

Politecnico di Torino

Corso di laurea magistrale INGEGNERIA CIVILE



**Politecnico
di Torino**

Tesi di Laurea Magistrale

Algoritmi per il monitoraggio strutturale

Implementazione di metodologie OMA in linguaggio python

A.a. 2024/2025

Sessione di Laurea Luglio 2025

Relatori:

Bertagnoli Gabriele
Giordano Luca

Candidato:

Venturi Mario

Co-Relatore:

Ferrara Mario

INDICE

Elenco delle abbreviazioni	I
Nomenclatura	III
1 Introduzione	1
1.1 Monitoraggio strutturale in ingegneria civile	1
1.1.1 Aspetti generali	2
1.1.2 Classificazioni	6
1.1.3 Metodologie e tecniche per il monitoraggio strutturale	9
1.1.4 Sfide e prospettive future	11
1.2 Analisi modale operativa OMA	12
1.2.1 Cenni storici	12
1.2.2 Principi fondamentali	15
1.2.3 Tecniche	16
1.2.4 Vantaggi e limitazioni	18
1.2.5 Prospettive future	19
1.3 Obiettivi e struttura della tesi	22
2 Strumenti matematici per l'analisi di dati aleatori	24
2.1 Funzioni di correlazione	24
2.2 Funzioni di densità spettrale	27
3 Strumenti informatici e python	31
3.1 Python	31
3.2 OOP: Programmazione Orientata agli Oggetti	32
3.3 Librerie utilizzate	32
4 Modelli strutturali dinamici	34
4.1 Modello spaziale	34
4.2 Modello nello spazio di fase	36
5 Acquisizione e <i>preprocessing</i>	41
5.1 Acquisizione dati	41
5.1.1 Selezione dello schema di misurazione	41
5.1.2 Trasduttori	42
5.1.3 Sistema di acquisizione dati	43
5.1.4 Installazione dei sensori	43
5.2 <i>Preprocessing</i>	44
5.2.1 Campionamento	44

5.2.2	Filtraggio	45
5.2.3	Decimazione	45
6	Identificazione modale <i>output-only</i>	46
6.1	Ipotesi fondamentali OMA	46
6.2	Classificazione delle tecniche OMA	48
6.3	Metodi nel dominio delle frequenze	49
6.4	Metodi nel dominio del tempo	50
6.5	Diagrammi di stabilizzazione	51
6.6	Metodi utilizzati nell'implementazioni degli algoritmi	52
6.6.1	Dominio della Frequenza di Base – BFD	52
6.6.2	Decomposizione nel Dominio della Frequenza – FDD	53
6.6.3	Stochastic Subspace Identification – SSI	55
7	Implementazione dei modelli	58
7.1	BFD	58
7.1.1	DATA	59
7.1.2	GRAPH	61
7.1.3	RESULTS	65
7.2	FDD	67
7.2.1	DATA	68
7.2.2	RESULTS	71
7.3	SSI	72
7.3.1	CALIBRATION	73
7.3.2	FREQUENCIES	75
7.3.3	RESULTS	76
8	Architettura integrata per l'identificazione modale	77
8.1	Struttura	78
8.2	FDD	79
8.2.1	DATA	79
8.2.2	RESULTS	81
8.3	SSI	82
8.3.1	CALIBRATION	82
8.3.2	FREQUENCIES	84
8.3.3	RESULTS	85
8.3.4	BATCH	86

9	Strumenti complementari per l'analisi dati	88
9.1	Convertitore di estensione da <i>.mfd</i> a <i>.txt</i>	88
9.1.1	CALIBRATION	89
9.1.2	BATCH	90
9.2	Visualizzatori forme modali	91
9.2.1	Plot 2D	91
9.2.2	Plot 3D	92
10	Casi studio	93
10.1	Ponte a cassone	93
10.1.1	FDD	95
10.1.2	SSI	97
10.1.3	Plot 2D	102
10.2	Ponte ad arco	104
10.2.1	FDD	106
10.2.2	SSI	108
10.2.3	Plot 3D	114
11	Conclusione	116
	INDICE DELLE TABELLE	119
	INDICE DELLE FIGURE	120
	BIBLIOGRAFIA	123

ELENCO DELLE ABBREVIAZIONI

ADC - Convertitore Analogico-Digitale

AR - Auto-Regressivi

ARMA - Auto-Regressivi a Media Mobile

BFD - Dominio della Frequenza di Base

CMIF - Complex Mode Indicator Function

Cov-SSI - Covariance-Driven Stochastic Subspace Identification

DD-SSI - Data-Driven Stochastic Subspace Identification

EFDD - Enhanced Frequency Domain Decomposition

ERA - Eigensystem Realization Algorithm

FDPR - Frequency Domain Proper Orthogonal Decomposition

FDD - Decomposizione nel Dominio della Frequenza

FFT - Fast Fourier Transform

FRF - Frequency Response Function

GUI - Graphical User Interface

ITD - Ibrahim Time Domain

LSCF - Least Squares Complex Frequency

LSCE - Least Squares Complex Exponentia

LSFD - Least Squares Frequency Domain

LSB - Least Significant Bit

MAC - Modal Assurance Criterion

MEMS - Micro Electro-Mechanical Systems

DOF - Degrees of Freedom

MDOF - Multiple Degrees of Freedom

MLE - Maximum Likelihood Estimator

NExT - Natural Excitation Techniques

OMA - Output-Only Modal Analysis

OOP - Programmazione Orientata agli Oggetti

PEM - Prediction Error Method

PolyMAX - Poly-reference LSCF4

PSD - Power Spectral Density

SDOF - Single Degree of Freedom

SSI - Stochastic Subspace Identification

SVD - Singular Value Decomposition

ZOH - Zero Order Hold

NOMENCLATURA

$adj([Z(\omega)])$: Matrice aggiunta di $[Z(\omega)]$

$E[.]$: Operatore valore atteso

f : Frequenza

$\{f(t)\}$: Vettore forza

$[F(\omega)]$: Trasformate di Fourier di $\{f(t)\}$

$G_{prp}(\omega)$: Funzione di densità auto-spettrale delle coordinate modali

$G_{xx}(f)$, $G_{yy}(f)$: Funzioni di densità spettrale unilaterali (auto) di x e y rispettivamente

$G_{xy}(f)$: Funzione di densità spettrale unilaterale (incrociata) tra x e y

i : Unità immaginaria

$[I]$: Matrice identità

k : Indice di campionamento

$[K]$: Matrice di rigidità

l : Numero di canali di misurazione

$[M]$: Matrice di massa

$N(\omega)$: Trasformata di Fourier del rumore bianco

$[O_i]$: Matrice di osservabilità estesa

$p(x)$, $p(y)$: Funzioni di densità di probabilità di x e y rispettivamente

$[\Sigma]$: Matrice di covarianza dello stato

$[\Sigma]$: Matrice dei valori singolari

σ^2 : Varianza dei dati

σ_i : Valori singolari

t : Variabile indipendente, generalmente rappresenta il tempo

T : Durata finita del segnale

$[T1 | i]$: Matrice di Toeplitz a blocchi

$[T2 | i+1]$: Matrice di Toeplitz a blocchi con ritardo

$[U]$, $[V]$: Matrici unitarie contenenti i vettori singolari sinistri e destri

$[U1]$, $[\Sigma1]$, $[V1]$: Risultato della decomposizione ai valori singolari (SVD) di $[T1 | i]$

Δf : Risoluzione in frequenza

Δt : Periodo di campionamento

$\mu x, \mu y$: Valore medio delle funzioni $xk(t)$ e $yk(t)$ rispettivamente

$[\Phi]$: Matrice modale

1 INTRODUZIONE

1.1 MONITORAGGIO STRUTTURALE IN INGEGNERIA CIVILE

Il monitoraggio strutturale assume un ruolo sempre più importante in Italia, un paese caratterizzato dalla complessità del suo patrimonio edilizio e infrastrutturale, spesso vetusto e soggetto a eventi geologici e sismici che possono facilmente evolvere in gravi fattori di rischio. Eventi drammatici come il crollo del Ponte Morandi a Genova nel 2018 hanno evidenziato la necessità di implementare sistemi di monitoraggio accurati e capaci di fornire informazioni sullo stato di salute delle infrastrutture. La catastrofe genovese ha dimostrato come la mancanza di dati affidabili sulle condizioni strutturali possa condurre a conseguenze devastanti, con un tragico bilancio di perdite umane e ingenti danni economici e sociali.



Figura 1 Ponte Morandi – Agf

Allo stesso modo, il terremoto che ha devastato L'Aquila nel 2009 ha profondamente scosso la coscienza nazionale, con il crollo di edifici storici e moderni, portando alla luce le gravi carenze nella manutenzione e nella sorveglianza del patrimonio edilizio. Negli anni successivi, la sequenza di scosse che ha colpito il centro Italia, con particolare riferimento alle zone di Amatrice e Norcia, ha ulteriormente sottolineato la vulnerabilità intrinseca di molte strutture esistenti e l'urgente necessità di adottare metodologie di monitoraggio strutturale pervasive.

Questi eventi, unitamente ad altri episodi di minore entità verificatisi in diverse regioni italiane, hanno spinto le istituzioni e gli enti di ricerca a intensificare gli investimenti in tecnologie di sensoristica all'avanguardia, in sistemi di allarme rapido e in modelli predittivi innovativi. L'obiettivo primario è duplice: da un lato, prevenire il verificarsi di nuovi crolli attraverso una sorveglianza

costante delle infrastrutture esistenti, e dall'altro, pianificare interventi di manutenzione preventiva e correttiva in grado di garantire la sicurezza del territorio e la salvaguardia delle vite umane.

In questo scenario, il monitoraggio non rappresenta solamente una risposta necessaria alle vulnerabilità emerse, ma si configura anche come una preziosa opportunità per sviluppare un approccio integrato, capace di coniugare efficacemente tecnologie informatiche all'avanguardia, modelli dinamici avanzati per la simulazione del comportamento strutturale e analisi di dati in tempo reale. L'adozione sistematica su larga scala di sistemi di monitoraggio è destinata a generare benefici rilevanti per l'intero paese, contribuendo significativamente alla riduzione dei costi diretti e indiretti derivanti da interventi di emergenza e dalle ripercussioni economiche e sociali legate a disastri infrastrutturali.

1.1.1 Aspetti generali

Internazionalmente noto come *Structural Health Monitoring* (SHM), il monitoraggio strutturale costituisce una metodologia che si avvale di una rete di sensori distribuiti strategicamente all'interno o sulla superficie di una struttura. Questi dispositivi sono progettati per acquisire dati relativi alla risposta strutturale a diverse sollecitazioni, che possono derivare da fattori ambientali (come variazioni di temperatura o vento), condizioni operative (come carichi di traffico o attività industriali), eventi eccezionali (quali terremoti o impatti). L'analisi continua nel tempo di questi dati permette di ottenere una valutazione dinamica e completa dello stato di sicurezza della struttura. Tale valutazione si articola su due livelli: una prospettiva globale, che fornisce un quadro generale dell'integrità complessiva dell'opera, e un'analisi locale, che consente di individuare precocemente eventuali anomalie, deterioramenti o danneggiamenti in specifiche sezioni o elementi strutturali [1].



Figura 2 Structural Health Monitoring - aecbytes.com

La forza del monitoraggio è offrire una visione dettagliata e costantemente aggiornata della *salute* strutturale, fornendo ai professionisti informazioni essenziali per supportare decisioni consapevoli ed efficaci in merito alla programmazione della manutenzione, alla gestione del rischio,

all'ottimizzazione della vita utile e, soprattutto, al mantenimento degli standard di sicurezza per l'intera infrastruttura.

L'obiettivo primario del monitoraggio strutturale è l'identificazione tempestiva di qualsiasi fattore che possa potenzialmente compromettere l'integrità del manufatto, sia esso intrinseco alla struttura o derivante da sollecitazioni esterne. Questa capacità di rilevamento precoce si traduce operativamente in un monitoraggio continuo e proattivo, consentendo l'implementazione di interventi di prevenzione, mirati ad arginare potenziali danni prima che si evolvano in una condizione critica e possano mettere a rischio la funzionalità o la stabilità dell'opera. Inoltre, nel caso in cui venga rilevata un'anomalia, un deterioramento o un danno effettivo, il sistema SHM fornisce una grande quantità di informazioni diagnostiche. Questi dati sono fondamentali per una pronta rimozione o mitigazione del problema scoperto, contribuendo in modo sostanziale alla sicurezza degli utenti, alla protezione del patrimonio infrastrutturale e alla massimizzazione della sua durabilità nel lungo periodo [2]. La combinazione di individuazione precoce e intervento tempestivo si traduce in una gestione più efficiente delle risorse economiche e umane, in una significativa riduzione dei costi di manutenzione a lungo termine e, soprattutto, nella garanzia di un elevato e costante livello di sicurezza per tutte le strutture.

Per le grandi infrastrutture di importanza strategica, quali ponti, viadotti, dighe e gallerie, si è ormai consolidata l'opinione sulla necessità di implementare un sistema di monitoraggio strutturale fin dal primo giorno di operatività della struttura [3]. Questa prassi riconosce il valore di una sorveglianza continua e in tempo reale per garantire la sicurezza, l'efficienza e la durabilità di queste opere vitali per la collettività, che risultano essere complesse sia nella fase di realizzazione che di manutenzione. L'adozione precoce di un sistema SHM permette inoltre di stabilire una *baseline* del comportamento strutturale in condizioni ottimali, facilitando l'identificazione di eventuali anomalie o deviazioni nel tempo e consentendo interventi tempestivi e mirati.

Volendo portare un'analogia con il campo medico, dove la struttura rappresenta il paziente e l'ingegnere strutturista il medico curante, il monitoraggio strutturale si configura come lo strumento diagnostico principale. Proprio come un medico si avvale di esami e analisi per comprendere lo stato di salute del paziente, il monitoraggio strutturale fornisce i dati essenziali per effettuare una diagnosi delle condizioni dell'infrastruttura, formulare una prognosi sulla sua evoluzione nel tempo e pianificare una cura, ovvero interventi di manutenzione o rinforzo mirati.

Infatti, come detto, l'SHM svolge un ruolo cruciale nella prevenzione di rischi e danni, mirando a tutelare la sicurezza delle persone e l'integrità delle proprietà attraverso l'identificazione precoce di potenziali problemi strutturali. Questa capacità di intervento preventivo, resa possibile da un monitoraggio continuo, evita l'insorgere di danni maggiori e loro gravi conseguenze.

In secondo luogo, un sistema di monitoraggio adeguato consente la valutazione continua delle prestazioni strutturali nel tempo, fornendo dati essenziali per una pianificazione efficace della manutenzione e garantendo la sicurezza della struttura. L'SHM si configura quindi come un metodo solido ed efficiente per analizzare lo stato delle costruzioni esistenti, supportando un processo decisionale più informato e consapevole [2], [3].

Un ulteriore elemento di rilievo è rappresentato dall'automazione ed efficienza dei processi di ispezione. L'SHM mira a superare i limiti dei metodi tradizionali, spesso lenti, laboriosi, soggettivi e

difficili da quantificare, offrendo valutazioni più oggettive, sistematiche e con un maggiore risparmio di risorse. Questo è reso possibile dall'acquisizione di dati significativi, come deformazioni, vibrazioni e immagini della struttura, la cui analisi approfondita permette di ottenere una diagnosi precisa e dettagliata dello stato di salute strutturale[2].

Infine, il monitoraggio continuo nel tempo arricchisce la nostra conoscenza del comportamento dinamico delle costruzioni esistenti, fornendo dati per definire misure di sicurezza efficaci e ridurre la probabilità di danni strutturali futuri [4].

Richiamando l'analogia precedente, una volta formulata la *diagnosi* sullo stato di salute della struttura e definita una *prognosi* sulla sua evoluzione futura, si procede alla fase della *cura*, ovvero alla pianificazione e all'esecuzione degli interventi di manutenzione o di rinforzo necessari. Anche in questa fase, il monitoraggio strutturale riveste un ruolo di primaria importanza. In primo luogo, i dati storici e quelli in tempo reale, acquisiti attraverso il sistema di monitoraggio, forniscono informazioni preziose, utili per calibrare e validare i modelli agli elementi finiti (FEM) che vengono utilizzati nella progettazione degli interventi [5]. Questa calibrazione, basata su dati reali e sul comportamento osservato della struttura, consente di sviluppare progetti di intervento più precisi ed efficaci.

In secondo luogo, una volta eseguiti i lavori di riparazione o adeguamento, il sistema di monitoraggio continua a operare, permettendo di valutare nel tempo l'effettiva efficacia degli interventi realizzati e di monitorare costantemente la struttura per rilevare tempestivamente l'eventuale insorgenza di nuove criticità o di fenomeni di degrado non previsti. In questo modo, il monitoraggio strutturale non si limita alla fase diagnostica, ma si estende all'intero ciclo di vita dell'infrastruttura, garantendo una gestione proattiva degli interventi manutentivi e della sicurezza strutturale.

Volendo fornire una visione più tecnica, analizziamo ora in dettaglio le specifiche applicazioni del monitoraggio strutturale durante la fase di intervento, accennate solo in termini generali.

In primo luogo, come detto, si rivela uno strumento fondamentale per la calibrazione dei modelli agli elementi finiti (FEM) utilizzati nella progettazione degli interventi. Fornendo dati concreti sul comportamento reale dell'opera, il monitoraggio strutturale permette di affinare e validare i modelli numerici che costituiscono la base per la progettazione degli interventi di riparazione o rinforzo. Come sottolineato in [5], i modelli FEM, pur essendo potenti strumenti di analisi, talvolta non riescono a riflettere appieno la complessità del comportamento strutturale reale. L'integrazione dei dati derivanti dal monitoraggio colma questo divario tra il modello numerico e la struttura fisica, conducendo a progetti di intervento intrinsecamente più accurati ed efficaci [6]. Un esempio all'avanguardia di questa sinergia è rappresentato dall'impiego di *physics guided loss function*, utilizzate per valutare la divergenza tra l'output di modelli di *deep learning* e le procedure di aggiornamento dei modelli agli elementi finiti, con conseguente miglioramento della precisione e della coerenza dei risultati nell'ambito del rilevamento del danno, come evidenziato in studi specifici (citati in [6]). Questo processo di integrazione dei dati di monitoraggio con i modelli FEM porta alla creazione di quello che in gergo viene chiamato *digital twin*: una replica virtuale della struttura fisica che evolve continuamente grazie all'afflusso di dati in tempo reale. L'integrazione di dati SHM con simulazioni FEM consente di ottenere previsioni più accurate della risposta strutturale, come dimostrato nell'analisi proposta da [7] del terremoto di Loma Prieta nel 1989.



Figura 3 Digital Twin

In secondo luogo ci sono le valutazioni dell'efficacia degli interventi nel tempo, un'altra applicazione dell'SHM nella fase post-intervento. Una volta eseguiti i lavori di riparazione o adeguamento, il sistema di monitoraggio continua a operare, fornendo una valutazione continua dell'efficacia delle riparazioni o dei rinforzi implementati. Attraverso questa osservazione costante, è possibile verificare se la risposta strutturale è effettivamente migliorata in linea con le previsioni dei modelli e se gli interventi hanno raggiunto gli obiettivi prefissati in termini di sicurezza e funzionalità. Variazioni significative nei parametri monitorati, quali le frequenze naturali di vibrazione, le deformazioni o le tensioni interne, possono fornire indicazioni preziose sull'andamento degli interventi e segnalare l'eventuale necessità di ulteriori azioni correttive [2], [4], [8].

Infine, il monitoraggio continuo svolge un ruolo importante nel rilevamento dell'insorgenza di nuove criticità. Non limitandosi alla verifica dell'efficacia degli interventi, il sistema SHM agisce come un osservatore costante, individuando tempestivamente l'insorgere di nuove problematiche o fenomeni di degrado che potrebbero manifestarsi nel tempo. L'analisi delle serie temporali dei dati può rivelare cambiamenti anomali nel comportamento strutturale, fornendo un segnale precoce di potenziali nuovi danni o dell'inefficacia a lungo termine degli interventi precedentemente eseguiti. Tecniche avanzate di *anomaly detection* basate sul deep learning, come quelle sperimentate sulla torre di Ravenna [9], dimostrano la capacità di identificare comportamenti strutturali anomali, contribuendo in modo significativo alla prevenzione di scenari critici.

Il monitoraggio strutturale si dimostra quindi uno strumento essenziale non solo per l'analisi dello stato di un'opera, ma anche per la fase di implementazione e verifica degli interventi. Fornisce i dati essenziali per calibrare i modelli utilizzati nella progettazione degli interventi, per verificarne l'efficacia nel corso del tempo e per identificare precocemente l'insorgenza di nuove problematiche, contribuendo in modo sostanziale a una gestione più sicura ed efficiente del patrimonio infrastrutturale esistente.

1.1.2 Classificazioni

L'organizzazione concettuale dei sistemi di monitoraggio strutturale si definisce attraverso diverse classificazioni, ognuna delle quali pone l'accento su specifici aspetti di rilevamento e sulle scale temporali dell'analisi.

Tra le distinzioni fondamentali che emergono si citano quelle tra monitoraggio locale e globale, statico e dinamico, nonché tra monitoraggio a breve e lungo termine. Queste categorie non sono mutuamente esclusive, ma piuttosto prospettive complementari nell'approccio alla valutazione dell'integrità strutturale.

1.1.2.1 Monitoraggio locale e globale

I metodi globali si concentrano sull'identificazione delle proprietà modali dell'intero sistema strutturale. L'obiettivo principale del monitoraggio globale è fornire una valutazione del comportamento e della salute dell'intera struttura. Ciò si realizza attraverso l'analisi dei dati provenienti da una rete di sensori distribuiti sull'intera struttura, permettendo di identificare tendenze generali e valutare l'integrità complessiva dell'opera. Esempi di metodi globali includono strategie *data driven*, che si concentrano sull'estrazione delle proprietà dinamiche di una struttura direttamente dai dati di risposta misurati, e i *digital twin*, un modello FEM che incorpora le proprietà geometriche e dei materiali e si aggiorna costantemente con i dati dei sensori [6]. L'Analisi Modale Operazionale (OMA) rappresenta una tecnica chiave in questo ambito, consentendo la valutazione delle prestazioni operative delle costruzioni attraverso il controllo delle variazioni della risposta strutturale legate alle caratteristiche meccaniche globali, quali le frequenze naturali e le forme modali [4]. L'integrazione del Deep Learning negli ultimi anni ha ulteriormente potenziato gli approcci di monitoraggio globale, anche in sinergia con tecniche di visione artificiale per l'analisi dei dati vibrazionali [6]. Il monitoraggio della risposta globale di strutture come ad esempio di un ponte rientra tipicamente in questa categoria.

I metodi locali si focalizzano invece su ispezioni visive dirette e sull'applicazione di metodi di prova non distruttiva (NDT) in aree specifiche della struttura. Tipicamente, l'applicazione dei metodi locali è guidata dalle informazioni preliminari ottenute attraverso i metodi globali, al fine di valutare in dettaglio la gravità del danno localizzato. L'obiettivo principale è il rilevamento e la quantificazione di danni specifici e circoscritti, come crepe e corrosione. Il ventaglio di tecniche locali comprende diversi approcci NDT (tra cui termografia, radiografia, correnti indotte, georadar, interferometria, ultrasuoni ed emissione acustica) e tecniche basate sulla computer vision, inclusi sistemi che utilizzano il LIDAR (Light Detection and Ranging). Le tecniche di computer vision si dimostrano particolarmente efficaci nel rilevamento di danni superficiali strutturali. Analogamente ai metodi globali, il Deep Learning (DL) trova vasta applicazione anche nel monitoraggio locale, in particolare nell'analisi di immagini acquisite tramite tecniche NDT e computer vision per il rilevamento di danni subsuperficiali [6]. Il monitoraggio mirato alla quantificazione di crepe nei ponti rappresenta un esempio di monitoraggio a livello locale.

L'integrazione sinergica degli approcci di monitoraggio locale e globale rappresenta la strategia migliore per ottenere una comprensione completa e accurata dello stato di salute di una struttura, aprendo la strada a progetti di gestione e manutenzione più efficaci. Tecnologie come la ricostruzione 3D, il Building Information Modeling (BIM) e gli approcci di *digital twin* rappresentano l'evoluzione naturale dei sistemi di monitoraggio strutturale, agendo come piattaforme centralizzate per l'aggregazione e l'analisi di tutti i dati raccolti. Questi strumenti non sono semplici contenitori di dati, ma veri e propri ambienti virtuali dinamici che consentono il monitoraggio e gestione del danno strutturale, aprendo la strada allo sviluppo di strategie di intervento più efficaci [6].

1.1.2.2 Monitoraggio statico e dinamico

Il monitoraggio statico si concentra sulla valutazione di quelle proprietà strutturali che subiscono variazioni lente nel tempo o che rimangono sostanzialmente costanti in condizioni operative ordinarie. L'obiettivo è cogliere deformazioni permanenti, spostamenti gradualmente, l'evoluzione di fessurazioni e altri fenomeni che si manifestano su scale temporali estese. Diverse tecniche vengono impiegate in questo ambito. Negli ultimi anni, ad esempio, è stato proposto il rilevamento di deformazioni e spostamenti lenti con sensori in fibra ottica SOFO, capaci di monitorare variazioni di temperatura e deformazione in elementi strutturali in calcestruzzo e acciaio, trovando applicazione anche nel monitoraggio di dighe, strutture sotterranee e tunnel [2]. La misurazione dell'inclinazione, come nel caso della Torre di Ravenna (Figura 4) monitorata con inclinometri [9], fornisce dati per prevenire scenari di instabilità.



Figura 4 Torre Comunale (Torre Civica), Ravenna - Kirk K - CC BY-NC-ND 2.0

Il rilevamento di fessurazioni e danni superficiali si avvale di tecniche di computer vision [2] e sensori specifici, quali i *crack detector* [10], mentre la termografia infrarossa può caratterizzare difetti di corrosione. In strutture in legno, il monitoraggio statico può includere la misurazione dell'umidità per individuare zone a rischio [8]. Infine, la valutazione dello stato di precompressione può essere monitorata con tecniche come l'Impedenza Elettromeccanica (EMI) e, indirettamente, con metodi basati sulla risposta dinamica [1].

Il monitoraggio dinamico, al contrario, è orientato alla valutazione della risposta strutturale a sollecitazioni di natura dinamica, come le vibrazioni indotte dal vento, dal traffico o da eventi sismici. Un approccio consolidato in questo campo è l'analisi delle vibrazioni e l'identificazione dei parametri modali (frequenze naturali, forme modali, smorzamento). Operativamente si monitora il comportamento complessivo della struttura analizzando i dati provenienti da una rete di accelerometri.

Diverse tecniche di OMA, come la Frequency Domain Decomposition (FDD) e la Stochastic Subspace Identification (SSI), sono impiegate per estrarre le proprietà dinamiche. Intorno ad esse sono stati sviluppati algoritmi per l'identificazione automatica dei parametri modali, come LEONIDA, e procedure per il monitoraggio continuo nel tempo [4]. L'uso di accelerometri rimane fondamentale per misurare la risposta vibrazionale, ma anche le tecniche basate sulla computer vision, come la *Motion Magnification*, e il radar interferometrico offrono promettenti alternative per l'analisi dinamica non invasiva [1], [2]. In zone sismiche, il monitoraggio dinamico è cruciale per valutare la risposta strutturale durante e dopo gli eventi.

Un approccio integrato, che combini tecniche di monitoraggio statico e dinamico può fornire prognosi più affidabile [2], [11].

1.1.2.3 Monitoraggio a breve e lungo termine

Il monitoraggio a lungo termine si focalizza sull'analisi del comportamento strutturale nel corso di periodi estesi, prendendo in considerazione le variazioni gradualmente indotte dall'invecchiamento dei materiali, dalle fluttuazioni ambientali (come le variazioni di temperatura [4], [12]) e dall'accumulo progressivo di danni [11]. L'obiettivo primario di un sistema di monitoraggio a lungo termine è fornire una comprensione approfondita dell'evoluzione strutturale, consentendo una pianificazione efficace della manutenzione e garantendo la sicurezza. Tecnologie come i sensori in fibra ottica SOFO si dimostrano particolarmente adatte a questo scopo, monitorando variazioni di temperatura e deformazione durante l'intero ciclo di vita operativo della struttura, fornendo dati preziosi sia a livello locale che globale. L'implementazione di sistemi di monitoraggio continuo permette la creazione di database di misure estesi nel tempo, fondamentali per l'analisi del rischio sismico [2]. Il monitoraggio a lungo termine è importante anche per comprendere le risposte termiche dei ponti, dove le variazioni giornaliere e stagionali di temperatura possono superare significativamente le risposte dinamiche indotte dal traffico [12]. Tuttavia, l'efficacia del monitoraggio a lungo termine dipende dalla stabilità e dalla durabilità dei metodi e dei sensori impiegati [2], e la durata del monitoraggio influenza direttamente i costi e la fattibilità del processo [6].

Il monitoraggio a breve termine, al contrario, è tipicamente impiegato per valutare la risposta strutturale a eventi specifici e di durata limitata. Nel contesto del rischio sismico, il monitoraggio strutturale a breve termine, in particolare quello in tempo reale, riveste un ruolo fondamentale per la gestione dell'emergenza post-sisma e per la generazione di scenari basati sui dati raccolti durante e immediatamente dopo un evento sismico [11]. Inoltre, nello SHM basato su immagini, anche se l'elevata velocità di produzione di dati può rappresentare una sfida per l'elaborazione, si possono ottenere importanti benefici per la presa di decisioni tempestive in seguito a eventi catastrofici [2]. L'analisi dei dati raccolti durante il monitoraggio a breve termine può anche essere utilizzata per effettuare valutazioni per progettare quello a lungo termine.

In sintesi, il monitoraggio a lungo termine fornisce una comprensione approfondita dell'evoluzione strutturale e supporta strategie di manutenzione preventiva, mentre il monitoraggio a breve termine è usato per la valutazione della risposta a eventi specifici e per una rapida identificazione delle proprietà dinamiche.

1.1.3 Metodologie e tecniche per il monitoraggio strutturale

Il Monitoraggio Strutturale (SHM) si avvale di un ampio spettro di metodologie, in continua evoluzione da approcci prevalentemente manuali verso sistemi sempre più informatizzati ed automatizzati. L'obiettivo comune di queste tecniche è la valutazione accurata e continua dello stato di salute e quindi dell'integrità delle strutture nel corso del tempo.

I metodi basati sulle vibrazioni costituiscono una categoria centrale nell'SHM e si fondano sull'analisi delle misurazioni vibrazionali, appunto. All'interno di questa branca, si distinguono due approcci principali: i metodi guidati dai dati, ovvero i *datas driven*, e i metodi basati su modelli fisici aggiornati con i dati rilevati, come i *digital twins*. La maggior parte di queste tecniche mira alla determinazione delle proprietà modali sia nella condizione di struttura integra (*baseline*) che in presenza di danno, utilizzando i dati vibrazionali misurati o modelli ad elementi finiti (FEM) [6].

Un'area di ricerca per questi metodi è rappresentata dall'identificazione dinamica automatica delle proprietà modali, con lo sviluppo di algoritmi come LEONIDA, basato sulla Frequency Domain Decomposition (FDD), e procedure per il monitoraggio continuo come AFDD-T. Altri metodi automatici includono quelli basati su Least Square Complex Frequency (LSCF), Stochastic Subspace Identification (SSI), Time Domain Filtering e Second Order Blind Identification. Tuttavia, molte di queste tecniche presentano ancora sfide legate alla definizione di soglie, alla sensibilità al rumore e alla necessità di calibrazione [4]. Per superare queste limitazioni negli ultimi anni si stanno cercando nuove metodologie con un uso centrale delle intelligenze artificiali. Gli approcci prevedono l'utilizzo di tecniche di *Deep Learning* (DL), impiegando sia dati vibrazionali pre-elaborati in formati 2D o 3D, sia i dati vibrazionali grezzi, come input per i modelli DL [6], [9].

Tra le tecniche utilizzate troviamo quelle di prova non distruttiva (NDT) (tra cui termografia, endoscopia, radiografia, correnti indotte, georadar, interferometria, ultrasuoni ed emissione acustica) rappresentano un insieme di metodologie consolidate da decenni.

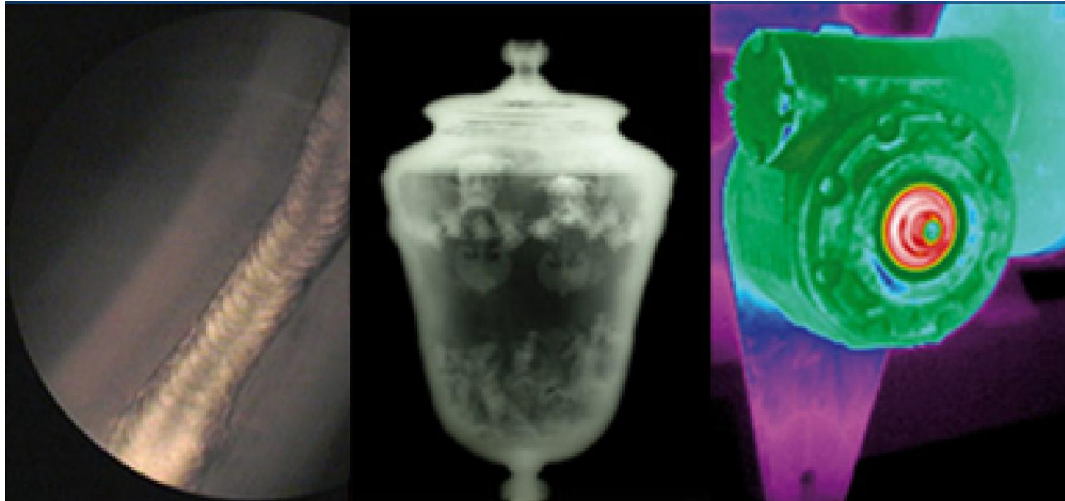


Figura 5 Endoscopia, Radiografia e Termografia - controlli.it

L'integrazione recente del DL con le tecniche basate su NDT ha aperto nuove frontiere per il rilevamento di danni subsuperficiali.

Parallelamente, Le tecniche innovative di *computer vision* trovano applicazione sia nei metodi locali che globali di SHM. Nei metodi locali, l'analisi di immagini consente il rilevamento di danni superficiali come fessure e corrosione. Negli approcci globali basati sulle vibrazioni, la *computer vision* è impiegata per misurare le vibrazioni strutturali [6]. L'SHM basato su immagini include il riconoscimento di difetti superficiali, il rilevamento di danni, il tracciamento tramite correlazione di immagini digitali e l'utilizzo di tecnologia GPS. In questo campo le Reti Neurali Convoluzionali (CNN) sono la nuova frontiera per l'interpretazione automatizzata di dati grafici [2].

In letteratura vengono presentate anche metodologie per monitorare lo stato di precompressione delle strutture e la loro variazione nel tempo. Diverse tecniche sono impiegate, tra cui metodi basati su sensori FBG (Fiber Bragg Grating), sensori magnetoelastici (ME), analisi della risposta dinamica, onde guidate ultrasoniche (UGW), impedenza elettromeccanica (EMI) basata su sensori PZT (Piezoelectric Lead Zirconate Titanate) e resistenza elettrica. La scelta del metodo dipende dalle caratteristiche della struttura (nuova o esistente) e dalla tipologia degli elementi precompressi (cavi o trefoli annegati) [1].

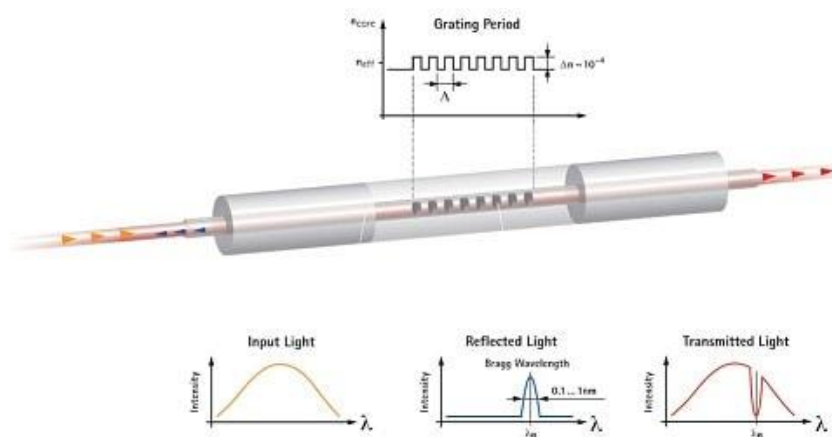


Figura 6 Fiber Bragg Grating (FBG) - hbkworld.com

Oltre alle categorie principali, esistono diverse altre metodologie e tecniche impiegate nell'SHM, tra cui i metodi basati sulla forma modale e sulla curvatura della forma modale (CMS), i metodi di aggiornamento del modello ad elementi finiti (FEM) e approcci basati sull'apprendimento bayesiano sparso (SBL), fondato su dati probabilistici per stabilire bande di frequenza sensibili ai danni e quantificare il grado di danno, e sui metodi di calcolo bayesiano Markov Chain Monte Carlo (MCMC) [5].

I sensori in fibra ottica sono sempre più diffusi per la loro elevata qualità di misurazione e affidabilità. Anche la tecnologia GPS, le applicazioni IoT (internet delle cose) e i sistemi di *motion capture* e fotogrammetria digitale prospettano un impiego futuro nell'SHM [2], [13]. L'utilizzo degli smartphone è in fase di esplorazione per il monitoraggio strutturale dei ponti [12].

1.1.4 Sfide e prospettive future

Nonostante i significativi progressi compiuti nel campo del Monitoraggio Strutturale (SHM), diverse sfide rimangono aperte e rappresentano aree per la ricerca e lo sviluppo futuri. Parallelamente, nuove prospettive tecnologiche promettono di rivoluzionare ulteriormente le capacità e l'efficacia dei sistemi di monitoraggio.

Una sfida fondamentale è rappresentata dalla necessità di automazione e affidabilità. Superare la dipendenza dall'intervento di utenti esperti nei processi di identificazione dinamica è cruciale per la diffusione su larga scala di sistemi di monitoraggio completamente automatizzati. In questo contesto, lo sviluppo di algoritmi robusti, intrinsecamente capaci di minimizzare gli effetti del rumore di misura, costituisce l'obiettivo principale della ricerca [4], [6].

Un'prospettiva promettente risiede nell'integrazione di diverse tecnologie di monitoraggio. La sinergia tra sensori basati sulle vibrazioni e sistemi di visione, ad esempio, può fornire una comprensione più completa ed accurata dello stato di salute strutturale. In particolare, l'integrazione con i *digital twin* offre un potenziale significativo per la simulazione e la previsione accurata del comportamento strutturale nel tempo [2], [7].

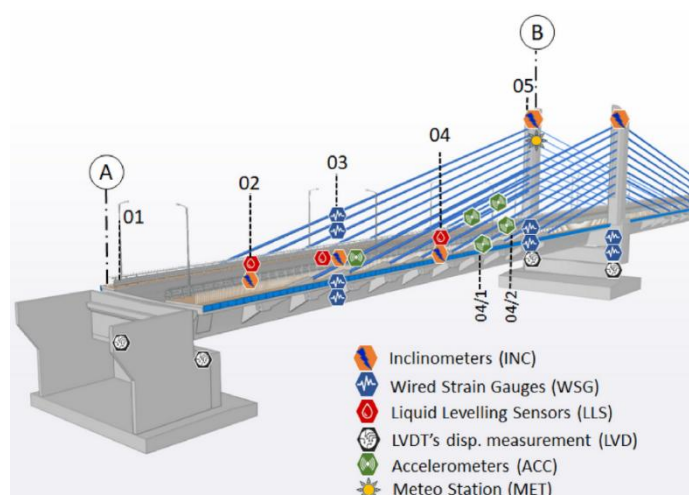


Figura 7 Tipologie di sensori implementabili su grandi opere - rdcu.be/eicCR

La crescente quantità di dati generati dai sistemi di monitoraggio introduce la sfida dell'analisi dei *Big Data* e dell'Intelligenza Artificiale (AI). L'estrazione di informazioni significative da questa mole di dati e lo sviluppo di *digital twin* che si aggiornano automaticamente sono oggi argomenti di frontiera. In questo scenario, le tecniche di *deep learning* si stanno affermando come strumenti potenti per l'identificazione precoce di danni e anomalie strutturali [6], [9].

La sostenibilità energetica rappresenta un'ulteriore prospettiva chiave per il futuro dell'SHM. L'integrazione di sistemi di *energy harvesting*, come quelli piezoelettrici, con sensori a basso consumo energetico, come i sensori a fibra ottica (FBG), apre la strada allo sviluppo di soluzioni di monitoraggio strutturale autonome, economicamente vantaggiose e sostenibili nel lungo periodo [13].

Infine, la definizione di standard e linee guida per l'implementazione dei sistemi di monitoraggio strutturale, come le *LINEE GUIDA PER LA CLASSIFICAZIONE E GESTIONE DEL RISCHIO, LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA ED IL MONITORAGGIO DEI PONTI ESISTENTI* [14], è essenziale per garantire l'affidabilità e l'efficacia di tali sistemi. La standardizzazione faciliterà l'adozione di pratiche consolidate e la validazione delle tecnologie emergenti.

1.2 ANALISI MODALE OPERATIVA OMA

1.2.1 Cenni storici



Figura 8 Pitagora e Galileo studiano vibrazioni ed oscillazioni

Di seguito si propone un excursus storico sull'Analisi Modale Operativa (OMA), attingendo informazioni da *INTRODUCTION TO OPERATIONAL MODAL ANALYSIS* [15] e *Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures: An Introduction and Guide for Applications* [16].

Sebbene i progressi più significativi nelle tecniche di prova OMA si siano verificati a partire dagli anni '90, i concetti fondamentali e le prime intuizioni risalgono a molto tempo prima e possono essere trovati persino nelle conoscenze degli antichi greci.

Già nel VI secolo a.C., Pitagora esplorò le origini del suono musicale, notando la relazione inversa tra la lunghezza di una corda tesa e l'altezza del suono prodotto. Questa osservazione primordiale può essere vista come un precursore della comprensione di come le proprietà fisiche influenzino le caratteristiche vibratorie. Nel XVII secolo, Galileo Galilei, considerato il padre della fisica moderna, descrisse il fenomeno della risonanza e lo paragonò alle vibrazioni di corde e pendoli nel suo tentativo di spiegare l'armonia e la dissonanza musicale.

Il XVIII secolo vide un avanzamento cruciale con il lavoro di Daniel Bernoulli, il quale nel 1755 dimostrò che una corda può vibrare simultaneamente in più modi armonici, un principio che oggi chiamiamo *sovrapposizione modale*. Successivamente, Joseph Fourier nel XIX secolo sviluppò il suo celebre teorema sull'espansione di funzioni in serie armoniche, fornendo un potente strumento matematico per l'analisi delle vibrazioni. Parallelamente, Isaac Newton nel XVII secolo pose le prime basi per una teoria della propagazione delle onde, mentre nel XIX secolo John Strutt, Lord Rayleigh, fornì il quadro teorico moderno che lega massa, rigidità e smorzamento alle caratteristiche dinamiche dei sistemi strutturali.

