



**Politecnico
di Torino**

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA MECCANICA E
AEROSPAZIALE

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA AEROSPAZIALE

TESI DI LAUREA
IN
SISTEMI PROPULSIVI

**Studio numerico di un flusso secondario coassiale
per il controllo della separazione in ugello TOP
durante il transitorio di start-up**

RELATORI:
Prof. Emanuele Martelli

LAUREANDO:
Riccardo Aceti

MATRICOLA:
307770

ANNO ACCADEMICO 2024 - 2025

Ringraziamenti

Abstract

Il primo stadio dei lanciatori alimentati a propellente liquido è predisposto a subire una specifica tipologia di intensi carichi instazionari chiamati *side loads* che hanno luogo durante le fasi di start-up dei motori, a livello del mare.

L'origine di tali carichi è riconducibile al fenomeno della separazione dello strato limite turbolento che avviene all'interno dell'ugello, in condizioni di getto sovraespanso.

Per gli ugelli della categoria *Thrust Optimized Parabolic* (TOP) esistono in particolare due possibili configurazioni del flusso interno separato chiamate *Free Shock Separation* (FSS) e *Restricted Shock Separation* (RSS), la cui evoluzione determina due picchi caratteristici di carico trasversale durante l'avviamento del motore.

Nel presente elaborato, utilizzando un dispositivo in grado di emettere un getto secondario coassiale in corrispondenza della sezione d'uscita dell'ugello TOP assegnato, si intende verificare il raggiungimento delle condizioni di strato limite completamente aderente a parete (*full flowing conditions*) per valori di pressioni di camera minori rispetto al funzionamento nominale senza dispositivo.

Per raggiungere tale scopo, si è svolta una serie di simulazioni RANS parametrizzate, ricavando risultati volti a comprendere la fisica del problema e a quantificare i vantaggi introdotti dall'utilizzo del dispositivo citato per il controllo della separazione.

Indice

1	Introduzione	1
2	Ugelli di primo stadio	5
2.1	Prestazioni di un endoreattore	6
2.2	Categorie di ugello	9
2.2.1	Ugello TIC	9
2.2.2	Ugello TOP	10
2.2.3	Confronto TIC e TOP	11
2.3	Soluzioni per il controllo della separazione	12
3	Regimi di separazione FSS e RSS	17
3.1	Teoria generale del flusso separato	17
3.1.1	Un modello analitico di riferimento	20
3.2	Fenomeno della separazione in ugelli	24
3.3	Modello FSS	24
3.4	Modello RSS	28
3.4.1	Dettagli sul vortice intrappolato	30
3.4.2	Profilo di pressione di parete, caso RSS	31
3.5	Isteresi del punto di transizione	32
4	Analisi dei carichi laterali	37
4.1	Carichi laterali indotti da disuniformità ambiente esterno	38

4.2	Carichi laterali indotti da fluttuazioni aleatorie di pressione	42
4.3	Carichi laterali indotti dalla transizione fra regimi di separazione	44
4.4	Carichi laterali indotti da accoppiamento aeroelastico	47
4.4.1	Modello di Pekkari	47
5	Studio numerico dello start-up	53
5.1	Presentazione dell'ugello	54
5.2	Fondamenti delle simulazioni RANS	62
5.2.1	Simulazioni RANS	65
5.3	Riproduzione dei casi test	67
5.3.1	Set-up simulazioni del getto in separazione FSS ed RSS	68
5.3.2	Caso test FSS	74
5.3.3	Caso test RSS	77
5.3.4	Transizione FSS - RSS	79
5.4	Simulazioni dello start-up senza getto secondario	81
5.4.1	Simulazione FSS	82
5.4.2	Simulazione RSS	85
5.4.3	Visualizzazione urti con sensore	88
5.4.4	Spostamento del punto di separazione	91
5.4.5	Spostamento del disco di Mach	95
6	Studio numerico del getto secondario	99
6.1	Simulazioni con getto secondario attivo	100
6.2	Effetto del getto secondario sulla separazione	102
6.3	Effetto del getto secondario sul profilo di velocità	105
6.4	Contours di riferimento	109
6.5	Caso studio: getto sottoespanso	111
7	Conclusioni	113

A	Dettagli sulle simulazioni	117
A.1	Mesh	118
A.2	Modello di turbolenza	124
A.2.1	Risoluzione dello strato limite in simulazioni RANS	125
A.3	Schema numerico	130
A.3.1	Integrazione temporale - approccio implicito	131
A.3.2	Calcolo dei flussi d'interfaccia - metodi di ROE e AUSM	132
B	Raccolta dei contours	139
B.1	Simulazioni start-up senza getto secondario	140
B.2	Simulazioni start-up con getto secondario	150

Elenco delle figure

2.1	Coefficiente di spinta $C_F(\varepsilon)$ al variare di NPR (rif. [11])	7
2.2	Profilo ugello ideale tramite MOC (rif. [14])	9
3.1	Interazioni strato limite/urti per flusso supersonico su rampa	20
3.2	Tipico andamento della pressione di parete in casi di separazione di flussi supersonici (rif. [14])	21
3.3	Schema del modello d'interazione libera di Chapman	22
3.4	Separazione FSS (rif. [13])	25
3.5	Profilo p_w in separazione FSS (rif. [14])	26
3.6	Separazione RSS (rif. [13])	28
3.7	Profilo p_w in separazione RSS (rif. [14])	31
3.8	Isteresi del punto di transizione fra regimi FSS ed RSS (rif. [9])	33
3.9	Evoluzione del regime di separazione in funzione di NPR e PPR (rif. [9])	35
4.1	Modello della linea di separazione inclinata (rif. [16])	38
4.2	Criterio di Schmucker per stimare l'estensione di regione separazione asim- metrica (rif. [14])	40
4.3	Dettaglio pressione di parete in separazione FSS (rif. [16])	42
4.4	Fluttuazioni di p_w nell'intorno del punto di separazione (rif. [16])	43
4.5	Picchi di carico laterale durante le fasi di start-up e shut-down (rif. [16])	45
4.6	Schema ugello per modello Pekkari (rif. [16])	47
5.1	Geometria del VOLVOS1	54

5.2	Mesh 120 x 100, ugello VOLVOS1	56
5.3	Schema per condizioni al contorno	57
5.4	Campo di Mach, espansione completa	58
5.5	Campo di pressione statica, espansione completa	58
5.6	Profili di velocità assiale (sopra) e Mach (sotto) per $p_c = 50 p_a$	59
5.7	Profili di pressione normalizzata, caso espansione full-flowing	60
5.8	Caso test per separazione FSS (rif. [15])	67
5.9	Caso test per separazione RSS (rif. [15])	68
5.10	Geometria del dominio computazionale per simulazioni RANS inerenti a getto sovraespanso	69
5.11	Condizioni al contorno per simulazioni RANS inerenti a getto sovraespanso	70
5.12	Vista completa della Mesh 1	72
5.13	Dettaglio Mesh 1, zoom su infittimenti	72
5.14	Progressivo infittimento del dominio interno, da Mesh 1 a Mesh 3	73
5.15	Replicazione caso test FSS con tre diverse mesh	74
5.16	Replicazione caso test FSS con diversi set-up del modello di turbolenza . .	75
5.17	Replicazione caso test RSS, con inizializzazione da soluzione FSS	77
5.18	Replicazione caso test RSS, con inizializzazione da soluzione RSS	78
5.19	Profili $p_{wall}(x)$ per $NPR \in [10, 20]$ (mesh 1 linea tratteggiata, mesh 2 linea continua, mesh 3 linea tratto punto)	79
5.20	Spostamento del punto di separazione al crescere del NPR	80
5.21	Campo di Mach, separazione FSS per $NPR = 14$	82
5.22	Campo di pressione statica, separazione FSS per $NPR = 14$	82
5.23	Campo di pressione totale, separazione FSS per $NPR = 14$	83
5.24	Campo di energia cinetica turbolenta, separazione FSS per $NPR = 14$. .	83
5.25	Pressione di parete, separazione FSS per $NPR = 14$	84
5.26	Campo di Mach, separazione RSS per $NPR = 20$	85
5.27	Campo di pressione statica, separazione RSS per $NPR = 20$	85

5.28	Campo di pressione totale, separazione RSS per $NPR = 20$	86
5.29	Campo di energia cinetica turbolenta, separazione RSS per $NPR = 20$. . .	86
5.30	Pressione di parete, separazione RSS per $NPR = 20$	87
5.31	Separazione FSS ($NPR=14$) e separazione RSS ($NPR=20$)	88
5.32	Identificazione della configurazione FSS tramite shock function, $NPR = 14$	89
5.33	Identificazione della configurazione RSS tramite shock function, $NPR = 20$	90
5.34	Spostamento del punto di separazione durante lo start-up	91
5.35	Errore standard medio delle correlazioni $X_{sep}/L = f(NPR)$	93
5.36	Distribuzioni del Mach lungo l'asse dell'ugello per diversi NPR	95
5.37	Spostamento del disco di Mach ad NPR crescenti	96
5.38	Distanza fra disco di Mach e punto di separazione durante lo start-up . . .	97
5.39	Campo di Mach, $NPR = 25$ (prima di apertura bolla)	98
5.40	Campo di Mach, $NPR = 30$ (apertura bolla)	98
5.41	Campo di Mach, $NPR = 50$ (full-flowing)	98
6.1	Condizioni pressure-farfield ANSYS-Fluent per uscita getto secondario . .	100
6.2	Griglia in corrispondenza dell'uscita del getto secondario	101
6.3	Start-up con getto secondario adattato a Mach d'uscita M_e variabile	102
6.4	Effetti del getto secondario adattato sui profili $U(x = L, r)$ per $NPR = 14$	107
6.5	Effetti del getto secondario adattato sui profili $U(x = L, r)$ per $NPR = 30$	108
6.6	Confronto contours $ \vec{V} $ per $NPR = 10$ (getto2-off sopra, getto2-on sotto) .	109
6.7	Confronto contours $ \vec{V} $ per $NPR = 14$ (getto2-off sopra, getto2-on sotto) .	110
6.8	Confronto contours $ \vec{V} $ per $NPR = 30$ (getto2-off sopra, getto2-on sotto) .	110
6.9	Getto secondario sottoespanso, effetti sulla separazione per $NPR_2 = 4.25$.	112
A.1	Vettori usati per il calcolo del fattore di qualità ortogonale (rif. [6])	119
A.2	Esempi di celle con skewness elevata (rif. [6])	119
A.3	Distribuzione ortogonality per Mesh 1	121
A.4	Distribuzione skewness per Mesh 1	121

A.5	Distribuzione ortogonality per Mesh 2	122
A.6	Distribuzione skewness per Mesh 2	122
A.7	Distribuzione ortogonality per Mesh 3	123
A.8	Distribuzione skewness per Mesh 3	123
A.9	Le due possibili strategie di risoluzione dello strato limite in ANSYS Fluent	126
A.10	Distribuzione y^+ per Mesh 1, $NPR = 14$	128
A.11	Distribuzione y^+ per Mesh 2, $NPR = 14$	128
A.12	Distribuzione y^+ per Mesh 3, $NPR = 14$	128
A.13	Distribuzione y^+ per Mesh 1, $NPR = 20$	129
A.14	Distribuzione y^+ per Mesh 2, $NPR = 20$	129
A.15	Distribuzione y^+ per Mesh 3, $NPR = 20$	129
A.16	Griglia di calcolo, problema 1D di riferimento per metodi FDS	133
B.1	Campo di Mach, $NPR = 10$	140
B.2	Campo di Mach, $NPR = 16$	140
B.3	Campo di Mach, $NPR = 18$	140
B.4	Campo di Mach, $NPR = 25$	141
B.5	Campo di Mach, $NPR = 30$	141
B.6	Campo di Mach, $NPR = 50$	141
B.7	Campo di pressione statica, $NPR = 10$	142
B.8	Campo di pressione statica, $NPR = 16$	142
B.9	Campo di pressione statica, $NPR = 18$	142
B.10	Campo di pressione statica, $NPR = 25$	143
B.11	Campo di pressione statica, $NPR = 30$	143
B.12	Campo di pressione statica, $NPR = 50$	143
B.13	Campo di $ \vec{V} $, $NPR = 10$	144
B.14	Campo di $ \vec{V} $, $NPR = 16$	144
B.15	Campo di $ \vec{V} $, $NPR = 18$	144
B.16	Campo di $ \vec{V} $, $NPR = 25$	145

B.17 Campo di $ \vec{V} $, $NPR = 30$	145
B.18 Campo di $ \vec{V} $, $NPR = 50$	145
B.19 Campo di p° , $NPR = 10$	146
B.20 Campo di p° , $NPR = 16$	146
B.21 Campo di p° , $NPR = 18$	146
B.22 Campo di p° , $NPR = 25$	147
B.23 Campo di p° , $NPR = 30$	147
B.24 Campo di p° , $NPR = 50$	147
B.25 Campo di k , $NPR = 10$	148
B.26 Campo di k , $NPR = 16$	148
B.27 Campo di k , $NPR = 18$	148
B.28 Campo di k , $NPR = 25$	149
B.29 Campo di k , $NPR = 30$	149
B.30 Campo di k , $NPR = 50$	149
B.31 Campo di Mach, $M_e = 1.0$, $NPR = 10$	151
B.32 Campo di Mach, $M_e = 1.6$, $NPR = 10$	151
B.33 Campo di Mach, $M_e = 1.8$, $NPR = 10$	151
B.34 Campo di Mach, $M_e = 2.0$, $NPR = 10$	151
B.35 Campo di Mach, $M_e = 1.0$, $NPR = 12$	152
B.36 Campo di Mach, $M_e = 1.6$, $NPR = 12$	152
B.37 Campo di Mach, $M_e = 1.8$, $NPR = 12$	152
B.38 Campo di Mach, $M_e = 2.0$, $NPR = 12$	152
B.39 Campo di Mach, $M_e = 1.0$, $NPR = 14$	153
B.40 Campo di Mach, $M_e = 1.6$, $NPR = 14$	153
B.41 Campo di Mach, $M_e = 1.8$, $NPR = 14$	153
B.42 Campo di Mach, $M_e = 2.0$, $NPR = 14$	153
B.43 Campo di Mach, $M_e = 1.0$, $NPR = 16$	154
B.44 Campo di Mach, $M_e = 1.6$, $NPR = 16$	154

B.45 Campo di Mach, $M_e = 1.8$, $NPR = 16$	154
B.46 Campo di Mach, $M_e = 2.0$, $NPR = 16$	154
B.47 Campo di p° , $M_e = 1.0$, $NPR = 10$	155
B.48 Campo di p° , $M_e = 1.6$, $NPR = 10$	155
B.49 Campo di p° , $M_e = 1.8$, $NPR = 10$	155
B.50 Campo di p° , $M_e = 2.0$, $NPR = 10$	155
B.51 Campo di p° , $M_e = 1.0$, $NPR = 12$	156
B.52 Campo di p° , $M_e = 1.6$, $NPR = 12$	156
B.53 Campo di p° , $M_e = 1.8$, $NPR = 12$	156
B.54 Campo di p° , $M_e = 2.0$, $NPR = 12$	156
B.55 Campo di p° , $M_e = 1.0$, $NPR = 14$	157
B.56 Campo di p° , $M_e = 1.6$, $NPR = 14$	157
B.57 Campo di p° , $M_e = 1.8$, $NPR = 14$	157
B.58 Campo di p° , $M_e = 2.0$, $NPR = 14$	157
B.59 Campo di p° , $M_e = 1.0$, $NPR = 16$	158
B.60 Campo di p° , $M_e = 1.6$, $NPR = 16$	158
B.61 Campo di p° , $M_e = 1.8$, $NPR = 16$	158
B.62 Campo di p° , $M_e = 2.0$, $NPR = 16$	158
B.63 Confronto campo di Mach, getto2-off (sopra) e getto2-on (sotto)	159
B.64 Confronto campo di pressione, getto2-off (sopra) e getto2-on (sotto)	159
B.65 Confronto campo di $ \vec{V} $, getto2-off (sopra) e getto2-on (sotto)	160
B.66 Confronto campo di p° , getto2-off (sopra) e getto2-on (sotto)	160
B.67 Confronto campo di energia cinetica turbolenta, getto2-off (sopra) e getto2- on (sotto)	161

Elenco delle tabelle

1.1	Acronimi presenti nell'elaborato	3
1.2	Simboli presenti nell'elaborato	4
2.1	Confronto TIC e TOP	12
3.1	Isteresi della transizione rispetto NPR	34
5.1	Variabili geometriche di riferimento per l'ugello VOLVOS1	55
5.2	Caratteristiche delle tre mesh realizzate [6pt](* riferita all'ultima cella lungo il tratto divergente, ossia la prima a monte della sezione d'uscita)	71
5.3	Parametri delle correlazioni empiriche $X_{sep}/L = f(NPR)$	93
6.1	Configurazioni del getto secondario adattato	101
6.2	Risultati profilo $U(x = L, y)$ per NPR=14	107
6.3	Risultati profilo $U(x = L, y)$ per NPR=30	108
6.4	Configurazione del getto secondario sottoespanso	111
A.1	Scala di Ort. Quality	120
A.2	Scala di Skewness	120

Capitolo 1

Introduzione

Il funzionamento di un motore a razzo (endoreattore) si basa su due principali conversioni energetiche. La prima riguarda la trasformazione dell'energia chimica del propellente in energia termica, che avviene all'interno della camera di combustione. La seconda consiste nella conversione dell'energia termica in energia cinetica dei gas combusti, i quali si espandono lungo l'ugello, generando la spinta propulsiva. L'efficienza di questa seconda trasformazione è misurata dal parametro di efficienza dell'ugello, definito come il rapporto tra l'energia cinetica effettiva del getto in uscita e l'energia cinetica teorica che si otterrebbe attraverso un'espansione isentropica.

Nel progetto di un lanciatore a propellente liquido, si adotta tipicamente una configurazione a stadi per rispettare requisiti di missione, tale decisione implica però la presenza di motori con diverse finalità e condizioni di performance ottimale. In particolare, un endoreattore di primo stadio è responsabile della fase iniziale di un'ascesa verticale, che ha inizio convenzionalmente al livello del mare. Tuttavia, questo tipo di motore presenta un'importante criticità che influisce sia sull'efficienza dell'ugello del primo stadio, sia sull'integrità strutturale dell'intero assieme, compromettendo così la sicurezza del lancio. Un endoreattore di primo stadio è infatti predisposto a subire una specifica tipologia di intensi carichi istazionari chiamati *side loads* (carichi laterali) che hanno luogo durante le fasi di start-up (avviamento), a livello del mare.

L'origine di tali carichi è riconducibile al fenomeno della separazione dello strato limite turbolento che avviene all'interno dell'ugello, in condizioni di getto sovraespanso ($p_e < p_a$). Per gli ugelli appartenenti alla categoria Thrust Optimized Parabolic (TOP) esistono in particolare due possibili configurazioni del campo interno separato chiamate Free Shock Separation (FSS) e Restricted Shock Separation (RSS), la cui evoluzione è strettamente collegata al manifestarsi di due picchi caratteristici di carico laterale durante l'avviamento del motore.

Nel contesto appena descritto, le finalità del presente elaborato riguardano l'adozione di un dispositivo in grado di emettere un getto secondario coassiale in corrispondenza della sezione d'uscita di un modello in scala di ugello TOP fornito (VOLVO S1), per raggiungere condizioni di strato limite completamente aderente a parete (full flowing conditions) con pressioni di camera minori rispetto al funzionamento nominale senza dispositivo.

La valutazione del dispositivo sarà eseguita operativamente, garantendo il raggiungimento dei tre obiettivi ufficiali dell'elaborato.

1. Determinare mesh e modello di turbolenza ottimali per studio numerico parametrico di un getto sovraespanso tramite il software ANSYS Fluent, riproducendo casi test di riferimento dalla letteratura.
2. Caratterizzare lo start-up dell'ugello TOP assegnato, descrivendo l'evoluzione del getto fino condizioni full flowing ed estrapolando eventuali correlazioni fra NPR e posizione del punto di separazione.
3. Valutare gli effetti prodotti dall'accensione del getto secondario sulla separazione, verificando che il valore di NPR per condizioni full flowing sia minore di quello misurato in condizioni nominali. Identificare la migliore condizione operativa per il getto secondario tramite un ulteriore studio parametrico.

Gli studi numerici dell'elaborato consistono in una serie di simulazioni RANS da cui si estrapolano risultati volti a comprendere la fisica del problema e a quantificare i vantaggi introdotti dall'utilizzo del dispositivo citato per il controllo della separazione. Il presente

elaborato è suddiviso in sei sezioni principali. I capitoli 2, 3 e 4 hanno un carattere teorico e approfondiscono rispettivamente: il progetto degli ugelli di primo stadio e le tecniche per contrastare la separazione (2), gli aspetti gasdinamici che caratterizzano le due tipologie di getto sovraespanso separato citate (3) e, infine, le cause e la fenomenologia dei side loads durante il transitorio di avviamento (4). Il contenuto di questi capitoli si basa sulla letteratura di riferimento riportata in bibliografia.

Nei capitoli 5 e 6, si conducono gli studi numerici dell'elaborato in condizioni di getto secondario spento (5) e attivo (6). Nel capitolo 7 saranno revisionati i risultati ottenuti dalle simulazioni e presentate le conclusioni sul lavoro svolto e sui possibili futuri sviluppi della ricerca inerente al tema della separazione.

Parole chiave: *start-up, pressione di camera, NPR, separazione FSS & RSS, cap shock, side loads, simulazioni RANS, strato limite, disco di Mach, bolla di ricircolo*

Elenco degli acronimi

Acronimo	Descrizione
<i>FSS</i>	Free Shock Separation
<i>RSS</i>	Restricted Shock Separation
<i>TIC</i>	Truncated Ideal Contour
<i>TOP</i>	Thrust Optimized Parabolic
<i>ESA</i>	European Space Agency
<i>GSTP</i>	General Support Technology Programme
<i>FSCD</i>	Flow Separation Control Device
<i>RANS</i>	Reynolds-averaged Navier Stokes
<i>NPR</i>	Nozzle Pressure Ratio (p_c/p_a)
<i>SJ</i>	Getto supersonico
<i>MD</i>	Disco di Mach
<i>TP</i>	Punto Triplo
<i>QP</i>	Punto Quadruplo

Tabella 1.1: Acronimi presenti nell'elaborato

Elenco dei simboli

Simbolo	Descrizione
$\circ$	grandezza totale
i	sezione d'ingresso
t	sezione di gola
e	sezione d'uscita
a	ambiente esterno
w	parete ugello
1	getto principale
2	getto secondario
c	camera di combustione
$\rightarrow$	transizione
sep	punto di separazione
vac	vuoto
V	velocità assoluta [m/s]
u, v	componenti di velocità assiale e radiale [m/s]
M	numero di Mach
p	pressione [Pa]
μ	viscosità molecolare [kg/m/s]
δ^*	spessore di spostamento, strato limite [m]
τ_w	sforzo d'attrito tangenziale di parete [Pa]
C_f	coefficiente d'attrito
T	temperatura [K]
ρ	densità [kg/m ³]
A	sezione ugello [m ²]
ε	rapporto d'espansione (A_e/A_t)
γ	rapporto calori specifici
Γ	funzione di γ

Tabella 1.2: Simboli presenti nell'elaborato

Capitolo 2

Ugelli di primo stadio

Progettare un ugello per un motore di primo stadio significa essenzialmente definire un profilo ottimale per il tratto divergente, lungo cui si verifica l'espansione del getto ossia la conversione dell'energia potenziale disponibile in camera di combustione in energia cinetica che produce la spinta propulsiva.

Tre regole di riferimento guidano il design del profilo di un ugello [4]:

- I. Massimizzare l'impulso specifico nel vuoto $I_{s,vac} [s]$.
- II. Ridurre l'intensità dei side loads durante il transitorio di start-up (pressione di camera crescente).
- III. Evitare la separazione del flusso in condizioni di regime (pressione di camera nominale).

Constatando l'esistenza di un conflitto fra queste regole (per esempio fra I e III), sarà spesso necessario trovare un compromesso nelle scelte di progetto.

Questo capitolo offre quindi una panoramica sulle principali categorie di ugelli attualmente in uso, esaminando per ciascuna il rispetto delle tre regole appena citate. Vi è inoltre un'ultima sezione dedicata alle soluzioni sviluppate per contrastare il fenomeno della separazione e dei side loads, con riferimenti alla letteratura di settore.

2.1 Prestazioni di un endoreattore

Prima di descrivere le diverse tipologie di ugello, è opportuno richiamare le definizioni di alcuni importanti parametri che quantificano le prestazioni di un endoreattore. Per semplificare la trattazione, si considera il modello di endoreattore ideale che consiste nell'assumere le seguenti ipotesi:

- operazioni in regime stazionario
- gas perfetto come fluido operativo
- espansione isoentropica ($p^\circ \approx p_c = \text{cost.}$ & $T^\circ \approx T_c = \text{cost.}$)
- uscita del getto uniforme e monodimensionale (solo velocità assiale)
- equilibrio chimico in camera di combustione e modello di espansione *frozen* [11]

La spinta T è data dalla formula:

$$T = \dot{m}u_e + A_e(p_e - p_a)$$

e risulta massima in condizioni di getto adattato ($p_e = p_a$). Il rapporto fra spinta e portata di propellente consumato è chiamato velocità di scarico efficace c e rappresenta un primo parametro di prestazione:

$$c = \frac{T}{\dot{m}}$$

moltiplicando numeratore e denominatore per la forza $p_c A_t$, si potrebbero esplicitare altri due parametri chiamati velocità caratteristica c^* [m/s] e coefficiente di spinta C_F :

$$c = \frac{T}{\dot{m}} = \frac{p_c A_t}{\dot{m}} \cdot \frac{T}{p_c A_t} = c^* \cdot C_F$$

la velocità caratteristica dipende unicamente dall'efficienza di combustione, dal tipo di propellente e dal mixture ratio α (rapporto fra portate di ossidante e combustibile). Il

coefficiente di spinta è legato invece alla qualità dell'espansione lungo l'ugello ed è funzione del rapporto di espansione ε (A_e/A_t), del parametro γ e del rapporto fra pressione di camera e pressione ambiente, chiamato *nozzle pressure ratio* (NPR).

Adottando il modello di endoreattore ideale, l'espressione del coefficiente di spinta è la seguente:

$$C_F\left(\varepsilon, \gamma, \frac{p_c}{p_a}\right) = \Gamma \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} + \varepsilon \left(\frac{p_e}{p_c} - \frac{p_a}{p_c}\right) = C_{F,vac}(\varepsilon, \gamma) - \varepsilon \frac{p_a}{p_c}$$

in cui la dipendenza da ε è inclusa nel rapporto p_e/p_c , Γ è una funzione di γ e $C_{F,vac}$

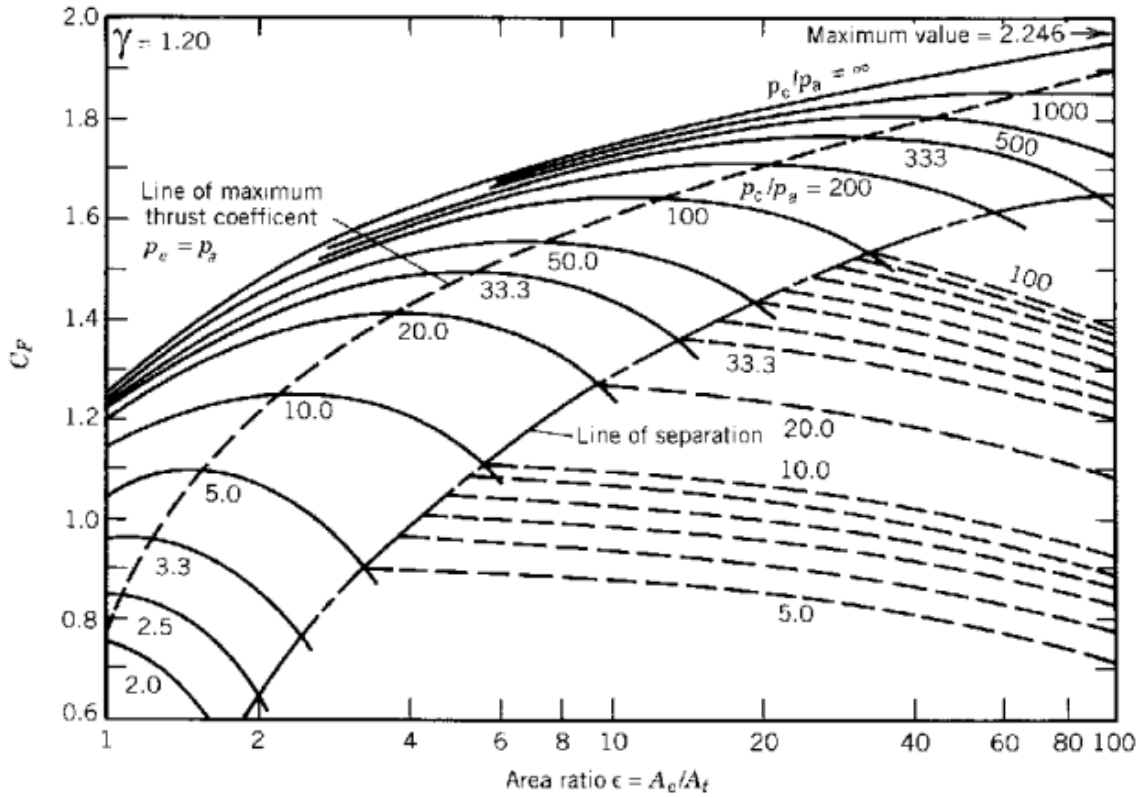


Figura 2.1: Coefficiente di spinta $C_F(\varepsilon)$ al variare di NPR (rif. [11])

Fissato un valore di NPR, ciascuna curva del coefficiente di spinta ha un massimo in corrispondenza del rapporto d'espansione tale che il getto esca in condizioni adattate con l'ambiente esterno. Si osserva inoltre che fissato il rapporto d'espansione dell'ugello, il valore di C_F aumenti con l'NPR ossia all'aumentare della pressione di camera oppure all'aumentare della quota: tale incremento $\Delta C_F|_{npr \uparrow}$ è più significativo per valori di ε

crescenti. Risulterebbe dunque vantaggioso fissare un rapporto d'espansione elevato per avere delle prestazioni ottimali ad alta quota ed incrementi di C_F significativi, ma aumentando eccessivamente ε si verificherebbe la separazione del flusso a causa delle condizioni di forte sovraespansione: il problema di un getto separato in condizioni di funzionamento stazionario non riguarda semplicemente un peggioramento del coefficiente di spinta, ma piuttosto il fatto che la separazione, essendo un fenomeno asimmetrico e instazionario, genera picchi di carico laterale potenzialmente capaci di causare gravi danni strutturali. Come ultimo parametro di prestazione, si richiama l'impulso specifico I_s [s] che nel caso specifico di endoreattore ideale, assumendo $c \approx \text{cost.}$, risulta:

$$I_s = \frac{c}{g_0} = \frac{c^* C_F}{g_0}$$

che in condizioni di espansione nel vuoto diventa:

$$I_{s,vac} = \frac{c^* C_{F,vac}}{g_0}$$

A questo punto è possibile spiegare come le regole I e III di progetto dell'ugello entrino in conflitto: per massimizzare l'impulso specifico nel vuoto si vorrebbe fissare un rapporto di espansione il più grande possibile ma ciò comporterebbe la separazione del getto in condizioni di regime. Sarà quindi necessario trovare un compromesso nel valore di ε , scegliendo quello più vicino alla soglia critica di separazione senza però oltrepassarla.

La regola II faceva invece riferimento ai side loads che si generano inevitabilmente per via della separazione instazionaria del getto durante la fase di start-up: quando la pressione del flusso scende al di sotto del 30% di quella ambiente, lo strato limite non dispone di sufficiente quantità di moto per contrastare il gradiente di pressione avverso, provocando così l'inversione del flusso e il distacco dello strato limite.

2.2 Categorie di ugello

Attualmente, nei lanciatori vengono adottate principalmente due specie di ugello: gli ugelli troncati ideali (TIC) e gli ugelli parabolici ottimizzati per la spinta (TOP). Nei prossimi paragrafi si presenteranno le caratteristiche di ciascuno, confrontando le rispettive capacità di soddisfare le regole di progetto elencate all'inizio del capitolo.

2.2.1 Ugello TIC

Assumendo un flusso supersonico 2D omoentropico, stazionario e supersonico, è possibile applicare il metodo delle linee caratteristiche (MOC) per definire il tratto divergente di un ugello che prevenga la coalescenza di linee caratteristiche ossia la nascita di urti che causerebbero perdite di pressione totale del getto. Con tale metodologia si assicurerebbe inoltre un'uscita del getto uniforme e parallela all'asse dell'ugello, annullando totalmente le perdite di divergenza. L'ugello definito tramite MOC è chiamato *ugello ideale* e

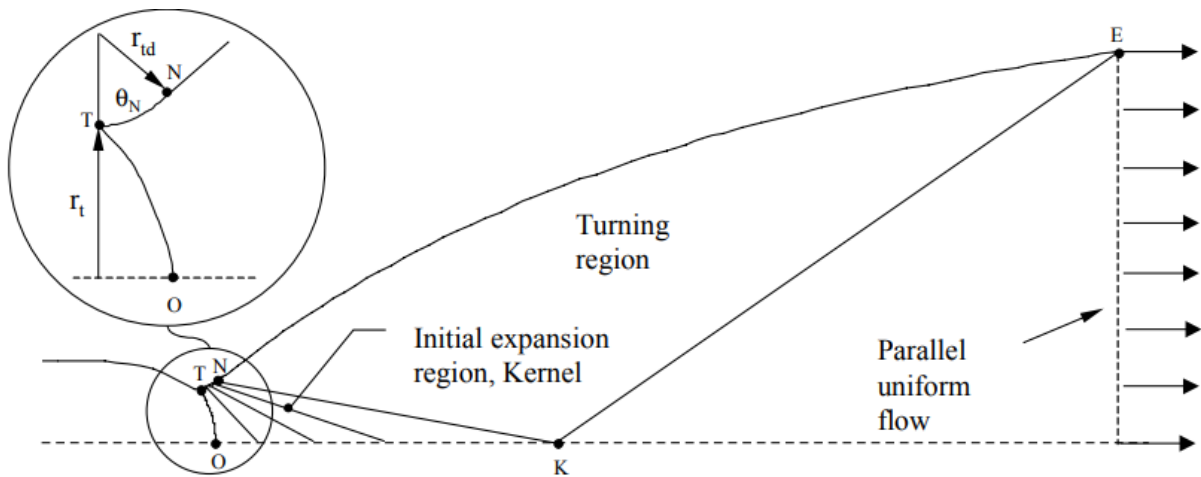


Figura 2.2: Profilo ugello ideale tramite MOC (rif. [14])

viene mostrato in figura 2.2: l'unico parametro di progetto presente è il Mach di design che fissa il valore di θ_N che definisce l'estensione della regione d'espansione iniziale. Il punto K rappresenta invece la posizione sull'asse dell'ugello in cui è raggiunto il Mach di design. Nonostante le minime perdite, l'ugello ideale non viene adottato nell'ambito dei lanciatori per la sua eccessiva lunghezza (necessaria a raddrizzare completamente il

flusso): un'estensione eccessiva risulta infatti problematica sia in termini di ingombro che di perdite d'attrito associate alla presenza dello strato limite che viene però trascurato nelle ipotesi del MOC. Il contributo di spinta prodotto dall'ultimo tratto dell'ugello ideale risulta inoltre trascurabile.

La soluzione che garantisce un ugello privo di urti interni, con uscita del getto quasi perfettamente assiale, è il cosiddetto *ugello troncato ideale* (TIC): oltre al Mach di design, sarà presente un secondo parametro di progetto ossia la lunghezza del divergente l_{div} che indica dove troncare l'ugello ideale e viene determinato tramite mappe con curve isolivello di alcuni parametri di prestazione.

Ricordando che la separazione del flusso avvenga convenzionalmente per valori di pressione di parete $< 0.3 p_a$, negli ugelli TIC lo strato limite si separa dalla parete e procede come getto libero senza mai riattaccarsi. Questa dinamica prende il nome di *free shock separation* (FSS) e verrà approfondita nel capitolo 3.

2.2.2 Ugello TOP

Negli anni '60, Rao propose l'ugello TOC (Thrust Optimized Contour) combinando il metodo delle caratteristiche (MOC) con tecniche variazionali per ottimizzare la spinta. Tuttavia, la complessità della sua realizzazione industriale portò ad un'approssimazione del tratto divergente mediante una parabola specifica, dando origine all'ugello TOP (Thrust Optimized Parabolic) a cui appartiene il Vulcain 2 del lanciatore Ariane 5. Nello specifico, fissata la geometria della gola, un tratto divergente parabolico è definito attraverso quattro parametri di progetto: angolo iniziale θ_i , angolo d'uscita θ_e , lunghezza del divergente l_{div} e rapporto d'espansione ε . Fissando il punto d'uscita, la parabola del TOP si individua tramite uno studio iterativo sui valori di θ_i e θ_e , trovando una combinazione che ottimizzi la spinta. Come nel caso dell'ugello TIC, una volta fissata la geometria della gola, esiste un unico ugello TOP in grado di intercettare un punto d'uscita assegnato. Tuttavia, a differenza del TIC, il metodo di progettazione del TOP non impedisce la coalescenza delle linee caratteristiche, generando così un tipico urto interno. Questo urto

ha origine nel punto di transizione tra l'arco di circonferenza della gola e la parabola che definisce il tratto divergente del TOP e risulta di debole intensità, dunque non produce perdite considerevoli di pressione totale ma al tempo stesso è decisivo per la configurazione del getto separato in condizioni di sovraespansione. Oltre al pattern di separazione FSS, nel caso in cui l'ugello presenti un urto interno, per un certo range di NPR può verificarsi una seconda configurazione chiamata *restricted shock separation* (RSS), caratterizzata da un sistema di urti nominato *cap shock pattern* e soprattutto dal riattacco dello strato limite a parete a valle del punto di separazione iniziale, formando una bolla di ricircolo chiusa. Maggiori dettagli sulla RSS saranno riportati nel capitolo 3.

2.2.3 Confronto TIC e TOP

Sebbene la definizione di ugello TOP esprima il concetto di ottimizzazione rispetto la spinta, esso produce in realtà performance simili in termini di $C_{F,vac}$ rispetto ad un ugello TIC ed in certi casi può essere addirittura superato da quest'ultimo. La parabola del TOP è infatti la migliore in termini di spinta rispetto a tutti i possibili ugelli parabolici ma non rispetto un ugello che derivi dal profilo ideale definito con il MOC.

Perciò sia TIC che TOP sono confrontabili in termini di impulso specifico nel vuoto, soddisfacendo il requisito I di progetto (pag. 5) nella stessa misura. Tuttavia, l'ugello TOP garantisce una pressione di parete maggiore del 21% rispetto al TIC per lo stesso punto d'uscita. Riferendosi alla figura 2.1, con il TOP si potrà quindi fissare un rapporto d'espansione superiore rispetto al TIC senza incorrere nella separazione in condizioni di funzionamento a regime. In altre parole, il TOP garantisce un margine superiore contro la separazione rispetto al TIC e quindi risulta più performante rispetto al requisito III.

In precedenza era stato detto che la natura instazionaria ed asimmetrica della separazione causi carichi perpendicolari all'asse dell'ugello chiamati side loads, i quali risultano inevitabili durante la fase di start-up. In queste circostanze, l'ugello TOP subisce due picchi di carico laterale durante lo start-up dovuti alla transizione $FSS \rightarrow RSS$ e ad un fenomeno chiamato *end effect* in cui la bolla oscilla attraverso la sezione d'uscita (maggiori dettagli

nella sezione 3.4). Poichè la configurazione RSS compare solo in ugelli che presentano urti interni, è logico dedurre che il TIC non soffra di questi due picchi di side load e di conseguenza soddisfi il requisito II meglio del TOP.

Si allega infine una tabella riassuntiva delle conclusioni tratte in merito al confronto fra ugelli TIC e TOP rispetto ai tre requisiti di pagina 5.

	TIC	TOP
r. I	✓	✓
r. II	✓	✗
r. III	✗	✓

Tabella 2.1: Confronto TIC e TOP

Lo studio del controllo della separazione è quindi cruciale per ottimizzare il soddisfacimento del requisito II nei TOP, evitando danni strutturali e scongiurando la necessità di spegnere il motore in presenza di carichi laterali eccessivi.

2.3 Soluzioni per il controllo della separazione

Per limitare i carichi derivanti dalla separazione asimmetrica e instazionaria del flusso nella fase iniziale del lancio, sono stati avviati programmi di ricerca volti al controllo della separazione, sia mediante lo sviluppo di ugelli avanzati che attraverso l'integrazione di dispositivi correttivi su quelli preesistenti. Risulta quindi utile offrire una panoramica sulle attività svolte in questo ambito.

Il General Support Technology Programme (GSTP) dell'Agenzia Spaziale Europea (ESA) è stato istituito il 13 maggio 1993 con l'obiettivo di maturare tecnologie spaziali che avessero superato le prime dimostrazioni di fattibilità. All'interno di questo programma si formò la divisione Flow Separation Control specializzata proprio nell'analisi dei flussi separati e dei side loads. Aziende come Volvo Aero parteciparono nelle ricerche del gruppo FSC collaborando con il KTH Royal Institute of Technology, pubblicando diversi studi utili a comprendere l'evoluzione di un getto sovraespanso e dei carichi che ne derivano [18],

[15], [16]. Furono inoltre avviate ulteriori ricerche sui dispositivi di controllo, tra cui quelle del programma Flow Separation Control Device, lanciato nel 1997 [14]. Queste attività hanno portato a risultati positivi sia in termini di innovativi ugelli di primo stadio in grado di abbassare l'intensità dei side loads sia in termini di dispositivi in grado di spingere la separazione fuori dall'ugello in condizioni di forte sovraespansione.

Ecco alcuni esempi riguardanti ugelli avanzati:

- **Polygon Nozzle:** patentato dalla Volvo Aero, questo tipo di ugello a sezione ottagonale fu testato nel 1998, dimostrando una significativa riduzione dei side loads. Gli angoli della sezione poligonale, infatti, interrompono le strutture caratteristiche del getto separato lungo la direzione circonferenziale, limitando così lo sviluppo di carichi trasversali [15] .
- **Dual Bell:** appartiene alla categoria degli *Altitude Compensating Nozzles* (ACN) ossia ugelli con 2+ quote di performance ottimale (condizioni di getto adattato). Questa specifica tipologia presenta infatti due campane d'espansione distinte, per avere un punto di ottimo sia a bassa che ad alta quota. Il punto di transizione fra le due campane introduce una discontinuità geometrica che ha un impatto decisivo sul fenomeno della separazione del flusso [2], [3]: si dimostra infatti che per un certo range di NPR, il punto di separazione tende ad ancorarsi allo spigolo tra le due campane, favorendo una separazione simmetrica e prevenendo lo sviluppo dei picchi di carico laterale visti nel TOP.
- **TICTOP:** l'ugello presentato da M. Frey et al. in [4] combina i vantaggi del TIC nel contenimento dei side loads con l'ampio margine di separazione del TOP in un unico ugello che presenta un divergente costituito da un primo tratto TIC ed un tratto parabolico TOP di valle. Nello specifico, la parte TIC in prossimità della gola previene lo sviluppo dell'urto interno responsabile della transizione $FSS \rightarrow RSS$, evitando così due picchi di carico laterale durante lo start-up. La realizzazione del TICTOP avviene iterativamente in base alla posizione del punto d'uscita e alla

pressione di parete terminale. In questo processo vengono determinati i valori del Mach di progetto del tratto TIC e della coordinata assiale del punto di transizione, in modo da evitare urti interni (che originerebbero proprio dal punto di transizione) e valori consistenti di $\partial p_w / \partial x$, il cui valore assoluto risulta inversamente proporzionale all'intensità dei carichi laterali durante il regime di separazione FSS.

Per quanto riguarda i dispositivi di controllo del punto di separazione, si possono distinguere due esempi principali.

- **Microjets:** l'iniezione di microgetti trasversali lungo la parete rappresenta una strategia promettente per il controllo della separazione [7]. Questa tecnica offre due principali vantaggi: da un lato, favorisce l'espulsione del punto di separazione al di fuori dell'ugello a pressioni di camera più basse e dall'altro, migliora l'uniformità del getto nella sezione di uscita. Si è infatti dimostrato che tali microgetti possono influenzare la separazione in due modi distinti: sia inducendo la separazione nei rispettivi punti di iniezione, contribuendo così a ridurre l'asimmetria del getto separato, analogamente a quanto avviene negli ugelli Dual Bell, sia generando vortici controrotanti, che convogliano flusso ad alta quantità di moto verso la parete, rafforzando lo strato limite e ritardando il punto di separazione. L'unico svantaggio di questi dispositivi è che la loro efficacia dipende fortemente dalla vicinanza al punto di separazione. Di conseguenza, per garantire un controllo ottimale, è necessario rendere questa tecnica adattiva alle condizioni operative dell'ugello.
- **Getto secondario:** l'adozione di un dispositivo in grado di emettere un getto secondario coassiale lungo il labbro della sezione di uscita di un ugello rappresenta una possibile soluzione per il problema della separazione [1]. L'idea di base consiste nell'eliminare la causa fisica del fenomeno, ossia il gradiente di pressione avverso generato dall'ambiente esterno, creando una barriera fluidica che impedisca all'aria esterna di penetrare nell'ugello. Si osserva infatti che una volta avvenuta la separazione del getto, si sviluppi un flusso di ricircolo alimentato ad aria esterna.

L'introduzione di un getto secondario ad alta quantità di moto consente di interrompere questo flusso o addirittura di prevenirne la formazione fin dall'origine. Il getto secondario ad alta quantità di moto, innesca inoltre il cosiddetto effetto eiettore che smaltisce la porzione di fluido ad alta pressione, intrappolata nelle eventuali bolle di ricircolo. In conclusione, il gradiente di pressione avverso risulterà più contenuto e il punto di separazione potrà dunque avanzare verso l'uscita dell'ugello, a parità di condizioni di camera.

L'impiego di un dispositivo che generi un getto secondario per spostare il punto di separazione al di fuori dell'ugello rappresenta una tecnologia di più immediata applicabilità, con vantaggi sia nelle condizioni di funzionamento stazionario che durante il transitorio dell'ugello. Per questo motivo nel presente elaborato se ne analizzano gli effetti, testandone l'efficacia su un modello in scala di ugello TOP. Tra l'altro, la scelta di questa specifica tipologia di ugello non è casuale: da un lato, si intende studiare l'interazione del dispositivo con un getto principale separato in configurazione RSS, dall'altro, il TOP è noto per essere maggiormente esposto ai carichi laterali, rendendo particolarmente valorizzabile l'esito dei risultati conseguiti.

Capitolo 3

Regimi di separazione FSS e RSS

Negli ugelli che operano a livello del mare, durante la fase di start-up, si verifica la separazione dello strato limite turbolento per effetto di un gradiente di pressione avverso sufficientemente intenso. In precedenza è stato detto che per le categorie di ugello che presentano urti interni vi siano due possibili configurazioni del getto sovraespanso separato, nominate *Free Separation Shock* (FSS) e *Restricted Separation Shock* (RSS). Per numeri di Reynolds tipici del settore degli endoreattori, il verificarsi di una delle due fenomenologie dipende unicamente dal rapporto di pressione di camera con la pressione ambiente, chiamato *Nozzle Pressure Ratio* (NPR).

Nel presente capitolo, si pone l'obiettivo di caratterizzare dal punto di vista gasdinamico le due configurazioni citate, analizzandone le cause, la tipologia e la disposizione degli urti, nonché le interazioni con lo strato limite e l'ambiente esterno.

3.1 Teoria generale del flusso separato

La separazione del flusso è un fenomeno generale che non si limita al campo degli endoreattori, ma interessa tutti i flussi che si sviluppano lungo una superficie solida: la presenza di uno strato limite è infatti la condizione necessaria per il verificarsi della separazione.

Nel 1904, Prandtl dimostrò che un flusso a contatto con una parete può essere suddiviso in due regioni distinte, ciascuna con proprietà differenti: una sottile porzione adiacente alla

superficie denominata strato limite, in cui gli effetti d'attrito viscoso sono predominanti, e una rimanente regione sovrastante in cui l'influenza dell'attrito risulta trascurabile. Di conseguenza, il fluido nello strato limite viene rallentato dalla parete tramite la condizione no-slip, mentre il flusso potenziale esterno ne favorisce l'accelerazione. Si dimostra inoltre che la pressione statica, determinata dall'evoluzione del flusso principale, sia costante lungo lo spessore dello strato limite.

Il gradiente di pressione lungo la direzione del flusso principale è il principale responsabile della separazione dello strato limite dalla parete. In presenza di un gradiente di pressione avverso, ovvero quando la pressione aumenta lungo la direzione del flusso, l'energia cinetica delle particelle fluide si converte in energia potenziale. All'interno dello strato limite, dove le velocità sono tipicamente più basse, le particelle possiedono un'energia cinetica limitata, insufficiente a superare l'aumento di pressione. Di conseguenza, vengono progressivamente rallentate fino a fermarsi ed invertire il proprio moto, determinando la separazione dello strato limite e la formazione di una zona di ricircolo adiacente alla parete. La separazione di un flusso avviene quindi solo in presenza simultanea di attrito viscoso (strato limite) e di un gradiente di pressione avverso di intensità sufficiente. In quest'ultimo caso, il trasferimento di quantità di moto nella direzione normale alla parete può fornire energia cinetica agli strati inferiori del fluido, permettendo loro di contrastare l'aumento di pressione. Questo spiega perché uno strato limite turbolento tende a separarsi più a valle rispetto a uno laminare, grazie alla maggiore capacità di rimescolamento e trasferimento energetico tra le diverse regioni del fluido.

Analiticamente, nel punto di separazione di uno strato limite bidimensionale, lo sforzo tangenziale di parete vale zero:

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w = 0$$

dove u è la componente di velocità fluida parallela alla parete ed y è la coordinata spaziale in direzione normale alla parete.

Si approfondisce ora la fenomenologia della separazione da un punto di vista analitico, partendo dalla forma non conservativa del bilancio di quantità di moto in direzione x ,

parallela alla parete:

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla u \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\nabla \cdot \vec{V}}{3} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (3.1)$$

Considerando un punto a parete, si applica la condizione no slip: $u = v = w = 0$

Si annullano inoltre le derivate rispetto al tempo e alle coordinate x e z .

Assumendo viscosità costante lungo lo strato limite, si riscrive l'equazione 3.1 a parete:

$$0 = - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.2)$$

Osservando che $\partial/\partial x (\partial v/\partial y) = \partial/\partial y (\partial v/\partial x)$ si elimina pure il secondo addendo al secondo membro dell'equazione 3.2, ottenendo infine la seguente formula, valida per un punto arbitrario di parete:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)_w = \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad \text{ossia} \quad \frac{\partial \tau_w}{\partial y} = \frac{\partial p_w}{\partial x} \quad (3.3)$$

l'equazione 3.3, derivante dal bilancio di quantità di moto in direzione x , è valida in ogni punto della parete e dimostra che nel punto di separazione si avrà:

$$x = x_{sep} : \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} > 0 & \text{da } \tau_w = 0 \\ \frac{\partial p_w}{\partial x} > 0 & \text{(gradiente avverso)} \end{cases} \quad (3.4)$$

Le espressioni appena trovate valgono sia per flussi subsonici che supersonici, ma nel presente elaborato si considera unicamente il caso specifico di un flusso supersonico turbolento che separa per effetto di un gradiente di pressione avverso di sufficiente intensità. In tali circostanze, il flusso si adatterà all'ambiente di alta pressione tramite un sistema d'onde d'urto.

Ricapitolando, la separazione dello strato limite turbolento in un flusso supersonico si verifica quando il fluido in questa regione non è più in grado di compensare, in termini di energia cinetica, il rallentamento imposto dal flusso inviscido esterno, influenzato dal gradiente di pressione avverso. Questo fenomeno dà origine a un complesso sistema di interazioni tra onde d'urto e strato limite.

3.1.1 Un modello analitico di riferimento

Il concetto d'interazione libera di Chapman richiamato in [14], fornisce un modello analitico di riferimento per le interazioni strato limite/onde d'urto nei flussi supersonici separati. Si dimostra innanzitutto che le proprietà della maggior parte di tali interazioni siano indipendenti dalla causa fisica della separazione, sia un ostacolo solido oppure un'onda d'urto incidente. Si prenda per esempio il caso di un flusso supersonico che investe una rampa inclinata dell'angolo α :

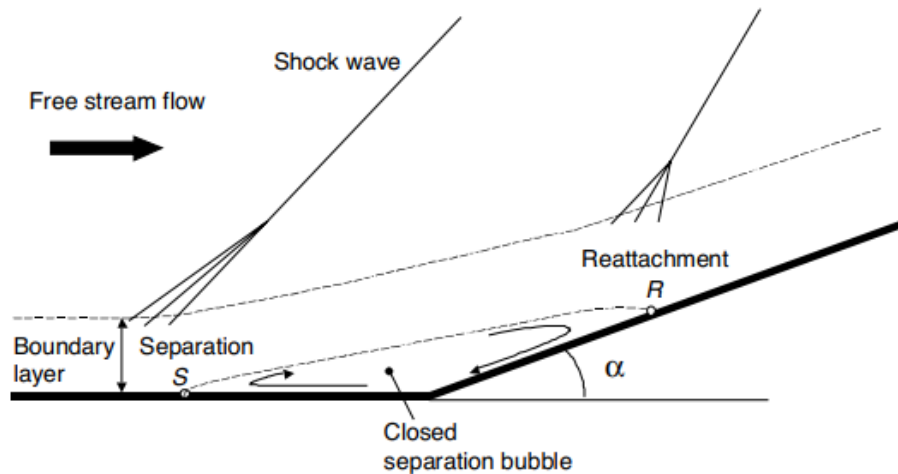


Figura 3.1: Interazioni strato limite/urti per flusso supersonico su rampa

si dimostra che la distribuzione della pressione di parete inerente a questo caso sia in realtà comune ad altri casi d'interazione strato limite/urti presenti in letteratura (pag. 28 di [14]). Il tipico profilo è mostrato nella prossima figura.

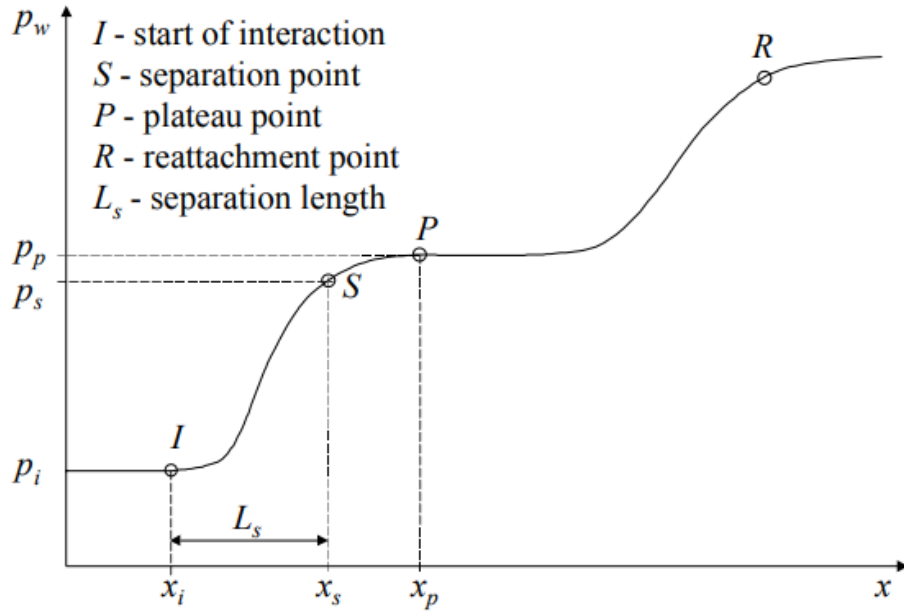


Figura 3.2: Tipico andamento della pressione di parete in casi di separazione di flussi supersonici (rif. [14])

La pressione sulla parete aumenta bruscamente poco dopo l'inizio dell'interazione nel punto I . Il flusso si separa dalla parete in S , situato a una distanza L_s da I . Dopo la separazione, la pressione sulla parete cresce gradualmente fino a raggiungere un tratto di plateau con un valore quasi costante, noto come pressione di plateau p_p . L'estensione di questa regione riflette la dimensione della bolla di ricircolo chiusa e p_p rappresenta la pressione all'interno di essa. Avvicinandosi al punto di riattacco in R , si osserva infine un secondo incremento di pressione. Dimostrando l'indipendenza di questo andamento dalla geometria di valle assegnata (una rampa in questo caso particolare), è stato possibile formulare un'unico modello analitico descritto dal concetto d'interazione libera di Chapman. In questa teoria si considera un'interazione di base fra strato limite ed urto all'interno di un flusso supersonico piano, adiabatico ed uniforme. Il numero di Mach M_i e la pressione p_i definiscono le proprietà del flusso inviscido uniforme proveniente dall'infinito di monte. Il coefficiente d'attrito C_f e lo spessore di spostamento δ^* definiscono le proprietà locali dello strato limite. L'angolo θ descrive invece la deflessione del flusso rispetto la direzione della corrente dell'infinito di monte.

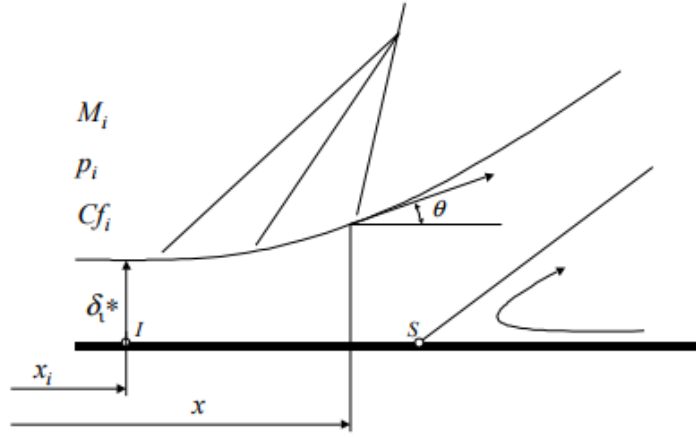


Figura 3.3: Schema del modello d'interazione libera di Chapman

Chapman assunse due ipotesi nel dominio dell'interazione:

- 1) Strato limite che rispetta il principio di similarità
- 2) Deviazione del flusso esterno inviscido definito dall'evoluzione dello spessore di spostamento dello strato limite:

$$\frac{d\delta^*}{dx} = \theta - \theta_i \quad (3.5)$$

Di seguito, nell'equazione 3.5 si normalizza l'ascissa con una lunghezza di riferimento l e lo spessore δ^* con l'omonimo valore misurato all'origine dell'interazione δ_i^* , ottenendo:

$$\theta - \theta_i = \frac{\theta_i^*}{l} \cdot \frac{d(\delta^*/\delta_i^*)}{ds} = \frac{\delta_i^*}{l} \cdot f_1(s) \quad (3.6)$$

dove $s = (x - x_i)/l$ ed $f_1(s)$ rappresenta una funzione adimensionale che caratterizza la deflessione del flusso esterno.

Successivamente, si integra da $x = x_i$ l'equazione 3.3 dopo averla resa adimensionale introducendo lo sforzo d'attrito di parete $\tau_w = \frac{1}{2}\rho_i u_i^2 C_{fi}$ nel punto x_i :

$$\frac{p - p_i}{q_i} = \frac{l}{\delta_i^*} C_{fi} \cdot \int_0^s \frac{\partial(\tau_w/\tau_{wi})}{\partial(y/\delta_i^*)} ds = \frac{l}{\delta_i^*} C_{fi} \cdot f_2(s) \quad (3.7)$$

dove $q_i = \frac{1}{2}\rho_i q_i = \frac{1}{2}p_i \gamma M_i^2$

con $f_2(s)$ che indica una nuova funzione adimensionale collegata all'aumento di pressione.

Moltiplicando l'equazione 3.6 per la 3.7, risulterà:

$$F(s) = \sqrt{f_1 \cdot f_2} = \sqrt{\frac{p - p_i}{q_i} \cdot \frac{\nu(M_i) - \nu(M)}{C_{fi}}} \quad (3.8)$$

dove $\theta - \theta_i = \nu(M) - \nu(M_i)$ per la legge di Prandtl-Mayer.

