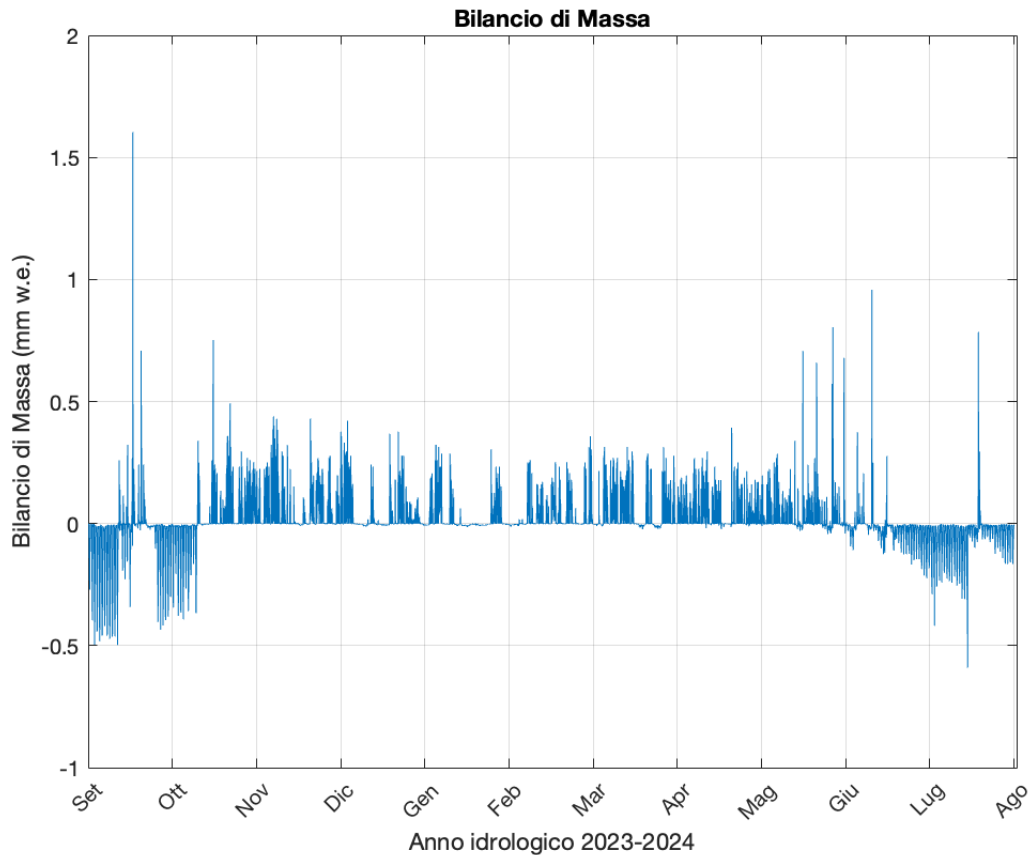


Figura 16 - Bilancio di massa annuale

La Figura 16 mostra l'andamento temporale del bilancio di massa del ghiacciaio dal 1° settembre 2023 al 31 agosto 2024. Si osserva un'alternanza tra fasi di accumulo e fusione che riflette il ciclo stagionale tipico di un ghiacciaio alpino. Nei primi mesi dell'anno idrologico, tra settembre e ottobre, si registrano prevalentemente valori negativi, indicativi della fusione residua del periodo estivo. Con l'avanzare della stagione autunnale e l'ingresso nell'inverno, il bilancio di massa diventa positivo, suggerendo un incremento della copertura nevosa dovuto alle nevicate.

Durante i mesi invernali, si evidenziano diversi picchi positivi, che possono essere associati a eventi di precipitazione nevosa particolarmente intensi. Il confronto con i dati meteorologici permetterebbe di verificare la corrispondenza tra questi incrementi e le nevicate effettivamente registrate.

Durante l'estate, in particolare nei mesi di luglio e agosto, prevalgono valori negativi, indicando un'intensa fusione della neve e del ghiaccio superficiale.

