

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Chimica e
dei Processi Sostenibili



**Politecnico
di Torino**

Tesi di Laurea Magistrale

**Analisi CFD per la caratterizzazione idraulica
multidirezionale di strutture a Giroide**

Relatori

Candidato

Prof. Gianluca BOCCARDO

Francesco MUSARELLA

Prof.ssa Laura SAVOLDI

Dott.ssa Eleonora GAJETTI

Ottobre 2025

A mio padre

A mia madre

Analisi CFD per la caratterizzazione idraulica multidirezionale di strutture a Giroide

Francesco Musarella

Abstract

Le *Triply Periodic Minimal Surfaces* (TPMS), particolari strutture geometriche di crescente interesse scientifico, combinano un'elevata area specifica e buona permeabilità, caratteristiche che le rendono promettenti come riempimenti porosi strutturati in vari settori ingegneristici. Una delle applicazioni in cui le loro proprietà geometriche risultano particolarmente vantaggiose è quella degli scambiatori di calore ad alta intensità, ad esempio, per il settore nucleare. Tra loro, la *Giroide* rappresenta una delle opzioni più studiate a causa della sua versatilità e relativa fabbricabilità per mezzo di tecnologie additive. Questo studio di tesi punta a colmare una lacuna presente in letteratura riguardante il comportamento idraulico anisotropico di tale geometria, finora infatti, si sono indagate le loro proprietà idrauliche assumendo un'incidenza normale del flusso su una delle facce del dominio geometrico. Questo lavoro propone un'analisi sistematica al variare della direzione di incidenza, evidenziando come ciò alteri l'impedenza idraulica della struttura. La geometria in indagine è stata ottenuta isolando una cella unitaria della *Giroide*, scalata sulla dimensione in esame e sulla porosità richiesta. Successivamente si è costruita su di essa una mesh sottoposta a verifica di indipendenza così da selezionare un livello di riferimento coerente con accuratezza e costo computazionale. Le simulazioni fluidodinamiche sono state poi condotte per mezzo del software OpenFOAM, in condizioni di stazionarietà e flusso incomprimibile. Si è limitata l'indagine al solo regime laminare analizzando più configurazioni di porosità per delineare la relazione tra struttura e prestazioni di flusso. Per esplorare l'orientazione come variabile indipendente si è adottata una metodologia a due fasi: in primis una rotazione planare del vettore velocità atta a cogliere simmetrie e quindi ridurre l'intervallo di campionatura senza perdere risultati significativi; poi un'estensione spaziale in cui la direzione di deflusso è stata espressa in coordinate sferiche e campionate per mezzo di una griglia a passo non uniforme sulla sfera, così da assicurare una copertura omogenea delle direzioni possibili senza introdurre fenomeni di ridondanza che avrebbero incrementato inutilmente i tempi computazionali. Lo studio qui proposto può quindi costituire una base metodologica su cui innestare analisi successive, ad esempio di stampo termico o a regimi fluidodinamici turbolenti, mantenendo l'attenzione sugli effetti di un flusso arbitrariamente orientato rispetto al reticolo.

Indice

Elenco delle figure	V
Elenco delle tabelle	VII
Acronimi	VIII
Lista dei simboli	X
Introduzione	1
0.1 Triply Periodic Minimal Surfaces	1
0.2 Scopo e organizzazione della tesi	2
0.3 Computational Fluid Dynamics (CFD)	4
1 Cenni teorici	6
1.0.1 Navier-Stokes	6
1.0.2 Numero di Reynolds	7
1.0.3 Modelli porosi	9
1.0.4 Metodi numerici	10
2 Metodologia	13
2.1 <i>Workflow</i>	13
2.1.1 Generazione della geometria	14
2.1.2 Creazione della mesh	15
2.1.3 Setup della simulazione CFD	17
2.1.4 Esecuzione della simulazione CFD	19
2.1.5 Post-processing dei dati	20
2.1.6 Osservazioni finali sul <i>workflow</i>	21
2.2 Grid convergence	21
2.3 Setup simulazione al variare della direzione del flusso	26
2.3.1 Al variare di un angolo nel piano	26
2.3.2 Al variare di due angoli nello spazio	28
2.3.3 Proiezione triangolare baricentrica	32

3	Risultati	36
3.1	Allineamento con la letteratura: impostazione e confronto dei risultati	36
3.1.1	Caratterizzazione geometrica Giroide	38
3.1.2	Caratterizzazione idraulica Giroide	39
3.2	Simulazioni al variare di un angolo nel piano	40
3.2.1	Prova con periodicità diverse	42
3.2.2	Linee di flusso	43
3.3	Simulazioni al variare di due angoli nello spazio	47
3.3.1	Risultati porosità $\varphi = 0.3$	48
3.3.2	Risultati porosità $\varphi = 0.5$	49
3.3.3	Risultati porosità $\varphi = 0.7$	51
3.3.4	Confronto tra le varie porosità	52
3.3.4.1	Rappresentazione composita	54
4	Conclusioni	56
A	Script MATLAB	58
B	Grafici supplementari	64
	Bibliografia	67
	Ringraziamenti	73

Elenco delle figure

1	Geometrie: (a) <i>Giroide</i> (b) <i>Schwarz Diamond</i>	1
2	Riferimento angolare impiegato nello studio	3
3	(a) sezione e (b) vista dall'alto del campo di velocità all'interno di un reattore STR (<i>Stirred Tank Reactor</i>) [21]	4
1.1	Confronto schemi FOU e CDS [24]	12
2.1	Workflow di simulazione	14
2.2	Skewness e Aspect-ratio della mesh [27] [Fig. 6.12]	16
2.3	Mesh Giroide	17
2.4	Condizioni al contorno cicliche	18
2.5	Efficienza di parallelizzazione calcolo	20
2.6	Errore numerico sui risultati al variare della dimensione caratte- ristica di griglia	25
2.7	Angolo theta	26
2.8	Workflow per scomposizione con 1 angolo	27
2.9	Spicchio di sfera unitaria con angoli di riferimento	28
2.10	Tipologia griglie campionamento direzioni nello spazio	29
2.11	Workflow per scomposizione con 1 angolo	31
2.12	Triangolo per proiezione triangolare baricentrica	32
2.13	Confronto tra griglie componenti velocità	33
2.14	Griglia infittita per zone di interesse	34
2.15	Cubo nel primo ottante: angoli dall'origine e triangolo dimostrativo	35
3.1	Caratterizzazione geometrica TPMS [18]	38
3.2	Caratterizzazione idraulica TPMS Giroide (a) [18]	39
3.3	Andamento f al variare di θ	41
3.4	Andamento polare del fattore di attrito f al variare di θ per $\varphi = 0.5$	42
3.5	Confronto diverse ciclicità	43
3.6	Confronto campi di moto di Giroidi con diverse ciclicità	43
3.7	Esempio linee flusso per $\varphi = 0.5$; $Re = 100$; $\theta = \xi = 0^\circ$	44
3.8	Linee flusso per $\varphi = 0.5$; $Re = 100$; $\theta = 45^\circ$; $\xi = 0^\circ$	46

3.9	Linee di flusso per porosità $\varphi = 0.3$ e $\varphi = 0.7$ a diversi angoli di incidenza del flusso	46
3.10	Distribuzione del gradiente di pressione per $Re = 100$ e $\varphi = 0.3$	48
3.11	Rappresentazione diagramma triangolare $\varphi = 0.3$	49
3.12	Gradiente di pressione per $Re = 100$ e $\varphi = 0.5$	50
3.13	Rappresentazione diagramma triangolare $\varphi = 0.5$	50
3.14	Gradiente di pressione per $Re = 100$ e $\varphi = 0.7$	51
3.15	Rappresentazione diagramma triangolare $\varphi = 0.7$	51
3.16	Rappresentazione diagramma triangolare normalizzato $\varphi = 0.3$	52
3.17	Rappresentazione diagramma triangolare normalizzato $\varphi = 0.5$	53
3.18	Rappresentazione diagramma triangolare normalizzato $\varphi = 0.7$	53
3.19	Composizione andamento fattore di attrito per φ variabile	54
B.1	Andamento polare del fattore di attrito f al variare di θ per $\varphi = 0.3$	64
B.2	Andamento polare del fattore di attrito f al variare di θ per $\varphi = 0.5$	65
B.3	Andamento polare del fattore di attrito f al variare di θ per $\varphi = 0.7$	65
B.4	Composizione andamento del fattore di attrito per φ variabile (ingrandita per chiarezza)	66

Elenco delle tabelle

2.1	Tempi di esecuzione delle varie fasi della simulazione in funzione del numero di core.	20
2.2	Parametri di analisi per calcolo GCI.	23
3.1	Risultati geometrici — TPMS Giroide	38
3.2	Caratterizzazione idraulica TPMS Giroide $\varphi = 0.3$	39
3.3	Caratterizzazione idraulica TPMS Giroide $\varphi = 0.5$	40
3.4	Caratterizzazione idraulica TPMS Giroide $\varphi = 0.7$	40
3.5	Parametri linee di flusso per $Re = 100$; $\theta = \xi = 0^\circ$	45
3.6	Parametri linee di flusso per $Re = 100$; $\theta = 45^\circ$; $\xi = 0^\circ$	45

Acronimi

TPMS

Triply periodical minimal surfaces.

CFD

Computational fluid dynamics.

HPC

High Performance Computing.

GCI

Grid convergence index.

N-S

Navier-Stokes.

FVM

Finite volume method.

FOU

First order upwind.

CDS

Central difference scheme.

CTB

Coordinate triangolari baricentriche.

PDE

Partial differential equation.

ASME

American society of mechanical engineers.

SIMPLE

Semi-implicit method for pressure-linked equations.

RANS

Reynolds-averages Navier-stokes equations.

Lista dei Simboli

ρ	Densità del fluido	$[\text{kg m}^{-3}]$
μ	Viscosità dinamica del fluido	$[\text{Pa s}]$
ν	Viscosità cinematica del fluido	$[\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$
L_c	Lunghezza lato cella unitaria TPMS Giroide	$[\text{m}]$
Re	Numero di Reynolds (basato su D_h e u_s)	$[-]$
D_h	Diametro idraulico	$[\text{m}]$
P_w	Perimetro bagnato	$[\text{m}]$
V_f	Volume della fase fluida	$[\text{m}^3]$
V_{cella}	Volume della cella unitaria	$[\text{m}^3]$
A_w	Area bagnata	$[\text{m}^2]$
u_s	Velocità superficiale	$[\text{m s}^{-1}]$
$\bar{u}$	Velocità interstiziale	$[\text{m s}^{-1}]$
θ	Angolo azimutale	$[\circ]$
ξ	Angolo polare	$[\circ]$
φ	Porosità della struttura	$[-]$
$\Delta\theta$	Passo di discretizzazione azimutale	$[\circ]$
$\Delta\theta_{\text{loc}}$	Passo di discretizzazione azimutale locale	$[\circ]$
M	Parametro di risoluzione della griglia	$[-]$
h	Dimensione caratteristica griglia	$[\text{m}]$
N	Numero di celle	$[-]$
$b_x; b_y; b_z$	Pesi triangolari baricentrici	$[-]$

Introduzione

0.1 Triply Periodic Minimal Surfaces

Le *triply Periodic Minimal Surfaces* (TPMS) sono particolari superfici continue caratterizzate da un'intrinseca periodicità nelle tre direzioni spaziali. Questa peculiarità è da attribuire alla loro rappresentazione implicita di funzioni trigonometriche che definiscono un'interfaccia liscia e priva di discontinuità geometriche tra due domini spaziali. Lo studio delle TPMS inizia durante la seconda metà dell'ottocento in ambito prettamente teorico; è infatti Hermann Amandus Schwarz, matematico tedesco, a ipotizzare l'esistenza di geometrie tridimensionali, periodiche e con curvatura media nulla (*Schwarz Primitive* e *Schwarz Diamond*). È solo però durante il finire del millennio che nuove strutture geometriche vengono ipotizzate e, per la prima volta, modellate per mezzo dei calcolatori. Nel 1970 Alan H. Schoen del NASA Ames Research Center pubblica il report “*Infinite periodic minimal surfaces without self-intersections*” [1] introducendo per la prima volta la geometria Giroide che sarà al centro dell'attenzione di questo lavoro di tesi per le sue interessanti proprietà cicliche e per aver dimostrato buone caratteristiche nel campo fluidodinamico.

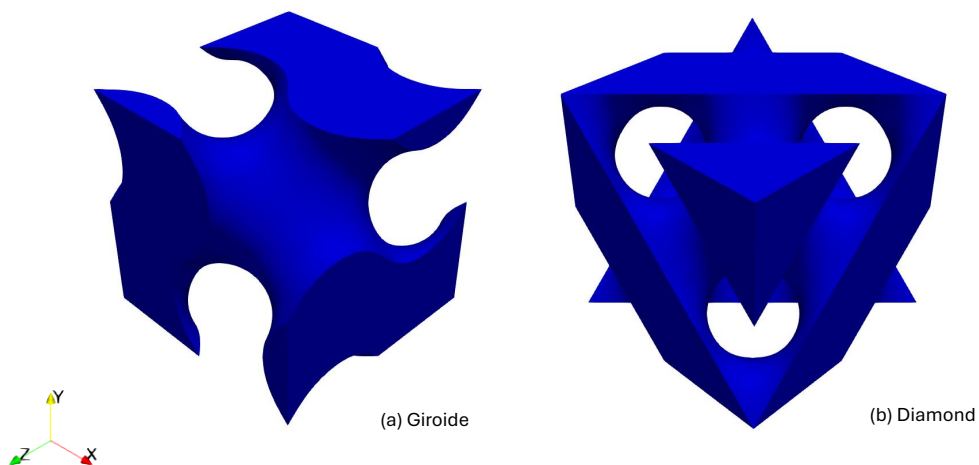


Figura 1: Geometrie: (a) *Giroide* (b) *Schwarz Diamond*

Sono però i recenti passi sulle tecniche di manifattura additiva (*additive manufacturing*) [2, 3, 4, 5] ad aver dato modo di realizzare manufatti con un elevato grado di complessità geometrica e, la fluidodinamica computazionale, ha permesso di studiare l'impiego in svariati settori ingegneristici approfondendo le loro prestazioni di impedenza idraulica e scambio termico in condizioni operative realistiche, sia tramite analisi numeriche sia attraverso campagne sperimentali su prototipi realizzati con manifattura additiva. [5, 6] Ad oggi le strutture TPMS sono oggetto di numerosi studi in diversi ambiti applicativi: in campo energetico, come riempimento per scambiatori di calore data la buona combinazione di elevata area specifica e moderate perdite di carico [7, 2] e, in campo biomedico, dove hanno mostrato risultati promettenti come *scaffolding* osseo [8, 9, 10]. Oltre a questi settori principali si studiano applicazioni nella filtrazione multifase, assorbimento della CO₂ [11] e catalisi eterogenea [12, 13], tutti ambiti in cui modulare simultaneamente proprietà meccaniche [14], termiche [15, 5] e idrauliche rappresenta un chiaro vantaggio strategico.

0.2 Scopo e organizzazione della tesi

Questo lavoro di tesi si concentra sull'analisi idraulica di superfici TPMS, con particolare attenzione alla struttura a Giroide. Si intende indagare, per mezzo di questo studio, un research gap riguardante l'anisotropia della struttura nei confronti del flusso. Le analisi fluidodinamiche condotte in letteratura prevedono che il flusso sia perpendicolare ad una specifica faccia della superficie stessa e che quindi, in virtù della ciclicità della struttura, che questo risultato sia rappresentativo e applicabile ad ogni faccia del dominio. Come evidenziato da Zhang et al. (2023) le TPMS presentano dei comportamenti fluidodinamici peculiari, in funzione dell'orientamento rispetto al flusso, introducendo variazioni significative nelle grandezze di interesse al variare dell'angolo tra la direzione del flusso e la faccia della struttura. Si intende estendere tale analisi fornendo una caratterizzazione dell'anisotropia della struttura gyroid approfondendo la relazione tra impedenza idraulica, regime fluidodinamico e direzione del flusso al fine di avere indicazioni utili per una progettazione consapevole in applicazioni ingegneristiche. Come primo passo si è deciso di condurre un'analisi dell'errore numerico legato alla discretizzazione spaziale usata nella simulazione CFD. Si è quindi applicato il Grid Convergence Index (GCI) secondo le indicazioni fornite dalla linea guida ASME V&V20 [17]. Questa procedura è stata applicata a quattro livelli diversi di raffinamento di mesh permettendo di stimare una soluzione asintotica e di quantificare l'incertezza numerica per le grandezze idrauliche in esame. Questa procedura ha identificato un livello di discretizzazione spaziale ottimale, permettendo di raggiungere un buon compromesso tra

solidità della soluzione numerica e tempi di calcolo. Questo primo passo si è rivelato di cruciale importanza per l'interpretazione dei risultati delle fasi di simulazione successiva. Dopo questa verifica numerica, i risultati preliminari ottenuti per mezzo della mesh selezionata sono stati confrontati con quelli ottenuti da Gajetti et al. [18] e relativi alla struttura gyroid. Il confronto è stato effettuato sia in termini di perdite di carico medie dovute all'attraversamento della struttura che, qualitativamente, osservando le distribuzioni di pressione e velocità. Si è riscontrata coerenza tra i risultati ottenuti e quelli in letteratura in quanto le differenze osservate ricadono nell'incertezza relativa associata ad entrambi i set di risultati. Stabilita quindi la solidità del modello, si è passati alla fase di indagine sul comportamento anisotropico, andando in prima battuta ad indagare il comportamento al variare di un solo angolo all'interno del piano e poi, generalizzando, implementando un secondo angolo per analizzare il comportamento nello spazio. In questo lavoro di tesi, per limitare l'effetto puramente geometrico-direzionale, si è optato per condurre le simulazioni in regime laminare, stazionario e isoterma. La metodologia proposta e, in particolare, lo schema di campionamento delle direzioni di deflusso costituisce una base di partenza su cui innestare ulteriori indagini, semplicemente ad altre tipologie di TPMS oppure implementando dei bilanci di energia per considerare gli aspetti termici del problema.

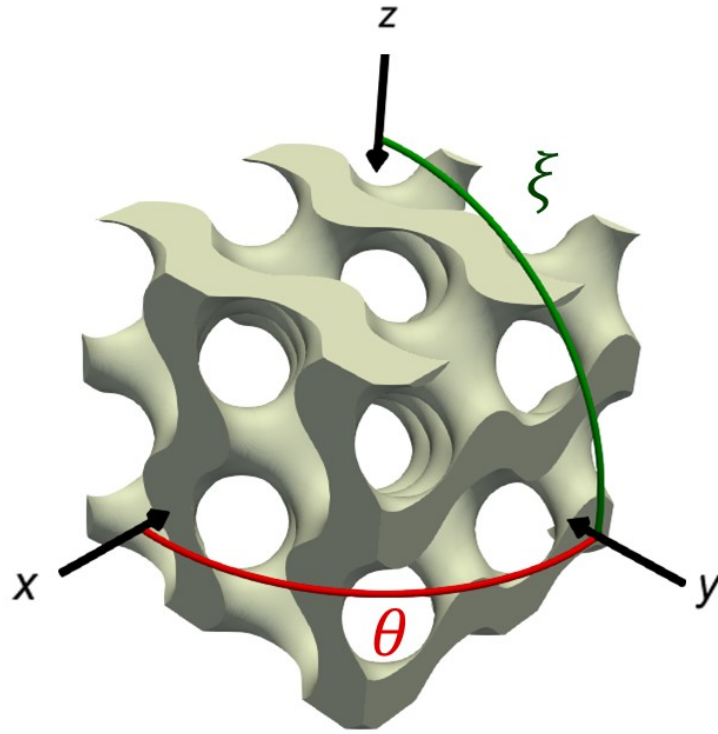


Figura 2: Riferimento angolare impiegato nello studio

0.3 Computational Fluid Dynamics (CFD)

La fluidodinamica computazionale (*Computational Fluid Dynamics*) è una recente disciplina che impiega le proprietà dei calcolatori per risolvere numericamente le equazioni di governo che descrivono il moto dei fluidi [19]. Esse sono espresse spesso come (*Partial differential equations* (PDE) accoppiate e descrivono l'evoluzione nel tempo e nello spazio del problema in esame. In funzione della complessità del sistema in esame e dell'accuratezza richiesta dei risultati, le risorse computazionali possono variare dai comuni PC fino ad infrastrutture di calcolo ad alte prestazioni (*High performance computing*; HPC). La CFD combina quindi un modello fisico del fenomeno con metodi numerici appropriati per risolvere le equazioni di governo. Fin dalla sua diffusione, all'inizio del nuovo millennio, ha assunto un ruolo chiave nell'ingegneria moderna, affiancando e completando gli studi teorici e le prove sperimentali; basti vedere i numerosi esempi e casi studio presentati in John D. Anderson. *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*. New York: McGraw-Hill, 1995. Nel settore dell'ingegneria chimica, la fluidodinamica computazionale è il ponte tra fenomeni di trasporto, cinetica e geometrie reali [21]. Consente una progettazione più consapevole e veloce oltre che la visualizzazione di hot-spot, maldistribuzioni e, in generale, zone a bassa efficienza dell'apparecchiatura, favorendo lo scale-up, l'ottimizzazione dello scambio termico [22] e la prevenzione di situazioni di runaway.

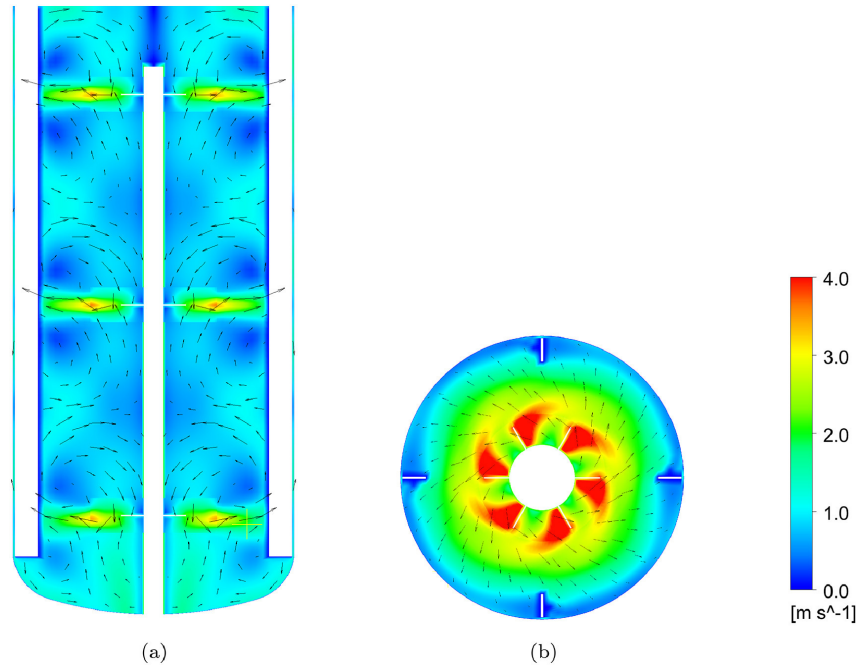


Figura 3: (a) sezione e (b) vista dall'alto del campo di velocità all'interno di un reattore STR (*Stirred Tank Reactor*) [21]

Gli sviluppi futuri di questa disciplina si muovono parallelamente al progresso delle infrastrutture di calcolo impiegate, integrando e sfruttando al meglio la maggiore potenza computazionale disponibile per ampliare scala, accuratezza e tempestività delle simulazioni.

