

POLITECNICO DI TORINO

**Corso di Laurea Magistrale
in Ingegneria Meccanica**

Tesi di Laurea Magistrale

**Controllo di manipolatori ridondanti:
confronto tra approcci basati su matrice
Pseudoinversa e Model Predictive Control**



**Politecnico
di Torino**

Relatori:

Prof. Stefano Mauro

Co-relatori:

Ing. Martina Ferrauto

Ing. Laura Salamina

Ing. Matteo Melchiorre

Candidato:

Antonio De Cristofaro

AA 2024/2025

Sommario

1. Introduzione	4
2. Richiami di robotica	6
2.1. Spazio Operativo e Spazio dei Giunti	7
2.2. Cinematica Diretta e Inversa	7
2.3. Manipolatore Robotico Antropomorfo a 7 GdL	11
2.4. Vantaggi e Svantaggi della Ridondanza Cinematica	13
2.5. Convenzione di Denavit-Hartenberg	14
2.6. Rappresentazione delle coordinate angolari	16
2.6.1. Matrice di rotazione	16
2.6.2. Angoli di Eulero	17
2.6.3. Quaternione Unitario	18
3. Modellazione sistema robotico	19
3.1. Struttura meccanica e parametrizzazione	19
3.2. Implementazione in Simscape Multibody	22
3.3. Integrazione con Robotics System Toolbox	23
3.4. Input, controllo e analisi dei segnali	23
4. Stato dell'arte del controllo dei manipolatori ridondanti	25
4.1. Metodi Cinematici	26
4.1.1. Metodo della Pseudoinversa della Matrice Jacobiana	26
4.1.2. Metodo della Pseudoinversa Pesata	27
4.1.3. Proiezione nello Spazio Nullo	27
4.1.4. Metodo della Proiezione del Gradiente	27
4.1.5. Estensione dello Spazio Operativo	28
4.2. Pianificazione del Movimento a Disturbo Nullo	29

4.3.	Tendenze Attuali e Sfide	30
5.	Strategie di Controllo per Manipolatori Ridondanti.....	32
5.1.	Definizione della traiettoria	32
5.2.	Controllo tramite pseudoinversa della Jacobiana	33
5.3.	Controllo tramite Model Predictive Control (MPC).....	36
5.3.1.	Funzione di stato	39
5.3.2.	Funzione di costo	40
5.4.	Confronto tra le due strategie.....	42
6.	Analisi Comparativa e Risultati	44
6.1.	Forzante applicata	44
6.2.	Studio della fase di movimentazione	47
6.2.1.	Traiettoria 1: Analisi della fase di movimento.....	47
6.2.2.	Traiettoria 2: Analisi della fase di movimento.....	53
6.2.3.	Conclusioni sul posizionamento	58
6.3.	Risposta al disturbo esterno	59
6.3.1.	Traiettoria 1: Risposta al disturbo	61
6.3.2.	Traiettoria 2: Risposta al disturbo	65
6.3.3.	Conclusioni sulla risposta al disturbo	69
6.4.	Confronto complessivo dei risultati	71
7.	Conclusioni e Sviluppi futuri	74
7.1.	Prospettive di sviluppo.....	75
	Ringraziamenti	77
	Indice delle Figure.....	78
	Bibliografia	80

1. Introduzione

Negli ultimi anni, l'impiego della robotica all'interno dell'industria manifatturiera e nei processi di automazione avanzata ha registrato una crescita costante [1], spinta dalla necessità di aumentare l'efficienza, ridurre i costi operativi e garantire una maggiore precisione nelle operazioni ripetitive o ad alto rischio. I robot industriali vengono oggi utilizzati in numerosi ambiti, come l'assemblaggio, la saldatura, la verniciatura, la movimentazione di materiali, l'imballaggio e la logistica automatizzata. A questi si affiancano scenari emergenti quali la robotica collaborativa, la produzione riconfigurabile e le applicazioni in ambienti non strutturati, nei quali si rende necessario un controllo più sofisticato e adattivo.

Tradizionalmente, molti manipolatori robotici industriali sono stati progettati con sei gradi di libertà, numero minimo necessario per posizionare un oggetto in uno spazio tridimensionale con una determinata orientazione. Tuttavia, in una configurazione a sei giunti, il movimento che porta il robot da una posizione iniziale a una posizione finale con orientamento assegnato è univocamente determinato [2], e non consente libertà aggiuntive per ottimizzare altri aspetti del moto. L'introduzione della ridondanza, ovvero l'aggiunta di gradi di libertà oltre quelli minimi necessari per un dato compito, permette invece di generare più configurazioni articolari valide per raggiungere lo stesso obiettivo nello spazio operativo. Questo offre l'opportunità di affrontare problemi di ottimizzazione multi-obiettivo, come l'evitamento di ostacoli, la minimizzazione del consumo energetico, il rispetto di vincoli articolari o il miglioramento della stabilità dinamica.

Nel presente lavoro di tesi viene analizzato un manipolatore a sette gradi di libertà, progettato per svolgere un compito di movimentazione di un carico. A partire da una configurazione iniziale, il robot deve spostare il proprio end-effector fino a raggiungere una posizione finale assegnata nello spazio operativo, mantenendo un determinato orientamento. Il compito, pur semplice nel contesto operativo, consente di osservare in dettaglio l'effetto della strategia di controllo adottata sul comportamento dinamico e sulla risposta passiva del sistema.

A tal fine, vengono implementate e confrontate due diverse strategie di controllo:

- Un approccio basato sulla *pseudoinversa* della matrice Jacobiana, che consente di calcolare le velocità articolari necessarie a generare una certa velocità dell'end-effector, includendo anche varianti che sfruttano la ridondanza per scopi secondari (pseudoinversa pesata, proiezione nello spazio nullo).
- Un approccio di tipo *Model Predictive Control* (MPC), che pianifica in anticipo il comportamento del sistema su un orizzonte temporale, ottimizzando l'evoluzione dinamica del robot in presenza di vincoli e criteri multipli.

Il sistema robotico è stato interamente modellato in ambiente MATLAB/Simulink, utilizzando Simscape Multibody per la descrizione meccanica e il Robotics System Toolbox per il calcolo delle matrici cinematiche e dinamiche caratteristiche. Le strategie di controllo sono state implementate e testate su traiettorie assegnate, valutando i risultati in termini di energia cinetica, stabilità del movimento e risposta a disturbi esterni.

La tesi è articolata come segue:

- Il Capitolo 2 introduce i concetti fondamentali di cinematica robotica e descrive le caratteristiche dei manipolatori antropomorfi a 7 gradi di libertà;
- Il Capitolo 3 illustra il modello del manipolatore realizzato in ambiente MATLAB/Simulink, soffermandosi sulla sua configurazione, parametrizzazione e caratteristiche dinamiche;
- Il Capitolo 4 offre una panoramica sullo stato dell'Arte riguardo il controllo di manipolatori ridondanti;
- Il Capitolo 5 analizza le due strategie di controllo oggetto di studio: la pseudoinversa della Jacobiana (in tre varianti) e il Model Predictive Control;
- Il Capitolo 6 presenta i risultati delle simulazioni numeriche e confronta le prestazioni dei due metodi;
- Il Capitolo 7 riassume i risultati ottenuti e propone possibili sviluppi futuri del lavoro, anche alla luce della letteratura recente.

2. Richiami di robotica

Un manipolatore robotico (Figura 2.1) è costituito da una successione di corpi rigidi, chiamati link, interconnessi mediante giunti meccanici che fungono da articolazioni; l'insieme di posizione e orientazione dei corpi nello spazio prende il nome di posa. La disposizione ordinata di questi componenti crea una catena cinematica aperta, ossia un sistema di corpi, i quali sono connessi a due altri corpi, eccetto i membri iniziale e finale che hanno un solo collegamento. Questa origina da una base solitamente fissa e culmina in un organo terminale, noto come End-Effector (EE). L'End-Effector rappresenta l'interfaccia attraverso cui il manipolatore esegue operazioni specifiche quali presa, manipolazione, saldatura e assemblaggio, interagendo con oggetti e ambienti circostanti.

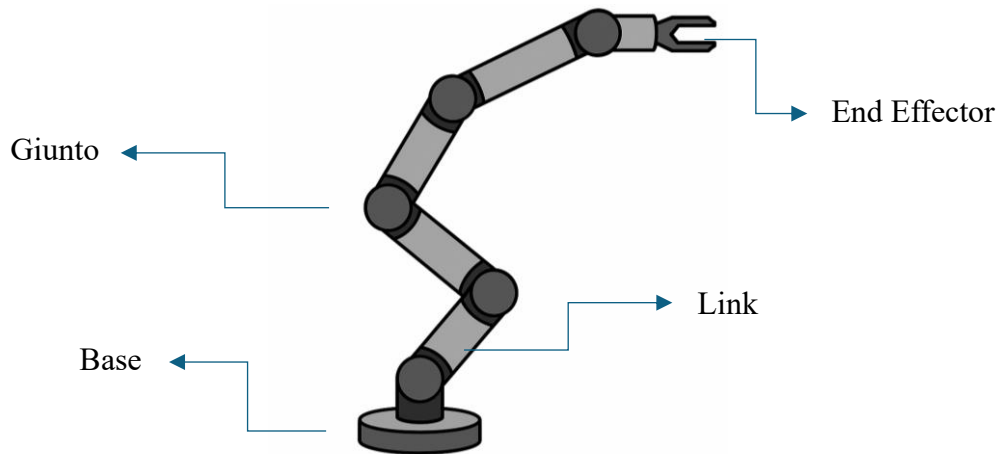


Figura 2.1 Componenti di un manipolatore robotico

I giunti possono essere classificati principalmente in due categorie: rotativi e prismatici. I primi permettono movimenti angolari tra due link adiacenti, mentre i secondi consentono movimenti lineari di traslazione relativa. Ciascun giunto contribuisce con un singolo grado di libertà (GdL) alla mobilità totale del manipolatore.

Affinché sia possibile posizionare e orientare completamente un oggetto nello spazio tridimensionale, il numero minimo di gradi di libertà da fissare è sei: tre dedicati al posizionamento spaziale e tre riservati alla determinazione dell'orientazione spaziale.

Un manipolatore che deve svolgere un compito il quale richiede meno gradi di libertà rispetto a quelli posseduti dal robot è detto ridondante. Per quanto riguarda il posizionamento dell'end-effector nello spazio, dunque, un manipolatore con un numero superiore a sei gradi di libertà sarà definito cinematicamente ridondante. Questa proprietà offre importanti vantaggi, tra cui un aumento della destrezza operativa, migliori capacità nell'evitare ostacoli e, in applicazioni specifiche, la possibilità di ottimizzare obiettivi secondari, al costo di un più complesso controllo del sistema.

2.1. Spazio Operativo e Spazio dei Giunti

Per descrivere il comportamento del manipolatore è utile definire due spazi di lavoro: lo *spazio operativo* e lo *spazio dei giunti*. Per descrivere la posizione e l'orientamento dell'End-Effector in un ambiente tridimensionale, si può utilizzare la forma minima attraverso un vettore di sei componenti:

$$\mathbf{x}_e = \begin{bmatrix} p_e \\ \phi_e \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6 \quad (2.1)$$

In cui p_e rappresenta il vettore della posizione e ϕ_e il vettore dell'orientamento. Il vettore mostrato nella formula (2.1) è definito nello spazio operativo. Lo spazio dei giunti, invece, è quello nel quale viene definito il vettore della posizione dei giunti del manipolatore:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^n \quad (2.2)$$

ipotizzando un manipolatore a n gradi di libertà.

2.2. Cinematica Diretta e Inversa

La cinematica diretta ha il compito di stabilire il rapporto esistente tra le variabili di giunto (angoli di rotazione o spostamenti lineari) e la configurazione finale dell'end-effector, ossia la sua posizione e orientazione nello spazio operativo. In particolare,

essa si occupa di stabilire la posa, la velocità e le accelerazioni dei corpi che costituiscono il meccanismo.

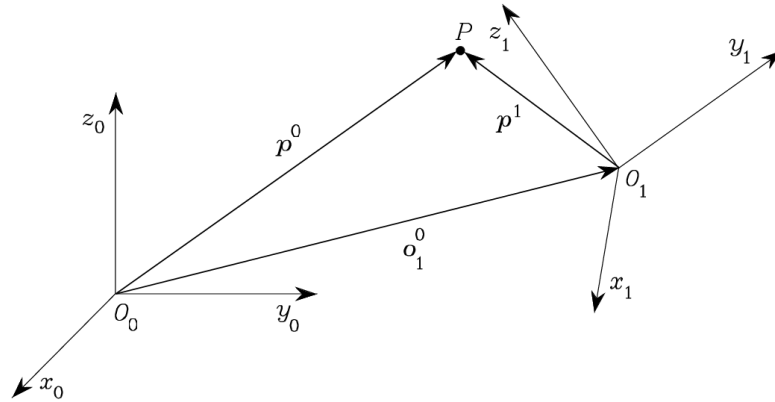


Figura 2.2 Rappresentazione di un punto P in diversi sistemi di coordinate [2]

Come mostrato in Figura 2.2, si consideri un punto P nello spazio. Sia $\mathbf{p}^0$ il vettore delle coordinate di P nel sistema di riferimento 0, e analogamente $\mathbf{p}^1$ per il sistema 1. Una *trasformazione omogenea* [2] è un operatore che permette di esprimere in un sistema di riferimento le coordinate di un punto relative ad un altro sistema di riferimento:

$$\mathbf{p}^0 = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{p}^1 \quad (2.3)$$

La posizione finale dell'End Effector rispetto al sistema di riferimento di base è ottenuta mediante l'applicazione successiva di trasformazioni omogenee tra sistemi di riferimento contigui. Per un manipolatore costituito da n link (Figura 2.3) la posizione dell'organo terminale si ottiene dal prodotto di tutte le matrici di trasformazione omogenea:

$$\mathbf{p}^0 = \mathbf{A}_1^0 \mathbf{A}_2^1 \dots \mathbf{A}_n^{n-1} \mathbf{p}^n \quad (2.4)$$

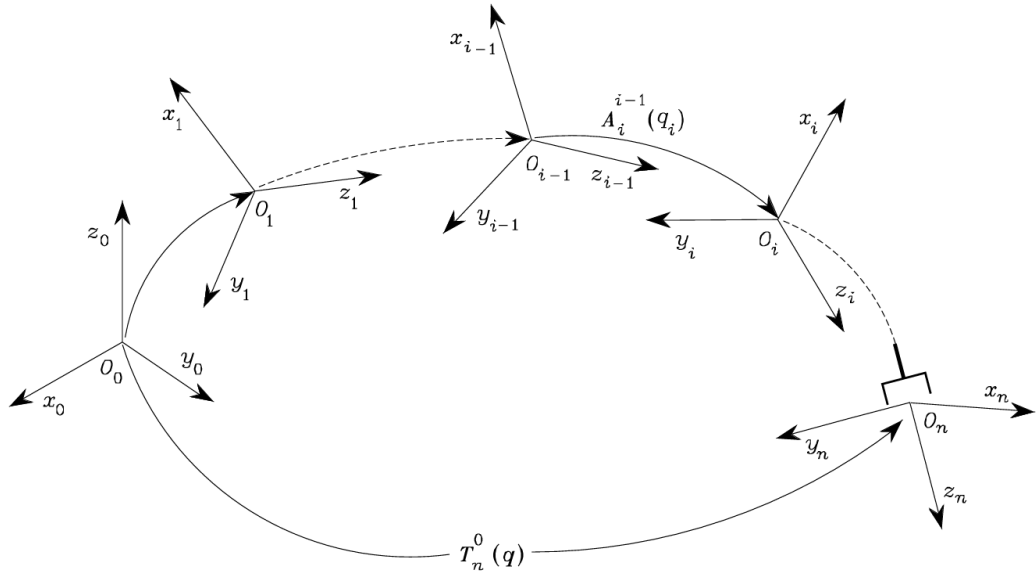


Figura 2.3 Trasformazione delle coordinate in una catena cinematica aperta [2]

Diventa quindi possibile, conoscendo la relazione tra le variabili di giunto e le trasformazioni omogenee, ricavare la posizione dell'end-effector a partire dalle posizioni dei giunti del manipolatore. L'*equazione della cinematica diretta*, che fornisce l'applicazione lineare $f(\mathbf{q})$ che effettua il passaggio dallo spazio dei giunti allo spazio operativo, è dunque:

$$\mathbf{x}_e = f(\mathbf{q})\mathbf{q} \quad (2.5)$$

in cui $\mathbf{x}_e$ è il vettore contenente le variabili di posizione e orientamento dell'End-Effector.

La cinematica inversa affronta invece il problema opposto: determinare quali siano i valori delle variabili di giunto che permettono al manipolatore di raggiungere una specifica configurazione finale dell'end-effector. Questo problema risulta spesso complesso perché, a seconda delle geometrie del robot, le soluzioni possibili possono essere multiple, uniche o addirittura inesistenti per determinate configurazioni. Per far sì che una soluzione esista è necessario che la posa desiderata dell'End Effector sia all'interno dello spazio di lavoro del manipolatore, il quale indica il volume raggiungibile dal robot eseguendo ogni possibile movimento dei giunti.

È utile, allo scopo di risolvere la cinematica inversa, considerare le velocità di giunti ed End-Effector, piuttosto che la loro posizione; si parla in questo caso di *cinematica*

differenziale, la quale fa impiego di una matrice in grado di descrivere la mappatura tra le velocità dei giunti del manipolatore e la velocità dell'organo terminale. Tale matrice è detta *Jacobiana*, e si può ottenere tramite la derivazione dell'equazione di cinematica (2.5), da cui:

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (2.6)$$

In generale, la matrice Jacobiana è funzione della configurazione ($\mathbf{q}$) del manipolatore. Nell'equazione (2.6), detta *equazione della cinematica differenziale*, $\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{v}_e$ è il vettore (6×1) delle velocità lineari e angolari dell'End-Effector per una data configurazione ($\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$) di posizione e velocità dei giunti del manipolatore.

Siano m il numero di variabili dello spazio operativo (nello spazio tridimensionale $m = 6$), n il numero di GdL del manipolatore e r il numero di variabili dello spazio operativo necessarie a completare un dato compito, con $r \leq m$. Considerando un'applicazione dell'equazione (2.6) nella quale il manipolatore debba movimentare un carico orientandolo nello spazio, si avrà $r = m = 6$. Le dimensioni della matrice Jacobiana saranno dunque ($6 \times n$). Nel caso in cui il manipolatore abbia sette gradi di libertà esso sarà cinematicamente ridondante, e le dimensioni assunte dalla Jacobiana diventano (6×7), rendendola una matrice rettangolare bassa. È possibile individuare il grado di ridondanza del manipolatore come:

$$l = n - r$$

Si definiscono, come illustrato in Figura 2.4, due importanti sottospazi nella mappatura fornita dalla matrice Jacobiana:

- L'*immagine* di $\mathbf{J}$ indica il sottospazio $\mathcal{R}(\mathbf{J}) \in \mathbb{R}^r$ delle velocità dell'End-Effector che possono essere generate dalle velocità dei giunti, in una certa configurazione;
- Il *nucleo* di $\mathbf{J}$ indica il sottospazio $\mathcal{N}(\mathbf{J}) \in \mathbb{R}^n$ delle velocità dei giunti che non producono alcuna velocità dell'End-Effector, in una certa configurazione.

La dimensione del nucleo di $\mathbf{J}$ (detto anche *spazio nullo*) è pari al grado di ridondanza del manipolatore:

$$\dim(\mathcal{N}(\mathbf{J})) = n - r = l \quad (2.7)$$

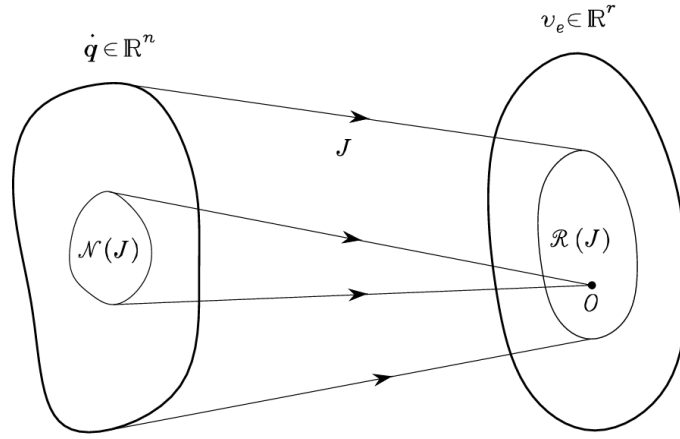


Figura 2.4 Mappatura tra lo spazio delle velocità dei giunti e lo spazio delle velocità dell'End-Effector [2]

L'inversione cinematica si occupa di risolvere e trovare una soluzione all'equazione (2.6). Ciò è realizzabile senza particolari sforzi per un manipolatore non ridondante a sei gradi di libertà, dato che la Jacobiana risulta invertibile:

$$\dot{q} = J^{-1}(q)v_e \quad (2.8)$$

Nel caso in cui il robot sia ridondante, invece, la matrice Jacobiana non è quadrata per cui non invertibile; risulta necessario ricorrere a soluzioni alternative, come il calcolo della *pseudoinversa* della matrice Jacobiana [3]. Nel Capitolo 4 verranno discussi alcune tecniche dalla letteratura con lo scopo di risolvere tale problema.

2.3. Manipolatore Robotico Antropomorfo a 7 GdL

Un esempio particolarmente significativo di robot cinematicamente ridondante è rappresentato dal manipolatore antropomorfo con sette gradi di libertà, concepito per emulare fedelmente la struttura e i movimenti del braccio umano. Questo tipo di configurazione è generalmente composta da sette giunti rotativi, distribuiti lungo la struttura del manipolatore in modo da replicare le principali articolazioni umane: spalla, gomito e polso.

La struttura è simile a quella di un manipolatore antropomorfo a 6GdL (Figura 2.5) al quale viene aggiunto un giunto rotativo assiale, arrivando ad un totale di 7 GdL (Figura 2.6). Questa tipologia di bracci robotici prende il nome di *manipolatore DLR*.

