



**Politecnico
di Torino**

Politecnico di Torino

**Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria
Aerospaziale**

**Virtual manufacturing di materiali
compositi con inclusioni
interlaminari**

Relatore:

Prof. Enrico Zappino

Candidata:

**Claudia De Michele
320006**

Correlatori:

**Prof. Marco Petrolo
Dott.ssa Martina Santori**

Dicembre 2025

Abstract

A partire dalla prima metà del XX secolo, il settore aerospaziale ha visto un impiego crescente dei materiali compositi, caratterizzati da eccellenti proprietà meccaniche e da un ridotto peso rispetto ai tradizionali materiali metallici. Tuttavia, i processi di manifattura che li caratterizzano risultano complessi e sensibili, in quanto difettosità e deformazioni indotte dal processo (PIDs – Process Induced Deformations) possono emergere a seguito di variazioni di temperatura e pressione, coinvolgendo fenomeni termici, chimici e meccanici accoppiati. I costi elevati dei tool impiegati rendono fondamentale lo sviluppo di approcci di virtual manufacturing, in grado di prevedere il comportamento dei materiali eterogenei sia durante la fabbricazione sia nelle fasi successive. Negli ultimi anni è stata proposta l'introduzione di inclusioni interlaminari con l'obiettivo di incrementare la tenacità strutturale e ridurre la propagazione delle delaminazioni provocate da impatti a bassa velocità, favorendo la dispersione dei cedimenti microstrutturali in un sottile strato aggiuntivo.

L'obiettivo della presente tesi è analizzare due configurazioni strutturali, una piastra e una geometria a "L", confrontando le differenze di risposta al ciclo di cura e alla rimozione del tool tra strutture prive e dotate di strati interlaminari di sola matrice. Le simulazioni numeriche sono state condotte mediante il MUL² Code sviluppato dall'omonimo gruppo di ricerca del Politecnico di Torino. Il suddetto codice è basato sulla Carrera Unified Formulation (CUF), un approccio teorico e computazionale strettamente integrato con il Finite Element Method (FEM).

I risultati mostrano che gli spostamenti totali lungo la direzione z , le deformazioni e le tensioni normali e di taglio confermano la capacità degli interstrati di contenere la risposta deformativa delle strutture, coerentemente con l'innovazione proposta. In conclusione, il lavoro evidenzia il potenziale del nuovo metodo di rinforzo dei compositi, capace di migliorare la risposta strutturale a fronte di un incremento minimo di spessore. Il metodo proposto, inoltre, si interfaccia in modo efficace con il MUL² Code, il quale ne supporta l'implementazione e la validazione. Si tratta tuttavia di un'analisi preliminare, che apre la strada a studi futuri sull'impiego di particelle termoplastiche insite nella stessa matrice e sulla conseguente ulteriore ottimizzazione delle proprietà strutturali coinvolte.

Since the first half of the twentieth century, the aerospace sector has increasingly adopted composite materials, characterized by excellent mechanical properties and a significantly lower weight compared to traditional metallic materials. However, their manufacturing processes are complex and highly sensitive, as defects and process-induced deformations (PIDs) may arise due to variations in temperature and pressure, involving coupled thermal, chemical, and mechanical phenomena. The high cost of the tools employed makes the development of virtual manufacturing approaches essential, as they allow for predicting the behaviour of heterogeneous materials both during fabrication and in the subsequent phases. In recent years, the introduction of interlaminar inclusions has been proposed with the aim of increasing structural toughness and reducing delamination propagation caused by low-velocity impacts, by promoting the dispersion of microstructural failures within a thin additional layer.

The objective of this thesis is to analyse two structural configurations, a flat plate and an L-shaped geometry, comparing the effects of the curing cycle and tool removal between structures with and without interlaminar matrix-only layers. The numerical simulations were performed using the MUL² Code, developed by the namesake research group at Politecnico di Torino. This code is based on the Carrera Unified Formulation (CUF), a theoretical and computational approach closely integrated with the Finite Element Method (FEM).

The results show that total z-displacements, normal and shear strains and stresses confirm the ability of the interlaminar layers to limit the deformative response of the structures, consistently with the proposed innovation.

In conclusion, the work highlights the potential of the new composite reinforcement method, which improves the structural response with only a minimal increase in thickness. Moreover, the proposed method interfaces effectively with the MUL² Code, which supports its implementation and validation. However, this study represents a preliminary step, paving the way for future investigations on the use of thermoplastic particles embedded within the matrix and on the resulting further optimization of the structural properties involved.

Sommario

Negli ultimi decenni l'impiego dei materiali compositi nel settore delle strutture aerospaziali ha assunto un ruolo sempre più rilevante: si è infatti passati da una percentuale di utilizzo dell'1–2% sul McDonnell Douglas DC-10, risalente agli anni Settanta, a valori prossimi al 55% sull'Airbus A350. I processi di manifattura dei materiali eterogenei sopracitati risultano tuttavia estremamente complessi, poiché fortemente sensibili sia a pressioni e temperature raggiunte durante la fase di polimerizzazione sia alla successiva rimozione del tool. Da tali fenomeni derivano tensioni residue e deformazioni post-processo, come lo spring-in angle e il warpage. Questi effetti, noti come Process Induced Deformations (PIDs), possono essere distinti in due categorie: intrinseci, cioè legati alla geometria del componente e alle proprietà del materiale, ed estrinseci, ovvero dipendenti dal ciclo di cura e dall'interazione tra tool e laminato. Tali deformazioni comportano non solo deviazioni geometriche rispetto al modello nominale, ma anche variazioni delle proprietà meccaniche, con conseguente riduzione dei margini di sicurezza e potenziale incremento del rischio di failure strutturale. In questo contesto si inserisce il concetto di virtual manufacturing, che permette lo sviluppo di modelli affidabili e computazionalmente efficienti tali da prevedere il comportamento meccanico e le variazioni dimensionali dei componenti, riducendo sensibilmente costi e tempi associati alle prove sperimentali. Un ulteriore e recente ambito di ricerca inerente i materiali compositi riguarda l'introduzione di inclusioni interlaminari, costituite da veli non tessuti o da sottili strati di sola matrice. Questi elementi consentono di migliorare la resistenza alla compressione post-impatto e di limitare la propagazione delle delaminazioni, riducendo l'area danneggiata a seguito di urti e favorendo la dispersione dei cedimenti nel nuovo strato sottile. Tale soluzione comporta un lieve incremento dei costi di produzione e dello spessore del laminato, ma garantisce un netto miglioramento delle prestazioni strutturali.

L'analisi numerica delle strutture composite si avvale tipicamente del Finite Element Method (FEM), che permette di simulare il comportamento di configurazioni complesse sottoposte a diversi stati di carico. In questa trattazione il metodo FEM è integrato con la Carrera Unified Formulation (CUF), un approccio teorico-computazionale che supera le tradizionali teorie strutturali (Eulero–Bernoulli, Kirch-

hoff, Reissner, Mindlin, Love) attraverso l'impiego di una notazione compatta e la descrizione del campo di spostamento mediante funzioni base di ordine arbitrario. Dalla sinergia tra FEM e CUF nasce il MUL² Code, sviluppato dall'omonimo gruppo di ricerca del Politecnico di Torino. Tale codice consente, a partire da file di input contenenti le caratteristiche del modello (numero e tipologia degli elementi, materiali, nodi, laminazione, vincoli ecc...), di eseguire simulazioni numeriche e analisi strutturali di diversa natura. Nel presente lavoro il codice è stato impiegato per la simulazione dei cicli di cura dei componenti analizzati.

L'attività di tesi si è articolata in una preliminare fase di validazione del modello, avviata con l'analisi di una trave a sbalzo in alluminio soggetta a soli carichi termici e successivamente estesa allo studio di una geometria a "L", per la quale è stata adottata una laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$ con valutazione dello spring-in angle lungo la sezione in ascissa. In una seconda fase sono state analizzate due strutture in materiale composito: una piastra piana e una superficie curva, rappresentativa di una porzione della geometria a "L" precedentemente considerata. Per entrambe le configurazioni (così come per il modello a "L") sono stati adottati il medesimo ciclo di cura, della durata complessiva di 333 minuti con fase di holding a 180°C, e il prepreg AS4/8552, costituito da fibre di carbonio HexTow AS4 e matrice epossidica HexPly 8552. Per la piastra sono state esaminate tre sequenze di laminazione — $[90/0/90/0]_s$, $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ e $[0/0/90/0/90/0/90/90]$ — mentre per la superficie curva l'analisi è stata condotta unicamente sulla laminazione simmetrica. Le indagini hanno riguardato il confronto, in presenza e in assenza di interstrati di matrice HexPly 8552, degli spostamenti, delle deformazioni (sia classiche sia espresse tramite spring-in angle) e delle tensioni risultanti. I dati numerici sono stati visualizzati mediante ParaView e successivamente elaborati in forma grafica tramite Matlab.

I risultati ottenuti mostrano che l'introduzione di interstrati di matrice comporta un beneficio tangibile per la piastra piana, in particolare per le configurazioni asimmetriche, per le quali si osserva una riduzione del 4.45% degli spostamenti totali in direzione z. Per la superficie curva, invece, il modello non evidenzia i vantaggi attesi dall'introduzione degli strati aggiuntivi: al contrario, tali inclusioni comportano un aumento di tutte le grandezze analizzate.

Nel complesso, il lavoro svolto contribuisce alla comprensione delle deformazioni indotte dal processo e degli stress residui in presenza di inclusioni interlaminari, evidenziando come i loro effetti varino significativamente al variare della geometria e fornendo indicazioni utili alla simulazione numerica di componenti compositi sottoposti a cicli di cura anche in presenza di tali interstrati.

Indice

Elenco delle figure	VII
Elenco delle tabelle	XI
1 Introduzione ai materiali compositi	1
1.1 Cenni storici	2
1.2 Il manufacturing dei prepregs	4
1.3 Il supporto della simulazione numerica	9
1.3.1 Esempi di simulazioni con FE per determinare deformazioni indotte e stress residui	12
1.4 Il contributo delle inclusioni interlaminari	13
2 Il modello strutturale CUF/FEM	15
2.1 I modelli unidimensionali della classe di espansione di Lagrange . .	16
2.1.1 Polinomi di Lagrange	17
2.1.2 Formulazione isoparametrica	19
2.2 I campi di spostamento della LE e gli elementi della cross-section .	22
2.2.1 Formulazione agli elementi finiti e nuclei fondamentali	24
2.3 Le equazioni di governo, la formulazione agli elementi finiti e le funzioni nucleo	24
2.3.1 Equazioni di governo	24
2.3.2 Formulazione agli elementi finiti	26
2.3.3 Matrice di rigidezza	28
2.3.4 Vettore dei carichi	32
2.4 Cross-section multi-elemento	33
3 L'implementazione del MUL² Code	37
3.1 Il modello cinematico monodimensionale	37
3.2 L'analisi del processo di curing	40

4	Caratterizzazione e comportamento degli strati interlaminari nei materiali compositi	46
4.1	Effetto dei rinforzi interlaminari sugli impatti a bassa velocità . . .	46
4.2	Simulazione del percorso di frattura	47
4.3	Influenza dei parametri di cura	50
4.4	L'HexPly 8552	54
5	Risultati numerici	55
5.1	Analisi statica termoelastica accoppiata	55
5.2	Calcolo dello spring-in angle su un L-shape model	61
5.3	Analisi post-curing di una piastra costituita da 8 strati	66
5.3.1	Analisi e confronto tra i risultati ottenuti	67
5.4	Analisi post-curing di una piastra costituita da 8 strati con sottili strati di matrice interposti tra essi	75
5.4.1	Analisi e confronto tra i risultati ottenuti	75
5.5	Confronto tra le due piastre analizzate - con e senza strati intermedi di HexPly 8552	83
5.5.1	Displacements	83
5.5.2	Strains	85
5.5.3	Stresses	89
5.6	Analisi post-curing di una superficie curva con e senza strati intermedi di matrice	94
5.6.1	Displacements	94
5.6.2	Spring-in angle	97
5.6.3	Stresses	98
6	Conclusioni	100
6.1	Outline	100
6.2	Obiettivi raggiunti	102
6.3	Sviluppi futuri	102
	Bibliografia	102

Elenco delle figure

1.1	Progressivo utilizzo dei materiali compositi in aviazione.	4
1.2	Esempio di prepreg.	5
1.3	Esempio di cutting su prepreg.	6
1.4	Sacchi a vuoto.	7
1.5	Autoclave.	7
1.6	Schematizzazione dello spring-in e del warpage residui in parti in composito curve dopo il processo di cura e la conseguente rimozione del tool [29].	10
1.7	L'influenza della modellazione, dei parametri, della previsione, della simulazione e dei meccanismi di controllo sui PIDs [28].	11
2.1	Elemento quadrangolare L4 rappresentato in geometria effettiva e normalizzata [63].	17
2.2	Elemento quadrangolare L9 rappresentato in geometria effettiva e normalizzata [63].	18
2.3	DOFs dell'elemento L4 sfruttando sole variabili di puro spostamento [63].	22
2.4	Esempio di modellazione di Lagrange per un elemento L4 [63]. . . .	23
2.5	Schema di assemblaggio della matrice di rigidezza nodale [63]. . . .	30
2.6	Schema di assemblaggio della matrice di rigidezza nodale [63]. . . .	31
2.7	Schema di assemblaggio della matrice di rigidezza nodale [63]. . . .	31
2.8	Posizionamento delle componenti di carico all'interno del vettore delle forze nodali [63].	32
2.9	Esempio di modellazione LE con due elementi L4 [63].	33
2.10	Esempio di due elementi L4 assemblati in un nodo trave [63]. . . .	34
2.11	Assemblaggio dell'elemento 1 in un nodo trave [63].	35
2.12	Assemblaggio dell'elemento 2 in un nodo trave [63].	35
2.13	Assemblaggio di due elementi L4 in corrispondenza di un nodo di trave [63].	36

3.1	Esempi di mesh della cross-section realizzate usando elementi lineari (L4) e quadratici (L9) [29].	38
3.2	Procedura di assemblaggio della matrice di rigidezza [29].	40
3.3	Proprietà del materiale all'i-esimo step temporale considerato [29]. .	41
3.4	Algoritmo per stabilire gli stress e le deformazioni residue a seguito del processo di curing eseguito su una parte composita [29].	42
3.5	Partizionamento della matrice di rigidezza totale [29].	44
4.1	Illustrazione del modello interlaminare e della ROI contenente particelle 1D in ogni sottosezione [64].	48
4.2	Sezioni del Mat. A, con la cricca che si propaga da sinistra verso destra: a sx un'ampia regione impoverita di particelle (a); a dx una regione sempre impoverita di particelle ma più piccola della precedente (b) [64].	49
4.3	A sinistra (a): cicli di cura con diverse velocità di riscaldamento; a destra (b): percorsi di cura nella mappa del processo [58].	51
4.4	A sinistra (c): microstruttura interlaminare all'interfaccia tra gli strati a $0^\circ/0^\circ$ per diversi cicli di cura; a destra (d): microstruttura interlaminare all'interfaccia tra gli strati a $-45^\circ/90^\circ$ per diversi cicli di cura [58].	52
4.5	Prove QSI: micrografie del danno (sottoposto a impattatore) per cicli di cura con diverse velocità di riscaldamento [58].	53
5.1	Rappresentazione schematica della trave oggetto di studio.	55
5.2	Disposizione L9 dei nodi della cross-section.	56
5.3	Disposizione L16 dei nodi della cross-section.	56
5.4	Geometria dell'L-shape model [29].	62
5.5	Modello FEM dettagliato e semplificato attraverso l'applicazione delle 2 condizioni di simmetria [29].	63
5.6	Grafico $x[m]$ - $\text{spring-in angle}[deg]$ ottenuto con l'implementazione del MUL ² Code.	64
5.7	Confronto tra la soluzione ricavata col MUL ² Code (markers rossi) e quella ottenuta nel paper di riferimento (markers neri).	65
5.8	Ampiezza del campo di spostamenti del componente analizzato col MUL ² Code al termine della polimerizzazione e a seguito della rimozione del tool.	65
5.9	Tool, shear layer e strati della piastra in oggetto.	66
5.10	Magnitude displacement - piastra con laminazione simmetrica. . . .	70
5.11	Magnitude displacement - prima piastra con laminazione asimmetrica.	70
5.12	Magnitude displacement - seconda piastra con laminazione asimmetrica.	71

5.13	Componente di deformazione normale ϵ_{xx} per le tre laminazioni considerate.	72
5.14	Componente di deformazione trasversale ϵ_{xz} per le tre laminazioni considerate.	73
5.15	Componente di tensione normale σ_{xx} per le tre laminazioni considerate.	74
5.16	Componente di tensione trasversale σ_{xz} per le tre laminazioni considerate.	74
5.17	Tool, shear layer, strati e interstrati della piastra in oggetto.	75
5.18	Magnitude displacement - piastra con laminazione simmetrica.	78
5.19	Magnitude displacement - prima piastra con laminazione asimmetrica.	79
5.20	Magnitude displacement - seconda piastra con laminazione asimmetrica	79
5.21	Componente di deformazione normale ϵ_{xx} per le tre laminazioni considerate.	80
5.22	Componente di deformazione trasversale ϵ_{xz} per le tre laminazioni considerate.	81
5.23	Componente di tensione normale σ_{xx} per le tre laminazioni considerate.	82
5.24	Componente di tensione trasversale σ_{xz} per le tre laminazioni considerate.	82
5.25	Componente di deformazione normale ϵ_{xx} per la laminazione simmetrica nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	86
5.26	Componente di deformazione normale ϵ_{xx} per la prima laminazione asimmetrica nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	86
5.27	Componente di deformazione normale ϵ_{xx} per la seconda laminazione asimmetrica nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	87
5.28	Componente di deformazione trasversale ϵ_{xz} per la laminazione simmetrica nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	88
5.29	Componente di deformazione trasversale ϵ_{xz} per la prima laminazione asimmetrica nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	88
5.30	Componente di deformazione trasversale ϵ_{xz} per la seconda laminazione asimmetrica nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	89
5.31	Componente di tensione normale σ_{xx} per la laminazione simmetrica, nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	90
5.32	Componente di tensione normale σ_{xx} per la prima laminazione asimmetrica, nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	90
5.33	Componente di tensione normale σ_{xx} per la seconda laminazione asimmetrica, nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	91

5.34	Componente di tensione trasversale σ_{xz} per la laminazione simmetrica, nel caso privo e compressivo degli strati intermedi.	92
5.35	Componente di tensione trasversale σ_{xz} per la prima laminazione asimmetrica, nel caso privo e compressivo degli strati intermedi. . .	92
5.36	Componente di tensione trasversale σ_{xz} per la seconda laminazione asimmetrica, nel caso privo e compressivo degli strati intermedi. . .	93
5.37	Magnitude displacement - superficie curva priva di interstrati. . . .	96
5.38	Magnitude displacement - superficie curva compressiva di interstrati.	97
5.39	Confronto tra lo spring-in angle della superficie curva priva di interstrati (markers rossi), della superficie curva con interstrati (markers blu) e della superficie curva del'L-shape model presentato nel paragrafo 5.2 (markers verdi).	98
5.40	Componente di tensione normale σ_{xx} nel caso privo e compressivo di interstrati.	99
5.41	Componente di tensione trasversale σ_{xz} nel caso privo e compressivo di interstrati.	99

Elenco delle tabelle

2.1	Coordinate normalizzate dei punti dell'elemento L4.	18
2.2	Coordinate normalizzate dei punti dell'elemento L9.	19
5.1	Spostamenti ottenuti in [mm] con la configurazione B4, LE9.	56
5.2	Temperature ottenute in [°C] con la configurazione B4, LE9.	57
5.3	Spostamenti ottenuti in [mm] con la configurazione B4, LE16.	57
5.4	Temperature ottenute in [°C] con la configurazione B4, LE16.	57
5.5	Spostamenti ottenuti in [mm] con la configurazione B4, TE2.	57
5.6	Temperature ottenute in [°C] con la configurazione B4, TE2.	57
5.7	Spostamenti ottenuti in [mm] con la configurazione B4, TE3.	58
5.8	Temperature ottenute in [°C] con la configurazione B4, TE3.	58
5.9	Spostamenti ottenuti in [mm] nel paper [8] - configurazione B4, LE9.	58
5.10	Temperature ottenute in [°C] nel paper [8] - configurazione B4, LE9.	58
5.11	Spostamenti ottenuti in [mm] nel paper [8] - configurazione B4, LE16.	59
5.12	Temperature ottenute in [°C] nel paper [8] - configurazione B4, LE16.	59
5.13	Errore per gli spostamenti ottenuti con la configurazione B4, LE9.	59
5.14	Errore per gli spostamenti ottenuti con la configurazione B4, LE16.	59
5.15	Errore per gli spostamenti ottenuti con la configurazione B4, TE2.	60
5.16	Errore per gli spostamenti ottenuti con la configurazione B4, TE3.	60
5.17	Numero di gradi di libertà corrispondenti alle casistiche considerate.	60
5.18	Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$	67
5.19	Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione asimmetrica $[0/0/90/90/0/0/90/90]$	68
5.20	Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione asimmetrica $[0/0/90/0/90/0/90/90]$	68
5.21	Spostamenti in y al variare della laminazione considerata.	69
5.22	Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$ con strati intermedi di matrice.	76

5.23	Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione asimmetrica $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ con strati intermedi di matrice.	76
5.24	Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione asimmetrica $[0/0/90/0/90/0/90/90]$ con strati intermedi di matrice.	77
5.25	Spostamenti in y al variare della laminazione considerata.	77
5.26	Spostamenti in z al variare di x - piastra con laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$, caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	83
5.27	Spostamenti in z al variare di x - piastra con laminazione simmetrica $[0/0/90/90/0/0/90/90]$, caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	84
5.28	Spostamenti in z al variare di x - piastra con laminazione simmetrica $[0/0/90/0/90/0/90/90]$, caso privo e comprensivo degli strati intermedi.	84
5.29	Coordinate x, y e z dei punti considerati per l'analisi della superficie curva priva di interstrati.	94
5.30	Spostamenti in x, y e z per i punti illustrati nella Tabella 5.29. . . .	95
5.31	Coordinate x, y e z dei punti considerati per l'analisi della superficie curva comprensiva di interstrati.	95
5.32	Spostamenti in x, y e z per i punti illustrati nella Tabella 5.31. . . .	95

Capitolo 1

Introduzione ai materiali compositi

Dalla prima metà del XX secolo, i materiali compositi sono stati sempre di più al centro dell'interesse di svariati settori, tra i quali quello aerospaziale e della difesa. Un materiale composito è una combinazione di un materiale prevalente, la matrice (realizzata in materiale metallico, ceramico o polimerico), all'interno del quale si disperdono dei rinforzi sotto forma di fibre (tipicamente di carbonio, vetro e boro) o particelle (di grandi o piccole dimensioni). Tali componenti o fasi, chiaramente identificabili, conferiscono al prodotto finito caratteristiche migliori rispetto a quelle che gli stessi avrebbero singolarmente [1]. La matrice svolge la funzione di mantenere insieme le fibre e trasferire il carico alle stesse. Conferisce, inoltre, la forma finale al componente, isola le fibre in modo che possano agire individualmente (arrestando o rallentando la propagazione di una cricca) e offre un'adeguata protezione contro attacchi di natura chimica o danneggiamenti meccanici. Le fibre, d'altro canto, possono essere classificate come segue:

- fibre corte, disposte casualmente (senza che vi sia, dunque, una direzione preferenziale) o orientate;
- fibre lunghe, aventi molto spesso la stessa dimensione prevalente del componente lungo le quali sono orientate.

L'obiettivo della fibra è quello di migliorare la risposta del materiale lungo la direzione sulla quale è disposta; di conseguenza, il materiale stesso risente molto poco della presenza della fibra nelle direzioni diverse da quella longitudinale. Questo è il motivo per cui la scelta ricade tipicamente nell'utilizzo di compositi laminati, che consistono nella sovrapposizione di diversi strati di compositi unidirezionali con una direzione specifica per ogni fibra che compone il laminato. D'altra parte, nei compositi rinforzati con particelle quest'ultime hanno lo scopo di migliorare la resistenza all'usura, la durezza superficiale e la resistenza alle alte temperature. I compositi con particelle, tuttavia, sono caratterizzati generalmente da resistenza meccanica e rigidezza ben inferiori a quelle dei compositi fibrosi [2].

1.1 Cenni storici

L'utilizzo dei materiali compositi risale a tempi molto antichi, tuttavia l'era moderna degli stessi nasce quando vengono sviluppate le plastiche: fino a quel momento si erano utilizzate resine naturali di origine vegetale e animale per "agglomerare" i vari componenti; negli ultimi anni del XIX secolo, tuttavia, avviene la rivoluzione chimica che permette la polimerizzazione di nuove resine sintetiche (o appunto, polimeriche) e la possibilità che le stesse si trasformino dallo stato liquido allo stato solido. Sempre nello stesso periodo si osserva lo sviluppo del vinile, del polistirene e del poliestere, notevolmente più efficienti rispetto alle resine naturali pur non essendo ancora abbastanza resistenti per essere impiegati in applicazioni strutturali [3].

Alcuni anni dopo, si riscontra il primo esempio di utilizzo di materiali compositi nel settore aeronautico quando nel 1937 Douglas Aircraft Company collabora con Owens Corning Fiberglass. L'obiettivo è la realizzazione di stampi per parti prototipali con l'utilizzo di fibre di vetro in resina fenolica [4]. La fibra di vetro è nota per avere una buona resistenza meccanica e tenacità, un basso costo e per essere facilmente producibile; la resina fenolica, d'altra parte, è data dalla reazione tra fenolo e formaldeide, materiali polimerici termoindurenti che, quindi, sono caratterizzati da una notevole rigidità dovuta ad un network molto ricco, un'elevata fragilità e dalla capacità di lavorare ad alte temperature di servizio senza perdere di proprietà. Emergono sin da subito, dunque, i vantaggi che i materiali compositi conferiscono agli stampi realizzati, fino a quel momento, in materiale metallico [5]. Questo momento segna l'inizio della Fiber Reinforced Polymers (FRP) Industry conosciuta oggi.

Lo sviluppo continua durante la seconda guerra mondiale con l'introduzione delle resine epossidiche per la realizzazione di strutture prima secondarie (come superfici di controllo e allestimenti interni) e poi primarie. E' fondamentale, infatti, sviluppare nuovi materiali resistenti e leggeri per il settore militare. In questa fase emergono anche nuove caratteristiche delle fibre di vetro, come la capacità di essere trasparenti alle radio frequenze e di proteggere apparecchiature elettroniche radar (come i radomes¹) [6]. Durante questo periodo compaiono inoltre, per la prima volta, anche i materiali sandwich², i prepregs³ e processi di manifattura come il

¹Struttura protettiva a forma di cupola usata per proteggere le antenne radar dalle condizioni meteorologiche avverse (vento, pioggia, grandine, irraggiamento solare, ecc.) e/o nasconderne la forma e le dimensioni (da cui un esperto può dedurne lo scopo e le frequenze di lavoro).

²Materiali multistrato caratterizzati da facesheets (che sopportano i carichi flessionali, sia di trazione sia di compressione) e core (che resiste ai carichi di taglio).

³Anche conosciuti come preimpregnati, sono materiali compositi in cui le fibre vengono impregnate con la resina, ottenendo, attraverso il riscaldamento, una preliminare e parziale polimerizzazione della resina stessa.

filament winding⁴ e lo spray-up⁵.

Negli anni '60, poi, inizia il commercio di fibre di carbonio (rigide fino a 10 volte in più rispetto alle fibre di vetro e aventi alta resistenza alla corrosione) e fibre di boro (aventi alta resistenza alla trazione e alla compressione, disponibili sotto forma di nastro preimpregnato e tipicamente utilizzate per applicazioni militari) con l'obiettivo di ridurre il peso e migliorare le prestazioni dei velivoli. L'uso è tuttavia limitato a componenti secondari. Nel 1970 segue lo sviluppo di una fibra aramidica nota con il nome di Kevlar e caratterizzata da un'alta resistenza all'impatto.

Durante il decennio successivo, il tasso di crescita dell'utilizzo dei materiali compositi inizia, quindi, ad incrementare prevalentemente in ambito militare, solitamente più predisposto all'introduzione di innovazioni per via di un budget più elevato e di inferiori rischi connessi. Si riporta l'esempio dell'F-16 (entrato in servizio nel 1978) avente una struttura costituita per il 3% da AV GR/EP (Glass Reinforced/Epoxy); dell'F/A 18 (1983) Hornet, dove la percentuale sale al 9%; infine, dell'AV-8B Harrier (1985) che presenta il 26% di composito utilizzato [7]. Tra tutti i vantaggi connessi all'utilizzo dei materiali compositi, tra cui la sostenibilità degli stessi in termini di produzione, risparmio di peso, manutenzione e multifunzionalità, la soddisfacente performance a fatica e l'alta resistenza alla frattura e al damage tolerance, emergono anche diverse difficoltà del tempo, come la necessità di certificare nuovi componenti e le basse temperature di utilizzo [8][9].

Infine, l'avvento di questa nuova classe di materiali coinvolge anche il settore civile, in cui si evidenziano due importanti progetti: quello del Boeing 787 Dreamliner (la cui struttura è per il 50% in composito, 20% in alluminio, 15% in titanio, 10% in acciaio e 5% "altro") e dell'Airbus A350 (caratterizzato dall'utilizzo del 70% di materiali avanzati, nello specifico 53% di composito e la restante parte in titanio). Nella figura 1.1 si mostra un'evoluzione storica dei principali velivoli caratterizzati dalla presenza di materiali compositi [7]:

⁴Tecnologia continua e automatizzata utilizzata per la produzione di componenti a sezione circolare. Consiste nell'utilizzo di uno strumento, il mandrino, che ruota attorno ad un asse orizzontale, mentre la testa (lo strumento di applicazione della fibra) si muove avanti e indietro lungo tutta la lunghezza del mandrino stesso, posizionando la fibra impregnata con matrice secondo geometrie e finiture ben precise e predeterminate.

⁵Tecnica utilizzata per la realizzazione di componenti aventi grandi dimensioni che coinvolge uno stampo aperto all'interno del quale vengono spruzzate fibre corte e resina catalizzata.

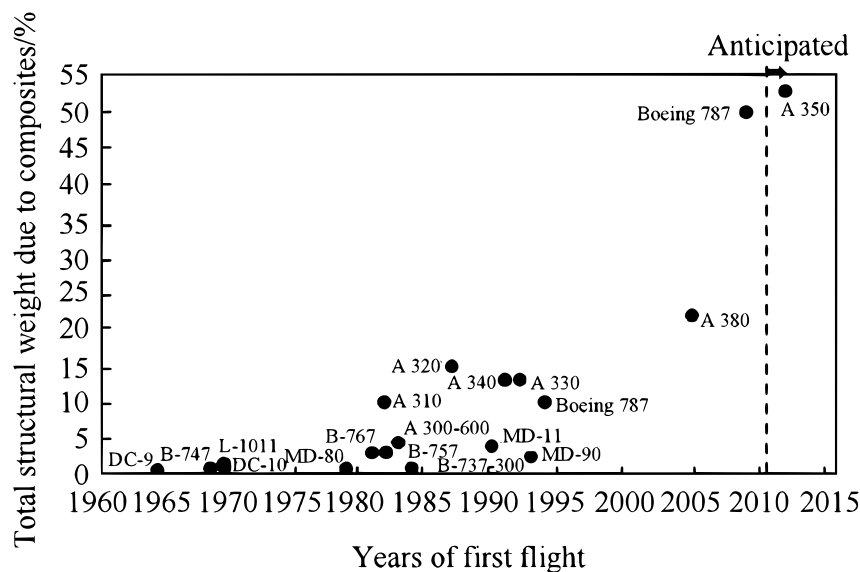


Figura 1.1: Progressivo utilizzo dei materiali compositi in aviazione.

In Belgio nel 1988 nascono, in aggiunta, le fibre di Polipropilene (PP), un polimero termoplastico che offre una migliore adesione al materiale di supporto e una maggiore elasticità, resistenza a trazione e compattezza.

I materiali compositi, a partire dal 1990 fino ad oggi, vengono impiegati principalmente per costruzioni e trasporti: l'interesse dei governi verso tale sviluppo è in netta crescita essendo le nuove fibre e le nuove resine considerate come *eco-friendly* per la società. Le environmental resins, in particolare, sarebbero notevolmente utili per il riciclo di plastiche e polimeri garantendo, allo stesso tempo, alta qualità, resistenza e la possibilità di realizzare prodotti ecologici [3].

1.2 Il manufacturing dei prepregs

I materiali compositi rappresentano una classe di materiali avanzati notevolmente sfruttati per applicazioni strutturali ingegneristiche grazie alle elevate prestazioni specifiche che possono garantire, agli eccellenti rapporti resistenza/peso che li contraddistinguono e alla possibilità di ottimizzare le proprietà meccaniche in funzione delle esigenze progettuali (*tailoring*). Alla luce di tali vantaggi, si osserva una crescente diffusione del loro impiego: gli stessi, infatti, stanno progressivamente sostituendo i tradizionali materiali metallici. Tale adozione, tuttavia, non è da considerarsi integrale, essendo i compositi caratterizzati da particolari processi di manufacturing che, nel settore aerospaziale, sfruttano prevalentemente i prepregs di cui si mostra un esempio in Figura 1.2:

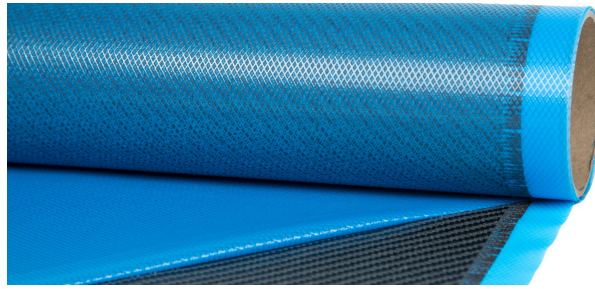


Figura 1.2: Esempio di prepreg.

Il processo di produzione inizia con il reperimento delle materie prime e il trasporto delle stesse. Quest'ultimo deve avvenire a basse temperature sia per impedire l'inizio del curing del materiale sia per assicurare la buona riuscita di un preliminare QC (Quality Control) in accordo con gli standard e le specifiche richieste [10]. Dopo l'eventuale stoccaggio, segue la preparazione del tool su cui si colloca il componente. Lo stesso può consistere in stampi più o meno semplici a seconda del tipo di lay-up che verrà eseguito. Molto importante è anche la scelta del materiale del tool [11]. Successivamente, si riscontrano le fasi di cutting, lay-up e bagging. La prima riguarda l'apposito taglio dei fogli di prepreg per ottenere la forma e le dimensioni del prodotto finale, un processo molto complesso poichè i materiali compositi, a differenza dei metallici:

- sono anisotropi [12];
- sono stratificati, dunque c'è il rischio di delaminazione⁶, processo che influenza significativamente la resistenza meccanica del componente;
- sono eterogenei, quindi il taglio non uniforme può causare fibre sfilacciate, cracking della matrice o deformazioni locali [13][14].

Il cutting può avvenire secondo svariate metodologie e la scelta tra le stesse avviene considerando la presunta velocità di taglio, lo spessore del materiale e le proprietà meccaniche del materiale processato: nel settore aerospaziale, infatti, la qualità del taglio gioca un ruolo fondamentale per quanto riguarda la durabilità del velivolo e l'affidabilità strutturale [15].

⁶La delaminazione è un processo di rottura caratteristico dei laminati realizzati in materiale composito che si presenta come separazione degli strati nei pressi dei bordi liberi del componente, luogo dove si riscontra la maggiore concentrazione degli sforzi.