Capitolo 1

Cenni teorici

1.0.1 Navier-Stokes

La base teorica della fluidodinamica è rappresentata dalle equazioni di *Navier-Stokes*, esse, senza eccezioni, descrivono il moto di un fluido in qualsiasi situazione ipotizzabile. Tuttavia una soluzione analitica di questo set di equazioni non è ancora disponibile, se ne approccia quindi la soluzione per via numerica (compito della CFD) oppure facendo delle precise ipotesi di partenza che permettono una netta semplificazione del problema matematico aprendo alla possibilità di una soluzione analitica. L'ipotesi più comune, adottata anche in questo lavoro, prevede di assumere la densità del fluido come costante. Questa semplificazione permette di trattare il sistema come incomprimibile evitando di ricorrere a modelli matematici più complessi; l'assunzione è completamente giustificata nel caso di condizioni isoterme, come quelle in esame in quanto è proprio la temperatura a influenzare maggiormente la densità. Ciò è particolarmente veritiero nel caso in cui il fluido in esame sia un gas in quanto anche piccoli gradienti di temperatura possono creare cambiamenti sensibili di densità. Tuttavia è bene ricordare che, in condizioni non isothermiche, tale ipotesi può risultare non realistica andando a introdurre errori rilevanti nelle previsioni dei campi di pressione e velocità. Per un fluido newtoniano, ovvero con viscosità costante e indipendente dalla velocità di deformazione e incomprimibile le equazioni governanti si semplificano alle seguenti:

- *Continuità*: assicura le condizioni di conservazione della massa, afferma che essa non può né essere creata né distrutta, se ne deduce che ciò che entra in un volume di controllo meno ciò che ne esce è uguale alla variazione di massa al suo interno. Ciò si riduce all'ipotesi di divergenza della velocità nulla.

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1.1)$$

che in coordinate cartesiane diventa:

$$\nabla \cdot \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.2)$$

dove u, v, w rappresentano le componenti di velocità lungo i relativi assi cartesiani

- *Equazione di bilancio di quantità di moto:* Frutto dell'applicazione della seconda legge di Newton ad un fluido in movimento. Essa stabilisce come la variazione della quantità di moto di un determinato volume di fluido sia legata alle forze esterne agenti su esso. Da tale principio si ottiene una forma differenziale nota come equazione di *Navier-Stokes*.

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (1.3)$$

dove $\mathbf{u}(x, t)$ è il campo di velocità, $\mathbf{p}(x, t)$ il campo di pressione, μ la viscosità dinamica del fluido e $\mathbf{f}$ rappresenta eventuali forze di volume (ad esempio la gravità). Le equazioni di *Navier-Stokes* per un fluido incompressibile formano un sistema di equazioni alle derivate parziali non lineari, a causa del termine convettivo, di tipo accoppiato ed ellittico-parabolico. Tutt'oggi la loro soluzione generale in forma analitica è considerata un problema aperto della matematica.

1.0.2 Numero di Reynolds

All'interno di questo lavoro di tesi si è indagato sul comportamento idraulico solo in regime laminare ovvero con $Re < 100$. Il numero di Reynolds, per definizione adimensionale, è definito come:

$$Re = \frac{\rho U L}{\mu} = \frac{U L}{\nu} \quad (1.4)$$

dove:

ρ : densità del fluido,

U : velocità caratteristica,

L : lunghezza caratteristica del dominio (ad esempio il diametro idraulico),

μ : viscosità dinamica,

$\nu = \mu/\rho$ viscosità cinematica.

Nel caso di strutture porose complesse come le *Triply periodic minimal surfaces* la definizione di una lunghezza caratteristica diventa un problema complesso a

causa dell'intricata geometria. Vediamo come si possa estendere il calcolo del diametro idraulico a strutture complesse partendo però da un esempio intuitivo. Nel caso più semplice, ovvero un condotto circolare, il diametro idraulico è definito come:

$$D_h = 4 \frac{A}{P_w} \quad (1.5)$$

dove:

A : area della sezione di passaggio del fluido,

P_w : perimetro bagnato, ossia il perimetro di contatto tra liquido e solido.

Andando a sostituire le relazioni geometriche necessarie per il caso circolare otteniamo:

$$D_h = 4 \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = 4 \frac{\pi D^2}{4 \pi D} = 4 \frac{D}{4} = D. \quad (1.6)$$

Come prevedibile, nel caso di condotto circolare, il diametro idraulico corrisponde proprio a quello geometrico. Per estendere questa definizione a domini tridimensionali complessi, si sostituiscono l'area con il volume fluido e il perimetro con la superficie bagnata, ottenendo:

$$D_h = 4 \frac{V_f}{A_w} = 4 \frac{V_{cella} * \varphi}{A_w} \quad (1.7)$$

dove:

V_f : volume del fluido all'interno della cella unitaria,

V_{cella} : volume dell'intera cella unitaria,

A_w : superficie bagnata, ossia l'area di interfaccia solido-fluido.

Unendo le informazioni abbiamo che il numero di Reynolds per una geometria TPMS viene calcolato nel seguente modo:

$$Re = \frac{D_h \rho u_s}{\mu \varphi} = \frac{D_h \bar{u}}{\nu} \quad (1.8)$$

dove:

u_s : velocità superficiale,

$\bar{u}$: velocità riferita alla porosità,

1.0.3 Modelli porosi

Quando si considera una portata di un fluido attraversante un mezzo poroso saturo, sia esso a struttura randomica come una spugna, oppure nel caso in esame descritto da leggi matematiche, l'applicazione diretta delle equazioni di N-S risulta proibitiva. Si tende quindi ad usare dei modelli omogeneizzati che descrivono il comportamento medio del fluido al variare di parametri caratteristici del mezzo poroso stesso (porosità, permeabilità ecc). Si definisce la porosità (φ) la frazione del volume totale del setto poroso occupata dai pori stessi e, per ipotesi di saturazione, anche dal fluido.

- *Equazione di Darcy*: Sperimentata da Henry Darcy (1856), osservando il flusso di acqua attraverso varie tipologie di sabbie, essa rappresenta il modello più semplificato per la descrizione di flussi attraverso mezzi porosi

$$\mathbf{u} = -\frac{K}{\mu} \nabla p \quad (1.9)$$

dove:

$\mathbf{u}$: velocità di Darcy (o velocità filtrante su scala macroscopica)

K : permeabilità del mezzo poroso

μ : viscosità dinamica del fluido

∇p : gradiente di pressione

è importante notare che, seppur di facile utilizzo, l'equazione di Darcy è sempre un modello empirico e come tale non ha validità assoluta. Essa infatti trascura gli effetti inerziali del fluido e ipotizza che il moto attraverso i pori avvenga in regime di Stokes, quindi per Reynolds bassi. All'aumentare dello stesso gli effetti inerziali iniziano a prevalere facendo perdere validità a questo modello semplificato.

- *Equazione di Darcy-Forchheimer*: Si è presto verificato come la legge di Darcy, all'aumentare del Reynolds e, quindi, degli effetti inerziali del moto del fluido, tendeva a sottostimare la resistenza incontrata dal fluido nel mezzo poroso. Forchheimer mostrò la necessità di applicare una correzione quadratica al termine inerziale introducendo il termine ($\beta |\mathbf{v}| \mathbf{v}$). Il modello di Darcy-Forchheimer si riduce al lineare di Darcy nel limite di basse velocità (termine quadratico trascurabile), mentre fornisce una migliore previsione delle cadute di pressione a velocità più elevate, restando comunque in campo laminare e quindi al di sotto della

transizione turbolenta.

$$0 = -\nabla p - \frac{\mu}{k} \mathbf{v} - \beta |\mathbf{v}| \mathbf{v} + \rho \mathbf{f} \quad (1.10)$$

dove:

β : è un termine che dipende dalle caratteristiche del mezzo poroso
e dalle proprietà fisiche del fluido

Dal punto di vista ingegneristico il modello di Darcy-Forchheimer è di notevole importanza per la progettazione di apparecchiature chiave quali filtri oppure letti particellari come ad esempio di catalizzatore. In definitiva, all'interno di mezzi porosi, il flusso può manifestarsi in diversi regimi all'aumentare del numero di Reynolds. Per valori molto bassi le forze viscosi dominano completamente il moto; questo regime è chiamato laminare o Stokiano. Al crescere del Reynolds i fenomeni inerziali diventano man mano sempre meno trascurabili e il sistema si allontana dalla linearità del modello di Darcy; questo regime è chiamato laminare inerziale.

1.0.4 Metodi numerici

La soluzione delle equazioni di *Navier-Stokes* richiede l'utilizzo di metodi numerici robusti poiché non esistono formule chiuse per modellare geometrie complesse [19]. Il metodo dei volumi finiti (FVM) è forse il più ampiamente utilizzato in fluidodinamica computazionale (CFD), esso prevede che il dominio spaziale continuo venga diviso in un numero finito di volumi di controllo (celle) e che, su ogni singola cella, vengano applicati bilanci in forma integrale. Questo permette quindi di trasformare le equazioni differenziali alle derivate parziali che avevamo in partenza in un sistema di equazioni algebriche, facilmente risolvibili dal calcolatore. L'insieme di tutte le celle prende il nome di *mesh* o griglia computazionale, ogni cella è delimitata da facce piane (in 3D) o lati (in 2D) che la separano dalle celle adiacenti e, il valore di riferimento della variabile in esame, viene immagazzinato al centro di ciascuna cella. Un aspetto cruciale della discretizzazione numerica nei metodi a volumi finiti riguarda il trattamento dei termini convettivi, la valutazione dei flussi attraverso le facce della cella richiede un qualche metodo di interpolazione numerica, la sua scelta influirà in modo significativo sull'accuratezza e stabilità dei risultati. L'accuratezza di uno schema di discretizzazione misura il tasso con cui l'errore numerico diminuisce al diminuire della dimensione della griglia. In particolare, uno schema di ordine p presenta un errore che scala come h^p , dove h è la dimensione

caratteristica della mesh. All'aumentare dell'ordine di accuratezza, quindi, la soluzione numerica si avvicina più rapidamente alla soluzione esatta con il raffinamento della griglia, riducendo la necessità di mesh estremamente fitte. Per una trattazione sistematica degli schemi convettivi, della loro accuratezza e stabilità si veda Versteeg & Malalasekera, cap. 5 [23].

- **Schema Upwind di primo ordine:** come intuibile dal nome assegna alla faccia il valore della cella a monte rispetto al flusso. È uno schema intrinsecamente stabile e non produce oscillazioni spurie, ma introduce un'elevata diffusione numerica, che porta a smussare i profili e a ridurre l'accuratezza, limitata al primo ordine.
- **Central Differencing:** lo schema centrale interpola linearmente tra le due celle adiacenti, ed è quindi del secondo ordine in accuratezza. Fornisce una rappresentazione molto più fedele del trasporto convettivo, riducendo la diffusione numerica introdotta dall'upwind. Tuttavia, per flussi con forte convezione (alti numeri di Peclet) può diventare instabile, generando oscillazioni non fisiche. È preferibile in flussi laminari regolari o quando si dispone di griglie sufficientemente raffinate.
- **Linear Upwind:** è uno schema del secondo ordine che combina la robustezza dell'upwind con una maggiore accuratezza grazie all'utilizzo del gradiente locale della variabile. In questo modo riesce a ridurre parte della diffusione numerica tipica dell'upwind puro. È uno degli schemi più usati in CFD ingegneristica, poiché rappresenta un buon compromesso tra stabilità e accuratezza, specialmente su geometrie complesse.

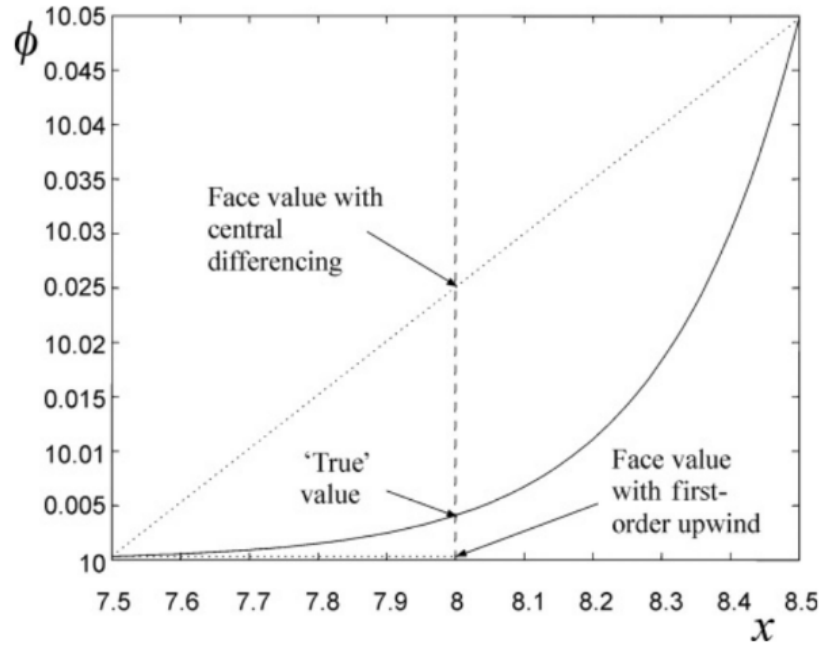


Figura 1.1: Confronto schemi FOU e CDS [24]

Il software **OpenFOAM**, usato per questo studio, fornisce il solver dedicato *SimpleFOAM* (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations), categorizzato come un solutore steady-state incomprimibile che prevede i seguenti step iterativi:

1. Nei flussi incomprimibili la pressione non deriva da un'equazione di stato, ma impone il vincolo di continuità (1.1)
2. L'algoritmo SIMPLE risolve l'accoppiamento pressione-velocità con un approccio iterativo.
3. Ad ogni iterazione:
 - (a) si risolve l'equazione di quantità di moto con una pressione stimata, ottenendo una velocità provvisoria $\mathbf{u}^*$;
 - (b) si costruisce e risolve un'equazione di correzione della pressione a partire dalla continuità;
 - (c) si aggiornano pressione e velocità.
4. Il ciclo viene ripetuto finché i residui scendono sotto le soglie di convergenza.

Per una trattazione dettagliata dell'algoritmo SIMPLE si veda Versteeg & Malalasekera, cap. 6 [23].

Capitolo 2

Metodologia

2.1 *Workflow*

Lo studio del comportamento fluidodinamico multidirezionale delle *Triply periodic minimal surfaces* ha richiesto un approccio strutturato, in grado di affrontare l'elevata complessità geometrica, l'esecuzione di numerosissime simulazioni e di fornire risultati affidabili e ripetibili. A tal fine è stata definita una procedura (*pipeline*) standard per tutte le simulazioni capace di mantenere un'elevata tracciabilità di input e risultati. Infine, i dati sperimentali ottenuti sono stati sintetizzati con indicatori comparabili e visualizzazioni coerenti, in modo da fornire al lettore un quadro delle tendenze generali e delle relazioni di interesse. Il *workflow* implementato prende avvio dalla solida base offerta da «Hydrodynamic characterization of Gyroid, Diamond and Split-P Triply Periodic Minimal Surfaces as porous medium» (Gajetti et al., 2025) di cui sono stati ripresi geometria di riferimento, impostazione numerica e metrica di confronto ed è stato opportunamente modificato per accomodare l'analisi multidirezionale: la direzione del vettore velocità è stata parametrizzata in termini di angoli (θ, ξ) e aggiornata automaticamente nelle condizioni al contorno; è stato adottato uno schema di campionamento sferico non uniforme, sfruttando le simmetrie del reticolo per limitare l'indagine al primo ottante senza perdita di generalità; si è mantenuta costante la stessa geometria/mesh per tutte le prove per garantire confronti interni coerenti; in post-processing, infine, le grandezze direzionali sono state sintetizzate tramite indicatori omogenei e rappresentazioni coerenti (inclusa la proiezione triangolare baricentrica) così da mappare in modo chiaro le dipendenze dall'orientamento del flusso. Ulteriori dettagli su una procedura CFD paragonabile a quella in esame (impostazione del problema, discretizzazione, criteri di convergenza) sono disponibili in «Chapter 2 - CFD Solution Procedure – A Beginning» [25].

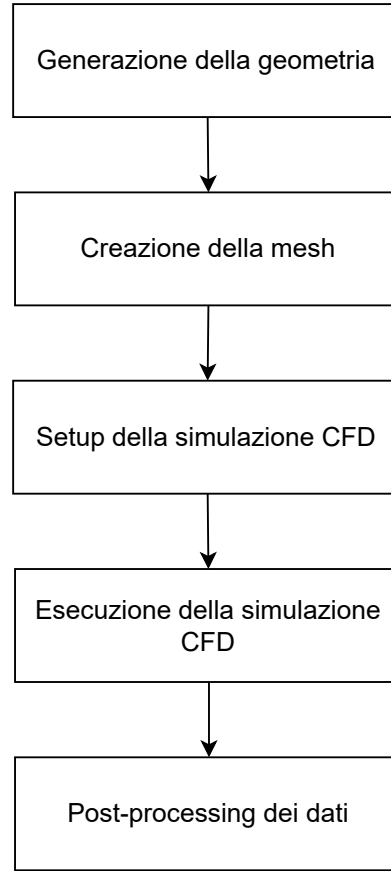


Figura 2.1: Workflow di simulazione

2.1.1 Generazione della geometria

Il *workflow* parte ovviamente dalla generazione della geometria TPMS . Si è deciso di approfondire il comportamento fluidodinamico della tipologia *Giroide* che è matematicamente descritta nel suo dominio dalla relazione:

$$X = \frac{2\pi x}{L_c}, \quad Y = \frac{2\pi y}{L_c}, \quad Z = \frac{2\pi z}{L_c}; \quad (2.1)$$

$$f(x, y, z) = \sin X \cos Y + \sin Y \cos Z + \sin Z \cos X = c.$$

Nel presente contesto, L_c rappresenta la lunghezza del lato della cella periodica in esame mentre c è una costante di soglia che determina lo spostamento della

superficie implicita e di conseguenza influisce sulla porosità della struttura finale. Ad esempio per ottenere una porosità $\varphi = 0.5$ la costante c deve essere nulla. Per la generazione del file contenente la geometria si è usato uno script **MATLAB** presente in letteratura [26], all'interno del quale sono state implementate le equazioni analitiche delle TPMS. Il codice ha permesso di discretizzare il dominio spaziale andando a individuare i punti appartenenti alla superficie per mezzo della risoluzione dell'equazione (2.1) e, quindi, di generare un modello tridimensionale della struttura. La geometria così ottenuta è stata poi esportata in file *.stl*; quest'ultimo infatti risulta particolarmente idoneo per l'integrazione con codici CFD. La geometria è stata sovradimensionata in fase di generazione rispetto al dominio computazionale introducendo un piccolo margine di sicurezza. Tale accorgimento ha evitato compenetrazioni/intersezioni sul bordo del dominio, responsabili della comparsa di zone vuote e celle non valide durante il meshing.

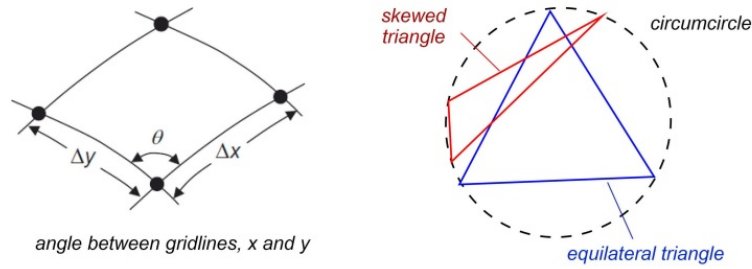
2.1.2 Creazione della mesh

Dopo la generazione della geometria è stato necessario importare la stessa nell'ambiente di simulazione numerica e si è scelto il software **OpenFOAM** (*Open Field Operation and Manipulation*). La scelta è stata motivata da due fattori principali: in primis la sua natura open-source che permette un accesso completo al codice garantendo un'elevata personalizzazione dei modelli e dei solutori. In secundis la disposizione di una vasta libreria di strumenti per la generazione della mesh e la gestione di geometrie complesse. Inoltre, il suo ampio utilizzo nella comunità scientifica garantisce una solida documentazione e un continuo sviluppo. In fluidodinamica computazionale (CFD) con il termine *mesh* si intende la discretizzazione del dominio spaziale in un insieme di celle di volume finito. Ogni cella rappresenta una piccola porzione del dominio e le equazioni di governo vengono risolte su di essa. La quantità di celle e la loro qualità determinano sia l'accuratezza dei risultati che il costo computazionale della simulazione. Durante il processo di generazione della mesh è stata posta particolare attenzione agli indicatori di qualità numerica come la non-ortogonalità, lo skewness e l'aspect ratio delle celle. Valori eccessivi di tali parametri possono infatti condurre a instabilità numeriche, incrementare l'errore di discretizzazione e compromettere la convergenza del solutore. Essi sono:

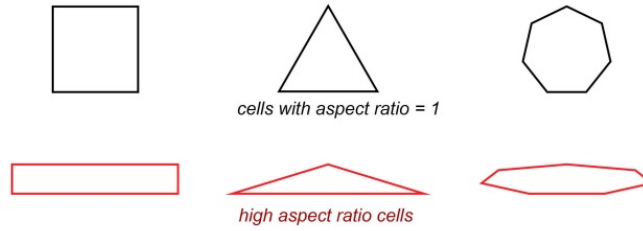
- *Non-ortogonalità*: Misura l'angolo che si forma tra il vettore area della faccia comune a due celle e il segmento che unisce i loro due baricentri. Angoli elevati peggiorano l'accuratezza delle derivate e rendono

necessari correttori non-ortogonali più incisivi, con conseguente costo computazionale maggiore.

- *Skewness*: Quantifica la distorsione della cella rispetto a una forma ideale, valori alti accrescono l'errore di interpolazione e possono irrigidire l'accoppiamento pressione-velocità, introducendo rumorosità nei residui.
- *Aspect-ratio*: Definito come rapporto tra la dimensione massima e quella minima caratteristica della cella che, se troppo elevato, introduce anisotropie numeriche e può richiedere passi temporali più piccoli.



(a) Mesh skewness determined by the angle made between gridlines or based on the equivalent area (volume in 3D) of the actual cell relative to its equilateral cell.



(b) Differently shaped cells with aspect ratios of 1.0 and their respective high aspect ratio cells.

Figura 2.2: Skewness e Aspect-ratio della mesh [27] [Fig. 6.12]

Le utility presenti in **OpenFOAM** per la generazione e miglioramento della mesh sono le seguenti:

- *BlockMesh*: Permette la generazione di una mesh strutturata, particolarmente adatta a geometrie semplici e regolari. Tuttavia aumentare il numero di celle consente di avere mesh che ben si possono adattare anche a strutture TPMS.
- *SnappyHexMesh*: Utility che, partendo da una mesh grossolana, spesso generata da *BlockMesh*, permette di effettuare raffinamenti locali per meglio adattare la mesh a geometrie complesse. Un esempio di raffinamento locale è quello in prossimità della parete solida per meglio valutare gli sforzi alla parete impressi dal fluido in movimento

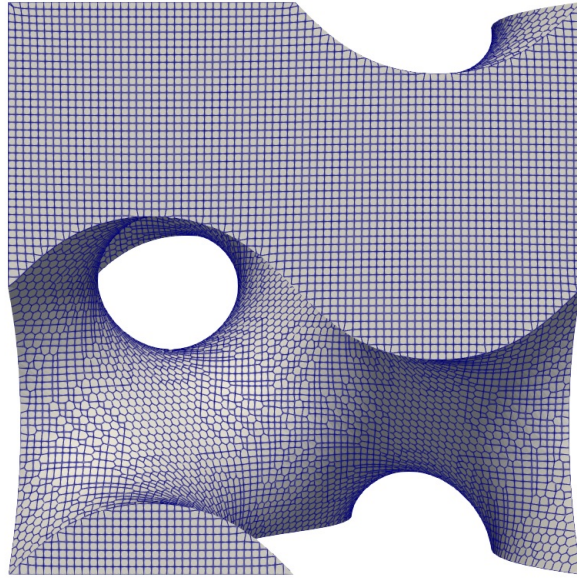


Figura 2.3: Mesh Giroide

2.1.3 Setup della simulazione CFD

La struttura TPMS presa in esame presenta, da teoria, periodicità lungo i tre assi cartesiani. Questa caratteristica permette di ridurre lo studio a una singola cella, senza dover modellare l'intera geometria ripetuta nello spazio. Per garantire la continuità del campo di moto tra le facce opposte della cella si adottano condizioni al contorno cicliche. In pratica, ciò significa che le variabili di flusso (velocità, pressione e altre grandezze scalari) all'uscita di una faccia vengono imposte come condizioni di ingresso sulla faccia opposta, assicurando la ripetizione infinita del dominio avendo però una sola cella. Questa scelta riduce drasticamente il costo computazionale e rappresenta fedelmente la natura periodica delle superfici TPMS, evitando effetti di bordo artificiali che comprometterebbero la validità dei risultati.

