



**Politecnico
di Torino**

Politecnico di Torino

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

A.a. 2024/2025

Sessione di Laurea Luglio 2025

**Analisi numerica di un sensore di
deformazione MemS per applicazioni
di monitoraggio strutturale**

Relatori:

Prof. Aurelio Somà

Ph.D Francesca Pistorio

Candidati:

Alberto Micele

.....A un bambino con un sogno non convenzionale

Abstract

La seguente tesi si propone di esplorare l'impiego della tecnologia Mems (Micro – Electro – Mechanical Systems) nell'ambito del monitoraggio strutturale (SHM – Structural Health Monitoring), con un focus particolare sui risonatori meccanici come sensori di deformazione. Dopo una panoramica generale sul mondo Mems, viene introdotto l'attuale stato dell'arte dei controlli in ambito aeronautico, evidenziando come, per garantire la sicurezza, sia obbligatorio eseguire controlli periodici con test non distruttivi, spesso caratterizzati da tempi lunghi e procedure complesse.

Nel secondo capitolo, vengono introdotti i principi di funzionamento dei risonatori Mems, con un'attenzione particolare ai fenomeni che influenzano la loro stabilità dinamica, considerata un aspetto cruciale per il corretto funzionamento dei dispositivi.

Il terzo capitolo è articolato in due fasi: la prima è dedicata alla taratura della tecnologia dove si sono analizzati i fenomeni esposti nel capitolo precedente applicandoli alla struttura più semplice di risonatore, ovvero la trave a sbalzo; la seconda fase dedicata alla modellazione in Comsol Multiphysics del risonatore Mems a doppio diapason (DETF), progettato per misure di deformazione. In particolare in questa fase si è cercato di allinearsi ai risultati sperimentali riportati nell'articolo "Fabrication of high-resolution strain sensors based on wafer-level vacuum packaged Mems resonators" (Luca Belsito M. F., 2016) al fine di validare il modello numerico per poi simulare l'influenza della temperatura sulle misurazioni.

Il capitolo quattro introduce lo studio termico del sensore, con la proposta di una strategia di compensazione del drift termico basata sull'impiego di strati strutturali (layering) per bilanciare le variazioni indotte dalla temperatura.

Infine, il quinto capitolo presenta le conclusioni sulla riflessione presentata, offrendo un confronto tra le prestazioni dei sensori Mems e quelle dei tradizionali estensimetri, nell'ottica di un'applicazione nel monitoraggio strutturale.

Sommario

Abstract.....	3
Indice delle figure.....	6
Indice delle Tabelle	8
Introduzione	9
1. Panoramica sul mondo Mems	10
1.1 Cos'è un Mems	10
1.2 Principali tecnologie di rilevamento impiegate nei mems	10
1.2.1 Capacitivi	10
1.2.2 Piezoelettrici.....	14
1.2.3 Piezoresistivo.....	14
1.2.4 Ottico	15
1.3 Mems e monitoraggio delle strutture.....	16
1.3.1 Stato dell'arte dei controlli non distruttivi in ambito aeronautico	16
1.3.2 Structural Health Monitoring	19
1.3.3 Richieste prestazionali per sensori per Structural Health Monitoring (SHM)	21
1.3.4 Vantaggi della tecnologia mems rispetto allo stato dell'arte	22
2. Risonatori	23
2.1 Principio di funzionamento risonatori MEMS.....	23
2.1.1 Tipologie di risonatori MEMS	23
2.2 Modello analitico semplificato di un risonatore	25
2.3 Strutture meccaniche maggiormente diffuse.....	27
2.3.1 Modo Flessionale	27
2.3.2 Modo torsionale	30
2.3.3 Bulk mode (vibrazione volumetrica)	31
2.4 Accoppiamento elettromeccanico.....	32
2.4.1 Modello Monodimensionale a parametri concentrati	32
2.4.2 Equilibrio statico e pull in.....	34
2.4.3 Risposta dinamica.....	37
2.4.4 Analisi armonica	39
2.4.5 Problema della non linearità	40
2.5 Effetto dello stress residuo.....	42
2.6 Damping (Smorzamento).....	43
2.6.1 Perdite dovute all'aria (Air damping loss)	43
2.6.2 Perdite dovute agli ancoraggi (Anchor loss)	44
2.6.3 Perdite termoelastiche (Thermoelastic loss)	45

2.6.4 Modifica dell'equazione del moto	46
2.7 Modello circuito elettrico equivalente	47
3. Modellazione in Comsol Multiphysics	48
3.1 Sensori oggetto di studio	49
3.2 Mesh e Convergenza.....	53
3.2.1 Trave a mensola (Cantilever beam).....	55
3.2.2 Risonatore a doppio diapason.....	57
3.3 Metodologia di simulazione agli elementi finiti.....	59
3.3.1 Analisi statica	60
3.3.2 Analisi modale	62
3.3.3 Analisi Armonica	63
3.4 Design risonatori oggetto di studio.....	65
3.4.1 Costruzione modello risonatore trave a sbalzo	65
3.4.2 Stress residui	70
3.4.3 Equilibrio statico e pull-in	74
3.4.3 Analisi dinamica.....	77
3.4.4 Principio di funzionamento sensore di deformazione a doppio diapason.....	79
3.4.5 Modello analitico.....	81
3.4.6 Costruzione modello risonatore DETF.....	83
3.4.7 Costruzione curva di calibrazione e sensibilità	88
3.4.8 Analisi dinamica.....	89
3.4.9 Test grandi deformazioni.....	93
4. Influenza della temperatura sul risonatore a doppio diapason	95
4.1 Modello variazione modulo di Young.....	95
4.2 Stress termico.....	96
4.3 Risultati studio termico.....	97
4.4 Compensazione tramite Layering	101
5. Conclusioni.....	104
5.1 Risultati del progetto	104
5.2 Prospettive future	104
Appendice A.....	106
Bibliografia	107

Indice delle figure

FIGURA 1 SPOSTAMENTO DEL DIELETTRICO (UDAY SINGH, MAGGIO 2024)	11
FIGURA 2 SPOSTAMENTO DELLE PIASTRE DEL CONDENSATORE (UDAY SINGH, MAGGIO 2024).....	12
FIGURA 3 SPOSTAMENTO ELETTRODO MOBILE CONDENSATORE PIANO (UDAY SINGH, MAGGIO 2024)	12
FIGURA 4 SCHEMA SEMPLIFICATO DI UN PMUT (JINPENG LIU, 2025)	14
FIGURA 5 CONVENZIONALE SENSORE DI PRESSIONE PIEZORESISTIVO (KIRANKUMAR B. BALAVALAD, 2015)	15
FIGURA 6 RAPPRESENTAZIONE SCHEMATICA DI UN SENSORE MEMS OTTICO (ABDULLAH SALEH ALGAMILI, 2021)	16
FIGURA 7 MODELLO SEMPLIFICATO DI UN RISONATORE MEMS RAPPRESENTATO COME MASSA-MOLLA_SMORZATORE (GUOQIANG WU, 2020).....	25
FIGURA 8 MODO DI VIBRARE CANTILEVER (GUOQIANG WU, 2020)	27
FIGURA 9 MODO DI VIBRARE CLAMPED-CLAMPED BEAM (GUOQIANG WU, 2020)	28
FIGURA 10 MODO DI VIBRARE DETF RESONATOR (GUOQIANG WU, 2020)	29
FIGURA 11 MODO DI VIBRARE MEMBRANA CIRCOLARE (GUOQIANG WU, 2020)	29
FIGURA 12 MODO DI VIBRARE DEL RISONATORE A PALETTE (GUOQIANG WU, 2020)	30
FIGURA 13 PRIMI QUATTRO MODI DI VIBRARE VOLUMETRICI (GUOQIANG WU, 2020)	31
FIGURA 14 ULTIMI QUATTRO MODI DI VIBRARE VOLUMETRICI (GUOQIANG WU, 2020)	31
FIGURA 15 SCHEMA MODELLO MONODIMENSIONALE CONDENSATORE PIANO IN DUE CONFIGURAZIONI: (A) NESSUNA TENSIONE APPLICATA, (B) TENSIONE DI BIAS APPLICATA (PISTORIO, 2020)	32
FIGURA 16 ALTRA RAPPRESENTAZIONE POSSIBILE PER IL SISTEMA A 1 DOF CON L'AGGIUNTA DELLO SMORZAMENTO CHE VERRÀ ANALIZZATO NEI CAPITOLI SEGUENTI (CAROLINA VIOLA, 2024)	34
FIGURA 17 EQUILIBRIO STATICO DEL MODELLO ELETTROMECCANICO MONODIMENSIONALE PER UNA TENSIONE V DI BIAS INFERIORE A QUELLA DI PULL-IN (PISTORIO, 2020)	35
FIGURA 18 EQUILIBRIO STATICO DEL MODELLO ELETTROMECCANICO MONODIMENSIONALE, PER UNA TENSIONE DI BIAS V VARIABILE: IL PUNTO VIOLA RAPPRESENTA LA CONDIZIONE DI PULL-IN (PISTORIO, 2020).....	36
FIGURA 19 FREQUENZA PROPRIA DEL SISTEMA NORMALIZZATA AL VARIARE DELLA TENSIONE DI BIAS V , (PISTORIO, 2020)	39
FIGURA 20 RISPOSTA IN FREQUENZA DI UN RISONATORE NON LINEARE PER DIVERSI VALORI DELLA RIGIDEZZA ELETTROSTATICA NON LINEARE (ALBERTO CORIGLIANO, 2018).....	42
FIGURA 21 MODELLO ELETTRICO EQUIVALENTE CON INCLUSE LA CAPACITÀ PARASSITA E I CONDENSATORI ESTERNI (TIANREN FENG, 2022)	47
FIGURA 22 SCHERMATA COMSOL CON FISICHE IMPIEGATE	48
FIGURA 23 TRAVE A MENSOLA OGGETTO DI STUDIO, PROPOSTA GIÀ CON LA DEFORMAZIONE INIZIALE DOVUTA ALLO STRESS RESIDUO E CIRCONDATA DAL SUO DOMINIO DI ARIA.....	49
FIGURA 24 SENSORE DI DEFORMAZIONE DETF PROPOSTO NEL SUO SECONDO MODO DI VIBRARE	50
FIGURA 25 RAPPRESENTAZIONE 3D COMPLETA DEL RISONATORE	51
FIGURA 26 LAYOUT DESIGN	52
FIGURA 27 ELEMENTO TETRAEDRICO A 10 NODI.....	54
FIGURA 28 CONFRONTO TRA INTERPOLAZIONE LINEARE E QUADRATICA	54
FIGURA 29 MESH MANUALE PER LA TRAVE A MENSOLA	55
FIGURA 30 FREQUENZE DI RISONANZA ANALITICHE TRAVE A SBALZO	56
FIGURA 31 MESH MANUALE PER RISONATORE DETF.....	57
FIGURA 32 MESH TETRAEDRICA IMPIEGATA	58
FIGURA 33 RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DELLA PROCEDURA ITERATIVA DI NEWTON-RAPHSON (DOTI MILENA, 2016)	61
FIGURA 34 SCHEMA DEL SENSORE	65
FIGURA 35 BLOCCHI CHE COMPONGONO IL SENSORE.....	66
FIGURA 36 MODEL BUILDER PER TRAVE A SBALZO.....	66
FIGURA 37 MODELLO MATERIALE LINEARE ELASTICO	67
FIGURA 38 NODO SOLID MECHANICS NEL MODEL BUILDER DI COMSOL.....	67
FIGURA 39 NODO ELECTROSTATICS NEL MODEL BUILDER COMSOL.....	68
FIGURA 40 MOVING MESH NEL MODEL BUILDER COMSOL.....	69
FIGURA 41 STUDIO STAZIONARIO.....	69
FIGURA 42 STUDI DINAMICI SULLA TRAVE A SBALZO.....	70
FIGURA 43 RAPPRESENTAZIONE DELLE VARIE FASI DI DEFOMAZIONE DI UNA TRAVE A MENSOLA A CAUSA DEGLI STRESS RESIDUI. LA FIGURA A MOSTRA LA TRAVE APPENA PRIMA DEL SUO RILASCIO, LA B APPENA DOPO, LA C LA DEFORMAZIONE ASSIALE DELLA TRAVE, IN D LA TRAVE CON UNA CURVATURA INIZIALE E UNO STRESS INTERNO, INFINE IN E LA TRAVE CURVATA PRIMA DI STRESS (YOUNIS, 2011)	71
FIGURA 44 IMPOSTAZIONE STRESS RESIDUO IN COMSOL.....	74

FIGURA 45 DEFORMATA MICROTRAVE A MENSOLA 1	75
FIGURA 46 VALORI PULL- IN ANSYS	75
FIGURA 47 DEFORMATA MICROTRAVE A MENSOLA CON STRESS RESIDUO	77
FIGURA 48 ANALISI ARMONICA MICROTRAVE A MENSOLA CON $V_{AC}=4,5 V$ E VOLTAGGIO DI BIAS VARIBILE	78
FIGURA 49 GEOMETRIA DETF	79
FIGURA 50 MODELLO A PARAMETRI CONCENTRATI MASSA-MOLLA-SMORZATORE. CASO A CON RIGIDEZZA DI ACCOPPIAMENTO TRA LE BRACCIA DEI DIAPASON, CASO B SENZA RIGIDEZZA DI ACCOPPIAMENTO	81
FIGURA 51 MODEL BUILDER PER DETF RESONATOR.....	83
FIGURA 52 CONFIGURAZIONE NODO SOLID MECHANICS PER DETF	83
FIGURA 53 IMPOSTAZIONE NODO EXTERNAL STRESS	84
FIGURA 54 SUPERFICI INCAstrate	84
FIGURA 55 ELECTROSTATICS MODULE PER DETF	85
FIGURA 56 EQUAZIONE CHE GOVERNA IL NODO	85
FIGURA 57 NODO HEAT TRANSFER IN SOLIDS	86
FIGURA 58 ANALISI MODALE	86
FIGURA 59 ANALISI MODALE PRESTRESSATA.....	87
FIGURA 60 ANALISI FREQUENZE DI RISONANZA IN FUNZIONE DELLA TRAZIONE	87
FIGURA 61 ANALISI PER RISPOSTA IN FREQUENZA DET.....	87
FIGURA 62 STUDIO DELLA VARIAZIONE DELLA RISPOSTA DEL SENSORE CON LA TEMPERATURA.....	88
FIGURA 63 CURVA DI CALIBRAZIONE SPERIMENTALE (LUCA BELSITO, 2016).....	88
FIGURA 64 CALIBRATION CURVE DETF.....	89
FIGURA 65 PRIMO MODO DI VIBRARE DETF	90
FIGURA 66 SECONDO MODO DI VIBRARE DETF.....	90
FIGURA 67 RISPOSTA IN FREQUENZA NUMERICA DETF	91
FIGURA 68 AMMETTENZA SPERIMENTALE DETF	92
FIGURA 69 AMMETTENZA NUMERICA DETF.....	92
FIGURA 70 CURVA DI CALIBRAZIONE DETF PER GRANDI DEFORMAZIONI	93
FIGURA 71 ANDAMENTO SENSIBILITÀ CON GRANDI DEFORMAZIONI	94
FIGURA 72 VARIAZIONE MODULO DI YOUNG CON LA TEMPERATURA.....	96
FIGURA 73 IMPOSTAZIONE NODO THERMAL EXPANSION.....	97
FIGURA 74 CURVA DI CALIBRAZIONE DETF CON INFLUENZA TEMPERATURA.....	98
FIGURA 75 SHIFT DELLA FREQUENZA DI RISONANZA CON LA TEMPERATURA.....	99
FIGURA 76 DIPENDENZA DELLA SENSIBILITÀ DALLA TEMPERATURA.....	100
FIGURA 77 INFLUENZA DELLA TEMPERATURA SULL'AMMETTENZA.....	100
FIGURA 78 MODELLO CON STRATI DI COMPENSAZIONE DEL DRIFT TERMICO	101
FIGURA 79 CONFRONTO VARIAZIONE FREQUENZA DI RISONANZA DEL SENSORE SENZA COMPENSAZIONE E CON COMPENSAZIONE	102

Indice delle Tabelle

TABELLA 1 CONFRONTO TRA I METODI DI VARIAZIONE CAPACITÀ (UDAY SINGH, MAGGIO 2024)	13
TABELLA 2 RIASSUNTO METODI DI SHM CON VANTAGGI E LIMITI (ALI MARDANSHAH, 2025)	20
TABELLA 3 HEATMAP (ALI MARDANSHAH, 2025)	21
TABELLA 4 MODELLI DI COMPORTAMENTO DEL FLUIDO CON STIMA DEL Q FACTOR (TIANREN FENG, 2022)	44
TABELLA 5 STIMA DEI Q FACTOR PER DIVERSI MODI DI VIBRARE DI RISONATORI A GEOMETRIA SEMPLICE (TIANREN FENG, 2022)	45
TABELLA 6 DIMENSIONI TRAVE 1 (SPESSORE MAGGIORE)	49
TABELLA 7 DIMENSIONI TRAVE 2 (SPESSORE MINORE)	50
TABELLA 8 DATI DEL MATERIALE	50
TABELLA 9 TABELLA DIMENSIONI DETF	51
TABELLA 10 DATI MATERIALE DETF RESONATOR	52
TABELLA 11 FREQUENZE DI RISONANZA RISONATORE E ERRORE PERCENTUALE DELLA SOLUZIONE NUMERICA	59
TABELLA 12 VALORI VOLTAGGIO DI PULL-IN SENZA STRESS RESIDUO	75
TABELLA 13 VALORI VOLTAGGIO DI PULL-IN CON STRESS RESIDUO	76
TABELLA 14 FREQUENZE ANALISI DINAMICA TRAVE A MENSOLA	78
TABELLA 15 CARATTERISTICHE SILICIO E NITRURO DI SILICIO A CONFRONTO	102
TABELLA 16 CONFRONTO DRIFT TERMICO CON E SENZA COMPENSAZIONE	103
TABELLA 17 TABELLA CONFRONTO PRESTAZIONI DETF CON SENSORI TRADIZIONALI	104

Introduzione

Negli ultimi decenni, l'ingegneria dei microsistemi ha visto un'enorme espansione, spinta dalla miniaturizzazione dell'elettronica e dalla crescente domanda di dispositivi intelligenti, compatti e a basso consumo. In questo contesto, i Mems (Micro-Electro-Mechanical Systems) si sono affermati come una delle tecnologie più promettenti per l'integrazione di funzioni meccaniche ed elettroniche su scala micrometrica, trovando applicazione in molteplici settori quali quello biomedicale, automotive, telecomunicazioni e, sempre più frequentemente, nel monitoraggio delle strutture.

Con una crescita simile, gli articoli e l'interesse per i sistemi di monitoraggio strutturale per l'ambito aeronautico hanno visto i loro numeri moltiplicarsi. L'esigenza di ridurre i fermi degli aeromobili per eseguire manutenzioni costose con metodologie spesso complicate e lunghe ha avuto un ruolo fondamentale in questo sviluppo. Si approfondirà questo tema nel corso del capitolo 1, dove verrà presentato lo stato dell'arte dei controlli aeronautici e illustrate le attuali strategie di monitoraggio delle strutture.

Da questa esigenza nasce anche questa tesi che si propone di indagare la possibilità di sostituzione degli attuali sistemi di misura con sensoristica Mems ed in particolare, lo studio si concentrerà sulla modellazione di un risonatore micromeccanico, atto alla misurazione della deformazione, con struttura a doppio diapason (DETF). Ma prima di addentrarsi nella modellazione, nel capitolo 2 verranno introdotti i principi di funzionamento dei risonatori MEMS, con particolare attenzione ai fenomeni che ne influenzano la stabilità dinamica, un parametro fondamentale per garantirne il corretto funzionamento.

Si comincerà poi la modellazione nella prima parte del capitolo 3, eseguendo una fase di taratura della tecnologia mediante l'analisi di un risonatore a trave a sbalzo, tratto da (Aurelio Somà A. B., 2009) , sul quale saranno approfonditi i principali fenomeni fisici e dinamici che caratterizzano questa tipologia di dispositivi. Successivamente la modellazione del sensore DETF in Comsol Multiphysics, sulla base dei risultati sperimentali proposti nell'articolo: "Fabrication of high-resolution strain sensors based on wafer-level vacuum packaged Mems resonators" (Luca Belsito M. F., 2016), permetterà di analizzare l'influenza della temperatura sulla stabilità dinamica del sensore e di proporre una strategia per compensare il drift termico.

Nel capitolo 4 si analizzeranno i risultati dello studio termico e si introdurranno strati strutturali (layering) realizzati con materiali a migliore stabilità termica, al fine di bilanciare gli stress generati dalle variazioni di temperatura. Il tutto sarà sviluppato in modo compatibile con il processo di fabbricazione del sensore originale, il quale si distingue per l'innovatività del metodo di packaging utilizzato per mantenere il vuoto.

Una volta garantita una maggiore stabilità nella risposta dinamica del sensore, questo potrà essere oggetto, nel capitolo 5, di una valutazione comparativa con lo stato dell'arte della misura di deformazione nell'ambito del monitoraggio strutturale.

Infine, sempre nel capitolo 5, verranno tratte le dovute conclusioni e verranno presentati scenari futuri per lo sviluppo ulteriore del design del sensore proposto.

1. Panoramica sul mondo Mems

1.1 Cos'è un Mems

I Mems (Micro-Electro-Mechanical Systems), noti in italiano come Sistemi Micro-Elettro-Meccanici, rappresentano un insieme di dispositivi che combinano componenti meccaniche ed elettroniche su scala microscopica. Sono sistemi prevalentemente realizzati con tecniche di microfabbricazione derivate dall'industria dei semiconduttori.

L'idea che risiede alla base dei MEMS è quella di integrare sensori, attuatori e circuiti elettronici di controllo ed amplificazione all'interno di un'unica piattaforma compatta.

Grazie alle loro dimensioni contenute ed ai ridotti consumi vengono impiegati in molteplici settori, quali:

- Elettronica di consumo: accelerometri e giroscopi ampiamente diffusi
- Automobili: impiegati negli Airbag, nei sistemi di frenata antibloccaggio e nei monitoraggi delle pressioni dei pneumatici
- Biomedicina
- Aerospazio: utilizzo in crescita e nuove applicazioni in sviluppo

1.2 Principali tecnologie di rilevamento impiegate nei mems

In funzione del tipo di sensore e della quantità che devono misurare esistono diverse tecnologie di trasduzione ovvero di trasformazione di un segnale fisico in segnale elettrico.

Le principali sono le seguenti:

1.2.1 Capacitivi

Tra le tecnologie maggiormente diffuse vi è sicuramente quella capacitiva che basa l'abilità di trasduzione sulla deformazione di una membrana o di un altro elemento dinamico (trave, rebbi etc..) che funge da elettrodo mobile di un condensatore. In funzione del movimento dell'elettrodo occorre una variazione della capacità totale del condensatore che è spesso facilmente correlabile con la quantità da misurare.

I Mems capacitivi sono generalmente dotati di ottime sensibilità a fronte di bassi consumi e di bassi drift termici. Garantiscono anche buona compatibilità con la tecnologia CMOS che facilita la miniaturizzazione e la produzione di massa.

Attraverso questa tecnologia è possibile realizzare tutte le principali tipologie di sensori quali sensori di deformazione, pressione, accelerazione e di onde acustiche.

Non sono comunque esenti da problematiche tra cui la non linearità del sistema in presenza di grandi spostamenti, infatti, in caso di importanti variazioni del gap rispetto a quello iniziale il sistema assume un comportamento fortemente non lineare che può portare al collasso elettrostatico (pull in). Vi è inoltre anche una forte dipendenza dall'ambiente (variazioni caratteristiche dielettrico, disallineamenti, sensibilità al rumore e ai disturbi elettromagnetici).

Generalmente la capacità di un condensatore piano è espressa come segue:

$$C = \frac{\epsilon_r \times \epsilon_0 \times A}{d} \quad [1.1]$$

C= capacità [Farad]

ϵ_r = Costante dielettrica del materiale tra gli elettrodi

ϵ_0 = Permittività dielettrica del vuoto = $8,85 \times 10^{-12} \left[\frac{F}{m} \right]$

d= gap tra gli elettrodi [m]

A = area delle piastre che si sovrappongono

In funzione di come si variano i parametri sopra citati si ha un cambiamento della capacità correlabile alla grandezza misurata. I principali metodi per modificare la capacità sono il cambiamento del dielettrico, la modifica dell'area di sovrapposizione degli elettrodi e il cambiamento della distanza tra gli elettrodi (Uday Singh, Maggio 2024).

1.2.1.1 Modifica del dielettrico

La capacità è direttamente proporzionale al dielettrico. Di conseguenza modificando la costante dielettrica tra gli elettrodi la capacità può essere cambiata. Una possibilità per modificare la capacità è quella di spostare il dielettrico.

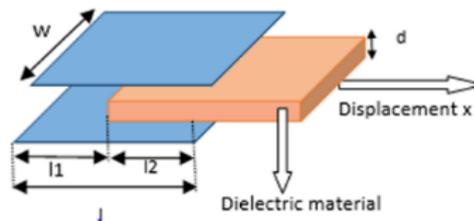


Figura 1 Spostamento del dielettrico (Uday Singh, Maggio 2024)

Per il sistema nella figura qui a fianco, la capacità varia con lo spostamento con la seguente legge:

$$\Delta C = \epsilon_0 \frac{w}{d} (\epsilon_r - 1)x \quad [1.2]$$

Dove ϵ_r è la costante dielettrica del materiale che viene spostato e ϵ_0 costante dielettrica del vuoto. In questo metodo il cambiamento di capacità è lineare ma la sensibilità è inferiore al metodo in cui si cambia il gap tra gli elettrodi (Uday Singh, Maggio 2024).

1.2.1.2 Modifica area di sovrapposizione elettrodi

La capacità del sensore è direttamente proporzionale all'area di sovrapposizione delle piastre del condensatore. Di conseguenza modificando l'area di sovrapposizione si ottiene una variazione della capacità del sensore. Considerando il sistema nella figura e

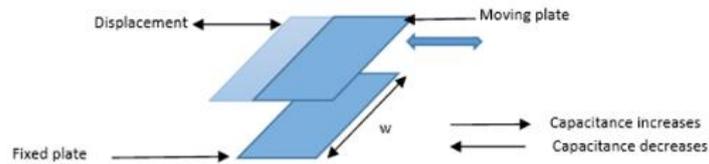


Figura 2 Spostamento delle piastre del condensatore (Uday Singh, Maggio 2024)

ipotizzando che lo spostamento avvenga modificando solamente la lunghezza di sovrapposizione lasciando invariata la larghezza w la variazione della capacità per uno spostamento x segue la seguente relazione:

$$\Delta C = -\frac{\epsilon w x}{d} \quad [1.3]$$

Questo metodo è preferibile nel caso sia necessario la trasduzione di spostamenti importanti in quanto l'area di sovrapposizione è ampia e garantisce ampio margine di manovra. Rispetto agli altri due metodi, inoltre, non presenta il fenomeno del pull in e garantisce una bassa non linearità rispetto agli altri due ma con lo svantaggio di fornire una bassa sensibilità rispetto agli altri. (Uday Singh, Maggio 2024).

1.2.1.3 Cambiamento della distanza tra gli elettrodi

La capacità in un condensatore piano è inversamente proporzionale alla distanza tra gli elettrodi. Di conseguenza avvicinando gli elettrodi ottengo un aumento della capacità mentre allontanandoli una diminuzione.

Generalmente la capacità di un condensatore piano è espressa come segue:

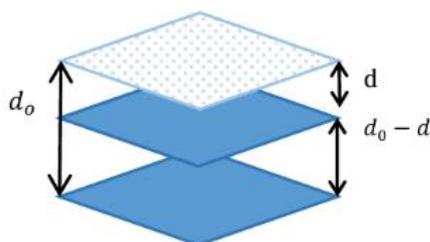


Figura 3 Spostamento elettrodo mobile condensatore piano (Uday Singh, Maggio 2024)

$$C_0 = \frac{\epsilon w l}{d_0} \quad [1.4]$$

Dove “wl” rappresenta l’area di sovrapposizione degli elettrodi e d_0 la distanza tra essi. Ora se prendiamo come esempio il movimento della figura qui sopra dobbiamo sottrarre l’avvicinamento d per ottenere la variazione della capacità. Come si può dedurre nel caso opposto, ovvero un allontanamento delle piastre, dovremo sommare al gap iniziale d_0 . La legge di variazione si modifica come segue:

$$C = \frac{\epsilon w l}{d_0 \pm d} \quad [1.5]$$

Questo sistema per modificare la capacità produce cambiamenti in Farad dieci volte maggiori rispetto al metodo del cambiamento di area di sovrapposizione ma con un range di spostamenti decisamente minore. Il cambiamento del gap è infatti adatto per la trasduzione di piccoli spostamenti ma con grande sensibilità.

Gli svantaggi maggiori di questo sistema risiedono nella grande non linearità della curva caratteristica e nella presenza del fenomeno del pull in (Uday Singh, Maggio 2024).

1.2.1.4 Confronto tra i metodi precedenti

Parametri	Metodo		
	<i>Sovrapposizione area elettrodi</i>	<i>Distanza tra gli elettrodi</i>	<i>Variazione dielettrico</i>
Spostamento rilevabili	Ampio	Piccolo	Ampio
Sensibilità	Bassa	Alta	Alta
Range di spostamento elettrodo	Ampio	Limitato	Ampio
Pull in	No	Si	No
Linearità caratteristica	Alta	Bassa	Moderata
Variazione nella capacità	Bassa	Alta	Moderata

Tabella 1 Confronto tra i metodi di variazione capacità (Uday Singh, Maggio 2024)

Come si evince dalla tabella, per piccoli spostamenti che necessitano di alta sensibilità, il metodo che meglio si adatta è il cambiamento della distanza tra gli elettrodi. Per queste ragioni risulta essere il metodo maggiormente impiegato nei Mems e quello che verrà impiegato nei sensori che verranno presentati nei capitoli successivi.

1.2.2 Piezoelettrici

Un'altra tecnologia molto diffusa è quella piezoelettrica che si basa sulla capacità di alcuni materiali cristallini (PZT, KNN) di polarizzarsi generando una differenza di potenziale se sottoposti a deformazione meccanica o viceversa, ovvero di deformarsi elasticamente se sottoposti ad una differenza di potenziale. Questa tecnologia è particolarmente diffusa nel campo acustico poiché è alla base del meccanismo di trasduzione dei microfoni. Nel campo della meccanica i PMUT (Piezoelectric micromachined ultrasonic transducer) sono impiegati sia come sensori che come trasduttori per le onde ultrasoniche. Infatti, come vedremo nei capitoli successivi, esistono dei metodi di rilevazione del danno basati su queste onde.

In generale il funzionamento nel caso di rilevazione delle onde è basato sullo sforzo trasversale perpendicolare alla direzione di incidenza dell'onda acustica. Questo sforzo induce il film a vibrare verticalmente, causando una variazione delle cariche interne. Di conseguenza, le superfici superiore ed inferiore del film generano segnali di carica opposta, che vengono raccolti dagli elettrodi posti sopra e sotto il film, realizzando così la conversione dell'energia meccanica in elettrica (Jinpeng Liu, 2025).

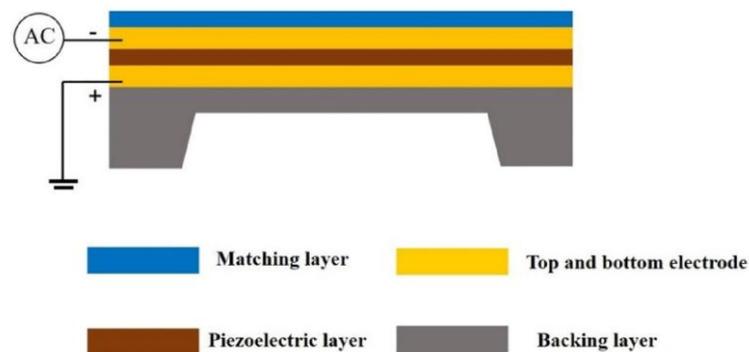


Figura 4 Schema semplificato di un PMUT (Jinpeng Liu, 2025)

1.2.3 Piezoresistivo

Tecnologia che si basa sulla variazione della resistenza elettrica a seguito di una deformazione indotta sul materiale da una sollecitazione esterna. Solitamente i sensori piezoresistivi sono costituiti da elementi piezoresistivi posti a contatto con un diaframma deformabile. Nel caso di applicazione di una sollecitazione esterna vi è un cambiamento della resistenza elettrica che viene misurato come una variazione di voltaggio o di corrente. Per rilevare la variazione, spesso, si inserisce il sensore all'interno di un Wheatstone Bridge che fornisce in output una variazione di voltaggio. I materiali piezoresistivi maggiormente impiegati sono il Silicio e il germanio ma stanno crescendo le applicazioni anche di altri materiali quali il carburo di silicio, il diamante, CNT (carbon nanotubes) e nanowires. (A. Alvin Barlian, 2010).

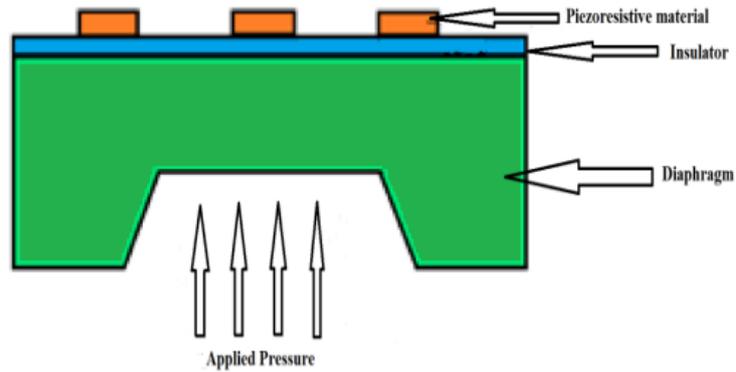


Figura 5 Convenzionale sensore di pressione piezoresistivo (Kirankumar B. Balavalad, 2015)

Nel caso di un estensimetro piezoresistivo la variazione della resistenza elettrica può essere espressa in funzione del fattore di trasduzione (gauge factor) come segue:

$$G = \frac{\Delta R}{R} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \quad R = \frac{\rho l}{a} \quad [1.6]$$

Dove ε è la deformazione, $\frac{\Delta R}{R}$ è il cambiamento di resistenza relativo con la deformazione, “ ρ ” la resistività, “ l ” la lunghezza degli elementi e “ a ” un’area media della sezione trasversale.

Quindi la variazione di resistenza è dovuta sia ad una variazione geometrica del componente sia al cambio di resistività degli elementi piezoelettrici. Una delle leggi che governa questo effetto in cui si esplicitano queste dipendenze è la seguente:

$$\frac{\Delta R}{R} = (1 + 2\nu)\varepsilon + \frac{\Delta\rho}{\rho} \quad (\text{A. Alvin Barlian, 2010}) \quad [1.7]$$

Dove viene evidenziato come la variazione della resistenza sia la somma del contributo geometrico e del contributo legato alla resistività.

La tecnologia piezoresistiva è versatile e permette di costruire molte tipologie di sensori tra cui sensori di pressione, di deformazione e sensori inerziali ma presenta svantaggi tra cui il consumo energetico in quanto è necessario alimentare costantemente il sensore, la sensibilità alla temperatura e la suscettibilità al rumore elettrico.

