



**Politecnico  
di Torino**

Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale  
Dicembre 2025

Tesi di Laurea Magistrale

**Utilizzo di sensori FBG per la localizzazione di una sorgente di  
calore**

Relatore:

Prof. Matteo Davide Lorenzo Dalla  
Vedova

Candidata:

Giorgia Castorina  
320007

Correlatori:

Matteo Bertone

Alessandro Aimasso



## Abstract

In ambito aerospaziale, il controllo delle temperature risulta fondamentale nel ciclo di vita di un sistema. Nasce quindi la necessità di implementare dei sistemi di monitoraggio sempre più avanzati che permettano in ogni istante di ricevere un feedback, dal punto di vista termico, dello stato di salute di un componente o di una struttura per garantire la sicurezza e la riuscita di una missione. Superati i tradizionali sensori, come le termocoppie, negli ultimi anni sono stati sempre più impiegati i sensori a reticolo di Bragg in fibra ottica (FBG). Il loro utilizzo deriva da numerosi vantaggi, come leggerezza, immunità ai campi elettromagnetici, sicurezza, idoneità ad ambienti difficili e possibilità di creare reti di rilevamento mediante multiplexing.

Questo lavoro di tesi ha l'obiettivo di valutare l'affidabilità di risposta dei sensori FBG, installati su una piastra metallica, per la localizzazione di una sorgente di calore. In particolare, è stato realizzato un ambiente di lavoro composto da una piastra metallica su cui sono stati installati cinque sensori FBG. Le prove sperimentali sono state condotte utilizzando una cartuccia termica riscaldante, la cui intensità è stata regolata tramite un codice sviluppato in ambiente Arduino, e i dati ottenuti sono stati confrontati, tramite un algoritmo sviluppato in ambiente MATLAB, con i risultati ricavati dal modello di diffusione termica.

Per la localizzazione, sono stati confrontati i dati sperimentali con quelli ricavati dal modello numerico ed è stato valutato il punto della griglia in cui si ottiene l'errore minimo. In questo modo, è stato possibile ricreare graficamente una rappresentazione dell'errore all'interno della piastra: sono state ricavate, quindi, delle regioni di diverso colore, le quali indicano la maggior probabilità o meno di presenza della sorgente di calore in quella zona. Dai risultati, si vede che le regioni di errore minimo coincidono con la reale localizzazione della fonte, confermando quindi l'affidabilità dell'approccio proposto.

In conclusione, il lavoro di tesi mostra sia l'affidabilità di misura dei sensori FBG, sia la robustezza del modello sviluppato. Tuttavia, si tratta di un lavoro preliminare che apre la strada verso lo sviluppo di studi di diagnostica per sistemi multi sorgente e per la valutazione dell'intensità della temperatura raggiunta.

## Sommario

Abstract .....	I
Capitolo 1 – Applicazioni delle fibre ottiche e stato dell’arte dei sensori FBG.....	3
1.1. Principali caratteristiche dei sensori FBG.....	3
1.2. Stato dell’arte dei sensori FBG .....	4
1.2.1. Uniform FBG .....	4
1.2.2. Chirped FBG .....	4
1.3. Principio di funzionamento dei sensori.....	5
1.4. Struttura della fibra ottica e materiali .....	9
1.5. Metodo di realizzazione delle fibre ottiche.....	11
1.5.1. Metodo del doppio crogiuolo .....	12
1.5.2. Metodo della preforma.....	12
1.5.4. Processo OVPO.....	14
1.6. Applicazione dei sensori in fibra ottica.....	15
Capitolo 2 – Stato dell’arte .....	20
2.1. Metodi di localizzazione .....	21
2.1.1. Metodi geometrici .....	21
2.1.2. Metodi empirici ed algoritmi di interpolazione .....	22
2.2. Analogie e approcci da altri ambiti .....	23
2.2.1. Sistemi di navigazione satellitare.....	23
2.2.2. Reti Wi-Fi.....	24
2.2.3. Reti wireless per incendi .....	25
2.3. Algoritmi innovativi: CPSO.....	27
2.3.1. Principi fondamentali dell’algoritmo .....	27
Capitolo 3 – Descrizione ambiente di lavoro.....	29
3.1. Piastra metallica .....	29
3.2. Scelta ed installazione dei sensori.....	29
3.3. Protezione esterna e realizzazione dei fori.....	33

Capitolo 4 – Metodologia di analisi .....	38
4.1. Modello di diffusione termica .....	38
4.2. Valutazione del passo della griglia .....	40
4.3. Modello termico con tempo variabile .....	46
4.4. Valori di temperatura dal modello termico .....	47
4.5. Normalizzazione dei dati sperimentali .....	50
4.6. Determinazione dell'errore e posizione della sorgente .....	51
4.7. Bontà dell'algoritmo .....	52
4.8. Caso sorgenti multiple .....	54
Capitolo 5 – Prove sperimentali .....	57
5.1. Emulazione della sorgente di calore .....	57
5.1.1. Codice Arduino .....	58
5.1.2. Alimentatore di potenza elettrica .....	62
5.1.3. Cartuccia termica .....	63
5.2. Procedura sperimentale .....	64
5.3. Variazione nel caso di sorgenti multiple .....	65
Capitolo 6 – Risultati .....	66
6.1. Foro numero 7 .....	66
6.1.1. Variazione dell'equazione dell'errore .....	77
6.1.2. Variazione di $c$ .....	77
6.2. Foro numero 20 .....	79
6.2.1. Variazione dell'errore .....	84
6.2.2. Variazione di $c$ .....	85
6.3. Andamento generale dell'errore spaziale .....	87
6.4. Nuvola di punti .....	91
6.5. Risultati nel caso di sorgenti multiple .....	93
Capitolo 7 – Conclusioni e step futuri .....	96

Bibliografia .....	96
--------------------	----

## Indice delle figure

Figura 1 - Funzionamento di un sensore FBG [3] .....	6
Figura 2 - Schematizzazione di una sensore FBG e CFBG [5] .....	7
Figura 3 - Interrogatore [3] .....	9
Figura 4 - Struttura di una fibra ottica [3] .....	10
Figura 5 - Metodo del crogiuolo [9].....	12
Figura 6 - Metodo della preforma [14] .....	14
Figura 7 - Fly-by-light flight control system [2].....	18
Figura 8 - NASA's FBL flight control system [2].....	18
Figura 9 - Schema di funzionamento triangolazione [8].....	21
Figura 10 - Schema di funzionamento trilaterazione [8] .....	22
Figura 11 - Schema di funzionamento GNSS americano [6].....	24
Figura 12 - Schema di funzionamento reti wireless [4] .....	25
Figura 13 - RMSE rispetto al numero di punti di misura [17].....	28
Figura 14 - Parametri sensore n.1 .....	30
Figura 15 - Disposizione dei sensori.....	31
Figura 16 – Macchina giuntatrice .....	32
Figura 17 - Piastra con i 5 sensori.....	33
Figura 18 - Posizione di labilità .....	34
Figura 19 - Realizzazione dei fori.....	35
Figura 20 - Numerazione dei fori.....	36
Figura 21 - Processo di lavoro .....	39
Figura 22 - Errori di misurazione prova iniziale.....	41
Figura 23 - Schema trilaterazione per determinazione del passo.....	42
Figura 24 - Rappresentazione WCCG [4] .....	43
Figura 25 - Valutazione del passo in MATLAB.....	45
Figura 26 - Verso di percorrenza della griglia.....	46
Figura 27 - Modello di diffusione e normalizzazione.....	48
Figura 28 - Diffusione su ogni sensore .....	49
Figura 29 - Normalizzazione dei dati sperimentali.....	50
Figura 30 - Determinazione dell'errore .....	51

Figura 31 - Incertezza dell'algoritmo .....	54
Figura 32 - Modello per sorgenti multiple .....	56
Figura 33 - Schema di apparecchiatura di potenza .....	57
Figura 34 - Schema a blocchi Simulink .....	60
Figura 35 - Codice Arduino .....	61
Figura 36 - Alimentatore di potenza .....	63
Figura 37 - Cartuccia termica e MOSFET .....	63
Figura 38 - Scheda Arduino .....	64
Figura 39 - Pasta termica ARTIC AC MX-4.....	65
Figura 40 - Rappresentazione fori.....	66
Figura 41 - Andamento di $\lambda$ per il foro 7 .....	68
Figura 42 - Risultati per foro n.7.....	69
Figura 43 - Stima posizione per foro n.7 .....	70
Figura 44 - Errore di localizzazione 2D caso 1 per foro n.7 .....	71
Figura 45 - Errore di localizzazione 3D caso 1 per foro n.7 .....	71
Figura 46 - Frame dell'errore di localizzazione .....	76
Figura 47 - Risultati caso 2 foro n.7.....	77
Figura 48 - Risultati caso 3 foro n.7.....	77
Figura 49 - Errore di localizzazione 2D caso 3 per foro n.7 .....	78
Figura 50 - Risultati caso 4 foro n.7.....	78
Figura 51 - Errore di localizzazione 2D caso 4 per foro n.7 .....	79
Figura 52 - Andamento di $\lambda$ per il foro n.20 .....	81
Figura 53 - Risultati per il foro n. 20 .....	82
Figura 54 - Stima posizione per foro n. 20 .....	82
Figura 55 - Errore di localizzazione 2D caso 1 per foro n. 20 .....	83
Figura 56 - Errore di localizzazione 3D caso 1 per foro n. 20 .....	84
Figura 57 - Risultati caso 2 foro n. 20.....	84
Figura 58 - Risultati caso 3 foro n. 20.....	85
Figura 59 - Errore di localizzazione 2D caso 3 per foro n. 20.....	86
Figura 60 - Risultati caso 4 foro n. 20.....	86
Figura 61 - Errore di localizzazione 2D caso 4 per foro n. 20.....	87
Figura 62 - Heat map dell'errore percentuale.....	88
Figura 63 - Errore di localizzazione 2D per foro n. 19 .....	90
Figura 64 - Andamento del rapporto tra aree .....	92

Figura 65 - Caso 1 sorgenti multiple.....	93
Figura 66 - Caso 2 sorgenti multiple.....	94

## Indice delle tabelle

Tabella 1 - Coordinate dei sensori.....	33
Tabella 2 - Coordinate fori .....	37
Tabella 3 - Errori % per foro .....	89
Tabella 4 - Rapporto tra aree.....	91



### Introduzione

Nel settore aerospaziale, il controllo termico risulta fondamentale per la vita di un sistema e di un velivolo. Tutta l'energia utilizzata da qualsiasi veicolo spaziale deve essere opportunamente smaltita, sia sotto forma di energia termica o sia di radiazione elettromagnetica emessa a diverse lunghezze d'onda, come le microonde o le radiazioni laser. Quindi, il Thermal management, ovvero l'insieme di soluzioni per bilanciare assorbimento, generazione e dispersione del calore in un sistema spaziale, risulta fondamentale per assicurare che ogni sottosistema operi entro condizioni di temperatura sicure durante tutte le fasi di missione. Un controllo termico efficace permette di preservare l'affidabilità dei componenti, prevenire guasti dovuti a stress termici e assicurare la piena funzionalità del veicolo in ambienti estremi come quelli spaziali [12].

All'interno di un veicolo spaziale, il sistema di controllo termico non può basarsi esclusivamente su modelli analitici, ma è necessario disporre di un monitoraggio continuo e affidabile delle condizioni termiche reali. Per questo motivo, l'impiego di sensori di temperatura ad alta sensibilità riveste un ruolo centrale. Tali sensori consentono di misurare con precisione le variazioni termiche generate sia da sorgenti interne (elettronica di bordo, batterie, attuatori) sia da sorgenti esterne (irraggiamento solare, transizioni orbitali, ingresso in atmosfera). La disponibilità di dati termici accurati permette al sistema di controllo di verificare che ogni sottosistema operi entro limiti di temperatura sicuri, individuare anomalie che potrebbero danneggiare componenti critici, validare in orbita i modelli di diffusione termica sviluppati a terra, attivare strategie di controllo attivo (radiatori dispiegabili, pompe, heat pipes attive).

In questo lavoro, l'uso combinato di sensori ottici e di un modello matematico di diffusione termica permette di stimare non solo la temperatura, ma anche la posizione delle sorgenti di calore all'interno della struttura. L'obiettivo, infatti, è dimostrare la capacità di questi sensori in fibra ottica (FBG) di rilevare la presenza di una o più sorgenti di calore e valutarne la posizione esatta. A supporto di questa tesi, viene sviluppato un modello di analisi che permetta di confrontare i dati sperimentali provenienti dai sensori con quelli derivati dal modello di diffusione.

La presente tesi viene suddivisa in sette capitoli. Nel *Capitolo 1* viene fornita un'iniziale introduzione sui sensori FBG: in particolare, si ha una descrizione sulla loro struttura interna, sui materiali utilizzati per la realizzazione e sulle tecniche di produzione. Inoltre, vengono forniti degli esempi di veicoli sui cui sono stati installati sensori FBG. Nel *Capitolo 2*, invece, si spiega qual è lo stato dell'arte sui metodi di localizzazione: vengono descritti quali sono i metodi tradizionali che esistono oggi, come metodi geometrici o analitici, e in quali campi di applicazione vengono utilizzati modelli per la localizzazione, oltre al campo termico.

Nel *Capitolo 3*, viene descritto l'ambiente fisico di lavoro, con attenzione posta nei confronti dei materiali utilizzati, del posizionamento dei sensori e delle procedure seguite per la realizzazione del banco di prova. Successivamente, nel *Capitolo 4*, si passa ad una valutazione del modello sviluppato in ambiente MATLAB, con una spiegazione del metodo di analisi utilizzato. Il *Capitolo 5* chiarisce, invece, come sono state condotte le prove sperimentali, gli strumenti utilizzati per l'acquisizione dei dati e le scelte relative al duty cycle. Infine, il *Capitolo 6* fornisce un'ampia discussione dei risultati ottenuti, accompagnata da una loro interpretazione e giustificazione alla luce del modello adottato e delle condizioni sperimentali, mentre nel *Capitolo 7* vengono discussi i possibili sviluppi e le applicazioni future del lavoro, per poi trarre le conclusioni finali.

## Capitolo 1 – Applicazioni delle fibre ottiche e stato dell'arte dei sensori FBG

L'utilizzo della fibra si è diffuso ad un ritmo significativo, trovando applicazione in diversi settori industriali come le telecomunicazioni, la diagnostica medica, l'illuminazione e Internet. Grazie alle ampie capacità offerte dalla fibra ottica, i reticoli di Bragg in fibra ottica (FBG) sono adatti per la misurazione di un'ampia gamma di caratteristiche tecniche, sia in modalità statica che dinamica. Questi sensori hanno il potenziale per sostituire numerosi sensori convenzionali nelle applicazioni aerospaziali, tra cui il monitoraggio strutturale e la regolazione della temperatura. I sensori FBG sono già stati integrati in vari sistemi spaziali, principalmente per la misurazione della temperatura, l'analisi delle vibrazioni e i test in vuoto per la caratterizzazione termica di componenti specifici.

### 1.1. Principali caratteristiche dei sensori FBG

L'integrazione di sensori a reticolo di Bragg in fibra ottica (FBG) in coperture isolanti multistrato (MLI) per uso spaziale offre numerosi vantaggi in termini di monitoraggio e controllo delle condizioni ambientali dei veicoli spaziali [1]. L'utilizzo di sensori FBG nelle coperture MLI consente la misurazione di un parametro chiave come la temperatura, fondamentale per garantire il corretto funzionamento dei sistemi dei veicoli spaziali. Il monitoraggio strutturale è un'altra importante applicazione dei sensori FBG nelle coperture MLI. Monitorando la deformazione della copertura del veicolo spaziale, i sensori FBG possono rilevare e diagnosticare potenziali guasti, consentendo interventi tempestivi e riparazioni. Ciò può contribuire a migliorare l'affidabilità e la sicurezza complessive del veicolo spaziale. Inoltre, i sensori FBG possono fornire una valutazione puntuale della temperatura nelle coperture MLI. Questo è fondamentale per ottimizzare la gestione termica dei sistemi del veicolo spaziale, poiché le fluttuazioni di temperatura possono influire sulle prestazioni e sulla longevità di vari componenti. I principali vantaggi, per l'uso spaziale, sono:

- monitoraggio della temperatura;
- monitoraggio dell'integrità strutturale, anche negli impatti iperveloci.

Questi vantaggi possono contribuire a migliorare la sicurezza, l'affidabilità e le prestazioni dei veicoli spaziali, rendendoli più efficaci nel raggiungimento delle loro missioni scientifiche.

Nell'ampio campo dei sensori in fibra ottica, i sensori a reticolo di Bragg in fibra (FBG) stanno emergendo come una tecnologia di spicco. I sensori FBG hanno suscitato notevole interesse grazie alle loro proprietà vantaggiose: fattore di forma leggero e compatto, immunità ai campi elettromagnetici, sicurezza, anche in conformità agli standard medici, risposta rapida, idoneità ad ambienti difficili e possibilità di creare reti di rilevamento mediante multiplexing a divisione di tempo e lunghezza d'onda.

## 1.2. Stato dell'arte dei sensori FBG

Esistono diverse tipologie di FBG, che dipendono dal tipo di modulazione dell'indice di rifrazione e dalle caratteristiche della fibra e dal tipo di reticolo. A questo scopo, i più interessanti sensori di temperatura sono:

- Uniform FBG (reticolo con passo costante);
- Chirped FBG (passo del reticolo varia lungo la fibra).

### 1.2.1. Uniform FBG

Gli FBG uniformi si basano su una modulazione periodica dell'indice di rifrazione nel nucleo di una fibra ottica e rappresentano la tecnologia a reticolo più diffusa. Dal punto di vista elettromagnetico, l'FBG è una struttura periodica che riflette uno spettro molto ristretto attorno alla lunghezza d'onda di Bragg, mentre è trasparente alle altre lunghezze d'onda. La caratteristica chiave dell'FBG è che la lunghezza d'onda di Bragg varia linearmente con la deformazione e/o la temperatura, con valori di sensibilità tipici di  $1 \text{ pm}/\mu\epsilon$  [5] (essendo  $\mu\epsilon$  le unità di micro deformazione) e  $10 \text{ pm}/^\circ\text{C}$  a  $1550 \text{ nm}$  [5]. Pertanto, il rilevamento dello spettro FBG con interrogatori a banda larga e la stima delle lunghezze d'onda di Bragg consentono di trasformare gli FBG in reti di rilevamento che rilevano direttamente la temperatura e/o la deformazione oppure possono trasdurre altri parametri come pressione o curvatura in deformazione [5].

### 1.2.2. Chirped FBG

Variando il periodo della modulazione dell'indice di rifrazione lungo la lunghezza del reticolo, è possibile realizzare un FBG chirped (CFBG). In un CFBG, la lunghezza d'onda di Bragg varia lungo il reticolo, poiché ogni porzione del reticolo riflette uno spettro diverso. La configurazione più importante è l'FBG chirped lineare, dove la lunghezza d'onda di Bragg varia linearmente lungo l'asse del reticolo. Di conseguenza, il CFBG ha uno spettro di riflessione più ampio rispetto agli FBG uniformi e può variare da pochi nanometri a decine di nanometri nella larghezza di banda massima a larghezza intera.

I CFBG sono diventati popolari principalmente per le comunicazioni ottiche, poiché consentono la compensazione della dispersione mediante l'introduzione di un ritardo di gruppo differenziale dipendente dalla lunghezza d'onda. Tuttavia, soprattutto nell'ultimo decennio, i CFBG hanno suscitato notevole interesse da parte della comunità di sensori in fibra ottica grazie alle loro caratteristiche principali e alla struttura intrinseca del reticolo. La caratteristica principale del CFBG, rispetto all'FBG uniforme, è il fatto che lo spettro complessivo dipende non solo dalla deformazione o dalla temperatura applicata sull'intera lunghezza del reticolo, piuttosto dalla temperatura/deformazione

registrata in ciascuna sezione del reticolo. Quindi, il CFBG può rilevare eventi localizzati, come punti caldi di temperatura o discontinuità di deformazione, oltre a rilevare i valori di tali parametri. Mentre le matrici FBG uniformi hanno lunghezze tipiche fino a 5 mm e la distanza minima tra ciascun elemento di rilevamento è solitamente limitata a 10 mm, i CFBG hanno lunghezze tipiche di 15-50 mm e potenzialmente possono discriminare eventi spaziali con risoluzione millimetrica.

Da questa prospettiva, i sensori CFBG possono rappresentare una valida alternativa ai sensori distribuiti implementati con riflettometria ottica nel dominio della frequenza, riflettometria ottica a retrodiffusione o fotonica a microonde. Questi sensori distribuiti di breve lunghezza con risoluzione spaziale ristretta (1–10 mm nella maggior parte dei dispositivi) consentono il rilevamento di parametri fisici in ogni punto delle fibre ottiche. Il CFBG, d'altra parte, può essere descritto come un sensore semi-distribuito: ha una lunghezza attiva come un FBG uniforme in cui è rilevabile la variazione di deformazione o temperatura, ma all'interno di questa regione può risolvere spazialmente i profili di temperatura o deformazione, come i sensori distribuiti. I sensori CFBG possono utilizzare lo stesso sistema di interrogazione degli FBG uniformi senza richiedere un interferometro.

Queste caratteristiche chiave definiscono le applicazioni per cui i sensori CFBG sono interessanti. Lavori recenti hanno dimostrato l'applicazione dei sensori CFBG in ambito sanitario, per il rilevamento di cricche meccaniche, per la localizzazione del riscaldamento, per la misurazione della velocità di detonazione, per le applicazioni ad alta sensibilità su fibre plastiche [5].

### 1.3. Principio di funzionamento dei sensori

I sensori FBG, poiché vengono realizzati con un metodo laser per creare una modulazione periodica nell'indice di rifrazione del nucleo, svolgono il ruolo di filtro: mentre tutte le frequenze possono penetrare il reticolo, una singola frequenza specifica (denominata frequenza di Bragg) viene riflessa nella direzione opposta. Questa frequenza riflessa rappresenta l'uscita del sensore ed è misurata in termini di lunghezza d'onda.

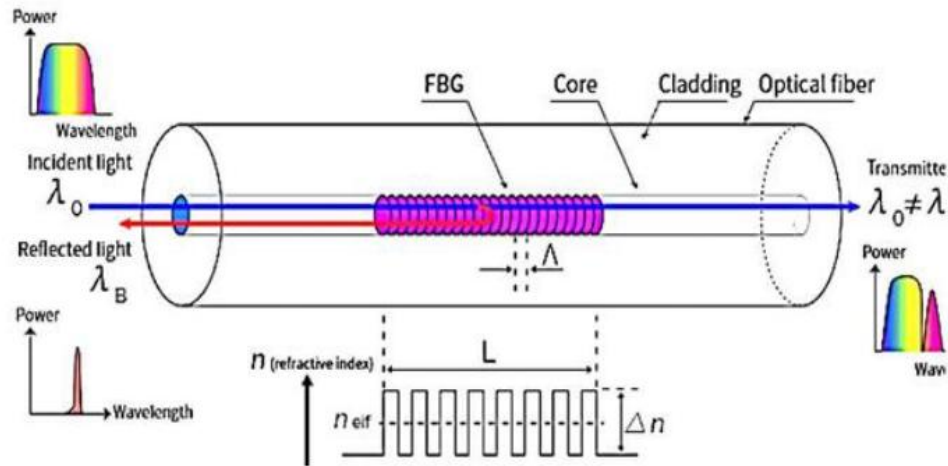


Figura 1 - Funzionamento di un sensore FBG [3]

Per un FBG uniforme, in assenza di variazioni di deformazione e di temperatura, la lunghezza d'onda di Bragg è definita da [5]:

$$\lambda_B = 2\Lambda n_{eff}$$

Equazione 1

Dove  $\Lambda$  è il periodo della modulazione dell'indice di rifrazione e  $n_{eff}$  è l'indice di rifrazione effettivo del nucleo della fibra.

In un CFBG, la periodicità della modulazione non è costante ma varia lungo l'asse di propagazione  $z$ . Questo implica che ogni differente sezione del reticolo riflette una diversa lunghezza d'onda di Bragg e lo spettro complessivo del sensore è data dallo spettro di ciascuna sezione del reticolo. La situazione viene mostrata in *Figura 1*.

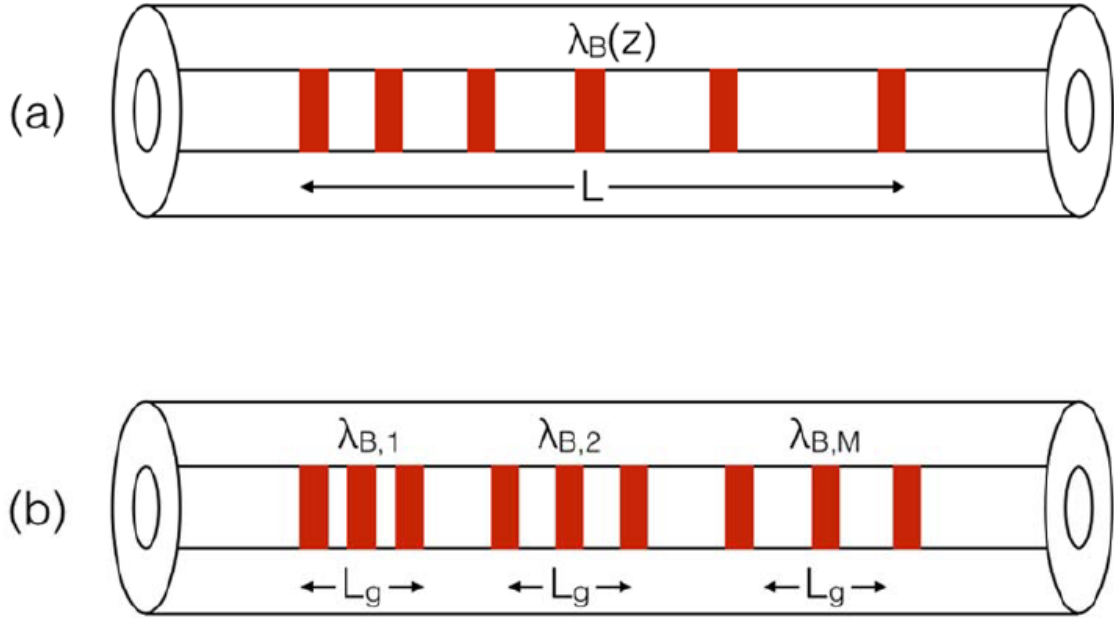


Figura 2 - Schematizzazione di una sensore FBG e CFBG [5]

In questo modo si presuppone che il sensore CFBG possa essere modellato come una catena di  $N$  FBG uniformi, ciascuno con diversa lunghezza d'onda di Bragg. Indicando con  $L$  la lunghezza del reticolo e con  $N$  il numero di reticoli, la lunghezza di ciascun elemento corto del reticolo è  $L_g = \frac{L}{N}$ . All'interno di ciascun reticolo, la teoria delle modalità accoppiate (CMT) di Erdogan può essere utilizzata per stimare la riflettività  $R_i(\lambda)$  di ciascun  $i$ -esimo strato, come segue [5]:

$$R_i(\lambda) = \frac{\sinh^2 \left( L_g \sqrt{k^2 - \sigma_i^2} \right)}{\cosh^2 \left( L_g \sqrt{k^2 - \sigma_i^2} \right) - \frac{\sigma_i^2}{k^2}}$$

Equazione 2

dove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda,  $kL_g$  è un coefficiente adimensionale che definisce la resistenza del reticolo e il termine  $\sigma_i$  si contiene la dipendenza dalla lunghezza d'onda per ogni strato. L'ultimo termine può essere espresso come [5]:

$$\sigma_i(\lambda) = \frac{\pi}{\lambda} \delta n_{eff} + 2\pi n_{eff} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{B,i}} \right)$$

Equazione 3

dove  $\delta n_{eff}$  è l'ampiezza della modulazione dell'indice di rifrazione. Inoltre, si assume che i parametri della modulazione dell'indice di rifrazione ( $n_{eff}$ ,  $\delta n_{eff}$ ,  $k$ ) siano costanti su tutta la lunghezza del reticolo

e pertanto non abbiano dipendenza spaziale. La lunghezza d'onda di Bragg di ogni i-esimo strato, invece, varia spazialmente. In un FBG linearmente chirpato, il valore di riferimento per la lunghezza d'onda di Bragg ha una dipendenza lineare dalla lunghezza del reticolo [5]:

$$\lambda_{B,i} = \lambda_{B,1} + \xi \cdot iL_g, \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N$$

*Equazione 4*

$\xi$  è una costante che definisce la velocità di variazione spaziale della lunghezza d'onda di Bragg all'interno della struttura del reticolo. Inserendo l'equazione 4 nelle equazioni 2 e 3, si ricava lo spettro di riflessione  $R_{CFBG}$  per ogni i-esimo reticolo che compone la struttura di dimensione  $N$  [5]:

$$R_{CFBG}(\lambda) = 1 - \prod_{i=1}^N [1 - R_i(\lambda)]$$

*Equazione 5*

Il CFBG si comporta come una cascata di FBG: ogni i-esima lunghezza d'onda di Bragg è sensibile alla variazione di deformazione  $\Delta\epsilon_i$  e/o alla variazione di temperatura  $\Delta T_i$  osservata sull'i-esimo elemento del CFBG. Per piccoli valori di deformazione e temperatura, si osserva una sensibilità lineare [5]:

$$\lambda_{B,i} = \lambda_{B,i,ref} + K_T \Delta T_i + K_\epsilon \Delta \epsilon_i$$

*Equazione 6*

La lunghezza d'onda di riferimento i-esima,  $\lambda_{B,i,ref}$ , viene osservata in condizioni di riferimento in assenza di variazioni di temperatura o deformazione. I termini di sensibilità, per il CFBG, sono gli stessi osservati per un FBG uniforme: per un FBG che opera nell'infrarosso intorno a 1550 nm, i coefficienti tipici sono  $K_T \approx 10 \text{ pm}/^\circ\text{C}$  [5] per la sensibilità termica e  $K_\epsilon \approx 1 \text{ pm}/\mu\epsilon$  [5] per la sensibilità alla deformazione.

In questo modo, la lunghezza d'onda riflessa è direttamente proporzionale alla deformazione e alla variazione di temperatura applicate al sensore.

I sensori FBG funzionano grazie ad un interrogatore, ovvero uno strumento che comunica con ogni sensore inviando un raggio laser allo stesso e misurando la lunghezza d'onda del raggio riflesso. In questa trattazione vengono utilizzati dei tradizionali sensori FBG uniformi.





Figura 3 - Interrogatore [3]

#### 1.4. Struttura della fibra ottica e materiali

La fibra ottica è costituita da una struttura cilindrica formata principalmente da silice ( $\text{SiO}_2$ ). Essa è composta da due parti fondamentali: il core e il cladding.

Il core rappresenta il nucleo della fibra ed è realizzato in materiale dielettrico con un indice di rifrazione più elevato, il quale consente alla luce di propagarsi al suo interno. Il cladding, invece, circonda il core ed è anch'esso un materiale dielettrico, ma con un indice di rifrazione più basso, in modo da garantire il confinamento della radiazione luminosa. Entrambi core e cladding sono trasparenti, ma il secondo ha un indice di rifrazione più basso, di conseguenza la luce che nel core giunge sulla superficie di separazione viene riflessa dal cladding nuovamente verso il core. Questo fenomeno è basato sulla legge di Snell:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Equazione 7

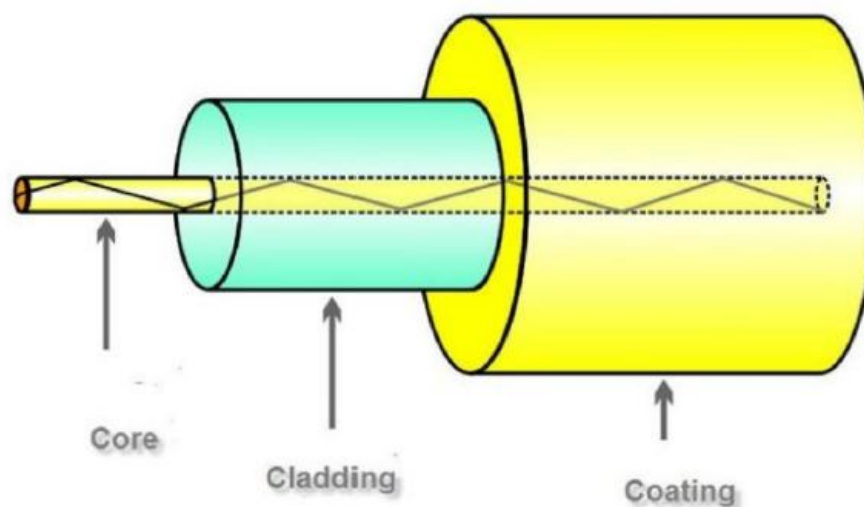
dove  $n_1$  ed  $n_2$  sono gli indici di rifrazione dei due materiali,  $\theta_1$  è l'angolo di incidenza e  $\theta_2$  è l'angolo di rifrazione. L'angolo massimo utilizzabile per l'ingresso della luce nella fibra è ottenuto dalla seguente relazione [13]:

$$a_{max} = \arcsin \left( \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_0^2}} \right)$$

Con  $n_0$  indice del mezzo esterno (di solito aria, quindi  $n_0 \approx 1$ ).

Le fibre possono essere “multimode”, caratterizzate da un core più largo che accetta diverse modalità di luce e “single-mode”, con un core più piccolo, che accetta solo una singola modalità. Nel dettaglio, all'interno di una fibra ottica, la modalità è il modo in cui la luce si propaga all'interno del core della fibra, quindi rappresenta il percorso del campo luminoso che soddisfa le condizioni fisiche imposte dalla struttura della fibra (angolo di ingresso, distribuzione del campo elettromagnetico).