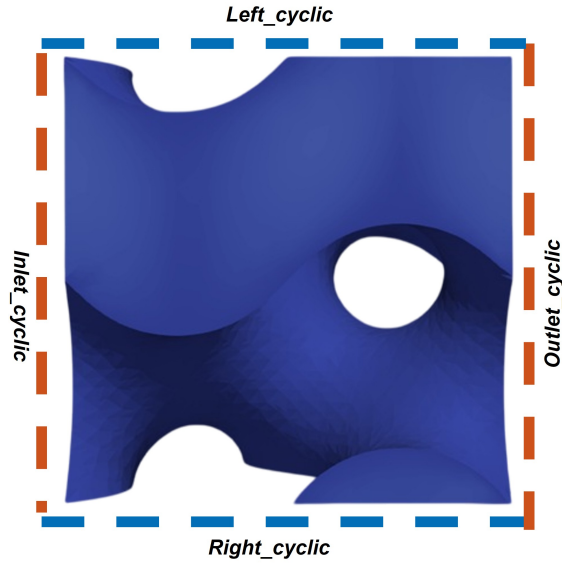


Figura 2.4: Condizioni al contorno cicliche

Nelle simulazioni effettuate si è scelto di imporre come condizione forzante il moto, una sorgente di QdM (che quindi si manifesta come una portata costante) al posto di un gradiente di pressione tra due facce opposte. Nel caso in esame, ovvero fluido incomprimibile a densità costante, tale prescrizione equivale a imporre una velocità uniforme del flusso in ingresso. La velocità è stata ottenuta manipolando l'equazione (1.8) facendola comparire al primo membro così da avere una relazione che permettesse l'analisi a vari Reynolds.

$$\bar{u} = \frac{Re * \nu}{D_h} \quad (2.2)$$

Questo approccio si è mostrato particolarmente utile in casi di flusso laminare in geometrie complesse, consentendo di ottenere un campo di moto già stabile dalle prime iterazioni di calcolo. Ciò facilita sicuramente la convergenza numerica e garantisce la costanza del Reynolds andando a calibrare a priori la velocità del fluido in ingresso. Un ulteriore vantaggio di mantenere costante la quantità di moto immessa nel sistema è la possibilità di confrontare direttamente diverse simulazioni in condizioni identiche di flusso. L'imposizione della medesima quantità di moto (cioè della stessa velocità) all'ingresso per tutti i casi considerati consente di confrontare differenti risultati mantenendo invariato il regime di flusso. In questo modo, dato che la velocità di ingresso è la stessa in ogni simulazione (ovviamente a parità di Reynolds), le differenze osservate nei risultati, ad esempio in termini di caduta di pressione, sono attribuibili unicamente alle caratteristiche geometriche o di permeabilità del mezzo poroso.

2.1.4 Esecuzione della simulazione CFD

Tutte le simulazioni sono state eseguite impiegando il solutore stazionario *simpleFoam* in modalità parallela su multiprocessore. **OpenFOAM** applica come metodo di parallelizzazione di calcolo la decomposizione del dominio andando quindi ad affidare ad ogni *core* solo una frazione del dominio originario. Questa suddivisione è affidata all'utility *decomposerPar* che seziona lungo le direzioni principali il dominio spaziale, dividendolo, nel caso in esame, in poco oltre centomila celle. Una volta decomposto il dominio spaziale l'esecuzione avviene in parallelo, consentendo ai processi di calcolo di avanzare simultaneamente ciascuno sul proprio sottodominio. A parità di numero di celle si è deciso di indagare i tempi computazionali al variare dei core assegnati al problema, di preciso da 4 a 12. L'impiego del computing parallelo consente di ridurre i tempi di calcolo; all'aumentare dei *core*, il tempo di simulazione diminuisce grazie alla maggiore suddivisione del lavoro. Tuttavia, l'efficienza della parallelizzazione tende a saturare oltre una certa soglia di *core*. Superato un determinato numero di processori, i benefici addizionali diventano marginali. Nel caso specifico si è osservato che oltre 8 core le ulteriori riduzioni di tempo sono trascurabili, evidenziando come tra 8 e 12 core il miglioramento sia minimo. Ulteriori dettagli sulla parallelizzazione del calcolo, pur relativi a infrastrutture HPC di scala maggiore, sono ampiamente discussi in letteratura [28, 29] e costituiscono una base utile anche in vista di future integrazioni con metodi di intelligenza artificiale (IA) [30].

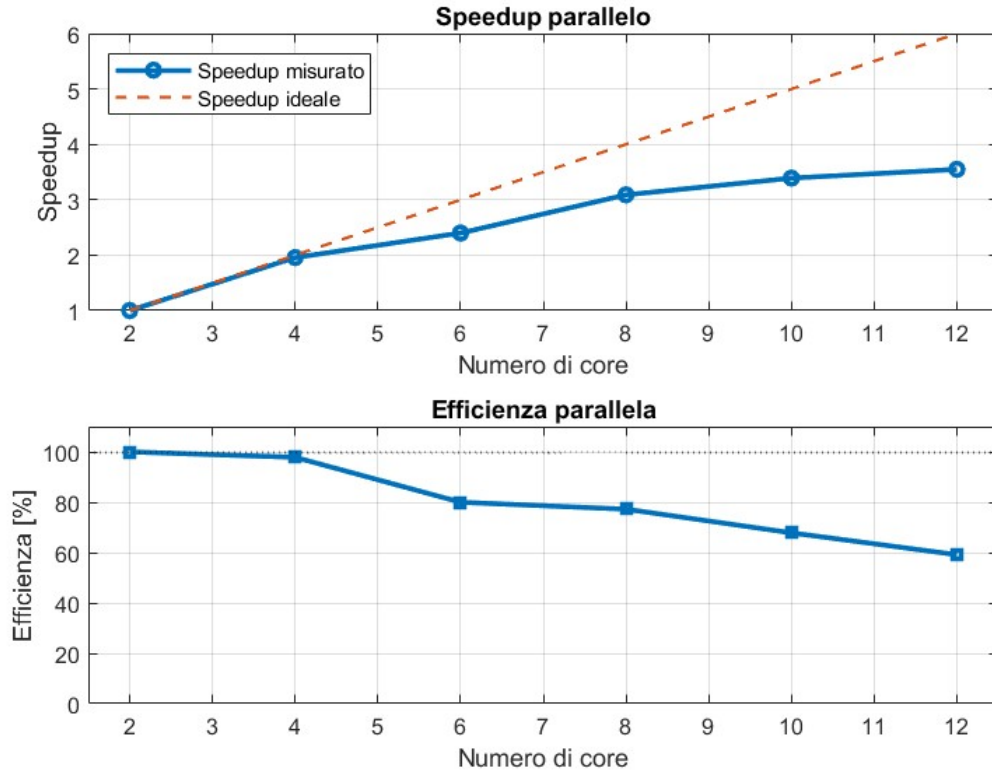


Figura 2.5: Efficienza di parallelizzazione calcolo

In conclusione, è fondamentale individuare un compromesso ottimale tra il grado di parallelizzazione e il bilanciamento del carico computazionale. Un'adeguata scelta del numero di core garantisce un carico di lavoro equilibrato per ciascun sottodominio e limita la comunicazione necessaria tra i vari sottodomini allo stretto necessario, massimizzando l'efficienza del calcolo parallelo.

n. Core	BlockMesh	snappyHexMesh	simpleFoam	Totale
2	3 s	72 s	688 s	763 s
4	4 s	74 s	312 s	390 s
6	6 s	71 s	241 s	318 s
8	5 s	72 s	170 s	247 s
10	4 s	73 s	148 s	225 s
12	5 s	73 s	137 s	215 s

Tabella 2.1: Tempi di esecuzione delle varie fasi della simulazione in funzione del numero di core.

2.1.5 Post-processing dei dati

Nella fase di *post-processing* dei risultati delle simulazioni CFD si è voluta porre attenzione sulle informazioni ottenute siano esse numeriche che qualitative. Gli script numerici impiegati derivano da implementazioni di riferimento [18], essi sono stati personalizzati per estrarre i parametri idraulici salienti quali ad

esempio la caduta di pressione e il corrispondente fattore di attrito di Darcy calcolato mediante la seguente relazione:

$$f = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2}\rho\bar{u}^2} * \frac{D_h}{L_c} \quad (2.3)$$

dove:

ΔP : Gradiente di pressione,

ρ : Densità fluido,

D_h : Diametro idraulico

L_c : Lunghezza lato cella.

Riguardo invece l'analisi qualitativa dei campi di moto si è fatto ampio uso del software **ParaView**, uno strumento di visualizzazione tridimensionale che ha permesso di visionare il comportamento dinamico del fluido contenuto nella cella unitaria. Grazie a ciò è stato possibile evidenziare graficamente fenomeni locali quali zone di ricircolo, simmetrie del flusso o aree di stagnazione che non emergerebbero dai soli dati numerici.

2.1.6 Osservazioni finali sul *workflow*

In conclusione la simulazione CFD di superfici complesse come la Giroide può portare a numerosi problemi durante il workflow, a partire dalla generazione delle geometria, dove, una discretizzazione grossolana del dominio spaziale potrebbe generare una superficie non "*watertight*" portando ad un errore catastrofico della simulazione. Anche una volta ottenuta la geometria, la fase di *meshing* deve produrre una griglia abbastanza fine da catturare fedelmente le curvature e i colli di bottiglia presenti nei canali porosi. Elementi troppo grandi smusserebbero la forma del canale, alterando le previsioni di separazione del flusso e perdite di carico. Ciò comporta tipicamente un numero enorme di elementi e nodi; di conseguenza, le simulazioni CFD su TPMS richiedono elevate risorse computazionali in termini di memoria e tempo di calcolo.

2.2 Grid convergence

In ambito di simulazioni fluidodinamiche, uno dei passaggi principali sta nel verificare la convergenza della griglia, per assicurarsi che, il valore del nostro risultato, sia indipendente dalla discretizzazione numerica. L'analisi di *Grid Convergence* permette di stimare l'errore del risultato dovuto alla risoluzione spaziale scelta. Così facendo è possibile capire quando un'ulteriore raffinamento

della *mesh* porta delle migliorie trascurabili nei risultati. Ciò ci permette di dimostrare la stabilità numerica della nostra grandezza di interesse, nel nostro caso la caduta di pressione, rispetto al passo di griglia impiegato. Questo processo rientra nelle procedure di *Verification* ed è cruciale per conferire affidabilità alle simulazioni infatti, se siamo di fronte ad una soluzione *Grid-Independent*, possiamo pensare che essa approssimi la realtà entro un certo margine di incertezza dovuto alla discretizzazione. La logica della convergenza di griglia vuole che, all'aumentare della risoluzione (celle più fitte: $h \rightarrow 0$), l'errore dovrebbe diminuire secondo l'ordine formale del metodo numerico impiegato. Il parametro introdotto da Roache noto come *Grid Convergence Index* (GCI) quantifica proprio questa incertezza: esso rappresenta una stima conservativa dell'errore numerico residuo, ottenuta moltiplicando l'errore calcolato via estrapolazione di Richardson, per un opportuno fattore di sicurezza. Per applicare l'analisi di convergenza sono state generate tre griglie con risoluzione spaziale crescente: una griglia *coarse* (grossolana), una *medium* (intermedia) ed una *fine* (finezza elevata). Si noti che ciascuna griglia copre lo stesso dominio spaziale; ovvero una cella unitaria di TPMS Giroide ed è costruita in modo geometricamente simile rispetto alle altre così che, raffinando la mesh, non vengano introdotte differenze geometriche o di modellazione. In pratica, a partire dalla mesh coarse, si è proceduto a densificare uniformemente la discretizzazione aumentandone il numero di elementi secondo un fattore prestabilito. In primis si è assegnato un numero ad ognuna delle griglie seguendo la convenzione:

- Griglia *fine*: 1
- Griglia *Medium*: 2
- Griglia *Coarse*: 3

Si è poi calcolato per ogni griglia la relativa dimensione caratteristica. Essa coincide con la sua lunghezza solo nel caso monodimensionale. Nel nostro caso si è impiegata la relazione:

$$h = \left(\frac{Vol_{ftuido}}{N} \right)^{1/3} \quad (2.4)$$

dove:

h : dimensione caratteristica

N : Numero di celle

Ogni griglia è stata ottenuta dalla precedente affinché avesse un rapporto di raffinamento compreso tra 1.3 e 2

$$r_{21} = \frac{h_2}{h_1} \quad (2.5)$$

$$r_{32} = \frac{h_3}{h_2} \quad (2.6)$$

$$1.3 \leq r_{21} \leq 2, \quad 1.3 \leq r_{32} \leq 2 \quad (2.7)$$

#	Vol _{fluido} [m ³]	N _{celle}	h [m]	r	f
3	5.0×10^{-7}	2.0×10^3	6.4×10^{-4}	—	3.683
2	5.0×10^{-7}	7.8×10^3	4.0×10^{-4}	1.6	3.806
1	5.0×10^{-7}	6.2×10^4	2.0×10^{-4}	2	3.874
0	5.0×10^{-7}	1.8×10^5	1.4×10^{-4}	1.4	3.864

Tabella 2.2: Parametri di analisi per calcolo GCI.

L'intero processo di calcolo del GCI è stato gestito da uno script MATLAB (A.1) in accordo con lo standard ASME ASME Committee V&V 20 [17] e con le linee guida riportate in Roache [31]. L'errore di discretizzazione è stato modellato partendo dalla relazione:

$$f(h) = f^* + K h^p + \mathcal{O}(h^{p+1}) \quad (2.8)$$

dove:

f^* : valore al continuo (limite per $h \rightarrow 0$);

K : coefficiente del termine d'errore principale;

p : ordine osservato di convergenza;

$\mathcal{O}(h^{p+1})$: termine di ordine superiore.

Si è proseguito nel calcolare le differenze di valore simulato tra griglie adiacenti e il correttivo di segno s :

$$\varepsilon_{21} = f_2 - f_1, \quad \varepsilon_{32} = f_3 - f_2 \quad (2.9)$$

$$s = \text{sign}\left(\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}}\right) \in \{+1, -1\} \quad (2.10)$$

Attraverso semplici sostituzioni si giunge all'equazione implicita che permette il calcolo dell'ordine di convergenza p , essa è stata risolta in ambiente MATLAB per mezzo di metodi numerici già integrati nel software.

$$\frac{\ln\left|\frac{\varepsilon_{32}}{\varepsilon_{21}}\right| + \ln\left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s}\right)}{\ln r_{21}} - p = 0. \quad (2.11)$$

Con p noto è ora possibile stimare il valore al continuo della nostra variabile d'interesse usando le due griglie più fini della tripletta.

$$f^* = \frac{r_{21}^p f_1 - f_2}{r_{21}^p - 1}. \quad (2.12)$$

$$e_{a,21} = \left| \frac{f_1 - f_2}{f_1} \right|. \quad (2.13)$$

è ora possibile calcolare il GCI riferito alla griglia più fine attraverso la relazione;

$$\text{GCI}_{21} = F_s \frac{e_{a,21}}{r_{21}^p - 1}. \quad (2.14)$$

Infine, è possibile stimare l'incertezza numerica associata alla griglia in esame, per il caso in esame e in accordo con lo standard ASME si è deciso di scegliere un fattore di sicurezza $F_s = 1.25$

$$u_{\text{num},21}^{(\text{rel})} = \frac{\text{GCI}_{21}}{1.15}. \quad (2.15)$$

$$u_{\text{num},21}^{(\%)} = 100 * u_{\text{num},21}^{(\text{rel})}. \quad (2.16)$$

L'analisi di verifica della soluzione ha valutato un ordine osservato di convergenza pari a $p \approx 1.7$, inferiore al valore teorico $p = 2$ per lo schema numerico impiegato. Sulla griglia più fine, l'incertezza numerica stimata risulta poco sotto l'1% ($u_{\text{num}}^{(\%)} \lesssim 1\%$). In coerenza con i criteri di qualità adottati, per tutte le simulazioni si assume come condizione di incertezza un margine pari all'1% sull'errore numerico. È stata inoltre eseguita un'ulteriore prova con un ulteriore infittimento della griglia rispetto al livello 1 (denominata livello 0), osservando nelle quantità di interesse solo miglie marginali. A fronte di tali benefici limitati, l'incremento del costo computazionale è risultato non giustificato; si è pertanto deciso di mantenere il livello 1 come griglia di riferimento per le analisi, ritenendo raggiunta una condizione di *Grid Independence* pratica.

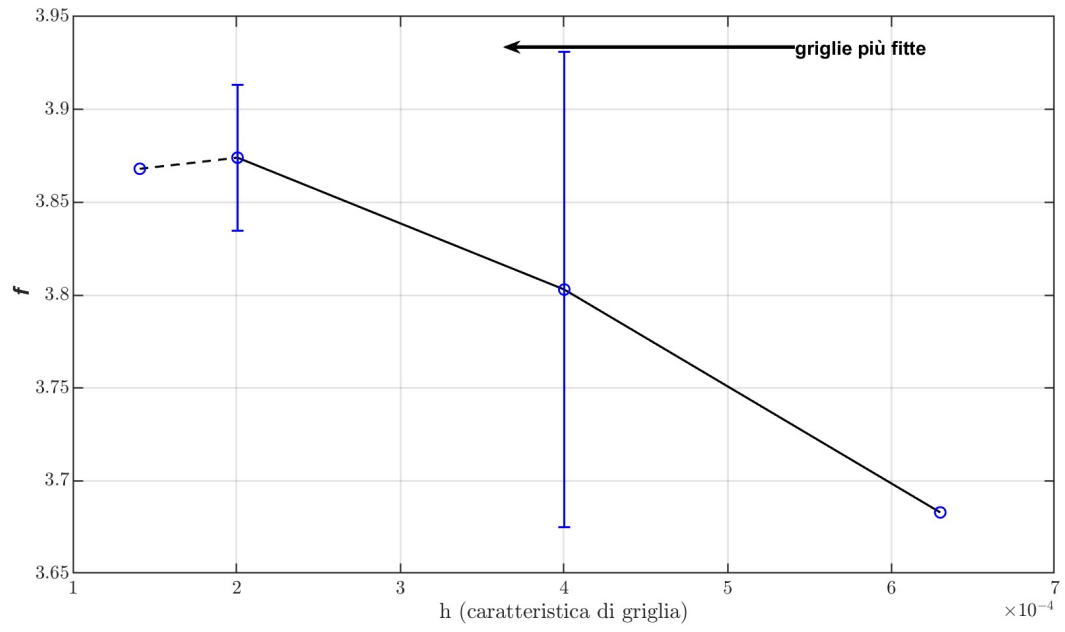


Figura 2.6: Errore numerico sui risultati al variare della dimensione caratteristica di griglia

2.3 Setup simulazione al variare della direzione del flusso

2.3.1 Al variare di un angolo nel piano

L'aspetto innovativo di questo lavoro di tesi consiste nel variare sistematicamente la direzione di incidenza del flusso rispetto alla geometria. Si è voluto quindi investigare in primis il comportamento fluidodinamico di una struttura Giroide al variare della direzione del flusso entro un piano.

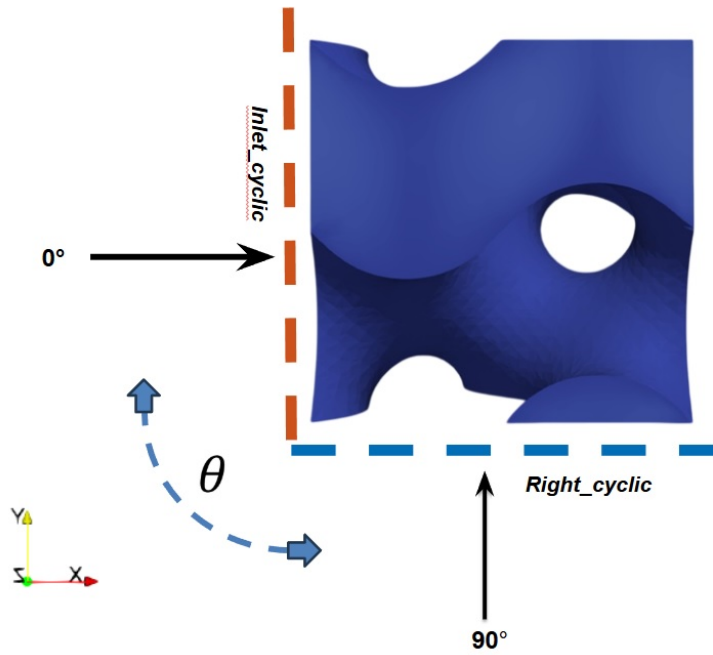


Figura 2.7: Angolo theta

A supporto di questa scelta viene in aiuto la natura stessa delle TPMS, essendo periodiche e, per di più, con facce della cella unitaria equivalenti. Possiamo restringere l'analisi all'intervallo tra 0° e 90° essendo certi che ogni 90° all'interno di un piano troviamo una faccia con caratteristiche del tutto identiche a quella precedente. La proprietà intrinseca delle TPMS ha permesso di ottenere i restanti dati per simmetria riducendo sensibilmente il numero di simulazioni senza perdere generalità dei risultati. Questa strategia, oltre a snellire il carico computazionale, permette di valutare l'eventuale anisotropia della struttura in modo rigoroso e sistematico. Si tratta di un elemento di originalità della tesi, poiché in letteratura la maggior parte degli studi CFD su TPMS si concentra sul flusso lungo una sola direzione, trascurando la possibile influenza dell'orientamento reciproco tra struttura e flusso. L'approccio adottato consente quindi di colmare una lacuna esistente e di fornire una caratterizzazione più

completa delle proprietà fluidodinamiche di queste superfici. Al fine di analizzare in maniera sistematica l'effetto dell'orientazione del flusso è stato impiegato un workflow automatizzato che, una volta impostato, fa proseguire le simulazioni in maniera automatica e senza interventi esterni.

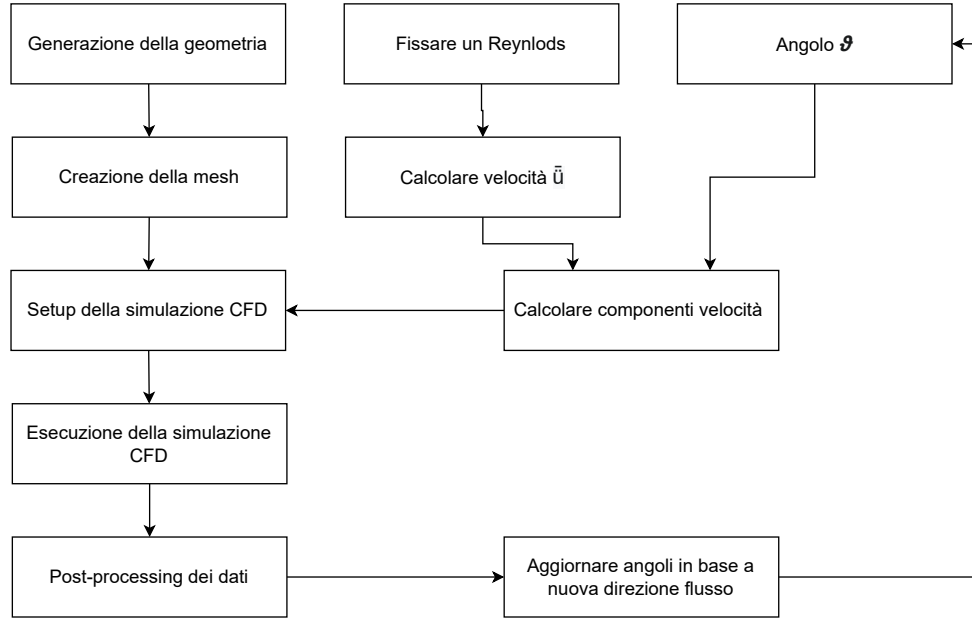


Figura 2.8: Workflow per scomposizione con 1 angolo

Le simulazioni fluidodinamiche sono state condotte per vari step di Reynolds (Re) compresi tra 1 e 100 (per assicurarsi di non sconfinare in regime turbolento). Per ciascun valore di Re è stata calcolata la corrispondente velocità $\bar{u}$ mediante la relazione (2.2). La velocità $\bar{u}$ è stata quindi scomposta nelle sue componenti lungo gli assi x e y in funzione di un angolo di incidenza θ compreso tra 0° e 90° mediante le seguenti relazioni trigonometriche:

$$\begin{cases} u_x = \bar{u} \cos \theta \\ u_y = \bar{u} \sin \theta \end{cases} \quad (2.17)$$

L'intero processo è stato automatizzato tramite script Python: per ogni nuova direzione del flusso, definita da un valore di θ aggiornato con un incremento di 0.5° rispetto al precedente, lo script leggeva da un file `.csv` generato da uno script MATLAB le componenti di velocità corrispondenti e aggiornava di conseguenza esclusivamente le condizioni al contorno di velocità della simulazione. In questo modo si è evitato di rigenerare la geometria e la mesh per tutti i casi successivi al primo; l'approccio consente analisi parametriche su un ampio intervallo di angoli con efficienza e ripetibilità, riducendo i tempi computazionali.

