

POLOTECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Tesi di Laurea Magistrale

MODELLAZIONE DINAMICA DI VEICOLI DOTATI DI RIMORCHIO A SINGOLO ASSE E VALIDAZIONE CON DIVERSI SOFTWARE COMMERCIALI



Relatori:

Prof. Enrico Galvagno

Ing. Luca Zerbato

Candidato:

Gherardo Bini

Matricola: S317692

Anno accademico 2024/2025

Sommaro

Nella presente tesi è stata svolta una validazione numerica di modelli di dinamica del veicolo articolato, attraverso l'impiego combinato di IPG CarMaker e Matlab Simulink. In una prima fase è stato sviluppato un modello di veicolo trattore nell'ambiente CarMaker definendone le caratteristiche di geometria, inerzia, comportamento delle sospensioni, del motore, della trasmissione, dello sterzo e del comportamento degli pneumatici nell'interazione con il terreno. Successivamente, partendo da un modello Simulink di veicolo preesistente sono state effettuate tutte le modifiche necessarie ad allineare i due modelli, in particolare l'attenzione si è concentrata sulla modifica del comportamento delle sospensioni, con la scrittura di nuove equazioni del moto di rollio e scuotimento della cassa, sul calcolo delle forze di reazione a terra degli pneumatici e sull'aggiunta della componente di rollio indotta dalla deformazione degli pneumatici. In seguito è stato realizzato un modello di rimorchio in CarMaker definendone le caratteristiche come fatto per il veicolo trattore. Parallelamente è stato modificato un modello di veicolo articolato preesistente sia sulla base di quanto visto sul veicolo isolato, sia riscrivendo le equazioni di rollio e scuotimento dello stesso nel caso di accoppiamento con il rimorchio, sia aggiungendo un sistema di sospensioni per il rimorchio stesso che prima presentava masse rigidamente connesse tra loro. Infine sono presentati i risultati di confronto tra i modelli Simulink e CarMaker, verificandone l'allineamento in termini di risposta dinamica. L'analisi è completata con uno studio di sensitività volto a valutare l'influenza di alcuni parametri del rimorchio sul comportamento del trattore, quali massa, posizione del baricentro e posizione del gancio traino rispetto al baricentro del veicolo, in modo da verificare se si ottengono gli stessi risultati nei due ambienti di simulazione.

Nell'ambito dell'analisi modale del sistema linearizzato di veicolo articolato sono presentati un algoritmo di ordinamento dei modi di vibrare sulla base delle variabili di stato coinvolte e la procedura impiegata per l'animazione dei modi di vibrare stessi.

Indice

Sommario	2
Indice	3
Elenco delle figure.....	6
Elenco delle tabelle.....	9
1 Introduzione.....	11
2 Modello di veicolo implementato su CarMaker	12
2.1 Introduzione.....	12
2.2 Sistemi di riferimento	12
2.3 Caratteristiche geometriche e di inerzia	14
2.3.1 Caratteristiche generali	14
2.3.2 Posizionamento del baricentro.....	15
2.3.3 Tensore di inerzia.....	16
2.3.4 Posizionamento del gancio	16
2.3.5 Verifica dei sistemi di riferimento	17
2.4 Sospensioni.....	19
2.4.1 Rigidezze e smorzamenti.....	19
2.4.2 Cinematica delle sospensioni.....	21
2.5 Modello di contatto pneumatico-strada	22
2.5.1 Dimensioni e coefficienti della Magic Formula	23
2.5.2 Curve caratteristiche	24
2.6 Trasmissione	26
2.7 Mappatura del motore.....	27
2.8 Sterzo	27
3 Modello Simulink di veicolo isolato con sospensioni senza recupero di camber.....	29
3.1 Introduzione.....	29
3.2 Caratteristiche geometriche	29
3.3 Sospensioni.....	30
3.3.1 Rigidezze e smorzamenti a rollio	30
3.3.2 Equazioni del moto per la dinamica di rollio.....	33
3.4 Modello di contatto pneumatico strada	43
3.4.1 Curve caratteristiche	43
3.4.2 Confronto con il modello di pneumatici implementato in CarMaker.....	44
3.5 Effetti dell'implementazione di un modello di sospensione a recupero nullo.....	46
3.5.1 Confronto tra modelli Simulink.....	47

3.5.2 Confronto con il modello CarMaker.....	50
3.6 Effetti dell'introduzione del contributo statico di eccentricità	53
3.6.1 Confronto tra modelli Simulink.....	53
3.6.2 Confronto con il modello CarMaker.....	56
3.7 Effetti dell'introduzione della rigidità e dello smorzamento degli pneumatici mediante rigidità e smorzamento equivalenti delle sospensioni	58
3.7.1 Confronto tra modelli Simulink.....	58
3.7.2 Confronto con CarMaker.....	60
3.7.3 Conclusioni.....	61
4 Risultati di allineamento tra il modello Simulink e il modello CarMaker di veicolo isolato	62
4.1 Introduzione.....	62
4.2 Manovra di Ramp steer	62
4.3 Confronto tra i risultati delle simulazioni di Ramp steer.....	62
5 Modello di rimorchio implementato su CarMaker	70
5.1 Introduzione.....	70
5.2 Sistemi di riferimento	70
5.3 Caratteristiche geometriche e di inerzia	72
5.3.1 Caratteristiche generali.....	72
5.3.2 Posizionamento del baricentro.....	74
5.3.3 Tensore di inerzia.....	74
5.3.4 Verifica dei sistemi di riferimento	75
5.4 Sospensioni.....	76
5.4.1 Rigidità e smorzamenti.....	76
5.4.2 Cinematica delle sospensioni.....	77
5.5 Tipologia di gancio.....	77
6 Modello di veicolo articolato implementato su Simulink.....	78
6.1 Introduzione.....	78
6.2 Modifica della dinamica di rollio e scuotimento in curva	79
6.2.1 Equazioni del moto	79
6.3 Calcolo del carico statico introducendo il beccheggio del veicolo.....	83
6.3.1 Descrizione del modello	83
6.3.2 Equazioni di equilibrio e delle forze di reazione	84
6.4 Geometria del rimorchio.....	86
6.5 Sospensioni del rimorchio	87
6.5.1 Rigidità e smorzamenti a rollio	88
6.5.2 Dinamica di rollio e scuotimento in curva.....	89
7 Implementazione in Simulink del modello di veicolo articolato.....	95

7.1 Introduzione.....	95
7.2 Interazioni pneumatico terreno	96
7.3 Rollio e Scuotimento Trattore/Rimorchio	97
7.3.1 Implementazione in Simulink della dinamica di rollio e scuotimento della motrice	97
7.3.2 Implementazione in Simulink della dinamica di rollio e scuotimento del rimorchio	101
7.3.3 Implementazione in Simulink del calcolo delle forze normali al terreno e delle reazioni sul gancio	104
7.4 Equazioni del moto del sistema articolato implementate in Simulink.....	107
7.5 Modello linearizzato di veicolo articolato	109
8 Risultati di allineamento tra il modello Simulink e il modello CarMaker di veicolo articolato.....	112
8.1 Introduzione.....	112
8.2 Risultati dell'allineamento in condizioni stazionarie	112
8.2.1 Caratteristica di assetto	114
8.2.2 Caratteristica di sottosterzo	115
8.2.3 Caratteristica di hitch.....	116
8.2.4 Caratteristiche di rollio	117
8.2.5 Forze di reazione verticali sugli pneumatici.....	120
8.2.6 Velocità di imbardata	122
8.2.7 Caratteristica degli assali e rigidzze di deriva.....	124
8.2.8 Caratteristiche di scuotimento della cassa	126
8.3 Risultati dell'allineamento in condizioni transitorie nel dominio del tempo.....	128
8.3.1 Angolo di assetto	130
8.3.2 Angolo di hitch	131
8.3.3 Velocità di imbardata	131
8.3.4 Angolo di rollio.....	132
8.3.5 Accelerazione laterale.....	134
8.3.6 Forze di reazione verticali sugli pneumatici.....	135
8.3.7 Scuotimento	137
8.4 Risultati dell'allineamento in condizioni transitorie nel dominio della frequenza	138
8.4.1 Angolo di assetto	139
8.4.2 Angolo di hitch	141
8.4.3 Accelerazione laterale.....	142
8.4.4 Velocità di imbardata	143
9 Analisi di sensitività	144
9.1 Introduzione.....	144
9.2 Risposta stazionaria	144
9.2.1 Sensitività alla posizione del baricentro	144

9.2.2 Sensitività alla massa del rimorchio	149
9.2.3 Sensitività alla posizione del gancio.....	152
9.3 Risposta transitoria	154
9.3.1 Sensitività alla posizione del baricentro	154
9.3.2 Sensitività alla massa del rimorchio	157
9.3.3 Sensitività alla posizione del gancio.....	159
9.3 Condizione di instabilità dinamica	161
10 Conclusioni.....	165

Elenco delle figure

Figura 1: Sistema di riferimento Fr1	12
Figura 2: Sistemi di riferimento baricentrici vista dall'alto.....	13
Figura 3: Sistemi di riferimento baricentrici vista laterale	14
Figura 4: Curva caratteristica della forza longitudinale dello pneumatico CarMaker	24
Figura 5: Caratteristica di forza laterale dello pneumatico CarMaker.....	25
Figura 6: Caratteristica di momento di autoallineamento dello pneumatico CarMaker	26
Figura 7: Mappatura del motore	27
Figura 8: Vista laterale veicolo Simulink	30
Figura 9: Vista dall'alto veicolo Simulink	30
Figura 10: Pneumatici e molle in serie	31
Figura 11: Sistemi di riferimento per la dinamica di rollio e scuotimento	34
Figura 12: Diagramma di corpo libero per la dinamica di rollio e scuotimento.....	35
Figura 13: Reazioni a terra in funzione delle deformazioni	37
Figura 14: Eccentricità del baricentro assale anteriore.....	41
Figura 15: Eccentricità del baricentro assale posteriore	41
Figura 16: Caratteristica della forza longitudinale pneumatico Simulink	43
Figura 17: Caratteristica della forza laterale pneumatico Simulink	44
Figura 18: Caratteristica del momento di autoallineamento pneumatico Simulink.....	44
Figura 19: Effetti recupero sulla caratteristica dell'assale.....	47
Figura 20: Effetti recupero sulla rigidezza di deriva	48
Figura 21: Effetti recupero sulla caratteristica di sottosterzo	48
Figura 22: Effetti recupero sull'angolo di deriva front	49
Figura 23: Effetti recupero sull'angolo di deriva rear	49
Figura 24: Effetti recupero confronto caratteristiche assali.....	50
Figura 25: Effetti recupero confronto rigidzze di deriva	51
Figura 26: Effetti recupero confronto caratteristiche di sottosterzo	51
Figura 27: Effetti recupero confronto angoli di deriva front	52
Figura 28: Effetti recupero confronto angoli di deriva rear.....	52
Figura 29: Effetti eccentricità forze verticali front	54
Figura 30: Effetti eccentricità forze verticali rear.....	54
Figura 31: Effetti eccentricità rigidzze di deriva	55

Figura 32: Effetti eccentricità caratteristica di sottosterzo	55
Figura 33: Effetti eccentricità confronto forze verticali front.....	56
Figura 34: Effetti eccentricità confronto forze verticali rear	57
Figura 35: Effetti eccentricità confronto rigidzze di deriva	57
Figura 36: Effetti eccentricità confronto caratteristica di sottosterzo	58
Figura 37: Effetti rigidzza equivalente rollio	59
Figura 38: Effetti rigidzza equivalente scuotimento	59
Figura 39: Effetti rigidzza equivalente confronto rollio	60
Figura 40: Effetti rigidzza equivalente confronto scuotimento	61
Figura 41: Confronto velocità di imbardata veicolo isolato	63
Figura 42: Confronto caratteristica di assetto veicolo isolato	63
Figura 43: Confronto caratteristica di sottosterzo veicolo isolato	64
Figura 44: Confronto caratteristiche degli assali veicolo isolato.....	65
Figura 45: Confronto forze verticali front veicolo isolato	65
Figura 46: Confronto forze verticali rear veicolo isolato	66
Figura 47: Confronto rigidzze di deriva veicolo isolato	67
Figura 48: Confronto rollio veicolo isolato	68
Figura 49: Confronto scuotimento veicolo isolato	69
Figura 50: Sistema di riferimento Fr1 rimorchio.....	71
Figura 51: Sistemi di riferimento baricentrici rimorchio vista dall'alto	72
Figura 52: Sistemi di riferimento baricentrici rimorchio vista laterale	72
Figura 53: Geometria rimorchio CarMaker	73
Figura 54: Diagramma di corpo libero veicolo trattore	80
Figura 55: Carichi statici sul rimorchio.....	81
Figura 56: Carichi statici veicolo trattore	81
Figura 57: Pitch indotto dal rimorchio	83
Figura 58: Schema di veicolo come corpo rigido connesso al terreno mediante molle	84
Figura 59: Forze agenti sul veicolo in condizioni statiche	85
Figura 60: Confronto tra carichi statici considerando o meno il pitch.....	86
Figura 61: Geometria del rimorchio Simulink	87
Figura 62: Diagramma di corpo libero rimorchio Simulink.....	89
Figura 63: Forze di reazione in funzione della deformazione delle sospensioni del rimorchio Simulink.....	91
Figura 64: Forze statiche sul rimorchio Simulink	91
Figura 65: Rimorchio guida in rettilineo	94
Figura 66: Subsystem Veicolo Terreno.....	95
Figura 67: Subsystem calcolo delle forze a terra	96
Figura 68: Subsystem di rollio e scuotimento del trattore.....	97
Figura 69: Subsystem calcolo rollio e scuotimento del rimorchio	97
Figura 70: Rollio motrice in Simulink.....	98
Figura 71: Componenti di forza dovute alla deformazione in Simulink.....	99
Figura 72: Scuotimento motrice in Simulink.....	100
Figura 73: Rollio rimorchio Simulink	101
Figura 74: Componenti di forza dovute alla deformazione in Simulink rimorchio	102
Figura 75: Scuotimento del rimorchio in Simulink.....	103
Figura 76: Accelerazione verticale del rimorchio in Simulink	104
Figura 77: Subsystem di calcolo dei trasferimenti di carico laterali.....	104
Figura 78: Subsystem di calcolo della ridistribuzione del carico legata all'eccentricità	105
Figura 79: Subsystem di calcolo delle forze normali della motrice	105
Figura 80: Subsystem di calcolo delle forze normali del rimorchio	106

Figura 81: Subsystem di calcolo delle reazioni sul gancio	106
Figura 82: Angolo volante Ramp steer.....	113
Figura 83: Velocità manovra Ramp steer.....	113
Figura 84: Ramp steer caratteristica di assetto	114
Figura 85: Ramp steer caratteristica di sottosterzo.....	115
Figura 86: Ramp steer caratteristica di hitch	117
Figura 87: Ramp steer rollio del trattore	118
Figura 88: Ramp steer rollio del rimorchio	119
Figura 89: Ramp steer forze di reazione verticali front.....	120
Figura 90: Ramp steer forze di reazione verticali rear	121
Figura 91: Ramp steer forze di reazione verticali trailer	122
Figura 92: Ramp steer velocità di imbardata.....	123
Figura 93: Traiettoria di Ramp steer	123
Figura 94: Ramp steer caratteristica degli assali	124
Figura 95: Ramp steer rigidzze di deriva.....	125
Figura 96: Ramp steer rigidzze di deriva-ay	125
Figura 97: Ramp steer scuotimento del trattore.....	126
Figura 98: Ramp steer scuotimento del rimorchio	127
Figura 99: Beccheggio rimorchio CarMaker	127
Figura 100: angolo volante Step steer	128
Figura 101: Velocità manovra Step steer	129
Figura 102: Step steer angolo di assetto	130
Figura 103: Step steer angolo di hitch.....	131
Figura 104: Step steer velocità di imbardata	132
Figura 105: Step steer angolo di rollio del trattore.....	133
Figura 106: Step steer angolo di rollio del rimorchio.....	133
Figura 107: Step steer accelerazione laterale trattore	134
Figura 108: Step steer accelerazione laterale rimorchio	135
Figura 109: Step steer forze di reazione verticali front	136
Figura 110: Step steer forze di reazione verticali rear	136
Figura 111: Step steer forze di reazione verticali trailer.....	137
Figura 112: Step steer scuotimento trattore	137
Figura 113: Step steer scuotimento rimorchio.....	138
Figura 114: Risposta in frequenza beta-delta	140
Figura 115: Risposta in frequenza theta-delta	141
Figura 116: Risposta in frequenza ay-delta	142
Figura 117: Risposta in frequenza psi punto - delta	143
Figura 118: Sensitività ar/lr caratteristica di sottosterzo.....	145
Figura 119: Sensitività ar/lr caratteristica di assetto	146
Figura 120: Sensitività ar/lr caratteristica di hitch.....	147
Figura 121: Velocità manovre sensitività ar/lr.....	147
Figura 122: Sensitività ar/lr caratteristica di rollio del trattore.....	148
Figura 123: Sensitività ar/lr caratteristica di rollio del rimorchio	148
Figura 124: Sensitività massa caratteristica di sottosterzo	149
Figura 125: Sensitività massa caratteristica di assetto.....	150
Figura 126: Sensitività massa caratteristica di hitch.....	150
Figura 127: Sensitività massa caratteristica di rollio del trattore	151
Figura 128: Sensitività massa caratteristica di rollio del rimorchio	151
Figura 129: Sensitività posizione del gancio caratteristica di sottosterzo	152

Figura 130: Sensitività posizione del gancio caratteristica di assetto.....	153
Figura 131: Sensitività posizione del gancio caratteristica di hitch.....	153
Figura 132: Sensitività posizione del gancio caratteristica di rollio del trattore	154
Figura 133: Sensitività ar/lr velocità di imbardata	155
Figura 134: Sensitività ar/lr angolo di assetto.....	155
Figura 135: Sensitività ar/lr angolo di hitch	156
Figura 136: Sensitività ar/lr luogo delle radici	156
Figura 137: Sensitività massa del rimorchio velocità di imbardata.....	157
Figura 138: Sensitività massa del rimorchio angolo di assetto.....	158
Figura 139: Sensitività massa del rimorchio angolo di hitch	158
Figura 140: Sensitività massa del rimorchio luogo delle radici	159
Figura 141: Sensitività posizione del gancio velocità di imbardata	159
Figura 142: Sensitività posizione del gancio angolo di assetto	160
Figura 143: Sensitività posizione del gancio angolo di hitch	160
Figura 144: Sensitività posizione del gancio luogo delle radici	161
Figura 145: Luogo delle radici al variare della velocità.....	161
Figura 146: Oscillazioni modello CarMaker al variare della velocità.....	162
Figura 147: Oscillazioni modello Simulink al variare della velocità	163

Elenco delle tabelle

Tabella 1: Parametri generali del veicolo CarMaker	15
Tabella 2: Posizioni dei baricentri veicolo isolato	15
Tabella 3: Tensore di inerzia del veicolo isolato.....	16
Tabella 4: Posizione del gancio	17
Tabella 5: Verifica momenti di inerzia rispetto a x.....	18
Tabella 6: Verifica momenti di inerzia rispetto a y	18
Tabella 7: Verifica momenti di inerzia rispetto a z	19
Tabella 8: Rigidezze molle veicolo CarMaker	20
Tabella 9: Rigidezze barre veicolo CarMaker	20
Tabella 10: Smorzamenti ammortizzatori veicolo CarMaker.....	20
Tabella 11: Rigidezze e smorzamenti scelti veicolo CarMaker.....	20
Tabella 12: Gradienti cinematici sospensioni anteriori veicolo CarMaker.....	21
Tabella 13: Gradienti cinematici sospensioni posteriori veicolo CarMaker.....	21
Tabella 14: Gradienti di deflessione veicolo CarMaker	22
Tabella 15: Dimensioni ruote CarMaker	23
Tabella 16: Parametri di comportamento verticale pneumatici CarMaker	23
Tabella 17: Forza longitudinale massima dello pneumatico CarMaker	24
Tabella 18: Forza laterale massima dello pneumatico CarMaker.....	25
Tabella 19: Momento di autoallineamento massimo dello pneumatico CarMaker	26
Tabella 20: Rapporti di trasmissione veicolo CarMaker	27
Tabella 21: Parametri generali veicolo Simulink.....	29
Tabella 22: Rigidezze molle Simulink.....	32
Tabella 23: Rigidezze barre Simulink.....	33
Tabella 24: Rigidezze equivalenti molle Simulink	33

Tabella 25: Smorzamenti ammortizzatori Simulink	33
Tabella 26: Confronto forze longitudinali degli pneumatici.....	45
Tabella 27: Confronto forze laterali degli pneumatici.....	45
Tabella 28: Confronto momenti di autoallineamento degli pneumatici	46
Tabella 29: Parametri generali rimorchio CarMaker	73
Tabella 30: Posizione baricentri rimorchio CarMaker.....	74
Tabella 31: Tensore di inerzia rimorchio CarMaker	75
Tabella 32: Verifica momenti di inerzia asse x rimorchio	75
Tabella 33: Verifica momenti di inerzia asse y rimorchio	76
Tabella 34: Verifica momenti di inerzia asse z rimorchio	76
Tabella 35: Rigidezze e smorzamenti verticali rimorchio CarMaker	77
Tabella 36: Gradienti cinematici rimorchio CarMaker.....	77
Tabella 37: Posizione del gancio del rimorchio CarMaker.....	78
Tabella 38: Parametri generali rimorchio SIMulink	87
Tabella 39: Rigidezze a rollio molle rimorchio Simulink	88
Tabella 40: Rigidezze a rollio barre rimorchio Simulink	88
Tabella 41: Rigidezze equivalenti a rollio molle rimorchio Simulink.....	88
Tabella 42: Smorzamento ammortizzatori rimorchio Simulink	89
Tabella 43: Rigidezze di deriva angolo di deriva nullo	110
Tabella 44: Indici di errore caratteristica di assetto	115
Tabella 45: Indici di errore caratteristica di sottosterzo.....	116
Tabella 46: Indici di errore caratteristica di hitch.....	117
Tabella 47: Indici di errore rollio del trattore	118
Tabella 48: indici di errore rollio del rimorchio	119
Tabella 49: Indici di errore forze di reazione verticale front	120
Tabella 50: Indici di errore forze di reazione verticali rear	121
Tabella 51: Indici di errore forze di reazione verticali trailer	122
Tabella 52: Indici di errore angolo di assetto.....	130
Tabella 53: Indici di errore angolo di hitch	131
Tabella 54: Indici di errore velocità di imbardata.....	132
Tabella 55: Indici di errore angolo di rollio trattore	133
Tabella 56: Indici di errore angolo di rollio del rimorchio	134
Tabella 57: Indici di errore accelerazione laterale	135
Tabella 58: Indici di errore accelerazione laterale rimorchio	135
Tabella 59: Indici di errore risposta in frequenza beta-delta	140
Tabella 60: Indici di errore risposta in frequenza theta-delta	141
Tabella 61: Indici di errore risposta in frequenza ay-delta	142
Tabella 62: Indici di errore risposta in frequenza psi punto-delta	143
Tabella 63: Configurazioni posizione del baricentro del rimorchio	145
Tabella 64: Effetti di spostamento del baricentro condizioni stazionarie	149
Tabella 65: Configurazioni di massa del rimorchio.....	149
Tabella 66: Effetti massa condizioni stazionarie.....	152
Tabella 67: Configurazioni sensitività posizione del gancio	152
Tabella 68: Effetti posizione del gancio condizioni stazionarie	154
Tabella 69: Velocità critiche modelli	164

1 Introduzione

L'obiettivo della seguente tesi è quello di ottenere un modello di veicolo articolato custom, ottenuto a partire da uno precedentemente sviluppato [1] e opportunamente modificato, il cui comportamento, sia in condizioni stazionarie che transitorie, risulti allineato a quello di un modello equivalente sviluppato in CarMaker e preso come riferimento.

Una volta completata la validazione del modello Simulink è possibile verificare la sensitività del modello a parametri di influenza precedentemente individuati, quali la posizione del baricentro del rimorchio, la sua massa e la distanza del gancio dal baricentro del veicolo trattore.

Tali parametri rivestono un ruolo fondamentale in quanto influenzano il veicolo trattore sia per quanto riguarda le proprietà dello stesso in condizioni stazionarie, sia in regime transitorio. Le loro variazioni incidono direttamente sulle condizioni di stabilità statica e dinamica del sistema veicolo-rimorchio. Tra gli obiettivi principali della verifica di sensitività, condotta sui parametri citati, vi è la verifica dell'esistenza di configurazioni dinamicamente instabili del rimorchio, ovvero una condizione in cui le oscillazioni provocate da una perturbazione iniziale, pur in assenza di forzanti esterne, tendano ad amplificarsi nel tempo, portando il veicolo ad allontanarsi dalla configurazione di equilibrio anziché ricondurvisi.

Il comportamento appena descritto è tipico di veicoli isolati sovrasterzanti, che per definizione sono dinamicamente instabili al di sopra di una certa velocità. L'aggiunta del rimorchio con una distribuzione del carico non adeguata può però indurre un veicolo trattore sottosterzante a manifestare una risposta di questo tipo. Una tale condizione può rivelarsi particolarmente pericolosa durante la marcia, in quanto può dare origine a oscillazioni crescenti del rimorchio, con conseguente perdita di controllo del veicolo. Tale rischio si presenta in maniera accentuata se il conducente non dispone di competenze specifiche nella guida di veicoli articolati in condizioni dinamicamente critiche [2].

2 Modello di veicolo implementato su CarMaker

2.1 Introduzione

Nel presente capitolo viene presentato nel dettaglio il modello di veicolo isolato implementato sul software CarMaker, impiegato per lo svolgimento delle simulazioni ed utilizzato poi come riferimento per l'allineamento con il modello custom. Sono indicati i dati da inserire in ogni sezione per ottenere un modello di veicolo con determinate caratteristiche geometriche, inerziali, di comportamento delle sospensioni, degli pneumatici, del motore, della trasmissione e dello sterzo.

I sottosistemi CarMaker sui quali si interviene sono i seguenti:

- Assembly -> Body, Chassis
- Body -> Structure
- Suspensions -> Spring, Damper, Stabilizer, Kinematics
- Steering -> Steering Gear Ratio
- Tires
- Powertrain -> Drive Source -> Engine -> Torque
- Powertrain -> Drive Source -> Gearbox -> Gears

Il modello di veicolo è stato implementato a partire dal Generator di CarMaker, scegliendo come base il modello predefinito “Medium Car”, ovvero una berlina di medie dimensioni al quale sono state apportate tutte le modifiche presentate nei capitoli successivi.

2.2 Sistemi di riferimento

E' necessario definire alcuni sistemi di riferimento [3], che vengono utilizzati all'interno di CarMaker e rispetto ai quali sono definite alcune variabili piuttosto che altre.

Il primo sistema di riferimento è il sistema di riferimento Fr1, esso ha origine a terra, al centro della carreggiata del veicolo e ha l'asse verticale che passa per il punto più arretrato del veicolo, esso viene usato ad esempio nella definizione della posizione del baricentro del veicolo complessivo o di ciascuna delle masse che lo compongono.

Nella figura 1 è rappresentato Fr1 in una vista laterale del veicolo:

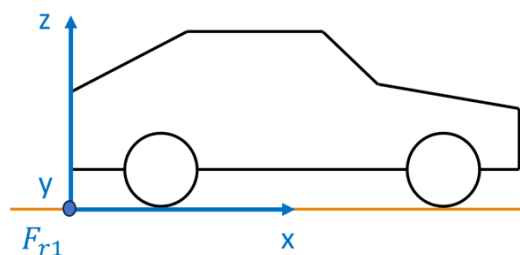


Figura 1: Sistema di riferimento Fr1

Dove l'asse y è entrante nel foglio.

Dopodiché, tenendo presente che il modello di veicolo CarMaker può essere scomposto in un insieme di più masse, ovvero la massa sospesa e le masse non sospese (composte a loro volta da wheel carrier e ruota), ciascuna dotata di un baricentro e un tensore di inerzia, si definiscono altri sei sistemi di riferimento tutti con assi paralleli tra di loro.

Il primo è centrato nel baricentro del veicolo complessivo ed è composto dagli assi x_{tot} , y_{tot} e z_{tot} , dove x_{tot} e y_{tot} sono paralleli al terreno e z_{tot} è perpendicolare, per comodità verrà richiamato come Fr_{tot} .

Il secondo è centrato nel baricentro della massa sospesa, ovvero quella massa che compone il veicolo che si trova al di sopra degli elementi di sospensione, gli assi sono x_s , y_s e z_s e per comodità verrà richiamato come Fr_s .

Gli altri quattro sono centrati nel baricentro di ciascuna massa non sospesa, ovvero quelle masse che si trovano al di sotto delle sospensioni e che comprendono quindi ruota e porta ruota, gli assi sono x_{ns} , y_{ns} e z_{ns} con pedice FL, FR, RL o RR a seconda di quale massa non sospesa stiamo considerando.

Tali sistemi per comodità verranno richiamati come Fr_{ns} e il corrispondente pedice.

Nelle figure 2 e 3 seguente è possibile osservare:

- x_{tot} , y_{tot} , z_{tot} centrato nel baricentro del veicolo complessivo.
- x_s , y_s , z_s centrato nel baricentro della massa sospesa.
- $x_{ns,fl}$, $y_{ns,fl}$, $z_{ns,fl}$ centrato nel baricentro della massa non sospesa anteriore sinistra.

In una vista dall'alto:

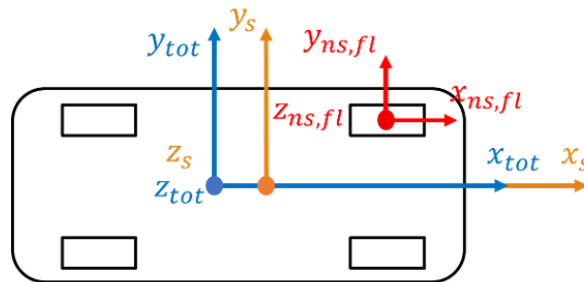


Figura 2: Sistemi di riferimento baricentrici vista dall'alto

In una vista laterale:

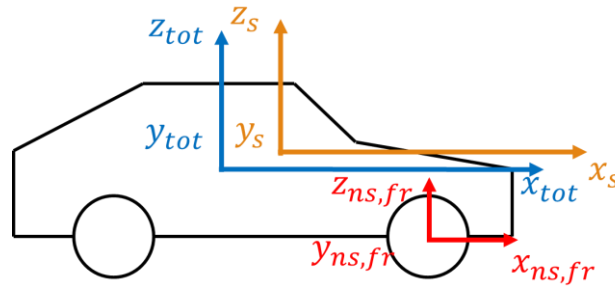


Figura 3: Sistemi di riferimento baricentrici vista laterale

2.3 Caratteristiche geometriche e di inerzia

Nel presente capitolo sono indicate tutte le caratteristiche geometriche e di inerzia del veicolo che ne caratterizzano la geometria nello spazio, le masse che lo compongono e come tali masse sono distribuite nello spazio stesso.

2.3.1 Caratteristiche generali

Come detto in precedenza il modello viene realizzato a partire dal “Generator” di CarMaker [4].

Una volta aperto il Generator è possibile operare sia sulle impostazioni di base che su quelle avanzate.

Partendo dalle impostazioni di base è necessario selezionare la classe di veicolo, si seleziona quindi un modello predefinito del tipo “Medium Car”.

A questo punto il software propone in automatico i così detti “Vehicle Parameters” i quali devono essere modificati imponendo i valori presentati nella tabella 1:

Peso a vuoto	1150	[kg]
Lunghezza totale	4725	[mm]
Larghezza totale	1830	[mm]
Altezza totale	1450	[mm]
Passo	2660	[mm]
Carreggiata anteriore	1490	[mm]
Carreggiata posteriore	1482	[mm]

Sbalzo posteriore	1075	[mm]
--------------------------	------	------

Tabella 1: Parametri generali del veicolo CarMaker

Per concludere la definizione delle caratteristiche generali del veicolo è necessario:

- Definire le dimensioni delle ruote, ovvero 205/60 R16
- Determinare la tipologia di trazione, ovvero anteriore
- Determinare la tipologia di cassa, ovvero rigida

Una volta generato il modello di base è possibile agire sulle singole sezioni.

2.3.2 Posizionamento del baricentro

Il posizionamento del baricentro è di fondamentale importanza in quanto da esso dipendono le caratteristiche del veicolo, a partire dalla distribuzione del peso sugli assi fino al suo carattere.

Nel caso in questione si sceglie che il veicolo abbia una ripartizione del peso del 60% sull'assale anteriore e al 40% sull'assale posteriore, o in altre parole che il baricentro sia posizionato ad una distanza di 0,4 volte il passo dall'assale anteriore e 0,6 volte il passo da quello posteriore.

La posizione del baricentro del veicolo complessivo dipende dalla posizione del baricentro delle singole masse che lo compongono, quindi la massa sospesa e le quattro masse non sospese. Dato che la posizione del baricentro delle masse non sospese è vincolata dalla carreggiata anteriore e posteriore scelta per il modello, la scelta più conveniente è quella di modificare la posizione del baricentro del veicolo spostando solo quello della cassa.

In CarMaker le posizioni dei baricentri sono indicate nel sistema di riferimento Fr1, citato in precedenza, pertanto nella tabella 2 è possibile trovare sia i valori delle singole masse in Kg, che la posizione del loro baricentro in tale sistema di riferimento, mentre nell'ultima riga sono riportati i valori complessivi, della così detta massa totale (somma delle singole masse), e la posizione del suo baricentro:

	m[Kg]	X [m]	Y[m]	Z[m]
Massa non sospesa FL/FR	39,897	3,735	$\pm 0,745$	0,288
Massa non sospesa RL/RR	31,204	1,075	$\pm 0,742$	0,288
Cassa	1004,62	2,686	0	0,554
Massa totale	1150	2,671	0	0,52

Tabella 2: Posizioni dei baricentri veicolo isolato

Dato che la posizione delle masse non sospese corrisponde alla posizione degli assali è possibile verificare con facilità che il posizionamento del baricentro rispetta la distribuzione del peso indicata.

2.3.3 Tensore di inerzia

Il tensore di inerzia indica come le masse siano distribuite nello spazio, anche in questo caso il tensore di inerzia del veicolo complessivo dipende dai tensori di inerzia delle singole masse che lo compongono e pertanto modificando uno di questi si ottiene un veicolo con determinate caratteristiche inerziali complessive.

Come nel caso del baricentro è conveniente modificare il tensore della massa sospesa lasciando invariati quelle delle masse non sospese.

E' utile ricordare che nelle rispettive sezioni [5], quindi Assembly->Chassis per le masse non sospese e Body->Structure per la massa sospesa si osservano dei valori di momenti di inerzia calcolati rispetto ai sistemi di riferimento baricentrici, per cui Fr_{ns} per le masse non sospese e Fr_s per la massa sospesa.

Il tensore di inerzia del veicolo complessivo si trova nelle info del modello ed è calcolato sempre rispetto al suo sistema di riferimento baricentrico, quindi Fr_{tot} .

Quanto affermato sopra riguardo ai sistemi di riferimento non è esplicitamente indicato in CarMaker ma in un successivo capitolo le ipotesi appena fatte saranno verificate.

Nella tabella 3 sono mostrati i valori dei momenti principali di inerzia delle varie masse nei sistemi di riferimento appena citati, compresi quelli del veicolo complessivo:

	$I_x [kgm^2]$	$I_y [kgm^2]$	$I_z [kgm^2]$
Massa non sospesa FL/FR	0,757	1,369	0,752
Massa non sospesa RL/RR	0.662	1,255	0.662
Masse sospese	374,8	1369,6	1512,98
Massa totale	465,7	1638,93	1850

Tabella 3: Tensore di inerzia del veicolo isolato

2.3.4 Posizionamento del gancio

Il posizionamento del gancio non ha utilità immediata nelle simulazioni di veicolo isolato ma permette di non doverlo modificare successivamente una volta aggiunto il rimorchio:

	X [m]	Y[m]	Z[m]
Hitch	-0,216	0,0	0,35

Tabella 4: Posizione del gancio

Tale posizione è indicata nel sistema di riferimento Fr1 nella sezione Assembly->Body.

2.3.5 Verifica dei sistemi di riferimento

Volendo verificare che il tensore di inerzia complessivo sia espresso nel sistema di riferimento Fr_{tot} si calcolano i tre momenti di inerzia di ogni massa che compone il veicolo rispetto a tale sistema di riferimento applicando il teorema di Huygens-Steiner, se ne fa quindi la somma e si verifica che il valore ottenuto coincida con quello del tensore di inerzia complessivo.

Nelle tabelle seguenti sono riportati nella prima colonna i momenti di inerzia di ciascuna massa calcolati nel loro sistema di riferimento baricentrico, quindi Fr_{ns} per le masse non sospese e Fr_s per le masse sospese, nella seconda e terza colonna le distanze tra questi e Fr_{tot} , nella quarta la distanza somma delle due componenti e infine nelle ultime due colonne il valore di massa e il momento di inerzia nel sistema di riferimento Fr_{tot} quindi comprendente anche il momento di trasporto.

Pertanto la relazione che lega il momento baricentrico a quello calcolato nel sistema di riferimento totale è la seguente:

$$I_{tot} = I_{CG} + md^2$$

Dove la distanza tra i sistemi di riferimento si calcola applicando il teorema di pitagora e considerando le componenti lungo le direzioni perpendicolari all'asse rispetto al quale si calcola il momento di inerzia, quindi y e z per I_x , x e z per I_y e x e y per I_z :

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

Per quanto riguarda l'asse x_{tot} :

	$I_{x,CG} [Kgm^2]$	$dy [m]$	$dz [m]$	$d [m]$	$m [Kg]$	$I_{x,tot}[Kgm^2]$
MASSA SOSPESA	374,8	0	0,034	0,034	1004,62	375,96

MASSA NON SOSPESA FL	0,757	0,741	0,232	0,776	40,792	25,35
MASSA NON SOSPESA FR	0,757	0,741	0,232	0,776	40,792	25,35
MASSA NON SOSPESA RL	0,662	0,733	0,232	0,768	31,9	19,51
MASSA NON SOSPESA RR	0,662	0,733	0,232	0,768	31,9	19,51
TOT						465,7

Tabella 5: Verifica momenti di inerzia rispetto a x

Per quanto riguarda l'asse y_{tot} :

	$I_{y,CG} [Kgm^2]$	$dx [m]$	$dz [m]$	d	$m [Kg]$	$I_{y,tot}[Kgm^2]$
MASSA SOSPESA	1369,6	0,015	0,034	0,037162	1004,62	1370,987
MASSA NON SOSPESA FL	1,369	1,064	0,232	1,089	40,792	49,74
MASSA NON SOSPESA FR	1,369	1,064	0,232	1,089	40,792	49,74
MASSA NON SOSPESA RL	1,255	1,596	0,232	1,61	31,9	84,22
MASSA NON SOSPESA RR	1,255	1,596	0,232	1,61	31,9	84,22
TOT						1638,93

Tabella 6: Verifica momenti di inerzia rispetto a y

Per quanto riguarda l'asse z_{tot} :

	$I_{z,CG} [Kgm^2]$	$dx [m]$	$dy [m]$	d	$m [Kg]$	$I_{z,tot}[Kgm^2]$
MASSA SOSPESA	1512,987	0,015	0	0,015	1004,62	1513,213
MASSA NON SOSPESA FL	0,757	1,064	0,741	1,296	40,792	69,33
MASSA NON SOSPESA FR	0,757	1,064	0,741	1,296	40,792	69,33
MASSA NON SOSPESA RL	0,662	1,596	0,733	1,756	31,9	99,05

MASSA NON SOSPESA RR	0,662	1,596	0,733	1,756	31,9	99,05
TOT						1850,00

Tabella 7: Verifica momenti di inerzia rispetto a z

Dal momento che questi valori calcolati analiticamente coincidono con i termini diagonali del tensore di inerzia complessivo espresso in CarMaker è evidente che quest'ultimo è calcolato rispetto al sistema di riferimento centrato nel baricentro del veicolo complessivo, ovvero nel sistema Fr_{tot} .

2.4 Sospensioni

Tra gli elementi che compongono le sospensioni di ciascuna assale si evidenziano le molle, le barre antirollio e gli ammortizzatori.

Dove molle e ammortizzatori reagiscono ad un qualunque tipo di spostamento e velocità relative tra le masse sospese e quelle non sospese mentre le barre reagiscono soltanto se messe in torsione e quindi quando il moto relativo tra masse sospese e non sospese è differente sui due lati del veicolo, ovvero nel caso di scuotimento opposto.

2.4.1 Rigidezze e smorzamenti

Le rigidezze e gli smorzamenti delle sospensioni sono definibili nelle sezioni Suspensions->Spring per le molle, Suspensions->Stabilizer per la barra e Suspensions->Damper per gli smorzatori.

In ciascuna di esse viene indicato il valore caratteristico, o di rigidezza verticale su ciascun assale per le barre e le molle, o di smorzamento verticale su ciascun assale per gli smorzatori anziché definire una caratteristica non lineare del componente.

E' inoltre possibile considerare una ripartizione precisa della rigidezza tra barre e molle e tra elementi dell'assale anteriore e di quello posteriore, infatti dato che ogni elemento di ogni assale è considerabile come un elemento elastico o smorzante posto in parallelo rispetto agli altri, allora gli smorzamenti e le rigidezze complessive si ottengono come somma di quelle dei singoli elementi, e pertanto noti i valori dei singoli elementi è possibile risalire al valore totale e alle ripartizioni. Si considera quindi che la rigidezza complessiva sia dovuta al 40% dal contributo proveniente dalle barre mentre al 60% dal contributo delle molle, mentre lo smorzamento è dovuto unicamente dagli ammortizzatori.

Di seguito sono riportati i valori numerici di rigidezze e smorzamenti dei singoli elementi che compongono le sospensioni, dove i pedici REAR e FRONT indicano l'assale su cui si trovano ed il valore indicato è il medesimo sui due lati dello stesso assale.

Nella tabella 8 si riportano i valori di rigidezze verticale delle singole molle con diverse ripartizioni tra gli assali:

$perc_f$ [%]	$K_{sFRONT,spring}$	$K_{sREAR,spring}$
40	28106,84[N/m]	42616,66[N/m]
50	35133,55[N/m]	35513,89[N/m]
60	42160,26[N/m]	28411,11[N/m]

Tabella 8: Rigidezze molle veicolo CarMaker

Nella tabella 9 si riportano i valori di rigidezze verticale delle barre con diverse ripartizioni tra gli assali, si tratta di rigidezze verticali e non a torsione e quindi sono le rigidezze di molle che se disposte sui due lati dell'assale e sottoposte a scuotimento opposto reagiscono resistendo a tale moto:

$perc_f$ [%]	$K_{sFRONT,ARB}$	$K_{sREAR,ARB}$
40	18737,89[N/m]	28411,11[N/m]
50	23422,37[N/m]	23675,92[N/m]
60	28106,84[N/m]	18940,74[N/m]

Tabella 9: Rigidezze barre veicolo CarMaker

Nella tabella 10 si riportano i valori di smorzamento verticale dei singoli ammortizzatori con diverse ripartizioni tra gli assali:

$perc_f$ [%]	C_{sFRONT}	C_{sREAR}
0,4	5405,16[Ns/m]	8195,51[Ns/m]
0,5	6756,45[Ns/m]	6829,59[Ns/m]
0,6	8107,74[Ns/m]	5463,67[Ns/m]

Tabella 10: Smorzamenti ammortizzatori veicolo CarMaker

Si evidenziano i valori utilizzati nelle simulazioni, ovvero quelli corrispondenti ad una ripartizione del 50% dei contributi tra i due assali:

$K_{sFRONT,spring}$	35133,55[N/m]
$K_{sREAR,spring}$	35513,89[N/m]
$K_{sFRONT,ARB}$	23422,37[N/m]
$K_{sREAR,ARB}$	23675,92[N/m]
C_{sFRONT}	6756,45 [Ns/m]
C_{sREAR}	6829,59 [Ns/m]

Tabella 11: Rigidezze e smorzamenti scelti veicolo CarMaker

2.4.2 Cinematica delle sospensioni

La definizione della cinematica delle sospensioni avviene nella sezione Suspensions->Kinematics attraverso la definizione dei gradienti cinematici.

Grazie ad essi è possibile determinare come il centro della ruota si comporti sia in termini di traslazioni e rotazioni a seguito di un movimento del wheel carrier, sia in condizioni statiche. Dove il movimento del wheel carrier può essere indotto, sia ad un'azione di compressione della sospensione, sia da un'azione di sterzo.

Si trascurano i coefficienti relativi a movimenti correlati tra ruote opposte dello stesso assale in quanto stiamo modellando una sospensione a ruote indipendenti, pertanto si definiranno solo gradienti in scuotimento parallelo.

Nella tabella 12 sono riportati i coefficienti cinematici delle sospensioni dell'assale anteriore:

FRONT	Statico	Compressione	Sterzo
t_x	0,0 [m]	0 [m/m]	0[m/m]
t_y	0,0 [m]	0 [m/m]	0 [m/m]
t_z	0,0 [m]	1 [m/m]	0 [m/m]
r_x	0,0[rad]	0 [rad/m]	0 [rad/m]
r_y	0,0 [rad]	0 [rad/m]	0 [rad/m]
r_z	0,0 [rad]	0 [rad/m]	5 [rad/m]

Tabella 12: Gradienti cinematici sospensioni anteriori veicolo CarMaker

Nella tabella 13 sono riportati i coefficienti cinematici delle sospensioni dell'assale posteriore:

REAR	Statico	Compressione	Sterzo
t_x	0,0 [m]	0 [m/m]	0[m/m]
t_y	0,0 [m]	0 [m/m]	0 [m/m]
t_z	0,0 [m]	1 [m/m]	0 [m/m]
r_x	0,0 [rad]	0 [rad/m]	0 [rad/m]
r_y	0,0 [rad]	0 [rad/m]	0 [rad/m]
r_z	0,0 [rad]	0 [rad/m]	0 [rad/m]

Tabella 13: Gradienti cinematici sospensioni posteriori veicolo CarMaker

Si osserva che tutti i gradienti statici risultano nulli, indicando l'assenza di spostamenti o rotazioni iniziali del centro ruota rispetto al telaio nella condizione di equilibrio statico.

Le azioni di sterzo influenzano esclusivamente la rotazione delle ruote anteriori attorno all'asse verticale, il gradiente r_z pari a 5 rad/m indica che a uno spostamento lineare di 1 metro della cremagliera di sterzo corrisponde una rotazione di 5 radianti delle ruote. Per entrambi gli assali, il gradiente di traslazione verticale t_z in funzione della compressione delle sospensioni assume valore unitario (1 m/m), il che implica una relazione uno a uno tra la traslazione verticale del mozzo e quella della ruota.

Tutti gli altri gradienti cinematici risultano nulli. Tra questi assume particolare rilevanza il gradiente cinematico r_x di compressione, espresso in rad/m, che è direttamente connesso al Camber Compensation ovvero un parametro che rappresenta quanto dell'angolo di camber della ruota venga compensato in corrispondenza di una traslazione della sospensione.

Si ha infatti:

$$r_x = \frac{CC}{100 HT}$$

$$CC = \frac{\partial \alpha_x}{\partial z} HT 100$$

Gli installation ratio che descrivono il comportamento di deflessione della molla, dell'ammortizzatore, della barra antirollio e tampone di fine corsa vengono lasciati pari ai valori di default. Indicando che la molla, l'ammortizzatore e il tampone si accorciano in compressione di una quantità pari allo scuotimento mentre la barra si allunga, e nessuno dei componenti si deforma in corrispondenza di un'azione di sterzo:

	Compressione	Sterzo
Deflessione molla	-1 [m/m]	0 [m/m]
Deflessione ammortizzatore	-1 [m/m]	0 [m/m]
Deflessione barra	1 [m/m]	0 [m/m]
Deflessione tampone	-1 [m/m]	0 [m/m]

Tabella 14: Gradienti di deflessione veicolo CarMaker

2.5 Modello di contatto pneumatico-strada

CarMaker adotta modelli basati sulla "Magic Formula 5.2" di Pacejka [6], in grado di rappresentare accuratamente fenomeni complessi grazie alla loro elevata sofisticazione.

La Magic Formula 5.2 richiede in ingresso un elevato numero di variabili tra le quali si trovano:

- Le dimensioni dello pneumatico
- Le caratteristiche di rigidità e smorzamento verticali

- I fattori di scalatura
- I parametri di comportamento longitudinale
- I coefficienti di ribaltamento
- I parametri di comportamento laterale
- I parametri relativi al comportamento di resistenza al rotolamento
- I parametri relativi al comportamento di allineamento

Il modello di pneumatico implementato è del tipo 205/55 R16 e viene realizzato modificando il file .txt di un modello MF_Tyre esistente, inserendo quindi i valori dei coefficienti riportati di seguito.

Per ragioni di compattezza sono riportati solo i coefficienti comuni tra la Magic Formula 5.2 e il modello semplificato PAC96, tutti i coefficienti non riportati nelle tabelle del capitolo successivo possono essere lasciati invariati rispetto a quelli definiti per il modello di pneumatico preesistente.

2.5.1 Dimensioni e coefficienti della Magic Formula

Come prima cosa si riportano le dimensioni caratteristiche dello pneumatico che è necessario inserire nel file .txt sotto i paragrafi “Visualisation” e “Dimensions”

Raggio a vuoto [m]	0,316
Larghezza nominale [m]	0,205
Raggio del cerchio [m]	0,2032
Larghezza del cerchio [m]	0,1651
Aspect ratio [m]	0,55

Tabella 15: Dimensioni ruote CarMaker

All'interno del paragrafo “Visualisation” si trova anche il valore del carico massimo a cui può essere sottoposto lo pneumatico, ovvero FLoadMax pari a 10000 N.

Nella tabella 16 sono riportati i parametri di comportamento verticale, in particolare si osserva la rigidezza verticale dello pneumatico, lo smorzamento verticale e il carico nominale a cui deve essere sottoposto:

K_p	$2,5 * 10^5 [N/m]$
C_p	$500 [Ns/m]$
F_{z0}	$3000 [N]$

Tabella 16: Parametri di comportamento verticale pneumatici CarMaker

2.5.2 Curve caratteristiche

Una volta definiti tutti i parametri di comportamento dello pneumatico è possibile ottenere le curve caratteristiche dello stesso grazie allo strumento detto “Model Check” disponibile all’interno del software CarMaker.

Di seguito sono riportate le curve caratteristiche del comportamento longitudinale, laterale e del momento di autoallineamento, dove ciascuna curva è riferita ad un valore diverso di carico verticale.

Nella figura 4 è possibile osservare la curva caratteristica di comportamento longitudinale:

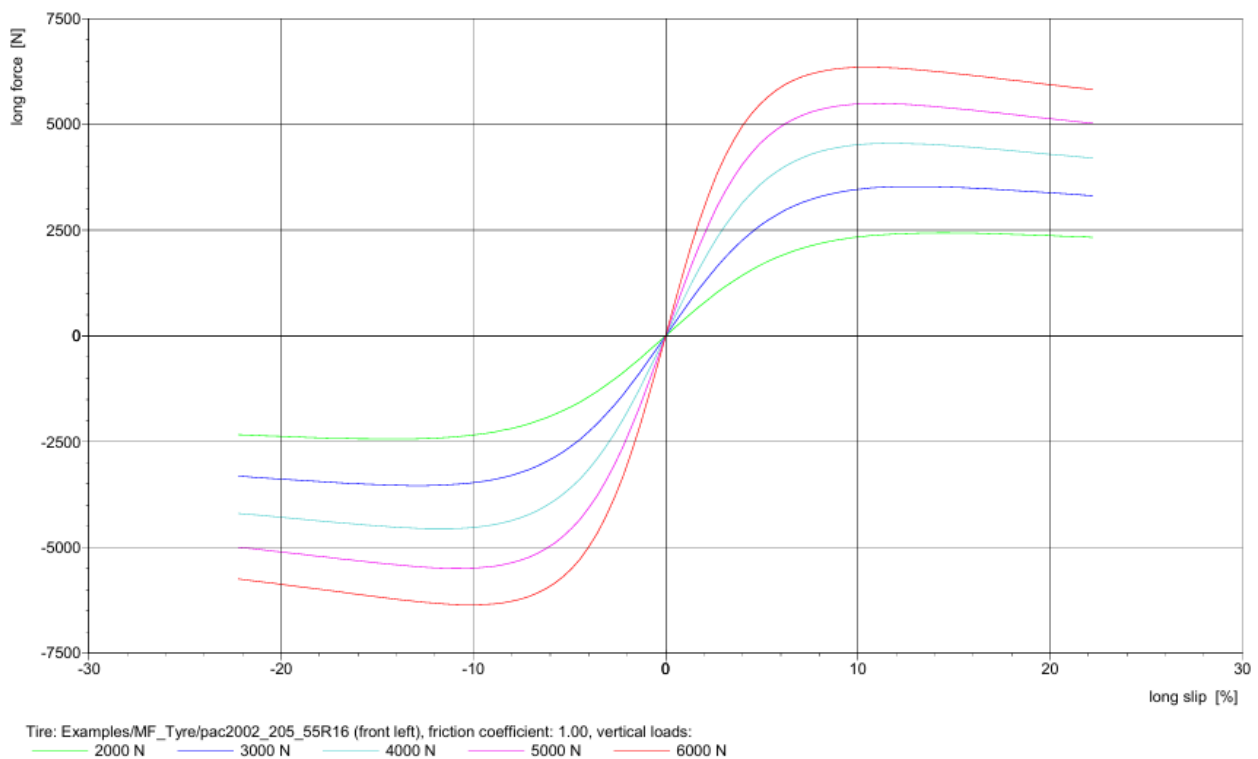


Figura 4: Curva caratteristica della forza longitudinale dello pneumatico CarMaker

Nella tabella 17 si riporta il valore del carico normale, il coefficiente di slittamento longitudinale in corrispondenza del quale si ha la forza longitudinale massima e il valore di forza longitudinale massima generata:

Carico verticale [N]	Longitudinal slip [%]	Forza longitudinale [N]
2000	14	2500
3000	12	3600
4000	11	4500
5000	10	5500
6000	10	6200

Tabella 17: Forza longitudinale massima dello pneumatico CarMaker

Nella figura 5 è possibile osservare la curva caratteristica di comportamento laterale:

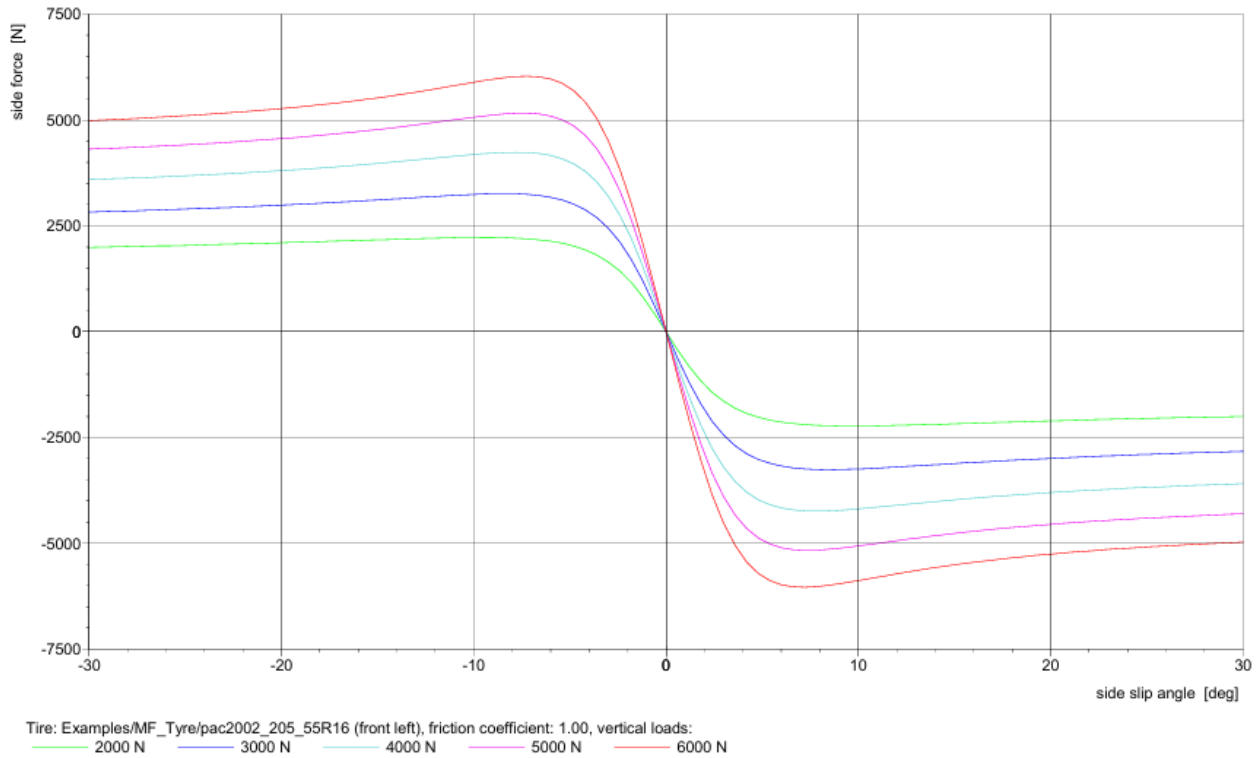


Figura 5: Caratteristica di forza laterale dello pneumatico CarMaker

Nella tabella 18 si riporta il valore del carico normale, l'angolo di deriva in corrispondenza del quale si ha la forza laterale massima e il valore di forza laterale massima generata:

Carico verticale [N]	Slip angle [deg]	Forza laterale [N]
2000	8	2100
3000	7,5	3350
4000	7	4300
5000	6,5	5100
6000	6	6000

Tabella 18: Forza laterale massima dello pneumatico CarMaker

Nella figura 6 è possibile osservare la curva caratteristica di comportamento di autoallineamento:

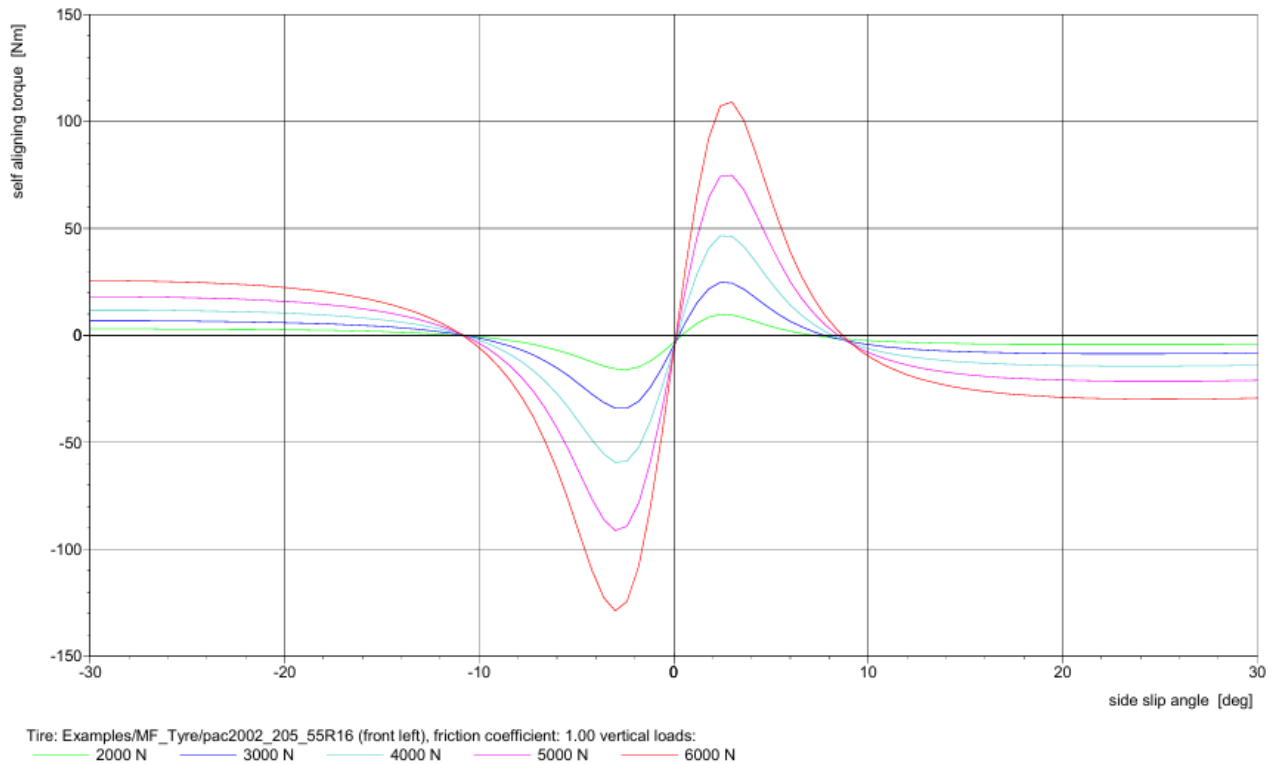


Figura 6: Caratteristica di momento di autoallineamento dello pneumatico CarMaker

Nella tabella 19 si riporta il valore del carico normale, l'angolo di deriva in corrispondenza del quale si ha il momento di autoallineamento massimo e il valore del momento di auto allineamento massimo generato:

Carico verticale [N]	Slip angle [deg]	Momento di auto allineamento [Nm]
2000	2,5	8
3000	2,6	20
4000	3	45
5000	3,8	65
6000	4	110

Tabella 19: Momento di autoallineamento massimo dello pneumatico CarMaker

2.6 Trasmissione

All'interno della sezione Powertrain->Drive Source->Gearbox->Gears è possibile definire i rapporti del cambio, i quali consistono nel rapporto tra la velocità di rotazione dell'albero motore e la velocità di rotazione dell'albero in uscita.