1.2.4 Ottico

Un’altra tecnologia emergente nel campo dei mems è quella ottica, che si basa sulla capacità della luce di interagire con la materia in modi misurabili, attraverso fenomeni quali l’assorbimento, la riflessione o la diffrazione. In particolare nei dispositivi ottici miniaturizzati conosciuti come MOEMS (Micro-Opto-Electro-Mechanical Systems) si cerca di valutare le differenze tra la luce trasmessa e la luce riflessa in modo da rilevare grandezze fisiche quali pressioni, spostamenti e vibrazioni. Questi risultano particolarmente interessanti in quanto sono esenti dai disturbi elettromagnetici ma posseggono alta sensibilità. In generale il funzionamento è legato alla variazione di

intensità luminosa tra il raggio incidente e quello riflesso a seguito di modifiche della configurazione meccanica del sensore, come la distanza tra i componenti ottici o l'angolo di incidenza. Le variazioni che occorrono vengono rilevate da fotorilevatori, consentendo la conversione dell'informazione meccanica in segnale elettrico. I MOEMS hanno crescenti applicazioni nel monitoraggio real-time delle strutture, nelle comunicazioni e nel rilevamento degli inquinanti. (Chenguang Xin, 2024)

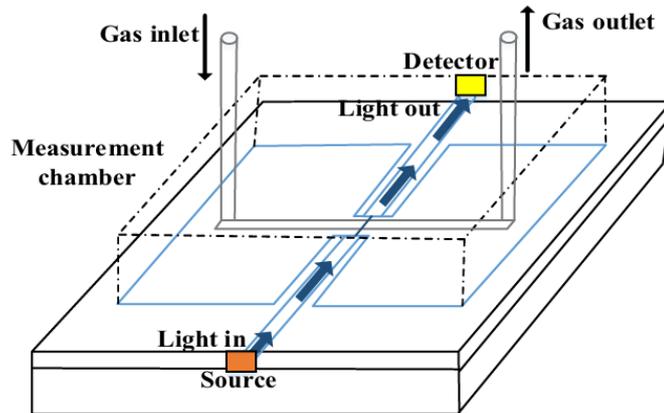


Figura 6 Rappresentazione schematica di un sensore MEMS ottico (Abdullah Saleh Algamili, 2021)

1.3 Mems e monitoraggio delle strutture

Il monitoraggio delle strutture è di vitale importanza in molti campi ingegneristici, ma è particolarmente rilevante nell'ambito aeronautico. Infatti, per garantire la sicurezza nell'operatività degli aeromobili vengono effettuati controlli periodici al fine di valutare il livello di danneggiamento. La maggior parte di questi controlli richiede il fermo del velivolo e l'impiego di strumenti di valutazione spesso invasivi e costosi. Nasce così l'esigenza di un sistema di monitoraggio delle strutture che possa operare a prescindere dal fermo del veicolo e che valuti quello che è il danneggiamento istantaneo degli aeromobili. Un sistema del genere permetterebbe di dismettere i controlli periodici fermando i servizi solamente quando emerge un effettivo bisogno di manutenzione.

1.3.1 Stato dell'arte dei controlli non distruttivi in ambito aeronautico

1.3.1.1 Quadro normativo

Le agenzie che regolano le manutenzioni periodiche per mantenere la corretta operatività degli aeromobili sono l'EASA (European Union Aviation Safety Agency) e la FAA (Federal Aviation Administration). Queste, insieme alle indicazioni fornite dai costruttori di aeromobili regolano le manutenzioni ordinarie e straordinarie a cui ogni veicolo deve sottostare. La periodicità e la profondità dei controlli sono in funzione dei cicli completi di volo.

In particolare, i controlli vengono divisi in quattro categorie distinte che si differenziano per durata e approfondimento.

Le categorie sono le seguenti:

A Check

Sono i controlli più leggeri e frequenti ed hanno una periodicità di ogni 400-600 ore di volo o 200-300 cicli completi. Solitamente richiedono dalle 6 alle 24 ore per essere completati e necessitano di 150-180 ore di manodopera. Questi controlli sono i più simili alle operazioni giornaliere che si eseguono in quanto prevedono un'ispezione visiva esterna alla ricerca di segni evidenti di danno, corrosione o parti deformate/mancanti. Ovviamente prevedono anche l'apertura di pannelli addizionali per un'ispezione maggiormente approfondita. Nonostante questi controlli non siano eseguiti nelle strutture di servizio qualche attrezzo speciale è richiesto.

Per esempio un "A check" base per B737 consiste delle seguente operazioni:

- Controllo della funzionalità delle luci di emergenza
- Attivazione del test automatico dell'unità elettronica dei flap/Slat
- Controllo della pressione del sistema di ossigenazione dell'equipaggio
- Lubrificazione dell'attuatore del carrello anteriore
- Controllo della pressione dell'accumulatore del freno di parcheggio
- Rimpiazzo filtri, controlli fluidi e sostituzione fluidi

(Petrauskaite, 2021) (Aircraft Maintenance A Check, 2019)

B Check

In passato il "B check" era separato dall'A check e consisteva in un controllo maggiormente approfondito. Tuttavia, molti operatori del settore e compagnie aeree hanno integrato i controlli del B check nel precedente. Solitamente il B check veniva eseguito ogni 6-8 mesi con una durata da 1 a 3 giorni e un impiego di 150-180 ore di manodopera. Il B check è un controllo maggiormente approfondito che punta a identificare i difetti che sono stati tralasciati nell' A check.

C Check

Il "C check" è un controllo più approfondito che viene eseguito ogni 18-24 mesi o dopo un numero di ore di volo definito da ciascun costruttore. Solitamente richiede un fermo dell'aeromobile che può durare da una a quattro settimane e di conseguenza è necessario che sia eseguito in un apposito hangar predisposto alla manutenzione. Durante i controlli di tipo C, i tecnici eseguono una lista di controlli che includono gli A e i B oltre all'esame delle strutture dei componenti portanti della fusoliera e delle ali. Ulteriori operazioni includono una lubrificazione completa dei raccordi e dei cavi dei jet. Infine si testano tutti i principali meccanismi interni per assicurare che i comandi di volo siano ben calibrati. L'aeromobile è poi sottoposto a un programma di prevenzione della corrosione. Normalmente questo processo può richiedere fino a 6000 ore di manodopera ma l'esatto numero dipende dalla categoria dell'aeromobile e dalle indicazioni del costruttore. Per esempio, per la famiglia Airbus320, i controlli devono essere eseguiti ogni 36 mesi o 12000 ore di volo o 8000 cicli, in funzione del limite che si raggiunge prima. (Petrauskaite, 2021)

D check

Il più impegnativo e costoso tra i controlli è il D, anche conosciuto come “ Heavy Maintenance Visit (HMV)”. Deve essere eseguito ogni 6-10 anni o 20000 ore di volo e prevede un’ispezione e una riparazione di ogni componente dell’aeromobile. Durante questo controllo i tecnici smontano e ricostruiscono l’intero aereo. Durante questo controllo si prevede anche la rimozione della verniciatura di alcune parti critiche per valutarne la corrosione e il danneggiamento. In funzione del tipo di aereo e del numero di tecnici coinvolti questo controllo può richiedere 50000 ore di manodopera e durare due mesi.

Data l’incredibile mole di lavoro e di tempo risulta evidente come questo controllo può arrivare a costare diversi milioni di dollari.

Considerando che mediamente un aereo di linea accumula tra le 2500-4000 ore di volo all’anno risulta evidente come la frequenza dei controlli non sia trascurabile e possa causare ingenti spese.

1.3.1.2 Controlli eseguibili

Durante le ispezioni C e D vengono spesso impiegate metodologie di controllo non distruttivo per analizzare le parti maggiormente sollecitate degli aeromobili. Molti dei seguenti controlli vengono previsti direttamente dai costruttori nei “ Maintenance Planning Document” forniti alle compagnie che acquistano gli aeromobili. Inoltre test non distruttivi diventano necessari per rispettare il Part-M del regolamento fornito dall’EASA in cui si specifica l’obbligatorietà di un “damage-tolerance assessment” sulla struttura per garantire la sicurezza.

I test non distruttivi in uso sono i seguenti (Gary Georgeson, 2016):

- Liquidi penetranti (PT): si sfrutta la capacità di un colorante o fluorescente di penetrare nelle microscopiche cricche superficiali dei pannelli aeronautici. Questa tecnologia permette di evidenziare danni da impatto o microfratture dell’ordine di qualche micron
- Test con le correnti indotte (ECT): viene spesso applicata alle aree rivettate degli aeromobili in quanto sono soggette a corrosione da agenti atmosferici e ciò può condurre a fenomeni come lo stress-corrosion cracking. Il test si basa sulla creazione, attraverso delle bobine a corrente alternata, di correnti indotte nei componenti. Qualsiasi difetto presente varia la conduttività e la permeabilità magnetica del componente disturbando le correnti indotte generate e causando una variazione di impedenza dell’avvolgimento che può essere misurata.
- Ultrasuoni (UT): una delle tecnologie migliori per il rilevamento di delaminazioni e cricche di fatica, sfrutta la capacità delle onde acustiche di essere riflesse da questi difetti. In funzione del tempo di volo dell’onda riflessa e dell’intensità di essa vengono localizzati e analizzati i difetti.
- Radiografia digitale (RT): viene eseguita sulle strutture portanti e in generale sui componenti spessi, sfrutta raggi X ad alta energia per fornire un’immagine digitale del componente.

- Termografia a infrarossi (IRT): si divide in due tecniche di base, la termografia impulsiva PT e la termografia lockin LT che differiscono per il modo di riscaldare l'oggetto. La prima prevede un riscaldamento diffuso mentre la seconda impiega una sorgente termica modulata. In generale però questa tecnologia basa la sua capacità di rilevare i difetti su l'uniformità della mappa termica letta da una termocamera. Infatti, la presenza di un difetto va a modificare il modo di diffondersi del calore causando disomogeneità all'interno della mappa termica. (Carosena, 2013)
- Imaging 3D automatizzato: sistemi basati su telecamere stereoscopiche e algoritmi di ricostruzione 3D che mappano la superficie degli aeromobili e individuano automaticamente i danni.

Le possibilità sono quindi molteplici ma tutte richiedono manodopera specializzata, tempistiche lunghe e costi importanti.

1.3.2 Structural Health Monitoring

Esistono diverse strategie di SHM esistenti, alcune rese possibili dai nuovi sviluppi in ambito mems altre già presenti grazie a sensori comuni, ma migliorabili attraverso l'introduzione dei mems.

Le principali soluzioni per il monitoraggio delle strutture sono le seguenti:

- a. Monitoraggio emissioni acustiche
- b. Impiego di onde ultrasoniche guidate
- c. Monitoraggio delle vibrazioni
- d. Monitoraggio dei carichi
- e. Monitoraggio della deformazione
- f. Monitoraggio della distribuzione della temperatura (IRT)
- g. Elettrochimico/elettrico

Le soluzioni presentate nei punti "a" e "b" sfruttano le onde acustiche nel materiale per determinare la propagazione di eventuali difetti.

In particolare la "a" sfrutta il rilevamento delle emissioni acustiche che vengono rilasciate dai difetti in fase di propagazione.

La "b", invece, ha un monitoraggio basato sull'emissione delle onde da parte di un trasduttore e il rilevamento del cambiamento delle onde in funzione dell'attraversamento o meno dei difetti. Infatti, la presenza di un difetto modifica la rigidità della struttura causando una variazione delle proprietà dell'onda.

Nel monitoraggio delle vibrazioni "c" si indaga invece il cambiamento dell'ampiezza delle vibrazioni in seguito alla diminuzione di rigidità causata dalla propagazione dei difetti.

Dal monitoraggio dei carichi "d" è possibile ricostruire la storia di carico esatta del velivolo da inserire in modelli di danneggiamento preconfezionati durante la progettazione dell'aeromobile. Questa strategia è la più comune e già attuabile attraverso normali estensimetri anche se richiede ingenti tempi di calibrazione e di cablaggio degli apparati. L'introduzione dei mems alleggerirebbe queste due fasi oltre a fornire una misura diretta delle pressioni. (Christian Raab, 2021)

Il monitoraggio della deformazione “e” che come quello dei carichi permette di costruire la storia di carico della struttura ma permette anche di costruire modelli FEM di diagnostica e prognostica. (Michael Kraft, 2013)

Il metodo “f” sfrutta le oscillazioni della temperatura come indicatori dell’integrità strutturale per valutazioni a lungo termine. Infatti, a causa delle elevate variazioni di temperatura giornaliere e stagionali si osservano importanti deformazioni e spostamenti nelle strutture. L’idea è quella di osservare le reazioni della struttura a queste fluttuazioni di temperatura sul lungo periodo.

Infine, il metodo elettrochimico “g” che sfrutta la conoscenza pregressa di alcune proprietà elettrochimiche del materiale per misurarne eventuali variazioni dovute a danneggiamenti. Per esempio, in caso di corrosione è possibile osservare un cambiamento nella capacità di condurre la corrente elettrica.

Metodo	Limiti	Vantaggi
Onde acustiche	Scalabilità e costo Suscettibilità al rumore ambientale Funzionamento passivo	Efficienza energetica Applicabile a diversi materiali
Onde ultrasoniche	Applicazione complessa Impatto sulla configurazione della struttura	Applicabile a diversi materiali Efficiente e efficace in relazione al costo Tecnologie di integrazione avanzate
Vibrazioni	Sensibili al rumore ambientale Complesse e costose dal punto di vista temporale	Applicabili ad un monitoraggio continuo Range di frequenza versatili Efficienza energetica ed economica
Deformazione/carichi	Suscettibile al cedimento e alla fatica Misura locale Problemi di non linearità, isteresi e fluttuazioni di temperatura	Monitoraggio continuo Ampio campione di strutture e materiali a cui è applicabile Fornisce anche dati ambientali
Temperatura IRT	Richiede supervisione umana Campo di visione limitato Impatto ambientale	Veloce da operare Applicabile a diversi materiali Affidabile, economico e facile da usare
Elettrochimico	Solo per materiali conduttori Soggetto a degradazione ambientale Sfide nell’integrazione dei dati	Monitoraggio a lungo termine Misura di parametri fisici, biologici o chimici

Tabella 2 Riassunto metodi di SHM con vantaggi e limiti (Ali Mardanshahi, 2025)

Si ricorda che le limitazioni e i vantaggi esposti nella tabella soprastante fanno riferimento alle metodologie esposte nel paragrafo precedente e sono basate sulle tecnologie attualmente in uso, senza considerare l'impiego dei Mems.

Si riporta qui di seguito una Heatmap in cui è contenuto un confronto delle diverse tecnologie sulla base delle performance in ambiti chiave.

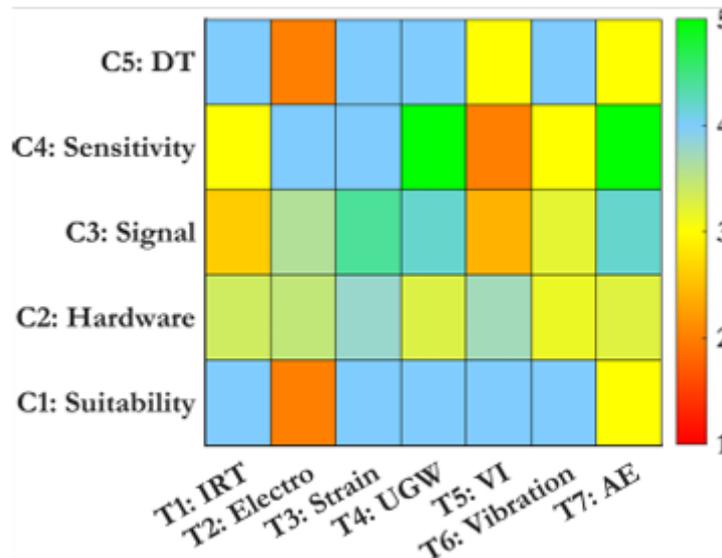


Tabella 3 Heatmap (Ali Mardanshahi, 2025)

Come si evince dalla Heatmap le tecnologie che presentano le migliori performance sono il monitoraggio dei carichi/deformazioni e il monitoraggio delle onde ultrasoniche guidate. Il monitoraggio delle deformazioni viene normalmente eseguito tramite estensimetri mentre il monitoraggio delle onde ultrasoniche tramite dischi in PZT. Queste tipologie di sensori sono entrambe sostituibili con i corrispettivi Mems come evidenzieremo nei paragrafi seguenti.

1.3.3 Richieste prestazionali per sensori per Structural Health Monitoring (SHM)

L'introduzione di strategie di monitoraggio strutturale durante l'operatività degli aeromobili avrebbe, quindi, come effetto quello di fornire indicazioni precise su quando debba essere fatta la manutenzione diminuendo così i fermi dell'aeromobile e i derivanti costi.

Ovviamente i componenti principali di un sistema di monitoraggio strutturale sono i sensori che devono possedere precise caratteristiche per risultare adatti. In particolare si richiede che abbiano alta sensibilità e risoluzione mantenendo però grande robustezza e stabilità a lungo termine. Inoltre considerando l'impiego, diventano necessarie delle dimensioni contenute oltre all'essere parchi nei consumi.

Ogni strategia di Structural Health Monitoring richiede poi caratteristiche specifiche in relazione a quello che è il metodo di rilevamento. Se si prende in considerazione il monitoraggio della deformazione, i sensori di riferimento sono gli estensimetri elettrici a resistenza che mediamente per applicazioni aeronautiche possiedono le seguenti caratteristiche (Sensore HBM serie M):

- Gauge Factor: 2-2,2
- Cicli di carico: fino a 10 milioni a $\pm 2000 \mu\epsilon$ di carico a fatica
- Intervallo di temperatura: -200°C a 300°C
- Dimensioni: 6-15 mm
- Costo unitario: 20-80 euro

1.3.4 Vantaggi della tecnologia mems rispetto allo stato dell'arte

I Mems rappresentano quindi un'opportunità per migliorare gli attuali sistemi di monitoraggio strutturale e per limitare i test non distruttivi durante i controlli. Possiedono diversi vantaggi molti dei quali legati alle dimensioni degli stessi sensori, infatti, rispetto ad un normale estensimetro resistivo risultano essere di diversi ordini di grandezza più piccoli. Un altro vantaggio legato alle dimensioni è il peso contenuto che è fondamentale in un'ottica di densità di sensoristica sui pannelli e risparmio di carburante.

Un altro vantaggio è il consumo energetico del sensore in sé e degli apparati di misurazione che risulta essere decisamente inferiore rispetto alla sensoristica classica. Questa caratteristica li rende particolarmente interessanti per essere integrati con altri Mems (energy harvester) preposti alla riconversione di energia dissipata in energia elettrica sfruttabile creando così sistemi di controllo autoalimentati.

Il basso consumo li rende capaci, inoltre, di funzionare in modalità wireless. Diversi studi stanno esplorando questa possibilità per rimuovere il peso ulteriore dei cablaggi e per velocizzarne il dispiegamento.

Infine, è necessario tenere in considerazione anche il costo unitario di ogni singolo sensore e considerate le dimensioni, i materiali e il processo che può essere industrializzato i Mems hanno un costo solitamente contenuto.

I Mems sono quindi una valida alternativa alla sensoristica classica e la loro capacità di sostituirli con successo è già stata dimostrata in articoli come Dynamic flight load measurements with MEMS pressure sensors (Christian Raab, 2021).

2. Risonatori

In questo capitolo si analizzerà il funzionamento generico dei risonatori Mems, proponendo un modello analitico di base e le strutture più comuni per i sensori che sfruttano le oscillazioni come metodo di trasduzione. In seguito, ci si concentrerà sui fenomeni che influenzano il comportamento del sensore andando a modificarne i parametri chiave quali la frequenza di risonanza e il Quality factor. Infine verrà indagata l'influenza della necessaria attuazione elettrostatica dei risonatori Mems evidenziando le sfide progettuali che ne conseguono e il comportamento della maggior parte dei sensori quando sono soggetti a essa.

2.1 Principio di funzionamento risonatori MEMS

L'impiego di strutture vibranti per il rilevamento di diverse grandezze fisiche rappresenta un metodo di trasduzione ampiamente diffuso. Infatti, l'utilizzo di strutture sospese e libere di vibrare permette la costruzione di numerose tipologie di sensori, tra cui sensori di pressione, di deformazione, di accelerazione, di rilevamento onde (wave sensing) ed infine energy harvesting Mems.

Generalmente, il principio che sfruttano è legato a come la frequenza naturale del sistema si attivi o venga modificata da fattori esterni. Nel caso dei sensori di pressione e deformazione si sfrutta, infatti, la variazione di frequenza di risonanza di un determinato sistema ad opera di una pressione o una deformazione applicata alla struttura vibrante. Esistono invece altre diverse tipologie di configurazioni che analizzeremo nei capitoli seguenti.

Per quanto riguarda i sensori per il rilevamento delle onde e gli accelerometri si sfruttano le onde o le accelerazioni per mettere in vibrazione la struttura. Si sfrutta poi questa vibrazione per variare il gap tra gli elettrodi di un condensatore o generare una differenza di potenziale grazie a materiali piezoelettrici.

Quindi un risonatore è sempre composto da una struttura vibrante e da un meccanismo di trasduzione che può essere, per esempio capacitivo o piezoelettrico. Approfondiremo le tipologie nel paragrafo che segue.

2.1.1 Tipologie di risonatori MEMS

Le diverse tipologie di risonatori Mems si distinguono per la struttura e per il metodo di trasduzione che sfruttano per il rilevamento delle grandezze fisiche.

In questo paragrafo approfondiremo i diversi meccanismi di trasduzione possibili, lasciando ai capitoli seguenti il compito di presentare le molteplici strutture secondo cui si può costruire un risonatore Mems.

I meccanismi di trasduzione maggiormente diffusi sono il capacitivo e il piezoelettrico.

Il capacitivo può essere visto come una struttura semplice composta da due elettrodi tra cui è applicato un voltaggio di bias DC a cui si aggiunge un segnale in frequenza, solitamente ottenuto attraverso un voltaggio AC. La variazione della frequenza di risonanza causa una variazione della capacità elettrica e si genera così una corrente indotta. I risonatori Mems capacitivi sono generalmente composti di silicio a singolo cristallo o policristallino. Sfruttano, infatti, le estremamente basse perdite del materiale per ottenere quality factor molto alti.

Tuttavia, a fronte di un Q molto alto, presentano un basso fattore di accoppiamento meccanico e una resistenza motoria elevata. È possibile calcolare questi parametri come segue:

$$\eta = \nabla C \cdot V_p \quad [2.1]$$

$$R_m = \frac{\sqrt{K_{eq} \cdot m_{eq}}}{Q} \frac{g^4}{V_p^2 \varepsilon^2 A^2} \quad [2.2]$$

Dove η è il fattore di accoppiamento elettromeccanico, ∇C è il gradiente di capacità tra i due elettrodi, V_p è il voltaggio DC applicato al risonatore, R_m è la resistenza motoria, Q è il quality factor, g è la larghezza del gap tra gli elettrodi, ε è permittività del gap capacitivo e A è l'area effettiva di trasduzione. (Tianren Feng, 2022)

Per quanto riguarda i risonatori piezoelettrici, invece, essi sono solitamente costituiti da due elettrodi, un film di materiale piezoelettrico e un substrato. Si basano sull'effetto piezoelettrico dello strato sottile di materiale tra gli elettrodi e presentano un alto accoppiamento elettromeccanico η e una bassa resistenza motoria R_m , senza la presenza di un voltaggio di bias.

I risonatori Mems capacitivi sono vantaggiosi dal punto di vista del Q factor in quanto ottengono valori generalmente più alti rispetto a quelli piezoelettrici. Al contrario sono svantaggiosi se si considerano i valori di resistenza motoria. In questo parametro i piezoelettrici mostrano un comportamento decisamente migliore (R_m minore) grazie alla mancanza di un voltaggio di bias.

Altri meccanismi di trasduzione che hanno destato interesse, nonostante siano decisamente meno diffusi dei precedenti, sono il termico e il magnetico.

I risonatori Mems eccitati magneticamente generano oscillazioni stabili attraverso l'accoppiamento magnetoelastico e gli effetti magnetostrittivi. Diversamente dai risonatori con eccitazione elettrostatica o piezoelettrica, il campo magnetico può essere applicato da distante, quindi il design delle strutture dei sensori è molto più variabile. Possono essere impiegati come antenne ma il volume dei dispositivi è di diversi ordini di grandezza inferiore rispetto alle antenne tradizionali.

Infine, i risonatori Mems usati in applicazioni a bassa frequenza possono essere termicamente attuati. I risonatori termici si basano, tipicamente, sull'effetto piezoresistivo per rilevare i segnali. Essi presentano una forte capacità di attuazione, un basso smorzamento dovuto al film e una struttura semplice. Il quality factor non è al livello dei primi due meccanismi di trasduzione. (Tianren Feng, 2022)

2.2 Modello analitico semplificato di un risonatore

Nel dominio della meccanica il comportamento dinamico di un risonatore Mems può essere rappresentato, semplificando, da un sistema 1D massa-molla-smorzatore, come mostrato nella figura qui sotto.

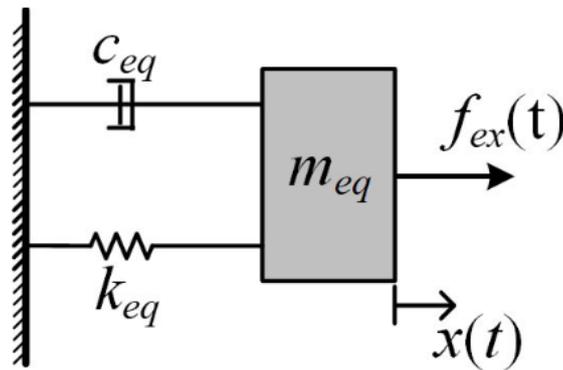


Figura 7 Modello semplificato di un risonatore Mems rappresentato come Massa-Molla-smorzatore (Guoqiang Wu, 2020)

In questo sistema, durante il funzionamento, l'energia cinetica e l'energia potenziale si convertono una nell'altra fino a quando lo smorzamento non ha dissipato tutta l'energia disponibile. La bontà del sistema, ovvero la sua capacità di mantenere l'oscillazione per più tempo possibile, viene espressa dal parametro Quality factor Q . Approfondiremo la discussione sul Q nel paragrafo sullo smorzamento, ma per il momento ne forniamo una definizione, come segue, per facilitare la comprensione dell'equazione del moto.

$$Q \approx \frac{k_{eq}}{(c_{eq}\omega_0)} \quad (\text{Guoqiang Wu, 2020}) \quad [2.3]$$

La relazione tra lo spostamento della massa x , e la forza di eccitazione esterna $f_{ex}(t)$, può essere espressa come un sistema vibrante del secondo ordine. L'equazione che descrive il moto è quindi un'equazione differenziale del secondo ordine che può essere scritta come segue:

$$m_{eq} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + c_{eq} \frac{\partial x}{\partial t} + k_{eq} x = f_{ex}(t) \quad [2.4]$$

Dove m_{eq} è la massa equivalente del sistema, ovvero la quantità di massa che effettivamente vibra del sistema. Questa è funzione del fattore di partecipazione modale Γ_n e della massa modale M_n (massa che vibra associata al n -esimo modo) del sistema. Considerando i modi di vibrare normalizzati rispetto alla massa, allora la relazione che descrive la massa equivalente è la seguente:

$$m_{eq} = \Gamma_n^2 \quad [2.5]$$

Dove con modo normalizzato rispetto alla massa si intende che:

$$\Phi_i^{norm} = \frac{\phi_i}{\sqrt{\phi_i^T M \phi_i}} \quad [2.6]$$

Si normalizzano i modi di vibrare rispetto alla massa in quanto essi sono definiti a meno di una costante.

Se i modi sono normalizzati allora il fattore di partecipazione modale assume la forma seguente:

$$\Gamma_i = \phi_i^T M u \text{ con } u = [1 \ 1 \ \dots \ 1]^T \quad [2.7]$$

Nel caso che i modi non siano normalizzati rispetto alla massa si ottiene la definizione più generale che come segue:

$$m_{eq} = \Gamma_n^2 \times M \quad [2.8]$$

dove M è la massa totale del sistema.

Senza normalizzazione il fattore di partecipazione modale Γ_n assume la forma seguente:

$$\Gamma_i = \frac{\phi_i^T M u}{\phi_i^T M \phi_i} \quad [2.9]$$

Nell'equazione [2.4] appare anche il termine k_{eq} che rappresenta la rigidezza effettiva del sistema. Ovvero la rigidezza del sistema per uno specifico modo di vibrare. Valgono le stesse considerazioni sulla normalizzazione fatte per la massa equivalente. Le espressioni che la descrivono sono le seguenti:

$$k_{eq}^{(i)} = \phi_i^T K \phi_i \quad [2.10]$$

$$k_{eq}^i = \omega_i^2 \text{ Normalizzata}$$

L'ultimo termine che appare a sinistra nell'equazione [1] è lo smorzamento equivalente c_{eq} che ha la seguente espressione generale da adattare ai vari sistemi:

$$c_{eq} = \phi_i^T C \phi_i \quad [2.11]$$

Nel caso di smorzamento proporzionale: $c_{eq} = 2\xi_i \omega_i$

Dove ξ_i è il coefficiente di smorzamento critico per il modo i-esimo e $\omega_i = \sqrt{\frac{k_{eq}^i}{m_{eq}^i}}$ la pulsazione naturale.

Infine, il termine a destra nell'equazione [2.4] rappresenta la forzante esterna che può essere di diversi tipi, ma nella maggior parte dei casi e in quelli che interessano a noi sarà di natura elettrostatica. Approfondiremo la sua espressione nel paragrafo 2.4 sull'accoppiamento elettromeccanico.

Attraverso la trasformazione di Fourier dell'equazione [2.4] si ottiene la recettanza del sistema a un grado di libertà. Si riporta di seguito l'espressione:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F_{ex}(\omega)} = \frac{1}{k_{eq}} \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega_0 \omega}{Q}} \quad [2.12]$$

$H(\omega)$ rappresenta come il sistema risponde a forzanti a determinate frequenze. (Guoqiang Wu, 2020)

2.3 Strutture meccaniche maggiormente diffuse

Le strutture meccaniche possibili per i risuonatori sono molteplici e dipendono da diversi fattori. Sul design influiscono il meccanismo di trasduzione e soprattutto il tipo di sollecitazione che il sensore subirà. Infatti, non tutte le onde sono uguali e non tutti gli sforzi sollecitano il sensore nello stesso modo. Sono possibili infatti diversi modi di vibrare come il modo flessionale, il modo torsionale e il "Bulk mode".

Ovviamente il primo solleciterà il sensore con sforzi che prevederanno una flessione, il secondo una torsione e l'ultimo che rappresenta un modo di vibrare più complessivo.

2.3.1 Modo Flessionale

Per il modo flessionale le possibili strutture sono le seguenti:

Cantilever (trave a sbalzo)

Si tratta della struttura più semplice tra tutte le possibili: una trave incastrata ad una estremità e sospesa all'altra. Grazie alla sua semplicità, questa configurazione sarà adottata nei capitoli successivi come modello di apprendimento e analisi dei fenomeni legati ai risonatori, da applicare successivamente alla struttura sensoriale selezionata.

Come si osserva dalla figura la vibrazione avviene con un movimento dell'estremità libera, quindi con una flessione intorno all'incastro. Si può ricavare il valore della frequenza di risonanza della struttura dall'espressione seguente (per alleggerire la trattazione si riportano i simboli nell'appendice A):



Figura 8 Modo di vibrare Cantilever (Guoqiang Wu, 2020)

$$f_0 = \frac{\alpha_n}{\sqrt{12}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{h}{L^2} \quad [2.13]$$

(Guoqiang Wu, 2020)

Clamped – clamped beam

Anche qui si tratta di una configurazione piuttosto semplice, composta da una trave doppiamente incastrata. Configurazione che essendo generalmente più rigida della precedente, ha frequenze di risonanza più alte. Anche in questo caso, la sollecitazione è di tipo flessionale, con spostamento verticale del centro della trave. Si riportano di seguito l'espressione analitica della frequenza di risonanza e una figura con il modo di vibrare:

$$f_0 = \frac{\beta_n^2}{2\pi\sqrt{12}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \frac{h}{L^2} \quad [2.14]$$

(Guoqiang Wu, 2020)



Figura 9 Modo di vibrare Clamped-Clamped beam (Guoqiang Wu, 2020)

Double – ended tuning fork DETF

Corrisponde alla configurazione strutturale che verrà analizzata nei capitoli successivi, in quanto è quella adottata nel sensore di deformazione oggetto di questa tesi.

La struttura è composta da due diapason uniti alle estremità solitamente libere ed incastrati agli altri estremi. Si tratta di una configurazione particolarmente efficiente grazie alla sua simmetria, che consente di ottenere un'elevata stabilità meccanica, oltre a una significativa riduzione delle perdite energetiche e degli stress strutturali.

Riportiamo di seguito l'espressione analitica della frequenza di risonanza e una figura in cui si può osservare il secondo modo di vibrare dei rebbi dei diapason (vibrazione fuori fase):

$$f_0 = \frac{\left[\frac{(1+2n)\pi}{2}\right]^2}{2\pi\sqrt{12}} \sqrt{\frac{E W}{\rho L^2}} \quad [2.15]$$

(Guoqiang Wu, 2020)

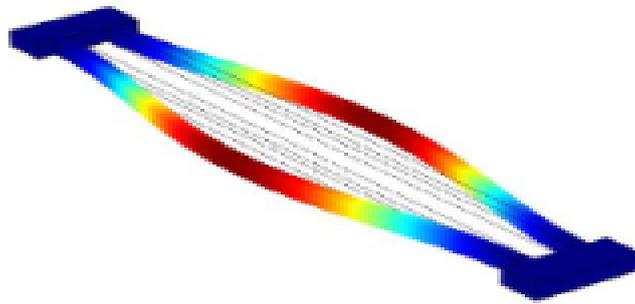


Figura 10 Modo di vibrare DETF resonator (Guoqiang Wu, 2020)

Membrana circolare

Si tratta di una delle configurazioni maggiormente utilizzate per la costruzione di sensori di pressione grazie all'ampia superficie. In funzione degli ancoraggi può essere sollecitata a flessione e rientrare in questa categoria. Si riportano di seguito l'espressione analitica della frequenza di risonanza e la figura con il modo di vibrare:

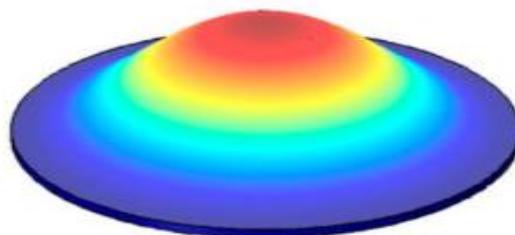


Figura 11 Modo di vibrare membrana circolare (Guoqiang Wu, 2020)

$$f_0 = \frac{10,22}{2\pi R^2 \sqrt{\frac{\rho h}{D}}}, D = \frac{Eh^3}{12(1 - \sigma^2)} \quad [2.16]$$

(Guoqiang Wu, 2020)

2.3.2 Modo torsionale

Per quanto riguarda i modi di vibrare che generano torsione nel sistema si evidenziano i **risonatori a palette**. Questa configurazione permette di aumentare la massa modale coinvolta e migliorare il quality factor. Si riporta di seguito l'espressione analitica della frequenza di risonanza e la figura con il modo di vibrare:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{24K_l G \omega h^2}{c(2c\omega^3 + ab^3)}} \quad [2.17]$$

(Guoqiang Wu, 2020)

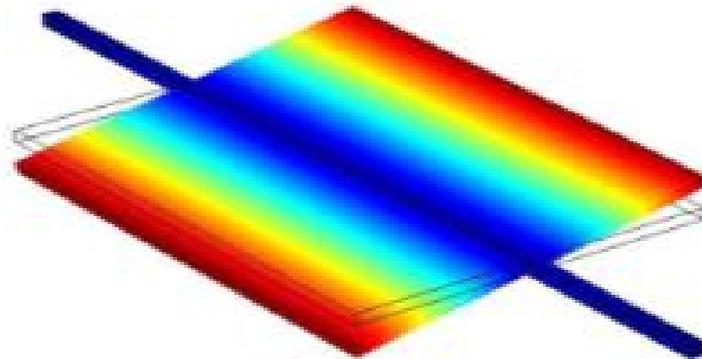


Figura 12 Modo di vibrare del risonatore a palette (Guoqiang Wu, 2020)

2.3.3 Bulk mode (vibrazione volumetrica)

Il bulk mode, o modo di vibrazione volumetrica, è una modalità di risonanza in cui vibra l'intero volume interno del componente. La vibrazione si sviluppa in modo coerente e compatto, senza piegature marcate o grandi deformazioni superficiali. Non sono presenti ampie flessioni ma piuttosto espansioni e compressioni. Si riportano di seguito le possibili configurazioni strutturali con modalità di risonanza volumetrica:

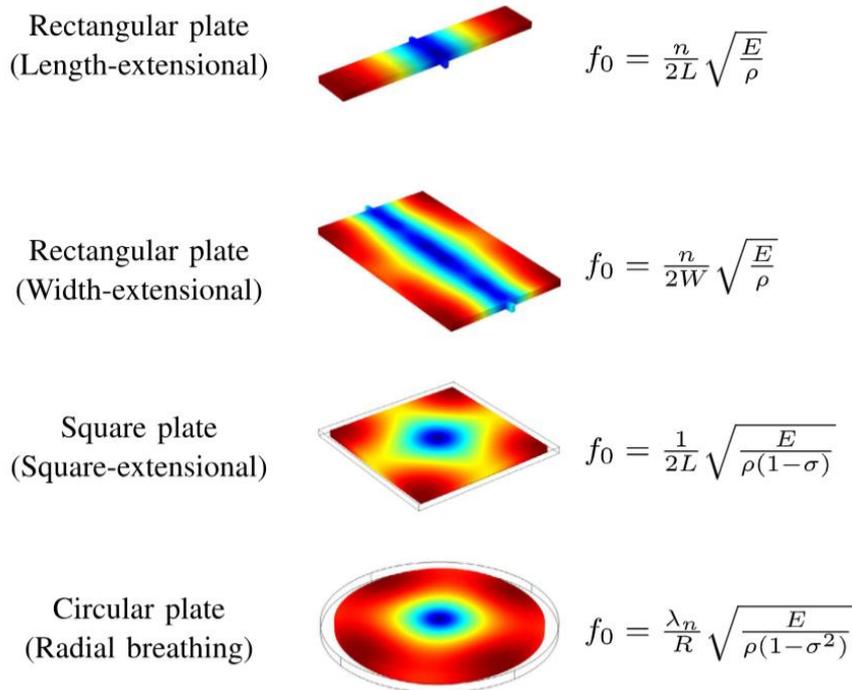


Figura 13 Primi quattro modi di vibrare volumetrici (Guoqiang Wu, 2020)

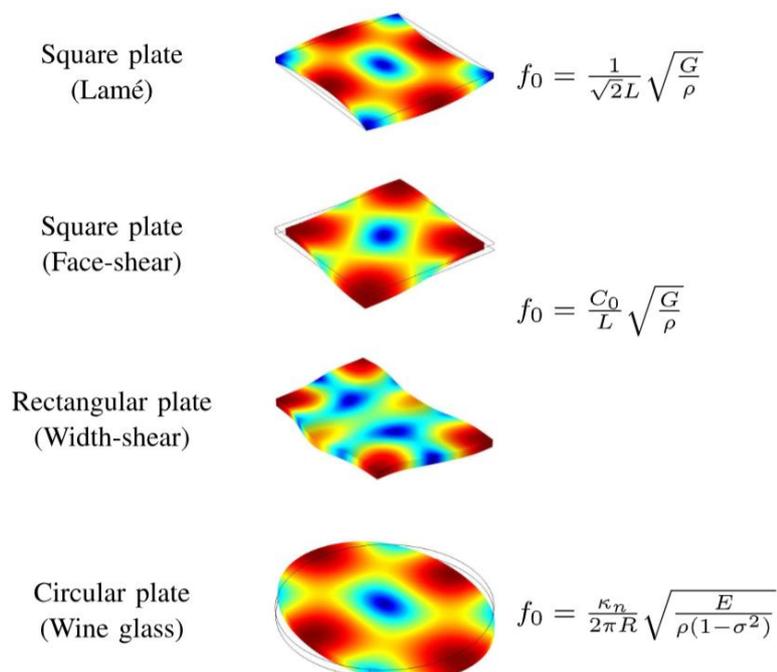


Figura 14 Ultimi quattro modi di vibrare volumetrici (Guoqiang Wu, 2020)

2.4 Accoppiamento elettromeccanico

La maggior parte dei risonatori Mems presenta un accoppiamento elettromeccanico. È il caso anche dei risonatori che verranno presentati nei capitoli successivi, in quanto presentano entrambi un voltaggio di bias e un meccanismo di trasduzione capacitivo.