2.3.2 Al variare di due angoli nello spazio

Dopo aver analizzato il caso in cui la direzione variava entro un piano per mezzo di un angolo θ si è deciso di estendere lo studio al caso più generale in cui il flusso poteva assumere una qualsiasi direzione nello spazio. Questa configurazione ha permesso di esplorare in maniera completa tutte le direzioni del flusso, fornendo dei dati più realistici e di maggiore interesse ingegneristico. Per implementare questo modello è stato necessario impiegare due angoli in un sistema di coordinate sferiche, nel caso specifico θ (angolo azimutale) e ξ (angolo polare).

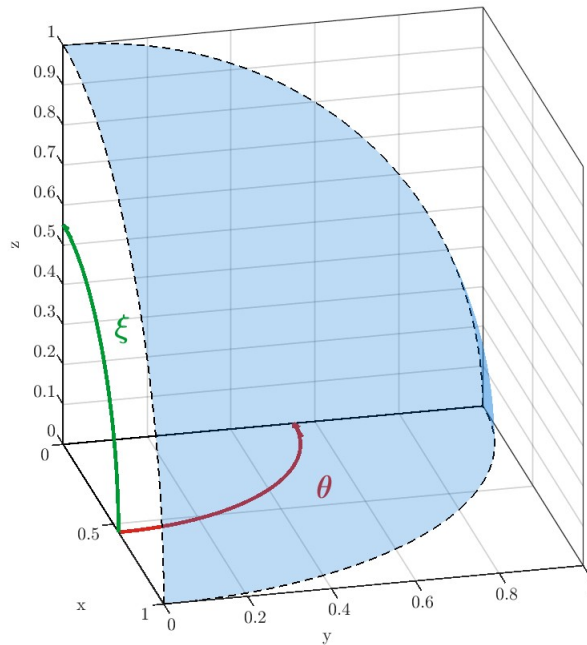


Figura 2.9: Spicchio di sfera unitaria con angoli di riferimento

Ancora una volta ci vengono in aiuto le proprietà intrinseche delle TPMS, trattandosi di superfici periodiche e con simmetria di rotazione intorno agli assi. Nel caso precedente avevamo limitato lo studio al solo intervallo $[0^\circ, 90^\circ]$ per l'angolo θ sfruttando a nostro vantaggio la ciclicità della struttura. In questo caso più generale, la considerazione logica è pressoché identica: andiamo a limitare entrambi gli angoli, θ e ξ all'intervallo $(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ, 0^\circ \leq \xi \leq 90^\circ)$ restringendo così l'analisi solo alle direzioni contenute nel primo ottante della sfera. Una volta fissati i due angoli è possibile scomporre una qualsiasi velocità nelle sue componenti cartesiane per mezzo di semplici relazioni trigonometriche.

$$\begin{cases} x = \cos \theta \cos \xi \\ y = \sin \theta \cos \xi \\ z = \sin \xi \end{cases} \quad (2.18)$$

da cui, successivamente, le componenti cartesiane della velocità vengono calcolate come:

$$\begin{cases} u_x = \bar{u} \cos \theta \cos \xi \\ u_y = \bar{u} \sin \theta \cos \xi \\ u_z = \bar{u} \sin \xi \end{cases} \quad (2.19)$$

In questo modo la direzione di moto viene controllata dai due angoli, consentendo di esplorare tutte le possibili direzioni nello spazio. In fase di simulazione si è dovuto necessariamente scegliere un insieme discreto di valori di θ e ξ tale che fosse rappresentativo di tutte le diverse e infinite possibili direzioni del flusso. Inizialmente si era pensato ad una discretizzazione uniforme dei due angoli, ad esempio con passo di 2° . Tuttavia questo approccio, seppur logico, porta a problemi significativi dovuti alla geometria della superficie sferica, causando quella che si può definire una griglia "non uniforme". A causa di questa discretizzazione ingenua, la disposizione dei punti sulla sfera formava una reticolo non uniforme, andandosi ad affollare man mano che ci si avvicina al polo ($\xi = 90^\circ$) e, in coincidenza del punto stesso, creava dei punti degeneri.

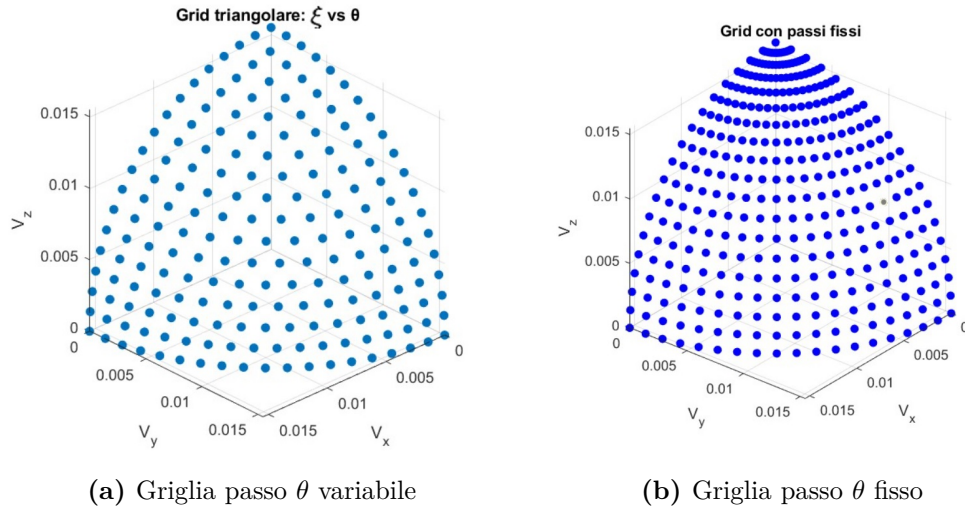


Figura 2.10: Tipologia griglie campionamento direzioni nello spazio

Per superare questo problema si è adottata una discretizzazione non uniforme degli angoli, adattando il passo azimutale in funzione della posizione sulla sfera. In particolare, il passo dell'angolo azimutale θ è stato aumentato all'aumentare di ξ , ovvero riducendo gradualmente il numero di punti di longitudine man mano che ci si avvicina al polo. Per questo compito si è usata la seguente relazione matematica:

$$\Delta\theta_{locale} = \frac{\Delta\theta * 90}{90 - \xi} \quad (2.20)$$

dove:

$\Delta\theta_{locale}$: Passo di discretizzazione locale dell'angolo azimutale,

$\Delta\theta$: Passo di discretizzazione dell'angolo azimutale,

ξ : Angolo polare.

Così facendo il passo dell'angolo azimutale θ viene aumentato al crescere di ξ . Al limite quindi, in corrispondenza esatta del polo ($\xi = 90^\circ$), si considera un unico valore di θ . Ciò in modo da avere un solo punto al polo invece di molti duplicati e mantenendo la densità di punti sul globo più uniforme. Questo approccio ha permesso di eliminare simulazioni superflue. Il numero totale di direzioni simulate può diminuire (non si sprecano risorse su direzioni praticamente identiche), oppure a parità di risorse si possono esplorare direzioni più diversificate. In definitiva il campionamento dello spazio delle direzioni è più efficiente, concentrando gli sforzi di calcolo dove servono e non dove le direzioni sarebbero ridondanti.

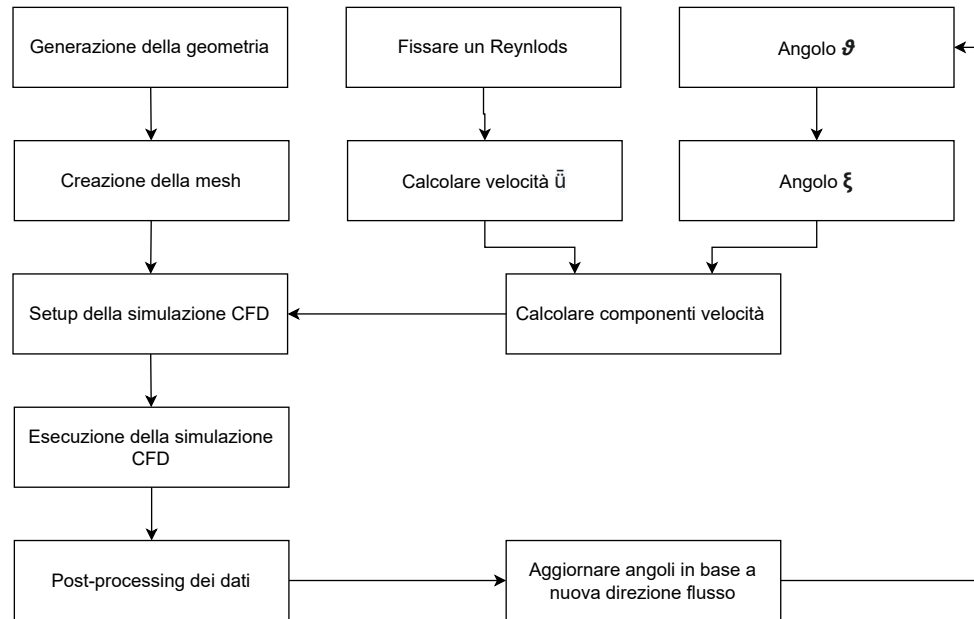


Figura 2.11: Workflow per scomposizione con 1 angolo

Le velocità sono state scomposte sulla griglia triangolare tramite uno script MATLAB (A.3), convertite nelle corrispondenti componenti cartesiane e salvate in un file *.csv*. Queste componenti sono state poi importate in OpenFOAM come condizioni al contorno; uno script di automazione ha letto di volta in volta i valori dal *.csv* e ha aggiornato la velocità per ciascuna simulazione, senza rigenerare né la geometria né la mesh.

2.3.3 Proiezione triangolare baricentrica

Per visualizzare al meglio la griglia tridimensionale contenuta nell'ottante positivo della sfera si è adottata la proiezione in coordinate triangolari baricentriche (CTB).

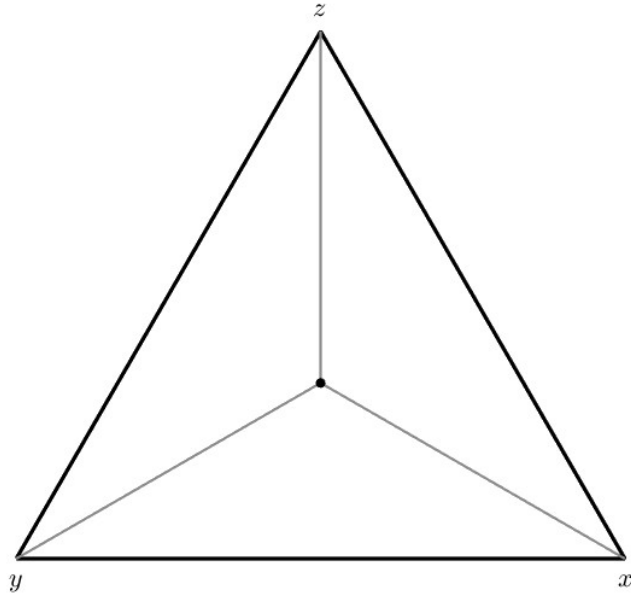


Figura 2.12: Triangolo per proiezione triangolare baricentrica

In questo sistema di riferimento ternario, i vertici del triangolo corrispondono alle direzioni allineate con i tre assi cartesiani principali come visibile in figura 2.12. Ogni direzione del flusso può essere quindi mappata attraverso una terna di coefficienti (2.21) che rappresentano il peso di una data direzione lungo ognuno dei tre assi.

$$b_x = \frac{x}{x+y+z}, \quad b_y = \frac{y}{x+y+z}, \quad b_z = \frac{z}{x+y+z}. \quad (2.21)$$

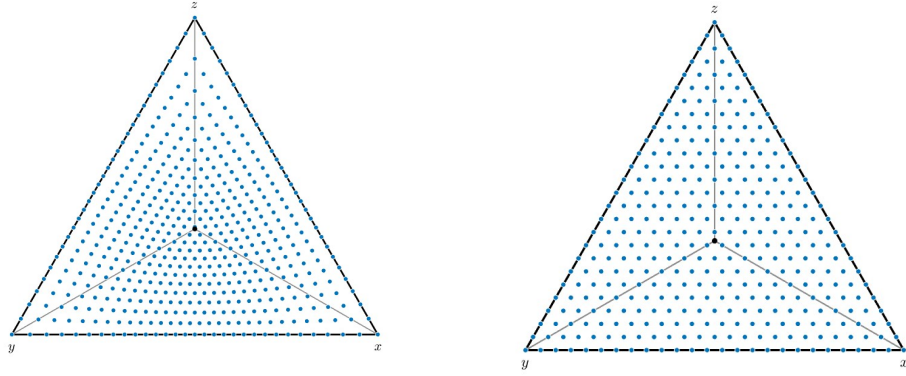
Così facendo si ottengono delle triplette $(b_x; b_y; b_z)$ la cui somma risulta sempre unitaria. Per la trasformazione in coordinate triangolari baricentriche si è usata la seguente relazione geometrica dove (t_x, t_y) descrivono le coordinate triangolari di interesse.

$$\mathbf{t} = (t_x, t_y) = b_x \mathbf{v}_1 + b_y \mathbf{v}_2 + b_z \mathbf{v}_3 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} t_x = b_y + \frac{1}{2} b_z, \\ t_y = \frac{\sqrt{3}}{2} b_z. \end{cases} \quad (2.22)$$

$\mathbf{v}_1; \mathbf{v}_2; \mathbf{v}_3$ rappresentano i vertici del triangolo equilatero unitario.

$$\mathbf{v}_1 = (0, 0), \quad \mathbf{v}_2 = (1, 0), \quad \mathbf{v}_3 = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

Questo approccio triangolare baricentrico risulta particolarmente utile in quanto riesce a rappresentare in un singolo diagramma bidimensionale le varie componenti di velocità in modo univoco, facilitando sia una discretizzazione più omogenea dei punti sulla sfera sia una visualizzazione chiara dei risultati. Seguendo il processo descritto, le coordinate cartesiane sono state ottenute a partire dalla coppia di angoli $[\theta; \varphi]$ e successivamente proiettate, per facilitare il confronto tra direzioni simmetriche, in coordinate triangolari baricentriche seguendo le relazioni (2.21);(2.22).



(a) Proiezione da coordinate cartesiane (b) Griglia triangolare baricentrica uniforme

Figura 2.13: Confronto tra griglie componenti velocità

La figura 2.13a è ottenuta come semplice proiezione triangolare baricentrica delle stesse coordinate cartesiane mostrate in 3d nella figura 2.10b. Si può notare come essa tenda a "stirare" i punti vicini al polo (ovvero per quando $\xi = 90^\circ$). L'effetto è del tutto grafico e può essere corretto manipolando i passi di discretizzazione degli angoli azimutale e polare. In alternativa a partire da una griglia in coordinate sferiche e poi proiettarla, possiamo generare direttamente i punti nella rappresentazione triangolare in modo uniforme. Vediamo come costruirla:

$$b_x = \frac{i}{M}, \quad b_y = \frac{j}{M}, \quad b_z = \frac{k}{M} \quad (2.23)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{b_y}{b_x}\right) \quad (2.24)$$

$$\xi = \arctan\left(\frac{b_z}{\sqrt{b_x^2 + b_y^2}}\right) \quad (2.25)$$

Si è indicati con $M \in \mathbb{N}$ il parametro di risoluzione della griglia baricentrica: valori maggiori di M producono una discretizzazione più fitta. Gli indici $i, j, k \in \mathbb{N}_0$ sono interi non negativi che soddisfano il vincolo $i + j + k = M$ e consentono di enumerare tutti i nodi della maglia nel triangolo. Ogni terna (i, j, k) definisce i pesi baricentrici (attraverso la relazione ((2.23) che localizzano univocamente il punto all'interno del triangolo equilatero associato agli assi x, y, z . I punti con uno degli indici nullo ($i = 0$ oppure $j = 0$ oppure $k = 0$) giacciono sui bordi; le terne $(M, 0, 0)$, $(0, M, 0)$ e $(0, 0, M)$ corrispondono ai vertici. Il numero totale di punti generati è $(M + 1)(M + 2)/2$. Questa parametrizzazione fornisce una griglia uniforme e simmetrica nel piano baricentrico, adatta a campionare in modo omogeneo lo spazio direzionale. Le due tipologie di griglie svolgono lo stesso esatto compito: rappresentare in modo compatto le direzioni contenute nel primo ottante: Poiché come dimostrato esiste una relazione tra gli angoli e i pesi baricentrici le due costruzioni sono direzionalmente equivalenti e possono anche essere sovrapposte per aumentare la densità del campionamento e la risoluzione delle analisi. Questa strategia consente, dove necessario, di infittire l'indagine attraverso CFD pur mantenendo una coerenza sul workflow di post-processing e visualizzazione.

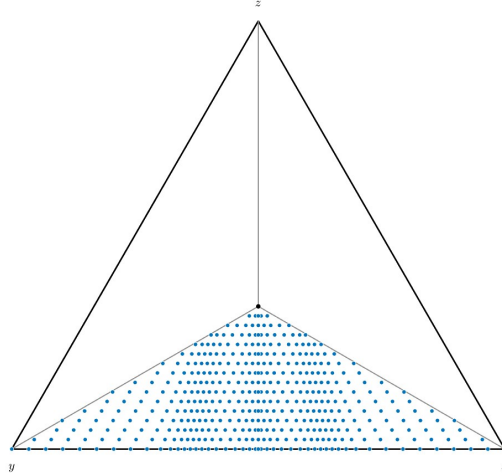


Figura 2.14: Griglia infittita per zone di interesse

Questo approccio permette inoltre di infittire selettivamente la griglia in zone di maggiore interesse sperimentale, ad esempio intorno a $\theta = 30^\circ; 45^\circ; 60^\circ$. Lo script MATLAB permette di identificare una frazione angolare (calcolata per mezzo dei pesi b_x, b_y, b_z) e univoca per l'angolo θ e, attorno a tali angoli, eseguire una rimappatura che permette di infittire la griglia aumentando la densità dei punti in un intorno di θ controllabile. Si noti come il baricentro del diagramma triangolare rappresenta la direzione di flusso che "pesa" allo stesso modo lungo

le componenti x, y, z . La normalizzazione produrrà quindi dei pesi equivalenti e pari a $b_x; b_y; b_z = 1/3$, sostituendo questi valori nelle equazioni (2.24)(2.25) otteniamo i corrispettivi angoli:

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan\left(\frac{b_y}{b_x}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}\right) = \arctan(1) = 45^\circ, \\ \xi &= \arctan\left(\frac{b_z}{\sqrt{b_x^2 + b_y^2}}\right) = \arctan\left(\frac{\frac{1}{3}}{\sqrt{(\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{3})^2}}\right) = \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 35.26^\circ.\end{aligned}\tag{2.26}$$

Ne segue che la direzione individuata dal baricentro della proiezione triangolare coincide esattamente con il caso fisico in cui il flusso è perfettamente orientato con il vertice della cella cubica contenente la TPMS.

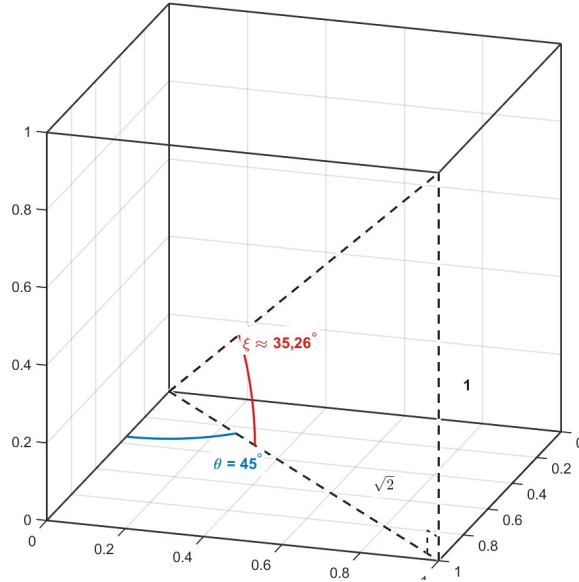


Figura 2.15: Cubo nel primo ottante: angoli dall'origine e triangolo dimostrativo

Capitolo 3

Risultati

3.1 Allineamento con la letteratura: impostazione e confronto dei risultati

Per aprire la sezione dei risultati e, principalmente, per validare il *workflow* di simulazione CFD si è deciso di assumere come paper di riferimento «Hydrodynamic characterization of Gyroid, Diamond and Split-P Triply Periodic Minimal Surfaces as porous medium» (Gajetti et al., 2025). Il contributo di Gajetti et al. rappresenta la base metodologica su cui si fonda il presente studio: ne riprendiamo la definizione della cella unitaria, l'impostazione numerica (solutore incompressibile stazionario in **OpenFOAM**), le condizioni al contorno e le grandezze di confronto (caduta di pressione, fattore d'attrito), così da consentire un confronto diretto e privo di ambiguità. Su questo terreno consolidato, la tesi amplia il perimetro dell'analisi introducendo in modo sistematico la variabile direzionale del flusso: dapprima entro un piano e, quindi, nello spazio tridimensionale (primo ottante e, per simmetria, l'intero spazio), al fine di caratterizzare l'anisotropia idraulica della Giroide e mappare l'impedenza in funzione dell'orientamento (θ, ξ) . Questa estensione multidirezionale non sostituisce, ma completa il quadro fornito da «Hydrodynamic characterization of Gyroid, Diamond and Split-P Triply Periodic Minimal Surfaces as porous medium»: il paper di riferimento resta cruciale come *benchmark* per la validazione del setup e per l'ancoraggio dei risultati; l'ulteriore dimensione esplorativa introdotta in questa tesi mira invece a colmare un vuoto nella letteratura, offrendo indicazioni utili alla progettazione consapevole di dispositivi basati su TPMS, in cui anche l'orientamento del reticolo rispetto al campo di moto diventa una variabile di progetto. In questo lavoro di tesi il focus è solo sulla geometria Giroide estendendo il range di porosità a $\varphi = 30\%–70\%$. Per garantire la piena confrontabilità con la letteratura si è scelto di replicare integralmente le condizioni di setup del lavoro di riferimento; di seguito se ne discutono i

dettagli.

- *Dominio di simulazione e flusso:* Attenzione su una singola cella cubica periodica di lato $L_c = 10mm$ e con direzione del flusso allineata lungo direzione y
- *Condizioni al contorno:* Come nel lavoro di riferimento le facce opposte sono accoppiate con condizioni periodiche, tuttavia si è optato di non forzare il flusso per mezzo di un gradiente di pressione ma di indurre un termine sorgente di quantità di moto applicato lungo la stessa direzione indagata dal paper. Pur adottando due modalità di forzamento diverse l'ottenimento di risultati sovrapponibili entro l'incertezza costituisce un ottimo segnale di robustezza del modello e della corretta implementazione numerica.
- *Fluido e regime:* In entrambi i lavori si è considerato come fluido d'esame acqua a $20^\circ C$, L'analisi è condotta in condizioni **stazionarie, incompressibili e isoterme** e ad un Reynolds che garantisce un regime laminare, pertanto la turbolenza non viene modellata. Inoltre, possiamo semplificare il problema visto che imporre una sorgente di QdM, nelle condizioni sopra elencate, equivale a prescrivere una velocità superficiale del fluido.
- *Software e impostazioni numeriche:* Le simulazioni sono state eseguite con diverse release di *OpenFOAM*; per garantire l'omogeneità del confronto sono stati mantenuti gli stessi solver e gli stessi schemi numerici in tutte le prove: accoppiamento pressione-velocità SIMPLE per flusso incompressibile stazionario, discretizzazione convettiva linear upwind, termini diffusive a differenze centrali, criteri di convergenza e tolleranze identici.