Chapman infine sostituì la differenza $\nu(M_i) - \nu(M)$ in funzione del rapporto $(p - p_i)/q_i$, ottenendo la formula finale:

$$F(s) = \frac{p - p_i}{q_i} \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{M_i^2 - 1}}{2C_{fi}}} \quad (3.9)$$

La funzione $F(s)$ si determina sperimentalmente e risulta indipendente dai numeri di Mach e di Reynolds. In letteratura (pag. 31 di [14]) è riportata la correlazione sperimentale di Erdos e Pallone, che determina due valori particolari per $F(s)$:

$$F(s) = \begin{cases} 4.22 & \text{per } s = 1 & (\text{punto di separazione}) \\ 6.0 & \text{per } s = 4 & (\text{regione di plateau}) \end{cases} \quad (3.10)$$

Riscrivendo l'equazione 3.9, esplicitando il rapporto di pressioni di parete:

$$\frac{p(s)}{p_i} = 1 + F(s)\gamma M_i^2 \sqrt{\frac{C_{fi}}{2\sqrt{M_i^2 - 1}}} \quad (3.11)$$

fù da questa formulazione che Erdos e Pallone ricavarono nel 1962 un criterio di separazione derivante dal concetto d'interazione libera di Chapman, attraverso il quale è possibile determinare la pressione di parete nel punto di separazione S e nella regione di ricircolo associata al tratto di plateau, noto il valore di pressione incipiente p_i :

$$\begin{aligned} \frac{p_s}{p_i} &= 1 + 4.22\gamma M_i^2 \sqrt{\frac{C_{fi}}{2\sqrt{M_i^2 - 1}}} \\ \frac{p_p}{p_i} &= 1 + 6.0\gamma M_i^2 \sqrt{\frac{C_{fi}}{2\sqrt{M_i^2 - 1}}} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Tali rapporti crescono all'aumentare di M_i e si riducono al diminuire di C_{fi} (ossia all'aumentare di Re_{δ_i}).

In conclusione, si dimostra che le correlazioni 3.12 derivanti dalla teoria di libera interazione di Chapman, riproducono fedelmente i risultati sperimentali per $Re_{\delta_i} < 10^5$ e $M_i < 5$. Al di fuori di questo intervallo, sarà necessario adottare correlazioni alternative.

3.2 Fenomeno della separazione in ugelli

Si specializza ora la trattazione del fenomeno di separazione nel caso dei getti sovraespansi in categorie di ugello che presentano urto interno (CTIC, TOC, TOP). La presenza di un gradiente avverso di pressione di sufficiente intensità provocherà la separazione dello strato limite turbolento del flusso supersonico che evolve lungo le pareti dell'ugello. In questo caso, il gradiente avverso di pressione non è più indotto da un ostacolo fisico (es: rampa inclinata di α gradi), bensì da un ambiente esterno a pressione $p_a = 101325$ Pa, corrispondente alle condizioni sea level in cui si svolge lo start up degli ugelli di primo stadio. Si ricorda che un getto è definito sovraespanso quando la pressione di parete teorica in sezione d'uscita $p_{e,vac}$ (ossia la pressione di parete se il flusso fosse espulso nel vuoto) risulti minore di p_a . In condizioni di sovraespansione acuta, ricerche passate hanno dimostrato l'esistenza di due regimi di separazione caratteristici che si instaurano all'intero dell'ugello. Nelle prossime sezioni si descriveranno queste due configurazioni, analizzandone le caratteristiche più identificative come disposizione di urti e profili di pressione di parete.

3.3 Modello FSS

Nelle prime fasi dello start-up di un ugello operante a livello del mare, la differenza fra pressione di camera e pressione ambiente risulta contenuta ed il getto separa all'interno dell'ugello secondo un modello chiamato *free shock separation* (FSS).

Una separazione FSS prevede il completo distacco dello strato limite turbolento dalle

pareti dell'ugello senza mai riattaccarsi a valle. Tale fenomeno comporta una tipica configurazione del campo interno, mostrato in figura 3.4:

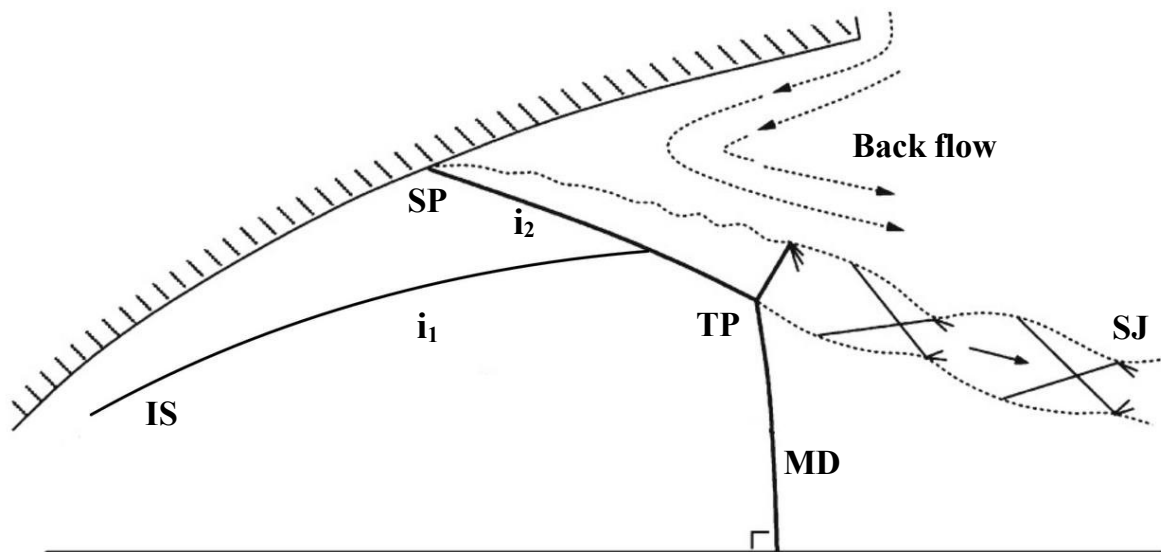


Figura 3.4: Separazione FSS (rif. [13])

La separazione del flusso e la conseguente formazione di una zona di ricircolo danno origine a un urto obliquo di separazione in prossimità della parete (i_2), il quale si riflette sull'asse dell'ugello attraverso una riflessione di Mach. Nel punto in cui l'urto obliquo incidente interagisce con il disco di Mach (MD), si genera un urto riflesso. Il punto in cui queste tre strutture si incontrano è denominato infatti punto triplo (TP). Il getto separato procede come getto libero supersonico (SJ) deflesso verso l'asse dell'ugello mentre il fluido dell'ambiente esterno è risucchiato dentro l'ugello, alimentando la zona di ricircolo. Si osservi inoltre la presenza di strati di taglio (shear layers) che delimitano il getto supersonico, il quale subisce una serie alternata di urti ed espansioni per adattarsi alla pressione ambiente. In Figura 3.4 è inoltre illustrato l'urto interno (i_1), caratteristico degli ugelli CTIC, TOC e TOP. Si dimostrerà che nei casi di separazione FSS relativi all'ugello TOP assegnato per le future simulazioni, tale urto va a coalescere con l'urto obliquo di separazione (i_2) in una posizione al di sopra del punto triplo.

L'andamento della pressione sulla parete lungo la direzione di scarico è determinato principalmente dalla dinamica delle interazioni tra urti e strato limite già anticipate. Si riporta in figura 3.5, il tipico andamento di p_w nella separazione FSS. Come prima osservazione,

la separazione FSS introduce una serie di alterazioni nel profilo di pressione sulla parete, rispetto a quello che si otterrebbe in un'espansione nel vuoto. Queste deviazioni iniziano nel punto d'incipiente separazione associato alla pressione p_i . In seguito, la pressione di parete cresce rapidamente fino al valore di plateau p_p sensibilmente inferiore alla pressione ambiente p_a .

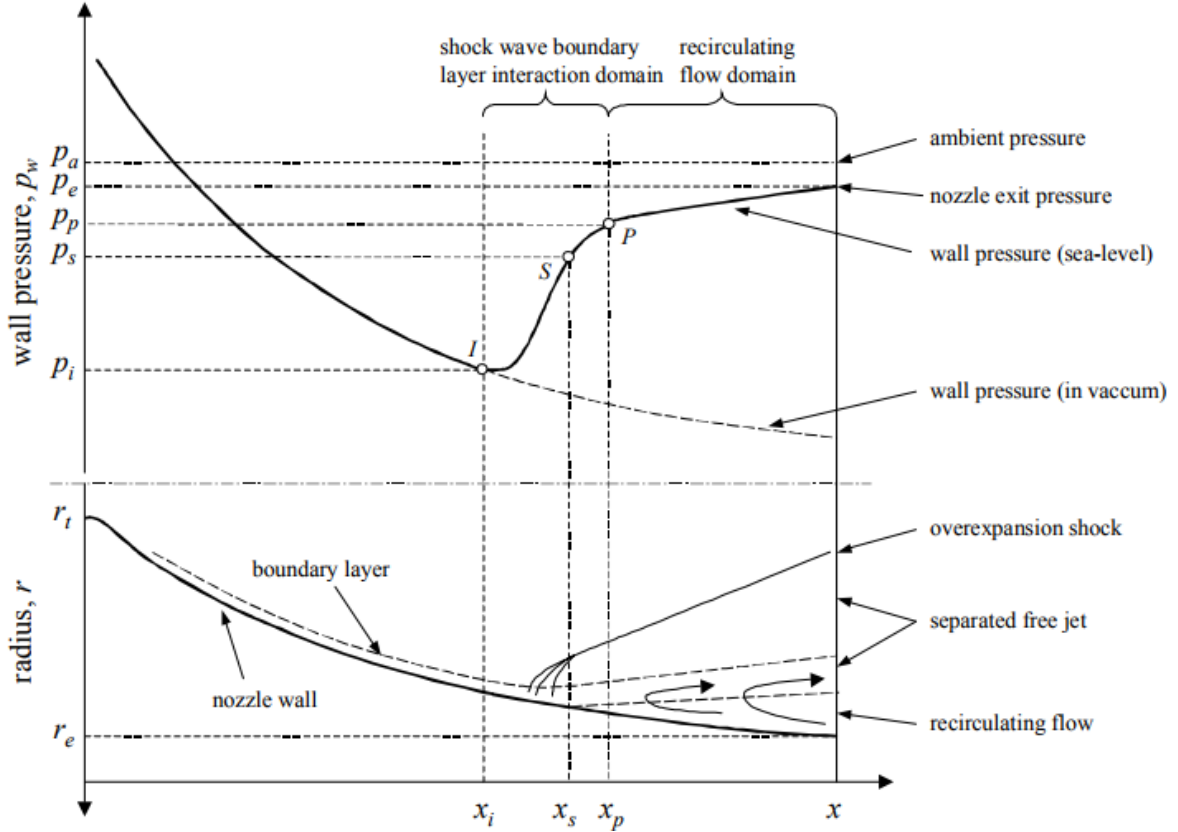


Figura 3.5: Profilo p_w in separazione FSS (rif. [14])

Ricerche passate (pag. 40 di [14]) dimostrarono inoltre che la posizione del punto di effettiva separazione x_s , da cui scaturisce convenzionalmente l'omonimo urto obliquo, oscilla a bassa frequenza fra il punto d'incipiente separazione x_i ed il punto x_p , in cui si raggiunge la pressione di plateau. Nella zona di ricircolo a monte della regione di separazione, si registra un secondo incremento di pressione più graduale, che dal valore p_p cresce fino al valore p_e in sezione d'uscita, di poco inferiore alla pressione ambiente. In sintesi, il primo incremento di pressione sulla parete è attribuibile all'oscillazione del fronte d'urto di separazione tra x_i ed x_p , mentre il secondo è causato dal flusso proveniente dall'ambiente

esterno, che determina un aumento di pressione nella zona di ricircolo.

Una possibile tecnica per prevedere il punto di separazione incipiente x_i in regime FSS, consisterebbe nel utilizzare il profilo di espansione nel vuoto dell'ugello considerato e leggere il valore dell'ascissa corrispondente al valore p_i . Operativamente si calcola il valore del rapporto p_i/p_a per poi estrarne il numeratore moltiplicando per la pressione ambiente assegnata. Si osservi che tale rapporto possa essere espresso anche nel seguente modo:

$$\begin{aligned}\frac{p_i}{p_a} &= \frac{p_i}{p_p} \cdot \frac{p_p}{p_a} \\ \frac{p_i}{p_p} &\propto \text{primo incremento } p_w \\ \frac{p_p}{p_a} &\propto \text{secondo incremento } p_w\end{aligned}\tag{3.13}$$

Di conseguenza, il rapporto p_i/p_a è determinato da due fenomeni distinti, responsabili degli incrementi di pressione: l'oscillazione del punto di separazione e del relativo fronte d'urto che influenzano p_i/p_p , e il flusso esterno che alimenta la zona di ricircolo, incidendo su p_p/p_a .

Fra i possibili criteri di separazione per determinare il valore p_i/p_a in condizioni FSS, si citano:

- Criterio di Summerfield: $p_i/p_a \approx 0.4$
- Criterio di Schmucker: $p_i/p_a = (1.88M_i - 1)^{-0.64}$ con M_i : Mach inviscido

Questi criteri sono in grado di riprodurre risultati sperimentali con un margine di precisione del 20%. L'impossibilità di ottenere stime più accurate deriva dall'adozione di un'unica formulazione per descrivere un risultato influenzato da due fenomeni distinti per natura. In criteri più sofisticati infatti, il rapporto p_i/p_a è calcolato moltiplicando correlazioni specializzate per p_i/p_p e per p_p/p_a .

3.4 Modello RSS

Scoperto da Nave e Coffey [12] nel 1973 durante i test del motore J-2S, il regime di separazione RSS appare all'interno di ugelli con urto interno (CTIC, TOC, TOP) per un determinato intervallo di NPR, definito come il rapporto fra pressione di camera dell'ugello e pressione dell'ambiente esterno. In figura 3.6 è mostrata la tipica configurazione del getto in separazione RSS.

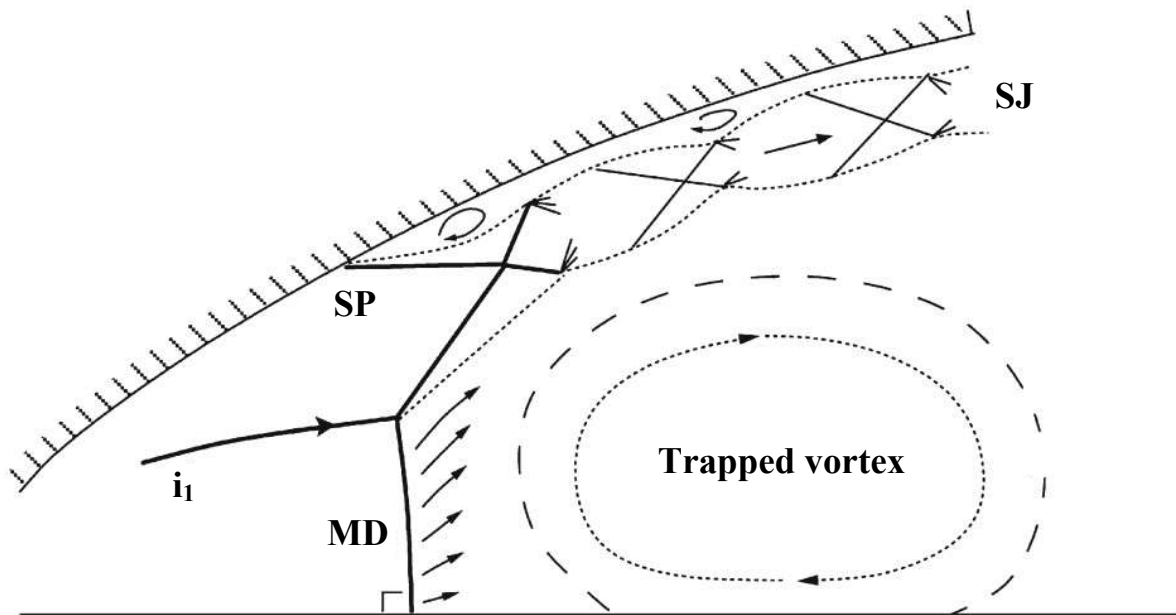


Figura 3.6: Separazione RSS (rif. [13])

La configurazione tipica degli urti che caratterizza questo regime di separazione è nota come *cap shock pattern* [19]. Questa struttura si distingue per la presenza di un punto triplo, dove convergono l'urto interno (i_1), il disco di Mach (MD) e il conseguente urto riflesso. Quest'ultimo interagisce con l'urto obliquo di separazione nel cosiddetto punto quadruplo, da cui ha infatti origine una coppia di urti riflessi. Si nota inoltre la presenza di un getto supersonico deflesso verso le pareti dell'ugello, che interagisce con lo strato limite e ne provoca il riattacco in diverse posizioni. Sono inoltre distinguibili diverse bolle di ricircolo chiuse lungo la parete e un vortice situato a valle del disco di Mach, associato a un gradiente di pressione avverso.

Si vuole ora descrivere il processo di transizione $FSS \rightarrow RSS$ che si verifica per un certo valore di NPR durante lo start-up. Innanzitutto occorre ribadire che il verificarsi della configurazione RSS sia strettamente dipendente dalla presenza dell'urto interno che nasce in prossimità della gola in alcune categorie di ugello citate all'inizio del paragrafo.

Le fasi iniziali dello start-up sono caratterizzate dalla separazione FSS, in cui l'urto interno interseca l'urto obliquo di separazione in una posizione situata al di sopra del punto triplo. L'urto di coalescenza che ne deriva, interseca il disco di Mach proprio nel punto triplo, originando un urto riflesso. Aumentando progressivamente il valore del NPR, sia il punto di separazione che il disco di Mach avanzano verso valle. Di conseguenza, l'urto interno intercetterà l'urto obliquo di separazione in una posizione sempre più prossima al punto triplo, riducendo l'estensione dell'urto di coalescenza. Si arriva quindi ad un valore speciale del NPR, tale per cui l'urto interno colpisce proprio il punto triplo della configurazione FSS e non vi è più un urto di coalescenza. In queste condizioni l'urto riflesso è ora il prodotto dell'interazione fra urto obliquo di separazione, urto interno e disco di Mach. Il punto triplo diventa quindi un punto quadruplo.

Questa configurazione risulta però momentanea, in virtù del fatto che rappresenta l'istante iniziale della transizione verso il regime RSS: il punto quadruplo infatti si suddivide in due punti tripli, congiunti da un piccolo urto normale chiamato disco di Mach anulare [19]. Nel punto triplo superiore s'incontrano urto obliquo di separazione, disco di mach anulare e l'urto riflesso, nel punto triplo inferiore è invece l'intersezione dell'urto interno con il disco di mach principale e quello anulare.

Successivamente, il disco di Mach anulare si inclina, convertendosi in urto conico per effetto dell'interazione fra urto interno e disco di Mach. Questo nuovo urto conico determina la deflessione del flusso di valle verso la parete dell'ugello ed il punto triplo superiore si evolve in punto quadruplo da cui partono due urti riflessi, nati dall'interazione con l'urto di separazione. Si ottiene così la configurazione del cap shock pattern mostrata in figura 3.6.

Ricapitolando le fasi della transizione $FSS \rightarrow RSS$ appena descritte:

1. Incremento del NPR fino a raggiungere la condizione in cui l'urto interno incide sul punto triplo della configurazione FSS, trasformandolo in un punto quadruplo.
2. Suddivisione del punto quadruplo in due punti tripli, collegati da un disco di Mach anulare di lunghezza ridotta.
3. Transizione del disco di Mach anulare in un urto conico, formazione del cap shock pattern

Si descrivono ora i passaggi finali per l'instaurazione della separazione RSS.

Durante la formazione del cap shock pattern, si generano una serie di strutture vorticosi lungo l'asse dell'ugello, a valle del disco di Mach. L'aumento della pressione in questa regione crea una forza che ostacola l'avanzamento del disco di Mach. Di conseguenza, la distanza assiale tra il punto di separazione e il disco di Mach si riduce progressivamente, attraversando una fase transitoria. Tale processo provoca inoltre l'accorciamento dell'urto di separazione e l'estensione dell'urto conico. Questi fenomeni alimentano ulteriormente sia la deflessione del flusso verso la parete, sia le strutture vorticosi a valle del disco di Mach che infine si stabilizzano in un unico vortice mostrato in figura 3.6, associato ad un gradiente di pressione avverso. Il getto libero viene infine spinto a riattarsi in alcuni punti della parete, intrappolando svariate bolle di ricircolo, ed il sistema raggiunge infine la condizione di separazione RSS.

3.4.1 Dettagli sul vortice intrappolato

La disuniformità del flusso di monte che impatta il disco di Mach rappresenta il principale meccanismo per la formazione del vortice intrappolato. In condizioni di transizione $FSS \rightarrow RSS$, l'intensità dell'urto lungo i punti del disco di Mach non può rimanere costante per via della disuniformità del flusso in arrivo da monte e della pressione pressoché uniforme presente a valle.

Di conseguenza, il disco di Mach si deforma assumendo una curvatura che influenza la

formazione del vortice intrappolato a valle. Nasuti e Onofri (pag. 165 di [13]), evidenziarono il ruolo svolto da tale vortice nell'ostacolare e deviare il getto principale verso le pareti dell'ugello. Questa fenomenologia attribuirebbe il riattacco del flusso separato ad una componente di flusso radiale nata dalla presenza del vortice. Ricapitolando, la disuniformità del flusso incidente porterebbe alla curvatura del disco di Mach e alla generazione del vortice intrappolato a valle, che favorisce la transizione $FSS \rightarrow RSS$.

3.4.2 Profilo di pressione di parete, caso RSS

Come nel caso della separazione FSS, anche nel caso RSS esiste un tipico andamento della pressione di parete, mostrato nella figura sottostante.

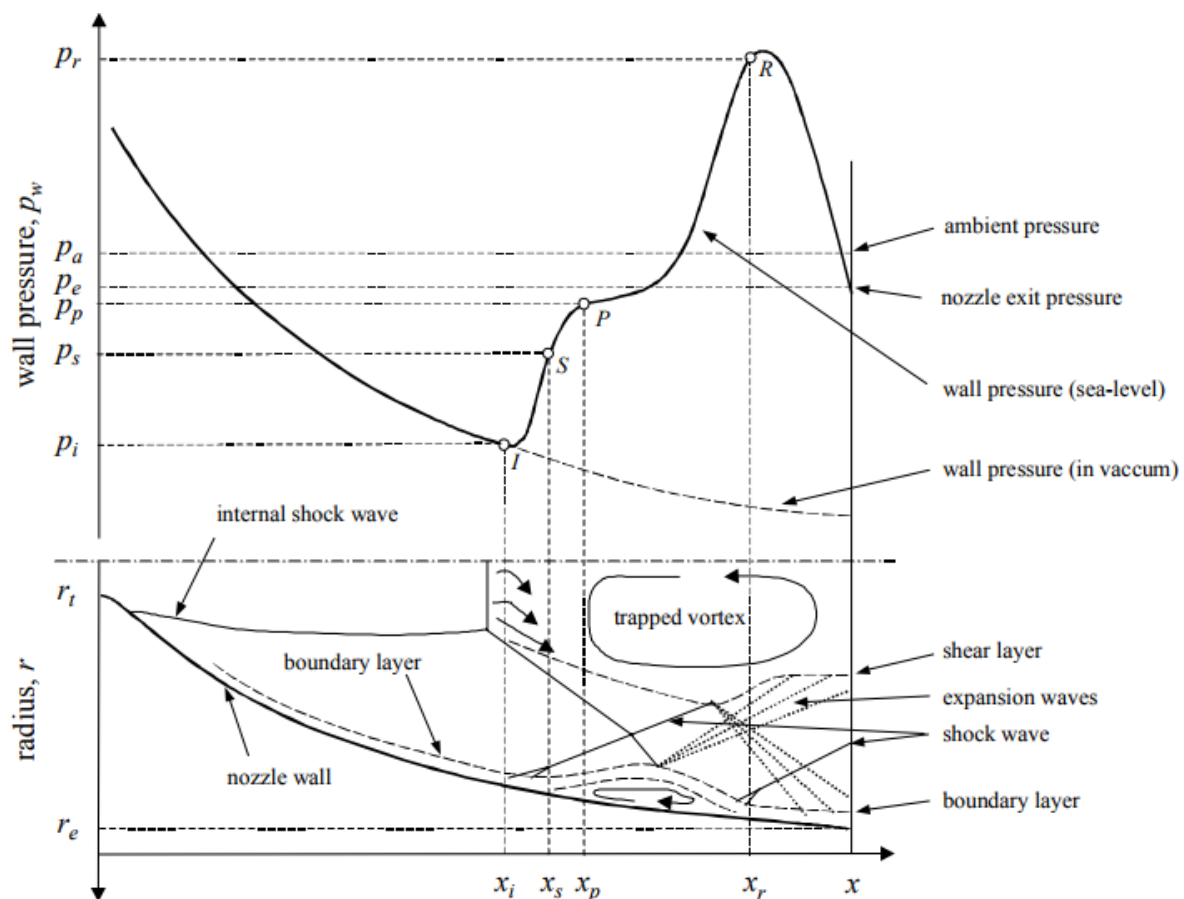


Figura 3.7: Profilo p_w in separazione RSS (rif. [14])

In questo caso, la pressione raggiunge valori maggiori della pressione ambiente a differenza della separazione FSS. Ciò si verifica nei punti di riattacco dello strato limite, a valle del

quale si registreranno oscillazioni di pressione (non visibili in figura) dovute ad un sistema di fasci d'espansione ed urti obliqui che adattano progressivamente il getto supersonico di parete alle condizioni dell'ambiente esterno. La pressione di plateau è in questo caso un indice della pressione statica misurata nelle bolle di ricircolo, intrappolate fra parete e getto supersonico. Quest'ultimo infatti si separa e si riattacca in diverse posizioni, a causa degli urti che subisce e degli scambi di quantità di moto in direzione radiale, regolati dalla deflessione indotta dal vortice intrappolato a valle del disco di Mach.

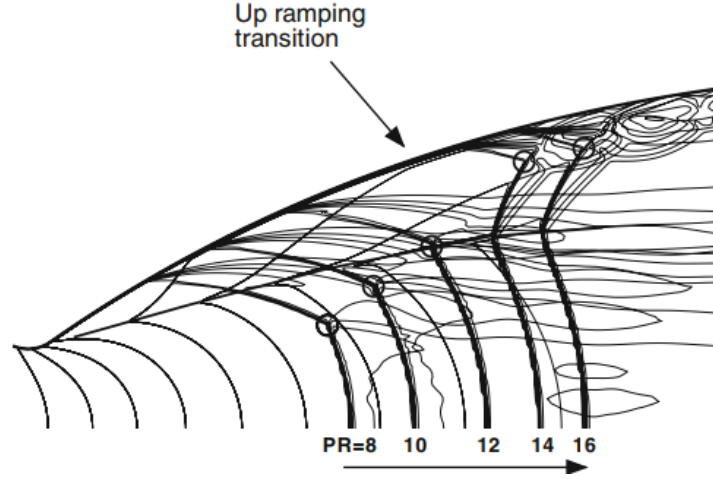
Lo studio delle pressioni di parete sarà uno dei risultati fondamentali dell'elaborato, attraverso cui sarà possibile caratterizzare l'evoluzione del regime di separazione durante lo start-up dell'ugello assegnato.

3.5 Isteresi del punto di transizione

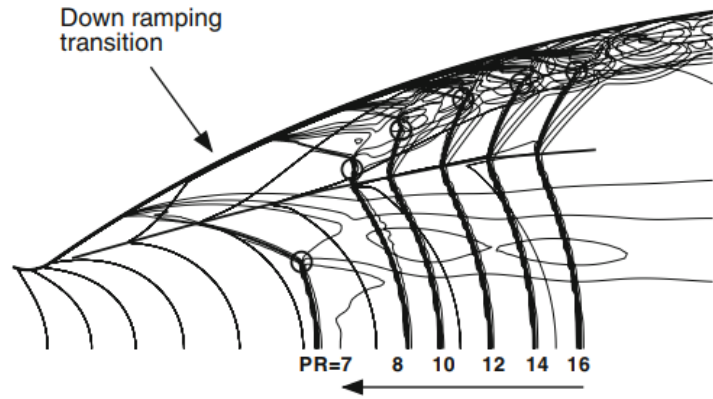
Sebbene le simulazioni numeriche di questo studio si riferiscano esclusivamente al transitorio di start-up, è utile fornire un quadro completo del comportamento del getto, includendo una breve descrizione riguardante la fase di spegnimento (shut-down) del motore.

Lo shut-down rappresenta una fase di funzionamento transitorio di un motore a razzo, in cui sono previsti picchi di carico laterale qualora si operasse in condizioni di sovraespansione, proprio come succede per gli ugelli a livello del mare. Considerando le categorie di ugello che presentano urto interno, anche nello shut-down si verifica una transizione fra i due regimi di separazione trattati, questa volta però in senso inverso ossia $RSS \rightarrow FSS$. Ricerche passate dimostrano però il verificarsi di un fenomeno d'isteresi circa il valore del NPR di transizione fra i regimi di separazione: la transizione $FSS \rightarrow RSS$ avviene ad un NPR maggiore di quello osservato per la ri-transizione $RSS \rightarrow FSS$. Di conseguenza, considerando sia la fase di avviamento che quella di spegnimento del motore, esiste un intervallo di NPR in cui entrambi i regimi di separazione, FSS e RSS, possono coesistere all'interno dell'ugello. In altre parole, per un NPR compreso in questo range, la posizione assiale del punto di separazione non è univocamente determinata. Nello studio [9] si ri-

cavano interessanti risultati circa il fenomeno d'isteresi che avviene nell'ugello parabolico VAC-S1. In figura 3.8 è possibile constatare l'evoluzione dei regimi di separazione durante



(a) Isolivello di Mach, start-up



(b) Isolivello di Mach, shut-down

Figura 3.8: Isteresi del punto di transizione fra regimi FSS ed RSS (rif. [9])

le fasi transitorie di avviamento e spegnimento del suddetto ugello, riprodotte mediante simulazioni RANS e modello di turbolenza Spalart-Allmaras. Si osserva che la transizione $FSS \rightarrow RSS$ avvenga per $NPR \in (12, 13)$ mentre quella $RSS \rightarrow FSS$ per $NPR \in (7, 8)$. Dunque l'intervallo di NPR per cui esistono due possibili soluzioni del punto di separazione risulta $\Delta NPR = [8, 12]$ (risultato numerico). Una possibile spiegazione sulla causa del fenomeno d'isteresi potrebbe scaturire dalla posizione dell'urto interno. Durante la fase di start-up (fig. 3.8a), la transizione da FSS a RSS avviene quando l'urto interno interseca l'urto di separazione al di sotto del punto triplo. Infatti, se il punto di intersezione si

trova al di sopra del punto triplo, l'urto interno e quello di separazione appartengono alla stessa famiglia e vanno in coalescenza. Al contrario, se l'intersezione avviene al di sotto del punto triplo, si instaura il cap shock pattern con il conseguente salto del punto di separazione verso valle. Durante lo shut-down, la ri-transizione avviene in modo simile: quando il punto di intersezione tra l'urto conico riflesso e l'urto obliquo di separazione raggiunge l'urto interno (fig. 3.8b), l'urto riflesso scompare, ripristinando il regime FSS con il salto del punto di separazione verso monte.

In conclusione, le transizioni avvengono quando sono raggiunte due distinte configurazioni del campo interno piuttosto che per uno specifico valore del rapporto fra pressione di camera e pressione ambiente. Di conseguenza, qualora si volesse rappresentare l'evoluzione del punto di separazione al variare del NPR, si riscontrerebbe un intervallo in cui la funzione $NPR = NPR(x_{sep})$ risulterebbe suriettiva: non sarebbe possibile individuare un singolo valore di NPR di transizione fra i regimi di separazione, contemporaneamente valido nei due sensi $FSS \leftrightarrow RSS$.

	Esiste NPR di transizione ?
$FSS \rightarrow RSS$	✓
$RSS \rightarrow FSS$	✓
$FSS \leftrightarrow RSS$	✗

Tabella 3.1: Isteresi della transizione rispetto NPR

Nello studio [9] si riesce però ad individuare un parametro in corrispondenza univoca con l'ascissa del punto di separazione: si tratta del plateau pressure ratio $PPR = p_c/p_p$ ossia il rapporto fra pressione di camera e pressione di plateau, ricavata dai profili di pressione di parete. Nella separazione FSS i valori di p_p sono infatti prossimi alla pressione ambiente mentre nel caso di separazione RSS risultano molto più ridotti siccome si riferiscono alla pressione nelle bolle di ricircolo intrappolate fra parete e getto supersonico. Sarà dunque possibile individuare un unico valore di PPR per la transizione $FSS \leftrightarrow RSS$. In figura 3.9 è possibile constatare i diagrammi $NPR(x_{sep})$ e $PPR(x_{sep})$, in cui ciascun

punto rappresenta i risultati di una simulazione condotta durante la fase di start-up o di shut-down. Nell'immagine 3.9a, l'intervallo $\Delta NPR = [8, 12]$ rappresenta la regione

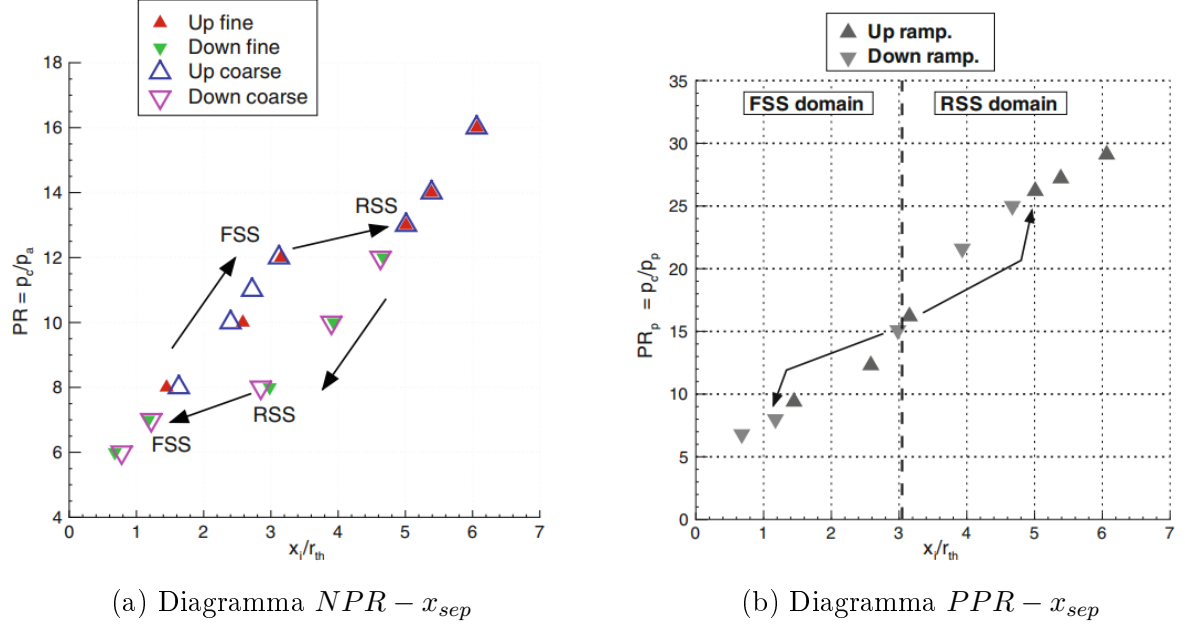


Figura 3.9: Evoluzione del regime di separazione in funzione di NPR e PPR (rif. [9])

d'isteresi fra regimi di separazione in quanto, per ciascuno di questi NPR , vi sono infatti due possibili posizioni del punto di separazione, una relativa al regime FSS e l'altra al regime RSS. Questa fenomenologia non si riscontra nella figura 3.9b, dove $PPR \approx 15$ rappresenta il punto di transizione fra regimi di separazione nei due sensi $FSS \leftrightarrow RSS$: tutte le soluzioni con $PPR < 15$ sono in regime FSS mentre quelle con $PPR > 15$ si trovano in regime RSS. In conclusione, è stato possibile trovare un parametro in corrispondenza univoca con la posizione del punto di separazione sfruttando la pressione di plateau, che assume valori caratteristici a seconda del tipo di separazione: $p_p \approx p_a$ nei casi FSS e $p_p \ll p_a$ nei casi RSS.

Capitolo 4

Analisi dei carichi laterali

Come precedentemente discusso, un endoreattore operante in condizioni di forte sovraespansione è soggetto a una categoria di carichi dinamici perpendicolari all'asse dell'ugello, noti come *side loads*. Questi carichi possono verificarsi sia nelle fasi transitorie di start-up e shut-down, sia durante il funzionamento stazionario, a pressione di camera costante, qualora si verifichi la separazione del getto. Per individuare soluzioni efficaci in grado di mitigarne la criticità, è stato necessario condurre attività di ricerca volte a studiarne l'origine. A tal proposito, i programmi GSTP/FSC e il successivo FSCD, svolti alla fine degli anni '90, hanno fornito risultati fondamentali sul comportamento dei getti sovraespansi separati. Tra i risultati più significativi, è presente una classificazione dei carichi laterali in base a quattro distinte fenomenologie di origine, in condizioni di sovraespansione:

- Disuniformità dell'ambiente esterno
- Fluttuazioni aleatorie di pressione
- Transizione fra regimi di separazione
- Accoppiamento aeroelastico

Lo scopo del presente capitolo è di approfondire ciascuna delle precedenti categorie di carico laterale, riportando i rispettivi modelli analitici disponibili in letteratura.

4.1 Carichi laterali indotti da disuniformità ambiente esterno

Ipotizzando un ambiente esterno con una distribuzione non uniforme della pressione statica, il grado di sovraespansione del getto principale di un endoreattore diventerebbe una proprietà locale. Di conseguenza, per determinare il valore del NPR, assegnata una pressione di camera, si dovrebbe utilizzare un valore di pressione ambiente medio.

Un campo di pressione ambiente non uniforme comporta importanti ripercussioni sul fenomeno della separazione: le porzioni del getto sovraespanso destinate a scaricare in regioni di p_a minore, si separerebbero dalle pareti dell'ugello più a valle delle porzioni di flusso diretto verso regioni di p_a maggiore. Si verificherebbe quindi una separazione asimmetrica del flusso e la risultante delle forze di pressione in direzione perpendicolare all'asse dell'ugello sarebbe diversa da zero, determinando la nascita di carichi laterali.

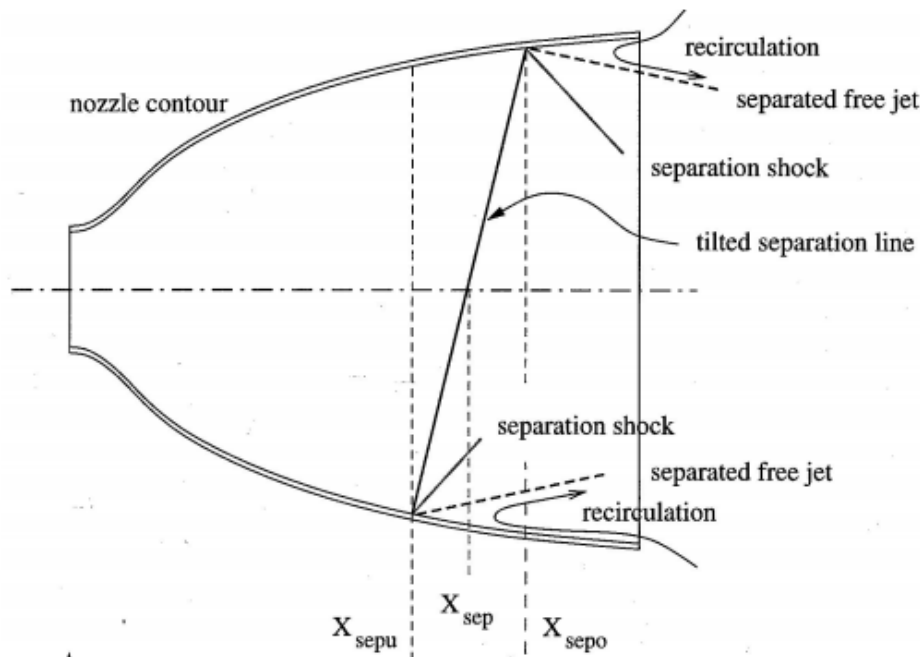


Figura 4.1: Modello della linea di separazione inclinata (rif. [16])

Schmucker propose il modello a *tilted separation line* (linea di separazione inclinata) per quantificare l'intensità del carico laterale che deriva da un ambiente esterno non omogeneo. In questo modello, la separazione è assunta di tipo FSS e l'asimmetria del campo

interno riflette un caso semplificato di ambiente esterno non uniforme dove la pressione ambiente è maggiore nella metà inferiore della sezione d'uscita e minore nella metà superiore: attraverso il criterio di separazione $p_{sep} = 0.4 p_a$ si dimostra infatti che la posizione assiale del punto di separazione inferiore sia minore di quella riferita al punto superiore ($x_{sep,under} < x_{sep,over}$).

Il carico laterale che agisce complessivamente lungo le pareti del tratto divergente di un ugello è definito dal seguente integrale di superficie:

$$F_{sl} = \int_0^L \int_0^{2\pi} (p_a - p_w) \cos(\tau) d\vec{A} \quad (4.1)$$

dove $d\vec{A}$ rappresenta il vettore riferito all'elemento di superficie infinitesimo e τ l'angolo locale del profilo dell'ugello. Qualora la distribuzione di p_w fosse assialsimmetrica, F_{sl} risulterebbe nullo. Tuttavia, nel caso del modello a linea di separazione inclinata vi è uno squilibrio nella distribuzione delle pressioni di parete e quindi sorge un carico laterale pari a:

$$F_{sl} = \int_{x_{sepu}}^{x_{sepo}} \int_0^{2\pi} (p_a - p_w) \cos(\tau) d\vec{A} \quad (4.2)$$

che può essere semplificato in:

$$F_{sl} \approx (p_a - p_{sep}) A_{sl} \quad (4.3)$$

dove A_{sl} rappresenta la proiezione della regione con flusso asimmetrico su un piano perpendicolare alla direzione del carico laterale e p_{sep} un valore approssimato della pressione di separazione incipiente (indicata in precedenza come p_i) associato al punto x_{sep} nella figura di riferimento, stimabile con un opportuno criterio di separazione. Per misurare il modulo di questo carico, sarà dunque necessario conoscere il profilo della pressione di parete e l'estensione della regione di separazione asimmetrica, da cui si ricava A_{sl} .

Nello specifico, Schmucker espresse il carico laterale aerodinamico F_{sl} con la seguente formulazione:

$$F_{sl} = (p_a - p_{sep}) A_{sl} = (p_a - p_{sep}) \cdot b (x_{sepo} - x_{sepu}) = (p_a - p_{sep}) \cdot b \Delta l \quad (4.4)$$

dove Δl indica la proiezione assiale della linea di separazione inclinata e b è una misura dell'asimmetria inerente alla separazione, in direzione circonferenziale. Schmucker stimò Δl combinando l'utilizzo di un criterio di separazione (che definisce il rapporto p_{sep}/p_c) con la rappresentazione dei profili pressione relativi alle condizioni di separazione mostrate nello schema di figura 4.1: i profili di pressione associati a x_{sepu} ed x_{sepo} rappresentano gli estremi di un'oscillazione di pressione $\Delta p_w/p_c$ che coinvolge il profilo riferito alla separazione in x_{sep} .

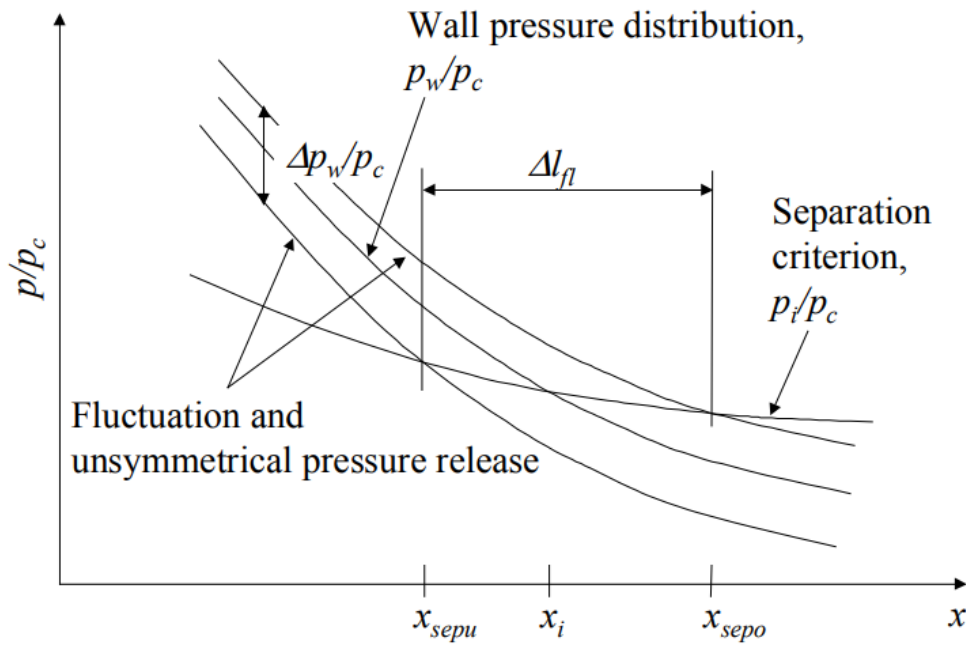


Figura 4.2: Criterio di Schmucker per stimare l'estensione di regione separazione asimmetrica (rif. [14])

In figura 4.2 si può visualizzare l'applicazione del metodo di Schmucker per la stima di $\Delta l = x_{sepo} - x_{sepu}$. Il pedice $-i$ coincide con $-sep$, utilizzato per indicare condizioni di separazione incipiente.

In letteratura (pag. 71 di [14]) è possibile consultare la formula analitica che da il valore di Δl , che risulta inversamente proporzionale al gradiente di pressione:

$$\Delta l \propto \left(\frac{dp_w}{dx} \right)^{-1}$$

Questa osservazione dimostra che l'intensità del side load F_{sl} generato dalla separazione asimmetrica si riduce negli ugelli caratterizzati da un elevato gradiente di pressione (come accade nel Dual Bell). Nella teoria di Schmucker, si determina poi il valore di b tramite l'espressione:

$$b = 2 r_{sep} K_g \quad (4.5)$$

dove r_{sep} è il raggio della sezione dell'ugello in $x = x_{sep}$ e K_g rappresenta un parametro che descrive il tipo di asimmetria.

$$K_g = \begin{cases} 1.0 & \text{asimmetria lungo } 180^\circ \text{ della circonferenza dell'ugello} \\ 0.3 - 0.4 & \text{valore di default, usato da Schmucker} \\ 0 & \text{linea di separazione simmetrica} \end{cases} \quad (4.6)$$

Ogni termine dell'equazione 4.4 è quindi definito, consentendo di stimare il carico laterale F_{sl} dovuto alla separazione asimmetrica del getto sovraespanso in presenza di un ambiente esterno non uniforme. Si evidenzia che il metodo proposto da Schmucker, basato sul modello della linea di separazione inclinata, può essere esteso a configurazioni più generali di separazione asimmetrica. Tuttavia, sono stati sviluppati modelli più avanzati, specificamente adattati al tipo di ugello considerato.

4.2 Carichi laterali indotti da fluttuazioni aleatorie di pressione

Le indagini sperimentali sulle interazioni tra strato limite e urti nei flussi supersonici separati hanno evidenziato il carattere instazionario della separazione. Sia nei flussi supersonici che impattano su gradini, rampe o urti incidenti, sia nei getti sovraespansi degli endoreattori, la separazione dello strato limite turbolento è un processo instazionario, anche quando il flusso principale risulta stazionario. In particolare, questa instazionarietà si manifesta nel comportamento della linea di separazione e dell'urto generato dalla deflessione del flusso, ambedue influenzati dalle grandi scale di turbolenza.

In precedenza, sono stati presentati i tipici profili della pressione di parete nei casi di separazione FSS o RSS di getti sovraespansi, per valori p_c/p_a assegnati: l'instazionarietà della separazione si manifesta proprio nel comportamento dinamico di tali profili.

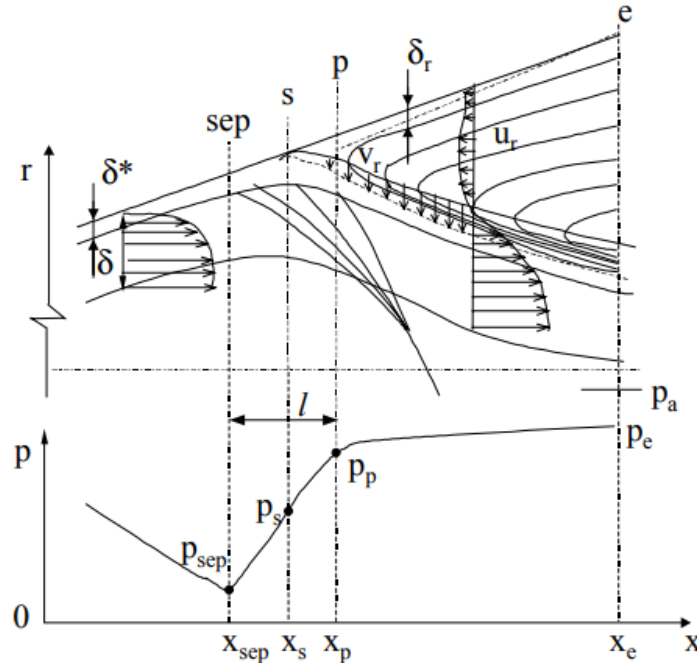


Figura 4.3: Dettaglio pressione di parete in separazione FSS (rif. [16])

Nella realtà, le pareti dell'ugello non sono quindi soggette ad una distribuzione statica delle pressioni di parete e di conseguenza, si sviluppa una nuova categoria di carico laterale che dipende proprio dalle fluttuazioni di p_w in presenza di separazione del flusso.

L'entità della fluttuazione varia a seconda della regione considerata. Dove il flusso risulta interamente attaccato a parete, si registrano le minime oscillazioni di p_w che rappresentano il "rumore" (noise) dello strato limite turbolento. Nell'intorno del punto di separazione, si hanno invece le massime fluttuazioni che sono dovute proprio all'oscillazione del punto di separazione fra le posizioni x_{sep} e x_p . In queste condizioni, p_w varia fra il valore d'incipiente separazione p_{sep} e il valore di plateau p_p della zona di ricircolo. A valle della separazione, le oscillazioni di p_w diminuiscono, pur rimanendo superiori a quelle riscontrate nello strato limite aderente: l'instazionarietà della pressione in questa regione è causata principalmente dalle onde acustiche prodotte dallo shear layer del getto supersonico libero. In figura 4.4 sono mostrate le fluttuazioni di pressione di parete nelle tre

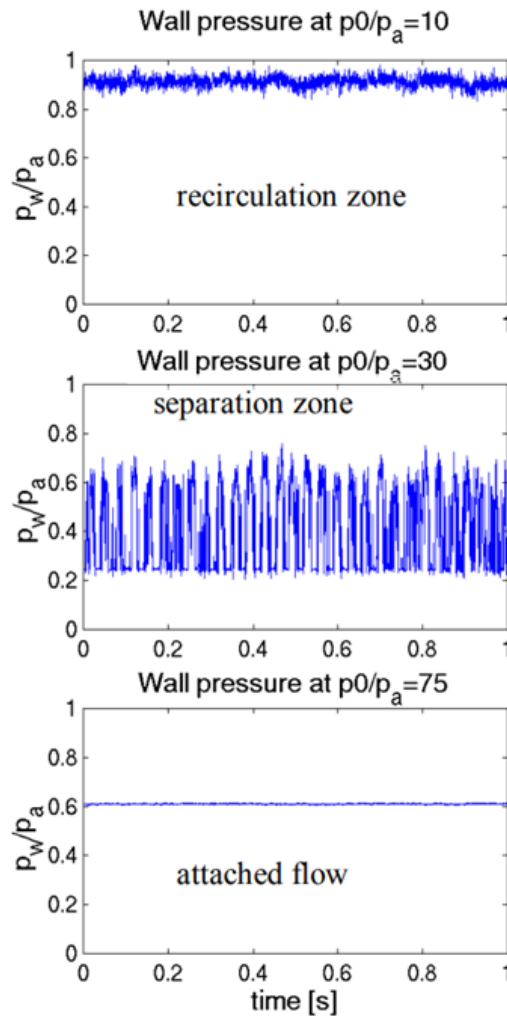


Figura 4.4: Fluttuazioni di p_w nell'intorno del punto di separazione (rif. [16])

regioni citate. In particolare, è stata posizionata una sonda di pressione in un punto del divergente dell'ugello: aumentando il valore del NPR, il fronte di separazione si sposta a valle, consentendo alla sonda di rilevare le oscillazioni in diverse condizioni di flusso.

Queste fluttuazioni hanno un carattere stocastico, ma è comunque possibile trovare delle correlazioni in funzione di spazio e tempo che possano descriverne gli effetti: fra tutti, la capacità di causare asimmetrie del getto che suscitano i carichi laterali. In letteratura, si cita il modello di Dumnov (pag. 73-78 di [14]), attraverso il quale si riuscì a stimare l'intensità dei side loads prodotti dalle fluttuazioni di pressioni del getto separato all'interno di un ugello TIC.

In conclusione, si sottolinea che i carichi laterali indotti da queste fluttuazioni sono dei carichi aerodinamici per definizione, mentre la risposta dinamica della struttura dell'endoreattore è la soluzione di un classico problema di risposta forzata. Poiché è possibile misurare solo la risposta del sistema, è necessario ricalcolare il carico aerodinamico conoscendo il comportamento dinamico della struttura, il che equivale a determinarne la funzione di trasferimento [16].

4.3 Carichi laterali indotti dalla transizione fra regimi di separazione

Negli ugelli con urto interno possono manifestarsi due distinti regimi di separazione, determinati dal grado di sovraespansione del getto. In questa tipologia di ugelli, si osservano due picchi di carico laterale per ciascuna fase di funzionamento transitorio: la figura 4.5 mostra appunto la formazione di questa coppia di picchi durante lo start-up ed il successivo shut-down di un ugello TOP. Tale fenomeno è stato registrato anche negli ugelli dei motori Vulcain e SSME (Space Shuttle Main Engine), entrambi caratterizzati da un profilo parabolico.

Si dimostra che la presenza di questi picchi di carico laterale è strettamente legata all'evoluzione del regime di separazione al variare della pressione di camera. Prendendo ad

esempio la fase di start-up, è noto che, per le tipologie di ugello citate, la separazione iniziale sia di tipo FSS e che, per un determinato valore di NPR, si formi il cap shock pattern ossia il passaggio alla separazione RSS. Questa transizione avviene in modo ra-

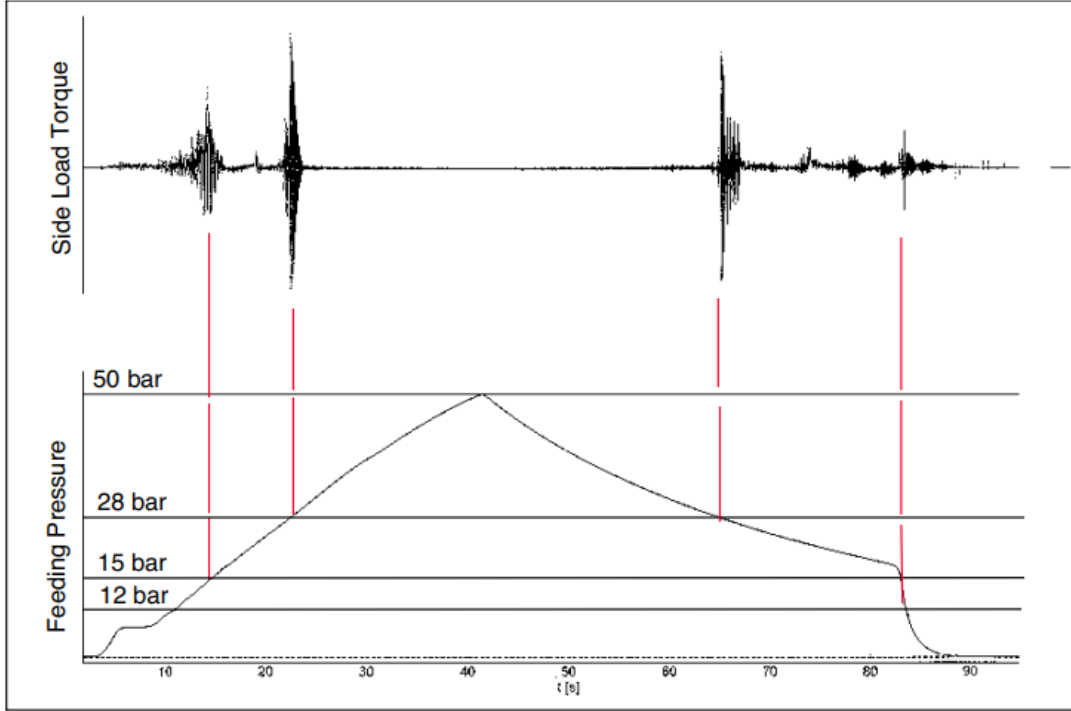


Figura 4.5: Picchi di carico laterale durante le fasi di start-up e shut-down (rif. [16])

pido e asimmetrico, generando il primo picco di carico laterale. La natura impulsiva di questo carico aerodinamico consente l'applicazione della teoria di risposta agli impulsi per determinare la risposta dinamica della struttura dell'ugello. Secondo questa teoria, le pareti dell'ugello sono soggette a un carico meccanico amplificato rispetto al carico aerodinamico effettivo. L'entità di questa amplificazione è quantificata dal fattore di risposta, che può essere determinato analizzando lo spettro della risposta all'impulso (Shock Response Spectrum, SRS). Per calcolarlo, è necessario conoscere la durata dell'impulso t_I (ossia il tempo richiesto per completare la transizione) e la pulsazione naturale del sistema dinamico $\omega = 2\pi/\tau$. Si dimostra che il fattore di risposta è sempre inferiore a 2, indipendentemente dalla forma dell'impulso. Questo vale anche nel caso in cui il picco di carico laterale venga approssimato con un profilo a mezza onda sinusoidale o con un'onda triangolare, che rispecchiano lo stato dell'arte attuale. Durante lo shut-down, questo picco

si verificherà in maniera equivalente, con l'unica differenza che la transizione sarà in verso opposto ossia $RSS \rightarrow FSS$.

Ritornando all'analisi della separazione durante la fase di start-up, una volta instaurata la configurazione RSS, il fronte di separazione si sposta progressivamente a valle con l'aumentare del NPR, fino a quando la prima bolla di ricircolo, intrappolata tra il getto supersonico e la parete, raggiunge lo spigolo dell'ugello in corrispondenza della sezione d'uscita. Un lieve aumento della pressione di camera provoca l'apertura della bolla di ricircolo, innescando un fenomeno ciclico noto nella letteratura di riferimento come *end effect*. Quando la bolla si apre, un flusso ad alta pressione proveniente dall'ambiente esterno tende a spingerla nuovamente all'interno dell'ugello, determinandone una nuova chiusura. A questo punto la pressione dentro la bolla ritorna ai valori bassi originali e viene quindi riportata verso la sezione d'uscita dove si apre una seconda volta. Di conseguenza, il punto di separazione oscilla ciclicamente tra monte e valle, fino a quando l'aumento della pressione di camera non diventa sufficiente a spostare definitivamente l'urto di riattacco al di fuori dell'ugello.

Questo fenomeno oscillatorio innesca il secondo picco di carico laterale che rispetto al primo, generato da un'eccitazione impulsiva (la transizione $FSS \rightarrow RSS$), è più assimilabile a un fenomeno di risposta forzata in condizioni quasi stazionarie. Nel particolare, se la frequenza del carico laterale aerodinamico è vicina ad una delle frequenze naturali della struttura, può verificarsi un'amplificazione significativa del side load, con conseguente affaticamento dei componenti meccanici. Durante lo shut-down, i picchi descritti si verificheranno nell'ordine inverso ossia prima quello relativo all'end effect e poi quello relativo alla transizione fra regimi di separazione. In conclusione, è stata presentata una nuova categoria di carichi laterali che hanno luogo esclusivamente negli ugelli con urto interno come il TOP, che rappresenterà proprio il soggetto dei futuri studi numerici presenti nell'elaborato.