Alcuni picchi estremamente elevati potrebbero essere esaminati più approfonditamente per verificare la loro coerenza con i dati meteorologici e con le simulazioni del modello. È possibile che alcune discrepanze siano dovute a incertezze nei dati di ingresso. Tuttavia, nel complesso, il grafico conferma la tendenza attesa per il bilancio di massa di un ghiacciaio alpino, evidenziando la forte influenza dei parametri atmosferici e il ruolo determinante delle temperature e delle precipitazioni nel controllo dell'evoluzione stagionale della massa glaciale.

4.4 Andamento temporale del volume evaporato

Il volume evaporato rientra nelle perdite del ghiacciaio; concatenando i dati come con il bilancio di massa si ottiene la Figura 17, che mostra come nei periodi più caldi si verifichi un maggior passaggio di stato da solido/liquido a vapore.

Nel grafico vengono raffigurati i dati in m^3 , ottenuti dividendo la massa evaporata in kg per la densità tipica dell'acqua pari a 1000 kg/m^3 . L'evaporazione/sublimazione può dipendere da diversi fattori oltre che dalla temperatura e dai flussi di calore, come ad esempio condizioni di vento secco o di bassa umidità relativa.

Sommando tutti i valori integrati sul ghiacciaio, si ottiene un volume evaporato totale di circa $2,68 \cdot 10^9 \text{ m}^3$.

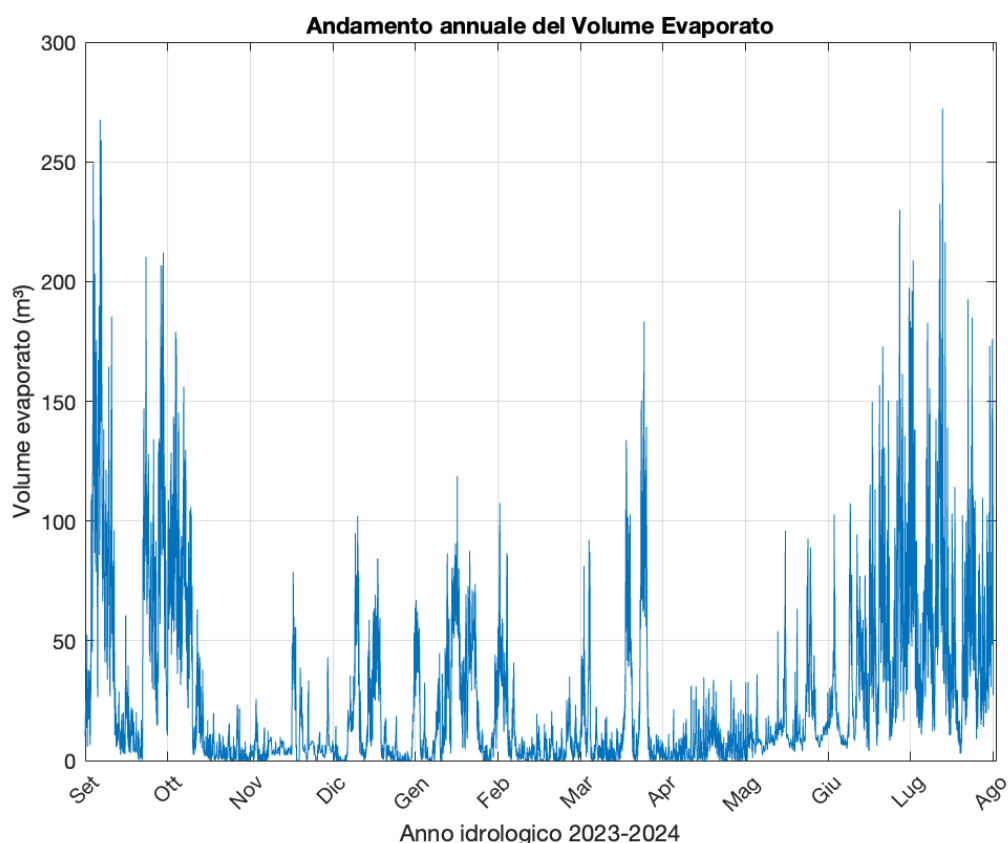


Figura 17 - M_{evap}

Analizzando il grafico, si notano picchi significativi di evaporazione nei mesi estivi e, in particolare, a inizio settembre 2023. Questi valori possono essere associati a periodi di alta temperatura, forte insolazione o condizioni meteorologiche caratterizzate da vento secco. L'incremento dell'evaporazione in primavera, con picchi ad aprile e giugno, suggerisce un'attivazione precoce dei processi sublimativi, probabilmente correlata al riscaldamento della superficie nevosa.