Nonostante l'accoppiamento elettromeccanico tra il dominio strutturale e quello elettrostatico sia una caratteristica distintiva dei microdispositivi Mems attuati elettrostaticamente, la complessità non lineare del fenomeno impedisce di ottenere una soluzione esatta, anche per geometrie semplici.

Questo accade poiché, date le piccole dimensioni di questi dispositivi e del conseguente effetto di scala, le forze elettrostatiche sono preponderanti rispetto alle altre.

La non linearità dell'accoppiamento verrà esplorata meglio nei paragrafi successivi. Ora si propone un modello monodimensionale che è in grado di fornire una descrizione qualitativa dei fenomeni alla base dell'interazione tra la componente meccanica e della componente elettrostatica. Ovviamente, la scelta di un modello monodimensionale presenta alcuni compromessi nella modellazione della complessità totale del fenomeno. Risulta infatti necessario rinunciare alla descrizione di effetti quali gli stress residui e il fringing effect. La trattazione del primo verrà approfondita nei paragrafi successivi, mentre il secondo verrà trascurato sia nella modellazione analitica che in quella numerica.

2.4.1 Modello Monodimensionale a parametri concentrati

L'introduzione del seguente modello monodimensionale permette una prima valutazione della ragione per cui l'accoppiamento elettromeccanico presenti delle non linearità importanti.

Si tratta di un condensatore piano, in cui l'elettrodo superiore è collegato ad un punto fisso attraverso una molla di rigidezza nota k_m , quella inferiore invece è fissa.

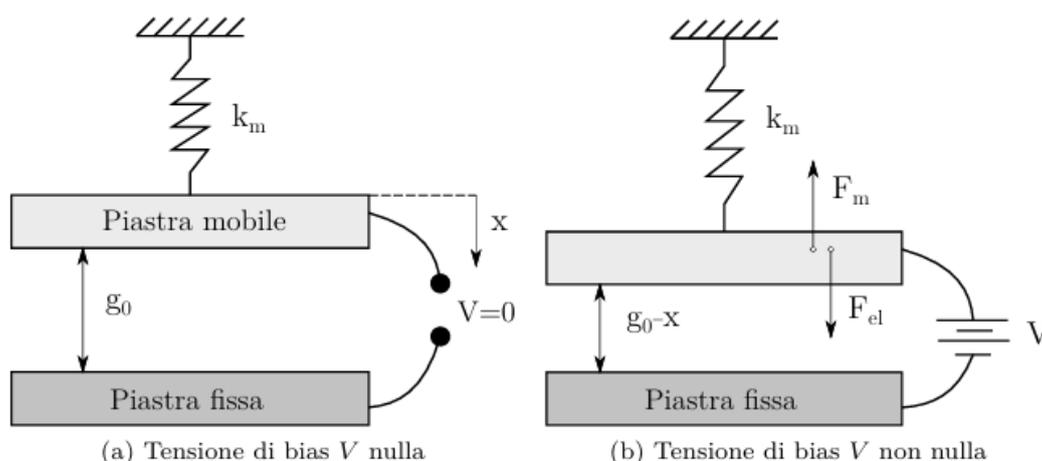


Figura 15 Schema modello monodimensionale condensatore piano in due configurazioni: (a) Nessuna tensione applicata, (b) Tensione di bias applicata (Pistorio, 2020)

Nella condizione (a) della figura precedente, si osserva il sistema in condizioni di riposo in cui lo spostamento, la forza elastica e la tensione applicata tra le due piastre sono nulli. Il contributo della forza di gravità viene generalmente trascurato nell'analisi del comportamento

dei micro-dispositivi, in quanto risulta estremamente ridotto a causa delle dimensioni contenute e della massa molto piccola delle piastre mobili. Di conseguenza, la forza peso esercitata è troppo debole per generare spostamenti significativi, e il suo effetto può essere considerato trascurabile rispetto ad altre forze in gioco, come quelle elettrostatiche o elastiche.

Considerando ora la configurazione (b) della figura notiamo come applicando una tensione di bias tra le due piastre si generi una forza elettrostatica F_{el} la cui espressione può essere ricavata dalle seguenti relazioni:

$$F = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{\epsilon_0 A} \quad [2.18]$$

L'equazione [2.18] esprime la legge di Coulomb che fornisce la forza elettrostatica tra due piastre di superficie A , carica Q e costante dielettrica del mezzo ϵ_0 che in questo caso quella del vuoto. Da questa ricordiamo poi come la carica accumulata Q sia funzione della capacità e del voltaggio di bias V :

$$Q = C \cdot V \quad [2.19]$$

Infine, riportiamo l'espressione della capacità: $C = \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$ dove "d" è la distanza tra gli elettrodi. La relazione della forza elettrostatica espressa in funzione del gap tra le piastre assume la seguente forma:

$$F_{el} = \frac{C^2 \cdot V^2}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot A} = \frac{\epsilon_0 V^2}{2d^2} \cdot A \quad [2.20]$$

Ricordando che possiamo sostituire la distanza "d" con l'espressione che ne descrive la variazione in funzione della deformazione della molla, otteniamo:

$$F_{el} = \frac{\epsilon_0 V^2}{2(g_0 - x)^2} \cdot A \quad [2.21]$$

dove g_0 è il gap iniziale nella configurazione a riposo.

Come si può osservare dall'equazione [2.21] la forza elettrostatica ha un'espressione non lineare e rappresenta la prima fonte di non linearità del sistema. Inoltre, essa sarà la forza esterna da inserire nell'equazione di equilibrio del capitolo 2.2 .

Introduciamo ora, la seconda forza presente nel modello che corrisponde alla forza meccanica F_{mec} esercitata dalla molla, utile a modellare la rigidità di un'eventuale struttura a cui è attaccato l'elettrodo mobile. Ipotizzando una molla lineare, F_{mec} è esprimibile così:

$$F_{mec} = k_m x \quad [2.22]$$

dove k_m è la rigidità della molla e "x" lo spostamento verticale.

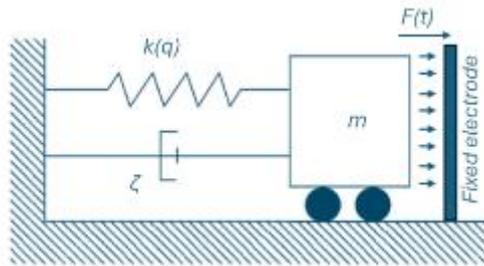


Figura 16 Altra rappresentazione possibile per il sistema a 1 DOF con l'aggiunta dello smorzamento che verrà analizzato nei capitoli seguenti (Carolina Viola, 2024)

2.4.2 Equilibrio statico e pull in

In questo paragrafo si analizzerà la condizione di equilibrio statico del modello monodimensionale del capitolo precedente e si proporrà una formulazione per il calcolo della condizione di pull-in.

Le uniche due forze che agiscono sul modello monodimensionale precedente sono la forza meccanica della molla e la forza elettrostatica, di conseguenza l'equilibrio sarà la somma delle due. Si riporta l'equilibrio statico di seguito:

$$F_{mec} + F_{el} = k_m x + \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^2} \cdot V^2 = 0 \quad [2.23]$$

Si procede ora ad analizzare qualitativamente le soluzioni dell'equazione [2.23] in modo grafico come segue: si procede a tracciare separatamente le curve che rappresentano l'ampiezza della forza meccanica e della forza elettrostatica con un fattore di adimensionalizzazione $F_0 = \frac{\epsilon_0 A V_{pi}^2}{2g_0}$.

Come si osserva dal grafico seguente fissato un certo V e al variare dello spostamento " x ", anch'esso adimensionalizzato rispetto a g_0 , la forza meccanica della molla varia linearmente. Al contrario di questa, la forza elettrostatica ha un andamento iperbolico secondo l'espressione [2.21]. A causa della non linearità del sistema, i punti di intersezione delle due curve, che rappresentano la soluzione dell'equazione di equilibrio, sono due (croce verde e croce rossa). Il range di stabilità del sistema è quello racchiuso tra le due croci poiché in quel tratto la forza meccanica è maggiore di quella elettrostatica e questa condizione è fondamentale per garantire che la molla sia in grado di riportare l'elettrodo mobile nella condizione di riposo. Ovviamente, è possibile distinguere due diverse condizioni di stabilità. In prossimità del punto indicato con la croce verde, il sistema si trova in una condizione di equilibrio stabile: infatti, a seguito di piccole perturbazioni, tende sempre a ritornare verso la posizione di equilibrio. Al contrario, nel punto segnato con la croce rossa, anche una minima riduzione del gap provoca un aumento della forza elettrostatica tale da innescare il collasso del sistema verso l'elettrodo fisso. Questa situazione prende il nome di equilibrio instabile.

Equilibrio statico del modello elettromeccanico monodimensionale

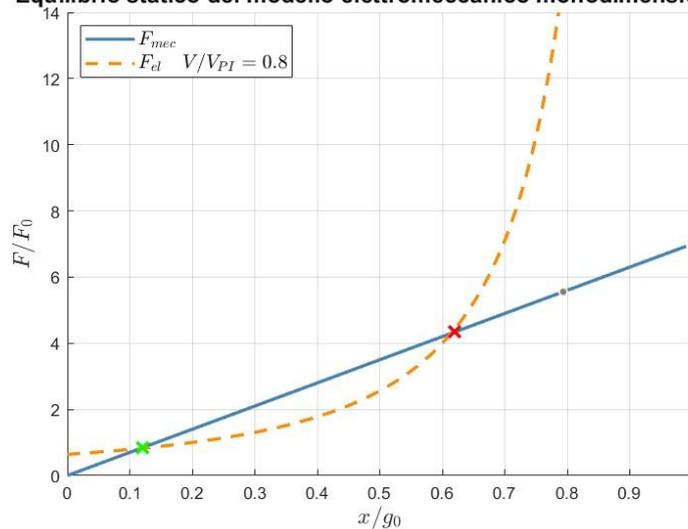


Figura 17 Equilibrio statico del modello elettromeccanico monodimensionale per una tensione V di bias inferiore a quella di pull-in (Pistorio, 2020)

2.4.2.1 Pull-in

Analizziamo ora cosa accadrebbe al sistema nel caso di un aumento del voltaggio V di bias. Un aumento della tensione comporta uno spostamento verso l'alto dell'iperbole rappresentante la forza elettrostatica e di conseguenza uno spostamento verso destra del punto di equilibrio stabile. Alla tensione di bias V_{pi} , detta anche tensione di pull-in, le curve che rappresentano la forza meccanica e quella elettrostatica si intersecano tangenzialmente in un unico punto, definito come punto di equilibrio instabile. A questa tensione si verifica l'ultimo punto di equilibrio del sistema, sebbene instabile.

Se la tensione viene aumentata oltre V_{pi} , la curva della forza elettrostatica si sposta ulteriormente verso l'alto, annullando qualsiasi intersezione con la curva della forza meccanica. In assenza di punti di intersezione, non esiste più alcuna condizione di equilibrio, e l'elettrodo mobile crolla rapidamente sull'elettrodo fisso, causando un corto circuito. Questa situazione prende il nome di condizione di pull-in.

Di seguito si riporta il grafico che mostra come variano i punti di equilibrio in funzione del voltaggio V applicato:

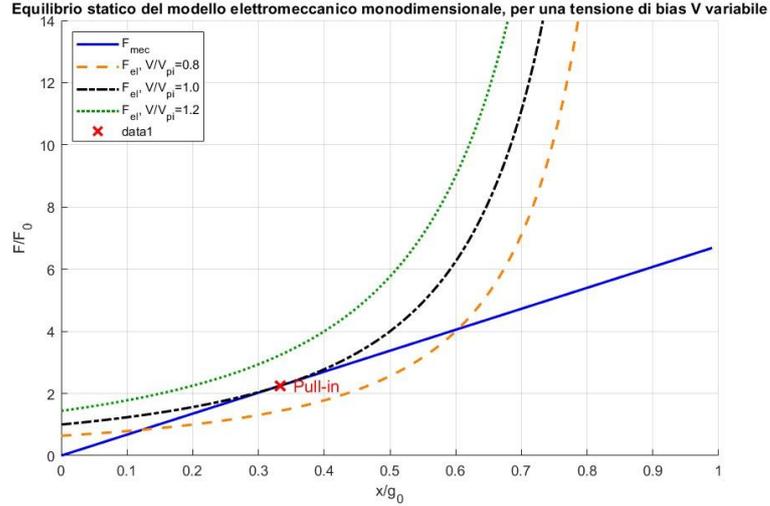


Figura 18 Equilibrio statico del modello elettromeccanico monodimensionale, per una tensione di bias V variabile: il punto viola rappresenta la condizione di pull-in (Pistorio, 2020)

Nonostante i metodi grafici siano funzionali ad una descrizione qualitativa del fenomeno del pull-in, essi non bastano per fornire una trattazione esaustiva di questo importante fenomeno. Risulta, quindi, indispensabile l'introduzione di formulazioni analitiche che permettano il calcolo della condizione di pull-in per il sistema monodimensionale.

Come dimostrato per via grafica precedentemente, nella condizione di pull-in la forza elettrostatica e meccanica sono tangenti in un punto. È possibile allora calcolare il coefficiente angolare delle due curve ed eguagliarlo per trovare l'espressione del punto di intersezione. Derivando l'equazione di equilibrio [2.23] otteniamo:

$$k_m = \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^3} \cdot V^2 \quad [2.24]$$

che sostituendo poi nell'equazione di equilibrio [2.23] porta ad ottenere il valore dello spostamento della piastra mobile quando si raggiunge la condizione critica di pull-in:

$$x_{pi} = \frac{g_0}{3} \quad [2.25]$$

di conseguenza la tensione di pull-in sarà la seguente:

$$V_{pi} = \sqrt{\frac{8}{27} \frac{k_m \cdot g_0^3}{\epsilon_0 A}} \quad [2.26]$$

Dalla formula precedente risulta evidente che la tensione di pull-in dipende sia dalla rigidità della molla k_m (o, più in generale, dalla rigidità della struttura), sia dal gap iniziale g_0 . Ovviamente, la formula analitica appena ricavata è valida per il modello

monodimensionale su cui si è costruita la trattazione, ma è tuttavia dimostrabile che il risultato [5] sia valevole anche per alcuni dispositivi Mems a più gradi di libertà.

2.4.3 Risposta dinamica

In questo paragrafo si è provveduto ad analizzare il precedente modello in condizioni dinamiche, considerando la piastra mobile come un corpo dotato di massa m . Trascurando i termini dissipativi, l'equazione differenziale del secondo ordine che governa la dinamica del sistema è la seguente:

$$m\ddot{x} + k_mx - F_{el} = m\ddot{x} + k_mx - \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^2} \cdot V^2 = 0 \quad [2.27]$$

Anche in questo caso, come nei precedenti, l'equazione ottenuta non è lineare nello spostamento. Per semplificare i calcoli e per analizzare l'effetto dell'accoppiamento elettromeccanico sulla risposta dinamica del sistema, si decide di espandere la forza elettrostatica in serie di Taylor intorno ad una generica posizione di riferimento $x(t)=x_i$. Si ottiene la seguente espressione:

$$F_{el} = F_{el0} + \left. \frac{\partial F_{el}}{\partial x} \right|_{x=x_i} \cdot (x - x_i) + \left. \frac{\partial^2 F_{el}}{\partial x^2} \right|_{x=x_i} \cdot (x - x_i)^2 + \left. \frac{\partial^3 F_{el}}{\partial x^3} \right|_{x=x_i} \cdot (x - x_i)^3 + \dots \quad [2.28]$$

Introducendo l'espressione della forza elettrostatica nell'equazione precedente, l'espansione in serie diventa:

$$F_{el} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x_i)^2} \cdot V^2 \cdot \left\{ 1 + 2 \frac{(x - x_i)}{(g_0 - x_i)} + 3 \frac{(x - x_i)^2}{(g_0 - x_i)^2} + 4 \frac{(x - x_i)^3}{(g_0 - x_i)^3} + \dots \right\} \quad [2.29]$$

Se si decide di troncare l'espansione al primo ordine della serie di Taylor allora la relazione tra forza elettrostatica e spostamento è considerabile lineare e si ottiene la seguente espressione:

$$F_{el} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x_i)^2} \cdot V^2 \cdot \left(1 + 2 \frac{(x - x_i)}{(g_0 - x_i)} \right) \quad [2.30]$$

Riscrivendo l'equazione di equilibrio dinamico [2.27], sostituendo l'espressione [2.30] della forza elettrostatica linearizzata, si ottiene:

$$m\ddot{x} + k_mx - \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x_i)^2} \cdot V^2 \cdot \left(1 + 2 \frac{(x - x_i)}{(g_0 - x_i)} \right) = 0 \quad [2.31]$$

Si dimostra, allora, che la forza elettrostatica produce una rigidezza elettrostatica equivalente k_{el} che riduce la rigidezza globale del sistema. Esprimiamo k_{el} come segue:

$$k_{el} = \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^3} \cdot V^2 \quad [2.32]$$

e riscrivendo la [2.31], si ottiene:

$$m\ddot{x} + (k_m - k_{el})x = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^2} \cdot V^2 \cdot \left(1 - 2 \frac{x_i}{(g_0 - x_i)}\right) \quad [2.33]$$

Quindi, come si può osservare dall'equazione precedente la rigidezza elettrostatica si sottrae alla rigidezza meccanica del sistema. Questo fenomeno ha influenza anche sulla frequenza propria del sistema, intorno alla condizione di equilibrio statico x_i , che assume un'espressione dipendente dalla tensione di bias assegnata. Si riporta l'espressione analitica di seguito:

$$\omega = \sqrt{\frac{k_m - k_{el}}{m}} = \sqrt{\frac{k_m}{m} - \epsilon_0 \frac{AV^2}{m(g_0 - x_i)^3}} \quad [2.34]$$

La presenza del voltaggio di bias "V" comporta una riduzione della frequenza naturale del sistema. Questo importante fenomeno sarà nuovamente trattato nell'analisi dei sensori presentata nel Capitolo 3.

La deflessione statica x_i per una data tensione viene determinata dalla seguente equazione di equilibrio statico:

$$k_m x_i = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x_i)^2} \cdot V^2 \quad [2.35]$$

L'equazione risolvente è:

$$x_i^3 - \alpha x_i^2 + \beta x_i - \gamma = 0 \quad [2.36]$$

dove:

$$\alpha = 2g_0 \quad \beta = g_0^2 \quad \gamma = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{k_m} V^2 \quad [2.37]$$

La frequenza propria può essere scritta come funzione dello spostamento statico x_i :

$$\omega = \sqrt{\frac{k_m}{m} - \frac{2k_m x_i}{m(g_0 - x_i)}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{2x_i}{g_0 - x_i}} \quad [2.38]$$

dove $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_m}{m}}$ è la frequenza propria del sistema in stato indeformato. Nel caso si scelga come posizione x_i , ovvero la posizione intorno a cui si esegue l'espansione di Taylor, la posizione iniziale quindi $x_i=0$, l'espressione della frequenza propria diventa:

$$\omega = \sqrt{\frac{k_m}{m} - \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{AV^2}{m(g_0)^3}} \quad [2.39]$$

Con questa espressione è possibile visualizzare graficamente come all'aumentare della tensione di bias vi sia una diminuzione della rigidezza del sistema che conduce ad una riduzione della frequenza di risonanza. Questo fenomeno, detto frequency shift è di fondamentale importanza nella progettazione dei microsistemi risonanti quali saranno i Mems oggetto di questo documento.

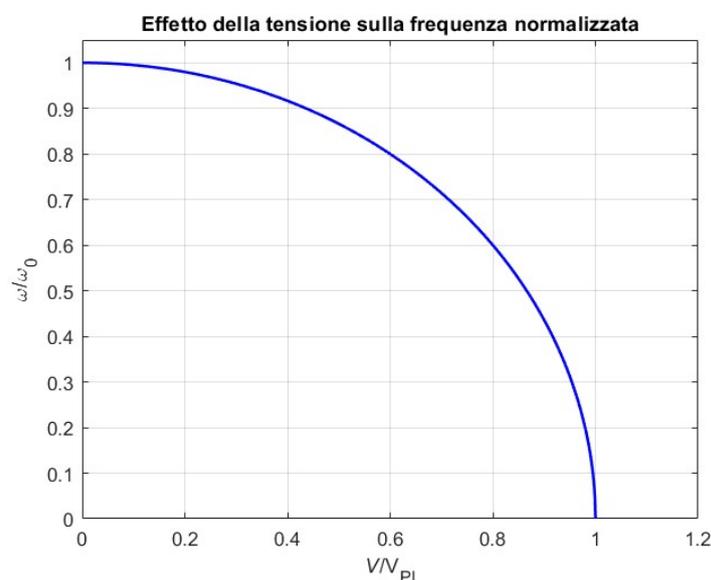


Figura 19 Frequenza propria del sistema normalizzata al variare della tensione di bias V , (Pistorio, 2020)

Come si può osservare dal grafico precedente anche in campo dinamico la tensione di pull-in rappresenta il limite di stabilità, infatti, se la tensione di bias applicata corrisponde a $V=V_{pi}$ la frequenza naturale del sistema si annulla.

2.4.4 Analisi armonica

In questo paragrafo si analizzerà l'influenza di un'eventuale forzante armonica in grado di far vibrare il sistema. È infatti comune applicare, oltre al voltaggio statico di bias, un segnale in tensione alternata che agisca come forza esterna per indurre oscillazioni nel sistema.

$$V = V_{DC} + V_{AC} \sin(2\pi ft) \quad [2.40]$$

dove V_{DC} indica la componente statica e V_{AC} l'ampiezza di quella alternata. La presenza della componente alternata porta con sé un'ulteriore fonte di non linearità del sistema, come vedremo nel prossimo paragrafo. Però, nel caso si mantenga l'ampiezza del segnale alternato

basso rispetto a quello di V_{DC} allora è possibile trascurare l'effetto della non linearità dell'accoppiamento. Questa considerazione è di fondamentale importanza poiché approssimare il sistema ad uno lineare permette di studiarlo attraverso la sovrapposizione di effetti, garantendo la possibilità di utilizzare le analisi precompresse durante lo studio ad elementi finiti.

L'equazione di equilibrio con l'introduzione del segnale armonico si modifica come segue:

$$m\ddot{x} + k_mx = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^2} (V_{DC} + V_{AC} \sin(2\pi ft))^2 \quad [2.41]$$

Sviluppando il quadrato:

$$F_{el}(t) = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^2} (V_{DC}^2 + 2V_{DC}V_{AC} \sin(2\pi ft) + V_{AC}^2 \sin^2(2\pi ft))$$

Ricordando che $\sin^2(2\pi ft) = \frac{1}{2}(1 - \cos(4\pi ft))$ si ottiene:

$$F_{el}(t) = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^2} \left(V_{DC}^2 + 2V_{DC}V_{AC} \sin(2\pi ft) + \frac{V_{AC}^2}{2}(1 - \cos(4\pi ft)) \right) \quad [2.42]$$

Introducendo ora l'ipotesi per cui $V_{AC} \ll V_{DC}$ possiamo trascurare i termini di secondo ordine della forzante come segue:

$$F_{el}(t) = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^2} (V_{DC}^2 + 2V_{DC}V_{AC} \sin(2\pi ft)) \quad [2.43]$$

L'equazione del moto si trasforma come segue:

$$m\ddot{x} + k_mx = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^2} V_{DC}^2 + \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x)^2} V_{DC}V_{AC} \sin(2\pi ft) \quad [2.44]$$

Ora introducendo l'ipotesi di piccoli spostamenti, ovvero $x \ll g_0$, e sviluppando in serie di Taylor otteniamo:

$$m\ddot{x} + (k_m - \frac{\epsilon_0 A}{(g_0)^3} V_{DC}^2)x = \frac{\epsilon_0 A}{(g_0)^2} V_{DC}V_{AC} \sin(2\pi ft) \quad [2.45]$$

La differenza con la precedente equazione del moto risiede nell'aggiunta della componente armonica della forzante che produrrà una risposta in frequenza del sistema (R.M.C. Mestrom, 2008) (Hikaru Takamatsu, 2005).

2.4.5 Problema della non linearità

Il problema della linearità è molto importante nello studio dei microsistemi, poiché un sistema non lineare non permette una risoluzione attraverso la sovrapposizione degli effetti e impedisce così la risoluzione analitica anche in strutture semplici. Allo stesso modo, essa

risulta un problema anche nella risoluzione numerica poiché prolunga i tempi di calcolo e causa difficoltà nella convergenza alla soluzione.

Nei capitoli precedenti sono già state introdotte alcune fonti di non linearità; in questo paragrafo verranno riprese e approfondite le principali.

Il primo contributo alla non linearità del sistema è rappresentato dalla struttura meccanica. In particolare, quando si verificano grandi deformazioni o il materiale manifesta un comportamento plastico, la teoria dell'elasticità lineare non risulta più applicabile. È dimostrabile che in caso di non linearità meccanica i risonatori seguano l'equazione di Duffing, espressa come segue:

$$\ddot{x} + \delta\dot{x} + \alpha x + \beta x^3 = \gamma \cos(\omega t) \quad [2.46]$$

dove:

- δ rappresenta lo smorzamento
- α è la rigidità lineare
- β il coefficiente di non linearità
- γ l'ampiezza della forzante esterna
- ω la frequenza della forza esterna

Come si osserva dall'equazione precedente, in cui le rigidità sono sommate, il fenomeno della non linearità meccanica causa un irrigidimento della struttura detto Hard spring effect. Questo irrigidimento si rifletterà sulle frequenze di risonanza, come si vede dalla figura seguente a questo paragrafo.

Come visto nei paragrafi precedenti, l'introduzione dell'accoppiamento elettromeccanico causa ulteriori non linearità nel sistema.

Infatti, riprendendo l'espansione in serie di Taylor della forza elettrostatica per un dato voltaggio di bias:

$$F_{el} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{(g_0 - x_i)^2} \cdot V^2 \cdot \left\{ 1 + 2 \frac{(x - x_i)}{(g_0 - x_i)} + 3 \frac{(x - x_i)^2}{(g_0 - x_i)^2} + 4 \frac{(x - x_i)^3}{(g_0 - x_i)^3} + \dots \right\} \quad [2.47]$$

notiamo la presenza di componenti non lineari che producono termini di rigidità elettrostatica che si sottraggono alla rigidità meccanica del sistema, causando una riduzione generale della stessa. È inoltre fondamentale considerare che, nei sistemi in cui è applicato non solo un voltaggio DC ma anche un segnale AC, le sorgenti di non linearità aumentano significativamente. In particolare, se il valore di V_{AC} non è mantenuto sensibilmente inferiore a quello di V_{DC} , non è più possibile trascurare i termini non lineari della forza elettrostatica. Di conseguenza, l'equazione del moto non presenta più soltanto una non linearità rispetto allo spostamento, ma anche una non linearità temporale legata alla variazione armonica del segnale applicato.

Nel caso che le strutture siano molto piccole, come i Mems, o che il voltaggio di bias applicato sia molto alto, i termini non lineari dell'accoppiamento elettromeccanico che producono le rigidità che si sottraggono alla rigidità della struttura prevalgono su queste causando il fenomeno del Soft spring effect. Questa riduzione di rigidità è molto comune nei Mems e l'effetto è notevole anche nelle frequenze di risonanza come si osserva nel grafico di seguito.

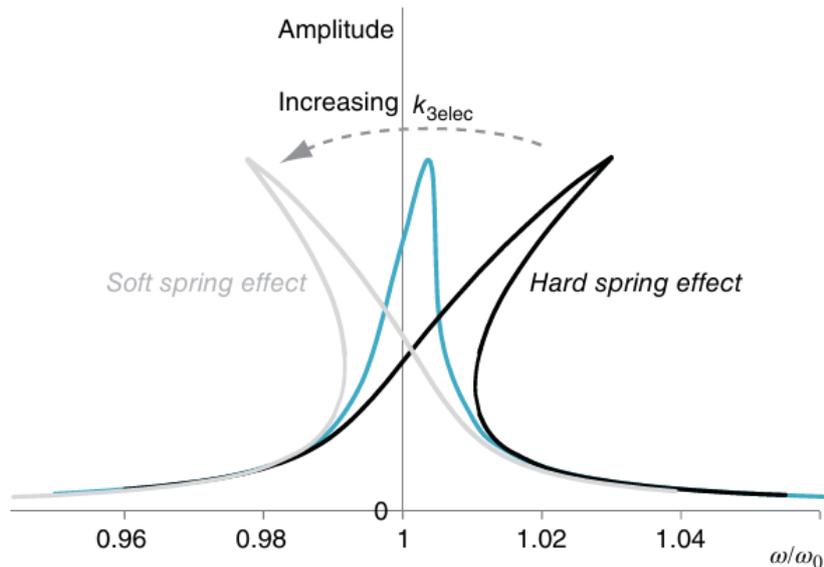


Figura 20 Risposta in frequenza di un risonatore non lineare per diversi valori della rigidità elettrostatica non lineare (Alberto Corigliano, 2018)

2.5 Effetto dello stress residuo

Lo stress residuo è una componente di tensione interna che rimane intrappolata dentro i materiali anche in assenza di forze esterne. Nei risonatori MEMS, tale stress può derivare dai processi di fabbricazione, come la deposizione di film sottili o l'etching, quando si rilascia la struttura. Questo stress influisce in modo significativo sul comportamento dinamico del risonatore, in particolare sulla sua frequenza di risonanza. In presenza di stress residuo di trazione, si osserva generalmente un aumento della frequenza naturale, poiché la tensione contribuisce alla rigidità complessiva della struttura. Al contrario, uno stress di compressione può ridurre la frequenza propria e, in casi estremi, portare a fenomeni di instabilità come il buckling. Inoltre, lo stress residuo può alterare la simmetria modale del risonatore, causando scostamenti nei modi di vibrazione previsti e influenzando la qualità del fattore di merito Q . Per questi motivi, il controllo e la caratterizzazione dello stress residuo rappresentano una fase fondamentale nella progettazione e nella calibrazione dei dispositivi MEMS risonanti.

Dunque, in funzione del tipo di stress che viene indotto dalla fabbricazione nella struttura del risonatore è necessario modificare alcuni parametri per la risoluzione. Per esempio, la presenza di uno stress residuo in una trave a mensola comporta una deformazione della struttura verso l'alto che può causare una variazione del gap tra gli elettrodi. Si definisce pertanto un gap medio da usare per calcolare la forza elettrostatica che incide sulla trave. Risulta evidente come l'introduzione di questo gap medio vada a modificare caratteristiche importanti del risonatore come la frequenza di risonanza e la tensione di pull-in. Infine, oltre alla modifica della forza elettrostatica, è necessario tenere in considerazione la variazione nel comportamento della struttura che uno stress può introdurre. Infatti, uno stress può in alcuni casi modificare la rigidità del sistema o essere inserito nel funzionale come precarico interno.

2.6 Damping (Smorzamento)

Il damping è un fenomeno importante da tenere in considerazione durante la progettazione dei Mems. Esso, infatti, è un fenomeno che influisce in modo significativo su uno dei parametri di maggiore importanza per i risonatori Mems, il Q factor.

Il fattore di qualità Q esprime la qualità del sistema risonante costruito, infatti, esso è la misura dell'efficienza energetica del sistema e della sua selettività in frequenza. Le definizioni proponibili sono molteplici, ma la più generica fornibile è la seguente:

$$Q = 2\pi \cdot \frac{\text{Energia immagazzinata}}{\text{Energia dissipata per ciclo}} = \frac{f_0}{\Delta f} \quad [2.48]$$

dalla formula risulta evidente come Q possa rappresentare l'efficienza del sistema. La seconda parte della formula si applica bene ai risonatori in quanto costruita dal decadimento della frequenza di risonanza per ciclo. È evidente come maggiore sarà la qualità del sistema e più alto sarà il Q.

Le cause che maggiormente contribuiscono al denominatore della formula precedente sono: le perdite dovute all'aria (air damping loss), le perdite dovute agli ancoraggi (anchor loss) e le perdite termoelastiche (thermoelastic loss). A queste cause principali è necessario, poi, aggiungere altre cause minori come perdite elettriche, perdite dei rivestimenti e perdite del materiale.

Il fattore di qualità è influenzato da tutti i fattori appena esposti nel modo seguente:

$$Q = \left(\frac{1}{Q_{air}} + \frac{1}{Q_{anchor}} + \frac{1}{Q_{TED}} + \frac{1}{Q_{others}} \right)^{-1} \quad [2.49]$$

2.6.1 Perdite dovute all'aria (Air damping loss)

Le perdite dovute all'aria non sono generalmente trascurabili se si considerano Mems con rapporto superficie su volume non trascurabile. In letteratura sono stati proposti diversi metodi per stimare il Q_{air} ma le stime variano molto poiché le perdite dovute all'aria sono particolarmente influenzate dalle dimensioni del risonatore, dalle dimensioni del gap, dalla pressione ambientale, dal fluido e dal modo di vibrare. Solitamente ha un'influenza maggiore sui risonatori che vibrano a frequenze più basse poiché i tempi di vibrazione e di movimento delle molecole diventano compatibili. È una perdita che si può eliminare facendo lavorare i risonatori nel vuoto o perforando uno degli elettrodi in modo che l'aria abbia modo di defluire in caso di compressione.