4.4 Carichi laterali indotti da accoppiamento aeroelastico

Il comportamento aeroelastico di una struttura definisce l'influenza delle forze aerodinamiche sulle risposte statiche e dinamiche del sistema. In determinate condizioni, la combinazione tra le caratteristiche dell'ugello e del carico laterale aerodinamico sono tali da generare casi aeroelasticamente instabili, in cui si verifica l'amplificazione di una risposta della struttura anche per un carico laterale di modesta intensità. Il modello proposto da Pekkari (pag- 79-88 di [14]) fornisce una caratterizzazione aeroelastica accurata del comportamento di un ugello con getto separato, in ottima concordanza con i dati sperimentali. Pertanto, risulta utile illustrarne le principali caratteristiche.

4.4.1 Modello di Pekkari

Si considera un modello di ugello a singolo grado di libertà θ per rappresentare la risposta oscillatoria di un ugello sottoposto a carico laterale derivante dalla separazione del getto in condizioni di forte sovraespansione. In figura 4.6 è mostrata la configurazione del sistema

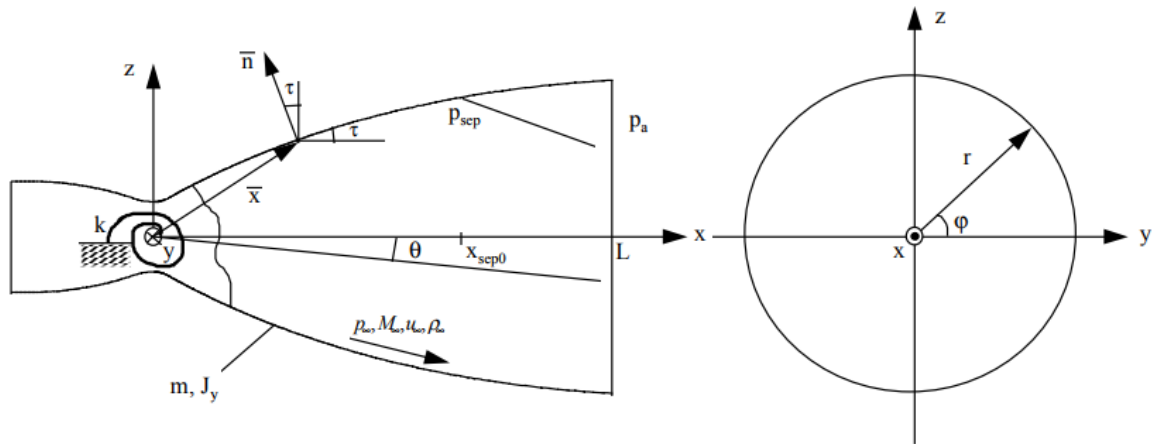


Figura 4.6: Schema ugello per modello Pekkari (rif. [16])

dinamico: un ugello rigido di massa m è incernierato all'origine del sistema di riferimento xyz , dove è stata inserita una molla torsionale di costante elastica k per simulare il

giunto cardanico che abilita l'oscillazione dell'ugello. L'angolo θ rappresenta la deflessione dell'asse dell'ugello rispetto l'asse longitudinale x , l'angolo φ descrive la posizione dei punti in direzione circonferenziale, la lunghezza L determina l'estensione assiale del tratto divergente, J_y è invece il momento d'inerzia della struttura rispetto l'asse y entrante nel piano della figura, l'angolo τ è misura l'inclinazione locale del profilo dell'ugello, r rappresenta il raggio delle sezioni dell'ugello ed infine $\vec{w}$ è il vettore spostamento dei punti che costituiscono la pareti.

Il modello di Pekkari si sviluppa a partire dall'equazione del moto della struttura che ripetiamo avere un unico grado di libertà rotazionale rappresentato dall'angolo θ :

$$J_y \ddot{\theta} = M_m(\theta) + M_{a,y}(\theta, p_c) \quad (4.7)$$

dove M_m ed M_a sono rispettivamente il momento di flessione meccanico ed il momento aerodinamico attorno l'asse y .

Definizione dei momenti esterni

A questo punto è opportuno esplicitare ciascuno dei due momenti, a partire da quello meccanico.

$$M_m(\theta) = -k \theta \quad (4.8)$$

Il momento meccanico è semplicemente il momento esercitato dalla molla torsionale per riportare l'asse dell'ugello nella disposizione originale, parallela all'asse x . Per quanto riguarda il momento aerodinamico, originato dai carichi laterali derivanti dalla separazione del flusso, la scrittura di una formulazione che espliciti la dipendenza da θ e dalle condizioni di funzionamento (p_c) non avviene in modo altrettanto immediato. Si parte quindi dalla definizione:

$$M_a(\theta, p_c) = \iint_S \vec{x} \times [p_\infty(\vec{w}(\theta), x, p_c) - p_a] \cdot \vec{n} dS \quad (4.9)$$

dove $\vec{n}$ è il versore normale alla superficie diretto verso il flusso mentre $\vec{x}$ rappresenta il vettore posizione di un punto della parete.

La pressione di parete, indicata con il simbolo p_∞ , varia a seconda del punto in cui viene misurata, distinguendosi in particolare tra le regioni a monte e a valle del punto di separazione:

$$p_\infty(\vec{w}, \vec{x}, p_c) = \begin{cases} p_c \left[\frac{p_{\infty,0}(x)}{p_c} + \Psi(\vec{w}, \vec{x}) \right] & \text{per } x \leq x_{sep} \\ p_a & \text{per } x > x_{sep} \end{cases} \quad (4.10)$$

in cui la pressione a valle del punto di separazione, si approssima con il valore di pressione ambiente p_a per questioni di semplicità della trattazione. Osservando invece l'espressione della pressione a monte del punto di separazione, compare la grandezza $p_{\infty,0}(x)$ che rappresenta la pressione nel punto x in condizioni di espansione nel vuoto e con l'ugello non deflesso. Inoltre, compare anche la variabile Ψ , che quantifica la variazione della pressione di parete rispetto al profilo di espansione nel vuoto, dovuta alla deflessione θ dell'ugello:

$$\Psi(\vec{w}, \vec{x}) = \frac{p_\infty(\vec{w}, \vec{x}, p_c) - p_{\infty,0}(x)}{p_c} \quad (4.11)$$

Nel modello proposto da Pekkari, il parametro Ψ viene calcolato assumendo l'ipotesi di piccole perturbazioni, tramite la seguente formulazione:

$$\Psi(\vec{w}, \vec{x}) = \frac{\rho_{\infty,0} u_{\infty,0}^2}{p_c \sqrt{M_{\infty,0}^2 - 1}} \frac{\partial w}{\partial s} = B' \frac{\partial w}{\partial s} \quad (4.12)$$

dove compare lo spostamento in direzione normale $w = \vec{w} \cdot \vec{n}$ e l'ascissa curvilinea s , lungo le pareti dell'ugello. Il parametro $B'(x)$ esprime la variazione di Ψ per unità di $\partial w / \partial s$.

Per condurre un'analisi della stabilità aeroelastica, si espande il valore della pressione $p_{\infty,0}$ attorno il punto di separazione originale $x_{sep,0}$, riferito all'ugello non deflesso di figura 4.6:

$$p_{\infty,0}(x_{sep}) = p_{\infty,0}(x_{sep,0}) + \frac{dp_{\infty,0}}{dx}(x_{sep} - x_{sep,0}) + \dots \quad (4.13)$$

e si scrive l'espressione 4.10 nel punto x_{sep} :

$$p_{\infty}(\vec{w}, \vec{x}_{sep}, p_c) = p_{\infty,0}(x_{sep}) + p_c B' \frac{\partial w}{\partial s} \quad (4.14)$$

osservando che $p_{\infty}|_{x_{sep}} = p_{\infty,0}|_{x_{sep,0}}$ si sostituisce la 4.13 nel secondo membro della 4.14, ottenendo:

$$x_{sep} - x_{sep,0} = - \left[p_c B' \left(\frac{dp_{\infty,0}}{dx} \right)^{-1} \right] \frac{\partial w}{\partial s} = \left(C \frac{\partial w}{\partial s} \right) \Big|_{x=x_{sep,0}} \quad (4.15)$$

L'equazione 4.15 viene poi sostituita nella definizione del contributo di forza aerodinamica:

$$\vec{F}'_a(\vec{w}) = \vec{n}(p_a - p_{sep})(x_{sep} - x_{sep,0}) = \vec{n}(p_a - p_{sep})C(x_{sep,0}) \frac{\partial w}{\partial s} \Big|_{x_{sep,0}} \quad (4.16)$$

La forza aerodinamica complessiva si ottiene integrando attorno la linea di separazione:

$$\vec{F}_a(\vec{w}) = \oint_{l_{sep}} \vec{F}'_a dy = (p_a - p_{sep}) \oint_{l_{sep}} \vec{n} C \frac{\partial w}{\partial s} dy \Big|_{x_{sep,0}} \quad (4.17)$$

mentre il corrispondente momento aerodinamico sarà:

$$\vec{M}_a(\vec{w}) = \oint_{l_{sep}} \vec{x} \times \vec{F}'_a dy = (p_a - p_{sep}) \oint_{l_{sep}} \vec{x} \times \vec{n} C \frac{\partial w}{\partial s} dy \Big|_{x_{sep,0}} \quad (4.18)$$

la cui componente attorno l'asse y risulta:

$$M_a(\theta, p_c) = (p_{sep} - p_a) \cdot C(x_{sep,0}) \cdot r \pi (x_{sep,0} \cos(\tau) + r \sin(\tau)) \cdot \theta \quad (4.19)$$

Stabilità aeroelastica del sistema

Tornando all'equazione del moto 4.7, si esclude il momento aerodinamico $M_a(\theta, p_c)$ e si assume una soluzione del tipo $\theta \approx e^{i\omega t}$ che si sostituisce nell'equazione del moto per ricavare la frequenza naturale del sistema:

$$-J_y \omega^2 \theta = -k \theta \longrightarrow \omega^2 = \frac{k}{J_y} \quad (4.20)$$

Considerando la presenza del carico aerodinamico indotto dalla separazione del getto e assumendo una soluzione del tipo:

$$\theta \approx e^{i\Omega t} \quad (4.21)$$

sostituendo le espressioni 4.20 e 4.21 nell'equazione del moto 4.7, si ricava:

$$\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2 = 1 - \frac{M_a(\theta, p_c)}{k\theta} \quad (4.22)$$

La formula 4.22 definisce le condizioni per la stabilità aeroelastica del sistema, nel particolare:

- Se $M_a(\theta, p_c) < 0$, il momento aerodinamico agisce per riportare l'ugello nella sua posizione nominale, rendendo il sistema più rigido rispetto alla sola struttura meccanica. Di conseguenza, la frequenza del modo d'oscillazione Ω si sposta verso valori maggiori di ω , cioè $(\Omega/\omega)^2 > 1$
- Se $M_a(\theta, p_c) \in [0, k\theta]$, il momento aerodinamico agisce nella stessa direzione dello spostamento della parete dell'ugello, rendendo il sistema meno rigido rispetto alla sola struttura meccanica. Di conseguenza, la frequenza del modo proprio Ω si sposta verso valori inferiori, cioè $(\Omega/\omega)^2 \in [0, 1]$
- Se $M_a(\theta, p_c) > k\theta$, il sistema diventa aeroelasticamente instabile, cioè $(\Omega/\omega)^2 < 0$

Un sistema aeroelastico stabile si comporta in modo simile a un classico sistema a risposta forzata: all'aumentare della vicinanza tra le frequenze proprie del sistema e quelle del carico aerodinamico, i carichi generati risultano più intensi. In un sistema aeroelastico instabile, invece, il carico laterale risulta significativamente più elevato rispetto a quanto previsto dalla teoria classica della risposta forzata. Quando la separazione raggiunge la sezione dell'ugello soggetta a instabilità aeroelastica, l'oscillazione dell'ugello inizia a crescere esponenzialmente.

Capitolo 5

Studio numerico dello start-up

Nei capitoli precedenti è stato delineato un quadro teorico completo sulla fenomenologia della separazione del getto all'interno di ugelli operanti in condizioni di forte sovraespansione, tipiche della fase di avviamento degli endoreattori di primo stadio. In particolare, negli ugelli con urto interno, come il TOP, si manifestano due distinti regimi di separazione, noti come FSS e RSS, la cui transizione influisce significativamente sullo sviluppo dei carichi laterali. In questo capitolo, l'analisi della separazione si muove dall'approccio teorico a quello numerico, rappresentato dai metodi della fluidodinamica computazionale (CFD). Nel particolare, si condurranno simulazioni RANS inerenti allo start-up di un modello in scala di ugello TOP lungo il quale espande un getto d'aria diretto verso una regione esterna a pressione ambiente, a livello del mare. Al termine del capitolo saranno raggiunti i primi due obiettivi dell'elaborato, ossia:

1. Determinare mesh e modello di turbolenza ottimali per studio numerico parametrico di un getto sovraespanso tramite il software ANSYS Fluent, riproducendo casi test di riferimento dalla letteratura.
2. Caratterizzare lo start-up dell'ugello TOP assegnato, descrivendo l'evoluzione del getto separato fino alla condizione full flowing ed estrapolando eventuali correlazioni fra NPR e posizione del punto di separazione.

5.1 Presentazione dell'ugello

Il soggetto delle simulazioni sarà l'ugello VOLVOS1, una versione in scala di un ugello TOP ispirato al Vulcain 2.0, ampiamente studiato in diverse campagne sperimentali condotte nel programma GSTP/FSC alla fine degli anni '90 ([14], [18], [15]). La scelta di questo specifico modello è motivata da due fattori principali:

- Presenza dell'urto interno, caratteristico degli ugelli TOP, che permette di analizzare entrambi i regimi di separazione (FSS e RSS).
- Disponibilità di dati sperimentali, utili come casi test per la calibrazione e la validazione delle simulazioni numeriche.

Si presenta ora la geometria dell'ugello considerato:

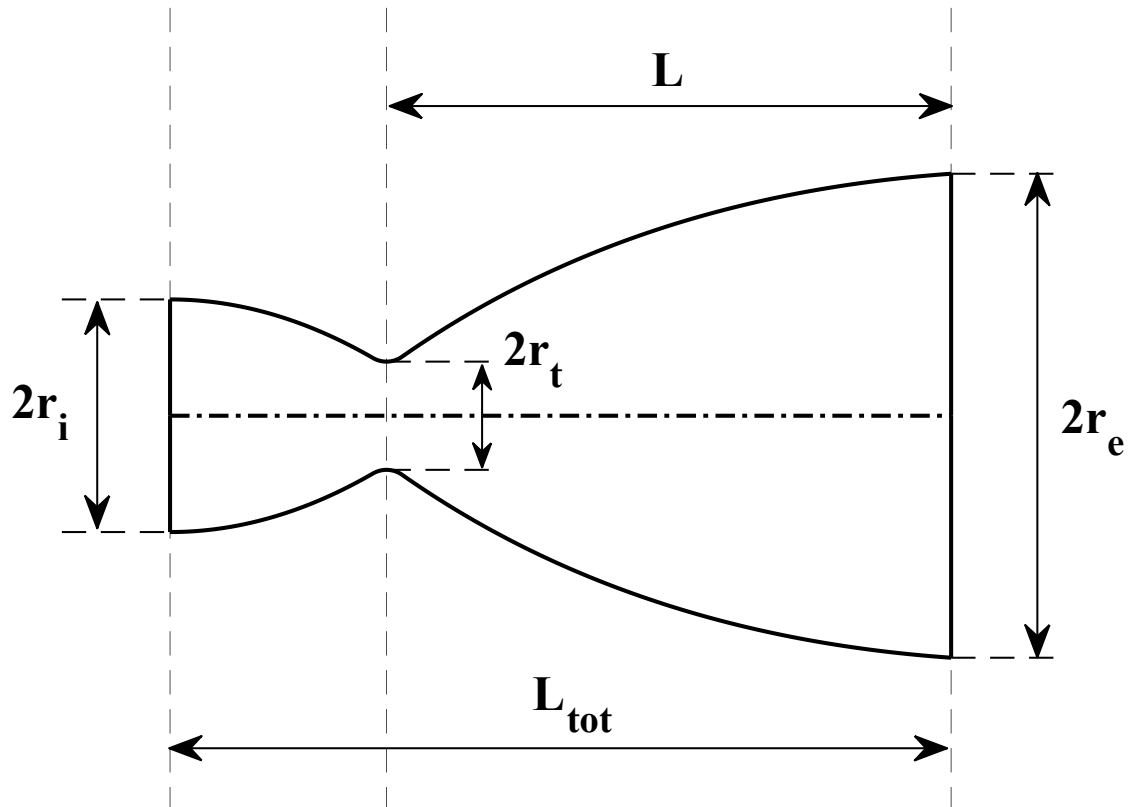


Figura 5.1: Geometria del VOLVOS1

Grandezze di riferimento	
r_i	2.1495 <i>cm</i>
r_t	1.0 <i>cm</i>
r_e	4.4720 <i>cm</i>
A_i	14.5155 <i>cm</i> ²
A_t	3.1416 <i>cm</i> ²
A_e	62.8280 <i>cm</i> ²
ε	20
L	10.4350 <i>cm</i>
L_{tot}	14.4350 <i>cm</i>

Tabella 5.1: Variabili geometriche di riferimento per l'ugello VOLVOS1

Nella tabella 5.1 sono riportati alcuni parametri geometrici significativi, tra cui le sezioni dell'ugello in corrispondenza dell'ingresso, della gola e dell'uscita. Queste specifiche grandezze permettono di caratterizzare il funzionamento dell'ugello in condizioni di espansione nel vuoto, in cui lo strato limite aderisce alle pareti lungo l'intera estensione del condotto (regime full-flowing). Assumendo un'espansione isentropica monodimensionale in condizioni di choking ($M_t = 1$), le aree citate permettono di determinare i corrispondenti numeri di Mach isentropici, tramite cui si definiscono le condizioni al contorno di una simulazione volta a riprodurre il regime full-flowing.

Nello specifico, la legge delle aree assume la seguente formulazione ([11]):

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (5.1)$$

che nel caso $M_t = 1$, diventa:

$$\frac{A}{A_t} = \frac{1}{M} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{\frac{\gamma+1}{2}} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (5.2)$$

Inserendo nella 5.2 le sezioni A_i ed A_e , si ricavano quindi i rispettivi valori di Mach isentropico:

$$\begin{aligned} M_{i,is} &= 0.1265 \\ M_{e,is} &= 4.7254 \end{aligned} \tag{5.3}$$

Per analizzare le condizioni di espansione completa, si esegue una prima simulazione RANS (vedi sezione 5.2) utilizzando un dominio computazionale limitato al solo ugello. Assegnata la geometria dell'ugello, si realizza quindi una mesh 120 x 100 con infittimento locale lungo la parete. Questo infittimento è necessario per rappresentare con maggiore accuratezza lo strato limite, presente nelle simulazioni che adottano il modello di flusso viscido compressibile.

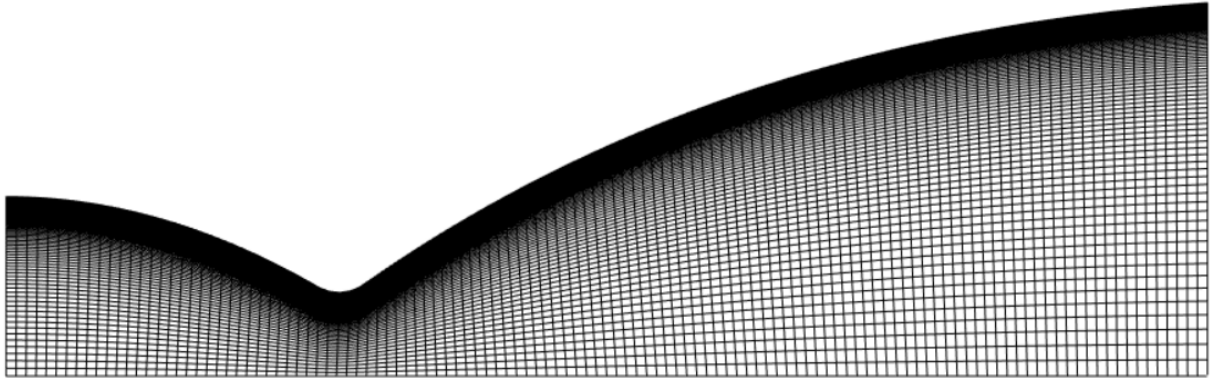


Figura 5.2: Mesh 120 x 100, ugello VOLVOS1

Il fluido operativo è l'aria, modellata come gas ideale, con la viscosità molecolare descritta dal modello di Sutherland. Per chiudere il sistema di equazioni di governo, si adotta il modello di turbolenza $k-\omega$ SST. Il calcolo dei flussi convettivi d'interfaccia viene eseguito utilizzando il metodo di Roe al secondo ordine, con una formulazione implicita nel tempo. Per completare la definizione del problema, è necessario assegnare delle opportune condizioni al contorno sui confini del dominio computazionale che viene suddiviso in quattro regioni visibili in figura 5.3: la sezione d'ingresso (inlet), la sezione d'uscita (outlet), le pareti (wall) e l'asse dell'ugello (centerline).

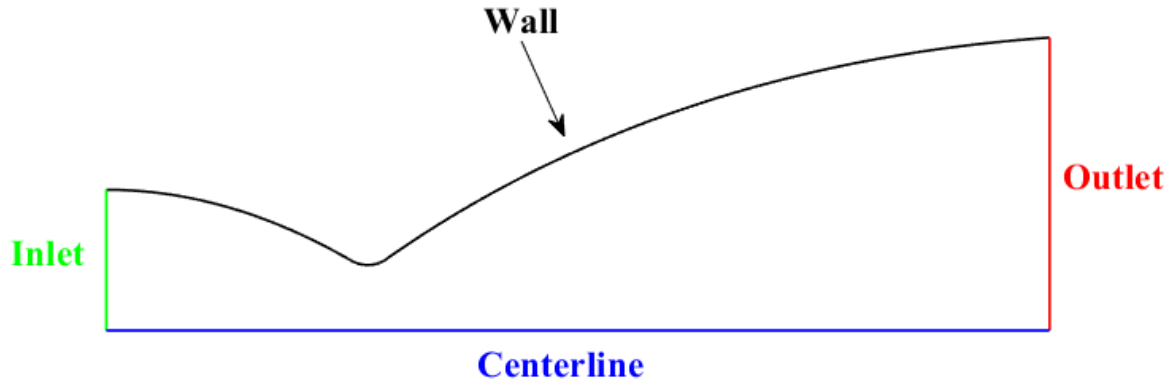


Figura 5.3: Schema per condizioni al contorno

Considerando la definizione di pressione totale:

$$p^\circ = p \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (5.4)$$

e assumendo che le condizioni nella camera siano approssimabili con le rispettive grandezze totali, si imposta $p_c = 50 \cdot (101325 \text{ Pa})$ e $T_c = 300 \text{ K}$. Per simulare un'espansione completa, si adottano infine le seguenti condizioni al contorno:

- Inlet: si impongono p° , T° e la pressione statica p tramite la definizione 5.4 utilizzando la pressione di camera ed il Mach isentropico d'ingresso calcolato in precedenza. Poiché l'ingresso è subsonico, il valore iniziale della pressione assegnato serve esclusivamente per l'inizializzazione del calcolo.
- Outlet: si fissano T° e la pressione statica d'uscita $p_e \approx 13270 \text{ Pa}$ data dalla 5.4 usando stavolta il mach isentropico d'uscita. Poiché l'uscita è supersonica, anche in questo caso la pressione statica risulta un ragionevole valore d'inizializzazione.
- Wall: si adotta la condizione no-slip ossia di velocità nulla a parete, caratteristica dei flussi viscosi reali.
- Centerline: si pone come asse di simmetria del dominio, dunque rappresenta una regione occupata da flusso.

Al termine della simulazione, si ricavano i risultati relativi a un'espansione in regime full flowing per $p_c = 50 \cdot p_a$.

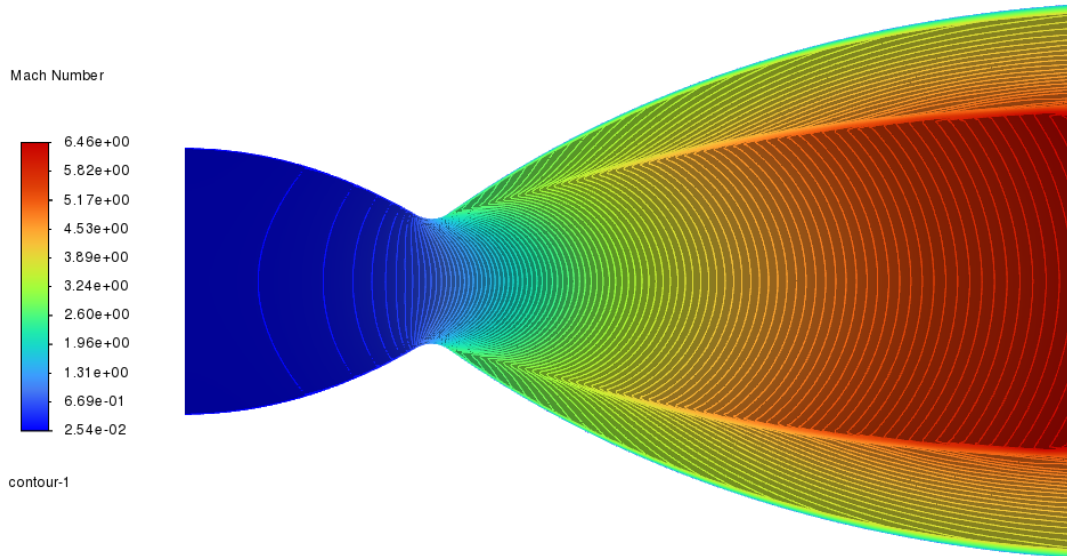


Figura 5.4: Campo di Mach, espansione completa

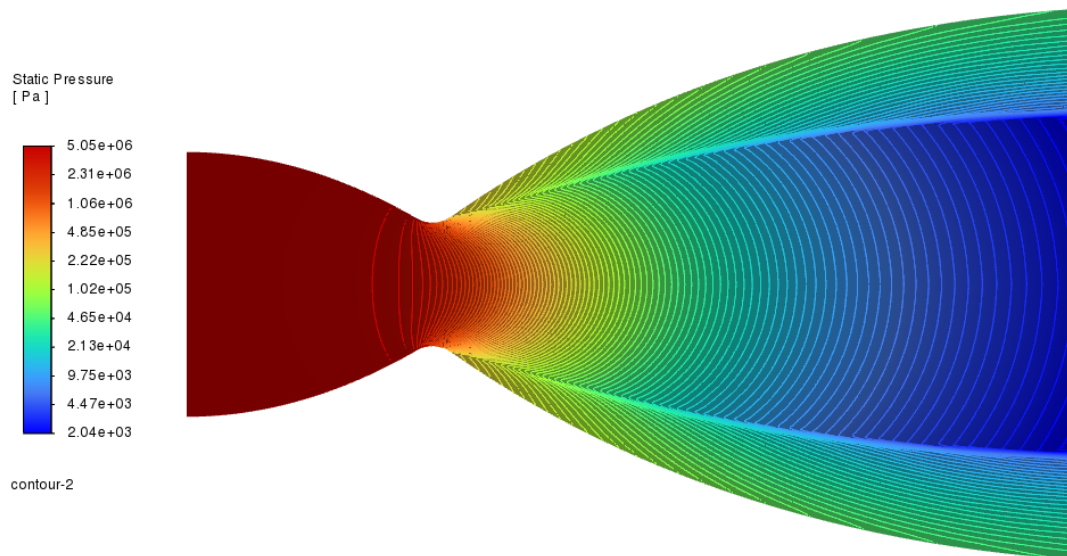
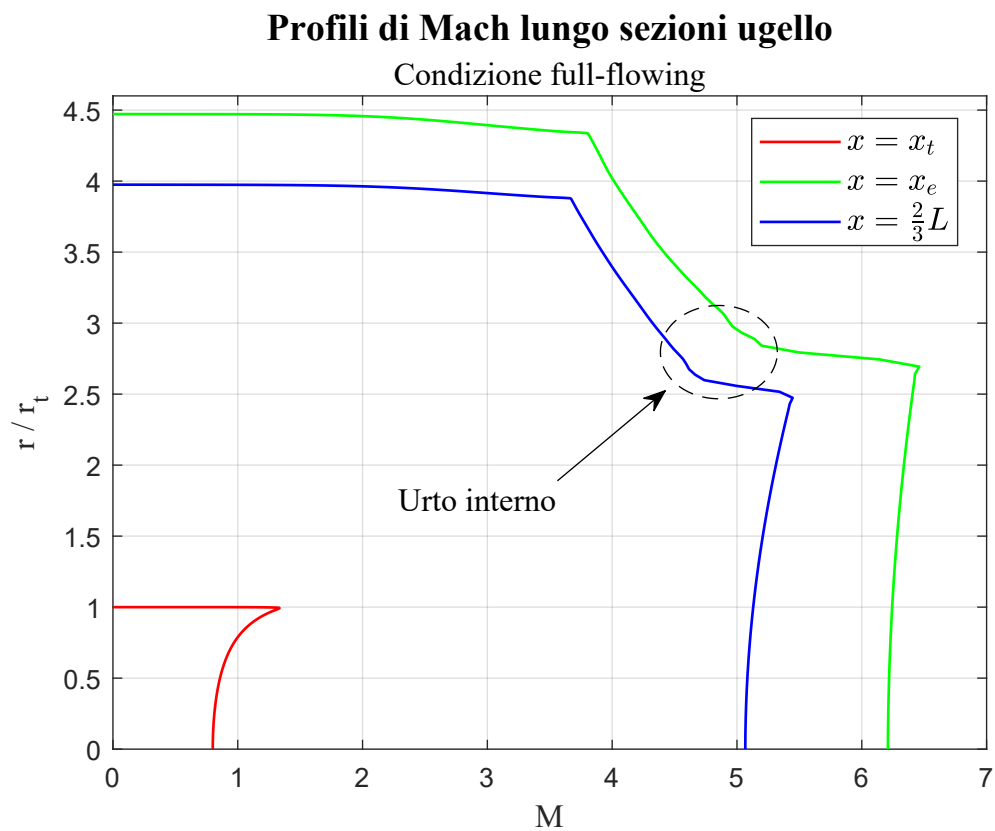
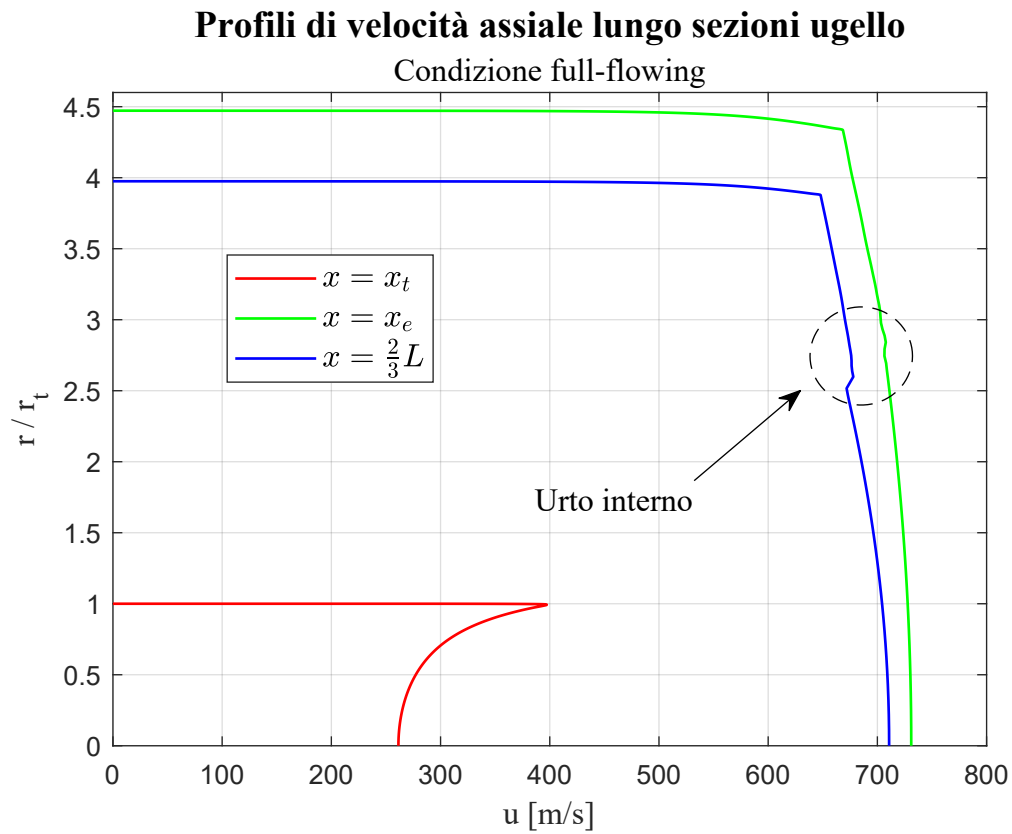


Figura 5.5: Campo di pressione statica, espansione completa

Le figure precedenti rappresentano con successo le distribuzioni del numero di Mach e della pressione statica per un'espansione in regime full flowing all'interno di un ugello TOP. È inoltre chiaramente visibile l'estensione dell'urto interno, caratteristico di questa tipologia di ugello. Si riportano ora alcuni diagrammi caratteristici.

Figura 5.6: Profili di velocità assiale (sopra) e Mach (sotto) per $p_c = 50 p_a$

Prendendo come riferimento le sezioni di gola, uscita e una terza situata a $2/3$ del tratto divergente, è possibile visionare l'evoluzione del getto attraverso le distribuzioni di velocità assiale e numero di Mach. I diagrammi in figura 5.6 mostrano appunto la configurazione del getto in condizioni di espansione completa. Si distingue una porzione di flusso adiacente alle pareti, che si raccorda ai valori nulli imposti dalla condizione no-slip, mentre al centro del getto il flusso appare più uniforme e accelerato. Tra queste due regioni si sviluppa una zona intermedia in cui il flusso si espande gradualmente fino a raggiungere un debole urto interno, che ne delimita la transizione verso la regione centrale del getto.

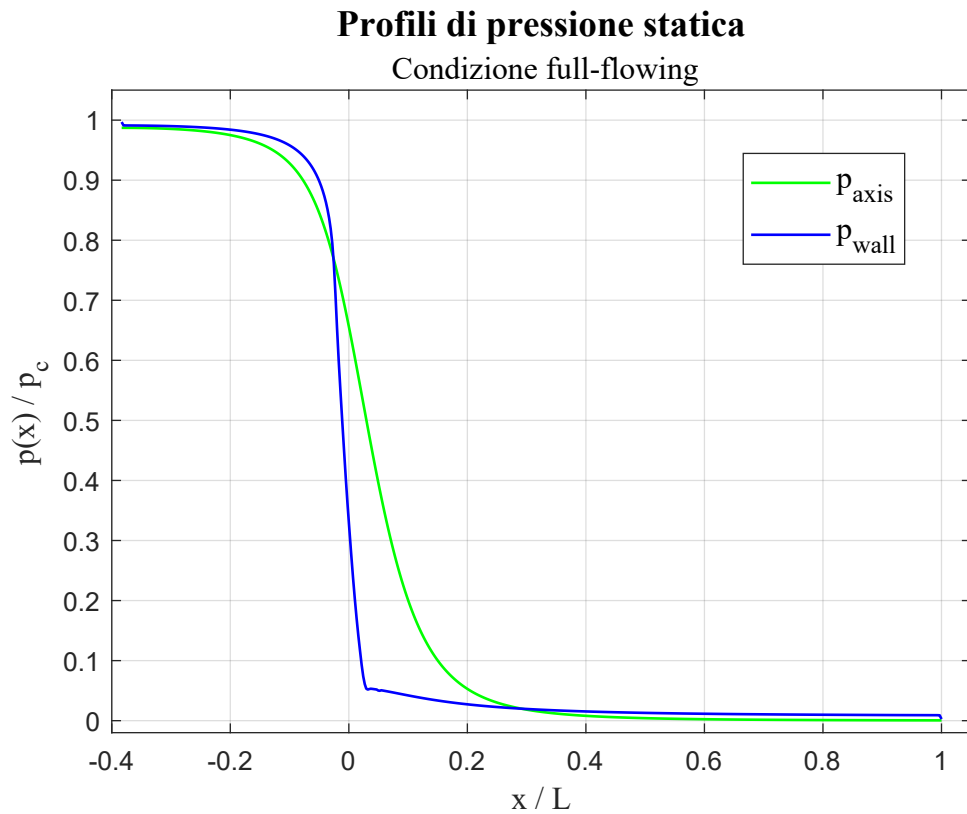


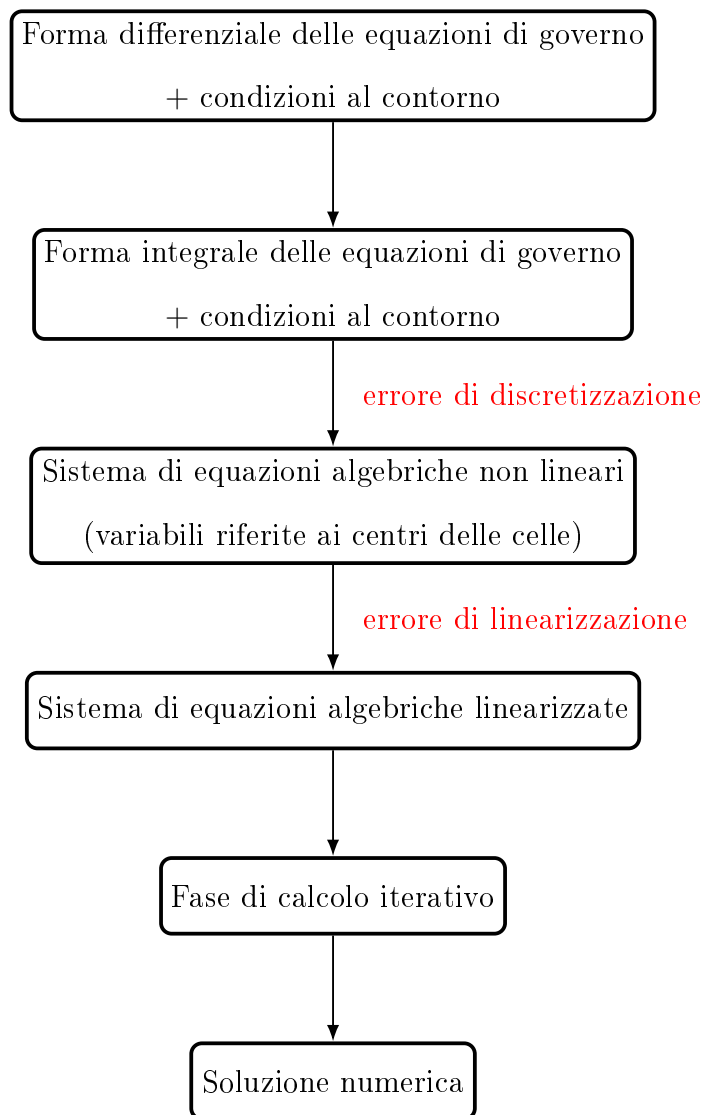
Figura 5.7: Profili di pressione normalizzata, caso espansione full-flowing

In figura 5.7 è mostrato il risultato più significativo di questa prima simulazione: il profilo di pressione di parete normalizzato. Questo andamento ha validità universale, poiché la stessa curva sarebbe stata ottenuta anche simulando un getto con una diversa pressione di camera. Nel caso di un getto sovraespanso con separazione interna, il profilo di pressione coincide inizialmente con quello dell'espansione full-flowing fino alla coordinata x_{sep}/L ,

corrispondente al punto di separazione incipiente. In questo punto, la pressione raggiunge il valore minimo p_{sep} per poi assumere i tipici andamenti previsti nei regimi di separazione FSS ed RSS. Tornando a commentare l'immagine 5.7, si nota inoltre che il profilo relativo alla pressione di parete mostri uno spigolo a monte della gola. Questo fenomeno è dovuto all'origine dell'urto interno proprio in quel punto. Nella stessa figura è riportato anche l'andamento della pressione statica lungo l'asse dell'ugello, il quale appare molto più graduale, poiché in questa regione il flusso non attraversa alcun tipo di urto.

5.2 Fondamenti delle simulazioni RANS

Prima di analizzare le simulazioni inerenti al getto separato in condizioni di sovraespansione, è utile presentare la tipica struttura di un codice CFD ai volumi finiti, per poi approfondire il tema delle simulazioni RANS, mediante le quali sono stati ottenuti i risultati presentati in questo elaborato.



La soluzione numerica è influenzata principalmente da due tipi di errore: errore di discretizzazione ed errore di linearizzazione. L'errore di discretizzazione deriva dal processo di suddivisione dello spazio del problema in un dominio computazionale composto da celle di dimensione finita. In ciascuna cella, le variabili sono calcolate dallo schema numerico

e assegnate al rispettivo centro, mentre la soluzione nei punti intermedi viene ricostruita tramite tecniche di interpolazione basate proprio su questi valori di centro cella. L'errore di linearizzazione deriva dal metodo utilizzato per approssimare le derivate temporali nelle equazioni di governo, determinando l'adozione di uno schema esplicito o implicito. In questo studio si sceglie sempre un approccio implicito, in quanto garantisce una maggiore stabilità e consente di utilizzare Δt più ampi tra un'iterazione e la successiva. Si osservi che i tipi di errore elencati hanno comportamenti differenti:

Errore di discretizzazione	$\propto$	Finitura della mesh
Errore di linearizzazione	$\propto$	Schema di calcolo

Raffinando la mesh, l'errore di discretizzazione si riduce fino a raggiungere un limite oltre il quale si verifica la cosiddetta convergenza di griglia. Durante le iterazioni, invece, diminuisce l'errore di linearizzazione, e il processo viene interrotto quando la differenza tra i valori calcolati e quelli della precedente iterazione diventa inferiore a una determinata soglia, soddisfacendo il criterio di convergenza.

Come anticipato, l'analisi numerica ha origine da un set di equazioni di governo. Nel caso di un flusso viscoso e comprimibile, tale set è rappresentato dalle equazioni di Navier-Stokes, presentate qui sotto in forma differenziale conservativa:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \\ \frac{\partial(\rho \vec{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = \nabla \cdot (-p[I] + [\tau]) = -\nabla p + \nabla \cdot [\tau] + \rho \vec{g} \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho E \vec{V}) = \nabla \cdot (-p \vec{V} + [\tau] \vec{V}) + \nabla \cdot k \nabla T + \rho \vec{g} \cdot \vec{V} \end{array} \right. \quad (5.5)$$

che in forma compatta diventano:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot F = \nabla \cdot V + Q \quad (5.6)$$

dove $U = [\rho, \rho \vec{V}, \rho E]^T$ è il vettore delle grandezze conservative, F e V sono i vettori dei flussi convettivi e diffusivi, mentre Q il vettore dei termini di sorgente. Poiché il codice CFD adottato si basa sul metodo dei volumi finiti, le equazioni di governo vengono formulate in forma integrale:

$$\frac{d}{dt} \int_V U dV + \oint_S F \cdot \vec{n} dS = \oint_S V \cdot \vec{n} dS + \int_V Q dV \quad (5.7)$$

Questa formulazione viene successivamente convertita in un sistema di equazioni algebriche lineari, da cui si ricava la soluzione numerica finale. Tuttavia, è necessario considerare un aspetto critico: il costo computazionale. L'adattamento diretto delle equazioni di governo a uno schema numerico costituirebbe la base di una classe di simulazioni nota come *Direct Numerical Simulation* (DNS). Questo approccio consentirebbe di risolvere integralmente tutte le fluttuazioni di un problema multiscala, come un flusso turbolento o un getto sovraespanso separato. Tuttavia, per numeri di Reynolds elevati, cresce il divario tra la scala di vorticità massima e la più piccola, nota come scala di Kolmogorov η , la cui dipendenza da Re è espressa dalla relazione:

$$\eta \propto Re^{-3/4}$$

Nella DNS, il numero di punti di griglia richiesto in tre dimensioni per catturare anche la scala di Kolmogorov risulta quindi proporzionale a:

$$N = N_x \cdot N_y \cdot N_z \propto Re^{9/4}$$

Si dimostra inoltre la seguente relazione inerente al costo computazionale della simulazione DNS:

$$c.c. \propto Re^{11/4}$$

Nel contesto degli endoreattori, l'ordine del numero di Reynolds è tipicamente di $10^6 - 10^7$, rendendo il costo computazionale di una simulazione DNS proibitivo. Pertanto, è necessario adottare un diverso tipo di simulazione, capace di ridurre il peso computazionale senza compromettere eccessivamente la capacità di descrivere accuratamente il fenomeno fisico in esame.

5.2.1 Simulazioni RANS

Le simulazioni della categoria Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) per flussi compressibili offrono un compromesso tra accuratezza e costo computazionale, risultando la scelta principale per problemi ingegneristici ad alto numero di Reynolds. In questo approccio, il set di equazioni di governo si ottiene applicando un operatore di media alle equazioni di Navier-Stokes originali. Questo procedimento consente di determinare il campo medio del flusso, evitando la risoluzione diretta delle scale turbolente e riducendo così il costo computazionale rispetto a metodi più dettagliati come DNS o LES.

In particolare, nelle equazioni di Navier-Stokes, tutte le variabili fisiche vengono scomposte in un contributo medio e uno fluttuante (effetto turbolenza), ad esempio:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i$$

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi'$$

dove u_i rappresenta una componente di velocità e φ una generica componente scalare come pressione, densità o energia specifica. Trascurando l'equazione dell'energia per semplificare l'analisi, si applicano la decomposizione delle variabili e l'operatore di media di Reynolds all'equazione di continuità e alla legge di bilancio della quantità di moto.

Dopo alcune semplificazioni, si ottengono le rispettive formulazioni finali delle equazioni di governo per la simulazione RANS (equazioni 5.8): in cui alla generica variabile φ sono applicati due distinti operatori di media: la media di Reynolds $\bar{\varphi}$ e la media di Favre $\tilde{\varphi}$,

specificamente utilizzata nell'ambito dei flussi comprimibili.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\tau}_{ij} - \widetilde{\bar{\rho} u'_i u'_j})\end{aligned}\tag{5.8}$$

L'osservazione più importante concerne la presenza di un termine addizionale chiamato *stress di Reynolds* τ_{ij}^R , definito come:

$$\tau_{ij}^R = -\widetilde{\bar{\rho} u'_i u'_j} = -\bar{\rho} (\widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j)\tag{5.9}$$

Questo termine rappresenta l'effetto delle fluttuazioni turbolente, non risolte direttamente, sul campo medio del flusso, che invece viene modellato e calcolato nella simulazione RANS. Risulta quindi necessario aggiungere delle equazioni al modello in modo da caratterizzare anche lo stress di Reynolds. Per realizzare tale scopo si sceglie l'approccio di Boussinesq, che lega lo stress di Reynolds alla cosiddetta viscosità turbolenta μ_t (nota anche come eddy viscosity), secondo la relazione:

$$\tau_{ij}^R = -\widetilde{\bar{\rho} u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\bar{\rho} k + \mu_t \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij}\tag{5.10}$$

La viscosità turbolenta μ_t viene a sua volta determinata tramite specifiche equazioni di trasporto, definite in base al modello di turbolenza adottato nella simulazione. Poiché una simulazione RANS è intrinsecamente dipendente dal metodo per stimare μ_t , la soluzione numerica è affetta da un nuovo contributo di errore, noto come errore di modello, che deriva esclusivamente dalle assunzioni e dalle limitazioni del modello di turbolenza utilizzato. Fissato un determinato modello di turbolenza, si osserverà che, per risolvere accuratamente lo strato limite, è necessario realizzare griglie che rispettino un requisito inerente al parametro y^+ . Maggiori dettagli sono riportati in appendice A. Per il momento, ci si limita a garantire che tutte le mesh presenti nell'elaborato assicurino una risoluzione corretta dello strato limite.

5.3 Riproduzione dei casi test

Lo studio del getto sovraespanso, caratterizzato dalla separazione all'interno dell'ugello assegnato, inizia con la riproduzione di una coppia di casi test tratti dalla letteratura. L'obiettivo è soddisfare il primo scopo dell'elaborato, ossia: definire il set-up ottimale per le future simulazioni RANS inerenti allo start-up dell'ugello. Operativamente questo significa fissare una mesh ed un modello di turbolenza, verificando che i risultati numerici ottenuti riproducano fedelmente i dati sperimentali dei casi test, mantenendo al contempo un costo computazionale accettabile.

Nelle figure 5.8 e 5.9 sono mostrati i casi test selezionati, rappresentati dai profili di pressione a parete nelle condizioni di separazione FSS e RSS, misurati nel VOLVOS1 rispettivamente per $NPR = 14$ e $NPR = 16$.

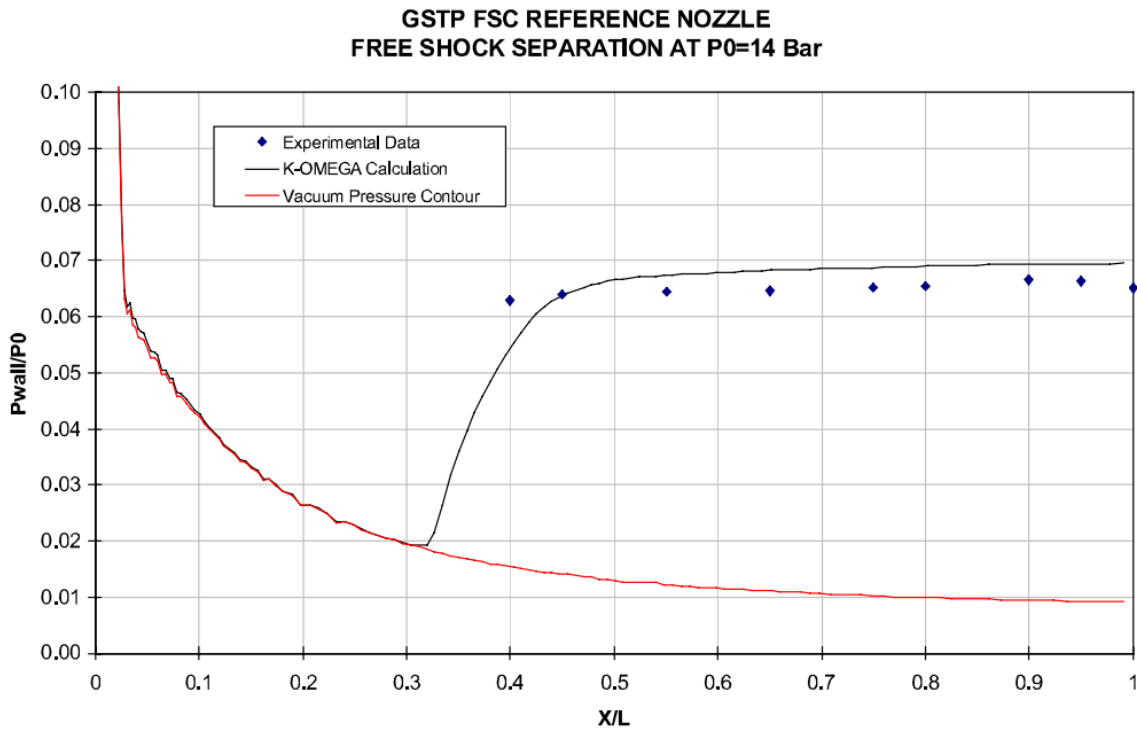


Figura 5.8: Caso test per separazione FSS (rif. [15])

Lo studio inizia dal caso test FSS, confrontando tre diverse mesh con lo stesso modello di turbolenza. Identificata la mesh più adatta, si procederà con l'analisi di diversi modelli di turbolenza, mantenendo invariata la griglia selezionata.

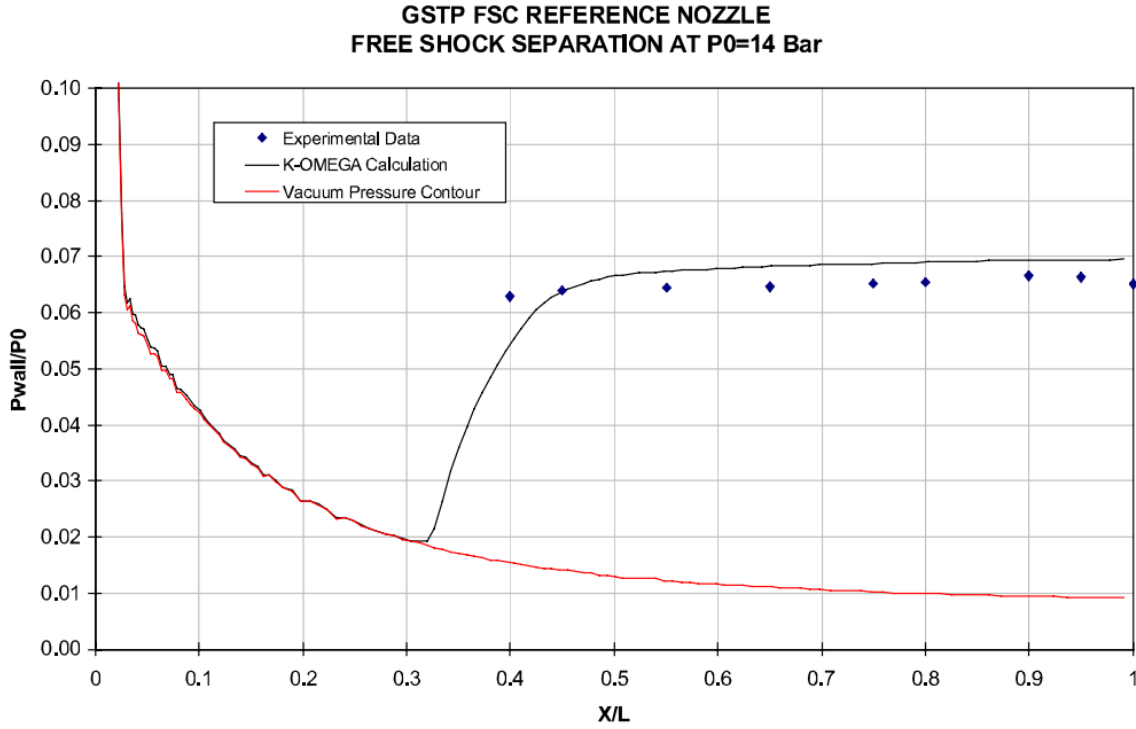


Figura 5.9: Caso test per separazione RSS (rif. [15])

5.3.1 Set-up simulazioni del getto in separazione FSS ed RSS

Prima di riprodurre i casi test, è fondamentale configurare le simulazioni in modo tale da rappresentare adeguatamente il problema fluidodinamico in esame. Di seguito viene quindi descritto il set-up fondamentale di tutte le future simulazioni, finalizzate all'analisi di un getto sovraespanso che si separa all'interno dell'ugello VOLVOS1 in modalità FSS o RSS, a seconda del valore di NPR impostato. Nel particolare, si commenteranno alcuni aspetti chiave del set-up, tra cui la definizione del dominio computazionale, l'assegnazione delle condizioni al contorno e le linee guida per la realizzazioni di mesh in grado di rappresentare con precisione la fisica del problema.

Innanzitutto, a differenza del caso di espansione completa in regime full-flowing, l'interno dell'ugello non costituisce più un dominio computazionale appropriato per rappresentare un getto in condizioni di sovraespansione. In questo nuovo contesto, è necessario un dominio computazionale più esteso, che comprenda l'ambiente esterno a pressione ambiente in cui viene scaricato il getto proveniente dall'ugello.

Si presenta quindi la nuova geometria del dominio computazionale:

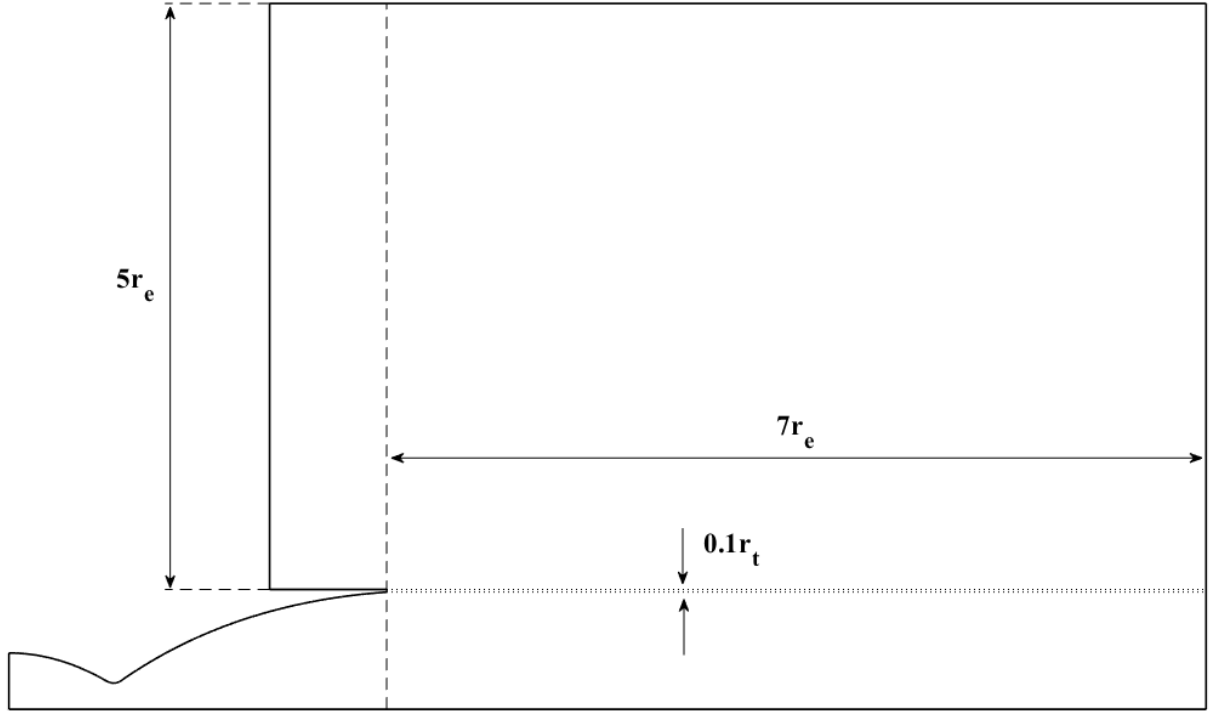


Figura 5.10: Geometria del dominio computazionale per simulazioni RANS inerenti a getto sovraespanso

Si anticipa che lo spessore $t = 0.1r_t$ del tratto verticale che termina l'ugello, definirà la sezione di uscita del getto secondario emesso dal dispositivo per il controllo della separazione. In questo capitolo, in cui si studia lo start-up con dispositivo inattivo, tale tratto sarà considerato come una semplice porzione di parete. Si osserva inoltre che il dominio computazionale presentato può essere distinto in una prima porzione definita "dominio interno" che coincide con l'interno dell'ugello ed una seconda chiamata "dominio esterno" che coincide proprio con l'ambiente esterno a pressione ambiente. Operativamente, quando si tratterà la discretizzazione del dominio esterno, ci si riferirà solamente alla sezione rettangolare in alto a destra di base $b = 7r_e$ ed altezza $h = 5r_e$ poichè risulta una scelta più pratica per caratterizzare rapidamente la mesh realizzata. Per maggiori dettagli sulle mesh, si rimanderà all'appendice A.

Per quanto riguarda le condizioni al contorno, anche in questo caso i bordi del dominio computazionale vengono suddivisi in base alla tipologia di condizione assegnata, al fine di

riprodurre un getto sovraespanso a quota livello del mare, per un determinato valore del NPR.