In tabella 20 sono riportati i rapporti del cambio utilizzati per il modello di veicolo implementato:

Marcia	Rapporto di Cambio	Efficienza
1 ^a	3.906	1.0
2 ^a	2.237	1.0
3 ^a	1.52	1.0
4 ^a	1.156	1.0
5 ^a	0.946	1.0

Tabella 20: Rapporti di trasmissione veicolo CarMaker

2.7 Mappatura del motore

La mappatura del motore riporta i valori di coppia erogata dall'albero motore in funzione della percentuale di apertura dell'acceleratore e del regime di rotazione del motore.

La mappatura è effettuabile modificando il file .car aperto come file di testo ed agendo sulle variabili PowerTrain.Engine.Mapping.Data.

Tale mappatura è riportata nella figura seguente 7:

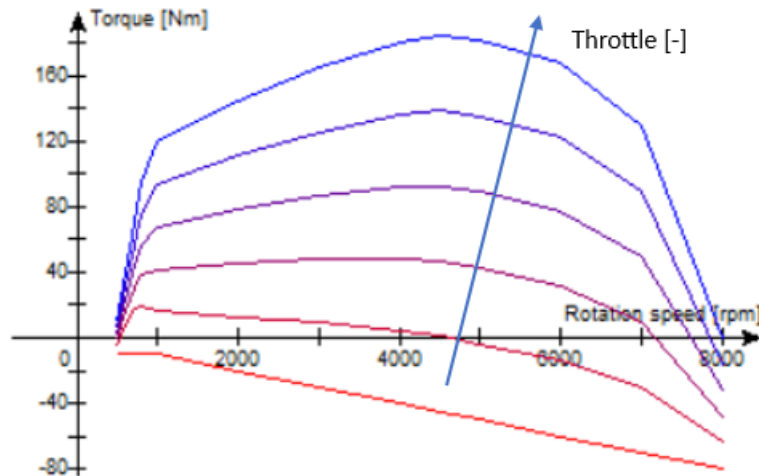


Figura 7: Mappatura del motore

2.8 Sterzo

Il subsystem di sterzo del veicolo è definito tramite il rapporto di sterzo.

Tale rapporto è definito come il rapporto tra l'angolo di rotazione del volante θ_v e l'angolo di sterzata delle ruote anteriori θ_r :

$$R_s = \frac{\theta_v}{\theta_r}$$

Tale rapporto è il prodotto di due termini, ovvero il rapporto di trasmissione tra pignone e cremagliera R_t (*espresso in $\frac{rad}{m}$*) e l'inverso del rapporto tra l'angolo di sterzata della ruota e lo spostamento della cremagliera R_w^{-1} (*espresso in $\frac{m}{rad}$*).

$$R_s = R_t * R_w^{-1}$$

Nel caso specifico:

$$R_t = 75 \frac{rad}{m}$$

$$R_w = 5 \frac{rad}{m}$$

$$R_s = 15$$

Dove il rapporto R_w è definito all'interno dei coefficienti cinematici delle sospensioni come appunto r_z di sterzo, assumendo una configurazione di sterzo parallela, ovvero in cui l'angolo di sterzo è uguale per entrambe le ruote anteriori.

Mentre il rapporto R_t è definito nella sezione Steering->Steering Gear Ratio imponendo il suo valore caratteristico.

3 Modello Simulink di veicolo isolato con sospensioni senza recupero di camber

3.1 Introduzione

In questo capitolo viene presentato il modello di veicolo custom implementato in Simulink ed oggetto di confronto e allineamento con il modello multibody descritto nel capitolo 2.

Il modello Simulink nasce da una versione preesistente di veicolo isolato, al quale sono state apportate numerose modifiche al fine di ottenere specifiche proprietà geometriche inerziali e dinamiche.

In particolare si evidenzia la modellazione cinematica di un nuovo sistema di sospensioni.

Mentre la versione precedente prevedeva un modello con sospensione rigida e recupero del 100% della campanatura delle masse non sospese, il nuovo modello prevede un sistema di sospensioni con guide prismatiche lungo il cui asse agiscono gli elementi molla, barra e smorzatore, che compongono le sospensioni. La natura di queste guide introduce un nuovo grado di libertà al sistema, ovvero lo scuotimento della cassa lungo la direzione dell'asse delle guide prismatiche, è infatti permesso anche uno spostamento simmetrico rispetto alla mezzeria del veicolo della cassa lungo l'asse delle guide per via della cedevolezza di molle e smorzatori. Tale moto non era permesso nel caso di sospensioni rigide in quanto la cassa poteva solo rollare ricevendo resistenza da una molla torsionale solidale agli assali del veicolo.

Dopo una breve descrizione del veicolo mediante le variabili impiegate in Simulink, vengono descritti tutti gli interventi effettuati sul modello originario, infine sono evidenziati gli effetti degli interventi più rilevanti in termini di proprietà dinamiche del veicolo e in termini di avvicinamento al modello di riferimento.

3.2 Caratteristiche geometriche

Si riportano di seguito le caratteristiche geometriche del veicolo espresse utilizzando le variabili in uso su Simulink:

a [m]	1,064
b [m]	1,596
L [m]	2.66
c [m]	2,902
Tf [m]	1,49
Tr [m]	1,482
Hg [m]	0,52
Af [m²]	2,06

Tabella 21: Parametri generali veicolo Simulink

Nelle figure 8 e 9 è possibile osservare le grandezze indicate nella tabella:

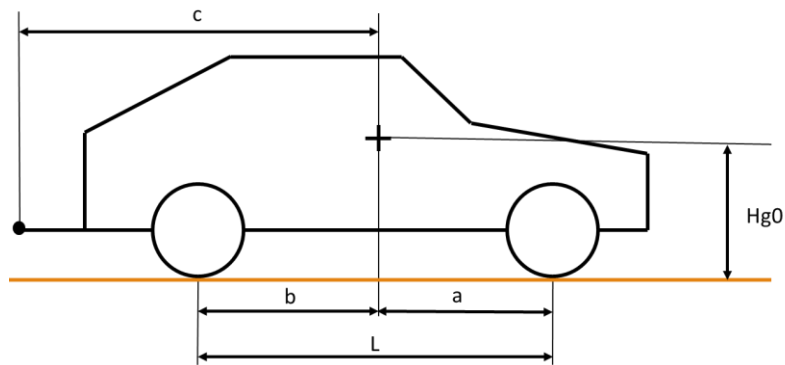


Figura 8: Vista laterale veicolo Simulink

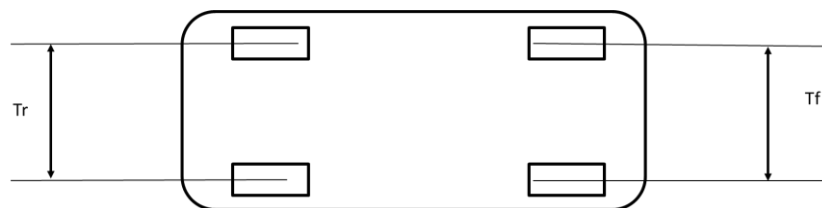


Figura 9: Vista dall'alto veicolo Simulink

Dove quindi:

- L è il passo
- a il semipasso anteriore
- b il semipasso posteriore
- c la distanza tra il baricentro del veicolo e il gancio
- $Hg0$ l'altezza del baricentro del veicolo
- Tf la carreggiata anteriore
- Tr la carreggiata posteriore
- Af è l'area frontale del veicolo

3.3 Sospensioni

Nel presente capitolo è descritto il modello di sospensioni implementato per il veicolo trattore. Vengono riportati sia i valori numerici delle rigidezze e degli smorzamenti di ciascun componente della sospensione, sia il calcolo di rigidezze equivalenti che permettono di considerare anche la deformabilità degli pneumatici nel moto del veicolo.

Successivamente viene descritto nel dettaglio il modello di sospensione con recupero nullo della campanatura e sono riportati tutti i passaggi per ottenere le equazioni del moto di rollio e scuotimento del veicolo.

3.3.1 Rigidezze e smorzamenti a rollio

Al fine di allineare i due modelli di veicolo è necessario considerare nella rigidità a rollio non solo la rigidità verticale delle sospensioni ma anche quella degli pneumatici.

Si suppone infatti che le sospensioni e gli pneumatici siano schematizzabili come molle e smorzatori in serie, pertanto si calcola una rigidità equivalente delle molle, senza modificare quella delle barre.

Questi valori di rigidità e smorzamento equivalenti sono quelli che entrano nelle equazioni del moto di rollio e scuotimento e non quelli nominali delle molle e degli smorzatori.

Nella figura 10 si osserva uno schema delle sospensioni, ottenuto considerando che gli elementi dallo stesso lato sono in parallelo e pertanto le loro rigidità e gli smorzamenti possono essere sommati. Inoltre secondo la stessa logica si considera che su ciascun lato del veicolo la rigidità dovuta agli pneumatici sia doppia rispetto al suo valore caratteristico:

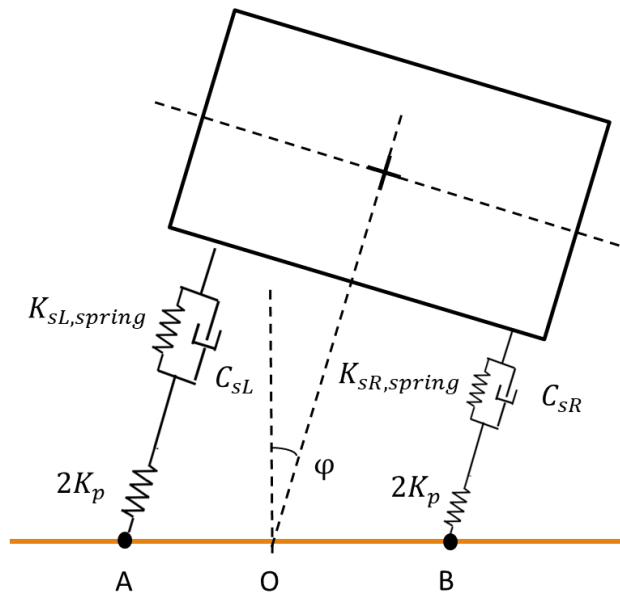


Figura 10: Pneumatici e molle in serie

Si calcola quindi la rigidità equivalente delle molle sui due lati del veicolo:

$$K_{sL, spring, eq} = \frac{1}{\frac{1}{K_{sL, spring}} + \frac{1}{2K_p}} = \frac{K_{sL, spring} \cdot 2K_p}{K_{sL, spring} + 2K_p}$$

$$K_{sR, spring, eq} = \frac{1}{\frac{1}{K_{sR, spring}} + \frac{1}{2K_p}} = \frac{K_{sR, spring} \cdot 2K_p}{K_{sR, spring} + 2K_p}$$

Oppure considerando le molle della singola sospensione:

$$K_{sFL, spring, eq} = \frac{1}{\frac{1}{K_{sFL, spring}} + \frac{1}{K_p}} = \frac{K_{sFL, spring} \cdot K_p}{K_{sFL, spring} + K_p}$$

$$K_{sFR, spring, eq} = \frac{1}{\frac{1}{K_{sFR, spring}} + \frac{1}{K_p}} = \frac{K_{sFR, spring} \cdot K_p}{K_{sFR, spring} + K_p}$$

$$K_{sRL, spring, eq} = \frac{1}{\frac{1}{K_{sRL, spring}} + \frac{1}{K_p}} = \frac{K_{sRL, spring} \cdot K_p}{K_{sRL, spring} + K_p}$$

$$K_{sRR, spring, eq} = \frac{1}{\frac{1}{K_{sRR, spring}} + \frac{1}{K_p}} = \frac{K_{sRR, spring} \cdot K_p}{K_{sRR, spring} + K_p}$$

Dove:

$$K_{sL, spring, eq} = K_{sFL, spring, eq} + K_{sRL, spring, eq}$$

$$K_{sR, spring, eq} = K_{sFR, spring, eq} + K_{sRR, spring, eq}$$

E' inoltre possibile tradurre le rigidezze e gli smorzamenti verticali in rigidezze e smorzamenti a rollio della coppia di elementi dello stesso assale utilizzando la seguente definizione:

$$K_{roll} = K_s \frac{t^2}{2}, \quad C_{roll} = C_s \frac{t^2}{2}$$

Si riportano i valori numerici delle rigidezze e degli smorzamenti verticali dei singoli elementi che compongono le sospensioni e come nel Capitolo 2.4.1 i pedici indicano l'assale anteriore o posteriore, mentre i valori sono gli stessi per gli elementi sui due lati dello stesso assale. Il valore a rollio è invece relativo alla coppia di elementi dello stesso tipo.

Nel caso delle barre il valore di rigidezza verticale è da intendersi come quello di una molla che reagisce solo allo scuotimento opposto.

Si riportano i valori numerici delle rigidezze delle singole molle nella tabella 22, considerando ripartizioni differenti della rigidezza tra l'assale anteriore e quello posteriore:

perc_f [%]	<i>K_{rollFRONT, spring}</i>	<i>K_{rollREAR, spring}</i>	<i>K_{sFRONT, spring}</i>	<i>K_{sREAR, spring}</i>
40	31200[Nm/rad]	46800[Nm/rad]	28106,84[N/m]	42616,66[N/m]
50	39000[Nm/rad]	39000[Nm/rad]	35133,55[N/m]	35513,89[N/m]
60	46800[Nm/rad]	31200[Nm/rad]	42160,26[N/m]	28411,11[N/m]

Tabella 22: Rigidezze molle Simulink

Si riportano i valori numerici delle rigidezze delle barre antirollio nella tabella 23, considerando ripartizioni differenti della rigidezza tra l'assale anteriore e quello posteriore:

$perc_f$ [%]	$K_{roll,ARB,f}$	$K_{roll,ARB,r}$	$K_{sFRONT,ARB}$	$K_{sREAR,ARB}$
40	20800[Nm/rad]	31200[Nm/rad]	18737,89[N/m]	28411,11[N/m]
50	26000[Nm/rad]	26000[Nm/rad]	23422,37[N/m]	23675,92[N/m]
60	31200[Nm/rad]	20800[Nm/rad]	28106,84[N/m]	18940,74[N/m]

Tabella 23: Rigidezze barre Simulink

Si riportano i valori numerici delle rigidezze delle molle equivalenti nella tabella 24, considerando ripartizioni differenti della rigidezza tra l'assale anteriore e quello posteriore:

$perc_f$ [%]	$K_{rollFRONT,spring,eq}$	$K_{rollREAR,spring,eq}$	$K_{sFRONT,spring,eq}$	$K_{sREAR,spring,eq}$
0,4	28046,77[Nm/rad]	39984,05[Nm/rad]	25266,23[N/m]	36409,98[N/m]
0,5	34194,5[Nm/rad]	34148,95[Nm/rad]	30804,47[N/m]	31096,46[N/m]
0,6	40046,51[Nm/rad]	28016,12[Nm/rad]	36076,32[N/m]	25511,83[N/m]

Tabella 24: Rigidezze equivalenti molle Simulink

Si riportano i valori numerici degli smorzamenti degli ammortizzatori nella tabella 25, considerando ripartizioni differenti dello smorzamento tra l'assale anteriore e quello posteriore:

$perc_f$ [%]	$C_{rollFRONT}$	$C_{rollFRONT}$	C_{sFRONT}	C_{sREAR}
0,4	6000[Nms/rad]	9000[Nms/rad]	5405,16[Ns/m]	8195,51[Ns/m]
0,5	7500[Nms/rad]	7500[Nms/rad]	6756,45[Ns/m]	6829,59[Ns/m]
0,6	9000[Nms/rad]	6000[Nms/rad]	8107,74[Ns/m]	5463,67[Ns/m]

Tabella 25: Smorzamenti ammortizzatori Simulink

Infine si è scelto sia per gli smorzamenti che per le rigidezze una ripartizione del 50 % tra assale anteriore e posteriore del veicolo trattore.

3.3.2 Equazioni del moto per la dinamica di rollio

Di seguito la descrizione del modello di sospensione e le equazioni del moto di rollio e scuotimento.

Descrizione del modello

La scelta dei gradienti cinematici su CarMaker definisce, come già accennato, un modello di sospensioni con recupero nullo della campanatura: infatti ad un gradiente r_x di compressione nullo è associato un Camber Compensation anch'esso nullo, e conseguentemente l'assenza di recupero della campanatura.

Questo comportamento può essere ricondotto ad uno schema fisico specifico. Si hanno due masse non sospese incernierate a terra nei punti A e B con cerniere mobili lungo la direzione orizzontale in modo da permettere la variazione della carreggiata del veicolo in funzione del rollio e, sospesa al di sopra di esse, la

cassa. La cassa è connessa alle masse non sospese mediante guide prismatiche lungo la cui direzione agiscono gli elementi che compongono le sospensioni.

Data la natura dei vincoli al terreno e degli elementi di connessione tra le varie parti del sistema è evidente che in qualunque condizione tutte le masse risultano parallele tra loro e in altre parole l'angolo di campanatura delle ruote coincide con l'angolo di rollio del veicolo.

Nella figura 11 è riportato uno schema del veicolo suddiviso in massa sospesa e masse non sospese, connesse da guide prismatiche. Sono evidenziati i punti di contatto tra le ruote e il terreno, indicati con A e B, e il punto medio tra essi, O. Inoltre, sono mostrati due sistemi di riferimento: il primo, (x_T, y_T, z_T) , ha origine in O e asse z_T ortogonale al terreno; il secondo, (x_c, y_c, z_c) , anch'esso centrato in O, ha l'asse z_c inclinato rispetto alla normale al terreno di un angolo φ , corrispondente all'angolo di rollio del veicolo.

Sono riportati inoltre i versori $\vec{k}$ e $\vec{j}$ associati al primo sistema di riferimento e i versori $\vec{n}$ e $\vec{t}$ associati al secondo sistema di riferimento:

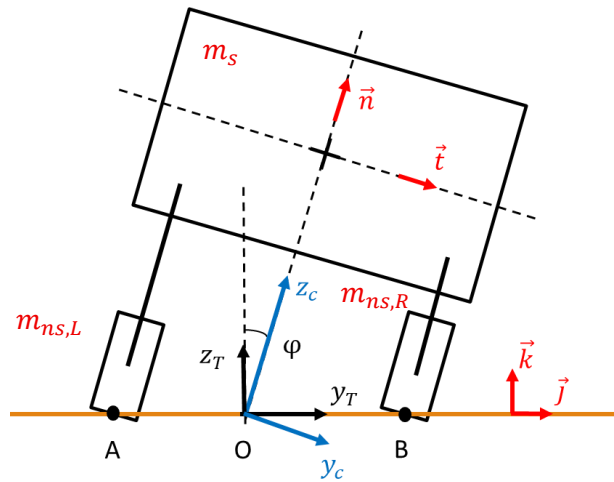


Figura 11: Sistemi di riferimento per la dinamica di rollio e scuotimento

Equazioni del moto

Per passare alla scrittura delle equazioni del moto è necessario definire il numero di gradi di libertà del sistema e conseguentemente le sue coordinate generalizzate, dopodiché tracciando il diagramma di corpo libero è possibile scrivere l'equilibrio tra forze inerziali, forzanti esterne e reazioni vincolari.

Questo modello di sospensioni lascia due gradi di libertà al veicolo, i quali possono essere descritti mediante l'angolo di rollio φ e lo spostamento del baricentro del veicolo z_{SG} lungo l'asse z_c parallelo alle guide prismatiche.

Nella figura 12 è rappresentato il diagramma di corpo libero del veicolo in cui sono presenti le coordinate generalizzate, le forzanti e le accelerazioni cui è sottoposto il corpo:

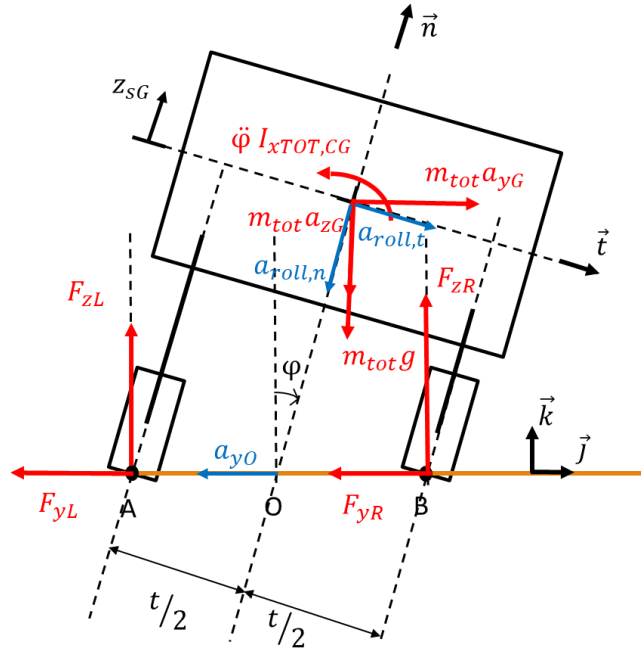


Figura 12: Diagramma di corpo libero per la dinamica di rollio e scuotimento

Il moto di rollio genera due componenti di accelerazione lungo i versori $\vec{t}$ e $\vec{n}$:

$$a_{roll,t} = H_g \ddot{\varphi} \vec{t} \quad a_{roll,n} = -H_g \dot{\varphi}^2 \vec{n}$$

Pertanto l'accelerazione risultante lungo le direzioni $\vec{k}$ e $\vec{j}$ saranno:

$$a_{yG} = -(a_{yO} - H_g \ddot{\varphi} \cos \varphi + H_g \dot{\varphi}^2 \sin \varphi - \ddot{z}_{sG} \sin \varphi) \vec{j}$$

$$a_{zG} = (-H_g \ddot{\varphi} \sin \varphi - H_g \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \ddot{z}_{sG} \cos \varphi) \vec{k}$$

Dove l'altezza del baricentro H_g tiene conto del moto di scuotimento:

$$a_{yG} = -(a_{yO} - (H_{g0} + z_{sG}) \ddot{\varphi} \cos \varphi + (H_{g0} + z_{sG}) \dot{\varphi}^2 \sin \varphi - \ddot{z}_{sG} \sin \varphi) \vec{j} \quad (3.1)$$

$$a_{zG} = (-(H_{g0} + z_{sG}) \ddot{\varphi} \sin \varphi - (H_{g0} + z_{sG}) \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \ddot{z}_{sG} \cos \varphi) \vec{k} \quad (3.2)$$

Mentre la distanza tra i punti di contatto ruote-terreno e la mezzzeria del veicolo (semicarreggiata):

$$AO = OB = \frac{\frac{t}{2}}{\cos(\varphi)} \quad (3.3)$$

Dove con t si indica la media tra t_f e t_r .

E' dunque possibile scrivere l'equilibrio alla rotazione rispetto al punto O:

$$\ddot{\varphi} I_{xTOT,CG} = F_{zL} \cdot AO - F_{zR} \cdot OB + m_{tot} a_{yG} (H_{g0} + z_{sG}) \cos \varphi + (m_{tot} a_{zG} + m_{tot} g) (H_{g0} + z_{sG}) \sin \varphi \quad (3.4)$$

Sostituendo l'equazione 3.3 nella 3.4:

$$\ddot{\varphi} I_{xTOT,CG} = (F_{zL} - F_{zR}) \left(\frac{t}{2 \cos \varphi} \right) + m_{tot} a_{yG} (H_{g0} + z_{sG}) \cos \varphi + (m_{tot} a_{zG} + m_{tot} g) (H_{g0} + z_{sG}) \sin \varphi$$

E sostituendo le espressioni delle accelerazioni 3.1 e 3.2 nella 3.4:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} I_{xTOT,CG} = & (F_{zL} - F_{zR}) \left(\frac{t}{2 \cos \varphi} \right) \\ & + m_{tot} (H_{g0} + z_{sG}) \{ [a_{yO} - (H_{g0} + z_{sG}) \ddot{\varphi} \cos(\varphi) + (H_{g0} + z_{sG}) \dot{\varphi}^2 \sin(\varphi) - \ddot{z}_{sG} \sin \varphi] \cos(\varphi) \\ & + [-(H_{g0} + z_{sG}) \ddot{\varphi} \sin(\varphi) - (H_{g0} + z_{sG}) \dot{\varphi}^2 \cos(\varphi) + \ddot{z}_{sG} \cos \varphi + g] \sin(\varphi) \} \end{aligned}$$

Raccogliendo:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} I_{xTOT,CG} = & (F_{zL} - F_{zR}) \frac{t}{2 \cos \varphi} + m_{tot} (H_{g0} + z_{sG}) (a_{yO} \cos \varphi + g \sin \varphi) - m_{tot} (H_{g0} + z_{sG})^2 \ddot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} [I_{xTOT,CG} + m_{tot} (H_{g0} + z_{sG})^2] = & (F_{zL} - F_{zR}) \frac{t}{2 \cos \varphi} + m_{tot} (H_{g0} + z_{sG}) (a_{yO} \cos \varphi + g \sin \varphi) \end{aligned}$$

E infine l'accelerazione angolare può essere espressa come segue:

$$\ddot{\varphi} = \frac{(F_{zL} - F_{zR}) \frac{t}{2 \cos \varphi} + m_{tot} (H_{g0} + z_{sG}) (a_{yO} \cos \varphi + g \sin \varphi)}{I_{xTOT,CG} + m_{tot} (H_{g0} + z_{sG})^2} \quad (3.5)$$

Dopodiché si scrive l'equazione di equilibrio alla traslazione lungo la direzione z_c :

$$m_{tot} a_{yG} \sin \varphi = -(F_{zL} + F_{zR}) \cos \varphi + (F_{yL} + F_{yR}) \sin \varphi + (m_{tot} a_{zG} + m_{tot} g) \cos \varphi \quad (3.6)$$

Sostituisco le definizioni delle accelerazioni 3.1 e 3.2 nella 3.6:

$$\begin{aligned} m_{tot} [a_{yO} - (H_{g0} + z_{sG}) \ddot{\varphi} \cos \varphi + (H_{g0} + z_{sG}) \dot{\varphi}^2 \sin \varphi - \ddot{z}_{sG} \sin \varphi] \sin \varphi = & -(F_{zL} + F_{zR}) \cos \varphi + \\ & (F_{yL} + F_{yR}) \sin \varphi + \{ m_{tot} [-(H_{g0} + z_{sG}) \ddot{\varphi} \sin \varphi - (H_{g0} + z_{sG}) \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \ddot{z}_{sG} \cos \varphi] - \\ & m_{tot} g \} \cos \varphi \end{aligned}$$

Raccogliendo:

$$m_{tot} \ddot{z}_{sG} - (F_{zL} + F_{zR}) \cos \varphi + (F_{yL} + F_{yR}) \sin \varphi - m_{tot} [a_{yO} \sin \varphi + (H_{g0} + z_{sG}) \dot{\varphi}^2 - g \cos \varphi] = 0$$

$$m_{tot} \ddot{z}_{sG} = (F_{zL} + F_{zR}) \cos \varphi - (F_{yL} + F_{yR}) \sin \varphi + m_{tot} [a_{yO} \sin \varphi + (H_{g0} + z_{sG}) \dot{\varphi}^2 - g \cos \varphi]$$

E quindi:

$$\ddot{z}_{SG} = \frac{(F_{zL} + F_{zR}) \cos \varphi - (F_{yL} + F_{yR}) \sin \varphi + m_{tot} [a_{yO} \sin \varphi + (H_{g0} + z_{SG}) \dot{\varphi}^2 - g \cos \varphi]}{m_{tot}} \quad (3.7)$$

Dopodiché al fine di determinare le reazioni verticali esercitate dal terreno sulle ruote è possibile considerare gli elementi di collegamento tra le masse non sospese e la cassa.

Nella figura 13 è riportata una rappresentazione schematica delle molle e degli smorzatori che agiscono lungo le guide prismatiche in modo da evidenziare gli spostamenti a cui sono sottoposte in determinate condizioni di rollio e scuotimento.

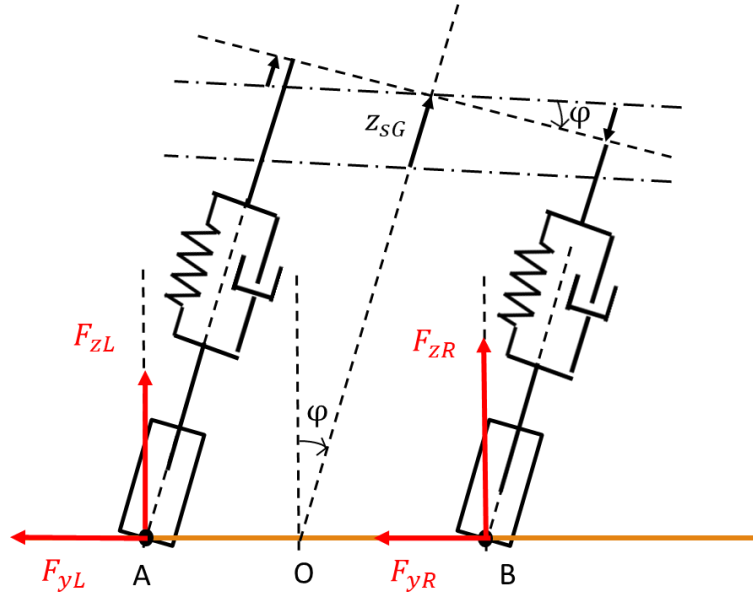


Figura 13: Reazioni a terra in funzione delle deformazioni

Proiettiamo la reazione risultante della forza scambiata tra il terreno e la ruota lungo la direzione dell'asse delle guide prismatiche, essa sarà uguagliata dall'azione delle sospensioni:

$$F_{sR} = F_{zR} \cos \varphi - F_{yR} \sin \varphi = K_{sR,spring,eq} \Delta z_{R,spring} + K_{sR,ARB} \Delta z_{R,opp} + C_{sR} \dot{\Delta z}_R \quad (3.8)$$

$$F_{sL} = F_{zL} \cos \varphi - F_{yL} \sin \varphi = K_{sL,spring,eq} \Delta z_{L,spring} + K_{sL,ARB} \Delta z_{L,opp} + C_{sL} \dot{\Delta z}_L \quad (3.9)$$

Si nota inoltre che l'azione delle sospensioni dipende da due componenti di spostamento una che sollecita le molle e una che sollecita sia le molle che la barra. La prima componente si indica con il pedice "spring" mentre la seconda con il pedice "opp". La prima rappresenta lo spostamento totale dell'estremità della sospensione, la seconda rappresenta la componente di spostamento dovuta al solo rollio e che quindi è di verso opposto sui due lati del veicolo. La prima componente sollecita le molle e se derivata nel tempo, gli smorzatori. La seconda sollecita le barre antirollio, le quali reagiscono infatti solo se poste in torsione da una deformazione asimmetrica delle sospensioni rispetto alla mezzzeria del veicolo.

$$\Delta z_{R,spring} = z_{SG} - \tan \varphi \frac{t}{2} \approx z_{SG} - \varphi \frac{t}{2} \quad (3.10)$$

$$\Delta z_{L,spring} = z_{sG} + \operatorname{tg} \varphi \frac{t}{2} \approx z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \quad (3.11)$$

$$\Delta z_{R,opp} = -\operatorname{tg} \varphi \frac{t}{2} \approx -\varphi \frac{t}{2} \quad (3.12)$$

$$\Delta z_{L,opp} = \operatorname{tg} \varphi \frac{t}{2} \approx \varphi \frac{t}{2} \quad (3.13)$$

$$\Delta \dot{z}_{R,spring} = \dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \quad (3.14)$$

$$\Delta \dot{z}_{L,spring} = \dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \quad (3.15)$$

Per cui sostituendo le 3.10-3.15 nelle 3.8 e 3.9 si ottiene sui due lati del veicolo:

$$F_{sFR} = F_{ZR} \cos \varphi - F_{YR} \sin \varphi = -K_{sR,spring,eq} \left(z_{sG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sR} \left(\dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right)$$

$$F_{sFL} = F_{ZL} \cos \varphi - F_{YL} \sin \varphi = -K_{sL,spring,eq} \left(z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sL} \left(\dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right)$$

E' poi possibile ottenere le reazioni sulle singole ruote del veicolo considerando le rigidzze e gli smorzamenti dei singoli elementi, oltre alla sola forza laterale agente su ciascuna ruota:

$$F_{sFR} = F_{ZFR} \cos \varphi - F_{YFR} \sin \varphi = -K_{sFR,spring,eq} \left(z_{sG} - \varphi \frac{t_f}{2} \right) + K_{sFR,ARB} \left(\varphi \frac{t_f}{2} \right) - C_{sFR} \left(\dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t_f}{2} \right)$$

$$F_{sRR} = F_{ZRR} \cos \varphi - F_{YRR} \sin \varphi = -K_{sRR,spring,eq} \left(z_{sG} - \varphi \frac{t_r}{2} \right) + K_{sRR,ARB} \left(\varphi \frac{t_r}{2} \right) - C_{sRR} \left(\dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t_r}{2} \right)$$

$$F_{sFL} = F_{ZFL} \cos \varphi - F_{YFL} \sin \varphi = -K_{sFL,spring,eq} \left(z_{sG} + \varphi \frac{t_f}{2} \right) - K_{sFL,ARB} \varphi \frac{t_f}{2} - C_{sFL} \left(\dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t_f}{2} \right)$$

$$F_{sRL} = F_{ZRL} \cos \varphi - F_{YRL} \sin \varphi = -K_{sRL,spring,eq} \left(z_{sG} + \varphi \frac{t_r}{2} \right) - K_{sRL,ARB} \varphi \frac{t_r}{2} - C_{sRL} \left(\dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t_r}{2} \right)$$

Dove chiaramente:

$$F_{sFR} + F_{sRR} = F_{sR}$$

$$F_{sFL} + F_{sRL} = F_{sL}$$

E' possibile ricavare la reazione normale al terreno su ogni ruota del veicolo:

$$F_{ZFR} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sFR,spring,eq} \left(z_{sG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sFR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sFR} \left(\dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YFR} \sin \varphi \right]$$

$$F_{ZFL} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sFL,spring,eq} \left(z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sFL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sFL} \left(\dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YFL} \sin \varphi \right]$$

$$F_{ZRR} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sRR,spring,eq} \left(z_{sG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sRR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sRR} \left(\dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YRR} \sin \varphi \right]$$

$$F_{ZRL} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sRL,spring,eq} \left(z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sRL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sRL} \left(\dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YRL} \sin \varphi \right]$$

Oppure sui due lati:

$$F_{ZR} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sR,spring,eq} \left(z_{sG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sR} \left(\dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YR} \sin \varphi \right] \quad (3.16)$$

$$F_{ZL} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sL,spring,eq} \left(z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sL} \left(\dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YL} \sin \varphi \right] \quad (3.17)$$

E' inoltre possibile evidenziare una parte dello spostamento z_{sG} da attribuirsi all'azione della forza peso, la quale nel caso reale è bilanciata dalla precompressione delle sospensioni.

Per cui si avrà:

$$z_{sG} = z_{sG0} + \Delta z_{sG}$$

La parte di spostamento delle sospensioni in condizioni stazionarie si può ottenere risolvendo l'equilibrio tra le forze esercitate dalle sospensioni, date dal prodotto tra rigidezze e spostamento, e le forzanti sul veicolo in condizioni stazionarie, ovvero la forza peso:

$$z_{sG0} = -\frac{mg}{2K_{sR,spring,eq}} \cos \varphi = -\frac{mg}{2K_{sL,spring,eq}} \cos \varphi \quad (3.18)$$

Sostituendo l'equazione 3.18 nella 3.16 e 3.17 si ottiene:

$$F_{ZR} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sR,spring,eq} \left(z_{sG0} + \Delta z_{sG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sR} \left(\Delta \dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YR} \sin \varphi \right]$$

$$F_{ZL} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sL,spring,eq} \left(z_{sG0} + \Delta z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sL} \left(\Delta \dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YL} \sin \varphi \right]$$

Quindi:

$$F_{ZR} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[\frac{mg}{2} \cos \varphi + K_{sR,spring,eq} \left(-\Delta z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) + C_{sR} \left(-\Delta \dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YR} \sin \varphi \right] \quad (3.19)$$

$$F_{ZL} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[\frac{mg}{2} \cos \varphi - K_{sL,spring,eq} \left(\Delta z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sL,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sL} \left(\Delta \dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YL} \sin \varphi \right] \quad (3.20)$$

All'interno del quale è evidenziabile il contributo dinamico alle forze a terra dato dalla deformazione delle sospensioni:

$$\Delta F_{ZR,susp} = K_{sR,spring,eq} \left(-\Delta z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) + C_{sR} \left(-\Delta \dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right)$$

$$\Delta F_{ZL,susp} = -K_{sL,spring,eq} \left(\Delta z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sL,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sL} \left(\Delta \dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right)$$

Le forze normali al terreno presentano una componente stazionaria dovuta alla forza peso e distribuita sugli assali in base alla posizione del baricentro e una componente dovuta alla deformazione delle sospensioni. La componente stazionaria dovuta alla forza peso subisce però una ridistribuzione tra le ruote dello stesso assale sulla base dell'eccentricità del baricentro indotta dal moto di rollio.

Il contributo statico della forza peso sulle singole ruote in condizioni statiche dipende quindi dalla posizione del baricentro sia nella direzione longitudinale del veicolo sia in quella laterale.

Nel nostro caso il baricentro si trova ad una distanza longitudinale $a = 0,4L$ dall'assale anteriore e $b = 0,6L$ dall'assale posteriore.

Ciò si traduce in una ripartizione del 60 % del peso sull'assale anteriore e del 40 % sull'assale posteriore, la ripartizione di questi carichi sulle due ruote di ciascun assale dipende dalla posizione laterale del baricentro.

In particolare il baricentro può spostarsi dalla posizione centrata rispetto all'assale per via del moto di rollio della cassa, ad esempio in condizioni di curva stazionarie il baricentro è spostato verso la ruota esterna, producendo un aumento di carico su questa e una riduzione sull'altra rispetto al caso di rollio nullo.

Non si tratta chiaramente di un incremento della forza complessiva sul veicolo ma soltanto di una ridistribuzione del carico statico tra le ruote sui due lati del veicolo.

Considerando quindi la distribuzione del peso sui due assali è possibile considerare il veicolo come composto di due metà ciascuna avente massa diversa, quindi si definisce la massa frontale e quella posteriore:

$$m_F = \frac{m_{tot} b}{L} \quad m_R = \frac{m_{tot} a}{L}$$

Per ciascun assale si può poi calcolare la distribuzione del carico dovuta all'eccentricità del baricentro.

Nella figura 14 è mostrato uno schema del veicolo in condizioni stazionarie con il baricentro spostato verso il suo lato destro, in questo caso si considerano solo le ruote anteriori in quanto si prende come massa la sola massa frontale:

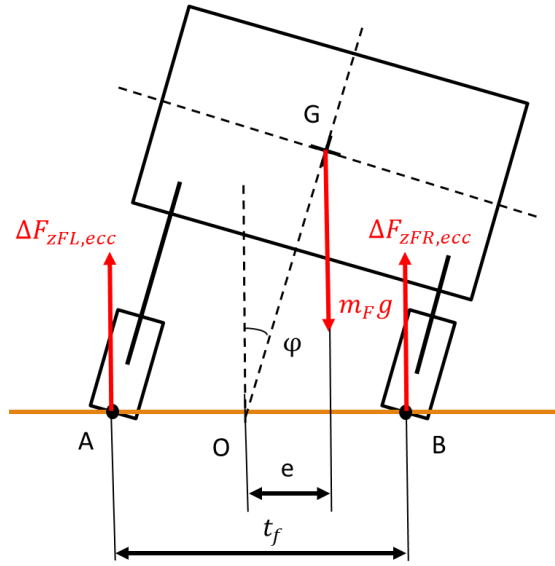


Figura 14: Eccentricità del baricentro assale anteriore

L'eccentricità del baricentro proporzionale al rollio è quindi:

$$e = H_g \sin \varphi$$

E la ripartizione di carico dovuta all'eccentricità si ottiene scrivendo l'equilibrio dei momenti attorno al punto O:

$$\Delta F_{zFR,ecc} = \frac{m_F g H_g \sin \varphi}{t_f} \quad \Delta F_{zFL,ecc} = -\frac{m_F g H_g \sin \varphi}{t_f}$$

Nella figura 15 si considera la sola massa posteriore:

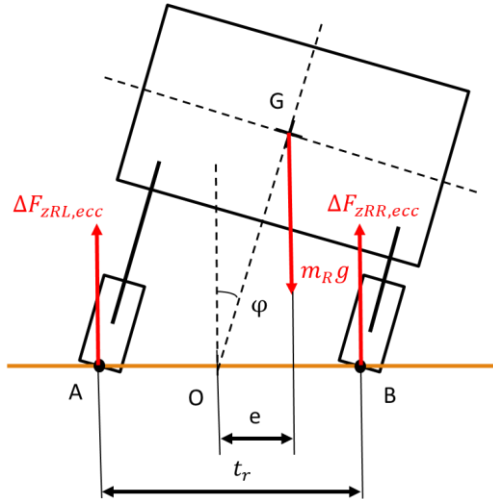


Figura 15: Eccentricità del baricentro assale posteriore

La ripartizione di carico dovuta all'eccentricità si ottiene quindi scrivendo l'equilibrio dei momenti attorno al punto O:

$$\Delta F_{zRR,ecc} = \frac{m_R g H_g \sin \varphi}{t_r} \quad \Delta F_{zRL,ecc} = -\frac{m_R g H_g \sin \varphi}{t_r}$$

Dove il valore di eccentricità è lo stesso dell'assale anteriore in quanto non si differenziano il rollio e la posizione del baricentro tra i due casi.

In definitiva il carico statico su ciascuna ruota sarà dato da:

$$\begin{aligned} F_{zFL,stat} &= \frac{m_F g}{2} - \frac{m_F g H_g \sin \varphi}{t_f} & F_{zRL,stat} &= \frac{m_R g}{2} - \frac{m_R g H_g \sin \varphi}{t_r} \\ F_{zFR,stat} &= \frac{m_F g}{2} + \frac{m_F g H_g \sin \varphi}{t_f} & F_{zRR,stat} &= \frac{m_R g}{2} + \frac{m_R g H_g \sin \varphi}{t_r} \end{aligned}$$

Con la convenzione di segno valida nel caso di rollio positivo se avente l'asse di rotazione di verso concorde all'asse x_T .

Note le deformazioni delle sospensioni è possibile calcolare il trasferimento di carico laterale che si genera a causa del rollio e dello scuotimento della cassa, ricordando che la barra antirollio lavora solo se posta in torsione e non quindi in caso di solo scuotimento.

Pertanto note le espressioni degli spostamenti paralleli e opposti presentati precedentemente si ha:

$$\begin{aligned} \Delta F_{zFR,lat} &= \left[-K_{sFR,spring,eq} \left(\Delta z_{SG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sFR,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sFR} \left(\Delta \dot{z}_{SG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) \right] \cos \varphi \\ \Delta F_{zFL,lat} &= \left[-K_{sFL,spring,eq} \left(\Delta z_{SG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sFL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sFL} \left(\Delta \dot{z}_{SG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) \right] \cos \varphi \\ \Delta F_{zRR,lat} &= \left[-K_{sRR,spring,eq} \left(\Delta z_{SG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sRR,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sRR} \left(\Delta \dot{z}_{SG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) \right] \cos \varphi \\ \Delta F_{zRL,lat} &= \left[-K_{sRL,spring,eq} \left(\Delta z_{SG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sRL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sRL} \left(\Delta \dot{z}_{SG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) \right] \cos \varphi \end{aligned}$$

Si ricorda che per ottenere il valore corretto delle forze normali al terreno è necessario considerare anche i termini di trasferimento di carico longitudinali, dovuti dalle forze aerodinamiche e di inerzia longitudinale, i quali non sono stati modificati rispetto alla versione ereditata del modello Simulink.

Sostituendo le equazioni 3.19 e 3.20 nella 3.5 si ottiene:

$$\ddot{\varphi} = \frac{\left[-2(K_{sL,spring,eq} + K_{sL,ARB})\varphi \frac{t}{2} - 2C_{sL}\dot{\varphi} \frac{t}{2} + (F_{YL} - F_{YR}) \sin \varphi \right] \frac{t}{2 \cos^2 \varphi} + m_{tot}(H_{g0} + \Delta z_{SG})(a_{yO} \cos \varphi + g \sin \varphi)}{I_{xTOT,CG} + m_{tot}(H_{g0} + \Delta z_{SG})^2}$$

Mentre sostituendo nella 3.6 si ottiene:

$$\Delta \ddot{z}_{SG} = \frac{-2(K_{sL,spring})\Delta z_{SG} - (C_{sL} + C_{sR})\Delta \dot{z}_{SG} + m_{tot}[a_{yO} \sin \varphi + (H_{g0} + \Delta z_{SG})\dot{\varphi}^2]}{m_{tot}}$$

Tali equazioni evidenziate in rosso sono quelle implementate nel modello Simulink.

3.4 Modello di contatto pneumatico strada

Nel presente capitolo sono riportate le curve caratteristiche degli pneumatici utilizzati nel modello Simulink, le quali vengono messe a confronto con quelle del modello CarMaker in modo da confermare che i due modelli di pneumatici si comportino nello stesso modo per quanto riguarda le interazioni col terreno.

Si ricorda che Simulink impiega un modello di pneumatico del tipo PAC96, dunque con formule semplificate rispetto alla Magic Formula 5.2 impiegata da CarMaker.

Pertanto l'allineamento tra gli pneumatici dei veicolo implementati sui due software è stato svolto allineando i soli coefficienti comuni ai due modelli.

Si ricorda che i coefficienti comuni ai due modelli sono già riportati nel capitolo 2.5.1.

3.4.1 Curve caratteristiche

Nella figura 17 si riporta la curva caratteristica della forza longitudinale, ovvero per diversi valori di carico normale esercitato sullo pneumatico si riporta il valore della forza longitudinale sviluppata al variare del coefficiente di slip s :

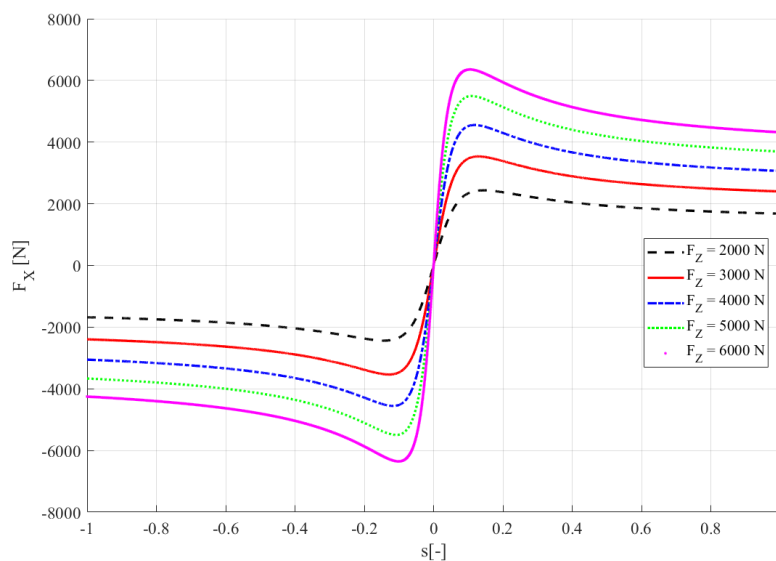


Figura 16: Caratteristica della forza longitudinale pneumatico Simulink

Nella figura 18 si riporta la curva caratteristica della forza laterale, ovvero per diversi valori di carico normale esercitato sullo pneumatico si riporta il valore della forza laterale sviluppata al variare dell'angolo di slip:

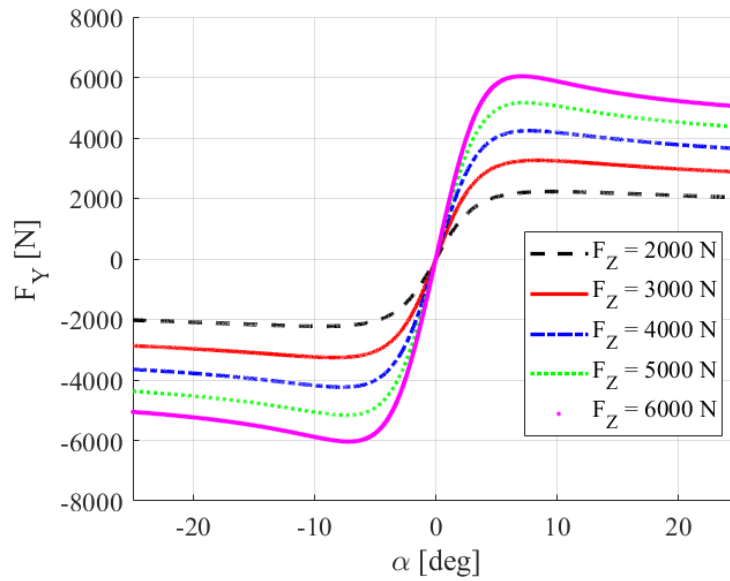


Figura 17: Caratteristica della forza laterale pneumatico Simulink

Nella figura 19 si riporta la curva caratteristica del momento di auto allineamento, ovvero per diversi valori di carico normale esercitato sullo pneumatico si riporta il valore del momento di auto allineamento sviluppato al variare dell'angolo di slip:

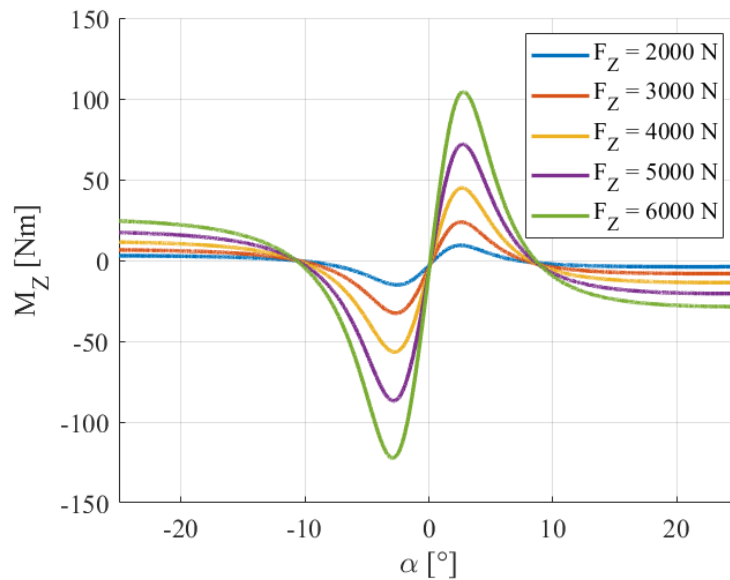


Figura 18: Caratteristica del momento di autoallineamento pneumatico Simulink

3.4.2 Confronto con il modello di pneumatici implementato in CarMaker

Al fine di verificare l'allineamento tra i modelli di pneumatico si confronta per ciascuna curva il valore di slip o di angolo di slip in cui la forza o il momento sviluppati sono massimi, per poi confrontare il valore massimo sviluppato stesso.

Nella seguente tabella sono riportati i valori di confronto per la forza longitudinale:

Carico verticale [N]	Longitudinal slip [%]		Forza longitudinale [N]	
	CARMAKER	SIMULINK	CARMAKER	SIMULINK
2000	14	13,5	2500	2434
3000	12	12,8	3600	3534
4000	11	11,5	4500	4551,56
5000	10	10,5	5500	5490
6000	10	10	6200	6353

Tabella 26: Confronto forze longitudinali degli pneumatici

Nella seguente tabella sono riportati i valori di confronto per la forza laterale:

Carico verticale [N]	Slip angle [deg]		Forza laterale [N]	
	CARMAKER	SIMULINK	CARMAKER	SIMULINK
2000	8	10	2100	2225
3000	7,5	8	3350	3258
4000	7	7,4	4300	4236
5000	6,5	6,9	5100	5159
6000	6	6,8	6000	6034

Tabella 27: Confronto forze laterali degli pneumatici

Nella seguente tabella sono riportati i valori di confronto per il momento di auto allineamento:

Carico verticale [N]	Side slip angle [deg]		Momento di autoallineamento [N]	
	CARMAKER	SIMULINK	CARMAKER	SIMULINK
2000	2,5	2,41	8	9

3000	2,6	2,62	20	23
4000	3	2,74	45	44
5000	3,8	2,8	65	71
6000	4	2,82	110	104

Tabella 28: Confronto momenti di autoallineamento degli pneumatici

Data la differenza contenuta tra le curve caratteristiche ottenute implementando la Magic Formula 5.2 e il modello PAC96 l'allineamento tra i modelli di pneumatici si considera effettuato con successo.

3.5 Effetti dell'implementazione di un modello di sospensione a recupero nullo

Nel presente capitolo sono mostrati gli effetti principali che ha avuto l'introduzione di un modello di sospensioni a recupero nullo.

Sono riportati sia il confronto tra modelli Simulink sia gli effetti sull'allineamento con il modello CarMaker.

Si ricorda che la scelta di un modello di sospensioni a recupero nullo implica che in curva entrambe le ruote si troveranno inclinate verso l'esterno della curva stessa. In altre parole la ruota interna alla curva, ovvero quella meno caricata, è inclinata verso l'interno del veicolo mentre la ruota esterna alla curva, ovvero quella più caricata, è inclinata verso l'esterno del veicolo e pertanto entrambe hanno un'inclinazione che è sfavorevole allo sviluppo di forza laterale da parte degli pneumatici.

Rispetto al caso di recupero del 100 % l'introduzione di un modello con recupero nullo ha tre effetti principali connessi tra loro:

- Una riduzione della forza laterale sviluppata dalle ruote a parità di angolo di deriva
- Una riduzione della rigidità di deriva (maggiore sull'assale anteriore)
- Un aumento del comportamento sottosterzante

I dati prodotti per verificare gli effetti di questa nuova implementazione sono ottenuti svolgendo su entrambi i modelli la medesima manovra di Ramp steer, condotta a 80 Km/h e con una velocità di sterzo di 5 deg/s.

3.5.1 Confronto tra modelli Simulink

In questo capitolo sono messi a confronto i risultati restituiti dai due modelli Simulink, quello con recupero del 100 % della campanatura e quello con recupero nullo.

Sono riportate quindi le grandezze affette da questa modifica.

Caratteristica degli assali

Nella figura 19 sono mostrate le caratteristiche degli assali anteriori e posteriori. Tali caratteristiche mostrano il valore della forza laterale media sviluppata dall'assale al variare dell'angolo di deriva medio dell'assale stesso:

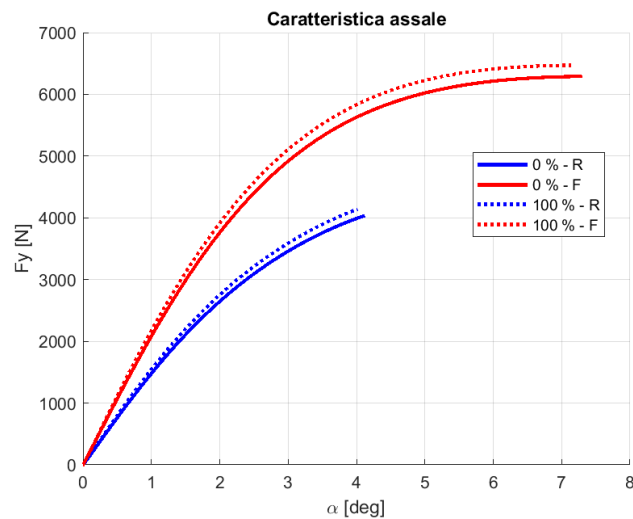


Figura 19: Effetti recupero sulla caratteristica dell'assale

E' evidente che nel caso di recupero nullo si ha un abbassamento della forza laterale sviluppata a parità di angolo di deriva, ciò è una diretta conseguenza del fatto che le ruote siano inclinate verso l'esterno della curva.

Rigidezze di deriva

Nella figura 20 sono mostrate le rigidezze di deriva medie dei due assali in funzione dell'angolo di deriva dell'assale stesso:

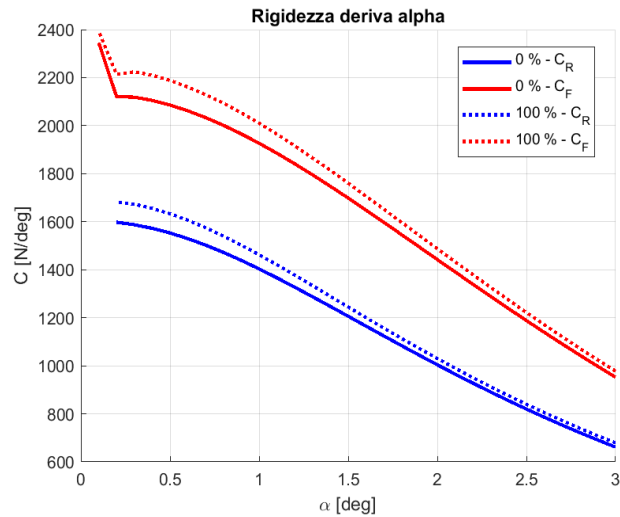


Figura 20: Effetti recupero sulla rigidezza di deriva

Dato che la rigidezza di deriva è definita come derivata prima della forza laterale rispetto all'angolo di deriva è evidente che gli effetti di abbassamento delle curve caratteristiche dell'assale si riflettono anche sulle rigidezze di deriva stesse.

Si ha infatti a parità di α una riduzione delle rigidezze su entrambi gli assali passando da un recupero del 100% ad un recupero nullo della campanatura.

Tale riduzione è maggiore sull'assale anteriore rispetto a quello posteriore.