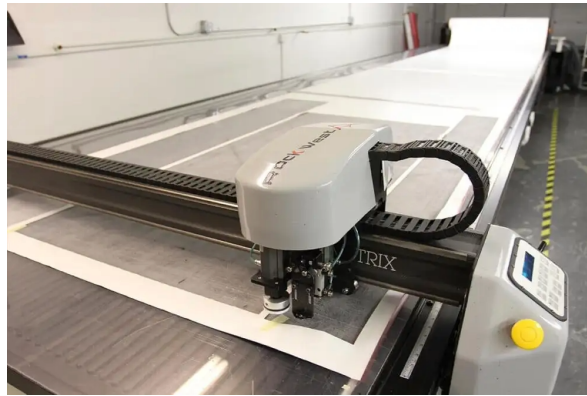


Figura 1.3: Esempio di cutting su prepreg.

Successivamente si ha l'applicazione del release agent cui segue il processo di lay-up. Il release agent è un lubrificante che, applicato sul tool, permette la rimozione della parte (dopo il curing) con maggiore facilità. Lo stesso previene l'insorgenza di tensioni interne e, di conseguenza, il demoulding, ovvero la rottura del componente [16]. L'uso corretto dei release agents evita che il prodotto si attacchi allo stampo, migliorando la finitura superficiale e prolungando la durata dello stampo stesso. Tutto ciò migliora l'efficienza produttiva e consente il risparmio di tempo e denaro.

Di poi, si ha la fase lay-up, ossia la sovrapposizione di strati di materiale composito che, nel caso dei prepregs, può essere sia manuale sia automatizzata. Il primo è un processo versatile, attendibile, conveniente e garantisce una discreta qualità per grandi e piccoli componenti. Il lay-up automatizzato, invece, può essere di due tipologie per i prepregs: Automated Tape Laying (ATL) e Automated Fibre Placement (AFP). La prima tecnologia viene impiegata per stendere in modo automatico nastri pre-impregnati larghi su una superficie rimuovendo, allo stesso tempo, il supporto dello strato in maniera autonoma, controllando velocità di lay-up e temperatura e tensione del nastro [17]. Essa è prevalentemente sfruttata per la produzione di parti aventi geometria relativamente semplice e piccole curvature. I nastri sono rinforzati unidirezionalmente e hanno una larghezza che varia dai 75 mm (3") fino ai 300 mm (12"). L'AFP, invece, è simile all'ATL, ma utilizza strisce pre-impregnate strette, la cui larghezza può variare dai 31.75 mm (0.125") fino ai 127 mm (0.5"). Le stesse vengono poste in corrispondenza della testa di lay-up e, quindi, depositate insieme. Poiché i nastri più stretti si adattano più facilmente a superfici curve, l'AFP può essere sfruttata per produrre geometrie molto più complesse. Per ottenere una buona qualità del lay-up è fondamentale controllare tutti i parametri di processo come la temperatura di riscaldamento del prepreg, la velocità di posizionamento, la pressione di compattazione e le traiettorie della macchina [18].

In seguito si evidenzia la fase di bagging che coinvolge l'utilizzo di sacchi a vuoto che avvolgono il componente come si può vedere alla figura seguente:



Figura 1.4: Sacchi a vuoto.

Quest'ultimi vengono inseriti (insieme al componente) in un'autoclave, macchina che consente il raggiungimento di elevati standard qualitativi e meccanici grazie all'applicazione di apposite temperature e pressioni uniformi e controllate. Ciò dà inizio al processo di curing, durante il quale avviene la polimerizzazione del composito realizzata con l'ausilio di un gas pressurizzato e inerte, tipicamente l'azoto, che applica il vuoto, ottimizzando il processo. L'autoclave può essere di svariate dimensioni, ha tipicamente forma cilindrica in modo che il la cura avvenga quanto più omogeneamente possibile ed è caratterizzata da condizioni operative controllate da appositi sensori che vanno dai 120°C ai 760°C e dai 275 kPa ai 69000 kPa . I costi, d'altra parte, spaziano da $200\ 000\text{\$}$ per un'autoclave avente diametro di 1m , a $500\ 000\text{\$}$ per una di 2.5m fino a diversi milioni di dollari per dispositivi di grandi dimensioni.



Figura 1.5: Autoclave.

L'utilizzo dei sacchi a vuoto e dell'autoclave rappresenta l'aspetto cruciale del processo di manufacturing dei materiali compositi, consentendo:

- la compattazione dei laminati che, grazie all'applicazione di una pressione uniforme su tutta superficie, permette la corretta fusione di resina e fibre e lo sviluppo di proprietà meccaniche uniformi;
- un'appropriata orientazione delle fibre, posizionate nelle direzioni previste dai requisiti strutturali;
- la prevenzione e/o rimozione di porosità che favoriscono l'insorgenza di cricche e, quindi, la possibile degradazione delle proprietà meccaniche;
- il raggiungimento di una determinata *fiber volume fraction* che assicura il corretto rapporto di fibre e matrice in ogni punto del componente;
- l'applicazione di un opportuno differenziale di pressione (fornendo l'autoclave una pressione positiva e il sacco a vuoto una pressione negativa);
- l'ottenimento di dimensioni, curvature e spessori appropriati che assicurano non solo la corretta forma finale, ma anche il giusto fitting con la struttura circostante [10].

Dopodichè si riscontrano le fasi di edge trimming⁷ e cutting holes⁸. Quest'ultima è molto difficile da realizzare per i componenti in composito essendo gli stessi più sensibili ai danni provocati dal calore durante la foratura e più deboli nella direzione lungo lo spessore rispetto ai materiali metallici [19] [20]. Notevole attenzione deve essere posta nei confronti della scelta delle punte di foratura utilizzate: quelle in carburo sono molto usate in quanto permettono di effettuare più di 50 fori su superfici in Carbon/Epoxy, tuttavia nei processi di foratura automatizzati si preferisce utilizzare punte in PCD (Polycrystalline Diamond), che presentano un'elevata capacità di abrasione, resistenza alla frattura e durabilità nonché, di contro, un maggiore costo. Sono, inoltre, caratterizzate da una maggiore resistenza all'usura e una migliore finitura superficiale rispetto alle punte in carburo [21]. E' infine fondamentale la scelta del materiale del fastener da utilizzare dovendo prevenire, per i compositi, potenziali problemi di corrosione: quello maggiormente utilizzato per compositi in fibra di carbonio è il Ti-6Al-4V, una lega di titanio che evidenzia eccellenti proprietà meccaniche, resistenza a frattura, resistenza a fatica e alla corrosione e avente basso peso; in caso di elevati sforzi richiesti, invece, si riscontra il tipico utilizzo del Inconel 718, oltre a leghe multifase Nickel-Cobalto-Cromo come

⁷Operazione di rifinitura dei bordi dei materiali compositi.

⁸Processo di realizzazione dei fori sui componenti in composito.

MP35N e MP159 [22]. Subramanian e Cook [23] affermano che nell'industria aerospaziale il 40% della perdita di materiale durante la produzione avviene per via delle operazioni di foratura. Stone e Krishnamurthy [24] aggiungono che lo scarto di parti realizzate in composito laminato per danno da delaminazione, durante le operazioni di foratura, arriva al 60% durante l'assemblaggio finale. Un foro, infatti, introduce una concentrazione di stress che riduce fortemente la resistenza complessiva del laminato, motivo per cui è richiesta notevole attenzione e precisione nell'esecuzione di questa fase. Gli unici failure modes accettati sono, infatti, quelli in cui i membri da giuntare non si separano drasticamente.

1.3 Il supporto della simulazione numerica

Al netto del complesso e non completamente maturo processo di manifattura a cui i compositi sono sottoposti, delle possibili difettosità emergenti durante la produzione e dei costosi tool coinvolti, sta diventando sempre più importante prevedere il comportamento meccanico e le possibili variazioni dimensionali dei componenti strutturali eterogenei attraverso la simulazione numerica. Ciò avviene presumendo spostamenti, deformazioni, stress e temperature oltre a possibili cedimenti e modalità di frattura che potrebbero emergere non solo durante la produzione del componente, ma anche in fasi successive. La simulazione numerica consente anche lo studio del danneggiamento progressivo (PDM - Progressive Damage Modeling) che permette di prevedere l'innesco del danno (sfruttando diversi Failure Criteria) e la conseguente evoluzione, valutando la riduzione graduale della resistenza e della vita a fatica del materiale e aumentando significativamente la complessità dell'analisi [25]. Il PDM consente, inoltre, di riprodurre fenomeni come la delaminazione, il cracking della matrice o la rottura delle fibre, manifestazioni dovute alle alte temperature e pressioni che rappresentano una fonte di incertezza per i cicli di cura e che portano a deformazioni libere e stress residui. Quest'ultimi sono essenzialmente dovuti al mismatch tra coefficiente di espansione termica (CTE) e coefficiente di shrinkage chimico (CCS)⁹ oltre che all'interazione tra parte e tool. Essi potrebbero, in aggiunta, comportare una deviazione della struttura dalla geometria CAD nominale o, addirittura, compromettere l'integrità della stessa, riducendo il safety margin e portando ad una possibile failure anticipata del componente [26]. Inoltre, dopo il demoulding, potrebbero insorgere le cosiddette

⁹Lo shrinkage chimico nei materiali compositi si riferisce alla contrazione volumetrica che si verifica durante la polimerizzazione della matrice. Questo fenomeno avviene quando i monomeri si legano chimicamente per formare una rete tridimensionale, riducendo la distanza tra le molecole e causando una diminuzione del volume complessivo del materiale.

"bending deformations" come lo spring-in angle¹⁰ e il warpage¹¹, meccanismi di deformazione che coesistono nelle complesse strutture composite. Gli stessi sono mostrati in figura 1.6 per una geometria a "L" [29]:

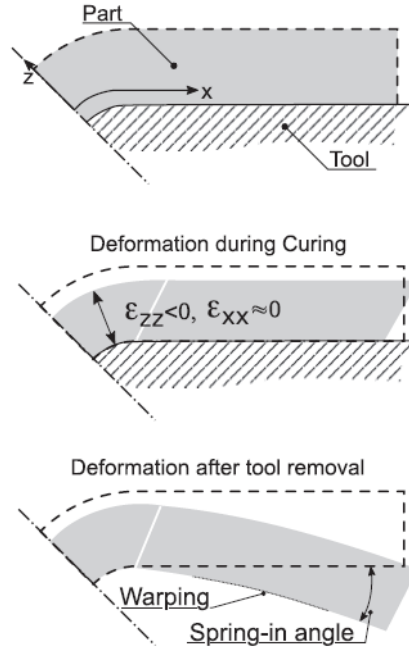


Figura 1.6: Schematizzazione dello spring-in e del warpage residui in parti in composito curve dopo il processo di cura e la conseguente rimozione del tool [29].

I fenomeni risultanti dall'effetto combinato di spring-in angle e warpage prendono il nome di PIDs (Process Induced Deformations) e sono inevitabilmente presenti nelle strutture composite. Gli stessi sono caratterizzati da un meccanismo molto complesso che coinvolge effetti accoppiati di natura termica, chimica e meccanica. I numerosissimi fattori che contribuiscono ai PIDs sono stati oggetto di studio di vari ricercatori che hanno approfondito l'aspetto analitico [30][31], sperimentale [32][33] e numerico [34][35]. Albert et al., in particolare, sono stati i primi a separare il risultato dei PIDs in due categorie: quelli intrinseci, relativi al design del componente (geometria della struttura, proprietà del materiale ecc.) e quelli estrinseci, riferiti ai tool utilizzati e al processo scelto (ciclo di cura e interazione

¹⁰Lo spring-in angle rappresenta di quanto il componente si "inclina" rispetto alla posizione neutra, ovvero di quanto si riduce l'angolo interno delle sezioni angolate rispetto al valore nominale [27]. Analogamente, lo spring-out angle rappresenta di quanto incrementa l'angolo rispetto al valore di design [28].

¹¹Il warpage (o warping) indica la curvatura post-manufacturing di sezioni inizialmente piatte [27].

tool-componente). Continuando ad approfondire un *L-shape model* si è scoperto che entrambi i fattori hanno un effetto significativo sul warpage e sullo spring-in e che, inoltre, esistono numerose interazioni tra gli stessi. Notevole attenzione deve essere rivolta, poi, nella scelta del materiale utilizzato per il tool e per la forma della parte coinvolta. Si riporta di seguito un'immagine rappresentante l'influenza della modellazione, dei parametri, della previsione, della simulazione e dei meccanismi di controllo sui PIDs:

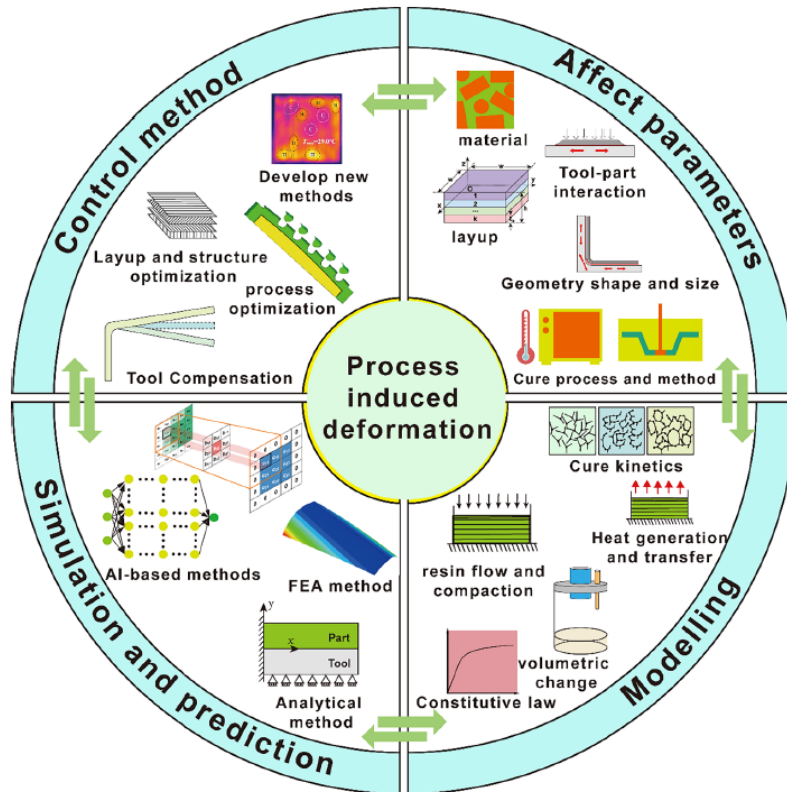


Figura 1.7: L'influenza della modellazione, dei parametri, della previsione, della simulazione e dei meccanismi di controllo sui PIDs [28].

I mismatch derivanti dai PIDs si verificano su vari livelli riproducibili dai software e/o codici di simulazione:

- la microscala, che coinvolge le fibre e la matrice;
- la mesoscala, che analizza i vari strati di un laminato con le relative orientazioni;
- la macroscale, che osserva i rapporti tra il componente strutturale nella sua complessità, i tool e i vincoli geometrici coinvolti per attrito [29].

La simulazione numerica consente, in aggiunta, l'ottimizzazione del design, riuscendo a studiare diversi schemi di laminazione, geometrie e carichi e riducendo, quindi, il numero di prototipi fisici necessari allo sviluppo di nuove configurazioni [36]. Tutto ciò porta, ovviamente, alla riduzione dei costi e dei tempi di sviluppo poichè permette di anticipare i test sperimentali, riducendo tentativi, errori e problematiche di assemblaggio che potrebbero insorgere [37]; è, inoltre, di supporto alla certificazione, poichè aiuta a soddisfare i requisiti normativi e di sicurezza. Il virtual manufacturing consente quindi di predire l'impatto dei parametri di processo e di individuare soluzioni ottimali ed efficienti ancora prima della loro implementazione. In aggiunta, permette di delimitare i range di validità dei modelli, di identificare i confini tecnologici e di comprendere dove è opportuno investire in futuro [38]. Dal 2010 in poi, ad esempio, gli approcci assistiti con Intelligenza Artificiale (AI) vengono sfruttati per problemi relativi al curing, mirando alla realizzazione di uno *smart manufacturing* nel prossimo futuro [28].

1.3.1 Esempi di simulazioni con FE per determinare deformazioni indotte e stress residui

Come già anticipato, è di fondamentale importanza prevedere le variazioni dimensionali lungo lo spessore e gli stress residui che si manifestano, durante il processo di curing, sui compositi laminati. Tali effetti rappresentano una sfida nel mondo del virtual manufacturing: nel secolo attuale e durante la fine del secolo scorso, infatti, sono stati condotti numerosi studi aventi lo scopo di analizzare e prevedere le modifiche subite dalla geometria di componenti strutturali in materiali compositi e/o metallici. Si veda G. Fernlund et al. (2002, 2003) [39][40], C. Albert et al. (2002) [41], K. Priesnitz et al. (2014) [42] e E. Kappel et al. (2015) [32]. Ciò viene effettuato sia attraverso simulazioni FEM molto precise sia sfruttando soluzioni analitiche "agevolate", introducendo ipotesi semplificative riguardanti il comportamento del materiale o i fenomeni fisici alla base del problema.

I primi modelli, sviluppati utilizzando la meccanica classica, trascuravano l'influenza della deformazione a taglio trasversale; d'altra parte, consideravano la discontinuità tra le deformazioni libere nel piano e quelle lungo lo spessore che danno origine alla deformazione flessionale del laminato (R. H. Nelson, D. S. Cairns, 1989 [43] e D. Radford, R. Diefendorf, 1993 [44]). Ulteriori studi hanno analizzato, poi, gli effetti del taglio trasversale in componenti curvi realizzati in materiali compositi: Wisnom et al. (2007) hanno semplificato il comportamento del materiale utilizzando un approccio shear-lag¹² [46], mentre Arafath et al. (2009) hanno adottato un modello costitutivo più accurato denominato CHILE (Cure Hardening

¹²Lo shear lag rappresenta la graduale diminuzione della tensione longitudinale all'aumentare della distanza trasversale dall'asse longitudinale dell'elemento resistente [45].

Instantaneous Linear Elastic) [47][48]. Utilizzando quest'ultimo, Takagaki et al. (2017) hanno successivamente esteso le soluzioni analitiche a geometrie a forma di "C" e "L" [49][50], mentre Ding et al. (2019) hanno approfondito l'effetto della lunghezza della flangia [51].

In generale le simulazioni numeriche 2D e 3D sono comunemente eseguite con software commerciali che includono diversi modelli costitutivi: gli stessi possono essere pseudo-viscoelastici, viscoelastici o termo-viscoelastici [52]. Quest'ultimi sono tipicamente basati sul metodo agli elementi finiti (FEM) e vengono utilizzati per rappresentare in modo quanto più realistico possibile il comportamento dei materiali durante il processo di polimerizzazione, riproducendo lo stesso. Oltre a prevedere lo spring-in angle, tali strumenti sono anche in grado di sfruttare la compensazione della geometria dello stampo per ridurre le deformazioni indotte dal processo [53]. Inoltre, essi comprendono analisi micromeccaniche e non-lineari come il CZM (Cohesive Zone Modeling), un modello della meccanica della frattura inizialmente sviluppato da Dugdale (1960) e Barenblatt (1962) per rappresentare l'evoluzione dei processi non-lineari localizzati all'estremità di una cricca pre-esistente [54][55].

1.4 Il contributo delle inclusioni interlaminari

Un'importante attività di ricerca oggetto di studio dell'ultimo decennio, nonché possibile fonte di vantaggio per prossime applicazioni ingegneristiche, è rappresentata dalle inclusioni termoplastiche interlaminari dei materiali compositi.

In generale le inclusioni interlaminari, anche a basso costo, sono in grado di migliorare in modo significativo la resistenza alla compressione post-impatto dei laminati compositi, riducendo al contempo, in maniera considerevole, l'area danneggiata a seguito di un eventuale urto. Attraverso una corretta selezione del materiale interlaminare, è inoltre possibile mantenere inalterate o addirittura migliorare altre proprietà meccaniche, come la resistenza a compressione con foro aperto e la resistenza a taglio (rispetto a laminati realizzati con gli stessi materiali ma privi di interstrati).

I materiali interlaminari sviluppati possono consistere in veli non tessuti, estremamente leggeri, che vengono integrati nei rinforzi unidirezionali o multiassiali non crimpati sia tramite legame termico (melt-bonding) sia mediante cucitura, utilizzando apparecchiature industriali già disponibili sul mercato. A eccezione di alcuni costi iniziali di configurazione, l'introduzione di tali veli non comporta un aumento significativo dei costi di produzione, se non per il materiale stesso, come affermato da Thomas K. Tsotsis (2009) [56].

Aksoy e Carlsson hanno condotto, d'altra parte, uno studio sull'utilizzo di interstrati termoplastici e termoindurenti, riscontrando che entrambi i tipi di materiali contribuiscono in modo significativo all'aumento della tenacità a frattura interla-

minare: gli interstrati termoplastici, tuttavia, si sono rivelati più efficaci rispetto a quelli termoindurenti grazie ad una maggiore capacità di assorbimento di energia. Dal punto di vista del meccanismo di danneggiamento, in aggiunta, i secondi hanno mostrato rotture coesive, microfessurazioni e deformazioni plastiche; i primi hanno diversamente evidenziato, per la maggior parte, rotture adesive e minore incidenza sia di microcricche sia di fenomeni di snervamento del materiale [57]. Studi recenti (2023) hanno inoltre affermato che la resistenza alla frattura e al danneggiamento di alcuni laminati termoindurenti rinforzati contenenti particelle termoplastiche interlaminari risulta fortemente influenzata dalla velocità di deformazione (strain rate) [58]. È infine stato riportato in letteratura che la resina di matrice può contenere fini particelle termoplastiche di poliammide amorfa che vengono impregnate nelle fibre di rinforzo tramite il processo di impregnazione a caldo (hot-melt impregnation): durante tale tecnica, a causa della ridotta distanza tra le fibre, le particelle vengono trattenute dalla struttura fibrosa e si depositano in modo uniforme sulla superficie del prepreg. Successivamente, durante le fasi di laminazione e stampaggio, le stesse si localizzano negli strati interlaminari, contribuendo in modo significativo al miglioramento della resistenza alla delaminazione e ai danni da impatto [59][60][61].

L'obiettivo della presente tesi è, appunto, quello di analizzare numericamente strutture contenenti inserzioni interlaminari, con particolare attenzione allo studio del comportamento post-curing (fortemente influenzato dai parametri di processo) e agli effetti che tale fenomeno induce sulla geometria e sulle proprietà del componente finale.

Capitolo 2

Il modello strutturale CUF/FEM

La Carrera Unified Formulation (CUF) è un approccio computazionale e teorico sviluppato dal Prof. Erasmo Carrera del Politecnico di Torino nei primi anni 2000. La stessa è stata originariamente ideata per piastre e gusci (Carrera, 2002, 2003) per poi essere estesa alle travi (Carrera e Giunta, 2010; Carrera et al., 2010): in particolare, essa fornisce formulazioni teoriche, rispettivamente bidimensionali e monodimensionali, che superano le teorie classiche (quali quelle di Eulero, Kirchhoff, Reissner, Mindlin e Love) grazie all'impiego di una notazione condensata e alla rappresentazione dei campi di spostamento mediante funzioni base di forma e ordine arbitrari. Tali funzioni sono definite sulla sezione trasversale nel caso delle travi e lungo lo spessore per le piastre e i gusci.

La formulazione unificata si interfaccia strettamente con il Metodo agli Elementi Finiti (FEM), tecnica numerica che nasce con l'idea di ottenere soluzioni approssimate a problemi notevolmente complessi dividendo il dominio in piccole parti, applicando condizioni al contorno, carichi e vincoli e risolvendo equazioni differenziali alle derivate parziali. Nello specifico, la CUF permette la formulazione degli elementi finiti derivando matrici e vettori in termini di Nuclei Fondamentali (FNs) che derivano a loro volta dalle equazioni dell'elasticità tridimensionale attraverso il Principio dei Lavori Virtuali (PVD). La formulazione unificata estende, inoltre, l'utilizzo degli indici i e j , tipici delle funzioni di forma del FEM, a funzioni che approssimano il campo di spostamento e la sua variazione virtuale, caratterizzate dagli indici τ e s : in questo modo i nuclei fondamentali stessi vengono espressi in termini di tutti e 4 gli indici appena citati. Le incognite di spostamento degli elementi finiti sviluppate nell'ambito della CUF sono, in aggiunta, definite direttamente sulle superfici fisiche del corpo tridimensionale reale: ciò implica che non è necessario introdurre assi di riferimento matematici (nel caso delle travi) o superfici di riferimento (per piastre e gusci). Questa caratteristica risulta particolarmente rilevante in un contesto di integrazione tra FEM e CAD, in quanto consente di trasferire modifiche effettuate su un modello FEM direttamente sul modello CAD

(e viceversa).

I FNs possono essere matrici 3×3 o vettori 3×1 e la relativa forma non cambia per problemi 1D, 2D o 3D: la formulazione unificata consente, infatti, lo sviluppo di modelli strutturali di qualunque ordine senza la necessità di modificare formalmente le equazioni o le matrici che caratterizzano il problema. Essa risulta pertanto idonea a trattare geometrie arbitrarie, condizioni al contorno e proprietà del materiale senza ricorrere a formulazioni specifiche. I modelli CUF 1D sono estremamente competitivi in termini di costi computazionali e accuratezza rispetto ai modelli 2D e 3D. In altre parole, i modelli CUF 1D riescono ad ottenere gli stessi risultati dei modelli *shell* e *solid* con dei costi computazionali molto minori. Un'ulteriore estensione della CUF è rappresentata dalla cosiddetta tecnica mista assiomatica-asintotica (Carrera et al., 2011; Carrera e Petrolo, 2010, 2011): quest'approccio consente di valutare il contributo di ciascun termine dell'espansione attraverso la previsione della risposta meccanica di una struttura; permette, inoltre, di condurre agevolmente analisi parametriche su vari fattori quali la snellezza, i rapporti di ortotropia, le sequenze di laminazione, lo spessore e le condizioni al contorno.

La CUF ammette, infine, l'implementazione di carichi multifisici, l'analisi di strutture stratificate e la combinazione diretta di modelli 1D, 2D e 3D. E' caratterizzata, in più, dalla capacità di condurre alla definizione del BTM (Best Theory Model), utile per valutare l'efficacia di qualunque teoria strutturale [62][63].

2.1 I modelli unidimensionali della classe di espansione di Lagrange

La formulazione unificata permette l'implementazione di funzioni di espansione di diversa natura. In un approccio basato sullo spostamento, nello specifico, il campo di spostamento stesso della sezione trasversale della struttura può essere descritto mediante diverse classi di funzioni tra cui polinomi, funzioni armoniche ed esponenziali. Nella presente sezione si procede con la descrizione di modelli CUF monodimensionali basati su funzioni di espansione F_τ che coincidono con i polinomi di Lagrange, essendo quest'ultimi implementati nel MUL² Code per lo sviluppo delle analisi condotte nei capitoli successivi. I modelli sopracitati presentano le seguenti principali caratteristiche:

- le variabili del modello LE (Lagrange Expansion), così come le condizioni al contorno, possono essere collocate sulla superficie fisica della struttura;
- le variabili incognite del problema sono esclusivamente componenti di spostamento (non vengono infatti introdotte rotazioni né variabili di ordine superiore per la descrizione del campo di spostamento);

- è possibile realizzare con semplicità modelli localmente raffinati in quanto gli insiemi polinomiali di Lagrange possono essere distribuiti in maniera arbitraria sulla sezione trasversale.

2.1.1 Polinomi di Lagrange

I polinomi di Lagrange sono solitamente definiti in termini di coordinate normalizzate o naturali: tale scelta non è vincolante poiché i polinomi stessi possono essere implementati anche in coordinate reali, tuttavia si preferisce adottare la formulazione normalizzata in quanto offre numerosi vantaggi. Si precisa che da questo punto in poi verranno presentati esclusivamente polinomi bidimensionali essendo gli unici impiegati nella descrizione della sezione trasversale del modello.

Il polinomio di Lagrange più semplice che viene utilizzato è l'elemento quadrangolare L4, avente quindi 4 nodi. Si mostra alla figura successiva il passaggio dalla geometria effettiva a quella normalizzata della configurazione in questione:

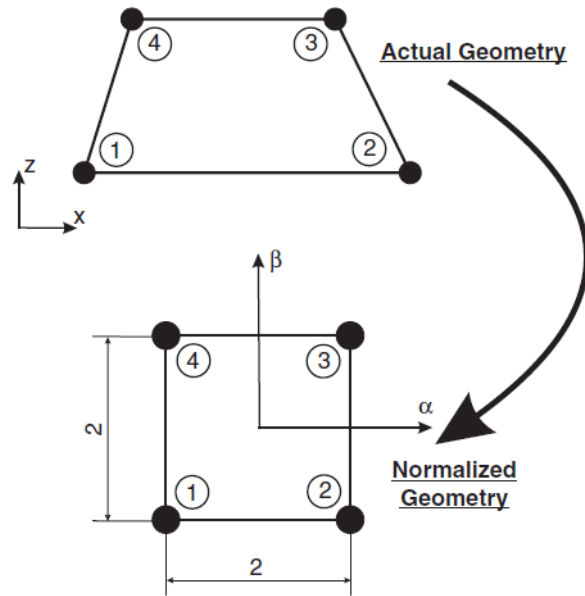


Figura 2.1: Elemento quadrangolare L4 rappresentato in geometria effettiva e normalizzata [63].

L'elemento L4 può essere interpretato come un'espansione lineare (termini in α e β) che viene combinata con un termine bilineare ($\alpha\beta$). Le funzioni di forma corrispondenti sono espresse come:

$$F_\tau = \frac{1}{4}(1 + \alpha\alpha_\tau)(1 + \beta\beta_\tau), \quad \tau = 1, 2, 3, 4 \quad (2.1)$$

dove α e β sono le coordinate normalizzate, mentre α_τ e β_τ rappresentano le coordinate normalizzate dei quattro nodi riportati in Tabella 2.1.

Punto	α_τ	β_τ
1	-1	-1
2	1	-1
3	1	1
4	-1	1

Tabella 2.1: Coordinate normalizzate dei punti dell'elemento L4.

Il secondo insieme di funzioni, indicato come L9, è illustrato in Figura 2.2.

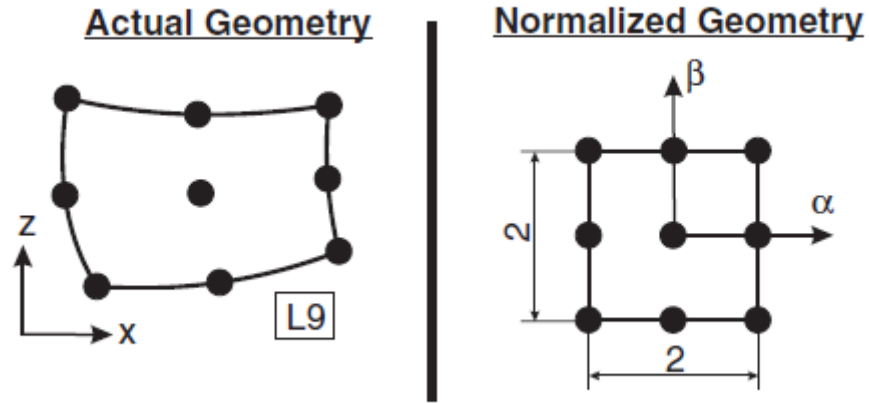


Figura 2.2: Elemento quadrangolare L9 rappresentato in geometria effettiva e normalizzata [63].

L'elemento L9 può essere interpretato, invece, come uno sviluppo parabolico al quale si aggiungono due termini cubici ($\alpha\beta^2$ e $\alpha^2\beta$) oltre a un termine quartico ($\alpha^2\beta^2$). Le relative funzioni di forma e le coordinate normalizzate dei nove nodi, inoltre, sono fornite nell'Equazione (2.2) e nella Tabella 2.2:

$$\begin{aligned}
F_\tau &= \frac{1}{4}(\alpha^2 + \alpha\alpha_\tau)(\beta^2 + \beta\beta_\tau) & \tau = 1, 3, 5, 7 \\
F_\tau &= \frac{1}{2}\beta_\tau^2(\beta^2 + \beta\beta_\tau)(1 - \alpha^2) + \frac{1}{2}\alpha_\tau^2(\alpha^2 + \alpha\alpha_\tau)(1 - \beta^2) & \tau = 2, 4, 6, 8 \\
F_\tau &= (1 - \alpha^2)(1 - \beta^2) & \tau = 9.
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Punto	α_τ	β_τ
1	-1	-1
2	0	-1
3	1	-1
4	1	0
5	1	1
6	0	1
7	-1	1
8	-1	0
9	0	0

Tabella 2.2: Coordinate normalizzate dei punti dell'elemento L9.

2.1.2 Formulazione isoparametrica

Le formulazioni isoparametriche possono essere di tipo 1D, 2D o 3D. Le stesse vengono impiegate nell'ambito dei CUF LE FEs per affrontare diverse problematiche, tra cui:

- l'utilizzo di funzioni di forma monodimensionali lungo l'asse longitudinale della struttura;
- l'espansione bidimensionale del campo di spostamenti sulla sezione trasversale della struttura.

Si procede con la descrizione isoparametrica bidimensionale: la medesima, infatti, viene adottata per l'implementazione di modelli CUF LE oltre ad essere comunemente utilizzata nei modelli a elementi finiti 2D per strutture piane o piastre.

Si parte col calcolo del FN (Fundamental Nucleus) in una formulazione monodimensionale. Quest'ultimo richiede la valutazione di integrali di superficie in coordinate cartesiane (x, z) :

$$\int_A F_{\tau,x} F_{s,z} dx dz \quad (2.3)$$

dove il dominio d'integrazione bidimensionale A può assumere una forma arbitraria. Tali integrali sono formalmente indipendenti dalla scelta delle funzioni F_τ , ovvero, se si adottano polinomi di Taylor al posto dei polinomi di Lagrange, gli integrali di superficie non cambiano formalmente. Introducendo le coordinate normalizzate (α, β) , l'integrale può essere riscritto su un dominio fisso in coordinate normalizzate indipendentemente dalla geometria effettiva. Ad esempio, per domini quadrangolari come quelli precedentemente citati si ha che:

$$\int_A F_{\tau,x}(x, z) F_{s,z}(x, z) dx dz = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} F_{\tau,x}(\alpha, \beta) F_{s,z}(\alpha, \beta) |J(\alpha, \beta)| d\alpha d\beta \quad (2.4)$$

in cui $|J|$ rappresenta il determinante dello Jacobiano della trasformazione. In alcuni casi l'integrale in coordinate normalizzate può essere calcolato analiticamente, ma spesso è necessario e preferibile ricorrere a tecniche numeriche.