Al di fuori del cladding è generalmente presente un rivestimento protettivo (coating o buffer), che ha la funzione di proteggere la fibra da sollecitazioni meccaniche, variazioni ambientali e agenti chimici. Oltre alla funzione protettiva, il rivestimento può assumere un ruolo attivo nel sensing: materiali come polimeri, metalli o nanocompositi vengono depositati sulla superficie della fibra per modificare l'indice di rifrazione locale o per reagire selettivamente con particolari sostanze. In questo modo, il coating permette di amplificare la sensibilità della fibra e di renderla adatta a misure specifiche, come la rilevazione di temperatura, umidità, gas o composti organici volatili. La struttura tipo di una fibra ottica viene mostrato nella seguente figura:



*Figura 4 - Struttura di una fibra ottica [3]*

Dal punto di vista dei materiali, le scelte costruttive variano in funzione dell'applicazione:

1) Core:

- Materiale prevalente: silice drogata con germanio ( $\text{GeO}_2$ ), che aumenta l'indice di rifrazione;
- In alcuni casi si utilizzano polimeri (POF, Polymer Optical Fibers), che rendono la fibra più flessibile e adatta ad applicazioni biomediche o indossabili;

- Nei sensori speciali si possono impiegare core semiconduttori o liquidi ottici, per modulare meglio la risposta spettrale.

2) Cladding:

- Tipicamente costituito da silice pura o con drogaggi differenti per ottenere un indice di rifrazione più basso rispetto al core;
- In fibre particolari, il cladding può includere microstrutture (Photonic Crystal Fibers, PCF) con fori d'aria, che modificano la propagazione della luce e amplificano il campo evanescente;
- In applicazioni di sensing, porzioni del cladding vengono rimosse o sostituite da materiali polimerici (es. PDMS) per rendere la fibra più sensibile a variazioni ambientali.

3) Rivestimento esterno (coating):

- Polimeri comuni (es. acrilati) usati per protezione meccanica e resistenza ambientale;
- Poliammide: mantiene stabilità a temperature elevate (fino a 400 °C), ideale per sensori in ambienti estremi;
- PDMS (polidimetilsilossano): caratterizzato da un alto coefficiente di espansione termica e un significativo coefficiente termo-ottico, utilizzato per aumentare la sensibilità a temperatura e pressione;
- Nanomateriali: grafene, ossidi metallici (TiO<sub>2</sub>, ZnO), nanoparticelle di metalli nobili (Au, Ag), spesso utilizzati in sensori basati su risonanza plasmonica superficiale (SPR);
- Rivestimenti metallici (alluminio, oro, argento): oltre a protezione, servono a sfruttare effetti ottici avanzati (es. plasmoni superficiali, aumento della risposta al campo evanescente).

In alcuni casi, le modifiche strutturali spingono i materiali a svolgere ruoli multipli: ad esempio, il PDMS può sostituire contemporaneamente core e cladding in fibre cave o in sezioni modificate, fornendo allo stesso tempo la funzione di guida ottica e di sensibilizzazione al parametro fisico o chimico da misurare.

### 1.5. Metodo di realizzazione delle fibre ottiche

Esistono diversi metodi di fabbricazione di una fibra ottica, accomunati dalla necessità, per ottenere un buon prodotto, di partire da materie prime a elevatissima purezza. Essi si distinguono in base alla

tipologia di sostanza impiegata e alle caratteristiche richieste (fibra single-mode, multimode, step) [9].

#### 1.5.1. Metodo del doppio crogiuolo

Questo metodo prevede l'utilizzo di un sistema costituito da due contenitori concentrici che terminano a forma di cono in due ugelli concentrici, come mostrato nella seguente figura:

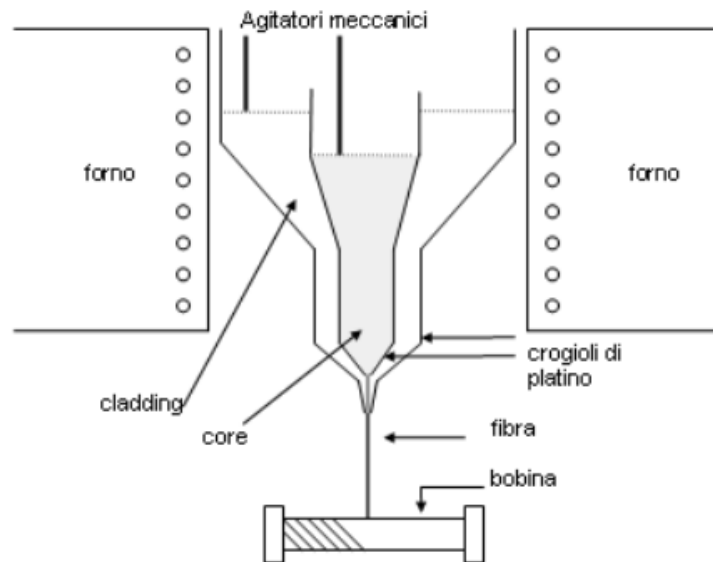


Figura 5 - Metodo del crogiuolo [9]

Nel cilindro più esterno si introduce la silice fusa che costituirà il cladding, mentre in quello più interno si introduce la silice fusa drogata che costituirà il core.

Il doppio crogiuolo si trova all'interno di un forno ad induzione a radiofrequenza che genera temperature superiori ai 1000°C. Dai due ugelli cola, per gravità, la fibra ottica filata da una bobinatrice che ruota ad una velocità variabile tra 0.5 e 5 m/s in funzione del diametro che si intende conferire alla fibra. Così la fibra, solidificandosi, viene avvolta sulla bobina. Infine, per rendere omogenea la massa vetrosa fusa all'interno del doppio crogiuolo si utilizzano delle barre che fungono da agitatori meccanici.

Questo metodo è poco utilizzato poiché non garantisce una adeguata regolarità geometrica e purezza del prodotto finale.

#### 1.5.2. Metodo della preforma

Il processo è denominato CVD (Chemical Vapour Deposition) e consiste nella realizzazione di un supporto cilindrico pieno chiamato preforma, dal diametro di alcuni millimetri, che possiede le stesse caratteristiche della fibra che si intende realizzare.

Si possono individuare due processi diversi:

- processo IVPO (Inside Vapour Phase Oxidation) che consiste nella deposizione all'interno di un supporto;
- processo OVPO (Outside Vapour Phase Oxidation) che consiste nella deposizione all'esterno di un supporto.

Entrambi i processi si suddividono in tre fasi:

- 1) deposizione delle sostanze vetrose fuse all'interno o all'esterno del supporto;
- 2) collassamento della preforma in modo da diventare una struttura cilindrica piena;
- 3) filatura della fibra con controllo automatico del diametro a partire dalla preforma.

### 1.5.3. Processo IVPO

Per ottenere la preforma si parte da un tubicino di vetro nel quale si fa attraversare il materiale di base allo stato gassoso o liquido a temperatura. Il gas di trasporto è l'ossigeno. Per consentire il deposito dell'ossido di silicio sulle pareti interne del tubicino di vetro si utilizza un bruciatore che trasla lentamente da un estremo all'altro del tubo. L'elevata temperatura, intorno a 1500°C, favorisce la reazione chimica tra l'ossigeno ed il silicio che produce il biossido di silicio che si deposita, per strati successivi, sulla parete interna del tubo di vetro. Quest'ultimo ruota lentamente sul proprio asse per favorire la stratificazione omogenea [9].

Il diametro interno del tubo si riduce man mano che la deposizione si completa. Terminata la deposizione, pertanto, è necessario collassare il tubo rallentando la velocità del bruciatore a qualche centimetro al minuto. Ciò provoca un aumento della temperatura che consente la chiusura del lume interno del tubicino. Al termine del processo si elimina, per fusione, il tubo di vetro e quello che rimane è la preforma. La preforma è portata a 2000°C a velocità regolata all'interno di un riscaldatore. In tal modo la preforma assume una adeguata viscosità adatta per la filatura della fibra. Infatti, la fibra viene tirata tramite bobinatrice ad una velocità controllata ed avvolta su una bobina. All'atto dell'avvolgimento sulla bobina la fibra viene rivestita di una resina che costituisce la ricopertura primaria. Il rivestimento polimerico viene impresso immergendo la fibra in un bagno contenente il monomero che viene sottoposto a polimerizzazione mediante radiazione UV.

Le sostanze droganti impiegate per aumentare l'indice di rifrazione sono il germanio (Ge) ed il fosforo (P), quelle per diminuire l'indice di rifrazione sono il boro (B) ed il fluoro (F).

Tali sostanze, sotto forma di vapore, viaggiano insieme agli alogenuri di silicio in opportune concentrazioni.

#### 1.5.4. Processo OVPO

La differenza rispetto al processo IVPO [9] consiste nel fatto che la deposizione avviene all'esterno della bacchetta di supporto che ruota e trasla per assicurare la simmetria cilindrica della preforma che si costituisce al suo esterno. Nella seconda fase del processo si estrae la bacchetta di supporto, costituita da materiale ceramico, e si collassa la preforma introducendola, per un tempo adeguato, in un forno con temperatura compresa tra i 1500°C e 2000°C. L'ultima fase, la filatura della fibra, avviene con le stesse modalità del processo IVPO.

Nel bruciatore ossidrico vengono iniettati, in forma vaporizzata i cloruri di silicio, germanio e boro ( $\text{SiCl}_4$ ,  $\text{GeCl}_4$ ,  $\text{BCl}_3$ ).

Il processo OVPO è più rapido del processo IVPO però presenta ossidrili (-OH) a causa della fiamma del bruciatore.

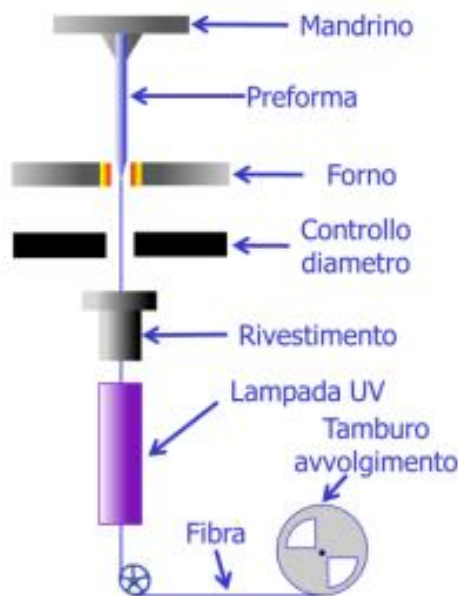


Figura 6 - Metodo della preforma [14]

### 1.6. Applicazione dei sensori in fibra ottica

Il rilevamento in fibra ottica offre diversi vantaggi nelle applicazioni aerospaziali, infatti i sensori in fibra ottica hanno dimostrato le seguenti caratteristiche:

- Hanno dimostrato di essere robusti negli ambienti ad alta temperatura, alta pressione e forte shock termico [5];
- Hanno dimostrato di essere robusti nell'impiego aerospaziale per vari tipi di misurazioni [5];
- Sono privi di rumore elettromagnetico, immuni alle interferenze elettromagnetiche (EMI) e non generano EMI [1];
- Sono elettricamente passivi e sicuri anche in ambienti esplosivi;
- Consentono la trasmissione delle informazioni rilevate su lunghe distanze e attraverso regioni difficilmente accessibili (es. piccoli fori, pozzi petroliferi, ecc.);
- Sono sufficientemente piccoli da poter essere integrati in materiali intelligenti;
- Possono essere installati con meno manodopera rispetto a sensori elettronici comparabili;
- Possono fornire elevate velocità di trasmissione dati.

Il maggior impiego in ambito aerospaziale [2] si concentra sui motori a turbina per soddisfare le esigenze di strumentazione previste, come la misurazione dello stress non intrusivo (NSMS), la mappatura della temperatura delle superfici, le misure di pressione dinamica ad alta temperatura, la deflessione della punta della pala, la temperatura del percorso planare dei gas, la distanza dalla punta della pala (tip clearance), il rilevamento di emissioni di particolato, di specie gassose e di cricche, la misura del flusso di calore, le sollecitazioni statiche ad alta temperatura, le emissioni acustiche, il monitoraggio dello stato di salute del rivestimento a barriera termica (TBC) e dello stato di salute dei cuscinetti.

Due parametri fondamentali per l'ingegneria delle turbine sono la *Blade Tip Timing* (BTT) e il *Tip Clearance* (TC). La misurazione accurata e l'ottimizzazione di questi valori sono essenziali per garantire motori più affidabili, efficienti e sicuri.

Il Blade Tip Timing (BTT) [2] è una tecnica che permette di misurare le vibrazioni delle pale analizzando la differenza tra i tempi di arrivo teorici e quelli reali della punta della pala. Da questa differenza si ricava l'ampiezza della vibrazione. Si tratta di una tecnica di misurazione senza contatto e si basa sulla misurazione dei tempi di arrivo misurati dai sensori in diverse posizioni attorno alla circonferenza dello stadio di interesse di tutte le pale su quello stadio. Se le pale non vibrano, i loro

tempi di arrivo effettivi coincidono con quelli teorici, che possono essere calcolati conoscendo il numero di pale, la frequenza di rotazione e il raggio della pala. Quando invece le pale vibrano, i tempi di arrivo risultano anticipati o ritardati rispetto a quelli teorici. Questi dati vengono elaborati per determinare la frequenza e l'ampiezza della vibrazione, a condizione di utilizzare un numero sufficiente di sonde disposte lungo la circonferenza. Posizionando le sonde in diverse posizioni, è possibile ottenere un modello sinusoidale delle deflessioni della lama. Dai modelli sinusoidali derivati si ricavano con precisione sia le frequenze che le ampiezze delle vibrazioni delle pale.

Il Tip Clearance (TC) [2] è definita come la distanza tra la punta della pala e la carcassa del motore e i suoi valori tipici variano a seconda delle dimensioni del motore e della posizione della pala all'interno del motore, ma sono quasi sempre inferiori a 3 mm. Questa distanza è un fattore significativo da cui dipende l'efficienza del motore, poiché un aumento della TC ne riduce l'efficienza. Una TC elevata consente a una quantità d'aria di rifluire attorno alla punta senza generare lavoro utile, mentre una mancanza di distanza può mettere a rischio l'integrità del motore, poiché lo sfregamento della punta della pala sulla carcassa può causare seri problemi. La riduzione della TC nei motori a turbina a gas offre notevoli vantaggi come la riduzione del consumo di carburante, del rumore degli aeromobili e delle emissioni, offrendo allo stesso tempo ulteriori vantaggi ambientali. Si noti che una riduzione della TC di 0,25 mm fornisce in genere una riduzione dell'1% del consumo specifico di carburante e di 10 °C della temperatura dei gas di scarico. Di conseguenza, il motore può funzionare a temperature più basse e la durata dei suoi componenti aumenta, riducendo così i costi del ciclo di vita del motore.

Esistono diverse tecniche di misurazione della TC che sfruttano l'utilizzo di sensori come quelli capacitivi (semplici ed economici, ma con scarsa risposta in frequenza e utilizzabili solo con pale in ferro), a correnti parassite (permettono misure senza contatto, ma sono influenzate dai disturbi magnetici del motore e richiedono calibrazione), a sonde di scarica (richiedono pale conduttive e rilevano solo la distanza minima), in fibra ottica (rappresentano una valida alternativa, poiché leggeri, di piccole dimensioni e privi di interferenze elettromagnetiche; permettono misure precise e affidabili anche in condizioni estreme) [2].

Un altro parametro importante per il controllo e la gestione dei motori a turbina è la temperatura dei gas di scarico, detta EGT [2]. Si tratta della temperatura dei gas all'uscita della turbina ed è un indicatore fondamentale sia del consumo di carburante, sia dello stato di salute delle pale e dei componenti della sezione calda del motore.



Monitorare l'EGT in modo accurato significa poter ottimizzare l'efficienza del motore, ridurre i consumi, prevenire possibili guasti e migliorare la manutenzione predittiva. Tuttavia, i sistemi tradizionali, come le termocoppie, mostrano limiti evidenti: sono soggetti a guasti frequenti, soffrono l'ambiente ad altissima temperatura e forniscono misurazioni spesso imprecise a causa di ossidazione, erosione o contaminazione delle sonde. Per superare questi problemi, negli ultimi anni sono stati sviluppati sensori in fibra ottica basati su reticoli di Bragg (FBG) inseriti in fibre di zaffiro. Questi sensori hanno la capacità di operare in condizioni estreme, resistendo alle altissime temperature, e di fornire misure più affidabili e precise. Inoltre, è possibile integrare più sonde ottiche in un unico sistema, migliorando ridondanza, copertura e accuratezza delle rilevazioni.

Una delle applicazioni più interessanti della fibra ottica in campo aeronautico riguarda i sistemi di controllo di volo. Tradizionalmente, i comandi del pilota venivano trasmessi attraverso collegamenti meccanici e successivamente elettrici, con l'introduzione del Fly-by-Wire (FBW). In un sistema FBW, i segnali provenienti dai comandi del pilota sono convertiti in impulsi elettrici che viaggiano attraverso cavi fino agli attuatori che muovono le superfici di controllo. Questo ha consentito di ridurre peso, migliorare la precisione e introdurre funzioni di stabilizzazione e sicurezza automatizzate. L'evoluzione successiva è rappresentata dai sistemi Fly-by-Light (FBL), che sostituiscono i cavi elettrici con fibre ottiche. In questo caso, le informazioni di comando vengono trasmesse sotto forma di segnali luminosi, offrendo vantaggi significativi rispetto all'elettronica tradizionale:

- Completa immunità ai disturbi elettromagnetici (EMI), particolarmente importante in scenari militari o in ambienti saturi di radiazioni elettromagnetiche;
- Riduzione di peso, grazie alla leggerezza e al minor ingombro delle fibre rispetto ai cablaggi elettrici multipli;
- Maggiore larghezza di banda, che consente di trasmettere simultaneamente grandi quantità di dati su più canali;
- Possibilità di trasmissione bidirezionale sullo stesso collegamento ottico, riducendo ulteriormente la complessità dei sistemi.

Un aspetto cruciale è che la fibra ottica, essendo un isolante, elimina il rischio che un guasto elettrico si propaghi lungo la rete di controllo, aumentando così la sicurezza e l'affidabilità del sistema. Inoltre, le fibre possono essere integrate con sensori ottici in grado di misurare parametri come temperatura, vibrazione e deformazione, fornendo così non solo un mezzo di trasmissione, ma anche un vero e proprio sistema di sensing distribuito.

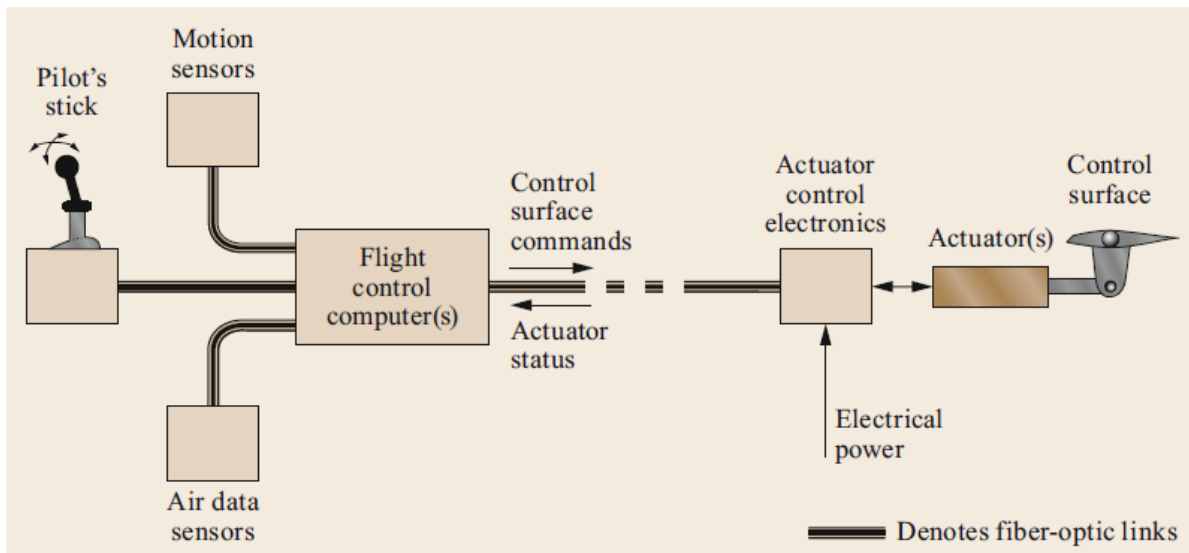


Figura 7 - Fly-by-light flight control system [2]

Queste potenzialità sono state esplorate già negli anni '90, quando la NASA ha sviluppato e testato un'architettura elettro-ottica installata su un F-18, nell'ambito del programma Fiber Optic Control Systems for Advanced Aircraft. L'obiettivo era dimostrare la fattibilità di un controllo di volo e propulsione completamente basato su fibra ottica.

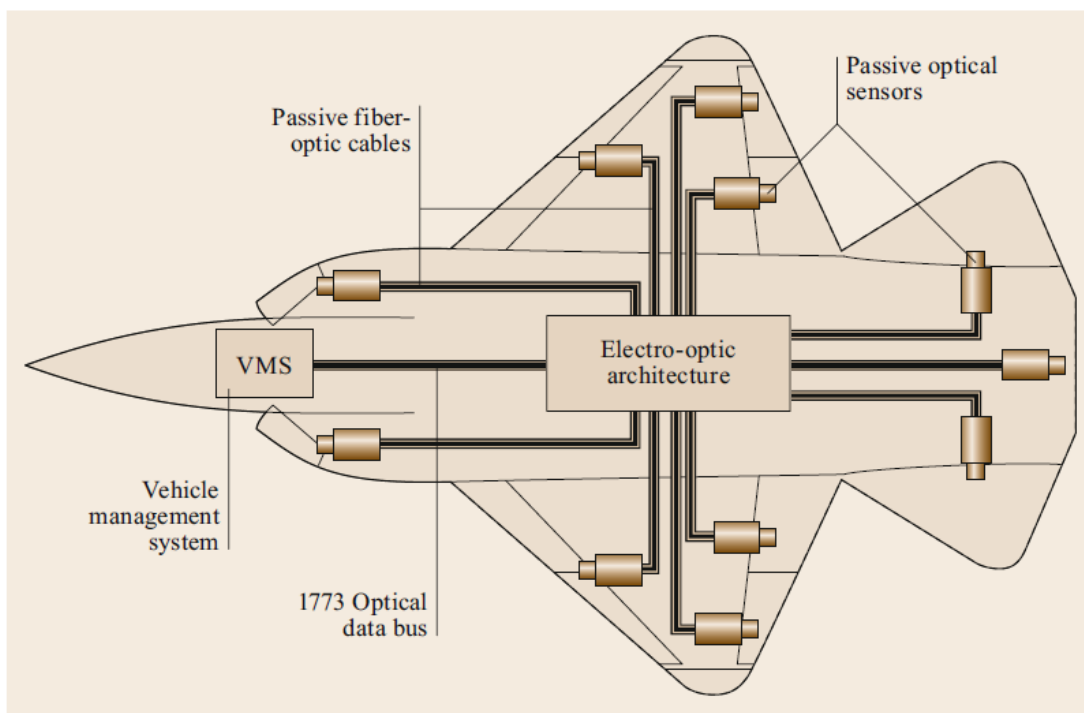


Figura 8 - NASA's FBL flight control system [2]

Altri esempi confermano l'applicazione reale di questa tecnologia, come l'Eurofighter Typhoon che utilizza collegamenti di controllo in fibra ottica; il Gulfstream G650 è stato testato in una configurazione Fly-by-Light, dimostrando la possibilità di applicazione anche in ambito civile; l'EC135 ACT/FHS del DLR, un elicottero sperimentale, è stato modificato sostituendo i comandi meccanici con un sistema misto FBW/FBL, dove coesistono collegamenti elettrici e ottici; l'F-35 Joint Strike Fighter (JSF) impiega una rete dati ad alta velocità basata su standard ANSI a 2 Gb/s con fibra multimodale 50/125  $\mu\text{m}$ . Infine, di recente i sensori FBG sono stati utilizzati per regolare la temperatura di un serbatoio di propulsione, grazie alla resistenza della fibra alle radiazioni elettromagnetiche e all'inattività elettrica e la missione Probe-2 dell'Agenzia Spaziale Europea (ESA) ha impiegato sensori FBG per test termici in orbita [11].

## Capitolo 2 – Stato dell’arte

L’obiettivo di questo lavoro sperimentale è la localizzazione di una sorgente di calore. Si tratta di una problematica ampiamente discussa in ambito scientifico e ingegneristico, poiché coinvolge lo studio di fenomeni di propagazione del calore (e diffusione).

Negli ultimi anni, la crescente complessità dei sistemi tecnologici ha permesso di monitorare in maniera più precisa e continua la distribuzione termica all’interno di dispositivi componenti o strutture. Proprio per questo motivo, il tema della localizzazione di una sorgente di calore è fondamentale e applicabile in diversi ambiti:

- Settore aerospaziale: il controllo termico di satelliti, veicoli spaziali e sensori di bordo è essenziale per garantire il corretto funzionamento dei componenti elettronici e prevenire surriscaldamenti localizzati che potrebbero compromettere l’intera missione;
- Industria manifatturiera e dei materiali: la rilevazione di punti caldi durante processi di saldatura, stampaggio o fusione permette di migliorare la qualità dei prodotti, identificare difetti o irregolarità nel materiale e ottimizzare l’efficienza energetica;
- Elettronica e microelettronica: nei circuiti integrati e nei dispositivi ad alta densità di potenza, la non uniformità della temperatura può causare degrado delle prestazioni e riduzione della vita utile; per questo motivo, la localizzazione di sorgenti di calore anomale rappresenta uno strumento diagnostico fondamentale;
- Sistemi di sicurezza e prevenzione incendi: il monitoraggio termico ambientale consente di identificare precocemente focolai di calore, prevenendo danni strutturali o rischi per le persone.

Di conseguenza, il monitoraggio termico assume una funzione strategica sia per la prevenzione di guasti ed incidenti, sia per il miglioramento delle prestazioni operative e l’ottimizzazione dei processi produttivi. Spesso, però, lo sviluppo di un sistema di misurazione e localizzazione risulta limitato da vincoli economici, strutturali e ambientale che impediscono l’installazione di un numero elevato di sensori o la copertura completa della superficie da analizzare. Di conseguenza, sorge la necessità di sviluppare metodi di localizzazione che consentano di stimare la posizione e l’intensità di una o più sorgenti termiche a partire da un insieme ridotto di dati sperimentali. In tal senso si colloca questo elaborato: esso formula un problema di ottimizzazione in cui si cerca di minimizzare l’errore di misurazione rappresentativo della differenza tra le temperature simulate dal modello di diffusione termica e quelle effettivamente misurate tramite le prove sperimentali. La qualità della stima

dipenderà fortemente da diversi fattori: la disposizione spaziale dei sensori, la precisione delle misure, la complessità del modello termico adottato e la scelta dell'algoritmo di ricerca.

## 2.1. Metodi di localizzazione

Nel corso degli anni, sono stati sviluppati diversi approcci tradizionali per affrontare il problema della localizzazione di una sorgente di calore. Essi possono essere suddivisi in metodi geometrici, metodi analitici o empirici e metodi di interpolazione o regressione. Ciascuna di queste famiglie di metodi si basa su un differente livello di modellizzazione fisica e computazionale del fenomeno e presenta vantaggi e limiti specifici.

### 2.1.1. Metodi geometrici

I metodi geometrici sono tra i metodi più antichi, intuitivi e diretti alla localizzazione di una sorgente di calore. Essi si basano sulla determinazione della posizione della sorgente di calore a partire da misure di distanza o di angolo rispetto a sensori noti. Tra queste tecniche, le più diffuse sono la triangolazione, la trilaterazione e la multilaterazione [8].

Nella triangolazione, la posizione della sorgente viene stimata a partire dalle direzioni rilevate a partire da due sensori. Lo schema di funzionamento viene mostrato nella seguente figura:

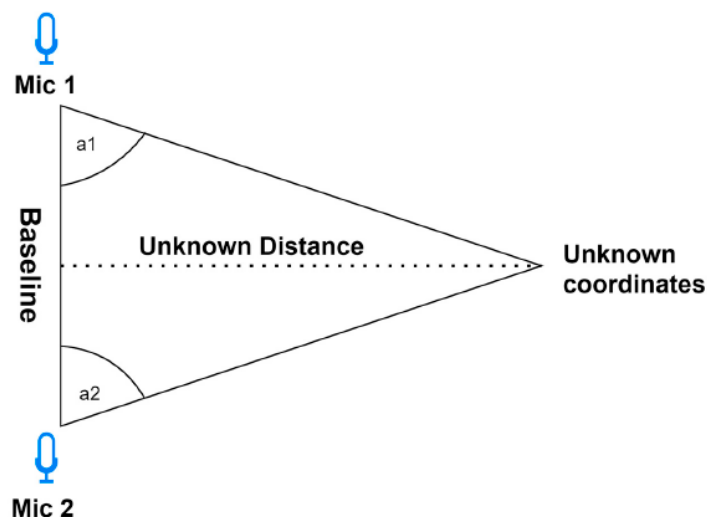


Figura 9 - Schema di funzionamento triangolazione [8]

Si tratta di una tecnica molto utilizzata in ambito acustico e radar.

La trilaterazione si basa, invece, sulla misura della distanza tra sorgente e ciascun sensore, ricavata da parametri come il tempo di arrivo del segnale (Time of Arrival, ToA), la differenza di tempo di arrivo (Time Difference of Arrival, TDoA) o la perdita di potenza (Received Signal Strength, RSS). In particolare, la localizzazione viene determinata creando tre cerchi con un raggio corrispondente

alle distanze dai sensori. Il punto di intersezione rappresenta la localizzazione della sorgente. È quindi meno dipendente dalle caratteristiche direzionali dei sensori, offrendo potenzialmente maggiore flessibilità nella selezione dei sensori.

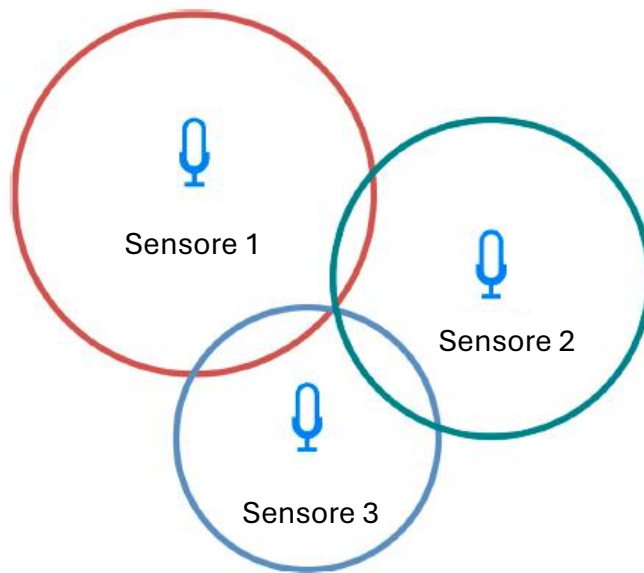


Figura 10 - Schema di funzionamento trilaterazione [8]

Nella multilaterazione, la localizzazione avviene sulla base di quattro o più sensori. Il principio di funzionamento è identico alla trilaterazione. L'utilizzo di più punti di riferimento consente una determinazione più accurata della localizzazione poiché, con il loro aiuto, è possibile compensare gli errori di misurazione. Tuttavia, ciò si traduce in una maggiore complessità e requisiti computazionali. Nonostante questa maggiore complessità, i vantaggi in termini di accuratezza e mitigazione degli errori rendono la multilaterazione una tecnica cruciale nelle applicazioni in cui la determinazione precisa della localizzazione è fondamentale.

#### 2.1.2. Metodi empirici ed algoritmi di interpolazione

Negli ultimi anni, con l'evoluzione dei sistemi di misura e della sensoristica distribuita, sono stati introdotti metodi empirici basati su interpolazione o regressione: tali algoritmi permettono di stimare la posizione di una sorgente sconosciuta a partire da un insieme limitato di misure discrete, acquisite da sensori distribuiti nel dominio, senza risolvere esplicitamente l'equazione fisica della diffusione. L'idea di fondo consiste nel costruire una relazione empirica tra le grandezze misurate dai sensori e la distanza della sorgente, e successivamente utilizzare tale relazione per interpolare o regredire la posizione reale della sorgente.

Tali metodi hanno trovato applicazione in diversi studi sperimentali. Ad esempio, in letteratura [13], questo metodo combinato è stato utilizzato per la localizzazione di anomalie termiche su una semiala aeronautica utilizzando sensori FBG. In questa trattazione, è stato utilizzato un approccio ibrido: interpolazione e regressione empirica e la trilaterazione termica, metodo geometrico basato su interpolazioni inverse. Questo consente di ottenere una stima in tempo reale della posizione della sorgente con un errore medio di pochi millimetri, purché la diffusione termica sia quasi isotropa e il numero di sensori sufficiente a vincolare il problema. I risultati mostrano che la correlazione empirica  $m-r$ , ovvero la correlazione tra il coefficiente angolare della retta che interpola la variazione di  $\Delta\lambda$  in funzione del tempo e la distanza sorgente-sensore, permette di trasformare efficacemente dati sperimentali complessi in informazioni geometriche, rendendo possibile una localizzazione accurata anche in assenza di un modello fisico completo. La posizione della sorgente viene poi stimata sfruttando la trilaterazione geometrica: si considerano tre circonferenze, ognuna centrata nella posizione nota del sensore avente raggio pari alla distanza  $r$  stimata empiricamente. Il punto di intersezione delle tre circonferenze fornisce la posizione della sorgente.

Tuttavia, questo metodo presenta alcuni limiti: innanzitutto la presenza di rumore sperimentale e di sensori distanti che risultano essere poco sensibili nella misurazione, la presenza di condizioni al contorno complesse (perdite convettive o materiali compositi) rendono difficile l'applicazione di modelli analitici semplici rendono la stima del coefficiente angolare poco accurata. Di conseguenza, pur fornendo dei risultati accurati in condizioni controllate, il metodo fallisce quando il fenomeno termico risulta non stazionario o in caso di multi sorgente.

Questo lavoro sperimentale [13] può risultare una base fondamentale per lo studio che viene trattato nei capitoli precedenti: visti i limiti di applicabilità e di risultati forniti dai lavori precedenti, questo elaborato si pone quindi l'obiettivo di rendere le stime della posizione della sorgente ancora più accurate, cercando di limitare il numero di sensori.

### 2.2. Analogie e approcci da altri ambiti

Il problema della localizzazione di una sorgente non riguarda solamente l'ambito termico, ma coinvolge diversi settori dell'ingegneria, come già illustrato in precedenza. In particolare, gli ambiti della navigazione satellitare, delle telecomunicazioni, dell'acustica ambientale stanno sviluppando negli ultimi anni diverse strategie e metodologie di localizzazione.