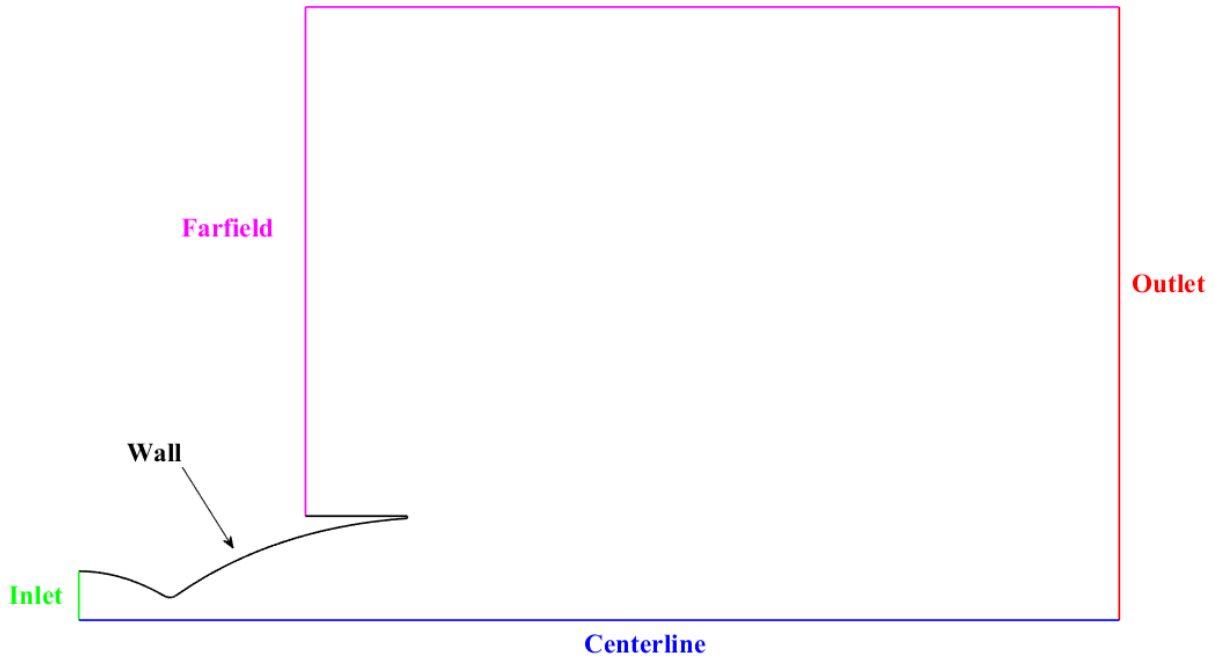


Figura 5.11: Condizioni al contorno per simulazioni RANS inerenti a getto sovraespanso

Si elencano questi diversi tipi di condizione da associare ai bordi evidenziati in figura 5.11:

- Inlet: si fissano i valori di pressione totale $p^\circ = NPR \cdot p_a$, di temperatura totale T° e di pressione statica p , che risulta solo un'inizializzazione siccome l'ingresso è subsonico.
- Outlet: si assegna un valore di pressione statica pari alla pressione ambiente a livello del mare $p_a = 101325 \text{ Pa}$ che definisce le effettive condizioni di sovraespansione.
- Wall: condizione no-slip.
- Centerline: asse di simmetria del dominio.
- Farfield: analogamente al tratto inlet, si verifica l'ingresso di un flusso nel dominio computazionale, ma in questo caso si tratta di aria esterna e non del getto propulsivo principale. Viene quindi assegnata una pressione statica pari a p_a e un numero di

Mach d'ingresso di $M = 0.01$, mantenendo la stessa direzione e verso dell'ingresso del getto principale.

Per la realizzazione delle mesh, è fondamentale considerare due aspetti chiave: l'infittimento locale e i parametri di qualità. L'infittimento locale viene applicato per garantire un'adeguata risoluzione delle soluzioni nelle regioni di maggiore interesse del flusso. In particolare, la griglia viene raffinata in prossimità delle pareti interne dell'ugello, al fine di catturare con precisione lo strato limite e rispettare i requisiti imposti dal modello, e in corrispondenza della sezione d'uscita per catturare al meglio tutti i gradienti del getto separato di scarico. I parametri di qualità sono invece fondamentali per quantificare la regolarità e l'ordine della griglia di calcolo, prevenendo possibili errori numerici. Tra i più significativi vi sono la *skewness* e la *orthogonal quality*, le cui definizioni sono riportate in Appendice A. Per ora, è sufficiente sapere che una singola cella con $skewness > 0.95$ o $orthogonal\ quality < 0.01$ rende la mesh non accettabile.

Di seguito viene presentata una tabella che raccoglie le caratteristiche principali di tre mesh strutturate realizzate per replicare i casi test:

	Mesh 1	Mesh 2	Mesh 3
Numero di celle totale	75000	81000	121800
Suddivisione dominio interno	180 x 100	240 x 100	280 x 180
Suddivisione dominio esterno	180 x 120	180 x 120	180 x 120
min. Orthogonal Quality	0.068392	0.10438	0.14854
max. Skeweness	0.39986	0.40283	0.40617
Spessore cella di parete* [mm]	$1.1708 \cdot 10^{-2}$	$1.0073 \cdot 10^{-2}$	$9.9156 \cdot 10^{-3}$

Tabella 5.2: Caratteristiche delle tre mesh realizzate

(* riferita all'ultima cella lungo il tratto divergente, ossia la prima a monte della sezione d'uscita)

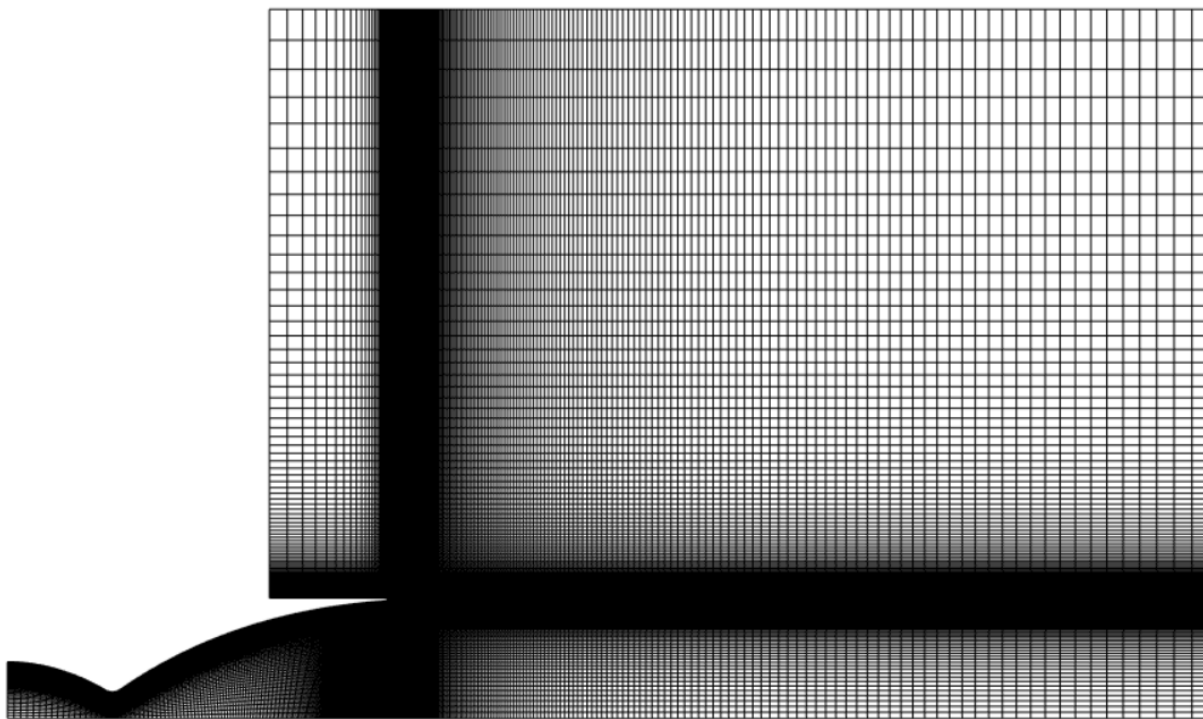


Figura 5.12: Vista completa della Mesh 1

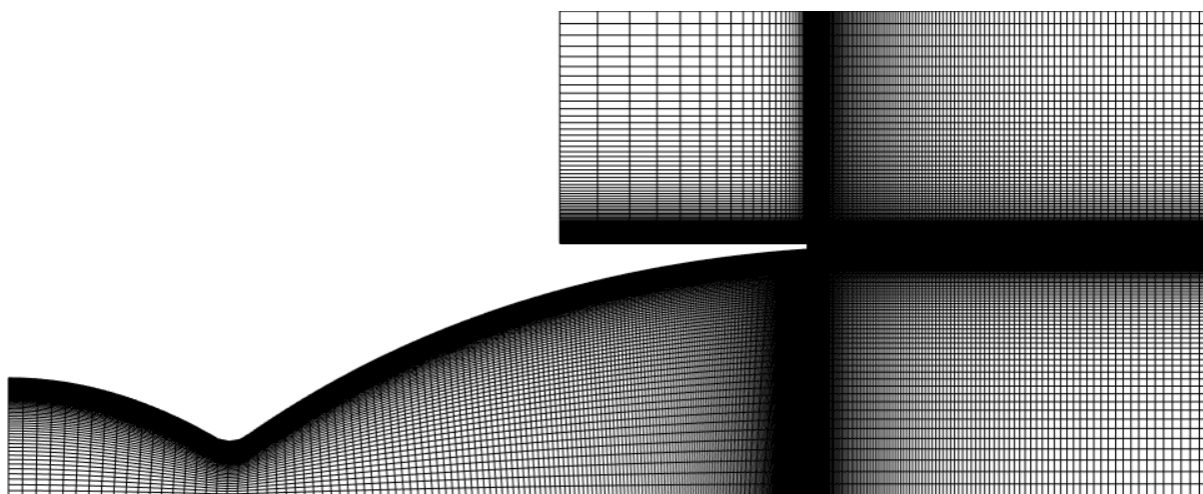


Figura 5.13: Dettaglio Mesh 1, zoom su infittimenti

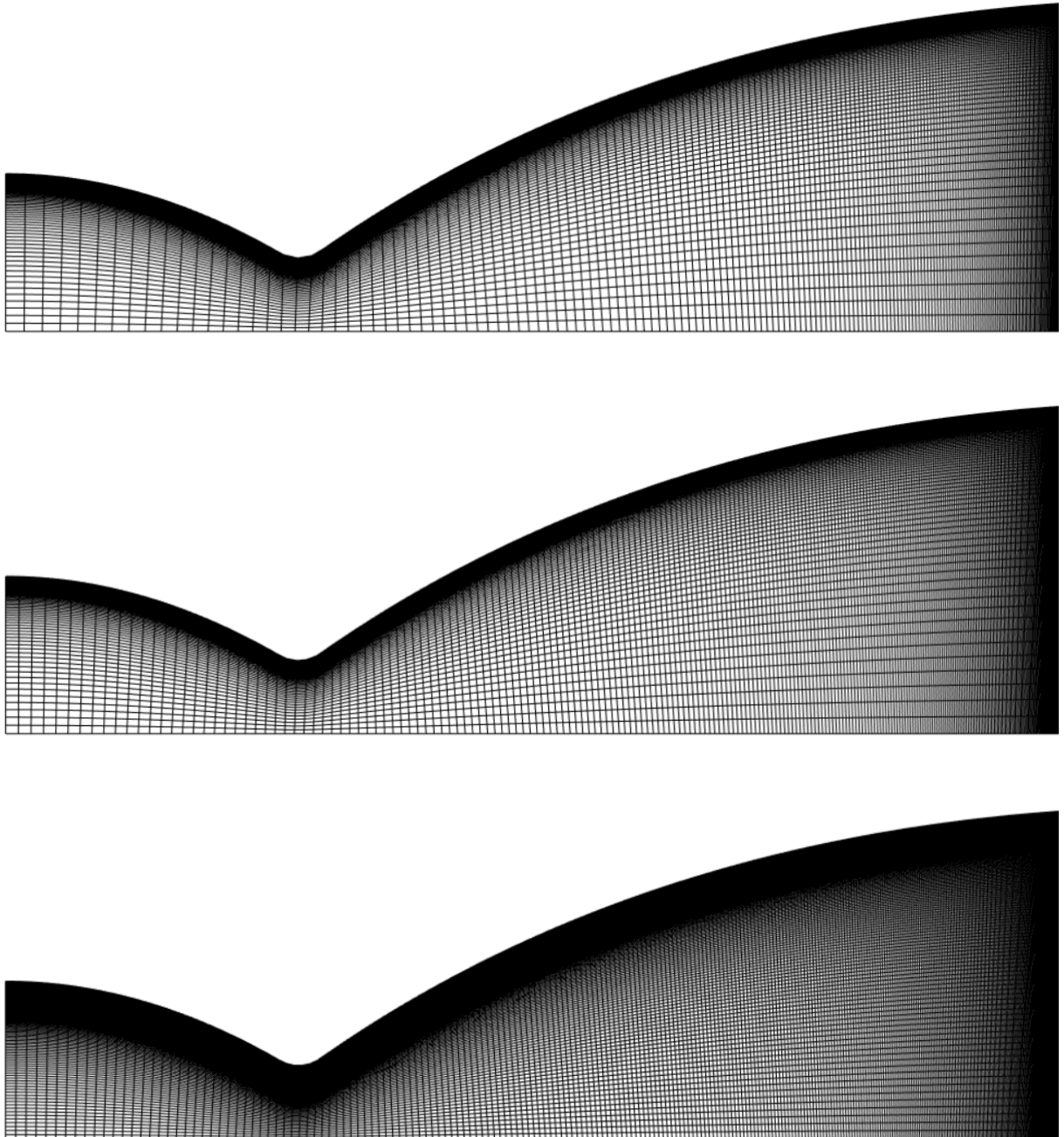


Figura 5.14: Progressivo infittimento del dominio interno, da Mesh 1 a Mesh 3

5.3.2 Caso test FSS

Il primo caso test da riprodurre corrisponde a un regime di separazione FSS, con un rapporto fra pressione di camera e pressione ambiente pari a $NPR = 14$. All'ingresso viene quindi assegnata una pressione totale pari a $p^\circ = 14 \cdot p_a$ e si avviano le iterazioni. Si ricorda che il fluido operativo dell'ugello è una miscela d'aria modellata come gas ideale, mentre la sua viscosità molecolare è descritta tramite il modello di Sutherland.

Le soluzioni relative ai campi (contours) delle variabili fisiche d'interesse sono presentate nella sezione 5.4 o in appendice B. Di seguito, vengono presentate direttamente le distribuzioni di pressione a parete, confrontate con i dati sperimentali riportati in figura 5.8. Si inizia commentando i risultati ottenuti con le tre mesh descritte nella tabella 5.2, adottando il modello di turbolenza $k - \omega$ SST.

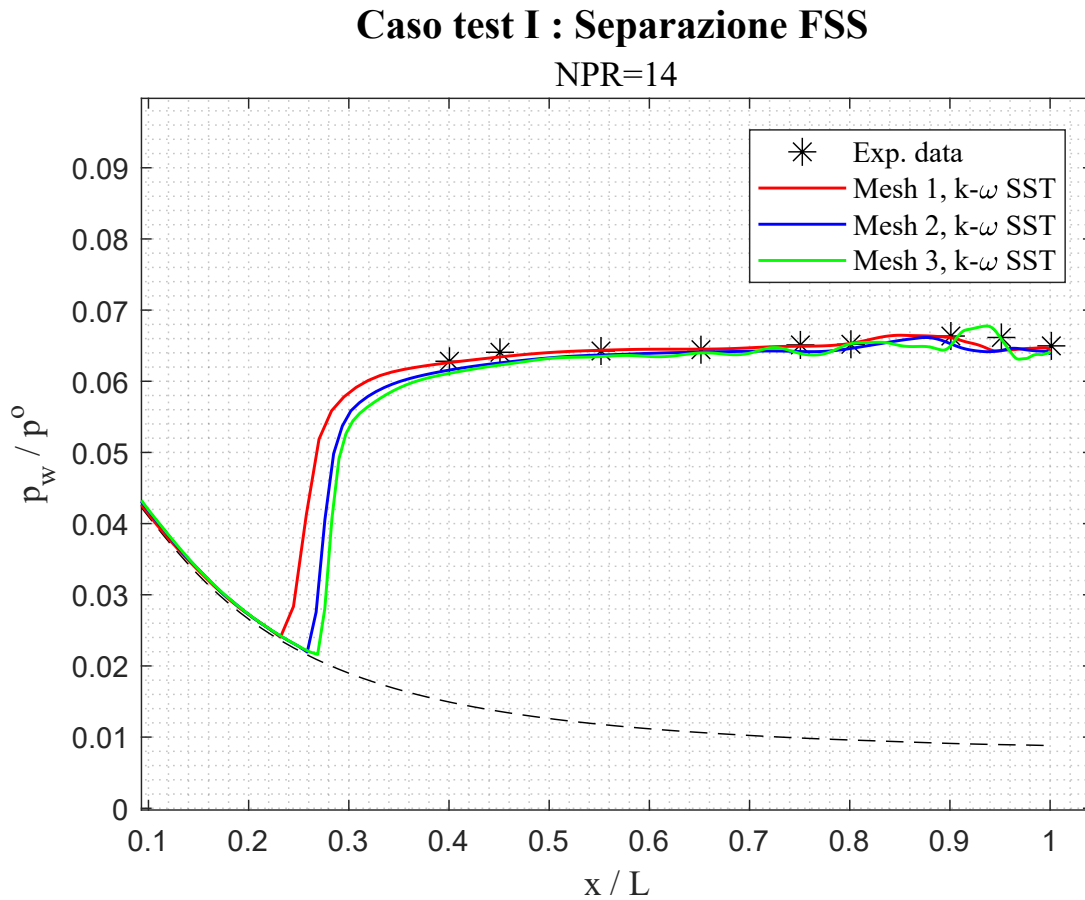


Figura 5.15: Replicazione caso test FSS con tre diverse mesh

Si rileva che, per tutte e tre le mesh, le soluzioni numeriche mostrano una buona concordanza con i valori sperimentali della pressione di plateau, associata alla zona di ricircolo a valle del punto di separazione. Tuttavia, si osserva anche una dispersione dei risultati relativi alla posizione del punto d'incipiente separazione, che tende a spostarsi verso la sezione d'uscita all'aumentare della finitura della mesh. Dato che la differenza tra mesh 2 e mesh 3 risulta contenuta, la mesh 2 può essere considerata un compromesso ottimale tra accuratezza e costo computazionale e sarà quindi adottata per le simulazioni successive. Si procede ora alla valutazione del modello di turbolenza più idoneo per lo studio della separazione, ripetendo il primo caso test con la mesh 2, variando il modello di turbolenza e alcuni suoi parametri di configurazione. In figura 5.16 si presenta l'esito di questo secondo studio.

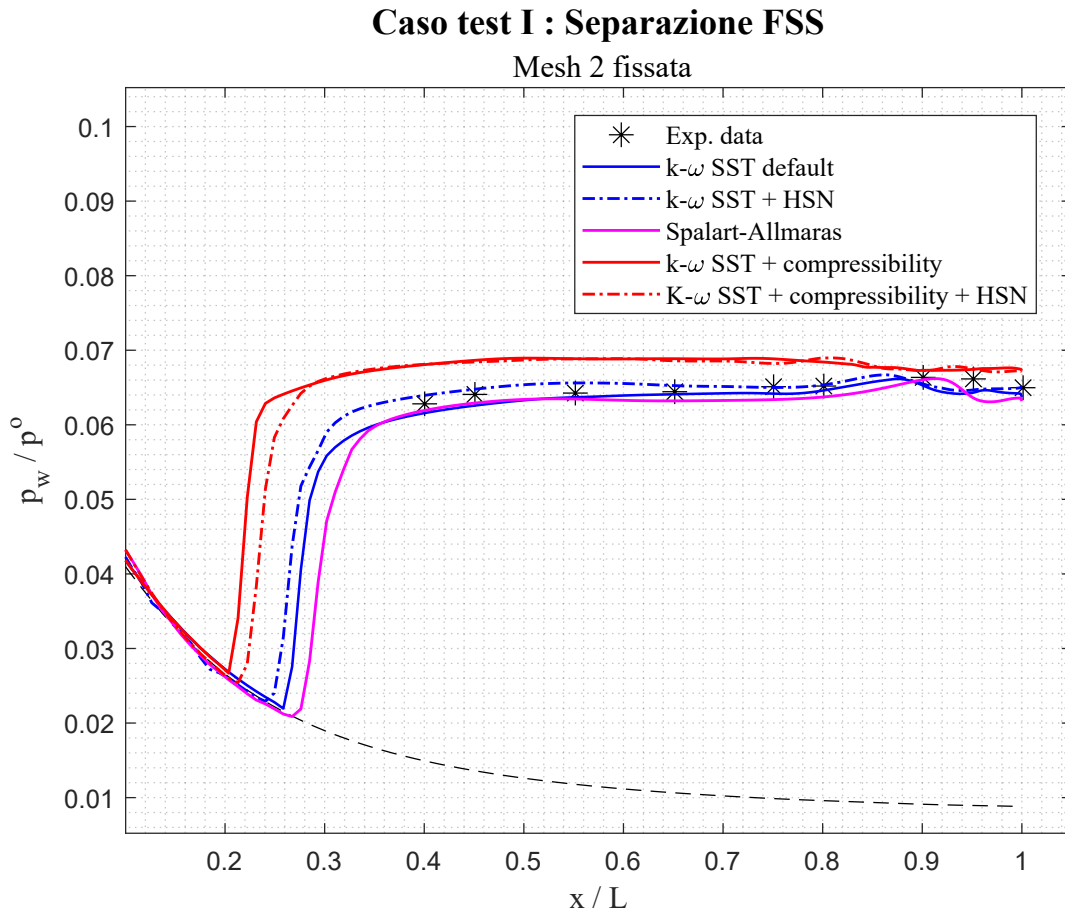


Figura 5.16: Replicazione caso test FSS con diversi set-up del modello di turbolenza

Sono stati presi in esame i modelli di turbolenza $k - \omega$ SST e Spalart-Allmaras, poiché secondo la letteratura ([17]), rappresentano le scelte più indicate per l'analisi di flussi separati. Dalla figura 5.16, si osserva che il modello di Spalar-Allmaras preveda una separazione più a valle del modello $k - \omega$ SST, evidenziando uno strato limite maggiormente resistente al gradiente di pressione avverso. Al contrario, attivando l'opzione per gli effetti di compressibilità nel modello $k - \omega$ SST, la separazione prevista si sposta verso la sezione di gola rispetto caso di default. In conclusione, l'attivazione della routine *High Speed Numerics*, specifica per flussi comprimibili ad alta velocità, tende a uniformare la posizione del punto di incipiente separazione nei profili di pressione ottenuti con il $k - \omega$ SST, sia con che senza effetti di compressibilità.

Alla luce delle considerazioni precedenti, il modello $k - \omega$ SST senza effetti di compressibilità viene ritenuto la scelta più appropriata per lo studio del getto separato. Dimostrando che l'attivazione della routine HSN non alteri in modo significativo i risultati numerici, si decide di mantenerla nelle simulazioni successive, in quanto contribuisce a migliorare la stabilità dello schema numerico.

5.3.3 Caso test RSS

Il secondo caso test si riferisce ad una separazione RSS, che si verifica per $NPR = 16$. Inizializzando le simulazioni a partire dalla soluzione del primo caso test, si osserva che, per tutte e tre le mesh, la separazione prevista in queste nuove condizioni rimane di tipo FSS.

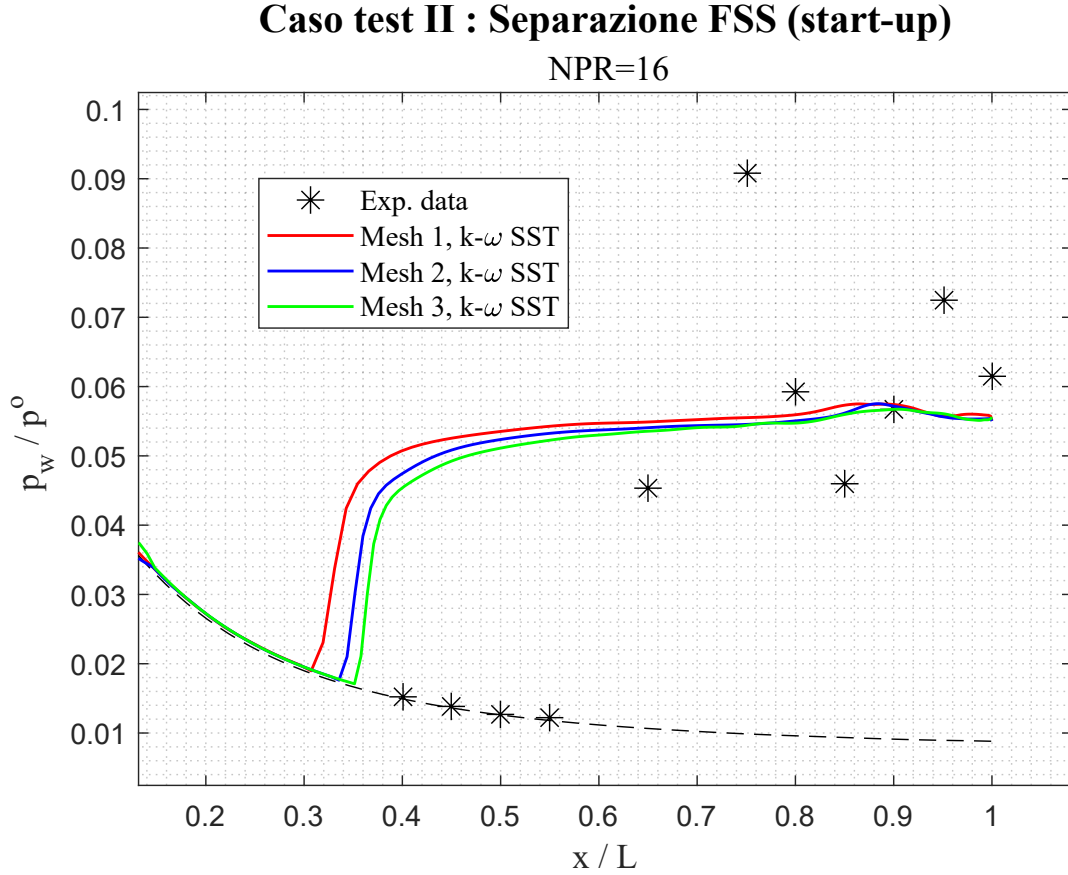


Figura 5.17: Replicazione caso test RSS, con inizializzazione da soluzione FSS

Uno studio analogo, tratto dalla letteratura ([9]), suggerisce che questa discrepanza rispetto ai risultati sperimentali sia dovuta al set-up del modello di turbolenza. Nel presente elaborato, tale discordanza viene considerata accettabile, poiché la transizione $FSS \rightarrow RSS$ si verifica per valori di NPR leggermente superiori, senza compromettere la validità dei risultati relativi al dispositivo di controllo della separazione. Si è comunque ritenuto opportuno confrontare gli ordini di grandezza delle oscillazioni di pressione a parete con i dati sperimentali di questo secondo caso test, sfruttando il fenomeno di isteresi nella tran-

sizione tra i regimi di separazione. Ciò significa che le simulazioni relative a $NPR = 16$ non sono state inizializzate da una soluzione FSS a NPR minore, bensì da una soluzione in condizioni RSS relativa ad un particolare valore di NPR , maggiore di 16.

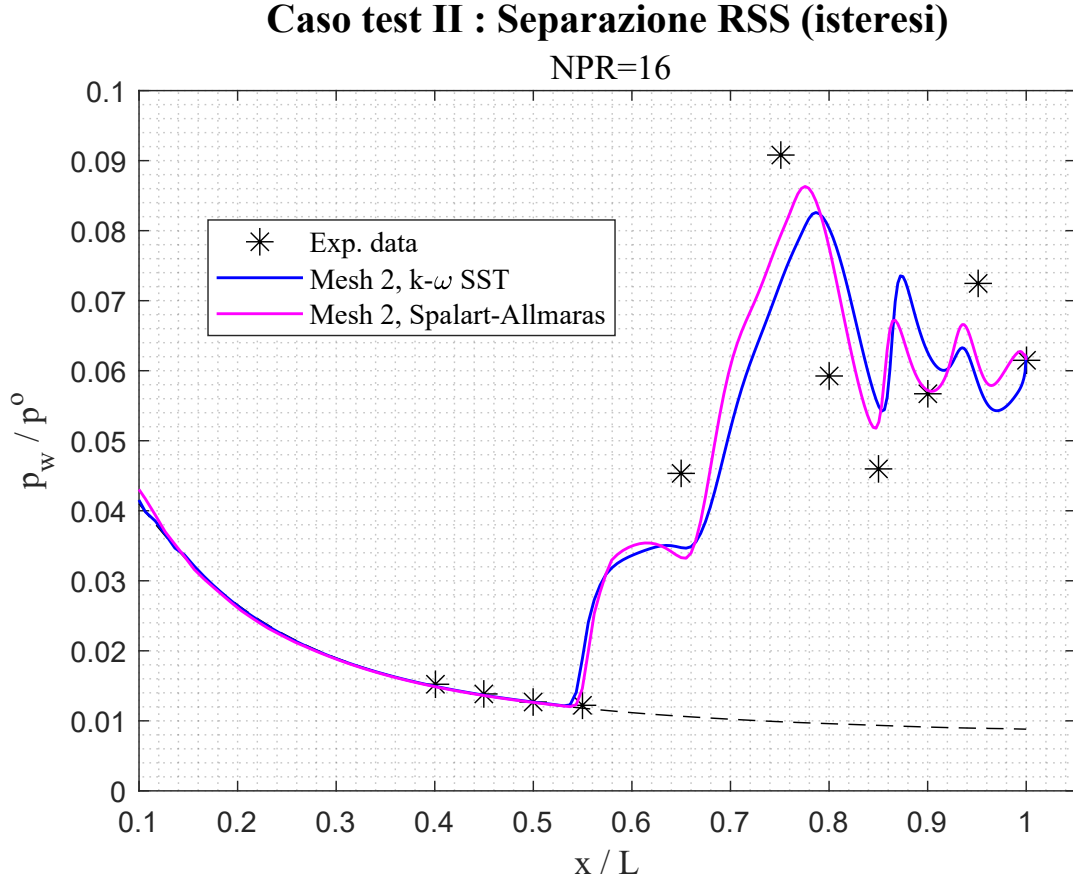


Figura 5.18: Replicazione caso test RSS, con inizializzazione da soluzione RSS

I profili di pressione mostrati in figura 5.18 assicurano che la configurazione delle simulazioni è adatta a descrivere il fenomeno della separazione RSS, le cui caratteristiche fluttuazioni di pressione a parete sono quantificate in modo molto prossimo alle misurazioni sperimentali del secondo caso test.

In conclusione, la mesh 2 e il modello $k - \omega$ SST rappresentano la configurazione delle simulazioni che più accuratamente riproducono i risultati sperimentali dei due casi test. Pertanto, questa combinazione sarà adottata come set-up di riferimento per le future simulazioni, inerenti allo start-up dell'ugello fino al raggiungimento delle condizioni full-flowing.

5.3.4 Transizione FSS - RSS

Si intende presentare una panoramica generale sugli studi numerici condotti fino a questo punto. Nello specifico, è stata simulata la fase dello start-up dell'ugello relativa al range $NPR \in [10, 20]$, adottando incrementi progressivi di due unità per ciascun valore all'interno dell'intervallo.

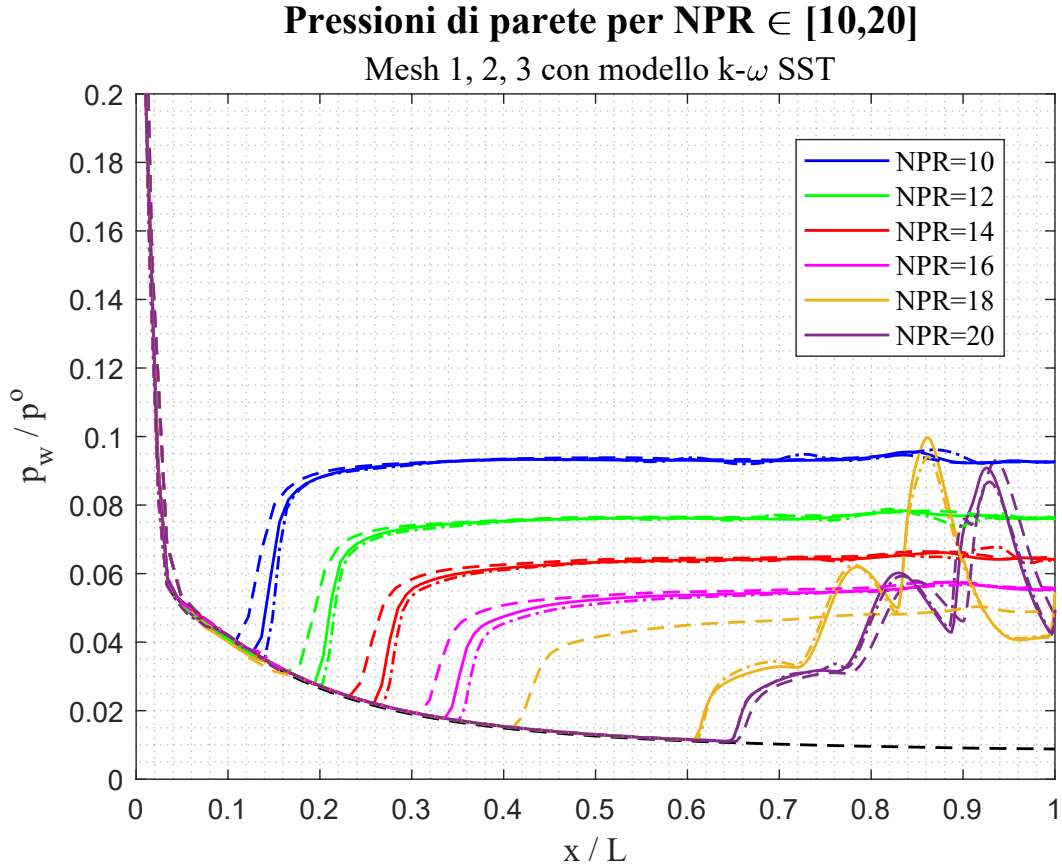


Figura 5.19: Profili $p_{wall}(x)$ per $NPR \in [10, 20]$ (mesh 1 linea tratteggiata, mesh 2 linea continua, mesh 3 linea tratto punto)

La figura 5.19 descrive l'evoluzione del regime di separazione in questa fase dello start-up, mostrando i profili di pressione a parete ottenuti con le tre mesh riportate nella tabella 5.2. Si osserva che la transizione $FSS \rightarrow RSS$ avviene per $NPR \in (16, 18)$ quando si adotta la mesh 2 o mesh 3, mentre con la mesh 1 si verifica per $NPR \in (18, 20)$. Questa differenza è attribuibile al maggiore errore di discretizzazione della mesh 1, la più grezza tra le tre. Di conseguenza, il valore corretto del NPR di transizione appartiene all'inter-

vallo (16, 18), relativo alle simulazioni con mesh 2 e mesh 3.

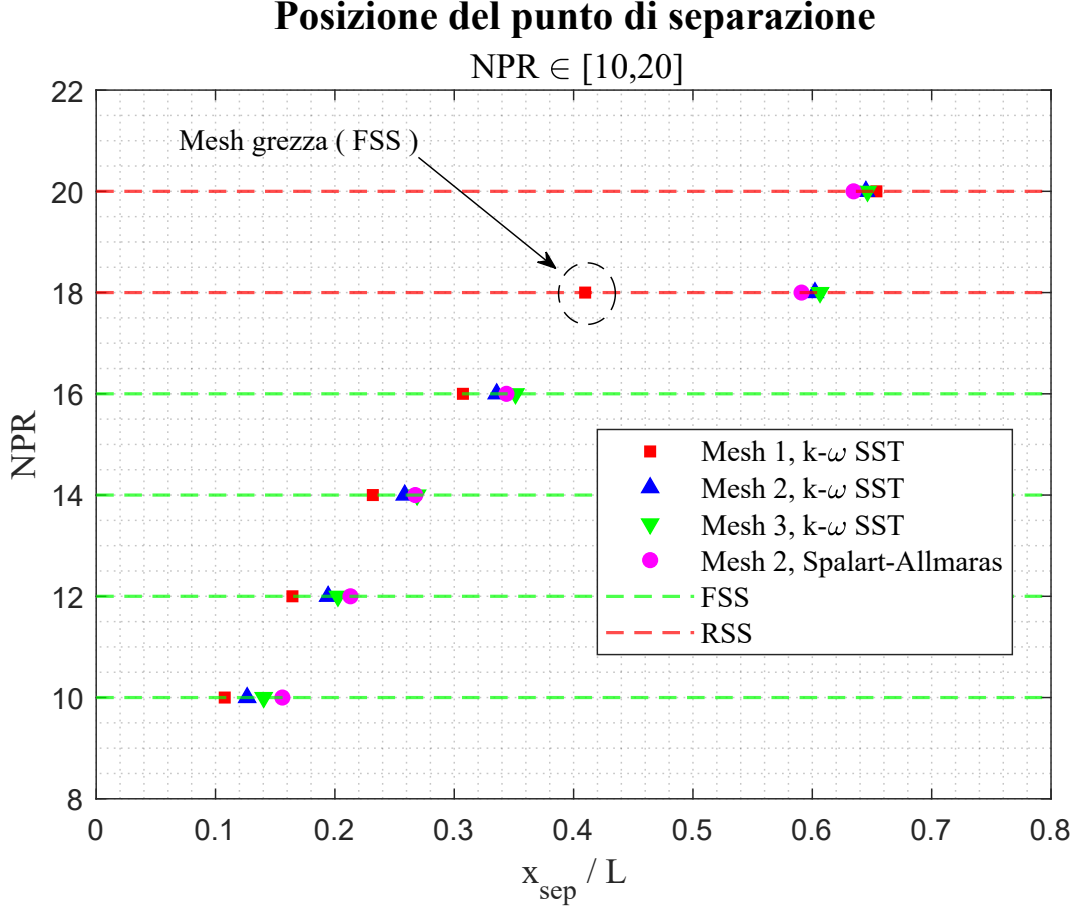


Figura 5.20: Spostamento del punto di separazione al crescere del NPR

La figura 5.20 fornisce un'ulteriore descrizione dell'evoluzione del getto sovraespanso separato in questa prima fase dello start-up. Nel particolare, si diagramma la posizione del punto d'incipiente separazione al variare del NPR per varie combinazioni di mesh e modelli di turbolenza. La transizione $FSS \rightarrow RSS$ è riconoscibile dal salto del punto di separazione verso valle, che dipende dalla formazione del cap-shock pattern descritto in sezione 3.4. Si nota più chiaramente che, con l'uso della mesh 1, la transizione avvenga ad un NPR maggiore; infatti per $NPR = 18$, il regime di separazione risulta ancora FSS. Questi ultimi risultati segnano la conclusione della prima fase di studio numerico dell'elaborato. Gli aspetti più rilevanti emersi sono la definizione di un set-up di riferimento per le simulazioni successive, identificato nella mesh 2 e nel modello $k - \omega$ SST, e la caratterizzazione dello start-up per $NPR \in [10, 20]$.

5.4 Simulazioni dello start-up senza getto secondario

Questa sezione è finalizzata al completamento del secondo obiettivo dell'elaborato: caratterizzare lo start-up dell'ugello TOP assegnato fino a condizioni full-flowing.

Perciò, utilizzando la mesh 2 e il modello di turbolenza $k - \omega$ SST, si incrementa progressivamente il valore di NPR per simulare l'evoluzione dello start-up. Questa scelta non altera la validità dei risultati ottenuti, poiché la scala temporale caratteristica della variazione di p_c è significativamente più lunga rispetto a quella dei fenomeni gasdinamici. Di conseguenza, analizzare la transizione attraverso una sequenza di soluzioni stazionarie rappresenta un'ottima approssimazione.

Avendo già svolto una serie di simulazioni relative ad $NPR \in [10, 20]$, si procede quindi con una nuova serie per $NPR \in [20, 50]$, anticipando così uno dei risultati: per $NPR = 50$ si verifica infatti il raggiungimento delle condizioni full-flowing, caratterizzate da strato limite completamente aderente lungo l'intera parete dell'ugello. È importante evidenziare che la separazione dello strato limite si verifica sempre in condizioni di regime turbolento. Questo aspetto può essere verificato stimando l'ordine di grandezza del numero di Reynolds, calcolato di seguito nella sezione di gola per $NPR = 10$ ed $NPR = 50$, usando i dati delle rispettive simulazioni:

$$Re_{D,10} = \left(\frac{\rho u D}{\mu} \right) \Big|_{A_t} = 2.93 \cdot 10^6$$

$$Re_{D,50} = 1.47 \cdot 10^7$$

Nello specifico, l'avviamento senza getto secondario sarà descritto attraverso una selezione mirata di risultati. L'analisi inizierà con le distribuzioni (contours) di alcune variabili chiave nelle condizioni di separazione FSS e RSS, associate a una coppia di valori di NPR scelta arbitrariamente. Successivamente, verrà dedicato un paragrafo alla configurazione dei sistemi d'urto, rappresentati tramite una specifica funzione "sensore d'urti". Infine, si analizzerà lo spostamento del disco di Mach e del punto di separazione al variare del NPR, derivando, per il secondo soggetto, alcune leggi di correlazione empirica.

5.4.1 Simulazione FSS

Si presentano i risultati di una simulazione di riferimento per la separazione FSS, associata al valore $NPR = 14$. L'analisi inizia mostrando i campi di alcune variabili principali.

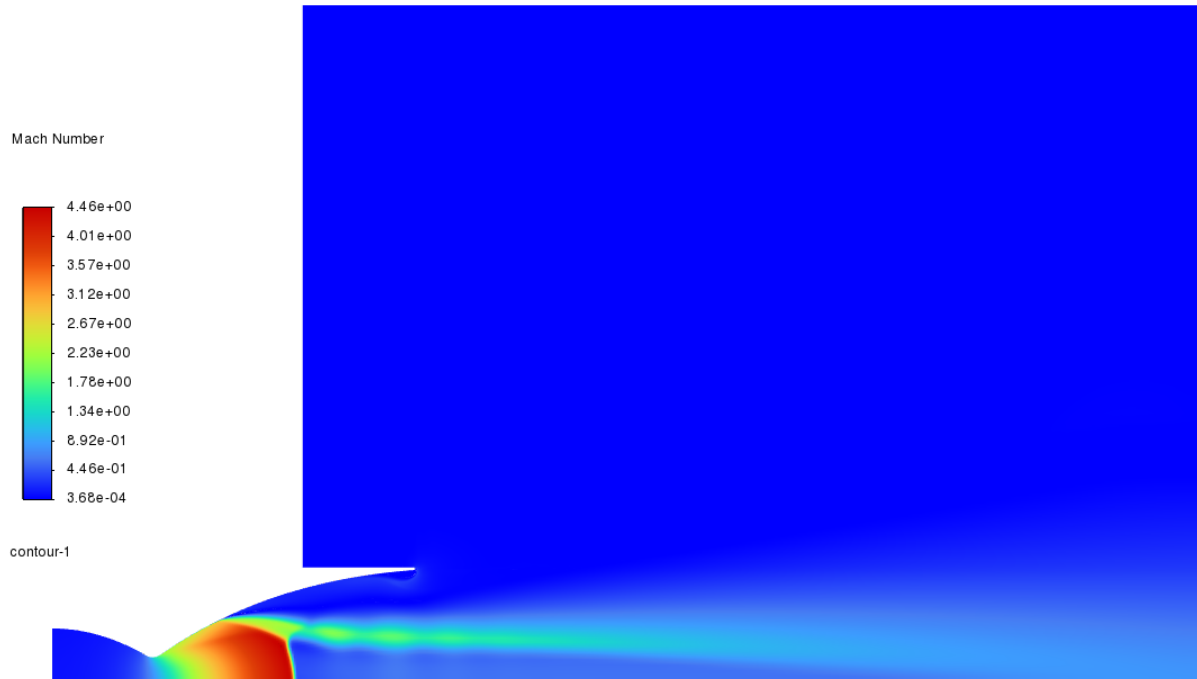


Figura 5.21: Campo di Mach, separazione FSS per $NPR = 14$



Figura 5.22: Campo di pressione statica, separazione FSS per $NPR = 14$



Figura 5.23: Campo di pressione totale, separazione FSS per $NPR = 14$

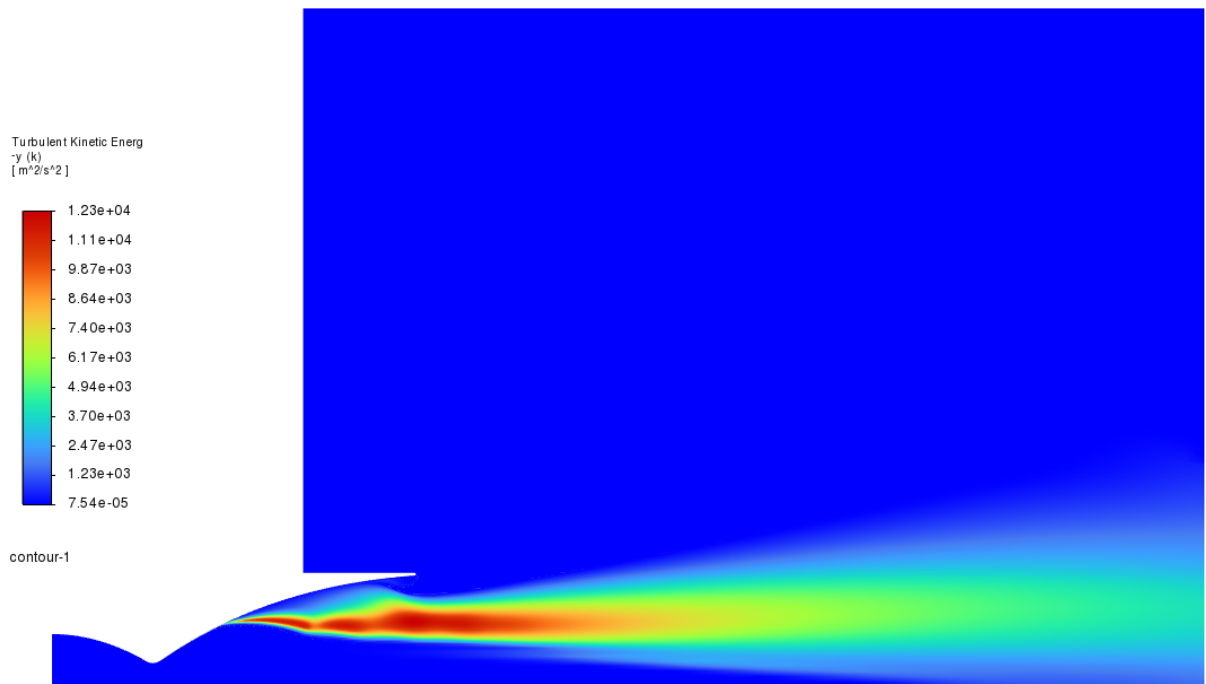


Figura 5.24: Campo di energia cinetica turbolenta, separazione FSS per $NPR = 14$

Nelle figure 5.21 e 5.22 sono riportate rispettivamente le distribuzioni del Mach e della pressione statica. Da questa coppia di risultati, si è già in grado di riconoscere gli elementi caratteristici della separazione FSS, tra cui il disco di Mach, l'urto di separazione e il get-

to supersonico libero, deviato verso l'asse dell'ugello. Nelle figure 5.23 e 5.24 sono invece mostrati i campi di pressione totale e di energia cinetica turbolenta. Il primo consente di individuare la porzione più energetica del getto principale e le aree di maggiore dissipazione, localizzate lungo le pareti e nelle regioni di interazione con gli urti. Il secondo evidenzia le zone di maggiore rimescolamento turbolento che, come previsto nel caso della separazione FSS, si sviluppano sotto forma di scia a valle del punto di separazione dello strato limite.

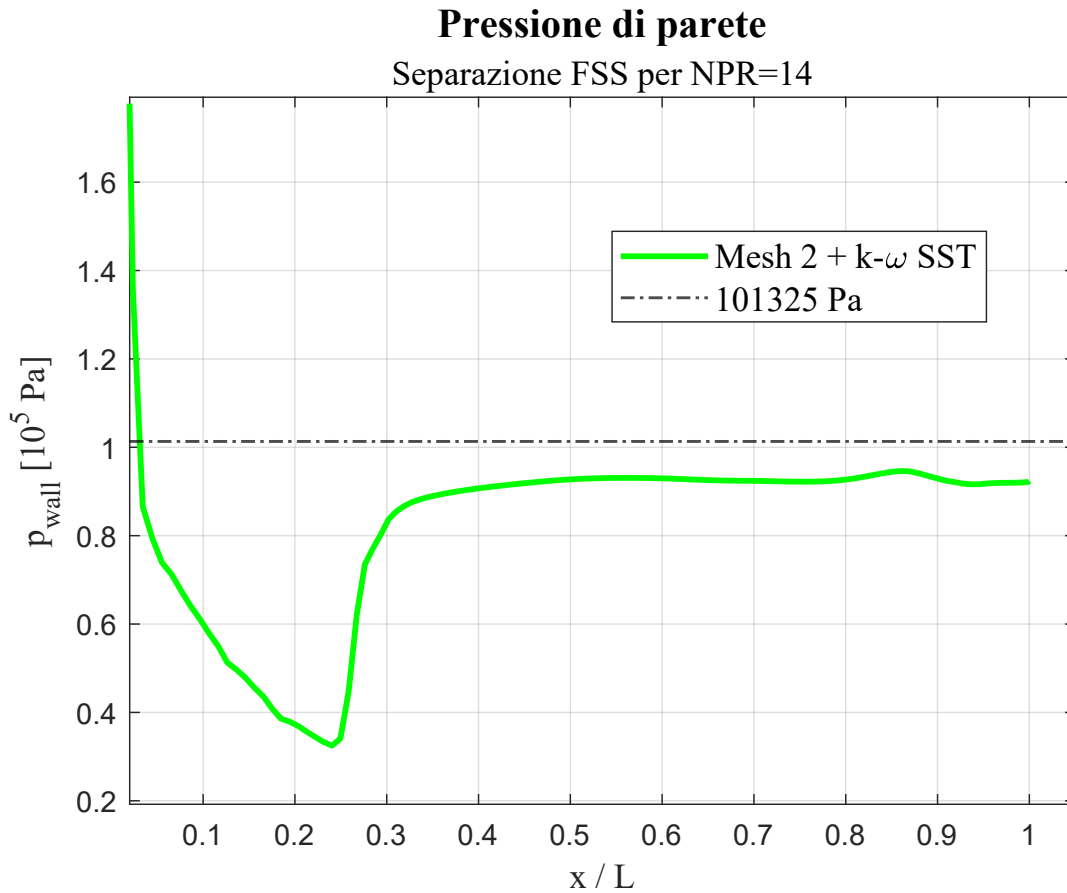


Figura 5.25: Pressione di parete, separazione FSS per $NPR = 14$

Si conclude lo studio di questa simulazione di riferimento commentando il profilo di pressione di parete di figura 5.25. I valori di pressione sono stati riportati senza normalizzazioni per evidenziarne l'ampiezza effettiva e agevolare il confronto con la pressione ambiente, pari a $p_a = 101325 \text{ Pa}$. Come previsto per un regime FSS, la pressione di plateau p_p , associata alla zona di ricircolo, risulta prossima al valore di pressione ambiente.

5.4.2 Simulazione RSS

Analogamente alla sezione precedente, si presentano ora le stesse categorie di risultati per una simulazione RANS relativa alla separazione RSS, assegnando il valore $NPR = 20$.



Figura 5.26: Campo di Mach, separazione RSS per $NPR = 20$



Figura 5.27: Campo di pressione statica, separazione RSS per $NPR = 20$



Figura 5.28: Campo di pressione totale, separazione RSS per $NPR = 20$

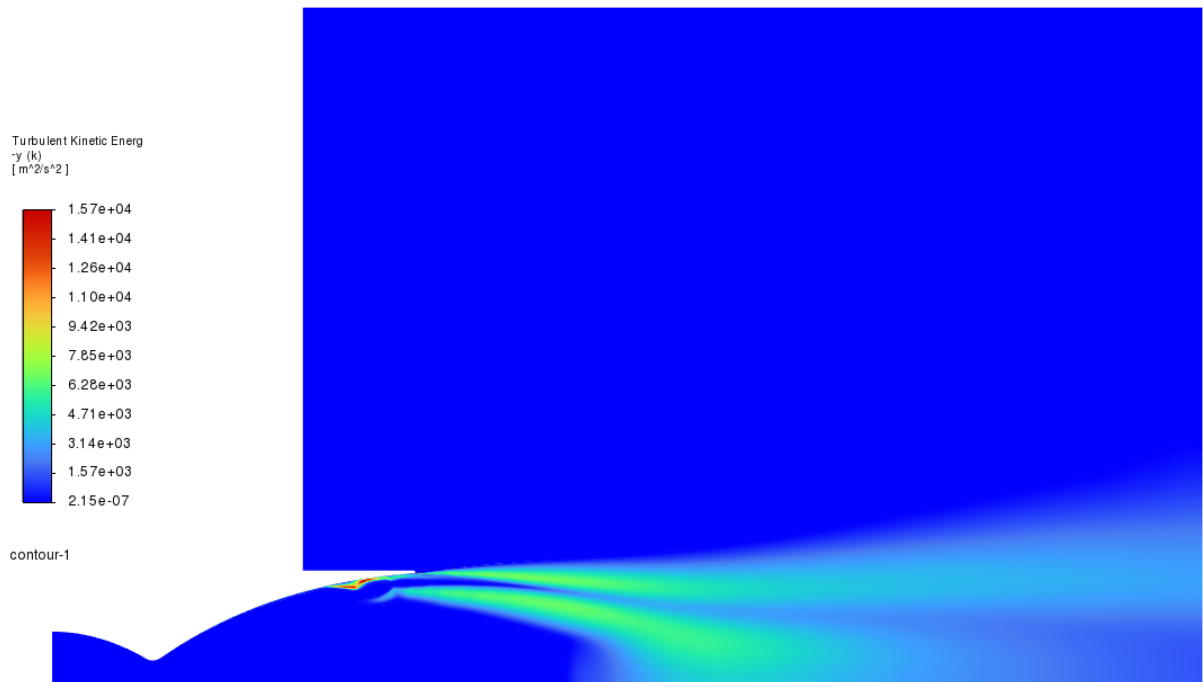


Figura 5.29: Campo di energia cinetica turbolenta, separazione RSS per $NPR = 20$

Nelle figure 5.26 e 5.27 sono rappresentati i campi di Mach e di pressione statica per condizioni RSS. Si può infatti notare la presenza di un getto supersonico che si sviluppa lungo la parete, dovuto al riattacco dello strato limite. In questa specifica simulazione si

osservano inoltre due bolle di ricircolo chiuse, intrappolate tra il getto supersonico e la parete. È infatti noto che il getto supersonico di parete attraversa una sequenza di urti obliqui e fasci di espansione per adattarsi alle condizioni dell'ambiente esterno e che in questo processo possano generarsi successive separazioni e riattacchi dello strato limite, dando così origine a ulteriori bolle di ricircolo, a valle della prima. Le figure 5.28 e 5.29 aggiungono invece ulteriori dettagli circa la posizione delle regioni con maggiore dissipazione energetica e rimescolamento turbolento.

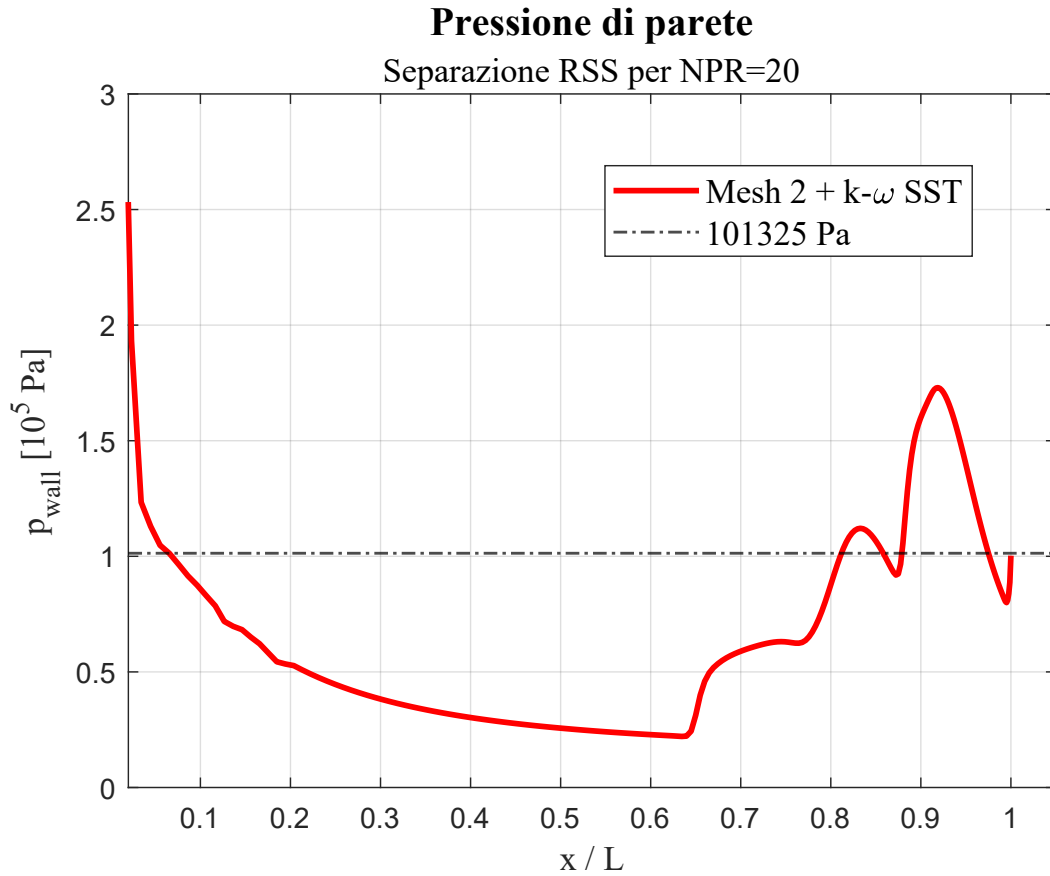


Figura 5.30: Pressione di parete, separazione RSS per $NPR = 20$

Dal profilo di pressione mostrato in figura 5.30, emergono i picchi caratteristici della separazione RSS, che superano la pressione ambiente e possono risultare particolarmente critici in termini di carico laterale, soprattutto se la transizione $FSS \rightarrow RSS$ avviene in modo significativamente asimmetrico. Inoltre, la pressione di plateau p_p risulta significativamente inferiore alla pressione ambiente p_a , poiché in questo caso è associata alla prima bolla di ricircolo, che rimane isolata dall'ambiente esterno.

5.4.3 Visualizzazione urti con sensore

Si intende analizzare la configurazione degli urti nelle due simulazioni precedenti, relative ai regimi di separazione FSS e RSS. L'approccio scelto è basato sull'osservazione dei campi mostrati nella figura sottostante:

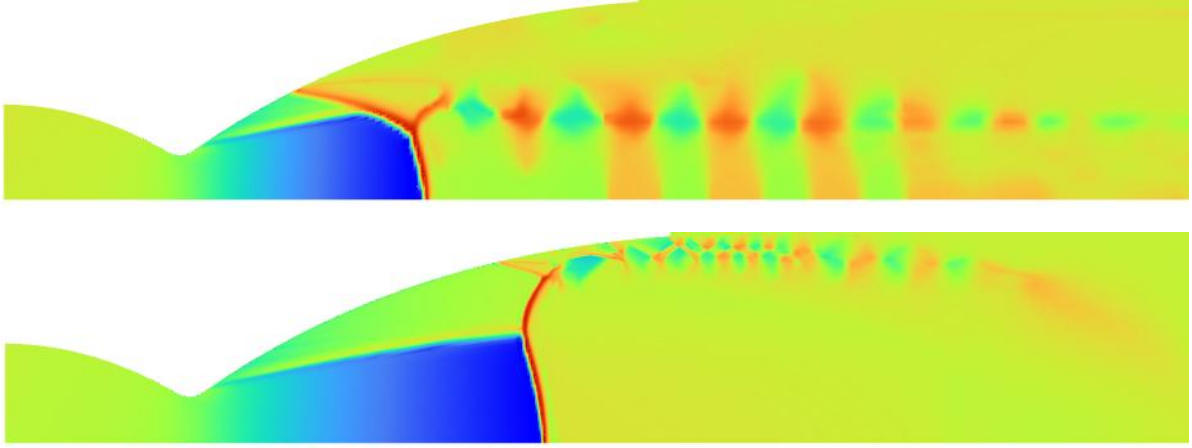


Figura 5.31: Separazione FSS (NPR=14) e separazione RSS (NPR=20)

Il campi rappresentati in figura 5.31 rappresentano i valore di una *shock function* $f(x)$ tratta dalla letteratura ([8]), utilizzata per evidenziare con maggiore chiarezza gli urti e le regioni di flusso in compressione o espansione.

$$f(x) = \frac{\vec{M} \cdot \nabla p}{|\nabla p|}$$

In particolare, le tonalità fredde indicano le zone di espansione, mentre quelle calde corrispondono alle regioni di compressione. Le figure 5.32 e 5.33, riportate nelle pagine successive, mostrano l'identificazione degli urti nelle condizioni di separazione FSS e RSS, con i relativi schemi di riferimento illustrati nei riquadri superiori. Attraverso la funzione sensore $f(x)$, è possibile constatare la disposizione dell'urto interno prevista nei due regimi. Nel caso FSS, l'urto interno va in coalescenza con l'urto di separazione in un punto al di sopra del punto triplo. Nel caso RSS, l'urto interno impatta direttamente il punto triplo posizionato al di sotto dell'urto riflesso con curvatura inversa, che caratterizza il cap-shock pattern presente in tutte le separazioni RSS.