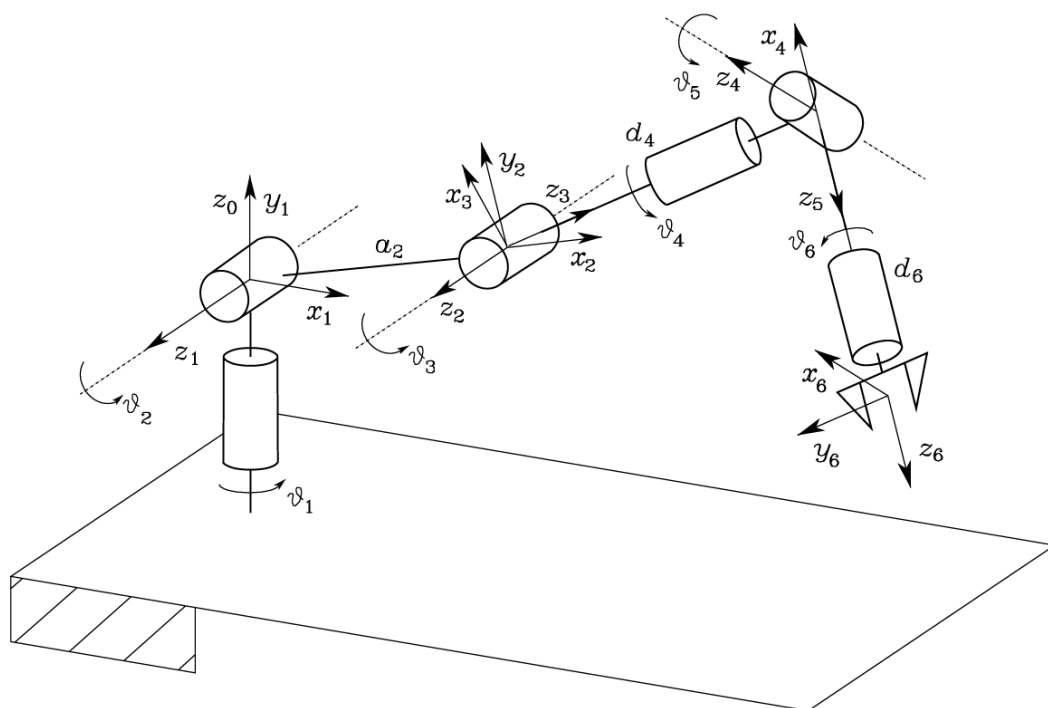


Figura 2.5 Manipolatore antropomorfo con polso sferico con 6GdL [2]

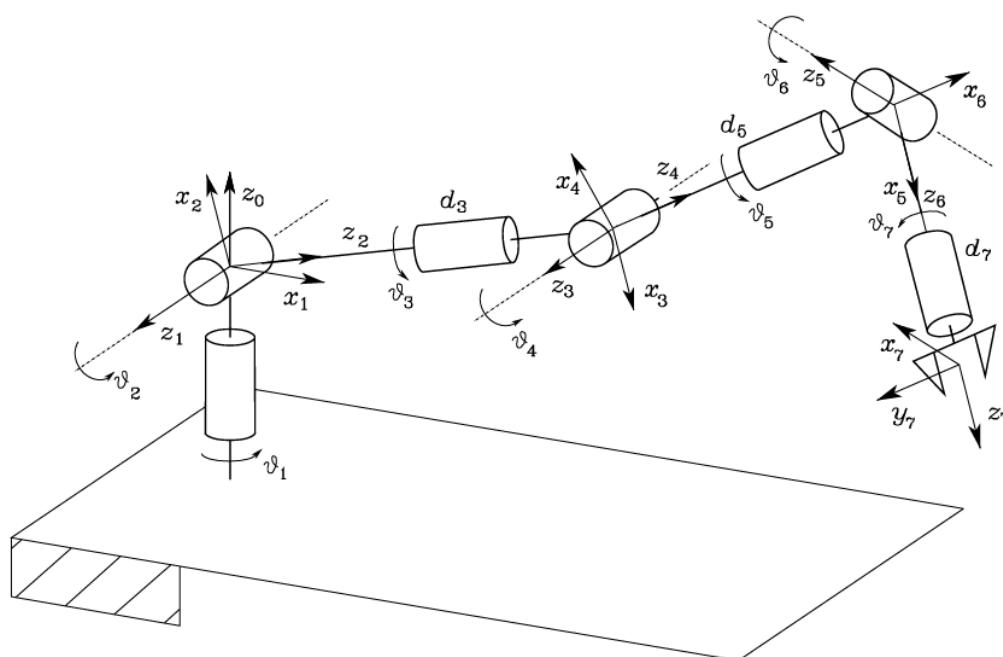


Figura 2.6 Manipolatore DLR con 7GdL [2]

In questo tipo di manipolatore, spesso utilizzato in ambito industriale a causa della destrezza che possiede, i primi tre giunti costituiscono la spalla, il giunto centrale rappresenta l'articolazione del gomito, e gli ultimi tre formano il polso. Spalla e polso sono detti *sferici*, dato che gli assi dei giunti che li compongono si incontrano in un singolo punto. Questa configurazione consente una grande manovrabilità e una vasta gamma di posture, e attraverso la ridondanza cinematica offre una flessibilità superiore rispetto a robot a sei gradi di libertà; viene impiegata anche per applicazioni delicate, quali quelle spaziali [4].

2.4. Vantaggi e Svantaggi della Ridondanza Cinematica

La ridondanza cinematica, ossia la presenza di un numero di gradi di libertà superiore a quello minimo richiesto per l'esecuzione di un compito specifico, se ben sfruttata può conferire notevoli vantaggi operativi al manipolatore. Data una certa posa che l'End-Effector deve raggiungere, è possibile assumere un numero infinito di configurazioni che permette di risolvere tale obiettivo. Alcuni esempi di vantaggi dati dalla ridondanza di un manipolatore sono:

- Ottimizzazione della postura del robot: permette di selezionare configurazioni più vantaggiose, minimizzando sforzi articolari, riducendo usura dei componenti meccanici ed evitando le configurazioni singolari.
- Migliore capacità di evitare ostacoli: la disponibilità di più soluzioni cinematiche consente di definire traiettorie alternative per evitare collisioni con ostacoli presenti nello spazio operativo.
- Ottimizzazione di obiettivi secondari: la ridondanza può essere sfruttata per distribuire in modo ottimale le accelerazioni e le forze articolari, evitare i limiti dei giunti, migliorare la manipolabilità del robot, ridurre le coppie ai giunti o raggiungere ulteriori obiettivi.

Questi benefici risultano particolarmente preziosi in applicazioni in cui si desidera ottenere un'elevata precisione e affidabilità, oppure minimizzare le sollecitazioni strutturali su basi sensibili o leggere.

La ridondanza, tuttavia, rende più complessi alcuni aspetti di realizzazione e controllo:

- Complessità meccanica: essendo presente un giunto (quindi un motore) in più la struttura è intrinsecamente più complessa.
- Algoritmi di controllo: la ridondanza rende difficoltosa l'inversione della matrice Jacobiana e quindi i calcoli necessari all'inversione cinematica. Aumenta anche la complessità di calcolo per risolvere tali algoritmi.
- Perdita di precisione: alcune tecniche, come il calcolo della pseudoinversa, consentono di ottenere facilmente un risultato diminuendo tuttavia la precisione dei calcoli svolti.

2.5. Convenzione di Denavit-Hartenberg

Allo scopo di elaborare la cinematica diretta nel caso di manipolatori a catena aperta, è stato sviluppato un metodo generale e sistematico per determinare la posizione e l'orientamento relativi di due link consecutivi. Tale metodo è esplicito tramite la convenzione di Denavit-Hartenberg (DH). Lo scopo è fornire dei parametri in grado di descrivere la struttura del manipolatore, i quali consentono di calcolare le trasformazioni di coordinate tra un link e l'altro, seguendo delle regole precise.

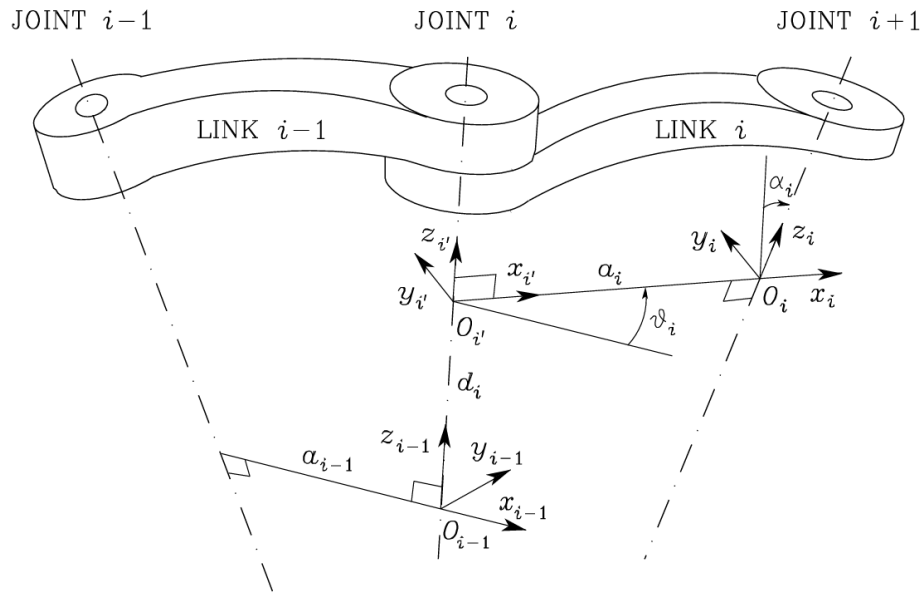


Figura 2.7 Parametri cinematici di Denavit-Hartenberg [2]

È necessario in primis definire un sistema di riferimento per ogni link presente nella catena cinematica (Figura 2.7). Sia l'asse i l'asse del giunto che collega il link $i - 1$ al link i , si seguono i seguenti passi:

- Scegliere l'asse z_i lungo l'asse del giunto $i + 1$;
- Individuare l'origine O_i all'intersezione tra l'asse z_i e la normale tra l'asse z_{i-1} e z_i . Inoltre, individuare O_i' all'intersezione tra la normale e l'asse z_{i-1} ;
- Scegliere l'asse x_i lungo la sopracitata normale, con segno positivo dal giunto i al giunto $i + 1$;
- Scegliere l'asse y_i per completare un sistema di riferimento destrorso.

Una volta determinati i sistemi di riferimento dei link, è possibile specificare il Frame i rispetto al Frame $i - 1$ tramite i seguenti parametri:

- a_i : distanza tra O_i e O_i' ;
- d_i : coordinata di O_i' lungo z_{i-1} ;
- α_i : angolo tra gli assi z_{i-1} e z_i rispetto all'asse x_i ;
- ϑ_i : angolo tra gli assi x_{i-1} e x_i rispetto all'asse z_{i-1} ;

Di questi quattro parametri, due sono sempre costanti (a_i e α_i) e dipendono dalla geometria della catena cinematica; degli altri due parametri solo uno sarà variabile, a seconda della natura del giunto impiegato (se rotativo oppure prismatico). Per un giunto rotativo la variabile da considerare è ϑ_i , mentre per un giunto prismatico la variabile è d_i .

2.6. Rappresentazione delle coordinate angolari

Per descrivere l'orientamento dell'organo terminale del manipolatore è utile considerarlo come una rotazione rispetto ad un sistema di riferimento fisso, coincidente con quello della base oppure rispetto ad altre componenti del robot. A tale scopo vengono di seguito introdotte alcune rappresentazioni utilizzate [2].

2.6.1. Matrice di rotazione

Si tratta di un operatore che permette di effettuare una rotazione, in un dato sistema di riferimento, di un vettore rispetto ad un asse arbitrario nello spazio.

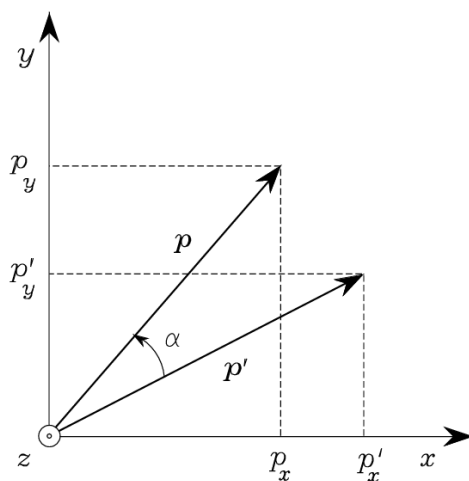


Figura 2.8 Rotazione di un vettore [2]

Con riferimento a quanto mostrato in Figura 2.8 si consideri il vettore p' nel sistema di riferimento $O - xyz$; calcolando il prodotto tra una *matrice di rotazione* R e tale vettore si ottiene un vettore p dello stesso modulo ma ruotato dell'angolo α , secondo quanto riportato nella matrice indicata:

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}\mathbf{p}'. \quad (2.9)$$

La matrice $\mathbf{R}$ è ottenuta tramite la concatenazione di rotazioni elementari. In questo caso l'unica rotazione effettuata è quella attorno all'asse z , per cui:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

La matrice di rotazione può indicare tre concetti geometrici equivalenti:

- La rotazione relativa tra due sistemi di riferimento;
- La trasformazione delle coordinate di uno stesso punto rappresentato in due sistemi di riferimento distinti;
- L'operatore che consente, come riportato sopra, la rotazione di un vettore all'interno di un sistema di riferimento.

È possibile, per rappresentare rotazioni più complesse rispetto a quella appena descritta, concatenare più matrici di rotazione, ognuna indicante una rotazione elementare rispetto ad uno degli assi del sistema di riferimento scelto.

2.6.2. Angoli di Eulero

Le matrici di rotazione forniscono una descrizione ridondante dell'orientamento di un sistema di riferimento, dato che ognuna di esse è costituita da nove elementi non indipendenti, ma relazionati da sei vincoli. Ciò permette di stabilire che tre parametri sono sufficienti per descrivere l'orientamento di un corpo nello spazio, prendendo il nome di rappresentazione minima.

Gli angoli di Eulero indicano dunque un insieme di tre angoli:

$$\boldsymbol{\phi} = [\varphi \quad \vartheta \quad \psi]^T. \quad (2.11)$$

Una rotazione generica viene così descritta dalla sequenza di tre rotazioni rispetto a tre assi predefiniti, specificati in sede di definizione della rappresentazione usata. Un importante vincolo da rispettare è che due assi successivi non siano tra loro paralleli. È possibile quindi decidere di specificare una rotazione utilizzando, ad esempio, gli angoli di Eulero ZYX, ottenuti come una composizione di rotazioni elementari rispettivamente attorno agli assi Z , Y e X nell'ordine indicato.

Un altro esempio di set di angoli di Eulero spesso utilizzato sono gli angoli RPY (*Roll-Pitch-Yaw*), solitamente utilizzati per governare l'assetto di imbarcazioni o velivoli.

2.6.3. Quaternione Unitario

Il quaternione unitario è una rappresentazione non minima di una rotazione che impiega, come suggerisce il nome, quattro parametri. È definito come:

$$\mathcal{Q} = \{\eta, \boldsymbol{\varepsilon}\}, \quad (2.12)$$

in cui:

$$\eta = \cos \frac{\vartheta}{2} \quad (2.13)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = r \sin \frac{\vartheta}{2} \quad (2.14)$$

I componenti η ed $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z]^T$ sono rispettivamente parte scalare e vettoriale del quaternione, e sono legate dalla condizione:

$$\eta^2 + \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 = 1. \quad (2.15)$$

Le quantità appena descritte sono utili ad identificare una rotazione dell'angolo ϑ rispetto ad un asse $\mathbf{r}$.

Alcuni dei vantaggi nell'uso dei quaternioni sono l'assenza di singolarità, che risolve il problema della non-unicità presente con gli angoli di Eulero [2], e un alleggerimento dal punto di vista computazionale rispetto alle matrici di rotazione [5], dato che si passa dai 9 termini necessari a definire una matrice ai 4 termini per la suddetta rappresentazione.

3. Modellazione sistema robotico

Il sistema robotico considerato in questa tesi è un manipolatore articolato a base fissa con sette gradi di libertà, progettato per emulare la mobilità del braccio umano. La modellazione è stata realizzata interamente nell'ambiente MATLAB/Simulink, sfruttando le potenzialità offerte dai toolbox *Simscape Multibody* e *Robotics System Toolbox*. In questo capitolo si descrivono nel dettaglio la struttura meccanica del manipolatore, la sua implementazione nel simulatore, la parametrizzazione geometrica e dinamica, nonché l'integrazione degli strumenti per l'analisi cinematica e dinamica. Verranno inoltre discusse le strategie di input/output adottate per il controllo.

3.1. Struttura meccanica e parametrizzazione

Il manipolatore è costituito da sette link rigidi connessi da giunti rotativi. La disposizione articolare segue una sequenza alternata tra giunti rotanti attorno all'asse principale del link (giunti "assiali") e giunti con asse ortogonale (giunti "flessionali"), al fine di riprodurre le principali articolazioni del braccio umano. I primi tre giunti costituiscono la regione della spalla, il quarto rappresenta l'articolazione del gomito, e gli ultimi tre formano il polso. Questa configurazione consente una vasta gamma di movimenti e garantisce l'accesso a posizioni e orientazioni multiple per uno stesso punto nello spazio da raggiungere con l'organo terminale del robot.

In Tabella 3.1 sono indicati nome, dimensioni e forma dei componenti che costituiscono il manipolatore. La Base cilindrica è fissa nello spazio, e su di essa è collegato il primo dei Link, i quali sono modellati tramite parallelepipedi retti di varie dimensioni, a base quadrata. L'End-Effector è modellato come una piccola sfera. Le dimensioni di tutti i componenti sono modificabili tramite script MATLAB, così come il peso dell'End-Effector. Il materiale costituente Base e Link è stato scelto come alluminio, con una densità pari a $\rho = 2740 \text{ kg/m}^3$, per fornire leggerezza e resistenza al sistema.

La parametrizzazione è pensata per essere facilmente modificabile, permettendo eventuali test di sensitività su lunghezze, masse o configurazioni articolari diverse.

Questo approccio consente di adattare il modello a diverse esigenze progettuali o scenari operativi.

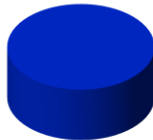
Nome	Dimensioni	Figura
Base	Raggio: 60 <i>mm</i> Altezza: 50 <i>mm</i>	
Link 1	Lato: 20 <i>mm</i> Lunghezza: 40 <i>mm</i>	
Link 2 / Link 3	Lato: 20 <i>mm</i> Lunghezza: 100 <i>mm</i>	
Link 4	Lato: 20 <i>mm</i> Lunghezza: 175 <i>mm</i>	
Link 5	Lato: 10 <i>mm</i> Lunghezza: 20 <i>mm</i>	
Link 6	Lato: 10 <i>mm</i> Lunghezza: 30 <i>mm</i>	
Link 7	Lato: 10 <i>mm</i> Lunghezza: 20 <i>mm</i>	
End Effector	Raggio: 4 <i>mm</i> Massa: 10 <i>kg</i>	

Tabella 3.1 Forma e dimensioni componenti manipolatore

In Figura 3.1 è mostrato il manipolatore completo, elaborato in ambiente Simscape. È possibile, alternativamente a quanto proposto, definire tale manipolatore attraverso i parametri di Denavit-Hartenberg, riassunti in Tabella 3.2

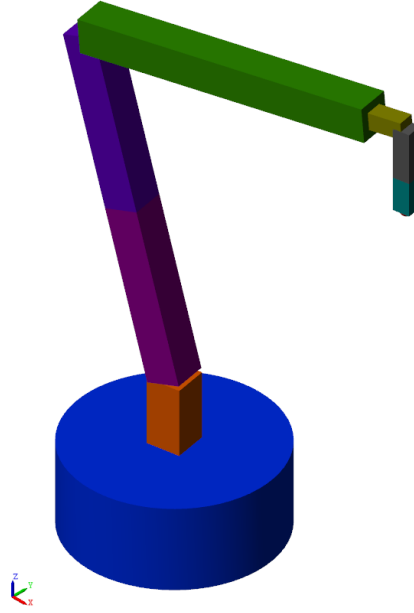


Figura 3.1 Manipolatore robotico a 7GdL

Link	a_i [mm]	α_i [rad]	d_i [mm]	ϑ_i [rad]
1	0	$-\pi/2$	20	ϑ_1
2	0	$\pi/2$	0	ϑ_2
3	0	$-\pi/2$	100	ϑ_3
4	0	$\pi/2$	0	ϑ_4
5	0	$-\pi/2$	10	ϑ_5
6	0	$\pi/2$	0	ϑ_6
7	0	0	10	ϑ_7

Tabella 3.2 Parametri D-H Manipolatore robotico a 7GdL

3.2. Implementazione in Simscape Multibody

Il modello è stato sviluppato interamente con blocchi appartenenti alla libreria di Simscape Multibody, evitando l'uso di componenti personalizzati al fine di mantenere portabilità e chiarezza. Ogni link è rappresentato tramite blocchi *Brick Solid*, che modellano dei prismi a base quadrata retti, e connesso ai giunti rotativi *Revolute Joint* mediante trasformazioni rigide *Rigid Transform*. I collegamenti sono definiti in coordinate relative, il che facilita l'assemblaggio progressivo della catena cinematica a partire dalla base.

Sono stati inseriti i seguenti blocchi funzionali di configurazione e riferimento:

- *World Frame*: definisce l'origine e gli assi del sistema di riferimento globale;
- *Mechanism Configuration*: imposta le proprietà fisiche e numeriche del meccanismo. Modificandone le proprietà si può agire sull'accelerazione di gravità che verrà applicata al modello. Nelle simulazioni riportate di seguito si è scelto di lavorare in assenza di gravità, per poter isolare e studiare il comportamento del manipolatore;
- *Solver Configuration*: controlla l'integrazione numerica e la stabilità del modello;

L'intero modello è stato progettato per essere modulare, in modo da facilitare eventuali modifiche future come una variazione delle dimensioni, l'aggiunta di sensori, disturbi esterni, sistemi di attuazione avanzati o interfacce di comunicazione. La definizione delle grandezze utilizzate viene effettuata tramite script MATLAB, per poi utilizzare gli opportuni parametri nel programma di simulazione su Simulink.

Come verrà approfondito nei capitoli 5 e 6 è stato utile, al fine di analizzare il comportamento del manipolatore, applicare un disturbo di forza all'organo terminale del sistema. È stato creato un segnale in grado di descrivere l'andamento della forzante nel tempo, per poi convertirlo in un segnale compatibile col resto del sistema tramite il blocco *External Force and Torque*. Tale forzante è stata poi applicata al sistema di riferimento solidale con l'End-Effector, realizzando così un disturbo nel punto più critico del manipolatore.

3.3. Integrazione con Robotics System Toolbox

Per completare il modello dinamico del manipolatore e per calcolare alcune grandezze utili alla simulazione si è fatto ricorso al *Robotics System Toolbox*, che consente di calcolare in modo efficiente le principali matrici caratteristiche del sistema, oltre a definire l'oggetto “*robot*” da utilizzare nelle funzioni del pacchetto. In particolare, sono state calcolate:

- la matrice Jacobiana $J(\mathbf{q})$ relativa alla base per l'End-Effector specificato, necessaria per la conversione tra velocità nei giunti e velocità dell'End-Effector;
- la matrice di massa $M(\mathbf{q})$, utile per descrivere l'inerzia del sistema. È calcolata nello spazio dei giunti in funzione della configurazione articolare;
- il vettore dei termini centrifughi e di Coriolis $C(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$. Indica le coppie da applicare ai giunti allo scopo di contrastare le forze indotte dalle velocità dei giunti in determinate configurazioni. È calcolato in funzione della configurazione e della velocità dei giunti;
- il vettore gravitazionale $G(\mathbf{q})$, dipendente dalla configurazione del manipolatore e dall'accelerazione di gravità impostata. Indica le coppie da applicare ai giunti per contrastare l'azione della gravità.

Queste informazioni sono state integrate nello script MATLAB e in Simulink tramite blocchi "MATLAB Function" personalizzati. In tal modo, è possibile aggiornare dinamicamente le grandezze a ogni passo di simulazione, garantendo coerenza tra il modello meccanico e la logica di controllo.