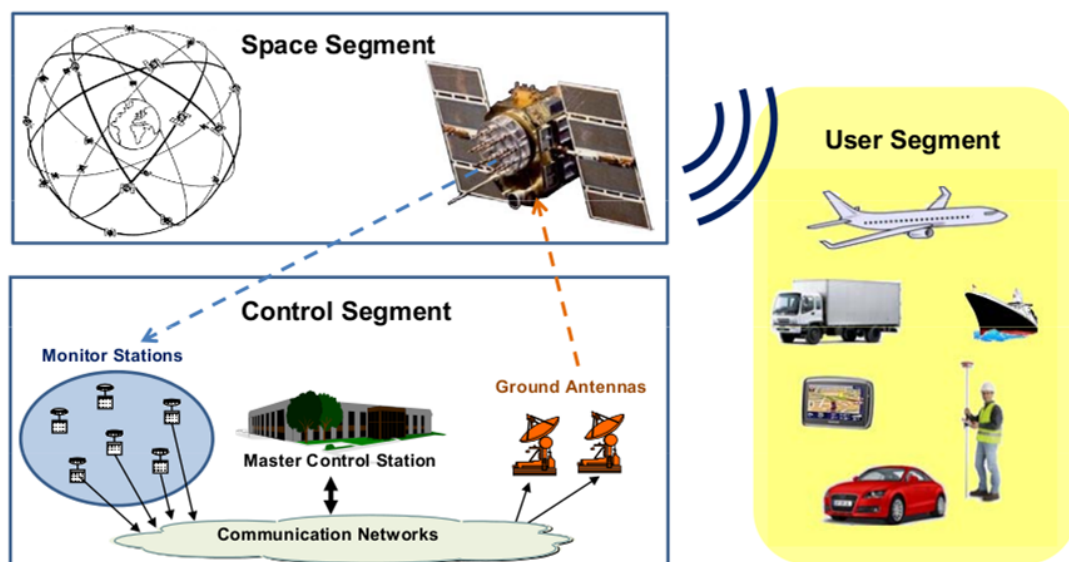
#### 2.2.1. Sistemi di navigazione satellitare

Un primo esempio emblematico è rappresentato dai sistemi di navigazione satellitare, come il GPS americano o, più in generale, i sistemi GNSS, che comprendono anche Galileo, GLONASS e

BEIDOU. Essi permettono di calcolare con precisione la posizione, la velocità e il tempo, fornendo quindi un riferimento globale indispensabile per orientarsi e navigare. Il principio su cui si basano è il calcolo delle coordinate PVT (Position, Velocity, Time) o PLV (Position, Location, Velocity) e viene risolto tramite tecniche di trilaterazione basate sulla misura dei tempi di propagazione del segnale. Il meccanismo di funzionamento di un sistema GNSS, per la produzione di informazioni su posizione e tempo, prevede tre diverse fasi:

- 1) Sincronizzazione del codice;
- 2) Demodulazione dei dati di navigazione;
- 3) Calcolo della posizione, velocità e tempo (PVT).

La sincronizzazione del codice si occupa di determinare quali satelliti siano visibili, stimando l'epoca del codice di trasmissione e lo spostamento Doppler [16].



*Figura 11 - Schema di funzionamento GNSS americano [6]*

Se i meccanismi di navigazione satellitare si basano sulla trilaterazione tra satelliti e ricevitore, i sensori FBG applicano una trilaterazione locale per individuare anomalie strutturali e termiche. Entrambi, quindi, utilizzano distanze e riferimenti multipli per determinare con precisione un'informazione critica a partire da osservazioni indirette.

### 2.2.2. Reti Wi-Fi

Un altro campo di applicazione della sensoristica utilizzata per la localizzazione riguarda il campo delle reti Wi-Fi, in particolare le reti di sensori wireless [10]. Nelle reti Wi-Fi, infatti, la localizzazione



offre servizi di posizionamento indoor, tracciamento di oggetti mobili e navigazione in ambienti chiusi.

In letteratura [10], vengono fornite diverse strategie di misura e algoritmi di determinazione della posizione dei nodi: quando un nodo riceve il segnale da più punti di riferimento noti (ancore), può stimare la propria posizione attraverso trilaterazione (basata su distanze), triangolazione (basata su angoli), oppure metodi di stima statistica come i minimi quadrati o la massima verosimiglianza. Nel caso delle reti Wi-Fi, le ancore sono solitamente gli Access Point, che fungono da riferimenti fissi. Un dispositivo mobile può quindi determinare la propria posizione analizzando la potenza o il tempo di arrivo dei segnali provenienti da diversi AP.

Spesso, però, non tutti i nodi sono in contatto con le ancore. Quindi, si possono utilizzare due diversi metodi:

- Metodi range-free: sfruttano solo le informazioni su quali nodi sono in grado di comunicare tra loro, stimando le distanze attraverso il numero di salti nella rete;
- Metodi range-based: utilizzano stime di distanza derivate dalle misure di RSS, ToA o TDoA per calcolare la posizione dei nodi.

Tuttavia, ancora oggi l'ambito delle reti wireless risulta essere in continuo sviluppo a causa degli elevati limiti nelle misurazioni dovute, ad esempio, alla presenza di rumore (che degrada la misura di potenza), all'incapacità degli algoritmi di calcolare la posizione dei nodi, alla presenza di ambienti fisici complessi (dovuto alla presenza degli edifici multipiano o aree urbane dense).

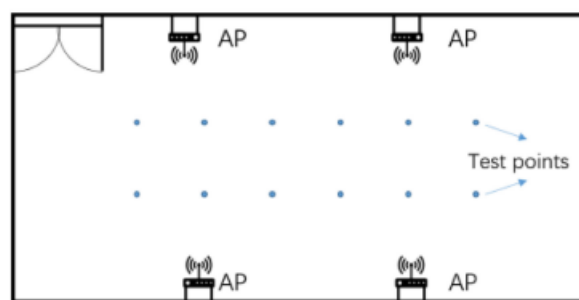


Figura 12 - Schema di funzionamento reti wireless [4]

### 2.2.3. Reti wireless per incendi

Un ulteriore campo affine è quello delle wireless sensor networks (WSN), reti di sensori distribuiti nel territorio o su una struttura per il monitoraggio di fenomeni fisici quali incendi, perdite di gas, vibrazioni o onde acustiche. Si tratta di un'applicazione innovativa finalizzata a superare i metodi di

rilevamento tradizionali, caratterizzati da tempi di risposta elevati, alti costi e difficoltà di monitoraggio in tempo reale.

Un’applicazione in questo ambito è stata condotta in [15] in cui viene portato avanti uno studio di una rete di sensori wireless posti su ogni nodo di misurazione, in grado di valutare temperatura e umidità relativa, collocati all’interno di un’area boschiva di Bogotá.

Il sistema di rilevazione proposto si articola in tre moduli principali:

1. Rete di sensori wireless (WSN), responsabile della misura periodica delle grandezze ambientali e della trasmissione dei dati;
2. Middleware di comunicazione, che gestisce il trasferimento dei dati tra la rete sensoriale e il server centrale, assegnando a ogni pacchetto un identificativo e una marcatura temporale;
3. Sistema di rilevazione dell’incendio, localizzato nel server, che confronta i valori ricevuti con un modello di riferimento per determinare la presenza di un evento anomalo.

Ogni nodo esegue campionamenti con periodo costante e memorizza le ultime misurazioni. Quando l’algoritmo locale rileva un incremento di temperatura superiore a una soglia ( $T_{\text{threshold}}$ ), il nodo acquisisce anche il valore di umidità e invia un pacchetto contenente l’identificativo del sensore e i dati misurati. I dati vengono quindi memorizzati nel database del server, dove un algoritmo di analisi regressiva confronta le variazioni osservate con un modello di base ( $T(t)$ ,  $H(t)$ ) ottenuto sperimentalmente. In particolare, il confronto tra i dati osservati sperimentalmente e il modello base avviene tramite il Root Mean Square Error (RMSE), che quantifica la differenza tra i valori misurati e quelli previsti dalle funzioni  $T(t)$  e  $H(t)$ .

Dal punto di vista dei risultati raggiunti:

- il sistema ha raggiunto un tasso di rilevazione del 100 % in scenari ombreggiati;
- in presenza di esposizione diretta al sole, si sono verificati falsi positivi, attribuiti all’aumento della temperatura superficiale;
- l’applicazione di schermature fisiche ai sensori ha eliminato il problema.

In conclusione, questo studio innovativo fornisce un valido esempio di integrazione tra un approccio empirico e una distribuzione di sensori wireless e costituisce una valida alternativa all’utilizzo di modelli fisici complessi, consentendo una localizzazione in tempo reale della sorgente termica.

### 2.3. Algoritmi innovativi: CPSO

Negli ultimi anni, la necessità di dover risolvere problemi di localizzazione in ambienti caratterizzati da non linearità, modelli fisici non risolvibili analiticamente, ha portato all’inevitabile sviluppo di nuove metodologie. In questo ambito si inserisce lo sviluppo di un algoritmo ibrido di localizzazione, basato sull’ottimizzazione per sciame di particelle con dinamica caotica (CPSO) [17].

#### 2.3.1. Principi fondamentali dell’algoritmo

Si tratta di un metodo di ottimizzazione ispirato al comportamento degli stormi di uccelli o ai gruppi di pesci, in cui ogni insieme di particelle rappresenta una possibile soluzione di un problema di ottimizzazione. Ogni particella viene definita da una posizione nello spazio e da una velocità e si muove iterativamente verso la soluzione ottimale del problema.

Fondamentale, in questo approccio, è l’introduzione di una componente caotica all’interno del processo di aggiornamento delle particelle. Questa componente è generata attraverso delle funzioni matematiche non lineari, come:

$$z_{n+1} = \mu z_n (1 - z_n)$$

*Equazione 8*

con  $z_n \in (0,1)$  e  $\mu \in [2,4]$ .

L’introduzione del caos permette di aumentare la diversità dello sciame e di prevenire la stagnazione in minimi locali.

Il modello proposto in [17] integra l’algoritmo CPSO con una fase preliminare basata sulla trilaterazione geometrica utilizzata per generare una stima iniziale della posizione della sorgente o del nodo mobile. Successivamente, l’algoritmo CPSO entra in gioco per ottimizzare e minimizzare una funzione obiettivo, ovvero la differenza tra le distanze teoriche, valutate con il modello geometrico della trilaterazione, e quelle osservate sperimentalmente.

Il processo iterativo consente allo sciame di aggiornare progressivamente la posizione ipotizzata fino a raggiungere la soluzione che minimizza l’errore quadratico medio (Root Mean Square Error, RMSE).

I risultati sperimentali presentati nell’articolo mostrano che l’algoritmo proposto:

- riduce l’errore medio di localizzazione fino al 30–35% rispetto al PSO classico (in cui non si ha l’aggiunta della componente caotica);
- presenta una convergenza più rapida e stabile, riducendo il numero di iterazioni necessarie;
- mantiene prestazioni elevate anche in presenza di rumore di misura;
- risulta meno sensibile alla scelta delle condizioni iniziali.

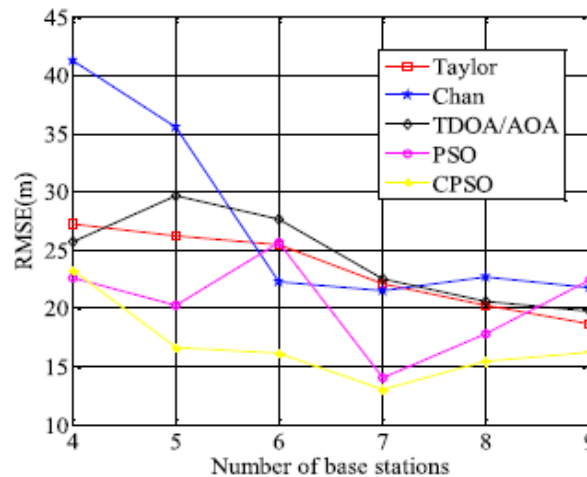


Figura 13 - RMSE rispetto al numero di punti di misura [17]

Sulla base dei risultati raggiunti, si può affermare che l’approccio di tipo CPSO potrebbe essere utilizzato per un problema di misurazione inversa, in cui si cerca di minimizzare la differenza tra le temperature ottenute da un modello di diffusione termica e i dati sperimentali. Infatti, ogni particella rappresenterebbe, in questo caso, una possibile posizione della sorgente di calore. Inoltre, essendo un metodo poco sensibile alle condizioni iniziali, si potrebbe ridurre notevolmente il numero di sensori, aspetto fondamentale in ambito termico in cui i vincoli strutturali, ambientali ma anche economici, rendono impossibile l’installazione di un’elevata densità di sensori.

In questa trattazione, si utilizza un metodo analitico poiché si basa su una descrizione fisica esplicita del fenomeno di diffusione del calore. In particolare, come verrà descritto nel dettaglio in seguito, si assume che la temperatura generata da una sorgente possa essere descritta tramite la soluzione analitica dell’equazione di diffusione del calore. A partire da questo modello fisico, si calcola come dovrebbe rispondere ciascun sensore in ogni possibile posizione della sorgente e si confrontano queste previsioni teoriche con i dati sperimentali. Quindi, la soluzione è guidata dalla fisica del processo, non da relazioni empiriche o da metodi puramente numerici.

## Capitolo 3 – Descrizione ambiente di lavoro

Di seguito si procede alla descrizione dell'ambiente di lavoro, con un'attenzione posta alle scelte progettuali.

### 3.1. Piastra metallica

Il primo passo nello sviluppo dell'ambiente di lavoro è stato quello di scegliere la tipologia di piastra da utilizzare per le prove sperimentali, su cui installare i sensori. È stata utilizzata una piastra realizzata in lega di alluminio 5754: si tratta di una categoria di leghe di alluminio serie 5000, ampiamente utilizzata nella produzione di serbatoi per carburanti, componenti meccanici, stampi e applicazioni navali in genere. Le principali caratteristiche di questi materiali sono:

- Bassa densità: sono materiali leggeri con densità pari a  $2.7 \text{ g/cm}^3$ ;
- Ottima resistenza alla corrosione e all'ossidazione;
- Buona resistenza meccanica (fino a 700 MPa);
- Buona resistenza al calore;
- Ottima duttilità e lavorabilità: generalmente non necessitano di trattamento termico di invecchiamento e godono di una buona saldabilità per fusione;
- Basso costo.

Gli elevati vantaggi di questa categoria di leghe ne permette un facile utilizzo. Le dimensioni della piastra sono di 50x50 cm e, essendo di una piastra sottile, lo spessore è ridotto a 2 mm.

Trattandosi di una lega 5754, vengono utilizzati i seguenti dati:

- Densità:  $2.67 \text{ g/cm}^3$ ;
- Modulo elastico: 70.3 GPa
- Resistività elettrica:  $0.00000532 \Omega \cdot \text{cm}$ ;
- CTE, lineare (coefficiente di dilatazione termica):  $23.9 \mu\text{m/m} \cdot ^\circ\text{C}$ ;
- Calore specifico:  $0.900 \text{ J/g} \cdot ^\circ\text{C}$ ;
- Conducibilità termica:  $125 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ .

### 3.2. Scelta ed installazione dei sensori

Lo step successivo è stato la collocazione e installazione dei sensori e quindi la scelta del numero di sensori necessari per la misurazione della temperatura. Sono stati predisposti cinque sensori perché è

il numero minimo che permette di coprire l'intera superficie della piastra ed ottenere un quadro rappresentativo della distribuzione termica, limitando così il numero di prove di misura da effettuare. Un numero inferiore non permetterebbe di avere dati sufficienti per valutazioni affidabili. Ogni sensore è realizzato in fibra ottica, le cui caratteristiche possono essere riassunte come segue:

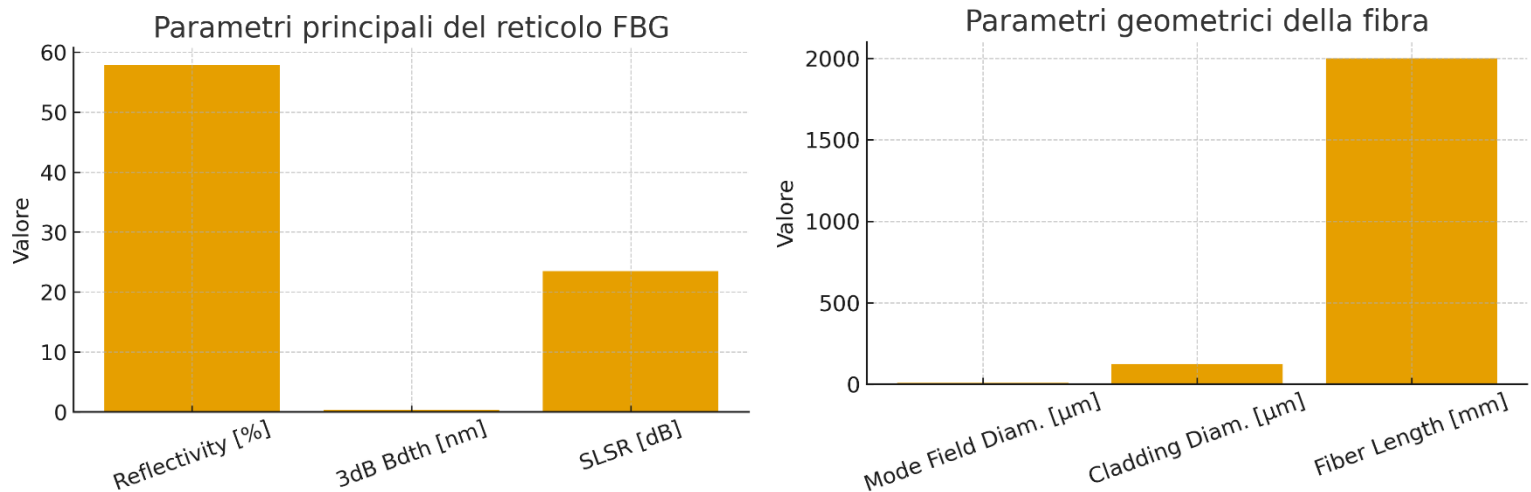


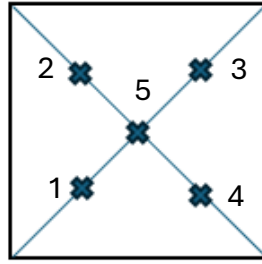
Figura 14 - Parametri sensore n.1

È stata utilizzata una fibra SMF-28 Ultra, la quale è una fibra di vetro ottica monomodale (Single Mode Fiber) prodotta da Corning, ed è una delle più diffuse e standardizzate nel settore delle telecomunicazioni e del sensing ottico. Questa fibra è costituita da un nucleo (core) e un mantello (cladding) entrambi realizzati in vetro di silice ( $\text{SiO}_2$ ) ad altissima purezza.

Ogni sensore presenta una diversa lunghezza d'onda e, per semplicità, la loro collocazione segue l'andamento di lunghezza d'onda crescente. Nel dettaglio:

- Sensore 1  $\rightarrow \lambda = 1542 \text{ nm}$ ;
- Sensore 2  $\rightarrow \lambda = 1546 \text{ nm}$ ;
- Sensore 3  $\rightarrow \lambda = 1550 \text{ nm}$ ;
- Sensore 4  $\rightarrow \lambda = 1554 \text{ nm}$ ;
- Sensore 5  $\rightarrow \lambda = 1558 \text{ nm}$ .

In particolare, è stata definita la seguente configurazione:



*Figura 15 - Disposizione dei sensori*

Il sensore al centro (il numero 5) è fondamentale perché rileva la condizione termica media della piastra ed essendo in posizione equidistante dai bordi, fornisce un riferimento non influenzato dalle condizioni di contorno. I quattro sensori esterni (i numeri 1, 2, 3, 4) sono stati collocati in modo simmetrico lungo le due diagonali principali, equidistanti dagli spigoli orizzontali e verticali e disposti ad un quarto di ogni corrispondente diagonale, consentendo una distribuzione dei punti di misura uniforme. Questi sensori non sono stati collocati negli angoli o lungo i bordi poiché si andrà a valutare solo gli effetti termici e non meccanici quindi il bordo libero non ha alcuna influenza dal punto di vista termico poiché la piastra, essendo anche sottile, non verrà sollecitata meccanicamente. Questa disposizione permette di mantenere una copertura simmetrica della superficie, di rilevare gradienti radiali di temperatura (cioè come varia la temperatura dal centro verso i bordi), può aiutare a identificare differenze di riscaldamento lungo le diagonali, spesso trascurate in configurazioni ortogonali.

Una volta definita la localizzazione e il numero di sensori, si è passati alla loro installazione. Ogni fibra contenente il sensore è stata giuntata con altra fibra in modo da poter creare un segmento continuo di fibra ottica. Il tutto è stato realizzando utilizzando una macchina giuntatrice, come quella mostrata nella seguente figura:



*Figura 16 – Macchina giuntatrice*

Il tratto continuo di fibra ottica è stato poi giuntato con un connettore in fibra ottica con ferula verde, usato per collegare il film con lo strumento di acquisizione, in questo caso l'interrogatore.

Successivamente il tratto continuo è stato bloccato sulla piastra metallica con del nastro Kapton, che è termoisolante, prestando attenzione nell'evitare la formazione di raggi di curvatura troppo stretti che porterebbero alla rottura della fibra stessa. Quanto ottenuto viene mostrato nella seguente figura, dove il nastro Kapton è rappresentato in giallo mentre i sensori sono posizionati in corrispondenza delle X in blu:





*Figura 17 - Piastra con i 5 sensori*

Le coordinate reali dei sensori sono:

x[mm]	y[mm]
97	104
101	390
412	398
406	99
246	246

*Tabella 1 - Coordinate dei sensori*

Si ipotizza che l'origine del sistema di riferimento sia posizionata nel vertice in basso a sinistra della piastra.

### 3.3. Protezione esterna e realizzazione dei fori

Successivamente, la piastra è stata posizionata in mezzo a due strati di un pannello di materiale isolante, ovvero polistirolo, di dimensioni 75x100x2 cm ognuno.

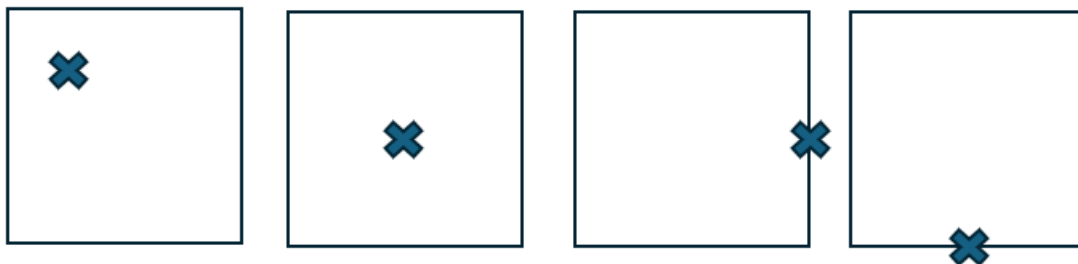
Lo step successivo è stato la realizzazione dei punti di misurazione, cioè di fori, sul pannello superiore di polistirolo, su cui successivamente si va a collocare la sorgente di calore. Pertanto, la piastra è stata idealmente divisa in 256 punti di misurazione, i quali costituiscono una griglia di 16x16 punti,

distanziati ognuno di un passo di 31.25 mm. Questo aspetto verrà trattato nel dettaglio nel capitolo successivo, dedicato alla descrizione del modello matematico.

Tuttavia, per semplificare le prove e ridurre significativamente il numero di punti su cui effettuare le misure, è stato deciso di realizzare solamente 25 fori. Le posizioni dei fori sono state scelte in maniera randomica, uniformemente distanziati dai sensori ed equamente distribuiti. Poiché matematicamente e fisicamente risulta abbastanza complicata una realizzazione precisa, la scelta è stata la seguente:

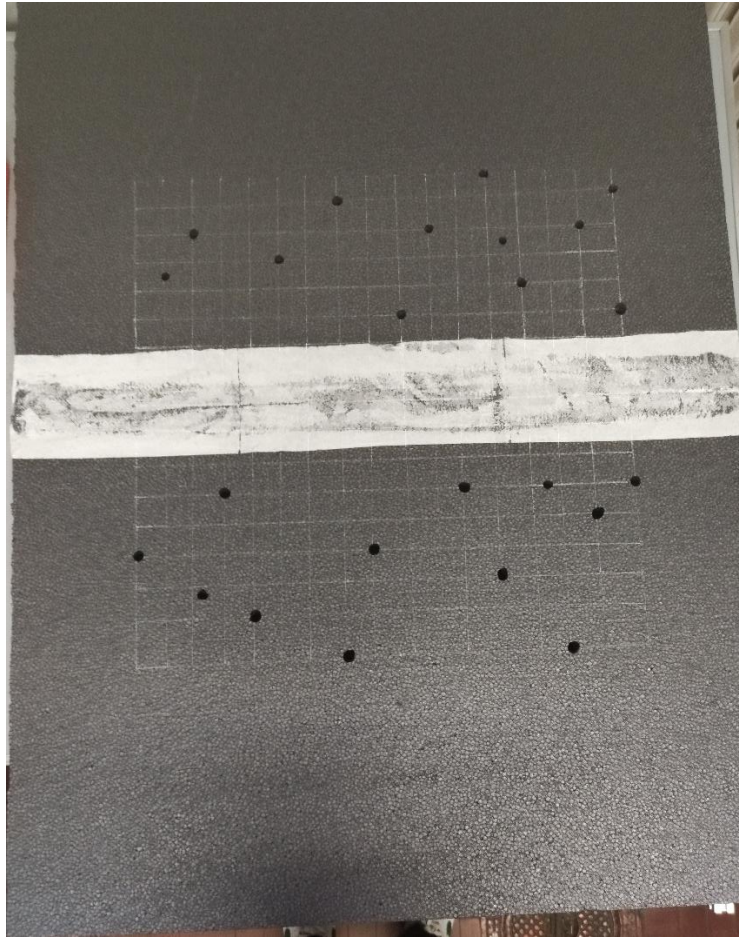
- 20 fori sono stati realizzati sui nodi della griglia;
- 4 punti non sono sulla griglia ma nelle posizioni di labilità che sono state scelte in diversi “quadrantini” di cui è costituita la griglia. Le posizioni di labilità sono mostrate nella *Figura 18* e in *Figura 20* sono indicate dai fori n. 7,9,15,22;
- 1 foro viene effettuato in corrispondenza del sensore n.1 in modo da poter testare anche come si comporta l’algoritmo in corrispondenza del sensore.

La collocazione dei fori viene effettuata in modo da poter testare l’algoritmo sia nelle condizioni in cui è abituato (sulla griglia), sia in condizioni estranee.



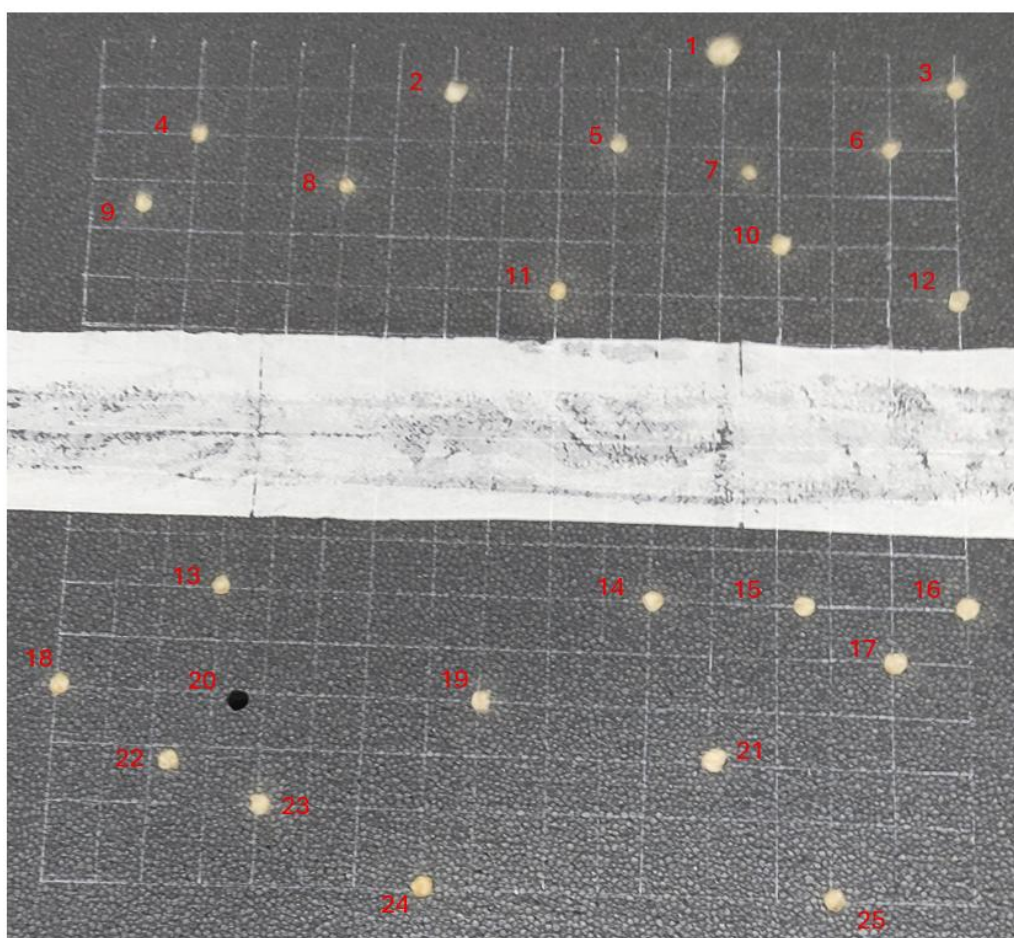
*Figura 18 - Posizione di labilità*

I fori sono stati effettuati utilizzando la punta di un saldatore a stagno che va a scaldare lo strato di polistirolo.



*Figura 19 - Realizzazione dei fori*

Poi, ogni foro è stato riempito con un batuffolo di lana roccia, necessaria per limitare le dissipazioni di calore durante ogni prova.



*Figura 20 - Numerazione dei fori*

Di seguito si riportano le coordinate dei fori sulla piastra, considerando come origine del sistema di riferimento lo spigolo in basso a sinistra:

Numero foro	x [cm]	y [cm]
1	37	50
2	21.2	47.6
3	46.6	44
4	5.9	44.6
5	30.6	44.6
6	46.7	44.6
7	38.5	42.5
8	14.9	41.6
9	3.1	40
10	40.1	37.7
11	27.3	34.8
12	50	34.6
13	8.7	16.6
14	32.9	16.6
15	41.5	16.6
16	50	16.6
17	46.3	13.2
18	0	10.9
19	23.4	10.9
20	9.7	10.4
21	36.1	7.2
22	6.5	6.9
23	11.5	4.4
24	20.4	0
25	42.6	0

*Tabella 2 - Coordinate fori*

## Capitolo 4 – Metodologia di analisi

Il presente capitolo ha lo scopo di illustrare l'approccio metodologico adottato nello sviluppo della ricerca. In particolare, questa sezione descrive quali sono state le scelte concettuali e progettuali che hanno poi portato allo sviluppo dell'algoritmo e, poi, dell'attività sperimentale. Inoltre, si intendono fornire le motivazioni che hanno portato ad alcune decisioni, evidenziando al tempo stesso i compromessi impiegati e derivanti dalla volontà di ottenere dei risultati di ricerca che fossero più avanzati rispetto agli studi condotti fino ad oggi.

Difatti, in questo lavoro sperimentale, è stato scelto di studiare il fenomeno della diffusione termica su una piastra. In particolare, le motivazioni risiedono nell'obiettivo dell'elaborato: si vuole ottenere un metodo che permetta di mitigare la perdita di risoluzione nell'identificazione delle sorgenti di calore, riducendo così il numero di sensori. Quindi, per ottenere dei risultati quanto più attendibili possibile, è risultato necessario semplificare i requisiti di partenza:

- Il fenomeno fisico è quello della diffusione termica: si tratta di un processo già conosciuto, quindi si hanno a disposizione equazioni e meccanismi, ed è sulla base del fenomeno termico semplice che si potrebbero usare questi dati per andare a valutare altri fenomeni più complessi;
- Si riduce l'ambiente di lavoro ad uno spazio bidimensionale: a differenza di precedenti lavori [13], in questa trattazione si sfrutta una piastra metallica sottile, dallo spessore di 2 mm, in modo da semplificare i fenomeni fisici e rendere più semplificato il lavoro dei sensori.

### 4.1. Modello di diffusione termica

La diffusività termica è particolarmente utile per descrivere il trasporto di energia termica in stato non stazionario. In tali condizioni, infatti, affinché il materiale trasmetta efficacemente l'onda termica, non è sufficiente che esso sia molto conduttivo, ovvero che sia in grado di lasciarsi attraversare facilmente da un flusso termico a fronte di un gradiente di temperatura. È necessario che esso sia anche poco massivo e con basso calore specifico, cosicché il calore ricevuto ad ogni strato elementare in cui è possibile suddividere il mezzo, non venga immagazzinato all'interno dello strato stesso ma si concretizzi in una variazione di temperatura dello strato che attiva un nuovo gradiente termico tra lo strato in questione e il successivo. L'equazione utilizzata, in coordinate radiali, rappresenta la soluzione istantanea dell'equazione di diffusione termica che descrive come una sorgente di calore puntiforme (una quantità unitaria di calore concentrata nell'origine all'istante  $t=0$ ) si diffonde nel tempo. L'equazione è la seguente:

$$T(r, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\alpha t}} e^{-\frac{r^2}{4\alpha t}}$$

Equazione 9

All'interno dell'equazione,  $\alpha$  rappresenta il coefficiente di diffusione termica della piastra definito come:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

Equazione 10

Dove  $\lambda$  è il coefficiente di conduttività termica,  $\rho$  la densità e  $c_p$  il calore specifico. In questa trattazione si ricava un valore di  $\alpha$  pari a  $5.2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ .

