Politecnico di Torino



Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

A.A.2024/2025

Simulazione numerica dell'acustica generata dall'interazione del getto supersonico di un lanciatore con una parete

Relatore

Prof. Emanuele Martelli

Candidato

Matteo Bozzalla

Abstract

I primissimi istanti di funzionamento di un lanciatore sono interessati dalla generazione di onde acustiche molto intense. La presenza di questi fenomeni è causata sia dal getto supersonico in uscita dall'ugello, sia dall'interazione che quest'ultimo ha con la rampa di lancio e con i flame deflectors.

Capire gli effetti del transitorio di accensione è molto importante, poiché si tratta di un evento che pone un rischio serio per l'integrità strutturale del lanciatore così come per i delicati payloads trasportati.

Lo studio si baserà sulla simulazione fluidodinamica, eseguita attraverso il programma Ansys, degli effetti prodotti dall'acustica sul VEGA.

A seguito della simulazione verranno analizzati i risultati significativi e saranno forniti degli spunti per poter proseguire la ricerca attraverso modifiche e aggiunte.

Indice

1 I	1 VEGA	1
1.1	Endoreattori	1
1.2	Endoreattori a propellenti liquidi	2 2 3 4
1.3	Endoreattori a propellenti solidi	5 7 7
1.4	VEGA-C 1.4.1 Primo stadio: P120 C 1.4.2 Secondo stadio: Zefiro 40 1.4.3 Terzo stadio: Zefiro 9 1.4.4 Quarto stadio: AVUM	8 9 10 11 12
2 A	Aeroacustica	13
2.1	Introduzione	13
2.2	Getti sovraespansi	13
2.3	Acustica dei getti	14 14 15
2.4	Acustica dei getti impingenti	15 17 18
3 A	Analisi dei segnali	20
3.1	Analisi di Fourier	20 21
3.2	Analisi wavelet	21

4 Simulazione numerica
4.1 Introduzione
4.2 Distanza corta
4.3 Distanza media
4.4 Distanza lunga
5 Confronto tra i casi
5.1 Confronto dell'andamento dei segnali di pressione
5.2 Confronto dei SPL
5.3 Confronto degli scalogrammi
6 Conclusioni e sviluppi futuri
Appendice A: fluidodinamica computazionale
Appendice B: tutorial per l'utilizzo di Ansys

1 Il VEGA

Il programma Vettore Europeo di Generazione Avanzata ha le sue origini nei primi anni Novanta ed è frutto della collaborazione tra l'Agenzia Spaziale Italiana (ASI) e l'Agenzia Spaziale Europea (ESA). Lo sviluppo e la produzione del vettore sono gestiti dall'azienda italiana Avio.

Il progetto è ufficialmente iniziato il 15 dicembre 2000, ed opera dal 2012 dal *Centro Spaziale Guyanese* di Kourou.

Viene utilizzato principalmente per il lancio e l'immissione in orbita di piccoli satelliti in orbite polari o eliosincrone.

1.1 Endoreattori

Per propulsione si intende l'atto di cambiare il moto di un corpo rispetto ad un sistema di riferimento inerziale: ciò viene realizzato sfruttando il terzo principio della dinamica (spesso definito principio di azione-reazione). In ambito aerospaziale la propulsione si attua tramite l'accelerazione e la seguente espulsione ad alta velocità di una portata di massa chiamata fluido operativo: se quest'ultimo viene preso dall'esterno il propulsore sarà un esoreattore, se invece viene trasportato dal vettore stesso si parla di endoreattore.

Gli endoreattori (comunemente chiamati razzi) vengono utilizzati in molti campi e quello spaziale è forse il più significativo: sono ad oggi infatti l'unica tecnologia sviluppata dal genere umano in grado di garantire l'accesso allo spazio in maniera affidabile e relativamente economica.

Una classificazione degli endoreattori può essere fatta in base:

- alla fonte energetica utilizzata (chimica, nucleare, solare);
- al metodo di accelerazione del fluido operativo (termica, elettrostatica, elettromagnetica).

Verrà posta l'attenzione ai thermal rockets che sfruttano l'energia chimica dei propellenti: sono le sostanze (o miscela di sostanze) che forniscono l'energia necessaria per generare la spinta in un sistema propulsivo. Pertanto comprendono sia i combustibili che i comburenti.

Il propellente viene utilizzato sotto forma di gas:

- senza cambiare composizione (gas freddi, gas caldi, liquidi evaporati);
- dopo una decomposizione (si parla di monopropellente);
- dopo una reazione chimica (ossidante più combustibile).

Inoltre, a seconda dello stato fisico dei propellenti, si può fare un'ulteriore distinzione per gli endoreattori; si hanno infatti:

- endoreattori a propellente liquido;
- endoreattori a propellente solido;
- endoreattori ibridi.

1.2 Endoreattori a propellenti liquidi

La principale caratteristica di questo tipo di endoreattori è quella di utilizzare propellenti (sia ossidante che combustibile) sotto forma liquida, il che richiede le giuste condizioni di pressione e temperatura affinché ciò accada. Se il propellente, per essere liquido, richiede basse temperature, viene detto criogenico, altrimenti si parla di propellente storable o space storable se quest'ultimo è liquido nelle condizioni ambiente terrestri o spaziali rispettivamente. Nel campo dei propellenti storable, si può avere l'accoppiata ipergolica: essa si verifica quando ossidante e combustibile si accendono al solo contatto, risultando particolarmente vantaggiosa perché non richiede la presenza di un sistema di accensione.

Vengono impiegati ogni qualvolta si necessiti di alte prestazioni e di regolazione; sono costituiti da un serbatoio, una camera di combustione, un sistema di alimentazione e da un ugello.

1.2.1 Ossidanti

Si analizzano ora i principali ossidanti utilizzati:

- LOX. L'ossigeno liquido è l'ossidante più impiegato; esso, a pressione ambiente, è liquido ad una temperatura di 90K. Può essere accoppiato con molti combustibili, ma l'utilizzo combinato all'idrogeno liquido è quello che garantisce le prestazioni migliori possibili;

- *HP* (hydrogen peroxide). L'acqua ossigenata è storable, viene utilizzata in soluzione acquosa fino al 98%, presenta dei costi maggiori rispetto all'ossigeno liquido (fino a 15 volte) e garantisce delle prestazioni inferiori rispetto a quest'ultimo;
- NTO. Il tetrossido di azoto N_2O_4 , è un propellente storable dalle medie prestazioni molto utilizzato in quanto le sue combinazioni sono ipergoliche. Il suo problema più grande riguarda il piccolo range di temperatura per il quale rimane liquido: per ovviare a ciò lo si miscela insieme ad altre sostanze, il che aumenta però le pressioni di vapore e pertanto anche le pressioni all'interno dei serbatoi;
- NO. L'ossido di diazoto N_2O è un propellente criogenico dalle prestazioni mediocri. Ha il grande vantaggio di essere *autopressurizzante*: ciò significa che non è necessario aggiungere un sistema esterno di pressurizzazione, il che richiede delle soluzioni tecnologiche e progettuali meno complesse.

1.2.2 Combustibili

Vengono passati ora in rassegna i principali combustibili impiegati:

- Idrocarburi. Rientrano sotto questa voce il cherosene RP-1 (rocket propellant-1) e il metano liquido LCH_4 . Presentano delle ottime prestazioni, dei costi accettabili e una relativa semplicità nella gestione;
- LH_2 . L'idrogeno liquido è tale ad una temperatura molto bassa: 20K. È caratterizzato da ottime prestazioni e da costi accettabili. La grande problematica di questo combustibile è la bassissima densità che lo caratterizza. Si prenda a riferimento un generico endoreattore che utilizza LH_2 e LOX: la densità dell'idrogeno è circa 16 volte inferiore a quella dell'ossigeno $(70kg/m^3$ contro $1140kg/m^3)$;
- Idrazina (N_2H_4) e composti. L'idrazina è un propellente storable che garantisce delle prestazioni medie. Viene molto spesso accoppiata al N_2O_4 poiché la loro combinazione è ipergolica: questo è particolarmente utile in ambito spaziale ad esempio per i motori di manovra orbitale. L'idrazina trova anche largo impiego come monopropellente; in questo caso è necessario inserire solamente un letto catalitico che ne garantisca la decomposizione. Il grande problema risiede nella

sua pericolosità; è infatti estremamente tossica richiedendo una serie di procedure molto stringenti in termini di sicurezza che riguardano tutte le sue fasi di vita operativa, dal ciclo produttivo al trasporto. La ricerca in campo spaziale mira alla sua sostituzione, anche se ad oggi non esiste ancora un'alternativa sufficientemente economica e che fornisca delle prestazioni adeguate per poterla soppiantare.



Figura 1: Rifornimento di un dimostratore per il rientro atmosferico con idrazina da [5a]

1.2.3 Sistemi di alimentazione

Per trasportare il propellente in camera di combustione si utilizzano principalmente due soluzioni: sistemi pressurizzati e sistemi con turbopompe. I sistemi pressurizzati sono usati per quei casi in cui si ha a che fare con endoreattori non molto grandi, in quanto è necessario avere delle pressioni elevate all'interno dei serbatoi e dunque comportano un notevole peso. Prevedono la presenza di un gas pressurizzante.

Per quanto riguarda i sistemi con turbopompe, essi vengono utilizzati per endoreattori più grandi e dunque più pesanti. Il compito delle turbopompe è quello di fornire un certo salto di pressione Δp , venendo alimentate tramite delle turbine: si parla di cicli di alimentazione a turbina a gas.

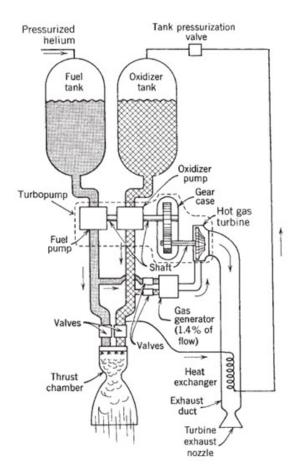


Figura 2: Schema dei componenti di un endoreattore a propellenti liquidi da [1]

1.3 Endoreattori a propellenti solidi

Si tratta di un tipo di endoreattori molto più semplice rispetto a quelli liquidi. Strutturalmente, camera di combustione e serbatoio coincidono, il che evita di disporre di un sistema di alimentazione. Ossidante e combustibile sono dunque stivati sotto forma solida (definita grano) e possono essere miscelati tra di loro o far parte della stessa molecola. Essi ricoprono le pareti del serbatoio, a meno di un foro praticato nel mezzo; l'area di questo foro è detta area di passaggio e tutta la superficie del propellen-

te esposta nel foro si chiama burning area: è infatti qui dove avviene la combustione, innescata per mezzo di un accenditore. Per gli endoreattori a propellenti solidi non è possibile regolare la spinta una volta acceso il motore, dunque la forma del foro determinerà il profilo di spinta del razzo. Tali endoreattori forniscono delle prestazioni in genere inferiori rispetto a quelli liquidi. Nel mondo dei lanciatori possono essere utilizzati da soli, ma possono anche fornire supporto ai liquidi durante l'ascesa per il primo stadio (esempio celebre quello dello Space Shuttle): in tal caso vengono definiti booster.

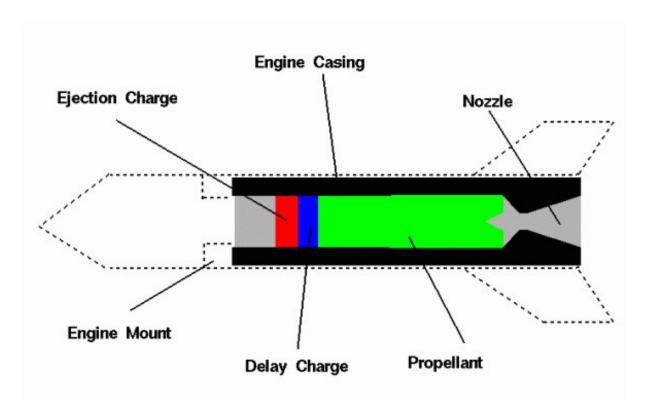


Figura 3: Schema di un endoreattore a propellenti solidi da [8f]

I propellenti solidi possono essere classificati in:

- omogenei. Ossidante e combustibile sono miscelati a livello molecolare, quindi non si possono distinguere le diverse particelle;
- compositi. Gli elementi sono distinguibili se osservati al microscopio; non c'è dunque miscelazione molecolare.

1.3.1 Propellenti solidi omogenei

Possono essere basati sulla nitrocellulosa NC, sulla nitroglicerina NG o su entrambe. Si parla di propellente a singola base SB se viene aggiunto un additivo ad una delle due basi, mentre si ha a che fare con una doppia base DP se c'è una miscelazione tra le due: la nitrocellulosa funge da combustibile e la nitroglicerina da ossidante, pertanto se vengono combinate nelle giuste proporzioni permettono di ottenere le prestazioni desiderate.

1.3.2 Propellenti solidi compositi

In questo caso è necessario effettuare una distinzione tra combustibili e ossidanti.

Il combustibile è costituito da una matrice, in genere polimerica, all'interno della quale si disperdono le particelle di ossidante. Il polimero più utilizzato è l'HTPB (hydroxil-terminated poly butadiene); si aggiungono di solito anche particelle di alluminio, poiché queste, bruciando, liberano moltissima energia.

Per quanto riguarda gli ossidanti, essi si distinguono in:

- cristallini. Si impiegano dei sali (perclorati e nitrati); il più comune è il perclorato di ammonio $AP(NH_4ClO_4)$, così come il meno costoso nitrato di ammonio $AN(NH_4NO_3)$;
- energetici. Il più utilizzato è l'*HAN (hydroxylamine nitrate)*; si tratta di un composto inorganico che può anche essere usato come liquido, ossidante o monopropellente.

1.4 VEGA-C

Si tratta del vettore attualmente in utilizzo. È costituito da tre stadi basati sulla propulsione solida (HTPB) ed un ultimo stadio basato sulla propulsione liquida.

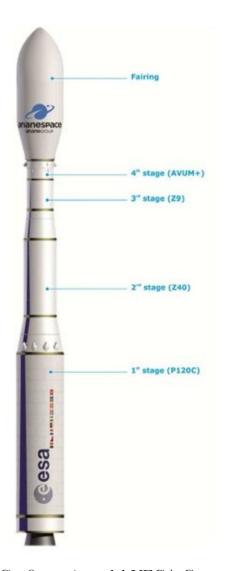


Figura 4: Configurazione del VEGA-C da [3]

1.4.1 Primo stadio: P120 C

Si tratta del più grande motore monolitico a propellente solido al mondo ad essere costruito in fibra di carbonio. La struttura è realizzata tramite un processo automatico di avvolgimento di materiale composito costituito da fibre di carbonio e resina epossidica.



Figura 5: Motore P120 C da [4b]

Dato	Valore
Lunghezza	11.7m
Diametro	3.4m
Massa del propellente	143.6t
Massa del motore a secco	11000kg
Massa del rivestimento del motore	8300kg
Spinta media	4500kN
Impulso specifico	278.5s
Durata dell'accensione	132.8s

1.4.2 Secondo stadio: Zefiro 40



Figura 6: Motore Zefiro 40 da [4c]

Dato	Valore
Lunghezza	7.6m
Diametro	2.3m
Massa del propellente	36.2t
Massa del motore a secco	3006kg
Massa del rivestimento del motore	2080kg
Spinta media	1304kN
Impulso specifico	293.5s
Durata dell'accensione	92.9s

1.4.3 Terzo stadio: Zefiro 9



Figura 7: Motore Zefiro 9 da [4d]

Dato	Valore
Lunghezza	3.9m
Diametro	1.9m
Massa del propellente	10.5t
Massa del motore a secco	906kg
Massa del rivestimento del motore	400kg
Spinta media	314kN
Impulso specifico	295.2s
Durata dell'accensione	117.1s

1.4.4 Quarto stadio: AVUM

L'Attitude and Vernier Upper Module è l'ultimo stadio del lanciatore; è un endoreattore a propellenti liquidi alimentato a UDMH (Unsymmetrical dimethylhydrazine) e tetrossido di azoto.

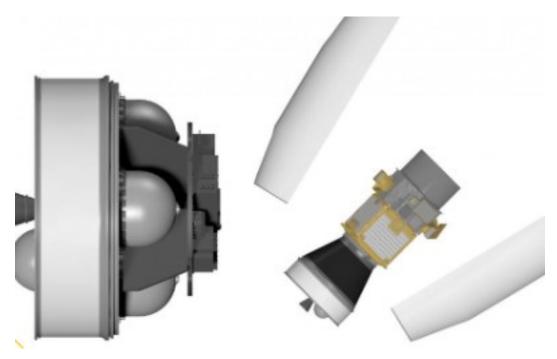


Figura 8: Motore AVUM da [4e]

Dato	Valore
Massa del propellente	572kg
Diametro	2m
Massa degli inerti	538.6kg
Massa del motore	16kg
Spinta media	2.42kN
Impulso specifico	314.6s
Durata dell'accensione	723s

2 Aeroacustica

2.1 Introduzione

La fase di *lift-off* rappresenta un momento critico per i lanciatori a causa dei fenomeni aeroacustici. Per il VEGA, l'accensione impulsiva dei motori a propellente solido crea delle onde di pressione che interagiscono con la base di lancio così come con il lanciatore stesso; proprio i carichi di pressione su quest'ultimo, oltre a sollecitare la struttura, se interessano in maniera significativa il fairing, possono risultare deleteri per i delicati payloads trasportati.