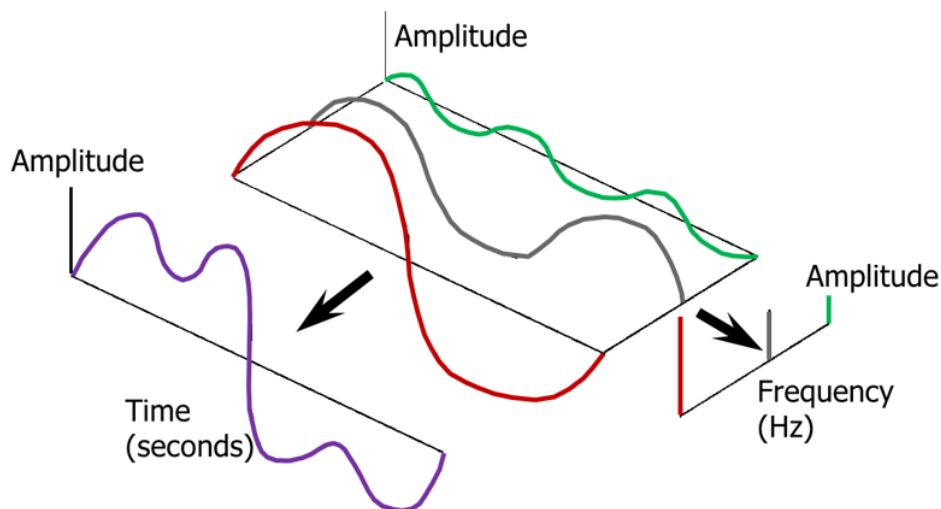


Figura 9 La trasformata di Fourier consente di visualizzare un segnale temporale complesso (sinistra, destra) nel dominio della frequenza (lato destro). - community.sw.siemens.com

Nel XX secolo, l'attenzione si spostò sull'applicazione di questi principi all'ingegneria civile, in particolare per migliorare la resistenza degli edifici ai terremoti. All'inizio degli anni '30, furono condotti i primi studi sugli effetti di urti e vibrazioni sulle strutture civili. M.A. Biot introdusse lo *spettro di shock*, e G. Housner lo raffinò nello *spettro di risposta allo shock* (SRS), per caratterizzare la risposta sismica degli edifici. Un contributo significativo fu dato dal lavoro di D.S. Carder nel 1935, che applicò rudimentali tecniche OMA a oltre 200 edifici, utilizzando le vibrazioni ambientali per determinarne i modi naturali e influenzando così le norme di progettazione future.

L'identificazione sperimentale dei parametri modali divenne una pratica consolidata a metà del XX secolo con l'Analisi Modale Sperimentale (EMA), che utilizza forze applicate e la risposta vibrazionale per estrarre le proprietà dinamiche delle strutture.

L'EMA è un processo fondamentale per identificare le proprietà modali di un sistema strutturale, stabilendo una correlazione tra le caratteristiche dinamiche di un modello matematico e le proprietà fisiche del sistema ottenute attraverso misurazioni sperimentali. Esso si basa sull'applicazione di forze di eccitazione controllate e sulla misurazione sia della forza in ingresso che della conseguente risposta della struttura. In questo contesto, le procedure sono sviluppate all'interno di un quadro teorico di tipo deterministico.

Attraverso l'EMA, i parametri modali, quali la frequenza naturale di vibrazione, il rapporto di smorzamento e la forma modale, vengono quindi identificati a partire dalle misurazioni della forza applicata e della risposta vibrazionale risultante. Nel corso dei decenni, le attrezzature di prova utilizzate e gli algoritmi impiegati per l'elaborazione dei dati acquisiti hanno subito un'evoluzione significativa, migliorando notevolmente l'accuratezza e l'efficienza di questa tecnica.

L'EMA ha trovato un'ampia applicazione in svariati settori dell'ingegneria, tra cui l'*automotive*, l'ambito aerospaziale, i macchinari industriali e, in particolare per il nostro interesse, l'ingegneria civile. Tuttavia, nel caso specifico di edifici ed infrastrutture, l'identificazione dei parametri modali attraverso le tecniche EMA può presentare difficoltà a causa delle loro dimensioni considerevoli e della loro tipica operatività in una gamma di frequenze relativamente basse. L'applicazione di un'eccitazione controllata e misurabile a tali strutture spesso si rivela un compito arduo, che richiede l'impiego di dispositivi costosi e di grandi dimensioni. Proprio questa limitazione ha portato a un crescente interesse verso l'Analisi Modale Operativa (OMA), che sfrutta le eccitazioni naturali e ambientali (vento, traffico, microtremori) per identificare le proprietà dinamiche delle strutture basandosi unicamente sulla misurazione della risposta vibrazionale.

È possibile notare che molti dei metodi impiegati nell'OMA derivano concettualmente dalle procedure sviluppate per l'EMA. La distinzione fondamentale tra le due metodologie risiede nella formulazione dell'ingresso di eccitazione: mentre nell'EMA l'ingresso è noto e misurato, nell'OMA esso è di natura aleatoria e non viene misurato direttamente. Proprio per questa ragione, nell'EMA è possibile calcolare le Funzioni di Risposta in Frequenza (FRF) che mettono in relazione i segnali di forza e di risposta, una possibilità che non si presenta nell'OMA a causa della natura incognita della forza di eccitazione.

Come detto, l'OMA offre numerosi vantaggi significativi rispetto all'EMA, soprattutto nel campo dell'ingegneria civile: test economici e veloci, minima interferenza con l'uso normale delle strutture e parametri modali rappresentativi del comportamento reale in condizioni operative. Sebbene richieda sensori ad alta sensibilità e basse ampiezze di vibrazione, l'OMA si è dimostrata particolarmente utile in contesti come il collaudo di strutture storiche, il monitoraggio della salute strutturale di grandi infrastrutture e la sua automatizzazione. La sua crescente popolarità è testimoniata dalla vasta ricerca e dalle numerose applicazioni documentate in conferenze internazionali come IMAC e ISMA, culminando nel 2005 con la creazione della conferenza interamente dedicata all'OMA, la IOMAC, che nel 2025 è arrivata alla sua undicesima edizione.

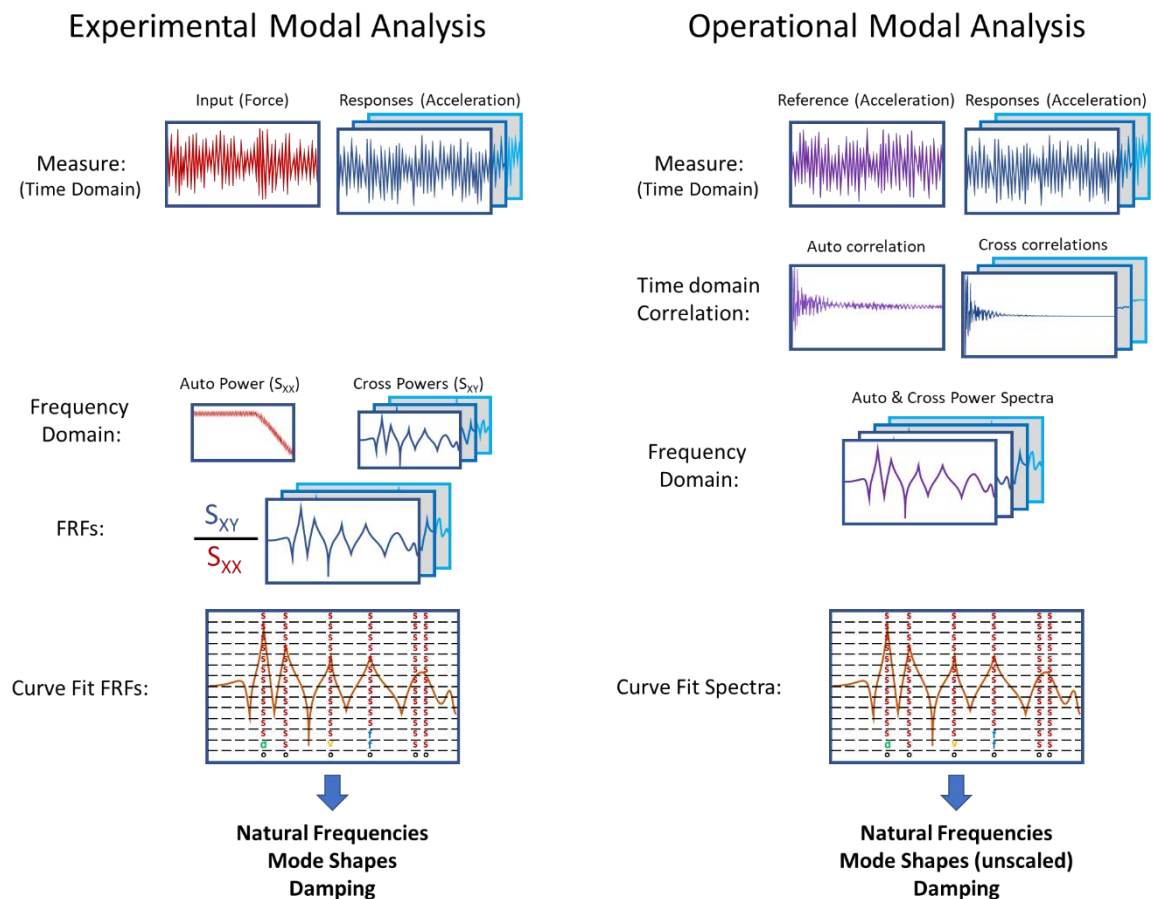


Figura 10 EMA vs. OMA - community.sw.siemens.com

1.2.2 Principi fondamentali

I principi fondamentali dell'Analisi Modale Operativa (OMA) si basano su diverse ipotesi e concetti chiave, che ora verranno citati per sommi capi e poi affrontati in modo più approfondito nel capitolo 6.

L'OMA è definita come la procedura di prova che permette la stima sperimentale dei parametri modali di una struttura dalle sole misure della risposta vibratoria, sfruttando l'eccitazione naturale dovuta a forze ambientali e carichi operativi come vento, traffico e microtremori [16]. Poiché nell'OMA le forzanti non vengono misurate, ma sono quelle naturalmente presenti durante il funzionamento della struttura, hanno una natura aleatoria. Di conseguenza può essere considerata una procedura stocastica.

Le ipotesi fondamentali su cui si basa l'OMA sono [16]:

- **Linearità:** La risposta del sistema ad una data combinazione di input è uguale alla stessa combinazione degli output corrispondenti
- **Stazionarietà:** Le caratteristiche dinamiche della struttura rimangono costanti nel tempo, il che implica che i coefficienti delle equazioni differenziali che governano la sua risposta dinamica sono indipendenti dal tempo.

- **Osservabilità:** La disposizione dei sensori è stata progettata correttamente per osservare i modi di interesse, evitando, ad esempio, i punti nodali.

Un'altra ipotesi delle tecniche di test OMA è che la struttura in esame sia sollecitata da un'eccitazione che presenti approssimativamente le caratteristiche di un rumore bianco, ovvero con energia distribuita su un ampio intervallo di frequenze che copre la gamma di frequenze delle caratteristiche modali della struttura. Infatti è importante che tutti i modi di interesse siano adeguatamente eccitati, in modo che i loro contributi possano essere catturati dalle misurazioni [15].

Si ipotizza inoltre che l'eccitazione della struttura sia *multi-input*, il che significa che agiscano molte sorgenti di eccitazione indipendenti [17].

Per una piena comprensione dell'OMA, è essenziale una solida base di conoscenze che includa la meccanica strutturale classica e l'analisi matriciale per la modellazione dinamica. È inoltre importante la familiarità con i concetti di misurazione di dati aleatori, poiché l'OMA analizza vibrazioni operative. La conoscenza delle ipotesi semplificative specifiche del metodo e degli aspetti pratici di misurazione, acquisizione ed elaborazione dei segnali vibratorii sono parimenti importanti per applicare e interpretare correttamente i risultati dell'analisi modale operativa. Nell'OMA, si considera principalmente la statistica di secondo ordine, rappresentata dalle funzioni di correlazione e dalle densità spettrali [15], [17].

Le nozioni principali sopracitate sono analizzate nella prima parte della presente tesi.

In sintesi, l'OMA è il processo di caratterizzazione delle proprietà dinamiche di una struttura elastica attraverso l'identificazione dei suoi modi naturali di vibrazione a partire dalle risposte operative [15].

1.2.3 Tecniche

L'Analisi Modale Operativa (OMA) offre un ventaglio di tecniche che si differenziano principalmente per il dominio di analisi: il dominio della frequenza e il dominio del tempo. Di seguito una panoramica sintetica, basata sulla letteratura esistente ([15], [16], [17]), evidenzia alcune delle metodologie più comuni.

Tra le tecniche nel dominio della frequenza, si cita il Metodo Base (detto *Peak-Picking*), che identifica le frequenze naturali attraverso l'analisi dei picchi negli spettri di potenza delle risposte misurate. Un approccio più avanzato è rappresentato dal Metodo della Decomposizione nel Dominio della Frequenza (FDD), che impiega la decomposizione ai valori singolari della matrice spettrale per stimare frequenze e forme modali, dimostrandosi efficace anche per modi di vibrazione ravvicinati. Infine, i Metodi Parametrici nel Dominio della Frequenza utilizzano funzioni di risposta in frequenza convertite in metodi basati sullo spettro per l'identificazione delle proprietà modali.

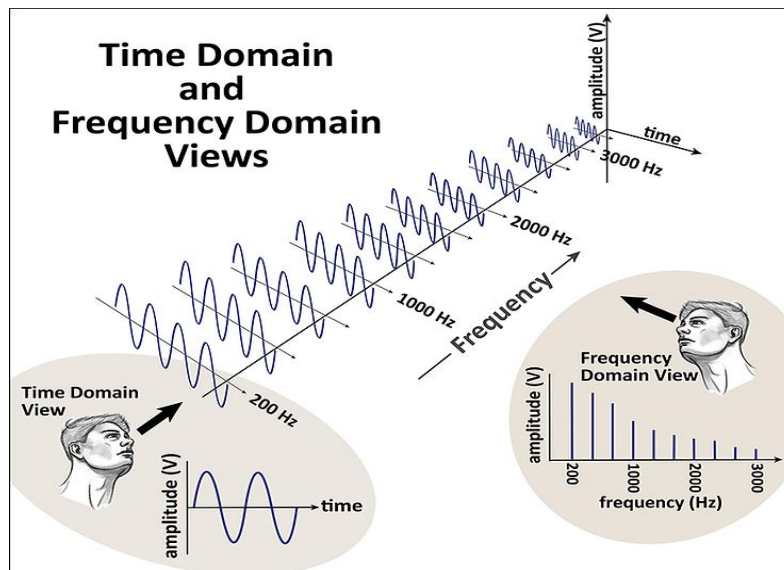


Figura 11 La relazione tra dominio del tempo e dominio della frequenza - hamradioschool.com

Parallelamente, le tecniche nel dominio del tempo includono le Procedure di tipo NExT (Natural Excitation Technique), che analizzano le funzioni di correlazione delle risposte per stimare le funzioni di risposta all'impulso. I Metodi AR (Autoregressivi) e ARMA (Autoregressivi a Media Mobile) modellano i dati di risposta nel tempo per estrarre i parametri modali. L'Identificazione Stocastica del Sottospazio (SSI) rappresenta una famiglia di tecniche nel dominio della frequenza particolarmente efficace per la stima diretta dei parametri modali a partire da dati di risposta operativa multicanale. La sua robustezza in presenza di rumore e modi di vibrare con frequenze molto vicine, unitamente alla crescente possibilità di automatizzarne le procedure, la rende una scelta privilegiata. Questa ampia adozione in ambito di ricerca è chiaramente testimoniata dal numero di studi che impiegano l'SSI, come si può riscontrare analizzando il *proceeding* della nona conferenza IOMAC, tenutasi nel 2022 [18]. Un'ulteriore tecnica nel dominio del tempo è la Second Order Blind Identification (SOBI).

Oltre a queste categorie principali, la letteratura menziona anche l'analisi delle funzioni di trasmissibilità e la Random Decrement Technique (RD).

Le tecniche OMA sono generalmente concepite per sistemi *multi-input*, cioè che rispettino l'ipotesi che l'eccitazione strutturale derivi da molteplici sorgenti indipendenti. La scelta della metodologia OMA più appropriata è strettamente legata alle caratteristiche specifiche della struttura in esame, alla natura dell'eccitazione a cui è sottoposta e agli obiettivi prefissati dall'analisi.

Nella pratica, per garantire l'affidabilità dei risultati, è spesso raccomandabile impiegare diverse tecniche OMA in parallelo, al fine di convalidare la loro coerenza [15], [16].

Per un approfondimento dettagliato sulla classificazione e la descrizione specifica delle tecniche, si rimanda al capitolo 6, in particolare ai paragrafi 6.2, 6.3 e 6.4.

1.2.4 Vantaggi e limitazioni

Come detto precedentemente, l'OMA si distingue per la sua capacità di stimare i parametri modali (frequenze naturali, rapporti di smorzamento e forme modali) analizzando unicamente la risposta vibrazionale della struttura indotta dalle forze ambientali e dai carichi operativi intrinseci. Questa peculiarità le conferisce una serie di vantaggi significativi, pur presentando alcune limitazioni che è fondamentale comprendere. Si procede a fornirne un'analisi partendo dalla letteratura tecnica, in particolare da [15], [16]

L'OMA offre anche la possibilità di estrarre informazioni modali in contesti in cui un tradizionale test modale, come l'EMA, risulterebbe estremamente complesso o impraticabile [2]. Per le strutture di ingegneria civile, in particolare, i test OMA si dimostrano economici e veloci, minimizzando l'interferenza con il normale utilizzo della struttura. I parametri modali identificati con l'OMA sono rappresentativi del comportamento effettivo della struttura nelle sue condizioni di esercizio, poiché derivano da livelli di vibrazione realmente presenti e non da vibrazioni indotte artificialmente.

Quindi l'OMA può essere applicata a tutte le tipologie di analisi che rientrano nel campo d'azione dell'EMA e senza le sue limitazioni.

Un aspetto interessante è che, per strutture di grandi dimensioni, una maggiore presenza di sorgenti di eccitazione indipendenti (tipiche dell'ambiente operativo) è necessaria, dato che l'eccitazione della struttura è ipotizzata come *multi-input* e assimilabile a rumore bianco, andando così a migliorare l'identificazione delle proprietà dinamiche.

L'OMA si rivela particolarmente indicata per l'analisi di strutture storiche, dove l'applicazione di eccitazioni artificiali potrebbe essere dannosa o indesiderabile, riducendo significativamente l'invasività dei test e il rischio di danni. Analizzando le serie temporali grezze delle misurazioni, l'OMA permette anche la stima di carichi, livelli di vibrazione e fatica in punti non direttamente misurati della struttura.

Infine, i recenti miglioramenti nelle apparecchiature di registrazione e nei metodi computazionali hanno reso le tecniche OMA particolarmente attraenti per il loro costo relativamente contenuto e la rapidità di implementazione.

Nonostante i numerosi vantaggi, l'OMA presenta anche alcune limitazioni che meritano attenzione. Una differenza cruciale rispetto all'EMA è che le risposte misurate sono determinate sia dalle caratteristiche dinamiche intrinseche del sistema che dalle forze che lo eccitano. Il modello derivato dall'OMA contiene quindi informazioni su entrambi gli aspetti, rendendo fondamentale una certa comprensione della natura e delle caratteristiche delle forze di eccitazione ambientali per interpretare correttamente i risultati e derivare un modello modale appropriato.

È ampiamente riconosciuto che due principali svantaggi apparenti dell'identificazione modale tramite OMA sono la scalatura di massa delle forme modali e la potenziale mancata eccitazione di alcuni modi di vibrazione.

Infatti, poiché la forza di ingresso non viene misurata, il processo di identificazione non fornisce forme modali normalizzate rispetto alla massa. Questo rappresenta un problema per le tecniche di

rilevamento dei danni che richiedono modi normalizzati in massa. Tuttavia, è importante notare che questa limitazione può essere superata attraverso specifiche tecniche di *post-processing*.

La seconda limitazione deriva anch'essa dal fatto che gli spettri di frequenza e le distribuzioni spaziali delle forze di ingresso ambientali non possono essere imposti o controllati. Infatti, alcuni modi di vibrazione della struttura potrebbero non essere adeguatamente eccitati e, quindi, non identificabili dai dati misurati. Inoltre, le forze ambientali sono spesso difficili da prevedere, rendendo complessa la progettazione dell'analisi operativa.

L'elaborazione dei dati nell'OMA può essere molto difficile. Alcuni esperti la descrivono quasi come un'attività di "tormentare i dati", dove una manipolazione eccessiva e che perde di vista il senso fisico del processo, può condurre a risultati apparentemente ragionevoli ma in realtà errati. Questo impone la presenza di un esperto lungo tutto il processo, proprio per fornire le competenze necessarie affinché eviti tali insidie e ottenga risultati validi e affidabili.

Per le strutture di dimensioni molto grandi, la gestione dei cavi per le misurazioni può ancora rappresentare un costo significativo con la tecnologia attuale, sebbene i sensori wireless stiano contribuendo a mitigare questo problema. Analogamente, le strutture molto piccole rimangono una sfida, ma si prevede che gli sviluppi futuri nella tecnologia laser renderanno disponibili sistemi a costi accessibili per la misurazione della risposta dinamica.

Un'altra limitazione è dovuta alla bassa ampiezza delle vibrazioni tipiche delle condizioni operative, che richiedono l'impiego di sensori molto sensibili e a basso rumore, unitamente a una catena di misurazione ad alte prestazioni [8].

1.2.5 Prospettive future

Come precedentemente accennato, la crescente popolarità dell'OMA ha portato alla fondazione dello IOMAC (*International Operational Modal Analysis Conference*), un forum di incontro per esperti del settore che discutono gli ultimi sviluppi teorici e tecnologici.

Analizzando i *proceedings* della nona conferenza, tenutasi nel 2022 [18], è possibile delineare alcune delle tendenze e delle innovazioni che ci si può aspettare nei prossimi anni nel campo dell'Analisi Modale Operativa.

In particolare, la tecnica *Stochastic Subspace Identification* (SSI) gode di un ampio riconoscimento come strumento robusto per l'analisi di dati operativi e si conferma una delle metodologie più popolari nell'ambito della ricerca. Numerosi lavori presentati alla conferenza ne testimoniano i continui miglioramenti e le svariate nuove applicazioni.

Una direzione di ricerca si concentra sullo sviluppo di metodi SSI robusti, capaci di gestire in modo più efficace la presenza di valori anomali (*outliers*) e di rumore non gaussiano nei dati misurati. A tal proposito, è stato proposto e validato un metodo SSI probabilistico basato sulla distribuzione *T-Student*, che ha dimostrato una superiorità rispetto alla SSI tradizionale in contesti caratterizzati dalla presenza di dati anomali.

Un altro aspetto di miglioramento è rappresentato dall'automazione del processo di selezione dei poli (*pole picking*) dai diagrammi di stabilità (sezione 6.5) derivati dalla SSI. Tecniche di *clustering* multi-stadio (MSC) e schemi di clustering *fuzzy-c-means* (FCM) sono stati implementati e valutati con l'obiettivo di selezionare automaticamente i poli che rivestono un significato fisico.

Un'area di sviluppo promettente è costituita dalle interpretazioni probabilistiche della SSI. Tale approccio mira a quantificare l'incertezza intrinseca ai risultati ottenuti, un aspetto di fondamentale importanza per applicazioni avanzate quali il monitoraggio strutturale e la creazione di *digital twins*. Infatti i *proceedings* dedicano diverse sezioni a questo tema. L'informazione sull'incertezza può anche essere integrata nell'analisi dei diagrammi di stabilizzazione e degli indicatori modali per migliorare l'identificazione dei modi fisici e la valutazione della significatività degli indicatori stessi.

La conoscenza delle incertezze dei parametri modali può inoltre migliorare le prestazioni di metodi di individuazione dei danni e quindi anche l'aggiornamento dei modelli agli elementi finiti.

Per quanto riguarda le applicazioni future della SSI, se ne prevede un suo continuo e ampio utilizzo per la determinazione dei parametri modali di un vasto spettro di strutture, dalle costruzioni civili come edifici, ponti e turbine eoliche, fino a quelle meccaniche e aerospaziali.

Un'altra tendenza significativa è rappresentata dall'integrazione della SSI nei *digital twins* di strutture appartenenti ai beni culturali. In questo contesto, la SSI può fornire i dati sperimentali necessari per la calibrazione e l'aggiornamento continuo dei modelli digitali, consentendo un monitoraggio più affidabile e una gestione del ciclo di vita più efficiente di strutture così importanti.

Si sta attivamente esplorando l'utilizzo sinergico della SSI con altre tecniche avanzate, come la Trasformata di Hilbert-Huang (HHT) e l'analisi modale bayesiana, con l'obiettivo di ottenere una comprensione più completa e approfondita del comportamento dinamico delle strutture, specialmente in presenza di eccitazioni complesse come quelle armoniche.

Parallelamente all'evoluzione della SSI, l'Intelligenza Artificiale (AI) sta emergendo come un elemento imprescindibile per l'automazione e il miglioramento dell'efficienza del SHM. In scenari applicativi, come il monitoraggio in tempo reale di strutture complesse, esposte a condizioni ambientali estreme e variabili (come il ponte di Hålogaland, Figura 12), la gestione delle ingenti quantità di dati generati dai sistemi SHM richiede soluzioni informatizzate, automatiche ed efficienti.



Figura 12 Ponte di Hålogaland - Markus Trienke - Nordnorwegen, CC BY-SA 2.0.

L'AI può essere impiegata con successo per estrarre informazioni utili da questi dati, automatizzando ulteriormente il processo di rilevamento di eventuali anomalie o danni. La realizzazione in infrastrutture basate sull'AI da parte di istituzioni accademiche come l'UiT-The Arctic University of Norway testimonia la volontà crescente di investire su questa tecnologia.

L'AI può essere efficacemente applicata per automatizzare e ottimizzare le quattro fasi principali di ogni progetto SHM: la valutazione operativa preliminare, l'acquisizione dei dati di monitoraggio, l'estrazione delle caratteristiche sensibili al danno e la successiva valutazione statistica di tali caratteristiche.

Una sfida nel SHM è rappresentata dalla normalizzazione dei dati, ovvero dalla rimozione delle interferenze e delle variazioni correlate agli effetti delle condizioni ambientali, come temperatura, velocità del vento e intensità delle attività umane. In questo contesto, l'implementazione di reti neurali per la normalizzazione dei dati di monitoraggio provenienti da strutture reali costituisce un'ulteriore dimostrazione del notevole potenziale AI nell'elaborazione efficace dei dati.

Quindi l'integrazione dell'SHM con tecniche di OMA automatizzate e potenziate dall'AI si configura come una soluzione tecnologica di grande interesse per la valutazione tempestiva dello stato di salute delle strutture nelle loro effettive condizioni operative. L'aggiornamento automatico e continuo dei modelli strutturali, guidato da algoritmi di AI, potrebbe fornire informazioni preziose sulla localizzazione e sull'entità di eventuali danni. L'integrazione di strategie di rilevamento dei danni basate sia sui dati misurati che sui modelli teorici all'interno dello stesso sistema SHM, sfruttando appieno le capacità dell'AI, dovrebbe migliorare significativamente l'affidabilità e la robustezza complessive delle tecniche già in uso.

La presente tesi vuole inserirsi in questa traiettoria di ricerca, focalizzandosi sulla problematica dell'elaborazione dei dati e automazione per le metodologie OMA, tra l'integrazione di diverse tecniche e algoritmi di *machine learning*.

L'approccio principale adottato sarà la tecnica di Identificazione Stocastica del Sottospazio (SSI), che in letteratura si presenta come la più promettente.

Al fine di validare i risultati ottenuti, si affiancherà all'SSI un metodo complementare operante nel dominio della frequenza, nello specifico la Decomposizione nel Dominio della Frequenza (FDD).

Per la fase di *pole picking* verrà implementato uno strumento basato su tecniche di *machine learning*, ovvero il DBSCAN (*Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise*).

Inoltre, per l'aspetto di analisi automatica di grandi quantità di dati, ci sarà anche una funzione di *batch*, per analizzare più file contemporaneamente.

1.3 OBIETTIVI E STRUTTURA DELLA TESI

Lo scopo di questa tesi è la creazione di un'applicazione informatica che implementi le metodologie OMA. L'obiettivo del programma è ricevere le misurazioni delle vibrazioni di una struttura e fornire la sua analisi modale.

Lo scopo di questa tesi è la creazione di un'applicazione informatica completa e funzionale che implementi le principali metodologie dell'Analisi Modale Operativa (OMA). L'obiettivo principale del programma è quello di acquisire misurazioni delle vibrazioni di una struttura, elaborate come input, e fornire in output un'analisi modale della stessa. Questa analisi comprenderà la stima dei parametri modali fondamentali, quali le frequenze naturali di vibrazione e le corrispondenti forme modali, fornendo così una caratterizzazione dinamica della struttura.

L'applicazione vuole essere uno strumento pratico e accessibile grazie alla realizzazione di una interfaccia grafica.

In particolare sono stati sviluppati algoritmi per tre modelli OMA, nel seguente ordine:

1. Dominio della Frequenza di Base – BFD
2. Decomposizione nel Dominio della Frequenza – FDD
3. Stochastic Subspace Identification – SSI

L'ordine di trattazione non è casuale, ma presenta una difficoltà crescente sia nella base teorica che nell'implementazione informatica. Questo approccio ha permesso di costruire una solida base sia teorica che di conoscenze informatiche propedeutiche alla realizzazione del programma.

Inoltre, all'aumentare della difficoltà, crescono anche la precisione e l'automazione nell'ottenimento dell'analisi modale. Infatti, il metodo BDF prevede un'interazione costante con l'operatore, in tutte le fasi fino alla determinazione delle deformate modali, mentre nel metodo SSI è sufficiente impostare i parametri iniziali, dopodiché tutti i risultati vengono ricavati automaticamente. Questo ha consentito di implementare anche la funzione di analisi in *batch*.

Un'ulteriore sfida è stata quella di implementare una interfaccia grafica che fosse intuitiva, semplificando l'interazione con i dati e l'interpretazione dei risultati dell'analisi dinamica. L'intento finale è fornire uno strumento completo e facile da usare per supportare sia l'analisi che il processo decisionale relativo alla manutenzione e al monitoraggio strutturale.

Una volta completato il programma, è stato possibile effettuare una prova sul campo utilizzando dati reali. I due casi studio riguardano misurazioni relative a due ponti, uno a cassone e l'altro ad arco. Per questo studio, sono stati sviluppati programmi complementari. Uno per pretrattare i dati, in modo che potessero essere elaborati dal programma principale, e due programmi specifici per la visualizzazione delle forme modali, uno per ciascun ponte.

La presente tesi è articolata in tre sezioni principali, pensate per presentare il percorso di sviluppo e applicazione della metodologia OMA.

La prima parte si focalizza sul quadro teorico e strumenti informatici utili per la comprensione e lo sviluppo degli algoritmi implementati. Vengono quindi esposti i concetti chiave dell'analisi modale, i principi dell'Analisi Modale Operativa e illustrate le librerie software utilizzate.

La seconda sezione descrive il processo di implementazione dei tre modelli OMA selezionati: BFD, FDD e SSI. Vengono illustrate le logiche algoritmiche adottate, le scelte di programmazione effettuate e il funzionamento dei primi programmi sviluppati, che costituiscono le fondamenta per la realizzazione dell'applicativo finale.

Infine, la terza e ultima parte è dedicata alla presentazione del programma prodotto, frutto dell'integrazione e miglioramento dei moduli precedenti. Questa sezione termina con la dimostrazione pratica dell'applicazione del software sull'analisi di due casi studio reali. L'obiettivo è evidenziare le potenzialità e l'efficacia dello strumento sviluppato.

2 STRUMENTI MATEMATICI PER L'ANALISI DI DATI ALEATORI

In questo capitolo, gli argomenti saranno affrontati seguendo l'approccio proposto da Ranieri e Fabbrocino in [16], adottando una prospettiva ristretta, mirata agli obiettivi della tesi.

Per approfondire si consiglia [19], [20], [21].

2.1 FUNZIONI DI CORRELAZIONE

La correlazione è un concetto chiave in OMA perché il primo passaggio di ogni modello è quello di stimare le funzioni di correlazione[15]. Infatti, ipotizzando la stazionarietà e aleatorietà della risposta strutturale, la statistica di secondo ordine della risposta conserva tutte le informazioni fisiche[16].

Date le funzioni campionamento $x_k(t)$ e $y_k(t)$ di due processi stazionari e aleatori, il valore medio delle due funzioni, indipendentemente da t , è dato da:

$$\mu_x = E[x_k(t)] \int_{-\infty}^{+\infty} xp(x)dx \quad (2.1)$$

$$\mu_y = E[y_k(t)] \int_{-\infty}^{+\infty} yp(y)dy \quad (2.2)$$

L'ipotesi di processo stazionario ed aleatorio fornisce funzioni di covarianza che sono anche esse indipendenti dal tempo:

$$\begin{aligned} C_{xx}(\tau) &= E[(x_k(t) - \mu_x)(x_k(t + \tau) - \mu_x)] \\ C_{yy}(\tau) &= E[(y_k(t) - \mu_y)(y_k(t + \tau) - \mu_y)] \\ C_{xy}(\tau) &= E[(x_k(t) - \mu_x)(y_k(t + \tau) - \mu_y)] \end{aligned} \quad (2.3)$$

Se entrambi i valori medi sono uguali a zero, allora la funzione di covarianza coincide con la funzione di correlazione:

$$R_{xx}(\tau) = E[x_k(t)x_k(t + \tau)]$$

$$R_{xx}(\tau) = E[x_k(t)x_k(t + \tau)]$$

$$R_{xx}(\tau) = E[x_k(t)x_k(t + \tau)]$$

(2.4)

R_{xx} e R_{yy} sono definite funzioni di *auto-correlazione* di $x_k(t)$ e $y_k(t)$, rispettivamente; R_{xy} è definita funzione di *correlazione incrociata* tra $x_k(t)$ e $y_k(t)$.

Quando il valore medio è diverso da zero, le funzioni di covarianza e le funzioni di correlazione sono legate dalle seguenti equazioni:

$$C_{xx}(\tau) = R_{xx}(\tau) - \mu_x^2$$

$$C_{yy}(\tau) = R_{yy}(\tau) - \mu_y^2$$

$$C_{xy}(\tau) = R_{xy}(\tau) - \mu_x\mu_y$$

(2.5)

Tenendo in considerazione che due processi stazionari ed aleatori non sono correlati se $C_{xy}(\tau) = 0$ per ogni τ e che questo implica che $R_{xy}(\tau) = \mu_x\mu_y$ per ogni τ , se μ_x o μ_y è uguale a zero, i due processi non sono correlati quando $R_{xy}(\tau) = 0$ per ogni τ .

Considerando che le funzioni di correlazione incrociata e covarianza incrociata sono delimitate dalla seguente disuguaglianza:

$$|C_{xy}(\tau)|^2 \leq C_{xx}(0)C_{yy}(0)$$

(2.6)

$$|R_{xy}(\tau)|^2 \leq R_{xx}(0)R_{yy}(0)$$

(2.7)

E notando che:

$$|C_{xx}(\tau)| \leq C_{xx}(0)$$

$$|R_{xx}(\tau)| \leq R_{xx}(0)$$

(2.8)

da cui se ne deduce che il valore massimo delle funzioni di auto-correlazione e auto-covarianza è per $\tau = 0$; questi corrispondono al valore quadratico medio e alla varianza dei dati, rispettivamente:

$$R_{xx}(0) = E[x_k^2(t)], \quad C_{xx}(0) = \sigma_x^2$$

(2.9)

Nelle applicazioni pratiche, una misurazione temporale è considerata stazionaria se le proprietà calcolate su brevi intervalli di tempo rimangono costanti, con variazioni limitate a quelle statistiche di campionamento. La stazionarietà delle misure supporta l'ipotesi che il processo aleatorio sia stazionario ed ergodico.

La stima diretta della correlazione è data da:

$$\hat{R}_{xx}(r\Delta t) = \frac{1}{N-r} \sum_{n=1}^{N-r} x_n x_{n+r} \quad r = 0, 1, 2, \dots, m$$

(2.10)

per un processo stazionario a media zero ($\mu = 0$) e campionato uniformemente con un periodo di campionamento Δt . L'espressione fornisce la stima dell'auto-correlazione ad un ritardo $r\Delta t$, dove r è chiamato anche numero di ritardo e m indica il ritardo massimo.

2.2 FUNZIONI DI DENSITÀ SPETTRALE

Dati due segnali campionati da un processo stazionario aleatorio $x_i(t)$ e $y_i(t)$ di durata finita T , la loro trasformata di Fourier (che esiste come conseguenza della loro durata finita [16]), è data da:

$$X_k(f, T) = \int_0^T x_i(t) e^{-i2\pi f t} dt$$

$$Y_i(f, T) = \int_0^T y_i(t) e^{-i2\pi f t} dt$$

(2.11)

e le funzioni di densità spettrale a due lati (auto e incrociata) sono definite come segue:

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{T} X_k^*(f, T) X_k(f, T) \right]$$

$$S_{yy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{T} Y_k^*(f, T) Y_k(f, T) \right]$$

$$S_{xy}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{T} X_k^*(f, T) Y_k(f, T) \right]$$

(2.12)

dove * indica il complesso coniugato. Il a due lati vuol dire che $S(f)$ è definita per f nell'intervallo $(-\infty, +\infty)$.

Le funzioni di densità spettrale unilaterali (auto- e incrociate), con f che varia nell'intervallo $(0, +\infty)$, sono date da:

$$G_{xx}(f) = 2 S_{xx}(f) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[|X_k(f, T)|^2] \quad 0 < f < +\infty$$

$$G_{yy}(f) = 2 S_{yy}(f) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[|Y_k(f, T)|^2] \quad 0 < f < +\infty$$

$$G_{xy}(f) = 2 S_{xy}(f) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E[X_k^*(f, T) Y_k(f, T)] \quad 0 < f < +\infty$$

(2.13)

Le funzioni di densità spettrale a due lati sono più comunemente adottate nelle derivazioni teoriche e nei calcoli matematici, mentre le funzioni di densità spettrale a un lato sono tipicamente utilizzate nelle applicazioni. In particolare, nelle applicazioni pratiche le funzioni di densità spettrale unilaterali sono sempre il risultato di trasformazioni di Fourier di registrazioni di lunghezza finita ($T < +\infty$) e della media di un numero finito di elementi dell'insieme[16].

Nelle applicazioni pratiche, un approccio usato per la computazione diretta della *Fast Fourier Transform (FFT)* e la stima della *power spectral density (PSD)*, è chiamato *procedura di Welch*. Rispetto ad altri metodi, come la *procedura di Blackman-Tukey*, è meno esigente per potenza computazionale, ma richiede di applicare alcune operazioni sul segnale per migliorare la qualità delle stime[16].

La funzione di densità auto spettrale unilaterale può essere stimata dividendo una misurazione in n_d segmenti contigui, ciascuno di lunghezza $T = N\Delta t$, trasformando con Fourier ogni segmento e calcolando quindi la densità auto spettrale attraverso un'operazione di media d'insieme sugli n_d sottoinsiemi di dati:

$$\hat{G}_{xx}(f) = \frac{2}{n_d N \Delta t} \sum_{i=1}^{n_d} |X_i(f)|^2 \quad (2.14)$$

Il numero di valori di dati N in ogni segmento è chiamato *dimensione del blocco* per il calcolo di ogni FFT; esso determina la risoluzione in frequenza delle stime risultanti. Il numero di intervalli n_d , invece, determina l'errore aleatorio delle stime[16].

Anche se il calcolo diretto tramite FFT della funzione di densità spettrale è vantaggioso dal punto di vista computazionale, sono necessarie strategie specifiche per eliminare gli errori derivanti dal fatto che le stime si basano su una misurazione di lunghezza finita. Una misura campione $x(t)$ può essere interpretato come una misura illimitata $v(t)$ moltiplicata per una finestra temporale rettangolare $u(t)$:

$$x(t) = u(t)v(t) \quad u(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{altrove} \end{cases} \quad (2.15)$$

Di conseguenza, la trasformata di Fourier di $x(t)$ è data dalla convoluzione delle trasformate di Fourier di $u(t)$ e $v(t)$. La trasformata di Fourier di un segnale rettangolare è fondamentalmente una *funzione di seno cardinale* (Figura 13) con lobi laterali caratterizzati da un'ampiezza più grande rispetto al lobo principale [16].

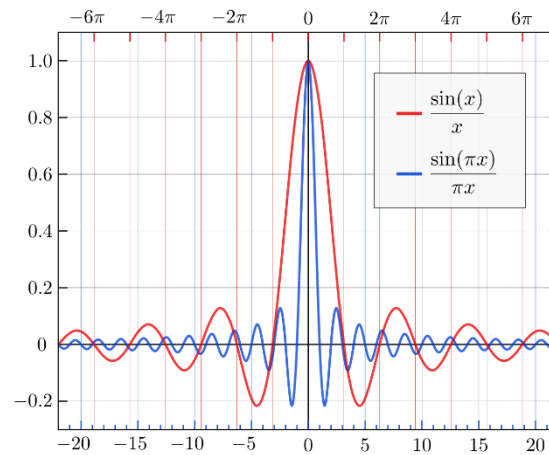


Figura 13 Funzione sinc - By Georg-Johann - Own work, CC BY-SA 3.0

La grande ampiezza dei lobi laterali permette all'energia di una certa frequenza di diffondersi alle frequenze vicine, causando un grande errore nella stima dell'energia spettrale. Questo fenomeno è noto come leakage e porta ad errori anche molto significativi nella stima della densità spettrale di energia[16].

Tuttavia, ciò non accade quando i dati analizzati sono periodici, con un periodo pari alla lunghezza della registrazione. In tal caso, infatti, i valori discreti di frequenza, equidistanti a $\Delta f = 1/T$, coincidono con gli zeri della finestra spettrale nel dominio delle frequenze, con la sola eccezione della linea di frequenza nel lobo principale. Il risultato è una riproduzione esatta dello spettro corretto.

Quindi, per eliminare il problema delle perdite, i dati vengono resi periodici rastremandoli con una finestra temporale appropriata, che elimina le discontinuità all'inizio e alla fine della registrazione analizzata[16].

Esistono diverse opzioni per la scelta della finestra e la più comunemente utilizzata la finestra di rastremazione del coseno completo, nota anche come *finestra di Hanning*, che è data da:

$$u_{Hanning}(t) = \begin{cases} 1 - \cos^2\left(\frac{\pi t}{T}\right), & 0 \leq t < T \\ 0, & \text{altrove} \end{cases}$$

(2.16)

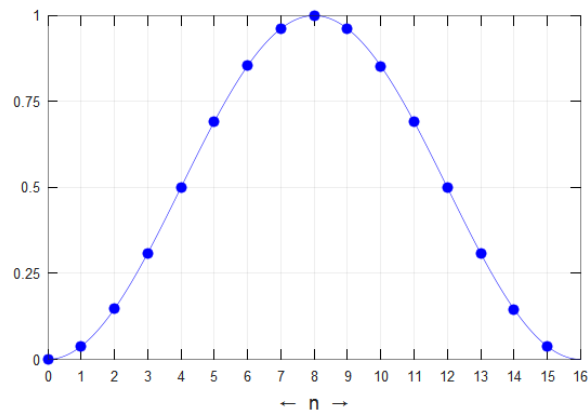


Figura 14 Hanning window - By Bob K - Own work, CC0

Le densità auto-spettrali e incrociate stimate possono essere assemblate in una matrice 3D in cui una dimensione è rappresentata dai valori discreti di frequenza a cui sono state stimate le densità spettrali. Per un dato valore di frequenza, la matrice risultante ha dimensioni che dipendono dal numero di misure di campionamento considerate nell'analisi ed è una matrice hermitiana con termini a valore reale sulla diagonale principale e termini fuori diagonale che sono coniugati complessi tra loro[16].