L'Equazione 9 è stata utilizzata, nel corso della trattazione, per due diverse applicazioni: dapprima, per la valutazione del passo della griglia, necessario per poter individuare il numero di punti in cui suddividere la piastra e su cui poi effettuare le prove sperimentali. In secondo luogo, il modello di diffusione termica è stato utilizzato per la valutazione dei valori di temperatura nei punti di misurazione, note le loro posizioni e le coordinate dei sensori. La procedura di lavoro può essere così riassunta:

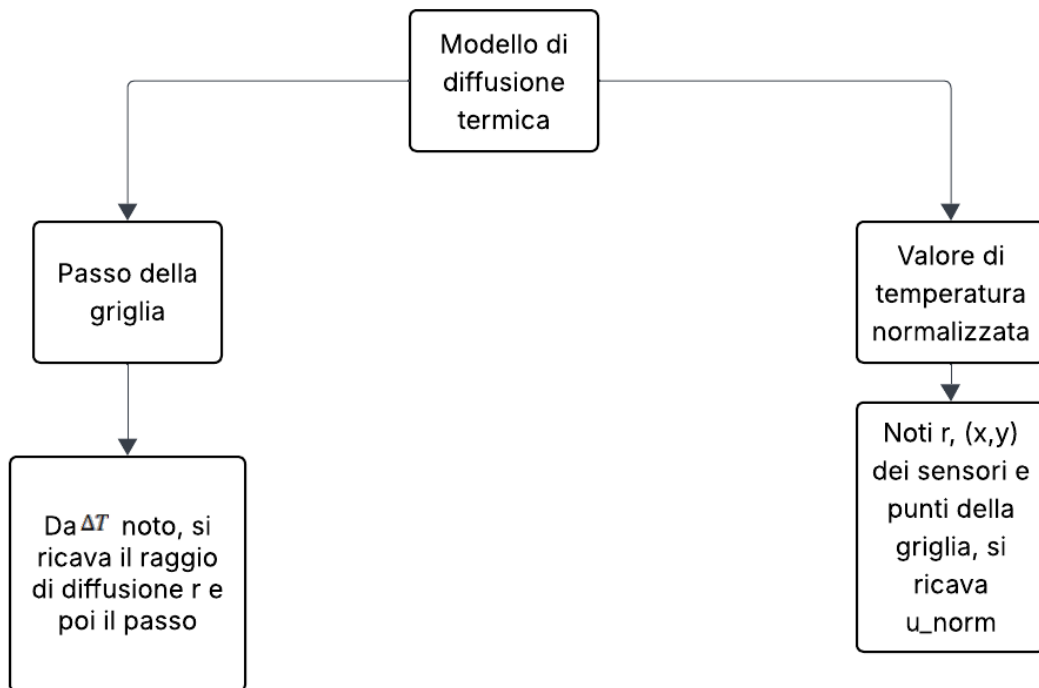


Figura 21 - Processo di lavoro

#### 4.2. Valutazione del passo della griglia

A questo punto, per la definizione dei punti della griglia su cui poi si potranno effettuare le misure sperimentali, è stata fatta una prima prova: collegando il connettore al canale 1 (CH1) dell'interrogatore ed utilizzando il software *SmartSoft* per la visualizzazione e acquisizione dei dati, la misurazione delle lunghezze d'onda dei 5 sensori è avvenuta ad una frequenza di 50 Hz per una durata di 300 secondi (5 minuti). I dati acquisiti nel file *Prova\_1\_5\_minuti* .log sono stati poi lavorati in MATLAB.

La misurazione è stata effettuata in seguito all'installazione dei sensori per andare a valutare l'errore nella misurazione dovuto a rumori presenti all'interno dell'ambiente di lavoro. L'errore medio di misurazione è stato valutato come la semi ampiezza della banda  $\Delta\lambda$ , quindi come la differenza tra il valore massimo e minimo della lunghezza d'onda, diviso per 2. Utilizzando l'*Equazione 6* riportata nel *Capitolo 1*, in assenza di sollecitazioni meccaniche, si ricava:

$$\Delta T = \frac{\Delta\lambda}{K_t}$$

*Equazione 11*

Per ogni sensore, sono stati ricavati i seguenti parametri:



```

Sensore 1:
  Media          = 1542.1098 nm
  Errore medio   = 0.0035 nm
  Errore medio percentuale = 0.0002%

Sensore 2:
  Media          = 1546.0976 nm
  Errore medio   = 0.0051 nm
  Errore medio percentuale = 0.0003%

Sensore 3:
  Media          = 1550.0439 nm
  Errore medio   = 0.0027 nm
  Errore medio percentuale = 0.0002%

Sensore 4:
  Media          = 1554.0264 nm
  Errore medio   = 0.0051 nm
  Errore medio percentuale = 0.0003%

Sensore 5:
  Media          = 1558.0979 nm
  Errore medio   = 0.0079 nm
  Errore medio percentuale = 0.0005%
  
```

*Figura 22 - Errori di misurazione prova iniziale*

Si può notare come siano stati ottenuti degli errori percentuali estremamente bassi, di conseguenza i rumori presenti nell'ambiente di lavoro non hanno influito molto sulle misurazioni sperimentali. Quindi, le misure dei sensori risultano molto stabili.

Considerando un coefficiente  $K_T$  pari a  $0.00972 \text{ nm}/^\circ\text{C}$  [3], si ottengono cinque diversi valore di  $\Delta T$  dei quali verrà utilizzato solamente quello più elevato poiché è necessario rimanere più conservativi per la successiva valutazione del passo della griglia.

A questo punto si parte dall'equazione di diffusione termica per andare a valutare il raggio  $r$ , ovvero la profondità entro cui la variazione di temperatura si propaga significativamente in un tempo  $P$  (periodo del segnale). In altre parole,  $r$  rappresenta la distanza caratteristica entro cui il calore diffonde abbastanza da causare una variazione apprezzabile di temperatura (ad esempio  $0.8^\circ\text{C}$  in questo caso).

All'interno dell'equazione di diffusione termica, il tempo  $t$  viene fissato pari al periodo  $P$  perché, quando la sorgente di calore varia in modo periodico (ad esempio a  $50 \text{ Hz}$ ), il periodo rappresenta l'intervallo temporale naturale entro cui il fenomeno si ripete.

La temperatura non segue immediatamente le variazioni della sorgente: la diffusione termica introduce uno smorzamento e un ritardo che richiedono tempo per manifestarsi. Considerare un tempo pari al periodo significa analizzare un arco temporale in cui l'onda termica ha completato un ciclo completo di riscaldamento e raffreddamento, la diffusione ha avuto il tempo di propagare e attenuare la variazione di temperatura in maniera significativa nel materiale, si raggiunge una risposta "in regime periodico", cioè la condizione in cui le oscillazioni si ripetono identiche a ogni ciclo. Si ricava un raggio di 0.0049 m.

Per poter determinare il passo della griglia che permette di identificare l'effettiva distanza e il numero esatto dei nodi appartenenti alla griglia, l'approccio generale viene rappresentato nella seguente figura:

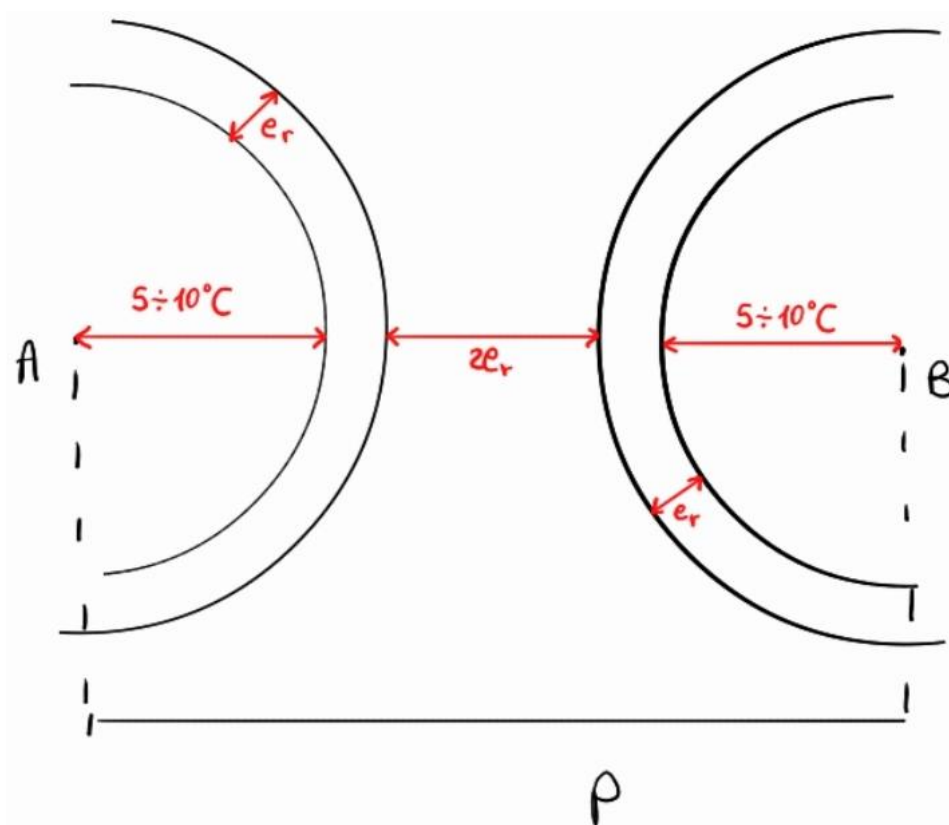


Figura 23 - Schema trilaterazione per determinazione del passo

Si fa utilizzo del metodo di trilaterazione noto come WCCG, il quale si basa sull'idea di generare un gruppo di cerchi concentrici per andare ad incrementare la probabilità di trovare punti di intersezione, quindi i nodi della griglia. Si assume che il raggio di generico cerchio concentrico sia [4]:

$$r_i = r + \varepsilon_i$$

Equazione 12

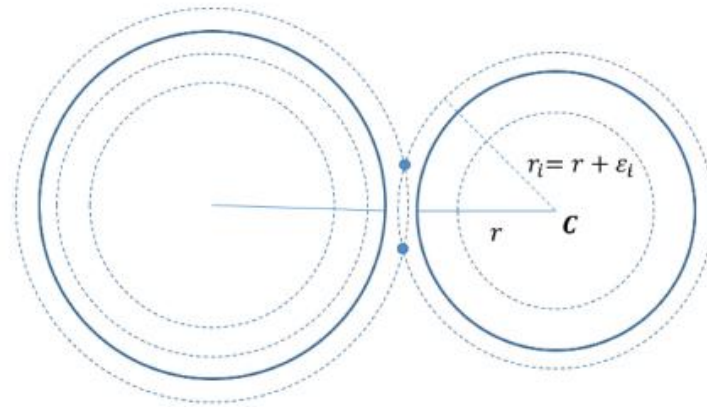


Figura 24 - Rappresentazione WCCG [4]

In figura precedente, i due cerchi spessi e continui non hanno alcun punto di intersezione mentre i due cerchi tratteggiati possono avere punti di intersezione. Per cui, applicando questo metodo al lavoro specifico, si considera come raggio  $r$  quello dovuto ad una sorgente di calore di  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  in cui si suppone sia presente un punto della griglia. Con questo valore di  $\Delta T$ , si ricava un raggio  $r$  pari a  $0.0041\text{ m}$ . Questo parametro verrà considerato due volte, per quanto mostrato in *Figura 23*. Per quanto riguardo  $e_r$ , si è ottenuto un valore pari a  $0.0049\text{ m}$  dall'equazione di diffusione. Questo dato verrà considerato 4 volte poiché esso rappresenta la distanza caratteristica entro cui l'onda termica periodica si diffonde in modo significativo durante un periodo. Quindi, si considera un'estensione di 4 volte  $r$  oltre la profondità principale, così da includere variazioni termiche più deboli ma non trascurabili e garantire che la zona centrale della simulazione non risenta degli effetti di bordo. In definitiva, il passo sarà dato da:

$$\text{Passo} = 2 * r + 4 * e_r = 2.8\text{ cm}$$

Equazione 13

Si ricava un passo minimo pari a  $2.8\text{ cm}$  che, per questioni di praticità, si approssima a  $3\text{ cm}$ .

Avendo ottenuto un passo di  $3\text{ cm}$ , è necessario individuare il numero di punti che effettivamente andranno a costituire la griglia. Per poter realizzare fisicamente la griglia direttamente sulla piastra, è opportuno che si ottenga un numero di punti che sia divisibile per la dimensione di un lato della griglia, quindi  $500\text{ mm}$ . Considerando un numero di punti pari a 16, il passo che si ricava è di  $31.25\text{ mm}$ , che sarà il nostro effettivo passo (anziché  $3\text{ cm}$ ). Quindi, avendo una piastra quadrata, si avrà  $16 * 16 = 256$  punti distanziati di  $31.25\text{ mm}$ .

Infine, è stato opportuno andare a confrontare il periodo  $P$  con il tempo caratteristico di risposta termica del sistema. Il periodo rappresenta il tempo caratteristico della sorgente termica (periodo

oscillazione), mentre  $\tau$  è il tempo caratteristico di risposta termica del sistema (tempo con cui il sistema riesce a scambiare calore e variare temperatura) e viene definito come:

$$\tau = \frac{C}{h \cdot A}$$

*Equazione 14*

Dove  $h$  rappresenta l'altezza del cilindro, ovvero l'altezza della cartuccia termica e  $A$  è l'area della superficie laterale (si considera trascurabile il contributo della base).

Il confronto tra i due tempi serve a capire:

- Se  $\tau \ll P$ , il sistema riesce a seguire agevolmente le variazioni di temperatura imposte dalla sorgente, cioè la temperatura interna può variare quasi in sincronia con la sorgente termica;
- Se  $\tau \gg P$ , il sistema è lento a reagire rispetto alla frequenza della sorgente, quindi la temperatura si smorza molto e la risposta termica sarà quasi costante.

Poiché si ricava un periodo della sollecitazione  $P = 0.02$  s, una frequenza del sistema di 50 Hz ed un tempo caratteristico di risposta termica del sistema circa pari a  $2.96 \cdot 10^6$  s, si può concludere che il sistema non è in grado di seguire le variazioni termiche imposte. La risposta termica risulta quindi quasi stazionaria, con forte attenuazione e assenza di sfasamento apprezzabile della temperatura rispetto alla sollecitazione. In altre parole, è come se il sistema si comportasse come un filtro passa-basso termico: lascia passare solo variazioni molto lente, attenuando quelle veloci. Le variazioni della sorgente sono molto più rapide della capacità del sistema di rispondere ed il sistema “vede” una sollecitazione quasi media nel tempo. Per tale motivo, all'interno dell'equazione di diffusione, si utilizza il periodo  $P$ .

Il processo di lavoro viene riassunto nella seguente figura:

```

%% Parte 2 - Valutazione del passo della griglia

% Parametri del materiale e temporali
k_t = 0.00972; % [nm/°C]
delta_T = max(errore_medio/k_t); % [K] delta di temperatura: prendiamo il valore
più alto (per valutare l'errore mettiamo delta_T = 0.8, mentre per valutare il
passo mettiamo un dato di temperatura di prova di 5°C)
f = 50; % [Hz]
P = 1/f; % periodo: [s]
Cond = 125; % coefficiente di conducibilità termica [W/m*K]
rho = 2670; % densità alluminio [kg/m3]
calore_specifico = 900; % % [J/kg/K]
alfa = Cond/(rho*calore_specifico); % coefficiente di diffusività

% Modello di diffusione termica
r = sqrt(-4*alfa*P*log(delta_T*sqrt(4*pi*alfa*P))); % utilizziamo l'equazione di
diffusione
h = 0.002; % [m] altezza cilindro (cartuccia termica)
volume = pi*h*r^2;
massa = rho * volume;

C = massa * calore_specifico;
A = 2 * pi* r *h; % superficie laterale
tau = C/(h*A); % confrontiamo il tempo caratteristico con il periodo

fprintf('\nIl tempo caratteristico è: %d s\n', tau);

```

Figura 25 - Valutazione del passo in MATLAB

All'interno di questo elaborato, si considera come origine del sistema di riferimento il punto in basso a sinistra e si considera come verso di percorrenza della griglia quello rappresentato di seguito:

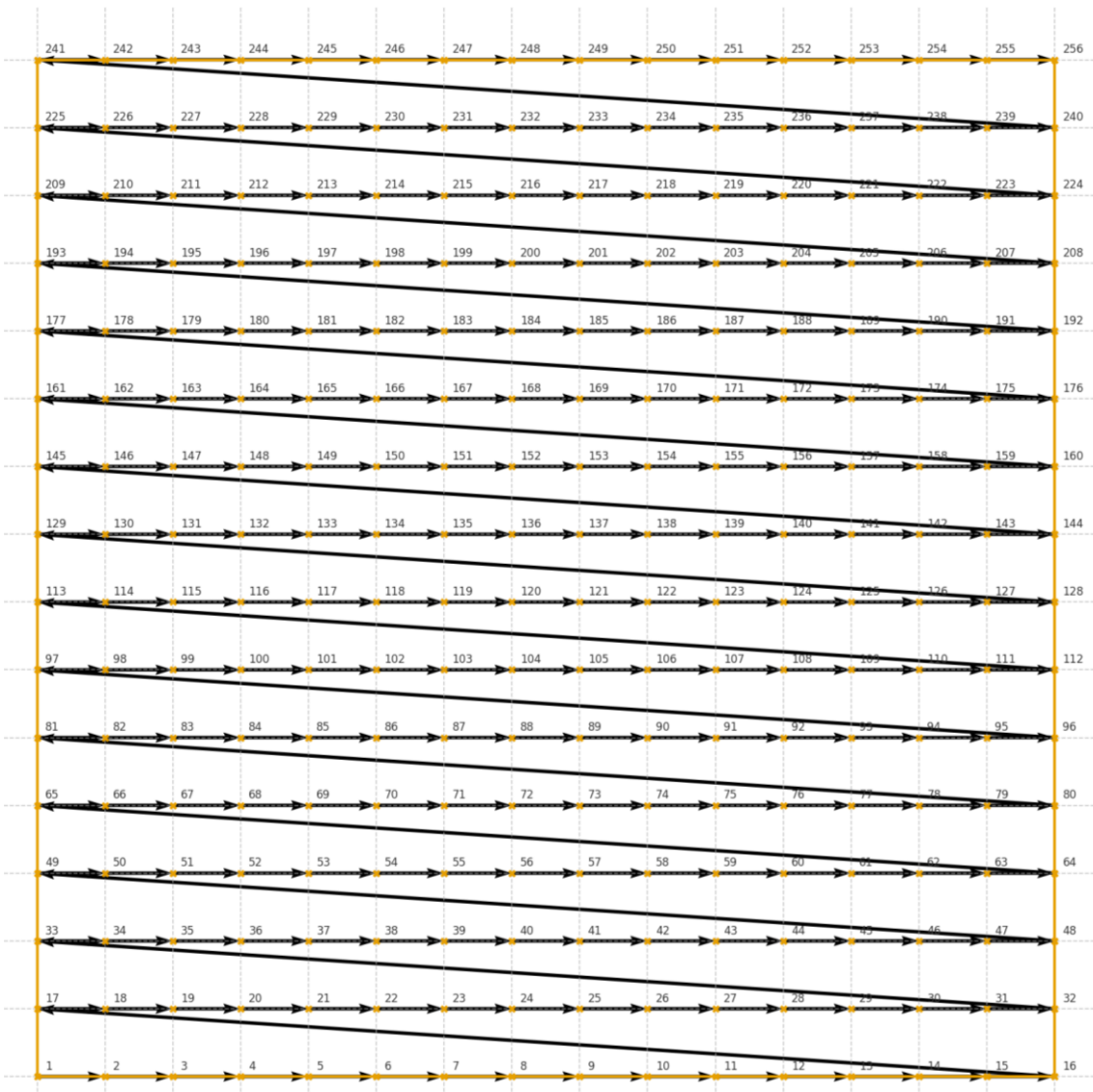


Figura 26 - Verso di percorrenza della griglia

#### 4.3. Modello termico con tempo variabile

All'interno del modello termico, si utilizza un tempo di risposta variabile  $t_{\text{eff}}$ : in un sistema, la sua risposta non è istantanea. Ogni punto della griglia non risponde subito, ma ha una dinamica temporale legata a:

- Quanto il materiale è diffondente ( $\alpha$ );
- Quanto è grande la scala spaziale osservata ( $dx$ ,  $dy$ );
- Quanto tempo il sistema impiega a “raggiungere equilibrio”.

Di conseguenza,  $t_{\text{eff}}$  rappresenta il tempo medio necessario affinché la diffusione termica produca un effetto apprezzabile sul campo di temperatura. In formule, si ha:

$$t_{eff} = \beta P$$

Equazione 15

Dove  $P$  è il periodo, mentre  $\beta$  rappresenta un fattore di rallentamento (o precisione) del sistema e rappresenta quanto il tempo di risposta viene dilatato in funzione di diffusività, scala spaziale e tempo base. Esso ed è definito come:

$$\beta = \frac{L_{target}}{4\alpha P}$$

Equazione 16

Dove  $L_{target}$  rappresenta la lunghezza caratteristica target del processo diffusivo ed è data da:

$$L_{target} = c \cdot \min(dx, dy)$$

Equazione 17

Più grande è  $c$ , più si considera un effetto “spazialmente ampio”.

In particolare, se  $\beta$  è piccolo, il sistema reagisce più rapidamente e quindi si ha una risposta del sistema veloce ma più “rumorosa”. Se  $\beta$  è grande, il sistema ha inerzia maggiore e la risposta è lenta ma più “liscia” (più diffusa e stabile). In questo elaborato, si considera un valore iniziale di 5 e si andranno a valutare qual è l’effetto della diminuzione/aumento di  $c$  sull’errore di localizzazione.

#### 4.4. Valori di temperatura dal modello termico

A questo punto, è stata implementata la soluzione analitica 2D dell’equazione di diffusione termica per calcolare la distribuzione di temperatura teorica nei punti corrispondenti ai sensori. In particolare, per ciascun sensore la temperatura  $u$  è stata valutata applicando l’equazione di Green al tempo  $t_{eff}$ , considerando il caso di forzante unitaria. Successivamente i valori di temperatura sono stati normalizzati nell’intervallo  $[0,1]$ , ovvero:

$$u_{norm} = \frac{u - u_{min}}{u_{max} - u_{min}}$$

Equazione 18

In questo modo, è stato possibile un confronto tra i vari sensori e dati sperimentali, indipendente dalle unità di misura.

```

%% Parte 4 - Normalizzazione [0,1] di temperatura da DIFFUSIONE

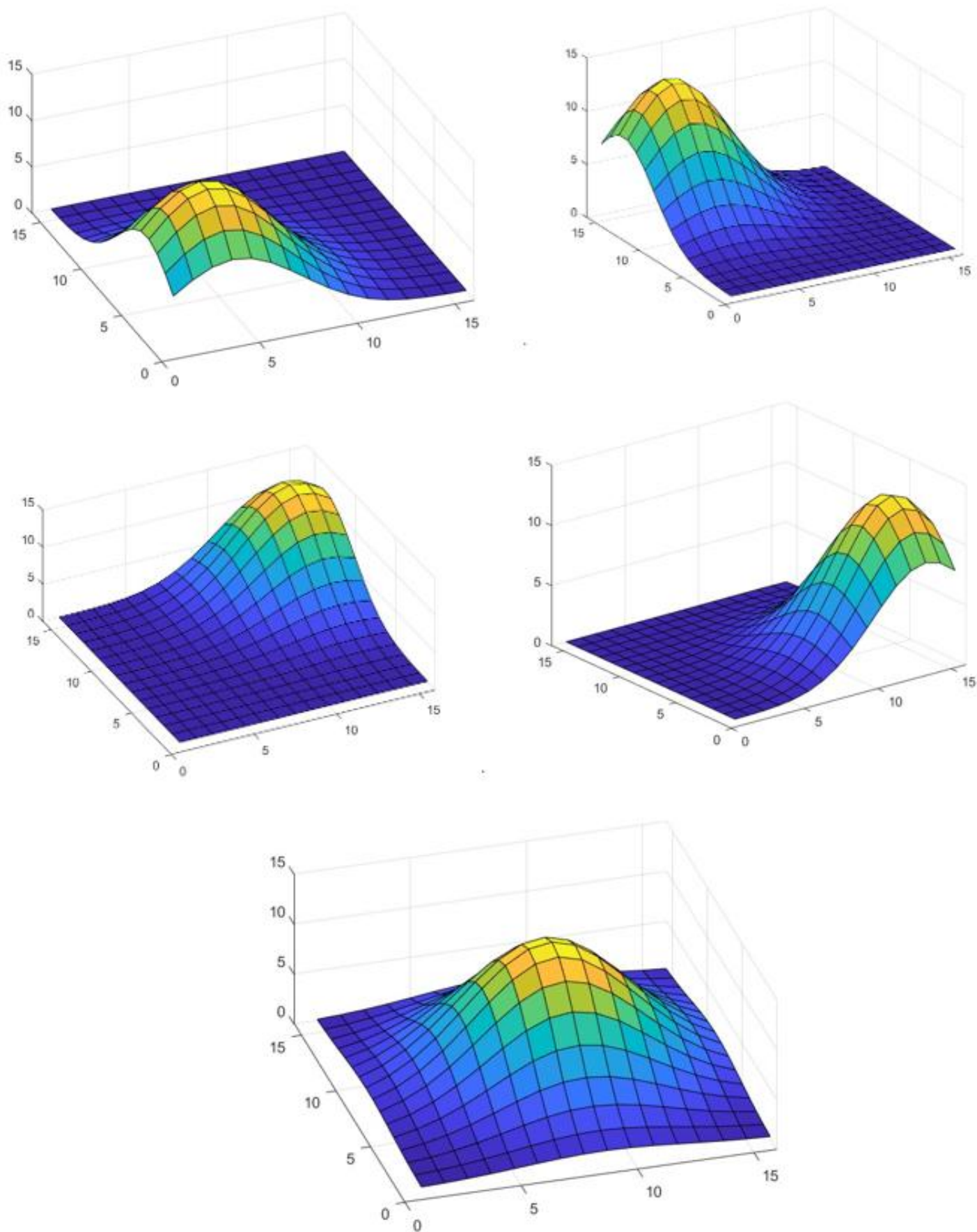
u_sensori_tot = zeros(Nx*Ny, Nsens);
for k = 1:Nsens
    sx = sensori_cord(k,1); sy = sensori_cord(k,2);
    r2 = (X - sx).^2 + (Y - sy).^2;
    % Green 2D al tempo t_eff
    U = 1/(4*pi*alfa*t_eff) * exp(-r2./(4*alfa*t_eff));
    U=U';
    u_sensori_tot(:,k) = U(:);
end
% Normalizzazione dei dati di diffusione
row_min = min(u_sensori_tot,[],2);
row_max = max(u_sensori_tot,[],2);
row_den = row_max - row_min; % evita le divisioni per 0
u_norm = (u_sensori_tot - row_min) ./ row_den; % (Nx*Ny) x Nsens
tmp1 = u_norm(:,2);
tmp2 = u_norm(:,4);
u_norm(:,4)=tmp1;
u_norm(:,2)=tmp2;

```

*Figura 27 - Modello di diffusione e normalizzazione*

L'affidabilità del modello può essere constatata visualizzando l'andamento della temperatura calcolata all'interno della griglia, per ciascun sensore. Nella *Figura 28*, le zone arancioni rappresentano quelle più calde e in blu quelle più fredde. Come si può notare, ad esempio, al primo ciclo in corrispondenza del primo sensore, le zone più calde sono quelle intorno al sensore n.1 e così via.





*Figura 28 - Diffusione su ogni sensore*

#### 4.5. Normalizzazione dei dati sperimentali

Per ogni prova sperimentale effettuata, è stato implementato l'algoritmo descritto per la valutazione del punto di localizzazione con errore minimo. Per far questo, è stata necessaria un'ulteriore normalizzazione da effettuare sui dati sperimentali, sempre nell'intervallo [0,1], in modo tale da rendere coerente il confronto con i dati di temperatura ottenuti dal modello di diffusione. Il procedimento è lo stesso di quanto descritto nel paragrafo precedente:

```
% Parte 5 - Normalizzazione [0,1] di temperatura da dati SPERIMENTALI

% Normalizzazione dei dati sperimentali (λ -> T, normalizza e confronta)
for k = 1:n_sensori
    R(:,k) = R(:,k) - R(1,k);
    T = R/k_t;
end

T_all = T(end-25000,:);
T_min = min(T_all,[],2);
T_max = max(T_all,[],2);
T_norm = (T_all-T_min) ./ (T_max - T_min);
```

Figura 29 - Normalizzazione dei dati sperimentali

Si sottolinea che la descrizione del processo di acquisizione dei dati e delle prove sperimentali verrà fornita dettagliatamente nel seguente capitolo. Ciononostante, da ogni misura sperimentale, si ricavano i valori di lunghezza d'onda misurati da ogni sensore, i quali vengono trasformati in temperatura in base all'Equazione 11, ottenendo una matrice che contiene l'andamento temporale della temperatura, per ogni sensore.

Poiché, per limitare gli effetti di rumori di fondo e per valutare l'effetto della presenza del processo di diffusione termica, si va a considerare il valore di temperatura misurato dai sensori ad un istante temporale che si trova 25 000 passi di tempo prima della fine della simulazione. Questa scelta deriva dalla volontà di porsi in una condizione non di regime, ma di evoluzione della temperatura. Inoltre, questo permette anche di non conoscere l'istante di inizio del processo di riscaldamento. Dopo, si effettua la normalizzazione, come per i valore di temperatura u ricavati dal modello di diffusione:

$$T_{norm} = \frac{T - T_{min}}{T_{max} - T_{min}}$$

Equazione 19

#### 4.6. Determinazione dell'errore e posizione della sorgente

```
% Parte 6 - Identificazione della posizione della sorgente con calcolo dell'errore
Errore_matematico = abs(u_norm - T_norm); % (Nx*Ny) x Nsens

%Err_riga = sum(Errore_matematico,2)-
max(Errore_matematico,[],2)+min(Errore_matematico,[],2);
Err_riga = sum(Errore_matematico,2)-max(Errore_matematico,[],2);
%Err_riga = sum(Errore_matematico,2);

[emin, idx_best] = min(Err_riga);
[iy, ix] = ind2sub([Ny, Nx], idx_best);
x_best = x(ix); y_best = y(iy);

fprintf('Errore minimo = %.6f @ (ix=%d, iy=%d) -> (x=%.6f m, y=%.6f m)\n', ...
emin, ix, iy, x_best, y_best);
```

Figura 30 - Determinazione dell'errore

Come ultimo passo, per ogni possibile posizione  $(x_i, y_i)$ , quindi per ogni punto della griglia, il modello di diffusione calcola la risposta teorica  $(u_{norm}^k)$  del sensore  $k$ . Poi si va a confrontare il valore teorico con il valore misurato e si calcola:

$$Errore\_matematico(i, k) = |u_{norm}^k - T_{norm}^k|$$

Equazione 20

Questo errore rappresenta l'errore tra il valore teorico e misurato per un sensore specifico se la sorgente si trovasse nel punto  $i$ , quindi la matrice *Errore\_matematico* contiene tutti gli errori possibili, per tutte i nodi e per tutti i sensori. Questo errore viene poi aggregato per posizione in modo da individuare un'unica posizione ottimale della sorgente, dove l'errore totale è minimo. Si valuta, quindi, *Err\_riga* che contiene un valore di errore per ogni punto della griglia. Nella trattazione vengono utilizzate tre diverse espressioni di *Err\_riga* in modo da poter visualizzazione come e se cambia la posizione della sorgente. In particolare:

$$1) \text{ Errore}_{riga}(i) = \sum_{k=1}^5 \text{ Errore\_matematico}(i, k)$$

Equazione 21

è una semplice somma di tutti gli errori assoluti, su tutti i sensori. È la forma più semplice ma anche più sensibile al rumore dove si cerca la posizione in cui la somma totale degli errori è minima;

$$2) \text{ Errore}_{riga}(i) = \sum_{k=1}^5 \text{ Errore\_matematico}(i, k) - \max_k(\text{Errore\_matematico}(i, k)):$$

Equazione 22

è la somma degli errori per ogni punto, ma penalizza il punto più distante togliendo l'errore massimo fra sensori. Quindi, si assume che la sorgente reale non possa avere un errore grande su nessun sensore;

$$3) \text{ Errore}_{riga}(i) = \sum_{k=1}^5 \text{Errore matematico}(i, k) - \max_k(\text{Errore matematico}(i, k)) + \min_k(\text{Errore matematico}(i, k)):$$

Equazione 23

serve a ridurre l'influenza dei sensori più rumorosi o anomali, privilegiando una stima più robusta della posizione. Se un sensore ha un errore molto grande, viene attenuato dal “-max”, se un sensore ha errore molto piccolo, viene accentuato col “+min”.

Per concludere, si sceglie la posizione con errore complessivo minimo, cioè la stima della sorgente reale.

#### 4.7. Bontà dell'algoritmo

Una volta stimata la posizione della sorgente di calore, risulta necessario valutare qual è la bontà dell'algoritmo. Quindi, dopo aver calcolato la mappa degli errori sull'intera griglia costituita da 256 punti, si procede sia con l'identificazione del punto con errore minimo assoluto, sia con l'insieme dei punti che presentano un errore sufficientemente basso rispetto al minimo globale. In particolare, vengono selezionati tutti i punti della griglia che hanno un errore inferiore al 10% del range complessivo, in modo da ricavare una nuvola di punti quasi equivalenti in termine di errore di localizzazione. Inoltre, poiché ogni nodo rappresenta una cella fisica di estensione finita, utilizzando un modello circolare [7], a ciascuno di essi è stato associato un cerchio di raggio pari alla metà della diagonale della cella stessa. L'area effettiva di incertezza è stata stimata sottraendo all'area totale della nuvola di punti le aree di intersezione: questo perché, spesso, se due punti sono molto vicini, si sovrappongono. Nel dettaglio, l'area di intersezione tra due cerchi di raggio  $r$ , dipendenti dalla distanza dei loro centri  $d$ , segue una formula geometrica standard, valida quando i cerchi si intersecano (cioè quando  $0 < d < 2r$ ):

$$A_{intersezione} = 2r^2 \arccos\left(\frac{d}{2r}\right) - \frac{d}{2} \sqrt{4r^2 - d^2}$$

Equazione 24

Questa formula deriva dal fatto che, quando due cerchi identici si intersecano, la regione comune è composta da due segmenti circolari simmetrici. L'area di un singolo segmento circolare è data da:

$$A_{segmento} = r^2 \arccos\left(\frac{d}{2r}\right) - \frac{d}{2} \sqrt{r^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

Equazione 25

L'intersezione è composta da due segmenti, quindi si moltiplica per 2, ricavando l'Equazione 24.

