

POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

**Validazione di un Modello a
Bassa Fedeltà per Endoreattori
a Propellenti Ibridi in Presenza
di Iniezione con Swirl**



**Politecnico
di Torino**

Relatore

Prof. Filippo MASSENI

Correlatori:

Prof. Lorenzo FOLCARELLI

Prof. Leonardo STUMPO

Laureando

Martino GIGANTE

Aprile 2025

Sommario

Gli endoreattori a propellenti ibridi presentano caratteristiche operative e di sicurezza intrinseche che li rendono interessanti per un'ampia gamma di applicazioni. Il loro sviluppo non è stato però perseguito con la stessa intensità riservata agli endoreattori a propellenti liquidi o solidi. Questo principalmente a causa di limitazioni proprie di tali sistemi propulsivi, quali in particolare il ridotto rateo di regressione del grano solido.

Negli ultimi anni, tuttavia, l'interesse per gli HRE è cresciuto in modo significativo, grazie allo sviluppo di tecniche che ne hanno permesso l'incremento delle prestazioni. L'utilizzo di iniezione con swirl e l'impiego di nuovi combustibili a base di paraffina permette infatti di incrementare notevolmente il rateo di regressione, rendendo questi sistemi più competitivi rispetto ad altre soluzioni propulsive.

La presente tesi si concentra proprio su tale tipologia di iniezione e combustibile. Nello specifico, l'obiettivo principale è validare il modello proposto dal Politecnico di Torino, valutandone l'accuratezza per elevati numeri di swirl.

Lo studio è stato condotto utilizzando un codice CFD quasi-1D sviluppato in-house ed utilizzato per simulare sia il caso di iniezione assiale sia il caso di iniezione con swirl. Inizialmente, viene presentata dunque l'architettura di tale codice, descrivendone i modelli fisici e matematici utilizzati. Successivamente, viene approfondita l'influenza dell'iniezione con swirl sul modello termico, in particolare sono introdotti dei fattori di correzione per il coefficiente di attrito e per il parametro di entrainment che dovranno essere opportunamente calibrati.

Infine, i risultati delle simulazioni, sia per la configurazione assiale che per quella con swirl, vengono confrontati con test sperimentali condotti presso il Technical Institute of Aeronautics di São José dos Campos, in Brasile. Questo confronto consente di valutare l'attendibilità del modello numerico e di identificare eventuali margini di miglioramento per future applicazioni.

Indice

Elenco delle tabelle	V
Elenco delle figure	VI
1 Introduzione	1
1.1 Hybrid Rocket Engine	1
1.2 Caratteristiche generali	2
1.2.1 Vantaggi	2
1.2.2 Svantaggi	3
1.3 Limiti sul rateo di regressione	3
1.3.1 Entrainment	4
2 Codice CFD	7
2.1 Modello gasdinamico	7
2.1.1 Considerazioni sulla mixture fraction	10
2.1.2 Discretizzazione	11
2.1.3 Condizioni al contorno	11
2.2 Modello termico	12
2.2.1 Rateo di regressione	14
2.2.2 Condizioni al contorno	15
2.2.3 Flusso termico convettivo e blowing	16
2.2.4 Flusso termico radiativo	18
2.2.5 Metodi numerici per il modello termico	19
2.3 Modello chimico	21
2.3.1 HFM	22
2.3.2 Rete Neurale	22
2.3.3 Considerazioni sull'esponente isentropico γ_s	24
2.3.4 Temperatura di equilibrio in camera	24
2.3.5 Composizione chimica nel divergente	25

2.4	Adimensionalizzazione delle equazioni	26
3	Iniezione con Swirl	27
3.1	Swirl Number	29
3.2	Swirl Decay	30
3.3	Modifica del rateo di regressione	31
3.4	Modello termico in presenza di iniezione con swirl	32
3.5	Modifica del parametro di entrainment	33
3.6	Calibrazione del codice	33
3.6.1	Funzioni correttive	33
3.6.2	Procedura di calibrazione	34
4	Test di riferimento	35
4.1	Scelta del testcase	36
4.2	Calcolo dei parametri di input	37
4.3	Individuazione della condizione media	39
5	Risultati iniezione assiale	43
5.1	Calibrazione assiale	44
5.2	Risultati	44
5.2.1	Rateo di regressione	44
5.2.2	Mixture Fraction	46
5.2.3	Frazioni Molari	46
5.2.4	Temperatura	47
5.2.5	Pressione	48
5.2.6	Altri risultati	49
6	Risultati iniezione con swirl	51
6.1	Calcolo parametri swirl	51
6.2	Calibrazione swirl	53
6.3	Risultati	56
6.3.1	Mixture Fraction	56
6.3.2	Frazioni Molari	58
6.3.3	Temperatura	59
6.3.4	Pressione	59
6.3.5	Spessore dello strato liquido	61
6.3.6	Altri risultati	62
7	Conclusioni	63

Elenco delle tabelle

4.1	Firing test # 49 e #18 caratteristiche	36
5.1	Input testcase #49	43
5.2	Confronto risultati simulazione e sperimentali	44
6.1	Input testcase #18	51
6.2	Input swirl testcase #18	53
6.3	Risultati simulazioni iniezione con swirl	55
6.4	Confronto risultati O/F	58

Elenco delle figure

1.1	Diagramma HRE [1]	1
1.2	Meccanismo dell'entrainment [2]	4
2.1	Schema rete neurale generica	23
3.1	VHRE: schema del motore	28
3.2	Dual-end burning hybrid grain: schema del motore	29
4.1	Schema del motore [3]	37
4.2	Rateo di regressione uniforme \dot{r} e normale alla superficie [3]	39
4.3	Evoluzione dell'area di burning #49	40
4.4	Evoluzione dell'area di burning #16	41
5.1	Rateo di regressione testcase #49	45
5.2	Rateo di regressione mediato nel tempo testcase #49	45
5.3	Mixture fraction testcase #49	46
5.4	Frazioni Molari testcase #49	47
5.5	Temperatura in camera testcase #49	47
5.6	Pressione testcase #49	48
5.7	Risultati testcase #49	49
6.1	Confronto ratei di regressione assiale e modello swirl	53
6.2	Spline interpolante i parametri $a_{enti} = a_{C_{f_i}}$ e l'integrale del rateo di regressione	54
6.3	Confronto ratei di regressione	55
6.4	Mixture fraction #18	56
6.5	Confronto mixture fraction	57
6.6	Frazioni molari testcase#18	58
6.7	Temperatura testcase#18	59
6.8	Pressione testcase#18	60
6.9	Influenza $a_{C_{f_i}}$ sulla pressione	60
6.10	Spessore strato liquido testcase#18	61
6.11	Risultati testcase #18	62

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Hybrid Rocket Engine

Gli endoreattori a propellenti ibridi (HRE) sono una categoria di endoreattori in cui ossidante e combustibile sono in fase differente tra loro. Nell'architettura classica l'ossidante è in fase liquida ed il combustibile in fase solida. Questa scelta progettuale deriva dalla maggiore difficoltà nel realizzare blocchi solidi di ossidante, oltre al fatto che i combustibili solidi sono più facilmente reperibili in natura.

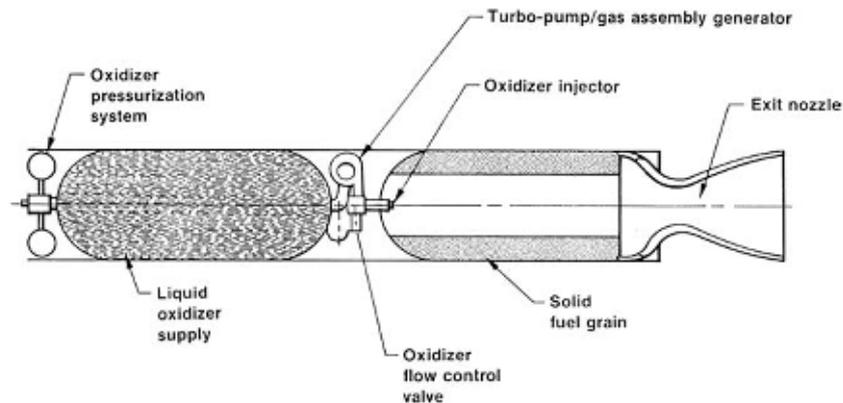


Figura 1.1: Diagramma HRE [1]

Nonostante presentino delle affinità con la propulsione solida (SRM) e liquida (LRE), gli endoreattori ibridi differiscono dal punto di vista del funzionamento operativo. Infatti, mentre nei solidi e nei liquidi i propellenti

sono intimamente miscelati tra loro, nella propulsione ibrida la combustione è caratterizzata da fiamme diffusive, che si posizionano all'interno dello strato limite formato dal flusso di ossidante in ingresso.

1.2 Caratteristiche generali

1.2.1 Vantaggi

I motori ibridi rispetto alla propulsione liquida e solida sono caratterizzati da una serie di vantaggi [1].

- **Sicurezza.** La separazione tra combustibile ed ossidante, ed il fatto che questi non vengano miscelati intrinsecamente permette di scongiurare il rischio di esplosione; inoltre il combustibile è inerte, e può essere fabbricato, trasportato e maneggiato in accordo alle pratiche commerciali standard.
- **Possibilità di effettuare regolazioni della spinta, spegnimento e riaccensione in maniera molto semplice.** La spinta può essere facilmente controllata regolando il flusso di ossidante, a differenza degli endoreattori a propellenti liquidi (LRE), in cui le portate di ossidante e combustibile devono essere sincronizzate mentre vengono modulate. La semplice chiusura della valvola dell'ossidante consente inoltre un'interruzione immediata della spinta, risultando utile nelle procedure di aborto.
- **Robustezza del grano.** A differenza dei SRM, la presenza di cricche nel grano non porta ad eventi catastrofici come la DDT (*Deflagration to Detonation transition*), in quanto la combustione avviene solo se ossidante e combustibile vengono in contatto tra loro.
- **Versatilità del propellente.** La selezione di propellente è molto più vasta rispetto al caso dei LRE e dei SRM. Inoltre possono essere aggiunti additivi ad alta densità energetica per incrementare le prestazioni.
- **Ridotta sensibilità alla temperatura.** Poiché l'effetto della temperatura sul rateo di bruciatura è ridotto analogamente ai propellenti liquidi, la temperatura ambiente non ha notevole impatto sulla pressione operativa in camera di combustione.
- **Basso costo.** I costi operativi beneficiano notevolmente della sicurezza intrinseca della propulsione ibrida.

1.2.2 Svantaggi

Bisogna considerare tuttavia che sono presenti anche limitazioni.

- Rateo di regressione ridotto. Ciò fa sì che siano necessarie configurazioni multiporta per soddisfare i requisiti di spinta.
- Basso carico volumetrico. La presenza di fori multipli nel grano riduce la densità energetica complessiva e aumenta la quantità di combustibile non bruciato.
- Efficienza di combustione. La natura diffusiva della fiamma porta a ridotto mixing del propellente, e ridotta efficienza di combustione. Rispetto agli SRM, tuttavia si ha un maggiore impulso specifico.
- O/F shift. A causa dell'erosione del grano durante la combustione, si ha un incremento dell'area di porta, e questo può portare ad una variazione del mixture ratio. Infatti da un lato un incremento dell'area di porta conduce ad una maggiore produzione di combustibile, dall'altro riduce i flussi convettivi. Tuttavia, questa variazione è generalmente minima.
- Transitorio più lento. Le fasi di accensione e regolazione della spinta presentano tempi di risposta più lunghi rispetto ad altre soluzioni propulsive.

1.3 Limiti sul rateo di regressione

Il rateo di regressione per gli endoreattori a propellenti ibridi risulta limitato dai fenomeni di trasferimento di calore e massa dalla remota zona di fiamma alla superficie del grano. Il flusso termico a parete è poi ulteriormente ridotto dal fenomeno del *Blocking*, dovuto dal soffiaggio di gas dalla superficie del fuel [4]. Di conseguenza, il rateo di regressione degli endoreattori ibridi moderni che utilizzano combustibili polimerici risulta significativamente inferiore rispetto ai ratei di bruciatura degli endoreattori a propellenti solidi.

Per migliorare il rateo di regressione degli ibridi numerose tecniche sono state provate, tra cui:

- l'aggiunta di particelle metalliche
- l'iniezione con swirl
- l'utilizzo di combustibili a base di paraffina

1.3.1 Entrainment

L'utilizzo di combustibili a base di paraffina permette di incrementare notevolmente il rateo di regressione, grazie al meccanismo dell'*entrainment*. Tale fenomeno si verifica in materiali che formano uno strato fuso a bassa viscosità sulla loro superficie di bruciatura. Se tale strato liquido diviene instabile in seguito alle alte velocità del flusso di gas attraverso la port area, allora, si ha trasferimento di massa sotto forma di gocce di liquido dalla superficie del combustibile al flusso di ossidante, aumentando la portata di combustibile. Inoltre, tale meccanismo non risulta limitato dall'effetto di blocking; di conseguenza è possibile raggiungere ratei di regressione anche 3 o 4 volte più elevati rispetto all'utilizzo di combustibili convenzionali [4] [5].

Tali combustibili a base di paraffina permettono poi di ottenere impulsi specifici più elevati dei LRE che utilizzano cherosene, e sono caratterizzati da una maggiore densità del propellente. Inoltre presentano vantaggi in termini di sicurezza, poichè non sono tossici, nè pericolosi, e risultano semplici da maneggiare [2].

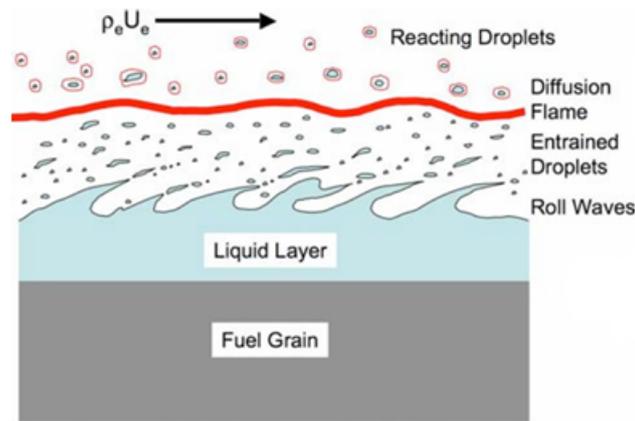


Figura 1.2: Meccanismo dell'entrainment [2]

Chiaramente la presenza di tali instabilità nello strato liquido sul grano di paraffina, e il conseguente entrainment portano ad una modifica del modello termico [6]. Nello specifico:

- É richiesta meno energia di vaporizzazione per il trasferimento di massa dalla superficie, ed anche la differenza di entalpia tra la fiamma e la superficie è ridotta, in quanto alcuni reagenti sono in fase liquida.

- Il fattore di blocking St/St_0 , che modifica il flusso termico convettivo a parete viene alterato a causa della presenza di flusso bifase.
- Le increspature che si formano sulla superficie dello strato liquido incrementano la rugosità di superficie ed il trasferimento di calore dalla fiamma alla superficie. Tale effetto ha minore influenza sul rateo di regressione rispetto ai due precedenti.

Capitolo 2

Codice CFD

Si illustra ora, il codice CFD, sviluppato al Politecnico di Torino, utilizzato per l'analisi degli endoreattori a propellenti ibridi con combustibile a base di paraffina. Verranno presentate le equazioni di governo ed i metodi di discretizzazione utilizzati. Tale codice si basa sul lavoro di Goutham Karthikeya e Toru Shimada [7].

In particolare, il modello multifisico adottato è costituito dai seguenti sotto-modelli:

- Sottomodello gasdinamico: simula il flusso all'interno della camera di combustione e dell'ugello, basandosi sulle equazioni di Eulero.
- Sottomodello termico: descrive il trasferimento di calore nel solido.
- Sottomodello chimico: utilizza la minimizzazione dell'energia libera per simulare le reazioni chimiche.

2.1 Modello gasdinamico

Il campo di moto viene risolto utilizzando un modello gasdinamico quasi unidimensionale per tenere conto del cambiamento della sezione. Inoltre, poichè si suppone fluido inviscido in camera di combustione, vengono utilizzate le equazioni di Eulero, insieme ad un'equazione di trasporto per la mixture fraction ϵ .

Si ha dunque:

$$\frac{\partial(AQ)}{\partial t} + \frac{\partial(AF)}{\partial x} = \mathbf{S}_{Q1D} + \mathbf{S}_{MASS} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{Q} = (\rho, \rho u, \rho E, \rho \epsilon)^T \quad (2.2)$$

$$\mathbf{F} = (\rho u, \rho u^2 + p, u(\rho E + p), \rho u \epsilon)^T \quad (2.3)$$

$$\mathbf{S}_{Q1D} = (0, p \frac{\partial A}{\partial x}, 0, 0)^T \quad (2.4)$$

$$\mathbf{S}_{MASS} = (\dot{m}_F l_p, 0, \dot{m}_F l_p h_w, \dot{m}_F l_p)^T \quad (2.5)$$

Nelle equazioni i termini ρ , p , u , E rappresentano rispettivamente la densità, la pressione, la velocità del fluido, e l'energia totale specifica della miscela gassosa. Inoltre l_p si riferisce al perimetro della sezione di passaggio, ed A all'area di passaggio, mentre i termini \dot{m}_F e h_w rispettivamente alla portata di fuel emessa dal grano per unità di superficie e all'entalpia associata ad essa.

Inoltre, considerando una miscela con N specie chimiche, l'energia specifica totale E può essere espressa ulteriormente come:

$$E = e + \frac{u^2}{2} \quad (2.6)$$

$$e = \sum_{i=1}^N y_i h_i - \frac{p}{\rho} \quad (2.7)$$

$$h_i = \Delta h_{f,i}^\circ + \int_{T_0}^T C_{p,i} dT \quad (2.8)$$

dove e rappresenta l'energia interna specifica, y_i la frazione in massa dell' i -esima specie chimica, h_i l'entalpia relativa ad essa, $C_{p,i}$ il calore specifico a pressione costante, $\Delta h_{f,i}^\circ$ l'entalpia di formazione standard, e T la temperatura.