Si riportano nella tabella seguente alcuni modelli di stima:

Metodo	Espressione
Regime molecolare	$Q_{air} \sim \frac{\left(\frac{t}{2}\right)^2}{P_{air}}$
Fluido non confinato	$Q_{air} \sim \frac{t^2 W}{(\mu L)^2}$
Film di fluido incomprimibile	$Q_{air} \sim \left(\frac{t}{wL}\right)^2 \frac{g^3}{\mu}$

Tabella 4 Modelli di comportamento del fluido con stima del Q factor (Tianren Feng, 2022)

dove P_{air} è la pressione dell'ambiente, μ è la viscosità, g è la larghezza del gap del risonatore e L, W, t sono le dimensioni caratteristiche del risonatore.

2.6.2 Perdite dovute agli ancoraggi (Anchor loss)

Le perdite dovute agli ancoraggi si generano durante il funzionamento del risonatore Mems perché parte dell'energia meccanica generata dalle oscillazioni viene dispersa sotto forma di onde elastiche che si propagano attraverso i punti di ancoraggio verso il substrato.

Questo meccanismo di dissipazione è generalmente uno dei più importanti nei dispositivi micromeccanici ma la sua entità dipende da diversi fattori, tra cui la frequenza di risonanza, la modalità di vibrazione, la geometria e dimensione del risonatore, la posizione degli ancoraggi e le condizioni di trasmissione delle onde elastiche all'interno del substrato.

È necessario quindi tenere conto di questo fenomeno durante la progettazione dei risonatori per evitare di ottenere Q factor troppo bassi. Nella progettazione si deve quindi ricorrere spesso a tecniche di ingegnerizzazione degli ancoraggi che permettano di minimizzare il flusso di energia verso di essi.

Si riportano di seguito alcune delle strategie sviluppate per mitigare le perdite degli ancoraggi (Tianren Feng, 2022):

- Quarter-wave tether: consiste nell'impostare la lunghezza del collegamento tra risonatore e substrato a un quarto della lunghezza d'onda di risonanza, con l'obiettivo di riflettere le onde acustiche verso il risonatore
- Acoustic reflection: consiste nell'uso di trincee poste tra ancoraggio e substrato per riflettere le onde. Si è dimostrato che questa soluzione può arrivare a quadruplicare il Q factor
- Phononic Crystal (PnC): metodologia che consiste nell'integrare cristalli fononici attorno agli ancoraggi per inibire la propagazione delle onde elastiche. Un sistema simile alla costruzione di filtri di banda.

Anche in questo caso si riportano alcune strategie di stima del Q factor in funzione del tipo di onde:

Modo di vibrare	Espressione
Plane mode	$Q_{anchor} \sim \left(\frac{L}{W}\right)^3$
Out of plane mode	$Q_{anchor} \sim \left(\frac{h}{t}\right)^2 \frac{L}{W}$

Tabella 5 Stima dei Q factor per diversi modi di vibrare di risonatori a geometria semplice (Tianren Feng, 2022)

dove h è lo spessore del substrato e “L,W,t” le dimensioni caratteristiche del risonatore.

2.6.3 Perdite termoelastiche (Thermoelastic loss)

Uno dei principali meccanismi di perdita di energia nei risonatori Mems è lo smorzamento termoelastico (Thermoelastic damping, TED), fenomeno direttamente collegato al coefficiente di espansione termica (CTE) del materiale di cui è costruito il risonatore.

La perdita di energia è causata dal flusso termico tra le zone in compressione e le zone in trazione del risonatore. Infatti, quando un risonatore è sollecitato in modalità flessionale si sviluppano zone all’interno della struttura in compressione e zone in trazione. Le zone in compressione si riscaldano mentre le zone in trazione si raffreddano generando un gradiente termico locale.

Per la stima del Q factor dovuto al damping termoelastico, in risonatori Mems con modi flessionali, è stato proposto il seguente modello analitico dal fisico Clarence Zener:

$$Q_{TED} = \frac{\rho C_p}{E \alpha^2 T} \frac{1 + (\omega \tau)^2}{\omega \tau} \quad [2.50]$$

dove ρ è la densità, C_p il calore specifico a pressione costante, E il modulo di Young, α il coefficiente di espansione termica lineare, T la temperatura assoluta, ω la pulsazione di risonanza, e τ la costante di tempo termica, definita come:

$$\tau = \frac{\rho C_p t}{\kappa \pi} \quad [2.51]$$

in cui t è lo spessore del risonatore e κ la conducibilità termica del materiale.

Il fenomeno dello smorzamento termoeleastico, come dimostrato da A. Duwel può essere descritto tramite equazioni termo-meccaniche completamente accoppiate oppure disaccoppiate semplificate. Questa distinzione è presente anche in Comsol che divide i due fenomeni in fisiche diverse e permette l’impostazione di una risoluzione separata o completamente accoppiata.

Un’importante strategia per ridurre lo smorzamento termoelastico consiste nello spostare la frequenza operativa del sensore lontano dalla risonanza termica. Questa strategia permette di evitare di far coincidere il tempo caratteristico meccanico con quello termico.

In generale si può definire la seguente regola empirica per valutare il contributo del TED alla riduzione del fattore di qualità:

- Se $\omega\tau \ll 1$ allora il calore si trasferisce più velocemente rispetto alla vibrazione meccanica non riuscendo a generare un gradiente termico significativo poiché la temperatura si riequilibra troppo velocemente. Si produce basso TED. (TED trascurabile)
- Se $\omega\tau \approx 1$ allora i tempi di vibrazione e trasmissione del calore sono paragonabili causando un alto smorzamento termoelastico, TED massimo.
- Se $\omega\tau \gg 1$ il calore si trasferisce troppo lentamente rispetto alle vibrazioni meccaniche, limitando il fenomeno del TED. Nonostante il fenomeno sia limitato esso non è trascurabile in quanto, come vedremo nel capitolo 3, esso ha comunque un'influenza significativa sul Q. (TED limitato)

Il caso di mezzo è definito risonanza termica (o Debye peak).

2.6.4 Modifica dell'equazione del moto

I fattori di smorzamento presentati nei paragrafi precedenti devono apparire nell'equazione del moto del sistema per modificarne il comportamento. Si riportano di seguito le modifiche da effettuare all'equazione del moto per considerare gli smorzamenti:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k_mx = F_{ext}(t) \quad [2.52]$$

dove c è il coefficiente di smorzamento totale. Andando a dividere per m otteniamo:

$$\ddot{x} + \zeta\dot{x} + \omega_0x = \frac{F}{m} \quad [2.53]$$

dove ζ è il fattore di smorzamento definito come segue:

$$\zeta = \frac{1}{2Q} = \frac{c}{2m\omega_0} \quad [2.54]$$

Possiamo quindi scrivere l'equazione del moto come segue con l'inserimento degli smorzamenti:

$$m\ddot{x} + \left(\frac{m\omega_0}{Q_{TED}} + \frac{m\omega_0}{Q_{anchor}} + \frac{m\omega_0}{Q_{air}} \right) \dot{x} + k_mx = F_{ext}(t) \quad [2.55]$$

Come si evince dall'equazione gli smorzamenti hanno il principale effetto di consumare energia ad ogni ciclo, l'effetto sulla frequenza di risonanza è inferiore ad altri fenomeni.

2.7 Modello circuito elettrico equivalente

I risonatori Mems possono essere modellati attraverso un circuito elettrico equivalente elaborato da Butterworth Van-Dyke. Il vantaggio di questa modellazione è quello di semplificare l'analisi, facilitare l'interpretazione dei parametri, facilitare la simulazione e facilitare l'integrazione con l'elettronica di controllo.

Si riporta di seguito il modello elettrico equivalente:

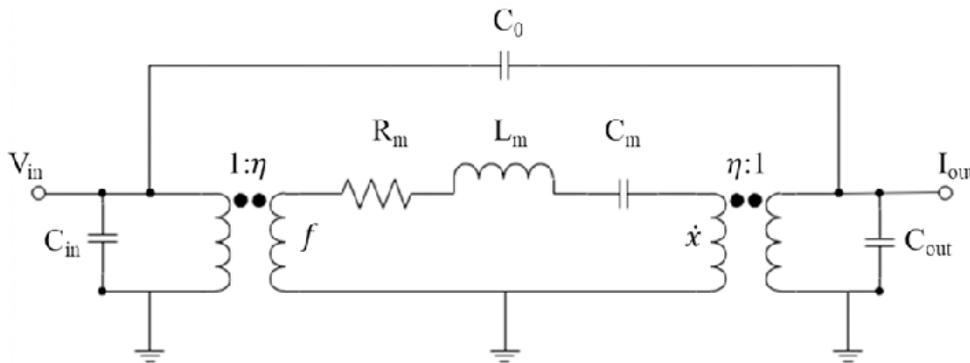


Figura 21 Modello elettrico equivalente con incluse la capacità parassita e i condensatori esterni (Tianren Feng, 2022)

L'equazione con variabili elettriche che modella questo sistema è la seguente:

$$L_m \frac{\delta i}{\delta t} + R_m i + \frac{1}{C_m} \int i \delta t = V \quad [2.56]$$

Dove L_m è l'induttanza equivalente, R_m la resistenza equivalente (o resistenza motoria), $1/C_m$ la capacità equivalente, i la corrente e V il voltaggio.

Si riporta, inoltre, la definizione degli altri parametri visibili in figura: C_0 la capacità di accoppiamento parassita e C_{in} e C_{out} sono le capacità di accoppiamento con gli elettrodi fissi. Dall'equazione precedente si può ricavare la frequenza di risonanza e si ottiene la seguente espressione:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eq}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_m C_m}} \quad [2.57]$$

Infine definiamo il fattore di accoppiamento elettromeccanico η che mette in relazione i parametri elettrici con quelli meccanici:

$$\eta = V_{DC} \frac{\varepsilon A}{d^2}$$

$$L_m = \frac{m_{eq}}{\eta^2} \quad R_m = \frac{m_{eq} \omega_0}{Q \eta^2} = \frac{c_{eq}}{\eta^2} \quad C_m = \frac{\eta^2}{\omega_0^2 m_{eq}} = \frac{\eta^2}{k_{eq}} \quad [2.58]$$

L_m , R_m e C_m sono detti parametri motori in quanto forniscono informazioni sulla capacità del sistema di oscillare. Risulta evidente per esempio come sia necessario ridurre R_m in quanto puramente resistivo. Uno dei metodi migliori per ridurlo è minimizzare il gap tra gli elettrodi.

3. Modellazione in Comsol Multiphysics

I sistemi micromeccanici sono dispositivi complessi che combinano diversi domini fisici, come quello elettrostatico e quello meccanico. Questa complessità non permette una trattazione completamente analitica dei diversi design ma richiede l'impiego di simulazioni ad elementi finiti per avere una comprensione adeguata del comportamento statico e dinamico. Inoltre, consentono di valutare in fase preliminare le prestazioni dei diversi design proposti, evitando il ricorso a costose prove sperimentali.

In questo capitolo sfrutteremo le potenzialità del software commerciale Comsol Multiphysics per modellare alcuni dei principali fenomeni analizzati nel capitolo precedente, partendo da una struttura semplice per poi applicare tali concetti a un sensore di deformazione a doppio diapason, impiegato nel monitoraggio strutturale.

Nonostante sul mercato siano disponibili diversi solutori agli elementi finiti, come ad esempio Ansys e Abaqus, la scelta è ricaduta su Comsol, in quanto consente di risolvere in modo accoppiato più domini fisici e offre una sezione specificamente dedicata ai MEMS.

La modellazione dei sensori presentati nei paragrafi seguenti ha richiesto l'integrazione simultanea di diverse fisiche, tra cui: un dominio di deformazione (Deforming Domain), un dominio meccanico (Solid Mechanics), un dominio elettrostatico (Electrostatics), un dominio per il trasferimento del calore (Heat Transfer in Solids), oltre agli accoppiamenti multifisici Thermal Expansion e Electromechanical Forces.

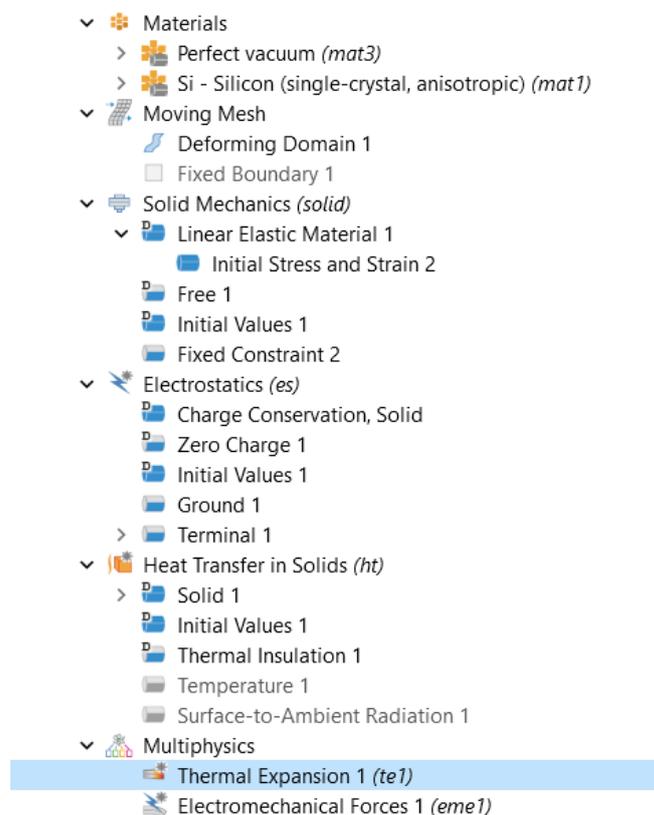


Figura 22 Schermata Comsol con fisiche impiegate

3.1 Sensori oggetto di studio

In questo capitolo si avvierà la trattazione presentando i sensori oggetto di studio di questa tesi. Come già evidenziato nei capitoli precedenti, l'analisi inizierà da un sensore costituito da una trave a mensola, attuato elettrostaticamente e soggetto a stress residuo, inserito in un dominio d'aria per prendere confidenza con i fenomeni descritti nei capitoli precedenti. Si proporranno inoltre diverse dimensioni dello stesso per evidenziare comportamenti differenti con lo stesso design.

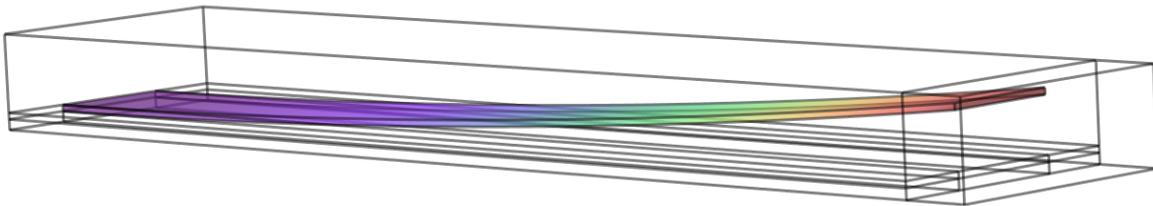


Figura 23 Trave a mensola oggetto di studio, proposta già con la deformazione iniziale dovuta allo stress residuo e circondata dal suo dominio di aria

La figura soprastante fornisce un'istantanea del modello da cui è possibile osservare la trave incastrata nel lato sinistro e deformata lungo la sua lunghezza ad opera dello stress residuo. La figura evidenzia anche il dominio dell'aria che viene modellato intorno alla trave come un cubo le cui dimensioni devono essere sufficienti per contenere la trave, durante tutte le sue deformazioni, ma non essere eccessivamente grandi per non appesantire il modello. A sua volta si può osservare come l'aria sia suddivisa in domini più piccoli. La ragione di questa suddivisione è da ricercare nell'esigenze di creazione di una mesh autocontenuta formata da parallelepipedi più regolari possibili. Un altro motivo per il quale il dominio dell'aria è suddiviso in sottodomini è la necessità di fornire al software una superficie su cui applicare il potenziale elettrico di terra e su cui calcolare il campo elettrico. Infatti, a differenza di altri software, Comsol permette e obbliga a modellare e meshare il dielettrico. In questo caso, il parallelepipedo al di sotto della travetta sarà il dominio in cui verrà calcolato il campo elettrico e il suo lato lungo non a contatto con la trave sarà l'elettrodo di terra. Risulta, quindi evidente come l'altezza di questo dominio sarà un parametro fondamentale poiché corrisponde al gap tra gli elettrodi.

Si riportano di seguito le dimensioni delle travette impiegate:

Dimensioni Trave 1	
Lunghezza L	350 μm
Larghezza W	35 μm
Spessore t	4,8 μm
Gap tra gli elettrodi g_0	3 μm

Tabella 6 Dimensioni Trave 1 (spessore maggiore)

Dimensioni Trave 2	
Lunghezza L	350 μm
Larghezza W	35 μm
Spessore t	1,8 μm
Gap tra gli elettrodi g_0	3 μm

Tabella 7 Dimensioni Trave 2 (spessore minore)

Per quanto riguarda il materiale si è scelto l'oro con le seguenti caratteristiche:

Caratteristica	Simbolo	Valore	Unità di misura
Modulo di Young	E	98500	MPa
Modulo di Poisson	ν	0.42	-
Densità	P	$19,32 * 10^{-15}$	$\text{kg}/\mu\text{m}^3$

Tabella 8 Dati del materiale

I risultati ottenuti con questo modello sono validati sulla base dell'analisi sperimentale di Somà et Al (Aurelio Somà A. B., 2009).

In seguito all'analisi della trave a mensola, l'attenzione si è spostata sul sensore di deformazione Mems a doppio diapason proposto in "Fabrication of high-resolution strain sensors based on wafer-level vacuum packaged Mems resonators (Luca Belsito M. F., 2016). L'analisi sviluppata in questo capitolo si propone di modellare il sensore a partire dai risultati sperimentali riportati nell'articolo in cui è stato presentato, al fine di eseguire successivamente un'analisi termica interamente simulativa.

Si riporta di seguito una figura per evidenziare il design del sensore:

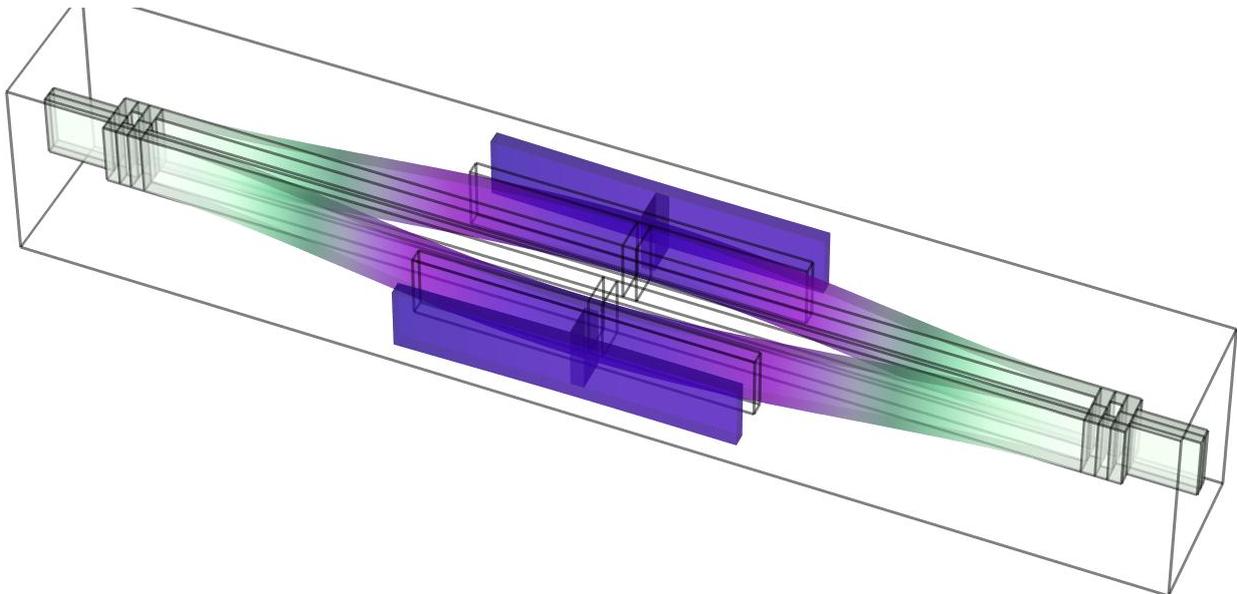


Figura 24 Sensore di deformazione DETF proposto nel suo secondo modo di vibrare

Dalla figura si può osservare il design peculiare a doppio diapason con al centro delle braccia dei diapason gli elettrodi mobili atti alla trasduzione del segnale.

Alle due estremità, destra e sinistra, si notano gli ancoraggi modellati come incastri; nella realtà, tuttavia, il sensore non termina in questo modo, ma è collegato a dei pad conduttivi per i collegamenti elettrici, a loro volta connessi al substrato. Si possono osservare nell'immagine seguente:

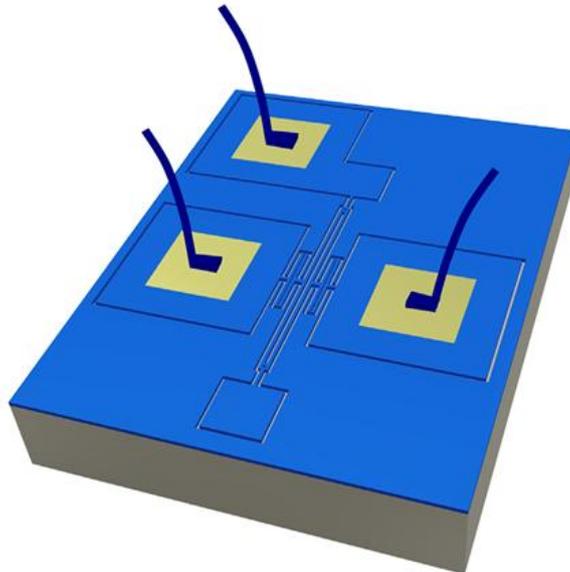


Figura 25 Rappresentazione 3D completa del risonatore

Un'altra semplificazione della geometria modellata rispetto a quella reale risiede nella scelta di non modellare gli elettrodi fissi, ma di simulare solamente il loro potenziale applicandolo alla superficie del parallelepipedo che modella il dielettrico. Il dielettrico nel caso di questo sensore era il vuoto, in quanto l'articolo proponeva un innovativo metodo di confezionamento sottovuoto. Anche in questo caso come nel precedente è stato necessario creare la mesh anche sul dominio del vuoto in modo che il software potesse calcolare il campo elettrico e l'interazione elettrostatica tra i due elettrodi del condensatore piano. Si riportano di seguito le dimensioni caratteristiche del sensore:

Dimensioni DETF	
L_t	300 μm
W_t	4 μm
W_a	5 μm
L_a	20 μm
D_h	3.5 μm
L_h	10 μm
L_e	100 μm
W_g gap tra gli elettrodi	1,5 μm

Tabella 9 Tabella dimensioni DETF

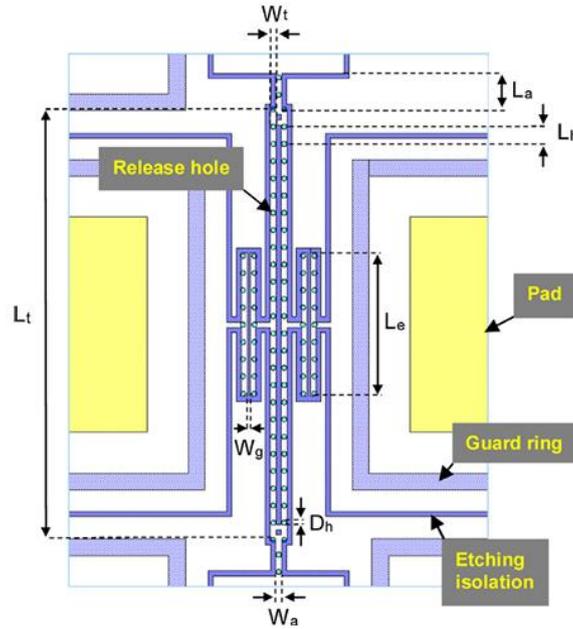


Figura 26 Layout Design

Dalla figura che mostra il layout del sensore si possono notare elementi quali Etching isolation e guard ring che servono per mantenere il vuoto nel pacchetto del sensore. È possibile notare inoltre la presenza dei release hole che hanno la funzione di rilasciare il materiale vaporizzato durante il processo di fabbricazione. Questi elementi vengono trascurati nel modello Comsol e rappresentano un'ulteriore semplificazione del modello, nonostante ciò la distanza nei risultati risulta essere di pochi punti percentuali.

Per quanto riguarda il materiale è stato impiegato del silicio isotropo con le seguenti caratteristiche:

Caratteristica	Simbolo	Valore	Unità di misura
Modulo di Young	E	170000	MPa
Modulo di Poisson	ν	0.28	-
Densità	P	2329	kg/m ³
Coefficiente di espansione termica	α	$2,6 * 10^{-6}$	1/K
Calore specifico a pressione costante	C_p	700	J/(kg*K)
Permittività relativa	ϵ_r	11,7	-
Conducibilità termica	κ	130	W/(m*K)

Tabella 10 Dati materiale DETF resonator

3.2 Mesh e Convergenza

Questa sezione dell'elaborato si dedicherà alle considerazioni sulla mesh, un elemento fondamentale di qualsiasi simulazione ad elementi finiti. La generazione della mesh, infatti, influenza sia l'accuratezza dei risultati che il tempo computazionale richiesto.

Solitamente, nel metodo agli elementi finiti, l'accuratezza è influenzata dalla discretizzazione del dominio continuo su cui è necessario integrare il funzionale. La scelta degli elementi ma anche il numero influisce sulla qualità della soluzione. Infatti, la scelta di un elemento che ha a disposizione un numero di nodi maggiore permette di avere funzioni di forma di grado maggiore che possono descrivere meglio il comportamento della struttura. Allo stesso modo un aumento del numero di elementi genera un numero di nodi maggiore aumentando l'accuratezza della soluzione. Generalmente si richiede una mesh più densa di elementi nelle aree in cui ci sono gradienti elevati delle grandezze in gioco o nelle regioni critiche in cui calcolare la soluzione.

Risulta dunque evidente che, all'aumentare del numero di nodi ed elementi, la descrizione della realtà diventa più accurata. Idealmente, si vorrebbe raggiungere un numero di gradi di libertà pari a quello del sistema reale. Tuttavia, questo approccio presenta due limiti principali. Il primo riguarda la potenza di calcolo disponibile, che è limitata; gestire un numero eccessivo di nodi, soprattutto in strutture molto complesse, può diventare impraticabile dal punto di vista computazionale.

Il secondo limite è legato all'errore intrinseco nei dati di input; non ha senso cercare di ottenere una soluzione più precisa dei dati iniziali forniti, poiché l'accuratezza della simulazione è sempre vincolata alla qualità delle informazioni di partenza.

Comsol possiede un'ampia varietà di opzioni per quanto riguarda la costruzione della mesh, da quelle automatiche (mesh tetraedrica, esaedrica a quelle con controllo manuale.

Come primo approccio si è scelto per entrambi i modelli di costruire manualmente una mesh di parallelepipedo più regolari possibili in modo da non avere elementi distorti e sono state eseguite le simulazioni. In seguito a considerazioni sulla soluzione e sul tempo di calcolo si è scelto di impiegare la mesh tetraedrica costruita ed ottimizzata dal software.

Gli elementi che il software impiega nella sua modalità di generazione "Free Tetrahedral" sono tetraedri solidi di secondo ordine isoparametrici con 10 nodi.

Ogni elemento presenta 4 nodi ai vertici e 6 nodi al centro di ciascun lato, con funzioni di forma quadratiche. Il vantaggio di questo tipo di elemento risiede nella sua capacità di adattarsi a geometrie complesse come possono essere i Membrani con piccoli gap tra gli elettrodi mantenendo un'ottima accuratezza.

Lo svantaggio principale è nella minore efficienza computazionale rispetto ad altri elementi, come gli esaedrici, nella descrizione di superfici più regolari. Infatti, a pari precisione, sono necessari più elementi per raggiungere la stessa copertura volumetrica degli altri elementi.

Si riporta di seguito l'immagine di un elemento tetraedrico a 10 nodi:

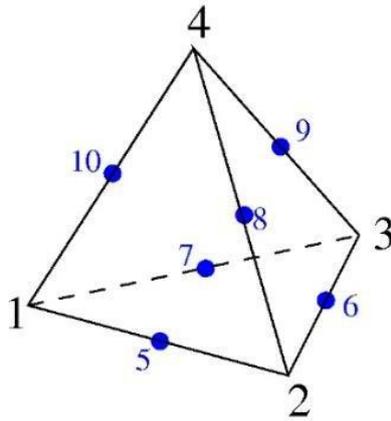


Figura 27 Elemento tetraedrico a 10 nodi

Infine, si evidenzia come un elemento con funzioni di forma quadratiche abbia un'interpolazione estremamente migliore di una lineare. Questa differenza si può notare per esempio nell'interpolazione di una curva qualsiasi (figura seguente) in cui la formulazione quadratica approssima molto meglio l'andamento rispetto a quella lineare.

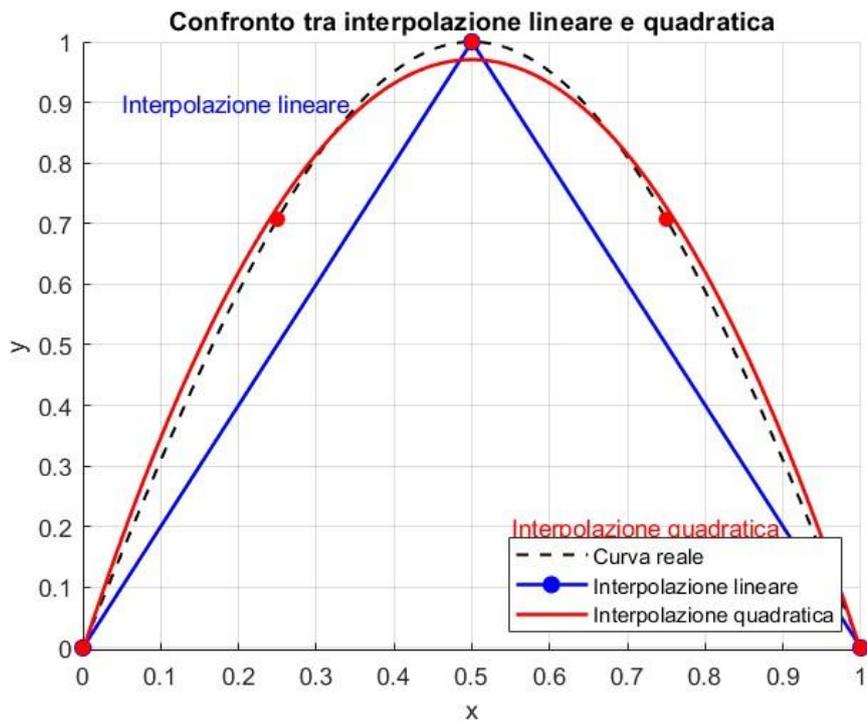


Figura 28 Confronto tra interpolazione lineare e quadratica

3.2.1 Trave a mensola (Cantilever beam)

Come già illustrato nel paragrafo precedente la costruzione della mesh per la trave a mensola è partita con una mesh costruita manualmente fatta come si può osservare nell'immagine seguente:

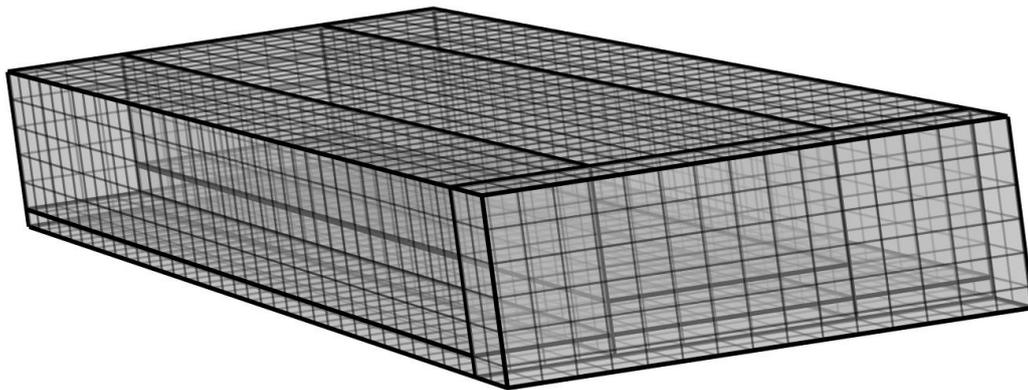
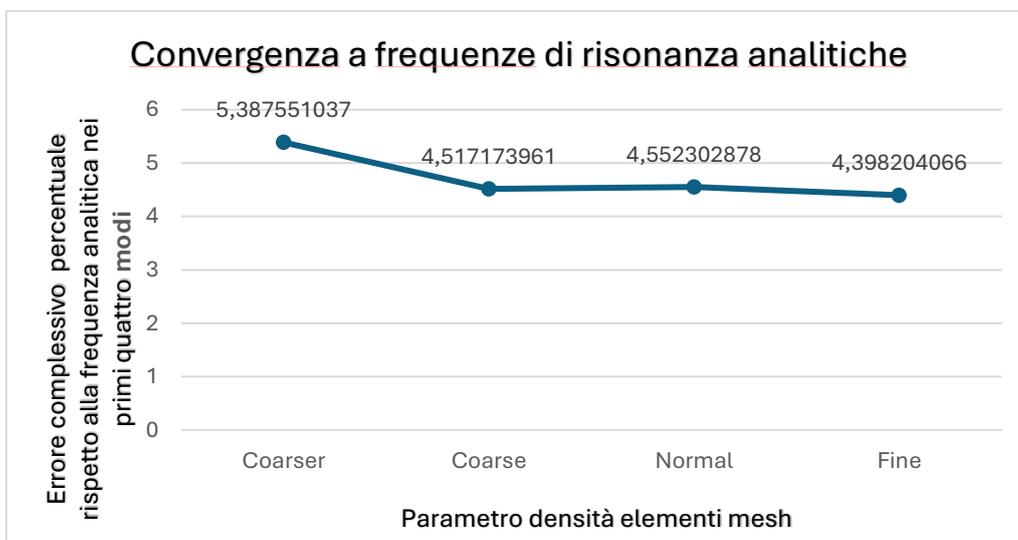


Figura 29 Mesh manuale per la trave a mensola

Questa discretizzazione è stata impiegata per eseguire le simulazioni preliminari di equilibrio statico della trave. I risultati ottenuti erano già ottimali dal punto di vista dell'errore rispetto ai dati sperimentali e il tempo di calcolo per un modello così semplice risultavano ragionevoli. Nel caso della trave a sbalzo non è stato necessario ricorrere alla mesh automatica generata dal software. Inoltre, è stato poi eseguito uno studio sulla convergenza della soluzione dinamica sulla base di 4 parametri di densità di mesh. Si riporta di seguito la curva che descrive la convergenza:



Come si può osservare dal grafico, l'errore sulle frequenze analitiche dei primi quattro modi di vibrare scende all'aumentare della densità della mesh in accordo con le considerazioni fatte in precedenza. Si riportano di seguito le frequenze di risonanza analitiche e le formule per il calcolo dell'errore percentuale complessivo:

	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
Frequenze analitiche	12983 Hz	89409 Hz	250864 Hz	491707 Hz

Figura 30 Frequenze di risonanza analitiche trave a sbalzo

$$er = \text{Errore relativo} = \frac{\text{frequenza numerica} - \text{frequenza analitica}}{\text{frequenza analitica}} \cdot 100 \quad [3.1]$$

Questo errore è stato calcolato per ogni modo e poi si è provveduto al calcolo dell'errore complessivo come segue:

$$\text{Errore totale} = \sqrt{er_1 + er_2 + er_3 + er_4} \quad [3.2]$$

La convergenza è risultata soddisfacente anche se in realtà già con la mesh meno raffinata si raggiungeva un errore decisamente accettabile.