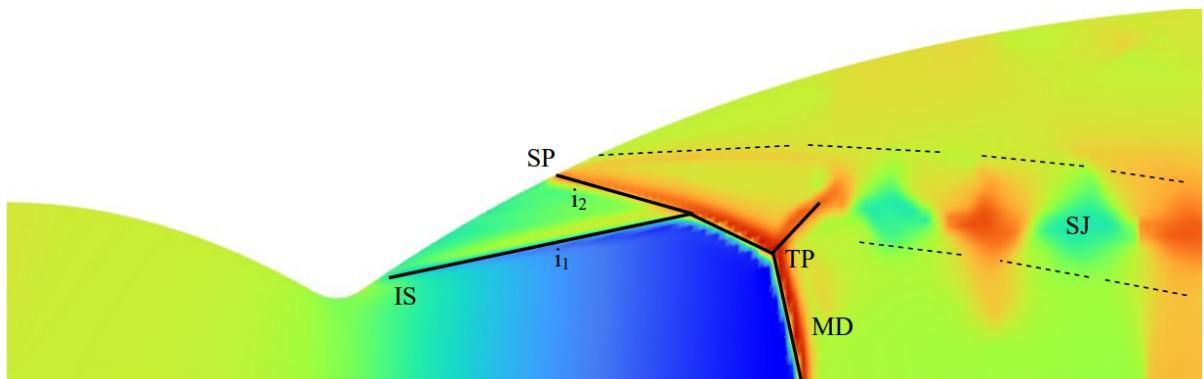
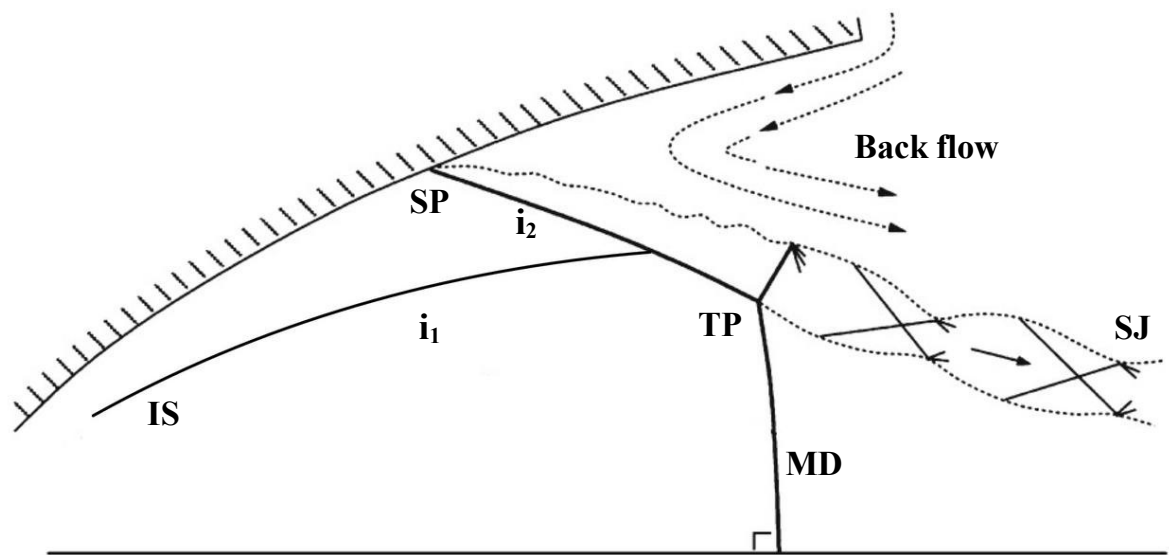


Figura 5.32: Identificazione della configurazione FSS tramite shock function, $NPR = 14$

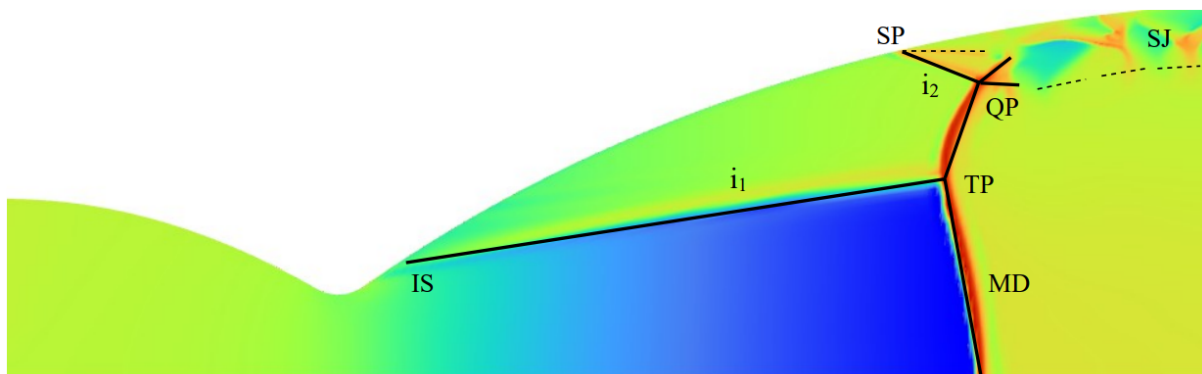
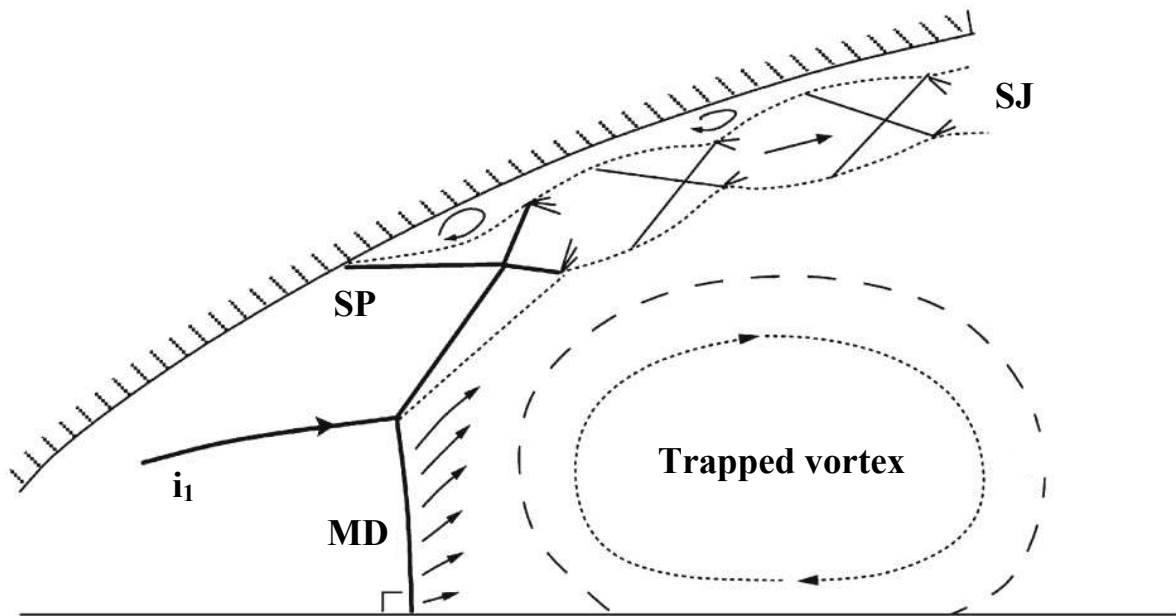


Figura 5.33: Identificazione della configurazione RSS tramite shock function, $NPR = 20$

5.4.4 Spostamento del punto di separazione

Per fornire una descrizione complessiva del processo di start-up senza getto secondario, si è scelto di analizzare l'evoluzione del punto di separazione e del disco di Mach al crescere del valore di NPR. Nello specifico, l'analisi parte dalle condizioni di separazione FSS per $NPR = 10$ fino al raggiungimento dello stato di espansione full-flowing a $NPR = 50$.

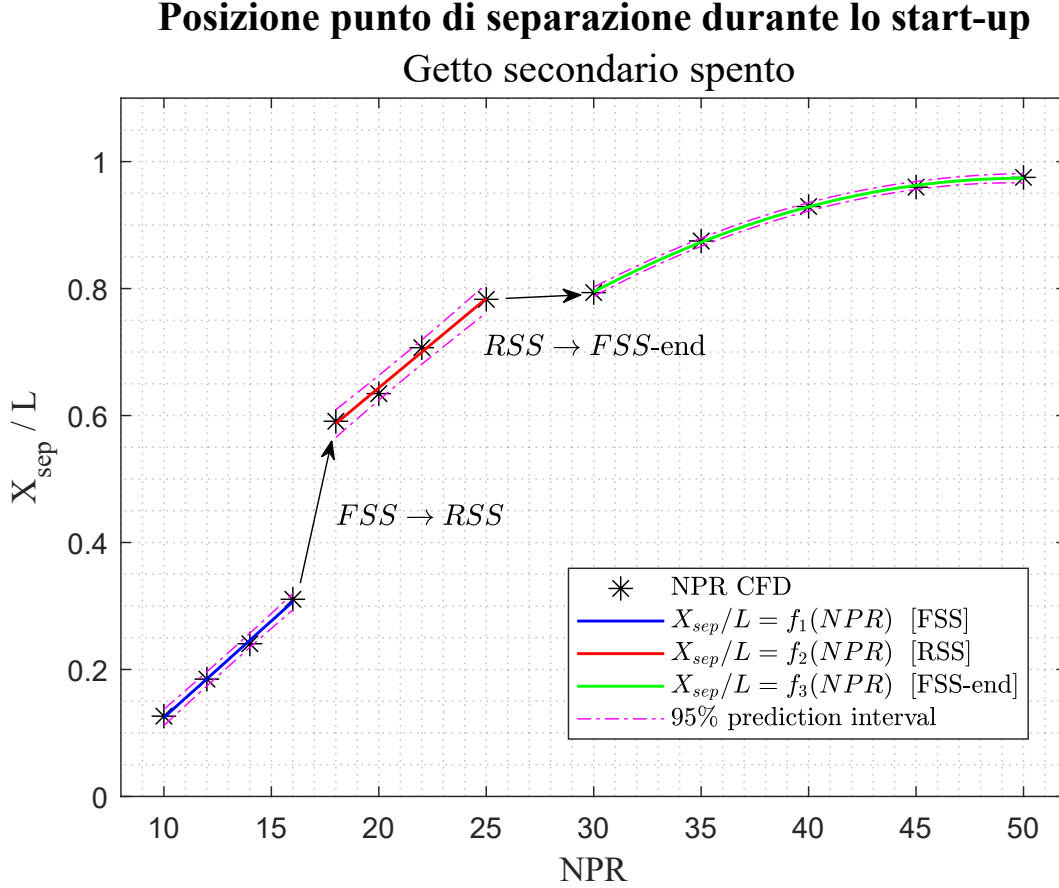


Figura 5.34: Spostamento del punto di separazione durante lo start-up

Il diagramma in figura 5.34 rappresenta l'evoluzione della coordinata X_{sep} , normalizzata rispetto la lunghezza L del divergente, al variare dei valori di NPR lungo l'asse delle ascisse. Dalla figura si distinguono tre curve di correlazione empirica, descritte dalla relazione:

$$\frac{X_{sep}}{L} = f(NPR)$$

Ciascuna di queste leggi empiriche consiste in una particolare espressione polinomiale in funzione del NPR, riferita ad uno specifico regime di separazione presente durante lo

start-up, per un determinato intervallo di NPR:

- $NPR \in [10, 16]$, regime di separazione FSS e legge di correlazione polinomiale di primo grado:

$$X_{sep}/L = f_1(NPR) = a_1 \cdot NPR + b_1$$

- $NPR \in [18, 25]$, regime di separazione RSS e legge di correlazione polinomiale di primo grado:

$$X_{sep}/L = f_2(NPR) = a_2 \cdot NPR + b_2$$

- $NPR \in [30, 50]$, regime di separazione FSS-end che consiste nell'apertura all'ambiente esterno della bolla di ricircolo della precedente configurazione RSS. Non si verifica più il riattacco dello strato limite ma allo stesso tempo permane il cap-shock pattern. La legge di correlazione in questo caso consiste in un polinomio di secondo grado:

$$X_{sep}/L = f_3(NPR) = a_3 \cdot NPR^2 + b_3 \cdot NPR + c_3$$

Fra un regime di separazione ed il successivo, avvengono dei salti che rappresentano momenti particolari dello start-up. Il primo salto, caratterizzato da un aumento repentino di X_{sep} , avviene nell'intervallo $NPR \in (16, 18)$ e rappresenta la transizione $FSS \rightarrow RSS$. Il secondo salto indica invece un tratto ad X_{sep} pressoché costante, che inizia ad $NPR = 25$. Si verifica infatti che per tale valore del NPR, la bolla di ricircolo della configurazione RSS giunge al bordo estremo del divergente dell'ugello, in corrispondenza della sezione d'uscita e dunque, per NPR superiori, la bolla si apre all'ambiente esterno ad alta pressione e l'avanzamento del punto di separazione viene dunque ostacolato dalla pressione ambiente. Da $NPR = 30$ in poi, l'avanzamento del punto di separazione procede secondo un andamento parabolico, fino al raggiungimento delle condizioni full-flowing per $NPR = 50$. In figura 5.34 sono visibili corridoi tratteggiati di tonalità rosa, che rappresentano l'intervallo di accuratezza delle correlazioni empiriche. I valori di X_{sep} associati a NPR non inclusi nelle simulazioni hanno una probabilità del 95% di ricadere

all'interno di questi intervalli. Maggiore è l'accuratezza della correlazione empirica, più stretto risulterà il corrispondente corridoio. Il grado di precisione di queste correlazioni sarà quantificato attraverso la misura dell'errore standard medio.

$X_{sep}/L = f(NPR)$	a	b	c	Err. standard medio
f_1 (FSS)	0.0304	-0.1795	-	0.0058
f_2 (RSS)	0.0281	0.0809	-	0.0101
f_3 (FSS-end)	-0.0004	0.0445	-0.1408	0.0033

Tabella 5.3: Parametri delle correlazioni empiriche $X_{sep}/L = f(NPR)$

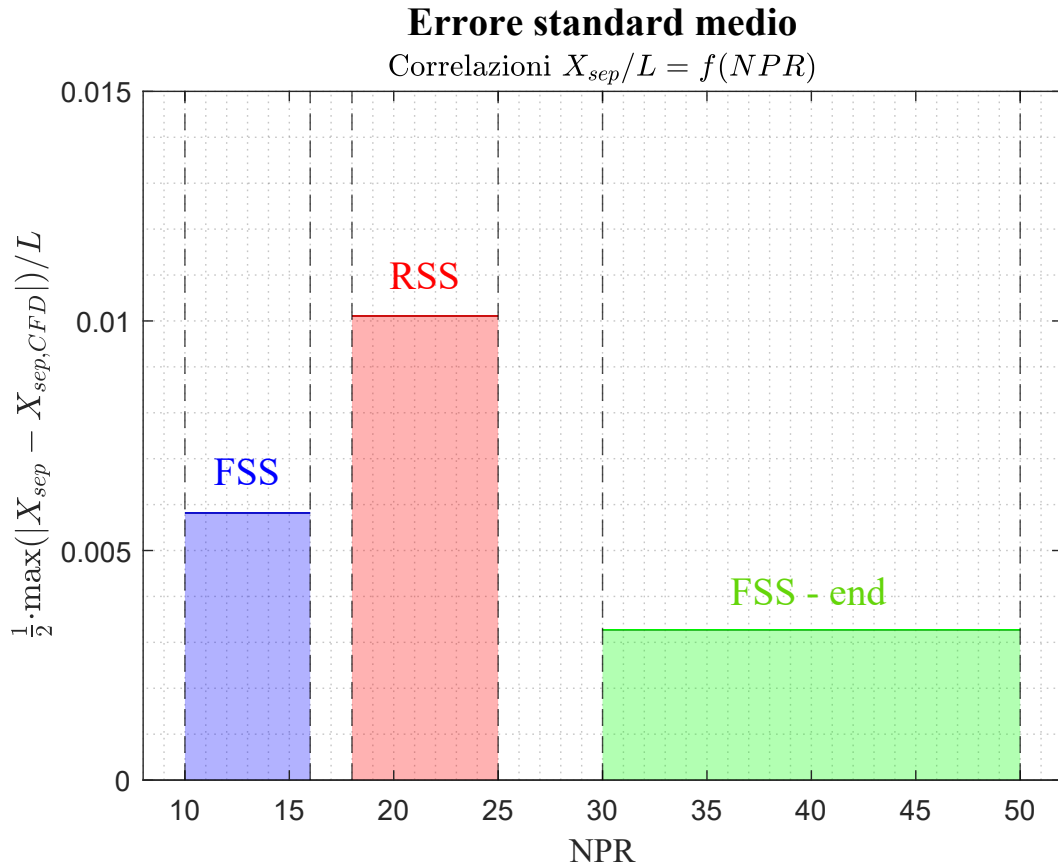


Figura 5.35: Errore standard medio delle correlazioni $X_{sep}/L = f(NPR)$

La tabella 5.3 e il diagramma in figura 5.35 forniscono dettagli sulla struttura delle correlazioni empiriche polinomiali che descrivono il legame fra X_{sep} e valore di NPR . In particolare, sono stati riportati i valori dell'errore standard medio, il quale risulta propor-

zionale alla differenza fra il valore numerico $X_{sep,CFD}$ derivante dalle simulazioni e il valore $X_{sep} = f(NPR)$ derivante dalle correlazioni. Inoltre, l'errore standard medio rappresenta una misura della metà della semiampiezza dei corridoi di previsione, associati al 95% di accuratezza. Ad esempio, si osserva che l'errore associato alla correlazione f_2 , relativa al regime RSS, è circa $0.01L$. Considerando $L \approx 10\text{ cm}$, il corridoio di previsione per la correlazione f_2 avrà una semiampiezza media di $2 \cdot 0.1\text{ cm}$. Questo implica che i valori empirici di X_{sep} , durante la fase RSS, si discosteranno in media di 2 mm dai corrispondenti valori ottenuti dalle simulazioni.

5.4.5 Spostamento del disco di Mach

Per approfondire l'evoluzione del getto durante lo start-up, si analizza ora lo spostamento del disco di Mach lungo il tratto divergente dell'ugello. A tal fine, dalle simulazioni si estraggono i profili del numero di Mach lungo l'asse dell'ugello, individuando la coordinata assiale X_{MD} , corrispondente al valore massimo del Mach, registrato appena prima del disco di Mach. In figura 5.36 si presentano, a titolo esemplificativo, i profili ottenuti per l'intervallo $NPR \in [10, 20]$.

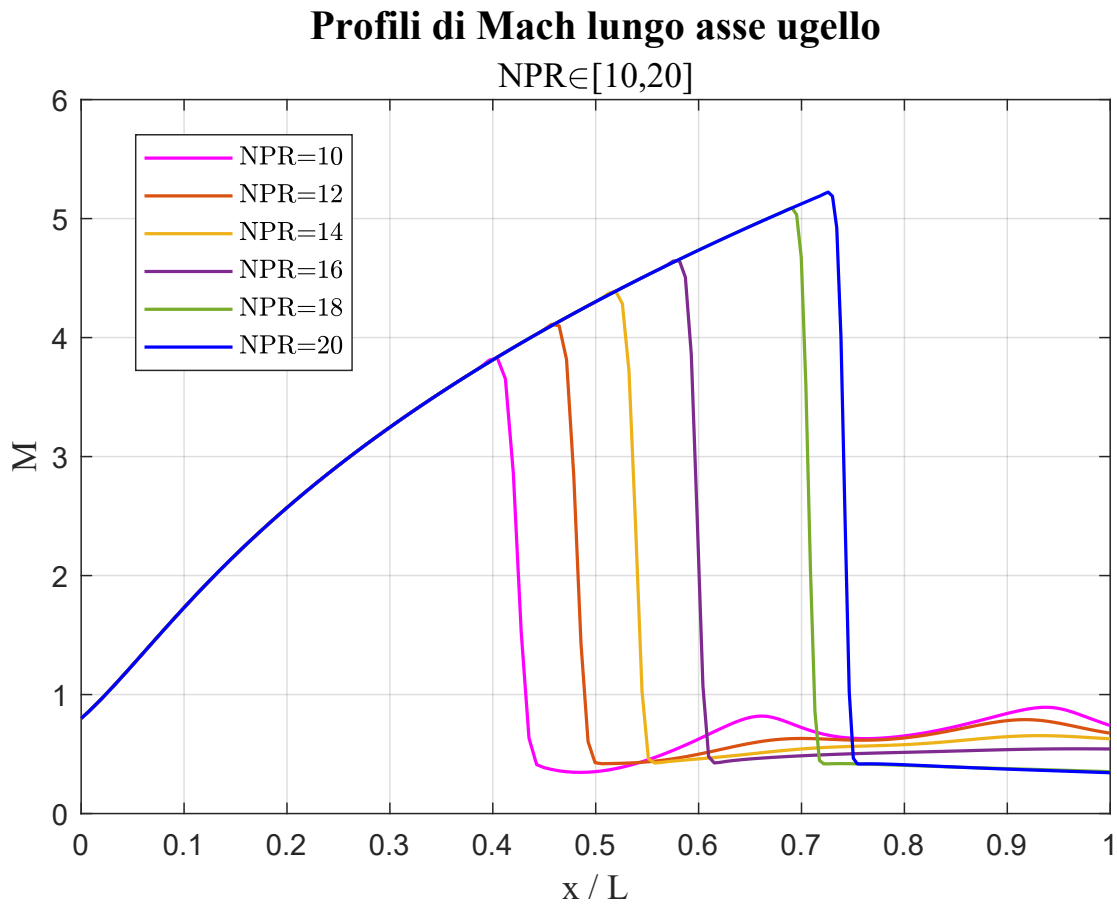


Figura 5.36: Distribuzioni del Mach lungo l'asse dell'ugello per diversi NPR

Per organizzare al meglio i risultati, comprendendo le simulazioni relative ai restanti NPR, si diagramma direttamente la coordinata X_{MD} al variare del NPR come era stato fatto per la posizione X_{sep} del punto di separazione. In figura 5.37 è possibile osservare l'avanzamento del disco di Mach durante la fase di start-up con getto secondario spento. I punti ricavati dalle simulazioni sono stati interpolati con due curve polinomiali di primo e se-

condo grado. La prima curva corrisponde alla fase di separazione FSS, mentre la seconda riguarda le fasi RSS e *FSS-end*. La progressione del disco di Mach è più rapida duran-

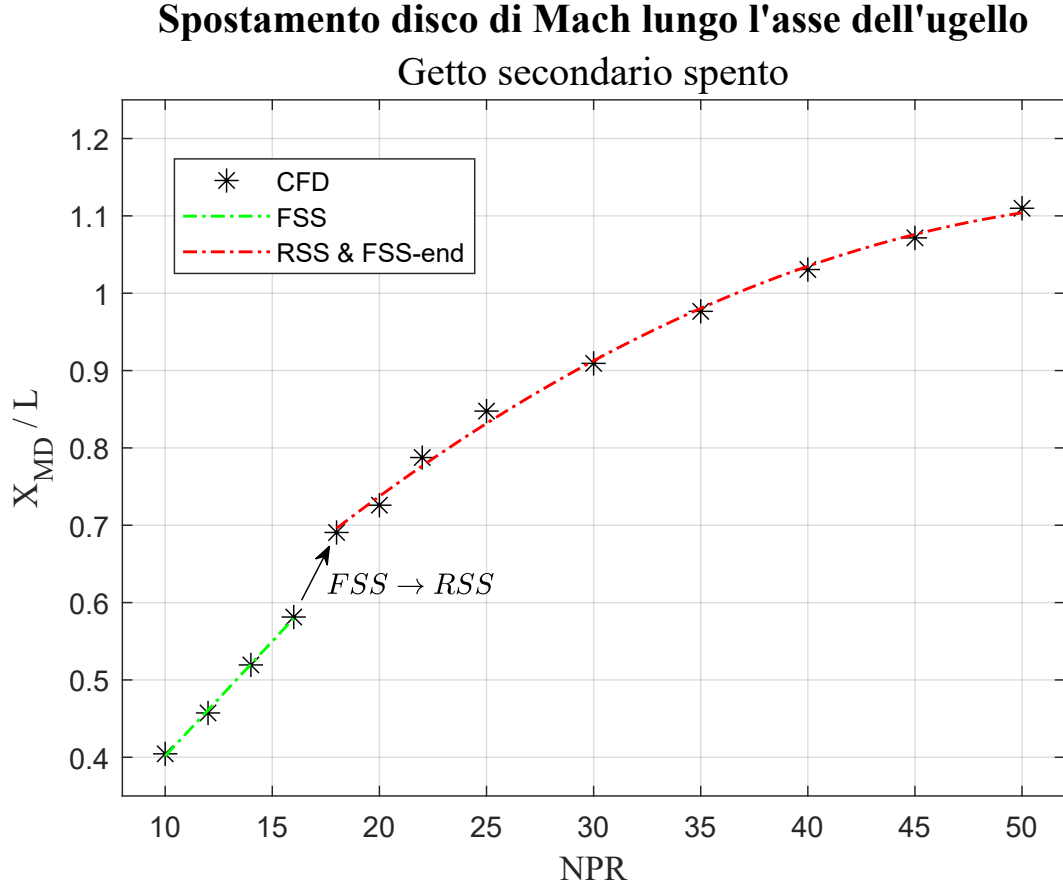


Figura 5.37: Spostamento del disco di Mach ad NPR crescenti

te la fase FSS rispetto alle fasi successive, caratterizzate dalla configurazione cap-shock. Questo fenomeno è attribuibile all'aumento dello scambio di quantità di moto in direzione radiale che si verifica in presenza del cap-shock. Tale effetto provoca un incremento della pressione lungo l'asse dell'ugello che si oppone all'avanzamento del disco di Mach, che fuoriesce dall'ugello per $NPR > 35$. Si nota infine che in corrispondenza della transizione $FSS \rightarrow RSS$, il disco di Mach subisca un repentino spostamento verso valle proprio come accadeva per il punto di separazione. Un aspetto di interesse riguarda proprio la relazione tra la posizione del disco di Mach e quella del punto di separazione durante lo start-up. Si analizza quindi la variazione della differenza $X_{MD} - X_{sep}$ in funzione del NPR. Valori positivi indicano che il disco di Mach si trovi a valle del punto di separazione, mentre

valori negativi segnalano la situazione opposta. In figura 5.38 si notano tre comporta-

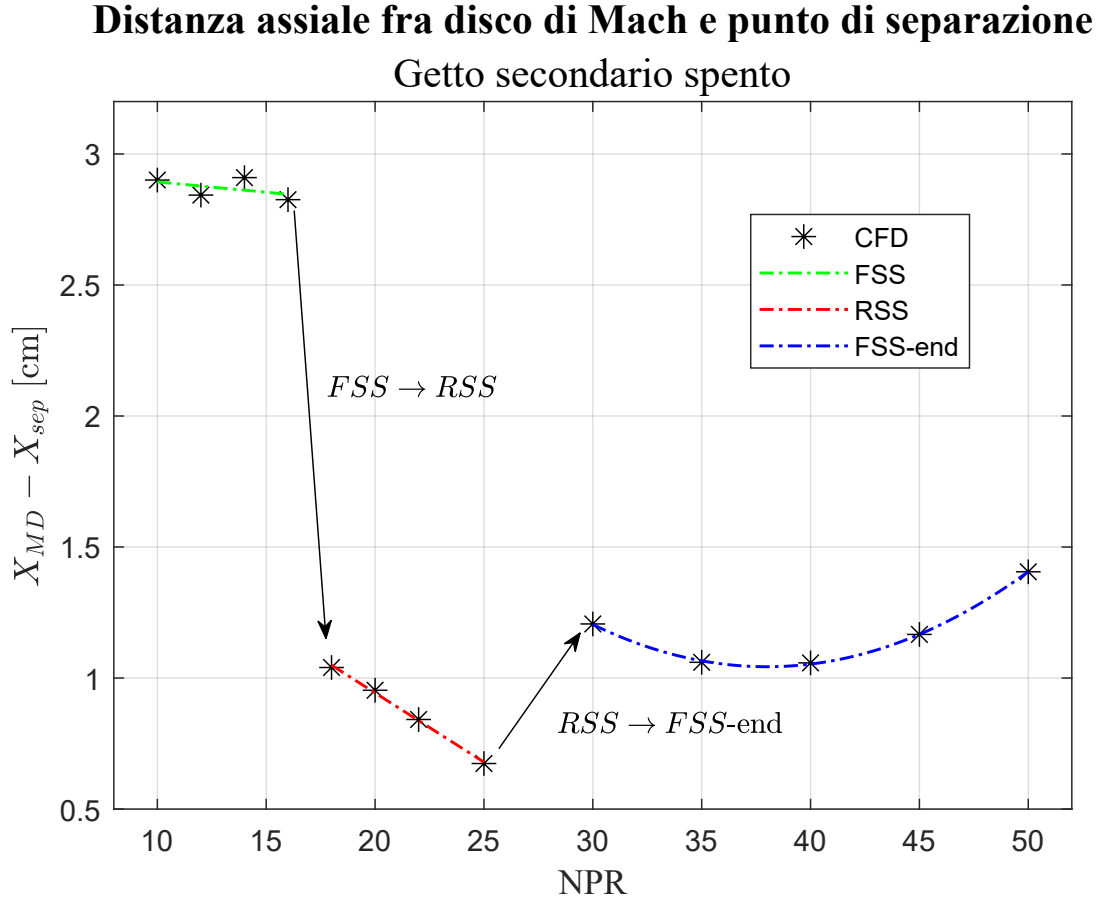


Figura 5.38: Distanza fra disco di Mach e punto di separazione durante lo start-up

menti distinti. Durante la fase FSS, la distanza assiale tra il disco di Mach e il punto di separazione rimane relativamente costante fino alla transizione $FSS \rightarrow RSS$, momento in cui si osserva una brusca riduzione. Questo effetto è dovuto al salto verso valle del punto di separazione, conseguente all'instaurazione del cap-shock pattern. Durante la fase RSS, il punto di separazione si avvicina al disco di Mach con la massima rapidità, riducendo il divario tra X_{sep} e X_{MD} . Questo processo continua fino all'apertura della bolla di ricircolo, che segna il passaggio alla configurazione FSS-end. In quest'ultima condizione, la pressione dell'ambiente esterno ostacola l'avanzamento del punto di separazione, che procede fino a raggiungere l'estremità del tratto divergente per $NPR = 50$, momento in cui si verifica l'espansione full-flowing. Per valori di NPR superiori, il disco di Mach continua a spostarsi a valle, avendo già lasciato l'interno dell'ugello per $NPR > 35$.

Si riportano, per completezza, le distribuzioni del Mach per gli NPR relativi al momento di apertura della bolla di ricircolo e alle condizioni full-flowing finali.

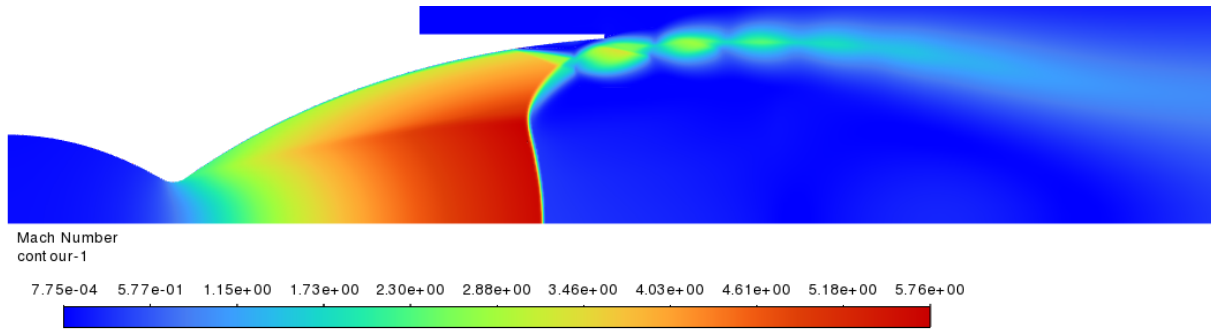


Figura 5.39: Campo di Mach, $NPR = 25$ (prima di apertura bolla)

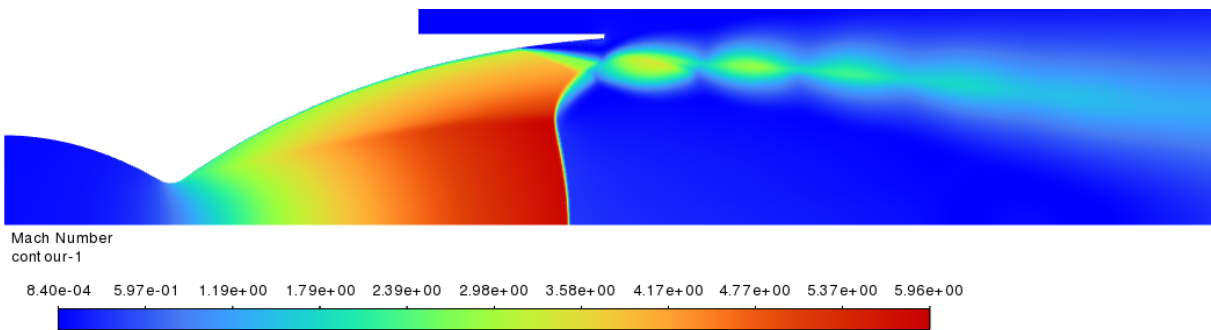


Figura 5.40: Campo di Mach, $NPR = 30$ (apertura bolla)

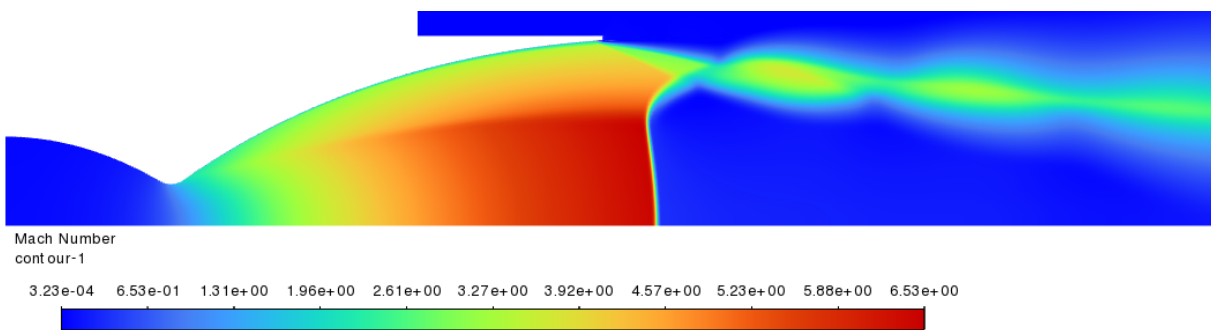


Figura 5.41: Campo di Mach, $NPR = 50$ (full-flowing)

Capitolo 6

Studio numerico del getto secondario

Dopo aver analizzato l'evoluzione del getto sovraespanso durante lo start-up dell'ugello assegnato, si procede con lo studio del dispositivo di controllo della separazione. Questo sistema può essere assimilato a una configurazione anulare di ugelli aerospike, che generino un getto secondario coassiale fuoriuscente dai bordi della sezione di uscita.

Come indicato in letteratura ([1]), il flusso anulare ad alta quantità di moto funge da barriera fluidica contro l'ambiente esterno ad alta pressione ed innesca inoltre un effetto eiettore tale da favorire lo smaltimento di eventuali bolle di ricircolo. Di conseguenza, il segnale del gradiente avverso di pressione viene parzialmente attenuato, permettendo allo strato limite del getto principale di avanzare maggiormente, prima di subire la separazione. Operativamente, si vuole ripetere lo studio numerico dello start-up considerando diverse condizioni d'uscita del getto secondario, così da ottenere un quadro complessivo sulle prestazioni del dispositivo e individuare una possibile configurazione ottimale di funzionamento. Qualora si raggiungessero condizioni full-flowing per un valore di NPR minore del caso nominale ($NPR \approx 50$), allora l'adozione del dispositivo risulterebbe vantaggiosa poichè diminuirebbe la durata del transitorio con separazione interna all'ugello. Nei prossimi paragrafi vengono presentati i risultati dello studio numerico parametrico sul getto secondario, con particolare riferimento alla posizione del punto di separazione e ai profili di velocità nella sezione di uscita dell'ugello.

6.1 Simulazioni con getto secondario attivo

Per configurare una simulazione con il getto secondario attivo, si utilizzano le stesse impostazioni del caso di start-up nominale, con un'unica modifica relativa alle condizioni al contorno. Nel tratto verticale della parete, situato all'uscita dell'ugello, la condizione no-slip viene sostituita con una condizione di tipo pressure-farfield, come mostrato in figura 6.1. In altre parole, quel segmento non rappresenta più una superficie solida, bensì la sezione d'uscita del getto secondario anulare, generato dagli aerospike.

The image shows the 'Pressure Far-Field' dialog box in ANSYS-Fluent. The 'Zone Name' field contains 'wall2'. Below this, there are tabs for 'Momentum', 'Thermal', 'Radiation', 'Species', 'Potential', 'Structure', 'UDS', and 'DPM'. The 'Momentum' tab is active. Under 'Momentum', the 'Gauge Pressure [Pa]' is set to 101325, 'Mach Number' is 2, 'Axial-Component of Flow Direction' is 1, and 'Radial-Component of Flow Direction' is 0. A 'Turbulence' section is expanded, showing 'Specification Method' as 'Intensity and Viscosity Ratio', 'Turbulent Intensity [%]' as 5, and 'Turbulent Viscosity Ratio' as 10. At the bottom, there are 'Apply', 'Close', and 'Help' buttons.

Figura 6.1: Condizioni pressure-farfield ANSYS-Fluent per uscita getto secondario

Per descrivere in modo più accurato le interazioni tra il getto secondario e quello principale, è stata creata una griglia composta da 80 suddivisioni verticali equispaziate, situata proprio lungo la sezione di uscita del getto secondario. Se ne riporta un ingrandimento in 6.2. Prima di avviare le simulazioni, si deve organizzare l'analisi parametrica, definendo il parametro da variare per ciascuno studio numerico relativo ad uno start-up completo con dispositivo attivo. In questo elaborato sono stati considerati quattro casi di getto secondario adattato ($p_e = p_a$) caratterizzati da Mach d'uscita crescenti. Si noti che, a

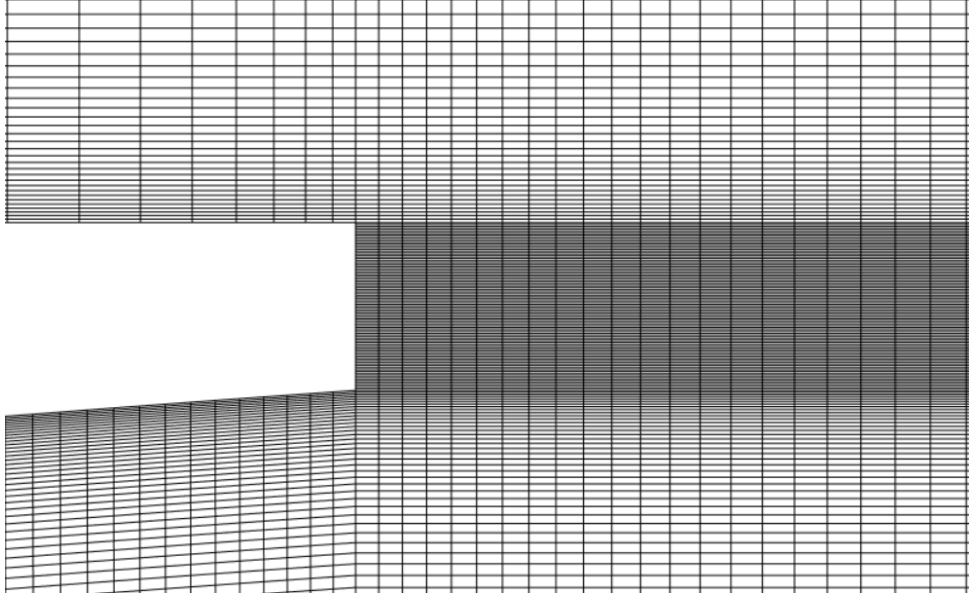


Figura 6.2: Griglia in corrispondenza dell'uscita del getto secondario

geometria e pressione di uscita fissate, l'assegnazione di un valore maggiore per il Mach d'uscita implica l'assegnazione di una pressione di camera del dispositivo superiore. Per selezionare valori verosimili del Mach d'uscita, si vincola la portata del getto secondario. Nello specifico, considerando di applicare il dispositivo ad un comune endoreattore, la portata del getto secondario non dovrebbe superare il 5% della portata principale in condizioni full-flowing: $\dot{m}_2 \leq 0.05 \cdot \dot{m}_{50} = 0.05 \cdot 3.632 \text{ kg/s}$, dove $\dot{m}_{50}$ indica la portata misurata in condizioni full-flowing nominali, conseguite a $\text{NPR} = 50$. In tabella 6.1 sono presentate le configurazioni A, B, C e D del getto secondario adattato, per ciascuna delle quali sarà condotto uno studio completo dello start-up fino al raggiungimento delle condizioni full-flowing.

Configurazione Getto 2	A	B	C	D
M_e	1.0	1.6	1.8	2.0
NPR_2	1.90	4.25	5.75	7.82
$\dot{m}_2 \text{ [kg/s]}$	0.116	0.186	0.209	0.232
$\dot{m}_2/\dot{m}_{50} \text{ [%]}$	3.20	5.11	5.75	6.39

Tabella 6.1: Configurazioni del getto secondario adattato

6.2 Effetto del getto secondario sulla separazione

Come primo risultato fondamentale, si analizza l'andamento del punto di separazione durante la fase di start-up con il getto secondario attivo.

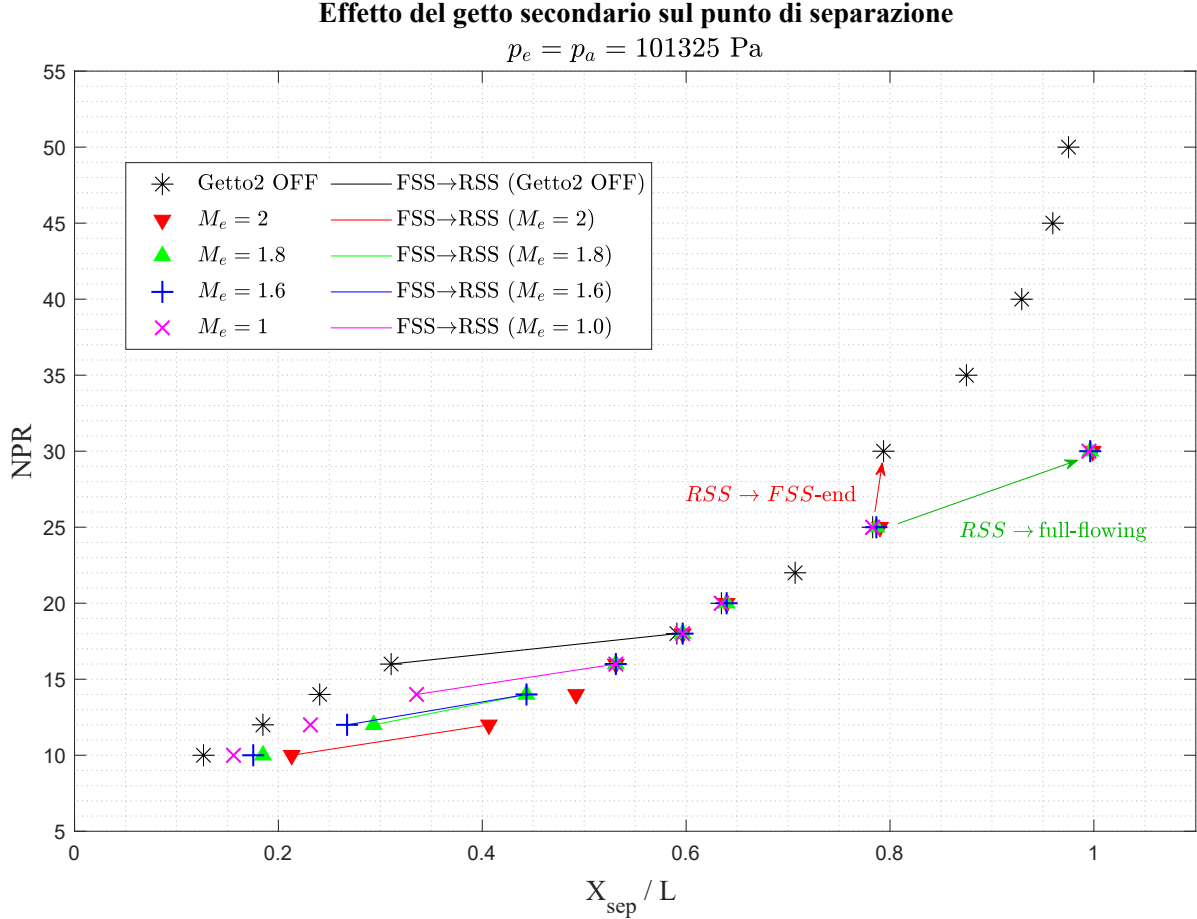


Figura 6.3: Start-up con getto secondario adattato a Mach d'uscita M_e variabile

La figura 6.3 mostra i risultati di tutte le simulazioni eseguite, evidenziando la posizione del punto di separazione in funzione del valore di NPR. Nel particolare, si distinguono cinque start-up completi: il primo rappresenta il caso nominale senza getto secondario, mentre i restanti quattro corrispondono alle configurazioni con getto secondario adattato a Mach d'uscita variabile (M_e), riportate nella tabella 6.1. Per ciascun caso, le transizioni tra regimi di separazione $FSS \rightarrow RSS$ sono evidenziate mediante linee continue.

Dall'analisi del diagramma emerge chiaramente che il getto secondario abbia influenzato l'evoluzione dello start-up rispetto al caso nominale. Di seguito, si riportano le principali

osservazioni:

- Per i valori di NPR che delimitano l'intervallo di separazione FSS durante lo start-up nominale, ovvero $NPR \in [10, 16]$, il punto di separazione si posiziona sistematicamente più a valle in tutti i casi con getto secondario attivo rispetto al caso nominale. In particolare, all'aumentare del Mach d'uscita del getto secondario, si osserva un corrispondente incremento del valore di X_{sep} .
- Analizzando nel dettaglio il comportamento del punto di separazione per i valori di $NPR \in [10, 16]$, si osserva che, per $NPR = 10$, tutte le simulazioni con getto secondario attivo risultino in regime di separazione FSS. Per $NPR = 12$, il caso con getto secondario a $M_e = 2.0$ subisce la transizione al regime di separazione RSS, determinando un netto spostamento a valle del punto di separazione. Per $NPR = 14$, la transizione al regime RSS si verifica anche per le configurazioni con getto secondario espulso a $M_e = 1.6$ e $M_e = 1.8$, i cui punti di separazione risultano coincidenti. Infine, per $NPR = 16$, anche l'ultimo caso con getto secondario attivo, caratterizzato da $M_e = 1$, risulta in regime RSS.
- Per $NPR \in [16, 30]$, tutte le simulazioni con getto secondario attivo mostrano punti di separazione pressoché coincidenti. In particolare, nell'intervallo di NPR associato alle fasi RSS dello start-up nominale, $NPR \in [18, 25]$, l'influenza del getto secondario sulla posizione del punto di separazione risulta marginale, mantenendosi prossima a quella del caso nominale, senza getto secondario.
- Per **$NPR = 30$** , si manifesta un fenomeno chiave che conferma il vantaggio dell'adozione del dispositivo di controllo proposto. In tutti i casi con getto secondario attivo, si osserva il passaggio dalla separazione RSS all'espansione full-flowing, segnando la conclusione della fase transitoria dello start-up con separazione interna all'ugello. La presenza del getto secondario ha innescato l'effetto eiettore che "sgonfia" la bolla di ricircolo posizionata in prossimità della sezione d'uscita. Senza l'attivazione del dispositivo, le condizioni di strato limite completamente aderente

alla parete sarebbero state raggiunte solo per $NPR \approx 50$. Si ricorda infatti che per $NPR = 30$, in condizioni nominali, avveniva il passaggio $RSS \rightarrow FSS$ -end, dovuto all'apertura della bolla di ricircolo.

In conclusione, l'adozione di un sistema di controllo capace di emettere un flusso secondario anulare determinerebbe un avanzamento del punto di separazione in tutte le fasi dello start-up corrispondenti a valori di NPR che, in condizioni nominali, avrebbero generato una separazione FSS. In queste condizioni, un aumento della quantità di moto del getto secondario favorirebbe un ulteriore avanzamento del punto di separazione, anticipando la transizione $FSS \rightarrow RSS$ a valori di NPR inferiori. Al contrario, per l'intervallo di NPR corrispondente alle fasi RSS dello start-up nominale, il getto secondario non offrirebbe un vantaggio significativo nel prolungare il tratto di strato limite aderente alla parete rispetto al caso nominale. Ciò potrebbe essere attribuito alla presenza del getto supersonico che scorre lungo la parete a valle del punto di riattacco dello strato limite. Questo stesso getto funge da barriera fluidica rispetto all'ambiente esterno, rendendo superflua l'attivazione del dispositivo. Tuttavia, al raggiungimento del NPR relativo alla transizione $RSS \rightarrow FSS$ -end, l'apertura della bolla di ricircolo ristabilisce il contatto diretto tra l'ambiente esterno e il getto principale. Di conseguenza, la pressione esterna, più elevata, ostacola l'avanzamento del punto di separazione, prolungando la fase transitoria con separazione interna all'ugello. Al contrario, attivando il dispositivo di controllo non appena si verificano le condizioni per l'apertura della bolla di ricircolo, si promuoverebbe un passaggio immediato alle condizioni full-flowing, eliminando la bolla di ricircolo e riducendo significativamente la durata della fase transitoria.

Tra le configurazioni proposte per il getto secondario adattato, il caso con uscita sonica, $M_e = 1$, soddisfa ampiamente il vincolo sulla portata, garantendo al contempo il beneficio delle condizioni full-flowing per $NPR = 30$. Di conseguenza, il dispositivo potrebbe essere dimensionato per una pressione di camera inferiore rispetto agli altri casi, consentendo un risparmio sui costi di progetto.

6.3 Effetto del getto secondario sul profilo di velocità

Si vuole ora quantificare l'effetto del dispositivo riguardo l'uniformità del getto principale emesso dall'ugello. Nel particolare, si analizzano i seguenti risultati: profili di velocità assiale lungo la sezione d'uscita, $U(x = L, r)$, e relativi indici di uniformità γ_u , definiti dalla seguente formulazione:

$$\gamma_u = 1 - \sum_{i=1}^n \left[\left(|u_i - \bar{u}| \right) A_i \right] \cdot \left(2|\bar{u}| \sum_{i=1}^n A_i \right)^{-1} \quad (6.1)$$

dove i rappresenta l'indice identificativo delle n interfacce comprese fra le celle adiacenti, disposte lungo la sezione d'uscita dell'ugello. La variabile $\bar{u}$, corrisponde invece alla media spaziale pesata della velocità assiale in sezione d'uscita, ossia:

$$\bar{u} = (\bar{u}) \Big|_{x=L} = \frac{1}{A_e} \cdot \sum_{i=1}^n u_i A_i \quad (6.2)$$

dove $A_e = \sum_{i=1}^n A_i$ per $x = L$.

Per completezza, si valuta anche la deviazione standard σ_u dei profili citati:

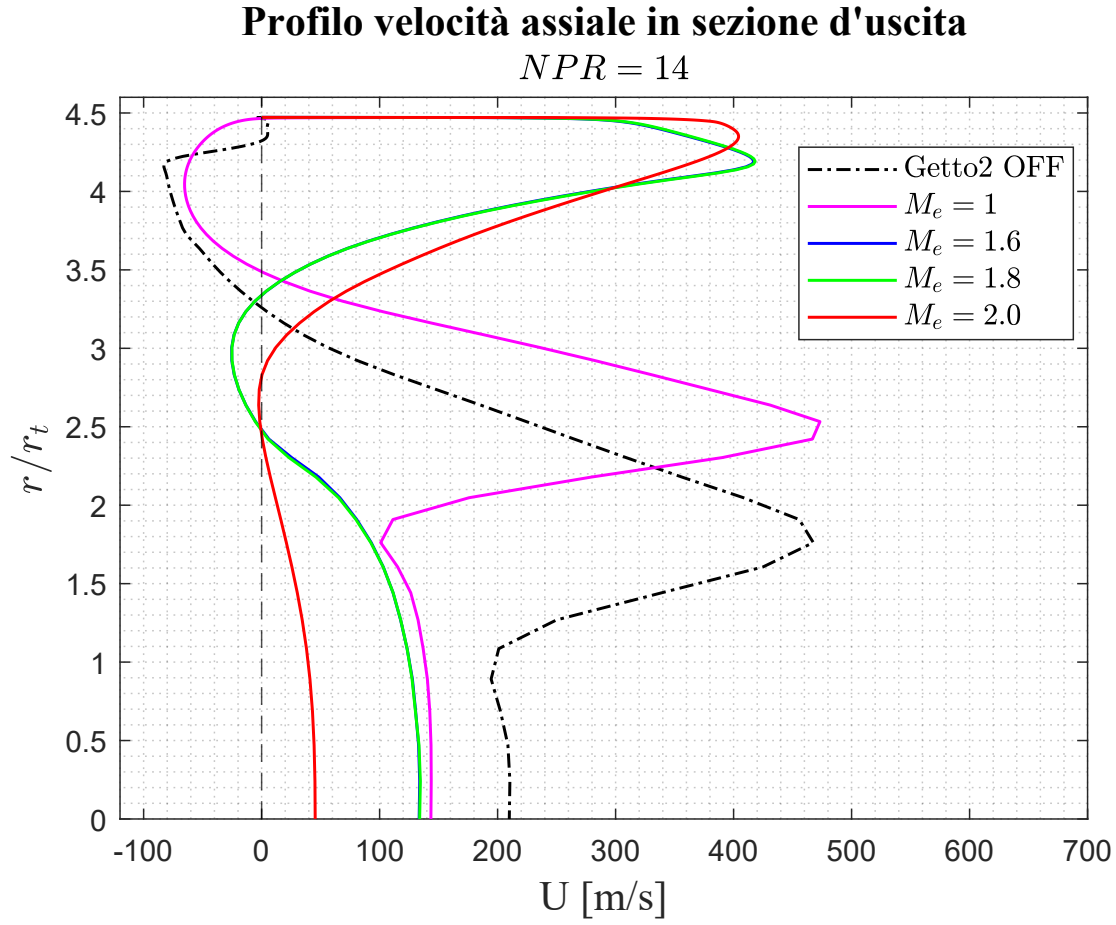
$$\sigma_u = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u}_0)^2} \quad (6.3)$$

dove la variabile $\bar{u}_0$ non rappresenta più una media pesata della velocità assiale, bensì una semplice media aritmetica dei valori di u presenti nei profili: $\bar{u}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i$.

Nelle prossime pagine, si presentano i risultati appena descritti per due casi di riferimento: $NPR = 14$ e $NPR = 30$. Questi valori sono stati selezionati poiché rappresentano due condizioni di particolare interesse, nelle quali il getto secondario adattato influisce in modo differente sulla posizione del punto di separazione rispetto ai corrispondenti casi di start-up nominale con lo stesso NPR. Si ricorda infatti che per $NPR = 14$, il Mach d'uscita del getto secondario influisce sull'avanzamento del punto di separazione verso val-

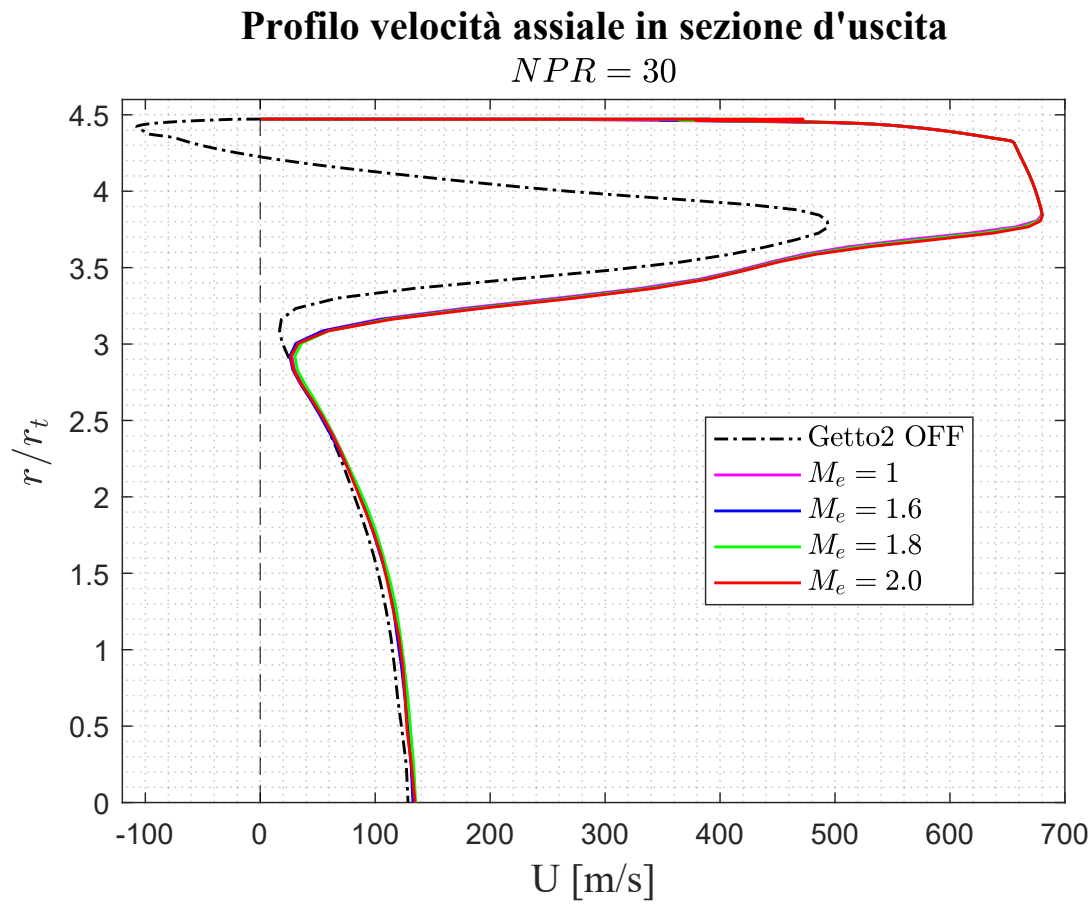
le. Per $NPR = 30$, si verificava invece il raggiungimento delle condizioni full-flowing per tutti i casi di start-up con getto secondario presente, a prescindere dal rispettivo valore del Mach d'uscita, mentre nel funzionamento nominale si manifestava il regime *FSS-end*.