3.1.1 Caratterizzazione geometrica Giroide

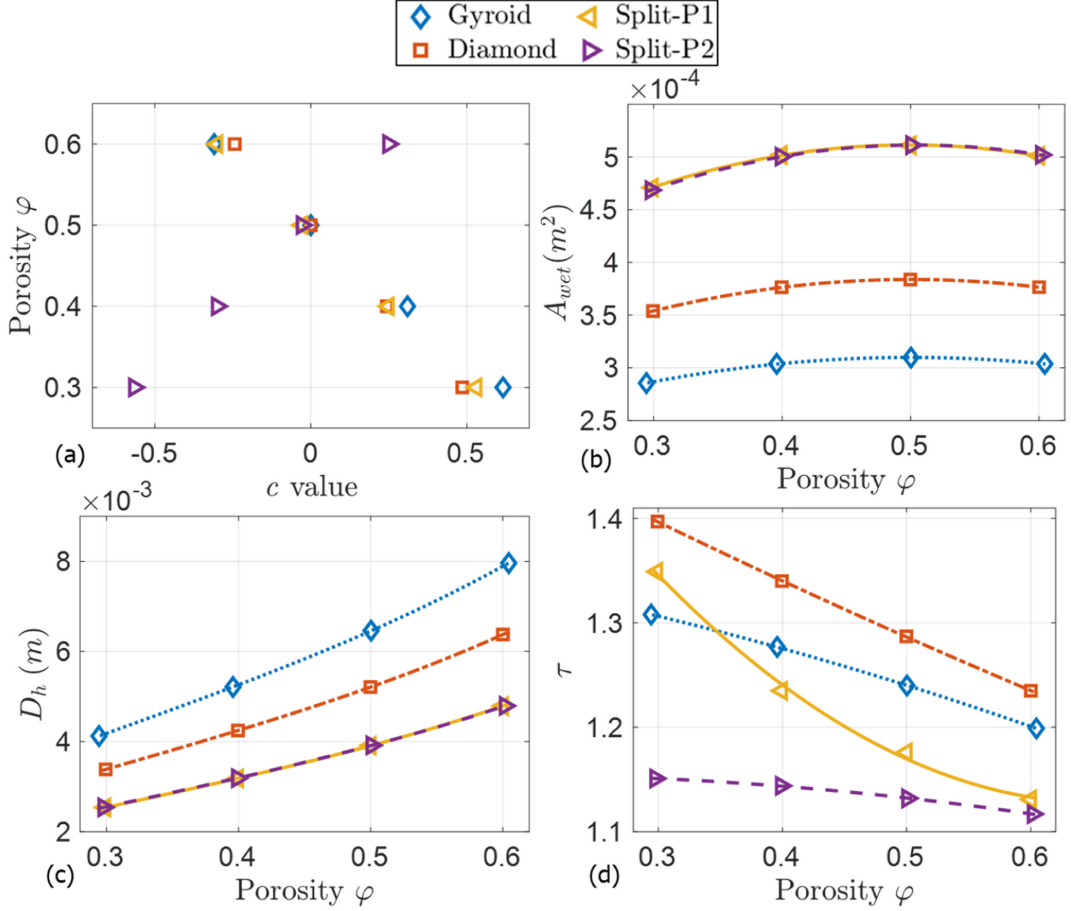


Figura 3.1: Caratterizzazione geometrica TPMS [18]

In primo luogo si sono volute verificare le principali variabili geometriche per escludere che eventuali discrepanze a valle fossero imputabili a una geometria mal descritta o generata in maniera grossolana. In più, questo controllo, verifica la corretta generazione/scalatura della cella, la metrica di superficie (triangolazione/mesh) e l'allineamento delle definizioni usate nel paper, rendendo il confronto dei risultati pienamente affidabile e riproducibile. Si è quindi deciso di prendere come valori di riferimento per la validazione il diametro idraulico e l'area bagnata, riportati rispettivamente nei grafici (b) e (c) della fig. 3.1

φ [–]	V_f [m³]	A_{wet} [m²]	D_h [m]
0.30	3.0×10^{-7}	2.86×10^{-4}	4.19×10^{-3}
0.50	5.0×10^{-7}	3.09×10^{-4}	6.46×10^{-3}
0.70	7.0×10^{-7}	2.86×10^{-4}	9.78×10^{-3}

Tabella 3.1: Risultati geometrici — TPMS Giroide

3.1.2 Caratterizzazione idraulica Giroide

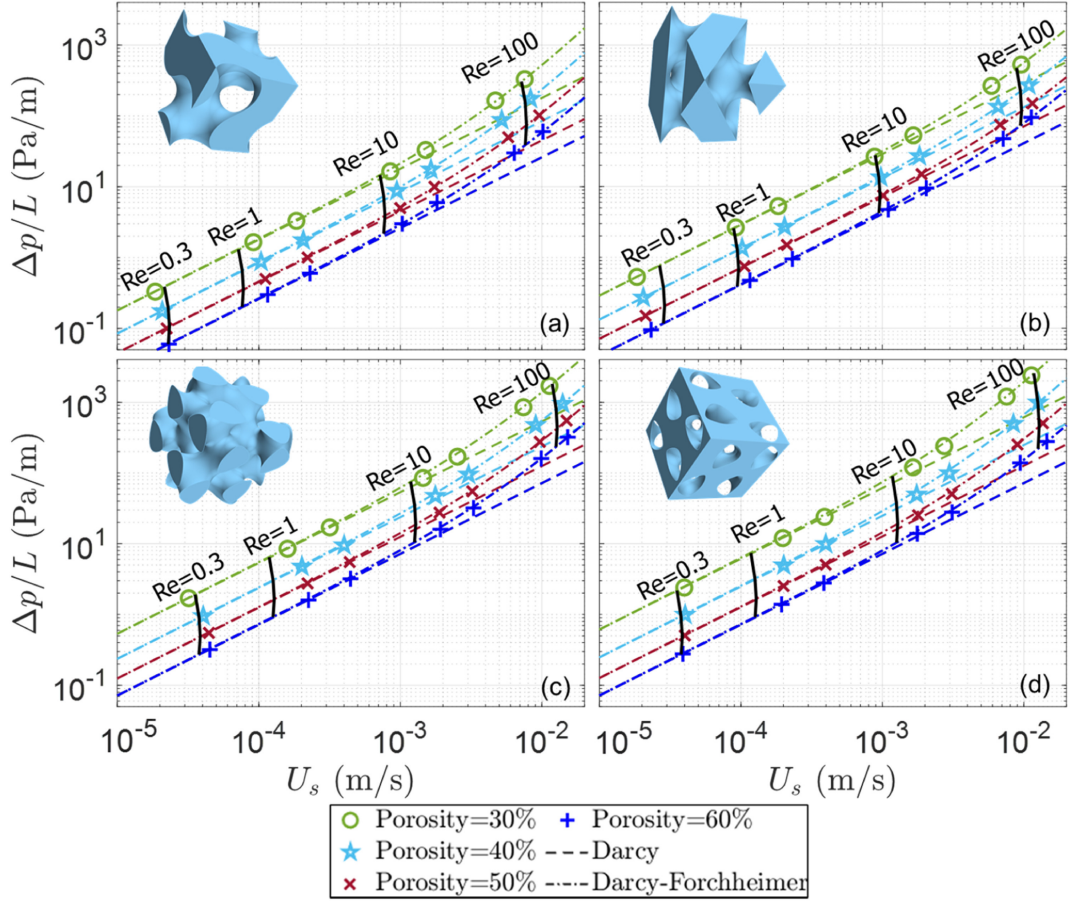


Figura 3.2: Caratterizzazione idraulica TPMS Giroide (a) [18]

Dopo il controllo geometrico si è proseguito con un confronto dei risultati idraulici ottenuti; questo ha permesso di confermare l'affidabilità del *workflow* nelle simulazioni monodirezionali e di fornire un riferimento solido per le successive simulazioni con flusso multidirezionale.

Re_{D_h} [—]	U_s [m s ⁻¹]	$\bar{U}$ [m s ⁻¹]	$\Delta p/L$ [Pa m ⁻¹]
1.3	9.5×10^{-5}	3.16×10^{-4}	1.57×10^0
11.8	8.50×10^{-4}	2.83×10^{-3}	1.52×10^1
104.8	7.50×10^{-3}	2.50×10^{-2}	3.15×10^2

Tabella 3.2: Caratterizzazione idraulica TPMS Giroide $\varphi = 0.3$

$\text{Re}_{D_h} [-]$	$\mathbf{U}_s [\text{m s}^{-1}]$	$\overline{\mathbf{U}} [\text{m s}^{-1}]$	$\Delta \mathbf{p}/L [\text{Pa m}^{-1}]$
2.9	2.25×10^{-4}	4.5×10^{-4}	9.98×10^{-1}
12.8	9.94×10^{-4}	1.98×10^{-3}	4.88×10^0
128.5	9.95×10^{-3}	1.99×10^{-2}	1.02×10^2

Tabella 3.3: Caratterizzazione idraulica TPMS Giroide $\varphi = 0.5$

$\text{Re}_{D_h} [-]$	$\mathbf{U}_s [\text{m s}^{-1}]$	$\overline{\mathbf{U}} [\text{m s}^{-1}]$	$\Delta \mathbf{p}/L [\text{Pa m}^{-1}]$
1.2	8.58×10^{-5}	1.22×10^{-4}	1.36×10^{-1}
12	8.58×10^{-4}	1.22×10^{-3}	1.47×10^0
120	8.58×10^{-3}	1.22×10^{-2}	2.39×10^1

Tabella 3.4: Caratterizzazione idraulica TPMS Giroide $\varphi = 0.7$

3.2 Simulazioni al variare di un angolo nel piano

La variazione dell'angolo θ tra 0° e 90° ha evidenziato un marcato comportamento anisotropico durante l'attraversamento della struttura TPMS. Si è notato come l'impedenza idraulica dipenda in maniera importante dall'orientamento relativo tra flusso e campione. La differenza osservata fa pensare che la struttura interna della Giroide, seppur periodica, presenti dei canali preferenziali che favoriscono il deflusso in determinate direzioni. Il fenomeno osservato implica che l'efficienza idraulica della struttura in esame non possa essere rappresentata da un valore medio, ma necessiti invece di una caratterizzazione direzionale. Tale peculiarità potrebbe essere di spiccato valore nei vari settori ingegneristici; infatti, l'orientamento relativo di struttura e campo di moto andrebbe a influire in maniera specifica sulle perdite di carico durante l'attraversamento e, in generale, sui fenomeni di trasporto, con possibili effetti sulle prestazioni globali del sistema. Questo aspetto, se opportunamente sfruttato, potrebbe consentire la progettazione di dispositivi con proprietà idrauliche direzionali mirate. Per validare questo comportamento sono state condotte simulazioni fluidodinamiche a varie porosità della geometria Giroide e, inizialmente, a un Reynolds fissato a 100. Questa analisi ha permesso di indagare il comportamento combinato della porosità e dell'angolo di deflusso; a questo scopo è stato calcolato in fase di post-processing il fattore di attrito f secondo la relazione (2.3). Esso rappresenta un fattore di riferimento per quantificare, e quindi paragonare ad altre configurazioni, la resistenza offerta al flusso da parte della struttura in esame.

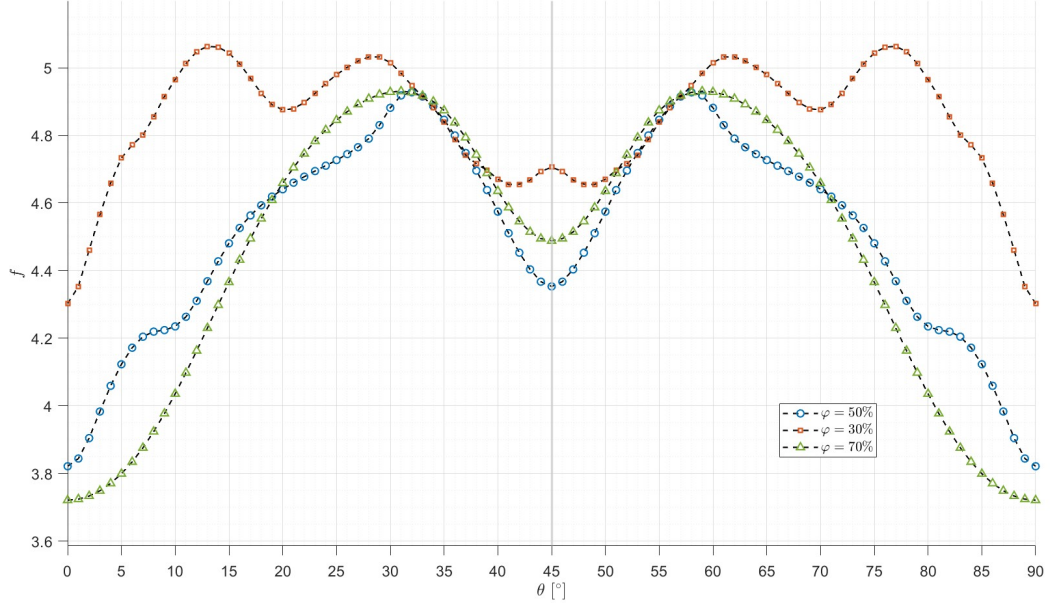


Figura 3.3: Andamento f al variare di θ

In figura 3.3 sono stati riportati i dati delle simulazioni CFD discusse precedentemente, per tre diversi valori di porosità ($\varphi = 30\%$, 50% , 70%) e al variare dell'angolo θ nel range tra 0° e 90° . La prima particolarità che emerge dalla rappresentazione grafica dei dati sperimentali è la perfetta simmetria intorno a 45° , caratteristica condivisa dai vari set di risultati e quindi indipendente dal valore di porosità considerato. Tale comportamento è facilmente giustificabile dalla intrinseca periodicità tridimensionale delle TPMS che presentano facce con caratteristiche equivalenti, questo si traduce in configurazioni idraulicamente equivalenti per angoli complementari rispetto a 45° . Questa proprietà, oltre a confermare la coerenza con la teoria, potrebbe anche essere sfruttata dal punto di vista computazionale andando a restringere il campo di analisi in $0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ permettendo quindi, successivamente, di estendere i risultati per simmetria riducendo la spesa computazionale complessiva. Come atteso, per $\theta = 0^\circ$ e per simmetria $\theta = 90^\circ$, così come nei loro interni, il fattore di attrito f assume valori maggiori al diminuire della porosità della struttura a dimostrazione della maggiore resistenza offerta al deflusso da parte di canali più piccoli e tortuosi. Per $\theta \approx 20^\circ$ e $\varphi = 30\%$ possiamo osservare una riduzione locale del valore di f , verosimilmente riconducibile all'allineamento di un canale preferenziale della Giroide con il flusso. Nell'intorno di $\theta \approx 30^\circ$ le configurazioni con porosità diverse mostrano una impedenza idraulica equivalente in quanto entro l'errore numerico di simulazione e quindi indistinguibili entro l'incertezza. Infine, per $\theta = 45^\circ$ si osserva che la porosità intermedia è la più favorevole in termini di fattore di attrito, mostrando il più basso f tra i tre casi in esame.

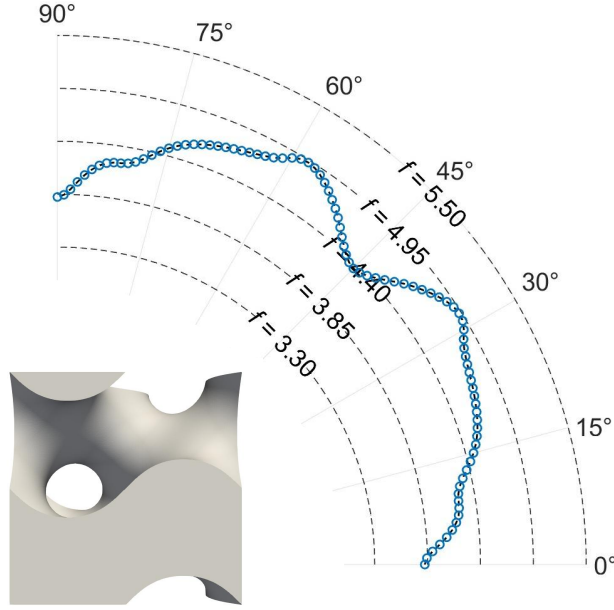


Figura 3.4: Andamento polare del fattore di attrito f al variare di θ per $\varphi = 0.5$

Seguendo quanto già presente in letteratura [16] si è deciso di rappresentare gli stessi dataset della fig. 3.3 in un grafico polare. Ciò ha permesso una rappresentazione più intuitiva del comportamento anisotropico attraverso una configurazione "a lobi". Nel diagramma polare l'angolo θ indica la direzione del flusso imposta rispetto al campione, mentre il raggio riporta il valore del fattore d'attrito f . A parità di θ la distanza dal centro consente di confrontare immediatamente l'impedenza tra le diverse porosità. Come visibile in Fig. 3.4, la TPMS mostra direzioni preferenziali di scorrimento e una evidente simmetria rispetto a 45° , riconducibile alla periodicità intrinseca della superficie. La condizione più favorevole si ha con incidenza perpendicolare, dove le vie di flusso sono più dirette; per direzioni oblique il percorso è più tortuoso e dissipativo. Nel complesso, i risultati sono commentabili in modo del tutto analogo a quanto discusso per la Fig. 3.3. In appendice B sono disponibili per una consultazione dettagliata i grafici polari relativi alle altre porosità (Fig. B.1;B.2;B.3)

3.2.1 Prova con periodicità diverse

Si è voluto inoltre, per meglio validare i risultati, effettuare una controprova. Sulla base delle proprietà geometriche delle TPMS è noto che un flusso inclinato di 45° rispetto alla struttura attraversa un percorso equivalente a quello di un flusso perpendicolare ad una faccia di una cella con periodicità aumentata di un fattore $\sqrt{2}$. Questo perché, lungo la diagonale della cella, la periodicità della geometria risulta incrementata appunto di un fattore $\sqrt{2}$.

Per verificare i risultati numerici ottenuti nel punto precedente si è deciso di condurre un'ulteriore simulazione in cui una nuova struttura TPMS con periodicità incrementata veniva ruotata dello stesso angolo del flusso per far sì che esso fosse perpendicolare alla faccia di ingresso.

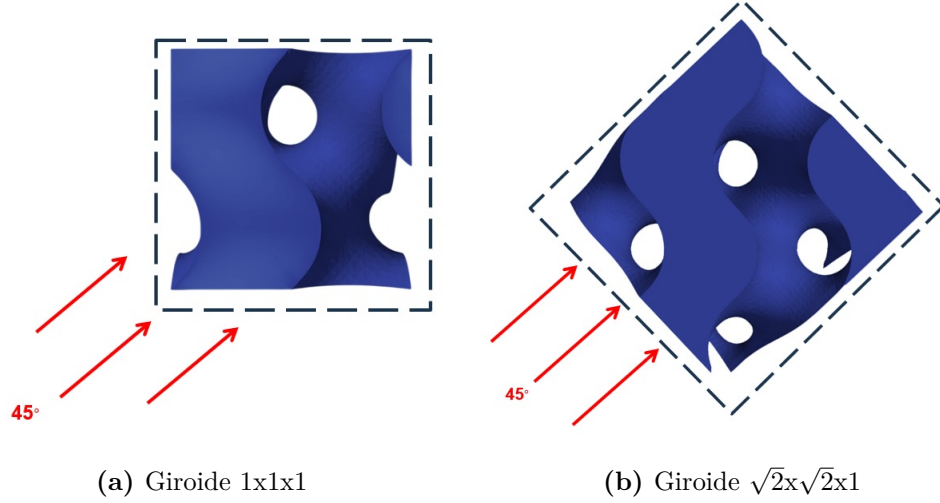


Figura 3.5: Confronto diverse ciclicità

I dati ottenuti hanno confermato le attese: infatti, entro l'errore numerico, si hanno delle perdite di carico coincidenti per entrambe le configurazioni. Questo risultato dimostra come la formulazione teorica trovi un riscontro anche nelle simulazioni CFD, rafforzando l'affidabilità del modello impiegato. L'analisi del campo di moto per queste due casistiche permette ancora meglio di visualizzare questa equivalenza.

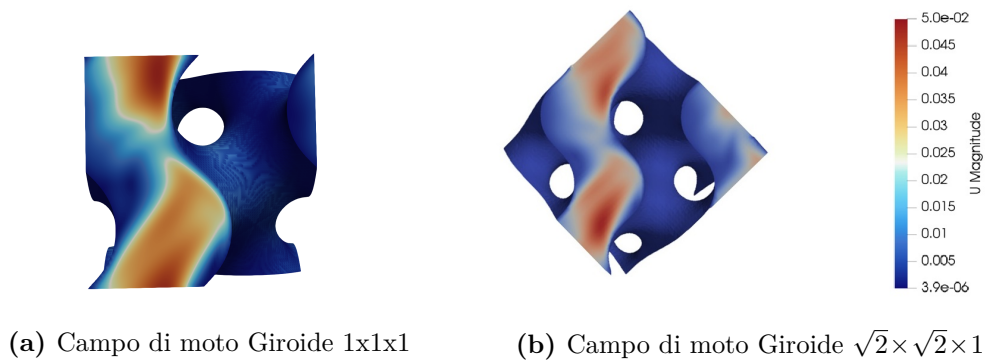


Figura 3.6: Confronto campi di moto di Giroidi con diverse ciclicità

3.2.2 Linee di flusso

Per motivare il comportamento anisotropico dell'impedenza idraulica della struttura Giroide visto in Fig. 3.3 si è voluto indagare perché alcune direzioni di flusso risultino più agevoli di altre e come tutto questo dipenda dalla porosità

della struttura. Per portare avanti questa analisi si è partiti dai casi numerici sviluppati dalle simulazioni CFD e, per mezzo del software **ParaView**, si sono volute visualizzare le linee di flusso (*streamlines*) come strumento sia qualitativo che quantitativo. Un'impostazione analoga è stata sviluppata anche in altri contributi della letteratura, sebbene con obiettivi e contesti applicativi differenti [32]. Si sono "seminate" particelle di partenza per le linee di flusso su un piano (nello specifico 30x30 particelle su un piano ortogonale al flusso) e si sono integrati i loro percorsi per mezzo del campo vettoriale ottenuto dalle computazioni.

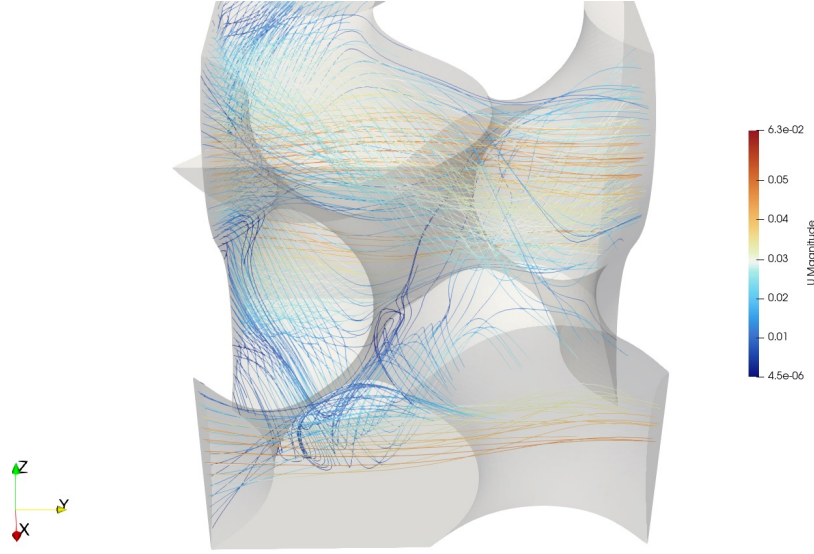


Figura 3.7: Esempio linee flusso per $\varphi = 0.5$; $Re = 100$; $\theta = \xi = 0^\circ$

Per trasformare questi dati qualitativi in numeri si è calcolata, per ogni caso, la tortuosità media ($\bar{\tau}$) per mezzo della seguente relazione:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{N_{\text{reach}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{str}}} \frac{L_i}{L_{\text{cella}}} \quad (3.1)$$

dove:

- $\bar{\tau}$: tortuosità media (adimensionale),
- N_{reach} : numero di streamlines considerate,
- L_i : lunghezza della i -esima streamline [m],
- L_{cella} : lunghezza del lato di cella nella direzione del flusso [m].