3 STRUMENTI INFORMATICI E PYTHON

3.1 PYTHON



Figura 15 Logo Python

Python è un linguaggio di programmazione ad alto livello, dinamico e interpretato, ideato da Guido van Rossum nel 1991. È noto per la sua semplicità e leggibilità, che lo rendono ideale sia per sviluppatori principianti che esperti ([Python Software Foundation](https://www.python.org/)).

Python supporta diversi paradigmi di programmazione:

Programmazione procedurale, utile per script lineari e semplici;

Programmazione orientata agli oggetti (OOP), che favorisce la modularità e il riutilizzo del codice;

Programmazione funzionale, che consente la scrittura di codice conciso ed espressivo.

Python offre molteplici vantaggi, tra cui:

Portabilità: È multiplatforma, funzionando senza modifiche significative su Windows, MacOS e Linux.

Ricca libreria standard: Fornisce moduli integrati per elaborazioni su file, calcoli avanzati, gestione di date e comunicazione via rete ([Python Documentation](https://docs.python.org/)).

Comunità globale: Una delle più grandi al mondo, che supporta attivamente il linguaggio e lo arricchisce con nuove librerie ([Python Community](https://community.python.org/)).

Sintassi leggibile: Progettata per essere intuitiva, semplifica lo sviluppo e la manutenzione del codice.

Grazie a queste caratteristiche, Python è oggi il linguaggio di riferimento in molti ambiti:

Analisi dei dati e intelligenza artificiale: Librerie come NumPy, Pandas, TensorFlow e scikit-learn sono essenziali in questo settore;

Sviluppo web: Framework come Django e Flask sono ampiamente usati per applicazioni web;

Calcolo scientifico e ingegneristico: Python è largamente utilizzato per simulazioni e analisi in ambiti accademici e industriali.

Secondo la *Python Software Foundation*, la versatilità del linguaggio lo rende una scelta preferenziale per sviluppatori in tutto il mondo ([PSF, 2023](#)).

Nel contesto di questa tesi, Python è stato selezionato per la sua semplicità, la disponibilità di librerie scientifiche avanzate e la flessibilità necessaria per implementare algoritmi personalizzati.

3.2 OOP: PROGRAMMAZIONE ORIENTATA AGLI OGGETTI

La programmazione orientata agli oggetti (Object-Oriented Programming, OOP) è un paradigma di programmazione che organizza il codice intorno a oggetti. Questi oggetti combinano dati (chiamati attributi) e comportamenti (definiti da metodi), offrendo una struttura modulare e riutilizzabile nel software.

Python supporta l'OOP come uno dei suoi paradigmi principali, fornendo strumenti integrati per creare classi, definire metodi e lavorare con oggetti. Secondo la documentazione ufficiale ([Python Docs](#)), la flessibilità di Python lo rende particolarmente adatto all'OOP, grazie alla possibilità di definire in modo semplice e chiaro le relazioni tra classi e oggetti.

L'OOP in Python facilita lo sviluppo di software scalabile e modulare. L'uso di classi permette una separazione chiara tra componenti, favorendo la leggibilità e la manutenzione del codice.

Nel contesto della tesi, l'approccio orientato agli oggetti è stato utilizzato per separare, sia concettualmente che nella stesura del codice, l'interfaccia grafica dagli algoritmi, garantendo una chiara distinzione tra le diverse componenti del progetto. Inoltre, la creazione di oggetti riutilizzabili, come pulsanti e funzioni ricorrenti, ha favorito una maggiore modularità, semplificando sia lo sviluppo iniziale del codice che le successive attività di manutenzione e aggiornamento.

3.3 LIBRERE UTILIZZATE

- **tkinter**: libreria standard di Python per la creazione di interfacce grafiche (GUI). Permette di progettare e gestire facilmente finestre, pulsanti, etichette, menu e altre componenti interattive.
Documentazione ufficiale: <https://docs.python.org/3/library/tkinter.html>
- **numpy**: libreria fondamentale per il calcolo numerico in Python. Fornisce array multidimensionali ad alte prestazioni, funzioni matematiche avanzate e strumenti per l'algebra lineare, la trasformata di Fourier e la generazione di numeri casuali.
Documentazione ufficiale: <https://numpy.org/doc/>
- **pandas**: libreria per la manipolazione e l'analisi dei dati. Consente di gestire facilmente strutture di dati note come DataFrame, supportando operazioni come il filtraggio, l'aggregazione e la trasformazione dei dati.

Documentazione ufficiale: <https://pandas.pydata.org/docs/>

- **matplotlib:** libreria per la creazione di grafici statici, animati e interattivi in Python. Consente di visualizzare dati in modo efficace tramite grafici a linee, a barre, a dispersione e molto altro.
Documentazione ufficiale: <https://matplotlib.org/stable/contents.html>
- **scipy.signal:** fornisce strumenti avanzati per l'elaborazione dei segnali. Include funzioni per il filtraggio, l'analisi spettrale, la convoluzione e l'elaborazione di segnali continui e discreti.
Documentazione ufficiale: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/signal.html>
- **sklearn.cluster:** include algoritmi per l'analisi dei cluster, come k-means, clustering gerarchico e DBSCAN. È utile per identificare strutture nei dati e segmentare insiemi di punti in modo significativo.
Documentazione ufficiale: <https://scikit-learn.org/stable/modules/clustering.html>
- **asammdf:** libreria per la manipolazione di file MDF (Measurement Data Format). Viene utilizzata per leggere, scrivere e analizzare dati provenienti da sistemi di acquisizione, in particolare nel contesto automotive.
Documentazione ufficiale: <https://asammdf.readthedocs.io/en/stable/>

4 MODELLI STRUTTURALI DINAMICI

In questo capitolo, gli argomenti saranno affrontati seguendo l'approccio proposto da Ranieri e Fabbrocino in [16], adottando una prospettiva ristretta, mirata agli obiettivi della tesi.

Per approfondire si consiglia [22].

4.1 MODELLO SPAZIALE

Il comportamento dinamico di una struttura può essere rappresentato sia da un insieme di equazioni differenziali nel dominio del tempo, sia da un insieme di equazioni algebriche nel dominio delle frequenze. Le equazioni del moto sono tradizionalmente espresse nel dominio del tempo, ottenendo così, per un sistema *Multiple Degrees of Freedom (MDOF)* generale, il seguente insieme di equazioni differenziali lineari del secondo ordine espresse in forma matriciale:

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} = \{f(t)\} \quad (4.1)$$

dove $\{\ddot{y}(t)\}$, $\{\dot{y}(t)\}$ e $\{y(t)\}$ sono rispettivamente i vettori di accelerazione, velocità e spostamento; $[M]$, $[C]$ e $[K]$ sono le matrici di massa, smorzamento e rigidità; $\{f(t)\}$ è il vettore forza.

Questa equazione matriciale è scritta per un sistema lineare, invariante nel tempo ($[M]$, $[C]$ e $[K]$ sono costanti), osservabile e con smorzamento viscoso. Essa descrive la dinamica dei N_{DOF} *DOF* discreti della struttura e viene solitamente indicata come *modello spaziale*.

Le equazioni del moto, che sono accoppiate in questa formulazione, possono essere disaccoppiate sotto l'ipotesi di smorzamento proporzionale risolvendo un problema agli autovalori. Di conseguenza, la soluzione completa si ottiene per sovrapposizione di soluzioni agli autovalori. Si tratta di una formulazione standard del problema dinamico riportata in diversi libri di dinamica strutturale e analisi modale ([22]).

L'equazione differenziale matriciale (4.1) diventa un sistema di equazioni algebriche applicando la trasformata di Fourier e sue proprietà:

$$(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])\{Y(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad (4.2)$$

dove $\{Y(\omega)\}$ e $\{F(\omega)\}$ sono le trasformate di Fourier di $\{y(\omega)\}$ e $\{f(\omega)\}$; i è l'unità immaginaria.

Un sistema indipendente dal tempo può essere rappresentato dalla sua *frequency response function* (FRF), che è data dal rapporto tra le trasformate di Fourier dell'input e dell'output.

Ponendo $-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K] = [Z(\omega)]$ si può riscrivere la (4.2) come:

$$[Z(\omega)]\{Y(\omega)\} = \{F(\omega)\} \quad (4.3)$$

Quindi la FRF può essere espressa come:

$$[H(\omega)] = [Z(\omega)]^{-1} = \frac{adj([Z(\omega)])}{|Z(\omega)|} \quad (4.4)$$

dove $adj([Z(\omega)])$ e $|Z(\omega)|$ sono rispettivamente la matrice aggiunta e il determinante della matrice di rigidità dinamica $[Z(\omega)]$.

La FRF può anche essere espressa in termini di parametri modali tramite una espansione in fratti semplici:

$$[H(\omega)] = \sum_{r=1}^{N_m} \frac{[R_r]}{i\omega - \lambda_r} - \frac{[R_r]^*}{i\omega - \lambda_r^*} = \sum_{r=1}^{N_m} \frac{Q_r\{\phi_r\}\{\phi_r\}^T}{i\omega - \lambda_r} - \frac{Q_r^*\{\phi_r\}^*\{\phi_r\}^{*T}}{i\omega - \lambda_r^*} \quad (4.5)$$

dove N_m indica il numero di modi, $\{\phi_r\}$ è la forma modale, Q_r porta l'informazione del fattore di scala e $\lambda_r = \sigma_r + i\omega_{d,r}$ è il polo del r -esimo modo, portando le informazioni relative alla frequenza smorzata e al rapporto di smorzamento.

La relazione tra l'input e l'output tramite la matrice FRF, ovvero $\{Y(\omega)\} = [H(\omega)]\{F(\omega)\}$ può essere manipolata per ottenere una fondamentale equazione per l'OMA.

Infatti, tenendo conto della definizione della PSD e le proprietà della trasposizione, il prodotto $\{Y(\omega)\} * \{Y(\omega)\}^T$ può essere calcolato e si ottiene la seguente equazione:

$$[S_{YY}(\omega)] = [H(\omega)]^*[S_{FF}(\omega)][H(\omega)]^T \quad (4.6)$$

Ipotizzando che la matrice PSD dell'input sia costante, la matrice PSD di output porta le stesse informazioni e può essere espressa, al pari della matrice FRF, come:

$$[S_{YY}(\omega)] = \sum_{r=1}^{N_m} \frac{\{\phi_r\}\{\gamma_r\}^T}{i\omega - \lambda_r} - \frac{\{\phi_r\}^*\{\gamma_r\}^H}{i\omega - \lambda_r^*} + \frac{\{\phi_r\}\{\gamma_r\}^T}{-i\omega - \lambda_r} + \frac{\{\phi_r\}^*\{\gamma_r\}^H}{-i\omega - \lambda_r^*} \quad (4.7)$$

dove $\{\gamma_r\}$ è il vettore di riferimento operativo associato al r -esimo modo.

4.2 MODELLO NELLO SPAZIO DI FASE

I modelli di spazio degli stati sono utilizzati per convertire il problema del secondo ordine, governato dall'equazione differenziale del moto, in due problemi del primo ordine, definiti dalla cosiddetta equazione di stato e dall'equazione di osservazione. L'equazione di stato può essere ottenuta dall'equazione del paragrafo precedente con alcune manipolazioni matematiche. Quando il vettore forzante $\{f(t)\}$ viene fattorizzato nella matrice $[\bar{B}]$, che definisce la posizione delle forze, e nel vettore $\{u(t)\}$ che descrive la variazione temporale, l'equazione indicata come modello spaziale può essere riscritta come segue:

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y(t)\} &= [\bar{B}]\{u(t)\} \\ \{\ddot{y}(t)\} + [M]^{-1}[C]\{\dot{y}(t)\} + [M]^{-1}[K]\{y(t)\} &= [M]^{-1}[\bar{B}]\{u(t)\} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Si definisce il *vettore di stato* come:

$$\{s(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{y}(t)\} \\ \{y(t)\} \end{Bmatrix} \quad (4.9)$$

Prendendo in considerazione l'identità $[M]\{\dot{y}(t)\} = [M]\{\dot{y}(t)\}$ e mettendola a sistema con la (4.9) abbiamo:

$$\begin{cases} \{\ddot{y}(t)\} = -[M]^{-1}[C]\{\dot{y}(t)\} - [M]^{-1}[K]\{y(t)\} + [M]^{-1}[\bar{B}]\{u(t)\} \\ [M]\{\dot{y}(t)\} = [M]\{\dot{y}(t)\} \end{cases} \quad (4.10)$$

Che può essere scritta anche come:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{y}(t) \\ \dot{y}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}(t) \\ y(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [M]^{-1} & [\bar{B}] \\ [0] & \end{bmatrix} \{u(t)\} \quad (4.11)$$

Sostituendo secondo la (4.9):

$$\{\dot{s}(t)\} = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \{s(t)\} + \begin{bmatrix} [M]^{-1} & [\bar{B}] \\ [0] & \end{bmatrix} \{u(t)\} \quad (4.12)$$

Dalla (4.12) possono essere definite la *matrice di stato* $[A_c]$ e la *matrice di influenza degli input* $[B_c]$ come segue:

$$\begin{aligned} [A_c] &= \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \\ [B_c] &= \begin{bmatrix} [M]^{-1} & [\bar{B}] \\ [0] & \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Quindi l'equazione di stato può essere riscritta come:

$$\{\dot{s}(t)\} = [A_c]\{s(t)\} + [B_c]\{u(t)\} \quad (4.14)$$

dove il pedice c indica tempo continuo.

Nel caso più generale, l'equazione osservatore può essere scritta come:

$$\{y_l(t)\} = [C_a]\{\ddot{y}(t)\} + [C_v]\{\dot{y}(t)\} + [C_d]\{y(t)\} \quad (4.15)$$

nell'ipotesi che le misure della risposta strutturale siano effettuate in l punti e che i sensori siano accelerometri, velocimetri e trasduttori di spostamento; $\{y_l(t)\}$ è il vettore degli *output* misurati, $[C_a]$, $[C_v]$ e $[C_d]$ sono le matrici dei punti di *output* per accelerazione, velocità e spostamento, rispettivamente. Nel seguito della trattazione, l'indice l in $\{y_l(t)\}$ sarà eliminato quando $\{y_l(t)\}$ non può essere confuso con il vettore degli spostamenti $\{y(t)\}$. Vale la pena di sottolineare che,

mentre una struttura reale è caratterizzata da un numero infinito di *DOF* (che diventa un numero finito ma grande nei modelli a massa concentrata solitamente utilizzati per le analisi numeriche), in una prova di vibrazione pratica questo numero si riduce a poche decine o addirittura a meno.

Sostituendo l'espressione per $\{\ddot{y}(t)\}$ ottenuta dalla (4.8) nella (4.15) si ottiene la seguente equazione:

$$\begin{aligned}\{y_t(t)\} = & ([C_t] - [C_a][M]^{-1}[C])\{y(t)\} \\ & + ([C_d] - [C_a][M]^{-1}[K])\{y(t)\} \\ & + ([C_a][M]^{-1}[\bar{B}])\{u(t)\}\end{aligned}\quad (4.16)$$

L'equazione osservatore:

$$\{y(t)\} = [C_c]\{s(t)\} + [D_c]\{u(t)\}\quad (4.17)$$

fornisce il vettore delle uscite misurate in funzione dello stato e dell'ingresso; si ottiene dalla (4.16), tenendo conto della definizione del *vettore di stato* (4.9), dove

$$\begin{aligned}[C_c] &= [[C_v] - [C_a][M]^{-1}[C][C_d] - [C_a][M]^{-1}[K]] \\ [D_c] &= [C_a][M]^{-1}[\bar{B}]\end{aligned}\quad (4.18)$$

$[C_c]$ è la *matrice degli output*, $[D_c]$ è la *matrice di trasmissione diretta*. La matrice di trasmissione diretta scompare se non si utilizzano accelerometri per le misure di uscita. Il senso fisico di questa matrice è legato al fatto che una variazione graduale dell'ingresso $\{u(t)\}$ provoca una variazione graduale della risposta di accelerazione.

Tenendo conto che le prove sperimentali producono misurazioni effettuate in istanti di tempo discreti, mentre le (4.14) e (4.17) sono espresse in tempo continuo, il modello a tempo continuo nello spazio di stato deve essere convertito in tempo discreto. Per un dato periodo di campionamento Δt , le equazioni in tempo continuo possono essere discretizzate e risolte in tutti gli istanti di tempo discreti $t_k = k\Delta t$, $k \in N$. A questo scopo, è necessario fare un'ipotesi sul comportamento delle variabili dipendenti dal tempo tra due campioni. Ad esempio, l'ipotesi di *Zero Order Hold* (ZOH) afferma che l'ingresso è pezzo per pezzo costante nel periodo di campionamento.

In base a questa ipotesi, il modello a tempo continuo nello spazio di stato può essere convertito in un modello a tempo discreto nello spazio di stato:

$$\begin{aligned}\{s_{k+1}\} &= [A]\{s_k\} + [B]\{u_k\} \\ \{y_k\} &= [C]\{s_k\} + [D]\{u_k\}\end{aligned}\quad (4.19)$$

dove $\{s_{k+1}\} = \{s(k\Delta t)\}$ è il *vettore di stato a tempo discreto* che porta informazioni di spostamento e velocità misurati; $[A]$ è la matrice di stato discreta, $[B]$ è la matrice di *input* discreta, $[C]$ è la matrice di *output* discreta e $[D]$ è la matrice di trasmissione diretta.

Le relazioni tra le matrici a tempo continuo e le corrispondenti matrici a tempo discreto sono:

$$\begin{aligned}[A] &= e^{[A_c]\Delta t} \\ [B] &= ([A] - [I])[A_c]^{-1}[B_c] \\ [C] &= [C_c] \\ [D] &= [D_c]\end{aligned}$$

(4.20)

Il modello espresso da (4.19) è un modello deterministico dal momento che il sistema è guidato da soli input deterministici. La componente stocastica deve essere necessariamente introdotta al fine di descrivere i dati misurati. Quindi si ottiene il seguente *modello spazio degli stati deterministico-stocastico combinato a tempo discreto*:

$$\begin{aligned}\{s_{k+1}\} &= [A]\{s_k\} + [B]\{u_k\} + \{w_k\} \\ \{y_k\} &= [C]\{s_k\} + [D]\{u_k\} + \{v_k\}\end{aligned}$$

(4.21)

dove $\{w_k\}$ è il *rumore processato* a causa di disturbi e inaccuratezze del modello, mentre $\{v_k\}$ è la *misura del rumore* a causa delle inaccuratezze del sensore.

L'equazione di stato modella il comportamento dinamico del sistema; l'equazione di osservazione definisce quella parte della risposta dinamica del sistema che può essere osservata nell'*output* del modello.

Nel contesto dell'OMA, le strutture sono eccitate da *input* non misurabili. Dal momento che le informazioni in entrata $\{u_k\}$ non ci sono, la risposta del sistema misurata $\{y_k\}$ è generata solo da due processi stocastici $\{w_k\}$ e $\{v_k\}$, e si ottiene il seguente *modello spazio degli stati stocastico a tempo discreto*:

$$\begin{aligned}\{s_{k+1}\} &= [A]\{s_k\} + \{w_k\} \\ \{y_k\} &= [C]\{s_k\} + \{v_k\}\end{aligned}$$

(4.22)

in assenza di $\{u_k\}$, il suo effetto è modellato dal **rumore di processo**, che guida la dinamica del sistema, e dal **rumore di misura**, che ne perturba direttamente la risposta.

Con un modello stocastico nello spazio degli stati, l'obiettivo è stimare l'ordine n del sistema e ottenere una realizzazione delle matrici $[A]$ e $[C]$ da un ampio set di misurazioni dell'uscita $\{y_k\}$. La matrice $[A]$ aggiorna lo stato $\{s_k\}$, mentre $[C]$ fornisce la parte osservabile della dinamica. Il vettore

di risposta $\{y_k\}$ è dato dallo stato osservabile più il rumore di misura, entrambi non direttamente misurabili.

La matrice di covarianza in uscita al ritardo i , ipotizzando che la risposta del sistema nel modello spazio degli stati sia rappresentato da un processo gaussiano a media zero, è:

$$[R_i] = E[\{y_{k+i}\}\{y_k\}^T] \quad (4.23)$$

e porta con se tutte le informazioni per descrivere il processo.

Lo stato $\{s_k\}$ è anch'esso un processo gaussiano a media zero descritto dalla sua covarianza (indipendente dall'istante k):

$$[\Sigma] = E[\{s_k\}\{s_k\}^T] \quad (4.24)$$

ed è indipendente dal rumore processato e misurato:

$$\begin{aligned} E[\{s_k\}\{w_k\}^T] &= [0] \\ E[\{s_k\}\{v_k\}^T] &= [0] \end{aligned} \quad (4.25)$$

Tenendo conto delle precedenti ipotesi sui termini di rumore, sulla risposta del sistema e sullo stato, le equazioni nello spazio degli stati (4.22) portano alla seguente relazione fondamentale:

$$[R_i] = [C] + [A]^{i-1}[G] \quad (4.26)$$

dove:

$$[G] = E[\{s_{k+1}\}\{y_k\}^T] \quad (4.27)$$

La matrice di *covarianza stato-output successiva* rappresenta la covarianza tra la risposta del sistema $\{y_k\}$ e il *vettore di stato aggiornato* $\{s_{k+1}\}$. L'ultima proprietà espressa in (4.26) è particolarmente importante: poiché la sequenza di covarianza dell'uscita $[R_i]$ può essere stimata direttamente dai dati misurati (4.23), la sua decomposizione secondo (4.26) consente di determinare le matrici dello spazio degli stati e di risolvere il problema di identificazione del sistema.

5 ACQUISIZIONE E PREPROCESSING

L'OMA utilizza le vibrazioni aleatorie generate dalla struttura in risposta a sollecitazioni ambientali e carichi operativi, come vento, traffico e microterremoti, per valutare le sue caratteristiche dinamiche. Questo viene effettuato tramite registrazione delle oscillazioni prodotte dalla struttura sotto azione di tali influenze.

Quindi l'acquisizione rappresenta la fase iniziale dell'OMA e la qualità dei dati raccolti è essenziale per il successo dell'identificazione modale. Infatti, nessun metodo di elaborazione è in grado di compensare le lacune derivanti da un'acquisizione errata[16].

Tuttavia, le informazioni modali (o “fisiche” del problema) sono solitamente nascoste all'interno della complessità e della aleatorietà dei segnali misurati. Pertanto, l'elaborazione del segnale riveste un ruolo complementare e altrettanto essenziale rispetto all'acquisizione, poiché permette di estrarre e interpretare le informazioni realmente rilevanti[15].

5.1 ACQUISIZIONE DATI

Questo argomento, pur essendo fondamentale, non rientra nello scopo della tesi. Infatti, l'obiettivo è quello di sviluppare algoritmi per il trattamento di misurazioni già disponibili.

Tuttavia, si ritiene necessario dedicare una sezione ai punti più significativi relativi all'acquisizione dati, in quanto tale fase rappresenta un presupposto fondamentale per comprendere il contesto generale del problema.

I componenti essenziali di acquisizione dati includono la struttura sottoposta a esame, i trasduttori di movimento (sensori) e un dispositivo per l'acquisizione dati. I sensori convertono le grandezze fisiche in segnali elettrici, solitamente espresso come voltaggio, che vengono quindi inviati all'*hardware* di acquisizione per la digitalizzazione[16].

5.1.1 Selezione dello schema di misurazione

Uno schema di misura nell'OMA si riferisce alla configurazione del cablaggio e alle specifiche dei sensori per acquisire i dati. La scelta della configurazione di cablaggio appropriata e l'aderenza agli standard tecnici per l'intero percorso del segnale analogico sono fondamentali per ottenere dati di alta qualità, essenziali per il successo dell'identificazione modale[16].

I due sistemi citati da [16] sono il *single-ended* e il *differenziale*. Di norma si preferisce il sistema *differenziale* poiché più efficaci nel isolare errori e rumori nelle misurazioni. I *single-ended* invece sono più suscettibili, ma sono preferibili quando serve un numero alto di canali di misurazione.

In definitiva la progettazione dello schema di misurazione è fondamentale per la qualità dei dati e deve essere scelto in base al rumore tollerabile, l'ampiezza prevista del movimento da misurare, restrizioni tecniche dell'hardware di acquisizione, la geometria della struttura testata e le risorse disponibili[16].

5.1.2 Trasduttori

I trasduttori hanno la funzione di convertire le grandezze fisiche in segnali elettrici. Specificatamente, i trasduttori di movimento trasformano spostamenti, velocità o accelerazioni in una quantità elettronica, solitamente rappresentata dal voltaggio, proporzionale all'entità della grandezza fisica misurata[16].

Nella valutazione della risposta dinamica delle strutture civili, si utilizzano vari tipi di sensori, con particolare considerazione agli *accelerometri piezoelettrici* e ai *force-balance*. Tuttavia, vengono anche impiegati sensori elettromagnetici, come i sismografi e i geofoni[16].

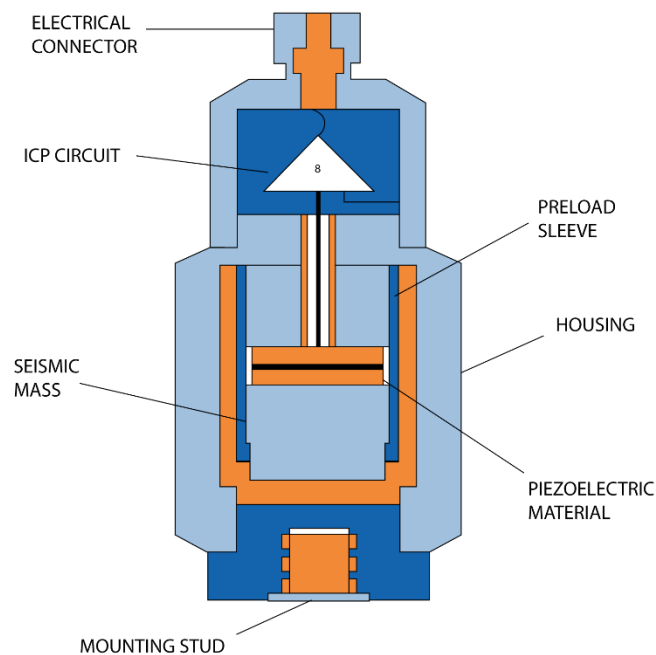


Figura 16 Sensore piezoelettrico compression type - dewesoft.com

La scelta del sensore è dettata, oltre che dalle risorse economiche, da due fattori: la *gamma dinamica*, ovvero il rapporto tra il segnale più ampio e il più piccolo che può misurare, e il rumore elettronico del sensore[16].

5.1.3 Sistema di acquisizione dati

Un sistema di acquisizione dati ha il ruolo fondamentale di convertire i segnali analogici generati dai sensori in formati digitali, che vengono successivamente memorizzati e elaborati attraverso procedure software[16].

Il componente essenziale è il *convertitore analogico-digitale (ADC)*, dispositivo che trasforma i segnali continui dai sensori in una sequenza digitale rappresentativa dell'ampiezza del segnale. Questo processo include due fasi fondamentali: la discretizzazione temporale (campionamento) e la quantizzazione, che, pur introducendo piccoli errori, è accettabile se paragonata all'ampiezza del segnale o al rumore di misura.

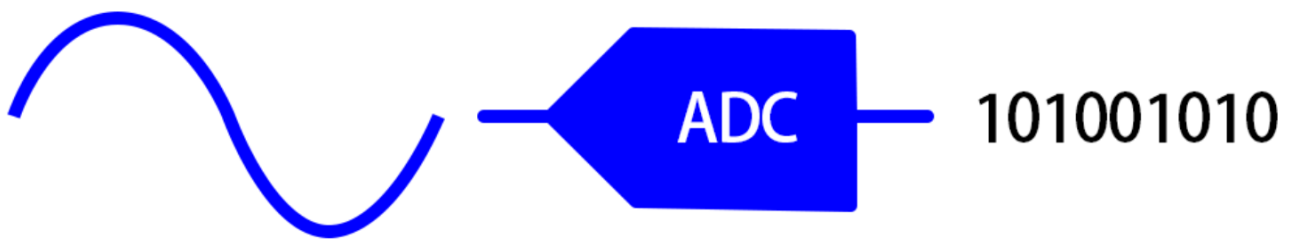


Figura 17 Convertitore analogico-digitale (ADC)

La risoluzione dell'ADC, definita dall'unità minima di misura (bit meno significativo, LSB), varia secondo le specifiche hardware. Mentre ADC ad alta gamma dinamica possono offrire una risoluzione elevata (ad esempio 1 μ V), la risoluzione effettiva è spesso limitata dal rumore interno e determinata dal numero di bit privi di rumore.

La gamma dinamica, espressa in dB, rappresenta il rapporto tra i valori più elevati e quelli più bassi misurabili senza distorsioni. Tale parametro può essere definito come il rapporto tra la massima tensione di ingresso e il livello di rumore del convertitore, una relazione che può variare a seconda della frequenza di campionamento. I moderni ADC dispongono solitamente di una gamma dinamica superiore a 100 dB[16].

5.1.4 Installazione dei sensori

Il layout e il metodo di fissaggio influenzano fortemente l'identificabilità delle proprietà modali della struttura in esame.

Le diverse metodologie di installazione degli accelerometri, come magneti, adesivi, perni o viti, presentano vantaggi e svantaggi specifici.

La rigidità è essenziale per garantire una gamma completa di frequenze, poiché qualsiasi elasticità nel montaggio potrebbe generare un sistema molla-massa, riducendo il limite superiore di frequenza.

Anche la morfologia della superficie di applicazione gioca un ruolo importante: superfici lisce e piane garantiscono un contatto uniforme; superfici ruvide ed irregolari portano a disallineamento e perdita di contatto sensore-struttura, limitando le frequenze di campionamento[16].

5.2 PREPROCESSING

Il campionamento, il filtraggio e la decimazione sono operazioni di manipolazione dei dati prima della loro analisi, rientrando nel cosiddetto *preprocessing*. L'obiettivo principale di questa fase è garantire che le misurazioni mantengano le informazioni essenziali, eliminando al contempo elementi di disturbo che potrebbero compromettere l'accuratezza delle analisi successive.[15], [16]

5.2.1 Campionamento

La scelta della frequenza di campionamento rappresenta un compromesso tra l'accuratezza nella rappresentazione del segnale e lo spazio di archiviazione disponibile. All'aumentare della durata dell'osservazione, la frequenza di campionamento tende a diminuire per limitare la quantità di dati memorizzati. Tuttavia, una frequenza di campionamento troppo bassa può introdurre errori nella rappresentazione del segnale, sia in ampiezza che in frequenza.

In particolare, una frequenza di campionamento è considerata insufficiente se non rispetta il criterio stabilito dal teorema di Shannon[23], secondo cui il segnale deve essere campionato ad una frequenza almeno doppia rispetto alla sua massima componente in frequenza, ovvero campionato alla così detta *frequenza di Nyquist*. Se questa condizione non viene soddisfatta, si verifica il fenomeno dell'*aliasing* (Figura 18), che compromette l'accuratezza nella ricostruzione del segnale originale[15], [16].

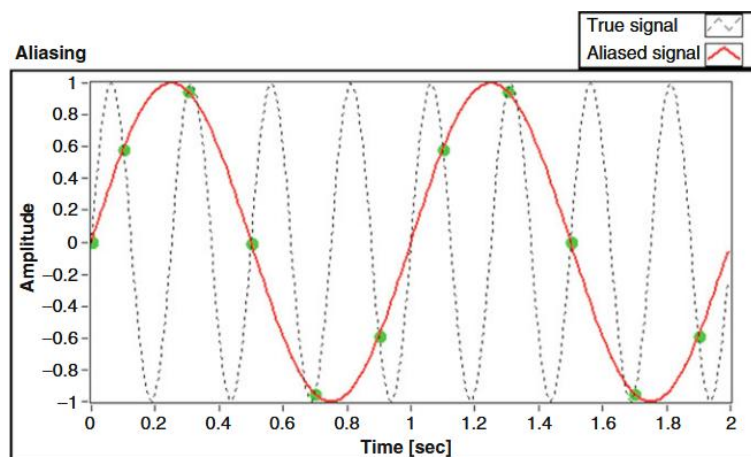


Figura 18 Aliasing [16]

5.2.2 Filtraggio

I filtri hanno lo scopo di modificare i segnali nel campo delle frequenze . Vengono utilizzati per rimuovere frequenze indesiderate, prevenire l'aliasing, eliminare tendenze spurie, correggere errori di fase e ampiezza, e migliorare l'integrazione e la differenziazione del segnale. Inoltre, permettono di suddividere le bande di frequenza, garantendo un'analisi più accurata e affidabile. [\[15\]](#), [\[16\]](#)

Le principali tipologie sono:

- passa-bassa:** permette il passaggio di segnali con una frequenza inferiore a una determinata frequenza di taglio e attenua i segnali con frequenze superiori a tale soglia
- passa-alto:** permette il passaggio di segnali con una frequenza superiore a una determinata frequenza di taglio, attenuando i segnali con frequenze inferiori a tale soglia.
- passa-banda:** permette il passaggio di segnali all'interno di un intervallo specifico di frequenze, attenuando i segnali al di fuori di tale intervallo.
- elimina-banda:** attenua i segnali all'interno di un intervallo specifico di frequenze, permettendo il passaggio dei segnali al di fuori di tale intervallo.
- anti-aliasing:** filtri passa-basso progettati per attenuare le frequenze al di sopra della frequenza di Nyquist

5.2.3 Decimazione

La decimazione consiste nella riduzione del numero di campioni per unità di tempo in un segnale discreto. Questo processo, spesso realizzato attraverso un elevato grado di *averaging* (calcolo della media), diminuisce l'incertezza sui dati mediati e migliora il rapporto segnale-rumore. In sostanza, la decimazione permette di ottimizzare la quantità di dati da elaborare, adattare la frequenza di campionamento alle esigenze dell'analisi e migliorare la qualità del segnale, purché si adottino adeguate precauzioni per prevenire l'aliasing [\[16\]](#).

6 IDENTIFICAZIONE MODALE *OUTPUT-ONLY*

6.1 IPOTESI FONDAMENTALI OMA

“OMA si basa sulle seguenti ipotesi:

- **Linearità** (la risposta del sistema ad una data combinazione di input è uguale alla stessa combinazione degli output corrispondenti),
- **Stazionarietà** (le caratteristiche dinamiche della struttura non cambiano nel tempo, quindi i coefficienti delle equazioni differenziali che governano la risposta dinamica della struttura sono indipendenti dal tempo),
- **Osservabilità** (la disposizione dei sensori è stata progettata correttamente per osservare i modi di interesse, evitando, ad esempio, i punti nodali).” [16] (trad. a cura dell'autore)

Inoltre è necessario porre ipotesi anche sulla natura dell'input. Di norma si identifica come *rumore bianco gaussiano*. Questa supposizione viene fatta perché, essendo la struttura sottoposta a carichi ambientali e operativi, le forze in azione non sono controllabili né modellabili matematicamente. In realtà, l'input reale, a differenza di quello ipotizzato, non ha uno spettro costante che eccita equamente tutti i modi con la stessa intensità e può anche contenere armoniche spurie. Per far fronte questa differenza, è necessario pensare che l'input reale sia stato generato facendo passare il rumore bianco attraverso un filtro. [16], [17], [24]

Sotto queste ipotesi, la risposta misurata può essere interpretata come l'output del **sistema combinato**, formato dal filtro lineare e la struttura, eccitato da rumore bianco gaussiano a media zero. [16], [17]

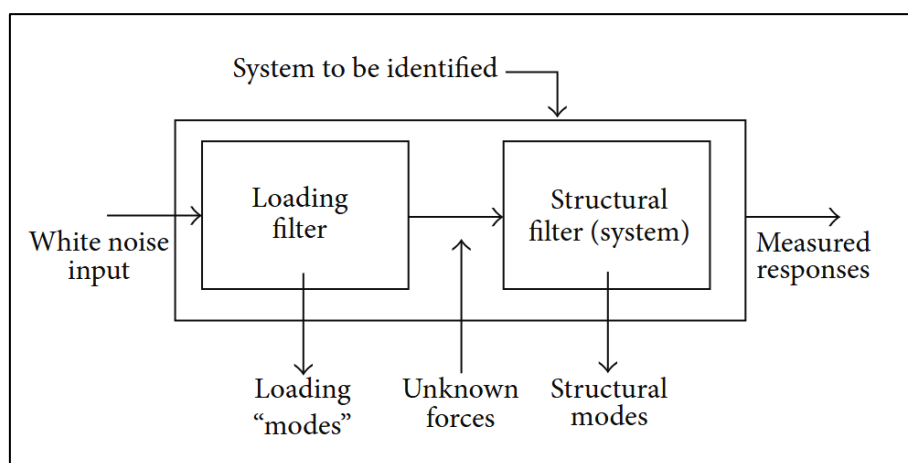


Figura 19 Sistema combinato [17]

Ora denominiamo, facendo riferimento a [16]:

- $N(\omega)$ La trasformata di Fourier del rumore bianco
- $H_f(\omega)$ La FRF del filtro di carico, uno pseudo sistema di secondo ordine
- $F(\omega)$ La trasformata di Fourier della forza reale che insiste sulla struttura
- $H_s(\omega)$ La FRF del filtro di struttura
- $Y(\omega)$ La trasformata di Fourier della risposta misurata

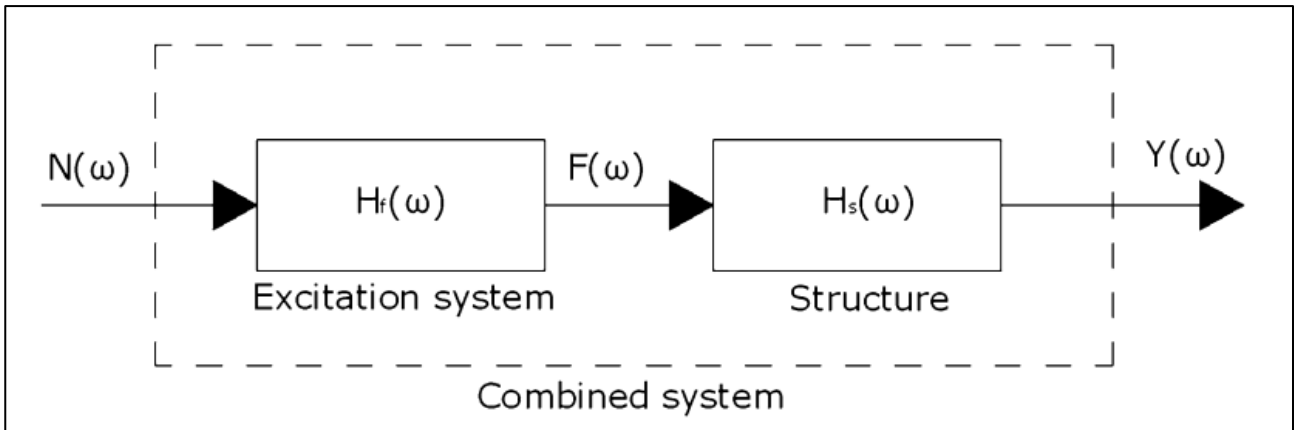


Figura 20 Sistema combinato [16]

Dal momento che il filtro di carico ed il filtro di struttura sono in serie, la FRF del sistema combinato è uguale prodotto delle loro FRF[16]:

$$H_c(\omega) = H_f H_s(\omega)$$

(6.1)

Questa relazione vale anche per i sotto sistemi[16]:

$$F(\omega) = H_f(\omega)N(\omega)$$

$$Y(\omega) = H_s(\omega)F(\omega)$$

(6.2)

e quindi:

$$Y(\omega) = H_s(\omega)H_f(\omega)N(\omega)$$

(6.3)

Se ne deduce che la risposta misurata include informazioni sia del filtro di carico che della struttura[16].

È dimostrabile che i parametri modali della struttura siano preservati ed identificabili, anche se incorporata nel sistema combinato, e che le caratteristiche del filtro di carico non influiscano sull'accuratezza dei parametri modali stimati[24].

Una ulteriore ipotesi riguardante la natura dell'*input* è che il sistema di eccitazione abbia una risposta a banda larga. Questo garantisce che tutti i modi strutturali all'interno dell'intervallo di frequenza di interesse vengano eccitati.

La distribuzione spaziale dell'*input* va a pesare sulla resa dei metodi OMA, in particolare in presenza di modi ravvicinati[16].

Per approfondire come la larghezza di banda e la distribuzione spaziale e temporale dell'*input* vadano a modificare le prestazioni di identificazione modale di un qualsiasi metodo OMA, si faccia riferimento a [25].

6.2 CLASSIFICAZIONE DELLE TECNICHE OMA

Le tecniche di Output-Only Modal Analysis (OMA) sono classificate in base all'approccio adottato per l'elaborazione dei dati. La selezione della metodologia più adeguata deve essere fatta in funzione delle esigenze del progetto, della disponibilità dei dati e delle caratteristiche strutturali oggetto di analisi[16].

Metodi parametrici e non parametrici:

I primi si basano sul far aderire i dati reali a dei modelli matematici, garantendo una maggiore accuratezza nella stima dei parametri modali ma a costo di un maggiore onere computazionale. I secondi, che non implicano la stima diretta di parametri del modello, risultano più rapidi e semplici da applicare, spesso utilizzati per analisi preliminari o in contesti di monitoraggio in campo.

Modelli a basso ordine e ad alto ordine:

A seconda che il numero di coordinate fisiche disponibili sia superiore al numero di autovalori stimabili oppure che il campionamento spaziale sia insufficiente per catturare l'intera risposta dinamica della struttura.

SDOF (Single Degree of Freedom) e MDOF (Multiple Degrees of Freedom):

I primi ipotizzano che il comportamento dinamico della struttura sia dominato da un solo modo di vibrare e sono utilizzati quando i modi di vibrare sono ben separati tra loro, mentre i secondi permettono di analizzare strutture con modi di vibrazione vicini o coincidenti, catturando tutti i contributi significativi all'identificazione dinamica.

Metodi a singolo stadio e metodi a due stadi:

i primi stimano simultaneamente tutti i parametri modali, mentre i secondi prevedono una suddivisione dell'analisi in due fasi, iniziando con una stima preliminare di alcuni parametri per poi determinare gli altri; un approccio particolarmente utile quando le stime iniziali presentano un alto grado di incertezza.

Metodi nel dominio del tempo e nel dominio della frequenza:

i primi operano direttamente sulle serie temporali e sono particolarmente efficaci nella gestione del rumore, mentre i secondi si basano sull'analisi delle funzioni di densità spettrale e adottano strategie di media per il controllo del rumore.