In figura 6.4 sono mostrati i profili di velocità assiale in sezione d'uscita per $NPR = 14$, mentre nella tabella 6.2 sottostante sono riportati i valori della deviazione standard σ_u , della media pesata di velocità assiale $\bar{u}_a$ e dell'indice di uniformità γ_u per ciascuno di questi profili. In particolare, nei due profili relativi al funzionamento nominale (senza getto secondario) e a quello con getto secondario in uscita a $M_e = 1$, si osservano valori negativi di velocità assiale nei raggi prossimi alla parete. Questo fenomeno è indicativo del backflow proveniente dall'ambiente esterno, che alimenta la zona di ricircolo tipica della separazione FSS. Infatti, per $NPR = 14$, entrambi i casi analizzati si trovano in condizioni di separazione FSS. Al contrario, i profili corrispondenti alle configurazioni con getto secondario in uscita a numeri di Mach superiori non presentano questa caratteristica. Ciò è dovuto al fatto che, in questi casi rimanenti, la separazione interna appartiene alla categoria RSS: a valle dell'ultimo punto di riattacco dello strato limite, il getto supersonico che scorre lungo la parete impedisce l'ingresso del backflow. Nella parte inferiore di tutte le curve, vi è un tratto pressoché uniforme di valori subsonici, relativi alla porzione del getto principale a monte del disco di Mach. In tabella si nota infine che all'aumentare del Mach d'uscita del getto secondario, il coefficiente d'uniformità tenda al valore asintotico di $\gamma_{lim,14} \approx 0.5$. In figura 6.5 e nella tabella 6.3, sono riportati gli stessi risultati, questa volta per $NPR = 30$. In tutti i casi con getto secondario adattato presente, i profili di velocità assiale risultano pressoché coincidenti. Infatti, indipendentemente dal valore di M_e , in ciascuna di queste configurazioni si verifica la condizione di espansione full-flowing. Anche in questa serie di profili, si possono distinguere le porzioni di flusso inerenti al getto supersonico che scorre lungo la parete e alla porzione a valle del disco di Mach. In conclusione, nella tabella di riferimento si osserva che all'aumentare del Mach d'uscita, il coefficiente di uniformità tenda al valore asintotico $\gamma_{lim,30} \approx 0.6$.

Figura 6.4: Effetti del getto secondario adattato sui profili $U(x = L, r)$ per $NPR = 14$

$NPR = 14$	σ_u [m/s]	$\bar{u}_a$ [m/s]	γ_u
Getto OFF	127.71	102.19	0.25
$M_e = 1.0$	128.11	111.54	0.38
$M_e = 1.6$	140.67	119.39	0.53
$M_e = 1.8$	141.51	119.73	0.53
$M_e = 2.0$	152.87	124.68	0.51

Tabella 6.2: Risultati profilo $U(x = L, y)$ per $NPR=14$

Figura 6.5: Effetti del getto secondario adattato sui profili $U(x = L, r)$ per $NPR = 30$

$NPR = 30$	σ_u [m/s]	$\bar{u}_a$ [m/s]	γ_u
Getto OFF	170.60	134.75	0.53
$M_e = 1.0$	228.15	307.77	0.60
$M_e = 1.6$	225.91	309.36	0.60
$M_e = 1.8$	224.55	311.05	0.61
$M_e = 2.0$	225.62	311.38	0.60

Tabella 6.3: Risultati profilo $U(x = L, y)$ per $NPR=30$

6.4 Contours di riferimento

Per dare un supporto visivo alla trattazione precedente, si confrontano alcune soluzioni dello start-up nominale e di quello con dispositivo attivo per tre specifici valori del NPR . In particolare, si presenta la distribuzione del modulo di velocità, $|\vec{V}|$, e la configurazione con dispositivo attivo corrisponde al caso di getto secondario adattato con uscita a $M_e = 2.0$. I tre valori di NPR considerati sono $NPR = (10, 14, 30)$. Nei casi di funzionamento nominale, per $NPR = 10$ e $NPR = 14$, si verificano separazioni FSS, mentre per $NPR = 30$ si verifica l'apertura della bolla di ricircolo, dando origine al regime *FSS-end*. Quando invece si analizza lo start-up con dispositivo attivo, per $NPR = 10$ si verifica sempre una separazione di tipo FSS, mentre per $NPR = 14$ la separazione è stavolta di tipo RSS. Infine, a $NPR = 30$, l'attivazione del dispositivo porta al raggiungimento delle condizioni full-flowing piuttosto che al regime *FSS-end*.

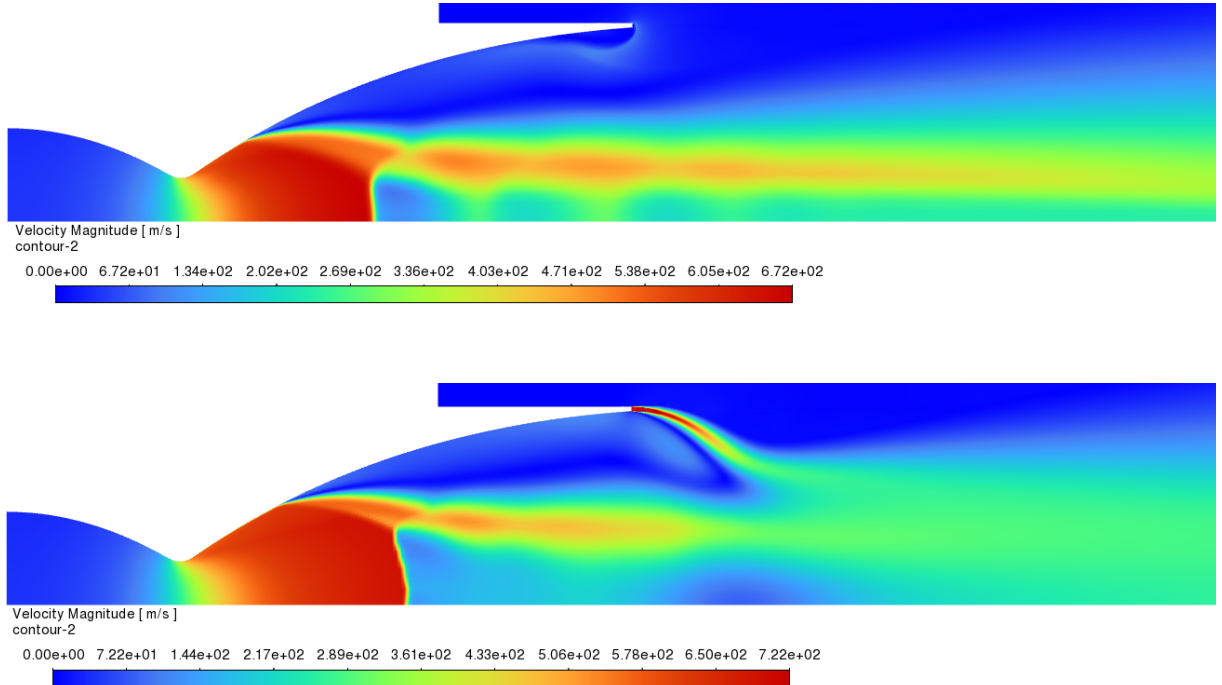


Figura 6.6: Confronto contours $|\vec{V}|$ per $NPR = 10$ (getto2-off sopra, getto2-on sotto)

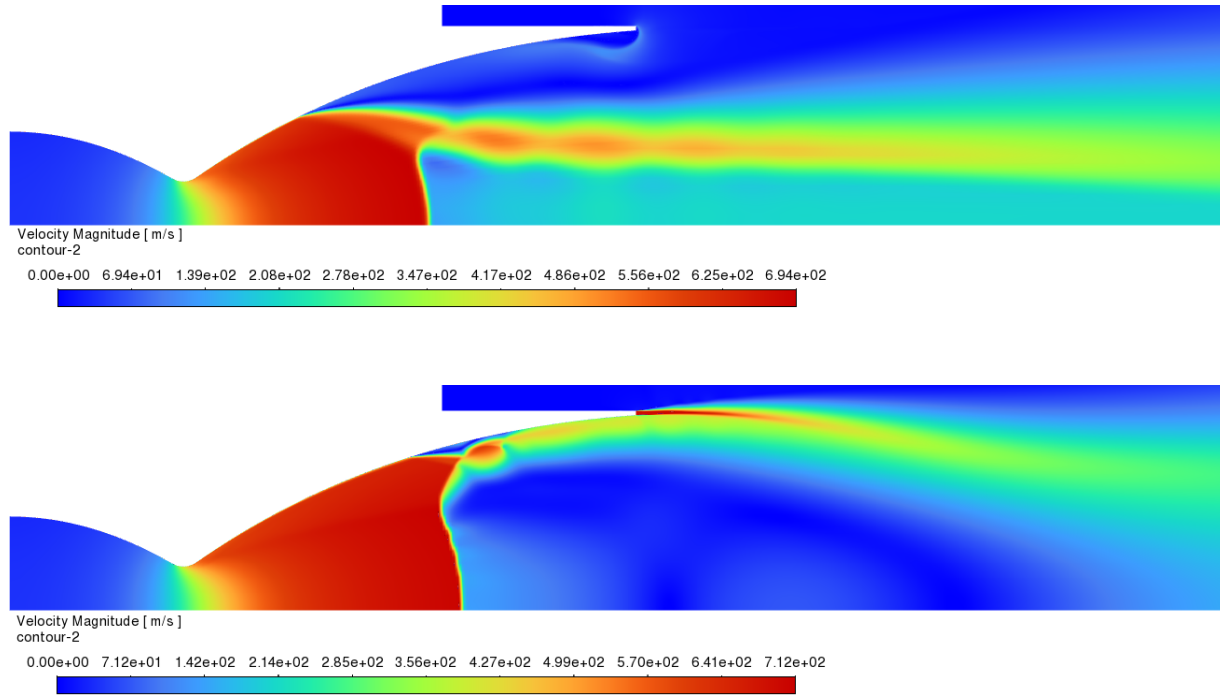


Figura 6.7: Confronto contours $|\vec{V}|$ per $NPR = 14$ (getto2-off sopra, getto2-on sotto)

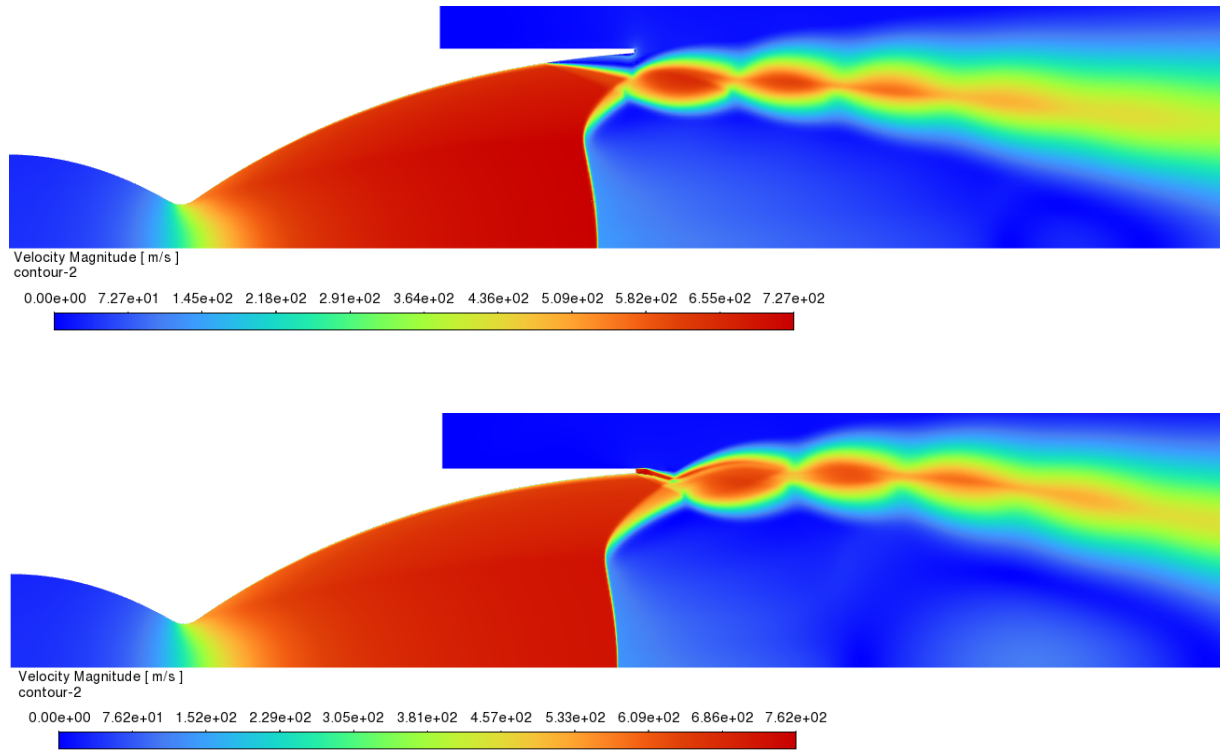


Figura 6.8: Confronto contours $|\vec{V}|$ per $NPR = 30$ (getto2-off sopra, getto2-on sotto)

6.5 Caso studio: getto sottoespanso

Per concludere lo studio dello start-up con dispositivo attivo, si è voluto analizzare un caso con getto secondario sottoespanso per vedere se tale configurazione producesse diversi effetti sulla posizione del punto di separazione. In particolare, si considera un getto secondario con pressione statica d'uscita superiore del 20% rispetto alla pressione ambiente $p_a = 101325$ Pa. Il numero di Mach all'uscita è assegnato dalla definizione di pressione totale, che si approssima con la pressione di camera. Si è deciso che quest'ultima grandezza coincidesse con quella definita nel caso già descritto, di getto secondario adattato in uscita a $M_e = 1.6$. In altre parole, si intende confrontare le posizioni del punto di separazione ricavate durante uno start-up con getto secondario sottoespanso con le omonime misurazioni ottenute in uno start-up caratterizzato da getto secondario adattato a parità del nozzle pressure ratio del dispositivo, che in questo caso assume il valore $NPR_2 = 4.25$. In tabella 6.4 si riportano i dati relativi al getto secondario sottoespanso.

	Getto 2 sottoespanso
p_e	$1.2 \cdot p_a$
NPR_2	4.25
M_e	1.48
$\dot{m}_2$ [kg/s]	0.205
$\dot{m}_2/\dot{m}_{50}$ [%]	5.66

Tabella 6.4: Configurazione del getto secondario sottoespanso

Dalla Figura 6.3, si osserva che il getto secondario sottoespanso influisce sulla posizione del punto di separazione nello stesso modo del caso con getto adattato in uscita a $M_e = 1.6$. Non vi è dunque alcuna differenza significativa: la transizione $FSS \rightarrow RSS$ avviene sempre per $NPR \in (12, 14)$ e il regime full-flowing continua a essere raggiunto per $NPR = 30$. Da questa prima analisi, emerge che le prestazioni del dispositivo dipendono esclusivamente dal valore di NPR_2 . Tuttavia, ulteriori indagini sarebbero necessarie per

confermare con certezza questa affermazione. Nonostante ciò, il risultato ottenuto offre una prima indicazione qualitativa sugli effetti dei diversi regimi operativi del dispositivo.

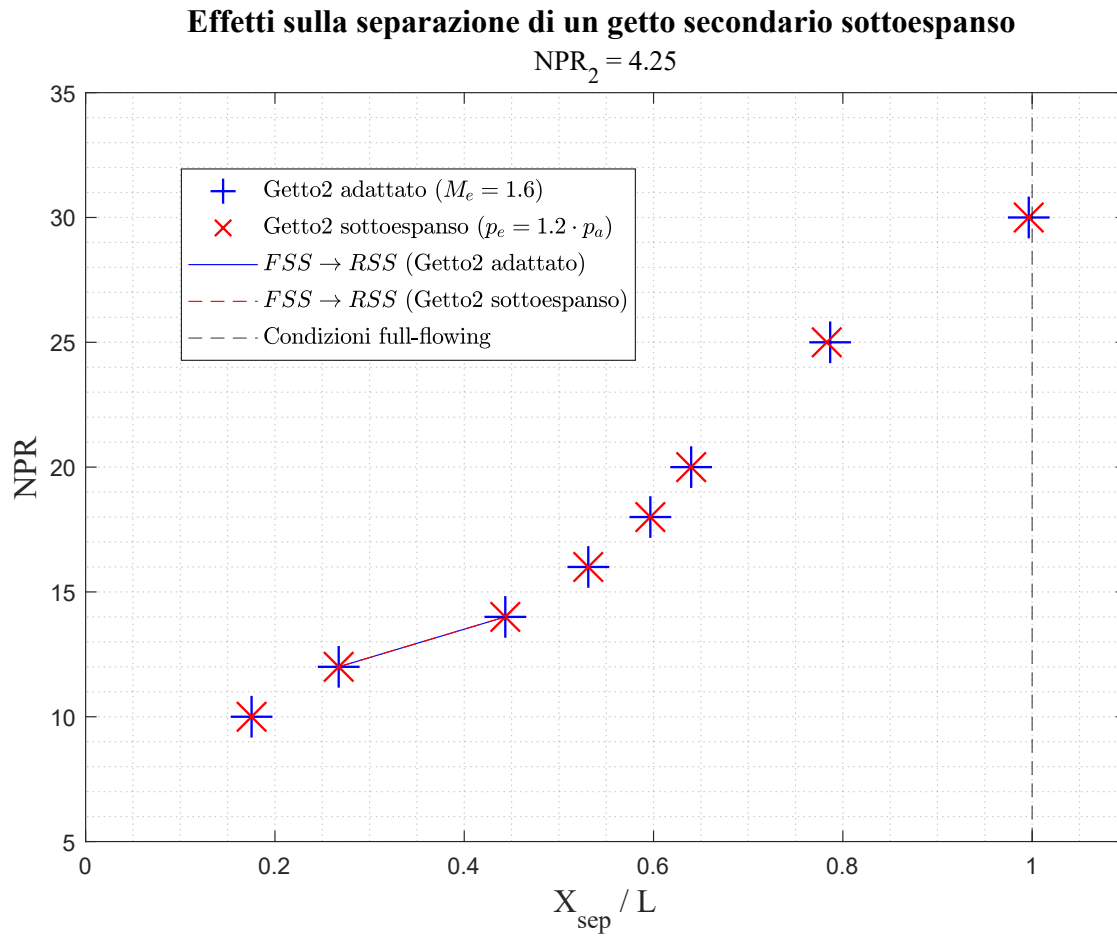


Figura 6.9: Getto secondario sottoespanso, effetti sulla separazione per $NPR_2 = 4.25$

Capitolo 7

Conclusioni

In questo elaborato è stata analizzata l'evoluzione dei regimi di separazione interna di un getto propulsivo in un modello in scala di ugello TOP assegnato (VOLVOS1) durante la fase di avviamento a livello del mare. Sono stati inoltre svolti studi numerici sugli effetti di un flusso secondario coassiale, emesso da un dispositivo, per controllare la posizione del punto di separazione. Tutte le attività erano finalizzate a soddisfare tre obiettivi specifici, riportati di seguito insieme ai relativi risultati.

Obiettivo I : *"Determinare mesh e modello di turbolenza ottimali per studio numerico parametrico di un getto sovraespanso tramite il software ANSYS Fluent, riproducendo casi test di riferimento dalla letteratura."*

↔ Nella sezione 5.3, dalla riproduzione dei due casi test proposti, si è potuto calibrare il set-up ottimale per le simulazioni RANS inerenti ad un getto propulsivo sovraespanso che separa internamente all'ugello TOP assegnato. I risultati indicano che la Mesh 2 indicata in tabella 5.2 e il modello di turbolenza $k - \omega$ SST rappresentino le scelte migliori in termini di accuratezza e di costo computazionale. Lo schema numerico utilizzato è il metodo di ROE al secondo ordine, con formulazione implicita rispetto al tempo.

Obiettivo II : *"Caratterizzare lo start-up dell'ugello TOP assegnato, descrivendo l'e-*

voluzione del getto fino condizioni full flowing ed estrapolando eventuali correlazioni fra NPR e posizione del punto di separazione."

↔ Utilizzando il set-up delle simulazioni descritto in precedenza, nella sezione 5.4 è stato analizzato lo start-up dell'ugello assegnato, fino al raggiungimento delle condizioni di full-flowing per $NPR = 50$. La caratterizzazione dello start-up è stata condotta determinando alcuni risultati chiave. Innanzitutto, sono stati individuati i valori di NPR associati alle transizioni tra i regimi di separazione: $NPR \in (16, 18)$ per la transizione $FSS \rightarrow RSS$, e $NPR = 25$, che rappresenta il limite del regime RSS prima della transizione $RSS \rightarrow FSS$ -end, dovuta all'apertura della bolla di ricircolo. Per $NPR = 14$ e $NPR = 20$, sono state inoltre presentate le distribuzioni di alcune variabili fisiche del flusso (contours), i profili di pressione di parete e la configurazione dei sistemi di urti, utilizzando un'apposita funzione "sensore" tratta dalla letteratura. L'analisi dello start-up senza getto secondario si è conclusa con lo studio dello spostamento del punto di separazione e del disco di Mach all'aumentare del NPR. In particolare, sono state identificate con successo delle correlazioni empiriche polinomiali del tipo $X_{sep}/L = f(NPR)$, con errori dell'ordine di ≈ 1 mm, che approssimano lo spostamento del punto di separazione per ciascun regime di separazione presente.

Obiettivo III : *"Valutare gli effetti prodotti dall'accensione del getto secondario sulla separazione, verificando che il valore di NPR per condizioni full flowing sia minore di quello misurato in condizioni nominali. Identificare la migliore condizione operativa per il getto secondario tramite un ulteriore studio parametrico."*

↔ Nel capitolo 6 è stato analizzato numericamente il flusso secondario coassiale emesso dal dispositivo per il controllo della separazione all'interno dell'ugello assegnato. In particolare, sono state considerate quattro configurazioni del getto secondario, caratterizzate dall'adattamento ($p_e = p_a$) e da differenti numeri di Mach in uscita. Per ciascuna configurazione è stato simulato lo start-up fino al raggiungimento delle condizioni full-flowing.

I risultati, riportati a pagina 103, evidenziano che, indipendentemente dalle condizioni di uscita del getto secondario, la completa aderenza dello strato limite alle pareti dell'ugello si raggiunge per $NPR = 30$, anziché per $NPR = 50$, valore corrispondente al funzionamento nominale con il dispositivo inattivo. Nella fattispecie, tra le quattro configurazioni analizzate, quella con getto secondario adattato ed uscita sonica ($M_e = 1$) soddisfa anche il vincolo arbitrariamente imposto sulla portata emessa, $\dot{m}_2 \leq 0.05 \cdot \dot{m}_{50}$ e di conseguenza, oltre a garantire il regime di full-flowing già per $NPR = 30$, risulta la soluzione più conveniente in termini di costi di progetto. Si è inoltre osservato che l'adozione del dispositivo contribuisca a uniformare il profilo di velocità assiale all'uscita dell'ugello. In conclusione, è stato eseguito un ultimo studio riguardo l'utilizzo di un getto secondario sottoespanso, $p_e = 1.2 \cdot p_a$, mantenendo per il dispositivo lo stesso valore di NPR_2 del caso con getto secondario adattato a $M_e = 1.6$, ovvero $NPR_2 = 4.25$. I risultati hanno dimostrato che non vi sono differenze nella posizione del punto di separazione, suggerendo che, a prima analisi, le prestazioni del getto secondario dipendano principalmente dal parametro NPR_2 .

Si rimanda all'Appendice B per la consultazione dei contours relativi sia allo start-up nominale che alle diverse configurazioni del getto secondario adattato.

Futuri sviluppi

Di seguito vengono presentati alcuni possibili sviluppi del tema affrontato in questo elaborato:

- Ripetere gli studi numerici considerando un fluido operativo caldo, rappresentativo dei gas prodotti dalla combustione di coppie combustibile-ossidante comunemente utilizzate negli endoreattori a propellente liquido. Inoltre, condurre simulazioni 3D per una caratterizzazione più accurata delle interazioni tra il getto secondario e quello principale.
- Valutare, attraverso i modelli presenti in letteratura, l'intensità dei due picchi di carico laterale previsti durante lo start-up dell'ugello TOP considerato. Sebbene sia stato dimostrato che l'impiego del getto secondario riduca la durata del transitorio di avviamento con separazione interna all'ugello, esso non elimina le cause dei due picchi, ovvero la transizione $FSS \rightarrow RSS$ e l'end-effect, che si verificherebbero a valori differenti di NPR rispetto al caso nominale, senza getto secondario.
- Valutare l'applicazione del dispositivo di controllo all'ugello TICTOP di Frey et al. ([4]). L'assenza dell'urto interno responsabile della transizione $FSS \rightarrow RSS$, unita alla capacità del dispositivo di ridurre la durata del transitorio di avviamento con separazione interna, potrebbe offrire una soluzione definitiva al problema dei carichi laterali che affliggono gli ugelli di primo stadio operanti a livello del mare.

Appendice A

Dettagli sulle simulazioni

A.1 Mesh

Nel presente elaborato sono stati presentati i risultati di diversi studi numerici inerenti alle fasi dello start-up di un ugello TOP assegnato, in condizioni di acuta sovraespansione e di conseguente separazione FSS o RSS del getto principale. Per realizzare tali attività numeriche, è stato definito un dominio computazionale, successivamente discretizzato con una mesh di tipo strutturato al fine di permettere l'applicazione del metodo dei volumi finiti per il calcolo delle soluzioni.

Per definire una mesh adeguata, sono stati considerati due tipi di requisiti. Il primo riguarda i parametri di qualità, essenziali per garantire una corretta configurazione della griglia di calcolo. Il secondo riguarda gli infittimenti della mesh, necessari per ottenere risultati accurati nelle zone critiche del dominio, come le pareti del tratto divergente, dove avviene la separazione dello strato limite. Questi infittimenti sono fondamentali per il corretto funzionamento del modello di turbolenza adottato nella simulazione RANS. In particolare, a seconda del modello utilizzato, esistono soglie specifiche di infittimento, espresse dal parametro y^+ , che devono essere rispettate per una corretta risoluzione dello strato limite.

In questa sezione, si approfondisce solo il tema dei parametri di qualità di una mesh, presentando le definizioni di due particolari indici che sono stati considerati per la realizzazione delle griglie strutturate, impiegate per replicare i casi test presenti nell'unità 5.3. Si presentano quindi questi due parametri di qualità appena citati:

- **Orthogonal quality factor**

Si calcola per ogni cella attraverso i vettori di figura A.1, usando la seguente definizione:

$$\text{Ortog. quality} = \min_i \left(\frac{\vec{A}_i \cdot \vec{f}_i}{|\vec{A}_i||\vec{f}_i|}; \frac{\vec{A}_i \cdot \vec{c}_i}{|\vec{A}_i||\vec{c}_i|} \right)$$

le celle di qualità inferiore presenteranno un valore prossimo a 0, mentre quelle di qualità superiore avranno un valore prossimo a 1.

- **Skewness:** È un parametro di qualità che misura l'asimmetria di una cella, definito

come la differenza tra la forma della cella e quella di una cella equilatera di volume equivalente. Celle eccessivamente distorte possono ridurre la precisione e rendere instabile la soluzione. Ad esempio, nelle mesh quadrangolari ottimali, gli angoli dei vertici dovrebbero essere prossimi a 90 gradi, mentre nelle mesh triangolari è preferibile che gli angoli siano vicini a 60 gradi e sempre inferiori a 90 gradi. In figura A.2 è mostrato un esempio di celle con elevata skewness.

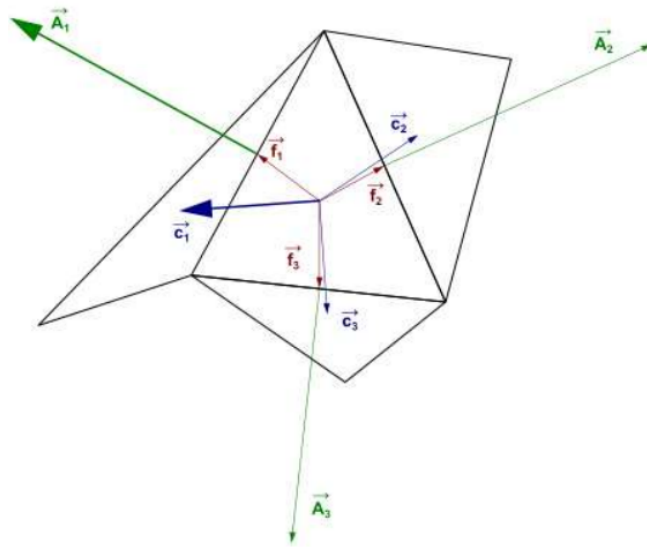


Figura A.1: Vettori usati per il calcolo del fattore di qualità ortogonale (rif. [6])

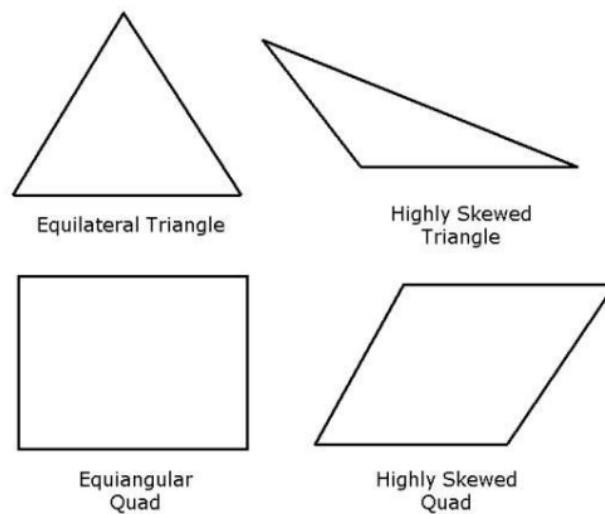


Figura A.2: Esempi di celle con skewness elevata (rif. [6])

Nelle tabelle A.1 e A.2 sono riportate le classificazioni inerenti ai possibili valori di orthogonal quality e skewness. Per garantire la validità della mesh, è necessario rispettare le seguenti condizioni:

- Il valore minimo di orthogonal quality deve essere superiore a 0.01, mentre il valore medio deve essere significativamente più alto.
- Il valore massimo di skewness deve essere inferiore a 0.95, mentre il valore medio deve essere significativamente più basso.

Orthogonal Quality	Cell Quality
1	orthogonal
$0.9 - < 1$	excellent
$0.75 - 0.9$	good
$0.5 - 0.75$	fair
$0.25 - 0.5$	poor
$> 0 - 0.25$	bad
0	degenerate

Tabella A.1: Scala di Ort. Quality

Skewness	Cell Quality
1	degenerate
$0.9 - < 1$	bad
$0.75 - 0.9$	poor
$0.5 - 0.75$	fair
$0.25 - 0.5$	good
$> 0 - 0.25$	excellent
0	equilateral

Tabella A.2: Scala di Skewness

Nella tabella 5.2 si osserva che tutte le mesh presentate nell'elaborato soddisfano i criteri relativi ai parametri di qualità. Nelle pagine seguenti sono inoltre riportate le distribuzioni di questi parametri per le tre mesh analizzate. Si nota che la maggior parte delle celle presenti ottimi valori di qualità. Poiché nelle figure non è facilmente visibile, si precisa che le celle con i valori di qualità peggiori sono concentrate lungo l'arco di circonferenza in corrispondenza della sezione di gola, dove infatti la curvatura del profilo risulta particolarmente accentuata.

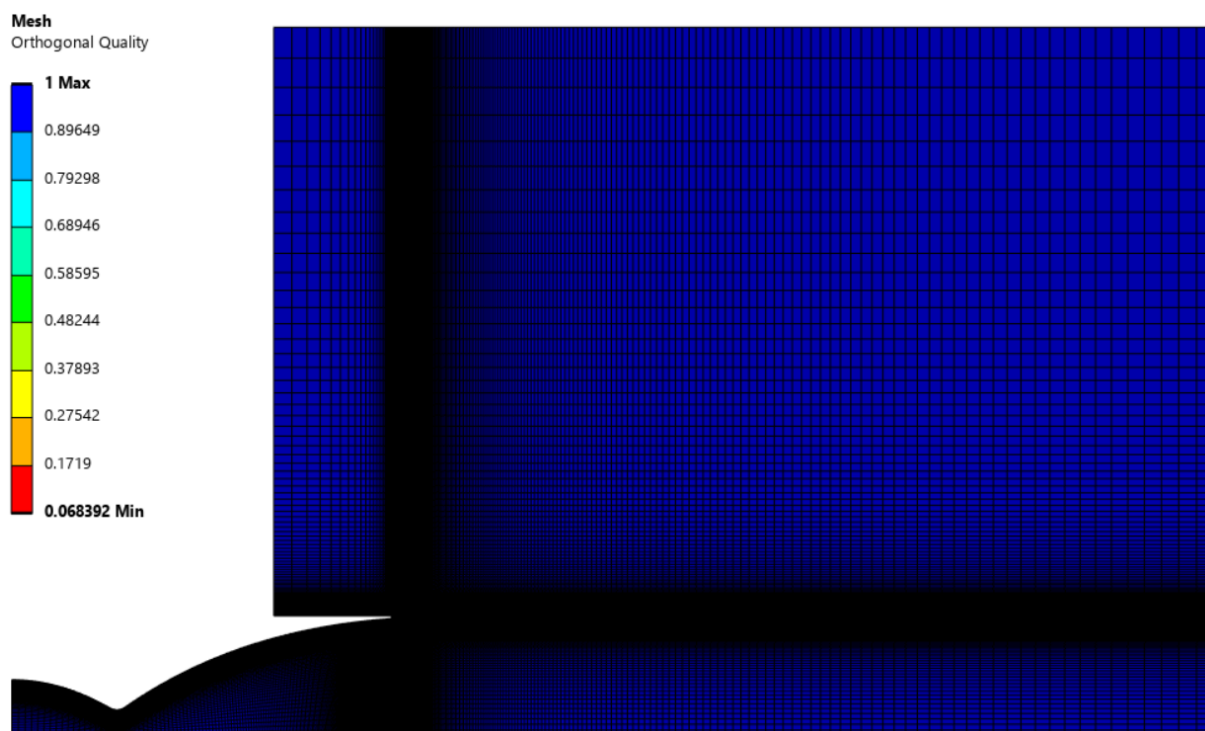


Figura A.3: Distribuzione ortogonal quality per Mesh 1

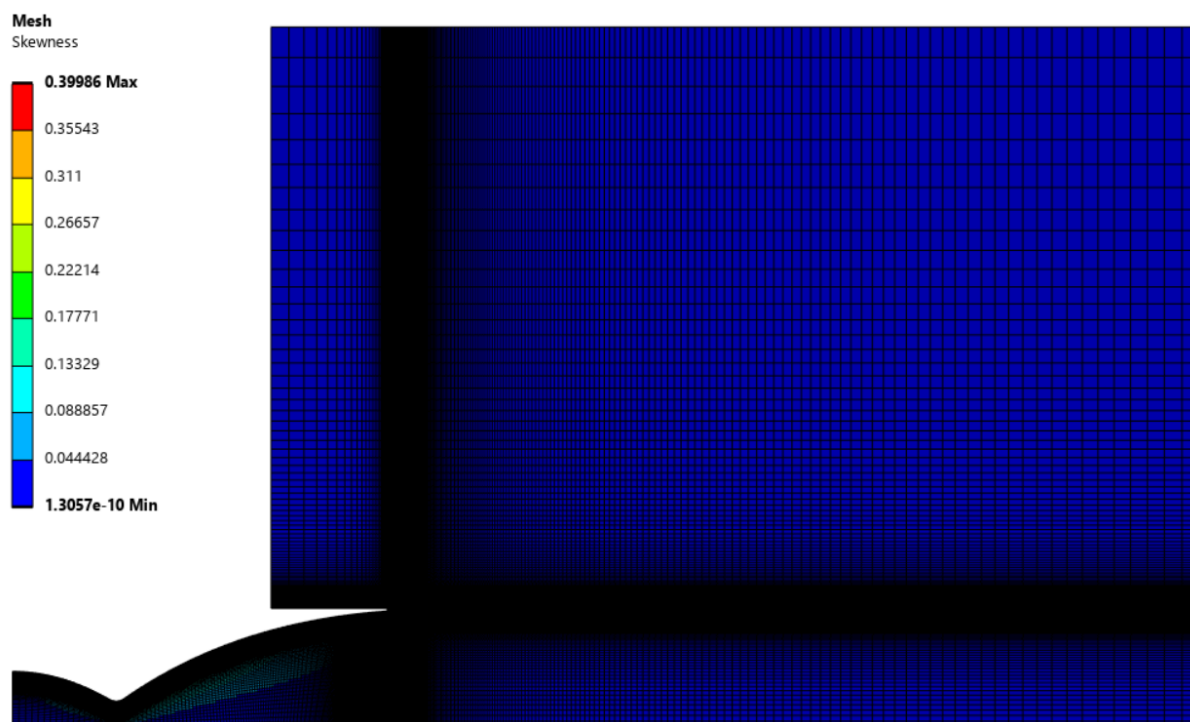


Figura A.4: Distribuzione skewness per Mesh 1

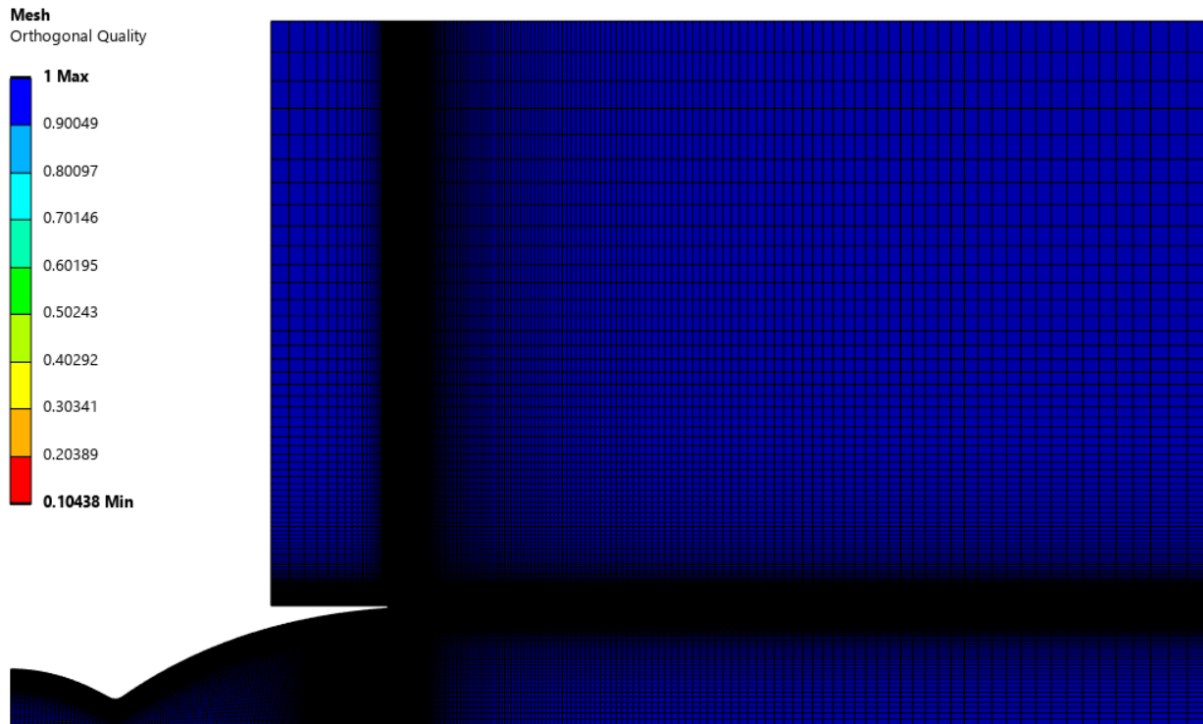


Figura A.5: Distribuzione ortogonal quality per Mesh 2

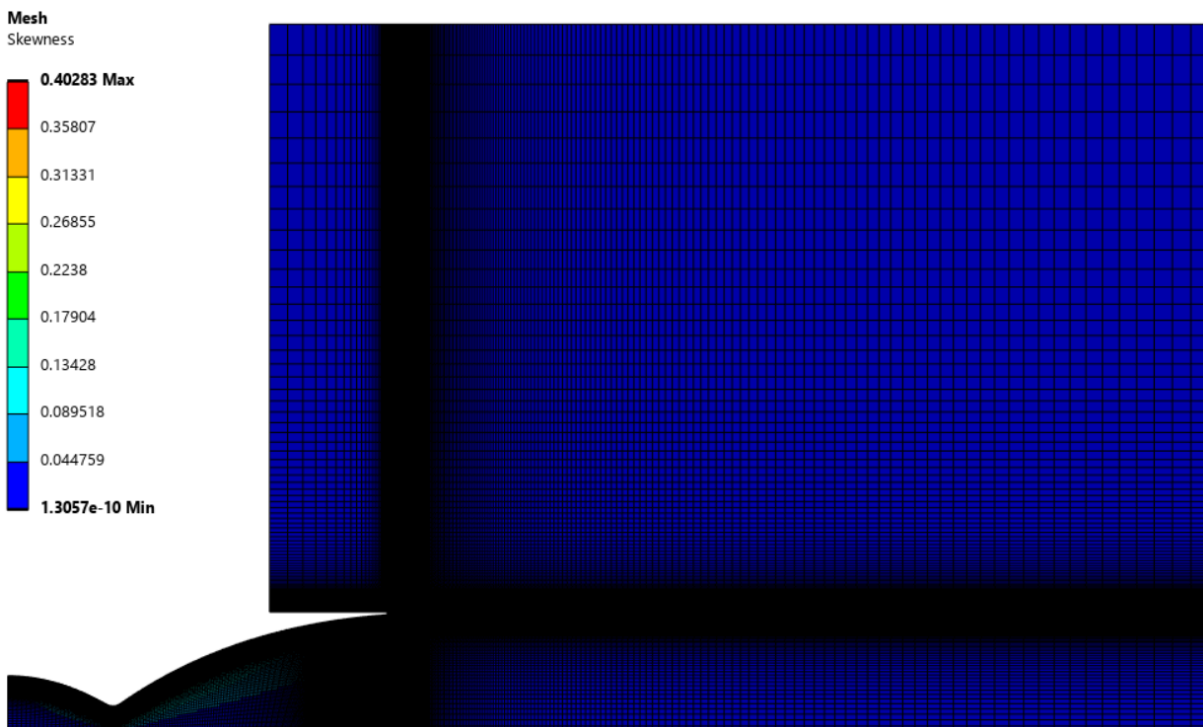


Figura A.6: Distribuzione skewness per Mesh 2

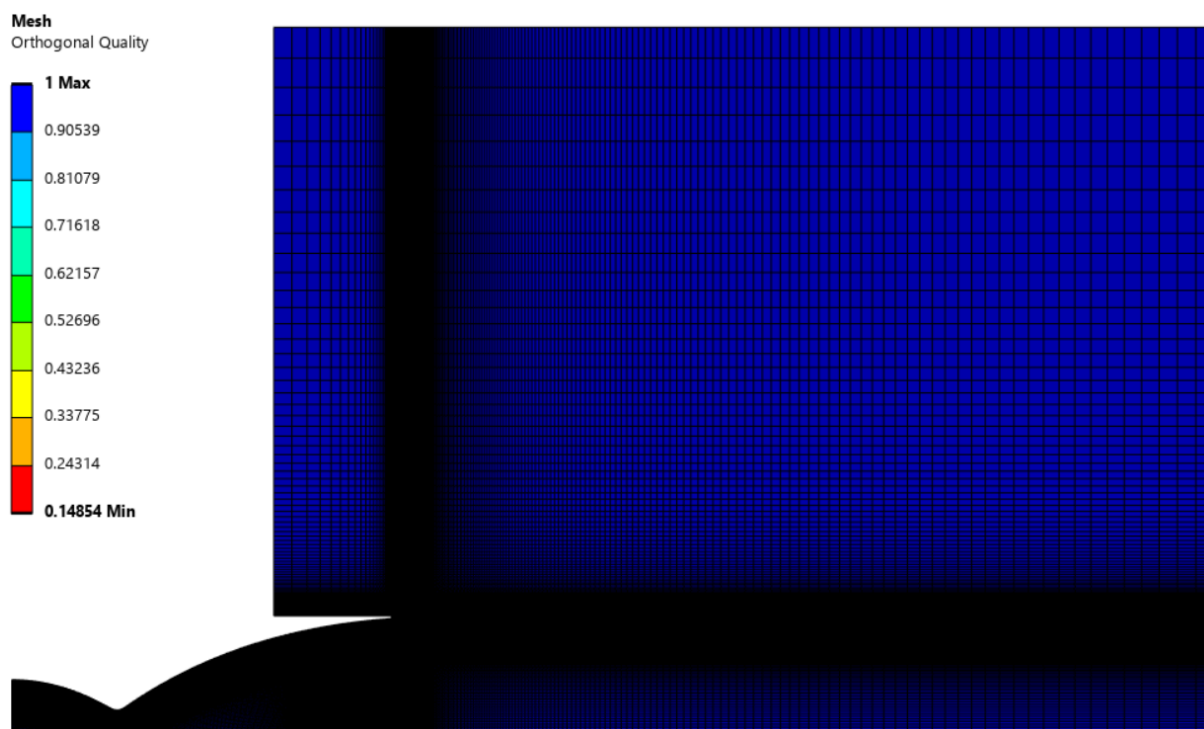


Figura A.7: Distribuzione ortogonal quality per Mesh 3

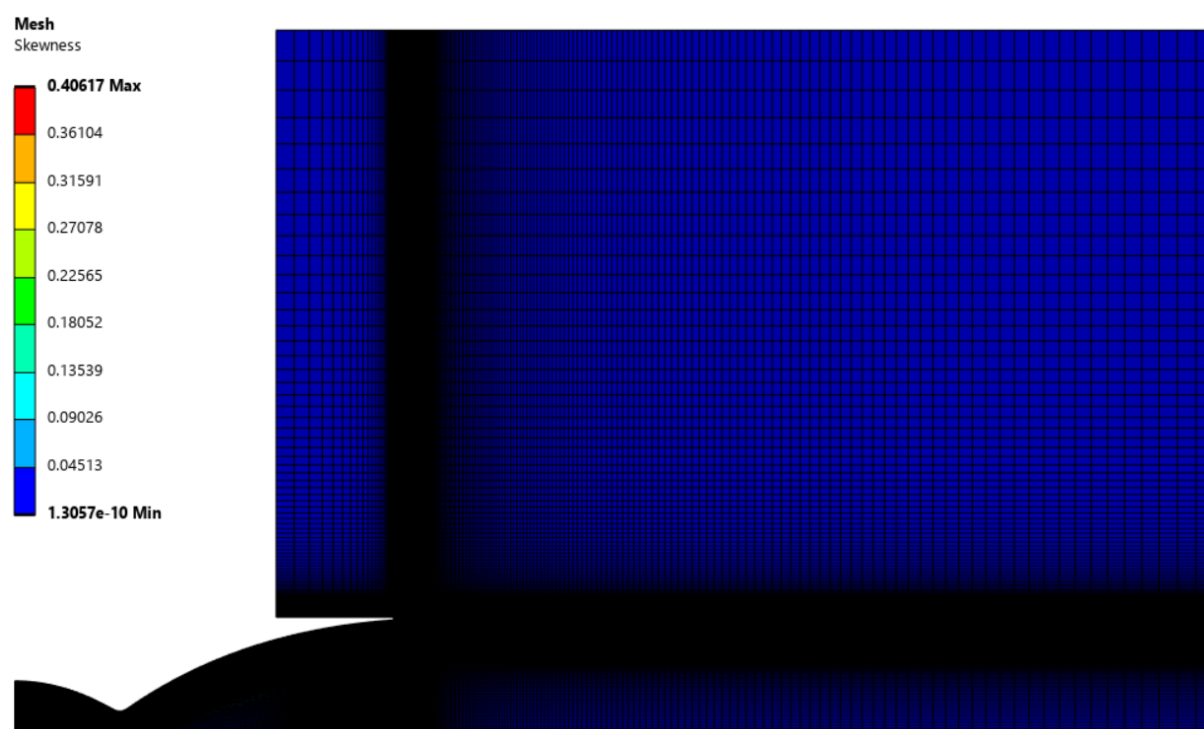


Figura A.8: Distribuzione skewness per Mesh 3

A.2 Modello di turbolenza

Per flusso turbolento s'intende un tipo di flusso instazionario, irregolare e soggetto a fluttuazioni caotiche delle proprietà in spazio e tempo. Sebbene la turbolenza sia, in teoria, descritta dalle equazioni di Navier-Stokes, nella maggior parte dei casi non è praticabile risolvere l'intera gamma di scale temporali e spaziali tramite simulazione numerica diretta (DNS), poiché le richieste computazionali supererebbero di gran lunga le capacità di calcolo disponibili. Per ovviare a questa limitazione, si applicano procedure di mediazione alle equazioni di Navier-Stokes, con l'obiettivo di filtrare completamente, o almeno in parte, lo spettro turbolento. La tecnica più diffusa è la media di Reynolds, che per scopi pratici equivale a una media temporale delle equazioni e porta alla formulazione delle equazioni di Navier-Stokes mediate alla Reynolds (RANS). Questo processo consente di eliminare le strutture turbolente dal flusso, ottenendo campi medi di velocità e pressione caratterizzati da variazioni più regolari. Tuttavia, la mediazione introduce nelle equazioni di trasporto nuovi termini incogniti, come gli stress di Reynolds e le fluttuazioni turbolente, che devono essere determinati mediante opportuni modelli di chiusura della turbolenza. La qualità della simulazione dipende in modo significativo dal modello di turbolenza adottato, rendendo cruciale sia una corretta scelta del modello sia la definizione di una griglia numerica adeguata alle sue esigenze. In accordo alla letteratura ([17] e [5]), nel caso di simulazioni RANS per flussi interni che subiscono gradienti di pressione avversi e separazione, il modello di turbolenza più consigliato è il $k - \omega$ *Shear Stress Transport* (SST) che consiste in un approccio ibrido: a parete si usa un modello $k - \omega$, relativamente insensibile alle costanti d'ingresso usate nelle equazioni di trasporto che definiscono il modello di turbolenza, a distanza dalla parete, si ricorre invece alla formulazione del $k - \epsilon$ che media le perturbazioni turbolente del getto libero.

A.2.1 Risoluzione dello strato limite in simulazioni RANS

Una modellazione accurata della regione vicino alla parete è fondamentale per garantire la precisione delle soluzioni numeriche, poiché le pareti rappresentano la principale sorgente di vorticità media e turbolenza. In questa zona, infatti, si registrano i gradienti più elevati delle variabili di flusso, mentre il trasporto di quantità di moto e di altre grandezze scalari avviene in modo più intenso. Pertanto, una corretta rappresentazione del comportamento del flusso in prossimità della parete è essenziale per ottenere simulazioni affidabili dei flussi turbolenti confinati.

Numerosi esperimenti hanno dimostrato che la regione prossima alla parete può essere suddivisa in tre strati principali, ciascuno caratterizzato da una specifica relazione tra la velocità adimensionale u^+ e la distanza adimensionale dalla parete y^+ :

- Sottostrato viscoso (viscous sublayer): la zona più interna, in cui il flusso è quasi laminare e la viscosità molecolare svolge un ruolo predominante nel trasferimento di quantità di moto, calore e massa.
- Sottostrato turbolento (fully turbulent layer): la regione più esterna, dove la turbolenza domina completamente il comportamento del flusso. È anche noto come sottostrato logaritmico, poiché la relazione $u^+ = f(y^+)$ segue appunto un andamento logaritmico.
- Sottostrato intermedio (buffer layer): la zona di transizione tra il sottostrato viscoso e quello completamente turbolento, in cui gli effetti della viscosità molecolare e della turbolenza risultano comparabili.

La velocità adimensionale u^+ è definita come $u^+ = u/u_\tau$, dove u rappresenta la componente di velocità in direzione tangenziale alla parete e u_τ è invece una velocità caratteristica d'attrito, indicata come $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\mu}$. Il parametro y^+ è invece definito come $y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu}$ con y che rappresenta la distanza dalla parete.

Tradizionalmente, esistono due principali approcci per la modellazione della regione vicino alla parete. Nel primo approccio, la regione interna influenzata dalla viscosità, che comprende il sottostrato viscoso e la buffer layer, non viene risolta direttamente. Al suo posto, si utilizzano funzioni di parete (wall functions), formule semi-empiriche che permettono di descrivere indirettamente gli effetti della viscosità tra la parete e la regione completamente turbolenta. L'impiego delle funzioni di parete elimina la necessità di modificare i modelli di turbolenza per tenere conto della presenza della parete. Nel secondo approccio, noto come modellazione near-wall (near-wall modeling), i modelli di turbolenza vengono adattati per risolvere direttamente la regione influenzata dalla viscosità. Questo avviene mediante una griglia computazionale sufficientemente raffinata che si estende fino alla parete, includendo il sottostrato viscoso. Questi due approcci sono rappresentati schematicamente in figura A.9.

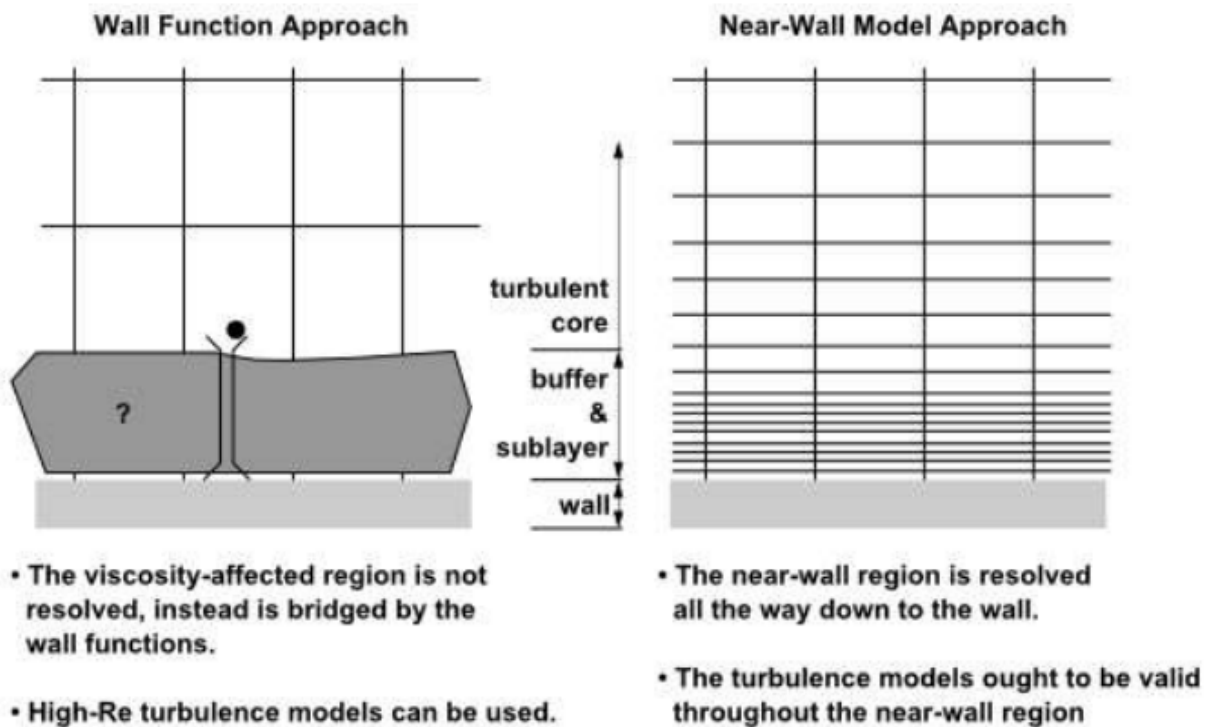


Figura A.9: Le due possibili strategie di risoluzione dello strato limite in ANSYS Fluent

Il primo approccio riguarda le tipiche griglie per problemi ad alto numero di Reynolds, nelle quali vengono attivate le wall functions. In questo caso, il primo nodo della griglia si

trova nella regione del profilo logaritmico, con $y^+ > 30$. Il secondo approccio corrisponde invece a una formulazione tipica per problemi a bassi numeri di Reynolds, in cui il primo nodo della griglia vicino alla parete si trova all'interno del sottostrato viscoso dello strato limite, ossia per $y^+ < 5$. Tra questi due estremi si colloca il precedentemente citato buffer layer, una zona di transizione tra lo strato viscoso e quello completamente turbolento. Idealmente, le simulazioni dovrebbero essere eseguite con griglie che soddisfano $y^+ = 1$, ma questo requisito è spesso difficile da raggiungere, specialmente per i casi degli endoreattori, caratterizzati da alti numeri di Reynolds, geometrie complesse ed eventuali separazioni interne. Inoltre, non sempre è possibile generare griglie basate esclusivamente sulle funzioni di parete, garantendo $y^+ > 30$ su tutta la geometria. Per superare queste limitazioni, sono state sviluppate formulazioni di parete che consentono una transizione graduale tra i due approcci. Queste metodologie sono note come trattamenti near-wall " y^+ -insensitive", in quanto permettono di ottenere risultati accurati senza essere strettamente vincolati a un valore specifico di y^+ .

Si osservi che nei modelli Spalart-Allmaras e $k - \omega$ SST, i trattamenti y^+ -insensitive siano automaticamente integrati, ma le griglie del presente elaborato sono state comunque realizzate in modo da soddisfare il criterio $y^+ < 5$ in modo da risolvere lo strato limite con il secondo approccio (risoluzione diretta).

Nella finestra di configurazione del $k - \omega$ SST, la guida di Fluent consiglia inoltre di selezionare:

- Near wall treatment: tabulated
- Low Re corrections

Entrambi i comandi sono ideati per migliorare le prestazioni del modello nei casi della separazione, perciò saranno d'ora in avanti fissati per tutte le simulazioni future.