3.2.1.1 Problemi riscontrati

Durante le simulazioni per la trave a sbalzo più sottile delle due presentate si sono osservati fenomeni di distorsione della mesh che non permettevano la risoluzione del problema. La distorsione nasce all'applicazione degli stress residui che provocano un'importantissima deformazione della travetta che nel caso di mesh conforme va a distorcere eccessivamente la mesh dell'aria circostante la trave. Per risolvere non è stato sufficiente il remeshing automatico di Comsol poiché la condizione di deformazione era quella iniziale e il software non era in grado di assecondare con una sola iterazione una deformazione così importante della mesh. È stato necessario dunque implementare una mesh non conforme tra il dominio solido e quello fluido con l'introduzione di "Weak constraint" come condizione d'interfaccia, in modo che l'aria e la trave fossero in parte disaccoppiate dal punto di vista della mesh.

3.2.2 Risonatore a doppio diapason

Per quanto riguarda il risonatore a doppio diapason per misure di deformazione l'approccio è stato il medesimo del precedente, quindi costruzione di una mesh manuale ed esecuzione di simulazioni preliminari.

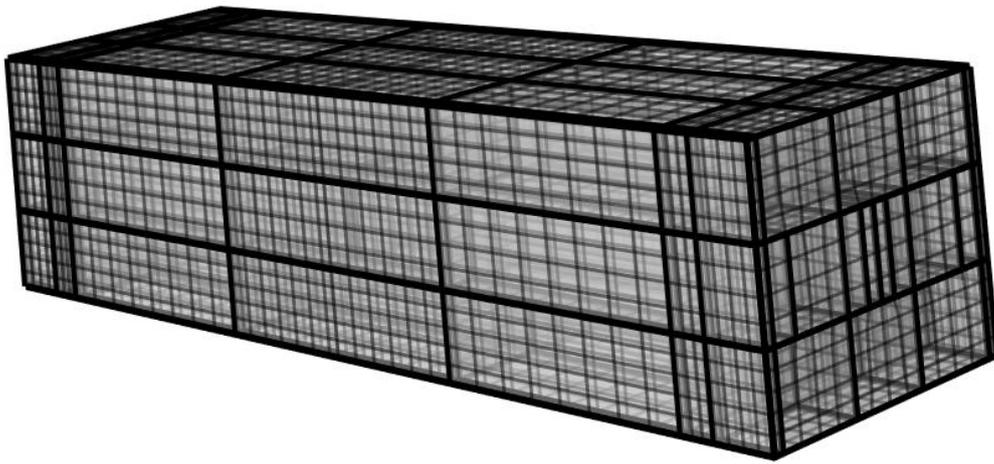


Figura 31 Mesh manuale per risonatore DETF

Come si può notare dall'immagine precedente, per costruire una mesh manuale di parallelepipedi regolari è stato obbligatorio suddividere il vuoto e il solido in molteplici domini diversi. Questa operazione è stata necessaria perché la geometria su cui costruire la mesh presentava diverse discontinuità dovute alla struttura non regolare del doppio diapason e ai gaps tra gli elettrodi molto piccoli.

Questa discretizzazione è stata impiegata per eseguire le simulazioni preliminari sul modello. I risultati ottenuti erano già ottimali dal punto di vista dell'errore rispetto ai dati sperimentali ma richiedevano uno sforzo di calcolo ingente a causa della densità di elementi. Siccome, la costruzione manuale della mesh, modificando la maglia che si osserva nella figura precedente, genera elementi di qualità inferiore a quelli prodotti automaticamente dal software si è scelto di impiegare una costruzione automatica della mesh. I risultati ottenuti con la mesh automatica erano del tutto paragonabili a quelli della mesh manuale ma con tempi computazionali decisamente inferiori, in quanto il software era in grado di gestire meglio il piccolo gap tra gli elettrodi.

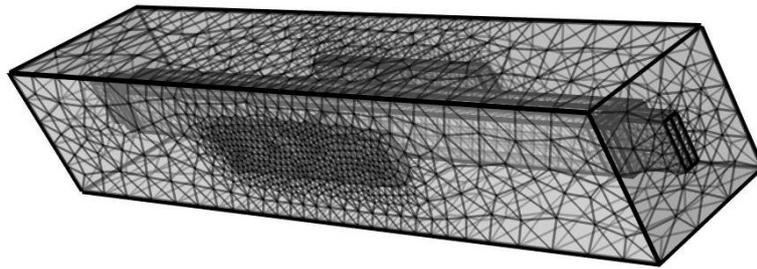
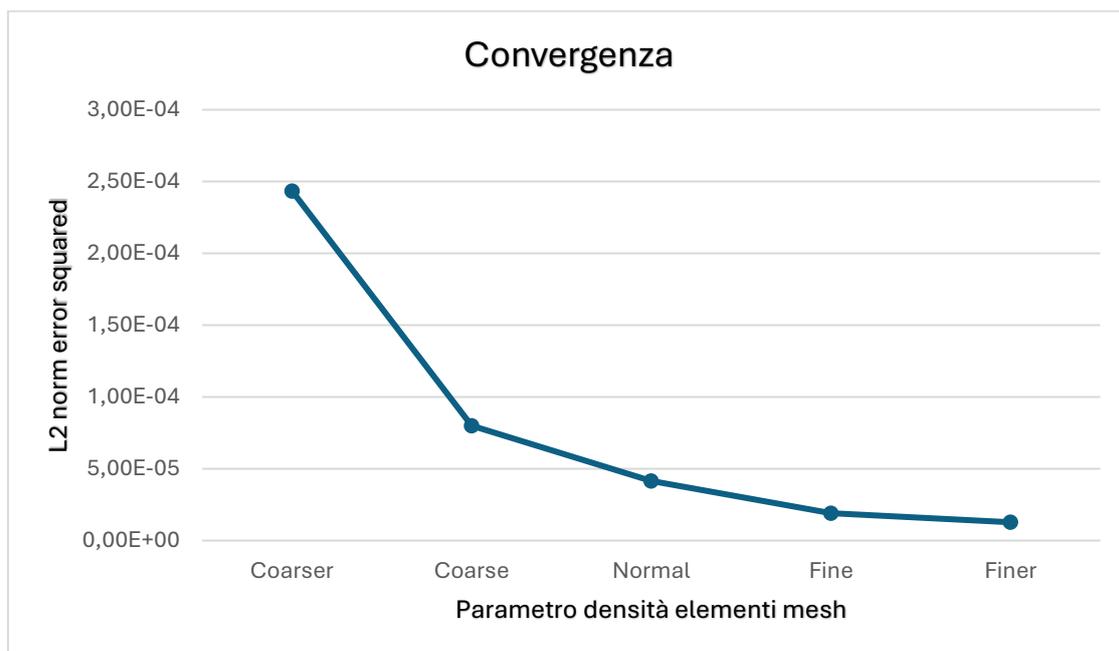


Figura 32 Mesh tetraedrica impiegata

Anche in questo caso è stato eseguito uno studio di convergenza della soluzione dinamica che riportiamo di seguito:



Come si può osservare viene impiegata la norma L^2 dell'errore al quadrato (ovvero la norma euclidea) come variabile per valutare l'errore in funzione di cinque parametri a densità di mesh crescente. L'errore è definito come segue:

$$\|e\|_{L^2}^2 = \int_{\Omega} (u_{num} - u_{esatta})^2 d\Omega \quad [3.3]$$

Si osserva come la convergenza ottenuta risulti soddisfacente con un decrescere monotono dell'errore all'aumentare della densità della mesh. Si riporta di seguito il confronto tra la frequenza di risonanza ottenuta sperimentalmente e quella numerica:

Tipo	Modo fuori fase	Errore %
Frequenza di risonanza sperimentale	308,7 kHz	2,1%
Frequenza di risonanza numerica da Comsol	315,23 kHz	

Tabella 11 Frequenze di risonanza risonatore e errore percentuale della soluzione numerica

3.3 Metodologia di simulazione agli elementi finiti

Il software Comsol Multiphysics permette di eseguire molteplici studi basati sull'associazione diretta tra fisica del problema, geometria, materiali, condizioni al contorno e tipologia di studio. Per i dispositivi Mems, come i risonatori elettrostatici analizzati in questa tesi, è fondamentale adottare un approccio multifisico che comprenda simultaneamente domini meccanici, elettrostatici, termici e i relativi accoppiamenti.

L'analisi è normalmente condotta in più fasi: inizialmente si esegue uno studio stazionario per valutare le deformazioni statiche in presenza di carichi o tensioni residue; successivamente, si procede con un'analisi modale per determinare le frequenze proprie del sistema; infine, in alcuni casi, si implementa una simulazione armonica in dominio di frequenza per valutare la risposta dinamica del sistema in regime sinusoidale. Ovviamente non sono le uniche opzioni possibili in quanto il software offre anche la possibilità di eseguire analisi transitorie, termomeccaniche, studi sull'instabilità dei carichi e studi di tipo perturbativo lineare. Questi ultimi risultano essere molto importanti in quanto in entrambi i modelli sarà necessario valutare la risposta dinamica del sistema partendo da una condizione già deformata. Il metodo "Linear perturbation" si basa sulla separazione in fasi di uno studio:

- la prima fase è l'esecuzione di un'analisi statica in cui valuta l'equilibrio statico includendo le eventuali non linearità geometriche, come quelle causate da grandi spostamenti o stress residui.
- La seconda fase è un'analisi lineare perturbativa in cui si analizza la risposta del sistema attorno alla configurazione calcolata nella prima fase.

Quindi il "Linear perturbation" è un metodo che consiste nel linearizzare le equazioni del problema attorno ad una configurazione deformata ottenuta da un'analisi statica preliminare. Ovviamente risulta necessario che la perturbazione sia piccola rispetto alla configurazione di equilibrio, per evitare di introdurre ulteriori non linearità, e che la condizione di equilibrio trovata nella prima analisi statica rimanga fissa per tutta la seconda fase.

Nel nostro caso, siccome entrambi i sensori sono attuati elettrostaticamente, l'impiego di studi che considerassero configurazioni "prestressed" è stato fondamentale. In generale in Comsol, la procedura per attivare questa funzione è molto semplice in quanto è sufficiente inserire un'analisi statica precedente allo studio dinamico d'interesse a cui, poi, richiedere di inserire le non linearità geometriche.

Si introduce ora un approfondimento sulle tipologie di analisi impiegate

3.3.1 Analisi statica

L'analisi statica serve per valutare la risposta della struttura a carichi statici nel tempo. Alla fine di questa analisi si ottiene il sistema in una nuova configurazione deformata, con probabilmente le caratteristiche strutturali, quali la rigidità, modificate.

L'equazione di equilibrio, risolta dal software, per una struttura lineare è la seguente:

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad [3.4]$$

dove:

- $[K]$ è la matrice di rigidità globale della struttura
- $\{u\}$ è il vettore degli spostamenti nodali
- $\{F\}$ è il vettore dei carichi esterni

La [3.4] è la classica formulazione degli elementi finiti, in cui possiamo espandere il termine della forzante in funzione dei diversi contributi provenienti dagli effetti fisici:

$$\{F\} = \{F_{meccanico}\} + \{F_{elettrostatico}\} + \{F_{termici}\} + \dots \quad [3.5]$$

In presenza di non linearità geometriche, come nel nostro caso, la matrice di rigidità $[K]$ dipende dagli spostamenti $\{u\}$, rendendo il sistema non lineare negli stessi.

A causa delle non linearità non è possibile risolvere il sistema direttamente ma è necessario applicare un metodo iterativo per giungere alla soluzione. Comsol impiega il metodo iterativo di Newton-Raphson per il risolvere il problema nel seguente modo:

$$[\bar{K}_i]\Delta u_i = \{F_{applicato}\} - \{F_{interno}^i\} \quad [3.6]$$

dove:

- Δu_i è l'incremento di spostamento all'iterazione i -esima
- $\{F_{interno}^i\}$ rappresenta le forze interne ricostruite a partire dalle tensioni elementari
- $[\bar{K}_i]$ è la matrice di rigidità tangente, calcolata sulla configurazione deformata all'iterazione corrente

La matrice di rigidità tangente è definita come segue:

$$[\bar{K}] = [K] + [S] + [K]_{LD} + [K]_C + [K]_{SP} \quad [3.6]$$

dove:

- $[K]$ è la matrice di rigidità elementare
- $[S]$ è la matrice di stress- stiffening
- $[K]_{LD}$ è il contributo dei carichi di pressione
- $[K]_C$ è la rigidità da contatto
- $[K]_{SP}$ è il softening da rotazione

L'idea, alla base del metodo, è quella di risolvere un sistema lineare costruito sulla base di una rigidezza calcolata come tangente, quindi lineare, della curva forza-spostamento. Si continua ad iterare fino a che il residuo tra forze esterne ed interne è rientrato nella tolleranza.

Si riporta di seguito l'idea del metodo:

- Si parte da un'approssimazione iniziale dello spostamento u_0
- Si calcola quanto siamo lontani dall'equilibrio, ovvero il residuo:

$$R(u_0) = F_{esterno} - F_{interno}(u_0)$$

- Si calcola la matrice di rigidezza tangente come derivata della forza rispetto allo spostamento

$$\bar{K}(u_0) = \frac{\partial F_{interno}}{\partial u}$$

- Si risolve il sistema lineare:

$$\bar{K} \cdot \Delta u = R$$

da cui otteniamo la correzione Δu

- Si aggiorna la soluzione :

$$u_1 = u_0 + \Delta u$$

- Si ripete fino a che il residuo R è piccolo, ovvero l'equilibrio è soddisfatto

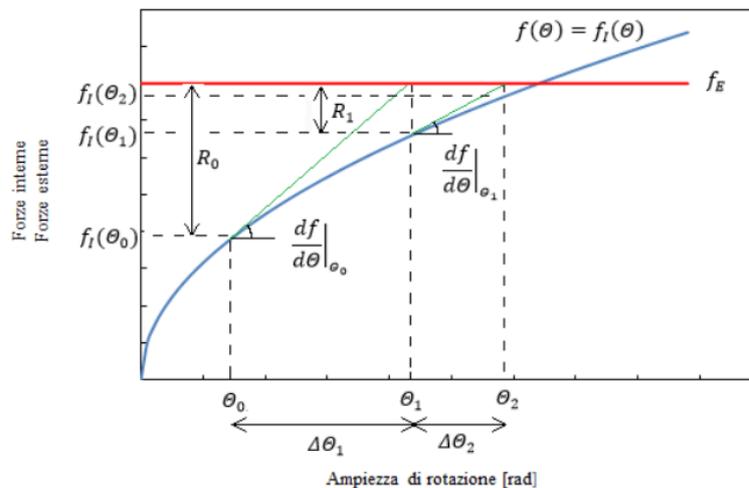


Figura 33 Rappresentazione grafica della procedura iterativa di Newton-Raphson (Doti Milena, 2016)

3.3.2 Analisi modale

L'analisi modale ha come obiettivo quello di determinare le frequenze naturali del sistema e le relative forme modali. Nel caso del software Comsol se si esegue uno studio modale, chiamato "Eigenfrequency study", quello che si ottiene è un'analisi lineare del sistema. Ogni sorgente di non linearità anche se definita non viene presa in considerazione dal software. Ne consegue che le ipotesi alla base di questo studio siano:

- La struttura possiede rigidità e massa costanti
- Vibrazioni libere, quindi la struttura non è soggetta a forze, spostamenti, pressioni o temperature variabili nel tempo

Nel caso si vogliono tenere in considerazione le sorgenti di non linearità in questo studio è necessario eseguire un'analisi statica precedente ed usare la matrice di rigidità modificata. Assumendo, ora, un sistema non smorzato l'equazione del moto scritta in forma matriciale è la seguente:

$$[M]\ddot{u}(t) + [K]u(t) = 0 \quad [3.7]$$

dove:

- $[M]$ è la matrice di massa
- $[K]$ è la matrice di rigidità
- $u(t)$ è il vettore degli spostamenti nodali
- $\ddot{u}(t)$ è il vettore delle accelerazioni nodali

Nel caso di un sistema lineare in regime di vibrazioni libere, la soluzione assume la seguente forma:

$$\{u\} = \{\phi_i\} \cos(\omega_{n(i)}t) \quad [3.8]$$

dove:

- $\{\phi_i\}$ è l'autovettore che rappresenta la forma modale dell' i -esimo modo
- $\omega_{n(i)}$ è la frequenza naturale del sistema legata all' i -esimo modo di vibrare

Sostituendo l'equazione precedente nell'equazione del moto si ottiene il seguente problema agli autovalori:

$$(-\omega_{n(i)}^2[M] + [K])\{\phi_i\} = \{0\} \quad [3.9]$$

Questa equazione è soddisfatta dalla soluzione banale $\{\phi_i\} = 0$ o dal risultato dello studio del determinante uguale a zero, come segue:

$$\det(-\omega_{n(i)}^2[M] + [K]) = 0 \quad [3.10]$$

Questa equazione fornisce N valori di $\omega_{n(i)}$, dove N è il numero di gradi di libertà del sistema. Per ottenere gli autovettori è sufficiente sostituire i valori di $\omega_{n(i)}$ nell'autoproblema.

Nel caso di non linearità introduciamo la matrice di rigidezza tangente, già incontrata nel paragrafo precedente, nell'autoproblema come segue:

$$(-\omega_{n(i)}^2 [M] + [\bar{K}])\{\phi_i\} = \{0\} \quad [3.11]$$

Si procede quindi a risolvere il problema precedente secondo il metodo "Linear perturbation". Generalmente, Comsol non impiega la Subspace iteration come metodo di risoluzione perché deve gestire più fisiche accoppiate. Per default l'algoritmo di risoluzione è l'ARPACK, basato sul metodo Arnoldi.

3.3.3 Analisi Armonica

L'analisi armonica è impiegata per studiare la risposta in frequenza del risonatore quando è sottoposto a un carico sinusoidale nel dominio del tempo. Questo tipo di analisi permette di caratterizzare l'ampiezza della vibrazione del sistema in funzione della frequenza di eccitazione e di identificare il picco risonante, corrispondente alla frequenza naturale del dispositivo.

In Comsol, l'analisi è condotta attraverso uno studio di tipo Frequency domain, la quale, se non accoppiata con uno studio statico, non tiene conto delle non linearità del sistema, anche se definite.

Per questa analisi valgono le seguenti ipotesi:

- Le proprietà dinamiche del sistema, quindi rigidezza, massa e smorzamento, siano costanti o varino in funzione della frequenza
- Tutti i carichi e gli spostamenti varino armonicamente alla stessa frequenza, ma non necessariamente in fase
- I carichi distribuiti sugli elementi FEM sono considerati tutti con la stessa fase

Si considera ora l'equazione generale del moto per una struttura lineare espressa in forma matriciale:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = F^a \quad [3.12]$$

dove:

- $[M]$ è la matrice di massa
- $[K]$ è la matrice di rigidezza
- $\{u\}$ è il vettore degli spostamenti nodali
- $\{\ddot{u}\}$ è il vettore delle accelerazioni nodali
- $\{\dot{u}\}$ è il vettore delle velocità nodali
- $[C]$ è la matrice di smorzamento
- F^a vettore dei carichi applicati

Il vettore dei carichi applicati ha forma armonica come segue:

$$\{F^a\} = \{F_{max} e^{j\psi}\} e^{j\omega t} \quad [3.11]$$

che può essere riscritta tramite relazione di Eulero come segue:

$$\{F^a\} = F_{max} \{\cos \psi + j \sin \psi\} e^{j\omega t} \quad [3.12]$$

oppure riscritta con parte immaginaria e parte reale:

$$\{F^a\} = F_{max} \{\{F_1\} + j\{F_2\}\} e^{j\omega t} \quad [3.13]$$

dove:

- F_{max} è la massima ampiezza della forza
- Ψ è la fase
- ω è la frequenza della forzante
- $\{F_1\} = \{F_{max} \cos \psi\}$ è la componente reale del vettore forza
- $\{F_2\} = \{F_{max} \sin \psi\}$ è la componente immaginaria del vettore forza

Come nel paragrafo precedente, sfruttiamo la forma esponenziale degli spostamenti come segue:

$$\{u\} = \{u_{max} e^{j\phi}\} e^{j\omega t} \quad [3.14]$$

$$\{u\} = u_{max} \{\cos \phi + j \sin \phi\} e^{j\omega t}$$

che può essere riscritta come:

$$\{u\} = (\{u_1\} + j\{u_2\}) e^{j\omega t} \quad [3.15]$$

dove:

- u_{max} è la massima ampiezza dello spostamento
- ϕ è la fase dello spostamento
- ω è la frequenza della forzante
- $\{u_1\} = \{u_{max} \cos \psi\}$ è la componente reale del vettore spostamento
- $\{u_2\} = \{u_{max} \sin \psi\}$ è la componente immaginaria del vettore spostamento

È possibile procedere ora a sostituire le nuove espressioni di $\{u\}$ e $\{F\}$, appena ricavate, nell'equazione del moto come segue:

$$(-\omega^2 [M] + j\omega [C] + [K]) (\{u_1\} + \{u_2\}) e^{j\omega t} = (\{F_1\} + \{F_2\}) e^{j\omega t} \quad [3.16]$$

Riconoscendo la stessa dipendenza dal tempo di entrambi i membri dell'equazione precedente è possibile riscriverla come segue:

$$(-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])(\{u_1\} + \{u_2\}) = (\{F_1\} + \{F_2\}) \quad [3.17]$$

La risoluzione dell'equazione armonica, in COMSOL Multiphysics, avviene mediante un approccio diretto completo. Per calcolare la risposta in frequenza, il software risolve l'equazione per ciascun punto di frequenza specificato, impiegando le matrici complete di rigidità [K], massa [M] e smorzamento [C].

Nei casi affrontati in questa tesi, si è impiegato uno studio "Frequency domain", utilizzando l'interfaccia Solid Mechanics accoppiata al modulo Electrostatics. Questo ha permesso di ottenere l'eccitazione armonica applicando una differenza di potenziale AC tra gli elettrodi fissi e mobili.

3.4 Design risonatori oggetto di studio

In questo capitolo si procederà alla descrizione dettagliata del design dei sensori proposti in questa tesi, presentando la costruzione dettagliata dei modelli Comsol e la loro validazione. Si seguirà l'esatta procedura di costruzione del modello articolata nelle seguenti fasi:

- Definizione geometria
- Definizione materiali
- Scelta delle fisiche da inserire
- Definizione del comportamento dei materiali nelle fisiche che lo prevedono, specificando condizioni iniziali e al contorno
- Definizione accoppiamenti multifisici
- Definizione delle analisi da eseguire
- Simulazione

3.4.1 Costruzione modello risonatore trave a sbalzo

Si riprende la trattazione interrotta nel capitolo 3.1, in cui si sono presentati i sensori, andando a introdurre il processo di modellazione del risonatore con struttura a trave a sbalzo.

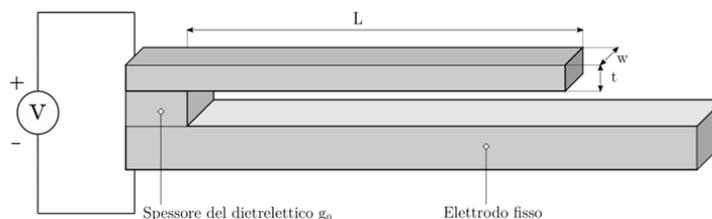


Figura 34 Schema del sensore

La prima fase di modellazione del sensore è stata la creazione della geometria nel software seguendo le dimensioni riportate nel capitolo 3.1 e lo schema proposto nella figura precedente.

Attraverso l'impiego del tab geometria nel Model Builder di Comsol si è provveduto alla creazione dei blocchi che componessero il sensore.

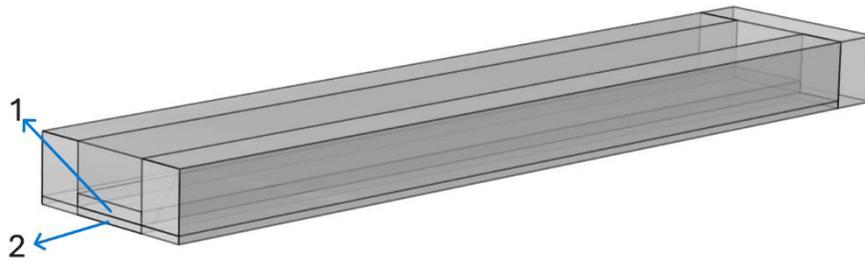


Figura 35 Blocchi che compongono il sensore

Il blocco 1 rappresenta la travetta, mentre il blocco 2 corrisponde al dominio d'aria che funge da dielettrico tra l'elettrodo mobile (la trave) e quello fisso, non modellato. Il potenziale nullo è applicato all'elettrodo fisso e di conseguenza, nel modello è assegnato alla superficie inferiore del blocco 2.

La seconda fase è consistita nella definizione dei materiali con l'assegnazione delle proprietà dell'aria ai blocchetti che la rappresentano e l'assegnazione dell'oro alla trave.

La terza fase è quella in cui è necessario configurare le fisiche per modellare il problema. Nel caso della trave a sbalzo, i domini che sono stati inseriti sono: Solid Mechanics, Electrostatics e nell'accoppiamento multifisico Electromechanical Forces. Inoltre, bisogna definire un modulo che gestisca il dominio dell'aria in quanto deformabile, Moving mesh.

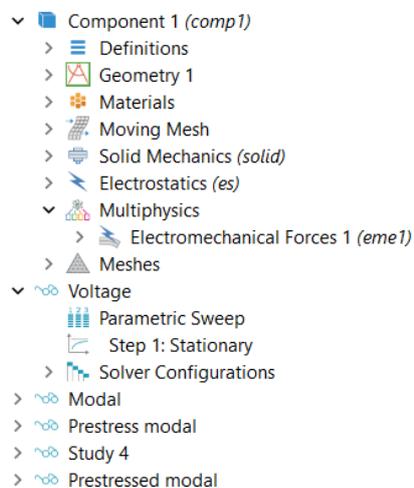


Figura 36 Model Builder per trave a sbalzo

3.4.1.1 Solid Mechanics module

Il modulo Solid Mechanics in Comsol Multiphysics è lo strumento principale per la simulazione del comportamento meccanico dei corpi solidi. Questa fisica mette a disposizione diversi modelli di comportamento per i materiali, ma quello che verrà impiegato in questo elaborato è il modello di materiale lineare elastico.



Figura 37 Modello materiale lineare elastico

Tale modello prevede che la legge costitutiva sia lineare, che il materiale sia soggetto a piccole deformazioni e che esso sia isotropo.

Una volta definito il comportamento del materiale è stato possibile anche stabilirne le condizioni iniziali in termini di stress o deformazioni residue attraverso il nodo “initial stress and strain” posto sotto “Linear elastic material” , come si può osservare nella figura seguente.

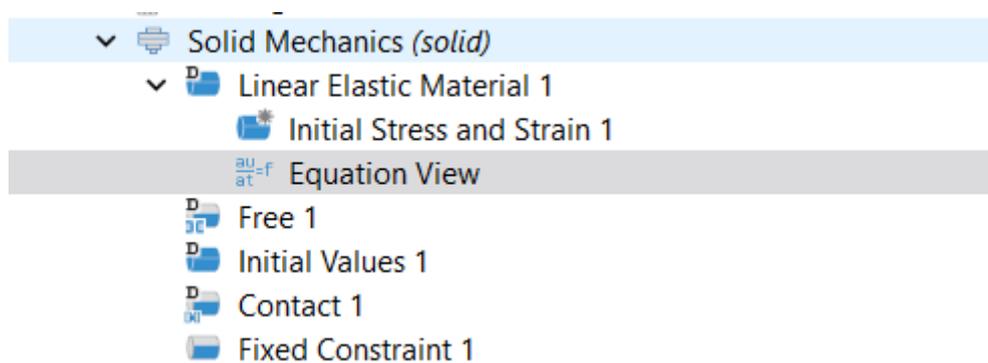


Figura 38 Nodo Solid Mechanics nel model builder di Comsol

Per il caso della trave a sbalzo come condizione iniziale del materiale si è definito lo stress residuo dovuto alla fabbricazione del microdispositivo. La formulazione di questo e l'effettiva applicazione verranno approfonditi nel paragrafo sullo stress residuo successivo.

Per completare la modellazione dell'aspetto meccanico del solido e per inserire nella formulazione agli elementi finiti i nodi di cui si conoscono gli spostamenti che permettono la risoluzione del sistema è necessario definire le condizioni al contorno. La trave a sbalzo ha come solo vincolo meccanico un incastro in una delle sue estremità. Come si può osservare dalla figura precedente, quest'ultimo è stato introdotto tramite il nodo “Fixed Constraint” che viene applicato ad una delle superfici di estremità della trave.

3.4.1.2 Electrostatics module

Il modulo Electrostatics di Comsol Multiphysics consente di simulare campi elettrici statici generati da potenziali elettrici applicati a conduttori o isolanti, in presenza di materiali dielettrici. Questo modulo risolve l'equazione di Poisson, che descrive l'equilibrio del campo elettrico statico in presenza di distribuzione di carica permettendo così il calcolo di grandezze fondamentali tra cui l'espressione della forza elettrostatica. L'equazione di Poisson ha la seguente forma:

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) = -\rho_v \quad [3.18]$$

dove:

- V è il potenziale elettrico [V]
- ϵ è la permittività del materiale [F/m]
- ρ_v è la densità di carica volumica libera [C/m³]

nel caso del nostro sensore la densità di carica volumica libera è uguale a zero per cui l'equazione precedente si riduce all'equazione di Laplace:

$$\nabla \cdot (\epsilon \nabla V) = 0 \quad [3.19]$$

Come per la componente meccanica del sistema, anche per l'elettrostatica è necessario assegnare le condizioni elettriche ai domini del modello. Per quanto riguarda il dominio dell'aria in cui verrà calcolato il campo elettrico è stata definita una condizione di conservazione di carica. Ovviamente non tutte le superfici la potranno mantenere in quanto in quella che simula l'elettrodo fisso sarà imposto un potenziale uguale a zero tramite il comando "Ground".

Infine sul corpo della trave a sbalzo è stato imposto, su tutto il volume, un potenziale elettrico tramite il comando "Terminal". Questo è la modellazione di una connessione ad un circuito esterno che, in questo caso, fornisce un voltaggio.

È inoltre possibile applicare una tensione oscillante armonica (Vac), responsabile dell'attuazione del risonatore, utilizzando il nodo "Harmonic Perturbation", come mostrato nella figura seguente.

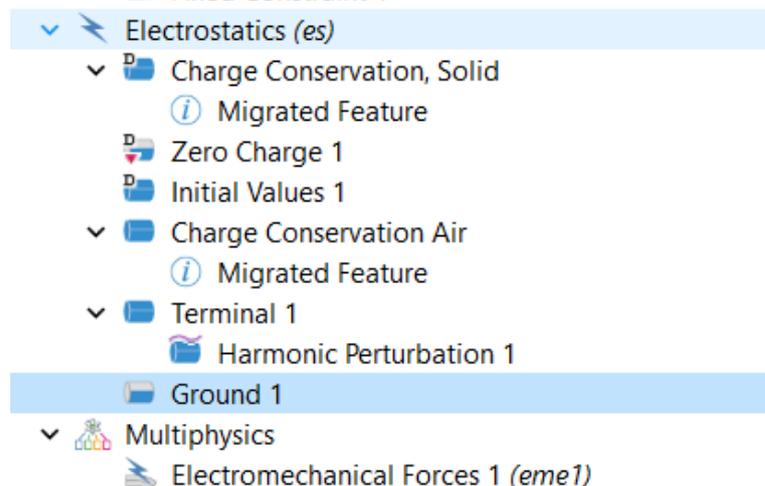


Figura 39 Nodo Electrostatics nel model builder Comsol

Dalla figura, si evidenzia come in questo caso le fisiche Solid Mechanics e Electrostatics siano stati accoppiati per il mezzo del nodo “Electromechanical Forces” che permette una risoluzione simultanea delle due fisiche garantendo una consistenza fisica completa. Questo migliora di molto la descrizione del problema perché per ogni variazione dello stesso (deformazione per esempio) vengono ricalcolati tutti i parametri dell’accoppiamento. Ovviamente rispetto ad una risoluzione sequenziale il costo computazionale è nettamente più elevato.

3.4.1.3 Moving mesh

Infine analizziamo il nodo “deforming domain” necessario nei modelli in cui ci sia un dominio che varia in funzione degli altri e la mesh debba adattarsi. Nel caso della travetta per ogni sua deformazione l’aria circostante deve muoversi di conseguenza modificando la propria mesh.



Figura 40 Moving mesh nel model builder Comsol

3.4.1.4 Impostazione delle analisi

Una volta definiti tutti gli aspetti del modello è stato necessario impostare le analisi per lo studio del sistema. Come già espresso in precedenza il punto di partenza è stato la definizione di un’analisi statica per valutare l’equilibrio statico tra rigidità della struttura e forza elettrostatica.

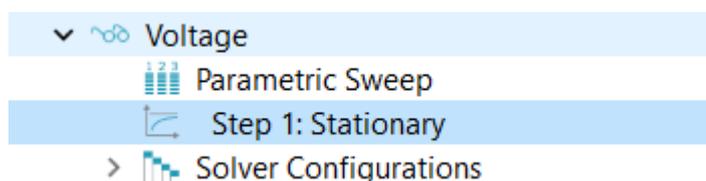


Figura 41 Studio Stazionario

Come si può osservare dalla figura precedente nello studio stazionario è stato inserito un “Parametric Sweep” che permette di variare un parametro della simulazione. La scelta di quello da modificare è ovviamente ricaduta sul voltaggio per studiare il cambiamento delle posizioni di equilibrio della struttura con il suo aumento. Un ulteriore approfondimento verrà presentato nel paragrafo sul pull-in.

Si è passati poi allo studio dinamico della struttura che è stato articolato in due fasi: una prima fase in cui si è eseguito uno studio modale senza tenere in considerazione

le sorgenti di non linearità e una seconda fase in cui si sono eseguite un'analisi modale e armonica precedute da un'analisi statica per considerare i prestress.

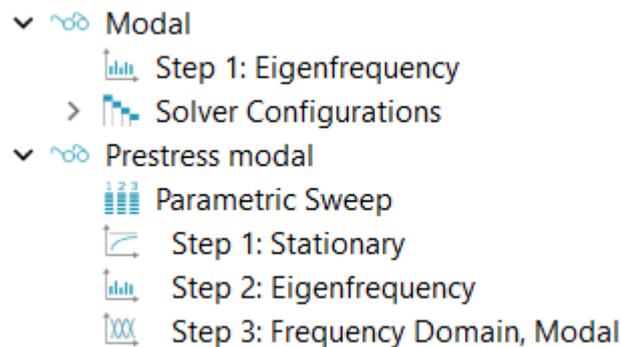


Figura 42 Studi dinamici sulla trave a sbalzo

3.4.2 Stress residui

Questo paragrafo sarà dedicato all'approfondimento del fenomeno dello stress residuo di lavorazione in quanto esso rappresenta una condizione iniziale importante del sistema.

Questo fenomeno si genera a seguito dei processi di fabbricazione dei microdispositivi e nel caso delle travi a sbalzo può causare una curvatura iniziale che deforma la geometria originale. Come vedremo nei paragrafi successivi, questa curvatura, influenza parametri importanti quali la tensione di pull-in e la risposta dinamica del sistema.