Si procede col calcolo delle derivate parziali rispetto alle coordinate normalizzate applicando la regola della catena:

$$\begin{aligned} F_{\tau,x} &= F_{\tau,\alpha} \alpha_{,x} + F_{\tau,\beta} \beta_{,x} \\ F_{\tau,z} &= F_{\tau,\alpha} \alpha_{,z} + F_{\tau,\beta} \beta_{,z}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

La valutazione dell'Equazione (2.5) richiede le seguenti relazioni esplicite:

$$\alpha = \alpha(x, z), \quad \beta = \beta(x, z). \quad (2.6)$$

Quest'ultime, tuttavia, sono spesso complesse da determinare, per cui è preferibile utilizzare la regola della catena come segue:

$$\begin{aligned} F_{\tau,\alpha} &= F_{\tau,x} x_{,\alpha} + F_{\tau,z} z_{,\alpha} \\ F_{\tau,\beta} &= F_{\tau,x} x_{,\beta} + F_{\tau,z} z_{,\beta}. \end{aligned} \quad (2.7)$$

La stessa formulazione dell'Equazione (2.7) è valida anche per F_τ e può essere riscritta in forma matriciale come:

$$\begin{Bmatrix} F_{\tau,\alpha} \\ F_{\tau,\beta} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_{,\alpha} & z_{,\alpha} \\ x_{,\beta} & z_{,\beta} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}} \begin{Bmatrix} F_{\tau,x} \\ F_{\tau,z} \end{Bmatrix}. \quad (2.8)$$

La relazione inversa è data da:

$$\begin{Bmatrix} F_{\tau,x} \\ F_{\tau,z} \end{Bmatrix} = \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} z_{,\beta} & -z_{,\alpha} \\ -x_{,\alpha} & x_{,\beta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{\tau,\alpha} \\ F_{\tau,\beta} \end{Bmatrix}. \quad (2.9)$$

I quattro termini della matrice Jacobiana possono essere determinati qualora esista una relazione nota tra le coordinate cartesiane e quelle normalizzate:

$$x = x(\alpha, \beta), \quad z = z(\alpha, \beta). \quad (2.10)$$

La formulazione isoparametrica è comunemente utilizzata proprio per ottenere tale relazione e, di conseguenza, sia per calcolare la matrice Jacobiana sia per associare le geometrie reali alle coordinate normalizzate della Lagrange Expansion. È importante notare che l'Equazione (2.9) richiede che esista l'inversa della matrice J . Per soddisfare tale condizione è necessario prestare particolare attenzione alla geometria definita dai nodi di Lagrange: distorsioni elevate o elementi particolarmente piegati possono infatti portare alla generazione di una matrice singolare.

Il termine *isoparametrico* implica che le medesime funzioni debbano essere utilizzate per interpolare sia il campo di spostamento sia la geometria dell'elemento strutturale. Nella CUF LE vengono impiegati, per l'appunto, i polinomi di Lagrange, per cui si ha che:

$$\mathbf{u} = F_\tau \mathbf{u}_\tau, \quad x = F_\tau x_\tau, \quad z = F_\tau z_\tau \quad (2.11)$$

dove x_τ e z_τ rappresentano le coordinate effettive dei nodi di Lagrange. Nel caso in cui si consideri un elemento L4, la geometria verrà interpolata come segue:

$$\begin{aligned} x &= F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3 + F_4 x_4 \\ z &= F_1 z_1 + F_2 z_2 + F_3 z_3 + F_4 z_4. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Le tipiche derivate per il calcolo della matrice Jacobiana sono date da:

$$\begin{aligned} x_{,\alpha} &= F_{1,\alpha} x_1 + F_{2,\alpha} x_2 + F_{3,\alpha} x_3 + F_{4,\alpha} x_4 \\ z_{,\beta} &= F_{1,\beta} z_1 + F_{2,\beta} z_2 + F_{3,\beta} z_3 + F_{4,\beta} z_4. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Gli integrali riportati nell'Equazione (2.4) possono essere risolti analiticamente, tuttavia, come già affermato, nella pratica è necessario ricorrere a metodi di integrazione numerica come le formule di quadratura di Gauss. Nel caso unidimensionale della CUF, tali formule vengono applicate per il calcolo degli integrali delle funzioni di forma 1D. Nella formulazione della CUF LE unidimensionale, invece, si utilizza la quadratura di Gauss anche per valutare gli integrali delle F_τ sull'intero dominio bidimensionale della sezione trasversale. Nello specifico:

$$\int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} F_\tau F_s |J| d\alpha d\beta = \sum_{h,k} w_h w_k F_\tau(\alpha_h, \beta_k) F_s(\alpha_h, \beta_k) |J(\alpha_h, \beta_k)| \quad (2.14)$$

dove w_h e w_k sono i pesi d'integrazione, mentre α_h e β_k sono i punti di integrazione. Si specifica che i pesi e i punti dipendono dalla tipologia di polinomi di Lagrange che si sceglie di utilizzare (ovvero elementi con tre, quattro, sei o nove nodi).

2.2 I campi di spostamento della LE e gli elementi della cross-section

Un *cross-sectional element*, utilizzato per determinare il campo di spostamento nella sezione trasversale, è descritto mediante un insieme di polinomi di Lagrange definiti su un determinato numero di punti. Come già affermato, nella presente trattazione vengono considerati elementi basati su quattro e nove nodi, denominati rispettivamente L4 e L9 in base ai polinomi di Lagrange su cui si fondano. Questo implica, ad esempio, che un elemento della cross-section L4 è basato sui polinomi di Lagrange a quattro punti, come specificato nell'Equazione (2.1). Ciò porta al seguente campo di spostamento:

$$\begin{aligned} u_x &= F_1 u_{x1} + F_2 u_{x2} + F_3 u_{x3} + F_4 u_{x4} \\ u_y &= F_1 u_{y1} + F_2 u_{y2} + F_3 u_{y3} + F_4 u_{y4} \\ u_z &= F_1 u_{z1} + F_2 u_{z2} + F_3 u_{z3} + F_4 u_{z4}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

La figura seguente mostra un elemento L4, i relativi nodi e i gradi di libertà che lo caratterizzano:

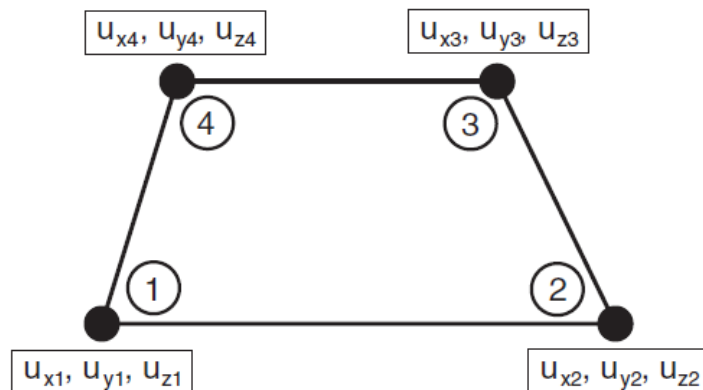


Figura 2.3: DOFs dell'elemento L4 sfruttando sole variabili di puro spostamento [63].

Le variabili incognite u_{x1}, \dots, u_{z4} rappresentano le tre componenti di spostamento per ciascun nodo. Ciò comporta le seguenti considerazioni:

- le incognite del problema sono esclusivamente spostamenti traslazionali fisici;
- le incognite del problema possono essere collocate sulle superfici fisiche del corpo.

Queste due fondamentali caratteristiche sono valide per ciascun elemento di Lagrange, indipendentemente dal numero di nodi considerati. A tal proposito si mostra alla figura seguente un approccio di modellazione tipico degli elementi di Lagrange. Vengono evidenziati, nello specifico, i seguenti passaggi:

- il corpo tridimensionale è discretizzato, a livello di sezione trasversale, mediante *L-elements* (elementi di Lagrange) il cui numero dipende dalla geometria della struttura e dalle condizioni al contorno (geometriche o meccaniche). Per semplicità, nella Figura 2.4 è stato adottato un solo elemento L4 e un elemento trave a due nodi (B2);
- nella formulazione LE agli elementi finiti, la discretizzazione della sezione trasversale determina il numero di gradi di libertà (DOFs) di ciascun nodo-trave. Qualora si utilizzi un elemento L4, saranno sfruttati 12 gradi di libertà per nodo-trave;
- si sfrutta un approccio classico agli elementi finiti (FE) basato su elementi trave per la costruzione delle matrici agli elementi finiti. È importante sottolineare che, a differenza dei modelli classici e dei modelli tipo Timoshenko (TE), le variabili incognite del modello computazionale non giacciono sull'asse dell'elemento trave.

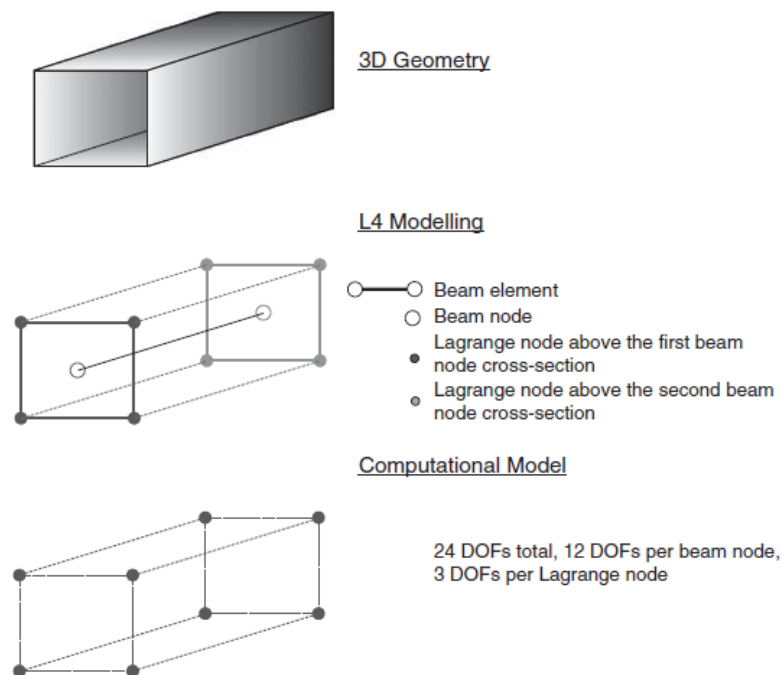


Figura 2.4: Esempio di modellazione di Lagrange per un elemento L4 [63].

L'elemento L9, coerentemente con quanto riportato nell'Equazione (2.15) per l'elemento L4, assume la seguente forma:

$$\begin{aligned} u_x &= F_1 u_{x_1} + F_2 u_{x_2} + F_3 u_{x_3} + F_4 u_{x_4} + F_5 u_{x_5} + F_6 u_{x_6} + F_7 u_{x_7} + F_8 u_{x_8} + F_9 u_{x_9} \\ u_y &= F_1 u_{y_1} + F_2 u_{y_2} + F_3 u_{y_3} + F_4 u_{y_4} + F_5 u_{y_5} + F_6 u_{y_6} + F_7 u_{y_7} + F_8 u_{y_8} + F_9 u_{y_9} \\ u_z &= F_1 u_{z_1} + F_2 u_{z_2} + F_3 u_{z_3} + F_4 u_{z_4} + F_5 u_{z_5} + F_6 u_{z_6} + F_7 u_{z_7} + F_8 u_{z_8} + F_9 u_{z_9} \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.2.1 Formulazione agli elementi finiti e nuclei fondamentali

L'adozione di modelli a Espansione di Lagrange (LE) non comporta alcuna modifica formale alle equazioni di governo del problema o ai nuclei fondamentali (FNs). Tutte le equazioni coinvolte, infatti, restano valide indipendentemente dai polinomi di espansione utilizzati (ad esempio Taylor o Lagrange) e dal loro ordine (come $N = 1$, $N = 4$, L9, ecc.). Considerando la formulazione agli Elementi Finiti adottata nella presente trattazione, si specifica che anche le espressioni formali delle matrici di rigidezza e di massa, così come del vettore dei carichi, non dipendono dal tipo di espansione adottata; ciò implica che le funzioni nucleo definite per la *Lagrange Expansion* (LE) risulteranno valide anche per la *Taylor Expansion* (TE) e viceversa.

2.3 Le equazioni di governo, la formulazione agli elementi finiti e le funzioni nucleo

Le equazioni di governo vengono derivate dal Principio dei Lavori Virtuali (PVD). A partire dalla forma unificata del campo di spostamento riportata nella seguente equazione

$$\mathbf{u} = F_\tau \mathbf{u}_\tau, \quad \tau = 1, 2, \dots, M, \quad (2.17)$$

si ottengono le matrici di rigidezza e di massa e il vettore dei carichi in termini dei Nuclei Fondamentali (FNs). Nello specifico, la forma debole delle equazioni di governo è ottenuta mediante il Metodo agli Elementi Finiti (FEM) che consente di gestire agevolmente geometrie arbitrarie, condizioni di carico e vincoli generali.

2.3.1 Equazioni di governo

Secondo il PVD, vale la seguente relazione:

$$\delta L_{\text{iin}} = \delta L_{\text{ext}} - \delta L_{\text{ine}}. \quad (2.18)$$

Le componenti di tensione (σ) e di deformazione (ε) sono raggruppate come segue:

$$\boldsymbol{\sigma}_p = \{\sigma_{zz}\sigma_{xx}\sigma_{zx}\}^T, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_p = \{\varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zx}\}^T \quad (2.19)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_n = \{\tau_{zy}\tau_{xy}\tau_{yy}\}^T, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_n = \{\gamma_{zy}\gamma_{xy}\gamma_{yy}\}^T. \quad (2.20)$$

Le relazioni lineari spostamento–deformazione possono essere riscritte nella forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p = \mathbf{b}_p \mathbf{u}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_n = \mathbf{b}_n \mathbf{u} = (\mathbf{b}_{n\Omega} + \mathbf{b}_{ny}) \mathbf{u} \quad (2.21)$$

dove

$$\mathbf{b}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial x & 0 & 0 \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{n\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & \partial/\partial z & 0 \\ 0 & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_{ny} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

La legge di Hooke può essere espressa nella forma compatta:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (2.23)$$

In base alle equazioni (2.19) e (2.20), tale relazione può essere riscritta come:

$$\boldsymbol{\sigma}_p = \mathbf{C}_{pp} \boldsymbol{\varepsilon}_p + \mathbf{C}_{pn} \boldsymbol{\varepsilon}_n \quad (2.24)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_n = \mathbf{C}_{np} \boldsymbol{\varepsilon}_p + \mathbf{C}_{nn} \boldsymbol{\varepsilon}_n. \quad (2.25)$$

Nel caso di materiale isotropo, le matrici \mathbf{C}_{pp} , \mathbf{C}_{nn} , \mathbf{C}_{pn} e \mathbf{C}_{np} assumono la forma:

$$\mathbf{C}_{pp} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_{nn} = \begin{bmatrix} C_{55} & 0 & 0 \\ 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

$$\mathbf{C}_{pn} = \mathbf{C}_{np}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & C_{13} \\ 0 & 0 & C_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

e valgono le relazioni:

$$C_{13} = C_{23} = C_{12}, \quad C_{44} = C_{55} = C_{66}. \quad (2.28)$$

La variazione virtuale del lavoro interno, d'altra parte, può essere espressa come somma di due contributi:

$$\delta L_i = \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}_n^T \boldsymbol{\sigma}_n dV + \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^T \boldsymbol{\sigma}_p dV. \quad (2.29)$$

La variazione virtuale del lavoro delle forze di inerzia è invece:

$$\delta L_{\text{ine}} = \int_V \rho \ddot{\mathbf{u}} \delta \mathbf{u}^T dV \quad (2.30)$$

dove ρ è la densità del materiale e $\ddot{\mathbf{u}}$ è il vettore dell'accelerazione.

Si consideri, infine, un generico carico distribuito sulla superficie laterale di una struttura. Tale carico può essere indicato come $p_{\alpha\beta}$, dove:

- α indica l'asse perpendicolare alla superficie A_α su cui il carico è applicato (α può coincidere con x o con z);
- β indica la direzione del carico (e può sovrapporsi con x , y o z).

La variazione virtuale del lavoro esterno dovuta a $p_{\alpha\beta}$ è data da:

$$\delta L_{\text{ext}}^{p_{\alpha\beta}} = \int_{A_\alpha} \delta u_\beta p_{\alpha\beta} dA. \quad (2.31)$$

Un generico carico distribuito linearmente, $q_{\alpha\beta}$, può essere trattato in modo analogo a quanto visto per i carichi superficiali. La variazione virtuale del lavoro esterno dovuta a $q_{\alpha\beta}$ è:

$$\delta L_{\text{ext}}^{q_{\alpha\beta}} = \int_l \delta u_\beta q_{\alpha\beta} dy. \quad (2.32)$$

Nel caso di un carico concentrato generico \mathbf{P} , infine, il vettore dei carichi è definito come:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

e il lavoro virtuale associato è:

$$\delta L_{\text{ext}} = \mathbf{P} \delta \mathbf{u}^T. \quad (2.34)$$

E' importante osservare che il vettore dei carichi cambia in funzione dell'ordine di espansione adottato.

2.3.2 Formulazione agli elementi finiti

Si introduce il vettore degli spostamenti nodali:

$$\mathbf{u}_{\tau i} = [u_{x_{\tau i}} \quad u_{y_{\tau i}} \quad u_{z_{\tau i}}]^T \quad \text{con} \quad \tau = 1, 2, \dots, M, \quad i = 1, 2, \dots, N_{\text{EN}} \quad (2.35)$$

dove l'indice i identifica il nodo dell'elemento mentre N_{EN} rappresenta il numero di nodi per elemento. Se si considera, ad esempio, un modello lineare ($N = 1$, $M = 3$) e si adotta un elemento a due nodi, le incognite dell'elemento stesso sono:

$$\mathbf{u}_{\tau i} = \begin{bmatrix} u_{x11} & u_{y11} & u_{z11} & u_{x21} & u_{y21} & u_{z21} & u_{x31} & u_{y31} & u_{z31} \\ u_{x12} & u_{y12} & u_{z12} & u_{x22} & u_{y22} & u_{z22} & u_{x32} & u_{y32} & u_{z32} \end{bmatrix}^T. \quad (2.36)$$

Le variabili di spostamento vengono poi interpolate lungo l'asse della trave attraverso le funzioni di forma N_i :

$$\mathbf{u} = N_i F_{\tau}, \mathbf{u}_{\tau i}. \quad (2.37)$$

Nello specifico, per elementi della tipologia *trave* aventi due nodi (B2), tre nodi (B3) e quattro nodi (B4), si considerano le seguenti funzioni di forma:

Elemento B2

$$N_1 = \frac{1}{2}(1 - r), \quad N_2 = \frac{1}{2}(1 + r), \quad r_1 = -1, \quad r_2 = +1 \quad (2.38)$$

Elemento B3

$$N_1 = \frac{1}{2}r(r-1), \quad N_2 = \frac{1}{2}r(r+1), \quad N_3 = -(1+r)(1-r), \quad r_1 = -1, \quad r_2 = +1 \quad r_3 = 0 \quad (2.39)$$

Elemento B4

$$N_1 = -\frac{9}{16}(r + \frac{1}{3})(r - \frac{1}{3})(r - 1), \quad (2.40)$$

$$N_2 = \frac{9}{16}(r + \frac{1}{3})(r - \frac{1}{3})(r + 1), \quad (2.41)$$

$$N_3 = \frac{27}{16}(r + 1)(r - \frac{1}{3})(r - 1), \quad (2.42)$$

$$N_4 = -\frac{27}{16}(r + 1)(r + \frac{1}{3})(r - 1), \quad r_1 = -1, \quad r_2 = +1 \quad r_3 = -\frac{1}{3} \quad r_4 = \frac{1}{3} \quad (2.43)$$

La coordinata naturale r varia nell'intervallo $[-1, +1]$; r_i , genericamente, indica la posizione del nodo all'interno dei limiti naturali della trave. L'ordine del modello trave è definito dall'espansione della sezione trasversale, mentre il numero di nodi per elemento è legato al grado di approssimazione lungo l'asse longitudinale. Un modello trave di ordine N rappresenta quindi una formulazione che utilizza un polinomio di Lagrange dell' N -esimo ordine per descrivere il campo di spostamento

della sezione trasversale. La scelta del modello di trave, del tipo di elemento e della discretizzazione (numero di elementi trave) determina, infine, il numero totale di gradi di libertà (DOFs) del modello strutturale, calcolato come:

$$\text{DOFs} = (3 \times M) \times [(N_{\text{NE}} - 1) \times N_{\text{BE}} + 1] \quad (2.44)$$

dove:

- $(3 \times M)$ = numero di DOFs per nodo;
- N_{NE} = numero di nodi per elemento;
- N_{BE} = numero totale di elementi trave.

2.3.3 Matrice di rigidezza

Nella Carrera Unified Formulation, anche le matrici FEM vengono formulate in termini delle funzioni nucleo (FNs). Una forma compatta della matrice di rigidezza può essere ottenuta dalle equazioni (2.21), (2.22) e (2.37):

$$\delta L_{\text{int}} = \delta \mathbf{u}_{sj}^T \mathbf{k}^{\tau sij} \mathbf{u}_{\tau i} \quad (2.45)$$

dove $\mathbf{k}^{\tau sij}$ è la matrice di rigidezza scritta in funzione dei FNs. Il FN è un vettore 3×3 formalmente indipendente dall'ordine del modello strutturale. Le nove componenti del nucleo sono caratterizzate dalle seguenti espressioni esplicite, indipendenti dall'ordine o dal tipo di espansione degli spostamenti:

$$k_{xx}^{\tau sij} = C_{22} \int_A F_{\tau,x} F_{s,x} dx dz \int_l N_i N_j dy + C_{66} \int_A F_{\tau,z} F_{s,z} dx dz \int_l N_i N_j dy \\ + C_{44} \int_A F_{\tau} F_s dx dz \int_l N_{i,y} N_{j,y} dy \quad (2.46)$$

$$k_{xy}^{\tau sij} = C_{23} \int_A F_{\tau} F_{s,x} dx dz \int_l N_{i,y} N_j dy + C_{44} \int_A F_{\tau,x} F_s dx dz \int_l N_i N_{j,y} dy \quad (2.47)$$

$$k_{xz}^{\tau sij} = C_{12} \int_A F_{\tau,z} F_{s,x} dx dz \int_l N_i N_j dy + C_{66} \int_A F_{\tau,x} F_{s,z} dx dz \int_l N_i N_j dy \quad (2.48)$$

$$k_{yx}^{\tau sij} = C_{44} \int_A F_{\tau} F_{s,z} dx dz \int_l N_{i,y} N_j dy + C_{23} \int_A F_{\tau,x} F_s dx dz \int_l N_i N_{j,y} dy \quad (2.49)$$

$$k_{yy}^{\tau sij} = C_{55} \int_A F_{\tau,z} F_{s,z} dx dz \int_l N_i N_j dy + C_{44} \int_A F_{\tau,x} F_{s,z} dx dz \int_l N_i N_j dy \\ + C_{33} \int_A F_{\tau} F_s dx dz \int_l N_{i,y} N_{j,y} dy \quad (2.50)$$

$$k_{yz}^{\tau sij} = C_{55} \int_A F_{\tau} F_{s,z} dx dz \int_l N_{i,y} N_j dy + C_{13} \int_A F_{\tau,z} F_s dx dz \int_l N_i N_{j,y} dy \quad (2.51)$$

$$k_{zx}^{\tau sij} = C_{12} \int_A F_{\tau,x} F_{s,z} dx dz \int_l N_i N_j dy + C_{66} \int_A F_{\tau,z} F_{s,x} dx dz \int_l N_i N_j dy \quad (2.52)$$

$$k_{zy}^{\tau sij} = C_{13} \int_A F_{\tau} F_{s,z} dx dz \int_l N_{i,y} N_j dy + C_{55} \int_A F_{\tau,z} F_s dx dz \int_l N_i N_{j,y} dy \quad (2.53)$$

$$k_{zz}^{\tau sij} = C_{11} \int_A F_{\tau,z} F_{s,z} dx dz \int_l N_i N_j dy + C_{66} \int_A F_{\tau,x} F_{s,x} dx dz \int_l N_i N_j dy \\ + C_{55} \int_A F_{\tau} F_s dx dz \int_l N_{i,y} N_{j,y} dy. \quad (2.54)$$

Durante l'assemblaggio della matrice di rigidezza dell'elemento vengono impiegati quattro indici (τ, s, i, j) : i primi due, τ e s , identificano le funzioni di espansione (F_{τ}, F_s) e, attraverso la loro variazione, consentono il calcolo della funzione nucleo. Come illustrato alla Figura 2.5, questa procedura consente di costruire il cosiddetto blocco τs , il quale corrisponde alla matrice di rigidezza associata al nodo considerato. Successivamente, quest'ultima viene assemblata all'interno dell'elemento trave e integrata nelle matrici di rigidezza globali, come mostrato rispettivamente nelle figure 2.6 e 2.7.

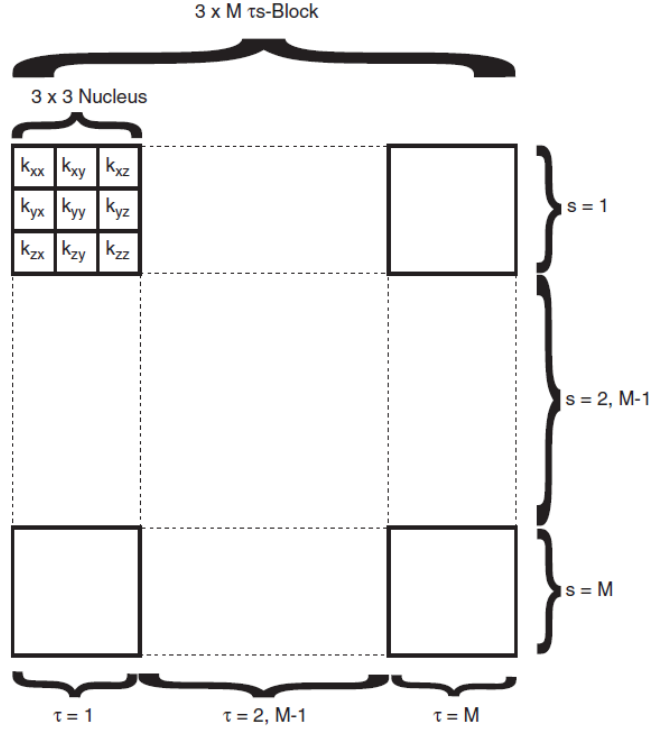


Figura 2.5: Schema di assemblaggio della matrice di rigidezza nodale [63].

Nello specifico, la posizione di ciascun blocco τs all'interno della matrice di rigidezza complessiva dell'elemento è determinata in conformità allo schema di assemblaggio definito in Figura 2.6. La matrice di rigidezza complessiva dell'elemento è ottenuta, infine, mediante l'assemblaggio di tutti i blocchi ij , come mostrato in Figura 2.7.

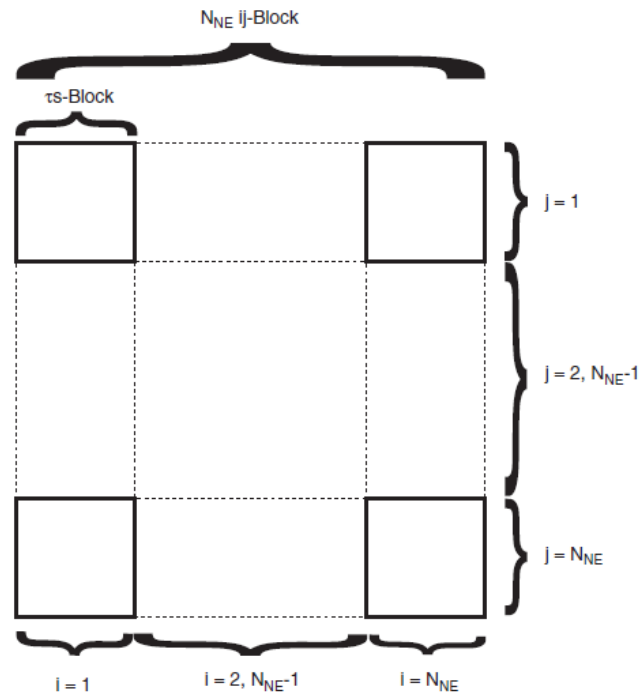


Figura 2.6: Schema di assemblaggio della matrice di rigidezza nodale [63].

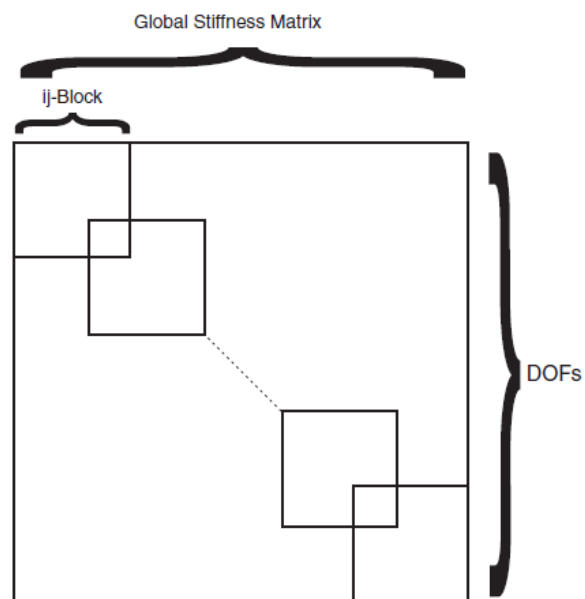


Figura 2.7: Schema di assemblaggio della matrice di rigidezza nodale [63].

2.3.4 Vettore dei carichi

Si considerano inizialmente i carichi superficiali. Le espansioni di F_τ e gli spostamenti nodali sono stati introdotti in precedenza nell'Equazione (2.31), pertanto:

$$\delta L_{\text{ext}}^{P_{\alpha\beta}} = \int_{A_\alpha} F_s N_j \delta u_{\beta sj} p_{\alpha\beta} dA. \quad (2.55)$$

Nel caso di carico linearmente distribuito l'Equazione (2.32) diventa:

$$\delta L_{\text{ext}}^{q_{\alpha\beta}} = \int_l F_s N_j \delta u_{\beta sj} q_{\alpha\beta} dy. \quad (2.56)$$

Per un carico puntuale, infine, l'espressione si semplifica ulteriormente sfruttando la (2.34), diventando:

$$\delta L_{\text{ext}} = F_s(x_p, z_p) N_j(y_p) \mathbf{P} \delta \mathbf{u}_{sj}^T \quad (2.57)$$

dove P rappresenta l'intensità del carico puntuale applicato in posizione $[x_p, y_p, z_p]$. Questa formulazione permette di assemblare il vettore dei carichi identificando le componenti di spostamento a cui il carico deve essere applicato.

P_1	$s = 1$	$j = 1$
P_2	$s = 2$	$j = 1$
P_3	$s = 3$	$j = 1$
	$s = 1$	$j = 2$
	$s = 2$	$j = 2$
	$s = 3$	$j = 2$

Figura 2.8: Posizionamento delle componenti di carico all'interno del vettore delle forze nodali [63].

2.4 Cross-section multi-elemento

Una delle peculiarità fondamentali degli elementi LE sta nel fatto che le sezioni trasversali possono essere discretizzate mediante l'impiego di più elementi LE stessi. Ciò avviene generalmente per tre scopi principali:

- raffinare il campo di spostamento della sezione trasversale senza aumentare l'ordine dell'espansione polinomiale;
- imporre le discontinuità geometriche all'interno della sezione trasversale;
- raffinare localmente il modello strutturale.

La Figura 2.9 mostra un tipico esempio in cui vengono utilizzati due elementi L4 per modellare il campo di spostamento della cross-section.

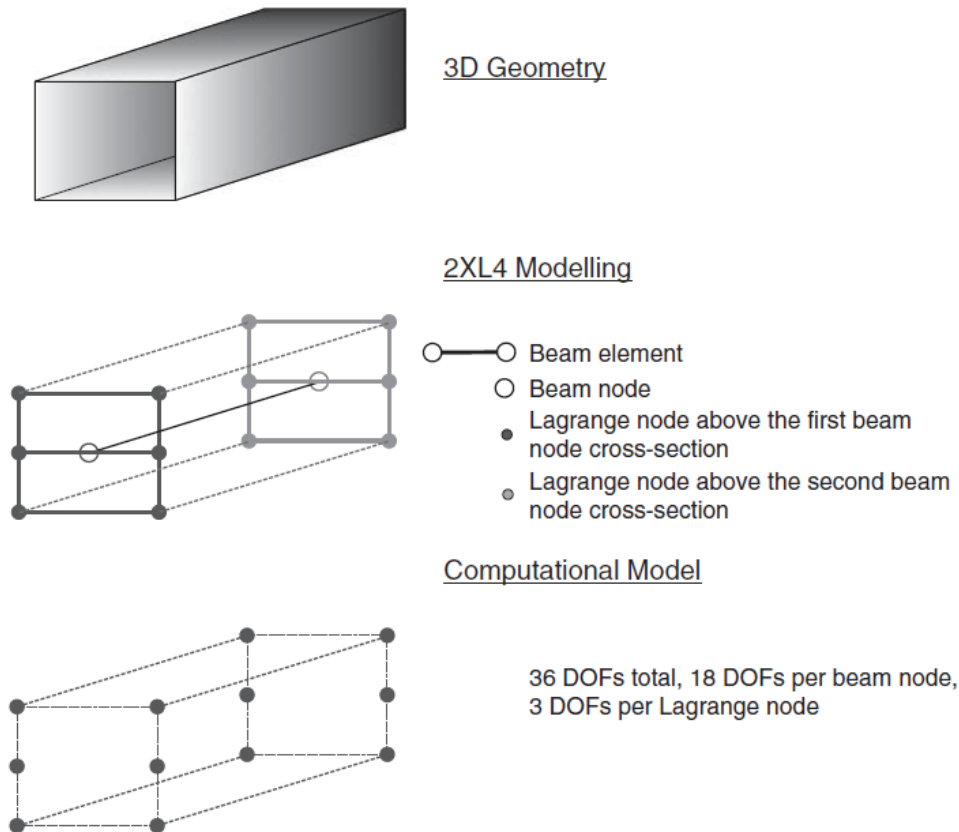


Figura 2.9: Esempio di modellazione LE con due elementi L4 [63].

L'assemblaggio delle matrici agli elementi finiti richiede, inoltre, la definizione di una connettività locale e globale dei nodi della sezione trasversale, come illustrato in Figura 2.10.

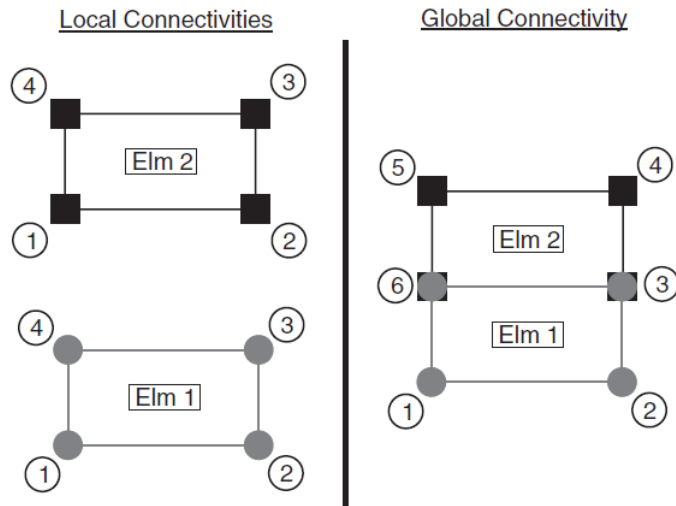


Figura 2.10: Esempio di due elementi L4 assemblati in un nodo trave [63].

Le matrici di rigidezza di ciascun elemento L4 vengono calcolate ed assemblate in base alla connettività globale (si vedano le figure 2.11, 2.12 e 2.13).