All'interno di questo capitolo si cercheranno di comprendere i fenomeni fisici che stanno alla base del problema.

2.2 Getti sovraespansi

Al decollo, il getto in uscita dall'ugello incontra le condizioni più sfavorevoli: si parla di getto sovraespanso, il che significa che la pressione della sezione di uscita dell'ugello è minore di quella dell'ambiente esterno. Questo porta alla nascita dei dischi di Mach, i quali sono delle forme di urti retti.

Si vedono ora nel dettaglio le caratteristiche di un getto sovraespanso:

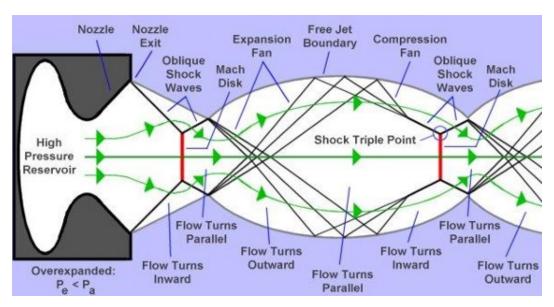


Figura 9: Struttura di un getto sovra
espanso da [2]

Come si può notare dall'immagine precedente, a causa della sovraespansione, sulla sezione di uscita si deve generare un urto conico che a sua volta genera un disco di Mach; nel punto di intersezione dei due urti si forma un altro urto conico. A seguito di queste compressioni la pressione statica aumenta, superando quella ambiente: nasce ora un fascio di espansione che si riflette sull'asse e incide sulla slip line. Le onde di riflessione che partono dalla slip line sono di compressione elementare, le quali convergono e vanno a formare un altro urto conico per coalescenza. Da qui la sequenza descritta si ripete e si hanno dunque più dischi di Mach.

2.3 Acustica dei getti

I meccanismi di generazione del rumore dei getti sono due, il *mixing noise* e lo *shock noise*: il primo caratterizza tutti i getti in uscita da un ugello, mentre il secondo riguarda quei getti per cui sono presenti degli urti.

2.3.1 Mixing noise

Quando un flusso esce da un ugello, si miscela e si espande nell'ambiente circostante. Questo porta alla creazione di vortici turbolenti di varie dimensioni che riversano la loro energia a cascata attraverso il flusso, emettendo delle fluttuazioni instabili che si traducono in suono al di fuori del getto.

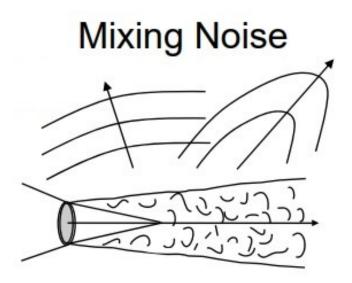


Figura 10: Illustrazione del mixing noise da [8c]

2.3.2 Shock noise

Come già discusso, un getto sovraespanso è caratterizzato dalla presenza di urti; essi sono una fonte di rumore che si somma al mixing noise citato sopra. I rumori prodotti possono essere dei toni chiamati *screech* che propagano in direzione opposta al getto, oppure dei rumori a banda larga, i quali presentano uno spettro caratteristico con un picco fondamentale che varia in funzione dell'angolo di direttività.

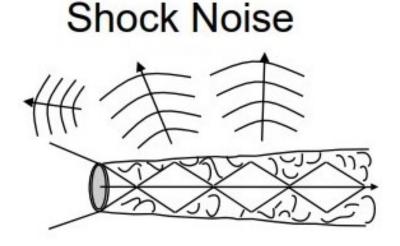


Figura 11: Illustrazione dello shock noise da [8c]

2.4 Acustica dei getti impingenti

Per getto impingente si intende l'interazione tra una parete e il getto stesso, quando questo vi impatta. L'utilizzo di pareti, chiamate flame deflectors, è solo uno dei modi attraverso il quale si cerca di ridurre l'effetto delle onde sonore prodotte durante il lift-off. Un metodo molto diffuso è il sound suppression water system (SSWS), che consiste nel far confluire enormi quantità d'acqua al di sotto del vettore affinché venga mitigato l'impatto acustico.

In questa trattazione verranno studiati solamente quali sono gli effetti dell'interazione tra un getto supersonico e una superficie solida, appunto il flame deflector.



Figura 12: Esempio di un test di SSWS da [8d]



Figura 13: Esempio di flame deflectors posizionati al di sotto della struttura di supporto del lanciatore

 $\mathrm{da}\;[\mathrm{8e}]$

Durante il transitorio d'accensione del vettore, i fenomeni aeroacustici sono causati principalmente da due meccanismi: l'ignition overpressure (IOP) e il duct overpressure (DOP).

2.4.1 IOP

Lo IOP è un processo di generazione di onde di pressione. Quando il flusso supersonico in uscita dall'ugello impatta sul flame deflector le onde di pressione vengono riflesse, viaggiano verso l'alto e raggiungono il fairing. Queste onde si comportano come un'onda d'urto seguita da un'eccitazione a bassa frequenza (fino a 40 Hz) che può causare danni al vettore così come alla rampa di lancio.

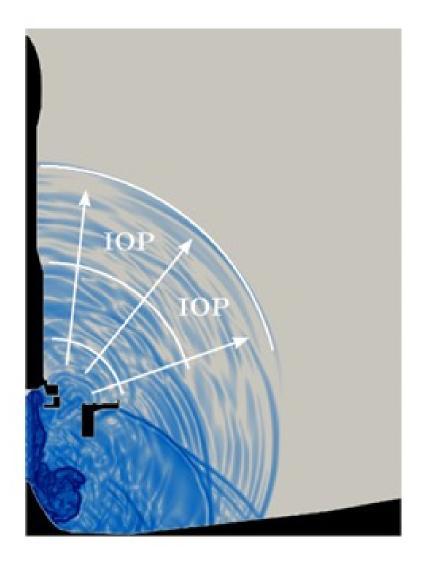


Figura 14: Rappresentazione del meccanismo IOP da [7]

2.4.2 DOP

Secondo il meccanismo DOP, il getto deflesso esce dai condotti di scarico ed interagisce con il bordo dei condotti stessi, generando delle onde di pressione che raggiungono il vettore, sommandosi a quelle prodotte dallo IOP.

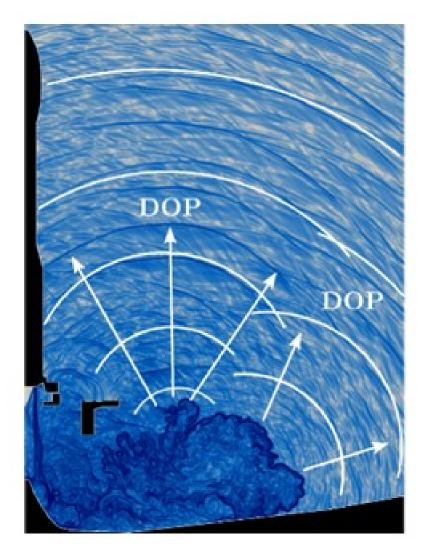


Figura 15: Rappresentazione del meccanismo DOP da [7]



Figura 16: VEGA posizionato sulla rampa di lancio (si possono notare i condotti di scarico citati precedentemente) da [5c]

Discussi i meccanismi aeroacustici che interessano un lanciatore nelle sue primissime fasi di funzionamento, sarà necessario nel prossimo capitolo andare a capire come si possono analizzare le onde di pressione.

3 Analisi dei segnali

Si discuterà ora degli strumenti matematici impiegati per l'analisi dei segnali: la trasformata di Fourier e l'analisi wavelet. La prima è utilizzata in moltissimi campi, e permette di scomporre un segnale al fine di calcolarne le diverse componenti di frequenza (si parla di analisi spettrale); non consente però di posizionare in maniera esatta nel tempo tali frequenze. Per questo motivo si utilizza l'analisi wavelet, la quale è in grado di fornire delle informazioni in tempo-frequenza del segnale considerato.

3.1 Analisi di Fourier

Viene introdotta la trasformata di Fourier (FT); considerata una funzione continua x(t), la trasformata è definita come:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

dove $\omega = 2\pi f$ è la *pulsazione* e j è l'unità immaginaria.

La trasformata inversa è definita così:

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

Ciò permette di poter passare indistintamente dal dominio del tempo a quello della frequenza.

Per poter approssimare numericamente l'integrale attraverso una sommatoria realizzabile in software, si introduce la trasformata di Fourier discreta (DFT): essa considera che un segnale $\overline{x}(t)$ si estenda per un periodo di tempo finito T e che sia definito su un insieme discreto di N intervalli di ampiezza $T_0 = \frac{T}{N}$.

La DFT viene definita nel seguente modo:

$$\overline{X}(nf_0) = \frac{T}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \overline{x}(mT_0) e^{-jn\frac{2\pi}{N}m}$$

dove
$$f_0 = \frac{1}{T}$$
 e $T_0 = \frac{T}{N}$.

Il costo computazionale della trasformata discreta risulta piuttosto elevato: N^2 . Pertanto è stato introdotto un algoritmo chiamato fast Fourier transform (FFT), il quale riduce il costo ad un valore proporzionale a $N \cdot log_2(N)$.

3.1.1 Applicazione: sound pressure level

Il sound pressure level (SPL) è la misura della variazione di pressione, relativa ad un valore di riferimento, causata da un'onda sonora. Viene espressa in decibel e si definisce nel seguente modo:

$$SPL = 10 \cdot log_{10} \left(\frac{p}{p_{ref}^2} \right)$$

dove p_{ref} è la pressione di riferimento di $20\mu Pa$, mentre p è la power spectral density (PSD).

La PSD è la misura del contenuto di potenza del segnale rispetto alla frequenza e verrà calcolata per mezzo del *periodogramma*: esso prende la trasformata di Fourier del segnale e ricava la PSD.

Verrà infine valutato l'overall sound pressure level (OSPL), che si ottiene nel seguente modo:

$$OSPL = 10 \cdot log_{10} \left(\sum_{i} 10^{\frac{SPL_i}{10}} \right)$$

3.2 Analisi wavelet

Come già accennato si tratta di uno strumento matematico molto potente in grado di restituire informazioni nel dominio del tempo così come in quello della frequenza per segnali di ogni tipo.

Si parte dall'introdurre la trasformata wavelet continua (CWT); essa utilizza i prodotti interni per misurare la somiglianza tra un segnale e una funzione di analisi, in questo caso una funzione wavelet. Viene così definita:

$$C(a,b;f(t),\psi(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \frac{1}{a} \psi^* \left(\frac{t-b}{a}\right) dt$$

dove a>0 è il parametro di scala, b è il parametro di posizione, * indica il coniugato complesso e ψ è la funzione wavelet.

Per il caso in esame verrà utilizzata la wavelet analitica di Morlet, la quale è caratterizzata da varianza uguale nel tempo e nella frequenza.

Così come già visto per Fourier, anche qui si introduce la trasforma-ta wavelet discreta (DFT): essa sostituisce l'integrale della CWT con una sommatoria, introducendo dunque una discretizzazione.

Data una generica trasformata wavelet W(t), si definisce la wavelet power spectrum (WPS) come:

$$P(t) = |W(t)|^2$$

Per visualizzare i risultati verrà fatto ricorso allo *scalogramma*: esso è il valore assoluto della trasformata wavelet di un segnale, espresso in funzione di tempo e frequenza.

4 Simulazione numerica

4.1 Introduzione

Obiettivo dello studio è quello di simulare le primissime fasi di accensione del VEGA per poter investigare gli effetti dell'acustica sul vettore stesso, e per farlo è stato utilizzato il programma Ansys Fluent. In particolare, la simulazione è incentrata sull'interazione tra il getto sovraespanso in uscita dall'ugello del lanciatore e il flame deflector posto ad una certa distanza; si sono distinti tre casi andando ogni volta ad aumentare proprio questa distanza tra ugello e parete. Per comodità ci si riferirà ai tre casi con le diciture distanza corta, distanza media e distanza lunga.

4.2 Distanza corta

4.2.1 Geometria della distanza corta

Per creare la geometria si è utilizzato il tool $Design\ Modeler\ di\ Ansys.$ Innanzitutto è necessario determinare la geometria dell'ugello. Le considerazioni fatte qui saranno valide anche per i casi successivi. Sapendo che in gola si ha $M_t=1$ e che all'uscita si desidera $M_e=3$, utilizzando la conservazione della portata si ricava:

$$\frac{A}{A_t} = \frac{1}{M} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}}$$

dove A e M sono area e Mach della generica sezione considerata, γ è il rapporto dei calori specifici.

Assumendo un valore del raggio di gola $r_t = 10.8mm$ e sostituendo il valore del Mach di uscita, si ottiene l'area e dunque anche il raggio di uscita: $r_e = 21.5mm$.

Per determinare la lunghezza dell'ugello (assunto conico) nel suo tratto divergente, si considera un angolo di 15°: $l_{div} = 44mm$.

Per il tratto convergente, si assume che il raggio della sezione iniziale sia 15mm e che l'angolo sia 13° : $l_{conv}=18.6mm$.

Pertanto la lunghezza assiale complessiva dell'ugello sarà di 60.8mm.

La parete, per questo primo caso, viene posta ad una distanza di circa 15 volte il raggio della sezione di uscita dell'ugello: 313.5mm. La forma della parete è quella di un arco di cerchio di raggio 117mm.

Per quanto riguarda le dimensioni del vettore, esse sono state stimate per ottenere una forma che approssimasse quella del VEGA.

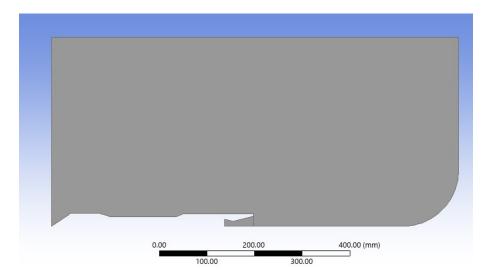


Figura 17: Geometria della distanza corta

Tabella riassuntiva delle dimensioni			
Lunghezza	Valore [mm]		
Raggio della sezione di gola dell'ugello	10.8		
Raggio della sezione d'uscita dell'ugello	21.5		
Lunghezza del tratto divergente (15°)	44		
Lunghezza del tratto convergente (13°)	18.6		
Lunghezza assiale complessiva dell'ugello	60.8		
Raggio della parete (arco di cerchio)	117		

4.2.2 Mesh della distanza corta

Per la mesh si è utilizzato il tool Meshing di Ansys.

È stata posta particolare attenzione all'ugello, creando un *face sizing* dedicato nel quale la mesh è stata infittita. Si presentano, nella tabella che segue, alcuni parametri utili per descrivere la mesh creata:

Parametro	Valore
Numero di nodi	84977
Numero di elementi	84368
Average skewness	0.069527
Average aspect ratio	1.0651
Average element quality	0.98747
Average orthogonal quality	0.99091

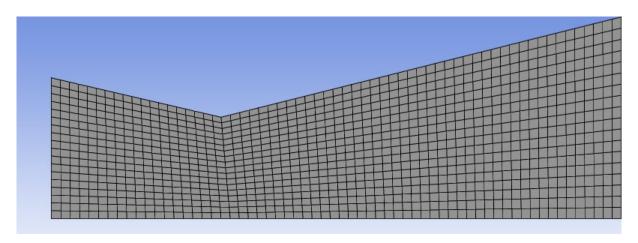


Figura 18: Particolare della mesh dell'ugello

Per poter svolgere correttamente la simulazione, è necessario creare le $named\ selections$, le quali serviranno poi a definire le condizioni al contorno del problema.

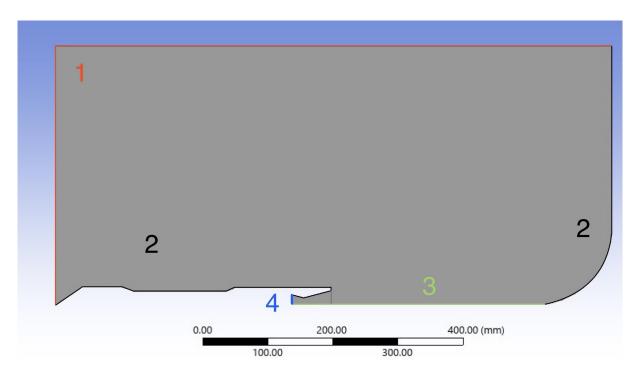


Figura 19: Named selections

Nell'immagine precedente si possono osservare diversi colori, ognuno associato ad un numero:

- con il numero 1 in rosso, si identifica il far-field;
- con il numero 2 in nero, si identifica il wall;
- con il numero 3 in verde, si identifica il *simmetry axis*;
- con il numero 4 in blu, si identifica l'inlet.