Per quanto concerne il termine sorgente nell'equazione dell'energia, esso può essere ricavato imponendo il bilancio di energia all'interfaccia tra il grano ed il fluido gassoso, come mostrato in [8]:

$$\lambda_g \frac{dT}{d\eta} \Big|_{w+} + \phi_{rad}^{net} - \sum_{i=1}^N \dot{\omega}_i h_{i,w} = -G_f h_s + \lambda_s \frac{dT}{d\eta} \Big|_{w-} \quad (2.9)$$

dove η è la coordinata spaziale normale alla superficie del grano, $w+$ e $w-$ indicano le posizioni della parete rispettivamente dalla parte del flusso e del grano solido, λ_g e λ_s rappresentano le conducibilità del gas e del grano solido, ϕ_{rad}^{net} il flusso netto di calore fornito dalla radiazione termica, $\dot{\omega}_i$ il rateo

di produzione dell'*i*-esima specie chimica gassosa originata dal processo di pirolisi, $h_{i,w}$ l'entalpia di tale specie *i*-esima; infine G_f e h_s indicano rispettivamente il flusso di massa di combustibile prodotto dalla pirolisi, e l'entalpia della paraffina.

Durante il processo di pirolisi, le specie chimiche vengono trasferite all'interno del flusso sia per diffusione di massa sia per trasporto di massa dalla superficie del grano. Il rateo di produzione $\dot{\omega}_i$ dell'*i*-esima specie può dunque essere definito come:

$$\dot{\omega}_i = y_i G_f - \rho D_{m,i} \left. \frac{\partial y_i}{\partial \eta} \right|_{w+} \quad (2.10)$$

dove $D_{m,i}$ si indica il coefficiente di diffusività dell'*i*-esima specie nella miscela di gas.

Inoltre, secondo la conservazione della massa, il flusso di massa di combustibile G_f può essere espresso come:

$$G_f = (\rho v)_w = \rho_s \dot{r} \quad (2.11)$$

dove in questo caso ρ e v rappresentano la densità e la velocità del flusso in fase gassosa iniettato, e ρ_s e \dot{r} la densità del grano solido e il rateo di regressione.

È possibile poi semplificare l'equazione (2.9), infatti si assumono i contributi del flusso termico radiativo ϕ_{rad}^{net} e della diffusività di massa trascurabile, e si considera l'etilene come unico prodotto della pirolisi. Oltre a ciò poichè si assume il flusso stazionario, si fa uso dell'equazione quasi stazionaria del calore per la fase solida, dalla quale si ottiene:

$$\lambda_s \left. \frac{dT}{d\eta} \right|_{w-} = G_f C_{p,s} (T_w - T_0) \quad (2.12)$$

in cui $C_{p,s}$ è il calore specifico del grano solido, mentre T_w e T_0 rispettivamente la temperature della parete e la temperatura del combustibile a distanza sufficientemente lontana dalla parete. A questo punto dunque, l'equazione (2.9) si può esprimere come:

$$\lambda_g \left. \frac{dT}{d\eta} \right|_{w+} = G_f [h_{C_2H_4,w} - h_s + C_{p,s} (T_w - T_0)] \quad (2.13)$$

Esplicitando poi l'entalpia nei due termini di entalpia sensibile e di formazione si ha quindi:

$$\lambda_g \left. \frac{dT}{d\eta} \right|_{w+} = G_f [\Delta h_{f,C_2H_4}^\circ - \Delta h_{f,C_{32}H_{66}}^\circ + \int_{T_0}^{T_w} C_{p,C_2H_4} dT] \quad (2.14)$$

Si può osservare dunque come assumendo il punto di vista del flusso gassoso, esso riceve l'entalpia delle specie chimiche che si formano durante il processo di pirolisi, ovvero dell'etilene; di conseguenza il termine sorgente da inserire nell'equazione dell'energia è dato proprio da:

$$S_{Energy} = \dot{m}_{Flp} \Delta h_{f,s}^{\circ} \quad (2.15)$$

Infine, viene assunto che la legge dei gas perfetti sia valida per le specie presenti in camera:

$$p = \sum_{i=1}^{N_{spe}} \frac{y_i}{w_i} \rho R_u T = \rho R T \quad (2.16)$$

in cui w_i è il peso molecolare dell' i -esima specie, e R_u la costante universale dei gas:

$$R = \frac{R_u}{M} \quad (2.17)$$

dove si ha:

$$\frac{1}{M} = \sum_{i=1}^{N_{spe}} \frac{y_i}{w_i} \quad (2.18)$$

2.1.1 Considerazioni sulla mixture fraction

Anche la mixture fraction ϵ può essere considerata una grandezza conservativa. Essa infatti, è definita come [7]:

$$\epsilon = \frac{b_C - b_{C2}}{b_{C1} - b_{C2}} \quad (2.19)$$

dove b_C indica il numero di moli di atomi di C per unità di massa di gas della miscela, e i pedici 1 e 2 rappresentano rispettivamente il combustibile e l'ossidante. Poichè, si considera ossigeno come ossidante ($b_{C2} = 0$), si può riscrivere la mixture fraction ulteriormente come:

$$\epsilon = \frac{b_C}{b_{C1}} \quad (2.20)$$

Ecco dunque che tale grandezza risulta conservativa se definita in questo modo, in quanto l'unica fonte di carbonio nel sistema è data dal combustibile. Di conseguenza, la mixture fraction può essere trasportata dal fluido ed utilizzata per conoscere le quantità relative di combustibile ed ossidante ad ogni

posizione assiale.

Inoltre è possibile correlare la mixture fraction ϵ al mixture ratio O/F tramite:

$$O/F = \frac{\dot{m}_{ox}}{\dot{m}_F} = \frac{1 - \epsilon}{\epsilon} \quad (2.21)$$

2.1.2 Discretizzazione

Le equazioni di governo in forma integrale sono discretizzate tramite il metodo delle linee. Viene effettuata cioè una discretizzazione sia nello spazio che nel tempo. Inizialmente, il dominio spaziale viene discretizzato, trasformando le equazioni alle derivate parziali in un sistema di equazioni differenziali ordinarie nel tempo. Successivamente, tali equazioni vengono integrate mediante metodi appropriati per determinare l'evoluzione temporale della soluzione.

Discretizzazione nello spazio

Per la discretizzazione spaziale è stato utilizzato un metodo ai volumi finiti al secondo ordine. Nello specifico, considerando la generica cella di indice n in cui è discretizzato lo spazio, per ogni grandezza conservativa U si ottiene la seguente equazione:

$$A_n \Delta x_n \frac{\partial \bar{U}_n}{\partial t} + F_{n+\frac{1}{2}} A_{n+\frac{1}{2}} - F_{n-\frac{1}{2}} A_{n-\frac{1}{2}} = (S_{Q1D} + S_{MASS}) \Delta x_n \quad (2.22)$$

in cui \bar{U}_n indica la media della grandezza conservativa nella generica cella n . La ricostruzione è limitata tramite il limitatore minmod, mentre i flussi F all'interfaccia tra le celle possono essere calcolati tramite due differenti metodi: metodo di Lax-Friedrichs Locale (Rusanov) [9] e AUSM+ [10].

Discretizzazione temporale

L'integrazione nel tempo è eseguita tramite uno metodo esplicito Runge-Kutta Total Variation Diminishing a 2 stadi [11].

2.1.3 Condizioni al contorno

Ingresso subsonico

All'ingresso del dominio di calcolo, ovvero della camera di combustione saranno necessarie due condizioni al contorno; il flusso infatti risulta essere

subsonico all'ingresso. Si impongono dunque la temperatura totale del flusso e la portata. Nello specifico, quest'ultima all'ingresso è data solo dall'ossidante, e da qui si possono ricavare i flussi delle varie grandezze.

Il flusso di massa è dato da:

$$\rho u = \frac{\dot{m}}{A} \quad (2.23)$$

Mentre per gli altri flussi è necessario dapprima ricavare il numero di Mach in ingresso, e da qui ricavare le grandezze utili per il calcolo dei flussi. Nello specifico, il numero di Mach sarà dato da:

$$M = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \frac{2(\gamma-1)}{p^2\gamma}(\rho u)^2 RT^\circ} - 1}{\gamma - 1}} \quad (2.24)$$

Da qui si ricava:

$$T = \frac{T^\circ}{1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2} \quad (2.25)$$

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (2.26)$$

$$u = \frac{\rho u}{\rho} \quad (2.27)$$

Dunque è possibile ricavare i flussi presentati nell'equazione (2.3).

Uscita supersonica

L'uscita del dominio di calcolo poichè è data dal divergente dell'ugello è supersonica. Di conseguenza, non sono necessarie condizioni al contorno.

2.2 Modello termico

Al modello gasdinamico è accoppiato un modello termico per determinare il termine sorgente nell'equazione (2.5), correlato alla pirolisi del grano di paraffina. Tale modello termico è unidimensionale, non stazionario e si sviluppa lungo la direzione radiale rendendo il dominio computazionale risultante bi-dimensionale.

Si considera la conduzione solo in direzione normale, mentre si trascura quella in direzione assiale, di conseguenza le equazioni del modello termico sono risolte per ogni cella del dominio fluidodinamico. L'obiettivo di tali

equazioni è la determinazione della distribuzione radiale di temperatura e del rateo di regressione del grano.

Poichè il combustibile che si analizza nel seguente lavoro è paraffina, le equazioni del modello dovranno essere risolte sia nel grano solido sia nello strato liquido che si forma sulla superficie del grano. Tali equazioni sono riportate in un sistema di riferimento solidale all'interfaccia liquido-gas, e sono definite in accordo con [12]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \dot{r}_l \frac{\partial T}{\partial y} + \alpha_l \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \dot{r} \frac{\partial T}{\partial y} + \alpha_s \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.29)$$

dove α_l e α_s rappresentano la diffusività termica nel liquido e nel solido, \dot{r}_l e \dot{r} indicano la velocità relativa del liquido rispetto all'interfaccia liquido-gas, e il rateo di regressione totale, e y la coordinata radiale normale alla superficie del combustibile.

Si noti come a causa della densità differente tra fase solida e liquida si ha la nascita di una velocità verticale nel sistema di riferimento [13]. Definendo infatti con \dot{r}_m il rateo di regressione all'interfaccia liquido-solido, ed applicando un bilancio di massa si ottiene:

$$v_l = \dot{r}_m \left(\frac{\rho_s}{\rho_l} - 1 \right) \quad (2.30)$$

Di conseguenza, considerando il sistema di riferimento in cui sono scritte le equazioni del modello termico, si ha che la velocità del liquido è data da:

$$\dot{r}_l = v_l + \dot{r} = \dot{r}_m \left(\frac{\rho_s}{\rho_l} - 1 \right) + \dot{r} = \frac{\dot{m}_{tot}}{\rho_l} \quad (2.31)$$

in cui la portata di fuel totale \dot{m}_{tot} è data dalla somma di due contributi: la portata in massa dovuta alla vaporizzazione \dot{m}_v e la portata in massa dovuta all'entrainment \dot{m}_{ent} .

$$\dot{m}_{tot} = \dot{m}_v + \dot{m}_{ent} \quad (2.32)$$

È possibile inoltre descrivere la dinamica dello strato di fluido h tramite:

$$\frac{dh}{dt} = \dot{r}_m - \dot{r} \quad (2.33)$$

2.2.1 Rateo di regressione

In generale il rateo di regressione sarà caratterizzato da due contributi: il rateo di regressione dovuto alla vaporizzazione all'interno del flusso di gas e il rateo di regressione correlato all'*entrainment*, cioè al trasferimento meccanico di massa dalla superficie del liquido.

Si osservi poi come alcani caratterizzati da numeri elevati di atomi di carbonio, come la paraffina presentino valori di pressione critica molto bassi; di conseguenza, ci si trova in condizioni supercritiche per quasi tutto il regime operativo. Non è possibile dunque distinguere una superficie che separi la fase liquida da quella vapore, e la tensione superficiale non è bene definita. Oltre a ciò la temperatura superficiale non è determinata dal processo di evaporazione, ma dettata dalla chimica, ovvero dal processo di pirolisi delle molecole di fuel [6]. Si può dunque valutare il rateo di regressione dovuto alla vaporizzazione tramite una legge di Arrhenius [1]:

$$\dot{r}_v = A_h e^{-\frac{E_a}{RT_w}} \quad (2.34)$$

in cui A_h è un fattore pre-esponenziale, E_a è l'energia di attivazione e T_w la temperatura della superficie liquida del grano. Tuttavia, in letteratura sono presenti numerose altre formulazioni per il calcolo del rateo di regressione correlato al processo di vaporizzazione [14]. La portata di combustibile legata alla vaporizzazione è invece espressa come:

$$\dot{m}_v = \rho_s \dot{r}_v \quad (2.35)$$

Per quanto riguarda il meccanismo dell'*entrainment*, analogamente a quanto mostrato prima per il contributo dovuto alla vaporizzazione la portata di combustibile legata all'*entrainment* è data da:

$$\dot{m}_{ent} = \rho_s \dot{r}_{ent} \quad (2.36)$$

mentre il rateo di regressione si può esprimere secondo [6] come:

$$\dot{r}_{ent} = \frac{a_{ent} G^{2\alpha_e}}{\dot{r}^{\beta_e}} \quad (2.37)$$

Esso cioè dipende sia da parametri operativi come il flusso di massa G o il rateo di regressione \dot{r} , sia dalle proprietà dello strato liquido, e quindi del combustibile, le quali sono addensate nel coefficiente a_{ent} . Per quanto riguarda i coefficienti α e β , secondo la procedura eseguita da Gater and L'Ecuyer,

essi sono assunti pari a 1.5 e 2 rispettivamente. Il coefficiente a_{ent} , così come il parametro A_h , saranno determinati tramite una procedura *trial and error* utilizzando il codice di calcolo.

Affinchè si verifichi il fenomeno dell'entrainment è necessario tuttavia che il film di liquido che si genera sul grano vada in instabilità. È presente cioè un livello critico al di sotto del quale non si ha entrainment. In particolare, una relazione empirica molto utile per le condizioni critiche che permettono l'avvio di tale fenomeno è data da [13]:

$$G^{1.6} h^{0.6} \geq c_{onset} \frac{\rho_g^{1.3} \mu_l^{0.6}}{C_f^{0.8} \rho_l^{0.3} \mu_g} \quad (2.38)$$

Si osserva cioè come elevati flussi di massa, così come altezze del film di liquido elevate favoriscono il fenomeno dell'entrainment; oltre a ciò si evidenzia l'importanza del coefficiente di attrito superficiale C_f , così come delle viscosità dinamiche μ_l e μ_g e delle densità ρ_l e ρ_g rispettivamente della fase liquida e gassosa. Il termine c_{onset} è invece un parametro empirico.

2.2.2 Condizioni al contorno

Interfaccia liquido-gas

Per quanto riguarda l'interfaccia liquido-gas, il flusso termico totale che viene trasferito deve essere pari al calore trasmesso per conduzione nel film di liquido e al calore richiesto per il cambiamento di fase:

$$\dot{Q}_{tot} = \dot{m}_v L_v - \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.39)$$

in cui λ_l rappresenta la conducibilità termica nel liquido, L_v il calore latente di vaporizzazione, il quale è posto nullo se sono effettivamente presenti condizioni supercritiche in camera, e \dot{Q}_{tot} il flusso termico totale dato dalla somma del flusso convettivo e radiativo ($\dot{Q}_{tot} = \dot{Q}_c + \dot{Q}_r$).

Interfaccia solido-liquido

Per quanto riguarda l'interfaccia solido-liquido, si impone la temperatura sull'interfaccia pari alla temperatura di fusione T_m :

$$T \Big|_{y=h} = T_m \quad (2.40)$$

Oltre a ciò si ha un'altra condizione al contorno riguardante il flusso di calore scambiato su tale interfaccia:

$$-\lambda_l \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=h^-} + \lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=h^+} = \rho_s \dot{r}_m L_m \quad (2.41)$$

dove λ_s è la conducibilità termica nel solido e L_m il calore latente di fusione.

Condizione al contorno nel grano solido

A notevole distanza dalla superficie del grano viene imposta la seguente condizione sulla temperatura:

$$T \Big|_{y \rightarrow \infty} = T_a \quad (2.42)$$

dove $T_a = 300 K$ è la temperatura ambiente.

Condizione iniziale

La condizione iniziale non influisce sulla soluzione stazionaria ottenuta alla fine del transitorio numerico, poiché serve unicamente a inizializzare il calcolo. Di conseguenza, per la fase liquida si assume una temperatura costante pari a quella di fusione, mentre per la fase solida si impone una distribuzione lineare della temperatura, che varia dalla temperatura ambiente fino alla temperatura di fusione sulla superficie del grano.

2.2.3 Flusso termico convettivo e blowing

Il flusso termico convettivo che viene trasmesso dal gas alla superficie del grano è espresso tramite il coefficiente di Stanton St [15]:

$$\dot{Q}_c = St \rho_b u_b \Delta h \quad (2.43)$$

dove ρ_b e u_b indicano la densità e la velocità del flusso nei pressi della fiamma, mentre Δh la differenza di entalpia tra la fiamma e la parete ($\Delta h = h_b - h_w$). Assumendo poi che lo strato limite completamente turbolento, e che sia valida l'analogia di Reynolds nel caso quasi-stazionario, si può correlare il numero di Stanton St con il coefficiente di attrito a parete C_f [16]:

$$St = \frac{1}{2} C_f \frac{\rho_e u_e^2}{\rho_b u_b^2} \quad (2.44)$$

in cui con il pedice e si indicano le grandezze che fanno riferimento al campo esterno, ovvero al di fuori dello strato limite.