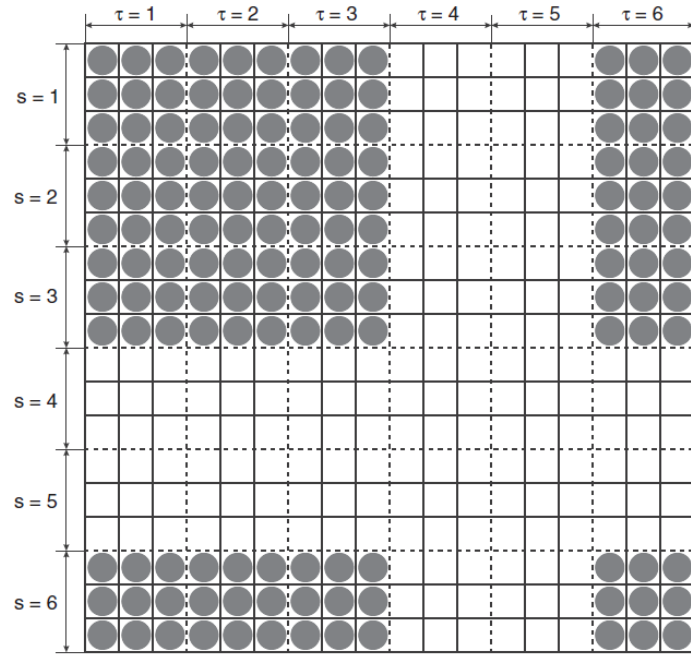


Figura 2.11: Assemblaggio dell'elemento 1 in un nodo trave [63].

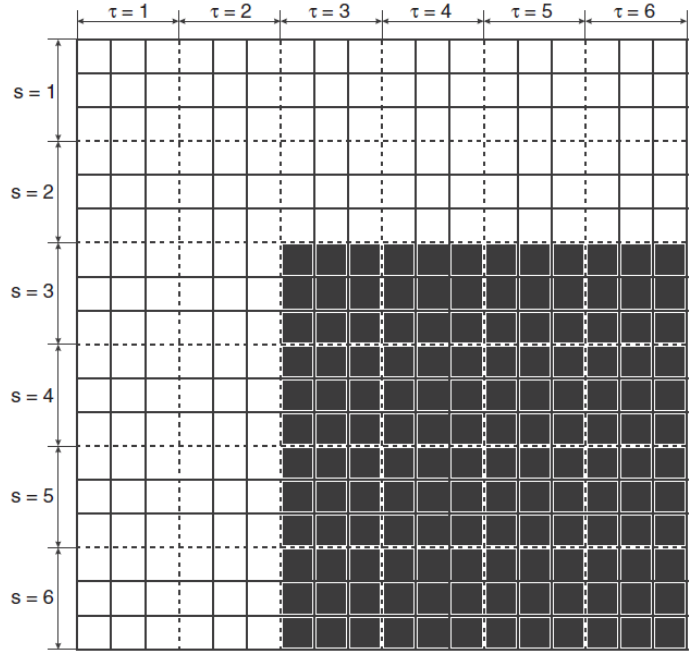


Figura 2.12: Assemblaggio dell'elemento 2 in un nodo trave [63].

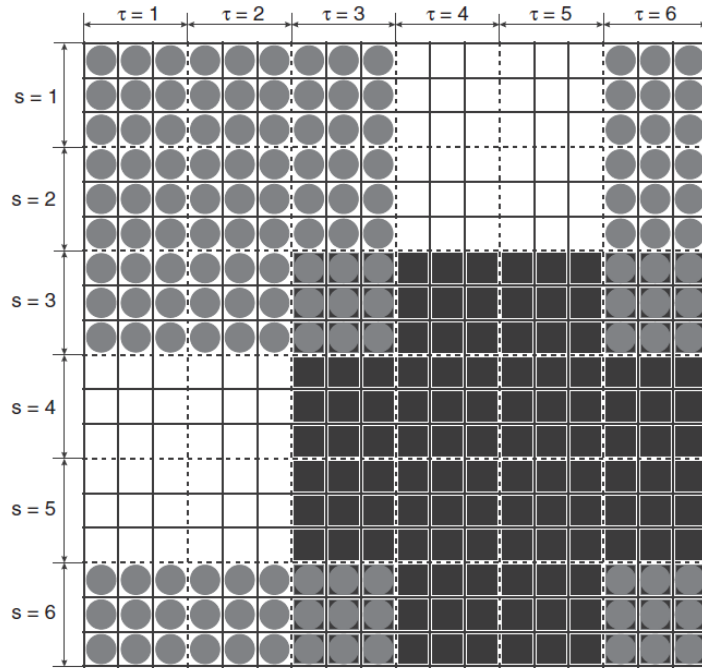


Figura 2.13: Assemblaggio di due elementi L4 in corrispondenza di un nodo di trave [63].

La continuità degli spostamenti è imposta nei nodi di interfaccia ed è, inoltre, possibile assemblare simultaneamente differenti elementi L (ad esempio una combinazione di elementi L4 ed L9) per rappresentare in modo più accurato la sezione trasversale.

Infine, il numero complessivo di gradi di libertà per sezione trasversale (N_{cs}), ovvero per ciascun nodo trave, è dato da:

$$N_{cs} = 3 \times N_{cn} \quad (2.58)$$

dove N_{cn} rappresenta il numero dei nodi della sezione trasversale [62][63].

Capitolo 3

L'implementazione del MUL² Code

Il MUL² è il gruppo di ricerca guidato dal Professor Erasmo Carrera (Dipartimento di Ingegneria Meccanica e Aerospaziale) del Politecnico di Torino. L'attività di studio condotta dal medesimo team si basa sulla CUF e si concentra sullo sviluppo di modelli avanzati per l'analisi di strutture multistrato, con particolare attenzione a quelle multicampo e alle interazioni fluido-struttura. Tali modelli vengono utilizzati per analisi statiche, dinamiche, aeroelastiche e di buckling e per approfondire il failure di strutture aeronautiche e spaziali isotrope, composite, piezoelettriche ed FGM (Functionally Graded Materials). I vari approfondimenti effettuati nel corso degli anni hanno permesso la realizzazione del MUL² Code (costituito da un eseguibile e da diversi file di input dipendenti, in tipologia e numero, dall'analisi svolta) che permette la simulazione e l'analisi di numerose problematiche strutturali implementando le equazioni di governo derivate nell'ambito della CUF sopra citata.

3.1 Il modello cinematico monodimensionale

Prima di intraprendere la trattazione in merito al ricercato modello cinematico adottato, si precisa che, per un corpo tridimensionale, è possibile definire il vettore dei displacement, degli strain e degli stress come di seguito riportato:

$$\mathbf{u}^T = (u_x, u_y, u_z) \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^T = (\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{xy}) \quad (3.2)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^T = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{xy}). \quad (3.3)$$

In particolare, u_x , u_y e u_z rappresentano le tre componenti di spostamento. L'espressione che associa spostamenti e strain può essere espressa utilizzando la relazione geometrica

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{D}\mathbf{u}, \quad (3.4)$$

in cui \mathbf{D} è la matrice degli operatori lineari differenziali.

La legge di Hooke, in più, permette di trascrivere la relazione tra stress e strain come segue:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3.5)$$

dove \mathbf{C} è la matrice dei coefficienti di rigidità (o matrice costitutiva) del materiale.

Il ricercato modello cinematico monodimensionale adottato dal MUL² Code assume che il campo di spostamenti caratterizzanti la cross-section sia scritto in termini di un'espansione delle funzioni di Lagrange bidimensionali. La stessa può essere genericamente trascritta come segue:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_\tau(y)F_\tau(x, z), \quad \tau = 1 \dots M. \quad (3.6)$$

$\mathbf{u}_\tau(y)$ è il vettore dello spostamento incognito lungo l'asse della trave, $F_\tau(x, z)$ è la funzione espansa sulla cross-section e M è il numero di termini presenti nelle funzioni di espansione $F_\tau(x, z)$.

Come già affermato al capitolo precedente, se la cross-section è descritta con un elemento di Lagrange a 4 nodi (L4), il medesimo campo di spostamenti assume la seguente forma:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1L_1 + \mathbf{u}_2L_2 + \mathbf{u}_3L_3 + \mathbf{u}_4L_4. \quad (3.7)$$

Analogamente avviene per elementi della tipologia L9 o L16 variando il numero di termini coinvolti e i relativi pedici. Si riporta di seguito un'immagine rappresentante due esempi di mesh della cross-section realizzate usando elementi lineari (L4) e quadratici (L9):

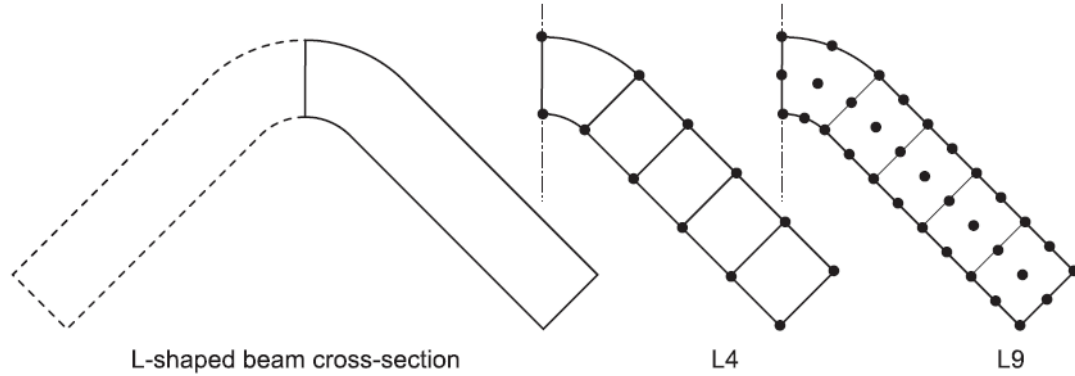


Figura 3.1: Esempi di mesh della cross-section realizzate usando elementi lineari (L4) e quadratici (L9) [29].

Si sottolinea che le funzioni di espansione sono state denotate con L invece che con F essendo le stesse polinomi di Lagrange; in aggiunta, la cross-section può anche

essere discretizzata utilizzando più di un elemento e, in tal caso, la compatibilità degli spostamenti viene imposta utilizzando un'apposita procedura.

Il modello agli elementi finiti approssima le incognite assiali $\mathbf{u}_\tau(y)$ usando funzioni di forma 1D, denominate N_i . Il campo di spostamenti diventa dunque:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{i\tau} N_i(y) F_\tau(x, z), \quad \tau = 1 \dots M, \quad i = 1 \dots N_n, \quad (3.8)$$

dove N_n è il numero di nodi dell'elemento e $\mathbf{u}_{i\tau}$ sono le incognite nodali.

Per quanto riguarda le equazioni di governo, le stesse possono essere derivate utilizzando il Principle of Virtual Displacements (PVD) che, nel caso statico, afferma che la variazione virtuale dei lavori interni (ovvero l'energia di deformazione) è uguale alla variazione virtuale dei lavori esterni (cioè dei carichi). Nello specifico:

$$\delta L_{int} = \delta L_{ext} \quad (3.9)$$

in cui

$$\delta L_{int} = \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV. \quad (3.10)$$

Introducendo il contributo delle equazioni costitutive e delle relazioni geometriche e coinvolgendo il campo di spostamento esplicitato nell'Equazione (3.8), l'espressione alla riga precedente diventa:

$$\delta L_{int} = \delta \mathbf{u}_{ij}^T \int_V [N_j F_s \mathbf{D}^T \mathbf{C} \mathbf{D} F_\tau N_i] dV \mathbf{u}_{\tau i} \quad (3.11)$$

che può essere riscritta in forma compatta come:

$$\delta L_{int} = \delta \mathbf{u}_{sj}^T \mathbf{k}^{ij\tau s} \mathbf{u}_{\tau i} \quad (3.12)$$

dove $\mathbf{k}^{ij\tau s}$ rappresenta la matrice di rigidezza espressa nella forma di nucleo fondamentale, avente dimensione 3×3 e forma invariante; il vettore $\mathbf{u}_{\tau i}$ descrive le incognite nodali, mentre $\delta \mathbf{u}_{sj}$ simboleggia la loro prima variazione.

I carichi esterni, nel caso della simulazione del processo di cura, sono rappresentati da forze di volume derivanti dal campo termico e dallo shrinkage chimico. L'incremento di temperatura è definito come ΔT , mentre il vettore deformazione dovuto allo shrinkage è indicato con $\boldsymbol{\varepsilon}_s$. La variazione del lavoro esterno si esprime dunque come:

$$\delta L_{ext} = \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\beta} \Delta T dV + \int_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}_s dV \quad (3.13)$$

dove $\boldsymbol{\beta}$ è il vettore dei coefficienti di dilatazione termica.

Considerando la formulazione del campo di spostamento introdotta nell'Equazione (3.8), la relazione precedente diventa:

$$\delta L_{\text{ext}} = \mathbf{u}_{sj}^T \int_V N_j F_s \mathbf{D}^T \mathbf{C} (\beta \Delta T + \boldsymbol{\varepsilon}_s) dV = \delta \mathbf{u}_{sj}^T \mathbf{f}^{js} \quad (3.14)$$

dove \mathbf{f}^{js} è un vettore colonna con tre componenti ed è denotato come nucleo fondamentale del vettore dei carichi. Quest'ultimo, insieme al nucleo fondamentale della matrice di rigidità, può essere facilmente assemblato nella matrice di rigidità globale \mathbf{K} e nel vettore dei carichi \mathbf{F} attraverso una procedura iterativa effettuata sugli indici i, j, τ ed s , come suggerito dalla figura seguente:

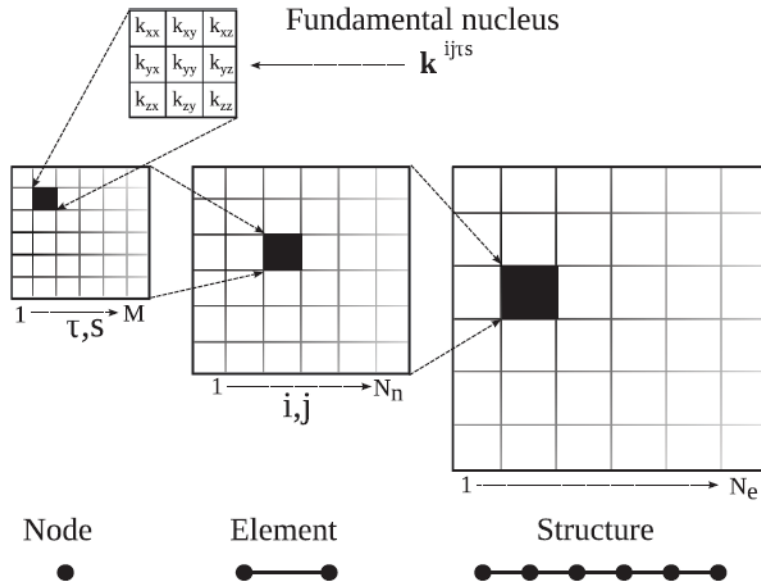


Figura 3.2: Procedura di assemblaggio della matrice di rigidità [29].

3.2 L'analisi del processo di curing

Tra le varie tipologie di analisi che il MUL² Code è in grado di eseguire, ci si sofferma su un approccio, basato su una soluzione iterativa, che simula il ciclo di cura subito da un materiale composito. Tale metodo si basa, come già affermato, sulla Carrera Unified Formulation: esso valuta la deformazione dovuta a carichi termici e chimici "accumulata" ad ogni time step e utilizza un modello costitutivo denominato CHILE (acronimo che sta per "Cure Hardening Instantaneously Linear Elastic") che considera l'evoluzione delle proprietà meccaniche durante il

processo in autoclave, assumendo che il materiale sia elastico¹. Tali proprietà, nello specifico, variano unicamente al variare della temperatura e del DOC (Degree of Cure), rimanendo costanti ad ogni step temporale considerato [48]. La soluzione al termine del curing, dunque, è ottenuta effettuando la sommatoria delle soluzioni elastiche istantanee valutate in un numero discreto di passi temporali, indicato con N_α . La figura seguente mostra, ad esempio, come è possibile definire il modulo di taglio G all' i -esimo time step:

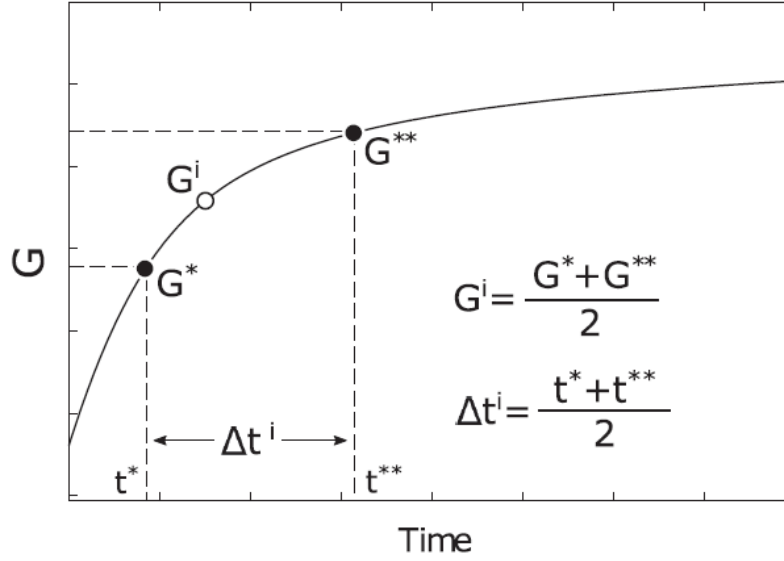


Figura 3.3: Proprietà del materiale all' i -esimo step temporale considerato [29].

L'incremento delle deformazioni dovute rispettivamente ai carichi chimici e termici $\Delta \varepsilon_S^i$ e $\Delta \varepsilon_T^i$ viene valutato, invece, come carico esterno (agente sempre all' i -esimo time step analizzato).

¹In particolare, il modello costitutivo CHILE valuta la differenza tra due step temporali consecutivi, confrontandola con il valore finale. Se tale variazione risulta trascurabile, il calcolo procede direttamente allo step successivo; diversamente, qualora la differenza sia ritenuta accettabile, le proprietà del materiale vengono determinate effettuando una media tra i valori calcolati nei due step. Per ulteriori approfondimenti si rimanda al paper di riferimento [48].

Il flowchart seguente mostra la soluzione iterativa da seguire:

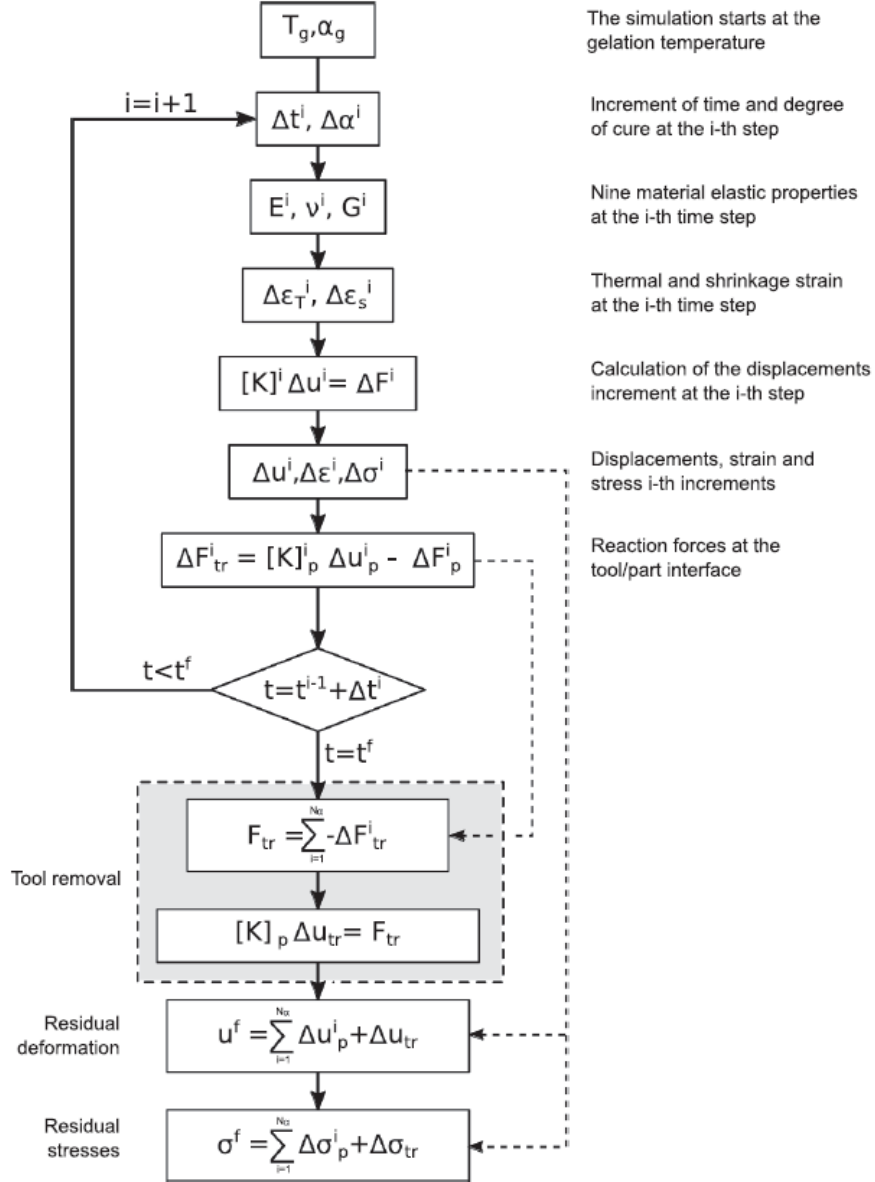


Figura 3.4: Algoritmo per stabilire gli stress e le deformazioni residue a seguito del processo di curing eseguito su una parte composita [29].

Si parte con la determinazione delle proprietà del materiale e dello shrinkage chimico oltre che della temperatura e del grado di cura caratterizzanti il gelation point², punto da cui inizia la simulazione numerica. Come già affermato, il tempo e il grado di cura avanzano ad ogni i-esimo step considerato, comportando la variazione del modulo di Young, del coefficiente di Poisson e del modulo di taglio del composito. Ciò comporta, a sua volta, non solo la variazione della deformazione chimica e termica del componente, ma anche quella degli spostamenti incrementali calcolabili attraverso l'equazione

$$\mathbf{K}^i \Delta \mathbf{u}^i = \Delta \mathbf{F}^i \quad (3.15)$$

che rappresenta l'inizio del problema lineare statico. Nello specifico, \mathbf{K}^i è la matrice di rigidezza dell'intero modello composto da part, tool e shear layer d'interfaccia, mentre $\Delta \mathbf{F}^i$ è il vettore dei carichi.

Di conseguenza, è possibile effettuare il calcolo di $\Delta \epsilon^i$ e $\Delta \sigma^i$, variazioni che vengono valutate attraverso, rispettivamente, la relazione geometrica e la legge di Hooke citate al paragrafo precedente. Nello specifico:

$$\Delta \epsilon^i = \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}^i \quad (3.16)$$

$$\Delta \sigma^i = \mathbf{C}^i \Delta \epsilon^i. \quad (3.17)$$

Si procede, poi, col calcolo delle forze di reazione all'interfaccia tool/part sfruttando la matrice di rigidezza appena calcolata. La stessa può essere considerata come la somma di vari contributi, come riassunto in Figura 3.5:

²Il gelation point è definito come il momento critico di un processo di polimerizzazione: lo stesso rappresenta la transizione da un sistema viscoelastico prevalentemente liquido a uno viscoelastico solido (gel), caratterizzato dalla comparsa di una macromolecola infinita che si estende attraverso l'intero volume della miscela; descrive, inoltre, il punto a partire dal quale iniziano ad aumentare le proprietà elastiche.

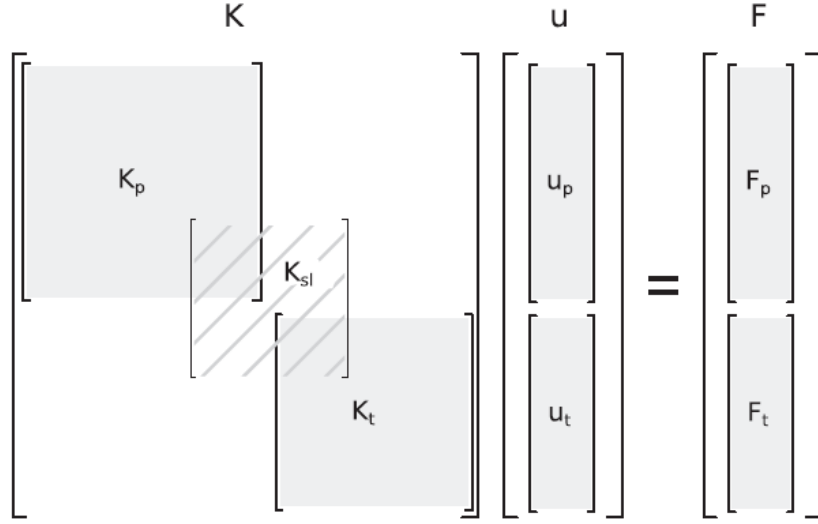


Figura 3.5: Partizionamento della matrice di rigidezza totale [29].

In particolare, \mathbf{K}_p^i è la matrice relativa alla parte in composito, \mathbf{K}_t^i è la rigidezza derivante dal tool e, infine, \mathbf{K}_{sl}^i è il contributo alla rigidezza dovuto dal modello d'interfaccia (in questo caso, lo shear layer). La medesima partizione può essere applicata allo spostamento e ai vettori delle forze.

Le forze agenti sulla parte composita, ovvero $\Delta \bar{\mathbf{F}}_p^i$, possono poi essere calcolate come segue:

$$\Delta \bar{\mathbf{F}}_p^i = \mathbf{K}_p^i \Delta \mathbf{u}_p^i \quad (3.18)$$

specificando che il vettore al primo membro include le forze esterne dovute alla contrazione chimica, ai carichi termici e alle forze d'interfaccia. Il vettore delle forze d'interfaccia $\Delta \mathbf{F}_{tr}^i$, invece, calcolato all'i-esimo time step a seguito della rimozione del tool, può essere finalmente ottenuto attraverso la seguente relazione:

$$\Delta \mathbf{F}_{tr}^i = \Delta \bar{\mathbf{F}}_p^i - \Delta \mathbf{F}_p^i. \quad (3.19)$$

Non appena terminato il processo di cura, è possibile procedere con la valutazione delle *process-induced deformations* finali. Il tool, infatti, tende a "mantenere" la struttura nella posizione iniziale; ciononostante, tale condizione comporta un accumulo di stress. Al netto di ciò, la quantità totale delle forze che il tool applica sulla parte in composito, \mathbf{F}_{tr} , è data da:

$$\mathbf{F}_{tr} = \sum_{i=1}^{N_\alpha} \Delta \mathbf{F}_{tr}^i. \quad (3.20)$$

L'incremento degli spostamenti che si verifica come conseguenza della rimozione del tool si calcola, quindi, risolvendo il seguente sistema lineare:

$$\mathbf{K}_p \Delta \mathbf{u}_{tr} = \mathbf{F}_{tr}. \quad (3.21)$$

Diversamente, $\boldsymbol{\varepsilon}_{tr}$ e $\boldsymbol{\sigma}_{tr}$ possono essere ottenute attraverso le medesime equazioni sopra citate ((3.4) e (3.5)).

Gli spostamenti, le deformazioni e le tensioni totali residue dovute al processo di polimerizzazione e alla rimozione del tool possono infine essere calcolate; rispettivamente:

$$\mathbf{u}^f = \sum_{i=1}^{N_\alpha} \Delta \mathbf{u}_p^i + \Delta \mathbf{u}_{tr} \quad (3.22)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^f = \sum_{i=1}^{N_\alpha} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_p^i + \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{tr} \quad (3.23)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^f = \sum_{i=1}^{N_\alpha} \Delta \boldsymbol{\sigma}_p^i + \Delta \boldsymbol{\sigma}_{tr}. \quad (3.24)$$

Capitolo 4

Caratterizzazione e comportamento degli strati interlaminari nei materiali compositi

Come già affermato nella prima parte della presente trattazione, nell'ultimo decennio l'ampio campo di studio dei materiali compositi sta focalizzando la propria attenzione nei confronti degli strati interlaminari presenti in essi. Il seguente capitolo ha lo scopo di illustrare alcune considerazioni derivanti dai primi studi effettuati sulla regione in questione, il cui rafforzamento ha l'obiettivo di migliorare le proprietà meccaniche e la vita dei materiali eterogenei coinvolti. Alla luce di ciò si procede, poi, con un breve approfondimento sul materiale scelto per simulare gli strati intermedi nella piastra analizzata in questa tesi. L'analisi svolta e i risultati ottenuti per quest'ultima verranno presentati nel Capitolo 5.

4.1 Effetto dei rinforzi interlaminari sugli impatti a bassa velocità

Uno dei principali svantaggi che caratterizza i materiali compositi riguarda la probabile e significativa perdita delle proprietà meccaniche durante impatti a bassa velocità tipici delle condizioni di servizio. Gli stessi si manifestano, solitamente, senza produrre danni superficiali evidenti: da qui la necessità di valutare la possibilità di rafforzare lo strato interlaminare (ovvero la zona compresa tra due lamine di un composito) ivi inserendo una nuova fase. L'obiettivo è quello di ridurre la propagazione delle delaminazioni causate dagli impatti sopracitati, facendo in modo che i cedimenti microstrutturali si disperdano nello strato aggiuntivo. La conoscenza della maggiore tenacità derivante è, tuttavia, parziale, motivo per cui

risulta ancora più importante approfondire il campo di studi coinvolto. Si riporta di seguito quanto riscontrato negli approfondimenti finora condotti; nello specifico, si è dedotto che:

- quando le particelle collocate negli interstrati si "slegano" a partire dal punto di rottura (crack tip), le stesse sono in grado di deviare il percorso di frattura lontano dall'interfaccia con le fibre, ricreando un tragitto più "tortuoso";
- utilizzando particelle più piccole (circa $10\ \mu m$ diametro) e distribuendole uniformemente, si ottiene una maggiore tenacità interlaminare rispetto al caso in cui si considerano particelle più grandi diffuse in modo irregolare.

Da qui si può desumere che l'obiettivo degli studi in via di sviluppo è proprio l'individuazione della combinazione che permetta di raggiungere una microstruttura ottimale tale da aumentare il più possibile la tenacità strutturale a livello macroscopico.

4.2 Simulazione del percorso di frattura

Lo studio *Crack path simulation in a particle-toughened interlayer within a polymer composite laminate* proposto da G. Borstnat et al. (si veda [64]) sfrutta il nuovo Metodo degli Elementi Finiti "Augmentato" (A-FEM) per riprodurre un modello bidimensionale della tipologia *plane strain*¹ utile per simulare una frattura interlaminare della tipologia *Mode I*². Le particelle poste nell'interstrato vengono discretizzate con segmenti unidimensionali e caratterizzate da una fiber volume fraction iniziale del 13%, suggerendo che la maggior parte della fase coinvolta è rappresentata da matrice. Il modello propone, in più, l'utilizzo di due tipologie di particelle termoplastiche:

- quelle realizzate in Materiale A (Mat. A), con dimensioni comprese tra 5 e $30\ \mu m$, che mostrano la tendenza a "separarsi" davanti al crack tip;
- quelle che prevedono l'utilizzo del Materiale B (Mat. B), caratterizzato da particelle aventi diametro di circa $10\ \mu m$. Le stesse evidenziano sia la capacità di "fratturarsi internamente" sia di creare un ponte/collegamento tra i lembi della cricca.

¹Il *plane strain* è definito come uno stato di deformazione in cui si assume che le particelle di un corpo siano soggette unicamente agli spostamenti in un piano (tipicamente x-y). Di conseguenza, ne derivano delle componenti nulle in direzione z [65].

²La frattura della tipologia *Mode I* si riferisce alla propagazione di una cricca in un materiale che si manifesta quando la tensione massima in corrispondenza della punta della cricca stessa raggiunge la resistenza teorica del materiale. Ciò comporta, in aggiunta, una riduzione dell'energia del sistema [66].

L'esperimento, come già anticipato, prevede la simulazione del Mode I di apertura della cricca: nello specifico, si sfrutta un cuneo che spinge i provini sottoposti a carico nel piano mediano del composito.

Lo studio suggerisce che non ci sono ancora abbastanza dati per stabilire i giusti parametri coesivi della resina e delle interfacce delle fibre alle piccolissime scale coinvolte; è tuttavia possibile trarre delle piccole conclusioni identificando le tendenze delle proprietà di resina, interfacce e dimensione/distribuzione delle particelle coinvolte. La Figura 4.1, infatti, mira ad identificare le variabili particellari nella ROI (Region of Interest), una zona al centro del campione (dunque lontana dai bordi liberi) dove si studia la propagazione della prima frattura creata.

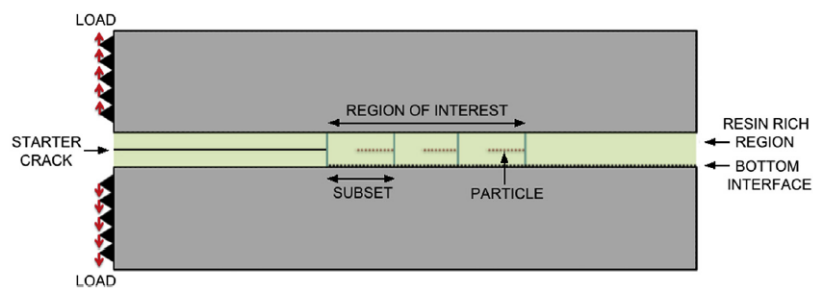


Figura 4.1: Illustrazione del modello interlaminare e della ROI contenente particelle 1D in ogni sottosezione [64].

Effetti della distribuzione delle particelle

Si riscontra inizialmente come la distribuzione particellare influenzi i parametri sopracitati. La Figura 4.2, difatti, riporta due step di carico acquisiti sperimentalmente in due differenti zone del campione realizzato in Mat. A. La sezione tomografica in alto corrisponde allo stato precedente alla propagazione della frattura, mentre quella in basso mostra la condizione successiva alla frattura stessa.

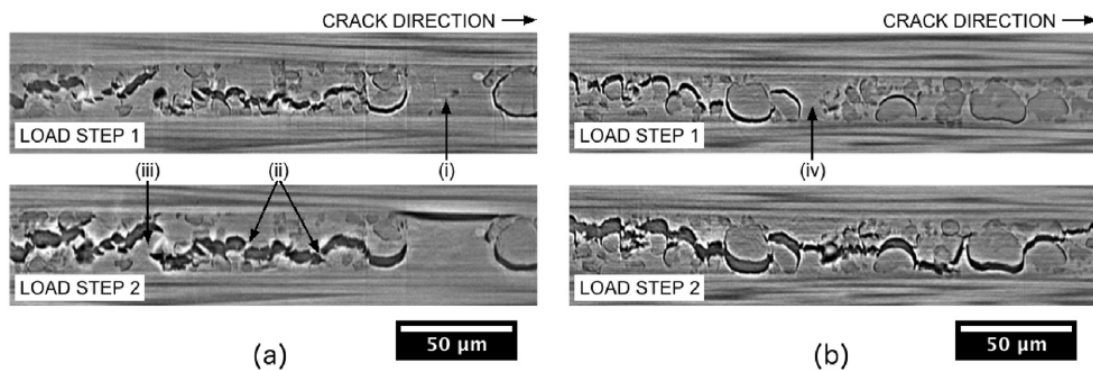


Figura 4.2: Sezioni del Mat. A, con la cricca che si propaga da sinistra verso destra: a sx un'ampia regione impoverita di particelle (a); a dx una regione sempre impoverita di particelle ma più piccola della precedente (b) [64].