Le named selections qua definite, sono tali e quali anche per i casi successivi.

4.2.3 Setup della simulazione

Si passa ora al setup della simulazione (valido nuovamente per tutti e tre i casi) tramite il programma Fluent. Nella sezione General è necessario andare a selezionare le opzioni Density-Based, Axisymmetric e Transient. Per questa simulazione si utilizza come fluido l'aria nell'ipotesi di gas ideale e flusso inviscido. Si devono selezionare tali opzioni nelle sezioni Materials e Models; sempre in quest'ultima è necessario impostare Energy su on. Si continua selezionando le boundary conditions grazie alle named selection create prima; in particolar modo si deve impostare:

- per l'inlet una pressione di 10bar, una temperatura di 300K e un Mach nullo (il nozzle pressure ratio (NPR) è pari a 10);
- per il far-field una pressione di 1bar, una temperatura di 300K e un Mach di 0.01.

È necessario poi, nella sezione *Physics-operating conditions*, porre a zero tutte le grandezze.

Da ultimo si riportano i parametri computazionali da inserire:

Metodo computazionale	Parametro	
Discretizzazione spaziale	Second order upwind	
Discretizzazione temporale	Implicit second order	
Time step	$5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$	
Numero di passi temporali	4000	
Tempo della simulazione	0.02 s	

4.2.4 Sonde di pressione

Come ultimo passaggio si inseriscono delle sonde di pressione in maniera tale da poter effettuare l'analisi di Fourier e quella wavelet. Le sonde sono 7, posizionate come segue:

- la sonda 1 sulla parete del lanciatore;
- le sonde 2 e 3 tra l'ugello e il flame deflector;
- la sonda 4 all'inizio del flame deflector, la 5 dove termina;
- la sonda 6 nel tratto verticale, il quale simula la presenza del terreno;
- la sonda 7 sulla parete del lanciatore in corrispondenza del payload.

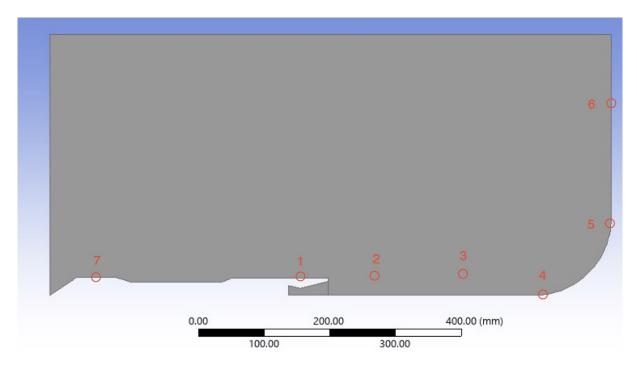


Figura 20: Posizione delle sonde di pressione

4.2.5 Risultati della distanza corta

Viene riportato innanzitutto il contour del numero di Mach al tempo finale t = 0.02s in maniera da evidenziare la struttura del getto:

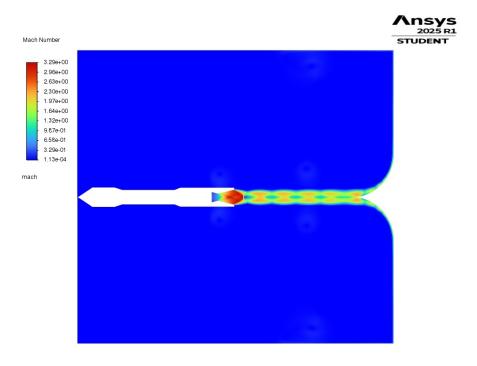


Figura 21: Contour del numero di Mach per la distanza corta al tempo t=0.02s

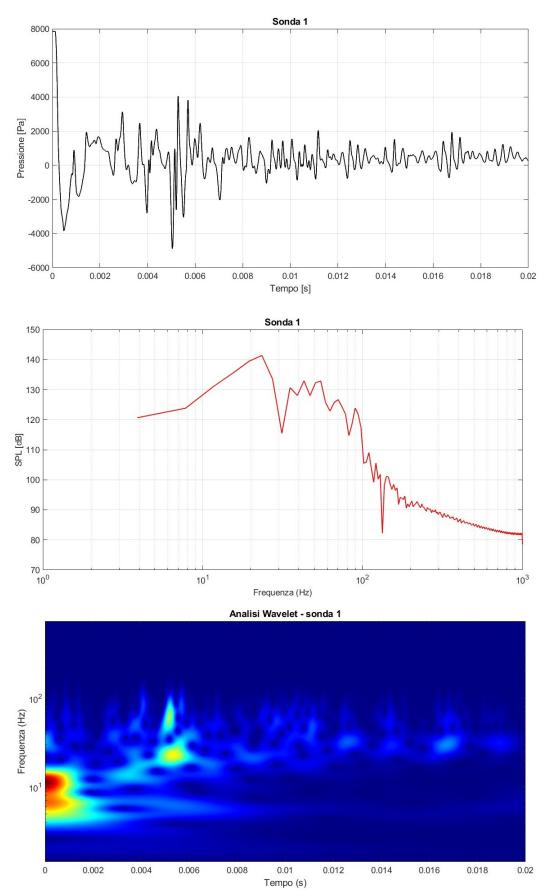
In gola il Mach è unitario, mentre all'uscita dell'ugello è di circa 3, come da progetto. Il getto presenta tutte le caratteristiche della sovraepansione: subisce una serie di compressioni e di espansioni per cui viene rallentato e accelerato rispettivamente. È chiaramente visibile la presenza dei dischi di Mach.

L'OSPL delle sonde vale:

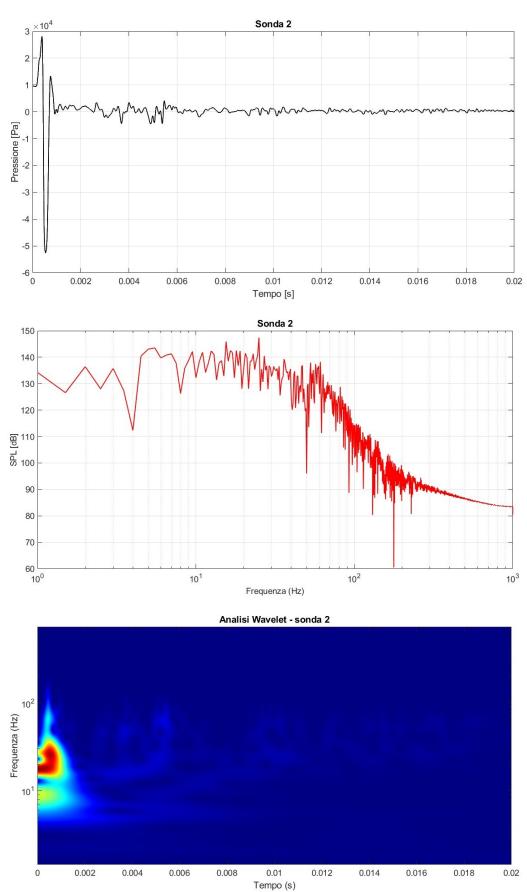
N° sonda	OSPL
1	149.0 dB
2	$158.5~\mathrm{dB}$
3	168.4 dB
4	179.8 dB
5	174.6 dB
6	169.3 dB
7	$152.5~\mathrm{dB}$

Nelle pagine che seguono, per ogni sonda verrà visualizzato l'andamento delle oscillazioni di pressione, l'analisi di Fourier e quella wavelet.

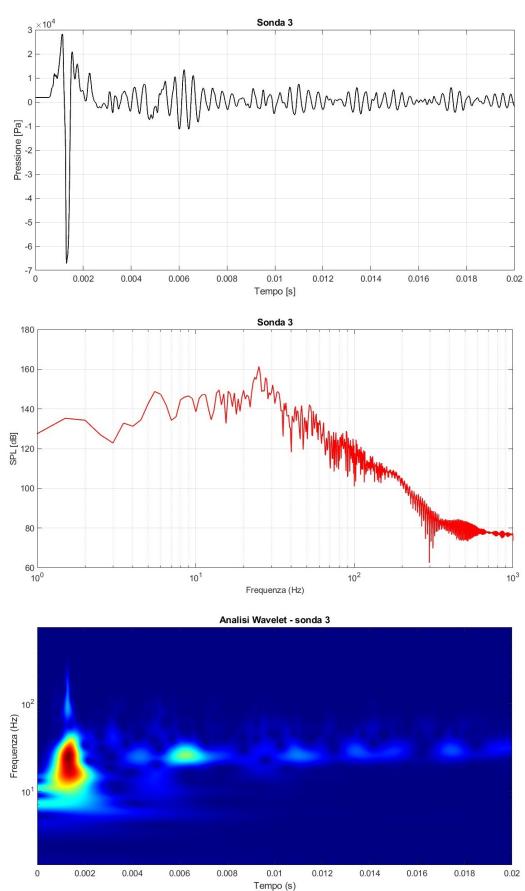
 $\underline{Sonda~1~-~distanza~corta}~(Figura~22)$



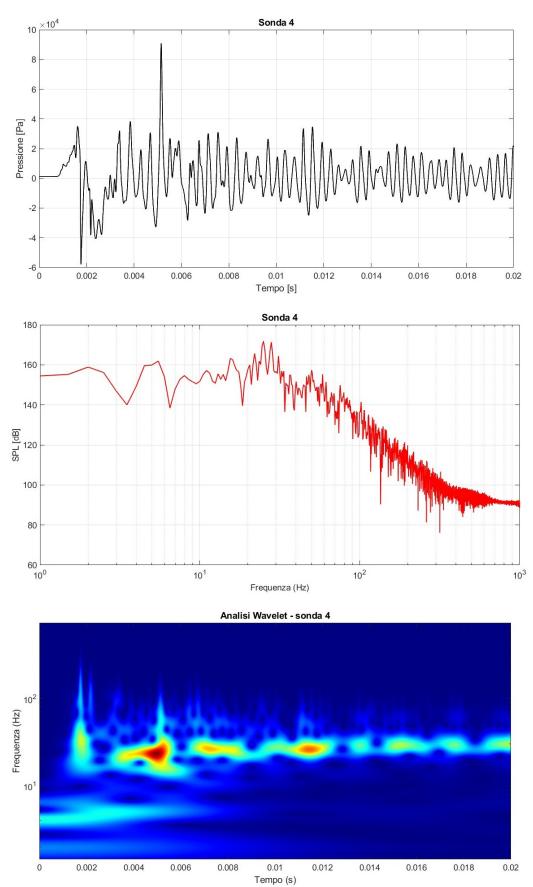
 $\underline{Sonda~2~-~distanza~corta}~(Figura~23)$



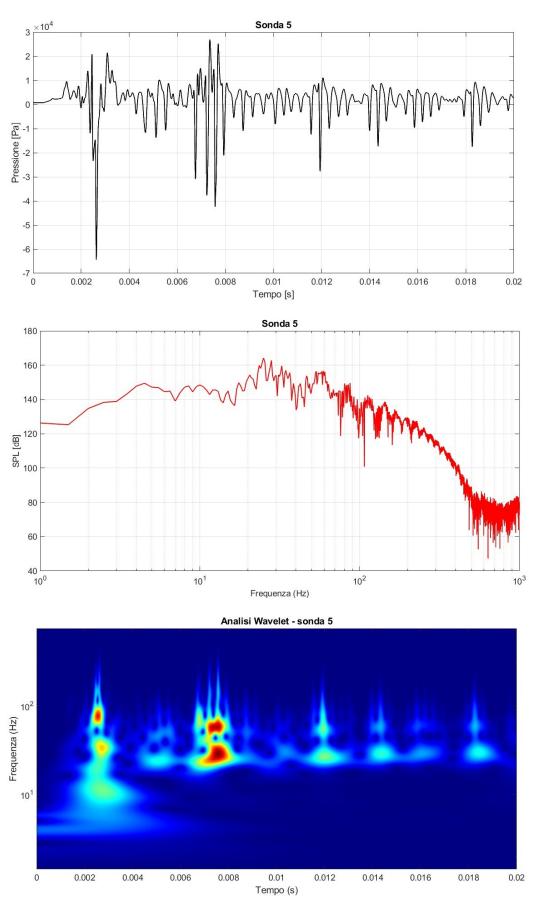
Sonda 3 - distanza corta (Figura 24)



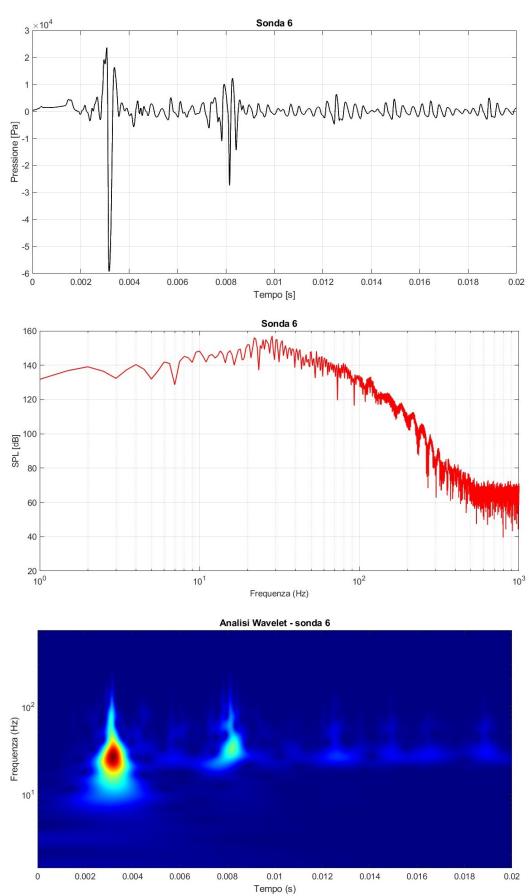
Sonda 4 - distanza corta (Figura 25)



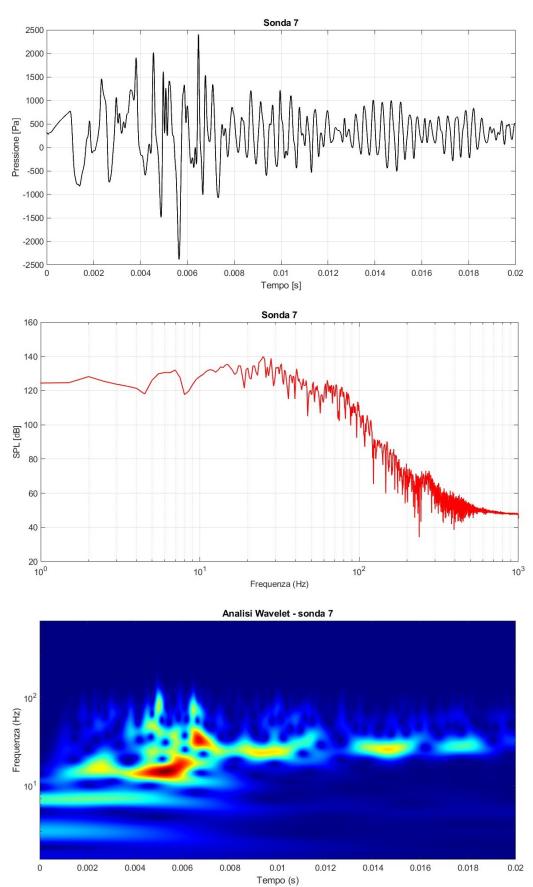
 $\underline{Sonda~5~-~distanza~corta}~(Figura~26)$



 $\underline{Sonda~6-distanza~corta}~(Figura~27)$



Sonda 7 - distanza corta (Figura 28)



4.2.6 Analisi dei risultati delle sonde per la distanza corta

Per la sonda 1, al di là del primissimo picco, emerge, in particolar modo dall'analisi wavelet, come si verifichi un secondo evento energetico al tempo t=0.00525s: la sonda viene raggiunta da un'onda di pressione riflessa, caratterizzata da una frequenza attorno ai 30 Hz (tipica del meccanismo IOP). È possibile verificare che ciò accade visualizzando il gradiente di densità tramite Schlieren:

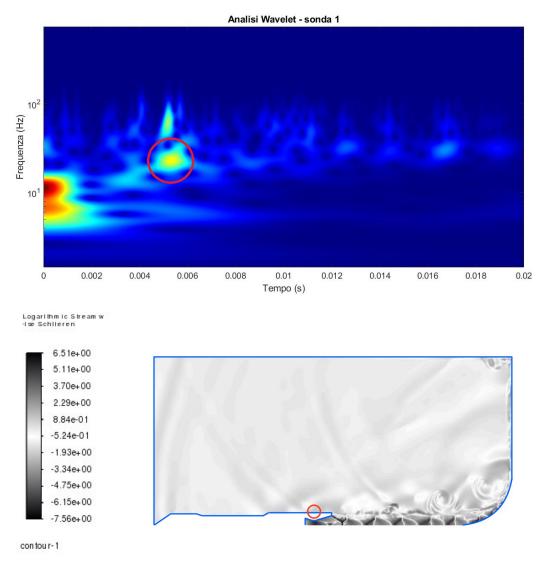


Figura 29: Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo t=0.00525s per la distanza corta

Per le sonde 4, 5 e 6 si può osservare come i picchi si ripetano in maniera quasi periodica, suggerendo l'interazione tra il flame deflector e le onde d'urto.