Robotics System Toolbox mette a disposizione anche varie funzioni per effettuare calcoli relativi alle trasformazioni di coordinate e calcoli dinamici dipendenti dalla natura e configurazione del manipolatore (sfruttando le matrici di cui sopra);

3.4. Input, controllo e analisi dei segnali

Sono stati realizzati due modelli, i quali implementano due differenti architetture di controllo, in modo da consentire una valutazione comparativa delle prestazioni. Le due

strategie implementate, di seguito brevemente descritte ma approfondite meglio nel Capitolo 5, sono:

- Controllo basato su *matrice pseudoinversa*: viene fornito un riferimento di posizione da raggiungere dell'end-effector. Da questo riferimento viene calcolata la velocità desiderata seguendo un profilo trapezoidale, con accelerazione e velocità massima definite a priori. La risoluzione della cinematica inversa, che permette di determinare le velocità che i giunti del manipolatore devono assumere, viene effettuata tramite l'utilizzo della matrice pseudoinversa della Jacobiana.
- Model Predictive Control (MPC): l'ingresso è una traiettoria articolare completa (posizioni e velocità dei giunti), calcolata a partire dal modello basato su pseudoinversa. Il controllore MPC, realizzato mediante il toolbox dedicato di MATLAB, valuta la traiettoria futura lungo un orizzonte predittivo e sceglie l'input opportuno da fornire al modello, minimizzando un criterio di costo.

I principali segnali in uscita dal modello del manipolatore, monitorati durante la simulazione, includono:

- le posizioni e velocità dei giunti;
- le coppie fornite ai giunti;
- l'energia cinetica del manipolatore, calcolata a partire dalle velocità dei giunti $\dot{\mathbf{q}}$ e dalla matrice di massa $\mathbf{M}(\mathbf{q})$;
- l'errore di tracking dell'end-effector rispetto alla traiettoria desiderata.

Questi dati permettono di valutare in modo quantitativo e qualitativo l'efficacia di ciascun approccio di controllo, evidenziando vantaggi e limiti in termini di precisione, tempo di simulazione e fluidità del movimento. I risultati ottenuti saranno discussi e confrontati nel Capitolo 6.

4. Stato dell'arte del controllo dei manipolatori ridondanti

Il controllo dei manipolatori ridondanti rappresenta un tema significativo nella robotica avanzata, in quanto la presenza di gradi di libertà eccedenti rispetto al minimo necessario per l'esecuzione di un compito consente di ottimizzare molteplici criteri secondari [6]. Tale caratteristica è ampiamente sfruttata in ambiti come la robotica collaborativa, la chirurgia robotica, la manutenzione remota e la robotica spaziale, dove l'adattabilità del robot e la capacità di reagire a vincoli esterni rappresentano requisiti fondamentali. Quando un manipolatore è cinematicamente ridondante il problema dell'inversione cinematica ammette infinite soluzioni; ciò implica che per una data posa dell'End-Effector sia possibile indurre moti interni della struttura che non impattano sulla posizione dell'organo terminale. In via teorica, dunque, anche imponendo una traiettoria all'End-Effector, è attuabile una continua modifica del movimento dei giunti al fine di, oltre a svolgere il compito assegnato, soddisfare contemporaneamente vincoli aggiuntivi. Tuttavia, la ridondanza introduce anche un grado di complessità nella gestione del controllo poiché la cinematica inversa non ammette una soluzione univoca al problema. Per questa ragione, nel corso degli anni, sono stati sviluppati diversi approcci al controllo, ciascuno caratterizzato da vantaggi specifici e da differenti livelli di complessità computazionale e robustezza operativa.

Questo capitolo propone una panoramica approfondita dei principali metodi presenti nella letteratura scientifica. Nel capitolo 4.1 vengono proposti alcuni metodi che sfruttano le proprietà cinematiche dei manipolatori; nel capitolo 4.2 sono riportate brevemente alcune tecniche utilizzate per il controllo di manipolatori spaziali, che puntano a ridurre le reazioni vincolari scaricate sulla base del sistema nel caso di strutture che operano in assenza di gravità; nel capitolo 4.3 sono presentate alcune tendenze attuali e sfide da intraprendere.

Al fine di risolvere il problema della ridondanza di un manipolatore esistono approcci a livello globale e locale. La risoluzione globale prende in considerazione l'intera traiettoria dell'End-Effector per calcolare e scegliere una traiettoria opportuna per i giunti, cercando di ottenere l'ottimizzazione di un criterio di performance; tuttavia, c'è un elevato grado di complessità che rende questo tipo di calcoli meno adatto all'utilizzo in tempo reale, preferendo dunque una programmazione off-line. Gli

schemi di risoluzione locali della ridondanza, invece, prendono in considerazione il movimento dei giunti necessario per riprodurre istantaneamente la velocità desiderata dell'organo terminale; i movimenti dei giunti sono determinati cercando di soddisfare un indice di prestazione locale, il che risulta nello svolgimento di calcoli meno complessi, permettendo un controllo in tempo reale del sistema, in un ambiente variabile.

4.1. Metodi Cinematici

I metodi cinematici operano principalmente nel dominio delle velocità o delle posizioni articolari, risolvendo problemi della cinematica differenziale inversa. Per l'applicazione di questi metodi non vengono considerati gli effetti dinamici come l'inerzia o le forze esterne, il che li rende relativamente semplici e, essendo quelli riportati metodi locali, computazionalmente efficienti.

4.1.1. Metodo della Pseudoinversa della Matrice Jacobiana

Metodo introdotto da Whitney nel 1969 [7] che permette di risolvere il problema della cinematica inversa per sistemi nei quali la matrice Jacobiana non è quadrata ma rettangolare, quindi non invertibile, a causa della ridondanza. La formula impiegata a tale scopo è la seguente:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}}_d \quad (4.1)$$

Utilizzando la pseudoinversa proposta da Moore-Penrose [3] si è in grado di calcolare la velocità dei giunti $\dot{\mathbf{q}}$ che meglio riesce ad approssimare la velocità desiderata dell'End-Effector $\dot{\mathbf{x}}_d$. È un metodo computazionalmente semplice, ma è soggetto a problemi dovuti alle singolarità della Jacobiana: l'utilizzo incontrollato di questo metodo può generare traiettorie che portano il manipolatore arbitrariamente vicino a configurazioni singolari [8], le quali genererebbero velocità desiderate eccessivamente elevate.

4.1.2. Metodo della Pseudoinversa Pesata

Proposta da Baillieul nel 1985 [9], il metodo della pseudoinversa pesata, o ponderata, è un'estensione del metodo citato nel precedente capitolo. Attraverso una matrice $\mathbf{W}$ viene influenzata la soluzione al problema dell'inversione cinematica, attraverso la seguente formula:

$$\dot{\mathbf{q}} = (\mathbf{J}^T \mathbf{W} \mathbf{J})^{-1} \mathbf{J}^T \mathbf{W} \dot{\mathbf{x}}_d \quad (4.2)$$

È possibile, sfruttando adeguatamente la matrice dei pesi, avvantaggiare o penalizzare il moto di ciascun giunto, in base a criteri secondari rispetto al corretto posizionamento. Come il metodo dal quale trae origine, si tratta di una soluzione approssimata ed è necessario porre particolare attenzione alla scelta della matrice dei pesi, al fine di non incorrere in problemi di efficacia o stabilità del calcolo.

4.1.3. Proiezione nello Spazio Nullo

La proiezione nello spazio nullo (*Null-space Projection*) della matrice Jacobiana (Liegeois, 1977 [10]) è una tecnica di controllo che consente, durante il posizionamento del manipolatore, di soddisfare compiti secondari senza alterare la traiettoria desiderata. La formula utilizzata è la seguente:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^\dagger \dot{\mathbf{x}}_d + (\mathbf{I} - \mathbf{J}^\dagger \mathbf{J}) \mathbf{z} \quad (4.3)$$

Il primo termine al secondo membro di (4.3) permette di raggiungere l'obiettivo principale, mentre il termine aggiuntivo permette la realizzazione di moti interni al manipolatore che non risultano in una modifica della posa dell'organo terminale. Il termine tra parentesi è un proiettore nello spazio nullo della matrice Jacobiana, in grado di sfruttare il grado di ridondanza per riarrangiare la struttura del manipolatore. La criticità di questo metodo è la corretta scelta del vettore $\mathbf{z}$ al fine di soddisfare vincoli secondari.

4.1.4. Metodo della Proiezione del Gradiente

Nato come approfondimento del metodo di proiezione nello spazio nullo, questo metodo (*Gradient Projection Method*), introdotto da Dubey nel 1988 [11], definisce il

vettore $\mathbf{z}$ come una funzione del gradiente di una funzione obiettivo da minimizzare o massimizzare, secondo l'espressione:

$$\mathbf{z} = k\nabla H(\mathbf{q}). \quad (4.4)$$

La funzione $H(\mathbf{q})$ consiste in un indicatore del criterio da ottimizzare, mentre k indica un guadagno che può essere negativo nel caso di minimizzazione, o positivo nel caso di massimizzazione della funzione obiettivo.

Alcuni esempi di funzione $H(\mathbf{q})$ sono [2]:

- *Misura di manipolabilità*, definita come:

$$H(\mathbf{q}) = \sqrt{\det(\mathbf{J}(\mathbf{q})\mathbf{J}^T(\mathbf{q}))}, \quad (4.5)$$

la quale si annulla in posizioni singolari

- *Distanza dai limiti meccanici dei giunti*, definita come:

$$H(\mathbf{q}) = -\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{q_i - \bar{q}_i}{q_{iM} - q_{im}} \right)^2, \quad (4.6)$$

in cui q_{iM} (q_{im}) indica il massimo (minimo) limite del giunto i -esimo e $\bar{q}_i$ il valore medio di questo range. Implementando questa funzione si punta a massimizzare tale distanza, rimanendo lontano dai suddetti limiti.

- *Distanza da un ostacolo*, definita come:

$$H(\mathbf{q}) = \min_{\mathbf{p}, \mathbf{o}} \|\mathbf{p}(\mathbf{q}) - \mathbf{o}\|, \quad (4.7)$$

in cui $\mathbf{o}$ è il vettore di posizione che indica l'ostacolo, mentre $\mathbf{p}$ è il vettore di posizione di un generico punto della struttura del manipolatore.

4.1.5. Estensione dello Spazio Operativo

Un ulteriore metodo per risolvere la ridondanza (*Task Space Augmentation* [12]) consiste nel definire vincoli addizionali da soddisfare durante il moto sotto forma di funzione del valore dei giunti. La funzione $\mathbf{f}_y(\mathbf{q})$, di dimensioni $(r \times 1)$ con r grado di ridondanza, cerca di sfruttare tutti i gradi di libertà ridondanti oltre quelli necessari per eseguire il compito assegnato. Viene quindi definito lo spazio dei giunti esteso come:

$$\mathbf{x}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{q}) \\ \mathbf{f}_y(\mathbf{q}) \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

in cui $\mathbf{f}(\mathbf{q})$ è la funzione che definisce la cinematica diretta del manipolatore. Questo metodo permette di trovare una soluzione ottimale che permette di soddisfare simultaneamente sia il compito primario, ossia il posizionamento, sia il compito secondario aggiuntivo, che può consistere nell'ottimizzazione di un parametro. Non essendo presente una gerarchia tra i compiti definiti, tuttavia, è possibile che, nel caso questi vengano definiti in modo superficiale, interferiscano tra loro, compromettendo l'esito del controllo.

4.2. Pianificazione del Movimento a Disturbo Nullo

Nel contesto della robotica spaziale l'uso di robot spaziali per operazioni quali manutenzione, assemblaggio, ispezione e gestione di esperimenti offre una soluzione promettente per ridurre la necessità di missioni con equipaggio, limitando al contempo l'esposizione degli astronauti ad ambienti ostili. I manipolatori sono spesso montati su basi mobili in assenza di gravità e il movimento del braccio può generare reazioni significative sulla base, alterando l'assetto del satellite o compromettendo la precisione delle operazioni. Per compensare tali disturbi, i satelliti utilizzano sistemi di controllo d'assetto (*Attitude Control System*, ACS), basati tipicamente su propulsori, i quali consumano carburante per mantenere la corretta orientazione. Per minimizzare tali effetti, quindi anche il consumo di propellente per ACS, la letteratura ha sviluppato diverse strategie di pianificazione del movimento a disturbo nullo (*Zero-disturbance Motion Planning*), in grado di sfruttare la ridondanza per ridurre o annullare le reazioni dinamiche.

Una delle strategie proposte è l'uso dello Spazio a Reazioni Nulle (*Reaction Null Space*, RNS), proposto da Nenchev, Yoshida et. al [13], che definisce lo spazio delle soluzioni articolari che non producono alcuna reazione dinamica sulla base, cercando di proporre movimenti dei giunti annullando il contributo di quantità di moto totale del sistema. Questo approccio consente di pianificare il moto in modo da mantenere costante l'assetto del satellite, agendo esclusivamente nello spazio nullo delle reazioni.

Altri metodi più recenti includono l'utilizzo della Mappa di Disturbo Migliorata (*Enhanced Disturbance Map*, EDM) studiata da Dubowsky nel 1991 [14] che fornisce una mappa esplicita della relazione tra le accelerazioni articolari e le reazioni trasmesse alla base. Tali informazioni possono essere utilizzate per ottimizzare la traiettoria minimizzando il disturbo previsto lungo tutto il movimento.

Una ulteriore tecnica è il Controllo Oloномico delle Reazioni dinamiche (*Holonomic Disturbance Control*, HDC) pubblicato da Dimitrov nel 2006 [15], che formula il problema come una minimizzazione vincolata, imponendo condizioni di annullamento del disturbo come vincoli oloномici nel problema di ottimizzazione. Questo approccio è particolarmente adatto a manipolatori altamente ridondanti, in grado di soddisfare sia i vincoli primari che quelli di disturbo.

Tali metodi hanno trovato applicazione in simulazioni di bracci montati su piattaforme free-floating, in esperimenti a bordo della Stazione Spaziale Internazionale e nello sviluppo di robot gonfiabili a bassa rigidità strutturale. Nonostante il loro elevato potenziale, la loro implementazione pratica richiede modelli accurati del sistema e una significativa capacità di calcolo.

4.3. Tendenze Attuali e Sfide

Negli ultimi anni, la ricerca sul controllo di manipolatori ridondanti ha mostrato un'evoluzione verso approcci più adattivi, flessibili e intelligenti. Tra le tendenze emergenti più significative si segnalano:

Controllo ibrido cinematico-dinamico (*hybrid force/motion control*) [2]: combina i vantaggi della semplicità dei metodi cinematici con la precisione dei metodi dinamici. Questo tipo di approccio è utile per applicazioni in cui la precisione dinamica è richiesta solo in determinati momenti del task.

Apprendimento automatico e metodi data-driven (*learning and adaptive system*) [16]: utilizzati per stimare dinamiche sconosciute, apprendere comportamenti desiderati o costruire modelli di controllo adattivi. Le reti neurali e i modelli basati su dati (es. Gaussian Process, reinforcement learning) sono sempre più integrati nei sistemi di controllo.

Controllo distribuito (*Distributed Control*, [17]): particolarmente rilevante in manipolatori modulari o sistemi robotici cooperativi, dove più agenti condividono il controllo del compito globale e devono coordinarsi per sfruttare la ridondanza collettiva.

Le sfide più rilevanti riguardano:

- la robustezza in presenza di incertezze parametriche e disturbi esterni;
- la scalabilità computazionale per applicazioni in tempo reale;
- l'integrazione con la percezione e la pianificazione ad alto livello;
- la gestione dei vincoli articolari e ambientali in scenari non strutturati.

Il prossimo capitolo si concentrerà sulle due strategie selezionate per lo studio sperimentale: l'approccio con la cinematica inversa tramite matrice pseudoinversa, e il controllo predittivo MPC, entrambi applicati a un manipolatore robotico a sette gradi di libertà modellato in ambiente MATLAB/Simulink.

5. Strategie di Controllo per Manipolatori Ridondanti

Nel presente capitolo vengono analizzate in dettaglio le strategie di controllo implementate per sfruttare la ridondanza del manipolatore a sette gradi di libertà. La presenza di un grado di libertà aggiuntivo rispetto al minimo richiesto per il posizionamento e l'orientamento dell'End-Effector consente infatti di allocare parte della libertà residua a compiti secondari. In questo contesto, vengono esaminati due approcci differenti: il primo si basa sull'utilizzo della pseudoinversa della matrice Jacobiana per effettuare l'inversione cinematica, declinato in tre varianti che tengono conto dell'ottimizzazione dinamica e dell'utilizzo dello spazio nullo; il secondo impiega un controllore predittivo non lineare (Model Predictive Control, MPC) progettato attraverso il toolbox ufficiale di MATLAB. Entrambe le strategie sono state integrate all'interno di un modello dinamico in Simulink/Simscape e testate su scenari di tracciamento di traiettorie, con valutazione quantitativa delle prestazioni in termini di errori di tracking ed energia cinetica complessiva del manipolatore.

Il compito dei sistemi di controllo consiste nel posizionare l'End-Effector da una posizione di partenza ad una di arrivo, seguendo un percorso rettilineo; per esaminare il comportamento dei metodi di controllo vengono analizzate due traiettorie distinte. Una volta raggiunta la posizione desiderata, al manipolatore viene applicato un disturbo sotto forma di forza allo scopo di effettuare un'analisi riguardo la rigidità del sistema. L'analisi del comportamento dei sistemi di controllo verrà approfondita nel Capitolo 6.

5.1. Definizione della traiettoria

Il compito che il manipolatore deve svolgere è la movimentazione di un carico, in questo caso rappresentato dall'End-Effector, da una configurazione scelta fino al target specificato di posizione e orientamento. Nell'effettuare il movimento è stata scelta una traiettoria con un profilo di velocità di tipo trapezoidale [18] seguendo un percorso rettilineo nello spazio, dal punto di partenza all'obiettivo preimpostato. La formula impiegata per calcolare la velocità considerando il solo posizionamento nello spazio è la seguente:

$$\dot{\mathbf{p}}_d(t, \mathbf{e}_p) = \min \left(a_0 t, v_0, \sqrt{2a_0 \|\mathbf{e}_p(t)\|} \right) \frac{\mathbf{e}_p(t)}{\|\mathbf{e}_p(t)\|}, \quad (5.1)$$

in cui $\mathbf{e}_p(t) = \mathbf{p}_d - \mathbf{p}_e$ è la distanza relativa tra la posizione desiderata $\mathbf{p}_d$ e la posizione dell'End-Effector $\mathbf{p}_e$; a_0 è la massima accelerazione e v_0 la massima velocità lineare consentita all'organo terminale.

Per quanto riguarda l'orientazione dell'organo terminale del manipolatore sono stati utilizzati i quaternioni. L'errore $\mathbf{e}_o$ è stato calcolato come:

$$\mathbf{e}_o = \Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \eta_e(\mathbf{q}) \boldsymbol{\varepsilon}_d - \eta_d \boldsymbol{\varepsilon}_e(\mathbf{q}) - \mathbf{S}(\boldsymbol{\varepsilon}_d) \boldsymbol{\varepsilon}_e(\mathbf{q}), \quad (5.2)$$

in cui $\mathbf{S}(\cdot)$ è l'operatore anti-simmetrico; le componenti scalari dei quaternioni relativi rispettivamente a orientamento attuale e desiderato sono η_e e η_d ; analogamente, le componenti vettoriali sono $\boldsymbol{\varepsilon}_e$ e $\boldsymbol{\varepsilon}_d$. Definito l'errore, la velocità angolare desiderata dell'End-Effector è stata calcolata come:

$$\dot{\boldsymbol{\phi}}_d(t, \mathbf{e}_o) = \min \left(\alpha_0 t, \omega_0, \sqrt{2\alpha_0 \|\mathbf{e}_o\|} \right) \frac{\mathbf{e}_o}{\|\mathbf{e}_o\|}, \quad (5.3)$$

in cui α_0 è la massima accelerazione e ω_0 è la massima velocità angolare consentita all'organo terminale.

Una volta determinate le componenti lineare e angolare della velocità complessiva desiderata $\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{v}_d = [\dot{\mathbf{p}}_d^T, \dot{\boldsymbol{\phi}}_d^T]^T$ si procede al calcolo di inversione cinematica per determinare la traiettoria che i giunti dovranno assumere.

5.2. Controllo tramite pseudoinversa della Jacobiana

L'approccio classico alla risoluzione della cinematica inversa nei manipolatori ridondanti si fonda sull'utilizzo della pseudoinversa della matrice Jacobiana, strumento matematico che consente di risolvere in senso dei minimi quadrati sistemi lineari sovradeterminati o sottodeterminati. Nel caso di un manipolatore con $n > 6$ giunti, il sistema:

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} \quad (5.1)$$

non ha una sola, ma molteplici soluzioni per $\dot{\mathbf{q}}$. Per ottenere una soluzione di norma minima, si impiega la pseudoinversa di Moore-Penrose:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^\dagger \dot{\mathbf{x}}_d \quad (5.2)$$

in cui, secondo la definizione di Penrose [3]:

$$\mathbf{J}^\dagger = \mathbf{J}^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \quad (5.3)$$

In Figura 5.1 è mostrato il diagramma di flusso che indica le fasi del controllo. A partire dalla lettura della posizione attuale, tramite un confronto con l'obiettivo da raggiungere, vengono determinate le velocità da assegnare ai giunti da cui, con un controllore Proporzionale Integrativo (PI), si calcolano le coppie da fornire ai giunti del manipolatore.