A questo punto è possibile ottenere la seguente espressione per il flusso termico convettivo:

$$\dot{Q}_c = \frac{1}{2} C_f G \Delta h \left(\frac{u_e}{u_b} \right) \quad (2.45)$$

in cui chiaramente $G = \rho_e u_e$. Si può dunque definire ora il parametro di blowing aerodinamico (detto anche numero di trasferimento di massa) [14]:

$$B_a = \frac{(\rho v)_w}{\rho_e u_e C_f / 2} = \frac{2 \rho_f \dot{r}_v}{G C_f} \quad (2.46)$$

Si osservi come compaia solo il termine \dot{r}_v questo perchè si assume che la vaporizzazione delle particelle rilasciate dal film di liquido tramite il meccanismo dell'entrainment non abbia luogo al di sotto della fiamma [6]. Ora il numero di Stanton, e quindi il coefficiente di attrito, si può esprimere come prodotto tra il numero di Stanton in assenza di blowing St_0 ed un fattore di correzione St/St_0 , funzione del parametro B_a . Nello specifico per $5 \leq B_a \leq 100$, che rappresenta la maggior parte delle condizioni operative riscontrate negli endoreattori a propellenti ibridi, si ha:

$$\frac{St}{St_0} = \frac{C_f}{C_{f0}} = q B_a^{-k_b} \quad (2.47)$$

in cui q e k_b sono delle costanti. Mentre, in caso di bassi valori di rateo di regressione, o elevati flussi in massa di ossidante, ovvero in caso di $B_a \rightarrow 0$ si utilizza la seguente espressione:

$$\frac{St}{St_0} = \frac{C_f}{C_{f0}} = \frac{1}{1 + 0.4 B_a} \quad (2.48)$$

Tale distinzione è necessaria per ottenere valori che siano ragionevoli in caso di blowing circa nullo. Nello specifico, si osservi come assegnati i valori $q = 0.996$ e $k_b = 0.68$, le due espressioni coincidono per $B_a = B_{ref} = 5.313$. Si possono ora ricavare due espressioni per il coefficiente di blowing aerodinamico:

$$B_a = \left(\frac{2 \rho_f \dot{r}_v}{0.996 G C_{f,0}} \right)^{\frac{1}{1-k_b}} \quad \text{se } B_a > B_{ref} \quad (2.49)$$

$$B_a = \frac{2 \rho_f \dot{r}_v}{G C_{f,0} - 0.8 \rho_f \dot{r}_v} \quad \text{se } B_a \leq B_{ref} \quad (2.50)$$

Il coefficiente di attrito a parete per un flusso turbolento, si può esprimere poi come:

$$\frac{C_{f,0}}{2} = 0.03 \left(\frac{Gx}{\mu_g} \right)^{-0.2} \quad (2.51)$$

Si introduce inoltre il parametro di blowing termochimico B_t [1]:

$$B_t = \left(\frac{u_e}{u_b} \right) \frac{\Delta h}{h_v} \quad (2.52)$$

dove h_v è l'entalpia effettiva di vaporizzazione. Di conseguenza, è possibile esprimere il flusso termico convettivo con la seguente espressione:

$$\dot{Q}_c = \frac{1}{2} \frac{C_f}{C_{f,0}} C_{f,0} G B_t h_v \quad (2.53)$$

E dunque sostituendo le equazioni (2.47) e (2.48) in (2.53) si ottiene:

$$\begin{cases} \dot{Q}_c = B_t h_v \left(\frac{1}{2} G C_{f,0} - 0.4 \rho_f \dot{r}_v \right) & \text{se } B_a \leq B_{ref} \\ \dot{Q}_c = \frac{0.996}{2} C_{f,0} B_t h_v \left(\frac{2 \rho_f \dot{r}_v}{0.996 G C_{f,0}} \right)^{-\frac{k_b}{1-k_b}} & \text{se } B_a > B_{ref} \end{cases} \quad (2.54)$$

2.2.4 Flusso termico radiativo

Come precedentemente mostrato, all'interfaccia liquido gas è necessario considerare anche il flusso termico radiativo. Quest'ultimo però risulta spesso trascurabile, in quanto non ha notevole influenza sul rateo di regressione, a meno che il grano sia caricato di additivi metallici o di additivi che generino notevole fuliggine. In particolare, il flusso termico radiativo può essere espresso tramite relazioni empiriche quali [1]:

$$\dot{Q}_r = \sigma \epsilon_w (\epsilon_g T_b^4 - \alpha_g T^4) \quad (2.55)$$

in cui σ è la costante di Stefan-Boltzmann, ϵ_l ed ϵ_g indicano l'emissività della superficie liquida e del gas, ed α_g il coefficiente di assorbimento del gas. Si badi come nel modello si è assunto fattore di vista unitario, questa ipotesi è valida in caso di elevati flussi in massa. Poichè poi, la temperatura di fiamma risulta essere notevolmente maggiore di quella della superficie liquida, e poichè l'emmissività e l'assorbimento del gas sono dello stesso ordine di grandezza, l'equazione (2.55) si può esprimere come:

$$\dot{Q}_r = \sigma \epsilon_w \epsilon_g T_b^4 \quad (2.56)$$

2.2.5 Metodi numerici per il modello termico

Per quanto concerne il modello termico esso viene implementato su un dominio che è deformabile, come si evince dall'equazione (2.33). Nello specifico, le equazioni del modello termico possono essere scritte nella seguente forma:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial y} = 0 \quad (2.57)$$

in cui:

$$\frac{\partial F}{\partial y} = v_{loc} \frac{\partial T}{\partial y} - \alpha_{loc} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.58)$$

e

$$v_{loc} = -(\dot{r}_{loc} + v_g) \quad (2.59)$$

Nelle equazioni presentate, α_{loc} e \dot{r}_{loc} assumono i valori del rateo di regressione e della diffusività termica per le fasi liquide e solide, ovvero \dot{r}_l e α_l , e \dot{r} e α_s . Inoltre il termine v_{loc} contiene al suo interno la velocità di griglia v_g , la quale tiene conto della variazione di spessore dello strato liquido. Quest'ultima è possibile esprimerla in modo simile al rapporto incrementale:

$$v_g = \frac{y_{int,new} - y_{int,old}}{\Delta t} \quad (2.60)$$

dove $y_{int,new}$ e $y_{int,old}$ rappresentano la posizione del medesimo nodo di griglia per due istanti temporali successivi; il valore al nuovo passo temporale è noto una volta integrata l'equazione. Applicando il metodo dei volumi finiti l'equazione (2.57) diviene:

$$\int_{y_{i-\frac{1}{2}}}^{y_{i+\frac{1}{2}}} \frac{\partial T}{\partial t} dy + \int_{y_{i-\frac{1}{2}}}^{y_{i+\frac{1}{2}}} \frac{\partial F}{\partial y} dy = 0 \quad (2.61)$$

e dunque:

$$\frac{d(T_i \Delta y_i)}{dt} = F_{i-\frac{1}{2}} - F_{i+\frac{1}{2}} \quad (2.62)$$

in cui:

$$F_{i+\frac{1}{2}} = v_{loc} T \Big|_{i+\frac{1}{2}} - \alpha_{loc} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{i+\frac{1}{2}} \quad (2.63)$$

Per quanto concerne il termine diffusivo, esso è poi discretizzato con uno schema centrale al secondo ordine:

$$\alpha_{loc} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{i+\frac{1}{2}} = \alpha_{loc,i+\frac{1}{2}} \frac{T_{i+1} - T_i}{y_{i+1} - y_i} \quad (2.64)$$

Mentre, per il termine convettivo, si utilizza uno schema *upwind* del secondo ordine con limitatore *minmod*:

$$v_{loc} T \Big|_{i+\frac{1}{2}} = \begin{cases} v_{loc_{i+\frac{1}{2}}} [T_{i+1} + \sigma_{i+1}(y_{i+\frac{1}{2}} - y_{i+1})] & \text{se } v_{loc_{i+\frac{1}{2}}} < 0 \\ v_{loc_{i+\frac{1}{2}}} [T_i + \sigma_i(y_{i+\frac{1}{2}} - y_i)] & \text{se } v_{loc_{i+\frac{1}{2}}} \geq 0 \end{cases} \quad (2.65)$$

L'integrazione nel tempo è poi eseguita tramite uno schema del secondo ordine Runge-Kutta Strong Stability Preserving (SSP) [11]. Introducendo il termine $L(T_i) = F_{i-\frac{1}{2}} - F_{i+\frac{1}{2}}$, lo schema risultante che si ottiene è:

$$T_i^1 = T_i^n \frac{\Delta y_i^n}{\Delta y_i^{n+1}} + L(T_i^n) \frac{\Delta t}{\Delta y_i^{n+1}} \quad (2.66)$$

$$T_i^{n+1} = \frac{1}{2} T_i^n \frac{\Delta y_i^n}{\Delta y_i^{n+1}} + \frac{1}{2} T_i^1 + L(T_i^1) \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta y_i^{n+1}} \quad (2.67)$$

Per la discretizzazione si sono utilizzati 100 punti, di cui 20 per lo strato liquido distribuiti in modo uniforme, ed i restanti 80 per il grano solido. Per il grano solido nello specifico, i punti sono stati posti in progressione geometrica in modo da far sì che l'ultimo nodo si trovi ad una distanza di 100δ dall'interfaccia solido-liquido, dove δ è una lunghezza caratteristica:

$$\delta = \frac{\alpha_s}{\dot{r}_{ref}} \quad (2.68)$$

in cui \dot{r}_{ref} è pari ad 1 mm/s.

Condizione CFL

Si badi che l'intervallo di tempo Δt utilizzato per l'integrazione delle equazioni è il medesimo per il modello fluidodinamico e termico. Per evitare dunque instabilità numeriche, tale passo temporale è confrontato con il massimo passo temporale ammissibile per il modello termico:

$$\Delta t_{CFD} = CFL \left(\frac{\Delta x}{u + a} \right) \quad (2.69)$$

$$\Delta t_{termico} = \frac{\left(\frac{h}{20} \right)^2}{\max(\alpha_s, \alpha_l)} \quad (2.70)$$

Dunque la condizione CFL deve essere impostata in modo tale che $\Delta t_{CFD} < \Delta t_{termico}$.

2.3 Modello chimico

In un endoreattore a propellenti ibridi che utilizza paraffina ed ossigeno, i tempi caratteristici fluidodinamici sono molto maggiori di quelli correlati alla cinetica chimica [7]; pertanto è possibile assumere l'ipotesi di *shifting equilibrium*.

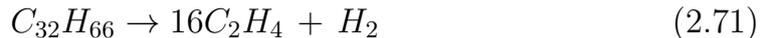
La composizione delle specie chimiche in condizioni di equilibrio è valutata tramite la minimizzazione dell'energia libera di Helmholtz, questo perchè dalle equazioni di conservazione è possibile ricavare la densità e l'energia interna. Pertanto i parametri di input del modello chimico sono:

- densità ρ ;
- energia interna e ;
- mixture ratio locale ϵ ;

Mentre, per quanto riguarda i parametri in output essi sono:

- frazione molare dei prodotti di combustione;
- esponente isoentropico γ_s .

Per la determinazione dell'equilibrio chimico si assume una paraffina di formula $C_{32}H_{66}$, la quale pirolizza in 16 molecole di etilene ed una molecola di idrogeno:



Si badi tuttavia come si stia compiendo un'approssimazione molto forte. Infatti, come mostrato in [6], nella realtà, tipicamente la decomposizione termica delle molecole di paraffina non genera un'elevata concentrazione di monomeri come l'etilene. Bensì, in base al numero di atomi di carbonio, e alle condizioni di pirolisi, i prodotti sono costituiti da un range di alcani a basso numero di carbonio, olefine (alcheni) e idrocarburi ramificati. Oltre a ciò nei gas di combustione si considerano le seguenti specie chimiche: CO_2 , C_2H_4 , H , H_2 , H_2O , O , OH , O_2 , CO .

All'interno del codice è poi possibile selezionare due differenti modelli per il calcolo dell'equilibrio chimico:

- un modello ad alta fedeltà (HFM), basato sul codice CEA della NASA;

- un modello surrogato basato su una rete neurale addestrata proprio attraverso il CEA.

2.3.1 HFM

Il modello ad alta fedeltà (HFM) è molto dispendioso dal punto di vista computazionale, in quanto richiede di risolvere l'equilibrio chimico in ogni cella del dominio. Per questo motivo, gli autori Karthikeyan e Shimada [7] avevano proposto di eseguire la procedura di calcolo solo ogni 10 passi temporali, assumendo la composizione congelata per tali time steps. Questo chiaramente è in contrasto con l'assunzione riguardante i tempi caratteristici della chimica e fluidodinamici.

Si è infatti preferito utilizzare, nel lavoro compiuto, un modello surrogato che calcolasse l'equilibrio chimico in ogni cella ad ogni step temporale ad un costo adeguato. Nello specifico, si fa uso di una rete neurale.

2.3.2 Rete Neurale

La rete neurale ha lo scopo di creare un modello surrogato a basso costo computazionale per la determinazione dell'equilibrio chimico, in modo tale da poter essere richiamato ad ogni passo temporale. In generale, una rete neurale è caratterizzata da un certo numero di entità, chiamate neuroni, alle quali è associato un valore numerico.

I neuroni sono organizzati in tre tipi di strati:

- *input layer*: contiene i neuroni con i valori di input;
- *hidden layers*: eseguono la trasformazione dei dati e rappresentano il cuore della rete;
- *output layer*: contiene i neuroni con i valori di output.

Ogni neurone è connesso agli altri tramite pesi (*weights*) e ad ogni neurone appartenente agli hidden layer o di output è associato un *bias*. E sono proprio questi *weight* e *bias* che danno vita alla rete neurale. Infatti, il funzionamento della rete si basa sull'ottimizzazione di questi parametri durante la fase di addestramento, che mira a minimizzare l'errore di previsione rispetto a un database di riferimento.

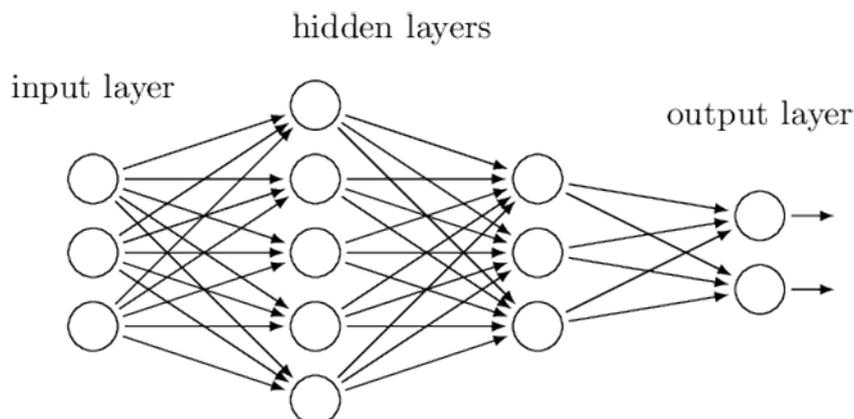


Figura 2.1: Schema rete neurale generica

L'architettura della rete neurale deriva da una procedura di trade-off tra precisione predittiva e costo di addestramento. Il database di training contiene i risultati delle simulazioni effettuate con il codice CEA, in modo che la rete possa replicarne il comportamento.

Per generare un database rappresentativo del problema, si eseguono simulazioni sul software CEA variando opportunamente pressione e mixture ratio, ed ottenendo valori di densità ed energia interna, come mostrato in [17]. Successivamente, vengono eliminati i punti non fisicamente ammissibili. La rete neurale risultante ha quindi:

- tre neuroni nell'input layer, corrispondenti a densità, energia interna e mixture ratio;
- dieci neuroni nell'output layer, corrispondenti alla frazione molare delle specie considerate e al coefficiente di espansione adiabatica γ_s .

Una volta realizzato il database di addestramento, la rete neurale viene allenata con MATLAB usando il *backpropagation method* ed in particolare tramite l'algoritmo di Levenberg-Marquardt, il cui obiettivo è la minimizzazione dell'errore quadratico medio tra il dataset di riferimento e la ricostruzione eseguita con la rete neurale.

È necessario poi porre attenzione alla problematica dell'*overfitting*, un fenomeno per il quale la rete neurale risulta molto abile a predire i risultati a partire dagli input su cui è stata addestrata, ma fallisce nel generalizzare nuovi input. Per evitare questo fenomeno, oltre al set di addestramento, si

utilizza un set di validazione, che permette di monitorare le prestazioni della rete su dati non visti durante l'addestramento, garantendo un'adeguata generalizzazione.

2.3.3 Considerazioni sull'esponente isentropico γ_s

L'esponente isoentropico γ_s che si ha in output non coincide con il rapporto dei calori specifici a pressione costante ed a volume costante γ :

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad (2.72)$$

Questo perchè la miscela gassosa è soggetta a reazioni chimiche, e di conseguenza non è possibile calcolare la velocità del suono a come:

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (2.73)$$

Bensì, bisogna seguire la metodologia presentata in [18]:

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \right)_s = -\frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln V} \right)_s \quad (2.74)$$

in cui il pedice s rappresenta un processo isoentropico. Da qui, definendo γ_s come:

$$\gamma_s = \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho} \right)_s \quad (2.75)$$

attraverso diversi passaggi si ottiene la relazione che lega γ_s a γ :

$$\gamma_s = -\frac{\gamma}{\left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln V} \right)_T} \quad (2.76)$$

in cui il pedice T rappresenta un processo isoterma. Dunque sostituendo tale espressione in (2.74) si ottiene:

$$a = \sqrt{\gamma_s RT} \quad (2.77)$$

2.3.4 Temperatura di equilibrio in camera

Come mostrato, la rete neurale fornisce in output, sia il γ_s che le frazioni molari dei prodotti di combustione, tuttavia al contrario dei modelli ad altà

fedeltà non fornisce direttamente la temperatura di miscela. Quest'ultima è però possibile ottenerla come mostrato in questa sezione.