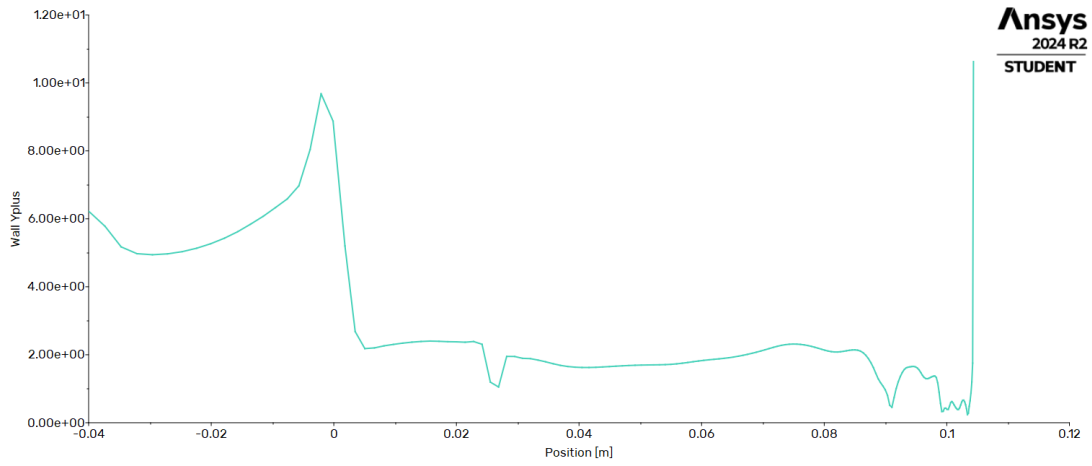


Figura A.10: Distribuzione y^+ per Mesh 1, $NPR = 14$

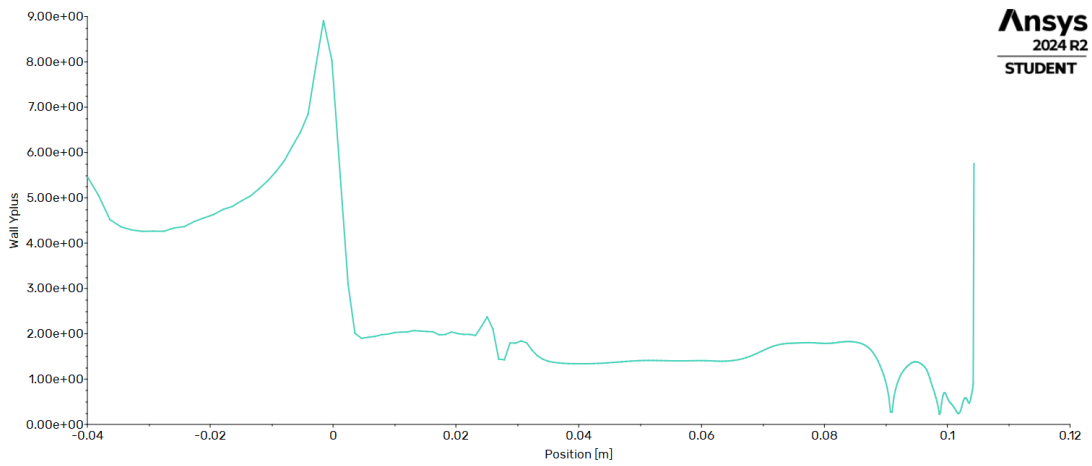


Figura A.11: Distribuzione y^+ per Mesh 2, $NPR = 14$

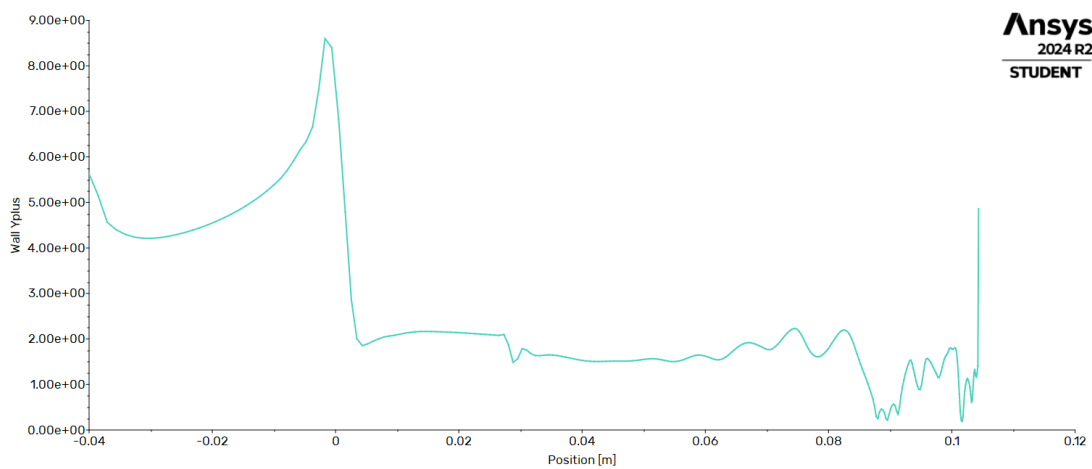
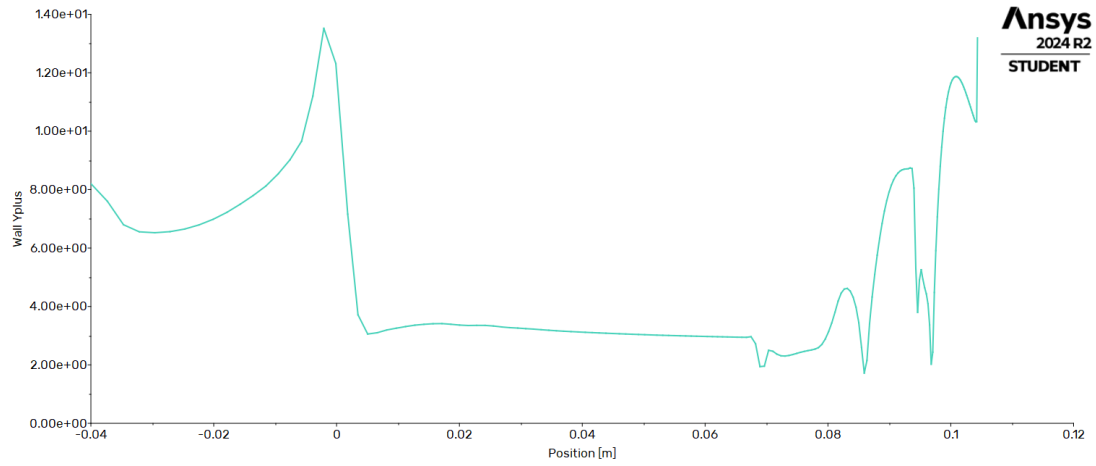
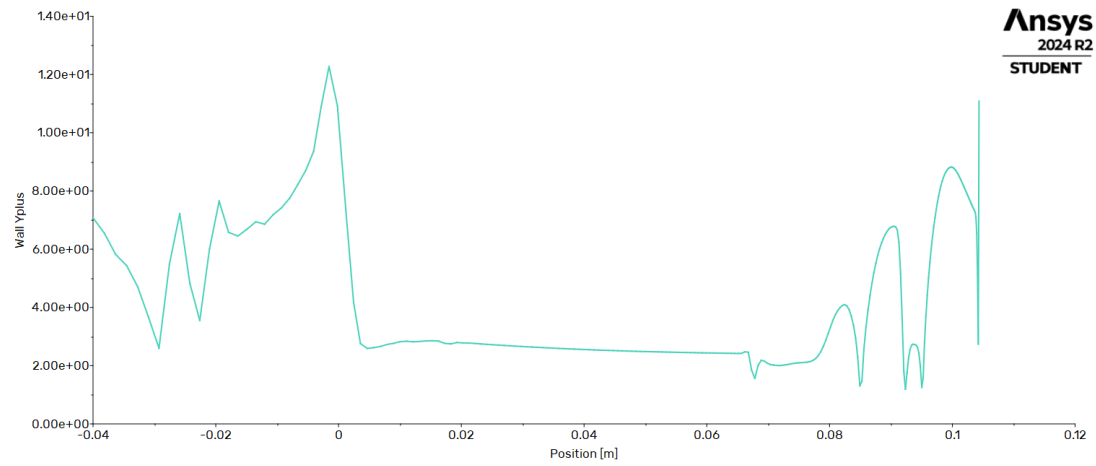
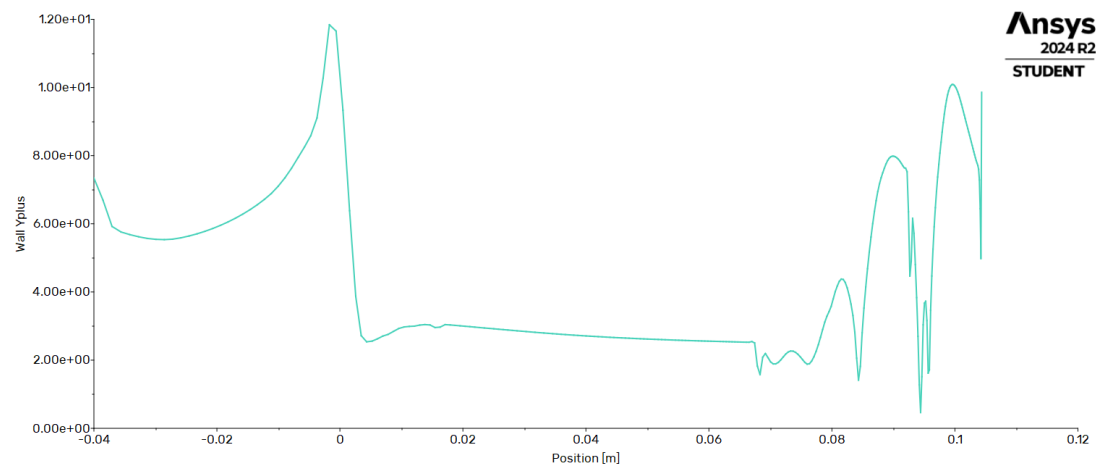


Figura A.12: Distribuzione y^+ per Mesh 3, $NPR = 14$

Figura A.13: Distribuzione y^+ per Mesh 1, $NPR = 20$ Figura A.14: Distribuzione y^+ per Mesh 2, $NPR = 20$ Figura A.15: Distribuzione y^+ per Mesh 3, $NPR = 20$

A.3 Schema numerico

Le equazioni di Navier-Stokes presentate nella sezione 5.2, combinate con le equazioni di trasporto del modello di turbolenza selezionato, costituiscono il sistema di equazioni di governo della simulazioni RANS condotte nel presente elaborato.

In particolare, la soluzione viene calcolata mediante uno specifico schema appartenente alla categoria dei metodi ai volumi finiti, attualmente utilizzati nella maggior parte dei codici CFD commerciali, tra cui ANSYS Fluent. Questi metodi derivano dalla discretizzazione delle equazioni di governo espresse in forma integrale, qui riportate in una formulazione compatta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V U dV = - \oint_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{A.1})$$

dove U rappresenta il vettore delle variabili conservative, ovvero la soluzione numerica da determinare, F denota il vettore dei flussi convettivi e diffusivi, mentre V ed S rispettivamente volume e superficie della cella considerata.

Nei metodi a volumi finiti, le equazioni di governo A.1 vengono riformulate introducendo il vettore $\bar{U}$, che rappresenta le medie di cella delle variabili conservative:

$$\bar{U} = \frac{1}{V} \int_V U dV$$

In questo modo, le equazioni di governo assumono una nuova formulazione esatta, in cui le incognite sono proprio le medie di cella delle variabili conservative:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = - \frac{1}{V} \cdot \sum_{j=1}^{N_F} (\vec{F}_j \cdot \vec{n}_j) \Delta S_j \quad (\text{A.2})$$

L'espressione A.2 rappresenta la forma delle equazioni da risolvere con lo schema di calcolo in una simulazione RANS per un problema bidimensionale. Poiché si tratta di problemi 2D nello spazio, l'integrale di superficie può essere riscritto come la somma di tutti gli N_F contributi delle singole interfacce S_j della cella di volume V . Le incognite di uno schema ai volumi finiti sono dunque le componenti di $\bar{U}$, a partire dalle quali si ricostruisce la

soluzione completa. Questo processo avviene attraverso appropriate tecniche di interpolazione, che utilizzano i valori nei centri delle celle all'interno del dominio computazionale. Per raggiungere questo obiettivo, è tuttavia necessario affrontare due questioni preliminari:

1. La discretizzazione della derivata temporale $\frac{\partial \bar{U}}{\partial t}$
2. Il calcolo dei flussi convettivi e diffusivi alle interfacce tra le celle $\vec{F}_j$

Si procederà quindi ad approfondire entrambi gli aspetti in relazione alle scelte adottate per le simulazioni eseguite nel presente elaborato.

A.3.1 Integrazione temporale - approccio implicito

Per tutti gli studi numerici effettuati, lo schema scelto esegue l'integrazione temporale con un approccio implicito.

Partendo da un sistema di equazioni ODE (Ordinary Differential Equations) del tipo:

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = f(\bar{U}, t)$$

l'adozione di un metodo implicito implica la discretizzazione della derivata temporale al primo ordine tra due istanti successivi, t^n e t^{n+1} , esprimendola mediante uno sviluppo di Taylor in funzione delle incognite riferite all'istante t^{n+1} .

In questo modo, si ottiene la seguente forma linearizzata del problema:

$$\frac{\bar{U}^{n+1} - \bar{U}^n}{\Delta t} = f(\bar{U}^{n+1}) \approx f(\bar{U}^n) + \left. \frac{\partial f}{\partial U} \right|_n (\bar{U}^{n+1} - \bar{U}^n) \quad (\text{A.3})$$

dove lo sviluppo di Taylor è stato troncato al primo ordine per semplicità. Riscrivendo la A.3 in forma compatta, si ottiene un sistema lineare di equazioni algebriche del tipo:

$$\left[\frac{1}{\Delta t} [I] - [J] \right] (\bar{U}^{n+1} - \bar{U}^n) = f(\bar{U}^n) \quad (\text{A.4})$$

dove $[J]$ rappresenta la matrice Jacobiana del problema. La soluzione del sistema fornisce i valori di $\bar{U}^{n+1}$, a partire da una condizione iniziale definita da $\bar{U}^n$. Il processo iterativo prosegue fino al soddisfacimento di un criterio di convergenza, che nel presente elaborato è rappresentato dalla stazionarietà dei profili di pressione di parete e dalla stabilità della posizione del punto di separazione.

A.3.2 Calcolo dei flussi d'interfaccia - metodi di ROE e AUSM

I flussi si classificano in due categorie: i flussi convettivi, responsabili del trasporto delle grandezze conservate nelle rispettive leggi di bilancio, e i flussi diffusivi, legati agli effetti viscosi e ai fenomeni di conduzione termica. In base alla loro natura, si adottano specifiche tecniche numeriche per il loro calcolo.

I flussi diffusivi vengono calcolati in post-processing, una volta stimati i gradienti della soluzione alle interfacce tra le celle. Questi valori vengono poi inseriti in formulazioni chiuse, come la legge di Fourier per la conduzione termica o la relazione di Boussinesq per il calcolo degli sforzi viscosi di taglio, ottenendo così il flusso diffusivo specifico.

Per il calcolo dei flussi convettivi si utilizzano metodi più complessi. In questo elaborato sono stati adottati due metodi appartenenti alla categoria Upwind, che tengono conto della natura iperbolica del problema, ovvero della propagazione ondosa dei segnali nel dominio computazionale. In altre parole, la formulazione matematica di questi schemi per il calcolo dei flussi convettivi alle interfacce dipende strettamente dalla fisica del problema.

Per le simulazioni con il modello di turbolenza $k - \omega$ SST è stato scelto il metodo di Roe, un metodo Upwind appartenente alla sottocategoria Flux Difference Splitting (FDS). Per le simulazioni con il modello di Spalart-Allmaras, invece, è stato adottato il metodo AUSM, che rientra nella sottocategoria Flux Vector Splitting (FVS). Di seguito si descrive il funzionamento di entrambi questi schemi di calcolo, caratterizzati da una precisione del secondo ordine nello spazio.

Metodo di ROE - FDS

Nei metodi FDS, il flusso convettivo all'interfaccia tra le celle non viene calcolato direttamente, bensì la sommatoria al secondo membro dell'equazione (A.2) viene espressa in funzione dei "salti" ΔF_j . Questi rappresentano le differenze tra i flussi convettivi valutati al centro della cella j e quelli calcolati alle sue interfacce. Si osservi che, nei problemi bidimensionali e tridimensionali, il calcolo dei flussi d'interfaccia può essere ricondotto a un caso unidimensionale, purché si utilizzi un sistema di riferimento locale allineato con la normale alle interfacce delle celle. Assumendo quindi un problema 1D, si considera la seguente griglia di calcolo:

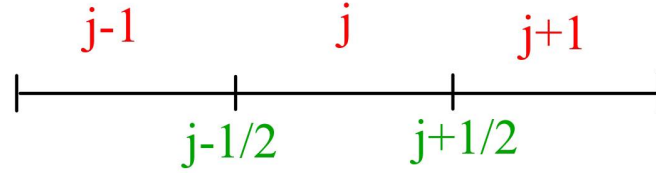


Figura A.16: Griglia di calcolo, problema 1D di riferimento per metodi FDS

Presso l'interfaccia $j - \frac{1}{2}$ si propaga il segnale $\Delta \vec{F}_{j-1}$ verso la cella j , mentre all'interfaccia $j + \frac{1}{2}$ il segnale $\Delta \overleftarrow{F}_j$ propaga anch'esso verso la cella j . Tali segnali si determinano risolvendo i problemi di Riemann che si manifestano alle interfacce di ogni cella, dove sono assegnati i valori di una soluzione inizializzata, discontinua proprio al confine tra le celle. Inoltre, questi segnali rappresentano la differenza tra i flussi convettivi della cella e quelli calcolati all'interfaccia. Pertanto, per ottenere esplicitamente i flussi d'interfaccia, si utilizzano le seguenti somme algebriche:

$$F_{j-\frac{1}{2}} = F_j - \Delta \vec{F}_{j-1}$$

$$F_{j+\frac{1}{2}} = F_j + \Delta \overleftarrow{F}_j$$

Quanto appena descritto illustra il funzionamento dei metodi FDS, che prevedono la risoluzione dei problemi di Riemann a ogni interfaccia del dominio computazionale per determinare i segnali ΔF , necessari per il calcolo dei flussi d'interfaccia effettivi.

Nel caso del metodo di Roe, tuttavia, non si risolve un problema di Riemann esatto, di natura non lineare, bensì una sua versione linearizzata, nell'intorno dell'interfaccia d'interesse. Per spiegare come vengono determinati i segnali ΔF in questo caso, si considera come esempio la forma 1D conservativa delle equazioni di Eulero (perchè si parla esclusivamente di flussi convettivi), definita in una particolare interfaccia del dominio monodimensionale:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0$$

esplicitando la matrice Jacobiana A del problema, risulta:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial U} \cdot \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \rightarrow \frac{\partial U}{\partial t} + A \frac{\partial U}{\partial x} = 0$$

Linearizzare il problema significa assumere $A = \text{cost.} = \bar{A}$, imponendo il rispetto dei seguenti tre requisiti:

1. Diagonalizzabilità e autovalori reali: la matrice $\bar{A}$ deve essere diagonalizzabile con autovalori reali. Definendo la matrice degli autovettori destri V , la forma diagonalizzata di $\bar{A}$ si ottiene come: $\Lambda = V^{-1} \bar{A} V$.
2. Condizione di consistenza: deve valere la relazione $\bar{A} \rightarrow A(\bar{U})$ nel caso di un campo uniforme definito dalle componenti di $\bar{U} = \text{cost.}$
3. Validità della relazione $\Delta F_j = \bar{A} \Delta U_j$: questa equazione rappresenta un sistema lineare in cui i segnali dei flussi convettivi sono legati alla variazione delle variabili conservative attraverso l'interfaccia, ovvero $\Delta U_j = \bar{U}_{j+1} - \bar{U}_j$.

Nel metodo di ROE si definisce quindi una matrice $\bar{A}$ che rispetta i requisiti indicati. Nel caso di problema 1D, tale matrice dipende da due variabili termodinamiche $\bar{\rho}$ e $\bar{h}$, e da una cinematica $\bar{u}$ che sono funzione dei valori omonimi misurati nei centri delle celle a cavallo dell'interfaccia considerata (es: $\bar{\rho} = \sqrt{\rho_j \cdot \rho_{j+1}}$).

Introducendo il vettore delle variabili caratteristiche del problema W , dato dalla defini-

zione $W = V^{-1}U$, applicando la linearizzazione risulta:

$$\Delta U_j = \bar{U}_{j+1} - \bar{U}_j = V \Delta W_j = V(\bar{W}_{j+1} - \bar{W}_j)$$

Sostituendo questa relazione nell'espressione del requisito 3, si presentano le espressioni attraverso cui si determinano i segnali ΔF_j nel metodo di ROE, che ribadiamo essere la soluzione di una versione linearizzata del problema di Riemann definito per l'interfaccia considerata.

$$\Delta F_j = \bar{A} \Delta U_j = \bar{A} V \Delta W_j = V \Lambda V^{-1} \cdot V \Delta W_j = V \Lambda \Delta W_j \quad (\text{A.5})$$

Tenendo conto della direzione di propagazione del segnale, la formula precedente si riscrive nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \Delta \overleftarrow{F}_j &= \frac{\bar{\lambda}_1 - |\bar{\lambda}_1|}{2} \cdot \mathbf{v}_1 \cdot \Delta W_{j,1} + \frac{\bar{\lambda}_2 - |\bar{\lambda}_2|}{2} \cdot \mathbf{v}_2 \cdot \Delta W_{j,2} + \frac{\bar{\lambda}_3 - |\bar{\lambda}_3|}{2} \cdot \mathbf{v}_3 \cdot \Delta W_{j,3} \\ \Delta \overrightarrow{F}_j &= \frac{\bar{\lambda}_1 + |\bar{\lambda}_1|}{2} \cdot \mathbf{v}_1 \cdot \Delta W_{j,1} + \frac{\bar{\lambda}_2 + |\bar{\lambda}_2|}{2} \cdot \mathbf{v}_2 \cdot \Delta W_{j,2} + \frac{\bar{\lambda}_3 + |\bar{\lambda}_3|}{2} \cdot \mathbf{v}_3 \cdot \Delta W_{j,3} \end{aligned}$$

dove $\bar{\lambda}_{1,2,3}$ definiscono gli autovalori reali di $\bar{A}$, positivi se la propagazione del segnale avviene verso destra, negativi se verso sinistra.

Metodo AUSM - FVS

Nei metodi Flux Vector Splitting (FVS), i flussi convettivi d'interfaccia vengono calcolati esplicitamente come la somma dei contributi provenienti dalle celle adiacenti. Omettendo i dettagli della dimostrazione, nel caso delle equazioni di Eulero 1D, il vettore dei flussi convettivi della cella j può essere scomposto in due contributi distinti, corrispondenti alla propagazione delle informazioni verso la cella di sinistra e verso quella di destra:

$$F_j = F_j^- + F_j^+$$

Di conseguenza, il flusso d'interfaccia nel caso 1D è dato dalla somma di un segnale proveniente dalla cella di sinistra (che si propaga verso destra) e di un segnale proveniente dalla cella di destra (che si propaga verso sinistra):

$$F_{j+\frac{1}{2}} = F_j^+ + F_{j+1}^-$$

In questo contesto, nel metodo AUSM, tali flussi d'interfaccia vengono determinati attraverso una particolare combinazione delle variabili associate alle celle di sinistra e di destra, distinguendo i termini puramente convettivi da quelli legati alla pressione.

$$F_{j+\frac{1}{2}} = M_{j+\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} \rho a \\ \rho a u \\ \rho a H \end{pmatrix}_{L/R} + \begin{pmatrix} 0 \\ p_{j+\frac{1}{2}} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

dove

$$\begin{pmatrix} \end{pmatrix}_{L/R} = \begin{cases} (\)_L & \text{se } M_{j+\frac{1}{2}} \geq 0 \\ (\)_R & \text{se } M_{j+\frac{1}{2}} < 0 \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

$$M_{j+\frac{1}{2}} = M_{L^+} + M_{R^-} \quad (\text{A.8})$$

$$M_{L^+} = \begin{cases} M_L & \text{se } M_L \geq 1 \\ \frac{1}{4}(M_L + 1)^2 & \text{se } |M_L| < 1 \\ 0 & \text{se } M_L \leq -1 \end{cases} \quad M_{R^-} = \begin{cases} 0 & \text{se } M_R \geq 1 \\ \frac{1}{4}(M_R - 1)^2 & \text{se } |M_R| < 1 \\ M_R & \text{se } M_R \leq -1 \end{cases}$$

$$p_{j+\frac{1}{2}} = p_{L^+} + p_{R^-} \quad (\text{A.9})$$

$$p_{L^+} = \begin{cases} p_L & \text{se } M_L \geq 1 \\ \frac{p_L}{4} \frac{(M_L + 1)^2}{(2 - M_L)^{-1}} & \text{se } |M_L| < 1 \\ 0 & \text{se } M_L \leq -1 \end{cases} \quad p_{R^-} = \begin{cases} 0 & \text{se } M_R \geq 1 \\ \frac{p_R}{4} \frac{(M_R - 1)^2}{(2 - M_R)^{-1}} & \text{se } |M_R| < 1 \\ p_R & \text{se } M_R \leq -1 \end{cases}$$

con L^+ che indica i valori dei segnali della cella di sinistra, propaganti verso destra, ed R^- per quelli della cella di destra, propaganti verso sinistra.

Appendice B

Raccolta dei contours

B.1 Simulazioni start-up senza getto secondario

I seguenti risultati sono stati ricavanti utilizzando la Mesh 2, il modello di turbolenza $k - \omega$ SST ed il metodo di Roe al secondo ordine.

Campo di Mach

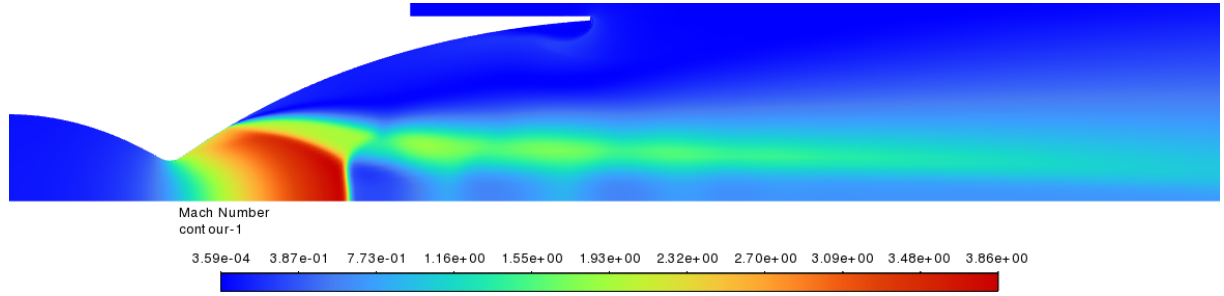


Figura B.1: Campo di Mach, $NPR = 10$

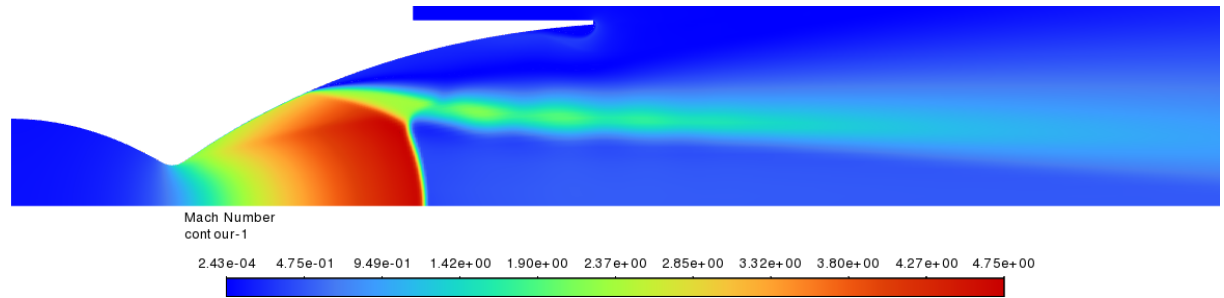


Figura B.2: Campo di Mach, $NPR = 16$

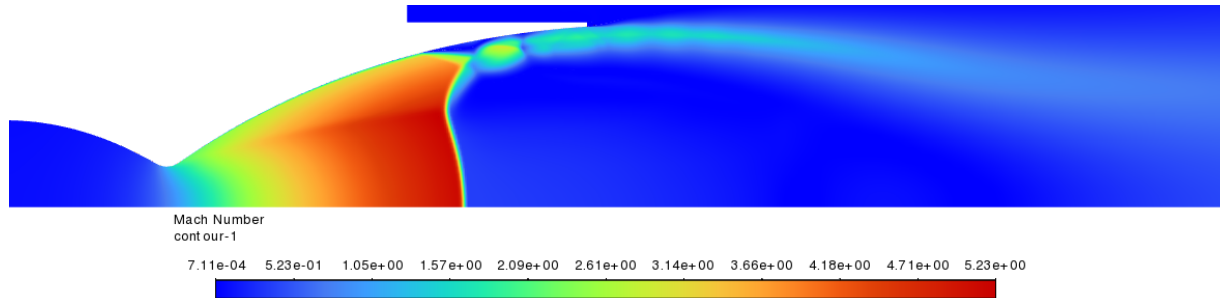


Figura B.3: Campo di Mach, $NPR = 18$

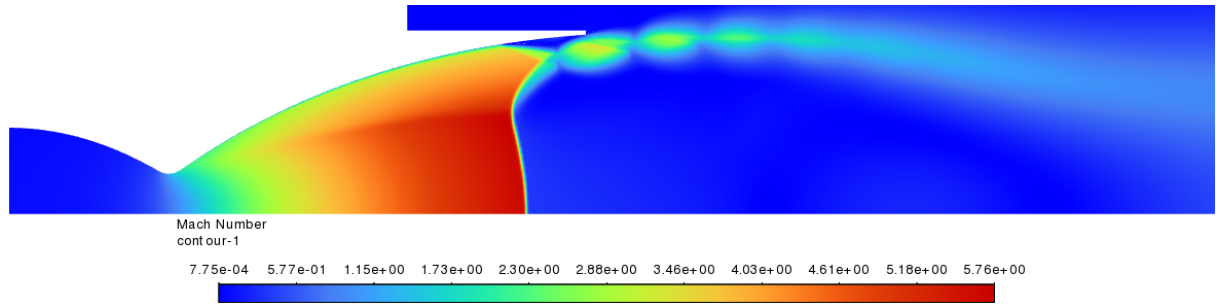


Figura B.4: Campo di Mach, $NPR = 25$

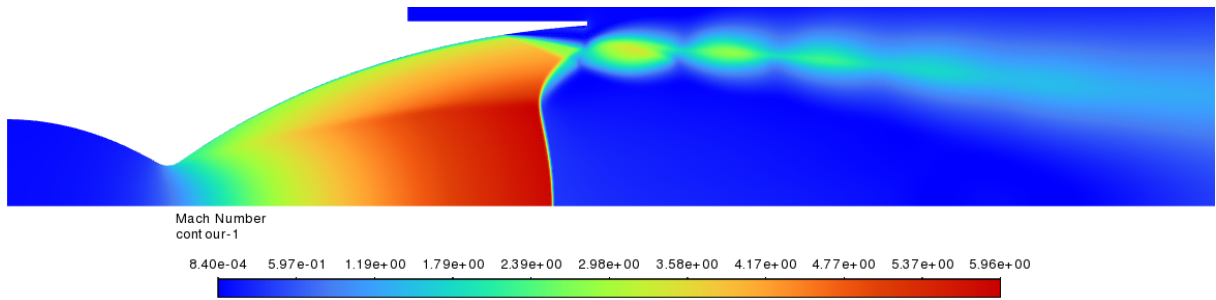


Figura B.5: Campo di Mach, $NPR = 30$

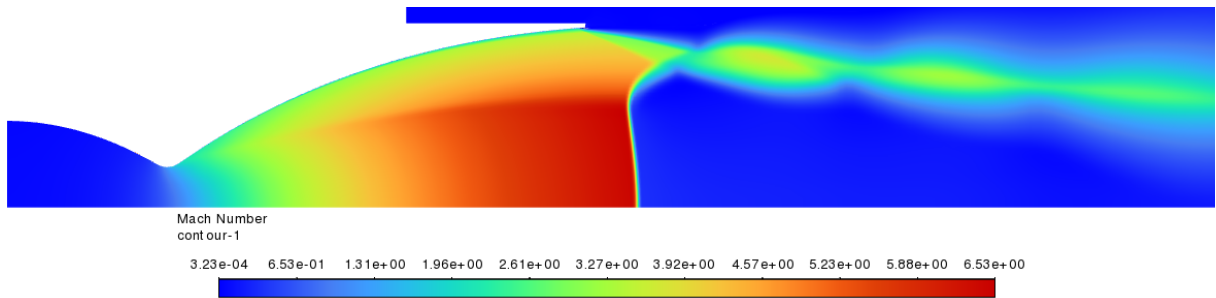


Figura B.6: Campo di Mach, $NPR = 50$

Campo di pressione statica

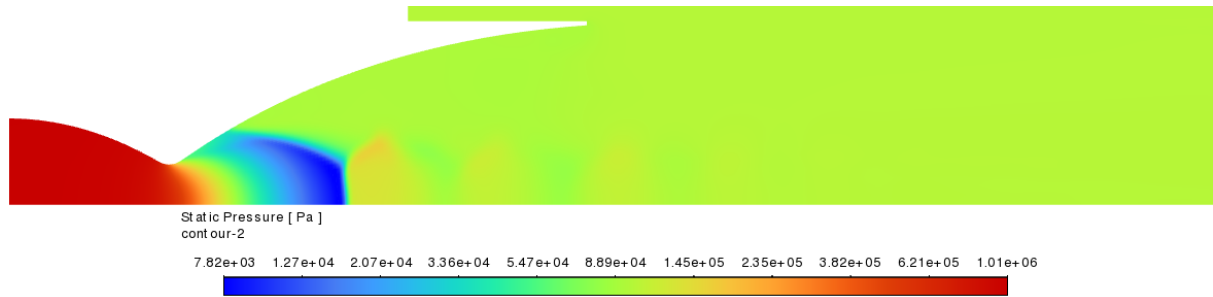


Figura B.7: Campo di pressione statica, $NPR = 10$

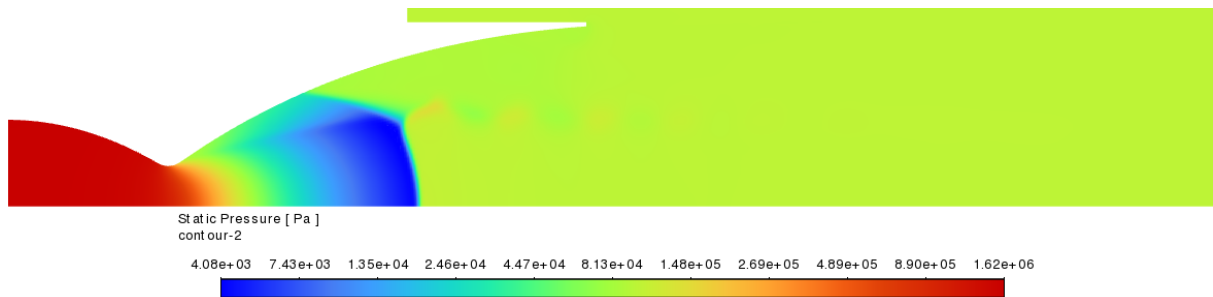


Figura B.8: Campo di pressione statica, $NPR = 16$

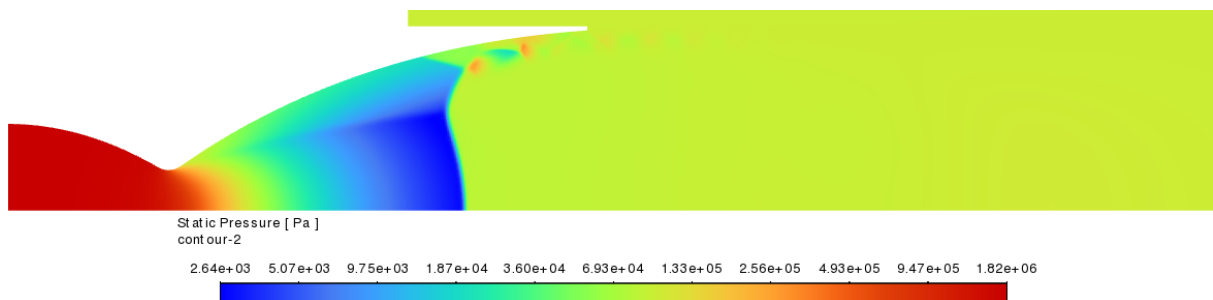


Figura B.9: Campo di pressione statica, $NPR = 18$

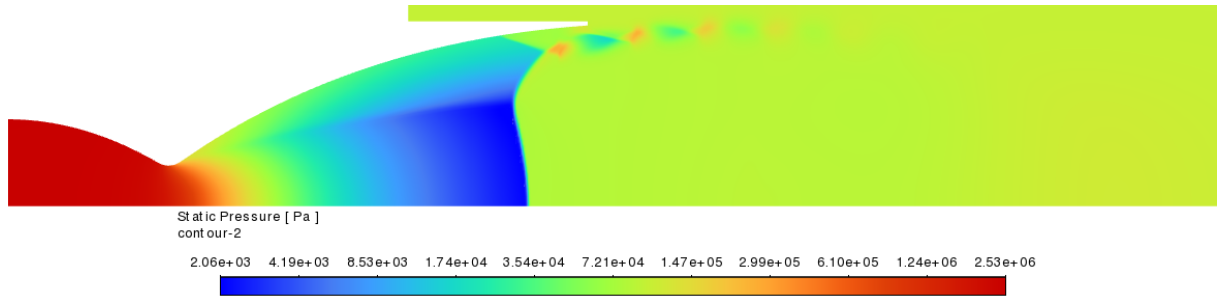


Figura B.10: Campo di pressione statica, $NPR = 25$

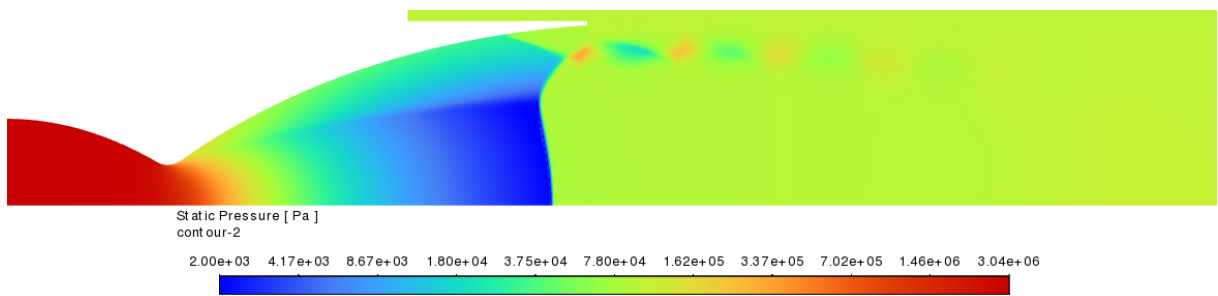


Figura B.11: Campo di pressione statica, $NPR = 30$

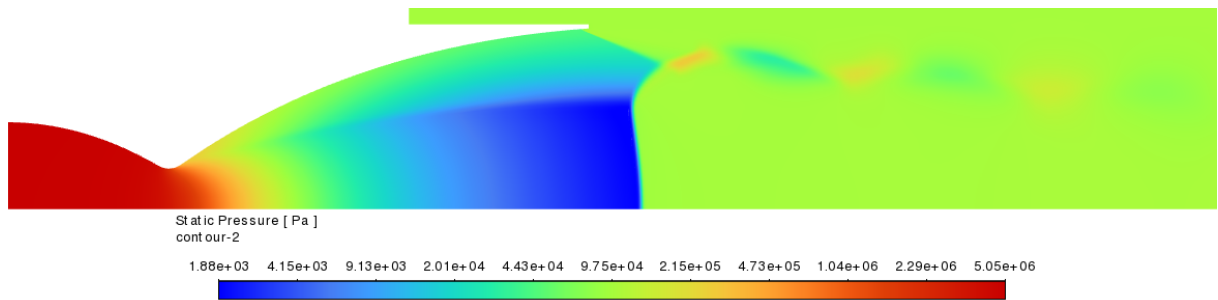


Figura B.12: Campo di pressione statica, $NPR = 50$

Campo di velocità assoluta

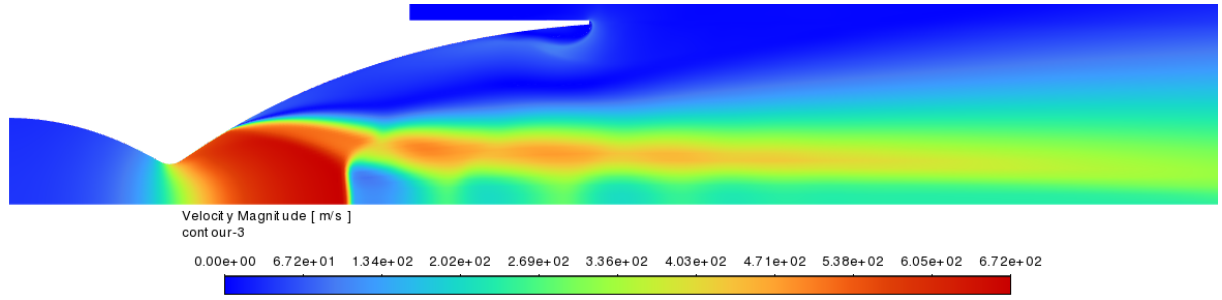


Figura B.13: Campo di $|\vec{V}|$, $NPR = 10$

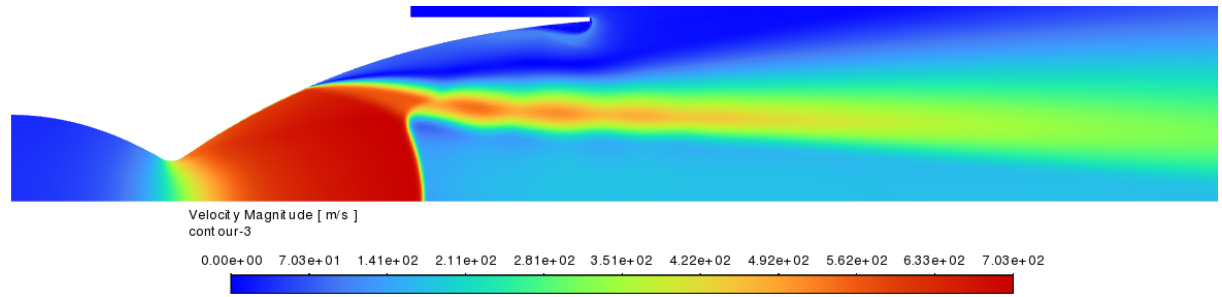


Figura B.14: Campo di $|\vec{V}|$, $NPR = 16$

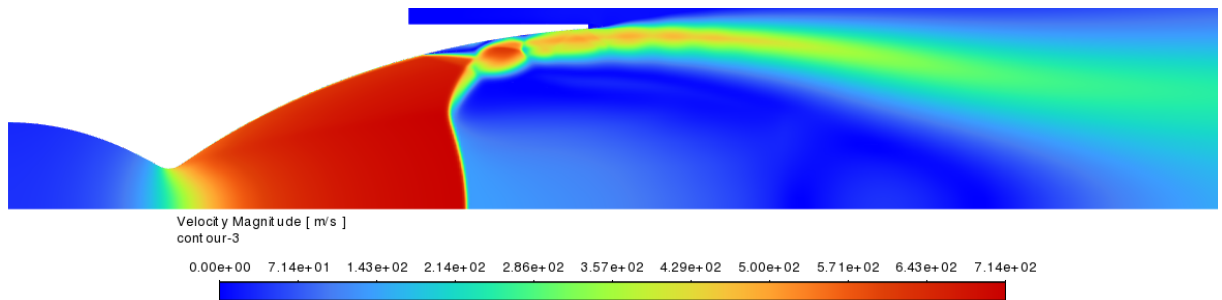


Figura B.15: Campo di $|\vec{V}|$, $NPR = 18$

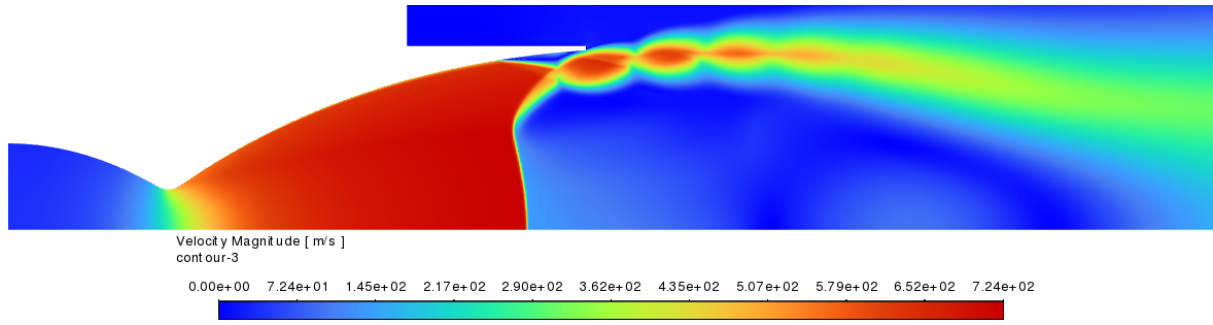


Figura B.16: Campo di $|\vec{V}|$, $NPR = 25$

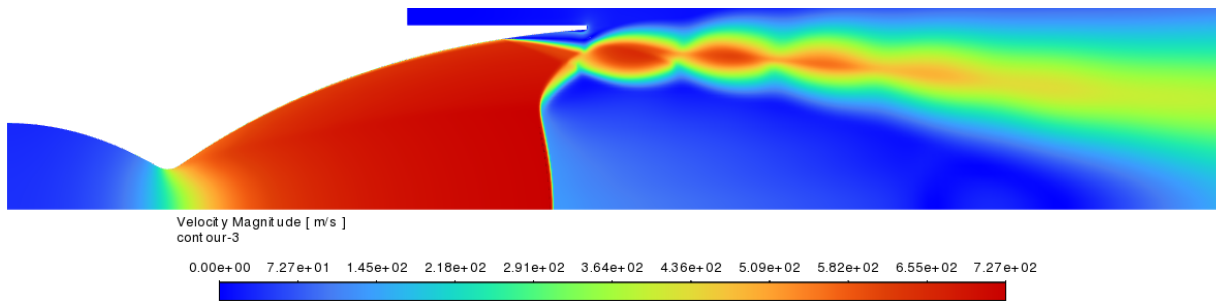


Figura B.17: Campo di $|\vec{V}|$, $NPR = 30$

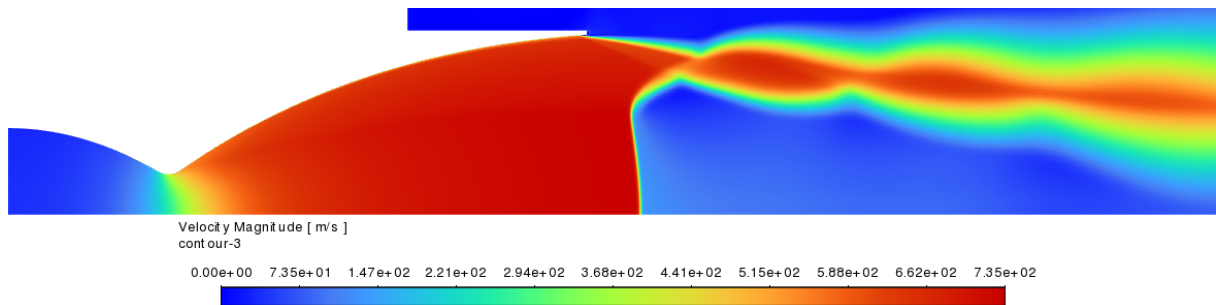


Figura B.18: Campo di $|\vec{V}|$, $NPR = 50$

Campo di pressione totale

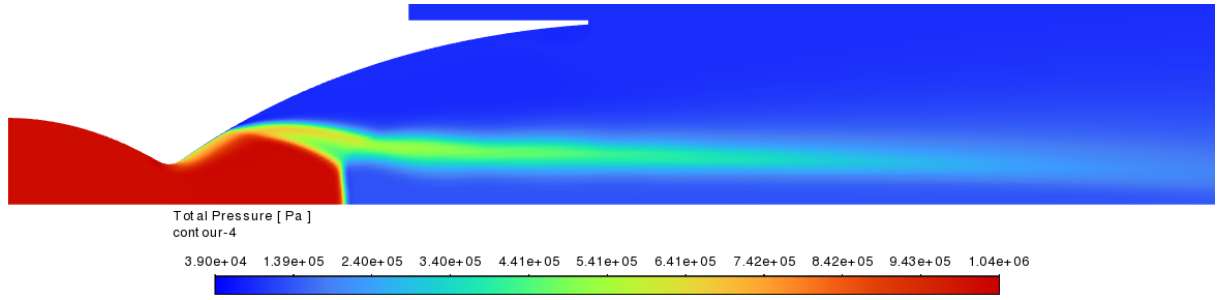


Figura B.19: Campo di p° , $NPR = 10$

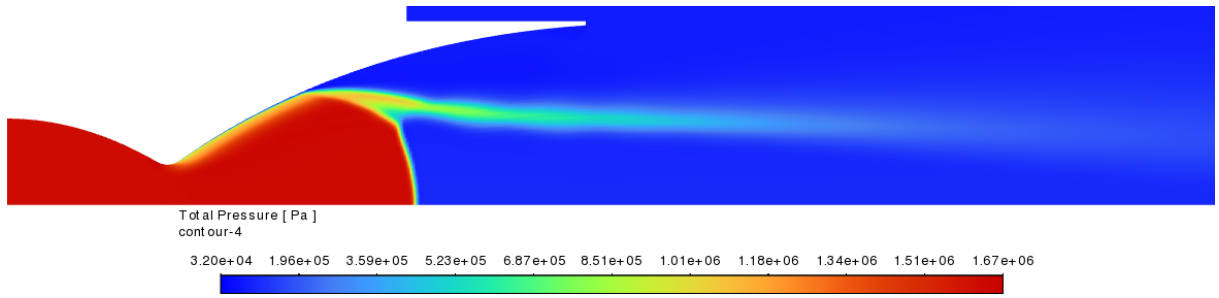


Figura B.20: Campo di p° , $NPR = 16$

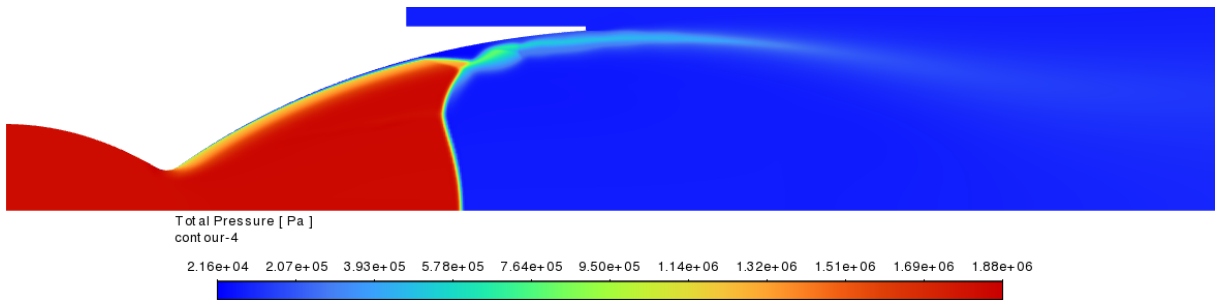


Figura B.21: Campo di p° , $NPR = 18$

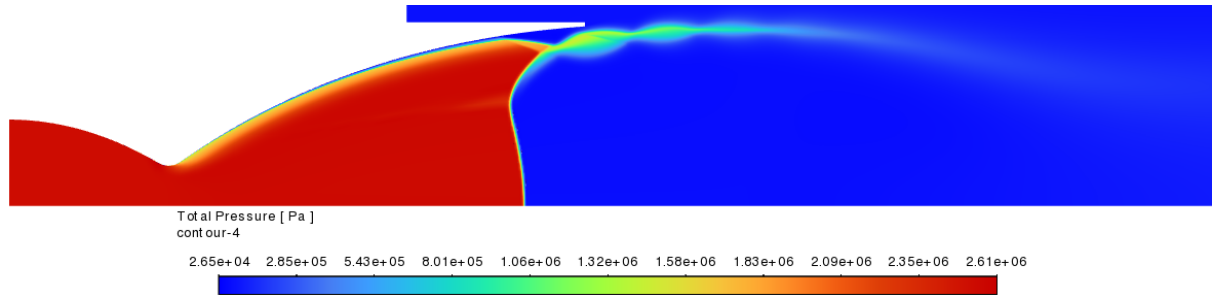


Figura B.22: Campo di p^0 , $NPR = 25$

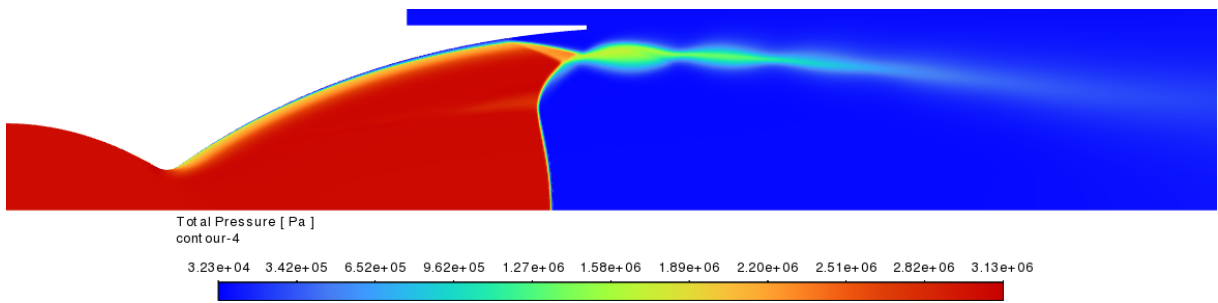


Figura B.23: Campo di p^0 , $NPR = 30$

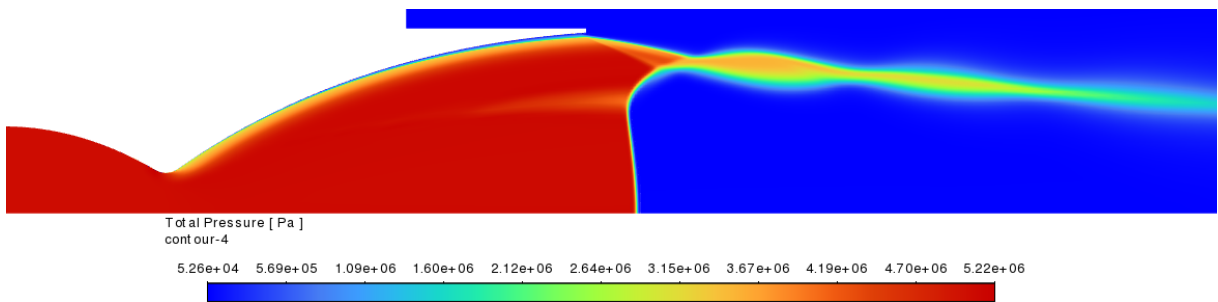


Figura B.24: Campo di p^0 , $NPR = 50$

Campo di energia cinetica turbolenta specifica

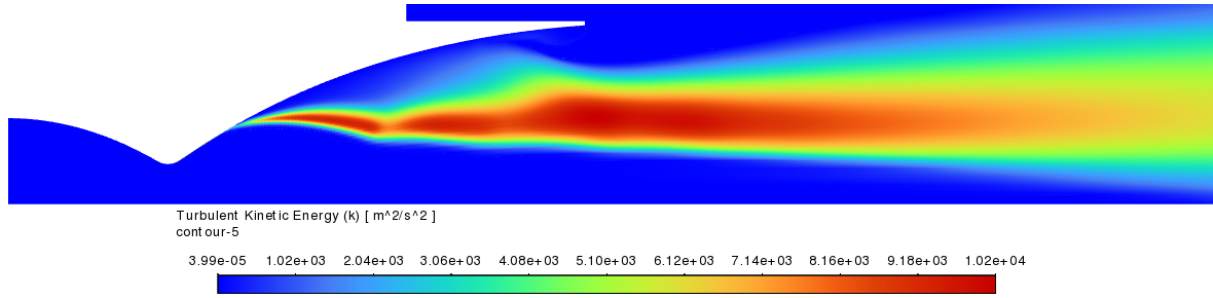


Figura B.25: Campo di k , $NPR = 10$

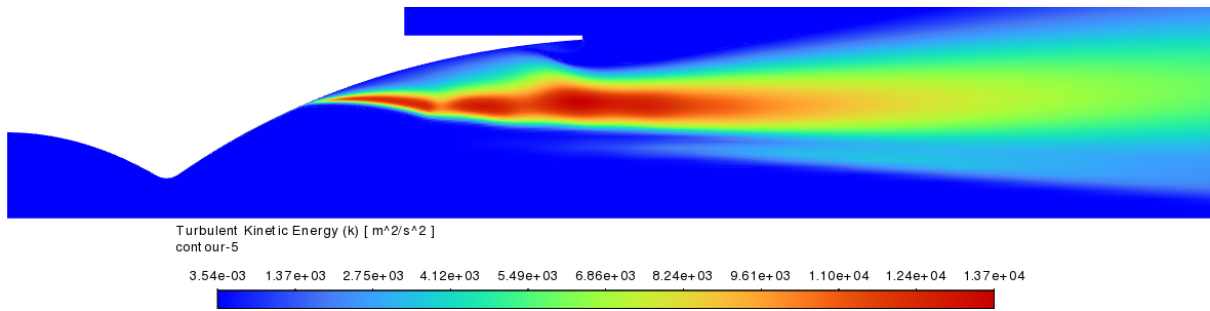


Figura B.26: Campo di k , $NPR = 16$

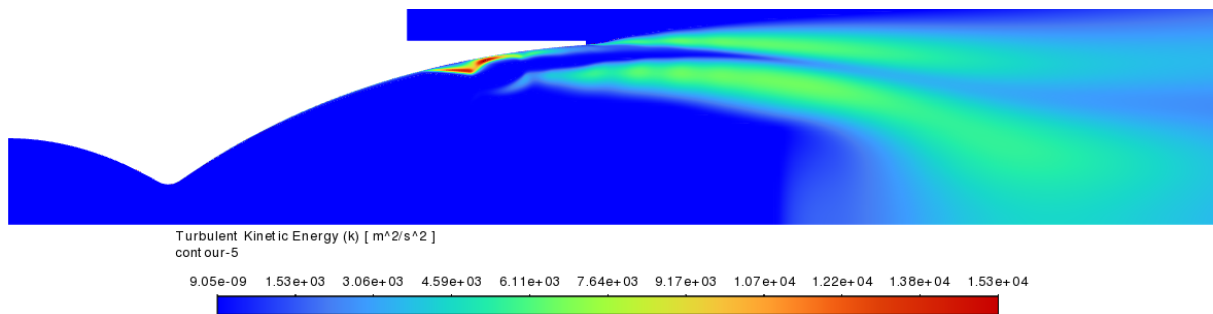


Figura B.27: Campo di k , $NPR = 18$

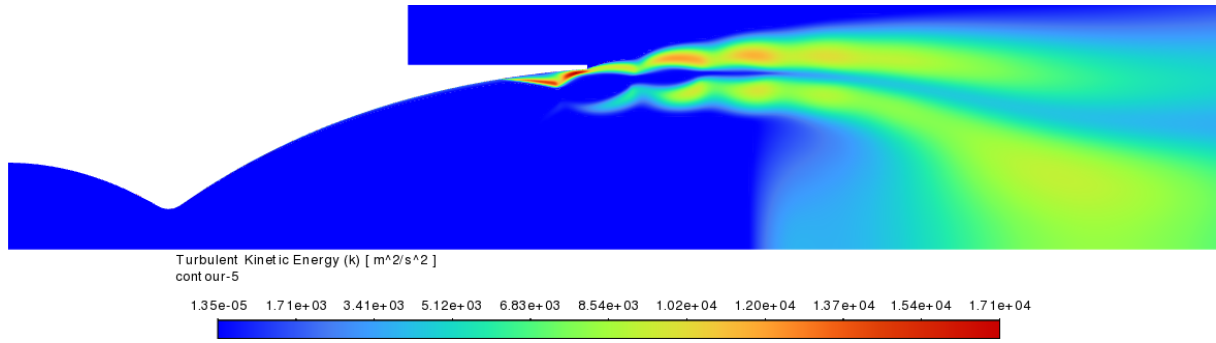


Figura B.28: Campo di k , $NPR = 25$

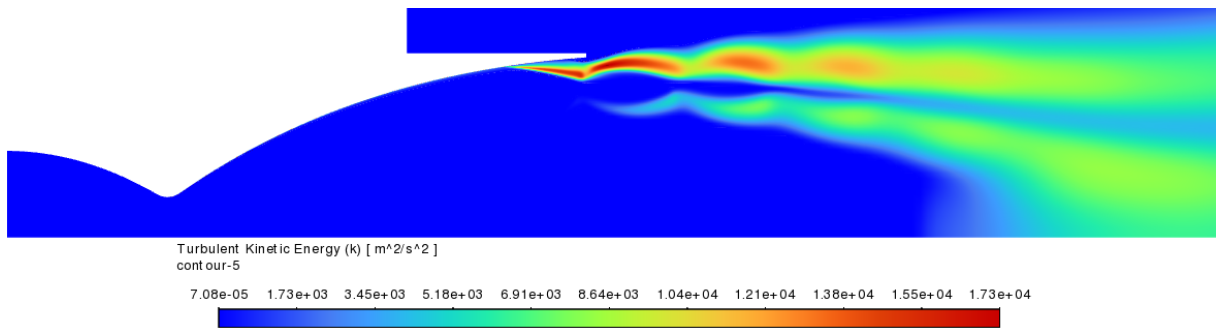


Figura B.29: Campo di k , $NPR = 30$

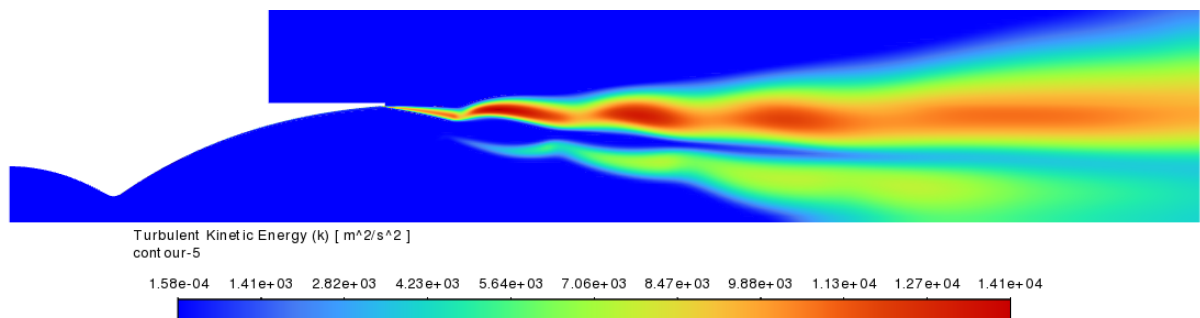


Figura B.30: Campo di k , $NPR = 50$

B.2 Simulazioni start-up con getto secondario

Tutti i prossimi risultati sono stati ricavati adottando la Mesh 2, il modello di turbolenza $k - \omega$ SST e lo schema numerico di ROE al secondo ordine.