Nello specifico, in Figura 4.2(a) si osservano gli effetti della propagazione della cricca in una grande regione povera di particelle (i), dove l'assenza, appunto, di particelle decoese sembra aver innescato il cedimento all'interfaccia della fibra. L'aspetto liscio e levigato della frattura lungo l'interfaccia della fibra si contrappone con la zona della scia dove si formano numerosi filamenti di resina (ii) e grandi legamenti (iii) che forniscono trazione tra i lembi della frattura. La sequenza cronologica del processo è dunque evidente: l'interfaccia della fibra cede ma, allo stesso tempo, il percorso principale della frattura rimane al centro dello strato interlaminare. Sul lato destro dell'immagine inferiore si osserva, infine, una particella che appare fortemente decoesa, suggerendo che le particelle nella failure process zone potrebbero avere la capacità di "richiamare" la frattura nello strato interlaminare rinforzato.

In Figura 4.2(b), d'altra parte, si osservano gli effetti di una regione povera di particelle (iv) avente dimensioni inferiori rispetto alla precedente. In quest'ultima la frattura si propaga verso le particelle poste davanti ad essa attraverso della resina pura: questo suggerisce che esiste una dimensione critica della regione povera di particelle che può facilitare ulteriormente il cedimento all'interfaccia delle fibre.

Variazione di resistenza d'interfaccia e proporzione di particelle decoese

In questa sezione si analizza inizialmente l'effetto della variazione della resistenza all'interfaccia della fibra considerata pari al 60%, 70% e 80% di quella della resina non rinforzata. Questo fenomeno viene osservato esclusivamente nel Materiale B poiché nel Materiale A le decoesioni si manifestano a notevole distanza dalla punta della frattura e, di conseguenza, il loro contributo alla tenacità viene considerato trascurabile. Si riscontra che la frattura attraverso lo strato interlaminare è favo-

rita da un'interfaccia della fibra più resistente (la quale rappresenta, ovviamente, il percorso di frattura alternativo).

I risultati mostrano, inoltre, che al diminuire della frazione di particelle decoese (ovvero all'aumentare dell'ampiezza di regioni prive di particelle decoese), l'interfaccia della fibra diventa più propensa al cedimento, in linea con quanto osservato sperimentalmente in Figura 4.2(a). Emerge in aggiunta che nelle medesime circostanze la tensione nel ply adiacente (ovvero l'interfaccia della fibra) è significativamente più elevata, con conseguente maggiore probabilità di frattura intralaminare. Anche questi risultati suggeriscono che l'effetto chiave delle decoesioni delle particelle è quello di alleggerire le tensioni all'interfaccia della fibra, creando uno strato interlaminare più deformabile e intrappolando la frattura al suo interno.

Effetti della spaziatura e della prossimità delle particelle al ply

Infine, le ultime due simulazioni hanno analizzato:

- la spaziatura tra le particelle;
- la prossimità delle particelle all'interfaccia della fibra.

Dall'analisi è emerso che all'aumentare della spaziatura tra le particelle la frattura tende a deviare maggiormente verso l'interfaccia della fibra. Le particelle più grandi, tuttavia, tollerano una maggiore spaziatura prima che avvenga tale deviazione. Per di più, tanto più le particelle sono vicine all'interfaccia della fibra, tanto più la frattura tende a deviare più facilmente verso quest'ultima [64].

4.3 Influenza dei parametri di cura

In questa fase iniziale di sperimentazione e valutazione dei benefici che gli strati interlaminari opportunamente inseriti possono apportare alle strutture, è fondamentale considerare il loro rapporto con i cicli di cura a cui i materiali compositi sono sottoposti. Come già evidenziato, l'ottimizzazione dei cicli di polimerizzazione rappresenta una pratica cruciale per ridurre difetti quali vuoti, deformazioni indotte dal processo e tempi di produzione. Nel caso specifico, tuttavia, il ciclo di cura può modificare in modo significativo la microstruttura interlaminare dei sistemi tenacizzati, con conseguenti effetti sulle proprietà meccaniche del laminato. Lo studio *Cure path dependency of damage resistance in interlayer toughened composite laminates subjected to quasi-static indentation and low-velocity impact* di C. Chen et al. (si veda [58]) analizza, infatti, gli effetti della velocità di riscaldamento durante la polimerizzazione sulla microstruttura interlaminare e la resistenza al danneggiamento di laminati con interlamina tenacizzata che vengono sottoposti, nello specifico, a prove di indentazione quasi-statica (QSI).

Per l'indagine sperimentale viene utilizzato un prepreg termindurente unidirezionale con interlamina tenacizzata, in particolare il Toray T800SC/3900-2 B, materiale ad alta resistenza a trazione e tenacità, già qualificato e ampiamente adottato negli aeromobili commerciali dell'azienda statunitense Boeing per componenti sia primari sia secondari, tra cui stabilizzatori orizzontali, ali, sezioni di fusoliera e cassoni alari centrali. All'interno della matrice si è deciso di disperdere particelle fini di poliammide amorfa termoplastica, introdotte tramite processo di impregnazione a caldo e distribuite uniformemente sulla superficie del prepreg. Durante i processi di laminazione e stampaggio, tali particelle si localizzano principalmente negli strati interlaminari, incrementando in modo significativo la resistenza alla delaminazione e ai danni da impatto come affermato nel precedente paragrafo. Per valutare come il ciclo di polimerizzazione influenza la microstruttura interlaminaire, sono state osservate al SEM (Scanning Electron Microscopy) le interfacce $0^\circ/0^\circ$ e $\pm 45^\circ/90^\circ$ di laminati quasi-isotropi prodotti con tre diversi cicli: CC1 (riscaldamento lento, $0.1^\circ\text{C}/\text{min}$), CC2 ($1.0^\circ\text{C}/\text{min}$) e CC3 (riscaldamento rapido, $7.0^\circ\text{C}/\text{min}$). Si mostrano di seguito due grafici raffiguranti, rispettivamente, i cicli di cura risultanti dalle tre diverse velocità di riscaldamento e i relativi percorsi di cura nella mappa nel processo. Si riportano, inoltre, sei raffigurazioni della microstruttura interlaminaire all'interfaccia, due per ciascun ciclo di polimerizzazione studiato.

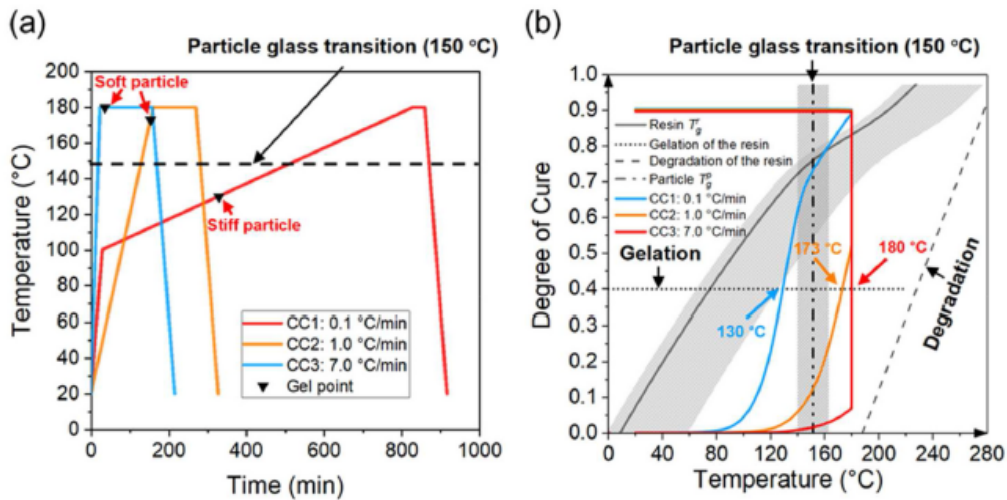


Figura 4.3: A sinistra (a): cicli di cura con diverse velocità di riscaldamento; a destra (b): percorsi di cura nella mappa del processo [58].

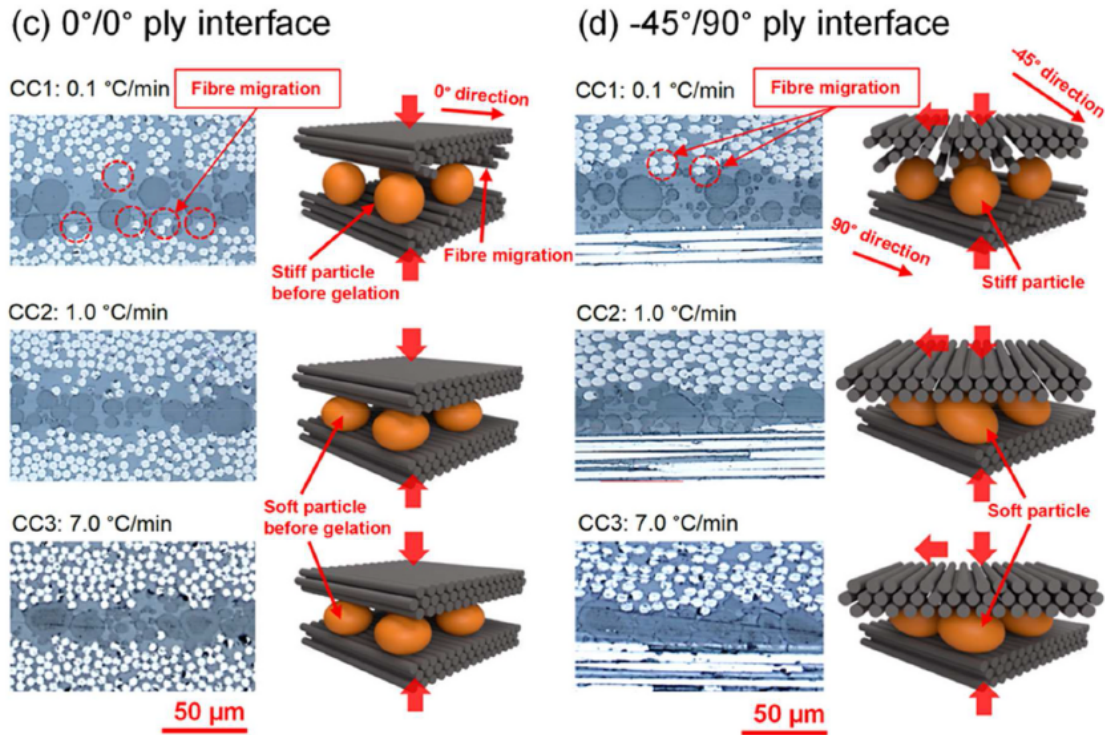


Figura 4.4: A sinistra (c): microstruttura interlaminare all'interfaccia tra gli strati a 0°/0° per diversi cicli di cura; a destra (d): microstruttura interlaminare all'interfaccia tra gli strati a -45°/90° per diversi cicli di cura [58].

Come si può notare dalle rappresentazioni sopra riportate, nei laminati CC1 le particelle tenacizzanti appaiono sferiche e poco interconnesse. Questo si spiega con il fatto che, a causa del riscaldamento molto lento, la resina raggiunge la gelificazione (130 °C) prima della sua Tg dinamica (150 °C). Quando poi la temperatura supera la Tg, la resina è già gelificata e non consente più alle particelle di deformarsi: le stesse rimangono quindi sferiche e isolate, dando origine a una microstruttura interlaminare denominata “sea-island”. Con i cicli CC2 e CC3, invece, la situazione è diversa: la resina gelifica a temperature più alte (rispettivamente, 173°C e 180°C), quindi le particelle diventano gommosi quando la resina è ancora fluida. In queste condizioni, la pressione esercitata dal letto di fibre le deforma, creando una microstruttura interlaminare caratterizzata da particelle compattate e interconnesse. Un altro aspetto interessante riguarda le interfacce a $\pm 45^\circ/90^\circ$, in cui le particelle più grandi ($> 20 \mu m$) mostrano leggere deformazioni da taglio dovute alle differenze nei flussi di resina generate dalle diverse orientazioni delle fibre prima della gelificazione. Le immagini mostrano, inoltre, che nei laminati CC1 le fibre tendono a migrare facilmente nell'interlamina a causa della presenza di ampie sacche

ricche di resina. Nei cicli CC2 e CC3, invece, le particelle compattate riducono tali sacche, limitando la migrazione delle fibre. Infine, il confronto degli spessori tra laminati quasi-isotropi e unidirezionali non evidenzia differenze significative; l'interlamina nei CC2 e CC3 risulta, d'altra parte, mediamente più sottile (rispettivamente $25.4 - 25.8\mu m$) rispetto al CC1 ($31,4\mu m$), con una riduzione di circa il 19% dovuta alla deformazione delle particelle. Questo comportamento è in contrasto con i laminati tradizionali a matrice epossidica privi di particelle, nei quali gli spessori non dipendono dal ciclo di polimerizzazione.

Infine, durante le prove QSI si riscontra che anche la resistenza al danneggiamento è sensibile al ciclo di polimerizzazione, essendo la velocità di migrazione della delaminazione dipendente dalla microstruttura interlaminare. I meccanismi di tenacizzazione risultano infatti più efficaci quando la delaminazione rimane confinata in un'interlamina caratterizzata da microstruttura a globuli interconnessi, spessore ridotto, particelle deformate e minore migrazione di fibre. In queste condizioni, le particelle deformate e lo strato sottile guidano la propagazione della cricca all'interno dell'interlamina stessa [67]. Allo stesso tempo, una minore migrazione delle fibre verso l'interlamina riduce ulteriormente la probabilità che la cricca si sposti verso strati più fragili, contribuendo così a mantenere l'efficacia del meccanismo di tenacizzazione.

Per quanto riguarda i test QSI, inoltre, si riporta un'immagine raffigurante le micrografie dell'area del danneggiamento relative ai cicli di cura precedentemente citati:

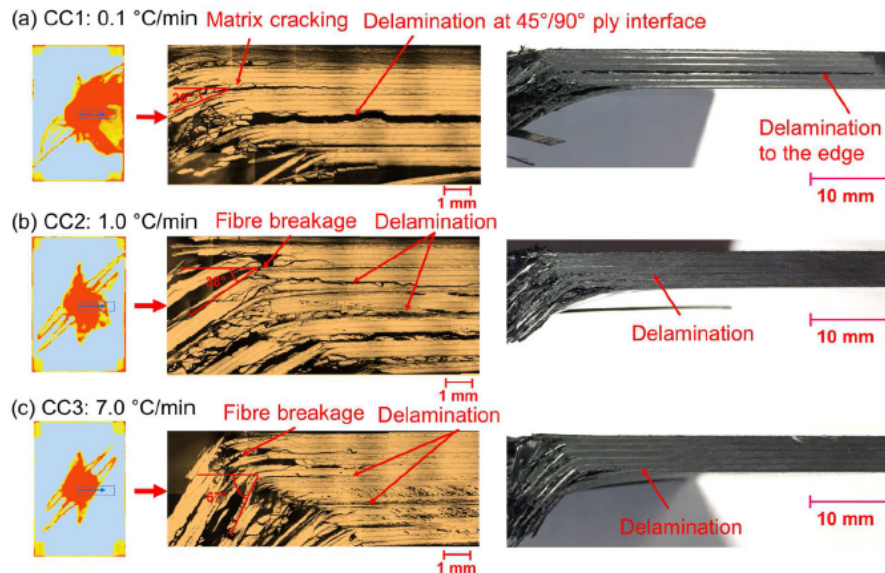


Figura 4.5: Prove QSI: micrografie del danno (sottoposto a impattatore) per cicli di cura con diverse velocità di riscaldamento [58].

La Figura 4.5 mostra che la zona analizzata non presenta differenze significative nei pattern di danneggiamento dei vari cicli di polimerizzazione: le energie dissipate risultano simili in tutti i casi e, di conseguenza, sia la resistenza sia la risposta al danneggiamento da impatto non variano in modo rilevante. Durante l'impatto stesso, infatti, si formano numerose microcricche da taglio all'interno dell'interlamina che ostacolano la propagazione della delaminazione indipendentemente dal ciclo di polimerizzazione e dalla microstruttura ottenuta.

4.4 L'HexPly 8552

Le interlamine della piastra analizzata al Capitolo 5 della presente trattazione sono realizzate sfruttando la sola matrice del prepreg unidirezionale AS4/8552 dell'azienda americana Hexcel. Nello specifico, l'HexPly 8552 è una matrice epossidica ad alte prestazioni caratterizzata da un'elevata tenacità e specificamente sviluppata per strutture primarie aerospaziali. Grazie all'eccellente resistenza agli urti e al damage tolerance, trova applicazione in un ampio spettro di utilizzi: è disponibile come resina indurita con agenti amminici tramite processo di polimerizzazione e si riscontra, inoltre, in forma preimpregnata con fibre di carbonio o vetro, sia in configurazione unidirezionale come nel caso in questione, sia tessuta. L'HexPly 8552 è stata in aggiunta progettata per garantire che il flusso della matrice stessa sia controllato durante la lavorazione, consentendo l'impiego in ambienti con temperature di esercizio fino a 121°C. Tra i numerosi vantaggi si osserva che:

- essendo una matrice epossidica tenacizzata, garantisce ottime proprietà meccaniche;
- è contraddistinta da buone performance ad elevate temperature;
- permette una buona trasmissione delle proprietà delle fibre e, di conseguenza, un'efficace sinergia tra matrice e rinforzo;
- è caratterizzata da un'eccellente *drape*³ e *tack*⁴, fattori che rendono più semplice la fase di laminazione [70].

³Il termine *drape* indica l'abilità di un tessuto di adattarsi ad una superficie complessa [68].

⁴La parola *tack* specifica la capacità di un materiale composito (generalmente prepreg) di aderire leggermente ad altri strati o ad uno stampo, senza la necessità di pressione o calore elevato [69].

Capitolo 5

Risultati numerici

5.1 Analisi statica termoelastica accoppiata

In una prima fase si è deciso di effettuare un'analisi termomeccanica di tipo statico che coinvolge una trave a sbalzo realizzata in alluminio avente sezione quadrata.

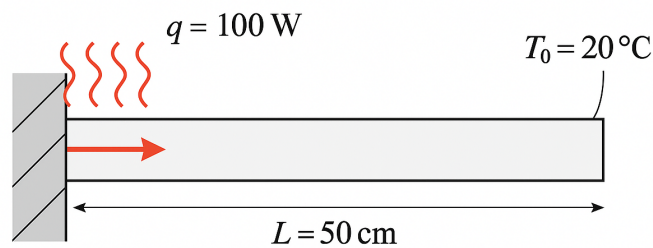


Figura 5.1: Rappresentazione schematica della trave oggetto di studio.

La struttura è soggetta ad un flusso di calore di 100 W nell'incastro, diversamente dall'estremo libero che è a temperatura ambiente (20°C). I dati sono:

- A = area della cross-section = 20 cm^2 ;
- L = lunghezza della trave = 50 cm ;
- E = modulo di Young = 73.1 GPa ;
- ν = coefficiente di Poisson = 0.33 ;
- κ = conduttività termica = $237\text{ W} \cdot (\text{m} \cdot \text{K})^{-1}$;
- α = coefficiente di espansione termica = $23.1 \cdot 10^{-6}\text{ K}^{-1}$.

Si evidenzia, inoltre, che le variazioni di temperatura a partire da $T = 105.5^\circ C$ soddisfano l'equazione del calore, essendo:

$$q = \kappa \cdot A \cdot \frac{T}{L}$$

L'esercizio in questione, svolto implementando il MUL² Code, considera l'utilizzo di elementi monodimensionali della tipologia B4 (aventi dunque 4 nodi) e di una mesh della cross-section caratterizzata da 9 e 16 nodi per elemento [8], disposti come mostrato nelle figure 5.2 e 5.3. Si analizza, inoltre, cosa succede se si varia il numero di elementi lungo la lunghezza della trave considerando sia un'espansione di Lagrange (LE) sia un'espansione di Taylor del secondo e terzo ordine (TE2 e TE3).

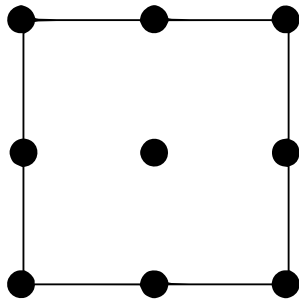


Figura 5.2: Disposizione L9 dei nodi della cross-section.

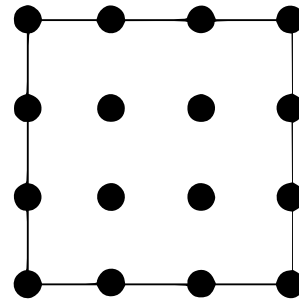


Figura 5.3: Disposizione L16 dei nodi della cross-section.

Si riportano di seguito spostamenti e temperature ottenute per 6 posizioni caratteristiche ed equidistanti della trave:

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	$0.141 \cdot 10^{-7}$	0.242	0.411	0.532	0.606	0.63
10	$0.332 \cdot 10^{-7}$	0.235	0.405	0.527	0.6	0.626
20	$0.188 \cdot 10^{-7}$	0.234	0.404	0.526	0.599	0.624

Tabella 5.1: Spostamenti ottenuti in [mm] con la configurazione B4, LE9.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.629 \cdot 10^{-6}$
10	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.126 \cdot 10^{-5}$
20	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.629 \cdot 10^{-6}$

Tabella 5.2: Temperature ottenute in [°C] con la configurazione B4, LE9.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	$0.142 \cdot 10^{-7}$	0.242	0.411	0.532	0.605	0.63
10	$0.335 \cdot 10^{-7}$	0.234	0.405	0.527	0.6	0.624
20	$0.187 \cdot 10^{-7}$	0.233	0.403	0.525	0.598	0.622

Tabella 5.3: Spostamenti ottenuti in [mm] con la configurazione B4, LE16.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.629 \cdot 10^{-6}$
10	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.126 \cdot 10^{-5}$
20	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.629 \cdot 10^{-6}$

Tabella 5.4: Temperature ottenute in [°C] con la configurazione B4, LE16.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	$0.141 \cdot 10^{-7}$	0.242	0.411	0.533	0.606	0.63
10	$0.331 \cdot 10^{-7}$	0.235	0.405	0.527	0.6	0.625
20	$0.187 \cdot 10^{-7}$	0.234	0.404	0.526	0.599	0.624

Tabella 5.5: Spostamenti ottenuti in [mm] con la configurazione B4, TE2.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.629 \cdot 10^{-6}$
10	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.126 \cdot 10^{-5}$
20	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.629 \cdot 10^{-6}$

Tabella 5.6: Temperature ottenute in [°C] con la configurazione B4, TE2.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	$0.142 \cdot 10^{-7}$	0.242	0.411	0.533	0.606	0.63
10	$0.335 \cdot 10^{-7}$	0.234	0.405	0.527	0.6	0.624
20	$0.187 \cdot 10^{-7}$	0.233	0.403	0.525	0.598	0.623

Tabella 5.7: Spostamenti ottenuti in [mm] con la configurazione B4, TE3.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.629 \cdot 10^{-6}$
10	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.126 \cdot 10^{-5}$
20	105.5	84.4	63.3	42.2	21.1	$0.629 \cdot 10^{-6}$

Tabella 5.8: Temperature ottenute in [°C] con la configurazione B4, TE3.

Sono inoltre mostrati i risultati ottenuti da M. Filippi et al. (si veda [8]), ai fini di un confronto con l'analisi numerica condotta nel presente lavoro. Si precisa che l'analisi di riferimento prevede esclusivamente l'utilizzo dell'espansione di Lagrange (LE) con elementi a 9 e 16 nodi.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	0	0.242	0.409	0.531	0.604	0.629
10	0	0.233	0.404	0.526	0.601	0.623
20	0	0.232	0.403	0.525	0.599	0.622

Tabella 5.9: Spostamenti ottenuti in [mm] nel paper [8] - configurazione B4, LE9.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	105.5	84.38	63.28	42.19	21.09	0
10	105.5	84.38	63.28	42.19	21.09	0
20	105.5	84.38	63.28	42.19	21.09	0

Tabella 5.10: Temperature ottenute in [°C] nel paper [8] - configurazione B4, LE9.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	0	0.242	0.409	0.531	0.604	0.629
10	0	0.233	0.404	0.526	0.598	0.623
20	0	0.231	0.402	0.524	0.597	0.621

Tabella 5.11: Spostamenti ottenuti in [mm] nel paper [8] - configurazione B4, LE16.

N° elementi	Posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	105.5	84.38	63.28	42.19	21.09	0
10	105.5	84.38	63.28	42.19	21.09	0
20	105.5	84.38	63.28	42.19	21.09	0

Tabella 5.12: Temperature ottenute in [°C] nel paper [8] - configurazione B4, LE16.

Dalla comparazione tra i risultati ottenuti con il MUL² Code e quelli riportati nel documento bibliografico di riferimento è possibile dedurre alcune considerazioni:

- le due configurazioni analizzate si rivelano essere molto precise (come dimostrato dai bassi valori di errore ottenuti), sia per quanto riguarda la LE sia per la TE di ordine 2 e 3. In particolare, il grado di accuratezza è pressochè lo stesso per tutte le casistiche analizzate come si può riscontrare dalle seguenti tabelle:

N° elementi	Errore relativo % per ogni posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	0	0	0.49	0.19	0.33	0.11
10	0	0.86	0.25	0.19	0.17	0.48
20	0	0.86	0.25	0.19	0	0.32

Tabella 5.13: Errore per gli spostamenti ottenuti con la configurazione B4, LE9.

N° elementi	Errore relativo % per ogni posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	0	0	0.49	0.19	0.17	0.16
10	0	0.43	0.25	0.19	0.33	0.16
20	0	0.87	0.25	0.19	0.17	0.16

Tabella 5.14: Errore per gli spostamenti ottenuti con la configurazione B4, LE16.

N° elementi	Errore relativo % per ogni posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	0	0	0.49	0.38	0.33	0.16
10	0	0.86	0.25	0.19	0.17	0.32
20	0	0.86	0.25	0.19	0	0.32

Tabella 5.15: Errore per gli spostamenti ottenuti con la configurazione B4, TE2.

N° elementi	Errore relativo % per ogni posizione lungo l'asse y [m]					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
5	0	0	0.49	0.38	0.33	0.16
10	0	0.43	0.25	0.19	0.17	0.16
20	0	0.43	0	0	0.17	0.16

Tabella 5.16: Errore per gli spostamenti ottenuti con la configurazione B4, TE3.

- il campo di temperatura non risulta essere influenzato dalle variazioni considerate, dal momento che l'analisi resituisce, in ogni caso, gli stessi valori essendo quelli all'estremo sinistro assimilabili a 0;
- la configurazione LE9 è caratterizzata da un numero di gradi di libertà inferiore rispetto alla LE16 (come si evince dalla Tabella 5.17) e, dunque, da un costo computazionale minore: ciononostante, i risultati sono accurati già utilizzando il primo modello che risulta, in questo caso, più conveniente. Nello specifico, considerando 4 gradi di libertà per ogni nodo (3 per gli spostamenti e 1 per la temperatura), escludendo l'estremo sinistro, si ha che:

N° elementi	Configurazione	N° gradi di libertà
5	LE9	540
10	LE9	1080
20	LE9	2160
5	LE16	960
10	LE16	1920
20	LE16	3890

Tabella 5.17: Numero di gradi di libertà corrispondenti alle casistiche considerate.

L'analisi proposta permette di dedurre che gli elementi trave utilizzati (B4) assicurano un buon grado di convergenza. Nello specifico, lo stesso è soddisfatto a partire dalla configurazione LE9 sia per quanto riguarda il calcolo degli spostamenti sia per ciò che concerne le variazioni di temperatura.

5.2 Calcolo dello spring-in angle su un L-shape model

Nella presente sezione si procede con lo studio di un L-shape model e con la determinazione dello spring-in angle derivante dal processo di cura e dalla conseguente rimozione del tool a cui lo stesso è sottoposto. L'intera analisi è stata condotta utilizzando il codice realizzato dal gruppo di ricerca MUL² del Politecnico di Torino: lo stesso pone le basi nell'utilizzo della CUF (Carrera Unified Formulation, ovvero una formulazione unificata che implementa modelli strutturali gerarchici aventi accuratezza scalabile) e permette la simulazione di problematiche strutturali mediante la risoluzione di svariate tipologie di analisi possibili.

Il modello di riferimento usato è, come già detto, una geometria a "L": la stessa è, quindi, costituita da due flange e da una parte curva. Tra le flange, aventi larghezza di $86.83mm$ e lunghezza di $82.89mm$, è interposto un angolo di 93° definito rispetto all'asse z . La parte curva che collega le due flange, invece, ha raggio uguale a $2mm$. L'intero componente è caratterizzato da 8 strati: la laminazione utilizzata è $[90/0/90/0]_s$ e ogni singolo strato ha spessore uguale a $0.19mm$. Si specifica che l'angolo di laminazione a 90° è rappresentativo delle fibre allineate con l'asse y e che l'asse x , seguendo l'inarcamento del pannello, è considerato curvilineo nel sistema di riferimento utilizzato.

Il materiale scelto per l'analisi approssima le caratteristiche dell'AS4/8552, prepreg unidirezionale prodotto dall'azienda statunitense Hexcel [71]. Il composito consiste nel 35% (percentuale descrivente il peso) di resina epossidica 8552 e nel 65% di fibre di carbonio AS4 HexTow aventi rapporto peso/area di $190g/m^2$ [72]. Per lo stesso è inoltre stimato un modulo di Young pari a $150GPa$, un coefficiente di Poisson di 0.28 e un coefficiente di espansione termica di $1.56 \cdot 10^{-6}/^\circ C$. Il tool, diversamente, è realizzato in Invar (lega metallica composta dal 64% di ferro e dal 36% di nichel, con tracce di carbonio e cromo) e il contatto tra la parte e il tool è considerato privo di qualsiasi forma di attrito.

Si riporta di seguito un'immagine rappresentante l'L-shape valutato:

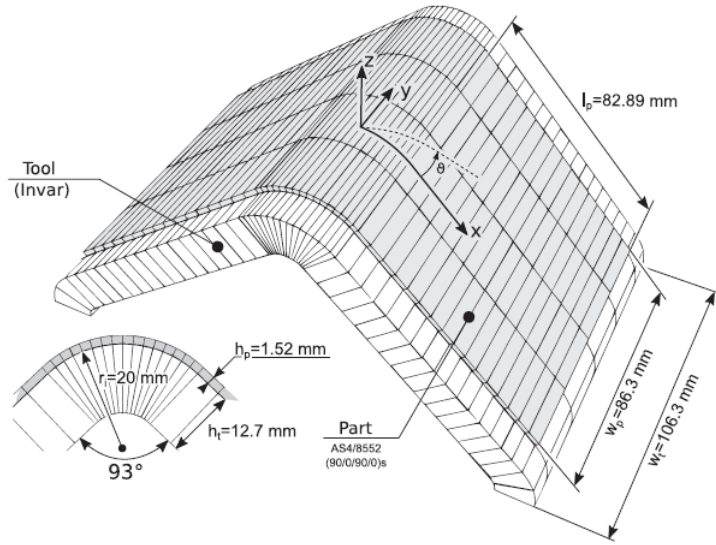


Figura 5.4: Geometria dell'L-shape model [29].

Dopo aver descritto fisicamente il componente, si passa alla presentazione numerica del modello discretizzato utilizzando elementi finiti (FE). La struttura, come si può notare dalla figura sovrastante, è caratterizzata da 2 piani di simmetria e da una laminazione della tipologia cross-ply¹: per questo motivo, dopo aver effettuato la discretizzazione del modello, si decide di considerare un solo quarto dell'intero componente (ovvero una flangia e metà della parte curva). Si specifica che il codice utilizza una particolare laminazione, ovvero la VAT (Variable Angle Tow), per descrivere la stratificazione presente nella parte curva dell'L-shape. Lo stesso eseguibile permette la discretizzazione di 3 parametri: il tool (cioè il supporto bianco mostrato in figura), la parte (ossia il componente grigio chiaro schematizzato) e l'interfaccia tool/part. Quest'ultima viene modellata utilizzando uno shear layer avente rigidezza a taglio ridotta in modo da minimizzare le interazioni nel piano tra tool e parte; in questo modo i componenti possono scorrere l'uno sull'altro senza alcun attrito. Si decide, conseguentemente, di utilizzare 8 elementi per descrivere la parte curva e 16 elementi per le flange (le condizioni di simmetria vengono infatti applicate dopo aver ottenuto la mesh completa avente, con i dati in input in questione, 1644 punti e 404 elementi), come da paper di riferimento.

Il FEM della geometria considerata include 4 elementi monodimensionali della tipologia B3 (aventi dunque 3 nodi) e una mesh della cross-section caratterizzata da 9 nodi per elemento (L9 - *quadratic cross-sectional elements*). Le funzioni caratterizzanti il modello vengono inoltre approssimate mediante un'espansione di

¹Struttura laminata dove ogni strato successivo ha la direzione delle fibre ortogonale al precedente.

Lagrange del primo ordine (LE1).

Si specifica, inoltre, che il metodo si riferisce ad un *layer wise approach*: lo stesso prevede di modellare esplicitamente ogni singolo strato del laminato trattando il composito come un insieme di lamine distinte, ciascuna con le proprie proprietà meccaniche, orientazione delle fibre e spessore. Utilizzando la medesima notazione del paper di riferimento, il modello può essere sintetizzato come segue:

$$LW - L9 - 8 \times 16 \times 0.$$

Si riporta alla figura 5.5 il modello FEM dettagliato e semplificato attraverso l'applicazione delle 2 condizioni di simmetria:

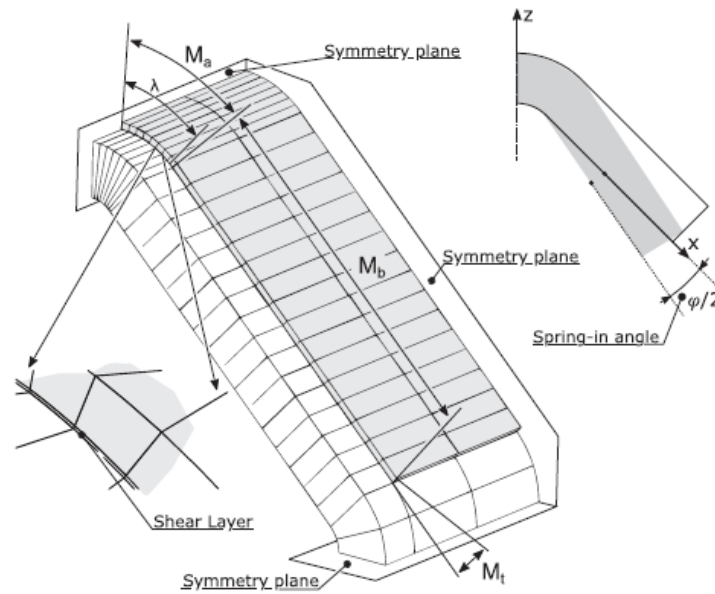


Figura 5.5: Modello FEM dettagliato e semplificato attraverso l'applicazione delle 2 condizioni di simmetria [29].

L'analisi condotta nella problematica considerata simula il processo di curing avvenute, nel caso specifico, un gelation point pari a 0.5405004. In aggiunta, per quanto riguarda il post-processing, si specifica che i punti caratterizzanti lo stesso sono ottenuti considerando non solo l'applicazione delle condizioni di simmetria sopra citate, ma anche tenendo conto delle coordinate rappresentanti gli strati centrali del laminato (4° e 5°). Si valutano, inoltre, sempre i medesimi nodi dell'elemento L9 (nel caso specifico: 5, 6 e 7) facendo in modo che l'analisi sia relativa allo stesso piano per ogni iterazione esaminata.