La metrica è adimensionale: valori prossimi a 1 indicano percorsi quasi rettilinei, mentre valori maggiori riflettono deviazioni, aggiramenti di ostacoli e ricircoli. Contestualmente alla tortuosità media è stata valutata anche la connettività (C), intesa come la frazione di linee di flusso che raggiunge almeno una delle

possibili vie di uscita del mezzo poroso. Questa metrica completa l'informazione fornita dalla tortuosità, aggiungendo quante traiettorie risultano effettivamente efficaci nell'attraversamento. Per garantire confronti affidabili tra i casi, sono stati mantenuti invariati il piano di semina, la densità dei semi e i criteri di terminazione dell'integrazione.

$$\mathcal{C} = \frac{N_{\text{reach}}}{N_{\text{tot}}} \quad (3.2)$$

dove:

- $\mathcal{C}$: connettività (frazione di attraversamento, adimensionale),
- N_{reach} : numero di streamlines che raggiungono l'uscita,
- N_{tot} : numero totale di streamlines "seminate".

$\varepsilon [-]$	$\bar{\tau} [-]$	$N_{\text{reach}} [-]$	$\mathcal{C} [-]$
0.30	1.68	275	0.31
0.50	1.75	425	0.47
0.70	1.38	601	0.67

Tabella 3.5: Parametri linee di flusso per $Re = 100$; $\theta = \xi = 0^\circ$

Per indagare l'anisotropia lungo la direzione obliqua si è ripetuto lo stesso procedimento per un flusso inclinato di $\theta = 45^\circ$. Operativamente le *streamlines* sono partite da due piani di semina (uno ortogonale a x e l'altro a y) per popolare i corridoi accessibili di entrambe le facce. Si è quindi calcolata la tortuosità media tenendo conto adesso della direzione obliqua del flusso e ottenendo i seguenti risultati.

$\varepsilon [-]$	$\bar{\tau} [-]$	$N_{\text{reach}} [-]$	$\mathcal{C} [-]$	$\tau_{\text{sistem}} [-]$
0.30	2.94	520	0.29	0.853
0.50	1.80	735	0.41	0.738
0.70	1.43	1046	0.58	0.829

Tabella 3.6: Parametri linee di flusso per $Re = 100$; $\theta = 45^\circ$; $\xi = 0^\circ$.

Si è calcolato il parametro τ_{sistem} come prodotto tra la tortuosità media $\bar{\tau}$ e la connettività $\mathcal{C}$, con l'obiettivo di ottenere un indicatore sintetico di quanto flusso percola effettivamente nella struttura e di quanto tortuosi siano i relativi percorsi:

$$\tau_{\text{sistem}} = \bar{\tau} \mathcal{C}. \quad (3.3)$$

Questo indice, interpretabile come una “tortuosità percolante” media per seme, condensa in un unico numero la quota di linee che attraversano il mezzo (tramite $\mathcal{C}$) e la loro deviazione rispetto alla direzione di misura (tramite $\bar{\tau}$). Valori più bassi di τ_{sistem} indicano, a parità di condizioni di semina e integrazione, reti percolanti complessivamente meno tortuose.

I risultati ottenuti sono in accordo con la Fig. 3.3: la porosità $\varphi = 0.5$ mostra le prestazioni idrauliche migliori, coerentemente con il valore più basso di τ_{sistem} rispetto alle altre porosità.

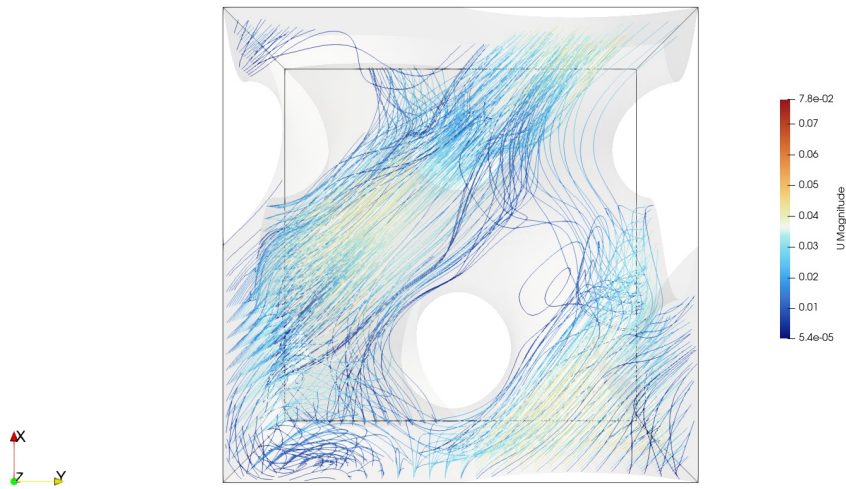


Figura 3.8: Linee flusso per $\varphi = 0.5$; $Re = 100$; $\theta = 45^\circ$; $\xi = 0^\circ$

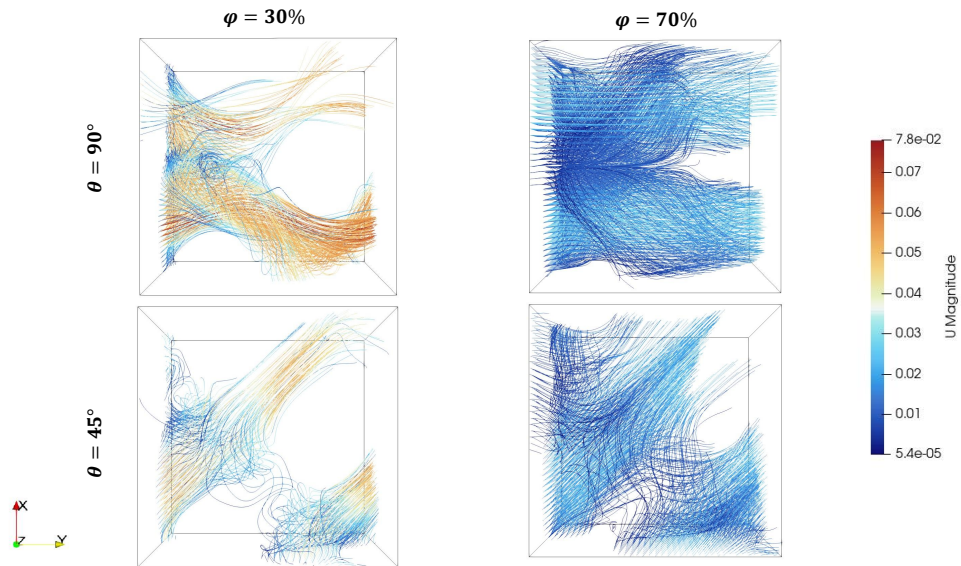


Figura 3.9: Linee di flusso per porosità $\varphi = 0.3$ e $\varphi = 0.7$ a diversi angoli di incidenza del flusso

3.3 Simulazioni al variare di due angoli nello spazio

Dopo aver commentato i risultati del caso in cui la velocità del fluido veniva variata secondo l'angolo θ contenuto in un piano parallelo a $x-y$, possiamo ora estendere lo studio al caso più generale e rappresentativo della realtà. In questa configurazione, l'orientazione del vettore velocità non è più confinata al solo piano orizzontale, ma viene descritta per mezzo di due variabili indipendenti: l'angolo θ , che determina la direzione del flusso all'interno del piano $x-y$, e l'angolo ξ , che rappresenta l'inclinazione rispetto a tale piano, consentendo quindi di includere anche componenti lungo la direzione z . In questo modo diventa possibile esplorare l'intero spazio tridimensionale delle direzioni di flusso attraverso la cella unitaria, caratterizzando l'impedenza idraulica non solo in funzione della rotazione planare, ma anche della variazione fuori piano. Il passaggio dal singolo parametro θ alla coppia (θ, ξ) consente dunque di affrontare il problema nella sua forma più generale e di verificare la presenza di simmetrie, anisotropie e direzioni privilegiate della geometria. Nel seguito si riportano e discutono i risultati delle simulazioni CFD condotte variando sistematicamente entrambi gli angoli. Per condurre questa prova, gli angoli (θ, ξ) che variano nel range $\theta \in [0^\circ, 90^\circ]$, $\xi \in [0^\circ, 90^\circ]$ sono stati discretizzati con un passo $\Delta\theta = \Delta\xi = 2^\circ$. Questa strategia di campionamento, ottenuta in accordo alla relazione (2.20) che ha permesso di snellire il carico computazionale, ha portato a un totale di poco sopra 1100 punti indipendenti. Per ognuno di esso, descritto inizialmente solo dalla coppia (θ, ξ) , si sono ottenute le componenti cartesiane della velocità per mezzo del sistema (2.19). Le simulazioni CFD sono state condotte non solo variando il numero di Reynolds ma anche selezionando varie porosità della struttura Giroide entro un range $0.3 \leq \varphi \leq 0.7$. Così facendo si è potuto valutare l'effetto sul comportamento fluidodinamico di due parametri fondamentali: da un lato l'intensità del flusso, espressa come rapporto tra forze viscose e inerziali, dall'altro la struttura geometrica che regola la permeabilità e la resistenza opposta al passaggio del fluido. Mantenendo fissa la porosità si è potuta ben osservare la transizione dal regime puramente viscoso, ben descritto dalla legge di Darcy, a condizioni in cui gli effetti inerziali diventano più rilevanti. Parallelamente, la variazione della porosità ha evidenziato come la resistenza idraulica dipenda in modo diretto dalla frazione di volume solido presente: a parità di Reynolds, una porosità più elevata comporta canali più ampi e una maggiore permeabilità, mentre una porosità ridotta implica passaggi più stretti e quindi un incremento delle perdite di carico. L'approccio combinato ha permesso di delineare un quadro più completo del comportamento anisotropo

della struttura Giroide. Questo ha reso possibile verificare in che modo la geometria intrinseca della struttura e le condizioni operative concorrano nel determinare l'impedenza idraulica. In particolare, la scelta di esplorare un intervallo di Re e di porosità rappresentativi di scenari realistici consente di collocare i risultati anche in un contesto ingegneristico applicativo: dalle condizioni tipiche di flussi lenti e altamente viscosi, ad esempio in dispositivi di filtrazione, fino a configurazioni con porosità intermedie o elevate, più vicine alle esigenze di scambiatori di calore. I risultati sono in accordo con questa conclusione generale: pur evidenziando chiaramente dove il Giroide oppone più o meno resistenza al passaggio del fluido, confermano che non si manifestano differenze di ordini di grandezza tra le varie direzioni, bensì scostamenti percentuali relativamente contenuti.

3.3.1 Risultati porosità $\varphi = 0.3$

Di seguito si riporta la distribuzione in coordinate cartesiane del gradiente di pressione medio ∇P_{avg} [Pa/m] ottenuta nelle condizioni di $Re = 100$ e $\varphi = 0.3$. La figura 3.10 rappresenta su un ottante di sfera unitaria le varie possibili incidenze relative del flusso sulla struttura evidenziando il comportamento anisotropico rispetto alla resistenze al flusso; le zone ad alta impedenza idraulica sono ampie, a causa del mezzo poco poroso e ricoprono quasi tutte le possibili direzioni. Le uniche direzioni di deflusso preferenziali possono essere osservate per quando il flusso è allineato con gli assi. La migliore configurazione si ha quando il flusso intercetta la diagonale del cubo e incide sul vertice dello stesso.

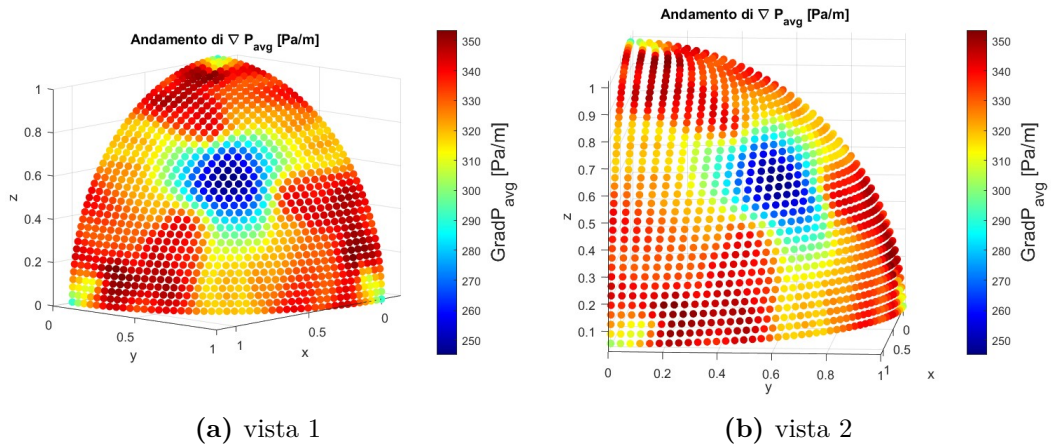


Figura 3.10: Distribuzione del gradiente di pressione per $Re = 100$ e $\varphi = 0.3$

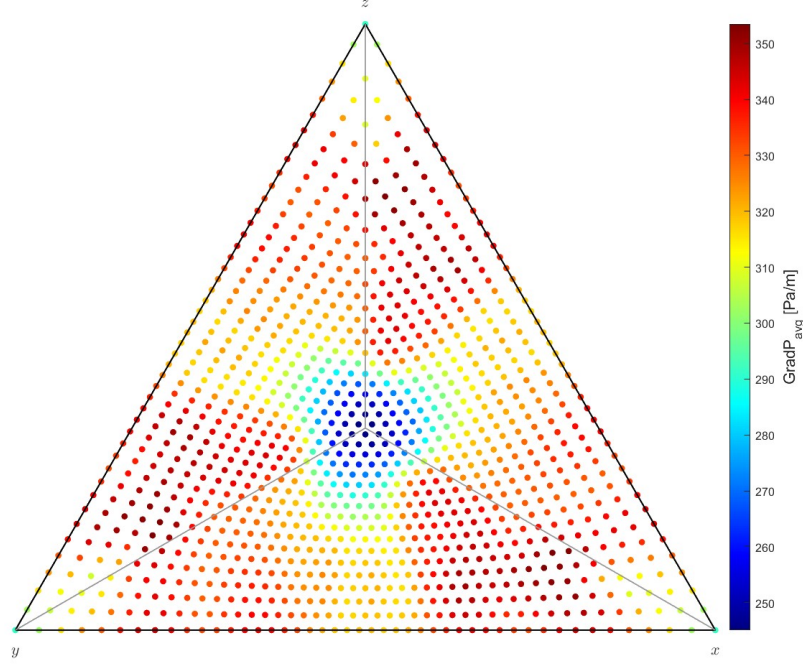


Figura 3.11: Rappresentazione diagramma triangolare $\varphi = 0.3$

Per $\varphi = 0.3$ la proiezione triangolare baricentrica mostra un affollamento in un'area relativamente stretta intorno al baricentro del triangolo. Tale zona corrisponde al vertice della cella cubica e offre il percorso idraulicamente più favorevole. Allontanandosi da questo punto, il gradiente cresce in moto repentino per orientazioni intermedie. Inoltre, quando il flusso è perpendicolare a una faccia della cella (direzioni assiali: $\theta \simeq 0^\circ$ o 90° con $\xi \simeq 0^\circ$, oppure $\xi \simeq 90^\circ$), il gradiente decresce rispetto alle orientazioni intermedie, ma non raggiunge il minimo osservato al baricentro: i valori restano infatti sensibilmente più alti di quelli lungo la diagonale del primo ottante ($\theta = 45^\circ$, $\xi = \arctan(1/\sqrt{2})$), pur risultando inferiori rispetto alle direzioni oblique circostanti.

3.3.2 Risultati porosità $\varphi = 0.5$

Di seguito si riporta la distribuzione in coordinate cartesiane del gradiente di pressione medio ∇P_{avg} [Pa/m] ottenuta nelle condizioni di $\text{Re} = 100$ e $\varphi = 0.5$.

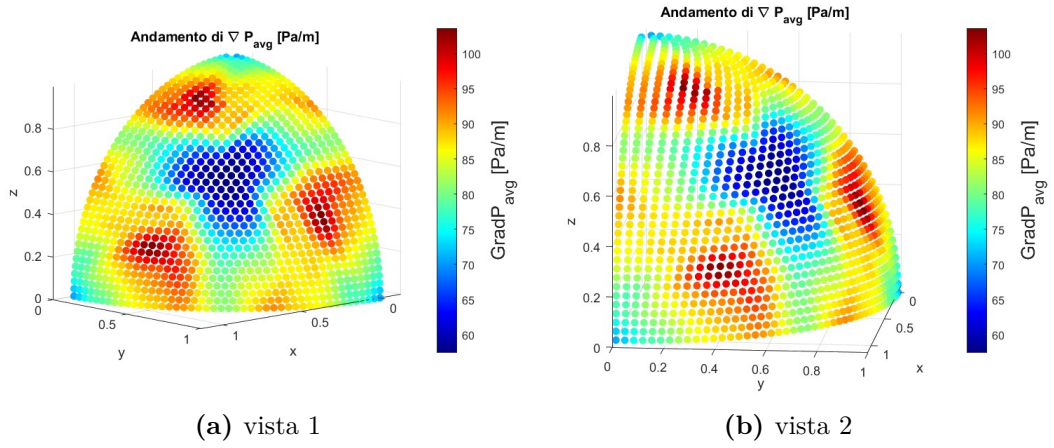


Figura 3.12: Gradiente di pressione per $Re = 100$ e $\varphi = 0.5$

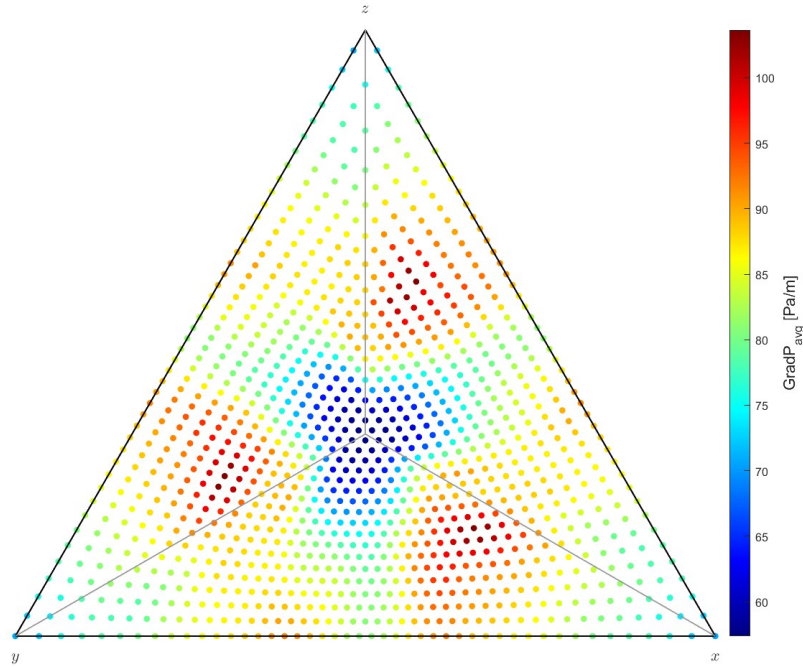


Figura 3.13: Rappresentazione diagramma triangolare $\varphi = 0.5$

Per $\varphi = 0.5$ la proiezione triangolare baricentrica mostra ancora un minimo in prossimità del baricentro; tuttavia l'area a basso gradiente di pressione (toni blu) è più estesa ma sempre concentrata nel nucleo centrale. Il gradiente cresce rapidamente allontanandosi lungo le mediane e verso i vertici. Si nota inoltre come, a causa della maggiore porosità della struttura, la distribuzione del gradiente di pressione diventi più omogenea. Infatti l'aumento di spazio destinato al flusso di liquido e della sezione idraulica efficace attenua accelerazioni locali; il flusso ha maggiore possibilità di redistribuirsi e, di conseguenza, il contrasto tra le direzioni favorevoli (diagonale) e quelle sfavorevoli (intermedie) si riduce.

3.3.3 Risultati porosità $\varphi = 0.7$

Di seguito si riporta la distribuzione in coordinate cartesiane del gradiente di pressione medio ∇P_{avg} [Pa/m] ottenuta nelle condizioni di $Re = 100$ e $\varphi = 0.7$.

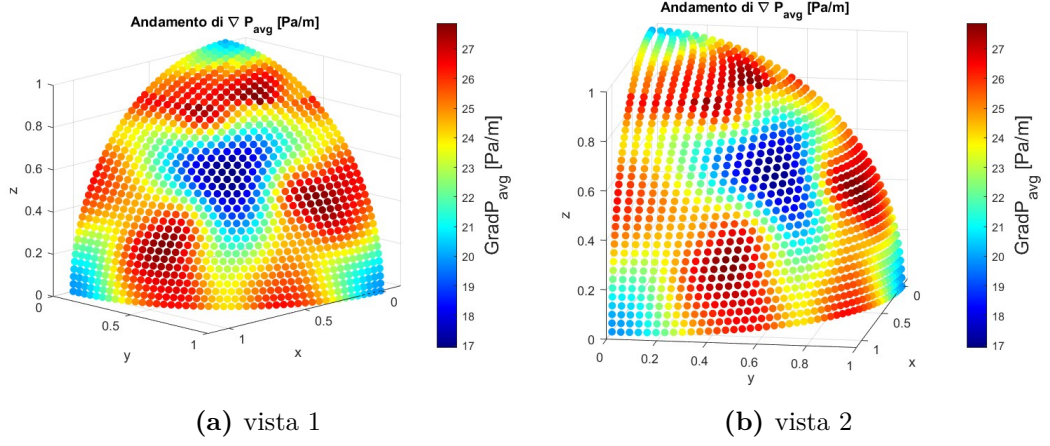


Figura 3.14: Gradiente di pressione per $Re = 100$ e $\varphi = 0.7$

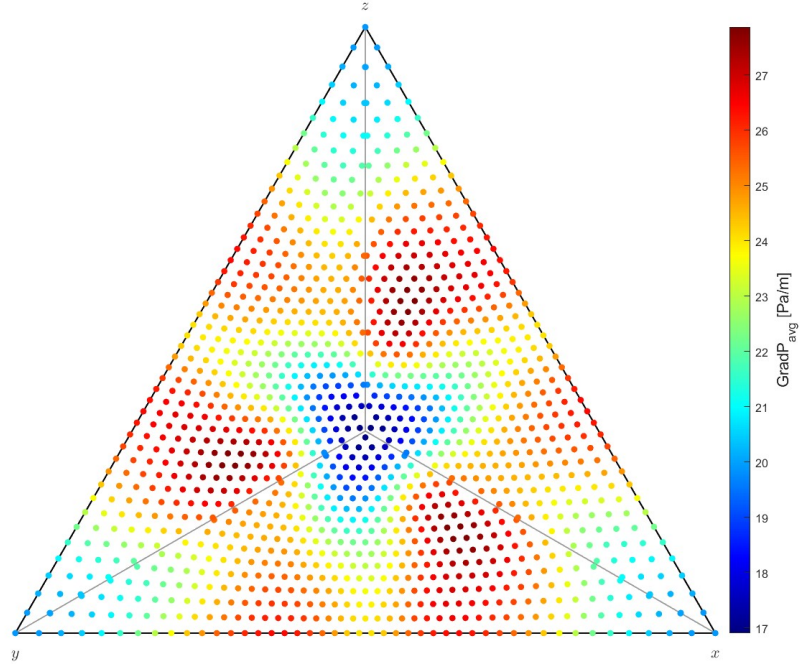


Figura 3.15: Rappresentazione diagramma triangolare $\varphi = 0.7$

Per $\varphi = 0.7$ gli stessi effetti si fanno ancora più accentuati, la mappa triangolare del gradiente di pressione tende ad una risposta quasi isotropa, con variazioni tra valori estremi minime. Il minimo lungo la diagonale del primo ottante è ancora presente ma molto meno marcato rispetto alle configurazioni precedenti. In questo caso studio la maggiore porosità offre passaggi più ampi e continui,

riducendo gli effetti di parete. Questo si traduce in una zona a bassa impedenza idraulica più ampia e appiattita che indica un contrasto meno marcato tra direzioni sfavorevoli e favorevoli.