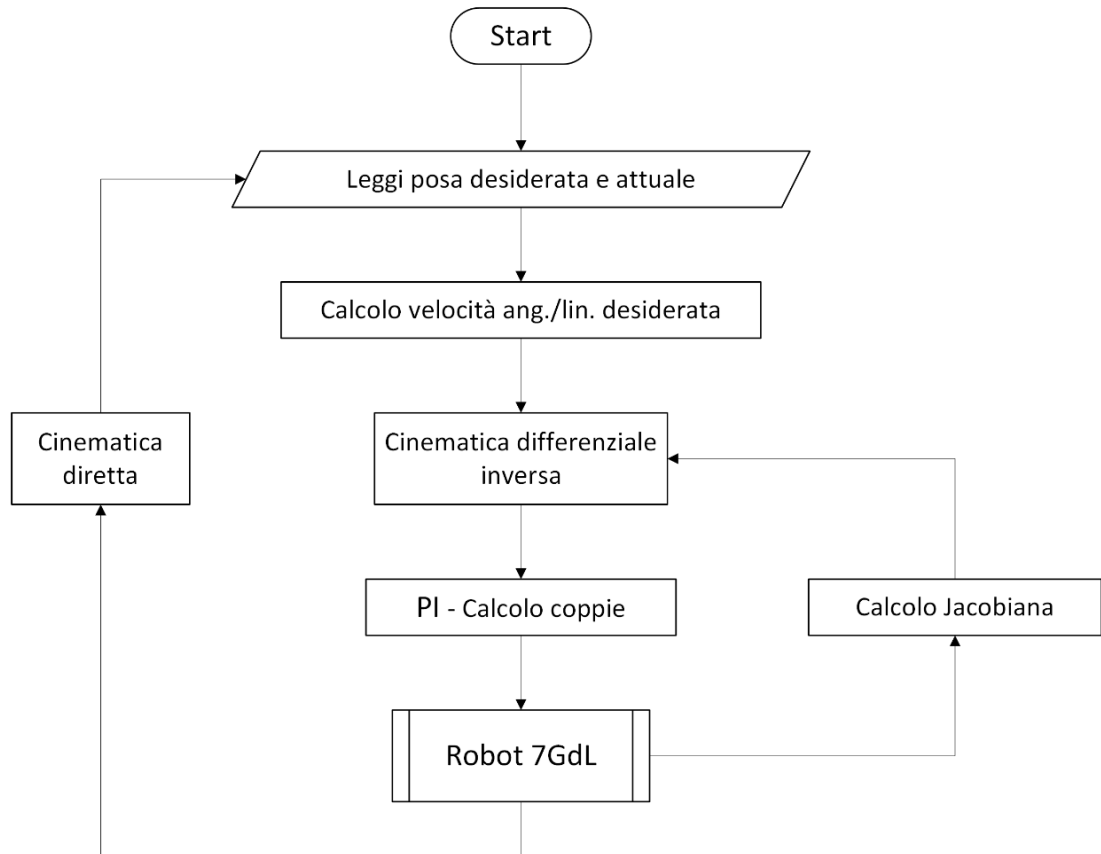


Figura 5.1 Diagramma di flusso del controllo con pseudoinversa

Nel presente lavoro, al fine di osservare e valutare la risposta all'utilizzo di vari metodi di controllo, sono state adottate tre varianti dell'approccio appena descritto, le

quali si differenziano nell'impiego di versioni modificate dell'inversione cinematica differenziale:

- Pseudoinversa *standard*: è la forma più semplice e diretta, in cui $J^\dagger$ viene calcolata con la Formula (5.3). Con questo metodo è possibile calcolare le velocità $\dot{\mathbf{q}}$ da assegnare ai giunti le quali permettono di ottenere all'End-Effector una traiettoria che approssima la velocità desiderata $\dot{\mathbf{x}}_d$. Tale soluzione tende a generare movimenti articolari distribuiti in modo uniforme che tuttavia, senza specifici accorgimenti, non evitano che il manipolatore raggiunga posizioni critiche come quelle singolari. Si ottiene una soluzione computazionalmente efficiente che è in grado di minimizzare la norma delle velocità dei giunti [7];
- Pseudoinversa ponderata: introduce un termine di peso definito nel caso in analisi tramite la matrice di massa del manipolatore $\mathbf{M}(\mathbf{q})$, ottenendo una soluzione che ha lo scopo di minimizzare l'energia cinetica:

$$J_w^\dagger = \mathbf{B}^{-1} J^T (\mathbf{J} \mathbf{B}^{-1} J^T)^{-1} \quad (5.4)$$

in cui

$$\mathbf{B} = \mathbf{M}(\mathbf{q})^T \mathbf{M}(\mathbf{q}) \quad (5.5)$$

Questa formulazione tiene conto delle inerzie articolari e migliora la naturalezza del moto, prediligendo movimenti meno repentini per i link di massa maggiore. Tale formulazione, proposta da Silvio Cocuzza et al. [19], ha lo scopo di minimizzare le coppie di reazione trasferite alla base durante le manovre del manipolatore, con un interesse particolare per la robotica spaziale;

- Pseudoinversa con spazio nullo: estende la soluzione classica permettendo l'ottimizzazione di un compito secondario mediante proiezione nello spazio nullo della Jacobiana [10]:

$$\dot{\mathbf{q}} = J^\dagger \dot{\mathbf{x}}_d + (\mathbf{I} - J^\dagger J) \mathbf{z} \quad (5.6)$$

In (5.6), $\mathbf{z}$ è un vettore arbitrario la cui scelta permette un controllo simultaneo su obiettivi primari e secondari. Il termine tra parentesi, in cui $\mathbf{I}$ è la matrice identità di dimensioni (7×7) , è il proiettore nello spazio nullo della Jacobiana. Ciò permette, tramite un'opportuna scelta del vettore arbitrario $\mathbf{z}$, di effettuare movimenti interni al manipolatore riarrangiando la struttura senza modificare la posa dell'End-Effector. Tali movimenti possono essere in grado

di svolgere un compito secondario durante la movimentazione principale, senza influenzare quest'ultima [20]. Nel caso analizzato, la determinazione del vettore arbitrario durante il moto del sistema è avvenuta tramite un'ottimizzazione numerica; la funzione usata, in ambiente MATLAB, è *fmincon*, ponendo come funzione obiettivo da minimizzare l'energia cinetica istantanea del manipolatore.

Nel modello Simulink realizzato, il riferimento di posizione viene trasformato in velocità desiderata tramite un profilo trapezoidale di velocità. Il calcolo della cinematica inversa e della velocità da assegnare ai giunti è implementato tramite blocchi *MATLAB Function* personalizzati. I risultati vengono quindi passati a un controllore PI per generare il comando di coppia, il quale viene poi inviato al modello Simscape del manipolatore per simularne il movimento.

5.3. Controllo tramite Model Predictive Control (MPC)

Un approccio alternativo a quello appena descritto, per quanto riguarda il controllo di manipolatori, è dato dal Model Predictive Control: una tecnica di controllo ottimo che pianifica le azioni future del sistema risolvendo un problema di ottimizzazione a ogni istante temporale. L'MPC è particolarmente adatto per sistemi non lineari soggetti a vincoli su variabili controllate o fornite, è applicabile a sistemi multi-variabili [21] e consente di esplicitare obiettivi multipli nel costo da minimizzare. La filosofia alla base del Model Predictive Control [22] consiste nel prevedere il comportamento futuro utilizzando il modello matematico di un sistema date le misurazioni dell'attuale stato dello stesso e considerando una ipotetica traiettoria degli input che verranno forniti; in base a questi dati viene scelto il segnale in ingresso da fornire al sistema, con lo scopo di minimizzare una funzione obiettivo.

Le variabili che permettono la descrizione di questo metodo sono:

- T_s : tempo di campionamento. Indica lo step temporale che definirà il modello; nell'analisi che segue è stato scelto un valore pari a $T_s = 0,05$ s.

- p : orizzonte di previsione. Indica il numero di step temporali futuri entro i quali viene effettuato il pronostico e il controllore cerca di minimizzare la funzione di costo; il valore impiegato nelle simulazioni è $p = 6$.
- c : orizzonte di controllo. Indica il numero di step temporali entro i quali è consentito all'input fornito, all'interno dell'orizzonte di previsione, di variare. A seguito di questo intervallo l'ingresso manipolabile fornito al sistema per la previsione rimarrà costante; è stato utilizzato un orizzonte di controllo di dimensione $c = 2$.

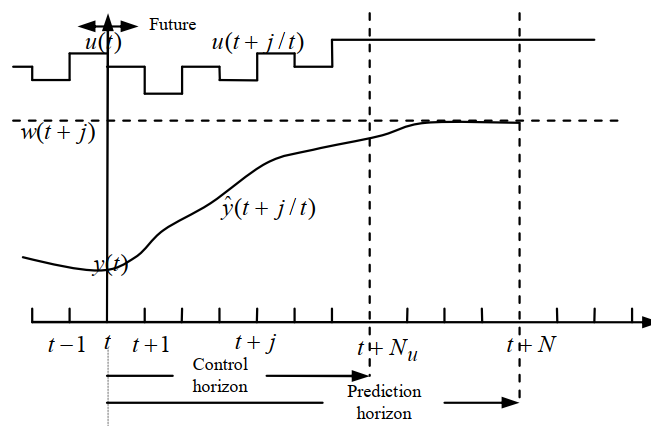


Figura 5.2 Strategia dell'orizzonte mobile dell'MPC [21]

Per quanto riguarda la notazione utilizzata, con y si indicano le uscite del sistema (nel caso in esame posizione e velocità dei giunti: $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$), con w si indica il target da raggiungere e con u si indicano gli input forniti (detti anche variabili manipolate, nel sistema in esame le coppie ai giunti: $\boldsymbol{\tau}$)

Il principio di funzionamento dell'MPC, che prende il nome di *orizzonte mobile*, è rappresentato in Figura 5.2, ed è concettualmente separabile in tre fasi:

1. Nella prima fase, tramite il modello del sistema, viene calcolato il valore delle variabili in output nel corso dell'orizzonte di previsione futuro e per ogni step temporale. Durante i primi c step gli input forniti sono variabili, mentre per i successivi, fino al raggiungimento del termine dell'orizzonte di previsione, si mantengono costanti, pari all'ultimo valore calcolato;

2. La seconda fase consiste nel calcolo di un'opportuna sequenza di controllo che permetta di seguire la traiettoria scelta, minimizzando al contempo i contributi che costituiscono la funzione di costo;
3. L'ultima fase prevede l'invio del primo dei segnali di controllo calcolati al sistema in esame. Al contempo, l'intero orizzonte di previsione e di controllo viene traslato in avanti (da cui l'origine del nome), ripetendo gli step precedentemente descritti.

In Figura 5.3 è mostrato il diagramma di flusso che illustra il funzionamento del metodo MPC.

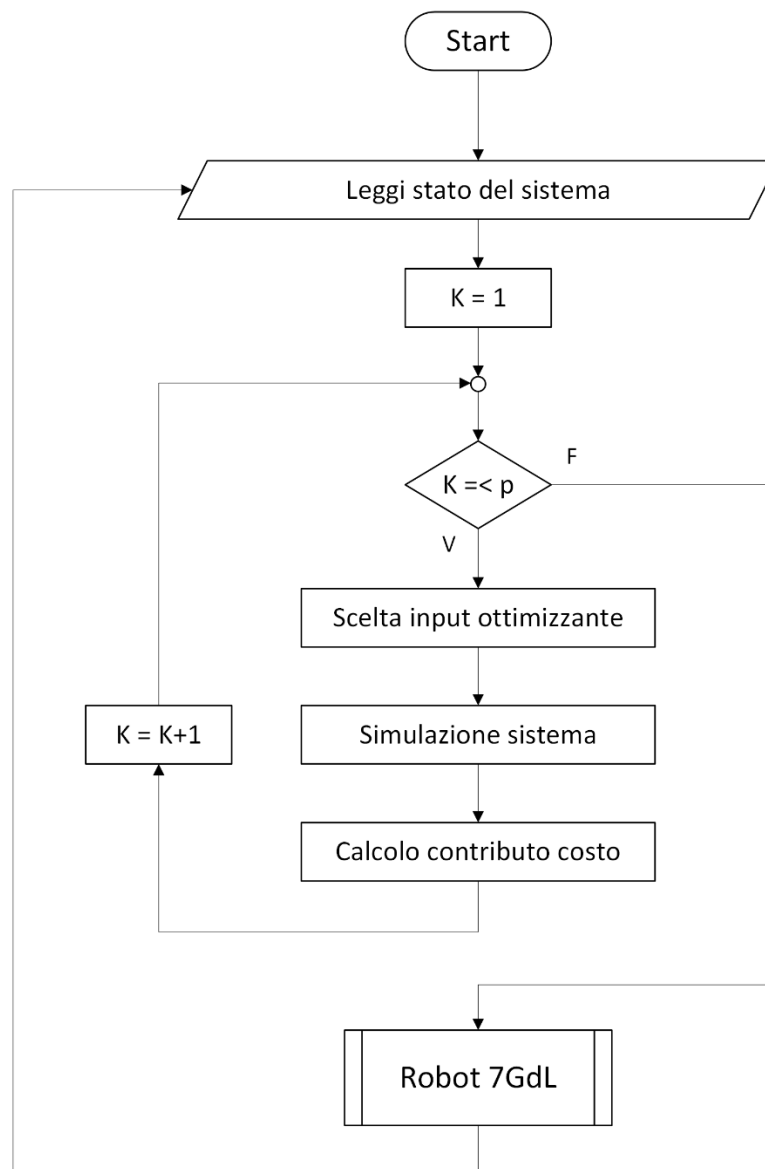


Figura 5.3 Diagramma di flusso del controllo con MPC

Nel caso in analisi, è stato realizzato un controllore non lineare (nl-MPC) attraverso il toolbox dedicato di MATLAB. Il modello predittivo utilizzato si basa sulla dinamica articolare del manipolatore, calcolando le accelerazioni future dei giunti sulla base di posizioni, velocità attuali e gli input che verranno forniti. Il controllo è esercitato a partire da un riferimento composto da una traiettoria dei giunti predefinita, espressa come posizione e velocità, che il manipolatore dovrà seguire durante il movimento. Tale traiettoria è stata generata tramite il metodo descritto precedentemente, ossia impiegando il metodo della *matrice pseudoinversa standard*.

Per determinare l'input da fornire al sistema, che in questo caso consiste nella coppia da inviare ai giunti, il controllore risolve un problema di ottimizzazione a ogni intervallo. Il problema da risolvere [23] è caratterizzato dai seguenti aspetti:

- L'Obiettivo, specificato dalla funzione di costo: si tratta di un valore scalare non negativo, indice delle performance del sistema, che deve essere minimizzato;
- Vincoli: condizioni da soddisfare applicabili alle variabili manipolate (coppie ai giunti) o output del sistema (posizione e velocità dei giunti) che indicano i limiti fisici dell'apparato in esame;
- Decisione: modifiche da apportare alle variabili manipolate per far sì che la funzione di costo sia minimizzata.

Nei paragrafi successivi verranno descritte le caratteristiche della funzione di stato, che permette una modellizzazione del sistema, e della funzione di costo, in grado di definire un obiettivo da seguire.

5.3.1. Funzione di stato

La relazione principale che descrive il comportamento del modello prende il nome di funzione di stato. Per quanto riguarda il manipolatore in esame, dotato di $n = 7$ giunti e $m = 6$ variabili dello spazio operativo, essa descrive l'accelerazione assunta dai giunti prendendo in considerazione le seguenti grandezze:

- *Stato del sistema*: indicato dalle variabili di posizione e velocità attuali dei giunti, $\mathbf{q}$ e $\dot{\mathbf{q}}$. Questi vettori ($n \times 1$) permettono il calcolo, attraverso l'impiego del *Robotics System Toolbox*, delle matrici caratteristiche, descritte di seguito;

- *Matrice di massa, $\mathbf{M}(\mathbf{q})$* : matrice $(n \times n)$ simmetrica e definita positiva che descrive l'inerzia del sistema, in funzione delle coordinate dei giunti $\mathbf{q}$. Tiene conto della distribuzione delle masse all'interno del manipolatore e permette di calcolare forze e coppie che le accelerazioni articolari producono durante il movimento;
- *Matrice centrifuga e di Coriolis, $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$* : matrice $(n \times n)$ che permette di considerare l'effetto che le velocità dei giunti hanno sulla dinamica del sistema. Tramite il prodotto $\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \cdot \dot{\mathbf{q}}$ si è in grado di calcolare le coppie da assegnare ai giunti che permettono di contrastare le forze indotte dalle velocità articolare in una determinata configurazione;
- *Vettore di gravità, $\mathbf{G}(\mathbf{q})$* : vettore $(n \times 1)$ contenente le coppie da fornire ai giunti per riuscire a contrastare l'azione di gravità per una data configurazione del manipolatore;
- *Matrice Jacobiana $\mathbf{J}(\mathbf{q})$* : matrice $(m \times n)$ che descrive la relazione tra le velocità dei giunti $\dot{\mathbf{q}}$ e le velocità dell'End-Effector $\dot{\mathbf{x}}$. Inoltre, attraverso il calcolo della sua trasposta, è in grado di correlare le forze esercitate sull'End-Effector ($\mathbf{f}_{ext}$) con i loro effetti sui singoli giunti ($\boldsymbol{\tau}_f$), tramite la relazione (5.7):

$$\boldsymbol{\tau}_f = \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{f}_{ext}; \quad (5.7)$$

- *Coppie ai giunti, $\boldsymbol{\tau}$* : vettore $(n \times 1)$ contenente i valori di coppia da applicare ai singoli giunti, determinato tramite il sistema di controllo.

Avendo a disposizione le grandezze appena descritte, la dinamica del modello viene descritta dalla relazione (5.8):

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}(\mathbf{q}) - \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{f}_{ext} + \boldsymbol{\tau}. \quad (5.8)$$

Tale formula permette di calcolare quello che sarà il comportamento del sistema, consentendo all'MPC di effettuare la previsione ad ogni intervallo.

5.3.2. Funzione di costo

In un sistema gestito da Model Predictive Control, la funzione di costo definisce un obiettivo da ottimizzare lungo l'intero orizzonte di previsione. Nella sua versione di

riferimento essa consiste nella somma di quattro termini, ognuno indice delle prestazioni del sistema controllato. Il valore risultante viene calcolato per ogni intervallo di controllo, addizionando tutti i contributi in un unico valore finale che dovrà essere ottimizzato. La formula impiegata è la seguente:

$$K(z_k) = K_y(z_k) + K_u(z_k) + K_{\Delta u}(z_k) + K_\varepsilon(z_k), \quad (5.9)$$

in cui z_k è la decisione presa a valle del problema di ottimizzazione. I quattro termini presenti nell'espressione (5.9) sono rappresentativi di obiettivi simultanei da soddisfare, eventualmente tramite l'inserimento di pesi che permettono di stabilire la rilevanza relativa tra i suddetti propositi. Di seguito sono descritte le componenti:

- $K_y(z_k)$: *Riferimento traiettoria*. Termine che valuta l'errore tra gli output attuali del sistema, nel caso trattato posizione $\mathbf{q}$ e velocità dei giunti $\dot{\mathbf{q}}$, e i valori di riferimento forniti. Viene considerato come il sistema seguirà la traccia desiderata sia nell'istante attuale, sia lungo l'orizzonte di previsione;
- $K_u(z_k)$: *Tracciamento variabile manipolata*. Termine presente nei sistemi in cui le variabili manipolate sono in numero maggiore rispetto agli output dell'impianto; in tal caso è utile fornire dei riferimenti da seguire per gli input, avvicinandosi a valori predefiniti. Nel caso in esame questo termine non contribuisce alla funzione di costo complessiva, dato che le uscite ($\mathbf{q}$ e $\dot{\mathbf{q}}$, due vettori di dimensione n) sono in numero maggiore rispetto alle variabili di ingresso al sistema ($\boldsymbol{\tau}$, un vettore di dimensione n).
- $K_{\Delta u}(z_k)$: *Soppressione della variazione di input*. Termine che cresce proporzionalmente alla velocità di variazione delle variabili manipolate; permette di prediligere piccoli aggiustamenti degli input al sistema, evitando cambiamenti bruschi nei comandi e migliorando robustezza e stabilità del controllo.
- $K_\varepsilon(z_k)$: *Violazione dei vincoli*. Termine che cresce al superamento dei limiti preimpostati, i quali possono essere rigidi o flessibili. Mentre i vincoli rigidi non possono in alcun caso essere superati, come nel caso di limiti meccanici di rotazione dei giunti, quelli flessibili sono tollerati nel processo di ottimizzazione; una volta superati, tuttavia, la funzione di costo subirà un forte

aumento determinato dalla *slack variable* impostata durante la configurazione del controllore.

Nel caso in cui si desiderasse modificare la funzione di costo, oppure aggiungere termini personalizzati al calcolo, è possibile farlo in fase di definizione del controllo. È possibile inoltre agire sui pesi dei singoli termini, accentuandone alcuni a discapito di altri.

5.4. Confronto tra le due strategie

L'MPC consente quindi di pianificare azioni che permettono la realizzazione di un compito rispettando al contempo le condizioni fisiche imposte e vincoli aggiuntivi specificati in fase di definizione del modello. Tuttavia, essendo necessaria la simulazione nell'intero intervallo di previsione ad ogni step temporale, il costo computazionale è sensibilmente maggiore rispetto al metodo con pseudoinversa, rendendolo meno adatto all'implementazione in tempo reale e più indicato per analisi delle traiettorie, pianificazione off-line o sistemi con capacità di calcolo dedicate.

L'implementazione nel simulatore ha richiesto una particolare attenzione alla stabilità numerica e alla configurazione dell'orizzonte predittivo, del passo di campionamento e dei pesi associati ai termini di costo. Le prestazioni ottenute rispetto al primo metodo impiegato sono state valutate su base comparativa, con riferimento a scenari dinamicamente equivalenti.

Il confronto tra le due strategie evidenzia punti di forza e debolezza distinti. Il metodo basato su pseudoinversa si caratterizza per la rapidità e la leggerezza computazionale, oltre ad adattarsi bene a compiti di tracciamento semplici o in ambienti con limitate risorse. Le sue varianti consentono un miglioramento progressivo in termini di efficienza energetica, grazie anche all'introduzione del termine nello spazio nullo.

Il metodo MPC, invece, si distingue per la sua capacità di integrare obiettivi complessi e vincoli articolari in un'unica formulazione. La possibilità di bilanciare diverse penalità consente una regolazione fine del comportamento dinamico del

manipolatore. Tuttavia, il tempo di calcolo e la difficoltà di tuning dei parametri rendono il metodo meno flessibile in contesti con requisiti di risposta rapida.

Nel Capitolo 6 verranno presentati i risultati comparativi ottenuti tramite simulazioni su traiettorie assegnate, con valutazione dei principali indicatori delle prestazioni e discussione delle implicazioni applicative di ciascuna strategia.

6. Analisi Comparativa e Risultati

In questo capitolo vengono presentati e analizzati i risultati ottenuti dalle simulazioni effettuate sul modello dinamico del manipolatore a sette gradi di libertà realizzato in ambiente MATLAB/Simulink, con l'ausilio di Simscape Multibody e Robotics System Toolbox. L'obiettivo di questa analisi è quello di confrontare le prestazioni delle due strategie di controllo implementate: da un lato l'approccio basato sulla matrice pseudoinversa della Jacobiana, esplorato nelle sue varianti *standard*, *pesata* e con *proiezione nello spazio nullo*; dall'altro, un algoritmo di *Model Predictive Control* (MPC). Le simulazioni sono state progettate per evidenziare non solo l'efficacia nel seguire la traiettoria desiderata, ma anche la capacità dei due metodi di controllo di gestire il comportamento dinamico del sistema in presenza di disturbi esterni e di mantenere un equilibrio stabile in condizioni operative realistiche.

L'analisi si basa sull'esecuzione di due traiettorie assegnate nello spazio operativo, prevedendo in entrambi i casi la movimentazione dell'End-Effector da una configurazione iniziale a una finale nell'arco di un intervallo temporale definito; al termine dello spostamento segue una fase di disturbo controllato con l'obiettivo di verificare la risposta dinamica del sistema a sollecitazioni esterne. La durata delle simulazioni effettuate è di $T = 10$ s, comprensivi sia della fase di movimentazione (fino a $t = 6$ s) sia della fase di disturbo (con $t > 6$ s).

Nel corso delle simulazioni viene posta l'attenzione su parametri dinamici rilevanti del sistema, in particolare sull'energia cinetica complessiva posseduta dal manipolatore durante il movimento, oltre alla capacità di mantenere una struttura stabile quando sottoposto ad azioni di disturbo. Viene inoltre valutata la qualità del tracking rispetto alla traiettoria assegnata e le coppie applicate ai giunti.

6.1. Forzante applicata

Per valutare la capacità del manipolatore di reagire a disturbi esterni e per mettere in evidenza le differenze tra le strategie di controllo adottate, è stato introdotto, al termine della fase di movimentazione, un disturbo di forza applicato all'End-Effector. Tale perturbazione ha lo scopo di simulare l'interazione del robot con un ambiente non

controllato o con una forza esterna imprevista, permettendo di analizzare il comportamento dinamico del sistema in condizione di equilibrio perturbato.