Il getto secondario si trova in condizioni di adattamento, con $p_e = p_a = 101325$ Pa, ed è espulso a numeri di Mach variabili: $M_e \in [1.0, 1.6, 1.8, 2.0]$. Per il range $NPR \in [10, 16)$, la posizione del punto di separazione varia in funzione del Mach d'uscita del getto secondario. Tuttavia, per $NPR \in [16, 30]$, questa differenziazione scompare: tutte le configurazioni del getto secondario producono lo stesso effetto sul getto principale e, per $NPR \in [16, 25]$, non si osservano deviazioni rispetto al caso nominale.

Di seguito, si presentano i risultati relativi all'intervallo $NPR \in [10, 16]$ e le soluzioni per $NPR = 30$. In quest'ultimo caso, si effettua un confronto tra la condizione nominale e quella con getto secondario adattato, espulso a $M_e = 2.0$.

Campo di Mach, NPR=10

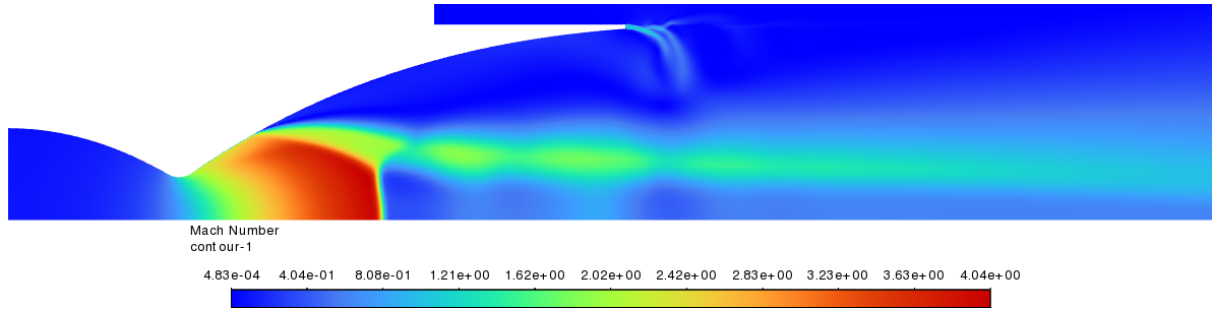


Figura B.31: Campo di Mach, $M_e = 1.0$, $NPR = 10$

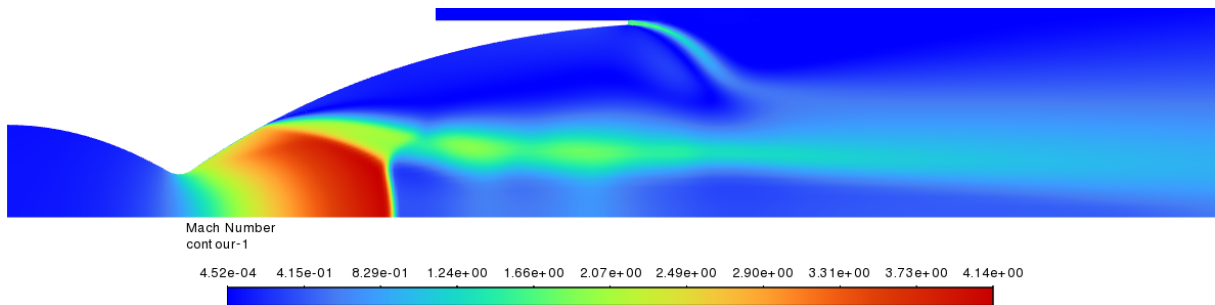


Figura B.32: Campo di Mach, $M_e = 1.6$, $NPR = 10$

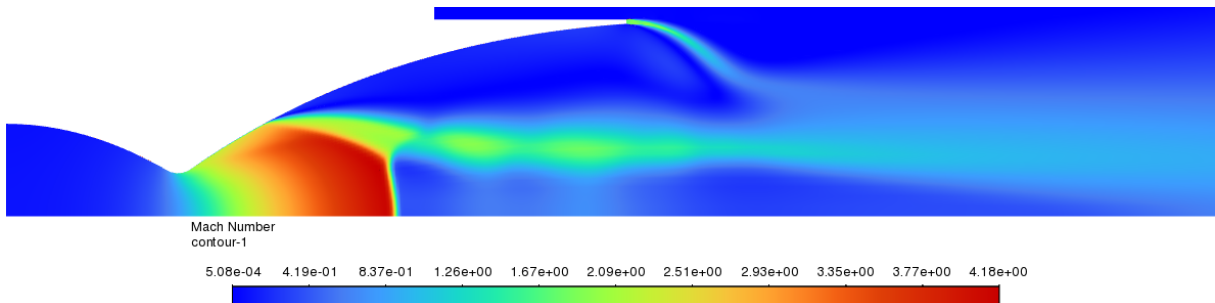


Figura B.33: Campo di Mach, $M_e = 1.8$, $NPR = 10$

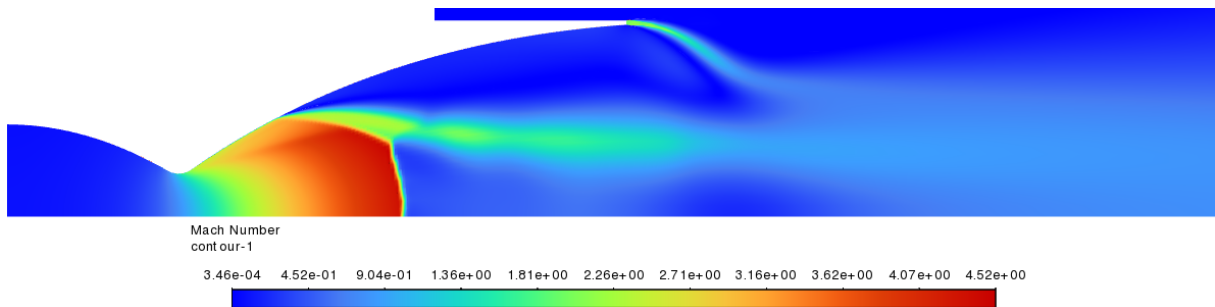


Figura B.34: Campo di Mach, $M_e = 2.0$, $NPR = 10$

Campo di Mach, NPR=12

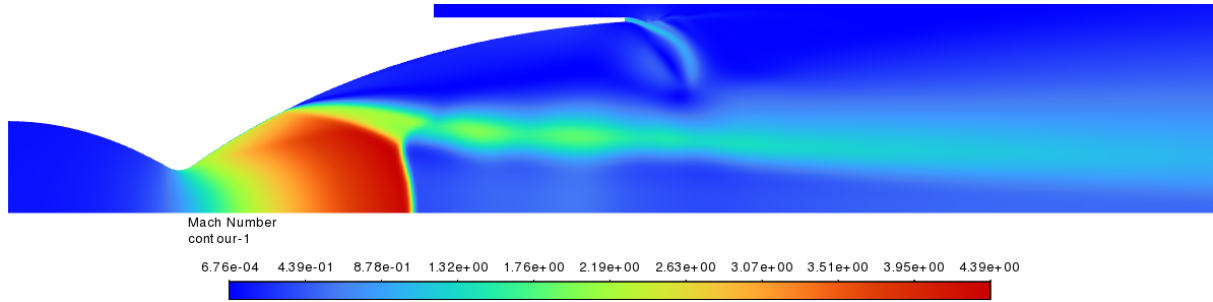


Figura B.35: Campo di Mach, $M_e = 1.0$, $NPR = 12$

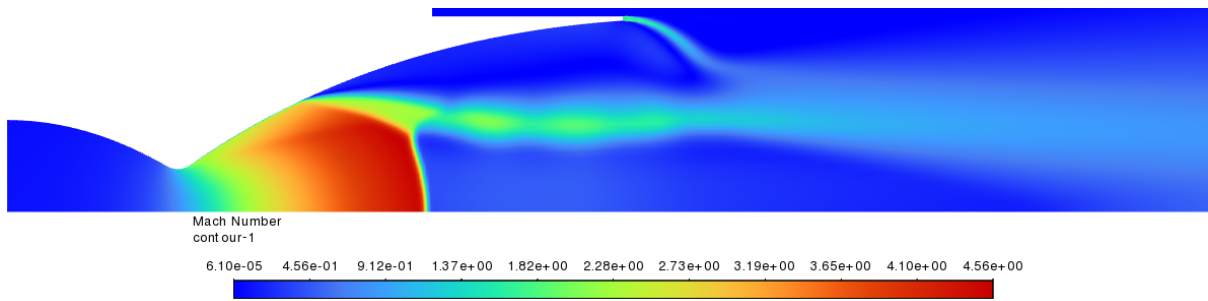


Figura B.36: Campo di Mach, $M_e = 1.6$, $NPR = 12$

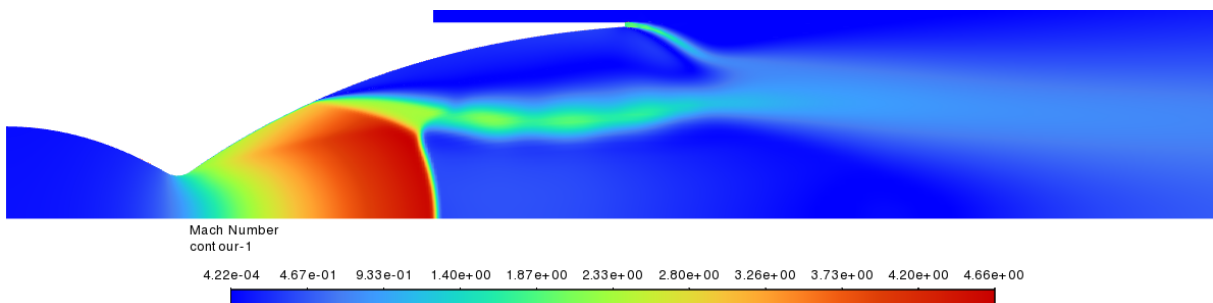


Figura B.37: Campo di Mach, $M_e = 1.8$, $NPR = 12$

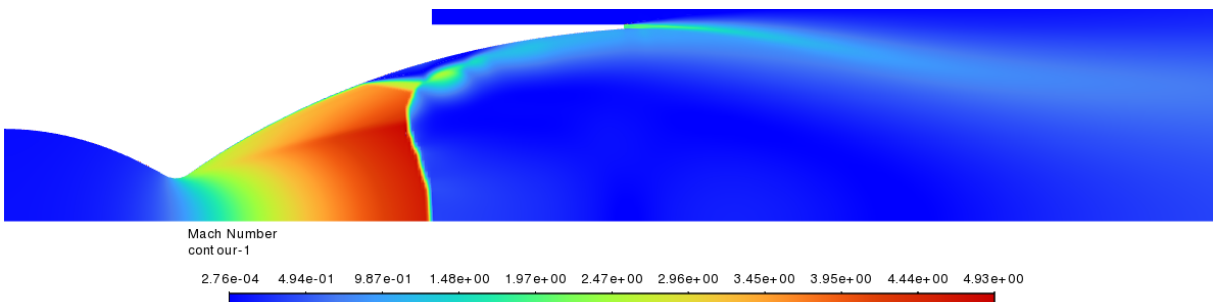
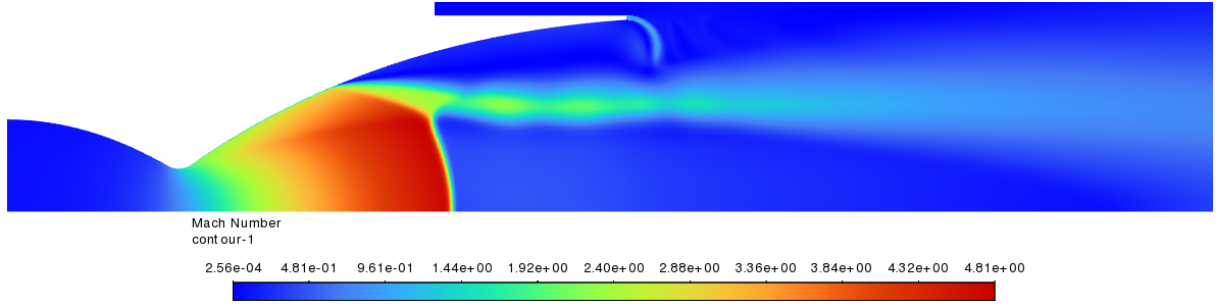
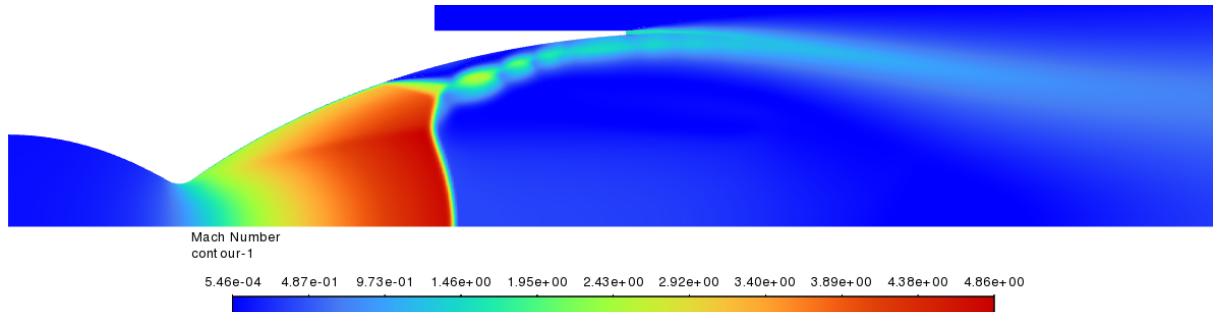
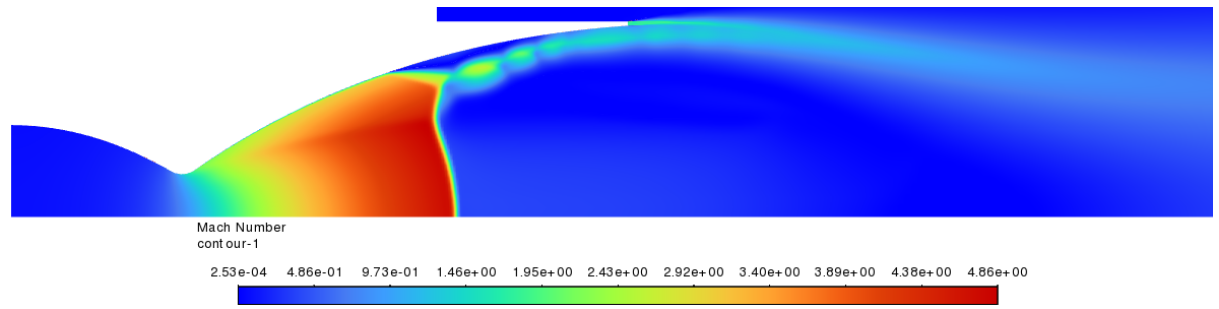
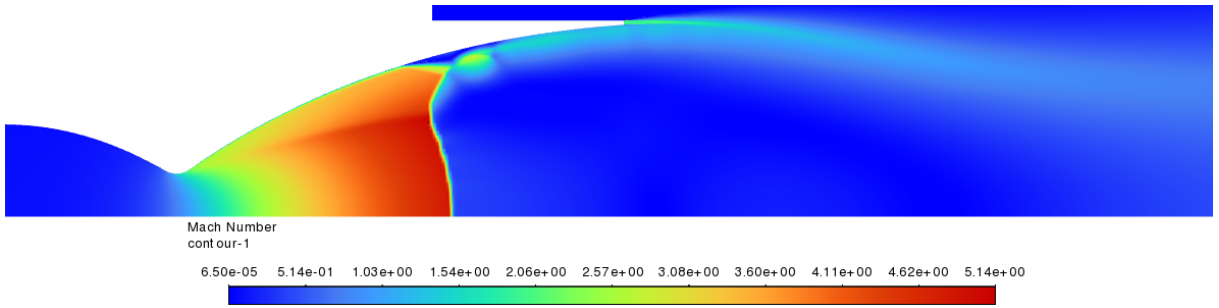
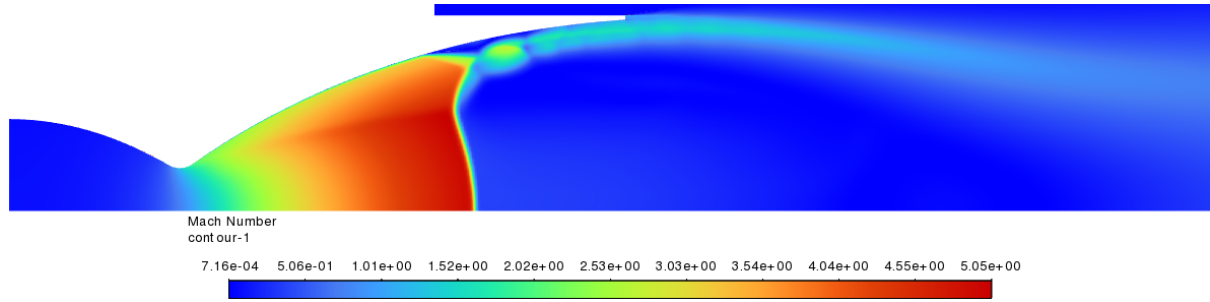
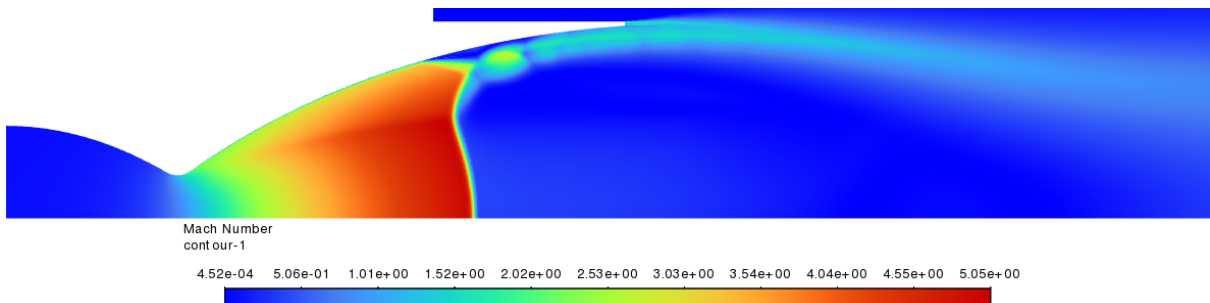
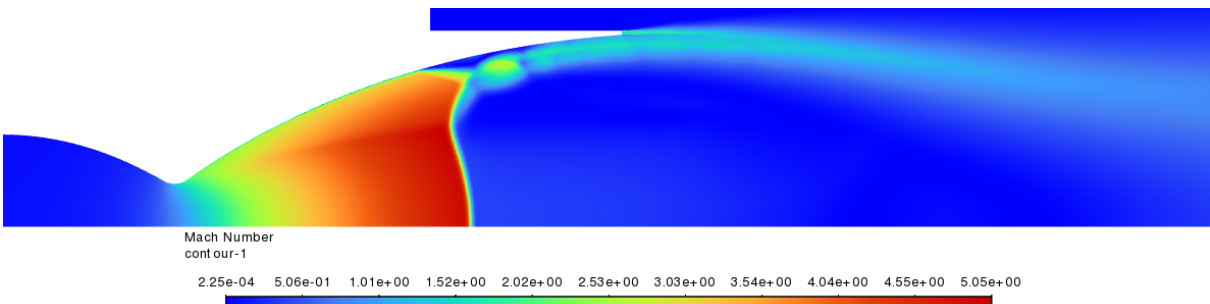
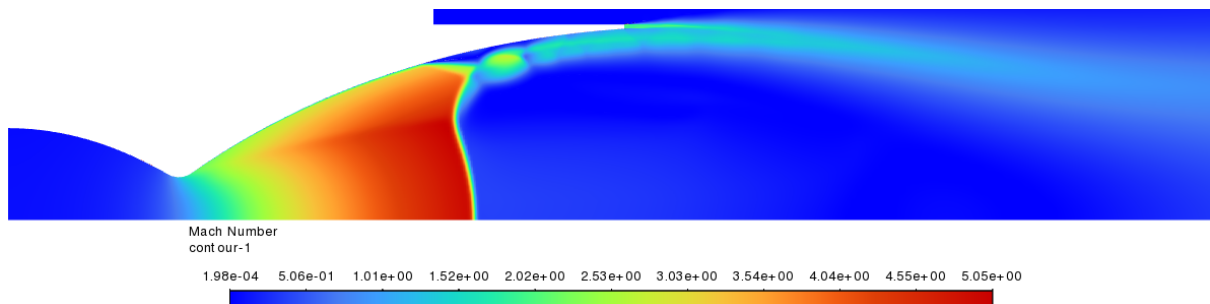


Figura B.38: Campo di Mach, $M_e = 2.0$, $NPR = 12$

Campo di Mach, $NPR=14$ Figura B.39: Campo di Mach, $M_e = 1.0$, $NPR = 14$ Figura B.40: Campo di Mach, $M_e = 1.6$, $NPR = 14$ Figura B.41: Campo di Mach, $M_e = 1.8$, $NPR = 14$ Figura B.42: Campo di Mach, $M_e = 2.0$, $NPR = 14$

Campo di Mach, NPR=16

Figura B.43: Campo di Mach, $M_e = 1.0$, $NPR = 16$ Figura B.44: Campo di Mach, $M_e = 1.6$, $NPR = 16$ Figura B.45: Campo di Mach, $M_e = 1.8$, $NPR = 16$ Figura B.46: Campo di Mach, $M_e = 2.0$, $NPR = 16$

Campo di pressione totale, $NPR=10$

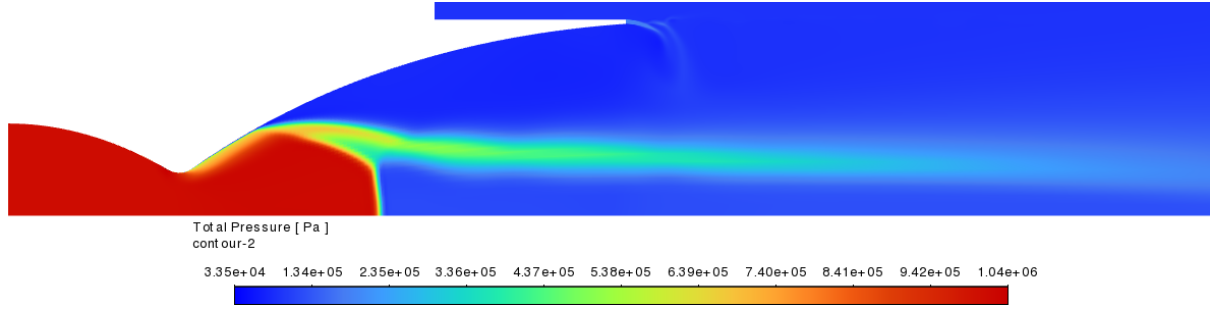


Figura B.47: Campo di p° , $M_e = 1.0$, $NPR = 10$

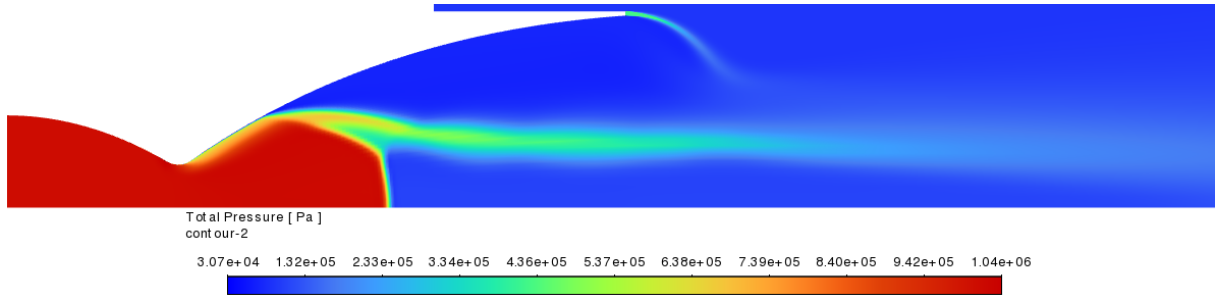


Figura B.48: Campo di p° , $M_e = 1.6$, $NPR = 10$

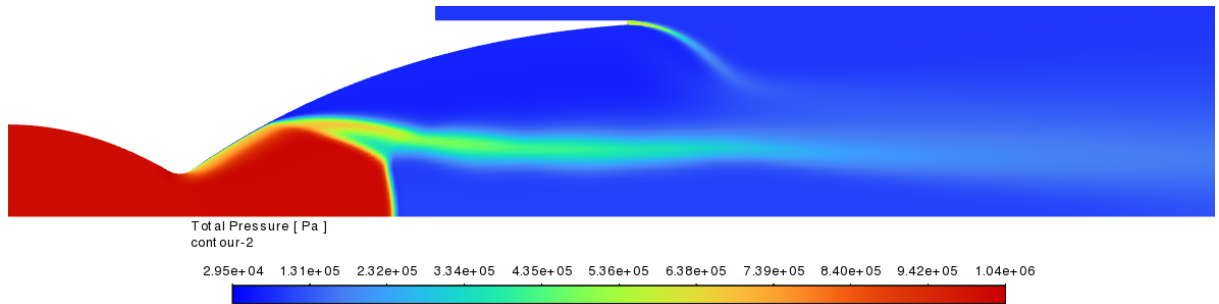


Figura B.49: Campo di p° , $M_e = 1.8$, $NPR = 10$

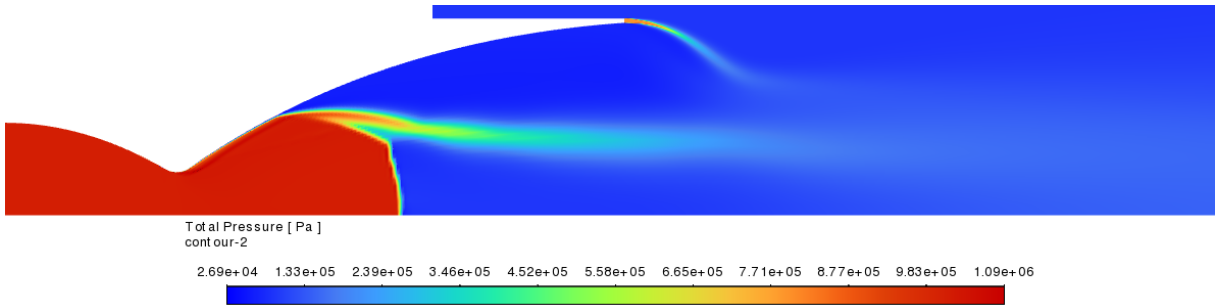


Figura B.50: Campo di p° , $M_e = 2.0$, $NPR = 10$

Campo di pressione totale, $NPR=12$

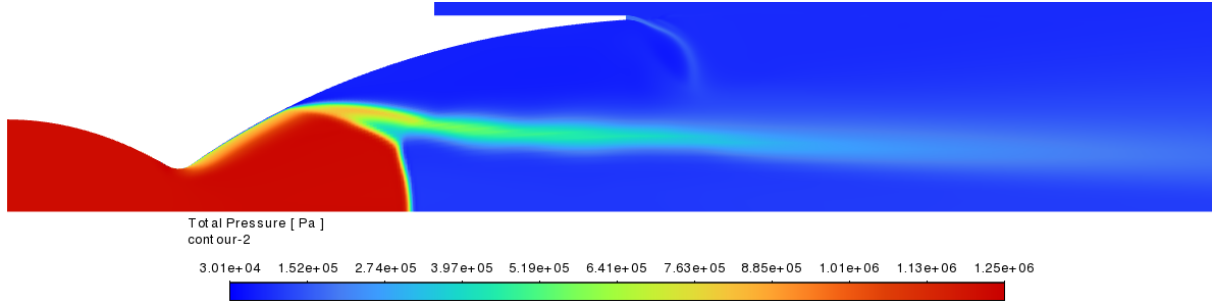


Figura B.51: Campo di p° , $M_e = 1.0$, $NPR = 12$

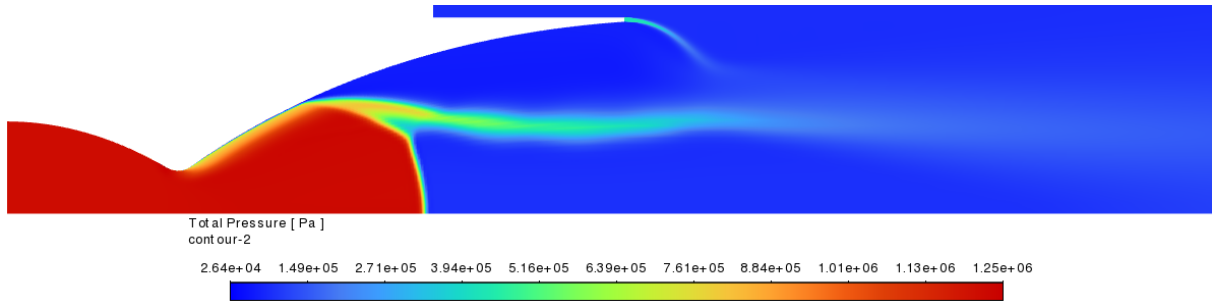


Figura B.52: Campo di p° , $M_e = 1.6$, $NPR = 12$

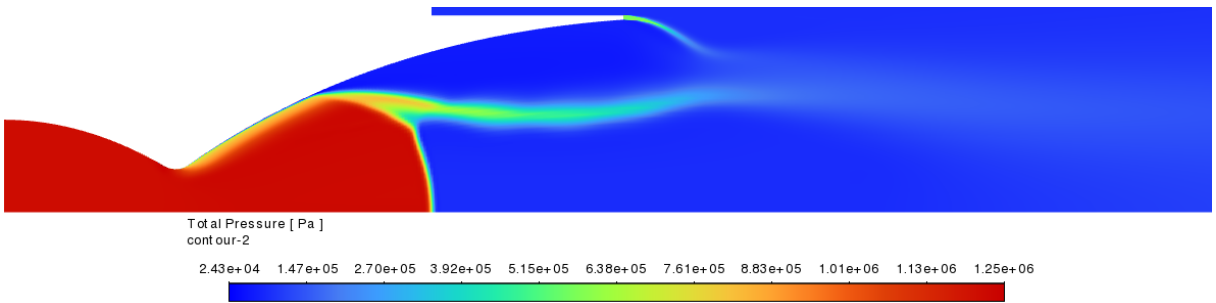


Figura B.53: Campo di p° , $M_e = 1.8$, $NPR = 12$

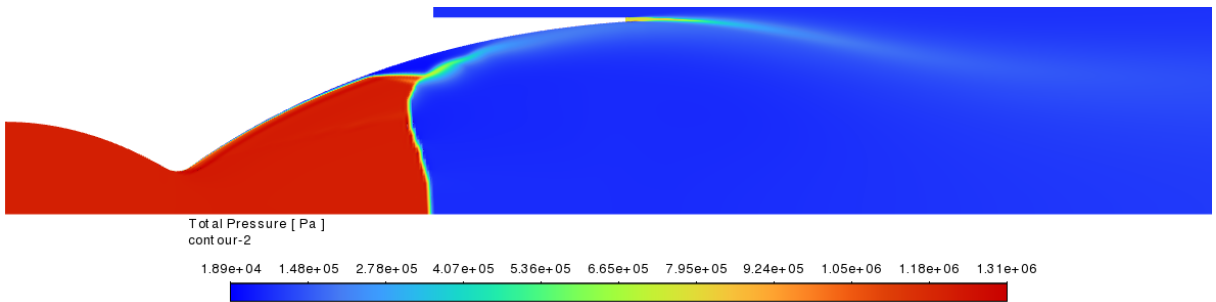
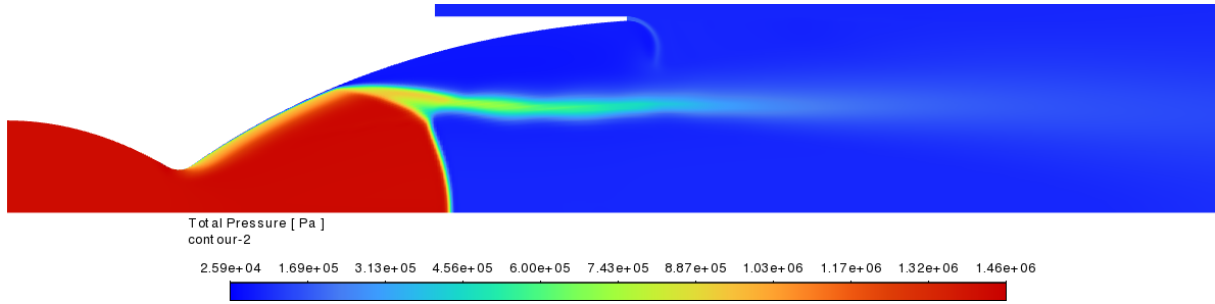
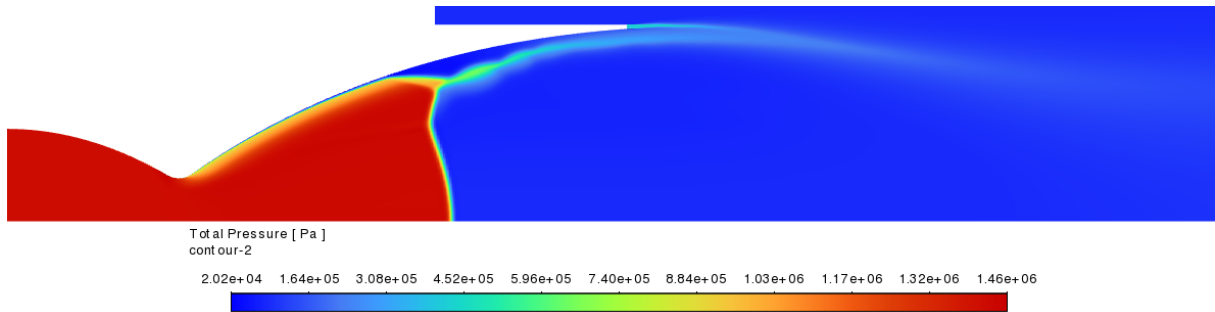
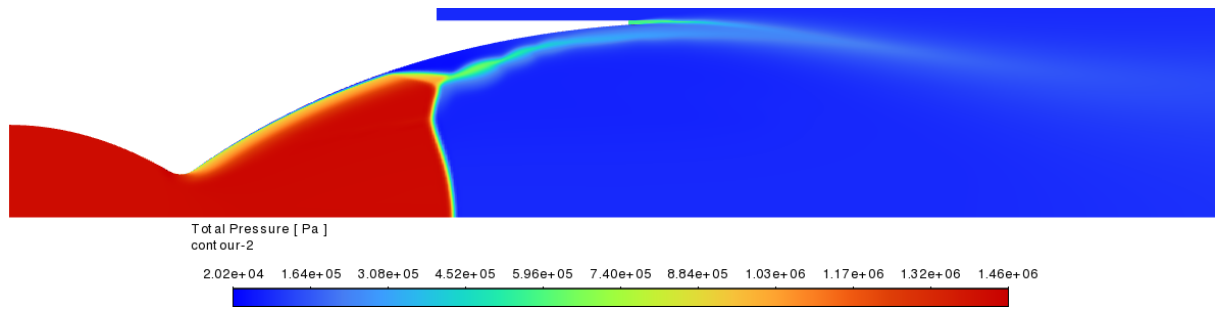
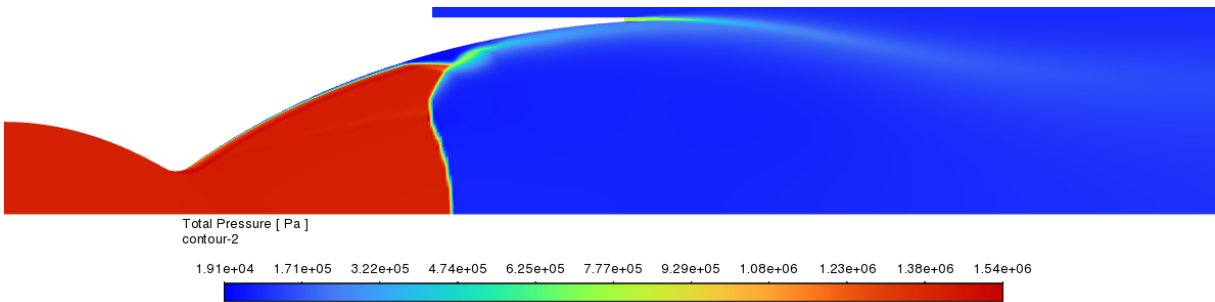


Figura B.54: Campo di p° , $M_e = 2.0$, $NPR = 12$

Campo di pressione totale, $NPR=14$

Figura B.55: Campo di p° , $M_e = 1.0$, $NPR = 14$ Figura B.56: Campo di p° , $M_e = 1.6$, $NPR = 14$ Figura B.57: Campo di p° , $M_e = 1.8$, $NPR = 14$ Figura B.58: Campo di p° , $M_e = 2.0$, $NPR = 14$

Campo di pressione totale, $NPR=16$

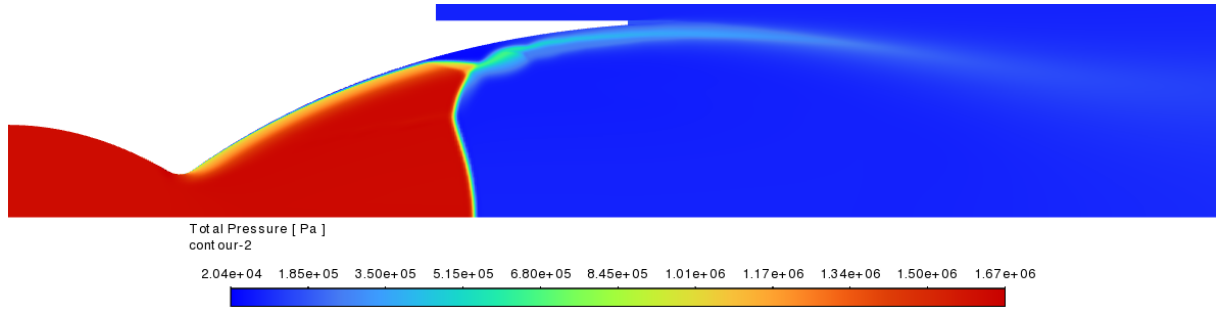


Figura B.59: Campo di p° , $M_e = 1.0$, $NPR = 16$

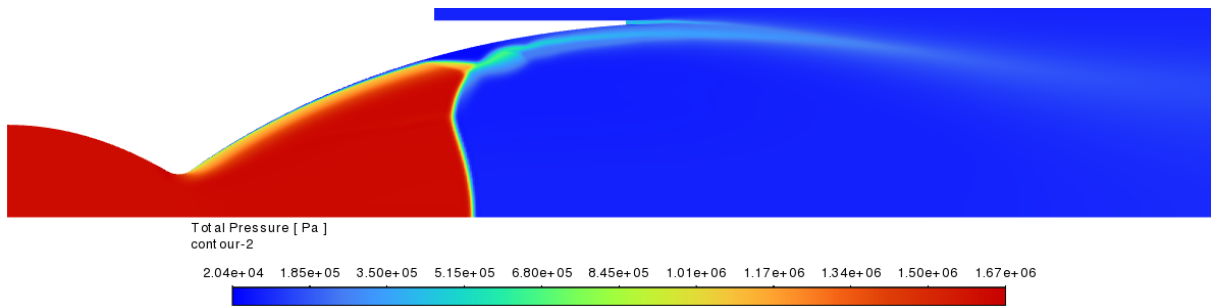


Figura B.60: Campo di p° , $M_e = 1.6$, $NPR = 16$

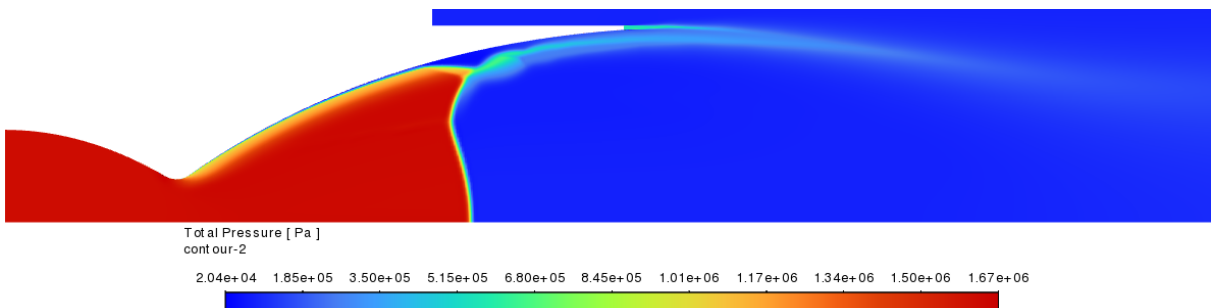


Figura B.61: Campo di p° , $M_e = 1.8$, $NPR = 16$

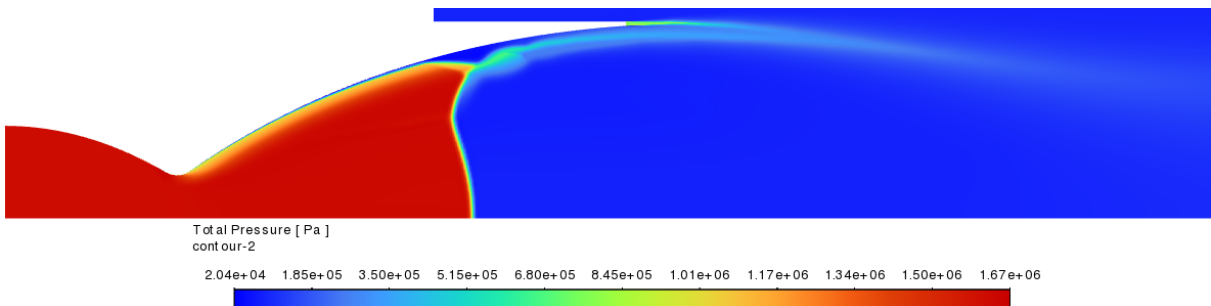


Figura B.62: Campo di p° , $M_e = 2.0$, $NPR = 16$

Confronto soluzioni NPR=30, Getto2-off & Getto2-on (Me=2)

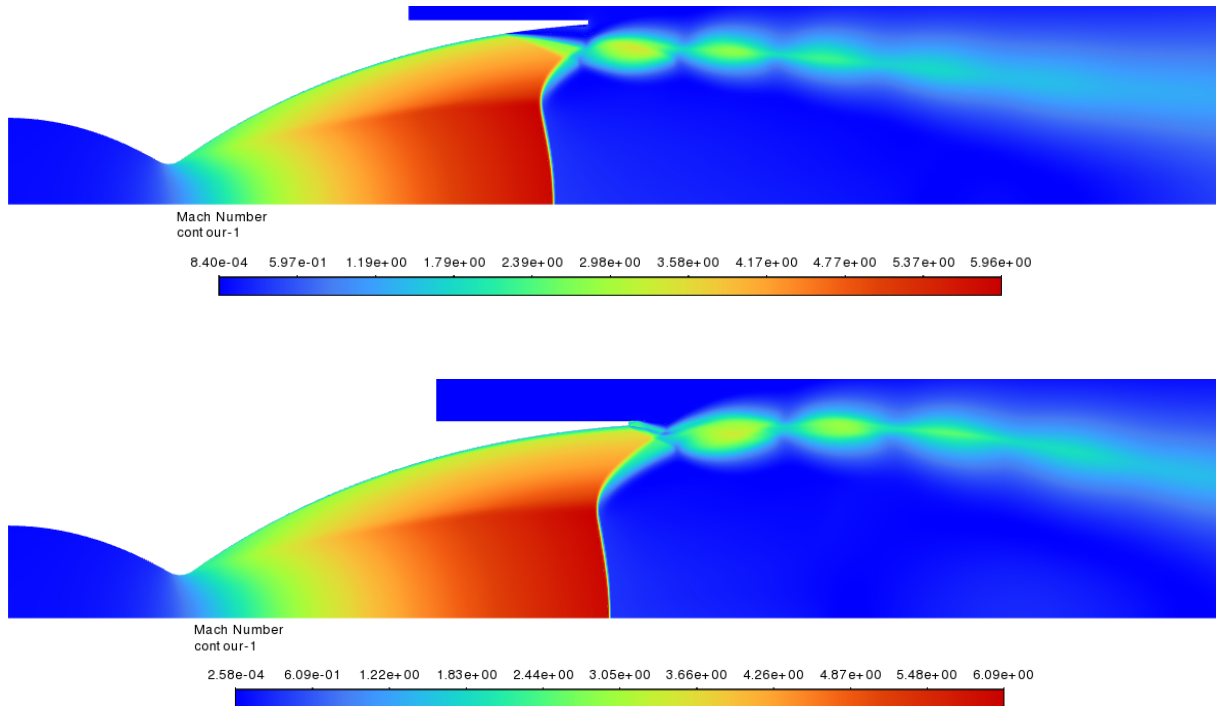


Figura B.63: Confronto campo di Mach, getto2-off (sopra) e getto2-on (sotto)

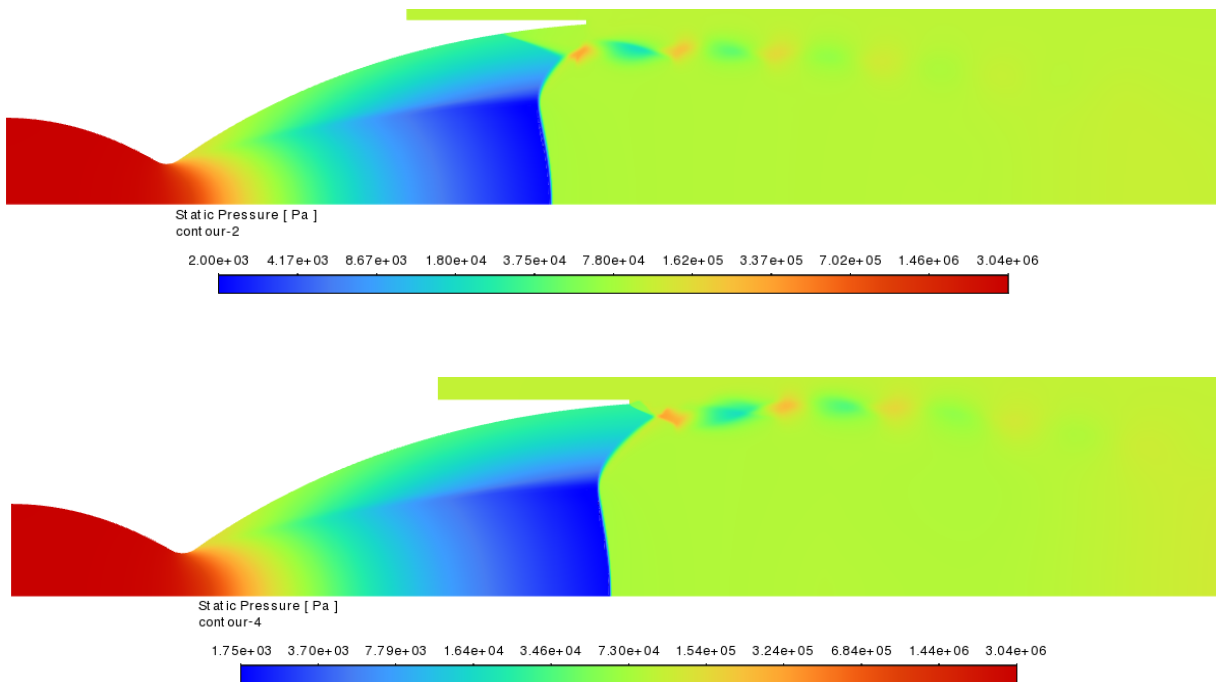


Figura B.64: Confronto campo di pressione, getto2-off (sopra) e getto2-on (sotto)

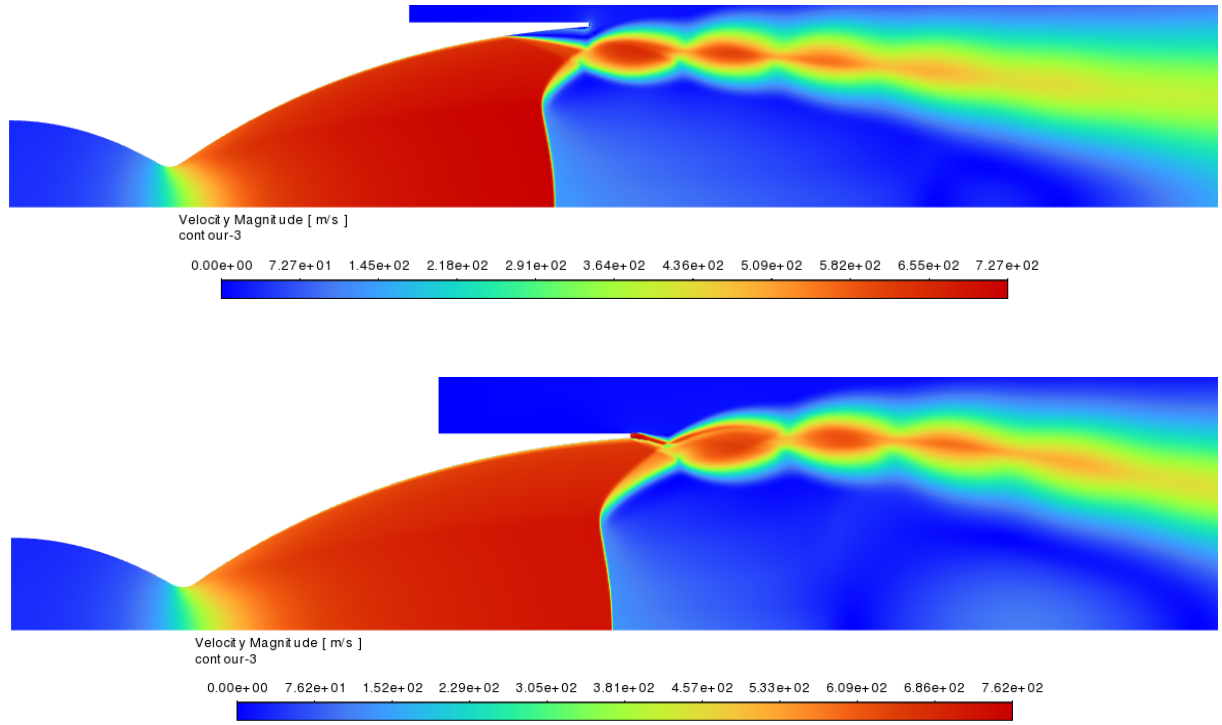


Figura B.65: Confronto campo di $|\vec{V}|$, getto2-off (sopra) e getto2-on (sotto)

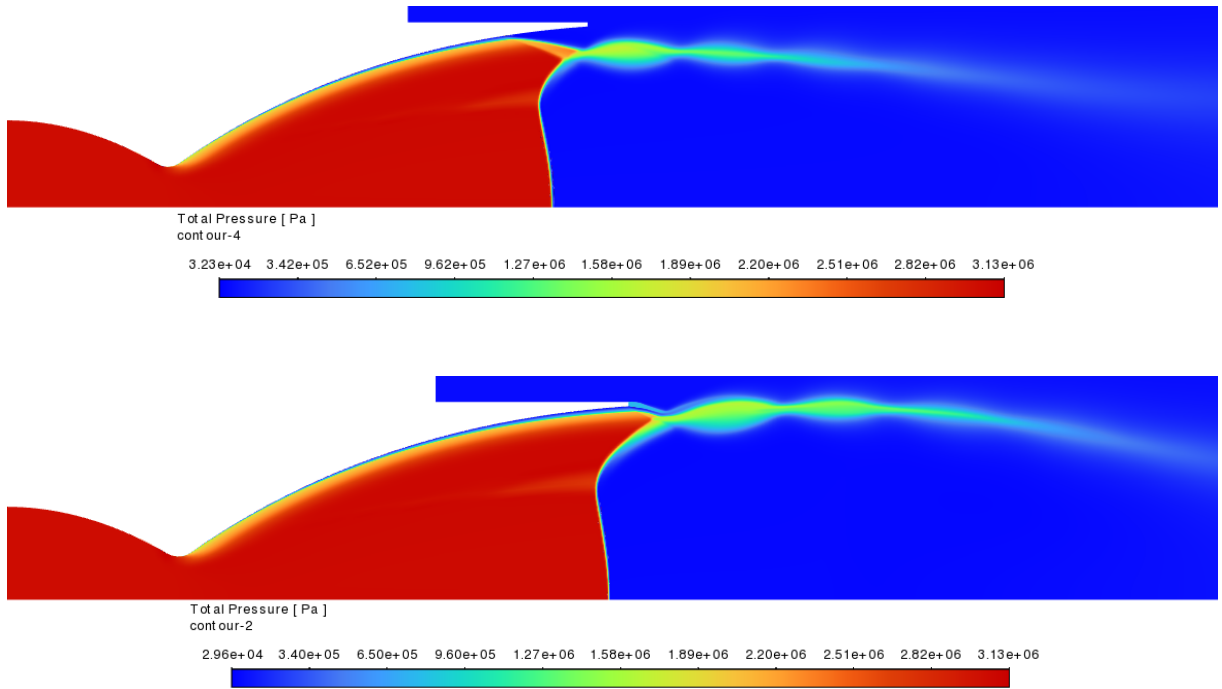


Figura B.66: Confronto campo di p° , getto2-off (sopra) e getto2-on (sotto)

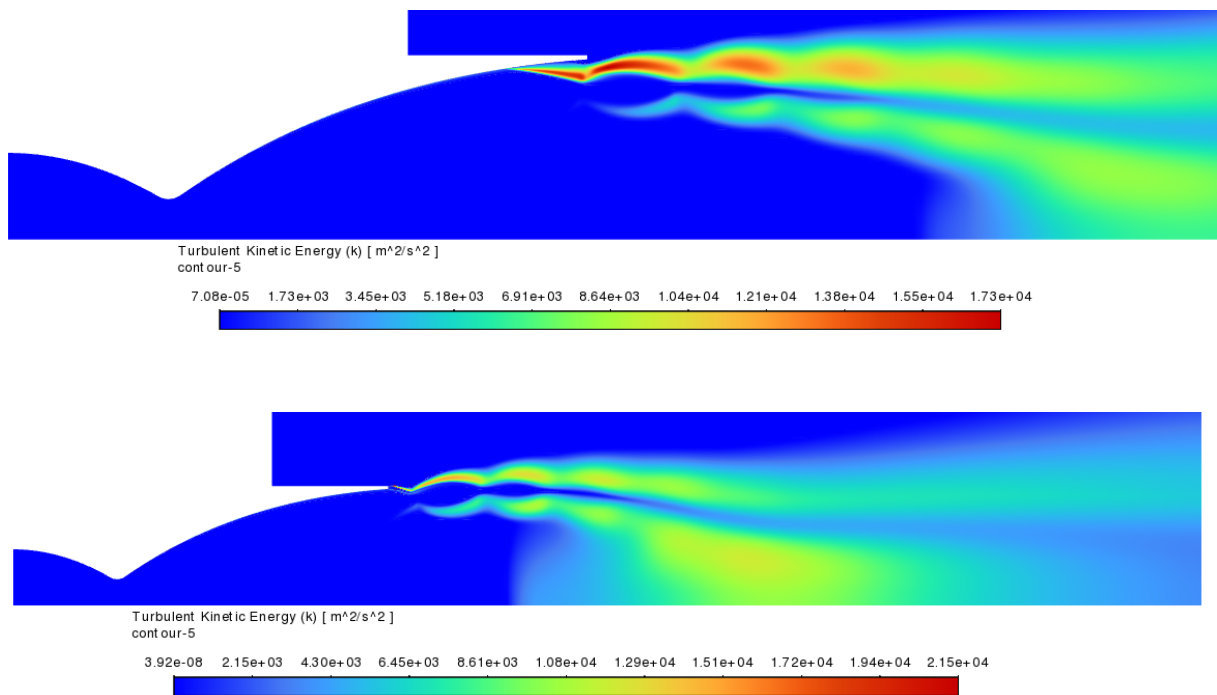


Figura B.67: Confronto campo di energia cinetica turbolenta, getto2-off (sopra) e getto2-on (sotto)

Bibliografia

- [1] L. Boccaletto e F. Cahuzac. “Solving the flow separation issue: a new nozzle concept”. In: *AIAA 2008-5234* (July 2008).
- [2] M. Cimini, E. Martelli e M. Bernardini. “Passive flow-separation control in a dual-bell rocket nozzle”. In: *ArXiv, Cornell University* (30 April 2020). DOI: 10.48550/arXiv.2005.00037.
- [3] A. Ferrero et al. “Parametric study of transition fluidic control in a dual bell nozzle”. In: *9th European Conference for Aeronautics and Space Sciences (EUCASS)* (2022). DOI: 10.13009/EUCASS2022-4803.
- [4] M. Frey, K. Makowka e T. Aichner. “The TICTOP nozzle, a new contouring concept”. In: *CEAS Space Journal* (14 October 2016). DOI: 10.1007/s12567-016-0139-z.
- [5] Ansys Fluent Theory Guide. R2-2024.
- [6] Ansys Fluent User Guide. R2-2024.
- [7] N. Khobragade et al. “Control of flow separation in a rocket nozzle using microjets”. In: *New Space* (March 2019).
- [8] D. Lovely e R. Haimes. “Shock detection from computational fluid dynamics results”. In: *AIAA, Paper 99-3285* (1999).
- [9] E. Martelli, F. Nasuti e M. Onofri. “Numerical calculation of FSS/RSS transition in highly overexpanded rocket nozzle flows”. In: *Springer, Shock Waves (2010) 20:139-146* (January 2010). DOI: 10.1007/s00193-009-0244-4.

- [10] E. Martelli et al. “Flow dynamics and wall pressure signatures in a high Reynolds number overexpanded nozzle with free shock separation”. In: *J. Fluid Mech. (2020), Vol 895, A29, published by Cambridge University Press* (April 2020).
- [11] F. Nasuti, D. Lentini e F. Gamma. “Dispende del corso di propulsione aerospaziale”. In: *Università di Roma 'Sapienza' (A.A. 2004/2005)*.
- [12] L.H. Nave e G.A. Coffey. “Sea-level side-loads in high area ratio rocket engines”. In: *AIAA paper No. 73-1284* (1973).
- [13] M. Onofri e A. Hadjadj. “Nozzle flow separation”. In: *Shock Waves (2009) 19: 163-169* (June 2009).
- [14] J. Ostlund. “Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads”. In: *Technical reports from Royal Institute of Technology, Department of Mechanics, S-100 44 Stockholm, Sweden* (2002).
- [15] J. Ostlund e M. Bigert. “A subscale investigation on side-loads in sea level rocket nozzles”. In: *AIAA 99-2759* (June 1999).
- [16] J. Ostlund, T. Damgaard e M. Frey. “Side load phenomena in highly overexpanded rocket nozzle flow simulations”. In: *AIAA-2001-3684* (July 2001).
- [17] J. Ostlund e M. Jaran. “Assessment of turbulence models in overexpanded rocket nozzle flow simulations”. In: *AIAA 99-2583* (June 1999).
- [18] J. Mattsson (changed name to Ostlund in 1999), U. Hogman e L. Torngren. “A subscale test programme on investigation of flow separation and side loads in rocket nozzles”. In: *Proceedings of the 3rd European Symposium on Aerothermodynamics of Space Vehicles, ESA-ESTEC, Netherlands, (November 24-26, 2002)*.
- [19] A. Shams, S. Girard e P. Comte. “Numerical simulation of shock-induced separated flows in overexpanded rocket nozzles”. In: *Progress in Flight Physics 3 (2012) 169-190, published by EDP Sciences* (January 2012).

- [20] R. Stark e G. Hagemann. “Current status of numerical flow prediction for separated nozzle flows”. In: *2nd European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS)*, Source: DLR, German Aerospace Center (January 2007).