Inoltre è interessante notare come il segnale venga captato dalle sonde a seguito di un certo tempo di ritardo: il tempo impiegato dal getto per raggiungere la parete. Si può visualizzare il momento nel quale inizia questa interazione: per la sonda 4 avviene al tempo t=0.00165s.

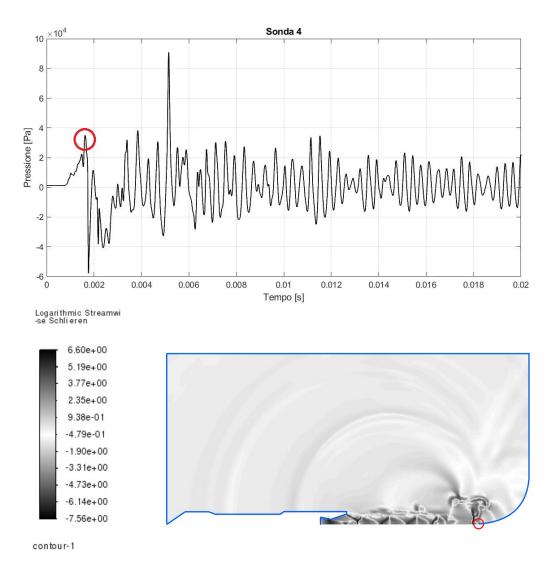


Figura 30: Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo t=0.00165sper la distanza corta

La parete viene raggiunta dal getto

Sono presenti delle onde di pressione causate dal getto stesso tramite i meccanismi di mixing e shock noise visti nel secondo capitolo; questo è confermato dal fatto che la sonda 4 capti dei segnali di pressione ancor prima che il getto la raggiunga.

La sonda 7 è caratterizzata da eventi acustici che spaziano su più scale di frequenze; questo significa che è interessata sia dall'acustica del getto stesso, sia dall'acustica generata dall'impatto con il flame deflector. Il picco che si verifica al tempo t=0.0065s è causato da un'onda d'urto riflessa che raggiunge in quell'istante la sonda.

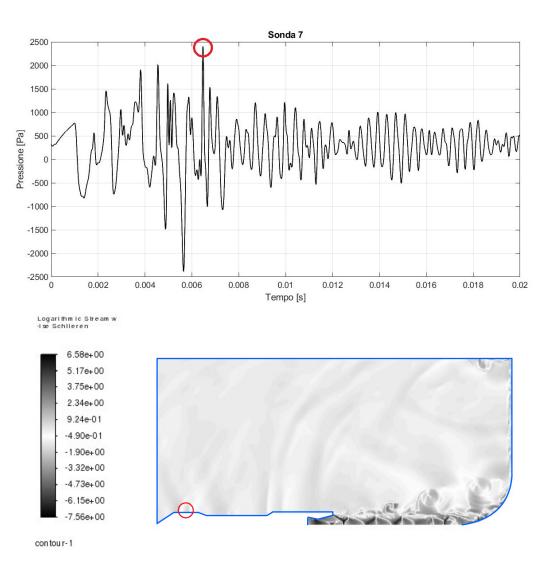


Figura 31: Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo t=0.0065s per la distanza corta

4.3 Distanza media

4.3.1 Geometria della distanza media

Per questo caso la distanza tra ugello e parete è di circa 20 volte il diametro della sezione di uscita dell'ugello: 418mm.

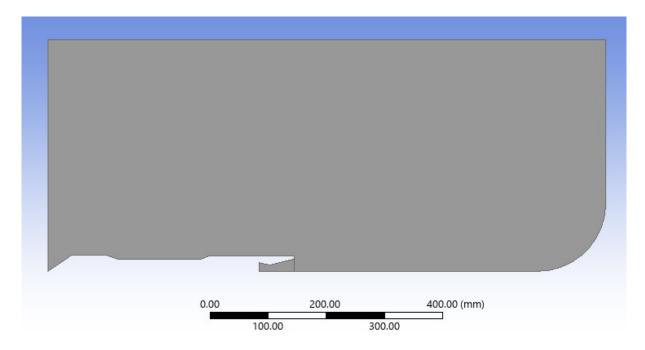


Figura 32: Geometria della distanza media

4.3.2 Mesh della distanza media

I parametri della mesh di questa seconda simulazione sono i seguenti:

Parametro	Valore
Numero di nodi	95912
Numero di elementi	95275
Average skewness	0.066237
Average aspect ratio	1.0629
Average element quality	0.98824
Average orthogonal quality	0.9915

4.3.3 Risultati della distanza media

Si parte nuovamente dalla visualizzazione del contour del numero di Mach all'istante finale. Anche in questo caso sono chiaramente distinguibili i dischi di Mach.

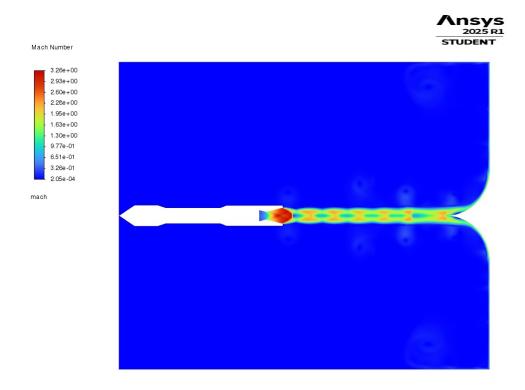


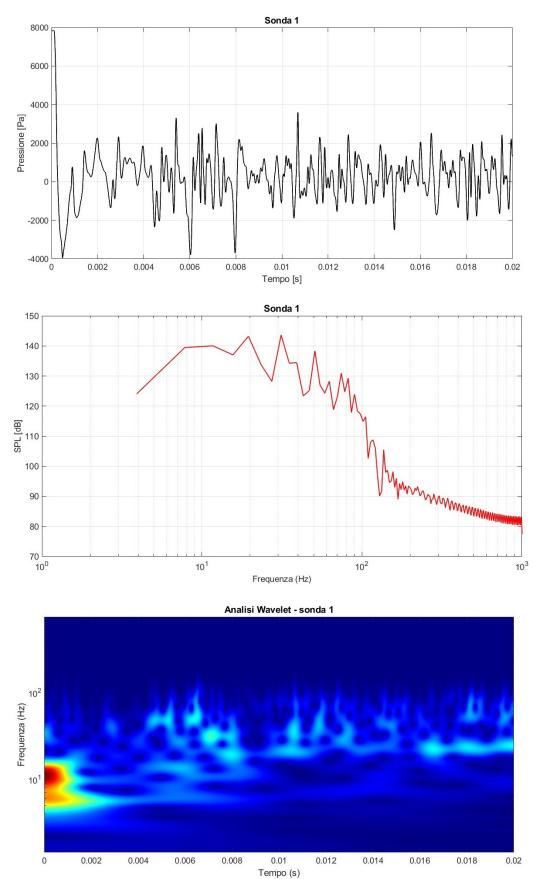
Figura 33: Contour del numero di Mach per la distanza media al tempo t=0.02s

L'OSPL delle sonde vale:

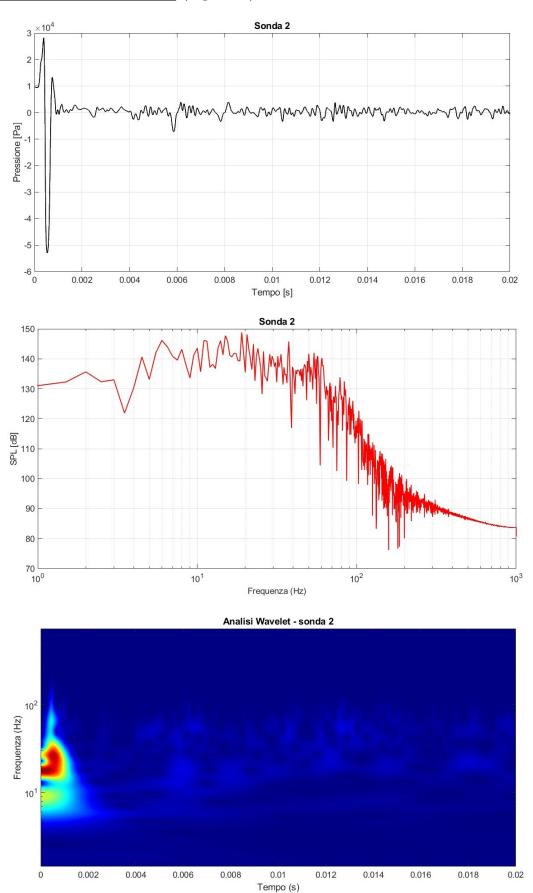
N° sonda	OSPL
1	$150.3~\mathrm{dB}$
2	161.2 dB
3	$169.6~\mathrm{dB}$
4	187.7 dB
5	$179.8~\mathrm{dB}$
6	$175.4~\mathrm{dB}$
7	154.3 dB

Seguirà, per ogni sonda, la visualizzazione dell'andamento delle oscillazioni di pressione, dell'analisi di Fourier e di quella wavelet.

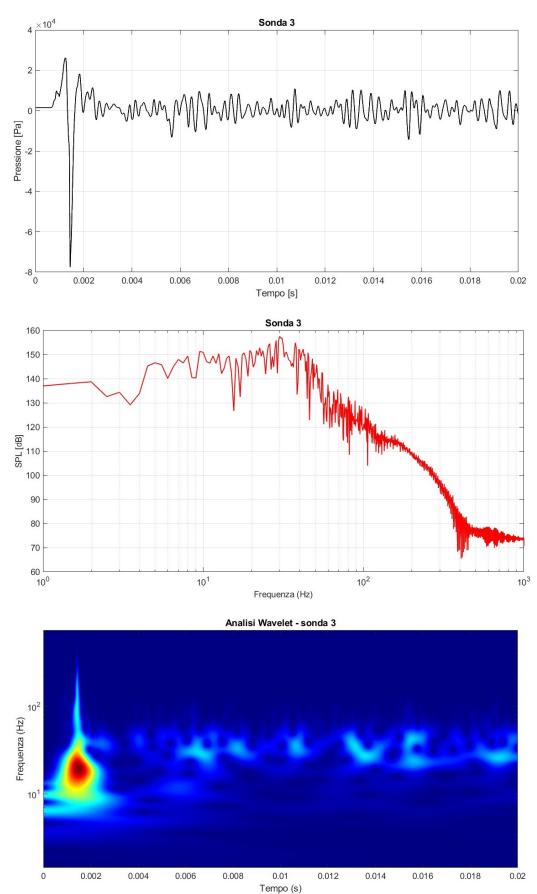
 $\underline{Sonda~1~-~distanza~media}~(Figura~34)$



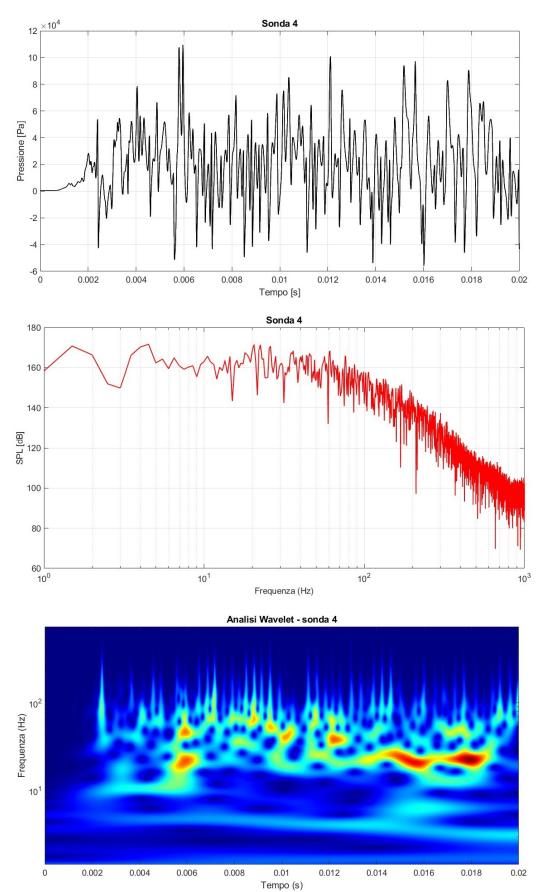
 $\underline{Sonda~2~-~distanza~media}~(Figura~35)$



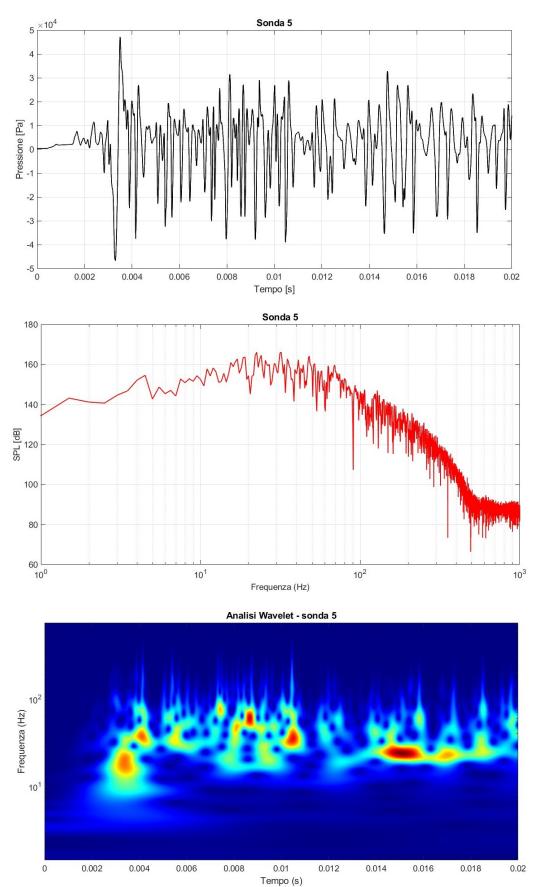
Sonda 3 - distanza media (Figura 36)



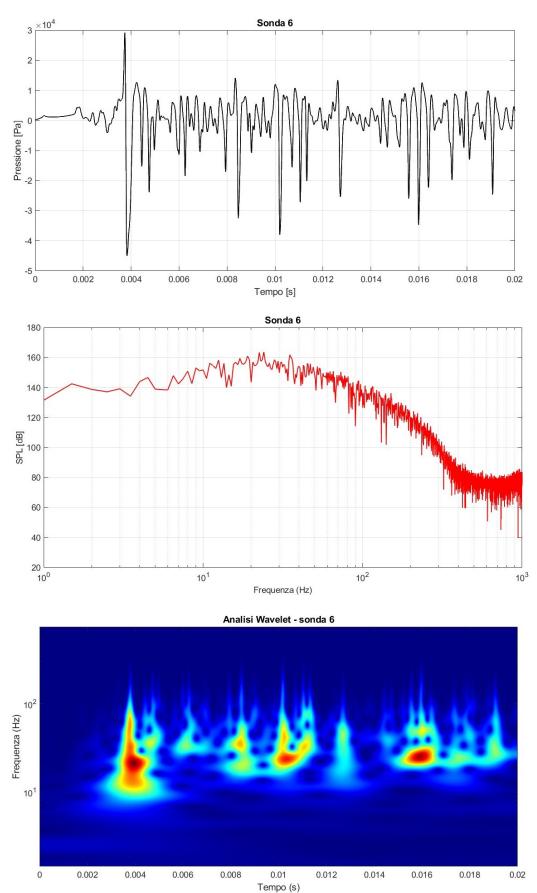
 $\underline{Sonda~4~-~distanza~media}~(Figura~37)$



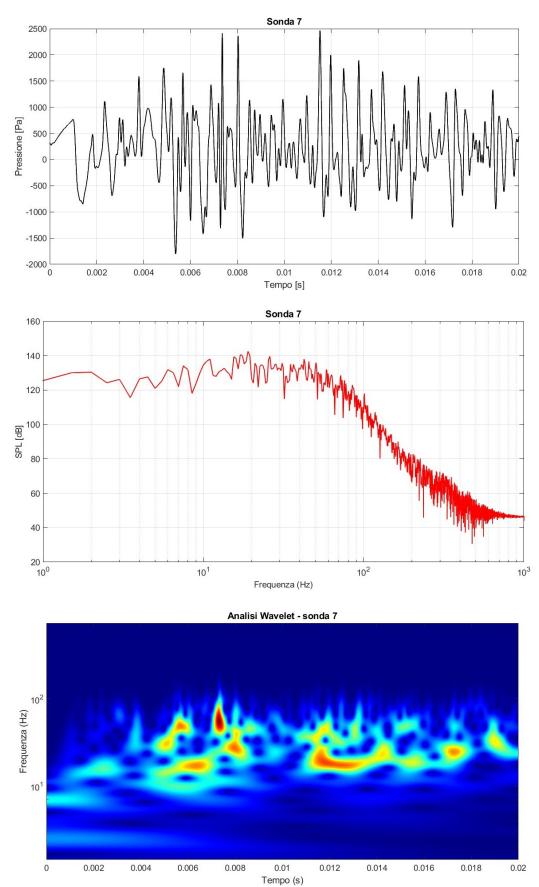
 $\underline{Sonda~5~-~distanza~media}~(Figura~38)$



Sonda 6 - distanza media (Figura 39)



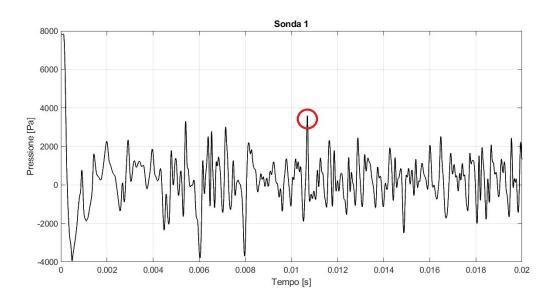
 $\underline{Sonda~7-distanza~media}~(Figura~40)$



4.3.4 Analisi dei risultati delle sonde per la distanza media

Dall'analisi wavelet della prima sonda emerge uno spettro caratterizzato da un ampio range di frequenze: questo suggerisce la presenza di fenomeni acustici causati sia dal mixing e shock noise che dalla riflessione delle onde di pressione.