La forza F applicata è definita nel sistema di riferimento dell'organo terminale, ed è diretta verso l'interno rispetto a tale frame, in particolare in direzione del versore z con verso negativo, simulando un'azione compressiva lungo l'asse come mostrato in Figura 6.1. Questo consente di valutare l'effettiva capacità del sistema di resistere a forze che tendono a deformare la configurazione raggiunta o a spostare l'end-effector dalla posizione target.

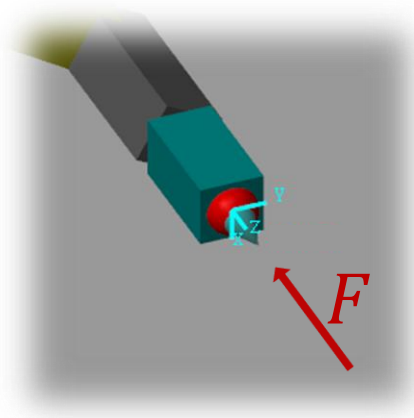


Figura 6.1 Forza di disturbo applicata all'End-Effector

L'andamento del disturbo nel tempo è di tipo trapezoidale e presenta le seguenti caratteristiche:

- La forza parte da zero e cresce linearmente, a partire dal tempo $t = 6\text{ s}$ fino a raggiungere il valore massimo $F_{max} = 10\text{ N}$ in un intervallo di salita definito, pari a 0.5 secondi;
- La forza viene quindi mantenuta costante per la durata di 1 secondo nell'intervallo $t = 6,5 \div 7,5\text{ s}$, durante il quale il sistema è sottoposto al massimo stress;
- Infine, a partire dal tempo $t = 7,5\text{ s}$, decresce linearmente ritornando a zero con la stessa pendenza della fase iniziale. Dopo l'annullamento della forza il sistema dovrà tornare alle condizioni precedenti all'applicazione del disturbo.

Il profilo temporale appena descritto evita discontinuità e variazioni impulsive, consentendo un'analisi più chiara della risposta del manipolatore e delle coppie articolari generate per contrastare la perturbazione. In Figura 6.2 è riportata la storia temporale appena descritta del disturbo applicato.

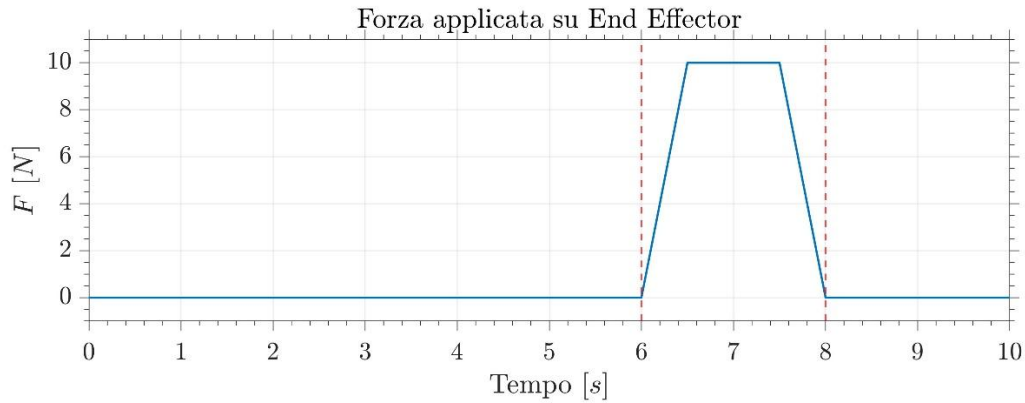


Figura 6.2 Storia temporale della forzante applicata

Durante l'intero intervallo di applicazione del disturbo, il controllo mantiene attiva la regolazione della posizione del manipolatore, cercando dunque di contrastare lo spostamento imposto dalla forza esterna. In questa fase si osservano due grandezze principali:

- Le coppie ai giunti necessarie per mantenere l'equilibrio statico e per compensare il movimento indotto;
- La deviazione spaziale dell'end-effector dalla posizione obiettivo, utile per valutare il grado di rigidità e la stabilità della configurazione raggiunta.

In conclusione, l'analisi della risposta alla forzante applicata rappresenta un banco di prova cruciale per valutare la robustezza del sistema controllato, offrendo spunti utili per la selezione del metodo più adatto in scenari operativi realistici, nei quali la presenza di forze impreviste è spesso inevitabile.

Nei capitoli successivi verrà discusso il comportamento dei sistemi di controllo analizzati in primis nella fase di sola movimentazione, per poi considerare la risposta dinamica al disturbo applicato.

6.2. Studio della fase di movimentazione

In questa sezione viene analizzato il comportamento del manipolatore durante la fase di sola movimentazione, ovvero il transitorio che porta l'end-effector dalla configurazione iniziale a quella finale, secondo due traiettorie assegnate nello spazio operativo. L'obiettivo dell'analisi è confrontare le prestazioni dinamiche offerte dalle diverse strategie di controllo, in assenza di forze perturbanti esterne.

Le due traiettorie considerate differiscono sia per il tipo di spostamento nello spazio cartesiano, sia per le variazioni richieste in termini di configurazione articolare. Questo permette di osservare l'adattabilità dei metodi a scenari differenti, includendo sia movimenti prevalentemente traslazionali che combinazioni più complesse di traslazione e rotazione.

I metodi di controllo implementati sono quattro: tre di essi sono basati sulla risoluzione della cinematica inversa mediante pseudoinversa della matrice Jacobiana (nelle varianti standard, pesata tramite matrice di massa e con proiezione nello spazio nullo), mentre il quarto si basa sull'utilizzo del Model Predictive Control (MPC), progettato per pianificare e ottimizzare la traiettoria articolare su un orizzonte temporale predeterminato. Per ciascuna traiettoria verranno analizzate le grandezze più significative dal punto di vista energetico e cinematico, tra cui l'andamento dell'energia cinetica complessiva del manipolatore, la fluidità del movimento, la presenza di eventuali oscillazioni o irregolarità numeriche e l'errore di tracking rispetto alla traiettoria desiderata.

L'analisi sarà articolata in due sezioni distinte, una per ciascuna traiettoria, e in ognuna di esse verranno confrontate le tre varianti basate su pseudoinversa, seguite dalla valutazione del comportamento del controllore MPC. I risultati ottenuti verranno infine sintetizzati per trarre considerazioni generali sull'efficienza, la stabilità e l'affidabilità di ciascun approccio nella fase di posizionamento.

6.2.1. Traiettoria 1: Analisi della fase di movimento

La prima traiettoria analizzata, raffigurata in Figura 6.3, prevede uno spostamento dell'end-effector nello spazio operativo che coinvolge tutte e tre le dimensioni

cartesiane, combinato con una variazione simultanea dell'orientamento. Con riferimento alle formule (5.1) e (5.3), i valori massimi imposti di velocità lineare e angolare sono rispettivamente $v_0 = 0.05 \text{ m/s}$ e $\omega_0 = 0.3 \text{ rad/s}$; i valori massimi di accelerazione lineare e angolare sono rispettivamente $a_0 = 0.07 \text{ m/s}^2$ e $\alpha_0 = 0.25 \text{ rad/s}^2$. Questo tipo di movimento richiede un'azione coordinata da parte di tutti i giunti del manipolatore e rappresenta un test significativo per valutare la capacità dei diversi algoritmi di controllo nel gestire la complessità della cinematica e della dinamica del sistema.

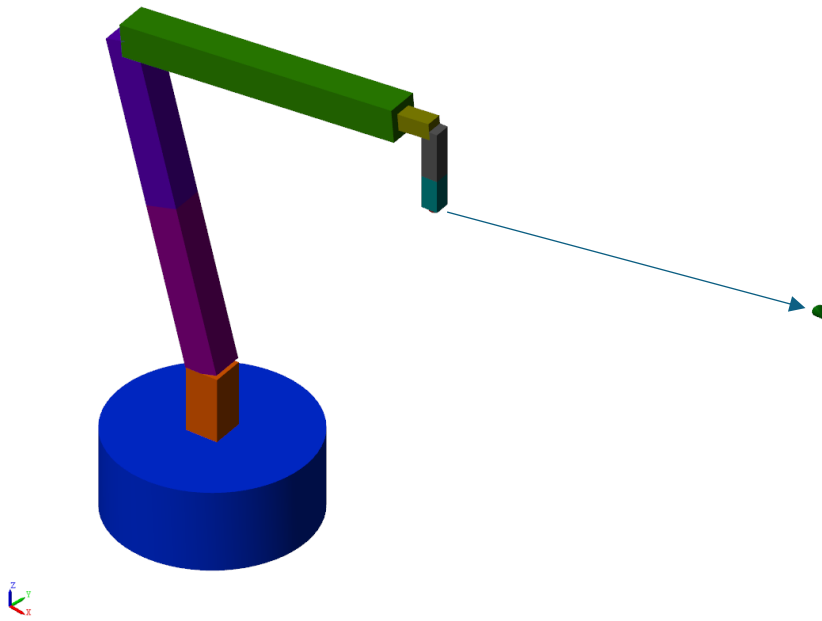


Figura 6.3 Raffigurazione Traiettoria 1

L'obiettivo di questa simulazione è osservare come i diversi metodi di controllo influenzino il comportamento dinamico del manipolatore durante l'intera fase di movimentazione, valutando in particolare:

- L'evoluzione dell'energia cinetica complessiva E_k , indicativa del dispendio dinamico richiesto dal controllo;
- L'eventuale presenza di oscillazioni o picchi dovuti a discontinuità nella traiettoria o a comportamenti numericamente instabili;
- La fluidità e regolarità del movimento, osservabile anche qualitativamente tramite l'analisi grafica;

- Eventuali errori di tracking rispetto alla traiettoria desiderata.

Nella Tabella 6.1 vengono mostrati i dati relativi alla traiettoria in analisi, ossia le configurazioni iniziale e finale dell'End-Effector. La posizione è espressa in metri tramite le coordinate $[x \ y \ z]$, mentre l'orientamento dell'organo terminale è espresso, secondo la convenzione scelta degli angoli di Eulero ZYX, secondo i rispettivi angoli $[\gamma \ \beta \ \alpha]$.

	$x [m]$	$y [m]$	$z [m]$	$\gamma [rad]$	$\beta [rad]$	$\alpha [rad]$
Partenza	0.140	0.025	0.200	$\pi/18$	0	π
Arrivo	0.250	0.200	0.100	$\pi/8$	$\pi/2$	$\pi/4$

Tabella 6.1 Traiettoria 1: Coordinate iniziali e finali

I tre metodi di controllo che utilizzano la pseudoinversa della Jacobiana (standard, pesata con matrice di massa, con proiezione nello spazio nullo) mostrano un comportamento simile dal punto di vista qualitativo, ma con alcune differenze in termini di efficienza energetica e risposta dinamica, come mostrato in Figura 6.4.

- È presente una quasi totale sovrapposizione tra le curve relative alla pseudoinversa standard (blu) e quella pesata (rosso). Ciò suggerisce che la matrice di massa utilizzata per ponderare il controllo non abbia inciso in modo significativo sulla distribuzione di velocità dei giunti. È possibile che la distribuzione di massa dei link, oppure la geometria della traiettoria scelta abbiano contribuito a generare tale risultato. Le curve sono caratterizzate da tratti decisi di salita e discesa, con un plateau costante nella fase intermedia.
- La curva relativa allo sfruttamento dello spazio nullo (giallo) si distingue dalle altre due, pur seguendo un andamento analogo, come si può osservare nell'ingrandimento in Figura 6.5. Nella fase iniziale del movimento viene raggiunto un valore minore di energia cinetica, portando tuttavia ad una situazione opposta nella seconda parte del moto, in corrispondenza dell'arresto. Pur avendo un miglior comportamento inizialmente, viene raggiunto un valore di picco superiore rispetto ai due metodi precedentemente discussi.

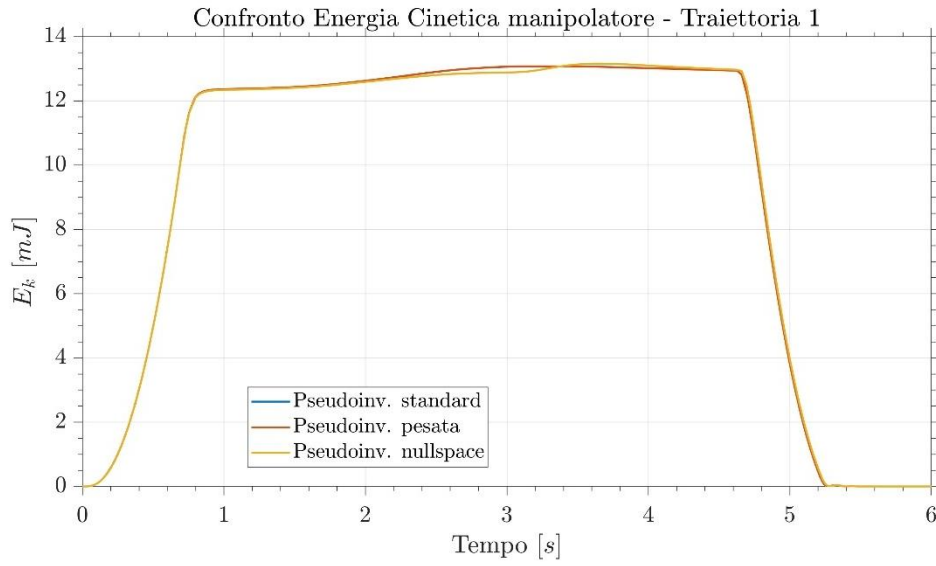


Figura 6.4 Traiettoria 1: Confronto energia cinetica con pseudoinversa

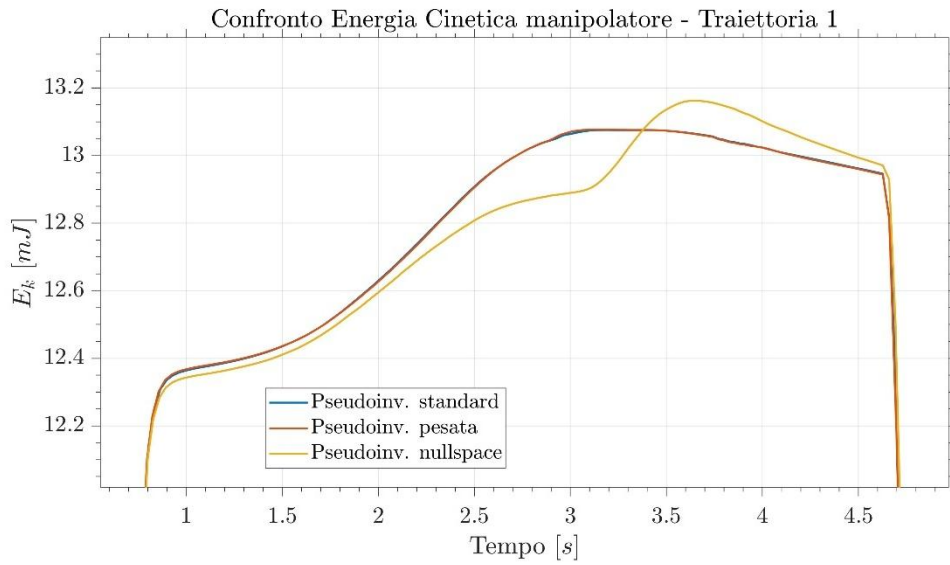


Figura 6.5 Traiettoria 1: Confronto energia cinetica con pseudoinversa - ingrandimento

Il metodo MPC si distingue per la sua capacità di pianificare in anticipo l'evoluzione dinamica del sistema, ottimizzando a livello locale i comandi articolari su un orizzonte predittivo e rispettando vincoli cinematici e dinamici. Il risultato, mostrato in Figura 6.6 è una traiettoria più fluida, con un profilo energetico regolare e privo di discontinuità marcate.

- Il picco massimo di energia cinetica è generalmente superiore rispetto alla pseudoinversa standard;
- L'andamento complessivo dell'energia mostra una distribuzione più armonica, con transizioni più dolci e senza variazioni improvvise nelle accelerazioni articolari. Le fasi di accelerazione e di decelerazioni sono più gradual;
- Il profilo di energia cinetica è meno stabile rispetto ai metodi basati su matrice pseudoinversa, con evidenti fluttuazioni dovute ai continui aggiustamenti applicati dal controllore. Ciò può essere un sintomo dell'obiettivo dell'MPC di minimizzare una funzione di costo, cercando in ogni istante un compromesso tra ottimizzazione e rispetto dei vincoli imposti.

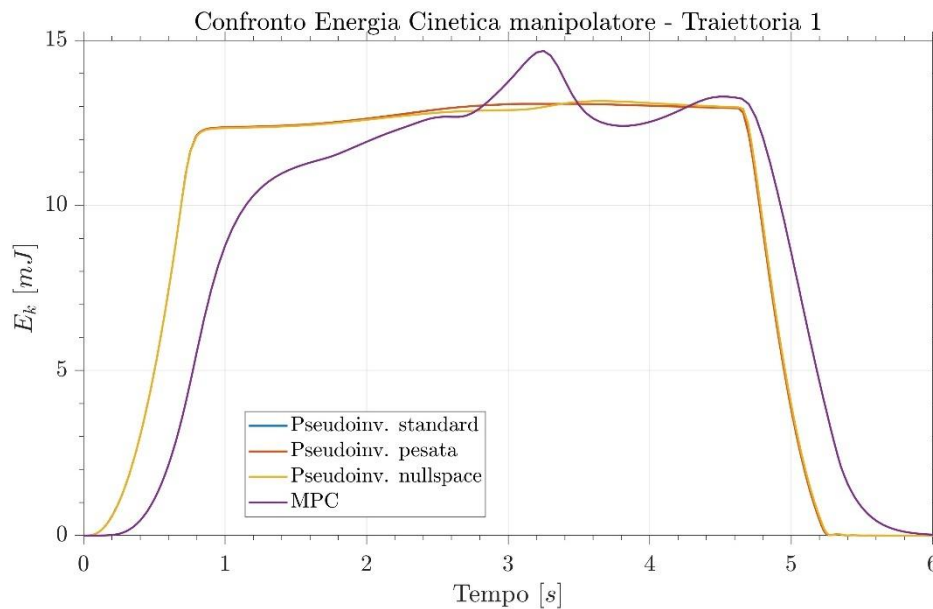


Figura 6.6 Traiettorie 1: Confronto energia cinetica complessivo

Le tre strategie basate su matrice pseudoinversa hanno fornito risultati simili nel raggiungimento dell'obiettivo di posizione e orientamento, e si sono contraddistinte per un profilo energetico stabile e regolare durante l'intero movimento. In particolare, la pseudoinversa standard e la pseudoinversa pesata hanno prodotto curve praticamente sovrapposte, mentre la proiezione nello spazio nullo ha generato un'energia cinetica leggermente più elevata, a causa della componente aggiuntiva di moto introdotta dal termine nello spazio nullo, pur mantenendo una buona regolarità complessiva.

Il Model Predictive Control (MPC) si è distinto per un comportamento differente: sebbene il profilo energetico presenti un andamento inizialmente più graduale, ha mostrato un picco evidente attorno ai 3 secondi, con valori superiori a quelli raggiunti dagli altri metodi. Questo comportamento è attribuibile alla natura ottimizzante e vincolata del controllo predittivo, che può generare variazioni localizzate di energia in corrispondenza di adattamenti dinamici lungo la traiettoria. Nel complesso, il MPC non è risultato più efficiente in termini di energia cinetica rispetto ai metodi con pseudoinversa, contrariamente a quanto ci si sarebbe potuti aspettare. Tuttavia, resta una soluzione robusta e flessibile per la gestione di traiettorie complesse e vincoli multipli con, però, il limite concreto di un costo computazionale significativamente maggiore.

Questa analisi suggerisce che, in contesti in cui la regolarità del profilo dinamico e il contenimento energetico sono prioritari, le strategie basate su pseudoinversa possano risultare più vantaggiose. L'MPC, d'altro canto, rimane una soluzione potente in termini di capacità predittiva e gestione dei vincoli, ma richiede un tuning più attento per evitare comportamenti localmente energivori.

I metodi analizzati si differenziano anche per l'errore di posizionamento rispetto alla traiettoria ideale desiderata, come mostrato in Figura 6.7. Si nota chiaramente come il metodo MPC abbia un discostamento dalla traiettoria maggiore rispetto agli altri metodi discussi, causati da un possibile ritardo introdotto dalla risoluzione del problema di ottimizzazione della funzione di costo. È possibile che, modificando il valore di peso assegnato al tracciamento della traiettoria, oppure effettuando un tuning più approfondito dei parametri caratteristici quali tempo di campionamento e estensione degli orizzonti predittivo e di controllo si possa ottenere un risultato più ottimale. I metodi basati su pseudoinversa si dimostrano precisi nel seguire il percorso assegnato, con un errore che cresce fino a circa 2 mm , per poi mantenersi costante nella fase centrale del movimento. Si nota inoltre come il metodo che sfrutta lo spazio nullo abbia complessivamente un errore di posizionamento inferiore tra tutti i metodi analizzati.

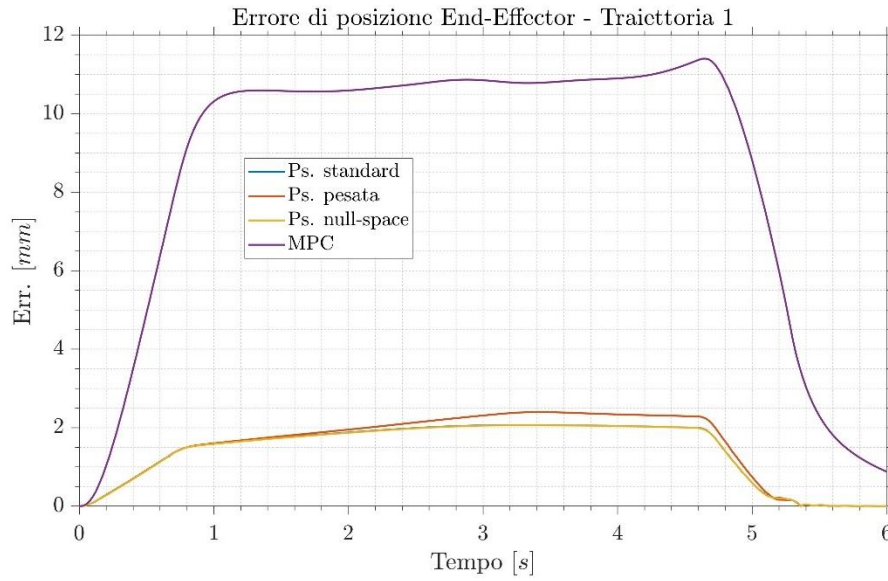


Figura 6.7 Traiettoria 1: Errore di posizionamento

Nel prossimo paragrafo si analizzerà una seconda traiettoria, caratterizzata da uno spostamento prevalentemente traslazionale, per valutare la coerenza dei risultati ottenuti anche in condizioni cinematicamente meno complesse.