Infine, l'area effettiva è stata confrontata con l'area totale della piastra, ottenendo un rapporto che quantifica quanto la soluzione sia “concentrata” o “diffusa”. Un valore ridotto di tale rapporto, quindi una nuvola compatta, indica un'elevata sensibilità dei sensori e una localizzazione precisa, mentre un valore elevato, quindi una nuvola diffusa, riflette una localizzazione meno precisa e una maggiore indeterminazione spaziale dovuta a rumore, limiti di risoluzione o debolezza del gradiente termico.

```
% Parte 7 - Analisi della "nuvola" di errore con soglia percentuale e
intersezioni circolari

% Normalizza l'errore rispetto al suo range
Err_norm = (Err_riga - min(Err_riga)) / (max(Err_riga) - min(Err_riga));

% Seleziona i punti con errore nel 10% più basso del range
soglia = 0.10;
idx_nuvola = Err_norm <= soglia;

% Coordinate dei punti selezionati
punti_x = X(idx_nuvola);
punti_y = Y(idx_nuvola);
N = numel(punti_x);

% Parametri geometrici
r = sqrt(dx^2 + dy^2) / 2;      % raggio del cerchio di influenza
area_cerchio = pi * r^2;

% Calcolo area totale e delle intersezioni
area_tot = N * area_cerchio;
A_intersezione_tot = 0;

for i = 1:N
    for j = i+1:N
        d = sqrt((punti_x(i) - punti_x(j))^2 + (punti_y(i) - punti_y(j))^2);
        if d < 2*r
            % Area d'intersezione tra due cerchi di raggio r distanti d
            Aij = 2*r^2*acos(d/(2*r)) - 0.5*d*sqrt(4*r^2 - d^2);
            A_intersezione_tot = A_intersezione_tot + Aij;
        end
    end
end
```

```

% Area effettiva coperta (cerchi - intersezioni)
area_effettiva = area_tot - A_intersezione_tot;

% Area totale della piastra
area_piastra = 0.5 * 0.5;
rapporto_area = area_effettiva / area_piastra;

fprintf('\n Analisi distribuzione errore (soglia %.0f%% del range, modello
circolare)\n', soglia*100);
fprintf('Punti nella soglia = %d / %d\n', N, numel(Err_riga));
fprintf('Area singolo punto = %.6e m^2\n', area_cerchio);
fprintf('Area intersezioni = %.6e m^2\n', A_intersezione_tot);
fprintf('Area effettiva = %.6e m^2 (%.2f%% della piastra)\n', area_effettiva,
rapporto_area*100);
fprintf('Rapporto area = %.4f \n', rapporto_area);

if rapporto_area < 0.2
    fprintf('Gradiente elevato → ottima localizzazione\n');
elseif rapporto_area < 0.5
    fprintf('Gradiente medio → localizzazione discreta\n');
else
    fprintf('Gradiente basso → localizzazione diffusa\n');
end

```

Figura 31 - Incertezza dell'algoritmo

#### 4.8. Caso sorgenti multiple

L'ultimo passo è stato quello di estendere l'algoritmo al caso di sorgenti multiple (nella trattazione si fa uso di 2 cartucce termiche riscaldanti). Tuttavia, si tratta di uno sviluppo preliminare in quanto è un'estensione del concept, non è una verifica dell'estensione del concept (si dovrebbe mandare a convergenza il passo di integrazione nel caso dell'algoritmo del caso multi sorgente).

Nel dettaglio, rispetto al caso tradizionale di singola sorgente di calore, è stata modificata la procedura che ha portato al calcolo dell'errore di localizzazione. Viene mostrato di seguito:

```

%% Parte 6 - Identificazione multi-sorgente

fprintf("\n===== MULTI-SORGENTE =====\n");

% Trovo la prima sorgente

Errore_matematico = abs(u_norm - T_norm);
Err_riga = sum(Errore_matematico,2)-max(Errore_matematico,[],2);

[emin1, idx1] = min(Err_riga);
[iy1, ix1] = ind2sub([Ny, Nx], idx1);
x1 = x(ix1);

```

```

y1 = y(iy1);

fprintf("Sorgente 1: (%.6f m, %.6f m)\n", x1, y1);

% Calcolo campo di diffusione sorgente 1 sui 5 sensori

r2_1 = (sensori_cord(:,1) - x1).^2 + (sensori_cord(:,2) - y1).^2;
U1_sens = 1/(4*pi*alfa*t_eff) * exp(-r2_1./(4*alfa*t_eff)); % 5x1

% Ampiezza sorgente 1

scale1 = (T_norm(:)' * U1_sens) / (U1_sens' * U1_sens);

fprintf("Ampiezza sorgente 1 = %.6f\n", scale1);

% Sottrazione contributo 1 dai sensori

T_residuo = T_norm(:) - scale1 * U1_sens;

% Trovo la seconda sorgente

Errore_matematico2 = abs(u_norm - T_residuo');
Err_riga2 = sum(Erore_matematico2,2)-max(Erore_matematico,[],2);

[emin2, idx2] = min(Err_riga2);
[iy2, ix2] = ind2sub([Ny, Nx], idx2);
x2 = x(ix2);
y2 = y(iy2);

fprintf("Sorgente 2: (%.6f m, %.6f m)\n", x2, y2);

% Calcolo campo di diffusione sorgente 2 sui sensori

r2_2 = (sensori_cord(:,1) - x2).^2 + (sensori_cord(:,2) - y2).^2;
U2_sens = 1/(4*pi*alfa*t_eff) * exp(-r2_2./(4*alfa*t_eff));

% Ampiezza sorgente 2

scale2 = (T_residuo' * U2_sens) / (U2_sens' * U2_sens);

fprintf("Ampiezza sorgente 2 = %.6f\n", scale2);

% Errore finale sui sensori

T_modello = scale1 * U1_sens + scale2 * U2_sens;

Errore_finale = norm(T_norm(:) - T_modello);

fprintf("Errore finale modello 2 sorgenti = %.6f\n", Errore_finale);

```

```
fprintf("=====\\n");
```

Figura 32 - Modello per sorgenti multiple

Per ogni punto della griglia (cioè per ogni riga di  $u\_norm$ ) si calcola l'*Errore\_matematico* rispetto alle misure normalizzate  $T\_norm$  e si costruisce un indicatore di errore per riga ( $Err\_riga$ ). In questo modo, si individua l'indice della riga che minimizza questo errore ( $idx1$ ) e la posizione corrispondente sulla griglia ( $x_1, y_1$ ) che rappresenta la stima della prima sorgente termica. Poi, data la prima sorgente, si ricalcola il campo teorico sui cinque sensori ( $U1\_sens$ ) e si stima l'ampiezza della sorgente ( $scale1$ ) tramite un fit ai minimi quadrati:

$$scale_1 = \frac{T_{norm}^T U_{1,sens}}{U_{1,sens}^T U_{1,sens}}$$

Equazione 26

Si ricava un residuo, sottraendo dal dato sperimentale il contributo della prima sorgente:

$$T_{residuo} = T_{norm} - scale_1 \cdot U_{1,sens}$$

Equazione 27

Per valutare la posizione della seconda sorgente, si ripete la stessa procedura sul  $T_{residuo}$ : quindi, si va a valutare l'*Errore\_matematico* come la differenza tra  $u\_norm$  e  $T_{residuo}$ , presa in valore assoluto. Poi, si ricava l'indice che minimizza l'errore e quindi la posizione della seconda sorgente di calore. Analogamente si calcola  $U2\_sens$  (risposta teorica della seconda sorgente ai sensori) e si stima l'ampiezza  $scale2$ . Infine, si stima la temperatura del modello (ovvero il vettore ottenuto sommando i contributi termici delle due sorgenti identificate), come segue:

$$T_{modello} = scale_1 \cdot U_{1,sens} + scale_2 \cdot U_{2,sens}$$

Equazione 28

L'errore finale tra dati sperimentali normalizzati e modello, il quale quantifica quanto bene il modello a due sorgenti spiega le misure dei sensori, è dato da:

$$Errore\_finale = \|T_{norm} - T_{modello}\|$$

Equazione 29



## Capitolo 5 – Prove sperimentali

L'apparato sperimentale è stato progettato per testare la capacità del sistema, costituito dai cinque sensori FBG, nel localizzare la presenza e la posizione di una sorgente di calore. Di seguito, quindi, vengono descritte le procedure che hanno portato sia alla ricreazione della sorgente di calore, sia alle procedure per l'acquisizione dei dati.

### 5.1. Emulazione della sorgente di calore

L'emulazione della sorgente di calore è stata realizzata grazie all'integrazione di diversi componenti: un alimentatore in corrente continua, una scheda Arduino, un relè digitale, una resistenza elettrica di riscaldamento (la cartuccia termica) e un computer.

Il controllo della sorgente termica avviene eseguendo il codice sviluppato su Arduino, che invia un segnale al microcontrollore fisico. Questo segnale determina la percentuale di duty cycle con cui l'Arduino regola il MOSFET. Quest'ultimo, oltre ad essere collegato all'Arduino, è interfacciato sia a un alimentatore in corrente continua, da cui ricava la potenza elettrica, sia alla cartuccia termica. Per effetto Joule, la cartuccia si riscalda, costituendo così la sorgente termica del sistema. In questo modo si ottiene un sistema di riscaldamento a potenza variabile, capace di fornire calore in maniera ciclica e costante, in funzione del segnale PWM (Pulse Width Modulation) inviato da Arduino.

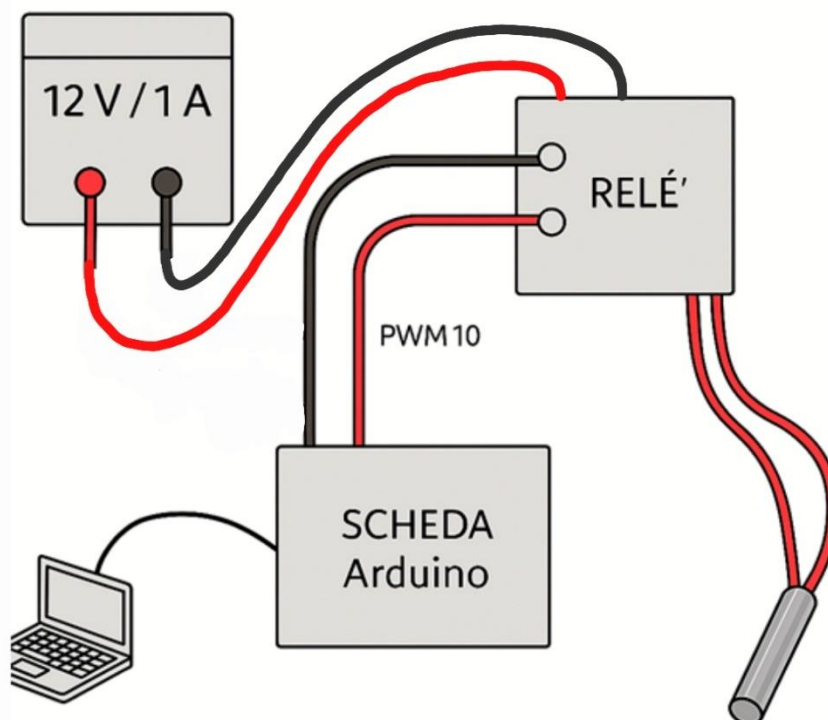


Figura 33 - Schema di apparecchiatura di potenza

L'alimentatore da 12 V / 1 A fornisce la potenza necessaria per l'attivazione della cartuccia termica. I suoi due terminali di uscita sono collegati direttamente al modulo MOSFET: il filo rosso (polo positivo) è collegato all'ingresso positivo del MOSFET, mentre il filo nero (polo negativo) all'ingresso negativo del relè.

Il modulo MOSFET funge da interruttore controllato elettronicamente. Esso riceve due segnali dalla scheda Arduino: un filo rosso collegato al pin digitale 10 (PWM), che trasmette il segnale di controllo, e un filo nero collegato al GND di Arduino che garantisce la massa. Dal lato di potenza, invece, il MOSFET è collegato ai due cavi provenienti dall'alimentatore (12 V e GND) e ai due fili rossi in uscita, che portano la corrente alla cartuccia termica. Quando il relè viene attivato dal segnale PWM di Arduino, chiude il circuito permettendo il passaggio della corrente verso la cartuccia, generando così calore per effetto Joule. Infine, la scheda Arduino è collegata al computer tramite cavo USB.

#### 5.1.1. Codice Arduino

Innanzitutto, per regolare l'intensità di riscaldamento della cartuccia termica, è stato sviluppato un codice su Arduino basato sul metodo del duty cycle. Il duty cycle rappresenta la frazione di tempo che un'entità passa in uno stato attivo in proporzione al tempo totale considerato. Nel dettaglio, è il rapporto tra la durata del segnale "alto" e il periodo totale del segnale e comunemente viene espresso in percentuale. In questo lavoro, sono stati valutati tre percentuali:

- Duty cycle pari al 40%: si è notato che i dati di misurazioni risultavano troppo deboli e disturbati da rumore esterno;
- Duty cycle pari al 75%: valore troppo elevato tale da danneggiare lo strato sottostante di polistirolo;
- Duty cycle al 55%: buon compromesso e scelta finale.

In secondo luogo, per poter scrivere il codice, bisogna ricavare la frequenza di commutazione, a partire dal modello teorico sviluppato in ambiente Simulink. Il modello teorico parte con lo studio del flusso termico  $Q$  scambiato attraverso la superficie esterna  $S$  per effetto della differenza tra temperature esterna  $T_e$  ed interna  $T_i$  che può essere espresso come segue:

$$Q = hS(T_e - T_i)$$

*Equazione 30*

Il flusso termico  $Q$  che il corpo scambia con l'ambiente esterno ne altera la temperatura interna  $T_i$  nel tempo secondo la legge:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{hS}{mc} (T_e - T_i)$$

*Equazione 31*

Dall'ultima equazione si ricava l'equazione di equilibrio termico:

$$T_e = T_i + \frac{mc}{hS} \cdot \frac{dT_i}{dt}$$

*Equazione 32*

Il coefficiente che moltiplicata la derivata della temperatura interna in funzione del tempo, la cui unità di misura sono i secondi, rappresenta il rapporto tra la capacità termica del corpo ( $m \cdot c$ ) e la sua conduttanza termica ( $h \cdot S$ ), quindi è il prodotto della capacità termica del corpo per la sua resistenza poiché:

$$R = \frac{1}{h \cdot S}$$

*Equazione 33*

Infatti, l'inversa della conduttanza è proprio una resistenza. In analogia con i circuiti elettrici, il prodotto  $R \cdot C$  definisce la costante di tempo caratteristica del sistema termica, indicata con  $\tau$ :

$$\tau = \frac{m \cdot c}{h \cdot S}$$

*Equazione 34*

Quindi, si ricava:

$$T_e = T_i + \tau \cdot \frac{dT_i}{dt}$$

*Equazione 35*

Implementando quanto detto all'interno dell'ambiente di calcolo Simulink, si ricava il seguente schema a blocchi:

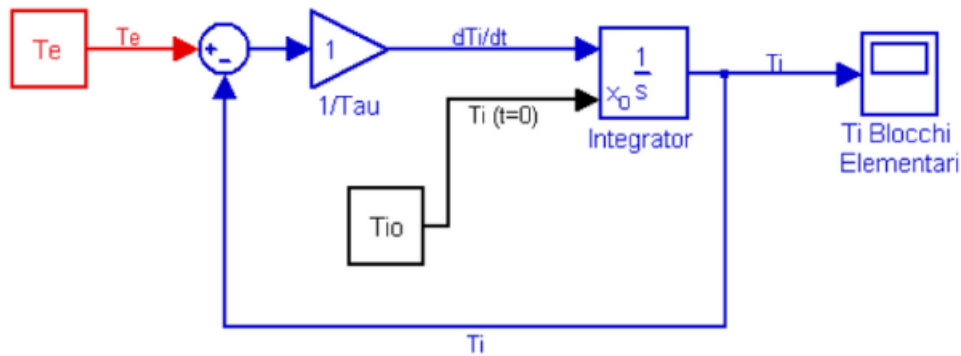


Figura 34 - Schema a blocchi Simulink

Le condizioni iniziali definite si riferiscono alla temperatura media rilevata nel laboratorio prima dell'attivazione della termocoppia. In particolare, si considera  $T_e$  pari a  $25^\circ\text{C}$  e  $T_{i0}$  pari a  $0^\circ\text{C}$ . Nel blocco "Gain" viene integrato il valore del peso della resistenza della termocoppia, stimato misurando la termocoppia con una bilancia di precisione. Si ottiene un valore di 5.6 g.

Con questi parametri, il modello Simulink permette di ricavare il periodo e la corrispondente frequenza di commutazione pari a 50 Hz che corrispondono a 20 ms di periodo. Poi, ricavato il valore della frequenza di commutazione, si sviluppa il codice in Arduino:

```

1
2  const int LED_PIN = 10;
3  const int freq = 50; // [Hz]
4  const int P = 1000 / freq; // periodo
5  int duty = 55;
6
7  void setup() {
8      pinMode(LED_PIN, OUTPUT);
9      Serial.begin(9600);
10     Serial.setTimeout(20);
11     Serial.println("Scrivi il duty cycle");
12 }
13
14 void loop() {
15     if (Serial.available() > 0) {
16         int val = Serial.parseInt();
17         while (Serial.peek() == '\n' || Serial.peek() == '\r') Serial.read();
18
19         if (val >= 0 && val <= 100) {
20             duty = val;
21             Serial.print("Duty cycle pari a : ");
22             Serial.print(duty);
23             Serial.println("%");
24         }
25     }
26
27     int tempo_on = P * duty / 100; // tempo acceso
28     int tempo_off = P - tempo_on; // tempo spento
29     digitalWrite(LED_PIN, HIGH);
30     delay(tempo_on);
31     digitalWrite(LED_PIN, LOW);
32     delay(tempo_off);
33 }

```

Figura 35 - Codice Arduino

Lo scopo del codice è la generazione di un segnale digitale di tipo PWM (Pulse Width Modulation), ovvero un'onda quadra con frequenza costante di 50 Hz e duty cycle variabile. Il PWM è una tecnica che consente di regolare la potenza media fornita a un carico mantenendo costante la tensione di alimentazione. Nel caso di un LED, ad esempio, un duty cycle più elevato produce una luminosità maggiore, mentre un duty cycle ridotto fa diminuire la luminosità apparente. Il valore del duty cycle può essere impostato manualmente dall'utente tramite l'interfaccia Serial Monitor di Arduino IDE.

All'avvio vengono definite alcune costanti:

- il numero di pin utilizzato per l'uscita digitale;
- la frequenza del segnale (50 Hz);
- il periodo corrispondente (20 ms);
- il valore iniziale del duty cycle, fissato al 55%.

Durante la fase di inizializzazione (funzione *setup*), viene configurato il pin 10 come uscita digitale, viene avviata la comunicazione seriale alla velocità di 9600 baud, viene impostato un timeout di 20

millisecondi per la lettura dei dati inviati sulla seriale e, infine, viene inviato un messaggio di istruzione all'utente, invitandolo a inserire un valore numerico per impostare il duty cycle.

Invece, nel ciclo principale (funzione *loop*), il valore inserito da utente viene letto come intero, ripulito da eventuali caratteri di ritorno o fine riga. Se il valore è compreso tra 0 e 100, esso viene accettato e memorizzato come nuovo duty cycle. Poi, stabilito il nuovo valore del duty cycle, o mantenendo il valore preimpostato nelle condizioni iniziali, vengono calcolati:

- il tempo di accensione del segnale (*tempo\_on*), proporzionale al duty cycle e al periodo complessivo;
- il tempo di spegnimento (*tempo\_off*), ottenuto come differenza tra il periodo e il tempo di accensione.

Il pin di uscita viene quindi posto ad alto livello logico per la durata del tempo di accensione e successivamente a basso livello per il tempo di spegnimento.

In conclusione, il sistema, in funzione della percentuale di duty cycle, mantiene acceso il relè e maggiore è l'incremento della percentuale di duty cycle, maggiore è l'aumento di temperatura e viceversa.

#### 5.1.2. Alimentatore di potenza elettrica

Per l'alimentazione della resistenza di riscaldamento è stato utilizzato un alimentatore in corrente continua da 12 V e 1 A. La scelta di tali valori è motivata dalla necessità di disporre di una potenza elettrica di circa 12 W, sufficiente a garantire un riscaldamento controllato e uniforme della piastra, senza tuttavia superare i limiti di sicurezza imposti dal sistema. Inoltre l'impiego di una tensione di 12 V risulta particolarmente vantaggioso in quanto rappresenta uno standard ampiamente diffuso nel campo dell'elettronica e l'intensità di corrente massima di 1 A si è dimostrata adeguata a fornire un flusso termico stabile.

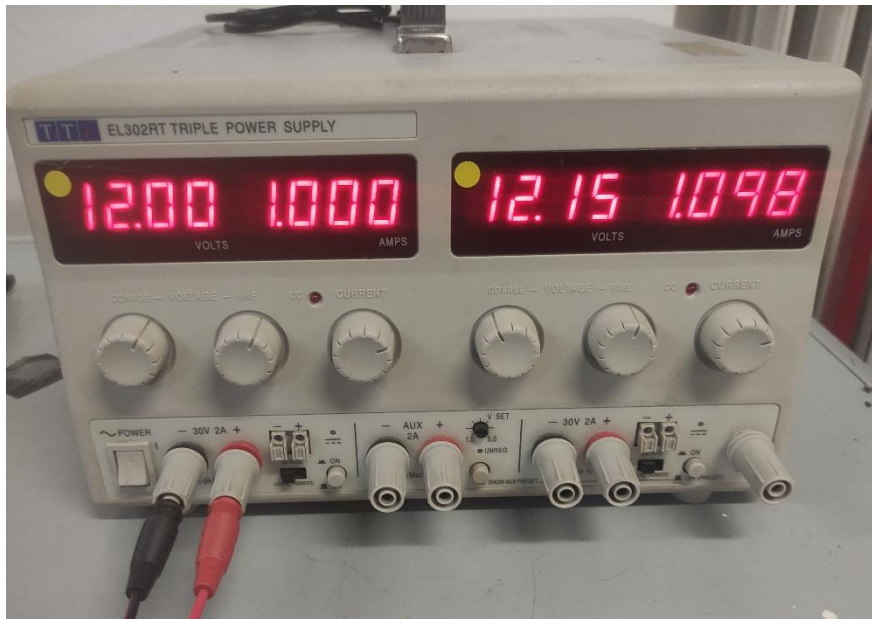


Figura 36 - Alimentatore di potenza

### 5.1.3. Cartuccia termica

La cartuccia termica riscaldante è un dispositivo elettrico costituito da una resistenza avvolta all'interno di un cilindro metallico. Il funzionamento si basa sull'effetto Joule: l'energia elettrica fornita dall'alimentazione viene trasformata in calore, poi trasferito per conduzione alla piastra metallica.

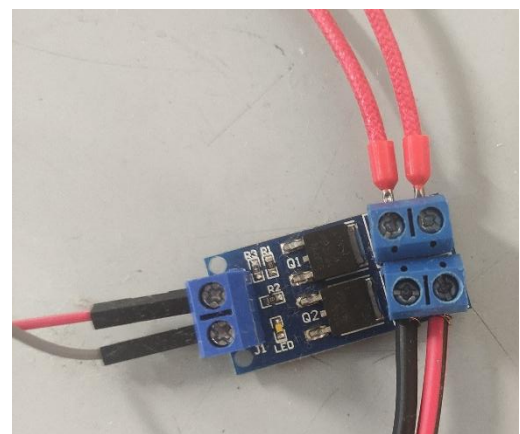
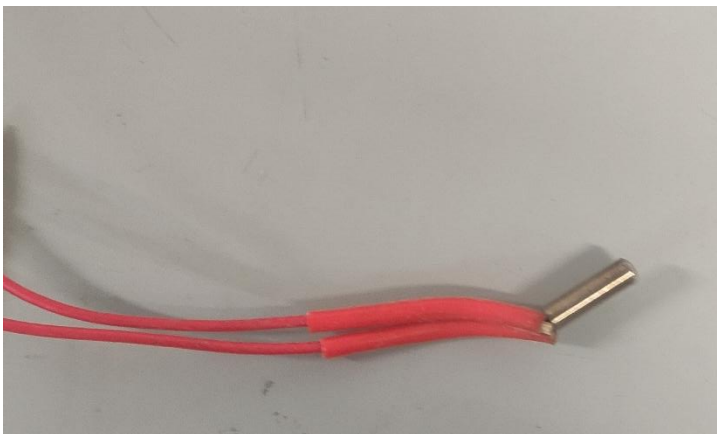


Figura 37 - Cartuccia termica e MOSFET



Figura 38 - Scheda Arduino

## 5.2. Procedura sperimentale

Per il processo di acquisizione, il connettore posto all'estremità del tratto continuo di fibre, di cui si è discusso nel *Capitolo 3*, viene collegato all'interrogatore ottico tramite il canale 1 (CH1) il quale registra in tempo reale i valori di lunghezza d'onda riflessa da ciascun sensore. L'interrogatore è collegato a sua volta con il computer, mediante un cavo Ethernet, attraverso cui i dati acquisiti vengono trasferiti e memorizzati in una tabella tramite il software *SmartSoft*. Successivamente, i dati presenti in tabella vengono elaborati in ambiente MATLAB, attraverso gli script *Prova"numero"\_duty55.m*. Il termine "numero" rappresenta il numero della prova, corrispondente al numero del foro in cui si inserisce la cartuccia termica, quindi si va da *Prova1\_duty55.m* a *Prova25\_duty55.m*.

Ogni prova è stata effettuata per un intervallo di tempo di 25 minuti, durata necessaria affinché il processo di diffusione avvenisse, andando ad inserire ogni volta la cartuccia all'interno di un foro diverso. È risultato necessario rivestire, con uno strato sottile di lana roccia, la cartuccia termica per evitare che questa potesse fondere il polistirolo intorno. Inoltre, si è posizionata una piccola quantità di pasta termica sulla base del cilindro riscaldato, in modo da permettere il continuo contatto tra la cartuccia e la piastra metallica durante l'intera prova.





*Figura 39 - Pasta termica ARTIC AC MX-4*

### 5.3. Variazione nel caso di sorgenti multiple

Nel caso di due sorgenti di calore, si segue la stessa procedura descritta in precedenza con una sola eccezione: vengono collegate due cartucce termiche a due diversi MOSFET, a loro volta collegati a due ingressi dell'alimentatore di potenza. Inoltre, il codice in Arduino è stato opportunatamente modificato per controllare la diversa intensità di riscaldamento delle sorgenti, selezionando due valori di duty cycle pari a 50% e 60%.

## Capitolo 6 – Risultati

Per semplicità, delle 25 prove sperimentali effettuate, si analizzano nel dettaglio solamente due di queste. Si riporta nuovamente la rappresentazione dell'ambiente di lavoro, con indicazione sulla numerazione dei fori:

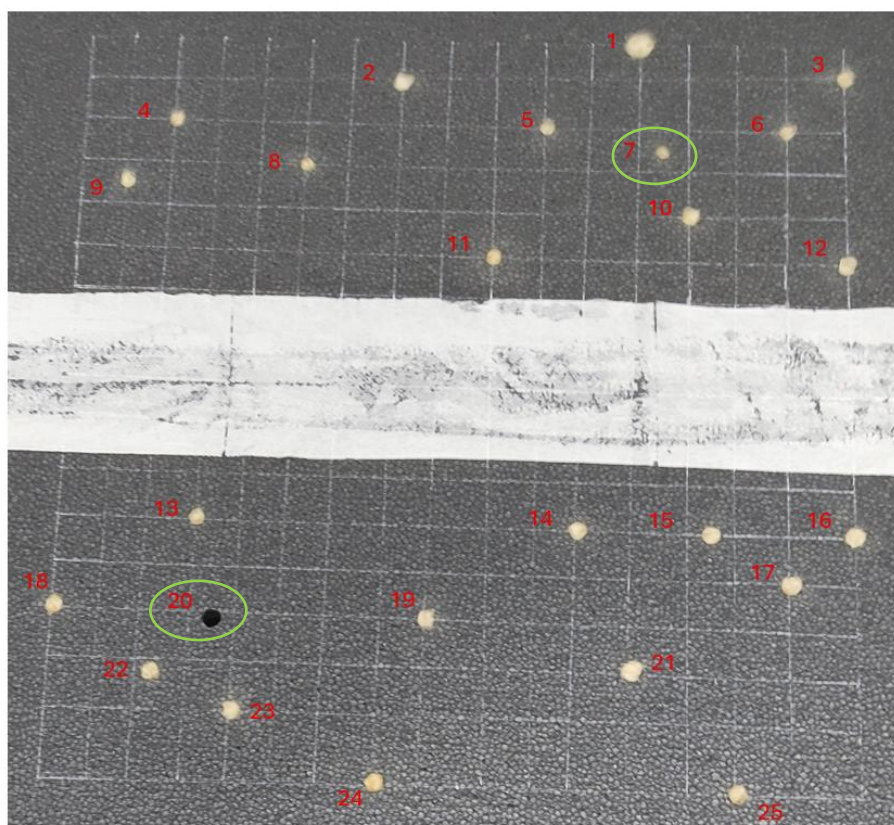


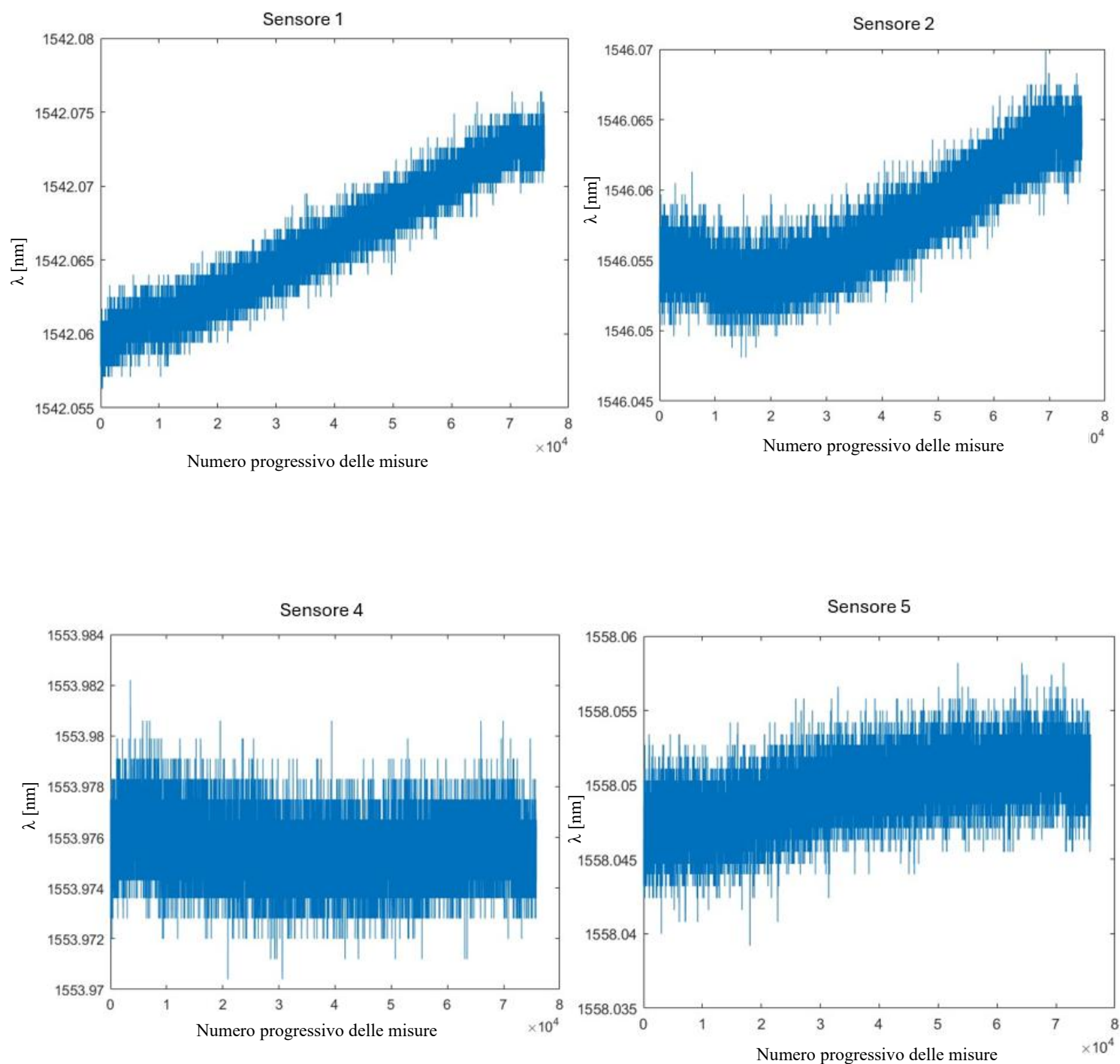
Figura 40 - Rappresentazione fori

Si analizzano nel dettaglio i risultati relativi ai fori n. 7 e 20.

### 6.1. Foro numero 7

Come già mostrato nell'*Equazione 9*, per la trattazione è stata utilizzata l'equazione di diffusione termica in cui la temperatura dipende esponenzialmente dal tempo e dalla distanza tra la sorgente di calore e il punto di misurazione, ovvero il sensore. Soffermendosi sul foro numero 7, si nota che il sensore più vicino ad esso è il numero 3. Di conseguenza, ci si aspetta che la maggior variazione di temperatura sia percepita proprio da questo sensore. Quindi, si riportano di seguito gli andamenti delle lunghezze d'onda (proporzionali alla temperatura, a meno della costante  $K_t$ ) in funzione della

durata della prova sperimentale. Questi risultati sono ricavati a partire dal file output .log, ottenuto al termine della prova dal software *SmartSoft*.