Si possono esprimere il calore specifico a pressione costante e l'entalpia di una specie chimica attraverso le seguenti espressioni funzioni della temperatura [18]:

$$\frac{c_p}{R_u} = a_1 T^{-2} + a_2 T^{-1} + a_3 + a_4 T + a_5 T^2 + a_6 T^3 + a_7 T^4 \quad (2.78)$$

$$\frac{H}{R_u T} = -a_1 T^{-2} + a_2 T^{-1} + a_3 + a_4 \frac{T}{2} + a_5 \frac{T^2}{3} + a_6 \frac{T^3}{4} + a_7 \frac{T^4}{5} + \frac{a_8}{T} \quad (2.79)$$

Tali coefficienti a_i sono riportati nella libreria del CEA. Noti questi, è possibile ricavare la temperatura, applicando il metodo di Newton all'equazione (2.7), imponendo cioè che l'energia interna fornita dal modello gasdinamico sia pari a quella ottenuta dalla rete neurale a partire dalle frazioni molari. Nello specifico, le equazioni utilizzate sono:

$$f(T_k) = \frac{e}{R_u} - \frac{h}{R_u} + \frac{T_k}{M} \quad (2.80)$$

$$f'(T_k) = -\frac{c_p}{R_u} + \frac{1}{M} \quad (2.81)$$

$$T_{k+1} = T_k - \frac{f(T_k)}{f'(T_k)} \quad (2.82)$$

Ricavata la temperatura, è possibile ottenere tutte le altre variabili termodinamiche, utilizzando l'equazione dei gas perfetti:

$$p = \rho R T \quad (2.83)$$

2.3.5 Composizione chimica nel divergente

Nel divergente la composizione chimica è considerata *frozen*, al fine di evitare variazioni significative dell'energia interna e della densità rispetto ai valori presenti nella camera di combustione. Questo accorgimento permette di preservare la capacità predittiva e di ottimizzare i tempi di addestramento della rete.

2.4 Adimensionalizzazione delle equazioni

Le equazioni presentate vengono adimensionalizzate al fine di garantire numeri di condizionamento bassi. A tal fine, si adottano le seguenti grandezze di riferimento:

- Temperatura: $T_{ref} = 300 K$;
- Pressione: $p_{ref} = 1.0131 \times 10^6 Pa$;
- Costante specifica dei gas: $R_{ref} = 265.88 \frac{J}{kg \cdot K}$;
- Lunghezza caratteristica: $L_{ref} = 0.211 m$.

Per quanto concerne la lunghezza caratteristica si è considerata la lunghezza assiale dell'endoreattore del testcase considerato, trascurando la postcamera. A partire da queste quantità, si possono definire le seguenti grandezze di riferimento:

$$\rho_{ref} = \frac{p_{ref}}{R_{ref} T_{ref}} \quad (2.84)$$

$$u_{ref} = \sqrt{R_{ref} T_{ref}} \quad (2.85)$$

$$t_{ref} = \frac{L_{ref}}{u_{ref}} \quad (2.86)$$

$$e_{ref} = u_{ref}^2 \quad (2.87)$$

Capitolo 3

Iniezione con Swirl

Al contrario dei flussi assiali, nei flussi con swirl si ha la presenza di una componente di velocità tangenziale. Ciò porta a notevoli vantaggi nella propulsione, come ad esempio [19]:

- miglioramento del mixing tra combustibile ed ossidante
- incremento del flusso termico convettivo
- stabilizzazione della fiamma nei combustori
- controllo delle emissioni inquinanti
- controllo dei fenomeni di blowout e flashback nei combustori aeronautici

Bisogna considerare che il campo di moto dettato da un'iniezione con swirl differisce da quello realizzato da un'iniezione assiale, è dunque necessario modificare il trattamento sia numerico che analitico dei flussi stessi.

Nello specifico, i flussi con swirl riducono lo spessore dello strato limite e ne riducono la crescita lungo il flusso di valle, contribuendo ad un rateo di regressione più uniforme. Inoltre, grazie all'incremento dei flussi termici convettivi è possibile ottenere aumenti del rateo di regressione fino a quattro volte superiore rispetto al caso senza swirl [1].

L'efficienza di combustione è significativamente migliorata grazie all'incremento del tempo di residenza e all'intenso miscelamento tra il combustibile e l'ossidante.

Inoltre, i numerosi vantaggi offerti dall'iniezione con swirl hanno stimolato, nel corso degli anni, lo sviluppo di diverse soluzioni innovative.

VHRE

Un endoreattore ibrido innovativo è dato dal *Vortex Hybrid Rocket Engine* (VHRE) [1]. Tale configurazione potrebbe portare a ratei di regressione anche 7 volte maggiori grazie al particolare campo di moto che si genera in esso, caratterizzato da vortici coassiali e bidirezionali nell'area di porta. In particolare, in seguito all'iniezione di ossidante all'estremità poppiera, si realizza un vortice esterno che viaggia verso l'estremità di testa del motore; qui si forma un vortice più interno che viaggia verso l'ugello. Di conseguenza, la camera di combustione viene attraversata due volte dall'ossidante. In figura 3.1 è riportato uno schema del motore.

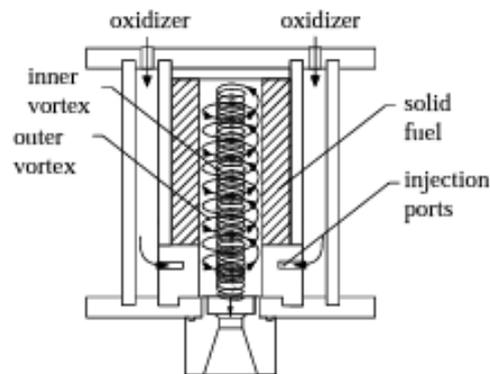


Figura 3.1: VHRE: schema del motore

Dual-end burning hybrid grain

Un'altra configurazione possibile è data dal *dual-end burning hybrid grain* [1]. In questo caso, due cartucce cilindriche di combustibile vengono posizionate a ridotta distanza l'una dall'altra su entrambe le estremità della camera di combustione. L'iniezione con swirl genera poi un flusso a spirale che attraversa le superfici esposte, prima di fuoriuscire attraverso un foro centrale praticato sulla cartuccia di poppa. I due dischi di combustibile dunque regrediscono assialmente in direzioni opposte, uno verso la testa del motore, l'altro verso l'ugello. Tale configurazione potrebbe risultare utile in particolare, dove sono desiderabili motori con rapporto lunghezza-diametro ridotto, come ad esempio per gli stadi superiori di un sistema propulsivo. In figura 3.2 è riportato uno schema di questa configurazione.

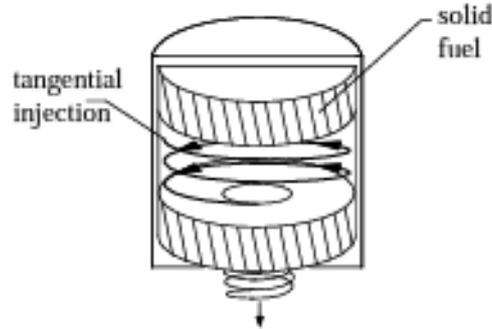


Figura 3.2: Dual-end burning hybrid grain: schema del motore

3.1 Swirl Number

Il modello gasdinamico adottato è quasi 1D, e descrive pertanto solo la componente assiale della velocità. Di conseguenza, per tenere conto dell'effetto dovuto allo swirl è necessario introdurre un parametro apposito, lo *swirl number*. Esso in particolare è definito come il rapporto adimensionale tra il flusso assiale del momento angolare ed il flusso assiale della quantità di moto moltiplicata per il raggio di porta dell'iniettore [20]:

$$S = \frac{\int_0^R r^2 v u dr}{R \int_0^R r (u^2 + (\frac{p-p_\infty}{p})) dr} \quad (3.1)$$

dove u e v rappresentano le componenti assiale e tangenziale della velocità, ed r la coordinata radiale. Nell'espressione compare anche un termine legato alla pressione. Tale equazione può essere poi integrata rispetto alla coordinata radiale r sulla sezione trasversale dove sono presenti le porte tangenziali dell'iniettore. Nello specifico, assumendo flusso 1D, e profilo di velocità del flusso radiale costante in ogni posizione assiale a valle, l'equazione (3.1) si semplifica nella seguente forma:

$$S \approx \frac{2v}{3u} \quad (3.2)$$

Tuttavia, questa espressione risulta di difficile applicazione poiché richiede la conoscenza dettagliata dei profili di velocità, i quali sono complessi da determinare sperimentalmente. Per questo motivo, si preferisce adottare formulazioni alternative basate esclusivamente su parametri geometrici.

Geometric Swirl Number

Assumendo la conservazione del momento angolare, è possibile scrivere lo swirl number come funzione della sola geometria [20]:

$$S_g = \frac{\pi r_{inj} R_x}{A_{inj}} \left(\frac{\dot{m}_\theta}{\dot{m}_\theta + \dot{m}_x} \right)^2 \quad (3.3)$$

in cui A_{inj} è l'area totale del flusso di ossidante in entrata, cioè la somma delle aree trasversali di tutti i singoli iniettori tangenziali, r_{inj} è la posizione radiale degli iniettori rispetto all'asse centrale della camera di combustione, R_x è il raggio della porta di uscita assiale, il quale di solito è leggermente maggiore di r_{inj} . Infine, \dot{m}_θ e \dot{m}_x sono le portate assiali e tangenziali in caso di mixed injection.

Chiaramente, nel caso di iniezione puramente tangenziale si ha \dot{m}_x pari a zero, e ciò risulta in:

$$S_g = \frac{(R_x - R_\theta) R_x}{n_\theta R_\theta^2} \quad (3.4)$$

in cui n_θ ed R_θ rappresentano rispettivamente il numero ed il raggio dei fori di iniezione.

Utilizzando tale variante geometrica dello swirl number, è dunque possibile avere una stima dell'intensità dello swirl solo dalla conoscenza degli iniettori; bisogna considerare però che la semplificazione da S a S_g porta ad una perdita di generalizzazione. Nello specifico, a causa degli effetti reali S_g rappresenta una sovrastima di S .

3.2 Swirl Decay

Un aspetto importante da considerare è il decadimento dello swirl: lungo la coordinata assiale infatti, è possibile osservare una progressiva riduzione dello swirl number. Tale fenomeno è dovuto alle forze d'attrito a parete ed ai vincoli imposti dall'equazione di continuità [21]. L'addizione di massa dal grano, così come i processi di combustione, determinano un incremento della velocità assiale, riducendo di conseguenza l'intensità rotazionale del flusso e rendendo le linee di corrente progressivamente più rettilinee. Nello specifico, i fattori che influenzano il decadimento dello swirl sono [22]:

- il numero di Reynolds, che incide direttamente sul coefficiente di attrito;
- la rugosità della superficie, la quale influisce sul numero di Reynolds e, di conseguenza, sul coefficiente di attrito;

- la compressibilità del flusso: sperimentalmente è stato dimostrato che il coefficiente di attrito tenda a ridursi all'aumentare del numero di Mach, con una riduzione dell'8% per $M = 1$ rispetto al caso incompressibile
- le condizioni iniziali, correlate alla tipologia di iniettore utilizzato
- lo swirl number iniziale: a valori diversi di swirl number corrispondono diversi gradi di decadimento, pur mantenendo lo stesso profilo.

In questo lavoro di tesi, per modellare il decadimento dello swirl, si adotta un modello esponenziale:

$$S_g(x) = S_{g0} \exp(px) \quad \text{con} \quad p = -0.569 \cdot Re_D^{-0.277} D^{-1} \quad (3.5)$$

dove il parametro p mostra una dipendenza esplicita dal numero di Reynolds e dal diametro di porta.

3.3 Modifica del rateo di regressione

L'iniezione con swirl porta ad una modifica del modello termico, nello specifico influisce sul coefficiente di attrito a parete. Per comprendere però come il modello termico venga modificato, è necessario prima modellizzare il rateo di regressione in presenza di flusso con swirl.

In particolare, per fare ciò si sfrutta il modello proposto in [23], in quanto rispetto a quelli presenti in letteratura risulta essere più accurato localmente, ovvero nella sua evoluzione lungo il grano, e presenta un errore inferiore. Il modello risulta sempre 1D, ed è stato sviluppato seguendo un approccio semiempirico, ottenendo la seguente formulazione:

$$\begin{cases} \dot{r}_{sw} = \dot{r}_{ax} \cdot f_{rr}(S_g) & \text{con} \quad f_{rr}(S_g) = (1 + S_g^2)^{n_2} \\ S_g = S_g(x) = S_{g0} \exp(px) & \text{con} \quad p = -0.569 \cdot Re_D^{-0.277} D^{-1} \end{cases} \quad (3.6)$$

in cui \dot{r}_{sw} e \dot{r}_{ax} sono rispettivamente il rateo di regressione in presenza di iniezione con swirl e di iniezione assiale, $f_{rr}(S_g)$ è la funzione di correzione, ed n_2 il fattore esponenziale di swirl. Quest'ultimo parametro dipende dal propellente, dalla scala del motore e dalle condizioni operative.

Si richiama ora l'espressione classica del rateo di regressione:

$$\dot{r} = a_0 G_0^{m_1} \quad (3.7)$$

Combinando tale equazione con la (3.6), si ottiene:

$$\dot{r}_{sw} = \dot{r}_{ax} \cdot f_{rr}(S_g) = a_0 G_0^{m_1} \cdot (1 + S_g^2)^{n_2} = a_{sw} G_0^{m_1} \quad (3.8)$$

3.4 Modello termico in presenza di iniezione con swirl

Una volta ottenuto un modello per il rateo di regressione in presenza di iniezione con swirl, è possibile procedere alla modifica del modello termico. A questo scopo, si interviene sul coefficiente di attrito, aggiornando di conseguenza le equazioni di governo del modello termico.

Nello specifico, il coefficiente di attrito viene corretto mediante un fattore di correzione S_{C_f} , il quale dipende a sua volta dalla funzione di correzione del rateo di regressione $f_{rr}(S_g)$:

$$C_{f0,sw} = C_{f0,no-sw} \cdot S_{C_f} \quad \text{con} \quad S_{C_f} = S_{C_f}(f_{rr}(S_g)) = S_{C_f}(S_g) \quad (3.9)$$

in cui chiaramente $C_{f0,sw}$ e $C_{f0,no-sw}$ sono i coefficienti di attrito in presenza di iniezione con swirl ed assiale.

Di conseguenza, il modello termico esposto in sezione 2.2 viene modificato, in particolare per quanto riguarda il calcolo del blowing e del flusso termico a parete. Per il parametro, di blowing si ottengono le seguenti espressioni:

$$B_a = \frac{2\rho_f \dot{r}_v}{GC_{f0,no-sw} S_{C_f} - 0.8\rho_f \dot{r}_v} \quad \text{se } B_a \leq B_{ref} \quad (3.10)$$

$$B_a = \left(\frac{2\rho_f \dot{r}_v}{0.996 GC_{f0,no-sw} S_{C_f}} \right)^{\frac{1}{1-k_b}} \quad \text{se } B_a > B_{ref} \quad (3.11)$$

Analogamente, l'espressione per il flusso termico a parete assume la seguente forma:

$$\begin{cases} \dot{Q}_c = B_t h_v \left(\frac{1}{2} GC_{f0,no-sw} S_{C_f} - 0.4\rho_f \dot{r}_v \right) & \text{se } B_a \leq B_{ref} \\ \dot{Q}_c = \frac{0.996}{2} C_{f0,no-sw} S_{C_f} B_t h_v \left(\frac{2\rho_f \dot{r}_v}{0.996 GC_{f0,no-sw} S_{C_f}} \right)^{-\frac{k_b}{1-k_b}} & \text{se } B_a > B_{ref} \end{cases} \quad (3.12)$$

Si può osservare come le espressioni ottenute siano coerenti con la fisica del problema: poiché il fattore di correzione S_{C_f} è maggiore di 1, si registra un incremento del flusso termico a parete, oltre a una riduzione del parametro di blowing aerodinamico. Quest'ultimo effetto comporta una diminuzione dello spessore dello strato limite, in accordo con l'osservazione sperimentale dell'avvicinamento della fiamma alla parete.

3.5 Modifica del parametro di entrainment

Oltre alla correzione del coefficiente di attrito è necessario apportare una modifica al parametro di entrainment. Infatti, il contributo dell'entrainment determina la pendenza della curva del rateo di regressione; di conseguenza agendo esclusivamente sul coefficiente di attrito (e quindi sul contributo legato alla vaporizzazione), si perderebbe la forma corretta della curva.

Inoltre, si badi alla seguente espressione del rateo di regressione associato al fenomeno di entrainment:

$$\dot{r}_{ent} = \frac{a_{ent} G^{2\alpha_e}}{\dot{r}^{\beta_e}} \quad (3.13)$$

in cui $\dot{r} = \dot{r}_v + \dot{r}_{ent}$. Si osserva che un incremento del rateo di regressione dovuto esclusivamente al processo di vaporizzazione comporta una riduzione del contributo dell'entrainment. Tuttavia, i dati sperimentali non confermano questa previsione, evidenziando invece un incremento del contributo legato all'entrainment in presenza di flusso con swirl.