Al tempo t=0.01065s si osserva un picco generato da un'onda d'urto riflessa che raggiunge la sonda.



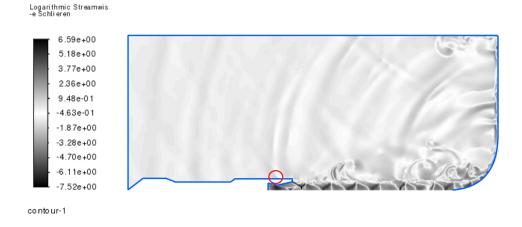


Figura 41: Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo t=0.01065s per la distanza media

Le sonde posizionate sulla parete presentano dei picchi periodici, causati dall'impatto delle onde d'urto. Inoltre, la presenza di molti eventi ad alta frequenza, notabile dall'analisi di Fourier e quella wavelet, rivela delle onde di pressione di una certa entità prodotte dal mixing noise del getto.

La sonda 7, al tempo t=0.00735s, vede l'evento energetico più significativo: è l'attimo nel quale viene investita da un'onda d'urto riflessa.

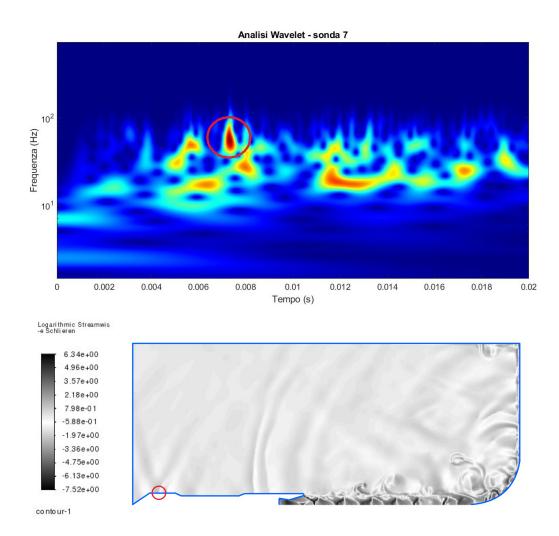


Figura 42: Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo t=0.00735s per la distanza media

4.4 Distanza lunga

4.4.1 Geometria della distanza lunga

Per questo caso la distanza tra ugello e parete è di circa 30 volte il diametro della sezione di uscita dell'ugello: 627mm.

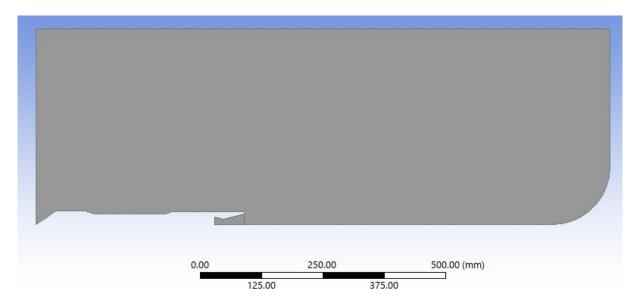


Figura 43: Geometria della distanza lunga

4.4.2 Mesh della distanza lunga

I parametri della mesh della terza ed ultima simulazione sono i seguenti:

Parametro	Valore
Numero di nodi	114944
Numero di elementi	114117
Average skewness	0.0088751
Average aspect ratio	1.0102
Average element quality	0.999
Average orthogonal quality	0.9915

4.4.3 Risultati della distanza lunga

Viene presentato, anche per l'ultimo caso, il contour del numero di Mach nell'istante finale della simulazione; il getto è sovraespanso caratterizzato dai dischi di Mach. Nel punto dove impatta con la parete, invece, non presenta più la struttura tipica del getto sovraespanso: questo, nei getti reali, è causato dalla viscosità ed è possibile che nella simulazione (che è basata su un modello inviscido) ci sia della dissipazione numerica.

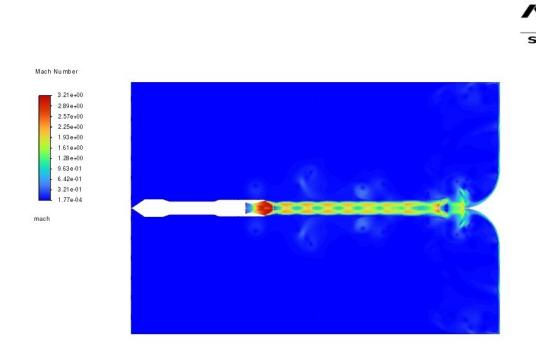


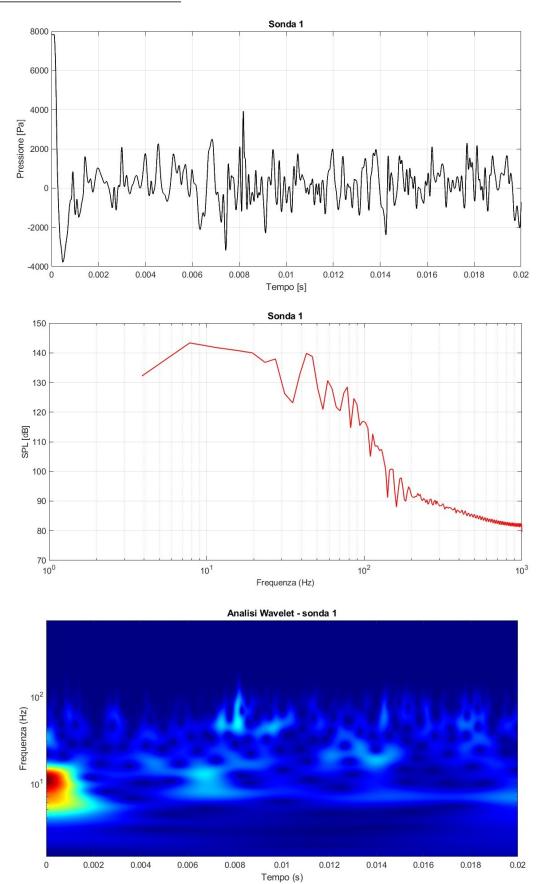
Figura 44: Contour del numero di Mach per la distanza lunga al tempo t=0.02s

L'OSPL delle sonde vale:

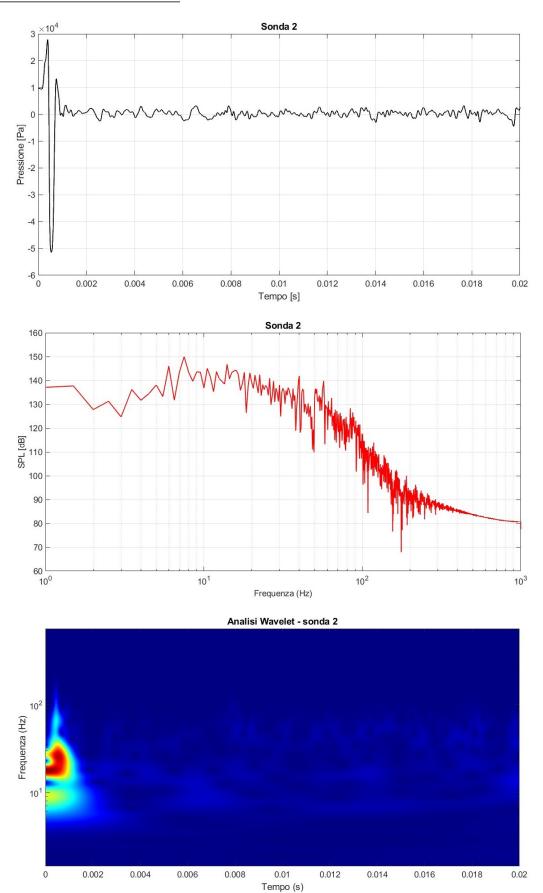
N° sonda	OSPL
1	150.2 dB
2	159.5 dB
3	$166.5~\mathrm{dB}$
4	187.5 dB
5	180.9 dB
6	177.4 dB
7	154.3 dB

Verrà visualizzato, per l'ultima volta, l'andamento delle oscillazioni di pressione, l'analisi di Fourier e quella wavelet per ogni sonda.

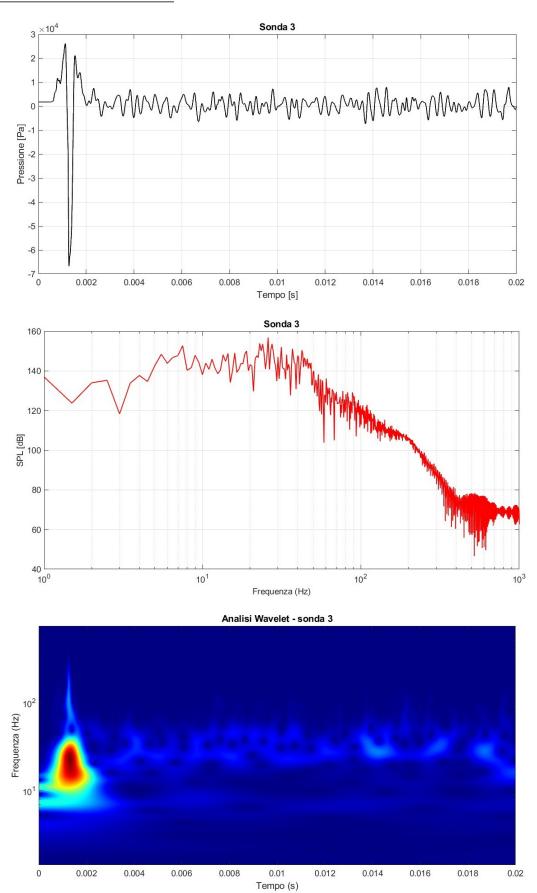
Sonda 1 - distanza lunga (Figura 45)



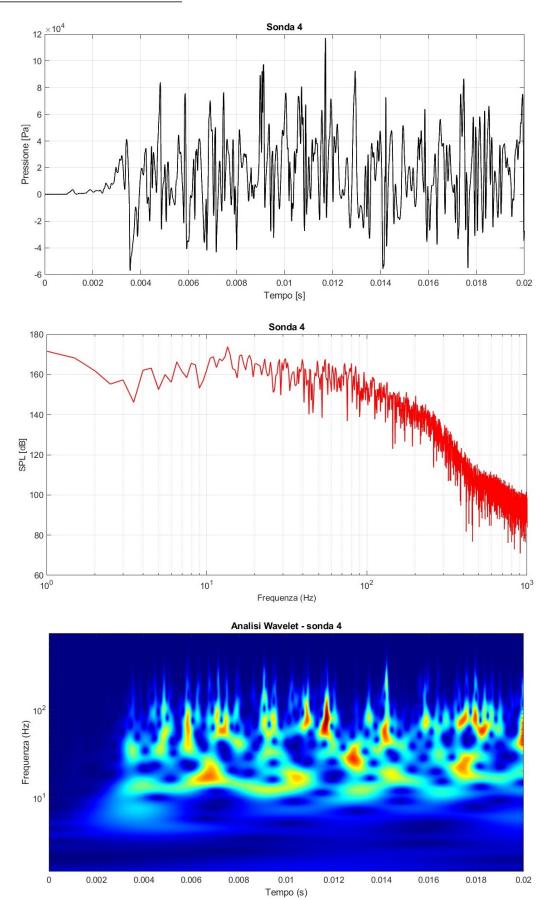
Sonda 2 - distanza lunga (Figura 46)



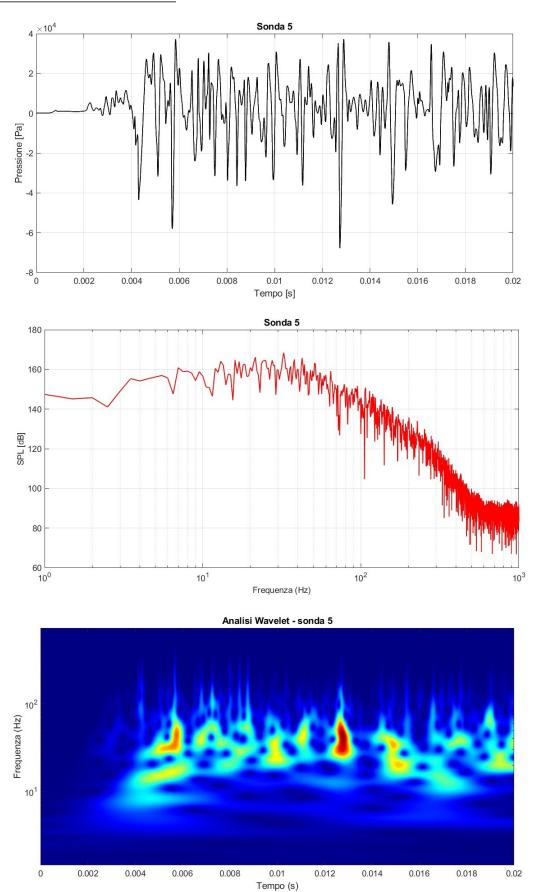
Sonda 3 - distanza lunga (Figura 47)



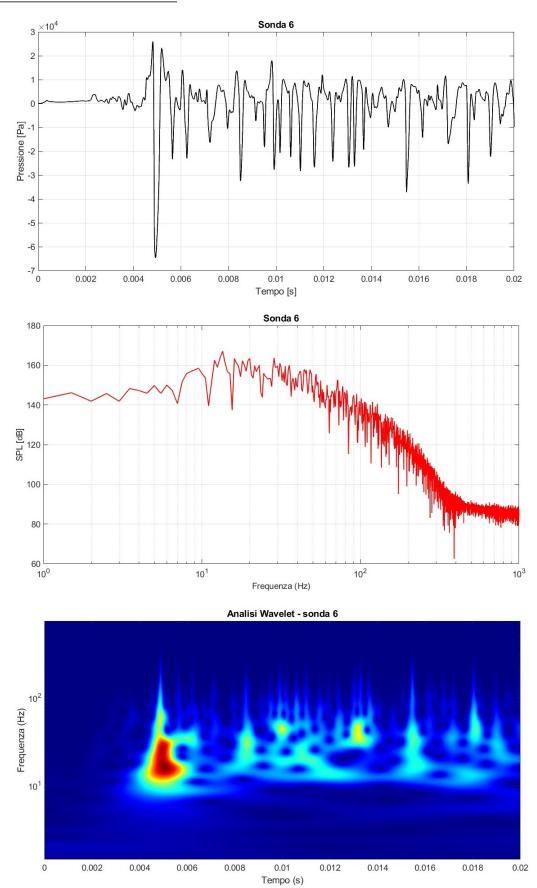
Sonda 4 - distanza lunga (Figura 48)



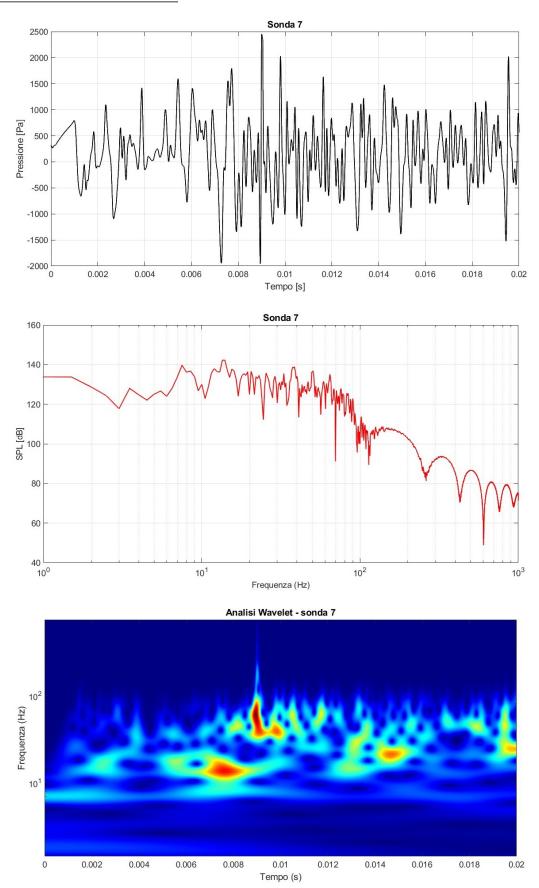
Sonda 5 - distanza lunga (Figura 49)



Sonda 6 - distanza lunga (Figura 50)



Sonda7 - distanza lunga (Figura 51)



4.4.4 Analisi dei risultati delle sonde per la distanza lunga

Per la sonda 1, dall'analisi wavelet, si osserva un comportamento molto simile a quello della seconda simulazione. Al tempo t=0.00815s viene raggiunta da un'onda di pressione riflessa.