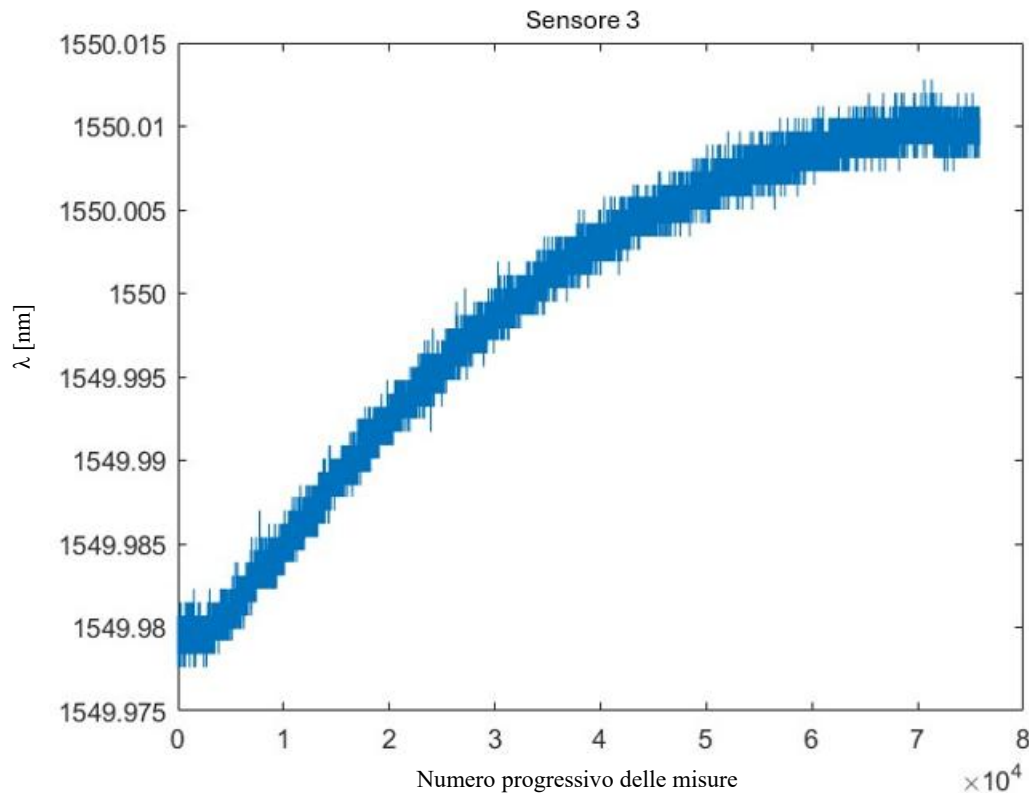


Figura 41 - Andamento di  $\lambda$  per il foro 7

Dalla *Figura 41*, si nota che l'andamento della lunghezza d'onda per il sensore numero 3, quindi anche della temperatura, soddisfa il comportamento previsto: si ha, infatti, un andamento di tipo esponenziale. Considerando un valore del coefficiente di sensibilità termica  $K_t \approx 0.0097 \text{ nm/}^\circ\text{C}$  [3], si ottiene una variazione di lunghezza d'onda pari a 0.035 nm e quindi all'incirca una variazione  $\Delta T \approx 3.5 \text{ }^\circ\text{C}$ . L'andamento esponenziale non è percepibile nelle immagini riportate per gli altri sensori, poiché in quel caso la temperatura non subisce importanti variazioni nell'intervallo di tempo della prova. Allo stesso modo, si evince una variazione di temperatura di  $2^\circ\text{C}$  sul sensore 1 e 2, di  $1^\circ\text{C}$  sul sensore 4 e di  $1.5 \text{ }^\circ\text{C}$  sul sensore 5. In particolare, si può dire che:

- La variazione di  $\Delta T$  sul sensore 1 è giustificata dalla sua stessa posizione, in quanto più vicina al personale che effettua le prove sperimentali che, quindi, inevitabilmente emana calore. Questo contributo esterno è comunque inferiore rispetto alla variazione termica imposta dalla cartuccia;
- La variazione di  $\Delta T$  sul sensore 2 è dovuta al suo posizionamento, dallo stesso lato della superficie superiore della piastra, in cui è presente il sensore che si riscalda maggiormente. Anche in questo caso, il contributo esterno rimane residuale rispetto al riscaldamento dominante;

- La variazione di  $\Delta T$  sul sensore 4 è poco rilevante, circa  $1^\circ\text{C}$ , influenzata anche dalla vicinanza del personale che effettua la prova;
- La variazione di  $\Delta T$  sul sensore 5 è giustificata dalla sua posizione centrale.

Successivamente, grazie all'implementazione dell'algoritmo descritto nel *Capitolo 4*, vengono elaborati il modello di diffusione termica e i dati sperimentali per ricavare il valore di errore minimo di localizzazione e una stima della posizione della sorgente di calore.

Come primo caso, si analizzano i risultati ottenuti considerando i seguenti parametri:

- 1)  $c = 5$  e quindi un  $t_{\text{eff}}$  di 117.3 secondi;
- 2) Equazione dell'errore:

$$Errore_{\text{riga}}(i) = \sum_{k=1}^5 Errore_{\text{matematico}}(i, k) - \max_k(Erore_{\text{matematico}}(i, k))$$

I risultati ottenuti possono essere riassunti come segue:

```
Errore minimo = 0.055623 @ (ix=11, iy=16) -> (x=0.312500 m, y=0.468750 m)
Inserisci la coordinata reale della sorgente [x y] in metri: [0.385 0.425]

Valutazione dell'errore spaziale
Posizione reale: (x=0.385000 m, y=0.425000 m)
Posizione stimata: (x=0.312500 m, y=0.468750 m)
Errore di distanza = 0.084678 m (84.68 mm)
Errore percentuale = 16.936 % rispetto al lato della piastra (50.0 cm)
>>
```

Figura 42 - Risultati per foro n.7

Si ricava un errore minimo di 0.055623 nel punto in posizione (11,16) nella griglia, che corrisponde alle coordinate  $(x,y) = (0.3125, 0.46875)$  m. Graficamente, si ha:

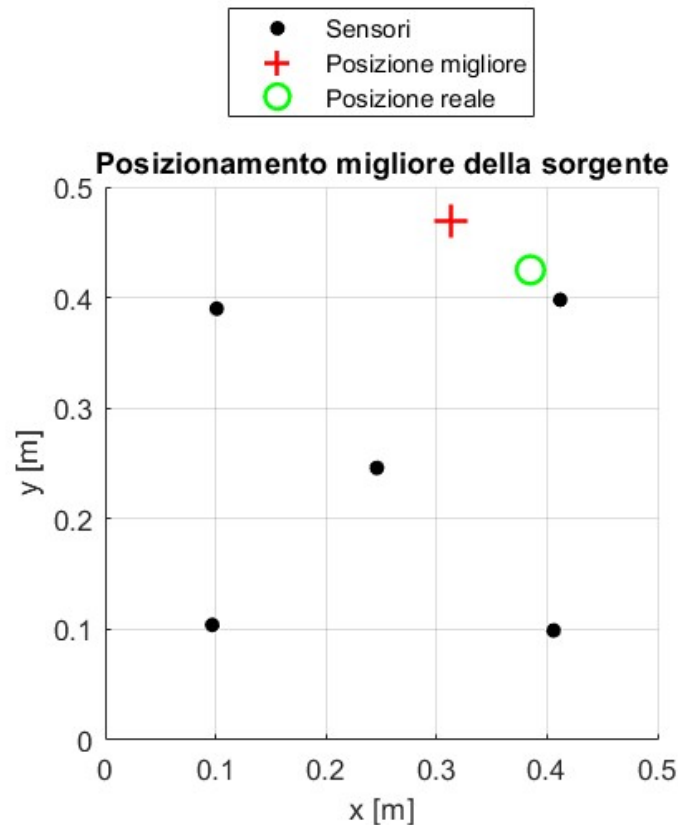


Figura 43 - Stima posizione per foro n.7

Dalla figura precedente, si nota che la posizione stimata non è perfettamente coincidente con la posizione reale della sorgente di calore. Tuttavia, si ottiene un errore spaziale percentuale, valutato rispetto alla dimensione della piastra, pari al 16.936 %, il che risulta essere accettabile su una lunghezza totale di 50 cm. Si è, infatti, nell'intorno di un errore radiale di 8.5 cm.

Successivamente, si valuta l'andamento dell'errore di localizzazione, indicando le zone con errore più basso nelle tonalità del blu, mentre nelle tonalità del giallo vengono rappresentate le regioni con errore maggiore. Nonostante si abbia un errore spaziale all'incirca del 17%, si vede dalla *Figura 44* che, ad ogni modo, la posizione reale ricade nella regione "blu" di errore minimo e, in tale punto, l'errore di localizzazione è pari a 0.2038. Quindi, la stima non è precisa ma comunque piuttosto accurata.



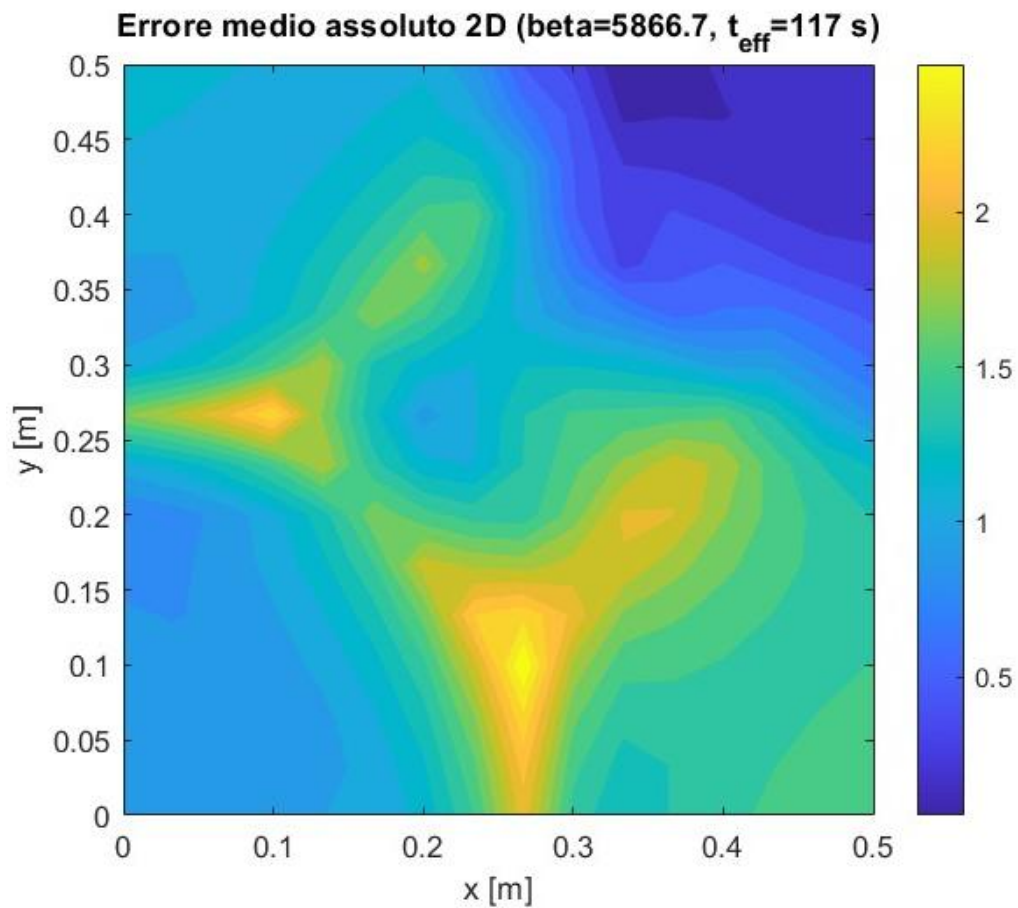


Figura 44 - Errore di localizzazione 2D caso 1 per foro n.7

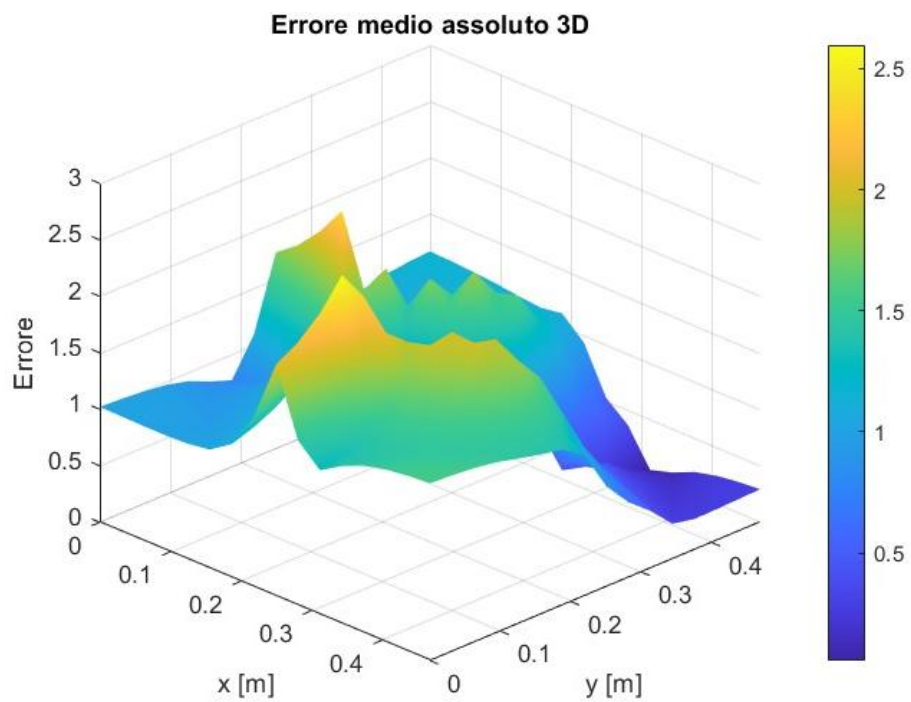
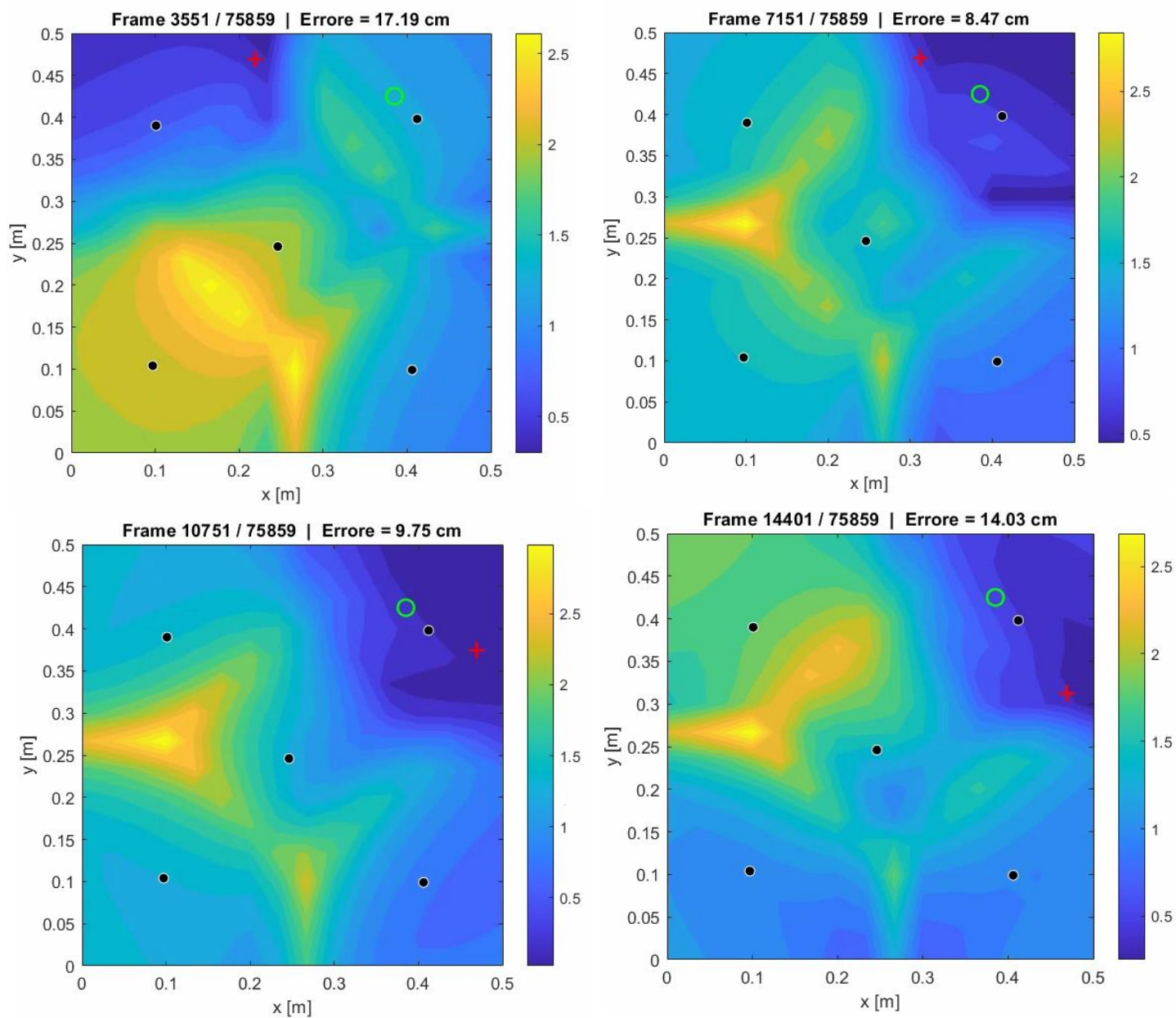
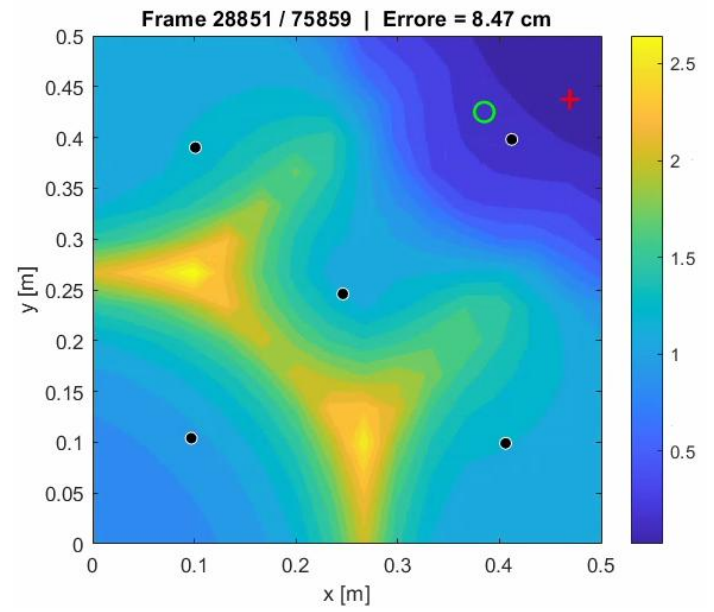
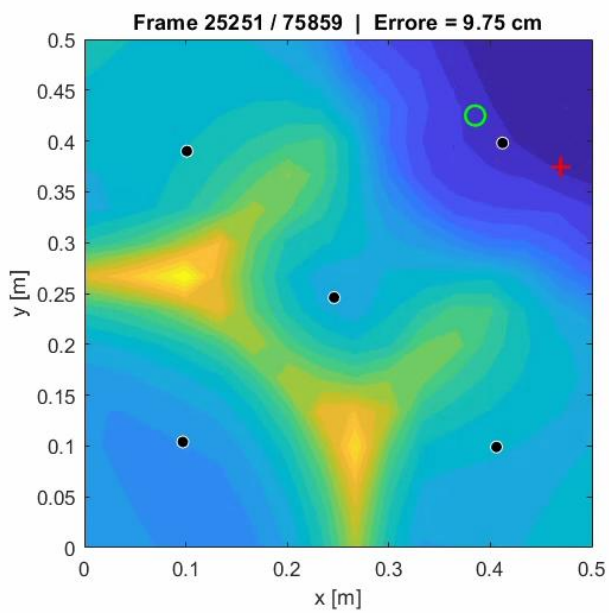
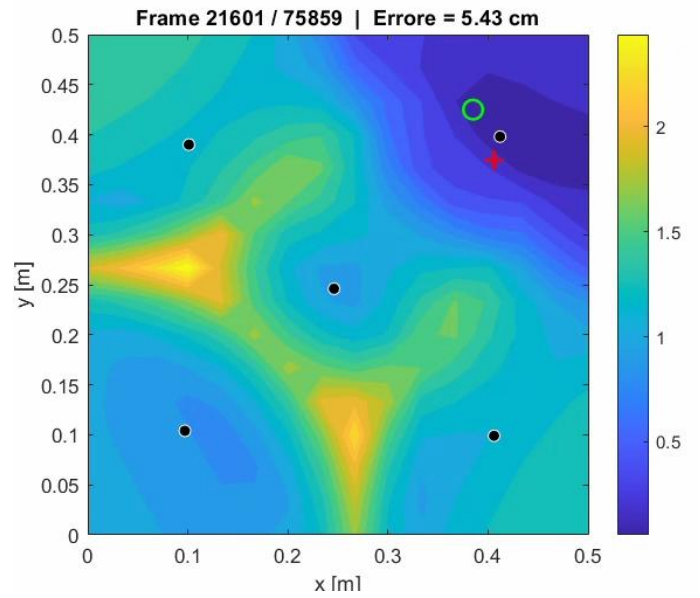
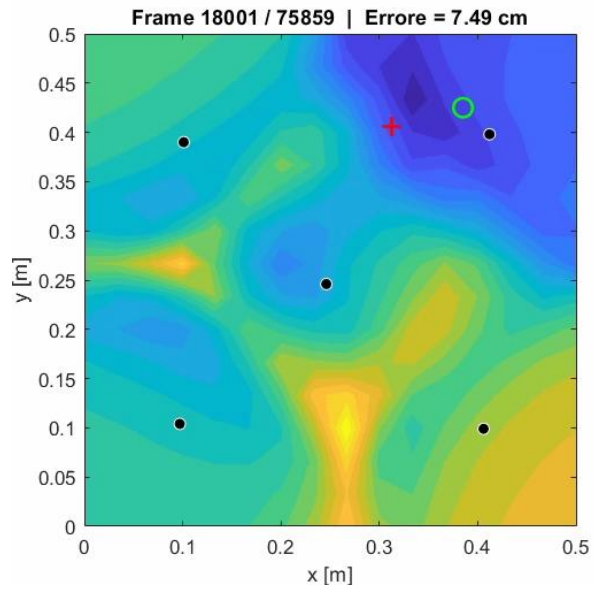


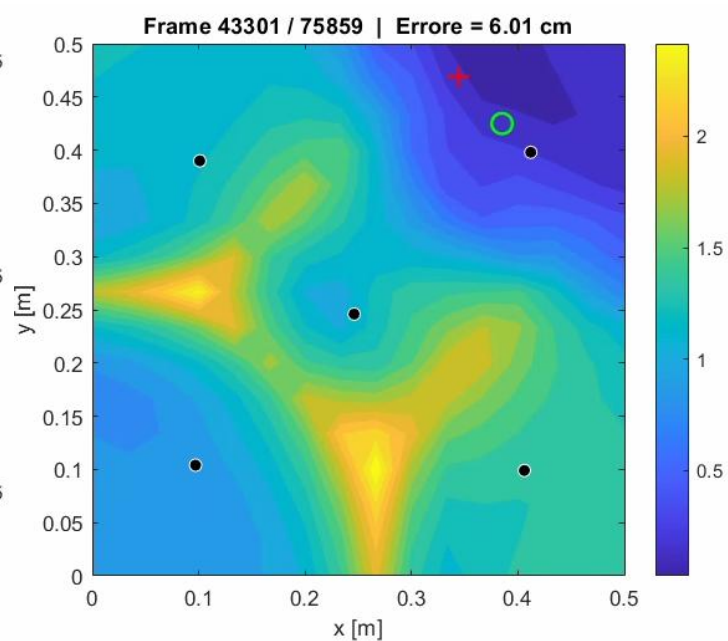
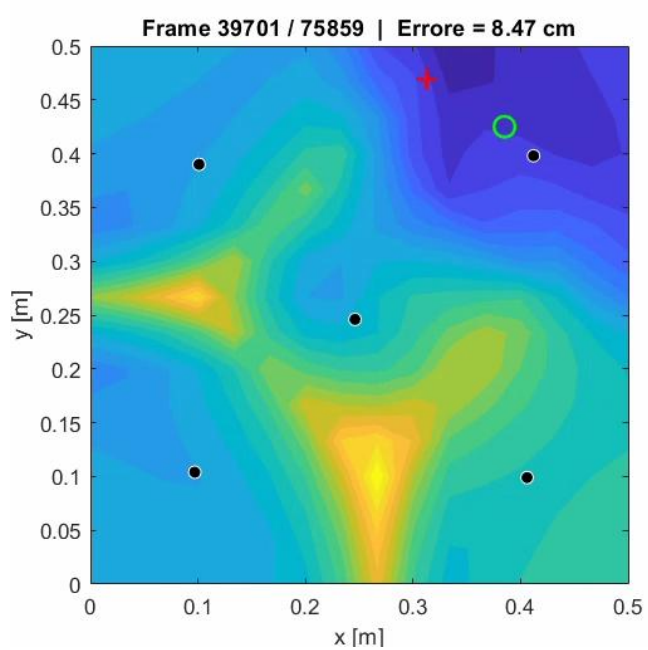
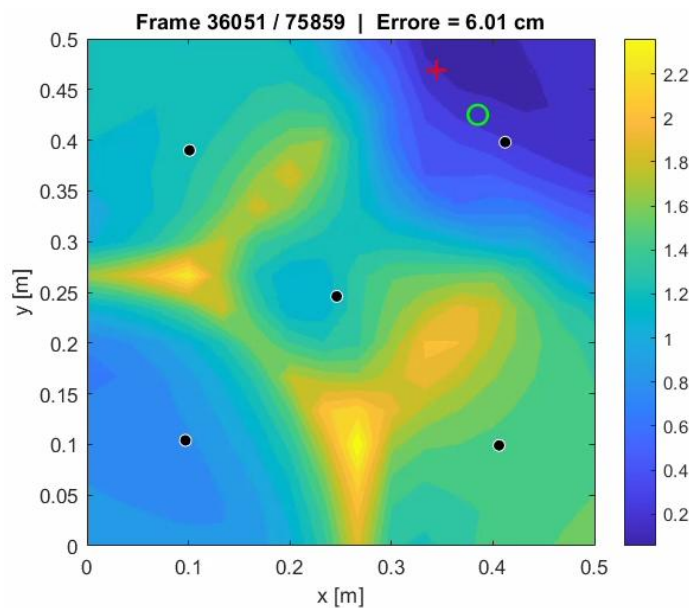
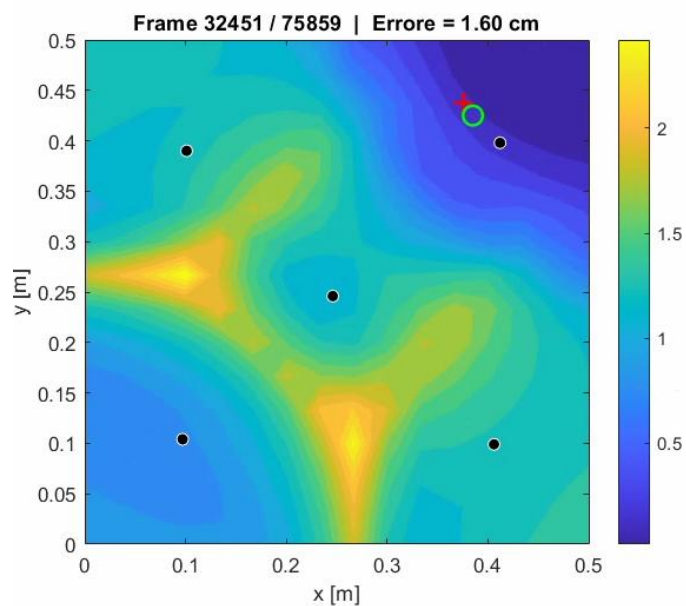
Figura 45 - Errore di localizzazione 3D caso 1 per foro n.7

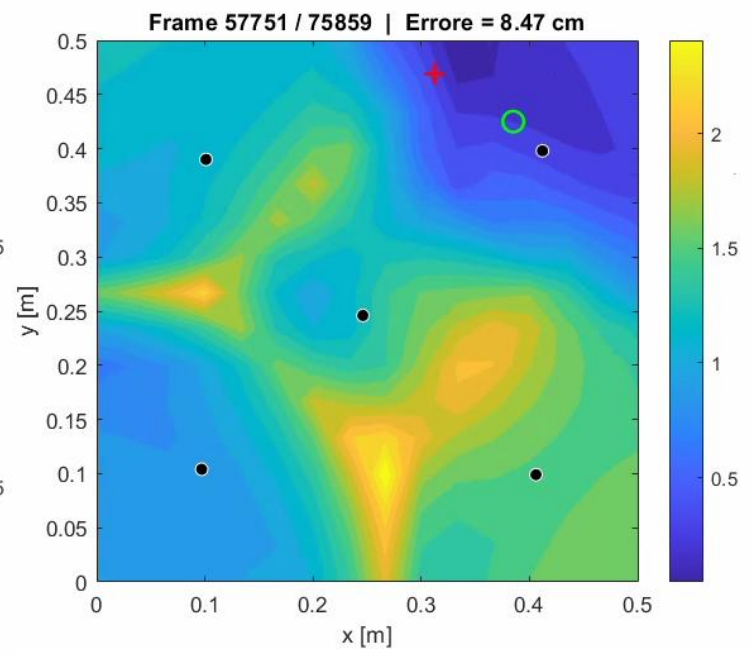
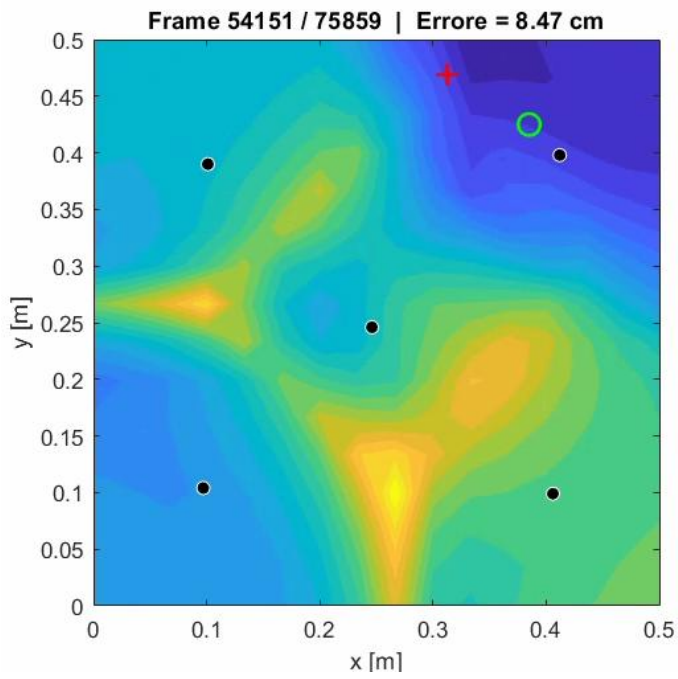
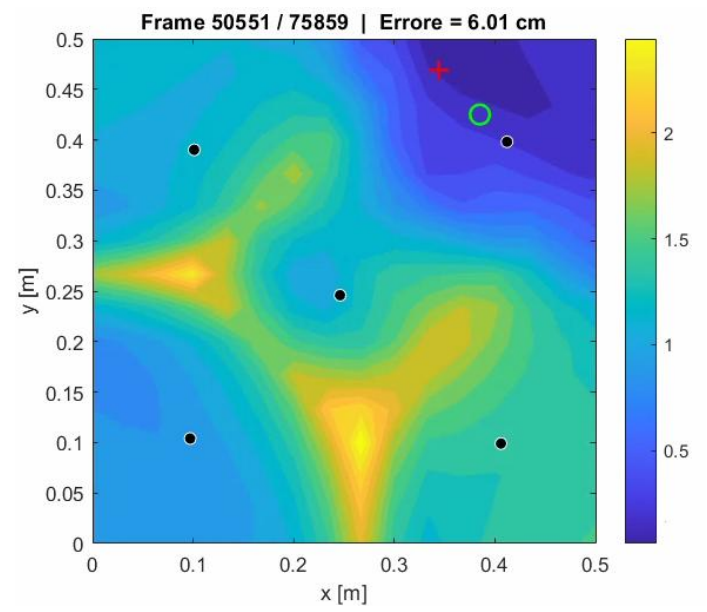
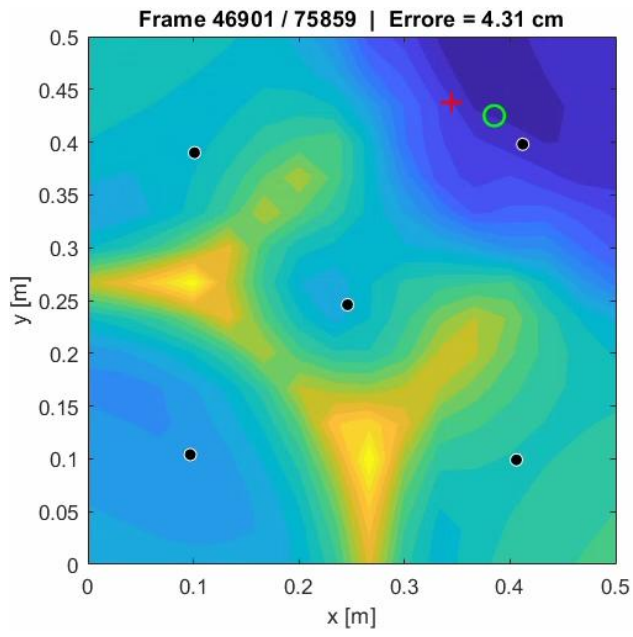
Si può osservare come varia la localizzazione della sorgente di calore e la distribuzione delle zone di errore minimo (in blu) durante tutto il processo di acquisizione dei dati. Si riportano di seguito 20 immagini, relative a 20 frame crescenti distribuiti uniformemente durante i 25 minuti di prova.