Come osservabile dalla figura seguente, la presenza della curvatura iniziale della microtrave a mensola è giustificabile a seguito delle seguenti considerazioni (Pistorio, 2020):

- All'inizio del processo di microfabbricazione, la microtrave è ancora attaccata al resist. In questa fase, prima del rilascio, sulla trave agisce una tensione media di compressione, indicata con σ_0 . Questa è dovuta alle differenze nei coefficienti di espansione termica tra i vari materiali coinvolti. Inoltre, durante il processo di deposizione si genera anche un gradiente di stress: la parte inferiore della trave si trova in uno stato di compressione maggiore rispetto a quella superiore.
- Quando si rilascia la trave dal sacrificial layer, gli stress residui sono ancora presenti ma la sua estremità è libera
- Dopo il rilascio la trave è libera di deformarsi assialmente per ridurre lo stress di compressione. Di conseguenza per arrivare ad uno stato di equilibrio ad energia minore essa si rilassa allungandosi leggermente.
- Rimane ancora da compensare il momento flettente che si era generato prima del rilascio della trave per equilibrare la struttura. Questo, dopo il rilascio fletterà la trave, generando la deformazione residua.
- Gli stress causati dalla flessione si distribuiscono in modo lineare lungo la sezione trasversale della trave. Se all'inizio è presente un gradiente di stress residuo anch'esso lineare, allora la variazione dovuta alla flessione riesce a compensare esattamente quella provocata dallo stress iniziale. Di conseguenza, una volta che la trave si è piegata,

lo stress risulta annullato in ogni punto. Tuttavia, rimane una curvatura iniziale nella stessa che non può essere ignorata, perché ha comunque un impatto sul comportamento meccanico.

Quindi al termine del processo di fabbricazione si ottiene una struttura priva di stress che tuttavia è stata deformata da un gradiente di stress iniziale, equivalente ad un momento flettente costante applicato all'estremità della trave.

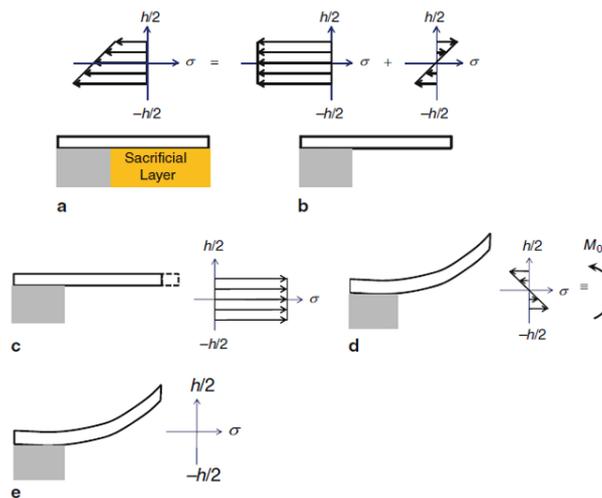


Figura 43 Rappresentazione delle varie fasi di deformazione di una trave a mensola a causa degli stress residui. La figura a mostra la trave appena prima del suo rilascio, la b appena dopo, la c la deformazione assiale della trave, in d la trave con una curvatura iniziale e uno stress interno, infine in e la trave curvata prima di stress (Younis, 2011)

Questa trattazione è incentrata sulla trave a mensola ma le considerazioni fatte sullo stress residuo dovuto a fabbricazione che produce una struttura priva di stress ma deformata sono valide per qualsiasi geometria.

Per quanto riguarda il modello analitico e numerico della trave a mensola, si tiene in considerazione solamente l'effetto del gradiente di stress. Le ipotesi alla base sono le seguenti (Pistorio, 2020):

1. Le dimensioni della trave rispettano la teoria di Eulero-Bernulli, le tensioni di taglio vicino ai supporti sono trascurabili e lo stress residuo, causato dal processo di fabbricazione, è puramente monoassiale lungo la lunghezza della trave.
2. Lo stress monoassiale residuo può essere diviso in due componenti, la prima è costante e la seconda varia linearmente lungo lo spessore t della trave in accordo con la seguente formula:

$$\sigma(z) = \sigma_0 + \sigma_1 \left(\frac{z}{t/2} \right) \quad [3.20]$$

Con $z \in [-t/2, t/2]$ coordinata lungo lo spessore della trave, σ_0 è la componente media di stress e σ_1 è il coefficiente della componente lineare. Il gradiente di stress Ω definito come segue:

$$\Omega = \frac{d\sigma(z)}{dz} = \frac{\sigma_1}{\frac{t}{2}} \quad [3.22]$$

Procediamo ora al calcolo del momento flettente equivalente che si crea dopo il rilascio della trave come segue:

$$M_0 = \int_{t/2}^{-t/2} w\sigma(z)zdz = w \left[\sigma_0 \frac{z^2}{2} + \Omega \frac{z^3}{3} \right]_{t/2}^{-t/2} = \frac{w\Omega t^3}{12} \quad [3.23]$$

dove w è la larghezza della trave.

Secondo le ipotesi di Eulero-Bernoulli, la curvatura iniziale c della trave è esprimibile nel seguente modo:

$$c = \frac{M_0}{EI} = \frac{d^2v}{dx^2} \quad [3.24]$$

dove v è lo spostamento verticale e x la coordinata nella direzione della lunghezza della trave. Assumendo il momento uniforme lungo x e integrando la precedente espressione si ottiene:

$$v = \frac{M_0}{2EI} x^2 + A_1 x + A_0 \quad [3.25]$$

Imponendo le condizioni al contorno, quindi rotazione e spostamento nel vincolo uguali a zero otteniamo:

$$\frac{dv}{dx} = 0 \rightarrow A_1 = 0 \quad [3.26]$$

$$v(0) = 0 \rightarrow A_0 = 0$$

Possiamo adesso calcolare lo spostamento massimo della trave alla sua estremità:

$$v_{max} = \frac{M_0}{2EI} L^2 = \frac{\Omega L^2}{2E} \quad [3.27]$$

e sostituendo l'espressione di M_0 si ottiene la relazione tra il gradiente di stress e la curvatura della trave:

$$\Omega = cE \quad [3.28]$$

Infine è possibile scrivere l'espressione del gap con la curvatura causata dal gradiente di stress:

$$g(x) = v(x) + g_0 = \frac{c}{2}x^2 + g_0 \quad [3.29]$$

dove:

- $c = \frac{2v_{\max}}{L^2}$ è la curvatura iniziale calcolata attraverso i dati sperimentali di lunghezza L e massimo spostamento verticale v_{\max}
- g_0 gap in condizioni ideali

Per includere l'effetto dello stress residuo negli studi dinamici è sufficiente il calcolo di un gap medio (Aurelio Somà A. B., 2009):

$$g_m = \int_0^L g(x)dx = \int_0^L \left(\frac{c^2}{2}x^2 + g_0 \right) dx = \left(g_0 + \frac{v_{\max}}{3} \right) L \quad [3.30]$$

di cui, vedremo l'effetto.

Per quanto riguarda il pull-in, l'influenza dello stress residuo è considerata includendo nei modelli la curvatura iniziale. In (al., 1997) Gupta propone un fattore correttivo f_c che lega la tensione V_{pi} ideale con quella V_{pic} dovuta al profilo curvo della trave:

$$f_c = \frac{V_{PI,c}}{V_{PI}} \approx 1 + \frac{1}{2} \frac{L^2}{g_0 R_c} \quad \text{dove } R_c = \frac{1}{c} \quad [3.31]$$

Nel modello numerico l'influenza dello stress residuo è stata inserita come deformazione iniziale calcolata sulla base del valore v_{\max} disponibile dai dati sperimentali dall'articolo (Aurelio Somà A. B., 2009). Si illustra il procedimento di seguito:

- Calcolo momento flettente come segue:

$$M_f = \frac{2v_{\max}EI}{L^2}$$

dove $I = \frac{wt^3}{12}$ è il momento d'inerzia della trave e L la sua lunghezza

- Calcolo della deformazione dipendente dalla coordinata x lungo la lunghezza della trave come segue:

$$\frac{M_f x}{2EI}$$

- Inserimento del valore nella matrice di deformazione sotto il nodo “Initial Stress and Strain” in Comsol, come segue:

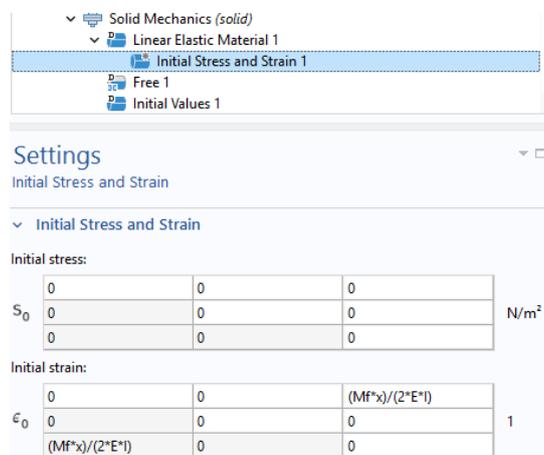


Figura 44 Impostazione Stress residuo in Comsol

I valori di v_{max} impiegati per la trave 1 e 2 sono i seguenti:

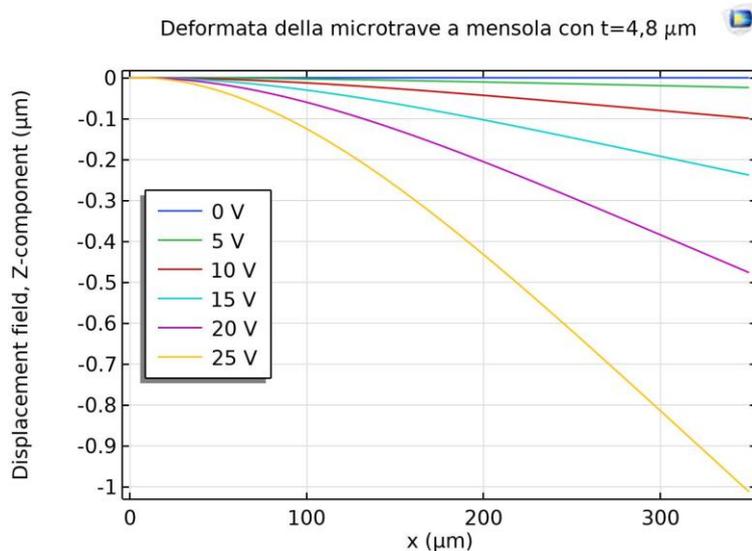
Trave 1	
Spessore t	4,8 μm
v_{max}	0,31 μm

Trave 2	
Spessore t	1,8 μm
v_{max}	17,36 μm

3.4.3 Equilibrio statico e pull-in

In questo paragrafo si analizzano i risultati ottenuti dall'analisi statica dei modelli secondo le procedure descritte nei paragrafi precedenti evidenziando gli effetti dell'introduzione dello stress residuo.

Iniziamo la trattazione riportando il grafico che rappresenta l'equilibrio statico della trave con spessore $t=4,8$ micrometri:



Dalla figura precedente è possibile osservare come la trave si deformi al crescere del voltaggio di bias imposto modificando il punto di equilibrio tra la forza elastica della struttura e la forza elettrostatica in accordo con la teoria.

È stata poi identificata la tensione di pull-in eseguendo un'analisi statica a voltaggio crescente fino a quando il sistema non era più in grado di convergere. Dalla simulazione sul modello trave 1 senza gli effetti dello stress residuo sono stati ottenuti i seguenti risultati:

Voltaggio di pull-in	Valori	Unità di misura
V_{pi} analitico 1D	25,61	V
V_{pi} analitico 2D	24,90	V
V_{pi} Comsol	25,37	V
Errore %2D	1,88	%

Tabella 12 Valori voltaggio di pull-in senza stress residuo

Nella tabella precedente è possibile osservare i valori di pull-in ottenuti: dal modello analitico 1D descritto nel capitolo 2, dal modello della trave bidimensionale trovato in letteratura ma qui non presentato e dal modello Comsol. Il valore numerico ottenuto non si discosta molto dai risultati analitici infatti l'errore percentuale è decisamente basso. A ulteriore conferma della bontà dei risultati si riportano i valori di pull-in ottenuti da modello Ansys, costruito sui risultati sperimentali nell'articolo (Aurelio Somà A. B., 2009), in (Pistorio, 2020).

Elementi modello	Tensione V_{PI} [V]
BEAM4	24.78
SHELL63	25.45
SOLID186	25.27

Figura 46 Valori pull-in Ansys

Sulla base dei risultati ottenuti e delle rilevazioni sperimentali sulle dimensioni medie delle travette fabbricate e analizzate sperimentalmente in (Aurelio Somà A. B., 2009) si è modificato il modello con le seguenti dimensioni:

Dimensioni Trave 1		
L	350	μm
W	35	μm
t	4,21	μm
g0	2,45	μm

Rispetto alla trave teorica precedentemente modellata vi è una differenza nello spessore e nel gap tra gli elettrodi. Nonostante la differenza sia piccola, l'influenza sui risultati numerici è importante.

Le simulazioni su questo modello hanno prodotto i seguenti risultati:

Voltaggio di pull-in	Valori	Unità di misura
V_{pi} Sperimentale	17-18	V
V_{pi} Senza stress residuo Comsol	15,5	V
V_{pi} Con stress residuo Comsol	18,1	V

Tabella 13 Valori voltaggio di pull-in con stress residuo

Come si può osservare dalla tabella precedente l'introduzione dello stress residuo aumenta la tensione di pull-in in accordo con l'analisi teorica dei paragrafi precedenti.

Inoltre, l'introduzione dello stress residuo permette al modello di avvicinarsi ai risultati sperimentali confermando l'effettiva esistenza del fenomeno e la necessità di modellarlo.

È possibile giustificare l'aumento del voltaggio necessario per arrivare al collasso osservando la figura seguente, come si vede la curvatura iniziale dovuta allo stress residuo aumenta il gap tra gli elettrodi diminuendo la forza elettrostatica applicata sulla trave.

Deformata della microtrave a mensola di spessore $t=4,8 \mu\text{m}$ e stress residuo

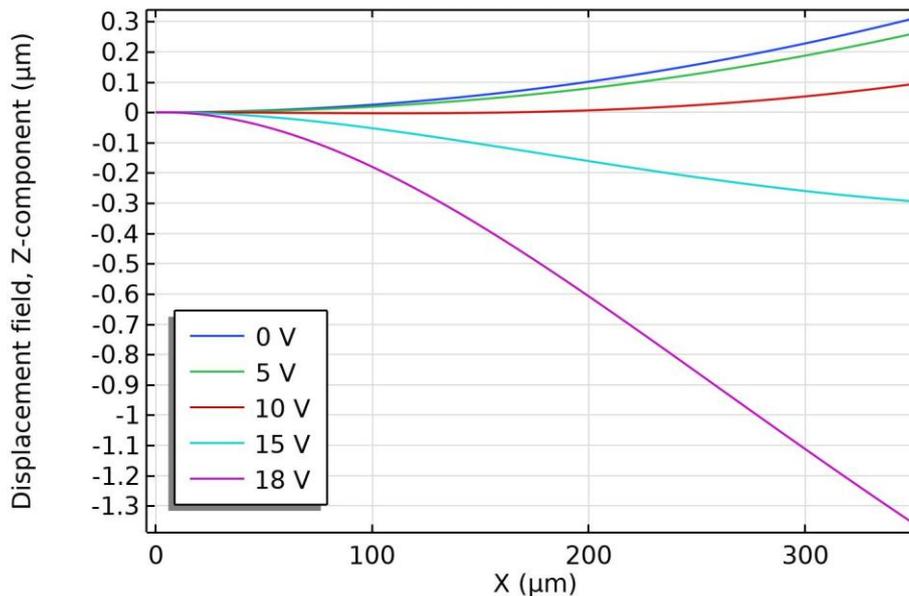


Figura 47 Deformata microtrave a mensola con stress residuo

3.4.3 Analisi dinamica

In questo paragrafo si analizzano i risultati ottenuti dall'analisi dinamica dei modelli secondo le procedure descritte nei paragrafi precedenti evidenziando gli effetti del voltaggio di bias e dell'introduzione dello stress residuo sulle frequenze di risonanza.

Le analisi sono state eseguite sulla trave 2 di cui si riportano le dimensioni di seguito:

Dimensioni Trave 2	
Lunghezza L	350 μm
Larghezza W	35 μm
Spessore t	1,8 μm
Gap tra gli elettrodi g_0	3 μm

I risultati ottenuti sono riportati nella seguente tabella:

Tensione 0 V			Ansys
Frequenza analitica	5361	Hz	
Frequenza numerica senza stress residuo	5484,4	Hz	5359,6
Frequenza numerica con stress residuo	5469,2	Hz	5359,6

Tensione 5 V			
Frequenza analitica	4772	Hz	
Frequenza numerica senza stress residuo	4417,8	Hz	4251,2
Frequenza numerica con stress residuo	5469,2	Hz	5358,0

Tabella 14 Frequenze analisi dinamica trave a mensola

La tabella precedente presenta il confronto tra frequenze di primo modo analitiche e frequenze numeriche, con o senza stress residuo, in due condizioni diverse, con voltaggio di bias uguale a zero e con voltaggio uguale a 5 V.

Dai risultati è possibile osservare l'effetto di softening dovuto all'introduzione del voltaggio di bias in accordo con i modelli teorici e l'influenza dello stress residuo che aiuta a mitigare il softening.

Si nota, inoltre, la vicinanza tra le frequenze calcolate analiticamente, le frequenze da modello Ansys da (Pistorio, 2020) e le frequenze ricavate da Comsol.

3.4.3.1 Analisi armonica

Si è poi eseguita un'analisi armonica sulla trave 1 per determinare la risposta in frequenza del sistema. La sollecitazione armonica è stata fornita come un voltaggio in corrente alternata di $V_{ac}=4,5$ V. Per imporre questo voltaggio è stato impiegato il comando "Harmonic perturbation" che Comsol mette a disposizione.

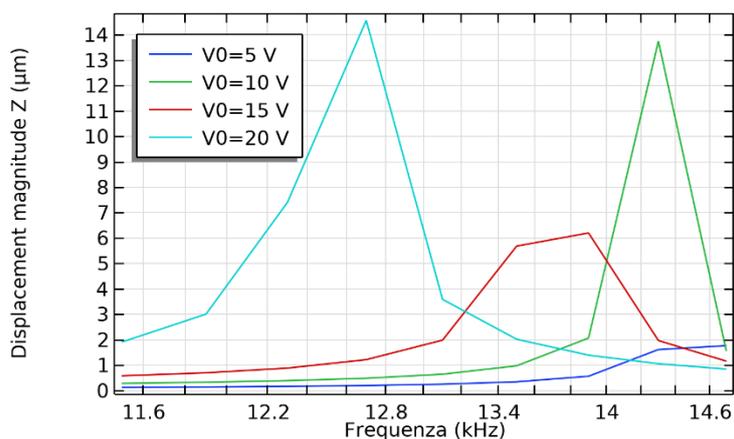


Figura 48 Analisi armonica microtrave a mensola con $V_{ac}=4,5$ V e voltaggio di bias variabile

Come si può osservare dalla figura precedente che rappresenta la risposta in frequenza del sistema al variare del voltaggio di bias, i picchi, corrispondenti alle frequenze di risonanza, si spostano all'aumentare del voltaggio verso frequenze più basse. Risulta quindi evidente, anche da questo grafico, il softening dovuto all'applicazione di un voltaggio.

Si osserva, inoltre, come all'aumentare del voltaggio cresca l'ampiezza del movimento del sistema dovuto alla diminuzione di rigidità e al fatto che frequenze più basse generalmente sono quelle con maggiore ampiezza di vibrazione.

3.4.4 Principio di funzionamento sensore di deformazione a doppio diapason

In questo paragrafo, si procederà a illustrare il funzionamento del risonatore DETF per misure di deformazione. In particolare si analizzerà il metodo di trasduzione che caratterizza questo sensore.

La struttura è composta da due diapason accoppiati dove su ciascun braccio è posta una piastra di un condensatore piano. Questa si accoppierà, a sua volta, ad una seconda piastra ancorata al substrato.

La scelta di un design del genere è legata ai vantaggi che offre rispetto ad altre geometrie, tra cui si evidenziano una sensibilità ridotta ai disturbi ambientali, grazie alla vibrazione in opposizione di fase, una elevata sensibilità e una compensazione naturale di eventuali stress grazie alla simmetria della struttura.

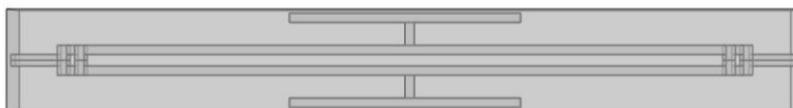


Figura 49 Geometria DETF

Il sensore è soggetto ad un voltaggio di bias $V_{DC} = 5V$ e ad un voltaggio in corrente alternata $V_{AC} = 0,8 V$. Quest'ultimo serve per mettere in vibrazione il sensore, in quanto il metodo di rilevamento della deformazione si basa sulla variazione della frequenza di risonanza della struttura dello stesso a causa di una deformazione.

Nel caso la struttura sia soggetta a uno sforzo di trazione la rigidità effettiva della stessa aumenta generando un incremento della frequenza di risonanza mentre nel caso di una compressione la rigidità della diminuisce causando un abbassamento della frequenza naturale.

La traduzione della variazione di frequenza di risonanza in segnale è ad opera dei condensatori piani installati sulle forcelle dei diapason. Ad ogni oscillazione, infatti, vi è una variazione del gap tra gli elettrodi causando una variazione di capacità dei condensatori.

Un cambiamento della capacità genera un segnale oscillante di corrente elettrica che può essere misurato. La frequenza di oscillazione del segnale è funzione della frequenza di risonanza del sistema. La traduzione della precedente analisi dal punto di vista analitico è la seguente:

$$i(t) = \frac{d}{dt} [C(t) \cdot V_{DC}] \quad [3.32]$$

dove $i(t)$ è il segnale di corrente oscillante, $C(t)$ è la capacità variabile nel tempo e V_{DC} il voltaggio di bias. La [3.32] è l'equazione costitutiva di un condensatore e derivando si ottiene:

$$i(t) = \frac{dC(t)}{dt} \cdot V_{DC}$$

Risulta quindi evidente come una variazione di capacità con una certa frequenza generi un segnale in corrente con la stessa frequenza di oscillazione.

Il segnale in uscita dal sensore è quindi di tipo analogico sinusoidale che viene poi convertito in output digitale ad onde quadre da un comparatore poiché il sistema di acquisizione funziona meglio con questo tipo di segnali.

La trasformazione di questo nella lettura di deformazione avviene come segue:

- Un contatore digitale di frequenza reciproca conta il numero di oscillazioni complete "M" in un tempo di acquisizione T_{aq}
- Nello stesso intervallo di tempo T_{aq} un secondo contatore misura il numero di impulsi N generato da un clock ad alta frequenza
- Calcolo della frequenza come segue:

$$f_1 = \frac{M}{T_{aq}} = \frac{M}{N \cdot T_c} \text{ dove } T_c = \text{periodo del clock di riferimento}$$

- Calcolo della deformazione come segue:

$$\frac{\Delta f}{f} = 0,0075 \frac{L^2}{w^2} \varepsilon$$

dove f è la frequenza di riferimento del sistema, $\Delta f = f_1 - f$ è la variazione di frequenza tra la nuova e quella di partenza, L e w sono rispettivamente lunghezza e larghezza dei bracci dei diapason e ε è la deformazione. Questa relazione è stata ricavata da test sperimentali in (Luca Belsito M. F., 2016) ed è specifica per questo sensore. Generalmente, la relazione per trovare la deformazione dalla variazione di frequenza di risonanza coinvolgerebbe la sensibilità del sensore, fornita come dato di targa.

$$\varepsilon = \frac{\Delta f}{\text{sensibilità}}$$

3.4.5 Modello analitico

In questo paragrafo si propone un modello analitico elaborato in (Rehman) del double ended tuning fork resonator.

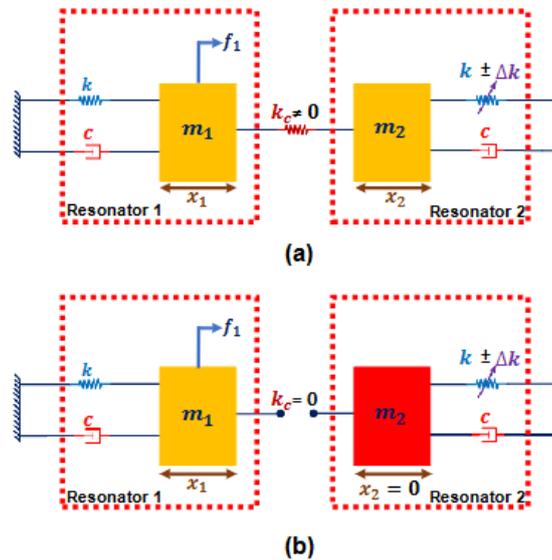


Figura 50 Modello a parametri concentrati massa-molla-smorzatore. Caso a con rigidità di accoppiamento tra le braccia dei diapason, Caso b senza rigidità di accoppiamento

La figura precedente mostra un modello massa-molla-smorzatore di un risonatore DETF dove le braccia dei diapason sono considerate come masse m_1 e m_2 . L'equazione del moto, assumendo un sistema non smorzato e soggetto a vibrazioni libere, è la seguente:

$$m_1 \ddot{x}_1 + (k + k_c)x_1 - k_c x_2 = 0 \quad [3.33]$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + (k + k_c \pm \Delta k)x_2 - k_c x_1 = 0 \quad [3.34]$$

dove m_i e x_i sono la massa e lo spostamento del braccio 1 o braccio 2 per $i=1,2$. k e k_c sono rispettivamente la rigidità di ogni braccio e la rigidità di accoppiamento. Nel caso di un sistema equivalente massa-molla non perturbato e con $m_1=m_2$, le equazioni [3.33] e [3.34] possono essere scritte in forma matriciale come segue:

$$[M]\ddot{x} + [K]x = 0 \quad [3.35]$$

dove $[M] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$, $[K] = \begin{bmatrix} k + k_c & -k_c \\ -k_c & k + k_c \end{bmatrix}$ sono rispettivamente la matrice di massa e la

matrice di rigidità. $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ è il vettore degli spostamenti.

La soluzione generale dell'equazione precedente ha la seguente forma:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{0j} \\ u_{0j} \end{bmatrix} e^{i\omega_{0j}t} \quad [3.36]$$

dove u_{0j} e ω_{0j} sono rispettivamente gli autovettori e gli autovalori ($\lambda = \omega_{0j}^2$).

Sostituendo questa soluzione nell'equazione generale precedente si ottiene la formulazione degli autovalori e degli autovettori come segue:

$$\omega_j^2 = \frac{2(k + k_c) \pm \sqrt{4k_c^2}}{2m} = \frac{(k + k_c) \pm k_c}{m} \quad [3.37]$$

$$u_j = \frac{x_{2j}}{x_{1j}} = \frac{\pm k_c}{k}$$

dove j è il numero che identifica il modo di vibrare.

Nel caso la rigidezza di accoppiamento k_c sia uguale alla rigidezza meccanica k , allora il sistema si comporta come due sistemi massa-molla completamente accoppiati. In questo caso le frequenze di risonanza e le forme modali hanno le seguenti espressioni:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{3k}{m}} \quad [3.38]$$

$$u_1 = 1 \quad e \quad u_2 = -1$$

Dai risultati precedenti notiamo come la seconda frequenza di risonanza sia più grande della prima, in particolare la relazione tra le due sia $\omega_2 = \sqrt{3} \cdot \omega_1$. Notiamo, inoltre come le forme modali siano uguali e opposte.

Ovviamente, con l'inserimento di una forzante le forme modali rimarranno identiche con queste condizioni di accoppiamento.

Nel caso la rigidezza di accoppiamento diminuisce fino al caso limite $k_c=0$, il comportamento del sistema si avvicinerebbe a un sistema composto da due risonatori 1-DOF indipendenti l'uno dall'altro. La rigidezza di accoppiamento è funzione del gap tra le forcelle del diapason, all'aumentare del gap l'accoppiamento dinamico e la distanza tra prima e seconda frequenza di risonanza diminuiscono. In generale si ha un abbassamento della seconda frequenza di risonanza.

3.4.6 Costruzione modello risonatore DETF

Si riprende la trattazione interrotta nel capitolo 3.1, in cui si sono presentati i sensori, andando a introdurre il processo di modellazione del risonatore a doppio diapason.

La prima fase di modellazione del sensore è stata la creazione della geometria nel software seguendo le dimensioni riportate all’inizio di questo capitolo.

Attraverso l’impiego del tab geometria nel Model Builder di Comsol si è provveduto alla creazione dei blocchi che compongono il sensore.

Prima si è definita la geometria solida quindi la struttura a doppio diapason e inseguito il blocco che modella il vuoto intorno al risonatore. Le dimensioni del blocco che modella il vuoto sono le seguenti: lunghezza 340 μm , larghezza 44 μm e altezza 60 μm .

Una volta definita la geometria, si è passati all’assegnazione dei materiali al modello. Il silicio isotropo per la struttura a doppio diapason e il vuoto per il blocco che lo circonda.

Il passaggio successivo è stato configurare le fisiche per modellare il problema. Nel caso di questo risonatore i domini inseriti sono: Solid Mechanics, Electrostatics, Heat Transfer in Solids e i rispettivi accoppiamenti multifisici Electromechanical Forces e Thermal Expansion.

Inoltre, bisogna definire il modulo, che gestisca il dominio del vuoto in modo che la sua mesh segua le deformazioni del solido: Moving Mesh.

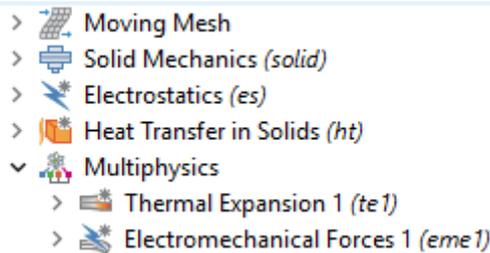


Figura 51 Model builder per DETF resonator

3.4.6.1 Solid Mechanics module

La trattazione generale fatta su questo modulo nel capitolo 3.4.1.1 è valida anche per questo sensore con la differenza delle condizioni iniziali e al contorno che variano. Infatti si mantiene lo stesso modello di materiale, ovvero lineare elastico, ma cambiano le condizioni iniziali. In questo caso non si applica uno stress residuo attraverso il nodo “Initial Stress and Strain” ,che infatti risulta spento dalla figura seguente, ma si applicano il nodo “External Stress” e il nodo “Thermal Expansion”.

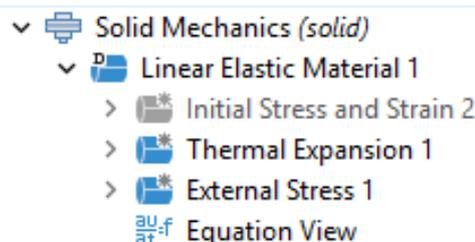


Figura 52 Configurazione nodo Solid Mechanics per DETF

Il primo permette di definire come condizione iniziale uno stato di tensione/deformazione del solido. Questo nodo è stato impiegato per calibrare la risposta del sensore sulla base dei risultati sperimentali in (Luca Belsito M. F., 2016). Infatti, attraverso l'applicazione di step conosciuti di deformazione si è valutata la risposta del modello rispetto alla realtà, calcolandone la sensibilità alla deformazione. L'impostazione del nodo "External Stress" è stata la seguente:

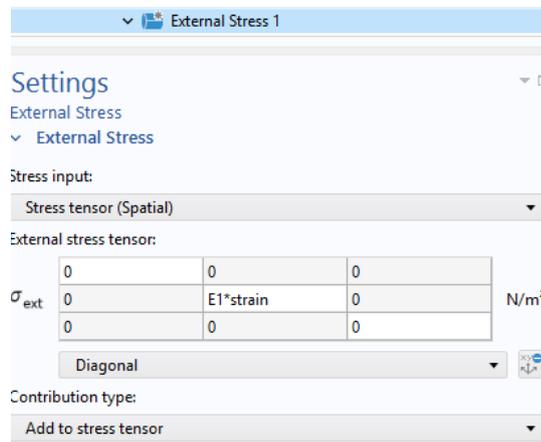


Figura 53 Impostazione nodo External Stress

dove E_1 è il modulo elastico del materiale e strain è un parametro che verrà fatto variare secondo step conosciuti di deformazione. Come nelle prove sperimentali dell'articolo da cui questo sensore è tratto, la deformazione è stata applicata assialmente. Il secondo nodo invece, è stato impiegato per valutare la risposta del modello alla temperatura e verrà ulteriormente approfondito nel prossimo capitolo. La variazione nelle condizioni al bordo rispetto al sensore precedente risiede nell'applicazione dell'incastro a entrambe le estremità del solido.

Come è possibile osservare dalla figura seguente in cui le superfici evidenziate in blu sono quelle incastrate:

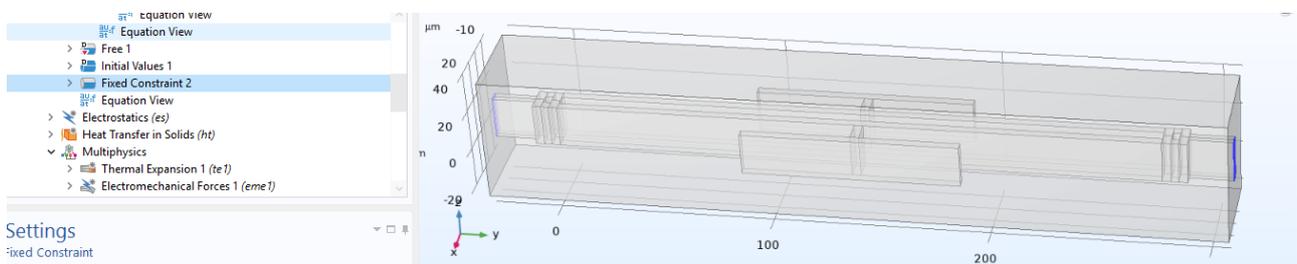


Figura 54 Superfici incastrate

3.4.6.2 Electrostatics module

La trattazione è la medesima del capitolo 3.4.1.2 con la differenza che l'elettrodo di terra (Ground) è sulla piastra del doppio diapason mentre il voltaggio di bias e quello armonico sono applicati sulle superfici laterali del blocco del vuoto. Come si può osservare dalla figura seguente, i nodi introdotti sono i medesimi del sensore precedente e anche ciò che risolvono non cambia. Non cambia neanche l'accoppiamento multifisico introdotto con il nodo "Electromechanical Forces".

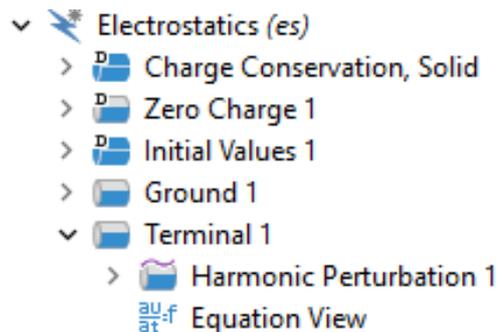


Figura 55 Electrostatics module per DETF

3.4.6.3 Heat Transfer in Solids

Il nodo "Heat Transfer in Solids" descrive la conduzione termica all'interno di un corpo solido ossia il trasferimento di calore dovuto alla differenza di temperatura tra i punti del materiale. Questo fenomeno è governato dalla legge di Fourier e in regime transitorio dall'equazione di diffusione del calore.

$$\rho c_p \mathbf{u} \cdot \nabla T + \nabla \cdot \mathbf{q} = Q + Q_{ted}$$
$$\mathbf{q} = -k \nabla T$$

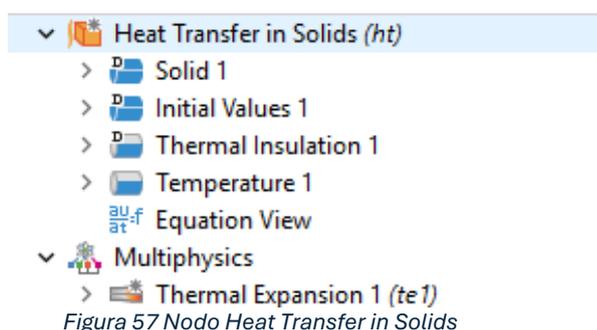
Figura 56 Equazione che governa il nodo

dove:

- ρ : densità del materiale [kg/m³]
- c_p calore specifico a pressione costante [J/(kg·K)]
- u : velocità del fluido o del materiale (se è presente trasporto convettivo) [m/s]
- T : temperatura [K]
- ∇T : gradiente di temperatura
- q : vettore flusso termico [W/m²]
- k : conducibilità termica [W/(m·K)]
- Q : sorgente termica volumetrica (es. effetto Joule, reazioni chimiche, ecc.) [W/m³]
- Q_{ted} : fonte di calore dovuta alla dissipazione termoelastica o effetti termomeccanici.