Metodi covariance-driven e metodi data-driven:

nei primi è necessaria una fase preliminare di pre-elaborazione per stimare le funzioni di correlazione, mentre nei secondi l'elaborazione avviene direttamente sui dati grezzi, con diversi risultati sulla precisione delle stime e sull'efficienza computazionale.

Nella trattazione di questa tesi si è deciso di classificare le tecniche nel dominio del tempo e nel dominio delle frequenze.

6.3 METODI NEL DOMINIO DELLE FREQUENZE

Il principale vantaggio di questi metodi è che ogni modo ha un intervallo di frequenza in cui domina, permettendo una sorta di *decomposizione modale naturale* semplicemente analizzando le bande di frequenza in cui ciascun modo è dominante. Anche se alcune tecniche, come *Frequency Domain Decomposition* (FDD) e il *Frequency Domain Proper Orthogonal Decomposition* (FDPR) non abbiano come ipotesi la *decomposizione naturale*, comunque l'analisi limitata ad una banda ristretta migliora l'accuratezza dell'identificazione modale.

Di contro, i metodi nel dominio delle frequenze sono maggiormente soggette a bias rispetto alla loro controparte nel dominio del tempo[15].

I principali metodi nel dominio delle frequenze sono:

Approccio classico nel dominio della frequenza (Dominio della Frequenza di Base) - BFD:

è il metodo più semplice da implementare, ed è anche noto come *Peak-Picking method*. Infatti il metodo consiste nell'individuare i picchi (*peak-picking*) nel grafico della traccia della PSD. Il metodo BFD rientra nella categoria delle tecniche *Single Degree of Freedom (SDOF)*, poiché si basa sull'ipotesi che, in prossimità di una risonanza, un solo modo di vibrazione sia predominante[15], [16].

Decomposizione nel Dominio della Frequenza (FDD):

è basata sulla decomposizione ai valori singolari (SVD) della matrice di densità spettrale, utile per identificare frequenze e forme modali anche in presenza di modi ravvicinati. Una sua

estensione, chiamata *Enhanced FDD* (EFDD), permette anche la stima dello smorzamento modale. La FDD è semplice da applicare e ampiamente utilizzata, ma può introdurre approssimazioni e distorsioni nei modi fortemente accoppiati[15], [16], [25].

Metodi parametrici nel dominio della frequenza:

si basano su modelli frazionari polinomiali o sul modello modale (*pole-residue*) ed implicano l'uso di modelli matematici da sovrapporre ai dati misurati e stimare i parametri modali del sistema. Tra questi si citano il *Least Squares Frequency Domain* (LSFD), la sua evoluzione, il *Poly-reference LSCF* (PolyMAX) ed il *Maximum Likelihood Estimator* (MLE)[16]

6.4 METODI NEL DOMINIO DEL TEMPO

I metodi nel dominio del tempo in OMA utilizzano serie temporali o funzioni di correlazione per identificare i modi strutturali. Sono particolarmente efficaci nella gestione di dati con forte presenza di rumore grazie all'uso della **Singular Value Decomposition (SVD)** o l'implementazione di modelli ARMA. Si dividono in approcci **covariance-driven** (che stimano le funzioni di correlazione) e **data-driven** (che elaborano direttamente i dati grezzi). Le principali sfide riguardano il fitting delle funzioni di correlazione e la gestione di modelli sovradimensionati con modi di rumore[16], [17].

I principali metodi nel dominio del tempo sono:

NExT (Natural Excitation Techniques):

Queste tecniche hanno avuto grande popolarità, ma sono state in per lo più sostituite da metodi più robusti. Tra i principali metodi NExT troviamo: LSCE (*Least Squares Complex Exponential*), equivalente nel dominio del tempo all'LSCF; ITD (*Ibrahim Time Domain*), che analizza simultaneamente tutte le funzioni di correlazione; e ERA (*Eigensystem Realization Algorithm*), basato sulla teoria della realizzazione dei sistemi [16].

Modelli AR (Auto-Regressivi) e ARMA (Auto-Regressivi a Media Mobile):

predicono il valore corrente di una serie temporale basandosi su valori passati. I modelli ARMA non sono diventati molto popolari nell'OMA poiché presenta problemi di convergenza e tempi di calcolo eccessivi. Gli errori aumentano all'aumentare della complessità della struttura e al numero di modi da stimare. Una strategia per ridurre gli errori consiste nell'omettere completamente la parte MA, portando all'applicazione del *Prediction Error Method* (PEM) al modello AR. Questo conduce a un problema di minimi quadrati lineare, facilmente risolvibile. L'uso di modelli AR anziché ARMA può essere giustificato se l'ordine del modello AR tende all'infinito, anche se questo causa l'introduzione di molti poli spuri che devono essere distinti da quelli fisici[15], [16].

Stochastic Subspace Identification (SSI):

è una famiglia di tecniche nel dominio del tempo che si fonda su un approccio stocastico per l'analisi dei dati e l'elaborazione del segnale. Tali tecniche possono essere suddivise in due categorie: metodi *covariance-driven* e metodi *data-driven* [15], [16].

Covariance-Driven Stochastic Subspace Identification (Cov-SSI):

è una tecnica parametrica *covariance-driven*. Si parte quindi calcolando la correlazione del segnale con se stesso a diversi ritardi temporali. I valori di correlazione vengono organizzati in una matrice, la cui decomposizione ai valori singolari (SVD) consente di estrarre le informazioni sul sistema. Da questa decomposizione si derivano le matrici di stato e di *output*, permettendo l'identificazione dei parametri modali, come frequenze naturali, smorzamenti e forme modali [16].

Data-Driven Stochastic Subspace Identification (DD-SSI):

è una tecnica parametrica *data-driven*, che opera direttamente sui dati grezzi senza richiedere la stima preliminare delle funzioni di correlazione. Il suo principale vantaggio è l'ottimizzazione lineare, rendendola preferibile nell'analisi di grandi quantità di dati. I dati vengono organizzati in una matrice, strutturata in blocchi temporali successivi. Quindi la matrice viene decomposta ai valori singolari (SVD) per separare la componente strutturale dal rumore. Infine, identificando le matrici di osservabilità e di stato, è possibile estrarre i parametri modali, come frequenze naturali, smorzamenti e forme modali [16].

Second Order Blind Identification:

è una tecnica *covariance-driven* e si basa sulla statistica di secondo ordine. L'ipotesi principale alla base del metodo è che le sorgenti siano scorrelate per tutti i ritardi temporali e che presentino spettri distinti. In termini operativi, il metodo consiste nell'individuare una trasformazione lineare che consenta di diagonalizzare simultaneamente le matrici di covarianza, calcolate a vari ritardi temporali, con l'obiettivo di identificare una base in cui i segnali osservati risultino statisticamente indipendenti. Gli autovalori derivanti dalla diagonalizzazione forniscono informazioni sulle frequenze naturali e sui fattori di smorzamento, mentre gli autovettori determinano le forme modali [16].

6.5 DIAGRAMMI DI STABILIZZAZIONE

Un diagramma di stabilizzazione è un grafico in cui l'asse orizzontale rappresenta la frequenza, mentre l'asse verticale rappresenta l'ordine del modello, ed è impiegato per distinguere i modi fisici della struttura dai modi spuri o matematici che possono emergere durante il processo di identificazione modale.

Per diversi ordini del modello vengono stimati i poli, ovvero le frequenze naturali. Questi poli vengono quindi tracciati nel diagramma. Per determinare se un polo è stabile, vengono adottati criteri di stabilità basati su tolleranze definite dall'utente, che riguardano la variazione delle

frequenze naturali, dei rapporti di smorzamento e delle forme modali, utilizzando il *Modal Assurance Criterion* (MAC) per confrontare i modelli con ordini successivi.

Perché un polo stabile sia identificabile come reale la sua ascissa deve oscillare in un intorno stretto di valori, indipendentemente dalla dimensione del modello [16].

È possibile automatizzare l'identificazione dei poli reali tramite algoritmi di *clustering*.

Di seguito un esempio:

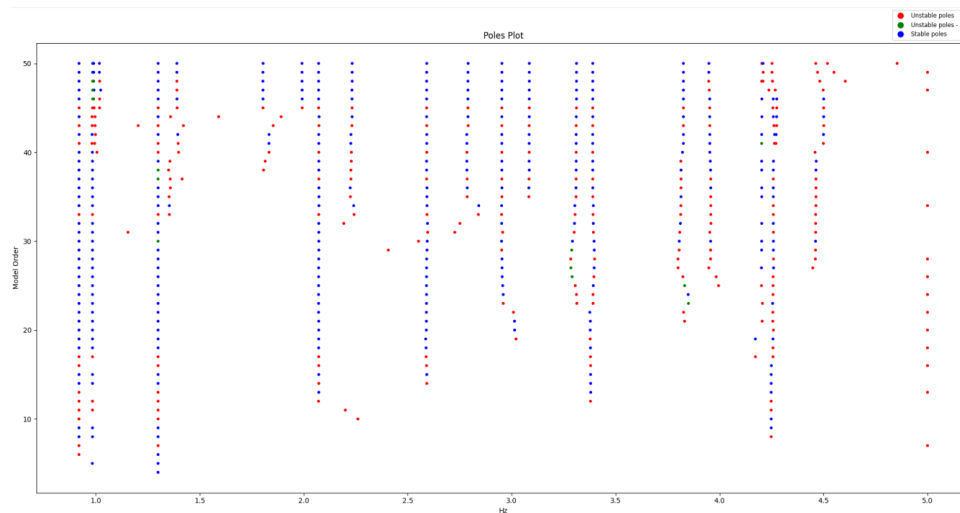


Figura 21 Diagramma di stabilizzazione [16]

6.6 METODI UTILIZZATI NELL'IMPLEMENTAZIONI DEGLI ALGORITMI

Si propone di seguito un approfondimento per i metodi implementati nel lavoro di tesi.

6.6.1 Dominio della Frequenza di Base - BFD

Il BFD è classificato come un metodo a Singolo Grado di Libertà (SDOF) per l'OMA. Questa classificazione si basa sull'ipotesi che, intorno a una risonanza, solo un modo è dominante. Di conseguenza, la forma polo-residuo della matrice PSD di output (4.7) può essere approssimata considerando solo il contributo del modo dominante [16].

Ad esempio, se solo il r -esimo modo è dominante, la risposta strutturale è approssimativamente congruente alla risposta modale:

$$\{y(t)\} \approx \{\phi_r\}p_r(t)$$

(6.4)

dove $p_r(t)$ è il vettore coordinate modali del r -esimo modo. Di conseguenza, le funzioni di correlazione si possono approssimare a:

$$[R_{yy}(\tau) = E\{y(t + \tau)\{y(t)\}^T] = R_{p_r p_r}(t)\{\phi_r\}^T \quad (6.5)$$

dove:

$$R_{p_r p_r} = E[p_r(t + \tau)p_r(t)] \quad (6.6)$$

è la funzione di auto-correlazione modale, e la matrice di densità spettrale è data da:

$$[G_{YY}(\omega)] = G_{p_r p_r}(\omega)\{\phi_r\}\{\phi_r\}^H \quad (6.7)$$

dove $G_{p_r p_r}(\omega)$ è la funzione di densità auto-spettrale delle coordinate modali. Da quest'ultima relazione si può evincere che la matrice PSD è di rango uno. Quindi, alla risonanza, ogni colonna della matrice PSD può essere considerata come una stima della forma del modo corrispondente, posto un fattore di scala[16].

Da un punto di vista pratico, la traccia della matrice PSD viene calcolata a ogni frequenza per individuare i picchi associati alle risonanze strutturali. Le forme modali corrispondenti vengono estratte da una delle colonne della matrice stessa. Per farlo, è necessario scegliere un sensore di riferimento, utilizzato per calcolare le densità spettrali incrociate rispetto a tutti gli altri sensori. Bisogna selezionarlo in modo che catturi la maggior parte dei modi, tenendo conto della geometria della struttura e della disposizione dei sensori. In configurazioni complesse, come edifici con vibrazioni in più direzioni, un unico riferimento potrebbe non essere sufficiente. Ad esempio, un sensore allineato lungo un asse potrebbe rilevare solo i modi corrispondenti, trascurando quelli in altre direzioni. In questi casi, l'uso di più riferimenti garantisce una caratterizzazione più completa della risposta modale[16].

6.6.2 Decomposizione nel Dominio della Frequenza – FDD

Questo metodo è stato originariamente applicato alle FRF e conosciuto come *Complex Mode Indicator Function* (CMIF) per sottolineare la sua capacità di rilevare radici multiple e, quindi, la possibilità di contare il numero di modi dominanti a una certa frequenza. Il metodo è stato poi sistematizzato per l'uso con i dati dello spettro di risposta[16].

Una dimostrazione teorica del metodo è basata sull'espansione modale della risposta strutturale[16]:

$$\{y(t)\} = [\Phi]\{p(t)\} \quad (6.8)$$

dove $[\Phi]$ è la matrice modale e $\{p(t)\}$ è il vettore delle coordinate modali. Da qui può essere calcolata la matrice di correlazione delle risposte:

$$[R_{yy}(\tau)] = E[\{y(t + \tau)\}\{y(t)\}^T] = [\Phi][R_{pp}(\tau)][\Phi]^T \quad (6.9)$$

Quindi si ottiene la matrice PSD prendendo la trasformata di Fourier:

$$[G_{YY}(\omega)] = [\Phi][G_{PP}(\omega)][\Phi]^H \quad (6.10)$$

La matrice PSD delle coordinate modali è diagonale se queste sono non correlate.

Sapendo che la SVD della matrice PSD ad una certa frequenza ω porta alla seguente fattorizzazione:

$$[G_{YY}(\omega)] = [U][\Sigma][V]^H \quad (6.11)$$

dove $[U]$ e $[V]$ sono matrici unitarie al cui interno hanno i vettori singolari di destra e sinistra e $[\Sigma]$ è la matrice dei valori singolari, ordinati in ordine decrescente. Essendo la PSD una matrice Hermitiana definita positivamente, segue che $[U] = [V]$ e la decomposizione (6.11) può essere riscritta come:

$$[G_{YY}(\omega)] = [U][\Sigma][U]^H \quad (6.12)$$

quindi, prendendo in considerazione (6.10) e (6.12), si può affermare che è possibile definire una relazione tra i vettori singolari e le forme modali. Inoltre i valori singolari rappresentano le risposte modali e definiscono gli spettri dei sistemi SDOF, caratterizzati dagli stessi parametri modali dei modi del sistema MDOF. Il primo valore singolare individua il modo dominante in prossimità delle frequenze di risonanza. Inoltre, il numero di elementi non nulli nella matrice PSD ($[\Sigma]$) corrisponde al suo rango a una data frequenza, facilitando l'identificazione dei modi significativi. Il rango della

matrice PSD in uscita indica il numero di modi che influenzano in modo rilevante la risposta strutturale a specifiche frequenze[16].

Ipotizzando che un solo modo sia dominante alla frequenza ω , e che la suddetta frequenza sia associata al picco di risonanza del modo k -esimo la matrice PSD si approssima ad una matrice di rango uno con un solo termine al lato destro dell'equazione (6.12):

$$[G_{YY}(\omega)] = \sigma_1 \{u_1\} \{u_1\}^H, \quad \omega \rightarrow \omega_k \quad (6.13)$$

dove il vettore $\{u_k\}$ rappresenta una stima della forma di modo del modo k -esimo.

Operativamente si stima la *cross PSD* tra tutti i canali. I valori ottenuti si organizzano in una matrice e si calcola la SVD. Otteniamo quindi un grafico rappresentando le colonne di $[\Sigma]$, dove l'operatore va ad identificare i picchi, come nel metodo BFD (paragrafo 6.6.1).

6.6.3 Stochastic Subspace Identification – SSI

Negli algoritmi implementati in questa tesi, si fa riferimento in particolare al metodo *Covariance-driven Stochastic Subspace Identification (Cov-SSI)*, ma per semplicità verrà indicato come semplicemente SSI. Questo metodo, basato sull'analisi nel dominio del tempo, è di tipo parametrico e *covariance driven*[16].

Il metodo identifica un modello stocastico nello spazio degli stati utilizzando esclusivamente dati in uscita. Un concetto chiave è la realizzazione minima, ovvero la determinazione di un modello spazio-stato con la dimensione più ridotta possibile, garantendo al contempo che tutti i modi siano adeguatamente eccitati e osservati.

Per verificare queste condizioni si utilizzano due matrici: la matrice di osservabilità e la matrice di controllabilità. Un sistema di ordine n è considerato osservabile o controllabile se la rispettiva matrice ha rango n . Il problema si riduce quindi alla determinazione del minimo ordine n delle matrici a partire dai dati misurati.

Tuttavia, nella pratica, l'ordine effettivo del sistema è sconosciuto e difficilmente identificabile a causa della presenza di rumore nei dati. Di conseguenza, anche se teoricamente è possibile ottenere una realizzazione minima del sistema, la determinazione del corretto ordine rimane un processo complesso.

Un approccio comune è adottare una strategia conservativa, sovrastimando l'ordine del sistema. Questo, però, porta all'emergere di poli spuri, che devono essere successivamente filtrati attraverso strumenti specifici, come i diagrammi di stabilizzazione.(6.5)[16].

Il metodo inizia con la il calcolo delle correlazioni di output:

$$[\hat{R}_i] = \frac{1}{N-i} [Y_{1:N-i}][Y_{i:N}]^T \quad (6.14)$$

dove $[Y_{1:N-i}]$ si ottiene dalla matrice dei dati $[Y]$ $l \times N$ rimuovendo gli ultimi i dati, mentre $[Y_{i:N}]$ si ottiene rimuovendo i primi i dati; $[\hat{R}_i]$ indica la stima indipendente della matrice di correlazione al tempo di ritardo i basata su un numero finito di dati. Le correlazioni stimate per diversi ritardi temporali vengono raccolte nella seguente matrice di Toeplitz a blocchi:

$$[T_{1|i}] = \begin{bmatrix} [\hat{R}_i] & [\hat{R}_{i-1}] & \cdots & [\hat{R}_1] \\ [\hat{R}_{i+1}] & [\hat{R}_i] & \ddots & [\hat{R}_2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\hat{R}_{2i-1}] & [\hat{R}_{2i-2}] & \cdots & [\hat{R}_i] \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

dove ogni matrice di correlazione ha dimensioni $l \times l$, quindi la matrice a blocchi ha dimensioni $li \times li$. Per l-identificazione di un sistema di ordine n , il numero di la dimensione delle righe deve essere:

$$li \geq n$$

Come detto, in pratica l-ordine n è incognito, ma può essere stimato, ad esempio dal numero di picchi identificabili con i metodi FDD o BFD. Ipotizzando che l'ordine del sistema sia stato stimato e considerando che il numero di uscite l è una costante del problema di identificazione, si può scegliere un valore di i maggiore o uguale a n/l . Il valore adottato per i è essenzialmente una scelta dell'utente e si basa su una comprensione fisica del problema.

Applicando la proprietà di fattorizzazione data da (4.26) alla matrice a blocchi di Toeplitz:

$$[T_{1|i}] = \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A] \\ \vdots \\ [C][A]^{i-1} \end{bmatrix} [[A]^{i-1}[G] \quad \cdots \quad [A][G] \quad [G]] = [O_i][\Gamma_i] \quad (6.16)$$

Dove $[O_i]$ e $[\Gamma_i]$ sono rispettivamente la *matrice di osservabilità* e la *matrice di controllabilità*. Hanno dimensioni $li \times n$ e $n \times li$.

La SVD della matrice a blocchi di Toeplitz:

$$[T_{1|i}] = [U_1][\Sigma_1][V_1]^T = \begin{bmatrix} [U_1] & [U_2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Sigma_1] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_1]^T \\ [V_2]^T \end{bmatrix}$$

(6.17)

dove le dimensioni di $[\Sigma_1]$ ne danno il rango. Omettendo i valori singolari nulli e i loro corrispondenti nei vettori singolari, possiamo scrivere, tenendo conto della (6.16):

$$[T_{1|i}] = [O_i][\Gamma_i] = [U_1][\Sigma_1][V_1]^T$$

(6.18)

dove le matrici $[U_1]$ e $[V_1]^T$ hanno dimensioni $li \times n$ e $n \times li$ rispettivamente e la matrice diagonale $[\Sigma_1]$ di dimensioni $n \times n$ ha i valori singolari positivi in ordine decrescente. Le matrici $[O_i]$ e $[\Gamma_i]$ possono essere ottenute dividendo la SVD in due:

$$[O_i] = [U_1][\Sigma_1]^{-\frac{1}{2}}$$

$$[\Gamma_i] = [\Sigma_1]^{-\frac{1}{2}}[V_1]^T$$

(6.19)

Quindi si possono ottenere la *matrice di influenza di output* $[C]$ e la *matrice di covarianza di prossimo stato di output* $[G]$, formate da le prime l righe di $[O_i]$ e le ultime l colonne di $[\Gamma_i]$, rispettivamente.

La matrice di stato $[A]$ si ricava tramite la matrice di Toeplitz con un ritardo:

$$[T_{2|i+1}] = \begin{bmatrix} [\hat{R}_{i+1}] & [\hat{R}_i] & \cdots & [\hat{R}_2] \\ [\hat{R}_{i+2}] & [\hat{R}_i] & \ddots & [\hat{R}_3] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\hat{R}_{2i}] & [\hat{R}_{2i-1}] & \cdots & [\hat{R}_{i+1}] \end{bmatrix} = [O_i][A][\Gamma_i]$$

(6.20)

e quindi, prendendo in considerazione (6.16), (6.19) e (6.20), la $[A]$ si ottiene come:

$$[A] = [O_i]^+ [T_{2|i+1}] [\Gamma_i]^+ = [\Sigma_1]^{-\frac{1}{2}} [U_1]^T [T_{2|i+1}] [V_1] [\Sigma_1]^{-\frac{1}{2}}$$

(6.21)

Una volta ottenute le matrici $[A]$ e $[C]$ è possibile estrarre i parametri modali [\[16\]](#).

7 IMPLEMENTAZIONE DEI MODELLI

7.1 BFD

L'interfaccia grafica si struttura in tre *tab*: *DATA*, *GRAPH* e *RESULTS*.

Il programma consente all'operato di identificare le frequenze modali tramite la traccia della PSD, studiare per ogni canale la *auto* e la *cross* PSD ed infine ottenere le deformate modali.

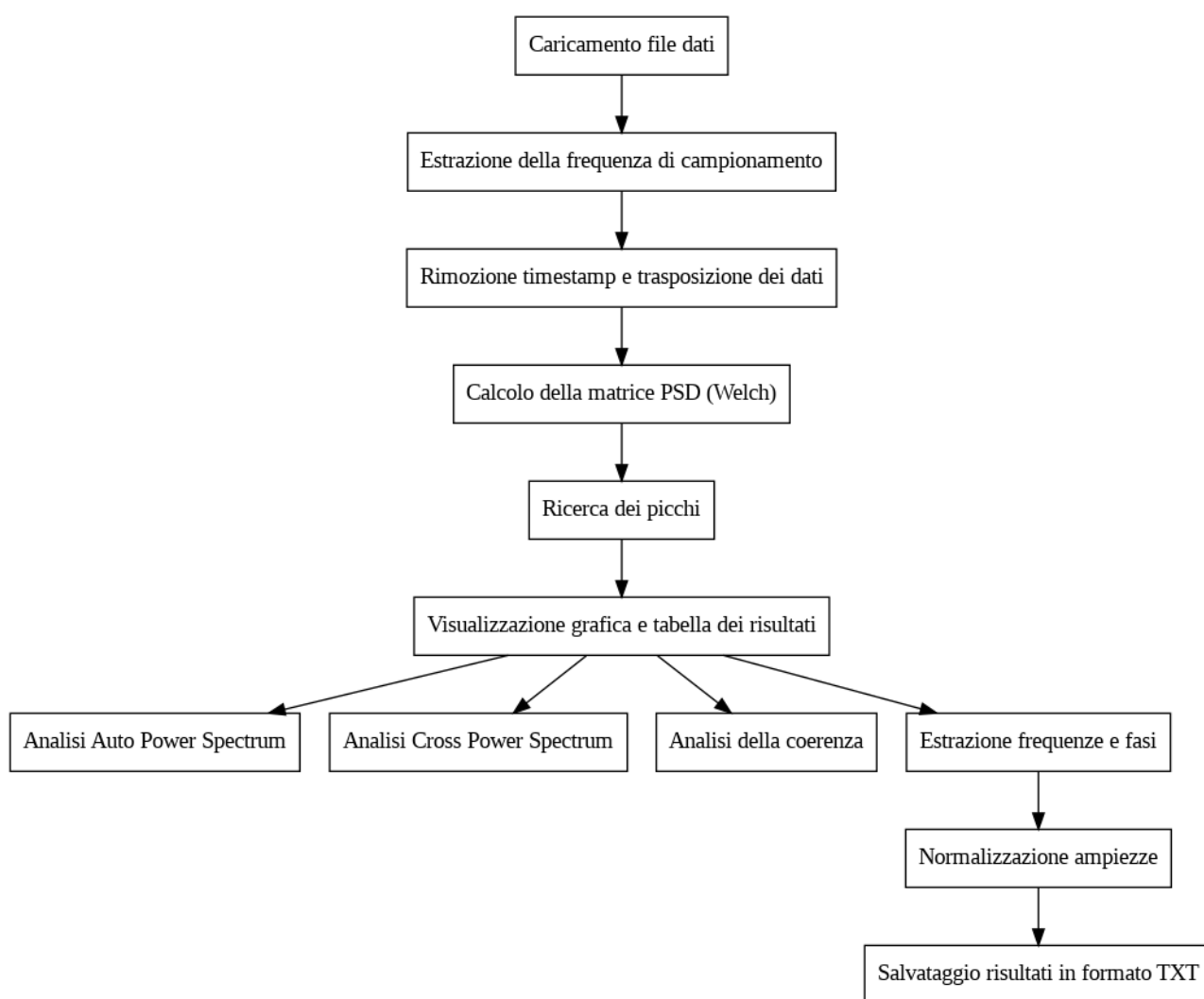


Figura 22 Flowchart – BFD

7.1.1 DATA

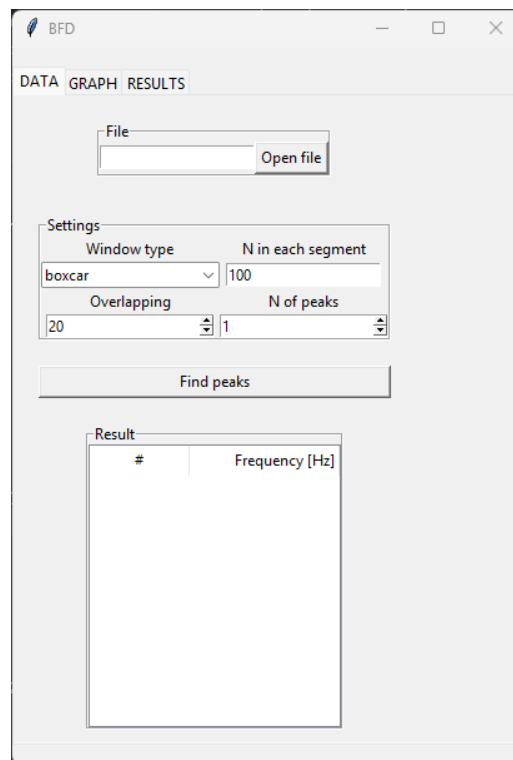


Figura 23 BFD – DATA

Premendo il tasto sinistro del mouse sul bottone *Open file*, si apre una finestra di dialogo dove si può selezionare il file in formato *.txt* con i dati misurati.

Nell'area *Settings* si impostano i parametri per il calcolo della PSD tramite il metodo *Welch* (*scipy.signal.welch*) (<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/signal.html>):

- *Window type*: la tipologia di finestra mobile da utilizzare
opzioni: *boxcar* – *hamming*
- *N in each segment*: lunghezza di ogni segmento
- *Overlapping*: Numero di punti da sovrapporre tra i segmenti
- *N of peaks*: numero di picchi identificati automaticamente dal programma

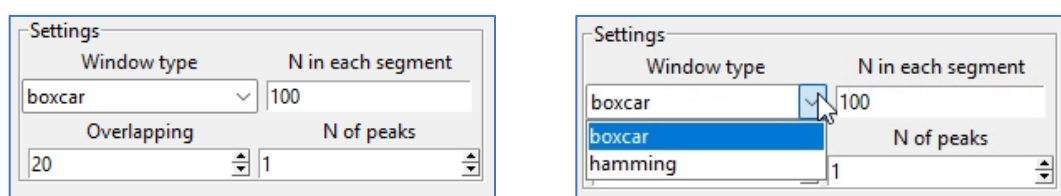


Figura 24 BFD – DATA – Settings

Infine, cliccando con il tasto sinistro del mouse sul pulsante *Find peaks*, viene calcolata la PSD secondo i parametri precedentemente indicati, seguita dal calcolo della sua traccia. Successivamente, i picchi vengono identificati in modo iterativo.

I picchi rilevati vengono poi riportati nella tabella e visualizzati sul grafico della traccia della PSD, evidenziati con una "x" arancione.

Find peaks	
Result	
#	Frequency [Hz]
1	0.92
2	0.98
3	1.3

Figura 25 BFD – DATA – Find peaks – tabella

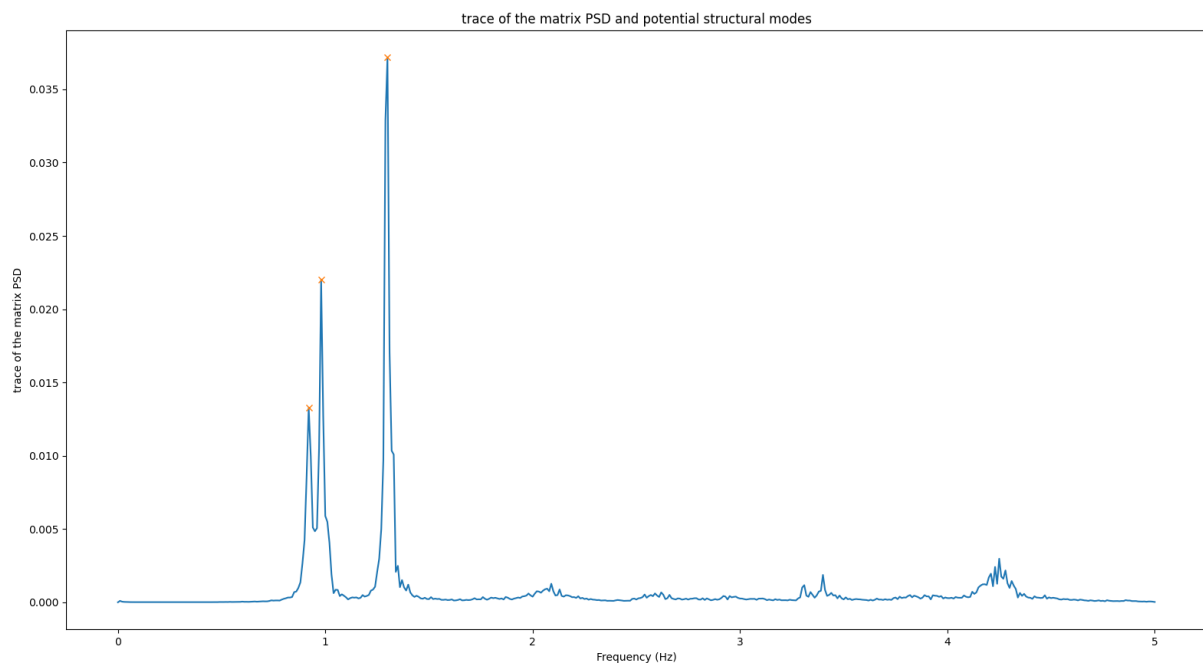


Figura 26 BFD – DATA – Find peaks – grafico

I picchi dovrebbero essere identificati manualmente dall'operatore, ma questa scelta avrebbe richiesto uno sviluppo dell'interfaccia grafica più complesso, che in questa fase iniziale si è preferito evitare. Di conseguenza, i picchi vengono identificati automaticamente in ordine decrescente di ampiezza, anziché in ordine crescente di frequenza come si farebbe manualmente. Tuttavia, considerando che l'obiettivo principale di questa fase della tesi è l'implementazione degli algoritmi e non la realizzazione di un software completo e operativo, questo approccio è stato ritenuto adeguato.

7.1.2 GRAPH

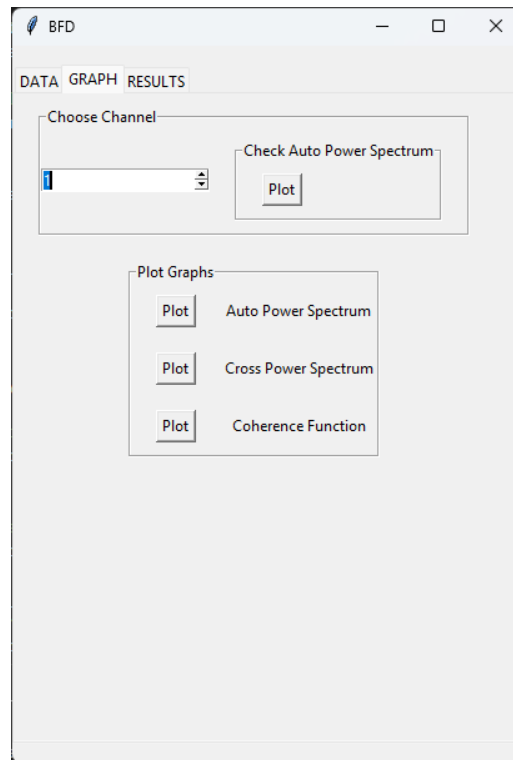


Figura 27 BFD – GRAPH

In questa *tab* sono forniti all'operatore tutti gli strumenti necessari per identificare quale canale sia maggiormente influenzato da una specifica frequenza modale e per prevedere il tipo di forma modale attesa. Attraverso l'*auto-PSD* è possibile verificare la presenza di picchi in corrispondenza delle frequenze individuate nella *tab* precedente. Inoltre, le *funzioni di coerenza* permettono di fare una prima valutazione sulla natura della forma modale, distinguendo tra comportamento traslazionale e torsionale.

Per iniziare, cliccando sul pulsante *Plot* nella sezione *Check Auto Power Spectrum*, verranno tracciate le curve della PSD per ciascun canale. Le frequenze individuate nella *tab* precedente sono evidenziate con una linea tratteggiata rossa. Il calcolo della PSD viene eseguito utilizzando i parametri definiti nella sezione *DATA – Setting*.

Nell'esempio riportato in Figura 28 si può notare come il canale uno è fortemente influenzato dal terzo modo e per nulla dal primo, mentre il canale 2 è praticamente influenzato solo dal primo modo. Questo comunica all'operatore che quando si dovrà calcolare le deformate modali sarà meglio basarsi sul canale due per il primo modo.

Una volta osservato il grafico di Figura 28 si procede nello studiare il singolo canale. Quindi si seleziona nella sezione *Choose Channel* il numero desiderato.

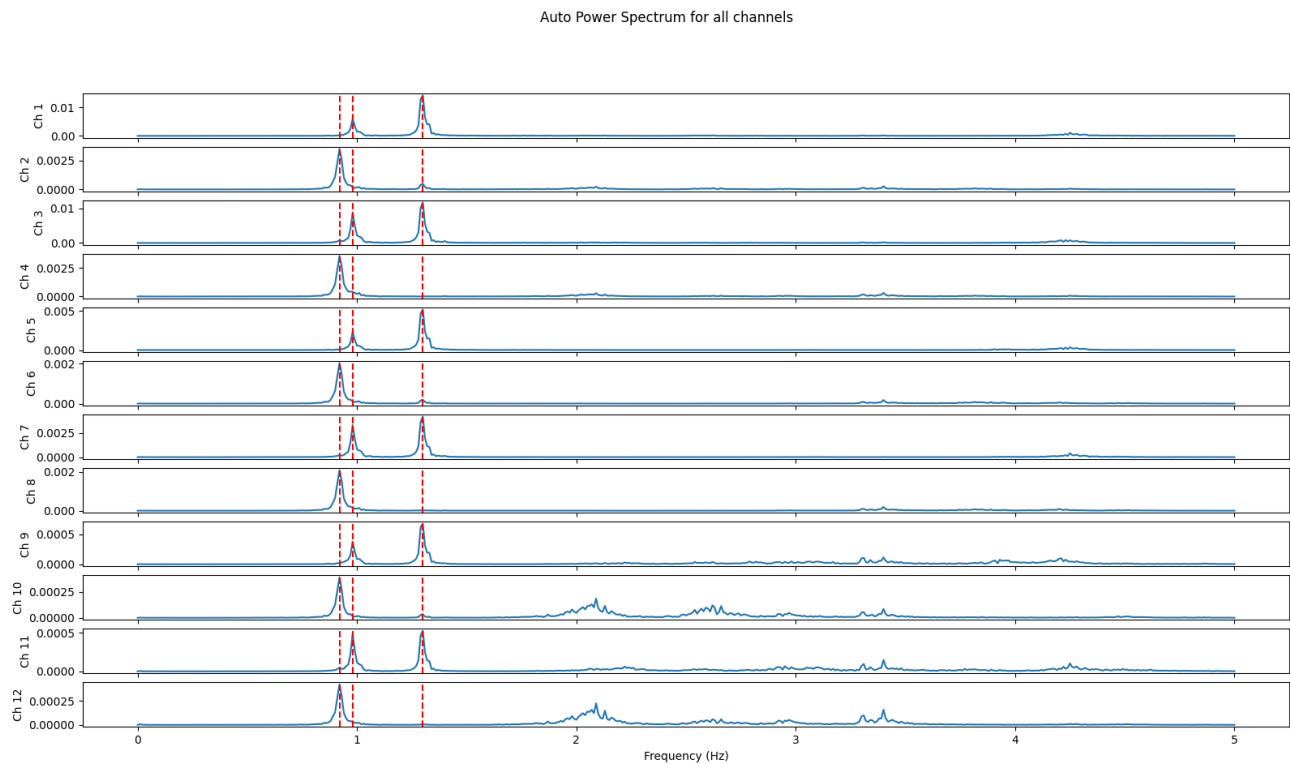


Figura 28 BFD – GRAPH – Check Auto Power Spectrum – PSD per ogni canale

Ora la sezione *Plot Graphs* farà riferimento al canale selezionato.

Il pulsante *Plot* in corrispondenza di *Auto Power Spectrum* produce il grafico della PSD del singolo canale (Figura 29).

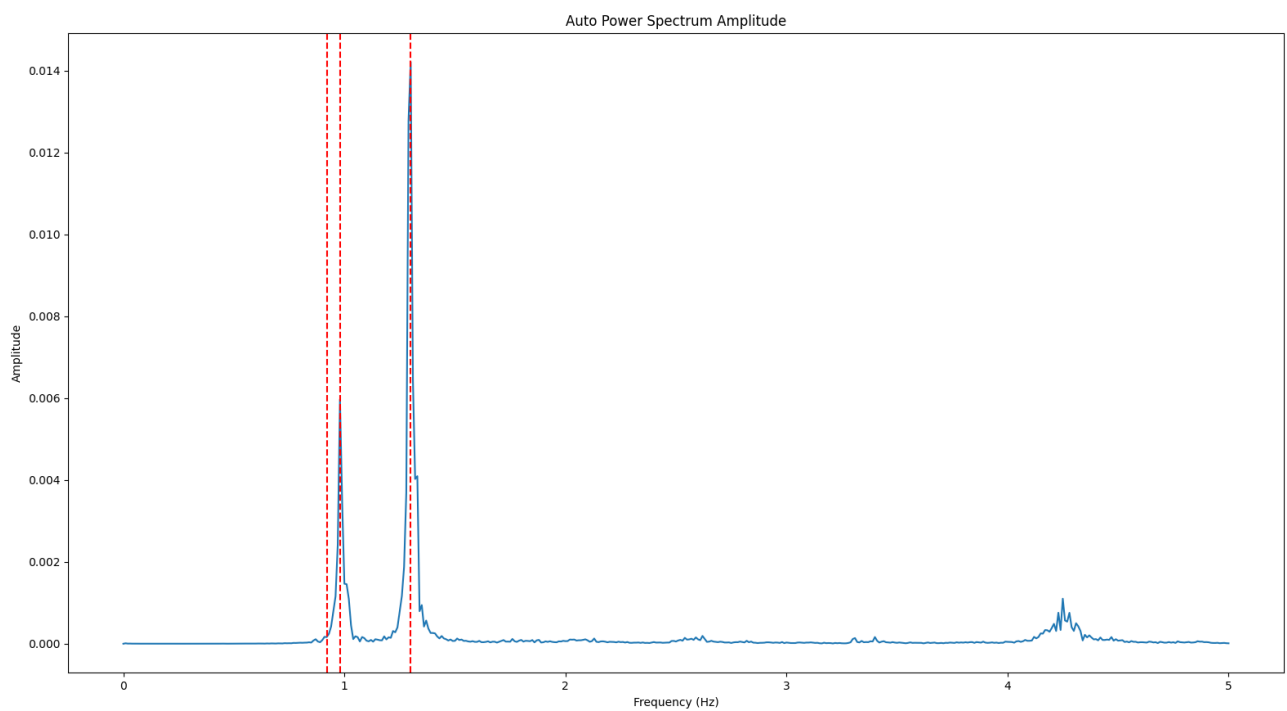


Figura 29 BFD – GRAPH – Plot Graphs– PSD singolo canale

Il pulsante *Plot* in corrispondenza di *Cross Power Spectrum* produce due grafici: l'ampiezza e la fase del cross-PSD (Figura 30).