Le fluttuazioni nei valori di evaporazione durante l'anno indicano una forte sensibilità del processo evaporativo alle condizioni atmosferiche e alla disponibilità di umidità. Eventuali periodi di stasi o valori bassi, ad esempio nei mesi invernali, evidenziano come temperature rigide e umidità relativa elevata limitino il contributo dell'evaporazione al bilancio idrico del ghiacciaio.

4.5 Andamento temporale del deflusso

Il deflusso rappresenta la componente liquida derivante dalla fusione del ghiaccio e dalla precipitazione che si accumula sul ghiacciaio, contribuendo al volume d'acqua che scorre verso valle. Nel grafico della Figura 18, i valori sono espressi in m^3/s , con una conversione che ha previsto la divisione dei volumi totali per 300 per una migliore leggibilità.

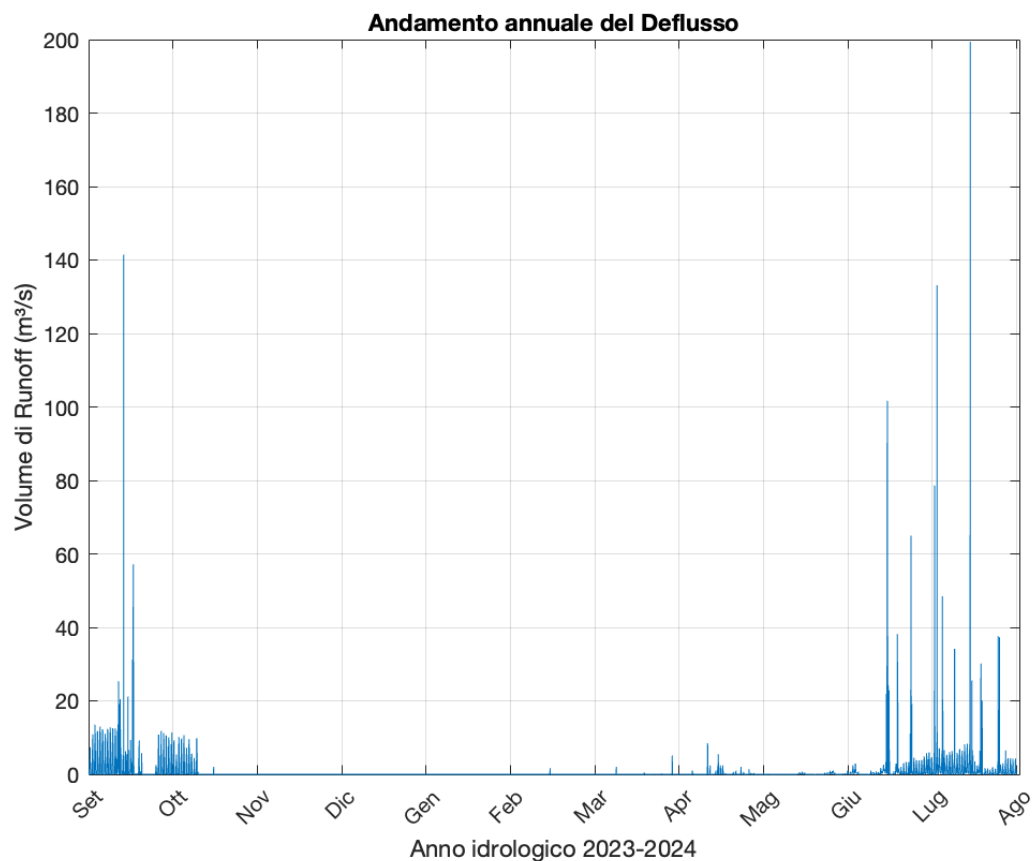


Figura 18 - Runoff

Dalla figura si osservano valori di deflusso elevati già a settembre 2023, a volte superiori a quelli registrati nell'estate del 2024. Questo fenomeno può essere attribuito a eventi meteorologici intensi o a condizioni climatiche particolarmente calde a fine estate. I picchi di deflusso sono spesso correlati a periodi di fusione intensa del ghiaccio o a eventi di pioggia su neve, che amplificano il volume d'acqua disponibile.

Il deflusso medio è di circa $0,423 \text{ m}^3/\text{s}$, con un volume totale annuo di circa $1,33 \cdot 10^7 \text{ m}^3$. Rispetto al volume evaporato, il deflusso è due ordini di grandezza inferiore, suggerendo che

la componente evaporativa/sublimativa ha un impatto significativo nella riduzione dello stock idrico disponibile.

Le variazioni stagionali evidenziate nel grafico indicano una risposta dinamica del ghiacciaio alle condizioni meteorologiche. Valori elevati di deflusso indicano uno scarico rapido verso i sistemi lacustri e fluviali attigui, mentre valori più bassi suggeriscono una maggiore capacità del ghiacciaio di trattenere temporaneamente le precipitazioni o una dominanza dei processi evaporativi nel bilancio idrico.

Considerando i due grafici insieme, emerge un'interessante complementarità tra i processi di evaporazione e deflusso: nei periodi con bassa evaporazione, si notano spesso picchi di deflusso, il che potrebbe indicare un cambio nel bilancio energetico della superficie glaciale, con prevalenza di scioglimento rispetto alla sublimazione. Questo equilibrio dinamico tra perdita d'acqua per evaporazione e rilascio tramite deflusso rappresenta un aspetto cruciale nella gestione e nella previsione delle risorse idriche derivate dai ghiacciai.