Caratteristica di sottosterzo

Nella figura 21 sono mostrate le caratteristiche di sottosterzo definite come differenza tra gli angoli di deriva medi degli assali, secondo la relazione:

$$\delta - \delta_0 = \alpha_F - \alpha_R$$

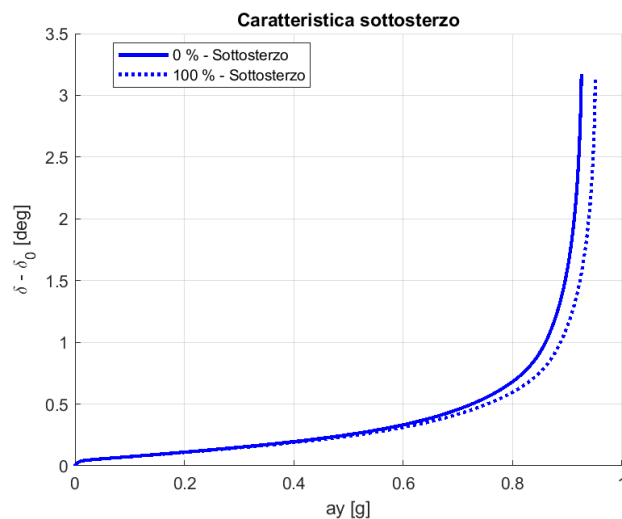


Figura 21: Effetti recupero sulla caratteristica di sottosterzo

Si evidenzia un comportamento maggiormente sottosterzante nel caso del modello a recupero nullo. Ciò è confermato dalla riduzione maggiore di rigidezza di deriva sull'assale anteriore rispetto a quello posteriore.

Angoli di deriva:

Nella figura 22 sono mostrati gli angoli di deriva delle ruote anteriori in funzione dell'accelerazione laterale:

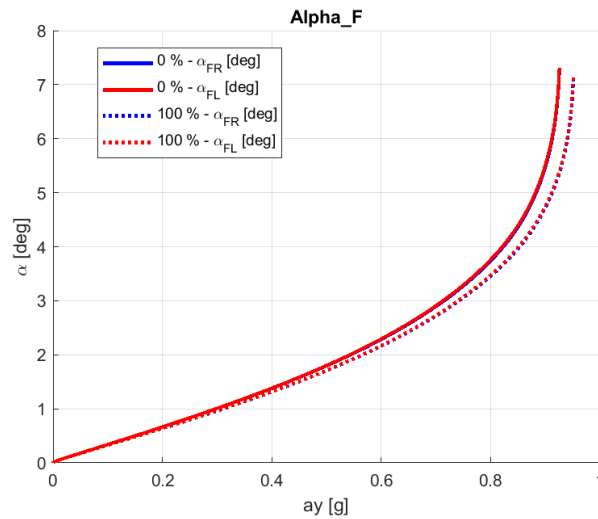


Figura 22: Effetti recupero sull'angolo di deriva front

Come è evidenziato dalla caratteristica di sottosterzo il modello a recupero nullo va incontro alla saturazione dell'assale anteriore per valori di accelerazione laterale minori rispetto al modello con 100% di recupero.

Nella figura 23 sono mostrati gli angoli di deriva delle ruote posteriori in funzione dell'accelerazione laterale:

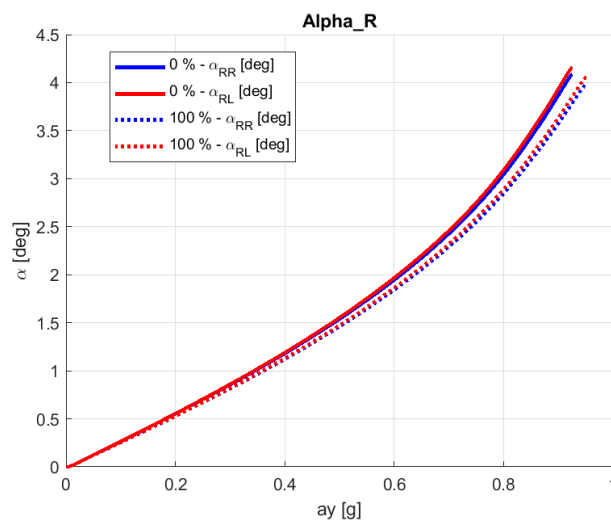


Figura 23: Effetti recupero sull'angolo di deriva rear

Nel caso delle ruote posteriori non si verifica in nessuno dei due casi una saturazione dell'angolo di deriva ma il valore massimo si raggiunge per valori di accelerazioni laterali minori, ovvero quelle di saturazione degli angoli di deriva delle ruote anteriori.

3.5.2 Confronto con il modello CarMaker

In questo capitolo è mostrato il confronto tra i modelli Simulink con e senza recupero e il modello CarMaker in modo da evidenziare gli effetti dell'implementazione del nuovo modello di sospensione.

Caratteristica degli assali

Nella figura 24 sono mostrate le caratteristiche degli assali anteriori e posteriori, dunque il valore della forza laterale media sviluppata dall'assale al variare dell'angolo di deriva medio dell'assale stesso:

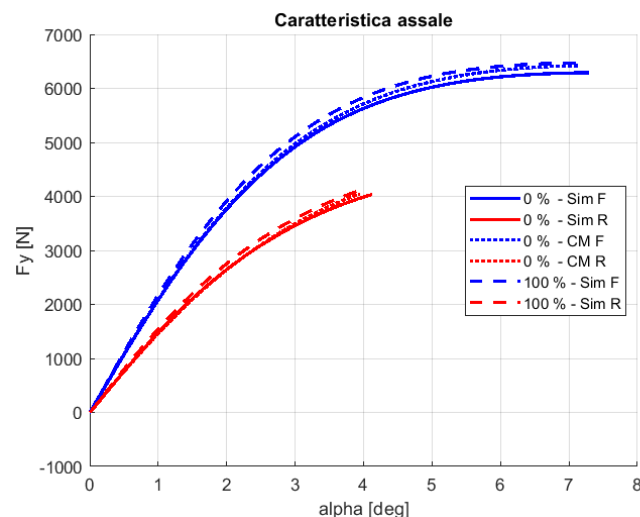


Figura 24: Effetti recupero confronto caratteristiche assali

E' evidente che la modifica ha prodotto un miglioramento nell'allineamento dei modelli soprattutto per quanto riguarda l'assale posteriore. All'anteriore infatti la riduzione della forza laterale a parità di angolo di deriva è eccessiva ed ha quindi portato la caratteristica del modello Simulink al di sotto di quella CarMaker.

Rigidezze di deriva

Nella figura 25 sono mostrate le rigidezze di deriva medie dei due assali in funzione dell'angolo di deriva dell'assale stesso:

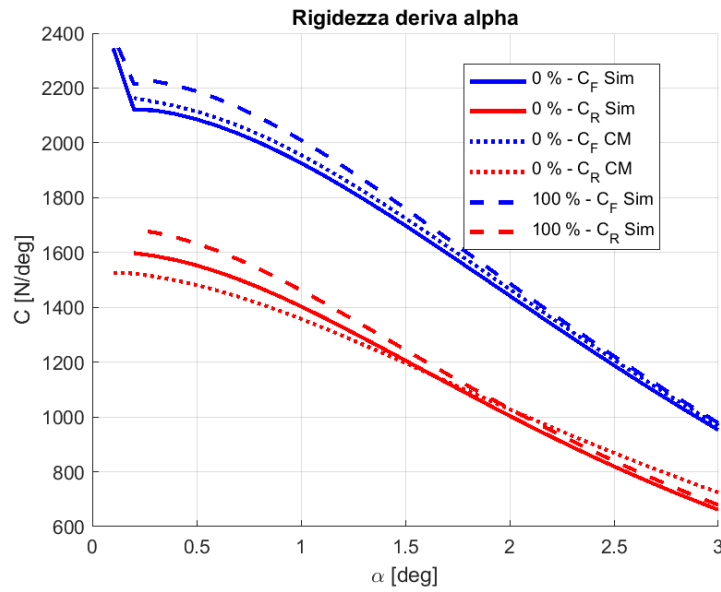


Figura 25: Effetti recupero confronto rigidezze di deriva

Il modello Simulink con recupero nullo mostra un allineamento migliorato con CarMaker in termini di rigidezza di deriva, tale miglioria è maggiormente evidente sull'assale anteriore in cui le curve sono avvicinate su tutto il range di α .

Caratteristica di sottosterzo

Nella figura 26 sono mostrate le caratteristiche di sottosterzo definite come differenza tra gli angoli di deriva medi degli assali:

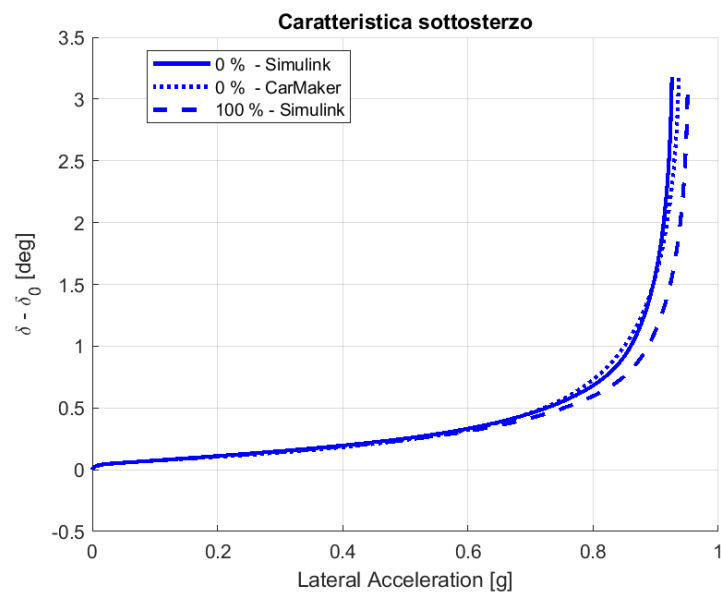


Figura 26: Effetti recupero confronto caratteristiche di sottosterzo

Gli effetti del recupero nullo sono maggiormente evidenti ad accelerazioni laterali elevate in prossimità dell'asintoto verticale della curva caratteristica di sottosterzo.

Angoli di deriva:

Nella figura 27 sono mostrati gli angoli di deriva delle ruote anteriori in funzione dell'accelerazione laterale:

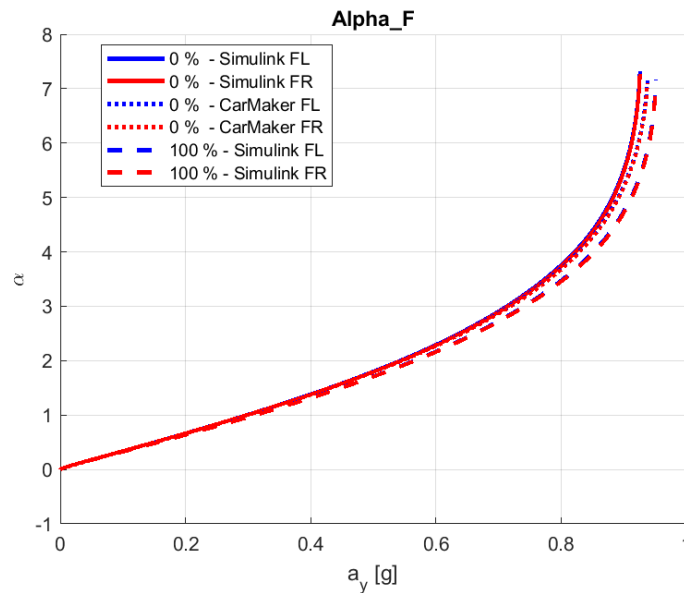


Figura 27: Effetti recupero confronto angoli di deriva front

L'introduzione del camber pari all'angolo di rollio migliora l'allineamento tra gli angoli di deriva degli assali anteriori.

Nella figura 28 sono mostrati gli angoli di deriva delle ruote posteriori in funzione dell'accelerazione laterale:

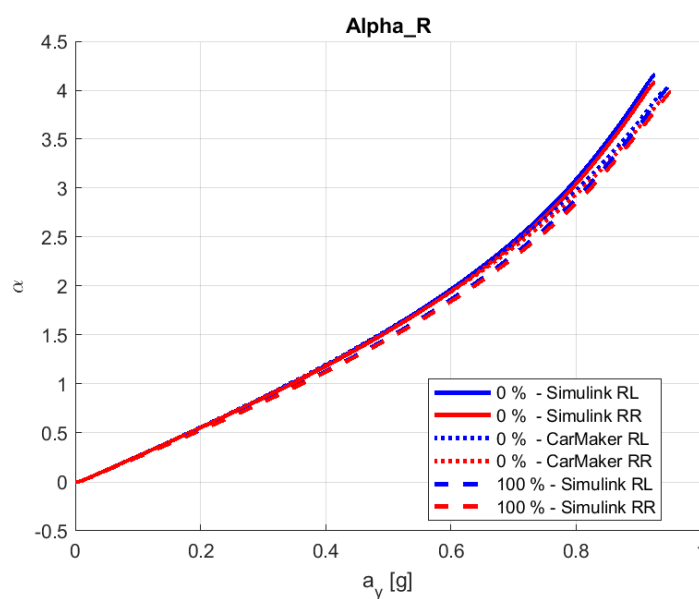


Figura 28: Effetti recupero confronto angoli di deriva rear

I modelli Simulink e CarMaker con recupero nullo risultano ben allineati per valori bassi di accelerazione laterale ma perdono di allineamento per accelerazioni laterali superiori agli 0,6 g.

3.6 Effetti dell'introduzione del contributo statico di eccentricità

In questo capitolo sono mostrati gli effetti dell'introduzione del contributo statico di eccentricità del baricentro del veicolo, ovvero gli effetti di una ridistribuzione del carico statico, tra le ruote dello stesso assale in funzione dell'angolo di rollio.

Tale confronto viene svolto sia tra modelli Simulink che tra modelli Simulink e CarMaker.

Rispetto al caso in cui non si considera questa ridistribuzione della forza peso si osservano due effetti principali comunque connessi tra loro:

- Un aumento del carico sulla ruota esterna alla curva e una riduzione del carico sulla ruota interna alla curva
- Una riduzione della rigidità di deriva degli assali ma maggiormente evidente sull'assale anteriore
- Un comportamento più sottosterzante del veicolo

3.6.1 Confronto tra modelli Simulink

In questo capitolo sono mostrate le differenze tra il modello Simulink in cui si considerano gli effetti dell'eccentricità del baricentro e quello in cui questi non vengono implementati.

Forze verticali sulle ruote anteriori

Nella figura 29 sono mostrate le forze di reazione verticale delle ruote sul terreno al variare della accelerazione laterale:

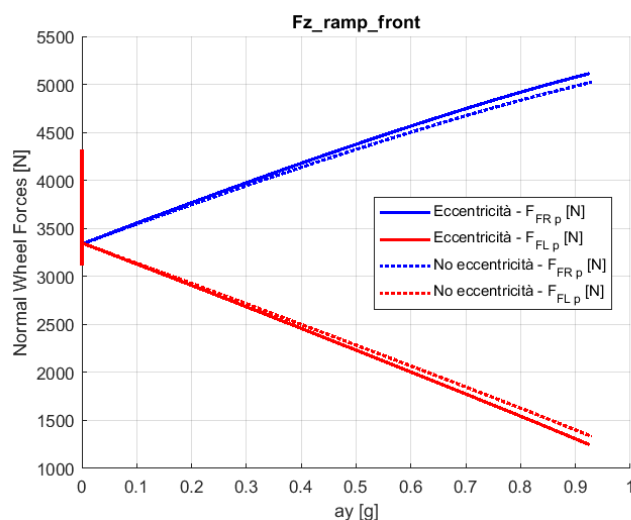


Figura 29: Effetti eccentricità forze verticali front

Si nota immediatamente come introducendo gli effetti di eccentricità del baricentro si abbia una variazione della forza di reazione verticale su entrambe le ruote, tale variazione è positiva sulla ruota esterna alla curva e negativa su quella interna alla curva, ed è inoltre proporzionale all'accelerazione laterale a cui è sottoposto il veicolo e quindi proporzionale all'angolo di rollio.

Forze verticali sulle ruote posteriori

Nella figura 30 sono mostrate le forze di reazione verticale delle ruote sul terreno al variare della accelerazione laterale:

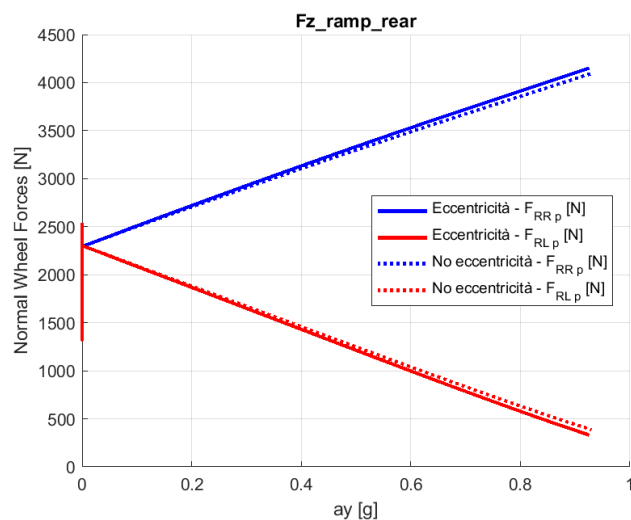


Figura 30: Effetti eccentricità forze verticali rear

Quanto detto per le ruote anteriori è valido anche per le ruote posteriori anche se meno evidente sul grafico, ciò è dovuto alla distribuzione longitudinale della forza peso, la quale è sbilanciata verso l'assale anteriore come già detto nel capitolo 3.4.1.

Rigidezze di deriva

Nella figura 31 sono mostrate le rigidezze di deriva medie dei due assali in funzione dell'angolo di deriva dell'assale stesso:

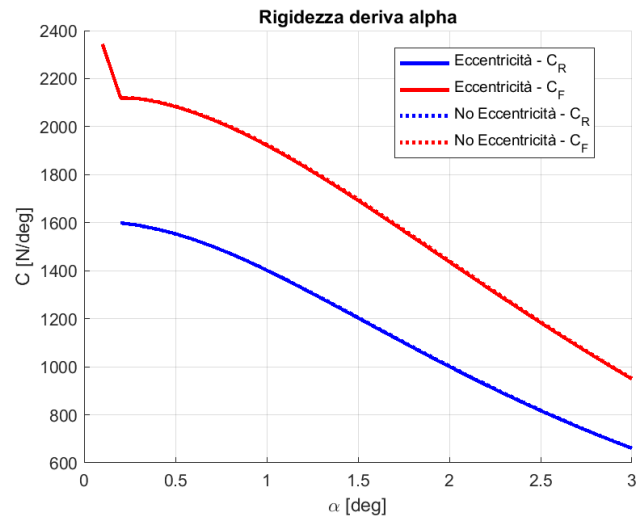


Figura 31: Effetti eccentricità rigidezze di deriva

Si riduce la rigidezza di deriva su entrambi gli assali ma in maniera più marcata sull'assale anteriore.

La rigidezza di deriva dell'assale si abbassa perché la dipendenza di questa dalla forza verticale è non lineare, quindi si riduce di più sulla ruota interna di quanto aumenti su quella esterna.

Caratteristica di sottosterzo

Nella figura 32 sono mostrate le caratteristiche di sottosterzo definite come differenza tra gli angoli di deriva medi degli assali:

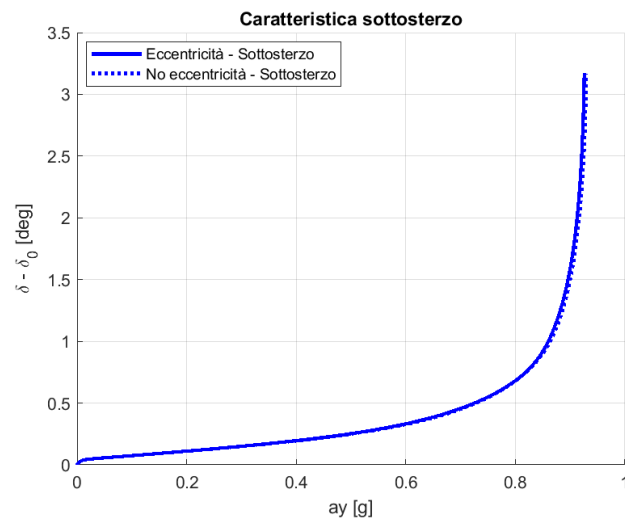


Figura 32: Effetti eccentricità caratteristica di sottosterzo

A causa della riduzione della rigidità di deriva dell'assale anteriore maggiore di quella dell'assale posteriore si ha un aumento del comportamento sottosterzante del veicolo.

3.6.2 Confronto con il modello CarMaker

In questo capitolo sono mostrati gli effetti dell'introduzione della ridistribuzione statica della forza peso rispetto all'allineamento del modello Simulink con il modello CarMaker.

Forze verticali sulle ruote anteriori

Nella figura 33 sono mostrate le forze di reazione verticale delle ruote sul terreno al variare della accelerazione laterale:

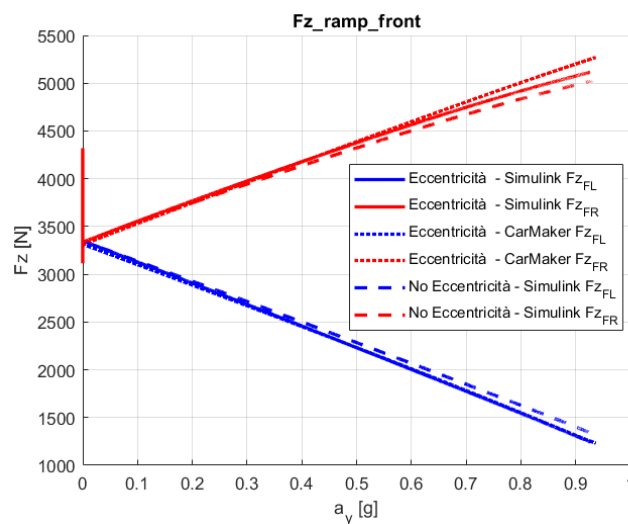


Figura 33: Effetti eccentricità confronto forze verticali front

Considerare l'eccentricità del baricentro ha portato a sovrapporre i valori di reazione verticale delle ruote interne alla curva dei modelli Simulink e CarMaker, mentre sulla ruota esterna la sovrapposizione si perde al di sopra di accelerazioni laterali di 0,5 g.

Forze verticali sulle ruote posteriori

Nella figura 34 sono mostrate le forze di reazione verticale delle ruote sul terreno al variare della accelerazione laterale:

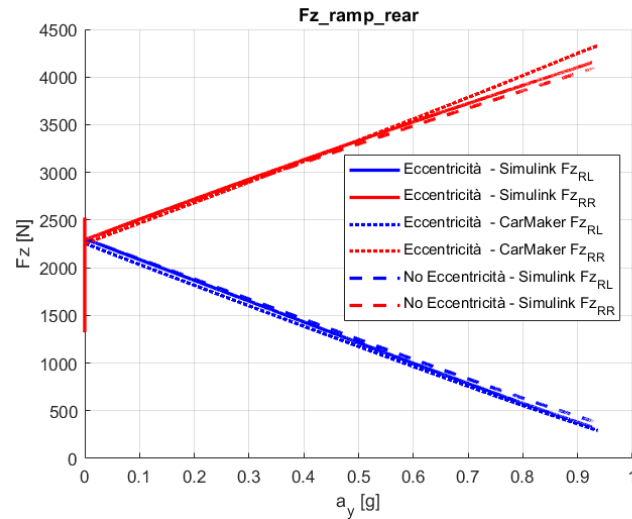


Figura 34: Effetti eccentricità confronto forze verticali rear

Quanto detto per le ruote anteriori vale anche per le ruote posteriori.

Rigidezze di deriva

Nella figura 35 sono mostrate le rigidezze di deriva medie dei due assali in funzione dell'angolo di deriva dell'assale stesso:

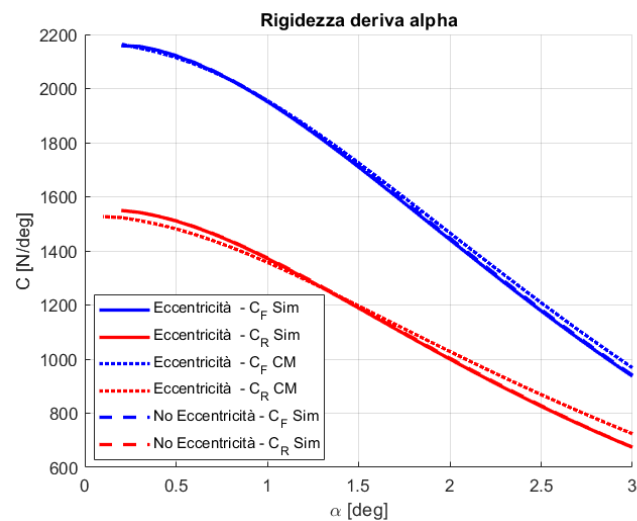


Figura 35: Effetti eccentricità confronto rigidezze di deriva

La rigidezza di deriva del modello Simulink si è allontanata da quella del modello CarMaker con l'introduzione dell'eccentricità.

Questo effetto anche se poco visibile è più marcato sull'assale anteriore.

Caratteristica di sottosterzo

Nella figura 36 sono mostrate le caratteristiche di sottosterzo definite come differenza tra gli angoli di deriva medi degli assali:

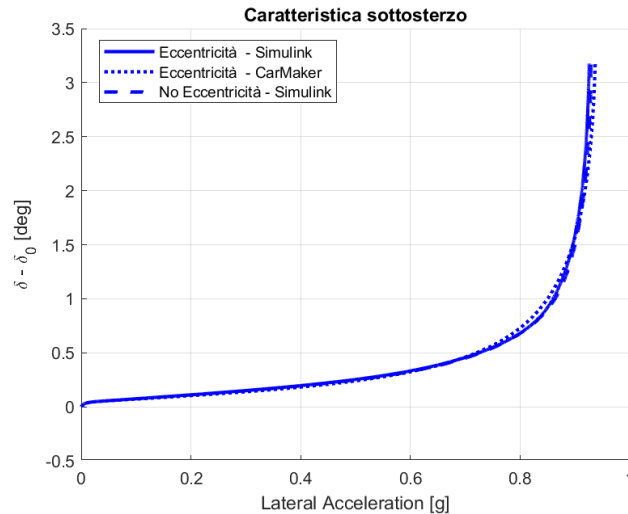


Figura 36: Effetti eccentricità confronto caratteristica di sottosterzo

Si può notare come la modifica abbia allontanato il comportamento asintotico del modello custom da quello di riferimento.

3.7 Effetti dell'introduzione della rigidità e dello smorzamento degli pneumatici mediante rigidità e smorzamento equivalenti delle sospensioni

In questo capitolo sono mostrati gli effetti di considerare la rigidità e lo smorzamento verticali degli pneumatici nella dinamica di rollio e scuotimento della cassa.

Si hanno due effetti principali:

- Un aumento dell'angolo di rollio
- Un aumento del moto di scuotimento

3.7.1 Confronto tra modelli Simulink

In questo capitolo sono confrontati i risultati ottenuti con un modello Simulink che tiene conto della rigidità e dello smorzamento degli pneumatici e uno che invece non ne tiene conto nella dinamica di rollio e scuotimento della cassa.

Rollio

Nella figura 37 è mostrato l'angolo di rollio al variare della accelerazione laterale a cui è sottoposto il veicolo:

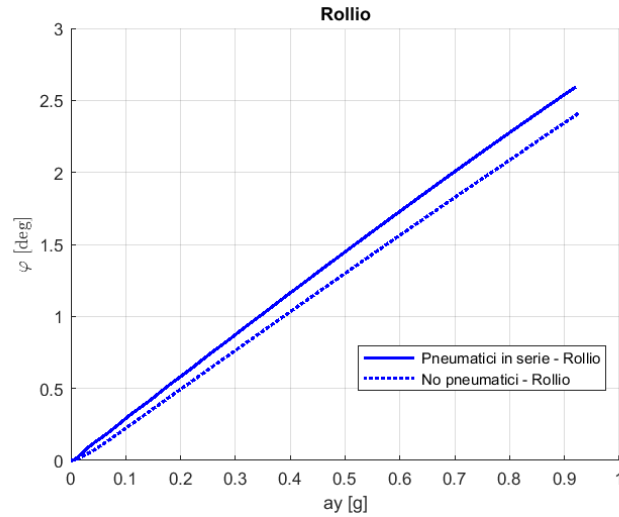


Figura 37: Effetti rigidità equivalente rollio

Tenendo conto della rigidità e dello smorzamento degli pneumatici nella definizione delle caratteristiche delle sospensioni, si ottengono sospensioni equivalenti con rigidità e smorzamento ridotti.

Pertanto il rollio del veicolo aumenta a parità di accelerazione laterale.

Scuotimento

Nella figura 38 è mostrato lo scuotimento della cassa rispetto al terreno al variare della accelerazione laterale a cui è sottoposto il veicolo:

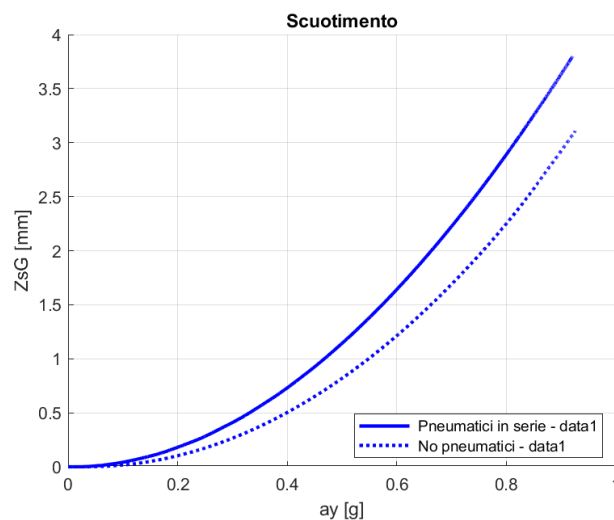


Figura 38: Effetti rigidità equivalente scuotimento

Come nel caso del rollio una riduzione della rigidità e dello smorzamento complessivi porta ad un aumento dell'ampiezza dello scuotimento a parità di accelerazione laterale.

3.7.2 Confronto con CarMaker

Rollio

Nella figura 39 è mostrato l'angolo di rollio al variare della accelerazione laterale a cui è sottoposto il veicolo:

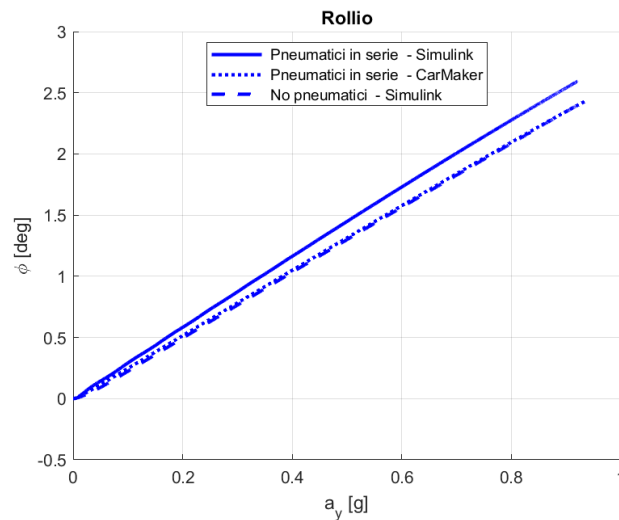


Figura 39: Effetti rigidità equivalente confronto rollio

L'introduzione della cedevolezza degli pneumatici ha peggiorato l'allineamento con CarMaker in quanto non considerandola si ha una sovrapposizione perfetta delle caratteristiche di rollio su tutto il range di accelerazioni.

Ciò va contro quanto ci si aspetterebbe in quanto non considerando la cedevolezza degli pneumatici in Simulink stiamo trascurando una componente del rollio piuttosto importante che invece CarMaker prende in considerazione.

Scuotimento

Nella figura 40 è mostrato lo scuotimento della cassa rispetto al terreno al variare della accelerazione laterale a cui è sottoposto il veicolo:

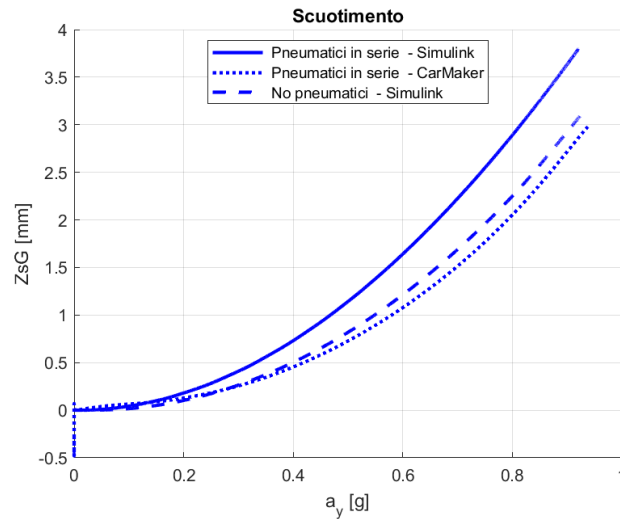


Figura 40: Effetti rigidezza equivalente confronto scuotimento

L'introduzione della cedevolezza degli pneumatici ha peggiorato l'allineamento con CarMaker della caratteristica di scuotimento.

Ciò va contro quanto ci si aspetterebbe in quanto non considerando la cedevolezza degli pneumatici in Simulink stiamo trascurando una componente dello spostamento del baricentro del veicolo che invece CarMaker prende in considerazione.

3.7.3 Conclusioni

In conclusione, si può affermare che:

- L'allineamento del comportamento di recupero della campanatura nel modello di sospensioni ha contribuito in modo significativo ad avvicinare il comportamento del modello custom a quello di riferimento.
- L'introduzione della redistribuzione del peso tra le ruote dello stesso assale ha permesso di migliorare l'allineamento al riferimento per quanto riguarda le reazioni verticali del terreno sugli pneumatici.
- La modifica legata all'introduzione di rigidzze equivalenti per tener conto della cedevolezza degli pneumatici, pur non avendo necessariamente portato a un miglioramento dell'allineamento tra i due modelli, è stata comunque mantenuta in quanto concettualmente corretta. L'obiettivo, nell'ambito dell'allineamento, non è infatti ottenere la perfetta sovrapposizione di una singola caratteristica rispetto al modello di riferimento, bensì garantire un comportamento globale analogo tra i due modelli. Infatti omettere tale modifica significherebbe ignorare un contributo di rollio nel modello custom che, al contrario, è presente nel modello di riferimento.

4 Risultati di allineamento tra il modello Simulink e il modello CarMaker di veicolo isolato

4.1 Introduzione

Nel presente capitolo sono mostrati i risultati dell'allineamento tra i due modelli di veicolo isolato, in particolare viene messo a confronto sia il loro comportamento in condizioni stazionarie attraverso una manovra di Ramp steer descritta nel paragrafo successivo.

4.2 Manovra di Ramp steer

La manovra di ramp steer prevede l'applicazione di un angolo di sterzo crescente nel tempo con velocità di variazione dell'angolo volante costante nel tempo e contenuta in valore, in questo modo è possibile simulare diverse condizioni di accelerazione laterale a cui è sottoposto il veicolo in condizioni prossime alla stazionarietà.

Nel caso specifico su entrambi i modelli la manovra di Ramp steer prevede un tratto iniziale rettilineo della durata di 5 secondi seguito da un tratto curvilineo in cui, come già detto, l'angolo volante cresce linearmente nel tempo alla velocità di $5^\circ/\text{s}$ per una durata di 15 secondi.

I risultati vengono mostrati nel dominio dell'accelerazione laterale proprio per via della natura della manovra in questione, che sottopone il veicolo ad un'accelerazione laterale crescente e permette quindi di associare ad un suo valore determinate proprietà del modello.

4.3 Confronto tra i risultati delle simulazioni di Ramp steer

Nella figura 41 sono messe a confronto le velocità di imbardata dei due modelli al variare dell'accelerazione laterale:

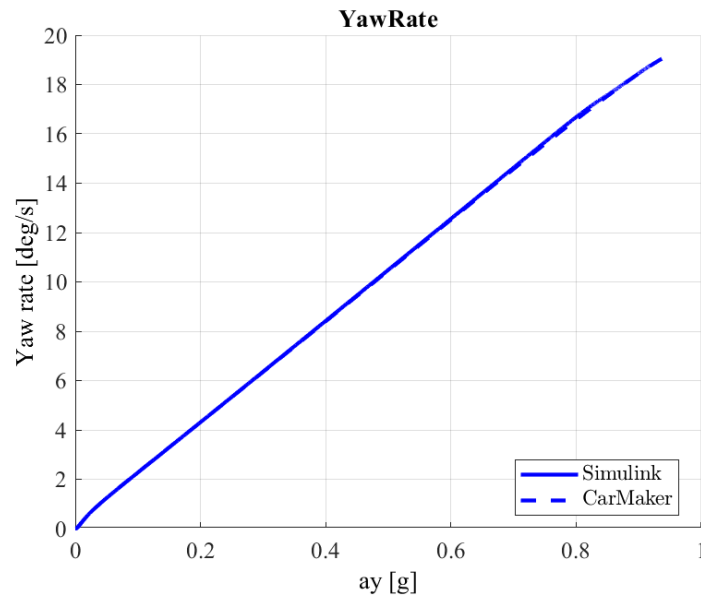


Figura 41: Confronto velocità di imbardata veicolo isolato

Il risultato dell'allineamento tra i due modelli è ottimo in quanto le curve si sovrappongono su tutto il range di accelerazioni laterali a cui è stato sottoposto il veicolo.

Nella figura 42 sono messe a confronto le caratteristiche di assetto dei due modelli in funzione dell'accelerazione laterale:

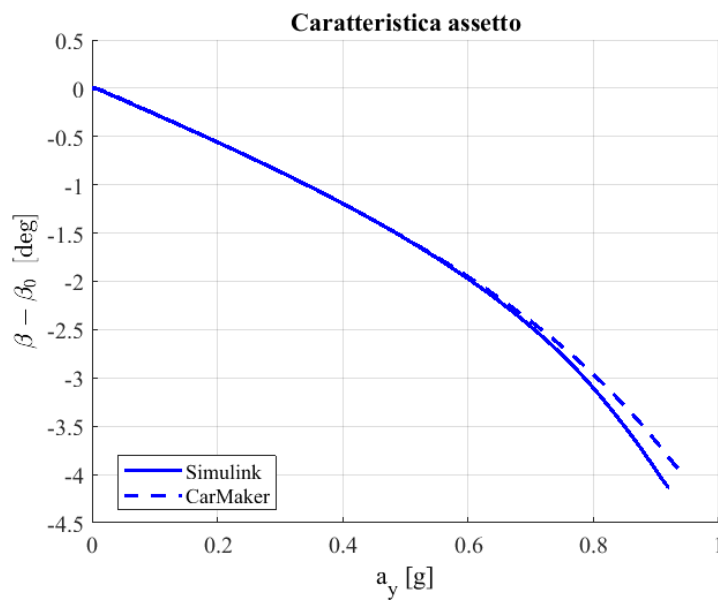


Figura 42: Confronto caratteristica di assetto veicolo isolato

In questo caso la grandezza rappresentata è l'angolo di deriva medio dell'assale posteriore cambiato di segno.

Si sfrutta infatti la seguente definizione della caratteristica di assetto:

$$\beta - \beta_0 = -\alpha_R$$

Dove β è l'angolo di assetto del veicolo, β_0 è l'angolo di assetto cinematico e α_R è l'angolo di deriva medio dell'assale anteriore.

Tale definizione deriva dal modello a bicicletta [6], ovvero un modello in cui si considera un veicolo avente due sole ruote quella anteriore e quella posteriore le cui caratteristiche sono le caratteristiche medie delle ruote componenti un singolo assale.

Le curve caratteristiche di assetto del modello Simulink e del modello CarMaker si sovrappongono fino ad accelerazioni laterali di circa 0.5 g, mentre si perde di allineamento per accelerazioni laterali maggiori.

Nella figura 43 sono messe a confronto le caratteristiche di sottosterzo dei due modelli in funzione dell'accelerazione laterale:

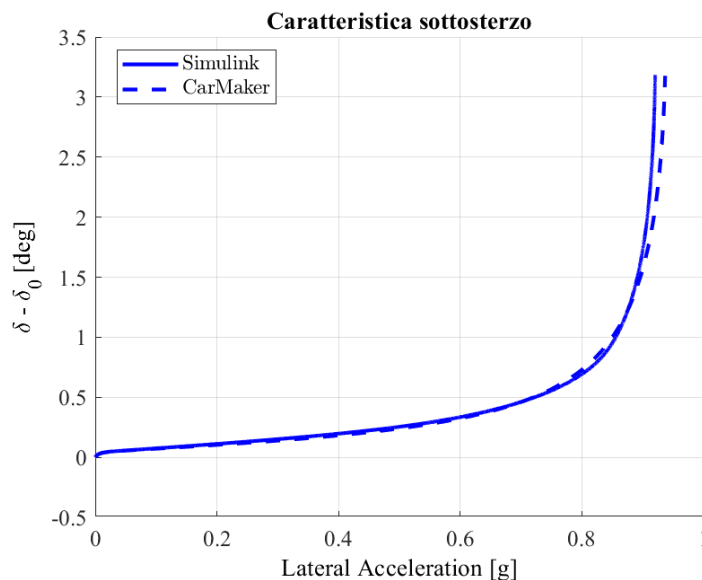


Figura 43: Confronto caratteristica di sottosterzo veicolo isolato

In questo caso la grandezza rappresentata al variare dell'accelerazione è la differenza tra gli angoli di deriva medi dell'assale anteriore e dell'assale posteriore.

Si sfrutta come prima il modello a bicicletta da cui deriva la definizione seguente:

$$\delta - \delta_0 = \alpha_F - \alpha_R$$

Le curve caratteristiche di sottosterzo sono sovrapposte fino ad accelerazioni laterali di 0.7 g mentre per valori maggiori, ovvero i valori in corrispondenza dei quali i due veicoli sottosterzanti presentano un asintoto verticale, le curve si discostano facendo sì che la saturazione dell'assale anteriore avvenga ad accelerazioni laterali leggermente differenti.

Nella figura 44 sono mostrate le curve caratteristiche degli assali anteriori e posteriori dei due modelli di veicolo isolato:

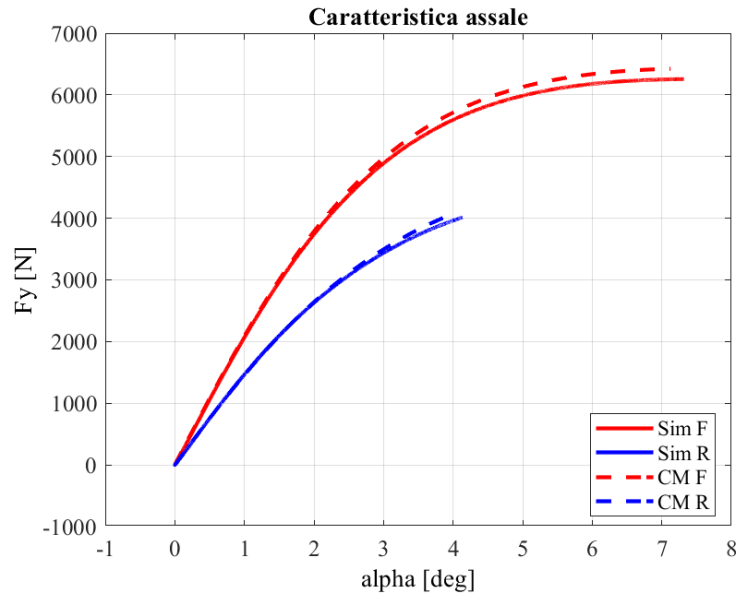


Figura 44: Confronto caratteristiche degli assali veicolo isolato

Tali curve mostrano l'andamento delle forze laterali sviluppate dal singolo assale in funzione dell'angolo di deriva a cui sono sottoposte le ruote, anche in questo caso ci si riferisce al modello a bicicletta per cui la forza F_y è la forza laterale totale sviluppata dall'assale anteriore o da quello posteriore, come somma di quella sviluppata dalle singole ruote, mentre α è l'angolo di deriva medio delle ruote anteriori o posteriori.

L'allineamento tra i due modelli risulta migliore per angoli di deriva ridotti e si va via via riducendo all'aumentare degli stessi, per questo l'assale anteriore che presenta valori di α prossimi ai 7.5° presenta un allineamento medio minore rispetto all'assale posteriore.

Nella figura 45 sono mostrate le reazioni verticali del terreno sulle ruote dell'assale anteriore dei due modelli di veicolo al variare dell'accelerazione laterale:

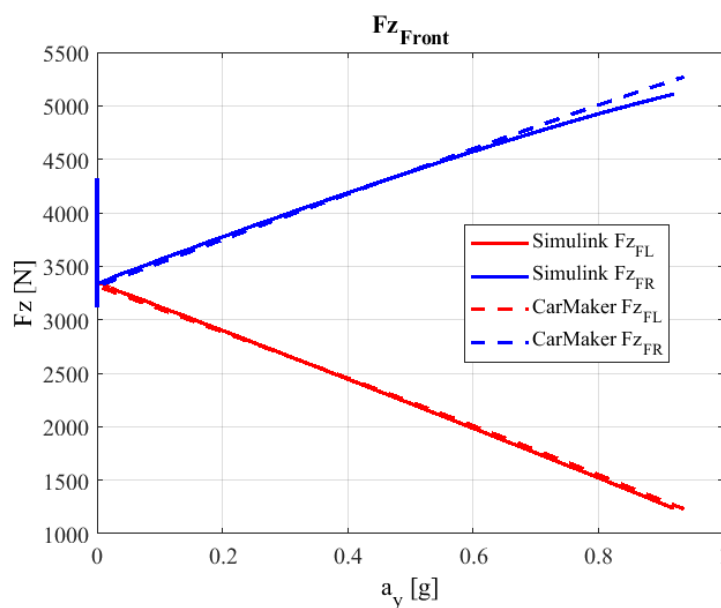


Figura 45: Confronto forze verticali front veicolo isolato

I risultati mostrano un offset di qualche Newton ad accelerazioni laterali nulle tra le rette dei due modelli, ciò non significa che i carichi in condizioni stazionarie non siano allineati ma è piuttosto da imputarsi alle azioni aerodinamiche che vengono implementate in maniera leggermente diversa, si ha infatti che le condizioni di accelerazioni laterali nulle non sono associate ad una velocità nulla ma si verificano nel tratto rettilineo iniziale percorso a velocità costante che caratterizza la manovra.

Ad accelerazioni laterali elevate il modello Simulink sottostima la reazione verticale agente sulla ruota esterna alla curva mentre si ha l'allineamento tra le reazioni verticali sulle ruote interne su tutto il range di accelerazioni laterali considerato.

Nella figura 46 sono mostrate le reazioni verticali del terreno sulle ruote dell'assale posteriore dei due modelli di veicolo al variare dell'accelerazione laterale:

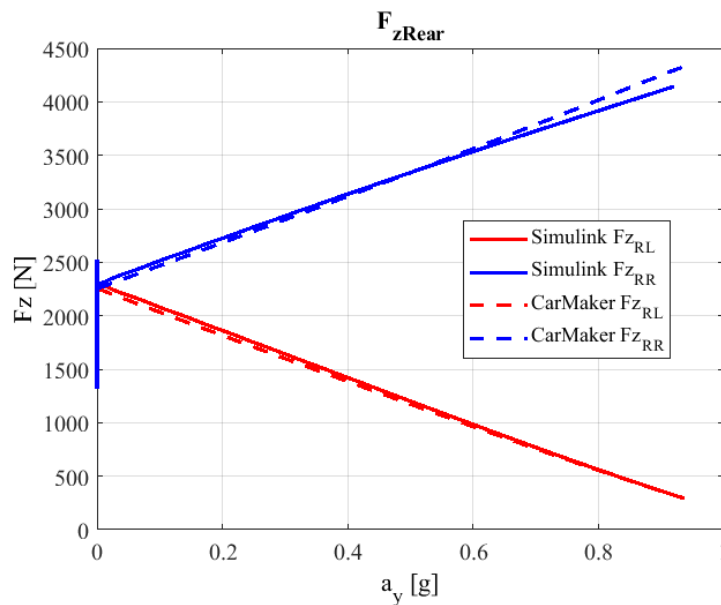


Figura 46: Confronto forze verticali rear veicolo isolato

Quanto detto per le ruote anteriori si ripropone anche nel caso delle ruote posteriori.

Dunque la pendenza delle rette delle forze verticali di reazioni delle ruote esterne alla curva del modello Simulink è minore di quella del modello CarMaker.

Nella figura 47 sono mostrate le rigidezze di deriva espresse in N/deg al variare dell'angolo di deriva degli assali:

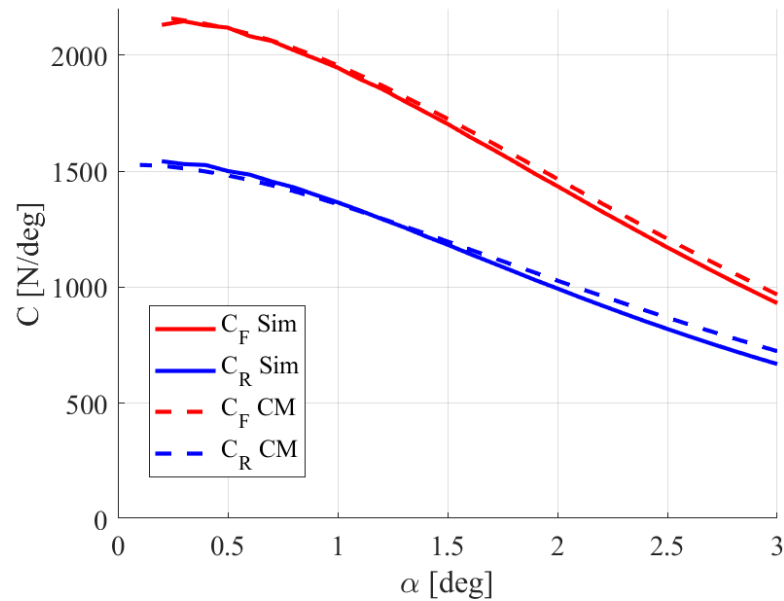


Figura 47: Confronto rigidezze di deriva veicolo isolato

L'andamento delle rigidezze di deriva è simile sui due modelli anche se non si ha la perfetta sovrapposizione.

Viene confermato quanto visto sulle caratteristiche degli assali, ovvero che su quasi tutto il range di α considerato, a parità di α stesso la forza laterale sviluppata dall'assale del modello CarMaker è maggiore di quella sviluppata dal modello Simulink, si ha infatti che la rigidezza di deriva è definita come la derivata prima in α di F_y sviluppata dall'assale anteriore o posteriore che risulta maggiore nel modello CarMaker.

Nella figura 48 sono mostrate le caratteristiche di rollio dei due modelli di veicolo isolato al variare dell'accelerazione laterale:

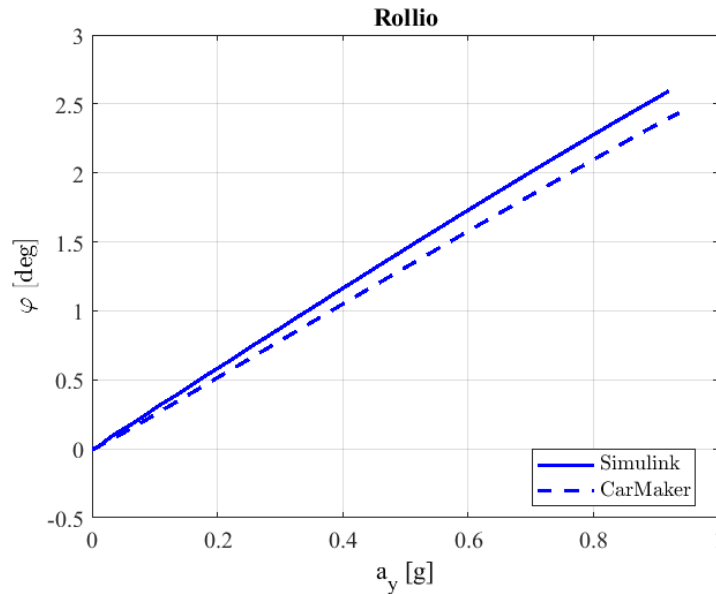


Figura 48: Confronto rollio veicolo isolato

Il rollio mostrato in figura è il rollio complessivo del veicolo, ovvero l'angolo che si forma tra la normale al terreno e l'asse verticale del veicolo, tale angolo comprende sia l'angolo di rollio relativo tra la cassa e gli assali del veicolo sia la componente di rollio dovuta alla deformazione diversa delle ruote sui due lati del veicolo stesso.

Tale variabile in CarMaker si trova nella struct dei "Results" sotto il nome "Car.Roll" mentre il rollio relativo tra la cassa e gli assali si trova sotto il nome "Car_RollKinF" per l'assale anteriore e "Car_RollKinR" per l'assale posteriore.

La componente di rollio indotto dagli pneumatici è calcolabile come per il modello Simulink, ovvero in funzione degli spostamenti indotti dalle deformazioni degli pneumatici e pertanto come rapporto tra le forze agenti sugli pneumatici stessi e la loro rigidità.

Una verifica sulla natura delle variabili di rollio è stata necessaria al fine di confermare che le grandezze confrontate fossero effettivamente le stesse e che non si stesse trascurando una componente di rollio su uno dei due modelli.

E' possibile osservare come il modello Simulink sovrastimi l'angolo di rollio rispetto al modello CarMaker di una quantità proporzionale all'accelerazione laterale, in altre parole la pendenza della caratteristica di rollio è maggiore nel primo modello.

Nella figura 49 sono mostrati i valori di scuotimento della cassa dei due modelli al variare dell'accelerazione laterale:

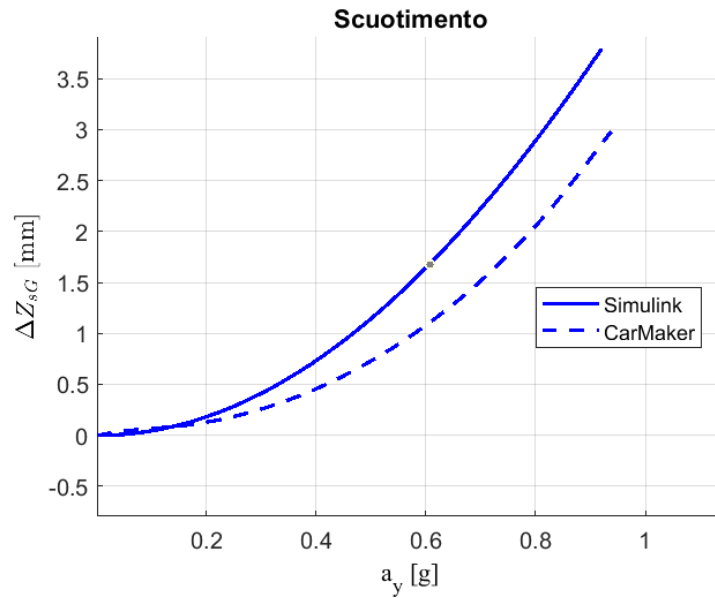


Figura 49: Confronto scuotimento veicolo isolato

La variabile di scuotimento per il modello CarMaker si trova sotto il nome di “Car.tz” e rappresenta lo spostamento verticale del baricentro del veicolo, tale spostamento considera anche la deformazione statica delle sospensioni e degli pneumatici, per poterla sovrapporre alla variabile ΔZ_{sG} restituita da Simulink è quindi necessario sottrarre questo valore di offset rispetto all’origine degli assi.

Il modello Simulink sovrastima il valore di scuotimento a parità di accelerazione laterale ma entrambi i modelli mostrano curve non lineari con andamento simile.

5 Modello di rimorchio implementato su CarMaker

5.1 Introduzione

Nel presente capitolo viene presentato nel dettaglio il modello di rimorchio implementato sul software CarMaker, il quale una volta connesso al veicolo trattore viene preso a riferimento per l'allineamento dei due modelli di veicolo articolato.

Sono indicati nel dettaglio i dati da inserire in ogni sezione per ottenere un modello di rimorchio con determinate caratteristiche geometriche, inerziali, di comportamento delle sospensioni e degli pneumatici.

Il modello di rimorchio è implementato su CarMaker a partire dal “Generator” in modo da poter modificare un modello preesistente.

Si parte quindi selezionando un modello predefinito del tipo “Platform Trailer” a singolo asse, a tale modello sono poi applicate tutte le modifiche riportate nei paragrafi successivi.

5.2 Sistemi di riferimento

E' necessario definire alcuni sistemi di riferimento, che vengono utilizzati all'interno di CarMaker e rispetto ai quali sono definite alcune variabili piuttosto che altre.

Il primo sistema di riferimento è il sistema di riferimento Fr1, esso ha origine a terra, al centro della careggiata e ha l'asse verticale che passa per il gancio del rimorchio, esso viene usato ad esempio nella definizione della posizione del baricentro complessivo e di ciascuna delle masse che compongono il trailer.

Nella figura 50 è quindi rappresentato Fr1 in una vista laterale del rimorchio:

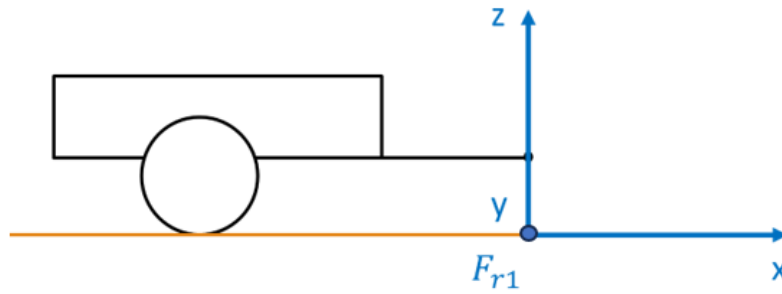


Figura 50: Sistema di riferimento $Fr1$ rimorchio

Dove l'asse y è entrante nel foglio.

Dopodiché, tenendo presente che il modello CarMaker può essere scomposto in un insieme di più masse, ciascuna dotata di un baricentro e un tensore di inerzia, si definiscono altri sei sistemi di riferimento tutti con assi paralleli tra di loro.

Il primo è centrato nel baricentro del rimorchio complessivo ed è composto dagli assi $x_{tot,rim}$, $y_{tot,rim}$ e $z_{tot,rim}$, dove $x_{tot,rim}$ e $y_{tot,rim}$ sono paralleli al terreno e $z_{tot,rim}$ è perpendicolare, per comodità verrà richiamato come $Fr_{tot,rim}$.

Il secondo è centrato nel baricentro della massa sospesa, ovvero quella massa che compone il veicolo che si trova al di sopra degli elementi di sospensione, gli assi sono $x_{s,rim}$, $y_{s,rim}$ e $z_{s,rim}$ e per comodità verrà richiamato come $Fr_{s,rim}$.

Gli altri due sono centrati nel baricentro di ciascuna massa non sospesa, ovvero quelle masse che si trovano al di sotto delle sospensioni e che comprendono quindi ruota e porta ruota, gli assi sono $x_{ns,rim}$, $y_{ns,rim}$ e $z_{ns,rim}$ con pedice L o R a seconda di quale massa non sospesa stiamo considerando.

Tali sistemi per comodità verranno richiamati come $Fr_{ns,rim}$ e il corrispondente pedice.

Nelle figure 51 e 52 è possibile osservare:

- $Fr_{tot,rim}$ centrato nel baricentro del rimorchio complessivo.
- $Fr_{s,rim}$ centrato nel baricentro della massa sospesa.
- $Fr_{ns,rim,R}$ centrato nel baricentro della massa non sospesa destra.