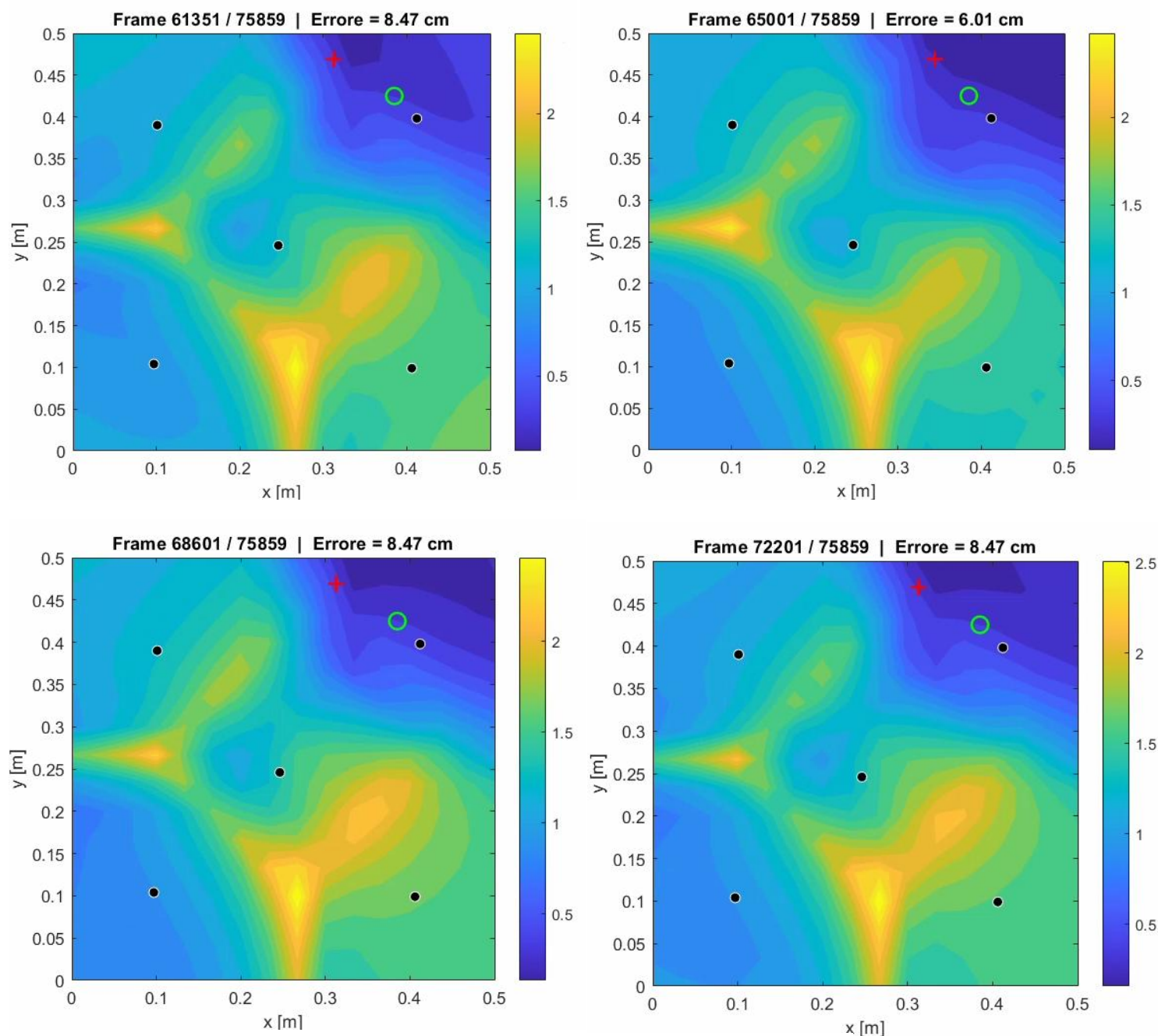


Figura 46 - Frame dell'errore di localizzazione

Come mostrato nelle immagini precedenti, è evidente che già nelle primissime fasi del processo di diffusione l'algoritmo riesce a individuare correttamente le zone caratterizzate da errore più elevato. Le regioni arancioni corrispondono, infatti, alle aree più lontane dal sensore e maggiormente vicine al punto di misurazione (foro 7 e sensore 3). Allo stesso modo, le zone con errore più basso tendono progressivamente a concentrarsi in prossimità della sorgente reale: la regione blu si restringe e si definisce sempre meglio man mano che la diffusione procede. In generale, all'avanzare del processo di diffusione, le diverse zone di errore diventano più nette e ben distinguibili, evidenziando la capacità dell'algoritmo di fornire una stima sempre più precisa della posizione della sorgente.

A questo punto, si può vedere come varia l'errore e la posizione stimata della sorgente al variare dei due parametri di cui sopra.

#### 6.1.1. Variazione dell'equazione dell'errore

Come secondo step, si può pensare di variare l'equazione che permette il calcolo dell'errore minimo di localizzazione della sorgente di calore. Mantenendo invariati gli altri parametri, quindi  $c$  pari a 5 e la forzante pari a 1 °C ed utilizzando l'Equazione 21, si ottiene:

```
Errore minimo = 0.336645 @ (ix=11, iy=16) -> (x=0.312500 m, y=0.468750 m)
Inserisci la coordinata reale della sorgente [x y] in metri: [0.385 0.425]

Valutazione dell'errore spaziale
Posizione reale: (x=0.385000 m, y=0.425000 m)
Posizione stimata: (x=0.312500 m, y=0.468750 m)
Errore di distanza = 0.084678 m (84.68 mm)
Errore percentuale = 16.936 % rispetto al lato della piastra (50.0 cm)
>> |
```

Figura 47 - Risultati caso 2 foro n.7

Si notano poche differenze: l'unico parametro che varia è l'intensità dell'errore minimo, che aumenta leggermente, e questo risulta giustificato dall'utilizzo di un'equazione meno accurata. Quindi, poiché non si hanno variazioni significative in termini di risultati, si può affermare che la prova non sia molto influenzata da rumore. Inoltre, nessuna differenza, rispetto al caso iniziale, si evince utilizzando l'Equazione 23.

#### 6.1.2. Variazione di $c$

Adesso, considerando un valore di  $c$  pari a 1, si ha una riduzione del tempo effettivo di risposta del sistema. Nel dettaglio, si ha:

```
t_eff = 4.693 s (beta=234.67)
Errore minimo = 0.125993 @ (ix=9, iy=16) -> (x=0.250000 m, y=0.468750 m)
Inserisci la coordinata reale della sorgente [x y] in metri: [0.385 0.425]

Valutazione dell'errore spaziale
Posizione reale: (x=0.385000 m, y=0.425000 m)
Posizione stimata: (x=0.250000 m, y=0.468750 m)
Errore di distanza = 0.141912 m (141.91 mm)
Errore percentuale = 28.382 % rispetto al lato della piastra (50.0 cm)
>>
```

Figura 48 - Risultati caso 3 foro n.7

In primo luogo, risulta evidente che si ha un notevole aumento dell'errore spaziale, quasi il doppio, e inoltre si ha un aumento dell'errore minimo di localizzazione arrivando a 0.126 circa. Ovviamente, la minore accuratezza nei risultati dipende dall'utilizzo di un tempo di risposta troppo breve tale per cui il sistema reagisce rapidamente e la risposta del sistema è più veloce ma più rumorosa, quindi meno precisa.

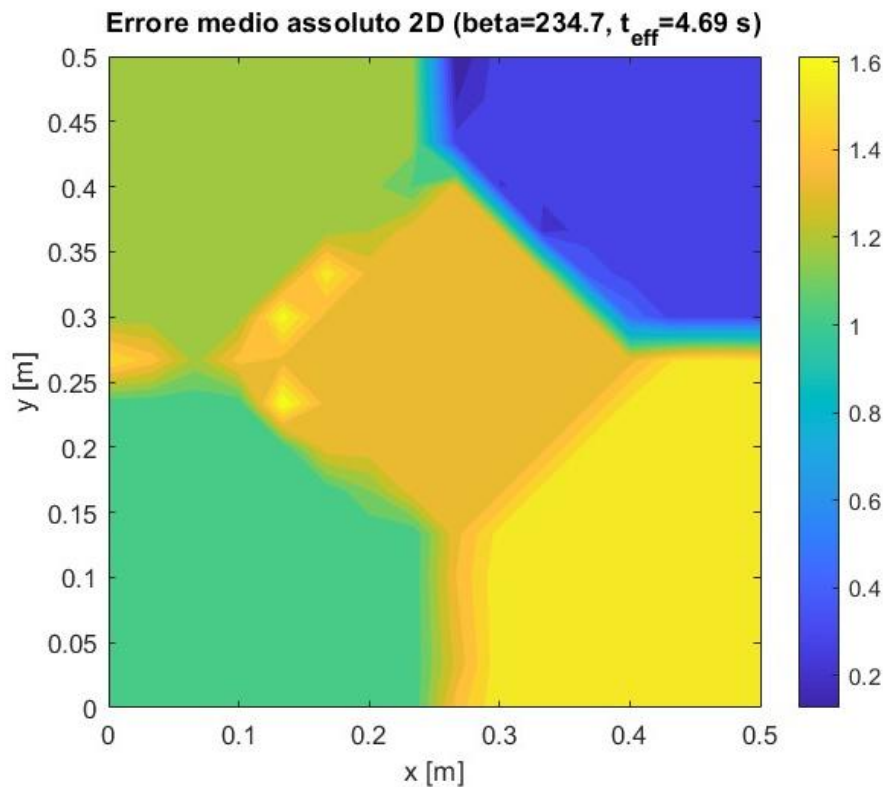


Figura 49 - Errore di localizzazione 2D caso 3 per foro n.7

Successivamente, si aumenta il valore di  $c$ , ad esempio a 10. Si ricava:

```
t_eff = 469.3 s (beta=23466.80)
Errore minimo = 0.437672 @ (ix=16, iy=16) -> (x=0.468750 m, y=0.468750 m)
Inserisci la coordinata reale della sorgente [x y] in metri: [0.385 0.425]

Valutazione dell'errore spaziale
Posizione reale: (x=0.385000 m, y=0.425000 m)
Posizione stimata: (x=0.468750 m, y=0.468750 m)
Errore di distanza = 0.094489 m (94.49 mm)
Errore percentuale = 18.898 % rispetto al lato della piastra (50.0 cm)
>> |
```

Figura 50 - Risultati caso 4 foro n.7

Si evince un leggero aumento sia dell'errore di localizzazione, sia dell'errore percentuale spaziale. Questo perché più  $c$  è grande, più  $\beta$  è grande e più la risposta del sistema risulta diffusa spazialmente,

come mostrato di seguito. Tuttavia, è pur vero che in questo caso la risposta del sistema si aggira intorno ai 8 minuti, un valore abbastanza elevato.

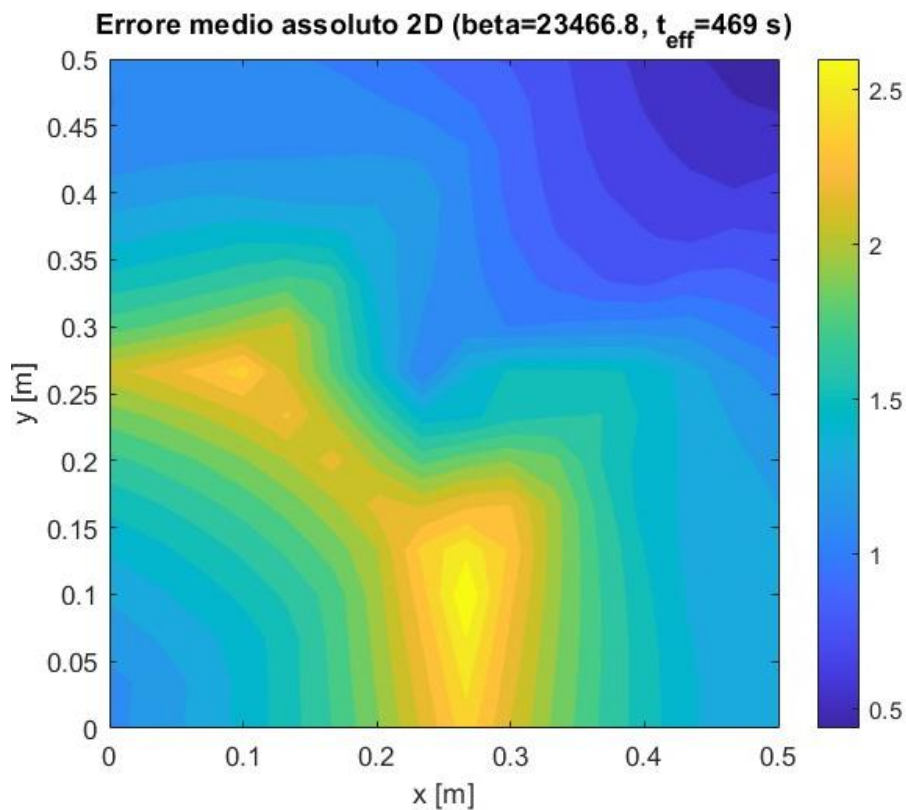


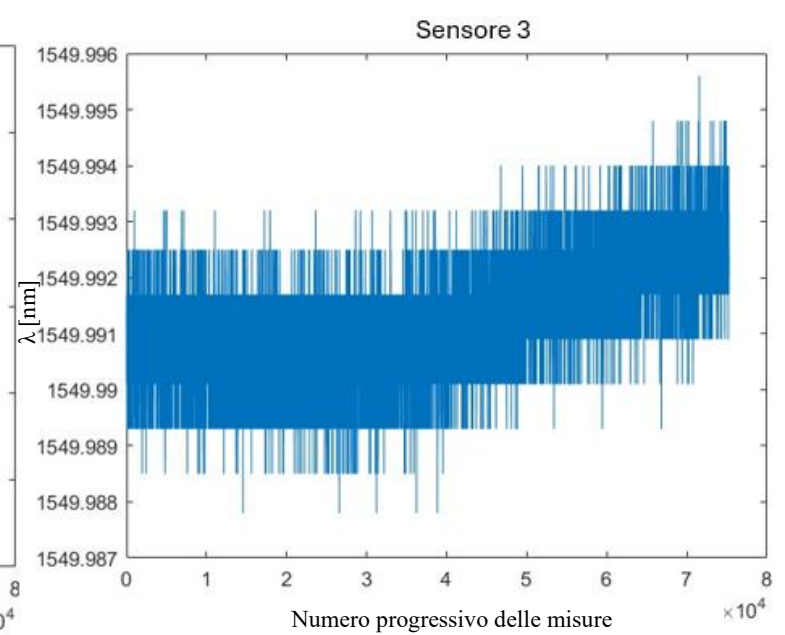
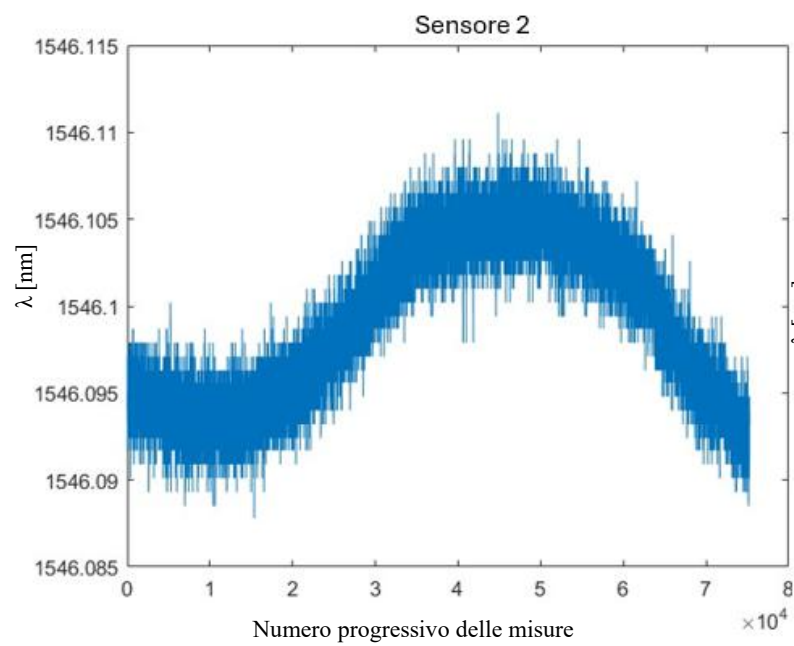
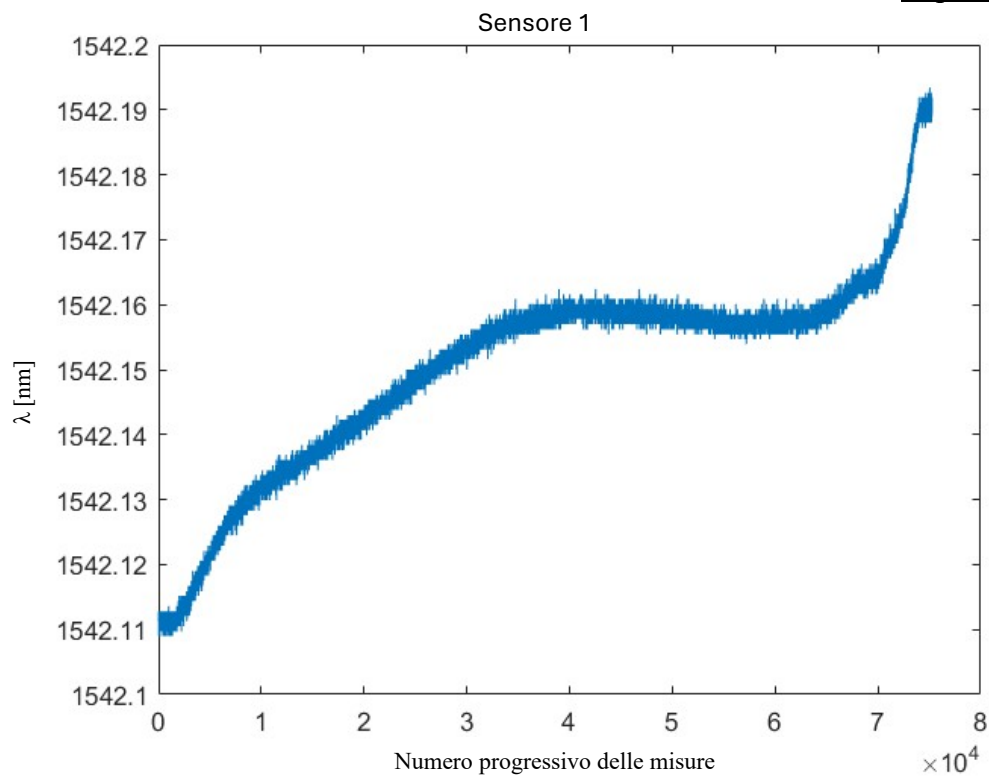
Figura 51 - Errore di localizzazione 2D caso 4 per foro n.7

Per quanto detto fino ad ora, un buon compromesso risulta il valore di  $c$  pari a 5.

## 6.2. Foro numero 20

Di seguito, invece, si attenzionano i risultati relativi al foro numero 20, in corrispondenza del sensore 1, con lunghezza d'onda 1542 nm.

Anche in questo caso, le variazioni di temperatura maggiori si hanno in corrispondenza del sensore più vicino al foro, quindi il sensore 1. In particolare, si ottiene:





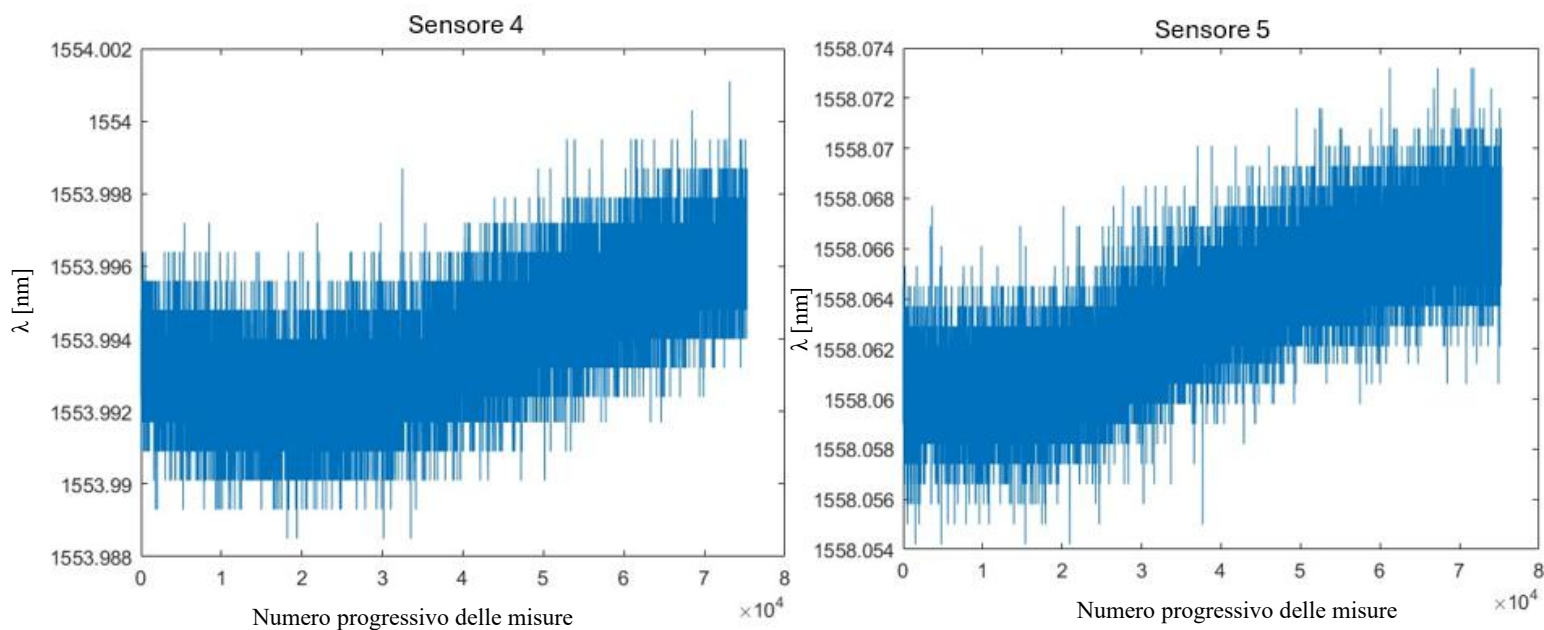


Figura 52 - Andamento di  $\lambda$  per il foro n.20

Si evince che, considerando ancora una volta un coefficiente di sensibilità termica di  $0.0097 \text{ nm}/^\circ\text{C}$  [3], si ottiene una variazione  $\Delta T$  uguale a  $9^\circ\text{C}$  in corrispondenza del sensore 1 e, inoltre, un andamento di tipo esponenziale. Meno rilevanti sono, invece, le variazioni di temperatura in corrispondenza degli altri sensori:

- $2^\circ\text{C}$  in corrispondenza del sensore 2, il quale si trova lungo lo stesso asse del sensore 1;
- $0.8^\circ\text{C}$  in corrispondenza del sensore 3, il più lontano rispetto al punto di misurazione;
- $1.4^\circ\text{C}$  registrato dal sensore 4, il quale si trova nella stessa porzione inferiore della piastra rispetto al punto di misurazione;
- $2^\circ\text{C}$  misurati dal sensore centrale, il numero 5.

In secondo luogo, vengono implementati i dati sperimentali e confrontati con i valori di temperatura del modello di diffusione. Come primo caso, si analizzano le seguenti condizioni:

- 1)  $c = 5$ ;
- 2) Si utilizza l'Equazione 22 per il calcolo dell'errore di localizzazione.

I risultati vengono riportati di seguito:

```
t_eff = 117.3 s (beta=5866.70)
Errore minimo = 0.023373 @ (ix=4, iy=4) -> (x=0.093750 m, y=0.093750 m)
Inserisci la coordinata reale della sorgente [x y] in metri: [0.097 0.104]

Valutazione dell'errore spaziale
Posizione reale: (x=0.097000 m, y=0.104000 m)
Posizione stimata: (x=0.093750 m, y=0.093750 m)
Errore di distanza = 0.010753 m (10.75 mm)
Errore percentuale = 2.151 % rispetto al lato della piastra (50.0 cm)
>>
```

Figura 53 - Risultati per il foro n. 20

Si ricava un errore minimo di 0.023373 nel punto in posizione (4,4) nella griglia, che corrisponde alle coordinate  $(x,y) = (0.09375, 0.09375)$  m. Graficamente, si ha:

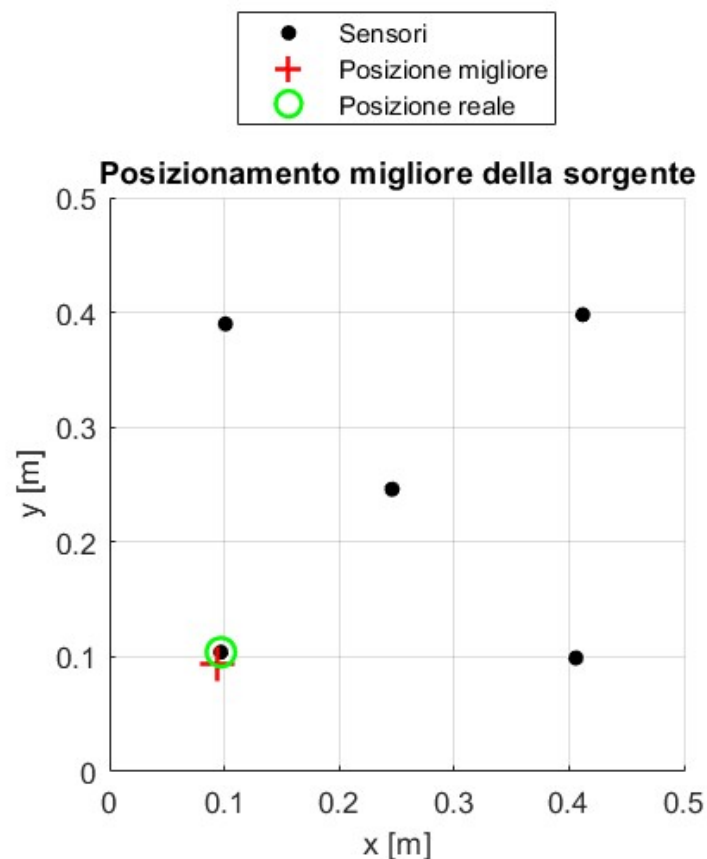


Figura 54 - Stima posizione per foro n. 20

Dalla *Figura 54*, si nota bene che la posizione stimata è quasi coincidente con la posizione reale della sorgente di calore. Difatti, si ottiene un errore spaziale percentuale, valutato rispetto alla dimensione della piastra, pari al 2.151 %, il che corrisponde ad un errore radiale di circa 1 cm. Ovviamente, l'elevata accuratezza della stima deriva sia dalla bontà dell'algoritmo sia dall'estrema vicinanza del sensore. In ogni caso, nel punto esatto di misurazione, l'algoritmo stima un errore di localizzazione

di 0.055740, che risulta ampiamente accettabile. L'andamento a zone dell'errore viene riportato di seguito:

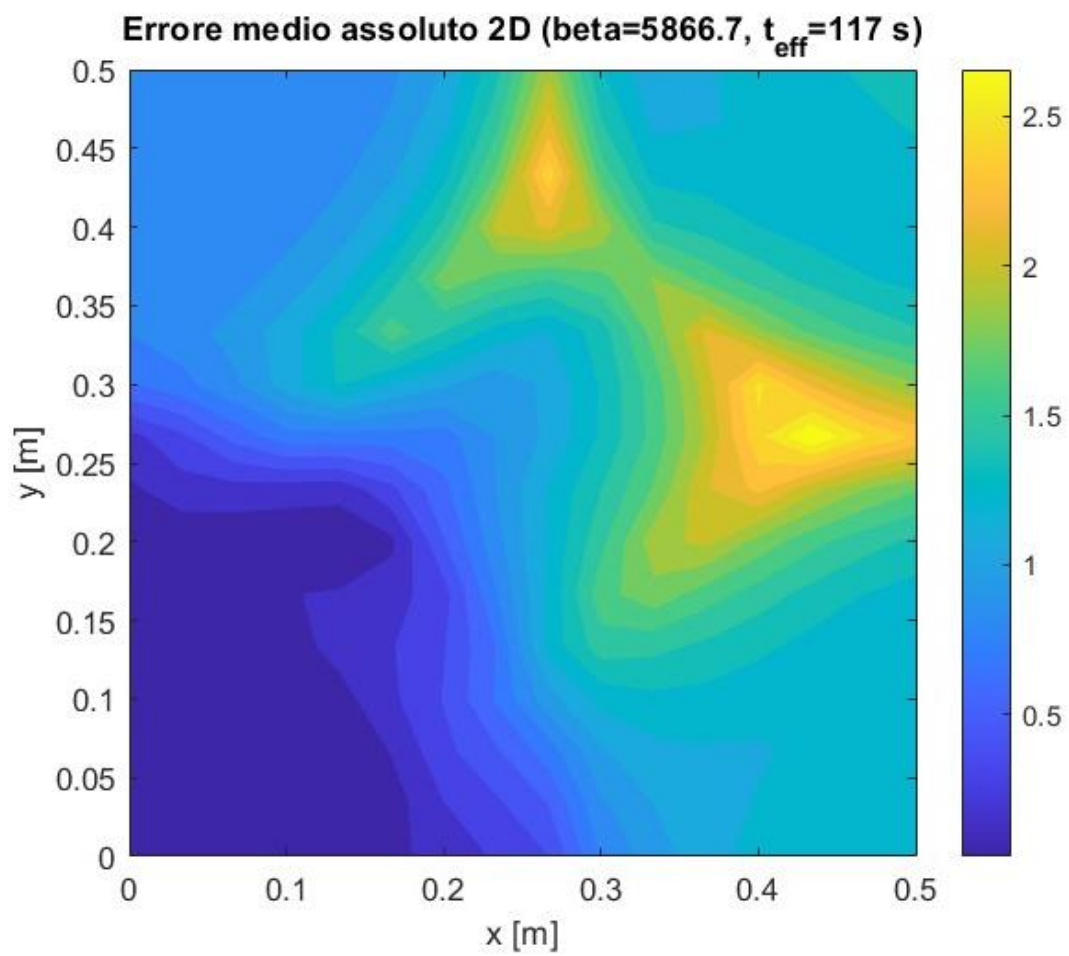


Figura 55 - Errore di localizzazione 2D caso 1 per foro n. 20

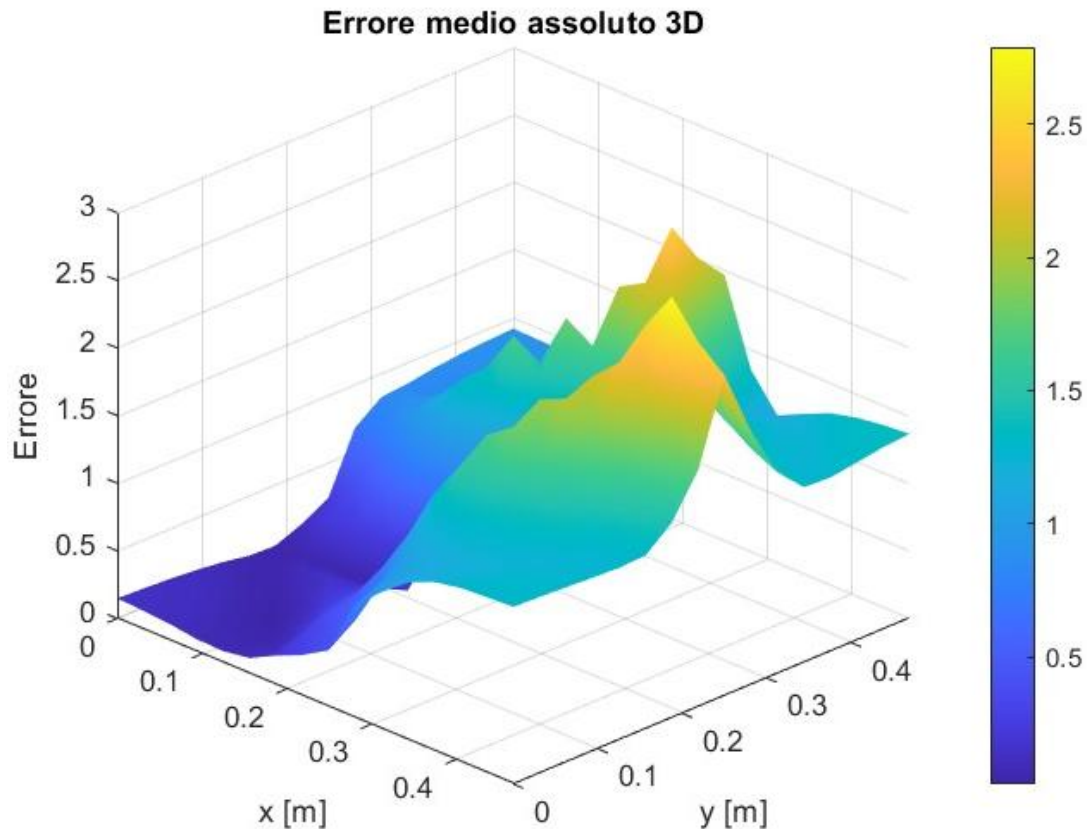


Figura 56 - Errore di localizzazione 3D caso 1 per foro n. 20

Di seguito, si può vedere come varia l'errore e la posizione stimata della sorgente al variare dell'equazione dell'errore e del valore di  $c$ , come effettuato anche per il foro numero 7.