Capitolo V: Limitazioni dello studio e ricerche future

È essenziale riconoscere le limitazioni intrinseche del modello sviluppato, il quale, pur fornendo un quadro generale significativo, necessita di ulteriori perfezionamenti. A causa di vincoli temporali, il modello presentato in questo lavoro di tesi si basa su ipotesi semplificative che, benché ragionevoli, hanno precluso un'analisi esaustiva e la realizzazione di confronti dettagliati con modelli preesistenti. Di seguito, si elencano gli aspetti trascurati sui quali si potrebbe lavorare maggiormente e si propongono possibili direzioni di ricerca per futuri sviluppi.

Uno di questi aspetti è la ridistribuzione della neve, processo indotto dall'azione del vento e dai fenomeni valanghivi, che limita la capacità del modello di rappresentare la reale distribuzione spaziale dell'accumulo nevoso e, di conseguenza, il bilancio di massa locale. La semplificazione della rappresentazione dei flussi turbolenti, nonostante il loro ruolo determinante negli scambi di calore sensibile e latente, rappresenta un'ulteriore limitazione, poiché trascura la variabilità spaziale e temporale del vento sul ghiacciaio.

Analogamente, l'esclusione del contributo dell'irradiazione longwave proveniente dai pendii circostanti, pur costituendo una componente significativa del bilancio radiativo in contesti orografici complessi, limita la precisione del modello.

L'adozione di un modello a due strati, inoltre, non consente di rappresentare adeguatamente il complesso fenomeno del ricongelamento dell'acqua di fusione all'interno del manto nevoso. Sebbene il ricongelamento sia generalmente trascurabile nei ghiacciai con alto ricambio di massa, tipici dei climi marittimi, esso può assumere un ruolo significativo nei climi continentali, dove l'acqua di fusione può ricongelare fino a quando il manto nevoso non raggiunge la temperatura di fusione. Inoltre, il ricongelamento dell'acqua intrappolata nella firn e la formazione di ghiaccio sovrainposto rappresentano ulteriori processi che necessitano di una modellazione più dettagliata, possibilmente attraverso la modellazione della temperatura e della densità della neve nel tempo.