In una vista dall'alto:

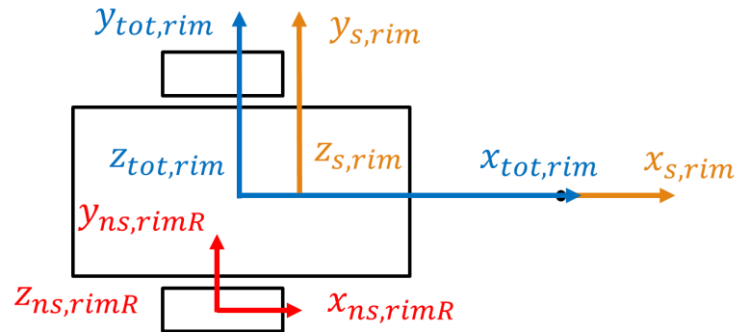


Figura 51: Sistemi di riferimento baricentrici rimorchio vista dall'alto

In una vista laterale:

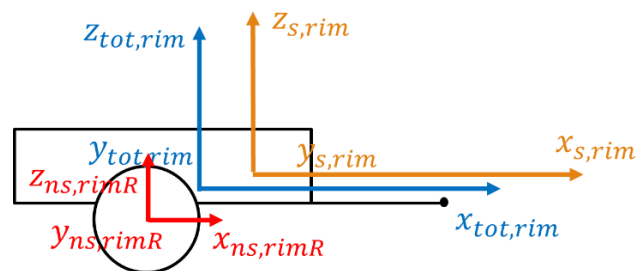


Figura 52: Sistemi di riferimento baricentrici rimorchio vista laterale

5.3 Caratteristiche geometriche e di inerzia

Nel presente capitolo sono indicate tutte le caratteristiche geometriche e di inerzia del rimorchio che ne caratterizzano appunto la geometria nello spazio, le masse che lo compongono e come tali masse sono distribuite nello spazio stesso.

5.3.1 Caratteristiche generali

Una volta aperto il “Generator” e selezionato un rimorchio del tipo Platform e a singolo asse è possibile definire i così detti “Trailer parameters”, ovvero le principali grandezze che caratterizzano il rimorchio.

Esse sono riportate nella tabella 29:

Peso a vuoto [Kg]	300
Peso caricato [Kg]	600
Lunghezza [m]	2,5

Larghezza [m]	1,42
Altezza [m]	0,87
Passo [m]	2,5
Carreggiata [m]	1,7
Sbalzo anteriore [m]	1,5
Sbalzo posteriore [m]	1,0
Altezza del gancio [m]	0,35

Tabella 29: Parametri generali rimorchio CarMaker

Per quanto riguarda la tipologia di ruota è necessario imporre da subito le dimensioni delle ruote che si utilizzeranno per questo veicolo anche se verranno comunque apportate delle modifiche nella sezione in questione.

Nel nostro caso le dimensioni sono:

205/60 R16

Le stesse utilizzate per il veicolo trattore.

Nella figura 53 è possibile visualizzare come le grandezze indicate in tabella si riflettano nella geometria del rimorchio, dove le quote sono espresse in mm:

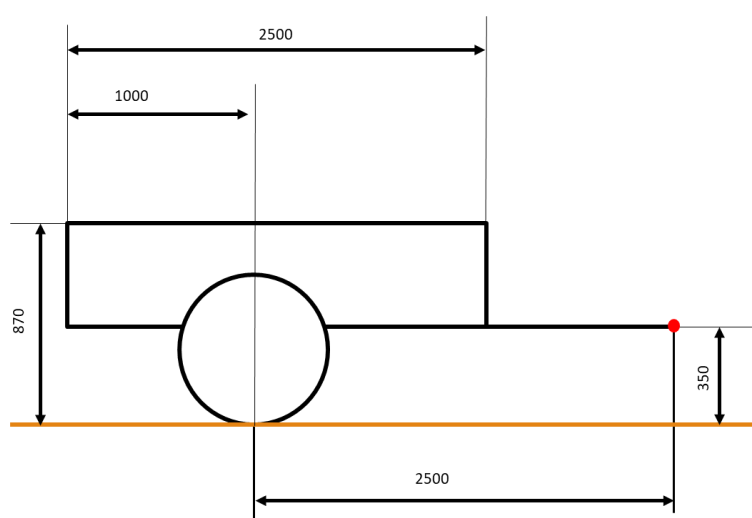


Figura 53: Geometria rimorchio CarMaker

La tipologia di sospensioni selezionata nelle impostazioni avanzate è del tipo a balestra “Leaf Spring”.

5.3.2 Posizionamento del baricentro

Il posizionamento del baricentro segue la stessa logica usata per il veicolo trattore, si lascia quindi invariata la posizione del baricentro delle masse non sospese e si varia quella della massa sospesa fino a che il baricentro del rimorchio complessivo si trova nella posizione voluta.

Nel caso in esame la posizione del baricentro deve essere tale per cui la distanza dal gancio del baricentro stesso è 0,9 volte la distanza tra il gancio e l'assale del rimorchio.

In CarMaker le posizioni dei baricentri sono indicate nel sistema di riferimento Fr1, citato in precedenza, pertanto nella tabella successiva è possibile trovare sia i valori delle singole masse in Kg, che la posizione del loro baricentro in tale sistema di riferimento, mentre nell'ultima riga sono riportati i valori complessivi, della così detta massa totale somma delle singole masse, e la posizione del suo baricentro:

	m[Kg]	X [m]	Y[m]	Z[m]
Masse sospese	433,18	-2,154	0	0,582
Massa totale	600	-2,250	0	0,500

Tabella 30: Posizione baricentri rimorchio CarMaker

5.3.3 Tensore di inerzia

Il tensore di inerzia indica come le masse siano distribuite nello spazio, anche in questo caso il tensore di inerzia del rimorchio nel suo insieme dipende dai tensori di inerzia delle singole masse che lo compongono e pertanto modificando uno di questi si ottiene un modello con determinate caratteristiche inerziali complessive.

Come nel caso del baricentro è conveniente modificare il tensore della massa sospesa lasciando invariati quelle delle masse non sospese.

E' utile ricordare che nelle rispettive sezioni, quindi Assembly->Chassis per le masse non sospese e Body->Structure per la massa sospesa si osservano dei valori di momenti di inerzia calcolati rispetto ai sistemi di riferimento baricentrici, per cui $Fr_{ns,rim}$ per le masse non sospese e $Fr_{s,rim}$ per la massa sospesa.

Il tensore di inerzia del rimorchio complessivo si trova nelle info del modello ed è calcolato sempre rispetto al suo sistema di riferimento baricentrico, quindi $Fr_{tot,rim}$.

Quanto affermato sopra riguardo ai sistemi di riferimento non è esplicitamente indicato in CarMaker ma in un successivo capitolo le ipotesi appena fatte saranno verificate.

Nella tabella 31 sono mostrati i valori dei momenti principali di inerzia delle cassa nel sistema $Fr_{s,rim}$ e del rimorchio complessivo nel sistema $Fr_{tot,rim}$:

	$I_x [kgm^2]$	$I_y [kgm^2]$	$I_z [kgm^2]$
Masse sospese	258,57	301,51	298,4
Massa totale	391,829	330,774	435,737

Tabella 31: Tensore di inerzia rimorchio CarMaker

5.3.4 Verifica dei sistemi di riferimento

Si esegue la stessa verifica sui sistemi di riferimento svolta nel capitolo 2.3.6, ovvero che il tensore di inerzia complessivo sia espresso nel sistema di riferimento $Fr_{tot,rim}$ si calcolano i tre momenti di inerzia di ogni massa che compone il veicolo rispetto a tale sistema di riferimento applicando il teorema di Huygens-Steiner, se ne fa quindi la somma e si verifica che il valore ottenuto coincida con quello del tensore di inerzia complessivo.

Nella prima colonna si ha il momento di inerzia rispetto al sistema baricentrico di ogni massa, poi nelle colonne successive si trovano le distanze di questi sistemi da $Fr_{tot,rim}$, il valore delle masse e il momento di inerzia calcolato rispetto a $Fr_{tot,rim}$.

Per quanto riguarda l'asse $I_{x,tot,rim}$:

	$I_{x,CG} [Kgm^2]$	$dy [m]$	$dz [m]$	d	$m [Kg]$	$I_{x,tot,rim} [Kgm^2]$
MASSA SOSPESA	301,51	0,096	0,081	0,125	433,18	308,34
MASSA NON SOSPESA L	2,253	0,25	0,212	0,327	83,41	11,21
MASSA NON SOSPESA R	2,253	0,25	0,212	0,327	83,41	11,21
TOT						330,77

Tabella 32: Verifica momenti di inerzia asse x rimorchio

Per quanto riguarda l'asse $I_{y,tot,rim}$:

	$I_{y,CG} [Kgm^2]$	$dx [m]$	$dz [m]$	d	$m [Kg]$	$I_{y,tot,rim} [Kgm^2]$
MASSA SOSPESA	301,51	0,096	0,081	0,125	433,18	308,34
MASSA NON SOSPESA L	2,253	0,25	0,212	0,327	83,41	11,21
MASSA NON SOSPESA R	2,253	0,25	0,212	0,327	83,41	11,21
TOT						330,77

Tabella 33: Verifica momenti di inerzia asse y rimorchio

Per quanto riguarda l'asse $I_{z,tot,rim}$:

	$I_{z,CG} [Kgm^2]$	$dx [m]$	$dy [m]$	d	$m [Kg]$	$I_{z,tot,rim} [Kgm^2]$
MASSA SOSPESA	298,4	0,096	0	0,096	433,18	302,39
MASSA NON SOSPESA L	1,195	0,25	0,85	0,886	83,41	66,671
MASSA NON SOSPESA R	1,195	0,25	0,85	0,886	83,41	66,67
TOT						435,73

Tabella 34: Verifica momenti di inerzia asse z rimorchio

5.4 Sospensioni

Le sospensioni del rimorchio sono composte dagli stessi elementi di quelle del trattore, ovvero molle, smorzatori e barre anti rollio.

5.4.1 Rigidezze e smorzamenti

Nel presente capitolo sono riportati i valori di rigidezza delle molle e delle barre e dello smorzamento degli ammortizzatori che compongono le sospensioni.

Le rigidezze e gli smorzamenti delle sospensioni sono definibili nelle sezioni Suspnsions->Spring per le molle, Suspensions->Stabilizer per la barra e Suspensions->Damper per gli smorzatori.

Nella tabella 35 sono raccolti i valori di rigidezza e smorzamenti verticali scelti:

$K_{s,spring}$	80000 [N/m]
$K_{s,ARB}$	27958 [N/m]
C_s	3000 [Ns/m]

Tabella 35: Rigidzze e smorzamenti verticali rimorchio CarMaker

5.4.2 Cinematica delle sospensioni

Nella sezione Suspensios->Kinematics, anche nel caso del rimorchio, è necessario imporre i gradienti cinematici che definiscono il comportamento delle sospensioni in corrispondenza di una compressione delle stesse o di un'azione di sterzo.

Si scelgono i gradienti come quelli selezionati per il veicolo trattore, che vengono riportati nella tabella 36:

	Statico	Compressione	Sterzo
t_x	0,0 [m]	0 [m/m]	0[m/m]
t_y	0,0 [m]	0 [m/m]	0 [m/m]
t_z	0,0 [m]	1 [m/m]	0 [m/m]
r_x	0,0 [rad]	0 [rad/m]	0 [rad/m]
r_y	0,0 [rad]	0 [rad/m]	0 [rad/m]
r_z	0,0 [rad]	0 [rad/m]	0 [rad/m]

Tabella 36: Gradienti cinematici rimorchio CarMaker

Si ricorda che l'assale è unico e non sterzante.

5.5 Tipologia di gancio

Nel presente capitolo viene descritta la tipologia di gancio scelta per il modello CarMaker.

Nella sezione Hitch è possibile selezionare la tipologia di gancio da implementare, i diversi tipi di gancio si differenziano per come reagiscono sul veicolo e sul rimorchio, in particolare è possibile scegliere tra:

- Ball
- Ball with damping
- Ball with friction
- Ball with trapezoid

Il gancio scelto è del tipo Ball, ovvero un gancio privo di rigidità e smorzamento che quindi reagisce sul veicolo o sul rimorchio solo con delle forze scomponibili in tre direzioni e senza momenti, in altre parole un giunto rigido sferico.

Chiaramente non presenta cedevolezza né un'azione smorzante.

La posizione nel sistema di riferimento $Fr1_{rim}$ è riportata nella tabella 37:

	X [m]	Y[m]	Z[m]
Hitch	0,0	0,0	0,35

Tabella 37: Posizione del gancio del rimorchio CarMaker

6 Modello di veicolo articolato implementato su Simulink

6.1 Introduzione

Nel presente capitolo è descritto il modello di veicolo trattore implementato in Simulink ed utilizzato nell'accoppiamento con il rimorchio. Anche in questo caso il modello custom nasce da un modello preesistente ma modificato ai fini dell'allineamento e in funzione di quanto visto sul veicolo isolato nel capitolo 3.

Il modello di veicolo trattore implementato in Simulink presenta infatti tutte le caratteristiche del modello di veicolo isolato descritto nel capitolo 3. Tuttavia è necessario apportare alcune modifiche alle equazioni del moto per adattare la dinamica di rollio e scuotimento al caso in cui il veicolo sia accoppiato con un rimorchio, e quindi nel caso in cui sul gancio siano scambiate delle forze di reazione.

Inoltre, viene proposta un'alternativa per il calcolo statico delle reazioni verticali delle ruote sul terreno, che tiene conto della cedevolezza delle sospensioni e permette la stima di un angolo di pitch statico.

Successivamente viene descritto il modello di rimorchio custom implementato su Simulink e connesso al veicolo trattore. Anche in questo caso il modello deriva da una versione preesistente di veicolo articolato a 5 gradi di libertà (DOF), opportunamente modificata al fine di allinearne il comportamento con il modello multibody definito in CarMaker.

Tra le modifiche principali si segnala l'introduzione della dinamica di rollio e scuotimento del rimorchio, che nella versione originaria era caratterizzato da sospensioni rigide, con conseguente assenza di tali dinamiche.

Vengono inoltre riportate sinteticamente le principali caratteristiche geometriche del rimorchio, espresse in funzione delle variabili utilizzate nel codice Simulink. Successivamente, vengono descritti i principali passaggi effettuati per ottenere un modello allineato con quello di riferimento.

6.2 Modifica della dinamica di rollio e scuotimento in curva

Anche nel caso di veicolo accoppiato con un rimorchio si mantiene la scelta fatta sulla modellazione cinematica delle sospensioni e sui gradienti cinematici che ne descrivono il comportamento, pertanto anche in questo caso, si implementa un modello di sospensione con guide prismatiche e recupero di campanatura nullo.

La differenza rispetto al caso di veicolo isolato sta nella scrittura delle equazioni del moto, tracciando il diagramma di corpo libero non sono trascurabili gli effetti delle reazioni esercitate sul gancio sulla dinamica di rollio e scuotimento che invece non sono presenti in assenza di accoppiamento con il rimorchio.

In particolare ci si riferisce alle reazioni in direzione verticale ed orizzontale mentre quella in direzione longitudinale non ha effetto essendo diretta parallelamente all'asse di rollio e perpendicolarmente alla direzione di scuotimento.

6.2.1 Equazioni del moto

Il numero di gradi di libertà e le coordinate generalizzate sono le stesse descritte nel capitolo 3.3.2, ciò che cambia sono le forzanti esterne agenti sul corpo.

Nell'immagine seguente si osserva il diagramma di corpo libero del veicolo in cui sono presenti le coordinate generalizzate, le forzanti e le accelerazioni cui è sottoposto il baricentro del veicolo stesso:

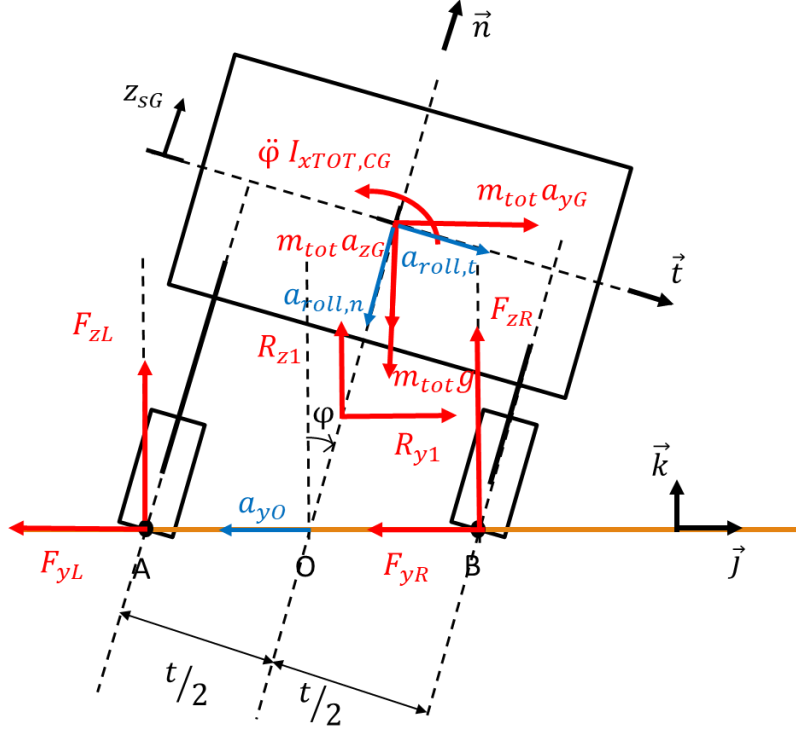


Figura 54: Diagramma di corpo libero veicolo trattore

Scrivendo l'equilibrio dei momenti attorno al punto O considerando le nuove forzanti si ottiene:

$$\ddot{\phi} = \frac{\frac{(F_{zL} - F_{zR})t}{2 \cos \varphi} + m_{tot}(H_{g0} + z_{sG})(a_{yO} \cos \varphi + g \sin \varphi) + R_{y1}H_c \cos \varphi - R_{z1}H_c \sin \varphi}{I_{xTOT,CG} + m_{tot}(H_{g0} + z_{sG})^2} \quad (6.1)$$

Mentre scrivendo l'equilibrio alla traslazione lungo la direzione individuata dal versore $\vec{n}$:

$$\ddot{z}_{sG} = \frac{(F_{zL} + F_{zR}) \cos \varphi - (F_{yL} + F_{yR}) \sin \varphi + m_{tot}[a_{yO} \sin \varphi + (H_{g0} + z_{sG})\dot{\varphi}^2 - g \cos \varphi] + R_{y1} \sin \varphi + R_{z1} \cos \varphi}{m_{tot}} \quad (6.2)$$

Dove l'espressione delle reazioni delle ruote sul terreno in funzione delle deformazioni delle sospensioni non cambia rispetto al caso di veicolo isolato:

$$F_{zR} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sR, spring, eq} \left(z_{sG0} + \Delta z_{sG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sR, ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sR} \left(\Delta \dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{yR} \sin \varphi \right] \quad (6.3)$$

$$(6.4)$$

$$F_{ZL} = \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sL, spring, eq} \left(z_{sG0} + \Delta z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sL, ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sL} \left(\Delta \dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YL} \sin \varphi \right]$$

Cambia però lo spostamento costante in condizioni stazionarie che in questo caso è dovuto alla forza peso e alla reazione verticale sul gancio e che è bilanciato dalla precompressione delle sospensioni.

La reazione sul gancio in condizioni statiche può essere ricavata considerando le azioni agenti sul rimorchio in condizioni statiche e risolvendo l'equilibrio dei momenti attorno ad un punto posto in corrispondenza dell'assale del rimorchio:

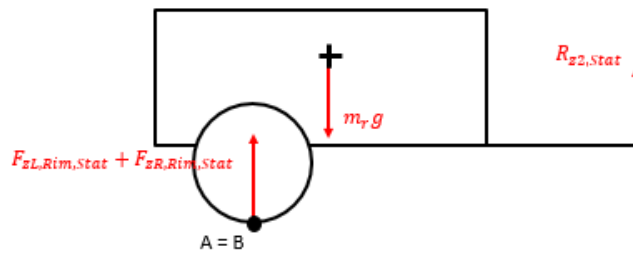


Figura 55: Carichi statici sul rimorchio

Da cui si ottiene:

$$|R_{z2stat}| = m_r g \frac{(l_r - a_r)}{l_r} = |R_{z1stat}|$$

Osservando i carichi agenti sul trattore in condizioni statiche e riportati nella figura seguente è evidente che il carico complessivo esercitato sulle sospensioni in condizioni statiche sarà: $F_{zstat,T} = m_{tot}g + m_r g \frac{(l_r - a_r)}{l_r}$

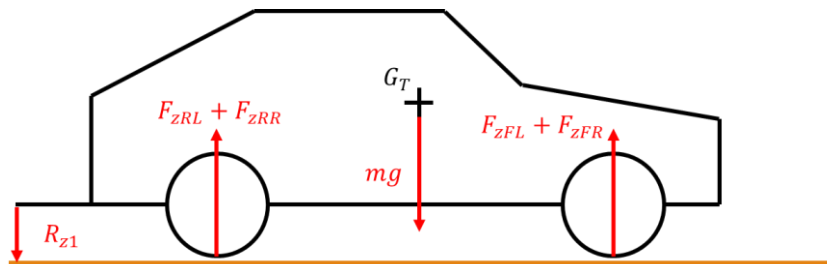


Figura 56: Carichi statici veicolo trattore

Pertanto:

$$z_{sG} = z_{sG0} + \Delta z_{sG}$$

Dove considerando l'equilibrio con le reazioni delle sospensioni si ottiene

$$z_{SG0} = -\frac{m_{tot}g + m_r g \frac{(l_r - a_r)}{l_r}}{2K_{sR,spring}} \cos \varphi \quad (6.5)$$

Pertanto sostituendo l'equazione 6.5 nelle equazioni 6.3 e 6.4 delle reazioni a terra:

$$F_{ZR} = \frac{m_{tot}g + R_{z1,stat}}{2} + \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sR,spring.eq} \left(\Delta z_{SG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sR} \left(\Delta \dot{z}_{SG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YR} \sin \varphi \right] \quad (6.6)$$

$$F_{ZL} = \frac{m_{tot}g + R_{z1,stat}}{2} + \frac{1}{\cos \varphi} \left[-K_{sL,spring.eq} \left(\Delta z_{SG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sL} \left(\Delta \dot{z}_{SG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YL} \sin \varphi \right] \quad (6.7)$$

Dove si evidenziano le componenti derivanti dalla deformazione delle sospensioni:

$$\Delta F_{ZR,susp} = \left[-K_{sR,spring.eq} \left(\Delta z_{SG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sR} \left(\Delta \dot{z}_{SG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YR} \sin \varphi \right]$$

$$\Delta F_{ZL,susp} = \left[-K_{sL,spring.eq} \left(\Delta z_{SG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sL} \left(\Delta \dot{z}_{SG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YL} \sin \varphi \right]$$

Che se proiettate lungo la direzione verticale restituiscono il trasferimento di carico laterale in curva.

Infine sostituendo le equazioni 6.6 e 6.7 nell'equazione 6.1 e 6.2 del moto di rollio e scuotimento si ottiene:

$$\ddot{\varphi} = \frac{\left[\Delta F_{ZL,susp} - \Delta F_{ZR,susp} + (F_{YL} - F_{YR}) \sin \varphi \right] \frac{t}{2 \cos^2 \varphi}}{I_{xTOT,CG} + m_{tot} (H_{g0} + \Delta z_{SG})^2} + \frac{m_{tot} (H_{g0} + \Delta z_{SG}) (a_{y0} \cos \varphi + g \sin \varphi) - R_{y1} H_c \cos \varphi - R_{z1} H_c \sin \varphi}{I_{xTOT,CG} + m_{tot} (H_{g0} + \Delta z_{SG})^2}$$

$$\Delta \ddot{z}_{SG} = \frac{(\Delta F_{zR,susp} + \Delta F_{zL,susp}) \cos \varphi + m_{tot} [a_{yO} \sin \varphi + (H_{g0} + z_{SG}) \dot{\varphi}^2] + R_{y1} \sin \varphi + (R_{z1} + R_{z1,stat}) \cos \varphi}{m_{tot}}$$

6.3 Calcolo del carico statico introducendo il beccheggio del veicolo

Nel presente capitolo è mostrata un'alternativa al calcolo della componente statica di reazione verticale delle ruote sul terreno considerando la cedevolezza delle sospensioni e calcolando un angolo di pitch statico.

Data la presenza del rimorchio si ha che il carico sull'assale posteriore del veicolo aumenta mentre quello sull'assale anteriore diminuisce, conseguentemente le sospensioni dell'assale posteriore verranno compresse rispetto al caso in cui il veicolo non è accoppiato ad un rimorchio, mentre le sospensioni dell'assale anteriore si distenderanno.

Questa diversa deformazione delle molle delle sospensioni indurrà nel veicolo un angolo di pitch in condizioni statiche in funzione del quale è possibile ricavare le reazioni verticali delle ruote sul terreno.

Nella figura 60 è possibile visualizzare uno schema che mostra l'effetto dell'aggiunta del rimorchio in termini di pitch sul veicolo trattore e sul rimorchio stesso:

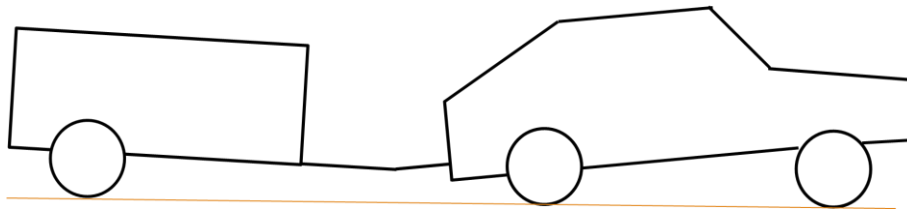


Figura 57: Pitch indotto dal rimorchio

6.3.1 Descrizione del modello

È possibile schematizzare il veicolo trattore come un corpo rigido connesso al terreno mediante molle poste in corrispondenza degli assali.

Nelle condizioni statiche su di esso agiscono la forza peso applicata nel suo baricentro e la forza di reazione verticale sul gancio, applicata dal rimorchio sul veicolo trattore e ad una distanza c dal baricentro del veicolo stesso.

Nell'immagine seguente è possibile visualizzare lo schema del veicolo in questione con le forze agenti su di esso nel caso statico:

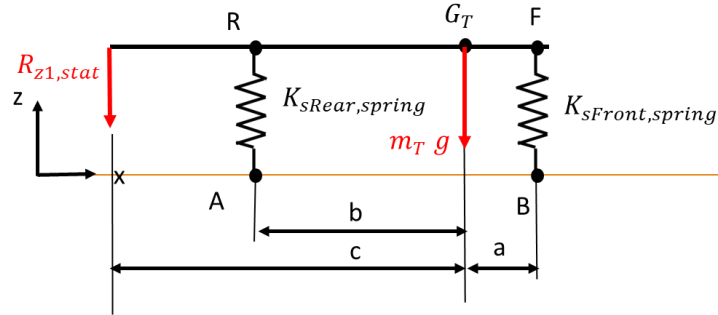


Figura 58: Schema di veicolo come corpo rigido connesso al terreno mediante molle

Come già detto per effetto della deformazione delle molle il veicolo assume una configurazione nello spazio inclinata e spostata verso il basso.

6.3.2 Equazioni di equilibrio e delle forze di reazione

E' possibile definire l'orientamento della cassa nello spazio in condizioni stazionarie in funzione di una rotazione ϑ_0 attorno al baricentro e uno spostamento verticale del veicolo z_{SG0} , grazie ad essi è possibile ricavare lo spostamento dei punti F ed R in corrispondenza degli assali del veicolo.

Gli spostamenti della cassa sono espressi come:

$$z_R = z_{SG0} + b \sin \vartheta_0 \quad (6.8)$$

$$z_F = z_{SG0} - a \sin \vartheta_0 \quad (6.9)$$

Noti gli spostamenti dei punti F ed R è possibile ricavare le reazioni esercitate dalle molle sul veicolo in condizioni stazionarie in quanto tali spostamenti coincidono con le deformazioni delle sospensioni e le rigidità sono note:

$$R_{sFront,spring} = z_F K_{sFront,spring} \quad (6.10)$$

$$R_{sRear,spring} = z_R K_{sRear,spring} \quad (6.11)$$

Nell'immagine seguente è rappresentato uno schema del veicolo con le forzanti agenti su di esso in condizioni stazionarie e gli spostamenti rispetto alla condizione in cui le sospensioni non sono deformate dalle azioni statiche:

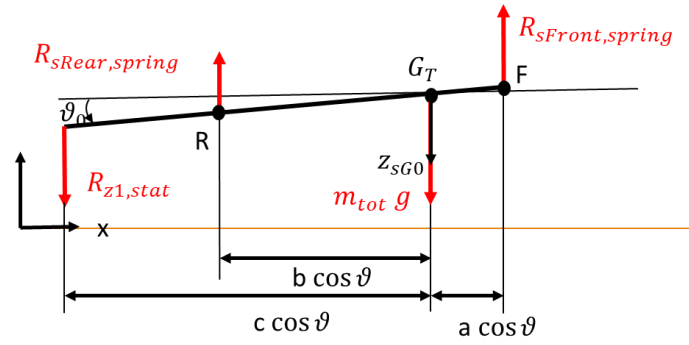


Figura 59: Forze agenti sul veicolo in condizioni statiche

Scrivendo l'equazione di equilibrio delle forze in direzione verticale:

$$R_{sFront,spring} + m_T g + R_{z1,stat} = R_{sRear,spring}$$

Sostituendo le equazioni 6.8 e 6.9 rispettivamente nella 6.10 e 6.11:

$$m_{tot} g + R_{z1,stat} = (z_{sG} + b \sin \vartheta_0) K_{sRear,spring} + (z_{sG0} - a \sin \vartheta_0) K_{sFront,spring}$$

Scrivendo l'equilibrio dei momenti attorno al baricentro:

$$R_{sFront,spring} a \cos \vartheta_0 + R_{sRear,spring} b \cos \vartheta_0 = R_{z1,stat} c \cos \vartheta_0$$

Ovvero:

$$(z_{sG0} + b \sin \vartheta_0) K_{sRear,spring} b - (z_{sG0} - a \sin \vartheta_0) K_{sFront,spring} a = R_{z1,stat} c$$

Tali equazioni possono essere riscritte in forma di sistema:

$$\begin{bmatrix} K_{sRear,spring} + K_{sFront,spring} & K_{sRear,spring} b - K_{sFront,spring} a & 0 \\ K_{sRear,spring} b - K_{sFront,spring} a & K_{sRear,spring} b^2 + K_{sFront,spring} a^2 & -c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} z_{sG0} \\ \sin \vartheta_0 \\ R_{z1,stat} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_{tot} g + R_{z1} \\ 0 \\ \frac{m_r g (L_r - a_r)}{L_r} \end{Bmatrix}$$

Da cui si ricava:

$$z_{sG0} = \frac{m_{tot} g + R_{z1,stat} - (K_{sRear,spring} b - K_{sFront,spring} a) \sin \vartheta_0}{K_{sRear,spring} + K_{sFront,spring}}$$

$$\sin \vartheta_0 = \frac{R_{z1,stat} c - (K_{sRear,spring} b - K_{sFront,spring} a) z_{sG0}}{K_{sRear,spring} b^2 + K_{sFront,spring} a^2}$$

Grazie alle quali è possibile ricavare le forze di reazione a terra utilizzando la 6.10 e 6.11

$$F_{ZFR} + F_{ZFL} = R_{sFront,spring}$$

$$F_{ZRR} + F_{ZRL} = R_{sRear,spring}$$

Tale componente della reazione verticale delle ruote sul terreno è ugualmente ripartita sulle ruote del singolo assale e per considerarne la distribuzione diversa su di esse si procede come descritto nel capitolo 3.4.1 introducendo gli effetti di eccentricità indotta dal rollio, ottenendo quindi:

$$F_{ZFL} = \frac{R_{sFront,spring}}{2} + \Delta F_{ZFL,ecc}$$

$$F_{ZFR} = \frac{R_{sFront,spring}}{2} + \Delta F_{ZFR,ecc}$$

$$F_{ZRL} = \frac{R_{sRear,spring}}{2} + \Delta F_{ZRL,ecc}$$

$$F_{ZRR} = \frac{R_{sRear,spring}}{2} + \Delta F_{ZRR,ecc}$$

E' importante precisare che non si evidenzia nessuna differenza rispetto al calcolo delle reazioni verticali delle ruote sul terreno effettuato con sospensioni rigide e quindi non considerando la presenza del pitch statico:

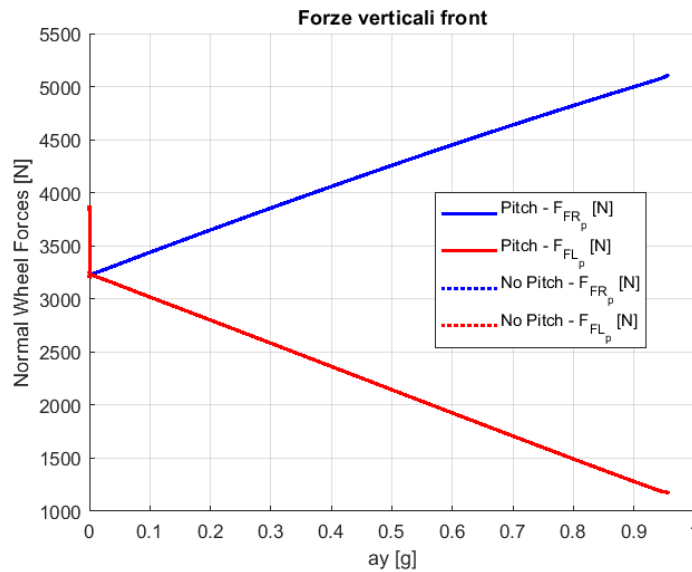


Figura 60: Confronto tra carichi statici considerando o meno il pitch

6.4 Geometria del rimorchio

Si riportano le principali caratteristiche geometriche del rimorchio espresse in funzione delle variabili in utilizzo all'interno del modello Simulink:

a_r [m]	1,064
l_r [m]	1,596
l_{tot} [m]	3,5
Tf_{rim} [m]	1,49
H_{g0Rim} [m]	0,5
H_c [m]	0.35
Af_{rim} [m ²]	2,5

Tabella 38: Parametri generali rimorchio Simulink

Nella figura 61 è possibile visualizzare le grandezze elencate:

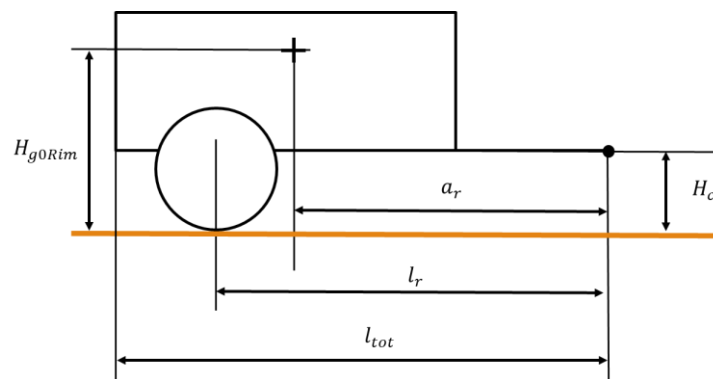


Figura 61: Geometria del rimorchio Simulink

Dove:

- a_r è la distanza tra il gancio e il baricentro del rimorchio
- L_r è la distanza tra il gancio e l'assale del rimorchio
- l_{tot} la distanza tra il gancio e il punto più arretrato del rimorchio
- Tf_{rim} è la carreggiata dell'unico assale del rimorchio
- $H_{g_{rim}}$ è l'altezza del baricentro
- H_c è l'altezza del gancio
- Af_{rim} è l'area frontale del rimorchio

6.5 Sospensioni del rimorchio

Anche nel caso del rimorchio la scelta dei gradienti cinematici (riportata nel capitolo 5.4.2) comporta l'implementazione di un modello di sospensione con recupero nullo della campanatura. Conseguentemente è stato necessario modificare profondamente il modello con sospensioni rigide precedentemente disponibile ed introdurre uno nuovo, seguendo una procedura analoga a quella svolta per il veicolo trattore, ma opportunamente riadattata al caso del rimorchio a singolo asse.

Nel capitolo sono riportati sia i valori numerici delle rigidità e degli smorzamenti dei vari componenti delle sospensioni, sia la descrizione dei passaggi svolti per ricavare le equazioni del moto di rollio e scuotimento.

6.5.1 Rigidità e smorzamenti a rollio

Si definiscono sia i valori di rigidità e smorzamento verticali dei componenti delle sospensioni sia un valore di rigidità verticale equivalente delle molle, che permette (come mostrato nel capitolo 3.3.1) di considerare anche la cedevolezza degli pneumatici nella dinamica di rollio e scuotimento.

Tali rigidità e smorzamenti verticali possono poi essere tradotti in rigidità e smorzamenti a rollio al fine di quantificare la resistenza imposta a tale moto.

Di seguito si riportano i valori di rigidità e di smorzamento verticali dei singoli elementi che compongono le sospensioni, nel caso del rimorchio l'assale è unico pertanto viene indicato un solo valore di rigidità o smorzamento verticale per ogni elemento, valido su entrambi i lati dell'assale. Il valore a rollio è invece riferito alla coppia di elementi secondo la definizione mostrata nel Capitolo 3.3.1.

Nella tabella 39 sono riportati i valori numerici delle rigidità verticali e a rollio degli elementi molla che compongono le sospensioni:

$K_{roll,Rim,spring}$	$K_{s,Rim,spring}$
115600[Nm/rad]	80000[N/m]

Tabella 39: Rigidità a rollio molle rimorchio Simulink

Nella tabella 40 sono riportati i valori numerici delle rigidità verticali e a rollio equivalenti degli elementi molla, considerando la rigidità degli pneumatici:

$K_{roll,Rim,spring,eq}$	$K_{s,Rim,spring,eq}$
115600[Nm/rad]	80000[N/m]

Tabella 40: Rigidità a rollio barre rimorchio Simulink

Nella tabella 41 sono riportati i valori numerici delle rigidità verticali e a rollio delle barre antirollio che compongono le sospensioni:

$K_{roll,Rim,ARB,eq}$	$K_{s,Rim,ARB,eq}$
40400[Nm/rad]	27958[N/m]

Tabella 41: Rigidità equivalenti a rollio molle rimorchio Simulink

Nella tabella 42 sono riportati i valori numerici degli smorzamenti verticali e a rollio degli smorzatori che compongono le sospensioni:

$C_{roll,Rim}$	$C_{s,Rim}$
4335[Nms/rad]	3000[Ns/m]

Tabella 42: Smorzamento ammortizzatori rimorchio Simulink

6.5.2 Dinamica di rollio e scuotimento in curva

La scrittura delle equazioni del moto prevede la definizione del numero di gradi di libertà del sistema e conseguentemente la scelta delle coordinate generalizzate, così da poter procedere con la stesura del diagramma di corpo libero e la risoluzione delle equazioni di equilibrio.

Il comportamento delle sospensioni in termini di moti relativi tra masse sospese e non sospese e con il terreno è qualitativamente lo stesso descritto nel capitolo 3.3.2, in quanto la scelta dei gradienti cinematici è la medesima, è quindi possibile passare direttamente alla scrittura delle equazioni di equilibrio nel caso specifico di rimorchio a singolo assale e connesso al veicolo trattore.

Questo modello di sospensioni lascia due gradi di libertà al veicolo, i quali possono essere descritti mediante le seguenti coordinate generalizzate: l'angolo di rollio φ_R e lo spostamento della cassa lungo l'asse delle guide prismatiche z_{SGR} rispetto alla posizione indeformata.

Data la scelta delle coordinate generalizzate si riporta nella figura 62 il diagramma di corpo libero, in cui compaiono le azioni inerziali, le reazioni vincolari e le forzanti esterne, insieme alle accelerazioni a cui è sottoposto il veicolo:

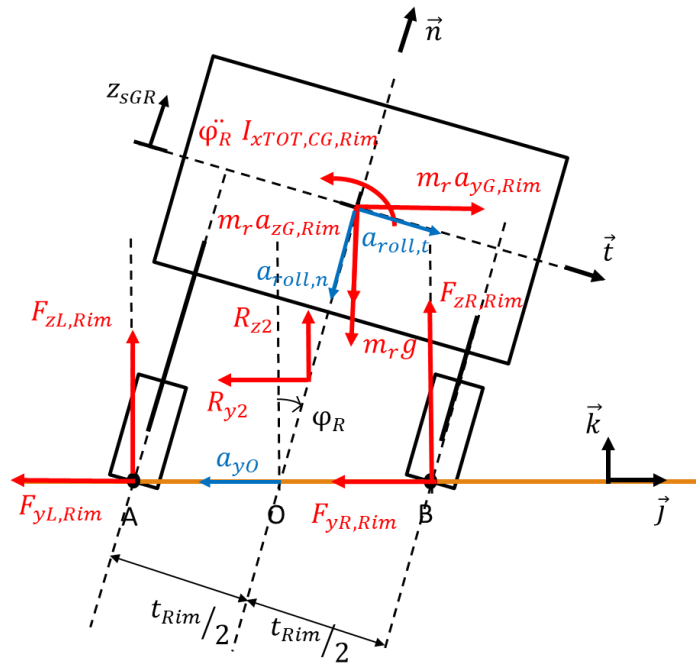


Figura 62: Diagramma di corpo libero rimorchio Simulink

Le accelerazioni $a_{yG,Rim}$ e $a_{zG,Rim}$ vengono calcolate tenendo conto delle componenti derivanti dal moto di rollio come nel caso del veicolo isolato ma considerando l'angolo di rollio diverso:

$$a_{roll,t} = H_{gRim} \ddot{\varphi}_R \vec{t} \quad a_{roll,n} = -H_{gRim} \dot{\varphi}_R^2 \vec{n}$$

Pertanto l'accelerazione risultante lungo le direzioni $\vec{k}$ e $\vec{j}$ saranno:

$$a_{yGRim} = -\left(a_{yOR} - H_{gRim} \ddot{\varphi}_R \cos \varphi_R + H_g \dot{\varphi}_R^2 \sin \varphi_R - \ddot{z}_{SGR} \sin \varphi_R\right) \vec{j}$$

$$a_{zGRim} = \left(-H_{gRim} \ddot{\varphi}_R \sin \varphi_R - H_{gRim} \dot{\varphi}_R^2 \cos \varphi_R + \ddot{z}_{SGR} \cos \varphi_R\right) \vec{k}$$

Dove:

$$H_{gRim} = H_{gORim} + z_{SGR}$$

Risolvendo l'equilibrio alla rotazione attorno al punto O si ottiene:

$$\begin{aligned} & \ddot{\varphi}_R \\ &= \frac{\frac{(F_{zL,Rim} - F_{zR,Rim})t}{2 \cos \varphi_R} + m_r(H_{gORim} + z_{SG})(a_{yOR} \cos \varphi_R + g \sin \varphi_R) - R_{y2}H_c \cos \varphi_R - R_{z2}H_c \sin \varphi_R}{I_{xTOT,CGRim} + m_r(H_{gORim} + z_{SGR})^2} \quad (6.12) \end{aligned}$$

Risolvendo l'equilibrio alla traslazione lungo la direzione individuata da $\vec{n}$:

$$\begin{aligned} & \ddot{z}_{SG} \\ &= \frac{(F_{zL,Rim} + F_{zR,Rim}) \cos \varphi_R - (F_{yL,Rim} + F_{yR,Rim}) \sin \varphi_R + m_r \left[a_{yOR} \sin \varphi_R + (H_{gORim} + z_{SGR}) \dot{\varphi}_R^2 - g \cos \varphi_R \right] \cos \varphi_R}{m_r} \\ & \frac{-R_{y2} \sin \varphi + R_{z2}}{m_r} \quad (6.13) \end{aligned}$$

Dopodiché è possibile definire le reazioni verticali del terreno sugli pneumatici in funzione della deformazione delle sospensioni secondo lo schema riportato nella figura 63:

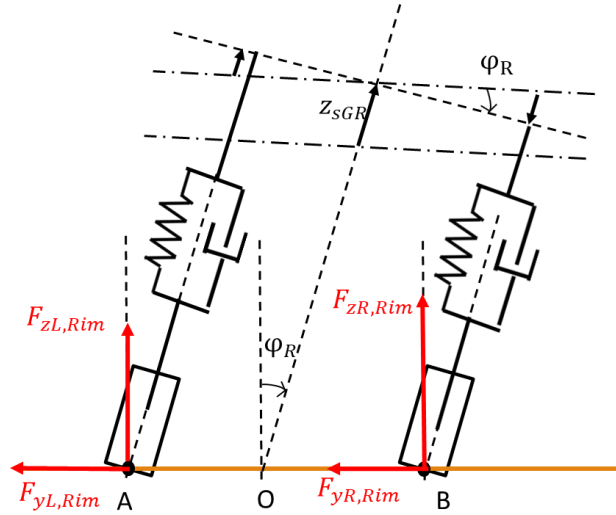


Figura 63: Forze di reazione in funzione della deformazione delle sospensioni del rimorchio Simulink

Da cui si ottiene come nel caso del veicolo trattore:

$$F_{zR,Rim} = \frac{1}{\cos \varphi_R} \left[-K_{sR,Rim,spring,eq} \left(z_{sGR} - \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + K_{sR,Rim,ARB} \left(\varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) - C_{sR,Rim} \left(\dot{z}_{sGR} - \dot{\varphi}_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + F_{yR,Rim} \sin \varphi_R \right] \quad (6.14)$$

$$F_{zL,Rim} = \frac{1}{\cos \varphi_R} \left[-K_{sL,Rim,spring,eq} \left(z_{sGR} + \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) - K_{sL,Rim,ARB} \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} - C_{sL,Rim} \left(\dot{z}_{sGR} + \dot{\varphi}_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + F_{yL,Rim} \sin \varphi_R \right] \quad (6.15)$$

Dopodiché è necessario individuare la componente stazionaria del moto di scuotimento, ovvero il valore costante di spostamento che si verifica in condizioni stazionarie e che si considera bilanciato dalla precompressione delle sospensioni.

Per fare ciò si considerano le condizioni stazionarie del rimorchio, descritte nella figura 64:

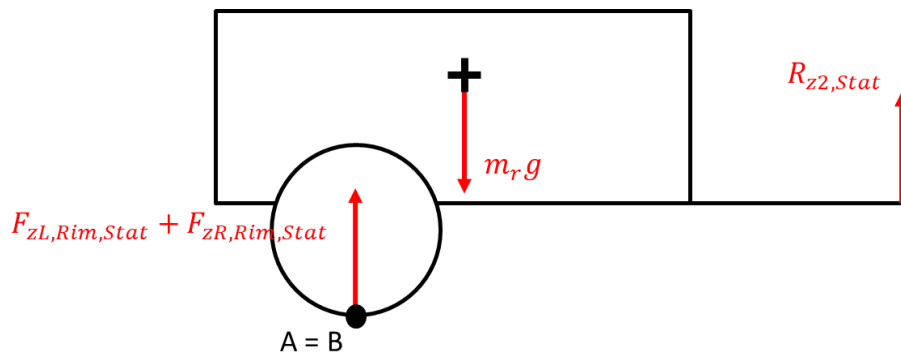


Figura 64: Forze statiche sul rimorchio Simulink

Dall'equilibrio alla rotazione attorno al punto A o B si ottiene il valore della reazione sul gancio del rimorchio in direzione verticale:

$$R_{Z2,Stat} = m_r g \frac{(l_r - a_r)}{l_r}$$

Mentre dall'equilibrio delle forze in direzione verticale:

$$F_{ZL,Rim,Stat} + F_{ZR,Rim,Stat} = m_r g - R_{Z2,Stat}$$

Pertanto il carico agente in corrispondenza dell'assale che è pari alla reazione totale applicata dal terreno sulle ruote può essere espresso come segue:

$$F_{ZL,Rim,Stat} + F_{ZR,Rim,Stat} = m_r g \left[1 - \frac{(l_r - a_r)}{l_r} \right]$$

Ovvero:

$$F_{ZL,Rim,Stat} + F_{ZR,Rim,Stat} = m_r g \frac{a_r}{l_r}$$

Da cui si ottiene la componente statica dello scuotimento facendo l'equilibrio con le forze esercitate dalle sospensioni a causa della suddetta precompressione:

$$z_{SG0R} = - \frac{m_r g \frac{a_r}{l_r}}{K_{s,Rim,spring}} \cos \varphi \quad (6.16)$$

Dove:

$$K_{s,Rim,spring} = K_{sL,Rim,spring} + K_{sR,Rim,spring}$$

E' quindi possibile effettuare un cambio di variabile definendo una variazione dello spostamento della cassa rispetto alla posizione di equilibrio statico:

$$z_{SGR} = z_{SG0R} + \Delta z_{SGR} \quad (6.17)$$

Ovvero sostituendo la 6.16 nell'equazione 6.17:

$$z_{SGR} = - \frac{m_r g \frac{a_r}{l_r}}{K_{s,Rim,spring}} \cos \varphi + \Delta z_{SGR} \quad (6.18)$$

Sostituendo la definizione ottenuta con l'equazione 6.18 dello scuotimento come variazione della posizione del baricentro del rimorchio rispetto alla configurazione statica all'interno delle equazioni 6.14 e 6.15 che definiscono le reazioni verticali si ottiene:

$$F_{ZR,Rim} = \frac{1}{\cos \varphi_R} \left[\frac{m_r g \frac{a_r}{l_r}}{2} \cos \varphi_R - K_{sR,Rim,spring,eq} \left(\Delta z_{sGR} - \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + K_{sR,Rim,ARB} \left(\varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) - C_{sR,Rim} \left(\dot{\Delta z}_{sGR} - \dot{\varphi}_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + F_{YR,Rim} \sin \varphi_R \right] \quad (6.19)$$

$$F_{ZL,Rim} = \frac{1}{\cos \varphi_R} \left[\frac{m_r g \frac{a_r}{l_r}}{2} \cos \varphi_R - K_{sL,Rim,spring,eq} \left(z_{sGR} + \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) - K_{sL,Rim,ARB} \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} - C_{sL,Rim} \left(\dot{z}_{sGR} + \dot{\varphi}_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + F_{YL,Rim} \sin \varphi_R \right] \quad (6.20)$$

All'interno delle quali è possibile evidenziare la componente proveniente dalla deformazione delle sospensioni:

$$\Delta F_{ZR,susp,rim} = \left[-K_{sR,Rim,spring,eq} \left(\Delta z_{sGR} - \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + K_{sR,Rim,ARB} \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} - C_{sR,Rim} \left(\dot{\Delta z}_{sGR} - \dot{\varphi}_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + F_{YR,Rim} \sin \varphi_R \right]$$

$$\Delta F_{ZL,susp,rim} = \left[-K_{sL,Rim,spring,eq} \left(z_{sGR} + \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) - K_{sL,Rim,ARB} \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} - C_{sL,Rim} \left(\dot{z}_{sGR} + \dot{\varphi}_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + F_{YL,Rim} \sin \varphi_R \right]$$

Che proiettate lungo la direzione verticale restituiscono il trasferimento di carico laterale in curva.

Le equazioni 6.19 e 6.20 vengono sostituite nelle equazioni 6.12 e 6.13 di rollio e scuotimento ottenendo:

$$\ddot{\varphi}_R = \frac{\left[-2(K_{sL,Rim,spring,eq} + K_{sL,Rim,ARB}) \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} - 2C_{sL,Rim} \dot{\varphi}_R \frac{t_{Rim}}{2} + (F_{YL,Rim} - F_{YR,Rim}) \sin \varphi_R \right] \frac{t_{Rim}}{2 \cos^2 \varphi_R}}{I_{xTOT,CG,Rim} + m_r (H_{g0Rim} + \Delta z_{sGR})^2} + \frac{m_r (H_{g0Rim} + \Delta z_{sGR}) (a_{yOR} \cos \varphi_R + g \sin \varphi_R) - R_{y2} H_c \cos \varphi_R - R_{z2} H_c \sin \varphi_R}{I_{xTOT,CG,Rim} + m_r (H_{g0Rim} + \Delta z_{sGR})^2} \quad (6.21)$$

$$\begin{aligned}
& \Delta \ddot{z}_{SGR} \\
& = \frac{-\left(K_{sR,Rim,spring,eq} + K_{sL,Rim,spring,eq}\right) \Delta z_{SGR} - \left(C_{sL,Rim} + C_{sR,Rim}\right) \Delta \dot{z}_{SGR} + m_r g \left(\frac{a_r - l_r}{l_r}\right) \cos \varphi_R}{m_r} \\
& \quad + \frac{m_r \left[a_{yOR} \sin \varphi_R + \left(H_{g0Rim} + \Delta z_{SGR}\right) \dot{\varphi}_R^2\right] - R_{y2} \sin \varphi_R + R_{z2} \cos \varphi_R}{m_r}
\end{aligned} \quad (6.22)$$

L'equazione del moto di scuotimento può essere ottenuta esplicitando il termine di reazione verticale sul gancio del rimorchio. Per fare ciò si considera la condizione di guida in rettilineo del rimorchio e, mediante un equilibrio dei momenti si esprime la reazione verticale R_{z2} in funzione delle altre forze agenti sul sistema. In questo modo è possibile evidenziare come, grazie al cambio di variabile, il contributo dovuto alla forza peso e quindi bilanciato dalla precompressione degli pneumatici non venga considerato.

Nella figura 65 è riportato uno schema del rimorchio con le forze agenti su di esso in condizioni di guida in rettilineo:

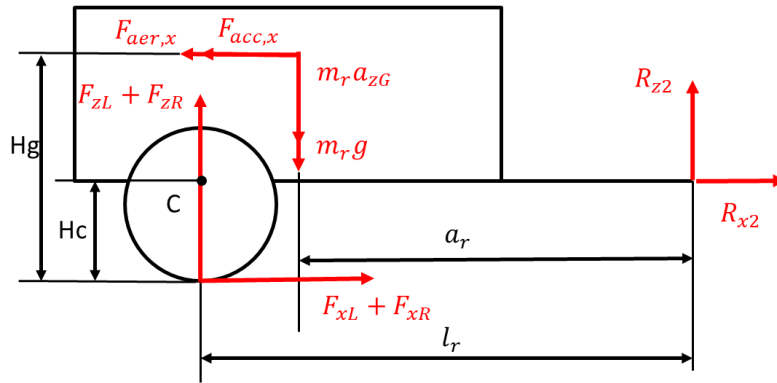


Figura 65: Rimorchio guida in rettilineo

Dall'equilibrio dei momenti attorno al punto C si ottiene:

$$R_{z2} = m_r (a_{zGRim} + g) \frac{(l_r - a_r)}{l_r} - (F_{aer,x,Rim} + F_{acc,x,Rim}) \frac{H_{g0Rim} - H_c}{l_r} - (F_{xL,Rim} + F_{xR,Rim}) \frac{H_c}{l_r} \quad (6.23)$$

E sostituendo la 6.23 nell'equazione del moto di scuotimento 6.22:

$$\begin{aligned}
& \Delta \ddot{z}_{SGR} \\
& = \frac{-\left(K_{sR,Rim,spring,eq} + K_{sL,Rim,spring,eq}\right) \Delta z_{SGR} - \left(C_{sL,Rim} + C_{sR,Rim}\right) \Delta \dot{z}_{SGR} + m_r \left[a_{yOR} \sin \varphi_R + \left(H_{g0Rim} + z_{SGR}\right) \dot{\varphi}_R^2\right]}{m_r} \\
& \quad - \frac{R_{y2} \sin \varphi_R + \left[m_r a_{zGRim} \frac{(l_r - a_r)}{l_r} - (F_{aer,x,Rim} + F_{acc,x,Rim}) \frac{H_{g0Rim} - H_c}{l_r} - (F_{xL,Rim} + F_{xR,Rim}) \frac{H_c}{l_r}\right] \cos \varphi_R}{m_r}
\end{aligned}$$

7 Implementazione in Simulink del modello di veicolo articolato

7.1 Introduzione

Nel seguente capitolo viene descritto il blocco Simulink “Veicolo Terreno” ottenuto eseguendo le modifiche mostrate nei capitoli precedenti. Tale blocco risolve la dinamica nel piano orizzontale e trasversale del veicolo articolato in funzione delle informazioni provenienti dai blocchi “Motore e trasmissione”, “Impianto frenante” e “Sterzo” i quali non sono stati modificati rispetto al modello precedente [1].

Nell’immagine seguente è possibile osservare il blocco “Veicolo Terreno” nel suo insieme:

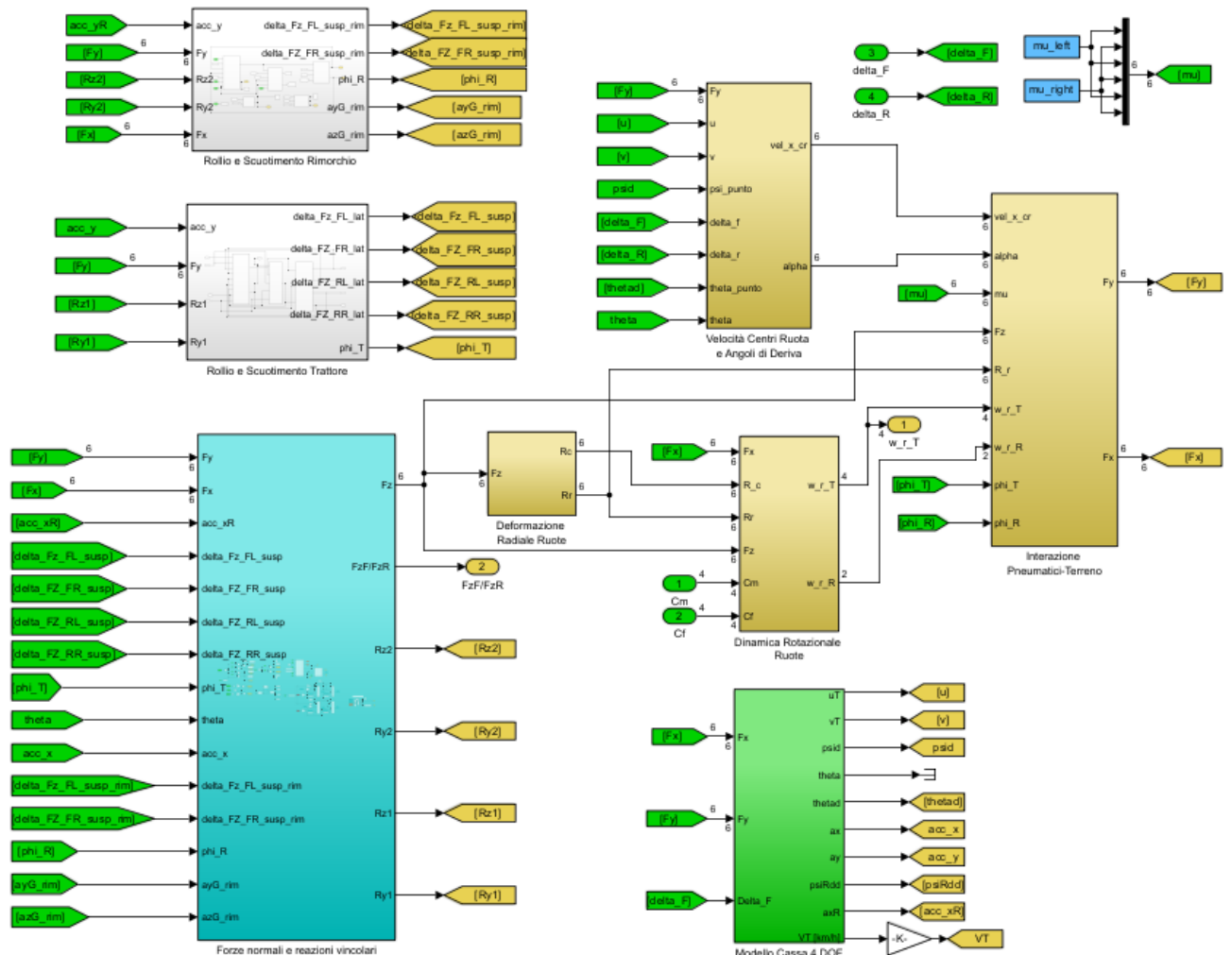


Figura 66: Subsystem Veicolo Terreno

Il blocco “Veicolo Terreno” è suddiviso nei seguenti subsystem:

- **“Interazioni pneumatico terreno”** che restituisce le forze laterali e longitudinali sviluppate dagli pneumatici secondo le formule del modello di Pacejka “PAC96” [6]
- **“Velocità centri ruota e angoli di deriva”** che calcola la velocità dei mozzi e gli angoli di deriva
- **“Deformazione radiale ruote”** che calcola il raggio della ruota quando deformata dal carico verticale
- **“Dinamica Rotazionale ruota”** che restituisce le velocità angolari delle ruote
- **“Forze Normali”** che restituisce le reazioni verticali del terreno sugli pneumatici
- **“Rollio e Scuotimento Trattore”** che risolve la dinamica di rollio e scuotimento della motrice e calcola le forze generate dalla deformazione delle sue sospensioni
- **“Rollio e Scuotimento Rimorchio”** che risolve la dinamica di rollio e scuotimento del rimorchio e calcola le forze generate dalla deformazione delle sue sospensioni
- **“Modello Cassa 4 DOF”** che risolve la dinamica nel piano del veicolo articolato
-

Rispetto al modello ereditato dal lavoro di tesi [1] si evidenziano le seguenti variazioni:

- Si passa dal modello di interazione pneumatico-terreno PAC89 al più complesso PAC96
- Il blocco di rollio viene sostituito con il subsystem di rollio e scuotimento della cassa
- Viene aggiunto il subsystem di rollio e scuotimento del rimorchio il quale precedentemente prevedeva delle sospensioni rigide che non consentivano questi gradi di libertà
- Vengono effettuate modifiche nel calcolo delle reazioni normali al terreno per tenere conto degli effetti di eccentricità del baricentro
- Il blocco di calcolo delle reazioni al gancio è stato aggiornato includendo i valori di accelerazione verticale e laterale del baricentro del rimorchio comprensivi dei contributi dovuti al rollio e allo scuotimento della cassa

7.2 Interazioni pneumatico terreno

Per quanto riguarda le modifiche apportate al modello di interazione pneumatico-terreno, si evidenziano quelle derivanti dall’implementazione di un modello di sospensione con recupero nullo della campanatura. Come descritto nei capitoli precedenti, questo modello fa sì che la cassa e le masse non sospese rimangano sempre allineate, anche in presenza di un angolo di rollio. Di conseguenza, l’angolo di campanatura delle ruote coincide con l’angolo di rollio della cassa. Tale corrispondenza deve essere rispettata anche nel calcolo dell’interazione pneumatico-terreno, in quanto le forze generate dipendono direttamente dall’angolo di campanatura.