#### 6.2.1. Variazione dell'errore

Supponendo di utilizzare adesso l'*Equazione 21*, quindi si utilizza un'equazione meno accurata, con un valore di  $c$  pari a 5, si ottiene:

```
t_eff = 117.3 s (beta=5866.70)
Errore minimo = 0.081060 @ (ix=1, iy=7) -> (x=0.000000 m, y=0.187500 m)
Inserisci la coordinata reale della sorgente [x y] in metri: [0.097 0.104]

Valutazione dell'errore spaziale
Posizione reale: (x=0.097000 m, y=0.104000 m)
Posizione stimata: (x=0.000000 m, y=0.187500 m)
Errore di distanza = 0.127989 m (127.99 mm)
Errore percentuale = 25.598 % rispetto al lato della piastra (50.0 cm)
>>
```

Figura 57 - Risultati caso 2 foro n. 20

Risulta ben chiaro che, nonostante l'errore minimo di localizzazione sia leggermente aumentato, la posizione stimata risulta essere poco accurata, tanto da ottenere un errore percentuale del 26% circa. Questo aumento dell'errore spaziale è dovuto al metodo utilizzato per il calcolo dell'errore di localizzazione: infatti, viene utilizzata l'*Equazione 21*, la quale somma indiscriminatamente tutti i valori di errore presenti su ciascuna riga. In questo modo, una riga che contiene alcuni valori moderatamente bassi può risultare globalmente “migliore” rispetto a quella che contiene effettivamente il minimo locale dell'errore, pur avendo valori più elevati altrove. La conseguenza è che il metodo può selezionare una riga che non corrisponde alla posizione reale della sorgente, portando a una stima spaziale significativamente spostata. Di conseguenza, questo comporta un errore di distanza elevato.

Nel primo caso, invece, utilizzando l'*Equazione 22*, si sottrae il valore massimo dell'errore presente in ogni riga, riducendo l'influenza di eventuali picchi e favorendo la selezione della riga in cui l'errore presenta un minimo. In questo modo, si ricava una posizione stimata molto più accurata e vicina alla posizione reale e, quindi, una riduzione dell'errore spaziale.

Infine, usando l'*Equazione 23*, non si nota alcuna differenza in termini di risultati in quanto l'aggiunta del termine “+*min(Errore\_matematico)*” non produce variazioni apprezzabili perché il valore del minimo dell'errore è tipicamente molto piccolo rispetto al massimo e quindi non modifica l'ordine complessivo delle righe.

### 6.2.2. Variazione di c

Come prima variazione, si considera una diminuzione del parametro c. In particolare, si utilizza un valore unitario.

```
t_eff = 4.693 s (beta=234.67)
Errore minimo = 0.131186 @ (ix=8, iy=5) -> (x=0.218750 m, y=0.125000 m)
Inserisci la coordinata reale della sorgente [x y] in metri: [0.097 0.104]

Valutazione dell'errore spaziale
Posizione reale: (x=0.097000 m, y=0.104000 m)
Posizione stimata: (x=0.218750 m, y=0.125000 m)
Errore di distanza = 0.123548 m (123.55 mm)
Errore percentuale = 24.710 % rispetto al lato della piastra (50.0 cm)
>>
```

Figura 58 - Risultati caso 3 foro n. 20

Anche in questo caso, si nota coerenza con quanto analizzato per il foro numero 7. Una riduzione del parametro c e, quindi di  $\beta$ , corrisponde ad una riduzione del  $t_{\text{eff}}$ . Di conseguenza, il tempo di risposta

del sistema è troppo breve (siamo nell'ordine dei 5 secondi) per cui la scala di diffusione termica non riesce ad adattarsi bene con i dati sperimentali e la localizzazione salta su un minimo falsato. Ne segue che l'errore percentuale cresce di ben 12 volte. Come si nota dalla figura seguente, l'errore di localizzazione nel piano risulta essere ancora ampiamente distribuito.

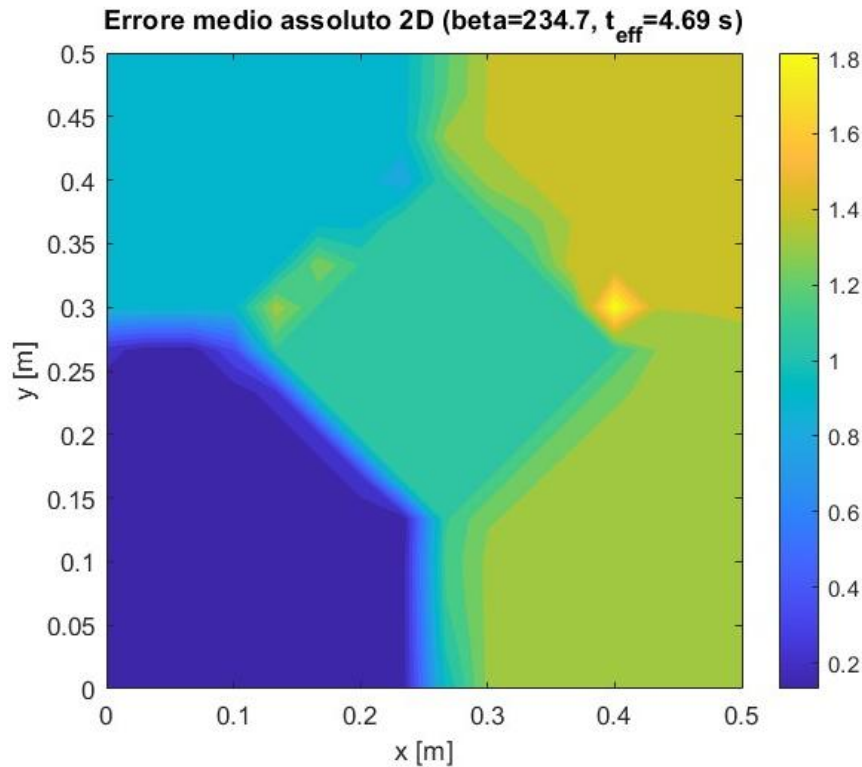


Figura 59 - Errore di localizzazione 2D caso 3 per foro n. 20

Supponendo, invece, di aumentare  $c$  fino al valore di 10 si ottiene:

```
t_eff = 469.3 s (beta=23466.80)
Errore minimo = 0.175642 @ (ix=1, iy=3) -> (x=0.000000 m, y=0.062500 m)
Inserisci la coordinata reale della sorgente [x y] in metri: [0.097 0.104]

Valutazione dell'errore spaziale
Posizione reale: (x=0.097000 m, y=0.104000 m)
Posizione stimata: (x=0.000000 m, y=0.062500 m)
Errore di distanza = 0.105505 m (105.50 mm)
Errore percentuale = 21.101 % rispetto al lato della piastra (50.0 cm)
```

Figura 60 - Risultati caso 4 foro n. 20

Si può affermare che, aumentando  $c$ , il sistema reagisce con un  $t_{eff}$  troppo lungo. Inoltre, la scala di diffusione diventa incoerente perché la lunghezza di diffusione  $L_{target}$  non è più paragonabile al passo della griglia (diventa di un ordine di grandezza superiore rispetto al passo) quindi ne deriva

che il minimo dell'errore di localizzazione si sposta verso il bordo della griglia e l'errore percentuale aumenta.

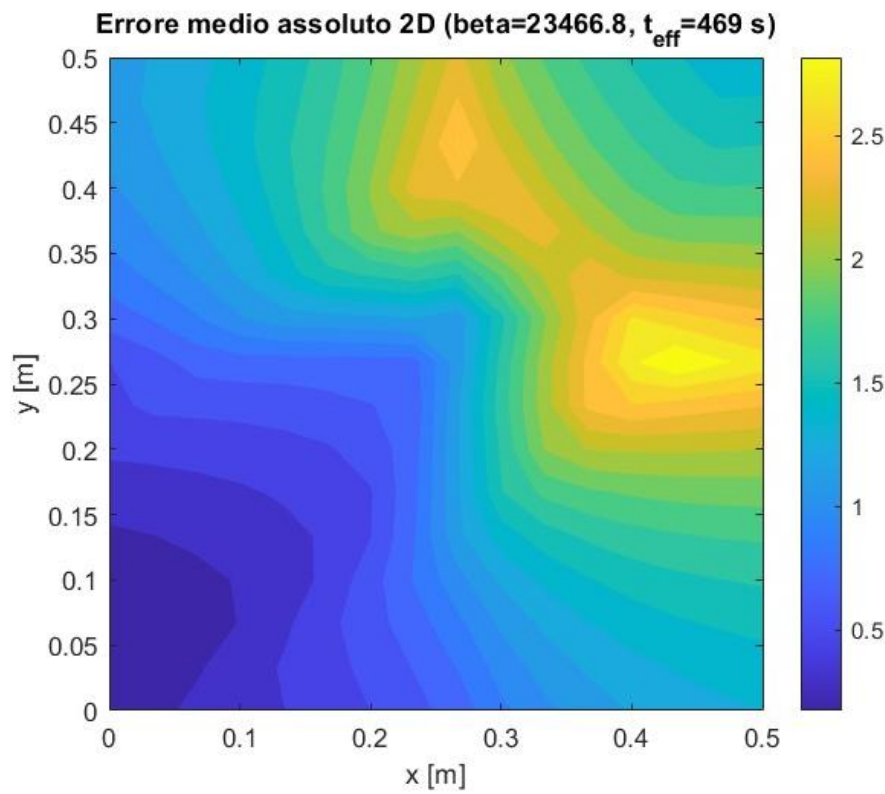


Figura 61 - Errore di localizzazione 2D caso 4 per foro n. 20

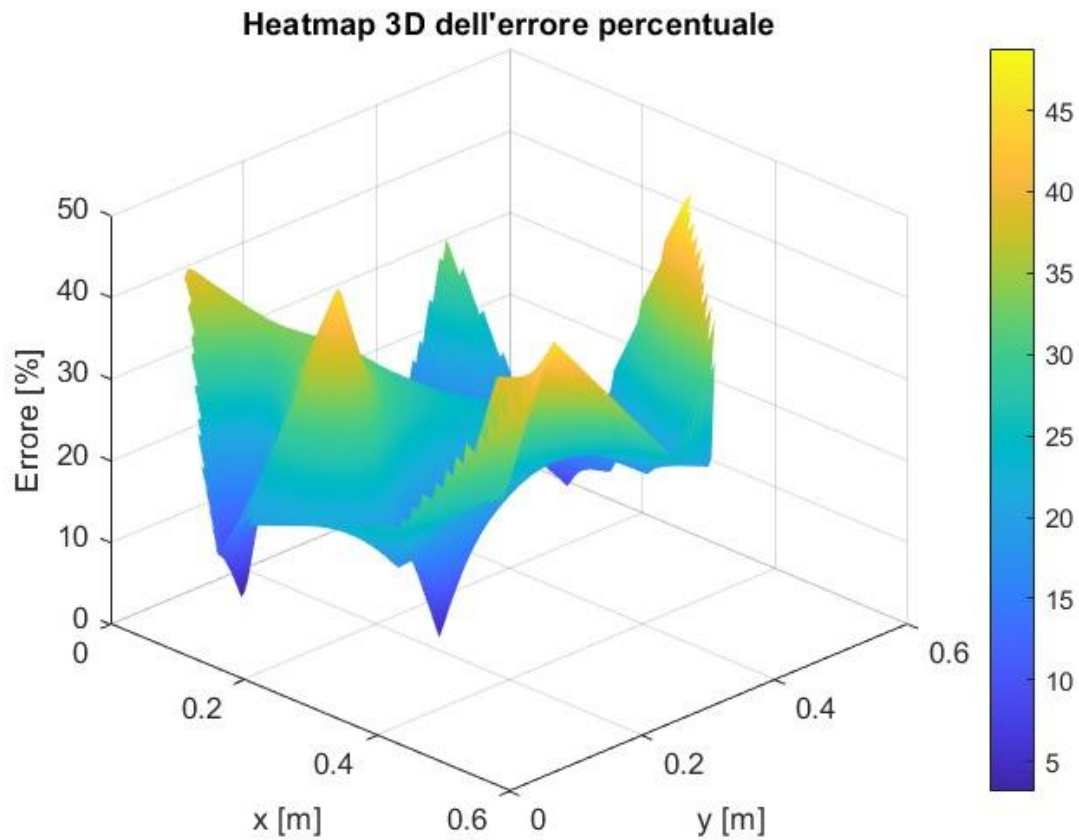
### 6.3. Andamento generale dell'errore spaziale

L'impiego di sensori ottici comporta un costo non trascurabile, sia in termini economici che in termini di complessità del sistema. Per questo, ridurre il numero di sensori, pur mantenendo una certa accuratezza di localizzazione, è uno dei principale obiettivi preposti da questo lavoro il quale può essere interpretato come un *virtual sensing*: la grandezza di interesse non viene dedotta tramite un sensore dedicato posto nel punto specifico, ma attraverso la misura di effetti secondari e la conoscenza del modello di propagazione termica nel dominio. In particolare, questo approccio permette di ricavare, su 25 prove sperimentali, un errore spaziale percentuale medio del 24.43 % utilizzando solamente 5 sensori, su una piastra di dimensione 50\*50 cm. Ciò equivale ad una riduzione del costo e della complessità pari ad un fattore  $\approx 50$  (supponendo di dover collocare un sensore per ogni punto del griglia, quindi 256 sensori, per ottenere una misurazione precisa), a fronte di un incremento dell'errore di un fattore  $\approx 10$  (poiché sul foro in corrispondenza del sensore si ricava un errore spaziale del 2%, contro i 24% di errore medio totale). Quindi, questo compromesso risulta ampiamente accettabile, soprattutto considerando che l'aumento dell'errore si manifesta principalmente nelle zone



di bordo del dominio, dove non è possibile garantire un perfetto contatto tra piastra e lo strato di polistirolo di isolamento e che quindi giustifica una maggior incertezza locale.

Quanto detto può essere visualizzato graficamente grazie ad un'analisi dell'errore percentuale. Si riporta di seguito l'heat map:



*Figura 62 - Heat map dell'errore percentuale*



Foro	Errore %
1	50,010
2	7,817
3	20,076
4	34,999
5	13,735
6	37,428
7	16,936
8	15,278
9	12,894
10	20,494
11	24,755
12	25,664
13	34,059
14	3,536
15	39,019
16	46,075
17	26,425
18	40,596
19	46,110
20	2,151
21	16,533
22	19,750
23	10,820
24	19,038
25	26,422

*Tabella 3 - Errori % per foro*

Il grafico tridimensionale mostra che i valori più elevati di errore si concentrano, principalmente, lontano dai sensori e lungo il perimetro della piastra (il valore massimo è del 50.01 % sul foro 1 e il valore minimo è sul foro 20). L'eccezione è fatta per il foro numero 19, il cui andamento dell'errore di localizzazione è mostrato di seguito.

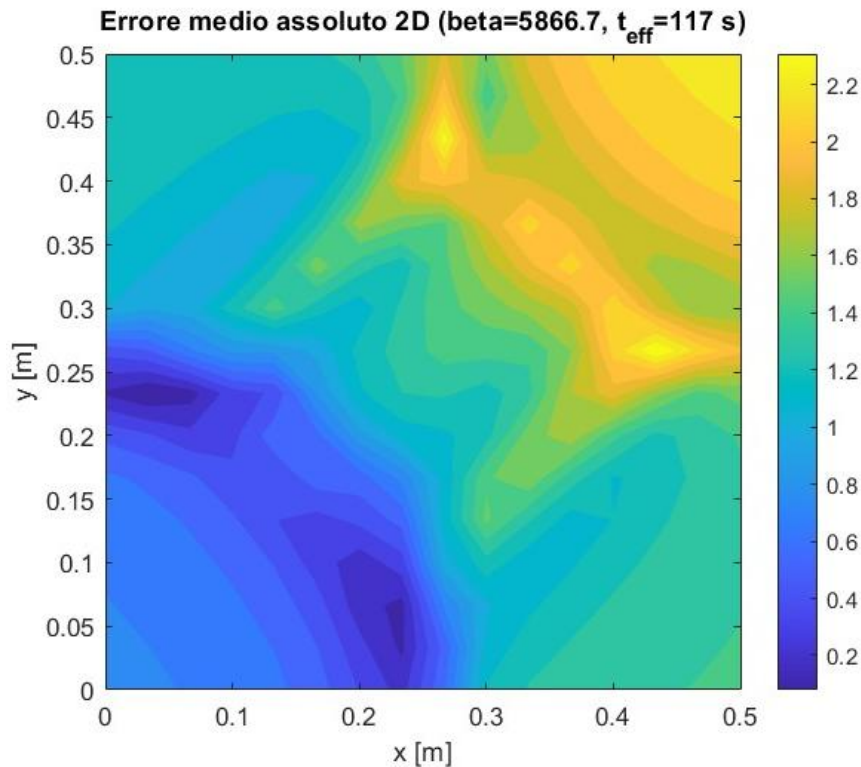


Figura 63 - Errore di localizzazione 2D per foro n. 19

Quando la superficie dell'errore assume questa forma, l'algoritmo di minimizzazione perde la capacità di discriminare in maniera netta la posizione della sorgente reale, perché più punti risultano ugualmente compatibili con i dati misurati. In pratica, la regione attorno al foro 19 non presenta un minimo “a valle profondo”, ma piuttosto una conca ampia e poco marcata. Questo implica che una perturbazione, dovuta a rumore termico, incertezza nelle condizioni al contorno, o leggera discrepanza nei parametri di diffusione, può spostare il punto di minimo verso una cella vicina ma non corrispondente alla sorgente reale. Dal punto di vista fisico, ciò indica che la risposta termica locale non è fortemente distintiva. La zona del foro 19, pur essendo geometricamente centrale, si comporta dunque come una regione a bassa selettività termica, dove la ricostruzione è più incerta. Di conseguenza, anche piccoli errori nella misura o nel modello possono tradursi in uno scostamento relativamente elevato nella stima finale della posizione.

In generale, se si assume come riferimento l'errore nel punto in cui è collocato il sensore 1 (che può essere considerato nullo o minimo), l'errore medio nelle altre posizioni risulta aumentato di un fattore compreso tra  $10\times$  e  $12\times$ . Tuttavia, tale incremento va confrontato con la riduzione di un fattore  $\approx 50$  nel numero di sensori richiesti: si ottiene dunque un miglioramento di circa  $5\times$  nel rapporto tra accuratezza globale e costo/complessità dell'impianto. Questo risultato evidenzia come una rete di sensori molto limitata, opportunamente interpretata mediante il modello fisico di diffusione termica, possa fornire un monitoraggio di tipo generale a costi contenuti.

## 6.4. Nuvola di punti

Un ulteriore passo in avanti può essere fatto andando a testare la bontà dell'algoritmo. Utilizzando il metodo analizzato nel *Capitolo 4*, si riportano di seguito i risultati in termini di rapporto tra aree:

Foro	Rapporto_Area
1	0,0324
2	0,0273
3	0,0815
4	0,1936
5	0,0954
6	0,0284
7	0,0932
8	0,173
9	0,178
10	0,0781
11	0,0921
12	0,1601
13	0,2037
14	0,0759
15	0,2014
16	0,0173
17	0,2014
18	0,1674
19	0,0424
20	0,2131
21	0,0273
22	0,212
23	0,2065
24	0,0815
25	0,1936

Tabella 4 - Rapporto tra aree

Dalla tabella sopra, appare chiaro che il metodo di localizzazione fornisce dei risultati molto stabili. Infatti, circa il 73% delle prove (19 prove su 25) hanno un valore di *rapporto\_area* inferiore al 0.2, indicando quindi un gradiente di errore molto elevato e quindi un'ottima capacità di localizzazione. I restanti 6 casi, circa il 27%, presenta un rapporto tra 0.2 e 0.22: quindi, di una localizzazione discreta in cui la nuvola di errore è leggermente più ampia ed estesa rispetto al caso precedente, ma comunque rimane confinata in una frazione limitata della superficie. È importante notare come non si osservano casi in cui il rapporto tra aree sia superiore a 0.5: questo conferma che il modello non produce localizzazione instabili, infatti nessuna prova presenta una dispersione dell'errore tale da impedire l'identificazione della zona corretta della sorgente. Anche nei casi peggiori, la localizzazione rimane

comunque confinata a circa il 20–22% della piastra, mantenendo quindi un grado di affidabilità più che adeguato.

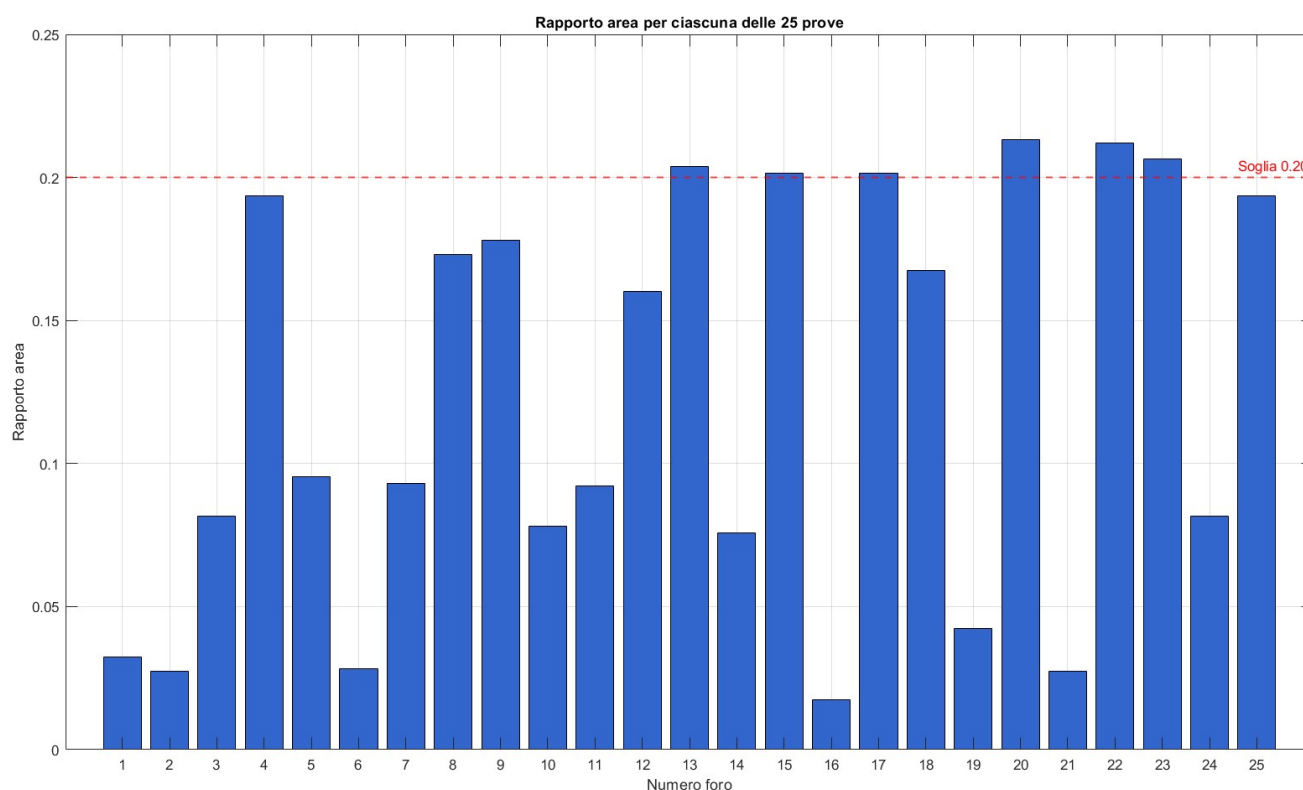


Figura 64 - Andamento del rapporto tra aree

I valori più elevati di *rapporto\_area* sono osservati in corrispondenza dei fori 13, 15, 17, 20, 22 e 23 ed in generale dei fori nella metà inferiore e nei bordi della piastra. In primo luogo, questo leggero aumento può essere dovuto ad una maggiore distanza dai sensori che riduce la sensibilità del sistema e rende i segnali termici più simili tra loro, ampliando la nuvola di errore (come avviene per il foro 17, ad esempio). Inoltre, la vicinanza ai bordi introduce un contributo di disturbo maggiore nella misurazione a causa dell'ambiente di lavoro, in cui lo strato superiore di polistirolo non risulta perfettamente a contatto con quello inferiore (è il caso dei fori numero 13, 17, e 23).

Inoltre, la presenza della striscia di nastro centrale ed eventuali disomogeneità superficiali e piccole variazioni nell'esecuzione della prova contribuiscono ulteriormente ad aumentare la dispersione dell'errore. Nel complesso, questi fattori non sono controllabili perfettamente a priori e, ad ogni modo, spiegano in modo coerente perché alcuni fori presentano un *rapporto\_area* leggermente più elevato pur mantenendo una localizzazione comunque accurata.

Infatti, in definitiva, si ottiene un valore medio di *rapporti\_area* pari a 0.1231, il quale corrisponde ad una riduzione dell'area del 88%. Questa riduzione media dell'area indica che l'algoritmo riesce a restringere la regione plausibile di ricerca della sorgente a circa un ottavo della superficie totale della piastra. Questo comporta che, nella maggior parte dei casi, il sistema è in grado di circoscrivere la ricerca ad una regione ristretta (in media 0.307 m<sup>2</sup>, ovvero il 12% dell'area totale della piastra che è 0.25 m<sup>2</sup>) entro la quale ricade la sorgente di calore, riducendo quindi l'incertezza del modello e garantendo un'elevata precisione con un numero limitato di sensori.

### 6.5. Risultati nel caso di sorgenti multiple

I risultati analizzati fino ad ora possono essere estesi anche al caso di sorgenti multiple. Considerando la configurazione in *Figura 40*, la prima prova è stata condotta posizionando una cartuccia termica nel foro 21, che rappresenta la sorgente 1, (si sceglie un duty cycle pari al 60%) e una nel foro 8 (duty cycle del 50%) ed è la sorgente 2. Si ricava:

```
===== MULTI-SORGENTE =====
Sorgente 1: (0.281250 m, 0.093750 m)
Ampiezza sorgente 1 = 0.142625
Sorgente 2: (0.218750 m, 0.468750 m)
Ampiezza sorgente 2 = 0.108481
Errore finale modello 2 sorgenti = 0.456623
=====

Calcolo errore spaziale percentuale
Inserisci x reale della sorgente 1 [m]: 0.361
Inserisci y reale della sorgente 1 [m]: 0.072

Errore sorgente 1:
  Distanza = 0.0827 m
  Errore percentuale = 16.53 %

Inserisci x reale della sorgente 2 [m]: 0.149
Inserisci y reale della sorgente 2 [m]: 0.416

Errore sorgente 2:
  Distanza = 0.0875 m
  Errore percentuale = 17.49 %
>> |
```

*Figura 65 - Caso 1 sorgenti multiple*

Oltre al fatto che gli errori spaziali sono inferiori al 20%, dai risultati si possono fare alcune osservazioni aggiuntive:

- Errori simili per entrambe le sorgenti: le distanze di errore sono molto vicine ( $\approx 0.083$  m e  $0.088$  m) così come gli errori percentuali. Questo suggerisce che il modello ha una prestazione omogenea, senza favorire una sorgente rispetto all'altra;
- Localizzazione discreta ma migliorabile: errori dell'ordine di 8–9 cm indicano che il modello riesce a individuare correttamente l'area della sorgente, ma non con elevata precisione. È un risultato accettabile in applicazioni preliminari o sperimentali, ma c'è margine di miglioramento.

In definitiva, il modello mostra buona stabilità e risultati coerenti, ma è certamente un prototipo preliminare.

Per finire, è stata effettuata un'altra prova per valutare la possibile estensione del concept. Viene posizionata la sorgente 1 (con duty al 60%) nel foro 8 e la seconda (con duty al 50%) viene inserita nel foro 14. Si ottiene:

```

===== MULTI-SORGENTE =====
Sorgente 1: (0.281250 m, 0.437500 m)
Ampiezza sorgente 1 = 0.157277
Sorgente 2: (0.312500 m, 0.000000 m)
Ampiezza sorgente 2 = 0.077636
Errore finale modello 2 sorgenti = 0.160206
=====

Calcolo errore spaziale percentuale
Inserisci x reale della sorgente 1 [m]: 0.385
Inserisci y reale della sorgente 1 [m]: 0.425

Errore sorgente 1:
  Distanza = 0.1045 m
  Errore percentuale = 20.90 %

Inserisci x reale della sorgente 2 [m]: 0.329
Inserisci y reale della sorgente 2 [m]: 0.166

Errore sorgente 2:
  Distanza = 0.1668 m
  Errore percentuale = 33.36 %

```

*Figura 66 - Caso 2 sorgenti multiple*

Nel secondo caso analizzato, nonostante l'errore finale del modello risulti relativamente basso ( $\approx 0.16$ ), gli errori di localizzazione spaziale sono più elevati rispetto al caso precedente. In particolare, la prima sorgente presenta un errore percentuale di circa 20.9%, mentre la seconda raggiunge un valore pari a 33.4%, indicando una scarsa accuratezza nella stima della sua posizione.

Questa discrepanza mette in evidenza come un buon fitting globale del modello non implichi necessariamente una corretta ricostruzione spaziale delle sorgenti. Il problema risulta particolarmente evidente per la seconda sorgente, che viene stimata sul bordo del dominio ( $y = 0$ ), suggerendo una possibile tendenza dell'algoritmo di posizionare le sorgenti sui bordi del dominio di calcolo. A ciò si aggiunge il fatto che la seconda sorgente presenta un'ampiezza stimata significativamente inferiore rispetto alla prima, rendendola più sensibile al rumore e aumentando l'incertezza sulla sua localizzazione.

## Capitolo 7 – Conclusioni e step futuri

Il presente lavoro di tesi ha permesso di verificare il raggiungimento dell'obiettivo principale: verificare la validità dell'algoritmo sviluppato nel determinare la posizione di una sorgente di calore, impiegando un numero limitato di sensori. I risultati raggiunti possono essere considerati complessivamente soddisfacenti: non solo il modello non produce localizzazioni instabili poiché si ricavano delle localizzazioni confinate entro circa il 20–22% della superficie della piastra, ma, inoltre, l'errore medio di localizzazione della posizione stimata rispetto a quella reale è in media del 24%, con una riduzione di 50 volte del numero di sensori, necessari per avere una stima esatta.

In definitiva, questo risultato evidenzia come una rete di sensori molto limitata, opportunamente interpretata mediante il modello fisico di diffusione termica, possa fornire un monitoraggio di tipo generale a costi contenuti. In applicazioni reali, ciò consente di installare pochi sensori per la sorveglianza complessiva del sistema, riservando eventuali sensori aggiuntivi soltanto ai punti critici noti (quali serbatoi, inverter o sottosistemi particolarmente sensibili). In questo modo si supera anche la necessità di conoscere a priori il punto esatto in cui posizionare il sensore per intercettare un eventuale fenomeno critico: il modello funge da tramite tra misure limitate e informazione spaziale estesa.

Alla luce dei risultati ottenuti nel caso di una singola sorgente, un possibile sviluppo futuro consiste nell'integrazione di algoritmi di clustering applicati istante per istante alle soluzioni generate dall'algoritmo. Un approccio di questo tipo, operante in tempo reale, consentirebbe di aggregare le stime riducendo l'influenza di rumore, migliorando la stabilità e la robustezza della localizzazione anche nel caso di una sola sorgente di calore. Inoltre, tale strategia permetterebbe di superare l'attuale impostazione puramente deterministica, offrendo una descrizione più affidabile della posizione stimata nel tempo.

Inoltre, è stata valutata una preliminare applicazione al caso di sorgenti multiple: nonostante si tratti di una semplice estensione concettuale e non di una verifica completa, i risultati hanno mostrato un errore nella localizzazione inferiore o, nel caso peggiore, pari a circa il 30%. Questi dati permettono di porre le basi per una futura applicazione al caso di più sorgenti, con la necessità di affinare l'algoritmo sviluppato. In particolare, sarà fondamentale garantire la convergenza del passo di integrazione e consentire in modo autonomo all'algoritmo di quantificare il numero di sorgenti di calore e localizzarle.



## Bibliografia

- [1] Alessandro Aimasso, Carlo Giovanni Ferro, Matteo Bertone, Matteo D. L. Dalla Vedova, Paolo Maggiore. «Fiber Bragg Grating Sensor Networks Enhance the In Situ Real-Time Monitoring Capabilities of MLI Thermal Blankets for Space Applications.» 2023.
- [2] Alireza Behbahani, Mehrdad Pakmehr, William A. Stange. «Optical Communcations and Sensing for Avionics.» *Springer Nature Switzerland*, 2020.
- [3] Carlo Giovanni Ferro, Alessandro Aimasso, Matteo Bertone, Nicolò Sanzo, Matteo Davide Lorenzo Dalla Vedova, Paolo Maggiore. «Experimental development and evaluation of a fiber bragg grating-based outside air temperature sensor for aircraft applications.» *Elsevier*, 2023.
- [4] Chengqi Ma, Bang Wu, Stefan Poslad, David R. Selviah. «Wi-Fi RTT Ranging Performance Characterization and Positioning System Design.» 2022.
- [5] Daniele Tosi. «Review of Chirped Fiber Bragg Grating (CFBG) Fiber-Optic Sensors and Their Applications.» 2018.
- [6] Esa. «GPS Architecture.» 2011.
- [7] Federico Librino, Marco Levorato, Michele Zorzi. «An Algorithmic Solution for Computing Circle Intersection Areas and its Applications to Wireless Communications.» Università di Padova, 2012.
- [8] Gabriel Jekaterynczuk, Zbigniew Piotrowski. «A Survey of Sound Source Localization and Detection Methods and Their Applications.» 2023.
- [9] Giuseppe Spalierno. «Tecnologia delle fibre ottiche.»
- [10] Guoqiang Mao, Baris, Fidan, Brian D.O. Anderson. «Wireless Sensor Network Localization Techniques.»
- [11] Iain McKenzie, Selwan Ibrahim, Emile Haddad, Silvia Abad, Andreas Hurni, Lun K. Cheng. «Fiber Optic Sensing in Spacecraft Engineering: An Historical Perspective From the European Space Agency.» *Frontiers in Physics*, 2021.
- [12] J. A. Oren. «Study of Thermal Management for Space Platform Applications.» 1989.
- [13] Jacopo Sampò . «Localizzazione in tempo reale di anomalie termiche su un’ala tramite sensori a fibra ottica.» 2024.

- [14] Marta Alemanni. «Monitoraggio strutturale di materiali compositi mediante una tecnologia di rilevamento distribuito del campo di deformazione basata su fibre ottiche.» 2023.
- [15] Noel Varelaa, Díaz-Martinez, Jorge L, Adalberto Ospinoc, Nelson Alberto Lizardo Zelaya. «Wireless sensor network for forest fire detection.» *Elsevier*, 2020.
- [16] Shuanggen Jin. «Global Navigation Satellite Systems.» 2012.
- [17] Yinggao Yue, Li Cao, Shaotang Cai, Bo Hang, Hao Wu. «A Novel Hybrid Location Algorithm Based on Chaotic Particle Swarm Optimization for Mobile Position Estimation.» 2019.