6.2.2. Traiettoria 2: Analisi della fase di movimento

La seconda traiettoria considerata, mostrata in Figura 6.8, consiste in uno spostamento rettilineo dell'end-effector nel piano xz , con orientamento mantenuto costante lungo tutta la durata del movimento, pari ad un angolo $\theta = 60^\circ$ rispetto all'asse z . A differenza della traiettoria precedente, che prevedeva una variazione combinata di posizione e orientazione nello spazio tridimensionale, questa configurazione presenta una complessità minore dal punto di vista cinematico, e si presta all'analisi del comportamento dei controllori in condizioni più regolari e localmente planari.

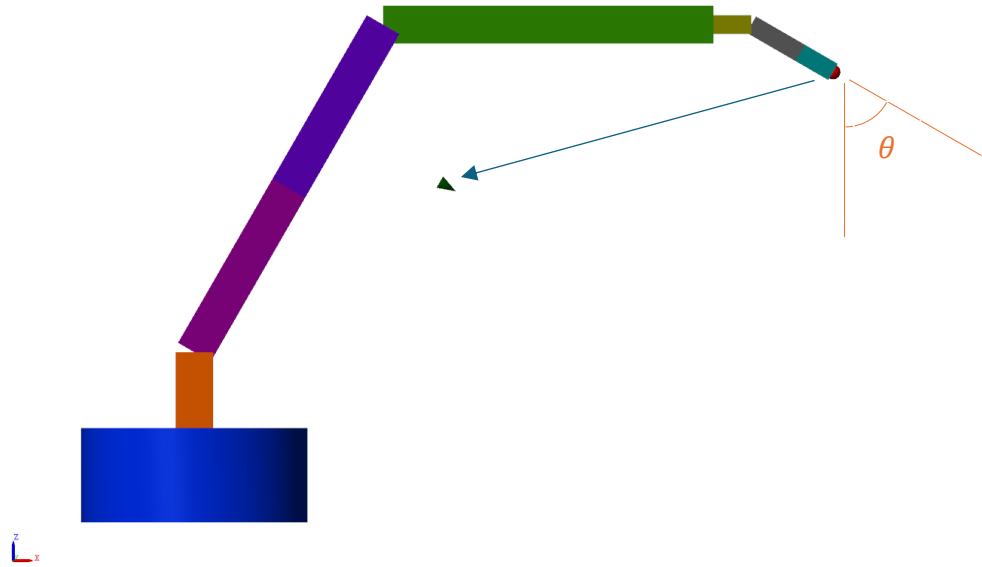


Figura 6.8 Raffigurazione Traiettorie 2

Il mantenimento dell'orientazione durante lo spostamento impone vincoli aggiuntivi alla cinematica, in quanto il controllo deve garantire che l'End-Effector segua una traiettoria lineare senza ruotare. Nonostante l'apparente semplicità del moto, si tratta comunque di un esercizio utile per osservare l'efficienza e la stabilità dei diversi metodi in una situazione controllata, spesso presente in ambito industriale. In Tabella 6.2 sono indicate le configurazioni che determinano la traiettoria, utilizzando la stessa notazione descritta per la Traiettorie 1. In questo caso, imporre un angolo di Eulero attorno all'asse y (entrante, in Figura 6.8) pari a $\beta = 2/3\pi$ corrisponde a mantenere l'orientamento $\theta = 60^\circ$.

	$x [m]$	$y [m]$	$z [m]$	$\gamma [rad]$	$\beta [rad]$	$\alpha [rad]$
Partenza	0.338	0	0.188	0	$2/3\pi$	0
Arrivo	0.130	0	0.130	0	$2/3\pi$	0

Tabella 6.2 Traiettorie 1: Coordinate iniziali e finali

Come nella traiettoria precedente, sono stati monitorati i principali parametri dinamici e cinematici durante tutta la fase di movimento. L'attenzione si è concentrata in particolare su:

- Andamento dell'energia cinetica complessiva del manipolatore
- Regolarità e stabilità del profilo dinamico

- Eventuali discontinuità o oscillazioni nella risposta dei giunti
- Accuratezza nel mantenimento dell'orientazione richiesta

Confrontando i tre metodi basati su pseudoinversa della Jacobiana, si osservano le seguenti caratteristiche:

- Tutti e tre i metodi generano un profilo analogo a quanto discusso riguardo la Traiettoria 1, con la differenza che in questo caso i risultati ottenuti sono del tutto sovrapposti gli uni agli altri; è ipotizzabile che un tale comportamento sia dovuto alla maggiore semplicità della traiettoria comandata.
- Si notano anche in questo caso le distinte fasi di accelerazione e decelerazione, collegate da un plateau costante, con assenza di evidenti picchi o brusche variazioni.

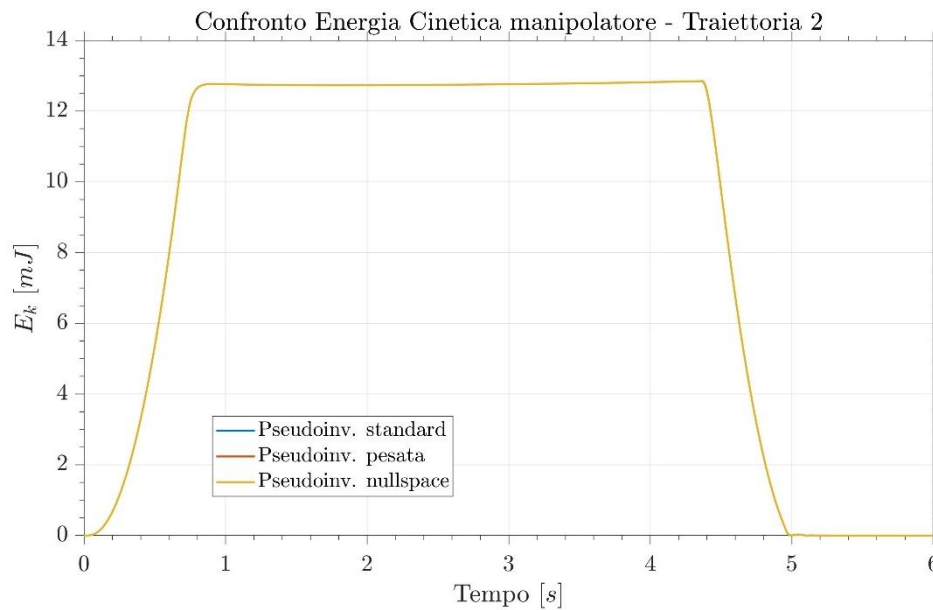


Figura 6.9 Traiettoria 2: Confronto energia cinetica con pseudoinversa

Il metodo Model Predictive Control (MPC), anche in questo scenario più semplice, si dimostra efficace nel pianificare un movimento fluido e distribuito. L'energia cinetica, mostrata in Figura 6.10, tende a seguire un andamento più regolare, con transizioni più progressive tra le fasi del moto.

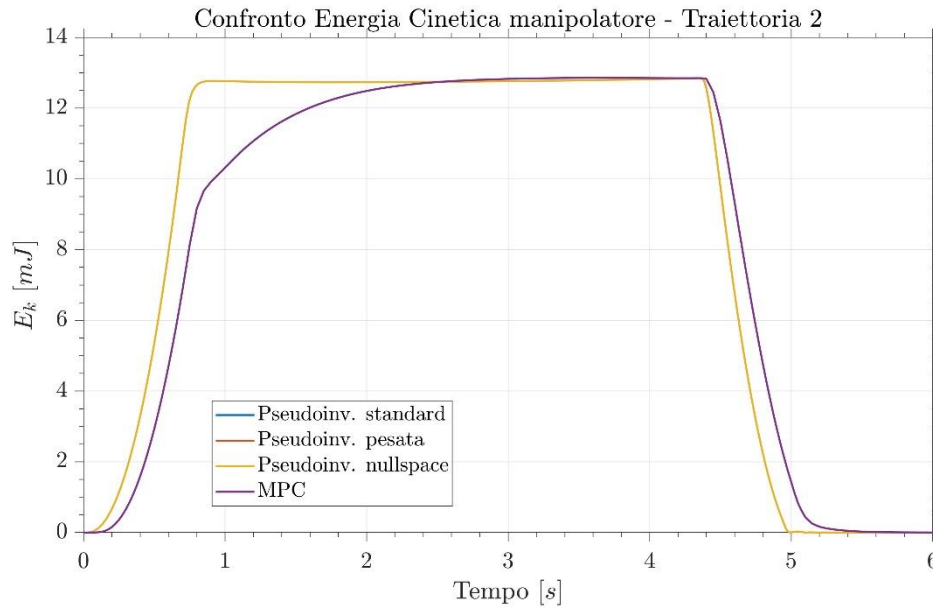


Figura 6.10 Traiettorie 2: Confronto energia cinetica complessivo

La natura bidimensionale della traiettoria evidenzia un comportamento ancora più conservativo da parte dell'MPC, che riesce a ridurre il dispendio energetico senza compromettere eccessivamente il tracking. Le strategie basate sulla pseudoinversa raggiungono l'obiettivo in modo efficace, ma presentano alcune discontinuità più marcate e andamenti più ripidi, soprattutto nelle fasi iniziale e finale del profilo trapezoidale.

L'errore di posizionamento per la Traiettorie 2 rispecchia lo stesso andamento riscontrato nel caso precedente. In Figura 6.11 è mostrata la storia temporale dell'errore, evidenziando nuovamente come il metodo MPC risulti in un tracciamento del percorso desiderato meno accurato. Si può notare inoltre, come per la Traiettorie 1, che l'MPC non riesce a portare l'End-Effector esattamente alla posizione desiderata entro i 6 secondi forniti per il posizionamento, mentre invece i tre metodi con pseudoinversa, totalmente sovrapposti, arrivano a destinazione già prima dei 5 secondi di simulazione.

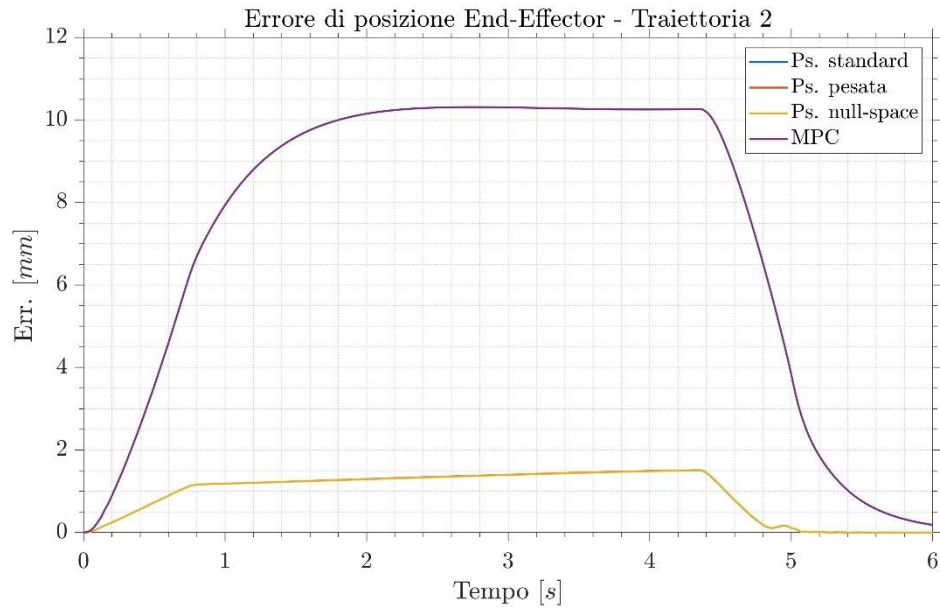


Figura 6.11 Traiettorie 2: Errore di posizionamento

Lo scopo della Traiettorie 2 è quello di movimentare un utensile, in questo caso rappresentato dall'End-Effector, tramite un moto piano mantenendo sempre lo stesso orientamento. Per valutare la bontà del controllo effettuato dai vari metodi è stato calcolato l'errore rispetto all'angolo imposto come $\Delta\theta = \theta - 60^\circ$. In Figura 6.12 è indicato tale errore comparando i quattro metodi analizzati.

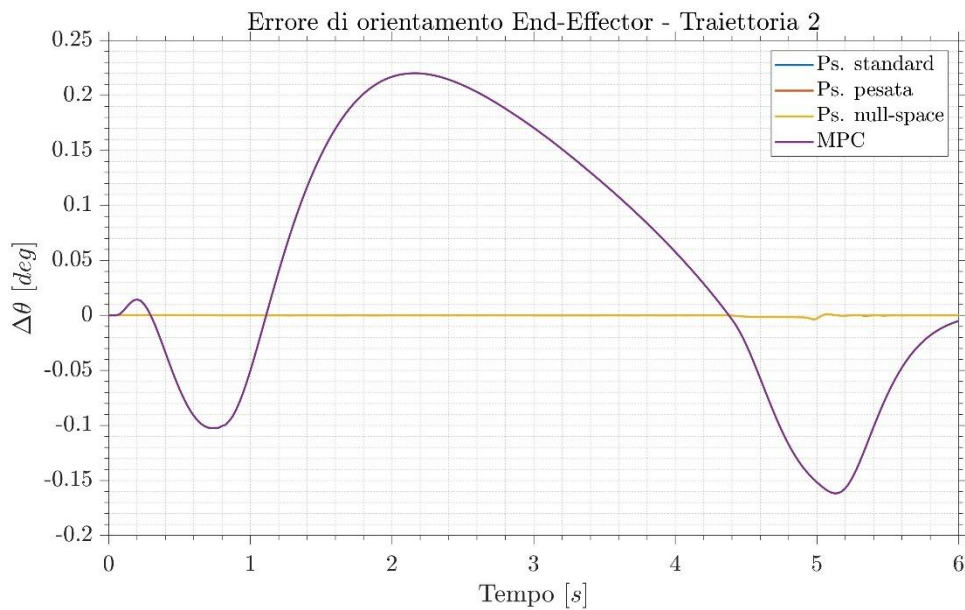


Figura 6.12 Traiettorie 2: Errore di orientamento

Come è evidente dalla figura, il metodo MPC si discosta sensibilmente dal target, rispetto ai metodi basati su matrice pseudoinversa. Per analizzare l'andamento di questi ultimi, in Figura 6.13 è raffigurato un ingrandimento che esclude il Model Predictive Control, mostrando errori di orientamento dell'ordine di 10^{-3} gradi.

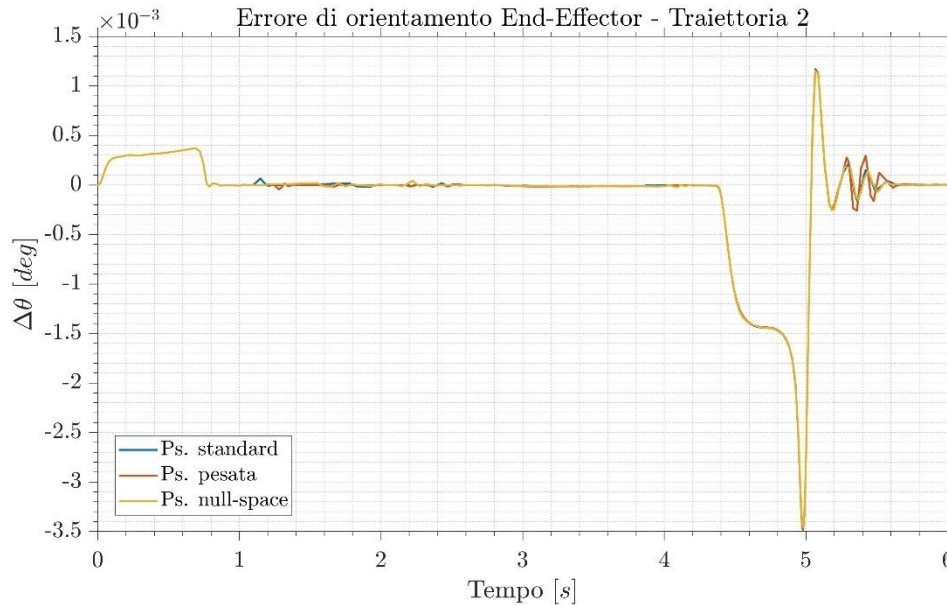


Figura 6.13 Traiettorie 2: Errore di orientamento - ingrandimento

Nel complesso, la Traiettorie 2 conferma le tendenze osservate nel caso precedente, rafforzando le considerazioni sulla maggiore precisione raggiunta dai metodi basati su matrice pseudoinversa rispetto alle prestazioni più morbide e flessibili del metodo MPC, riconoscendo ai primi una maggiore semplicità di implementazione e minore onerosità computazionale. Nel complesso le prestazioni del metodo predittivo non sono pienamente soddisfacenti, portando a pensare che sia necessario un più affinato tuning dei parametri implementati nel controllo. Nella sezione successiva si analizzerà invece la risposta del sistema a una forza di disturbo applicata al termine del movimento.

6.2.3. Conclusioni sul posizionamento

L'analisi del comportamento del manipolatore durante la sola fase di movimentazione, eseguita su due traiettorie differenti, ha permesso di mettere in

evidenza caratteristiche importanti delle strategie di controllo implementate. Le due traiettorie scelte, pur differenti in complessità e natura del movimento, si sono rivelate utili per osservare come ciascun metodo gestisca l'energia, la fluidità del moto e la configurazione finale raggiunta.

I metodi basati sulla pseudoinversa della Jacobiana hanno mostrato una buona efficacia nel raggiungimento della posizione finale. In particolare, le tre varianti hanno riportato risultati in linea tra di loro con, nella maggior parte dei casi, una sovrapposizione degli andamenti. La variante con proiezione nello spazio nullo è risultata in una migliore gestione dell'energia cinetica del manipolatore nella prima fase della movimentazione, risultando tuttavia leggermente meno prestante nella parte conclusiva.

Il Model Predictive Control, in entrambe le traiettorie, ha evidenziato un comportamento più flessibile e meno rigido sotto il profilo dinamico, mantenendo un profilo energetico più armonico e privo di discontinuità marcate. Questa strategia è andata a discapito della precisione nel tracciamento della traiettoria mostrando, specialmente nella Traiettoria 2, un maggiore errore rispetto agli altri metodi considerati e difficoltà nel mantenere costante l'orientamento dell'organo terminale. Tale comportamento potrebbe essere dovuto alla natura del controllore, che in ogni intervallo temporale tenta di ottimizzare una funzione obiettivo, portando a risultati che, in assenza di ulteriori accorgimenti, possono portare ad allontanarsi dall'obiettivo principale. Il problema in questione potrebbe essere risolto modificando i pesi relativi dei componenti facenti parte della funzione di costo, assegnando una priorità preponderante al tracciamento della traiettoria rispetto agli altri vincoli. Il controllo MPC resta una soluzione promettente, ma richiede un'accurata calibrazione per esprimere pienamente il proprio potenziale anche in scenari cinematicamente semplici.

6.3. Risposta al disturbo esterno

Dopo aver analizzato le prestazioni dei controllori nella fase di posizionamento, in questo capitolo si prende in esame il comportamento del manipolatore nel momento in cui, una volta raggiunta la configurazione finale, viene sottoposto a una forza di disturbo esterna. L'obiettivo è valutare la capacità del sistema di mantenere stabilità e

coerenza posturale in presenza di una perturbazione, senza che venga modificata la legge di controllo attiva. In altre parole, si analizza la risposta passiva del sistema, determinata esclusivamente dalla configurazione raggiunta e dalla natura del controllo già in atto.

L'analisi di questa fase fornisce indicazioni importanti sulla rigidità complessiva del manipolatore, intesa come capacità di opporsi a spostamenti non desiderati, e consente di valutare in che misura la traiettoria e il controllo adottato influiscano sul comportamento del sistema in condizioni non ideali. Tali aspetti sono particolarmente rilevanti per applicazioni in cui il robot può essere soggetto a interazioni con l'ambiente o con operatori umani, e dove la stabilità posturale rappresenta un requisito fondamentale per la sicurezza e la precisione operativa.

Durante questa fase, i principali parametri analizzati includono:

- Lo spostamento dell'end-effector rispetto alla posizione obiettivo, utile per valutare la rigidità del sistema nella configurazione raggiunta;
- Le coppie articolari richieste per contrastare la perturbazione, le quali forniscono indicazioni sul carico interno sostenuto dal robot;
- L'energia cinetica generata durante la risposta, indicativa del livello di attività dinamica indotta dalla perturbazione.

Questa parte dell'analisi può offrire spunti per valutare indirettamente la qualità della configurazione raggiunta al termine della traiettoria, in quanto posizioni articolari ben condizionate tendono a offrire una maggiore resistenza ai disturbi, anche senza meccanismi di reazione attiva.

Nei paragrafi seguenti verrà esaminata la risposta al disturbo per ciascuna traiettoria, confrontando i diversi approcci di controllo. L'analisi grafica dei risultati sarà fondamentale per comprendere le differenze nel comportamento dei controllori e per identificare possibili margini di miglioramento nella progettazione delle traiettorie o delle leggi di controllo.

6.3.1. Traiettoria 1: Risposta al disturbo

Una volta completato il movimento lungo la traiettoria 1, che prevede una variazione contemporanea di posizione e orientazione nello spazio tridimensionale, al manipolatore è stata applicata una forza esterna sull'end-effector, con lo scopo di valutarne la risposta passiva. La forza, descritta in dettaglio nel capitolo 6.1, ha andamento trapezoidale nel tempo ed è applicata lungo un asse entrante rispetto al sistema di riferimento dell'end-effector. La perturbazione è introdotta in un momento successivo al raggiungimento della configurazione obiettivo, in modo da isolare gli effetti dinamici esclusivamente dovuti al disturbo.

L'analisi si concentra principalmente su tre aspetti: lo spostamento dell'end-effector rispetto alla posizione finale attesa, le coppie articolari impiegate per contrastare il disturbo, e l'energia cinetica generata durante questa fase. Questi parametri sono osservati per ciascuna delle quattro strategie di controllo già impiegate nella fase di movimentazione, allo scopo di confrontarne l'efficacia nel mantenimento della stabilità posturale.

Il primo indicatore considerato è lo *spostamento dell'end-effector* in risposta alla forza applicata. Si tratta di un parametro utile per valutare la rigidità passiva del sistema e, indirettamente, la bontà della configurazione finale raggiunta tramite ciascun metodo. Dai grafici mostrati in Figura 6.14 emerge una maggiore cedevolezza del metodo MPC rispetto a quelli basati su matrice pseudoinversa, i quali presentano comportamenti molto simili tra loro. Si può notare inoltre come il metodo MPC reagisca al disturbo esterno con un certo ritardo, andando a compensare per lo squilibrio con una rigidità inferiore rispetto agli altri tipi di controllo. Emerge, infine, un maggiore tempo di assestamento dopo la fine del disturbo per riposizionare correttamente il manipolatore.

È possibile, considerando il valore massimo assunto dallo scostamento durante l'applicazione del disturbo, calcolare la rigidità del sistema in base al modulo della forza applicata, secondo la formula:

$$Rigidezza = \text{Disturbo} / \text{Scostamento}$$

I risultati ottenuti sono mostrati in Tabella 6.3.