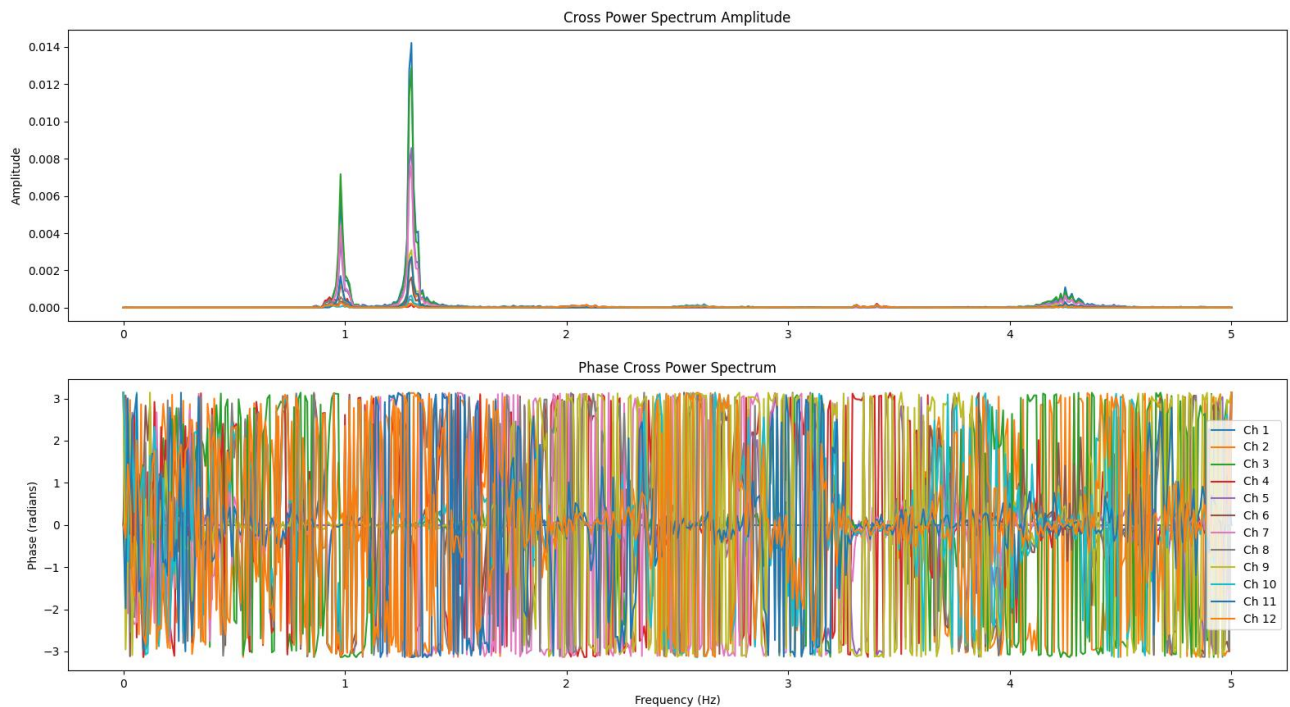


Figura 30 BFD – GRAPH – Plot Graphs– cross- PSD rispetto al canale selezionato

Il grafico porta informazioni interessanti sull'interazione tra i vari canali, ma la modalità di visualizzazione non ne consente un facile studio. Questo costituisce una funzione del programma che può essere migliorata.

Il pulsante *Plot* in corrispondenza di *Coherence Function* produce tutti i grafici della funzione di coerenza tra il canale selezionato e i restanti (Figura 31).

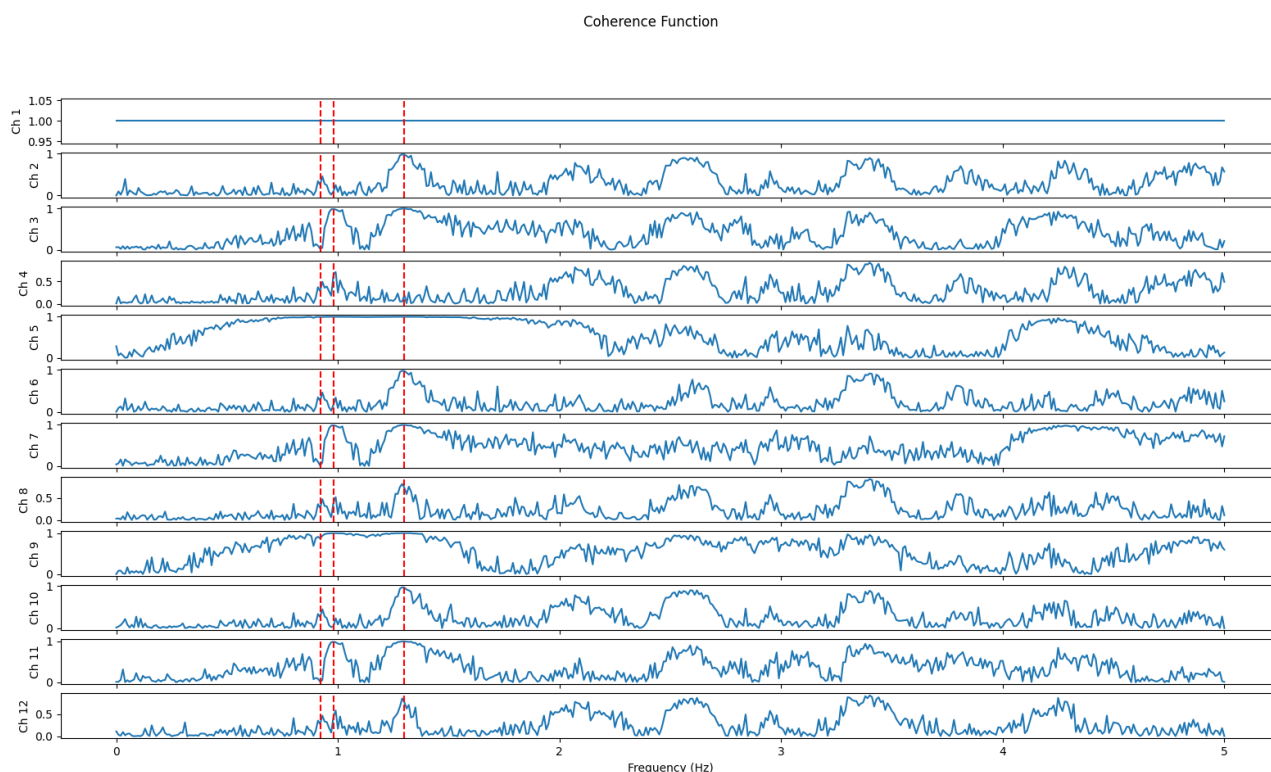


Figura 31 BFD – GRAPH – Plot Graphs– Funzioni di coerenza

Conoscendo la direzione principale di ciascun sensore, è possibile stimare dal grafico in Figura 31 il tipo di forma modale attesa per una determinata frequenza. Nell'esempio considerato, sappiamo che i canali dispari sono orientati ortogonalmente rispetto a quelli pari.

Poiché stiamo analizzando il canale uno possiamo studiare efficacemente solo il secondo e il terzo modo, come osservabile in Figura 29.

Esaminando i valori relativi al secondo modo, indicato dalla seconda linea verticale rossa tratteggiata in Figura 31, si nota che le funzioni di coerenza assumono valori alti per i canali dispari e bassi per quelli pari. Questo suggerisce che il secondo modo sia traslazionale nella direzione registrata dal canale uno.

Passando al terzo modo, si osserva che tutti i canali presentano valori di coerenza elevati, indicando che si tratta probabilmente di un modo torsionale.

7.1.3 RESULTS

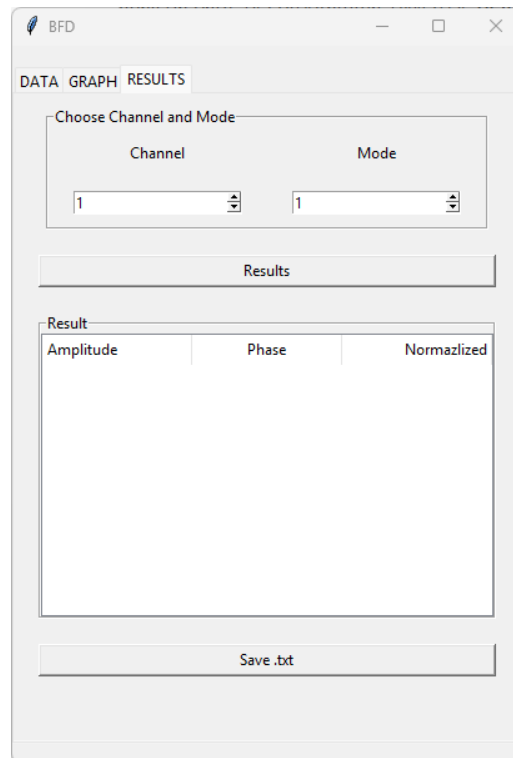


Figura 32 BFD – RESULTS

Concluso lo studio dei canali nella *tab GRAPH*, è possibile procedere con la generazione dei risultati finali da parte del programma, ovvero le deformate modali.

Nella sezione *Choose Channel and Mode* è possibile selezionare il canale e il modo.

Quindi, cliccando il tasto *Results*, viene popolata la tabella *Result* e prodotto un grafico 3D della deformata. Si precisa che il grafico è stato prodotto *ad hoc* e quindi può rappresenta solo *dataset* prodotti da questa specifica configurazione di sensori.

Result		
Amplitude	Phase	Normalized
0.00597054555089606	0.0	0.8329764311058449
0.00030848535088453	8.293796938580817	0.04303811509982918
0.00716772447327191	-179.61274001080113	-1.0
0.00128547788393621	-178.14797470332707	-0.1793425359372693
0.00370218455641856	-0.1140834895471014	0.5165076545874252
0.00032235676487704	-174.544266846565	-0.0449733755920854
0.00440874993144374	0.21861744690136745	0.6150836221291356
0.00057397670827048	-178.01311107967842	-0.0800779536672782
0.00149552915291257	-0.6713292036283693	0.20864768986159127
6.208537033349904e-1	-172.0191005454873	-0.0086617964411177

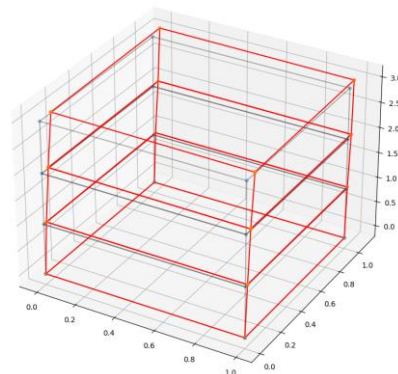


Figura 33 BFD – RESULTS – Results

Infine è possibile salvare il contenuto della tabella in un file con estensione *.txt* cliccando il tasto *Save .txt*.

Continuando l'esempio del paragrafo precedente, selezioniamo il canale uno ed il modo due. Se le stime fatte precedentemente sono corrette dovremmo ottenere un modo traslazionale:

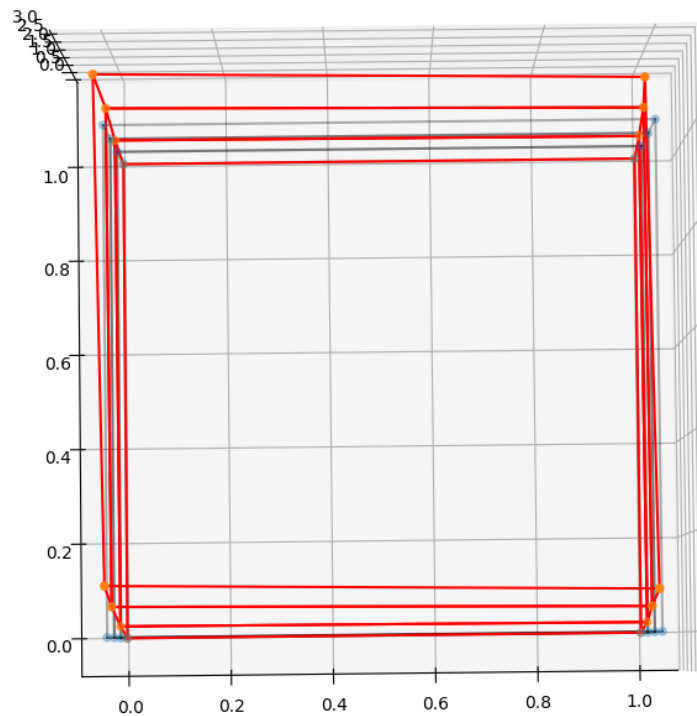


Figura 34 BFD - Canale 1 - Modo 2

Selezionando invece il modo tre dovrebbe essere torsionale:

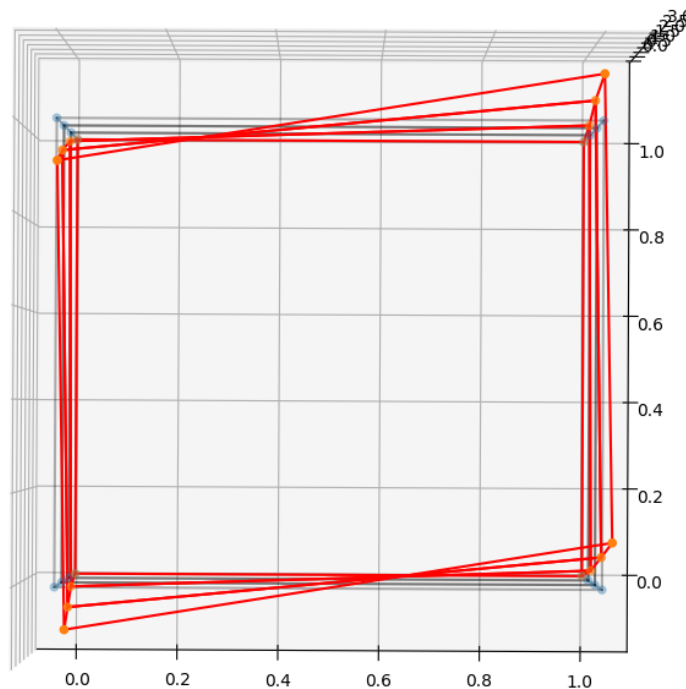


Figura 35 BFD - Canale 1 - Modo 3

Entrambi i modi sono coerenti con le previsioni fatte nel precedente paragrafo.

7.2 FDD

L'interfaccia grafica si struttura in due *tab*: *DATA* e *RESULTS*.

Il programma consente all'operato di identificare le frequenze modali tramite la concatenazione dei vettori dei valori singolari ottenuti alle diverse frequenze discrete producendo i grafici dei valori singolari ed infine ottenere le deformate modali

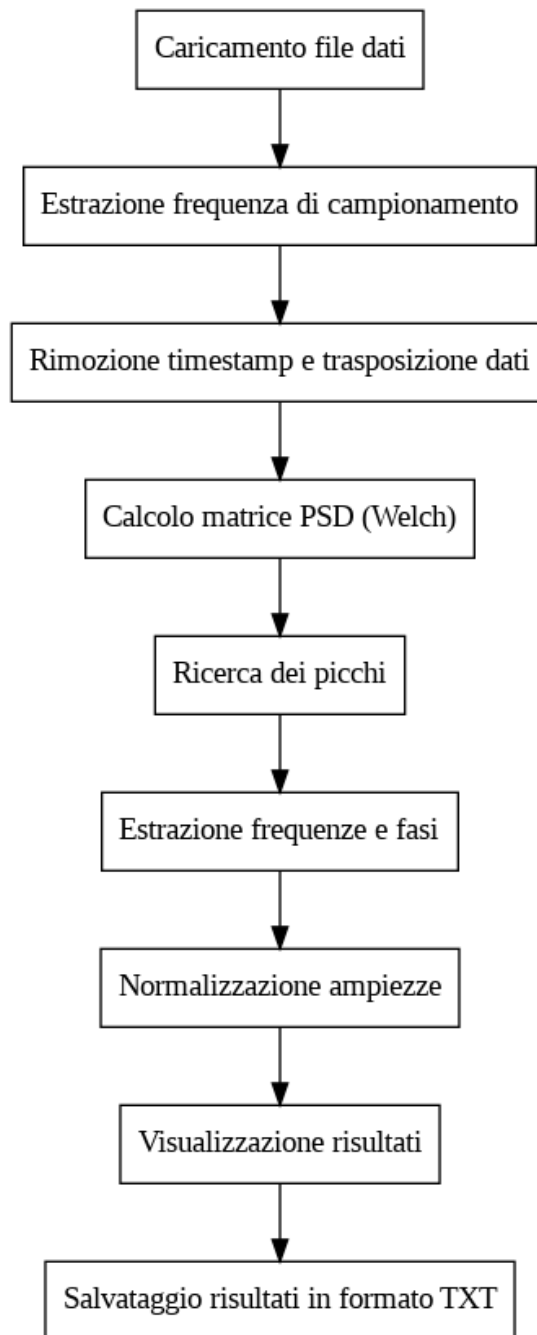


Figura 36 Flowchart – FDD

7.2.1 DATA

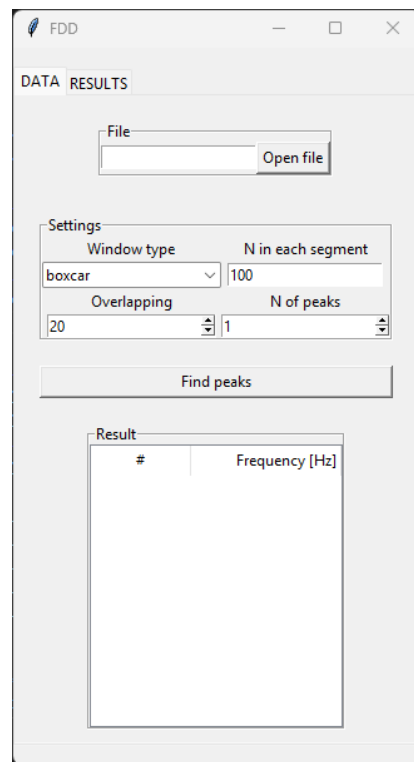


Figura 37 FDD - DATA

Premendo il tasto sinistro del mouse sul bottone *Open file*, si apre una finestra di dialogo dove si può selezionare il file in formato *.txt* con i dati misurati.

Nell'area *Settings* si impostano i parametri per il calcolo delle *auto* e *cross* PSD tramite il metodo *Welch* (*scipy.signal.csd*) (<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/signal.html>):

- *Window type*: la tipologia di finestra mobile da utilizzare
opzioni: *boxcar* – *hamming*
- *N in each segment*: lunghezza di ogni segmento
- *Overlapping*: Numero di punti da sovrapporre tra i segmenti
- *N of peaks*: numero di picchi identificati automaticamente dal programma

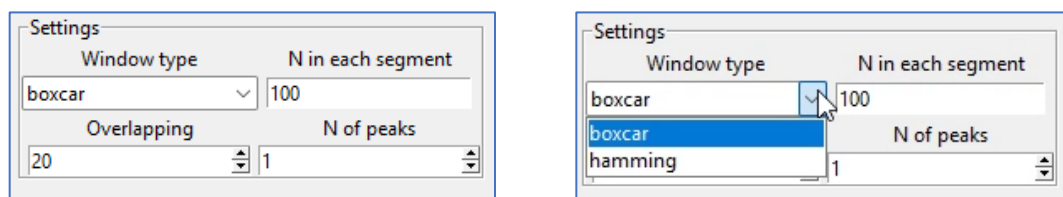


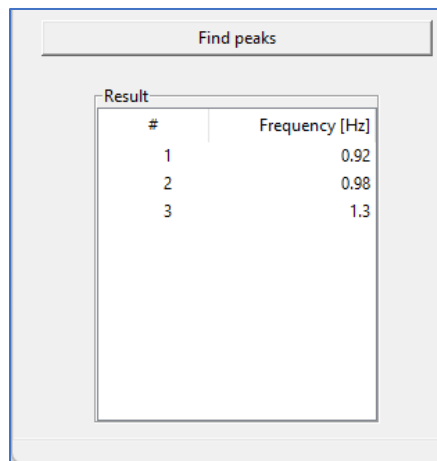
Figura 38 FDD – DATA – Settings

Cliccando con il tasto sinistro del mouse sul pulsante *Find peaks*:

1. Si calcolano le *auto* e *cross* PSD, organizzando i dati in un array di matrici quadrate di dimensione $l \times l$, essendo l il numero di canali, dove ogni matrice contiene i valori degli spettri di potenza a una determinata linea di frequenza, rappresentati come numeri complessi.
2. Per ogni frequenza, si calcola la SVD della matrice PSD complessa. La concatenazione dei vettori dei valori singolari ottenuti alle diverse frequenze discrete produce i grafici dei valori singolari.
3. Vengono tracciati tutti i valori singolari in funzione della frequenza sullo stesso grafico.

Successivamente, i picchi vengono identificati in modo iterativo.

I picchi rilevati vengono poi riportati nella tabella e visualizzati sul grafico, evidenziati con una "x" blu.



The image shows a software window titled "Find peaks". Inside the window, there is a sub-window titled "Result" which contains a table. The table has two columns: "#" and "Frequency [Hz]". It lists three identified peaks.

#	Frequency [Hz]
1	0.92
2	0.98
3	1.3

Figura 39 FDD – DATA – Find peaks – tabella

I picchi dovrebbero essere identificati manualmente dall'operatore, ma questa scelta avrebbe richiesto uno sviluppo dell'interfaccia grafica più complesso, che in questa fase iniziale si è preferito evitare. Di conseguenza, i picchi vengono identificati automaticamente in ordine decrescente di ampiezza, anziché in ordine crescente di frequenza come si farebbe manualmente. Tuttavia, considerando che l'obiettivo principale di questa fase della tesi è l'implementazione degli algoritmi e non la realizzazione di un software completo e operativo, questo approccio è stato ritenuto adeguato.

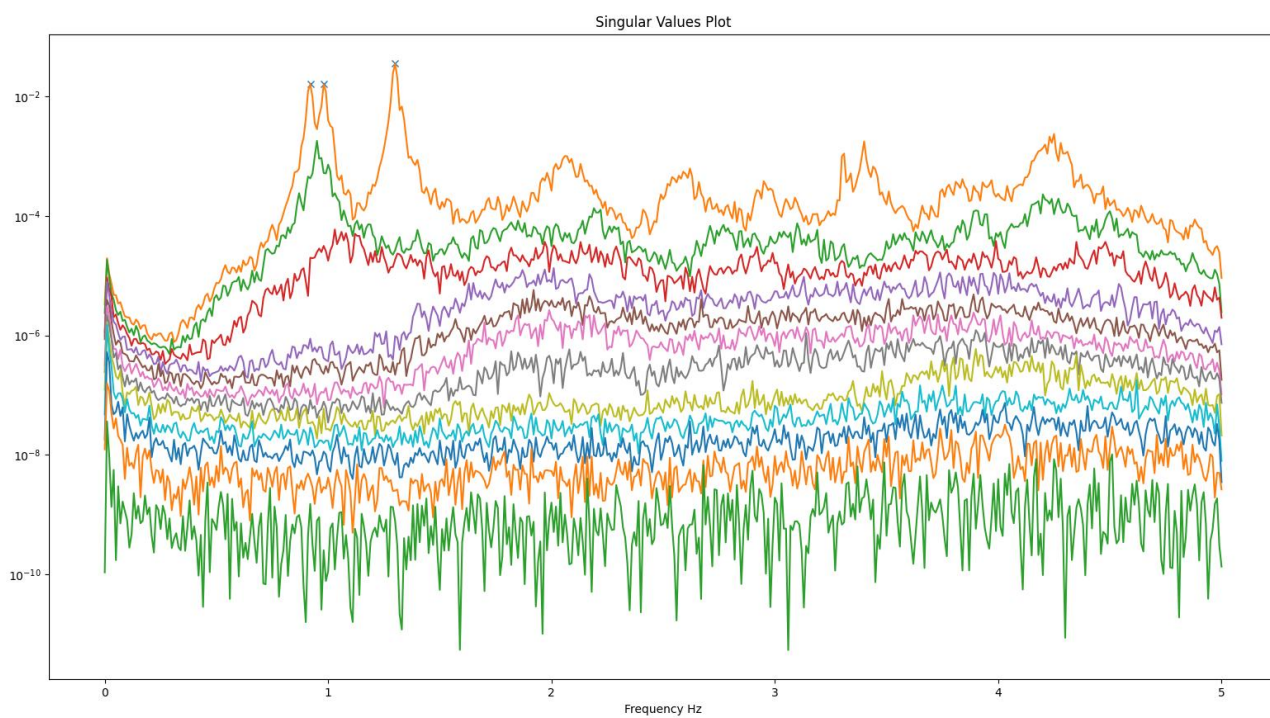


Figura 40 FDD – DATA – Find peaks – grafico valori singolari

7.2.2 RESULTS

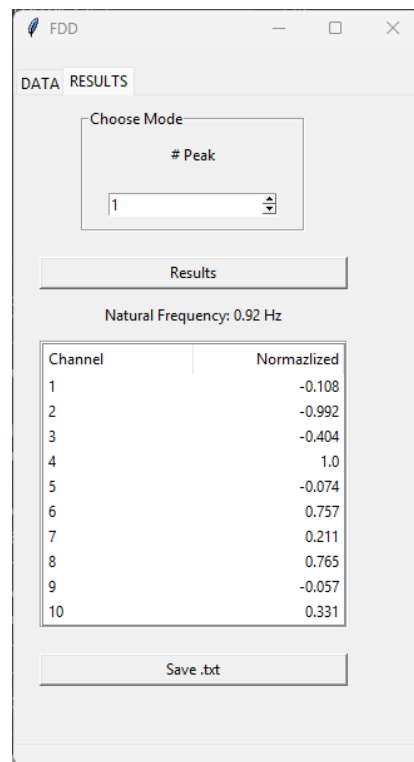


Figura 41 FDD – RESULTS

Nella sezione *Choose Mode* è possibile selezionare il modo, facendo riferimento ai picchi trovati nella precedente *tab*.

Quindi, cliccando il tasto *Results*, viene popolata la tabella sottostante e prodotto un grafico 3D della deformata. Si precisa che il grafico è stato prodotto *ad hoc* e quindi può rappresenta solo *dataset* prodotti da questa specifica configurazione di sensori.

Infine è possibile salvare il contenuto della tabella in un file con estensione *.txt* cliccando il tasto *Save .txt*.

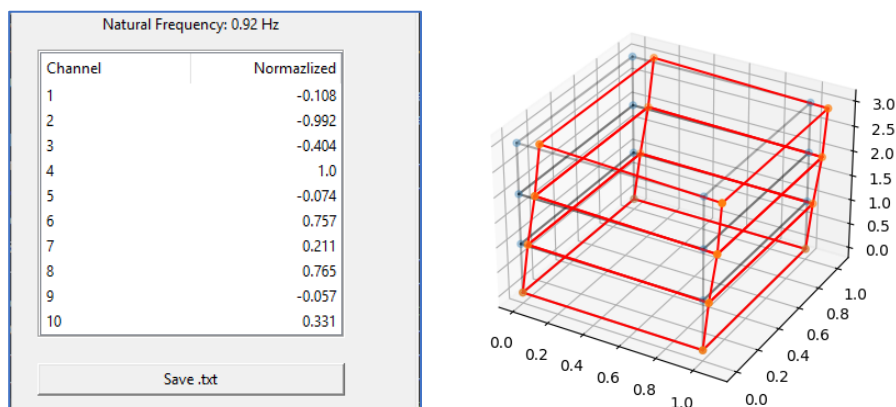


Figura 42 FDD – RESULTS – Results

7.3 SSI

L'interfaccia grafica si struttura in tre *tab*: *DATA*, *FREQUENCIES* e *RESULTS*.

Il programma prevede in prima battuta di impostare il giusto valore di massimo ritardo e massimo valore di ordine del sistema. Poi, una volta supervisionato il processo di clustering, sono ottenute le frequenze e le forme modali.

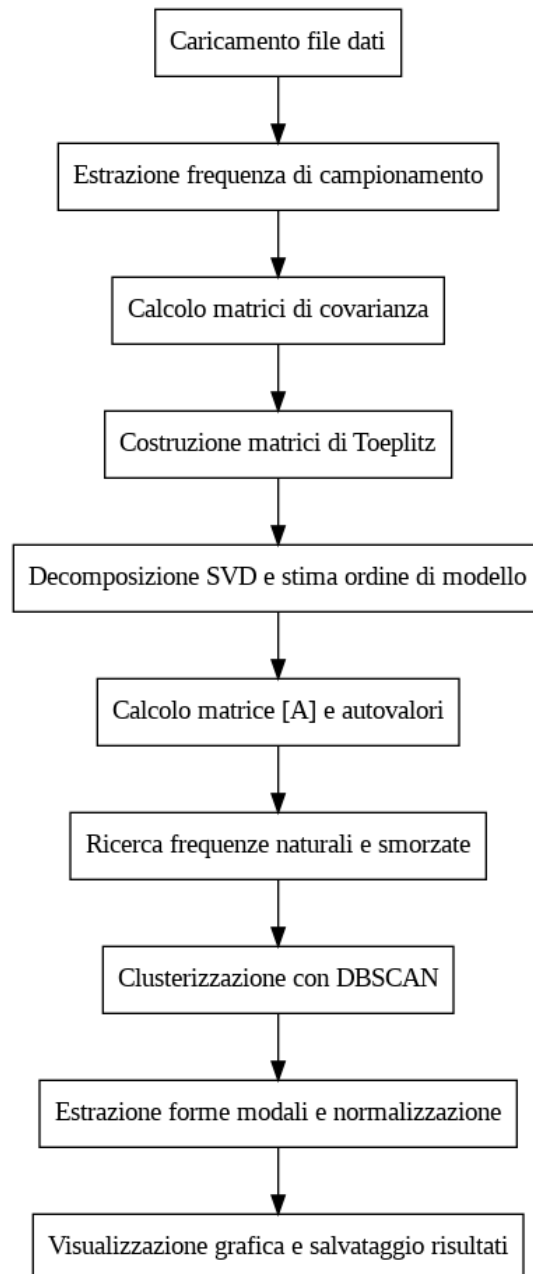


Figura 43 Flowchart – SSI

7.3.1 CALIBRATION

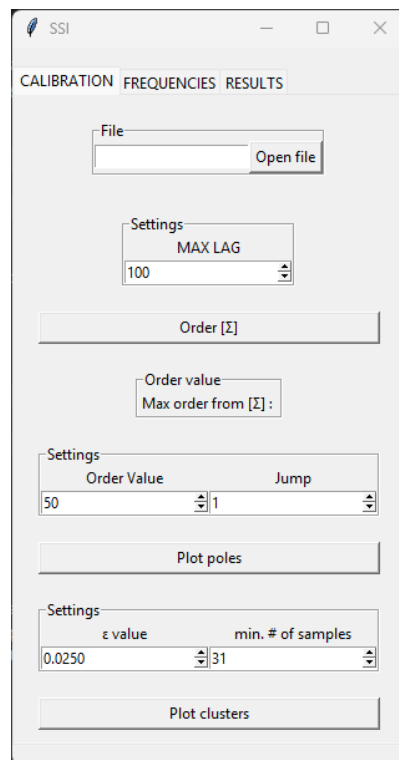


Figura 44 SSI – CALIBRATION

Premendo il tasto sinistro del mouse sul bottone *Open file*, si apre una finestra di dialogo dove si può selezionare il file in formato *.txt* con i dati misurati.

Nella sezione *settings* si imposta il massimo ritardo per il calcolo delle correlazioni di output (6.14) e quindi la costruzione della matrice di Toeplitz a blocchi $[T_{1|i}]$ (6.15).

Calcolando la SVD della $[T_{1|i}]$ si ottiene la matrice $[\Sigma_1]$ come visto in (6.16). Il rango di $[\Sigma_1]$ è riportato nella sezione *Order value*.

Ora, nella sezione successiva, *Settings*, si imposta l'*Order Value*, ovvero l'ordine massimo da raffigurare nel diagramma di stabilizzazione. L'opzione *Jump* consente di calcolare i poli del diagramma ogni n ordini in modo da snellire il processo nel caso di valori elevati dell'ordine massimo.

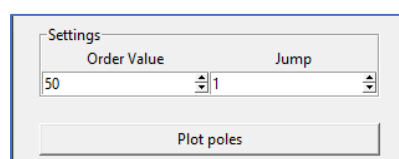


Figura 45 SSI - Impostazioni poli

Quindi il bottone *Plot poles* produce il diagramma come descritto in 6.5.

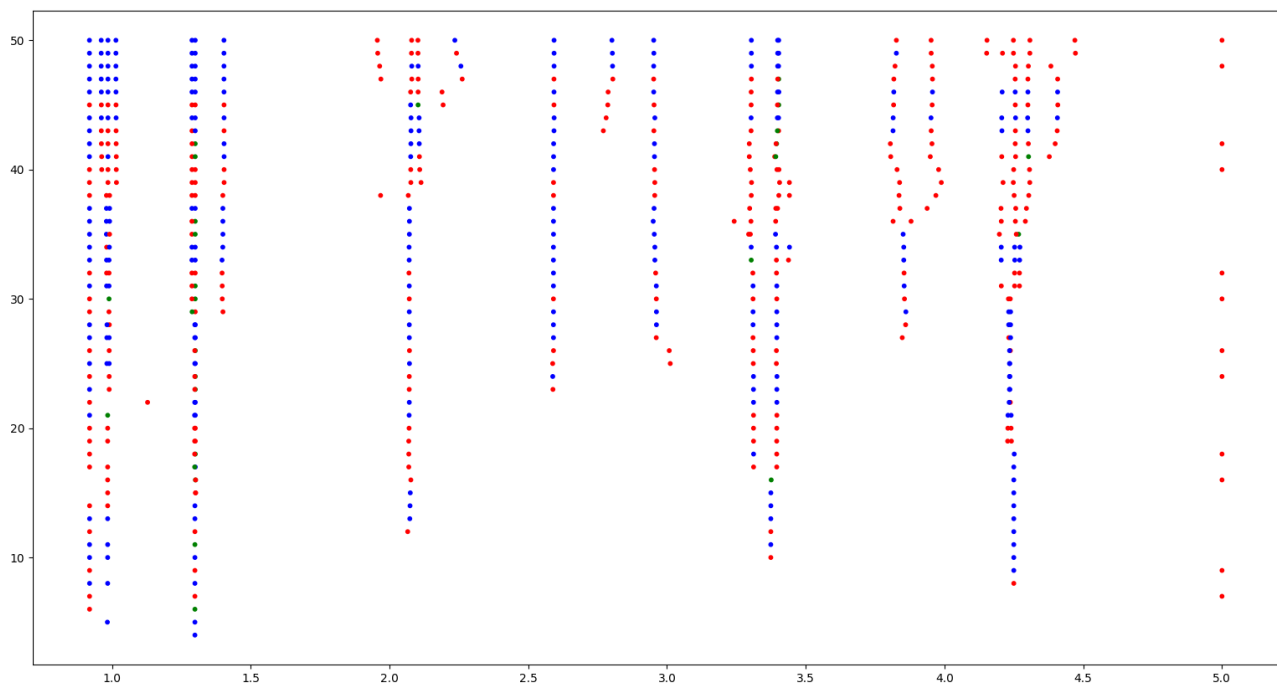


Figura 46 SSI - Diagramma di stabilizzazione

Lo scopo del grafico è comunicare all'operatore se il ritardo e l'ordine massimo sono stati selezionati correttamente. Infatti si deve trovare il giusto equilibrio tra un sufficiente numero di poli allineati e limitata presenza di poli spuri.

Una volta ottenuto un diagramma di stabilizzazione soddisfacente si può procedere all'identificazione delle frequenze modali con tecniche di *machine learning*. In particolare si utilizza l'algoritmo *DBSCAN* (*Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise*), che trova *cluster* basandosi sulla densità dei dati.

(`sklearn.cluster.DBSCAN`)(<https://scikit-learn.org/stable/api/sklearn.cluster.html>).

Per l'utilizzo dell'algoritmo è necessario definire due parametri:

- ϵ : è il raggio di vicinanza intorno a ogni punto di dati. Due punti si considerano vicini se la loro distanza è minore o uguale a ϵ .
- *min. # of samples*: Indica il numero minimo di punti richiesti per considerare un punto come *core point* (punto centrale di un *cluster*).

Quindi, applicando l'algoritmo ai poli del diagramma, otteniamo l'identificazione delle frequenze modali.

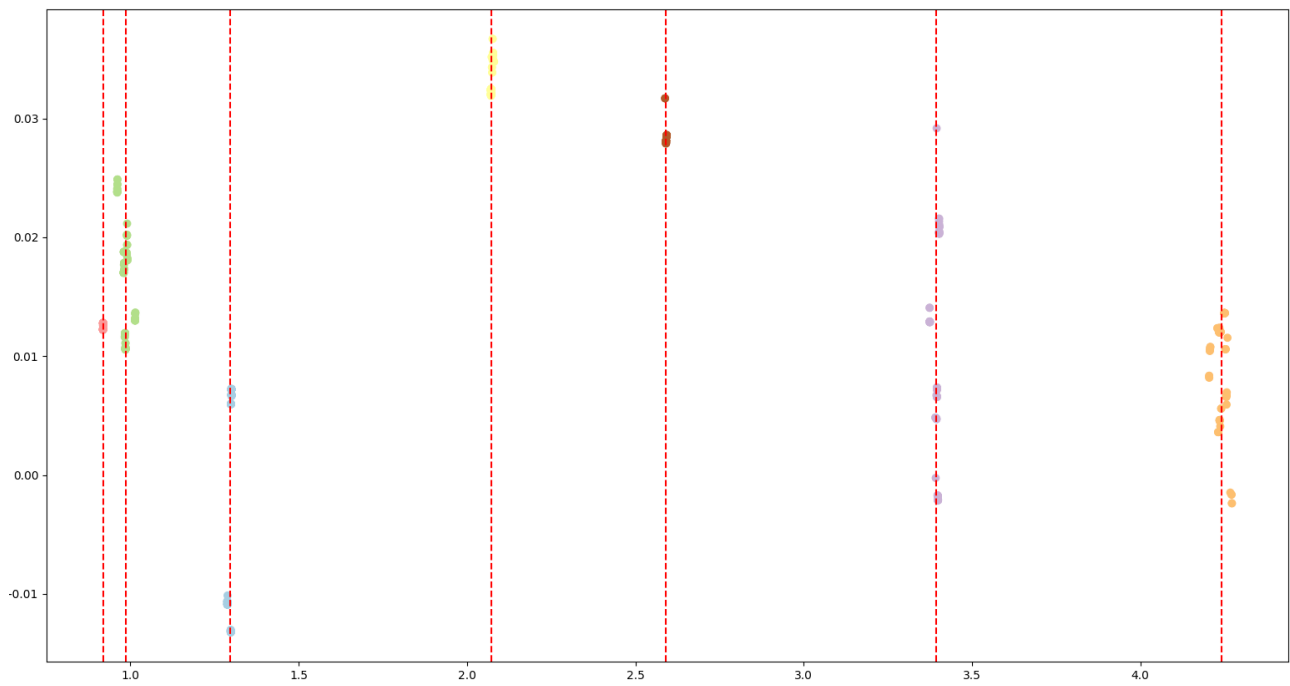


Figura 47 SSI - Rappresentazione dei cluster

7.3.2 FREQUENCIES

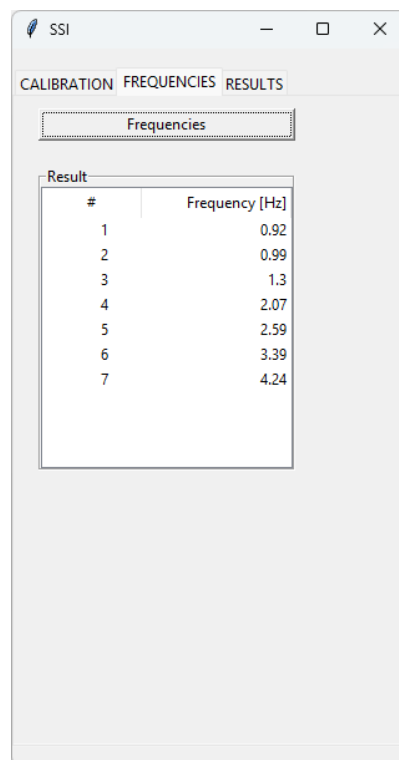


Figura 48 SSI – FREQUENCIES

Cliccando il bottone *Frequencies* si popola la tabella sottostante con i dati ottenuti dal processo di *clustering*.

7.3.3 RESULTS

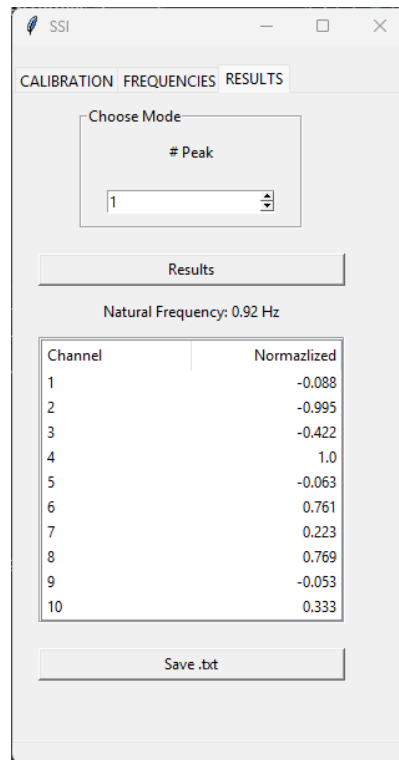


Figura 49 SSI – RESULTS

Nella sezione *Choose Mode* è possibile selezionare il modo, facendo riferimento ai picchi trovati nella precedente *tab*.

Quindi, cliccando il tasto *Results*, viene popolata la tabella sottostante e prodotto un grafico 3D della deformata. Si precisa che il grafico è stato prodotto *ad hoc* e quindi può rappresenta solo *dataset* prodotti da questa specifica configurazione di sensori.

Infine è possibile salvare il contenuto della tabella in un file con estensione *.txt* cliccando il tasto *Save .txt*.

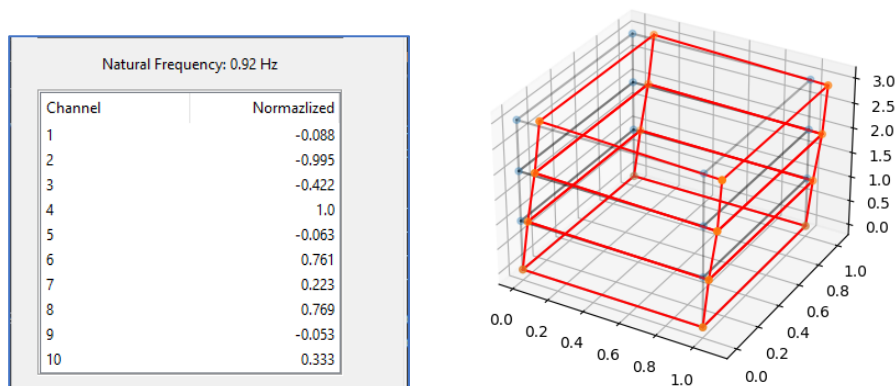


Figura 50 SSI – RESULTS – Results

8 ARCHITETTURA INTEGRATA PER L'IDENTIFICAZIONE MODALE

L'applicazione finale della tesi integra i metodi FDD e SSI. La disponibilità di più tecniche permette di ottenere una maggiore consapevolezza e affidabilità nei risultati. Infatti, in un flusso di lavoro ideale, l'analisi inizia con il metodo FDD, più manuale e basato sull'esperienza dell'operatore, per poi passare all'SSI, che grazie all'algoritmo di clustering è in grado di identificare autonomamente le frequenze modali.

Questo approccio diventa particolarmente utile nella modalità *batch* dell'SSI, dove i parametri vengono impostati una sola volta per tutti i *dataset*. Quindi, avere un confronto preliminare con il metodo FDD diventa fondamentale per garantire la correttezza dei risultati ottenuti automaticamente.