Nella figura seguente è possibile osservare le variabili di ingresso al subsystem di calcolo delle forze sviluppate dalla ruota anteriore sinistra compresa la campanatura pari al rollio:

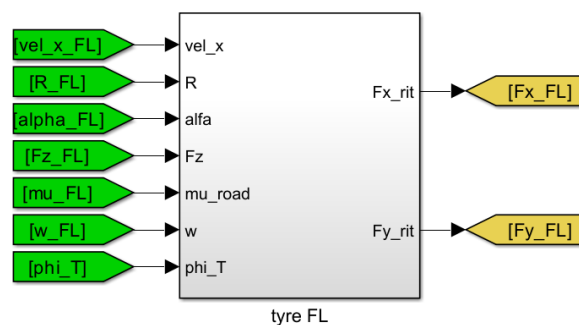


Figura 67: Subsystem calcolo delle forze a terra

7.3 Rollio e Scuotimento Trattore/Rimorchio

Il blocco di rollio e scuotimento del trattore, già illustrato nei suoi sottocomponenti nel Capitolo 6.2.2, è mostrato nell'immagine seguente in relazione agli altri subsystem con cui interagisce:

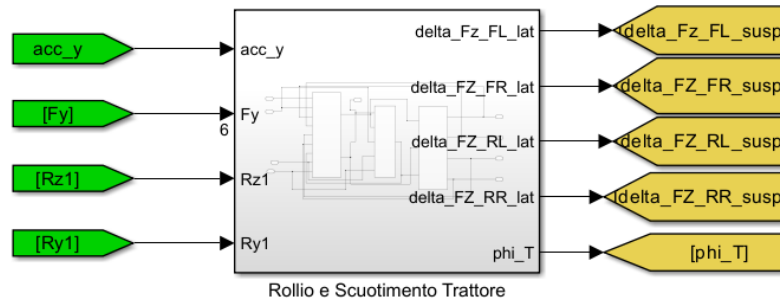


Figura 68: Subsystem di rollio e scuotimento del trattore

Questo blocco restituisce le forze esercitate al suolo a seguito della deformazione delle sospensioni, le quali costituiscono uno degli input per il subsystem di calcolo delle forze normali. Inoltre, fornisce l'angolo di rollio, anch'esso impiegato nel medesimo blocco per tener conto degli effetti di eccentricità del baricentro. L'angolo di rollio entra, anche come appena mostrato, come angolo di campanatura nel calcolo delle forze laterali e longitudinali scambiate tra pneumatici e terreno.

Il subsystem di rollio e scuotimento del rimorchio si comporta in maniera analoga a quello della motrice con la differenza che, oltre al fatto che avendo un solo assale vi sono solo due output di forza, in uscita sono presenti anche le accelerazioni laterali e verticali del rimorchio comprensive dei contributi legati al rollio e allo scuotimento:

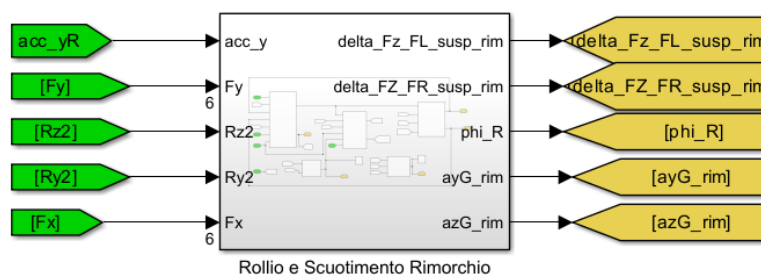


Figura 69: Subsystem calcolo rollio e scuotimento del rimorchio

7.3.1 Implementazione in Simulink della dinamica di rollio e scuotimento della motrice

All'interno del subsystem di rollio e scuotimento del trattore è possibile distinguere tre sottosistemi, uno per la risoluzione della dinamica di rollio, uno per la risoluzione della dinamica di scuotimento e uno di calcolo

delle forze a terra generate dalla deformazione delle sospensioni in funzione del moto relativo tra massa sospesa e masse non sospese.

L'equazione del moto di rollio della motrice del veicolo articolato viene implementata nell'ambiente Simulink all'interno del subsystem "Rollio e scuotimento Trattore" nella seguente forma :

$$\ddot{\varphi} = \frac{[\Delta F_{zL,susp} - \Delta F_{zR,susp} + (F_{yL} - F_{yR}) \sin \varphi] \frac{t}{2 \cos^2 \varphi}}{I_{xTOT,CG} + m_{tot}(H_{g0} + \Delta z_{sG})^2} + \frac{m_{tot}(H_{g0} + \Delta z_{sG})(a_{y0} \cos \varphi + g \sin \varphi) - R_{y1}H_c \cos \varphi - R_{z1}H_c \sin \varphi}{I_{xTOT,CG} + m_{tot}(H_{g0} + \Delta z_{sG})^2}$$

E' quindi necessario creare un blocco Simulink che riceve in ingresso:

- Le forze laterali agenti su ciascuno pneumatico F_y
- L'accelerazione laterale a cui è sottoposto il veicolo a_{y0}
- Le forze di reazione verticale e laterale esercitate sul gancio R_{y1} e R_{z1}
- Le componenti delle forze di reazione a terra dovute alla deformazione delle sospensioni $\Delta F_{z_{susp}}$
- Lo scuotimento della motrice Δz_{sG}

Nella figura 70 è possibile osservare il blocco Simulink che calcola il rollio della motrice:

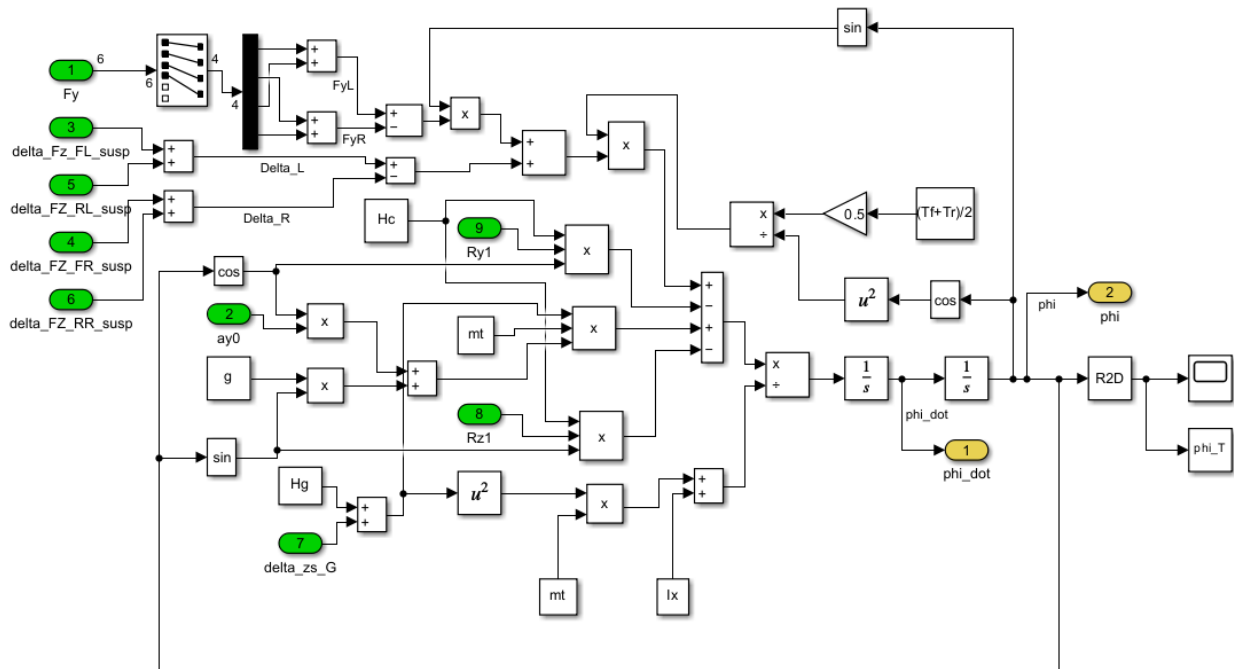


Figura 70: Rollio motrice in Simulink

Le uscite sono invece l'angolo di rollio e la sua derivata prima nel tempo.

Le componenti delle forze di reazione a terra dovute alla deformazione delle sospensioni si ottengono da un secondo blocco Simulink il quale implementa le equazioni nella forma:

$$\Delta F_{zFR,susp} = \left[-K_{sFR,spring.eq} \left(\Delta z_{sG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sFR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sFR} \left(\Delta \dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YFR} \sin \varphi \right]$$

$$\Delta F_{zFL,susp} = \left[-K_{sFL,spring.eq} \left(\Delta z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sFL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sFL} \left(\Delta \dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YFL} \sin \varphi \right]$$

$$\Delta F_{zRR,susp} = \left[-K_{sRR,spring.eq} \left(\Delta z_{sG} - \varphi \frac{t}{2} \right) + K_{sRR,ARB} \left(\varphi \frac{t}{2} \right) - C_{sRR} \left(\Delta \dot{z}_{sG} - \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YRR} \sin \varphi \right]$$

$$\Delta F_{zRL,susp} = \left[-K_{sRL,spring.eq} \left(\Delta z_{sG} + \varphi \frac{t}{2} \right) - K_{sRL,ARB} \varphi \frac{t}{2} - C_{sRL} \left(\Delta \dot{z}_{sG} + \dot{\varphi} \frac{t}{2} \right) + F_{YRL} \sin \varphi \right]$$

Pertanto tale blocco richiederà in ingresso:

- L'angolo di rollio φ
- La velocità di rollio $\dot{\varphi}$
- La variabile di scuotimento Δz_{sG}

Nella figura 71 è possibile osservare il blocco Simulink descritto:

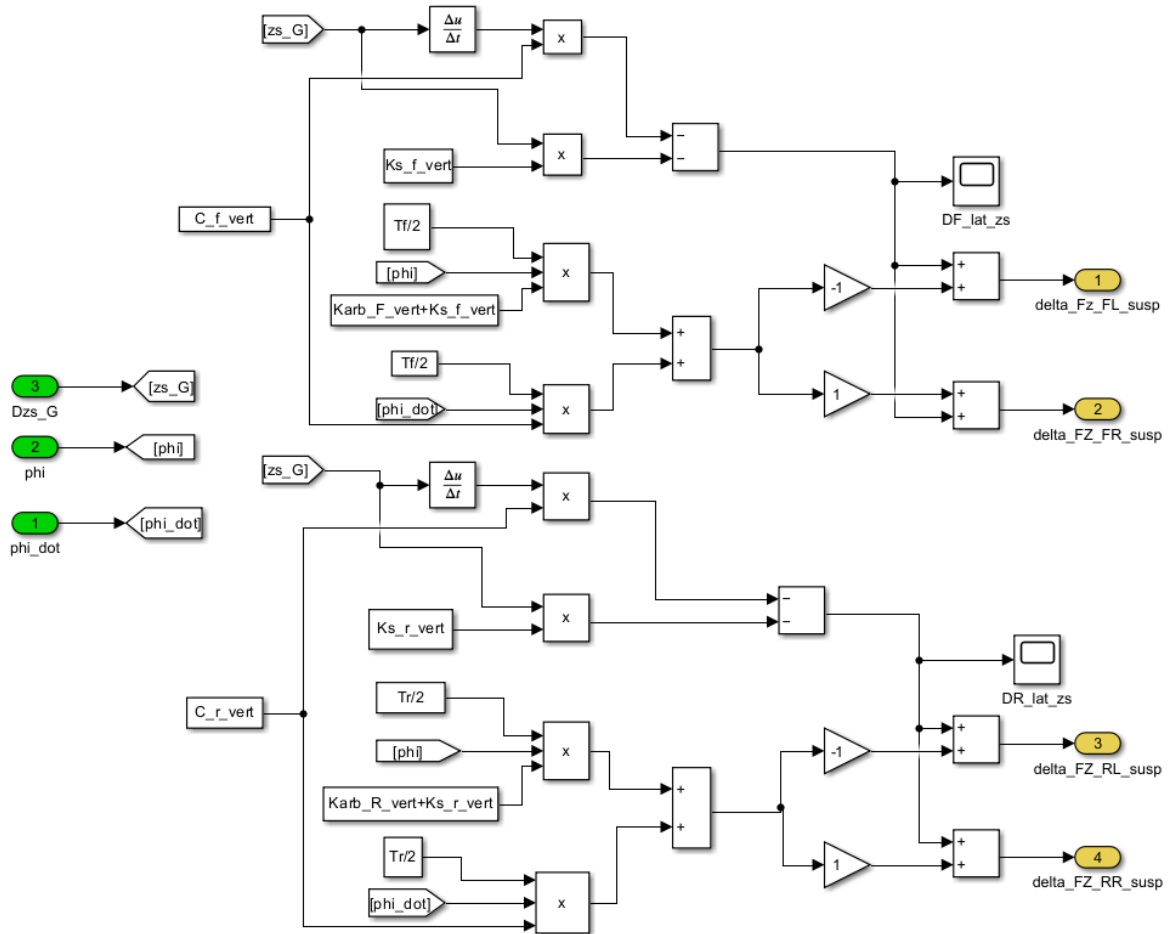


Figura 71: Componenti di forza dovute alla deformazione in Simulink

Tale blocco calcola separatamente i contributi sulle singole ruote considerando i valori di rigidità e smorzamento dei singoli componenti della sospensione e non componenti unici posti sui due lati del veicolo, come viene fatto in altri punti della trattazione. Come nel caso del veicolo isolato si possono sommare i contributi di forza sullo stesso lato ed ottenere i termini Left e Right.

L'equazione del moto di scuotimento viene implementata nella seguente forma:

$$\Delta \ddot{z}_{sG} = \frac{- (K_{sR, spring, eq} + K_{sL, spring}) \Delta z_{sG} - (C_{sL} + C_{sR}) \Delta \dot{z}_{sG} + m_{tot} [a_{y0} \sin \varphi + (H_{g0} + z_{sG}) \dot{\varphi}^2] + R_{y1} \sin \varphi + (R_{z1} + R_{z1, stat}) \cos \varphi}{m_{tot}}$$

E' quindi necessario creare un blocco Simulink che riceve in ingresso:

- L'accelerazione laterale a cui è sottoposto il veicolo
- Le forze di reazione verticale e laterale esercitate sul gancio
- Le componenti delle forze di reazione a terra dovute alla deformazione delle sospensioni
- L'angolo di rollio e la sua derivata prima nel tempo

Nella figura 72 è possibile osservare il blocco Simulink che calcola lo scuotimento della motrice:

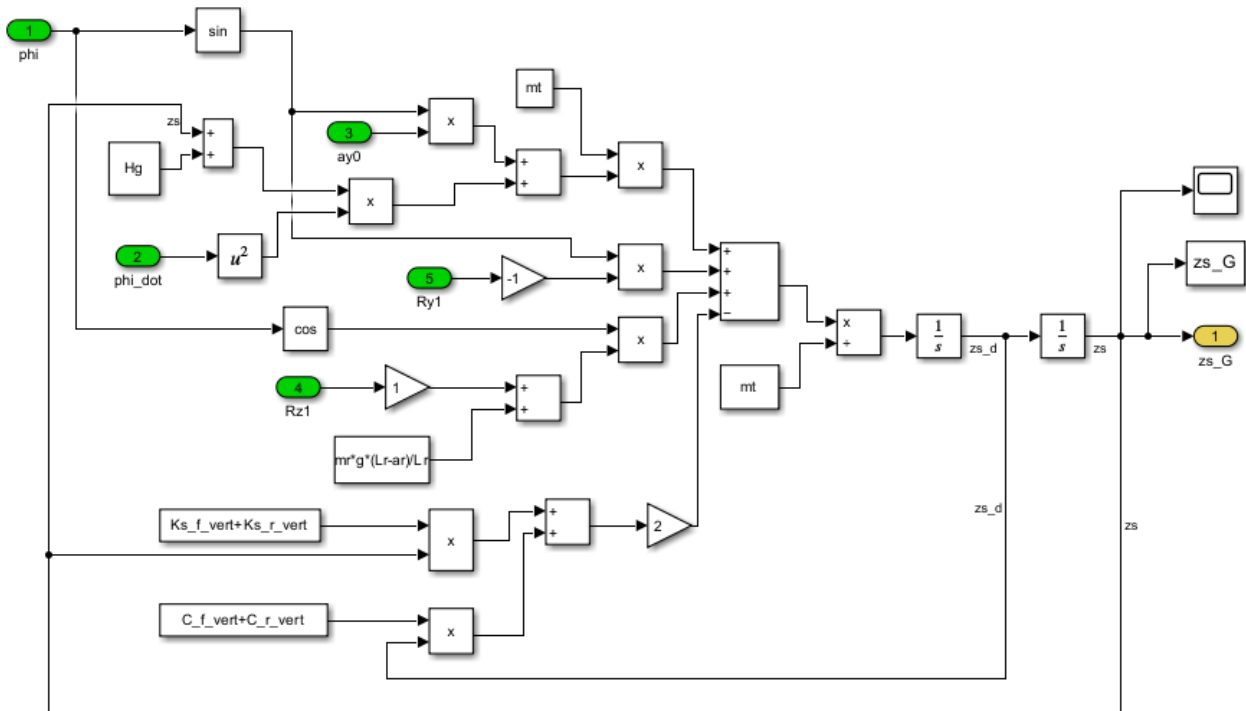


Figura 72: Scuotimento motrice in Simulink

7.3.2 Implementazione in Simulink della dinamica di rollio e scuotimento del rimorchio

All'interno del subsystem di rollio e scuotimento del rimorchio è possibile distinguere tre sottosistemi, uno per la risoluzione della dinamica di rollio, uno per la risoluzione della dinamica di scuotimento e uno di calcolo delle forze a terra generate dalla deformazione delle sospensioni in funzione del moto relativo tra massa sospesa e masse non sospese.

L'equazione del moto di rollio del rimorchio del veicolo articolato viene implementata nell'ambiente Simulink nella seguente forma:

$$\ddot{\varphi}_R = \frac{[\Delta F_{zL,susp,rim} - \Delta F_{zR,susp,rim} + (F_{YL,Rim} - F_{YR,Rim}) \sin \varphi_R] \frac{t_{Rim}}{2 \cos^2 \varphi_R}}{I_{xTOT,CG,Rim} + m_r (H_{g0Rim} + \Delta z_{sGR})^2} + \frac{m_r (H_{g0Rim} + \Delta z_{sGR}) (a_{yOR} \cos \varphi_R + g \sin \varphi_R) - R_{y2} H_c \cos \varphi_R - R_{z2} H_c \sin \varphi_R}{I_{xTOT,CG,Rim} + m_r (H_{g0Rim} + \Delta z_{sGR})^2}$$

E' quindi necessario creare un blocco Simulink che riceve in ingresso:

- Le forze laterali agenti su ciascuno pneumatico F_y
- L'accelerazione laterale a cui è sottoposto il rimorchio a_{yOR}
- Le forze di reazione verticale e laterale esercitate sul gancio R_{y2} e R_{z2}
- Le componenti delle forze di reazione a terra dovute alla deformazione delle sospensioni $\Delta F_{z,susp,Rim}$
- Lo scuotimento del rimorchio Δz_{sGR}

Nella figura 73 è possibile osservare il blocco Simulink che calcola il rollio della motrice:

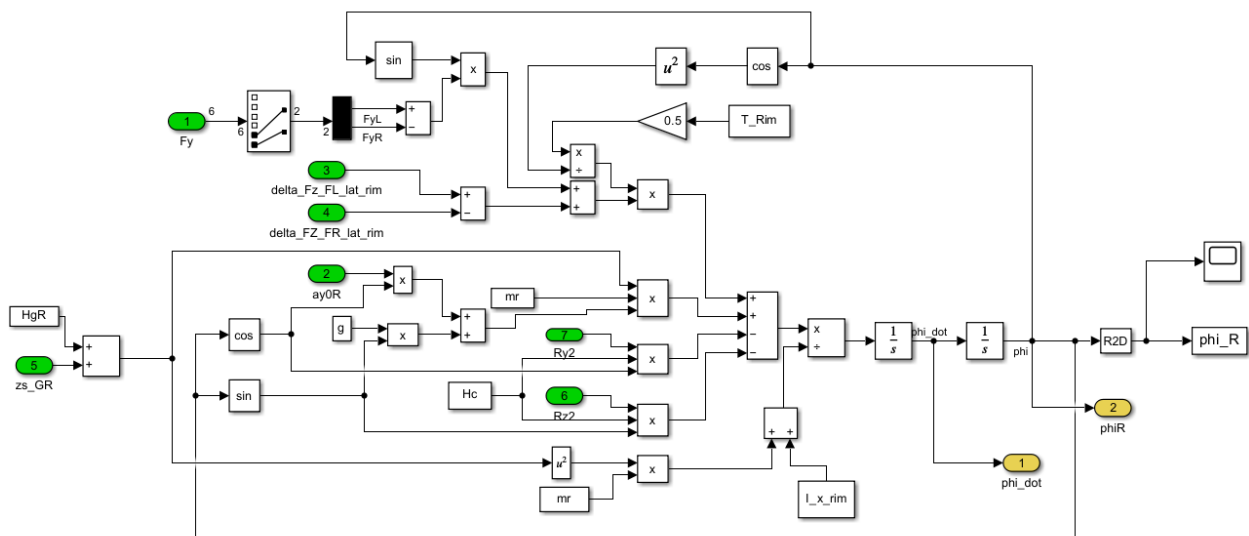


Figura 73: Rollio rimorchio Simulink

Le componenti delle reazioni a terra dovute alla deformazione delle sospensioni vengono implementate in un secondo blocco Simulink nella seguente forma:

$$\Delta F_{zR,susp,rim} = -K_{sR,Rim,spring,eq} \left(\Delta z_{sGR} - \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + K_{sR,Rim,ARB} \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} - C_{sR,Rim} \left(\dot{\Delta z}_{sGR} - \dot{\varphi}_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + F_{YR,Rim} \sin \varphi_R$$

$$\Delta F_{zL,susp,rim} = -K_{sL,Rim,spring,eq} \left(z_{sGR} + \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) - K_{sL,Rim,ARB} \varphi_R \frac{t_{Rim}}{2} - C_{sL,Rim} \left(\dot{z}_{sGR} + \dot{\varphi}_R \frac{t_{Rim}}{2} \right) + F_{YL,Rim} \sin \varphi_R$$

Il blocco Simulink richiede quindi le seguenti variabili in ingresso:

- L'angolo di rollio del rimorchio φ_R
- La velocità angolare di rollio del rimorchio $\dot{\varphi}_R$
- Lo scuotimento della cassa del rimorchio Δz_{sGR}
- La velocità di scuotimento della cassa del rimorchio $\dot{\Delta z}_{sGR}$

Nell'immagine 74 è possibile osservare il blocco Simulink sopra descritto:

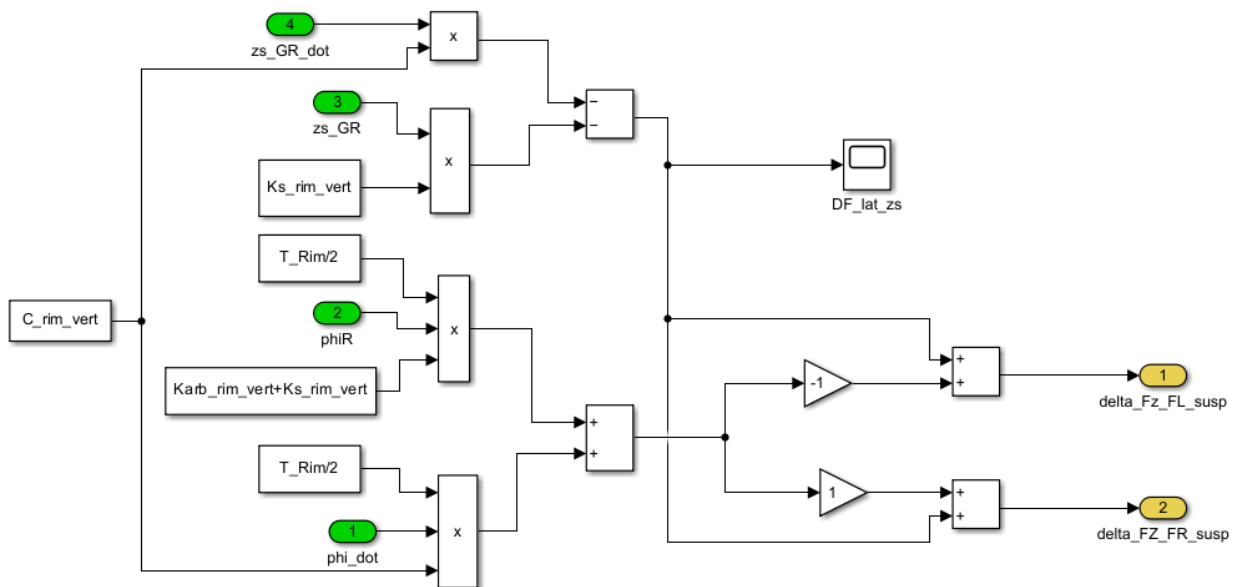


Figura 74: Componenti di forza dovute alla deformazione in Simulink rimorchio

L'equazione del moto di scuotimento viene implementata nella seguente forma:

$\Delta \ddot{z}_{sGR}$

$$= \frac{-\left(K_{sR,Rim,spring,eq} + K_{sL,Rim,spring,eq}\right)\Delta z_{sGR} - \left(C_{sL,Rim} + C_{sR,Rim}\right)\Delta \dot{z}_{sGR} + m_r \left[a_{y0} \sin \varphi_R + \left(H_{g0Rim} + z_{sGR}\right)\dot{\varphi}_R^2\right]}{m_r}$$

$$-R_{y2} \sin \varphi_R + \left[m_r a_{zGRim} \frac{(l_r - a_r)}{l_r} - \left(F_{aer,x,Rim} + F_{acc,x,Rim}\right) \frac{H_{g0Rim} - H_c}{l_r} - \left(F_{xL,Rim} + F_{xR,Rim}\right) \frac{H_c}{l_r}\right] \cos \varphi_R$$

$$m_r$$

E' quindi necessario realizzare un blocco Simulink che riceve in ingresso le seguenti variabili:

- L'accelerazione laterale a cui è sottoposto il rimorchio a_{y0R}
- L'accelerazione verticale del baricentro del rimorchio (tenendo conto di rollio e scuotimento)
 $a_{zG,Rim}$
- L'angolo di rollio del rimorchio φ_R
- La velocità angolare di rollio del rimorchio $\dot{\varphi}_R$
- Le forze longitudinali agenti su ciascuno pneumatico F_x
- La reazione laterale scambiata sul gancio con la motrice R_{y2}

Nella figura 75 è riportato il blocco Simulink di scuotimento del rimorchio:

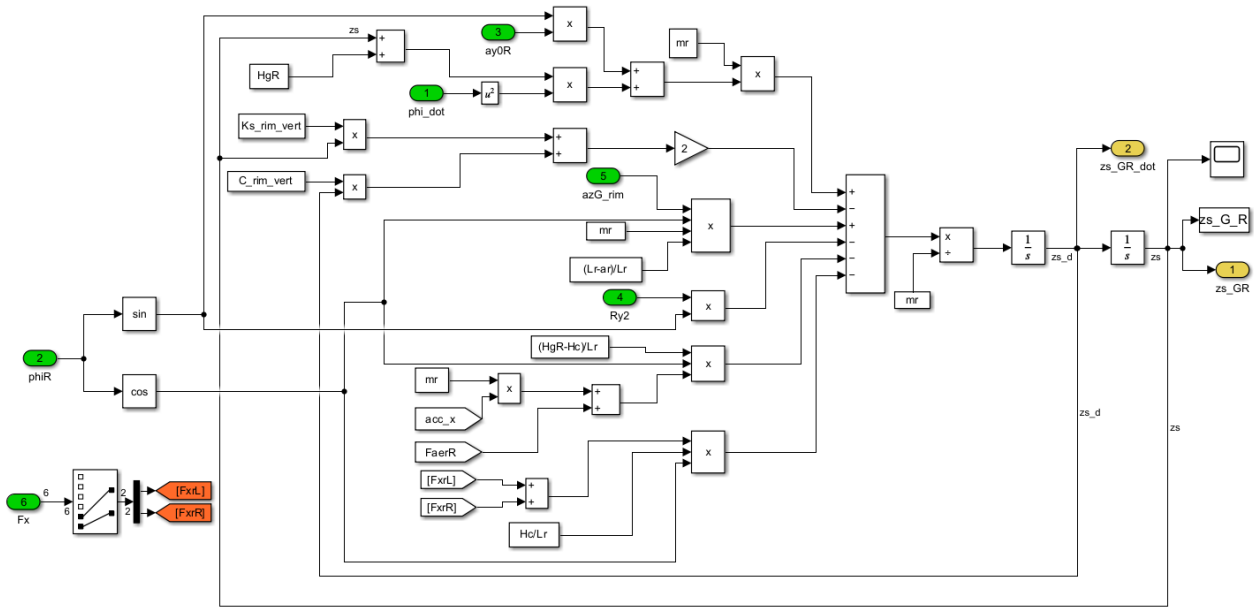


Figura 75: Scuotimento del rimorchio in Simulink

L'accelerazione verticale del baricentro del rimorchio a_{zGRim} che tiene conto anche delle componenti dovute al rollio e allo scuotimento viene calcolata in un blocco Simulink separato in modo da non appesantire quello di scuotimento.

$$a_{zGRim} = \left(-H_{gRim}\ddot{\varphi}_R \sin \varphi_R - H_{gRim}\dot{\varphi}_R^2 \cos \varphi_R + \ddot{z}_{sGR} \cos \varphi_R\right)\vec{k}$$

Esso richiede in ingresso:

- L'angolo di rollio
- La variabile di scuotimento

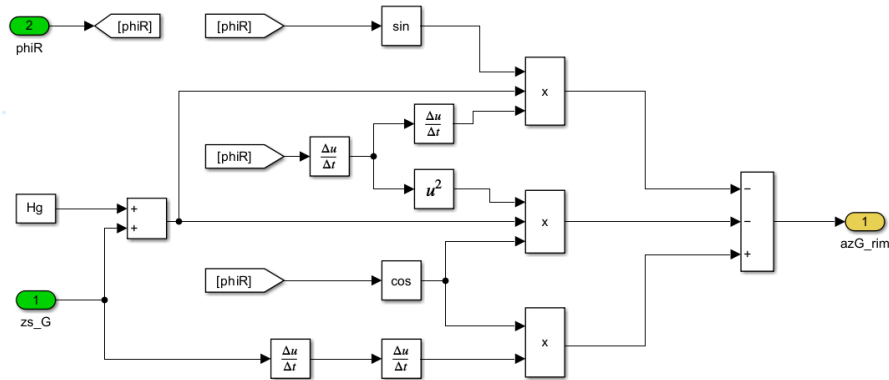


Figura 76: Accelerazione verticale del rimorchio in Simulink

7.3.3 Implementazione in Simulink del calcolo delle forze normali al terreno e delle reazioni sul gancio

All'interno del subsystem di calcolo delle forze normali al terreno è possibile evidenziare i seguenti sottosistemi:

Quelli del calcolo del trasferimento di carico laterale, proiettando lungo la direzione verticale le forze generate dalla deformazione delle sospensioni della motrice e del rimorchio:

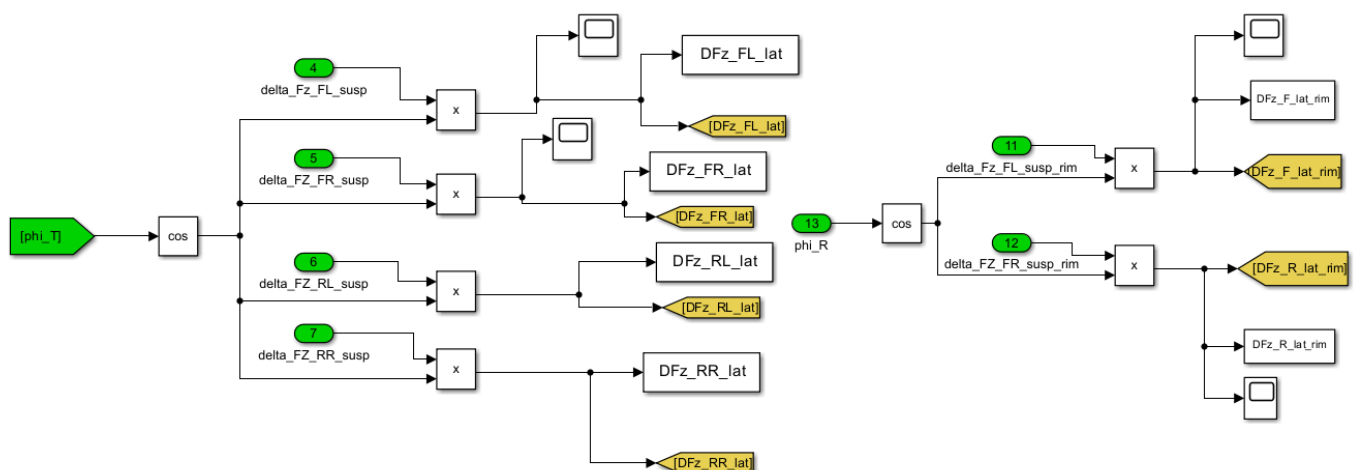


Figura 77: Subsystem di calcolo dei trasferimenti di carico laterali

Quello che calcola la ridistribuzione del carico tra le ruote dello stesso assale in funzione dell'eccentricità del baricentro:

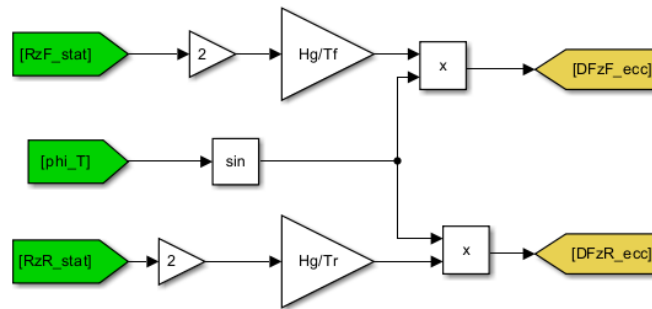


Figura 78: Subsystem di calcolo della ridistribuzione del carico legata all'eccentricità

I trasferimenti di carico laterali e la redistribuzione del carico tra le ruote dello stesso assale contribuiscono, assieme al termine di carico statico e a tutti gli altri contributi di trasferimento di carico longitudinali, al calcolo delle reazioni normali al terreno mediante il sottosistema seguente per la motrice:

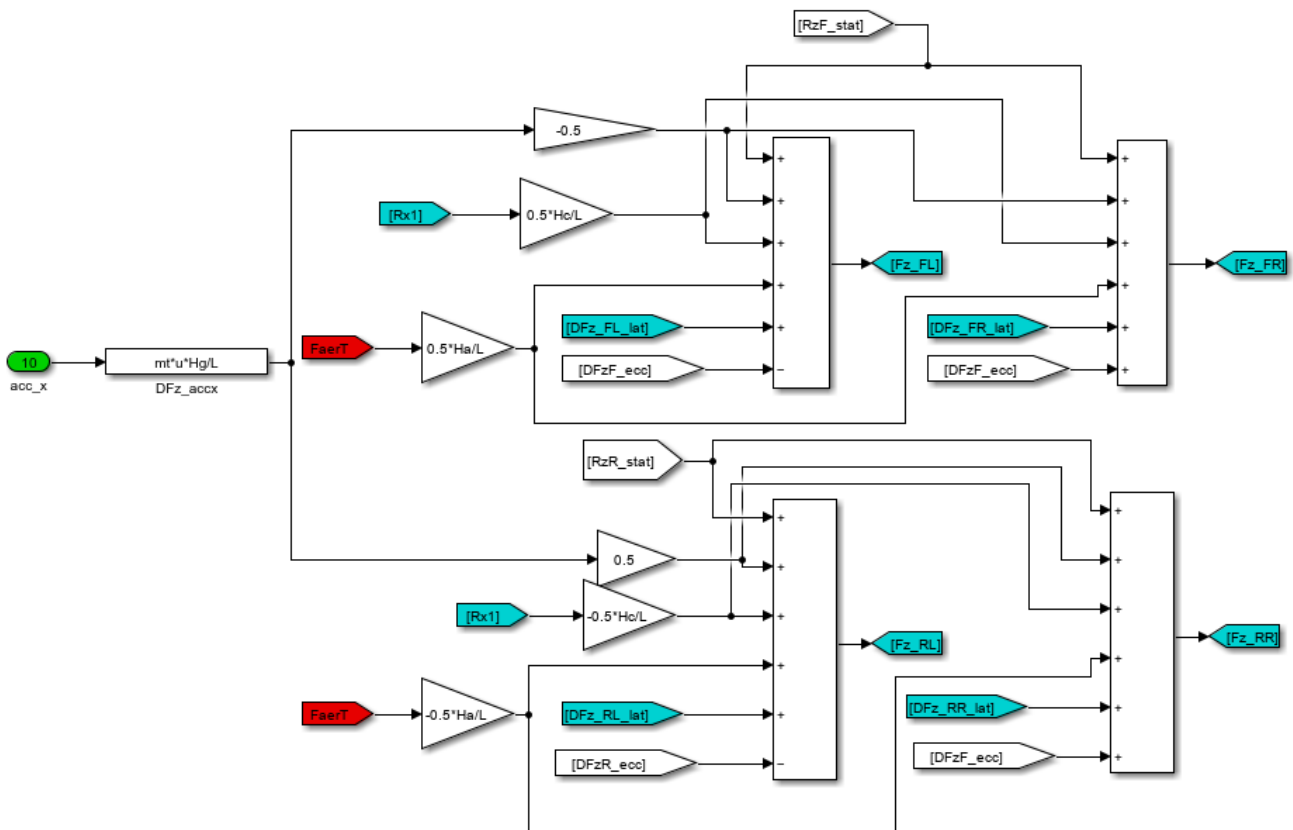


Figura 79: Subsystem di calcolo delle forze normali della motrice

Dove il carico statico è calcolato tenendo conto del contributo della reazione verticale sul gancio, la quale modifica anche in condizioni statiche il carico agente su ciascun assale.

Nel caso del rimorchio il blocco di calcolo delle forze normali al terreno è il seguente, dove l'unica differenza sta nel fatto che non si considerano gli effetti di eccentricità del baricentro:

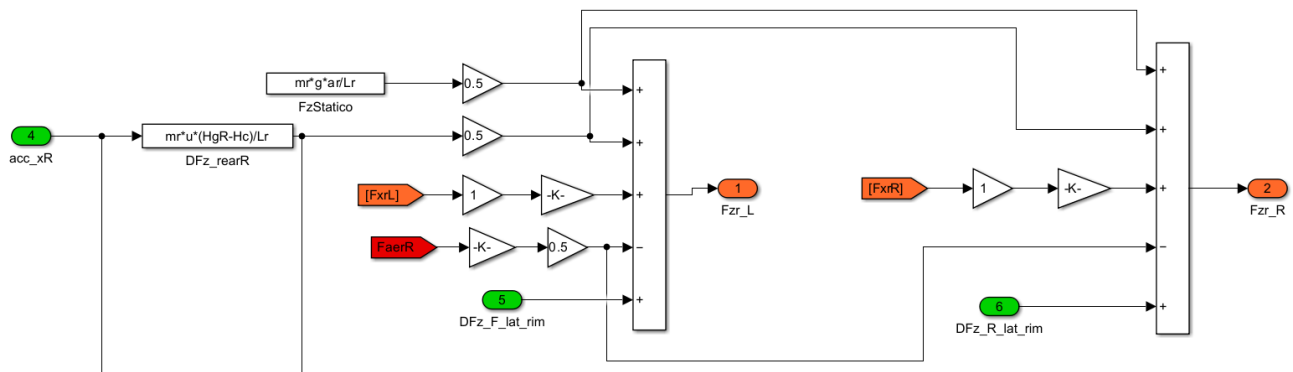


Figura 80: Subsystem di calcolo delle forze normali del rimorchio

Infine vi è il blocco di calcolo delle reazioni sul gancio il quale calcola le reazioni laterali e longitudinali con un equilibrio delle forze lungo la corrispondente direzione, mentre la reazione verticale viene calcolata con un equilibrio dei momenti attorno al punto C posto in corrispondenza dell'assale e all'altezza H_c del gancio. Rispetto al modello precedente il calcolo della reazione verticale viene aggiornato considerando il contributo proveniente dall'accelerazione verticale del baricentro del rimorchio dovuto al moto di rollio e scuotimento dello stesso, analogamente nel calcolo della reazione orizzontale viene sostituito il termine di accelerazione laterale del punto a terra solidale al rimorchio con quello del baricentro soggetto a rollio e scuotimento:

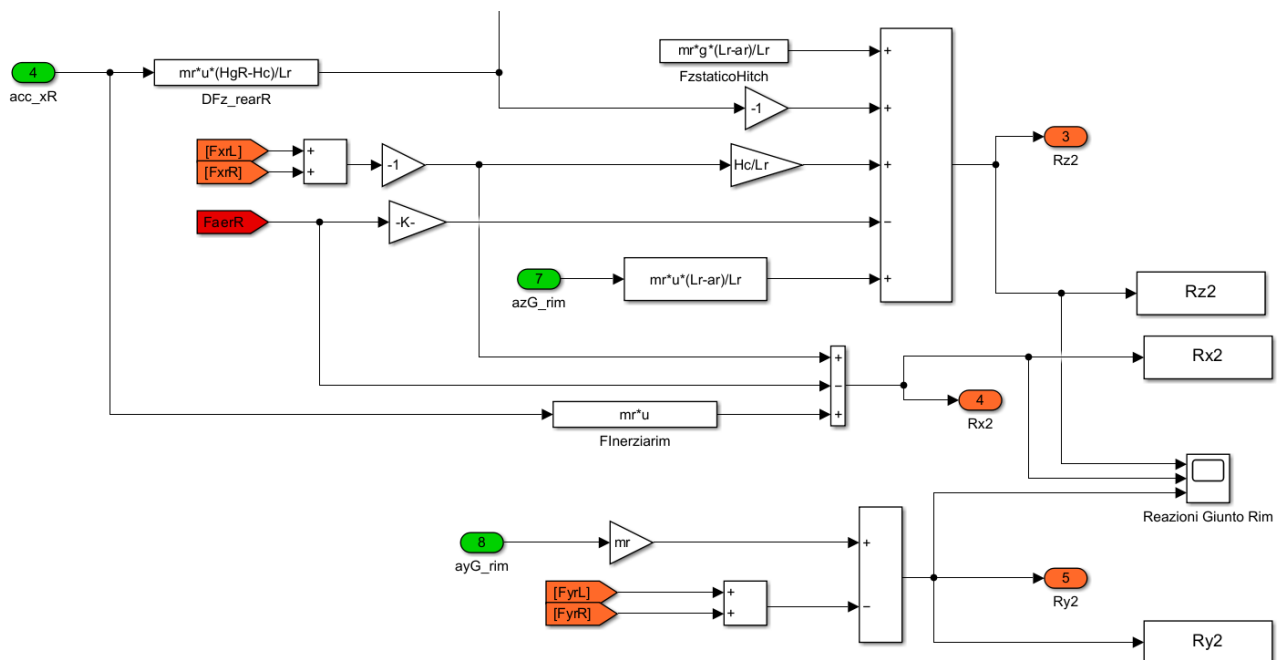


Figura 81: Subsystem di calcolo delle reazioni sul gancio

7.4 Equazioni del moto del sistema articolato implementate in Simulink

Si riportano per completezza le equazioni del moto implementate all'interno del modello Simulink. Tali equazioni sono suddivisibili in due gruppi:

- Il primo è quello delle equazioni del moto nel piano orizzontale, implementate nel blocco “Modello Cassa 4 DOF”, che descrivono il moto traslazionale in direzione longitudinale e laterale, la dinamica di imbardata della motrice e di imbardata del rimorchio, considerando l'angolo relativo con l'asse longitudinale della motrice [1].
- Il secondo è quello delle equazioni del moto nel piano trasversale, implementate nei blocchi “Rollio e Scuotimento Trattore\Rimorchio”, che descrivono la dinamica verticale e di rollio sia della motrice che del rimorchio.

Si riportano di seguito le equazioni del moto nel piano orizzontale scritte con la simbologia presentata nel lavoro [1]:

- Equazione del moto sul piano orizzontale in direzione longitudinale:

$$m(\dot{u}_T - v_T \dot{\psi}) + m_r(c + a_r \cos \theta) \dot{\psi}^2 - a_r m_r \dot{\theta} \cos \theta - m_r a_r (\ddot{\psi} - \ddot{\theta}) \sin \theta + m_r a_r \dot{\theta}^2 \cos \theta = Q_{xT}$$

$$Q_{xT} = \sum_i^{F,R} \sum_j^{R,L} (F_{x_{i,j,t}} \cos \delta_i - F_{x_{i,j,t}} \cos \delta_i) + \sum_j^{R,L} (F_{x_{Rj,r}} \cos \theta + F_{y_{Rj,r}} \sin \theta) \\ F_{xT_{aer}} + (F_{xR_{aer}} \cos \theta + F_{yR_{aer}} \sin \theta) + F_{x_{eT}} + F_{x_{eR}} \cos \theta + F_{y_{eR}} \sin \theta$$

- Equazione del moto sul piano orizzontale in direzione laterale:

$$m(\dot{v}_T + u_T \dot{\psi}) - m_r(c + a_r \cos \theta) \ddot{\psi} + m_r a_r \ddot{\theta} \cos \theta - m_r a_r (\dot{\psi} - \dot{\theta})^2 \sin \theta = Q_{yT}$$

$$Q_{yT} = \sum_i^{F,R} \sum_j^{R,L} (F_{x_{i,j,t}} \sin \delta_i - F_{y_{i,j,t}} \cos \delta_i) + \sum_j^{R,L} (-F_{x_{Rj,r}} \sin \theta + F_{y_{Rj,r}} \cos \theta) \\ F_{yT_{aer}} - (F_{xR_{aer}} \sin \theta - F_{yR_{aer}} \cos \theta) + F_{y_{eT}} + F_{x_{eR}} \sin \theta + F_{y_{eR}} \cos \theta$$

- Equazione del moto di imbardata della motrice:

$$J_1(\theta) \ddot{\psi} - J_2(\theta) \ddot{\theta} + 2m_r a_r c (\dot{\theta}^2 - 2\dot{\psi} \dot{\theta}) \sin \theta - m_r(c + a_r \cos \theta) (\dot{v}_T + u_T \dot{\psi}) - m_r a_r (\dot{u}_T - v_T \dot{\psi}) \sin \theta = Q_{\psi}$$

$$Q_\psi = \sum_i^{F,R} \sum_j^{R,L} \left[F_{x_{i,j,t}} (x_{T_i} \sin \delta_i - y_{T_i} \cos \delta_i) + F_{y_{i,j,t}} (x_{T_i} \cos \delta_i - y_{T_i} \sin \delta_i) + M_{z_{i,j,t}} \right] \\ + \sum_j^{R,L} \left[F_{x_{Rj,r}} (c \sin \theta - y_{R_i}) - F_{y_{Rj,r}} (c \cos \theta + l_r) + M_{z_{Rj,r}} \right] + F_{x_{R_{aer}}} c \sin \theta \\ - F_{y_{R_{aer}}} (c \cos \theta + a_r) + M_{z_{T_{aer}}} + M_{z_{R_{aer}}} + F_{x_{e_R}} c \sin \theta - F_{y_{e_R}} (c \cos \theta - a_r) + M_{z_{e_r}} \\ + M_{z_{e_T}}$$

- Equazione del moto di imbardata del rimorchio:

$$J_3 \ddot{\theta} - J_2(\theta) \ddot{\psi} + m_r a_r (\dot{v}_T + u_T \dot{\psi}) \cos \theta + m_r a_r [\dot{u}_T - \dot{\psi} (\dot{v}_T - c \dot{\psi})] \sin \theta = Q_\theta$$

$$Q_\theta = T \dot{\theta} - K \theta + \sum_j^{R,L} \left[F_{x_{Rj,r}} y_{R_i} + F_{y_{Rj,r}} l_r - M_{z_{Rj,r}} \right] + F_{y_{e_R}} a_r - M_{z_{e_r}} - M_{z_{R_{aer}}} + F_{y_{e_R}} a_r$$

Si riportano di seguito le equazioni del moto nel piano trasversale sviluppate nei capitoli precedenti del presente elaborato:

- Equazione del moto di rollio della motrice:

$$\ddot{\phi} = \frac{\left[-2(K_{sL,spring,eq} + K_{sL,ARB}) \phi \frac{t}{2} - 2C_{sL} \dot{\phi} \frac{t}{2} + (F_{YL} - F_{YR}) \sin \phi \right] \frac{t}{2 \cos^2 \phi}}{I_{xTOT,CG} + m_{tot} (H_{g0} + \Delta z_{sG})^2} \\ + \frac{m_{tot} (H_{g0} + \Delta z_{sG}) (a_{y0} \cos \phi + g \sin \phi) - R_{y1} H_c \cos \phi - R_{z1} H_c \sin \phi}{I_{xTOT,CG} + m_{tot} (H_{g0} + \Delta z_{sG})^2}$$

- Equazione del moto di scuotimento della motrice:

$$\Delta z_{sG} \ddot{z}_{sG} = \frac{-(K_{sR,spring} + K_{sL,spring}) \Delta z_{sG} - (C_{sL} + C_{sR}) \Delta \dot{z}_{sG} + m_{tot} [a_{y0} \sin \phi + (H_{g0} + z_{sG}) \phi^2]}{m_{tot}} \\ + \frac{R_{y1} \sin \phi + (R_{z1} + R_{z1,stat}) \cos \phi}{m_{tot}}$$

- Equazione del moto di rollio del rimorchio:

$$\ddot{\phi}_R = \frac{\left[-2(K_{sL,Rim,spring,eq} + K_{sL,Rim,ARB}) \phi_R \frac{t_{Rim}}{2} - 2C_{sL,Rim} \dot{\phi}_R \frac{t_{Rim}}{2} + (F_{YL,Rim} - F_{YR,Rim}) \sin \phi_R \right] \frac{t_{Rim}}{2 \cos^2 \phi_R}}{I_{xTOT,CG,Rim} + m_r (H_{g0Rim} + \Delta z_{sGR})^2}$$

$$\frac{+m_r(H_{g0Rim} + \Delta z_{SGR})(a_{yOR} \cos \varphi_R + g \sin \varphi_R) - R_{y2}H_c \cos \varphi_R - R_{z2}H_c \sin \varphi_R}{I_{xTOT,CG,Rim} + m_r(H_{g0Rim} + \Delta z_{SGR})^2}$$

- Equazione del moto di scuotimento del rimorchio:

$$\begin{aligned} & \Delta \ddot{z}_{SGR} \\ = & \frac{- (K_{SR,Rim,spring,eq} + K_{SL,Rim,spring,eq}) \Delta z_{SGR} - (C_{SL,Rim} + C_{SR,Rim}) \Delta \dot{z}_{SGR} + m_r g \left(\frac{a_r - l_r}{l_r} \right) \cos \varphi_R}{m_r} \\ & \frac{+ m_r [a_{yOR} \sin \varphi_R + (H_{g0Rim} + \Delta z_{SGR}) \dot{\varphi}_R^2] - R_{y2} \sin \varphi_R + R_{z2} \cos \varphi_R}{m_r} \end{aligned}$$

Infine si riportano le equazioni di calcolo delle reazioni sul gancio, laterale e verticale, aggiornate con i nuovi termini inerziali:

$$R_{y2} = m_r a_{yG,Rim} - (F_{yL,Rim} + F_{yR,Rim})$$

$$R_{z2} = \frac{m_r g (l_r - a_r)}{l_r} - \frac{(F_{xL,Rim} + F_{xR,Rim}) H_c}{l_r} - \frac{F_{aer,Rim} (H_{aRim} - H_c)}{l_r} + \frac{a_{zG,Rim} m_r (l_r - a_r)}{l_r}$$

In conclusione il modello Simulink originale a 5 gradi di libertà è stato modificato in una versione più evoluta a 8 gradi di libertà al fine di allinearla in termini di comportamento dinamico con un modello di riferimento realizzato con il più sofisticato software commerciale CarMaker.

7.5 Modello linearizzato di veicolo articolato

La linearizzazione consente di avere un modello più semplificato che, tuttavia, continua a contenere le informazioni necessarie a comprenderne la stabilità [1].

Per questo motivo è possibile utilizzare un modello linearizzato precedentemente sviluppato sulla base delle seguenti ipotesi:

- Angoli piccoli
- Prodotti tra angoli trascurabili
- Disaccoppiamento del moto longitudinale e trasversale
- No pendenza longitudinale e trasversale

- Forze a terra e aerodinamiche in un range lineare
- Raggio di curvatura della traiettoria molto maggiore delle dimensioni del sistema
- Basse accelerazioni laterali
- Trasferimento di carico laterale trascurato

Si ricorda che tale modello presenta una linearizzazione delle forze di deriva nell'intorno dell'origine della caratteristica dell'assale.

In altre parole la forza laterale sviluppata dall'assale è direttamente proporzionale all'angolo di deriva con un coefficiente di proporzionalità pari alla rigidezza di deriva calcolata nell'origine.

E' pertanto necessario inserire tra gli input al modello linearizzato la rigidezza di deriva calcolata dal modello non linearizzato modificato e presentato nei capitoli precedenti.

In particolare si avranno per diverse configurazioni del baricentro del rimorchio:

a_r/l_r	$C_F(0) \text{ N/deg}$	$C_R(0) \text{ N/deg}$	$C_{Rim}(0) \text{ N/deg}$
1.1	2120	1810	1809
1.2	1932	787	1872
1.3	1995	541	1998

Tabella 43: Rigidzze di deriva angolo di deriva nullo

Vengono riportate per completezza le equazioni del moto linearizzate sviluppate nel lavoro di tesi precedente.

Esse sono espresse nello spazio degli stati con un sistema della seguente forma:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{z} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{cases}$$

Caratterizzato dal seguente vettore di stato:

$$\mathbf{z} = \left\{ \beta \quad r \quad v_\theta \quad \theta \right\}^T$$

Dal vettore degli input:

$$\mathbf{u} = \left\{ \delta \quad F_{ye_T} \quad F_{ye_R} \quad M_{ze_T} \quad M_{ze_R} \right\}^T$$

E le matrici:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} mV & -m_R(c + a_R) & m_R a_R & 0 \\ -m_R(c + a_R)V & J_1 & -J_2 & 0 \\ m_R a_R V & -J_2 & J_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} (Q_y)_\delta & 1 & 1 & 0 & 0 \\ (Q_\psi)_\delta & 0 & -(c + a_R) & 1 & 1 \\ 0 & 0 & a_R & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} (Q_y)_\beta - m\dot{V} & (Q_y)_r - mV & (Q_y)_{\dot{\theta}} & (Q_y)_\theta \\ (Q_\psi)_\beta + m_R(c + a_R)\dot{V} & (Q_\psi)_r + m_R(c + a_R)V & (Q_\psi)_{\dot{\theta}} & (Q_\psi)_\theta + m_R a_R \dot{V} \\ (Q_\theta)_\beta - m_R a_R \dot{V} & (Q_\theta)_r - m_R a_R V & (Q_\theta)_{\dot{\theta}} & (Q_\theta)_\theta - m_R a_R \dot{V} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Dove:

$$A = G^{-1} A_1, \quad B = G^{-1} B_1$$

8 Risultati di allineamento tra il modello Simulink e il modello CarMaker di veicolo articolato

8.1 Introduzione

Nel presente capitolo sono mostrati i risultati dell'allineamento tra i due modelli di veicolo articolato, in particolare, attraverso tre differenti manovre, viene messo a confronto sia il loro comportamento in condizioni stazionarie, sia il comportamento nel caso transitorio. E per quanto riguarda quest'ultimo il confronto è effettuato sia nel dominio del tempo che nel dominio della frequenza.

8.2 Risultati dell'allineamento in condizioni stazionarie

I risultati dell'allineamento del comportamento in condizioni stazionarie del veicolo vengono mostrati e quantificati eseguendo su entrambi i modelli la medesima manovra di Ramp steer.

Si tratta di una manovra in cui il veicolo procede a velocità costante lungo una traiettoria curvilinea, ottenuta variando l'angolo di sterzo con una velocità costante. Questa manovra permette di simulare condizioni di accelerazione laterale crescente, ma tali condizioni possono essere considerate quasi stazionarie, grazie alla gradualità della variazione dell'angolo di sterzo.

La manovra di Ramp steer viene definita in base alla velocità del veicolo e la velocità dell'incremento dell'angolo volante, nel caso in esame:

$$V = 80 \text{ km/h}$$

$$\dot{\delta} = 5 \text{ deg/s}$$

Si ricorda che le manovre sono allineate imponendo uguali questi due input.