Ecco che si introduce un'ulteriore correzione per il parametro di entrainment, in modo analogo al coefficiente di attrito:

$$a_{ent,sw} = a_{ent,no-sw} \cdot S_{aent} \quad \text{con} \quad S_{aent} = S_{aent}(f(S_g)) = S_{aent}(S_g) \quad (3.14)$$

3.6 Calibrazione del codice

È necessario ora ricavare le espressioni delle funzioni di correzione in modo da ottenere in output il rateo di regressione previsto dal modello. A tal fine, si rende necessaria una procedura di calibrazione, dovuta alla natura non lineare del rateo di regressione.

3.6.1 Funzioni correttive

Le funzioni correttive sono composte da una parte lineare ed una parte non lineare, inoltre sono definite in modo tale che per $S_g = 0$ il loro valore sia unitario. Esse sono definite dalle seguenti espressioni:

$$\begin{cases} S_{aent}(f(S_g)) = 1 + (a_{ent_l} + b_{ent_l} \cdot S_g) \cdot ((1 + S_g^2)^{n_2} - 1) \\ S_{C_f}(f_{rr}(S_g)) = 1 + 2.1442(a_{C_{f_l}} + b_{C_{f_l}} \cdot S_g) \cdot ((1 + S_g^2)^{n_2} - 1) \end{cases} \quad (3.15)$$

Il coefficiente 2.1442 è introdotto per compensare la non linearità tra i due contributi del rateo di regressione, ovvero entrainment e vaporizzazione.

Mentre, i parametri che dovranno essere calibrati sono a_{ent_l} , b_{ent_l} , $a_{C_{f_l}}$, e $b_{C_{f_l}}$, per i quali sarà necessario determinare il loro valore ottimale.

3.6.2 Procedura di calibrazione

La procedura di calibrazione si basa sul calcolo degli integrali dei ratei di regressione derivanti da simulazioni di prova. Nello specifico, la metodologia utilizzata è stata modificata rispetto a quella proposta in [23], poiché quest'ultima non risultava adeguata per il caso di studio considerato.

Infatti, poiché in questa tesi viene simulato un solo numero di swirl per il testcase in esame, non è possibile eseguire un fit lineare per determinare i parametri b_{ent_l} e $b_{C_{f_l}}$, i quali vengono dunque posti uguali a zero. Il valore dei parametri a_{ent_l} e $a_{C_{f_l}}$ viene invece determinato eseguendo diverse simulazioni con valori di tentativo e calcolando, per ciascuna, l'integrale del rateo di regressione lungo il grano tramite lo script MATLAB *swirl_integral_calibration.m*. Si utilizza poi una spline interpolante per ottenere il valore ottimale di a_{ent_l} e $a_{C_{f_l}}$, in modo da far coincidere l'integrale del rateo di regressione con quello previsto dal modello.

I passaggi della procedura in dettaglio sono i seguenti:

1. Si fissano b_{ent_l} e $b_{C_{f_l}}$ a zero, poiché il fit lineare non è possibile con un solo numero di swirl.
2. Vengono eseguite diverse simulazioni variando i parametri $a_{ent_l} = a_{C_{f_l}}$.
3. I ratei di regressioni ottenuti dal file *view_field_O2.m* vengono esportati nella cartella contenente lo script MATLAB *swirl_integral_calibration.m*, ed all'interno di quest'ultimo vengono inseriti i dati delle simulazioni.
4. Lo script *swirl_integral_calibration.m* calcola l'integrale del rateo di regressione lungo il grano sia per le simulazioni che per il modello.
5. Una spline interpolante viene utilizzata per determinare il valore ottimale di $a_{ent_l} = a_{C_{f_l}}$, che consente di ottenere un integrale coerente con il modello.
6. Si esegue una simulazione finale utilizzando i valori ottimali trovati per i parametri a_{ent_l} , b_{ent_l} , $a_{C_{f_l}}$, e $b_{C_{f_l}}$.

Capitolo 4

Test di riferimento

I modelli e le equazioni mostrate sono implementate in un codice Fortran, per simulare test sperimentali compiuti presso il Technical Institute of Aeronautics di São José dos Campos in Brasile. Gli esperimenti analizzati riguardano un motore ibrido alimentato a paraffina e ossigeno gassoso, testato con diverse configurazioni di iniezione [3].

Tra i 26 test eseguiti, ne sono stati selezionati due per l'analisi: uno caratterizzato da iniezione assiale, ed uno da iniezione con swirl. Affinché il confronto sia significativo, è fondamentale che le due configurazioni abbiano geometrie il più possibile simili. Tuttavia, poiché ogni test presenta leggere variazioni geometriche, è stata scelta la coppia di test assiale-swirl con le minori discrepanze.

L'obiettivo principale è infatti validare il codice CFD in uso. Per fare ciò si utilizza la procedura mostrata nel seguito

1. Simulare e condurre a convergenza il testcase con iniezione assiale tramite l'ausilio del codice CFD descritto in precedenza, e determinare il valore dei parametri a_{ent} e A_h , in modo da riprodurre i risultati sperimentali.
2. Modificare i parametri di input per eseguire una simulazione con iniezione con swirl, e portare tale simulazione a convergenza.
3. Calibrare il modello termico seguendo la procedura descritta in sezione 3.6.
4. Confrontare i risultati ottenuti con i dati sperimentali.

Questo approccio consente di verificare l'accuratezza del modello numerico nel caso di diverse configurazioni di iniezione.

4.1 Scelta del testcase

Per la scelta della coppia di test si sono quindi analizzati sia parametri geometrici come la lunghezza della precamera e del grano, sia parametri operativi come la portata di ossidante. Inoltre, per l'iniezione con swirl si è selezionato un testcase caratterizzato da numero di swirl non troppo elevato. Questo infatti potrebbe generare instabilità di grande ampiezza nel codice CFD utilizzato.

Di conseguenza, i test che si è scelto di analizzare sono il test #49 per l'iniezione assiale ed il test #18 per l'iniezione con swirl. Questa è la coppia di test assiale-swirl, che meglio soddisfa i requisiti presentati in precedenza.

Nel seguito si mostrano le caratteristiche dei due test #49 e #18:

Parametri Testcase		#49	#18
Diametro iniziale Port Area	[mm]	30	30
Diametro finale Port Area	[mm]	56.34	50.92
Lunghezza del grano	[mm]	108	107
Lunghezza precamera	[mm]	80	88.5
Portata di ossidante	[g/s]	29.9	32.4
Mixture Ratio O/F	[-]	1.52	0.86
Rateo di regressione	[mm/s]	1.47	2.85
Flusso medio di ossidante	[kg/(s · m ²)]	20.4	25.2
Spinta media	[N]	101	104
Tempo di burning	[s]	8.96	3.67
Diametro di gola	[mm]	10.50	10.50
Percentuale in massa di combustibile bruciata	[-]	75%	59%

Tabella 4.1: Firing test # 49 e #18 caratteristiche

Pressione in camera

Si osservi come nei dati forniti sono presenti informazioni sulla spinta generata dai due testcase, ma non sulla pressione in camera. Questo perchè nei test compiuti si è preferito rilevare la spinta per ottenere risultati più accurati. Tuttavia, per stimare la pressione ci si può basare sulle misurazioni effettuate per il test #47; questo è infatti caratterizzato da livelli di spinta paragonabili a quelli dei test #49 e #18. Nello specifico per il test #47 si è rilevata una pressione in camera di circa 10 bar, pertanto è ragionevole aspettarsi valori simili anche per i due testcase in esame.

Diametro finale

Per quanto concerne il diametro finale, esso non rappresenta il diametro che si ottiene alla fine del processo di combustione, ma quello che si ha quando la valvola che regola il flusso di ossidante viene chiusa. Bisogna considerare infatti, che una volta che tale valvola è chiusa, durante il processo di terminazione di spinta, parte del combustibile viene ancora consumata; è opportuno dunque stimare accuratamente il diametro dell'area di porta che corrisponde all'istante di chiusura della valvola d_{vc} . A tal fine, si è eseguita la procedura mostrata in [5]:

$$d_{vc} = d_{in} + \dot{r} \cdot 2(t_{vc} - t_0) \quad (4.1)$$

dove \dot{r} è il valore fornito in tabella 4.1, e rappresenta il rateo di regressione mediato nel tempo e nello spazio, calcolato dal tempo t_0 , quando la spinta raggiunge il 10% del suo valore massimo, al tempo t_{vc} di chiusura della valvola, mentre d_{in} è il diametro iniziale di porta pari a 30 mm .

4.2 Calcolo dei parametri di input

Per simulare i due testcase scelti, è necessario fornire al codice i parametri di input relativi alla geometria. Poichè, il codice CFD è quasi 1D sarà necessario modellizzare opportunamente la geometria tridimensionale del motore rendendola unidimensionale. In figura 4.1 è illustrato uno schema rappresentativo del motore utilizzato.

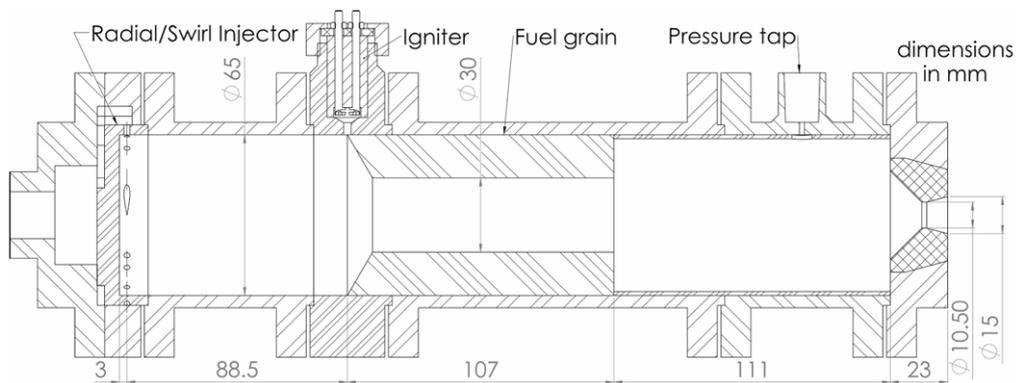


Figura 4.1: Schema del motore [3]

Come si può notare, questo è contraddistinto da precamera, grano, postcamera ed ugello convergente divergente. Tuttavia, il dominio computazionale

considerato non prevede la postcamera, in quanto viene assunto equilibrio chimico in camera di combustione; di conseguenza si trascurerà la sua lunghezza.

Si osservi poi, come il grano sia caratterizzato da una pendenza di ingresso conica di 60° per entrambi i testcase selezionati. Ciò fa sì che il grano oltre a bruciare lateralmente, bruci anche frontalmente. Di conseguenza, bisognerà porre particolare attenzione alla determinazione della lunghezza del grano da inserire nel codice.

Nello specifico, per determinare una geometria rappresentativa sarà necessario impostare tra i parametri di input:

- l'area di porta A_p
- il perimetro di bruciatura L_s
- le posizioni assiali adimensionali di inizio e fine del grano x_{start} e x_{end} , così come quella della gola dell'ugello x_{throat}

Per quanto riguarda l'area di porta ed il perimetro di bruciatura, essi sono facilmente determinabili dato il diametro di porta considerato:

$$A_{port} = \frac{\pi}{4} \cdot d_{port}^2 \quad (4.2)$$

$$L_s = \pi \cdot d_{port} \quad (4.3)$$

Per quanto concerne invece i parametri x_{start} , x_{end} ed x_{throat} , sarà necessario determinare una geometria equivalente del grano. Nello specifico, si è deciso di schematizzare il foro di porta del grano con un cilindro equivalente con superficie laterale pari all'area di burning del grano e diametro pari al diametro di porta. Da qui, è dunque possibile calcolare la lunghezza equivalente del grano:

$$L_{eq} = \frac{A_{burning}}{\pi \cdot d_{port}} \quad (4.4)$$

Si è scelto poi di lasciare inalterata la lunghezza di riferimento (data dalla lunghezza assiale dell'endoreattore senza postcamera) e di ridurre la lunghezza della precamera in favore della nuova lunghezza del grano L_{eq} :

$$L_{pre} = L_{ref} - L_{eq} - L_{nozzle} \quad (4.5)$$

Da qui, è possibile determinare le posizioni di inizio e fine del grano, oltre alla posizione assiale della gola:

$$x_{start} = \frac{L_{pre}}{L_{ref}} \quad (4.6)$$

$$x_{end} = \frac{L_{pre} + L_{eq}}{L_{ref}} \quad (4.7)$$

$$x_{throat} = \frac{L_{pre} + L_{eq} + L_{throat}}{L_{ref}} \quad (4.8)$$

4.3 Individuazione della condizione media

Poiché è nota la geometria all'istante iniziale, ovvero quella per cui il diametro di porta è pari a $d_{port} = d_{in} = 30\text{ mm}$, risulta immediato determinare i parametri di input per questa configurazione. Tuttavia, i risultati ottenuti da tale simulazione non sono rappresentativi di quelli sperimentali, in quanto questi ultimi sono mediati nel tempo e nello spazio.

È necessario dunque individuare una configurazione geometrica del grano che corrisponda alla condizione media, ed in particolare determinare come la geometria del grano evolva nel tempo. Per fare ciò si è assunto nei calcoli rateo di regressione costante e normale alla superficie considerata, ovvero si ipotizza che la forma del grano si conservi:

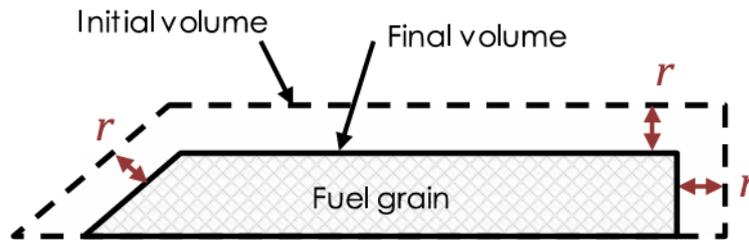


Figura 4.2: Rateo di regressione uniforme r' e normale alla superficie [3]

A questo punto, vengono suggerite tre possibili condizioni geometriche rappresentative dei risultati ottenuti sperimentalmente.

Una prima opzione è considerare il diametro di porta medio, calcolato come:

$$d_{avg} = \frac{d_{in} + d_{vc}}{2} \quad (4.9)$$

In alternativa, ci si potrebbe concentrare sulla superficie di bruciatura del grano e sulla sua evoluzione durante la combustione del grano. Tale parametro geometrico ha infatti un'influenza notevole, in quanto compare direttamente nell'espressione della portata di combustibile:

$$\dot{m}_{fuel} = \rho_f A_{burning} \cdot \dot{r} \quad (4.10)$$

In particolare, si potrebbe valutare la condizione geometrica relativa alla media integrale dell'area di bruciatura, o quella relativa alla media tra istante iniziale e finale.

Tali configurazioni geometriche sono riportate nei grafici seguenti, che rappresentano l'evoluzione dell'area di burning al variare del diametro di porta per i due testcase selezionati.

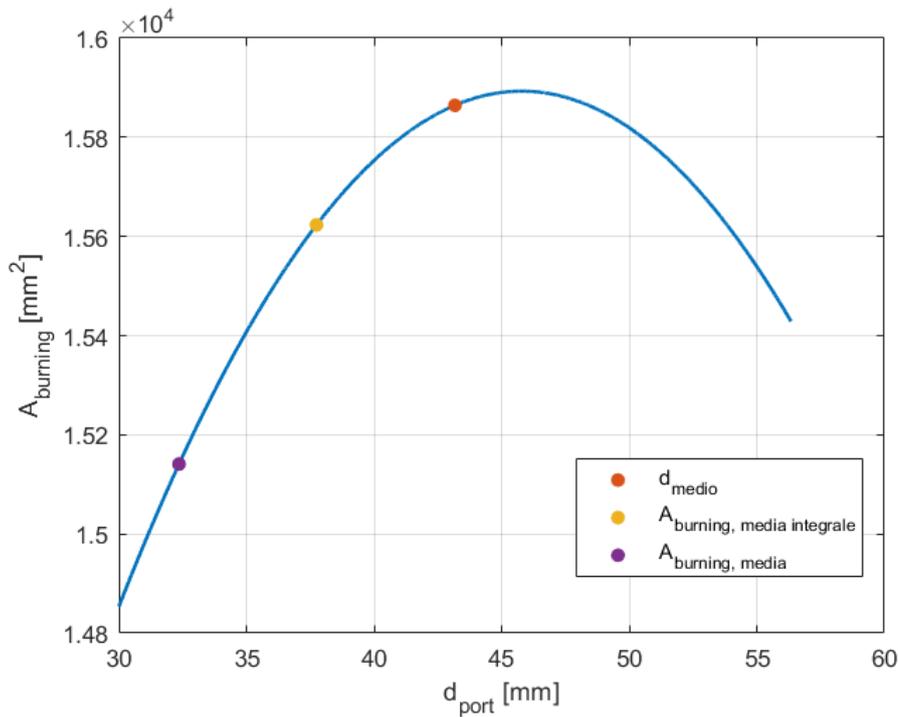


Figura 4.3: Evoluzione dell'area di burning #49

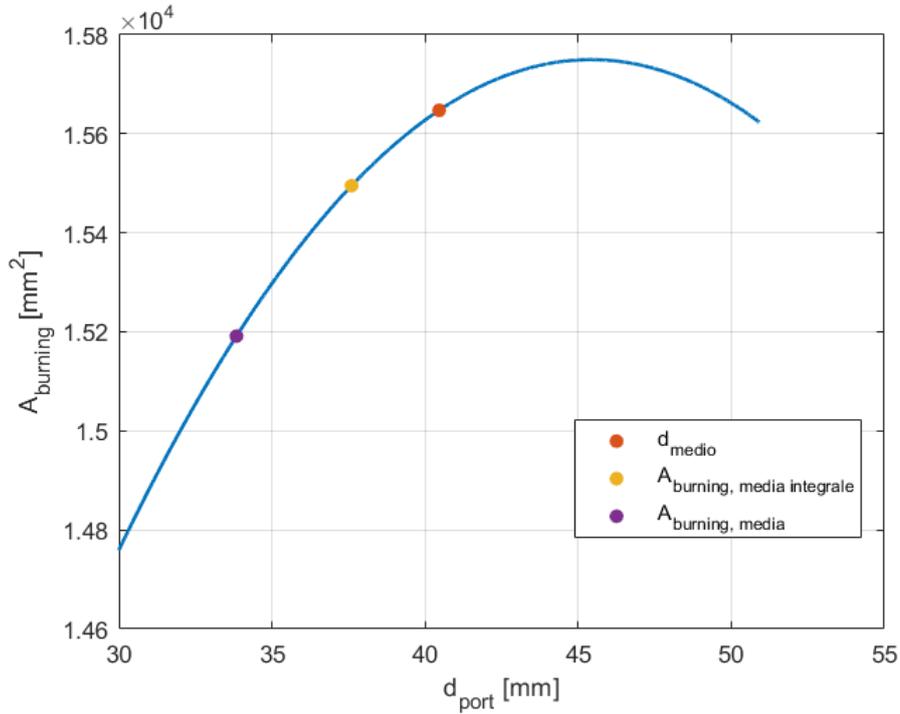


Figura 4.4: Evoluzione dell'area di burning #16

Come si può notare, gli andamenti sono i medesimi per i due test selezionati; a variare è solo il diametro finale d_{vc} a causa dei diversi tempi di burning. Di conseguenza le condizioni medie per i due testcase corrisponderanno a geometrie leggermente differenti, ma pur sempre confrontabili.