I processi interni alla massa glaciale sono del tutto trascurati e potrebbero invece rivelarsi significativi per il calcolo dei parametri fisici del ghiacciaio.

Alla luce di tali considerazioni, il proseguimento dell'attività di ricerca si rivela fondamentale per affinare e migliorare l'affidabilità del modello. L'estensione del periodo di analisi consentirebbe una valutazione più precisa delle dinamiche interannuali del bilancio di massa e dell'impatto dei cambiamenti climatici a lungo termine. Un altro aspetto da considerare può essere quello di integrare alla modellazione numerica delle verifiche sperimentali più accurate in modo tale da avere una base di dati meteorologici solida, affidabile e continuativa. Inoltre, l'interazione e il confronto con gli studi in corso sul ghiacciaio del Rutor, riguardanti la portata solida e le dinamiche idrologiche dei laghi sottostanti, si rivelerebbero cruciali per validare e calibrare il modello, garantendo una rappresentazione sempre più accurata dei processi glaciali.

Conclusioni

L'elaborazione di un modello spazialmente distribuito del bilancio energetico e di massa del ghiacciaio del Rutor ha permesso di analizzare in modo dettagliato i principali processi che governano l'evoluzione stagionale della superficie glaciale, offrendo una rappresentazione coerente e realistica delle dinamiche energetiche e di accumulo. L'integrazione tra dati meteorologici e morfologici ha consentito di caratterizzare il comportamento del ghiacciaio nel periodo considerato, evidenziando l'influenza combinata delle condizioni atmosferiche e delle caratteristiche orografiche locali nel determinare la distribuzione dei flussi di energia e le conseguenti variazioni di massa.

In questo lavoro di tesi emerge chiaramente come il bilancio energetico e quello di massa siano strettamente interconnessi. L'energia disponibile per la fusione, ad esempio, influisce direttamente sulla variazione dello spessore del manto nevoso, che a sua volta modifica l'albedo superficiale. Un maggiore accumulo di neve aumenta la capacità riflettente della superficie, limitando l'assorbimento di radiazione solare, mentre la riduzione della copertura nevosa, causata dalla fusione, abbassa l'albedo e intensifica il riscaldamento della superficie. In questo equilibrio dinamico, l'energia di fusione non solo controlla le variazioni di massa, ma regola anche le condizioni radiative che alimentano i successivi scambi energetici con l'atmosfera. Anche la temperatura superficiale risulta essere in funzione della profondità della neve e quindi dipendente da flussi energetici e di massa contemporaneamente.

Il calcolo integrato della precipitazione, del runoff e dell'evaporazione consente invece di ricostruire il bilancio idrico del ghiacciaio, fornendo una stima dell'acqua disponibile e del suo impatto sul sistema idrologico locale. In particolare, le perdite di acqua tramite evaporazione e il volume di runoff, permettono di comprendere meglio come l'acqua meteorica e quella di fusione contribuiscano ai flussi superficiali. Il confronto di questi valori con quelli del bilancio di massa consente di valutare la coerenza tra le perdite di massa e le entrate di acqua nel sistema.

Nel complesso, questo lavoro ha permesso di quantificare il contributo di ciascuna componente del bilancio energetico e di massa, migliorando la comprensione del comportamento del ghiacciaio del Rutor e dei processi che ne regolano l'accumulo e la

fusionione. Questi risultati non solo aiutano a interpretarne meglio l'evoluzione attuale, ma forniscono anche spunti utili per affinare le strategie di monitoraggio e gestione.

Tuttavia, il modello sviluppato è solo un punto di partenza, una base su cui continuare a lavorare. Per migliorarne l'affidabilità, sarà necessario affinare progressivamente i parametri attraverso simulazioni ripetute e confronti con dati reali, correggendo eventuali discrepanze e adattandolo alle condizioni ambientali in evoluzione. Solo attraverso questo processo di miglioramento continuo sarà possibile ottenere simulazioni sempre più precise e utili per la previsione delle dinamiche glaciali.