Si riporta di seguito il grafico ottenuto con l'implementazione del MUL² Code. Lo stesso rappresenta le posizioni dell'asse x sulle ascisse e il relativo spring-in angle raggiunto al termine del processo di curing sulle ordinate:

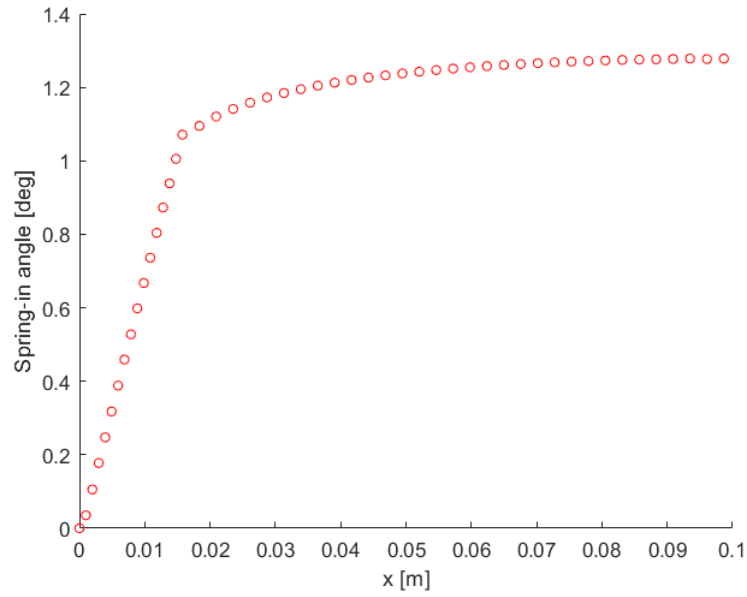


Figura 5.6: Grafico $x[m]$ - spring-in angle[deg] ottenuto con l'implementazione del MUL² Code.

Si mostra, in aggiunta, l'immagine ricavata dalla sovrapposizione del grafico a pag. 8 del paper di riferimento [29] (markers neri) e di quello generato dal MUL² Code (Figura 5.6 - markers rossi): gli stessi sono caratterizzati da un andamento evidentemente molto simile, confermando la validità dell'analisi effettuata e del modello implementato.

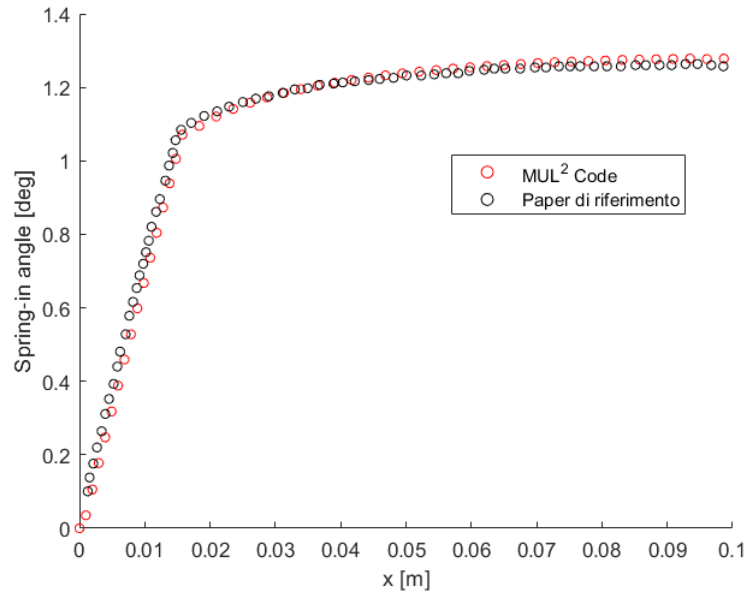


Figura 5.7: Confronto tra la soluzione ricavata col MUL² Code (markers rossi) e quella ottenuta nel paper di riferimento (markers neri).

Si riporta, infine, l'ampiezza del campo di spostamenti del componente analizzato col MUL² Code al termine della polimerizzazione e a seguito della rimozione del tool. Si specifica che l'immagine in oggetto è stata realizzata mediante l'utilizzo del software ParaView e che i maggiori effetti di spostamento si riscontrano evidentemente nella zona colorata di rosso.

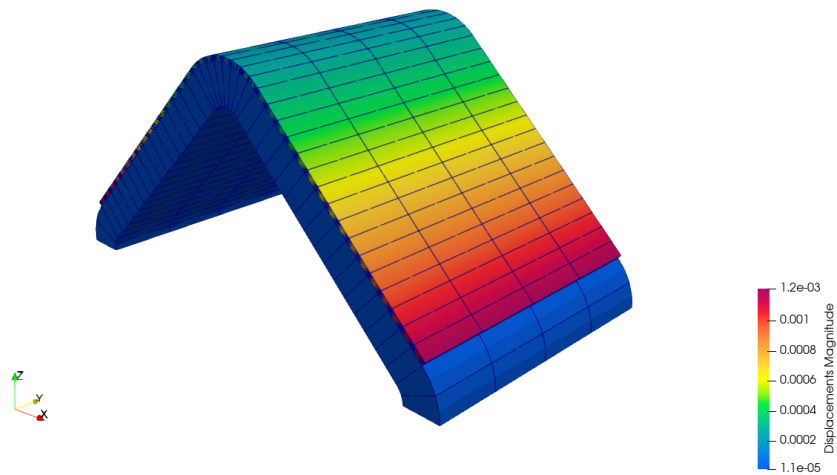


Figura 5.8: Ampiezza del campo di spostamenti del componente analizzato col MUL² Code al termine della polimerizzazione e a seguito della rimozione del tool.

5.3 Analisi post-curing di una piastra costituita da 8 strati

Nel presente paragrafo si continua con l'analisi delle caratteristiche derivanti dalla rimozione del tool e dal processo di polimerizzazione assunte adesso da una piastra in composito. Quest'ultima, realizzata con il prepreg AS4/8552, presenta dimensioni pari a $230mm \times 230mm$ ed è costituita da 8 strati, ognuno con spessore di $0.19mm$. L'analisi numerica è stata condotta mediante l'impiego del MUL^2 Code, utilizzando elementi trave di tipo B3 per la direzione principale ed elementi 2D di tipo Q9 per la discretizzazione della sezione trasversale. In particolare, è stato associato un elemento per ciascuno degli strati del laminato e sono state applicate 2 condizioni di simmetria per contenere il costo computazionale dell'analisi. Le funzioni del modello vengono, inoltre, approssimate mediante un'espansione di Lagrange del primo ordine (LE1). Il tool, discretizzato anch'esso con un singolo elemento, è caratterizzato da uno spessore di $12.7mm$ ed è realizzato in Invar; lo shear layer (anch'esso rappresentato con un unico elemento) ha spessore, invece, di $0.019mm$. Il modello è dunque caratterizzato da 10 elementi e 63 nodi; si specifica, inoltre, che la rappresentazione è sviluppata secondo un approccio della tipologia *layer-wise*. L'indagine è stata svolta considerando tre configurazioni di laminazione: una simmetrica, rappresentata dalla sequenza $[90/0/90/0]_s$, e due non simmetriche - la prima caratterizzata dalla sequenza $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ e la seconda da $[0/0/90/0/90/0/90/90]$. Si riporta, infine, l'immagine ricavata col software Matlab che evidenzia il tool, lo shear layer e gli 8 strati caratterizzanti la piastra:

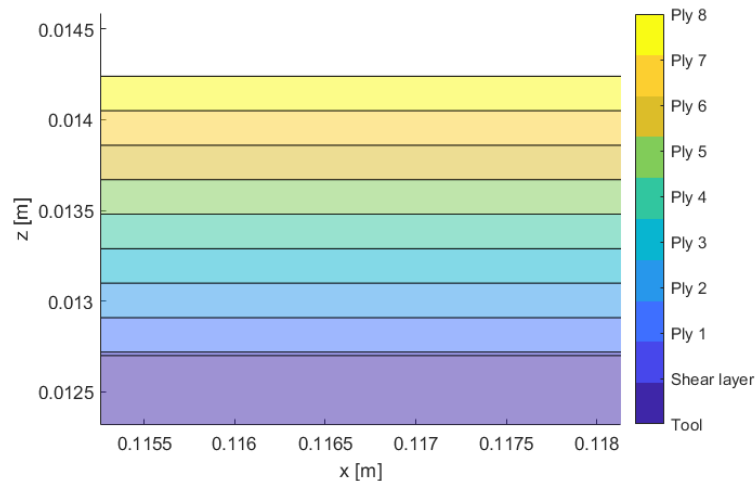


Figura 5.9: Tool, shear layer e strati della piastra in oggetto.

5.3.1 Analisi e confronto tra i risultati ottenuti

Si presenta, quindi, il confronto tra alcune grandezze caratteristiche relative alle tre configurazioni di piastra analizzate. Si precisa che, come di consueto, i risultati sono stati ottenuti mediante l'utilizzo del MUL² Code e che gli stessi sono riferiti alla fase post-curing e rimozione del tool cui il componente è soggetto.

Displacements

Si riportano di seguito tre tabelle (una per ciascuna delle configurazioni di laminazione precedentemente considerate) che raccolgono gli spostamenti lungo le direzioni x e z al variare della coordinata x . Le coordinate y e z sono invece mantenute costanti ai valori, rispettivamente, di $0.1725m$ e $0.013479m$. In questo modo l'analisi è condotta al centro del laminato (tra il quarto e il quinto strato) e in corrispondenza del quarto elemento FEM B3.

Coordinata x [m]	Spostamento in x [$\cdot 10^{-4}$ m]	Spostamento in z [m]
0	$-0.3565 \cdot 10^{-7}$	0
0.023	-0.1196	0
0.046	-0.2392	0
0.069	-0.3588	0
0.092	-0.4784	0
0.115	-0.5974	0
0.138	-0.7175	0
0.161	-0.8371	0
0.184	-0.9567	0
0.207	-1.076	0
0.230	-1.195	0

Tabella 5.18: Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$.

Coordinata x [m]	Spostamento in x [$\cdot 10^{-4}$ m]	Spostamento in z [m]
0	$-0.4602 \cdot 10^{-7}$	0
0.023	-0.1544	0.0248
0.046	-0.3088	0.0989
0.069	-0.4633	0.2225
0.092	-0.6177	0.3956
0.115	-0.7714	0.6170
0.138	-0.9265	0.8900
0.161	-1.081	1.2114
0.184	-1.235	1.5823
0.207	-1.390	2.0024
0.230	-1.543	2.4704

Tabella 5.19: Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione asimmetrica [0/0/90/90/0/0/90/90].

Coordinata x [m]	Spostamento in x [$\cdot 10^{-4}$ m]	Spostamento in z [m]
0	$-0.5352 \cdot 10^{-7}$	0
0.023	-0.1796	0.0340
0.046	-0.3592	0.1370
0.069	-0.5388	0.3070
0.092	-0.7183	0.5459
0.115	-0.8971	0.8515
0.138	-1.077	1.2282
0.161	-1.257	1.6716
0.184	-1.437	2.1833
0.207	-1.616	2.7630
0.230	-1.795	3.4080

Tabella 5.20: Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione asimmetrica [0/0/90/0/90/0/90/90].

Vengono mostrati, inoltre, i valori di spostamento lungo la direzione y (costanti per tutte le coordinate x precedentemente esplicitate) per le tre sequenze di laminazione considerate.

Laminazione	Spostamento in y [$\cdot 10^{-3}$ m]
$[90/0/90/0]_s$	-0.08918
$[0/0/90/90/0/0/90/90]$	-0.1148
$[0/0/90/0/90/0/90/90]$	-0.1782

Tabella 5.21: Spostamenti in y al variare della laminazione considerata.

Dall'analisi dei risultati emergono differenze significative. Nello specifico, per quanto riguarda il **laminato simmetrico** $[90/0/90/0]_s$:

- gli spostamenti in direzione x suggeriscono una contrazione della piastra e risultano dell'ordine di 10^{-4} e 10^{-3} , con andamento linearmente crescente al variare della coordinata;
- gli spostamenti in y evidenziano una contrazione del componente esaminato anche in quest'ultima direzione;
- lo spostamento in direzione z è costante.

Per i **laminati asimmetrici** $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ e $[0/0/90/0/90/0/90/90]$:

- gli spostamenti in x sono degli stessi ordini di grandezza del caso simmetrico, ma con valori leggermente superiori. Anche in questo caso, quest'ultimi indicano una contrazione lungo la direzione analizzata e variano linearmente con la coordinata;
- gli spostamenti in direzione y segnalano la contrazione del laminato lungo la medesima direzione e risultano leggermente maggiori in modulo rispetto al caso simmetrico;
- la differenza più significativa riguarda gli spostamenti lungo z : rispetto al laminato simmetrico, quest'ultimi risultano superiori di due, tre o addirittura quattro ordini di grandezza e mostrano un'evidente variazione lungo la coordinata, passando da valori negativi a positivi.

Sono riportate, infine, le immagini ottenute tramite il software ParaView relative al modulo dello spostamento delle tre configurazioni di laminazione considerate. Si precisa che la piastra rappresentata è l'intera struttura, mentre la porzione evidenziata corrisponde all'area cui fanno riferimento i risultati precedentemente descritti.

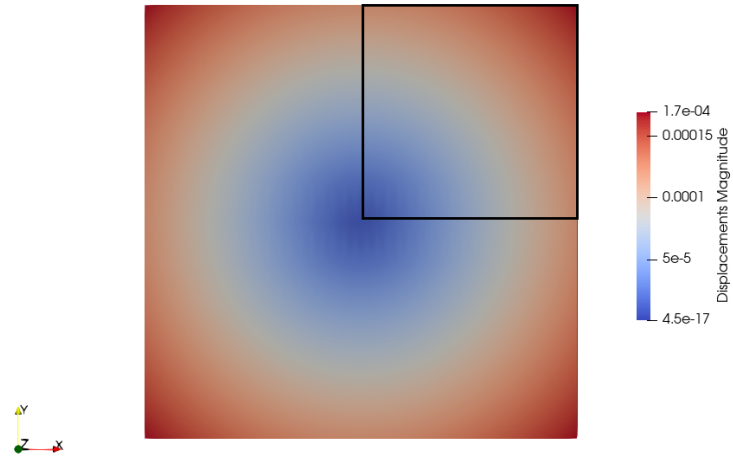


Figura 5.10: Magnitude displacement - piastra con laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$.

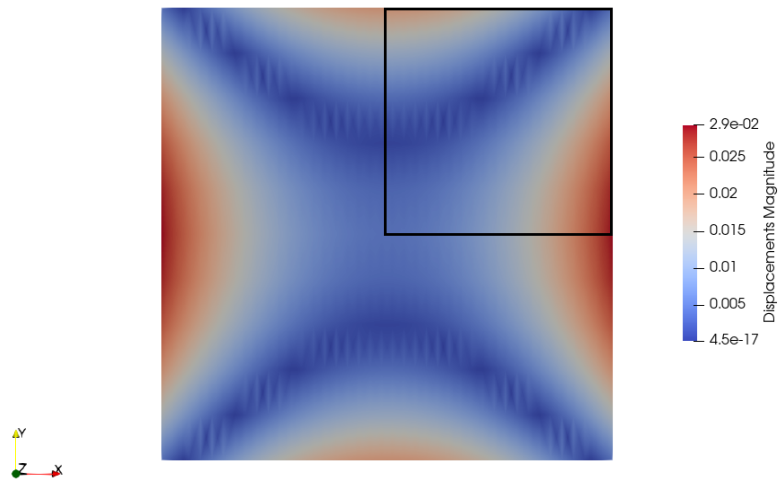


Figura 5.11: Magnitude displacement - piastra con laminazione asimmetrica $[0/0/90/90/0/0/90/90]$.

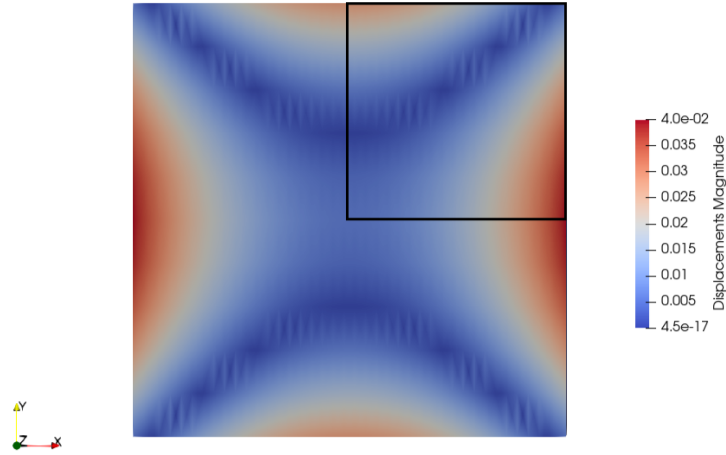


Figura 5.12: Magnitude displacement - piastra con laminazione asimmetrica $[0/0/90/0/90/0/90/90]$.

Nel caso della laminazione simmetrica si osserva che lo spostamento complessivo tende ad aumentare progressivamente in prossimità dei bordi della struttura – in particolare verso gli spigoli – mentre nella zona centrale risulta sensibilmente ridotto.

Per quanto riguarda le piastre con laminazioni asimmetriche, esse presentano una distribuzione degli spostamenti caratteristica sebbene simmetrica rispetto all'asse x . In particolare, gli spostamenti massimi si localizzano nella parte centrale dei lati $x = 0m$ e $x = 0.23m$, mentre valori minori si riscontrano sia nella regione centrale sia in prossimità degli spigoli. Gli spostamenti minimi risultano analoghi per entrambe le configurazioni analizzate; tuttavia, la laminazione $[0/0/90/0/90/0/90/90]$ mostra valori di spostamento massimo più elevati.

Nel complesso, il confronto tra le tre configurazioni evidenzia che:

- la laminazione simmetrica garantisce una distribuzione più uniforme e spostamenti globalmente minori;
- le laminazioni asimmetriche mostrano deformazioni più accentuate, con gradienti di spostamento più ripidi e una maggiore sensibilità alla disposizione degli strati.

Strains

Dal grafico seguente si evince come la laminazione $[90/0/90/0]_s$ presenti una distribuzione di ε_{xx} perfettamente simmetrica. Al contrario, le configurazioni non

simmetriche $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ e $[0/0/90/0/90/0/0/90/90]$ mostrano un andamento caratterizzato da una variazione lineare di ε_{xx} , non simmetrico, dunque, lungo lo spessore.

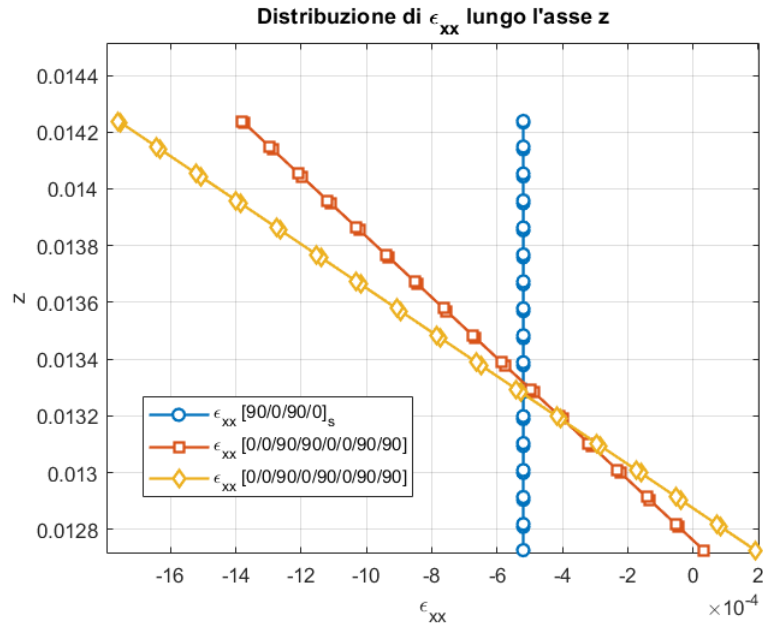


Figura 5.13: Componente di deformazione normale ε_{xx} per le tre laminazioni considerate.

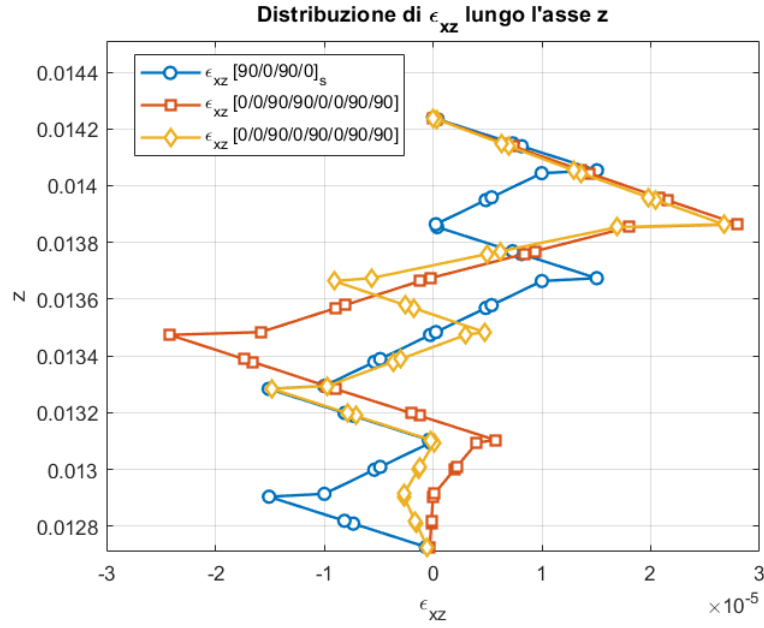


Figura 5.14: Componente di deformazione trasversale ϵ_{xz} per le tre laminazioni considerate.

Stresses

Dal grafico seguente si nota come la piastra con laminazione simmetrica rispetti pienamente la condizione di simmetria sia in riferimento al valore nullo della tensione σ_{xx} sia rispetto al piano medio del componente. Diversamente, le sequenze non simmetriche presentano un evidente sbilanciamento del medesimo stress tra gli strati del laminato; l'andamento complessivo della tensione normale, tuttavia, risulta lineare a tratti.

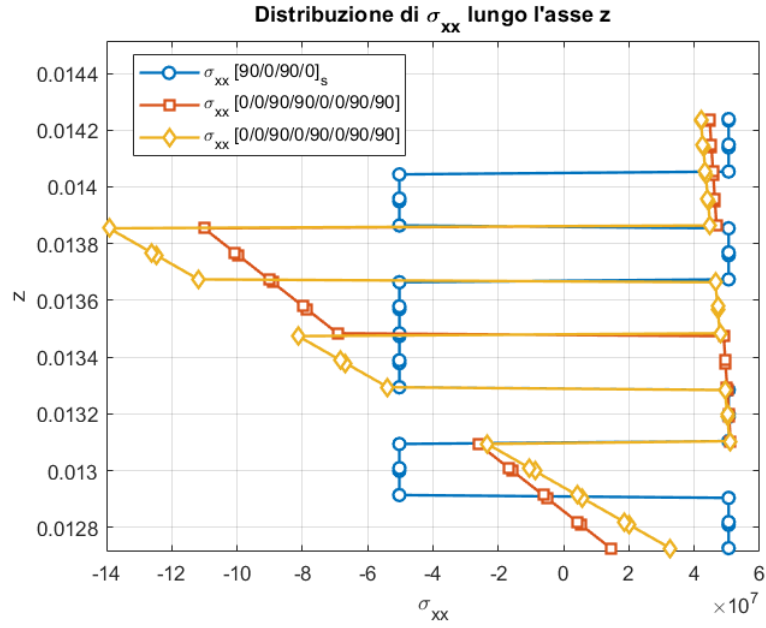


Figura 5.15: Componente di tensione normale σ_{xx} per le tre laminazioni considerate.

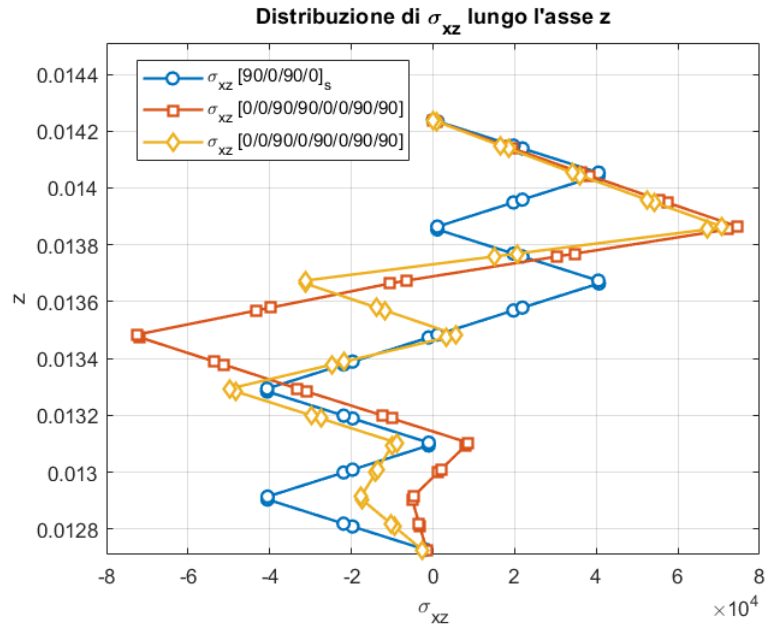


Figura 5.16: Componente di tensione trasversale σ_{xz} per le tre laminazioni considerate.

5.4 Analisi post-curing di una piastra costituita da 8 strati con sottili strati di matrice interposti tra essi

Nel presente paragrafo si procede con l'analisi delle medesime piastre considerate nella sezione precedente introducendo, tuttavia, un'importante differenza strutturale: tra ciascuno degli 8 strati che compongono il laminato viene inserito uno strato di sola matrice. Tali strati intermedi presentano uno spessore pari a quello dello shear layer ($0.019mm$) e sono realizzati in HexPly 8552, una resina epossidica ad alte prestazioni della quale è fornito un breve approfondimento nel Capitolo 4. Il modello è ora caratterizzato da 17 elementi e 105 nodi. Segue una rappresentazione schematica, ottenuta con il software Matlab, dei vari elementi che costituiscono lo spessore complessivo della piastra — tool, shear layer, strati e interstrati.

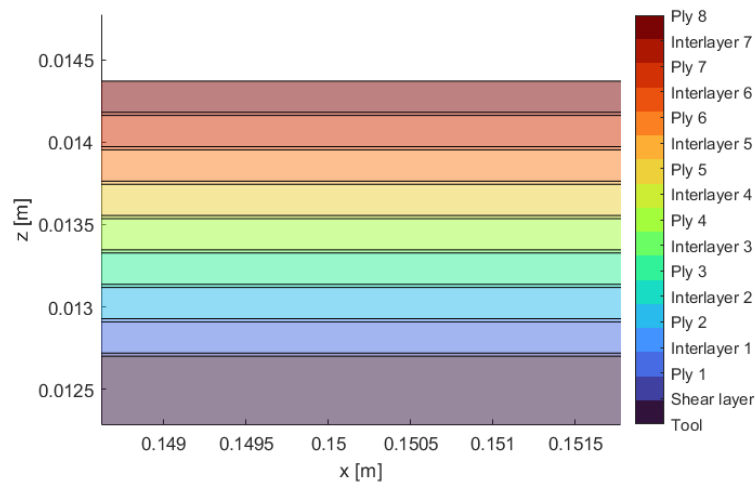


Figura 5.17: Tool, shear layer, strati e interstrati della piastra in oggetto.

5.4.1 Analisi e confronto tra i risultati ottenuti

Si presenta, quindi, il confronto tra alcune grandezze caratteristiche relative alle tre configurazioni di piastra analizzate. Si specifica che le analisi vengono condotte, anche in questo caso, sfruttando il MUL² Code e considerando la fase post-curing e rimozione del tool cui il componente è soggetto.

Displacements

Vengono riportate di seguito le stesse tabelle comparse nel paragrafo precedente (nello specifico, una per ciascuna delle configurazioni di laminazione analizzate) contenenti i valori degli spostamenti lungo le direzioni x e z al variare della coordinata x . Le coordinate y e z sono invece mantenute costanti ai valori di $0.1725m$ e $0.0135455m$, rispettivamente. In tal modo, l'analisi è condotta al centro del laminato (in corrispondenza della mezzeria del quarto strato intermedio) e riferita al quarto elemento FEM B3.

Coordinata x [m]	Spostamento in x [$\cdot 10^{-4}$ m]	Spostamento in z [m]
0	$-0.3871 \cdot 10^{-7}$	0
0.023	-0.1299	0
0.046	-0.2598	0
0.069	-0.3897	0
0.092	-0.5196	0
0.115	-0.6494	0
0.138	-0.7793	0
0.161	-0.9035	0
0.184	-1.039	0
0.207	-1.163	0
0.230	-1.299	0

Tabella 5.22: Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$ con strati intermedi di matrice.

Coordinata x [m]	Spostamento in x [$\cdot 10^{-4}$ m]	Spostamento in z [m]
0	$-0.4950 \cdot 10^{-7}$	0
0.023	-0.1661	0.0236
0.046	-0.3323	0.0945
0.069	-0.4984	0.2125
0.092	-0.6643	0.3778
0.115	-0.8304	0.5902
0.138	-0.9964	0.8499
0.161	-1.156	1.1425
0.184	-1.329	1.5107
0.207	-1.488	1.8937
0.230	-1.661	2.3607

Tabella 5.23: Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione asimmetrica $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ con strati intermedi di matrice.

Coordinata x [m]	Spostamento in x [$\cdot 10^{-4}$ m]	Spostamento in z [m]
0	$-0.5731 \cdot 10^{-7}$	0
0.023	-0.1924	0.0326
0.046	-0.3848	0.1303
0.069	-0.5771	0.2931
0.092	-0.7691	0.521
0.115	-0.9614	0.8141
0.138	-1.154	1.1722
0.161	-1.338	1.5754
0.184	-1.538	2.0844
0.207	-1.723	2.6124
0.230	-1.923	3.2564

Tabella 5.24: Spostamenti in x e in z al variare di x - piastra con laminazione asimmetrica $[0/0/90/0/90/0/90/90]$ con strati intermedi di matrice.

Laminazione	Spostamento in y [$\cdot 10^{-3}$ m]
$[90/0/90/0]_s$	-0.09742
$[0/0/90/90/0/0/90/90]$	-0.1245
$[0/0/90/0/90/0/90/90]$	-0.1442

Tabella 5.25: Spostamenti in y al variare della laminazione considerata.

Dallo studio dei risultati sopra riportati emergono importanti differenze. In particolare, per quanto riguarda il **laminato simmetrico** $[90/0/90/0]_s$:

- gli spostamenti in direzione x permettono di evidenziare una contrazione della piastra e risultano dell'ordine di 10^{-4} e 10^{-3} , con andamento linearmente crescente al variare della coordinata;
- gli spostamenti in y mostrano una contrazione del componente esaminato anche in tale direzione;
- lo spostamento in direzione z è costante.

Per i **laminati asimmetrici** $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ e $[0/0/90/0/90/0/90/90]$:

- le contrazioni in direzione x sono dello stesso ordine di grandezza del caso simmetrico, ma con moduli leggermente superiori. Anche in questo caso, quest'ultime variano linearmente con la stessa coordinata;

- gli spostamenti in direzione y segnalano la contrazione del laminato lungo la medesima direzione e sono caratterizzati da valori leggermente maggiori rispetto al caso simmetrico;
- per quanto riguarda gli spostamenti lungo z, gli stessi non solo variano lungo la coordinata x, ma mostrano un'evidente transizione lungo quest'ultima, passando da valori negativi a positivi pur mantenendo ordini di grandezza poco distanti da quelli caratterizzanti il laminato simmetrico.

Vengono poi mostrate le immagini ottenute con il software ParaView rappresentanti l'ampiezza dello spostamento per ciascuna delle tre configurazioni di laminazione analizzate. Si sottolinea che la piastra visualizzata è l'insieme completo del modello, mentre la zona evidenziata individua la porzione alla quale si riferiscono i risultati discussi in precedenza.

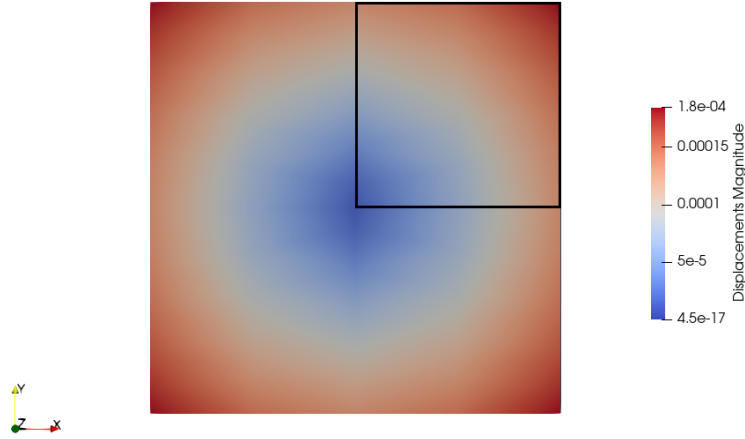


Figura 5.18: Magnitude displacement - piastra con laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$ e con strati intermedi di matrice.

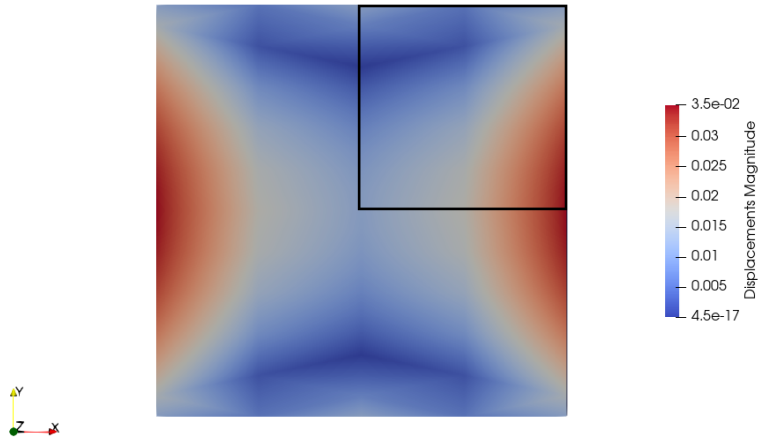


Figura 5.19: Magnitude displacement - piastra con laminazione asimmetrica $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ e con strati intermedi di matrice.

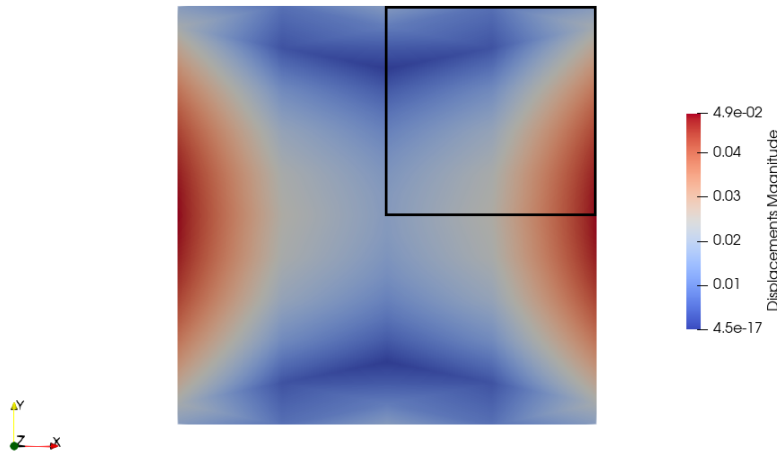


Figura 5.20: Magnitude displacement - piastra con laminazione asimmetrica $[0/0/90/0/90/0/90/90]$ e con strati intermedi di matrice.