Capitolo 5

Risultati iniezione assiale

Una volta ricavata la geometria dei testcase selezionati, è possibile procedere alla simulazione di essi, tramite il codice CFD sviluppato.

Per quanto concerne il testcase #49 delle tre configurazioni solo una è giunta a convergenza, quella relativa alla media dell'area di burning tra istante iniziale e finale. Le altre due configurazioni presentavano un transitorio numerico caratterizzato da fluttuazioni cicliche di pressioni molto elevate, che portano all'instaurarsi di un ciclo limite. Ciò probabilmente è dovuto a dimensioni eccessive della precamera, che favoriscono l'insorgere di tale instabilità.

Nel seguito, vengono riportati i risultati relativi all'unica configurazione che è stato possibile simulare con successo, della quale si riportano i parametri di input nella seguente tabella:

Caratteristiche test #49		
Area di porta	$[mm^2]$	822.48
Perimetro di burning	$[mm]$	101.66
x_{start}		0.185
x_{end}		0.891
x_{throat}		0.955

Tabella 5.1: Input testcase #49

5.1 Calibrazione assiale

Una volta che si è ottenuta una soluzione stazionaria per la configurazione geometrica, si esegue la calibrazione dei parametri A_h ed a_{ent} , in modo da replicare i risultati ottenuti sperimentalmente. Si tratta di una procedura trial and error, che ha portato ai seguenti risultati:

- $A_h = 18829453 [m/s]$
- $a_{ent} = 6.25e - 13 [m^9/kg^3]$

Con tali parametri si sono ottenuti infatti risultati che non si discostano molto da quelli presentati in tabella 4.1 per il testcase #49, come mostrato nella seguente tabella:

	Simulazione	Valore sperimentale	Deviazione
Rateo di regressione $\dot{r} [mm/s]$	1.44	1.47	-2.15 %
Mixture Ratio OF	1.47	1.52	-3.03 %

Tabella 5.2: Confronto risultati simulazione e sperimentali

5.2 Risultati

Si riportano ora alcuni grafici ottenuti dalla simulazione effettuata rappresentanti varie grandezze e parametri di interesse.

5.2.1 Rateo di regressione

In figura 5.1 ed in figura 5.2 sono mostrati rispettivamente il rateo di regressione istantaneo ed il rateo di regressione mediato nel tempo. Tali grafici sono quasi perfettamente sovrapponibili, ad indicare proprio come la simulazione sia giunta a convergenza. Il valore del rateo di regressione mediato nel tempo e nello spazio mostrato in tabella 5.2 è ottenuto eseguendo la media su tutte le celle dei valori riportati in figura 5.2.

Inoltre, è possibile osservare il classico andamento del rateo di regressione, caratterizzato da un minimo lungo il grano dovuto allo sviluppo dello strato limite. Quest'ultimo infatti riduce i gradienti termici e dunque il flusso termico convettivo [1].

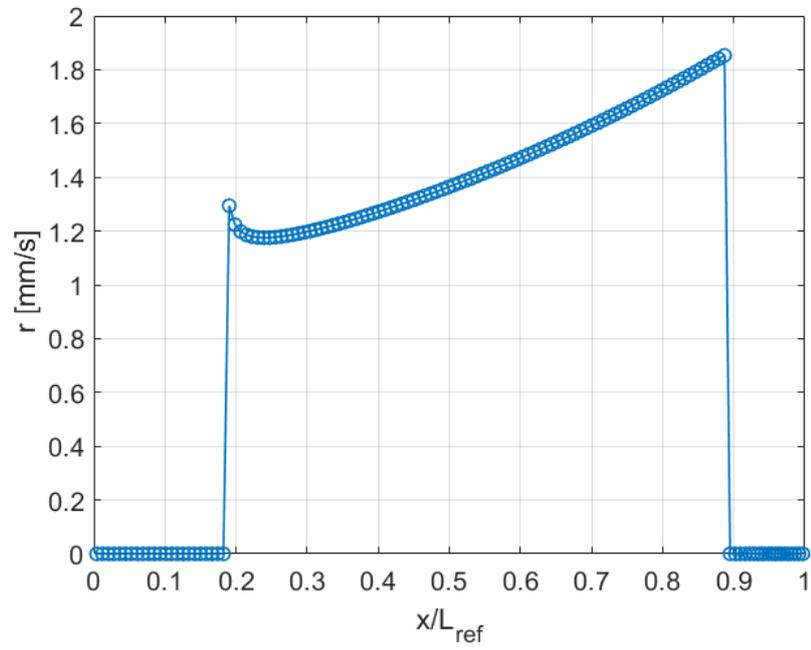


Figura 5.1: Rateo di regressione testcase #49

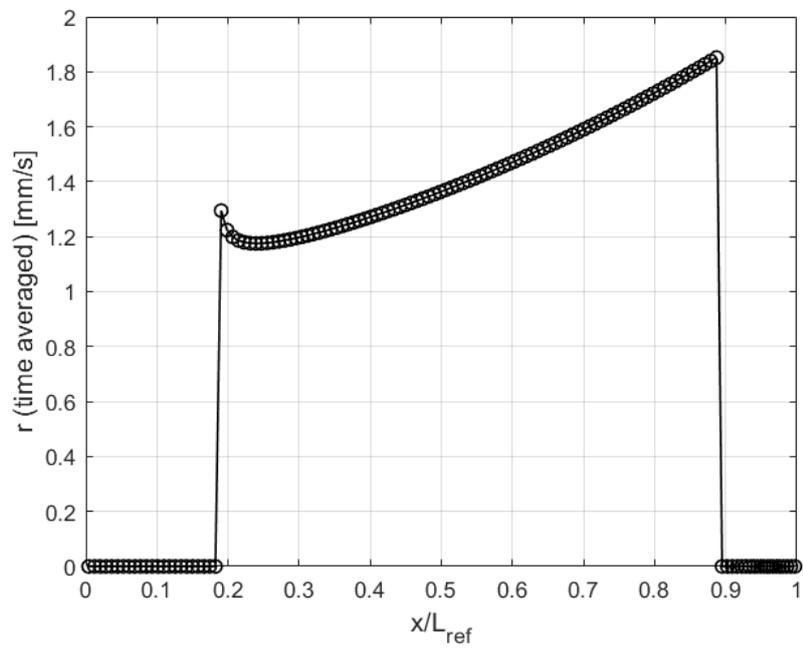


Figura 5.2: Rateo di regressione mediato nel tempo testcase #49

5.2.2 Mixture Fraction

In figura 5.3 è mostrata l'evoluzione della mixture fraction ϵ lungo il grano. Come si può osservare essa ha andamento crescente dovuto all'aggiunta di fuel lungo il grano; nello specifico, a fine grano si raggiunge un valore di 0.4042, che, usando l'equazione (2.21) corrisponde ad un mixture ratio pari al valore indicato in tabella 5.2.

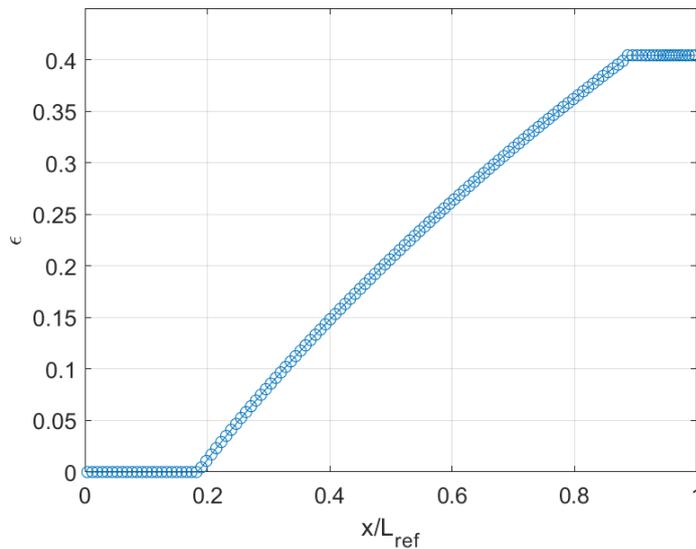


Figura 5.3: Mixture fraction testcase #49

5.2.3 Frazioni Molari

Tramite il modello chimico mostrato in sezione 2.3 è possibile calcolare le frazioni molari che si hanno lungo il motore, ottenendo il grafico mostrato in figura 5.4.

Nello specifico, si può osservare come lungo il grano, la concentrazione di ossigeno cala, esso infatti reagisce con tutto l'etilene presente. L'etilene a sua volta si ossida in acqua e monossido di carbonio; si noti infatti, come la concentrazione di quest'ultimo aumenti lungo la camera.

Infine, nel divergente, ovvero oltre la sezione di gola (x_{throat}), le composizioni rimangono costanti, in quanto è adottato il modello *frozen*.

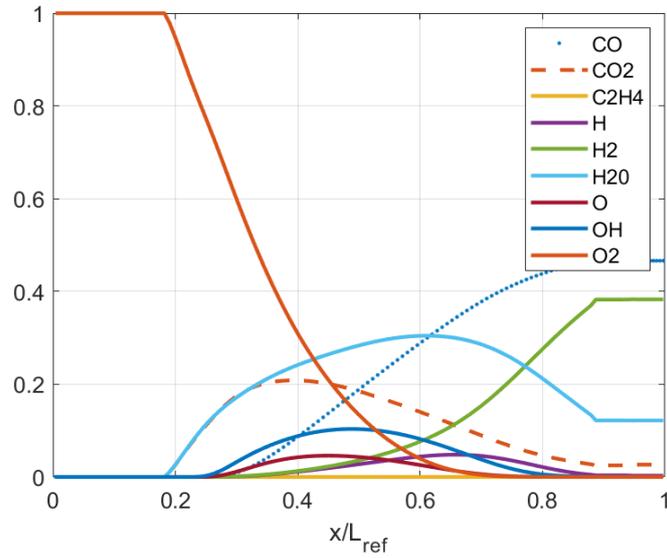


Figura 5.4: Frazioni Molari testcase #49

5.2.4 Temperatura

Sfruttando le frazioni molari e tramite il metodo di Newton descritto dalle equazioni (2.80), (2.81), e (2.82), è possibile ottenere il grafico della temperatura in camera mostrato in figura 5.5.

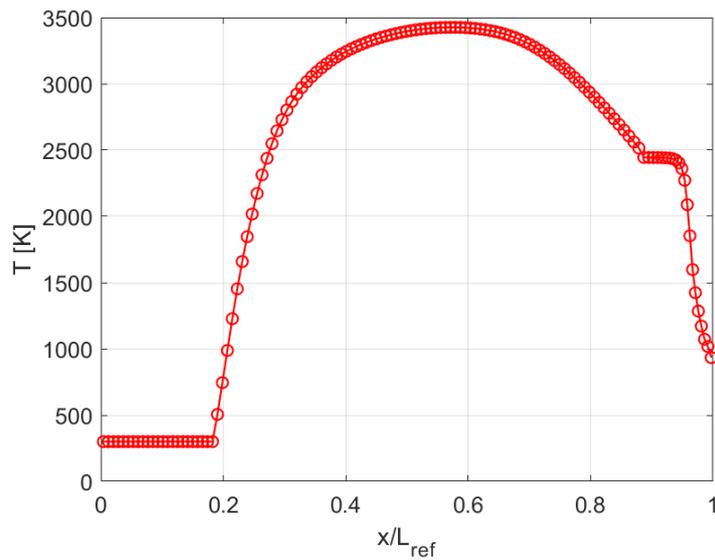


Figura 5.5: Temperatura in camera testcase #49

5.2.5 Pressione

In figura 5.6 è presentato il grafico relativo alla pressione in camera. Da tale grafico, è possibile osservare come la pressione sia costante e prossima al valore di 10 bar rilevato sperimentalmente. Si noti, tuttavia come è presente una piccola oscillazione ad inizio grano; questa è dovuta alla discontinuità presente tra la fine della precamera e l'inizio del grano. È infatti nella prima cella del grano che viene iniettato il combustibile entrante.

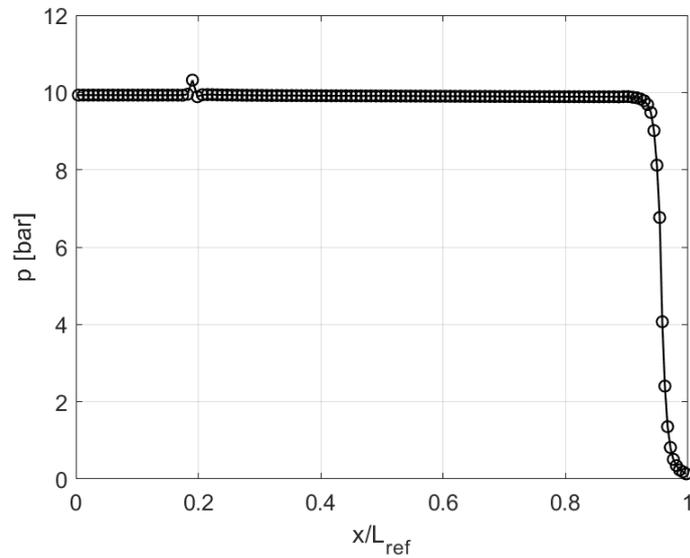


Figura 5.6: Pressione testcase #49

5.2.6 Altri risultati

Gli altri risultati relativi al testcase #49 possono essere riassunti nei seguenti grafici:

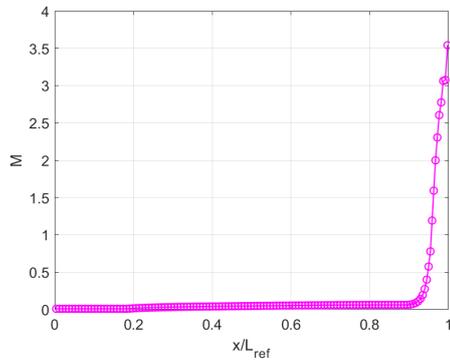
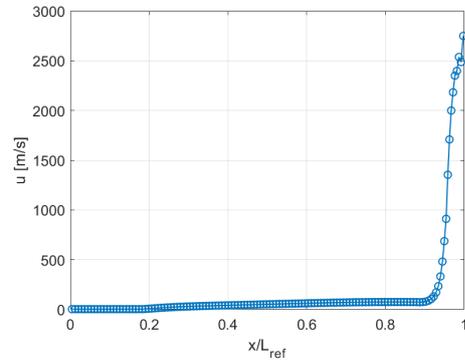
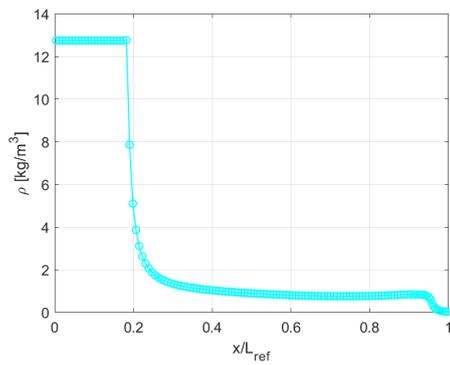
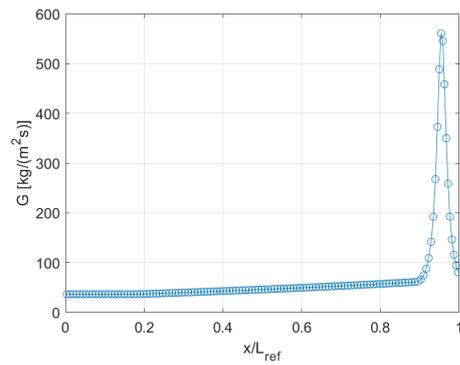
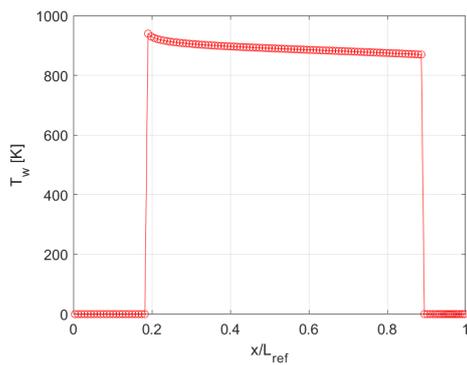
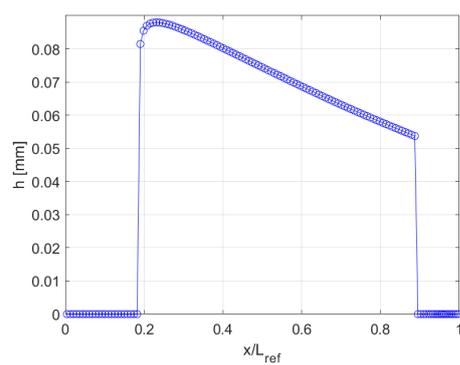
(a) *Numero di Mach*(b) *Velocità*(c) *Densità*(d) *Flusso di massa*(e) *Temperatura di parete*(f) *Spessore dello strato liquido*

Figura 5.7: Risultati testcase #49

Capitolo 6

Risultati iniezione con swirl

Analogamente al testcase #49, anche per il testcase #18, solo la configurazione relativa alla media dell'area di burning tra istante iniziale e finale è giunta a convergenza. Di conseguenza, si presentano i risultati relativi a tale condizione, la quale è confrontabile dal punto di vista geometrico con quella simulata per il testcase #49.