Nonostante le possibili ottimizzazioni future, i risultati di questo studio rappresentano un contributo alla comprensione degli effetti del cambiamento climatico sui ghiacciai alpini. Inoltre, offrono informazioni preziose per la gestione delle risorse idriche e per la definizione di strategie di mitigazione dei rischi legati alla riduzione delle masse glaciali, un fenomeno che avrà conseguenze sempre più rilevanti nei prossimi anni.

Indice delle figure

Figura 2 - Ghiacciaio del Rutor	6
Figura 2 - Lingua orientale del ghiacciaio	6
Figura 3 - Lago di Santa Margherita	7
Figura 4 - Lago Santa Margherita.....	7
Figura 5 - DEM ghiacciaio 2023 con risoluzione 5m	9
Figura 6 - Elevazione DEM ghiacciaio 2023	9
Figura 8 - Pendenza DEM ghiacciaio 2023	9
Figura 8 - Esposizione DEM ghiacciaio 2023	9
Figura 9 - Poligono del ghiacciaio 2023.....	11
Figura 10 - Dati di elevazione del ghiacciaio Rutor 2023	12
Figura 11 - Dati di esposizione del ghiacciaio Rutor 2023	13
Figura 12 - Dati di pendenza del ghiacciaio Rutor 2023	13
Figura 13 - Stazione meteo DIATI	15
Figura 14 - Bacino idrografico Rutor2023	54
Figura 15 - Bilancio di massa cumulato	59
Figura 16 - Radiazione Long netta	60
Figura 17 - Radiazione Short netta	61
Figura 18 - Bilancio di massa annuale.....	63
Figura 19 - M_{evap}	65
Figura 20 - Runoff	66

Bibliografia

1. Campbell Scientific Manual. (2000–2011). *NET Radiometer CNR1 Manual*. Campbell Scientific Inc., Logan, UT, USA.
2. Camporeale, C., & Ridolfi, L. (2024). *Dispense di meccanica dei fluidi*. Corso di ingegneria matematica e fisica dei sistemi complessi. Politecnico di Torino.
3. Corte, E., Ajmar, A., Camporeale, C., Cina, A., Coviello, V., Tonolo, F. G., Godio, A., Macelloni, M. M., Tamea, S., & Vergnano, A. (2024). *Multitemporal characterization of a proglacial system: A multidisciplinary approach*. *Earth System Science Data*, 16(3283), 3283–3306. <https://doi.org/10.5194/essd-16-3283-2024>
4. Cuffey, K. M., & Paterson, W. S. B. (2010). *The Physics of Glaciers* (4th ed.). Academic Press, Burlington, MA, USA. ISBN: 978-0-12-369461-4.
5. DeGaetano, A. T., Eggleston, K. L., & Knapp, W. W. (1995). *A comparison of daily solar radiation estimates for the northeastern United States using the Northeast Regional Climate Center and National Renewable Energy Laboratory models*. *Solar Energy*, 55(3), 185–194.
6. Duffie, J. A., & Beckman, W. A. (2013). *Solar engineering of thermal processes* (4th ed.). John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, USA. ISBN 978-0-470-87366-3.
7. Garnier B. J., A. Ohmura. (1968). *A method of calculating the direct shortwave radiation income of slopes*. *Journal of applied meteorology*, Vol. 7, 796-800.
8. Grosso F., Morra di Cella U., Favre S. (2024). *Rilievi glaciologici in Valle D'Aosta: Ghiacciai del Timorion e del Rutor*. Agenzia Regionale per la Protezione dell'Ambiente.
https://www.arpa.vda.it/images/stories/ARPA/news/2024/20241119_BDM2024_Rutor_Timorion/BDM_2024_Rutor_Timorion.pdf

9. Hock, R., & Holmgren, B. (2005). *A distributed surface energy-balance model for complex topography and its application to Storglaciären, Sweden*. Journal of Glaciology, 51(172), 25-36. <https://doi.org/10.3189/172756505781829566>

10. Kinnard C., Larouche O., Demuth N., & Menounos B. (2022). *Modelling glacier mass balance and climate sensitivity in the context of sparse observations: Application to Saskatchewan Glacier, western Canada*. The Cryosphere, 16, 3071-3099. <https://doi.org/10.5194/tc-16-3071-2022>.