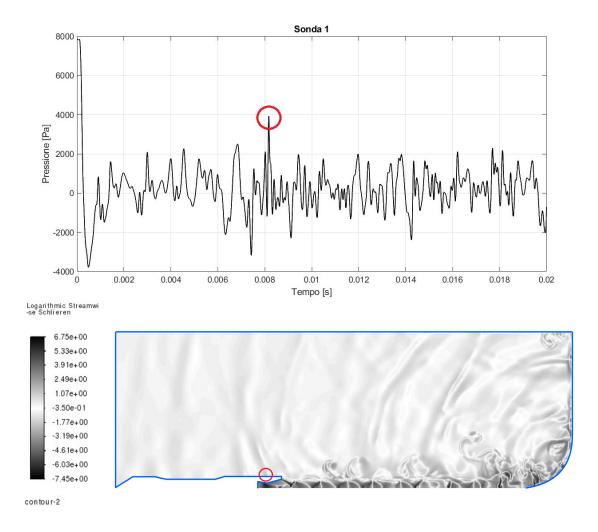


Figura 52: Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo t=0.00815s per la distanza lunga

Per le sonde sul flame deflector valgono le stesse considerazioni viste per la distanza media.

Per l'ultima sonda l'evento acustico più importante si verifica al tempo t=0.009s. È interessante notare che questo picco è lo stesso visto per la sonda 1 in precedenza: la differenza tra i due tempi è quanto impiega l'onda di pressione per percorrere la lunghezza del vettore fino a raggiungere la struttura di contenimento del payload.

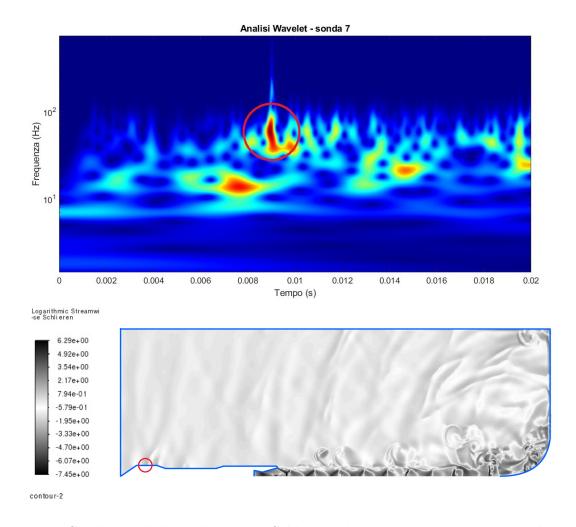


Figura 53: Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo t=0.009s per la distanza lunga

5 Confronto tra i casi

Verranno confrontati i risultati dei diversi casi, ponendo l'attenzione alle due sonde posizionate sulle pareti del VEGA.

5.1 Confronto dell'andamento dei segnali di pressione

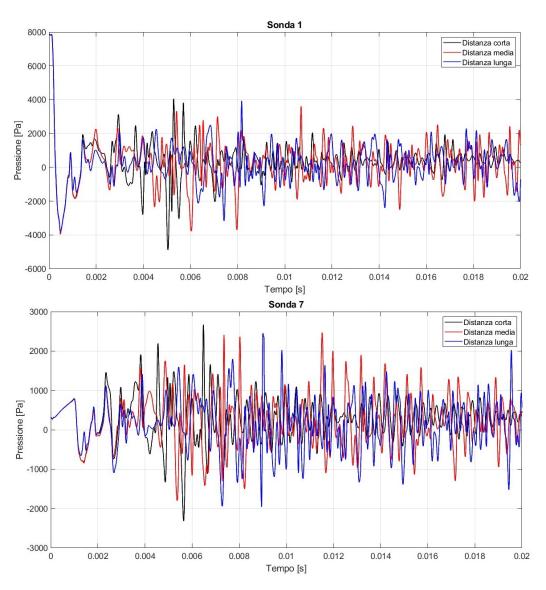


Figura 54: Confronto dell'andamento delle oscillazioni di pressione dei tre casi per le sonde 1 e 7

Per il primo caso, per entrambe le sonde, dopo il picco più significativo il segnale si smorza; gli altri due casi hanno invece delle oscillazioni meno smorzate.

Una spiegazione è da ricercarsi nella presenza di più onde d'urto nel getto sovraespanso (come visibile nelle figure 33 e 44), poiché maggiore è la distanza tra getto e parete, il che implica più fenomeni acustici (anche causati dal mixing noise).

5.2 Confronto dei SPL

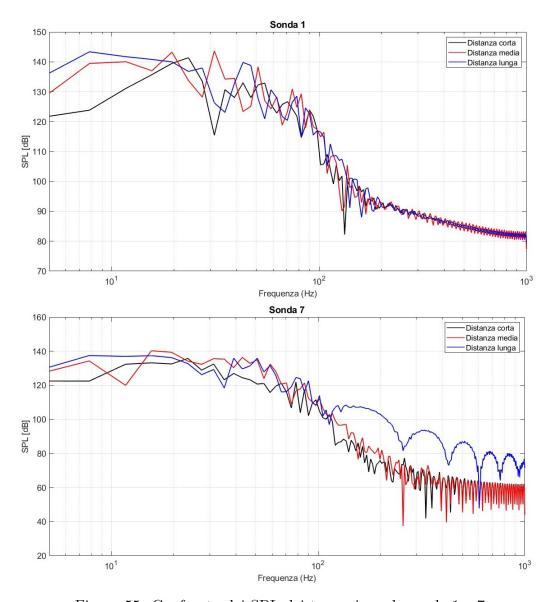


Figura 55: Confronto dei SPL dei tre casi per le sonde 1 e 7

Per la sonda 1 il SPL dei tre casi è sostanzialmente sovrapposto e dunque equiparabile. Si nota una piccola differenza alle basse frequenze per la distanza corta, che presenta il SPL più piccolo.

L'OSPL dei tre casi per la prima sonda vale rispettivamente:

Distanza corta	149.0 dB
Distanza media	$150.3~\mathrm{dB}$
Distanza lunga	150.2 dB

Come ci si aspettava, l'OSPL della prima simulazione è leggermente minore degli ultimi due casi, i quali hanno un OSPL pressoché identico.

Per la sonda 7 invece le differenze sono più marcate: alle alte frequenze la distanza lunga presenta un SPL maggiore rispetto agli altri due casi. Come già detto, questo è causato dal fatto che, maggiore la distanza, maggiore il tempo per il getto per produrre mixing e shock noise.

L'OSPL dei tre casi per la sonda 7 vale:

Distanza corta	$152.5~\mathrm{dB}$
Distanza media	154.3 dB
Distanza lunga	154.3 dB

Nonostante le differenze riscontrate nell'analisi di Fourier le ultime due simulazioni vedono un OSPL identico, il che suggerisce che gli eventi energetici più significativi sono compresi tra i 10 Hz e i 100 Hz.

5.3 Confronto degli scalogrammi

Come già evidenziato dai precedenti confronti, per la sonda 1, c'è una sostanziale somiglianza negli eventi acustici registrati (specialmente per gli ultimi due casi). Anche dall'analisi wavelet, si osserva uno smorzamento per la prima simulazione dopo il fenomeno energetico più significativo (di cui si è già discusso). Per la distanza media e per quella lunga si riscontrano inoltre più eventi alle basse frequenze.

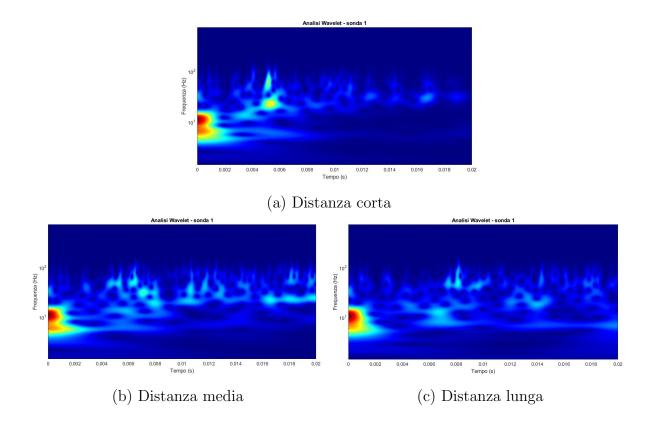


Figura 56: Confronto degli scalogrammi dei tre casi per la sonda 1

Per la sonda 7 è interessante innanzitutto notare come gli eventi acustici vengano registrati a partire da un tempo necessario a far sì che le onde di pressione la raggiungano. Per la distanza corta si osserva nuovamente una sorta di smorzamento superato il picco di potenza del segnale. Invece per gli altri due casi, in particolar modo per l'ultimo, sono presenti dei fenomeni energetici alle alte frequenze anche negli ultimi istanti della simulazione. Questo fa capire come i meccanismi di impingimento continuino a sommarsi al rumore prodotto dal getto stesso.

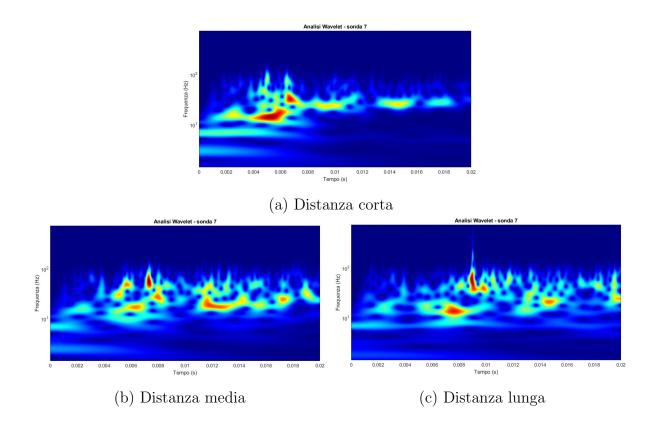


Figura 57: Confronto degli scalogrammi dei tre casi per la sonda 7

6 Conclusioni e sviluppi futuri

Ricapitolando, lo studio era volto ad investigare gli effetti dell'acustica sul VEGA durante il transitorio di accensione. In particolare si voleva capire come, dall'interazione tra il getto supersonico in uscita dall'ugello e il flame deflector, venissero sviluppati diversi fenomeni aeroacustici e quali fossero i loro effetti.

Si sono svolte tre simulazioni distinte, nelle quali si è andato ogni volta ad incrementare la distanza tra ugello e parete. Per tutte le simulazioni si è adottato un modello CFD inviscido in grado di cogliere le caratteristiche principali del getto: essendo sovraespanso, sono presenti i dischi di Mach, e, anche grazie alla visualizzazione tramite Schlieren, si sono colti i meccanismi di generazione delle onde di pressione.

In seguito, dall'analisi Fourier e wavelet, sono stati analizzati i segnali registrati dalle sonde di pressione, posizionate in maniera strategica.

È emerso come, per la prima simulazione, gli eventi acustici siano meno energetici: questo è stato evidenziato soprattutto dall'OSPL delle sonde 1 e 7, posizionate sulle pareti del lanciatore. Una spiegazione è da ricercare nel fatto che essendo minore la distanza è minore anche il tempo per la generazione del rumore causata dal mixing noise; sono inoltre di numero inferiore i dischi di Mach che si formano, dunque meno shock noise.

Per la seconda e per la terza simulazione si osserva, negli scalogrammi, un range di frequenze molto ampio che interessa la generazione di eventi acustici: questo prova come siano causati dal getto stesso e dalla sua interazione con la parete, in maniera più significativa rispetto al primo caso.

Nell'ultima simulazione, come si evince dalla figura 44, viene osservata della dissipazione numerica; tuttavia non è stato previsto un modello per descrivere la turbolenza: questo fa sì che, nonostante la distanza aumenti, nel getto siano comunque presenti urti che si protraggono fino a quando questo non incontra il flame deflector.

Nonostante la semplicità del modello numerico adottato, i risultati sono realistici e permettono di descrivere e simulare in maniera fedele gli effetti dell'acustica sul vettore nelle sue primissime fasi di funzionamento.

Da ultimo si forniscono alcuni spunti per la continuazione di questa ricerca; in particolare si potrebbe:

- modificare la geometria del flame deflector al fine di ottenere una soluzione che minimizzi i carichi di pressione a parità di distanza ugello-parete;
- studiare ulteriori casi nei quali viene mantenuta invariata la geometria e la distanza ma si aumenta il tempo della simulazione. Questo potrebbe essere interessante soprattutto per le ultime due simulazioni per osservare se si verifica uno smorzamento come per il primo caso;
- integrare un modello di turbolenza realistico che porti alla dissipazione dei dischi di Mach. Una volta ottenuto ciò, potrebbero essere svolte nuovamente le simulazioni presentate in questo studio, per cercare di capire se le differenze nei risultati sono sostanziali;
- svolgere un'analisi strutturale per comprendere gli effetti dei carichi di pressione sulla struttura del VEGA e sui payloads che trasporta. Dal momento che molte realtà nel mondo dei lanciatori stanno virando verso soluzioni non più expendable, investigare su alcuni fenomeni strutturali (ad esempio la fatica), risulta competitivo in un'ottica di vettore riutilizzabile.

Appendice A: fluidodinamica computazionale

La fluidodinamica computazionale (CFD) è una branca che integra la meccanica dei fluidi con la matematica e l'informatica: sfrutta cioè metodi numerici e algoritmi per analizzare e risolvere problemi legati ai fluidi in movimento. L'utilizzo della CFD spazia in moltissimi campi dell'ingegneria (aerospaziale, meccanica, biomedica, civile, eccetera), e permette di simulare situazioni molto complesse per cui sarebbe impossibile eseguire delle prove fisiche, oltre che di effettuare moltissimi test in maniera rapida ed economica.

La storia della fluidodinamica computazionale vede la luce nei primi anni del ventesimo secolo, ma è a partire dagli anni Sessanta che ha iniziato a registrare dei progressi significativi.

La CFD si fonda sulla risoluzione delle equazioni di Navier-Stokes (le equazioni fondamentali che descrivono il moto dei fluidi). Per poter risolvere numericamente queste equazioni, descritte da integrali molto complessi, si fa ricorso alla discretizzazione, che permette di dividere il dominio in migliaia (se non milioni) di celle; per farlo vengono utilizzati dei metodi numerici basati sui volumi finiti, sulle differenze finite o sugli elementi finiti.

A.1 Equazioni di governo

Vengono ricavate dalla conservazione della massa, dalla seconda legge di Newton e dalla conservazione dell'energia. Si derivano considerando un certo spazio chiamato $volume\ di\ controllo$; per Ω si intenderà il volume di controllo e per S la sua superficie.

A.1.1 Conservazione della massa

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \, d\Omega + \int_{S} \rho oldsymbol{v} \cdot oldsymbol{n} \, dS = 0$$

dove ρ è la densità, \boldsymbol{v} è la velocità e \boldsymbol{n} è il vettore ortogonale alla superficie S.

A.1.2 Conservazione della quantità di moto

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \boldsymbol{v} \, d\Omega + \int_{S} \rho \boldsymbol{v} \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n} \, dS = \sum \boldsymbol{f}$$

dove \boldsymbol{f} sono le forze agenti sul volume di controllo. Esse comprendono:

- forze di superficie come pressione, sforzo di taglio e tensione superficiale. Vengono descritte dal tensore degli sforzi T;
- forze di volume come gravità, forza centrifuga, forza di Coriolis, forze elettromagnetiche, eccetera. Sono descritte dal simbolo \boldsymbol{b} , che rappresenta le forze di volume per unità di massa.