L'utilizzo pensato è il seguente:

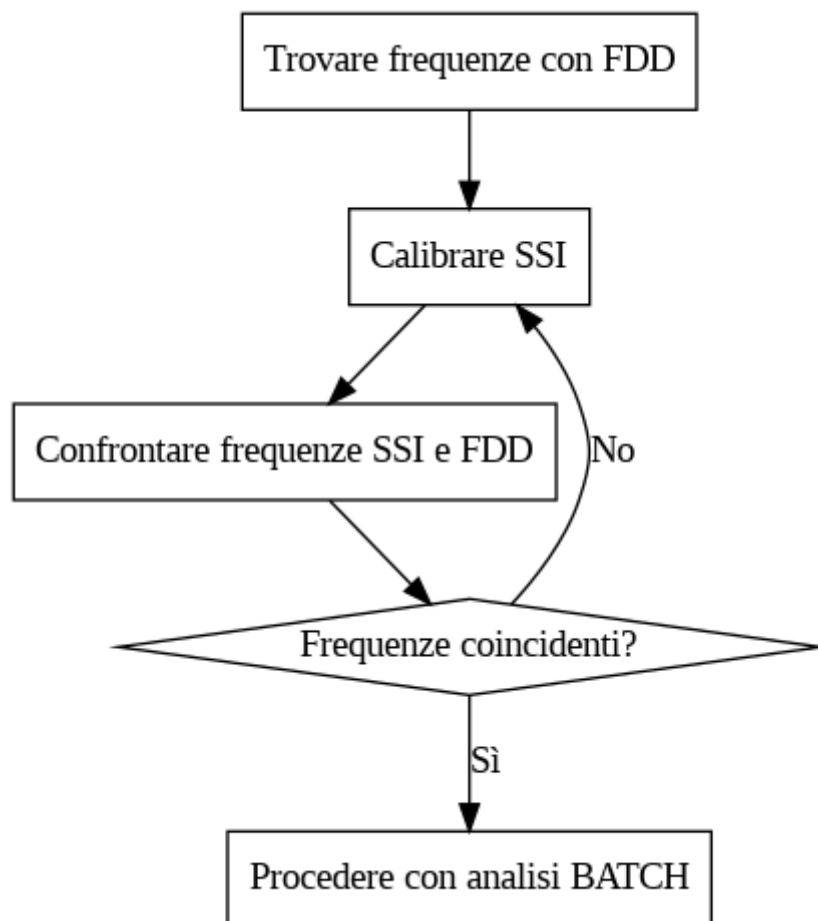


Figura 51 Flowchart utilizzo programma

8.1 STRUTTURA

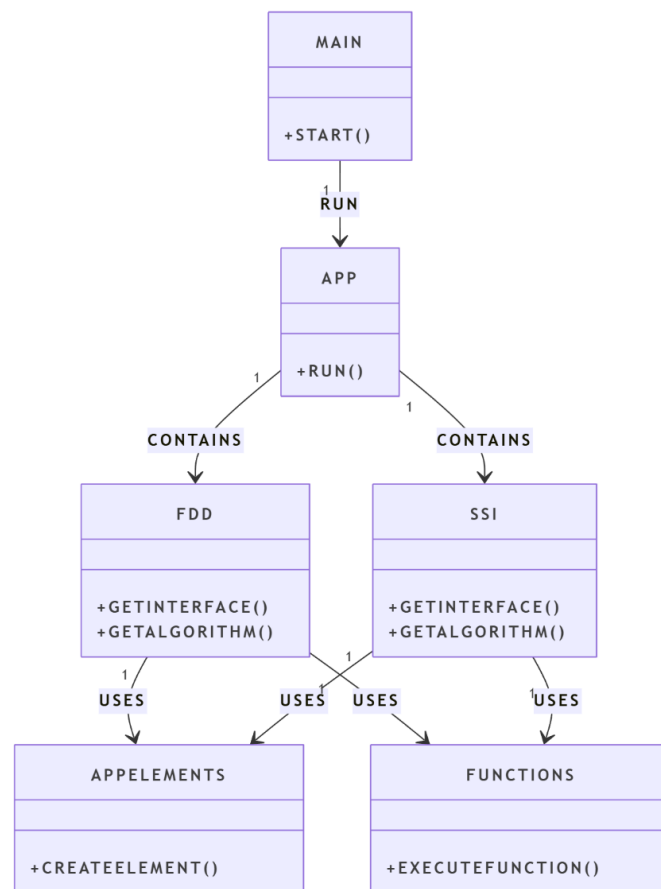


Figura 52 Diagramma di classe

Poiché l'applicazione sviluppata è più complessa rispetto a quelle illustrate nel capitolo precedente, si è adottato un approccio di Programmazione Orientata agli Oggetti (OOP) (3.2). Questo metodo ha permesso una gestione modulare del progetto, facilitando sia la costruzione dell'intero sistema sia l'individuazione e la correzione di eventuali errori.

Il cuore del programma è costituito da due *script* principali:

- **Script delle funzioni algoritmiche e matematiche:** contiene le implementazioni dei metodi FDD e SSI, oltre ad altre operazioni, come l'esportazione di file *.txt*.
- **Script dell'interfaccia grafica:** gestisce gli elementi dell'interfaccia utente, come pulsanti e campi di input.

Questa separazione tra logica e interfaccia consente di ottimizzare e riutilizzare il codice in diversi contesti. Grazie a questo approccio, gli script principali risultano più snelli, poiché possono richiamare gli elementi definiti nei due script fondamentali, evitando così la riscrittura del codice e migliorando la gestione complessiva del sistema.

Tuttavia, l'implementazione degli algoritmi FDD e SSI rimane invariata rispetto al capitolo precedente: le loro logiche e funzionalità non hanno subito modifiche.

8.2 FDD

8.2.1 DATA

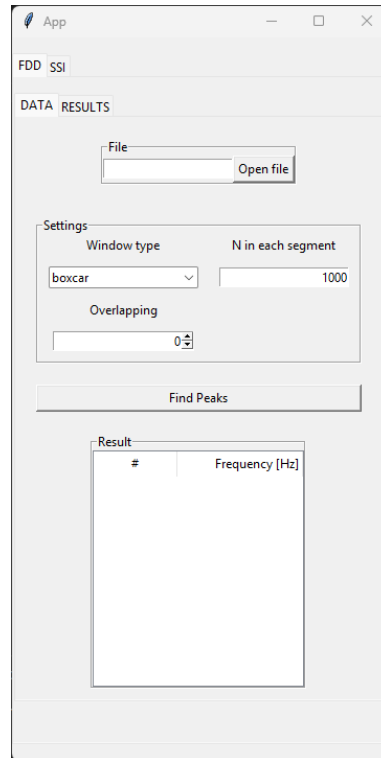


Figura 53 Programma – FDD – DATA

Premendo il tasto sinistro del mouse sul bottone *Open file*, si apre una finestra di dialogo dove si può selezionare il file in formato *.txt* con i dati misurati.

Nell'area *Settings* si impostano i parametri per il calcolo delle *auto* e *cross* PSD tramite il metodo *Welch* (*scipy.signal.csd*) (<https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/signal.html>):

- *Window type*: la tipologia di finestra mobile da utilizzare
opzioni: *boxcar* – *hamming*
- *N in each segment*: lunghezza di ogni segmento
- *Overlapping*: Numero di punti da sovrapporre tra i segmenti

Cliccando con il tasto sinistro del mouse sul pulsante *Find peaks*:

1. Si calcolano le *auto* e *cross* PSD, organizzando i dati in un array di matrici quadrate di dimensione $l \times l$, essendo l è il numero di canali, dove ogni matrice contiene i valori degli spettri di potenza a una determinata linea di frequenza, rappresentati come numeri complessi.

2. Per ogni frequenza, si calcola la SVD della matrice PSD complessa. La concatenazione dei vettori dei valori singolari ottenuti alle diverse frequenze discrete produce i grafici dei valori singolari.
3. Vengono tracciati tutti i valori singolari in funzione della frequenza sullo stesso grafico.

A differenza di quanto visto in 7.2.1, qui il grafico è interattivo, quindi l'operatore può selezionare i picchi, che vanno a popolare la tabella in ordine crescente di frequenza.

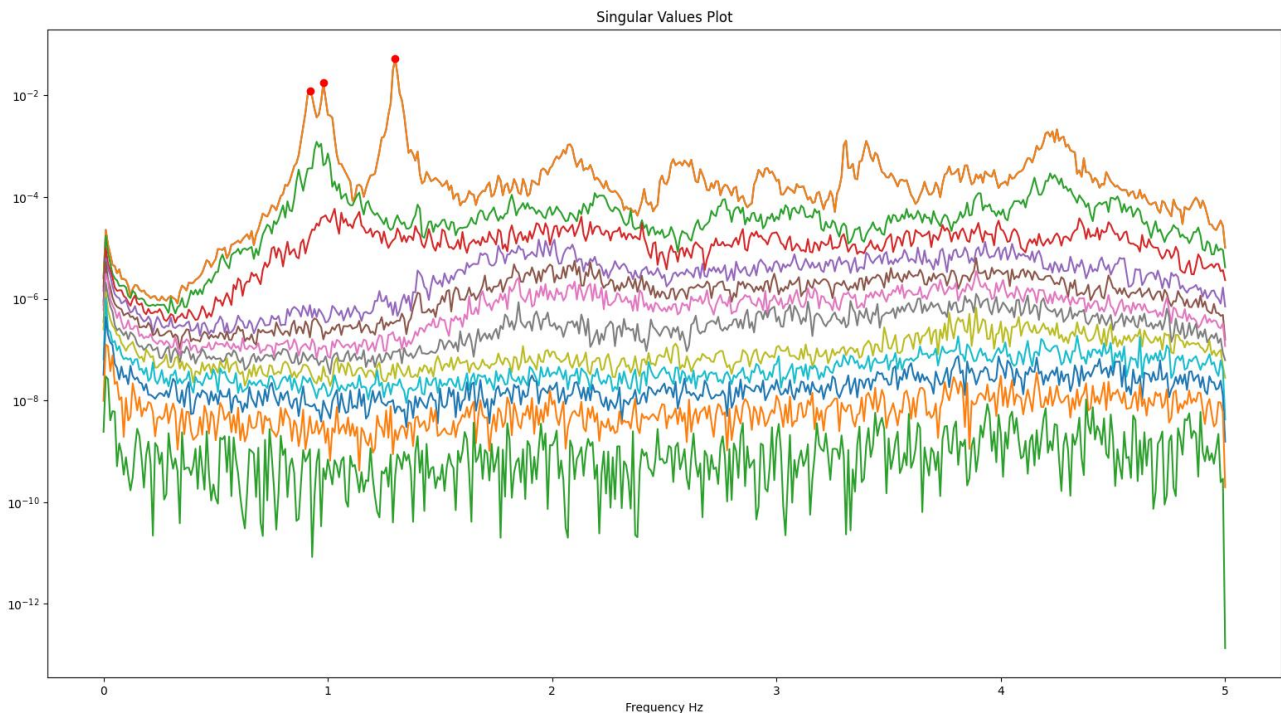


Figura 54 Programma – FDD – Grafico dei valori singolari

La selezione dei picchi avviene cliccando con il tasto sinistro del mouse nelle vicinanze del picco desiderato, grazie a una tolleranza che facilita l'interazione, ed appare un indicatore rosso. Per deselezionare un picco è sufficiente cliccare nuovamente su di esso.

8.2.2 RESULTS

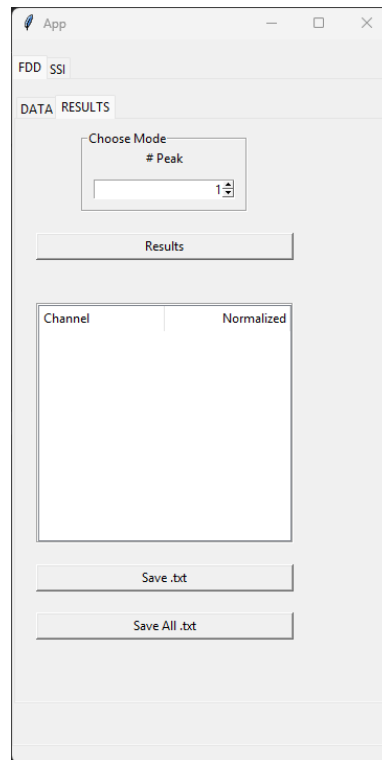


Figura 55 Programma – FDD – RESULTS

Nella sezione *Choose Mode* è possibile selezionare il modo, facendo riferimento ai picchi trovati nella precedente *tab*.

Quindi, cliccando il tasto *Results*, viene popolata la tabella sottostante.

È possibile salvare in formato *.txt* il singolo modo di vibrare selezionato oppure tutti i modi di vibrare, cliccando *Save .txt* oppure *Save All .txt*.

8.3 SSI

8.3.1 CALIBRATION

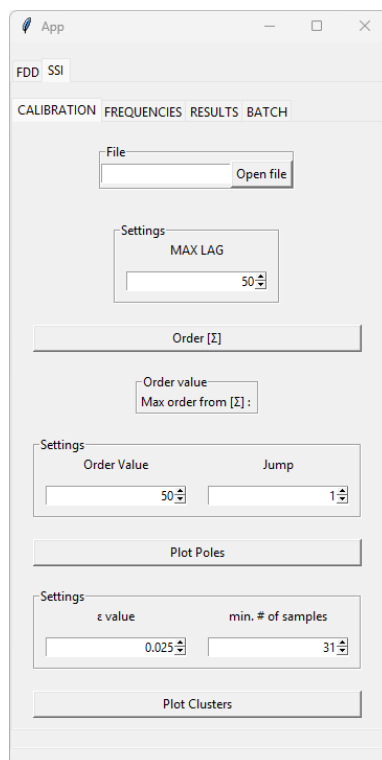


Figura 56 Programma – SSI – CALIBRATION

Premendo il tasto sinistro del mouse sul bottone *Open file*, si apre una finestra di dialogo dove si può selezionare il file in formato *.txt* con i dati misurati.

Nella sezione *settings* si imposta il massimo ritardo per il calcolo delle correlazioni di output (6.14) e quindi la costruzione della matrice di Toeplitz a blocchi $[T_{1|i}]$ (6.15).

Calcolando la SVD della $[T_{1|i}]$ si ottiene la matrice $[\Sigma_1]$ come visto in (6.16). Il rango di $[\Sigma_1]$ è riportato nella sezione *Order value*.

Ora, nella sezione successiva, *Settings*, si imposta l'*Order Value*, ovvero l'ordine massimo da raffigurare nel diagramma di stabilizzazione. L'opzione *Jump* consente di calcolare i poli del diagramma ogni *n* ordini in modo da snellire il processo nel caso di valori elevati dell'ordine massimo.

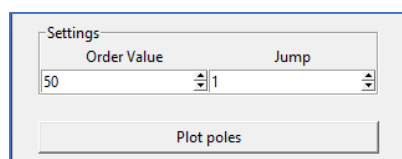


Figura 57 Programma - SSI - Impostazioni poli

Quindi il bottone *Plot poles* produce il diagramma come descritto in 6.5.

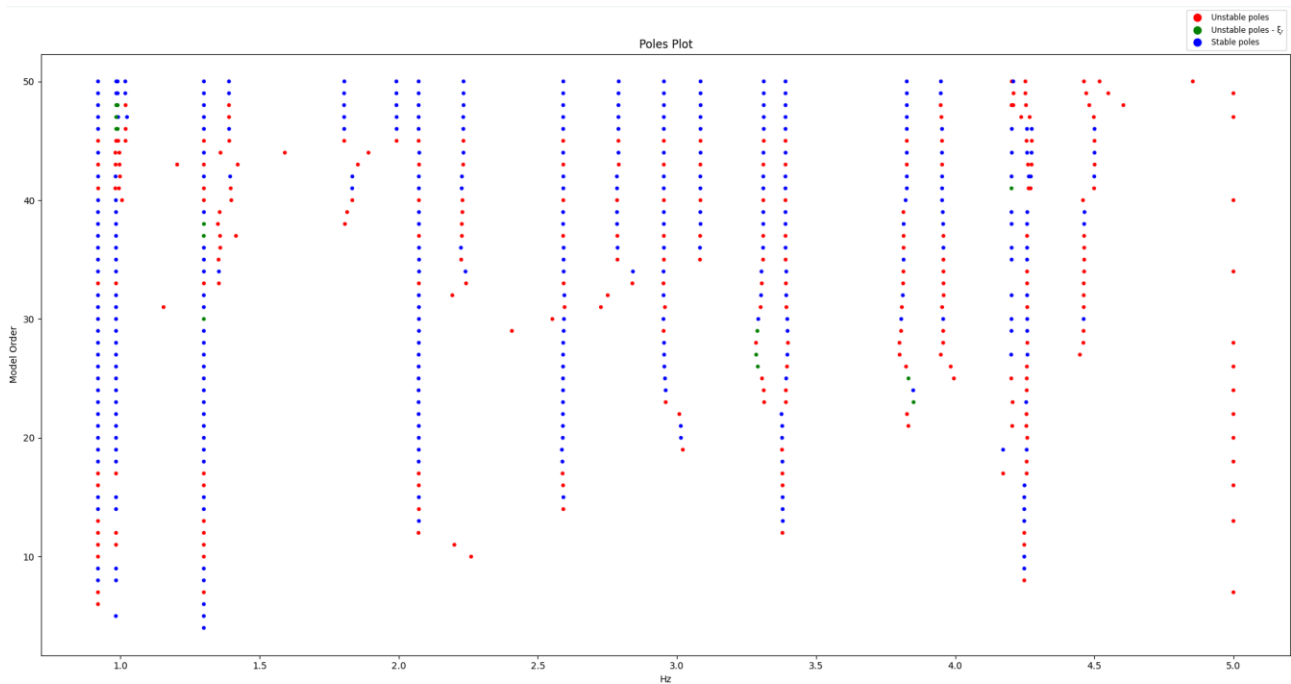


Figura 58 Programma - SSI - Diagramma di stabilizzazione

Lo scopo del grafico è comunicare all'operatore se il ritardo e l'ordine massimo sono stati selezionati correttamente. Infatti si deve trovare il giusto equilibrio tra un sufficiente numero di poli allineati e limitata presenza di poli spuri.

Una volta ottenuto un diagramma di stabilizzazione soddisfacente si può procedere all'identificazione delle frequenze modali con tecniche di *machine learning*. In particolare si utilizza l'algoritmo *DBSCAN* (*Density-Based Spatial Clustering of Applications with Noise*), che trova *cluster* basandosi sulla densità dei dati.

(*sklearn.cluster.DBSCAN*) (<https://scikit-learn.org/stable/api/sklearn.cluster.html>).

Per l'utilizzo dell'algoritmo è necessario definire due parametri:

- ϵ : è il raggio di vicinanza intorno a ogni punto di dati. Due punti si considerano vicini se la loro distanza è minore o uguale a ϵ .
- *min. # of samples*: Indica il numero minimo di punti richiesti per considerare un punto come *core point* (punto centrale di un *cluster*).

Quindi, applicando l'algoritmo ai poli del diagramma, otteniamo l'identificazione delle frequenze modali.

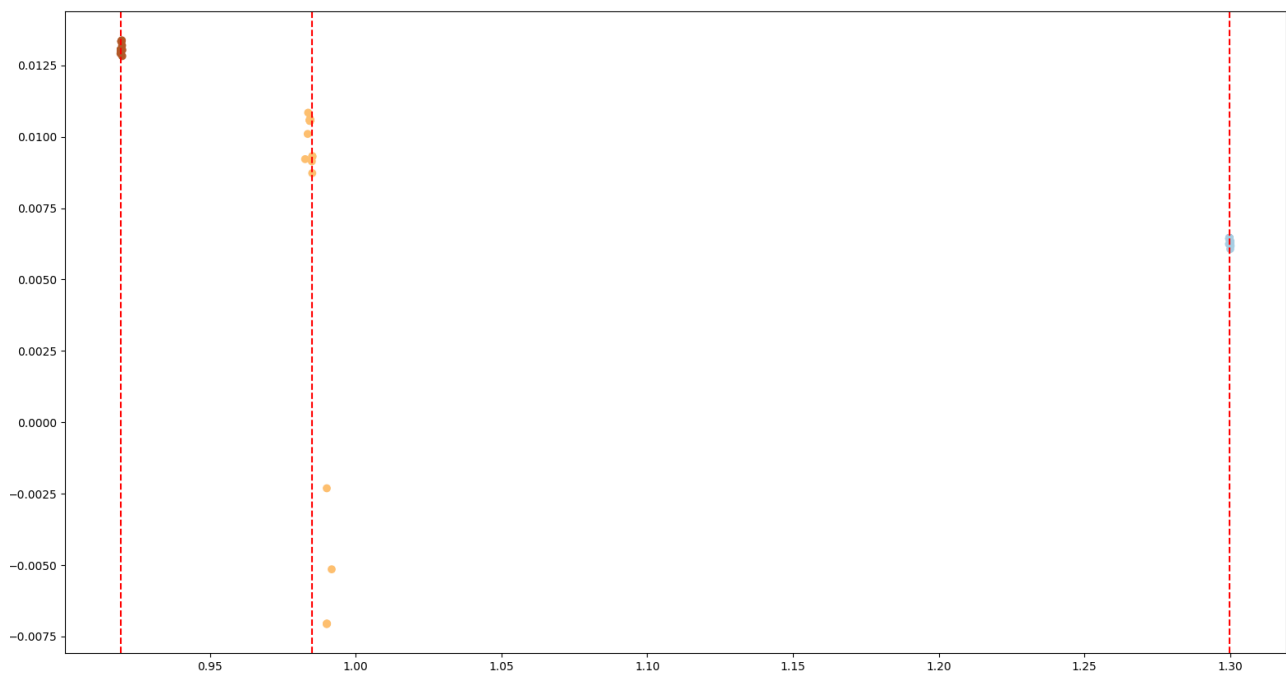


Figura 59 Programma - SSI - Rappresentazione dei cluster

8.3.2 FREQUENCIES

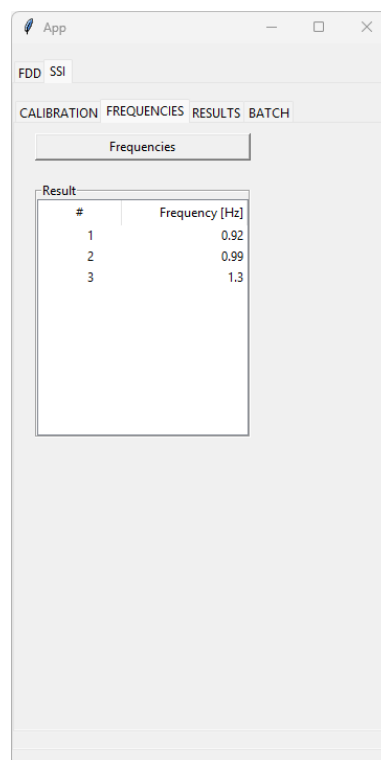


Figura 60 Programma -SSI – FREQUENCIES

Cliccando il bottone *Frequencies* si popola la tabella sottostante con i dati ottenuti dal processo di *clustering*.

8.3.3 RESULTS

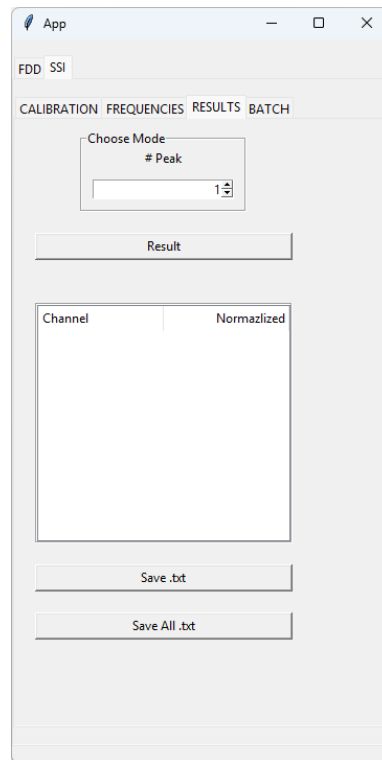


Figura 61 Programma – SSI –RESULTS

Nella sezione *Choose Mode* è possibile selezionare il modo, facendo riferimento ai picchi trovati nella precedente *tab*.

Quindi, cliccando il tasto *Results*, viene popolata la tabella sottostante.

È possibile salvare in formato *.txt* il singolo modo di vibrare selezionato oppure tutti i modi di vibrare, cliccando *Save .txt* oppure *Save All .txt*.

8.3.4 BATCH

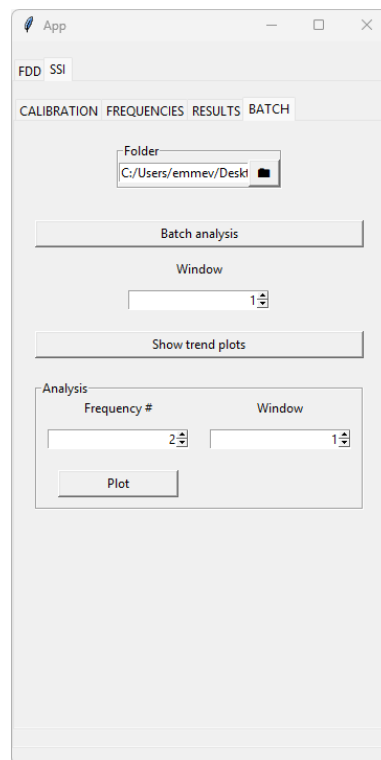
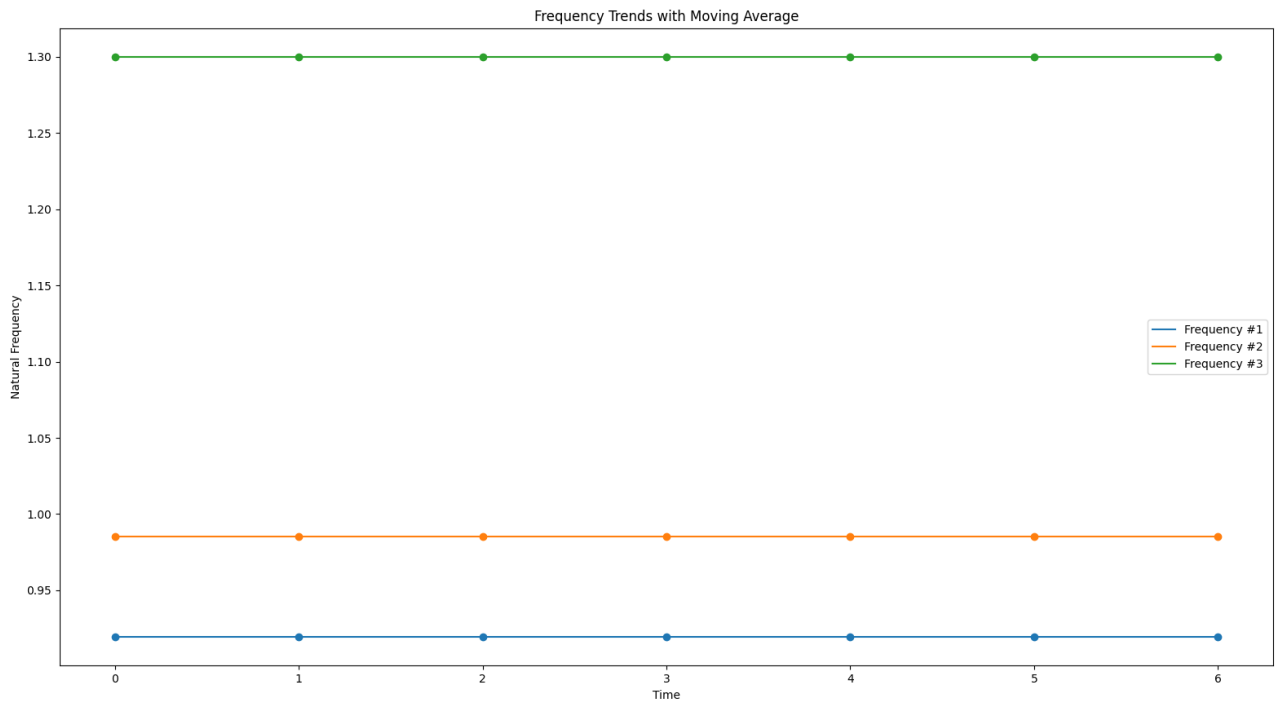


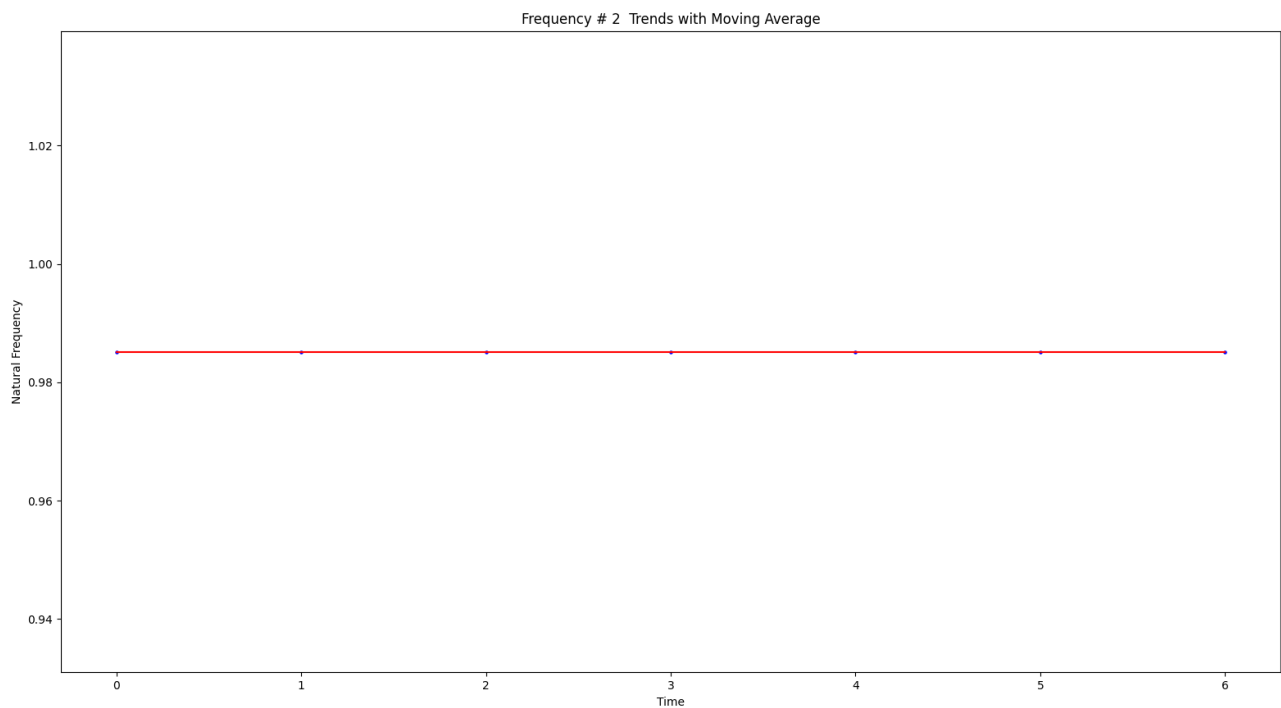
Figura 62 Programma – SSI –BATCH

Cliccando sull'icona della cartella nella sezione *Folder* si apre una finestra di dialogo per selezionare la cartella contenente i file desiderati. Successivamente, premendo il pulsante *Batch Analysis*, il programma analizzerà iterativamente i file, individuando le frequenze modali per ciascuno di essi. L'analisi seguirà i parametri impostati nella tab *SSI – Calibration*.

A questo punto, è possibile studiare l'andamento delle frequenze nel tempo. Cliccando sul pulsante *Show trend plots*, verranno mostrati i grafici delle frequenze proprie per ogni file analizzato. Il parametro *Window* permette di definire la dimensione della finestra mobile utilizzata per effettuare un'operazione di *smoothing* tramite media mobile. Questa tecnica consente di ridurre le fluttuazioni locali nei dati, facilitando l'individuazione delle tendenze principali.



La sezione *Analysis* permette di concentrarsi su un una sola frequenza modale. Quindi produrrà un grafico simile al precedente, ma isolando i dati di interesse.



9 STRUMENTI COMPLEMENTARI PER L'ANALISI DATI

9.1 CONVERTITORE DI ESTENSIONE DA .MDF A .TXT

L'interfaccia del programma consente di selezionare uno o più file *.mdf* e convertirli automaticamente in formato *.txt*. È possibile selezionare i canali di interesse e cambiare segno. Inoltre, se necessario, si possono normalizzare i dati dei sensori *MEMS* (*micro electro-mechanical systems*), vengono gestiti i *timestamp* e calcolata la frequenza di campionamento.

In modalità *batch*, tutti i file presenti nella cartella selezionata vengono processati iterativamente, con salvataggio finale in formato *.txt*.

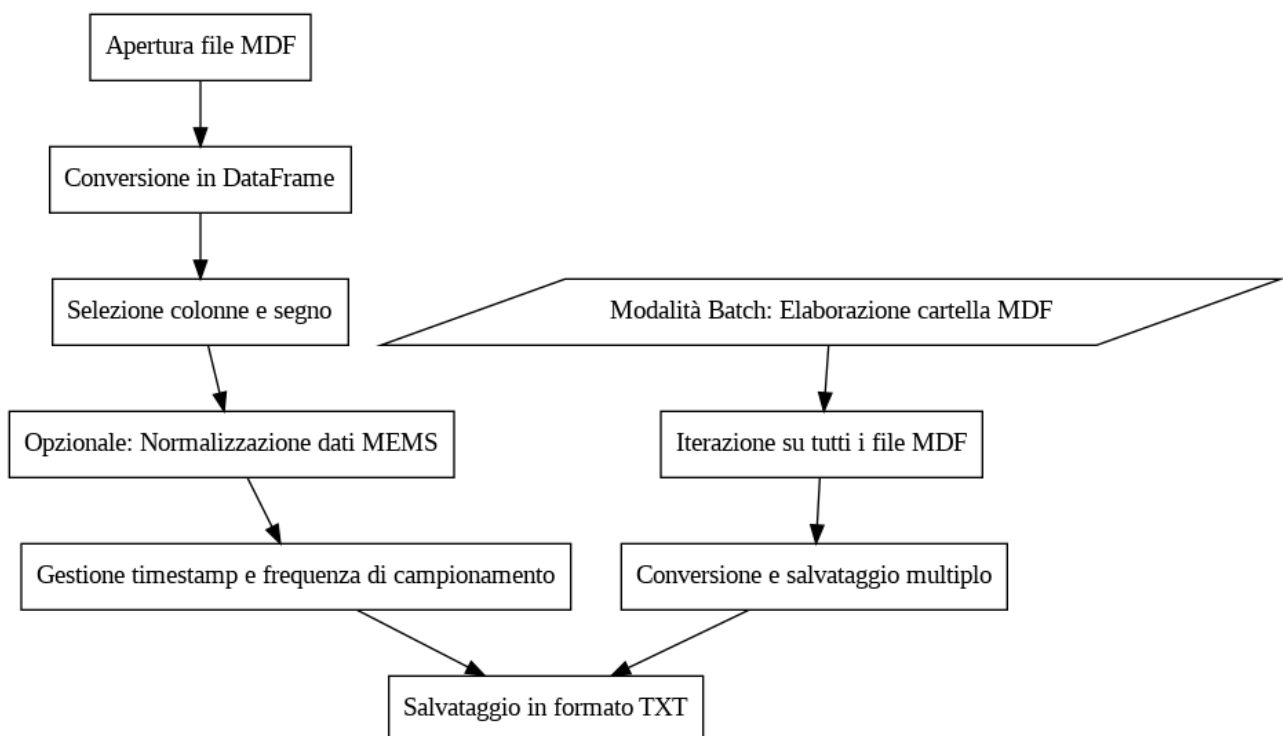
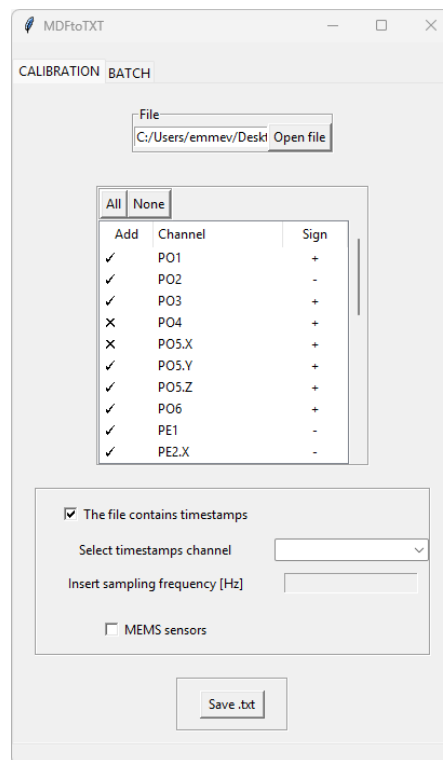


Figura 63 Flowchart convertitore

9.1.1 CALIBRATION



Premendo il tasto sinistro del mouse sul bottone *Open file*, si apre una finestra di dialogo dove si può selezionare il file in formato *.mfd* con i dati misurati.

Viene quindi popolata la tabella con i canali presenti. Qui si possono selezionare i canali cliccando nella colonna *Add* e si può cambiare segno cliccando nella colonna *Sign*.

Nella sezione successiva, nel caso il file contenga una colonna per i *time stamps*, la si può indicare e il programma calcolerà in automatico la frequenza, altrimenti, togliendo la spunta dalla casella *The file contains timestamps* si potrà inserire una frequenza di campionamento arbitraria.

Infine se i sensori sono di tipologia *MEMS*, spuntando la casella *MEMS sensors* il programma provvederà a correggere gli errori sistematici di rilevazione sottraendo la propria media ad ogni canale.

Quindi, cliccando il bottone *Save .txt* il programma salverà il nuovo file, pronto per essere usato nel programma descritto nel capitolo 8.

9.1.2 BATCH

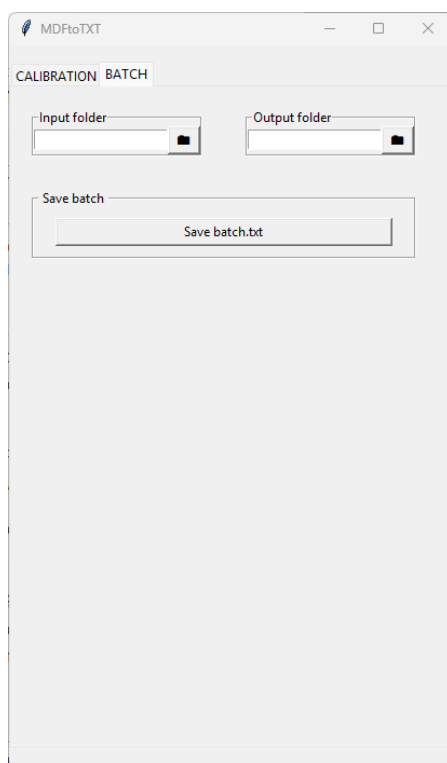


Figura 64 Programma - SSI – Grafico della variazione delle frequenze nel tempo

Nella *tab BATCH*, dopo aver selezionato la cartella contenente i file da convertire e la cartella di destinazione per i file prodotti, il programma eseguirà automaticamente la conversione per tutti i file presenti. Vengono utilizzate le impostazioni configurate nella *tab CALIBRATION*.

9.2 VISUALIZZATORI FORME MODALI

Sono stati sviluppati due programmi per visualizzare le deformate dei casi studio: uno per un ponte a cassone, con rappresentazione bidimensionale degli spostamenti verticali, e uno per un ponte ad arco, con visualizzazione tridimensionale degli spostamenti rilevati.

Entrambi i programmi accettano come input l'esportazione generata cliccando sul tasto *Save all .txt* presente nel paragrafo 8.3.3.

Si precisa che questi due programmi sono stati sviluppati *ad hoc* per i casi studio considerati e risultano compatibili esclusivamente con il sistema di sensori proposto.

9.2.1 Plot 2D

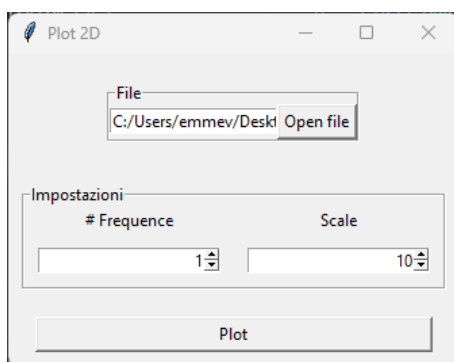


Figura 65 Plot 2D

Cliccando sul bottone *Open file* si apre una finestra di dialogo per selezionare il file *.txt* contenente la informazioni sulla deformata modale.

Nella sezione *Settings* è possibile scegliere la forma modale e il fattore di scala per la sua rappresentazione.

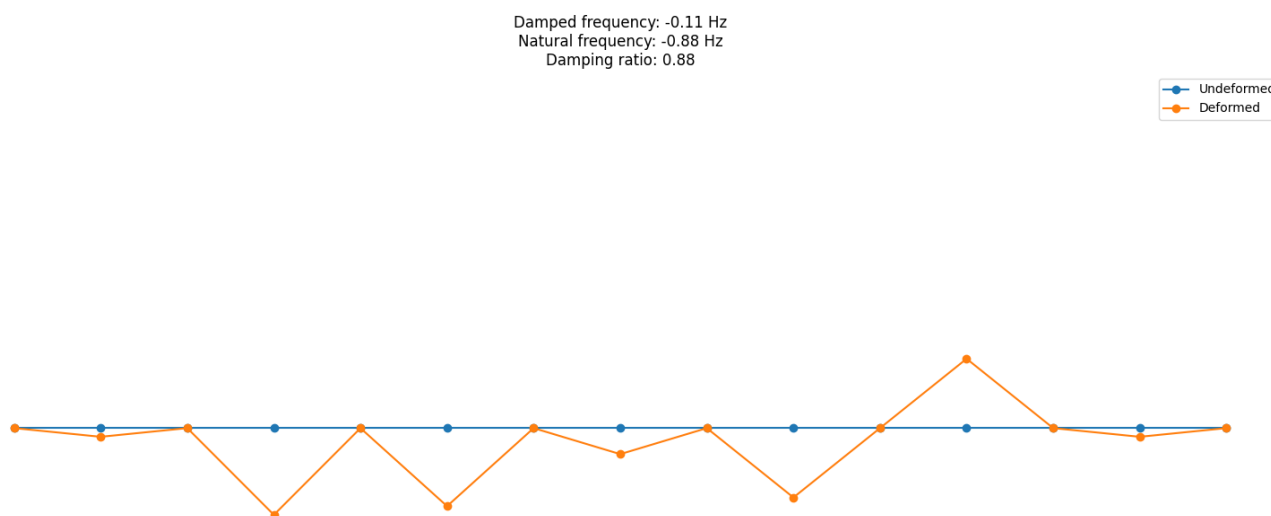


Figura 66 Grafico Plot 2D

9.2.2 Plot 3D

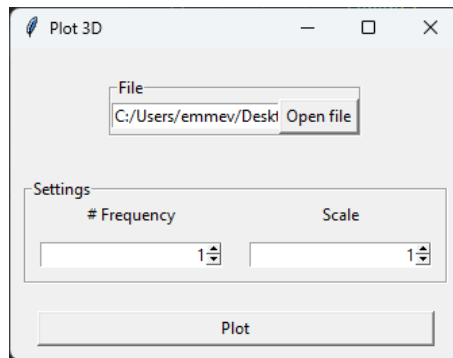


Figura 67 Plot 3D

Cliccando sul bottone *Open file* si apre una finestra di dialogo per selezionare il file *.txt* contenente la informazioni sulla deformata modale.

Nella sezione *Settings* è possibile scegliere la forma modale e il fattore di scala per la sua rappresentazione.

Cliccando col tasto sinistro del mouse sul grafico è possibile ruotare nello spazio la rappresentazione.