11. Kipp & Zonen. (2002). *Net Radiometer CNR1 Manual*. Kipp & Zonen B.V., 0706.

12. Machguth, H., Purves, R. S., Oerlemans, J., Hoelzle, M., & Paul, F. (2021). *Exploring uncertainty in glacier mass balance modelling with Monte Carlo simulation*. The Cryosphere, 2, 191-204.

13. Meteo Project. *Dati stazione meteo – Bivacco Camardella*. Retrieved November 23, 2024, from <https://www.meteoproject.it/ftp/stazioni/bivacco-camardella/>

14. NOAA Global Monitoring Laboratory. *Solar position and intensity calculator*. Retrieved November 23, 2024, from <https://gml.noaa.gov/grad/solcalc/>

15. Oerlemans J., & Knapp, V. H. (1998). *A 1-year record of global radiation and albedo in the ablation zone of Morteratschgletscher, Switzerland*. Journal of Glaciology, 44(147), 231-238. <https://doi.org/10.3189/S0022143000002574>

16. Klok E. J. & Oerlemans J. (2002). *Model study of the spatial distribution of the energy and mass balance of Morteratschgletscher, Switzerland*. Journal of

- Glaciology 48(163), 505-518. <https://doi.org/10.3189/172756502781831133>
17. Oerlemans J. (2001). *Glaciers and Climate Change*. CRC Press, ISBN 9026518137.
 18. Oerlemans J. (2010). *The microclimate of valley glaciers*. Cambridge University Press., Utrecht Publishing & Archiving Services, ISBN 978-90-393-5305-5.
 19. Orombelli G. (2005). *Il ghiacciaio del Ruitor (Valle d'Aosta) nella piccola età glaciale*. Geogr. Fir. Dinam. Quat. Suppl. VII, 239–257.
 20. Polino R., Malusà M. G., Martin S., Carraro F., Gianotti F., Bonetto F. (n.d.). *Aosta, foglio 090*. Servizio Geologico d'Italia, ISPRA.
 21. Richard G. Allen , Ricardo Trezza, Masahiro Tasumi (2006). *Analytical integrated functions for daily solar radiation on slopes*. Elsevier, Agricultural and Forest Meteorology 139 (2006) 55–73. doi:[10.1016/j.agrformet.2006.05.012](https://doi.org/10.1016/j.agrformet.2006.05.012)
 22. Sandoval, D., Prentice, I. C., & Nóbrega, R. L. B. (2024). *Simple process-led algorithms for simulating habitats (SPLASH v.2.0): Robust calculations of water and energy fluxes*. Geoscientific Model Development, 17(10), 4229–4309. <https://doi.org/10.5194/gmd-17-4229-2024>
 23. Smith, W. L. (1966). *Note on the relationship between total precipitable water and surface dew point*. Journal of Applied Meteorology, 5, 726–727.
 24. Stull, R. B. (2011). *Wet-bulb temperature from relative humidity and air temperature*. Journal of Applied Meteorology and Climatology, 50(10), 2267–2269.

25. Todd M. Crawford & Claude E. Duchon (1998). *An improved parameterization for estimating effective atmospheric emissivity for use in calculating daytime downwelling longwave radiation*. Journal of Applied Meteorology (38), 474–480.
26. Warren, S. G., & Wiscombe, W. J. (1980). *Rapid calculation of terrain parameters for radiation modeling from digital elevation data*. Solar Energy, 24(2), 85–101.
27. Yang, M., Li, Z., Anjum, M. N., Zhang, X., Gao, Y., & Xu, C. (2021). *On the importance of subsurface heat flux for estimating the mass balance of alpine glaciers*. Elsevier, Global and Planetary change Journal (207) 10365. <https://doi.org/10.1016/j.gloplacha.2021.103651>