Il tensore degli sforzi è così definito:

$$T = -\left(p + \frac{2}{3}\mu\nabla\cdot\boldsymbol{v}\right)I + 2\mu D$$

dove μ è la viscosità dinamica, I è la matrice identità, p è la pressione statica e D è il tensore delle velocità di deformazione; quest'ultimo viene definito nel seguente modo:

$$D = \frac{1}{2} \left(\nabla \boldsymbol{v} + \nabla \boldsymbol{v}^T \right)$$

L'equazione di conservazione può essere riscritta come segue:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \boldsymbol{v} \, d\Omega + \int_{S} \rho \boldsymbol{v} \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n} \, dS = \int_{S} T \cdot \boldsymbol{n} \, dS + \int_{\Omega} \rho \boldsymbol{b} \, d\Omega$$

A.1.3 Conservazione dell'energia

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho h \, d\Omega + \int_{S} \rho h \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n} \, dS = \int_{S} k \nabla T \cdot \boldsymbol{n} \, dS + \int_{\Omega} (\boldsymbol{v} \cdot \nabla p + \overline{S} \nabla \boldsymbol{v}) \, d\Omega + \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} p \, d\Omega$$

dove h è l'entalpia, T è la temperatura, k è la conduttività termica, \overline{S} è la parte viscosa del tensore degli sforzi ($\overline{S} = T + pI$).

Il termine sorgente rappresenta il lavoro fatto dalla pressione e dalle forze viscose e può essere trascurato nei flussi incompressibili.

Una semplificazione ulteriore si ottiene considerando un fluido con calore specifico costante, ed in tal caso l'equazione di diffusione per la temperatura risulta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho T \, d\Omega + \int_{S} \rho T \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{n} \, dS = \int_{S} \frac{\mu}{Pr} \nabla T \cdot \boldsymbol{n} \, dS$$

dove Pr è il numero di Prandtl.

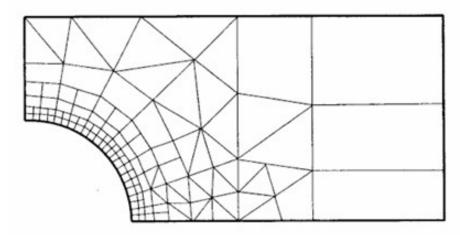
A.2 Metodi di discretizzazione

Se si esprimono le equazioni di conservazione appena viste in forma differenziale si ottengono le equazioni di Navier-Stokes. Poiché sono delle *PDE* (partial differential equations) molto difficili da risolvere si fa ricorso a dei metodi numerici.

I luoghi discreti nel quale devono essere calcolate le variabili sono definiti da una cosiddetta griglia numerica: essa è sostanzialmente una rappresentazione discreta del dominio geometrico del problema che deve essere risolto. La griglia permette di dividere il dominio della soluzione in un numero finito di sottodomini (elementi, volumi di controllo, eccetera). Si distinguono due tipi di griglie:

- griglie strutturate. Consistono in famiglie di linee di griglia tali per cui i membri di una singola famiglia non si incrociano tra di loro, ed ogni membro incrocia tutti i membri delle altre famiglie una sola volta. Questo permette di numerare in maniera consecutiva le linee, e fa sì che ogni punto sulla griglia sia univocamente definito da due o tre coordinate (in 2D o 3D rispettivamente). Questo tipo di struttura risulta particolarmente vantaggiosa per la risoluzione numerica. Lo svantaggio principale risiede nel fatto di poter essere utilizzata solamente per geometrie molto semplici (in figura 18 si ha un esempio di griglia strutturata);

- griglie non strutturate. Sono utilizzate per poter adattare la griglia a tutte le geometrie. Vengono impiegate in particolar modo per i metodi ai volumi finiti e agli elementi finiti (di cui si discuterà in seguito). Gli elementi della griglia possono essere di qualunque forma, ma nella pratica si utilizzano triangoli e quadrilateri in 2D e tetraedri o esaedri in 3D; esistono algoritmi in grado di generare automaticamente le griglie in questo modo. Tuttavia la matrice del sistema delle equazioni algebriche non è più regolare e diagonale, il che rende la risoluzione più lenta rispetto alle griglie strutturate.

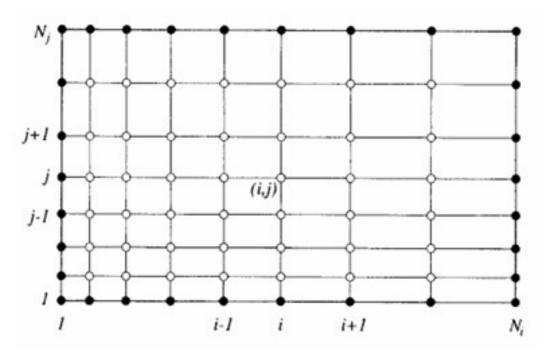


Esempio di griglia non strutturata da [16]

A.2.1 Metodi alle differenze finite

In questi metodi il dominio della soluzione è ricoperto da una griglia e in ogni punto della griglia l'equazione differenziale viene stimata sostituendo le derivate parziali con delle approssimazioni in termini di valori nodali delle funzioni. Il risultato è l'ottenimento di un'equazione algebrica per ogni nodo, nel quale il valore della variabile in quel punto e un certo numero di nodi vicini appaiono come incognite. Vengono inoltre utilizzate espansioni della serie di Taylor o dei fitting polinomiali per ottenere approssimazioni delle derivate prime e seconde.

Questo tipo di metodi risulta semplice ed efficace per le griglie strutturate. Lo svantaggio sta invece nel fatto che la conservazione non viene garantita; inoltre le differenze finite vengono ristrette a delle geometrie semplici, il che è un problema significativo nello studio di flussi complessi.

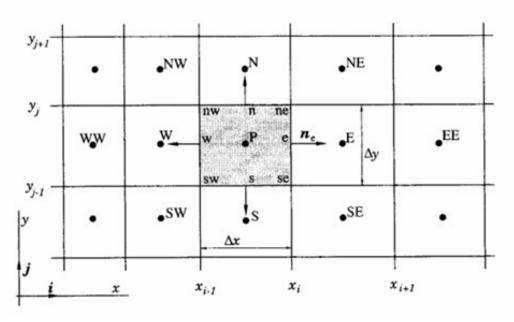


Esempio di una griglia strutturata 2D per un metodo alle differenze finite da [16]

A.2.2 Metodi ai volumi finiti

In questo tipo di metodi il dominio della soluzione è suddiviso in un numero finito di volumi di controllo contigui, nei quali vengono applicate le equazioni di conservazione. Nel centro di ogni volumetto c'è un nodo computazionale dove i valori delle variabili devono essere calcolate. Viene utilizzata l'interpolazione per esprimere i valori delle variabili sulla superficie del volumetto in termini di valori nodali. Gli integrali di volume e di superficie sono approssimati utilizzando delle opportune formule di quadratura. I metodi ai volumi finiti possono accomodare ogni tipo di griglia, quindi ogni tipo di geometria. La griglia definisce solamente i limiti del volume di controllo e non necessita dunque di essere associata ad un sistema di coordinate.

Lo svantaggio di questi metodi, comparati alle differenze finite, è che i metodi di ordine superiore al secondo sono molto complessi da sviluppare in 3D; questo è dovuto al fatto che l'approccio ai volumi finiti richiede tre livelli di approssimazione: interpolazione, differenziazione ed integrazione.



Esempio di un tipico volume di controllo e della notazione utilizzata per una griglia strutturata 2D da [16]

A.2.3 Metodi agli elementi finiti

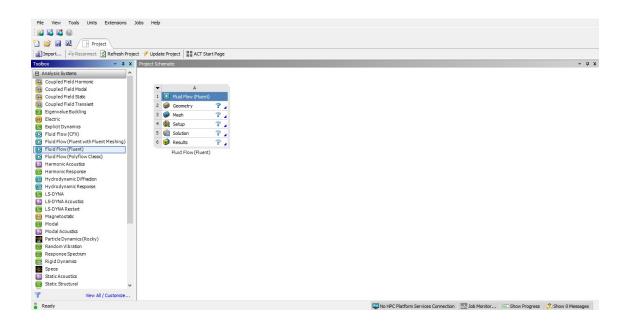
Sono molto simili ai volumi finiti. Il dominio viene partizionato in una serie di volumi discreti o elementi finiti generalmente non strutturati; in 2D sono di solito triangoli o quadrilateri, mentre in 3D vengono utilizzati tetraedri o esaedri. La caratteristica delle differenze finite è che le equazioni vengono moltiplicate per una weight function prima di essere integrate sull'intero dominio. Nei metodi più semplici la soluzione, per ogni elemento, è approssimata da una funzione lineare in modo che ne venga garantita la continuità. Questa approssimazione viene poi sostituita dall'integrale pesato della legge di conservazione.

Un vantaggio di questo tipo di metodi è l'abilità di adattarsi ad ogni tipo di geometria: le griglie possono essere facilmente raffinate. Il principale problema invece, tipico di qualsiasi metodo che si applica a griglie non strutturate, risiede nelle matrici delle equazioni linearizzate, le quali non sono costruite bene come quelle delle griglie strutturate e rende più difficile trovare delle soluzioni efficienti dal punto di vista numerico.

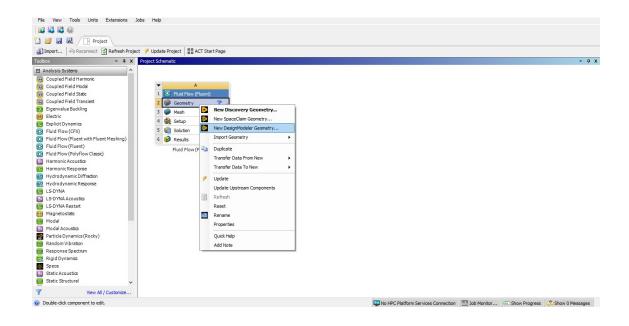
Appendice B: tutorial per l'utilizzo di Ansys

B.1 Ansys Workbench

Occorre innanzitutto aprire il Workbench di Ansys. Una volta aperto, nella schermata a sinistra nominata Analysis Systems bisogna selezionare l'opzione Fluid Flow (Fluent).

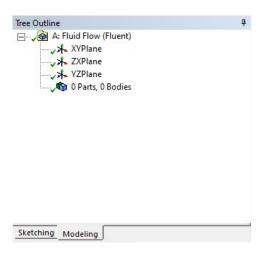


All'interno di *Project Schematic*, cliccando con il tasto destro su *Geometry*, si seleziona *New DesignModeler Geometry*.

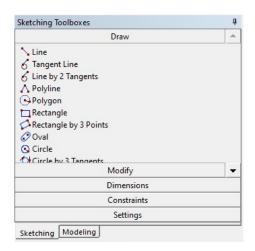


B.2 Design Modeler

All'interno di questo tool verrà definita la geometria. Poiché la simulazione è 2D si deve selezionare un piano, ad esempio quello XY, sulla sinistra della schermata. Inoltre, se nella sezione *Graphics*, si clicca sulla freccia che identifica l'asse Z, ci si dispone con la visualizzazione nel piano XY.

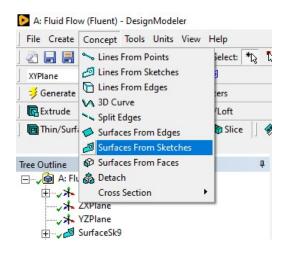


Cliccando su *Sketching* si può partire con il design della geometria. Si aprirà una schermata nella quale sono disponibili varie opzioni. Su *Draw* si possono selezionare i diversi strumenti per disegnare, su *Modify* si possono effettuare le modifiche, mentre *Dimensions* è molto utile per assegnare le dimensioni desiderate per ogni elemento geometrico dello sketch.



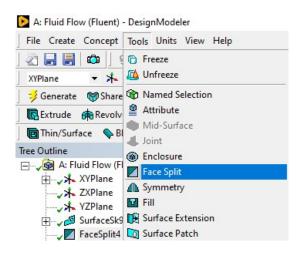
Una volta che viene completato lo schizzo, si deve cliccare su *Generate* in alto a sinistra (facilmente identificabile dall'icona di un fulmine giallo).

A questo punto si può selezionare, nel menù in alto a sinistra, l'opzione Concept seguita da Surfaces From Sketches. Sulla schermata che si apre, nominata Details View, come Base Objects si seleziona lo sketch appena creato.



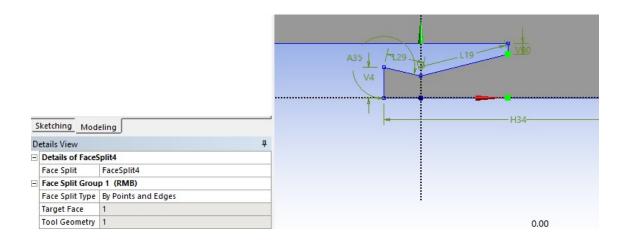
Premendo nuovamente Generate si crea una superficie.

Per ultimo, nuovamente nel menù in alto a sinistra, su *Tools* si clicca *Face* Split.



La divisione della superficie viene fatta per facilitare la creazione della mesh.

Sempre in *Details Wiev*, su *Face Split Type* si deve selezionare *By Points and Edges*: questo impone a Design Modeler di dividere nei punti che vengono decisi dall'utente. I punti da selezionare sono quelli che delimitano la sezione d'uscita dell'ugello (evidenziati in verde nell'immagine che segue).



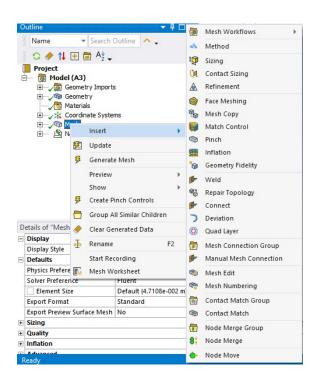
Selezionato per l'ultima volta il tasto *Generate*, su *File* si salva e si chiude Design Modeler.

Si passa ora alla creazione della mesh.

B.3 Meshing

Nel Workbench si clicca su Mesh e verrà aperto da Ansys il tool Meshing. Se la geometria è stata creata in modo corretto, verrà visualizzata all'apertura del programma.

Nel menù *Outline* di sinistra, cliccando con il tasto destro su *Mesh*, la prima opzione che compare è *Insert*: qui appariranno tutte le caratteristiche che è possibile attribuire alla mesh.

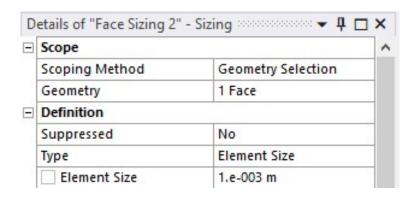


Si parte con la definizione di un *Method*; nella sezione *Details* che si apre in basso a sinistra, in *Geometry* si seleziona la geometria mentre in *Definition-Method* si deve inserire *Quadrilateral Dominant*. Questo permette di creare una griglia quanto più strutturata possibile.

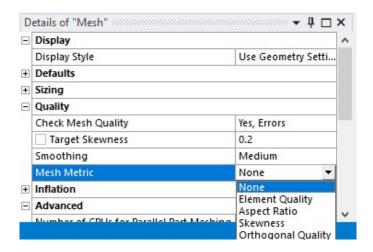
Scope		
Scoping Method	Geometry Selection	
Geometry	1 Body	
Definition		
Suppressed	No	
Method	Quadrilateral Dominant	
Element Order	Use Global Setting	
Free Face Mesh Type	All Quad	

Si ricorda, al termine di ogni operazione, di selezionare *Generate* nella barra in alto.

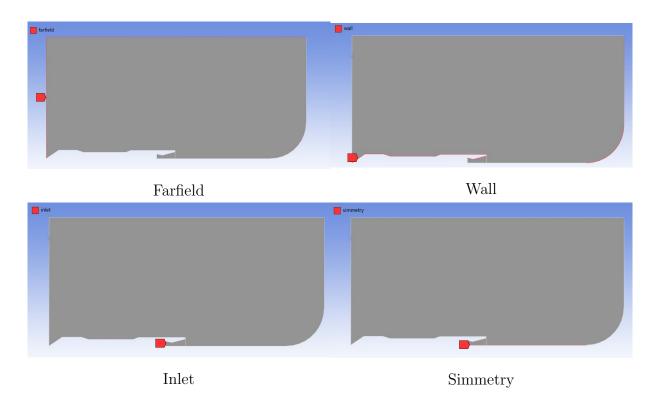
Lo step successivo è la creazione di un Sizing dedicato ad ognuna delle due superfici ottenute con il $Face\ Split$ definito in precedenza. Per l'ugello, sempre su Details-Definition, in Type si sceglie l'opzione $Element\ Size$ e nel rettangolo sotto si impongono delle dimensioni di 1mm.



Per l'altra superficie si ripetono gli stessi passaggi, imponendo però delle dimensioni di 2mm; in tal modo viene raffinata la zona dell'ugello. Se si vuole controllare la bontà della mesh, cliccando su Mesh nell'Outline, andando su Details-Quality, su Mesh Metric si possono selezionare diversi parametri (Element Quality, Aspect Ratio, Skewness o Orthogonal Quality).