Nel caso della laminazione simmetrica si osserva una distribuzione regolare degli spostamenti: i valori massimi si localizzano in prossimità dei bordi (in particolare verso gli spigoli), mentre la zona centrale presenta valori nettamente inferiori. D'altra parte, per quanto riguarda le configurazioni asimmetriche, l'andamento del Magnitude displacement risulta analogo nella forma generale ma con differenze quantitative significative. In entrambe le configurazioni si rilevano spostamenti

più elevati in corrispondenza delle aree prossime ai bordi verticali, con una distribuzione complessivamente simmetrica rispetto all'asse x . Tuttavia, la prima configurazione asimmetrica presenta valori massimi di spostamento leggermente inferiori rispetto alla seconda, che raggiunge invece il valore massimo di circa $4.9 \cdot 10^{-2}m$. Nel complesso, il confronto tra le tre configurazioni mostra che:

- la laminazione simmetrica è caratterizzata da spostamenti più contenuti e uniformi;
- le laminazioni asimmetriche manifestano una deformazione più accentuata, con gradienti di spostamento più marcati ai bordi.

Strains

Esattamente come per la piastra priva di strati intermedi, dal grafico seguente si nota come la laminazione $[90/0/90/0]_s$ sia caratterizzata da una distribuzione di ε_{xx} perfettamente simmetrica. Al contrario, le configurazioni non simmetriche $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ e $[0/0/90/0/90/0/0/90/90]$ mostrano un andamento lineare di ε_{xx} , dunque non simmetrico lungo lo spessore.

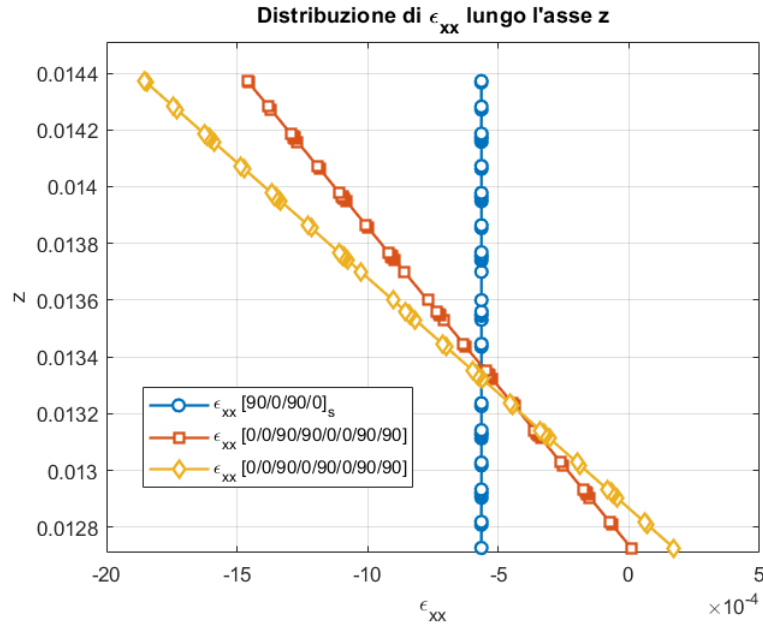


Figura 5.21: Componente di deformazione normale ε_{xx} per le tre laminazioni considerate.

Di particolare interesse è la rappresentazione grafica successiva che mostra la distribuzione della deformazione ϵ_{xz} lungo l'asse z . In particolare, è possibile osservare come, in corrispondenza degli strati intermedi di matrice, si manifestino valori significativi di deformazione a taglio, indicativi del contributo meccanico di tali strati al comportamento globale del composito. Tale fenomeno risulta evidente per tutte le configurazioni di laminazione analizzate.

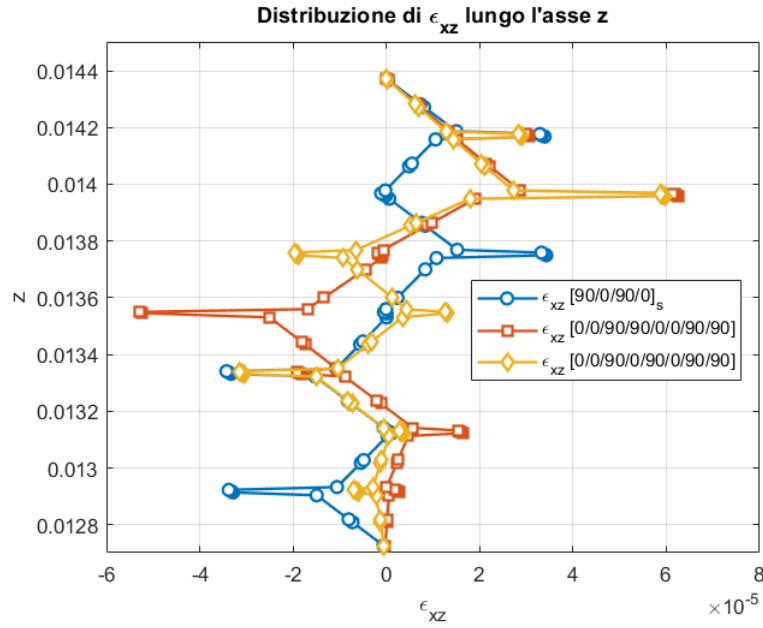


Figura 5.22: Componente di deformazione trasversale ϵ_{xz} per le tre laminazioni considerate.

Stresses

Dal grafico successivamente riportato si nota come, anche nel caso compressivo di strati intermedi, la piastra con laminazione $[90/0/90/0]_s$ rispetti perfettamente la condizione di simmetria rispetto al piano medio del componente. Diversamente, le sequenze non simmetriche presentano un evidente sbilanciamento tra gli strati del laminato.

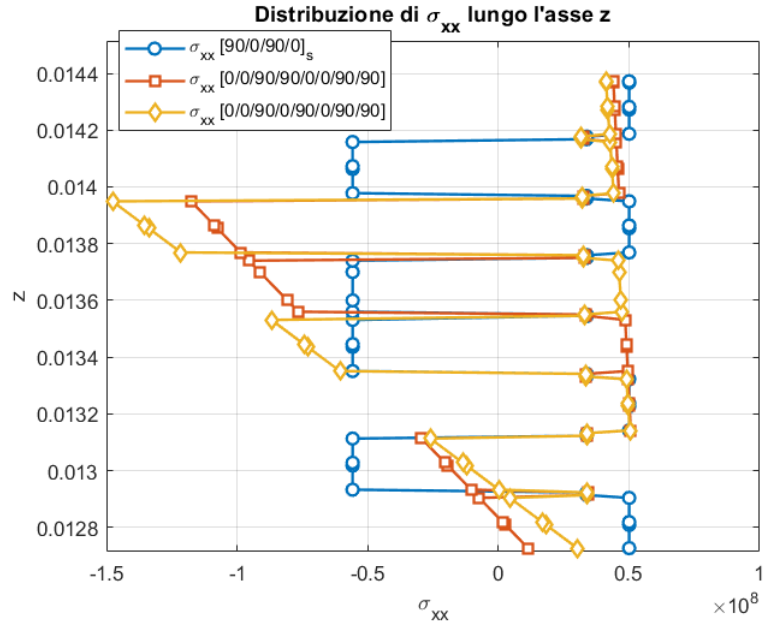


Figura 5.23: Componente di tensione normale σ_{xx} per le tre laminazioni considerate.

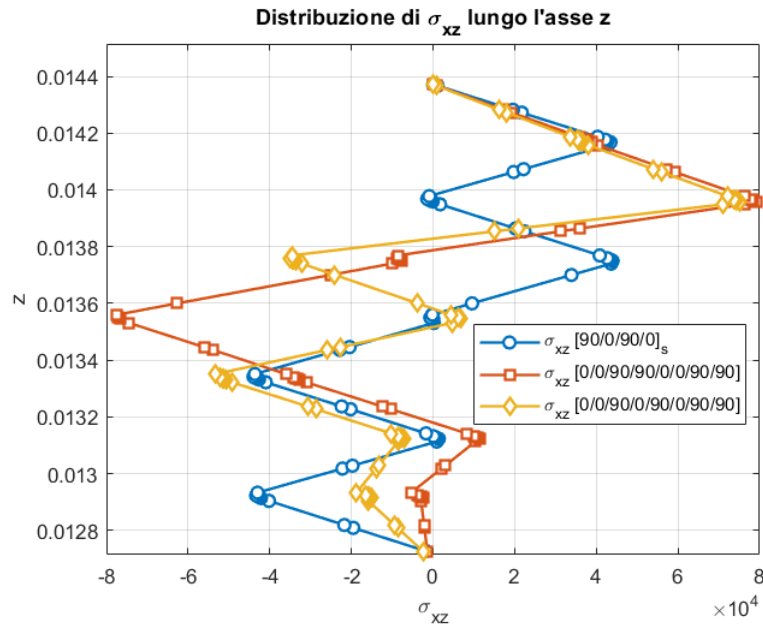


Figura 5.24: Componente di tensione trasversale σ_{xz} per le tre laminazioni considerate.

5.5 Confronto tra le due piastre analizzate - con e senza strati intermedi di HexPly 8552

5.5.1 Displacements

Tabelle

Dalla comparazione tra le tabelle riportate nei paragrafi precedenti emerge che l'andamento della **contrazione lungo la direzione x** risulta pressoché analogo per tutte le configurazioni di laminazione, sia in presenza sia in assenza di strati intermedi. Tuttavia, le piastre che includono interstrati costituiti esclusivamente da matrice presentano spostamenti numericamente inferiori (più negativi), evidenziando una maggiore rigidità complessiva della struttura.

Per quanto riguarda lo **spostamento lungo la direzione z**, la configurazione con laminazione simmetrica evidenzia valori nulli indipendentemente dalla presenza o meno degli strati intermedi di matrice. Le sequenze di laminazione asimmetriche, al contrario, mostrano un incremento progressivo dello spostamento in z al crescere della coordinata x . Inoltre, sia la configurazione $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ sia la sequenza $[0/0/90/0/90/0/90/90]$ presentano valori leggermente inferiori in presenza degli strati intermedi di matrice: in particolare, la differenza media rispetto ai casi privi di interstrati risulta pari, rispettivamente, al 4.82% e al 4.72%.

Coord. x [m]	Spост. in z - senza [m]	Spост. in z - con [m]	Differenza %
0	0	0	0
0.023	0	0	0
0.046	0	0	0
0.069	0	0	0
0.092	0	0	0
0.115	0	0	0
0.138	0	0	0
0.161	0	0	0
0.184	0	0	0
0.207	0	0	0
0.230	0	0	0

Tabella 5.26: Spostamenti in z al variare di x - piastra con laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$, caso privo e comprensivo degli strati intermedi.

Coord. x [m]	Spost. in z - senza [m]	Spost. in z - con [m]	Differenza %
0	0	0	0
0.023	0.0248	0.0236	4.839
0.046	0.0989	0.0945	4.449
0.069	0.2225	0.2125	4.494
0.092	0.3956	0.3778	4.499
0.115	0.6170	0.5902	4.344
0.138	0.8900	0.8499	4.506
0.161	1.2114	1.1425	5.674
0.184	1.5823	1.5107	4.525
0.207	2.0024	1.8937	5.428
0.230	2.4704	2.3607	4.441

Tabella 5.27: Spostamenti in z al variare di x - piastra con laminazione simmetrica $[0/0/90/90/0/0/90/90]$, caso privo e comprensivo degli strati intermedi.

Coord. x [m]	Spost. in z - senza [m]	Spost. in z - con [m]	Differenza %
0	0	0	0
0.023	0.0340	0.0326	4.118
0.046	0.1370	0.1303	4.891
0.069	0.3070	0.2931	4.528
0.092	0.5459	0.5210	4.561
0.115	0.8515	0.8141	4.392
0.138	1.2282	1.1722	4.560
0.161	1.6716	1.5754	5.755
0.184	2.1833	2.0844	4.530
0.207	2.7630	2.6124	5.451
0.230	3.4080	3.2564	4.448

Tabella 5.28: Spostamenti in z al variare di x - piastra con laminazione simmetrica $[0/0/90/0/90/0/90/90]$, caso privo e comprensivo degli strati intermedi.

Le **contrazioni nella direzione y** risultano, inoltre, più pronunciate in presenza di interstrati per le laminazioni $[90/0/90/0]_s$ e $[0/0/90/90/0/0/90/90]$, mentre assumono valori inferiori per la configurazione con sequenza $[0/0/90/0/90/0/90/90]$. Si osserva infine che lo **spostamento totale in direzione z** delle piastre con laminazioni asimmetriche risulta leggermente ridotto passando dalla configurazione priva di interstrati a quella con strati intermedi di matrice, con una diminuzione pari al 4.45%. Tale comportamento conferma la validità dei risultati ottenuti, poiché uno dei principali effetti degli interstrati consiste proprio nel limitare la

deformazione complessiva della struttura. Essi, infatti, deviano il percorso di frattura, allontanandolo dall'interfaccia con le fibre e contribuendo così a una riduzione dello spostamento totale delle piastre coinvolte.

Magnitude displacement in ParaView

Per quanto riguarda la configurazione simmetrica, gli andamenti osservati risultano complessivamente analoghi per la piastra priva e per quella dotata di strati intermedi: in particolare, quest'ultima mostra valori massimi di magnitude displacement leggermente inferiori. Le differenze diventano invece più evidenti nelle configurazioni asimmetriche, in cui la presenza degli interstrati determina un incremento degli spostamenti massimi complessivi, mentre i valori minimi risultano sostanzialmente invariati.

5.5.2 Strains

Le figure seguenti mettono a confronto i profili di deformazione ϵ_{xx} lungo la direzione z per le diverse sequenze di laminazione considerate (rispettivamente $[90/0/90/0]_s$, $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ e $[0/0/90/0/90/0/90/90]$) analizzando sia le configurazioni prive di interstrati di matrice, sia quelle che ne sono dotate.

Si osserva che tutte le configurazioni mostrano un andamento pressoché lineare: le piastre con laminazione simmetrica mostrano una variazione più uniforme e valori mediamente inferiori rispetto alle configurazioni asimmetriche; quest'ultime, invece, evidenziano pendenze più accentuate e un maggiore scarto tra i valori estremi che caratterizzano gli andamenti.

L'introduzione di strati intermedi di matrice comporta i seguenti effetti principali:

- per la configurazione simmetrica, si osserva una riduzione della deformazione ϵ_{xx} lungo l'asse z ;
- per le configurazioni asimmetriche, si rileva un lieve incremento dell'intervallo dei valori di deformazione, accompagnato da una traslazione complessiva delle curve verso destra (valori meno negativi di ϵ_{xx}). In tali casi, la presenza degli interstrati tende quindi a ridurre leggermente l'entità della deformazione massima, contribuendo a contenere la risposta deformativa complessiva della struttura.

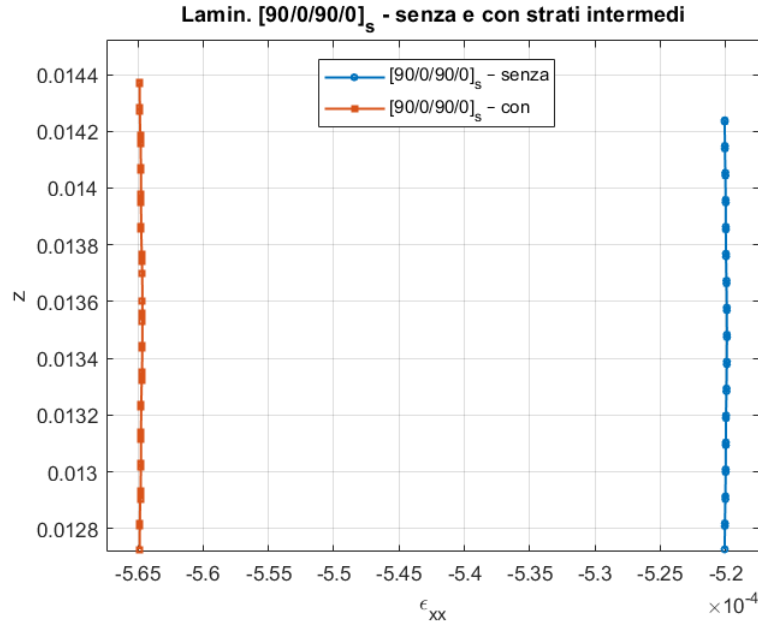


Figura 5.25: Componente di deformazione normale ϵ_{xx} per la laminazione $[90/0/90/0]_s$ nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.

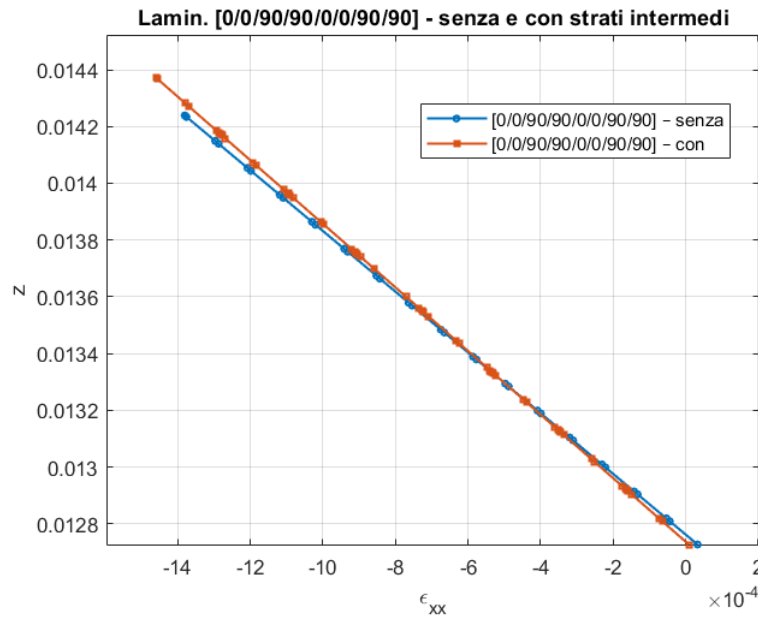


Figura 5.26: Componente di deformazione normale ϵ_{xx} per la laminazione $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.

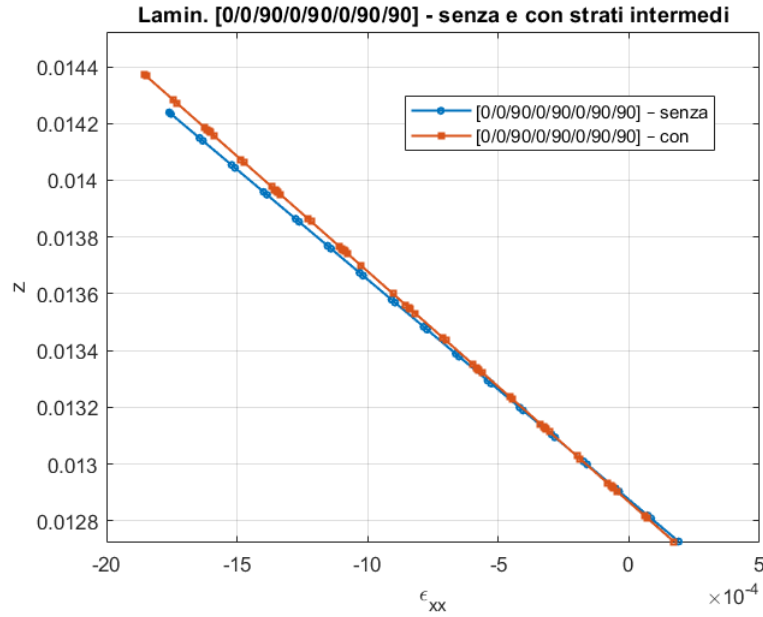


Figura 5.27: Componente di deformazione normale ϵ_{xx} per la laminazione $[0/0/90/0/90/0/90/90]$ nel caso privo e compressivo degli strati intermedi.

Inoltre, si riportano i grafici relativi all'andamento della deformazione a taglio ϵ_{xz} lungo la direzione z . Quest'ultimi sono riferiti alle tre sequenze di laminazione già considerate e hanno l'obiettivo di confrontare, anche in questo caso, le configurazioni con e senza strati intermedi di matrice.

La principale evidenza che emerge dalle seguenti rappresentazioni riguarda la comparsa di "picchi" di deformazione in corrispondenza delle zone contenenti gli interstrati di matrice. Tali discontinuità, come già osservato, sono indicative del particolare comportamento a taglio che caratterizza queste regioni del laminato.

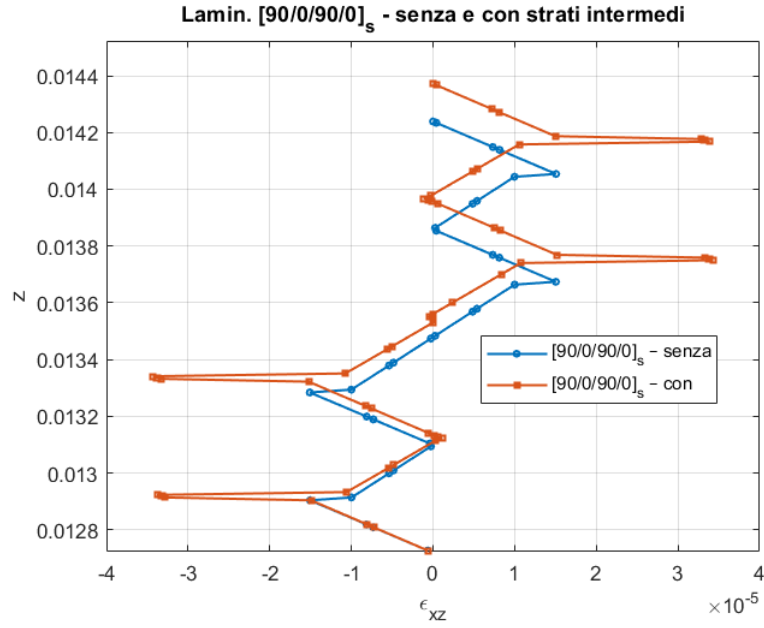


Figura 5.28: Componente di deformazione trasversale ϵ_{xz} per la laminazione $[90/0/90/0]_s$ nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.

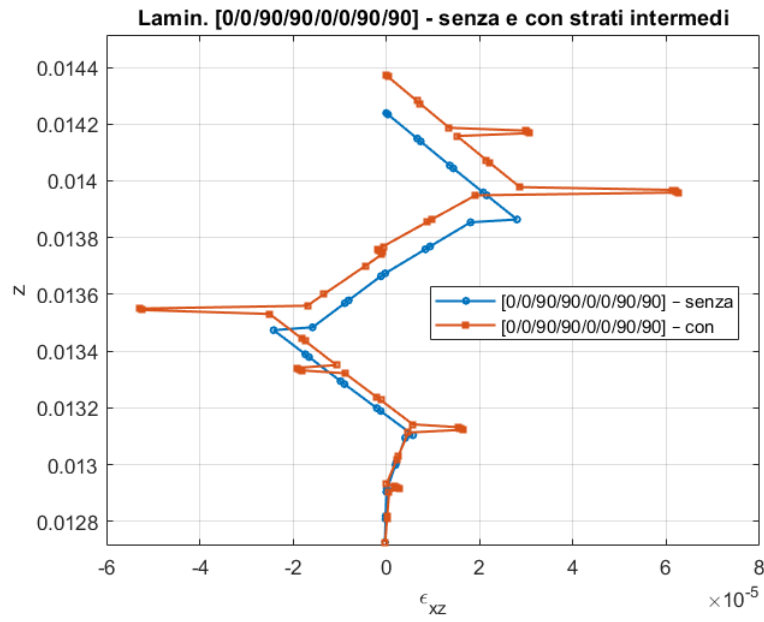


Figura 5.29: Componente di deformazione trasversale ϵ_{xz} per la laminazione $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ nel caso privo e comprensivo degli strati intermedi.

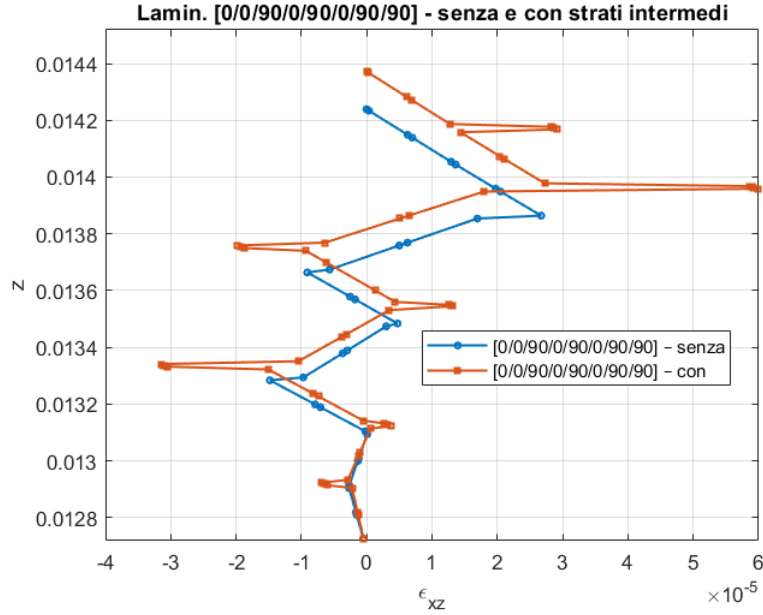


Figura 5.30: Componente di deformazione trasversale ϵ_{xz} per la laminazione $[0/0/90/0/90/0/90/90]$ nel caso privo e compressivo degli strati intermedi.

5.5.3 Stresses

Le figure 5.31, 5.32 e 5.33 riportano la distribuzione della tensione σ_{xx} lungo la direzione z per le diverse laminazioni considerate, sia in assenza che in presenza di strati intermedi di matrice.

Si nota che l'andamento della tensione lungo lo spessore del laminato mantiene la stessa forma qualitativa per tutte e tre le sequenze di laminazione. Le configurazioni simmetriche mostrano un profilo più regolare e coerente rispetto all'asse neutro, mentre le configurazioni asimmetriche evidenziano una distribuzione meno uniforme, con salti di tensione più pronunciati alle interfacce tra strati con orientazioni differenti.

Nel confronto tra le piastre con e senza interstrati, si nota che la presenza di strati intermedi di sola matrice comporta una leggera riduzione dell'intensità della tensione minima (compressione), diversamente dalla pressione massima (trazione) che, invece, rimane pressoché invariata: ciò è attribuibile alla maggiore deformabilità della matrice, che contribuisce a ridistribuire in modo più graduale gli sforzi tra gli strati adiacenti e a ridurre, quindi, i picchi di stress interlaminare.

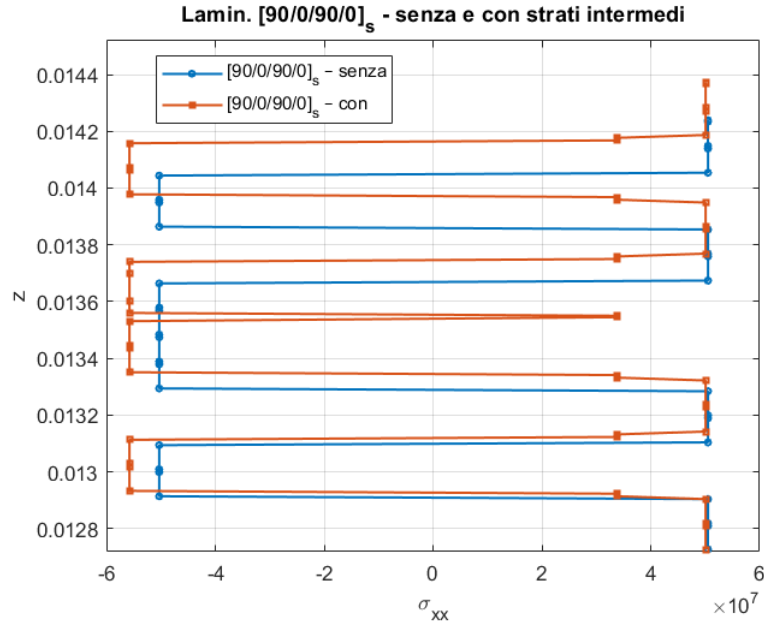


Figura 5.31: Componente di tensione normale σ_{xx} per la laminazione $[90/0/90/0]_s$, nel caso privo e compressivo degli strati intermedi.

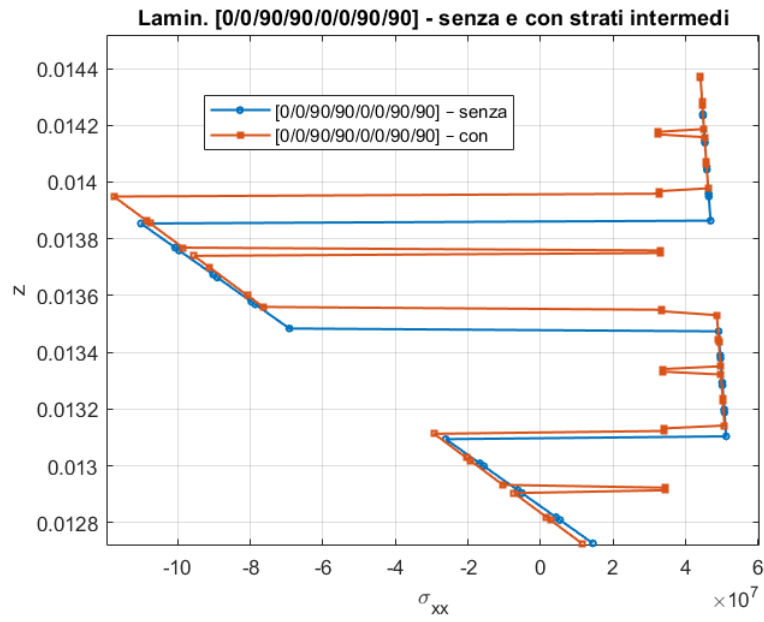


Figura 5.32: Componente di tensione normale σ_{xx} per la laminazione $[0/0/90/90/0/0/90/90]$, nel caso privo e compressivo degli strati intermedi.

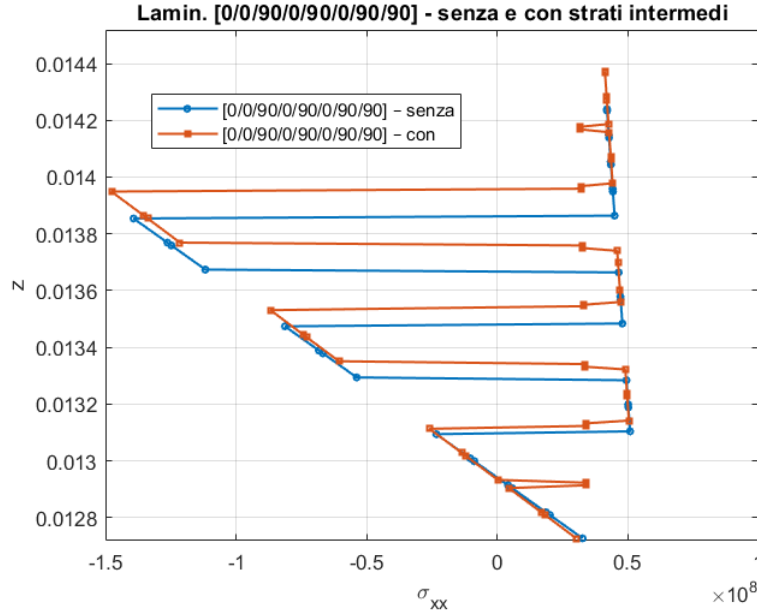


Figura 5.33: Componente di tensione normale σ_{xx} per la laminazione $[0/0/90/0/90/0/90/90]$, nel caso privo e compressivo degli strati intermedi.

Le tre figure seguenti illustrano, infine, l'andamento della tensione a taglio σ_{xz} lungo la direzione z per le diverse sequenze di laminazione considerate (rispettivamente $[90/0/90/0]_s$, $[0/0/90/90/0/0/90/90]$ e $[0/0/90/0/90/0/90/90]$) confrontando le configurazioni prive e dotate di strati intermedi di matrice.

Si osserva che tutte le laminazioni presentano un andamento caratterizzato da variazioni repentine della tensione a taglio in corrispondenza dei piani d'interfaccia tra gli strati, dovute al cambiamento dell'orientamento delle fibre e delle proprietà meccaniche locali. Per la laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$, la distribuzione della tensione risulta complessivamente più regolare e bilanciata, con picchi di intensità contenuta. Al contrario, le due configurazioni asimmetriche mostrano andamenti più irregolari e un incremento dei valori massimi di σ_{xz} , indice di una maggiore concentrazione di sforzi di taglio e di una risposta strutturale meno equilibrata.

La presenza degli interstrati di matrice genera, in ciascun caso, picchi più pronunciati di σ_{xz} nelle regioni corrispondenti, evidenziando un aumento locale della sollecitazione a taglio in tali zone, pur senza alterare in modo sostanziale l'andamento complessivo della distribuzione lungo lo spessore.

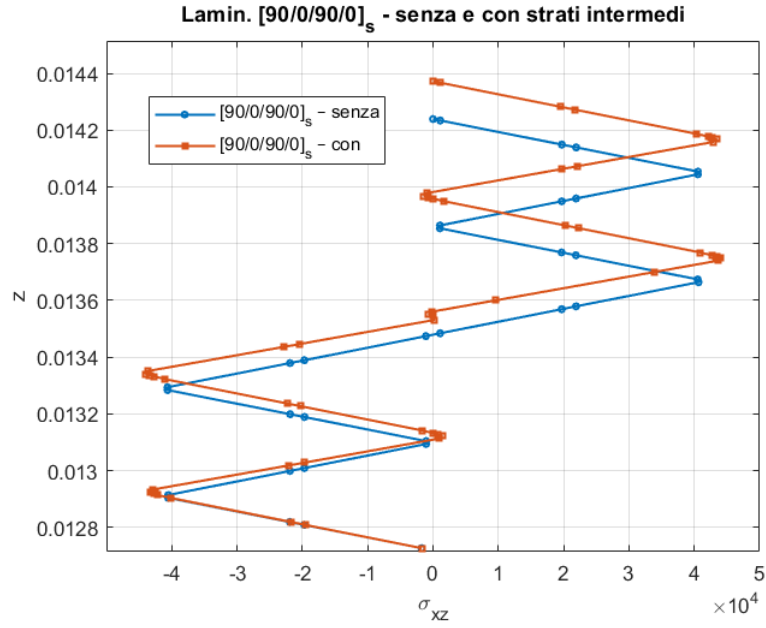


Figura 5.34: Componente di tensione trasversale σ_{xz} per la laminazione $[90/0/90/0]_s$, nel caso privo e compressivo degli strati intermedi.

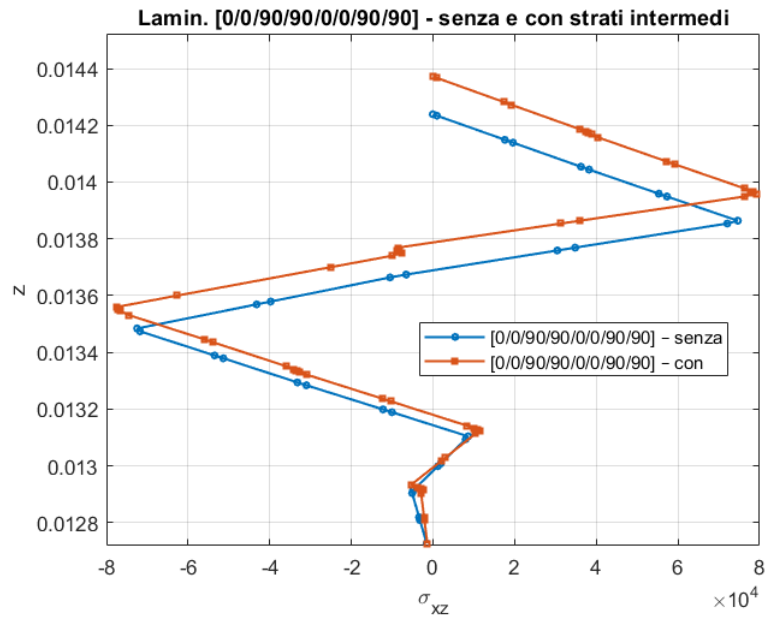


Figura 5.35: Componente di tensione trasversale σ_{xz} per la laminazione $[0/0/90/90/0/0/90/90]$, nel caso privo e compressivo degli strati intermedi.