Nello specifico, nella tabella seguente sono riportati i parametri di input utilizzati per la simulazione del testcase #18:

Caratteristiche test #18		
Area di porta	$[mm^2]$	899.47
Perimetro di burning	$[mm]$	106.32
x_{start}		0.214
x_{end}		0.891
x_{throat}		0.955

Tabella 6.1: Input testcase #18

6.1 Calcolo parametri swirl

Una volta eseguita la simulazione per iniezione assiale, per eseguire la simulazione con swirl è necessario determinare i parametri relativi a questa da inserire nel codice. Nello specifico, sarà necessario determinare lo swirl number geometrico, ed il fattore esponenziale di swirl n_2 , mentre i parametri

a_{ent_i} , b_{ent_i} , $a_{C_{f_i}}$, e $b_{C_{f_i}}$ verranno impostati coerentemente alla procedura di calibrazione mostrata in sezione 3.6.

Swirl number geometrico

Per quanto riguarda lo swirl number geometrico, dai dati sperimentali viene fornito il valore di tale parametro relativo agli istanti di inizio ed di fine del test. Per ricavare dunque il valore da impostare per la condizione geometrica che si sta simulando si utilizza l'espressione utilizzata in [3]:

$$S_g = \frac{A_{port} R_x}{A_{inj} r_{port}} \quad (6.1)$$

Tale espressione è leggermente diversa da quella presentata dall'equazione (3.4), ed evidenzia come lo swirl number geometrico sia proporzionale al raggio di porta. Da qui dunque è possibile ricavare il valore da inserire nella simulazione:

$$S_g(d_{port}) = S_{g,in} \frac{d_{port}}{d_{in}} \quad (6.2)$$

Fattore esponenziale di swirl

Il fattore esponenziale di swirl è un parametro empirico che dipende da numerosi fattori; per ricavare dunque un valore di esso adeguato al testcase che si sta simulando si utilizza l'equazione (3.8), confrontando il rateo di regressione relativo all'iniezione assiale con quello relativo all'iniezione con swirl.

Nello specifico, si usano i valori sperimentali dei ratei di regressione presentati in tabella 4.1, e gli effetti di variazione del flusso di massa G vengono accorpati all'interno dell'esponente n_2 . Si ha cioè:

$$\frac{\dot{r}_{sw}}{\dot{r}_{ax}} = \frac{a_{sw} G^{n_1}}{a_0 G^{n_1}} = (1 + S_g^2)^{n_2} \quad (6.3)$$

Parametri swirl

Di conseguenza, è possibile riassumere i parametri relativi all'iniezione con swirl nella seguente tabella:

Swirl test #18		
Swirl number geometrico	S_g	23.4634
Fattore esponenziale di swirl	n_2	0.1090

Tabella 6.2: Input swirl testcase #18

6.2 Calibrazione swirl

Seguendo la procedura di calibrazione illustrata nella sezione 3.6, è possibile determinare i valori dei parametri a_{ent1} , b_{ent1} , $a_{C_{f1}}$ e $b_{C_{f1}}$, in modo tale da ottenere un integrale del rateo di regressione corrispondente a quello calcolato dal modello. Nel seguito vengono presentati risultati relativi ai diversi passaggi della procedura.

Calcolo del rateo di regressione del modello

Portata a convergenza la simulazione per il testcase #18 con iniezione assiale, si esportano i risultati del rateo di regressione, e viene calcolato il rateo di regressione previsto dal modello. I due andamenti sono mostrati in figura 6.1.

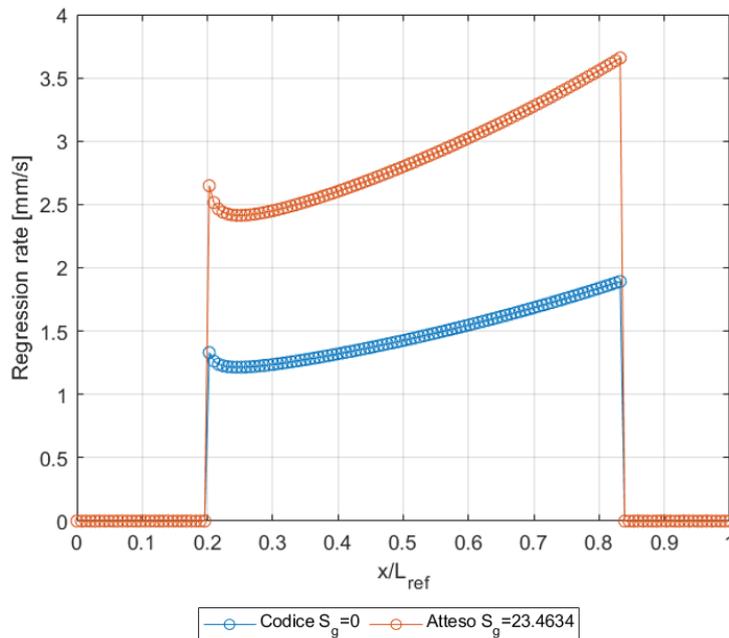


Figura 6.1: Confronto ratei di regressione assiale e modello swirl

Dal grafico si evince chiaramente una significativa discrepanza tra gli integrali dei due ratei di regressione. In particolare, l'integrale calcolato per il modello risulta circa il doppio rispetto a quello ottenuto dalla simulazione con iniezione assiale.

Spline interpolante

Per eseguire la calibrazione, sono state effettuate diverse simulazioni variando i valori di prova dei parametri $a_{ent_l} = a_{C_{f_l}}$ e calcolando, per ciascuna, l'integrale del rateo di regressione. Sulla base di questi risultati è stata costruita la seguente spline interpolante:

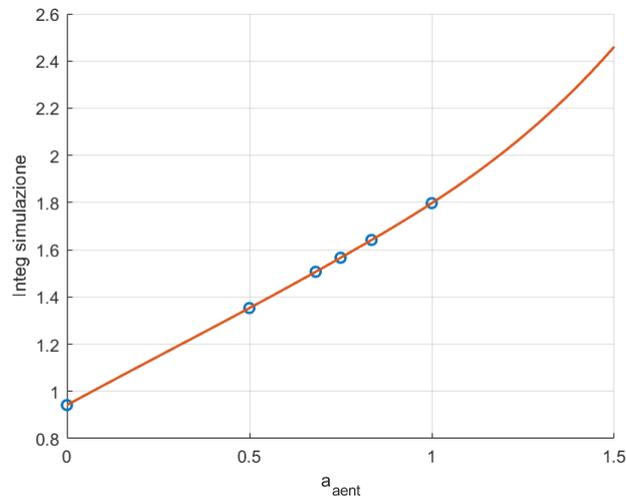


Figura 6.2: Spline interpolante i parametri $a_{ent_l} = a_{C_{f_l}}$ e l'integrale del rateo di regressione

Questa curva permette di determinare il valore ottimale dei parametri da inserire nella simulazione. Nello specifico, si ottengono i seguenti valori:

- $a_{ent_l} = a_{C_{f_l}} = 1.045$
- $b_{ent_l} = b_{C_{f_l}} = 0$

Nella tabella 6.3 sono riportati poi i risultati delle diverse simulazioni eseguite per realizzare la spline. Per ciascuna coppia di valori $a_{ent_l} = a_{C_{f_l}}$, vengono indicati l'integrale del rateo di regressione della simulazione e il rapporto tra l'integrale del modello e quello della simulazione.

$a_{entl} = a_{C_{f_l}}$	Integrale Simulazione [mm/s]	Rapporto tra gli integrali
0.5	1.3530	1.3637
0.6818	1.5067	1.2245
0.75	1.5662	1.1780
0.8349	1.6416	1.1240
1	1.7976	1.0264

Tabella 6.3: Risultati simulazioni iniezione con swirl

Confronto tra la simulazione finale ed il modello

Utilizzando nuovamente il codice *swirl_integral_calibration.m*, è possibile confrontare il rateo di regressione previsto dal modello con quello ottenuto dalle simulazioni impiegando i valori ottimali dei parametri $a_{entl} = a_{C_{f_l}}$. Questo confronto conferma la validità della procedura adottata, poiché il rapporto tra gli integrali del modello e della simulazione risulta essere molto vicino all'unità, con un valore di 1.0034.

L'andamento dei ratei di regressione è illustrato in figura 6.3.

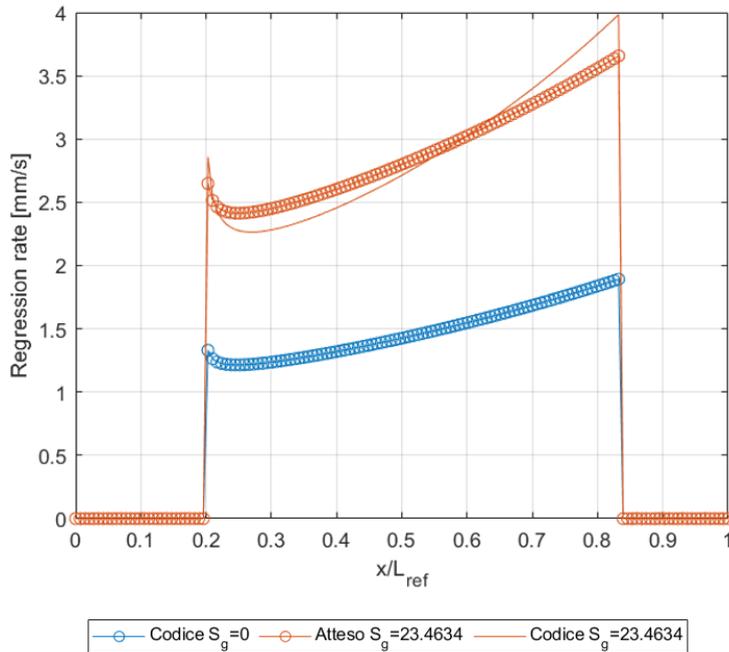


Figura 6.3: Confronto ratei di regressione

6.3 Risultati

Si procede ora, a mostrare alcuni grafici rappresentativi del testcase #18, confrontando anche la simulazione assiale di questo con quella eseguita con swirl.

6.3.1 Mixture Fraction

Il grafico in figura 6.4 mostra l'andamento della mixture fraction ϵ . Rispetto al testcase #49, si osserva un incremento di tale parametro verso la fine del grano, dovuto all'effetto dell'iniezione con swirl, che arricchisce la miscela di combustibile. Nello specifico, a fine grano si raggiunge un valore di 0.5575, che, applicando l'equazione (2.21) corrisponde ad un mixture ratio di 0.7937, prossimo cioè al valore indicato in tabella 5.2.

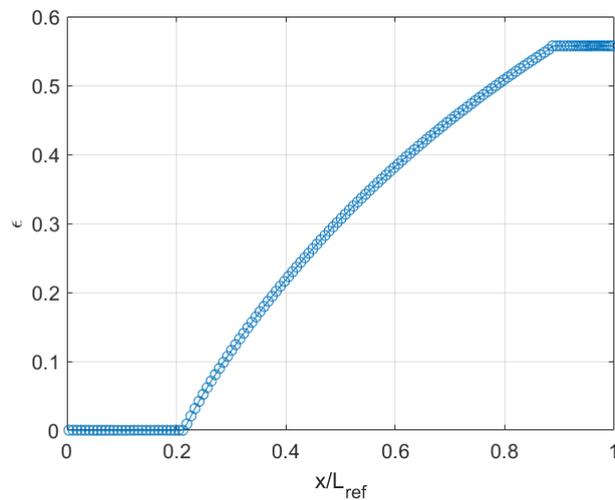


Figura 6.4: Mixture fraction #18

Il diverso andamento della mixture fraction è ancora più evidente confrontandolo con la simulazione assiale del testcase #18, come illustrato in figura 6.5.

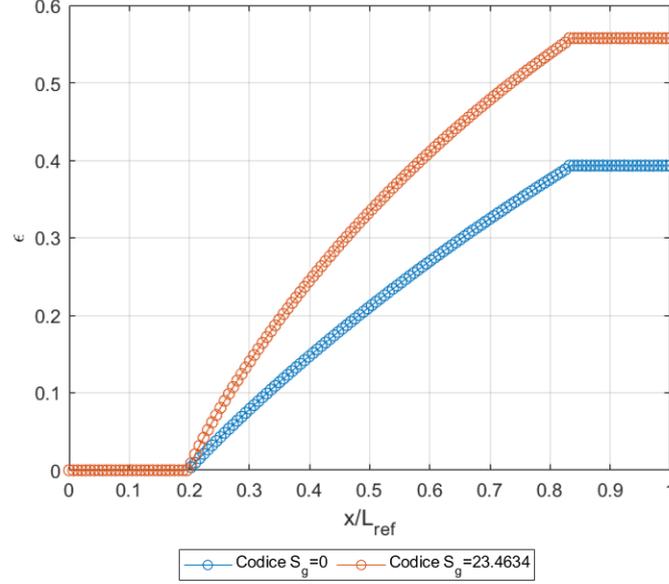


Figura 6.5: Confronto mixture fraction

Confronto tra risultati numerici e variazione teorica del mixture ratio OF

É inoltre possibile effettuare un confronto tra i risultati numerici della simulazione e la variazione teorica attesa a seguito dell'iniezione con swirl. Nello specifico, poichè la portata di ossidante \dot{m}_{ox} rimane invariata tra le due simulazioni (iniezione assiale e iniezione con swirl) del testcase #18, il rapporto tra i mixture ratio può essere espresso in funzione del rapporto tra le portate di combustibile:

$$\frac{(O/F)_{swirl}}{(O/F)_{no-swirl}} = \frac{\dot{m}_{fuel,no-swirl}}{\dot{m}_{fuel,swirl}} \quad (6.4)$$

Riprendendo le equazioni (4.10) e (3.8), si ottiene:

$$\frac{(O/F)_{swirl}}{(O/F)_{no-swirl}} = \frac{\dot{r}_{no-swirl}}{\dot{r}_{swirl}} = \frac{1}{(1 + S_g^2)^{n_2}} \quad (6.5)$$

Questo risultato mostra che il mixture ratio è inversamente proporzionale alla funzione di correzione del rateo di regressione.

Nella tabella 6.4 sono riportati i valori ottenuti dalla simulazione e quelli previsti teoricamente, evidenziando un buon accordo tra i due.

Swirl number S_g	O/F atteso	O/F simulazione	errore relativo
0	-	1.5431	-
23.4634	0.7755	0.7937	2.35 %

Tabella 6.4: Confronto risultati O/F

6.3.2 Frazioni Molari

Per quanto riguarda le specie chimiche, gli andamenti mostrati in figura 6.6 sono coerenti con i valori inferiori di mixture ratio che caratterizzano l'iniezione con swirl. Nello specifico, a causa dell'incremento del rateo di regressione si registra un aumento della concentrazione di etilene verso la fine del grano, a seguito del calo della concentrazione di ossigeno. Inoltre, si osserva una maggiore concentrazione di idrogeno molecolare rispetto al caso assiale, poiché anch'esso è un prodotto della pirolisi della paraffina, come mostrato in (2.71).

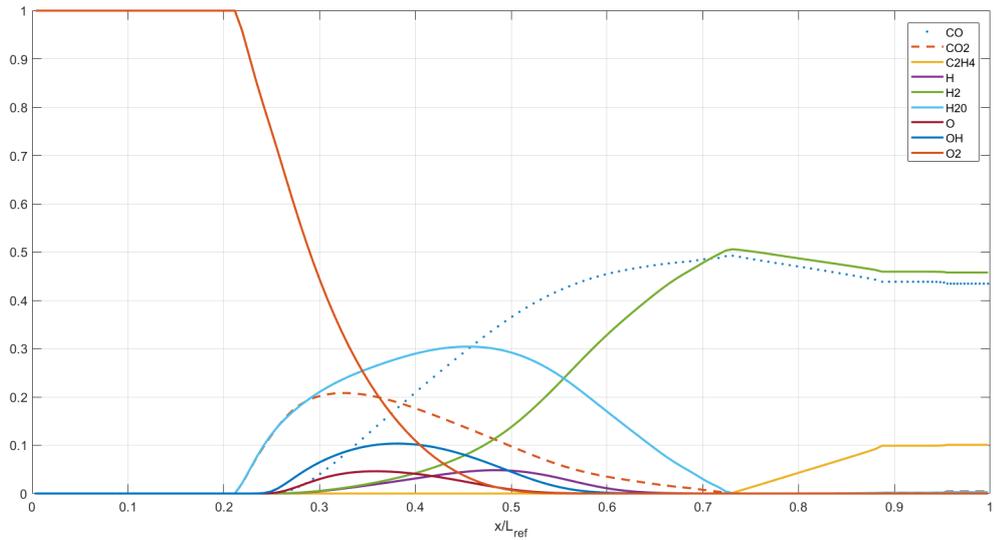


Figura 6.6: Frazioni molari testcase#18

6.3.3 Temperatura

L'andamento della temperatura è strettamente correlato alla distribuzione delle frazioni molari delle specie chimiche. Nello specifico, come mostrato in figura 6.7, il massimo della temperatura in camera risulta spostato più a monte rispetto al caso testcase #49. Ciò è dovuto all'incremento del quantitativo di combustibile, che anticipa il raggiungimento del punto stechiometrico lungo il grano. In particolare, il picco di temperatura è raggiunto in prossimità del massimo delle concentrazioni di H_2O ; questo perchè la reazione di formazione dell'acqua a partire da etilene e ossigeno è altamente esotermica.