Nella figura 82 è possibile osservare l'andamento dell'angolo volante nel tempo imposto sulle manovre di entrambi i modelli:

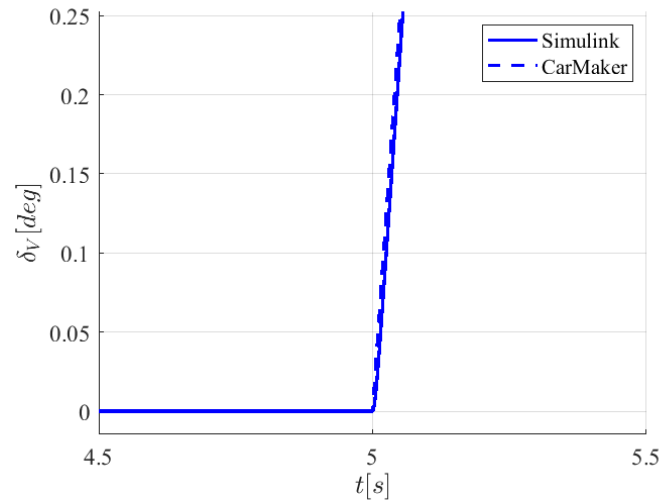


Figura 82: Angolo volante Ramp steer

Le velocità dei due modelli non presentano lo stesso algoritmo di controllo, pertanto presentano delle differenze puntuali.

Nella figura 83 è possibile osservare il confronto tra le velocità in direzione longitudinale dei due modelli di veicolo:

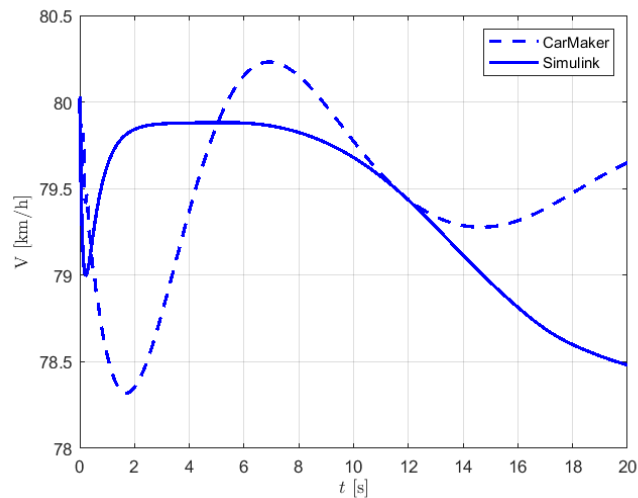


Figura 83: Velocità manovra Ramp steer

Tale differenza può considerarsi accettabile in quanto l'errore relativo tra le due raggiunge un valore massimo inferiore al 2 %.

Differenze anche se ridotte nell'angolo di sterzo e nella velocità imposte nelle manovre dei due modelli possono essere la causa di un discostamento tra i risultati e contribuiscono quindi al non perfetto allineamento tra le caratteristiche ottenute.

Il livello di allineamento è quantificato sulla base di alcuni indici di errore:

- L'errore sul gradiente della caratteristica nel tratto lineare
- L'errore in corrispondenza del valore massimo di accelerazione laterale raggiunto
- La RMS dell'errore relativo calcolato su N punti delle due caratteristiche

Pertanto, considerando una variabile generica y_{Sim} derivante dal modello Simulink e una variabile generica y_{CM} derivante dal modello CarMaker si definiscono:

$$e_K = \frac{K_{CM} - K_{Sim}}{K_{CM}}$$

$$e_{max} = \frac{y_{CM,max} - y_{Sim,max}}{y_{CM,max}}$$

$$e_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_{CM,i} - y_{Sim,i}}{y_{CM,i}} \right)^2}$$

8.2.1 Caratteristica di assetto

Nella figura 84 sono messe a confronto le caratteristiche di assetto dei due modelli in funzione dell'accelerazione laterale:

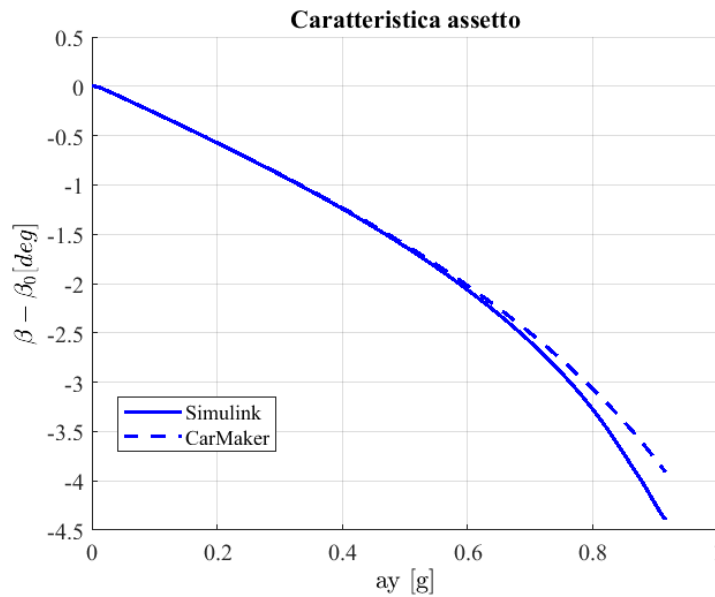


Figura 84: Ramp steer caratteristica di assetto

Come nel capitolo 4.1 si sfrutta la relazione derivante dal modello a bicicletta:

$$\beta - \beta_0 = -\alpha_R$$

E per entrambi si rappresenta l'angolo di deriva medio dell'assale posteriore cambiato di segno.

E' possibile osservare che lungo il tratto lineare, compreso tra valori di accelerazione laterale di 0 e 0.4 g, l'allineamento tra i due modelli risulta ottimo. Tuttavia superato il valore di $a_y = 0.6$ g, le due curve nel tratto non lineare divergono con il modello Simulink che restituisce valori di $\beta - \beta_0$ più negativi rispetto al modello CarMaker, a parità di accelerazione laterale.

Nella tabella seguente sono riportati i valori degli indici di errore calcolati sulla caratteristica di assetto, i quali confermano un buon allineamento sul tratto lineare e una successiva divergenza tra le curve ad accelerazioni laterali maggiori:

Caratteristica di assetto	
e_K	1,11 %
e_{max}	12,3 %
e_{RMS}	32,6 %

Tabella 44: Indici di errore caratteristica di assetto

8.2.2 Caratteristica di sottosterzo

Nella figura 85 sono messe a confronto le caratteristiche di sottosterzo dei due modelli in funzione dell'accelerazione laterale:

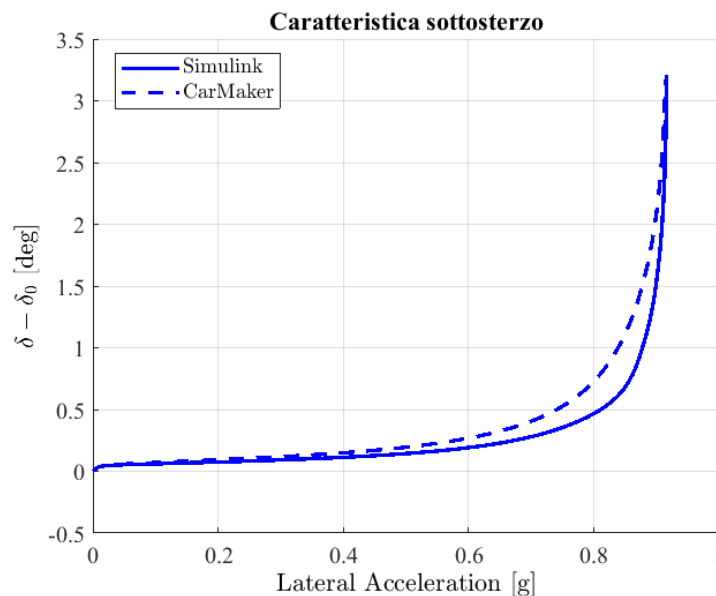


Figura 85: Ramp steer caratteristica di sottosterzo

In questo caso la grandezza rappresentata al variare dell'accelerazione è la differenza tra gli angoli di deriva medi dell'assale anteriore e dell'assale posteriore.

Si sfrutta come prima il modello a bicicletta da cui deriva la definizione seguente:

$$\delta - \delta_0 = \alpha_F - \alpha_R$$

Le curve caratteristiche di sottosterzo presentano già ad accelerazioni laterali basse una differenza sulla pendenza del tratto lineare. Di conseguenza le curve divergono progressivamente all'aumentare dell'accelerazione laterale, in particolare lo scostamento è più marcato nell'intervallo di accelerazioni compreso tra 0.6 e 0.85 g. Successivamente le caratteristiche si riavvicinano, mostrando l'asintoto verticale in corrispondenza di un valore molto simile delle ascisse.

Nella tabella seguente sono riportati i valori degli indici di errore calcolati sulla caratteristica di sottosterzo, i quali confermano la presenza di un disallineamento già sul tratto lineare iniziale che viene però recuperato in prossimità del valore di accelerazione laterale massimo raggiunto:

Caratteristica di sottosterzo	
e_K	31,11 %
e_{max}	3,35 %
e_{RMS}	16,5 %

Tabella 45: Indici di errore caratteristica di sottosterzo

8.2.3 Caratteristica di hitch

Nella figura 86 è riportata la caratteristica di hitch, ovvero dell'angolo θ compreso tra l'asse longitudinale del veicolo trattore e l'asse longitudinale del rimorchio:

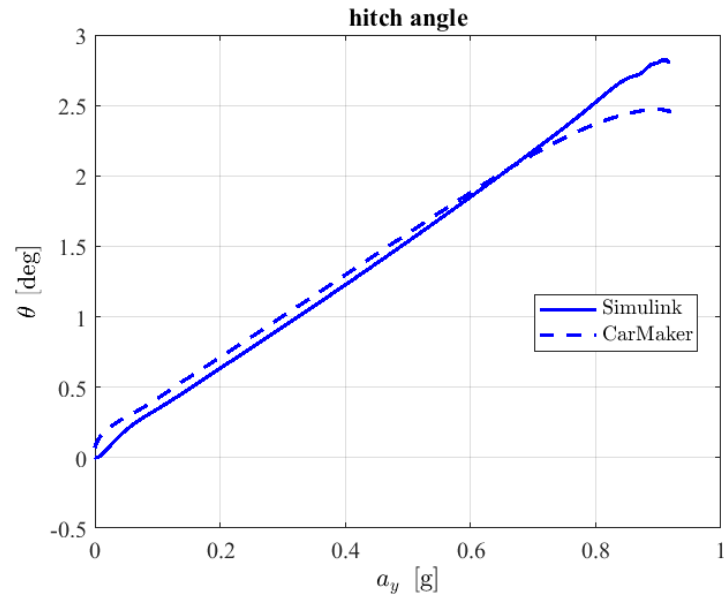


Figura 86: Ramp steer caratteristica di hitch

L’allineamento tra le due curve è buono fino ad accelerazioni laterali di circa 0.6 g. Successivamente le due caratteristiche si discostano, la caratteristica Simulink sovrastima θ , a parità di accelerazione laterale, essendo caratterizzata da un tratto con pendenza maggiore in questo intervallo delle ascisse rispetto a quella della caratteristica di riferimento, la quale si riduce.

Nella tabella seguente sono presentati gli indici di errore calcolati sulle caratteristiche di hitch, i quali confermano una buona corrispondenza tra le curve a basse accelerazioni laterali, seguita da una più marcata divergenza al crescere di a_y :

Caratteristica di hitch	
e_K	0,8 %
e_{max}	10,32 %
e_{RMS}	6,64 %

Tabella 46: Indici di errore caratteristica di hitch

8.2.4 Caratteristiche di rollio

Nella figura 87 sono mostrate le caratteristiche di rollio dei due modelli di veicolo trattore connesso al rimorchio al variare dell’accelerazione laterale:

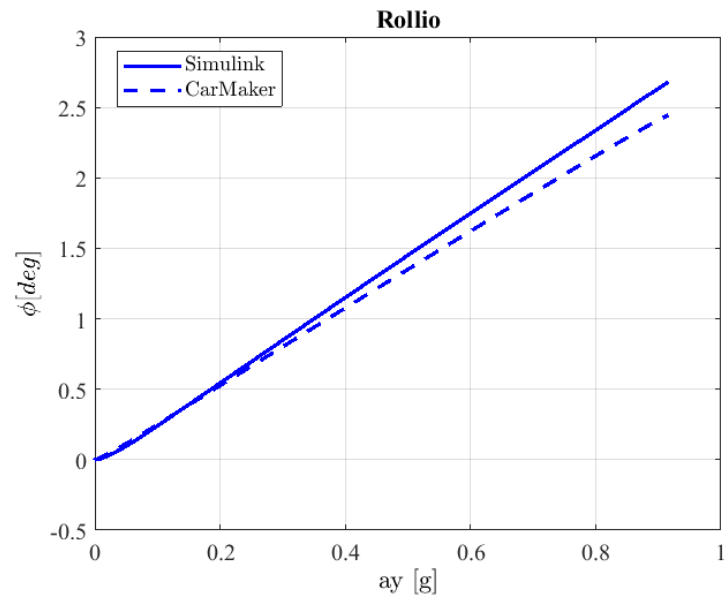


Figura 87: Ramp steer rollio del trattore

Le grandezze confrontate sono il rollio complessivo per entrambi i modelli, ovvero l’angolo compreso tra la normale al terreno e l’asse verticale del veicolo, comprende quindi sia la componente di rotazione relativa tra la cassa e l’assale, sia la componente di rotazione indotta dalla deformazione degli pneumatici.

Le caratteristiche di rollio presentano una buona corrispondenza fino a valori di accelerazione laterale di circa 0.1 g. Successivamente il modello custom sovrastima l’angolo di rollio rispetto al riferimento, a parità di condizioni di accelerazione.

Nella tabella seguente sono riportati gli indici di errore, i quali confermano uno scostamento complessivo contenuto dovuto ad una pendenza differente ma costante delle due caratteristiche lineari su tutto il range di accelerazioni:

Caratteristica di rollio	
e_K	10 %
e_{max}	9,1 %
e_{RMS}	12 %

Tabella 47: Indici di errore rollio del trattore

Nella figura 88 sono mostrate le caratteristiche di rollio dei due modelli di rimorchio trainato, al variare dell’accelerazione laterale:

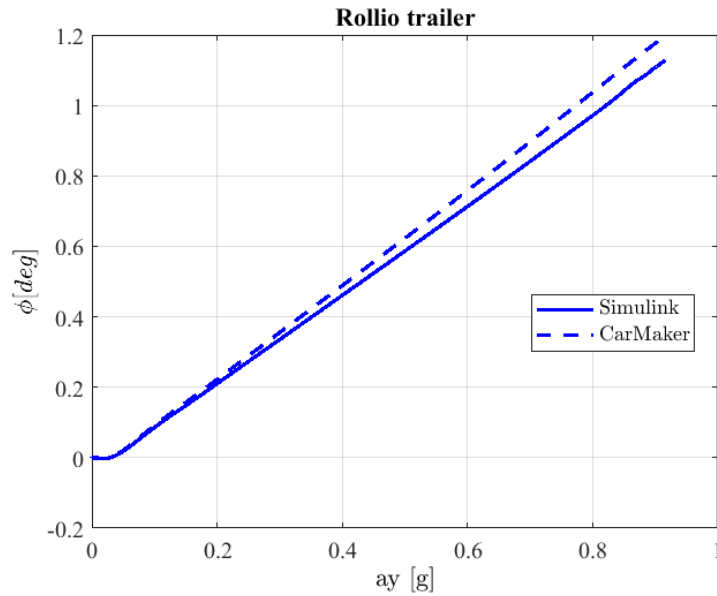


Figura 88: Ramp steer rollio del rimorchio

Anche in questo caso le grandezze rappresentate sono l’angolo di rollio complessivo a cui sono sottoposti i due modelli di trailer.

A differenza del caso del veicolo trattore il modello Simulink del rimorchio sottostima l’angolo di rollio rispetto al valore di riferimento, a parità di condizioni di accelerazione laterale. Si verifica fin da accelerazioni basse un discostamento delle pendenze delle caratteristiche lineari che porterà ad avere un errore relativo pressoché costante lungo tutto il dominio considerato.

Nella tabella seguente sono riportati gli indici di errore, i quali confermano quanto affermato e mostrano come le caratteristiche di rollio del rimorchio siano meglio allineate rispetto a quelle del veicolo trattore:

Caratteristica di rollio rimorchio	
e_K	5,76 %
e_{max}	6,3 %
e_{RMS}	4,77 %

Tabella 48: indici di errore rollio del rimorchio

La specularità delle caratteristiche di rollio del modello custom rispetto al riferimento è dovuta all’effetto opposto delle reazioni sul gancio sul rollio dei due corpi. Nel momento in cui la reazione verticale sul gancio è sovrastimata rispetto al riferimento, ed è diretta verso l’alto se considerata applicata al rimorchio, dalle equazioni del moto di rollio è evidente che l’effetto sarà di amplificazione del rollio del trattore e di riduzione di quello del rimorchio.

8.2.5 Forze di reazione verticali sugli pneumatici

Nella figura 89 sono mostrate le reazioni verticali del terreno sulle ruote dell'assale anteriore dei due modelli di veicolo trattore al variare dell'accelerazione laterale:

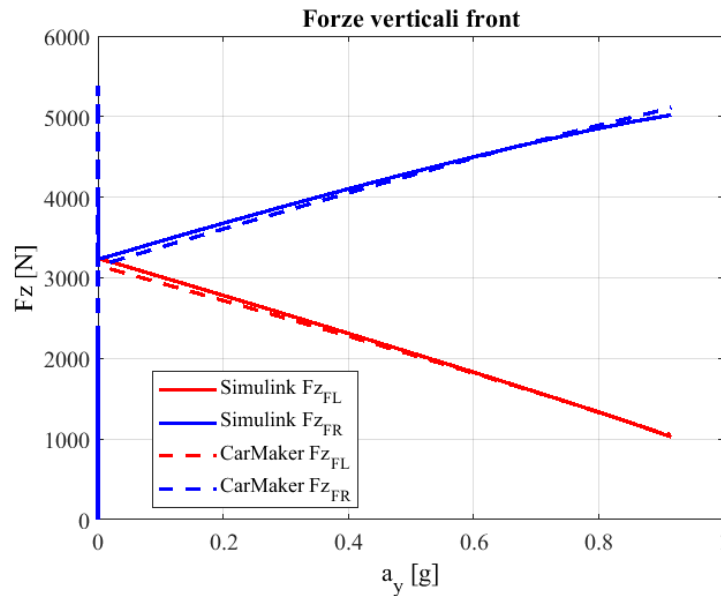


Figura 89: Ramp steer forze di reazione verticali front

Le caratteristiche mostrano un offset di qualche Newton in corrispondenza del valore nullo di accelerazione laterale, il quale non è da imputarsi alla distribuzione statica del peso ma alla distribuzione del peso in condizioni stazionarie che potrebbe risentire degli effetti di aerodinamica differenti e del diverso valore della reazione verticale sul gancio.

Si osserva un buon allineamento delle forze di reazione verticale su entrambi i lati dell'assale e su tutto il range di accelerazione laterale, il che è confermato dagli indici di errore riportati nella tabella seguente:

	Assale anteriore	
	Left	Right
e_K	6,68 %	3,82 %
e_{max}	4,12 %	2,26 %
e_{RMS}	4,09 %	1,34 %

Tabella 49: Indici di errore forze di reazione verticale front

Nella figura 90 sono mostrate le reazioni verticali del terreno sulle ruote dell'assale posteriore dei due modelli di veicolo trattore al variare dell'accelerazione laterale:

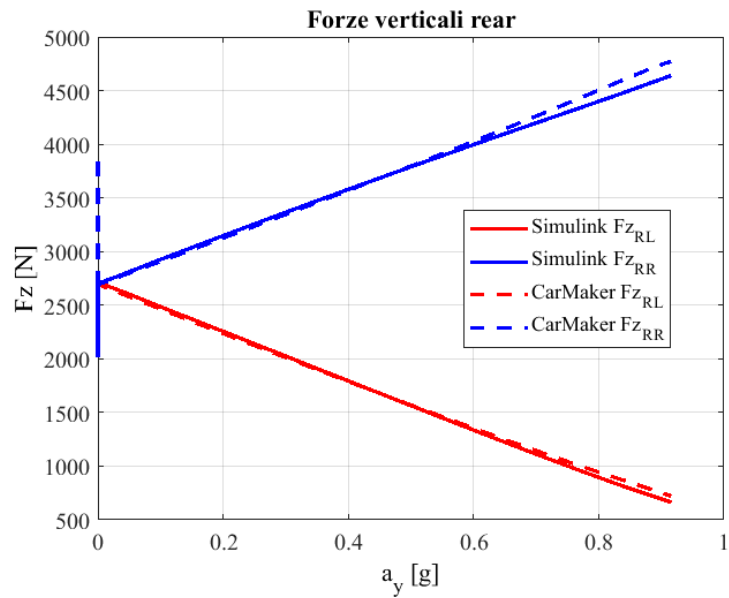


Figura 90: Ramp steer forze di reazione verticali rear

Nel caso dell’assale anteriore l’offset ad accelerazioni laterali nulle è meno marcato e si ha una buona corrispondenza delle forze di reazione verticale su entrambi i lati dell’assale e su tutto il range di accelerazione laterale, il che è confermato dagli indici di errore riportati nella tabella seguente:

	Assale posteriore	
	Left	Right
e_K	2,57 %	1,2 %
e_{max}	9,07 %	3,11 %
e_{RMS}	7,88 %	1,6 %

Tabella 50: Indici di errore forze di reazione verticali rear

Nella figura 91 sono mostrate le reazioni verticali del terreno sulle ruote dell’assale dei due modelli di rimorchio al variare dell’accelerazione laterale:

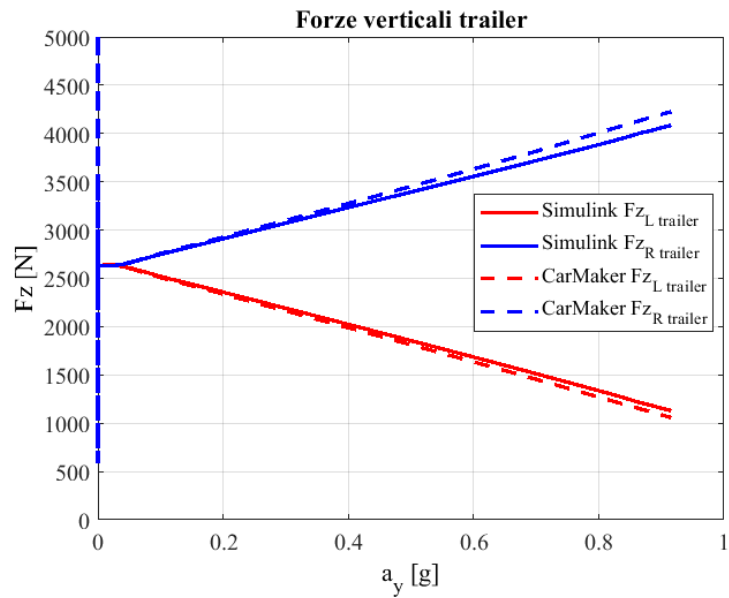


Figura 91: Ramp steer force di reazione verticali trailer

E' possibile notare un'ottima corrispondenza delle forze di reazione verticale su entrambi i lati dell'assale e su tutto il range di accelerazione laterale, il che è confermato dagli indici di errore riportati nella tabella seguente:

	Assale rimorchio	
	Left	Right
e_K	4,57 %	6,77 %
e_{max}	6,82 %	3,63 %
e_{RMS}	2,86 %	2,1 %

Tabella 51: Indici di errore forze di reazione verticali trailer

8.2.6 Velocità di imbardata

Nella figura 92 sono rappresentate le due curve di velocità di imbardata al variare dell'accelerazione laterale:

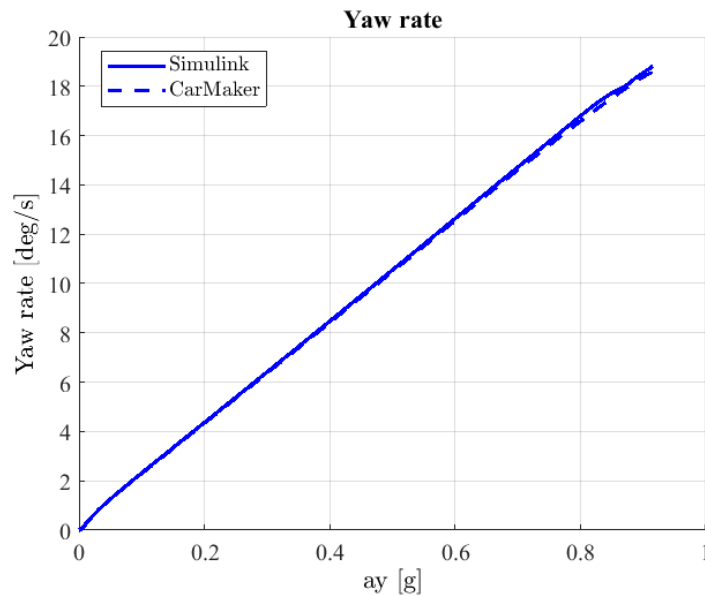


Figura 92: Ramp steer velocità di imbardata

Le curve caratteristiche della velocità di imbardata dei due modelli risultano quasi completamente sovrapposte nel primo tratto, fino a valori di accelerazione laterale di circa 0.4 g. Successivamente a partire da accelerazioni laterali di circa 0.6 g si osserva una divergenza tra le due curve, dovuta ad un incremento della pendenza della caratteristica Simulink rispetto a quella di riferimento.

Si riporta un'immagine della traiettoria seguita dal veicolo articolato associata alla velocità di imbardata e l'angolo di imbardata descritto dai due modelli:

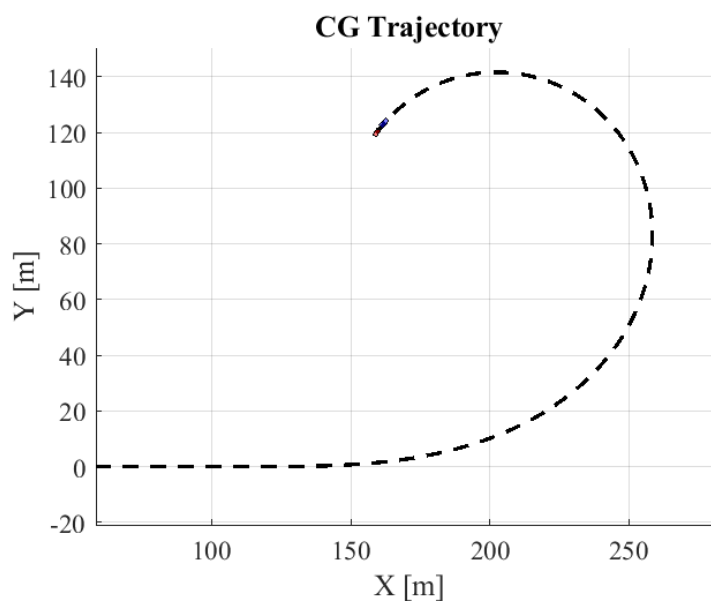


Figura 93: Traiettoria di Ramp steer

8.2.7 Caratteristica degli assali e rigidezze di deriva

Nella figura 94 sono mostrate le curve caratteristiche degli assali anteriori e posteriori dei due modelli di veicolo trattore e dell'unico assale di entrambi i modelli di rimorchio:

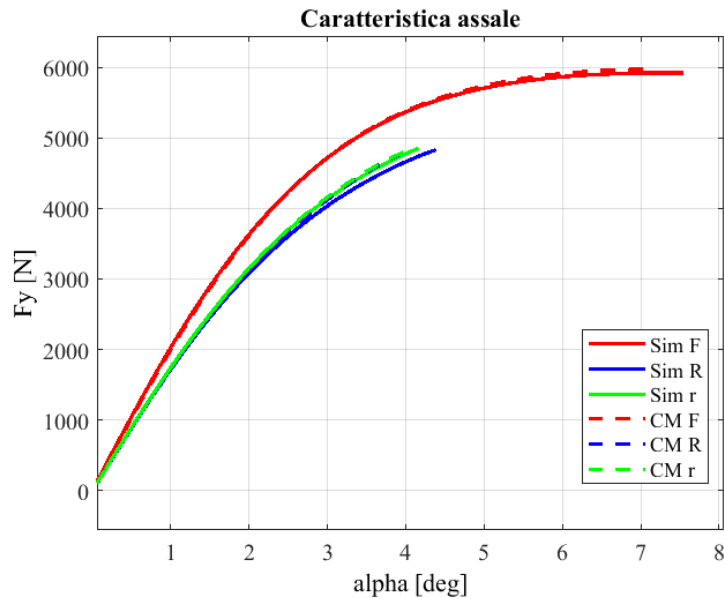


Figura 94: Ramp steer caratteristica degli assali

Si rappresenta la forza laterale complessiva sviluppata da ciascun assale al variare dell'angolo di deriva medio delle ruote che compongono l'assale stesso.

L'allineamento meno riuscito è quello al posteriore del veicolo trattore. E' evidente una riduzione della forza laterale sviluppata dall'assale al crescere dell'angolo di deriva, rispetto al riferimento, in altre parole si osserva una eccessiva riduzione della rigidezza di deriva.

Ciò è confermato dall'immagine seguente in cui è riportato il confronto tra le rigidezze di deriva espresse come derivata della forza F_y rispetto all'angolo di deriva medio α :

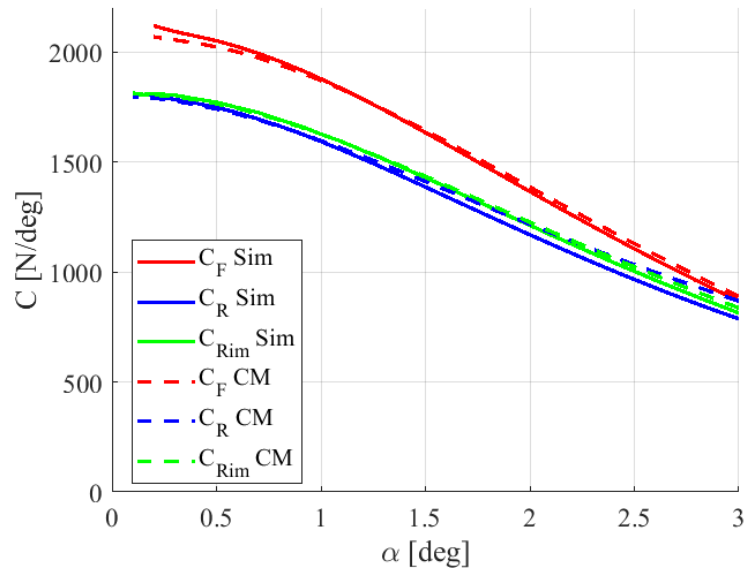


Figura 95: Ramp steer rigidezze di deriva

Dove quindi:

$$C_{\alpha}(\bar{\alpha}) = \left. \frac{dF_y}{d\alpha} \right|_{\bar{\alpha}}$$

Ed è evidente la riduzione di rigidezza di deriva al posteriore del modello Simulink di veicolo trattore al crescere di α , rispetto al modello multibody di riferimento.

Si riporta l'andamento delle rigidezze di deriva anche in funzione dell'accelerazione laterale:

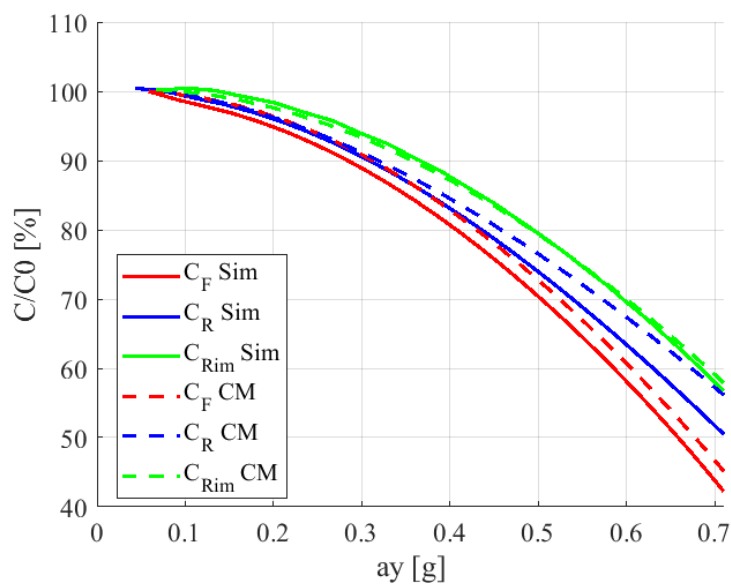


Figura 96: Ramp steer rigidezze di deriva-ay

Si osserva una marcata riduzione della rigidità di deriva dell'assale posteriore rispetto alla configurazione di riferimento, con un'intensità crescente all'aumentare dell'accelerazione laterale. Tale comportamento è coerente con quanto riscontrato nell'analisi della caratteristica di sottosterzo: una diminuzione più pronunciata della rigidità al posteriore rispetto all'anteriore induce infatti un comportamento più neutro del veicolo, come osservato nel confronto con la configurazione di riferimento.

8.2.8 Caratteristiche di scuotimento della cassa

Nella figura 97 sono mostrati i valori di scuotimento della cassa dei due modelli di veicolo trattore al variare dell'accelerazione laterale:

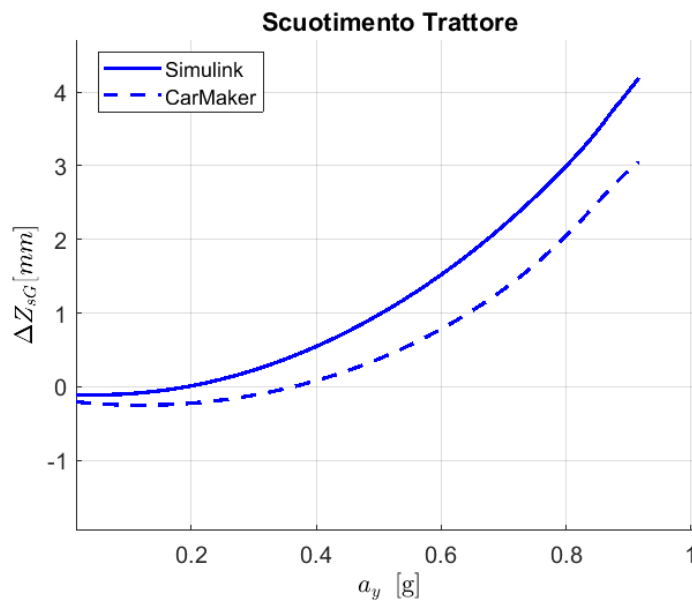


Figura 97: Ramp steer scuotimento del trattore

Il modello Simulink sovrastima l'ampiezza dello scuotimento della cassa rispetto alla posizione di equilibrio statico su tutto il range di accelerazione laterale.

Nella figura 98 sono mostrati i valori di scuotimento della cassa dei due modelli di rimorchio al variare dell'accelerazione laterale:

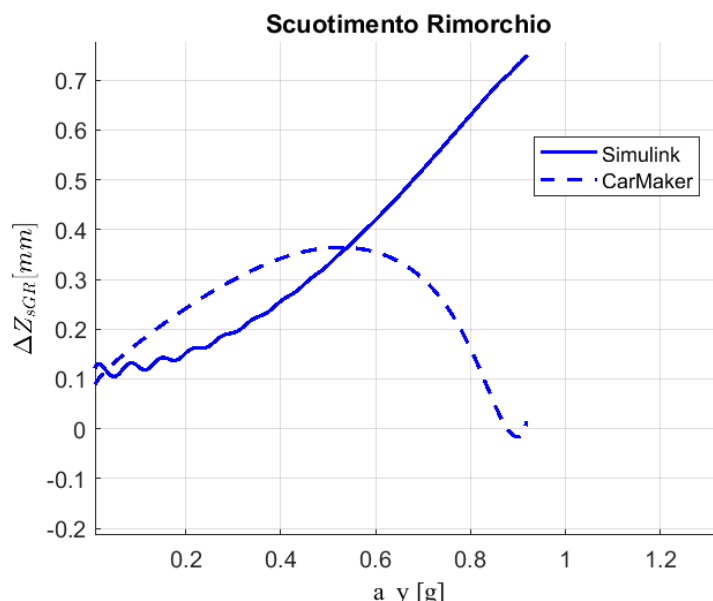


Figura 98: Ramp steer scuotimento del rimorchio

Nel caso del rimorchio le caratteristiche di scuotimento dei due modelli presentano comportamenti differenti. Mentre il modello custom presenta un andamento crescente all'aumentare dell'accelerazione laterale, il modello di riferimento presenta prima un tratto crescente fino ad accelerazioni di circa 0.45 g per poi decrescere fino a valori prossimi allo zero. Questa differenza tra i due modelli potrebbe essere dovuta alle diverse condizioni di vincolo imposte ai due modelli: mentre il baricentro del rimorchio CarMaker può traslare sia in funzione dello scuotimento e del rollio, che in funzione del beccheggio, quest'ultimo grado di libertà non è implementato nel modello custom.

Nella figura 99 è possibile osservare l'andamento dell'angolo di beccheggio del modello di riferimento al variare dell'accelerazione laterale:

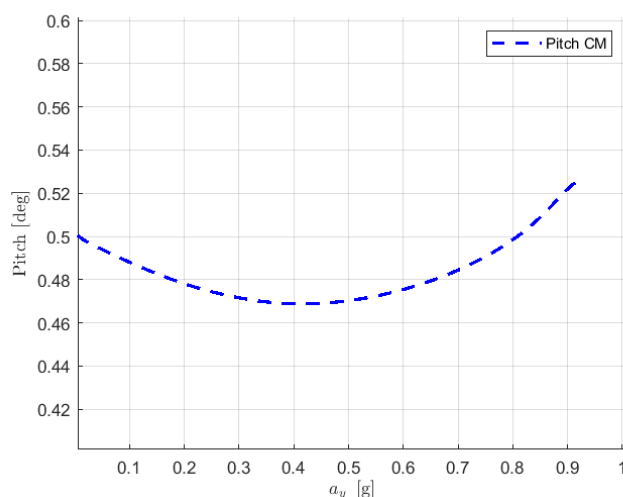


Figura 99: Beccheggio rimorchio CarMaker

Tale rotazione concorde con il verso dell'asse laterale del rimorchio giustifica una componente aggiuntiva di spostamento del suo baricentro lungo la direzione verticale negativa. E sempre secondo lo stesso ragionamento la concavità verso l'alto della caratteristica di beccheggio si riflette nell'andamento parabolico

con concavità opposta dello scuotimento del rimorchio, infatti quanto il beccheggio decresce si ha uno spostamento positivo del baricentro del rimorchio mentre quanto cresce lo spostamento è negativo.

8.3 Risultati dell'allineamento in condizioni transitorie nel dominio del tempo

I risultati dell'allineamento del comportamento in condizioni transitorie del veicolo vengono mostrati e quantificati eseguendo su entrambi i modelli la medesima manovra di Step steer. Grazie ad essa è possibile confrontare le oscillazioni indotte dall'input di sterzo, delle varie grandezze di interesse, nel dominio del tempo.

La manovra di Step steer consiste in una rapida variazione dell'angolo di sterzo fino al raggiungimento di un suo valore specifico, il quale viene poi mantenuto costante per tutta la durata della prova. La manovra viene eseguita a velocità costante.

E' quindi possibile caratterizzare la prova sulla base dell'ampiezza dell'angolo volante finale imposto e della velocità del veicolo, quindi nel caso in esame:

$$\delta = 5 \text{ deg}$$

$$V = 80 \text{ km/h}$$

Anche in questo caso l'allineamento delle manovre è svolto sugli input citati.

Nella figura 100 è riportato il valore dell'angolo di sterzo nel tempo di entrambi i modelli:

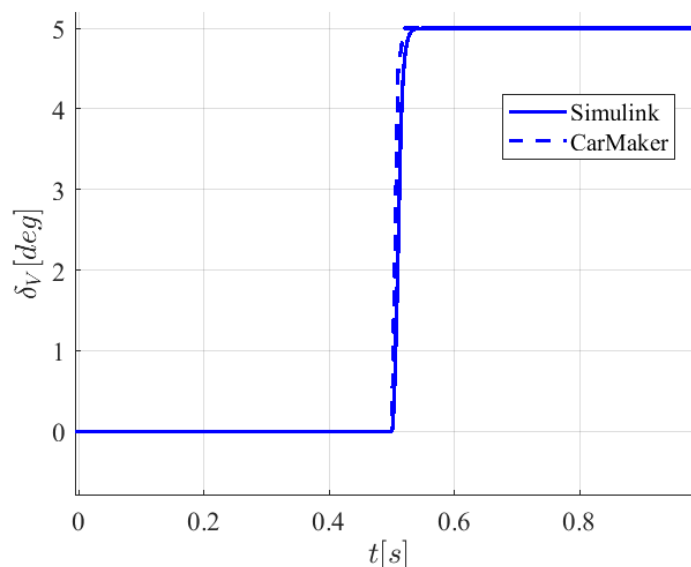


Figura 100: angolo volante Step steer

L'angolo di sterzo tra i due modelli presenta alcune differenze in quanto viene applicato in maniera più graduale nel modello Simulink mentre in CarMaker presenta una transizione immediata da un valore all'altro.

Come nel caso della manovra di Ramp le velocità dei due modelli non combaciano esattamente in ogni istante di tempo come si può osservare nell'immagine seguente:

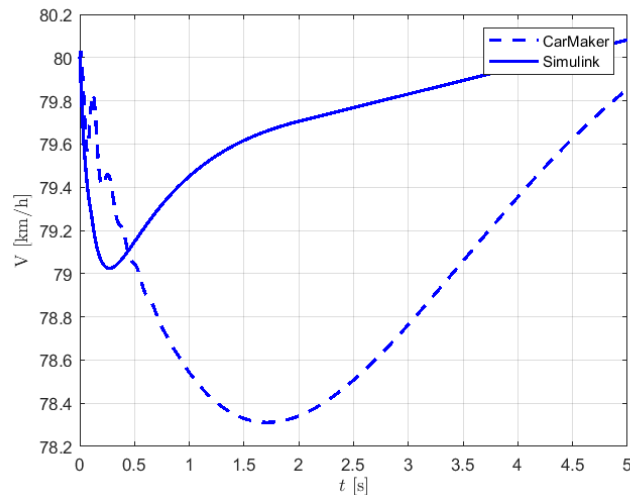


Figura 101: Velocità manovra Step steer

Tale differenza puntuale si può ritenere accettabile in quanto l'errore relativo non supera il 2 %.

Le differenze sull'angolo di sterzo e la velocità a cui si svolge la manovra possono essere causa di un discostamento tra i risultati provenienti tra i due modelli e contribuiscono quindi ad un non perfetto allineamento tra le caratteristiche.

La qualità dell'allineamento può essere quantificata utilizzando i seguenti indici di errore:

- Errore sull'overshoot
- Errore sul valore stazionario

Poiché si attendono risposte nel dominio del tempo del tipo oscillazioni sottosmorzate, è possibile quantificare la differenza tra le due curve calcolando: l'errore sul primo picco, ovvero il massimo in ampiezza nel caso sottosmorzato, utilizzando come base di normalizzazione il valore stazionario della curva di riferimento, ovvero il valore verso cui converge la risposta una volta che si estinguono le oscillazioni, e che quindi rappresenta il valore costante che manterrà la grandezza a parità di input di sterzo e l'errore sul valore stazionario stesso.

Pertanto si definiscono:

$$e_{ov} = \frac{y_{CM,ov} - y_{Sim,ov}}{y_{CM,st}}$$

$$e_{ov} = \frac{y_{CM,st} - y_{Sim,st}}{y_{CM,st}}$$

8.3.1 Angolo di assetto

Nella figura 102 sono messe a confronto le risposte nel tempo dei due modelli in termini di angolo di assetto:

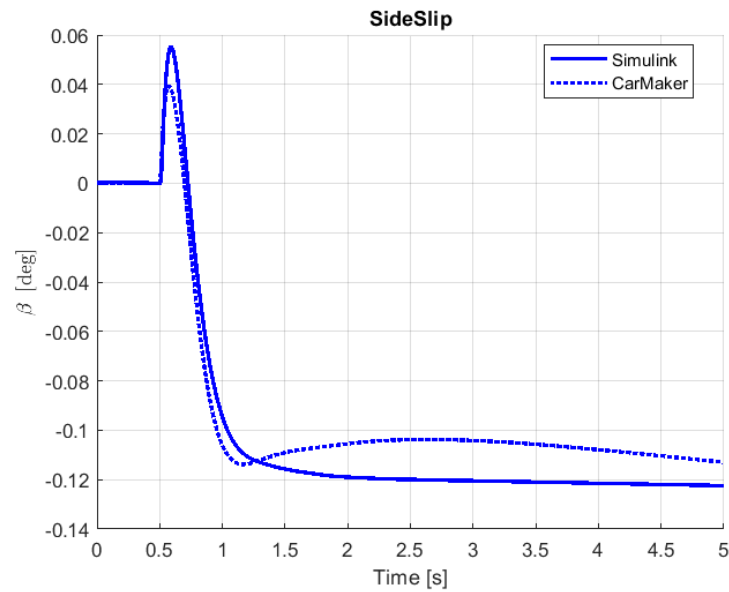


Figura 102: Step steer angolo di assetto

Entrambe le curve presentano oscillazioni fortemente smorzate che si estinguono subito dopo il primo picco. Il modello custom sovrastima tale valore di picco, mentre converge verso un valore a regime leggermente sottostimato rispetto a quello di riferimento.

Nella tabella seguente sono riportati gli indici di errore dell'angolo β :

Angolo di assetto	
e_{ov}	14,01 %
e_{st}	8,45 %

Tabella 52: Indici di errore angolo di assetto

8.3.2 Angolo di hitch

Nella figura 103 sono messe a confronto le risposte nel tempo dei due modelli in termini di angolo di hitch:

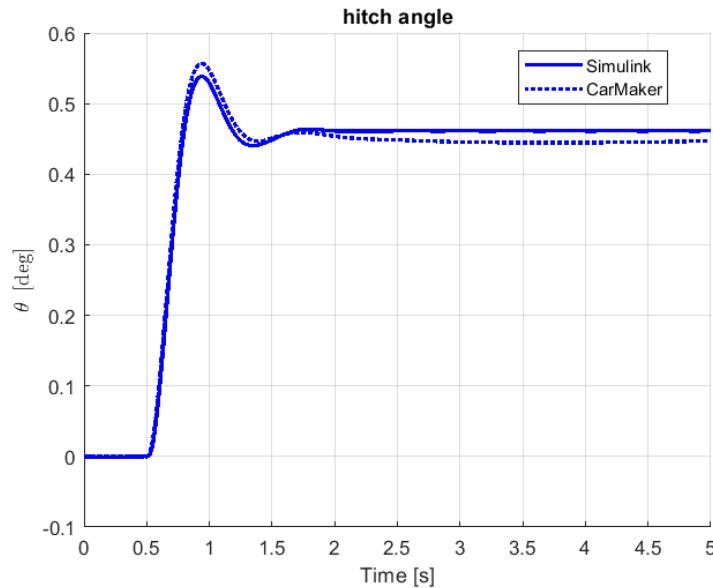


Figura 103: Step steer angolo di hitch

Entrambe le risposte temporali presentano un andamento oscillatorio fortemente smorzato. La risposta si assesta sul valore a regime dopo soli due picchi. Il modello Simulink sottostima leggermente il primo picco, ma sovrastima il valore finale a regime.

Nella tabella seguente sono riportati gli indici di errore dell'angolo θ :

Angolo di hitch	
e_{ov}	4,10 %
e_{st}	3,16 %

Tabella 53: Indici di errore angolo di hitch

8.3.3 Velocità di imbardata

Nella figura 104 sono messe a confronto le risposte nel tempo dei due modelli in termini di velocità di imbardata:

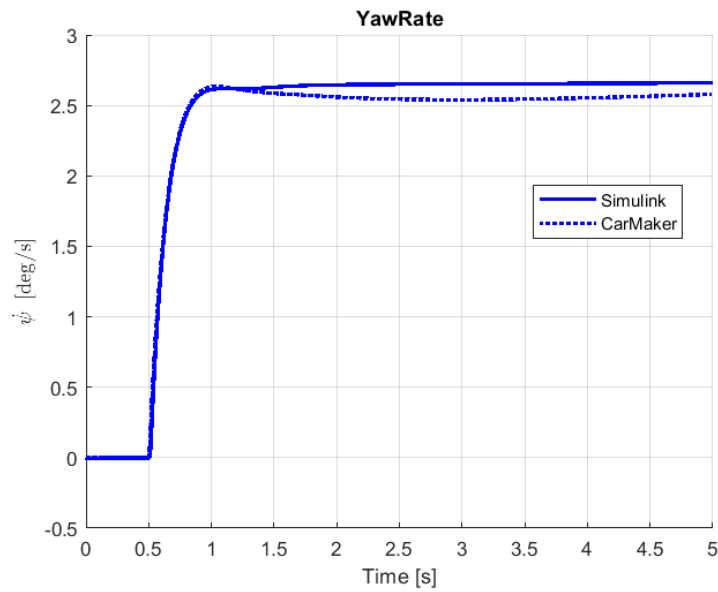


Figura 104: Step steer velocità di imbardata

Entrambe le curve mostrano una risposta transitoria caratterizzata da un solo picco iniziale, la cui ampiezza risulta molto simile tra i due casi analizzati. Dopo il picco, entrambe le risposte convergono rapidamente verso un valore stazionario, senza ulteriori oscillazioni visibili, a conferma di un comportamento fortemente smorzato. Tuttavia, si osserva una discrepanza nel valore finale: il modello Simulink tende a sovrastimare leggermente il valore a regime rispetto alla curva di riferimento.

Velocità di imbardata	
e_{ov}	0,8 %
e_{st}	3,14 %

Tabella 54: Indici di errore velocità di imbardata

8.3.4 Angolo di rollio

Nella figura 105 sono confrontate le risposte dei due modelli in termini di angolo di rollio del veicolo trattore:

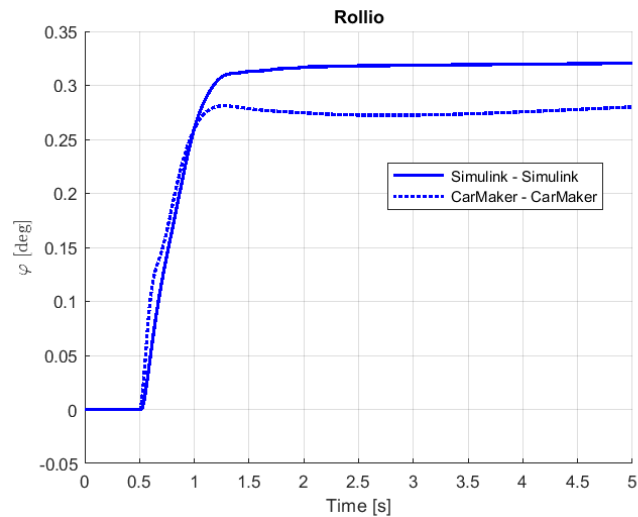


Figura 105: Step steer angolo di rollio del trattore

La risposta del sistema risulta sovrasmorzata per entrambi i modelli, non sono pertanto presenti oscillazioni e le risposte si stabilizzano subito sul valore a regime, tale valore a regime risulta sovrastimato dal modello Simulink con un errore riportato nella seguente tabella:

Angolo di rollio	
e_{st}	14,46 %

Tabella 55: Indici di errore angolo di rollio trattore

Nella figura 106 sono confrontate le risposte dei due modelli in termini di angolo di rollio del rimorchio:

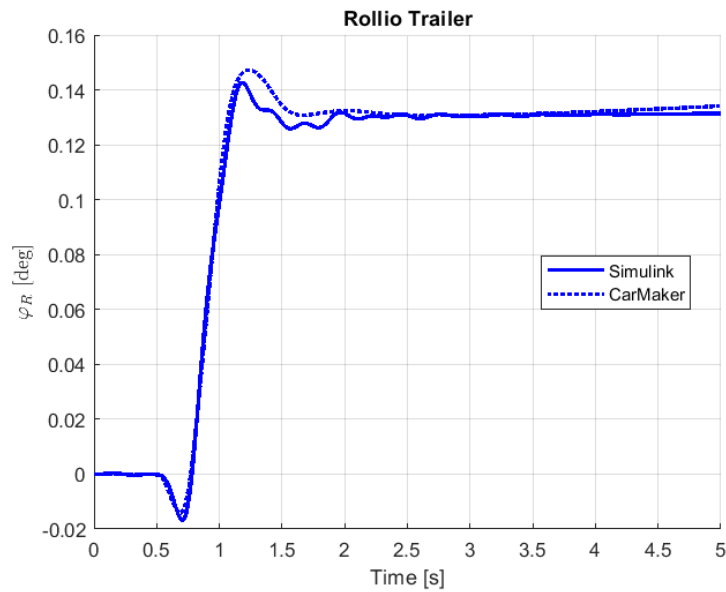


Figura 106: Step steer angolo di rollio del rimorchio

Entrambe le risposte presentano un unico picco, di ampiezza molto simile, seguito da una fase di convergenza rapida verso il valore stazionario. La forma dell'oscillazione è fortemente smorzata, con un comportamento che si stabilizza entro 2 secondi. Il modello Simulink sovrastima leggermente il picco iniziale e sottostima il valore a regime rispetto al riferimento CarMaker, pur mantenendo un buon allineamento.

Angolo di rollio del rimorchio	
e_{ov}	5,94 %
e_{st}	2,02 %

Tabella 56: Indici di errore angolo di rollio del rimorchio

Tra le due risposte di rollio quella meglio allineata risulta quella del rimorchio.

8.3.5 Accelerazione laterale

Nella figura 107 sono confrontate le risposte dei due modelli in termini di accelerazione laterale del veicolo trattore:

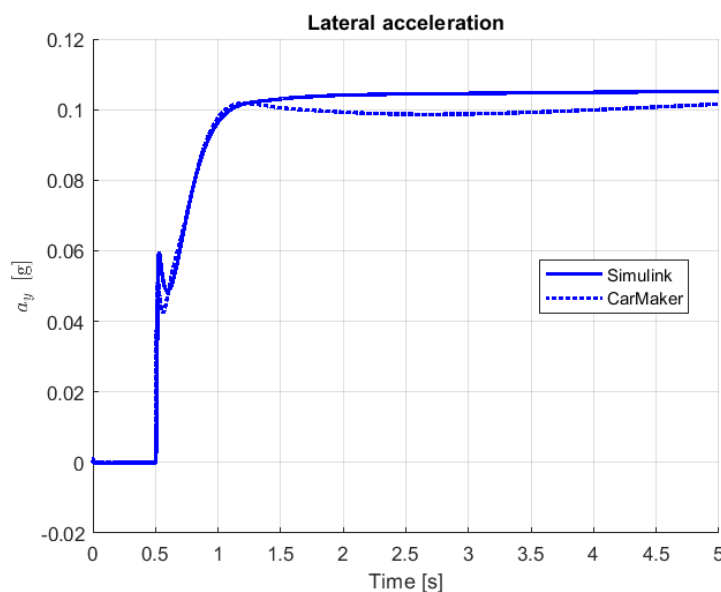


Figura 107: Step steer accelerazione laterale trattore

Le due risposte mostrano un comportamento fortemente smorzato, con un'unica oscillazione iniziale di ampiezza ridotta e una rapida convergenza verso il valore a regime. Il modello Simulink sovrastima leggermente il valore stazionario rispetto alla simulazione CarMaker.

Accelerazione laterale	
e_{ov}	3,38 %
e_{st}	3,61 %

Tabella 57: Indici di errore accelerazione laterale

Per quanto riguarda l’accelerazione laterale del rimorchio:

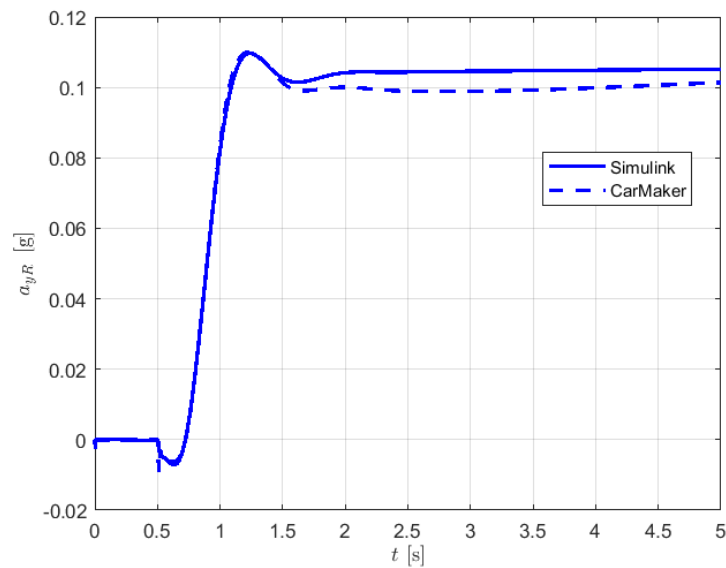


Figura 108: Step steer accelerazione laterale rimorchio

Accelerazione laterale rimorchio	
e_{ov}	0,01 %
e_{st}	3,71 %

Tabella 58: Indici di errore accelerazione laterale rimorchio

8.3.6 Forze di reazione verticali sugli pneumatici

Nella figura 109 sono riportate le risposte nel tempo delle forze verticali scambiate tra il terreno e gli pneumatici dell’assale anteriore dei due modelli di veicolo trattore:

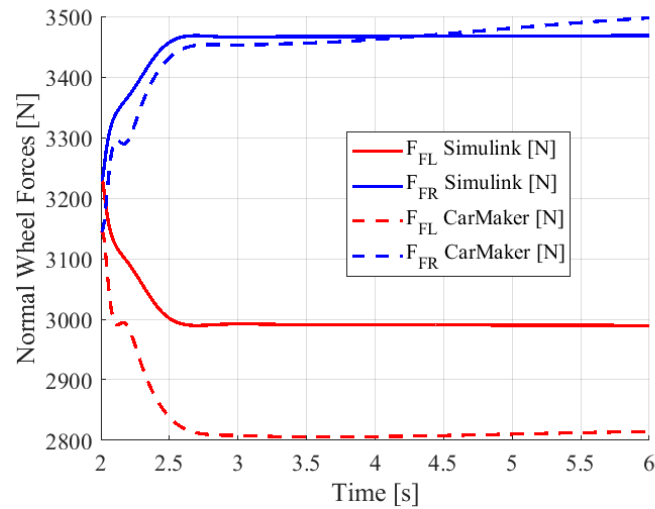


Figura 109: Step steer forze di reazione verticali front

Nella figura 110 sono riportate le risposte nel tempo delle forze verticali scambiate tra il terreno e gli pneumatici dell'assale posteriore dei due modelli di veicolo trattore:

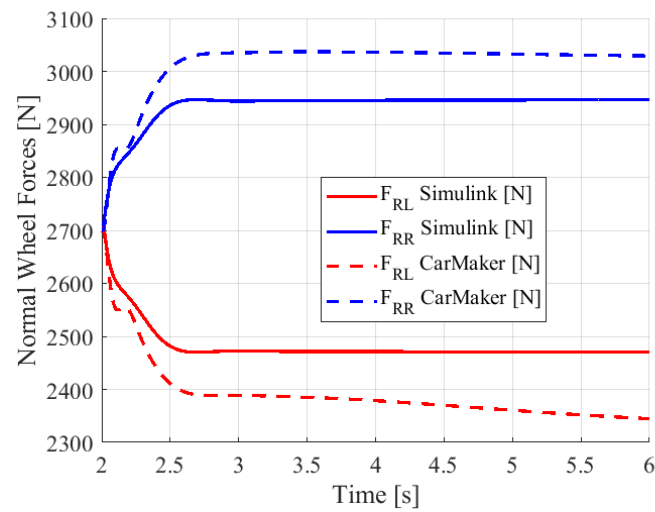


Figura 110: Step steer forze di reazione verticali rear

Nella figura 111 sono riportate le risposte nel tempo delle forze verticali scambiate tra il terreno e gli pneumatici dell'assale unico dei due modelli di rimorchio:

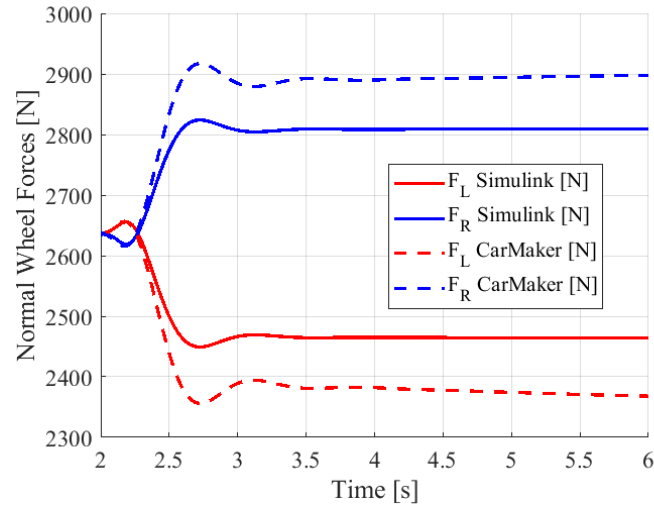


Figura 111: Step steer force di reazione verticali trailer

Si evidenzia su tutti e tre gli assali quanto visto nella manovra in condizioni stazionarie, ovvero che i valori a regime delle forze di reazione sono ben allineati tra i due modelli. Le risposte nei primi secondi della simulazione presentano un disturbo ad alta frequenza maggiormente marcato in CarMaker e soprattutto sulla ruota interna alla curva.