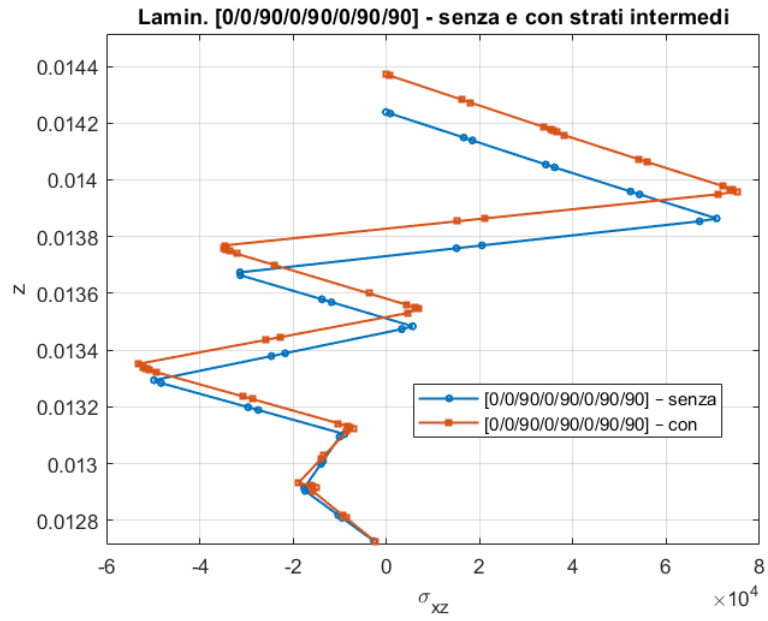


Figura 5.36: Componente di tensione trasversale σ_{xz} per la laminazione [0/0/90/0/90/0/90/90], nel caso privo e compressivo degli strati intermedi.

5.6 Analisi post-curing di una superficie curva con e senza strati intermedi di matrice

L'ultima analisi condotta con il MUL² Code ha infine riguardato lo studio di una superficie curva avente lo stesso spessore, per quanto riguarda tool, shear layer, strati e interstrati (quando presenti), delle piastre trattate in precedenza. La parte curva è stata discretizzata utilizzando 8 elementi lungo l'apertura e un elemento lungo lo spessore, considerando un intervallo angolare compreso tra 43.5° e 136.5° e una profondità di 92mm. Anche in questo caso, per la sezione trasversale si è scelto di utilizzare elementi Q9 che in questa configurazione risultano tuttavia curvilinei (si opera, quindi, su archi di circonferenza meshati con elementi Q9); la direzione principale è stata invece discretizzata sfruttando elementi trave di tipo B3. L'analisi ha previsto l'utilizzo di 80 elementi e 357 nodi in assenza di interstrati e di 136 elementi e 595 nodi in presenza di quest'ultimi. I materiali impiegati e il ciclo di cura adottato sono gli stessi delle piastre precedentemente analizzate; è stato tuttavia considerato il solo caso di laminazione simmetrica $[90/0/90/0]_s$.

La scelta della geometria curva non è casuale: essa rappresenta infatti una porzione di un L-shape model particolarmente soggetta a deformazione, tale da indurre la generazione di uno spring-in angle.

5.6.1 Displacements

Tabelle

Si presentano di seguito 4 tabelle che riportano, in primo luogo, le coordinate dei punti appartenenti al quarto strato delle superfici curve analizzate e, successivamente, gli spostamenti corrispondenti nelle tre direzioni.

N° punto	Coord. x [m]	Coord. y [$\cdot 10^{-8}$ m]	Coord. z [m]
1	-0.01348	0.5484	0.01568
2	-0.01000	0.5484	0.01808
3	-0.006198	0.5484	0.01973
4	-0.002095	0.5484	0.02058
5	$-0.1406 \cdot 10^{-8}$	0.5484	0.02068
6	0.002095	0.5484	0.02058
7	0.006198	0.5484	0.01973
8	0.01000	0.5484	0.01808
9	0.01348	0.5484	0.01568

Tabella 5.29: Coordinate x , y e z dei punti considerati per l'analisi della superficie curva priva di interstrati.

N° punto	Spost. in x [$\cdot 10^{-4}$ m]	Spost. in y [$\cdot 10^{-4}$ m]	Spost. in z [$\cdot 10^{-4}$ m]
1	0.2817	0.2406	-0.3891
2	0.1319	0.2402	-0.2136
3	0.04981	0.2400	-0.0808
4	0.01156	0.2399	0.00960
5	$0.2314 \cdot 10^{-8}$	0.2399	0
6	-0.01156	0.2399	0.00960
7	-0.04981	0.2400	-0.0808
8	-0.1319	0.2402	-0.2136
9	-0.2817	0.2406	-0.3891

Tabella 5.30: Spostamenti in x , y e z per i punti illustrati nella Tabella 5.29.

N° punto	Coord. x [m]	Coord. y [$\cdot 10^{-8}$ m]	Coord. z [m]
1	-0.01352	0.5484	0.01573
2	-0.01008	0.5484	0.01813
3	-0.006215	0.5484	0.01979
4	-0.002101	0.5484	0.02063
5	$-0.4032 \cdot 10^{-9}$	0.5484	0.02074
6	0.002101	0.5484	0.02063
7	0.006215	0.5484	0.01979
8	0.01008	0.5484	0.01813
9	0.01352	0.5484	0.01573

Tabella 5.31: Coordinate x , y e z dei punti considerati per l'analisi della superficie curva comprensiva di interstrati.

N° punto	Spost. in x [$\cdot 10^{-4}$ m]	Spost. in y [$\cdot 10^{-4}$ m]	Spost. in z [$\cdot 10^{-4}$ m]
1	0.3042	0.2452	-0.4365
2	0.1406	0.2470	-0.2386
3	0.05190	0.2479	-0.0902
4	0.01167	0.2482	-0.0103
5	$-0.2291 \cdot 10^{-8}$	0.2483	0
6	-0.1167	0.2482	-0.0103
7	-0.05190	0.2479	-0.0902
8	-0.1406	0.2470	-0.2386
9	-0.3042	0.2452	-0.4365

Tabella 5.32: Spostamenti in x , y e z per i punti illustrati nella Tabella 5.31.

Per quanto riguarda gli **spostamenti nelle direzioni x e y**, si riscontra che l'introduzione degli strati intermedi di matrice produce un lieve incremento dei valori rispetto alla configurazione che ne è priva. Il **comportamento** più significativo si osserva, tuttavia, **nella direzione z**: a differenza di quanto atteso e in contrasto con quanto rilevato per la piastra piana, nella superficie curva l'inserimento degli interstrati determina un aumento degli spostamenti fuori dal piano. L'aggiunta di quest'ultimi non apporta quindi alcun beneficio strutturale, contribuendo anzi ad accrescere lo spessore complessivo senza ridurre le deformazioni.

Magnitude displacement in ParaView

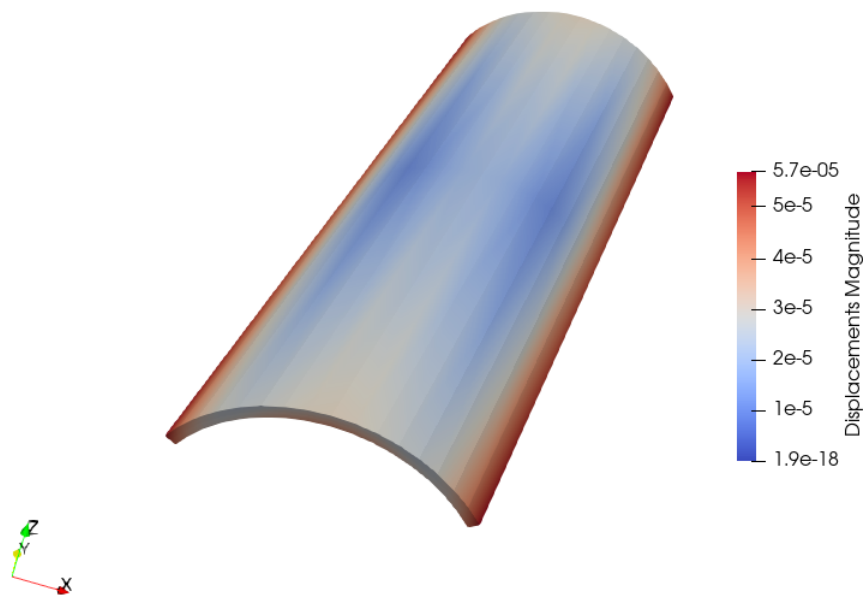


Figura 5.37: Magnitude displacement - superficie curva priva di interstrati.

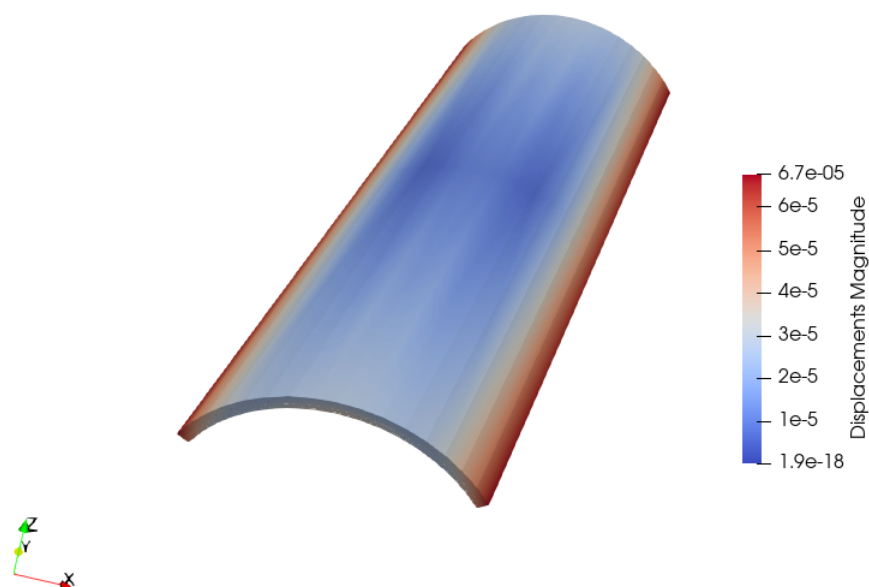


Figura 5.38: Magnitude displacement - superficie curva comprensiva di interstrati.

Le immagini precedenti confermano l'incremento degli spostamenti complessivi passando dalla struttura senza strati intermedi di matrice alla corrispondente configurazione che li prevede.

5.6.2 Spring-in angle

Si riporta inoltre il grafico, realizzato con Matlab, che illustra l'andamento dello spring-in angle in funzione delle ascisse delle superfici curve analizzate. Le curve presentate sono state ottenute considerando, anche in questo caso, il quarto strato del laminato ed esaminando i valori calcolati nei nodi "9" degli 8 elementi lungo l'apertura, oltre al nodo centrale. Le tre curve rappresentano rispettivamente la superficie curva priva di interstrati (markers rossi), quella dotata di interstrati (markers blu) e, per completezza, i valori di spring-in angle relativi alla superficie curva del modello L-shape discusso nel paragrafo 5.2 (markers verdi). Dall'analisi emerge che la presenza degli interstrati incrementa la deformazione e conduce ad uno spring-in angle più elevato rispetto alla configurazione senza interstrati, pur mantenendosi inferiore ai valori ottenuti per l'L-shape model.

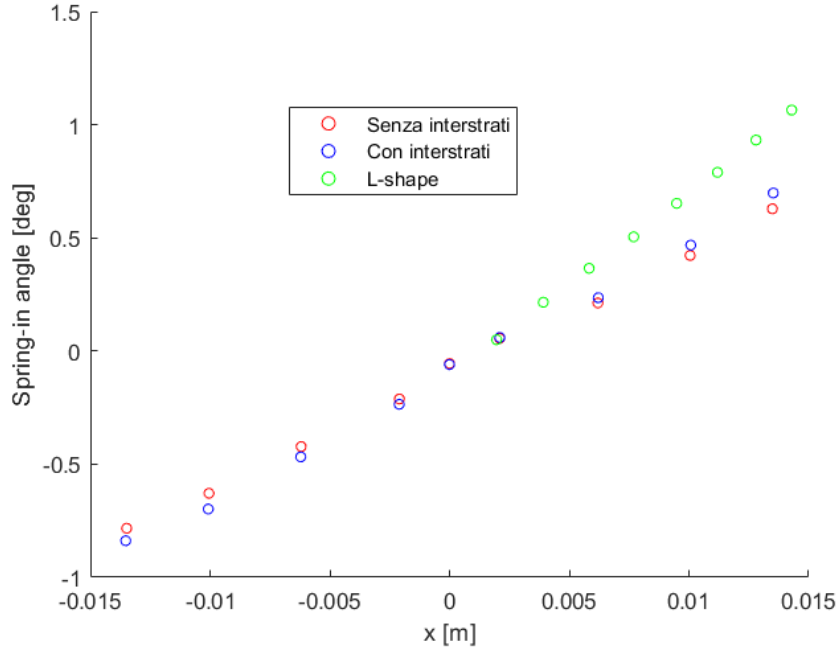


Figura 5.39: Confronto tra lo spring-in angle della superficie curva priva di interstrati (markers rossi), della superficie curva con interstrati (markers blu) e della superficie curva del L-shape model presentato nel paragrafo 5.2 (markers verdi).

5.6.3 Stresses

Si procede, infine, con l'analisi delle tensioni σ_{xx} e σ_{xz} lungo la direzione z per le superfici curve considerate, valutando le grandezze nella fila di nodi compresa tra il quinto e il sesto elemento lungo l'apertura della struttura.

Dal grafico riportato in Figura 5.40 si osserva che le distribuzioni delle tensioni normali σ_{xx} presentano differenze significative, in particolare in corrispondenza delle interfacce tra gli strati. Nel caso privo di interstrati, l'andamento risulta più regolare e continuo, mentre l'introduzione dei sottili layer di sola matrice genera variazioni più o meno marcate della tensione nelle regioni di transizione. Un comportamento analogo si riscontra per la tensione di taglio σ_{xz} (Figura 5.41): nella configurazione senza interstrati, la distribuzione varia in maniera graduale lungo lo spessore ed è principalmente influenzata dai differenti orientamenti delle lamine; la presenza degli interstrati di matrice determina, invece, una risposta meno uniforme, caratterizzata da incrementi locali della tensione di taglio e da variazioni più brusche tra uno strato e il successivo.

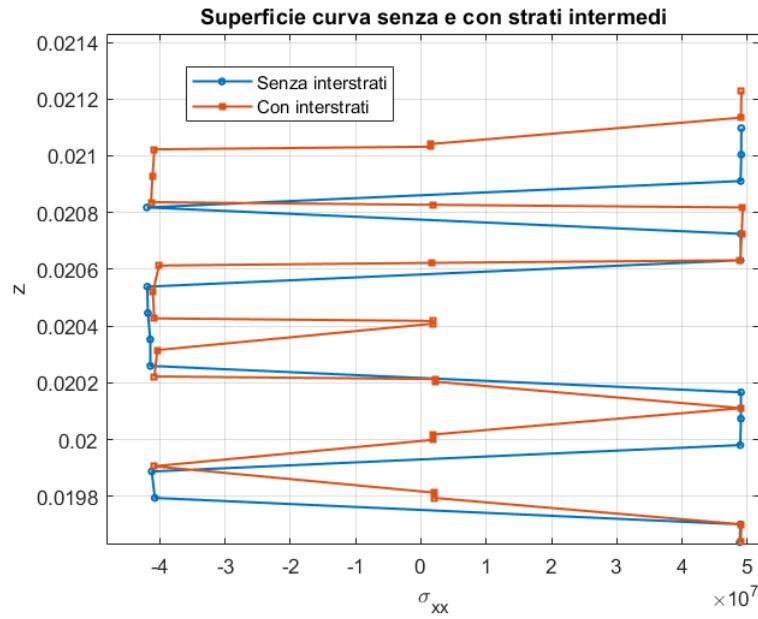


Figura 5.40: Componente di tensione normale σ_{xx} nel caso privo e comprensivo di interstrati.

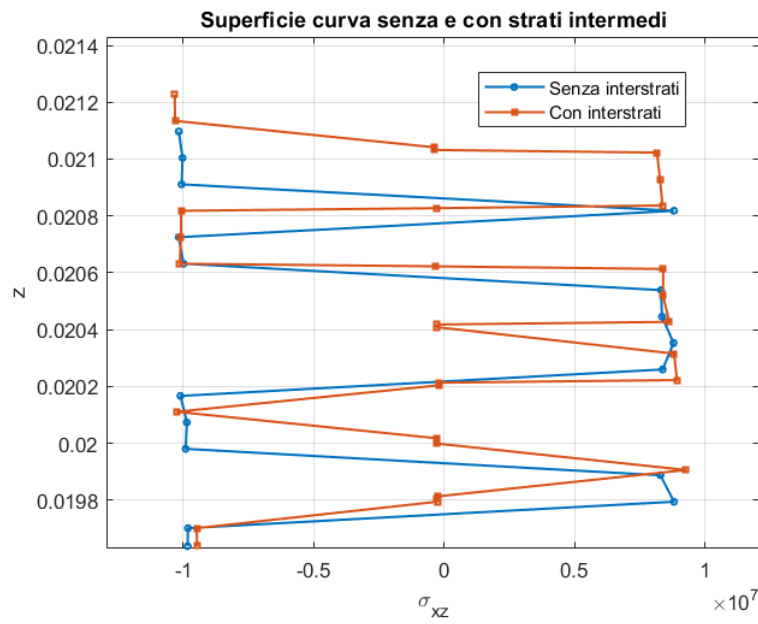


Figura 5.41: Componente di tensione trasversale σ_{xz} nel caso privo e comprensivo di interstrati.

Capitolo 6

Conclusioni

6.1 Outline

L'obiettivo della presente tesi è quello di approfondire il campo dei materiali compositi, già ampiamente diffusi in ambito aerospaziale, ampliandone la conoscenza e, potenzialmente l'efficienza, attraverso l'introduzione di inclusioni interlaminari utilizzate per migliorare la risposta meccanica a seguito di impatti a bassa velocità, aumentare la vita utile delle strutture e limitare la propagazione delle delaminazioni, favorendo la dissipazione dei cedimenti microstrutturali all'interno dello strato aggiuntivo.

La prima parte del lavoro è dedicata allo sviluppo dell'impiego dei materiali eterogenei nei sistemi strutturali e all'analisi del complesso processo di manifattura che li caratterizza. Da tali considerazioni è emersa l'importanza della simulazione numerica e del costante tentativo di ridurre le deformazioni indotte dal processo e gli stress residui. La ricerca ha quindi integrato il virtual manufacturing con l'innovazione proposta, analizzandone i limiti e valutando il livello di accuratezza delle previsioni ottenibili con il codice utilizzato che, nelle casistiche considerate, combina le teorie strutturali del FEM (Finite Element Method) e della CUF (Carrera Unified Formulation) per simulare il processo di cura e stimare spostamenti, deformazioni, tensioni e temperature risultanti. In particolare, tale codice, denominato MUL² Code e sviluppato dall'omonimo gruppo di ricerca del Politecnico di Torino, calcola la deformazione, dovuta a carichi termici e chimici, "accumulata" ad ogni time step e utilizza il modello costitutivo CHILE che considera l'evoluzione delle proprietà meccaniche durante il processo in autoclave, assumendo che il materiale sia elastico. Tali proprietà variano in funzione della temperatura e del Degree of Cure (DOC) e rimangono costanti all'interno di ciascun intervallo temporale. La soluzione finale al termine del curing è quindi ottenuta come somma delle soluzioni elastiche istantanee valutate in un numero discreto di passi.

Le prime analisi hanno riguardato una trave a sbalzo in alluminio soggetta a soli carichi termici. I risultati, ottenuti modellando la struttura con elementi L9 e L16 della sezione trasversale e utilizzando polinomi di Lagrange e di Taylor del secondo e terzo ordine, hanno confermato la validità dell'approccio grazie al confronto con un paper di riferimento.

Confermata la funzionalità dell'analisi termoelastica, si è proceduto con la simulazione del processo di cura su un componente a "L" avente laminazione cross-ply $[90/0/90/0]_s$, includendo configurazioni VAT (Variable Angle Tow). Anche in questo caso il codice ha mostrato buona accuratezza, evidenziata dalla coerenza dello spring-in angle ottenuto rispetto al modello layer-wise presente in letteratura.

Successivamente sono state analizzate due tipologie di piastre: la prima costituita da 8 strati di AS4/8552, la seconda delle stesse dimensioni e soggetta al medesimo ciclo di cura, ma con l'aggiunta di 7 sottili strati di sola matrice interposti tra quelli principali. Le analisi sono state condotte per tre differenti laminazioni: una simmetrica ($[90/0/90/0]_s$) e due asimmetriche ($[0/0/90/90/0/0/90/90]$ e $[0/0/90/0/90/0/90/90]$). Dal confronto tra le configurazioni emerge che:

- per tutte le sequenze, le piastre con strati intermedi mostrano spostamenti lungo x inferiori, indicando una maggiore rigidezza complessiva delle strutture;
- gli spostamenti in direzione y risultano talvolta maggiori (nelle sequenze $[90/0/90/0]_s$ e $[0/0/90/90/0/0/90/90]$) e talvolta minori (per la sequenza $[0/0/90/0/90/0/90/90]$);
- la laminazione simmetrica non appare influenzata dalla presenza degli interstrati, mentre le configurazioni asimmetriche mostrano spostamenti in direzione z leggermente ridotti (fino al 4.45%) grazie agli strati intermedi di matrice.

Per quanto riguarda le deformazioni, la presenza degli interstrati tende a ridurre l'entità della deformazione massima ϵ_{xx} , contribuendo a una risposta più contenuta. Diversamente, per la deformazione a taglio ϵ_{xz} compaiono picchi localizzati in corrispondenza degli interstrati, segnalando una concentrazione nelle zone aggiuntive. Le tensioni normali σ_{xx} mostrano una leggera riduzione dei valori minimi (in compressione) grazie alla maggiore deformabilità della matrice, che favorisce una distribuzione più graduale degli sforzi. Le tensioni di taglio σ_{xz} presentano invece picchi più pronunciati nelle regioni contenenti gli interstrati pur mantenendo un andamento globale simile al caso senza inclusioni.

Infine, è stata analizzata una superficie curva, corrispondente a una porzione del modello a "L", con l'obiettivo di valutarne spostamenti, spring-in angle e tensioni. Il modello, pur essendo in grado di utilizzare un approccio layer-wise, mostra

in questo caso risultati differenti: per questa geometria, gli strati aggiuntivi non portano benefici e si osservano spostamenti (soprattutto fuori piano) leggermente maggiori, nonché un aumento dello spring-in angle e una maggiore irregolarità nella distribuzione delle tensioni. Ciò suggerisce che, per geometrie curve, il modello non sia ancora pienamente in grado di cogliere il contributo meccanico degli interstrati, limitandosi a registrare l'aumento di spessore senza rappresentare accuratamente le interazioni tra gli strati stessi.

6.2 Obiettivi raggiunti

Nel complesso, gli obiettivi della tesi possono dirsi raggiunti. Il lavoro ha permesso di:

- validare l'affidabilità del MUL² Code su casi di riferimento noti;
- valutare gli effetti degli interstrati di matrice su diverse configurazioni laminate;
- identificare limiti e potenzialità del modello in funzione della geometria analizzata.

6.3 Sviluppi futuri

Tra le prospettive future si suggerisce:

- un approfondimento delle superfici curve per migliorare la capacità del modello di cogliere gli effetti degli interstrati;
- l'introduzione di particelle termoplastiche negli strati intermedi, valutandone dimensioni, spaziatura e parametri di cura;
- un confronto con prove sperimentali.

Bibliografia

- [1] Technological District on Engineering of polymeric, composite Materials e Structures. “I Materiali compositi-Foresight”. In: *IMaST Scarl* (2015-2020).
- [2] Università di Roma Sapienza. *Materiali compositi*.
- [3] V. Serifi et al. “Historical development of composite materials”. In: (2016).
- [4] F. Dragoni. *Materiali compositi per impiego aeronautico e loro certificazione tramite prove sperimentali*. 2010/2011.
- [5] S. Lee. *Historical Perspectives of Composites in International Encyclopedia of Composites*. VCH Publishers, 1990.
- [6] A. Carolyne et al. “Composite materials - History, types, fabrication techniques, advantages and applications”. In: *Proceedings of 29th IRF International Conference* (2016).
- [7] R. Yadav et al. “Defence Technology”. In: *KeAi Chinese Roots Global Impact* (2020), pp. 107–118.
- [8] A. Entezari M. Filippi E. Carrera. “Unified finite element approach for generalized coupled thermoelastic analysis of 3D beam-type structures, part 2: Numerical evaluations”. In: *Thermal Stresses* (2017).
- [9] M. Niu. *Composite airframe structures: practical design information and data*. Adaso Adastra Engineering Center, 1993.
- [10] R. Masia E. Zappino. *Autoclave*. Appunti del corso di Tecnologie aerospaziali, Politecnico di Torino. 2023/2024.
- [11] T. Niranjana et al. “Delamination Error of Fibre Reinforced Polymer Composite with Different Drill Tool in Drilling-A Review”. In: *Mater. Today Proc.* (2022).
- [12] X. Ding et al. “Impact properties of novel natural fibre metal laminated composite materials”. In: *Appl. Sci.* 12 (2022).
- [13] M. Bahonar et al. “Investigation of real delamination detection in composite structure using air-coupled ultrasonic testing”. In: *Composite structures* 280 (2022).

- [14] Y. Gong et al. “Experimental and numerical investigations on the mode I delamination growth behavior of laminated composites with different z-pin fiber reinforcements”. In: *Composite structures* 287 (2022).
- [15] T. Trzepieciniski et al. “Current Concepts for Cutting Metal-Based and Polymer-Based Composite Materials”. In: *of composites science* (2022).
- [16] V. M. Karbhari. “Effect of internal mold release agent on the cure and property variation in resin transfer molding composites”. In: *J. of materials science letters* 17 (1998).
- [17] H. Dirk et al. “The engineering aspects of automated prepreg layup: History, present and future”. In: *Composites Part B: Engineering* 43 (2022), pp. 997–1009.
- [18] A. Neri. *Tecniche di manifattura additiva per strutture composite con fibre curvilinee*. 2021.
- [19] W. Ha et al. *On impact behavior of fiber metal laminate (FML) structures: A state-of-the-art review. Thin-Walled Struct.* 2021.
- [20] I. Bougdiri et al. *Effect of cutting parameters on thrust force, torque, hole quality and dust generation during drilling of GLARE 2B laminates. Composite Structures.* 2021.
- [21] X. Ding et al. “Evaluation of machining performance of MMC with PCBN and PCD tools”. In: *Wear* 259 (2005), pp. 1225–1234.
- [22] P. Iannotti E. Zappino. *Fasteners*. Appunti del corso di Tecnologie aerospaziali, Politecnico di Torino. 2023/2024.
- [23] N. H. Cook K. Subramanian. “Sensing of drill wear and prediction of drill life. Trans. ASME”. In: *Eng. Ind.* (1997).
- [24] K. Krishnamurthy R. Stone. “A neural network thrust force controller to minimize delamination during drilling of graphite-epoxy laminates. Int.” In: *Mach. Tools Manuf.* (1996).
- [25] J. A. Hurtado I. Lapczyk. “Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials”. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38 (2007), pp. 2333–2341.
- [26] E. Zappino et al. “Virtual design and manufacturing of composite structures using refined kinematic models”. In: *Abstract in atti di convegno - Politecnico di Torino* (2022).
- [27] A. Carolyne et al. “Spring-in and warpage of angled composite laminates”. In: *Composites Science and Technology* 62 (2002), pp. 1895–1912.

- [28] B. Wang et al. “A review on prediction and control of curing process-induced deformation of continuous fiber-reinforced thermosetting composite structures”. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 165 (2023).
- [29] E. Zappino et al. “Analysis of process-induced deformations and residual stresses in curved composite parts considering transverse shear stress and thickness stretching”. In: *Elsevier* (2020).
- [30] A. Ding et al. “Understanding process-induced spring-in of L-shaped composite parts using analytical solution”. In: *of Composite Structures* 250 (2020).
- [31] G. Twigg et al. “Tool part interaction in composites processing. Part I: experimental investigation and analytical model”. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 35 (2004), pp. 121–133.
- [32] E. Kappel et al. “Predicting process-induced distortions in composite manufacturing—a pheno-numerical simulation strategy”. In: *Composite Structures* 120 (2015), pp. 98–106.
- [33] L. Khoun et al. “Investigation of process-induced strains development by fibre bragg grating sensors in resin transfer moulded composites”. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 42 (2011), pp. 274–282.
- [34] C. Bellini e L. Sorrentino. “Analysis of cure induced deformation of CFRP U-shaped laminates”. In: *Composites Structures* 197 (2018), pp. 1–9.
- [35] C. Bellini et al. “Spring-in analysis of CFRP thin laminates: numerical and experimental results”. In: *Composites Structures* 173 (2017), pp. 17–24.
- [36] E. J. Barbero. *Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS*. CRC Press, 2023.
- [37] P. Wriggers T. I. Zohdi. *An Introduction to Computational Micromechanics*. 2010.
- [38] A. Rose Cheryl et al. “Analysis Methods for Progressive Damage of Composite Structures”. In: *NTRS - NASA Technical Reports Server* (2013).
- [39] G. Fernlund et al. “Experimental and numerical study of the effect of cure cycle, tool surface, geometry, and lay-up on the dimensional fidelity of autoclave-processed composite parts”. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 33 (2002), 341–351.
- [40] G. Fernlund et al. “Finite element based prediction of process-induced deformation of autoclaved composite structures using 2d process analysis and 3d structural analysis”. In: *Composite Structures* 62 (2003), pp. 223–234.
- [41] C. Albert et al. “Spring-in and warpage of angled composite laminates”. In: *Composites Science and Technology* 62 (2002), pp. 1895–1912.

- [42] K. Priesnitz et al. “On the simulation of panel distortions due to hot curing adhesives”. In: *Int J Solids Struct* 51 (2014), pp. 2470–2478.
- [43] R. H. Nelson e D. S. Cairns. “Prediction of dimensional changes in composite laminates during cure”. In: *Tomorrow’s Materials: Today* 34 (1989), 2397–2410.
- [44] D. Radford e R. Diefendorf. “Shape instabilities in composites resulting from laminate anisotropy”. In: *Reinforced Plastics Composites* 12 (1993), pp. 58–75.
- [45] P. P. Rossi. *Ponti e grandi strutture*. Università degli Studi di Catania.
- [46] M. R. Wisnom et al. “Shear-lag analysis of the effect of thickness on spring-in of curved composites”. In: *of Composite Materials* 41 (2007), 1311–1324.
- [47] A. R. A. Arafath et al. “Closed-form solution for process-induced stresses and deformation of a composite part cured on a solid tool: Part II–curved geometries”. In: *Applied Science Manufacturing* 40 (2009), pp. 1545–1557.
- [48] A. Johnston et al. “A plane strain model for process-induced deformation of laminated composite structures”. In: *of Composite Materials* 35 (2001), pp. 1435–1469.
- [49] K. Takagaki et al. “Process-induced strain and distortion in curved composites. Part I: Development of fiber-optic strain monitoring technique and analytical methods”. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 103 (2017), pp. 236–251.
- [50] K. Takagaki et al. “Process-induced strain and distortion in curved composites. Part II: Parametric study and application”. In: *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 103 (2017), pp. 219–229.
- [51] A. Ding et al. “New analytical solution for cure-induced spring-in of Lshaped composite parts”. In: *Composites Science and Technology* 171 (2019), pp. 1–12.
- [52] N. Zobeiry et al. “Multiscale characterization and representation of composite materials during processing”. In: *Philos Trans R Soc A* 374 (2016), pp. 1–12.
- [53] G. Fernlund et al. “Process analysis and tool compensation for a complex composite panel”. In: *22nd Annual Technical Conference, Seattle* (2007).
- [54] Donald S. Dugdale. “Yielding of steel sheets containing slits”. In: *of the Mechanics and Physics of Solids* 8 (1960), 100–104.
- [55] G. I. Barenblatt. “The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture”. In: *Advances in Applied Mechanics* 7 (1962), 55–129.

- [56] T. K. Tsotsis. “Interlayer Toughening of Composite Materials”. In: *Polymer Composites* (2009), pp. 70–86.
- [57] A. Aksoy e L. A. Carlsson. In: *Composites Science and Technology* 43 (1992), p. 55.
- [58] C. Chen et al. “Cure path dependency of damage resistance in interlayer toughened composite laminates subjected to quasi-static indentation and low-velocity impact”. In: *Composites Part B* 266 (2023).
- [59] N. Odagiri et al. “Development of torayca prepreg p2302 carbon fiber reinforced plastic for aircraft primary structural materials”. In: *Composites materials* 5 (1996), pp. 249–254.
- [60] N. Odagiri et al. “Fiber reinforced composite materials having resin practice inter-layer zones”. In: 5 (1991).
- [61] D. Dykeman. “Minimizing uncertainty in cure modeling for composites manufacturing”. In: (2008).
- [62] M. Petrolo. *Advanced aeroelastic models for the analysis of lifting surfaces made of composite materials*. Politecnico di Torino, 2011.
- [63] E. Carrera et al. *Finite element analysis of structures through unified formulation*. John Wiley Sons, 2014.
- [64] G. Borstnar et al. “Crack path simulation in a particle-toughened interlayer within a polymer composite laminate”. In: *Composites Science and Technology* 133 (2016), pp. 89–96.
- [65] ScienceDirect. URL: <https://www.sciencedirect.com/topics/earth-and-planetary-sciences/plane-strain#:~:text=Plane%20strain%20is%20defined%20as%20components%20in%20the%20z%20direction.&text=How%20useful%20is%20this%20definition?>.
- [66] ScienceDirect. URL: <https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/mode-i-fracture>.
- [67] C. Chen et al. “Cure path dependency of static and dynamic Mode II interlaminar fracture toughness of interlayer toughened composite laminates.” In: *Composites Science and Technology* 200 (2020).
- [68] E. Girard. *Studio del processo di produzione e delle proprietà meccaniche di materiali compositi con rinforzo in fibra di lino*. Politecnico di Torino, 2021/2022.
- [69] A. Rubini. *Analisi del processo produttivo di componenti in fibra di carbonio con autoclave: il caso di HP Composites*. Politecnico di Torino, 2020.

- [70] Hexcel. *Hexply 8552*. 2013. URL: https://energy.ornl.gov/CFCrush/materials/uou/8552_eu.pdf.
- [71] Hexcel. *Hexply 8552 product data sheet*. 2016. URL: http://www.hexcel.com/user_area/content_media/raw/HexPly_8552_us_DataSheet.pdf.
- [72] Hexcel. *Hextow AS4 product data sheet*. 2016. URL: http://www.hexcel.com/user_area/content_media/raw/AS4_HexTow_DataSheet.pdf.