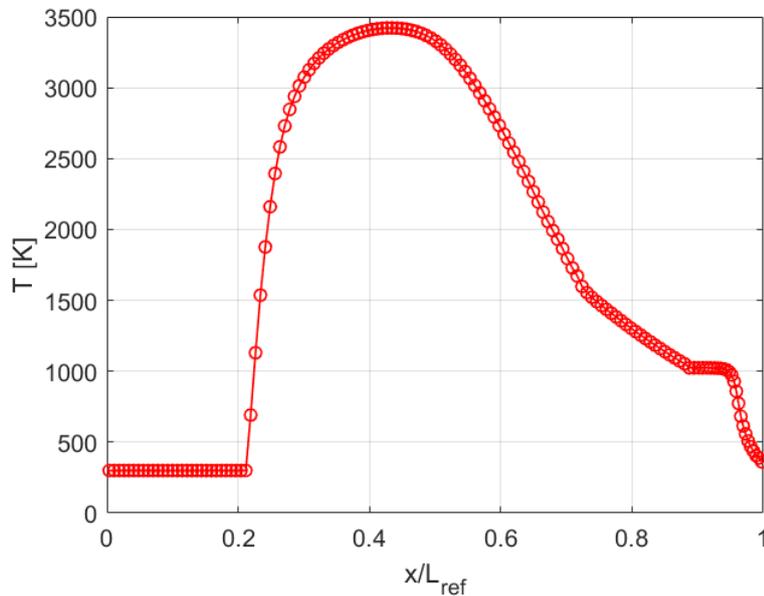


Figura 6.7: Temperatura testcase#18

6.3.4 Pressione

La figura 6.8 mostra l'andamento della pressione in camera, che si mantiene prossima al valore di 10 bar previsto per il testcase. Si osserva inoltre una riduzione della pressione rispetto al testcase #49, probabilmente dovuta all'elevato swirl number geometrico, che determina un significativo aumento del coefficiente di attrito a parete.

Infatti, analizzando le pressioni ottenute nelle diverse simulazioni con valori variabili dei parametri $a_{entl} = a_{Cfl}$, si nota che all'aumentare di tali parametri

(e quindi del coefficiente di attrito), la pressione in camera tende a diminuire, come illustrato in figura 6.9.

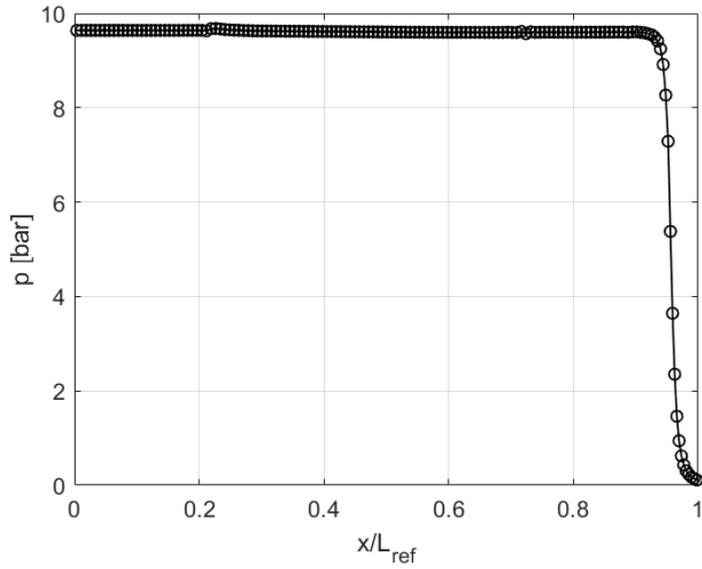


Figura 6.8: Pressione testcase#18

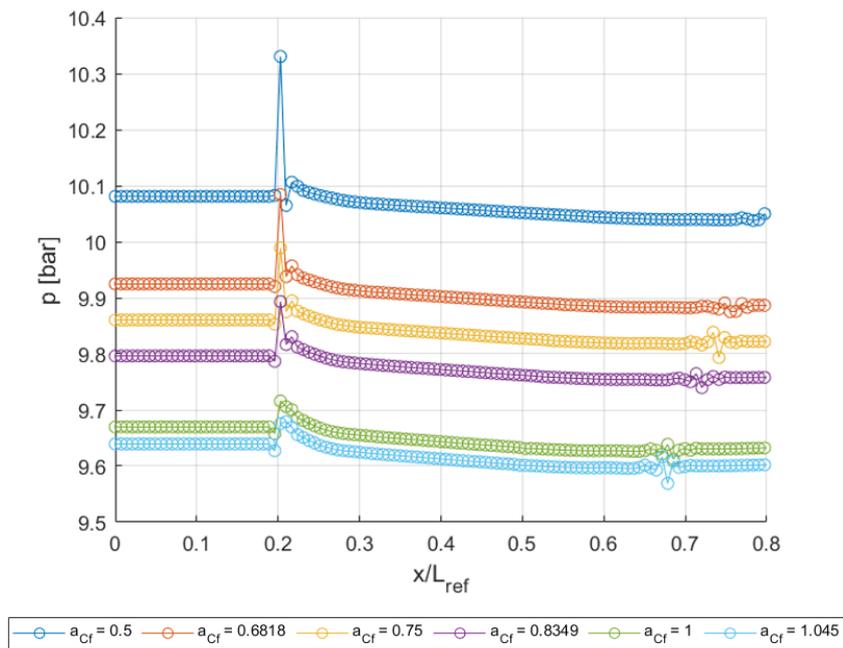


Figura 6.9: Influenza a_{Cf} sulla pressione

6.3.5 Spessore dello strato liquido

Lo spessore dello strato liquido di paraffina mostra un decremento nel caso di iniezione con swirl, come mostrato in figura 6.10. Nello specifico, si può osservare come l'andamento sia opposto a quello del rateo di regressione mostrato in figura 6.3.

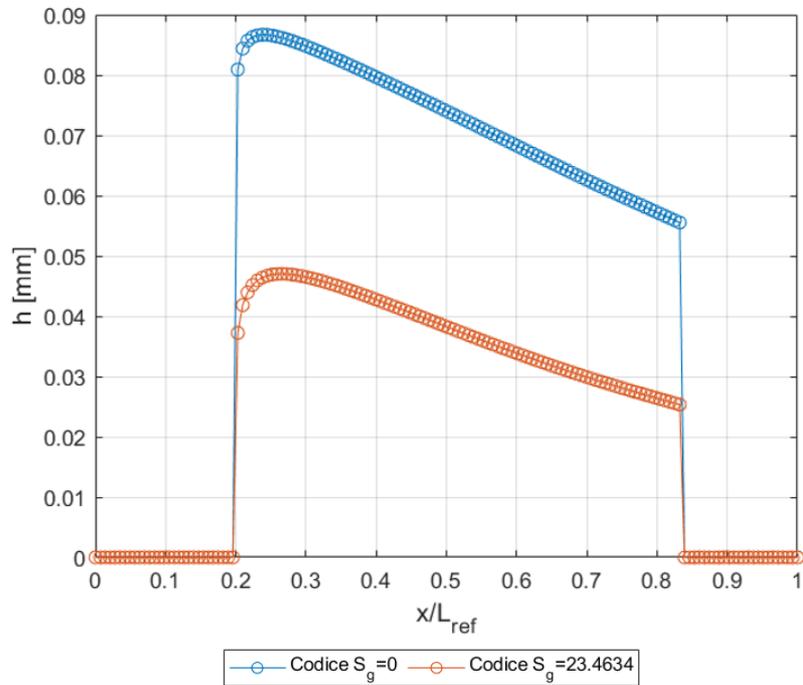
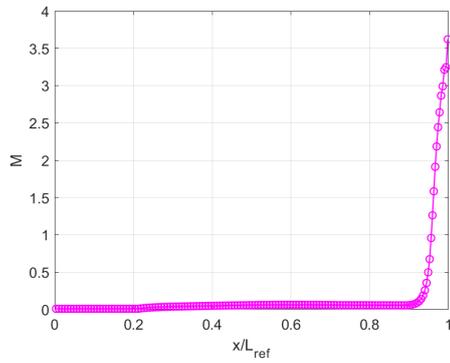


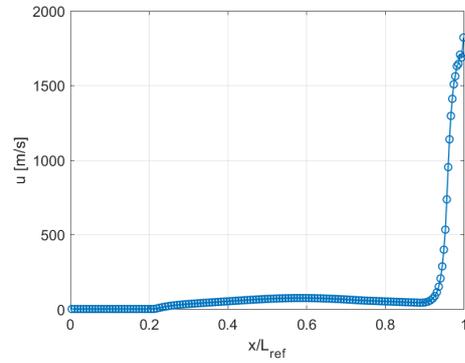
Figura 6.10: Spessore strato liquido testcase#18

6.3.6 Altri risultati

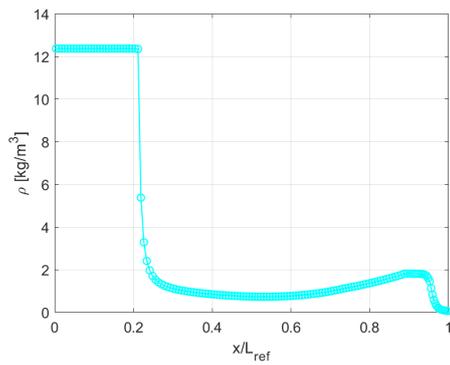
Gli altri risultati riguardanti il testcase #18 (iniezione con swirl) possono essere riassunti nei seguenti grafici:



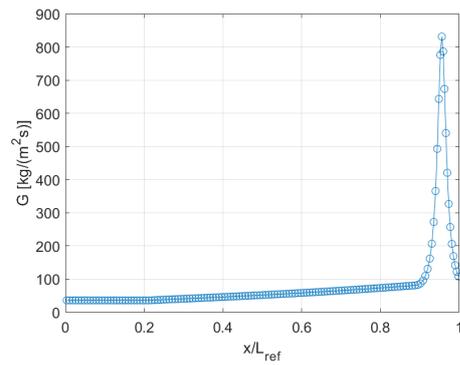
(a) Numero di Mach



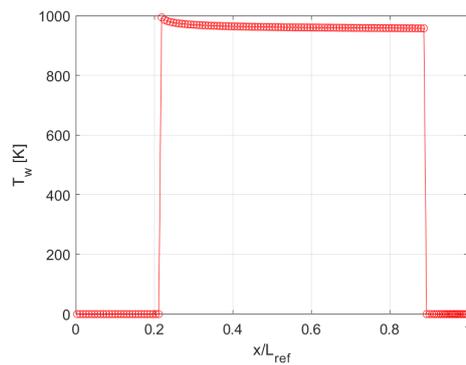
(b) Velocità



(c) Densità



(d) Flusso di massa



(e) Temperatura di parete

Figura 6.11: Risultati testcase #18

Capitolo 7

Conclusioni

L'obiettivo di questa tesi è la validazione di un modello termico a bassa fedeltà per endoreattori a propellenti ibridi in presenza di iniezione con swirl.

Dopo un'introduzione che offre una panoramica su questa categoria di endoreattori, illustrandone vantaggi e criticità, viene descritto il codice CFD impiegato nel lavoro, evidenziandone l'architettura e i sottomodelli. Successivamente, si approfondisce l'effetto dell'iniezione con swirl, mostrandone i benefici e il suo impatto sulla modellazione termica. In particolare, si analizza l'influenza sul rateo di regressione, e si introducono le correzioni al coefficiente di attrito e al parametro di entrainment, che richiedono un'accurata calibrazione. A tal fine, è stata sviluppata una procedura di calibrazione specifica per il testcase studiato. Si procede quindi con la descrizione dei testcase selezionati, nello specifico uno per il caso di iniezione assiale ed uno per il caso di iniezione con swirl, spiegando i criteri adottati per la determinazione dei parametri di input. Particolare attenzione è stata posta alla definizione della geometria, con l'obiettivo di ottenere una configurazione rappresentativa dei dati sperimentali e che non generasse instabilità di camera.

Infine, vengono presentati i risultati delle simulazioni per entrambi i testcase, evidenziando il successo della procedura di calibrazione e la coerenza dei risultati con la fisica del problema e i dati sperimentali, a conferma della validità del modello proposto.

Si badi tuttavia, come emergano alcuni limiti nella procedura di calcolo degli input per determinati testcase, generando nello specifico instabilità legate al primo modo longitudinale. Comportamento analogo è stato registrato nel caso di simulazioni con numeri di swirl molto elevati. Per affrontare queste criticità, sarà necessario probabilmente affinare ulteriormente il codice CFD.

Infine per gli sviluppi futuri, è necessario realizzare una procedura di calibrazione più efficiente, in grado di ridurre il numero di simulazioni richieste senza compromettere la qualità dei risultati.

Bibliografia

- [1] Martin J. (Martin John) Chiaverini and Kenneth K. Kuo. *Fundamentals of hybrid rocket combustion and propulsion*. Progress in astronautics and aeronautics ; v. 218. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va, 2007.
- [2] Brian Cantwell, Arif Karabeyoglu, and David Altman. Recent advances in hybrid propulsion. *International Journal of Energetic Materials and Chemical Propulsion*, 9(4), 2010.
- [3] Flávio D. A. Quadros and Pedro T. Lacava. Swirl injection of gaseous oxygen in a lab-scale paraffin hybrid rocket motor. *Journal of Propulsion and Power*, 35(5):896–905, September 2019.
- [4] M Karabeyoglu, Brian Cantwell, and David Altman. Development and testing of paraffin-based hybrid rocket fuels. In *37th joint propulsion conference and exhibit*, page 4503, 2001.
- [5] Arif Karabeyoglu, Greg Zilliac, Brian J Cantwell, Shane DeZilwa, and Paul Castellucci. Scale-up tests of high regression rate paraffin-based hybrid rocket fuels. *Journal of propulsion and power*, 20(6):1037–1045, 2004.
- [6] Arif Karabeyoglu, Brian Cantwell, and Jose Stevens. Evaluation of the homologous series of normal alkanes as hybrid rocket fuels. In *41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, page 3908, 2005.
- [7] Goutham Karthikeyan and Toru Shimada. Numerical parametric analysis of combustion instability in axial-injected hybrid rocket motors. *Journal of Propulsion and Power*, 34(6):1542–1552, 2018.
- [8] Jean-Etienne Durand, Jean-Yves Lestrade, and Jérôme Anthoine. Fuel regression modelling for hybrid rocket cfd simulations. In *EUCASS 2019*, 2019.
- [9] Vladimir Vasil’evich Rusanov. The calculation of the interaction of non-stationary shock waves and obstacles. *USSR Computational*

- Mathematics and Mathematical Physics*, 1(2):304–320, 1962.
- [10] Meng-Sing Liou. A sequel to ausm: Ausm+. *Journal of computational Physics*, 129(2):364–382, 1996.
- [11] Sigal Gottlieb and Chi-Wang Shu. Total variation diminishing runge-kutta schemes. *Mathematics of computation*, 67(221):73–85, 1998.
- [12] Francesco Barato, Nicolas Bellomo, Martina Faenza, Marta Lazzarin, Alberto Bettella, and Daniele Pavarin. Numerical model to analyze transient behavior and instabilities on hybrid rocket motors. *Journal of Propulsion and Power*, 31(2):643–653, 2015.
- [13] MA Karabeyoglu, D Altman, and Brian J Cantwell. Combustion of liquefying hybrid propellants: Part 1, general theory. *Journal of propulsion and power*, 18(3):610–620, 2002.
- [14] GA Marxman, CE Wooldridge, and RJ Muzzy. Fundamentals of hybrid boundary-layer combustion. In *Progress in astronautics and rocketry*, volume 15, pages 485–522. Elsevier, 1964.
- [15] G Marxman and M Gilbert. Turbulent boundary layer combustion in the hybrid rocket. In *Symposium (International) on Combustion*, volume 9, pages 371–383. Elsevier, 1963.
- [16] M Arif Karabeyoglu and D Altman. Dynamic modeling of hybrid rocket combustion. *Journal of Propulsion and Power*, 15(4):562–571, 1999.
- [17] Lorenzo Folcarelli. *Analisi parametrica dell’instabilità in camera di combustione per endoreattori a propellenti ibridi*. Tesi di laurea, Politecnico di Torino, 2022.
- [18] Sanford Gordon and Bonnie J McBride. Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications. part 1: Analysis. Technical report, 1994.
- [19] Guillaume Vignat, Daniel Durox, and Sébastien Candel. The suitability of different swirl number definitions for describing swirl flows: Accurate, common and (over-) simplified formulations. *Progress in Energy and Combustion Science*, 89:100969, 2022.
- [20] David R Greatrix. Geometric swirl number and hybrid rocket engine performance. In *2018 Joint Propulsion Conference*, page 4442, 2018.
- [21] Enrico Paccagnella, Francesco Barato, Daniele Pavarin, and Arif M Karabeyoglu. Scaling of hybrid rocket motors with swirling oxidizer injection. In *51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, page 3833, 2015.
- [22] Wiendelt Steenbergen. Turbulent pipe flow with swirl. 1995.
- [23] Leonardo Stumpo. *Swirl Injection in Hybrid Rocket Engines*. Tesi di laurea, Politecnico di Torino, 2023.