Da ultimo è necessario creare le *Named Selections*, fondamentali per la definizione delle condizioni al contorno. Selezionando gli *Edges* (servendosi del tasto Ctrl per selezionarne più d'uno), cliccando con il tasto destro *Insert-Named Selections* si possono fornire i nomi desiderati.



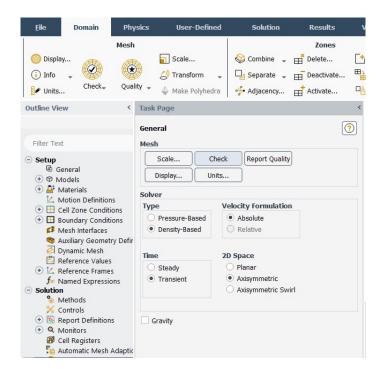
Salvando, è possibile uscire dal programma e proseguire con il passaggio successivo.

B.4 Fluent

Si passa ora all'utilizzo del programma Fluent. Dal Workbench, premendo su Setup si aprirà la schermata di inizializzazione Fluent Launcher: su Solver Options si può spuntare Double Precision, mentre su Solver Processes si possono indicare quanti processori utilizzare per il calcolo in parallelo. Ovviamente tali caratteristiche non sono univoche, ma dipendono dal calcolatore.



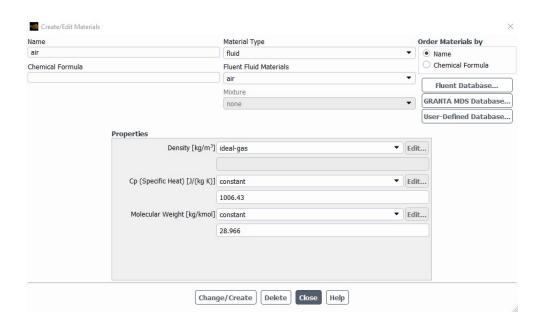
Una volta partito il programma si procede con il setup della simulazione. Innanzitutto, appena aperto *Fluent*, nella sezione *Outline View-Setup-General-Mesh* si clicca su *Check*, in maniera da verificare la corretta importazione della mesh.



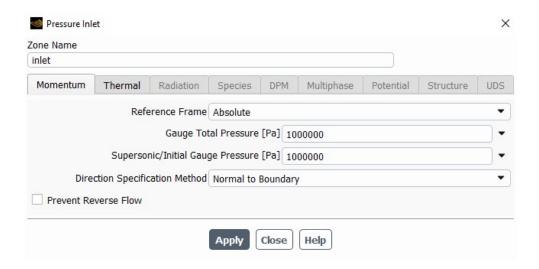
Come riportato dall'immagine precedente si deve inoltre, nella sezione *Solver*, andare a selezionare le opzioni *Density-Based, Transient e Axisymmetric*.

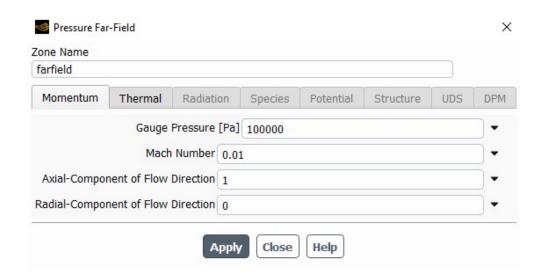
Su Setup, in Models è necessario impostare Energy-on. Sempre in questa sezione, su Viscous si deve selezionare Inviscid.

Si prosegue su *Materials-Fluid*, dove si imposta come fluido l'aria nelle condizioni di gas ideale. La schermata che si apre deve essere modificata così:

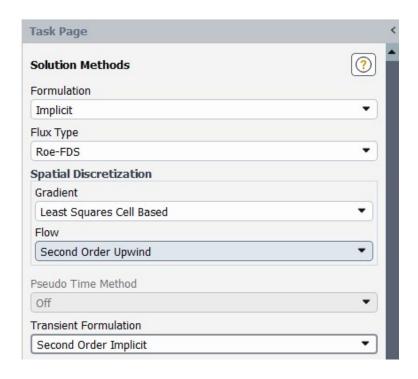


Cliccando su Boundary Conditions su Type si imposta per l'Inlet, Pressure-Inlet e per Farfield, Pressure-Far-Field. Selezionando Edit, le schermate che si aprono vanno modificate così:





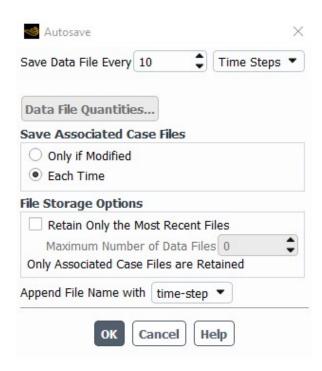
Per entrambe, su *Thermal* va impostata una temperatura di 300K. Si continua su *Solution-Methods*, dove si impongono le seguenti opzioni:



Sempre su Solution, in Controls si imposta un Courant Number pari a 3. Nella medesima sezione su Initialization si procede con Hybrid Initialization.

Su Calculation Activities si crea un Autosave; questo passaggio è fondamentale, ad esempio, per poter visualizzare gli Schlieren a diversi istanti temporali. In base alla memoria disponibile, si può scegliere ogni quanti timesteps effettuare il salvataggio; inoltre nella schermata che si apre, su Save Associated Case Files è necessario selezionare Each Time, mentre su

Data File Quantities si possono verificare, e nel caso aggiungere, tutte le grandezze che si vogliono salvare.



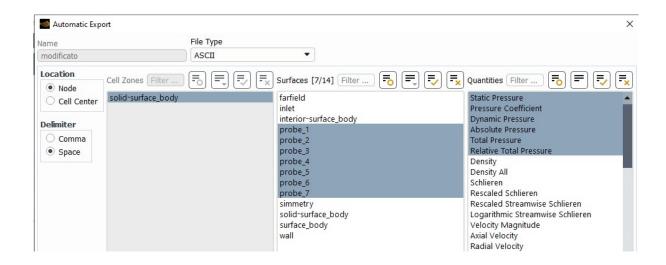
Per creare le sonde di pressione in Results-Surfaces, tasto destro, New-Point:



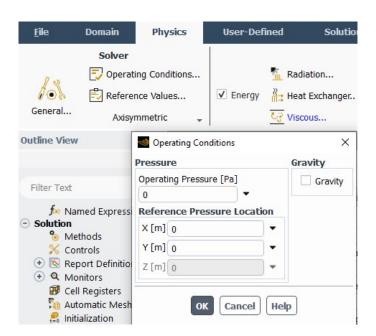
Per ogni punto devono essere inserite le coordinate della sonda, in base a dove la si vuole porre. Per avere dei valori molto precisi delle coordinate si può utilizzare il tool *Design Modeler*, andando a disegnare dei punti nello schizzo; tramite il comando *Dimensions* si può poi conoscere il valore in ascissa ed ordinata da utilizzare quando vengono create le sonde.



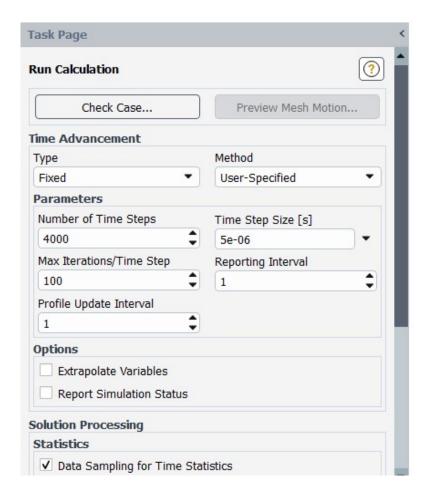
Sempre in Calculation Activities, su Automatic Export è possibile andare a salvare i dati delle sonde su dei file di testo in una cartella specificata dall'utente. È necessario selezionare le sonde create in Surfaces e le grandezze di interesse su Quantities (in questo caso riguardano la pressione). Se si esporta su file di tipo .txt, non ci sono grandi problemi di memoria e dunque si consiglia di salvare i dati per ogni timestep.



Nel menù in alto, su *Physics* in *Operating Conditions* si devono porre a zero tutte le grandezze:



Infine su Run Calculation vengono selezionate le ultime impostazioni: la simulazione utilizzerà 4000 timesteps, ognuno di grandezza $5 \cdot 10^{-6} s$, per un tempo totale di 0.02s.



Sempre in questa sezione, cliccando su ${\it Calculate}$ si fa partire la simulazione.

Elenco delle figure

1	Rifornimento di un dimostratore per il rientro atmosferico con	4
2	idrazina	4 5
2 3	Schema dei componenti di un endoreattore a propellenti liquidi	6
	Schema di un endoreattore a propellenti solidi	8
4	Configurazione del VEGA-C	9
5	Motore P120 C	
6	Motore Zefiro 40	10
7	Motore Zefiro 9	11
8	Motore AVUM	12
9	Struttura di un getto sovraespanso	13
10	Illustrazione del mixing noise	14
11	Illustrazione dello shock noise	15
12	Esempio di un test di SSWS	16
13	Esempio di flame deflectors posizionati al di sotto della strut-	
	tura di supporto del lanciatore	16
14	Rappresentazione del meccanismo IOP	17
15	Rappresentazione del meccanismo DOP	18
16	VEGA posizionato sulla rampa di lancio	19
17	Geometria della distanza corta	24
18	Particolare della mesh dell'ugello	25
19	Named selections	25
20	Posizione delle sonde di pressione	27
21	Contour del numero di Mach per la distanza corta al tempo	
	$t = 0.02s \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots $	28
22	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi wavelet	
	della sonda 1 per la distanza corta	29
23	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi wavelet	
	della sonda 2 per la distanza corta	30
24	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi wavelet	
	della sonda 3 per la distanza corta	31
25	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi wavelet	
	della sonda 4 per la distanza corta	32
26	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi wavelet	
_0	della sonda 5 per la distanza corta	33
27	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi wavelet	55
-·	della sonda 6 per la distanza corta	34

28	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi wavelet della sonda 7 per la distanza corta
29	Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo $t = 0.00525s$
<i>29</i>	per la distanza corta
30	Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo $t = 0.00165s$
30	per la distanza corta
31	Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo $t = 0.0065s$
91	• • • • • • • • • • • • • • • • • • •
32	per la distanza corta
	Geometria della distanza media
33	Contour del numero di Mach per la distanza media al tempo
34	t = 0.02s
94	della sonda 1 per la distanza media
35	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet
99	della sonda 2 per la distanza media
36	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet
30	della sonda 3 per la distanza media
37	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet
91	della sonda 4 per la distanza media
38	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet
3 0	della sonda 5 per la distanza media
39	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet
00	della sonda 6 per la distanza media
40	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet
40	della sonda 7 per la distanza media
41	Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo $t = 0.01065s$
11	per la distanza media
42	Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo $t = 0.00735s$
	per la distanza media
43	Geometria della distanza lunga
44	Contour del numero di Mach per la distanza lunga al tempo
	t=0.02s
45	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet
	della sonda 1 per la distanza lunga
46	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet
10	della sonda 2 per la distanza lunga
47	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet
-•	della sonda 3 per la distanza lunga

48	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet	
	della sonda 4 per la distanza lunga	55
49	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet	
	della sonda 5 per la distanza lunga	56
50	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet	
	della sonda 6 per la distanza lunga	57
51	Andamento della pressione, analisi di Fourier e analisi Wavelet	
	della sonda 7 per la distanza lunga	58
52	Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo $t=0.00815s$	
	per la distanza lunga	59
53	Gradiente di densità tramite Schlieren al tempo $t=0.009s$	
	per la distanza lunga	60
54	Confronto dell'andamento delle oscillazioni di pressione dei	
	tre casi per le sonde 1 e 7	61
55	Confronto dei SPL dei tre casi per le sonde 1 e 7	62
56	Confronto degli scalogrammi dei tre casi per la sonda 1	64
57	Confronto degli scalogrammi dei tre casi per la sonda 7	65

Bibliografia

- [1] George P. Sutton, Oscar Biblartz, Rocket Propulsion Elements, Wiley 9^a edizione, 2016
- [2] Dario Pastrone, Dispense del corso di Endoreattori, Politecnico di Torino, A.A. 2023/24
- [3] Ariane Group, VEGA C User's Manual Issue 0 Revision 0 disponibile su https://ariane.group/app/uploads/sites/4/2024/10/Vega-C -users-manual-Issue-0-Revision-0.pdf, 2018

[4] Sito Avio:

- a) https://www.avio.com/vega-c, 2025
- b) https://www.avio.com/it/p120-c, 2025
- c) https://www.avio.com/it/zefiro-40, 2025
- d) https://www.avio.com/it/zefiro-9, 2025
- e) https://www.avio.com/it/avum, 2025
- f) https://www.avio.com/it/propulsione, 2025
- g) https://www.avio.com/it/press-release/successo-primo-test-motor e-p120c, 2018

[5] Sito Esa

- a) https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/1998/01/ARD_hydrazine_loading#:~:text=01/01/1998%201870%20views,Archive%20Ar%2D503%20ARD%20Ariane, 1998
- b) https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Transportation/Vega/The_Vega_stages, 2025
- c) https://www.esa.int/var/esa/storage/images/esa_multimedia/images/2012/01/vega_vv01_on_launch_pad/9944464-2-eng-GB/Vega_V V01_on_launch_pad_pillars.jpg, 2012

- [6] Gaetano Iuso, Dispense del corso di Gasdinamica, Politecnico di Torino, A.A. 2023/24
- [7] Giacomo Della Posta, Emanuele Martelli, Fulvio Stella, Daniele Barbagallo, Agostino Neri, Francesco Salvadore, Matteo Bernardini, High-fidelity simulations of the aeroacoustic environment of the VEGA launch vehicle at lift-off disponibile su https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793023001706?via%3Dihub, 2023

[8] Nasa:

- a) Acoustic Loads Generated By The Populsion System disponibile su https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19710023719/downloads/19710023719.pdf, 1971
- b) Predictions of Supersonic Jet Mixing and Shock-Associated Noise Compared With Measured Far-Field Data disponibile su https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20100022152/downloads/20100022152.pdf, 2010
- c) Impact of Air Injection on Jet Noise disponibile su https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20080002268/downloads/20080002268.pdf, 2007
- d) SLS Ignition Overpressure-Sound Suppression System Performance Evaluated Against Historical Configurations disponibile su https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20230016919/downloads/SLS%20Ignition%20Overpressure%20Sound.pdf
- e) https://www.nasa.gov/image-article/exploration-ground-systems-launch-countdown-demonstration-pad-39b/, 2020
- f) https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/model-solid-rocket-engine/, 2025
- [9] R. Venkatraman, S. Sankaran, G. Krishnaiah, P. Malleswara Rao, P. K. Vivekanand, T. Sundararajan, Understanding Ignition over Pressure During Start Up of Typical Scaled Down Solid Rocket Motors, Indian Journal of Science and Technology, 2015

- [10] Ronald N. Bracewell, *The Fourier Transform And Its Applications* disponibile su https://archive.org/details/TheFourierTransformAndItsApplicationsBracewell/mode/2up?view=theater, 2000
- [11] Letizia Lo Presti, Fabio Neri, *L'Analisi dei Segnali*, CLUT editrice 2^a edizione, 1992
- [12] Christopher Torrence e Gilbert P. Compo, A Practical Guide to Wavelet Analysis, Bulletin of the American Meteorological Society disponibile su https://journals.ametsoc.org/view/journals/bams/79/1/1520-0477_1998_079_0061_apgtwa_2_0_co_2.xml?tab_body=pdf, 1998
- [13] Tiantian Guo, Tongpo Zhang, Enggee Lim, Miguel Lòpez-Benítez, Fei Ma, Limin Yu, A Review of Wavelet Analysis and Its Applications: Challenges and Opportunities disponibile su https://ieeexplore.ieee. org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=9785993, 2022
- [14] I. Daubechies, *Ten Lectures on Wavelets*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992
- [15] Sito MathWorks:
 - a) https://www.mathworks.com/discovery/sound-pressure-level.html, 2025
 - b) https://it.mathworks.com/help/wavelet/gs/continuous-wavelet-transform-and-scale-based-analysis.html, 2025
 - c) https://it.mathworks.com/help/wavelet/gs/choose-a-wavelet.htm l?searchHighlight=morlet+wavelet&s_tid=srchtitle_support_results_1 _morlet+wavelet, 2025
 - d) https://it.mathworks.com/help/signal/ug/scalogram-computation-in-signal-analyzer.html, 2025
- [16] J. H. Ferziger, M. Perić, Computational Methods for Fluid Dynamics, Springer 3^a edizione, 2002

- [17] Shayan Pakravan, What is Computational Fluid Dynamics? disponibile su https://cfdland.com/what-is-computational-fluid-dynamics-cfd/, 2025
- [18] Rajesh Bhaskaran, Lance Collins, *Introduction to CFD Basics* disponibile su https://dragonfly.tam.cornell.edu/teaching/mae5230-c fd-intro-notes.pdf