8.3.7 Scuotimento

Nella figura 112 sono mostrate le risposte dei due modelli in termini di scuotimento della cassa del veicolo trattore:

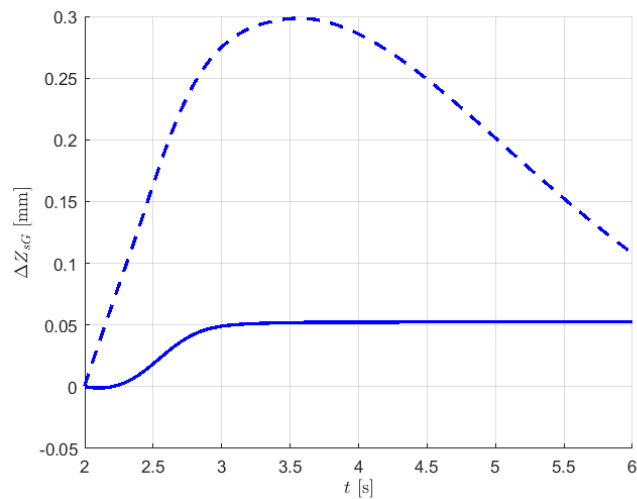


Figura 112: Step steer scuotimento trattore

Nella figura 113 seguente sono mostrate le risposte dei due modelli in termini di scuotimento della cassa del rimorchio:

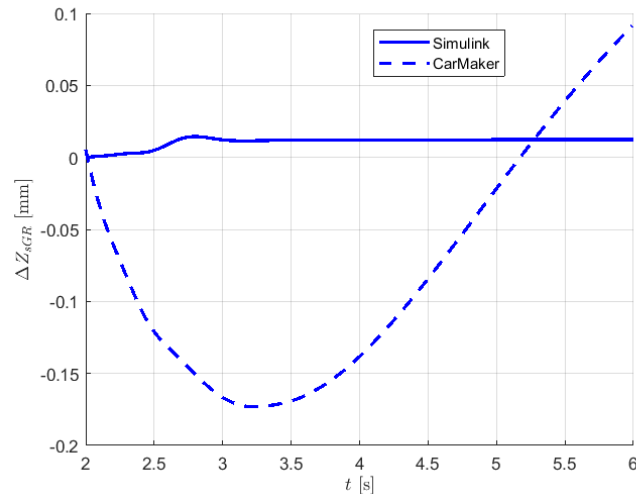


Figura 113: Step steer scuotimento rimorchio

Sia per il veicolo trattore che per il rimorchio il modello Simulink restituisce valori di scuotimento all'incirca costanti lungo il periodo di tempo considerato, al contrario CarMaker presenta un andamento parabolico con concavità opposta tra motrice e rimorchio.

8.4 Risultati dell'allineamento in condizioni transitorie nel dominio della frequenza

I risultati dell'allineamento del comportamento in condizioni transitorie del veicolo vengono mostrati e quantificati eseguendo su entrambi i modelli la medesima manovra di sine sweep. Grazie ad essa è possibile confrontare le oscillazioni indotte dall'input di sterzo, delle varie grandezze di interesse, nel dominio della frequenza.

La manovra di sine sweep è una manovra condotta a velocità costante durante la quale si applica un input di sterzo sinusoidale con frequenza che cresce linearmente nel tempo. Ciò permette di eccitare il sistema su un ampio spettro di frequenze e conseguentemente di passare dal dominio del tempo a quello della frequenza.

I parametri principali che descrivono la manovra sono la velocità del veicolo, l'ampiezza dell'angolo di sterzo e il numero di periodi della funzione sinusoidale di sterzo, che nel caso in esame sono:

$$V_1 = 50 \text{ km/h}, \quad V_2 = 100 \text{ km/h}$$

$$\delta = 20 \text{ deg}$$

$$N_T = 90$$

E' possibile definire più funzioni di trasferimento al variare dell'input e dell'output scelto e di queste rappresentare il guadagno, ovvero il modulo del rapporto tra uscita e ingresso, e la fase, ovvero lo sfasamento tra ingresso e uscita misurato in gradi.

Per quantificare l'allineamento tra le risposte in frequenza dei due modelli è possibile valutare:

- L'errore sul guadagno statico (misurato a 0 Hz)
- L'errore sul picco di risonanza
- La RMS dell'errore relativo calcolato su N punti delle due funzioni

Considerando un generico guadagno G sia per le simulazioni Simulink che per quelle CarMaker avremo:

$$e_{G0} = \frac{G_{CM,0} - G_{Sim,0}}{G_{CM,0}}$$

$$e_{Gmax} = \frac{G_{CM,max} - G_{Sim,max}}{G_{CM,max}}$$

$$e_{GRMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{G_{CM,i} - G_{Sim,i}}{G_{CM,i}} \right)^2}$$

Per le funzioni di trasferimento presentate è stata scelta come variabile di input la variabile angolo di sterzo.

Sono inoltre riportati i risultati di simulazioni svolte a due velocità diverse al fine di analizzare le risposte in frequenza in più condizioni operative, una ad una velocità tipica dell'ambiente urbano, ovvero $V_1 = 50 \text{ km/h}$, una , e una a velocità maggiore $V_2 = 100 \text{ km/h}$.

Le curve in blu sono relative alla velocità V_2 mentre quelle in rosso alla velocità V_1 e per entrambe vengono calcolati gli errori rispetto al riferimento.

8.4.1 Angolo di assetto

Nell'immagine seguente sono mostrati il guadagno e la fase della funzione di trasferimento tra l'input di sterzo e l'uscita scelta, ovvero l'angolo di assetto:

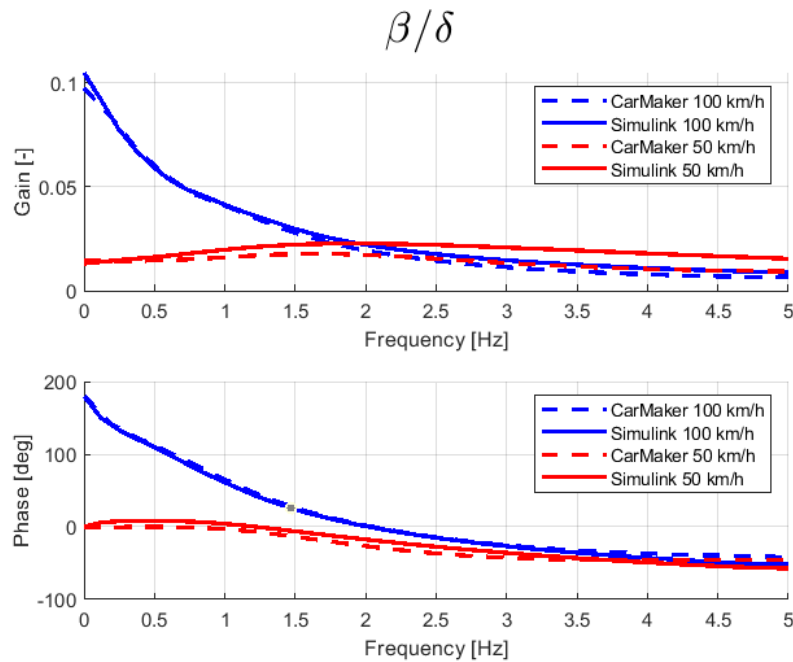


Figura 114: Risposta in frequenza beta-delta

I guadagni di entrambi i modelli alla velocità V_2 mostrano un comportamento tale per cui essi si riducono progressivamente all'aumentare della frequenza, presentando il valore massimo nel caso stazionario (0 Hz). Questo significa che, al crescere della frequenza, la capacità del sistema di trasmettere l'input verso l'output diminuisce in modo continuo, senza evidenziare alcun picco o incremento significativo del guadagno. Non è quindi presente una frequenza di risonanza, ovvero una frequenza per la quale il sistema risponde con un'amplificazione marcata.

Alla velocità V_1 il guadagno è crescente ma il modello custom sovrastima il guadagno rispetto al riferimento.

Osservando le fasi a 0 Hz, delle risposte in frequenza alle diverse velocità, è possibile notare come il veicolo alla velocità di 50 km/h risulti in una configurazione nose-in, per cui assetto e sterzo hanno lo stesso segno e sono in fase, alla velocità di 100 km/h risultano in opposizione di fase poiché il veicolo si trova in una configurazione nose-out in cui sterzo e assetto hanno segno opposto.

Nella tabella 59 sono riportati gli indici di errore:

	Angolo di assetto	
	V_1	V_2
e_{G0}	9,85 %	7,58 %
e_{GRMS}	48,88 %	25,82 %

Tabella 59: Indici di errore risposta in frequenza beta-delta

8.4.2 Angolo di hitch

Nella figura 115 sono mostrati il guadagno e la fase della funzione di trasferimento tra l'input di sterzo e l'uscita scelta, ovvero l'angolo di hitch:

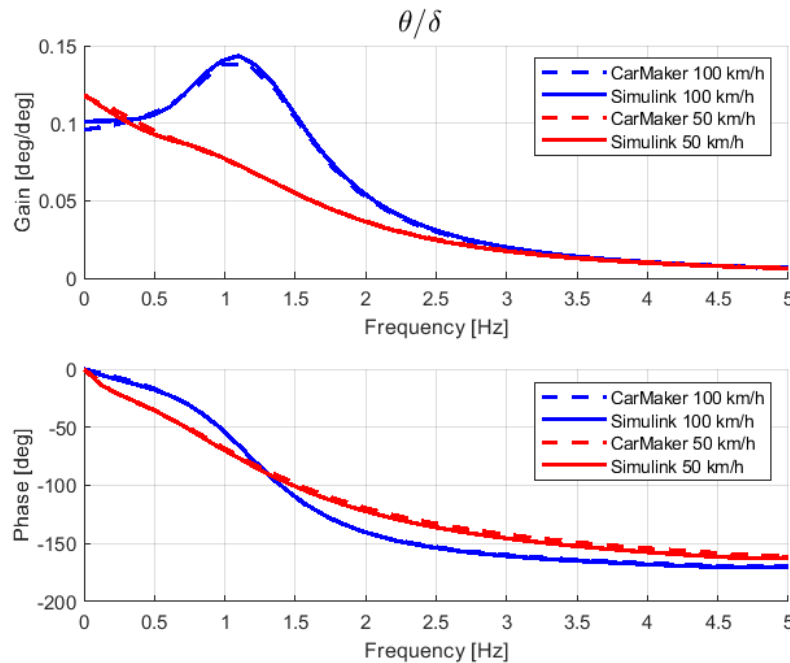


Figura 115: Risposta in frequenza theta-delta

Entrambe le funzioni di trasferimento analizzate alla velocità V_2 evidenziano la presenza di un picco di risonanza in prossimità della frequenza di 1.1 Hz, indicando che il sistema ha una risposta particolarmente amplificata in corrispondenza di tale frequenza. Per valori di frequenza maggiori si verifica una riduzione del guadagno progressiva. Il veicolo può essere visto nel complesso come un filtro passa banda per frequenze comprese tra 0 Hz e circa 4 Hz, in quanto, per valori di frequenza maggiori la risposta del sistema in termini di θ è prossima allo zero.

Alla velocità V_1 entrambi i modelli mostrano una risposta in frequenza con guadagno decrescente all'aumentare della frequenza.

Nella tabella 60 sono riportati gli indici di errore:

	Angolo di hitch	
	V_1	V_2
e_{G0}	0,72 %	5,59 %
e_{Gmax}	[-] %	3,16 %
e_{GRMS}	2,01 %	3,00 %

Tabella 60: Indici di errore risposta in frequenza theta-delta

8.4.3 Accelerazione laterale

Nella figura 116 seguente sono mostrati il guadagno e la fase della funzione di trasferimento tra l'input di sterzo e l'uscita scelta, ovvero l'accelerazione laterale:

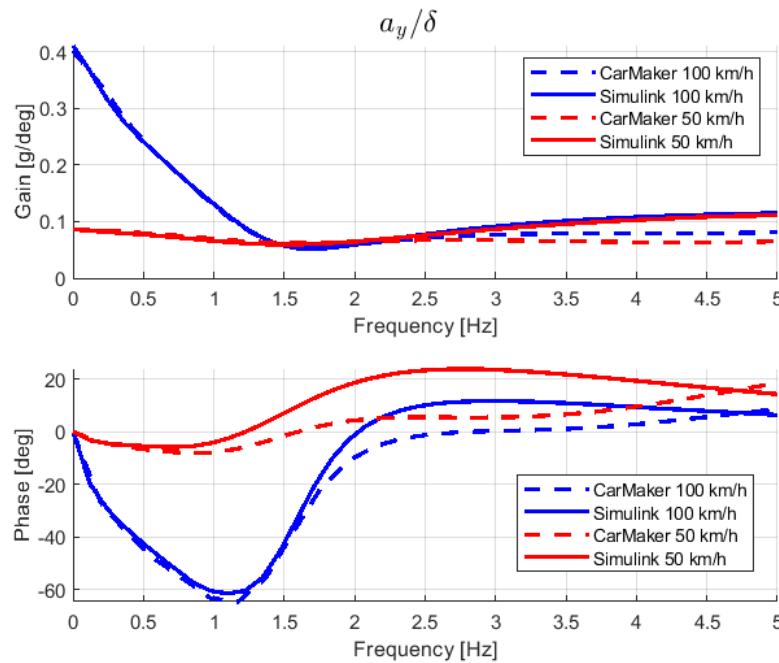


Figura 116: Risposta in frequenza a_y -delta

Entrambe le funzioni di trasferimento ad entrambe le velocità mostrano inizialmente un andamento decrescente del guadagno al crescere della frequenza, fino a circa 1.5 Hz. In questa fase, il comportamento dei due modelli risulta sostanzialmente simile. Per frequenze maggiori si verifica un discostamento progressivo tra le due curve con il modello Simulink che sovrastima il guadagno rispetto al riferimento.

Nella tabella seguente sono riportati gli indici di errore:

	Accelerazione laterale	
	V_1	V_2
e_{G0}	0,11 %	2,33 %
e_{GRMS}	38,39 %	22,99 %

Tabella 61: Indici di errore risposta in frequenza a_y -delta

8.4.4 Velocità di imbardata

Nell'immagine seguente sono mostrati il guadagno e la fase della funzione di trasferimento tra l'input di sterzo e l'uscita scelta, ovvero la velocità di imbardata:

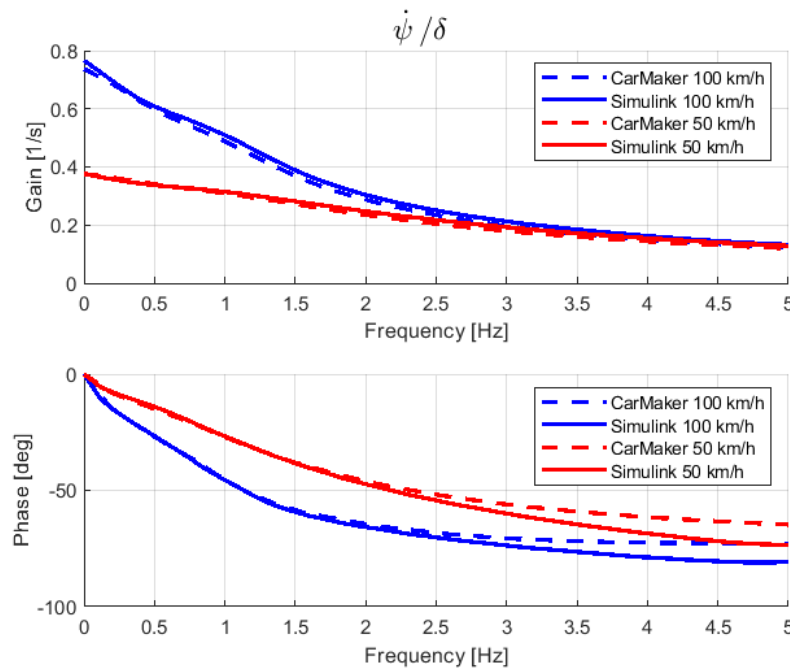


Figura 117: Risposta in frequenza psi punto - delta

Entrambe le funzioni di trasferimento presentano un andamento decrescente all'aumentare della frequenza mostrando però un buon allineamento complessivo sia alla velocità V_1 che alla velocità V_2 .

Nella tabella 62 sono riportati gli indici di errore:

	Velocità di imbardata	
	V_1	V_2
e_{G0}	0,16 %	3,84 %
e_{GRMS}	5,7 %	6,48 %

Tabella 62: Indici di errore risposta in frequenza psi punto-delta

9 Analisi di sensitività

9.1 Introduzione

Una volta ottenuto un modello di veicolo articolato il più possibile allineato con il software CarMaker è possibile verificare che il comportamento dei due modelli sia lo stesso in termini di sensitività ad alcuni parametri di rilevanza.

Tale analisi viene svolta sia in termini di risposta stazionaria sia in termini di risposta transitoria.

E' inoltre possibile ottenere informazioni sia sulla stabilità statica, ovvero la capacità del veicolo di mantenere una condizione di equilibrio in presenza di forzanti esterne costanti, sia sulla stabilità dinamica intesa come la capacità del veicolo di ritornare alla condizione di equilibrio a seguito di una perturbazione.

L'analisi di sensitività è svolta prendendo a riferimento la configurazione nominale del rimorchio descritta nel Capitolo 5 per il modello CarMaker e nel Capitolo 7 per il modello Simulink, e la variazione dei parametri avviene uno alla volta in modo da isolare gli effetti di ogni modifica.

In particolare i parametri variati sono:

- La posizione del baricentro del rimorchio
- La massa del rimorchio
- La distanza del gancio dal baricentro del veicolo trattore

Nello svolgimento delle analisi di sensitività, oltre ai modelli non lineari finora utilizzati, è stato impiegato anche il modello linearizzato, derivante dall'implementazione di equazioni del moto linearizzate [1] introdotto nel Capitolo 7.3.2. Tale modello permette di rappresentare sul piano complesso gli autovalori della matrice dinamica del sistema, la cui parte reale fornisce un indizio sul comportamento di stabilità dinamica del sistema.

9.2 Risposta stazionaria

L'analisi di sensitività alla risposta stazionaria viene svolta effettuando per entrambi i modelli la stessa manovra di Ramp steer, alla stessa velocità ma variando ogni volta un parametro. Sono quindi riportate le curve caratteristiche di maggiore rilevanza al variare del suddetto parametro.

9.2.1 Sensitività alla posizione del baricentro

Si sposta il baricentro del rimorchio in posizioni sempre più arretrate rispetto al gancio senza variare la massa o la posizione del gancio stesso:

$$m = 600 \text{ Kg}$$

$$c = 2,902 \text{ m}$$

Vengono analizzati quattro casi differenti, due in cui il baricentro del rimorchio si trova tra il gancio e l'assale del rimorchio stesso, uno in cui il baricentro è posizionato direttamente al di sopra dell'assale e infine una in cui il baricentro si trova al di fuori del tratto compreso tra gancio e assale:

Caso	a_r/l_r
1	0,8
2	0,9
3	1
4	1,1

Tabella 63: Configurazioni posizione del baricentro del rimorchio

Le quattro posizioni sono espresse in funzione del rapporto tra la distanza a_r tra assale e baricentro e l_r , ovvero la distanza tra il gancio e l'assale del rimorchio.

Nella figura 119 è possibile osservare sulla sinistra le caratteristiche di sottosterzo del veicolo CarMaker al variare della posizione del baricentro, e lo stesso sulla destra per quanto riguarda il modello Simulink:

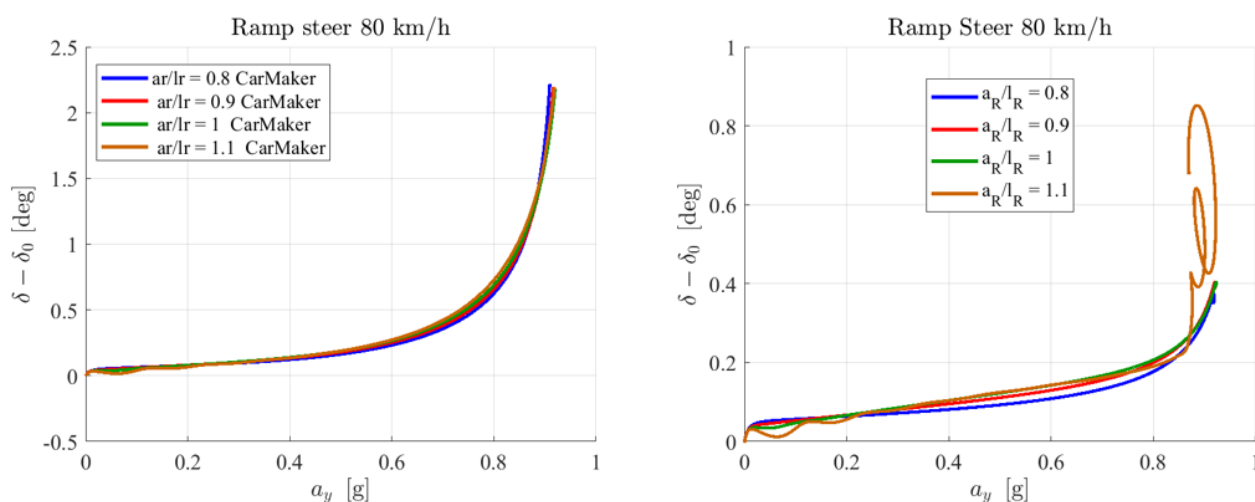


Figura 118: Sensitività a_r/l_r caratteristica di sottosterzo

Entrambi i modelli mostrano un incremento del gradiente di sottosterzo spostando il baricentro. In entrambi i modelli non lineari il comportamento del veicolo trattore è sempre sottosterzante, si hanno infatti caratteristiche di sottosterzo con pendenza positiva, indipendentemente dalla posizione del baricentro. Il modello linearizzato indica invece un comportamento leggermente sovrasterzante, con gradiente di sottosterzo negativo ma prossimo allo zero, nella configurazione $\frac{a_r}{l_r} = 0,8$.

Inoltre entrambi i modelli presentano nella configurazione $\frac{a_r}{l_r} = 1,1$ un comportamento instabile fin da accelerazioni laterali basse nonostante la natura della manovra sia quella di restituire le proprietà del veicolo in condizioni quasi stazionarie.

Da notare inoltre la contraddizione con ciò che ci si aspetterebbe da un veicolo isolato, ovvero che un incremento del gradiente di sottosterzo sia associato ad una maggiore stabilità del sistema, al contrario in questo caso la motrice presenta una configurazione sempre più instabile ma con gradienti di sottosterzo crescenti, ciò è da attribuirsi alla presenza del rimorchio che non permette l'analogia tra stabilità maggiore e gradiente di sottosterzo crescente.

Nell'immagine seguente è possibile osservare sulla sinistra le caratteristiche di assetto del veicolo CarMaker al variare della posizione del baricentro, e lo stesso sulla destra per quanto riguarda il modello Simulink:

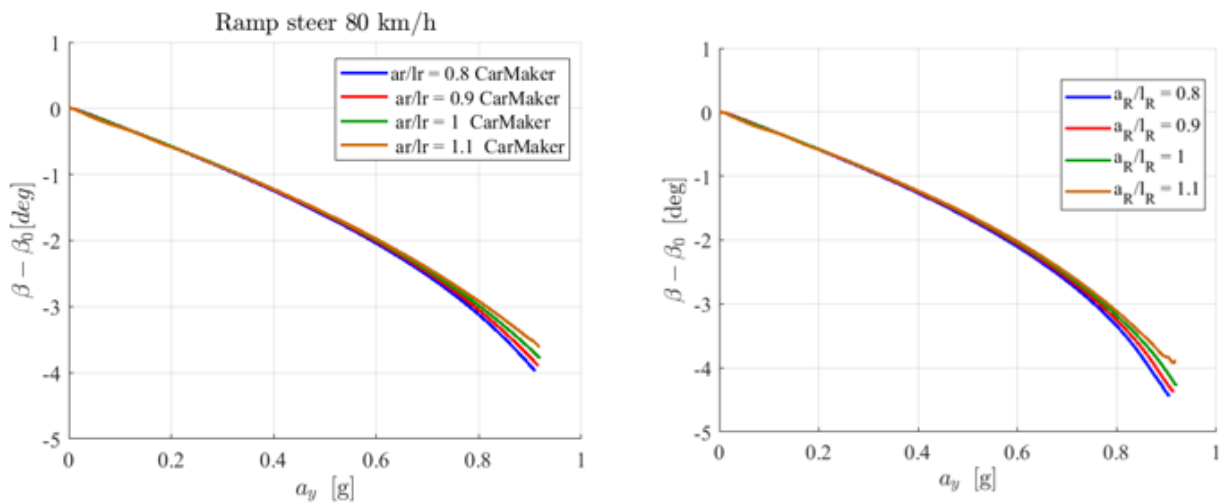


Figura 119: Sensitività a_r/l_r caratteristica di assetto

In entrambi i modelli il gradiente di assetto aumenta leggermente mantenendosi negativo.

Nell'immagine seguente è possibile osservare sulla sinistra le caratteristiche di hitch del veicolo CarMaker al variare della posizione del baricentro, e lo stesso sulla destra per quanto riguarda il modello Simulink:

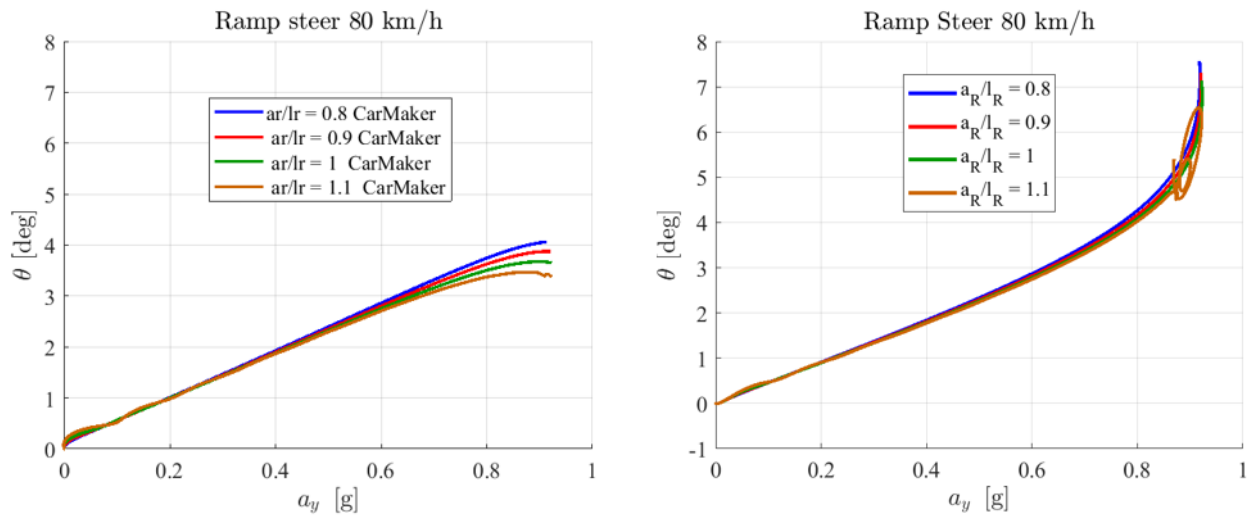


Figura 120: Sensitività a_r/l_r caratteristica di hitch

Entrambi i modelli presentano una pendenza che si mantiene positiva in tutte le configurazioni ma che diminuisce spostando il baricentro in posizioni più arretrate.

La differenza in termini di valori numerici tra Simulink e CarMaker potrebbe essere associata ad una riduzione della velocità nel modello custom rispetto alla velocità di riferimento ai valori di accelerazione laterali più elevati:

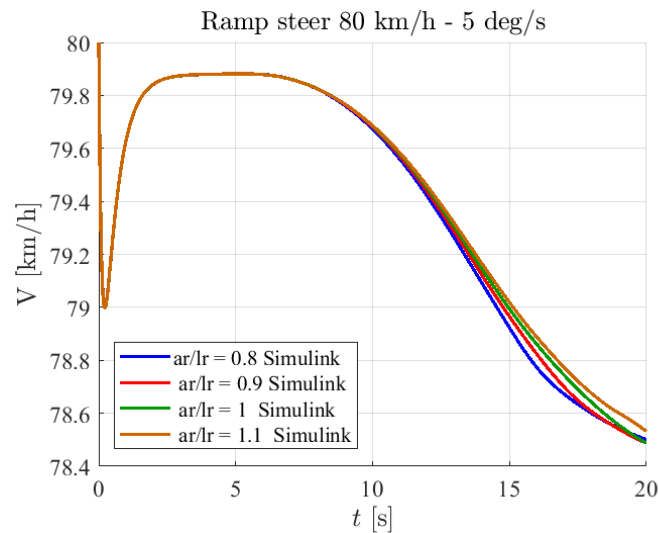


Figura 121: Velocità manovre sensitività a_r/l_r

Nella figura 122 è possibile osservare sulla sinistra le caratteristiche di rollio del veicolo trattore CarMaker al variare della posizione del baricentro, e lo stesso sulla destra per quanto riguarda il modello Simulink:

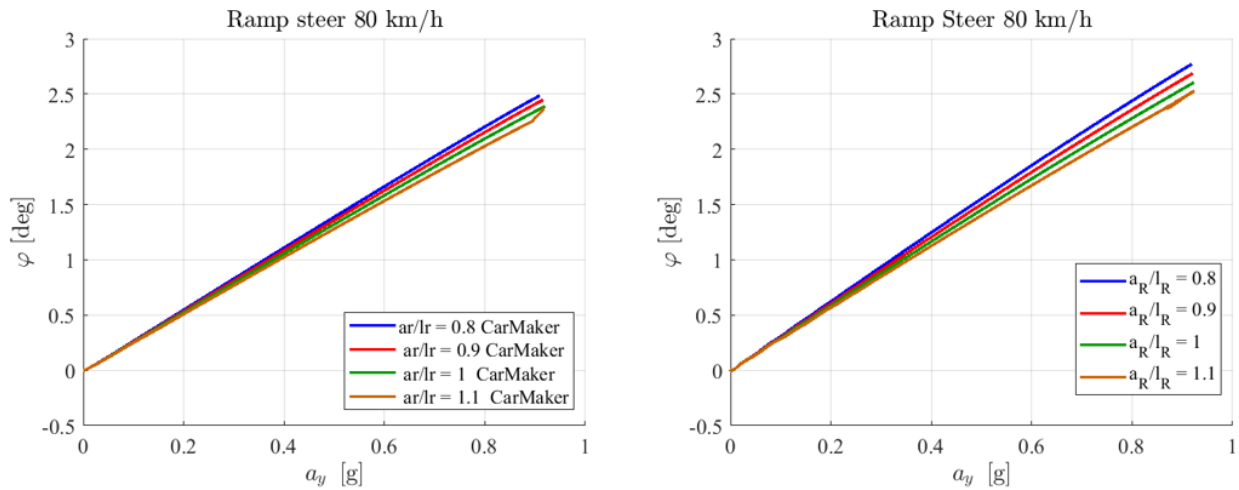


Figura 122: Sensitività a_R/l_R caratteristica di rollio del trattore

La pendenza delle caratteristiche di rollio del veicolo trattore si riduce su entrambi i modelli spostando, il baricentro in posizioni più arretrate rispetto al gancio.

Nella figura 123 è possibile osservare sulla sinistra le caratteristiche di rollio del rimorchio CarMaker al variare della posizione del baricentro, e lo stesso sulla destra per quanto riguarda il modello Simulink:

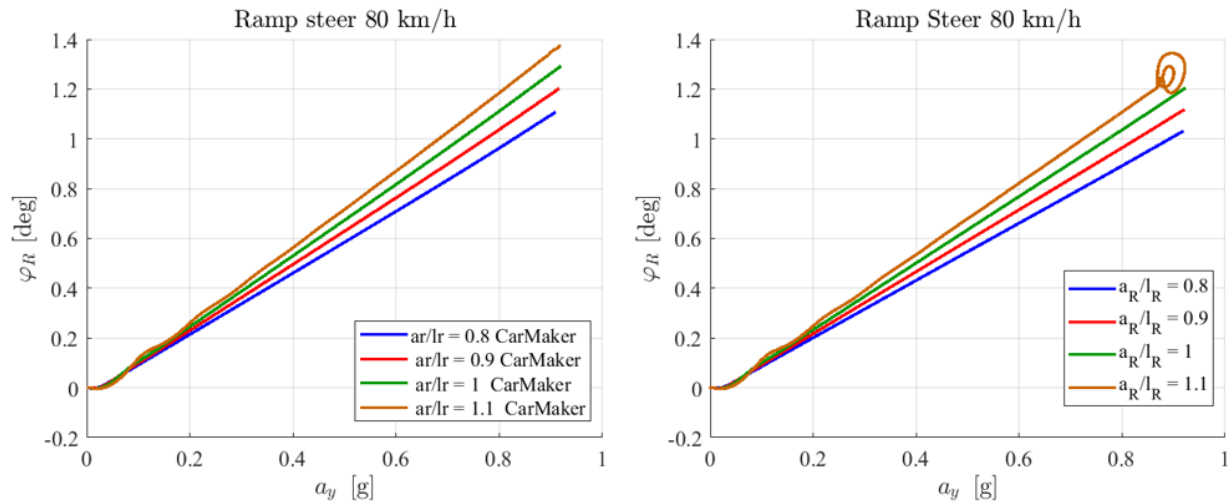


Figura 123: Sensitività a_R/l_R caratteristica di rollio del rimorchio

La pendenza delle caratteristiche di rollio del veicolo trattore aumenta su entrambi i modelli spostando, il baricentro in posizioni più arretrate rispetto al gancio.

Nella tabella 64 è riportata una sintesi degli effetti di spostamento del baricentro sui gradienti delle caratteristiche nel loro tratto lineare:

a_r/l_r	K_{us}	K_β	K_θ	K_φ	$K_{\varphi R}$
					

Tabella 64: Effetti di spostamento del baricentro condizioni stazionarie

9.2.2 Sensitività alla massa del rimorchio

Si aumenta la massa del rimorchio senza variare la posizione del baricentro dello stesso e la posizione del gancio:

$$\frac{a_r}{l_r} = 0,9$$

$$c = 2,902 \text{ m}$$

Vengono analizzati quattro casi differenti:

Caso	$m \text{ [Kg]}$
1	600
2	750
3	900
4	1050

Tabella 65: Configurazioni di massa del rimorchio

Nella figura 124 sono riportate le caratteristiche di sottosterzo:

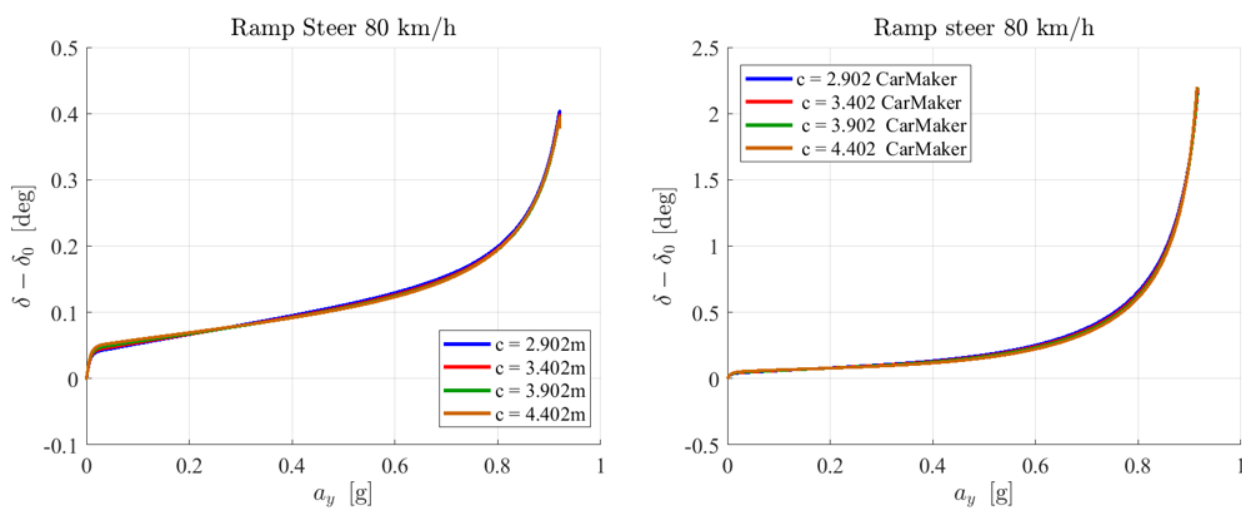


Figura 124: Sensitività massa caratteristica di sottosterzo

In entrambi i modelli si verifica una riduzione della pendenza delle caratteristiche di sottosterzo nel loro tratto lineare, ovvero all'aumentare della massa del rimorchio il veicolo trattore diventa meno sottosterzante.

Nella figura 125 sono riportate le caratteristiche di assetto:

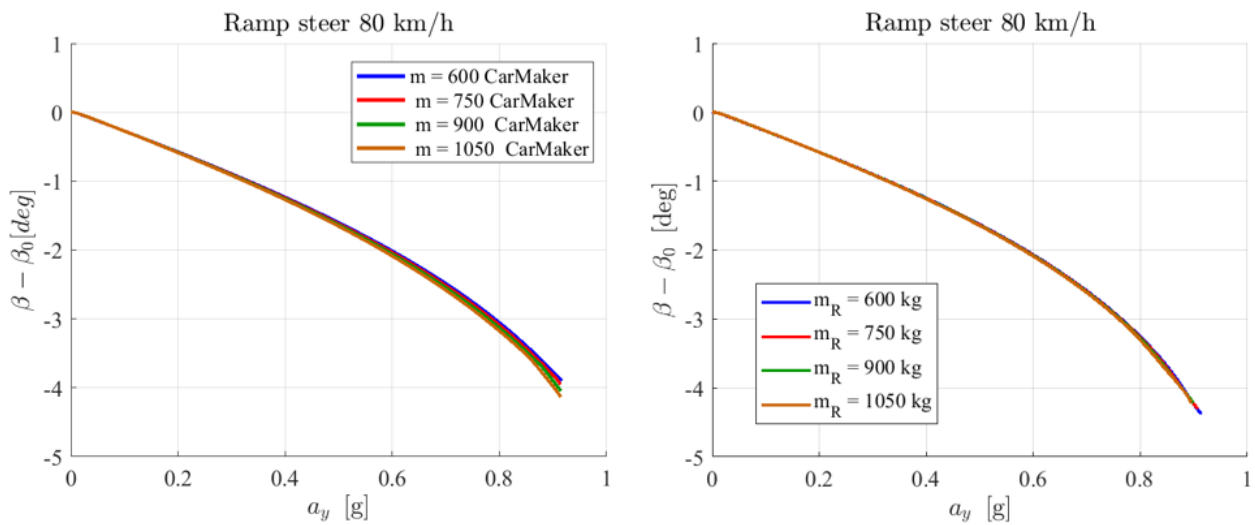


Figura 125: Sensitività massa caratteristica di assetto

In entrambi i modelli la pendenza della caratteristica di assetto diventa più negativa all'aumentare della massa, pertanto il gradiente di assetto si riduce mantenendo valori minori di zero.

Nella figura 126 sono riportate le caratteristiche di hitch:

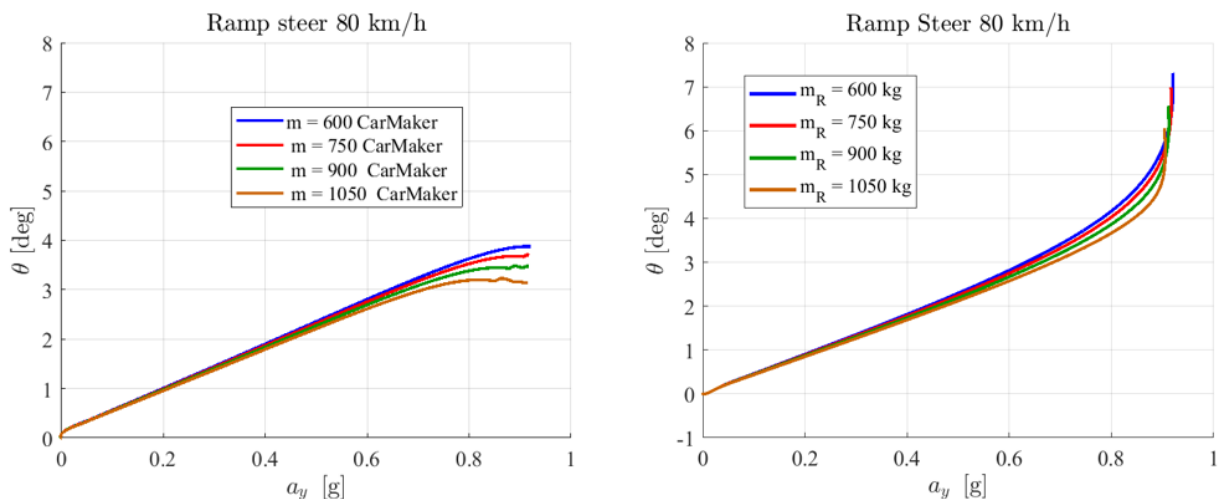


Figura 126: Sensitività massa caratteristica di hitch

La pendenza delle caratteristiche di hitch si riduce all'aumentare della massa, conseguentemente il gradiente di theta si abbassa anch'esso pur mantenendosi positivo. E la differenza i valori numerici massimi raggiunti nei due modelli è da attribuirsi sempre ad una riduzione della velocità nella manovra Simulink.

Nella figura 127 sono riportate le caratteristiche di rollio del veicolo trattore:

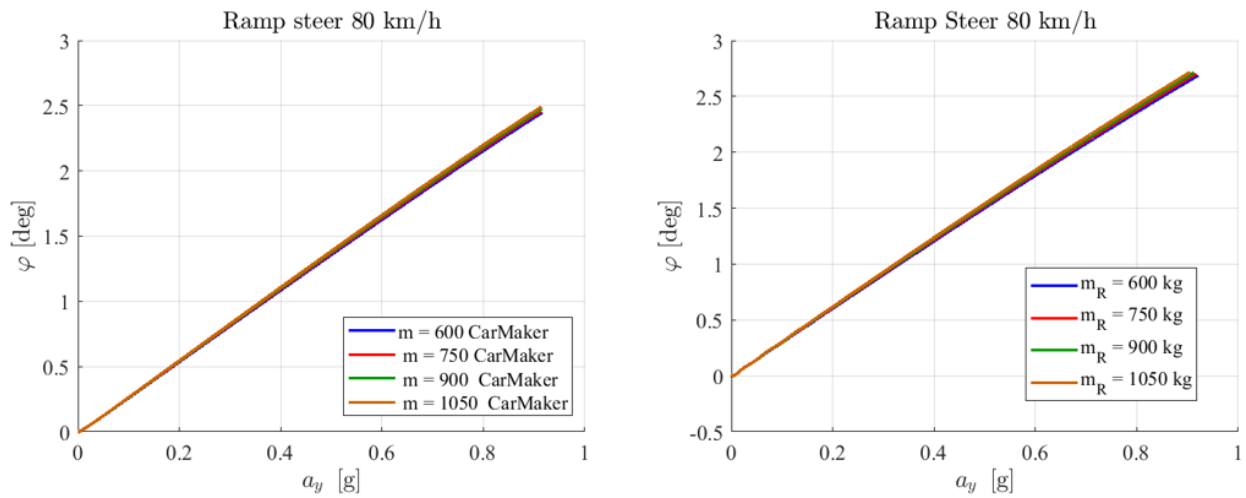


Figura 127: Sensitività massa caratteristica di rollio del trattore

Il rollio del veicolo trattore risulta poco sensibile alla variazione di massa del rimorchio pur aumentando leggermente a parità di accelerazione laterale se la massa del rimorchio è maggiore.

Nella figura 128 sono riportate le caratteristiche di rollio del rimorchio:

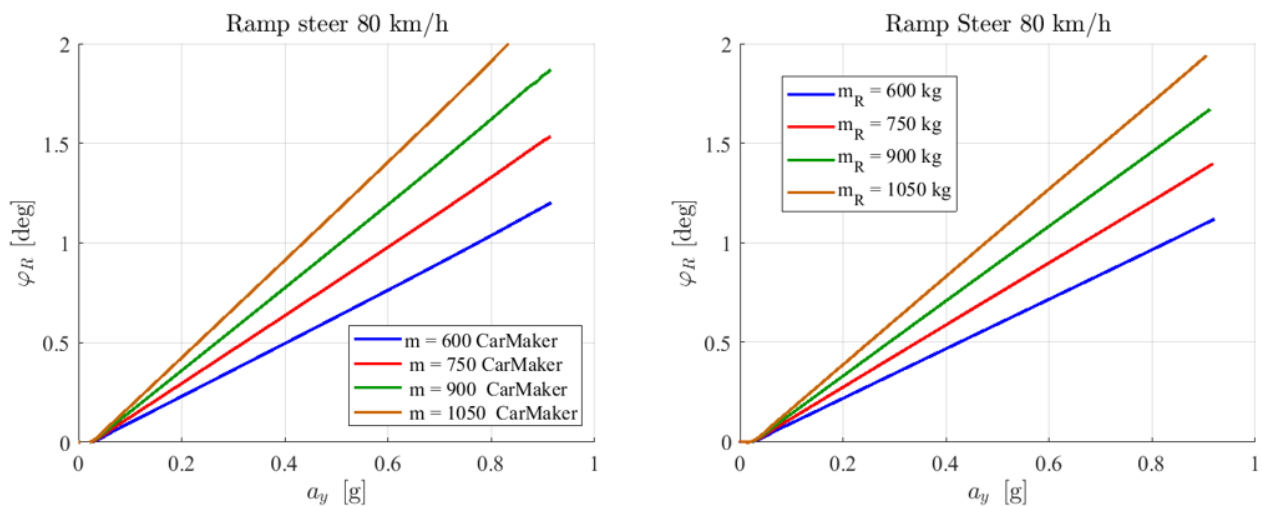


Figura 128: Sensitività massa caratteristica di rollio del rimorchio

Entrambi i modelli risultano molto più sensibili alla variazione di massa per quanto riguarda il rollio del rimorchio rispetto al rollio del veicolo trattore. Aumentando la massa si ha che a parità di accelerazione laterale il rollio del rimorchio è maggiore e quindi la pendenza della caratteristica cresce.

Nella tabella seguente è riportata una sintesi degli effetti dell'aumento di massa sui gradienti delle curve caratteristiche osservate:

m	K_{us}	K_{β}	K_{θ}	K_{φ}	$K_{\varphi R}$
					

Tabella 66: Effetti massa condizioni stazionarie

9.2.3 Sensitività alla posizione del gancio

Si aumenta la distanza tra il baricentro del trattore e il gancio senza variare la massa del rimorchio o la posizione del suo baricentro:

$$\frac{a_r}{l_r} = 0,9$$

$$m = 600 \text{ Kg}$$

Si considerano quattro casi:

Caso	c [m]
1	2,902
2	3,402
3	3,902
4	4,402

Tabella 67: Configurazioni sensitività posizione del gancio

Nella figura 130 sono riportate le caratteristiche di sottosterzo dei due modelli:

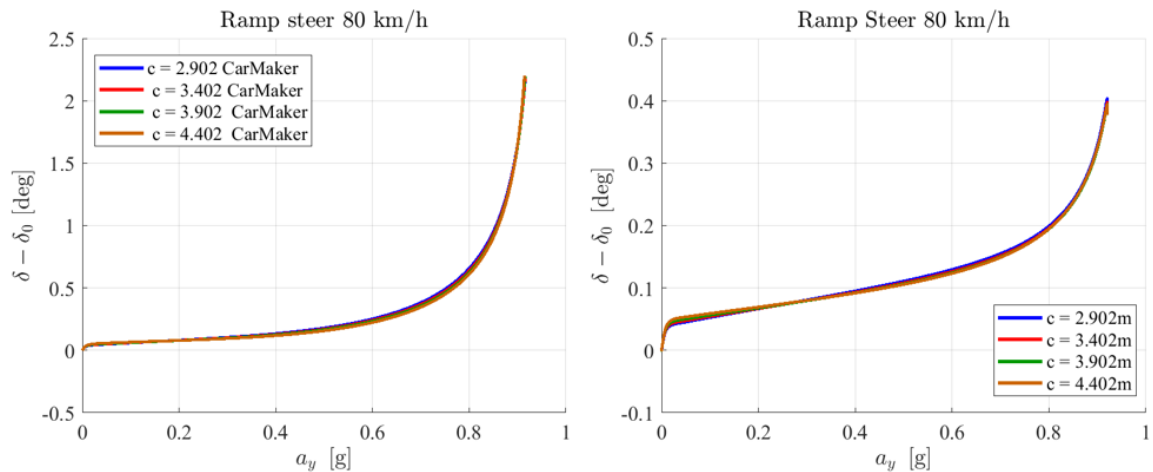


Figura 129: Sensitività posizione del gancio caratteristica di sottosterzo

In entrambi i casi all'aumentare del parametro c si verifica una riduzione del gradiente di sottosterzo. Il veicolo CarMaker risulta maggiormente sensibile a tale parametro mostrando una variazione di pendenza della caratteristica di sottosterzo più marcata.

Nella figura 130 sono riportate le caratteristiche di assetto dei due modelli:

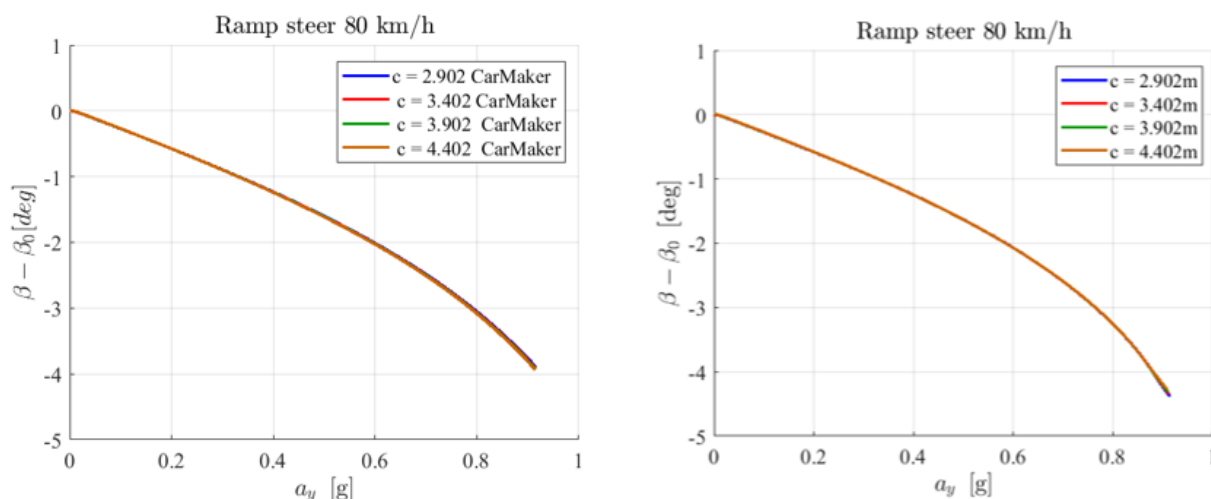


Figura 130: Sensitività posizione del gancio caratteristica di assetto

In nessuno dei due modelli si osserva una sensibilità evidente alla variazione della posizione del gancio in termini di caratteristica di assetto.

Nella figura 131 sono riportate le caratteristiche di hitch dei due modelli:

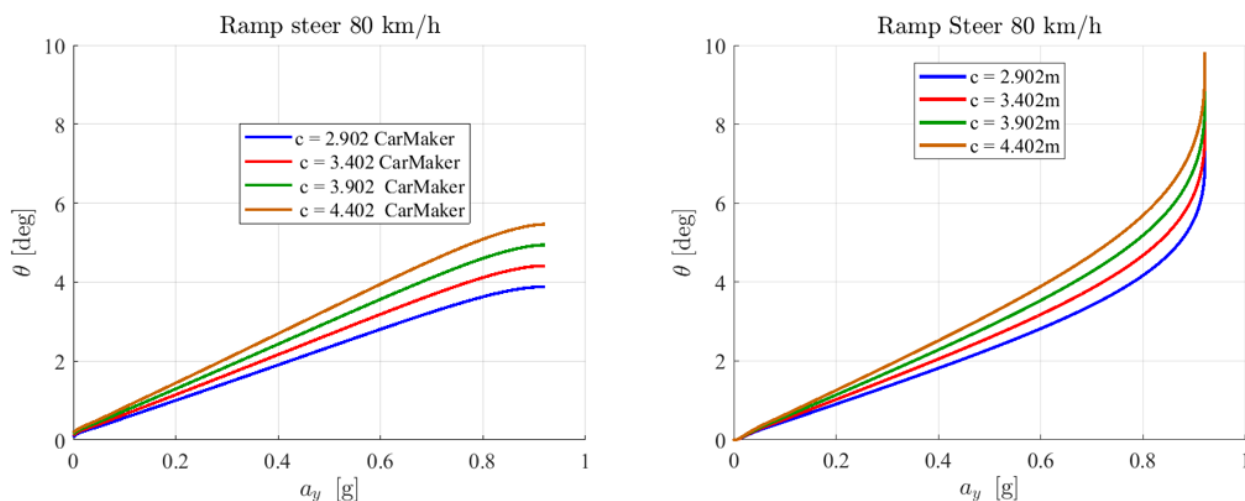


Figura 131: Sensitività posizione del gancio caratteristica di hitch

In entrambi i modelli si osserva un incremento della pendenza della caratteristica all'aumentare del parametro c . E la differenza i valori numerici massimi raggiunti nei due modelli è da attribuirsi sempre ad una riduzione della velocità nella manovra Simulink.

Infine come nel caso della caratteristica di assetto non si osserva una sensitività alla posizione del gancio in termini di rollio del trattore e del rimorchio:

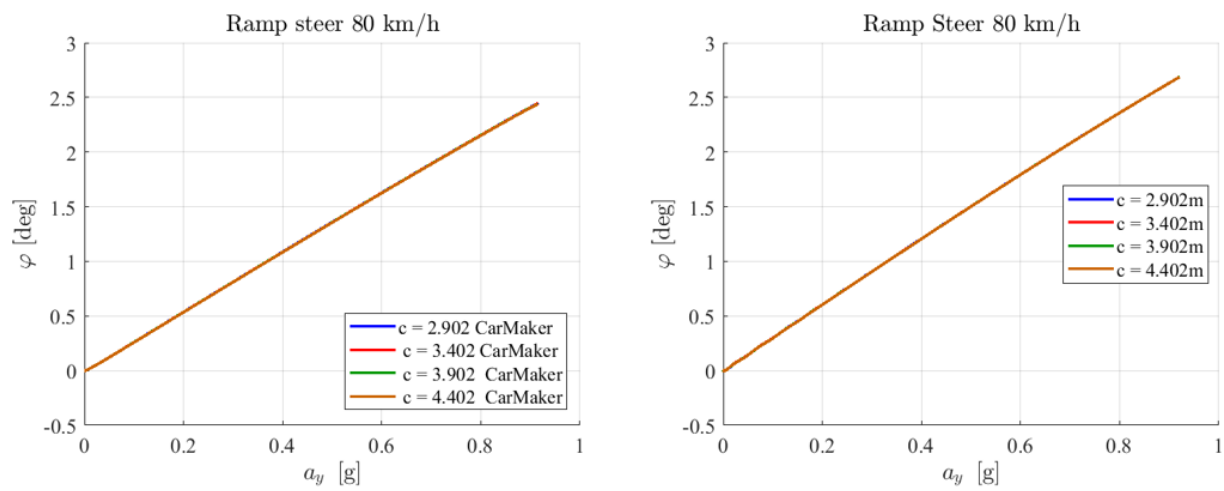


Figura 132: Sensitività posizione del gancio caratteristica di rollio del trattore

Nella tabella 68 è riportata una sintesi degli effetti dell’aumento di c sui gradienti delle curve caratteristiche osservate:

c	K_{us}	K_{β}	K_{θ}	K_{φ}	$K_{\varphi R}$
					

Tabella 68: Effetti posizione del gancio condizioni stazionarie

9.3 Risposta transitoria

L’analisi di sensitività della risposta transitoria viene effettuata svolgendo su entrambi i modelli la stessa manovra di colpo di sterzo, presentata nei capitoli precedenti.

Vengono confrontate le storie temporali in termini di ampiezza delle oscillazioni e ampiezza del valore a regime raggiunto in ciascuna configurazione.

9.3.1 Sensitività alla posizione del baricentro

Facendo riferimento alle quattro configurazioni del rimorchio già presentate (Capitolo 9.2.1) si osservano gli effetti sulla risposta transitoria dello spostamento del baricentro.