Questo nodo è stato inserito con il suo accoppiamento multifisico “Thermal Expansion” per introdurre il fenomeno dello smorzamento termoelastico. Infatti, come già trattato nei capitoli precedenti, il TED è uno dei fattori più importanti di perdita di energia nei risonatori, anche se per i tempi caratteristici del DETF ci troviamo in regime di smorzamento limitato.

Il nodo “Heat Transfer in Solids” accoppiato con il nodo “Solid mechanics” permette il calcolo dell’energia dissipata dalle deformazioni di trazione e compressione durante l’oscillazione del risonatore. Come si vede dalla formula precedente il fenomeno dello smorzamento termoelastico è inserito come sorgente di calore che può venire dissipata per via convettiva (primo termine equazione) o per via conduttiva (secondo termine equazione).

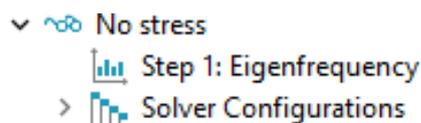


La figura precedente mostra l’impostazione del nodo con l’inserimento del tipo di dominio “Solid” e le condizioni al contorno del problema termico tra cui

- un isolamento termico sulle superfici del solido poichè lo immaginiamo immerso nel vuoto e ne trascuriamo l’irraggiamento.
- una condizione di temperatura costante posta negli incastri perché essi sono di grandi dimensioni rispetto al sensore e comunicanti con l’esterno, perciò è possibile immaginarli come termostati a temperatura ambiente.

3.4.6.4 Impostazione delle analisi

Una volta definiti tutti gli aspetti del modello è stato necessario impostare le analisi per lo studio del sistema. In questo caso il punto di partenza è stata un’analisi modale per verificare che la frequenza di risonanza del sistema modellato fosse, anche senza gli effetti non lineari, abbastanza vicina a quella sperimentale.



Il passaggio successivo è stato l’esecuzione di un’analisi modale prestressata , in cui si è applicata l’attuazione elettrostatica con uno sweep sul voltaggio di bias applicato. Si è così verificata l’influenza della tensione di bias sulle frequenze naturali del sistema.

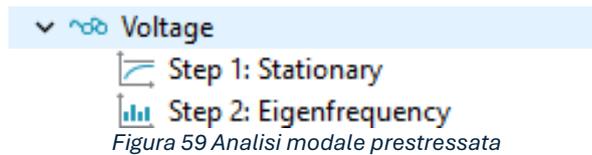


Figura 59 Analisi modale prestressata

Lo studio successivo è stato un'altra analisi modale prestressata, ma questa volta si è mantenuto fisso il voltaggio al valore di 5 V (uguale a quello sperimentale) e si è eseguito uno sweep sulla deformazione applicata al sensore. È stato così possibile calcolare la sensibilità dello stesso e verificare che la "Calibration Curve" del modello numerico e sperimentale fossero sovrapponibili. Durante questa simulazione è stata valutata anche l'influenza dello smorzamento termoelastico sul fattore di qualità.

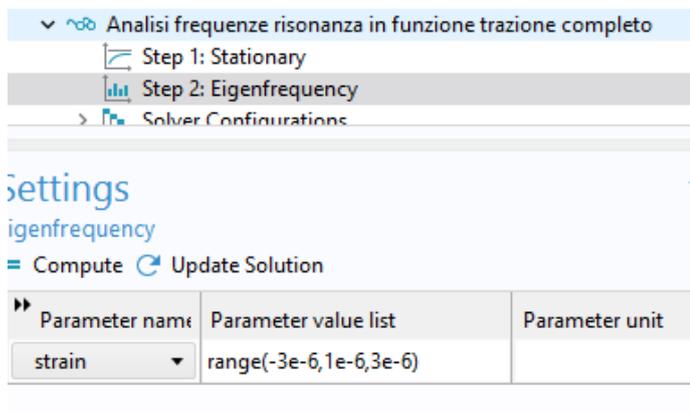


Figura 60 Analisi frequenze di risonanza in funzione della trazione

È stata poi eseguita un'analisi per determinare la risposta in frequenza del sistema e la sua ammettenza definita come segue:

$$Ammettenza = \left[\int_{\Omega} current\ density\ norm\ d\Omega \right] / V_{dc} \quad [3.39]$$

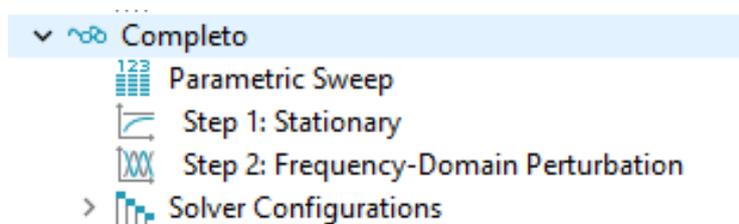


Figura 61 Analisi per risposta in frequenza DET

Infine, si è provveduto a studiare il comportamento del sensore nel caso di variazioni di temperatura con uno studio "Frequency Domain, Prestressed, modal". Questo permette di includere tutte le non linearità ed eseguire un'analisi modale e una armonica.

Attraverso lo sweep del parametro dT da -40 a 130 con passo 10 si è costruita la risposta del sensore alle variazioni di temperatura e si è indagato un possibile metodo di compensazione del drift.

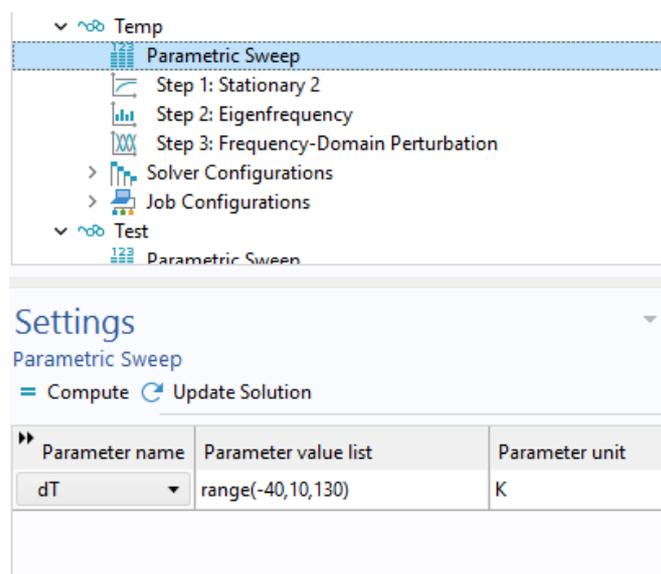


Figura 62 Studio della variazione della risposta del sensore con la temperatura

3.4.7 Costruzione curva di calibrazione e sensibilità

In questo paragrafo si analizzeranno i risultati ottenuti dal modello confrontandoli con quelli sperimentali dell'articolo (Luca Belsito M. F., 2016). Ci si concentrerà in particolare sulla curva di risposta alla deformazione e sul calcolo della sensibilità.

Nell'articolo viene riportato un test sperimentale di flessione a due punti su una piastra di acciaio con il sensore incollato con colla epossidica. Il risultato di questo test è la seguente curva di calibrazione del risonatore:

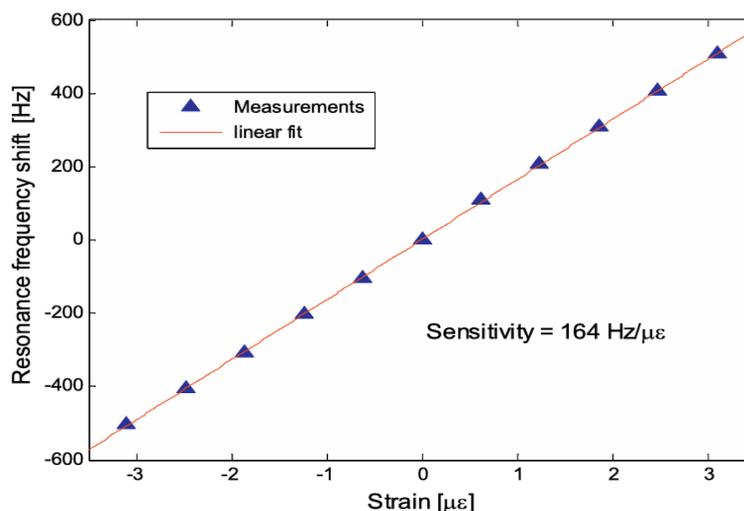


Figura 63 Curva di calibrazione sperimentale (Luca Belsito M. F., 2016)

Come si può osservare dalla curva dell'immagine precedente, la risposta del risonatore a una deformazione assiale, da $-3 \mu\text{m}$ a $+3 \mu\text{m}$, è lineare. Ad ogni incremento di deformazione corrisponde una variazione della frequenza di risonanza positiva o negativa in funzione del tipo di sforzo applicato. Una deformazione di trazione, parte positiva dell'asse delle ascisse, provoca un aumento di frequenza di risonanza mentre una deformazione di compressione, negativa, causa una diminuzione della frequenza di risonanza.

La sensibilità è la pendenza della retta e fornisce di quanto aumenta o diminuisce la frequenza per step di deformazione. Il suo valore è di $164 \text{ Hz}/\mu\epsilon$ ed è calcolato come variazione della frequenza di risonanza diviso variazione di deformazione corrispondente.

Simulando il test di flessione, attraverso l'applicazione di una deformazione assiale, sul modello numerico precedentemente costruito si sono ottenuti i seguenti risultati

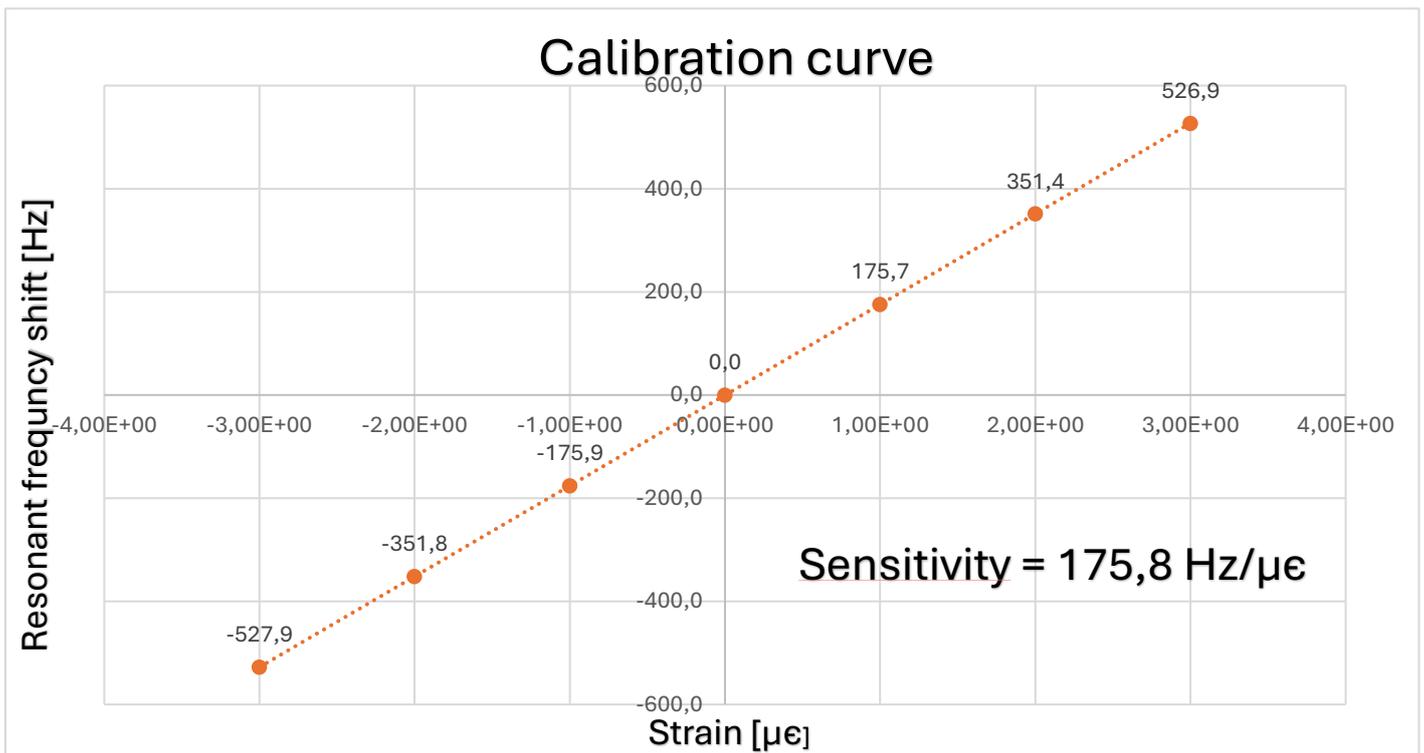


Figura 64 Calibration curve DETF

Come si può osservare la risposta del modello è paragonabile a quella del sensore fisico e la sensibilità ottenuta non si discosta molto da quella reale. Il risultato ottenuto è infatti di $175,8 \text{ Hz}/\mu\epsilon$. Si evidenzia inoltre come questo parametro sia influenzato dalla qualità della mesh e che con un ulteriore miglioramento di essa sia probabilmente possibile raggiungere il valore sperimentale.

La linearità osservabile è da ricondurre alle piccole deformazioni applicate, quando si aumenterà la deformazione il sensore mostrerà un comportamento non più lineare nella sua risposta.

3.4.8 Analisi dinamica

Dopo aver analizzato nel paragrafo precedente la capacità del sensore di rilevare le deformazioni, ci concentriamo ora sul suo comportamento dinamico. In particolare, esamineremo la risposta in frequenza e l'intensità del segnale generato in uscita.

Iniziamo la trattazione confrontando le frequenze di risonanza ottenute dal modello con quelle misurate sperimentalmente per i primi due modi di vibrare.

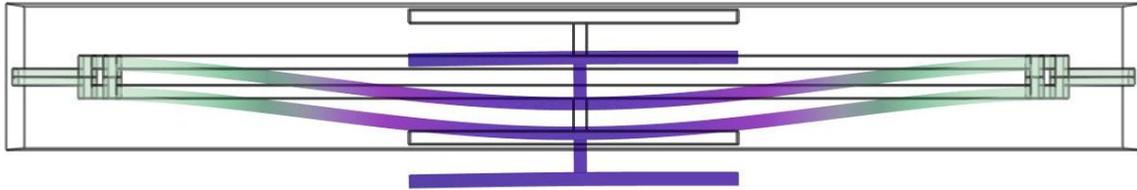


Figura 65 Primo modo di vibrare DETF

Come si osserva dalla figura precedente, nel primo modo di vibrare le due forcelle del diapason sono in fase e oscillano all'interno del piano. Sebbene la frequenza sperimentale di questo modo non sia riportata nell'articolo, quella numerica è stata comunque stimata pari a 283,04 kHz.

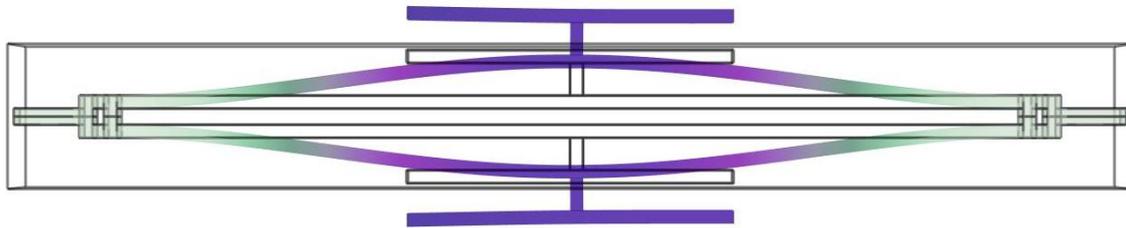


Figura 66 Secondo modo di vibrare DETF

Come si osserva dalla figura precedente, nel secondo modo di vibrare le due forcelle del diapason sono in opposizione di fase ma oscillano lo stesso all'interno del piano. La frequenza di risonanza sperimentale di questo modo è pari a 308,8 kHz mentre quella stimata numericamente è pari a 315,5 kHz. L'errore percentuale commesso è pari al 2,17% quindi il modello nonostante alcune semplificazioni risulta accurato.

Riportiamo di seguito la risposta in frequenza numerica del sensore soggetto ad una perturbazione armonica con $V_{ac} = 0,8$ V:

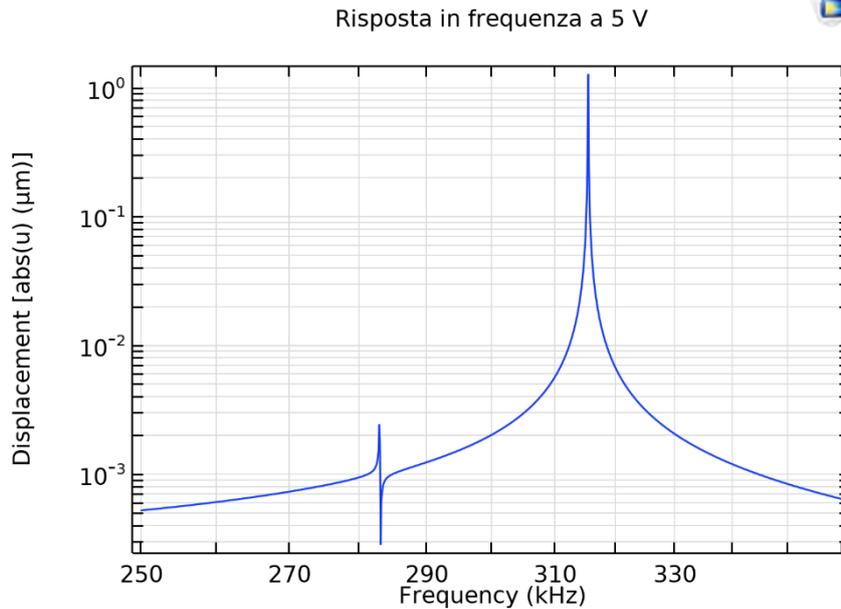


Figura 67 Risposta in frequenza numerica DETF

Dalla risposta in frequenza notiamo come siano presenti i primi due modi di vibrare e come il design a doppio diapason sia particolarmente favorevole per il secondo. Infatti, questo presenta un picco più ampio del primo e non presenta fenomeni di antirisonanza dovuti ad interazioni delle forcelle con gli ancoraggi. Questo comportamento è voluto in quanto la vibrazione in opposizione di fase permette di minimizzare le perdite agli ancoraggi ed è meno suscettibile alle vibrazioni dell'ambiente.

Infine, introduciamo l'ammettenza che fornisce indicazioni sull'intensità del segnale in uscita ed è stata calcolata nel software come segue:

$$Y = abs\left(\frac{es.normj}{V}\right) \quad [3.40]$$

Prima riportiamo l'ammettenza sperimentale in cui evidenziamo come l'aumento di voltaggio di bias comporti un aumento dell'intensità del segnale di uscita ma provochi un abbassamento della frequenza di risonanza:

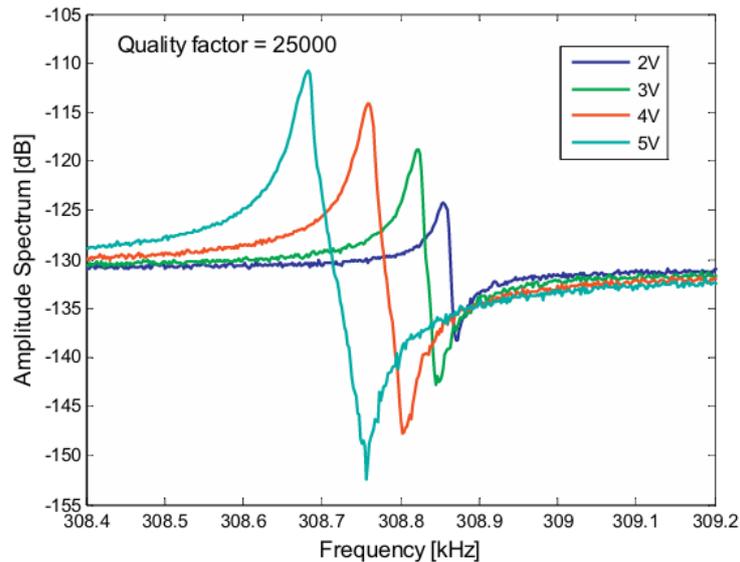


Figura 68 Ammettenza sperimentale DETF

Riportiamo adesso l'ammettenza numerica simulata per un voltaggio di bias pari a 5 Volt:

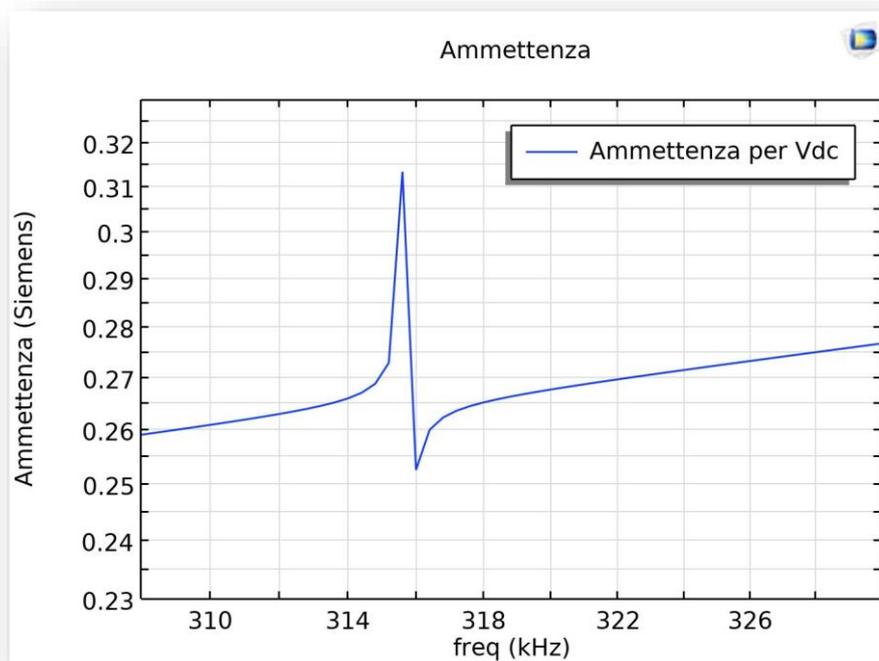


Figura 69 Ammettenza numerica DETF

Dalle figure precedenti è possibile notare una buona corrispondenza tra i dati sperimentali e quelli numerici. Inoltre, si evidenzia come il grafico della risposta in frequenza sia caratterizzato dalla presenza di una risonanza e di un'anti-risonanza. Questo comportamento è dovuto al fatto che, in corrispondenza della massima oscillazione (frequenza di risonanza serie), il risuonatore si comporta come un componente quasi puramente resistivo e di conseguenza l'ammettenza raggiunge il suo valore massimo. Al contrario, ad una frequenza leggermente superiore (la frequenza di anti-risonanza), le reattanze induttive e capacitive

(complessivamente) interagiscono in modo tale da portare l'impedenza totale a un valore massimo, causando un drastico abbassamento dell'ammettenza.

Infine, come si può osservare dalla Figura 68, il fattore di qualità (Q-factor) del sistema sperimentale è pari a 25000 mentre quello stimato numericamente per il secondo modo risulta essere decisamente maggiore, raggiungendo un valore di 123000. Questa discrepanza è da ricercarsi in errori di modellazione numerica e nella trascuratezza delle perdite agli ancoraggi nel modello. Nonostante ciò, la differenza non è motivo di preoccupazione, poiché anche nell'articolo di Luca Belsito (2016) si evidenzia che i modelli COMSOL tendevano a sovrastimare tale parametro.

3.4.9 Test grandi deformazioni

Per confrontare le prestazioni del sensore con quelle di apparati di misura tradizionali, è stato eseguito un test applicando grandi deformazioni. In particolare, sono state misurate le frequenze di risonanza fino a una deformazione di 6000 $\mu\epsilon$, e sulla base di tali dati è stata calcolata la sensibilità. Il sensore ha mostrato un'ottima linearità, con valori di $R^2 > 0,999$ per deformazioni fino a 2000 $\mu\epsilon$ e una diminuzione media di sensibilità del 13,8% per ogni 500 $\mu\epsilon$ applicati. Si riportano di seguito i grafici che illustrano queste osservazioni:

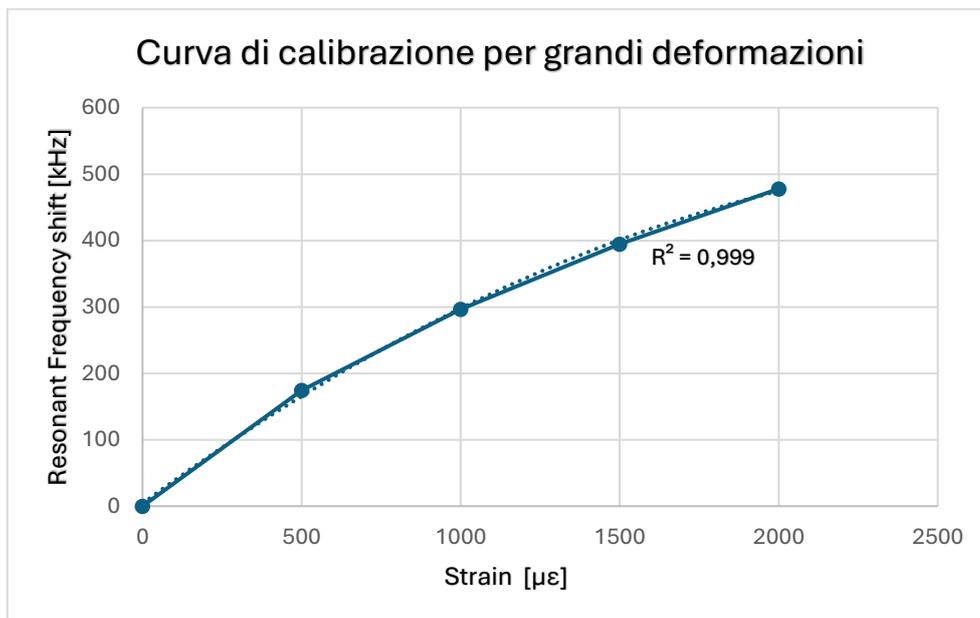


Figura 70 Curva di calibrazione DETF per grandi deformazioni

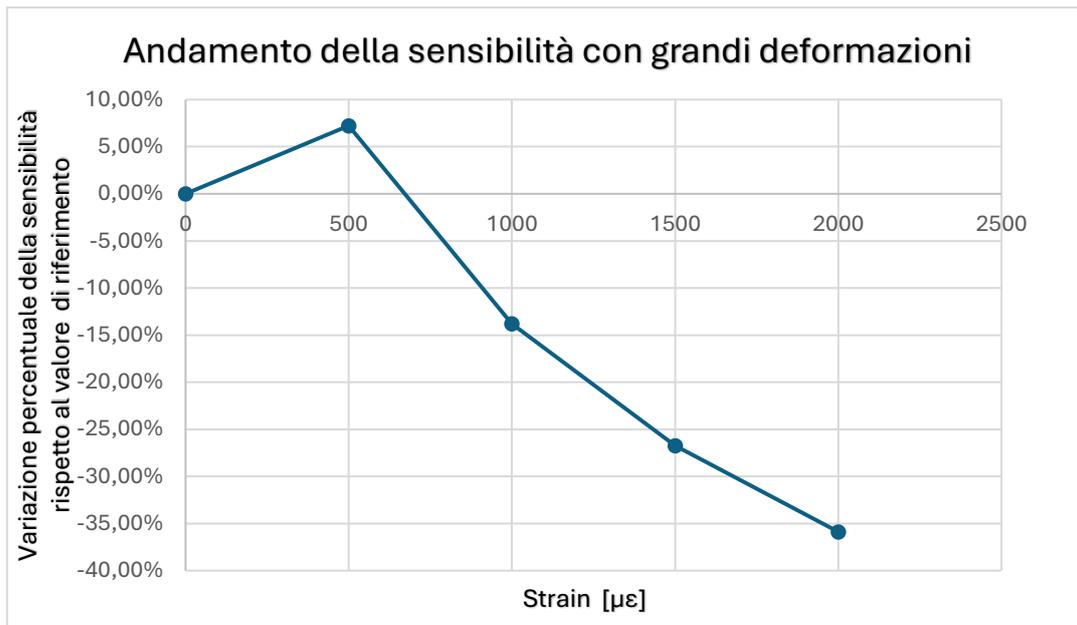


Figura 71 Andamento sensibilità con grandi deformazioni

Spingendosi oltre i 2000 µε si ottengono dei buoni risultati di linearità fino ai 3000 µε ($R^2 > 0,9979$) ma la diminuzione media di sensibilità diventa importante -23,06%. Nel caso la deformazione aumenti ancora fino ai 6000 µε la linearità si attesta su valori di R^2 pari a 0,997 ma la perdita media di sensibilità è drastica -44%.

4. Influenza della temperatura sul risonatore a doppio diapason

In questo capitolo si sfrutta il modello costruito e validato nel capitolo precedente per studiare come la temperatura influisca sulle sue capacità di trasduzione. Sulla base di quest'analisi si proporrà poi una strategia di compensazione del drift del termico.

La temperatura ha sul sensore due effetti distinti:

1. La diminuzione del modulo elastico come descritto in letteratura
2. L'introduzione di tensioni termiche (di trazione o compressione) nella struttura che causano variazioni della frequenza di risonanza

4.1 Modello variazione modulo di Young

La variazione del modulo elastico in funzione della temperatura è legata alle modifiche che quest'ultima induce nei legami interatomici del materiale. In particolare, un aumento della temperatura comporta un incremento dell'energia vibrazionale degli atomi che si traduce in una maggiore ampiezza delle oscillazioni attorno alle posizioni di equilibrio. Al contrario, un abbassamento della temperatura provoca una diminuzione delle vibrazioni atomiche traducendosi in oscillazioni più vicine alla posizione di equilibrio. L'allontanamento degli atomi causa una riduzione del modulo elastico, al contrario l'avvicinamento ne causa l'aumento.

In letteratura i modelli proposti per descrivere il fenomeno sono diversi e si basano sulla descrizione tramite relazioni che possono essere polinomiali, esponenziali o lineari.

Ovviamente i modelli più rigorosi sono i polinomiali, ma nel caso di questa tesi si è scelto di impiegare un modello esponenziale che però per piccole variazioni di temperatura ha un andamento lineare.

Il modello proposto in (Shirai, 2013) ha la seguente forma:

$$E(T) \approx E_0 \cdot e^{\beta \cdot dT} \quad [4.1]$$

dove:

- $E_0 = 170 \text{ GPa}$
- $\beta = 4,9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$
- $dT =$ variazione della temperatura rispetto a quella ambientale di 20°C

Si è scelto di studiare il comportamento del sensore per un dT compreso tra -40 a 130 , corrispondente ad una variazione di temperatura da -20°C a 150°C .

Si riporta di seguito il grafico della variazione del modulo di Young:

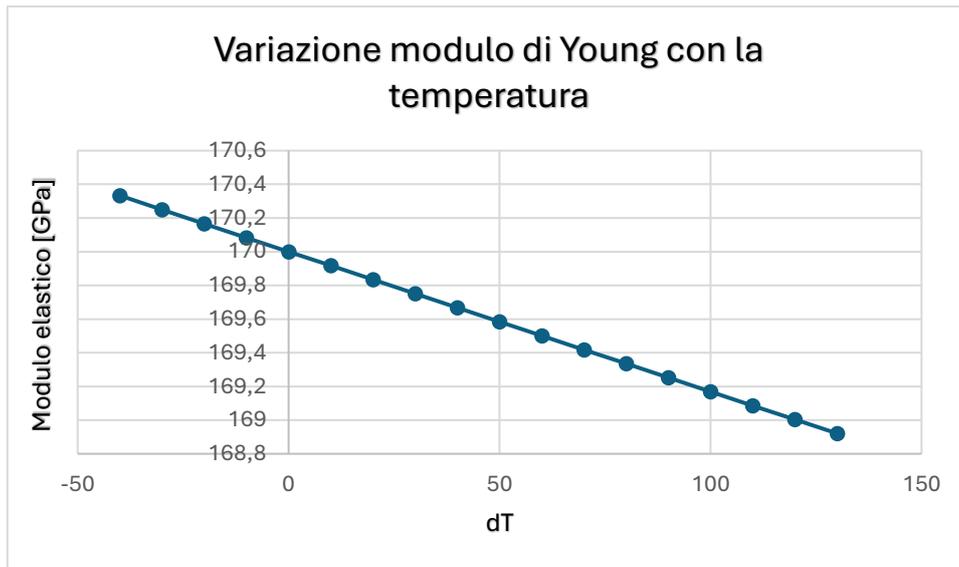


Figura 72 Variazione modulo di Young con la temperatura

Come si può osservare dal grafico precedente, per variazioni dell'ordine di $\pm 100^{\circ}\text{C}$ la relazione esponenziale in realtà ha un comportamento lineare. In accordo con quanto detto in precedenza osserviamo come per temperature al di sotto di quella di riferimento vi sia un irrigidimento del materiale; il contrario accade per temperature superiori.

4.2 Stress termico

Il secondo effetto delle variazioni di temperatura è l'introduzione di stress termici all'interno del materiale. Questo risulta il contributo più significativo sul comportamento del sensore, poiché gli incastri alle due estremità dei diapason ne impediscono la libera dilatazione termica.

Il riscaldamento del sensore genera uno stato di compressione nei diapason, poiché la struttura tende a dilatarsi ma non può espandersi a causa dei vincoli. Al contrario, durante il raffreddamento, il materiale dovrebbe contrarsi, ma essendo bloccato alle estremità, si generano sforzi di trazione.

In Comsol l'espansione termica dovuta alla temperatura è trattata attraverso il nodo dedicato "Thermal Expansion" sotto il modello lineare del materiale nel tab "Solid Mechanics". La posizione di questo nodo indica che l'espansione termica è considerata una condizione iniziale del problema meccanico. Infatti, il software calcola la deformazione e lo stato di stress da applicare alla struttura prima di eseguire i successivi calcoli.

Il calcolo dello stress avviene attraverso il calcolo della forza termica come segue:

$$F_{th} = E(T) \cdot \alpha(T) \cdot (T - T_{ref}) \quad [4.2]$$

Si riporta la figura di seguito che mostra l'impostazione del nodo:

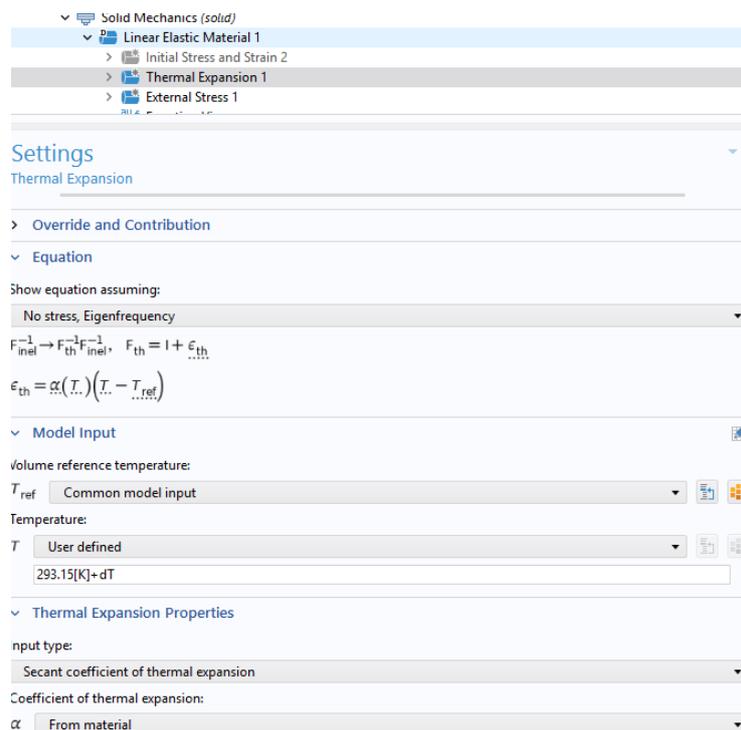


Figura 73 Impostazione nodo Thermal Expansion

Come si osserva dalla figura, la temperatura del sistema è stata definita come 293,15 [K] più il parametro dT che è stato usato come parametro variabile per modificare la grandezza $(T-T_{ref})$ nelle simulazioni del comportamento della temperatura.

Si sono infatti eseguite nuovamente le simulazioni descritte nel capitolo precedente ma con l'inserimento della variazione di temperatura.