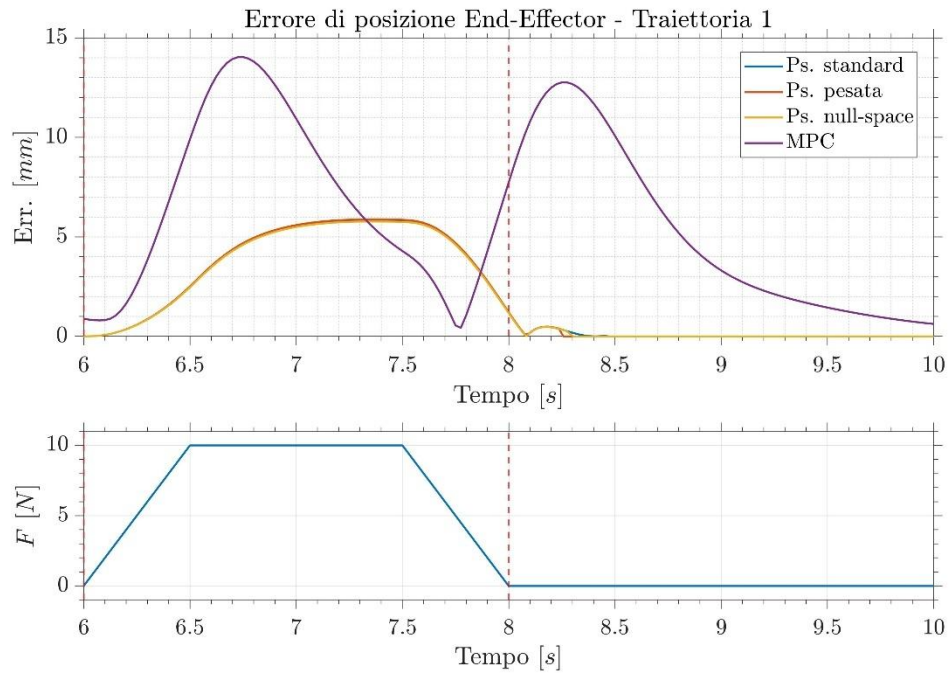


Figura 6.14 Traiettoria 1: Disturbo posizione

Metodo	Scostamento max [mm]	Disturbo [N]	Rigidezza [N/mm]
Ps. Standard	5.79	10	1.727
Ps. Pesata	5.88	10	1.701
Ps. Null-space	5.77	10	1.733
MPC	14.03	10	0.713

Tabella 6.3 Traiettoria 1: Calcolo rigidezza

Il secondo parametro analizzato è rappresentato dalle *coppie richieste ai giunti* per contrastare la perturbazione. Sebbene il sistema non preveda una reazione attiva alla forza esterna, il controllo lavora per mantenere la posizione, e ciò si traduce in un carico articolare proporzionale all'intensità e alla direzione della forza applicata.

In Figura 6.15 sono riportate, a titolo esplicativo, le coppie applicate ai giunti numero 5 e 6 facenti parte del polso sferico del manipolatore, in risposta al disturbo applicato dalla forzante esterna. Sono riportati gli andamenti di tali coppie per tutti i metodi di controllo analizzati, evidenziando le differenze nel contrastare la perturbazione.

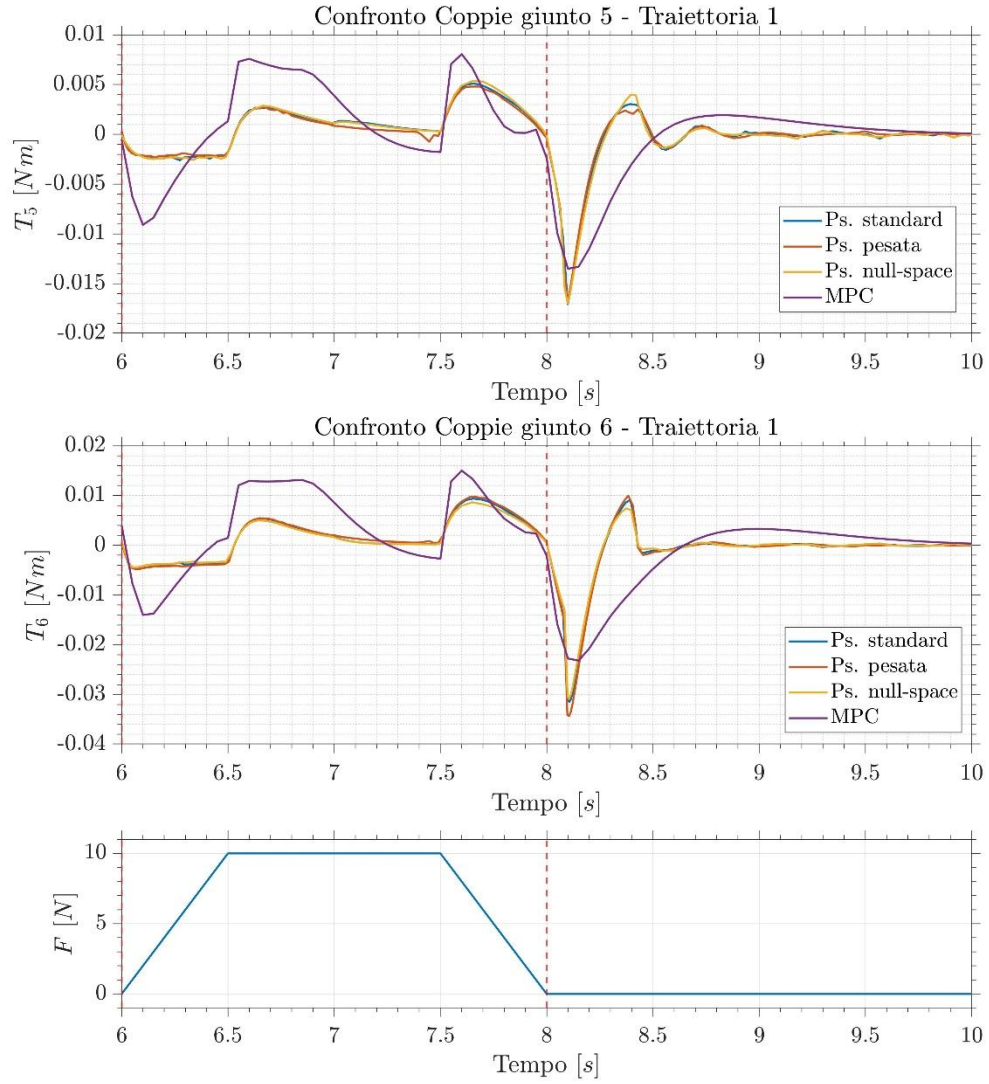


Figura 6.15 Traiettorie 1: Coppie 5 e 6 in risposta al disturbo

Analizzando gli andamenti riportati, si evidenziano differenze tra i metodi basati su matrice pseudoinversa e il metodo predittivo, specialmente in termini sia di intensità che reattività. Nel caso dell'MPC, le coppie risultano più contenute e distribuite nel tempo in modo più uniforme. Il valore massimo raggiunto è inferiore rispetto agli altri metodi, e la forma della curva è generalmente più smussata, evitando variazioni repentine della coppia applicata. I controlli basati su pseudoinversa, invece, presentano picchi più accentuati e distribuzioni meno bilanciate, con un comportamento in linea tra tutte le tre varianti esaminate. Si nota infatti un picco massimo in valore assoluto subito dopo il termine di applicazione della forza, successivamente al tempo $t = 8$ s, indicando una risposta rapida e decisa del sistema di controllo.

La risposta impulsiva dei metodi basati su matrice pseudoinversa è coerente con quanto già osservato in termini di maggiore rigidezza apparente, ma può risultare meno desiderabile in contesti collaborativi o soggetti a urti.

L'ultimo parametro considerato è l'*energia cinetica* generata durante la fase di disturbo. Idealmente, un sistema passivo ben posizionato dovrebbe essere in grado di assorbire la perturbazione senza generare oscillazioni o movimenti eccessivi. Un incremento consistente dell'energia cinetica può indicare instabilità, deformabilità o scarsa capacità del controllo di mantenere l'equilibrio.

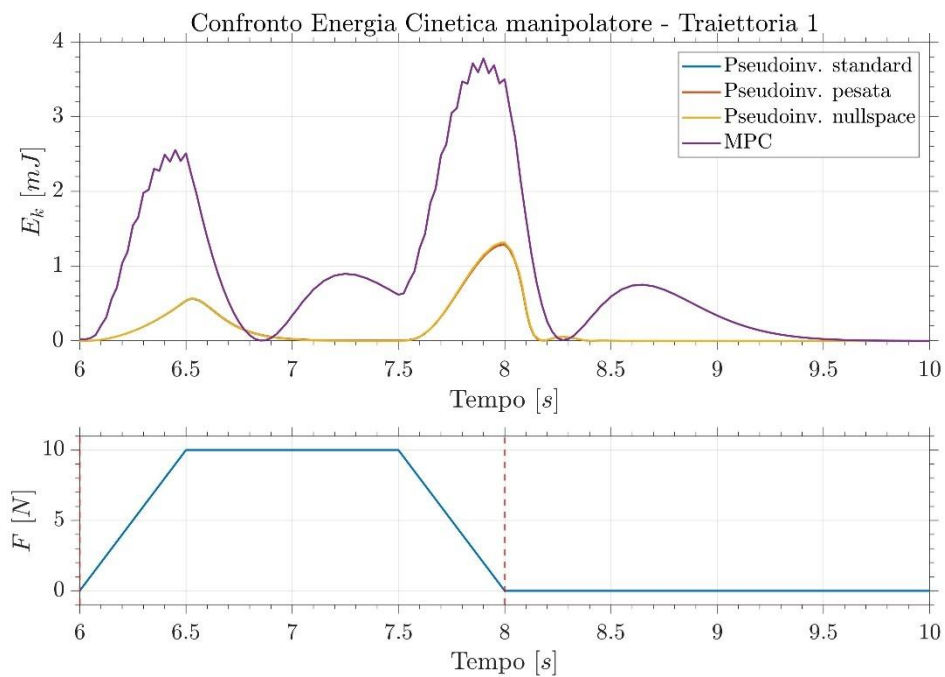


Figura 6.16 Traiettoria 1: Disturbo energia cinetica

I risultati mostrati in Figura 6.16 confermano nuovamente una minore stabilità del controllo predittivo, che non riesce a mantenere l'energia cinetica a livelli contenuti rispetto ai metodi basati su pseudoinversa. Come per quanto osservato per quanto riguarda la fase di sola movimentazione, i metodi standard, pesati e con spazio nullo riportano risultati analoghi, con un comportamento leggermente migliore per l'ultima delle varianti elencata. Tali varianti mostrano un andamento energetico contenuto e localizzato nelle fasi di variazione del disturbo esterno, riuscendo a ridurre sensibilmente l'energia cinetica nella fase costante della perturbazione. Non si osservano oscillazioni dopo l'applicazione della forza, a differenza del metodo MPC,

che produce dei movimenti sia durante il disturbo, che dopo la fine di esso. Nella curva mostrata si può notare una serie di increspature, dovute al tempo di campionamento utilizzato per la simulazione di tale sistema di controllo.

I risultati ottenuti per questa traiettoria costituiscono un riferimento utile per valutare l'impatto delle strategie di controllo sulla stabilità posturale del manipolatore. La prossima sezione analizzerà la risposta al disturbo in seguito al compimento della traiettoria 2, caratterizzata da uno spostamento più semplice e da orientamento costante.

6.3.2. Traiettoria 2: Risposta al disturbo

In questa sezione viene analizzata la risposta del manipolatore al disturbo esterno, una volta completato il movimento lungo la Traiettoria 2. A differenza del caso precedente, questa traiettoria è caratterizzata da uno spostamento rettilineo dell'End-Effector nel piano xz , con orientamento costante lungo tutta la durata del moto. Anche in questo caso, al termine della traiettoria viene applicata una forza con profilo trapezoidale direttamente sull'end-effector, in direzione entrante rispetto al suo sistema di riferimento. L'analisi si concentra sugli stessi parametri del caso precedente: spostamento dell'end-effector, coppie articolari ed energia cinetica, ma verrà analizzata anche la capacità dei sistemi di controllo di mantenere la corretta orientazione durante il disturbo.

Il primo parametro analizzato è lo *spostamento dell'end-effector* rispetto alla posizione obiettivo durante l'applicazione della forza, mostrato in Figura 6.17. Dato che l'orientamento deve rimanere costante, ogni deviazione si traduce in una perdita di precisione nella posizione operativa, riflettendo la capacità del sistema di opporsi al disturbo attraverso la propria rigidità interna.

Analizzando il grafico relativo all'errore di posizione dell'End-Effector, si osservano differenze nette tra i metodi basati su pseudoinversa e il controllo MPC, confermando e rafforzando alcune tendenze già emerse nella traiettoria precedente, ma in un contesto cinematicamente più semplice. Come notato in precedenza, i primi metodi mostrano errori di posizionamento contenuti, inferiori al millimetro, e buona

risposta al disturbo. Il metodo predittivo invece, risulta più sensibile alla perturbazione, probabilmente a causa del fatto che all'interno dell'orizzonte di controllo il sistema non sia in grado di valutare variazioni del disturbo applicato stimandone al contempo le future variazioni.

Considerando il massimo valore di scostamento dalla posizione obiettivo durante l'intervallo di applicazione del disturbo è possibile, come mostrato per la Traiettoria 1, calcolare il valore di rigidezza dei sistemi di controllo nella posizione raggiunta. Come si osserva in Tabella 6.4, nella configurazione analizzata si ottengono per tutti i metodi valori di rigidezza superiori rispetto alla traiettoria precedente. Anche in questo caso si riconferma la maggiore rigidezza dei metodi basati su pseudoinversa rispetto al metodo MPC.

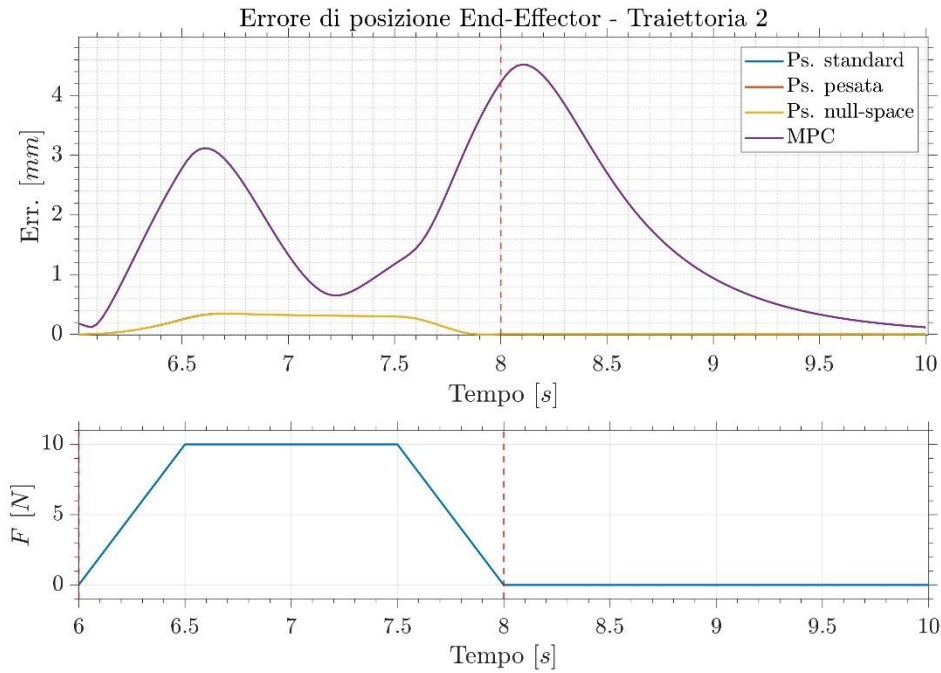


Figura 6.17 Traiettoria 2: Disturbo posizione

Metodo	Scostamento max [mm]	Disturbo [N]	Rigidezza [N/mm]
<i>Ps. Standard</i>	0.35	10	28.571
<i>Ps. Pesata</i>	0.34	10	29.412
<i>Ps. Null-space</i>	0.35	10	28.571
<i>MPC</i>	3.12	10	3.205

Tabella 6.4 Traiettoria 2: Calcolo rigidezza

Complessivamente, riguardo la rigidezza, si può notare come i valori siano mediamente più elevati rispetto a quelli riscontrati per la Traiettoria 1, ad indicare una migliore capacità della configurazione raggiunta di resistere al disturbo considerato.

Un altro parametro di rilievo, in particolar modo per la Traiettoria 2, è *l'errore di orientamento* rispetto all'angolo imposto raffigurato in Figura 6.18, a seguito dell'applicazione del disturbo. Anche in questo caso il metodo MPC si distingue per la minore rigidezza complessiva, causando dunque una rilevante variazione nell'orientamento dell'organo terminale, discostandosi dal valore costante desiderato. I metodi basati su matrice pseudoinversa riescono a mantenere basso lo scostamento angolare, rispondendo in modo pronto alla perturbazione.

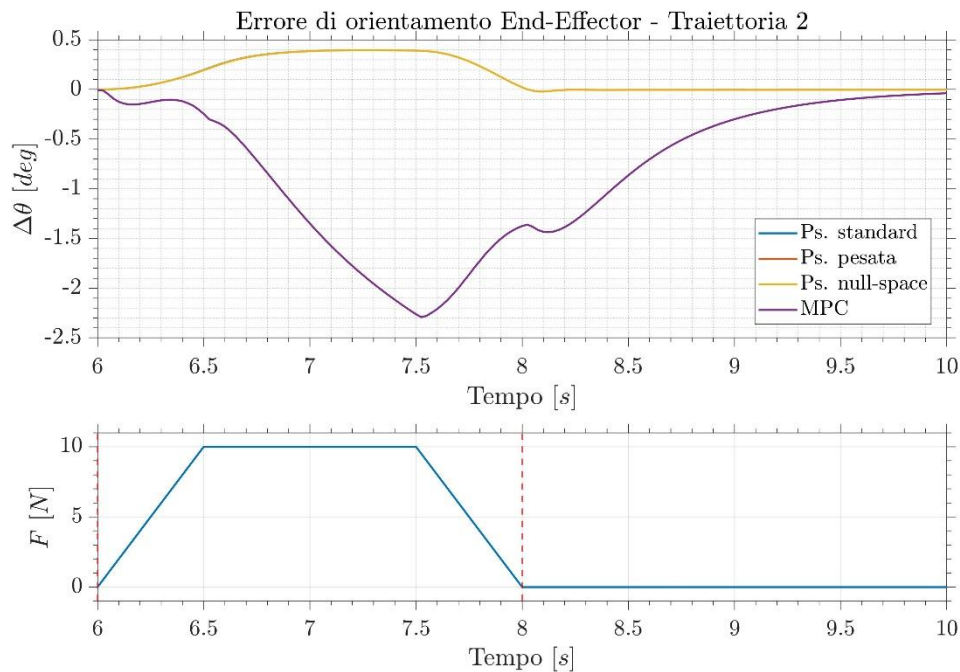


Figura 6.18 Traiettoria 2: Disturbo di orientamento

Le *coppie articolari* necessarie per contrastare il disturbo forniscono informazioni sulle sollecitazioni distribuite nel manipolatore durante la fase perturbata. In questo scenario, l'aspettativa è che una postura più ordinata, favorita dalla semplicità della traiettoria, possa consentire una distribuzione più omogenea degli sforzi. Il controllo MPC continua a dimostrare una buona distribuzione delle coppie mostrando, come riportato in Figura 6.19, in questo caso valori mediamente maggiori rispetto agli altri metodi analizzati. Al contrario, i controlli basati su pseudoinversa mostrano andamenti

generalmente più contenuti, pur presentando comportamenti nervosi in prossimità della cessazione della perturbazione. Le tre varianti esaminate, come già discusso, tendono a sovrapporsi, non evidenziando particolari differenze tra le risposte.

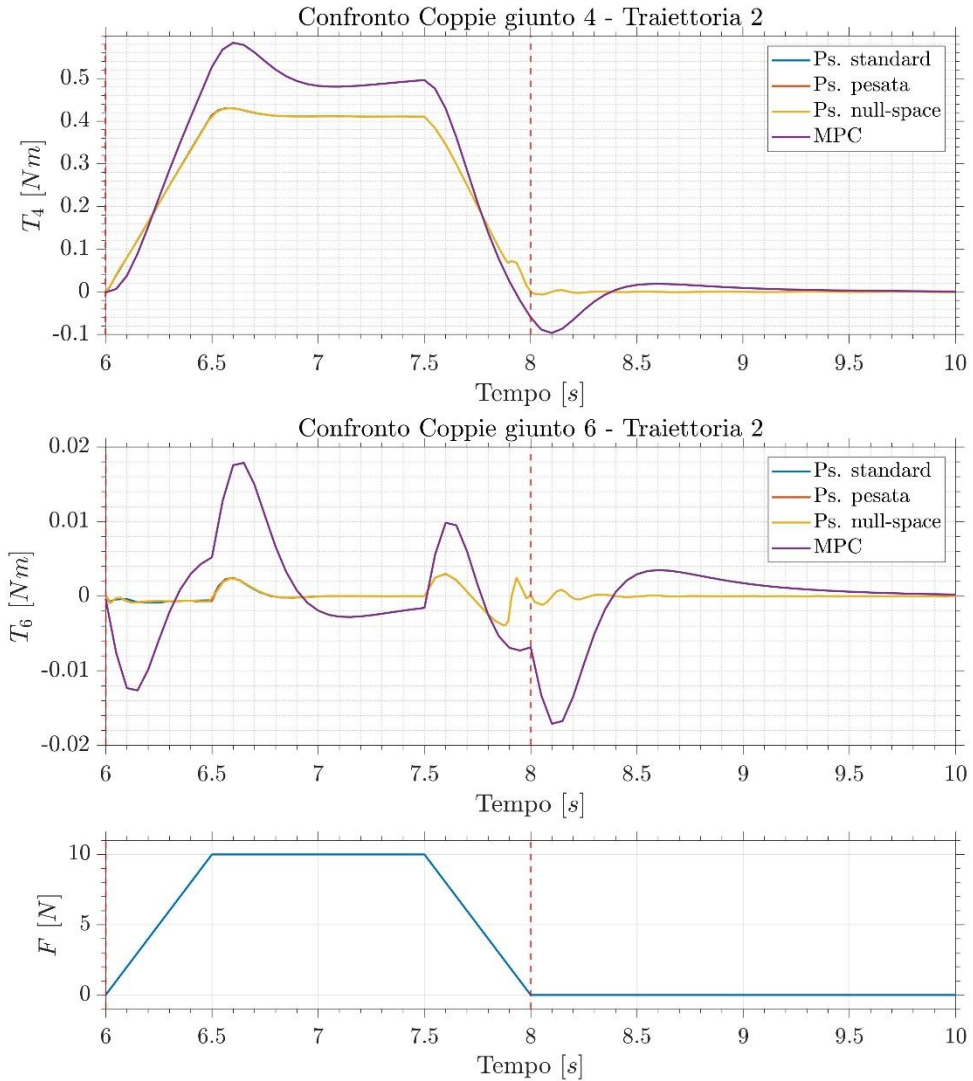


Figura 6.19 Traiettorie 2: Coppie 4 e 6 in risposta al disturbo

Infine, si osserva l'energia cinetica del manipolatore durante la fase di disturbo, come indicatore dell'attività dinamica indotta dalla forza applicata. Un'energia contenuta suggerisce una postura ed un controllo stabili, in grado di resistere al disturbo senza innescare vibrazioni o movimenti compensatori eccessivi. In Figura 6.20 sono indicati gli andamenti ottenuti, che evidenziano una notevole differenza nel comportamento del metodo predittivo rispetto a quelli basati su matrice pseudoinversa.