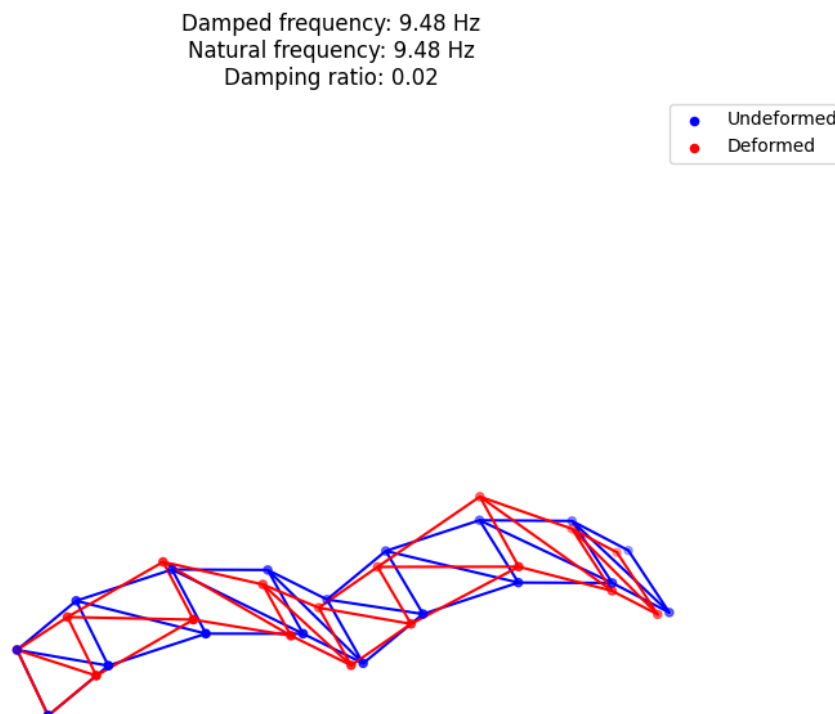


Figura 68 Grafico Plot 3D

10 CASI STUDIO

10.1 PONTE A CASSONE

L'opera è costituita da un impalcato a travi continue, con uno sviluppo curvilineo in pianta e un raggio di curvatura di circa 535 metri.

La struttura ha una lunghezza complessiva di 600 metri, con due semi-campate da 50 metri alle estremità: dalla spalla SP2 alla pila P6 in ingresso e dalla pila P1 alla spalla SP1 in uscita. Tra queste si trovano cinque campate intermedie di 100 metri ciascuna.

L'impalcato è realizzato in calcestruzzo armato precompresso e ha una sezione a cassone variabile. Esso è sostenuto da sei pile a sezione cava quadrata fino a una determinata quota, oltre la quale proseguono come lamine verticali parallele fino all'asse degli appoggi.

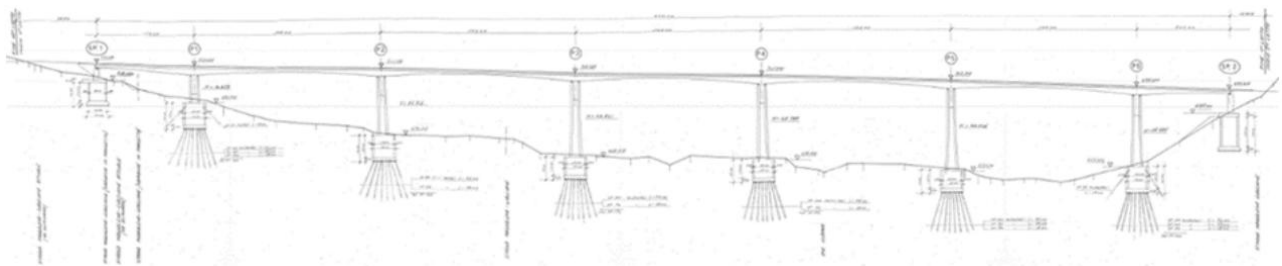


Figura 69 Prospetto ponte a cassone

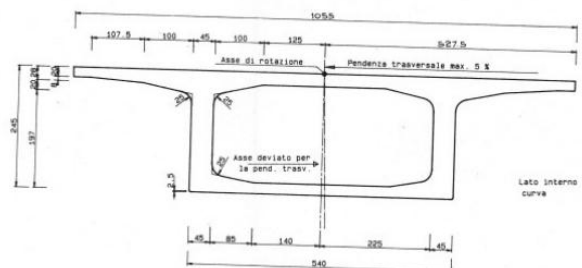
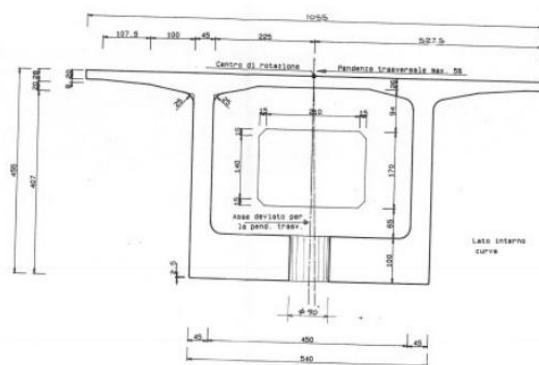


Figura 70 Sezione trasversale impalcato, in corrispondenza della pila ed in mezzzeria

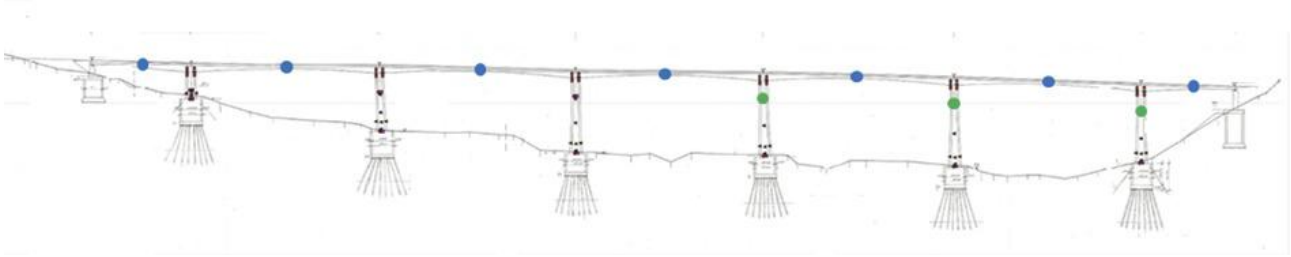


Figura 71 Configurazione sensori

La configurazione dei sensori è rappresentata in Figura 71. In blu gli accelerometri uniassiali di interesse della presente tesi. Sono posizionati in mezzeria ad ogni campata, disposti con asse di misurazione in direzione verticale.

Il *dataset* è stato fornito in formato *.mfd*. Quindi è stata utilizzata l'applicazione descritta nel paragrafo 9.1 per selezionare solo i sensori di interesse ed esportarlo in formato *.txt*.

Si procede ad utilizzare l'applicazione descritta nel capitolo 8, secondo il *flowchart* mostrato in Figura 51.

10.1.1 FDD

10.1.1.1 DATA

Si procede come descritto in 8.2:

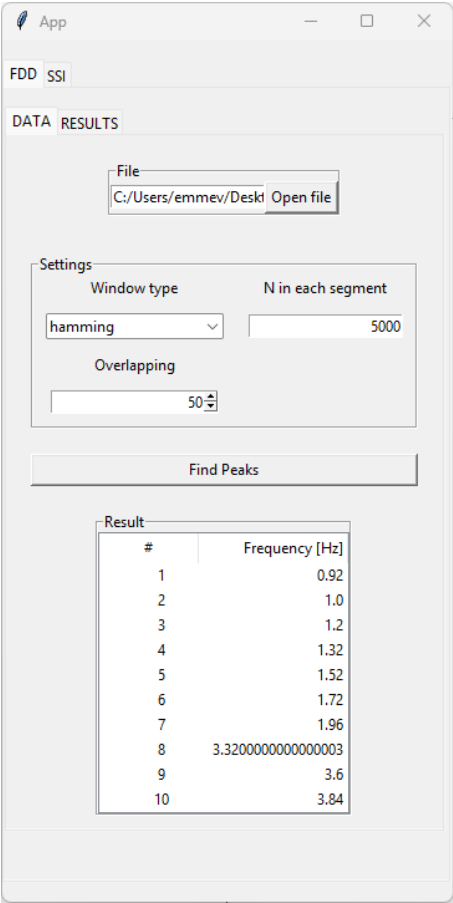


Figura 72 Caso studio 1 - FDD - DATA

Tabella 1 Caso studio 1 - FDD - Frequenze sperimentali

#	Frequenza [Hz]
1	0,92
2	1,00
3	1,20
4	1,32
5	1,52
6	1,72
7	1,96
8	3,32
9	3,60
10	3,84

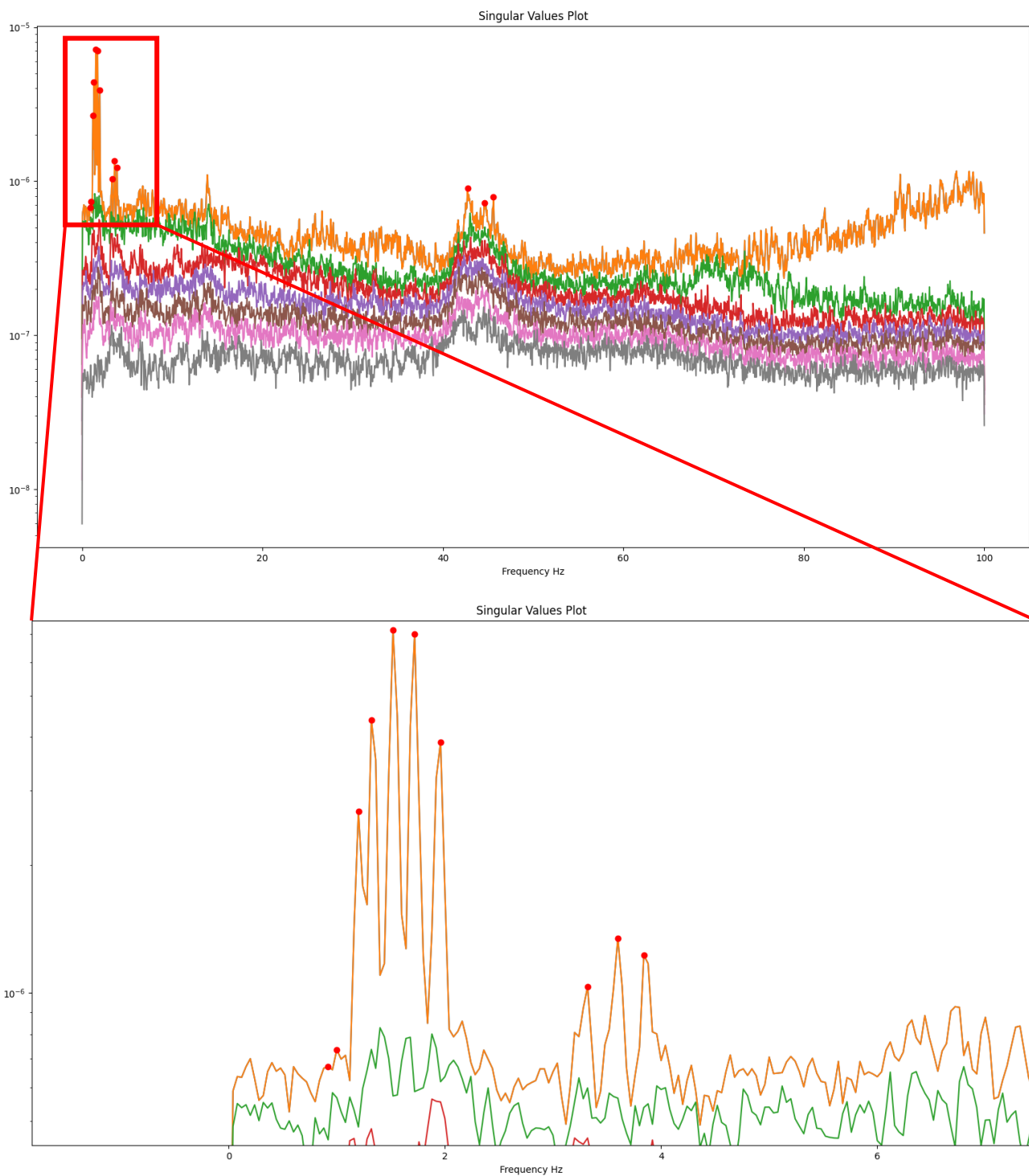


Figura 73 Caso studio 1 - FDD - Grafico valori singolari

Dallo studio del grafico in Figura 73, si sono evidenziati i picchi e raccorti il loro valore in frequenza nella Tabella 1.

10.1.2 SSI

10.1.2.1 CALIBRATION

The screenshot shows the 'CALIBRATION' tab of an application window titled 'App'. The window has a menu bar with 'FDD' and 'SSI'. Below the menu bar are tabs for 'CALIBRATION', 'FREQUENCIES', 'RESULTS', and 'BATCH'. The 'CALIBRATION' tab is active and contains the following elements:

- File:** A text box showing 'C:/Users/emmev/Desktop' and an 'Open file' button.
- Settings:** A section with a 'MAX LAG' label and a spin box set to '100'.
- Order [Σ]:** A text box.
- Order value:** A text box with the label 'Max order from [Σ] : 1'.
- Settings:** A section with two sub-sections:
 - Order Value:** A spin box set to '100'.
 - Jump:** A spin box set to '1'.
- Plot Poles:** A button.
- Settings:** A section with two sub-sections:
 - z value:** A spin box set to '0.025'.
 - min. # of samples:** A spin box set to '5'.
- Plot Clusters:** A button.

Figura 74 Caso studio 1 - SSI - CALIBRATION

Si procede ad un primo tentativo con le impostazioni mostrate in Figura 74.

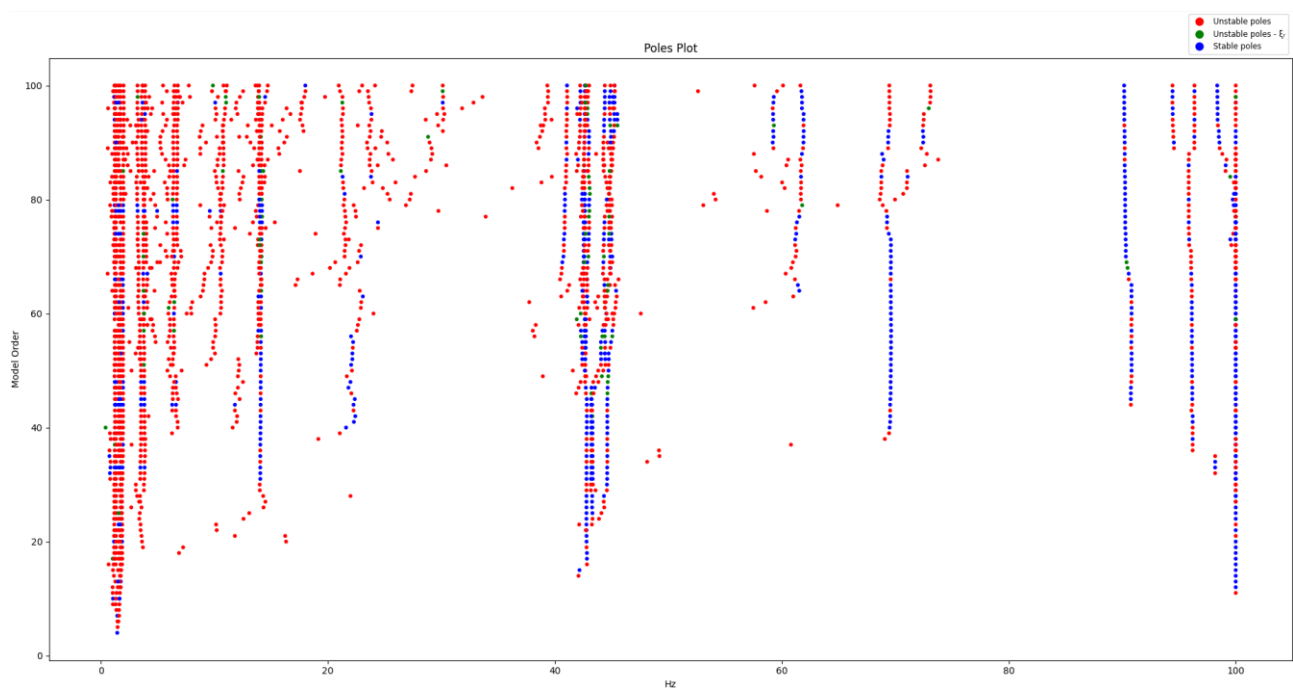


Figura 75 Caso studio 1 - SSI - Grafico dei poli

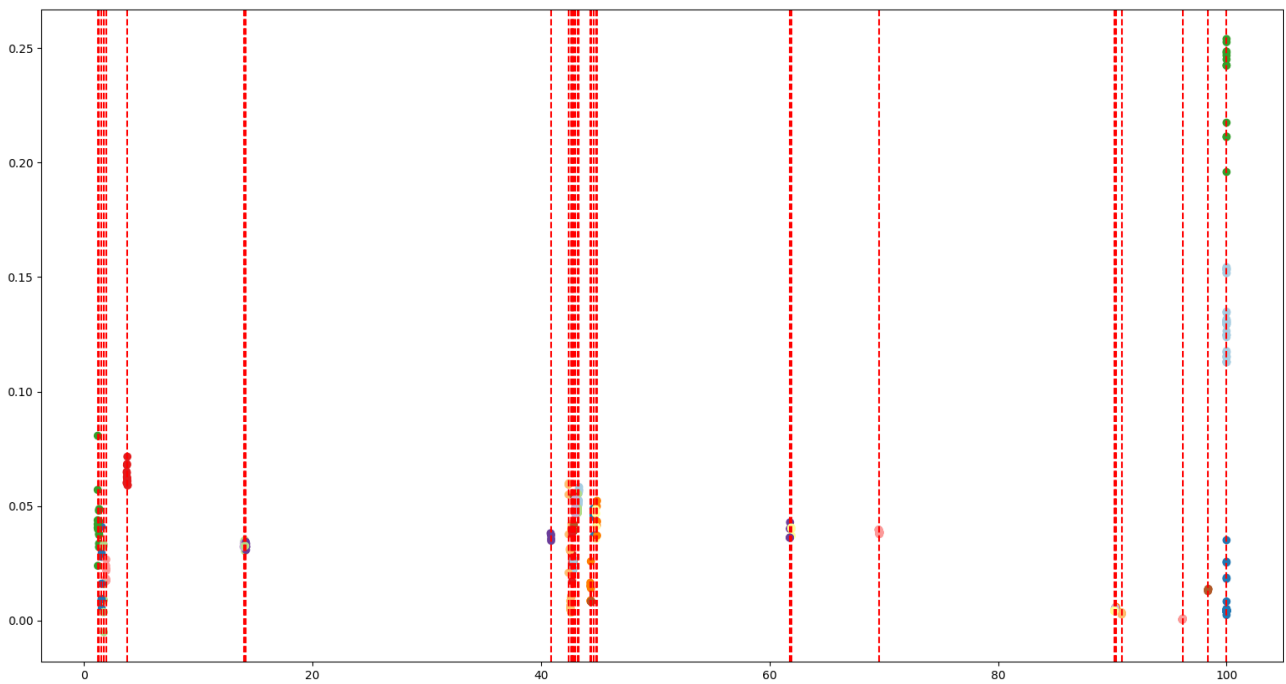


Figura 76 Caso studio 1 - SSI - Grafico cluster

10.1.2.2 FREQUENCIES

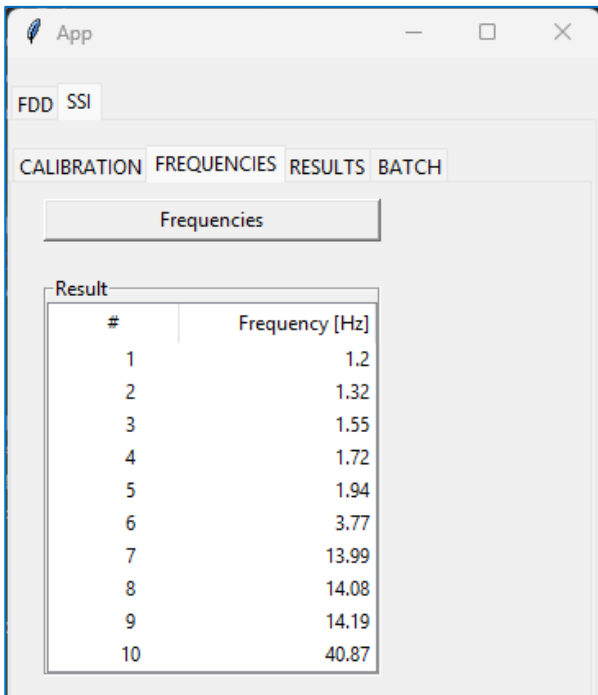


Figura 77 Caso studio 1 - SSI - FREQUENCIES

Tabella 2 Caso studio 1 - SSI - Frequenze sperimentali

FDD		SSI	
#	Frequenza [Hz]	#	Frequenza [Hz]
1	0,92	1	-
2	1,00	2	-
3	1,20	3	1,20
4	1,32	4	1,32
5	1,52	5	1,55
6	1,72	6	1,72
7	1,96	7	1,94
8	3,32	8	-
9	3,60	9	-
10	3,84	10	3,77

Dal confronto in Tabella 2 si può apprezzare una sovrapposizione con i due metodi. Ora l'operatore può decidere se affinare i risultati per il metodo SSI o accettarli.

10.1.2.3 RESULTS

Channel	Normalized
1	0.175
2	0.541
3	-0.875
4	0.976
5	-1.0
6	-0.839
7	0.205

Figura 78 Caso studio 1 - SSI - RESULTS

Quindi esporto tutti i modi di vibrare cliccando il bottone *Save All .txt*.

10.1.2.4 BATCH

I dati forniti comprendevano sei misurazioni fatte nell'arco di un anno. Si vuole analizzarli in *batch* per osservare eventuali tendenze.

Si procede come descritto in 8.3.4.

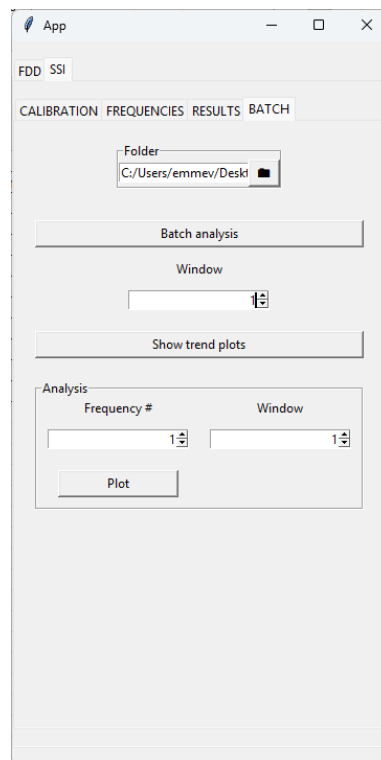


Figura 79 Caso studio 1 - SSI – BATCH

Dal grafico in Figura 80 si osserva alcuni salti. Questo può avere tre motivazioni:

1. Un errore nella gestione degli algoritmi di *clustering* per la produzione del grafico;
2. Non è stata fatta una buona calibrazione del modello SSI;
3. Nel corso dell'anno si verificano effettivamente grosse variazioni per alcune frequenze proprie.

Quindi l'operatore, oltre ad utilizzare il grafico per identificare eventuali tendenze, può utilizzarlo anche per convalidare ulteriormente il modello SSI.

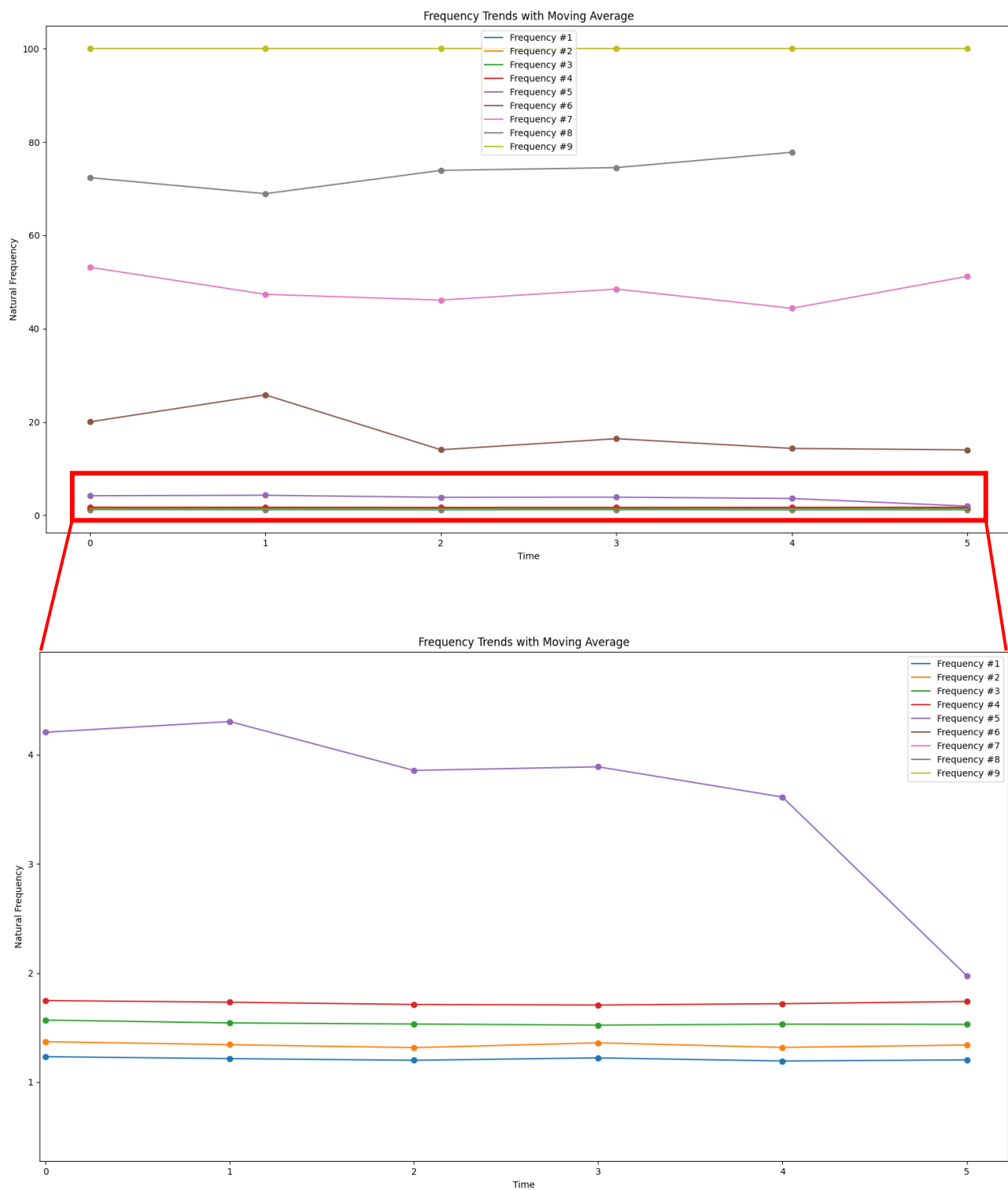


Figura 80 Caso studio 1 - SSI – Grafico della variazione delle frequenze nel tempo

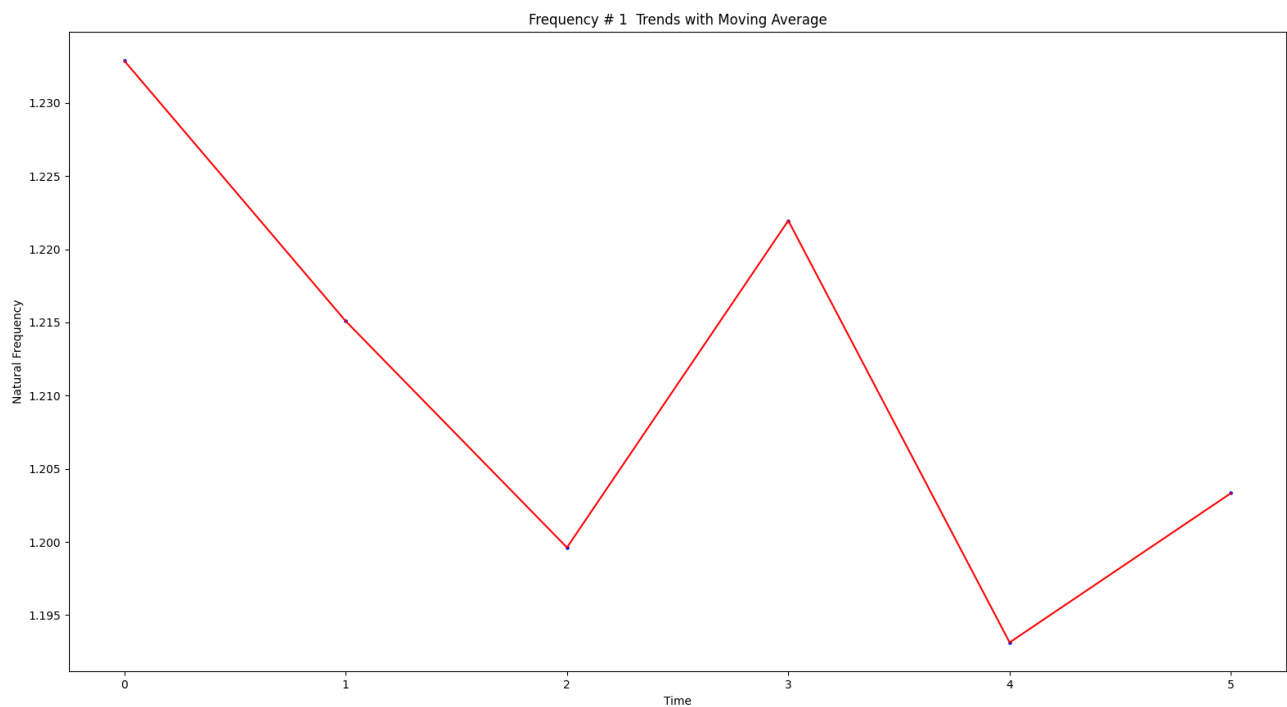


Figura 81 Caso studio 1 - SSI – Grafico della variazione della frequenza propria del primo modo nel tempo

10.1.3 Plot 2D

Procedendo come discusso nel paragrafo 9.2.1.

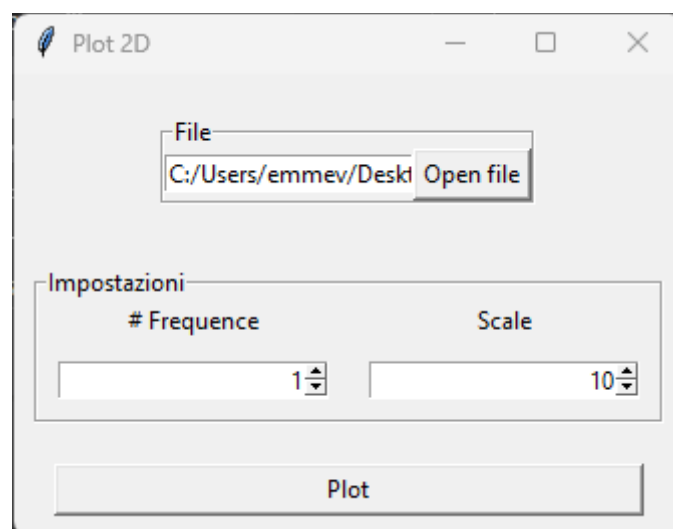
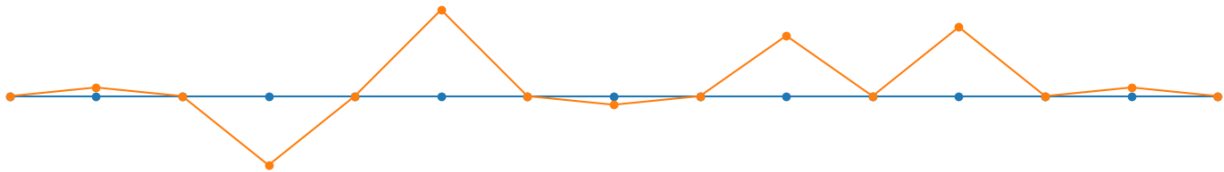


Figura 82 Caso studio 1 - Plot 2D

Di seguito si riportano le deformate dei primi tre modi di vibrare rilevati dal programma.

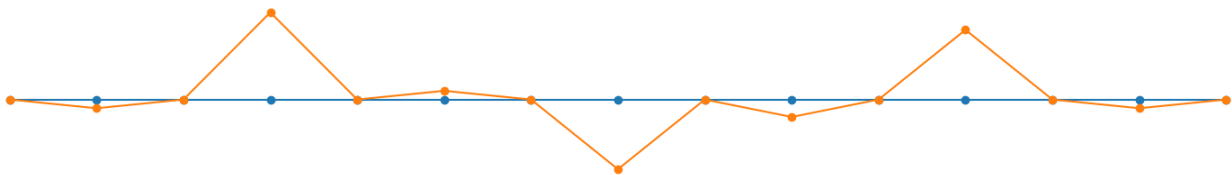
Damped frequency: 1.18 Hz
Natural frequency: 1.18 Hz
Damping ratio: 0.04

Undeformed
Deformed



Damped frequency: 1.34 Hz
Natural frequency: 1.34 Hz
Damping ratio: 0.02

Undeformed
Deformed



Damped frequency: 1.55 Hz
Natural frequency: 1.55 Hz
Damping ratio: 0.02

Undeformed
Deformed

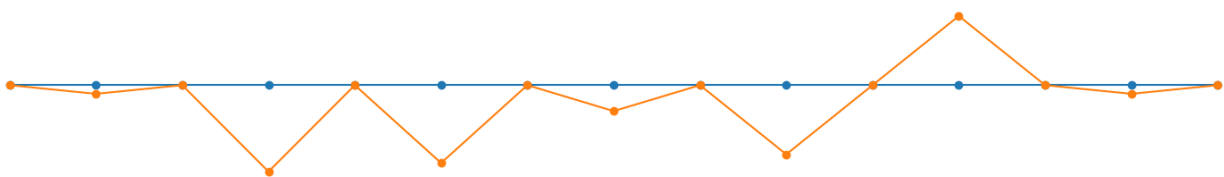


Figura 83 Caso studio 1 - rappresentazione deformate

10.2 PONTE AD ARCO

La struttura è composta da due archi centrali lunghi 37,5 m aventi freccia di 13 m e da un impalcato a graticcio costituito da 14 campate di lunghezza di circa 4 m ciascuna, per un totale di 129,5 m di luce.

Il tracciato è rettilineo, la carreggiata ha larghezza di 6,25 m e ospita due corsie di traffico, una per senso di marcia. Le spalle e la parte inferiore delle pile sono anch'esse in c.a. L'impalcato scarica su spalle e pile tramite giunti elastomerici.

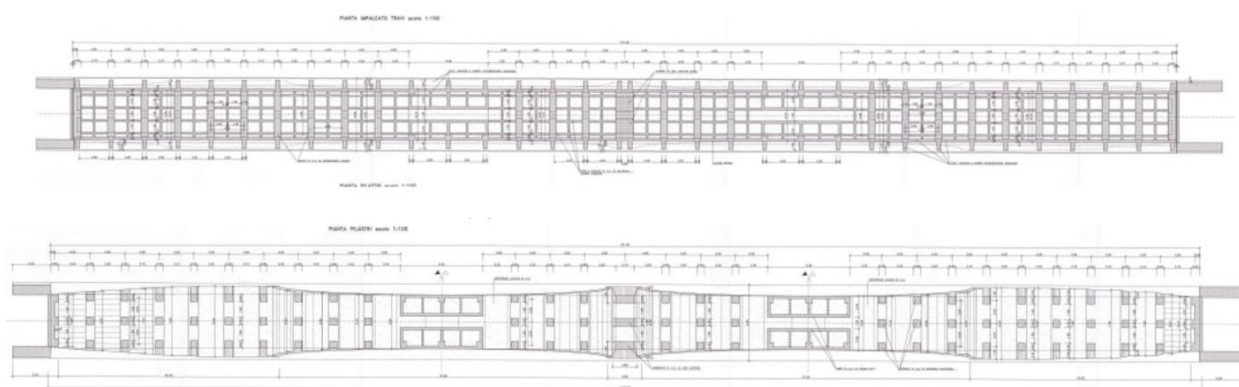


Figura 84 Pianta impalcato travi ponte ad arco

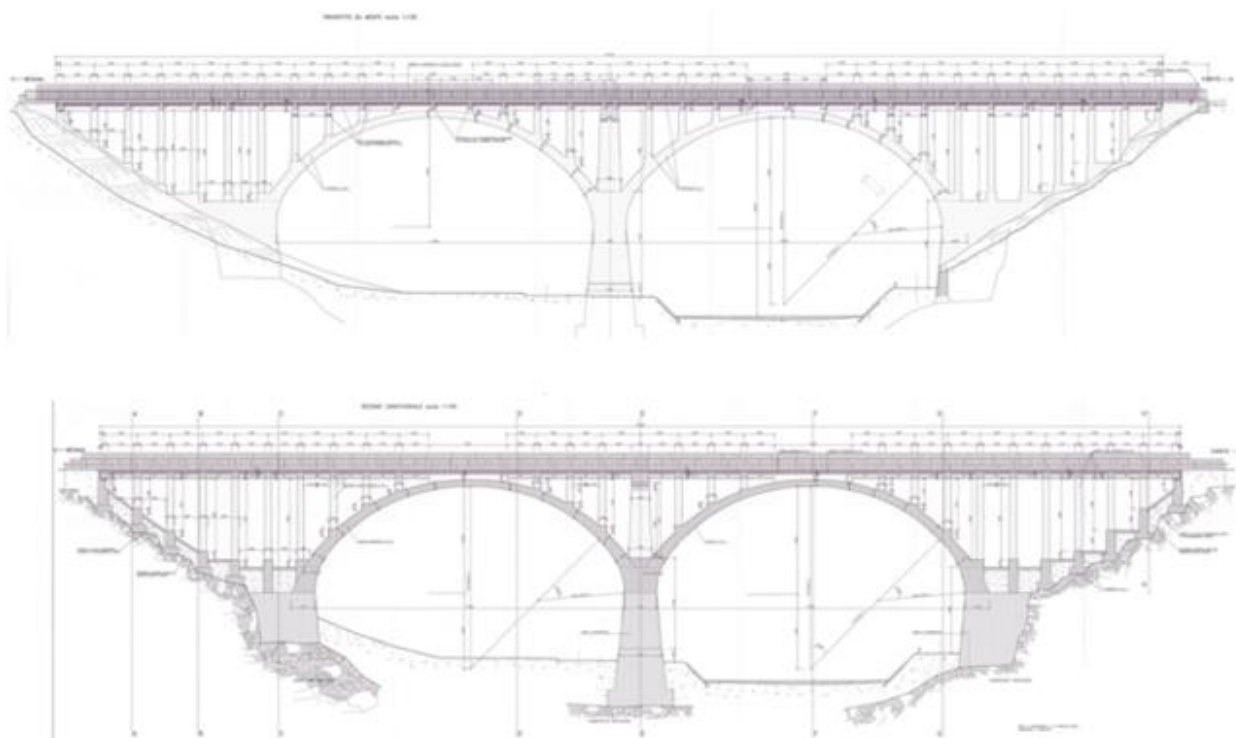


Figura 85 Prospetto e sezione longitudinale del ponte ad arco

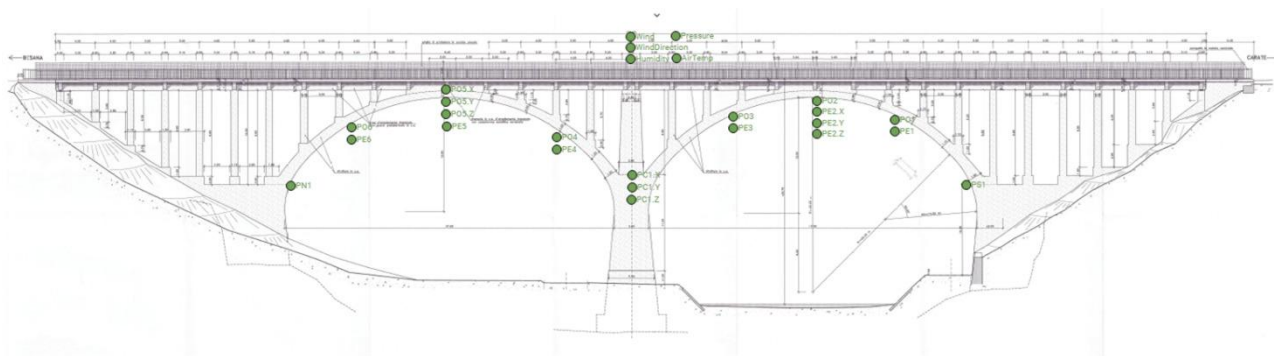


Figura 86 Configurazione sensori

La configurazione dei sensori, rappresentata in Figura 86, è la seguente:

- Accelerometro monoassiale posizionato al centro delle imposte esterne con asse verticale;
- Accelerometro triassiale al centro dell'imposta comune della pila centrale;
- Accelerometri monoassiali sui lati est ed ovest ai reni degli archi aventi assi in direzione ortogonale alla superficie di contatto;
- Accelerometri sui lati est ed ovest in chiave dell'arco, uno triassiale e l'altro monoassiale;
- Stazione meteo sulla pila centrale per la misura di temperatura, umidità, pressione atmosferica e vento (non necessari ai fini della presente tesi).

Il *dataset* è stato fornito in formato *.mfd*. Quindi è stata utilizzata l'applicazione descritta nel paragrafo 9.1 per selezionare solo i sensori di interesse ed esportarlo in formato *.txt*.

Si procede ad utilizzare l'applicazione descritta nel capitolo 8, secondo il *flowchart* mostrato in Figura 51.