4.3 Risultati studio termico

Come in precedenza è stata costruita la curva di calibrazione del sensore per verificare la risposta di questo a step di deformazione prestabiliti e per calcolare la sensibilità. Rispetto alla curva del capitolo 3 si è però introdotta la dipendenza della temperatura.

Come è possibile osservare dalla curva seguente, la temperatura non modifica la linearità nella risposta del sensore poiché non è sufficiente per indurre il materiale in plasticità o in altri fenomeni non lineari. Inoltre, l'andamento del calo di E è descritto da una relazione lineare per lo sweep di temperature scelto.

In accordo con quanto descritto nei paragrafi precedenti, si osserva che un aumento della temperatura provoca un incremento dell'inclinazione della caratteristica, mentre una diminuzione della temperatura comporta una riduzione della sua pendenza.

Calibration curve

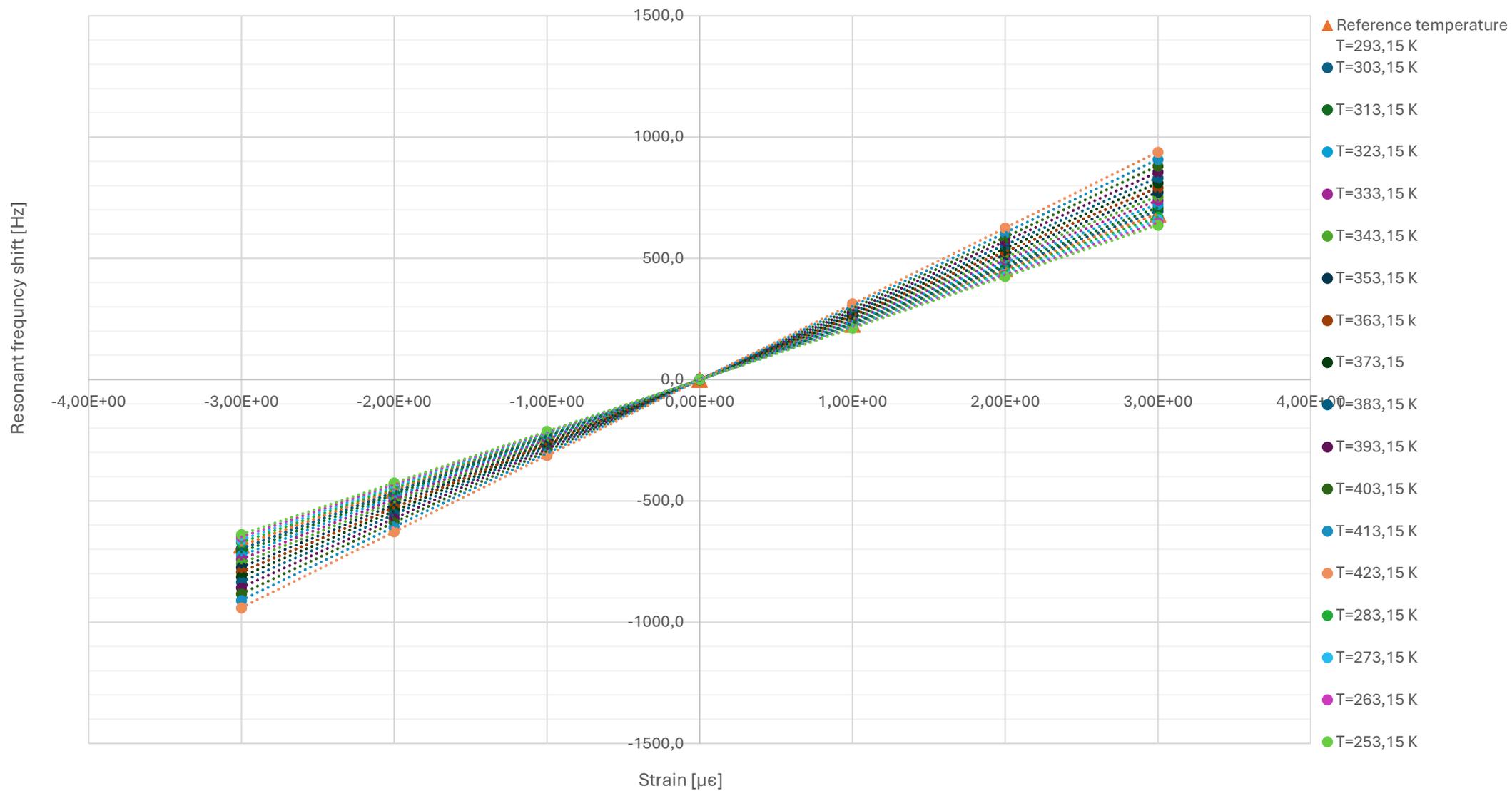


Figura 74 Curva di calibrazione DETF con influenza temperatura

Infatti, la riduzione di rigidità causata dalla crescita della temperatura induce il sensore a deformarsi maggiormente a pari livello di sollecitazione esterna rispetto al caso a T_{ref} , viceversa per la riduzione di temperatura. Quindi ad una deformazione del supporto, su cui è installato il sensore, corrisponde un certo stato di sollecitazione assiale dei diapason che in funzione della loro rigidità modificherà la frequenza di risonanza. Per un sensore che ha perso rigidità si avrà una variazione maggiore di frequenza mentre per uno che si è irrigidito sarà il contrario. Si riporta di seguito l'andamento della frequenza di risonanza del sistema al variare della temperatura:

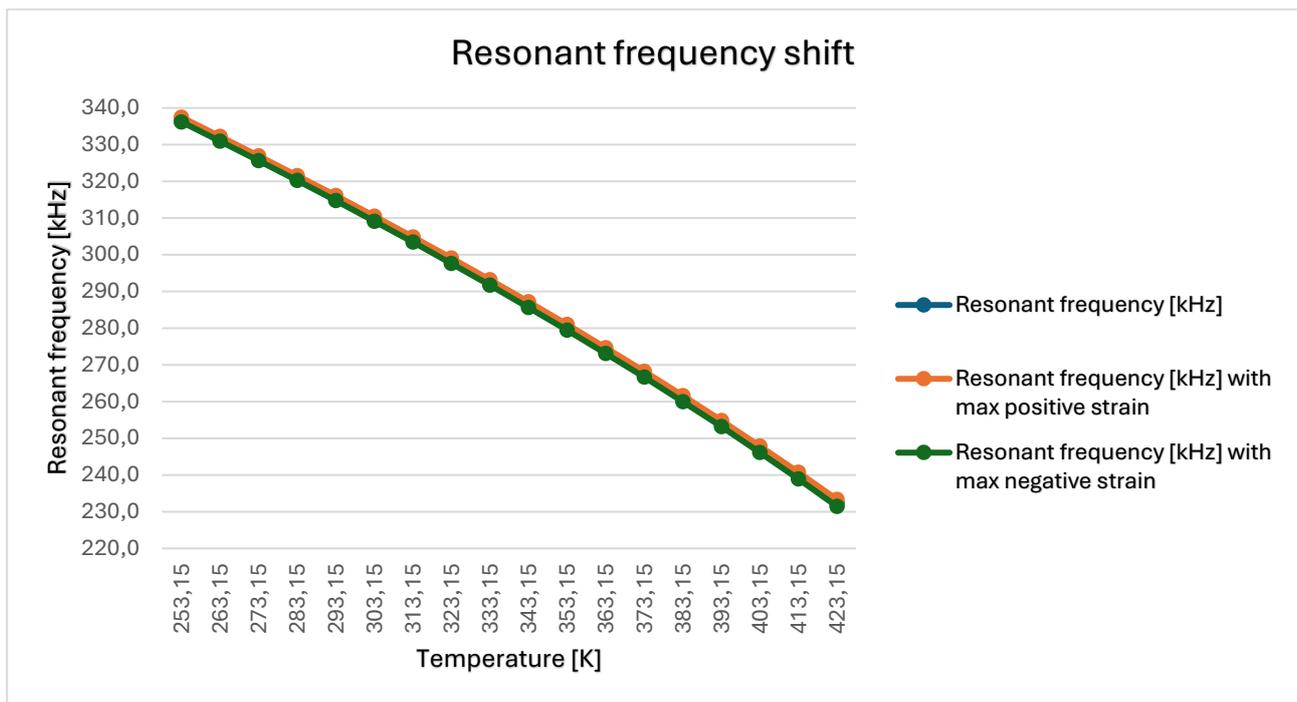


Figura 75 Shift della frequenza di risonanza con la temperatura

Come si può osservare dalla figura precedente, che mostra l'andamento della frequenza di risonanza in assenza di sollecitazioni e in condizioni di massimo stress di compressione e trazione, l'aumento della temperatura comporta una riduzione della frequenza di risonanza del 26,3%, mentre una diminuzione della temperatura ne provoca un aumento del 6,9%.

La differenza nelle due percentuali è da attribuire alla scelta di un delta di temperatura positivo molto maggiore di quello negativo. Inoltre, osserviamo ancora una buona linearità nella risposta del sensore.

Si analizza ora in che modo il drift termico della frequenza di risonanza abbia influenzato la sensibilità dello strumento.

È opportuno, tuttavia, fare una precisazione riguardo al parametro sensibilità: come già discusso in precedenza, esso dipende fortemente dalla mesh e anche una sua lieve variazione può modificarne significativamente i valori. In questo studio termico, la mesh adottata è stata più grossolana rispetto a quella utilizzata nel Capitolo 3, a causa dell'elevato numero di parametri coinvolti e delle limitazioni nella potenza di calcolo disponibile.

Alla luce di queste considerazioni, l'andamento della sensibilità presentato di seguito è qualitativamente corretto, ma i valori risultano sovrastimati rispetto a quelli attesi.

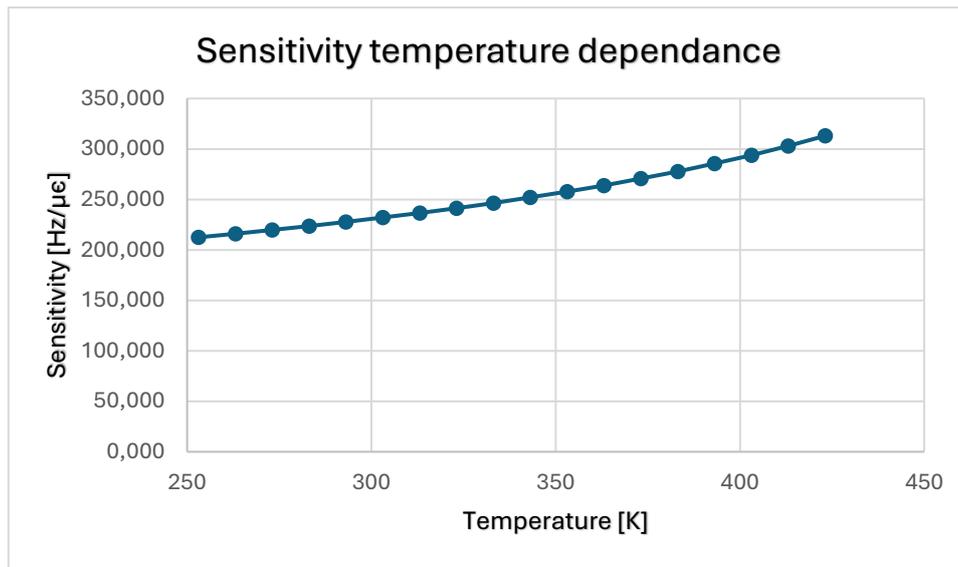


Figura 76 Dipendenza della sensibilità dalla temperatura

L'andamento della sensibilità è crescente all'aumentare della temperatura e decresce quando la temperatura diminuisce sotto quella di riferimento. Sebbene, un aumento della sensibilità di uno strumento sia normalmente positivo non lo è in questo caso in quanto non si è in grado di distinguere una deformazione della struttura da una deformazione causata dalla temperatura e il rumore di fondo del sensore viene decisamente amplificato.

Infine, si è analizzata l'influenza della temperatura sul segnale di uscita del sensore andando a riportare su un grafico l'ammettenza calcolata per gli estremi del range di temperatura su cui si è studiato il sistema.

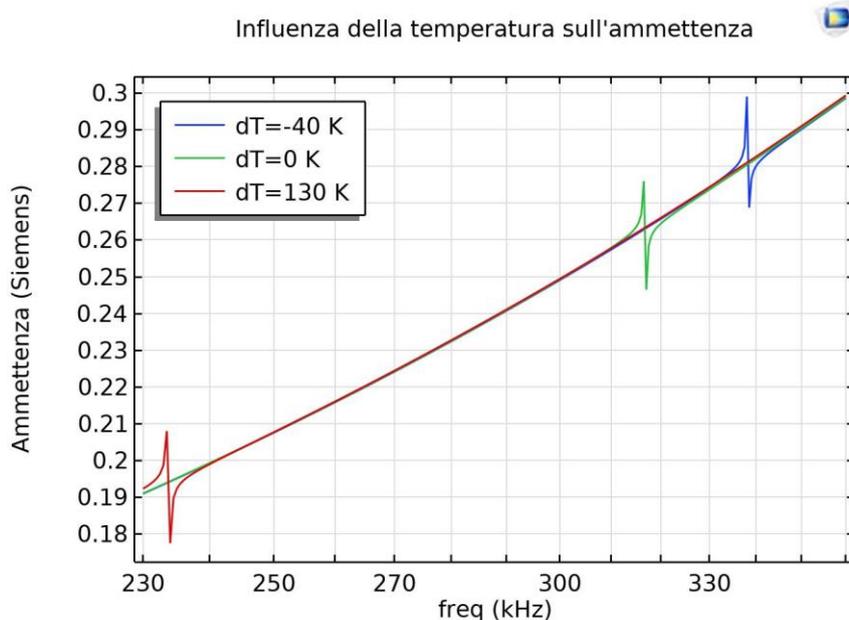


Figura 77 Influenza della temperatura sull'ammettenza

La figura precedente mostra come un sensore più rigido produca un'intensità di corrente maggiore rispetto al caso di riferimento e ovviamente al caso con temperatura maggiore.

Questo accade perché l'abbassamento della frequenza di risonanza a causa della temperatura provoca una diminuzione dei cambiamenti al secondo della capacità. Dato che il drift termico per questo sensore è considerevole è stato necessario pensare ad una strategia di compensazione.

4.4 Compensazione tramite Layering

Le strategie di compensazione del drift termico presenti in letteratura sono molteplici e si suddividono solitamente in attive e passive. Le strategie attive comportano un consumo di energia e includono, ad esempio, quelle basate sulla compensazione elettrostatica degli stress. Le strategie passive, invece, non richiedono energia e rappresentano quindi la soluzione più adatta al nostro contesto applicativo, in cui è fondamentale minimizzare i consumi. Tra queste risiede il layering, che consiste nello stratificare il sensore con materiali a coefficiente di espansione termica diverso da quello impiegato per la costruzione della struttura dei diapason.

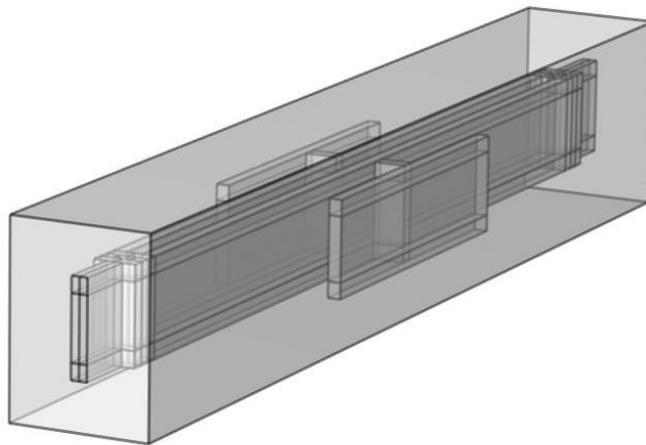


Figura 78 Modello con strati di compensazione del drift termico

Come si può osservare dalla figura precedente sono stati inseriti due strati di Nitrato di Silicio (Si_3N_4) di spessore di 5 micrometri sia sopra che sotto la struttura a doppio diapason. Questa scelta è coerente con il processo di fabbricazione che prevede la deposizione degli strati strutturali e la creazione dello spazio vuoto in cui vibrare con il processo di “ SiO_2 vapour etching”. È sufficiente infatti forare, come è stato fatto nel sensore originale, le forcelle dei diapason e degli strati aggiuntivi per permettere alla silice di vaporizzarsi. La scelta del nitrato di silicio è stata scelta in quanto ha coefficiente di espansione termica minore del Silicio e questo permette una compensazione degli stress generati dalle variazioni di temperatura.

Si riportano di seguito le caratteristiche dei due materiali a confronto:

Caratteristica	Silicio			Nitruro di silicio		
	Simbolo	Valore	Unità di misura	Simbolo	Valore	Unità di misura
Modulo di Young	E	170000	MPa	E	250000	MPa
Modulo di Poisson	ν	0.28	-	ν	0,23	-
Densità	P	2329	kg/m ³	P	3100	kg/m ³
Coefficiente di espansione termica	α	$2,6 * 10^{-6}$	1/K	α	$2,3*10^{-6}$	1/K
Calore specifico a pressione costante	C_p	700	J/(kg*K)	C_p	700	J/(kg*K)
Permittività relativa	ϵ_r	11,7	-	ϵ_r	9,7	-
Conducibilità termica	κ	130	W/(m*K)	κ	20	W/(m*K)

Tabella 15 Caratteristiche Silicio e Nitruro di Silicio a confronto

La tabella precedente mostra come il Nitruro di Silicio oltre a possedere un CTE minore di quello del Silicio ha anche un modulo elastico superiore. Questo è la causa di un irrigidimento generale della struttura che provoca una variazione della frequenza di risonanza a temperatura ambiente rispetto a quella calcolata in precedenza. Senza variazioni di temperatura si passa infatti da 315,25 kHz a 323,5 kHz.

Si è poi passato ad eseguire lo studio delle frequenze di risonanza sul modello con gli strati aggiuntivi per vedere se questi avessero avuto l'effetto sperato.

Si riporta di seguito l'andamento delle frequenze di risonanza:

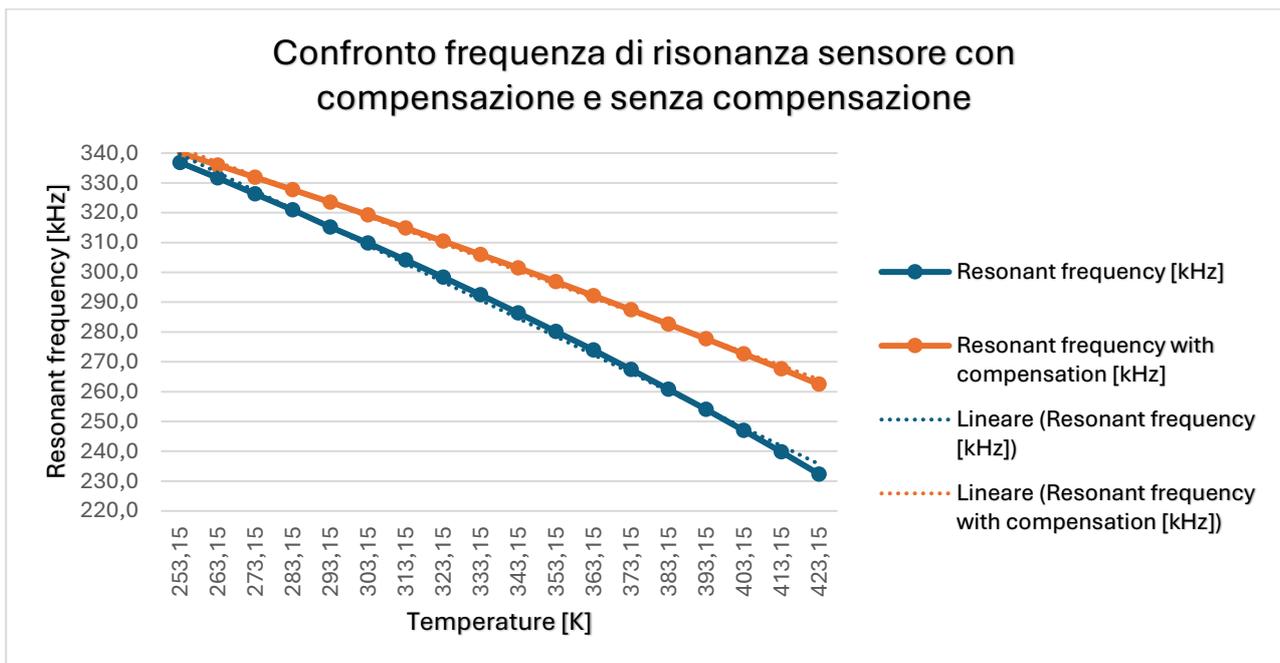


Figura 79 Confronto variazione frequenza di risonanza del sensore senza compensazione e con compensazione

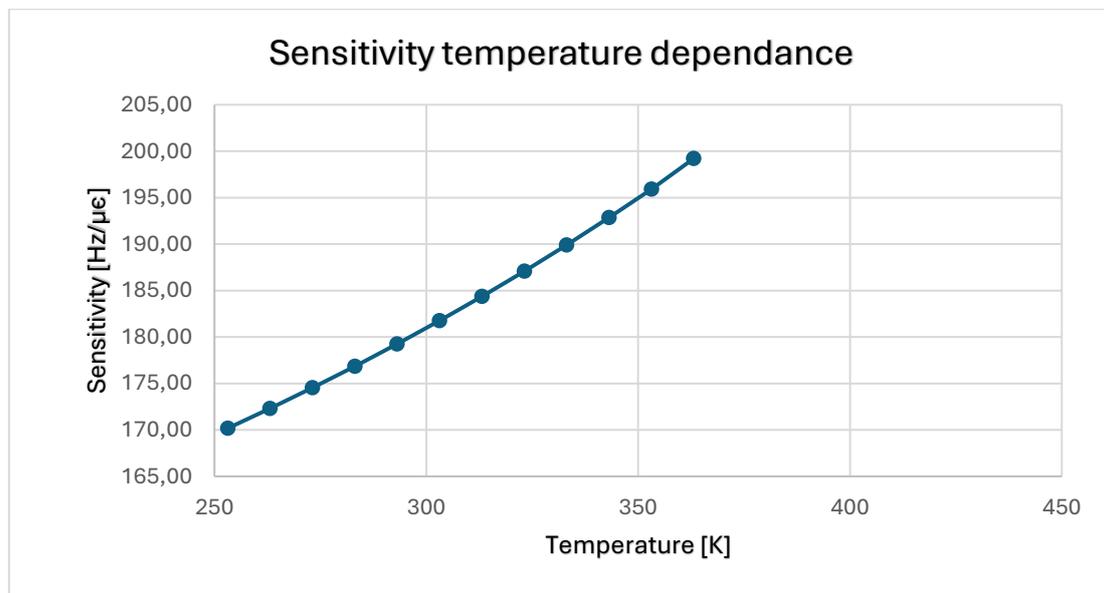
Come si può osservare dal grafico precedente la compensazione tramite layer di materiale ha avuto l'effetto desiderato riducendo la deriva termica del sensore. Nella tabella seguente si quantifica il miglioramento:

Senza compensazione		Compensato	
Temperatura	Frequenza di risonanza [kHz]	Temperatura	Frequenza di risonanza [kHz]
-20 °C	336,9	-20 °C	340,1
20°C	315,3	20°C	323,5
150°C	232,4	150°C	262,5
Δf % freddo	6,86%	Δf % freddo	5,11%
Δf % caldo	26,28%	Δf % caldo	18,86%
Miglioramento % freddo	-25,51%		
Miglioramento % caldo	-28,23%		

Tabella 16 Confronto drift termico con e senza compensazione

Dalla tabella si nota come il miglioramento ottenuto si attesti su un 26% per quanto riguarda le basse temperature e un 28% per quanto riguarda le alte. Riteniamo questi valori soddisfacenti in quanto il metodo è passivo e l'effetto assoluto del drift termico non era catastrofico sulle prestazioni del sensore.

Si riporta di seguito l'andamento della sensibilità del sensore compensato per cui valgono le stesse considerazioni fatte in precedenza su questo parametro:



5. Conclusioni

5.1 Risultati del progetto

L'obiettivo di questa tesi era esplorare la possibilità di implementare sensori MEMS nei sistemi di monitoraggio strutturale basati sulla misura delle deformazioni. A tal fine, è stato sviluppato un modello numerico di un innovativo sensore di deformazione proposto in letteratura sul quale sono state condotte, per la prima volta, analisi numeriche della risposta a variazioni termiche e a deformazioni elevate, non presenti nello studio originario.

Di seguito vengono riportati i risultati dell'analisi accompagnati da un confronto con le tipologie di sensori più comunemente utilizzate in questo contesto:

Sistema	FBG (Xiaojin Li, 2023)	Estensimetri resistivi (Micro-Measurements, 2015)	DETF resonator
Range [$\mu\epsilon$]	± 10000	± 5000	± 3000
Sensibilità	1,2 [$\text{pm}/\mu\epsilon$]	Gauge factor: 2-4	164 [$\text{Hz}/\mu\epsilon$]
Linearità	Stabile entro certi limiti	Stabile	Stabile entro certi limiti
Sensibilità alla Temperatura	47,7 [$\text{pm}/^\circ\text{C}$]	1 [$\mu\epsilon/^\circ\text{C}$]	2,44 [$\mu\epsilon/^\circ\text{C}$]
Consumo medio	$\approx 1W$	$\approx 0,1 - 0,5 W$	$\approx 77 mW$

Tabella 17 Tabella confronto prestazioni DETF con sensori tradizionali

Dalla tabella si osserva come le prestazioni del DETF resonator siano comparabili a quelle dei sensori tradizionali, a fronte di un consumo energetico nettamente inferiore. Si ricorda, inoltre, che i dati riportati per i sensori tradizionali rappresentano valori medi. Esistono infatti dispositivi con prestazioni sia superiori che inferiori data l'elevata variabilità all'interno di questa categoria.

Si evidenzia inoltre come la tecnologia più matura sia senza dubbio quella dei sensori "Fiber Bragg Grating"; tuttavia, il basso consumo energetico dei sensori MEMS, la loro semplicità di installazione e la possibilità di integrazione elettronica ne fanno una soluzione estremamente promettente, sempre più vicina a un'effettiva implementazione su larga scala.

Infine è necessario anche considerare il costo di ciascun sistema e la sensoristica mems con l'implementazione dei circuiti su PCB è sicuramente quello meno esoso.

5.2 Prospettive future

I risultati ottenuti e il confronto illustrato nel paragrafo precedente mettono in evidenza come il sensore a doppio diapason (DETF resonator) mostri ampi margini di miglioramento e ottimizzazione, sia in termini di prestazioni che di robustezza nelle condizioni operative. In particolare, le analisi numeriche condotte nel presente lavoro hanno permesso di valutare il comportamento del sensore in presenza di variazioni termiche significative e di deformazioni

meccaniche elevate, due condizioni fondamentali per un suo possibile impiego in ambito aeronautico. Tuttavia, tali analisi richiedono una necessaria validazione sperimentale per confermare l'affidabilità dei risultati ottenuti, in particolare per quanto riguarda il comportamento sotto stress termico e sotto grandi deformazioni.

Va inoltre evidenziato che, in questo elaborato, non è stato incluso lo studio del circuito di elaborazione del segnale, elemento che come riportato da dati sperimentali presenti in letteratura (Luca Belsito M. F., 2016) incide in modo sostanziale sulla qualità e sulla stabilità della misura. In questa direzione, lo stesso gruppo di ricerca ha successivamente ottimizzato il sensore (Luca Belsito M. B., 2020) impiegando il carburo di silicio cubico in sostituzione del silicio. Tale scelta ha consentito il miglioramento di diversi parametri fondamentali: l'applicazione di voltaggi di bias più elevati, una riduzione dei gap tra gli elettrodi, un incremento del fattore di qualità (Q factor) e, non meno importante, una sensibilità termica inferiore, che contribuisce a una maggiore stabilità del sensore.

Per completare il percorso di sviluppo verso l'impiego reale del sensore in contesti industriali, sarà fondamentale procedere con l'integrazione del dispositivo in un componente strutturale reale. La modellazione numerica del sensore installato su una struttura aeronautica rappresentativa, seguita da un'indagine sperimentale in condizioni realistiche, permetterebbe di valutare in modo più accurato le prestazioni del sistema complessivo. In questo scenario, andrebbero considerati anche aspetti pratici quali l'influenza dei vincoli meccanici, le vibrazioni ambientali, il rumore elettrico e la stabilità a lungo termine.

L'adozione di sensori MEMS come quello studiato in questa tesi potrebbe portare a soluzioni di monitoraggio strutturale più leggere, compatte, a basso consumo energetico e potenzialmente più economiche rispetto ai sensori tradizionali, rappresentando un passo concreto verso l'integrazione di sistemi intelligenti nei materiali e nelle strutture aeronautiche del futuro.

Appendice A

Simbologia per il capitolo 2.3

α_n : n^{th} mode coefficient,
which is 3.516 and 22.034
for the first two modes

E : Effective elasticity modulus

ρ : Mass density

h : Device thickness

L : Device length

β_n : Mode coefficient given
by the n^{th} root of the equation
 $\cos(\beta_n) \cosh(\beta_n) = 1$, which
is 4.73, 7.853 and 10.996 for the
first three modes

n : Mode number

W : Device width

R : Device radius

σ : Poisson ratio

G : Shear modulus

w : Tether width

c : Tether length

K_t : Constant parameter,
dependent on w/h . K_t equals 1/3
when $w/h > 20$

a : Paddle width

b : Paddle length

λ_n : n^{th} mode coefficient, which
is 1.99, 5.17 and 8.42 for
the first three modes

C_0 : Constant frequency
parameter

κ_n : Frequency parameter
dependent on the orientation
of the silicon crystal.

$\kappa_n=1.6002$ in $\langle 110 \rangle$ and
 $\kappa_n=1.4082$ in $\langle 100 \rangle$ orientation,
respectively.

Bibliografia

- A. Alvin Barlian, W.-T. P. (2010). *Review: Semiconductor Piezoresistance for Microsystems*. Stanford University.
- Abdullah Saleh Algamili, M. H. (2021). A Review of Actuation and Sensing Mechanisms in MEMS-Based Sensor Devices. *Discover Nano*.
- Aircraft Maintenance A Check. (2019). *AviationEnthusiast*.
- al., R. K. (1997). *Electrostatic pull-in test structure design for in-situ mechanical property measurements of microelectromechanical systems (Mems)*. Massachusetts Institute of Technology .
- Alberto Corigliano, R. A. (2018). *Mechanics of Microsystems*.
- Ali Mardanshahi, A. S. (2025). Sensing Techniques for Structural Health Monitoring: A State of the Art Review on Performance Criteria and New Generation Technologies. *Sensors*.
- Antonio Gugliotta, A. S. (2022). *Elementi Finiti*. Quine.
- Aurelio Somà, A. B. (2009). Residual stress measurement method in MEMS microbeams using frequency shift data. *Journal of Micromechanics and Microengineering*.
- Aurelio Somà, M. M. (2015). Modeling and experimental verification of thermally induced residual stress in RF-MEMS. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, volume 25, n. 5.
- Carolina Viola, D. P. (2024). Microelectromechanical System Resonant Devices: A guide for Design, Modeling and Testing. *Micromachines*.
- Carosena, M. (2013). LA TERMOGRAFIA ALL'INFRAROSSO NEL SETTORE AERONAUTICO. *Special Issue of e-Journal of Nondestructive Testing (eJNDT)*.
- Chandan Dutta, J. K. (2021). Recent Advancements in the Development of Sensors for the Structural Health Monitoring (SHM) at High-Temperature Environment: A Review. *IEEE Sensors Journal*, vol. 21, NO. 14 .
- Chenguang Xin, Y. X. (2024). Micro-Opto-Electro-Mechanical Systems for High-Precision Displacement Sensing: A review. *Micromachines*.
- Christian Raab, K. R.-B. (2021). Dynamic flight load measurements with MEMS pressure sensors (<https://doi.org/10.1007/s13272-021-00529-3>). *CEAS Aeronautical Journal* .
- Doti Milena, G. A. (2016). *Comportamento dinamico non lineare in microstrutture: modellazione e validazione sperimentale*.
- Francesca Pistorio, A. S. (2023). Fatigue Fracture mechanics in gold-based MEMS notched specimens: experimental and numerical study. *Journal of Micromechanics and Microengineering*.
- G. De Pasquale, A. S. (2010). Dynamic identification of electrostatically actuated MEMS in the frequency domain. *Mechanical Systems and Signal Processing* 24, 1621-1633.
- Gary Georgeson, B. (2016). A Century of Boeing Innovation in NDE. *Boeing Technical Journal* .
- Giorgio De Pasquale, M. W. (2009). Capacitive MEMS Energy Harvesters for Structural Health Monitoring: Design and Fabrication. *International Semiconductors Conference*. Sinaia.
- Guoqiang Wu, J. X. (2020). MEMS Resonator for Frequency Reference and Timing Applications. *Journal of Microelectromechanical Systems*, 3.

- Hikaru Takamatsu, T. S. (2005). Nonlinear Vibration of Electrostatic MemS under DC and AC Applied Voltage. *Nano and Smart Systems*, (p. 2).
- Jinpeng Liu, H. T.-M.-A. (2025). Piezoelectric thin films and their applications in MEMS: A review. *Journal of Applied Physics*, 23.
- Kirankumar B. Balavalad, B. G. (2015). A Review on Evolution, Current Trends and Future Scope of MEMS Piezoresistive Pressure sensor. *International Journal of Engineering Research*.
- Luca Belsito, M. B. (2020). Nanostrain Resolution Strain Sensing by Monocrystalline 3C-SiC on SOI Electrostatic MemS Resonators. *Journal of Microelectromechanical systems*, vol. 29, no. 1.
- Luca Belsito, M. F. (2016). Fabrication of high-resolution strain sensors based on wafer-level vacuum packaged MEMS resonators. *Sensors and Actuators A*.
- M. Giglio, A. M. (2013). MemS for Structural Health Monitoring in aircraft. In *MemS for Automotive and Aerospace Applications*.
- Michael Kraft, N. M. (2013). *MemS for Automotive and Aerospace Applications (capitolo 9)*.
- Micro-Measurements. (2015). *Precision Strain Gauges and Sensors*.
- Minxiao Lin, S. G. (2022). Structure Health monitoring of a composite wing based on flight load and strain data using deep learning method. *Composite Structures*.
- Moradi, M. (2016). *Polycrystalline Silicon Capacitive MEMS Strain Sensor for Structural Health Monitoring of Wind Turbines*. Waterloo, Ontario.
- Petrauskaite, G. (2021). The alphabet of aircraft maintenance: how do airlines ensure jet safety? *AeroTime*.
- Pistorio, P. F. (2020). *Analisi FEM dell'accoppiamento elettromeccanico di dispositivi MemS*.
- R.M.C. Mestrom, R. F. (2008). Modelling the dynamics of a MemS resonator: Simulations and experiments. *Sensors and actuators*, 306-315.
- Rehman, M. S. (s.d.). Experimental Verification of Coupling Strength on the Mode-Localization in single MEMS DETF Resonators and Its Application as a Force Sensor. In *Transactions on Electron Devices* (p. vol. 71, no. 7, 4292-4299). Edinburgh.
- Sahar Hassani, U. D. (2023). A Systematic Review of Advanced Sensor Technologies for Non-Destructive testing and Structural Health Monitoring. *Sensors*.
- Sensore HBM serie M. (s.d.). https://www.hbm.com/it/4707/serie-m-di-estensimetri-con-deformabilita-estesa/?product_type_no=Estensimetro.
- Shirai, K. (2013). Temperature Dependence of Young's Modulus of Silicon. *Japanese Journal of applied physics*.
- Tianren Feng, Q. Y. (2022). Concepts and Key Technologies of Microelectromechanical Systems Resonator. *Micromachines*, 6.
- Uday Singh, K. S. (Maggio 2024). A Review of MEMS based Capacitive Pressure Sensor. *International Research Journal of Engineering and Thechnology*, 15.
- Xiaojin Li, M. Z. (2023). Advantageous Strain Sensing Performances of FBG Strain Sensors Equipped with Planar UV-Curable Resin. *Sensors*.
- Younis, M. (2011). MemS Linear and Nonlinear Statics and Dynamcis. In *Microsystems*. Springer US.