A differenza di quanto osservato per la Traiettoria 1, in cui i valori di energia cinetica tra i metodi analizzati avevano dimensioni comparabili, nel percorso in analisi l'energia cinetica dovuta alla perturbazione differisce di un ordine di grandezza tra le due tecniche, a svantaggio del metodo MPC.

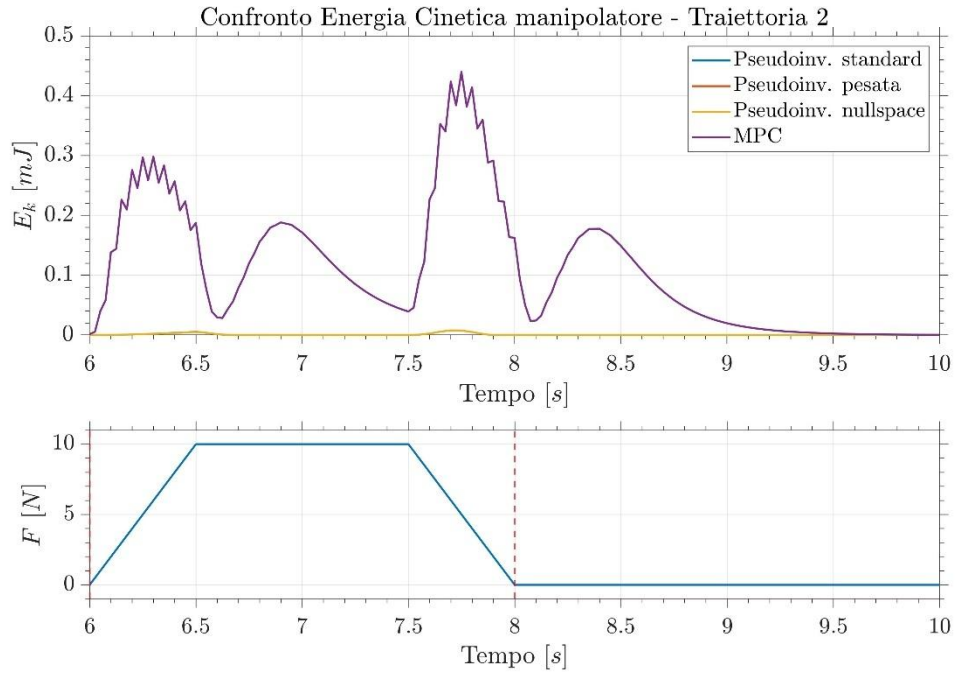


Figura 6.20 Traiettoria 2: Disturbo energia cinetica

Questa traiettoria evidenzia come, anche in presenza di movimenti semplici e orientamento costante, la strategia di controllo influenzi in modo rilevante la risposta passiva del manipolatore. Il capitolo successivo fornirà una sintesi trasversale dei risultati ottenuti nelle due traiettorie, proponendo una riflessione complessiva sui vantaggi e i limiti delle strategie analizzate.

6.3.3. Conclusioni sulla risposta al disturbo

L'analisi della risposta del manipolatore alle forze esterne applicate al termine delle due traiettorie ha permesso di valutare in modo approfondito la stabilità posturale e la rigidità passiva associate alle diverse strategie di controllo implementate. Sebbene il disturbo sia stato applicato secondo uno stesso profilo temporale e nella stessa direzione rispetto all'end-effector, le reazioni del sistema si sono rivelate fortemente

dipendenti sia dal metodo di controllo adottato, sia dalla configurazione finale raggiunta al termine della fase di posizionamento.

In linea generale, si osserva che il controllo Model Predictive Control (MPC) presenta un comportamento più cedevole: l'applicazione del disturbo si traduce in movimenti maggiori dell'end-effector rispetto alle strategie basate su pseudoinversa. Questo è evidente sia nell'errore di posizione, che raggiunge valori significativamente più alti, sia nel profilo dell'energia cinetica, che risulta più ampio e prolungato anche dopo la cessazione della forza esterna. Il controllo MPC tende a distribuire le azioni nel tempo, evitando bruschi cambiamenti nelle coppie articolari, ma non riesce a garantire un recupero efficace della configurazione iniziale in tempi brevi. Inoltre, sono visibili oscillazioni residue che indicano una risposta meno smorzata e una stabilità dinamica inferiore.

I metodi basati su matrice pseudoinversa della Jacobiana (standard, pesata e con proiezione nello spazio nullo) si comportano in modo più rigido, mostrando una maggiore capacità di contrastare il disturbo applicato. In particolare, l'errore di posizione resta molto contenuto e l'energia cinetica si mantiene su valori decisamente inferiori rispetto all'MPC. Tuttavia, questa rigidità si traduce, in alcuni casi, in risposte più impulsive: i grafici delle coppie articolari mostrano picchi più marcati e un comportamento meno "filtrato" rispetto al controllo predittivo. Questo implica che, se da un lato il sistema è in grado di mantenere meglio la propria configurazione, dall'altro può generare forze più elevate sulle strutture meccaniche e minore tolleranza alle interazioni esterne.

Nel complesso, i risultati evidenziano un compromesso tra rigidità e fluidità: i metodi con pseudoinversa, pur richiedendo sforzi più intensi in termini di coppie, risultano più adatti in contesti in cui è importante mantenere la posizione a fronte di perturbazioni. Il controllo MPC, invece, mostra una maggiore morbidezza nella risposta, che può essere vantaggiosa in applicazioni collaborative o in ambienti non strutturati, ma si traduce in una minore capacità di contrastare forze esterne in modo efficiente.

6.4. Confronto complessivo dei risultati

Questo capitolo raccoglie e sintetizza i risultati ottenuti nelle simulazioni precedenti, confrontando in le quattro strategie di controllo analizzate, con riferimento sia alla fase di posizionamento, sia alla fase successiva di risposta al disturbo. L'obiettivo è mettere in evidenza punti di forza e limiti di ciascun approccio, con particolare attenzione all'efficienza dinamica, alla stabilità della configurazione finale, alla robustezza passiva e al costo computazionale.

Per quanto riguarda la fase di posizionamento, i tre approcci basati su pseudoinversa della Jacobiana hanno mostrato un comportamento estremamente simile in termini di accuratezza e regolarità del moto. La precisione del tracciamento è risultata elevata, con errori minimi e profili di energia cinetica contenuti. Anche nella traiettoria tridimensionale più complessa tali metodi hanno mantenuto una buona stabilità numerica, senza introdurre vibrazioni o discontinuità evidenti. Durante il posizionamento nella Traiettoria 2 l'orientamento desiderato è stato mantenuto correttamente, generando minime variazioni nell'angolo di approccio dell'organo terminale anche durante la perturbazione applicata.

Il comportamento del Model Predictive Control (MPC) nella fase di posizionamento è stato meno preciso: l'errore sull'End-Effector si è mantenuto su valori più elevati, soprattutto durante la traiettoria tridimensionale. Tuttavia, è stato apprezzabile il comportamento regolare e privo di instabilità numeriche significative. Questo indica che l'MPC, pur penalizzando la precisione rispetto agli altri metodi analizzati, è in grado di gestire in modo robusto vincoli articolari e obiettivi multipli, a condizione che i pesi nella funzione di costo siano scelti in modo opportuno.

Passando alla fase di disturbo, si sono osservate differenze più marcate. I metodi basati su pseudoinversa hanno reagito con maggiore prontezza all'applicazione della forza esterna, opponendosi al movimento in modo più efficace e contenendo l'errore spaziale. Questo è stato ottenuto tramite una risposta più impulsiva, caratterizzata da picchi di coppia ai giunti più accentuati. L'energia cinetica è rimasta entro valori contenuti e si è smorzata rapidamente al termine del disturbo. Il controllo MPC ha invece mostrato una risposta più morbida e distribuita nel tempo: il sistema ha assorbito la forza cedendo maggiormente, con errori di posizione più elevati e

oscillazioni post-disturbo più persistenti. L'energia cinetica generata è risultata superiore, segnalando una minore capacità del sistema di mantenere una configurazione stabile.

La maggiore cedevolezza, unita a un profilo di coppie più dolce, rende il controllo MPC potenzialmente interessante per applicazioni di robotica collaborativa, nelle quali è preferibile limitare l'opposizione rigida a perturbazioni esterne per garantire la sicurezza dell'interazione con l'ambiente o con operatori umani. Tuttavia, questo vantaggio deve essere bilanciato con un aspetto critico emerso nell'analisi: il tempo necessario per elaborare la simulazione.

Le simulazioni condotte hanno mostrato che il controllo MPC richiede un tempo di calcolo sensibilmente superiore rispetto ai metodi con pseudoinversa. Mentre le strategie cinematiche sono state eseguite con rapidità, l'ottimizzazione online richiesta dall'MPC ha comportato una durata della simulazione di un ordine di grandezza maggiore. Questo rappresenta un limite importante per l'implementazione in tempo reale, soprattutto in sistemi con risorse computazionali limitate. In Tabella 6.5 sono riportati i tempi necessari al calcolo simulativo per i quattro metodi analizzati, espressi in secondi. Il tempo simulato è comprensivo sia della fase di movimentazione, sia della fase di disturbo, e corrisponde ad un tempo totale di movimento del manipolatore pari a dieci secondi.

	<i>Ps. Standard</i>	<i>Ps. Pesata</i>	<i>Ps. Null-space</i>	<i>MPC</i>
<i>Traiettoria 1</i>	96	168	387	4022
<i>Traiettoria 2</i>	42	72	287	2643

Tabella 6.5 Tempi di simulazione

Come emerge dalla lettura dei dati, i tempi di simulazione aumentano insieme al grado di complessità del modello, a partire da quello basato su matrice pseudoinversa, il più rapido, fino ad arrivare al metodo predittivo che necessita di un tempo decisamente maggiore. È inoltre possibile notare come i tempi di simulazione siano maggiori per la Traiettoria 1 rispetto alla 2, a indice della più elevata complessità nel gestire un moto roto-traslatorio.

In sintesi, i risultati ottenuti delineano un quadro chiaro: le strategie basate su pseudoinversa risultano adatte a scenari in cui è richiesta elevata precisione, rigidità e

semplicità di implementazione. Il controllo MPC, pur essendo più oneroso in termini di calcolo e meno accurato nel tracciamento, offre caratteristiche di flessibilità e morbidezza potenzialmente utili in contesti dinamici o collaborativi. Il miglioramento delle prestazioni del controllo predittivo passa necessariamente attraverso un'attenta calibrazione dei parametri e l'ottimizzazione del tempo di esecuzione, allo scopo di renderlo competitivo anche dal punto di vista della reattività.

7. Conclusioni e Sviluppi futuri

Il presente lavoro ha analizzato e confrontato due diverse strategie di controllo per un manipolatore robotico ridondante a sette gradi di libertà: l'approccio basato sulla pseudoinversa della matrice Jacobiana (in tre varianti) e il controllo predittivo MPC (Model Predictive Control). L'obiettivo complessivo era valutare le prestazioni dei metodi in termini di accuratezza, comportamento dinamico e capacità di contrastare disturbi esterni, attraverso simulazioni in ambiente MATLAB/Simulink. È stato sviluppato un modello completo del sistema robotico in ambiente MATLAB/Simulink, utilizzando Simscape Multibody per la descrizione fisica del manipolatore e Robotics System Toolbox per il calcolo delle grandezze cinematiche e dinamiche.

La prima parte dell'analisi ha considerato il comportamento del manipolatore durante due traiettorie di posizionamento: una più complessa, nello spazio tridimensionale con variazione di orientazione, e una più semplice, bidimensionale e con orientazione costante. I risultati hanno evidenziato la robustezza delle strategie basate su pseudoinversa, che garantiscono un tracciamento preciso e regolare, con livelli contenuti di energia cinetica. Il metodo MPC ha invece mostrato un comportamento meno preciso, con errori di tracking più elevati, ma con una risposta più regolare e continua nel tempo.

La seconda parte ha analizzato la risposta del sistema a una forza esterna applicata sull'End-Effector dopo il raggiungimento del target. Anche in questo contesto i metodi basati su matrice pseudoinversa si sono dimostrati più rigidi, riuscendo a contrastare efficacemente il disturbo ma generando picchi di coppia più marcati. Il controllo MPC ha risposto in maniera più morbida e distribuita, introducendo maggiori oscillazioni e spostamenti residui, ma con coppie articolari più contenute.

Il tempo di simulazione ha rappresentato un ulteriore parametro di confronto. I metodi con pseudoinversa si sono rivelati relativamente efficienti dal punto di vista computazionale, mentre l'MPC ha richiesto tempi significativamente più lunghi, a causa della risoluzione continua del problema di ottimizzazione.

Nel complesso, le strategie basate su pseudoinversa appaiono più adatte per scenari in cui la priorità è mantenere precisione e stabilità, oltre ad essere maggiormente applicabili a controlli in tempo reale. Il controllo MPC, pur necessitando di

miglioramenti soprattutto dal punto di vista del tempo computazionale necessario, si mostra promettente in ambiti come la robotica collaborativa, grazie al comportamento più fluido e meno aggressivo nei confronti delle forze esterne.

7.1. Prospettive di sviluppo

I risultati ottenuti aprono la strada a numerosi spunti di miglioramento e approfondimento, migliorando e correggendo i punti deboli dei metodi di controllo esaminati in questo testo:

- Modifica della funzione di costo nel controllo MPC: attualmente la funzione utilizzata tende a bilanciare il tracciamento della traiettoria e la minimizzazione delle coppie, ma ulteriori termini (ad esempio sulla variazione dell'energia cinetica) potrebbero guidare l'ottimizzazione verso comportamenti più reattivi e robusti.
- Sperimentazione con diverse matrici dei pesi nella pseudoinversa pesata: la scelta della matrice di peso può influenzare fortemente la distribuzione del movimento tra i giunti. Utilizzare matrici diagonalizzate su misura o pesi dinamicamente adattabili, calcolati quindi a seconda della configurazione attuale, potrebbe ottimizzare ulteriormente il compromesso tra stabilità e carico articolare.
- Sfruttamento dello spazio nullo per obiettivi secondari: nel metodo con proiezione nello spazio nullo è possibile integrare una funzione obiettivo (ad esempio funzione di costo legata all'energia o alla postura) calcolando il suo gradiente rispetto alle variabili articolari e proiettandolo nello spazio nullo della Jacobiana. Questo approccio, che prende il nome di *Gradient Projection Method*, permetterebbe al manipolatore di ottimizzare ulteriori criteri senza compromettere il compito principale.
- Ottimizzazione del tempo di calcolo per l'MPC: attraverso l'uso di solver più rapidi, orizzonti predittivi più brevi, modelli semplificati o tecniche di implementazione dei risultati già calcolati, si potrebbe ridurre sensibilmente il

tempo richiesto per il calcolo, rendendo l'approccio MPC adatto anche a implementazioni real-time.

- Validazione su hardware reale: infine, una prospettiva interessante riguarda la possibilità di testare i risultati ottenuti su un manipolatore fisico, per valutare l'impatto delle approssimazioni modellistiche, del rumore nei sensori e dei ritardi nel controllo.

Queste prospettive future mirano a migliorare le strategie di controllo sviluppate, rafforzandone l'efficacia e la robustezza in vista di un'applicazione pratica sempre più ampia nei contesti industriali e collaborativi della robotica moderna.

Ringraziamenti

Con questo elaborato si conclude un percorso lungo e stimolante, che mi è stato reso possibile grazie al supporto costante di amici e familiari, persone a me vicine.

Ringrazio mia madre, che è stata al mio fianco in ogni momento della mia vita, e mi ha sempre supportato.

Ringrazio mio padre, che mi ha guidato nelle scelte importanti che ho dovuto affrontare.

Ringrazio mia sorella, con la quale ho affrontato circostanze sia impegnative che gratificanti.

Ringrazio mio cugino, con il quale ho da sempre condiviso le tappe significative delle nostre vite.

Ringrazio i professori e i relatori che mi hanno accompagnato in questo viaggio di crescita culturale e studio.

Infine, ringrazio te, dato che se stai leggendo questo testo sei una persona a me cara.

Indice delle Figure

Figura 2.1 Componenti di un manipolatore robotico	6
Figura 2.2 Rappresentazione di un punto P in diversi sistemi di coordinate [2].....	8
Figura 2.3 Trasformazione delle coordinate in una catena cinematica aperta [2]...	9
Figura 2.4 Mappatura tra lo spazio delle velocità dei giunti e lo spazio delle velocità dell'End-Effector [2].....	11
Figura 2.5 Manipolatore antropomorfo con polso sferico con 6GdL [2].....	12
Figura 2.6 Manipolatore DLR con 7GdL [2]	12
Figura 2.7 Parametri cinematici di Denavit-Hartenberg [2]	15
Figura 2.8 Rotazione di un vettore [2]	16
Figura 3.1 Manipolatore robotico a 7GdL	21
Figura 5.1 Diagramma di flusso del controllo con pseudoinversa.....	34
Figura 5.2 Strategia dell'orizzonte mobile dell'MPC [21].....	37
Figura 5.3 Diagramma di flusso del controllo con MPC	38
Figura 6.1 Forza di disturbo applicata all'End-Effector	45
Figura 6.2 Storia temporale della forzante applicata	46
Figura 6.3 Raffigurazione Traiettorie 1	48
Figura 6.4 Traiettorie 1: Confronto energia cinetica con pseudoinversa	50
Figura 6.5 Traiettorie 1: Confronto energia cinetica con pseudoinversa - ingrandimento	50
Figura 6.6 Traiettorie 1: Confronto energia cinetica complessivo	51
Figura 6.7 Traiettorie 1: Errore di posizionamento	53
Figura 6.8 Raffigurazione Traiettorie 2.....	54
Figura 6.9 Traiettorie 2: Confronto energia cinetica con pseudoinversa	55
Figura 6.10 Traiettorie 2: Confronto energia cinetica complessivo	56

Figura 6.11 Traiettorie 2: Errore di posizionamento	57
Figura 6.12 Traiettorie 2: Errore di orientamento	57
Figura 6.13 Traiettorie 2: Errore di orientamento - ingrandimento	58
Figura 6.14 Traiettorie 1: Disturbo posizione	62
Figura 6.15 Traiettorie 1: Coppie 5 e 6 in risposta al disturbo.....	63
Figura 6.16 Traiettorie 1: Disturbo energia cinetica	64
Figura 6.17 Traiettorie 2: Disturbo posizione	66
Figura 6.18 Traiettorie 2: Disturbo di orientamento	67
Figura 6.19 Traiettorie 2: Coppie 4 e 6 in risposta al disturbo.....	68
Figura 6.20 Traiettorie 2: Disturbo energia cinetica	69

Bibliografia

- [1] A. Grau, M. Indri, L. Lo Bello and T. Sauter, "Robots in Industry: The Past, Present, and Future of a Growing Collaboration With Humans," in *IEEE Industrial Electronics Magazine*, vol. 15, no. 1, pp. 50-61, March 2021, doi: 10.1109/MIE.2020.3008136
- [2] Bruno Siciliano, Lorenzo Sciavicco, Luigi Villani, and Giuseppe Oriolo. 2008. *Robotics: Modelling, Planning and Control* (1st. ed.). Springer Publishing Company, Incorporated.
- [3] Penrose R. A generalized inverse for matrices. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1955;51(3):406-413. doi:10.1017/S0305004100030401
- [4] <https://www.asc-csa.gc.ca/eng/iss/canadarm2/data-sheet.asp>
- [5] Salamin, Eugene. *Application of quaternions to computation with rotations*. Working Paper, 1979.
- [6] Siciliano, B. Kinematic control of redundant robot manipulators: A tutorial. *J Intell Robot Syst* 3, 201–212 (1990). <https://doi.org/10.1007/BF00126069>
- [7] D. E. Whitney, "Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses," in *IEEE Transactions on Man-Machine Systems*, vol. 10, no. 2, pp. 47-53, June 1969, doi: 10.1109/TMMS.1969.299896
- [8] J. Baillieul, J. Hollerbach and R. Brockett, "Programming and control of kinematically redundant manipulators," *The 23rd IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas, NV, USA, 1984, pp. 768-774, doi: 10.1109/CDC.1984.272110
- [9] J. Baillieul, "Kinematic programming alternatives for redundant manipulators," *Proceedings. 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, St. Louis, MO, USA, 1985, pp. 722-728, doi: 10.1109/ROBOT.1985.1087234
- [10] Liegeois, Alain. "Automatic supervisory control of the configuration and behavior of multibody mechanisms." *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics* 7.12 (1977): 868-871.

- [11] R. V. Dubey, J. A. Euler and S. M. Babcock, "An efficient gradient projection optimization scheme for a seven-degree-of-freedom redundant robot with spherical wrist," *Proceedings. 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Philadelphia, PA, USA, 1988, pp. 28-36 vol.1, doi: 10.1109/ROBOT.1988.12019.
- [12] L. Sciavicco, B. Siciliano, "The Augmented Space Approach for Redundant Manipulator Control", In IFAC Symposia Series, Robot Control 1988 (Syroco '88), <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-035742-3.50026-5>.
- [13] D. N. Nenchev, K. Yoshida, P. Vichitkulsawat and M. Uchiyama, "Reaction null-space control of flexible structure mounted manipulator systems," in *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 15, no. 6, pp. 1011-1023, Dec. 1999, doi: 10.1109/70.817666
- [14] Dubowsky, Steven, and Miguel A. Torres. "Path planning for space manipulators to minimize spacecraft attitude disturbances." *Proceedings of IEEE international conference on robotics and automation*. Vol. 3. Citeseer, 1991.
- [15] D. Dimitrov and K. Yoshida, "Utilization of Holonomic Distribution Control for Reactionless Path Planning," *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, 2006, pp. 3387-3392, doi: 10.1109/IROS.2006.282574.
- [16] Kormushev, P.; Calinon, S.; Caldwell, D.G. Reinforcement Learning in Robotics: Applications and Real-World Challenges. *Robotics* 2013, 2, 122-148. <https://doi.org/10.3390/robotics2030122>
- [17] Z. Butler, R. Fitch and D. Rus, "Distributed control for unit-compressible robots: goal-recognition, locomotion, and splitting," in *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 7, no. 4, pp. 418-430, Dec. 2002, doi: 10.1109/TMECH.2002.806230
- [18] Pierpaolo Palmieri, 2023. An Inflatable Robotic Manipulator for Space Applications.
- [19] Silvio Cocuzza, Isacco Pretto e Stefano Debei, 2010. Novel Reaction Control Techniques for Redundant Space Manipulators: Theory and Simulated Microgravity Tests.

- [20] Dietrich A, Ott C, Albu-Schäffer A. An overview of null space projections for redundant, torque-controlled robots. *The International Journal of Robotics Research*. 2015;34(11):1385-1400. doi: 10.1177/0278364914566516
- [21] Holkar, K. S., and Laxman M. Waghmare. "An overview of model predictive control." *International Journal of control and automation* 3.4 (2010): 47-63.
- [22] Kouvaritakis, Basil, and Mark Cannon. "Model predictive control." Switzerland: Springer International Publishing 38.13-56 (2016): 7.
- [23] <https://it.mathworks.com/help/mpc/ug/optimization-problem.html#bujxvp9-9>