3.3.4 Confronto tra le varie porosità

Per confrontare al meglio e in modo diretto i tre casi di porosità, le distribuzioni del gradiente di pressione sono state normalizzate dividendo, per ognuno dei tre casi, tutti i valori per la propria media. In questo frame di riferimento il valore unitario rappresenta il livello medio del caso considerato e gli scostamenti da esso sono frutto dell'anisotropia direzionale, risultando così indipendenti dalle differenze di livello assoluto dovute alla variazione di porosità. In tale scala, valori superiori all'unità individuano direzioni di flusso con impedenza idraulica sopra la media, mentre valori inferiori all'unità evidenziano percorsi preferenziali.

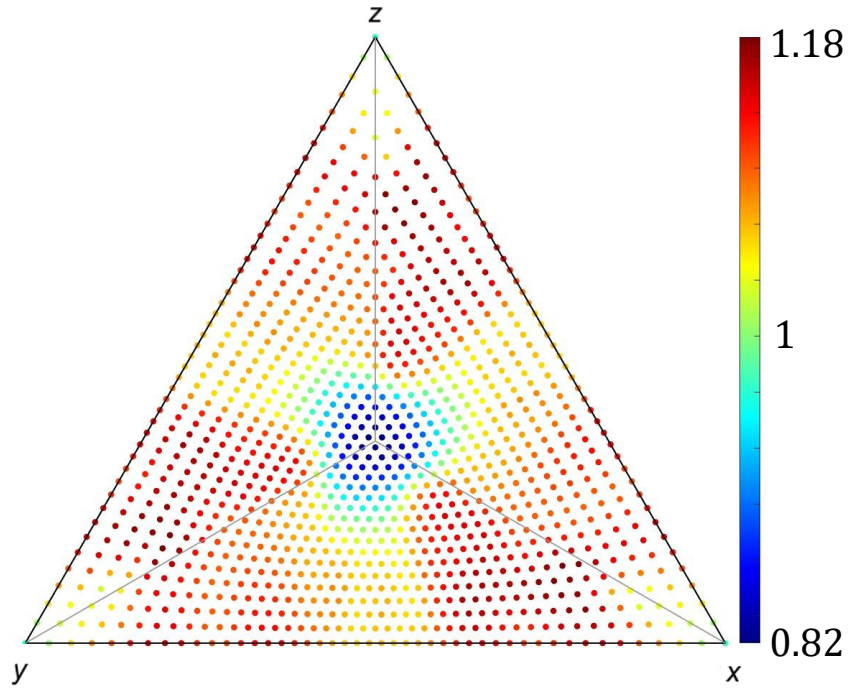


Figura 3.16: Rappresentazione diagramma triangolare normalizzato $\varphi = 0.3$

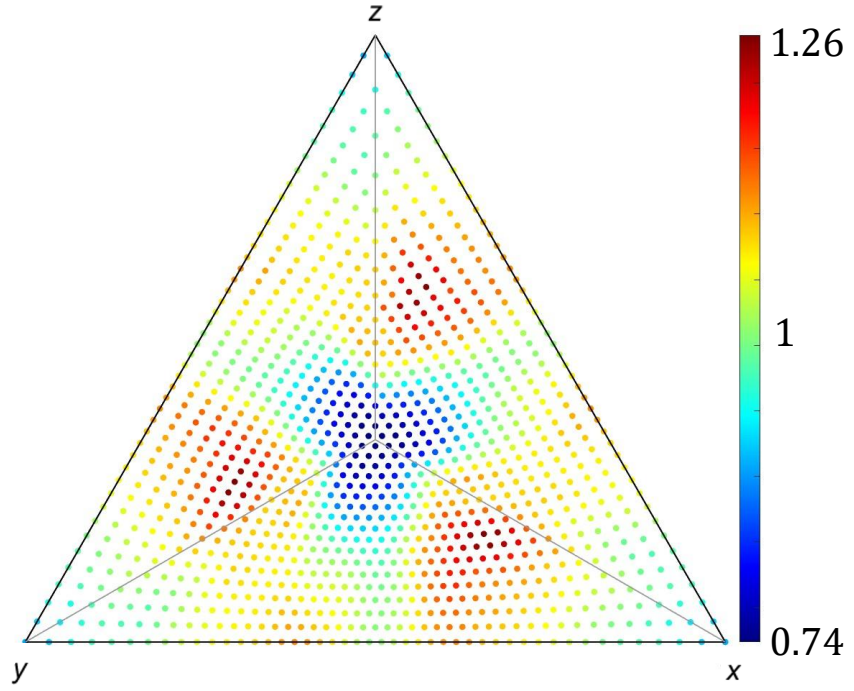


Figura 3.17: Rappresentazione diagramma triangolare normalizzato $\varphi = 0.5$

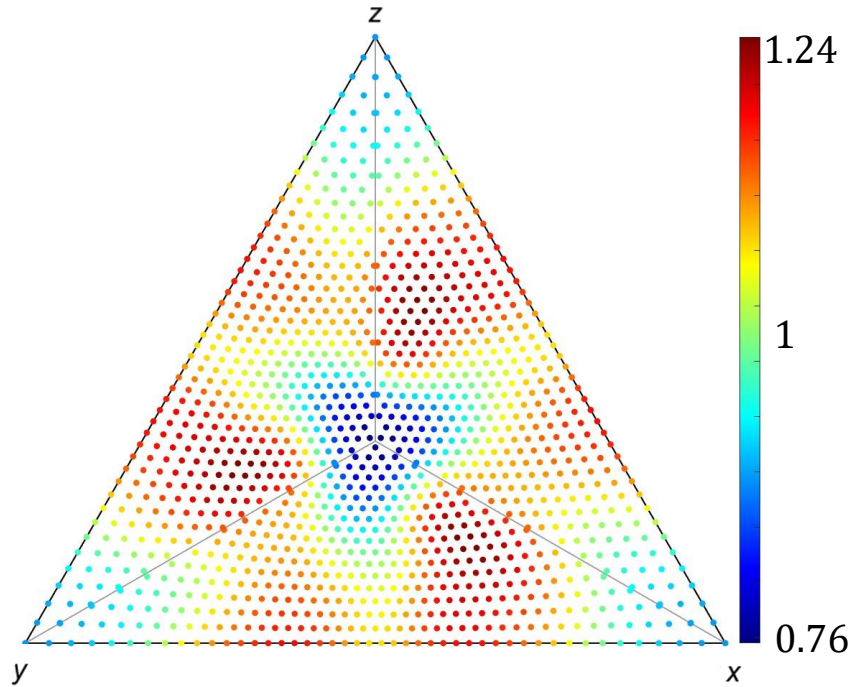


Figura 3.18: Rappresentazione diagramma triangolare normalizzato $\varphi = 0.7$

Dal confronto delle tre rappresentazioni triangolari normalizzate emerge che lo scostamento più marcato dal valore unitario e quindi la maggiore anisotropia

dell'impedenza idraulica si osserva per $\varphi = 0,5$, seguito da $\varphi = 0,3$ e, infine, da $\varphi = 0,7$. Questo comportamento è coerente con la morfologia del mezzo poroso: a porosità intermedie coesistono canali ben connessi e strozzature pronunciate, che amplificano il contrasto tra direzioni favorevoli e sfavorevoli al deflusso; a porosità più basse l'impedenza idraulica è globalmente maggiore a causa di passaggi stretti e tortuosi, riducendo quindi il contrasto relativo tra le direzioni; viceversa, a porosità elevate l'apertura del mezzo tende a smorzare le disomogeneità e la risposta direzionale si uniforma. Va però evidenziato che le differenze di anisotropia direzionale tra le tre porosità in esame sono complessivamente contenute: quasi tutte le porosità mostrano una magnitudine di anisotropia molto simile, con scostamenti tra loro limitati.

3.3.4.1 Rappresentazione composita

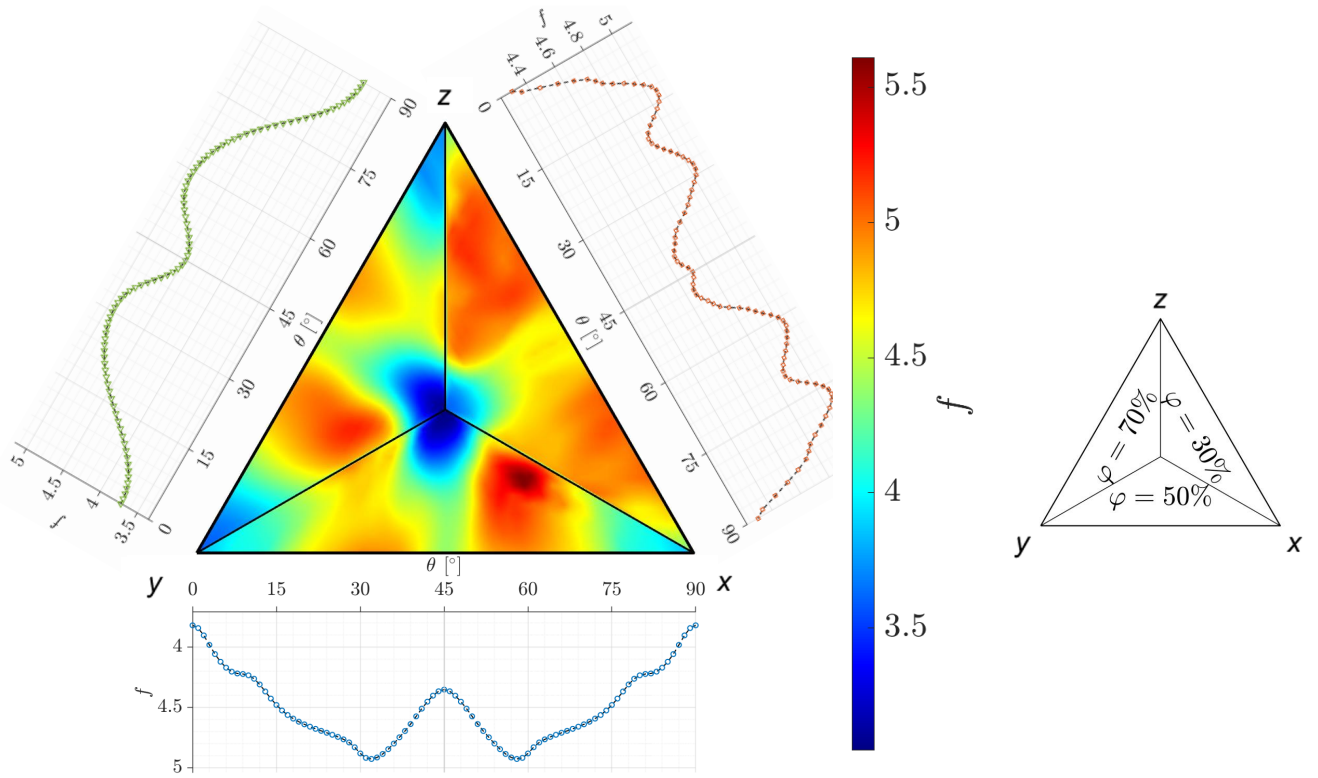


Figura 3.19: Composizione andamento fattore di attrito per φ variabile

Per avere un confronto immediato e riassumere in un'unica rappresentazione triangolare baricentrica tutti i risultati riguardo all'anisotropia dell'impedenza idraulica a diverse porosità, si è deciso di costruire una versione composita. Essendo il triangolo perfettamente diviso in tre settori uguali dalle sue mediane, si è scelto di rappresentare in ciascuno di essi i risultati relativi a una specifica porosità in esame. Questa soluzione grafica permette di apprezzare differenze e affinità, mantenendo la stessa impostazione geometrica delle figure precedenti.

Si noti che tale figura composita non comporta alcuna perdita di informazione rispetto alle figure viste in precedenza, relative a una singola porosità; ciascuna di esse, infatti, può essere ricostruita nella sua interezza a partire dal solo settore triangolare corrispondente, ruotandolo di 120° attorno al baricentro del triangolo. Per accentuare la facilità di confronto tra i risultati di strutture a Giroide con diverse porosità, si è scelto di mappare il fattore di attrito f al posto del semplice gradiente di pressione. Questa scelta mette in risalto le variazioni direzionali e rende il confronto tra settori (e quindi tra porosità) più immediato. A supporto del diagramma triangolare, sono stati aggiunti i tre andamenti planari del fattore di attrito, già presentati in Figura 3.3; essi sono posizionati sul lato corrispondente alla rispettiva porosità e forniscono una lettura di bordo, offrendo un profilo sintetico e comparabile lungo una sezione angolare chiave (angolo θ). L'interno del triangolo, invece, raffigura la risposta anisotropica della Giroide nello spazio delle direzioni. L'insieme delle due viste permette quindi di offrire una sintesi densa e fedele, che preserva l'interezza dei dati di partenza e ne facilita l'analisi critica.

Capitolo 4

Conclusioni

Questo lavoro di tesi ha analizzato in modo sistematico il comportamento fluidodinamico di una struttura TPMS Giroide variando la direzione del flusso incidente. L'obiettivo principale, voluto perseguire proprio per una lacuna in letteratura, è stato caratterizzare l'anisotropia idraulica della struttura Giroide in regime laminare, nello specifico valutando l'impedenza idraulica al variare della reciproca orientazione di flusso e struttura porosa. I risultati ottenuti confermano in modo chiaro un comportamento anisotropico del mezzo: le perdite di carico attraverso la cella Gyroid dipendono sensibilmente dalla direzione del flusso. In particolare, la struttura, pur essendo altamente simmetrica e periodica, presenta canali preferenziali interni che facilitano il deflusso in alcune direzioni a scapito di altre. Ciò significa che l'efficienza idraulica della Giroide non può essere descritta da un singolo valore isotropo (ad esempio una permeabilità media), ma richiede una caratterizzazione direzionale puntuale. Allo stesso tempo, le differenze riscontrate, sebbene significative, rimangono nell'ordine di variazioni percentuali e non di ordini di grandezza tra la direzione più favorevole e quella più sfavorevole. Questo indica che l'anisotropia, pur marcata, è contenuta entro certi limiti. Guardando oltre il presente studio, si delineano diverse prospettive di sviluppo futuro. Un naturale passo successivo sarà estendere l'analisi a regimi turbolenti o comunque a numeri di Reynolds più elevati, per investigare se l'anisotropia direzionale riscontrata permanga, diminuisca o si accentui in presenza di flussi inerziali e transitori. La metodologia implementata si presta infatti ad essere applicata anche includendo modelli di turbolenza, benché ciò implicherebbe un ulteriore incremento del costo computazionale. Un'altra direzione promettente riguarda l'inclusione degli aspetti termici: condurre simulazioni di convezione forzata con scambio termico all'interno della cella Giroide [33, 34] permetterebbe di valutare non solo le perdite di carico ma anche le prestazioni di trasferimento di calore in funzione dell'orientamento (ad esempio quantificando coefficienti di scambio convettivo o efficienze di trasferimento termico per diverse direzioni del flusso).

Questo estenderebbe lo studio verso applicazioni come gli scambiatori di calore compatti, dove sia la caduta di pressione che l'efficienza termica dipendono dalla configurazione del riempimento [35]. In aggiunta, potrebbe essere di grande interesse esplorare altre geometrie TPMS oltre alla Giroide, applicando il medesimo approccio multidirezionale: ad esempio, superfici come il Schwarz D (Diamond) [36] o il Schwarz P (Primitive) potrebbero presentare gradi di anisotropia differenti. In conclusione, il lavoro svolto ha dimostrato l'importanza di un approccio multidirezionale nello studio delle strutture porose TPMS, fornendo sia dati originali sulla Giroide in regime laminare, sia un metodo di analisi estensibile ad altri casi.

Appendice A

Script MATLAB

Listato A.1: Script MATLAB per generare griglia direzioni flusso

```
1 clc , clear , close all
2
3 V      = 0.0155;    % modulo del vettore velocità (ubar)
4 dxi    = 2;         % passo in xi
5 dtheta0 = 2;        % passo base in    quando xi = 0
6
7 xi_list = 0:dxi:90; % lista degli xi
8
9 Theta_deg = [];
10 Xi_deg    = [];
11
12 for xi = xi_list
13     if xi == 90
14         % Un solo punto al polo
15         theta_row = 0;
16     else
17         % locale che cresce con xi
18         dtheta_local = dtheta0 * 90 / (90 - xi);
19
20         % Riga      = 0 :      _local      : 90
21         theta_row = 0:dtheta_local:90;
22
23         % Se non arriva esattamente a 90
24         if abs(theta_row(end) - 90) > 1e-6
25             theta_row(end+1) = 90;
26         end
27     end
28
29     % Accumula
30     Theta_deg = [Theta_deg, theta_row];
31     Xi_deg    = [Xi_deg,    xi * ones(size(theta_row))];
32 end
33
```

```

34 % Componenti cartesiane
35 Vx = V * cosd(Xi_deg) .* cosd(Theta_deg);
36 Vy = V * cosd(Xi_deg) .* sind(Theta_deg);
37 Vz = V * sind(Xi_deg);
38
39 % Visualizza i punti
40 scatter3(Vx, Vy, Vz, 'filled')
41 xlabel('V_x'), ylabel('V_y'), zlabel('V_z'), grid on, axis equal
42 title('Grid triangolare con      variabile')
43
44 % Tabella e salvataggio
45 T = table(Theta_deg(:), Xi_deg(:), Vx(:), Vy(:), Vz(:), ...
46         'VariableNames', {'theta_deg', 'xi_deg', 'Vx', 'Vy', 'Vz'});
47
48 writetable(T, 'Velocity_03_100.csv');

```

Listato A.2: Script MATLAB per generare griglia triangolare baricentrica

```

1  clc; clear; close all
2
3  % ----- Parametri -----
4  V      = 0.01022;      % modulo del vettore
5  M      = 45;           % risoluzione triangolo (più alto = più
6                          punti)
7  AMP     = 2.0;         % intensità picchi densità su theta (>=0)
8  SIGMA_TH = 4;          % larghezza picchi (gradi)
9  TH_CENTERS = [30 45 60]; % picchi su theta
10 TOL      = 1e-12;
11
12 % ----- Griglia uniforme nel triangolo baricentrico
13
14 [i, j] = ndgrid(0:M, 0:M);
15 mask   = (i + j) <= M;
16 i = i(mask); j = j(mask); k = M - i - j;
17
18 bx = i / M; by = j / M; bz = k / M; % pesi baricentrici base
19
20 % ----- Warp angolare per addensare vicino a 30/45/60
21
22 m = bx + by; % quota nel piano (bx+by)
23 p = by ./ max(m, eps); % frazione angolare [0,1]
24
25 thc = deg2rad(TH_CENTERS(:));
26 tj   = tan(thc);
27 pj   = tj ./ (1 + tj); % p ai centri
28 dp_dth = (1 ./ cos(thc).^2) ./ (1 + tj).^2; % dp/dtheta (
29         in rad)

```

```

27 sigma_pj = dp_dth * deg2rad(SIGMA_TH); % _p dai
    —
28
29 uu = linspace(0,1,2001); % asse per CDF
30 W = exp(-0.5 * ((uu - pj) ./ sigma_pj).^2); % |centri| x |
    uu|
31 w = 1 + AMP * sum(W, 1); % densità
    totale
32 F = cumtrapz(uu, w); F = F / F(end); % CDF
    normalizzata
33
34 p_new = interp1(F, uu, min(max(p,0),1), 'linear', 'extrap');
35
36 % Ricostruzione bx, by mantenendo m e bz
37 by = m .* p_new;
38 bx = m .* (1 - p_new);
39 % (bz invariato)
40
41 % ————— Filtro settore inferiore —————
42 lower = (bz <= bx + TOL) & (bz <= by + TOL);
43 bx = bx(lower); by = by(lower); bz = bz(lower);
44
45 % ————— ENFORCE: un punto a theta = 45 per ogni livello
    consentito —————
46 % =45 nel settore è possibile solo se bz <= 1/3 -> k <=
    floor(M/3)
47 k_ok = (0:floor(M/3))';
48 bz_force = k_ok / M; % livelli consentiti
49 m_force = 1 - bz_force; % m = bx+by
50 bx_force = 0.5 * m_force; % =45 -> bx=by=m/2
51 by_force = 0.5 * m_force;
52
53 % Evita duplicati con tolleranza
54 P = [bx(:) by(:) bz(:)];
55 P_force = [bx_force by_force bz_force];
56 isdup = ismembertol(P_force, P, 1e-10, 'ByRows', true);
57 P_all = [P; P_force(~isdup,:)];
58
59 bx = P_all(:,1); by = P_all(:,2); bz = P_all(:,3);
60
61 % ————— Diagnostica —————
62 Theta_deg = atan2d(by, bx); % [0,90]
63 r_xy = hypot(bx, by);
64 Phi_deg = atan2d(bz, r_xy); % [0,90]
65
66 nTotTri = (M+1)*(M+2)/2;
67 nSel = numel(bx);
68 phi_max45 = max(atan2d(bz_force, hypot(bx_force, by_force)));

```

```

69 fprintf('Punti triangolo totali (prima dei filtri): %d\n', nTotTri
);
70 fprintf('Punti settore inferiore (dopo warp+enforce): %d\n', nSel)
;
71 fprintf('Livelli con =45 possibile nel settore: %d (
%.3f )\n', ...
72 numel(k_ok), phi_max45);
73
74 % ————— Componenti cartesiane e grafici —————
75 ct = cosd(Theta_deg); st = sind(Theta_deg);
76 cp = cosd(Phi_deg); sp = sind(Phi_deg);
77 Vx = V * (cp .* ct);
78 Vy = V * (cp .* st);
79 Vz = V * sp;
80
81 figure
82 scatter3(Vx, Vy, Vz, 14, 'filled')
83 xlabel('V_x'); ylabel('V_y'); zlabel('V_z'); grid on; axis equal
84
85
86 % Proiezione baricentrica (riferimento)
87 Vv = [0 0; 1 0; 0.5 sqrt(3)/2]; % vertici
88 tri = [bx by bz] * Vv; % Nx2
89 figure
90 plot([Vv(:,1); Vv(1,1)], [Vv(:,2); Vv(1,2)], 'k-', 'LineWidth',
1.1); hold on
91 scatter(tri(:,1), tri(:,2), 14, 'filled')
92 axis equal
93 xlim([-0.05 1.05]); ylim([-0.05 (sqrt(3)/2)+0.05]); grid on
94
95
96 % ————— Salvataggio CSV —————
97 T = table(Theta_deg(:), Phi_deg(:), Vx(:), Vy(:), Vz(:), ...
98 bx(:), by(:), bz(:), tri(:,1), tri(:,2), ...
99 'VariableNames', {'theta_deg', 'phi_deg', 'Vx', 'Vy', 'Vz', '
bx', 'by', 'bz', 'tri_x', 'tri_y'});
100 writetable(T, 'Velocity_lower_07_100.csv');

```

Listato A.3: Script MATLAB per stima GCI

```

1 clear all
2 clc
3 close all
4
5 % ————— Input —————
6 N = [1.79E5, 6.2E4, 7.8E3, 2E3]; % Numero di celle per
ciascuna griglia
7 w = [3.868, 3.874, 3.803, 3.683]; % Variabile di interesse (
valori simulati)