Nella figura 133 sono confrontate le storie temporali della velocità di imbardata dei due modelli:

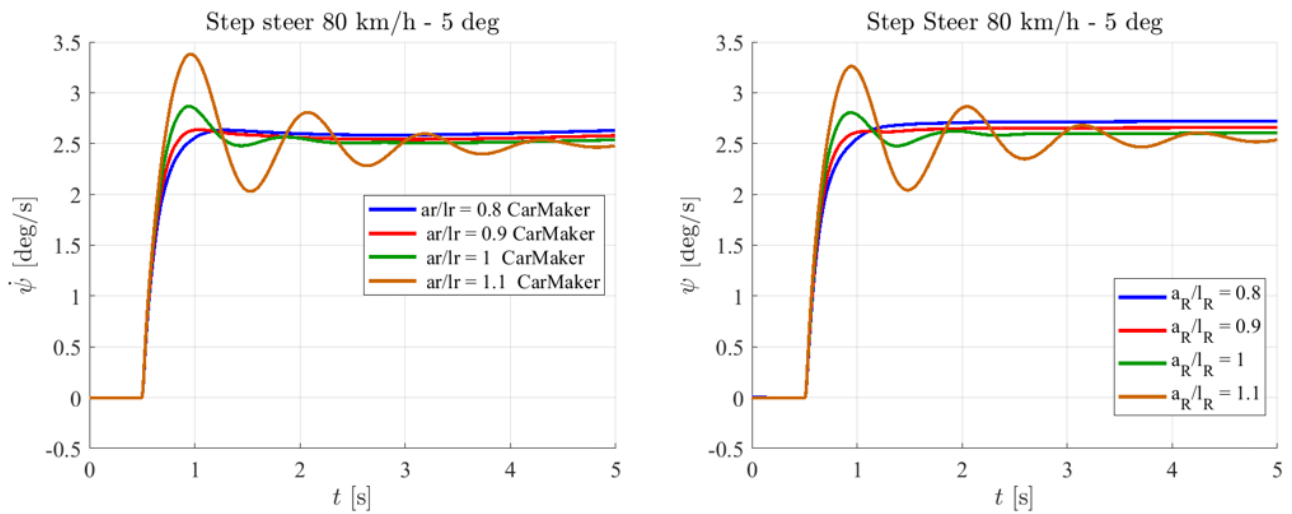


Figura 133: Sensitività a_r/l_r velocità di imbardata

L'ampiezza delle oscillazioni aumenta con a_r/l_r passando, in queste condizioni di manovra, da oscillazioni sovrasmorzate a sottosmorzate. Anche il valore a regime presenta la stessa sensitività a livello qualitativo sui due modelli, riducendosi all'aumentare di a_r/l_r .

Nella figura 134 sono confrontate le storie temporali dell'angolo di assetto dei due modelli:

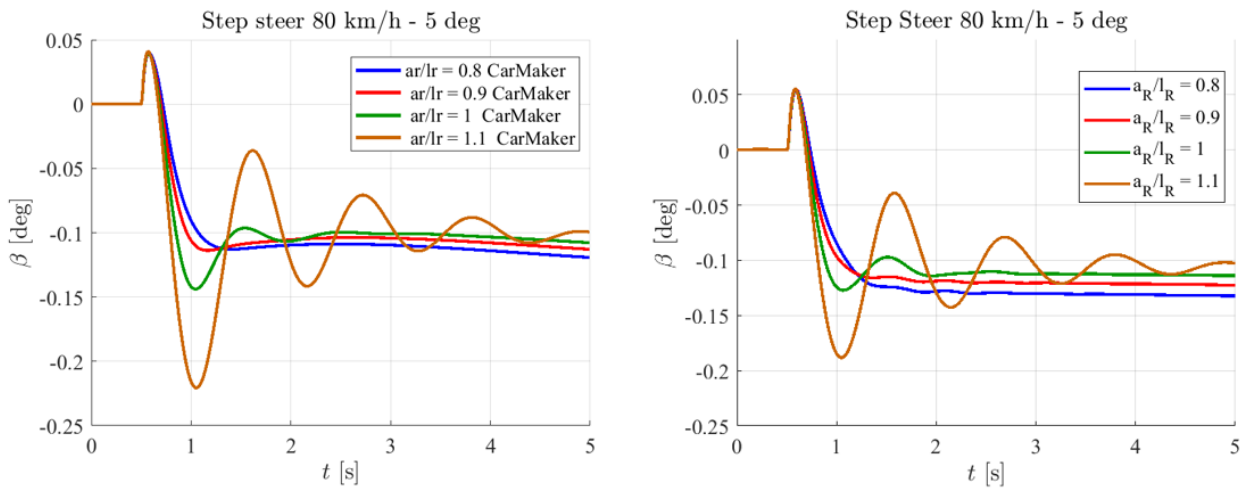


Figura 134: Sensitività a_r/l_r angolo di assetto

Anche in questo caso le oscillazioni si amplificano spostando indietro il baricentro, ma al contrario della velocità di imbardata, il valore a regime della risposta aumenta.

Nella figura 135 sono confrontate le storie temporali dell'angolo di hitch dei due modelli:

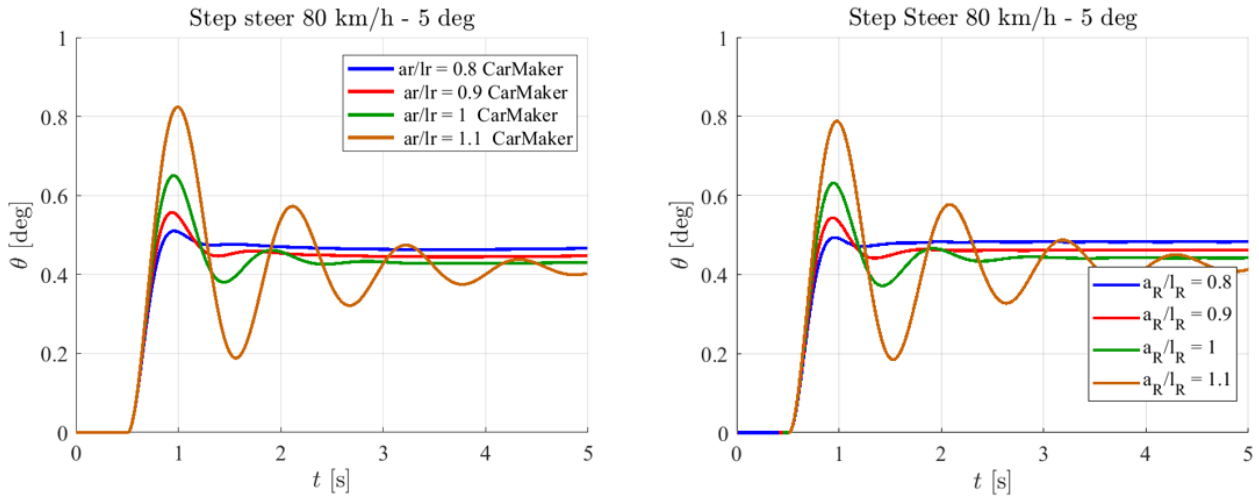


Figura 135: Sensitività a_r/l_r angolo di hitch

Nel caso dell'angolo θ le oscillazioni si amplificano all'aumentare di a_r/l_r e il valore a regime si riduce.

Il sistema linearizzato conferma quanto osservato sulle storie temporali dei modelli non lineari, ovvero che alla velocità di 80 Km/h, nessuna delle configurazioni risulta dinamicamente instabile. Si ha infatti che tutte le storie oscillatorie osservate presentano un andamento sotto o sovra smorzato e non si ha mai un'amplificazione delle oscillazioni stesse.

Nella figura 136 è possibile osservare il luogo delle radici della matrice dei coefficienti del sistema linearizzato:

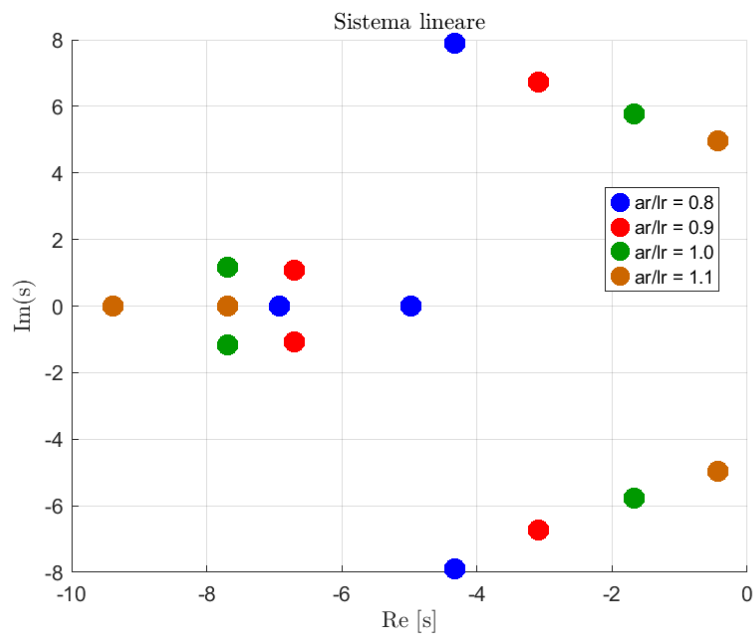


Figura 136: Sensitività a_r/l_r luogo delle radici

Dal momento che ciascun polo ha parte reale negativa il modello linearizzato conferma un comportamento dinamicamente stabile in tutte le configurazioni analizzate e alla velocità scelta.

9.3.2 Sensitività alla massa del rimorchio

Facendo riferimento alle quattro configurazioni del rimorchio già presentate (Capitolo 9.2.2) si osservano gli effetti sulla risposta transitoria della massa del rimorchio.

Nella figura 137 sono confrontate le storie temporali della velocità di imbardata dei due modelli:

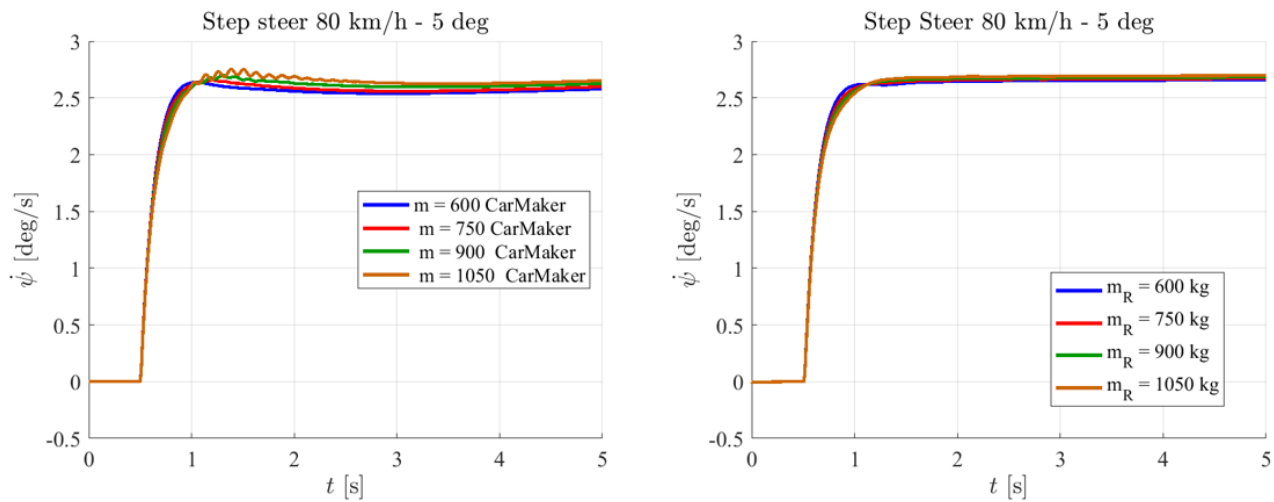


Figura 137: Sensitività massa del rimorchio velocità di imbardata

In entrambi i casi le oscillazioni risultano sovrasmorzate con un valore a regime che cresce all'aumentare della massa del rimorchio.

Nella figura 138 sono confrontate le storie temporali dell'angolo di assetto dei due modelli:

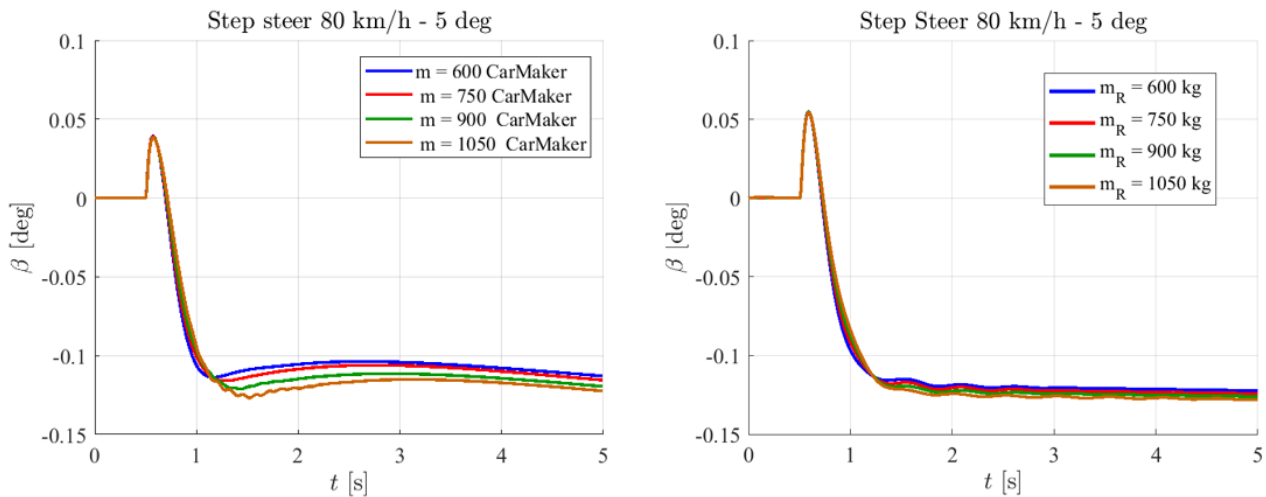


Figura 138: Sensitività massa del rimorchio angolo di assetto

In entrambi i modelli si ha una singola oscillazione che si estingue dopo il primo periodo, con la risposta che si assesta su un valore a regime sempre più negativo all'aumentare della massa del rimorchio.

Nella figura 139 sono confrontate le storie temporali dell'angolo di hitch dei due modelli:

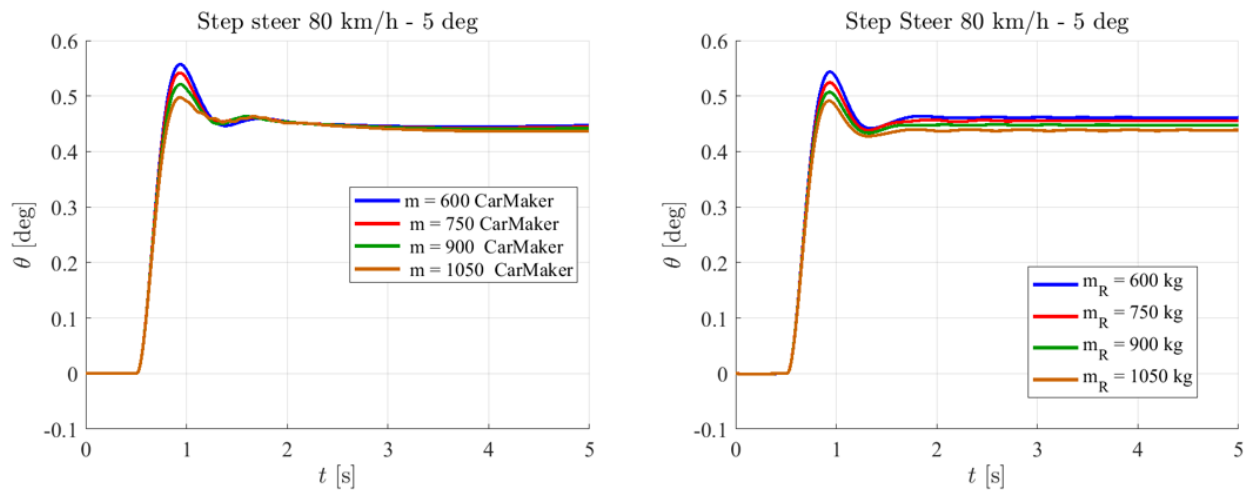


Figura 139: Sensitività massa del rimorchio angolo di hitch

In entrambi i modelli si osserva una storia temporale caratterizzata da oscillazioni fortemente smorzate, con l'ampiezza di overshoot che si riduce aumentando la massa. Il valore a regime su cui si assesta la risposta ha invece un comportamento opposto, riducendosi all'aumentare della massa.

Anche in questo caso il sistema linearizzato conferma la stabilità dinamica di ciascuna delle configurazioni considerate:

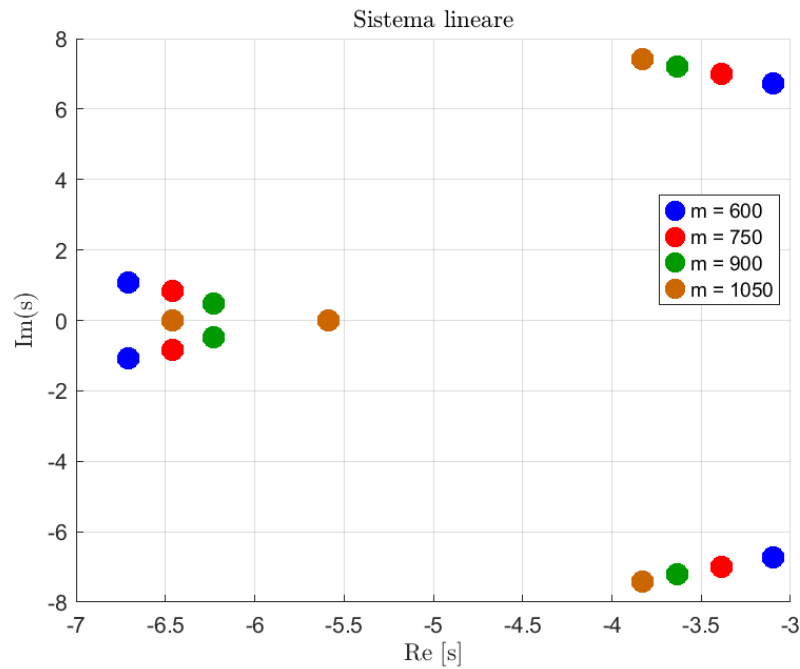


Figura 140: Sensitività massa del rimorchio luogo delle radici

9.3.3 Sensitività alla posizione del gancio

Facendo riferimento alle quattro configurazioni del rimorchio già presentate (Capitolo 9.2.3) si osservano gli effetti sulla risposta transitoria della posizione del gancio rispetto al baricentro del veicolo trattore.

Nella figura 141 sono confrontate le storie temporali della velocità di imbardata dei due modelli:

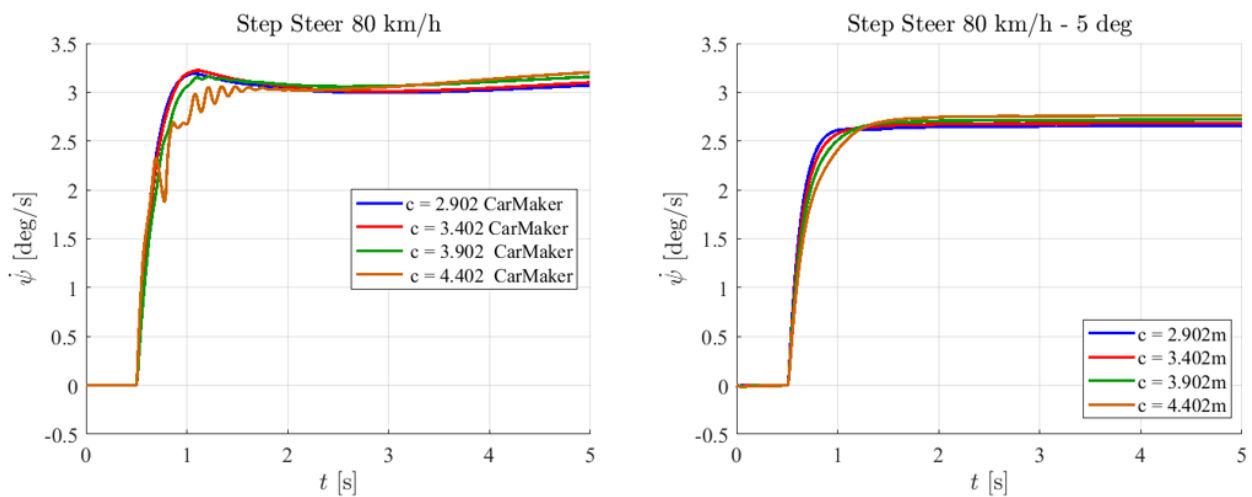


Figura 141: Sensitività posizione del gancio velocità di imbardata

In entrambi i modelli si osservano oscillazioni fortemente smorzate con la risposta che si assesta su un valore a regime che cresce all'aumentare della distanza tra il gancio e il baricentro del veicolo trattore.

Nella figura 142 sono confrontate le storie temporali dell'angolo di assetto dei due modelli:

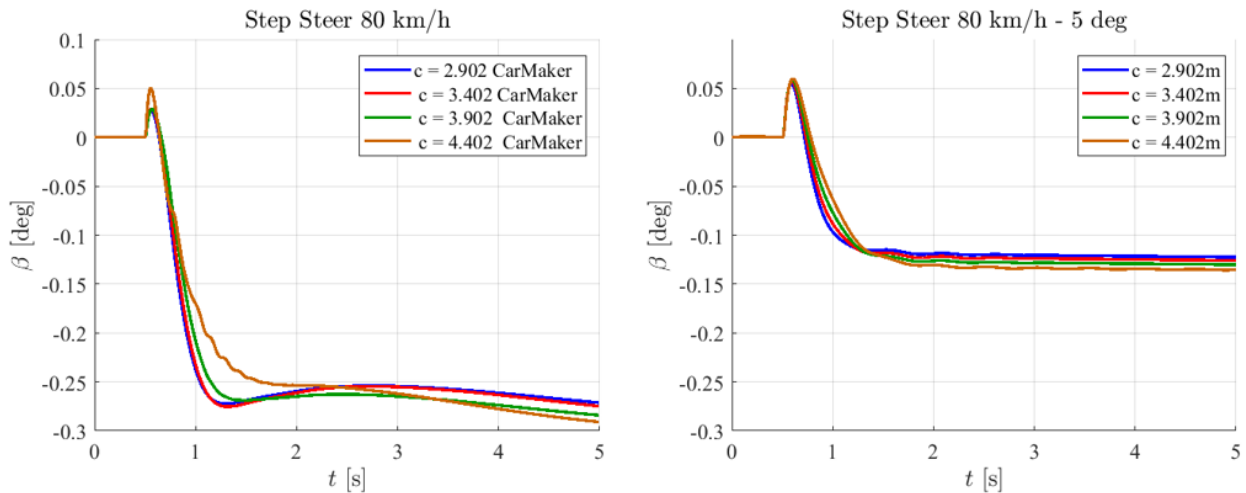


Figura 142: Sensitività posizione del gancio angolo di assetto

In entrambi i modelli si osservano oscillazioni fortemente smorzate, con la risposta che si assesta su un valore a regime che diminuisce all'aumentare della distanza tra il gancio e il baricentro del veicolo trattore.

Nella figura 143 sono confrontate le storie temporali dell'angolo di hitch dei due modelli:

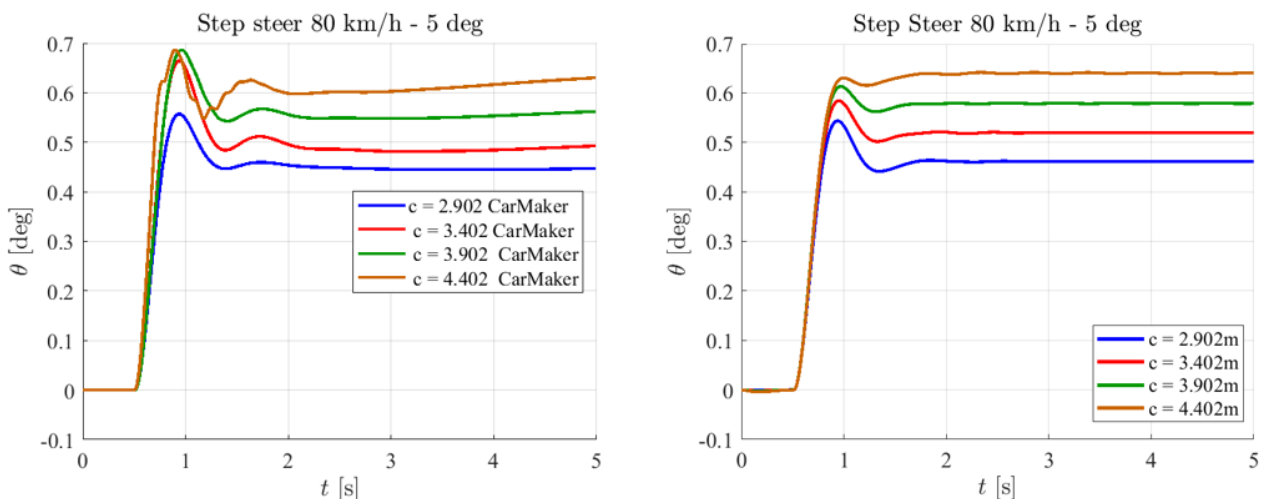


Figura 143: Sensitività posizione del gancio angolo di hitch

In entrambi i modelli si osservano oscillazioni fortemente smorzate con la risposta che si assesta su un valore a regime che cresce all'aumentare della distanza tra il gancio e il baricentro del veicolo trattore.

Il sistema linearizzato restituisce autovalori della matrice dei coefficienti con parte reale negativa per ciascuna configurazione, confermando l'assenza a questa velocità di condizioni di instabilità dinamica:

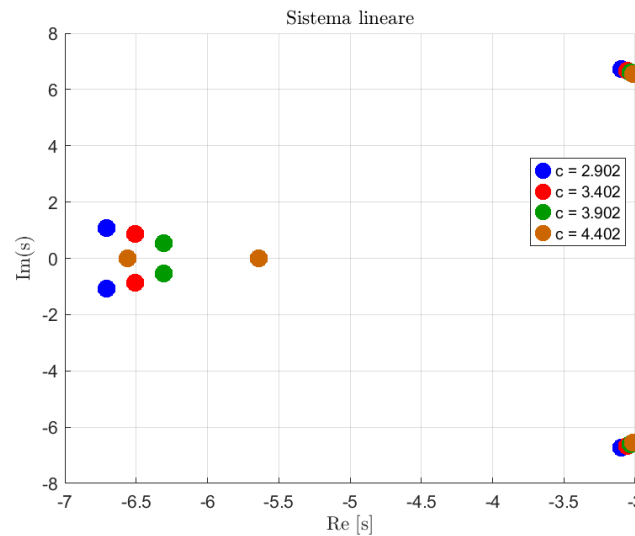


Figura 144: Sensitività posizione del gancio luogo delle radici

9.3 Condizione di instabilità dinamica

Infine è necessario verificare che, se posto fuori del tratto compreso tra il gancio e l'assale del rimorchio, la posizione del baricentro del rimorchio può influire sulla stabilità dinamica del sistema. Ovvero che esiste una velocità al di sopra della quale le oscillazioni indotte da una perturbazione si amplificano nel tempo.

Utilizzando il modello linearizzato come strumento di individuazione delle condizioni di instabilità dinamica, si osserva che l'unica configurazione in cui le cui radici della matrice dinamica passano da avere parte reale negativa a parte reale positiva al crescere della velocità è il caso $a_r/l_r = 1,1$.

Nella figura 145 sono rappresentati i poli della matrice dinamica A al variare della posizione del baricentro e all'aumentare della velocità:

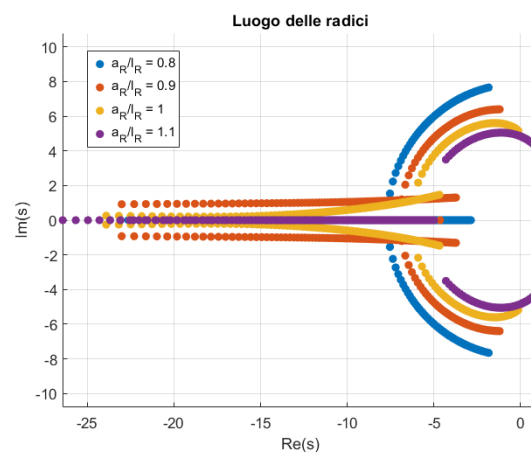


Figura 145: Luogo delle radici al variare della velocità

Al fine di individuare a quale velocità i due modelli non lineari presentino questa transizione da oscillazioni smorzate ad oscillazioni non smorzate è necessario svolgere più simulazioni di Step steer ed osservare le storie temporali delle risposte del sistema.

Nella figura 146 sono riportate le oscillazioni delle grandezze restituite dal modello non lineare di riferimento, simulate a quattro diverse velocità:

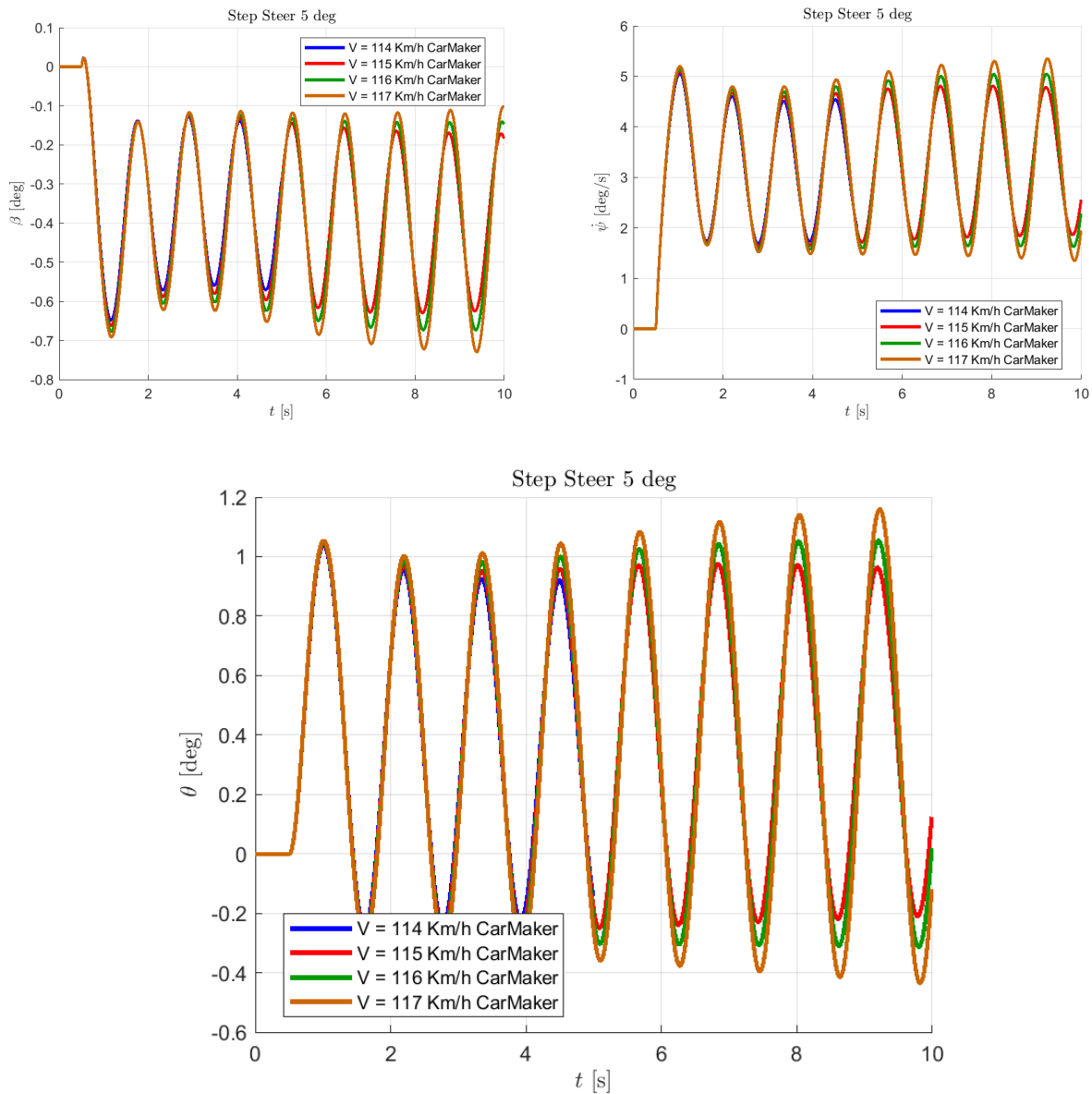


Figura 146: Oscillazioni modello CarMaker al variare della velocità

Osservando le oscillazioni del modello CarMaker è possibile affermare che la velocità critica di instabilità dinamica è di circa 115 Km/h.

E' infatti in corrispondenza di questo valore di velocità che l'ampiezza delle oscillazioni indotte dall'input di sterzo crescono nel tempo.

Nelle figura 147 sono riportate le oscillazioni delle grandezze restituite dal modello non lineare custom, simulate a quattro diverse velocità:

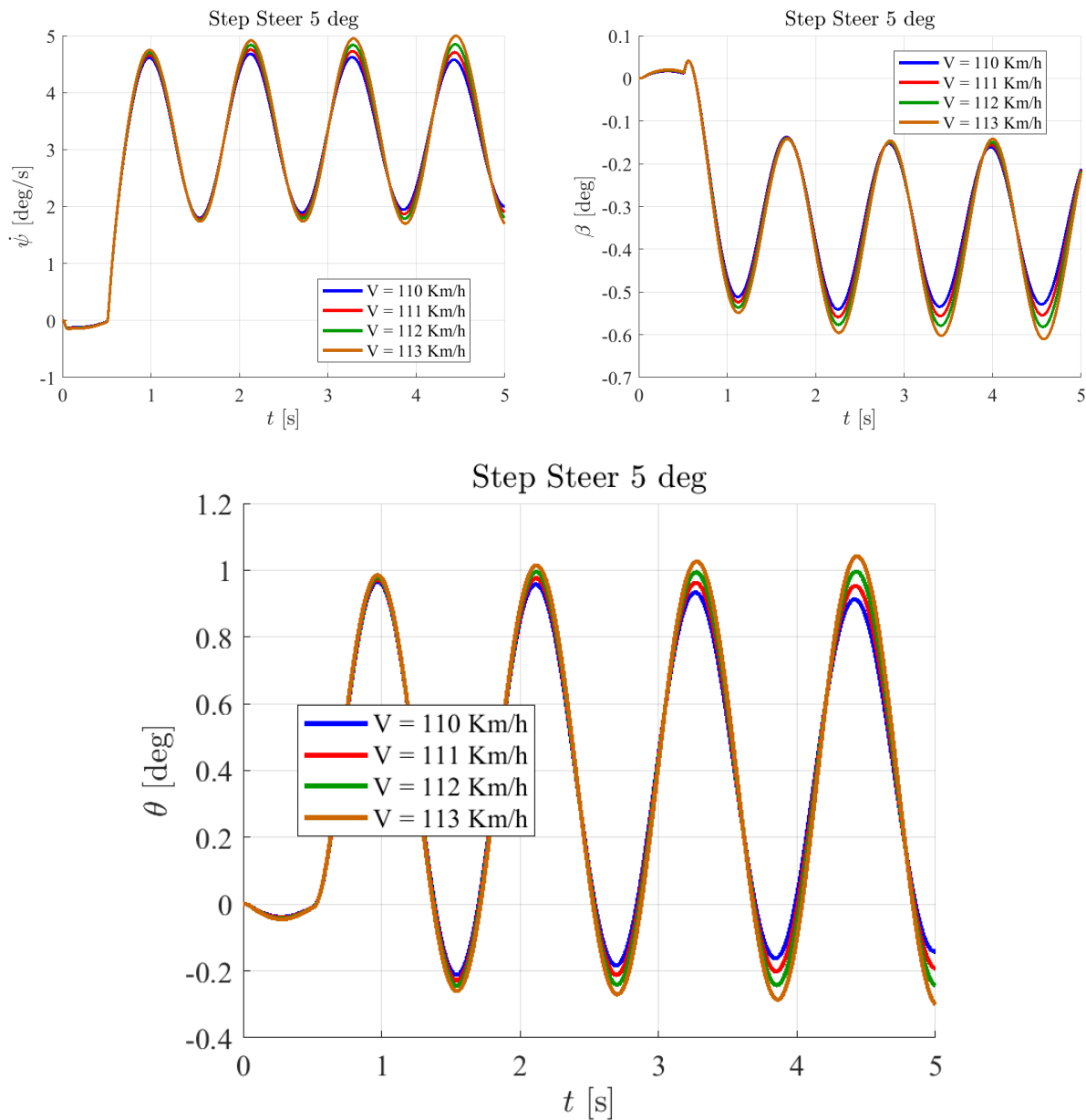


Figura 147: Oscillazioni modello Simulink al variare della velocità

Osservando le oscillazioni del modello Simulink è possibile affermare che la velocità critica di instabilità dinamica è di circa 111 Km/h.

Nella tabella 69 sono raccolte le velocità critiche di ciascun modello per configurazioni con il baricentro del rimorchio sempre più arretrato:

a_r/l_r	V_{cr} Modello linearizzato	V_{cr} Simulink	V_{cr} CarMaker
1.1	104 km/h	111 km/h	115 km/h
1.2	62 km/h	70 km/h	73 km/h
1.3	41 km/h	48 km/h	49 km/h

Tabella 69: Velocità critiche modelli

Rispetto al riferimento il modello Simulink linearizzato sottostima la velocità critica con un errore massimo del 15 %.

Il modello Simulink non lineare approssima la velocità critica con un errore che oscilla tra il 2 e il 4%.

10 Conclusioni

Le modifiche al modello Simulink di partenza hanno permesso di ottenere un modello dinamico di veicolo articolato a singolo asse validato mediante il confronto con i risultati ottenuti dall'utilizzo del software commerciale IPG CarMaker.

A valle della validazione è possibile confermare i risultati delle analisi di sensitività svolte al variare dei parametri di interesse, confermando la presenza di configurazioni di ripartizione del peso del rimorchio dinamicamente instabili e potenzialmente pericolose.

Il modello non lineare rappresenta uno strumento valido per:

- Determinare i gradienti delle curve caratteristiche ottenute in condizioni stazionarie
- Determinare il comportamento asintotico (se presente) delle curve caratteristiche ottenute in condizioni stazionarie
- Valutare l'ampiezza delle oscillazioni e/o del valore a regime della risposta temporale del sistema in condizioni transitorie
- Valutare gli effetti, sul comportamento stazionario e transitorio del veicolo, della variazione di parametri di interesse
- Individuare configurazioni dinamicamente instabili del sistema
- Individuare con buona approssimazione il valore della velocità critica dinamica del sistema dinamicamente instabile

Il sistema linearizzato presenta dei limiti di accuratezza nella rappresentazione del comportamento dinamico del veicolo articolato. In particolare, sia in termini di gradienti delle caratteristiche, ad esempio potrebbe restituire gradienti negativi di sottosterzo quando il carattere dei veicoli nei modelli non lineari è sottosterzante, sia in termini di valutazione del valore della velocità critica dinamica. Tale modello potrebbe migliorare in termini di precisione, e risultare maggiormente allineato a quelli non lineari, nel momento in cui vengano incluse le equazioni del moto linearizzate tra le equazioni descritte dallo spazio degli stati.

Appendice A

Algoritmo di ordinamento dei modi di vibrare

Introduzione

Durante l'intera trattazione ci si riferisce alla prima coppia di autovettori e autovalori complessi e coniugati come quelli che coinvolgono maggiormente le variabili di stato del trattore, dunque l'angolo di assetto e la velocità di imbardata, mentre la seconda coppia di autovettori e autovalori è quella che coinvolge maggiormente le variabili di stato del rimorchio, dunque l'angolo di rimorchio e la sua derivata temporale.

Questo tipo di ordinamento è indipendente dal valore della frequenza naturale, normalmente infatti i modi di vibrare vengono ordinati con frequenza naturale crescente, mentre in questo caso è possibile che la prima coppia abbia frequenza naturale maggiore della seconda, per determinati valori di velocità.

Si ricorda infatti che la matrice dinamica A dipende anche dalla velocità del veicolo, pertanto a parità delle altre variabili è possibile calcolare autovalori e autovettori per velocità crescenti su un range di interesse.

Calcolo del MAC

Il MAC (Modal Assurance Criterion) è una misura utilizzata per valutare la similitudine tra autovettori o modi di vibrare secondo la seguente formula:

$$MAC_{ij} = \frac{|\phi_i^T \phi_j|^2}{(\phi_i^T \phi_i) (\phi_j^T \phi_j)}$$

Un valore del MAC prossimo all'unità indica che i due autovettori ϕ_i e ϕ_j sono molto simili tra loro fino ad essere identici, mentre più il valore del MAC tende a zero e più diversi tra loro saranno gli stessi.

Come già detto il problema nasce dalla necessità di avere modi di vibrare ordinati in maniera coerente, al variare della velocità, pertanto il calcolo del MAC può essere effettuato o confrontando due autovettori che occupano la stessa posizione della matrice degli autovettori ma appartenenti a due matrici calcolate a velocità successive, oppure è possibile confrontare l'autovettore calcolato in funzione del primo valore di velocità considerato con gli autovettori che si trovano nella stessa posizione ma relativi a velocità crescenti.

Nel primo caso stiamo valutando quanto al crescere della velocità i modi di vibrare risultino simili a quelli calcolati al passo precedente.

Nel secondo caso stiamo valutando quanto i modi di vibrare calcolati a velocità crescenti siano simili a quelli associati al primo valore di velocità considerato.

Sia nel primo che nel secondo caso un valore del MAC che scende sotto una certa soglia indica che da una velocità all'altra vi è stato uno scambio di posizione dei modi di vibrare, in quanto tale vettore risulta troppo dissimile da quello di riferimento.

Algoritmo di ordinamento

Nel nostro caso per avere autovalori, autovettori, frequenze naturali e fattori di smorzamento ordinati secondo il coinvolgimento di determinate variabili di stato si procede nel seguente modo:

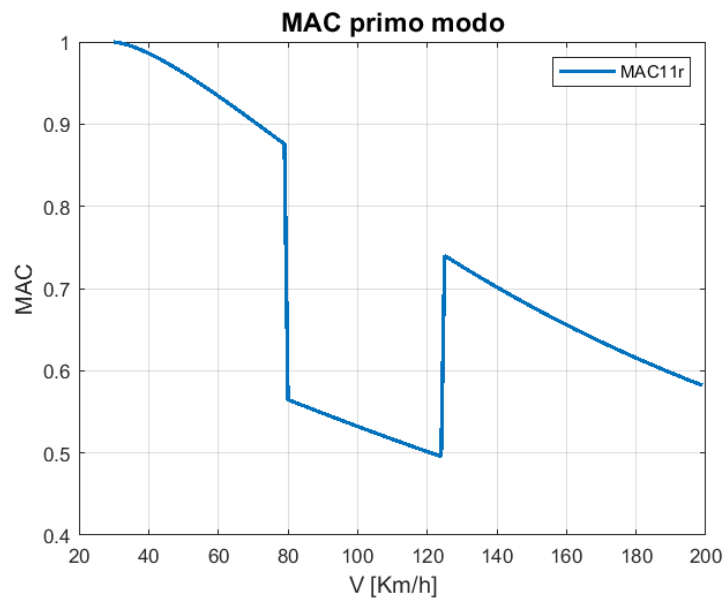
- Come prima cosa è necessario calcolare la matrice dinamica A al variare della velocità, dove il range di velocità varia tra 30 Km/h e 200 Km/h.
- Per ciascuna velocità si calcolano quindi autovettori, autovalori, frequenze naturali e fattori di smorzamento.
- Gli autovettori, i quali vengono salvati in una matrice tridimensionale in cui la terza dimensione è relativa ai diversi valori di velocità considerati, vengono impiegati per il calcolo del MAC, in particolare ciò viene fatto prendendo a riferimento la prima colonna della matrice degli autovettori calcolata in funzione del primo valore di velocità che verrà confrontata con le prime colonne delle matrici di autovettori per velocità crescenti.
- Se il valore di MAC sopra citato scende al di sotto del valore di soglia si agisce con uno scambio di posizione dei vettori, per cui le prime due colonne prendono il posto delle seconde due e viceversa. E' necessario tenere a mente che se ciò avviene all' i -esima componente del vettore MAC ciò significa che lo scambio dovrà interessare la matrice associata alla velocità $v(i+1)$ per via della definizione del MAC stesso.

Esempio applicativo

Consideriamo una configurazione in cui si è visto essere necessario l'algoritmo di ordinamento:

Configurazione	
a_R/l_R	0,9
m_R	750 Kg
c	2,87 m

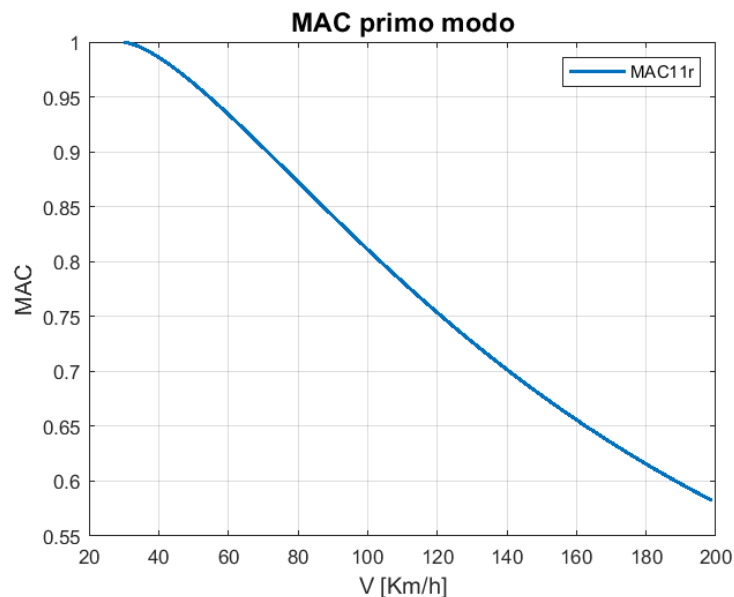
Si riporta il valore del MAC del primo autovettore rispetto al suo valore ai 30 Km/h:



E' possibile osservare come il valore del MAC subisca una diminuzione molto repentina nell'intervallo di velocità compreso tra 80 e 125 Km/h, ciò indica uno scambio di posizione degli autovettori su tutto questo intervallo di velocità.

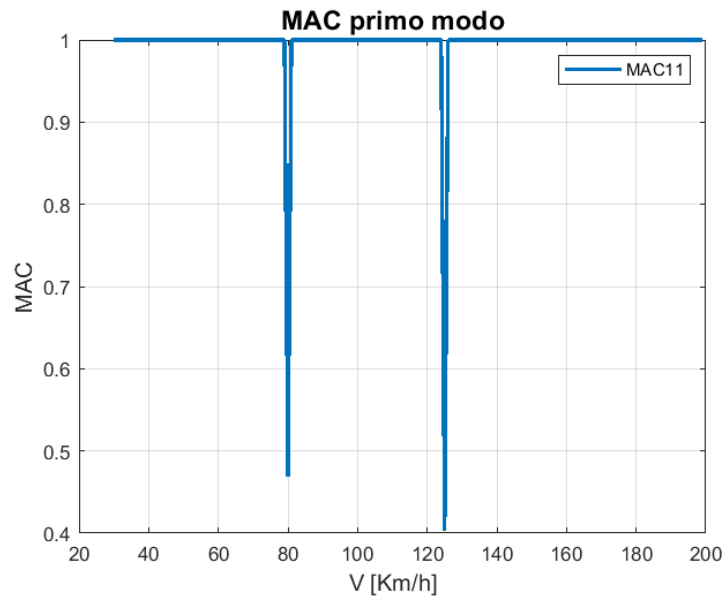
Il valore di soglia individuato è $MAC=0,58$

Andando ad applicare l'algoritmo di ordinamento e calcolando nuovamente il MAC del primo modo otteniamo:

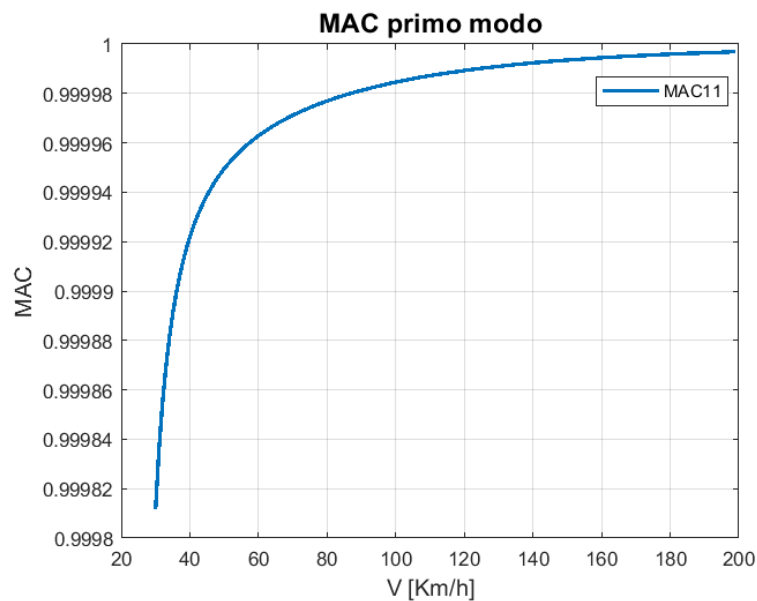


Si osserva quindi un MAC che varia senza discontinuità il che esclude uno scambio di autovettori.

Ciò può essere ulteriormente confermato analizzando il MAC del primo modo di vibrare ma prendendo a riferimento l'autovettore nella stessa posizione calcolato alla velocità precedente:

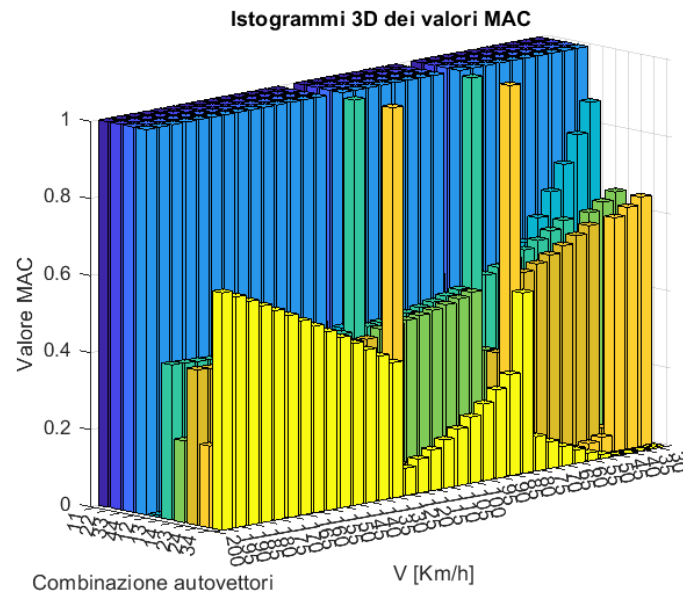


Prima dell'applicazione dell'algoritmo di ordinamento si osserva che alla velocità di 80 e 125 Km/h il valore del MAC decade istantaneamente, indicando che gli autovettori calcolati alla velocità successiva risultano particolarmente dissimili da quelli presi come riferimento. Pertanto come già detto in questo intervallo vi è uno scambio di posizione tra le colonne della matrice degli autovettori.



Una volta eseguito il riordinamento si osserva invece che il valore del MAC si mantiene estremamente vicino all'unità confermando che vi sia una continuità nel criterio di posizionamento degli autovettori.

Infine è possibile riportare su un istogramma tutti i valori di MAC degli autovettori rispetto alla velocità precedente e anche il MAC tra autovettori in posizioni differenti ij , indicate su uno dei tre assi:



Ciò che si osserva conferma quanto già visto ovvero che alla velocità di 80 e 125 Km/h si ha uno scambio tra il primo e il terzo autovettore e tra il secondo e il quarto.

Si ha infatti che MAC_{13} e MAC_{24} hanno valori prossimi all'unità in corrispondenza di queste velocità.

Appendice B

Animazione dei modi di vibrare complessi

Introduzione

Al fine di animare i diversi modi di vibrare di un sistema è necessario ricavare la forma della risposta libera del sistema per poi imporre le condizioni iniziali opportune.

Nel caso in cui lo smorzamento sia trascurabile oppure risulti proporzionale è possibile ricavare tale risposta a partire dall'analisi modale, una volta ottenuta la matrice degli autovettori è quindi possibile disaccoppiare le equazioni del moto passando alle coordinate modali per poi tornare alle coordinate fisiche mediante la trasformazione modale inversa.

Nel caso del veicolo articolato ciò non è possibile proprio per la natura dello smorzamento coinvolto, il sistema risulta infatti essere sottosmorzato dunque con valori del fattore di smorzamento $0 < \zeta < 1$ o al più sovrasmorzato con valori $\zeta = 1$.

Ciò è facilmente verificabile dall'analisi degli autovalori i quali per ogni valore della velocità ed in ogni configurazione di interesse risultano complessi e coniugati quando il sistema è sottosmorzato oppure puramente reali quando il sistema è invece sovrasmorzato.

Sarà quindi necessario utilizzare un approccio più generalizzato al fine di ottenere la risposta libera del sistema.

Risposta libera del sistema sottosmorzato

Si parte dunque dalle equazioni del moto del modello linearizzato di veicolo, scritte nella forma dello spazio degli stati:

$$\dot{z} = Az + Bu \quad (1)$$

$$z = \{\beta \ r \ \dot{\theta} \ \theta\}^T \quad (2)$$

Considerando il caso in cui le forzanti sono nulle quindi il caso delle vibrazioni libere avremo che $u(t) = 0$ e la soluzione delle equazioni del moto avrà la forma:

$$z(t) = \exp(\lambda t)x \quad (3)$$

Dove x è un vettore di quattro componenti costanti nel tempo ma complesse.

Mentre λ è uno scalare costante anch'esso complesso.

Sostituendo la soluzione all'interno delle equazioni del moto otteniamo il seguente problema, detto problema agli autovalori:

$$Ax = \lambda x \quad (4)$$

Questo problema ha tante soluzioni quante le componenti del vettore degli stati a ciascuna delle quali è associato un autovalore λ_i e un autovettore destro x_i definito a meno di una costante con $i=1, \dots, 4$

Lo stesso problema può essere riscritto in funzione dei così detti autovettori sinistri, per i quali vale:

$$yA = \lambda y \quad (5)$$

O analogamente:

$$A^T y = \lambda y \quad (6)$$

A questo punto è possibile introdurre la matrice degli autovalori e le matrici degli autovettori destri e sinistri.

La matrice degli autovalori è una matrice diagonale all'interno della quale sono contenuti appunto tutti gli autovalori del sistema mentre le matrici degli autovettori contengono ordinati su colonne successive gli autovettori destri o sinistri del sistema:

$$\Lambda = \text{diag}(\lambda_i) \quad (7)$$

$$X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] \quad (8)$$

$$Y = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4] \quad (9)$$

Dopodiché è possibile evidenziare alcune proprietà delle matrici e dei vettori.

Moltiplicando a sinistra (5) per x_i

Trasponendo (6) e moltiplicando a sinistra per y_j^T ricordando che $(A^T y)^T = y^T A$

$$y_j^T Ax_i = y_j^T \lambda_j x_i \quad (10)$$

$$y_j^T Ax_i = \lambda_i y_j^T x_i \quad (11)$$

Sottraendo queste ultime equazioni si ottiene:

$$(\lambda_i - \lambda_j) y_j^T x_i = 0 \quad (12)$$

Pertanto se $i \neq j$ allora:

$$y_j^T x_i = 0 \quad (13)$$

Ovvero le colonne di X e Y sono ortogonali tra di loro.

Al contrario se $i = j$ a seguito di una normalizzazione di y tale che $y = y/\text{conj}(y'x)$ avremo:

$$y_j^T x_i = 1 \quad (14)$$

Pertanto moltiplicando a sinistra per y_j^T l'equazione (5) si ottiene:

$$y_i^T A x_i = \lambda_i \quad (15)$$

Queste proprietà si estendono alle matrici per intero:

$$Y^T X = I \quad (16)$$

$$Y^T A X = \Lambda \quad (17)$$

Dalla (16) si ricava inoltre:

$$Y^T = X^{-1} \quad (18)$$

E sostituendo nella (17):

$$X^{-1} A X = \Lambda \quad (19)$$

A questo punto la risposta del sistema può essere rappresentata come combinazione lineare di soluzioni indipendenti, quindi:

$$z(t) = X e^{\Lambda(t-t_0)} a(t_0) \quad (20)$$

Dove nel nostro caso $a(t_0)$ è un vettore di quattro componenti complesse che contiene le condizioni iniziali in coordinate modali.

E' quindi necessario individuare la connessione tra il vettore delle condizioni iniziali in coordinate modali e il vettore delle condizioni iniziali in coordinate fisiche, ciò è possibile imponendo $t = t_0$ nell'espressione della risposta libera del sistema:

$$z(t_0) = X a(t_0) \quad (21)$$

$$X^{-1} z(t_0) = a(t_0) \quad (22)$$

$$Y^T z(t_0) = a(t_0) \quad (23)$$

E dunque:

$$a_j(t_0) = y_j^T z(t_0) \quad (24)$$

Dove y_j^T è la prima riga della matrice Y^T

Pertanto la soluzione può essere riscritta come:

$$z(t) = X e^{\Lambda(t-t_0)} Y^T z(t_0) \quad (25)$$

La soluzione risulta però complessa e non reale per via della natura delle matrici coinvolte.

Pertanto con lo scopo di ottenere una risposta reale si considerano le coppie di autovalori complessi e coniugati, dunque con parte immaginaria di segno opposto e si sommano le risposte:

$$z(t) = \sum_{i=1}^n x_i e^{\lambda_i(t-t_0)} y_i^T x(t_0) + x_i^* e^{\lambda_i^*(t-t_0)} y_i^{*T} x(t_0) \quad (26)$$

Dove l'asterisco indica appunto l'autovalore e l'autovettore coniugato e ciò viene fatto per ogni coppia di autovettori indicata dall'indice i che nel nostro caso varia da 1 a 2.

Modi propri del sistema

Avendo a disposizione l'equazione della risposta libera del sistema è possibile ricavare l'equazione che descrive i modi propri del sistema al variare del tempo.

Per fare ciò è necessario imporre come condizione iniziale in coordinate fisiche prima uno dei due autovettori complessi e coniugati, dopodiché si fa lo stesso con il secondo e si vanno a sommare le risposte ottenendo così una storia temporale reale.

Tale storia temporale descrive la coppia di modi di vibrare complessi e coniugati a meno di una costante di ampiezza delle oscillazioni dato che gli autovettori stessi sono definiti a meno di una costante e ciò giustifica anche la possibilità di sommare le due risposte sopra citate al fine di eliminare la parte immaginaria.

L'implementazione dei passaggi sinora descritti presenta un numero di passaggi piuttosto contenuto, sarà infatti sufficiente:

- Calcolare le matrici degli autovalori e degli autovettori destri e sinistri del sistema a partire della matrice dinamica A
- Normalizzare la matrice Y secondo $Y_n = Y / \text{conj}(Y'^* X)$
- Imporre le condizioni iniziali
- Ricavare con un ciclo for le storie temporali nei diversi istanti di tempo
- Sommare le risposte

Bibliografia

- [1] Luca Zerbato, *Analisi dinamica del comportamento direzionale di un veicolo articolato con rimorchio a singolo asse*, Tesi di Laurea Magistrale, Politecnico di Torino, relatore Prof. Enrico Galvagno, Prof. Mauro Velardocchia, 2021.
- [2] British Standards Institution, *BS ISO 8855:2011 – Road vehicles – Vehicle dynamics and road-holding ability – Vocabulary*, London, UK: BSI, 2011.
- [3] Xiaodi Kang and Weiwen Deng. Vehicle-trailer handling dynamics and stability control an engineering review. 2007.
- [4] IPG Automotive GmbH, *CarMaker User Guide, Version 11.1*, Karlsruhe, Germany, 2021.
- [5] IPG Automotive GmbH, *CarMaker Reference Manual, Version 11.1*, Karlsruhe, Germany, 2021.
- [6] H. B. Pacejka, *Tyre and Vehicle Dynamics*, 1st ed. Oxford, U.K.: Butterworth-Heinemann, 2002.