10.2.1 FDD

10.2.1.1 DATA

Si procede come descritto in 8.2:

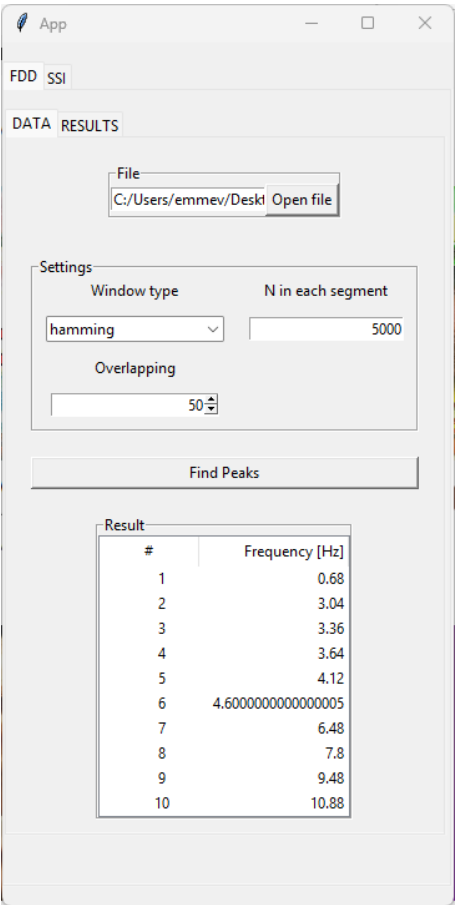


Figura 87 Caso studio 2 - FDD - DATA

Tabella 3 Caso studio 2 - FDD - Frequenze sperimentali

#	Frequenza [Hz]
1	0,68
2	3,04
3	3,36
4	3,64
5	4,12
6	4,60
7	6,48
8	7,80
9	9,48
10	10,88

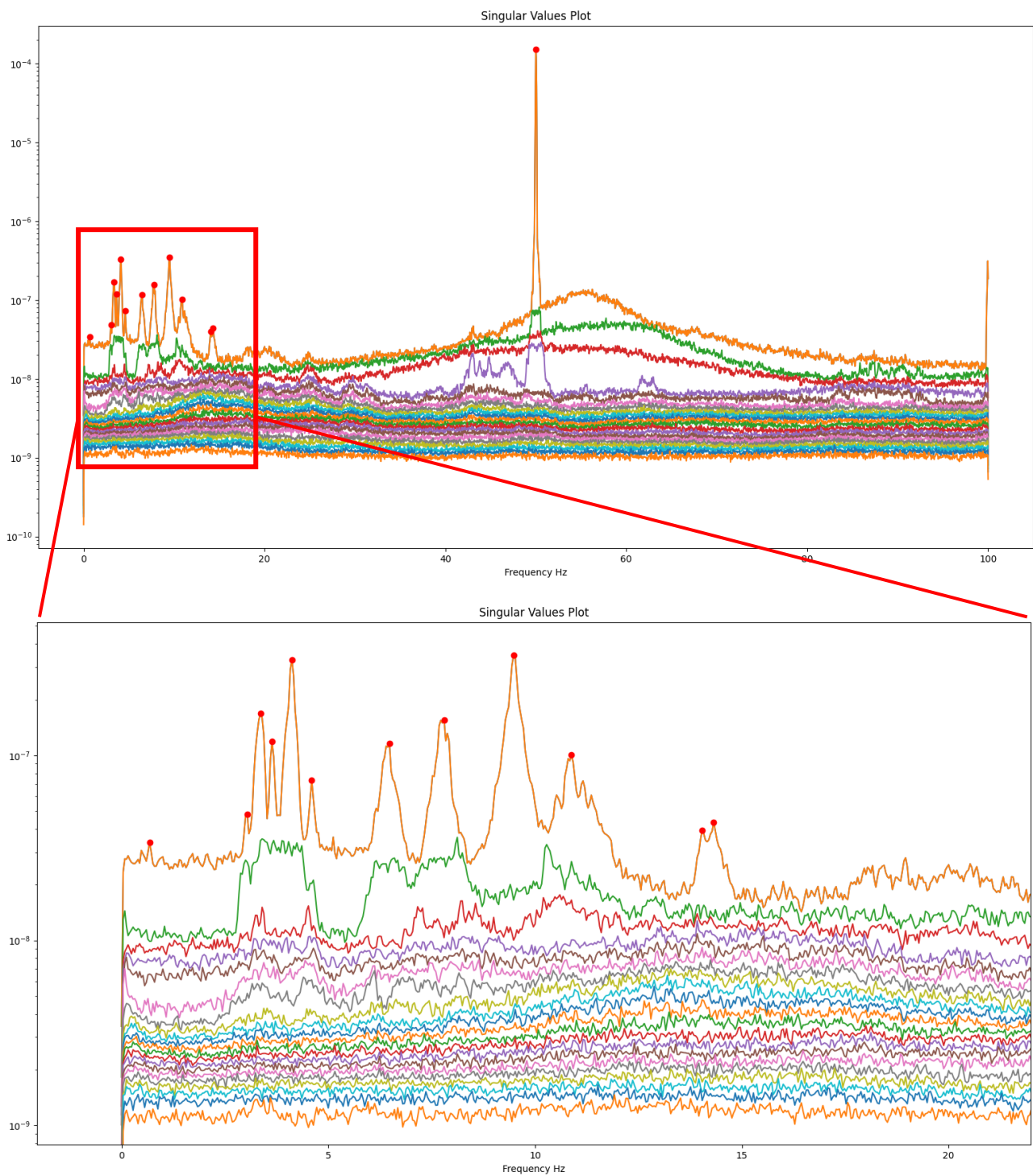
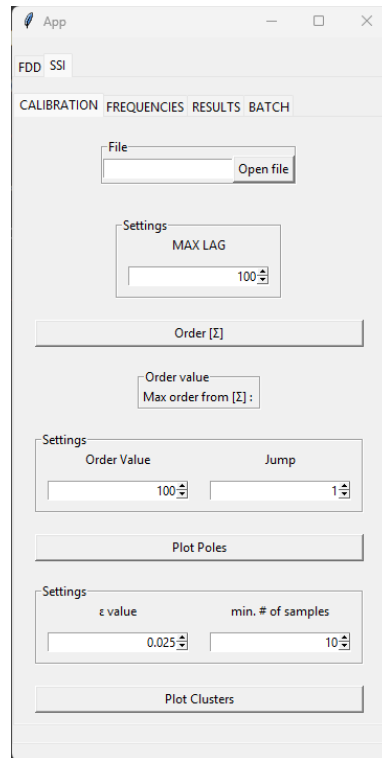


Figura 88 Caso studio 2 - FDD - Grafico valori singolari

Dallo studio del grafico in Figura 88, si sono evidenziati i picchi e raccorti il loro valore in frequenza nella Tabella 3.

10.2.2 SSI

10.2.2.1 CALIBRATION



The screenshot shows a software window titled "App" with a tabbed interface. The "FDD SSI" tab is selected, and the "CALIBRATION" sub-tab is active. The window contains several input fields and buttons for configuring the calibration process. The "File" section has a text box and an "Open file" button. The "Settings" section includes a "MAX LAG" spinner set to 100. Below this is an "Order [Σ]" button. The "Order value" section has a "Max order from [Σ]:" label. Another "Settings" section contains "Order Value" and "Jump" spinners, both set to 100 and 1 respectively. Below these are "Plot Poles" and "Plot Clusters" buttons. The final "Settings" section includes a "z value" spinner set to 0.025 and a "min. # of samples" spinner set to 10.

App

FDD SSI

CALIBRATION FREQUENCIES RESULTS BATCH

File Open file

Settings

MAX LAG

100

Order [Σ]

Order value

Max order from [Σ] :

Settings

Order Value Jump

100 1

Plot Poles

Settings

z value min. # of samples

0.025 10

Plot Clusters

Figura 89 Caso studio 2 - SSI - CALIBRATION

Si procede ad un primo tentativo con le impostazioni mostrate in Figura 89.

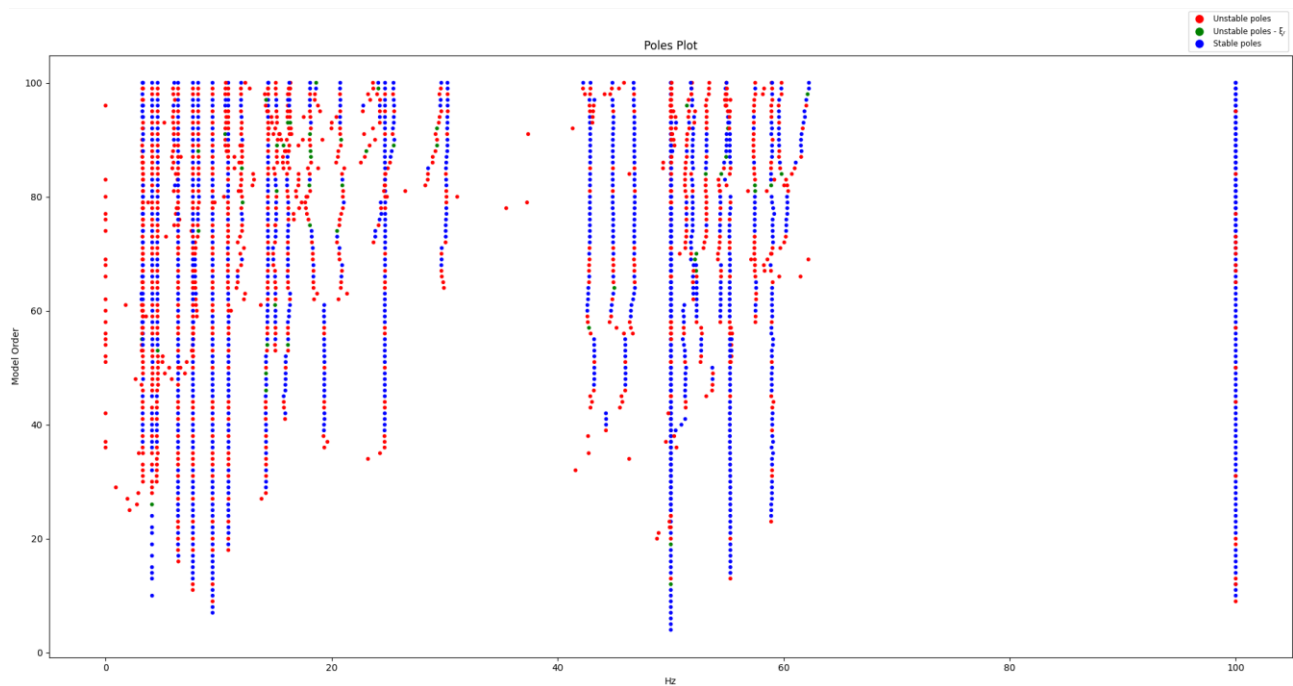


Figura 90 Caso studio 2 - SSI - Grafico dei poli

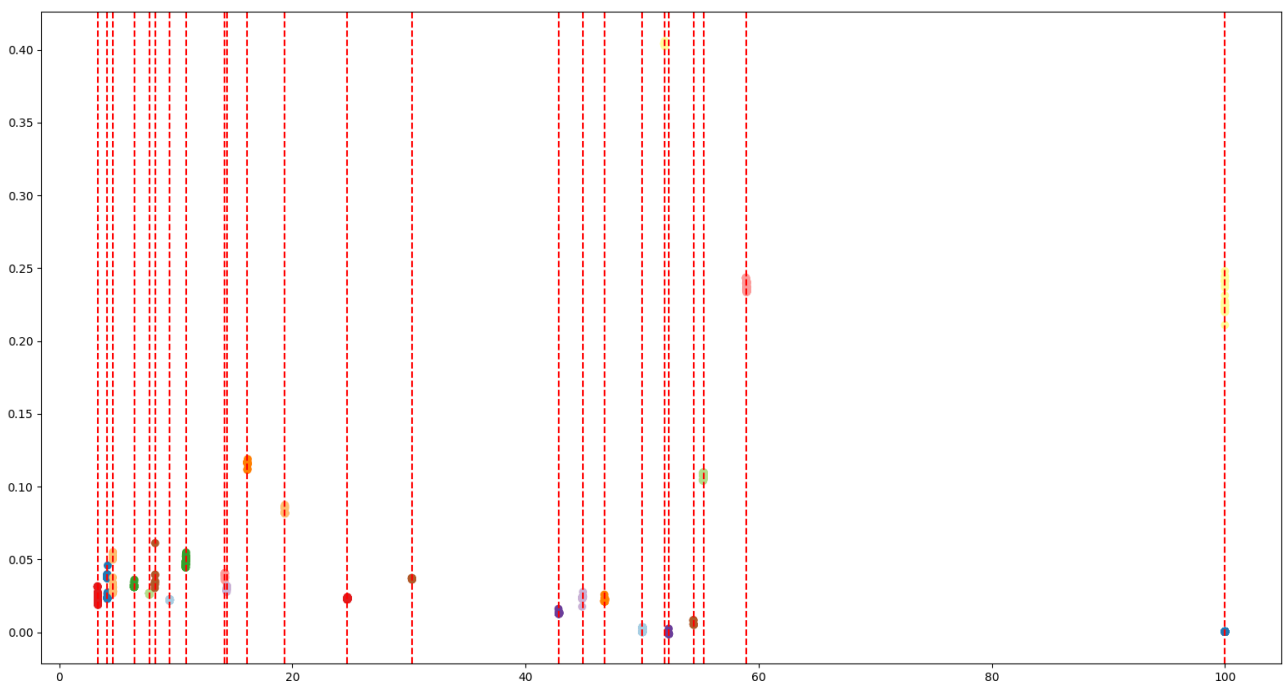


Figura 91 Caso studio 2 - SSI - Grafico cluster

10.2.2.2 FREQUENCIES

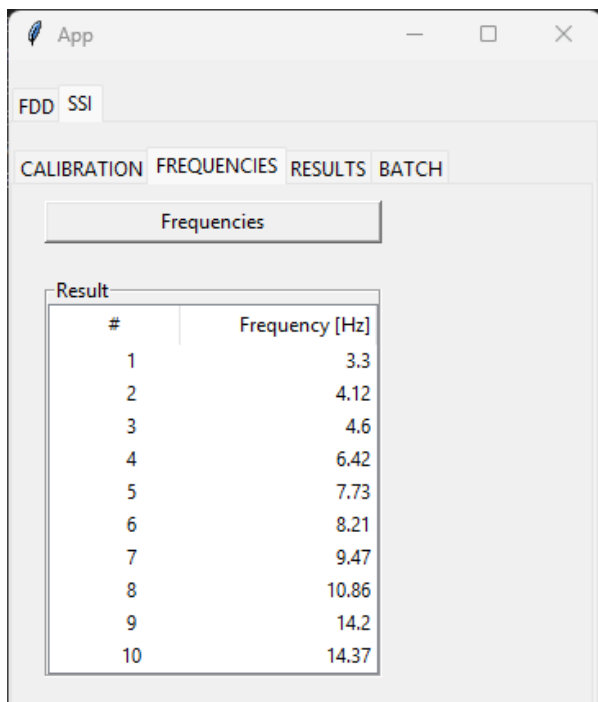


Figura 92 Caso studio 2 - SSI - FREQUENCIES

Tabella 4 Caso studio 2 - SSI - Frequenze sperimentali

FDD		SSI	
#	Frequenza [Hz]	#	Frequenza [Hz]
1	0,68	1	-
2	3,04	2	-
3	3,36	3	3,30
4	3,64	4	-
5	4,12	5	4,12
6	4,60	6	4,60
7	6,48	7	6,42
8	7,80	8	7,73
9	9,48	9	9,47
10	10,88	10	10,86

Dal confronto in Tabella 2 si può apprezzare una sovrapposizione con i due metodi. Ora l'operatore può decidere se affinare i risultati per il metodo SSI o accettarli.

10.2.2.3 RESULTS

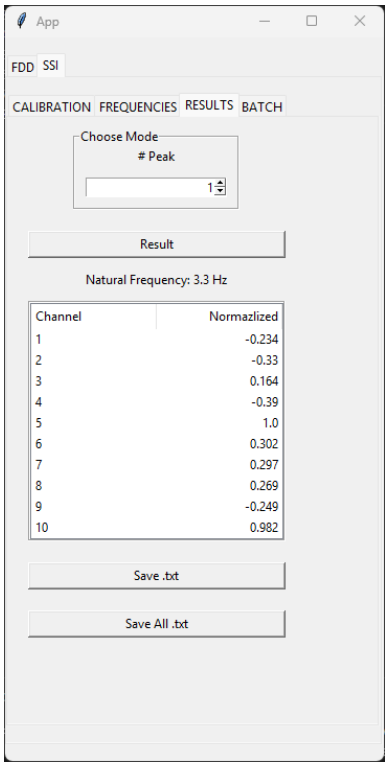


Figura 93 Caso studio 2 - SSI - RESULTS

Quindi esporto tutti i modi di vibrare cliccando il bottone *Save All .txt*.

10.2.2.4 BATCH

I dati forniti comprendevano nove misurazioni fatte nell'arco di un anno. Si vuole analizzarli in *batch* per osservare eventuali tendenze.

Si procede come descritto in 8.3.4.

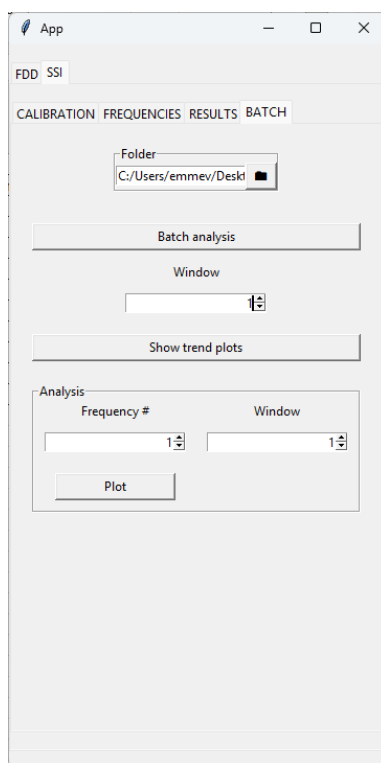


Figura 94 Caso studio 2 - SSI – BATCH

Dal grafico in Figura 94 si osserva alcuni grossi salti. Questo può avere tre motivazioni:

4. Un errore nella gestione degli algoritmi di *clustering* dai dati delle frequenze;
5. Non è stata fatta una buona calibrazione del modello SSI;
6. Nel corso dell'anno si verificano effettivamente grosse variazioni per alcune frequenze proprie.

Quindi l'operatore, oltre ad utilizzare il grafico per identificare eventuali tendenze, può utilizzarlo anche per convalidare ulteriormente il modello SSI.

In questo caso, ad esempio, la frequenza più bassa appare isolata. Potrebbe essere un problema di calibrazione, ma probabilmente si può ricondurre ad un problema di clustering.

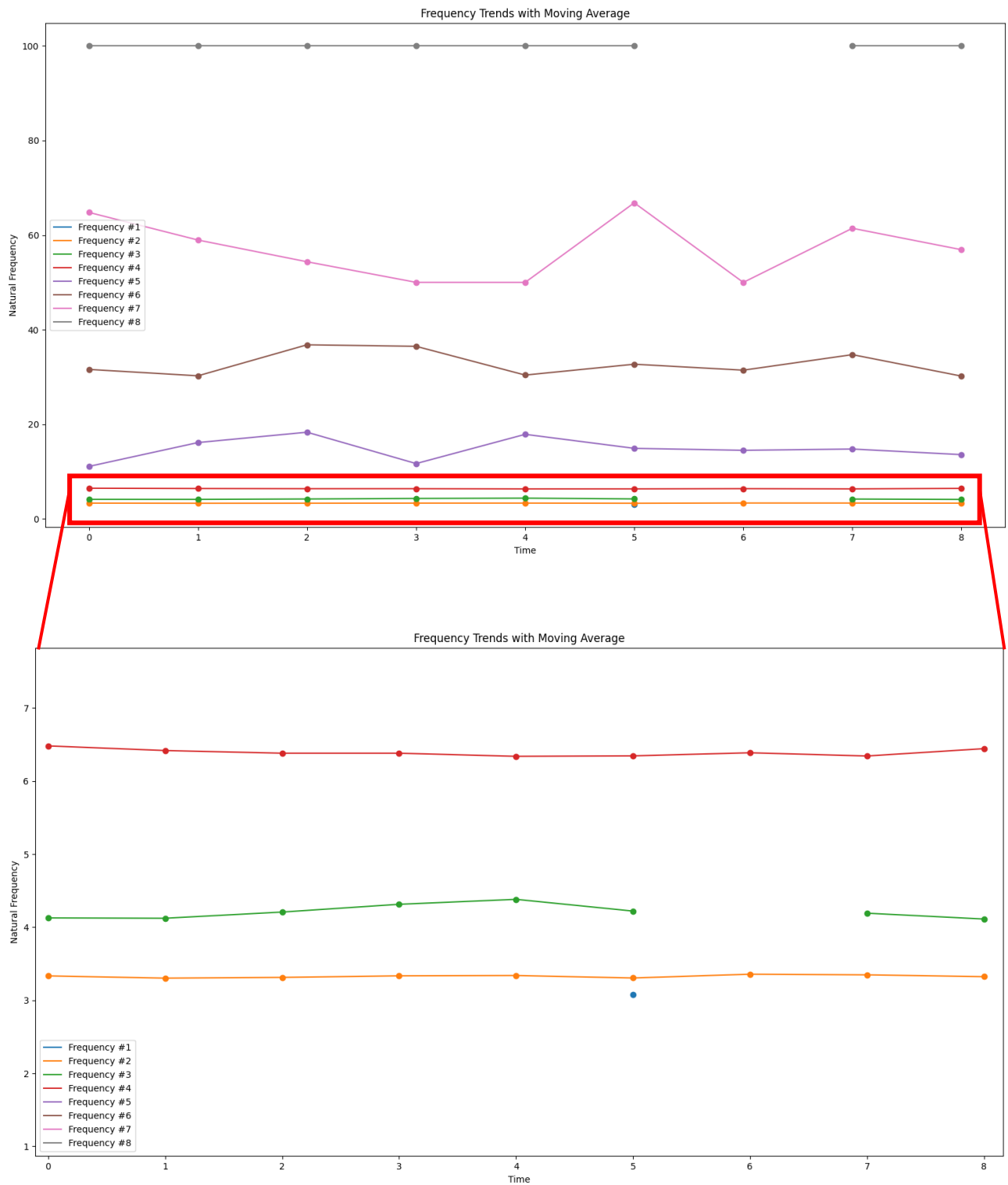


Figura 95 Caso studio 2 - SSI – Grafico della variazione delle frequenze nel tempo

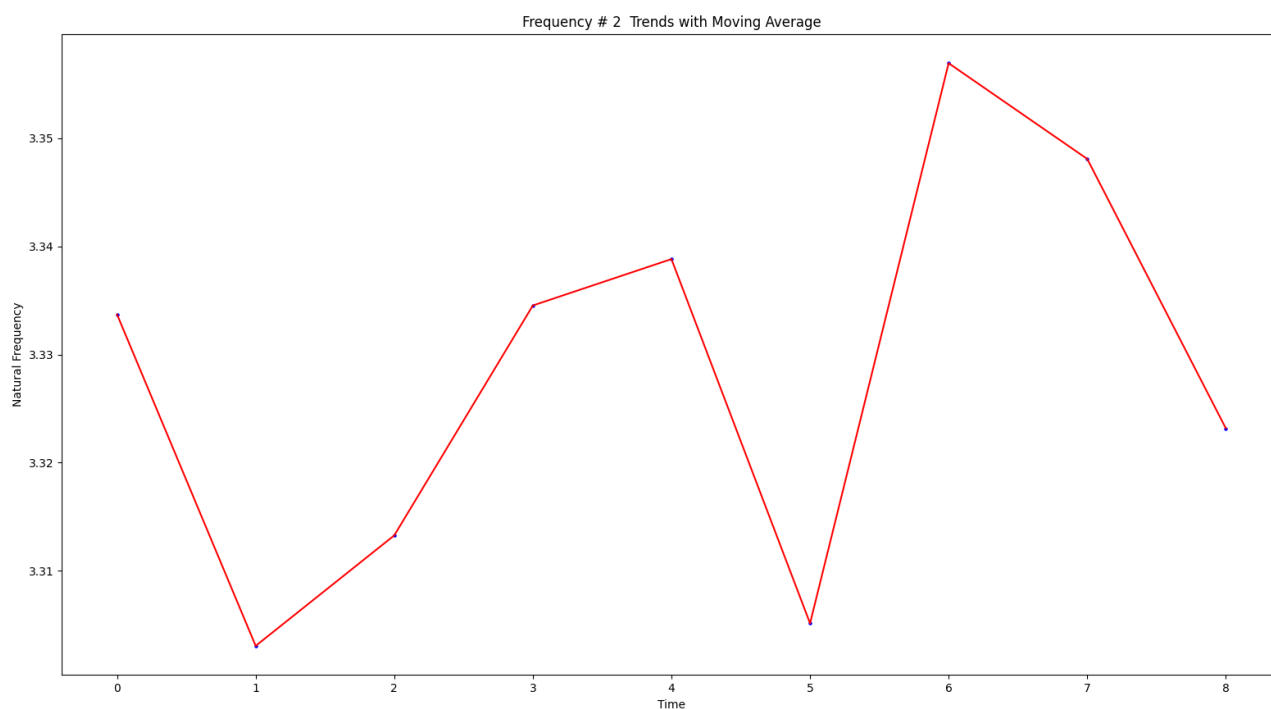


Figura 96 Caso studio 2 - SSI – Grafico della variazione della frequenza propria del secondo modo nel tempo

10.2.3 Plot 3D

Procedendo come discusso nel paragrafo 9.2.1.

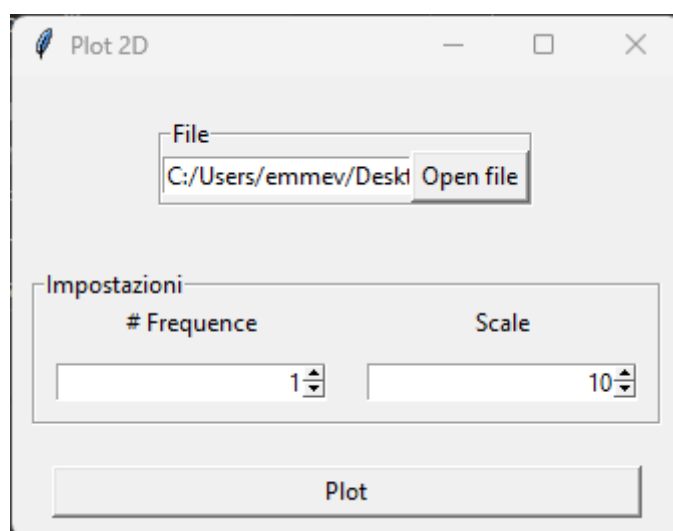
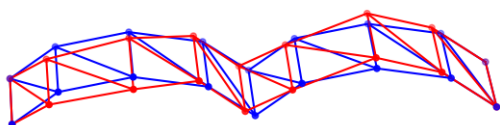


Figura 97 Caso studio 2 - Plot 3D

Di seguito si riportano le deformate dei primi tre modi di vibrare rilevati dal programma.

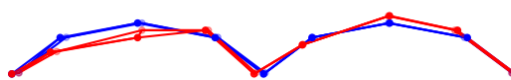
Damped frequency: 3.32 Hz
Natural frequency: 3.32 Hz
Damping ratio: 0.02

• Undeformed
• Deformed



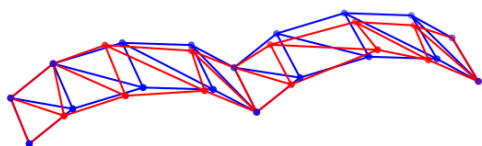
Damped frequency: 3.32 Hz
Natural frequency: 3.32 Hz
Damping ratio: 0.02

• Undeformed
• Deformed



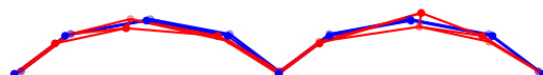
Damped frequency: 4.12 Hz
Natural frequency: 4.13 Hz
Damping ratio: 0.02

• Undeformed
• Deformed



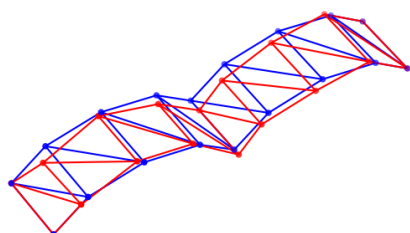
Damped frequency: 4.12 Hz
Natural frequency: 4.13 Hz
Damping ratio: 0.02

• Undeformed
• Deformed



Damped frequency: 4.61 Hz
Natural frequency: 4.61 Hz
Damping ratio: 0.03

• Undeformed
• Deformed



Damped frequency: 4.61 Hz
Natural frequency: 4.61 Hz
Damping ratio: 0.03

• Undeformed
• Deformed

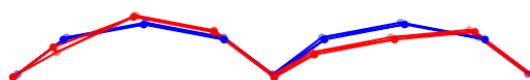


Figura 98 Caso studio 2 - rappresentazione deformate

11 CONCLUSIONE

L'obiettivo di questa tesi consisteva nell'implementare algoritmi basati su metodi OMA e fornire un programma con interfaccia grafica per il loro utilizzo. A tal fine, sono stati studiati e implementati tre metodi OMA: BFD, FDD e SSI. Dopo aver costruito una solida base teorica e di conoscenze informatiche, è stato sviluppato il programma finale che integra in un unico flusso di lavoro FDD e SSI, con una funzione di analisi batch.

Le applicazioni hanno fornito risposte soddisfacenti sia con i *dataset* di prova che con quelli dei casi studio. Pertanto, si può affermare che l'obiettivo della tesi è stato raggiunto.

L'integrazione di diverse tecniche (FDD e SSI) nell'architettura finale del software rappresenta un importante punto di robustezza dell'algoritmo, in quanto consente di migliorare la consapevolezza e l'affidabilità dei risultati attraverso il confronto tra approcci differenti. La scelta di iniziare l'analisi con l'FDD, che richiede un maggiore intervento manuale, per poi passare all'SSI, con le sue capacità di identificazione automatica, costituisce un flusso di lavoro logico ed efficiente.

Naturalmente, il programma è da intendersi come un prototipo e presenta ampi margini di miglioramento. Infatti, oltre all'ottimizzazione del codice e dell'interfaccia grafica, si potrebbero aggiungere funzionalità. Ad esempio:

- la possibilità di modellare una visualizzazione grafica delle deformate modali generica, anziché soluzioni *ad hoc* per ogni struttura;
- l'automazione delle impostazioni del modello SSI tramite un algoritmo iterativo;
- l'opzione di gestire l'algoritmo di *clustering* nella produzione dei grafici della *tab BATCH*;
- sviluppare un programma dedicato al *pre-processing* dei dati.

Non di meno, l'efficacia complessiva delle metodologie è supportata dai risultati ottenuti nei casi studio, che evidenziano una buona correlazione tra le frequenze identificate con FDD e SSI, confermando la capacità di entrambi i metodi di estrarre informazioni significative sulle proprietà dinamiche delle strutture analizzate.

In conclusione, si può affermare che il lavoro svolto ha raggiunto pienamente gli obiettivi prefissati. Questo risultato si è concretizzato nella realizzazione di un applicativo funzionante, capace di implementare le metodologie OMA studiate e di fornire uno strumento utile per l'analisi modale di strutture. La validazione dell'applicativo attraverso i casi studio presentati conferma l'efficacia dell'approccio adottato e il raggiungimento degli scopi iniziali del progetto.

INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1 Caso studio 1 - FDD - Frequenze sperimentali	95
Tabella 2 Caso studio 1 - SSI - Frequenze sperimentali	98
Tabella 3 Caso studio 2 - FDD - Frequenze sperimentali	106
Tabella 4 Caso studio 2 - SSI - Frequenze sperimentali	110

INDICE DELLE FIGURE

Figura 1 Ponte Morandi – Agf	1
Figura 2 Structural Health Monitoring - aecbytes.com	2
Figura 3 Digital Twin	5
Figura 4 Torre Comunale (Torre Civica), Ravenna - Kirk K - CC BY-NC-ND 2.0	7
Figura 5 Endoscopia, Radiografia e Termografia - controlli.it	10
Figura 6 Fiber Bragg Grating (FBG) - hbkworld.com	10
Figura 7 Tipologie di sensori implimentabili su grandi opere - rdcu.be/eicCR	11
Figura 8 Pitagora e Galileo studiano vibrazioni ed oscillazioni	12
Figura 9 La trasformata di Fourier consente di visualizzare un segnale temporale complesso (sinistra, destra) nel dominio della frequenza (lato destro). - community.sw.siemens.com	13
Figura 10 EMA vs. OMA - community.sw.siemens.com	15
Figura 11 La relazione tra dominio del tempo e dominio della frequenza - hamradioschool.com	17
Figura 12 Ponte di Hålogaland - Markus Trienke - Nordnorge, CC BY-SA 2.0.	21
Figura 13 Funzione sinc - By Georg-Johann - Own work, CC BY-SA 3.0	29
Figura 14 Hanning window - By Bob K - Own work, CC0	30
Figura 15 Logo Python	31
Figura 16 Sensore piezoelettrico compression type - dewesoft.com	42
Figura 17 Convertitore analogico-digitale (ADC)	43
Figura 18 Aliasing [16]	44
Figura 19 Sistema combinato [17]	46
Figura 20 Sistema combinato [16]	47
Figura 21 Diagramma di stabilizzazione [16]	52
Figura 22 Flowchart – BFD	58
Figura 23 BFD – DATA	59
Figura 24 BFD – DATA – Settings	59
Figura 25 BFD – DATA – Find peaks – tabella	60
Figura 26 BFD – DATA – Find peaks – grafico	60
Figura 27 BFD – GRAPH	61
Figura 28 BFD – GRAPH – Check Auto Power Spectrum – PSD per ogni canale	62
Figura 29 BFD – GRAPH – Plot Graphs– PSD singolo canale	62
Figura 30 BFD – GRAPH – Plot Graphs– cross- PSD rispetto al canale selezionato	63
Figura 31 BFD – GRAPH – Plot Graphs– Funzioni di coerenza	64
Figura 32 BFD – RESULTS	65
Figura 33 BFD – RESULTS – Results	65
Figura 34 BFD - Canale 1 - Modo 2	66
Figura 35 BFD - Canale 1 - Modo 3	66
Figura 36 Flowchart – FDD	67
Figura 37 FDD - DATA	68
Figura 38 FDD – DATA – Settings	68
Figura 39 FDD – DATA – Find peaks – tabella	69
Figura 40 FDD – DATA – Find peaks – grafico valori singolari	70
Figura 41 FDD – RESULTS	71

Figura 42 FDD – RESULTS – Results	71
Figura 43 Flowchart – SSI	72
Figura 44 SSI – CALIBRATION	73
Figura 45 SSI - Impostazioni poli	73
Figura 46 SSI - Diagramma di stabilizzazione	74
Figura 47 SSI - Rappresentazione dei cluster	75
Figura 48 SSI – FREQUENCIES	75
Figura 49 SSI – RESULTS	76
Figura 50 SSI – RESULTS – Results	76
Figura 51 Flowchart utilizzo programma	77
Figura 52 Diagramma di classe	78
Figura 53 Programma – FDD – DATA	79
Figura 54 Programma – FDD – Grafico dei valori singolari	80
Figura 55 Programma – FDD – RESULTS	81
Figura 56 Programma – SSI – CALIBRATION	82
Figura 57 Programma - SSI - Impostazioni poli	82
Figura 58 Programma - SSI - Diagramma di stabilizzazione	83
Figura 59 Programma - SSI - Rappresentazione dei cluster	84
Figura 60 Programma -SSI – FREQUENCIES	84
Figura 61 Programma – SSI –RESULTS	85
Figura 62 Programma – SSI –BATCH	86
Figura 63 Flowchart convertitore	88
Figura 64 Programma - SSI – Grafico della variazione delle frequenze nel tempo	90
Figura 65 Plot 2D	91
Figura 66 Grafico Plot 2D	91
Figura 67 Plot 3D	92
Figura 68 Grafico Plot 3D	92
Figura 69 Prospetto ponte a cassone	93
Figura 70 Sezione trasversale impalcato, in corrispondenza della pila ed in mezzzeria	93
Figura 71 Configurazione sensori	94
Figura 72 Caso studio 1 - FDD - DATA	95
Figura 73 Caso studio 1 - FDD - Grafico valori singolari	96
Figura 74 Caso studio 1 - SSI - CALIBRATION	97
Figura 75 Caso studio 1 - SSI - Grafico dei poli	97
Figura 76 Caso studio 1 - SSI - Grafico cluster	98
Figura 77 Caso studio 1 - SSI - FREQUENCIES	98
Figura 78 Caso studio 1 - SSI - RESULTS	99
Figura 79 Caso studio 1 - SSI – BATCH	100
Figura 80 Caso studio 1 - SSI – Grafico della variazione delle frequenze nel tempo	101
Figura 81 Caso studio 1 - SSI – Grafico della variazione della frequenza propria del primo modo nel tempo	102
Figura 82 Caso studio 1 - Plot 2D	102
Figura 83 Caso studio 1 - rappresentazione deformate	103
Figura 84 Pianta impalcato travi ponte ad arco	104

Figura 85 Prospetto e sezione longitudinale del ponte ad arco	104
Figura 86 Configurazione sensori	105
Figura 87 Caso studio 2 - FDD - DATA	106
Figura 88 Caso studio 2 - FDD - Grafico valori singolari	107
Figura 89 Caso studio 2 - SSI - CALIBRATION	108
Figura 90 Caso studio 2 - SSI - Grafico dei poli	109
Figura 91 Caso studio 2 - SSI - Grafico cluster	109
Figura 92 Caso studio 2 - SSI - FREQUENCIES	110
Figura 93 Caso studio 2 - SSI - RESULTS	111
Figura 94 Caso studio 2 - SSI – BATCH	112
Figura 95 Caso studio 2 - SSI – Grafico della variazione delle frequenze nel tempo	113
Figura 96 Caso studio 2 - SSI – Grafico della variazione della frequenza propria del secondo modo nel tempo	114
Figura 97 Caso studio 2 - Plot 3D	114
Figura 98 Caso studio 2 - rappresentazione deformato	115

BIBLIOGRAFIA

- [1] J. Jia, L. Zhang, J. Ou, e X. Chen, «Nondestructive Testing and Health Monitoring Techniques for Structural Effective Prestress», *Struct. Control Health Monit.*, vol. 2023, pp. 1–30, set. 2023, doi: 10.1155/2023/8940008.
- [2] J. M. G. Payawal e D.-K. Kim, «Image-Based Structural Health Monitoring: A Systematic Review», *Appl. Sci.*, vol. 13, fasc. 2, p. 968, gen. 2023, doi: 10.3390/app13020968.
- [3] S. Wan, S. Guan, e Y. Tang, «Advancing Bridge Structural Health Monitoring: Insights into Knowledge-Driven and Data-Driven Approaches», *J. Data Sci. Intell. Syst.*, vol. 2, fasc. 3, pp. 129–140, dic. 2023, doi: 10.47852/bonviewJDSIS3202964.
- [4] C. Rainieri, G. Fabbrocino, e E. Cosenza, «Identificazione dinamica automatica, problemi e prospettive di applicazione al monitoraggio strutturale in zona sismica».
- [5] Z. Deng, M. Huang, N. Wan, e J. Zhang, «The Current Development of Structural Health Monitoring for Bridges: A Review», *Buildings*, vol. 13, fasc. 6, p. 1360, mag. 2023, doi: 10.3390/buildings13061360.
- [6] Y.-J. Cha, R. Ali, J. Lewis, e O. Büyüköztürk, «Deep learning-based structural health monitoring», *Autom. Constr.*, vol. 161, p. 105328, mag. 2024, doi: 10.1016/j.autcon.2024.105328.
- [7] F. Faraji, H. Faraji, e S. R. Samaei, «Seismic Prediction and Structural Health Management of the Bay Bridge Using Digital Twin Technology», 2025.
- [8] F. Abdoli, M. Rashidi, J. Wang, R. Siddique, e V. Nasir, «Structural health monitoring of timber bridges – A review», *Results Eng.*, vol. 24, p. 103084, dic. 2024, doi: 10.1016/j.rineng.2024.103084.
- [9] R. Boccagna, M. Bottini, M. Petracca, A. Amelio, e G. Camata, «Unsupervised Deep Learning for Structural Health Monitoring», *Big Data Cogn. Comput.*, vol. 7, fasc. 2, p. 99, mag. 2023, doi: 10.3390/bdcc7020099.
- [10] A. A. K, R. S, S. T, K. Sambath, D. S P, e N. P, «A REVIEW ON APPLICATION OF NANOSENSORS FOR MONITORING THE STRUCTURAL HEALTH OF BRIDGES», *J. PUBLIC Transp. Syst.*, vol. 4, fasc. 1, pp. 38–59, mar. 2025, doi: 10.34218/JPTS_04_01_003.
- [11] C. Rainieri, G. Fabbrocino, G. Manfredi, e E. Cosenza, «L'ANALISI MODALE OPERAZIONALE PER IL MONITORAGGIO STRUTTURALE IN ZONA SISMICA: LA TORRE DELLA FACOLTÀ DI INGEGNERIA DI NAPOLI».
- [12] E. Ozer e R. Kromanis, «Smartphone Prospects in Bridge Structural Health Monitoring, a Literature Review», *Sensors*, vol. 24, fasc. 11, p. 3287, mag. 2024, doi: 10.3390/s24113287.
- [13] A. Pracucci *et al.*, «Integration of Piezoelectric Energy Harvesting Systems into Building Envelopes for Structural Health Monitoring with Fiber Optic Sensing Technology», *Energies*, vol. 17, fasc. 7, p. 1789, apr. 2024, doi: 10.3390/en17071789.
- [14] Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti, «LINEE GUIDA PER LA CLASSIFICAZIONE E GESTIONE DEL RISCHIO, LA VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA ED IL MONITORAGGIO DEI PONTI ESISTENTI». 17 aprile 2020.
- [15] R. Brincker e C. Ventura, *Introduction to operational modal analysis*. Chichester, West Sussex: John Wiley and Sons, Inc, 2015.
- [16] C. Rainieri e G. Fabbrocino, *Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures: An Introduction and Guide for Applications*. New York, NY: Springer New York, 2014. doi: 10.1007/978-1-4939-0767-0.

- [17] R. Brincker, «Some Elements of Operational Modal Analysis», *Shock Vib.*, vol. 2014, pp. 1–11, 2014, doi: 10.1155/2014/325839.
- [18] «9th IOMAC - International Operational Modal Analysis Conference, Proceedings», Vancouver, Canada, lug. 2022. [Online]. Disponibile su: https://www.iomac.info/_files/ugd/dacbf9_a0d85a96419b49fd989d210f57460f45.pdf
- [19] M. Bramanti, C. D. Pagani, e S. Salsa, *Matematica: calcolo infinitesimale e algebra lineare*, 2a ed., 11a ristampa. Bologna: Zanichelli, 2013.
- [20] A. Papoulis, *Probability, random variables, and stochastic processes*, 3rd ed. in McGraw-Hill series in electrical engineering. New York: McGraw-Hill, 1991.
- [21] E. Sernesi, *Geometria 1: programma di matematica fisica elettronica*, 2. ed. riveduta e Ampliata. Torino: Bollati Boringhieri, 2000.
- [22] R. W. Clough e J. Penzien, *Dynamics of structures*, 2nd ed., Rev. Berkeley, Calif: Computers and Structures, 2010.
- [23] E. Por, M. van Kooten, e V. Sarkovic, «Nyquist–Shannon sampling theorem».
- [24] Ibrahim, S. R., Asmussen, J. C., e Brincker, R., «MODAL PARAMETER IDENTIFICATION FROM RESPONSES OF GENERAL UNKNOWN RANDOM INPUTS», *Fract. Dyn.*, vol. R9544, 1996.
- [25] H. Herlufsen, P. Andersen, e S. Gade, «IDENTIFICATION TECHNIQUES FOR OPERATIONAL MODAL ANALYSIS – AN OVERVIEW AND PRACTICAL EXPERIENCES», in *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference, IOMAC 2005*, Denmark: Aalborg University. [Online]. Disponibile su: <https://www.iomac.info/iomac2005>