```

```

8 safetyFactor = 1.25; % Fs per >=3 griglie
9
10 % —— Fase 1: definizione di h ——
11 V = 5e-7;
12 h = (V./N).^(1/3);
13
14
15 % —— Fase 3: p osservato usando (2-3-4) ——
16 r23 = h(3)/h(2);
17 r34 = h(4)/h(3);
18
19 ea23 = w(3) - w(2);
20 ea34 = w(4) - w(3);
21
22 % Correzione 2.4: s = sign(ea_next/ea_prev)
23 s = sign(ea34/ea23);
24
25 q = @(p) log((r23^p - s) / (r34^p - s));
26 f = @(p) ( log(abs(ea34/ea23)) + q(p) )/log(r23) - p;
27
28 p = fzero(f, 1); % stima iniziale p=1
29
30 % —— Fase 4: estrapolazione w_ext (da 2-3) ——
31 w_ext = (r23^p * w(2) - w(3)) / (r23^p - 1);
32
33 % —— Fase 5: GCI (relativo e in %) per (2-3) e (3-4) ——
34 ea23_rel = abs((w(2) - w(3)) / w(2));
35 GCI_23_rel = safetyFactor * ea23_rel / (r23^p - 1);
36 GCI_23_pct = 100 * GCI_23_rel;
37
38 ea34_rel = abs((w(3) - w(4)) / w(3));
39 GCI_34_rel = safetyFactor * ea34_rel / (r34^p - 1);
40 GCI_34_pct = 100 * GCI_34_rel;
41
42 % —— Errore numerico percentuale (standard) con k = 1.15 ——
43 u_num_rel_k115 = [NaN, GCI_23_rel, GCI_34_rel, NaN] / 1.15; %
    definito solo per 2 e 3
44 u_num_pct_k115 = 100 * u_num_rel_k115;
45
46 % —— Output: stampa valori ——
47 disp('—— Risultati principali (tripletta 2-3-4) ——');
48 disp(['p (2-3-4) = ', num2str(p)]);
49 disp(['w_ext (da 2-3) = ', num2str(w_ext)]);
50
51 % GCI% per ciascuna griglia (1 = N/D, 2->(2-3), 3->(3-4), 4 = N/D)
52 GCI_percent_per_grid = [NaN, GCI_23_pct, GCI_34_pct, NaN];
53 fprintf('\n—— GCI %% per ciascuna griglia ——\n');
54 for i = 1:4

```

```

55     if isnan(GCI_percent_per_grid(i))
56         fprintf('Griglia %d: GCI = N/D\n', i);
57     else
58         fprintf('Griglia %d: GCI = %.6f %%\n', i,
GCI_percent_per_grid(i));
59     end
60 end
61
62 % u_num%% (k=1.15) per ciascuna griglia (1 e 4 = N/D)
63 fprintf('\n—— Errore numerico percentuale u_num%% (k=1.15) ——\n'
);
64 for i = 1:4
65     if isnan(u_num_pct_k115(i))
66         fprintf('Griglia %d: u_num = N/D\n', i);
67     else
68         fprintf('Griglia %d: u_num = %.6f %%\n', i, u_num_pct_k115
(i));
69     end
70 end

```

Appendice B

Grafici supplementari

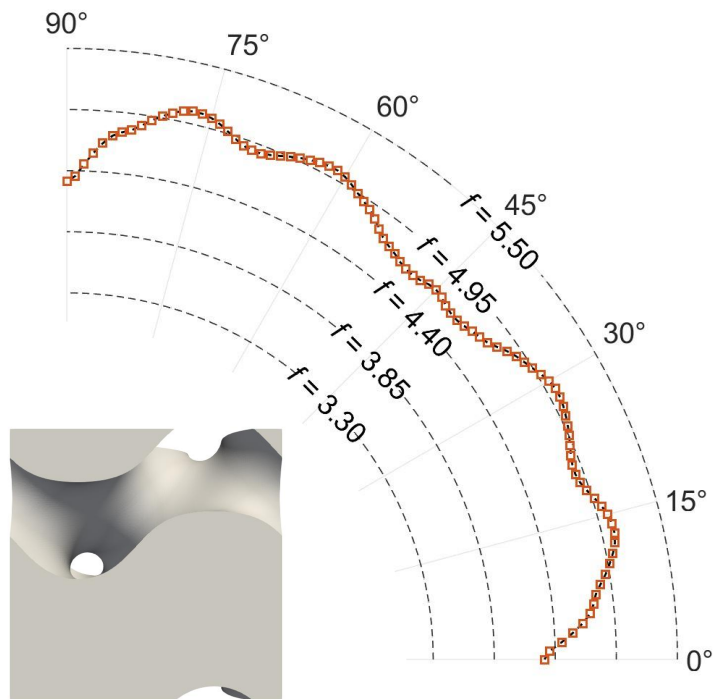


Figura B.1: Andamento polare del fattore di attrito f al variare di θ per $\varphi = 0.3$

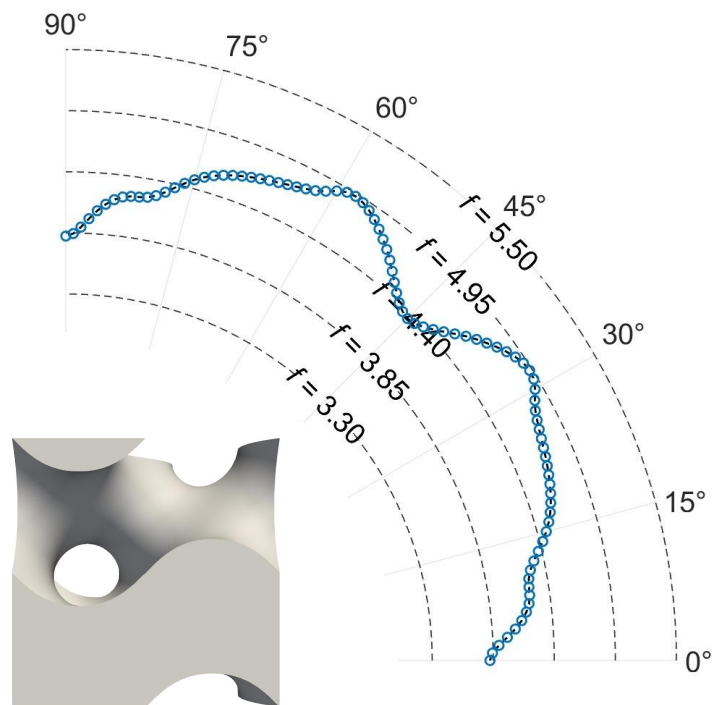


Figura B.2: Andamento polare del fattore di attrito f al variare di θ per $\varphi = 0.5$

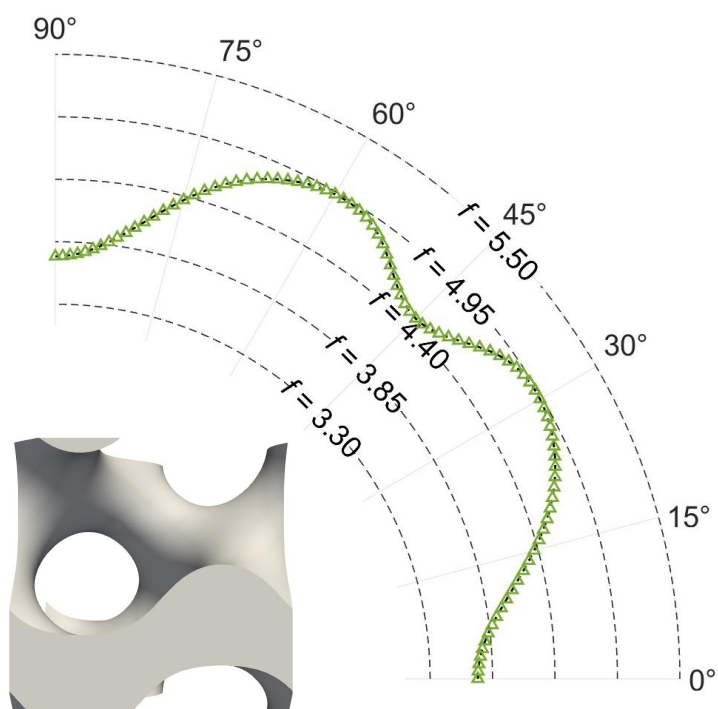


Figura B.3: Andamento polare del fattore di attrito f al variare di θ per $\varphi = 0.7$

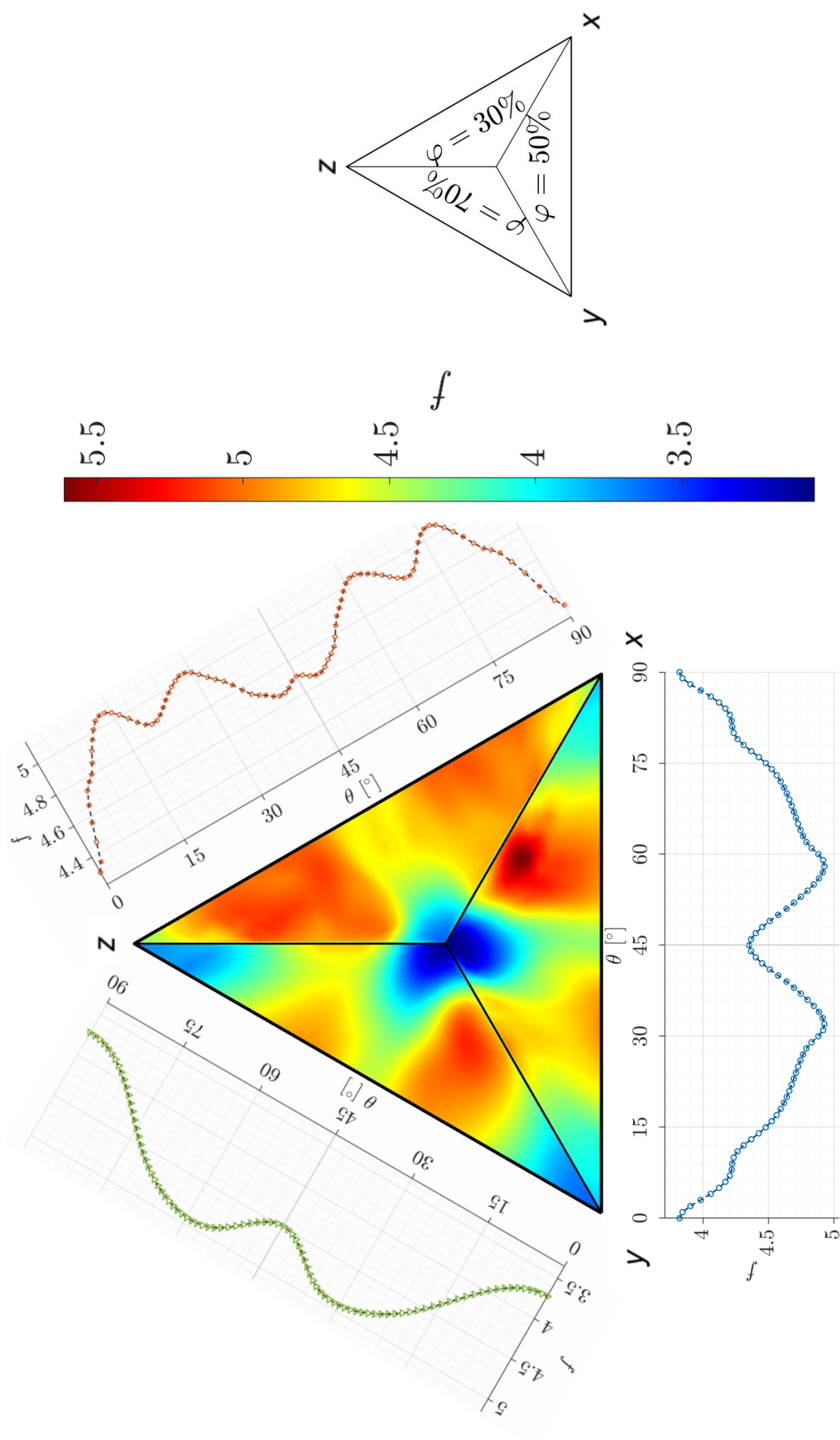


Figura B.4: Composizione andamento del fattore di attrito per ϕ variabile (ingrandita per chiarezza)

Bibliografia

- [1] A. H. Schoen. *Infinite periodic minimal surfaces without self-intersections*. NASA Technical Note NASA-TN-D-5541. Report C-98. Cambridge, MA: NASA Electronics Research Center, mag. 1970. URL: <https://ntrs.nasa.gov/citations/19700020472>.
- [2] Yijin Zhang et al. «Conformal geometric design and additive manufacturing for special-shaped TPMS heat exchangers». In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 247 (2025), p. 127146. ISSN: 0017-9310. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2025.127146>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931025004855>.
- [3] Wei-Hsiang Lai e Abdul Samad. «Development and flow optimization of Gyroid-based additive manufacturing heat exchanger: Both computational and experimental analyses». In: *International Journal of Thermal Sciences* 213 (2025), p. 109835. ISSN: 1290-0729. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2025.109835. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1290072925001589>.
- [4] Yingmi Xie et al. «Mechanical responses of triply periodic minimal surface gyroid lattice structures fabricated by binder jetting additive manufacturing». In: *Journal of Materials Research and Technology* 35 (2025), pp. 2803–2814. ISSN: 2238-7854. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2025.01.195>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2238785425001954>.
- [5] Tao Yu et al. «Hydraulic-thermal performance of channels in additive manufactured triply periodic minimal surfaces (TPMS) structure». In: *Materials Today Communications* 48 (2025), p. 113424. ISSN: 2352-4928. DOI: 10.1016/j.mtcomm.2025.113424. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352492825019361>.
- [6] Krzysztof Kus et al. «Numerical and experimental investigation of the Gyroid heat exchanger». In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 231 (2024), p. 125882. ISSN: 0017-9310. DOI: 10.1016/j.ijheat

- masstransfer.2024.125882. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931024007130>.
- [7] Silvino A. Balderrama Prieto et al. «CFD modeling of turbulent air flow in self-heated gyroid TPMS structures: Thermal-hydraulic performance and validation». In: *Applied Thermal Engineering* 279 (2025), p. 127682. ISSN: 1359-4311. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2025.127682>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431125022744>.
- [8] Asiah Hatcher et al. «Bioresorbable TPMS polymeric scaffolds for bone regeneration». In: *Bioprinting* 50 (2025), e00433. ISSN: 2405-8866. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.bprint.2025.e00433>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405886625000491>.
- [9] Haley Smith, Hannah Hanlon e Roozbeh “Ross” Salary. «Parametric design and characterization of novel TPMS porous scaffolds for bone tissue engineering». In: *Manufacturing Letters* 44 (2025). 53rd SME North American Manufacturing Research Conference (NAMRC 53), pp. 893–903. ISSN: 2213-8463. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mfglet.2025.06.106>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2213846325001385>.
- [10] Mansoureh Rezapourian, Rahul Kumar e Irina Hussainova. «Effect of unit cell rotation on mechanical performance of selective laser melted Gyroid structures for bone tissue engineering». In: *Progress in Engineering Science* 1.2 (2024), p. 100011. ISSN: 2950-4252. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.pes.2024.100011>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2950425224000112>.
- [11] Mahendran Sithamparam, Li Sze Lai e Wee Horng Tay. «Computational fluid dynamics simulation for carbon dioxide gas transport through polydimethylsiloxane membrane with Gyroid structure». In: *Materials Today: Proceedings* 46 (2021). Regional Congress on Membrane Technology 2020 (RCOM 2020) and Regional Conference Environmental Engineering (RCEnvE 2020), pp. 1922–1928. ISSN: 2214-7853. DOI: [10.1016/j.matpr.2021.02.084](https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.02.084). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214785321011469>.
- [12] Kedar Bharat JivraKh et al. «A 3D-printed metal-supported Gyroid Ni/Al₂O₃ catalyst for CO₂ methanation». In: *Journal of CO₂ Utilization* 98 (2025), p. 103143. ISSN: 2212-9820. DOI: [10.1016/j.jcou.2025.103143](https://doi.org/10.1016/j.jcou.2025.103143). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212982025001271>.

- [13] Jakob Kibsgaard, Ariel Jackson e Thomas F. Jaramillo. «Mesoporous platinum–nickel thin films with double Gyroid morphology for the oxygen reduction reaction». In: *Nano Energy* 29 (2016). Electrocatalysis, pp. 243–248. ISSN: 2211-2855. DOI: 10.1016/j.nanoen.2016.05.005. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2211285516301252>.
- [14] Izzat Mat Samudin et al. «Stress–strain curve analysis of sheet-based TPMS structures in quasi-static compression test: A review». In: *Journal of Materials Research and Technology* 36 (2025), pp. 5757–5796. ISSN: 2238-7854. DOI: 10.1016/j.jmrt.2025.04.168. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2238785425009895>.
- [15] Huiru Wang et al. «Advances in triply periodic minimal surface structures for thermal management systems: A comprehensive review». In: *Applied Thermal Engineering* 279 (2025), p. 127481. ISSN: 1359-4311. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2025.127481>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431125020733>.
- [16] Tao Zhang et al. «Numerical study on the anisotropy in thermo-fluid behavior of triply periodic minimal surfaces (TPMS)». In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 215 (2023), p. 124541. ISSN: 0017-9310. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2023.124541. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931023006865>.
- [17] ASME Committee V&V 20. *Standard for Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer*. ASME V&V 20-2009. New York: The American Society of Mechanical Engineers, 2009.
- [18] E. Gajetti et al. «Hydrodynamic characterization of Gyroid, Diamond and Split-P Triply Periodic Minimal Surfaces as porous medium». In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 252 (2025), p. 127439. ISSN: 0017-9310. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2025.127439. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931025007781>.
- [19] A. Qudoos et al. «Review on Computational Fluid Dynamics (CFD) Modeling and Simulation of CO₂ Adsorption». In: *Results in Engineering* (2025), p. 107336. ISSN: 2590-1230. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2025.107336>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2590123025033912>.
- [20] John D. Anderson. *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*. New York: McGraw-Hill, 1995.

- [21] Johan Le Nepvou De Carfort et al. «Flow-informed clustering of bio-reactor volumes to build CFD-based compartment models». In: *Chemical Engineering Science* 320 (2026), p. 122539. ISSN: 0009-2509. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ces.2025.122539>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0009250925013600>.
- [22] Esa Dube Kerme et al. «Experimental investigation of porous Gyroid structure: Effect of cell size and porosity on performance». In: *Thermal Science and Engineering Progress* 53 (2024), p. 102728. ISSN: 2451-9049. DOI: 10.1016/j.tsep.2024.102728. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2451904924003469>.
- [23] H. K. Versteeg e W. Malalasekera. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. 2^a ed. Harlow: Pearson, 2007. ISBN: 9780131274983.
- [24] Bengt Andersson et al. *Computational Fluid Dynamics for Engineers*. Cambridge University Press, 2012. ISBN: 9781107018952.
- [25] Jiyuan Tu et al. «Chapter 2 - CFD Solution Procedure – A Beginning». In: *Computational Fluid Dynamics (Fourth Edition)*. A cura di Jiyuan Tu et al. Fourth Edition. Butterworth-Heinemann, 2024, pp. 33–62. ISBN: 978-0-323-93938-6. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-93938-6.00004-X>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B978032393938600004X>.
- [26] Fabian Günther et al. «Design procedure for triply periodic minimal surface based biomimetic scaffolds». In: *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials* 126 (2022), p. 104871. ISSN: 1751-6161. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2021.104871>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1751616121005075>.
- [27] Andreas Lintermann. «Computational Meshing for CFD Simulations». In: *Clinical and Biomedical Engineering in the Human Nose: A Computational Fluid Dynamics Approach*. A cura di Kiao Inthavong et al. Biological and Medical Physics, Biomedical Engineering. Singapore: Springer Singapore, 2020, pp. 85–115. DOI: 10.1007/978-981-15-6716-2_6.
- [28] G. Houzeaux et al. «Dynamic resource allocation for efficient parallel CFD simulations». In: *Computers & Fluids* 245 (2022), p. 105577. ISSN: 0045-7930. DOI: 10.1016/j.compfluid.2022.105577. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045793022001918>.

- [29] Xiaocheng Liu, Ziming Zhong e Kai Xu. «A hybrid solution method for CFD applications on GPU-accelerated hybrid HPC platforms». In: *Future Generation Computer Systems* 56 (2016), pp. 759–765. ISSN: 0167-739X. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.future.2015.08.002>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167739X1500254X>.
- [30] Dongkuan Zhang et al. «Simulation of multiphase flow with thermochemical reactions: A review of computational fluid dynamics (CFD) theory to AI integration». In: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 221 (2025), p. 115895. ISSN: 1364-0321. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2025.115895>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032125005684>.
- [31] Patrick J. Roache. *Verification and Validation in Computational Science and Engineering*. Albuquerque, NM: Hermosa Publishers, 1998.
- [32] Jamille C. Coimbra et al. «The potential use of a gyroid structure to represent monolithic matrices for bioseparation purposes: Fluid dynamics and mass transfer analysis via CFD». In: *Separation and Purification Technology* 254 (2021), p. 117594. ISSN: 1383-5866. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2020.117594>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1383586620320682>.
- [33] Ornelas-Ramón Luis Guillermo et al. «Computational analysis and engineering modeling for the heat transfer and fluid flow through the gyroid TPMS structure». In: *Applied Thermal Engineering* 268 (2025), p. 125865. ISSN: 1359-4311. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2025.125865>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431125004569>.
- [34] Abdul Samad e Wei-Hsiang Lai. «Experimental and simulation analysis of heat transfer in Gyroid heat exchangers with variable flow channels». In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 239 (2025), p. 126530. ISSN: 0017-9310. DOI: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.126530](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.126530). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931024013589>.
- [35] Ranjit J. Singh et al. «Thermal performance and structural stability of gyroid heat exchanger for supercritical CO2 cycle». In: *Applied Thermal Engineering* 277 (2025), p. 127015. ISSN: 1359-4311. DOI: [10.1016/j.applthermaleng.2025.127015](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2025.127015). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431125016072>.

- [36] Clément Renon e Xavier Jeanningros. «A numerical investigation of heat transfer and pressure drop correlations in Gyroid and Diamond TPMS-based heat exchanger channels». In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 239 (2025), p. 126599. ISSN: 0017-9310. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2024.126599. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931024014273>.

Ringraziamenti

È con sincera gratitudine che desidero ringraziare il Prof. Boccardo e la Prof.ssa Savoldi per avermi dato modo di confrontarmi con questo argomento e, più in generale, per avermi mostrato come funziona il mondo della ricerca e il valore del rigore scientifico. Il loro esempio, la disponibilità al confronto e l'attenzione ai dettagli hanno rappresentato per me un riferimento costante durante tutto il lavoro di tesi. Desidero ringraziare in modo particolare la Dott.ssa Gajetti per il suo supporto continuo e per le conoscenze che mi ha trasmesso. La sua guida competente é stata decisiva tanto nell'affrontare le difficoltà tecniche quanto nel maturare un metodo di lavoro consapevole e solido. È anche grazie a lei se oggi considero la CFD ancora più interessante e stimolante.

Ai miei genitori, il mio grazie più grande, stavolta non taciuto per orgoglio, senza di voi non sarei qui. Grazie per tutto ciò che mi avete trasmesso lungo il cammino. Il vostro sostegno incondizionato, i sacrifici silenziosi, i valori e la fiducia che mi avete affidato sono stati il fondamento per arrivare fin qui. In particolare, a mia mamma: grazie per la tua presenza costante, per l'incoraggiamento nei momenti più difficili e per la forza gentile con cui mi hai insegnato a non arrendermi. Questo risultato è anche tuo.

Grazie ai miei fratelli, Vincenzo e Alessandro, silenziosi maestri di vita; ad Alessia e Valentina, per i momenti gioiosi trascorsi in famiglia; a Sofia e Annarita, per ricordarmi con semplicità ciò che conta davvero.

Grazie agli zii Lorenzo e Franca, che per primi mi hanno accolto a Torino, diventata ormai la mia casa, e per le mille chiacchierate sui temi più disparati che hanno accompagnato questo percorso.

A zia Lina va la mia gratitudine per l'affetto incondizionato e per avermi trattato, da sempre, come un principe.

Restando in famiglia permettetemi di ringraziare Elettra, la mia cagnolona: compagna fedele di tante ore di studio e antidoto alla solitudine.

Un grazie immenso ad amici e colleghi: siete davvero in troppi e non vi farei giustizia con poche righe. Sappiate che ognuno di voi, a suo modo, ha lasciato un segno in questo percorso. Grazie di cuore.